BAC BLANC
SESSION 2022

Série D
Durée : 4h
Coefficient : 4

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3
Tout modèle de calculatrice scientifique non graphique est autorisé

EXERCICE 1 (2 points)

Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de chaque affirmation suivi de **Vrai** si l'affirmation est vraie ou de **Faux** si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmation
1	Le nombre complexe $z = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ a pour argument principal $\frac{\pi}{6}$
2	Soit f une fonction deux fois dérivable sur un intervalle I,(C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère et a un élément de I ; le point $A\ (a\,;f(a))$ est un point d'inflexion de (C_f) lorsque $\frac{d^2f}{dx^2}$ s'annule en a sans changer de signe.
3	g une fonction numérique ; si pour tout x de $]-\infty; 11]$ $g(x) \geq x^2$ alors $\lim_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$
4	Si R et S sont deux évènements indépendants de probabilités non nulles d'un univers Ω, alors $P(R \cup S) = P(R) \times P(S)$

EXERCICE 2 (2 points)

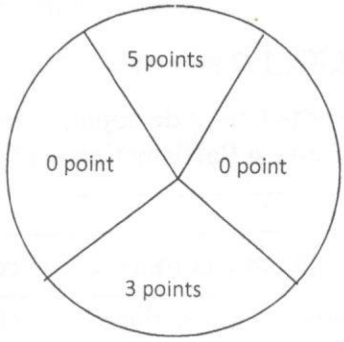
Pour chacun des énoncés incomplets ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste.
Ecris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse

N°	Enoncé incomplet		Réponses
1	La fonction $x \mapsto -sinx\ (cosx)^4$ a pour primitive la fonction ….	A	$x \mapsto 2 + (cosx)^5$
		B	$x \mapsto 2 + \frac{1}{5}(cosx)^5$
		C	$x \mapsto 2 + 5\,(cosx)^5$
2	Soit f une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$ et f^{-1} sa bijection réciproque. Si $f(-3) = 2$ et $f'(-3) = \frac{2}{5}$, alors $(f^{-1})'(2)$ est égal à …	A	$\frac{-3}{2}$
		B	$\frac{1}{2}$
		C	$\frac{5}{2}$
3	$t \in \mathbb{R}$. Le nombre complexe : $z = \frac{1-t^2}{1+t^2} + i\ \frac{2t}{1+t^2}$ est de module égal à …	A	1
		B	$2(1+t^2)$
		C	2
4	g est une fonction dérivable sur $[a,b]$ et il existe un unique $\alpha \in [a,b]$ tel que $g(\alpha) = \alpha$,	A	$\mid g(x) - g(\alpha) \mid \geq \frac{2}{3} \mid x - \alpha \mid$.
		B	$\mid g(x) - \alpha \mid \leq \frac{2}{3} \mid x - \alpha \mid$.

	Si $\forall x \in [a,b]$, $\mid g'(x) \mid \leq \frac{2}{3}$ alors	C	$\mid g'(x) - g'(\alpha) \mid \leq \frac{2}{3} \mid x - \alpha \mid$.

EXERCICE 3 (3 points)

Un jeu consiste à lancer des fléchettes sur une cible. La cible est partagée en quatre secteurs, comme_indiqué sur La figure ci-contre.
On suppose que les lancers sont indépendants et que le joueur touche la cible à tous les coups.



Le joueur lance une fléchette.

On note p_0 la probabilité d'obtenir 0 point.
On note p_3 la probabilité d'obtenir 3 points.
On note p_5 la probabilité d'obtenir 5 points.
On admet que $p_5 = \frac{1}{2}\, p_3$ et que $p_5 = \frac{1}{3}\, p_0$,

1. a) Détermine les valeurs de p_0 , p_3 et p_5.

Une partie de ce jeu consiste à lancer trois fléchettes au maximum. Le joueur gagne la partie s'il obtient un total (pour les 3 lancers) supérieur ou égal à 8 points. Si au bout de 2 lancers, il a un total supérieur ou égal à 8 points, il ne lance pas la troisième fléchette.

On note G_2 l'événement : « le joueur gagne la partie en 2 lancers ».
On note G_3 l'événement : « le joueur gagne la partie en 3 lancers ».
On note D l'événement : « le joueur perd la partie ».
On admet que $P(G_2) = \frac{5}{36}$ et $P(G_3) = \frac{7}{36}$

b) Calcule $P(D)$.

Pour une partie, la mise est fixée à $1500\ F$.
Si le joueur gagne en deux lancers, il reçoit $3750\ F$.
S'il gagne en trois lancers, il reçoit $2250\ F$. S'il perd, il ne reçoit rien.
On note X la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur pour une partie.

2. a) Justifie que l'ensemble de valeurs prises par X est $\{-1500\ ;\ 750\ ;\ 2250\}$
   b) Détermine la loi de probabilité de X.
   c) Calcule l'espérance mathématiques de X puis interprète le résultat.
3. Détermine puis représente la fonction de répartition de X dans un repère orthogonal (O, I, J)

On prendra : $\mathbf{1cm}$ pour $\mathbf{500}$ sur (OI) et $\mathbf{1cm}$ pour $\frac{5}{36}$ sur (OJ)

EXERCICE 4 (3 points)

1. Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 - (2+6i)z - 16 + 12i = 0$
2. Soit $P(z) = z^3 - (4+6i)z^2 - (12-24i)z + 32 - 24i$
   a) Justifie que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution réelle notée a que tu détermineras.
   b) Détermine les nombres complexes b et c tels que
   $$P(z) = (z-2)(z^2 + bz + c)$$
   c) Résous dans C, l'équation $\mathrm{P}(z) = 0$

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$; unité graphique : 1cm.

On donne les points $A(2)$, $B(4+2i)$ et $C(-2+4i)$

3. Détermine l'ensemble (Δ) des points M du plan d'affixe z vérifiant :

$$|z-4-2i| = |z+2-4i|.$$

EXERCICE 5 (5 points)

Soit f la fonction numérique dérivable sur $]0;+\infty[$ et définie par : $f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{\ln x}{x}$ et (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est le **cm**.

1. a) Calcule $\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ puis interprète graphiquement ce résultat.
   b) Détermine la limite de f en $+\infty$.
   c) Justifie que la droite (Δ) d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.

Soit g la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x^2 + 1 - \ln x$.
On admet que $\forall x \in]0;+\infty[$, $g(x) > 0$.

2. a) Justifie que : $\forall x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
   b) Etudie le sens de variation de f.
   c) Dresse le tableau de variation de f.

On admet que (C) est en dessous de (Δ) sur $]0;1[$ et au-dessus de (Δ) sur $]1;+\infty[$ de plus (C) coupe l'axe des abscisses au point $H\left(\frac{1}{2};0\right)$

3. a) Justifie qu'une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1 est $2y - 4x + 1 = 0$.
   b) Construis (C), (Δ) et (T) dans le repère orthonormé (O, I, J).

4. Détermine les primitives de f sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

EXERCICE 6 (5 points)

Après un match de la coupe d'Afrique des Nations, une chaîne de télévision propose une émission d'analyse de ce match. Pour savoir s'il répond aux exigences du sponsor qui attend une part d'audience d'au moins 50 % par émission, le directeur des programmes de cette chaine dispose des informations suivantes :

- 56 % des téléspectateurs ont regardé le match ;
- un quart des téléspectateurs ont regardé l'émission sachant qu'ils ont regardé le match ;
- 10 % des téléspectateurs n'ont pas regardé le match et n'ont pas suivi l'émission.

En utilisant tes connaissances mathématiques au programme, réponds à la préoccupation du directeur.

BAC BLANC
SESSION 2022

Série D
Durée : 4h
Coefficient : 4

MATHEMATIQUES

Ce corrigé comporte six (06) pages numérotées 1/6, 2/6, 3/6, 4/6, 5/6 et 6/6

EXERCICE 1 (2 points)

1- Vrai 0,5
2-Faux 0,5
3- Vrai 0,5
4- Faux 0,5

EXERCICE 2 (2 points)

1- B 0,5
2- C 0,5
3- A 0,5
4- B 0,5

EXERCICE 3(3 points)

On note p_5 la probabilité d'obtenir 5 points.

On admet que $p_5 = \frac{1}{2} p_3$ et que $p_5 = \frac{1}{3} p_0$, 2×0/3

1. a) On a : $p_0 + p_3 + p_5 = 1$ donc $6 p_5 = 1$ d'où $p_5 = \frac{1}{6}$; $p_3 = \frac{1}{3}$ et $p_0 = \frac{1}{2}$ 0,25 0,75

b) On a : $P(G_2) + P(G_3) + P(D) = 1$ donc $P(D) = \frac{24}{36}$. 0,25

2. a) on a :

Si le joueur gagne en deux lancers : $3750 - 1500 = 2250$;
Si le joueur gagne en trois lancers : $2250 - 1500 = 750$;
Si le joueur perd : $0 - 1500 = -1500$ 0,25

Donc l'ensemble de valeurs prises par X est $\{-1500 ; 750 ; 2250\}$ 0.

b) la loi de probabilité de X est

$X = x_i$	-1500	750	2250	Total
$P(X = x_i)$	$\frac{24}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	1

0,5

c) L'espérance mathématiques de X est :

$$E(X) = \frac{-1500\times 24 + 750\times 7 + 2250\times 5}{36} = \frac{-1625}{3} = -541{,}6$$ 0,5

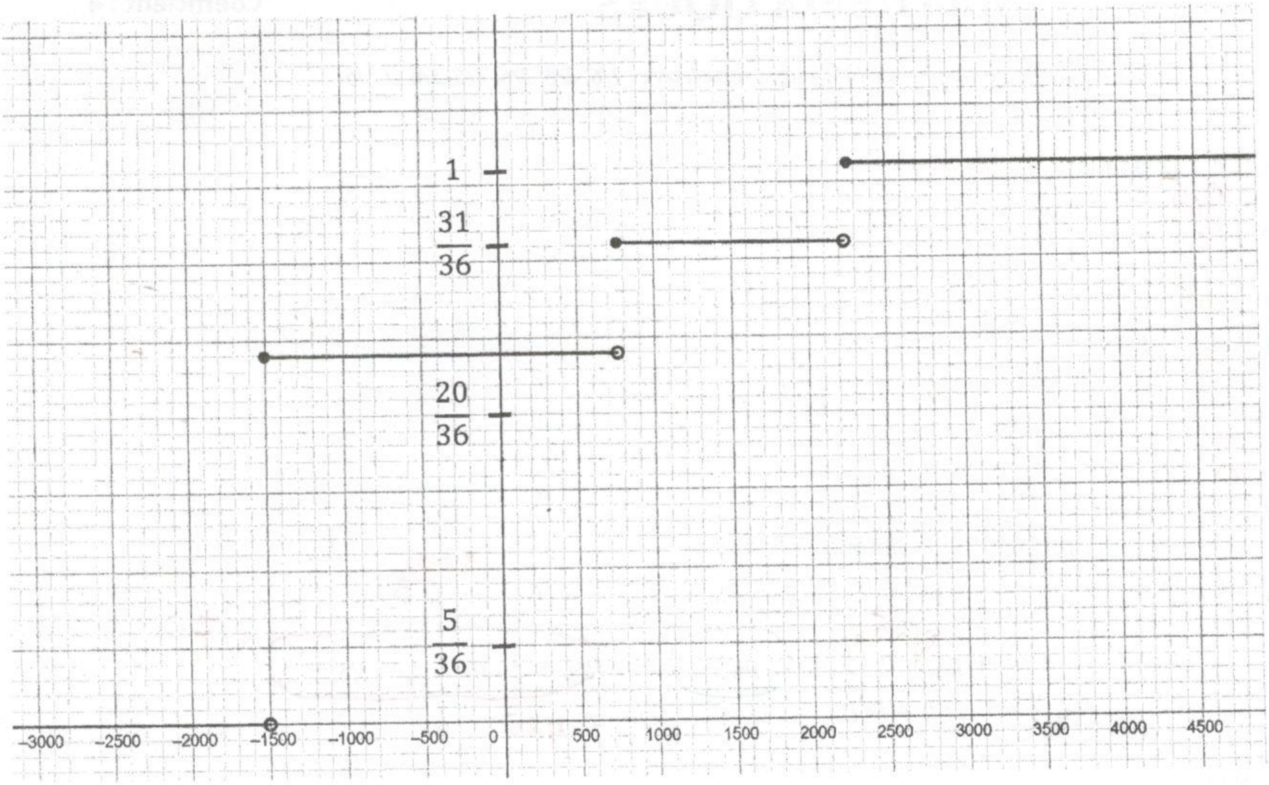
Comme $E(X) < 0$ le jeu est défavorable au joueur. 0,25

En effet sur un grand nombre de partie le joueur perd en moyenne 545 F

3. la fonction de répartition de X est définie par :

Si $x < -1500, F(x) = 0$
Si $-1500 \leq x < 750$, $F(x) = \frac{24}{36}$
Si $750 \leq x < 2250$, $F(x) = \frac{31}{36}$ 0,25
Si $2250 \leq x$, $F(x) = 1$

Représentation de la fonction de répartition de X



0,25

EXERCICE 4 (3 points)

1. Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 - (2+6i)z - 16 + 12i = 0$

0,25 On a $\Delta = 32 - 24i$ ainsi les racines carrées de Δ sont : $-6 + 2i$ et $6 - 2i$

D'où $z = 4 + 2i$ ou $z = -2 + 4i$ 0,25

Donc $S_{\mathbb{C}} = \{\, 4 + 2i \ ; \ -2 + 4i \,\}$ 0,25

2. a) On a : $a^3 - (4+6i)a^2 - (12 - 24i)a + 32 - 24i = 0$ 0,25

d'où $\begin{cases} a^3 - 4a^2 - 12a + 32 = 0 \\ -6a^2 + 24a - 24 = 0 \end{cases}$ par suite $\begin{cases} a^3 - 4a^2 - 12a + 32 = 0 \\ -6(a-2)^2 = 0 \end{cases}$

Donc $a = 2$ 0,25

b) En utilisant la division euclidienne ou la méthode des coefficients indéterminés,

on a : $P(z) = (z - 2)(z^2 - (2+6i)z - 16 + 12i)$

Donc $b = -2 + 6i$ $c = -16 + 12i$ 0,25 + 0,25

c) $P(z) = 0 \Leftrightarrow (z-2)(z^2 - (2+6i)z - 16 + 12i) = 0$

$\Leftrightarrow$ $z - 2 = 0$ ou $z^2 - (2+6i)z - 16 + 12i = 0$

$S_{\mathbb{C}} = \{\, 2 \ ; \ 4 + 2i \ ; \ -2 + 4i \,\}$ 0,5

3. Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$; unité graphique : 1cm.

On donne les points $A(2)$, $B(4 + 2i)$ et $C(-2 + 4i)$

On a : $|z - 4 - 2i| = |z + 2 - 4i| \Leftrightarrow |z - (4+2i)| = |z - (-2+4i)|$

$\Leftrightarrow |z - z_B| = |z - z_C|$

$\Leftrightarrow MB = MC$ 0,5

(Δ) est donc la médiatrice de $[BC]$

EXERCICE 5 (5 points)

1. a) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \left(x + \frac{1}{2} + \frac{\ln x}{x}\right) = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \left(x + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{x} \times \ln x\right)\right) = -\infty$ 0,25

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = \infty$. Donc la droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale à (C) . 0,25

1. b) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ 0,25

c) on a : $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - \left(x + \frac{1}{2}\right)\right] = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{\ln x}{x}\right) = 0$. Donc la droite (Δ) d'équation 0,25

$y = x + \frac{1}{2}$ est une asymptote à (C) en $+\infty$. 0,25

2. a) $\forall x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{x^2 + 1 - \ln x}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2}$. 0,75 0,75

b) $\forall x \in]0; +\infty[$, $g(x) > 0$ et $x^2 > 0$ donc $f'(x) > 0$ d'où f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$. 0,5

c) le tableau de variation de f.

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	||	$+$
$f(x)$	|| $-\infty$	$\nearrow$ $+\infty$

0,5

3. a) une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1 est :

$y = f'(1)(x-1) + f(1)$ $f'(1) = 2$ $f(1) = \frac{3}{2}$

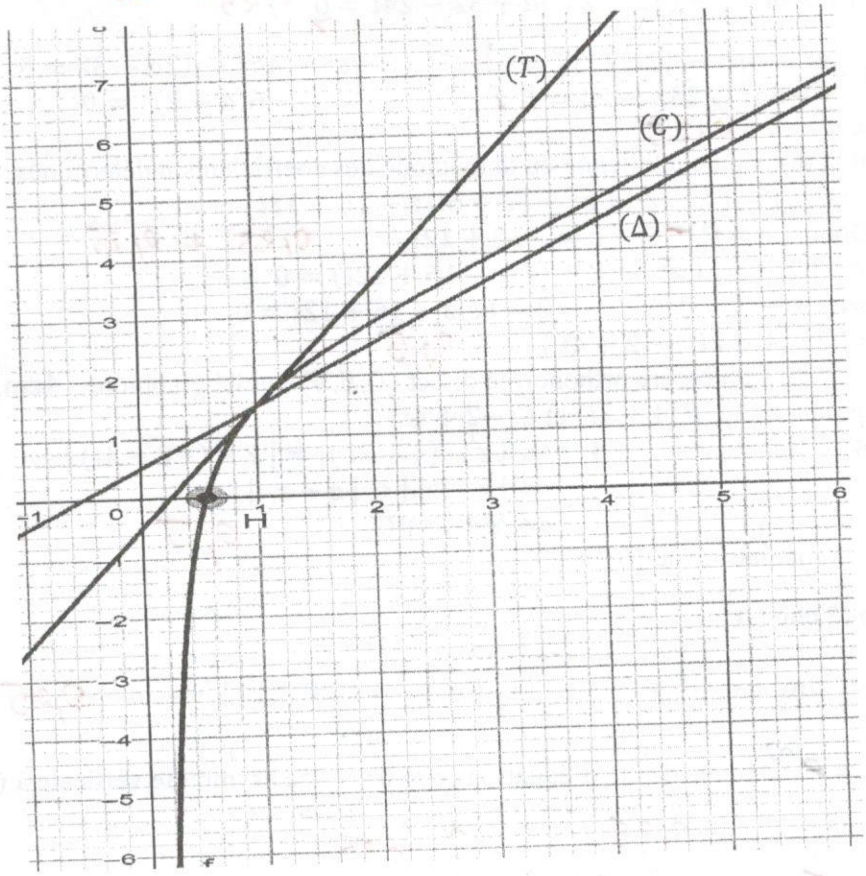
$y = 2(x-1) + \frac{3}{2}$

$y = 2x - \frac{1}{2}$ 0,5

donc $2y - 4x + 1 = 0$. 0,25

b) Construction de (C), (Δ) et (T) dans le repère orthonormé (O, I, J).

0,50 0,25 0,25



4. Les primitives de f sur l'intervalle $]0; +\infty[$ sont les fonctions de la forme

$\frac{x^2 + x + (\ln x)^2}{2} + c$ où $c \in \mathbb{R}$ 0,5

EXERCICE 6 (5 points)

- Désignation des évènements, soit :

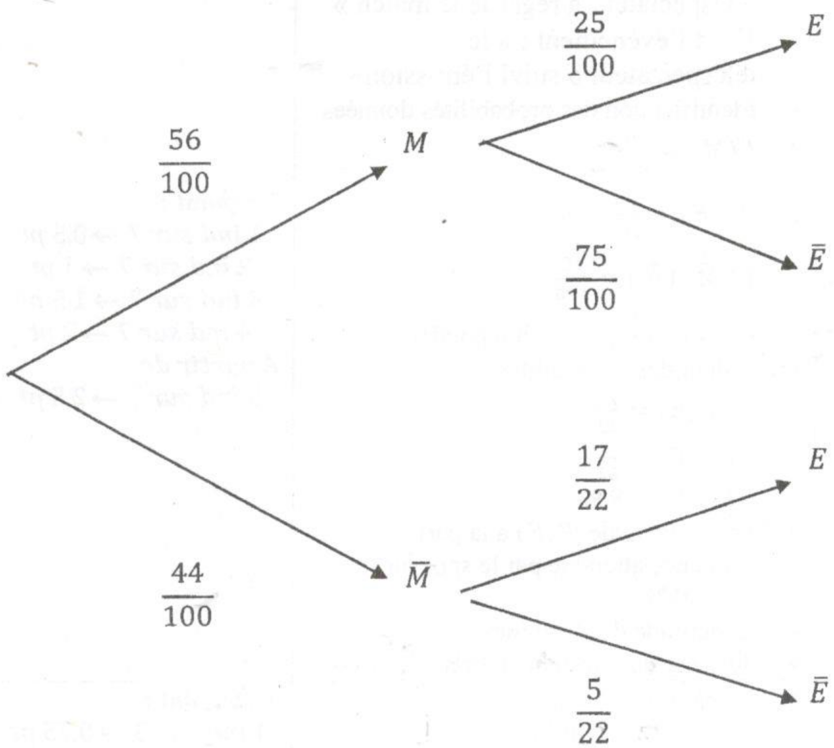
M L'évènement : « le téléspectateur a regardé le match »

E l'évènement : « le téléspectateur a suivi l'émission»

- Identification des probabilités données :

$P(M) = \frac{56}{100}$; $P_M(E) = \frac{25}{100}$; $P(\overline{M} \cap \overline{E}) = \frac{10}{100}$

- par suite on obtient l'arbre pondéré ci-dessous



- Calcul des probabilités

$P(\overline{M} \cap \overline{E}) = \frac{10}{100}$; $P(\overline{M} \cap \overline{E}) = P(\overline{M}) \times P_{\overline{M}}(\overline{E})$. D'où $P_{\overline{M}}(\overline{E}) = \frac{P(\overline{M} \cap \overline{E})}{P(\overline{M})} = \frac{5}{22}$

D'autre part $P_{\overline{M}}(E) = 1 - P_{\overline{M}}(\overline{E}) = \frac{17}{22}$

Enfin $P(E) = P(M \cap E) + P(\overline{M} \cap E) = \frac{56}{100} \times \frac{25}{100} + \frac{44}{100} \times \frac{17}{22} = \frac{48}{100} = 0{,}48$

$P(E) = 48\ \%$

- Comparons la probabilité de l'évènement : « le téléspectateur a suivi l'émission» à 50%.

  On a : $48\ \% < 50\ \%$.

- Conclusion

  L'émission ne répond pas à l'exigence du sponsor.

Proposition d'une Grille de correction de l'exercice 6

Critères	Indicateurs	Barème de notation
CM1 : Pertinence Identification du modèle correspondant au problème posé (Interprétation correcte de la situation complexe, pertinence des choix opérés sur les données de la situation)	• Pour résoudre le problème, je vais calculer des probabilités. et faire une comparaison. Pour cela je vais • Calculer la probabilité de l'évènement : « le téléspectateur a suivi l'émission» • Comparer la probabilité de l'évènement : « le téléspectateur a suivi l'émission» à 50 %	**0,75 point** $1\ ind\ sur\ 3 \to 0{,}5$ *A partir de* $2\ ind\ sur\ 3 \to 0{,}75$
CM2 : Utilisation correcte des outils mathématiques en situation (Concerne les étapes de la démarche) - Choix des outils appropriés - Application correcte des propriétés, règles et définitions	• Désignation des évènements : ✓ M est l'évènement : « le téléspectateur a regardé le match » ✓ E est l'évènement : « le téléspectateur a suivi l'émission» • Identification des probabilités données ✓ $P(M) = \frac{56}{100}$; ✓ $P_M(E) = \frac{25}{100}$; ✓ $P(\bar{M} \cap \bar{E}) = \frac{10}{100}$ • Construction de l'arbre pondéré • Calcul des probabilités : ✓ $P_{\bar{M}}(\bar{E}) = \frac{5}{22}$ ✓ $P_{\bar{M}}(E) = \frac{17}{22}$ ✓ $P(E) = 48\ \%$ • Comparaison de $P(E)$ à la part d'audience attendue par le sponsor qui est de 50 % • Exactitude des formules • Justesse de l'argumentation	**2,5 point :** $1\ ind\ sur\ 7 \to 0{,}5\ pt$ $2\ ind\ sur\ 7 \to 1\ pt$ $3\ ind\ sur\ 7 \to 1{,}5\ pt$ $4\ ind\ sur\ 7 \to 2\ pt$ *A partir de* $5\ ind\ sur\ 7 \to 2{,}5\ pt$
CM3 : Cohérence de la réponse – Cohérence entre les étapes de la démarche – Cohérence dans la démonstration	• Le résultat attendu ✓ $P(E) < 50\ \%$ ✓ l'émission ne répond pas à l'exigence du sponsor • Le résultat produit est en adéquation avec la démarche • La qualité des enchainements de la démarche	**1,25 point :** $1\ ind\ sur\ 3 \to 0{,}75\ pt$ *A partir de* $2\ ind\ sur\ 3 \to 1{,}25\ pt$
CP : Critère de perfectionnement (Concision; Originalité, Bonne présentation)	• Propreté de la production (Présence des titres des étapes, pas de rature et de surcharge) • Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue • Production juste en peu de mots (esprit de synthèse)- Bonne présentation	**0,5 point :** $1\ ind\ sur\ 3 \to 0{,}25\ pt$ $2\ ind\ sur\ 3 \to 0{,}5\ pt$