Problème 1:

Existe-t-il des nombres $x_1, x_2, \ldots, x_{2009}$ éléments de $\{-1, 1\}$, tels que

$$x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \ldots + x_{2008}x_{2009} + x_{2009}x_1 = 999\,?$$

Problème 2:

Soit P un point intérieur au triangle ABC. D, E et F sont les symétriques du point P par rapport aux droites (BC), (CA) et (AB) respectivement. Montrer que si le triangle DEF est équilatéral, alors les droites (AD), (BE) et (CF) sont concourantes.

Problème 3:

Soit x un nombre réel possédant la propriété suivante: pour chaque entier positif non nul q, il existe un entier p tel que

$$\left|x - \frac{p}{q}\right| < \frac{1}{3q}\,.$$

Montrer que x est entier.

Problème 4:

n enfants sont sur un terrain de jeu. Chaque enfant porte un chapeau coloré et deux enfants quelconques sont reliés par un ruban de couleur donnée. Chaque enfant est relié par des rubans de couleurs différentes et différentes également de celle de son chapeau. Quel est le nombre minimum de couleurs nécessaires pour la réalisation du jeu?

Problème 5:

Trouver toutes les fonctions $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ telles que $f(0) = 0$ et

$$f(x^2 - y^2) = f(x)f(y) \qquad \text{pour tous } x, y \text{ avec } x > y.$$

Problème 6:

C, E, D et F sont quatre points sur un cercle de centre O. Les cordes $[CD]$ et $[EF]$ sont sécantes en N. Les tangentes au cercle en C et D se coupent en A; les tangentes en E et F se coupent en B. Montrer que la droite (ON) est perpendiculaire à la droite (AB).