OUVRAGE COLLABORATIF

100% GRATUIT

MATHEMATIQUES

2ème ANNEE INDUSTRIELLE

Cours • Exercices

Conformes au nouveau programme en vigueur au Cameroun

LES GRANDS PROFS DE MATHS

AVANT-PROPOS

La collection "Les grandprofs de maths", après trois éditions de supports pédagogiques pour l'enseignement secondaire général, a choisi cette année de produire des documents pour l'enseignement secondaire technique au Cameroun.

Lancés officiellement le 02/07/2021 pour s'arrêter en septembre 2021, cet ouvrage et toute la collection dans les sections industrielles et sciences de technologie et de tertiaire sont le fruit du travail d'un groupe d'enseignants dévoués qui ont décidé de mettre leur professionnalisme au service du publique; ils sont réunis autour de deux forums à savoir : "Les grandprofs de maths" et "Profmaths Lytech & CETIC".

Dans la mesure où il se pose avec acuité un réel problème de manuel de mathématiques dans l'enseignement technique, les documents de cette collection arrivent à point nommé pour donner un coup d'oxygène dont ce milieu en avait besoin. Sa conformité avec le programme en vigueur au Cameroun viendra remettre de l'ordre dans le processus enseignement/apprentissage dans cette section où les mathématiques sont un outil indispensable pour une installation optimale des ressources des matières professionnelles.

Cette édition 4 n'aurait jamais vu le jour sans la détermination d'un groupe d'enseignants. Une mention honorable est à décerner à l'un des administrateurs du forum "Les grandprofs de maths" *M. POUOKAM NGUEGUIM Léopold Lucien*, qui n'a pas abandonné le projet des travaux dans l'enseignement technique après quelques tentatives infructueuses ; il a conduit à bon port les travaux de l'édition 4. Ce travail d'équipe doit son succès à tous les enseignants qui ont apporté leur contribution dans la réalisation des livres de cette édition. Ce serait ingrat de ne pas mentionner ces gladiateurs qui ont mis leur professionnalisme et précieux temps à contribution pour la fusion d'un livre de cette collection, dans ce volet, toutes nos félicitations à *Dr. KOUAKEP, M. TCHEUKO TCHOMI , M KPADJOUDA, M. MPENGSOUI AMARA HENRI, M. SIYAPDJE HENRI ,M. EWANE Fabrice et M. GUELA.* Nous remercions enfin *M. NGANDI Michel* pour la réalisation des jolies couvertures utilisées dans cette édition.

La perfection n'étant pas de ce monde, nous sollicitons l'indulgence des utilisateurs sur des éventuelles coquilles que pourraient contenir un livre de l'édition 4. Nous restons ouverts à toute critique constructive des utilisateurs à l'une des adresses mails suivantes : leopouokam@gmail.com ou gkppedro@yahoo.fr .

Tous les enseignants ou passionnés des mathématiques désirant faire partir de la famille "Les grandprofs de maths" /« GPM » et disponible à participer aux futurs projets du groupe sont priés de bien vouloir écrire à l'un des administrateurs ci-dessous : M. **Guela Kamdem Pierre** (697 473 953 / 678 009 612), M. **Pouokam Léopold Lucien** (696 090 236 / 651 993 749), M. **Tachago Wabo Wilfried Anderson** (699 494 671) et M. **NTAKENDO Emmanuel** (676 519 464).

NB : Toute utilisation d'un document de cette collection à but lucratif est formellement proscrite.

Les auteurs.

TABLE DES MATIERES

Sous la supervision de **M. Léo Lucien Pouokam**, ont bénévolement travaillé les auteurs suivants :

MODULE 5	RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES DECIMAUX ET DES FRACTIONS

CHAPITRE 1 : Nombres Rationnels

MOTIVATION : Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel aux nombres rationnels et communiquer des informations comportant des nombres.

LECON : Nombres Rationnels 100 min.

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

A la fin de cette leçon l'élève doit être capable de :

-Donner l'opposé ou l'inverse d'un nombre rationnel
-Additionner, soustraire, multiplier et diviser deux nombres rationnels.
-Comparer deux nombres rationnels.
-Donner l'écriture rationnelle d'un nombre décimal.
-Donner l'approximation décimale d'un nombre rationnel positif.
-Encadrer un nombre rationnel par deux entiers consécutifs.

PREREQUIS :

a) Qu'est-ce qu'un nombre décimal ?
b) Comment on note l'ensemble des nombres décimaux ?
c) Voici une liste de nombres décimaux mettez les sous forme de fraction :

$$2;\ -15;\ 7{,}35;\ 0\ \ et\ \ 1{,}2$$

d) Effectuer les opérations suivantes :

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{5};\ \frac{11}{6}-\frac{3}{6}\quad et\quad \frac{12}{7}\div\frac{4}{21}$$

SITUATION PROBLEME :

Ondoa élève en première année industrielle veut découper un tissu de 8m en 6 morceaux identiques. Trouver deux façons différentes d'exprimer ce découpage au moyen de l'écriture fractionnaire.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

a) A l'aide de votre calculatrice effectuer les divisions suivantes et compléter :

$$\frac{5}{4}=\cdots\ldots\ldots;\quad -\frac{15}{2}=\cdots\ldots\ldots;\quad \frac{3}{0}=\cdots\ldots\ldots\ et\ \ \frac{2}{3}\approx\cdots$$

b) Compléter les pointillés par des entiers :

$$1{,}2=\frac{12}{\ldots}=\frac{\ldots}{5}\quad et\quad -2{,}75=-\frac{275}{\ldots}=-\frac{\ldots}{4}$$

c) Comparer les fractions 8/6 et 4/3

Résolution :

a) . $\frac{5}{4} = 1{,}25$. On dit que L'écriture décimale de $\frac{5}{4}$ est de 1 ,25.

. $-\frac{15}{2} = -7{,}5$. On dit que l'écriture décimale de $-\frac{15}{2}$ est de -7,5.

. $\frac{3}{0}$ n'est pas de sens, par conséquent n'a pas d'écriture décimale. (De manière générale on dit qu'un nombre divisé par 0 n'existe pas).

. $\frac{2}{3} \approx 0{,}66$. *On dit que* $0{,}66$ *est l'écrituredécimale d'ordre* 2 *de* $\frac{2}{3}$ (on utilise le symbole $\approx$ au lieu $=$ puisque lorsqu'on tape $2 \div 3$ sur la calculatrice les chiffres après la virgule est infini, donc on ne peut pas tout copier les chiffres après la virgule on copie juste le nécessaire en précisant l'ordre).

b) **On a** $1{,}2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$ **et** $-2{,}75 = -\frac{275}{100} = -\frac{11}{4}$.

c) **On a** $\frac{4}{3} = \frac{4}{3} \times 2 = \frac{8}{6}$. **D'où** $\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.

<u>Solution situation problème</u> :

Chaque portion de tissu de ce découpage représente $\frac{8}{6}$ de la pièce de tissu et d'après le c) de l'exercice d'application chaque portion de découpage peut être aussi représentée par $\frac{4}{3}$

RESUME :

a) Définition

Un nombre rationnel est un nombre qui peut se mettre sous la forme $\frac{a}{b}$, ou a est un entier relatif b est un entier relatif non nul ($b \neq 0$).

<u>Exemple</u> : 4. 5,71 ; -2,33 ; $\frac{12}{5}$ *et* $-\frac{4}{3}$ sont des nombres rationnels.

L'ensemble des nombres rationnel est noté $\mathbb{Q}$ et on a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$.

L'opposé de $\frac{a}{b}$ est $\frac{-a}{b}$ ou $\frac{a}{-b}$ ou $-\frac{a}{b}$.

<u>Remarque :</u>

R1) Tout nombre décimal est un nombre rationnel, mais un nombre rationnel n'est pas toujours un nombre décimal.

R2) Un nombre rationnel est soit une fraction soit l'opposé d'une fraction.

b) Simplification d'un nombre rationnel

Pour simplifier un nombre rationnel $\frac{a}{b}$, on divise a et b par un diviseur commun de a et b autre que 1.

NB. -Si a et b ont pour seul diviseur commun 1, on dit que $\frac{a}{b}$ est irréductible**.**

-Pour rendre $\frac{a}{b}$ irréductible, on le simplifie par le **PGCD**$(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$.

c) Réduction de deux nombres rationnels au même dénominateur

Pour rendre deux nombres rationnels $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ au même dénominateur, on trouve d'abord leur dénominateur commun qui est le PPCM (b, d) puis on trouve les entiers $a' = PPCM(b, d) \div b$ et c'=$PPCM(b, d) \div d$.

Alors, on a : $\frac{a}{b} = \frac{a \times a'}{PPCM(b,d)}$ et $\frac{c}{d} = \frac{c \times c'}{PPCM(b,d)}$.

Exemple : Réduire on même dénominateur les nombres rationnels $\frac{3}{5}$ et $\frac{5}{7}$.

On a PPCM(5,7)=35 , 35$\div$ $5 = 7$ et $35 \div 7 = 5$. D'où $\frac{3}{5} = \frac{3\times7}{35}$ et $\frac{5}{7} = \frac{5\times5}{35}$. Ainsi, les nombres rationnels $\frac{3}{5}$ et $\frac{5}{7}$ réduit on même dénominateur sont $\frac{21}{35}$ et $\frac{25}{35}$.

d) Opérations sur les nombres rationnels

-Addition et soustraction

Soient a et b deux entiers relatifs et k un entier relatif non nul, alors

$$\frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k} \quad et \quad \frac{a}{k} - \frac{b}{k} = \frac{a-b}{k}.$$

Remarque :

R1) Pour additionner deux fractions qui ont le même dénominateur, on additionne les numérateurs et on conserve le dénominateur.

R2) Pour soustraire deux fractions qui ont le même dénominateur on soustrait les numérateurs et on conserve le dénominateur.

Exemple :

$$\frac{6}{7} + \frac{3}{7} = \frac{6+3}{7} = \frac{9}{7} \quad et \quad \frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$$

Remarque :

R1) Si les deux nombres rationnels n'ont pas le même dénominateur, on peut utiliser la règle suivante : Soient $a,\ b,\ c\ et\ d$ des nombres relatifs, avec

$b \neq 0\ et\ d \neq 0$, alors

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{b \times d} \quad et \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d - b \times c}{b \times d}$$

Exemple :

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{5} = \frac{2 \times 5 + 7 \times 3}{7 \times 5} = \frac{10 + 21}{35} = \frac{31}{35} \qquad et$$

$$\frac{9}{4} - \frac{5}{2} = \frac{9 \times 2 - 4 \times 5}{4 \times 2} = \frac{18 - 20}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$$

-Multiplication et division

Pour multiplier deux nombres rationnels, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exemple :

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{15} = \frac{6 \div 3}{15 \div 3} = \frac{2}{5}$$

Diviser deux nombres rationnels c'est multiplier la fraction qui est au numérateur par l'inverse de la fraction qui est au dénominateur.

Exemple :

$$\frac{3}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{3 \times 3}{7 \times 2} = \frac{9}{14}$$

-L'inverse d'un nombre rationnel $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

e) Comparaison des nombres rationnels

Règle 1 : Si deux nombres rationnels positifs ont **le même dénominateur**, alors le plus petit est celui qui a **le plus petit numérateur**.
Règle 2 : Si deux nombres rationnels positifs ont **le même numérateur**, alors le plus petit est celui qui a **le plus grand dénominateur**.
Règle 3 : Si deux nombres rationnels négatifs ont le **même dénominateur**, alors le plus petit on celui qui a le **plus petit numérateur**.
Règle 4 : Si deux nombres rationnels négatifs ont **le même numérateur,** le plus petit est celui qui a **le plus grand dénominateur**.
Règle5 : Si deux nombres rationnels sont **de signes contraires**, alors le plus petit est celui qui est **négatif**.
Règle 3 : Un nombre rationnel positif **est inférieur à 1**, si le numérateur est **plus petit** que le dénominateur.
Règle 4 : Un nombre rationnel positif est supérieur à 1, si le numérateur est plus grand que le dénominateur.

Exemple :

$$\frac{23}{11} < \frac{33}{11};\ \frac{20}{3} > \frac{20}{11}\quad ;\ \frac{47}{42} > 1\,;\, -\frac{12}{7} < -\frac{12}{13}\ \ et\ \frac{5}{7} > -\frac{111}{2}$$

f) Approximation décimale d'un nombre rationnel

Deux cas se présentent :

-Troncature

Tronquer un nombre rationnel, revient à retenir qu'un nombre de décimales (chiffres après la virgule).
Si ce nombre rationnel est sous forme de fraction on effectue la division à l'aide de la calculatrice.

Exemple :

On a le nombre rationnel A= $\frac{22}{7} \approx 3{,}142857142857 \ldots \ldots$

Une troncature au dixième (à un chiffre) du nombre A est de : 3,1.
Une troncature au millième (à un trois chiffres) du nombre A est de : 3,142.

-Approximation décimale par défaut ou par excès

Pour donner l'approximation décimale par défaut ou par excès d'un nombre rationnel, on effectue d'abord la division à l'aide de la calculatrice si ce nombre est sous forme de fraction puis on écrit ce nombre avec 0 décimale (à l'unité) ou 1 décimale (au dixième) ou 2 décimales (au centième) ou …… et la dernière décimale dépend de l'exigence.

Remarque : Pour l'approximation par défaut on effectue juste une troncature et pour l'approximation par excès on effectue une troncature en augmentant de 1 la dernière décimale.

Exemple : L'approximation décimale de $\frac{1}{3}$ au centième près par défaut est 0,33 et par excès est 0,34.

g) Encadrer un nombre rationnel par deux entiers consécutifs

Pour encadrer un nombre rationnel par deux entiers consécutifs, on donne d'abord une approximation décimale du nombre puis on déduit l'encadrement.

Exemple : donner un encadrement de $\frac{11}{3}$ par deux entiers consécutifs.

Solution :

On a $\frac{11}{3} \approx 3{,}666$. D'où $3 < \frac{11}{3} < 4$

EXERCICES D’APPLICATIONS :

Soit les nombres rationnels suivants :

$$-\frac{5}{3};\qquad \frac{22}{7}\quad et\quad -\frac{110}{33}$$

a) Donner l’approximation décimale des nombres rationnels ci-dessus.
b) En déduire les encadrements par deux entiers consécutifs de chacun des nombres rationnels ci-dessus.
c) Ranger dans l’ordre décroissant les nombres rationnels ci-dessus.

Solution :

a) On a $\frac{5}{3} \approx -1{,}66$; $\frac{22}{7} \approx 3{,}14$ et $\frac{110}{33} \approx -3{,}33$.

b) On a $-2 < \frac{5}{3} < -1$; $3 < \frac{22}{7} < 4$ et $-4 < \frac{110}{33} < -3$.

c) On a $-\frac{5}{3} = -\frac{55}{33}$ d’où $-\frac{5}{3} > -\frac{110}{33}$. Ainsi, $\frac{22}{7} > -\frac{5}{3} > -\frac{110}{33}$.

MODULE 5	RELATIONS ET OPERATIONS FONDENMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES DECIMAUX ET DES FRACTIONS

CHAPITRE 2 : Nombres Décimaux Relatifs

MOTIVATION : représenter les situations de vies par les quantités et identifier les objets par les nombres.

LECON 1 : Opérations Avec Les Nombres Décimaux Relatifs 100 min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

- Additionner deux nombres décimaux ;
- Utiliser l'opposé d'un nombre décimal ;
- Retrancher un nombre décimal d'un autre ;
- Multiplier des nombres décimaux ;

PREREQUIS :

- Quels sont les nombres positifs et les nombres négatifs de la liste suivante ? +6,7 ; -8 ; 191, -0.75, 0, +9, -62.01
- Range dans l'ordre croissant les nombres suivants : 7,1 ; -5 ; -4.9 ; -104 ; +99,9 ; -1 ; 13 ; +78,1

SITUATION PROBLEME :

Joël a une voiturette qui part d'une station indiquée sur des rails droits et peut faire des mouvements avant ou arrière. Lorsque la voiturette se déplace par l'avant de 5cm par exemple, tu peux noter ce déplacement par (+5cm) et si elle se déplace de 3cm par exemple en arrière, tu peux noter ce déplacement par (-3cm).

Traduire les mouvements de la voiturette par une opération dans chacun des cas suivants :

a) La voiturette se déplace vers l'avant de 4,5cm, puis de 16,9cm ;

b) La voiturette se déplace vers l'avant de 4,5 cm, puis de 16,9 cm en arrière ;

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1) Sophie est à l'étage 3 et monte de 8 étages. A quel étage se retrouve-t-elle ?
Écris l'opération qui permet de répondre à cette question.

2) Marie est à l'étage 6 et descends de 8 étages. A quel étage se retrouve-t-elle ?

Résolution :

1) Sophie se retrouve à l'étage
(+3) + (+8) = +11

2) Marie se retrouve à l'étage
(+6) + (-8) = (-2)

Résolution de la situation problème

Traduisons les mouvements de la voiturette par une opération :

a) 4,5 cm + 16,9 cm= 21,4cm

b) 4,5cm – 16,9cm= -12,4cm

RESUME :

* Addition de deux nombres décimaux relatifs

a et b sont deux nombres décimaux positifs.

➢ La somme de deux nombres décimaux relatifs de même signe est :

(+a) + (+b) = + (a+b); (-a) + (-b) = - (a+b)

Exemple: (+2,5) + (+3,2) = +(2,5+3,2) = (+5,7)

(-2, 5) + (-3, 2) = - (2,5+3,2) = (-5,7)

➢ La somme de deux nombres décimaux relatifs de signes contraire est :

▯ Si a est plus grand que b, alors (-a) + (+b) = -(a-b)

▯ Si b est plus grand qu'a, alors (-a) + (-b) = + (b-a)

➢ (-a) + (+a) = 0, (-b) + (+b) = 0

Exemple: (-16,9) + (+4,5) = -(16,9- 4,5) = (-12,4)

(-4,5) + (+16,9) = +(16,9- 4,5) = (+12,4)

(-4,5) + (+4,5) = 0, (-16,9) + (+16,9) = 0

Pour effectuer de manière efficace une somme de plus de deux nombres décimaux relatifs, n regroupe les termes de la somme deux à eux sans les déplacer, puis on les additionne progressivement ou encore, on regroupe les termes de mêmes signes, puis on fait les calculs.

Exemple : calculons de deux façons différentes la somme suivante :

A= (-3,9) + (5,8) + (-4,1) + (+2,2)

1ere façon : A= (-3,9) + (5,8) + (-4,1) + (+2,2)
= (5,8 -3,9) + [-(4,1-2,2)]
= (+1,9) + (-1,9)
A=0

2e façon : A= (-3,9) + (5,8) + (-4,1) + (+2,2)
= (-3,9) + (-4 ,1) + (+5,8) + (+ 2,2)
= -(3,9+4,1) + (5,8 + 2,2)
= -(8) + (+8)
A=0

* Oppose d'un nombre décimal relatif

a est un nombre décimal relatif l'opposé de a, noté opp(a) est (-a) et (+a) ; a+opp(a)=0

Exemple : opp(-4,3)=+4,3 ; opp(5,2) = -5,2

* Soustraction de deux nombres decimaux relatifs

Si a et b sont deux nombres décimaux relatifs, alors on a : a-b=a+ opp(b)

Exemple

1) (-8) - (-12) = -8+ opp (-12) = -8+12 =+4
2) (-5,7) - (+0,5) = -5,7 + opp (+0,5) = (-5,7) +(-0,5) = -6,2

Lorsqu'une opération sur les nombres décimaux relatifs comporte uniquement des additions et des soustractions, cette opération est appelée une somme algébrique. Pour l'effectuer, on peut la transformer en une somme simple.

Exemple

A= (+1,6) + (-5) - (+5,4) + (+2,8) - (-7)
= (+1,6) + (-5) + (-5,4) + (+2,8) + (+7)
= (+1,6) + (+2,8) + (+7) + (-5) + (-5,4)
= (+11,4) + (-10,4)
A= +1

***Le produit de deux nombres décimaux**

Le produit de deux nombres décimaux relatifs de même signe est un nombre décimal positif :

(+a) x (+b) = + (axb); (-a) x (-b) = + (axb)

Le produit de deux nombres décimaux relatifs de signe contraires est un nombre décimal négatif :

(-a) x (+b) = - (axb); (+a) x (-b) = - (axb)

Exemple : (-3,5) x (-3) = (+10,5) ; (+3) x (+7) = +21

(+8) x (+1,2) = (-9,6)

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1) Effectue les sommes suivantes

$A = (-26) + (+30{,}25)$; $B = (-64{,}5) + (-35{,}5)$

$C = (-47{,}67) - (-7{,}45)$; $D = (-2{,}5) + (+3{,}7) + (-7) + (1{,}2)$

2) *Calculer* :

$E = (-0{,}36)\ x\ (-9)$; $F = (-11{,}5)\ x\ (+3{,}5)$

$H = (-31{,}75)\ x\ (8{,}5) + (-31{,}75)\ x\ (1{,}5)$

3) Recopie et complète : $opp\ (+3{,}5) = \ldots\ldots\ldots.$; $opp(-87{,}47) = \cdots\ldots\ldots$

$-opp(-2{,}2) = \cdots\ldots\ldots\ldots$

Solutions

1) Effectuons les sommes suivantes :

A = (-26) + (+30,25)
= + (30,25-26)
= +4,25

B = (-64,5) + (-35,5)
= - (64,5+35,5)
= -100

C = (-47,67) – (- 7,45)
= (-47,67) + opp (- 7,45)
= (-47,67) + (+7,45)
= - (47,67 – 7,45)
= - 40,22

D = (-2,5) + (+3,7) + (-7) + (1 ,2)
= (-2,5) + (-7) + (+3,7) + (1 ,2)
= -(2,5+ 7) + (+3,7 + 1 ,2
= (-9,5) + (+ 4,9)
= -(9,5 - 4,9)
= - 4,6

2) Calculons

E = (-0,36) x (-9)
= + (0,36 x 9)
= +3,24

F
$= (-11{,}5)\ x\ (+3{,}5)$
$= -(11{,}5\ x\ 3{,}5)$
$= \mathbf{-40,25}$

H = (-31,75) x (8,5) + (-31,75) x (1,5)
= -(31,75 x 8,5) + [-(31,75 x 1,5)]
= **(**- 269,875) + (-47,625)
= (-317,5)

3) $Opp\ (+3{,}5) = -3{,}5$; $opp\ (-87{,}47) = 87{,}47$; $-opp(-2{,}2) = -2{,}2$

LECON 2 : Puissance D'un Nombre Relatif A Exposant Entier Naturel : 100min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

- Calculer les puissances d'un nombre décimal relatif
- Connaitre et utiliser les règles de calculs avec les nombres décimaux relatifs

PREREQUIS :

1) Calculer

- (-7,52) x (-7,52) =
- (2,1) x (2,1) x (2,1) =

2) Quelle est l'aire d'un disque de rayon R

SITUATION PROBLEME :

Youssouf livre dans un chantier 12 cartons de carreaux. Chaque carton contient 12 paquets et chaque paquet contient 12 carreaux. Pose l'opération qui donne le nombre de carreaux livrés par Youssouf.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1) Complete les cases vides par les nombres entiers :
   - 3,2 x 3,2 x 3,2 x 3,2= $3{,}2^{\boxed{}}$
   - (-2,7) x (-2,7) = $(-2{,}7)^{\boxed{}}$
2) Calculer :
   - (+2,5) au carré
   - (-30) au cube

Résolution :

1) Complétons :
   - 3,2 x 3,2 x 3,2 x 3,2= $3{,}2^{\boxed{4}}$
   - (-2,7) x (-2,7) = $(-2{,}7)^{\boxed{2}}$
2) Calculons :
   - (+2,5) au carré= (+2,5) x (+2,5) = (+6,25)
   - (-30) au cube= (-30) x (-30) x (-30) = (-27000)

Solution de la situation problème

L'opération qui donne le nombre de carreaux livrés par Youssouf est : 12x12x12

RESUME :

a est un nombre décimal relatif et n est un nombre entier naturel non nul. Le produit de n facteurs tous égaux au nombre a est noté a^n : $a^n = \underbrace{axaxax\ldots\ldots xa}_{n\ facteurs\ egaux\ à\ a}$

- a^n est la puissance d'exposant n du nombre décimal a
- a^n est un nombre décimal relatif qui se lit << a exposant n>>

Exemple :

- $(-0.6)^2$= (-0,6) x (-0,6) = (+0,36)
- $(+2,1)^3$= (+2,1) x (+2,1) x (+2,1) = (+9,261)

* **Remarque**

- ✓ Pour tout nombre décimal a, $a^1 = a$ et $a^0 = 1$(si a est non nul)

Exemple : $(6,5)^1$= -6,5 et $(-6,5)^0$=1

- ✓ Tout nombre décimal négatif a exposant **pair** est un nombre décimal positif

Exemple : $(-2,3)^2$

- ✓ Tout nombre décimal négatif a exposant impair est n nombre décimal négatif

Exemple : $(-2,3)^5$

* Calcul avec les puissances

a et b sont deux nombres décimaux relatifs, n et m sont deux entiers naturels non nuls : on a :

$$a^n x a^m = a^{n+m} \; ; \; a^n x b^n = (axb)^n$$

Exemple

$(-6)^3$x $(-6)^2$ = $(-6)^{3+2}$= $(-6)^5$

$(-0.4)^4$x $(+5)^4$ = $((-0,4) \text{ x } (+5))^4$= $(-2)^4$

* Règles de calcul avec les nombres décimaux relatifs

Dans une opération entre les nombres décimaux relatifs comportant des sommes, des différences, des produits et des puissances, on effectue dans l'ordre :

- Toutes les puissances ;
- Toutes les opérations regroupées entre crochets ou entre parenthèses,
- Les produits :
- Les sommes et différences ;

Exemple :

A= (-1,2) x [$(+2,5)^2$ + (-4)]
= (-1,2) x [(+2,5) x (+2,5) + (-4)]
= (-1,2) x [(+6,25) + (-4)]
= (-1,2) x [+ (6,25-4)]
= (-1,2) x (2,25)
A= (-2,7)

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1) Calculer :

- $(+0,3)^2$; (+2,5) au carré ; $(-1,5)^1$: $(-5,2)^2$ x $(-5,2)^3$; (-3,4) x [$(-4)^3$+ (+65,6)]

2) Ecrire à l'aide d'une seule puissance :

- 4^2 x 6^2 : 10^3 x $(0,1)^3$; 2^3 x2^4

LECON 3 : Comparaison Des Nombres Décimaux Relatifs 50mn

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- Ranger les nombres décimaux relatifs
- Comparer et ranger dans l'ordre les nombres décimaux relatifs

PREREQUIS :

Trace une droite graduée en prenant 1cm pour unité de longueur. Ensuite, place sur cette droite les points A, B et C d'abscisses respectives 2,5 ; -4,5 ; 0,5 ; place aussi les points A', B', et C'dont les abscisses respectives sont les opposés de ces trois nombres. Enfin donne les distances à zéro des abscisses de tous les points placés sur ta droite

SITUATION PROBLEME :

Trois élèves, jean, Paul et Eric viennent de recevoir leurs copies de mathématique après une évaluation. Le professeur a porté sur les copies uniquement les points au-dessus ou en dessous de 10 sur 20.

Les notes portées sur les trois copies sont respectivement -1,25 ; 5 ; -5.

Classe ces trois élèves par ordre de mérite

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1) Ecris les nombres suivants dans l'ordre croissant : +8 ; -1,3 ; -6,5 ; +5,2
2) Compare : -14,75 et -14,70 ; + 3,5 et -1,5

   * Solution

Résolution :

1) Ecrivons les nombres suivants dans l'ordre croissant : -6,5 ; -1,3 ; +5,2 ; +8
2) Comparons : -14,75 < -14,70 ; +3,5 > -1,5

Solution de la situation problème

Classons ces trois élèves par ordre de mérite :

Notes de chaque élève ; jean 08,75/10 ; Paul 15/20 ; Eric 05/20

Soit Paul (1er) ; jean (2^{e}). Eric (3^{e})

RESUME :

- Un nombre décimal positif est d'autant plus grand qu'il est éloigné de zéro

Exemple (+12,5) > (5,2)

- Un nombre décimal négatif est d'autant plus grand qu'il est proche de zéro.

Exemple (-3,5) > (-13)

- Tout nombre décimal négatif est toujours plus petit que n'importe quel nombre décimal positif :

Exemple : (-215,7) < (+2,5)

EXERCICES D'APPLICATIONS :

Voici le relevé des températures en degré celcius que Marc fait

Jours	lundi	Mardi	mercredi	jeudi	Vendredi
Température en °c	31,5	20,75	-19,76	20	-16

1) Quel jour a-t-il fait plus froid ?
2) Quel jour a-t-il fait plus chaud ?
3) Classer les jours du plus froid au plus chaud

* Solution

1) Il a fait plus froid mercredi (-19,75°C)
2) Il a fait plus chaud lundi (31,5°C)
3) Classons les jours du plus froid au plus chaud

Mercredi – vendredi – jeudi- mardi –lundi

MODULE 5	***RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES DECIMAUX ET DES FRACTIONS.***

CHAPITRE 3 : Notion D'équations

MOTIVATION : Représentation, détermination et identifications des objets par des nombres.

LECON 1 : équations du type a + x = b dans $\mathbb{Q}$ 50 min.

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- Vérifier qu'un nombre rationnel est solution d'une équation du type $a + x = b$

- Résoudre les équations de la forme $a + x = b$

- Résoudre des problèmes se ramenant à la résolution des équations du type a + *x* = b

PREREQUIS :

- Que représente chacun des ensembles suivants : $\mathbb{Q}$; N; D ; Z
- Cite cinq éléments de l'ensemble $\mathbb{Q}$
-Dans la liste suivante identifie celles qui représentent une expression et celles qui représentent une égalité : $x + \frac{3}{4}$; $x - \frac{1}{2} = -2$; $s - \frac{7}{9}$; $t + 9 = 12$
- Complète les pointillés suivants ; $2 +$ ... $= 4$; $9 -$ ... $= 2$; $(\frac{-5}{4}) + (\frac{1}{2}) =$ .... ; $+0,7 - 1,5 =$ ....

SITUATION PROBLEME :

Ta grand mère a un jardin de forme rectangulaire dont elle connaît l'un de ses côtés qui est de 5m, et elle dit que la moitié du pourtour est 15m. Elle te demande de l'aider à trouver la mesure de l'autre côté de son jardin. Aide-la à trouver cette mesure.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

$ABCD$ est un rectangle tels que $AB = 5m$ et BC est inconnue on note $BC = x$ en mètre. On donne le demi-périmètre 15m.

-Ecris l'expression du demi-périmètre de ce rectangle en fonction de l'inconnue x , quel nom donne-t-on à cette expression ?

- Trouve la valeur de x et en déduit la mesure de l'autre côté du jardin de la grande mère.

Résolution :

Expression du demi-périmètre ; $15 = 5 + x$ cette expression est une équation

Trouvons la valeur de x : on a : $15 = 5 + x$ équivaut à $15 - 5 = 5 - 5 + x$ équivaut à $10 = x$, donc l'autre côté mesure 10m.

RESUME :

Définition :

L'ensemble $\mathbb{Q}$: C'est l'ensemble des nombres rationnels.

Un nombre rationnel est , un nombre qui peut s'exprimer avec le quotient de deux entiers relatifs le dénominateur étant non nul.

EX -4 , + 2,5 ; + $\frac{7}{2}$; $\frac{5}{4}$; -1,5

Définition : Une équation est une égalité dans laquelle intervient un nombre inconnu, désigné le plus souvent par une lettre minuscule : x , y, a, b, t………

Ex : $2 + x = 5, -1 + t = 4$

Résoudre une équation c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre inconnu telle que l'égalité soit vraie, chacune de ces valeurs est appelée une solution de l'équation

Ex x+5 admet une seule et unique solution évidente $x = -5$

Résolution des équations de la forme $x + a = b$

Règle : lorsque l'on ajoute ou que l'on soustrait un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité

Si $a = b$ alors $a + c = b + c$

Si $a = b$ alors $a - c = b - c$

EX Résous les équations suivantes : $x + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$; $t - 3 = 6$; $s + \frac{8}{7} = 2$

On a $x + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ équivaut à $x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}$ équivaut à $x = 2$ donc 2 est la solution de l'équation $x + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

On a $s + \frac{8}{7} = 2$ équivaut à $s + \frac{8}{7} - \frac{8}{7} = 2 - \frac{8}{7}$ équivaut à $s = \frac{6}{7}$ donc $\frac{6}{7}$ est la solution de l'équation $s + \frac{8}{7} = 2$

Résolution des problèmes se ramenant aux équations de la forme x+a=b

Méthode de résolution

- **Choix de l'inconnue**
- **Mise en équation**
- **Résolution de l'équation**
- **Vérification**
- **Réponse à la question posée**

EX

1- Combien de kg de riz doit-on augmenter à $\frac{4}{5}$ kg pour avoir 2 kg de riz ?

2- Tato et son frère doivent se partager un gâteau, Tato prend les $\frac{4}{7}$ du gâteau quelle est la part de son frère ?

SOLUTION

1- On commence par le choix de l'inconnue : soit x la quantité de kg à augmenter. Ensuite passons à la mise en équation on a x + $\frac{4}{5}$ = 2, la résolution nous donne x = $\frac{6}{5}$ kg et en suite on a $\frac{4}{5}$kg + $\frac{6}{5}$kg = 2kg

2- **Soit x la part du frère de tato on a alors** $x + \frac{4}{7} = 1$ soit $x = 1 - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$ donc la part de son frère est de $\frac{3}{7}$ ainsi on a bien $\frac{3}{7} + \frac{4}{7}$=1

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1- Dans chacun des cas suivants, dis si x vérifie l'équation ou pas

a- $x + 5 = 4$ avec $x = 2$

b- $x - \frac{4}{9} = 4$ avec $x = \frac{8}{9}$

2- Résous les équations suivantes :

c- $y - 2 = 9$

d- $y + 3 = 4$

Correction EXERCICES D'APPLICATIONS :

1- Dans chacun des cas suivants, dis si x vérifie l'équation ou pas

a- On a $2 + 5 = 7$ donc $x = 2$ ne vérifies pas l'équation

b- On a $\frac{8}{9}$ - $\frac{4}{9}$= $\frac{4}{9}$ donc x = $\frac{8}{9}$ ne vérifies pas l'équation

2- Résous les équations suivantes :

c- y-2=9 équivaut à y-2+2=9+2 soit y=11

d- y+3=4 équivaut à y+3-3=4-3 soit y=1

DEVOIR :

EXERCICE 1

De quelle(s) équation(s) -23 est-il la solution ?

a. 41 + x= 18 ; b. $\frac{2}{7}$ - x= $\frac{6}{7}$

b. -16 + x= -44 ; d . 20 + y= 64 ;

e . $\frac{8}{9}$ – x = 2 ; f. $\frac{3}{10}$ =15- y

EXERCICE 2

Résous chacune des équations suivantes :

a. 14 + x= -26 ; b. $\frac{2}{5}$ + x= $\frac{6}{7}$

b. 6 + x= 4 ; d . 3.23 + y= 4 ;

e . $\frac{8}{9}$ – x = 2 ; f. $\frac{3}{10}$ =1- y

EXERCICE 3

Jean-Jacques a 120 000FCFA sur son compte en banque. Aujourd'hui, il y dépose 350 000FCFA et un organisme financier effectue un prélèvement de 180 000fcfa. À la fin de la journée, Jean-Jacques se connecte sur internet et interroge sa banque pour connaitre l'état de son compte. Quel nombre s'affichera sur l'écran de jean – jacques ?

LECON 2 : Equations du type $ax = b$ dans $\mathbb{Q}$ — *50 min.*

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- Vérifier qu'un nombre rationnel est solution d'une équation du type $ax = b$
- Résoudre les équations de la forme $ax = b$
- Résoudre des problèmes se ramenant à la résolution des équations du type $ax = b$

PREREQUIS :

- Complète les pointillés suivants ; $16 \times ... = 8$; $7 \times ..... = 14$
- Calcule $G = 4x$ pour $x = -5$ et $H = 7y$ pour $y = 2$.

SITUATION PROBLEME :

Talla a un champ de forme rectangulaire dont le périmètre mesure 80m malheureusement il a oublié les dimensions de la largeur et la longueur mais il se rappelle que la longueur est le triple de la largeur. Aides Talla à déterminer les dimensions de son champ.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

ABCD est un rectangle dont le périmètre mesure 80m et la longueur est le triple de la largeur.

1- En notant x la largeur du rectangle, donne en fonction de x la longueur du rectangle.
2- Donnes en fonction de x le périmètre du rectangle et déduis la valeur de x
3- Détermine alors la longueur et la largeur du rectangle.

Résolution :

1- La largeur est x m et la longueur est 3x m.
2- Le périmètre est $P = 2(x + 3x) = 8x$, on a $P = 80m$ donc $80 = 8x$ soit $x = 10$m
3- Puisque $x = 10m$ alors la largeur est de $10m$ et la longueur $30m$

RESUME :

Résolution des équations de la forme $xa = b$ dans $\mathbb{Q}$

*R*ègle

Lorsque l'on multiplie ou que l'on divise par un même nombre différent de zéro les deux membres d'une égalité on obtient une nouvelle égalité

Si a=b alors $a \times c = b \times c$

Si a=b alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

Exemple :

Résolvons l''équation $5x = 125$

On a : $\frac{5x}{5} = \frac{125}{5}$ équivaut à $x = 25$

Résolution des problèmes se ramenant aux équations de la forme $ax = b$

Méthode de résolution

- **Choix de l'inconnue**
- **Mise en équation**
- **Résolution de l'équation**
- **Vérification**
- **Réponse à la question posée**

EXEMPLES Dans chacun des cas, désigne par une lettre le nombre inconnu, écris

Une équation et la résoudre.

1- Le double d'un nombre inconnu $vaut$ $\frac{5}{2}$
2- Le quintuple d'un nombre inconnu est égal à la moitié de $\frac{24}{5}$

Solution

1- Soit x le nombre cherché, la mise en équation donne $2x = \frac{5}{2}$, la résolution de cette équation donne x=$\frac{5}{4}$ on a bien 2 $\times \frac{5}{4}$= $\frac{10}{4}$=$\frac{5}{2}$.
2- Soit x le nombre cherché, la mise en équation donne $5x = \frac{24}{5}$: 2 = $\frac{24}{10}$ =$\frac{12}{5}$ la résolution donne $x = \frac{12}{25}$

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1- Trouve 3 nombres entiers pairs consécutifs dont la somme est égale à 36. Donne la valeur du premier nombre
2- Quel nombre faut-il multiplier par 24 pour obtenir 72?
3- Résous les équations suivantes : $3x = 6$; $7s = 65$; $8z = 80$.
4- Ma mère à 42 ans. Elle est trois fois plus âgée que moi. Quel est mon âge? Désigne par x mon âge, puis, écris une équation et résous-la.

Correction EXERCICES D'APPLICATIONS

1- Cherchons ces trois nombres pairs consécutifs soit 2k + (2k+2)+(2k+4)=36 , on a 6k=30 C'est-à-dire k=5 donc ces nombres sont 10, 12 et 14
2- Soit k ce nombre on a 24 x k=72 soit $\frac{72}{24}$=3 donc ce nombre est 3
3- 3x = 6 équivaut à $x = 2$; 7s= 65 équivaut à s= $\frac{65}{7}$; 8z= 80 équivaut à z= $\frac{80}{8}$ = 10
4- Soit x mon âge : on a 3x = 42 soit x= $\frac{42}{3}$ = 14 donc j'ai 14 ans

DEVOIR

Exercice 1

Résous les équations suivantes. Tu donneras une écriture décimale de la solution chaque fois que cela est possible, sinon tu donneras cette solution sous forme de fraction.

a. $4x = 20$; b. $6\,x = 33$
c. $9x = 26$; d. $25y = 18$;
d. $16 = 32y$; f. $29 = 6y$

EXERCICE 2

1- Retrouve les équations qui ont pour solution $\frac{7}{3}$ et celles dont la solution est 3 .2
c. $6 \times x = 14$; $b.$ $5 \times y = 16$
c. $14\,.4 = 4.5\,x$; $d.$ $20y = 64.2$;
e. $18\,x = 42$; f. $48.3 = 15\,y$
2- Résous les autres équations de cette liste.

EXERCICE 3

Dans chacun des cas, désignes par une lettre le nombre inconnu, écris une équation puis résous-la.

a. Le double d'un nombre inconnu vaut 48.

MODULE 6 — ORGANISATION ET GESTION DES DONNEES

CHAPITRE 4 : Proportionnalités

MOTIVATION : Intervention sans heurt dans les situations de vie faisant intervenir le partage et surtout le partage proportionnel.

LECON 1 : Coefficients des proportionnalités particulières
Durée 100 min.

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

- Calculer les coefficients de proportionnalités en rapport avec le volume, la masse volumique, l'échelle, …
- Calculer un pourcentage
- Exploiter un graphique et représenter graphiquement une situation de proportionnalité.

PREREQUIS :

1- Calculer (2x5)/4 ;
2- Quelles sont les 2/7 de 28 ?
3- Réponds par <<vrai>> ou <<faux>>.

- Dans un tableau de proportionnalité, le coefficient qui permet de passer de la première ligne à la deuxième ligne est le même qui permet de passer de la deuxième ligne à la première ligne.
- Un coefficient de proportionnalité est toujours supérieur à 1.
- La « règle de trois » est une situation de proportionnalité.

SITUATION PROBLEME :

Mr SIGNE est confronté à de sérieux problèmes en ce qui concerne le traçage de son terrain et le plan de construction de celui-ci. En effet, son père leur a laissé à son frère et lui un terrain de 2100m² avec des recommandations tels qu'il devrait hériter des 3/5 de la superficie totale. Le géomètre lui fait comprendre qu'il possède en réalité les 60% de la superficie totale.

Son terrain ayant une forme rectangulaire, son architecte lui fait un plan et indique que les dimensions de 35m sur 60m sont représentées à l'échelle 1/10 sur un format A4. Mr SIGNE veut comprendre toutes ces informations.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

ABCD est un rectangle tels que AB=3,5cm et BC= 6cm.

a- Calculer l'aire de ce terrain.
b- Quelle opération représente les 3/5 de 21 ? calculer la.
c- Calculer les 1/10 de chaque côté du rectangle ABCD puis l'aire correspondante à cette fraction du rectangle.
d- Compare cette aire au centième de la réponse trouvée en b.
e- Calcule-les 60/100 de 21, puis compare cette réponse aux réponses b.
f- Peux-tu expliquer à monsieur signé ce qu'il veut savoir ?

Résolution :

a- L'aire de ce terrain est de : A=3,5x6=21m²
b- L'opération qui représente les 3/5 de 21 est $\frac{3x21}{5}=\frac{63}{5}=12{,}6.$
c- Calcul des uns dixièmes des côtés.

Les 1/10 de AB égales $AB \times \frac{1}{10} = 3{,}5 \times \frac{1}{10} = 0{,}35$

Les 1/10 de BC égales $BC \times \frac{1}{10} = 6 \times \frac{1}{10} = 0{,}6$

L'aire correspondante est de $0{,}35x0{,}6 = 0{,}21cm^2$.

d- Cette réponse est égale au centième de la réponse trouvée en b.

e- Les 60/100 de 21 sont $21 \times \frac{60}{100} = \frac{21\times60}{100} = 12{,}6$

f- On constate que 60pour cent de 21 égales $\frac{3}{5}$ de 21.

RESUME :

Situation de proportionnalité : • Soit un tableau à deux lignes. Pour savoir s'il est un tableau de proportionnalité, on divise les nombres d'une ligne par leurs correspondants respectifs de l'autre ligne. Si on obtient le même quotient dans toutes les divisions, alors c'est un tableau de proportionnalité dont les coefficients de proportionnalité sont le quotient et son inverse.

- Un tableau de proportionnalité est un tableau dans lequel les nombres d'une ligne s'obtiennent en multipliant ou en divisant ceux de l'autre ligne par un même nombre non nul appelé coefficient de proportionnalité.
- Si a est un coefficient de proportionnalité, son inverse $\frac{1}{a}$ est aussi un coefficient de proportionnalité.
- En situation de proportionnalité, on peut appliquer «la règle de trois ».

Exemple.

Le tableau ci-après est de proportionnalité car $\frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{6}{30}$

2	3	6
10	15	30

Coefficients de proportionnalités particulières.

a- Le pourcentage.

$$Pourcentage = \frac{Quantité\ considérée}{Quantité\ totale} \times 100$$.

- Pour calculer un pourcentage, il faut se rassurer que les quantités sont exprimées dans la même unité.
- $t\% = \frac{t}{100}$
- Pour calculer $t\%$ d'une quantité Q, on effectue l'opération : $\frac{t}{100} \times Q$. On écrit $t\%$ de Q.

Exemples :

a) $26\% = \frac{t}{100} = 0{,}26$.

b) Un éleveur de porcs a commandé 500 porcelets parmi lesquels 30 sont décédés.

Le pourcentage de décès est : $\frac{30}{500} \times 100 = 6\%$.

b- L'échelle.

$$Echelle = \frac{dimension\ sur\ la\ carte\ (ou\ sur\ le\ dessin)}{dimension\ réelle}$$

Dimension sur la carte = Echelle×dimension réelle.

Dimension réelle= $\frac{dimension\ sur\ la\ carte\ (ou\ sur\ le\ dessin)}{échelle}$.

Pour calculer l'échelle, on doit se rassurer que les dimensions sont exprimées dans la même unité.
On parle d'agrandissement lorsque l'échelle est supérieure à 1 et dans le cas contraire, on parle de réduction.

Exemple :

Sur une carte, la distance des deux localités séparées de 5 km est représentée par une distance de 8 cm. Cette carte est à l'échelle $\frac{8}{500000} = 0{,}000016 = \frac{1}{62500}$.

c- *La masse volumique*

La masse volumique d'un corps est le quotient de la masse de ce corps par son volume. Elle est couramment notée par : $\rho = \frac{M}{V}$, où M est la masse et V le volume de ce corps.

L'unité de la masse volumique dépend des unités de masse et de volume.

Exemples : g/cm^3, g/dm^3, g/m^3, kg/dm^3,…

Exemple : La masse volumique de l'eau est de 1000 g/L, celle de l'huile de palme est de 920 g/L. C'est pourquoi, lorsqu'on mélange l'eau et l'huile, cette dernière reste au-dessus de l'eau.

d- *Le débit moyen.*

- Le débit moyen est le quotient du volume de liquide écoulé en un point par la durée de l'écoulement. Débit moyen= $\frac{volume\ écoulé}{durée\ d\text{'}écoulement}$.
- Si le volume est en litres et la durée en heures ou en minutes, le débit s'exprime en litres par heure (L / h) ou en litre par minute (L / min).

Exemple :

- On ouvre à fond un robinet d'eau et il faut 30 minutes pour remplir un fût de 360 litres ; le débit moyen de ce robinet est : $\frac{360}{30} = 12$, soit 12 litres en une minute, soit 12 L/min.
- Le débit de quelques fleuves d'Afrique : Sanaga (2072 m^3/s), Niger (6000 m^3/s), Nil (2830 m^3/s).

e- *La vitesse moyenne.*

Vitesse moyenne (v) = $\frac{distance\ parcourue\ (d)}{temps\ mis\ (t)}$

La vitesse moyenne peut s'exprimer en km/h, en m/s, en km/min, …. L'unité de la vitesse moyenne dépend de celle de la distance et celle du temps.

Exemple :

Si un élève met 10 minutes pour effectuer 100 m à une épreuve sportive, on dira que sa vitesse moyenne est de 100/10, soit 10 m/min.

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1) Sur 65 élèves d'une classe, trois sont absents. Quel est le pourcentage d'élèves présents ?
2) Reproduis et complète le tableau suivant :

Distance réelle (cm)	**1200**	**1000**
Echelle		**1/125**
Distance sur la carte (cm)	**6**	

3) Un cycliste roulant à une vitesse constante parcourt 90 km en 2h, puis 25 km en 30 min.
   a) Quelle est sa vitesse moyenne sur chaque trajet ?
   b) Quelle est sa vitesse moyenne sur tout le trajet ?

LECON 2 : Représentation graphique ; 100 min.

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

- Représenter graphiquement une situation de proportionnalité dans un quadrillage
- Identifier et exploiter le graphique d'une situation de proportionnalité dans un quadrillage.

PREREQUIS :

Trace deux droites graduées perpendiculaires et place le point M situé à 2cm de lune des droites et 3cm de l'autre.

SITUATION PROBLEME :

Mr SIGNE est un taximan de ville et a remarqué qu'il consomme en moyenne 2litres de carburant tous les 4km. Pour déterminer sa consommation globale d'une journée, il invite son fils à lui présenter un graphique puisqu'il n'a pas de temps pour vérifier chaque fois. Cette méthode vous semble-t-elle appropriée ? Représentez-la en choisissant une échelle appropriée.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

On considère le tableau suivant représentant la consommation journalière en carburant d'un taximan de la ville de Yaoundé au kilomètre.

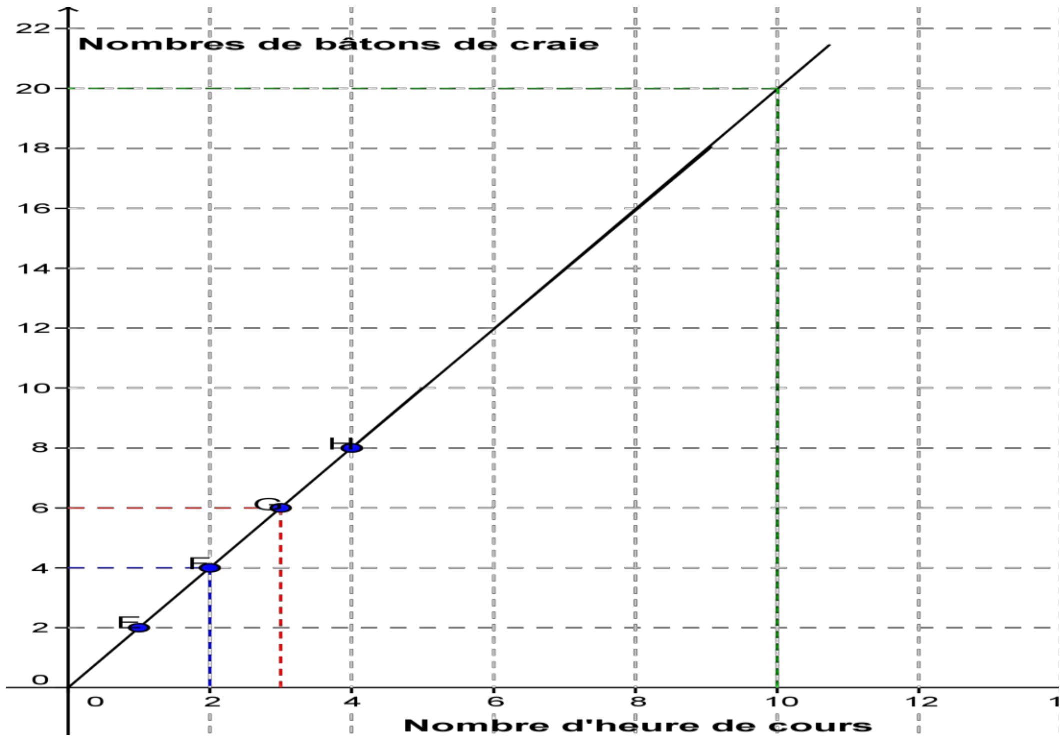
Volume en litre	1	2	3	4
Distance en km	2	4	6	8

1- Ce tableau représente-t-il une situation de proportionnalité ? justifier.
2- Représente dans un quadrillage les points de coordonnées respectives (1 ;2) (2 ;4), (3 ;6), (4 ;8).
3- A partir de ce graphique, retrouve le volume de carburant utilisé pour 5km, 7km et 10km.

Résolution :

1- On peut dire que ce tableau est de proportionnalité lorsqu'on remarque que 2/1=4/2=6/3=8/4.

2-

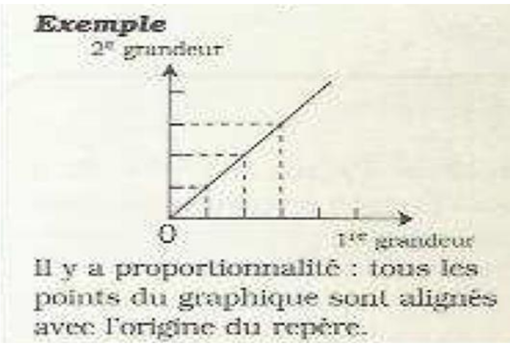


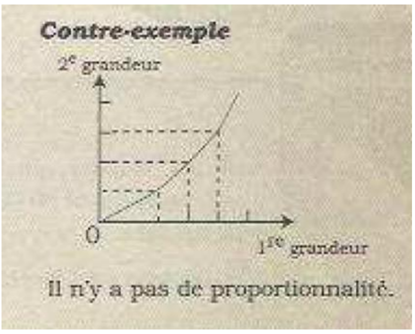
3-

RESUME :

- Pour représenter graphiquement un tableau de correspondance, on associe à chaque colonne un point du quadrillage : on prend le nombre de la première ligne comme abscisse du point et le nombre de la deuxième ligne comme ordonnée du point.
- La représentation graphique d'une situation proportionnalité est une droite qui passe par l'origine du repère.

Exemple.





- Si un tableau n'est pas un tableau de proportionnalité, alors les points associés à ce tableau ne sont pas alignés avec l'origine du repère.

Bon à savoir

- Une droite qui passe par l'origine d'un repère traduit une situation de proportionnalité. Une droite qui ne passe pas par l'origine d'un repère ne traduit pas une situation de proportionnalité.

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1) On a relevé les distances parcourues par un piéton en fonction du temps

Temps en min	1	2	3	4	5
Distances en dizaines de m	3	6	9	12	15

a) Vérifie que ce tableau est un tableau de proportionnalité.

b) Représente ce tableau dans un quadrillage.

2) Le tableau ci-dessous est un récapitulatif des distances parcourues par un cycliste en fonction du temps.

Temps en h	1	2	3	4	5
Distances en km	30	60	90	120	150

a) Vérifie que ce tableau est un tableau de proportionnalité.

b) Représente ce tableau dans un quadrillage (tu prendras 1 cm pour 1 heure en abscisse et 1 cm pour 30 km en ordonnée).

c) En utilisant le graphique, détermine le temps que mettra ce cycliste pour parcourir 165 km.

Module 6	Statistiques et Organisation des Données

CHAPITRE 5 : Statistiques

MOTIVATION : Familiariser l'apprenant au vocabulaire statistique

LECON 1 : Vocabulaire statistique — 100 min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES : Indiquer le vocabulaire statistique et élaborer un tableau des effectifs

SITUATION PROBLEME : Au début de son cours, un enseignant de mathématiques décide de mener une enquête auprès de ses élèves de 2ème Année à l'effet dit-il, de les familiariser aux vocabulaires statistiques : il demande alors tour à tour à chacun des élèves de donner le nombre de paires de chaussures dont il dispose. A la fin, il demande aux trois élèves Nkodo, Ngo Benda et Sharé de lui dire quelle est la population. Sharé et Nkodo répondent les paires de chaussures tandis que Ngo Benda parle de ses camarades et elle. Quelle est la bonne réponse selon vous ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Chacun des élèves d'une classe de 2ème Année d'un lycée de l'enseignement technique est interrogé par leur enseignant de mathématiques sur le nombre de garçons dans leur maison. Les résultats sont les suivants : 5 ; 6 ; 4 ; 5 ; 2 ; 5 ; 4 ; 3 ; 7 ; 1 ; 4 ; 3 ; 2 ; 5 ; 6 ; 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 4 ; 7 ; 4 ; 4 ;5 ;7 ;5 ;3 ;5 ;6 ; 2 ;6 ; 2 ; 4 ; 4 ; 3 ; 5 ; 6 ; 9 ; 4 ; 1 ; 3 ; 3 ; 4 ; 5 ; 2 ; 5 ; 1 ; 6 ; 4 ; 4 ; 3 ; 6 ; 6 ; 4 ; 3 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6.

1) Qui sont les personnes interrogées ?
2) Quel est le nombre de personnes interrogées ?
3) Quel est l'objet de cette interrogation ?
4) Donner la liste des valeurs différentes obtenues.
5) Donner le nombre d'élèves ayant 5 frères dans leur maison.
6) Quel est le nombre de garçons que l'on retrouve dans la plupart des maisons de ces élèves ?
7) Dresser un tableau à deux lignes, la première ligne comporte les valeurs de la liste précédente et la deuxième comportant le nombre d'élèves ayant donné cette valeur.

Résolution :

1) Les élèves d'une classe de 2ème Année d'un lycée de l'enseignement technique : c'est la population étudiée
2) Le nombre de personnes interrogées est 60 : c'est l'effectif total de la population
3) L'objet de l'étude de cette population est le nombre de garçon : c'est le caractère étudié
4) Liste des valeurs différentes obtenues : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 9. C'est la liste des modalités
5) 12 élèves ont chacun 5 garçons dans leur maison : c'est l'effectif de la modalité 5
6) Dans la plupart des maisons, on trouve 4 garçons : c'est le mode
7) Dressons le tableau : c'est le tableau des effectifs

Modalités	1	2	3	4	5	6	7	9	Total
Effectifs	3	7	10	14	12	9	4	1	60

RESUME :

Définition : on appelle statistique un ensemble de méthodes scientifiques visant à collecter, organiser et analyser des données en vue des conclusions permettant de prendre des décisions pour l'amélioration des conditions de vie des citoyens.

Vocabulaires

- On appelle **population**, l'ensemble sur lequel on effectue une étude statistique
- Un **individu** est un élément de la population.
- On appelle **Caractère**, l'objet de l'étude d'une population.
- On appelle **Modalité**, toute valeur que peut prendre un caractère.
- Un **caractère** sera dit **quantitatif** lorsque ses modalités sont des nombres ; dans le cas contraire, le **caractère** est dit **qualitatif.**
- **Donner la nature d'un caractère** revient à dire si le caractère est qualitatif ou quantitatif.
- **L'effectif d'une modalité** est le nombre de fois que cette modalité apparait dans la liste des données.
- **Le mode** est toute modalité ayant le plus grand effectif. (si une série statistique a plusieurs modes : on dit alors qu'elle est plurimodale)
- **L'effectif total** est le nombre total d'individus de la population étudiée : c'est la somme des effectifs de chaque modalité.
- **On appelle tableau des effectifs,** un tableau dans lequel à chaque modalité, on associe son effectif.

EXERCICES D'APPLICATIONS :

Exercice1

Dans le but de fournir sa boutique en vue de satisfaire sa clientèle, M. ADO a relevé dans un cahier le nombre de kilogramme de riz acheté par 30 familles tout au long du mois de janvier 2012, il a obtenu la liste suivante : 30 ; 45 ; 60 ; 50 ; 50 ; 45 ; 25 ; 15 ; 25 ; 30 ; 35 ; 35 ; 50 ; 50 ; 60 ; 65 ; 30 ; 35 ; 30 ; 40 ; 35 ; 40 ; 40 ; 65 ; 50 ; 50 ; 45 ; 45 ; 25 ; 40.

a) Quelle est la population étudiée ?
b) Donner le caractère étudié. Quelle est la nature de ce caractère ?
c) Donner la liste des modalités.
d) Quel est l'effectif total de cette population ?
e) Donner les modalités ayant pour effectif 4.
f) Donner le mode de cette série statistique.
g) Dresser le tableau des effectifs

Exercice2

Au lycée de Mbankomo, on a choisi au hasard 32 élèves des classes terminales. L'enquêteur leur a demandé de préciser la série dans laquelle ils vont présenter le baccalauréat. On désigne par : A (philosophie et lettres), B(économie et sciences sociales), C(mathématiques et sciences physiques), D(mathématiques et biologie).

Les réponses ont été les suivantes : A, D, D, A, A, D, D, A, D, D, A, A, D, D, D, C, D, D, A, A, A, A, B, A,A,D, D, D, C, C, C, B

1- Quelle est la population étudiée ?
2- Donner le caractère étudié. Quelle est la nature de ce caractère ?
3- Donner la liste des modalités.
4- Quel est l'effectif total de cette population ?
5- Donner les modalités ayant pour effectif 4.
6- Donner le mode de cette série statistique.
7- Dresser le tableau des effectifs

Résolution des exercices d'application

Solution Exercice1

a) Population étudiée : 30 familles de la clientèle de M. ADO
b) Caractère étudié : la quantité de riz consommé au cours du mois de janvier 2012. Nature : c'est un caractère quantitatif.
c) Liste des modalités : 15 ;25 ;30 ;35 ;40 ;45 ;50 ;60 ;65
d) L'effectif total de cette population est 30
e) Les modalités ayant pour effectif 4 sont : 30 ;35 ; 40 et 45
f) Le mode de cette série est 50.
g) Dressons le tableau des effectifs :

Modalité	15	25	30	35	40	45	50	60	65	Total
Effectif	1	3	4	4	4	4	6	2	2	30

Solution Exercice2

1) Population étudiée : 32 élèves des classes terminales
2) Caractère étudié : série dans laquelle ils présenteront le baccalauréat. Nature : c'est un caractère qualitatif.
3) Liste des modalités : A, B, C, D
4) L'effectif total de cette population est 32
5) La modalité ayant pour effectif 4 est C.
6) Le mode de cette série est D.
7) Dressons le tableau des effectifs :

Modalité	A	B	C	D	Total
Effectif	12	2	4	14	32

Devoirs

Auto Test. Répond par Vrai ou Faux à chacune des affirmations

1. Une enquête est une étude ou une recherche faite sur un sujet.
2. Le sujet ou l'objet d'une enquête est un caractère
3. Une valeur ou un élément du caractère étudié est appelé(e) un individu
4. Si les valeurs du caractère étudié ne sont pas des nombres, on dit alors que le caractère est quantitatif.
5. L'effectif d'une modalité est le nombre de fois que cette modalité est observée au cours d'une enquête statistique
6. Une série statistique ne peut avoir qu'un seul mode.
7. Un tableau comportant la liste des modalités et les effectifs associés est appelé tableau des effectifs

Exercice1

Une enquête est menée auprès de 28 élèves d'une classe de 2ème Année industrielle sur leur loisir préféré. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Loisir	Sport	Télévision	Lecture	Musique	Ordinateur
Effectif	7	8	3	6	4

a) Quelle est la population concernée par cette étude ?
b) Quel est le caractère étudié ?
c) Ce caractère est-il qualitatif ou quantitatif ?
d) Quelles en sont les différentes modalités ?

Exercice2

Le tableau ci-dessous donne la répartition d'un groupe d'élèves d'un CETIC selon leur année de naissance :

Année de naissance	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Effectif	8	12	18	24	16	20	17

a) Donner la signification de chacun des nombres coloriés dans le tableau
b) Quel est l'effectif total de cette série statistique ?
c) Quel est le caractère étudié ? Quelle est sa nature ?
d) Quelle est l'année où il y a eu le plus de naissance ? Que représente ce nombre pour cette série statistique ?

Exercice3

Une enquête est menée auprès des élèves d'une classe de 2ème Année industrielle sur leur plus faible note de mathématiques l'année précédente. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

1	0	3	2	4	0	1	2	3	5	1	4	5	2	1	1	2	3	3	0	1	2
3	1	1	0	0	1	2	2	4	3	2	5	5	3	3	3	1	0	0	1	2	1
2	2	4	1	3	2	0	1	2	4	4	5	3	2	1	0	1	2	3	4	5	1

1) Quel est l'effectif de cette classe ?
2) Quelles en sont les différentes modalités ?
3) Reproduire et compléter le tableau suivant :

Modalité	0			3		5	Total
Effectif		17		12			

Leçons 2 Fréquence d'une série statistique *100 min*

OBJECTIF PÉDAGOGIQUE : Elaborer un tableau des fréquences sous forme de fraction ou d'un nombre décimal

PREREQUIS :

1- Simplifier si possible puis donner une valeur approchée par excès et par défaut, ainsi que la troncature d'ordre 2 de chacun des nombres suivants : $\frac{10}{70}$; $\frac{97}{23}$; $\frac{108}{429}$
2- Ecrire sous la forme d'une fraction le nombre 0.15

Solution :

1- $\frac{10}{70} = \frac{1}{7}$; $\frac{97}{23}$ est irréductible ; $\frac{108}{429} = \frac{36}{143}$

Nombres	Troncature d'ordre 2	Valeur approchée d'ordre 2 par défaut	Valeur approchée d'ordre 2 par excès
$\frac{10}{70}$	0.14	0.14	0.15
$\frac{97}{23}$	4.21	4.21	4.22
$\frac{108}{429}$	0.25	0.25	0.26

2- 0.15 sous la forme d'une fraction est $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

SITUATION PROBLEME :

Dans la boulangerie de M. SOCABO, on a pris au hasard 64 pains. 46 pains avaient un poids légal (c'est-à-dire 210g), 12 pains avaient un poids inférieur et 6 avaient un poids supérieur au poids légal.

Dans la boulangerie de M. ALI, on a pris au hasard 80 pains. 52 pains avaient un poids légal (c'est-à-dire 210g), 18 pains avaient un poids inférieur et 10 avaient un poids supérieur au poids légal. A partir des échantillons étudiés, indique la boulangerie qui respecte le mieux le poids légal du pain et celle où le pain a le plus souvent un poids inférieur au poids légal.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE : A partir des données de la situation problème calculer chacun des quotients $= \frac{nombre\ de\ pains\ \ de\ chaque\ catégorie}{nombre\ total\ de\ pains}$ (donner l'arrondi d'ordre 2 de ce quotient) puis compléter chacun des tableaux ci-dessous.

Tableau 1 (M. SOCABO)

Catégorie	Poids légal	Poids inférieur	Poids supérieur	Total
Nombre de pains	46	12	6	64
Quotients				1.001

Tableau 2 (M. ALI)

Catégorie	Poids légal	Poids inférieur	Poids supérieur	Total
Nombre de pains	52	18	10	80
Quotients				1

Compare les quotients des deux poids légaux puis répondre à la question de la situation problème.

Résolution :

Tableau 1 (M. SOCABO)

Catégorie	Poids légal	Poids inférieur	Poids supérieur	Total
Nombre de pains	46	12	6	64
Quotients	**0.719**	**0.188**	**0.094**	**1.001**

Tableau 2 (M. ALI)

Catégorie	Poids légal	Poids inférieur	Poids supérieur	Total
Nombre de pains	52	18	10	80
Quotients	**0.650**	**0.225**	**0.125**	1

0.719 > 0.650 Donc la boulangerie de M. SOCABO respecte le mieux le poids légal.

0.225 > 0.188 Donc la boulangerie de M. ALI a le plus souvent un poids inférieur au poids légal.

RESUME :

Définitions

D1 On appelle fréquence d'une modalité, le quotient de l'effectif de cette modalité par l'effectif total.

$$\boldsymbol{fréquence\ d'une\ modalité} = \frac{\boldsymbol{effectif\ de\ la\ modalité}}{\boldsymbol{effectif\ total}}$$ En posant $\begin{cases} F = fréquence \\ E = effectif\ de\ la\ modalité, \\ E_T = effectif\ total \end{cases}$ on a

$F = \frac{E}{E_T}$; $E = F \times E_T$; $E_T = \frac{E}{F}$.

D2 On appelle fréquence d'une modalité en pourcentage, le quotient de l'effectif de cette modalité par l'effectif total multiplié par 100

$$\boldsymbol{fréquence\ d'une\ modalité\ en\ pourcentage} = \frac{\boldsymbol{effectif\ de\ la\ modalité}}{\boldsymbol{effectif\ total}} \times \boldsymbol{100}$$

$F = \frac{E}{E_T} \times 100$; $E = \frac{F \times E_T}{100}$; $E_T = \frac{E}{F} \times 100$.

D3 **On appelle tableau des fréquences,** un tableau des effectifs dans lequel à chaque modalité, on associe sa fréquence.

Remarques

R1 La somme des fréquences de toutes les modalités est égale à 1

R2 La somme des fréquences en pourcentage de toutes les modalités est égale à 100%.

R3 Le mode d'une série statistique est aussi la modalité ayant la plus grande fréquence

Exemple

Un magasinier vide un sac de 75 pièces contenant des vis (v), des écrous (e) et des rondelles (r). Il établit la liste suivante : e ,e, v, r, e,e,v,v,r,r,r,e,e,v,r,e,v,r,r,e,v,v,e,e,r,r,r,r,e,e,v,v,v,v,e,v,e,e,e,v,e,v,r,r,r,r,e,e,e,v,r,r,r,e, e, v,v,v,e,r,r,v,e,e,e,v,e,v,v,r,e,r,r,e,e.

1- Calculer la fréquence de la modalité v
2- Dresser le tableau des fréquences de cette série statistique

Solution

1- Calculons la fréquence de la modalité v :
   - Sous forme de fraction $F = \frac{22}{75}$
   - Sous forme décimale $F = 0.2933$
   - Sous forme de pourcentage $F = 29.33\%$
2- Dressons le tableau des fréquences

Modalités	**v**	**e**	**r**	**Total**
Effectifs	22	30	23	75
Fréquences sous forme de fraction	$\frac{22}{75}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{23}{75}$	1
Fréquences sous forme décimale	0.2933	0.4000	0.3067	1
Fréquences sous forme de pourcentage	29.33%	40%	30.67%	100%

Exercices d'applications

Exercice1 : Dresser les tableaux des fréquences de chacun des exercices d'applications de la leçon1.

Exercice2 : Recopie et complète le tableau ci-dessous

Modalités	O	A	B	AB	Total
Effectifs		30	27	18	150
Fréquences (%)	50				100

Résolution des exercices d'application

Solution Exercice1 Dressons les tableaux des fréquences de chacun des exercices de la leçon 1

Cas1

Modalité	15	25	30	35	40	45	50	60	65	Total
Effectif	1	3	4	4	4	4	6	2	2	30
Fréquences sous forme de fraction	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	1
Fréquences sous forme décimale	0.033	0.1	0.133	0.133	0.133	0.133	0.2	0.067	0.067	0.999
Fréquences sous forme de pourcentage	3.3	10	13.3	13.3	13.3	13.3	20	6.7	6.7	99.9%

Cas2

Modalité	A	B	C	D	Total
Effectif	12	2	4	14	32
Fréquences sous forme de fraction	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{16}$	1
Fréquences sous forme décimale	0.375	0.0625	0.125	0.4375	1
Fréquences sous forme de pourcentage	37.5	6.25	12.5	43.75	100%

Solution Exercice2 Recopions puis complétons le tableau ci-dessous

Modalités	O	A	B	AB	Total
Effectifs	75	30	27	18	150
Fréquences (%)	50	20	18	12	100

Devoirs

Auto Test. Répond par Vrai ou Faux à chacune des affirmations

1. La fréquence d'une modalité est le quotient de son effectif par l'effectif total de la série statistique.
2. La fréquence d'une modalité peut s'écrire sous forme décimale ou sous forme de fraction.
3. La fréquence d'une modalité peut être $\frac{4}{3}$ dans une série statistique
4. Si F désigne la fréquence d'une modalité, E l'effectif de cette modalité et E_T alors on a : $E_T = E \times F$
5. Le mode d'une série statistique est toute modalité ayant la plus faible fréquence

Exercice1

Voici la répartition des logements d'une ville du Cameroun selon le nombre de pièces.

Nombre de pièces	1	2	3	4	5
Nombre de logements	160	240	210	300	90

a) Déterminer l'effectif total de cette série
b) Calculer la fréquence sous forme de fraction de la modalité 4.
c) Calculer la fréquence exprimée en pourcentage de chaque modalité

Exercice2

La bibliothèque d'un lycée technique contient dans ses rayons 2000 livres ainsi répertoriés :

Discipline	Anglais	Français	Maths	Sciences	Informatique	Autres
Effectif	250	400	450	300	200	400

a) Dresser le tableau des fréquences exprimées en pourcentage de cette série.
b) Quel est le mode de cette série statistique ?

MODULE 11 CONFIGURSATIONS ET TRANSFORMATIONS ELEMANTAIRES DU PLAN

CHAPITRE 6 : Repérage D'un Point Sur un Quadrillage

MOTIVATION :

Suite à ses nombreux déplacements, afin de pouvoir s'évaluer par rapport à un standard ou un référent, l'Homme a dû inventer des instruments comme la boussole, la carte, le radars, le GPS, les satellites… . L'utilisation futur par nos élèves de ces instruments de haute performance qui font partie intégrante dorénavant de notre quotidien, passe au préalable par la maitrise des notions de bases des deux repérages élémentaires que sont : Le repérage sur une droite et le repérage sur un quadrillage.

LECON 1 : Repérage D'un Point Sur un Quadrillage. 50 min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- ✓ Lire les coordonnées d'un point sur un nœud d'un quadrillage.
- ✓ Placer un point sur le nœud dont-on connaît ses coordonnées dans un quadrillage.

PREREQUIS :

A l'aide d'une règle graduée, trace une droite de 10cm de longueur orientée de la gauche vers la droite. Place les points E, F, O, I, J, A et B d'abscisses respectifs $-4, -1, 0, +1, +3, +5$.

1° Que peut-on dire de la figure obtenue ?

2° Comment appelle-t-on les nombres de chaque point sur cette droite ?

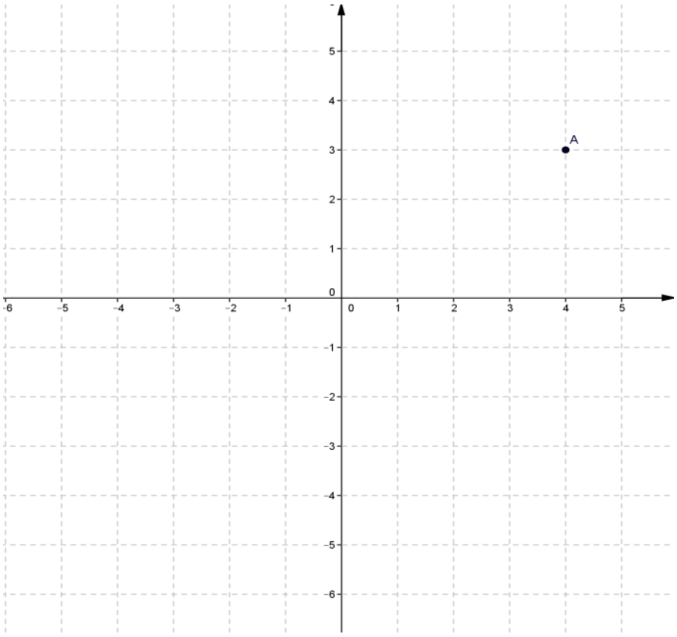
SITUATION PROBLEME :

M. KANA intègre sa nouvelle maison qu'il vient de bâtir. Il doit installer une salle à manger dans une pièce de la maison ayant une forme rectangulaire de longueur 6m et de largeur 3m. désignons par EFGH cette pièce (avec EH = 6m et EF = 3m). Il voudrait que cette salle à manger soit située à 2m de [FG] et 3m de [EF]. Vous êtes voisin de M KANA et il fait appelle à vous.

Aidez-le à trouver dans cette pièce l'emplacement idéal pour la salle à manger.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

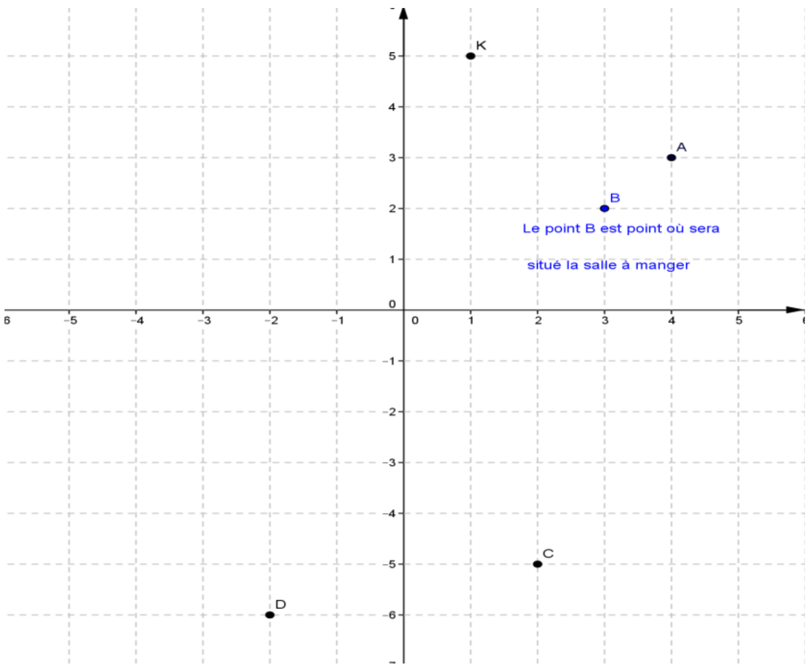
Prends une feuille quadrillée. Trace deux droites graduées, l'une horizontale orienté de la gauche vers la droite et l'autre verticale perpendiculaire à la première orientée du bas vers le haut. Les deux droites se coupent en leur origine O. Considérons par exemple le nœud nommé A ; son abscisse sur l'axe horizontal est 4 et sur l'axe vertical est 3. Le nœud est alors noté $A(4\,;3)$.



1° Place les nœuds $K(1\,;5)$; $C(2\,;-5)$ et $D(-2\,;-6)$.

2° Répondre à la situation problème.

Résolution :



RESUME :

1° Les axes de repérage sur un papier quadrillé sont de deux types :

- L'axe gradué vertical, orienté du bas vers le haut encore appelé axe des ordonnées.
- L'axe gradué vertical, orienté de la gauche vers la droite encore appelé axe des abscisses.
- Les deux droites se coupent en leurs origine et forme un repère du plan.

2° Un nœud est un point de rencontre entre une ligne verticale et une ligne horizontale.

3° Lorsqu'on regroupe deux entiers relatifs a et b entre deux parenthèses, les nombres étant séparés d'un « ; » on dit qu'on forme un couple. On écrit : $(a\,;b)$. L'ordre dans un couple compte.

4° Chaque nœud est associé à un couple d'entier relatifs $(a\,;b)$.

- a est l'abscisse du nœud et b est l'ordonnée du nœud.
- $(a\,;b)$ est appelé couple de coordonnées du nœud considéré.

Remarques

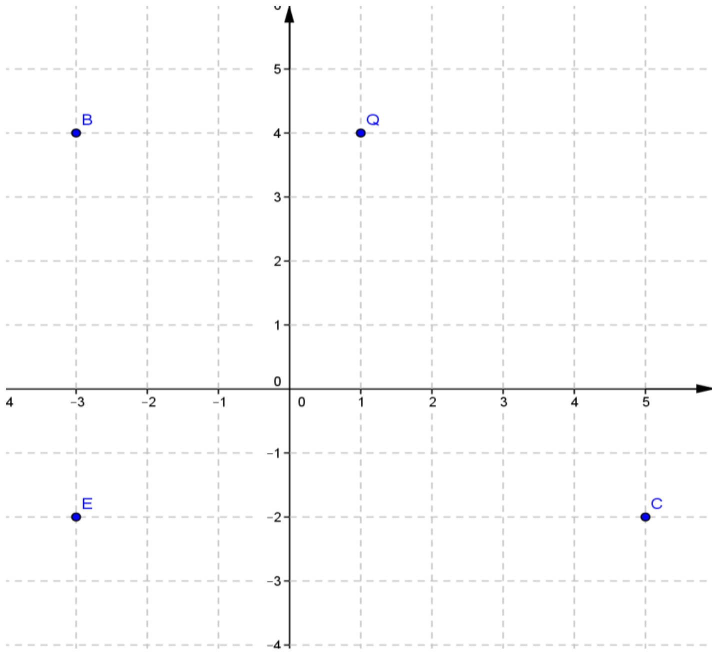
- ✓ En générale le couple $(a\,;b)$ est différent du couple $(b\,;a)$.
- ✓ Le couple $(a\,;b)$ est différent de la paire $\{a;b\}$.

EXERCICES D'APPLICATIONS :

Prends un papier quadrillé.

a) Trace l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées ;

b) Place sur cette feuille les points Q, B, C, E de coordonnées respectives : $(1\,;4)$; $(-3\,;4)$; $(5\,;-2)$; $(-3\,;-2)$.

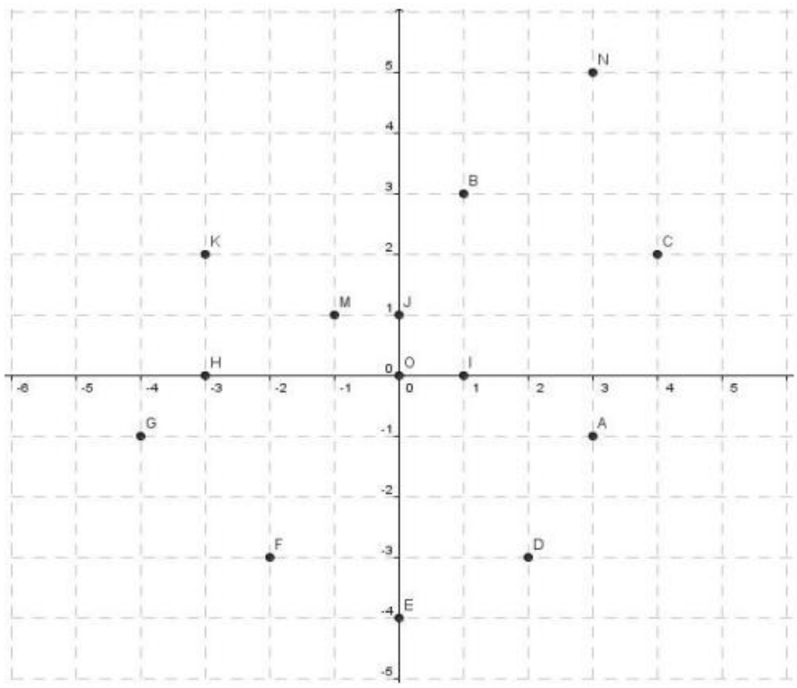


Résolution :

EXERCICES

I/

Observe ce papier quadrillé :



1. Maxime dit à son camarade Léon que le nœud A a pour coordonnées $(-1\,;3)$ et celui-ci dit que c'est plutôt $(3\,;-1)$. Lequel des deux a-t-il raison ?
2. Ecris les coordonnées de tous les autres points matérialisés sur la figure.
3. Que remarques-tu sur les coordonnées des points situés sur l'axes orientés ?
4. Trace les droites (FI) et (AB). Ecris les coordonnées de leur point de rencontre.

II/

Un insecte part du point A de coordonnées $(5\,;3)$ pour le point B de coordonnées $(-3\,;-2)$ dans un repère. Cet insecte ne doit de déplacer qu'horizontalement ou verticalement.

1. Place ces points dans un repère.
2. Quel est le nombre minimum d'unités que doit parcourir cet insecte pour aller du point A au point B ?

III/

1) Place sur une feuille quadrillée les nœuds de coordonnées $(0, -3)$; $(4\,; -3)$; $(4\,; -4)$ et $(0, -4)$. Nomme-les par A, B, C et D.
2) Quel est la nature du quadrilatère $ABCD$?
3) Calcule le périmètre et l'aire de sa surface en supposant que le petit carreau du quadrillage est un carré d'un centimètre de côté.

IV/

On donne les nœuds A, B et C de coordonnées respectifs $(-1\,; 4)$; $(1\,; -1)$; $(-3\,; -1)$.

1- Place les points A, B et C dans un repère.
2- Justifie à l'aide de ton compas que ABC est un triangle isocèle et précise son sommet principal.
3- Calcul l'aire de la surface du triangle ABC.

MODULE 7 CONFIGURATION ELEMENTAIRE DU PLAN

CHAPITRE 7 : Triangles

MOTIVATION :

Les triangles te permettront de décrire les formes planes dans un décor, identifier l'objet décrit par une personne, dessiner un motif de tissu, schématiser une pièce mécanique, estimer la quantité nécessaire pour confectionner un habit.

LECON 1 : Droites Particulières Dans un Triangle 50 min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

L'apprenant devra être capable de :

- Construire la hauteur du côté d'un triangle
- Construire la médiatrice du côté d'un triangle
- Construire la médiane du côté d'un triangle
- Construire la bissectrice du côté d'un triangle

PREREQUIS :

Trace un segment [AB] de longueur 6cm ; puis, trace la droite (D) passant par le milieu du segment [AB]. Cette droite coupe [AB] au point O. quelle sont les longueurs des segments [AO] et [OB] ?

SITUATION PROBLEME :

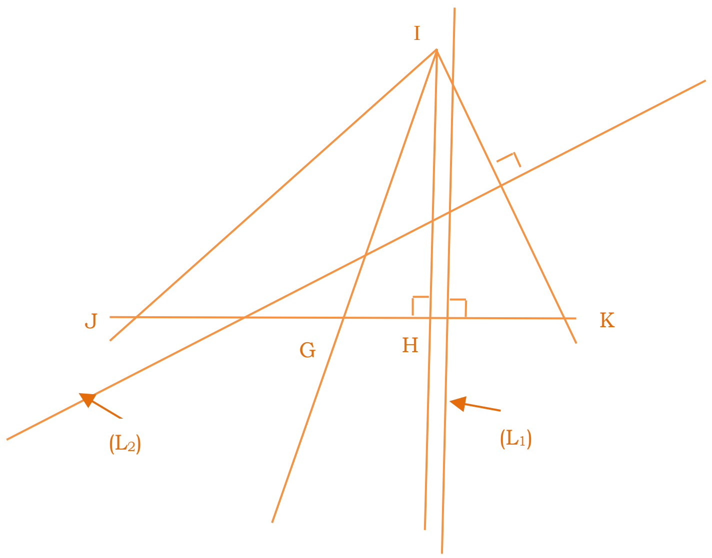
Le père de jean voudrait partager son jardin de forme triangulaire en deux espaces triangulaires A et B de même aire. L'espace A sera recouvert de gazon. Dans l'espace B, il voudrait y placer un poteau situé à égale distance des sommets devant servir d'éclairage. Il s'est alors adressé à son fils jean pour l'aider à faire ce travail. Aidez jean à réaliser cela

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1. a) construis un triangle IJK, place un point G milieu de [JK] puis construis la médiane issue de I
   b) construis la hauteur issue de I et note H le pied de cette hauteur
   c) justifie que cette hauteur est la hauteur relative au côté [JG] dans le triangle IJG et est aussi la hauteur relative au côté [GK] dans le triangle IGK
   d) justifie que les triangles IJG et IKG ont même aire
2. a) construis les droites (L_1) et (L_2) médiatrice respectives des cotés [GK] et [IK]. Note O leur point d'intersection
   b) justifie que OG = OK = IK

Résolution :

1. **a)** voir figure
   b) voir figure



c) dans le triangle IJK, (IH) passe par le sommet I et est perpendiculaire a (GK) : d'où la droite (IH) est la hauteur relative au côté [GK] dans le triangle IGK. Dans le triangle IJG, (IH) passe par le sommet I, et est perpendiculaire à la droite (JG) : d'où (IH) est la hauteur relative au côté [JG] dans le triangle IJG.

d) (IH) est une médiane pour le triangle IJK, alors ***AIRE*** (IJG) = ***AIRE*** (IKG)

2 a) (voir figure)

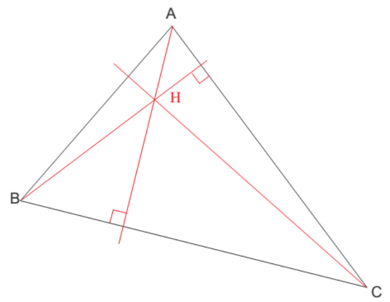
b) soit le triangle IGK. Les médiatrices (L_1) et (L_2) se coupent au point O, ce point est le centre du cercle circonscrit au triangle IGK ; or OG, OK et OL sont des rayons de ce cercle, alors OG = OK = OL

RESUME :

1. Hauteur d'un triangle

Dans un triangle, la hauteur issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet

Exemple :



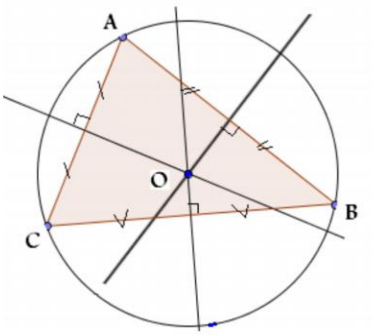
2. Médiatrice du côté d'un triangle

La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu de ce segment en lui étant perpendiculaire. Dans un triangle, on peut construire la médiatrice de ses cotés.

Propriété : les médiatrices des trois côtés d'un triangle se coupent en un même point : on dit qu'elles sont concourantes. Ce point est le centre d'un cercle qui passe par passe par les trois sommets du triangle : ce cercle est le cercle circonscrit à ce triangle

Exemple ;

Les médiatrices du triangle ABC sont **concourantes** au point O, ce point est le centre du cercle circonscrit au triangle **ABC**



3. Médiane du côté d'un triangle

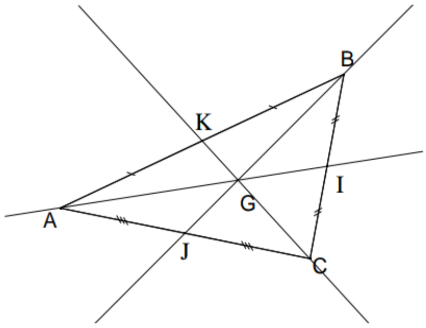
La médiane d'un triangle est une droite passant par un sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet.

Remarque : la médiatrice issue du sommet d'un triangle partage ce triangle en deux triangles de même aire

Propriété : les médianes dans un triangle se rencontrent en un point : ce point est le centre de gravité de ce triangle

Exemple :

G est le centre de gravité du triangle **ABC**

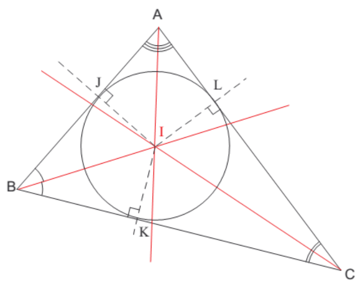


4. Bissectrice d'un triangle

Une bissectrice d'un triangle est une bissectrice de l'un des angles de ce triangle (c'est-à-dire une droite partageant cet angle en deux angles de même mesure)

Propriété : les trois bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes. Leur point d'intersection I est le centre du cercle inscrit au triangle, et il est équidistant des trois côtés du triangle.

Exemple :

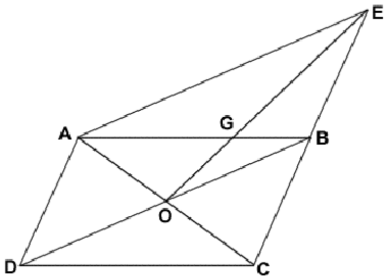


EXERCICES D'APPLICATIONS :

Exercice 1 :

Soit ABCD un parallélogramme de centre O. soit E le symétrique du point C par rapport a B. soit G le point d'intersection droites (AB) et (OE).

1) Que représente le point G pour le triangle AEC ?
2) En déduire que la droite (CG) coupe le segment [AE] en son milieu.



Solution :

1. Que représente le point G pour le triangle AEC ?
   Nature de la droite (EO)
   Dans le triangle AEC,
   O est le milieu de [AC] ([AC] est une diagonale du parallélogramme ABCD de centre O) et E un sommet du triangle AEC : donc (EO) est la médiane issue de A.
   Nature de la droite (AB)
   Dans le triangle AEC,
   B est le milieu de [EC] (E étant le symétrique de C par rapport à B). A est le sommet du triangle AEC, donc (AB) est la médiane issue de A : donc (AB) est la médiane issue de A.
   Conclusion : dans le triangle AEC, les droites (EO) et (AB) sont des médianes et elles sont sécantes au point G : G est donc le centre de gravité du triangle AEC

2. En déduire que la droite (CG) coupe le segment [AE] en son milieu.
   Nature de la droite (CG)
   Dans le triangle AEC, la droite (CG) passe par le sommet C et par le centre de gravité du triangle : la droite () est donc la médiane issue de C du triangle AEC
   Conclusion : par définition, la médiane (CG) issue du sommet C coupe le côté opposé [AE] en son milieu

Exercice 2 :

Construis le triangle ABC tel que BC = 6cm, AB = 5,5 et AC = 5,5. Trace les hauteurs issues de A et B, elles se coupent en H. la droite (CH) coupe [AB].

1. Que représente le point H pour le triangle ABC ?
2. Que représente [CM] pour le triangle ABC ? justifie

Exercice 3 :

1. Construis un triangle ABC tel que AB = 14 cm, AC = 10cm et BC = 12cm
2. Construis ses médiatrices en rouge, ses médianes en vert, ses hauteurs en bleu et ses bissectrices en noir
3. Place le point G centre de gravité du triangle, le point O centre du cercle circonscrit, le point I centre du cercle inscrit et le point H orthocentre du triangle.
4. Pour ce triangle ABC, construis les cercles circonscrits et inscrits
5. Trace la droite qui passe par O et G. vérifie qu'elle passe par H

Devoir à domicile : Exercices 22 à 30 page 94 (collection cargo 5^{eme})

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

Déterminer dans un triangle, la mesure d'un angle connaissant la mesure des deux autres

PREREQUIS :

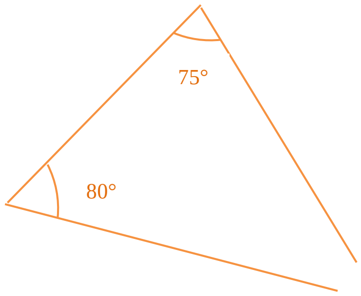
Complétez-les pointillées :

$120° + ...° = 180°$; $60° + ... = 90°$

SITUATION PROBLEME :

Le professeur de mathématiques a dessiné au tableau un triangle et a demandé aux élèves de le reproduire dans leur cahier. Par inadvertance, Ashley a effacé une partie comme l'indique la figure ci-contre.

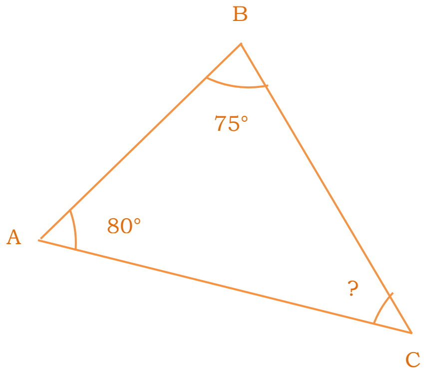
Comment faire pour reproduire cette figure ?



ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Soit ABC un triangle. On donne : $mes\ \widehat{ABC} = 75°$, $mes\ \widehat{BAC} = 80°$ et $mes\ \widehat{BCA} =?$.

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BCA}$ sachant que la somme des trois angles est égale à 180°



Solution :

On a $mes\ \hat{A} + mes\hat{B} + mes\hat{C} = 180°$, donc $mes\ \hat{C} = 180° - (mes\ \hat{A} + mes\ \hat{B})$

AN : $mes\ \hat{C} = 180° - 155° = 25°$. D'où $mes\ \hat{C} = 25°$

RESUME :

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°

Cette propriété est valable quel que soit la nature du triangle. Grace à cette propriété, il est possible de calculer la mesure de certains angles au sein d'un triangle.

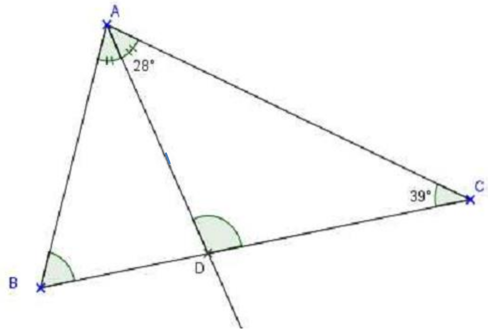
Exemple :

1. ABC est un triangle tel que $\widehat{ABC} = 78{,}6° \; et \; mes \; \widehat{ACB} = 54{,}4°$.
   Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$
   Solution : $\widehat{BAC} = 180° - (\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) = 180° - 133° = 47°$

EXERCICES D'APPLICATIONS :

Exercice 1 :

Calculer la mesure des angles $\widehat{ADC} \; et \; \widehat{ABC}$ de la figure ci-dessous



Solution

Calcul de $\widehat{ADC}$

Dans le triangle ADC, $\widehat{ADC} + \widehat{DAC} + \widehat{ACD} = 180°$

$\widehat{ADC} + 67° = 180°$

$\widehat{ADC} = 180° - 67° = 113°$

Dans le triangle ABC, $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180°$

$\widehat{ABC} + 2 \times \widehat{DAC} + \widehat{ACD} = 180°$

$\widehat{ABC} + 2 \times 28° + 39° = 180°$

$\widehat{ABC} + 56° + 39° = 180°$

$\widehat{ABC} + 95° = 180°$

$\widehat{ABC} = 180° - 95° = 85°$

D'où $\widehat{ABC} = 85°$

Exercice 2 :

ABC est un triangle tel que $mes\hat{B} = 75°$. Une droite (D) parallèle a (AB) coupe [AC] en E et [BC] en F. l'angle $\widehat{CEF}$ mesure 42°

1) Fais une figure
2) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{C}$.

Exercice 3 :

Construis un triangle ABC tel que AB = 5cm et AC = 4cm et son cercle circonscrit dans chacun des deux cas suivants :

a) $\widehat{BAC} = 70°$
b) $\widehat{BAC} = 115°$

Ou se trouve le centre du cercle par rapport au triangle ?

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- Construire les triangles particuliers.
- Reconnaitre un triangle particulier.

PREREQUIS :

Trace un segment [AB] tel que AB = 8cm. Place un point I n'appartenant pas à [AB], puis trace une droite passant par I et passant par le milieu de [AB].

SITUATION PROBLEME :

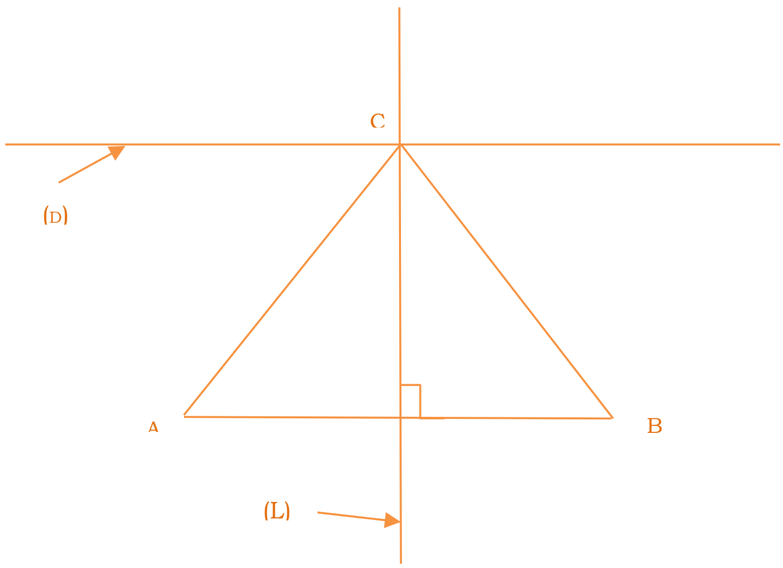
Un canal d'irrigation passe à proximité de deux fermes. Les deux fermiers voudraient faire une prise d'eau située à égal distance de leurs fermes. Bob, un enfant se propose de les aider. Comment va-t-il procéder ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1. Trace une droite (D) et place les points A et B
2. Construis la médiatrice (L) du segment [AB].
3. Marque le point C intersection de (L) et (D)
4. Justifie que CA = CB
5. Donne la nature du triangle ABC.

Solution :

1.
2.
3.



4. Justifions que CA = CB
   La droite (L) étant médiatrice du segment [AB], alors elle passe par le milieu de celle-ci, d'où les côtés [CA] et [CB] sont égaux.
5. Etant donné que CA = CB, ABC est un triangle isocèle.

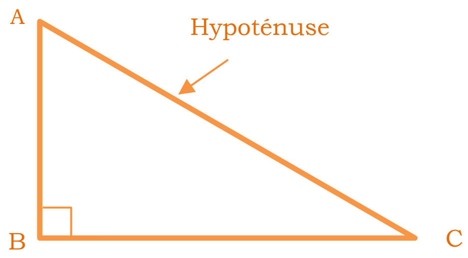
RESUME :

1. Triangle rectangle

Un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit. Le côté opposé à l'angle droit est appelé **hypoténuse** (c'est le plus long côté du triangle)

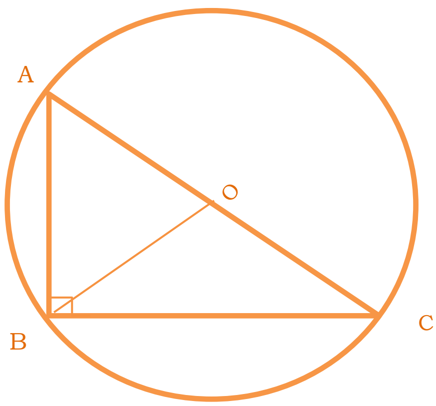
Exemple :

ABC est un triangle rectangle en B



Propriété :

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est un diamètre (le milieu de l'hypoténuse est le centre dub cercle circonscrit au triangle)



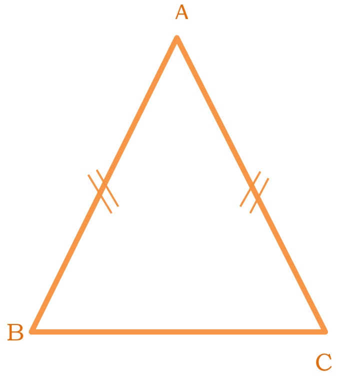
O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC et OB est une médiane pour le triangle ABC

2. Triangle isocèle

Un triangle isocèle est un triangle qui possède deux cotés égaux.

Exemple :

ABC est un triangle isocèle en A. A est le sommet principal et le coté BC qui est la base est le côté opposé à A

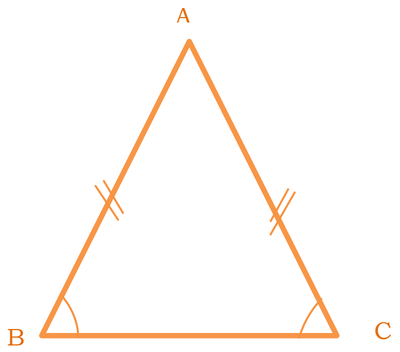


Méthode :

A l’aide d’un compas, on place la pointe à l’extrémité du segment et on trace un arc de cercle. Puis en conservant le même écartement du compas, on place la pointe sur la deuxième extrémité du segment en traçant un deuxième arc de cercle. Le point ou se coupe ces deux arcs de cercle est le sommet du triangle

Propriété :

Dans un triangle isocèle, les angles à la base ont la même mesure



ABC est un triangle isocèle en A. on a $mes\widehat{ABC} = mes\widehat{ACB}$

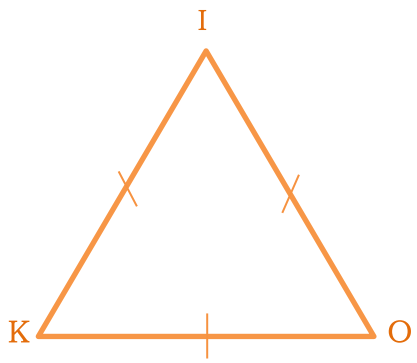
3. Triangle équilatérale

Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois cotés égaux.

Exemple :

IKO est un triangle équilatéral.

Remarque : dans un triangle équilatéral, la mesure des trois angles est 60°



Méthode :

Pour construire un triangle équilatéral IKO, on trace le premier côté du triangle, on prend comme écartement du compas la mesure de ce côté. On pose la pointe du compas sur K et on trace un arc de cercle, vers l’endroit où doit se trouver le point I. ensuite on pose la pointe du compas sur le point O et on trace un arc de cercle qui coupe le premier. On obtient ainsi le troisième sommet du triangle. Il ne reste plus qu’à tracer les deux cotés manquant du triangle et à nommer le point I

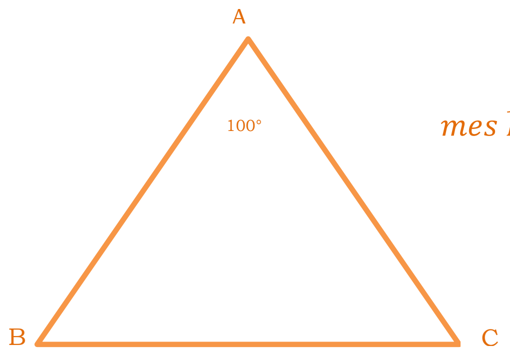
EXERCICES D’APPLICATIONS :

Exercice 1 :

1. Trace un triangle ABC isocèle en A tel que BC = 8 cm et $mes\widehat{BAC} = 100°$.
2. Trace un triangle EFG équilatéral tel que FG = 6 cm.

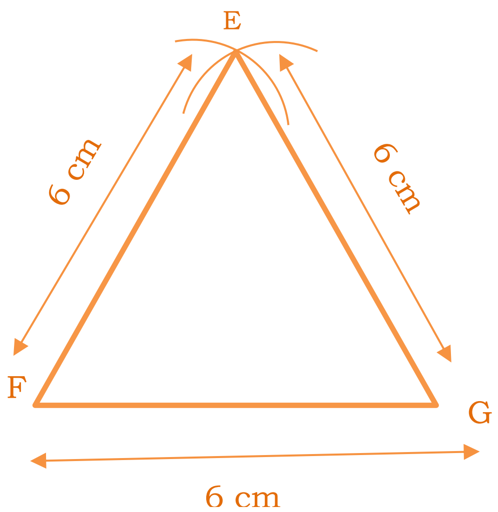
Solution :

1.



$mes\ \widehat{BAC} = 100°$

2. Triangle EFG équilatéral



Exercice 2 :

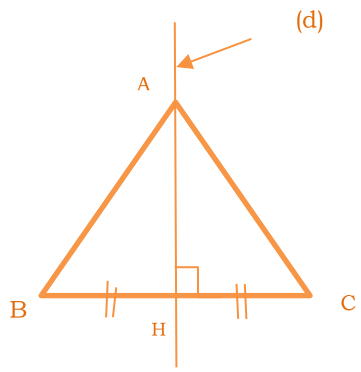
Construis un segment [BC] de 4 cm de longueur et sa médiatrice (d). Nomme H le milieu de [BC] et place un point A sur (d) tel que AH = 3cm.

a) Compare les longueurs des segments [AB] et [AC]. Justifie ta comparaison
b) Quelle est la nature du triangle ABC ?

Solution :

1. Les segments [AB] et [AC] ont la même longueur car AH passe par le milieu du segment [BC], alors la distance entre le sommet et les deux extrémités est la même par conséquent, [AB]= [AC]

2. on a [AB]= [AC], et [BC] = 4 cm,
Conclusion : ABC est un triangle isocèle



Exercice 3 :

Construis un triangle rectangle ABC rectangle en A tel que AB = 4 cm et AC = 5 cm. Construis son cercle circonscrit

Exercice 4 :

1. a) construis un triangle ABC isocèle en C tel que AC = 4 cm et AB = 6 cm
   b) MRS est un triangle isocèle en M tel que RS = 7 cm et $mes\ \widehat{MRS} = 55°$

Réalise une figure puis détermine les mesures des angles $\widehat{MSR}$ et $\widehat{RMS}$

c) KEN est un triangle isocèle en B tel que $mes\ \widehat{EKN} = 84°$. calcul la mesure des deux autres angles

Exercice 5 :

1. Trace un triangle BON rectangle en B. place le milieu I de [ON]. Justifie que I est le centre du cercle circonscrit au triangle BON
2. a) justifie que BOI est un triangle isocèle
   b) trace la perpendiculaire a (BO) passant par I. elle coupe (BO) en J
   c) justifie que J est le milieu du segment [BO]

Exercice 6 :

1. a) trace un cercle (C) de centre O, puis un diamètre [EF] de ce cercle.
   b) place sur ce cercle un point G distinct de E et F.
   c) construis la droite (D) passant par O et parallèle à la droite (EG).
2. a) Termine la construction du triangle EFG.
   b) Quelle est la nature de ce triangle ? Justifie ta réponse
3. a) prouve que la droite (D) est perpendiculaire à la droite (EF)
   b) déduis-en que la droite (D) est l'axe de symétrie du triangle GOF

MODULE 7	CONFIGURATION ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRE DU PLAN

CHAPITRE 8: Angles

MOTIVATION : Les angles et leurs propriétés sont d'une importance capitale dans divers domaines de la vie comme : le bâtiment, la menuiserie, la mécanique, l'aviation civile, la topographie et la construction des routes.

LECON 1 : Angles Complémentaires, Angles Supplémentaires, Angles Opposées par le sommet. 50 min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

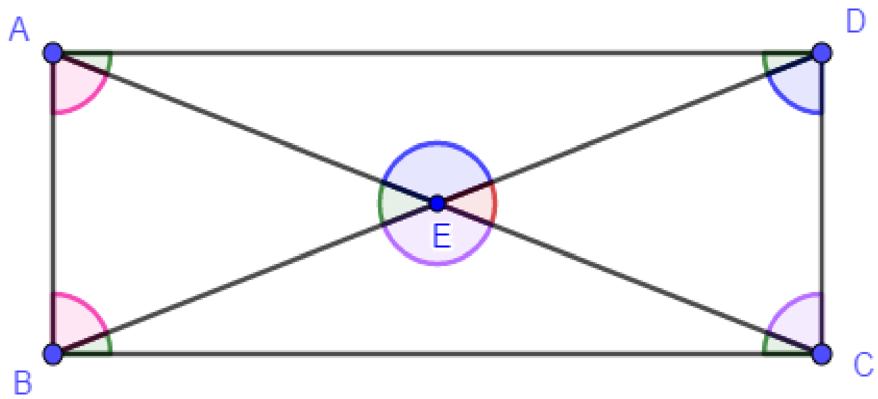
- Identifier les angles particuliers
- Nommer et caractériser les angles complémentaires, supplémentaires, opposées par le sommet

PREREQUIS :

Reconnait et nommer un angle donner

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Observer attentivement la figure ci-dessous ABCD est un parallélogramme.



1) Identifier deux angles ayant un même sommet, un côté en commun et situés de part et d'autre de ce côté commun.

2) Identifier deux angles donc la somme de leur mesure est égale à 90°.

3) Identifier deux angles opposés à un même sommet.

4) Identifier deux angles donc la somme de leur mesure est égale à 180°.

SOLUTION DE L'ACTIVIT E D'APPRENTISSAGE :

1) L'angles $\widehat{ABE}$ et $\widehat{EBC}$ car ils ont pour sommet commun B, pour côté commun le segment BE et ils sont situé de part et d'autre de ce segment.

2) L'angles $\widehat{ABE}$ et $\widehat{EBC}$ car ABCD est un parallélogramme.

3) Les angles $\widehat{AEB}$ et $\widehat{DEC}$. Ils ont E pour sommet commun et sont opposé à ce sommet.

4) Les angles $\widehat{AED}$ et $\widehat{DEC}$ car leur somme est égale à 180°.

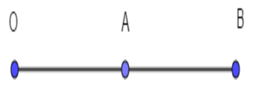
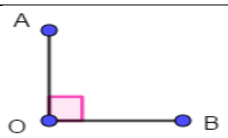
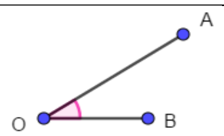
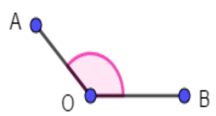
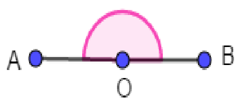
RESUME :

I- RAPPELS SUR LES ANGLES

1.1-Définitions.

- Un angle est une figure formée par deux demi-droites de même origine.
- Un Angle Aigu est un angle dont la mesure est inférieure à 90°.
- Un Angle Obtus est un angle dont la mesure est supérieure à 90°.
- Un Angle Droit est un angle dont la mesure est égale à 90°.
- Un Angle Plat est un angle qui a pour mesure est supérieure à 180°.
- Un Angle Nul est un angle qui a pour mesure 0°.

1.2- Illustrations

Angle	Angle Nul	Angle Droit	Angle Aigu	Angle Obtus	Angle Plat
Figure					

1.3- Remarques

R1) Lorsqu'il n'y a pas de risque de confusion, un angle peut seulement être noté par son sommet.

R2) Si mes $\widehat{AOB} = 0^{\circ}$ ou 180°, alors les points A, O, B sont Alignés

R2) L'angle $\widehat{AOB}$ se note aussi $\widehat{BOA}$. L'essentiel est la lettre O désignant le sommet soit placée entre les deux autres. Les demis droits [OA) et [OB) sont les côtés de cet angle

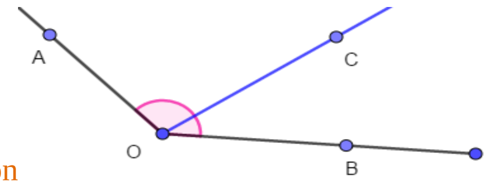
II- Angles Adjacents, Angles Complémentaires, Angles Supplémentaires, Angles Opposés par le sommet

II.1- Angles Adjacents.

a) Définition :

Deux Angles sont Adjacents lorsqu'ils ont un même sommet, un côté commun et sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

b) – Illustration



Les angles $\widehat{AOC}$ et $\widehat{COB}$ ci-contre sont deux angles adjacents

O est leur sommet commun

[OC) est le côté commun

mes $\widehat{AOC}$ + mes $\widehat{COB}$ = mes $\widehat{AOB}$

C) - Exemple

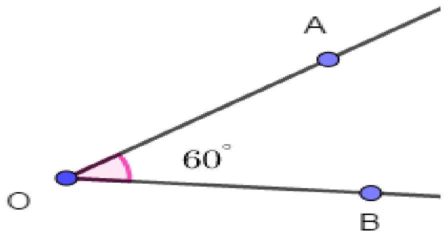
Dans l'activité introductrice, les angles $\widehat{ABE}$ et $\widehat{EBC}$ sont Adjacents

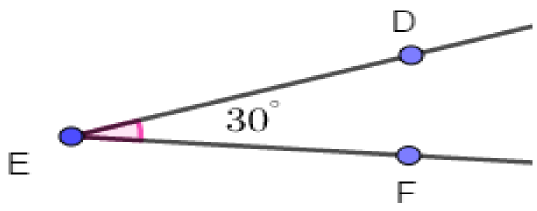
II.2- Angles Complémentaires.

a) Définition :

Deux Angles sont complémentaires si la somme de leur mesure est égale à 90°

b) – Illustration





Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DEF}$ ci-dessus complémentaires. On a mes $\widehat{AOB}$ + mes $\widehat{DEC}$ $= 90^\circ$.

c) – Exemple

Dans l'activité introductrice, les angles $\widehat{ABE}$ et $\widehat{EBC}$ sont Complémentaires.

d) – Remarque :

R1) Les Angles Complémentaires n'ont pas nécessairement un sommet commun.

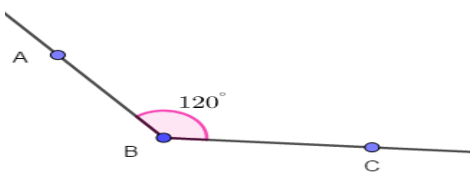
R2) Les Angles Complémentaires ne sont pas nécessairement adjacents

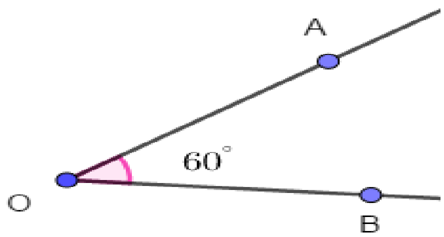
II.3- Angles Supplémentaires.

a) Définition :

Deux Angles sont complémentaires si la somme de leur mesure est égale à 180° .

b) – Illustration





Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AOB}$ ci-dessus sont supplémentaires

c) - Exemple

Dans l'activité introductrice, les angles $\widehat{AED}$ et $\widehat{DEC}$ sont supplémentaires.

d) – Remarques :

R1) Les Angles Supplémentaires n'ont pas nécessairement un sommet commun.

R2) Le Complément ou le complémentaire d'un angle $\hat{A}$ est un angle $\hat{B}$ tel que $\text{mes } \hat{A} + \text{mes } \hat{B} = 90^\circ$

R3) Le Supplément ou le Supplémentaire d'un angle $\hat{A}$ est un angle $\hat{B}$ tel que $\text{mes } \hat{A} + \text{mes } \hat{B} = 180^\circ$

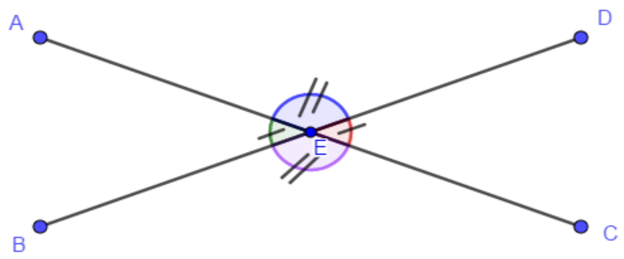
R3) Les Angles Supplémentaires ne sont pas nécessairement adjacents

II.4- Angles Opposés par le sommet.

a) Définition :

Deux Angles sont dits Opposés par le sommet par le sommet lorsque qu'ils ont le même sommet et sont symétriques par rapport à ce sommet commun.

b) – Illustration



Les angles $\widehat{AED}$ et $\widehat{BEC}$ sont opposés par le sommet et on a : $\text{mes}\widehat{AED} = \text{mes}\widehat{BEC}$

$\widehat{DEC}$ et $\widehat{AEB}$ sont également opposés par le sommet et $\text{mes } \widehat{DEC} = \text{mes } \widehat{AEB}$

<u>Propriété</u> : Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure

Exercices

Sur la figure ci-dessous ABCD est un parallélogramme

1) Donner deux angles opposés par le sommet.

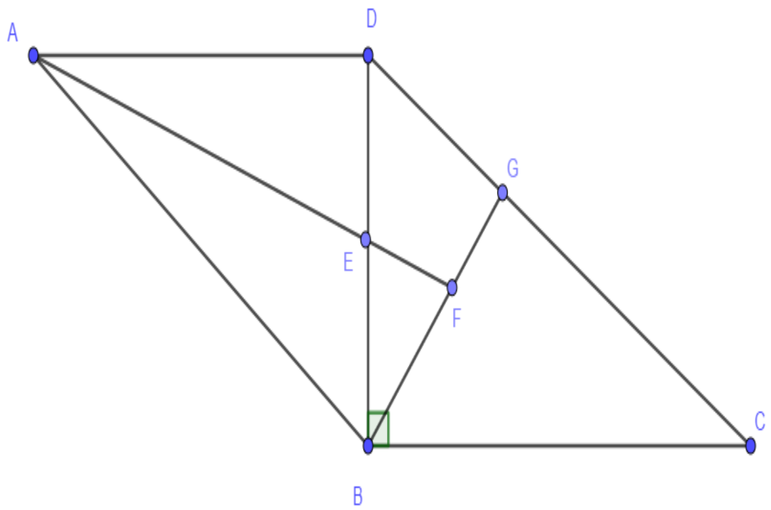
2) Donner deux angles complémentaires ;

Existe-t-il d'autres ?

3) Donner deux angles supplémentaires ;

Existe-t-il d'autres ?

4) Donner deux angles opposés par le sommet



Solution :

1) Les angles $\boldsymbol{\widehat{AEB}}$ et $\boldsymbol{\widehat{BEF}}$

2) Les angles $\boldsymbol{\widehat{EBF}}$ et $\boldsymbol{\widehat{FBC}}$ **; Non**

3) Les angles $\boldsymbol{\widehat{DGF}}$ et $\boldsymbol{\widehat{FGC}}$ **; oui les angles** $\boldsymbol{\widehat{DEA}}$ et $\boldsymbol{\widehat{AEB}}$ **;** $\boldsymbol{\widehat{DEF}}$ et $\boldsymbol{\widehat{FEB}}$**.**

4) Les angles $\boldsymbol{\widehat{AED}}$ et $\boldsymbol{\widehat{BEF}}$**.**

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

A la fin de cette leçons l'élève sera capable de :

- De reconnaitre les angles alternes-internes, les angles alternes externes, les angles correspondants.
- Utiliser les propriétés des angles pour justifier les égalités entre les angles, le parallélisme de droites

PREREQUIS :

- Construire deux droites sécantes (D) et (D') coupées en O et O' par une troisième droite donnée.
- Construire deux droits parallèles (D) et (D') coupées en O et O' par une troisième droite donnée.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Observer attentivement les figures (a) et (b) ci-dessous. Dans la figure (a) les droites ***(D)*** et ***(D')*** sont sécantes ; Dans la figure (b) les droites ***(D)*** et ***(D')*** sont parallèles.

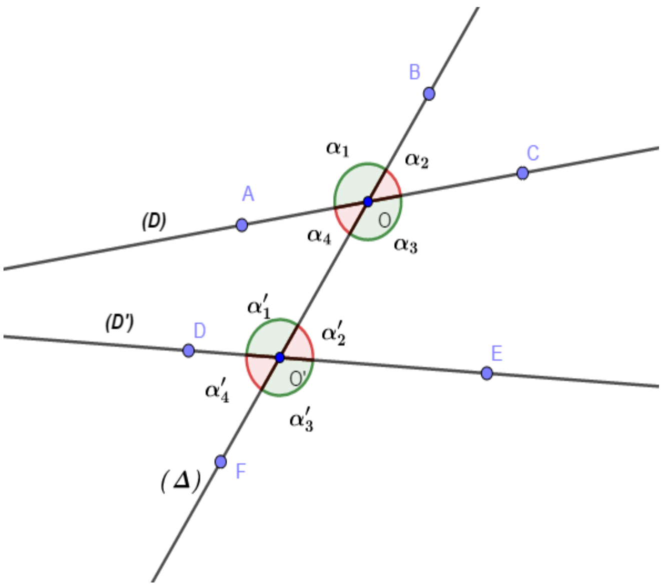


Fig (a)

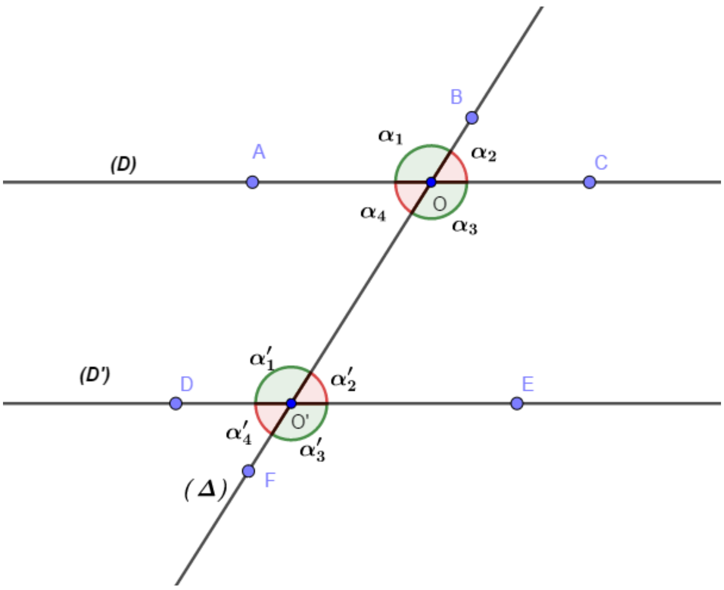


Fig (b)

$\propto_1$=mes $\widehat{AOC}$; $\propto_2$=mes $\widehat{BOC}$; $\propto_3$=mes $\widehat{COO'}$; $\propto_4$=mes $\widehat{AOO'}$; α'_1 =mes $\widehat{DO'O}$; α'_2 =mes $\widehat{OO'E}$;

α'_3 =mes $\widehat{EO'F}$; α'_4 =mes $\widehat{DO'F}$.

1) Que peut ont dire des angles $\propto_3$ et α'_1 , $\propto_4$ et α'_2 ; $\propto_1$ et α'_3 , $\propto_2$ *et* α'_4 ; $\propto_1$ et α'_1 en observant les figures (a) et (b)

2) En se servant d'un rapporteur, mesurer et comparer les angles $\propto_3$ et α'_1 , $\propto_4$ et α'_2 ; $\propto_1$ et α'_3 , $\propto_2$ *et* α'_4 ; $\propto_1$ et α'_1 dans chacune des figures (a) et (b).

3) Qu'elle conclusion peut-on tirer ?

SOLUTION DE L'ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1-a) Les angles $\propto_3$ et α_1' , $\propto_4$ et α_2' sont internes aux droites ***(D)*** et ***(D')*** (c'est-à-dire dans l'espace délimité par les droites***(D)*** et ***(D')***) ; sont alternes à la droite (Δ) **(** de part et d'autre de la droite (Δ)**)** et sont adjacents (ils n'ont pas de côtés commun).

b) Les angles $\propto_1$ et α_3' , $\propto_2$ *et* α_4' sont externes aux droites ***(D)*** et ***(D')*** ; sont alternes à la droite (Δ) et sont adjacents.

c) L'angle $\propto_1$ est externe aux droites ***(D)*** et ***(D')***, l'angle α_1' est interne aux droites ***(D)*** et ***(D'),*** $\propto_1$ et α_1' sont non adjacent et situés du même côté de la droite (Δ)**.**

2) Pour la figure (a) on a : $\propto_3 \neq \alpha_1'$, $\propto_4 \neq \alpha_2'$; $\propto_1 \neq \alpha_3'$, $\propto_2 \neq \alpha_4'$; $\propto_1 \neq \alpha_1'$ tandis que pour la figure (b) on a : $\propto_3 = \alpha_1'$, $\propto_4 = \alpha_2'$; $\propto_1 = \alpha_3'$,$=$ α_4' ; $\propto_1 = \alpha_1'$.

3) Lorsque ***(D)*** et ***(D')*** sont sécantes $\propto_3 \neq \alpha_1'$, $\propto_4 \neq \alpha_2'$; $\propto_1 \neq \alpha_3'$, $\propto_2 \neq \alpha_4'$; $\propto_1 \neq \alpha_1'$ tandis que Lorsque ***(D)*** et ***(D')*** sont parallèles, $\propto_3 = \alpha_1'$, $\propto_4 = \alpha_2'$; $\propto_1 = \alpha_3'$, $\propto_2 = \alpha_4'$; $\propto_1 = \alpha_1'$.

RESUME :

Etant données deux droites ***(D)*** et ***(D')*** coupées en O et O' par une sécante (Δ)**,** On a les définitions suivantes :

Définition 1 : Les angles de sommet O et O' sont alternes-interne s'ils sont de part et d'autre de la sécante (Δ) et entre ***(D)*** et ***(D').***

Exemple1 : Les angles $\propto_3$ et α_1' , $\propto_4$ et α_2' de l'activité introductrice sont des angles alternes-internes

Définition 2 : Les angles de sommet O et O' sont alternes-externe s'ils sont de part et d'autre de la sécante (Δ) et à l'extérieure de ***(D)*** et ***(D').***

Exemple2 : Les angles $\propto_1$ et α_3' , $\propto_2$ *et* α_4' de l'activité introductrice sont des angles alternes-externes

Définition 3 : Les angles de sommet O et O' sont correspondants l'lorsqu'ils sont situés du même côté de la sécante (Δ), l'un des angles étant entre ***(D)*** et ***(D')*** et l'autre à l'extérieure de ***(D)*** et ***(D').***

Exemple 3 : Les angles $\propto_1$ et α_1' introductrice sont des angles correspondants.

Pour justifier que deux angles ont la même mesure, on utilise la propriété suivante :

Propriété :

Lorsque deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors :

- Les angles alternes-internes qu'elles forment ont la même mesure ;
- Les angles alternes-externes qu'elles forment ont la même mesure ;
- Les angles correspondants qu'elles forment ont la même mesure.

Exemple 4 : dans la figure (b) de l'activité introductrice les droites ***(D)*** et ***(D')*** sont parallèles et on a :

$\propto_3 = \alpha_1'$, $\propto_4 = \alpha_2'$; $\propto_1 = \alpha_3'$, $\propto_2 = \alpha_4'$; $\propto_1 = \alpha_1'$.

Pour justifier que deux droites sont parallèles, on utilise les propriétés suivantes :

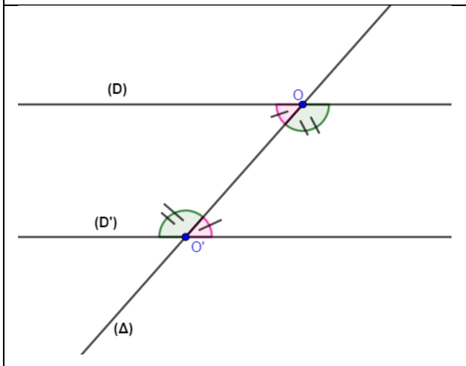
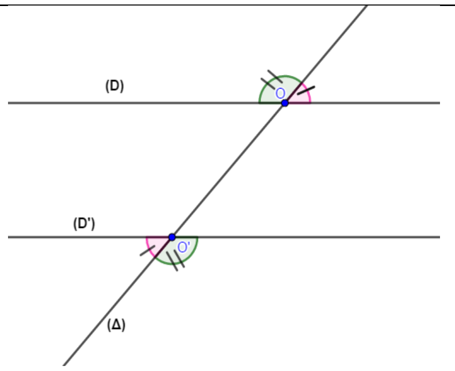
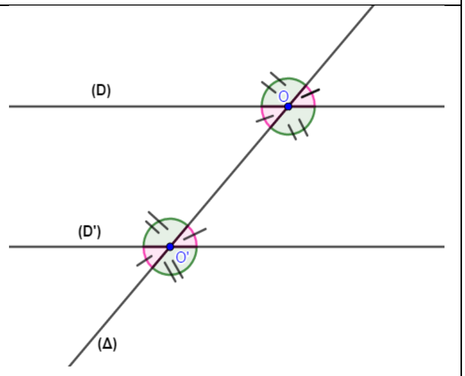
Propriété :

(P1) Lorsque deux droites sont coupées par une sécante en formant deux angles alternes-internes de même mesure, alors elles sont parallèles.

(P2) Lorsque deux droites sont coupées par une sécante en forment deux angles alternes-externes de même mesure, alors elles sont parallèles.

(P1) Lorsque deux droites sont coupées par une sécante en forment deux angles correspondants de même mesure, alors elles sont parallèles.

Illustration :

Angles alternes-internes de même mesure, alors ***(D)*** et ***(D')*** sont parallèles	Angles alternes-externes de même mesure, alors ***(D)*** et ***(D')*** sont parallèles	Angles correspondants de même mesure, alors ***(D)*** et ***(D')*** sont parallèles
		

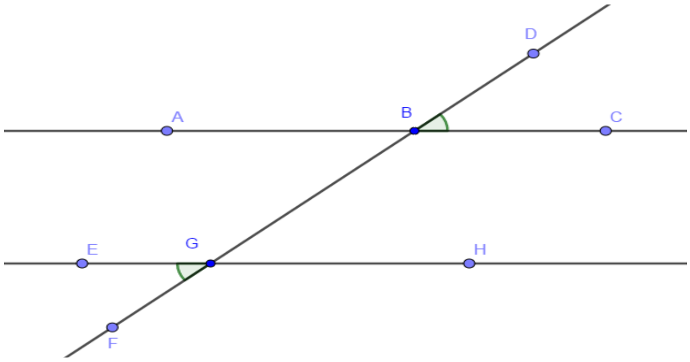
EXERCICES :

Sur la figure ci-dessous on a mes$\widehat{DBC}$ = **mes**$\widehat{EGF} = 30^\circ$

1) Justifier que les droites (AC) et (EH) sont parallèles

2) Donner la mesure de l'angle $\widehat{ABD}$**.**

3) déterminer deux angles alternes-internes ; deux angles alternes-externes ; deux angles correspondants.



Solution

1) Les angles $\widehat{DBC}$ **et** $\widehat{EGF}$ sont deux angles alternes-externes de même mesure donc les droites (AC) et (EH) sont parallèles

2) Les angles $\widehat{ABD}$ **et** $\widehat{DBC}$ sont supplémentaires donc **mes** $\widehat{ABD} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

3) Les angles $\widehat{GBC}$ **et** $\widehat{EGB}$ sont alternes-internes ; les angles $\widehat{ABD}$ **et** $\widehat{FGH}$ sont alternes-internes ; les angles $\widehat{ABD}$ **et** $\widehat{EGB}$ sont deux angles correspondants

MODULE 7 — CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ÉLÉMENTAIRES DU PLAN

CHAPITRE 9 : Distances

MOTIVATION :

Dans la vie, l'on est souvent confronté à des problèmes comme la délimitation d'un terrain, le labour d'un parterre, la confection d'un vêtement, la décoration d'une maison ou d'une pièce en respectant les distances de deux ou de plusieurs cotés entre un point marqué et un côté… Cette leçon nous donnera des outils pour pouvoir le faire aisément.

LECON 1 : Distance de deux points - Caractérisation d'un segment.

100 min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- Caractériser un segment.
- Utiliser l'inégalité triangulaire pour justifier une inégalité.

PREREQUIS :

Marque deux points distincts C et D sur ta feuille et mesure la longueur du segment $[CD]$.

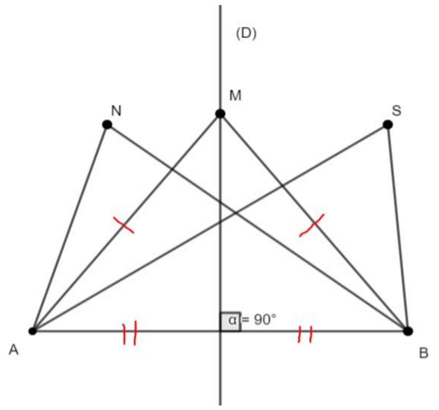
SITUATION PROBLEME :

Messieurs TAMO et MBOBE sont de proches voisins. $20\ m$ et $15\ m$ sont les dimensions respectives de la partie de leurs terrains le long d'une route rectiligne. Après la réalisation de leurs barrières par leurs techniciens, lors d'un contrôle de la communauté, l'agent a mesuré $36,2\ m$ du début du terrain de TAMO à la fin de celui de MBOBE et leur a dit : « Vos limites extrêmes ont été respectées mais il y a un problème avec vos barrières ». Aide-les à comprendre le problème.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Trace un segment [AB] de $8\ cm$ de longueur.

1) Trace la médiatrice (D) de ce segment.
2) Place un point M sur la droite (D), justifie que $MA = MB$.
3) Place un point N dans le demi-plan contenant le point A, compare NA et NB.
4) Place un point S dans le demi-plan contenant le point B, compare SA et SB.



$MA = MB$

$NA < NB$

$SA > SB$

Résolution :

$$\mathbf{20m + 15m = 35m < 36,2m}$$

D’où l’inégalité triangulaire n’est pas vérifiée donc les différentes limites de Messieurs TAMO et MBOBE ne forment pas un triangle avec les barrières.

RESUME :

1) Caractérisation d’un segment.

Si A et B sont deux points, la longueur du segment $[AB]$ est la distance entre les points A et B. On la note AB ou BA.

Exemple :

Si la distance d’un point M à un point N est de $9\ cm$, on écrit alors $MN = 9\ cm$ ou $NM = 9\ cm$.

2) Propriété :

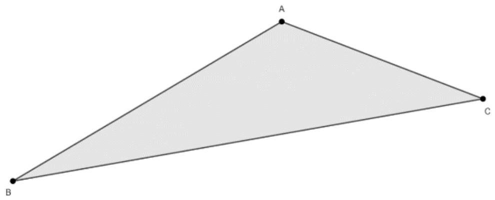
Dire qu’un point M appartient au segment $[AB]$ signifie que $AM + MB = AB$.

Exemple:

a) A, B et C sont trois points tels que $AB = 12,3\ cm$, $BC = 5,8\ cm$ et $AC = 6,5\ cm$. On a $AC + CB = 6,5\ cm + 5,8\ cm = 12,3\ cm = AB$, donc le point C appartient au segment $[AB]$.

b) I, J et K sont trois points tels que $IK = 9\ cm$, $IJ = 17\ cm$ et $KJ = 10\ cm$. On a $IK + KJ = 9\ cm + 10\ cm = 19\ cm \neq IJ$ donc K n’appartient pas au segment $[IJ]$.

3) Inégalité triangulaire



Lorsque le point C n'appartient pas au segment $[AB]$, alors ABC forme un triangle et on a les inégalités suivantes :

$$\boldsymbol{AC + CB > AB \; ; \; CA + AB > CB \; \; et}$$

$\boldsymbol{CB + BA > CA}$. Ces trois inégalités sont appelées inégalités triangulaires.

Exemples :

L'unité de longueur est le cm.

1) On donne $AB = 5, AC = 9 \; et \; BC = 3$. On a $AB + BC = 5 + 3 = 8 < AC$ donc on ne peut pas construire le triangle ABC.
2) On donne $AB = 5, AC = 9 \; et \; BC = 6$. On a $AB + BC = 5 + 9 = 11 > AC$, $AB + AC = 5 + 9 = 14 > CB$ et $AC + BC = 9 + 3 = 12 > AB$ donc on peut construire le triangle ABC.

4) Remarque :

Lorsque les points $A, B \; et \; C$ ne sont pas alignés, ils sont sommets d'un triangle ABC. Lorsque ces trois inégalités sont vérifiées, on peut construire le triangle ABC.

EXERCICES D'APPLICATIONS

L'unité de longueur est le cm.

1) On donne $AB = 5, \; AC = 9 \; et \; BC = 3$. Peut-on construire le triangle ABC ?
2) Construis un segment $[AB]$ de longueur 5 cm.
3) Place trois points $A, B \; et \; C$ tels que : $AB = 11 \; ; \; AC = 7 \; et \; C \in [AB]$. Calcule BC.
4) Place trois points $I, J \; et \; K$ tels que : $IJ = 8 \; ; \; IK = 6 \; et \; K \in [IJ]$. Calcule JK.

LECON 2 : Caractérisation de la médiatrice d'un segment. 100 min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

- Construire la médiatrice d'un segment à la règle, au compas ou par pliage ;
- Justifier une égalité de distances ou une inégalité de distances.
- Justifier qu'un point appartient à la médiatrice d'un segment

PREREQUIS :

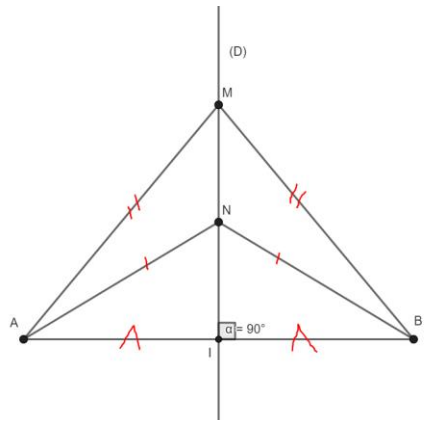
Place deux points $C \; et \; D$ tel que $CD = 10 \; cm$, puis construis la médiatrice (L) du segment $[CD]$.

SITUATION PROBLEME :

Un opérateur économique souhaite construire une boutique pour ravitailler deux villages voisins LOMIE et MINDOUROU. Il souhaiterait que la boutique soit située à égale distance des deux villages. Aide-le à résoudre ce problème.

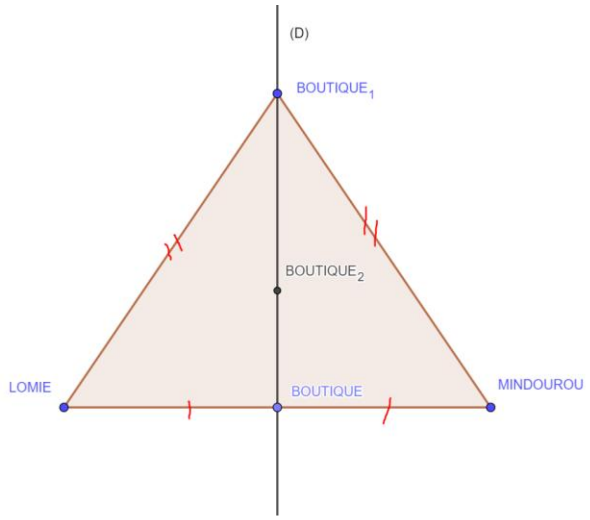
ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1) Sur un papier transparent trace un segment $[AB]$.
2) Plie ton papier de manière à faire coïncider les points $A\ et\ B$.
3) Déplie le papier et nomme (D) la droite obtenue en suivant la ligne de pliage et I le point d'intersection des droites $(D)\ et\ (AB)$.
4) Vérifie à l'aide de l'équerre que $(D)\ \perp\ (AB)$ et que I est le milieu de (AB).
5) Sur la droite (D) place deux points $M\ et\ N$ puis vérifie que $AM = BM$ et $AN = BN$. Que peux-tu conclure ?



Résolution :

Il suffira de placer la boutique sur la médiatrice (D) définie par les deux villages comme sur la figure ci-dessous.



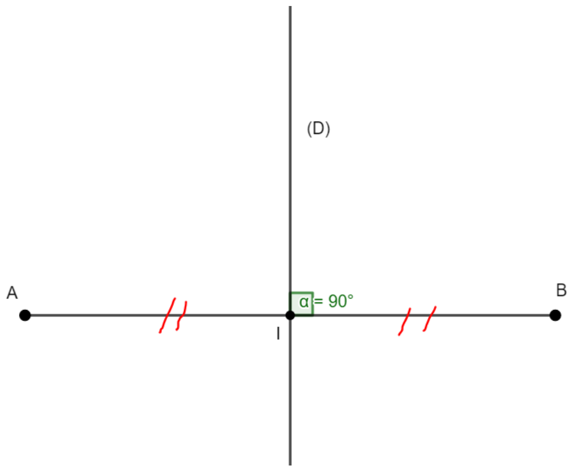
RESUME :

La médiatrice d'un segment est la droite passant par le milieu de ce segment et perpendiculaire au support de ce segment.

$(D) \perp (AB)$

(D) passe par I milieu de [AB]

(D) est la médiatrice de [AB]



Tout point de la médiatrice d'un segment est à égale distance des extrémités de ce segment.

(D) est la médiatrice de [AB]

$M \in (D)$

$MA = MB$

Tout point situé à égale distance des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment.

Exemples :

$A, B, C \ et \ D$ sont 4 points tels que AB = 4 cm, AD = 3 cm, CD = 5 cm et BC = 4 cm. B appartient à la médiatrice de $[AC]$ car $BA = BC$. D n'appartient pas à la médiatrice du segment $[AC]$ car $DA \neq DC$.

EXERCICES D'APPLICATIONS :

1) Construis le segment $[AB]$ de longueur 7 cm. Marque le point I milieu de ce segment.
2) Construit la médiatrice (L) du segment $[AB]$.
3) Place les points $M \ et \ N$ tel sur la droite (L) tel que $IM = IN = 3 \ cm$.
4) Donner la nature du triangle ANB
5) Donner la nature du quadrilatère ANBM

MODULE 8 SOLIDES DE L'ESPACE

CHAPITRE 10 : Sphère et Boule

MOTIVATION :

- Détermination des mesures,
- Détermination de la quantité d'un liquide dans un récipient

LECON 1 : Observation et Description d'une Sphère et d'une boule 100 min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

PREREQUIS :

À la fin de cette leçon, l'élève doit être capable de :

- ✓ Reconnaître une sphère et une boule ;
- ✓ Décrire une sphère et une boule en utilisant un vocabulaire adéquat ;
- ✓ Représenter la sphère et certains de ses grands cercles (liaison avec les méridiens et les parallèles) ;
- ✓ Distinguer une sphère d'une boule.

SITUATION PROBLEME :

Deux jeunes frères **ATEBA** et **YOPA** ont hérité de leur défunt père qui fût un brillant sportif deux objets de formes circulaires. **ATEBA** a reçu pour héritage une masse ronde similaire à celle du lancer de poids qui pèse 5 kg et dont le rayon mesure $6Cm$. **YOPA** quant à lui a reçu une balle de tennis qui pèse 250 g et dont le rayon est identique à celui de la masse reçue par son frère. Etonnés par l'écart entre les masses des deux objets ronds et de mêmes grosseurs, les deux frères décident alors de comparer, de décrire et d'établir la différence entre ces objets.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1. $\boldsymbol{a}$°) Que retrouve-t-on dans chacun de ces deux objets ?
$\boldsymbol{b}$°) Lequel des deux objets a son intérieur : Vide ? Plein ?
2°) Quelle différence fais-tu entre un ballon et une bille ? Entre une tisse et une masse ronde ?
3°) Cite un objet de ton choix qui a la forme ronde et dont l'intérieur est vide (contient de l'air).
4°) Cite un objet de ton choix qui a la forme ronde dont l'intérieur est plein (ou saturé).
5°) Observe les dessins ci-dessous et nomme chacun d'eux.

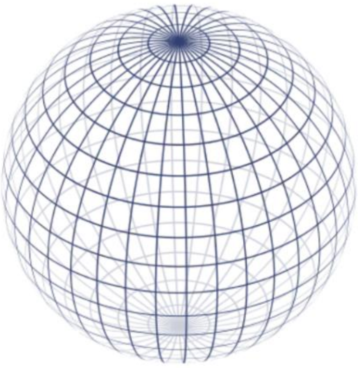


Figure 1

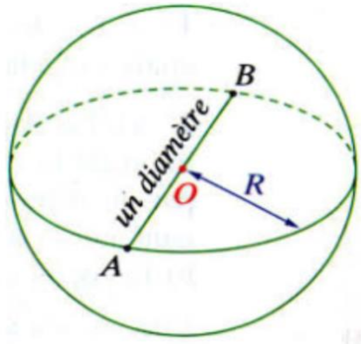


Figure 2

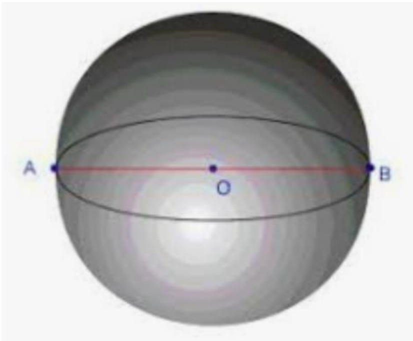


Figure 3

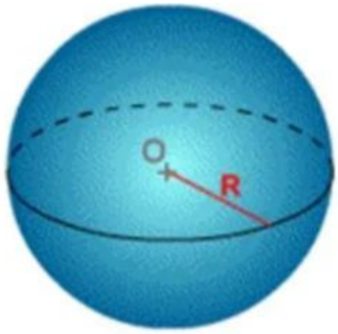


Figure 4

Résolution :

1. ***a***°) Dans la tisse nous avons de l'air et dans le poids une masse pleine et bien remplie (saturée)
b°) L'intérieur de la tisse est vide (contient de l'air) alors que celui de la masse est plein.
2°) L'intérieur du ballon est vide (contient de l'air) alors que la bille est pleine.
La tisse est remplie d'air alors que la masse est pleine.
3°) Le ballon, Bulle de savon et Ball de tennis.
4°) Planètes ; Boule de pétanque ; Fruits ronds (orange) et Bille.
5°) Les **Figures 1** et **2** sont des sphères alors que les **Figures 3** et **4** sont des boules.

RESUME :

1.1. *Sphère et Boule*

a°) *Définitions et exemples*

D_1. Une sphère de centre O et de rayon r $(r > 0)$ est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM = r$. Lorsqu'on tourne un demi-cercle autour de son diamètre, on obtient une **sphère**.

D_2. Une boule de centre O et de rayon r $(r > 0)$ est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM \leq r$ (pour une boule fermée qui est une boule constituée de l'intérieur et de l'enveloppe : C'est la définition utilisée à votre niveau) ou $OM < r$ (pour une boule ouverte qui est la boule constituée uniquement de l'intérieur de la sphère sans son enveloppe).

Remarques :

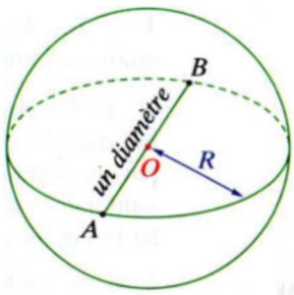
R_1. Ces deux définitions sont à comparer avec les définitions du cercle et du disque :
Soit O un point et r un nombre positif.

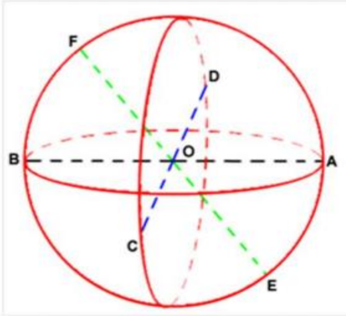
- ✓ Le cercle de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M du plan qui vérifient : $\mathbf{OM} = \boldsymbol{r}$
- ✓ Le disque de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M du plan qui vérifient : $\mathbf{OM} \leq \boldsymbol{r}$

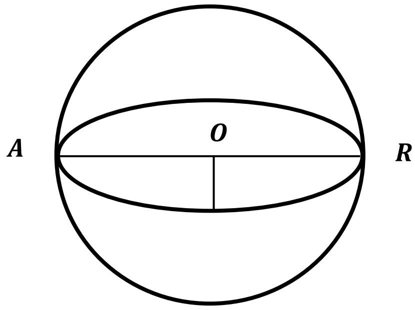
R_2. On peut dire que la sphère est l'enveloppe de la boule (comme la peau d'une orange) tandis que la boule est l'intérieur plus l'enveloppe.

Exemples :

1°) Les figures ci-dessous sont des sphères et les points A et B sont diamétralement opposés.







$[AB]$ est un diamètre de la sphère et $R = [OA] = [OB]$ en est le rayon. Sur la figure du milieu, les segments $[AB]$, $[CD]$ et $[EF]$ sont des diamètres de cette sphère.

2°) Les **Figures 3** et **4** de l'activité d'apprentissage sont des boules.

a°) *Description :*

D$_1$. Le diamètre d'une sphère est un segment qui joint deux points de celle-ci en passant par son centre

D$_2$. Deux points A et B d'une sphère sont diamétralement opposés lorsque ces points sont alignés avec le centre O de cette sphère. Le segment $[AB]$ est alors un diamètre de cette sphère et sa mesure est égale à $2r$.

D$_3$. Toute sécante diamétrale (droite passant par le centre O de la sphère ou de la boule) est axe de Symétrie de cette sphère.

D$_4$. Une sphère est un solide de révolution engendré par la rotation d'un demi-cercle autour d'une sécante diamétrale.

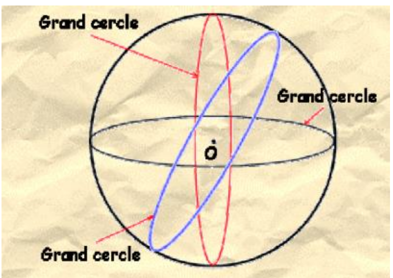
D$_5$. Une boule est quant- à elle engendrée par la rotation d'un demi-disque autour d'une sécante diamétrale.

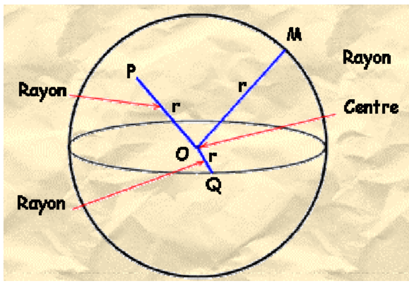
D$_6$. Un grand cercle d'une sphère de centre O et de rayon $\boldsymbol{r}$ est un cercle de centre O et de rayon $\boldsymbol{r}$.
En considérant la Terre comme une sphère (boule), l'équateur est un grand cercle.

Remarque :

R$_1$. Une sphère est vide à l'intérieur et n'a pas de développement (patron).

R$_2$. Sur la figure de l'extrême droit ci-dessous, la **ligne rouge** matérialise l'équateur.
Elle divise la terre en deux parties égales.





Vocabulaire :

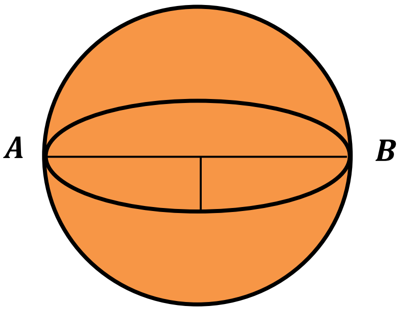
V$_1$. Le point O s'appelle le **centre** de la sphère (ou de la boule).

V$_2$. Le **rayon d'une sphère** est à la fois un segment joignant le centre à un point quelconque de l'enveloppe de cette sphère et la mesure $\boldsymbol{r}$ de ce segment.

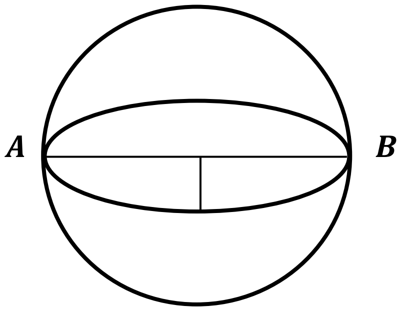
Attention à la perspective du dessin. Les trois rayons $[OM]$, $[OP]$ et $[OQ]$ ont même mesure $\boldsymbol{r}$.

$\boldsymbol{OM = OP = OQ = r}$. Lorsqu'on tourne un demi-disque autour de son diamètre, on obtient un solide appelé boule. Une boule est remplie et pleine.

1.2. *Différence entre une sphère et une boule*

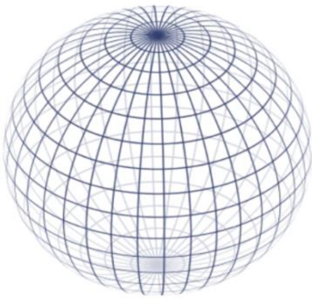
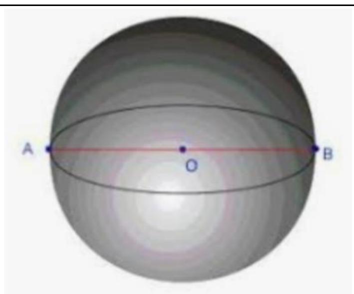


La boule représente l'espace intérieur d'une sphère :
Elle est donc pleine.



La sphère représente la délimitation extérieure d'une boule : Elle est donc vide.

La sphère est représentée par l'ensemble des points situés à une même distance du centre appelé « rayon » alors que la boule quand-à-elle représente l'ensemble des points qui sont situés à une distance inférieure ou égale au rayon par rapport au centre.

Solide	Définition	Illustration graphique	Exemples	Eléments métriques
Sphère	Solide limité à sa surface externe		Bulle de savon Balle de tennis Ballons Les différents ballons (foot, basket, volley, …)	On peut calculer son aire et son périmètre à partir du rayon
Boule	Sphère pleine de matière quelconque		Planètes, la terre notamment est remplie de matière sous la surface, Boule de pétanque, Fruits arrondis : Pomme, oranges, Bille; les poids Une boule de neige,	En plus du périmètre et du rayon, on peut aussi calculer son volume

1.3. *EXERCICES D'APPLICATIONS :*

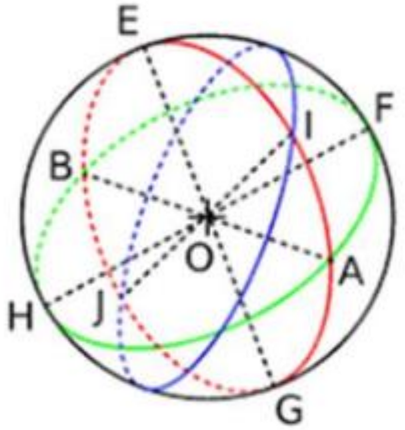
Exercice 1 :

1°) Trace une sphère de centre O et de rayon $6\ Cm.$ Hachure l'intérieur de cette sphère.
Quel solide obtiens – tu ?
2°) Trace un disque de diamètre.
3°) Quelle est la différence entre un cercle et un disque ?
4°) Calcule l'aire d'un disque de rayon $5\ Cm.$ Tu prendras $\pi = 3{,}4.$
5°) Classe les objets suivants selon qu'ils sont pleins ou creux :
$\boldsymbol{a}$°) Un ballon ; $\boldsymbol{b}$°) Une bille ; $\boldsymbol{c}$°) Une tisse ; $\boldsymbol{d}$°) Une orange

Exercice 2 :

1°) Observe la figure ci-dessous puis cite :
$\boldsymbol{a}$) Trois points situés sur la sphère de centre O.

b) Six points situés sur la boule de centre O.
c) Deux grands cercles de la sphère de centre O et de rayon $[OI]$.
2°) Nomme quatre rayons et trois diamètres de la sphère de centre O et de rayon $[OE]$.
3°) Quelle est la différence entre une sphère et une boule ?
4°) Quel solide de l'espace obtient-on en tournant un demi-disque autour de son diamètre ?
5°) Quel solide de l'espace obtient-on en faisant tourner un demi-cercle autour de son diamètre ?



LECON 2 : Eléments Métriques : Aire d'une Sphère et Volume d'une boule 50min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

À la fin de cette leçon, l'élève doit être capable de :
- ✓ Calculer l'aire d'une sphère de rayon donné ;
- ✓ Calculer le volume d'une boule de rayon donné.

Pré-requis :

1°) Définir le nombre **Pi** ($\boldsymbol{\pi}$) et donner une valeur approchée d'ordre 5 de ce nombre.
2°) Calculer le périmètre **P** et l'aire A d'un cercle de centre O et de rayon $r = 5\ Cm$.
3°) Compléter les pointillés :
a) $21{,}5\ m^3 \ = \ldots\ldots\ldots Cm^3$; ***b***) $0{,}12\ dm^3 \ = \ldots\ldots\ldots m^3$
c) $7{,}25\ dm^3 \ = \ldots\ldots\ldots m^3$; ***d***) $0{,}04\ m^3 \ = \ldots\ldots\ldots Cm^3$;
e) $1\ l \ = \ldots\ldots\ldots dm^3$; ***f***) $3\ dm^3 \ = \ldots\ldots\ldots dl$ et ***g***) $38{,}1\ cm^3 \ = \ldots\ldots\ldots dal$.

Solution :

1°) Le nombre **Pi** (π) est une constante mathématique indiquant le rapport entre la circonférence d'un cercle et son diamètre. Dans le cadre des sphères et des boules, cette constante va également nous servir pour tous les calculs de surface et de volume. Une calculatrice scientifique vous permettra d'utiliser la constante **Pi** (π) telle quel , mais vous pouvez sinon utiliser sa valeur arrondie d'ordre cinq $\mathbf{3,14159}$ ou plus généralement sa valeur approchée d'ordre deux $\mathbf{3,14}$.
2°) Calculer le périmètre **P** et l'aire A d'un cercle de centre O et de rayon $\boldsymbol{r} = 5\ Cm$.
On a: $\mathbf{P} = \pi D = 2\pi r = 2\pi \times 5\ Cm = 10\ \pi\ Cm \ \cong 31{,}4159\ Cm$.

Conclusion : La sphère de rayon $r = 5\ Cm$ a un périmètre d'environ $31{,}4159\ Cm$.

3°) Je complète les pointillés :

a) $21{,}5\ m^3 = \mathbf{214\ 000}\ Cm^3$; ***b***) $0{,}12\ dm^3 = \mathbf{0{,}0012}\ m^3$;

c) $7{,}25\ dm^3 = \mathbf{0{,}00725}\ m^3$; ***d***) $0{,}04\ m^3 = \mathbf{40\ \ 000}\ Cm^3$;
e) $1\ l = \mathbf{1}\ dm^3$; ***f***) $3\ dm^3 = \mathbf{30}\ dl$ et ***g***) $38{,}1\ cm^3 = \mathbf{0{,}00381}\ dal$.

Situation Problème :

Une sphère est une surface, un objet vide, tel qu'une balle de ping-pong ou un ballon de basketball. C'est donc une surface constituée de tous les points situés à une même distance d'un point appelé centre. La valeur de cette distance au centre est le rayon de la sphère.
Une boule au contraire est un volume, un objet plein, comme une boule de pétanque, une planète ou un fruit rond (orange).

La surface de la terre peut en première approximation être modélisée par une sphère dont le rayon est d'environ **6 371 Km**. Un élève de votre classe sollicite connaître le **Périmètre** et la **Surface** de la planète terre.

Activité d'apprentissage :

1°) Le système solaire compte huit (08) planètes parmi lesquelles la terre qui a un diamètre d'environ **12 742 Km**. Calculer :
a°) Le périmètre **P** de la terre.
b°) La superficie S de la terre.
2°) Calculer en $\mathbf{m^3}$ le volume **V** d'une boule de diamètre $\mathbf{D = 1\ Km}$.

Solution :

a°) On a : $\mathbf{P} = \pi D = 2\,\pi r = 2 \times \pi \times \mathbf{6\ 371\ Km} = \mathbf{12\ 742}\ \pi\ \mathbf{Km} \cong \mathbf{40\ 030{,}173592\ Km}$.
b°) $\mathbf{S} = 4\,\pi r^2 = 4\pi \times (\mathbf{6\ 371\ Km})^2 = \mathbf{162\ 358\ 564}\ \pi\ \mathbf{Km^2} \cong \mathbf{510\ 064\ 471{,}90978\ Km^2}$.
c°) $\mathbf{V} = \frac{4\,\pi}{3}(\mathbf{500\ m})^3 = \frac{1\ 034\ 386\ 411\ 244\ \pi}{3}\mathbf{m^3} \cong 523\ 598\ 775\ {,}59829\ \mathbf{m^3}$.

RESUME :

2.1. *UNITÉS DE VOLUME*

Les mesures de volumes sont des mesures millésimales. Cela veut dire que chaque mesure contient des **unités**, des **dizaines** et des **centaines**. Dans les conversions, nous n'utiliserons que l'unité et ses sous-multiples. Pour le bois de chauffage et de charpente, l'unité de mesure est le **stère (st)**. **Un stère = 1 st = 1 $\mathbf{m^3}$.**

les multiples									l'unité			les sous-multiples								
kilomètre cube			hectomètre cube			décamètre cube			mètre cube			décimètre cube			centimètre cube			millimètre cube		
km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
									st											
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
									9	6	4	7	2	1	5	3	8	2	0	5

2.1.1. *COMMENT PLACER UN NOMBRE ENTIER DANS LE TABLEAU DE CONVERSION*

Je dois convertir : 954 dm^3 = ? m^3
a) Je prends les unités du nombre (4) et je les place dans l'unité de la mesure donnée (dm^3).
b) Ensuite, je place les autres chiffres du nombre en suivant l'ordre (de droite à gauche).

c) Une fois les chiffres placés, je positionne la virgule dans la colonne des unités de la mesure demandée (m^3) à la droite du chiffre.
d) La réponse est : $954\ dm^3 = 0{,}954\ m^3$
e) Ajouter les zéros dans les cases vides.

2.1.2. COMMENT PLACER UN NOMBRE DÉCIMAL DANS LE TABLEAU DE CONVERSION

Je dois convertir : $372{,}4\ Cm^3 = ?\ mm^3$
a) Je prends les unités du nombre (2) et je les place dans l'unité de la mesure donnée (Cm^3).
b) Ensuite, je place les autres chiffres du nombre à gauche et à droite des unités sans mettre de virgule.
c) Une fois les chiffres placés, je positionne la virgule dans la colonne des unités de la mesure demandée (mm^3) à la droite du chiffre.
d) Si une case est vide, j'ajoute un zéro.
e) La réponse est : $372{,}4\ Cm^3 = 372\ 400\ mm^3$.

les multiples									l'unité			les sous-multiples								
kilomètre cube			hectomètre cube			décamètre cube			mètre cube			décimètre cube			centimètre cube			millimètre cube		
km³			hm³			dam³			m³			dm³			cm³			mm³		
									st											
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
												9	5	4						
											0 ,	9	5	4						
															3	7	2	4		
															3	7	2	4	0	0 ,

2.2. PÉRIMÈTRE D'UNE SPHÈRE OU D''UNE BOULE

Le périmètre d'une sphère (ou d'une boule) est exactement le même que celui du cercle correspondant. Comme une sphère n'est rien d'autre qu'un cercle en 3D , son périmètre P est donné par la formule :

$$P = 2\,\pi r \quad \text{où} \quad \begin{cases} P = \text{Périmètre} \\ \pi = \text{constante} \cong 3{,}14159 \\ r = \text{taille du rayon} \end{cases}$$

Définition :

Le rayon d'une sphère (ou d'une boule) désigne la distance entre le centre et le bord de la sphère (ou de la boule) : C'est le demi-diamètre de la sphère (ou de la boule).

$$r = \frac{\text{Diamètre}}{2} \iff 2r = D.$$

2.3. SURFACE D'UNE SPHÈRE ET VOLUME D''UNE BOULE

2.3.1. SURFACE D'UNE SPHÈRE

L'aire **A** d'une sphère est donnée par la formule : $A = 4\,\pi r^2$.
C'est donc le rayon au carré multiplié par $4\,\pi$.

Exemple :

La terre a un rayon de 6371 Km. Sa surface est donc égale à :

$A = 4\,\pi \times 6371^2 = 4\,\pi \times 6371 \times 6371 = 510\ 064\ 471{,}90978827525370434735336\ \text{Km}^2$.

Ce qui donne approximativement 510 millions de Kilomètres carrés.

2.3.2. Volume d'une boule

Les calculs sont identiques à ceux de la sphère. Le périmètre et la surface de la boule se calculent de la même façon. Vous avez d'ailleurs noté que j'ai pris la terre comme exemple pour le calcul de la surface d'une sphère alors qu'il s'agit bien d'une boule. La seule formule additionnelle que nous devons voir ici est celle permettant de calculer le volume d'une boule.

Le volume d'une boule se calcule grâce à la formule suivante : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Le résultat est en centimètre cube si le rayon est donné en centimètre.

Exemple :

Le volume de la boule de rayon 4 Cm est :

$V = \frac{4}{3}\pi(4\ Cm)^3 = \frac{4}{3}\pi \times 64\ Cm^3 = \frac{256}{3}\pi\ Cm^3\ \cong 268{,}08257\ Cm^3$.

2.3. *Exercices d'applications*

Exercice 1 :

1°) Calculer l'aire de la sphère de rayon $r = 5\ Cm$

2°) Calculer le volume de la boule de rayon $r = 5\ Cm$

Solution :

1°) On a : $A = 4\,\pi \times (5\ Cm)^2 = 4\,\pi \times 25\ Cm^2 = 100\,\pi\ Cm^2 \cong 314{,}16\ \text{Cm}^2$.

Conclusion : La sphère de rayon $r = 5\ Cm$ a une aire de $314{,}16\ \text{Cm}^2$ environ.

2°) On a : $\text{V} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times (5\ Cm)^3 = \frac{4}{3}\pi \times 125 Cm^3 = \frac{500\,\pi}{3} Cm^3 \cong\ 523{,}6\ \text{Cm}^3$.

Conclusion : La boule de rayon $r = 5\ Cm$ a un volume de $523{,}6\ \text{Cm}^3$ environ.

Exercice 2 :

1°) Calculer le périmètre de la sphère de diamètre $D = 16\ m$

2°) Calculer en mètre le rayon de la boule de volume $\text{V} = 904{,}778\ 684\ \text{Cm}^3$.

3°) Une sphère a pour aire $\text{A} = 54\ \text{m}^2$.

a) Calcule son rayon en Cm.

b) Calcule le volume de la boule de même rayon que cette sphère.

Exercice 3 :

Une boule de rayon $\boldsymbol{r}$ est inscrite dans un cube.
Elle est donc en contact avec les six faces du cube.

1. ***a***) Exprimer à l'aide de $\boldsymbol{r}$ **et de** $\boldsymbol{\pi}$ le volume $\mathbf{V_1}$ de la boule**.**

b) Exprimer à l'aide de $\boldsymbol{r}$ le volume $\mathbf{V_2}$ du cube.

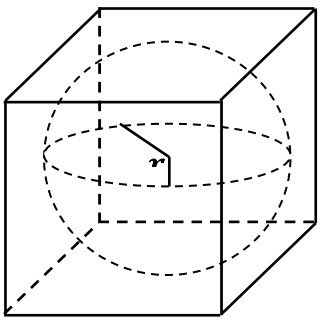
c) Exprimer à l'aide de $\boldsymbol{\pi}$ le rapport $\boldsymbol{\delta} = \frac{\mathbf{V_1}}{\mathbf{V_2}}$.

2. ***a***) Exprimer à l'aide de $\boldsymbol{r}$ **et de** $\boldsymbol{\pi}$ l'aire $\mathbf{A_1}$ de la surface de la boule**.**

b) Exprimer à l'aide de $\boldsymbol{r}$ l'aire $\mathbf{A_2}$ du cube.

c) Exprimer à l'aide de $\boldsymbol{\pi}$ le rapport $\mathbf{K} = \frac{\mathbf{A_1}}{\mathbf{A_2}}$.

3) Que constates-tu ? Déduis-en une propriété.



MODULE 8	SOLIDES DE L'ESPACE

CHAPITRE 11 : Prismes Droits

MOTIVATION :

Au quotidien, on est souvent amené à déterminer le volume ou la contenance des solides, dans d'autres Cas à les emballer (par des papiers cadeaux ou aluminium par exemple). Certains de ces solides ayant la forme d'un prisme droit.

LECON 1 : Fabrication d'un Prisme Droit 50 min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

L'élève doit être en mesure de :

- Réaliser un patron d'un prisme droit
- De fabriquer un prisme droit

PREREQUIS :

1) Réaliser le patron d'un cube dont les arrêts mesures 50mm.
2) Un cube a………… faces, ……………. Arrêts et …………...sommets

SITUATION PROBLEME :

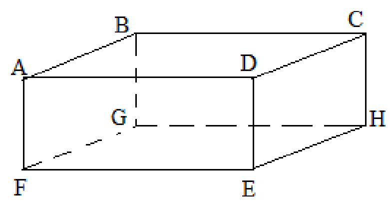
M. BALLA à acheter un terrain de 1 hectare dont il veut utiliser pour la culture du poivre. Il décide donc que pour éviter des problèmes avec les responsables des terrains voisin qu'il convient de délimiter son terrain en utilisant un moule a base triangulaire de mêmes dimensions. Son fils de 2e année MARCO lui propose un moule dont la base est un triangle équilatéral et de dimensions 30 cm à la base et 60 cm de hauteur. Pour faciliter la fabrication de ce moule, il doit schématiser le patron de ce dernier.

Aider M. BALLA à schématiser le patron de son moule.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Soit le prisme droit ci -dessous :

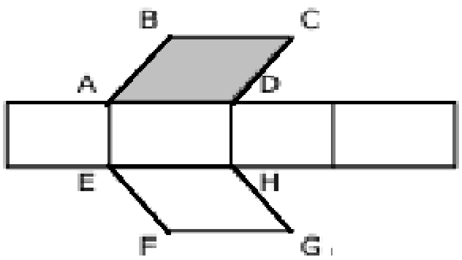
1) Cite les faces latérales de ce prisme.
2) Cite les bases de ce prisme.
3) Donne la hauteur de ce prisme.
4) Dessiner le patron de ce prisme



Résolution :

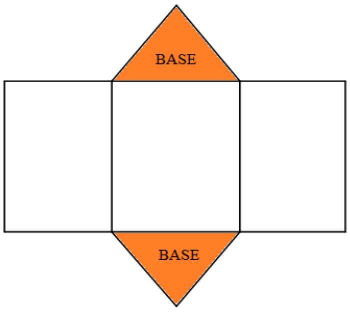
Solution activité d'apprentissage :

1) Les faces latérales de ce prisme sont : ADEF, CDEH, BCHG, ABGF
2) Les bases de ce prisme sont : EFGH et ABCD
3) La hauteur de ce prisme est : AF, DE, CH ou BG
4) Patron de ce prisme



Solution de la situation problème :

1) Réalisation du patron du patron du moule de M. BALLA



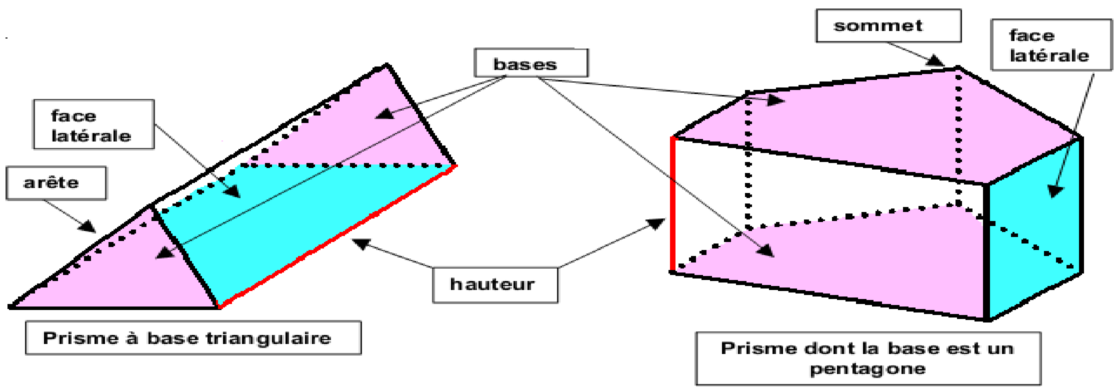
RESUME :

a) Définition : Un prisme droit est un solide dont

- deux faces sont des polygones superposables et parallèles appelées les bases

- les autres faces sont des rectangles appelées les faces latérales

Exemple :



b) Vocabulaire :

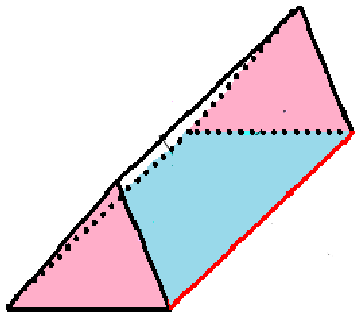
- Les arêtes qui relient les bases sont appelées les arêtes latérales, elles ont toutes la même longueur.

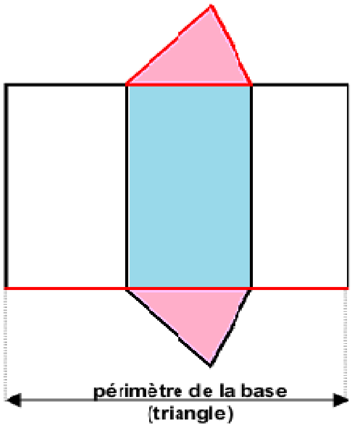
- Cette longueur commune est appelée hauteur du prisme

c) Cas particulier : Lorsque les bases sont des rectangles, le prisme droit est un parallélépipède rectangle

d) Patron :

Un patron d'un solide est une surface plane qui, après pliage, permet de fabriquer ce solide sans superposition de deux faces.



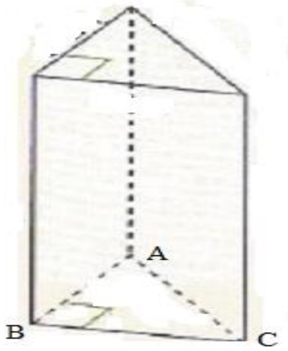


EXERCICES D'APPLICATIONS :

a) Dessine à l'aide d'une règle gradué un prisme droit de hauteur 7 cm. La face avant est un triangle ABC tel que AB = 4 cm, AC = 5 cm et BC = 6 cm.

b) Décris la forme des autres faces et précise leurs dimensions respe

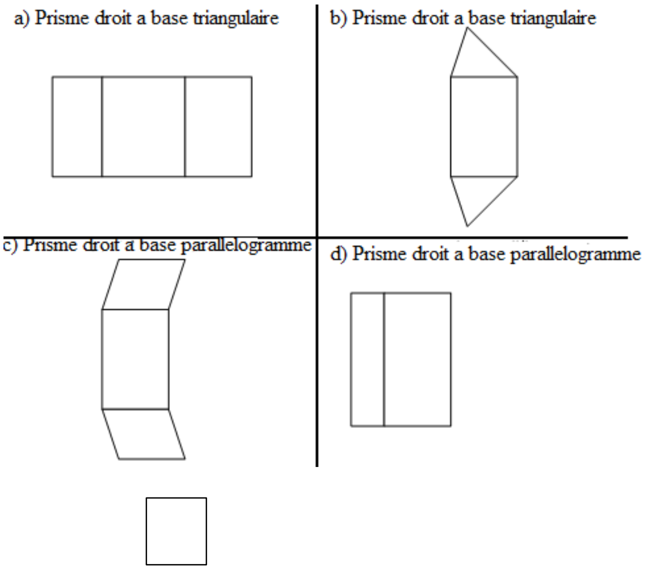
c) Dessine un patron de ce prisme en vraie grandeur



EXERCICES DE MAISON :

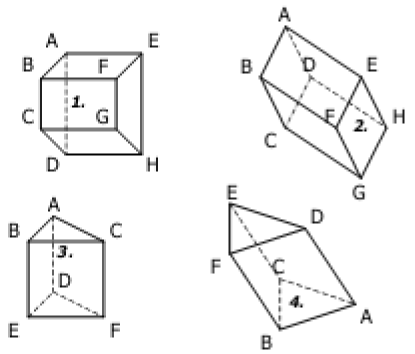
Exercice 1 :

Compléter les patrons suivants



Exercice 2 :

Compléter le tableau ci-dessous



	1.	2.	3.	4.
BASES				
FACES LATÉRALES				

LECON 2 : Eléments Métriques 50 min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

L'élève doit être en mesure de :

- De calculer les éléments métriques du prisme droit (Aire latérale, Aire total et volume)

PREREQUIS :

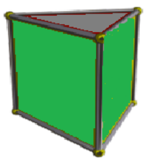
1) Complète les pointillés suivants par les mots : latérales, parallèles, rectangles, bases, superposables

Un prisme est un solide composé de deux ……………qui sont …………et …………….. et de faces…………qui sont des ……………….

2) Dessine le patron puis le prisme droit dont les bases sont des triangles de côté 50mm, 40mm et 30mm et dont la hauteur est 60mm.

SITUATION PROBLEME :

M. ABDOU dispose d'une table ayant la forme d'un prisme droit dont les bases sont des triangles de côté 50cm, 40cm et 30cm et dont la hauteur est 60cm. Il a couvert les faces latérales avec du tissu. Ainsi il souhaite connaitre la surface du tissu qu'il a utilisé. Son fils qui est un élève de la classe de 2eme année affirme qu'il y a une méthode très simple de calcul. Aide M. ABDOU à calculer la surface de ce tissu.

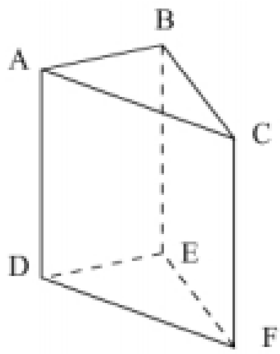


ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Soit le prisme droit ci -dessous :

On donne : AB=4cm, BC=3cm,

AC=5cm et AD=6cm



1) Cite les faces latérales de ce prisme.
2) Cite les bases de ce prisme.
3) Donne la hauteur de ce prisme.

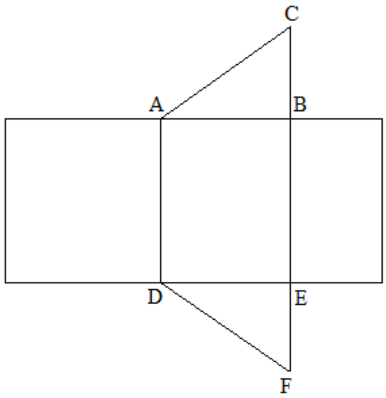
4) a. Calcule l'aire de chaque face latérale de ce prisme

b. Calcule la somme des aires des faces latérales de ce prisme

Résolution :

Solution activité d'apprentissage :

1) Les faces latérales de ce prisme sont les faces $ABED, ADFC$ et $BCFE$.
2) Les bases de ce prisme sont : les triangles DEF et ABC
3) La hauteur de ce prisme est : $AD = BE = CF = h = 6\ cm$
4) .a) Calcul de l'aire de chaque faces latérale



$A_{ABED} = AB \times AD = 4\ cm \times 6\ cm = 24\ cm^2$

$A_{ADFC} = AC \times AD = 5\ cm \times 6\ cm = 30\ cm^2$

$A_{BCFE} = BC \times CF = 3\ cm \times 6\ cm = 18\ cm^2$ NB : $CF = AD$

b) Calcul de la somme des aires des faces latérales de ce prisme

$S_{aires} = A_{ABED} + A_{ADFC} + A_{BCFE} = 24\ cm^2 + 30\ cm^2 + 18\ cm^2$

$\boldsymbol{S_{aires\ laterales} = 82\ cm^2}$

Solution de la situation problème :

2) Calcul de l'aire latérale de la chaise

$$A_{laterale} = Perimetre\ de\ base \times hauteur$$

$A_{laterale} = 12cm \times 6 \times 30cm = 2160cm^2$ $\boldsymbol{A_{laterale} = 2160cm^2}$

RESUME :

a) Aire latérale et aire totale d'un prisme droit

Définition 1 : L'aire latérale d'un prisme droit est la somme des aires de ses faces latérales.

Propriété : L'aire latérale d'un prisme droit est égale au produit du périmètre d'une de ses bases par la hauteur.

On peut noter : $\boxed{\boldsymbol{A_{laterale} = P_{base} \times H}}$

Définition 2 : L'aire totale d'un prisme droit est égale à la somme de son aire latérale et de l'aire de chacune de ses deux bases.

f) Volume d'un prisme droit

Propriété : On désigne par $\mathscr{B}$ l'aire d'une base d'un prisme droit et par H la hauteur. Le volume V de ce prisme droit est donné par la formule : $\boxed{\boldsymbol{V = B \times H}}$

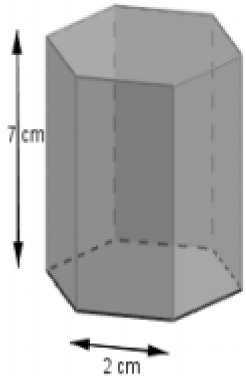
EXERCICES D'APPLICATIONS :

1- Le prisme ci-dessous a pour base un hexagone régulier de côté 2 cm. La hauteur de ce prisme est de 7 cm.

a- Calcule l'aire latérale de ce prisme.

b- Sachant que l'aire d'une base de ce prisme est de 10, 4 cm^2, calcule l'aire totale de ce prisme.

c- Calcule le volume de ce prisme.



2- Franc, élève en classe de 5eme dispose d'un récipient ayant la forme d'un prisme droit de hauteur 1,2 mètres dont la base est assimilable à un triangle ABC rectangle en A tel que AB=30 cm, BC=50cm et AC=100 cm.

Calculer la contenance en litres de ce récipient.

SOLUTION :

1- a) Calcul de l'aire latérale de ce prisme

$\boldsymbol{A_{laterale} = P_{base} \times H}$

Le solide est un hexagone régulier. Donc tous les côtés de la base ont les mêmes dimensions. Alors :

$\boldsymbol{P_{base} = 2cm \times 6 = 12cm}$ **.** On obtient donc $\boldsymbol{A_{laterale} = 12cm \times 7cm = 84cm^2}$

b) Calcul de l'aire total de ce prisme

$$\boldsymbol{A_{Totale} = A_{laterale} + 2 \times A_{Base}}$$

Donc : $\boldsymbol{A_{Totale} = 84cm^2 + 2 \times 10,4cm^2 = 104,8cm^2}$

c) Calcul du volume du prisme

$$\boldsymbol{V = B \times H}$$

avec $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{H}$ représentant l'aire de base et la hauteur du prisme respectivement

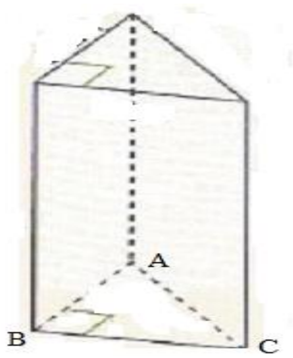
Donc : $\boldsymbol{V = 10,4cm^2 \times 7cm = 72,8cm^3}$ $\boldsymbol{V = 72,8cm^3}$

2- Calcul de la contenance en litre du récipient

$\boldsymbol{V = B \times H}$

$B = \frac{50cm \times 30cm}{2} = 1500cm^2$

Donc : $\boldsymbol{V} = 1500cm^2 \times 120cm = \boldsymbol{180000cm^3 = 180l}$



TRAVAIL A FAIRE A LA MAISON :

Exercice 1 :

Un prisme droit à un volume de 24 cm^3, une hauteur de 6 cm. Les bases sont des triangles rectangles dont un côté de l'angle droit mesure 2,5 cm. Calculer la mesure de l'autre côté de l'angle droit

Exercice 2 :

Un prisme droit a pour base un triangle équilatéral et chacune des faces latérales est un carré. La longueur totale de ses arêtes est 1,35 m.

a) Fais un petit croquis de ce prisme droit
b) Quel est le nombre total des arêtes de ce prisme ?
c) Compare la longueur d'une arête de la base à celle d'une arête latérale.
d) Calcule la longueur de chaque arête.

MODULE 7	Configurations et transformations élémentaires du plan

CHAPITRE 12 : Cercle

MOTIVATION : Dans notre quotidien de vie, on est appelé à concurrencer le marché de l'offre des objets d'arts suivant l'esthétique de ces derniers ; tel que la décoration des murs, des plafonds, des tapis, qui doivent avoir soit une forme circulaire, triangulaire ou une combinaison de ces deux figures etc. Cette leçon nous donnera des éléments nécessaires pour les réaliser.

LECON 1 : Cercle circonscrit à un triangle 50min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

1- Savoir construire et utiliser un cercle circonscrit à un triangle donné.
2- Reconnaitre un triangle rectangle à partir de son cercle circonscrit.

PREREQUIS :

1- Construis un triangle quelconque.
2- Construis un triangle rectangle.
3- Construis la médiatrice d'un segment.

SITUATION PROBLEME :

Pour construire un rond-point au carrefour de son village, Bardé qui est élève dans le seul CETIC de son village, a trouvé que le chef avait déjà placé trois bornes non alignées à cet endroit ; il exige que le cercle de base du moule de ce rond-point passe par ces trois bornes. Comment Bardé devra-t-il procéder pour réussir le moule ?

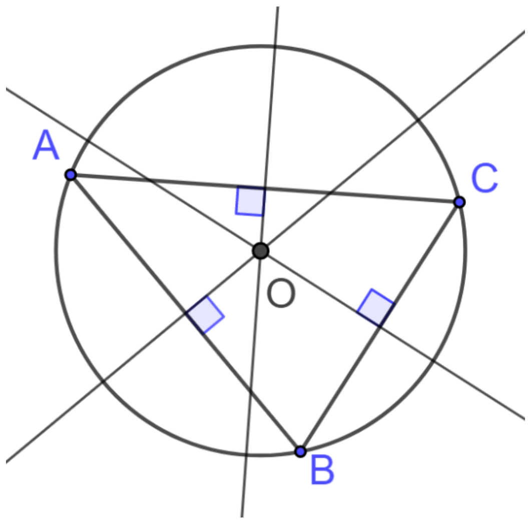
ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1- Construis un triangle quelconque ABC.
2- Construis les médiatrices de chaque côté de ce triangle.
3- Que remarques-tu?
4- Construis le cercle passant par un sommet de ce triangle et ayant pour centre le point de rencontre de ces médiatrices.
5- Reprendre les questions 2 à 4 ci-dessus pour un triangle ABC rectangle en B.

Correction Activité d'apprentissage

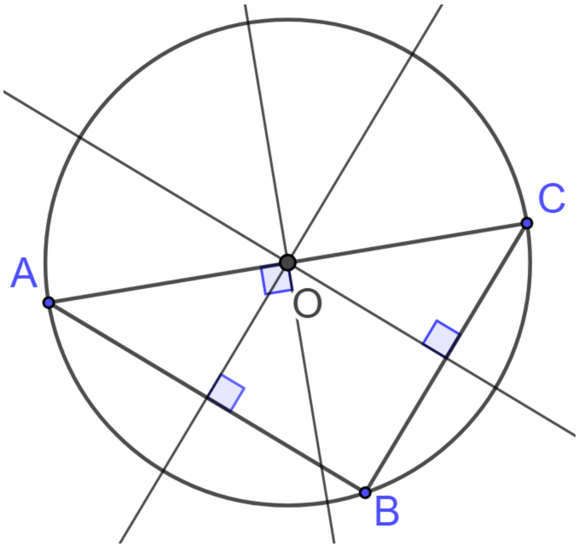
1- 2- 4- voir figure

Construction d'un triangle quelconque ABC, des médiatrices de chaque côté et du cercle passant par un sommet de ce triangle et ayant pour centre le point de rencontre de ces médiatrices.



3- Nous remarquons que ces différentes médiatrices se rencontrent en un unique point.

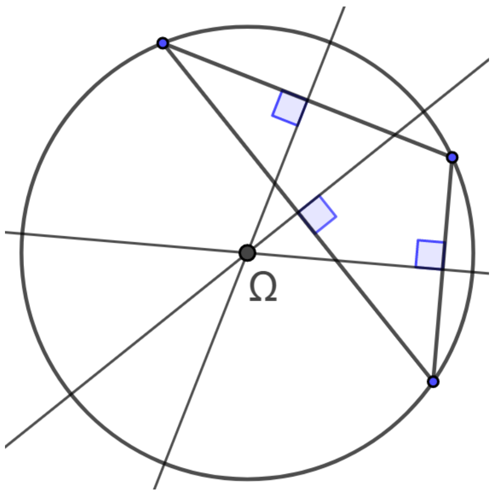
5- Le triangle est rectangle en B



RESUME :

- Le cercle qui passe par les sommets d'un triangle est le cercle circonscrit à ce triangle ; on dit aussi que le triangle est inscrit dans ce cercle.
- Méthode de construction.

  Pour construire le cercle circonscrit à un triangle donné, on construit les médiatrices de deux des trois côtés ; le point de concours Ω de ces médiatrices est le centre de ce cercle. On place la pointe sèche du compas au point Ω et la pointe au crayon sur un des sommets du triangle, puis on trace.



Remarques :

- Dans le cas d'un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.
- Si un triangle a tous ses angles aigus, alors le centre de son cercle circonscrit est situé à l'intérieur de ce triangle. Si ce triangle a un angle obtus alors ce centre est à l'extérieur du triangle.

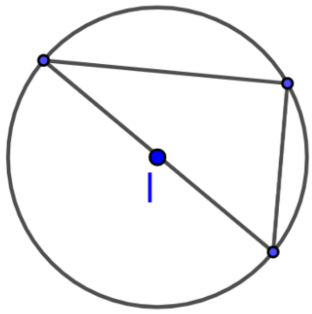
EXERCICES D'APPLICATIONS :

1) Construis un triangle rectangle de ton choix. Nomme I le milieu de l'hypoténuse de ce triangle. Sans tracer les médiatrices de ce triangle, construis le cercle circonscrit à celui-ci.

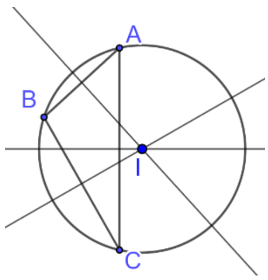
2) Construis un triangle ABC tel que AB = 2cm, AC = 4cm et BC = 3cm. Construis le cercle circonscrit au triangle ABC et mesure le rayon de ce cercle.

Solution

1) Le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse car le triangle est rectangle



2) Cercle circonscrit au triangle ABC



Devoirs

Exercice1 Répondre par vrai ou faux

1- Le cercle circonscrit à un triangle ABC est le cercle de centre A et de diamètre $[AC]$

2- Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de l'hypoténuse

3- Le point de rencontre des médiatrices des côtés d'un triangle est le centre gravité de ce triangle.

Exercice2

L'unité de mesure est le centimètre. (C) Est le cercle de centre A et de rayon 4

a) Construire et colorie l'intérieur de (C)

b) E est un point à l'intérieur et F est un point à l'extérieur de (C). Compare les distances AE et AF, justifier votre réponse.

Exercice3

Trois établissements d'une ville sont situés de manière qu'ils ne sont pas alignés. Explique comment on peut construire un centre multimédia pour les élèves des trois établissements situés à égale distance de chacun des trois lycées. Tu t'aideras d'une figure.

LECON 2 : Régionnement du plan par un cercle *50min*

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES:

1- Reconnaitre et justifier qu'un point est à l'intérieur, à l'extérieur ou sur un cercle ;

2- Déterminer le rayon ou l'angle au centre d'un secteur.

PREREQUIS :

1- Construis un cercle C de centre O et place un point M sur ce cercle.

2- Calcule l'aire du cercle de rayon $r = 2cm$.

SITUATION PROBLEME :

Des enfants jouent aux billes dans une cour horizontale. Ils ont tracé dans la cour un cercle de rayon 15cm. Un joueur se tient sur une ligne droite tracée à 4m du cercle. Il lance la bille avec l'intention que celle-ci finisse sa course dans le cercle. Quelles sont les positions possibles de la bille à l'arrêt par rapport au cercle ?

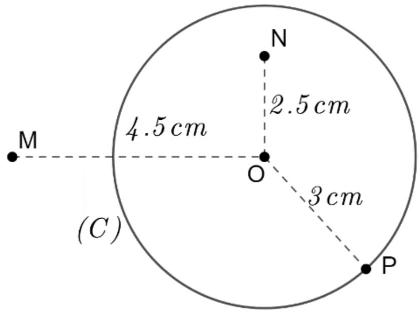
ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

O est un point du plan

1- Construire un cercle (C) de centre O et de rayon $R = 3cm$
2- Marque trois points M, N et P tels que $OM = 4.5cm$, $ON = 2cm$ et $OP = 3cm$
3- Compare OM et R ; ON et R puis OP et R
4- Que peut-on dire de la position de chacun de ces points par rapport au cercle (C) ?

Correction Activité d'apprentissage :

1- Construction de (C)
2- Marquons les points M, N et P
3- Comparaison. $OM > R$, $ON < R$ et $OP = R$
4- Position de chacun de ces points par rapport au cercle (C)
   - M est à l'extérieur de (C)
   - N est à l'intérieur de (C)
   - P est sur le cercle (C)



Solution à la situation problème

- Si la bille s'arrête à plus de 15cm du centre du cercle alors elle est à l'extérieur du cercle ;
- Si la bille s'arrête à moins de 15cm du centre du cercle alors elle est à l'intérieur du cercle ;
- Si la bille s'arrête à 15cm du centre du cercle alors elle est sur le cercle

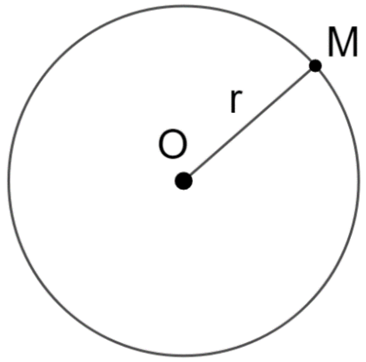
RESUME :

Définitions et propriétés

Soient O un point du plan et r un nombre réel positif non nul

- L'ensemble de tous les points M situés à égale distance r du point O est le cercle de centre O et de rayon r.

On note C (O ; r) ou (C).

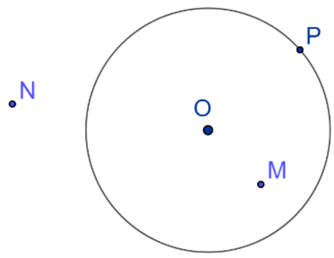


$C(O, r)$

Dans le plan, un cercle (C) partage le plan en trois régions.

Si (C) est un cercle de centre O et de rayon r alors :

- Si un point N est tel que ON > r, alors le point N est à l'extérieur du cercle (C).
- Si un point M est tel que OM < r, alors le point M est à l'intérieur du cercle (C).
- Si un point P est tel que OP = r, alors le point P est sur le cercle (C).



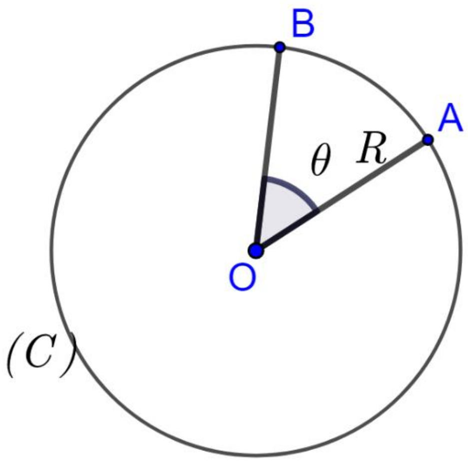
Vocabulaire L'ensemble de tous les points intérieurs au cercle (C) est appelé le disque de centre O et de rayon r et noté D(O,r).

Définition

Dans le cercle de centre O et de rayon R, si A et B sont deux points de ce cercle, alors la zone délimitée par les segments $[OA]$, $[OB]$ et l'arc d'extrémités A et B est appelé un secteur angulaire.

Si θ est la mesure en radian de l'angle $\widehat{AOB}$ alors la longueur de l'arc $\widehat{AB}$ est $L = R \times \theta$ et l'aire de ce secteur est $\mathcal{A} = \frac{1}{2}R\theta^2$

Vocabulaire : L'angle θ est appelé angle au centre associé au secteur angulaire. On a alors $\theta = \frac{L}{R}$ (L et R en m)



EXERCICE D'APPLICATION :

(C) est un cercle de centre O et de rayon 4cm. M, N et P sont trois points qui vérifient :

ON = 3,999cm ; OM = 4,1cm et OP = 4cm. Répondre par vrai ou faux : Donner la bonne réponse dans le cas où c'est faux.

a) N est extérieur au cercle ;

b) M est sur le cercle ;

c) P est intérieur au cercle.

Solution a) Faux : le point N est un point intérieur au cercle.

b) Faux : le point M est un point extérieur au cercle.

c) Faux : le point P est sur le cercle

Devoirs

Exercice1 Répondre par vrai ou faux

1- Dans le plan, un cercle partage le plan en deux régions
2- Un disque de centre Ω et de rayon r est l'ensemble des points M du plan tels que $\Omega M < r$
3- On considère les points A,B,C et D du plan tels que $AB = 2.9cm$; $AC = 3.1cm$; $AD = 6cm$. Parmi ces points seul le point D est à l'extérieur du cercle de centre A et de rayon 3cm.

Exercice2

Dans un cercle de centre O et de rayon $r = 4cm$, marque deux points A et B tels que $mes\widehat{AOB} = \frac{\pi}{2}$ puis calcule l'aire du secteur angulaire d'angle $\frac{\pi}{2}$

MODULE 7	CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN

CHAPITRE : 13 POLYGONES

MOTIVATION : L'homme dans son quotidien est confronté à des formes pour délimiter un terrain et déterminer sa superficie, pour prévoir des quantités (de tissus par exemple) …. Ce chapitre qui nous permet de mieux connaitre les figures géométriques à plusieurs côtés nous permettra de mieux résoudre ces problèmes.

LECON 1 : Présentation des polygones 50 min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES : A la fin de cette leçon, l'élève doit être capable :

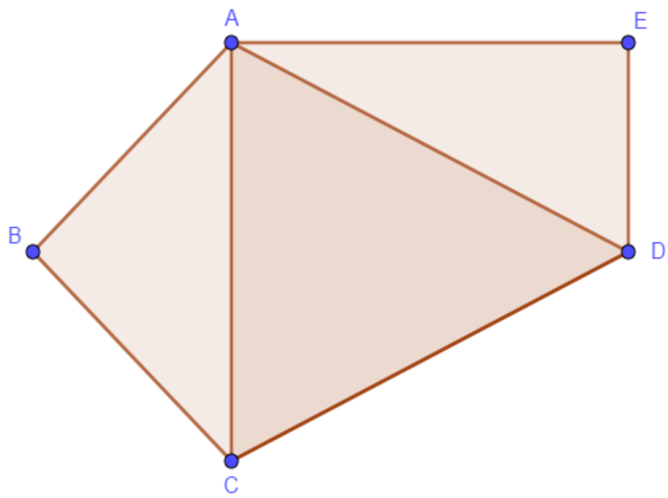
- De reconnaître un polygone ;
- De nommer un polygone donné ;
- Identifier un polygone régulier.

PREREQUIS :

- Donner le nombre de côtés d'une figure géométrique ;
- Identifier le nombre de sommets d'une figure géométrique.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

Observer attentivement la figure ci-dessous.



1) Identifier sur cette figure, deux figures géométriques comportant 4 côtés et une figure géométrique de 5 côtés. Donner un nom à ces figures ?

2) Pour chacune des figures précédentes, donner le nombre de diagonales et le nombre de sommets.

Résolution :

1) ABCD et ACDE sont deux figures à 4 côtés ; ABCDE est une figure à 5 côtés. Ces figures sont appelées des polygones.

2) La figure ABCD comporte une diagonale (le segment [AC]) et 4 sommets (les points A, B, C, et D) ; La figure ACDE comporte une diagonale (le segment le segment [AD]) et 4 sommets (les points A, C, D, E) ; La figure ABCDE comporte deux diagonale (les segments [AC] et [AD]) et 5 sommets (les points A, B, C, D, E).

RESUME :

Définition 1 :

Un polygone est une figure fermée composée de plusieurs côtés encore appelés segments.

Remarque :

(R1) les extrémités des côtés sont appelées sommets ou coins du polygone.

(R2) Pour nommer un polygone, on cite tous les sommets dans l'ordre donné sur la figure ou l'énoncé.

Exemple :

- Dans l'activité introductrice, ABCDE est un polygone de sommets A, B, C, D, E ; et de côtes les segments [AB], [BC], [CD], [DE].
- Le polynôme ABCD de l'activité introductrice peut encore être nommer : ADCB ; DABC ; CBAD ; BCDA ; … ; mais on ne peut le nommer ACBD.

Exemple de polygones :

Polygones	Triangle	Quadrilatère	Pentagone	Hexagone	Heptagone	Octogone	Nona-gone	Décagone
Nombre de côtés	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**

Définition 2 :

Une diagonale d'un polynôme est un segment qui relie deux sommets non consécutifs.

Exemple : Dans le polygone ABCD de l'activité introductrice les sommets A et D sont deux sommets consécutifs, le segment [AD] n'est pas une diagonale ; par contre les sommets A et C sont non consécutifs donc le segment [AC] est une diagonale.

Définition 3 :

Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur et dont tous les angles ont la même mesure.

Exemple : le triangle équilatéral et le carré sont des polygones régulés.

Remarque :

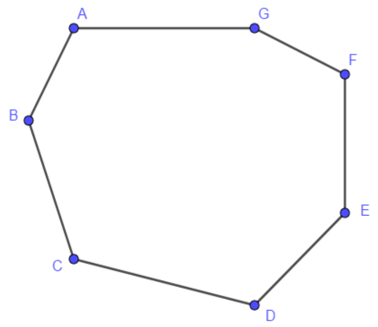
(R1) pour tout polygone régulier, il existe un cercle passant par tous ses sommets. Ce cercle est appelé cercle circonscrit à ce polygone.

(R2) Le centre du cercle circonscrit à un polygone régulier est le point de rencontre des médiatrices de ses côtés.

(R3) Tout polygones réguliers possède un axe de symétrie et un centre de symétrie.

EXERCICE D'APPLICATION :

On considère le polygone ci-contre.
1) Ce polygone est-il un polygone régulier ? justifier votre réponse.
2) Donner un nom à ce polygone.
3) Nommer 4 diagonales de ce polygone.
4) En utilisant les sommets, donner 4 noms à ce polygone.



SOLUTION

1) Ce polygone n'est pas un polygone régulier car tous les côtés n'ont pas la même longueur.

2) Ce polygone à 7 côtés donc c'est un Heptagone.

3) AD, BE, CG, CE.

4) ABCDEFG, BCDEFGA, CBAGFED, EFGABCD.

LECON 2 : POLYGONES PARTICULIERS *100 min*

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES : A la fin de cette leçon, l'élève doit être capable :

- De reconnaitre et construire un polygone particulier : Parallélogramme, trapèze, losange, hexagone régulier, octogone régulier ;
- D'établir la différence entre un rectangle, un losange et un carré ;
- Tracer le cercle circonscrit à un polygone régulier.

PREREQUIS :

- Tracer un polygone connaissant ses sommets ;
- Utiliser le rapporteur pour construire un angle de mesure donné.

SITUATION PROBLEME :

Pour la fabrication de ses nouveaux gâteaux, FADIMATOU à acheter au marcher des feuilles de tôles pour fabriquer deux nouveaux moules différents, Elle sollicite que la base de l'un est la forme d'un parallélogramme et l'autre d'un hexagone. Elle voudrait représenter ces bases sur des feuille de tôle afin de les sectionner. Confus, elle sollicite votre aide.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGES :

En considérant les informations de la situation problèmes :

1-a) Tracer segments consécutifs [AB] et [BC] ;

b) Tracer un arc de cercle de centre A et de rayon [BC] puis un arc de cercle C et de rayon AB. Ces deux arcs de cercle sont sécants en un point D

c) Tracer les segments [AD] et [DC] puis donner la nature de la figure obtenue.

2-a) Tracer un cercle de centre O et de rayon 3cm ;

b) Placer un point A sur le cercle puis tracer le rayon OA

c) A l'aide de d'un rapporteur construisez un angle de mesure 60° de sommet O et dont un côté est la demi-droite [OA) ;

d) Reprendre le processus pour placer les points B, C, D, E et F tels que mes$\widehat{BOC} = 60^\circ$; mes$\widehat{COD} = 60^\circ$;

mes $\widehat{BOC} = 60^\circ$; mes$\widehat{COD} = 60^\circ$; mes$\widehat{DOE} = 60^\circ$; mes $\widehat{EOF} = 60^\circ$; mes$\widehat{BOC} = 60^\circ$ et

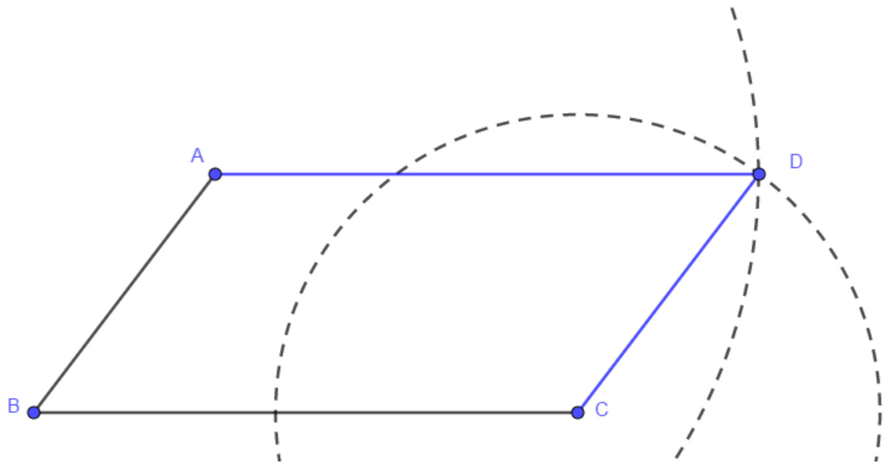
$mes\ \widehat{FOA} = 60^\circ$.

e) tracer la figure ABCDEF puis donner sa nature.

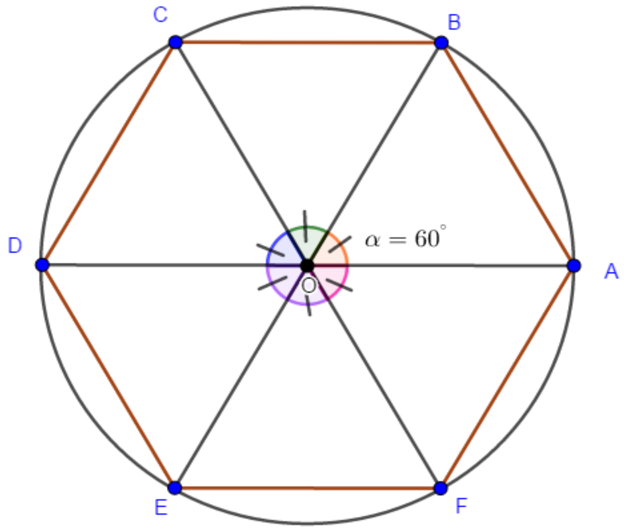
3) Résoudre le problème de FADIMATOU.

Résolution :

1) ABCD est un parallélogramme



3) ABCDE est un hexagone régulier



3) Pour résoudre son problème, FADIMATOU doit représenter les bases de ses moules en suivant les procédures 1 et 2 de ci-dessus.

RESUME :

2-1) Le parallélogramme

a) Définition : Un parallélogramme est un quadrilatère dont les supports des côtés opposés sont parallèles.

b) Propriété

Un quadrilatère possédant l'une des caractéristiques suivantes est un parallélogramme :

- Les supports des côtés opposés sont parallèles ;
- Les côtés opposés ont la même longueur ;
- Les angles opposés ont la même mesure ;
- Les diagonales se coupent en leur milieu ;
- Les angles consécutifs sont supplémentaires.

c) Exemple

Sur la figure ci-dessous, ABCD est un parallélogramme de hauteur AF.

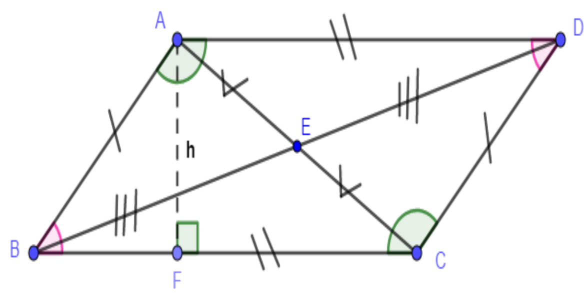
On a:

AD=BC ; AB = DC ; (AD)//(BC) ; (AB)//(DC) ;

mes $\widehat{ABC}$ = mes $\widehat{ADC}$; mes $\widehat{BAC}$ = mes $\widehat{BCD}$;

mes $\widehat{ABC}$ = mes $\widehat{BCD}$ = 180° ;

mes $\widehat{BCD}$ = mes $\widehat{DAB}$ = 180° .



d) Aire d'un parallélogramme

L'aire d'un parallélogramme noté $\mathcal{A}$ est égal au produit de la longueur de la base par la hauteur.

$\mathcal{A}$ = base × hauteur. **Exemple :** $A_{ABCD} = AF \times BC$

2-2) Le parallélogramme particuliers

2-2-1) Le rectangle

a) Définition : Un rectangle est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits.

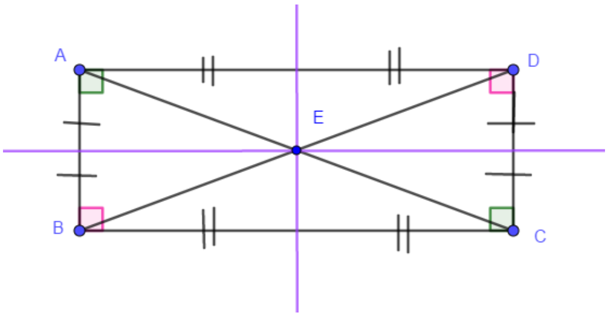
b) Propriété

Un parallélogramme est un rectangle lorsqu'il possède l'une des trois caractéristiques suivantes :

- Il a quatre angles droits ;
- Ses diagonales ont la même longueur ;
- Les médiatrices des côtés consécutifs sont ses axes de symétrie.

c) Exemple

Sur la figure ci-contre, ABCD est un rectangle.
(AB)//(DC) ; (AD)//(BC) ; AC = BD ; AD = BC ;
AB = DC ;
BC est la longueur noté L
AB est la largeur noté l



d) Aire du rectangle

L'aire d'un rectangle noté $\mathcal{A}$ est égal au produit de sa longueur **(L)** par sa largeur **(l) ;**

$\mathcal{A}$ = longueur × largeur = **L×l ; Exemple :** $A_{ABCD} = BC \times AB$

2-2-2) Le losange

a) Définition : Un losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.

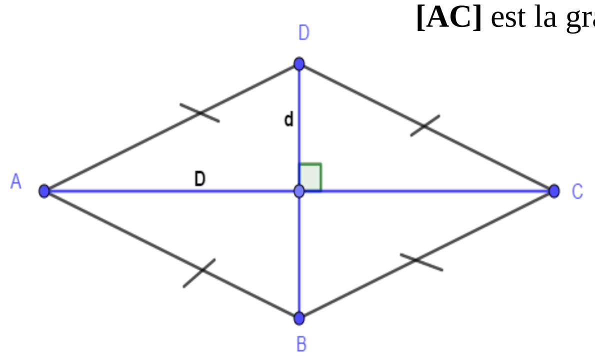
b) Propriété

Un parallélogramme est un losange lorsqu'il possède l'une des trois caractéristiques suivantes :

- Les supports de diagonales sont perpendiculaires ;
- Ses côtés consécutifs sont de même longueur ;
- Ses diagonales sont ses axes de symétrie.

c) Exemple

Sur la figure ci-contre, ABCD est un losange.
AB =BC =CD =DA ; les diagonales [DB] et [AC] sont perpendiculaires
[DB] est la petite diagonale notée **d ;**
[AC] est la grande diagonale notée **D.**



d) Aire d'un losange

Soit un losange dont la longueur des cotés est égale à **c**,

La hauteur est notée **h**, la petite diagonale est notée **d** et la grande diagonale **D**. L'aire du losange notée $\mathcal{A}$ est donné par : $\mathcal{A} = \mathbf{c} \times \mathbf{h} = \frac{D \times d}{2}$ **; Exemple :** $A_{ABCD} = \frac{AC \times DB}{2}$

2-2-3) Le carré

a) Définition : Un carré est quadrilatère qui a ses quatre angles droits et ses quatre côtés de même longueur.

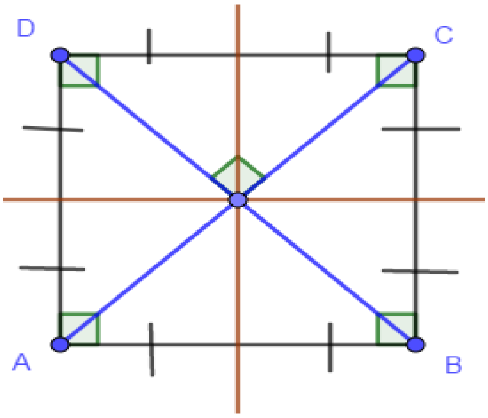
b) Propriété

Un parallélogramme est un carré lorsqu'il possède l'une des trois caractéristiques suivantes :

- Il a quatre côtés de même longueur et quatre angle droits ;
- Ses diagonales ont la même longueur et ont des supports perpendiculaires ;
- Il a quatre axes de symétrie.

c) Exemple :

Sur la figure ci-contre, ABCD est un carré.
AB =BC =CD =DA ; les diagonales [DB] et [AC] sont perpendiculaires.
mes $\widehat{ABC}$ = **mes** $\widehat{BCD}$ = **mes** $\widehat{CDA}$ = **mes** $\widehat{DAB}$ = 90°



d) Aire du carré

L'aire d'un carré noté $\mathcal{A}$ est donné par $\mathcal{A} = \mathbf{c} \times \mathbf{c}.$

Dans cette formule, c désigne la longueur des côtés.

2-3) Le trapèze

a) Définition : Un trapèze est un quadrilatère non croisé qui a deux côtés opposés de supports parallèles.

b) Remarques :

Dans un trapèze, le plus long des deux segments à supports parallèles est appelé grande base notée **B** ; le plus petit est appelé petite base notée **b** ; la hauteur notée **h** est la distance entre les supports parallèles.

2-4) Les trapèzes particuliers

Les trapèzes particuliers sont les trapèzes rectangles et les trapèzes isocèles.

a) Définitions :

- Un trapèze rectangle est un trapèze ayant deux angles droits
- Un trapèze isocèle est un trapèze ayant deux côtés de même longueur.

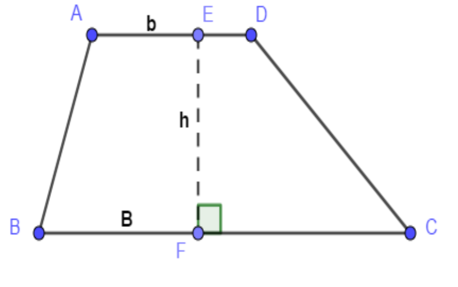
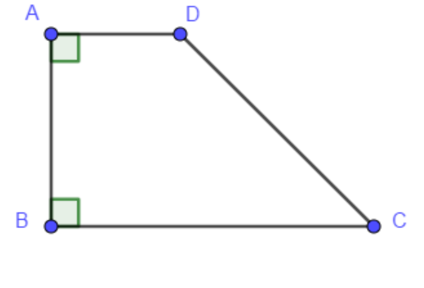
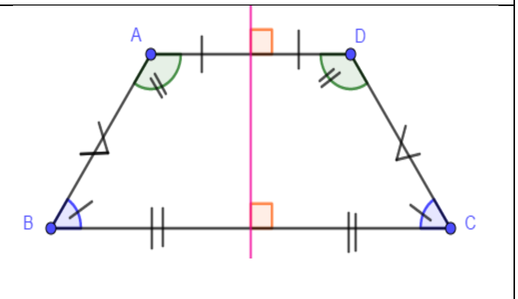
b) Propriétés des trapèzes isocèles.

(P1) Un trapèze isocèle à un axe de symétrie : la médiatrice commune aux deux bases ;

(P2) Les diagonales d'un trapèze isocèle ont la même longueur ;

(P3) Les angles à chacune des bases d'un trapèze isocèle ont la même mesure.

(c) Illustrations

<table>
<tr><td>Trapèze</td><td>Trapèze rectangle</td><td>Trapèze isocèle</td></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

d) Aire d'un trapèze

L'aire d'un trapèze noté $\mathcal{A}$ de grande base **B** de petite base **b** et de hauteur **h** est donné par la formule :

$$\mathcal{A} = \frac{(\textbf{\textit{grande base + pétite base}})\times \textbf{\textit{hauteur}}}{\mathbf{2}} = \frac{(\boldsymbol{B+b})\times \boldsymbol{h}}{\mathbf{2}}$$

2-5) Hexagone et octogone réguliers

a) Définitions :

(D1) Un hexagone régulier est un polygone non croisé qui possède 6 côtés de même longueur.

(D2) Un octogone régulier est un polygone non croisé qui possède 8 côtés de même longueur.

b) Remarques

(R1) Il existe un cercle circonscrit à l'hexagone régulier ; le centre de ce cercle est le point de rencontre des médiatrices de ses côtés.

(R2) Il existe un cercle circonscrit à l'octogone régulier ; le centre de ce cercle est le point de rencontre des médiatrices de ses côtés.

(R3) La mesure de l'angle formé par le centre et les supports de deux rayons consécutifs du cercle circonscrit à un polygone régulier à n côtés est $\frac{360}{n}$.

(R4) La procédure de construction d'un octogone régulier est le même que celui de l'hexagone régulier donner à l'activité introductrice en prenant l'angle au centre égale à 45°.

EXERCICES D'APPLICATIONS

Exercice 1 : Construire un hexagone régulier inscrit dans un cercle de rayon 4cm ; Construire un octogone régulier inscrit dans un cercle de rayon 4cm.

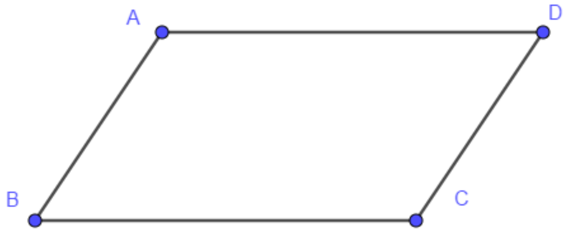
Exercice 2 : ABCD est un parallélogramme avec **mes** $\widehat{ABC} = 40^\circ$. Déterminer la mesure des autres angles.

Exercice 3 : Déterminer l'aire d'un trapèze donc la longueur de la grande base vaut 6cm, la longueur de la petite base vaut 3cm et sa hauteur vaut 5cm.

SOLUTIONS :

Exercice 1 : Confer activité d'apprentissage.

Exercice 2 : $\mathbf{mes}\ \widehat{ABC} = 40^{\circ}$



Or dans un losange les angles consécutifs sont supplémentaires donc $\mathbf{mes}\ \widehat{BCD} = 180^{\circ} - 40^{\circ}$

$= 140^{\circ}$

D'autre part, les angles opposés ont la même mesure donc $\mathbf{mes}\ \widehat{ADC} = \mathbf{mes}\ \widehat{ABC} = 40^{\circ}$ et

$\mathbf{mes}\ \widehat{DAB} = \mathbf{mes}\ \widehat{BCD} = 140^{\circ}$

Exercice 3 : $\mathcal{A} = \frac{(6+3)\times 5}{2} = \mathbf{22{,}5cm^2}$

MODULE 7	CONFIGURATION ET TRANSFORMATION ELEMENTAIRES DU PLAN

CHAPITRE 14 : FIGURES SYMETRIQUES PAR RAPPORT A UN POINT OU A UNE DROITE

MOTIVATION : Les pyramides d'Egypte, les langages anciens tels que les hiéroglyphes, certains objets de décoration… sont autant d'exemples types de plusieurs notions mathématiques. L'étude de ce chapitre va nous donner quelques outils pour mieux les étudier et comprendre leurs conceptions.

LECON 1 : Figures symétriques par rapport à un point ou symétrie centrale 100mn

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

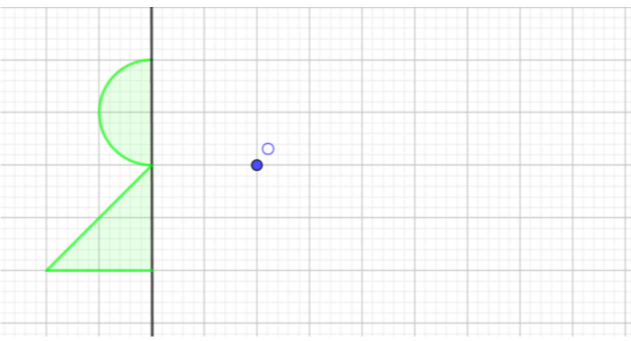
A la fin de cette leçon, l'élève devra être capable de :

- ❖ Construire le symétrique d'une figure géométrique par rapport à un point.
- ❖ Utiliser les propriétés de conservation pour justifier des égalités de distances, d'angle, ou encore l'alignement des points, l'orthogonalité ou le parallélisme des droites.
- ❖ Remplir un tableau de correspondance.
- ❖ Reconnaitre une configuration admettant un centre de symétrie et préciser ce centre de symétrie.

PREREQUIS :

1- a) Place 2 points distincts A et B tel que $AB = 8cm$.
   b) A l'aide de ta règle graduée, marque le point I, milieu du segment $[AB]$.
   c) Que peux-tu dire des distances AI et IB ?
2- a) Marque 2 points distincts E et O.
   b) A l'aide de ta règle non graduée et de ton compas, place le point F tel que O soit le milieu du segment $[EF]$.

SITUATION PROBLEME :



Ton père est maitre d'ouvrage dans un chantier et il doit décorer le plafond du salon de la maison avec des motifs que le propriétaire a dessiné sur un papier. Malheureusement, en jouant, ta petite sœur a effacé une partie du dessin. Ton papa se souvient simplement que le motif entier était symétrique par rapport au point O.

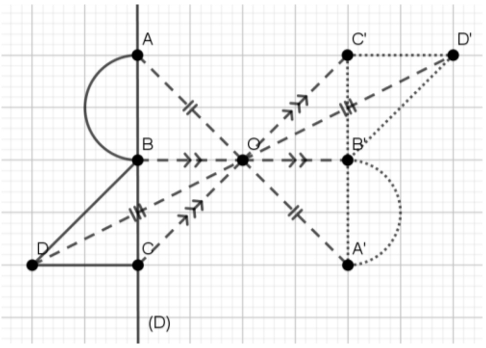
Aide ton papa à compléter le motif de décoration.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1- Sur une feuille quadrillée, trace une droite verticale (D).

2- Sur la droite (D), place 3 points A, B et C tel que $AB = BC = 2$.
3- Trace un demi-cercle de diamètre $[AB]$.
4- Trace un triangle rectangle isocèle BCD, du même côté que le demi-cercle.
5- Place un point $O \notin (D)$
6- Construis les points A', B', C' et D' symétriques respectifs des points A, B, C et D par rapport à O.

Résolution :



RESUME :

➢ Définition :

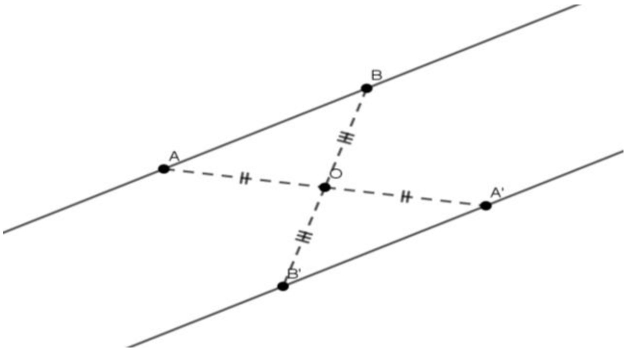
Deux points A et B sont symétriques par rapport à un point O si et seulement si O est le milieu du segment $[AB]$.
Le symétrique de A par rapport à O c'est B, celui de B c'est A et celui de O c'est O lui-même.
On note $S_O(A) = B$; $S_O(B) = A$ et $S_O(O) = O$
Et on a le tableau de correspondance suivant :

S_O	A	B	O
	B	A	O

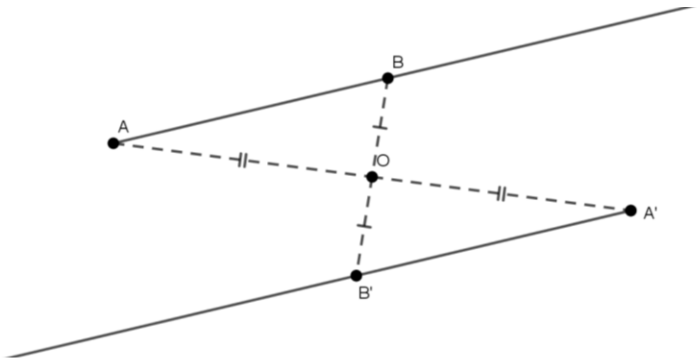
➢ Symétriques de quelques figures géométriques

Par une symétrie centrale :

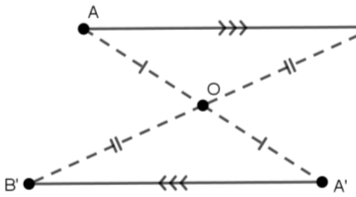
i. L'image d'une droite est une autre droite qui lui est parallèle.



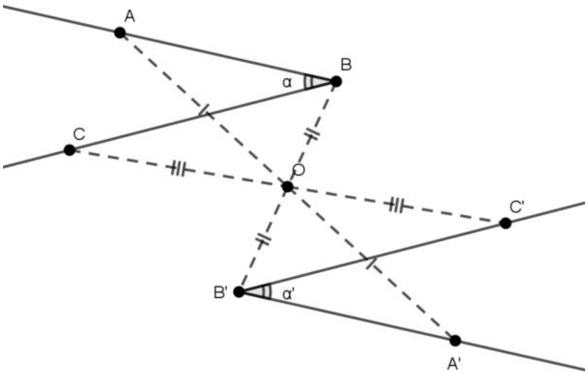
ii. L'image d'une demi-droite est une autre demi-droite. Les supports de ces 2 demi-droites sont des droites parallèles



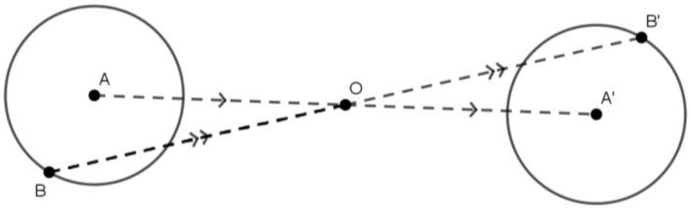
iii. L’image d’un segment est un autre segment de même longueur. Les supports de ces 2 segments sont des droites parallèles



iv. L’image d’un angle est un autre angle de même mesure.



v. L’image d’un cercle est un autre cercle de même rayon.



- Propriétés :

Les symétries centrales conservent :

Alignement des points

Les distances

Les mesures des angles

Le parallélisme et l’orthogonalité des droites.

- Centre de symétrie

Une figure a un centre de symétrie lorsque le symétrique de la figure par rapport à ce point est la figure elle-même.

Exemple : le centre de symétrie d’un parallélogramme est le point de rencontre de ses 2 diagonales.

EXERCICE D'APPLICATION :

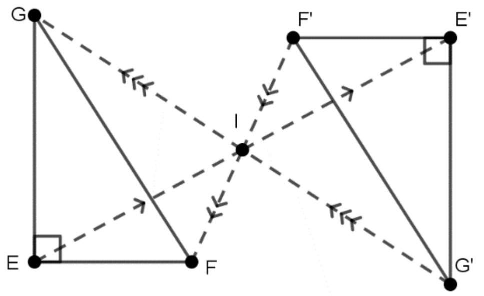
1- Construis un triangle EFG rectangle en E ; puis place un point I à l'exterieur de ce triangle.
2- Construis les points E', F' et G' symétriques respectifs des points E, F et G par rapport à I.
3- Compare $mes\widehat{FEG}$ et $mes\widehat{F'E'G'}$.
4- Que peux-tu dire des droites $(F'E')$ et $(E'G')$?
5- Quelle est la nature du triangle $E'F'G'$?
6- Complete le tableau de correspondance suivant :

S_I	E	...	$[FG]$	(EG)	$[IE]$	...	I
	...	G'	...	...	...	$E'F'G'$	...

T.A.F : Exercices 6, 7 p129 et 30 p132

SOLUTION EXERCICE D'APPLICATION :

1- Voir figure
2- Voir figure



3- $mes\widehat{FEG} = mes\widehat{F'E'G'}$ car les angles $\widehat{FEG}$ et $\widehat{F'E'G'}$ sont symétriques par rapport au point I.
4- Les droites $(F'E')$ et $(E'G')$ sont perpendiculaires.
5- Le triangle $E'F'G'$ est rectangle en E'.
6-

S_I	E	G	$[FG]$	(EG)	$[IE]$	EFG	I
	E'	G'	$[F'G']$	$(E'G')$	$[IE']$	$E'F'G'$	I

LECON 2 : Figures symétriques par rapport à une droite ou symétrie axiale 100min

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES :

A la fin de cette leçon, l'élève devra être capable de :

- Construire le symétrique d'une figure géométrique par rapport à une droite.
- Utiliser les propriétés de conservation pour justifier des égalités de distances, d'angle, ou encore l'alignement des points, l'orthogonalité ou le parallélisme des droites.
- Remplir un tableau de correspondance.
- Reconnaitre une configuration admettant un axe de symétrie et préciser cet axe de symétrie.

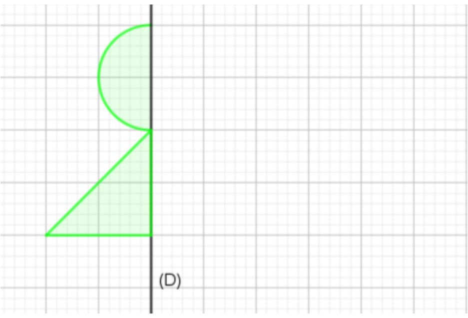
PREREQUIS :

1- Construis une droite (D). Marque un point $A \notin (D)$.
2- Construis le point A' tel que (D) soit la médiatrice du segment $[AA']$.

SITUATION PROBLEME :

Pour son travail de décoration (confer situation de vie leçon 1) ton papa avait reçu deux motifs de décoration. Et ta petite sœur a effacé la moitié des 2 dessins.

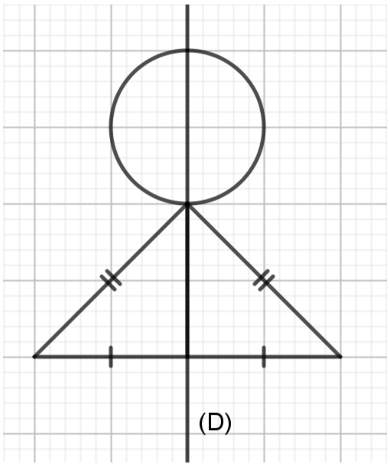
Aide ton papa à compléter le 2e motif qui est lui symétrique par rapport à la droite (D).



ACTIVITE D'APPRENTISSAGE :

1- Sur une feuille quadrillée, trace une droite verticale (D).
2- Sur la droite (D), place 3 points A, B et C tel que $AB = BC = 2$.
3- Trace un demi-cercle de diamètre $[AB]$.
4- Trace un triangle rectangle isocèle BCD, du même côté que le demi-cercle.
5- Construis les points A', B', C' et D' symétriques respectifs des points A, B, C et D par rapport à la droite (D).

Résolution :



RESUME :

➢ Définition :

Deux points distincts A et A' sont symétriques par rapport à une droite (D) si et seulement si (D) est la médiatrice du segment $[AA']$.

On note $S_{(D)}(A) = A'$.

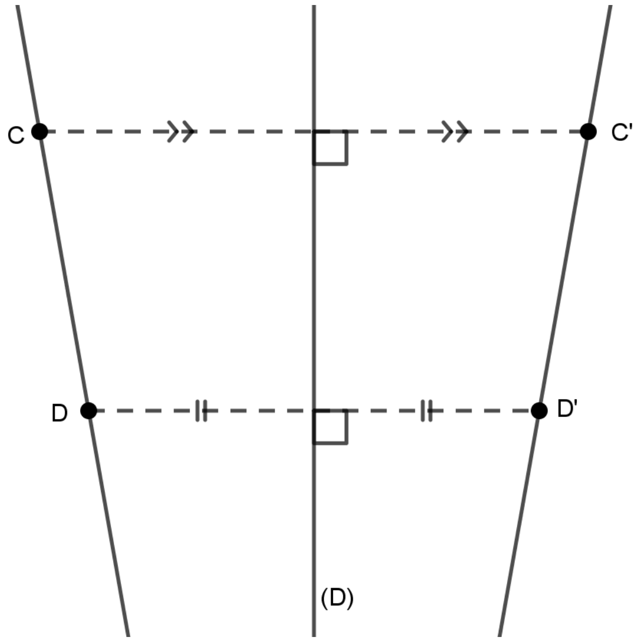
➢ Remarque :

Tout point appartenant à la droite (D) est son propre symétrique par rapport à (D).

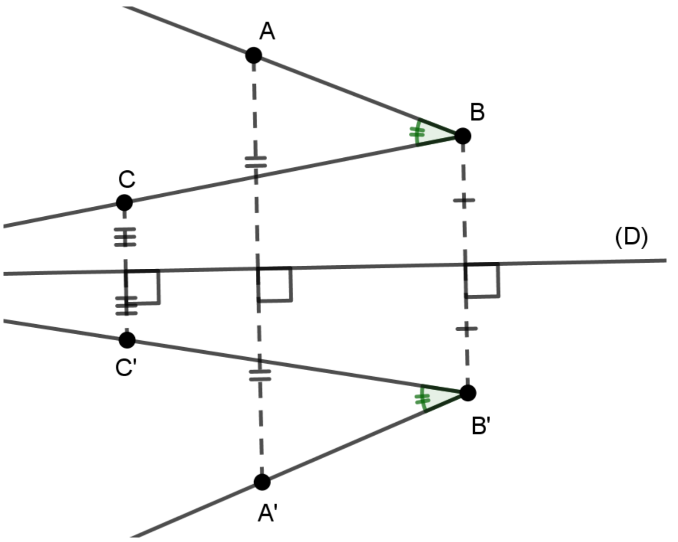
➢ Symétriques de quelques figures géométriques

Par une symétrie axiale :

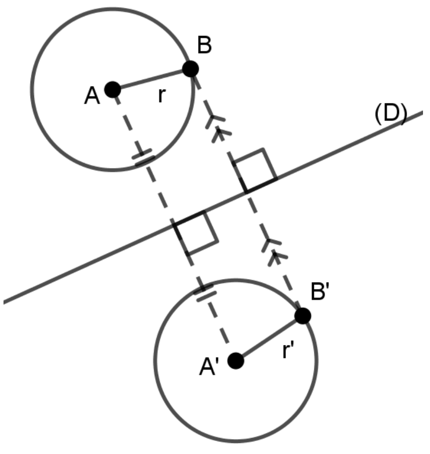
vi. L'image d'une droite est une autre droite qui lui est parallèle.



vii. L'image d'une demi-droite est une autre demi-droite dont les supports sont des droites parallèles.
viii. L'image d'un segment est un autre segment de même longueur dont les supports sont des droites parallèles.
ix. L'image d'un angle est un autre angle de même mesure.



x. L'image d'un cercle est un autre cercle de même rayon.



➢ Propriétés :

Tout comme les symétries centrales, les symétries axiales conservent :

Alignement des points

Les distances

Les mesures des angles

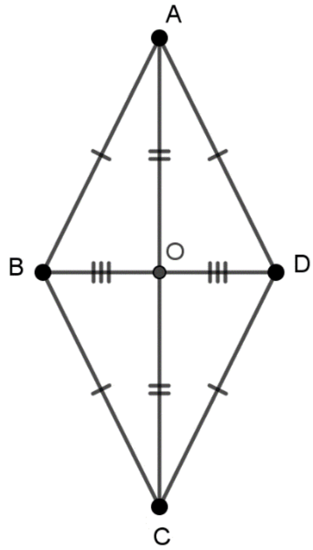
Le parallélisme et l'orthogonalité des droites.

- Axe de symétrie

Une figure a un axe de symétrie lorsque le symétrique de la figure par rapport à cette droite est la figure elle-même.

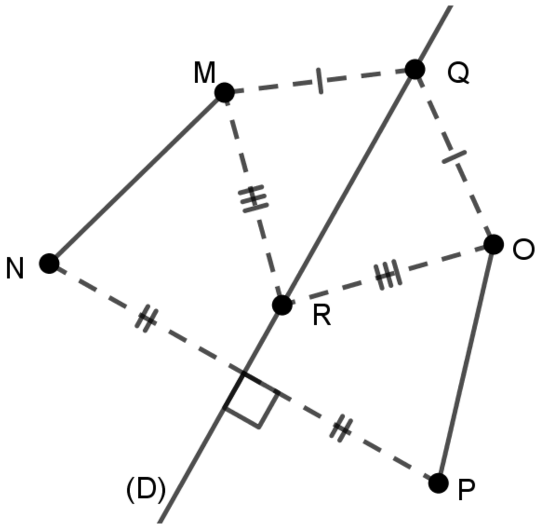
Exemple : Un axe de symétrie d'un losange est l'une de ses 2 diagonales.

Complète le tableau de correspondance suivant en te servant du losange ci-contre :



$S_{(AC)}$	A			O	(AB)	ABD
		D	$[OB]$			

EXERCICE D'APPLICATION :



En te servant de la figure ci-contre, démontre que la droite (D) est la médiatrice du segment $[MO]$.

SOLUTION EXERCICE D'APPLICATION :

D'après la figure, le triangle MRO est isocèle en R. Donc le point R appartient à la médiatrice du segment $[MO]$.

De plus le triangle MQO est aussi un triangle isocèle en Q. Donc le point Q appartient à la médiatrice du segment $[MO]$.

Donc la droite (RQ) qui est encore la droite (D) est la médiatrice du segment $[MO]$.

T.A.F : Exercices 5 p129 ; 23 p131 et 25 p132