CHAPITRE 11

Triangles rectangles. Trigonométrie

Je vais apprendre à :

- utiliser le cosinus, le sinus, la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle ;
- déterminer avec la calculatrice une valeur approchée d'un sinus, cosinus, tangente ou d'un angle aigu de sinus, cosinus, tangente connu.

Le 2 juillet 2011, Taïg Khris a battu le record du monde du saut en longueur en rollers avec 29 m. Pour cela, un tremplin avait été installé sur les marches du Sacré Cœur à Paris. Sa fabrication a nécessité des calculs précis d'angles et de longueurs.

Devinette

Quelle est la hauteur de la falaise ?

Devinette

Alex habite à 500 m de chez Ben.
Ben habite à 300 m de chez Célia.
Célia habite à 400 m de chez Alex.
Olivier habite à la même distance de chez Alex, Ben et Célia.
À quelle distance de chez ses amis, Olivier habite-t-il ?

Voir les indices p. 309

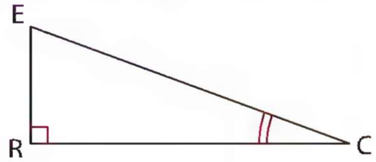
Je vérifie mes acquis

QCM interactif

Pour chaque exercice, une seule réponse est exacte. Laquelle ?

1 **Reconnaître les côtés d'un triangle rectangle** → voir formulaire § 15 p. 306

REC est un triangle rectangle en R. Le côté [RC] est …



a. l'hypoténuse

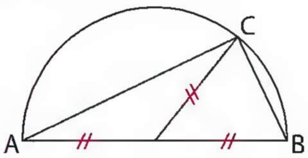
b. le côté adjacent à $\widehat{RCE}$

c. le côté opposé à $\widehat{RCE}$

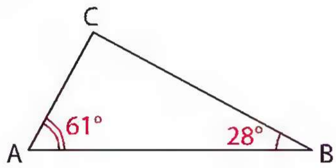
2 **Reconnaître un triangle rectangle** → voir formulaire § 15 p. 306

Le triangle ABC est un triangle rectangle sur la figure…

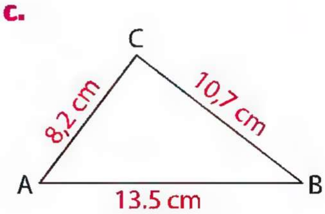
a.



b.



c.

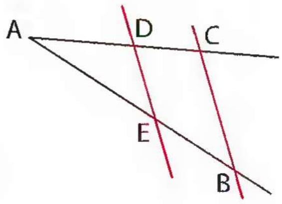


SOCLE

3 **Reconnaître une figure-clé** → voir formulaire § 16 p. 306

Sur cette figure, les points A, D, C sont alignés ainsi que les points A, E, B.

Les droites (DE) et (BC) sont parallèles. Alors …



a. $\dfrac{AD}{DC} = \dfrac{AE}{EB} = \dfrac{DE}{BC}$ **b.** $\dfrac{AC}{AD} = \dfrac{AB}{AE} = \dfrac{DE}{BC}$ **c.** $\dfrac{AD}{AC} = \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{DE}{BC}$

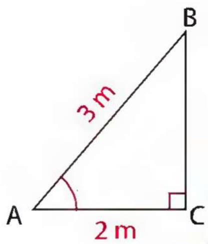
4 **Connaître la formule du cosinus** → voir formulaire § 18 p. 307

KLM est un triangle rectangle en K. Le cosinus de l'angle $\widehat{KLM}$ est égal à …

a. $\dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{KLM}}{\text{hypoténuse}}$ **b.** $\dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{KLM}}{\text{hypoténuse}}$ **c.** $\dfrac{\text{hypoténuse}}{\text{côté adjacent à } \widehat{KLM}}$

5 **Utiliser la calculatrice** → voir formulaire § 18 p. 307

L'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ du triangle rectangle ci-contre est …



a. 48° **b.** 1° **c.** 54°

6 **Utiliser un cosinus** → voir formulaire § 18 p. 307

MNP est un triangle rectangle en M tel que :

$\widehat{MPN} = 30°$ et $MP = 2$ cm

La longueur NP de l'hypoténuse est égale à …

a. $2 \times \cos 30°$ **b.** $(\cos 30°) : 2$ **c.** $\dfrac{2}{\cos 30°}$

Calcul mental

7 Dans chaque cas, déterminer mentalement si les mesures sont celles de deux angles complémentaires, supplémentaires ou ni l'un ni l'autre.

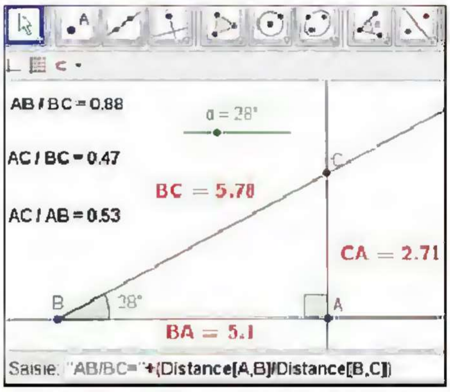
a. 49° et 41° **b.** 32° et 68° **c.** 87° et 93° **d.** 26° et 64° **e.** 55° et 35°

Réponses p. 309

Cosinus, sinus, tangente d'un angle aigu

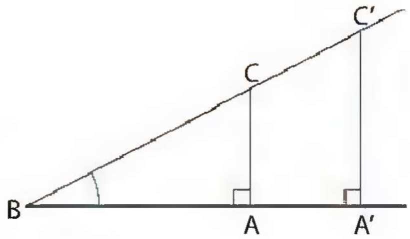
1 Conjecturer avec un logiciel

a. Avec le logiciel GeoGebra, créer un curseur α (cocher Angle) allant de 0° à 90° avec un pas de 1°.
b. Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = \alpha$ (utiliser l'outil pour tracer la demi-droite [BC)).
c. Afficher les longueurs des côtés du triangle.
d. Dans la zone de saisie, taper l'instruction ci-contre.
Que représente le rapport $\dfrac{AB}{BC}$ pour l'angle $\widehat{ABC}$?
e. Afficher de même les rapports $\dfrac{AC}{BC}$ et $\dfrac{AC}{AB}$.
Déplacer le point A. Que constate-t-on pour les rapports affichés ? Que peut-on conjecturer ?



2 Démontrer les conjectures

ABC et A'BC' sont deux triangles rectangles en A et A' qui ont un angle aigu en commun.

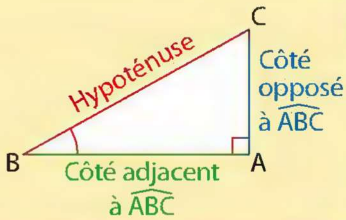


a. Paul affirme : « Je reconnais une configuration de Thalès ». Justifier cette affirmation.
b. Quelles égalités de rapports peut-on écrire alors ?
c. Recopier et compléter : « On sait que $\dfrac{BC}{BC'} = \dfrac{AC}{A'C'}$ donc $BC \times \ldots = AC \times \ldots$
Par conséquent, $\dfrac{AC}{BC} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$. Ainsi le rapport $\dfrac{AC}{BC}$ ne dépend que de … ».
d. De façon analogue, à partir de $\dfrac{BA}{BA'} = \dfrac{AC}{A'C'}$, démontrer que $\dfrac{AC}{BA} = \dfrac{A'C'}{BA'}$.

Vocabulaire

Dans un triangle ABC rectangle en A, on note :

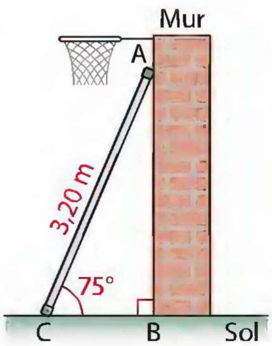
- **$\cos \widehat{ABC} = \dfrac{BA}{BC}$; (« cosinus de $\widehat{ABC}$ »)**
- **$\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$; (« sinus de $\widehat{ABC}$ »)**
- **$\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$. (« tangente de $\widehat{ABC}$ »)**



3 Calculer des longueurs

Une échelle de 3,20 m de long est appuyée contre un mur vertical comme ci-contre.
Par mesure de sécurité, l'angle que fait l'échelle avec le sol doit être de 75°.
a. Avec les notations de la figure, expliquer pourquoi $AB = 3{,}2 \times \sin 75°$.
b. Avec la touche sin de la calculatrice, donner l'arrondi au centimètre de la longueur AB.
c. Déterminer de **deux façons différentes** une valeur approchée de la longueur BC.

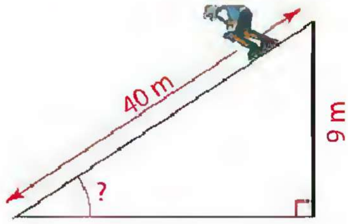
Penser à mettre la calculatrice en mode DEGRÉ.



4 Déterminer un angle

Pour battre le record du monde du plus long saut en rollers, Taïg Khris s'est élancé sur une rampe dont la partie plane mesurait 40 m de long pour une hauteur de 9 m.
Déterminer la valeur approchée par défaut au degré près de la mesure de l'angle entre la rampe et l'horizontale.

Penser à mettre la calculatrice en mode DEGRÉ.



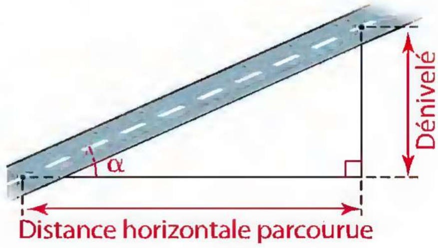
5 Utiliser la trigonométrie

1. Pente et angle

La pente d'une route est **le quotient** du dénivelé par la distance horizontale parcourue. Elle s'exprime en %.

a. On note α l'angle de la route par rapport à l'horizontale.
Que représente la pente de la route pour l'angle α ?

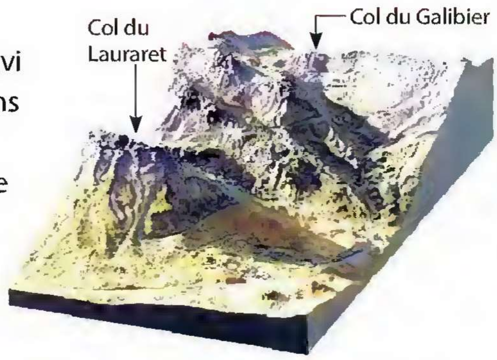
b. Une montée a une pente de 15 %. Déterminer la valeur approchée par défaut au dixième de degré près de la mesure de l'angle d'élévation de la route.



2. Le Tour de France

Le 21 juillet 2011, les coureurs du Tour de France ont gravi la route qui va du col du Lautaret au col du Galibier dans les Alpes.
La distance entre les deux cols est de 8 484 m avec une pente moyenne de 6,9 %.
Sachant que le Lautaret culmine à 2 058 m, calculer une valeur approchée à 1 m près de l'altitude du Galibier.

Cela signifie que si la route entre les deux sommets était une ligne droite de 8 484 m, elle aurait une pente de 6,9 %



6 Effectuer des constructions

a. Avec une équerre graduée et un compas, construire des angles aigus $\widehat{xEy}$, $\widehat{tMz}$, $\widehat{uTv}$ tels que :

- $\cos \widehat{xEy} = \frac{4}{5}$
- $\sin \widehat{tMz} = \frac{2}{7}$
- $\tan \widehat{uTv} = \frac{1}{4}$

b. Est-il possible de construire un angle aigu $\widehat{x'Ky'}$ tel que $\sin \widehat{x'Ky'} = \frac{5}{2}$?

c. Est-il possible de construire un angle aigu $\widehat{t'Fz'}$ tel que $\tan \widehat{t'Fz'} = 2$?

Deux formules de trigonométrie

7 Établir des relations entre cosinus, sinus, tangente

ABC est un triangle rectangle en A ; on note $\hat{a} = \widehat{ABC}$.

a. Donner les expressions de $\cos \hat{a}$, $\sin \hat{a}$ et $\tan \hat{a}$ dans ce triangle.

b. Écrire l'égalité de Pythagore dans ce triangle rectangle.

c. Démontrer que $(\cos \hat{a})^2 + (\sin \hat{a})^2 = 1$.

Cette égalité s'écrit aussi $\cos^2 \hat{a} + \sin^2 \hat{a} = 1$.

d. Démontrer que : $\tan \hat{a} = \dfrac{\sin \hat{a}}{\cos \hat{a}}$.

Info

La trigonométrie (du grec *trigonos* : triangulaire et *métron* : mesure) traite des rapports entre distances et angles dans un triangle rectangle.

Cours

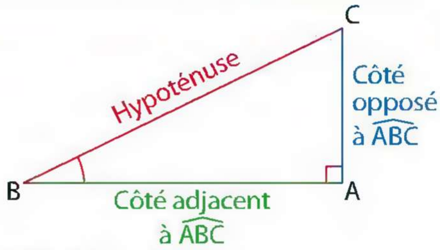
1 Cosinus, sinus, tangente d'un angle aigu

Définitions Dans un triangle rectangle,

- le **cosinus** d'un angle aigu est le quotient $\dfrac{\text{longueur du côté adjacent à cet angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$;
- le **sinus** d'un angle aigu est le quotient $\dfrac{\text{longueur du côté opposé à cet angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$;
- la **tangente** d'un angle aigu est le quotient $\dfrac{\text{longueur du côté opposé à cet angle}}{\text{longueur du côté adjacent à cet angle}}$.

Dans un triangle ABC rectangle en A :

- $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$ (lire « cosinus de $\widehat{ABC}$ »)
- $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$ (lire « sinus de $\widehat{ABC}$ »)
- $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$ (lire « tangente de $\widehat{ABC}$ »)



Mémorisation de ces formules : on peut retenir l'expression **SOHCAHTOA**.

SOH : « Le **S**inus est égal à côté **O**pposé sur **H**ypoténuse »

CAH : « Le **C**osinus est égal à côté **A**djacent sur **H**ypoténuse »

TOA : « La **T**angente est égale à côté **O**pposé sur côté **A**djacent ».

Remarques : • Un cosinus, un sinus, une tangente n'ont pas d'unité.

• $\cos \widehat{ABC}$, $\sin \widehat{ABC}$, $\tan \widehat{ABC}$ sont des nombres strictement positifs (puisque ce sont des rapports de longueurs). De plus, l'hypoténuse est le côté le plus long d'un triangle ABC rectangle en A. Ainsi, pour calculer $\cos \widehat{ABC}$ ou $\sin \widehat{ABC}$, on divise une longueur par une longueur plus grande. Donc $0 < \cos \widehat{ABC} < 1$ et $0 < \sin \widehat{ABC} < 1$.

2 Deux formules de trigonométrie

Propriétés $\hat{a}$ désigne un angle aigu d'un triangle rectangle.

(1) $\cos^2 \hat{a} + \sin^2 \hat{a} = 1$ **(2)** $\tan \hat{a} = \dfrac{\sin \hat{a}}{\cos \hat{a}}$

Démonstration : ABC est un triangle rectangle en A et $\hat{a} = \widehat{ABC}$.

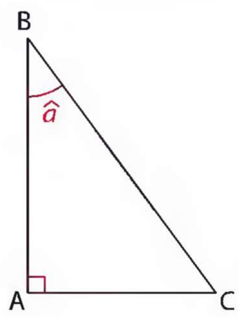
(1) $\cos^2 \hat{a} + \sin^2 \hat{a} = \left(\dfrac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\dfrac{AC}{BC}\right)^2 = \dfrac{AB^2}{BC^2} + \dfrac{AC^2}{BC^2}$

$\cos^2 \hat{a} + \sin^2 \hat{a} = \dfrac{AB^2 + AC^2}{BC^2}$

Or, d'après l'égalité de Pythagore $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

Donc $\cos^2 \hat{a} + \sin^2 \hat{a} = \dfrac{BC^2}{BC^2} = 1$.

(2) $\dfrac{\sin \hat{a}}{\cos \hat{a}} = \dfrac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}} = \dfrac{AC}{\cancel{BC}} \times \dfrac{\cancel{BC}}{AB} = \dfrac{AC}{AB} = \tan \hat{a}$



Utilisation

- La formule **(1)** permet de calculer $\cos \hat{a}$ connaissant $\sin \hat{a}$ (ou $\sin \hat{a}$ connaissant $\cos \hat{a}$).
- La formule **(2)** permet de calculer $\cos \hat{a}$, $\sin \hat{a}$ ou $\tan \hat{a}$ connaissant deux de ces nombres.

1 Exercice résolu Utiliser les touches cos , sin , tan de la calculatrice

a. Déterminer la valeur approchée par défaut au centième près de $2{,}7 \times \cos 11°$.

b. Déterminer la valeur approchée par défaut au millième près de $\sin 74°$.

c. $\hat{a}$ désigne un angle aigu d'un triangle rectangle et $\tan \hat{a} = \dfrac{7}{3}$.
Déterminer la valeur approchée par excès au degré près de la mesure de $\hat{a}$.

Solution

Avec Casio *fx*-92 Collège 2D+

Si le symbole **D** n'apparaît pas en haut de l'écran, on procède aux réglages :

SECONDE MODE/CONFIG 3 (Deg)

a. 2,7 × cos 11 EXE

Donc $2{,}7 \times \cos 11° \approx 2{,}65$.

```
2,7×cos(11
2,650393395
```

b. sin 74 EXE

Donc $\sin 74° \approx 0{,}961$.

```
sin(74
0,9612616959
```

c. SECONDE tan (Arctan) 7 ÷ 3 EXE

Donc $\hat{a} \approx 67°$.

```
Arctan(7÷3
66,80140949
```

Avec TI-Collège Plus

Si le symbole **DEG** n'apparaît pas en haut de l'écran, on procède aux réglages :

mode (mettre DEG en surbrillance) entrer 2nde mode

a. 2,7 × cos 11 entrer

Donc $2{,}7 \times \cos 11° \approx 2{,}65$.

```
2,7×cos(11
2,650393395
```

b. sin 74 entrer

Donc $\sin 74° \approx 0{,}961$.

```
sin(74
0,961261696
```

c. SECONDE tan 7 : 3 entrer

Donc $\hat{a} \approx 67°$.

```
arctan(7:3
66,80140949
```

J'applique

2 Avec la calculatrice, donner l'arrondi au centième de :

a. $1{,}2 \times \sin 13°$ **b.** $4 : \tan 24°$ **c.** $\cos 39°$

d. $\sin 51°$ **e.** $(\tan 25°) \times 5$

3 $\hat{a}$ désigne un angle aigu d'un triangle rectangle. Avec la calculatrice, donner l'arrondi au degré de la mesure de $\hat{a}$ lorsque :

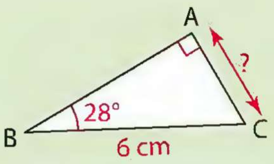
a. $\cos \hat{a} = \dfrac{1}{3}$ **b.** $\sin \hat{a} = 0{,}748$ **c.** $\tan \hat{a} = \dfrac{6}{5}$

Savoir-faire

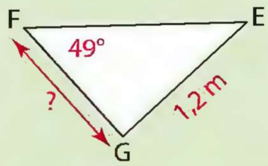
4 Exercice résolu Calculer des longueurs

Animation interactive

a. ABC est le triangle rectangle ci-dessous. Calculer AC, puis donner son arrondi au millimètre.



b. EFG est le triangle rectangle ci-dessous. Calculer GF, puis donner son arrondi au centimètre.



Solution

a. Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$ c'est-à-dire $\sin 28° = \dfrac{AC}{6}$.

Donc $AC = 6 \times \sin 28°$.

Avec la calculatrice, on trouve $AC \approx 2{,}8$ cm.

On connaît un angle, l'**H**ypoténuse et on cherche le côté **O**pposé.
$\underbrace{\text{SOH}}\text{CAHTOA}$
On utilise le Sinus.

b. Dans le triangle EFG rectangle en G :

$\tan \widehat{EFG} = \dfrac{EG}{FG}$ c'est-à-dire $\tan 49° = \dfrac{1{,}2}{FG}$.

Donc $FG \times \tan 49° = 1{,}2$ et $FG = \dfrac{1{,}2}{\tan 49°}$.

Avec la calculatrice, on trouve $FG \approx 1{,}04$ m.

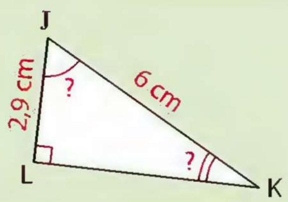
On connaît un angle, le côté **O**pposé et on cherche le côté **A**djacent.
$\text{SOHCAH}\underbrace{\text{TOA}}$
On utilise la Tangente.

J'applique : exercices 7 à 9

5 Exercice résolu Déterminer des angles

Animation interactive

Avec les données indiquées sur la figure ci-contre, déterminer les arrondis au degré des mesures des angles $\widehat{LJK}$ et $\widehat{LKJ}$.



Solution

• Dans le triangle JKL rectangle en L :

$\cos \widehat{LJK} = \dfrac{JL}{JK}$ c'est-à-dire $\cos \widehat{LJK} = \dfrac{2{,}9}{6}$.

Avec la calculatrice, on trouve $\widehat{LJK} \approx 61°$.

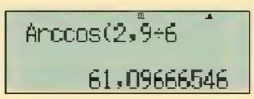
• Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires, donc :

$$\widehat{LKJ} = 90° - \widehat{LJK}$$

Ainsi $\widehat{LKJ} \approx 90° - 61°$ c'est-à-dire $\widehat{LKJ} \approx 29°$.

On cherche un angle dont on connaît le côté **A**djacent et l'**H**ypoténuse.
$\text{SOH}\underbrace{\text{CAH}}\text{TOA}$
On utilise le Cosinus.

Avec la calculatrice, il est inutile d'effectuer auparavant 2,9 : 6.



J'applique : exercices 10 et 11

6 Exercice résolu Utiliser les formules de trigonométrie

Animation interactive

$\hat{a}$ désigne un angle aigu d'un triangle rectangle. On sait que $\cos \hat{a} = 0{,}6$.
Calculer les valeurs exactes de $\sin \hat{a}$, puis de $\tan \hat{a}$.

Solution

- On sait que $\cos^2 \hat{a} + \sin^2 \hat{a} = 1$, donc :

$0{,}6^2 + \sin^2 \hat{a} = 1$

On remplace $\cos \hat{a}$ par 0,6.

$\sin^2 \hat{a} = 1 - 0{,}6^2 = 1 - 0{,}36 = 0{,}64$.

Puisque $\sin \hat{a} > 0$, on en déduit que :
$\sin \hat{a} = \sqrt{0{,}64}$ c'est-à-dire $\sin \hat{a} = 0{,}8$.

Il existe deux nombres dont le carré est 0,64, à savoir : 0,8 et −0,8.
Ici, on conserve seulement 0,8 qui est positif.

- On sait que $\tan \hat{a} = \dfrac{\sin \hat{a}}{\cos \hat{a}}$, donc :

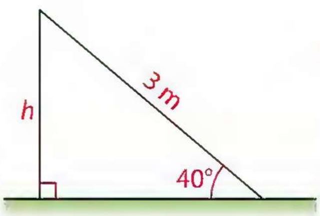
$\tan \hat{a} = \dfrac{0{,}8}{0{,}6} = \dfrac{8}{6}$ c'est-à-dire $\tan \hat{a} = \dfrac{4}{3}$.

$\dfrac{0{,}8}{0{,}6} = \dfrac{8 \times \cancel{0{,}1}}{6 \times \cancel{0{,}1}} = \dfrac{8}{6}$

J'applique : exercice 12

J'applique

7 Une famille souhaite installer un toboggan dans son jardin. La descente a une longueur de 3 m et forme un angle de 40° avec le sol.
Quelle est la hauteur h de ce toboggan ?
Donner l'arrondi au cm.



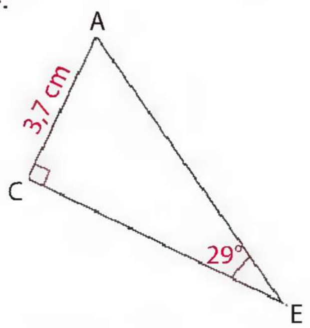
8 KAP est un triangle rectangle en A tel que :
$KP = 8{,}6$ cm et $\widehat{KPA} = 35°$.

a. Calculer la longueur KA, puis donner son arrondi au mm.

b. Calculer une valeur approchée de AP.

9 Porter un regard critique

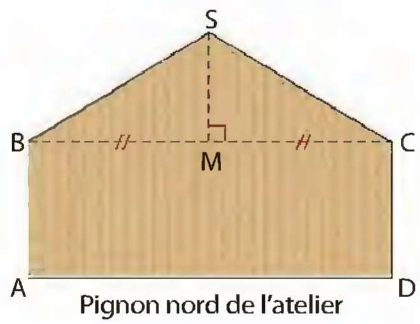
Axel : « Le périmètre de ce triangle est strictement inférieur à 18 cm ».



Manon : « Tu as tort, son périmètre est strictement supérieur à 18 cm ».
Qu'en pensez-vous ?

10 RST est un triangle rectangle en R tel que :
$RS = 7{,}2$ cm et $RT = 5{,}1$ cm.
Déterminer les arrondis au degré des mesures des angles $\widehat{RST}$ et $\widehat{RTS}$.

11 Monsieur Duchêne veut barder (recouvrir) de bois le pignon nord de son atelier.
On donne : $AD = 6$ m, $AB = 2{,}20$ m, $SM = 1{,}80$ m.
M est le milieu de [BC].



Pignon nord de l'atelier

Il a besoin de connaître la mesure de l'angle $\widehat{SBM}$ pour effectuer certaines découpes.
Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{SBM}$. On arrondira le résultat au degré près.

Extrait *DNB*

12 $\hat{a}$ désigne un angle aigu d'un triangle rectangle.
On sait que $\sin \hat{a} = 0{,}28$.
Calculer les valeurs exactes de $\cos \hat{a}$ et de $\tan \hat{a}$.

Penser aux instruments de géométrie

Le jour du Brevet Pour passer l'épreuve de mathématiques, il faut penser à apporter son matériel de géométrie car certains exercices demandent de construire une figure en vraie grandeur.
Le soin apporté à cette construction est pris en compte dans le barème.

13 Exercice guidé *DNB*

L'unité de longueur est le centimètre.
ABCD est un carré tel que $AB = 4$.
Le point M est situé dans le carré ABCD et vérifie $AM = 2{,}4$ et $DM = 3{,}2$.
La droite (AM) coupe la demi-droite [DC) au point I.

1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. Montrer que le triangle AMD est rectangle en M.
3. Calculer au degré près la mesure de l'angle $\widehat{DAM}$.
4. Dans le triangle ADI rectangle en D, exprimer $\tan(\widehat{DAI})$.
En déduire une valeur approchée au mm près de la longueur DI.

GUIDE **1.** Bien lire l'énoncé : le point M est à **l'intérieur** du carré ABCD. Pour placer le point M, penser à utiliser le compas.
2. Penser à l'égalité de Pythagore.
3. Ici, on peut utiliser aussi bien le cosinus, que le sinus ou la tangente.
4. Il revient au même de noter $\tan(\widehat{DAI})$ ou $\tan \widehat{DAI}$.

Comprendre une formule nouvelle

Le jour du Brevet Il peut arriver que certains sujets proposent une formule qui n'a jamais été étudiée en classe. Ne pas s'affoler. Observer la formule, repérer les opérations, et comprendre le rôle joué par chaque nombre qui intervient.

14 Exercice guidé D'après *DNB*

La formule d'Al-Kashi permet de calculer le troisième côté d'un triangle connaissant deux côtés et un angle. Pour un triangle ABC, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AC \times AB \times \cos(\widehat{BAC}).$$

On considère pour tout l'exercice que :

$$AB = 6 \text{ cm}, \quad AC = 12 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \widehat{BAC} = 60°.$$

1. Construire un triangle ABC vérifiant les conditions précédentes.
2. Donner la valeur de $\cos(\widehat{BAC})$.
En déduire avec la formule d'Al-Kashi que l'on a $BC^2 = AC^2 + AB^2 - AC \times AB$.
Montrer que $BC^2 = 108$.
3. En déduire que le triangle ABC est rectangle en B.

Note
Al-Kashi est un mathématicien et astronome perse (1380 ; 1429).

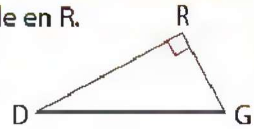
GUIDE **1.** Il peut être utile de faire d'abord **au brouillon** une figure à main levée. Mais sur la copie, il faut utiliser la règle graduée et le rapporteur.
2. Utiliser la calculatrice pour donner la valeur exacte de $\cos \widehat{BAC}$.
3. Penser à l'égalité de Pythagore.

Réponses p. 311

Exercices à l'oral

Triangle rectangle

15 DRG est un triangle rectangle en R.



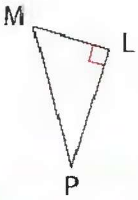
1. Dans chaque cas, indiquer le mot à écrire à la place des pointillés.

a. [DG] est l'… du triangle rectangle DRG.

b. Pour l'angle $\widehat{GDR}$, [GR] est le côté … et [DR] est le côté … .

2. Indiquer les segments à écrire à la place des pointillés : l'angle $\widehat{RGD}$ a … pour côté adjacent et … pour côté opposé.

16 Dans le triangle PLM rectangle en L, quel segment :



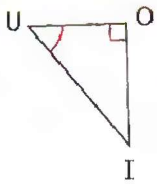
a. est l'hypoténuse ?

b. est le côté adjacent à l'angle $\widehat{PML}$?

c. est le côté opposé à l'angle $\widehat{MPL}$?

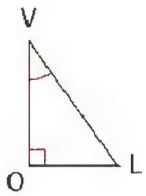
Cosinus, sinus, tangente d'un angle aigu

17 Dans le triangle OUI rectangle en O, donner l'expression de :



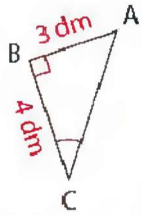
a. cos $\widehat{OUI}$ **b.** sin $\widehat{OUI}$ **c.** tan $\widehat{OUI}$

18 Que représente chaque quotient pour l'angle $\widehat{OVL}$ du triangle VOL ci-contre ?



a. $\dfrac{VO}{VL}$ **b.** $\dfrac{OL}{OV}$ **c.** $\dfrac{OL}{VL}$

19 ABC est un triangle rectangle en B tel que AB = 3 dm et BC = 4 dm.

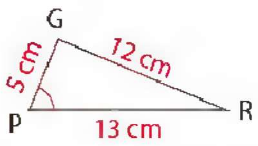


1. Calculer la longueur AC.

2. Donner la valeur décimale de :

a. cos $\widehat{ACB}$ **b.** sin $\widehat{ACB}$ **c.** tan $\widehat{ACB}$

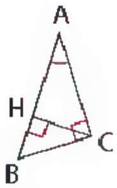
20 **1.** Pourquoi le triangle PGR ci-dessous est-il rectangle ?



2. Donner sous forme de fraction irréductible la valeur de :

a. cos $\widehat{GPR}$ **b.** sin $\widehat{GPR}$ **c.** tan $\widehat{GPR}$

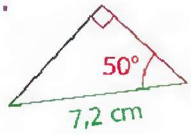
21 À l'aide de points nommés de la figure, exprimer de deux façons différentes :



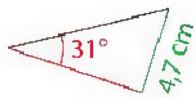
a. cos $\widehat{BAC}$ **b.** sin $\widehat{BAC}$ **c.** tan $\widehat{BAC}$

22 Dans chaque cas, on veut calculer la longueur du segment rouge. Dire s'il est préférable d'utiliser le cosinus, le sinus ou la tangente de l'angle aigu donné.

a.



b.



23 Dans chaque cas, une seule réponse est exacte. Laquelle ?

1. À partir de l'égalité $\sin 40° = \dfrac{AB}{5}$, on peut écrire :

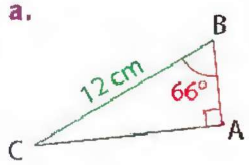
a. $AB = \dfrac{\sin 40°}{5}$ **b.** $AB = 5 \times \sin 40°$ **c.** $AB = \dfrac{5}{\sin 40°}$

2. À partir de l'égalité $\tan 25° = \dfrac{8}{EF}$, on peut écrire :

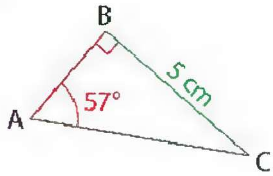
a. $EF = \dfrac{\tan 25°}{8}$ **b.** $EF = 8 \times \tan 25°$ **c.** $EF = \dfrac{8}{\tan 25°}$

24 Dans chaque cas, expliquer comment on peut calculer la longueur AB.

a.

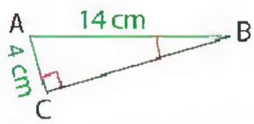


b.

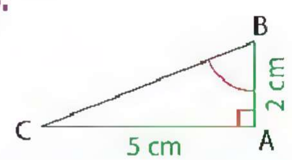


25 Dans chaque cas, expliquer comment on peut déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

a.



b.



Deux formules de trigonométrie

26 Dans un triangle rectangle en C, on sait que cos $\widehat{ABC}$ = 0,8.

a. Calculer (sin $\widehat{ABC}$)^2 et en déduire sin $\widehat{ABC}$.

b. Calculer tan $\widehat{ABC}$.

27 $\hat{a}$ désigne un angle aigu d'un triangle rectangle.
On sait que $\cos \hat{a} = \dfrac{8}{17}$ et $\sin \hat{a} = \dfrac{15}{17}$.
Exprimer $\tan \hat{a}$ avec une fraction.

Exercices d'application

Triangle rectangle

28 **1.** Dans le triangle ABC rectangle en B, quel segment est :

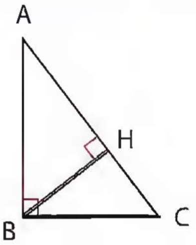
a. l'hypoténuse ?

b. le côté adjacent à l'angle $\widehat{BAC}$?

c. le côté opposé à l'angle $\widehat{BCA}$?

2. Dans le triangle BHC rectangle en H, quel angle a pour côté opposé :

a. [BH] ? **b.** [CH] ?



SOCLE **29** Construire un triangle DEF tel que :

$EF = 4{,}3$ cm, $\widehat{DEF} = 29°$ et $\widehat{EFD} = 61°$.

Quelle est la nature de ce triangle ? Expliquer.

SOCLE **30** MNP est un triangle rectangle en M tel que :

$\widehat{MNP} = 45°$.

a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{MPN}$.

b. Que peut-on en déduire pour le triangle MNP ?

31 AEL est un triangle rectangle en A tel que :

$AE = 2{,}4$ cm et $AL = 7$ cm.

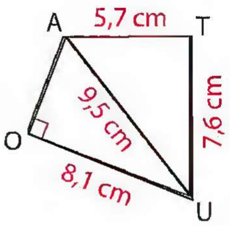
a. Calculer la longueur du côté [EL].

b. Quel est le centre du cercle circonscrit à ce triangle ? Quel est son rayon ? Expliquer.

SOCLE **32** Avec les données de la figure,

a. expliquer pourquoi le triangle ATU est rectangle ;

b. calculer la longueur AO, arrondie au mm.



33 Tracer un cercle dont un diamètre [AB] mesure 6 cm, puis placer un point F sur le cercle tel que :

$\widehat{BAF} = 56°$.

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABF}$. Expliquer.

Cosinus, sinus, tangente d'un angle aigu

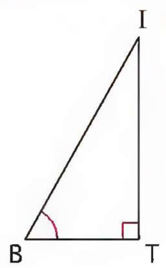
34 TBI est le triangle rectangle ci-dessous.

Recopier et compléter.

- L'hypoténuse est … .
- Le côté adjacent à l'angle $\widehat{TBI}$ est … .
- Le côté opposé à l'angle $\widehat{TBI}$ est … .

Donc $\cos \widehat{TBI} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$,

$\sin \widehat{TBI} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$ et $\tan \widehat{TBI} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$.

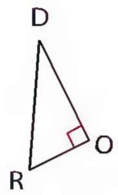


35 Recopier et compléter.

Dans le triangle DOR rectangle en O :

a. $\sin \widehat{RDO} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$ **b.** $\cos \ldots = \dfrac{OD}{DR}$

c. $\ldots \widehat{DRO} = \dfrac{OD}{OR}$ **d.** $\ldots \widehat{RDO} = \dfrac{\ldots}{OD}$



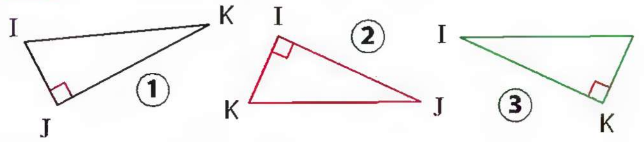
36 TOC est un triangle rectangle en T tel que :

$TC = 6$ cm et $OC = 7{,}5$ cm.

a. Calculer la longueur TO.

b. En déduire les valeurs exactes de $\cos \widehat{TOC}$, $\sin \widehat{TOC}$ et $\tan \widehat{TOC}$ (donner les réponses sous forme de fractions irréductibles).

37 Voici trois triangles rectangles.



Dire dans lequel de ces triangles on a :

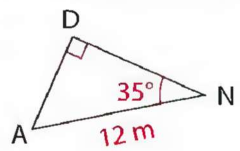
a. $\sin \widehat{IJK} = \dfrac{IK}{IJ}$ **b.** $\tan \widehat{JIK} = \dfrac{JK}{IJ}$ **c.** $\cos \widehat{IJK} = \dfrac{IJ}{JK}$

Pour les exercices 38 à 41, construire, si possible, un triangle rectangle ABC donc l'angle $\widehat{ABC}$ vérifie l'égalité indiquée.

38 $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{3}{4}$ **39** $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{4}{5}$

40 $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{4}{3}$ **41** $\tan \widehat{ABC} = 3$

42 ADN est le triangle rectangle ci-dessous.



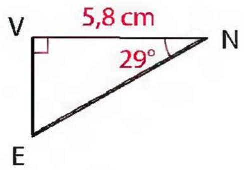
1. a. Que représente le côté [AD] pour l'angle $\widehat{AND}$?

b. Calculer la longueur DA et donner son arrondi au cm.

2. a. Que représente le côté [ND] pour l'angle $\widehat{AND}$?

b. Calculer la longueur ND, puis donner son arrondi au cm.

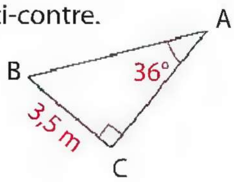
43 VEN est le triangle rectangle ci-dessous.



a. Calculer la longueur VE et donner son arrondi au mm.

b. Calculer une valeur approchée de EN.

44 ABC est le triangle rectangle ci-contre.



a. Calculer la longueur AC, puis donner son arrondi au cm.

b. Donner l'arrondi au dixième de m^2 de l'aire du triangle ABC.

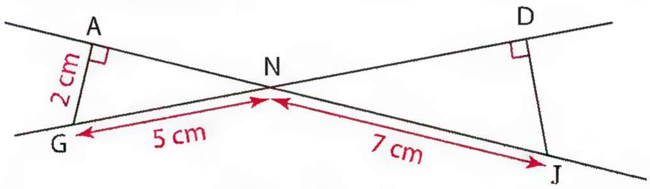
45 **a.** Construire un triangle MTV rectangle en M tel que :

$$MV = 2,8 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \widehat{TVM} = 63°.$$

b. Calculer la longueur VT, puis donner sa valeur approchée par excès au dixième près.

c. Calculer une valeur approchée du périmètre du triangle MTV.

46 Sur la figure codée ci-dessous, les droites (GD) et (AJ) se coupent en N.



a. Pourquoi a-t-on $\widehat{DNJ} = \widehat{ANG}$?

b. Exprimer sin $\widehat{DNJ}$ et sin $\widehat{ANG}$.

c. Expliquer pourquoi $\dfrac{DJ}{7} = \dfrac{2}{5}$.

d. En déduire la longueur DJ.

47 **a.** Construire un triangle JKL rectangle en K tel que :

$$JL = 8,2 \text{ cm} \quad \text{et} \quad JK = 4,7 \text{ cm}.$$

b. Que représente [JK] pour l'angle $\widehat{KLJ}$?

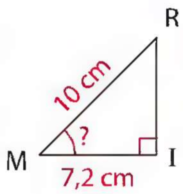
c. Déterminer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{KLJ}$.

d. En déduire l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{KJL}$.

48 Porter un regard critique Dans le débat ci-dessous, qui a raison ? Argumenter.

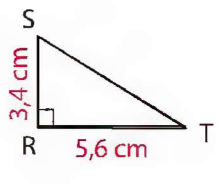
Niky : « Avec ma calculatrice, je trouve que l'angle $\widehat{IMR}$ mesure à peu près 44° ».

Alexis : « Inutile ! on voit bien que MIR est un triangle isocèle, donc l'angle $\widehat{IMR}$ mesure 45° ».



49 **Maths in english**

With the data provided on the figure opposite, determine the values, rounded off to the nearest degree, of the measurements of the angles $\widehat{RST}$ and $\widehat{STR}$.

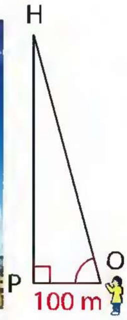


50 Un funiculaire permet de monter au sommet de la butte Montmartre à Paris. D'une longueur de 108 m, la voie a un angle d'élévation de 19,5° par rapport à l'horizontale. Déterminer une valeur approchée au mètre près de la différence d'altitude entre la gare d'arrivée et la gare de départ.

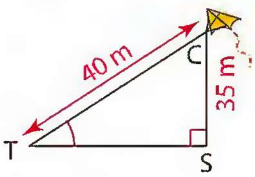
51 **Connaître le Monde**

La tour Burj Khalifa, la plus haute du monde, a été inaugurée en 2010, à Dubaï (Émirats Arabes Unis).

Une personne de 1,65 m, située à 100 m de la tour, mesure $\widehat{HOP} = 83,1°$ (O représente son œil). Calculer l'arrondi au mètre de la hauteur de cette tour.



52 Tania fait voler son cerf-volant. La ficelle a une longueur TC de 40 m.



a. La ficelle est tendue et le cerf-volant est à 35 m du sol. Calculer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{STC}$.

b. Porter un regard critique Tania affirme : « Mon cerf-volant serait deux fois moins haut si l'angle $\widehat{STC}$ était deux fois plus petit ».

Qu'en pensez-vous ?

53 Un arbre a été cassé lors d'une tempête. Un forestier a pris des mesures :

– distance entre le pied de l'arbre et sa cime : PC = 4,5 m ;

– mesure de l'angle entre le sol et l'arbre : $\widehat{ICP} = 25°$.

Calculer l'arrondi au dm de la hauteur de l'arbre avant la tempête.

Deux formules de trigonométrie

54 Dans un triangle ABC rectangle en A, on sait que :

$$\sin \widehat{ACB} = 0,936.$$

a. Calculer $(\cos \widehat{ACB})^2$ et en déduire la valeur exacte de cos $\widehat{ACB}$.

b. En déduire l'arrondi au millième de tan $\widehat{ACB}$.

55 Dans un triangle MNP rectangle en M, on sait que :

$$\cos \widehat{MNP} = \frac{21}{29}.$$

Calculer les valeurs exactes de sin $\widehat{MNP}$ et tan $\widehat{MNP}$.

56 $\hat{a}$ est un angle aigu d'un triangle rectangle tel que :

$$\tan \hat{a} = \frac{35}{12} \text{ et } \cos \hat{a} = \frac{12}{37}.$$

Calculer la valeur exacte de $\sin \hat{a}$ de deux façons différentes.

Prendre des initiatives

57 Tracer un cercle de centre O et de diamètre AB = 6 cm. M est un point de ce cercle tel que BM = 4,8 cm. Déterminer la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{BAM}$.

58 SOI est un triangle isocèle en O tel que :

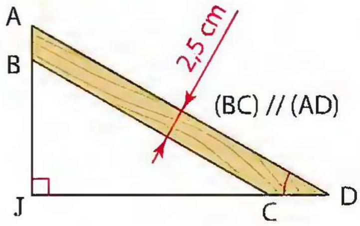
$$\widehat{OSI} = 58° \text{ et } IS = 6{,}5 \text{ cm}.$$

Calculer son aire, puis arrondir au mm^2.

59 **Math et métier**

Un charpentier doit réaliser la charpente schématisée ci-dessous pour laquelle AJ = 3,1 m et JD = 5,4 m.

Calculer les arrondis au dixième des mesures des angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{CDA}$, ainsi que des longueurs AD et BC.

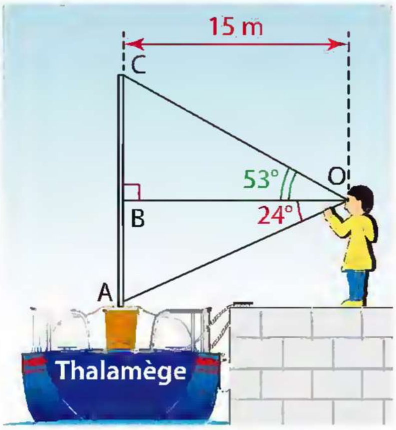


Un métier Charpentier

Le **charpentier** bois réalise en atelier les pièces destinées à l'ossature du toit puis les assemble et les monte sur le chantier.
Ce métier physique se pratique souvent en équipe et à l'extérieur.
Plusieurs niveaux de formation : CAP, Bac Pro ou Bac STI2D ou BP, BTS (bac + 2).

http://www.onisep.fr/Decouvrir-les-metiers

60 Cette figure n'est pas à l'échelle.



Quelle est la hauteur du mât de ce bateau ?
On donnera la valeur approchée par excès au dm près.

Vrai ou faux ?

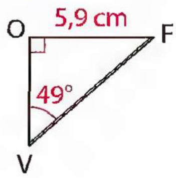
Pour les exercices 61 à 66, dire si l'affirmation est vraie ou fausse. Expliquer la réponse.

61 Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont des nombres compris entre 0 et 1.

62 La tangente d'un angle aigu est un nombre compris entre 0 et 1.

63 $\hat{a}$ est un angle aigu d'un triangle rectangle.
Alors : $\cos \hat{a} = \sin(90° - \hat{a})$.

64 Dans le triangle VOF ci-contre, on peut écrire $VO = \dfrac{5{,}9}{\tan 49°}$.



65 Dans le triangle VOF ci-contre, on peut écrire $VF = 5{,}9 \times \cos 41°$.

66 JLP est un triangle tel que :

$$JL = 23{,}5 \text{ cm}, \quad JP = 12{,}5 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \widehat{JLP} = 28°.$$

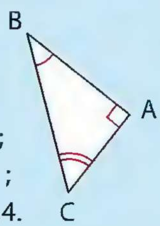
Ce triangle est rectangle en J.

Calcul mental et réfléchi

67 **Longueurs inconnues**

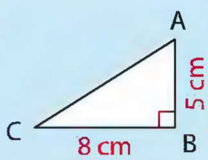
ABC est un triangle rectangle en A.
Calculer mentalement :

a. AB lorsque BC = 7 cm et $\sin \widehat{ACB} = 0{,}4$;
b. AC lorsque AB = 8 cm et $\tan \widehat{ABC} = 0{,}5$;
c. BC lorsque AB = 3,2 cm et $\cos \widehat{ABC} = 0{,}4$.



68 **Mesures d'angles inconnues**

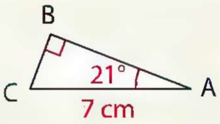
On donne : $\tan 32° \approx 0{,}625$;
$\tan 45° = 1$; $\tan 58° \approx 1{,}6$.
Avec les données ci-dessus, déterminer mentalement les arrondis au degré des mesures des angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BAC}$.



Présenter, argumenter, communiquer

69 Améliorer la rédaction

Énoncé. ABC est un triangle rectangle en B tel que AC = 7 cm et $\widehat{BAC} = 21°$.
Calculer l'arrondi au mm de BC.

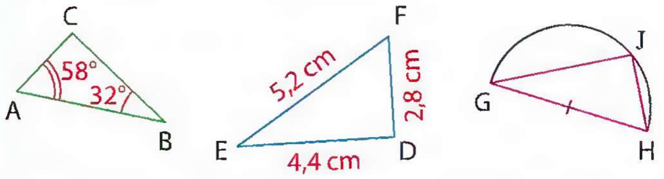


Voici la copie de Lorine. En tenant compte des remarques du professeur, réécrire correctement la solution.

Dans le triangle ABC, $\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$) oui
Utilisation de la trigonométrie à justifier
donc $\sin 21° = \frac{BC}{7} \approx 2,5$ cm
juste
rédaction à revoir

70 Participer à un débat

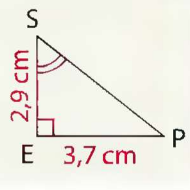
On considère les trois triangles ci-dessous.



Dylan : « On peut utiliser la trigonométrie dans ces trois triangles ».
Lucie : « Non, pas dans le triangle DEF ».
Léo : « Pas du tout ! On ne peut utiliser la trigonométrie dans aucun de ces triangles ».
Qui a raison dans le débat ci-dessus ? Expliquer.

71 Choisir une méthode

Énoncé. SEP est un triangle rectangle en E tel que SE = 2,9 cm et EP = 3,7 cm.
Calculer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{ESP}$.



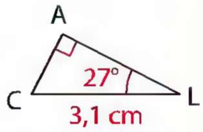
Lilian : « Je vais utiliser l'égalité de Pythagore pour calculer SP. Ensuite, j'utiliserai le cosinus de $\widehat{ESP}$ ».
Julia : « Tu n'as pas besoin de calculer SP ! On peut déterminer la mesure de $\widehat{ESP}$ directement ».
Rédiger la solution en suivant la méthode de Julia.

72 Argumenter

$\hat{a}$ est un angle aigu d'un triangle rectangle.
Félix : « Avec $\cos^2 \hat{a} + \sin^2 \hat{a} = 1$ et $\tan \hat{a} = \frac{\sin \hat{a}}{\cos \hat{a}}$, je peux démontrer que $1 + \tan^2 \hat{a} = \frac{1}{\cos^2 \hat{a}}$ ».
Comment fait-il ?

73 Éviter une erreur

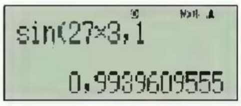
Élise doit calculer l'arrondi au mm de CA dans le triangle CAL ci-contre.



Voici un extrait de sa copie :

$\sin 27° = \frac{CA}{3,1}$ donc $CA = \sin 27° \times 3,1$
oui
d'où ~~CA ≈ 1 cm~~.

Pour expliquer sa réponse, Élise montre l'écran de sa calculatrice.

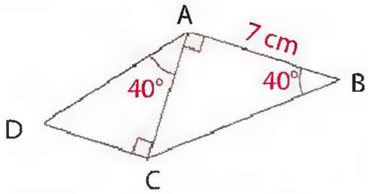


Sa calculatrice est bien en mode degré mais le résultat obtenu n'est pas correct.

a. Quelle erreur Élise a-t-elle commise ?
b. À quoi correspond le résultat affiché ?
c. Quelle séquence de touches Élise aurait-elle dû taper ? Donner deux possibilités.

74 Porter un regard critique

Avec les données de la figure ci-dessous, Cyril devait calculer la longueur AD.



Voici la fin de ce qu'il a écrit :

$AD = \frac{7 \times \tan 40°}{\cos 40°}$

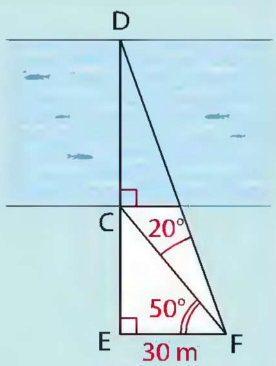
A-t-il raison ? Expliquer.

75 Narration de recherche

Racontez vos pistes de recherche, qu'elles vous aient permis de trouver ou non.
Relevez celles qui vous ont fait progresser ou changer de méthode.

Juliette parie qu'elle peut traverser la rivière représentée ci-contre en moins de 2 minutes.
Les berges de la rivière sont parallèles. Les points E, C et D sont alignés.

EF = 30 m, $\widehat{CFE} = 50°$
et $\widehat{DFC} = 20°$.



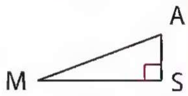
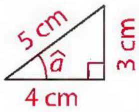
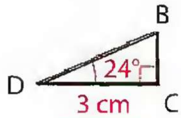
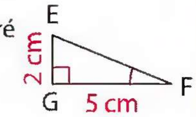
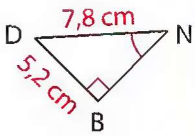
En nageant à la vitesse moyenne de 2,5 km/h et sans être déviée par les courants, pourra-t-elle gagner son pari ?

Exercices TRAVAIL AUTONOME

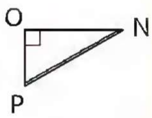
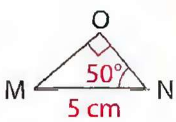
QCM pour s'évaluer

QCM interactif

Pour ces exercices, une seule réponse est exacte.

	a	b	c	Si la réponse est fausse revoir :
76 Dans le triangle SAM, rectangle en S, $\sin \widehat{SAM}$ est égal à … 	$\frac{SM}{SA}$	$\frac{SM}{AM}$	$\frac{AS}{AM}$	§ 1. du cours p. 212
77 D'après cette figure, le quotient $\frac{3}{4}$ est égal à … 	$\cos \hat{a}$	$\sin \hat{a}$	$\tan \hat{a}$	§ 1. du cours p. 212
78 Pour ce triangle, la valeur exacte de BD, en cm, est … 	$\frac{\cos 24°}{3}$	$3 \times \cos 24°$	$\frac{3}{\cos 24°}$	exercice résolu 4 p. 214
79 Pour le triangle ci-dessus, l'arrondi au mm de BC est …	3,3 cm	1,3 cm	1,5 cm	exercice résolu 4 p. 214
80 L'arrondi au degré de la mesure de l'angle dont la tangente est 4,5 est …	77°	1°	86°	exercice résolu 1 p. 213
81 L'arrondi au dixième de degré de la mesure de $\widehat{EFG}$ est … 	21,8°	23,6°	66,4°	exercice résolu 5 p. 214
82 L'arrondi au degré de la mesure de $\widehat{DNB}$ est … 	34°	41°	42°	exercice résolu 5 p. 214
83 Un triangle rectangle a un angle aigu $\hat{a}$ tel que $\cos \hat{a} = 0{,}28$ et $\sin \hat{a} = 0{,}96$. Alors $\tan \hat{a}$ est égal à …	$\frac{7}{24}$	3,43	$\frac{24}{7}$	§ 2. du cours p. 212

Pour ces exercices, plusieurs réponses peuvent être exactes.

	a	b	c	Si la réponse est fausse revoir :
84 Dans le triangle NOP rectangle en O, la longueur NO est égale à … 	$\frac{OP}{\tan \widehat{ONP}}$	$NP \times \sin \widehat{OPN}$	$NP \times \cos \widehat{ONP}$	§ 1. du cours p. 212
85 Pour ce triangle la longueur ON est égale à … 	$5 \times \cos 50°$	$\frac{5}{\cos 50°}$	$5 \times \sin 40°$	exercice résolu 4 p. 214
86 $\hat{a}$ est un angle aigu d'un triangle rectangle et $\cos \hat{a} = \frac{8}{17}$. Alors …	$\sin \hat{a} = \frac{15}{17}$	$\tan \hat{a} = \frac{15}{8}$	$\tan \hat{a} = \frac{8}{15}$	exercice résolu 6 p. 215

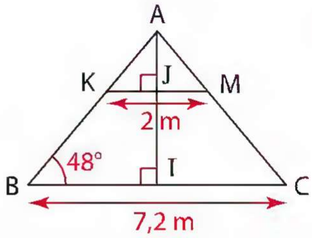
Mon score
- Plus de la moitié des réponses justes
- Plus de la moitié des réponses fausses

Réponses page 311

Calculer des longueurs

Avec une aide

87 Eddy souhaite aménager le grenier de sa ferme. Mesurant 1,75 m, il veut savoir s'il peut rester debout sans se cogner la tête sur une des poutres représentée par le segment [KM]. I est le milieu du segment [BC].



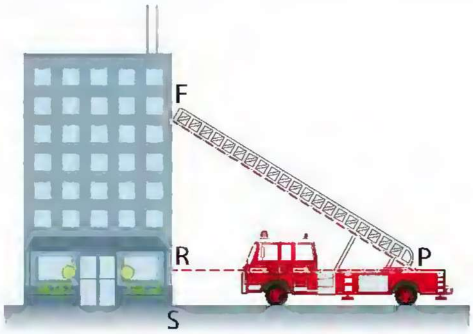
a. Calculer la longueur AI. On donnera une valeur approchée par défaut au centimètre près.
b. Calculer la longueur AJ. On donnera une valeur approchée par excès au centimètre près.
c. Eddy peut-il se tenir debout sans se cogner la tête ?

D'après *DNB*

Aide **a.** Dans le triangle BAI rectangle en I, [AI] est le côté opposé à l'angle $\widehat{IBA}$ et [BI] son côté adjacent.
b. On peut utiliser la tangente de l'angle $\widehat{AKJ}$ dans le triangle rectangle AKJ ou la propriété de Thalès dans le triangle ABI.

Sans aide maintenant

88 Lors d'une intervention, les pompiers doivent atteindre une fenêtre F située à 18 mètres au-dessus du sol en utilisant leur grande échelle [PF]. Ils doivent prévoir les réglages de l'échelle. Le pied P de l'échelle est situé sur le camion à 1,5 m du sol et à 10 m de l'immeuble.



RP = 10 m
RS = 1,5 m
FS = 18 m

a. Déterminer la longueur RF.
b. Déterminer l'angle que fait l'échelle avec l'horizontale, c'est-à-dire $\widehat{FPR}$, arrondi à l'unité.
c. L'échelle a une longueur maximale de 25 mètres. Sera-t-elle assez longue pour atteindre la fenêtre F ?

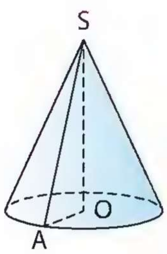
DNB

Utiliser la trigonométrie sur des figures de l'espace

Avec une aide

89 Voici une bougie conique.

La figure n'est pas aux dimensions réelles.



Le rayon OA de sa base est 2,5 cm. La longueur du segment [SA] est 6,5 cm.

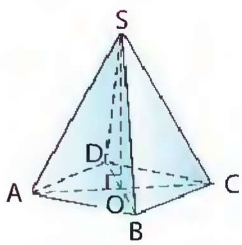
a. Sans justifier, donner la nature du triangle SAO et le construire en vraie grandeur.
b. Montrer que la hauteur SO de la bougie est 6 cm.
c. Calculer le volume de cire pour la fabrication de cette bougie ; on donnera l'arrondi au dixième de cm^3.
d. Calculer l'angle $\widehat{ASO}$; on donnera l'arrondi au degré.

DNB

Aide **d.** On connaît les longueurs OA et SA ainsi que SO. On peut donc ici utiliser le cosinus, le sinus ou la tangente de l'angle $\widehat{ASO}$.

Sans aide maintenant

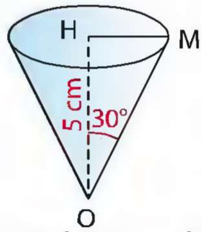
90 On considère la pyramide SABCD ci-contre.
La base est le rectangle ABCD de centre O.
AB = 40 cm et BD = 50 cm.
La hauteur [SO] mesure 81 cm.



1. Montrer que AD = 30 cm.
2. Calculer en cm^3, le volume de la pyramide SABCD.
3. a. Calculer la tangente de l'angle $\widehat{SAO}$.
b. Donner l'arrondi au degré de l'angle $\widehat{SAO}$.

DNB

91 La figure ci-contre représente un cône de révolution d'axe (OH).



a. Tracer le triangle HOM en vraie grandeur.
b. Dessiner la base du cône en vraie grandeur.
c. Calculer la longueur HM. Donner le résultat arrondi au mm.

DNB

Réponses p. 311

Exercices d'approfondissement

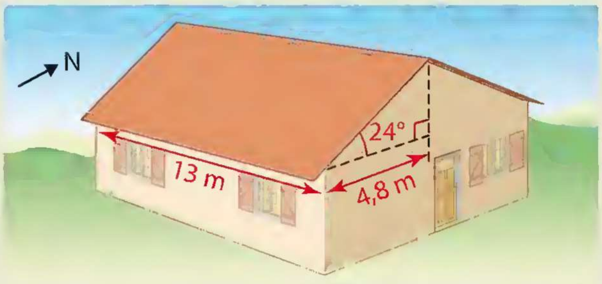
92 Imaginer une stratégie

a. Construire un triangle STR tel que :

$SR = 5{,}4$ cm, $\widehat{RST} = 85°$ et $\widehat{SRT} = 70°$.

b. Calculer les longueurs ST et RT. Donner les valeurs arrondies au mm.

93 Problème ouvert



Chaque pan de toiture forme un angle de 24° avec l'horizontale.

Le propriétaire de cette maison veut installer des panneaux photovoltaïques rectangulaires de 63 cm sur 54 cm sur le côté de la toiture exposé au sud. Ils doivent tous être disposés dans le même sens.

Dans quel sens faut-il disposer les panneaux pour pouvoir en installer le plus grand nombre possible ?

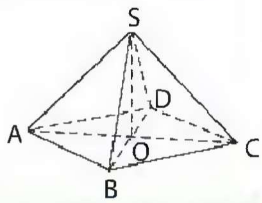
94 Math et ARTS

La pyramide du Louvre est une pyramide régulière à base carrée de 35,4 m de côté et de 21,6 m de hauteur. Elle est représentée ci-dessous par la pyramide SABCD.

a. Donner l'arrondi au décimètre de la longueur BD.

b. Déterminer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{SBO}$.

c. En déduire l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{BSD}$.

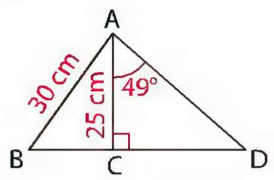


95 Une distance

Dans cet exercice, on n'attend aucune justification, mais toutes les étapes du calcul devront apparaître.

On considère la figure ci-contre où les points B, C et D sont alignés.

Calculer l'arrondi au millimètre de la distance BD.

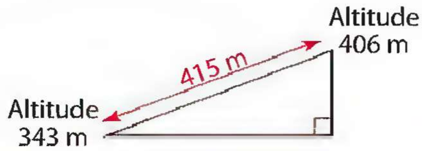


D'après *DNB*

96 Sécurité routière

En France, la pente maximale autorisée pour une route à une voie de circulation est de 15 %, soit un angle d'élévation maximum de 8,5° par rapport à l'horizontale.

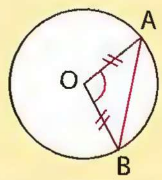
Cette partie rectiligne d'une route est-elle conforme à la législation française ?



97 Travail de groupe

Le saviez-vous ?

Au IIe siècle, le mathématicien et astronome grec Claude Ptolémée établit une table donnant les longueurs des cordes, comme ici [AB], en fonction du rayon du cercle et de la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ (comprise en 0° et 180°).



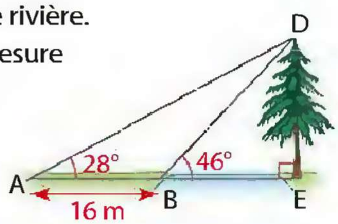
On se propose de reconstituer cette table pour un cercle de rayon 5 cm et pour des angles $\widehat{AOB}$ dont les mesures (en degrés) sont des multiples de 10.
Rechercher une démarche permettant de déterminer la longueur d'une telle corde (donner l'arrondi au mm).

a. Les groupes se répartissent les mesures d'angles.

b. Présenter les résultats des groupes dans un tableau.

98 Un défi

Un arbre est au bord d'une rivière.
De la berge opposée, on mesure un angle de 46° avec le sommet de l'arbre.
En reculant de 16 m, on mesure un angle de 28° (voir figure).
Quelle est la largeur de la rivière ? Arrondir au mètre.



SOCLE Tâche complexe

99 Lire les informations utiles

LA SITUATION-PROBLÈME

Le 18 novembre 1981, Michel Platini a marqué un célèbre coup-franc pour l'équipe de France de football lors du match France – Pays-Bas au Parc des Princes à Paris.
Un commentateur, avant le tir, disait :
« Michel Platini voit le but néerlandais sous un angle de moins de 20° ».
Avait-il raison ? Expliquer la réponse.

Pratiquer une démarche scientifique

- Analyser un schéma technique.
- Utiliser une calculatrice.
- Réaliser une construction géométrique.
- Concevoir un programme de calcul.

Doc. 1 : Une image du coup-franc.

Doc. 2 : Les dimensions du terrain et l'emplacement du ballon lors du coup-franc.

LES SUPPORTS DE TRAVAIL
Calculatrice, matériel de géométrie.

⚠ Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

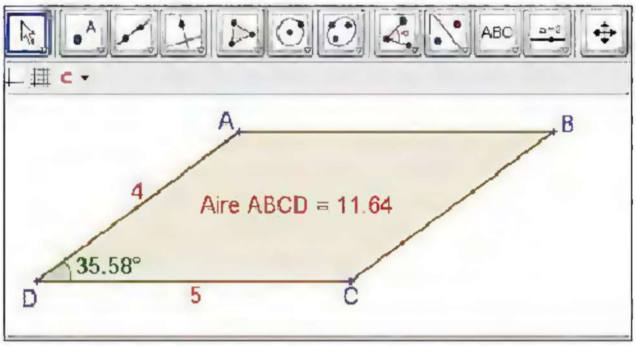
En route vers la Seconde

100 Aire d'un parallélogramme B2i

1. Conjecturer

a. Réaliser cette figure avec un logiciel de géométrie où ABCD est un parallélogramme avec :

AB = 5 cm et AD = 4 cm.



b. Conjecturer la mesure de l'angle $\widehat{ADC}$ tel que :
- l'aire de ABCD soit de 10 cm^2,
- l'aire de ABCD soit maximale.

2. Prouver

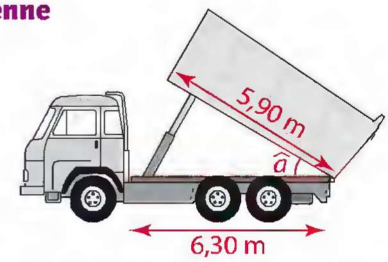
On note x la mesure en degrés de l'angle $\widehat{ADC}$ (avec $0° < x \leqslant 90°$).

a. Démontrer que l'aire $\mathscr{A}$ du parallélogramme ABCD est égale, en cm^2, à 20 sin$x$.

b. Démontrer alors les conjectures émises à la question **1**.

c. Quelle est alors la nature de ABCD lorsque son aire est maximale ?

101 Un camion à benne



Un vérin permet le vidage de la benne par basculement.
Le châssis et la benne forment un angle $\hat{a}$.
Pour que le vidage soit complet, on doit avoir $\hat{a} > 45°$.
On considère que le châssis du camion, la benne et le vérin forment un triangle.

1. Lorsque le vérin et la benne sont perpendiculaires, l'angle $\hat{a}$ permet-il un vidage complet de la benne ?

2. On considère maintenant que $\hat{a} = 45°$.

a. Calculer l'arrondi au cm de la distance h entre le châssis du camion et la partie haute de la benne.

b. Calculer l'arrondi au cm de la longueur B'C du vérin.