BASES ALGEBRES MATHEMATIQUES

2^{nde} / $1^{ère}$ /Tle

A-B-C-D-E-F-G

Plus de 50 NOTIONS

"Lire jusqu'à la fin t'évitera la honte en Tle"

Elaboré par M. DJAHASHIKAN (+225 0709521305/ 0506448812)

N°	SYMBOLES ou EXPRESSIONS OU PROPRIETES COURAMMENT UTILISEES	Lecture et signification et exemple
1	$\forall$	Se lit et signifie : *quelque soit* ou *Pour tout* (la généralité)
2	$\exists$ $\nexists$	Se lit et signifie : Il existe (l'existence) Se lit et signifie : Il n'existe pas (l'inexistence)
3	$\in$ $\notin$	Se lit et signifie : *appartient à* Se lit et signifie : *n'appartient pas à*
4	$\approx$ $\simeq$	Presqu'égal (environ) ou asymptotiquement égal à
5	$\cong$	Approximativement égal (lorsqu'on fait une approximation)
6	$\ll$ ou $\ll$	Signifie Beaucoup plus petit que

	$a \ll b$ ou $a \lll b$	Se lit a $est\ largement\ inférieur$ à b
7	$\gg$ ou $\ggg$ $a \gg b$ ou $a \ggg b$	Signifie Beaucoup plus grand que Se lit a $est\ largement\ supérieur$ à b
8	$\emptyset$	Se lit : $ensemble\ vide$ et signifie $neant$ ou $rien$ ou $aucune\ valeur\ ou\ impossible.$ NB : zéro est une valeur nul.
9	$\equiv$ $a \equiv b$	Se lit et signifie : $identique$: (parfaitement la même chose en principe, en valeur, en toute situation, égalité parfaite, vérifiée et sans ambigüité) Se lit $identique$ à b. Ou a est congru à b. Signifie a est aussi b Cela est un sens plus profond que le symbole $=$ qui peut se faire sous certaines conditions préétablies d'où souvent l'ambiguïté)
10	∪ A ∪ B ∩ A ∩ B	Se lit "union" et signifie la réunion (l'assemblage de tout) Se lit "Ensemble A union ensemble B : c'est l'ensemble de tous les éléments de A et de B mis ensemble sans répétition. Se lit "inter" et signifie l'intersection (la similarité, l'élément commun à l'un et l'autre) Se lit "Ensemble A inter ensemble B : c'est l'ensemble de tous les éléments communs à la fois de A et de B mis ensemble sans répétition.
11	$\backslash$	Se lit "privé de". C'est le symbole barre oblique gauche
12	$\Rightarrow$ $a \Rightarrow b$	Signifie "implique" Se lit a $implique$ b. (b n'est valable ou n'est vrai que si a l'est :b est définie qu'à partir de)a
13	$\Leftrightarrow$ $a \Leftrightarrow b$	Se lit : "$équivaut$ à" et signifie l'équivalence ou double implication. (c'est à dire on doit faire un raisonnement en aller-retour). Se lit a $équivaut$ à b : se traduit par a $implique$ b puis b implique a. Ainsi :$a \Leftrightarrow b$ se démontre en deux sens par :$a \Rightarrow b\ puis\ b \Rightarrow a$
14	$/$	Se lit " tel que" c'est le symbole barre oblique droite
15	$\mathbb{R}$ $x \in \mathbb{R}$ $\mathbb{R}^*$ ou $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ $x \in \mathbb{R}^*$	Se lit "grand R" et signifie ensemble des nombres réels : c'est l'association des nombres rationnels et des nombres irrationnels. $x \in \mathbb{R}$ se lit : x $appartient$ à $\mathbb{R}$ ou bien x $est\ élément$ $\mathbb{R}$ Et signifie $x\ est\ un\ nombre\ réel.$ $\mathbb{R}^*$ se lit " R étoile" ou " R privé de 0" et signifie tous les nombres réels sauf zéro $x \in \mathbb{R}^*$ signifie que x $est\ non\ nul$: $x \neq 0$
16	$\mathbb{Q}$ $x \in \mathbb{Q}$	Se lit "grand Q" et signifie ensemble des nombres rationnels (qui peuvent s'écrire sous forme de fraction irréductible, les décimales étant finies). ▪ $x \in \mathbb{Q}$ se lit x $appartient$ à $\mathbb{Q}$ ou bien x $est\ élément$ $\mathbb{Q}$ Et signifie $x\ est\ un\ nombre\ rationnel.$ Ainsi : $x \in \mathbb{Q}\ alors\ \exists\ a, b\ \in \mathbb{Z}^*/x = \frac{a}{b}, \frac{a}{b}\ étant\ irréductible.$
17	PGCD $(a; b)$ PGCD $(a; b) = 1$	Se lit : Plus grand commun diviseur à a et b. Signifie que : les deux nombres a et b sont premiers entre eux. Ou bien la fraction $\frac{a}{b}$ est irréductible.

18	$a = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ $(k \in \mathbb{Z})$	Signifie que : "a est un multiple de 2. Ou bien a est un nombre pair
19	$b = 2k + 1$, $k \in \mathbb{N}$ $(k \in \mathbb{Z})$	Signifie que " 'b n'est pas un multiple de 2. Ou bien b est un nombre impair
20	$a = 3k$, $k \in \mathbb{N}$ $(k \in \mathbb{Z})$	Signifie que : "a est un multiple de 3. Par exemple : 39 = 3 X 13. (3 fois quelque chose (le 13)).
21	$a = 4k$, $k \in \mathbb{N}$ $(k \in \mathbb{Z})$	Signifie que : "a est un multiple de 4.
22	$a = 5k$, $k \in \mathbb{N}$ $(k \in \mathbb{Z})$	Signifie que : "a est un multiple de 5.
23	Si on continuait :.... $a = 11k$, $k \in \mathbb{N}$ $(k \in \mathbb{Z})$	Signifie que : "a est un multiple de 11.
24	PPCM $(a; b)$	Se lit plus petit commun multiple à $a\ et\ b$. (de tous les multiples de a et de tous les multiples de b : on retient seulement les multiples en commun et on choisit le plus petit.
25	Ranger en ordre croissant	Du plus petit au plus grand : Par exemple : $2 < 9 < 13$ ....
26	Ranger en ordre décroissant	Du plus grand au plus petit : Par exemple : $13 > 9 > 2$ ....
27	$\mapsto$ $x \mapsto f(x)$	Se lit : "associe" c'est la correspondance Se lit : $x\ associe\ f(x)$
28	$f \circ g$	Se lit $f\ rond\ g$. Signifie la composée de g par f. (Cela correspond $f(g)$: $tous\ les\ x\ de\ f(x) sont\ remplacés\ par\ l'expression\ de\ g(x)$ $étant\ données$ certaines conditions.
29	$\sum$ $\sum_{i=1}^{n} u_i$ Opérateur somme	Se lit : "$grand\ sigma''$ et signifie la somme discrète. Correspond à la somme de tous les termes u d'indice i, i qui varie de 1 à n. Par exemple : $$\sum_{i=0}^{3} f_i = f_0 + f_1 + f_2 + f_3$$
30	$\prod_{k=0}^{n} a_k$ Opérateur produit	Se lit : "$grand\ pi''$ et signifie le produit. Correspond au produit de tous les termes u d'indice k, k qui varie de 0 à n entre eux. Par exemple : $$\prod_{k=1}^{3} f_k = f_1 \times f_2 \times f_3$$
31	$\int_a^b f(x)dx$	Se lit : "intégrale $allant\ de\ a$ à $b\ de\ f(x)\ dx''$ et signifie la somme "continue". Pour une fonction continue sur l'intervalle $[a; b]$, cela correspond en valeur absolue à la surface du plan délimitée par la courbe de f, l'axe des abscisse s et les droites verticales passant par les abscisses a et b. (exprimée en unités d'aire).
32	$+\infty$ $-\infty$	Se lit " Plus l'infini" et désigne les très grands nombres positifs Se lit " Moins l'infini" et désigne les très grands nombres négatifs Ainsi : la droite achevée définie par l'intervalle $]-\infty; +\infty[$ correspond à l'ensemble des nombres réels : $]-\infty; +\infty[$ = IR
33	Propriété sur les multiple: $si\ a$ est multiple de 5 alors a^2 est aussi	Un peu de raisonnement. Se traduit par : $\exists\ k \in \mathbb{N} / a = 5k$ alors $a^2 = 25k^2$ et donc si a est multiple de 5 alors a^2 l'est. Cela est valable pour a^n (n entier naturel non nul).

	multiple de 5 et réciproquement.	De même dans $\mathbb{N}$, si $b^2 = 5k$ (mutiple de 5 alors b aussi l'est forcément).
34	Raisonnement par récurrence	Etape 1 : vérification de la proposition au rang initial. Etape 2 : Vérification de l'hérédité : on suppose que la proposition est vrai à l'ordre n puis on vérifie si elle est vrai à l'ordre $n+1$ Etape 3 : Conclusion
35	$\sqrt{a}$ ou $\sqrt[2]{a}$ $\sqrt[3]{a}$ $\sqrt[n]{a}$	Se lit racine carré de a (valable à condition que $a \geq 0$). $\sqrt{a}$ correspond à $a^{\frac{1}{2}}\, ou\, a^{0,5}$ NB : Pour a quelconque : $\sqrt{a^2} = \|a\|$ (avant tout éventuelle transformation) Se lit racine cubique de a (valable à condition que $a \geq 0$). $\sqrt[3]{a}$ correspond à $a^{\frac{1}{3}}$ Se lit racine $n\, ième$ de a (valable à condition que $a \geq 0$). $\sqrt[n]{a}$ correspond à $a^{\frac{1}{n}}$
36	$\frac{1}{a}$	Se lit Inverse de a ou $1\, sur\, a$. (Valable à condition que $a \neq 0$).
37	e^x lnx $\log x$	Se lit exponentielle de x. $e^0 = 1;\ e^1 = e\,;\ e^{-1} = \frac{1}{e}$ Se lit "logarithme népérien de x. $ln1 = 0\,;\ln(e) = 1$ Se lit "logarithme décimal de x. $log1 = 0\,;\log(10) = 1$
38	$\alpha\,;\beta;\gamma;\delta;\varepsilon;\zeta;\eta;\theta;\iota;\kappa;\lambda;\mu$ $\sigma;\rho;\pi;o;\ \xi;\tau;$ $\varphi\ ou\ \phi;\ \chi;\psi;\omega;\upsilon$	Lettres minuscules de l'alphabet grec dans cet ordre : alpha ; bêta, gamma, delta ; epsilon ; Zêta ; Êta ; thêta ; iota ; kappa, lambda ; mu ; sigma ; rhô, pi, omicron ; xi ou ksi ; tau ; phi ; khi ou chi ; psi ; oméga ; upsilon
39	$\Gamma;\Delta;\Theta;\Upsilon;\Pi,\Psi;$ $\Phi;\Sigma;$	Lettres majuscules de l'alphabet grec dans cet ordre : Gamma ; delta; thêta ; upsilon ; pi ; psi ; phi ; sigma. Les autres majuscules étant pareilles à celles du français : par exemple : A alpha ; B bêta…
40	Démontre que $A = B$.	On peut étant données les contraintes : Partir de A pour trouver B et conclure. Ou Partir de B pour obtenir A et conclure. Ou partir de A et trouver C, et utiliser aussi B pour trouver C et conclure.
41	Principe de la rédaction lors d'un raisonnement ou d'une démonstration mathématique :	Etape 1 : On a ou Je sais que (rappel des contraintes, de la formule à utiliser, des données pertinentes à utiliser). Par suite: (faire les manipulations nécessaires) D'autre part…. (si le raisonnement fais appel à d'autres informations (généralement en géométrie) Enfin:.. (Faire la synthèse et conclure)
42	4 règles simples pour réussir en mathématiques	- Aimer les mathématiques ou avoir l'esprit de passion - Organiser son temps de travail de sorte à toujours réviser son cours et s'exercer suffisamment. - Se documenter constamment (support physique comme numérique, internet) - Approcher ou s'entourer de bosseurs et de savants.

43	Raisonnement par l'absurde : Par exemple : Démontre par l'absurde que <<P >> est alpha	- On suppose que c'est le contraire de P qui est alpha. - On traduit en mathématiques toutes les implications possibles relative à l'hypothèse de départ puis on montre qu'il y a une incohérence ou absurdité ou fausseté ou défaillance quelque part dans l'hypothèse de départ. (Ici intervient l'esprit critique car on discute, on tâtonne, on argumente au cas par cas). - On conclut que "le contraire de P" n'est pas alpha donc P est alpha.
44	Non-Existence d'un maximum ou d'un minimum sur un intervalle ouvert. (2nde S)	Par exemple 1: L'intervalle $]3;5]$ n'admet pas de minimum mais admet un maximum qui est 5. Puisque 3 n'est pas élément de l'ensemble. En supposant qu'un minimum existe nommé m. Alors on a : $m \in\ ]3;5]$ et $3 < m < x$ Or : $3 < \frac{3+m}{2} < m < x$ et $\frac{3+m}{2} \in]3;5]$ qui est donc aussi un minimum. Ce qui est absurde. Donc il n'existe pas de minimum, car un minimum, s'il existe, doit être unique. Par exemple 2: L'intervalle $[1;6[$ n'admet pas de maximum mais admet un minimum qui est 1. Puisque 6 n'est pas élément de l'ensemble. En supposant qu'un maximum existe nommé M. Alors on a : M∈ $[1;6[$et $x < M < 6$ Or : $x < M < \frac{6+M}{2} < 6$ et $\frac{6+M}{2} \in [1;6[$ qui est donc aussi un maximum. Ce qui est absurde. Donc il n'existe pas de maximum, car un maximum, s'il existe, doit être unique.
45	Quelques exemples de comparaison et encadrement. On procède par un processus pas à pas en respectant les règles acquises depuis la classe de 3ème. NB :Les Inégalités des accroissement finis et celles de la moyennes n'ont pas été exploitées ici	Encadrons sur [2 ;+∞[; $f(x) = \frac{3-2sinx}{1+x^2}$ par deux fonctions à déterminer; $g(x) = 5 + \frac{1}{x}$ *par deux nombres réels*; $h(x) = \sqrt{5+x^2}$, détermine le nombre réel a tel que $h(x) \geq a$. Pour $f(x)$: x ∈[2 ;+∞[, $-1 \leq sinx \leq 1$ $-2 \times 1 \leq -2sinx \leq -2 \times (-1)$ $-2 \leq -2sinx \leq 2$ $3-2 \leq 3-2sinx \leq 3+2$ $1 \leq 3-2sinx \leq 5$ Or x ∈[2 ;+∞[, $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$. $1+x^2 \geq 1+4$ $1+x^2 \geq 5$ $\frac{1}{1+x^2} \leq \frac{1}{5}$ et aussi positif. Donc sans ambiguïté : x ∈[2 ;+∞[, $\frac{1}{1+x^2} \times 1 \leq \frac{1}{1+x^2} \times (3-2sinx) \leq \frac{1}{1+x^2} \times 5$ Donc : x ∈[2 ;+∞[, $\frac{1}{1+x^2} \leq f(x) \leq \frac{5}{1+x^2}$ Pour $g(x)$: x ∈[2 ;+∞[, $x \geq 2$ alors $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$. De plus $\frac{1}{x} > 0$ $5 + \frac{1}{x} \leq 5 + \frac{1}{2}$ $g(x) \leq \frac{11}{2}$ Donc :

		$$0 < g(x) \leq \frac{11}{2}$$ *On pouvait aussi écrire :* $x \in [2\,;+\infty[$, $\mid g(x) \mid \leq \frac{11}{2}$ Pour $g(x)$: $x \in [2\,;+\infty[$, $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 2^2$ $x^2 \geq 4$ $5 + x^2 \geq 5 + 4$ $5 + x^2 \geq 9$ $\sqrt{5 + x^2} \geq \sqrt{9}$ $h(x) \geq 3.$
46	Expressions conjuguées et amplificateur trigonométrique	$\sqrt{a}$ *est son propre conjugué* $\sqrt{a} - b$ a pour conjugué $\sqrt{a} + b$ et inversement $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ a pour conjugué $\sqrt{a} + \sqrt{b}$. NB : La transformation conjuguée s'applique au numérateur comme aussi au dénominateur. Pour amplifier par exemple : $f(x) = \frac{cosx-1}{x}$ on a : $f(x) = \frac{(cosx-1)(cosx+1)}{x(cosx+1)}$
47	Notation factorielle $n!$	Se lit "factorielle n. Par exemple : $5\,! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 180.$ $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$; $0! = 1$; $1! = 1$; $2! = 2 \times 1 = 2.$
48	Règles de priorité :	Règle 1 : les calculs entre parenthèses sont prioritaires Règles 2 : En l'absence des parenthèses : on calcule d'abord : les puissances, ensuite le multiplication ou division, ensuite la somme (addition ou soustraction). NB : n'oublier pas de simplifier et rendre irréductible les fractions.
49	Démonstration par contre-exemple	Il s'agit de trouver un exemple concret (en vérifiant) qui fait exception à la règle et conclure. Car en mathématique, une propriété établie comme vraie doit être vraie pour tous les cas dans la configuration considérée.
50	Traiter une situation complexe	-Bien lire l'énoncé et déceler : les données pertinentes, la circonstance et les tâches. Rédiger en introduction – développement et conclusion En introduction : identifier la leçon et les outils mathématiques à utiliser puis annoncer son plan en maximum 5 tirets. (Utilise le pronom "je" et surtout pas de calculs ni formule ici) Développement : Effectuer les raisonnements, calculs et démonstration de chaque tiret mentionné en introduction. (Alinéa à chaque étape) (Saut d'une ligne) Conclusion : donner les réponses claires et succinctes aux préoccupations ou tâches (esprit de jugeote, comparaison, recommandation…) NB : ta rédaction et ton vocabulaire est propre à toi. Pas de copie conforme !

51	NOTION DE TRIVIALITE Et ensemble de définition ou contraintes sur les équations.	Lorsqu'une proposition est vraie dans tous les cas, on dit qu'elle est triviale (toujours vraie). Par exemple : $f(x)=\frac{5+x}{1+x^2}$. Déterminons l'ensemble de définition. $$x\in D_f \Leftrightarrow x\in \mathbb{R}/\{1+x^2\neq 0\}$$ $x^2\neq -1$ ou $1+x^2\neq 0$ car $x^2\geq 0$ (Triviale !) car le carré d'un nombre est toujours positif. Donc $D_f=\mathbb{R}$. NB : les contraintes existent pour la racine carrée, les fractions rationnelles et les quotients de fonctions, les logarithmes, les problèmes de vie courantes à valeurs positives recommandées et les composées de fonctions. Pour résoudre une équation, il convient de toujours vérifier et mentionner les contraintes ou ensembles de validité.
52	EXEMPLE DE CHANGEMENT DE VARIABLES ou CHANGEMENT D'ECRITURE et PRINCIPES	Utiles pour résoudre les équations, le calcul des limites et la modélisation et représentation de fonctions. Exemple 1 : $ax^4+bx^2+c=0$. Poser : $X=x^2$; alors $X\geq 0\ et\ x=\sqrt{X}$ ou $x=-\sqrt{X}$. On résout en X à partir de $aX^2+bX+c=0$ puis on déduit les valeurs de x. Exemple 2 : $ax+b\sqrt{x}+c=0$. Poser : $X=\sqrt{x}$; alors $X\geq 0\ et\ x=X^2$. On résout en X à partir de $aX^2+bX+c=0$ puis on déduit les valeurs de x. Exemple 3 : $\frac{a}{x^2}+\frac{b}{x}+c=0$. Poser : $X=\frac{1}{x}$; alors $X\neq 0\ et\ x=\frac{1}{X}$. On résoud en X à partir de $aX^2+bX+c=0$ puis on déduit les valeurs de x. Exemple 3 : Représente graphiquement : $x\mapsto\frac{1}{x-2}$. Poser $X=x-2$ Avec $x\neq 2$ donc $X\neq 0$. Faire un changement de repère. Tracer X$\mapsto\frac{1}{X}$ suivant un repère bien défini. Exemple 4 : $\lim\limits_{x\mapsto 0}\frac{sin4x}{5x}$. Se rappelant de : $\lim\limits_{x\mapsto 0}\frac{sinx}{x}=1$, on a : Posons $X=4x$ alors $x=\frac{X}{4}$. ($4x=4\times\frac{X}{4}=X$; et $5x=5\times\frac{X}{4}=\frac{5X}{4}$) Lorsque $x\mapsto 0$ alors $X\mapsto 4\times 0=0$ Donc on réécrit : : $\lim\limits_{X\mapsto 0}\frac{sinX}{\frac{5X}{4}}=\lim\limits_{X\mapsto 0}\frac{sinX}{X}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{5}$ On conclut : Donc : $\lim\limits_{x\mapsto 0}\frac{sin4x}{5x}=\frac{4}{5}$
53	TECHNIQUES DE REDACTION DE L'ENSEMBLE DE DEFINITION	f est une fonction donnée par une formule : CAS 1 : la plus simpliste $$x\in D_f\Leftrightarrow contraintes\ à\ résoudre$$ Puis conclure : Donc $D_f=$...… CAS 2 : la plus bavarde : $f(x)$ existe si et seulement si $contraintes\ à\ résoudre$ Puis conclure : Donc $D_f=$...… CAS 3 : la plus classe ou technique (système international) $$D_f=\{ensemble\ de\ référence,\quad contraintes\ à\ résoudre\}$$

		Ou $D_f = \{ensemble\ de\ référence$ **tel que** $contraintes\ à\ résoudre\}$ ou $D_f = \{ensemble\ de\ référence / \ contraintes\ à\ résoudre\}$ La barre oblique droite / signifie tel que. La barre oblique gauche signifie privé de \\ Puis conclure : Donc $D_f =$…… Par exemple : Pour $f(x) = \frac{3x+5}{x^2-1}$ $D_f = \{x \in IR,\ x^2 - 1 \neq 0\}$ NOTES TRES IMPORTANTES NB 1 : On ne résout jamais une équation avec le symbole $\neq$ mais plutôt poser avec l'égalité puis conclure avec les différences. NB 2 : En général, toute inégalité traduit une étude de signe, donc un tableau de signe s'impose s'il n'y a pas de trivialité : les produits, les quotients, les fonctions de degrés 2 et supérieurs à 2 exigent un tableau de signe après avoir trouver les zéros relatifs à chaque termes. NB 3 : On peut cumuler plusieurs contraintes. C'est l'intersection de ces contraintes qui détermine l'ensemble de définition NB 4 : Pour les fonctions définies par raccordement ou par intervalles, l'ensemble de définition est la réunion de chacun des intervalle associées à chacune de sous fonctions.
54	ASTUCE DETERMINATION DE D_f au cas par cas.	Cas 1 : Polynômes (n'importe lequel) et polynômes contenant la valeur absolue. $D_f =$ IR. (la valeur absolue ne doit pas t'effrayer ; aussi un produit de polynôme ne doit pas t'embêter) Cas 2 : $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ La contrainte est $cx + d \neq 0$. Poser $cx + d = 0$; résoudre et obtenir $x = k$ et conclure $D_f =$ IR$\setminus \{k\}$ ou $D_f =]-\infty; k[\cup]k; +\infty[$. Cas 3 : $f(x) = \frac{cx+d}{ax^2+bx+c}$ La contrainte est $ax^2 + bx + c \neq 0$. Poser $ax^2 + bx + c = 0$; résoudre et obtenir : $x = k$ et conclure $D_f =$ IR$\setminus \{k\}$ ou $D_f =]-\infty; k[\cup]k; +\infty[$. Ou obtenir $x = k$ ou $x = p$ et conclure $D_f =$ IR$\setminus \{k; p\}$ ou $D_f =]-\infty; k[\cup]k; p[\cup]p; +\infty[$. (si $k < p$). Ou ne pas obtenir de valeur de x $valables$. Et conclure $D_f =$ IR. Cas 4 : $f(x) = \sqrt{ax + b}$ La contrainte est : $ax + b \geq 0$. En tant normal : poser $ax + b = 0$ et obtenir $x = k$. Dresser un tableau de signe et choisir l'intervalle où le signe concorde avec l'inégalité. En général on obtient selon le cas : $D_f =]-\infty; k]$ ou bien $D_f = [k; +\infty[$. Pour ceux qui choisissent la résolution directe de l'inégalité, attention au changement de sens.

Cas 5 : $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$
La contrainte est : $ax^2 + bx + c \geq 0$.
poser $ax^2 + bx + c = 0$ et obtenir $x = k$ ou $x = p$
Dresser un tableau de signe et choisir l'intervalle où le signe concorde avec l'inégalité. En général on obtient selon le cas :
Pour deux valeur de x :
$D_f = [k; p]$ ou bien $D_f =]-\infty; k]$U$[p; +\infty[$. (si $k < p$)
Pour une valeur de x : (alors en général $ax^2 + bx + c$ est positif)
$D_f = \mathrm{IR}$
Pour aucune valeur de x. (alors en général $ax^2 + bx + c$ est positif)
$D_f = \mathrm{IR}$
Cas 6 : $f(x) = cx + d + \sqrt{ax + b}$ ou $f(x) = cx^2 + dx + t + \sqrt{ax + b}$
La contrainte est : $ax + b \geq 0$. Et voir cas 4. Le polynôme $cx + d$ ou $cx^2 + dx + t$ étant définie sur IR, lui n'a pas de contraintes.
Cas 7 : $f(x) = px + d + \sqrt{ax^2 + bx + c}$ ou $f(x) = px^2 + dx + t + \sqrt{ax^2 + bx + c}$
La contrainte est : $ax^2 + bx + c \geq 0$. Et voir cas 5. Le polynôme $cx + d$ ou $cx^2 + dx + t$ étant définie sur IR, lui n'a pas de contraintes.
Cas 8 : $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} + \frac{kx+f}{mx+p}$
Il y a deux contraintes : $cx + d \neq 0$ et $mx + p \neq 0$. Suivre le cas 2.
Et conclure : On obtient en général : D_f =IR $\setminus \{k; p\}$.
Cas 9 : $f(x) = \ln(ax + b)$
La contrainte est : $ax + b > 0$. *Résoudre puis conclure. Les bornes des intervalles sont toutes ouvertes.*
Cas 10 : $f(x) = \ln(ax^2 + bx + c)$
La contrainte est : $ax^2 + bx + c > 0$. *Résoudre puis conclure. Les bornes des intervalles sont toutes ouvertes. Ou IR selon le cas, lorsque le discriminant est négatif et a positif .*
CAS 11 : $f(x) = \sqrt{|ax + b|}$
On a : D_f = IR car $|ax + b|$ est toujours positive du fait de la valeur absolue.
Cas 12 : $f(x) = \sqrt{|ax^2 + bx + c|}$
On a : D_f = IR car $|ax^2 + bx + c|$ est toujours positive du fait de la valeur absolue.
Cas 13 : $f(x) = \frac{cx+d}{\sqrt{ax+b}}$
La contrainte est : $ax + b > 0$. Résoudre puis conclure.
Cette contrainte est l'intersection de deux contraintes : $ax + b \geq 0$
Et $ax + b \neq 0$.
Cas 14 : $f(x) = \frac{cx+d}{\sqrt{|ax+b|}}$
La contrainte est $ax + b \neq 0$. Résoudre puis conclure.
Cas 15 : $f(x) = \ln|ax + b|$
La contrainte est $ax + b \neq 0$. Résoudre puis conclure.
Cas 16 : $(x) = \ln|ax^2 + bx + c|$

		La contrainte est $ax^2+bx+c\neq 0$. Résoudre puis conclure. Cas 17 : $f(x)=\frac{cx+d}{mx+p+\sqrt{ax+b}}$ Les contraintes sont : $ax+b\geq 0$ et $mx+p+\sqrt{ax+b}\neq 0$ (cela amène à la résolution d'équations irrationnelles 1ere S, c'est lourd…mais facile) Résoudre et conclure en déterminant les intersections. Cas 18 : Association de plusieurs types de fonctions. Principe : déterminer toutes les contraintes possibles, les résoudre convenablement et conclure. Cas 19 : $f(x)=\begin{cases} g(x) si\ x\in K \\ h(x) si\ x\in Q \\ j(x)\ si\ x\in T\end{cases}$ (fonction définie par intervalle ou par raccordement On a : $D_f=K\cup Q\cup T$ (qu'on peut évident réduire)
55	Factorisations et simplifications et exemples	Cas 0 : Simplification : Par exemple : $\frac{x}{x}=1$; $\frac{ax}{bx}=\frac{a}{b}$; $\frac{x^2}{x}=\frac{x\times x}{x}=\frac{x}{1}=x$; $\frac{ax^2}{bx}=\frac{ax\times x}{bx}=\frac{ax}{b}$; et $\frac{ax}{bx^2}=\frac{ax}{bx\times x}=\frac{a}{bx}$ Ne pas oublier la méthode vue en classe de 3eme. On fait apparaitre les facteurs en commun et on les supprime autant de fois au numérateur comme au dénominateur. Cas 1 : Factorisation forcée par un nombre réel : Par exemple : pour la forme canonique : $ax^2+bx+c=a(\frac{ax^2+bx+c}{a})$ puis on éclate dans la parenthèse. $ax^2+bx+c=a(\frac{ax^2}{a}+\frac{bx}{a}+\frac{c}{a})$ puis on simplifie si possible. Donc $ax^2+bx+c=a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a})$ Cas 2 : Factorisation forcée par le monôme de plus haut degré. Par exemple : pour les limites en l'infini $ax+b=x\left(\frac{ax+b}{x}\right)=x\left(\frac{ax}{x}+\frac{b}{x}\right)=x(a+\frac{b}{x})$ $ax^3+bx^2+cx+d=\ x^3\left(\frac{ax^3+bx^2+cx+d}{x^3}\right)$ ensuite : $ax^3+bx^2+cx+d=\ x^3\left(\frac{ax^3}{x^3}+\frac{bx^2}{x^3}+\frac{cx}{x^3}+d\right)$ enfin $ax^3+bx^2+cx+d=\ x^3\left(a+\frac{b}{x}+\frac{c}{x^2}+\frac{d}{x^3}\right)$ Cas 3 : Factorisation par facteur commun : $kA+kB=k(A+B)$; $k^2A+kB=kkA+kB=k(kA+B)$ $kpA+kpB=kp(A+B)$ Cas 4 : Factorisation à l'aide d'égalité remarquable : $A^2-B^2=(A-B)(A+B)$; $A^2-2AB+B^2=(A-B)^2$ ou $(A-B)(A-B)$; $A^2+2AB+B^2=(A+B)^2$ ou $(A+B)(A+B)$; $A^3-B^3=(A-B)(A^2+AB+B^2)$; $A^3+B^3=(A+B)(A^2-AB+B^2)$; Exemple: par un coup d'œil : $x^2-2x+1=(x-1)^2$

		$$x^3-8=x^3-2^3=(x-2)(x^2+2x+4)$$ Cas 5: lorsqu'il y a utilisation de plusieurs techniques alors, repérer d'abord les égalités remarquables puis utiliser le facteur commun. Cas 6 : Factorisation de polynôme du second degré : ax^2+bx+c On peut procéder par le discriminant ou la forme canonique ou un coup d'œil. Par le discriminant : si $\Delta < 0$ alors on ne peut pas factoriser. Si $\Delta = 0$ alors $ax^2+bx+c=a(x-k)^2$, k étant la racine unique. Si $\Delta > 0$ alors $ax^2+bx+c=a(x-k)(x-p)$, k et p étant les deux racines. Cas 7 : Factorisation des polynômes de degré supérieur à 2. Après une racine évidente, Décomposer ce polynôme à l'aide de la division euclidienne ou méthode de Horner ou méthode des coefficients indéterminées
56	DECOMPOSITION RAPIDE DE FRACTIONS RATIONNELLES	Cas 1 : Eclatement : $\frac{ax+b}{x}=\frac{ax}{x}+\frac{b}{x}=a+\frac{b}{x}$. Cas 2 : Opération magique : $\frac{ax+k}{ax+b}=\frac{ax+b-b+k}{ax+b}=\frac{ax+b}{ax+b}+\frac{-b+k}{ax+b}=1+\frac{-b+k}{ax+b}$. Cas 3 : Division euclidienne. Voir classe de 2nde S.
57	ETUDIER LA CONTINUITE ET JUSTIFIER ASYMPTOTE	Cas 1 : Etudier la continuité de f en un nombre réel a. C'est calculer la limite de f en a. (Analyser éventuellement à gauche et à droite selon le cas. Cas 2 : Justifier une asymptote verticale d'équation $x=k$ c'est calculer la limite en k de la fonction f; on obtient toujours l'infini après manipulation. Cas 3 : Justifier une asymptote horizontale d'équation y= k c'est calculer la limite en l'infini de la fonction f; on obtient toujours le nombre réel k après manipulation. Ou bien c'est calculer la limite en l'infini de la fonction $f(x)-k$; on obtient toujours le nombre réel 0 après manipulation Cas 4 : Justifier une asymptote oblique d'équation y= $ax+b$ c'est calculer la limite en l'infini de la fonction $f(x)-(ax+b)$; on obtient toujours le nombre réel 0 après manipulation. La continuité sur un intervalle s'explique graphiquement par un tracé de courbe qui ne s'entrecoupe pas ou par un tableau de variation qui n'a pas de zone d'hachurage sur l'intervalle qui nous interresse.
58	ETUDIER LA DERIVABILITE, INTERPRETER	Etudier la dérivabilité de f en un réel a cest exprimer puis calculer la limite en a de $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$. (Transformer ou simplifier au préalable avant tout calcul) Lorsque le résultat aboutit à l'infini, on dit que f n'est pas dérivable en a. Graphiquement sa courbe admet une demi-tangente verticale. (Valable pour à gauche ou à droite) Lorsque le résultat aboutit à en nombre réel fini k , on dit que f est dérivable en a. Graphiquement sa courbe admet une tangente (valable pour à gauche ou à droite).

BONUS : Démonstrations

1) Comment démontrer que 1/3 n'est pas un nombre décimal :

Rappel : un nombre décimal peut se mettre sous la forme $\frac{a}{10^n}$ avec

$a \in Z$ et $n \in N$.

« Raisonner par l'absurde en supposant que 1/3 est décimal.

Ce raisonnement amènera une contradiction. »

Supposons que $\frac{1}{3}$ est un nombre décimal

Il existe alors 2 nombres entiers naturels **a** et **n** tel que $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^n}$

D' où $\frac{10^n}{3} = a$

a étant un entier naturel, on en déduit que 10^n est divisible par 3.

« Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3 »

Or la somme des chiffres de 10^n est **1**, donc 10^n n'est pas divisible par 3.

D' où l'hypothèse de départ « 1/3 est un nombre décimal » nous amène à une contradiction.

On en déduit qu'elle est fausse et donc 1/3 n'est pas un nombre décimal.

2) Comment démontrer que 1/7 n'est pas un nombre décimal :

$a \in Z$ et $n \in N$. on a : $\frac{1}{7} = \frac{a}{10^n}$ d'où $\frac{10^n}{7} = a$

a étant un entier naturel, on en déduit que 10^n est divisible par 7.

La décomposition de 10^n en facteurs premiers est $(2 \times 5)^n$.

$(2 \times 5)^n = 2^n \times 5^n$ montre que 10^n n'est pas divisible par 7 qui est premier.

« On peut utiliser cette méthode pour démontrer que tout inverse premier (autre que 2 et 5) n'est pas décimal. »

Donc l'hypothèse de départ « 1/7 est un nombre décimal » nous amène à une contradiction.

On en déduit qu'elle est fausse et donc 1/7 n'est pas un nombre décimal.

3) Comment démontrer que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel :

Rappel : Un rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'un quotient de 2 nombres entiers.

Il faut raisonner par l'absurde

Supposons que $\sqrt{2}$ est un nombre rationnel.
Il existe alors 2 nombres entiers naturels non nuls **a** et **b** tel que

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b}$$

On simplifie cette fraction pour la rendre irréductible, c'est-à-dire que **a** et **b** sont premiers entre eux

On a donc $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$

$$\sqrt{2}\ b = a$$

$$2b^2 = a^2 \quad \text{(équation 1)}$$

On en déduit de cette dernière égalité que a^2 est **pair**
(puisque a^2 est égal au double de b^2)
Donc que a est également pair.
Il existe donc un entier naturel **k** tel que **a = 2 k**
Si on remplace dans l'équation 1 on obtient :

$$2b^2 = (2k)^2 \quad \text{d'où}$$

$$2b^2 = 4\,k^2 \quad \text{soit}$$

$$b^2 = 2k^2$$

On en déduit de cette dernière égalité que b^2 est pair et donc que b est également pair.
Alors a et b sont donc tous les 2 pairs, ils ne sont pas premier entre eux car divisible par 2, ce qui contredit l'hypothèse de départ, c'est-à-dire qu'ils sont premiers entre eux.
Donc $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel.