COEFFICIENT 12

Terminale D

Edition 2022 - 2023

AVANT - PROPOS

Cet ouvrage est conforme au programme de Mathématiques, Sciences Physiques et Science de la vie et de la terre en vigueur en classe scientifique (Terminale D).
La présente édition, bénéficie d'une nouvelle maquette permettant une lecture encore plus aisée et efficace.
Dans chaque chapitre, on trouvera :

- Un rappel de cours, qui donne de manière concise tout ce que l'on doit retenir du chapitre étudié.
- Des QCM ou exercices de type vrai-faux permettant de tester de manière rapide la connaissance du cours et sa réelle assimilation et de préparer au mieux les épreuves similaires figurant dans les sujets de baccalauréats et dans les concours post-bac.
- Des exercices qui correspondent aux différents types de sujets que l'on pourra rencontrer en classe de terminale D. Certains sont des applications immédiates du cours, d'autres nécessitent une réflexion plus approfondie et constituent un bon entraînement pour les études supérieures.

Nous remercions par avance tout lecteur qui nous fera part de ses remarques ou suggestions à l'E-group et vous souhaitons une bonne et profitable lecture.

A vos marques,..... prêts, ... partez !!!

« Je persisterai tant que je n'aurai pas réussi.
« Je ne suis pas né vaincu et le sang de l'échec ne coule pas dans mes veines. Je ne suis pas une brebis qui attend que son berger la pousse du bout de son bâton. Je suis un lion et je refuse de parler, de marcher, de dormir avec la brebis.
« L'abattoir que représente l'échec ne fait pas partie de ma destinée.
« Je persisterai tant que je n'aurai pas réussi. »

-Extrait du troisième parchemin du succès du livre
Le plus grand vendeur du monde

SOMMAIRE

Avant-Propos ... 2
Dédicace ... 3

MATHEMATIQUES ... 7
Rappel ... 9
Chapitre 1 : Limites et continuité ... 11
Exercices d'application ... 15
Chapitre 2 : Dérivabilité et dérivée ... 22
Exercices d'application ... 24
Chapitre 3 : Primitives ... 26
Exercices d'application ... 28
Chapitre 4 : Etude de fonctions ... 30
Exercices d'application ... 34
Chapitre 5 : Fonction logarithme népérienne ... 49
Exercices d'application ... 51
Chapitre 6 : Fonction exponentielle népérienne ... 58
Exercices d'application ... 60
Problèmes ... 65
Chapitre 7 : Fonction puissance ... 91
Exercices d'application ... 92
Chapitre 8 : Intégrale d'une fonction continue ... 93
Exercices d'application ... 95
Chapitre 9 : Suite numérique ... 100
Exercices d'application ... 105
Chapitre 10 : Equation différentielle ... 112
Exercices d'application ... 113
Chapitre 11 : Probabilité ... 115
Exercices d'application ... 118
Chapitre 12 : Nombre complexe ... 130
Exercices d'application ... 136
Chapitre 13 : Transformation du plan ... 146
Exercices d'application ... 148
Chapitre 14 : Statistiques ... 157
Exercices d'application ... 158

SCIENCES PHYSIQUES ... 165
Chapitre 1 : Cinématique ... 167
Exercices d'application ... 172
Chapitre 2 : Centre d'inertie ... 184
Exercices d'application ... 187
Chapitre 3 : Mouvement dans les champs G et E uniformes ... 196
Exercices d'application ... 201
Chapitre 4 : Oscillation mécanique ... 223

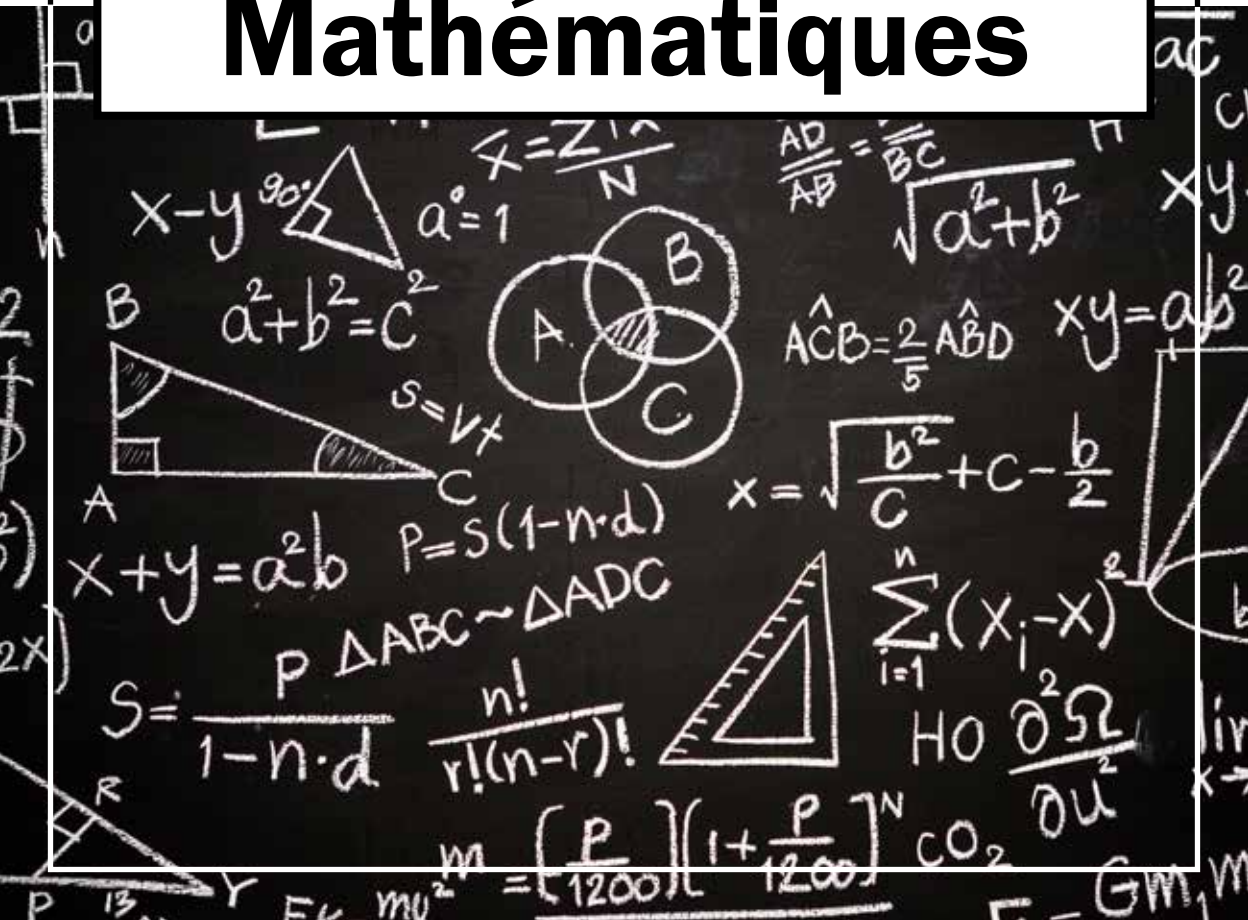
Exercices d'application 227
Chapitre 5 : Champs magnétique B 235
Exercices d'application 237
Chapitre 6 : Mouvement d'une particule dans un champ uniforme B 243
Exercices d'application 248
Chapitre 7 : Loi de Laplace 262
Exercices d'application 267
Chapitre 8 : Auto induction 271
Exercices d'application 274
Chapitre 9 : Montage dérivateur et intégrateur 279
Exercices d'application 281
Chapitre 10 : Oscillation électrique libre 284
Exercices d'application 288
Chapitre 11 : Circuit RLC en régime sinusoïdale forcé 293
Exercices d'application 299
Chapitre 12 : Physique nucléaire 316
Exercices d'application 318
Rappel 322
Chapitre 13 : Alcool 324
Exercices d'application 327
Chapitre 14 : Amines 334
Exercices d'application 336
Chapitre 15 : Acides carboxyliques et dérivées 339
Exercices d'application 349
Chapitre 16 : Acide α -aminé 369
Exercices d'application 371
Chapitre 17 : Solution aqueuse et PH 374
Exercices d'application 376
Chapitre 18 : Acide fort - Base forte 380
Exercices d'application 381
Chapitre 19 : Acide faible - Base faible et Classification des couples acides/bases 384
Exercices d'application 387
Chapitre 20 : Réaction acido-basique 394
Exercices d'application 400

SCIENCE DE LA VIE ET DE LA TERRE 425
Communication
Chapitre 1 : Mouvements réflexes 429
Chapitre 2 : Propriétés du tissu nerveux 431
Chapitre 3 : Comment l'activité musculaire se manifeste t-elle ? 445
Chapitre 4 : Comment le muscle régénère t-il l'énergie nécessaire à sa construction ? 455
Chapitre 5 : Comment la contraction du muscle se fait-elle ? 458
Chapitre 6 : Comment le coeur fonctionne t-il ? 462
Exercices d'application
Mouvements réflexes 472
Tissus nerveux 475
Synapses 483
Muscle 485

Coeur 487
Nutrition
Chapitre 1 : Pourquoi un défaillance au niveau des reins a t-elle des conséquences au niveau de la qualité du sang ? 494
Chapitre 2 : Comment le rein fonctionne t-il ? 496
Chapitre 3 : Comment les reins interviennent-ils dans le maintien de la constance du milieu intérieur ? 498
Exercices d'application 504
Immunologie
Chapitre 1 : Mécanisme de défense de l'organisme 512
Chapitre 2 : L'infection de l'organisme par le VIH 525
Exercices d'application 528
Reproduction
Chapitre 1 : Que deviennent les spermatozoïdes et les ovules ? 546
Chapitre 2 : Cycles sexuels - fonctions testiculaires et leur régulation 550
Exercices d'application 558
Chapitre 3 : Reproduction chez les spermaphytes 562
Exercices d'application 568
Génétique
Chapitre 1 : Généralité et rappels 574
Exercices d'application 578
Chapitre 2 : Etude de la transmission de deux caractères : le dihybridisme 590
Exercices d'application 592
Chapitre 3 : Comment améliore-t-on les espèces ? 597
Exercices d'application 601
Géologie et pédologie
Chapitre 1 : Comment peut-on améliorer la fertilité d'un sol ? 605
Chapitre 2 : Les ressources miniers de la Côte d'Ivoire 611
Exercices d'application
Pédologie 617
Géologie 624

EXCELLENCE GROUP

Mathématiques



RAPPEL

I- Signe de ax+b

Soit x_0 la solution de $ax+b=0$

$(a>0)$

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$ax+b$	-	0	+

$(a<0)$

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$ax+b$	+	0	-

II- Equation du second degre : Résumé et méthodes

Résoudre une équation du 2nd degré : $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
Racines :	$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_0 = \frac{-b}{2a}$	Pas de racines réelles
Factorisation :	$a(x-x_1)(x-x_2)$	$a(x-x_0)^2$	Pas de factorisation dans $\mathbb{R}$
Signe de ax^2+bx+c :	Signe de a à l'extérieur des racines	Toujours du signe de a et s'annule $x = x_0$	Toujours du signe de a

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

$x_2 \times x_2 = \frac{c}{a}$

Tableau de signe de ax^2+bx+c

$\Delta>0$ et $a>0$

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
ax^2+bx+c	+	0	-	0	+

$\Delta>0$ et $a<0$

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
ax^2+bx+c	-	0	+	0	-

$\Delta = 0$ et $a > 0$

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	+	0	+

$\Delta = 0$ et $a < 0$

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	-	0	-

$\Delta < 0$ et $a > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	+	

$\Delta < 0$ et $a < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	-	

Identités remarquables

$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

$a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

$a^3-1 = (a-1)(a^2+a+1)$

$a^3+1 = (a+1)(a^2-a+1)$

CHAPITRE 1

LIMITES ET CONTINUITÉ

I- Essentiel

Soit a un réel; I un intervalle, f définie sur I$\cup\{a\}$ ou sur un intervalle où a est aux extrémités.

$$\lim_{x\to a} f(x) = l$$

On lit « la limite quand x tend vers a de $f(x)$ égale à l ».

$$\lim_{\substack{x\to a \\ <}} f(x) = l$$

On lit « limite quand x tend vers a à gauche de $f(x)$ égale à l ».

$$\lim_{\substack{x\to a \\ >}} f(x) = l$$

On lit « limite quand x tend vers a à droite de $f(x)$ égale à l ».

II- Limites

Limite de fonctions élémentaires

Propriété 1

$\lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x} = +\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x = -\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$

Propriété 2

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2} = 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x^3} = 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$ $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0$ $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x^2} = 0$ $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x^3} = 0$

Propriété 3

$\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} \frac{1}{x} = +\infty$ $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ <}} \frac{1}{x} = -\infty$ $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} \frac{1}{x^2} = +\infty$ $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ <}} \frac{1}{x^2} = +\infty$

Propriété 4

n est un entier naturel,

$\lim\limits_{\substack{x\to a \\ >}} \frac{1}{(x-a)^n} = +\infty$; $\lim\limits_{\substack{x\to a \\ <}} \frac{1}{(x-a)^n} = \begin{cases} +\infty \text{ si } n \text{ est pair} \\ -\infty \text{ si } n \text{ est impaire} \end{cases}$

Fonctions polynômes ; fonctions rationnelles

Propriété 5

Une fonction polynôme a même limite en $+\infty$ (ou $-\infty$) que son monôme de plus haut degré.

$$\lim_{x\to\pm\infty} (a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0) = \lim_{x\to\pm\infty} a_n x^n$$

Propriété 6

Une fonction rationnelle a même limite en $+\infty$ (ou $-\infty$) que le quotient des monômes de plus haut degré du numérateur et du dénominateur.

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{a_p x^p + a_{p-1}x^{p-1} + \ldots + a_1 x + a_0}{b_q x^q + b_{q-1}x^{q-1} + \ldots + b_1 x + b_0} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{a_p x^p}{b_p x^q}$$

Fonctions composées

$\sqrt{g(x)}$; $|g(x)|$; $\cos(g(x))$; $\sin(g(x))$; $\ln(g(x))$; $e^{g(x)}$; $f(g(x))$

Méthode

$\lim\limits_{x\to 0} f(g(x))$

$\left.\begin{array}{l} \bullet \lim\limits_{x\to a} g(x) = b \in \mathbb{N} \\ \lim\limits_{x\to b} f(x) = c \end{array}\right\}$ par composition $\lim\limits_{x\to a} f(g(x)) = c$

La limite d'un polynôme à l'infini est égale à la limite du monôme du plus haut degré (Variable seulement à l'infini).

Théorème des gendarmes

Soit I, intervalle de $\mathbb{R}$

$\forall x \in I \qquad h(x) \le f(x) \le g(x)$

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} h(x) = l \\ \lim\limits_{x\to a} g(x) = l \end{array}\right\}$ par T.D.G $\lim\limits_{x\to a} f(x) = l$

Limite à gauche, limite à droite

Définition

• On appelle limite de f à gauche en a, la limite de f quand x tend vers a tout en gardant des valeurs inférieures à a. On la note $\lim\limits_{\substack{x\to a \\ <}} f(x)$.

• On appelle limite de f à droite en a, la limite de f quand x tend vers a tout en gardant des valeurs supérieures à a. On la note $\lim\limits_{\substack{x\to a \\ >}} f(x) = l$.

Propriété

$\lim\limits_{x\to a} f(x) = l \iff \lim\limits_{\substack{x\to a \\ <}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to a \\ >}} f(x) = l$

Propriété

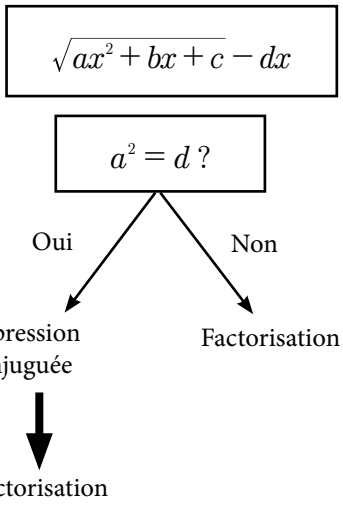
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x}{x} = 1 \quad \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x} = 0$

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x^2} = \dfrac{1}{2} \qquad \lim\limits_{x\to \infty} \sin x \nexists \qquad \lim\limits_{x\to \infty} \cos x \nexists$

Comment enlever l'indétermination

Il existe 4 formes indéterminées

$\dfrac{0}{0}$	Méthode - Factorisation - Expression conjuguée - Taux de variation
$(+\infty)+(-\infty)$	Méthode - Factorisation - Expression conjuguée
$\dfrac{\infty}{\infty}$	Méthode - Factorisation - Expression conjuguée
$0\times(\pm\infty)$	Méthode - Factorisation



$$\lim_{x\to+\infty} ax^n \begin{cases} \text{Si } a>0 \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} ax^n = +\infty \\ \text{Si } a<0 \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} ax^n = -\infty \end{cases}$$

Rappel
$\lim_{x\to+\infty} x^n = +\infty \; si \;\; n>0$

$$\lim_{x\to-\infty} ax^n \begin{cases} \text{Si } a>0 \; et \; n \; est \; impair \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} ax^n = -\infty \\ \text{Si } a>0 \; et \; n \; est \; pair \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} ax^n = +\infty \\ \text{Si } a<0 \; et \; n \; est \; impair \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} ax^n = +\infty \\ \text{Si } a<0 \; et \; n \; est \; pair \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} ax^n = -\infty \end{cases}$$

Rappel
Seulement quand nous sommes en $-\infty$ qu'on tient compte de la parité de n.

NB : La limite en un point $a \in \mathbb{R}$ d'une fonction, on remplace tous les x par a.

Fonction rationnelle

Limite en un réel

Code : **ROI**

$$\frac{R^+}{O^+} = +\infty \qquad \frac{R^+}{O^-} = -\infty \qquad \frac{R^-}{O^+} = -\infty \qquad \frac{R^-}{O^-} = +\infty$$

ROI signifie $\frac{\text{Réel}}{\text{Zéro}}$ = Infini

Code : **RIO**

$\frac{1}{x^n} = 0$

$\frac{1}{\sqrt{x}} = 0$

$\frac{1}{ax^n} = 0$

RIO signifie $\frac{\text{Réel}}{\text{Infini}}$ = Zéro

Fonction irrationnelle

Limite à l'infini $\sqrt{f(x)}$

Si $f(x)$ est sous la forme $ax^n + bx^{n-2} + c$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = a$ et $\lim\limits_{x\to a} \sqrt{x} = b$ alors $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \sqrt{f(x)} = b$

Rappel :

Cette méthode est appelé $g \circ f(x) = \sqrt{f(x)}$

Continuité

Continuité en a

Soit f une fonction définie en un point a. f est continue en a *si et seulement si :*

$\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$

- *Si* $\lim\limits_{\substack{x\to a \\ >}} f(x) = f(a)$, on dit que f est continue à droite de a.
- *Si* $\lim\limits_{\substack{x\to a \\ <}} f(x) = f(a)$, on dit que f est continue à gauche de a.
- *Si* f n'est pas continue en a, on dit que f est discontinue en a.

Prolongement par continuité de f *en* a

Si $a \in Df$ et $\lim\limits_{x\to a} f(x) = l \in \mathbb{R}$, alors on dit que l'on peut prolonger f par continuité en a et soit g ce prolongement par continuité.

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \ ; \ \forall x \in Df \\ g(a) = l \end{cases}$$

EXERCICE CORRIGÉ

Calculer les limites des fonctions suivantes :

$\lim\limits_{x\to 1} x^2 - x + 2$; $\lim\limits_{x\to -\infty} -x^2 + 4x - 1$; $\lim\limits_{x\to +\infty} -x^4 + 2x^2 - 1$; $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2}{x-1}$;

$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}}{x-2}$

SOLUTION

- $\lim\limits_{x\to 1} x^2 - x + 2 = \lim\limits_{x\to 1} (1)^2 - (1) + 2 = 2$
- $\lim\limits_{x\to -\infty} -x^2 + 4x - 1 = \lim\limits_{x\to -\infty} -x^2 = -\infty$ car $\lim\limits_{x\to -\infty} x^2 = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to +\infty} -x^4 + 2x^2 - 1 = \lim\limits_{x\to +\infty} -x^4 = -\infty$ car $\lim\limits_{x\to +\infty} x^4 = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2}{x-1}$

Etude du signe de $x - 1$

$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$\forall x \in]-\infty; 1[, x - 1 < 0$ et $\forall x \in]1; +\infty[, x - 1 > 0$

- $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ <}} \dfrac{2}{x-1} = \lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ <}} \left[2 \times \dfrac{1}{x-1}\right] = -\infty$ car $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ <}} \dfrac{1}{x-1} = -\infty$
- $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ >}} \dfrac{2}{x-1} = \lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ >}} \left[\dfrac{1}{x-1} \times 2\right] = +\infty$ car $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ >}} = \dfrac{1}{x-1} = +\infty$

- $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}}{x-2}$

Cette forme de limite correspond à la limite de taux de variation

$\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x-a} = f'(a)$

$f(x) = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$

$f'(2) = \dfrac{1}{2\sqrt{2+1}} \Longleftrightarrow f'(2) = \dfrac{1}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$

d'où $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}}{x-2} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$

EXERCICE 1

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
Une réponse juste apporte des points, une réponse fausse enlève des points.
L'absence de réponse («Je ne sais pas») ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Une note négative est ramenée à zéro.

1	$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} \dfrac{3x}{2-x} =$	☐ A : 0 ☐ B : $-\infty$ ☐ C : $+\infty$ ☐ N: je ne sais pas
2	$\lim\limits_{\substack{x\to -2\\ x<-2}} \dfrac{x-1}{x+2} =$	☐ A : 0 ☐ B : $-\infty$ ☐ C : $+\infty$ ☐ N: je ne sais pas
3	$\lim\limits_{x\to +\infty} -2x+1-\dfrac{1}{2x+1} =$	☐ A : $-\infty$ ☐ B : 0 ☐ C : 1 ☐ N: je ne sais pas
4	$\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ x>3}} \dfrac{2x}{x+3} =$	☐ A : 1 ☐ B : $-\infty$ ☐ C : $+\infty$ ☐ N: je ne sais pas
5	$\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x+2x^3}{x+x^2} =$	☐ A : $\dfrac{1}{2}$ ☐ B : 2 ☐ C : $+\infty$ ☐ N: je ne sais pas
6	$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} \dfrac{2-x}{2+x} =$	☐ A : 0 ☐ B : $-\infty$ ☐ C : $+\infty$ ☐ N: je ne sais pas
7	$\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x} =$	☐ A : $-\infty$ ☐ B : 0 ☐ C : $+\infty$ ☐ N: je ne sais pas
8	$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} \dfrac{3x-1}{(x-1)^2} =$	☐ A : 3 ☐ B : $-\infty$ ☐ C : $+\infty$ ☐ N: je ne sais pas

9	$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-x^2}{2x^2+x+1}=$	☐ A : $-\infty$ ☐ B : $-\dfrac{1}{2}$ ☐ C : $+\infty$ ☐ N: je ne sais pas
10	$\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x<-1}} x+1-\dfrac{1}{x+1}=$	☐ A : $-\infty$ ☐ B : 0 ☐ C : $+\infty$ ☐ N: je ne sais pas

EXERCICE 2

Dans chacun des cas suivants, f est une fonction polynôme.
Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$

1) $f(x)=-x^3+4x^2+5x-1$
3) $f(x)=x^3-3x+6$
5) $f(x)=1+x-x^2$
4) $f(x)=-5x^3-3x+6$
6) $f(x)=-2x^3+x+1$
8) $f(x)=x^3+4x^2-5x+1$
7) $f(x)=\dfrac{3}{2}x^3-2x^2-\dfrac{2}{3}$
2) $f(x)=2x^3+4x^2+5x-1$
9) $f(x)=-3x^5+2x^3+7$
10) $f(x)=-\dfrac{1}{4}x^7+6x^4-7$

EXERCICE 3

Dans chacun des cas suivants, f est une fonction polynôme.
Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$

1) $f(x)=\dfrac{x^3+2x}{x^2+6}$
3) $f(x)=\dfrac{-3x^2-2x}{6x^2-3}$
5) $f(x)=\dfrac{3x^2-2x+1}{x^3-5x}$
7) $f(x)=\dfrac{7x^2+3x-8}{(x-1)(x-2)}$
9) $f(x)=\dfrac{(x+3)(1-x)}{x^3+5}$
2) $f(x)=\dfrac{4x^2-3x}{x^2-x}$
4) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{|-2x+3|}$
6) $f(x)=\dfrac{7x^3+3x-8x^5}{(x-1)(x^2-4)}$
8) $f(x)=\dfrac{3x^2-5x+1}{x+9}$
10) $f(x)=\dfrac{x-2}{3x^2-2x+8}$

EXERCICE 4

Limite des fonctions composées.

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+x}$
2) $\lim\limits_{x\to1}\sin\left(\dfrac{\pi x^2}{x+3}\right)$
3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}}$
4) $\lim\limits_{x\to+\infty}(4x-7)^5$
5) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sin\left(\dfrac{\pi x}{2x+1}\right)$
6) $\lim\limits_{x\to0}\sqrt{x^2+x+3}$
7) $\lim\limits_{x\to+\infty}x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$
8) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x^2}}$
9) $\lim\limits_{x\to\pi}\cos(\sin x)$
10) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\tan x)^2$

EXERCICE 5

Limite à gauche et à droite en x_0
Calculer dans chacun des cas suivants, la limite à gauche et à droite en x_0

1) $f(x)=\dfrac{x-3}{x^2-1}$ $x_0=1$
2) $f(x)=\dfrac{2x+5}{x^2-x-2}$ $x_0=2$
3) $f(x)=\dfrac{x^2-2x-5}{x^2-5x+4}$ $x_0=1$
4) $f(x)=\dfrac{-4-x}{x^3+1}$ $x_0=1$
5) $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x-2}$ $x_0=2$
6) $f(x)=\dfrac{x^3+1}{x+1}$ $x_0=-1$

7) $f(x)=\dfrac{-3}{8-x^2}$ $x_0=2$

8) $f(x)=\left(\dfrac{1}{x}+1\right)(x^2+1)$ $x_0=0$

9) $f(x)=\dfrac{(1-2x)^2}{1-x}$ $x_0=1$

10) $f(x)=\dfrac{1-4x}{x^2-9}$ $x_0=3$

EXERCICE 6

f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

$$\begin{cases} \text{Pour } x\in\,]-\infty;-2[\,,\ f(x)=\dfrac{3x^2+5x}{x+2} \\ \text{Pour } x\in\,]-2;+\infty[\,,\ f(x)=\dfrac{2x^2+5x+2}{x^2+x-2} \end{cases}$$

1) Calculer la limite à gauche et la limite à droite de f en -2.

f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x)=\dfrac{|x-3|-|x+5|}{x^2-4}$

2) Calculer la limite à gauche et la limite à droite de f en 2 et en -2.

f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x)=\dfrac{2x-\sqrt{x+5}}{x^2+1}$

3) Calculer la limite à gauche et la limite à droite de 1 et en -1.

EXERCICE 7

Méthode de factorisation.
Calculer les limites suivantes

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-\sqrt{x})$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-1}{\sqrt{x^3+x^2+8}}$

3) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+3}+8x$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{2x-1}-3x$

5) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{3x^2+2}+5x$

6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{5x^2+3}-2x$

7) $\lim\limits_{x\to-\infty}x-\sqrt{x^2-x+3}$

8) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos^2x-\sin^2x}{\cos x-\sin x}$

9) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{2x^2-10x+12}{x^2-x-2}$

10) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{9-x^2}{x+3}$

EXERCICE 8

Méthode du taux de variation.
Calculer les limites suivantes.

1) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{3x-5}-3}{x-2}$

2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\dfrac{2\sin x-1}{6x-\pi}$

3) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sin\pi x}{x-1}$

4) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{2\cos x-1}{3x-\pi}$

5) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x-1}{2x-\pi}$

6) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\cos x+1}{x-\pi}$

7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$

8) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$

9) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{\cos^2x-\frac{1}{4}}{x-\frac{\pi}{3}}$

10) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\sin x-\sin a}{x-a}$ $a\in\mathbb{R}$

EXERCICE 9

Utilisation d'expression conjuguée

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{9x^2+7}-3x$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}x-\sqrt{x^2+3x-2}$

3) $\lim\limits_{x\to9}\dfrac{\sqrt{x}-3}{9-x}$

4) $\lim\limits_{\substack{x\to3\\>}}\dfrac{\sqrt{x-3}}{4-\sqrt{6x-2}}$

5) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x+7}-3}{x-2}$

6) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{5x+x^2}-5}{4x^2}$

7) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} \dfrac{\sqrt{x+3}-\sqrt{2}}{x^2-1}$

8) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{\sqrt{x+4}-\sqrt{2}}{x^2-4}$

9) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x-5}{\sqrt{5}-\sqrt{x}}$

10) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x\sqrt{x}-8}{4-x}$

EXERCICE 10

Utilisation de changement d'écriture.

1) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x}{x^2}$

2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}$

3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x}{\sin x}$

4) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x-\sin x}{x}$

5) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x^3}$

6) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{x}$

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan(2x)}{\sin(-3x)}$

8) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 5x}{2x}$

9) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{\sin 3x}$

10) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 5x}{\sin 4x}$

EXERCICE 11

Calculer les limites suivantes.

1) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{3x+2}{\sqrt{x^2-x+1}}$

2) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{1-x}{\sqrt{x^2-2x+1}}$

3) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+x-1}}{x+3}$

4) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2-2x+3}}$

5) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{x^3+x-1}}$

6) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^2-1}{\sqrt{x^2+2x+1}}$

7) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x-5}{\sqrt{5}-\sqrt{x}}$

8) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{5x-2}-\sqrt{x+1}$

9) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1+\sin x}{\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)\cos x}$

10) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}$

EXERCICE 12

1) Démontrer que : $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos x-1}{x^2}=-\dfrac{1}{2}$ et $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{x}=2$

2) En déduire les limites suivantes:

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x\sin x}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{\sin^2 x}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{x\tan x}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3}{1-\cos 2x}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\sin x}{1-\cos 2x}$

EXERCICE 13

1) $\begin{cases} \text{Pour } x\in\,]-\infty;2[\,;\ f(x)=2x^2-4x-4 \\ \text{Pour } x\in[2;+\infty[\,;\ f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1} \end{cases}$

Etudier la continuité en 2 de la fonction f.

2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(-1) = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{x^3+1}, \text{ si } x \neq -1$$

Démontrer que f est continue en -1.

EXERCICE 14

Déterminer a et b pour que f soit une fonction continue sur l'intervalle $[-1;1]$:

$$\begin{cases} \text{Pour } x \in]-1;1[, \ f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2+2x+3}} \\ f(-1) = a \\ f(1) = b \end{cases}$$

EXERCICE 15

1) Etudier la continuité en -1 de la fonction f définie par :

$$\begin{cases} \forall x \in]-\infty;-1[, \ f(x) = x^2+4x+3 \\ \forall x \in [-1;+\infty[, \ f(x) = x^3 \end{cases}$$

2) Etudier la continuité en 1 de la fonction f définie par :

1) $\begin{cases} \forall x \in]-\infty;1[, \ f(x) = x \\ \forall x \in]1;+\infty[, \ f(x) = \dfrac{1}{x} \\ f(1) = 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \forall x \in]-\infty;1[, \ f(x) = x^2 \\ \forall x \in [1;+\infty[, \ f(x) = x+1 \end{cases}$

EXERCICE 16

Démontrer que la fonction f admet dans chacun des cas suivants un prolongement par continuité en x_0 que l'on définira.

a) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$, $x_0 = 0$

b) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$, $x_0 = 1$

c) $f(x) = \dfrac{\sqrt{2-x}-2}{x+2}$, $x_0 = -2$

d) $f(x) = \dfrac{3-\sqrt{2x+5}}{x-2}$, $x_0 = 2$

e) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+13}-4}$, $x_0 = 3$

f) $f(x) = \dfrac{x^2+x}{x^2-|x|}$, $x_0 = 0$

CHAPITRE 2

DÉRIVABILITÉ ET DÉRIVÉE

I- Dérivabilité de f en a

- $a \in$ Df
- $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ cette limite doit exister et appartenir à $\mathbb{R}$.

Notation

$\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = l \in \mathbb{R}$, donc on note $l = f'(a)$

- On dit que f est ***dérivable à gauche*** en x_0 si $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ <}} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ existe et est finie. Dans ce cas, cette limite est appelée ***nombre dérivé de*** f ***à gauche en*** x_0 et se note $f'_g(x_0)$.
$f'_g(x_0)$ est le coefficient directeur de la ***demi-tangente*** à gauche à (C_f) au point $M(x_0, f(x_0))$
- On dit que f est ***dérivable à droite*** en x_0 si $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ >}} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ existe et est finie. Dans ce cas, cette limite est appelée ***nombre dérivé de*** f ***à droite en*** x_0 et se note $f'_d(x_0)$.
$f'_d(x_0)$ est le coefficient directeur de la ***demi-tangente*** à droite à (C_f) au point $M(x_0, f(x_0))$.

II- Dérivée

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et $a \in$ I. Si f est dérivable en a alors f est continue en a.

- Dérivable en a — Continuité en a
- Non continue — Non dérivable
- Non dérivable — PCI continuité
- Continuité — PCI non dérivable

III- Dérivée d'une fonction composée

- $f(x) = g(u(x))$

f dérivable sur I
u dérivable sur I
g dérivable sur Du

$$f'(x) = \big(g(u(x))\big)' = u'(x) \times g'(u(x))$$

Tableau des dérivées

$f(x)$	k	x	$x^r; r \in \mathbb{Q}$	$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{x}$	e^x	$\ln x$	$\sin x$	$\tan x$
$f'(x)$	0	1	rx^{r-1}	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	e^x	$\dfrac{1}{x}$	$\cos x$	$\dfrac{1}{\cos^2 x}$

u	v	$u+v$	uv	$\dfrac{1}{v}$	$\dfrac{u}{v}$	$u^r, r \in \mathbb{Q}^* \setminus \{1\}$	$\sqrt{u}$	e^u	$\ln\lvert u \rvert$
u'	v'	$u'+v'$	$u'v+v'u$	$-\dfrac{v'}{v^2}$	$\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$	$ru'u^{r-1}$	$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$	$u'e^u$	$\dfrac{u'}{u}$

Théorème des bijections

1) Soit f définie sur un intervalle.

$\forall x \in]a;b[$, $f'(x) > 0$ et f est continue sur $[a;b]$ alors f réalise une bijection de $[a;b]$ vers $[f(a);f(b)]$. Elle admet une ***bijection réciproque*** notée $f^{-1}(x)$ définie de $[f(a);f(b)]$ vers $[a;b]$.

Tableau de f

x	a		b
$f'(x)$		$+$	
f	$f(a)$	↗	$f(b)$

Tableau de f^{-1}

x	$f(a)$		$f(b)$
$f^{-1\prime}(x)$		$+$	
$f^{-1}(x)$	a	↗	b

2) Soit f définie sur un intervalle.

$\forall x \in [a;b]$, $f'(x) < 0$ et f est continue sur $[a;b]$ alors f réalise une bijection de $[a;b]$ vers $[f(a);f(b)]$. Elle admet une ***bijection réciproque*** notée $f^{-1}(x)$ définie de $[f(a);f(b)]$ vers $[a;b]$.

Tableau de f

x	a		b
$f'(x)$		$-$	
f	$f(a)$	↘	$f(b)$

Tableau de f^{-1}

x	$f(a)$		$f(b)$
$f^{-1\prime}(x)$		$-$	
$f^{-1}(x)$	a	↘	b

Calcul de $(f^{-1})'(\beta)$

$f(\alpha) = \beta$

$(f^{-1})'(\beta) = \dfrac{1}{f'[f^{-1}(\beta)]}$ or $f^{-1}(\beta) = \alpha$

$\Longrightarrow (f^{-1})'(\beta) = \dfrac{1}{f'(\alpha)}$

EXERCICE CORRIGÉ

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 2x^2 + 4x + 1$

2) $f(x) = 2\sqrt{x}$

3) $f(x) = \dfrac{1}{x} + 2x + x^2$

4) $f(x) = \dfrac{x-1}{x}$

5) $f(x) = x\sqrt{x+1}$

SOLUTION

1) $f'(x) = (2x^2 + 4x + 1)' = 4x + 4$

2) $f'(x) = (2\sqrt{x})' = 2 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \dfrac{\sqrt{x}}{x}$

3) $f'(x) = \left(\dfrac{1}{x} + 2x + x^2\right)' = \dfrac{-1}{x^2} + 2 + 2x$

4) $f'(x) = \left(\dfrac{x-1}{x}\right)' = \dfrac{(x-1)'x - (x)'(x-1)}{x^2} = \dfrac{x-(x-1)}{x^2} = \dfrac{1}{x^2}$

5) $f'(x) = (x\sqrt{x-1})' = (x)'\sqrt{x+1} + (\sqrt{x+1})'x = \sqrt{x+1} + \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}x$

EXERCICE 1

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

a) $f(x) = -3x^3 + 4x^2 - 7x + 2, k = \mathbb{R}$

b) $f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + 1, k = \mathbb{R}$

c) $f(x) = 3x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{7}{x^3}, k =]0; +\infty[$

d) $f(x) = 2x^2\sqrt{x}, k =]0; +\infty[$

e) $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}, k =]-\infty; -1[$

f) $f(x) = (x^2 - 3x + 1)^5, k = \mathbb{R}$

g) $f(x) = \sqrt{4x-1}, k = \left]\frac{1}{4}; +\infty\right[$

h) $f(x) = \frac{2}{(x-1)^2}, k =]1; +\infty[$

i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 5}, k = \mathbb{R}$

j) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{3x+1}}, k = \left]\frac{-1}{3}; +\infty\right[$

k) $f(x) = x\cos 2x, k = \mathbb{R}$

l) $f(x) = \frac{2}{(1-2x)^2}, k = \left]-\infty; \frac{1}{2}\right[$

m) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}, k = \mathbb{R}$

n) $f(x) = x^3(1-x)^2, k = \mathbb{R}$

o) $f(x) = \sin x \cos^3 x, k = \mathbb{R}$

p) $f(x) = \frac{x}{2} + 1 - \frac{2}{(x-1)^2}, k =]-\infty; 1[$

EXERCICE 2

On donne la fonction h de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $h(x) = \frac{-x + \sqrt{2x - x^2}}{x - 1}$

1) Justifier que h est définie sur $[0;1[\cup]1;2]$.

2) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} h(x)$

3) Justifier que h n'est pas continue en 1.

4) Justifier que h est prolongeable par continuité en 1 et préciser son prolongement.

5)

a) Etudier la dérivabilité de h en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

b) h est-elle dérivable en 1? Justifier votre réponse.

6) Justifier que le point $\Omega(1;-1)$ est un centre de symétrie de la représentation graphique de h.

EXERCICE 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - x$.

1) Démontrer que f réalise une bijection de $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right]$ sur $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right[$.

2) Soit g la restriction de f à $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

a) Calculer $g(-1)$.

b) Démontrer que g^{-1} est dérivable en 2 et calculer $(g^{-1})'(2)$

EXERCICE 4

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{matrix} f(x) = x^2 + x \; si \; x < 0 \\ f(x) = \sqrt{x} - x \; si \; x \geq 0 \end{matrix}$.

On note (C) la représentation graphique de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J).
1) Etudier la continuité de f en 0.
2) Etudier la dérivabilité de f en 0 puis interpréter graphiquement les résultats obtenus.

EXERCICE 5

f est la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x)=\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est 4 cm.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Etudier la dérivabilité de f en 1 puis interpréter graphiquement le résultat.
3) Calculer la limite f en -1 puis interpréter graphiquement le résultat.
4) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
5) Tracer la courbe (C).
6) Démonter que f réalise une bijection de $]-1;1]$ sur $[0;+\infty[$.
7) Justifier que la bijection réciproque f^{-1} de f est dérivable en 1 et calculer $(f^{-1})'(1)$.
8) Tracer la courbe représentative (C) de f^{-1} sur le même graphique que (C).

PRIMITIVES

Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$, f est une fonction continue sur I et F dérivable sur I tel que $f'(x) = f(x)$. F est appelée «Primitive de f ».

Exemple : $f(x) = x^2 - 5$

$$F(x) = \frac{1}{2}x^3 - 5x + \pi$$

$$G(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x + \sqrt{2}$$

F et G sont des primitives de f

Remarque :

Etant donné un couple $(x_0; y_0)$, il existe une et une seule primitive F de f tel que $\boxed{F(x_0) = y_0}$

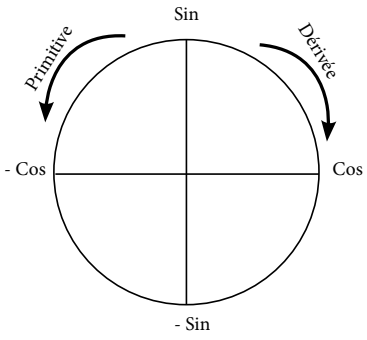
Déterminer la primitive de f qui prend la valeur $f(x) = x^2 - 5$ de 0 en 3.

$F(x) = \frac{1}{2}x^3 - 5x + c$

$f(3) = 0 \Rightarrow \frac{27}{3} - 15 + C = 0 \Rightarrow 9 - 15 + C = 0$

$\Rightarrow -6 + C = 0 \quad \Rightarrow C = 6$ donc la primitive

Primitive et trigonométrie



f	F
Sin x	- Cos x
- Cos x	- Sin x
- Sin x	Cos x
Cos x	Sin x

f	F	Exemple
$\text{Sin}(ax+b)$	$-\frac{1}{a}\text{Cos}(ax+b)+C$	$\text{Sin}\left(\frac{1}{2}x+\pi\right) \longrightarrow -2\text{Cos}\left(\frac{1}{2}x+\pi\right)+C$
$-\text{Cos}(ax+b)$	$-\frac{1}{a}\text{Sin}(ax+b)+C$	$-\text{Cos}(2x) \longrightarrow -\frac{1}{2}\text{Sin}(2x)+C$
$-\text{Sin}(ax+b)$	$\frac{1}{a}\text{Cos}(ax+b)+C$	$-\text{Sin}(4x) \longrightarrow \frac{1}{4}\text{Cos}(4x)+C$
$\text{Cos}(ax+b)$	$\frac{1}{a}\text{Sin}(ax+b)+C$	$\text{Cos}(wt+\pi) \longrightarrow \frac{1}{w}\text{Sin}(wt+\pi)+C$

Tableau des primitives visuelles

f	F	Exemple
$a(a \in \mathbb{R})$	$ax+C$	$f(x)=3 \longrightarrow F(x)=3x+C$
ax	$\frac{1}{2}ax^2+C$	$f(x)=\sqrt{3}x \longrightarrow F(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2+C$
ax^n	$\frac{a}{n+1}x^{n+1}+C$	$f(x)=\frac{1}{3}x^3 \longrightarrow F(x)=\frac{x^3}{9}+C$
$\frac{a}{x^n}$	$\frac{-a}{(n-1)x^{n-1}}+C$	$f(x)=\frac{2}{x^3} \longrightarrow F(x)=\frac{-2}{2x^2}+C$

$\sqrt{x}$	$\frac{2}{3}x\sqrt{x}+C$	$f(x)=x^{\frac{1}{2}} \longrightarrow F(x)=\frac{2}{3}x\sqrt{x}+C$
$\sqrt{ax+b}$	$\frac{2}{3}(ax+b)\sqrt{ax+b}+C$	$f(x)=\sqrt{3x+5} \longrightarrow F(x)=\frac{2(3x+5)}{3}\sqrt{3x+5}$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}+C$	$f(x)=\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} \longrightarrow F(x)=2\sqrt{x}+C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan(x)+C$	$f(x)=1+\tan^2 x+C$
$1+\tan^2 x$		$F(x)=\tan(x)+C$
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-1}{(n-1)x^{n-1}}+C$	$f(x)=\frac{1}{x^4} \longrightarrow F(x)=\frac{1}{3x^3}+C$
x^n	$\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C$	$f(x)=x^7 \longrightarrow F(x)=\frac{x^8}{8}+C$
$f(x)+g(x)$	$F(x)+G(x)+C$	$f(x)=\frac{1}{x^2}-3x+5 \longrightarrow F(x)=-\frac{1}{x}-\frac{3}{2}x^2+5x+C$
$ax+b$	$\frac{a}{2}x^2+bx+C$	$f(x)=3x \longrightarrow F(x)=\frac{3}{2}x^2+C$
$\lambda f(x)$	$\lambda F(x)+C$	$f(x)=4\sqrt{x} \longrightarrow F(x)=4\left(\frac{2}{3}x\sqrt{x}\right)+C$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x)+C$	"A voir dans le chapitre de ln"

f	F	Exemple
Le produit de $f\times g$	n'a pas pour primitive $F\times G$	$h(x)=x\cos x$ La primitive n'est pas égale à $H(x)=\frac{1}{2}x^2\sin x$
Le quotient	n'a pas pour primitive $\frac{F}{G}$	$g(x)=\frac{x}{\cos x} \longrightarrow G(x)=\frac{\frac{1}{2}x^2}{\sin x}$

Comment procéder pour détruire les PCI avec les batteries lourdes

f peut se mètre sous la forme de	Sa primitive sera alors de la forme	Exemple
$U'(x)(U(x))^n$	$\frac{(U(x))^{n+1}}{n+1}+C$	$f(x)=2x(x^2+5)^7=U'(x)(U(x))^n$ avec : $U(x)=x^2+5 \quad x=7 \quad U'(x)=2x$ $F(x)=\frac{(x^2+5)^8}{8}+C$
$\frac{U'(x)}{(U(x))^n}$	$\frac{-1}{(n-1)(U(x))^n}$	$f(x)=\frac{\cos x}{\sin^9 x}=\frac{U'(x)}{(U(x))^n}$ $U(x)=\sin x \quad$ et $\quad n=9$ $U'(x)=\cos x \quad$ alors $F(x)=\frac{-1}{8\sin^8 x}+C$
$\frac{U'(x)}{\sqrt{U(x)}}$	$2\sqrt{U(x)}+C$	$f(x)=\frac{-\frac{1}{x^2}}{\sqrt{\frac{1}{n}+2}}=\frac{U'(x)}{\sqrt{U(x)}}$ avec $U(x)=\frac{1}{x}+2 \quad U'(x)=\frac{1}{x^2}$ alors $F(x)=2\sqrt{\frac{1}{x}+2}+C$

EXERCICE CORRIGÉ

Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive de la fonction f sur l'intervalle K:

a) $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{x}}$ b) $f(x)=(2x-5)^3$ c) $f(x)=\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x^3}-\dfrac{3}{\sqrt{x}}$

SOLUTION

a) $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{x}}$

$F(x)=6\sqrt{x}$

b) $f(x)=(2x-5)^3$

$F(x)=\dfrac{1}{8}(2x-5)^4$

c) $f(x)=\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x^3}-\dfrac{3}{\sqrt{x}}$

$F(x)=-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}-6\sqrt{x}$

EXERCICE 1

Dans chacun des cas suivants déterminer une primitive f sur l'intervalle K.

a) $f(x)=\frac{3}{\sqrt{x}}$, K = $]0;+\infty[$ b) $f(x)=3x^3-2x+2$, K = $\mathbb{R}$ c) $f(x)=x+2-\frac{4}{x^3}$, K = $]-\infty;0[$

d) $f(x)=-4\sqrt{x}$, K = $[0;+\infty[$

e) $g(x)=x^3+3x^2-4x$, K = $\mathbb{R}$

f) $h(x)=\frac{1}{x^3}-\frac{2}{x^2}+\frac{3}{2x^4}$, K = $]-\infty;0[$

g) $k(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}$, K = $]0;+\infty[$

h) $l(x)=2\cos(-5x+3)$, K = $\mathbb{R}$

i) $f(x)=\frac{2}{\sqrt{2x-1}}$, K = $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ j) $f(x)=(2x-5)^3$, K = $\mathbb{R}$ k) $f(x)=\frac{5(x^2+2x)}{(x^3+3x^2)^2}$, K = $[1;+\infty[$

EXERCICE 2

Dans chacun des cas suivants déterminer une primitive f sur l'intervalle K.

a) $f(x)=\frac{x^3}{3}+4x^2-x+3$, K = $\mathbb{R}$

b) $f(x)=\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x^3}-\frac{3}{\sqrt{x}}$; K = $]0;+\infty[$

c) $f(x)=(x-1)(x+2)^2$; K = $\mathbb{R}$

d) $f(x)=\frac{x^3-2}{x^5}$; K = $]0;+\infty[$

e) $f(x)=\frac{5}{\sqrt[3]{x^2}}+\sqrt{x}$; K = $]0;+\infty[$

f) $f(x)=-2\sin s+\cos x$; K = $\mathbb{R}$

g) $f(x)=\tan^2 x$; K = $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$

h) $k:x\mapsto|x^2+x|$; K = $[-1;0]$

EXERCICE 3

Soit $f: x\mapsto x(5\sqrt{x}+4)$ et F : $x\mapsto 2x^2(\sqrt{x}+1)$
Démontrer que F est une primitive de f sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

EXERCICE 4

Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive de f sur l'intervalle considéré.

a) $f(x)=3x^2(x^3-1)$; sur $\mathbb{R}$

b) $f(x)=\frac{1}{(1-x)^2}$; sur $]1;+\infty[$

c) $f(x)=(4x+1)^3$; sur $\mathbb{R}$

d) $f(x)=\frac{x}{(1-x^2)^4}$ sur $]-1;1[$

e) $f(x)=\frac{5}{(4x+1)^3}$; sur $]0;+\infty[$

f) $f(x)=3\sin 2x+\cos(x-1)$, sur $\mathbb{R}$

g) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$; sur $\mathbb{R}$

h) $f(x)=x-1+\frac{2}{(1-x)^3}$ sur $]-\infty;1[$

i) $f(x)=\cos x\sin^2 x$; sur $\mathbb{R}$

j) $f(x)=x\sin x(x^2)$; sur $\mathbb{R}$

k) $f(x)=\frac{\sin x}{\sqrt{6-2\cos x}}$; sur $\mathbb{R}$

l) $f(x)=\frac{\sin x}{(cox)^2}$; sur $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$

m) $f(x)=x\sqrt{x^2+1}$; sur $\mathbb{R}$

n) $f(x)=3\cos(2x-3)$; sur $\mathbb{R}$

EXERCICE 5

Dans chacun des cas suivants déterminer les primitives de f sur $\mathbb{R}$.

a) $f(x)=\sin^2 x$;
b) $f(x)=\sin^4 x$
c) $f(x)=\cos^5 x$
d) $f(x)=\sin^2 x\cos^3 x$
e) $f(x)=\cos^4 x\sin^2 x$

EXERCICE 6

Soit la fonction $f: x\mapsto \sin^3 x$
1. Justifier que pour tout x de $\mathbb{R}$:
$f''(x)+9f(x)=6\sin x$
2. En déduire la primitive F de f sur qui s'annule en 0

EXERCICE 7

Soit $f: x\mapsto (x+1)\sqrt{x-1}$ et F : $x\mapsto (ax^2+bx+c)\sqrt{x-1}$
où a,b et c sont des nombres réels.
Déterminer a,b et c por que F soit une primitive de f sur $]1;+\infty[$

EXERCICE 8

Soit la fonction $f: x\mapsto x\cos x$
1. Déterminer la dérivée de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x\sin x$.
2. En déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}$

EXERCICE 9

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{2;2\}$ par: $f(x)=\dfrac{8x}{(x^2-4)^2}$
1. Déterminer les nombres réels a et b pour que pour tout x de $\mathbb{R}-\{2;2\}$ on ait:
$f(x)=\dfrac{a}{(x-2)^2}+\dfrac{b}{(x+2)^2}$
2. En déduire les primitives sur $]-2;2[$ de f

EXERCICE 10

Soit f la fonction définie sur $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ par: $f(x)=\dfrac{4x(1-x)}{(2x-1)^2}$
1. Justifier que: $\forall x\in\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$, $f(x)=-1+\dfrac{1}{(2x-1)^2}$
2. En déduire la primitive G de f sur $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ qui s'annule en 0.

CHAPITRE 4

ÉTUDE DE FONCTIONS

I- Les formes indéterminées

Les quatre (04) cas de formes indéterminées sont : $+\infty-\infty$; $0\times\infty$; ∞/∞ ; $0/0$

II- La continuité d'une fonction en un point X_0

- $X_0 \in Df$ (Ensemble de définition)
- $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0) = l \quad (l \in \mathbb{R})$

III- La continuité d'une fonction à gauche et à droite en x_0

- $X_0 \in Df$
- $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ <}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ >}} f(x) = l \quad (l \in \mathbb{R})$

IV- Le prolongement par continuité d'une fonction en x_0.

- $X_0 \notin Df$
- $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = l \quad (l \in \mathbb{R})$

V- L'image d'un intervalle par une fonction continue et strictement monotone.

- Si f est continue et strictement croissante sur [a;b] alors f([a;b]) = [f(a);f(b)]
- Si f est continue et strictement décroissante sur [a;b] alors f([a;b]) = [f(b);f(a)]
- Si f est continue et strictement croissante sur]a;b[alors $f(]a;b[) = \left]\lim\limits_{\substack{x \to a \\ <}} f(x) ; \lim\limits_{\substack{x \to b \\ >}} f(x)\right[$
- Si f est continue et strictement décroissante sur]a;b[alors $f(]a;b[) = \left]\lim\limits_{\substack{x \to b \\ <}} f(x) ; \lim\limits_{\substack{x \to a \\ >}} f(x)\right[$

VI- Principe de localisation des zéros d'une fonction

a. Montrer que f(x) est continue et strictement monotone sur [a;b]

- En a, f([a;b]) = [f(a);f(b)]
- Montrer que $0 \in [f(a);f(b)]$

b. Soit f est une fonction continue et strictement monotone sur [a;b]. Si f(a) et f(b) sont de signe contraire alors l'équation (E) : g(x) = 0 admet une solution unique dans l'intervalle [a;b]

VII- Méthode de calcul approche des zéros d'une fonction (Méthode de balayage)

Elle consiste à partager en 10 intervalles de même amplitude l'intervalle auquel appartient la solution unique puis a calculer l'image des réels de cet intervalle jusqu'à ce qu'elle change de signe.

VIII- Bijection continue strictement monotone

- Montrer que la fonction est continue et strictement monotone

IX- Sens de variation d'une bijection réciproque

F et F^{-1} ont le même sens de dérivation.

X- La courbe représentatrice d'une fonction réciproque

Dans un repère orthonormé les courbes (Cf) et (Cf-1) sont symétrique par rapport à la première bissectrice (Δ) : y=x

XI- La dérivabilité d'une fonction en un point x_0

- $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) \in \mathbb{R}$

• $f'(x_0)$ est un nombre dérivé

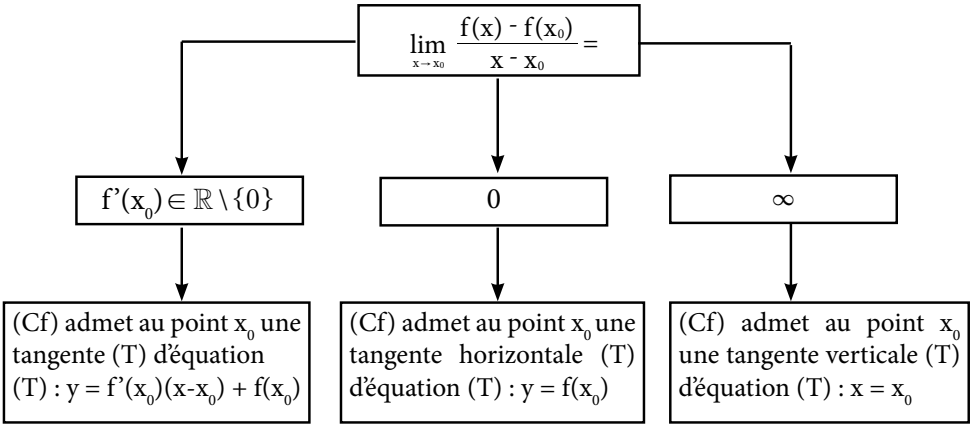
XII- La dérivation d'une fonction à gauche et à droite en un point x_0

• $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ <}} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'_g(x_0)$ alors la fonction f est dérivable à gauche en x_0

• $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ >}} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'_d(x_0)$ alors la fonction f est dérivable à droite en x_0

• $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ <}} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ >}} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$ alors la fonction f est dérivable en x_0

XIII- Interprétation graphique des nombres dérivés



XIV- Le point d'inflexion d'une fonction

Si la fonction f est deux fois dérivable sur un intervalle I, alors les points pour lequel sa dérivée seconde s'annule en changeant de signe sont appelés les **points d'inflexion**.

XV- Le sens de variation

• Si $\forall x \in I$; $f'(x)>0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I
• Si $\forall x \in I$; $f'(x)<0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I
• Si $\forall x \in I$; $f'(x)\geq 0$ alors la fonction f est croissante sur I
• Si $\forall x \in I$; $f'(x)\leq 0$ alors la fonction f est décroissante sur I
• Si $\forall x \in I$; $f'(x)=0$ alors la fonction f est constante sur I

XVI- Les extremums d'une fonction

Soient m et M, deux nombres réels :
• m est le minimum d'une fonction f sur in intervalle I ssi on a : $\forall x \in I$; $f(x)\geq m$
• M est le maximum d'une fonction f sur un intervalle I ssi on a : $\forall x \in I$; $f(x)\leq M$

XVII- La dérivée réciproque d'une fonction

• f(x) est dérivable et strictement monotone sur I
• Si f est dérivable au point β de I et $f'(\beta) \neq 0$ alors sa bijection réciproque est dérivable au point $\alpha = f(\beta)$

XVIII- Parité d'une fonction

• $\forall x \in Df$; $-x \in Df$ on a $f(-x) = f(x)$ fonction paire.

Si une fonction est paire alors sa courbe représentative (Cf) admet la droite (OJ) comme axe de symétrie.

• $\forall x \in Df$; $-x \in Df$ on a $f(-x) = -f(x)$ fonction impaire.

Si une fonction est impaire alors sa courbe représentative admet le point O comme un centre de symétrie.

XIX- Axe de symétrie d'une courbe

$\forall x \in \mathbb{R}$;(a-x) ∈ Df ; (a+x) ∈ Df on a f(a-x)=f(a+x)

XX- Centre de symétrie

$\forall x \in \mathbb{R}$;(a-x) ∈ Df ; (a+x) ∈ Df on a f(a-x)+f(a+x)=2b

XXI- Branches infinies

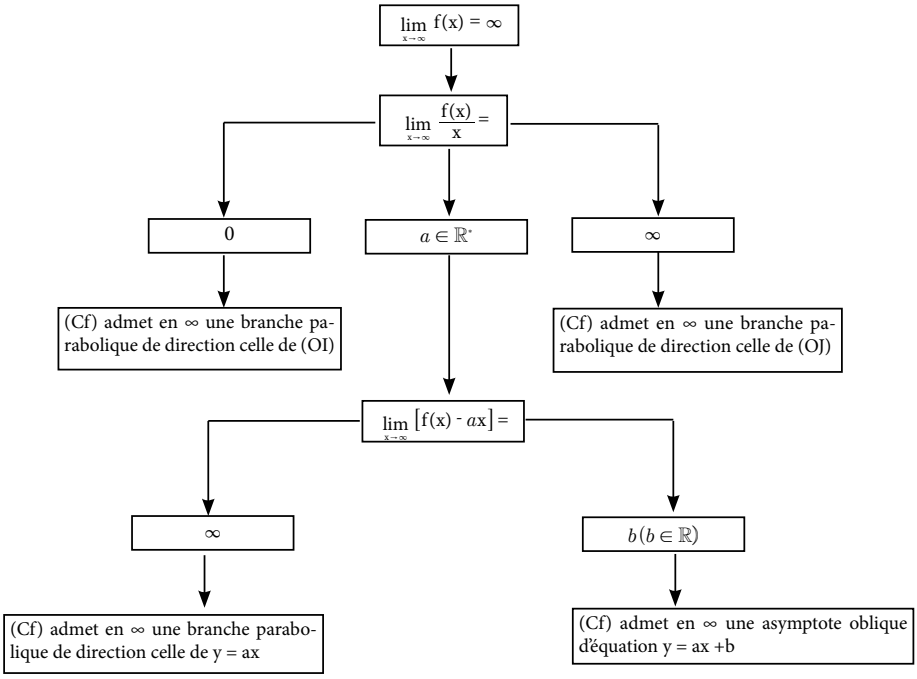
a. Asymptote verticale

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \infty$ ou $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ <}} f(x) = \infty$ ou $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ >}} f(x) = \infty$

alors $x = x_0$ est asymptote verticale.

b. Asymptote horizontale

$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = l$ alors $y = l$ est asymptote horizontale.



XXII- Comment montrer qu'une droite (Δ) : y = ax +b est une asymptote oblique à (Cf) en ∞

$\lim\limits_{x \to \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$

XXIII- Comment trouver l'équation d'une tangente

(T): y = f'(xa)(x-xa) + f(xa)

XXIV- Comment trouver le point où la tangente (T) à (Cf) est parallèle à la droite (D): y = ax + b

On pose f'(x) = a

XXV- Comment trouver la position relative d'une courbe (Cf) par rapport à une droite (D) : y = ax + b

- On étudie le signe de f(x) – y
- Si f(x) – y < 0 alors la courbe (Cf) est en dessous de (D).
- Si f(x) – y > 0 alors la courbe (Cf) est au-dessus de (D).
- Si f(x) – y = 0 alors la courbe (Cf) et (D) se coupent.

XXVI- Comment trouver le point d'intersection d'une courbe (Cf) et d'une droite (D) : y = ax + b

On pose f(x) = y.

XXVII- Comment trouver le point d'intersection d'une courbe (Cf) et la droite (OI).

On pose f(x) = 0 (x ; 0)

XXVIII- Comment trouver le point d'intersection d'une courbe (Cf) et la droite (OJ)

On calcul f(0) (0 ; f(0))

EXERCICE CORRIGÉ

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ par $f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}$ de courbe (Cf) dans un repère orthonormé (O, I, J). (unité : 1 cm)

1)

a) Démontrer que $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{2\},\ f(x)=x+3+\dfrac{4}{x-2}$

b) Calculer les limites de f aux bornes de Df

2)

a) Calculer $f'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

b) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

3)

a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y=x+3$ est asymptote à (Cf) et préciser la position relative de (Cf) par rapport à (D).

b) Tracer (Cf) et (D)

SOLUTION

1) a- Division eucludienne

x^2+x-2	$x-2$
$-x^2+2x$	$x+3$
$3x-2$	
$-3x+6$	
4	

$$f(x)=x+3+\frac{4}{x-2}$$

b- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+3+\dfrac{4}{x+2}\right)=+\infty$ car $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4}{x-2}=0$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+3+\dfrac{4}{x-2}\right)=-\infty$ car $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4}{x-2}=0$

$\lim\limits_{\substack{x\to2\\<}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to2\\<}}\left(x+3+\dfrac{4}{x-2}\right)=-\infty$ car $\lim\limits_{\substack{x\to2\\<}}\dfrac{4}{x-2}=-\infty$

$\lim\limits_{\substack{x\to2\\>}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to2\\>}}\left(x+3+\dfrac{4}{x-2}\right)=+\infty$ car $\lim\limits_{\substack{x\to2\\>}}\dfrac{4}{x-2}=+\infty$

2) a- $f'(x)=\left(x+3+\dfrac{4}{x-2}\right)'$

$$f'(x)=1-\frac{4}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x+4-4}{(x-2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{x^2-4x}{(x-2)^2}=\frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$$

b- Signe de $f'(x)$

$\forall x \in]-\infty;2[\cup]2;+\infty[,\ f'(x)=\dfrac{x(x-4)}{(x-2)^2}$

$\dfrac{1}{(x-2)^2}>0$ d'où le signe de $f'(x)$ est celui de $x(x-4)$

Tableau de signe de $f'(x)$

$x(x-4)=0 \Leftrightarrow x=0$ *ou* $x=4$

	$-\infty$	0		2		4	$+\infty$
x	-	0	+	|	+		+
$x-4$	-	|	-	|	-	0	+
$x(x-4)$	+	0	-	|	-	0	+

$\forall x \in]-\infty;0[\cup]4;+\infty[, f'(x)>0$

$\forall x \in]0;2[\cup]2;4[, f'(x)<0$

Tableau de variation

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
f'	+		0	-	|	-	0	+	
f	$-\infty$	↗	$f(0)$	↘	$+\infty$ | $-\infty$	↘	$f(0)$	↗	$+\infty$

3) a- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\left(x+3+\dfrac{4}{x-2}\right)-x-3\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4}{x-2}=0$

de même $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y]=0$

Position relative

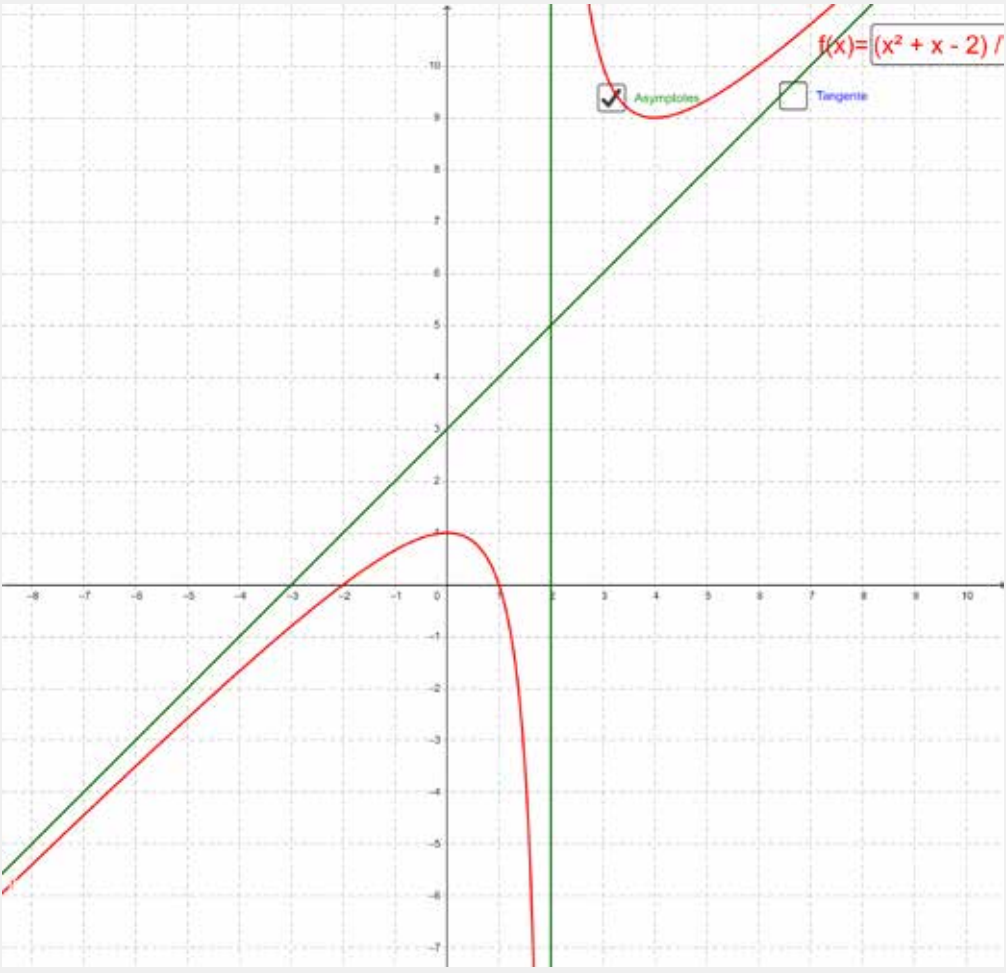
Signe de $[f(x)-y]$

$f(x)-y=\dfrac{4}{x-2}$

$\forall x \in]-\infty;2[, f(x)-y<0$, (Cf) est au dessus de (Δ)

$\forall x \in]2;+\infty[, f(x)-y>0$, (Cf) est au dessus de (Δ)

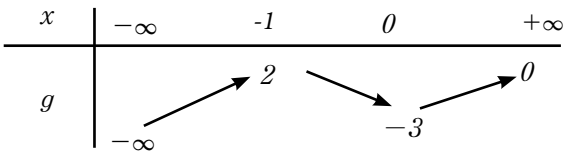
x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	-	0 +	
$f(x)-y$	-	|	+


f(x)= (x² + x - 2) /
Asymptotes
Tangente

EXERCICE 1

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
Une réponse juste apporte des points, une réponse fausse enlève des points. L'absence de réponse («Je ne sais pas») ne rapporte ni n'enlève aucun point. Une note négative est ramenée à zéro.

g est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ ayant pour tableau de variations :

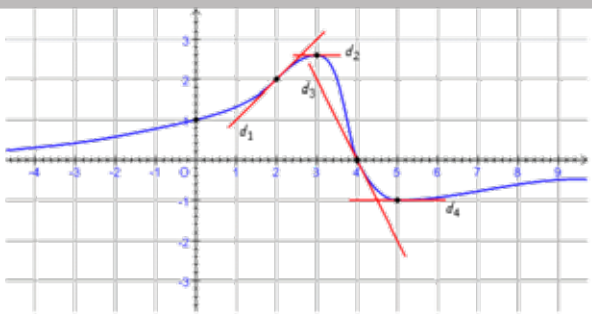


1	Le nombre de solutions, dans l'ensemble $\mathbb{R}$, de l'équation $g(x) = -1$ est :	☐ A : 0 ☐ B : 1 ☐ C : 2 ☐ D : 3 ☐ N : je ne sais pas
2	La limite lorsque x tend vers $+\infty$ de $\frac{1}{g(x)}$ est :	☐ A : $-\infty$ ☐ B : -3 ☐ C : 0 ☐ D : $+\infty$ ☐ N : je ne sais pas
3	La limite lorsque x tend vers $+\infty$ de $g\left(\frac{1}{x}\right)$ est	☐ A : $-\infty$ ☐ B : -3 ☐ C : 0 ☐ D : $+\infty$ ☐ N : je ne sais pas
4	La limite lorsque x tend vers -1 de $\frac{1}{g(x)-2}$	☐ A : $-\infty$ ☐ B : $-\frac{1}{3}$ ☐ C : $+\infty$ ☐ D : on ne peut pas savoir ☐ N : je ne sais pas
5	$g'(x)$ est négative sur :	☐ A : $]-\infty;-1[$ ☐ B : $]-3;2[$ ☐ C : $]-1;0[$ ☐ D : $]-3;0[$ ☐ N : je ne sais pas

EXERCICE 2

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
Une réponse juste apporte des points, une réponse fausse enlève des points. L'absence de réponse («Je ne sais pas») ne rapporte ni n'enlève aucun point. Une note négative est ramenée à zéro.

La figure ci-dessous donne la représentation graphique d'une fonction h. h' désigne la fonction dérivée de h. Les droites d1, d2, d3, d4 sont tangentes à la courbe. La droite d'équation $y = 0$ est asymptote à la courbe au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$.



1	La limite de h(x) quand x tend vers 0 est :	☐ A : $-\infty$ ☐ B : 0 ☐ C : 1 ☐ D : $+\infty$ ☐ N : je ne sais pas
2	La limite de h(x) quand x tend vers $+\infty$ est :	☐ A : $-\infty$ ☐ B : $-\frac{1}{3}$ ☐ C : 0 ☐ D : $+\infty$ ☐ N : je ne sais pas
3	On a :	☐ A : h'(2) = 0 ☐ B : h'(2) = 1 ☐ C : h'(2) = -1 ☐ D : h'(2) = 2 ☐ N : je ne sais pas
4	On a :	☐ A : h'(4) = $\frac{1}{2}$ ☐ B : h'(4) = -2 ☐ C : h'(4) = $-\frac{1}{2}$ ☐ D : h'(4) = 0 ☐ N : je ne sais pas
5	h' est négative sur :	☐ A : [0 ; 4] ☐ B : [4 ; $+\infty$ [☐ C :] $-\infty$; 3] ☐ D : [3 ; 5] ☐ N : je ne sais pas
6	h' est croissante sur :	☐ A : [0 ; 3] ☐ B : [0 ; 4] ☐ C : [0 ; 2] ☐ D : [3 ; 5] ☐ N : je ne sais pas
7	L'ensemble des solutions de l'inéquation h(x)>0 contient l'intervalle :	☐ A : [0 ; 3] ☐ B : [0 ; 4] ☐ C : [5 ; $+\infty$ [☐ D : [3 ; 5] ☐ N : je ne sais pas

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ par $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$, de courbe représentative (Cf).

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=x^3-3x-4$.

1)

a) Calculer ses limites en $+\infty$ et en $-\infty$.

b) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

2)

a) Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet sur $\mathbb{R}$ une unique solution notée α

b) Justifier que 2,19 < α < 2,2.

3. Démontrer que :

$\forall x\in\left]-\infty;\alpha\right[,\ g(x)<0$

$\forall x\in\left]\alpha;+\infty\right[,\ g(x)>0$

Partie B

1)

a) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

b) Déterminer les limites de f à gauche et à droite en -1 et en 1.

Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

2)

a) Démontrer que $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1;1\},\ f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$

b) Dresser le tableau de variations de f.

3)

a Justifier que $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1;1\},\ f(x)=x+2+\dfrac{x+2}{x^2-1}$

b) Démontrer que (Cf) admet une asymptote oblique (D) d'équation $y=x+2$.

c) Etudier la position relative de (Cf) et (D).

4) Démontrer que les abscisses des points B et B' où (Cf) admet une tangente parallèle à (D) sont $-2+\sqrt{3}$ et $-2-\sqrt{3}$.

5) Donner une équation de la tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse 2.

6) Déterminer les points d'intersection de (Cf) avec la droite (OI).

7) Tracer (Cf) et la tangent (T) .

EXERCICE 4

Partie A

Soit g la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $g(x)=4x^3-3x-8$.

1) Calculer la limite de g en $+\infty$.

2) Dresser le tableau de variation de g.

3) Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet sur $[0;+\infty[$ une unique solution notée α.

4)

a) Justifier que : 1 < α < 2.

b) Donner une valeur approchée de α à 0,1 près.

5) Démontrer que:
$\forall x \in [0;\alpha[,\ g(x) < 0$;
$\forall x \in [\alpha;+\infty[,\ g(x) \geq 0$.

Partie B

Soit la fonction f définie sur $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ par : $f(x) = \frac{x^3+1}{4x^2-1}$
On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
1)
a) Déterminer la limite de f en $+\infty$
b) Déterminer la limite de f en $\frac{1}{2}$. Interpréter graphiquement le résultat.
2)
a) Démontrer que $\forall x \in \left]\frac{1}{2};+\infty\right[,\ f'(x) = \frac{xg(x)}{(4x^2-1)^2}$
b) Dresser le tableau de variations de f.
3) Démonter que $f(\alpha) = \frac{3}{8}\alpha$ et en déduire un encadrement de $f(\alpha)$.
4)
a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{4}x$.
b) Etudier la position de (C) par rapport à (D).
5) Tracer (C) et (D).

EXERCICE 6

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -2x^3 - 3x^2 - 1$.
1) Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
2) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
3)Démontrer que l'équation $x \in \mathbb{R},\ g(x) = 0$ admet une solution unique α
et que -1,68 < α < -1,67
3. Démontrer que :
$\forall x \in]-\infty;\alpha[,\ g(x) > 0$
$\forall x \in]\alpha;+\infty[,\ g(x) < 0$

Partie B

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par : $f(x) = \frac{1+x}{x^2-1}$
On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J).
Unité graphique : 2cm.
1) Calculer les limites de f à gauche et à droite en 1.
Interpréter graphiquement les résultats.
2) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
Interpréter graphiquement le résultat.
3)
a) Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{1\},\ f'(x) = \frac{g(x)}{(x^3-1)^2}$.
b) Etudier les variation de f et dresser son tableau de variation.
4) Donner une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.

5)
a) Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\},\ f(x)+x+1 = \dfrac{x^3 \quad (x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$
b) Etudier la position de (C) par rapport à (T).
6) Tracer (T) et (C).

EXERCICE 7

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$.
1) Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
2) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
3)
a) Démontrer que l'équation $x \in \mathbb{R},\ g(x) = 0$ admet une solution unique α.
b) Démontrer que : $0 < \alpha < 1$
c) Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
4) Démontrer que :
$\forall x \in]-\infty;\alpha[,\ g(x) < 0$
$\forall x \in]\alpha;+\infty[,\ g(x) > 0$

Partie B

Soit f est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \dfrac{1}{3}\left(x^2 + x + \dfrac{1}{x}\right)$
On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J).
Unité graphique : 2cm.
1) Calculer les limites de f à gauche et à droite en 1.
Interpréter graphiquement les résultats.
2) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
Interpréter graphiquement le résultat.
3)
a) Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}^*,\ f'(x) = \dfrac{g(x)}{3x^2}$.
b) Dresser le tableau de variation de f.
4) Tracer (P) et (C).

EXERCICE 8

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -x^3 - 3x + 2$.
1) Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
2) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
3) Démontrer que l'équation $x \in \mathbb{R},\ g(x) = 0$ admet une solution unique et que : $0 < \alpha < 1$. Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
4) Démontrer que :
$\forall x \in]-\infty;\alpha[,\ g(x) > 0$
$\forall x \in]\alpha;+\infty[,\ g(x) < 0$

Partie B

Soit f est la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ par : $f(x)=\dfrac{1+x^2}{x^3+1}$

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J).

Unité graphique : 2cm.

1) Calculer les limites de f à gauche et à droite en -1.

Interpréter graphiquement les résultats.

2) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

Interpréter graphiquement le résultat.

3)

a) Démontrer que : $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\},\ f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^3+1)^2}$.

b) Etudier les variations de f.

c) Dresser le tableau de variation de f.

d) Justifier que : $f(\alpha)=\dfrac{1}{3}(-\alpha-1+\dfrac{2}{1-\alpha})$.

4) Tracer (T) et (C).

EXERCICE 9

Partie A

Soit g la fonction dérivable sur $]0;+\infty[$ et définie par : $g(x)=1-\dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}$.

1)

a) Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$.

b) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation. Calculer $g(1)$.

2) Démontrer que :

$\forall x\in]0;1[,\ g(x)<0$

$\forall x\in]1;+\infty[,\ g(x)>0$

Partie B

Soit f est la fonction dérivable sur $]0;+\infty[$ et définie par : $f(x)=\dfrac{x}{2}-1+\dfrac{1}{3x\sqrt{x}}$

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J).

Unité graphique : 2cm.

1) Calculer les limites de f en 0. Interpréter graphiquement les résultats.

2)

a) Calculer les limites de f en $+\infty$.

b) Démontrer que la droite (D) d'équation $y=\dfrac{x}{2}-1$ est asymptote à (C).

c) Etudier la position de (C) par rapport à (D).

3)

a) Démontrer que : $\forall x\in]0;+\infty[,\ f'(x)=\dfrac{1}{2}g(x)$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

4) Tracer (D) et (C).

5)

a) Démontrer que l'équation $f(x)=0$ admet exactement deux solutions α et β dans $]0;+\infty[$.

α et β désignent respectivement la plus petite et la plus grande de ces solutions.

b) Justifier que : 1,6 < β <1,7.

6) Démontrer que l'équation $f(x)=x$ admet une unique solution x_0 dans $\left]\dfrac{2}{5};\dfrac{5}{10}\right[$

EXERCICE 10

Partie A

Soit g la fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $g(x) = x^3 - 3x - 3$.

1) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

2)

a) Etudier le sens de variation de g.

b) Dresser le tableau de variation de g.

3)

a) Démontrer que $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]1; +\infty[$.

b) Justifier que 2,1 < α <2,2.

4) Démontrer que :

$\forall x \in]-\infty; \alpha[,\ g(x) < 0$

$\forall x \in]\alpha; +\infty[,\ g(x) > 0$

Partie B

On donne la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{2x^3 + 3}{x^2 - 1}$

(C) désigne la représentation graphique de f dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1 cm.

1) Déterminer l'ensemble de définition Df de f

2) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

3)

a) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ <}} f(x)$, $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$, $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x)$

b) Interpréter graphiquement ces résultats.

4) Démontrer que $f(\alpha) = 3\alpha$.

5) Démontrer que $\forall x \in Df$, $f'(x) = \dfrac{2xg(x)}{(x^2-1)^2}$.

6)

a) Etudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f.

b) Dresser le tableau de variation de f.

7)

a) Justifier que $\forall x \in Df$, $f(x) = 2x + \dfrac{2x+3}{x^2-1}$

b) En déduire que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est asymptote à (C) en $-\infty$ et en $+\infty$.

c) Etudier la position relative de (C) par rapport à (D).

8)

a) Déterminer les coordonnées de A, point d'intersection de la courbe (C) et l'axe (OI).

b) Déterminer les coordonnées de B, point d'intersection de la courbe (C) et l'axe (OJ).

9) Tracer la droite (D), les asymptotes à la courbe (C) et construire la courbe (C).

10) Soit h la restriction de f à $[0; 1[$.

a) Justifier que h réalise une bijection de $[0; 1[$ vers un intervalle K à déterminer.

b) Dresser le tableau de variation de h^{-1}, bijection réciproque de h.

c) Construire (Γ), courbe représentative de h^{-1} dans le même repère (O, I, J).

EXERCICE 11

Partie I

Soit g la fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par: $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$.

1) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

2)

a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α comprise entre 1,6 et 1,7.

b) Préciser le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x dans $\mathbb{R}$.

Partie II

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$: $f(x) = \dfrac{1-x}{x^3+1}$ de courbe (C) dans un repère orthonormé (O, I, J) (unité : 4 cm).

1)

a) Calculer les limites de f aux bornes de $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) Interpréter graphiquement les résultats.

2)

a) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\},\ f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x^3+1)^2}$

b) En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

3) Ecrire l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.

4) Construire (C) avec ses asymptotes et sa tangente (T).

EXERCICE 12

Partie I

Soit f la fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$.

1)

a) Déterminer l'ensemble de définition Df de f.

b) Calculer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.

Interpréter graphiquement les résultats.

2)

a) Démontrer que f admet un prolongement g par continuité en 0. Préciser g.

b) Vérifier que $\forall x \in \mathbb{R},\ g(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}+1}$.

c) Démontrer que g est dérivable en 0 et préciser $g'(0)$

3)

a) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation

b) Construire (C) la représentation graphique de g et sa tangente (T) au point d'abscisse 0 dans un repère orthonormé (O, I, J). (unité : 2 cm).

Partie II

1) Démontrer que g est une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle K à préciser.

Soit g^{-1} sa bijection réciproque.

2)

a) Calculer $g\left(\dfrac{4}{3}\right)$ et démontrer que g^{-1} est dérivable en $\dfrac{1}{2}$ et préciser $(g^{-1})'\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

b) Construire (C'), la représentation graphique de g^{-1} dans le même repère que (C) (on expliquera la construction).

3)

a) Démontrer que $\forall x \in K$, $(g^{-1})(x) = \dfrac{2x}{1-x^2}$

b) Calculer $(g^{-1})'(x)$ et retrouver la valeur de $(g^{-1})'\left(\dfrac{1}{2}\right)$ calculée en 2-a).

EXERCICE 13

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = \dfrac{3x^2}{|3-x|+2x}$ de représentation graphique (Cf) dans un repère orthogonal (O, I, J). (Unité : 1 cm pour 1 en abscisses et 1 cm pour 5 en ordonnées).

1) Justifier que $\forall x \in]-\infty;-3[\cup]-3;3[$, $f(x) = \dfrac{3x^2}{x+3}$

$\forall x \in [3;+\infty[$, $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$

2)

a) Calculer les limites de f à gauche et à droite en -3.

Interpréter graphiquement les résultats.

b) Calculer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.

Interpréter graphiquement les résultats.

3) Etudier la continuité de f en 3.

4) On admet que f n'est pas dérivable en 3.

a) Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]-\infty;-3[\cup]-3;3[$ et $]3;+\infty[$.

b) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

5)

a) Démontrer que les droites $(D1): y = 3x-9$ et $(D2): y = x+1$ sont des asymptotes à (Cf) respectivement en $-\infty$ et $+\infty$.

b) Préciser la position relative de (Cf) par rapport à $(D1)$ et $(D2)$.

c) Construire (Cf) avec ses asymptotes.

EXERCICE 14

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x^3-4}{x^2+1}$ de représentation graphique (Cf) dans un repère orthonormé (O, I, J) (Unité : 1 cm) et la fonction h définie sur $[-1;+\infty[$ par : $h(x) = \dfrac{x^2\sqrt{x+1}}{|x|}$ si $x \neq 0$ et $h(0) = 0$ de représentation graphique (Ch) dans un repère orthonormé (O, I, J). (unité : 3 cm).

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x^3 + 3x + 8$

1)

a) Calculer les limites de u en $-\infty$ et $+\infty$.

b) Calculer $u'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$. Etudier le signe de $u'(x)$ et dresser le tableau de variation de u.

2)

a) Justifier que l'équation $u(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$ et que -1,6 < α < -1,5.

b) Justifier que pour tout x élément de $[-\infty;\alpha[$, $u(x)<0$ et que pour tout x élément de $[\alpha;+\infty[$, $u(x)>0$.

Partie B : Etude de la fonction f

1) Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.

2)

a) Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x, et justifier que $f'(x) = \frac{xu(x)}{(x^2+1)^2}$

b) En utilisant les résultats de la question 2-b) de la partie A, étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

3) Démontrer que $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$

4)

a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y=x$ est une asymptote oblique à (Cf).

b) Etudier les positions relatives de (Cf) et (D).

5) Construire la droite (D) et la courbe (Cf) dans le même repère (O, I, J).

Partie C : Etude de la fonction h

1)

a) Démontrer que pour tout nombre réel x de $[-1;0[$, $h(x)=-x\sqrt{x+1}$ et pour tout réel x de $]0;+\infty[$, $h(x)=x\sqrt{x+1}$.

b) Etudier la continuité de h en 0.

c) Etudier la dérivabilité de h à gauche de 0 et à droite de 0. h est-elle dérivable en 0 ?

d) Etudier la dérivabilité de h à droite de -1 et interpréter graphiquement le résultat.

2)

a) Calculer $h'(x)$ pour tout nombre réel x de $[-1;0[$ et pour tout réel x de $]0;+\infty[$ et étudier le signe $h'(x)$.

b) Dresser le tableau de variation de h, on calculera la limite en $+\infty$.

3) Calculer la limite de $\frac{h(x)}{x}$ en $+\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.

4)

a) Soit g la restriction de h à $[0;+\infty[$, démontrer que g réalise une bijection de $[0;+\infty[$ sur l'intervalle J à préciser. On note g^{-1} sa bijection réciproque.

b) Calculer $g(1)$ et justifier que g^{-1} est dérivable en $\sqrt{2}$, puis calculer $(g^{-1})'(\sqrt{2})$

c) Déterminer une équation de la tangente (T) à (Cg^{-1}) au point d'abscisse $\sqrt{2}$

5) Construire (Ch), (Cg^{-1}) et (T) dans le même repère (O', I', J').

EXERCICE 15

f est la fonction définie sur $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{x^2+|x-2|}{x+1}$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1) Etudier la continuité de f en 2.

2) Etudier la dérivabilité de f en 2. Interpréter graphiquement les résultats.

3) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

4) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

5)

a) Démontrer que les droites $(D1)$ et $(D2)$ d'équations respectives $y=x-2$ et $y=x$ sont

asymptotes à (C) respectivement en $-\infty$ et en $+\infty$.
b) Etudier la position de (C) par rapport à $(D1)$ sur $]-\infty;-1[\cup]-1;2]$.
c) Etudier la position de (C) par rapport à $(D2)$ sur $[2;+\infty[$.
6) Tracer $(D1)$, $(D2)$ et (C).

EXERCICE 16

Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{x+1}}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique : 1 cm.
1)
a) Déterminer l'ensemble de définition Df de la fonction f.
b) Calculer $\lim\limits_{x\to-1}f(x)$ et interpréter graphiquement.
c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$, puis interpréter graphiquement le résultat.
2) Soit f' la fonction dérivée de f.
a) Montrer que $\forall x\in Df,\ f'(x)=\dfrac{x(3x+4)}{2(x+1)\sqrt{x+1}}$
b) Etudier le signe de f' et en déduire le sens de variation de f.
c) Dresser le tableau de variation de f.
d) Justifier que : $\forall x\in Df,\ f(x)\geq 0$.
3) Soit g la restriction de f à l'intervalle $]-1;0[$.
a) Montrer que g est une bijection de $]-1;0[$ sur un intervalle que l'on précisera
b) On note g^{-1} la bijection réciproque de g et (T) sa courbe représentative.
Dresser le tableau de variation de g^{-1}.
c) Calculer $g\left(-\dfrac{1}{3}\right)$; $g\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{18}\right)$ puis $(g^{-1})'\left(\dfrac{\sqrt{6}}{18}\right)$
4) On considère la fonction g définie sur $]-1;+\infty[$ par $g(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}$.
a) Montrer que $\forall x\in Dg,\ g(x)=\sqrt{x+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$.
b) Déterminer les primitives de g sur $]-1;+\infty[$.
c) Déterminer la primitive de g qui prend la valeur -2 en 0.

EXERCICE 17

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{x^3+1}{x^2+1}$.
Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (unité : 2 cm).

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire
Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x^3+3x-2$
a) Etudier la fonction g et dresser son tableau de variation.
b) Montrer qu'il existe un unique nombre réel α tel que $g(\alpha)=0$. Justifier que $0{,}59<\alpha<0{,}60$.
c) Justifier que : $\forall x\in]-\infty;\alpha[,\ g(x)<0$ et $\forall x\in]\alpha;+\infty[,\ g(x)>0$

Partie B : Etude de la fonction f

1) Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.

2)

a) Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$

b) Etudier le sens de variation de la fonction f.

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

d) Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{-3\alpha+3}{\alpha^2+1}$

c) Donner un encadrement d'ordre deux de $f(\alpha)$.

4)

a) Déterminer les nombres réels a, b, c et d tels que pour tout réel x,

$f(x) = ax + b + \dfrac{cx+d}{x^2+1}$

b) En déduire que la courbe (C) admet une asymptote oblique (D) d'équation $y = x$ aux voisinages de $-\infty$ et $+\infty$.

c) Etudier la position de la courbe (C) par rapport à (D).

d) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.

e) Tracer les droites (D) et (T) ainsi que la courbe (C). (On prendra α = 0,6).

EXERCICE 18

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}-x}$.

Soit (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). (Unité graphique : 2 cm).

1)

a) Démontrer que pour tout nombre réel x, $\sqrt{x^2+1}-x > 0$.

b) Démontrer que l'ensemble de définition de f est $\mathbb{R}$.

2) Calculer la limite de f en $-\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

3)

a) Justifier que pour tout nombre réel x, $f(x) = x\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et en donner une interprétation graphique.

4)

a) Démontrer que pour tout nombre réel x, $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}\sqrt{x^2+1}-x)^2}$

b) En déduire le sens de variation de f.

c) Dresser le tableau de variation de f.

5)

a) Démontrer que $y = x$ est une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.

b) Démontrer que f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J à déterminer.

6) On note (Γ) la courbe de la bijection réciproque de f.

Tracer (T) à (C) dans le repère (O, I, J).

EXERCICE 19

Une société de fabrication de produits cosmétiques fabrique chaque jour x produits avec $x \in [0;40]$. Le coût total de production, exprimé en milliers de francs, est donné par la fonction : $C(x) = x^2 - 60x$

Chaque produit fabriqué est vendu au prix unitaire de 2.000 F. Toute la production est vendue le même jour. Pour plus d'efficacité, le directeur de l'entreprise veut réaliser un bénéfice maximal. Il demande au comptable la quantité de produits cosmétiques que l'entreprise doit fabriquer pour réaliser ce bénéfice maximal. Le comptable t'associe à ce projet.
Détermine la quantité de produits cosmétiques à fabriquer pour obtenir un bénéfice maximal.

EXERCICE 20

Une entreprise fabrique pendant un intervalle de temps donné une quantité x d'un certain objet. Les charges de cette entreprise pour fabriquer les x objets sont données en francs CFA par : $C(x) = x^2 - 20x + 400$, où $x > 0$.

Les charges moyennes unitaires notées $Cm(x) = \frac{C(x)}{x}$.
Le responsable de l'entreprise te demande de déterminer la quantité d'objets à fabriquer pour avoir des charges moyennes unitaires minimum.
Chaque objet est vendu à 1000 FCFA. Aide-le à déterminer le bénéficier $B(x)$ de cette entreprise en fonction de x. Pour quelle valeur de x le bénéfice est maximal ?

FONCTION LOGARITHME NÉPERIENNE

Je retiens

La fonction logarithme népérien est la primitive de la fonction $\frac{1}{x}$ sur $]0;+\infty[$ qui s'annule en 1. On le note ln(x).

$\forall x]0;+\infty[$; $(\ln x)'=\frac{1}{x}$ or $\forall x]0;+\infty[$, $\frac{1}{x}>0$ alors la fonction ln est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.

ln(1) = 0 et ln(e) = 1 avec e ≃ 2,718.

Conséquences

$\forall (a,b)\in]0;+\infty[$; on a :

Si a < b ⇔ ln(a) < ln(b)

Si a > b ⇔ ln(a) > ln(b)

Si a = b ⇔ ln(a) = ln(b)

Remarques : Il est impossible de calculer le logarithme d'un nombre négatif.

Propriétés algébriques

ln(ab) = ln(a) + ln(b)

$\ln\left(\frac{a}{b}\right)$ = ln(a) - ln(b)

$\ln\left(\frac{1}{a}\right)$ = - ln(a)

ln($\sqrt{a}$) = $\frac{1}{2}$ ln(a)

ln(a^n) = nln(a)

ln(x) = y

Recherche d'ensemble de définition avec ln

Formes	Conditions
$\ln(u(x))$	u(x) > 0
$\ln\lvert u(x)\rvert$	u(x) ≠ 0
$\ln(u(x))^2$	u(x) ≠ 0
$(\ln(u(x)))^2$	u(x) > 0
$\ln\sqrt{u(x)}$	u(x) > 0
$\ln\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)$	$\frac{u(x)}{v(x)}>0$
$\ln\left\lvert\frac{u(x)}{v(x)}\right\rvert$	u(x) ≠ 0 et v(x) ≠ 0
$\ln(u(x).v(x))$	u(x).v(x) > 0

Limites de référence

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}\ln(x)=-\infty$ $\quad\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x)=+\infty$ $\quad\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x}=0^+$ $\quad\lim\limits_{x\to+\infty}\ln|x|=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\ln|x|=+\infty$ $\quad\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\ln|x|}{x}=0$ $\quad\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x^\alpha}=0^+$ $\quad\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\ln(x)}{x^\alpha}=0$

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}x\ln(x)=0$ $\quad\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}x^\alpha\ln(x)=0$ $\quad\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{1}=1$ $\quad\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln(x)}{x+1}=1$

Dérivées avec ln

Formes	Dérivées
$\ln(u)$	$\frac{u'}{u}$
$\ln(u.v)$	$\frac{u'}{u}+\frac{v'}{v}$
$\ln\left(\frac{u}{v}\right)$	$\frac{u'}{u}-\frac{v'}{v}$
$\ln(u^n)$	$n\frac{u'}{u}$
$(\ln(u))^n$	$n\frac{u'}{u}(\ln(u))^{n-1}$
$(\ln\lvert u\rvert)^n$	$n\frac{u'}{u}(\ln\lvert u\rvert)^{n-1}$
$\ln\lvert u\rvert$	$\frac{u'}{u}$
$\ln\lvert u.v\rvert$	$\frac{u'}{u}+\frac{v'}{v}$
$\ln\left\lvert\frac{u}{v}\right\rvert$	$\frac{u'}{u}-\frac{v'}{v}$
$\ln\lvert u^n\rvert$	$n\frac{u'}{u}$

Primitives avec ln

Formes	Primitives
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert+c$
$\frac{u'}{u}$	$\ln\lvert u\rvert+c$
$\frac{k}{ax+b}$	$\frac{k}{a}\ln\lvert ax+b\rvert+c$

EXERCICE CORRIGÉ

Dans chacun des cas suivants, écrire plus simplement

1) $\ln(e^2) = 2$

2) $\ln 8 = 3\ln 2$

3) $\ln(0,1) + \ln(10) - \ln(0,001) = \ln\left(\frac{1}{10}\right) + \ln(10) - \ln\left(\frac{1}{1000}\right)$

SOLUTION

1) $\ln(e^2) = 2$

$\ln\left(\frac{1}{e^3}\right) = -3$

2) $\ln 8 = 3\ln 2$

$\ln\left(\frac{1}{3}\right) = -\ln 3$

3) $\ln(0,1) + \ln(10) - \ln(0,001) = \ln\left(\frac{1}{10}\right) + \ln(10) - \ln\left(\frac{1}{1000}\right)$

$\ln(0,1) + \ln(10) - \ln(0,001) = \ln(1000)$

EXERCICE 1

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
Une réponse juste apporte des points, une réponse fausse enlève des points. L'absence de réponse («Je ne sais pas») ne rapporte ni n'enlève aucun point. Une note négative est ramenée à zéro.

Soit $f(x)=\ln\left(\frac{3+5x}{7x^3}\right)$ et Δ l'ensemble de f.

1	$\Delta=\mathbb{R}-\{0\}$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas
2	$f(x)=\ln(3+5x)-\ln 7-3\ln x$ pour tout $x\in\mathbb{R}$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas
3	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas
4	Pour tout $x\in\Delta$, $f'(x)=\frac{5}{3+5x}-\frac{3}{x}$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas
5	Pour tout $x\in\Delta$, $f'(x)=-\frac{2}{x}-\frac{3}{x(3+5x)}$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas

EXERCICE 2

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
Une réponse juste apporte des points, une réponse fausse enlève des points. L'absence de réponse («Je ne sais pas») ne rapporte ni n'enlève aucun point. Une note négative est ramenée à zéro.

1	Le réel $(\ln 4)\times(\ln\sqrt{2})$ est égal à :	☐ A: $\ln(4+\sqrt{2})$ ☐ B: $\ln(4\sqrt{2})$ ☐ C : $(\ln 2)^2$ ☐ N: je ne sais pas
2	Soit n un entier relatif. $\ln(e^n)-2e+\ln(1)$ est égal à	☐ A: e^n-2e+e ☐ B: e^n-2e ☐ C : $n-2e$ ☐ N: je ne sais pas
3	$\ln(4\sqrt{2})$ est égal à :	☐ A: $\ln(\sqrt{2})^4$ ☐ B: $\frac{5}{2}\ln 2$ ☐ C : $(\ln 4)\times(\ln\sqrt{2})$ ☐ N: je ne sais pas

4	$\ln(2+\sqrt{3})+\ln(2-\sqrt{3})$ est égal à :	☐ A: 0 ☐ B: 4 ☐ C : $\frac{1}{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ ☐ N: je ne sais pas
5	Pour tout x strictement supérieur à 1 on a : $\ln\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x+1}-1}=$	☐ A: $\ln(\sqrt{x}+1)+\ln(\sqrt{x+1}+1)$ ☐ B: $\ln(\sqrt{x}+1)+\ln(\sqrt{x+1}+1)-\ln x$ ☐ C : $\ln\frac{x+1}{x}$ ☐ N: je ne sais pas

EXERCICE 3

1) Calculer la valeur exacte de chacun des nombres suivants :

$\ln(e^2)$ $\quad \ln\left(\frac{1}{e^3}\right)$ $\quad \ln(\sqrt{e})$

$\ln\left(\frac{e^4}{\sqrt{e}}\right)$ $\quad \ln(e^2\sqrt{e})$ $\quad \ln(\sqrt{e})^3$

2) Exprimer en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$

$\ln 6$ $\quad \ln 8$ $\quad \ln\left(\frac{1}{3}\right)$

$\ln(32)$ $\quad \ln(3\sqrt{2})$ $\quad \ln\left(\frac{1}{4}\right)$

$2\ln\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ $\quad \ln\left(\frac{8}{9}\right)$ $\quad \ln 36-2\ln 12$

3) Ecrire sous la forme de $\ln A$ chacun des nombres réels suivants :

$\ln 4+\frac{1}{2}\ln 9-2\ln 5$ $\quad \ln(0,1)+\ln 10-\ln(0,001)$

$\ln(1+\sqrt{2})+\ln(\sqrt{2}-1)$ $\quad \ln\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}\right)+\ln\left(\frac{2}{5+\sqrt{3}}\right)$ $\quad \ln\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)+\ln\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$

EXERCICE 4

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans chacun des cas suivants.

$\ln(x-2)$ $\quad \ln(x-2)+\ln(9-2x)$ $\quad \ln(2-3x)$

$\ln[(x-2)(2x-9)]$ $\quad \ln[(x+5)]^2$ $\quad \ln\sqrt{x+5}$

$\ln|x-2|$ $\quad \ln(x+1)-\frac{1}{x}$ $\quad \ln(x^2-1)$

$\ln|2-3x|$ $\quad (x+2)+\ln|x+2|$ $\quad \ln\left(\frac{1-2x}{x}\right)$

$\ln\left(\frac{x+1}{x-3}\right)$ $\quad \ln\left|\frac{x+1}{x-3}\right|$ $\quad \ln(2x-3)+\ln(5x-2)$

$\ln\left(\frac{2x-3}{5x-2}\right)$ $\quad \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ $\quad \frac{2}{1-\ln x}$

$\ln\left|\frac{x^2-4}{x}\right|$ $\quad 1+2x-\frac{\ln x}{x-1}$

EXERCICE 5

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

$\ln x = 3$
$\ln(5-x) = 0$
$\ln(2x+8) = 2\ln x$
$\ln(-2x+4) = \ln x$
$\ln x + \ln(x-1) = \ln(x^2+2x-3)$
$\ln(2x-3) = 2\ln(x+1) - \ln(x-1)$
$\ln\left|\frac{1}{2}+x\right| = \ln|x|$
$\ln\left(1-\frac{1}{x}\right) = 2$
$(\ln x)^2 - 3\ln x - 4 = 0$
$[\ln(x+1)]^2 + (e-2)\ln(x+1) + 2e$
$2\ln x + 1 = 0$
$\ln(x-3) = \ln(1+x)$
$\ln(2x+8) = \ln(x-2)$
$\ln(x^2-4x+4) = 1$
$\left(-1+\ln\frac{1}{x}\right)^2 (\ln x - 5) = 0$
$3\ln(x+1) = 1$
$\ln|x-1| + \ln|2x+1| = 0$
$\ln(x^2-6) = 0$
$(\ln x)^2 - 5\ln x + 6$
$[\ln(x+2)]^2 - 4 = 0$
$(3-\ln x)\ln x = 0$
$-4\ln x + 4 = 0$
$\ln(3x-9) = 0$
$\ln(x+1) + \ln(x-1) = \ln(2+x)$
$\ln(5x+2) - \ln(x-2) = \ln(x-2)$
$\ln\sqrt{2x-3} = \ln(6-x) - \frac{1}{2}\ln x$
$\ln(2-x) = -3$
$\ln(x+1) - \ln(x+2) = 1$
$2(\ln x)^2 + 2(\sqrt{3}-1)\ln x - 2\sqrt{3}$
$-3(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 + 7\ln x - 2 = 0$

EXERCICE 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes

$\ln x > 2$
$\ln(2x+1) < \ln(x+4)$
$\ln(x^2-x+1) \geq \ln(2-x)$
$\ln(x^2-9) \leq 0$
$\ln(-x) + 2\ln x + 3 > \ln 3$
$(\ln x)^2 - 3\ln x - 4 \leq 0$
$3(\ln x)^2 - 2\ln x - 16 \leq 0$
$\ln x < -3$
$\ln(-2x+2) > 0$
$(1-\ln x)(3+\ln x) \geq 0$
$\ln(x+1) > \ln(x+2)$
$\ln(x^2-2x+e) \geq 1$
$(2-\ln x)(1+\ln x) > 0$
$(1-2\ln x)(3+\ln x) \leq 0$
$-3(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 + 7\ln x - 2 < 0$
$-\ln x \geq 1$
$\ln(\ln x) > 0$
$\ln(x^2) \leq 1$
$\ln(x^2+x+1) \leq 0$
$-4\ln x \leq 2$
$\ln x < 3\ln 2$

EXERCICE 7

Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 8x^3 - 10x^2 - x + 3$.

1)

a) Calculer $f(1)$

b) Ecrire le polynôme $f(x)$ sous forme d'un produit de deux polynômes.

2) Résoudre l'équation $x \in \mathbb{R}, f(x) = 0$

3) Résoudre l'équation $x \in \mathbb{R}, 8(\ln x)^3 - 10(\ln x)^2 - \ln x + 3 = 0$.

EXERCICE 8

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $x^2 + 2x - 24 = 0$

2) Utiliser le résultat de la 1ère question pour résoudre les équations suivantes :

- $\ln(x-3) + \ln(x+5) = 2\ln 3$
- $\ln[(x-3)(x+5)] = 2\ln 3$

EXERCICE 9

Soit $P(x) = 6x^3 - 5x^2 - 2x + 1$.

1)

a) Vérifier que $P(1) = 0$

b) Ecrire $P(x)$ sous la forme d'un produit de trois facteurs de degrés 1.

c) En déduire la solution des équations et inéquations suivantes :

$P(x) = 0$

$P(x) \leq 0$

2) En utilisant les résultats de la question 1), résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $6(\ln)^3 - 5(\ln x)^2 - 2\ln x + 1 = 0$

b) $6(\ln)^3 - 5(\ln x)^2 - 2\ln x + 1 \leq 0$

c) $6(\ln)^3 - 5(\ln x)^2 - 2\ln x + 1 \geq 0$

EXERCICE 10

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants :

$$\begin{cases} 2\ln x + \ln y = 1 \\ 5\ln x + 3\ln y = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} (\ln x)(\ln y) = -15 \\ \ln(xy) = -2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ \ln x + \ln y = \ln 10 \end{cases}$$

Dans chacun des cas suivants, résoudre dans l'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels, l'inéquation d'inconnu n proposée :

$$2^n \leq 10 \qquad \left(\frac{1}{3}\right)^n \leq 10^{-2} \qquad 0,2 \geq \left(\frac{2}{5}\right)^n \qquad \left(1 + \frac{3}{100}\right)^n \geq 2 \qquad \frac{10^4(0,95)^n}{4} \geq 10^{-3}$$

EXERCICE 11

Dans chacun des cas suivants, déterminer la dérivée de la fonction f

$f(x)=x+\ln x$

$f(x)=x\ln(1-x)$

$f(x)=\ln|1-3x|$

$f(x)=\ln\sqrt{x}-5x$

$f(x)=x+\ln(x+1)$

$f(x)=\frac{1}{x}(\ln x-1)$

$f(x)=\frac{1}{x}-\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$

$f(x)=\ln(2x)+\frac{\ln x}{x}$

$f(x)=\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$

$f(x)=\frac{(\ln x)^2}{x}$

$f(x)=\frac{x+1}{x}+\ln x$

$f(x)=\frac{x+1}{\ln x}$

$f(x)=x+2+\ln(x+2)$

$f(x)=(x^2+1)\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|+2x$

$f(x)=\frac{\ln x+1}{\ln x-1}$

$f(x)=\ln(x^2-2x+1)$

$f(x)=\frac{1}{\sqrt{\ln x}}+3x$

$f(x)=x^2\ln(x^2+1)$

$f(x)=\frac{\ln(x+1)}{\ln x}$

$f(x)=\ln(\ln x)$

EXERCICE 12

Dans chacun des cas suivants, calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

$f(x)=\frac{\ln x}{x}$

$f(x)=x-\ln x$

$f(x)=\frac{x\ln x}{x+1}$

$f(x)=\frac{1}{\ln x}$

$f(x)=x+\ln(x+1)-\ln x$

$f(x)=\ln\left(\frac{x-1}{2-x}\right)$

$f(x)=\frac{1}{(\ln x)^2}$

$f(x)=\frac{x-\ln x}{x}$

$f(x)=x+1+\frac{\ln x}{x}$

$f(x)=x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$

$f(x)=x(1-\ln x)$

$f(x)=\frac{x+1}{\ln x}$

$f(x)=\ln(x^2+3x-4)$

$f(x)=x-\ln x$

$f(x)=\frac{1}{x}-\ln x$

$f(x)=\frac{x}{x^2-1}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|$

$f(x)=x+2+\ln|x+2|$

$f(x)=\ln\left(\frac{x-5}{x+2}\right)$

$f(x)=x+\ln|x|$

$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln(1+x^2)}{x^2} \text{ si } x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

EXERCICE 13

Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to+\infty}(x-\ln x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}(2x+2-2\ln x)$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{x}+\ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)$

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x}}$

$\lim\limits_{x\to-\infty}-x+\ln|x|$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)\right)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{2x+1}$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\ln x+3}{\ln x+1}$

$\lim\limits_{x\to e}\frac{x\ln x-e}{x-e}$

EXERCICE 14

Déterminer une primitive de la fonction f sur l'intervalle K dans chacun des cas suivants :

a) $f(x)=\dfrac{2x}{1+x^2}$; K = $\mathbb{R}$

b) $f(x)=\tan x$; K = $\left]\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$

c) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+2x+3}$, K = $\mathbb{R}$

d) $f(x)=\dfrac{1}{x\ln x}$; K = $]1;+\infty[$

e) $f(x)=\dfrac{\ln(x-1)}{x-1}$; K = $]1;+\infty[$

f) $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$; K = $]-1;+\infty[$

g) $f(x)=\dfrac{1}{x}\ln x$; K = $]0;+\infty[$

h) $f(x)=\dfrac{1}{x\ln^2 x}$; K = $]0;1[$

i) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$; K = $\mathbb{R}$

EXERCICE 15

On donne une fonction rationnelle f définie par : $f(x)=\dfrac{2x-5}{(x-2)(1-x)}$

1) Démonter qu'il existe deux nombres réels a et b tels que : $f(x)=\dfrac{a}{x-2}+\dfrac{b}{1-x}$

2) Déterminer une primitive sur $]2;+\infty[$ de la fonction f.

EXERCICE 16

On donne une fonction rationnelle f définie par : $f(x)=\dfrac{3x^2+2x-2}{3x-1}$

1) Démonter qu'il existe trois nombres réels a, b et c tels que : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{3x-1}$

2) Déterminer une primitive sur $\left]-\infty;\dfrac{1}{3}\right[$ et une primitive sur $\left]\dfrac{1}{3};+\infty\right[$ de la fonction f.

EXERCICE 17

Le cours d'une action cotée en bourse, exprimé en dizaine de milliers de francs est donnée par la fonction f définie par $f(x)=x^2+4-8\ln x$, où x représente le nombre de mois écoulés à partir du 1er décembre 2020. On a $x\in[1;12]$.

Un investisseur décide d'acheter 2500 actions. Il voudrait savoir dans quel mois de l'année 2021, il est plus judicieux pour lui de les acheter.

Aidez-le en utilisant vos connaissances sur les études de fonctions.

EXERCICE 18

Le groupe KOSER fabrique et commercialise des sachets de poudre de cacao. Sa capacité journalière de production est comprise entre 1000 et 3000 sachets. On suppose que toute la production est commercialisée.

Une étude faite par son PDG, Monsieur KOSER a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x millions de sachets est modélisé sur l'intervalle [1 ; 3] par la fonction B définie par :

$B(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2 + 2\ln x$.

M. KOSER, PDG de la société, veut accroître le bénéfice de l'entreprise.

N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire en un jur, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

Détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir un bénéfice maximal.

CHAPITRE 6

FONCTION EXPONENTIELLE NÉPERIENNE

Retiens

On appelle fonction exponentielle népérienne ; la bijection réciproque de la fonction logarithme népérien. On la note e^x.

Conséquences

La fonction ln est une bijection strictement croissante de $]0;+\infty[$ sur $\mathbb{R}$. La fonction e^x est donc une bijection strictement croissante de $\mathbb{R}$ sur $]0;+\infty[$. On a :

$\forall x \in \mathbb{R},\ e^x > 0;\ e^0 = 1,\ e^{\ln(x)} = x$

Si a < b $\Leftrightarrow e^a < e^b$ si a < 0 $\Leftrightarrow 0 < e^a < 1$

Si a > b $\Leftrightarrow e^a > e^b$ si a < 0 $\Leftrightarrow e^a > 1$

Si a = b $\Leftrightarrow e^a = e^b$

Propriétés algébriques

$e^a.e^b = e^{a+b}$

$\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$

$(e^x)^n = e^{nx}$

Outils indispensables

e^x est strictement positif ($e^x > 0$)

e^{-3} existe mais e^x = -3 impossible

$e^{-\ln(a)} = e^{\ln\left(\frac{1}{a}\right)} = \frac{1}{a}$ (si $a > 0$)

$e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$

$e^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{e}}{e}$

Ensemble de définition

L'ensemble de définition de la fonction e^x est : $D\,e^x = \mathbb{R}$

Pour déterminer l'ensemble de définition de la fonction $e^{u(x)}$ il faut prendre comme condition d'existence celle de $u(x)$: $D\,e^{u(x)} = D\,u(x)$

Les limites

$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^\alpha e^x = 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} = +\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^\alpha e^{\beta x} = 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} x^\alpha e^{-\beta x} = 0$

$\lim\limits_{x\to-\infty} |x|^\alpha e^{\beta x} = 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^\alpha}{e^x} = 0$ $\lim\limits_{x\to0} \frac{e^x-1}{x} = 1$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{e^x} = 0$

Dérivées

Formes	Dérivées
e^x	e^x
e^u	$u'e^u$

Primitives (c $\in \mathbb{R}$)

Formes	Primitives
e^x	$e^x + c$
$u'e^u$	$e^u + c$
ke^{ax+b}	$\frac{k}{a}e^{ax+b} + c$

FONCTION EXPONENTIELLE DE BASE A

Soit a un nombre réel strictement positif différent de 1. On appelle fonction exponentielle de base a, la fonction $\exp_a : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}_+^*$

$x \longmapsto a^x$

Pour tout nombre réel x, $\exp_a(x) = a^x = e^{x\ln a}$ $(a > 0; a \neq 1)$

Fonctions puissances

Soit α un nombre réel non nul. On appelle fonction puissance d'exposant α, la fonction f_α: $\mathbb{R}_+^* \longrightarrow \mathbb{R}$

$x \longmapsto x^\alpha$

Remarque : $\forall x \in]0; +\infty[$, $x^\alpha = e^{\alpha \ln a}$

Croissances comparées des fonctions $\ln x, e^x, x^\alpha$

Pour tout nombre réel strictement positif α on a :

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0$ $\quad \lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} x^\alpha \ln x = 0$ $\quad \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} = +\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to+\infty} x^\alpha e^{-x} = 0$

Conséquence

Pour tout nombre réel strictement positif α et tout entier naturel non nul on a :

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$

Dérivée des fonctions du type u^α

Soit α un nombre réel non nul. Si u est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle K alors la fonction u^α est dérivable sur K et a pour dérivée la fonction $\alpha u' u^{\alpha-1}$.

Soit α un nombre réel non nul et différent de -1. Si u est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle K tel que u' soit continue sur K, alors une primitive de K de la fonction $u'u^\alpha$ est $\frac{1}{\alpha+1}u^{\alpha+1}$

EXERCICE 1

Parmi les propositions suivantes, quelles sont celles qui sont exactes ?

1) Pour tous réels a et b, $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$

2) Le nombre $-e^{-x}$ est toujours strictement positif.

3) L a droite d'équation y = x +1 est tangente à la courbe représentative de la fonction exponentielle au point d'abscisse 1.

4) La tangente à la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$ au point d'abscisse 0 est parallèle à la droite d'équation $y = -\frac{1}{4}x$

EXERCICE 2

Pour chaque question, il y a une seule réponse correcte. La donner.

1) Pour tout nombre réel x non nul, $2 - \frac{e^{-x}-2}{e^{-x}-1}$ est égale à :

a) $\frac{3e^{-x}-4}{e^{-x}-1}$ b) $\frac{1}{1-e^x}$ c) Aucune de ces deux reponses

2) L'équation $e^{2x} - \left(e + \frac{1}{e}\right)e^x + 1 = 0$ admet dans $\mathbb{R}$.

a) une solution b) deux solutions c) aucune solution

3) L'inégalité $e^{2x} - (e+1)e^x + e < 0$ admet pour ensemble solution :

a) $\varnothing$ b) $]0,1[$ c) $]1,e[$ d) $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$

4) Les nombres $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ et $\frac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$ sont, pour tout x réel :

a) égaux b) inverses c) opposés

EXERCICE 3

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^x-1}$.

1) La limite de f en $+\infty$ est :

a) $+\infty$ b) 1 c) 0 d) on ne peut pas savoir

2) La limite de f en $-\infty$ est :

a) $+\infty$ b) 1 c) 0 d) on ne peut pas savoir

3) La limite de f en 0 est :

a) $+\infty$ à droite et $-\infty$ à gauche b) 0 c) 1 d) 2

4) la limite de f en 1 est $e+1$

EXERCICE 4

Simplifier les expressions suivantes.

a) $\ln e^2 + 2\ln\sqrt{e}$
b) $e^{3\ln 5}$
c) $\ln(3e^{6x})$
d) $e^{-\ln e}$
e) $\dfrac{e^{\ln x}}{\ln(e^x)}$
f) $e^{2x}e^{-2x}$
g) $\dfrac{e^{x-1}}{e^{x-2}}$
h) $\ln e + \ln\dfrac{1}{e}$
i) $e^{\ln 2+\ln 5}$
j) $\dfrac{e^{x-1}}{e^2}\times\ln e^3\times e^{\ln e^3}$
k) $e^{x+\ln x}$
l) $\dfrac{e^{\ln x}}{\ln(e^{x^2})}$
m) $e^{2x+1}e^{1-x}$
n) $\dfrac{e^{3x}}{(e^{-x})^2e^x}$
o) $\ln e^2 - \ln e^{-2}$
p) $\ln e^{3x}$
q) $2\ln(\ln e)$
r) $e^{\ln(n-1)}\ e^{-\ln x}$
s) $\dfrac{e^{x+y}-e^{2y}}{e^x}$
t) $(e^x)^3e^{2x}$
u) $\dfrac{e^{3x}+e^x}{e^{2x}+1}$

EXERCICE 5

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans chacun des cas suivants.

a) e^{x+1}
b) $\dfrac{x^2}{1+e^x}$
c) $e^{\frac{\ln x}{x}}$
d) $\dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{x}$
e) xe^{2x}
f) $\dfrac{e^x+1}{e^x-e}$
g) $\dfrac{e^x}{e^x+1}$
h) $e^{\frac{1}{x-1}}$
i) $\ln|e^x-1|$
j) x^2e^x

EXERCICE 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $e^{3x+1}=7$
2) $e^{-x-4}-6=0$
3) $e^x=e^2$
4) $e^{3-x}=1$
5) $e^x+7=0$
6) $(e^x)^2=e^{x+1}$
7) $e^{x-3}=1$
8) $e^{x+5}+2=1$
9) $e^{2x}=1$
10) $e^{2x^2+3}=e^{7x}$
11) $(e^x-2)(e^{-x}+1)=0$
12) $e^x-2=0$
13) $e^{2x-1}=6$
14) $e^{x+3}+\dfrac{3}{2}=2$
15) $2e^x=1$
16) $2-e^x=0$
17) $2e^x-2e^{-x}-3=0$
18) $4e^{2x}-1=0$
19) $-e^x+2=0$
20) $e^{2x-1}=e^{3-2x}$
21) $e^{3x-1}=e^{2x+4}$
22) $3e^{2x}-2e^4-1=0$
23) $e^{3x+1}+\sqrt{e^{3x+1}}-6=0$
24) $3e^{-2}-4=0$
25) $e^{x^2+7}=e^{-3x+5}$
26) $e^{2x}-2e^x-3=0$
27) $e^{\frac{1}{x}}=e^{-x+2}$
28) $e^{x+1}=e^{2x}$
29) $e^{|2x-1|}=5$
30) $3e^{4x}+5e^{2x}-2=0$

EXERCICE 7

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $e^x-4>0$
2) $e^x-9\geq 0$
3) $e^{-3x-2}>0$
4) $e^{-x+4}-8\geq 0$
5) $e^{2x}-5>0$
6) $3e^{\frac{x}{2}}-4\geq 0$
7) $2e^{2x}+5e^x-3\leq 0$
8) $e^{2x}-4e^x+3>0$
9) $\dfrac{e^x-1}{e^x-2}\geq 0$
10) $e^x-3\leq 0$
11) $e^{-x}-4>0$
12) $e^{x+2}<0$
13) $3e^{x+1}-6\leq 0$
14) $e^{2x}-5e^x+6>0$
15) $e^{2x}-5e^x-6\geq 0$

16) $2e^{2x} - 3e^{x} - 2 \leq 0$
17) $2e^{x} - 3e^{-x} > 0$
18) $-e^{x} + 4 \geq 0$
19) $e^{1-x} + 2 > 0$
20) $e^{-2x+3} \geq 6$
21) $e^{x-3} + \frac{3}{2} \leq 0$
22) $-e^{-x} + 2 < 0$
23) $(e^{x} - 1)(2 - e^{x}) \geq 0$
24) $e^{2x} + 8e^{x} + 15 \leq 0$
25) $(e^{x} - 3)(5 - e^{x}) \leq 0$

EXERCICE 8

On considère le polynôme suivant : $P(x) = -x^2 + 7x - 6$
1) Ecrire $P(x)$ sous la forme d'un produit de trois facteurs du premier degré.
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $e^{3x} - 7e^{x} + 6 < 0$.

EXERCICE 9

Les polynômes $P(x)$ et $Q(x)$ sont définis par :
$P(x) = x^3 + x^2 - 10x + 8$ et $Q(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$
1)
a) Justifier que : $P(x) = (x-1)(x+4)(x-2)$
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $e^{3x} + e^{2x} - 10e^{x} + 8 = 0$
2)
a) Calculer Q(1) et Q(-1) et en déduire une factorisation de $Q(x)$.
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $6e^{-4x} - e^{-3x} - 7e^{-2x} + e^{-x} + 1 = 0$

EXERCICE 10

On donne la fonction polynôme : $f(x) = 8x^3 - 10x^2 - x + 3$.
1)
a) Calculer $f(1)$
b) Factoriser $f(x)$
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation (E): $8e^{3x+2} - 10e^{2x+2} - e^{x+2} + 3e^{2} = 0$

EXERCICE 11

On considère la fonction polynôme définie par : $P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$
1) Calculer $P(2)$
2)
a) Vérifier que : $P(x) = (x-2)(x^2 + x - 2)$
b) En déduire les solutions de l'équation (E): $P(x) = 0$
3) Utiliser les résultats de la question 2) pour résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E): $e^{3x} - e^{2x} - 4e^{x} + 4 = 0$

EXERCICE 12

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants :

$\begin{cases} e^{x} + e^{y} = 12 \\ 3e^{x} - 2e^{y} = 11 \end{cases}$ $\begin{cases} e^{x} + e^{y} = 7 \\ e^{x+y} = 10 \end{cases}$ $\begin{cases} 5e^{x} - e^{y} = 19 \\ e^{x+y} = 30 \end{cases}$ $\begin{cases} e^{x+\ln 2} + e^{y+\ln 5} = 16 \\ e^{x+\ln 3} + e^{y+\ln 3} = 15 \end{cases}$ $\begin{cases} \ln(y+6) - \ln x = 3\ln x \\ e^{6x}.e^{y} = e^{-6} \end{cases}$

EXERCICE 13

Dans chacun des cas suivants, déterminer la dérivée de la fonction f

$f(x) = e^{2x}\ln x$
$f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$
$f(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$
$f(x) = e^x \ln x$
$f(x) = e^{\frac{1}{3}x} - e^{-3x}$
$f(x) = \dfrac{1}{x} - e^{\frac{1}{x}}$
$f(x) = e^{\frac{x}{2}} + e^{-2x}$
$f(x) = e^{3x+6}$
$f(x) = e^{\cos x}$
$f(x) = \dfrac{e^x - 2}{e^x + 1}$
$f(x) = (1-x)e^{1-x}$
$f(x) = \ln(1 - e^{-x})$
$f(x) = (1-x)e^{\sqrt{x}}$
$f(x) = e^{\sqrt{x}}$
$f(x) = (x^3 + 4)e^{-x}$
$f(x) = e^{-2x+1}$
$f(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$
$f(x) = e^{x^3}$
$f(x) = \ln\left(\dfrac{e^{-x} - 1}{e^x + 1}\right)$
$f(x) = \dfrac{x^2 e^{-x}}{x - 1}$

EXERCICE 14

Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} e^x \ln x$
$\lim\limits_{x\to+\infty} e^{\frac{1}{x}}$
$\lim\limits_{x\to+\infty} (e^{2x} - e^x)$
$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x}{2 + e^x}$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x e^{2x}$
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x} - 1}{e^x - 1}$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{2e^x - 1}$
$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} e^{\frac{1}{x}}$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{e^x + 1}$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{3x} - 1}{e^x - 2}$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{3x} - e^{2x}}{2}$
$\lim\limits_{x\to 1} (x+2)\, e^{\frac{1}{x-1}}$
$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} e^{-x} \ln x$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x - 2}{2e^x + 1}$
$\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{e^x}{x + 1}$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{2x} + 1}{x^2}$
$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2 + 1}{x} e^x$
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - 2}{\sqrt{x}}$
$\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x^2+1}$
$\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x} - e^x$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(x+1)e^x}{x}$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{2x} - 5}{x}$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(e^x + 1)$
$\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x} \ln x$
$\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x} - e^x + 1$
$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{xe^x}{x+1}$
$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x - e^{3x}}{e^{x+2}}$
$\lim\limits_{x\to-\infty} (2x+3)e^x$
$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{e^x - e}{x - 1}$

EXERCICE 15

Déterminer la primitive sur $\mathbb{R}$ de chacune des fonctions suivantes

$f(x) = e^{-x+3}$
$f(x) = 1 + e^x + \dfrac{1}{e^x}$
$f(x) = \dfrac{e^x}{(e^x + 1)^2}$
$f(x) = \dfrac{e^x}{3e^x + 2}$
$f(x) = e^{2x}$
$f(x) = (e^{2x} + 1)e^{-2x}$
$f(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$
$f(x) = \dfrac{e^{-x}}{\sqrt{e^x} + 3}$
$f(x) = \dfrac{e^x}{e^x + 1}$
$f(x) = (-2x+3)\, e^{-x^2+3x-1}$

EXERCICE 16

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{1}{e^x + 1}$

Déterminer les primitives sur $\mathbb{R}$ de f. (On pourra écrire $f(x) = 1 - g(x)$, où g est une fonction à déterminer.)

EXERCICE 17

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1}{(e^x+2)^2}$.

1)

a) Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout x différent de -2 : $\frac{1}{(x+2)^2} = a + \frac{bx}{x+2} + \frac{cx}{(x+2)^2}$

b) En déduire une autre écriture de $f(x)$.

2) Déterminer les primitives sur $\mathbb{R}$ de f.

EXERCICE 18

1) Dans chacun des cas suivants déterminer une primitive de la fonction f sur l'intervalle $\mathbb{R}$:

a) $f(x) = e^{-4x}$

b) $f(x) = xe^{x^2}$

c) $f(x) = \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}$

d) $f(x) = x - 5 + 3e^{-2x+1}$

2) Soit les fonctions g et h définies sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$ et $g(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$

a) Déterminer une primitive de g sur $\mathbb{R}$.

b) Déterminer une primitive de $g+h$ sur $\mathbb{R}$.

c) En déduire une primitive de h sur $\mathbb{R}$.

3) Soit la fonction $u : x \mapsto (x^2 - 3x)e^{-x}$

Déterminer les nombres réels a, b et c tels que la fonction

U: $x \mapsto (ax^2 + bx + c)\, e^{-x}$ soit une primitive de u sur $\mathbb{R}$.

PROBLÈME

EXERCICE 1

PARTIE A

Soit g la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=x(1+\ln x)^2-1$

1. On admettra que g est dérivable sur $]0;+\infty[$

a) calculer $g'(x)$ pour tout x$\in]0;+\infty[$

b)Vérifier que pour tout $x\in]0;+\infty[, g'(x)=(1+\ln x)(3+\ln x)$

c) Etudier le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x et en déduire le sens de variation de g.

2) Dresser le tableau de variation de g.(On calculera pas les limites en 0 et en $+\infty$)

3. a) calculer g(1)

b) En déduire que pour tout $x\in]0;1[$; $g(x)<0$ et pour tout $x\in]1;+\infty[;g(x)>0$

PARTIE B

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=x+\dfrac{1}{1+\ln x}-1 & \text{si }]0;\frac{1}{e}[\cup]\frac{1}{e};+\infty[\\ f(0)=-1 \end{cases}$

(C)est la représentation graphique dans le repère orthonormé (O,I,J) (unités : 2cm)

1. a) Monter que f est continue en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f en 0.

c)En déduire la tangente à (C) au pont A(0;-1)

2.a) calculer $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{1}{e}\\ >}} f(x)$, $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{1}{e}\\ <}} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b)Monter que la droite d'équation $y=x-1$ est une asymptote à (C)

c) Etudier les positions relatives de (C) et (Δ)

d) Préciser l'autre asymptote à la courbe (C) de f.

3.a)Monter que pour tout $x\in]0;+\infty[\setminus\left\{\frac{1}{e}\right\}$; $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(1+\ln x)^2}$

b)En déduire le sens de variation de f

c)Dresser son tableau de variation.

PARTIE C

1. Calculer la dérivée de la fonction h définie sur $]\frac{1}{e};+\infty[$ par $h(x)=\ln(1+\ln x)$

2.a) En déduire les primitives sur $]\frac{1}{e};+\infty[$ de la fonction $k:\mapsto\dfrac{f(x)}{x}$

b) Déterminer la primitive de k qui prend la valeur -1 en 1.

EXERCICE 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J) d'unité graphique 2cm.

PARTIE A: Etude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$, $g(x)=x^2-1+\ln x$.

1. Calculer $g'(x)$ pour tout réel x appartient à l'intervalle $]0;+\infty[$

En déduire le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0;+\infty[$

2. Calculer g(1) et en déduire l'étude du signe de $g(x)$ pour x appartenant à $]0;+\infty[$

PARTIE B: Détermination de l'expression de la fonction f

On admet qu'il existe deux constantes réelles a et b telles que,pour tout nombre $f(x) = ax + b - \frac{\ln x}{x}$ appartenant à $]0;+\infty[$.

1.On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.

Calculer $f'(x)$ pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0;+\infty[$

2.Sachant que la courbe (C) passe par le point de coordonnées (1;0) et qu'elle admet en ce point une tangente horizontale, déterminer les nombres a et b.

PARTIE C: Etude de la fonction f.

On admet désormais que ,pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0;+\infty[$.

1.a) Déterminer la limite de la fonction f en 0 et donner une interprétation graphique de cette limite.

b) Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$

2.a) vérifier que,pour tout réel x appartenant à l'intervalle

b) Etablir le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle

c) En déduire le signe de f(x) pour x appartenant à l'intervalle

3. On considère la droite (D) d'équation $y=x-1$.

a) Justifier que la droite (D) est asymptote à la courbe (C).

b) Etudier les positions relatives de la courbe (C) et de la droite (D).

c) Tracer la droite (D) et la courbe (C) dans le plan P muni du repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

PARTIE D: Calcul d'aire

On note A la mesure,exprimée en cm² de l'aire de la partie du plan P comprise entre la courbe C,l'axe des abscisses,et les droites d'équation $x=1$ et $x=e$.

1. On considère la fonction définie sur l'intervalle

On désigne par H' la fonction dérivée de la fonction H.

a) Calculer H'(x) pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0;+\infty[$

b) En déduire une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$

2. Calculer A et donner sa valeur arrondie au mm² près.

EXERCICE 3

PARTIE A:

On considère g la fonction numérique de la variable réelle x définie par:

$$g(x) = 1 + x(2\ln|x| + 1)$$

1.a) Justifier que g est définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$.

b)Déterminer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.

2.a) Etudier le sens de variation de g.

b) Dresser le tableau de variation de g.

3.a) Calculer l'image de -1 par g.

b)Déterminer l'image de J par g de l'intervalle I tel que :I = $\left]-\infty;-e^{-\frac{3}{2}}\right]$

c) Démontrer que la restriction h de g sur l'intervalle I est une bijection de I sur J

d) En déduire l'ensemble des sur l'équation : $x \in \mathbb{R}, g(x) = 0$.

4. Déduire de tout ce qui précède que:

$\forall x \in]-\infty;-1[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]-1;0[\cup]0;+\infty[, g(x) > 0$.

PARTIE B:

On considère f la fonction numérique de la fonction de la variable réelle x définie par:

$$\begin{cases} f(x) = x(x\ln|x| + 1) \text{ si } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

et (C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (O,I,J). (Unité 5 cm)

1. Démontrer que f est continue en 0.

2.a) Donner l'ensemble de définition de f et déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
b) Etudier la dérivabilité de f en 0.
c)Déterminer la fonction dérivée f' et déterminer le tableau de variation de f.
3.a) Ecrire une équation de la tangente (D) à la courbe (C) au point O.
b)Démontrer que (D) coupe (C) en deux points E et F et calculer leurs coordonnées.
c) Etudier la position de (C) par rapport à (D).
4. Démonter que (C) coupe l'axe (OI) en un point K d'abscisse β tel que $-1,8 < \beta < -1,7$.
5. Construire (C).

PARTIE C:
1.Soit α un réel appartenant à $]0;1[$
A l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_{\alpha}^{1} x^2 \ln(x)dx$.
2.a) Calculer l'aire A(α) de la partie du plan limitée par (C),la droite (D) et les droites d'équations $x=1$ et $x=\alpha$
b) Calculer
On prendra : Ln(2)=0,7 ; Ln(3)= 1,1 ; Ln(5)= 1,6 ; Ln(17)=2,9 ; e= 2,7 ; $\sqrt{e} = 1,6$

EXERCICE 4

PARTIE A
On considère la fonction g dérivable et définie sur $\mathbb{R}^*$ par :
$g(x) = -x^3 + x + 1 - \ln|x|$
1. Monter que -1 est un zéro de la fonction polynôme P définie par : $P(x) = -3x^3 + x - 2$
2.a) Déterminer le signe de P(x) suivant les valeurs de x.
b) Calculer les limites de g au bornes des intervalles de son ensemble de définition.
C) Etudier les variations de g.
d)Montrer que l'équation de g(x)=0 admet une solution unique. On note α cette solution.
Montrer que : $1,2 < \alpha < 1,3$.
e) En déduire que : $\forall x \in]-\infty;0[\cup]0;\alpha[, g(x) > 0$; $\forall x \in]\alpha;+\infty[; g(x) < 0$.

PARTIE B
On considère la fonction f dérivable et définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = -x + 1 - \frac{x - \ln|x|}{x^2}$
On appelle (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (0,I,J).(Unité graphique : 2 cm°
1. Calculer les limites de f aux bornes des intervalles de son ensemble de définition.
2.a) Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.
b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation,
3. Déterminer une équation de la tangente (T) au point d'abscisse -1.
4.Déterminer que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à la courbe (C).
5.a) Etudier les variations de la fonction h définie sur par: $h(x) = x - \ln|x|$
b)En déduire que (D) coupe (C) en un point unique d'abscisse β vérifiant : $\ln(-\beta) = \beta$
c) Montrer que : $-0,57 < \beta < -0,56$.
d) Déterminer la position de (C) par rapport à (D).
6) Construire (T),(D) et (D).
7) Démonter que la fonction numérique F définie sur $]0;+\infty[$ par:
$F(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{x} - \ln x - \frac{1}{x}\ln x$ est une primitive de f sur $]0;+\infty[$.

EXERCICE 5

PARTIE A

Soit g, la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x)=(x+2)^2+\ln|x+2|$.

1.a) Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.

b) Etudier les variations de g sur $]-2;+\infty[$.

2.a) Monter que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique β dans $]-2;+\infty[$.

b)Monter que β vérifie $-1,35<\beta<-1,34$

c)Déterminer le signe de g(x) sur $]-2;+\infty[$.

PARTIE B :

Soit f la fonction définie par $f(x)=-x-1+\dfrac{1+\ln(x+2)}{x+2}$ et (ε) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (O,I,J).Unité 2cm.

1.a)Déterminer l'ensemble de définition de f et la limite de f en $+\infty$.

b) Déterminer la limite de f à droite en -2.Interpréter graphiquement le résultat.

c)Monter que $\forall x\in]-2;+\infty[; f'(x)=\dfrac{-g(x)}{(x+2)^2}$.En déduire le signe de f'(x) et dresser le tableau de variation de f.

d) Montrer que $f(\beta)=-2\beta-3+\dfrac{1}{\beta+2}$

2.a) Montre que la droite (D): $y=-x-1$ est asymptote à (ε).

b) Déterminer les coordonnées de A intersection de (ε) et de (D).

c) Etudier la position de par rapport à (D).

3. Construire (ε) et (D) sur le même graphique.

4.Déterminer G, la primitive de g(x) tel que $g(x)=(x+2)^2+\ln(x+2)$ sur $]-2;+\infty[$ et s'annule en -1.

Sachant que la primitive sur $]-2;+\infty[$ de $\ln(x+2)$ est $(x+2)\ln(x+2)-(x+2)$

5.a) Si I est la restriction de f à l'intervalle $[\beta;+\infty]$, montrer que h est une bijection de $[\beta;+\infty]$, sur une partie K de $[\beta;+\infty]$ que l'on déterminera.

b)Calculer h(-1)

c)Montrer h^{-1} est dérivable en 1 et calculer $(h^{-1})'(1)$.

d) Construire (ε), la représentation graphique de h^{-1}, bijection réciproque de h sur le graphique précédent.

EXERCICE 6

PARTIE A :

Etude d'une fonction numérique de la variable réelle x définie par:

$f(x)=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)e^{2x}-4(x-1)e^{x}-2$

1.a) Calculer la limite de f en $-\infty$.

b) Montrer que $f(x)=xe^{2x}\left(1-\dfrac{1}{2x}-\dfrac{4}{e^{x}}+\dfrac{4}{xe^{x}}-\dfrac{2}{xe^{2x}}\right)$ et en déduire la limite de f en $+\infty$.

2. Etudier les variations de f.

3. Soit (C_f) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé, unité graphique 2cm.

a)Etudier les branches infinies de (C_f).

b)Monter que (C) coupe l'axe des abscisses en un point,dont l'abscisse α appartient à l'intervalle $[-2;-1]$.

c) Tracer (C_f) .On prendra $\ln 2\simeq 0,7$.

4. Montrer que $F(x)=\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{1}{2}\right)e^{2x}+4(2-x)e^{x}$, est une primitive de f(x) +2.

PARTIE B :

Etude d'une nouvelle fonction numérique de variable réelle x définie par:

$$\begin{cases} g(x) = (x^2 - 4x)\ln x - \frac{1}{2}(x^2 - 8x + 4) \forall x > 0 \\ g(0) = -2 \end{cases}$$

1. Montrer que : $g(x) = f(\ln x), \forall x > 0$.
2.Etudier la continuité et la dérivabilité de g à droite en 0.
3.Calculer les limites aux bornes de son domaine.
4. Etudier les variations de g.
5. Soit (C_g) la courbe représentative de g dans un nouveau repère orthonormé,unité 2cm.
Etudier la branche infinie de (C_g).

EXERCICE 7

Soit f la fonction numérique à variable réelle définie par : $f(x) = \frac{1}{1 - xe^{-x}}$
On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct (O,I,J). Unité graphique : 2cm

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 - xe^{-x}$
1. Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = (x-1)e^{-x}$
2. Déterminer le sens variation de g puis,dresser le tableau de variation de g (sans les limites aux bornes).
3. Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) > 0$.

PARTIE B

1. Démontrer que l'ensemble de définition de f est $\mathbb{R}$
2.Calculer la limite de f $-\infty$ et en $+\infty$. En déduire une interprétation graphique.
3.a) Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = \frac{(1-x)e^{-x}}{(1-xe^{-x})^2}$
b) Déterminer le sens de variation de f puis dresser le tableau de variation de f.
4.a) Démontrer qu'une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 0 est $y = x + 1$.
b) Démontrer que : $\forall \in \mathbb{R}, f(x) - x - 1 = \frac{(x + 1 - e^x)xe^{-x}}{1 - xe^{-x}}$.
c) Déduire le signe de la fonction h telle que $h(x) = x + 1 - e^{-x}$.
d) Déduire de la question précédente les positions relatives de (C) et de (T).
5. Construire (T) et (C).

EXERCICE 8

On désigne par (C) la courbe de la fonction f ci-dessous dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{0;1\}$ dans le plan d'un repère orthonormé (0;I;J). L'unité de longueur : 2 cm.

PARTIE A :

On considère la fonction f définie par: $f(x) = x - 1 - \frac{2}{x} - \ln\left|1 - \frac{1}{x}\right|$
1. Montrer que f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0;1\}$
2. Montrer que :
-Pour tout $x \in]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$; $f(x) = x - 1 - \frac{2}{x} - \ln\left(1 - \frac{1}{x}\right)$
- Pour tout $x \in]-\infty;0[$; $f(x) = x - 1 - \frac{2}{x} - \ln\left(\frac{1}{x} - 1\right)$
3. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

4. Calculer la limite de f en 1.Interpréter graphiquement ce résultat.
5.a) Calculer les limites de f à gauche en 0 et à droite en 0.
b) Interpréter graphiquement ces résultats.

PARTIE B:
Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^3 - x^2 + x - 2$
1.Calculer g'(x), g' étant la fonction dérivée de g
2. Déterminer le sens de variation de g.
3.a) Montrer que l'équation g(x)= 0 admet une solution unique α dans et que $1 < \alpha < 1,5$
b) En déduire un encadrement de par deux décimaux consécutifs d'ordre 1.
4) Montrer que pour tout $x \in]-\infty;\alpha[$; $g(x) < 0$ et pour tout $x \in]\alpha;+\infty[$; $g(x) > 0$
4) Montrer que pour tout nombre réel x élément de $\mathbb{R} \setminus \{0;1\}$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2(x-1)}$
6.a) Déterminer le signe de $f'(x)$.
b) Dresser le tableau de variation de f.

PARTIE C
1.Soit (D) la droite d'équation $y = x - 1$
Montrer que la droite (D) est une asymptote à (C) en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Calculer f(-2) ; f $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ et $f\left(\frac{1}{2}\right)$
3. Construire dans le repère (O;I;J) la courbe (C) et ses asymptotes. On prendra $\alpha = 1,3$
PARTIE D
On considère les fonctions h et k définies sur $]2;+\infty[$ par $h(x) = (x-1)\ln(x-1) - x\ln x$ et admettra que pour tout x élément de $]2;+\infty[$, $f(x) - x + 1 < 0$.
1. Calculer h'(x), h' étant la dérivée de h.
2. Calculer l'aire de la partie limitée par la courbe (C) , la droite (D) et les droites d'équations x = 2 et x = 4.

EXERCICE 9

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O;J;I). Unité : OI= 2 cm et OJ= 1 cm

PARTIE A
Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : g(0) = -1 et $g(x) = \dfrac{x}{(\ln(x))^2} - 1$ et (C_g) sa courbe.
1.a) Déterminé l'ensemble de définition de g.
b) Calculer les limites de g en 1 et en $+\infty$.
c) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{g(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement ce résultat.
2.a) Démontrer que g est continue en 0.
b) Etudier la dérivabilité de g en 0 et interpréter graphique ce résultat.
3. On admet que g est dérivable sur $[0;1[\cup]1;+\infty[$.
a) Démontrer que $\forall x \in [0;1[\cup]1;+\infty[\,.\, g'(x) = \dfrac{\ln(x)(\ln(x)-2)}{(\ln(x))^4}$
b) Déterminer le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation.
4.a) Démontrer que l'équation $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]0;1[$
b) Vérifier que $0,4 < \alpha < 0,5$
c) En déduire que : $\forall x \in]0;\alpha[\,;\, g(x) < 0$
$\forall x \in]\alpha;1[\cup]1;+\infty[;\, g(x) > 0$

PARTIE B

On considère la fonction numérique f définie sur $]0;1[\cup]1;+\infty[$ par $f(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{\ln(x)}$ et (C), sa courbe.

1.a) Calculer les limites de f en 0, en 1 et en $+\infty$.
b) Interprétation graphiquement les résultats précédents.
2. On admet que f est dérivable sur $]0;1[\cup]1;+\infty[$.
a) Démontrer que $\forall x\in]0;1[\cup]1;+\infty[$, $f(x)=\frac{g(x)}{x^2}$
b) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation .
3. Démontrer que $f(\alpha)=\frac{1-\sqrt{\alpha}}{\alpha}$. En déduire le signe de f(x) sur $]0;1[\cup]1;+\infty[$
4. Construire la courbe (C). On prendra $\alpha\simeq 0,5$

PARTIE C

Soit h la restriction de f à $]1;+\infty[$.
1. Démontrer que h est la bijection de $]1;+\infty[$ sur un intervalle K que l'on déterminera .
2. On note h^{-1} la bijection réciproque de h et sa (Γ) représentation graphique.
a) Dresser le tableau de variation de h^{-1}
b) Calculer h(e), $h^{-1}\left(\frac{1-e}{e}\right)$ et $(h^{-1})'\left(\frac{1-e}{e}\right)$
c) Déterminer une équation de la tangente (T) à (Γ) au point d'abscisse $\frac{1-e}{e}$
3. Construire (Γ) dans le repère que (C).

EXERCICE 10

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par : $\begin{cases}\forall x>0, g(x)=1-x\ln x\\ g(0)=1\end{cases}$

1.a) Etudier la continuité de g en 0.
b) Etudier la dérivabilité de g en 0. Interpréter graphiquement le résultat.
2. Calculer la limite de g en $+\infty$
3. Etudier les variations de g et dresser son tableau de variations.
4.a) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une solution unique $\alpha\in]e^{-1};+\infty[$.
b)Justifier que : $1,7<\alpha<1,8$
5) Démontrer que : $\begin{cases}\forall x\in[0;\alpha[, g(x)>0\\ \forall x\in[\alpha;+\infty[, g(x)<0\end{cases}$

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=e^{3-x}\ln x$
(C_f) désigne sa représentation graphique dont le plan est muni d'un repère orthonormé (O;I;J). Unité : 2 cm
1. Calculer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat .
2.a) vérifier que : $\forall x\in]0;+\infty[$ $f(x)=\left(\frac{\ln x}{x}\right)\left(\frac{x}{e^x}\right)e^3$
b) En déduire la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.
3. a) Montrer que : $\forall x\in]0;+\infty[, f'(x)=\frac{e^{3-x}}{x}g(x)$
b) En déduire le sens de variation de f.
4. a) Montrer que : $f(\alpha)=\frac{e^3}{\alpha e^{\alpha}}$
b) En déduire un encadrement de $f(\alpha)$
c) Dresser le tableau de variations de f.

5. Construire (C_f)
6. Soit h la restriction de f à l'intervalle $]0;\alpha[$
a) Montrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} dont on précisera l'ensemble de départ, l'ensemble d'arrivée.
b) Dresser le tableau de variation de h^{-1}
c) Calculer $(h^{-1})'(0)$

EXERCICE 11

L'objet de ce problème de la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = x(x-(\ln x)^2) \; si \; x \neq 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O;I;J). Unité graphique 5cm.

PARTIE A
On considère la fonction h dérivable sur $]0;+\infty[$ et définie par
$h(x) = 2 - \frac{2}{x} - 2\frac{\ln x}{x}$
1. a) Calculer h'(x) et étudier les variations de h.
b) En déduire que $\forall x \in]0;+\infty[, h(x) \geq 0$
2. On considère la fonction g dérivable sur définie par g(x) = $2x - 2\ln(x) - (\ln x)^2$
a) Calculer $\lim g(x)$ et monter que $\lim g(x) = +\infty$
b) Calculer g'(x) et montrer que g'(x) = h(x).
c) Etudier les variations de g.
d) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une solution unique α et vérifier que $0,1 < \alpha < 0,2$.
e) Démontrer que $\begin{cases} \forall x \in]0;\alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha;+\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$

PARTIE B
1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Montrer que f est continue en O.
3. a) Etudier la dérivabilité de f en 0.
b) Interpréter graphiquement ce résultats.
4. a) Calculer $\lim f(x)$ et $\lim \frac{f(x)}{x}$
b) Interpréter graphiquement les résultats.
c) Démontrer que $f(\alpha) = \alpha(-\alpha + 2\ln(\alpha))$
5 .a) On suppose que f est dérivable sur $]0;+\infty[$.
Calculer f'(x) et montrer que $\forall x \in]0;+\infty[, f'(x) = g(x)$.
b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

PARTIE C
1. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.
2. Soit la fonction $k(x) = f(x) - (2x-1)$
a) Vérifier que $k'(x) = g(x) - 2$ et que $k''(x) = h(x)$
b) En déduire le sens de variation de k'. Calculer k'(1) puis donner le signe de k'.
c) Dresser le tableau de variation de k puis donner de k. (On ne calculera pas de limites).
d) En déduire la position relative de (C) et de la droite (T).
3. Tracer (C) et (T). On prendra $\alpha = 0,1$.

4. Soit la fonction q,restriction de f à l'intervalle $[\alpha;+\infty[$.
a) Montrer que q admet une bijection réciproque notée q^{-1} dont on précisera les ensembles de départ et d'arrivée.
b) Dresser le tableau de variation de q^{-1}
c) Calculer q(1), $q^{-1}(1)$ et $(q^{-1})'(1)$
d) Construire la courbe de q^{-1} dans le même repère que (C).

EXERCICE 12

PARTIE A : Etude d'une fonction auxiliaire.
Soit g la fonction définie sur par g(x) = $e^x(1-x)+1$.
1. Etudier le sens de variation de g.
2. Démontrer que l'équation g(x)= 0 admet une unique solution dans l'intervalle $[1,27;1,28]$. On note α cette solution.
3. Déterminer le signe de g(x) sur $]-\infty;0]$
Montrer que $g(x)>0$ sur $[0;\alpha[$ et $g(x)<0$ sur $]\alpha;+\infty[$

PARTIE B :
Etude de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{x}{e^x+1}+2$.
On désigne par la courbe représentative de f dans un repère orthogonal ;unités graphiques : 1 cm l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées.
1. a) Déterminer la limite de f en $-\infty$.
b) Démontrer que la courbe (C_f) admet une asymptote oblique (d) dont on déterminera l'équation .
2. Etudier la position (C_f) de par rapport à (d).
3. a) Montrer que la fonction dérivée de f a le même signe que la fonction g étudiée dans 1).
b) Montrer qu'il existe deux entiers p et q tels que $f(\alpha)=p\alpha+q$
c) Dresser le tableau des variations de la fonction f.
4. Tracer la courbe (C_f) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ avec ses asymptotes et sa tangente au point d'abscisse α.

PARTIE C: Encadrement d'aire
Pour tout entier naturel , tel que $n\geq 2$, on donne D_n , l'ensemble des points M(x;y) du plan,dont les coordonnées vérifient $2\leq x\leq n$ et $2\leq x\leq f(x)$, et on appelle A_n son aire,exprimée en unité d'aire.
Faire apparaître sur D_n la figure.

EXERCICE 13

PARTIE A
On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
$g(x)=x+1-(x+2)\ln|x+2|$, $x\neq -2$ et $g(-2)=-1$.
1. a) Démontrer que g est continue en - 2.
b) Etudier la dérivabilité de g en - 2. Interpréter graphiquement le résultat.
2. Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
3. Calculer g'(x) pour $x\neq -2$, étudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.
4. a) Démontrer que pour $x\neq -1$, g s'annule en une valeur α comprise entre - 5,6 et - 5,5.
b) En déduire que : $\forall x\in]-\infty;\alpha[, g(x)>0$ et $\forall x\in]\alpha;+\infty[, g(x)<0$.

PARTIE B

Considère la fonction f définie pour tout réel $x \neq -2$ par :

$f(x) = \frac{\ln|x+2|}{x+1}$ *si* $x \neq -1$ *et* $f(-1) = 1$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni repère orthonormé (O;I;J). Unité graphique 2cm.

1. Démontrer que f est continue en -1.

2. On suppose que : $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)-x}{x^2} = -\frac{1}{2}$

Démontrer que f est dérivable en -1.

3.a) Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. Interpréter graphiquement les résultats .

b)Calculer la limite de f à droite et à au gauche en -2. Interpréter graphiquement les résultats.

4. a) Démontrer que pour tout réel *x*, f'(*x*) et $\frac{g(x)}{x+2}$ ont même signe.

b) Dresser le tableau de variation de f.

c) Démontrer que $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha+2}$

PARTE C

1. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse -1.

2. On pose $h(x) = x^2 - 1 + 2\ln(x+2)$ pour $x > -2$.

a) Etudier le sens de variation de h.

b) Calculer h(-1).En déduire le signe de h.

c) Démontrer que (C_f) est au dessus de la tangente (T) pour $x > -2$.

3. Déterminer les coordonnées du pont d'intersection de (C_f) et de l'axe des abscisses.

4. Tracer (T) et (C_f).

EXERCICE 14

Dans tout problème on admettra que $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n e^{-x} = 0$ pour tout entier naturel *n*.

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$.

1. a) Calculer la limite de g en. par $+\infty$.

b)Vérifier que $g(x) = 1 - \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right)x^2 e^{-x}$ pour tout nombre réel $x \neq 0$. En déduire la limite de g en $+\infty$.

2. On admet que g est dérivable sur $\mathbb{R}$.

a) calculer la dérivée g' de g et vérifier $g'(x) = (x-2)^2 e^{-x}$

b) En déduire le signe de g'(*x*).

3. Etablir le tableau de variation de g.

4. a) Démonter que l'équation g(*x*) = 0 admet une solution unique sur $\mathbb{R}$.

b) On désigne par α cette solution .

Donner un encadrement d'amplitude 10^{-1} de α.

5. Déduire de ce qui précède que : $\forall x \in]-\infty;\alpha[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha;+\infty[, g(x) > 0$

PARTIE B :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 1 + (x^2+2)e^{-x}$

1. a) Vérifier que $f(x) = x\left[1 - \frac{1}{x} + \left(x + \frac{2}{x}\right)e^{-x}\right]$ pour tout réel $x \neq 0$.

En déduire la limite de f en $-\infty$.

b) Calculer la limite de f en $+\infty$

2. On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

Calculer la dérivée f' de f et vérifier que f'(x) = g(x) pour tout x réel.
3. En déduire, à l'aide de la partie A, les variations de f et donner son tableau de variation.
4. Démontrer que $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$
5. a) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique à (C) en $+\infty$.
b) Préciser la position de (C) par rapport à (Δ).
6. Donner une équation de la tangente (T) à (C) en son point d'abscisse 0.
7. Tracer (Δ), (T) puis (C).

EXERCICE 15

Le but du problème est l'étude de la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par :
$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 + \frac{2\ln(x) - 1}{x}$ et (C) sa courbe représentative dans le repère (O ; I ; J). unité : 2 cm

PARTIE A :

On considère la fonction numérique g définie sur $]0;+\infty[$ par :
$g(x) = -x^2 + 6 - 4\ln(x)$
1. Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble définition.
2. Etudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation.
3. a) Montrer que l'équation g(x) = 0 a une unique solution α dans $]0;+\infty[$.
b) Vérifier que $1,86 < \alpha < 1,87$
c) Montrer que : $\forall x \in]0;\alpha[, g(x) > 0$ et $\forall x \in]\alpha;+\infty[, g(x) < 0$.

PARTIE B

1. a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
b) déterminer la dérivée f' de f et montrer que pour tout élément x de $]0;+\infty[$. ,f'(x) et g(x) ont le même signe. En déduire le sens de variation de f.
2. a) Montrer que $f(\alpha) = -\alpha + 3 + \frac{2}{\alpha}$
b) Déduire un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 2.10^{-1}
3. a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 3$ est asymptote courbe (C).
b) Déterminer le point A, intersection de (D) et (C).
c) Etudier la position de (C) par rapport à (D).
4. a) Calculer $\ln(e\sqrt{e})$
b) Déterminer le point B de (C) où la tangente (T) est parallèle à la droite (D).
5. Construire (D), (T) et (C).

PARTE C :

Soit $h : x \mapsto 2\frac{\ln x}{x}$ et $u : x \mapsto \ln x$
Exprimer h en fonction de u et u'. En déduire une primitive de h sur $]0;+\infty[$.
2. Donner une primitive F de f sur $]0;+\infty[$.
3. Calculer l'aire de la partie du plan délimitée la courbe (C) , la droite (D) et les droites d'équations $x = e$ et $x = \sqrt{e}$.

EXERCICE 16

On considère le plan muni d'un repère orthonormé (O, I,J).
Unité graphique 2 cm.

Soit la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ par $f(x)=x+\frac{\ln|x|}{|x|}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repère donné.

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $g(x)=x^2+1-\ln x$ et h la fonction définie sur l'intervalle $]-\infty;0[$ par $h(x)=x^2-1+\ln(-x)$.

1. a) Calculer la dérivée de la fonction g et déterminer le signe de cette dérivé.
Dresser le tableau de variations de la fonction de g. (On ne demande pas de calculer les limites de h).
b) Montrer que $\forall x\in]0;+\infty[, g(x)>0$.
2. a) Calculer la dérivée de la fonction h et déterminer le signe de cette dérivée.
Dresser le tableau de variation de la fonction h. (On ne demande pas de calculer les limites de h).
b) Calculer h(-1) et montrer que $\forall x\in]-\infty;-1[, h(x)>0; \forall x\in]-1;0[, h(x)<0$

PARTIE B

1.a) Calculer les limites suivantes $\lim f(x)$ et $\lim f(x)$ puis interpréter les graphiquement.
b)Calculer les limites suivantes $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
2. a) Montrer que la droite (D) d'équation $y=x$ est une asymptote à (C).
b) Etudier les positions relatives de (C) et (D). (on précisera les coordonnées des points d'intersection de (C) et (D)
3. a) Vérifier $\forall x\in]-\infty;0[, f'(x)=\frac{h(x)}{x^2}$ et $\forall x\in]0;+\infty[, f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$
b) Etudier le sens de variations de la fonction f puis dresser son tableau de variation.
4. a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α et vérifier que $0,6<\alpha<0,7$
b) En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.
5. Construire la courbe (C).
6. a) Déterminer une primitive de la fonction $x\mapsto\frac{\ln x}{x}$ sur l'intervalle $]0;+\infty[$.
b)En déduire la primitive de f sur l'intervalle $]0;+\infty[$ qui s'annule en 1.

EXERCICE 17

PARTIE A : Etude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $g(x)=4x-(1+x)e^x$
1. Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
3. a) Montrer l'équation g(x) = 0 admet une unique solution telle que
b) On déduire le signe de g(x) suivant les valeurs x.

PARTIE B: Etude de la fonction de f

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=4x+1-xe^x$
(On note (C) s représentation graphique dans un repère orthonormé (O;I;J). Unité graphique : 4cm)
1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. a) Calculer $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$
b) Donner une interprétation graphique du résultat.
3. a) Montrer que $\forall x\in\mathbb{R}, f'(x)=g(x)$.
b) En déduire le variations de f et dresser son tableau de variation.
4. Montrer que $f(\alpha)=e^\alpha+4\alpha-3$
5. a) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y=4x+1$ est asymptote oblique à (C) en $-\infty$
b) Etudier la position relative de (C) par rapport (Δ).

6. a) Montrer que la droite f(x) = 0 admet exactement deux solutions λ et β telles que $-1 < \lambda < 0$ et $1 < \beta < 2$
b) Tracer (C) et (Δ).

PARTIE C : Calcul d'aire
t est un nombre réel tel que $(t \leq 0)$.
On désigne par $\mathcal{A}(t)$ l'aire de partie du plan délimitée par (C), (Δ) et les droites d'équations $x=t$ et $x=0$.
1. A l'aide d'une intégration par parties,calculer $\mathcal{A}(t)$.
2. a) Déterminer la limite de $\mathcal{A}(t)$ lorsque t tend vers $-\infty$
b) interpréter le résultat obtenu.

EXERCICE 18

L'objet de ce problème est l'étude de la fonction f dérivable sur $]0;+\infty[$ et définie par $f(x) = 2x - 3 + \frac{\ln x}{x}$
On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O; I ; J). unité graphique est 2 cm.

PARTIE A
Soit g la fonction dérivable sur $]0;+\infty[$ et définie par $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln x$.
1. Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variation.(On ne demandera pas de calculer les limites).
2. Justifier que $\forall x \in]0;+\infty[, g(x) > 0$.

PARTIE B
1.a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
b) Déterminer la limite à droite en O de f puis interpréter graphiquement le résultat.
2. a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y=2x-3$ est une asymptote (C) en $+\infty$.
b) Préciser la position de (C) par rapport à (D).
3.a)Démontrer que pour tout nombre strictement positif x, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
b) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.
c) Démontrer qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1 est $y=3x-4$.
4. a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α.
b) Justifier que : $1,3 < \alpha < 1,4$.

PARTIE C
On pose $\varphi(x) = f(x) - (3x - 4)$ et $h(x) = -x^2 + 1 - \ln x$
1. a) Déterminer le sens de variation de h sur $]0;+\infty[$.
b) Calculer h(1) puis justifier que : $\forall x \in]0;1[, h(x) > 0$; $\forall x \in]1;+\infty[, h(x) < 0$
2. a) Démontrer que $\forall x \in]0;+\infty[, \varphi'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$
b) Etudier les variations de puis en déduire le signe de $\varphi(x)$ suivant les valeurs de x.
c) Déterminer la position de (C) par rapport à la tangente (T).
3.Tracer la courbe (C), la droite (D) et la tangente (T). On prendra $\alpha = 1,35$

EXERCICE 19

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur $]-\infty;2[$ par $g(x)=2-(2-x)\ln(2-x)$.

1. Calculer les limites de g en 2 et en $-\infty$.
2. Calculer g'(x) et étudier le sens de variation de g.
3. Dresser le tableau de variation de la fonction g.
4. Démontrer que l'équation g(x) = 0 admet une solution unique dans l'intervalle $]-\infty;2[$ et vérifier que $-0,4<\alpha<-0,3$.
5. Déduire des questions précédentes que pour tout $x<\alpha, g(x)<0$ et pour tout $x>\alpha, g(x)>0$.

PARTIE B

On considère la fonction f définie sur $]-\infty;2[$ par $f(x)=x(1-\ln(2-x))$.

On appelle (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O ;I ;J). Unité graphique 2 cm.

1. a) Calculer les limites de f en 2 et en $-\infty$,interpréter graphiquement si possible les résultats obtenus.

b)Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2. a) Démontrer que pour tout $x<2, f'(x)=\dfrac{g(x)}{2-x}$

b) En utilisant les résultats de la partie A, déterminer les variations de f puis dresser son tableau de variation.

3. Justifier que $f(\alpha)=\dfrac{\alpha^2}{2-\alpha}$
4. Calculer $f(0)$ et $f(2-e)$.
5. Tracer dans le repère (O, I, J) la courbe (C) .(On prendra $\alpha\simeq-0,35$)

PARTIE C

Soit h la restriction de f à l'intervalle $[0;2[$

1. Justifier que h réalise une bijection de $[0;2[$ sur un intervalle L à préciser.
2. Etablir le tableau de variation de h^{-1}, bijection réciproque de h.
3. Représenter dans le même repère $(C_{h^{-1}})$ la courbe de la bijection réciproque de h.

EXERCICE 20

PARTIE A

La fonction f est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=x-2+\dfrac{1}{2}\ln x$.

1. a) Calculer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition.

b) Calculer $f'(x)$ et étudier le sens de variation de f. (On ne demandera pas de représentation graphique).

2. a) Montrer que l'équation $f(x)$ = 0 admet dans $]0;+\infty[$ une solution unique α. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

b) Etudier le signe de $f(x)$ lorsque x décrit $]0;+\infty[$.

PARTIE B

La fonction g est définie $]0;+\infty[$ sur par

$$\begin{cases} g(0)=0 \\ g(x)=-\dfrac{7}{8}x^2+x-\dfrac{1}{4}x^2\ln x, \text{ pour tout réel } x>0 \end{cases}$$

1.a) Etudier la continuité et la dérivabilité de g en $+\infty$
b) Déterminer la limite de g en $+\infty$.
2. Soit g' la dérivée de la fonction g.
Pour tout réel $x > 0$, calculer g'(x) , puis vérifier que g'(x) = $xf\left(\frac{1}{x}\right)$
3.
a) En déduire que si $x \in \left[0;\frac{1}{\alpha}\right[$ alors $g'(x) > 0$ et si $x \in \left]\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$ alors $g'(x) < 0$
b) Dresser le tableau de variation de la fonction g.
4. a) Donner les équations des tangentes à la courbe (Γ) représentative de g aux points d'abscisses 0 et 1.
b) Tracer (Γ) et ses tangentes.

EXERCICE 21

PARTIE A
Soit la fonction dérivable sur $]0;+\infty[$ et définie par : $g(x) = 1 + x\ln x$.
1. a) Justifier que : $\forall x \in]0;+\infty[$, $g'(x) = 1 + \ln x$.
b) Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variation. (On ne calculera pas les limites de g)
2. En déduire que : $\forall x \in]0;+\infty[, g(x) > 0$.

PARTIE B
Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(0) = 0 \\ \forall x \in]0;+\infty[, f(x) = \dfrac{x}{1+x\ln x} \end{cases}$
On note (C) la courbe représentative de j dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). (Unité : 4cm)
1. a) Etudier la continuité de f en 0.
b) Etudier la dérivabilité de f en 0.
c) Démontrer qu'une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point O est :
y = x.
d) Démontrer que :
(C) est au-dessus de (T) sur]0 ; 1[;
(C) est au-dessous de (T) sur $]1;+\infty[$.
2. Démontrer que la droite (OI) est asymptote à (C) en $+\infty$.
3. a) On suppose que f est dérivable sur $]0;+\infty[$.
Démontrer que : $\forall x \in]0;+\infty[, f'(x) = \dfrac{1-x}{(1+x\ln x)^2}$
b) En déduire les variations de f et dresser son tableau de variation.
4. Construire la droite (T) et la courbe (C) dans le plan muni d'un repère (O, I, J).

PARTIE C
a) Justifier que : $\forall x \in]0;+\infty[, f(x) \leq 1$
b) Démontrer que : $\forall x \in [1;e], 1 - \dfrac{1}{1+x} \leq f(x)$.
Soit A l'aire en cm² de la partie du plan limitée par (C), (OI) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.
Démontrer que : $16(e-1) + 16\ln\left(\dfrac{2}{1+e}\right) \leq A \leq 16(e-1)$.

EXERCICE 22

PARTIE A

On considère la fonction numérique g définie par :
$g(x) = 2(x-2)\ln(2-x) + x - 2$ si $x \in]-\infty;2[$ et $g(2) = 0$

1. Etudier la continuité de
2. a) Déterminer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
b) Etudier le sens de variation de g.
c) Dresser le tableau de variation de g.
3. a) Calculer $g\left(2 - \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$
b) En déduire que : $\forall x \in \left]-\infty; 2 - \frac{1}{\sqrt{e}}\right[, g(x) < 0$ et $\forall x \in \left]2 - \frac{1}{\sqrt{e}}; 2\right[, g(x) > 0$

PARTIE B

On considère la fonction numérique f définie par : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty;2[, f(x) = (x-2)^2\ln(2-x) - 4 \\ \forall x \in]2;+\infty[, f(x) = (x^2 - 4x)e^{x-2} \end{cases}$

1. a) Montrer que f est dérivable à gauche en 2.
b) Vérifier que $x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4$
c) Montrer que $\lim\limits_{x\to 2} \frac{e^{x-2}-1}{x-2} = 1$
d) En déduire que f est dérivable à droite en 2.
e) f est-elle dérivable en 2 ?
2.a) Montrer que :
$\forall x \in]-\infty;2[, f'(x) = g(x)$ et $\forall x \in]2;+\infty[, f'(x) = (x^2 - 2x - 4)e^{x-2}$
b) Etudier le sens de variation de f.
c) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
d) Dresser le tableau de variation de f.
3. On désigne (C) la représentation graphique de f dans un repère orthonormé (O, I, J). Et soit h la restriction de f à l'intervalle $]-\infty;1[$.
a) Montrer que h réalise une bijection de $]-\infty;1[$ vers un intervalle K à préciser.
b) Soit h^{-1} la réciproque de h.
h^{-1} est-elle dérivable en -4 ? Si oui, calculer alors $(h^{-1})'(-4)$.
c) Déterminer une équation de la tangente (T) à $(C_{h^{-1}})$ au point d'abscisse -4.
d) Construire les courbes (C), $(C_{h^{-1}})$ et la droite (T) dans le même repère.

PARTIE C :

Soit le nombre réel a tel que : $2 - \frac{1}{\sqrt{e}} < a < 2$

1. Calculer l'aire $\mathcal{A}(a) = \int_{2-\frac{1}{\sqrt{e}}}^{a} f(x)dx$ et déduire $\lim\limits_{a\to 2} \mathcal{A}(a)$
2. Montrer que la fonction $F(x) = (x^2 - 6x + 6)e^{x-2}$ est une primitive de f sur $]2;+\infty[$
3. Calculer l'aire en cm2 du domaine limité par les droites d'équations $x = 2$, $x = 4$ l'axe (OI) et la courbe (C).
4. En déduire l'aire en cm² du domaine limité par les droites d'équations $x = 4, x = 2 - \frac{1}{\sqrt{e}}$, l'axe (OI) et la courbe (C).

EXERCICE 23

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ de f représentation graphique (C)

donnée sur la feuille annexe.

On admet que f est définie sur $]0;+\infty[$ par $\begin{cases}\forall x>0,\ f(x)=2x(a(\ln x)^2+b\ln x+c)\\ f(0)=0\end{cases}$

1. a) Calculer en fonction de a, b *et* c, la dérivée de la fonction f.

b) Déterminer, à l'aide du graphique, les valeurs de : $f'\left(\frac{1}{e}\right)$, $f'(\sqrt{e})$ et f(e)

c) En déduire que : $\forall x\in]0;+\infty[,\ f(x)=2x(2(\ln x)^2-3\ln x+2)$

2. a) Justifier que : $\lim\limits_{x\to 0} x(\ln x)^2=0$ et en déduire que f est continue en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f en 0 puis interpréter graphiquement le résultat.

3. a) Calculer la limite de f en $+\infty$.

b) Démontrer que : $\forall x\in]0;+\infty[,\ f'(x)=2(1+\ln x)(-1+2\ln x)$

c) Etudier le signe $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f.

d) Dresser le tableau de variation f.

PARTIE B

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=\frac{1}{e^{2x}-1}$

On note (C_g) sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique :2cm

1. a) Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$.

b) Démontrer que : $\forall x\in]0;+\infty[,\ e^{2x}-1>0$

c) Calculer $g'(x)$

d) Etudier le sens de variations de g et dresser son tableau de variations.

2. Soit h la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $h(x)=f(x)-g(x)$.

On admet que h est continue et strictement croissante sur]0; +œ[.

a) Démontrer que l'équation $f(x)=g(x)$ admet une unique solution $\alpha\in[0,1;0,3]$

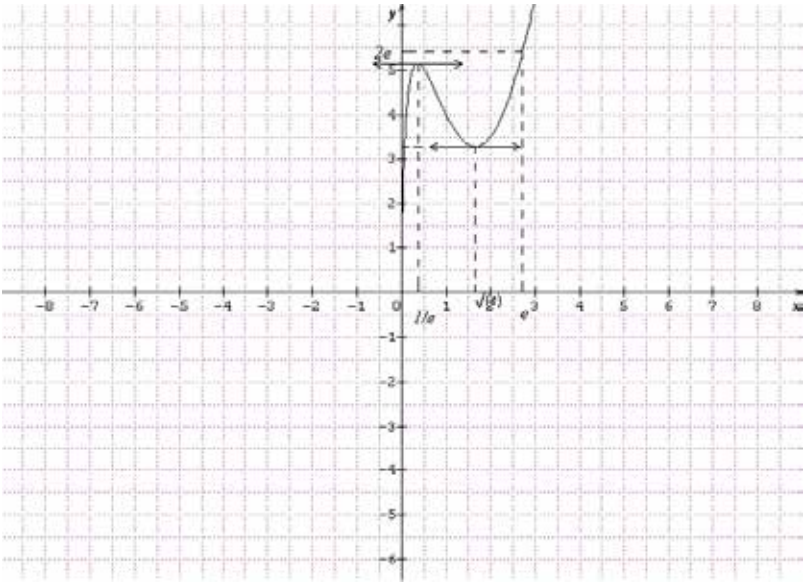
b) Etudier le signe de $h(x)$ et déduire la position relative de (C_f) et (C_g).

3. Construire (C_g) sur la feuille annexe.

4. a) Démontrer que : $\forall x\in]0;+\infty[,\ g(x)=\frac{e^{2x}}{e^{2x}-1}-1$

b) En déduire une primitive G de g sur $]0;+\infty[$.

c) Calculer l'aire A, en cm2, de la partie du plan délimitée par (C_g), l'axe (OI) et les droites d'équations x = ln2 et x = 1. (Annexe à réaliser)



EXERCICE 24

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) avec OI = 2cm

PARTIE A

Soit h la fonction dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -\frac{2x^2}{(x^2+1)^2} + \ln(x^2+1)$

1. Calculer les limites de h en $-\infty$ et $+\infty$

2. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, h'(x) = \frac{-2x(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$

3. Etudier le sens de variation h et dresser son tableau de variation.

4. a) Justifier que sur $]0;+\infty[$ l'équation h(x) = 0 admet une unique solution α.

b) Montrer que 1,98 < α < 1,99.

5. a) Etudier la parité de h. En déduire que - α est une racine de h.

$$\begin{cases} \forall x \in]-\infty;-\alpha[\cup]\alpha;+\infty[, h(x) > 0 \\ \forall x \in]-\alpha;0[\cup]0;\alpha[, h(x) < 0 \\ \forall x \in \{-\alpha;0;\alpha\}, h(x) = 0 \end{cases}$$

PARTIE B

Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} g(x) = \frac{\ln(x^2+1)}{3x} \text{ si } x \neq 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$ et (C_g) sa courbe représentative dans (O, I, J).

1. Montrer que g est impaire.

2. a) Calculer la limite à droite de g en 0. (On pourra poser $X = x^2$)

b) En déduire la limite à gauche de g en 0 et que g est continue en 0.

3. a) Montrer que g est dérivable en 0 et que $g'(0) = \frac{1}{3}$

b) Donner une équation de la tangente (T) à (C_g) au point d'abscisse 0.

4. a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}^*, g'(x) = \frac{2\ln|x|}{3x} + \frac{1}{3x}\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)$

b) En déduire les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de g.

c) Interpréter graphiquement ces limites.

5. a) Justifier que $\forall x \in \mathbb{R}^*, g'(x) = \frac{-h(x)}{3x^2}$

b) Déterminer le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

c) Justifier que $g(\alpha) = \frac{2\alpha}{3(\alpha^2+1)}$ puis en déduire $g(-\alpha)$ en fonction de α.

d) Déterminer $g([-1;2[)$

6. Construire (T) et (C_g). On prendra $\alpha = 1,98$

7. a) Montrer que $\forall x \in [1;+\infty[, \frac{2\ln x}{x} \leq \frac{\ln(x^2+1)}{x} \leq \frac{2\ln x}{x} + \frac{\ln 2}{x}$

b) En déduire que : $\frac{2}{3e} \leq g(e) \leq \frac{2+\ln 2}{3e}$

8. Soit / la restriction de g à l'intervalle K = $]-\alpha;0[$.

a) Justifier que f réalise une bijection de K sur un intervalle L à préciser.

b) Calculer f(-1) puis justifier que la réciproque f^{-1} de f est dérivable en $\ln(\sqrt[3]{2})$

EXERCICE 25

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique : 4 cm

PARTIE A : Etude d'une fonction auxiliaire g

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1;0\}$ par : $g(x) = \ln\left|1+\frac{1}{x}\right| - \frac{1}{x-1}$

1. a) Montrer que : $\begin{cases} si\ x \in]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[,\ g(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x+1} \\ si\ x \in]-1;0[,\ g(x)=\ln\left(-1-\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x+1} \end{cases}$

b) Déterminer les limites de g en $-\infty, +\infty$ et en 0. (On admettra que la limite de g en -1 à gauche est égale à $+\infty$ et la limite de g en -1 à droite est égale à $-\infty$)

2. a) Démontrer que $\forall x \in D_g,\ g'(x)=-\frac{1}{x(x+1)^2}$

b) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

3. a) Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α appartenant à l'intervalle $\left]\frac{-1}{2};\frac{-1}{8}\right[$

b) Déduire des questions précédentes que :

$$\begin{cases} si\ x \in]-\infty;-1[\cup]\alpha;0[\cup]0;+\infty[,\ g(x)\geq 0 \\ si\ x \in]-1;\alpha[,\ g(x)<0 \end{cases}$$

PARTIE B : Etude de la fonction principale f.

On considère la fonction f définie sur $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ par

$$\begin{cases} f(x)=x\ln\left|1+\frac{1}{x}\right| si\ x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

et on note (C) sa courbe représentative dans le repère (O, I, J)

1. a) Ecrire f sans le symbole de la valeur absolue.

b) Déterminer les limites de f en $-\infty, +\infty$ et -1. (On pourra poser X = $\frac{1}{x}$)

c) Préciser les asymptotes de (C).

2. a) Démontrer que f est continue en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter graphiquement résultat.

3. a) Vérifier que $\forall x \in D_g\{0\},\ f'(x)=g(x)$

b) Démontrer que $f(\alpha)=\frac{\alpha}{\alpha+1}$, α, étant le réel défini dans la partie A -3)

c) Etudier le sens de variation de f ; puis donner le tableau de variation de f.

4. a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C) avec la droite (OI).

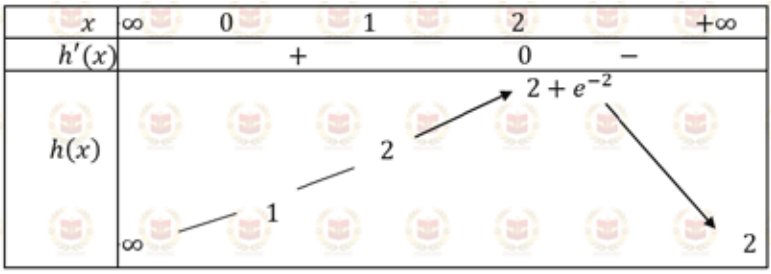
b) Donner une équation de la tangente (T), (C) au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$.

5. Construire avec soins (T), (C) et ses asymptotes. On prendra $\alpha=-0,25$ et $f(\alpha)=-0,4$.

EXERCICE 26

PARTIE A

a, b et c sont des nombres réels. Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=(ax+b)e^{-x}+c$ dont le tableau de variation se présente comme suit :



1. On note h' la dérivée de h. Calculer h'(x) en fonction de a et b.

2. En utilisant les données numériques du tableau de variation de h.
a) Déterminer les limites de h en $-\infty$ et en $+\infty$
b) Démontrer que a = 1, b = -1 et c = 2.
Ainsi donc dans la suite du problème $h(x)=(x-1)e^{-x}+2$
3. a) Démontrer que l'équation h(x) = 0 admet une unique solution α dans $]-1;0[$.
b) En déduire le signe de h'(x)

PARTIE B
On note la courbe représentative de la fonction f par $f(x)=2x-1-xe^{-x}$
(Unité : 2 cm)
1. a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
b) Démontrer que la droite (D) d'équation $y=2x+1$ est asymptote à (Cf) en $+\infty$.
c) Préciser les positions de par rapport à (D).
2. Calculer les limites en de f(x) et de $\frac{f(x)}{x}$. En donner une interprétation graphique.
3. a) Démontrer que $f'(x)=h(x)$
b) Donner le sens de variation de f puis dresser le tableau de variation de f.
4. a) Démontrer que $f(\alpha)=2\alpha+1+\frac{2\alpha}{\alpha-1}$
b) Donner l'arrondi d'ordre 1 de $f(\alpha)$. (On prendra $\alpha\simeq-0,375$)
5. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0.
6. Tracer (T), (D) et (C_f).

PARTIE C
1. a) Déterminer les nombres réels m et p de sorte que la fonction G définie par $G(x)=(mx+p)e^{-x}$ soit une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction g définie par $g(x)=-xe^{-x}$
b) En déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
Soit A l'aire en cm² du domaine (Δ) délimité par (C_f), l'axe des abscisses et des droites d équation $x=-1$ et $x=1$.
a) Faire apparaître (Δ) sur la figure.
b) Calculer A.

EXERCICE 27

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I,J) avec OI=2cm et OJ=0,5cm

PARTIE A
Soit g la fonction numérique dérivable et définie $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ par
$g(x)=2x+1+\frac{1}{x+1}-\ln|x+1|$
1. Calculer les limites de g à droite en -1 et en $-\infty$
2. a) Justifier que pour tout nombre réel x différent de -1, on a $g'(x)=\frac{x(2x+3)}{(x+1)^2}$
b) Déterminer les signes de g'(x) selon les valeurs de x.
c) Dresser le tableau de variation de g. (On ne calculera pas les autres limites aux bornes de D_g)
d) En déduire que : $\begin{cases} pour\ x\in]-\infty;-1[; g(x)<-3 \\ pour\ x\in]-1;+\infty[; g(x)>2 \end{cases}$
3. Soit k la restriction de g à l'intervalle $]0;+\infty[$.
a) Justifier que k admet une bijection réciproque h^{-1} dont on précisera l'ensemble de définition.
b) Prouver que k^{-1} est dérivable en 2012.
4. Soit la fonction définie sur $]-\infty;-1[$ par $u(x)=(x+1)\ln(-x-1)$
a) Calculer $u'(x)$ et montrer que pour tout réel $x<-1$, on a: $g(x)+u'(x)=2(x+1)+\frac{1}{x+1}$

b) En déduire sur $]-\infty;-1[$, la primitive G de la fonction g telle que $G(-2)=1$.

PARTIE B

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x)=x\ln|x+1|-(x+1)^2+2x$ de courbe représentative (C_f) et (D) la droite d'équation $x+1=0$; dans le repère (O,I,J).

1. a) Préciser l'ensemble de définition de f et justifier que (D) est une asymptote à (C_f).

b) Calculer les limites en $-\infty$ de f(x) et de $\frac{f(x)}{x}$

2. a) Justifier que pour $x>-1$, $f(x)=-x(x+1)\left[\frac{x+1}{x}-\frac{2}{x+1}-\frac{\ln(x+1)}{x+1}\right]$

En déduire le calcul des limites $+\infty$ de f(x) et de $\frac{f(x)}{x}$

3. a) Démontrer que pour tout nombre réel x différent de -1, on a : $f(x)=-g(x)+2$

b) Vérifier que la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0 est parallèle à l'axe des abscisses (OI).

c) Prouver que f est croissante sur $]-\infty;-1[$ et décroissante sur $]-1;+\infty[$.

d) Dresser le tableau de variation de f

4)a) Vérifier que sur $]-\infty;-1[$ l'équation $f(x)=0$ a une seule solution β et que $-0,9<\beta<-0,8$

b) Prouver que $f'(\beta)=\frac{1}{\beta}-\frac{\beta^2}{\beta+1}$ et que $f'(\beta)<0$

PARTIE C

Soit t la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ par $t(x)=x[-1+\ln|x+1|]$ et (Γ) la parabole d'équation $y=-x^2+x-1$

1. Justifier que pour x différent de $\ln|x+1|-1\geq 0\Leftrightarrow x\in]-\infty;-1-e]\cup[e-1;+\infty[$

2. En déduire les signes de $t(x)$ selon les valeurs de x.

3. Etudier alors les positions relatives des courbes (Γ) et (C_f).

4. a) Etudier le sens de variation de la fonction h de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $h(x)=-x^2+x-1$

b) Dresser son tableau de variation.

5) Tracer dans le repère (O,I,J) les droites (T), (D) et les courbes (Γ) et (C_f).

EXERCICE 28

Soit la fonction numérique f définie par $f(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)\ln(1+x)$

PARTIE A

On désigne par h la fonction numérique définie par $h(x)=x-\ln(1+x)$

1. a) Déterminer le domaine de définition de h.

b) Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition.

a) Etudier le sens de variation de h

b) Dresser le tableau de variation de h.

En déduire le signe de h.

PARTIE B

1. a) Quel est l'ensemble de définition de f.

b) Déterminer les limites de f respectivement en $+\infty$ et en -1.

2. a) Montrer que f peut être prolongée par continuité au point -1.

b) Soit k ce prolongement, étudier la dérivabilité de k en -1.

3. a) Montrer que f peut être prolongée par continuité au point

b) Soit g ce prolongement, étudier la continuité et la dérivabilité de g en 0.

4. a) Exprimer la dérivée g'(x) de g(x) en fonction de h(x)

b) Dresser alors le tableau de variation de g.

5. Construire (Cg) la courbe de g dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

EXERCICE 29

PARTIE A

Soit la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x)=x+1+\ln x$

1. a) Déterminer les limites de g en 0 puis en .
b) Etudier les variations de g.
c) Dresser le tableau de variation de g.
a) Montrer la courbe de g coupe l'axe des abscisses en un point d'abscisse α tel que $\alpha \in]0,2;0,3[$
b) En utilisant la méthode de balayage, donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}
c) En déduire le signe de α suivant les valeurs de x.

PARTIE B

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $\begin{cases} f(x)=\dfrac{4x\ln x}{1+x} \text{ pour } x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

1. a) Montrer que f est continue en 0.
b) Etudier la dérivabilité de f en 0.
2. a) f est-elle prolongeable par continuité en 0 ?
b) Déterminer la limite de f en +.
3. a) Exprimer f'(x) en fonction de g(x).
b) En déduire le signe de f'(x).
c) Montrer que $f(\alpha)=-4\alpha$.
4. Dresser le tableau de variation de f.

PARTIE C :

Soit la courbe (C) de f dans un repère orthonormal (O ; I ; J) d'unité 4cm et (T) la tangente à (C) au point d'abscisse 1.

1. Donner une équation de (T).
2. On considère φ la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $\varphi(x)=f(x)-2(x-1)$.
a) Montrer que $\varphi''(x)=f''(x)=\dfrac{4h(x)}{(x+1)^3}$ où $h(x)=-x+\dfrac{1}{x}-2\ln x$
b) Etudier les variations de h.
c) Calculer h(1) puis en déduire le signe de h puis le signe de φ''.
d) Dresser le tableau de variation de φ puis en déduire le signe de φ'.
e) Dresser le tableau de variation de en déduire la position de (C) par rapport à (T).

PARTIE D

On prendra $\alpha \simeq 0,28$

1. Calculer les images par f de : 0,1 ; 0,28 ; 0,5 ; 1 ; 1,5 et 2.
2. Tracer la portion de (C) pour $x \in [0;2]$; (T) et la tangente en a de la courbe (C).
3. a) Calculer f(1).
b) f^{-1} est-elle dérivable en 0 ?
c) Calculer $(f^{-1})(0)$.
d) Donner une équation de la tangente à la courbe de f^{-1} au point K (0 ; 1).

EXERCICE 30

Soit la fonction dérivable sur $]1;+\infty[$ et définie par : $f(x)=2+\dfrac{\ln(x-1)}{x^2}$
On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). L'unité graphique est 2cm.

PARTIE A

Soit g la fonction dérivable sur $]1;+\infty[$ et définie par : $g(x)=\frac{x}{x-1}-2\ln(x-1)$.

1. a) Calculer la limite de g à droite en 1.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2. a) Démontrer que pour tout nombre réel, $g'(x)=\frac{1-2x}{(x-1)^2}$

b) Déterminer le sens de variation de g

c) Dresser le tableau de variation de g.

3. a) Démontrer que l'équation g'(x) = 0 admet une unique solution α.

Vérifier que : 3,093 < α < 3,094.

b) Démontrer que : $\begin{cases}\forall x\in]1;\alpha[, g(x)>0\\ \forall x\in]\alpha;+\infty[, g(x)<0\end{cases}$

PARTIE B

1. Démontrer que la droite (D) d'équation $y=2$ est asymptote à (C_f).

2. Déterminer les coordonnées du point B d'intersection de (C_f) et de (D).

3. Démontrer que pour tout nombre réel x strictement supérieur à 1,

$f'(x)=-\frac{g(x)}{x^3}$

4. a) Déterminer le signe de f'(x) suivant les valeurs de x et en déduire le sens de variation de f.

b) Dresser le tableau de variation de f.

. a étant le nombre réel défini à la question 5 de la partie A,

a) Démontrer que : $f(\alpha)=2+\frac{1}{2\alpha(\alpha-1)}$

b) En déduire une valeur approchée de $f(\alpha)$ à 2.10^{-3} près par défaut.

6. Tracer la courbe (C_f).

PARTIE C

Soit β un nombre réel appartenant à l'intervalle]1; 2[.

On désigne par $A(\beta)$ l'aire de la partie (E) délimitée par (C_f), la droite (D) et les droites d'équations $x=\beta$ et $x=2$.

1. Vérifier que pour tout nombre réel x différent de O et 1 $\frac{1}{x(x-1)}=\frac{-1}{x}+\frac{1}{x-1}$

2. Exprimer $\int_{\beta}^{2}\frac{1}{x(x-1)}dx$ en fonction de β.

3. A l'aide d'une intégration par parties, démontrer que :

$A(\beta)=\frac{(\beta-1)\ln(\beta-1)}{\beta}-\ln\beta+\ln 2$

4. En déduire $\lim\limits_{x\to 1} A(\beta)$

EXERCICE 31

(0, I, J) est un repère orthonormé du plan, (unité graphique : 4cm)

PARTIE A :

Soit la fonction g définie sur $]-\infty;0[$ par $g(x)=x+1+\ln(-x)$

1.Etudier les limites de g aux bornes de Dg.

2. Dresser le tableau de variation de g puis calculer g (-1)

3. En déduire le signe de g(x) suivant les valeurs de x.

PARTIE B :

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases}f(x)=x^2+2x\ln(-x);\ si\ x\in]-\infty;0[\\ f(x)=(e^x-1)\ln(e^x-1);\ si\ x\in]0;+\infty[\\ f(0)=0\end{cases}$ et (C) la courbe représentative.

1. a) Etudier la continuité de f en 0.
b) Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter graphiquement ce résultat.
2. a) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et en $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et donner une interprétation graphique,
b) Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et en $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$ et donner une interprétation graphique.
3. a) $\forall x \in]-\infty;0[$, calculer f'(x) et étudier son signe.
a) $\forall x \in]0;+\infty[$, calculer f'(x) et justifier que f'(x) a le même signe que $1+\ln(e^x-1)$
c) Résoudre l' équation $\forall x \in]0;+\infty[, \ln(e^x-1)>0$. En déduire le signe de f'(x) sur $]0;+\infty[$.
d) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
4. a) Prouver que (C) coupe la droite (OI) en deux points dont on précisera les coordonnées.
b) Construire (C).
5. Soit h la restriction de f à l'intervalle $\left]\ln\left(1+\frac{1}{e}\right);+\infty\right[$.
a) Montrer que h est une bijection de $\left]\ln\left(1+\frac{1}{e}\right);+\infty\right[$ .sur l'intervalle K à préciser.
b) Dresser le tableau de variation de h^{-1} dans le même repère que (C).
6. Soit u la fonction définie de $]-\infty;0[$ par $u(x)=\frac{1}{2}x^2\left(\ln(-x)-\frac{1}{2}\right)$
a) Calculer la fonction dérivée de u.
b) En déduire la primitive de f sur $]-\infty;0[$ qui s'annule en -1.

PARTIE C
Soit la fonction v définie sur $[\ln 2;1]$ par : $v(x)=f(x)-(e^x-1)$.
1. Justifier que $\forall x \in [\ln 2;1]$, on a $e^x-1>0$
2. Prouver que $\forall x \in [\ln 2;1]$, on a : $-1 \le \ln(e^x-1)-1 \le \ln\left(1-\frac{1}{e}\right)$
3. Déduire de ce qui précède le signe de $v(x)$ sur $[\ln 2;1]$.
4. Justifier que $\forall x \in [\ln 2;1]; f(x) \le e^x-1$ .Interpréter graphiquement ce résultat.

EXERCICE 32

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). L'unité du graphique est le centimètre.

PARTIE A
Soit g la fonction dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=x+(ax+b)e^{-x}$ où a et b sont des nombres réels. Dans le plan muni d'un repère (O, I,J), on désigne par : (C) la courbe représentative de g et (D) la droite d'équation $y=x$
1. a) On donne g(0) = 1. Déterminer la valeur de b.
b) On admet que la tangente (T) à (C).
2. Soit h la fonction dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x)=e^x-x$
a) Soit h' la fonction dérivée de h. Calculer h' (x) pour tout x élément de R.
b) Dresser le tableau de variation de h. (On ne demande pas de calculer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$).
c) En déduire que $\forall x \in \mathbb{R}, h(x)>0$.

PARTIE B
Soit f la fonction dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x+(x+1)e^{-x}$
1. a) Calculer la limite de f en $-\infty$.
b) Justifier que : $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=+\infty$
c)Donner une interprétation graphique de ces résultats.
2. a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
b) Démontrer que (D) est une asymptote à (C) en $+\infty$.

c) Etudier les positions relatives de (C) et (D).
3. a) On désigne par f' la fonction dérivée de f.
Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = e^{-x}h(x)$
b) Déterminer le sens de variation de f.
c) Dresser le tableau de variation de f.
2. Construire sur le graphique (T), (D) et (C).
3. a) Démontrer que f est une bijection de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$.
b) On note f^{-1} la bijection réciproque de , calculer $(f^{-1})'(1)$.
c) Calculer (Γ) la courbe représentative de f^{-1} sur même graphique que (C) .

PARTIE C :
On pose $\forall n \in \mathbb{N}, I_n = \int_{-1}^{n} (t+1)e^{-t}dt$
1. A l'aide d'une intégration par partie démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, I_n = (-2-n)e^{-n} + e$
2. Calculer l'aire A_n en cm² de la partie du plan délimitée par la courbe (C); la droite (D) et les droites d'équations $x = -1$ et $x = n$.

EXERCICE 33

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{e^x - 1}{xe^x + 1}$
On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Unité graphique : 4cm

PARTIE A : Etude d'une fonction auxiliaire
Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par : $g(x) = x + 2 - e^x$.
1. a) Déterminer la limite de g en $+\infty$.
b) Etudier les variations de g en $[0; +\infty[$.
2. a) Démontrer que l'équation g(x) = 0 admet dans $[0; +\infty[$ une solution unique α
b) Justifier que : 1,14 < α < 1,15.
c) En déduire le signe de g(x) suivant les valeurs de x.

PARTIE B : Etude de la fonction de f sur $[0; +\infty[$.

1. a) Démontrer que pour tout x appartenant à $[0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^x + 1)^2}$
b) En déduire les variations de f sur $[0; +\infty[$.
2. a) Démontrer que pour tout réel positif x, f(x) = $\frac{1 - e^x}{x + e^{-x}}$
b) En déduire la limite de f en $+\infty$.
Interpréter graphiquement ce résultat.
1. a) Etablir que : $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha + 1}$.
b) Donner un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 10^{-1}
c) Dresser le tableau de variations de f.
2. Déterminer une équation de la tangente (T) à au point d'abscisse 0.
3. a) Etablir que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$, on a : $f(x) - x = \frac{(x+1)u(x)}{xe^x + 1}$
b) Etudier les variations de la fonction u sur l'intervalle $[0; +\infty[$, .
En déduire le signe de $u(x)$.
c) Déduire des questions précédentes la position relative de (C_f) et (T).
6. Tracer (C_f) et (T) sur le même graphique

PARTIE C : Calcul d'aire
1. Donner une primitive F de f sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

2. On note D le domaine du plan délimité par (C), la tangente (T) et les droites d équations $x = 0$ et $x = 1$
Calculer en cm², l'aire A du domaine D
Donner une valeur décimale, au mm² près, de l'aire A.

EXERCICE 34

PARTIE A
Soit g la fonction définie sur $[0; +\infty[$. par : $g(x) = x(\ln x)^2 - x\ln x - x - 1$
1. Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$
2. Démontrer que : $\forall x > 0, g'(x) = (\ln x)^2 + \ln x - 2$
1. a) Etudier la variation de g
b) Dresser le tableau de variation de g.
2. Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une unique solution α
telle que : 5,4 < α < 5,5.
3. Justifier que : $\forall x \in]0;\alpha[, g(x) < 0$
$\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$

PARTIE B
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{1 + x\ln x}{-1 + \ln x}$ *si* $x \neq 0$ *et* $f(0)$.
On note (C_f) sa courbe représentative.
1. Déterminer D_f l'ensemble de définition de f.
2. a) Etudier la continuité de f en 0.
b) Etudier la dérivabilité de f en 0.
Donner une interprétation graphique de ces résultats.
3. a) Calculer les limites de f en e.
Donner une interprétation graphique de ces résultats.
b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - x]$.
On admettra que (C_f) a une branche une branche parabolique dans la de la droite (D) d'équation :$y = x$.
4. a) Démontrer que : $\forall x \in D_f, f'(x) = \dfrac{g(x)}{x(-1 + \ln x)^2}$
b) Etudier les variations de f
b) Dresser le tableau de variation de f
c) Construire (C) et ses asymptotes.

PARIE C
Soit h la restriction de f à l'intervalle $[0;e[$.
1. Démontrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} d'un intervalle K à préciser sur $[0;e[$.
2. Démontrer que h^{-1} est dérivable en -1 et calculer $(h^{-1})'(-1)$.
1. Donner le sens de variations de h 1 et dresser son tableau de variations.
2. Donner une équation de la tangente en -1 à $(C_{h^{-1}})$, représentation graphique de h^{-1}.
5. Construire $(C_{h^{-1}})$ sur même graphique que $(C_{h^{-1}})$.

FONCTION PUISSANCE

On considère l'application définit de $\mathbb{R}_+^* \longrightarrow \mathbb{R}_+^*$ par : $x \longmapsto x^n$ avec $n \in \mathbb{N}$

Exemple : $f(x) = x^3$

$f(x) = x^5$

$h(x) = x^0$

Propriétés

• Soient α et β deux entiers naturels,

$$x^\alpha \times x^\beta = x^{\alpha+\beta}$$

$$\frac{x^\alpha}{x^\beta} = x^{\alpha-\beta}$$

$$(x^\alpha)^n = x^{n\alpha}$$

$$x^0 = 1\,;\, x^1 = x$$

• $f(x) = x^n$, réalise une bijection de $\mathbb{R}_+^* \longrightarrow \mathbb{R}_+^*$. Sa bijection réciproque s'appelle racine n ième.

On note

$$f^{-1}(x) = \sqrt[n]{x} = (x)^{\frac{1}{n}}$$

Exemple:

- $f(x) = x^3$ alors $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$ est appelé racine 3ième ou racine cubique.
- $f(x) = x^5$ alors $f^{-1}(x) = \sqrt[5]{x}$

Cas particulier ($n = 2$)

La réciproque est appelée racine 2ième ou racine carré.

$f(x) = x^2$; $f^{-1}(x) = \sqrt[2]{x} = \sqrt{x}$ ou $f^{-1}(x) = (x)^{\frac{1}{2}}$

EXERCICE 1

Simplifier les écritures suivantes.

1) $a^9 \times a^{-2}$
2) $a^{\frac{1}{2}} \times a^9$
3) $a^{0,7} \times a^{4,9}$
4) $a^{-22} \times \sqrt{a}$
5) $(a^{-9})^{0,5}$
6) $(a^{2,3})^{\frac{1}{4}}$
7) $\dfrac{a^{2,01}}{a^{6,1}}$
8) $\dfrac{a^{\frac{1}{3}}}{a^2}$

EXERCICE 2

Simplifier les écritures suivantes.

1) $8^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{5}}$
2) $3^{0,7} \times 3^{-4,6} \times 3^{1,2}$
3) $\dfrac{2^{\frac{3}{2}}}{16^4}$
4) $\dfrac{9^{-17}}{3^{4,8}}$

EXERCICE 3

Soit la fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $f(x) = x.2^x$.
On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.
1. a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.
b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. interpréter graphiquement le résultat.
2. Etudier la variation de f et dresser son tableau de variation.
3. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.
4. Tracer (C et (T).

EXERCICE 4

Le but de ce problème est de résoudre l'équation (E) : $x \in]0; +\infty[, 3^x = x^3$.
1. On considère la fonction h définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = x\ln 3 - 3\ln x$.
a) Calculer les limites de h en 0 et en $+\infty$.
b) Etudier les variations de h et dresser son tableau de variation.
c) Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet exactement deux solutions dont l'une notée α appartient à $]2,4; 2,5[$.
d) Calculer h(3).
2. Démontrer que : (E) $\Leftrightarrow x \in]0; +\infty[, h(x) = 0$.
3. En déduire les solutions de (E).

CHAPITRE 8

INTÉGRALE D'UNE FONCTION CONTINUE

Définition

Soit f une fonction continue sur un intervalle I et a et b deux nombres réels de I.
F est une primitive quelconque de f sur I.

On appelle intégrale de a à b de f le nombre réel F(b)- F(a) noté $\int_a^b f(t)\,dt$

Conséquences

Soit f une fonction continue sur un intervalle I, a et b deux nombres réels de I.

- $\int_b^a f(t)\,dt = 0$
- $\int_a^b f(t)\,dt = -\int_b^a f(t)\,dt$

I- Intégrale et primitive

Propriété

Soit f une fonction continue sur un intervalle I, a un nombre réel de I.

La fonction F: $x \longmapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est la primitive de f sur I qui s'annule en a.

Conséquences

Si F est défini sur I par F(x) = $\int_a^x f(t)\,dt$ alors $\forall x \in$ I, F'(x) = f(x)

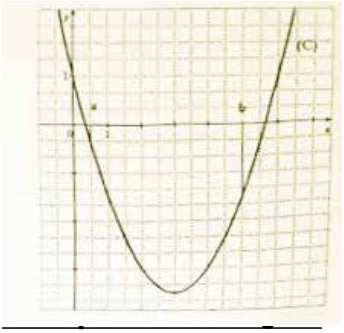
Interprétation graphique de l'intégrale d'une fonction continue

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J)
On appelle unité d'aire du repère (O, I, J), notée $u.a$.

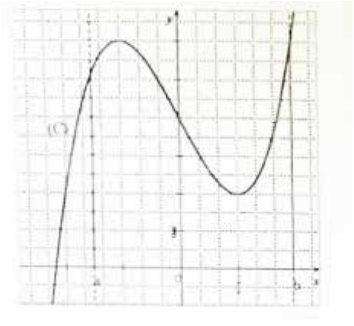
Propriété

Soit f une fonction continue sur l'intervalle $[a;b]$ et (C) sa courbe représentative dans le repère (O, I, J).
L'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan délimitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = a$ et $x = b$, exprimée en unités d'aire est :

- $\mathcal{A} = \int_b^b f(x)dx$ si f est positive sur $[a;b]$;
- $\mathcal{A} = -\int_b^b f(x)dx$ si f est négative sur $[a;b]$;



$\mathcal{A} = \int_b^b f(x)dx$ u.a



$\mathcal{A} = -\int_b^b f(x)dx$ u.a

1. Relation de Chasles et linéarité

Propriétés

f et g sont des fonctions continues sur un intervalle I et a, b, c des nombres réels de I.

$\int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx$ **(*relation de Chasles*)**

$\int_a^b (f(x)+g(x))\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$ **(*linéarité*)**

k étant un nombre réel quelconque : $\int_a^b kf(x)\,dx = k\int_a^b f(x)\,dx$ **(*linéarité*)**

2. Intégrales et inégalités

f et g sont des fonctions continues sur un intervalle fermé $[a;b]$.

Propriété (positivité)

Si f ≥ 0 sur $[a;b]$ alors $\int_a^b f(x)dx \geq 0$

Propriété (intégration d'inégalités)

Si $f \leq g$ sur $[a;b]$ alors $\int_a^b f(x)\,dx \leq \int_a^b g(x)\,dx$

III- Intégration par parties

Théorème

Soit u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I, tels que u' et v' soient continues sur I.
Pour tous nombres réels a et b de I, on a :

$\int_a^b u(x)v'(x)\,dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)\,dx$

IV- Périodicité, Parité et Intégration

Propriété

• Périodicité

Si f une fonction continue sur $\mathbb{R}$, T-périodique.

Alors : $\int_a^{a+T} f(x)\,dx$ est indépendant de a quelque soit le nombre réel a.

• Parité

Soit f une fonction continue sur un intervalle $[-a;a]$:

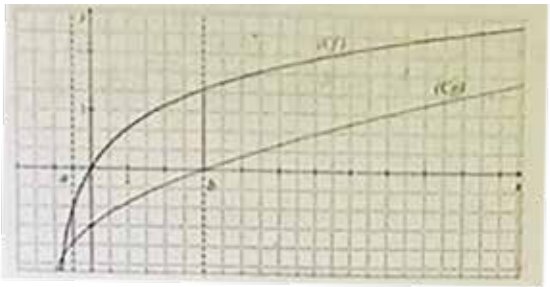
- Si f est paire, alors $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_0^a f(x)\,dx$
- Si f est impaire, alors $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$

V- Calcul d'aire

Le plan est rapporté à un repère orthogonal (O, I, J).

Propriété

Soient f et g deux fonctions continues sur un intervalle $[a;b]$ telles que $f \geq g$ sur $[a;b]$. (Cf) et (Cg) sont les courbes respectives de f et g. L'aire en u.a de la partie du plan limitée par (Cf), (Cg) et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$ est égale à $\int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$



EXERCICE CORRIGÉ 1

1) Soit $I = \int_{-1}^{1} |e^x - 1|dx$. La valeur de I est :

a) $|e-1|-\left|-\left|\frac{1}{e}-1\right|\right|$ b) $2(e-1)$

c) $e+\frac{1}{e}$ d) $e+\frac{1}{e}-2$

2) Soit $I = \int_{1}^{2} \frac{6x^2+4x}{x^3+x^2-1}dx$. La valeur de I est :

a) 2ln11 b) $-\frac{1}{11}$ c) ln11 d) $\frac{1}{2}\ln 11$

3) Soit $I = \int_{0}^{4} (|x-1|+|x-2|)dx$. La valeur de I est :

a) 6 b) 7 c) 8 d) 9

4) Soit $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\, dx$. La valeur de I est :

a) $\frac{\pi}{8}-\frac{1}{2}$ b) $\frac{\pi}{8}-\frac{1}{4}$ c) $\frac{\pi}{8}+\frac{1}{4}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{12}$

SOLUTION

1) Réponse d

$I = \int_{-1}^{1} |e^x - 1|dx = \int_{-1}^{0} (1-e^x)dx + \int_{0}^{1} (e^x - 1)dx$

$I = [x - e^x]_{-1}^{0} + [e^x - 1]_{0}^{1} = e + \frac{1}{e} - 2$

Remarque : On ne peut pas intégrer directement une fonction dont l'écriture comporte des valeurs absolues. II est indispensable de commencer par donner une écriture de la fonction sans valeur absolue en distinguant différents intervalles. L'intégrale se calcule ensuite en appliquant la relation de Chasles.

2) Réponse a

$I = \left[2\ln(x^3+x^2-1)\right]_1^2 = 2\ln 11$

3) Réponse d

On retrouve la même situation que la première question. On doit commencer par simplifier l'écriture de la fonction de manière à ne plus avoir de valeurs absolues puis appliquer la relation de Chasles.

$I = \int_{0}^{1} (-2x+3)dx + \int_{1}^{2} dx + \int_{2}^{4} (2x-3)dx = 9$

4) Réponse b

Pour tout réel x, $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$ .Par suite, $I = \left[\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$

EXERCICE 1

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
Une réponse juste apporte des points, une réponse fausse enlève des points. L'absence de réponse («Je ne sais pas») ne rapporte ni n'enlève aucun point. Une note négative est ramenée à zéro.

1	$\int_0^{\pi} \sin 3t dt = 0$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas
2	$\int_0^{\pi} (2t-1)\cos 3t dt = -\frac{4}{9}$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas
3	$\int_2^3 \ln(4t-5) dt = \frac{7\ln 7 - 3\ln 3}{4}$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas
4	$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx = \frac{8-3\sqrt{3}}{24}$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas
5	$\int_{-\ln 2}^{0} \frac{e^{-x}}{e^{-x}+3} dx = \ln 4 - \ln 5$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas

EXERCICE 2

Calculer les intégrales suivants :

1) $\int_2^1 \left(\frac{1}{t^2} - 3\right) dt$
2) $\int_4^9 \left(\frac{1}{\sqrt{t}} - \frac{1}{t}\right) dt$
3) $\int_0^4 (\sqrt{t} - 3t) dt$
4) $\int_0^{\pi} \cos(3t) dt$
5) $\int_1^e (2x \ln x + x) dx$
6) $\int_0^1 (2xe^x + x^2 e^x) dx$
7) $\int_0^{-\frac{\pi}{3}} \frac{\cos t + t \sin t}{\cos t^2} dt$
8) $\int_1^e \left(\frac{-\ln x + 1}{x^2}\right) dx$
9) $\int_2^4 \frac{2}{\sqrt{2t-1}} dt$
10) $\int_{-1}^4 \frac{1}{\sqrt{4-3t}} dt$
11) $\int_{-1}^2 \frac{t^2+1}{\sqrt{t^3+3t}} dt$
12) $\int_{-1}^4 \frac{t}{\sqrt{9-t^2}} dt$
13) $\int_0^4 3x^2 (x^3+1) dx$
14) $\int_{-2}^4 x^3 (x^4+1) dx$
15) $\int_0^1 (x+1)(x^2+2x)^3 dx$
16) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$
17) $\int_1^{-e} \frac{(\ln x)^2}{x} dx$
18) $\int_0^{\ln 2} e^x (e^x+3)^4 dx$
19) $\int_0^1 \frac{-4}{3+4x} dx$
20) $\int_{-2}^{-1} \frac{2}{1-5x} dx$
21) $\int_0^1 \frac{x+2}{x^2+4x+4}$
22) $\int_2^3 \frac{x}{1-x^2} dx$
22) $\int_{-1}^0 \frac{e^t}{1+e^t} dt$
23) $\int_{-2}^0 \frac{-3}{(3-3x^2)} dx$
24) $\int_0^4 \frac{1}{(3+4x)^3} dx$
25) $\int_{-1}^4 \frac{x^2+1}{(x^3+3x+1)^3} dx$
26) $\int_0^4 \frac{x+3}{(x^2+6x+7)^5} dx$

27) $\int_0^4 3\sqrt{3x+1}\,dx$

28) $\int_0^4 \sqrt{x+1}\,dx$

30) $\int_0^4 (x+1)\sqrt{x^2+2x}\,dx$

31) $\int_{-1}^4 x\sqrt{x^2-1}\,dx$

32) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$

33) $\int_2^4 \frac{1+x}{x^2+2x+3}\,dx$

34) $\int_0^2 x\sqrt{x^2+1}\,dx$

35) $\int_1^3 x^3\sqrt{x}\,dx$

36) $\int_0^2 e^{-3x}dx$

37) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$

38) $\int_{-1}^1 e^{3x+1}dx$

39) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$

40) $\int_2^3 \left(x^2+\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$

41) $\int_2^5 (2x-1-\frac{1}{(x+2)^2})dx$

42) $\int_0^{\pi} \cos 2x dx$

43) $\int_0^{\pi} \sin 2x dx$

44) $\int_0^3 \left(\frac{x}{2}+\frac{2}{1+x}+\frac{2}{2x+2}\right)dx$

45) $\int_{-3}^0 \frac{x+3}{(x^2+6x-1)^3}\,dx$

46) $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}\,dx$

47) $\int_0^1 (2x-5)(x^2-5x+1)\,dx$

48) $\int_3^5 \frac{1}{\sqrt{x-2}}dx$

49) $\int_{-3}^{-2} \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}dx$

50) $\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{9-x^2}}dx$

51) $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x}dx$

52) $\int_{e^{-1}}^1 \left(\frac{\ln x}{x}+\frac{\ln^2 x}{x}\right)dx$

53) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin 2x dx$

54) $\int_{-\frac{\pi}{6}}^0 \cos x dx$

55) $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} ue^{u^2+1}du$

56) $\int_0^2 u\sqrt{2u^2+1}\,du$

57) $\int_0^2 \frac{2dt}{\sqrt{4t+1}}$

58) $\int_1^2 \frac{1}{u^2}e^{\frac{1}{u}}du$

59) $\int_1^2 \frac{2x+1}{x^2+x+1}dx$

60) $\int_0^1 \frac{x+1}{2x^2+4x+5}dx$

EXERCICE 3

Calculer les intégrales suivants :

Partie A

1) $\int_0^{\pi} \cos^2 x dx$

2) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}} \sin^3 x dx$

3) $\int_{\pi}^{\frac{2\pi}{3}} (\sin^2(2x)+\sin^4 x)\,dx$

4) $\int_0^{\pi} \sin^4 x dx$

5) $\int_0^{2\pi} \sin^2 x \cos^4 x dx$

6) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin^4 x dx$

7) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 5x dx$

8) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 x dx$

9) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \cos^4 x dx$

10) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin^2(2x)\cos^2(3x)dx$

11) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$

12) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x dx$

13) $\int_0^{\pi} \sin^3 x \cos^2 x dx$

14) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$

15) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} -\sin^2 x \cos x dx$

16) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 x \cos x dx$

17) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^2 x \cos 3x dx$

18) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cos 3x dx$

Partie B

I = $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\cos^2 x\,dx$ et J = $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\sin^2 x\,dx$

1) Calculer I + J
2) Calculer I - J à l'aide d'une intégration par partie.
3) En déduire I et J.

EXERCICE 4

Calculer à l'aide d'une intégration par parties, les intégrales suivantes

a) $\int_0^1 x\sqrt{x+1}\,dx$

b) $\int_0^1 (t+1)\sqrt{3t+1}\,dt$

c) $\int_4^0 \frac{x}{\sqrt{x+1}}dx$

d) $\int_0^{\pi} x\cos 2x dx$

e) $\int_1^e \ln x dx$

f) $\int_1^e \ln(x+1)dx$

g) $\int_1^e x^3 \ln x dx$

h) $\int_0^1 (2x^2+2x)\ln(x+1)dx$

i) $\int_1^4 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$

j) $\int_1^0 (x+1)e^x dx$

k) $\int_0^4 (x+1)e^{-2x}dx$

l) $\int_{-1}^0 (3x+1)\,e^{(3x+1)}dx$

m) $\int_1^2 \ln x dx$

n) $\int_1^2 \ln(4x-1)dx$

o) $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}dx$

p) $\int_3^5 \ln\frac{x-1}{x}dx$

EXERCICE 5

Calculer à l'aide d'une intégration par parties, les intégrales suivantes

a) $\int_4^0 \frac{x^2}{\sqrt{x+1}}dx$

b) $\int_0^4 x^2\sqrt{x+1}\,dx$

c) $\int_0^{\pi} x^2\cos(2x)dx$

d) $\int_0^{-\frac{\pi}{2}} (x+1)^2\sin x dx$

e) $\int_1^e x(\ln x)^2 dx$

f) $\int_0^1 (x+1)^2 e^x dx$

g) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-2x}\sin(3x)dx$

EXERCICE 6

On considère la fonction f définie sur $]1;+\infty[$ par $f(x)=x-2+\frac{4}{(x-1)^2}$

(C) est la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), d'unité graphique 1 cm.

1) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations.

3) Démontrer que la droite (D) d'équation $y=x-2$ est asymptote à (C).

4) Tracer (C) et (D).

5) Soit ℓ un nombre réel tel que $\ell > 2$.

Exprimer en fonction de ℓ, l'aire $A(\ell)$ de la partie du plan limitée par (C), (D) et les droites d'équations respectives $x=2$ et $x=\ell$.

6) Calculer $\lim\limits_{\ell\to+\infty} A(\ell)$.

EXERCICE 7

Soit f la fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par $f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)e^{2x}+\frac{1}{2}$.

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique : 2 cm.

1) Démontrer que la droite (D) d'équation $y=\frac{1}{2}$ est asymptote à (C) en $-\infty$.

2) Calculer les limites de $f(x)$ et de $\frac{f(x)}{x}$ lorsque x tend vers $+\infty$.
Interpréter graphiquement les résultats.
3) Pour tout nombre réel x, calculer $f'(x)$.
4) Etudier les variations de f, puis dresser son tableau de variation.
5) Etudier la position de (C) par rapport à (D).
6) Construire (C) et (D).
7) Soit un nombre réel t tel que $t < 0$.
On désigne par $A(t)$ l'aire en cm2 de la partie du plan délimitée par (C), la droite d'équation $y = \frac{1}{2}$ et les droites d'équations respectives $x = t$ et $x = 0$.
a) Calculer $A(t)$ à l'aide d'une intégration par parties.
b) Calculer $\lim\limits_{t \to -\infty} A(t)$

EXERCICE 8

On considère la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}$.
1) Démontrer que : $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = 1$.
2) Etudier le sens de variation de g. Calculer $g(0)$.
Déduire des variations de g le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.
3)
a) Calculer $\int_0^x 2te^{2t}dt$ à l'aide d'une intégration par parties.
b) En déduire la primitive de la fonction g qui prend la valeur 3 en 0.
4) On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$.
(C) est la représentation graphique de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) (unité 2 cm).
a) Etudier les variations de f.
b) Démontrer que la courbe (C) admet pour asymptote en $-\infty$ la droite (D) d'équation : $y = x + 3$.
Etudier suivant les valeurs de x les positions relatives de (D) et de (C).
c) Démontrer que (C) coupe l'axe des abscisses en deux points que l'on désignera par A et B (A ayant une abscisse inférieure à celle de B).
d) Déterminer et justifier un encadrement d'amplitude 0,1 de l'abscisse de B.
5) Tracer la courbe (C) et la droite (D).
a) α est un nombre réel négatif. Exprimer en cm² l'aire $\mathcal{A}(\alpha)$ de la partie limitée par (C), (D), l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \alpha$.
b) Calculer : $\lim\limits_{\alpha \to -\infty} \mathcal{A}(\alpha)$

CHAPITRE 9

SUITES NUMÉRIQUES

I- Rappel

1- Définition

Une suite numérique est une fonction définit de : $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$ et noté Un pour désigner la suite U.

2- Mode de génération d'une suite

Une suite peut être définit soit par une formule explicite, soit par une formule de récurrence.

Suite définie par une formule explicite
C'est une suite de forme $Un = f(n)$

Exemple
Soit les suites (Un) et (Vn) suivantes : $Un = n - 2n$, $n \in \mathbb{N}$ et
$Vn = \frac{2n-3}{n}$, $n \in \mathbb{N}$
Les 4 premiers termes de (Un) sont :
$U_0 = 0^2 - 2(0) = 0$
$U_1 = 1^2 - 2(1) = -1$
$U_2 = 2^2 - 2(2) = 0$
$U_3 = 3^2 - 2(3) = 3$
Les quatre premiers termes de (Vn) sont :
$V_1 = \frac{2(1)-3}{1} = -1$
$V_2 = \frac{2(2)-3}{2} = \frac{1}{2}$
$V_3 = \frac{2(3)-3}{3} = 1$
$V_4 = \frac{2(4)-3}{4} = \frac{5}{4}$
Suite définit par une formule de récurrence
Ici on ne peut déterminer le terme si l'on ne connait son terme précédent.

Exemple
Soit (Un) la suite définie par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \frac{1}{2}Un + 2$
$U_1 = \frac{1}{2}U_0 + 2$
$U_1 = \frac{1}{2}(0) + 2$
$U_1 = 2$

3- Sens de variation d'une suite

Une suite (Un) est dite croissante si et seulement si :
$U_{n+1} - Un \geq 0$ c'est à dire $U_{n+1} \geq Un$
Une suite (Un) est dite décroissante si et seulement si :
$U_{n+1} - Un \leq 0$ c'est à dire $U_{n+1} \leq Un$
Une suite (Un) est dite constante si et seulement si :
$U_{n+1} - Un = 0$ c'est à dire $U_{n+1} = Un$

Remarque :
Si la suite (Un) est à terme positif, pour étudier son sens de variation on compare : $\frac{U_{n+1}}{Un}$ à 1.

Si $\frac{U_{n+1}}{Un}$ est strictement supérieur à 1 alors la suite est strictement croissante. Sinon elle est strictement décroissante. Par ailleurs elle est constante si $\frac{U_{n+1}}{Un} = 1$.

Bon à savoir
Si la suite (Un) est défini par une formule explicite alors la fonction f et (Un) ont le même sens de variation.
Une suite (Un) est dite monotone sil elle est croissante ou décroissante.

4- Suite majorée, minorée ou bornée
Une suite est dite minorée lorsqu'il existe un réel m tel que $Un \geq m$
Une suite est dite majorée lorsqu'il existe un réel M tel que $Un \geq M$.
Une suite croissante est minorée par son 1er terme.
Une suite décroissante est majorée par son 1er terme..

5. Représentation graphique des termes d'une suite
Soit une suite définit par : $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 2$ et $U_0 = -2$.

n	0	1	2	3
U_{n+1}	2	$5/2$	3	$7/2$

6- Suite arithmetique
a) Définition
Une suite (Un) est dite arithmétique s'il existe un réel r tel que pour tout entier naturel :
$U_{n+1} - Un = r$ ou $U_{n+1} = r + Un$
Le nombre r est appelé raison de la suite.

Exemple
Soit la suite (Vn) définit par : $Vn = 2n - 4$
Démontrons que la suite (Vn) est une suite arithmétique et déterminions son 1er terme :
$Vn = 2n - 4 \Rightarrow V_0 = 2(0) - 4 = -2$
$V_{n+1} = 2(n+1) - 4$
$V_{n+1} = 2n + 2 - 4$
$V_{n+1} = 2n - 2$
$V_{n+1} - Vn = 2n - 2 - 2n + 4$
$V_{n+1} - Vn = 2$
(Vn) est une suite arithmétique de raison $r = 2$ et de 1er terme $V_0 = -2$.

b) Expression du terme général d'une suite en fonction de n
Soit (Vn) une suite arithmétique de raison r .
Pour tout entier naturel n et pour tout entier naturel p : $Un = Up + (n-p)r$
p *est l'indice du 1er terme de la suite.*

Exemple 1
Soit (Un) une suite arithmétique de raison $r = \frac{1}{2}$ et $U_4 = 10$
$Un = U_4 + (n-4)\left(\frac{1}{2}\right)$
$Un = 10 + \frac{1}{2}n - 2$

$Un = 8 + \frac{1}{2}n$

Exemple 2
Soit (Un) une suite arithmétique tel que $U_0 = 5$ et $U_5 = -10$
$U_5 = U_0 + (5-0)r$
$U_5 = 5 + 5r$
$-10 = 5 + 5r$
$r = \frac{-15}{5} = -3$
(Un) est donc une suite arithmétique de raison -3 d'où :
$(Un) = U_0 + (n-0)(-3) = 5 - 3n$

c) Somme des termes d'une suite arithmétique
Soit S une somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique (Un)
$S = \frac{N}{2}(Up - Ud)$

N : Nombre de termes
p : Indice du premier terme
d : Indice du dernier terme
Exemple
Soit (Vn) une suite arithmétique de raison $r = -3$, $U_0 = 5$ et $U_n = 5 - 3n$
Calculons la somme S des termes de la suite (Vn)
$S = V_0 + V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + ... + Vn$
$S = \frac{n-0+1}{2}(V_0 + Vn)$
$S = \frac{n+1}{2}(5 + 5 - 3n)$
$S = \frac{n+1}{2}(10 - 3n)$
$S = \frac{10n + 10 - 3n^2 - 3n}{2}$

- Si $r > 0$, (Un) est strictement croissante
- Si $r < 0$, (Un) est strictement décroissante.
- Si $r = 0$, (Un) est constante.

7- Suite Géométrique
a) Définition

Une suite (Vn) est dite géométrique s'il existe un nombre réel $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ tel que $\frac{V_{n+1}}{Vn} = q$ c'est à dire $V_{n+1} = qVn$.

Le réel q est appelé raison de la suite (Vn).

Exemple
Soit (Vn) une suite définit par $Vn = -4 \times (3)^n$
Démontrons que (Vn) est géométrique :
$Vn = -4 \times (3)^n$
$\Longrightarrow V_{n+1} = -4 \times (3)^{n+1} = -4 \times (3)^n \times 3$
$\Longrightarrow V_{n+1} = 3 \times Vn$
Donc Vn est une suite géométrique de raison 3.

b) Expression du terme général en fonction de n

Soit (Vn) une suite géométrique de raison q. Pour tout entier naturel n et p.

On a : $Vn = Vp \times q^{n-p}$

p est l'indice du 1er terme de la suite

Exemple 1

Soit (Vn) une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ et $V_0 = -2$

Exprimons Vn en fonction de n et calculons V_4

$Vn = -2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-0}$

$Vn = -2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n}$

Ainsi $V_4 = -2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{4} \Longrightarrow V_4 = -\frac{1}{8}$

Exemple 2

Soit (Vn) une suite géométrique tel que $V_1 = -6$ et $V_4 = 48$

Déterminons q

$V_4 = -6 \times q^{4-1}$

$V_4 = -6 \times q^{3}$

$48 = 6 \times q^{3}$

$q^{3} = -8$

$q = \sqrt[3]{(-8)}$

$q = -2$

c) Somme de termes consécutifs

Soit (Vn) une suite géométrique de raison q, la somme S de ses termes consécutifs est : $S = Vp \times \left(\frac{1-q^{N}}{1-q}\right)$

Vp : 1er terme de la suite et N : le nombre de termes

Exemple

Soit (Vn) une suite géométrique de raison $q = 3$ et $V_5 = 10$

Calculons V_1 et déterminons S.

$V_5 = V_1 \times 3^{5-1}$

$V_5 = V_1 \times 3^{4}$

$10 = V_1 \times 81$

$V_1 = \frac{10}{81}$

Ainsi nous avons :

$$S_n = \frac{10}{81} \times \left(\frac{1-3^{n-1}}{1-3}\right)$$

$$= \frac{10}{81}\left(\frac{1-3^{n} \times 3^{-1}}{-2}\right)$$

$$= \frac{10}{81}\left(\frac{1-3^{n}}{-6}\right)$$

$$= \left(\frac{30-10 \times 3^{n}}{-486}\right)$$

$$S_n = \frac{-5}{81} + \frac{10 \times 3^{n}}{486}$$

II- Limite d'une suite

Déterminer la limite d'une suite revient à déterminer la limite de son expression général quand :

1- Suite convergent, suite divergente

Une suite convergente est une suite qui admet une limite finie.

Une suite divergente est une suite qui n'est pas convergente. Dans ce cas elle admet une limite infinie ou n'admet pas de limite.

Propriété

Toute suite croissante et majorée est convergente.

Toute suite décroissante et minorée est convergente.

Remarque :

Si Un est une suite définit par une formule explicite, f étant une fonction numérique de $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, alors la fonction f et la suite numérique ont la même limite.

Si Un est définit par une formule de récurrence telle que : $U_{n+1} = g(Un)$.

g étant une fonction $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, et que Un est convergente alors sa limite l est une solution de l'équation : $g(l) = l, l \in \mathbb{R}$

Propriété fondamentale

Remarque :

Les propriétés permettant l'étude des limites des fonctions de $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ restent valables pour les suites numériques et $l \in \mathbb{R}$.

- Si $Un < Vn$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} Un = +\infty$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} Vn = +\infty$
- Si $Un > Vn$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} Un = -\infty$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} Vn = -\infty$
- Si $Vn \leq Un \leq Wn$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} Vn = \lim\limits_{n\to+\infty} Wn = l$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} Un = l$
- Si Un et Vn convergent telle que $Un \leq Vn$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} Un \leq \lim\limits_{x\to+\infty} Vn$

Remarque :

- Si $q \leq -1$ alors q^n n'admet pas de limite quand n tend vers l'infini.
- Si $-1 < q < 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$ donc la suite est convergente.
- Si $q \geq 1$ alors la suite est divergente.

2- Démonstration par récurrence

Soit $P(n)$ une proposition liée à un entier naturel n.

Démontrer par récurrence revient à :

- Vérifier que la proposition $P(n)$ est vrai à l'ordre zéro
- Supposer que $P(n)$ est vrai et démontrer que $P(n+1)$ est vrai.

EXERCICE CORRIGÉ 1

On définit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3 \end{cases}$ $(n \in \mathbb{N})$

Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n :
1) $u_n < 6$
2) $u_n = 6 - \frac{8}{2^n}$

SOLUTION

1) Soit P_n la propriété définie par " $u_n < 6$ "
Par hypothèse, $u_0 = -2$ donc $u_0 < 6$ et P_0 est vraie.
Supposons que P_k est vraie au rang $k \geq 0$.
Alors $u_k < 6 \Rightarrow \frac{1}{2}u_k < 3 \Rightarrow \frac{1}{2}u_k + 3 < 6$

donc P_{k+1} est vraie.
On en déduit, d'après le principe de récurrence, que P_n est vraie pour tout entier n.
Donc pour tout entier n, $u_n < 6$

2) Soit Q_n la propriété définie par : $u_n = 6 - \frac{8}{2^n}$

Comme $6 - \frac{8}{2^0} = -2 = u_0$

alors Q_0 est vraie.
Supposons que Q_n est vraie au rang $k \geq 0$.

Alors $u_k = 6 - \frac{8}{2^k} \Rightarrow \frac{1}{2}u_k = 3 - \frac{8}{2^{k+1}} \Rightarrow \frac{1}{2}u_k + 3 = 6 - \frac{8}{2^{k+1}}$

Donc Q_{k+1} est vraie.

On a donc démontré par récurrence que, pour tout entier n, $u_n = 6 - \frac{8}{2^n}$

EXERCICE CORRIGÉ 2

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n - 2}{2u_n - 1} \end{cases}$ $(n \in \mathbb{N})$

1) **a)** Calculer u_1, u_2 et u_3.

(b) Démontrer que $u_{n+1} = 1 + \dfrac{u_n - 1}{2u_n - 1}$.

(c) En déduire par récurrence qu'on a toujours $u_n > 1 > \dfrac{1}{2}$ et donc que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est bien définie pour tout n.

2) Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$.

(a) Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique.

(b) Écrire v_n puis u_n en fonction de n.

SOLUTION

1) **(a)**

$$u_1 = \frac{4}{3} \quad u_2 = \frac{6}{5} \quad u_3 = \frac{8}{7}$$

(b) Pour tout entier naturel n, on a

$$1 + \frac{u_n - 1}{2u_n - 1} = \frac{(2u_n - 1) + (u_n - 1)}{2u_n - 1} = \frac{3u_n - 2}{2u_n - 1} = u_{n+1}$$

(c) Soit $\mathcal{P}_n$ la propriété définie par « $u_n > 1$ ».

Par hypothèse, $u_0 = 2$ donc $u_0 > 1$. Il en résulte que $\mathcal{P}_0$ est vraie.

Supposons que $\mathcal{P}_k$ est vraie au rang $k \geq 0$.

Alors

$$2u_k - 1 > 0 \quad \text{et} \quad u_k - 1 > 0$$

d'où

$$\frac{u_k - 1}{2u_k - 1} > 0$$

et donc :

$$u_{k+1} = 1 + \frac{u_k - 1}{2u_k - 1} > 1.$$

Alors $\mathcal{P}_{k+1}$ est vraie.

Donc, pour tout entier naturel n, $\mathcal{P}_n$ est vraie.

Alors, pour tout entier naturel n, $u_n > 1 > \dfrac{1}{2}$.

Comme, pour tout entier naturel n, $u_n > \dfrac{1}{2}$, il en résulte que $2u_n - 1$ est non nul et la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est donc bien définie pour tout n.

2) **(a)** Remarquons d'abord que, d'après la question précédente, pour tout n, $u_n \neq 1$; la suite (v_n) est donc bien définie.

Pour tout entier naturel n on a :

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1} - 1} = \frac{1}{\dfrac{3u_n - 2}{2u_n - 1} - 1} = \frac{2u_n - 1}{3u_n - 2 - (2u_n - 1)}$$

$$= \frac{2u_n - 1}{u_n - 1}$$
$$= \frac{2(u_n - 1) + 1}{u_n - 1}$$
$$= 2 + \frac{1}{u_n - 1}$$
$$= 2 + v_n$$

La suite (v_n) est donc une suite arithmétique de raison 2.

(b) On calcule $v_0 = \dfrac{1}{2-1} = 1$. Alors pour tout entier naturel n :

$$v_n = 1 + 2n.$$
$$u_n = \frac{1 + v_n}{v_n} = \frac{2n+2}{2n+1}.$$

ATTENTION

Avant de travailler sur une suite, il faut toujours s'assurer (même si l'énoncé ne le précise pas) qu'elle est bien définie. Dans cet exercice, il est nécessaire, pour que la suite (u_n) soit bien définie, que tous les termes de la suite soient différents de $\frac{1}{2}$. En général, une telle propriété se prouve en minorant ou en majorant les termes de la suite et se démontre par récurrence.

EXERCICE 1

Soient (u_n) et (v_n) des suites numériques définies sur $\mathbb{N}$. Parmi les propositions suivantes, quelles sont celles qui sont exactes ?

1) Si $u_0 = 3$ et $\frac{u_2}{u_1} = 0,5$ alors la suite (u_n) converge vers 0.

2) Si (u_n) est une suite arithmétique de raison 0,5, alors elle converge vers 0.

3) Si (u_n) est une suite géométrique de raison 3, alors elle diverge vers $+\infty$.

4) Si (u_n) est une suite géométrique de raison -3, alors elle n'a pas de limite en $+\infty$.

5) Si (u_n) est une suite géométrique de raison -2, et (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$, alors la suite de terme général $u_n \times v_n$ converge.

EXERCICE 2

On considère la suite définie par récurrence sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = -2$ entier naturel n, $u_{n+1} = 2u_n + 1$

Pour chaque question, désigner la bonne réponse

1) La suite (u_n) est :

a) arithmétique b) géométrique c) aucun des deux

2) On peut définir une suite géométrique (v_n) par la relation :

a) $v_n = u_n - 1$ b) $v_n = 2u_n + 2$ c) $v_n = 2u_n$

3 La suite (u_n)

a) converge vers 2 b) admet $+\infty$ comme limite; c)admet $-\infty$ comme limite.

4 La suite (w_n) est définie par la même relation de récurrence que (u_n) c'est-à-dire $w_{n+1} = 2w + 1$, mais son terme initial vaut -1. Alors la suite (w_n)

a) converge vers 0 b) converge vers -1 c) n'est pas convergente

EXERCICE 3

On considère la suite numérique u définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N} \sqsubset u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n} \end{cases}$.

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x+3}{x}$ et dont la représentation graphique (C) est donnée en annexe.

a. Représenter sur l'axe (OI) les termes u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4 de la suite u à l'aide de la courbe (C) et de la droite (D) d'équation $y = x$.

b. Que peut-on conjecturer quant à la convergence de la suite u ?

2.
a. Démontrer que $f([1;5]\subset[1;5]$.
b. En déduire au moyen d'un raisonnement par récurrence que : $\forall n\in\mathbb{N}, 1\leq u_n\leq 5$.

3. Soit v la suite numérique définie par : $\forall n\in\mathbb{N}, v_n=\frac{u_n-3}{u_n+1}$.

a. Démontrer que v est une suite géométrique de raison $-\frac{1}{3}$.
b. En déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}, v_n=(-1)^{n+1}(\frac{1}{3^n})$.

4.
a. Exprimer u_n en fonction de v puis en fonction de n.
b. En déduire la limite de la suite u.

EXERCICE 4

Soit a un nombre réel donné. On considère les suites (U) et (V) définies respectivement par :

- $U_0=3, U_1=5$ et $\forall n\in\mathbb{N}, U_{n+2}=\frac{1}{2}(a+1)^2\,U_{n+1}+(a-2)U_n$
- $\forall n\in\mathbb{N}, V_n=U_{n+1}-U_n$

1. On pose : $a=1$.
a. Démontrer que la suite (V) est constante et donner sa valeur.
b. En déduire que (U) est une suite arithmétique dont la raison est égale à 2.
c. On pose : $S_n=U_0+U_1+...+U_n$. Exprimer U_n puis S_n en fonction de n.

2. On pose : $a=-5$.
a. Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont la raison est égale à 7.

b. Exprimer V_n en fonction de n.
c. Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, exprimer en fonction de n la somme T_n où $T_n=V_0+V_1+...+V_{n-1}$.
d. Exprimer U_n en fonction de T_n.
e. En déduire que la suite (U) est divergente.

EXERCICE 5

On considère les suites (U_n) et (V_n) définies par : $U_0=4$ et $V_0=9$ et pour tout entier naturel n : $U_{n+1}=\frac{2U_nV_n}{U_n+V_n}$ et $V_{n+1}=\frac{1}{2}(U_n+V_n)$.

1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $U_n>0$ et $V_n>0$.
2.
a. Démontrer que : $\forall n\in\mathbb{N}, V_{n+1}-U_{n+1}=\frac{(V_n-U_n)^2}{2(U_n+V_n)}$.

b. En déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}, U_n\leq V_n$ et que :

$V_{n+1} - U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(V_n - U_n)$

c. En déduire que : $\forall n \in \mathbb{N}, V_n - U_n \leq \frac{5}{2^n}$.

3.

a. Démontrer que la suite (U_n) est croissante et que la suite (V_n) est décroissante.

b. En déduire que les suites (U_n) et (V_n) convergent.

c. Démontrer que les suites (U_n) et (V_n) ont la même limite ℓ.

4.

a. Démontrer que pour tout entier naturel n, $U_{n+1}.V_{n+1} = U_n.V_n$

b. En déduire la valeur exacte de ℓ.

EXERCICE 6

Soit la suite définie $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{3}{5}U_n + 1 \end{cases}$.

1. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J), représenter sur l'axe des abscisses les termes $U_0; U_1; U_2$ et U_3 de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ (Unité :2cm).

2.

a. Démontrer par récurrence que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée par $\frac{5}{2}$.

b. Démontrer que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.

3. Soit la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, V_n = U_n - \frac{5}{2}$.

a. Démontrer que la $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Exprimer V_n puis U_n en fonction n.

c. Déterminer la limite de $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

EXERCICE 7

On considère la suite numérique (V_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $V_n = \frac{n^2+2n}{(n+1)^2}$

1.

a. Démontrer que la suite (V_n) est convergente après avoir déterminer sa limite.

b. Démonter que la suite (V_n) est croissante.

c. Démontre que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{3}{4} \leq V_n < 1$.

2. On pose pour tout entier naturel non nul $n, a_n = V_1 \times V_2 \times ... \times V_n$.

a. Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on a : $a_n = \frac{n+2}{2(n+1)}$.

b. En déduire la limite de la suite (a_n).

3. On pose pour tout entier naturel $n, b_n = \ln(V_1) + \ln(V_1) + ... + \ln(V_n)$.

a. Démontrer que (b_n) est une suite à termes négatifs.

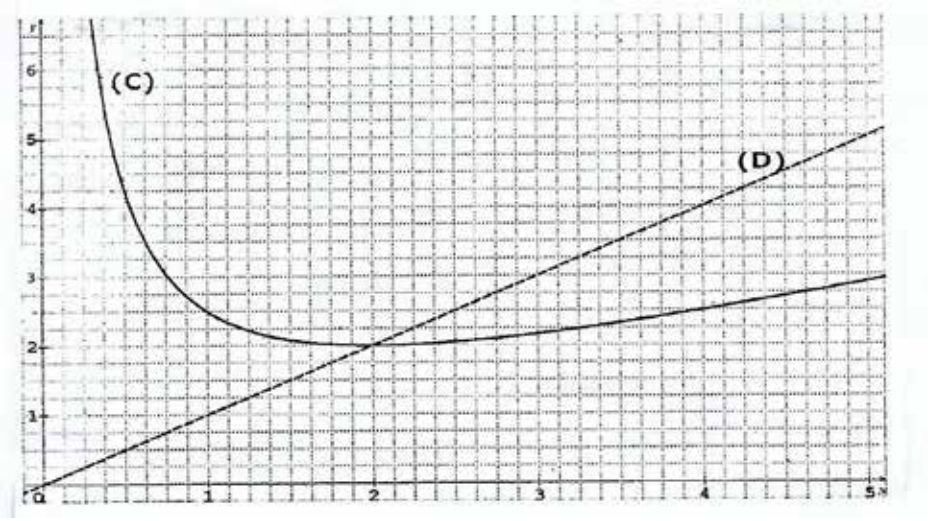
b. Calculer la limite de la suite (b_n).

EXERCICE 8

On considère la suite numérique U définie sur $\mathbb{N}^*$ par :

$$\begin{cases} U_1 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}\left(U_n + \frac{4}{U_n}\right) \end{cases}.$$

1. On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{4}{x}\right)$.
On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J) où les unités respectives sur (OI) et (OJ) sont 4 cm et 2 cm.
La courbe (C) et la droite (D) d'équation $y = x$ sont tracées sur la feuille annexe à rendre avec la copie.
a. Représenter sur l'axe des abscisses (OI) les termes U_1, U_2 et U_3 de la suite U en utilisant la courbe (C) et la droite (D).
b. Quelle conjecture peut-on faire quant à la convergence de la suite U ?
2. On admet que f est continue et strictement croissante en $[2;3]$.
a. Démontrer que $f([2;3]) \subset [2;3]$.
b. En utilisant un raisonnement par récurrence, démontrer que pour tout entier $n > 1, 2 \leq U_n \leq 3$.
3.
a. Démontrer que la suite U est décroissante.
b. En déduire que la suite U est convergente.
4. On considère la suite V définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 2}$.
a. Démontrer que tout entier $n \geq 1, V_{n+1} = (V_n)^2$.
b. Démontrer par récurrence que pour tout entier $n \geq 1,\ V_n = (V_1)^{2^{n-1}}$.
c. Calculer V_1 puis exprimer V_n en fonction de n.
d. Exprimer U_n en fonction n.
e. Démontrer que $\lim V = 0$. En déduire la limite de U.



ANNEXE

EXERCICE 9

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est 2 cm.

1. Déterminer les valeurs exactes de U_1 et U_2.

2. Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ et de représentation graphique (D).

a. Tracer (D) et la droite (Δ) d'équation $y = x$.

b. Placer U_0 sur l'axe (OI).

c. A l'aide de (D) et (Δ), placer les termes U_1, U_2 et U_3 de la suite (U) sur l'axe (OI).

3.

a. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n, U_n \leq 4$.

b. Démontrer que la suite (U) est croissante.

c. Démontrer que la suite (U) est convergente.

4. On considère la suite (V) définie par $V_n = U_n - 4$, pour tout nombre entier naturel n.

Démontrer que la suite (V) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

5. On pose, pour tout entier naturel n.

$T_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ la somme des $n+1$ premiers termes de la suite (V).

$S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$ la somme des $n+1$ premiers termes de la suite (U).

a. Déterminer une expression de T_n en fonction de n.

b. Justifier que : $S_n = 2(\sqrt{2} - 4)(1 - \frac{1}{2^{n+1}}) + 4(n+1)$.

c. Déterminer la limite de S_n.

EXERCICE 10

1. On considère la fonction h dérivable et définie sur l'intervalle $[0;1]$ par : $h(x) = 2x - x^2$.

a. Démontrer que h est strictement croissante sur l'intervalle $[0;1]$.

b. En déduire que l'image de l'intervalle $[0;1]$ par h est l'intervalle $[0;1]$.

2. Soit U la suite définie par : $U_0 = \frac{3}{7}$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ U_{n+1} = h(U_n)$.

a. Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N},\ 0 < U_n < 1$.

b. Démontrer que la suite U est croissante.

c. Justifier que la suite U est convergente.

3. On considère la suite V définie par : $\forall n \in \mathbb{N},\ V_n = \ln(1 - U_n)$

a. Démontrer que V est une suite géométrique de raison 2.

b. Exprimer V_n en fonction de n.

c. Calculer la limite de la suite V.

d. En déduire la limite de la suite U.

EXERCICE 11

On définit deux suites u et v par $u_0 = 1$ $v_0 = 1$ et pour tout entier naturel n :

$u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 2v_n)$ et $v_{n+1} = \frac{1}{4}(u_n + 3v_n)$

1. On appelle w la suite définie pour tout entier naturel n par $w_n = v_n - u_n$.

a) Démontrer que w est une suite géométrique à termes positifs, dont on précisera la raison.

b) Déterminer la limite de la suite w.

2.
a) Démontrer que la suite u est croissante.
b) Démontrer que la suite v est décroissante
3. Démontrer que les deux suites u et v convergent et ont la même limite que l'on appellera ℓ
4. On appelle t la suite définie pour tout entier naturel n par:
$t_n = 8v_n + 3u_n$
a) Démonter que t est une suite constante.
Déterminer cette constante
b) Déterminer alors la valeur de ℓ.

EXERCICE 12

Soit la suite U définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 2}{u_n + 4}, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. Soit f la fonction définie sur [0 , 1] par f(x) = $\dfrac{3x+2}{x+4}$
a) Étudier le sens de variation de f
b) Démontrer par récurrence que: $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \in [0;1]$
c) Donner dans un repère orthonormé (O, I, J), d'unité 4 cm une représentation graphique de la fonction f
d) Utiliser cette représentation graphique et la droite (D) d'équation $y = x$ pour placer u_0, u_1, et u_3 sur l'axe des abscisses
D'après le graphique, quelle conjecture peut-on sur le sens de variation de la suite U et limite ?
2. Démontrer que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.
3. Soit la suite V définie sur $\mathbb{N}$ par v_n = $\dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$
a)Démontrer que V est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
b) Calculer u_n en fonction de n.
c) Retrouver la limite de la suite (u_n).

EXERCICE 13

On considère les suites (U_n) et (V_n) définies par U_0 = 3 et pour tout entier naturel n:
$U_{n+1} = \dfrac{U_n + V_n}{2}$ et $V_n = \dfrac{7}{U_n}$
1. Démontrer par récurrence que pour tout entier n, $U_n > 0$ et $V_n > 0$.
2.
a) Démontrer que: $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} - V_{n+1} = \dfrac{(U_n - V_n)^2}{2(U_n + V_n)}$
b) En déduire que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_n \geq V_n$ et que
$U_{n+1} - V_{n+1} \leq \dfrac{1}{2}(U_n - V_n)$
En déduire que: $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_n - V_n = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{2^{n-1}}$
3.
a) Démontrer que la suite (U_n) est décroissante et que la suite (V_n) est croissante.
b) En déduire que les suites (U_n) et (V_n) sont convergentes.
c) Démontrer que les suites (U_n) et (V_n) ont la même limite
4.
a) démontrer que pour tout entier naturel n, $V_n, U_n = 7$.
b) En déduire la valeur exacte de la limite de la suite U.

EXERCICE 14

Soit (u_n) la suite définie par son premier terme $u_0 > 0$ et la relation:

$\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{3}{u_n}\right)$.

1. Démontrer par récurrence que:

$\forall n \in \mathbb{N},\ u_0 > 0$.

2. Pour quelle valeur de u_0 la suite (u_n) est- elle constante?

3. On pose $u_n = 1$.

a) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}$:

i) $u_{n+1} - \sqrt{3} = \frac{1}{2u_n}(u_n - \sqrt{3})^2$

ii) $u_{n+1} + \sqrt{3} = \frac{1}{2u_n}(u_n + \sqrt{3})^2$

b) Démontrer que la suite (u_n) est décroissante.

c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.

4. On pose: $\forall n \in \mathbb{N},\ v_n = \frac{u_n - \sqrt{3}}{u_n + \sqrt{3}}$

a) Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N},\ v_{n+1} = v_n^2$

b) Démontrer par récurrence que: $v_n = (v_0)^{2^n}$

c) Calculer la limite de la suite (v_n) et retrouver la limite de la suite (u_n).

EXERCICE 15

Au cours d'une journée porte ouverte à la compagnie ivoirienne d'électricité (CIE), vous recevez l'information selon laquelle pour un particulier et sous certaines conditions, le prix d'un kilowattheure (kWh) était de 74 F CFA TTC au 1er Janvier 2015. On prévoit une augmentation du prix du kWh de 3% par an jusqu'en 2050.

L'une d'entre vous affirme qu'en 2039 le prix du kWh aura au moins doublé par rapport à celui de l'année 2015.

A l'aide d'une production augmentée, dis si votre ami a raison.

EXERCICE 16

Monsieur Koudou, fondateur d'un établissement secondaire a recruté des enseignants. Il leur propose un salaire annuel de 750 000 FCFA.

Après quelques mois de travail, une grève des enseignants pour la revalorisation de leur salaire amène le fondateur à faire deux propositions de contrats au choix afin de relever les salaires.

Le premier contrat stipule que les enseignants auront chaque année une augmentation de 4% du salaire de l'année précédente. Le deuxième contrat consiste à faire chaque année une augmentation forfaitaire de 30 000 FCFA.

Monsieur Yao, professeur d'Anglais veut s'engager pour 9 ans mais il hésite quant au choix du contrat. Il te sollicite.

Détermine le contrat le plus avantageux pour Monsieur Yao.

CHAPITRE

10

ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE

I. Équations différentielles du type y'+ my = 0 (m $\in \mathbb{R}$)

Propriétés

Les solutions sur $\mathbb{R}$, de l'équation différentielle y' + my = 0 (m $\in \mathbb{R}$) sont les fonctions :
x $\quad ke^{-mx}$ (k $\in \mathbb{R}$)

II. Équations différentielles du type y'' + my = 0 (m $\in \mathbb{R}$)

Propriétés

Équation de référence (ω réel non nul)	Solution de l'équation différentielle (A, B nombres réels quelconques)
$y'' = 0$	x $\quad Ax+B$
$y'' - \omega^2 y = 0$	x $\quad Ae^{\omega x} + Be^{-\omega x}$
$y'' + \omega^2 y = 0$	x $\quad A\cos(\omega x)+B\sin(\omega x)$

EXERCICE CORRIGÉ

Soit r la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $r(x) = xe^{-x}$.
On considère l'équation différentielle $(E): y' + y = r$

Soit g la fonction dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{2}x^2e^{-x}$
1-Démontrer que g est une solution de l'équation (E).
2-Soit l'équation différentielle $(F): y' + y = 0$.
a) Démontrer qu'une fonction φ est solution de (E) si et seulement si $\varphi - g$ est une solution de (F).
b) Résoudre 1'équation différentielle (F).
c) En déduire la solution φ de (E) qui vérifie $\varphi(0) = -\frac{3}{2}$

SOLUTION

1. Démontrons que g est une solution de l'équation (E)
$g(x) = \frac{1}{2}x^2e^{-x} \Rightarrow g'(x) = xe^{-x} - \frac{1}{2}x^2e^{-x}$

$g'(x) + g(x) = xe^{-x} - \frac{1}{2}x^2e^{-x} + \frac{1}{2}x^2e^{-x} = xe^{-x} = r(x)$
donc $g' + g = r \Rightarrow g$ est une solution de (E).

2. $(F): y' + y = 0$
a) Démontrons qu'une fonction φ est une solution de (E) si et seulement si $\varphi - g$ est une solution de (F)
- Supposons que φ est une solution de (E) alors on a : $\varphi' + \varphi = r \quad (1)$ et puisque g est une solution de (E) alors on a encore $g' + g = r \quad (2)$.
Si on fait la différence des équations (1) et (2) on obtient : $\varphi' + \varphi - (g' + g) = 0$ donc $\varphi' - g' + \varphi - g = 0$ d'où $\varphi - g$ est une solution de (F)
- Supposons que $\varphi - g$ est une solution de (F) et démontrons que φ est une solution de (E).
$\varphi - g$ est une solution de (F) donc on a :
$(\varphi - g)' + \varphi - g = 0$
$\varphi' - g' + \varphi - g = 0$
$\varphi' + \varphi - (g' + g) = 0 \quad or \quad g$ est une solution de (E)

donc $g' + g = r$ d'où $\varphi' + \varphi - r = 0$ ainsi $\varphi' + \varphi = r$ et φ est une solution de (E).
b) Résoudre 1'équation différentielle (F).
$y' + y = 0$ alors une solution de (F) est de la forme : $y = ke^{-x}$ où k est un réel d'où l'ensemble des solutions de (F) est $S = \{x \mapsto ke^{-x}; k \in \mathbb{R}\}$.

c) Déduisons de la question précédente la solution φ de (E) qui vérifie $\varphi(0) = -\frac{3}{2}$.
φ est une solution de (E) équivaut à $\varphi - g$ est une solution de (F) donc on a : $(\varphi - g)(x) = ke^{-x}$.
$\varphi(x) = g(x) + ke^{-x}$ or $\varphi(0) = -\frac{3}{2}$ donc $-\frac{3}{2} = g(0) + k$
d'où $k = -\frac{3}{2}$ car g(0) = 0 donc $\varphi(x) = \frac{1}{2}x^2e^{-x} - \frac{3}{2}e^{-x}$

EXERCICE 1

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations différentielles suivantes :

a) $2y' + y = 0$

b) $y' = -\frac{1}{2}y$

c) $2y' - \sqrt{2}\,y = 0$

d) $y' - 4y = 0$

e) $5y' + 4y = 0$

f) $y' = 3y$

EXERCICE 2

Résoudre sur $\mathbb{R}$ chacune des équations différentielles suivantes et déterminer la solution vérifiant la condition initiale donnée

a) $y' + 2y = 0$ et $y(0) = 1$

b) $7y' + 4y = 0$ et $y(7) = e^7$

c) $y' - 5y = 0$ et $y(2) = 7$

d) $y' - \pi y = 0$ et $\ln(y(2)) = \pi$

e) $2y' - 3y = 0$ et $y(2) = e$

f) $y' + \sqrt{2}\,y = 0$ et $y'(0) = 1$

EXERCICE 4

On considère l'équation différentielle (E): $y' + 2y = e^{-2x}$

1) Vérifier que la fonction g: $x \mapsto (x+1)e^{-2x}$ est solution de (E).

2)

a) Démontrer qu'une fonction $f+g$ est solution de (E) si et seulement si f est solution de l'équation différentielle $y' + 2y = 0$.

b) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E'): $y' + 2y = 0$.

c) En déduire les solutions sur $\mathbb{R}$ de (E).

d) Déterminer la solution h de (E) qui vérifie $h(\ln 2) = 1$.

EXERCICE 5

Soit l'équation différentielle (E): $y' + 3y = 2e^{-x}$.

1) Déterminer le nombre réel a pour que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = ae^{-x}$ soit solution de (E).

2) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E'): $y' + 3y = 0$.

3) Démontrer qu'une fonction f est solution de l'équation différentielle (E) si et seulement si la fonction $f - g$ est solution de l'équation différentielle (E').

4) En déduire les solutions sur $\mathbb{R}$ de (E).

EXERCICE 6

Au début de la croissance de certaines espèces végétales (telles que le coton, le maïs), on estime que le poids de la plante varie proportionnellement à lui-même. Pour une espèce donnée de coton, le poids P (en g par jour) varie en fonction du temps t (en jours) selon l'équateur P'(t) = 0,18 P(t).
Sachant que le poids de la plante après un jour est 2 g, quel est son poids après 30 jours.

EXERCICE 7

Partie A

On considère sur $\mathbb{R}$, l'équation différentielle (E): $f'(x) - 2\ f(x) = xe^x$.

1) Démontrer que la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par : $u(x) = -(x+1)e^x$ est solution de (E).

2) Résoudre sur $\mathbb{R}$, l'équation différentielle (E'): $f'(x) - 2f(x) = 0$.

3) Démontrer qu'une fonction v est solution de (E) si et seulement si $v - u$ est solution de l'équation différentielle (E').

4) En déduire que les solutions de (E) sont les fonctions f_k définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f_k(x) = ke^{2x} - (x+1)\ e^x$ avec k un nombre réel quelconque.

5) En déduire la solution de (E) qui s'annule en 0.

Partie B

Soit g la fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $g(x) = -x - 2 + 2e^x$.

1) Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

2) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.

3)

a) Calculer $g(0)$.

b) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]-\infty; -\ln 2[$.

c) Justifier que : -1,6 < α <-1,5.

4) Justifier que :

$\forall x \in]-\infty; \alpha[\cup]0; +\infty[,\ g(x) > 0$

$\forall x \in]\alpha; 0[,\ g(x) < 0$

Partie C

Soit f la fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$.

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité : 2 cm.

1) Calculer la limite de f en $-\infty$

Interpréter graphiquement le résultat.

2) Calculer les limites de $f(x)$ et de $\dfrac{f(x)}{x}$ lorsque x tend vers $+\infty$.

Interpréter graphiquement les résultats.

3)

a) Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = e^x g(x)$.

b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

4)

a) Démontrer que : $f(\alpha) = -\dfrac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}$

b) En déduire un encadrement de $f(\alpha)$.

5) Tracer (C).

6) Soit un nombre réel t tel que $t < 0$.

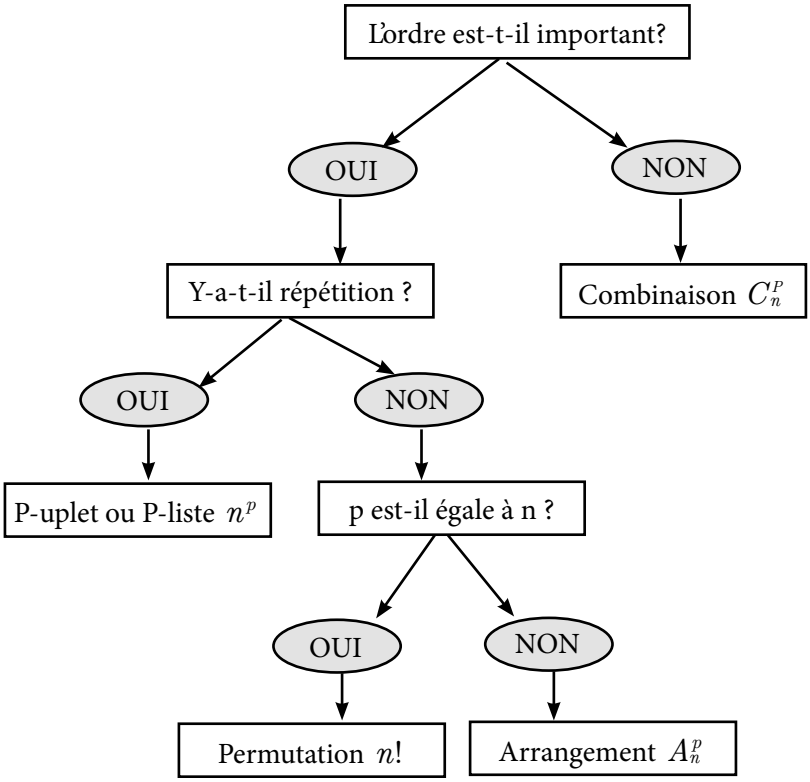
a) Calculer à l'aide d'une intégration par parties, l'aire $A(t)$ en cm2 de la partie du plan limitée par (C), (OI) et les droites d'équations respectives $x = t$ et $x = 0$.

b) Calculer la limite de $A(t)$ lorsque t tend vers $-\infty$.

PROBABILITÉ

Rappel de cours

Dénombrer: C'est compter, c'est déterminer le nombre.



Calcul de probabilité

Soit P une probabilité sur Ω et soient A et B deux événements de Ω,

- $P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(B)}$; $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$
- Card $(A \cup B)$ = Card (A) + Card (B) - Card $(A \cap B)$
  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- $P(A) + P(\overline{A}) = 1$ $\quad P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.
- $P(\varnothing) = 0$. La somme des probabilités des évènements élémentaires est égale à 1.

Évènement indépendants

Deux évènements A et B sont dits indépendants si et seulement si.

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$P_B(A) = P(A)$

$P_A(B) = P(B)$

$A \cap B$ est l'évènement appartenant à A et B.

$A \cup B$ est l'évènement appartenant à A ou B.

Évènements incompatibles

A et B sont incompatibles si $A \cap B = \varnothing$.

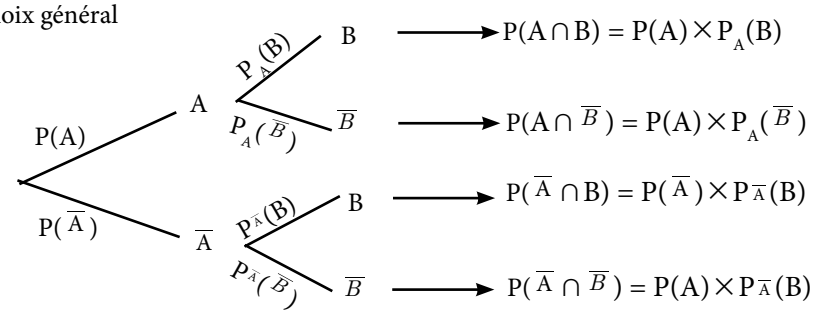
Évènement contraires

A et B sont contraires si $A \cap B = \varnothing$ et $A \cup B = \Omega$.
Si $\overline{A}$ est l'évènement contraire de A alors :
$P(A) + P(\overline{A}) = 1$

Au contraire de au moins P éléments et au plus P - 1.

Probabilité conditionnelle

Arbre de choix général



$$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)$$

Variable aléatoire

On appelle variable aléatoire toutes applications.

$$X : \begin{matrix} \Omega & \mathbb{R} \\ \Omega & X(\Omega) \end{matrix}$$

- X étant une variable aléatoire considérons $X(\Omega) = \{ x_1; x_2; ...; x_n \}$ l'ensemble des valeurs possibles de X.
$X(\Omega)$: l'univers image de Ω par X.
La probabilité que X prenne la valeur xi, est notée P(X=xi)

Il est commode de représenter une loi de probabilité par un tableau du type:

xi	x1	x2	...	xn
P(X=xi)	P1	P2	...	Pn

P1 + P2 + ... + Pn = 1

Espérance mathématique d'une variable aléatoire.

$E(X) = \sum_{i=1}^{i=n} xi \,.P(X=xi)$

Interprétation
L'espérance mathématique représente l'espoir de gain.
Si E(X) < 0 défavorable aux joueurs ou désavantageux pour le joueur.
Si E(X) = 0 le jeu est équitable
Si E(X) > 0 favorable aux joueurs ou avantageux pour le joueur.

Variance

$V(X) = [\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 \,.P(X=xi)] - [E(X)]^2$
V(X) > 0

Ecart-type

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

Fonction de répartition

Une fonction de répartition notée F est une fonction définie de $\mathbb{R}$ [0;1]

$F(t) = P(X \leqslant t)$

F est une fonction croissante et en escalier.

Loi binomiale

• Une épreuve de Bernoulli est une expérience aléatoire ne conduisant qui a deux éventualité: l'une est appelée succès notée S et l'autre échec notée $\overline{S}$

• Un schéma de Bernoulli est une expérience aléatoire qui consiste à répéter n fois de suite ($n \geqslant 2$) une même épreuve de Bernoulli.

• La probabilité du succès est $p = P(S)$ et la probabilité de l'échec est $q = P(\overline{S})$

On a $p + q = 1$.

• Loi Binomiale

On répété une épreuve n fois et on désir avoir k succès.

$P(X=k) = C_n^1 \times p^k \times q^{n-k}$

NB : Si on répète n fois une épreuve de Bernoulli, la probabilité d'avoir au moins une fois le succès est $P_n = 1 - q^n$

• Espérance mathématique, variance et écart-type.

$E(X) = n.p$; $V(X) = n.p.q$; $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

EXERCICE CORRIGÉ

Une population d'élèves comportant 40% de bacheliers a subi un test de recrutement en première année de grande école.
Ce test a donné les résultats suivants :

75% des bacheliers sont admis
52% des non bacheliers sont admis

Partie A
On choisit au hasard un élève de la population. On note :
B l'évènement : « l'élève est un bachelier » ;
T l'évènement : « l'élève est admis au test » ;
A l'évènement : « l'élève est bachelier et est admis au test ».
1. Préciser chacune des probabilités suivantes :
a. La probabilité P(B) de l'évènement B ;
b. La probabilité $P_B(T)$ de T sachant que B est réalisé ;
c. La probabilité $P_{\overline{B}}(T)$ sachant que B n'est pas réalisé.
2. Démontrer que la probabilité de l'évènement A est égale à 0,3.
3. Calculer la probabilité de l'évènement T.
4. Déduire des questions précédentes que les évènement B et T ne sont pas indépendants.
5. Démontrer que la probabilité pour qu'un élève admis au test soit bachelier est $\frac{25}{51}$.

Partie B
On choisit au hasard 5 élèves de la population étudiée.
On note X la variable aléatoire égale au nombre d'étudiants bacheliers et admis au test parmi les 5 choisis.
1. Démontrer que la probabilité pour que 3 seulement des 5 élèves choisis soient bacheliers et admis au test est égale à 0,1323.
2. Calculer l'espérance mathématique de X.

SOLUTION

$40\% \longrightarrow B$

$60\% \longrightarrow \overline{B}$

$75\% \longrightarrow P_B(T)$

$52\% \longrightarrow P_{\overline{B}}(T)$

Partie A

1) a) $P(B) = \frac{40}{100}$ $\qquad P(B) = \frac{2}{5}$

b) $P_B(T) = \frac{75}{100}$ $\qquad P_B(T) = \frac{3}{4}$

c) $P_{\overline{B}}(T) = \frac{52}{100}$ $\qquad P_{\overline{B}}(T) = 0,52$

2)

$$P(A) = P(B \cap T)$$
$$= P(B) \times P_B(T)$$
$$= \frac{4}{10} \times \frac{3}{4}$$
$$P(A) = \frac{3}{10} = 0,3$$

3)

$$P(T) = P(B \cap T) + P(\overline{B} \cap T)$$
$$= P(A) + P(\overline{B} \cap T)$$
$$= 0,3 + \left(\frac{3}{5} \times 0,52\right)$$
$$= 0,3 + \left(\frac{52}{100} \times \frac{3}{5}\right)$$
$$P(T) = 0,612$$

4) Il s'agit de justifier que $P(B \cap T) \neq P(B) \times P(T)$

$$P(B \cap T) = P(A)$$
$$= 0,3$$
$$P(B) \times P(T) = \frac{2}{5} \times 0,612$$
$$= 0,245$$
$$0,3 \neq 0,245$$

donc B et T ne sont pas indépendants.

5)

$$P_T(B) = \frac{P(B \cap T)}{P(T)}$$
$$P_T(B) = \frac{0,3}{0,612}$$
$$P_T(B) = \frac{25}{51}$$

Partie B

1) Il s'agit d'une epreuve de Bernouilli de paramètre n = 5 ; p = 0,3 ; q = 0,7

$$P(X = 3) = C_5^3 (0,3)^3 (0,7)^2$$
$$P(X = 3) = 0,1323$$

2)

$$E(X) = np$$
$$E(X) = 5 \times 0,3$$
$$E(X) = 1,5$$

EXERCICE 1

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
Une réponse juste apporte des points, une réponse fausse enlève des points. L'absence de réponse («Je ne sais pas») ne rapporte ni n'enlève aucun point. Une note négative est ramenée à zéro.
Un enfant dispose de trois têtes X, Y et Z et de trois perruques : une blonde notée Bl, une brune notée Br et une rousse notée Ro.
Il dispose les perruques sur les têtes de façon équiprobable.

1	La probabilité de l'événement « Ro est sur X» est $\frac{1}{6}$	☐ V : Vrai ☐ F : Faux ☐ N : Je ne sais pas
2	La probabilité de l'évènement «Ro est sur X et Bl est sur Y» est $\frac{1}{36}$	☐ V : Vrai ☐ F : Faux ☐ N : Je ne sais pas
3	La probabilité de l'évènement « Ro n'est pas sur X» est $\frac{1}{2}$	☐ V : Vrai ☐ F : Faux ☐ N : Je ne sais pas
4	La probabilité de l'évènement «Ro n'est pas sur X» sachant que «Bl est sur Y» est $\frac{1}{2}$	☐ V : Vrai ☐ F : Faux ☐ N : Je ne sais pas
5	La probabilité de l'événement «Ro est sur X» sachant que «Br est sur Z» est $\frac{1}{2}$	☐ V : Vrai ☐ F : Faux ☐ N : Je ne sais pas

EXERCICE 2

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
Une réponse juste apporte des points, une réponse fausse enlève des points. L'absence de réponse («Je ne sais pas») ne rapporte ni n'enlève aucun point. Une note négative est ramenée à zéro.

Lors d'un oral d'examen, 10 étudiants tirent successivement, sans remise, une question parmi les 12 proposées. Un étudiant N a fait l'impasse sur 3 questions.
On note x le numéro de passage de N et p la probabilité que N tire des trois questions non étudiées.
Alors :

1	p est indépendant de x ☐ ☐ ☐	V : Vrai F : Faux N : Je ne sais pas
2	Si $x = 1$ alors $p = \frac{1}{4}$	☐ V : Vrai ☐ F : Faux ☐ N : Je ne sais pas
3	Si $x = 6$ alors $p = \frac{1}{4}$	☐ V : Vrai ☐ F : Faux ☐ N : Je ne sais pas

4	Si $x = 3$ alors $p = \frac{1}{3}$	☐ V : Vrai ☐ F : Faux ☐ N : Je ne sais pas
5	p est une fonction strictement décroissante de x. (c'est-à-dire que plus N attend pour passer, moins il a de chance de tirer une question où il a fait l'impasse).	☐ V : Vrai ☐ F : Faux ☐ N : Je ne sais pas

EXERCICE 3

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
Une réponse juste apporte des points, une réponse fausse enlève des points. L'absence de réponse («Je ne sais pas») ne rapporte ni n'enlève aucun point. Une note négative est ramenée à zéro.

Une usine fabrique des vis de 2cm de longueur. On note X la variable aléatoire ayant pour valeurs les longueurs des vis possibles exprimées en cm, pi la probabilité qu'une vis soit de longueur xi. On donne :

xi	1,8	1,9	2	2,1	2,2
pi	$1/12$	$1/6$	$1/2$	$1/6$	$1/12$

1	L'espérance de X est de 2	☐ V : Vrai ☐ F : Faux ☐ N : Je ne sais pas
2	Si on prélève au hasard une vis, la probabilité qu'elle soit au moins de 2 cm est $\frac{3}{4}$	☐ V : Vrai ☐ F : Faux ☐ N : Je ne sais pas
3	On prélève au hasard et avec remise 6 vis, la probabilité d'avoir au moins une vis de1,8 cm est $\left(\frac{1}{12}\right)^6$	☐ V : Vrai ☐ F : Faux ☐ N : Je ne sais pas
4	On prélève au hasard et avec remise 6 vis, la probabilité d'avoir exactement 2 vis de 1,8 cm est $\frac{\binom{6}{2}(11)^4}{12^6}$	☐ V : Vrai ☐ F : Faux ☐ N : Je ne sais pas
5	On prélève au hasard et avec remise 6 vis, la probabilité d'avoir au moins une vis de longueur supérieur ou égale à 1,9 cm est $1-\left(\frac{11}{12}\right)^6$	☐ V : Vrai ☐ F : Faux ☐ N : Je ne sais pas

EXERCICE 4

Cet exercice a pour but de déterminer lesquels des avions à 2 ou à 4 moteurs sont les plus sûrs.
Un avion ne s'écrase pas tant que la moitié au moins de ses moteurs fonctionnent. Les moteurs d'un avion tombent en panne de manière indépendante. Soit P la probabilité pour qu'un moteur tombe en panne .
A. Dans cette partie : $P = 1$.
1. Calculer la probabilité pour qu'un avion à deux moteurs s'écrase.

2. Calculer la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs ait ses 4 moteurs en panne.
3. Calculer la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs ait exactement 3 moteurs en panne.
4. En déduire la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs s'écrase.
B/ On revient au cas général.
1. Soit $f(P)$ la probabilité pour qu'un avion à 2 moteurs s'écrase.
Démontre que : $f(P) = P^2$.
2. Soit $g(P)$ la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs s'écrase.
Démontre que : $g(P) = P^2(-3P^2 + 4P)$.
3. On Pose : $h(P) = f(P) - g(P)$.
a. Etudier le signe de $h(P)$ en fonction de P.
b. En déduire, suivant les valeurs de P, dans quels avions il vaut mieux monter.

EXERCICE 5

Dans une urne se trouvent six médaillons identiques, indiscernables au toucher, numérotés de 1 à 6.
Un jeu consiste à tirer au hasard un médaillon de l'urne après avoir misé une certaine somme versée aux organisateurs du jeu et à recevoir un prix ou non selon le numéro inscrit sur le médaillon tiré.
• Si le joueur tire le médaillon numéroté 4, on lui remet ce qu'il a misé et il gagne 3 000 F.
• S'il tire le médaillon numéroté 1, 2 ou 6, il perd sa mise et ne gagne rien.
• S'il tire le médaillon numéroté 3, il ne gagne rien mais récupère sa mise.
• S'il tire le médaillon numéroté 5, il le remet dans l'urne et effectue un second tirage. Si le médaillon retiré:
- porte le même numéro (c'est-à-dire 5), le joueur gagne 2 000 F et perd sa mise,
- sinon, il perd sa mise et de plus il paie 1 500 F aux organisateurs.

1. Calculer la probabilité pour que ce joueur récupère sa mise.
2. Calculer la probabilité pour qu'il perde 1 500 F et qu'il perde aussi sa mise.

3. Le joueur a misé une somme S. On note X la variable aléatoire qui à chaque partie, associe le résultat financier de son jeu, c'est-à-dire la différence entre ce que le joueur possédera à l'issue du jeu et ce qu'il possédait avant de jouer.

a. Compléter le tableau ci-dessous définissant la loi de probabilité de la variable X.

X_i (valeurs de la variable)	-S	-S-1500	0	-S+2000	3000
$P(X = X_i)$					

b. Démontrer que l'espérance mathématique de X est: $E(X) = -\frac{2}{3}S + \frac{3125}{9}$.

c. Quelle somme le joueur doit-il miser pour que son résultat financier moyen soit nul? *(On donnera l'arrondi de cette somme à l'unité près).*

EXERCICE 6

1. Un dé A, bien équilibré possède :
une face numérotée 1 ; deux faces numérotées 2 ;
une face numérotée 4; une face numérotée 5 ;
une face numérotée 6.

a. On lance une fois le dé A et on lit le numéro inscrit sur la face supérieure. Quelle est la probabilité d'obtenir le numéro 2 ?
b. On lance 3 fois de suite le dé et on note de la gauche vers la droite les chiffres obtenus successivement. On obtient ainsi un nombre de trois chiffres. Quelle est la probabilité d'obtenir le nombre 421 ?
2. Un autre dé B, bien équilibre, possède :
une face numérotée 1 ;
deux faces numérotées 2 ;
deux faces numérotées 4 ;
une face numérotée 6.
On lance trois fois de suite le dé B comme à la question 1.b.
Vérifier que la probabilité d'obtenir le nombre 421 est égale à $\frac{1}{54}$.
3. Une urne contient 4 dés identiques au dé A et 6 identiques au dé B.
Egny tire au hasard un dé de l'urne et le lance 3 fois de suite pour obtenir un nombre à 3 chiffres comme décrit précédemment.
a. Démontrer que la probabilité d'obtenir 421 est égale à $\frac{2}{135}$.
b. Egny a obtenu 421 ; calculer la probabilité qu'il ait joué avec un dé de type A.

EXERCICE 7

Le chargement d'un camion remorque est composé de 60 sacs identiques dont 10 contiennent un produit non déclaré aux services de la douane. Le trajet à parcourir comporte trois barrages de douane. A chacun de ces barrages, le contrôle obligatoire consiste à examiner le contenu de 5 sacs choisis au hasard (les contrôles effectués aux différents barrages sont indépendants).
1. Le camionneur arrive à un barrage donné.

(On donnera l'arrondi d'ordre 1 de chacun des résultats obtenus).
a. Calculer la probabilité pour qu'exactement 2 des 5 sacs contrôlés contiennent le produit non déclaré.
b. Démontrer que la probabilité pour que l'un au moins des 5 sacs contrôlés contienne le produit non déclaré est égale à 0,6.

2. Le camionneur sait que si l'un au moins des sacs du produit non déclaré est découvert a un barrage quelconque, il doit payer une taxe forfaitaire de 10 000 francs (dix mille francs) à ce barrage pour être autorisé à continuer son chemin avec tout son chargement. Si le camionneur ne peut pas payer la taxe forfaitaire, tout son chargement est saisi

i. On suppose que le camionneur paie la taxe chaque fois que le produit, non déclaré est découvert, à un barrage quelconque. On note X la variable aléatoire égale à la somme totale que le camionneur peut ainsi dépenser sur l'ensemble de son trajet.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Démontrer que l'espérance mathématique de X est égale à 18 000.
ii. On suppose que le camionneur n'a pas d'argent pour payer une éventuelle taxe.
Calculer la probabilité pour que son chargement soit saisi.

EXERCICE 8

Les deux parties A) et B) suivantes sont indépendantes.
Partie A
1. Combien de cartes magnétiques la banque peut-elle distribuer à ses clients ?

2. Démontrer que la probabilité pour que le code d'une carte magnétique commence par 0 est égale à $\frac{1}{10}$.
3. Calculer la probabilité pour que le code d'une carte magnétique soit composé des chiffres 2 ; 4 ; 5 ; 7.

Partie B

Monsieur KONE, un client de la banque, titulaire d'une carte magnétique a oublié son code. Son épouse lui rappelle que celui-ci comporte les chiffres 2 ; 4 ; 5 ; 7.
Il décide alors de tenter sa chance au guichet automatique.
Les guichets automatiques sont équipés de mémoires leur permettant de confisquer une carte après trois essais infructueux successifs. Monsieur KONE joue la prudence et s'impose deux essais au maximum.
1. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
a. E : « Monsieur KONE réussit à retirer de l'argent au premier essai ».
b. F : « Monsieur KONE échoue au premier essai et réussit au deuxième essai ».
2. Soit G l'évènement : « Monsieur KONE retire de l'argent ».
Démontrer que la probabilité de G est égale à $\frac{1}{12}$.
3. De retour à la maison, Monsieur KONE annonce fièrement à son épouse qu'il a pu retirer de l'argent au guichet automatique.
Calculer la probabilité qu'il ait effectué le retrait au premier essai.
4. La banque prélève une taxe pour chaque essai de retrait au guichet automatique. Cette taxe s'élève à 30 francs par essai fructueux et à 60 francs par essai infructueux.
x désigne la variables aléatoire qui détermine la taxe totale à payer sur l'ensemble des essais fais par Monsieur KONE.
a. Détermine la loi de probabilité de x.
b. Démontre que l'espérance mathématique de x est égale à 115 francs.

EXERCICE 9

On teste un médicament sur un ensemble d'individus ayant un taux de glycémie anormalement élevé Pour cela, 60% des individus prennent le médicament, les autres recevant une substance neutre et l'on étudie à l'aide d'un test la baisse du taux de glycémie.
Chez les individus ayant pris le médicament, on constate une baisse de ce taux avec une probabilité de 0,8 ; on ne constate aucune baisse de ce taux pour 90% des personnes ayant reçu la substance neutre.
1. Calculer la probabilité d'avoir une baisse du taux de glycémie sachant qu'on a pris le médicament
2. Démontrer que la probabilité d'avoir une baisse du taux de glycémie est 0,52.
3. On soumet au test un individu pris au hasard.
Quelle est la probabilité qu'il ait pris le médicament sachant que l'on constate une baisse de so taux de glycémie.
4. On contrôle 5 individus au hasard.
a. Quelle est la probabilité d'avoir exactement deux personnes dont le taux de glycémie a baissé.
b. Quelle est la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux de glycémie a baissé.
5. On contrôle n individus pris au hasard. (n est un entier naturel non nul).
Déterminer n pour que la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux de glycémie baissé soit supérieur à 0,98

EXERCICE 10

La société « Gnamienlait » de Gnamien produit des sachets de lait caillé.
Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque sachet de lait caillé produit, sa masse en gramme (g). La loi de probabilité de X est définie par le tableau ci-dessous :

x_i (en g)	220	230	240	250	260	270	280
P_i	0,08	0,10	a	b	0,16	0,15	0,04

a et b sont deux nombres réels.
x_i représente la masse du sachet de lait caillé ;
P_i la probabilité qu'un sachet de lait ait la masse x_i.
1.
a. Calculer E(X) l'espérance mathématique de X en fonction de a et b.
b. Sachant que E(X) = 250, justifier que a = 0,14 et b = 0,33.

Dans la suite de l'exercice, on conservera les valeurs de a et de b données ci-dessus.
2. Gnamien prend au hasard un sachet de lait caillé de sa société.
Calculer la probabilité pour que la masse de ce sachet de lait caillé soit au moins de 250g.
3. Tiéplé, la fille de Gnamien, prend au hasard et de façon indépendante cinq sachets de lait caillé.
Calculer la probabilité qu'elle ait choisi exactement trois sachets de lait caillé de sa société.
On prendra l'arrondi d'ordre 3 du résultat.
4. Les sachets de lait caillé sont contrôlés par une machine. Cette machine est réglée pour éliminer en principe les sachets de lait de masse inférieure à 250 g.
Si un sachet de lait caillé a 240 g, la probabilité qu'il soit éliminé est de 0,7.
Si un sachet de lait caillé a 230 g, la probabilité qu'il soit éliminé est de 0,8.
Si un sachet de lait caillé a 220 g, il est systématiquement éliminé.
Si un sachet de lait caille a une masse supérieure ou égale à 250g, il est systématiquement accepté.
a. Justifier que la probabilité qu'un sachet de lait caillé de 240 g soit éliminé est de 0,098.
b. Calculer la probabilité pour qu'un sachet de lait caillé de cette société soit éliminé.

EXERCICE 11

Mariam, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurant. Après un mois d'activité, elle constate que :
Pour un jour donné, la probabilité qu'il ait une affluence de clients est 0,6 ;
Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,7 ;
Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,4 ;
On désigne par A l'évènement « il y a affluence de clients » et B l'évènement « Mariam réalise un bénéfice ».
1. On choisit un jour au hasard.
a. Calculer la probabilité de l'évènement E suivant : « il y a une affluence de clients et Mariam réalise un bénéfice ».
b. Démontrer que la probabilité p(B) de l'évènement B est 0,58.
c. Mariam réalise un bénéfice.
Calculer la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là. On donnera l'arrondi d'ordre 2 du résultat.
2. Mariam veut faire des prévisions pour trois jours successifs donnés.
On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de jours où elle réalise un bénéfice sur les 3 jours successifs.

a. Déterminer les valeurs prises par X.
b. Déterminer la loi de probabilité de X.
c. Calculer l'espérance mathématique E(X) de X.
3. Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. On note p_n la probabilité que Mariam réalise au moins une fois un bénéfice pendant n jours successifs sur une période de n jours.
a. Justifier que pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $p_n = 1 - (0,42)^n$
b. Déterminer la valeur minimale de n pour qu'on ait $p_n \geq 0,9999$.

EXERCICE 12

A l'issue d'une compétition, des sportifs sont contrôlés par un comité anti-dopage qui doit se prononcer sur leur positivité ou négativité au test. Or, d'une part certains produits dopants restent indétectables aux contrôles, d'autre part certains médicaments ont un effet de dopage inconnu du sportif; le comité prend donc sa décision avec un risque d'erreur.
On note D l'événement : « le sportif est dopé»,
O l'événement : «le sportif est déclaré positif»,
E l'événement: «le comité a commis une erreur»
1) Dans cette question, on suppose que, parmi les sportifs, 50% ne sont pas dopés et que la probabilité d'être déclaré positif est indépendante de l'état réel du sportif (dopé ou non dopé).
Lors d'une étude sur des compétitions antérieures, on a pu observer que ce comité déclarait positifs 20% des sportifs.
On choisit un sportif au hasard.
Calculer:
a) La probabilité que le sportif soit non dopé et déclaré positif;
b) La probabilité que le sportif soit dopé et déclaré négatif;
c) La probabilité de l'événement E.
2) Dans cette question, on note p la fréquence des dopés parmi les sportifs contrôlés. On suppose que la probabilité d'être déclaré positif n'est pas la même selon que le sportif est réellement dopé ou non.
- La probabilité qu'un sportif dopé soit déclaré positif est 0,9.
- La probabilité qu'un sportif non dopé soit déclaré positif est 0,1. -
On choisit un sportif au hasard.
a) Construire un arbre illustrant la situation.
b) Calculer la probabilité le E. .
C) Calculer, en fonction de p, la probabilité que ce sportif soit déclaré positif.
d) On s'intéresse à la probabilité qu'un sportif ayant té déclaré positif soit réellement dopé.
Démontrer que cette probabilité, notée f(p), est définie par: f(p) = $\dfrac{0,9p}{0,8p + 0,1}$
Résoudre l'inéquation f(p) > 0,9. Interpréter ce résultat.

EXERCICE 13

Les 300 personnes travaillant dans un im1noublede bureaux de trois niveaux ont répondu aux deux questions suivantes :
« A quel niveau est votre bureau ?»
« Empruntez-vous l'ascenseur ou l'escalier pour vous y rendre? »
Voici les réponses.
225 personnes utilisent l'ascenseur et parmi celles-ci, 50 vont au 1er niveau. 75 vont au 2ième niveau

et 100 vont au 3ième niveau.
Les autres personnes utilisent l'escalier et, parmi celles-ci, un tiers va au 2ième niveau les autres vont au 1er niveau.
On choisit une personne de cette population.
On pourra considérer les évènements Suivants:
-N_1 : « La personne va au premier niveau. »
-N_2« La personne va au deuxième niveau. »
-N_3« La personne va au troisième niveau. »
-E «La personne emprunte l'escalier.»
1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2.
a) Montrer que la probabilité que la personne aille au 2ième niveau par l'escalier est égale à $\frac{1}{12}$
b) En déduire que 1a probabilité que la personne aille au 2ième niveau est $\frac{1}{3}$
c) Montrer que les évènements N_1, N_2, N_3 sont équiprobables.
d) Déterminer la probabilité que la personne emprunte l'escalier sachant qu'elle va au 2ième niveau ?
3. On interroge désormais 20 personnes. On suppose que leurs réponses sont indépendantes les unes des autres.
On appelle X la variable aléatoire qui, au 20 personne interrogés, associe le nombre de personne allant au 2ième niveau.
a) Quelle loi de probabilité suit la variable aléatoire X
b) Déterminer, à 10^{-4} près, la probabilité que 5 personnes exactement aillent au 2ième niveau.
c) En moyenne sur les 20 personnes, combien vont au 2ième niveau ?
4. Soit n un entier inférieur ou égal à 300. On interroge désormais n personnes de cette population.
On suppose que leurs réponses sont indépendantes les unes les autres.
Déterminer le plus petit entier n strictement positif tel que la probabilité de l'événement «au moins une personne va au 2ième niveau » soit supérieur ou égale a 0,99.

EXERCICE 14

Dans un jeu télévisé, le candidat doit répondre à vingt questions. Pour chacune des questions, l'animateur propose au candidat trois réponses possibles, une seule étant la réponse exacte. Les questions sont établies de façon que l'on puisse admettre que:
i. Un candidat retenu pour participer par au jeu connaît la réponse nette pour 60 % des questions et donne une réponse au hasard pour les autres.
ii. Les questions posées lors du jeu sont deux à deux indépendantes.
D'une façon générale, on note P(A) la probabilité de l'événement A Si A est un événement, $\overline{A}$ désigne l'événement contraire.
1. Soient les événements
H: « Le candidat choisi au hasard la réponse à la première question.»
E: « Le candidat donne la réponse exacte à la 1ère question. »
a) Calculer les probabilités p(H) et p($\overline{H}$). En déduire p(E et $\overline{H}$) (on pourra remarquer que « E ou H » est l'événement centaine).
b. Sachant qu'un candidat répond au hasard à la première question, quelle est la probabilité qu'il donne la réponse exacte ? En déduire p(E et H)
Utiliser a et b pour montrer que p(E) = $\frac{11}{15}$ (on donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles)
2.

a) On considère un candidat pris au hasard et on note X la variable aléatoire « Nombre de réponses exactes donnée par le candidat aux 20 questions en jeu ».
Donner la loi de probabilité de X c'est-à-dire l'expression en fonction de k (entier pris entre 0 et 20) de la probabilité $p(X = k)$.
b) Quel est le nombre moyen de bonnes réponses donné par un candidat pris au hasard.
c) Donner une valeur décimale approchée à 10^{-4} près, de la probabilité q'un candidat pris au hasard donne 20 réponses exactes.

EXERCICE 15

PARTIE A

Dans une classe de 30 élèves, sont formés un club photo et un club théâtre. Le club photo est composé de 10 membres, le club théâtre de 6 membres. Il y a 2 élèves qui sont membres des deux clubs à la fois.
1. On interroge un élève de la classe au hasard. On appelle A l'événement « l'élève fait partie du club photo » et T l'évènement « l'élève lait partie du club théâtre ». Montrer que les événements A et T sont indépendants
2. Lors d'une séance du club photo, les 10 membres sont tous présents. Un premier élève est tiré au sort. Il doit faire la photo d'autre membres du club qui sera lui aussi tiré au sort.
a) On appelle T_1 l'évènement « le premier élève appartient au club théâtre » Calculer la probabilité de T1
b) On appelle T_2 l'événement « l'élève pris en photo appartient au club théâtre »
Calculer $P(T_2/T_1)$ et $P(T_2/\overline{T_1})$.En déduire $P(T_2 \cap T_1)$ et $P(T_2 \cap T_1)$
c. En déduire que la probabilité que l'élève pris en photo, appartienne au club théâtre est 0,2.

PARTIE B

Les 4 dernières séances du club photo se passent exactement comme à la question 2 de la partie A. On désigne par X, le nombre de fois où l'élève pris en photo, appartient au club théâtre
1. Quelle loi suit la variable X ? Justifier et préciser ses paramètres
2. Déterminer l'espérance mathématique de X
3. Etablir la loi de probabilité de X
(On indiquera les détails des calculs et les résultats seront donnes sous forme de fractions irréductibles
4. On considère maintenant n séances indépendantes du club photo ($n \in \mathbb{N}^*$) et identiques à la question A2.
Soit P_n la probabilité que le premier élève tiré au sort puisse faire au moins une fois la photo d'un élève du club de théâtre. Déterminer la valeur minimale de n pour que P_n soit supérieure ou égale à 0,95

EXERCICE 16

En prévision d'un referendum pour la modification d'une constitution, un administrateur fait effectuer un sondage auprès des électeurs. Les résultats suivants lui sont communiqués par la structure commise à cet effet.

• Parmi les personnes interrogées, 45% affirme vouloir voter OUI et les autres NON.

• 15% des personnes déclarant voter OUI ne disent pas la vérité et votent en réalité NON, tandis que 20% des personnes déclarant voter NON votent en réalité OUI.

L'administrateur veut savoir le nombre minimal d'électeur à convier pour que la probabilité d'avoir au moins un votant OUI soit supérieure à 0,999. Réponds à la préoccupation de l'administrateur.

CHAPITRE 12

NOMBRES COMPLEXES

Définition

On appelle nombre complexe tout nombre de la forme $a+ib$, tel que a et b sont des nombres réels et $i^2 = -1$. L'ensemble des nombres complexes est noté $\mathbb{C}$.

Propriété

Soit z et z' deux nombres complexes :

- z = z' ⇔ Re(z) = Re(z') et Im(z) = Im(z') ;
- z = 0 ⇔ Re(z) = 0 et Im(z) = 0

I- Addition et multiplication dans $\mathbb{C}$

Nous admettons que dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes les règles d'addition et de la multiplication sont les mêmes que dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.

Propriété 1

Soit z et z' deux nombres complexes tels que z = $a+ib$ et z' = $a'+ib'$. On a :

z + z' = $(a+a')+(b+b')$

zz' = $(aa'-bb')+i(ab'+ba')$

Propriété 2

Soit z un nombre complexe tel que z = $a+ib$ où a et b sont des nombres réels.

z admet un opposé qui est le nombre, noté -z, de forme algébrique $-a-ib$

Propriété 3

Soit z un nombre complexe tel que z = $a+ib$ où a et b sont des nombres réels et $(a;b)\neq(0;0)$.

z admet un inverse qui est le nombre complexe noté $\frac{1}{z}$, de forme algébrique :

$\frac{a}{a^2+b^2}-\frac{b}{a^2+b^2}i$

Remarque

Il n'est pas nécessaire de retenir l'expression de l'inverse, pour calculer $\frac{1}{a+ib}$ on multiplie le numérateur et le dénominateur par $a-ib$ et on utilise l'égalité :

$(a+ib)(a-ib) = a^2+b^2$

II- Quotient dans $\mathbb{C}$

Définition

soit z un nombre complexe et z' un nombre complexe non nul.

On appelle quotient de z par z' le nombre complexe noté $\frac{z}{z'}$ tel que : $\frac{z}{z'} = z\times\frac{1}{z'}$

IV- Conjugué d'un nombre complexe

Définition

Soit z un nombre complexe dont la forme algébrique est $a+ib$.

Le nombre complexe noté $\overline{z}$, tel que : $\overline{z} = a-ib$ est appelé conjugué de z.

Propriété

Pour tous nombres complexes z et z' et tout nombre entier naturel n non nul :

(1) $\overline{\overline{z}} = z$ (2) $\overline{z+z'} = \overline{z}+\overline{z'}$ (3) $\overline{z-z'} = \overline{z}-\overline{z'}$ (4) $\overline{zz'} = \overline{z}\,\overline{z'}$

(5) $\overline{z^n} = \overline{z}^n$ (6) $\overline{\left(\frac{1}{z'}\right)} = \frac{1}{\overline{z'}}$ (7) $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$ avec $z' \neq 0$

(8) $z\overline{z} = [\text{Re}(z)]^2 + [\text{Im}(z)]^2$ (9) $\text{Re}(z) = \frac{z+\overline{z}}{2}$ et $\text{Im}(z) = \frac{z-\overline{z}}{2i}$

10) $\overline{z}$ est un nombre réel $\Leftrightarrow$ $\overline{z} = z$;
z est un nombre imaginaire pur $\Leftrightarrow$ $\overline{z} = -z$

V- Représentation géométrique

Dans tout ce paragraphe le plan (P) est muni d'un repère orthonormé direct (O, $\vec{e_1}$, $\vec{e_2}$) appelé plan complexe.

1. Point image, affixe, vecteur image

• Au nombre complexe z = $a + ib$ (a et b des nombres réels), on associe le point M(a ; b). Nous réalisons ainsi une bijection de $\mathbb{C}$ dans (P).
Le point M est appelé **point image** de z et z est appelé **affixe** de M.
• Au nombre complexe z = $a + ib$ (a et b des nombres réels), on associe le vecteur $\vec{u}(a;b)$. Nous réalisons ainsi une bijection de $\mathbb{C}$ dans l'ensemble V des vecteurs.
Le vecteur $\vec{u}$ est appelé **vecteur image** de z et z est appelé affixe de $\vec{u}$.
• Les droites de repères (O, $\vec{e_1}$) et (O, $\vec{e_2}$) sont appelées respectivement **axe réel** et **axe imaginaire**.

2. Affixe du barycentre

Propriété
Soient A, B et C trois points d'affixes respectives z_A, z_B et z_C et a, b et c des nombres réels dont la est nulle.
Si G est le barycentre des points pondérés (A; a), (B; b) et (C; c) alors l'affixe z_G de G est telle que $z_G = \frac{az_A + bz_B + cz_C}{a + b + c}$

VI- Module d'un nombre complexe

1. Définition

Soit z = $a + ib$ où a et b sont des nombres réels.
On appelle module de z le nombre réel positif, noté $|z|$ tel que : $|z| = \sqrt{z\overline{z}} = \sqrt{a^2 + b^2}$

Interprétation géométrique
• Si le point M a pour affixe z alors : $|z| = OM$.
• Si le vecteur $\vec{u}$ a pour affixe z alors $|z| = \|\vec{u}\|$
• Si A et B ont pour affixes respectives z_A et z_B alors : $AB = |z_B - z_A|$

Propriété
Pour tous nombres complexes z et z' et tout entier naturel n non nul:
1) $|\overline{z}| = |z|$ 2) $z\overline{z} = |z|^2$ 3) $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$ 4) $|zz'| = |z||z'|$
5) $|z^n| = |z|^n$ 6) $\left|\frac{1}{z'}\right| = \frac{1}{|z'|}$ et $\left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|}$ avec $z' \neq 0$
7) $|z + z'| \leq |z| + |z'|$ (inéquation triangulaire).

VII- Forme trigonométrique

1. Argument d'un nombre complexe non nul

Définitions
Soit z un nombre complexe non nul et M le point image de z. Le plan est muni du repère orthonormé

$(O, \vec{u}, \vec{v})$.

• On appelle **argument de z** et on note **arg(z)** toute mesure de l'angle orienté $(\vec{u}, \overrightarrow{OM})$.

Si θ est une mesure de $(\vec{u}, \overrightarrow{OM})$, on écrit : arg(z) = $\theta + 2k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

• On appelle **argument principal de z** et on note **Arg(z)** la mesure principale de l'angle orienté $(\vec{u}, \overrightarrow{OM})$.

Remarques

Soit z un nombre complexe non nul et b un nombre réel non nul :

• arg(z) = -arg(z) et $2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$);

• arg(-z) = π + arg(z) + $2k\pi$;

• $z \in \mathbb{R}_+^*$ ⇔ Arg(z) = 0 ;

• $z \in \mathbb{R}_-^*$ ⇔ Arg(z) = π ;

• $z \in \mathbb{R}^*$ ⇔ arg(z) = $k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

• Si $b > 0$ alors Arg(ib) = $\frac{\pi}{2}$; • si $b < 0$ alors Arg(ib) = $-\frac{\pi}{2}$

• z est un imaginaire pur non nul ⇔ arg(z) = $\frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Propriété

Soit z et z' deux nombres complexes non nuls :

z = z' ⇔ |z| = |z'| et arg(z) = arg(z') + $2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$);

2. Forme trigonométrique

Propriétés et définition

• Tout nombre complexe non nul z peut s'écrire sous la forme : z = r(cosθ +isinθ)
tels que r = |z| et θ = arg(z) + $2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
On dit que r(cosθ +isinθ) est la forme trigonométrique de z.

• Si z = r(cosθ +isinθ) ($r \in \mathbb{R}_+^*$, $0 \in \mathbb{R}$) alors r = |z| et θ = arg(z) + $2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Propriété

Quels que soient les nombres réels a et b tels que $(a;b) \neq (0;0)$ et $\forall r \in \mathbb{R}_+^*$ et $\theta \in \mathbb{R}$

$$a + ib = r(\cos\theta + i\sin\theta) \Leftrightarrow \begin{cases} r = \sqrt{a^2+b^2} \\ \cos\theta = \frac{a}{r} \\ \sin\theta = \frac{b}{r} \end{cases}$$

3. Arguments et opérations

Propriétés

• arg(zz') = arg(z) + arg(z') + $2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$);

• arg($\frac{1}{z}$) = - arg(z') + $2k\pi$ et arg($\frac{z}{z'}$) = arg(z) - arg(z') + $2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

• arg(z^n) = n x arg(z) + $2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$);

VIII. Notion exponentielle

1. Notion $e^{i\theta}$

Définition

Pour tout nombre réel θ, on pose $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$

Remarques

• Tout nombre complexe non nul z s'écrit : z = $re^{i\theta}$ avec r = |z| et arg(z) = $\theta + 2k\pi$
($k \in \mathbb{Z}$). $re^{i\theta}$ est appelée la forme exponentielle de z.

• Si z = $re^{i\theta}$ avec r > 0 alors |z| = r et arg(z) = θ + $2k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

• $|re^{i\theta}| = 1$ et $\arg(e^{i\theta}) = \theta + 2k\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$.
• Si $z = re^{i\theta}$ avec $r > 0$ alors $\overline{z} = re^{-i\theta}$

Propriétés
Quels que soient les nombres réels θ et θ' :

$e^{i\theta} + e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$ $\quad \frac{1}{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$ $\quad \frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} = e^{i(\theta-\theta')}$ $\quad (e^{i\theta})^n = e^{in\theta} (n \in \mathbb{Z})$.

2. Formules de Moivre et d'Euler
Propriétés
Pour tout nombre réel θ et pour tout nombre entier relatif n :
$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos(n\theta) + i\sin(n\theta)$ (Formule de Moivre)
$\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ et $\sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$ (Formule d'Euler)

Remarque
Pour tout nombre réel θ et pour tout nombre entier relatif n :
$e^{in\theta} + e^{-in\theta} = 2\cos n\theta$; $e^{in\theta} - e^{-in\theta} = 2i\sin n\theta$.

IX- Equations du second degré dans $\mathbb{C}$

1. Racines carrées d'un nombre complexe
Définition
On appelle racine carrée d'un nombre complexe z_0, tout nombre complexe z tel que $z^2 = z_0$.

Propriété
Tout nombre complexe non nul admet deux racines carrées opposées.

Point méthode : Détermination sous forme algébrique des racines carrées
On pose : $z = x + iy$ $(x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R})$. $z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$ et $|z^2| = x^2 + y^2$

$$z^2 = Z_0 \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Re}(z^2) = \text{Re}(Z_0) \\ \text{Im}(z^2) = \text{Im}(Z_0) \\ |z|^2 = |Z_0| \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = \text{Re}(Z_0) \\ 2xy = \text{Im}(Z_0) \\ x^2 + y^2 = |Z_0| \end{cases}$$

2. Equation du second degré
Propriété
Soit l'équation du second degré (E) : $z \in \mathbb{C}$, $az^2 + bz + c = 0$ $(a \in \mathbb{C}^*, b \in \mathbb{C}, c \in \mathbb{C})$
Soit $\Delta = b^2 - 4ac$ le discernement de l'équation (E).
• Si $\Delta = 0$ alors l'équation (E) admet une seule solution : $-\frac{b}{2a}$
• Si $\Delta \neq 0$ alors l'équation (E) admet 2 solution : $\frac{-b-\delta}{2a}$; $\frac{-b+\delta}{2a}$ où δ est une racine carrée de Δ.

X- Racines n-ième d'un nombre complexe non nul.

1. Définition

Soit Z_0 un nombre complexe non nul et n un nombre entier tel que $n \geq 2$.

On appelle racine n-ième de Z_0 tout nombre complexe z tel que : $z^n = Z_0$.

Propriétés

Soit Z_0 un nombre complexe non nul et n un nombre entier tel que $n \geq 2$.

• L'équation $z \in \mathbb{C}$, $z^n = Z_0$ admet n solutions.

• Si $r = |Z_0|$ et $\theta = \arg(Z_0) + 2k\pi$, alors les racines n-ième de Z_0 sont :

$z_k = \sqrt[n]{r}e^{i\left(\frac{\theta}{n}+\frac{2k\pi}{n}\right)}$ où $k \in \{0;1;...;n-1\}$

• Si $n \geq 3$ alors les points-images des racines n-ième de Z_0, sont les sommets d'un polygone régulier à n côtés inscrits dans le cercle (C) de centre O (0;0) et de rayon $\sqrt[n]{r}$

2. Racines n-ième de l'unité

Définition

On appelle racine n-ième de l'unité tout nombre complexe z tel que : $z^n = 1$.

Propriété

Les racines n-ième de l'unité sont les nombres complexes Z_k tels que :

$e^{i\left(\frac{2k\pi}{n}\right)}$ où $0 \leq k \leq n - 1$

XI- Nombres complexes et géometrie

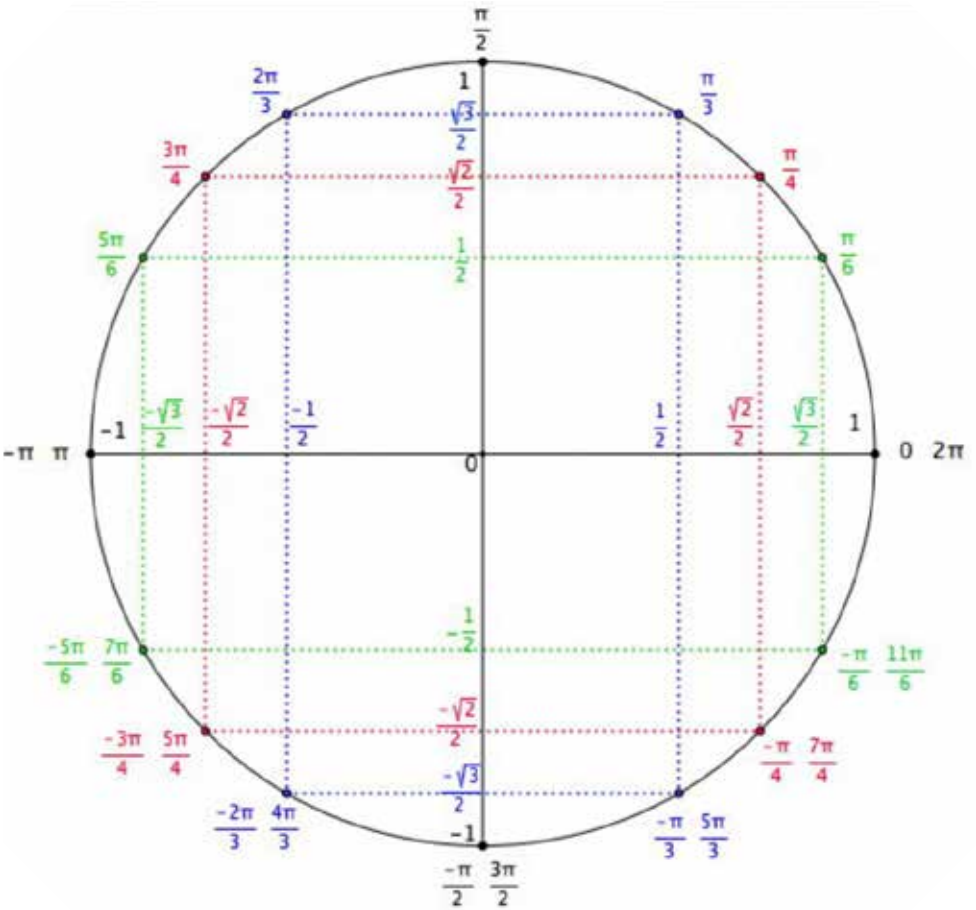
	Configuration du plan	Caractéristiques complexes
1	Point $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et un plan (P)	$Z_M = x + iy$
2	Vecteur $\overrightarrow{AB}$	$Z_{\overrightarrow{AB}} = Z_B - Z_A$
3	Distance AB	$AB = \|Z_B - Z_A\| = \|Z_A - Z_B\|$
4	I milieu de [AB]	$Z_I = \frac{Z_A + Z_B}{2}$
5	(AB) ⊥ (CD)	$\frac{Z_D - Z_C}{Z_B - Z_A} \in i\mathbb{R}^*$
6	Angle : mes$\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB}\right)$	$\arg(Z_{\overrightarrow{AB}}) + 2k\pi = \arg(Z_B - Z_A) + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
7	Angle : mes$\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right)$	$\arg\left(\frac{Z_{\overrightarrow{CD}}}{Z_{AB}}\right) + 2k\pi = \arg\left(\frac{Z_D - Z_C}{Z_B - Z_A}\right) + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
8	A,B et C sont alignés $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$	$\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} \in \mathbb{R}^*$
9	A,B,C et D sont cocycliques	$\frac{Z_C - Z_B}{Z_C - Z_A} : \frac{Z_D - Z_B}{Z_D - Z_A}$
10	ABC est un triangle isocèle en A	$\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = e^{i\theta}$ ou $e^{-i\theta}$; $\theta \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$
11	ABC est un triangle rectangle en A	$\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = ib$; $b \in \mathbb{R}^*$
12	ABC est un triangle isocèle rectangle en A	$\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = i$ ou $-i$

13	ABC est un triangle équilatéral	$\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ ou $e^{-i\frac{\pi}{3}}$
14	ABCD est un parallelogramme : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$	$Z_{\overrightarrow{AB}} = Z_{\overrightarrow{DC}} \Longleftrightarrow Z_B - Z_A = Z_C - Z_D$
15	G est le centre de gravité du triangle ABC	$Z_G = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3}$

Formules de trigonométrie

x	0	π	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{2\pi}{3}$
$\cos(x)$	1	-1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$\sin(x)$	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\tan(x)$	0	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\sqrt{3}$		$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\sqrt{3}$		$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\sqrt{3}$

Cercle trigonométrique (R = 1)



EXERCICE CORRIGÉ 1

Soient Z1 et Z2 les nombres complexes :

$z_1 = \dfrac{i}{4-3i}$ et $z_2 = \dfrac{1+i}{1-i}$

1) Mettre sous la forme $a+ib$ les nombres $z_1, z_2, \dfrac{1}{z_2}, \dfrac{1}{z_2}, z_1 z_2$.

2) Calculer $|z_1|$ et $|z_2|$

SOLUTION

1) On voit que z_1 est l'inverse du nombre complexe $\dfrac{4-3i}{i} = -i(4-3i) = -3-4i$

Donc $\dfrac{1}{z_1} = -3-4i$ et $z_1 = -\dfrac{3}{25} + \dfrac{4i}{25}$

On a : $z_2 = \dfrac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \dfrac{1}{2}(1+i)^2$

Donc : $z_2 = i$ et $\dfrac{1}{z_2} = -i$

D'où, financement: $z_1 z_2 = -\dfrac{4}{25} - \dfrac{3i}{25}$

2) En appliquant les formules :

$|z_1| = \sqrt{\left(-\dfrac{3}{25}\right)^2 + \left(\dfrac{4}{25}\right)^2} = \dfrac{1}{5}$ et $|z_2| = \sqrt{(1)^2} = 1$

EXERCICE CORRIGÉ 2

Soit $P(z) = 4z^3 + (4-8i)z^2 + (10-8i)z - 20i$

1) Calculer $P(2i)$

2) Déterminer un trinôme du second degré Q(z) tel que $P(z) = (z-2i)Q(z)$.
En déduire l'ensemble des racines de P.

3) Donner la factorisation complète de P(z)(i.e. en facteurs de degrés 1)

SOLUTION

1) Calculons tout d'abord les puissances itérées de 2i.

$(2i)^1 = 2i,\ (2i)^2 = -4$ et $(2i)^3 = -8i$.

Calculons ensuite P(2i) :

$$P(2i) = 4\times(-8i) + (4-8i)\times(-4) + (10-8i)\times(2i) - 20i$$
$$= -32i - 16 + 32i + 20i + 16 - 20i$$
$$= 0$$

Le nombre 2i est donc racine de P.

2) Cherchons à factoriser P sous la forme : $P(z) = (z-2i)(az^2+bz+c)$

On développe le membre de droite et on identifie terme à terme :

$$4z^3 + (4-8i)z^2 + (10-8i)z - 20i = az^3 + (b-2ai)z^2 + (c-2bi)z - 2ic$$

On en déduit que les valeurs suivantes sont solution :

$a = 4\,, b = 4\,, c = 10$

Ainsi : $P(z) = (z-2i)(4z^2+4z+10)$

Il ne reste qu'à déterminer les racines de ce trinôme du second degré.

Calculons son discriminant et ses racines z_1 et z_2

$\Delta = -144$

donc $z_1 = \dfrac{-1-3i}{2}$ et $z_2 = \dfrac{-1+3i}{2}$

EXERCICE 1

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
Une réponse juste apporte des points, une réponse fausse enlève des points. L'absence de réponse («Je ne sais pas») ne rapporte ni n'enlève aucun point. Une note négative est ramenée à zéro.
Soient les trois nombres complexes : $z_1 = 1 - i\sqrt{3}$; $z_2 = 4 + 4i$; $z_3 = (1-i)^2$

1	$z_1.z_3 = 4e^{-i\frac{\pi}{6}}$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas
2	$\frac{z_2}{z_3} = 2\sqrt{2}\,e^{i\frac{3\pi}{4}}$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas
3	$z_1.z_2 = 4\sqrt{2}\,e^{-i\frac{5\pi}{12}}$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas
4	$\frac{z_3}{z_1} = e^{i\frac{\pi}{6}}$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas
5	$z_2.z_3 = 8\sqrt{2}\,e^{-i\frac{\pi}{4}}$	☐ V: Vrai ☐ F: Faux ☐ N: je ne sais pas

EXERCICE 2

Soit le polynôme P(z) = $z^3 - (1+2i)z^2 - 3z + 2i - 1, z \in \mathbb{C}$.
1. Montre que le polynôme P(z) admet une racine réelle z_0 que l'on déterminera.
2. Détermine trois nombres complexes a, b, c tels que: $P(z)=(z-z_0)(az^2+bz+c)$.
3. Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation P(z)=0.
4. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$ (unité 2cm).
On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives i ; 2+i et -1.
a) Place les points A, B et C.
b) Soit D l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$. Calcule l'affixe de D.
c) Calcule le nombre complexe Z = $\frac{z_A}{z_A - z_B}$
d) Détermine le module et un argument de Z. Déduis-en la nature du triangle OAB.

EXERCICE 3

Partie A
Soient z et u deux nombres complexes tels que: z = $\sqrt{3+i}$ et u = $\sqrt{2}(1+i)$.
On pose: $z = u.z^2$
1.a) Détermine le module et l'argument principal de z et u.

b) Déduis-en le module et l'argument principal de Z.
2. a) Ecris Z sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
b) Déduis-en les valeurs exactes de cos $\frac{7\pi}{12}$ et sin $\frac{7\pi}{12}$.
c) Calcule z^{12}.

Partie B
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité est le centimètre.
A, B et C sont des points du plan d'affixes respectives $z_A = 3i$; $z_B = 4+i$; $z_C = 2-3i$.
1. Place les points A, B et C dans le repère (O, I, J).
2. Calcule z_D l'affixe du point D pour que ABCD soit un parallélogramme.
3. On pose Z = $\frac{z-3i}{z-4-i}$ avec $z \neq 4+i$
Détermine et construis l'ensemble des points M d'affixe z tels que:
a) $|Z| = 1$
b) Z soit imaginaire pur.

EXERCICE 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). Unité : 1cm.
Soit A(-1;4) ; B(-1;2) et C(-1;0). A tout nombre complexe différent de -1+4i, on associe le nombre complexe Z tel que Z = $\frac{z+1}{z+1-4i}$
On pose: Z = X + iY et z = x + iy avec X, Y, x et y des nombres réels.
1. Démontre que: X = $\frac{(x+1)^2+y^2-4y}{(x+1)^2+(y-4)^2}$ et y = $\frac{4(x+1)}{(x+1)^2+(y-4)^2}$

2. Déterminer et représenter les ensembles de points M d'affixe z dans chacun des cas cidessous:
a) Z est un nombre réel
b) Z est un imaginaire pur
c) Z est nul
d) Z est un nombre réel strictement positif
e) le module de Z est 1
On représentera les ensembles dans des figures différentes.

EXERCICE 5

On considère le polynôme: P(z) = $z^3 - 2(\sqrt{3}+i)z^2 + 4(1+i\sqrt{3})z - 8i$
1. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation: $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$
2. Démontrer que l'équation (E): P(z) = 0 admet une unique solution qui est un nombre imaginaire pur que l'on déterminera.
3. a) Justifier que: P(z) = $(z-2i)(z^2-2i\sqrt{3}z+4)$
b) En déduire les solutions de l'équation (E).
II- Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). On considère les points A, B, C et D d'affixe respectives 3 -i ; 3 +i ; 2i et $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
1. a) Calculer $|z_A|$, $|z_B|$ et $|z_C|$
En déduire que les points A, B et C appartiennent à un même cercle que l'on précisera.
b) Justifier que les points A, C et D sont alignés.
c) Construire les points A, B, C et D. On prendra le centimètre pour unité.
2. Démontrer que le quadrilatère OABC est un losange.

EXERCICE 6

On munit le plan d'un repère orthonormé direct ($o, \vec{u}, \vec{v}$) Unité: 1cm.
On désigne par (Γ) l'ensemble des points M(z) où z est un nombre complexe tel que: $|(1+i)z+2-2i| = 4\sqrt{2}$ et on note F le point d'affixe 2i..
1. Démontrer que M(z) $\in (\Gamma), |z-2i| = 4$.
2. Placer le point F. Déterminer puis construire l'ensemble (Γ).
3. a) Déterminer les points d'intersections de (Γ) et de l'axe réel.
b) Déterminer les points d'intersections de (Γ) et de l'axe imaginaire.
4. On pose $z_A = -2\sqrt{3}$; $z_B = 2\sqrt{3}$; $z_K = -2\sqrt{3} + 4i$ et $z_E = 6i$.
a) Justifier que le point K appartient à (Γ).
b) Placer les points E, K, A et B.
c) Mettre sous forme algébrique, puis sous forme exponentielle le nombre complexe $\frac{z_B - z_E}{z_A - z_E}$
5. En déduire la nature du triangle ABE.
6. Démontrer que le quadrilatère KAFE est un losange.

EXERCICE 7

Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct (O, $\vec{e_1}, \vec{e_2}$).
On considère l'équation (E): $z \in z^3 + (6-5i)z^2 + (1-20i)z - 14 - 5i = 0$.
1. a) Vérifier que i est une solution de l'équation (E).
b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation: $z^2+(6+4i)z+5-14i = 0$
c) Démontrer que pour tout nombre complexe z, $z^3+(6-5i)z^2+(1-20i)z-14-5i = (z-i)(z^2+(6-4i)z+5-14i)$
En déduire les solutions de (E).
2. On considère les points A, B et D d'affixe respectives u = i ; v = -2+3i et t = -4
a) Placer les points A, B et D dans le repère.
b) Ecrire le nombre complexe $Z = \frac{u - v}{t - v}$ sous forme trigonométrique.
c) En déduire que le triangle ABD est rectangle isocèle en B.

EXERCICE 8

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). Unité : 2 cm.
On considère le polynôme complexe P défini par: $P(z) = z^3+(-1+2i)z^2-3z-(1+2i)$
1. Démontrer que P admet une unique racine imaginaire pure que l'on déterminera.
2. Déterminer le polynôme complexe Q tel que P(z) = (z+i)Q(z).
3. Calculer (3-i)2 puis résoudre l'équation: z $\in \mathbb{C}$, Q(z) = 0.
4. Résoudre l'équation: z $\in \mathbb{C}$, P(z) = 0.
5. On considère les nombres complexes z_A = -1 ; z_B = -i ; z_C = 2-i et z_D = 3i.
a) Placer les points A, B, C et D dans le repère (O, I, J).
b) Démontrer que la triangle ACD est rectangle isocèle de sens direct.

EXERCICE 9

a est un nombre réel quelconque.
On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $Z^3-(ia+2\sqrt{3})Z^2+(2ia\sqrt{3}+4)Z-4ai=0$ 0.
1. Déterminer le nombre réel a pour que: -2i soit une solution de (E).
2. Déterminer le polynôme complexe q de degré deux, tel que:
$\forall Z\in\mathbb{C}, Z^3+(2i-2\sqrt{3})Z^2+(4-4i\sqrt{3})Z+8i=q(Z)(Z-\sqrt{3}-i)$
3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) pour a = -2.
4. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, I, J), on donne les points M, N, Q d'affixes respectives: $\sqrt{3}+i$; $-2i$ et $\sqrt{3}-i$
a) Représenter dans le repère (O, I, J) les points M, N, et Q. (On prendra 3 cm pour l'unité)
b) T désigne le symétrique de M par rapport à (OJ).
Démontre que le triangle TMQ est rectangle en M.
c) Démontre que les points M, Q, N et T sont cocycliques.

EXERCICE 10

On considère les polynômes complexes P et Q définis respectivement par:
P(z)= $z^3-i\sqrt{3}z^2-i(1+\sqrt{3})z+(-1+i)(1+i\sqrt{3})$ et Q(z)= $z^2+(1-\sqrt{3})iz-(1+i)(1+i\sqrt{3})$
1. a) Justifier que -1-i est un zéro de Q.
b) Factoriser Q(z) puis en déduire le deuxième zéro de Q.
2. On considère l'équation (E): z $\in\mathbb{C}$, P(z) = 0.
a) Démontrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure z_0 dont on déterminera.
b) Justifier que $\forall z\in\mathbb{C}$; P(z) = (z-i)Q(z).
c) En déduire les solutions de l'équation (E).
3. Soit A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = 1+i\sqrt{3}$; $z_B = -1-i$ et $z_C = -(2+\sqrt{3})+i$.
a) Ecrire $\frac{z_A}{z_B}$ sous la forme algébrique et sous la forme trigonométrique.
b) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{-11\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{-11\pi}{12}\right)$
4. a) Calculer $|z_{AB}|$; $|z_{BC}|$ et $\arg\left(\frac{z_{AB}}{z_{BC}}\right)$
b) En déduire la nature exacte du triangle ABC.

EXERCICE 12

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (O, I, J). Unité 1 cm. Soit f l'application qui à tout point M d'affixe z (z ≠ -1) associe le point M' d'affixe z' tel que z' = $\frac{-iz-2}{z+1}$. Soit les points A, B et C d'affixes respectives -1 ; 2i et -i.
1. a) Calculer l'affixe du point C' image du point C par f.
b) Calculer l'affixe du point D ayant pour image le point D' d'affixe $\frac{1}{2}$.
2. Pour tout nombre complexe z ≠ -1, On note $|z+1|$ = r et $|z'+i|=r'$.
a) Démontrer que rr' = $\sqrt{5}$.
b) Soit M(z) appartenant au cercle (Γ) et de centre A et de rayon 2.
Démontrer que M' = f (M) appartient à un cercle (Γ') dont on précisera le centre et le rayon.
c) Vérifier que le point D' appartient à (Γ').
3. Déterminer l'ensemble (ψ) des points M(z) dont les images M'(z') par f appartiennent au cercle

de centre O et de rayon 1.

4. Pour tout nombre complexe z ≠ -1 ; On pose z = x+iy et z' = x'+iy' (x,y,x',y' sont des réels).

a) Prouver que y' = $\frac{-x^2-x-y^2+2y}{(x+1)^2+y^2}$

b) Déterminer l'ensemble (E) des points M(z)tel que z' soit un réel.

5) Représenter les ensemble (Γ) ; (Γ') ; (ψ) et (E).

EXERCICE 13

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, $\vec{e_1}, \vec{e_2}$). d'unité 2 cm.

On donne $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes l'équation suivante:

(E): $z \in \mathbb{C}, z^3+(-6+2i)z^2+(10-8i)z+8i-4=0$.

1. Démontrer que l'équation (E) admet une unique solution réelle.

2. a) Déterminer trois nombres complexes a, b et c tels que:

$z^3+(-6+2i)z^2+(10-8i)z+8i-4=(z-2)(az^2+bz+c)$

b) Résoudre l'équation (E).

3. Soit A, B et C les points d'affixes respectives z1, z2 et z3 telles que:

z1 = 2 ; z2 = 1-i et z3 = 3-i.

a) Détermine la forme algébrique du nombre complexe $\frac{z_2-z_1}{z_3-z_1}$

b) En déduire la nature du triangle ABC et la mesure principale de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}}\right)$

EXERCICE 14

Soit le nombre complexe $z_1 = 3\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

On note : z2 = z1 z1 où désigne le nombre conjugué de z_1, z_3 = -z_1 et $z_4 = e^{i\frac{2\pi}{3}}$

1. Trouver la forme algébrique des nombres complexes z_1,z_2 et z_3.

2. Trouver le module et un argument des nombres complexes z_2 et z_3.

3. a) Justifier que z4 = $3e^{i\frac{5\pi}{6}}$

b) En déduire le module et un argument de z4.

c) Ecrire z4 sous forme algébrique.

4. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). OI = 2cm.

On considère les points A, B, C et D d'abscisses respectives z1,z2, z3 et z4.

a) Placer les points A, B, C et D.

b) Calculer les distances AB, BC, AC et AD

c) Préciser la nature du quadrilatère ABCD.

EXERCICE 15

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique: 1cm.

On considère les points: A, B, C, D et E d'affixe respectives:

$z_A = 4i$; $z_B = 2\sqrt{3}+2i$; $z_C = -4i$; $z_D = -2\sqrt{3}+2i$ et $z_E = -4$.

1. a) Placer les points A, B, C, D et E.

b) Déterminer l'affixe des vecteurs AB , BC et AC .

c) Calculer les distances AB, BC et AC.

2. a) Déterminer l'affixe du point S milieu du segment [BD] puis placer le point S sur la figure.

b) Montrer que (BD) ⊥ (OA).

3. a) Déterminer $mes\left(\widehat{\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OB}}\right)$; $mes\left(\widehat{\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OD}}\right)$ et $mes\left(\widehat{\overrightarrow{BD};\overrightarrow{DC}}\right)$
b) Montrer que les points A, S et C sont alignés.
4. a) Démontrer que les points A, D et E sont cocycliques.
b) Démontrer que les points A, B, C et D sont cocycliques.
c) Démontre que le triangle BAD est isocèle en A.
5. a) Démontre que le triangle ABC est rectangle en B.
b) Démontre que les triangle CEA est isocèle rectangle en E.
c) Démontre que le triangle BCD est équilatéral.
6. a) Démontre l'affixe du point F pour que le quadrilatère AECF soit un parallélogramme puis placer le point F.
b) Démontrer que le quadrilatère OBAD est un losange.
c) Démontre que le parallélogramme AECF est un carré.

EXERCICE 16

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{i},\vec{j}$) (unité graphique: 1cm), on donne les points A, B et C d'affixes respectives a = 2i ; b = 3+i et c = 2-2i.
1. a) Trouver une forme trigonométrique des nombres complexes a, c et a
b) Placer les points A, B et C dans le repère (O, $\vec{i},\vec{j}$)
c) Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
d) Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un carré puis placer le point D dans un repère.
2. p est un polynôme définie par: $p(z) = z^3-(5+i)z^2+(10+6i)z-8-16i$
a) Déterminer les nombres complexes α et β tels que $p(z) = (z-3-i)(z^2+\alpha z+\beta)$
b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2-2z+4+4i = 0$.
c) En déduire les solutions de l'équation: $z \in \mathbb{C}$, $p(z) = 0$.
3. M et M' sont les points M d'affixe z tels que $z' = \dfrac{iz-2i-2}{z-2i}$
a) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z'| = 1$.
b) Démontre que $(z'-i)(z-2i) = -4-2i$. En déduire que lorsque le point M décrit le cercle (C) de centre A et de rayon $\sqrt{5}$, le point M' décrit un cercle (C') dont on déterminera le centre et le rayon.

EXERCICE 17

Partie A
1. Développer (7-i)2
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$, $z^2-(5+3i)z-8+11i = 0$
3. Soit $P(z) = z3-(5+7i)z^2+(-20+31i)z+44+32i$
a) Calculer P(4i)
b) Déterminer les nombres complexes b et c tels que $P(z) = (z-4i)(z^2+bz+c)$
c) Déduire de tout ce qui précède, la résolution de l'équation (E): P(z) = 0.

Partie 2
Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J), on donne les points A, B et C d'affixes respectives 4i ; 6+i et -1+2i. Unité graphique: 1 cm.
1. Placer les points A, B et C.
2. a) Démontrer que $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A} = 3i$
b) En déduire la nature du triangle ABC
c) Déterminer l'aire du triangle ABC.

3. Soit D et K les points d'affixes respectives $2-2i$ et $\frac{5}{2}+\frac{3}{2}i$
a) Démontrer que DBC est un triangle rectangle et isocèle en D.
b) Démontrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle de centre K.

EXERCICE 18

Partie A

On considère le polynôme P(z) = z^4-8z^3+27z^2-38z+26 et l'équation: (E): z$\in \mathbb{C}$, P(z) = 0
1. Montrer que z est solution de (E) $\Leftrightarrow \overline{z}$ est solution de (E).
2. a) Justifier que P(z) = (z^2-2z+2)(z^2-6z+13)
b) En déduire les solutions de (E).

Partie B

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.
On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives z_A = 1+i ; z_B = 1-i ; z_C = 3-2i et z_D = 3+2i.
1. Placer les points A, B, C et D dans le plan.
2. Démontrer que le quadrilatère ABCD est un trapèze isocèle.
3. a) Déterminer la forme algébrique des nombres complexes $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}$ et $\frac{z_C-z_B}{z_D-z_B}$
b) En déduire que le trapèze ABCD est inscrit dans un cercle de centre I d'affixe $\frac{11}{4}$
c) Tracer le cercle.

La forme générale : Z' = aZ + b ($b \in \mathbb{C}$)

I- Homothétie de centre Ω et de rapport α

$a \in \mathbb{R}^* \setminus \{1\}$

- f(z) = az + b ou z' = az + b
- $H_{(\Omega;\alpha)} \circ H'_{(\Omega;\alpha')} = H_{(\Omega;\alpha\cdot\alpha')}$
- $H^{-1}_{(\Omega;\alpha)} = H_{(\Omega;\frac{1}{\alpha})}$

Les caractéristiques

- Rapport : $\alpha = a$
- Centre Ω : $Z_\Omega = \dfrac{b}{1-a}$

Cas particulier : Homothétie de centre O et de rapport α.

- f(z) = az ou z' = az

Rapport : α = **a**

II- Translation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe b ($t_{\vec{u}}$) a = 1

- f(z) = z + b ou z' = z + b
- $t_{\vec{u}} \circ t_{\vec{v}} = t_{\vec{u}+\vec{v}}$
- $t^{-1}_{\vec{u}} = t_{\vec{u}}$

III- Similitude plane directe de centre Ω, de rapport α et d'angle θ.

$a \in \mathbb{C}^* \setminus \{1\}$ $|a| \neq 1$

S = RoH

f(z) = az + b ou z' = az + b ou $z' = \alpha e^{i\theta} + b$.

- $S_{(\Omega;\alpha;\theta)} \circ S'_{(\Omega;\alpha';\theta')} = S_{(\Omega;\alpha.\alpha';\theta+\theta')}$
- $S^{-1}_{(\Omega;\alpha;\theta)} = S_{\left(\Omega;\frac{1}{\alpha};-\theta\right)}$

IV- Rotation de centre Ω et d'angle θ.

$a \in \mathbb{C}^* \setminus \{1\}$ $|a| = 1$

- f(z) = az + b ou z'= az + b ou $z' = e^{i\theta} z + b$.
- $R_{(\Omega,\theta)} \circ R'_{(\Omega,\theta')} = R_{(\Omega;\theta+\theta')}$
- $R^{-1}_{(\Omega,\theta)} = R_{(\Omega,-\theta)}$

Le caractéristiques

- Rapport : $|a| = 1$
- Centre Ω : $z_\Omega = \dfrac{b}{1-a}$
- Angle θ : ARG(a) = θ

Cas particulier: Rotation de centre O et d'angle θ.

f(z) = az ou z' = az ou $z' = e^{i\theta} z$

- Rapport : $|a| = 1$
- Angle θ : ARG(a) = θ

Les caractéristiques

- Rapport: $\alpha = |a|$
- Centre Ω : $z_\Omega = \dfrac{b}{1-a}$
- Angle θ : ARG(a) = θ

A savoir:

- Multiplie les distances par k = α (rapport)

- Multiplie les aires par $k^2 = \alpha^2$
- Conserve les angles orientés
- L'image d'une droite est une droite
- L'image d'un cercle de rayon r est un cercle de rayon ($kr = r\alpha = r'$).
- $S(\Omega) = \Omega$ (Ω étant le centre de la similitude).

Ω est un point invariant.

Comment déterminer le rapport, l'angle et le centre d'une application complexe

Homothétie

Une homothétie qui transforme A en B et C en D ou homothétie qui applique A sur B et C sur D.

$$\begin{cases} H(A) = B \\ H(C) = D \end{cases} \longleftrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline C & D \\ \hline \end{array}\ H \longleftrightarrow \begin{cases} z_B = az_A + b \\ z_D = az_C + b \end{cases}$$

- Rapport: $\alpha = a = \dfrac{\text{Images}}{\text{Antécédents}}$

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{BD}{AC} = \frac{|z_D - z_B|}{|z_C - z_A|}$$

- Centre : $z_\Omega = \dfrac{b}{1 - \alpha}$

Rotation

Une rotation qui transforme A en B et C en D ou une rotation qui applique A sur B et C sur D.

$$\begin{cases} R(A) = B \\ R(C) = D \end{cases} \longleftrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline C & D \\ \hline \end{array}\ R \longleftrightarrow \begin{cases} z_B = az_A + b \\ z_D = az_C + b \end{cases}$$

- Angle θ : $\theta = Mes(\widehat{\text{Antécédents; Images}})$

$$\theta = \text{Mes}\left(\widehat{\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{BD}}\right)$$

$$\theta = \text{ARG}\left(\frac{z_D - z_B}{z_C - z_A}\right)$$

- Centre : $z_\Omega = \dfrac{b}{1 - a}$

Similitude

Une similitude qui transforme A en B et C en D ou une similitude qui applique A sur B et C sur D.

$$\begin{cases} S(A) = B \\ S(C) = D \end{cases} \longleftrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline C & D \\ \hline \end{array}\ S \longleftrightarrow \begin{cases} z_B = az_A + b \\ z_D = az_C + b \end{cases}$$

- Rapport: $\alpha = \dfrac{\text{Images}}{\text{Antécédents}}$

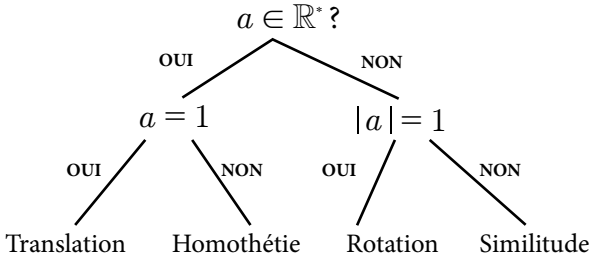
$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{BD}{AC} = \frac{|z_D - z_B|}{|z_C - z_A|}$$

- Angle θ : $\theta = \text{mes}\left(\widehat{\overrightarrow{\text{antécédent}}; \overrightarrow{\text{images}}}\right)$

$$\theta = \text{Mes}\left(\widehat{\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{BD}}\right)$$

$$\theta = \text{ARG}\left(\frac{z_D - z_B}{z_C - z_A}\right)$$

- Centre : $z_\Omega = \dfrac{b}{1 - a}$



EXERCICE CORRIGÉ

A) On considère l'équation (E) suivante :

(E): $z \in \mathbb{C},\ z^3+(-4+i)z^2+3z+8-i=0$

1- Sachant que (E) admet une solution réelle, la calculer.

2) Résoudre (E).

B) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $-1, 2+i$ et $3-2i$. L'unité est le cm.

Soit S la similitude directe de centre A qui applique C sur B.

1) Placer A, B et C dans le repère $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$.

2) Démontrer que l'écriture complexe de S est $z' = \frac{1+i}{2}z+\frac{i-1}{2}$.

3) Soit M un point du plan différent de A et M' son image par S. On note z et z' les affixes responsables de M et M'.

a) Démontrer que $\frac{z'-z}{z'+1}=i$

b) En déduire que le triangle AMM' est rectangle et isocèle en M' et de sens direct.

c) Soit D l'image de B par S et soit E l'antécédent de C par S.

Construire géométriquement D et E sans calculer leurs affixes. Justifier votre construction.

4) Calculer les affixes de D et E

SOLUTION

A/ 1) déterminons la solution réelle de (E)

Soit $r \in \mathbb{R}$ telquersoitlasolutionréellede(E).Alorsona: $r^3+(-4+i)r^2+3r+8-i=0$

$$\begin{cases} r^3-4r^2+3r+8=0 (1) \\ r^2-1=0 \qquad\qquad (2) \end{cases}$$

$(2)\ r^2-1=0 \Rightarrow r=1\ ou\ r=-1$

- Si r=1 dans (1) on a : 1-4+3+8 ≠ 0 donc cette valeur est impossible
- Si r=-1 dans (1) on a ; -1-4-3+8=0 ainsi la solution réelle de (E) est z0 = -1.

2. Résolvons (E)

On sait que z0 = -1 est une solution de (E) donc on a :

$z^3+(-4+i)z^2+3z+8-i=(z+1)(z^2+(-5+i)z+8-i)$

Ainsi $z^3+(-4+i)z^2+3z+8-i=0 \Leftrightarrow z+1=0$ ou $z^2+(-5+i)z+8-i=0$

- $z^2+(-5+i)z+8-i=0$

$\Delta=(-5+i)^2-4(8-i)=-8-6i$

Soit $\delta \in \mathbb{C}$ tel que $\delta^2=\Delta$ posons $\delta=x+iy \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2$ tel que $\delta^2=\Delta$

$$\delta^2=\Delta \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-y^2=-8 (1) \\ x^2+y^2=10\ (2) \\ 2xy=-6 \quad (3) \end{cases}$$

$(1)+(2): 2x^2=2 \Longleftrightarrow x=1\ \ ou\ \ x=-1$

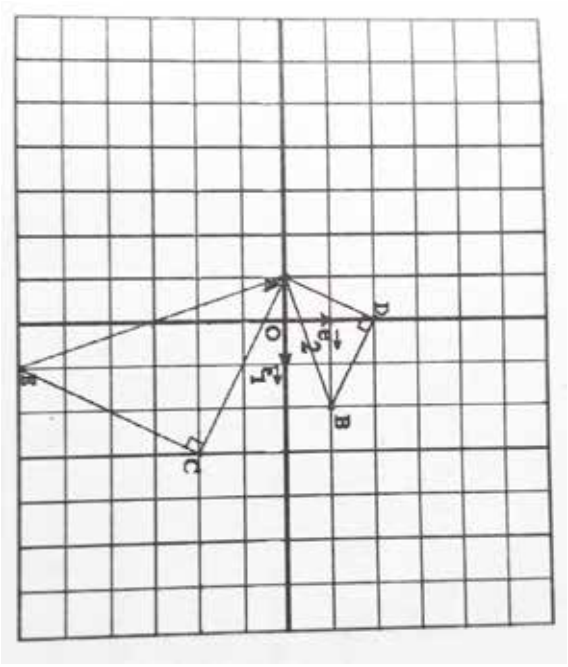
$(2)-(1): 2y^2=18 \Longleftrightarrow y=3\ \ ou\ \ y=-3$

de (3) on déduit que $\delta = 1-3i$ ou $\delta = -1+3i$

d'où $z_1 = \dfrac{5-i-(1-3i)}{2} = 2+i$ ou

$z_2 = \dfrac{5-i+1-3i}{2} = 3-2i \Longrightarrow S_C = \{-1; 2+i; 3-2i\}$

B/ 1- Représentation graphique des points A, B, C dans le repère $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$.



2. Démontrons que l'écriture complexe de S est : $z' = \dfrac{1+i}{2} + \dfrac{i-1}{2}$

S est une similitude directe donc l'écriture complexe de S est de la forme $z' = az + b$ avec a et b des nombres complexes.

* puisque A est le centre de S alors $z_A = az_A + b$

* puisque S(C) = B alors $z_B = az_C + b$

on obtient alors le système suivant :

$\begin{cases} -a+b = -1 & (1) \\ (3-2i)a + b = 2+i & (2) \end{cases}$

$(2)-(1): (4-2i)a = 3+i \Rightarrow a = \dfrac{3+i}{4-2i} = \dfrac{(3+i)(4+2i)}{16+4} \Rightarrow a = \dfrac{1+i}{2}$

dans (1) on a : $b = -1+a = -1+\dfrac{1+i}{2} \Rightarrow b = \dfrac{i-1}{2}$

d'où S a pour écriture complexe : $z' = \dfrac{1+i}{2}z + \dfrac{i-1}{2}$

3. a) Démontrons que $\frac{z'-z}{z'+1}=i$

On sait que $z'=\frac{1+i}{2}z+\frac{i-1}{2}$ donc

$$z'-z=\frac{1+i}{2}z+\frac{i-1}{2}-z=\frac{i-1}{2}z+\frac{i-1}{2}\Rightarrow z'-z=\frac{i-1}{2}(z+1)$$

donc $z'-z=\frac{i-1}{2}(z+1)$

$$\frac{z'-z}{z'+1}=\frac{i-1}{1+i}=\frac{(-1+i)(1-i)}{1^2+1^2}\Rightarrow\frac{z'-z}{z'+1}=i$$

b) Déduisons que AMM' est rectangle isocèle en M' et de sens direct.

On sait que $\frac{z'-z}{z'+1}=i$. Ainsi on a : $\begin{cases} mes\left(\overrightarrow{\overrightarrow{M'A};\overrightarrow{M'M}}\right)=\frac{\pi}{2} \\ AM'=MM' \end{cases}$

donc le triangle AMM' est rectangle isocèle en M' et de sens direct.

c) Construction de D et E sans calcul.

Puisque S(B) = D et S(E) = C alors les triangles ABD et AEC sont rectangles isocèles respectivement en D et C de sens direct (voir 3b)

pour D et E voir construction précédente.

4- Calculons les affixes de D et E

$$S(B)=D\Leftrightarrow z_D=\frac{1+i}{2}z_B+\frac{i-1}{2}=\frac{1+i}{2}(2+i)+\frac{i-1}{2}$$

$$=\frac{1+3i}{2}+\frac{i-1}{2}\Rightarrow z_D=2i$$

$$S(E)=C\Rightarrow z_C=\frac{1+i}{2}z_E+\frac{i-1}{2}\Rightarrow\frac{1+i}{2}z_E=z_C-\frac{i-1}{2}$$

$$\left(\frac{1+i}{2}\right)z_E=3-2i-\frac{i-1}{2}=\frac{7-5i}{2}\Rightarrow z_E=\frac{7-5i}{2}\times\frac{2}{1+i}\text{ donc }z_E=1-6i$$

EXERCICE 1

Cet exercice est un QCM, pour chaque question, trois réponses sont proposées.
Désignez la bonne réponse.

1- Soit $f(z) = iz + 1 + i$ l'écriture complexe d'une transformation F.

a) F est une translation b) F est une homothétie c) F est une rotation

2- F est la translation de vecteur $\vec{u}(2 + 3i)$

a) $f(z) = (2 + 3i)z$ b) $f(z) = z + 2 + 3i$ c) $f(z) = 2z + 3i$

3- Soit $f(z) = 2iz + 1 - i$ l'écriture complexe d'une transformation F.

On donne A($-1 + 2i$) et A' = F(A). A' a pour affixe :

a) $-3 - 3i$ b) $5 - 3i$ c) $-4 - 2i$

4- S est une similitude telle que S(A) = A' et S(B) = B'. On donne : A($3 + 3i$), B($6 + 3i$), A'($2 + 5i$), B' ($2 + 11i$). Le rapport k et l'angle θ de S ont pour valeur :

a) $k = 2$ et $\theta = \frac{-\pi}{2}$ b) $k = 3$ *et* $\theta = \frac{\pi}{4}$ c) $k = 2$ et $\theta = \frac{\pi}{2}$

EXERCICE 2

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé (O, I, J), on considère les points A, B et C d'affixes respectives Z_A, Z_B, Z_C telles que Z_A=4i, Z_B=2$\sqrt{3}$ +2i et Z_C=-2$\sqrt{3}$ +2i.

1. Déterminer le module et l'argument principal de chacun des nombres complexes Z_A, Z_B et Z_C.
2. Utiliser les résultats précédents pour placer les points A, B et C. unité graphique : 1 cm.
3. Démontrer que le triangle OBA est équilatéral.
4. Démontrer que le quadrilatère OBAC est un losange.
5. On désigne par K le milieu du segment [OA] et par S la similitude directe de centre O qui transforme B en K.
a. Déterminer l'écriture complexe de S.
b. Calculer l'affixe de l'image par S du point L milieu du segment [AC].
c. En déduire que l'image par S de la médiatrice du segment [AC] est la droite (OI).

EXERCICE 3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. L'unité graphique est le centimètre. On donne la point A d'affixe i.
Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z vérifiant

$$|(1 - i\sqrt{3})z - \sqrt{3} - i| = 6.$$

1.
a. Démontrer qu'un point M appartient à (Γ) si seulement si son affixe z vérifie : $|z - i| = 3$.
b. En déduire la nature de (Γ).
2. On considère les points B et C d'affixes respectives $\sqrt{3}$ et $-4i$.

L'application S est la similitude directe qui applique A sur O et B sur C.
Soit M un point d'affixe z et M' d'affixe z' l'image M par S.
a. Démontrer que : $z' = (1 - i\sqrt{3})z - \sqrt{3} - i$.
b. Déterminer les éléments caractéristiques de S. On notera Ω son centre.
3. On désigne par (C) l'image de (Γ) par S.
a. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (C).
b. Construire (C) et (Γ).
4. Soit D le point tel que : $D \in [\Omega B]$ et $\Omega D = 2\Omega B$.
a. Construire les points D et Ω dans le même repère.
b. Démonter que le triangle ΩCD est équilatéral.
5. Soit r la rotation de centre Ω qui transforme C en D.
a. Déterminer l'écriture complexe de r.
b. Calculer l'affixe de D.

EXERCICE 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité est le centimètre.
Soit A, B et C trois points d'affixes respectives Z_A, Z_B et Z_C tels que $Z_A = 2 - 6i$; $Z_B = 4 + 2i$ et $Z_C = 6i$.
1. Placer les points A, B et C dans le plan.
2.
a. Déterminer la forme algébrique de $Z = \frac{Z_O - Z_A}{Z_B - Z_A}$ où Z_O est l'affixe du point O.
b. Ecrire Z sous forme trigonométrique.
c. Déterminer une mesure de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AO}}\right)$.
3. Soit r la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.
a. Déterminer l'écriture complexe de r.
b. Déterminer l'image de O par r.
c. En déduire que le triangle OAB est rectangle et isocèle en B.
4.
a. Déterminer le centre et le rayon du cercle (C) circonscrit au triangle OAB.
Construire (C).
b. Démontrer que les points O, A, B et C appartiennent à un même cercle.

EXERCICE 5

Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$.
On considère l'équation (E) :
$Z \in \mathbb{C},\ Z^3 + (6 - 5i)Z^2 + (1 - 20i)Z - 14 - 5i = 0$.
1.
a. Vérifier que i est une solution de l'équation (E).
b. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $Z^2 + (6 - 4i)Z + 5 - 14i = 0$.
c. Résoudre à l'aide des questions qui précèdent l'équation (E).

2. On considère les points A, B et D d'affixes respectives $u = i$; $v = -2 + 3i$ et $t = -4 + i$.
a. Placer les points A, B et D dans le repère.
b. Ecrire le nombre complexe $Z = \frac{u - v}{t - v}$ sous forme trigonométrique.
c. En déduire que le triangle ABD est rectangle isocèle en B.

3. Soit S la similitude directe de centre A qui transforme D en B.
B' est l'image de B par S.
a. Justifier que le triangle ABB' est rectangle isocèle en B'.
b. En déduire la construction du point B'.
4.
a. Déterminer l'écriture complexe de S.
b. Calculer l'affixe de B'.

EXERCICE 6

Partie A

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation :
(E) : $4z^3 - 6i\sqrt{3}z^2 - 3(3 + i\sqrt{3})z - 4 = 0$.
1. Déterminer les racines carrés de $6 + 6i\sqrt{3}$
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $2z^2 - (1 + 3i\sqrt{3})z - 4 = 0$.
3.
a. Développer, réduire et ordonner $(2z + 1)[2z^2 - (1 + 3i\sqrt{3})z - 4]$
b. En déduire les solutions de (E).
4. Soit $z_0 = -\frac{1}{2}$; $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}$ et $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$
Exprimer chacun des nombres complexes z_0, z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

Partie B

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ où l'unité est 1 cm, on considère les points M_0, M_1 et M_2 d'affixes respectives $-\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}$ et $1 + i\sqrt{3}$.
S est la similitude directe de centre O, d'angle $-\frac{\pi}{3}$ et de rapport 2.
1.
a. Déterminer l'écriture complexe de S.
b. Justifier que $S(M_0) = M_1$ et $S(M_1) = M_2$.
2.
Soit M_n un point du plan d'affixe z_n. On pose pour tout nombre entier naturel n, $M_{n+1} = S(M_n)$.
Justifier que $z_{n+1} = (1 - i\sqrt{3})z_n$ où z_{n+1} est l'affixe de M_{n+1} .

EXERCICE 7

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J), on désigne par K, A et B les points d'affixes respectives $Z_1 = 2$, $Z_2 = 4 + 2i$ et $Z_3 = 2 + 4i$.
L'unité graphique est 2 cm.
1.
a. Placer les points K, A et B.
b. Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $\frac{Z_3 - Z_1}{Z_2 - Z_1}$.
2. On note S la similitude directe de centre K qui transforme A en B.
a. Démontrer que l'écriture complexe de S est $Z' = (1 + i)Z - 2i$.
b. Déterminer les affixes respectives des points I' et J', images respectives des points I et J puis placer

I' et J'.
3. Déterminer le rapport et une mesure de l'angle orienté de la similitude directe S.
4. Soit (C) le cercle de centre $\Omega(1;1)$ et de rayon 2.
a. Tracer (C).
b. Déterminer le centre et le rayon de (C'), image de (C) par S.
c. Construire (C').
5.
a. Démontrer puis construire l'image par S de la droite (IJ).
On pourra caractériser l'image par S de la droite (IJ) par deux de ses points.
b. On désigne par E le point d'intersection de (C) et de la droite (IJ) d'abscisse négative.
Placer E et l'image E' par S. Justifier la position du point E'.
On considère la suite numérique (U) définie par : $U_0 = \sqrt{2}$ et pour tout nombre entier naturel $n, U_{n+1} = 2 + \frac{1}{2}U_n$.

EXERCICE 8

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$
On note B et C les points du plan d'affixes respectives $3-2i$ et $5+i$.
On désigne par S la similitude directe de centre O qui transforme C en B.
1.
a. Démontrer que l'écriture complexe de S est : $Z' = \frac{1}{2}(1-i)Z$
b. Déterminer les éléments caractéristiques de S.
c. Déterminer l'affixe du point D qui a pour image le point C par S.
2.
a. Justifier que l'affixe Z_1 du point B_1, image de B par S est $\frac{1}{2}(1-5i)$
b. Justifier que le triangle OBB_1 est rectangle et isocèle en B_1.
3. On définit les points suivants : $B_0 = B$ et $\forall n \in \mathbb{N}, B_{n+1} = S(B_n)$.
On note Z_n l'affixe du point B_n.
a. Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N},\ Z_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n (1-i)^n Z_0$.

b. Calculer la distance OB_n en fonction de n.
c. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} OB_n$.

EXERCICE 9

Partie 1
On considère la fonction p definie sur $\mathbb{C}$ par :
$\forall z \in \mathbb{C},\ z^3 - (3+2i)z^2 + (1+5i)z + 2 - 2i$
1.
a. Calculer $p(i)$.
b. Déterminer deux nombres complexes a et b tels que :
$p(z) = (z-i)(z^2 + az + b)$.
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 - (3+i)z + 2 + 2i = 0$.
3. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$, de l'équation (E) : $p(z) = 0$.
Partie 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, d'unité :5 cm.
On pose $z_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ z_{n+1} = \frac{1+i}{2} z_n$

On note A_n le point du plan d'affixe z_n.
1.
a. Calculer z_1 et z_2.
b. Placer les points A_0, A_1 et A_2 dans le plan complexe.
2. On considère la suite U définie par $\forall n \in \mathbb{N},\ U_n = |z_{n+1} - z_n|$.
a. Justifier que : $\forall n \in \mathbb{N},\ U_n = \frac{\sqrt{2}}{2}|z_n|$.
b. Démontrer que U est une suite géométrique de raison $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et de premier terme $\sqrt{2}$.
c. Exprimer U_n en fonction de n.
3. On désigne par $A_0A_1 + A_1A_2 + ... + A_{n-1}A_n$ la longueur de la ligne brisée $A_0A_1A_2 ... A_{n-1}A_n$ $(n \in \mathbb{N}^*)$
On pose $\forall n \in \mathbb{N}^*, \ell_n = A_0A_1 + A_1A_2 + ... + A_{n-1}A_n$.
a. Calculer ℓ_n.
b. En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} \ell_n$.

EXERCICE 10

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, (unité graphique : 2 cm).
On considère la transformation S du plan qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que :

$$z' = (1 - i\frac{\sqrt{3}}{3})z + 2i\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

1.
a. Soit Ω le point d'affixe 2. Vérifier que : $S(\Omega) = \Omega$.
b. Justifier que S est une similitude directe dont on précisera les éléments caractéristiques.
2.
a. Démontrer que : $\forall z \neq 2,\ \frac{z' - z}{2 - z} = i\frac{\sqrt{3}}{3}$.

b. En déduire que le triangle MΩM'est rectangle en M.
c. Donner un programme de construction de l'image M' par S d'un point M donné.
3.
a. Placer les points A et B d'affixes respectives $-1 + i$ et $5 - i$ dans le plan muni du repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Construire les images respectives A' et B' de A et B par S.
b. On note z_A, z_B , $z_{A'}$ et $z_{B'}$ les affixes respectives des points A, B, A' et B'.
Démontrer que : $z_{A'} - z_A = z_B - z_{B'}$.
c. En déduire la nature du quadrilatère AA'BB'.

EXERCICE 11

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
L'unité graphique est 2 cm.
1. Résous l'équation : $z \in \mathbb{C},\ z^2 + (1 + 3i)z - 4 = 0$.

2. On pose : $z \in \mathbb{C},\ P(z) = z^3 + (1-i)z^2 + (2+2i)z - 8i$.
a. Justifie que : $P(-2i) = 0$.
b. Détermine les nombres complexes a et b tels que : $z \in \mathbb{C},\ P(z) = (z+2i)(z^2 + az + b)$.
c. Déduis des questions précédentes les solutions de l'équation : $z \in \mathbb{C},\ P(z) = 0$.
3. Soit A, B et C les points d'affixes respectives : $-2i$; $-2+2i$ et $1+i$.
On note (D) le symétrique de A par rapport au point O.
a. Place les points A, B et C dans le plan complexe.
b. Démontre que le triangle ABC est rectangle et isocèle en C.
c. Démontre que les points A, B, C et D sont cocycliques.

EXERCICE 12

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$), on considère les point A, B et C d'affixes respectives p = 2 + 2i ; q=-4 + 2i et r=2 - i. L'unité est le centimètre.
1. Faire une figure.
2.
a) Calculer $\dfrac{r - p}{q - p}$
b) En déduire la nature du triangle ABC.
3. Soit S la similitude directe de centre A qui transforme B en C.
a) Déterminer l'écriture complexe de S.
b) En déduire l'affixe de l'image C' du point C par S et placer C'.
c) Donner les éléments caractéristiques de la similitude S.
4.
a) Démontrer que les points A, B et C' sont alignés et que BCC' est un triangle rectangle.
b) Soit $(\mathcal{D})$ la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x$ et $(\mathcal{D}')$ son image par la similitude S. Construire $(\mathcal{D})$ et $(\mathcal{D}')$

EXERCICE 13

Partie A
On considère dans C l'equation (E)
$z^3 - (3i+2)\,z^2 + (5i-1)z - 2i + 2 = 0$.
1. Sachant que (E) admet une solution réelle, la calculer.
b) Résoudre (E)

Partie B
Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J).
Soit A_1 = I, $A_2\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$, $A_3\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$.
1. Démontrer qu'il existe une similitude directe S de centre O qui transforme A_1 en A_2 et A_2 en A_3. Donner les éléments caractéristiques de S.
2. On considère la suite de points (A_n) définie par: pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1 A_{n+1} = S(A_n).
Placer les points A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 et A_6
3. d(A,B) désigne la distance de A à B.

a) Démontrer que : pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1,
d(A_{n+1} , A_{n+2}) = $\sqrt{2}$ d(A_n , A_{n+1})
b) On pose pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1,
L_n = d(A_1,A_2)+d(A_2,A_3)+...+d(A_{n-1} , A_n).
Calculer L_n en fonction de n

EXERCICE 14

Partie A
On considère dans C l'equation (E)
$z^3-(3i+2)\,z^2+(5i-1)z-2i+2=0$.
1. Sachant que (E) admet une solution réelle, la calculer.
b) Résoudre (E)
Partie B
Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J).
Soit A_1 = I, $A_2\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$, $A_3\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$.
1. Démontrer qu'il existe une similitude directe S de centre O qui transforme A_1 en A_2 et A_2 en A_3. Donner les éléments caractéristiques de S.
2. On considère la suite de points (A_n) définie par: pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1 A_{n+1} = S(A_n).
Placer les points A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 et A_6
3. d(A,B) désigne la distance de A à B.
a) Démontrer que : pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1,
d(A_{n+1} , A_{n+2}) = $\sqrt{2}$ d(A_n , A_{n+1})
b) On pose pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1,
L_n = d(A_1,A_2)+d(A_2,A_3)+...+d(A_{n-1} , A_n).
Calculer L_n en fonction de n

EXERCICE 15

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité : 2cm.
A. On considère le polynôme P(z) = $z^3+(-1+2i)\,z^2-3z-(1+2i)$
1)
a) Démontrer que P(z) admet une unique racine imaginaire pure que l'on déterminera.
b) Déterminer le polynôme Q tel que P(z) = (z + i)Q(z).
c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation Q(z) = 0. En déduire toutes les racines de P (z).
2) On considère les nombres complexes z_A = -1, z_B = - i, z_C = 2 - i, z_D = 3i, z Ω =1+ i
a) Placer les points A, B, C, D et Ω dans le repère (0, I, J).
b) Calculer sous forme algébrique le nombre complexe $\dfrac{z_D - z_A}{z_C - z_A}$
En déduire que le triangle ACD est rectangle isocèle de sens direct.
c) Démontrer que le triangle B Ω D est isocèle et que Ω est le milieu du segment [DC].
d) Déduire des questions précédentes que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

B. Tout point M d'affixe z (z $\neq$ - i) on associe le point M' d'affixe z' tel que z' = $\dfrac{z - 2 + i}{z + i}$
1) Trouver z tel que z' = 3 - 2i.

2)
a) On pose z = $x + iy$ Démontrer que
z' = $\left(\frac{x^2+y^2-2x+2y+1}{x^2+(x+1)^2}\right)+\left(\frac{2(y+1)}{x^2+(y+1)^2}\right)i$

b) Déterminer et construire l'ensemble (E_1) des points M' d'affixe z tel que z' soit un imaginaire pur.
3)

a) Justifier que pour M distinct de B et C, on a $|z'| = \frac{MC}{MB}$ et
arg(z') = mes(MB;MC).
b) En déduire:
α) L'ensemble (E_2) des points M d'affixe z tel que OM' = 1.
β) L'ensemble (E_3) des points M d'affixe z tel que z' soit un réel strictement négatif.
c) Construire (E_2) et (E_3) en d'autres couleurs.
4)
a) Démontrer que tout z' $\neq$ - i on a: (z' - 1)(z + i) = -2
b) En déduire que lorsque le point M décrit le cercle de centre B et de rayon 1, le point M' décrit un cercle que l'on précisera.
C.
1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E'): $z^4 + 8\left(1 - i\sqrt{3}\right) = 0$. On donnera les solutions de (E') sous la forme exponentielle.
2) Représenter dans un autre repère (0, I', J') d'unité 2cm, les points images des solutions de (E')

EXERCICE 16

On considère la transformions S du plan qui, tout à point M d'affixe z, fait correspondre le point M' d'affixe z' tel que: z' = $\left(1 + i\sqrt{3}\right)$z+ $\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

1. a) Démontrer que S a un point invariant J d'affixe $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.
b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de S.
2. Soit le point A(-1 ; O).
a) Tracer le cercle ($\mathcal{C}$) de diamètre [JA]
b) Caractériser puis tracer le cercle ($\mathcal{C}$) image par S du cercle ($\mathcal{C}$)
3. Déterminer l'ensemble des points M du plan d'affixe z tels que $\left|(1 + i\sqrt{3})z + \frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right| = 1$
(On pourra utiliser la question 2)

EXERCICE 17

On considère le polynôme P(z) = $z^4 - 4(1+i)z^3 + 12iz^2 + 8(1-i)z - 20$
1. Déterminer les nombres complexes b et c pour que, pour tout $z \in \mathbb{C}$, on ait:
P(z) = $(z^2 + 2i)(z^2 + bz + c)$
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation: P(z) = 0
3. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J).
On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives
$Z_A = 1 - i$; $Z_B = -1 + i$; $Z_C = 1 + 3i$ et $Z_D = 3 + i$
a. Faire une figure.
b. Démontrer que ABCD est un carré.

4. Soit S la similitude directe transformant A en A et C en B.
a. Déterminer l'écriture complexe de 5.
b. Déterminer les éléments caractéristiques de S.
c. Déterminer l'image du point B par S
d. Construire l'image du carré ABCD par S.

STATISTIQUES

Nuage de points

Le plan est muni d'un repère orthogonal.
L'ensemble des points M_{ij} de coordonnées (xi,yi) est appelé nuage de points associé à la série.

Point moyen d'un nuage de points

On appelle point moyen d'un nuage de points représentant une série, le point G de coordonnées (x_G,y_G)

d'où $y_G = \overline{Y} = \dfrac{\sum y_j}{N}$

Covariance $x_G = \overline{X} = \dfrac{\sum x_i}{N}$

La covariance d'une série statistique à 2 caractères X et Y, de moyennes respectives $\overline{X}$ et $\overline{Y}$ et d'effectif total N est le nombre réel noté COV(X,Y) ou σ_{XY} tel que :

$$COV(X,Y) = \frac{\sum n_{ij}(x_i - \overline{X})(y_j - \overline{Y})}{\text{Effectif total}} \quad \text{ou} \quad COV(X,Y) = \frac{\sum n_{ij} x_i y_i}{\text{Effectif total}} - \overline{X} \bullet \overline{Y}$$

Droite de régression de Y en X

La droite (D) de régression de Y en fonction de X passe par le point G($\overline{X}$, $\overline{Y}$), point moyen du nuage de point.

Son équation est: $y = ax + b$. avec $a = \dfrac{COV(X,Y)}{V(X)}$ et $b = \overline{Y} - a\overline{X}$.

Droite de régression de X en Y

La droite (D') de régression de X en fonction de Y passe par le point G($\overline{X}$, $\overline{Y}$), point moyen du nuage de point.

Son équation est: $x = a'y + b'$. Avec $a' = \dfrac{COV(X,Y)}{V(Y)}$ et $b' = \overline{X} - a\overline{Y}$.

Remarque : G($\overline{X}$, $\overline{Y}$) appartient aux 2 droites de régression.
Pour tracer ces droites, il suffit donc de déterminer un autre point vérifiant l'équation.

Corrélation linéaire

Deux variables X et Y sont dites en corrélation linéaire lorsque la courbe de régression de Y en X et la courbe de régression de X en Y sont des droites.

Coefficient de corrélation linéaire

On appelle coefficient de corrélation linéaire d'une série statistique double de caractère (X,Y), le nombre réel r défini par: $r = \dfrac{COV(X,Y)}{\sqrt{V(X) \bullet V(Y)}}$

Propriétés

- Si $0{,}87 \leqslant |r| \leqslant 1$ alors la corrélation linéaire entre les 2 variables est forte.
- Si $r = 1$ alors la corrélation est parfaite.

Estimation, Prévision

Lorsqu'il existe une bonne corrélation linéaire, il est possible de prévoir la valeur x de y connaissant celle de x, en utilisant l'équation de la droite de régression de y en x; et vice-versa.

EXERCICE CORRIGÉ

Une enquête menée dans une entreprise auprès du personnel a porté sur le salaire net mensuel Y par agent et le nombre de personnes par famille à la charge de chaque agent X les résultats sont dans le tableau ci-dessous.

Salaire net mensuel Y (en millier de francs)	30	15	25	45	60	45	75	80	90	105	150	100	120	105	130
Nombre de personnes de la famille X_1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7

Dans les réponses, tous les résultats seront arrondis au centième près.

1 - Représenter le nuage des points correspondant à la sérié double (X,Y) dans un repère orthogonal R. Prendre : en abscisses 1cm pour 1 personne et en ordonnées : 1cm pour 10 000 francs.

2- a) Calculer le salaire moyen $\overline{Y}$ du personnel de l'entreprise.

b) Quel est le nombre moyen de personnes à charge par agent ?

c) Placer le point moyen G du nuage dans le repère R.

3 - Calculer Cov(X,Y).

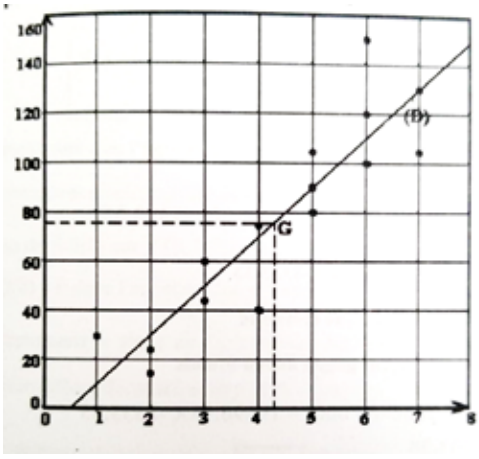
4 - a) Déterminer une équation de la droite (D) d'ajustement de Y en X par la méthode des moindres carrés.

b) Tracer (D)

5- Selon cet ajustement, si un agent de cette entreprise gagne 80.000F par mois, à combien peut-on évaluer le nombre de personnes de sa famille (on arrondira le résultat à l'unité).

SOLUTION

1- Représentation graphique des nuages de points.



2. a) Salaire moyen $\overline{Y}$ du personnel de l'entreprise.

$\overline{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} ni.yi$ donc

$\overline{Y} = \frac{1}{15}[30+15+25+45+60+45+75+80+90+105+150+100+120+105+130] \times 1000$

$\Rightarrow \overline{Y}$ = 78333,33

b) Nombre moyen de personnes à charge par agent.

$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} ni.xi$ donc

$\overline{x} = \frac{1}{15}[1 + 2\times 2 + 2\times 3 + 2\times 4 + 3\times 5 + 3\times 6 + 2\times 7] \Rightarrow \overline{x} = 4,4$

c) Représentation graphique du point moyen G(voir graphique ci-dessus)

3- Calculer la covariance Cov(X,Y)

$Cov(X,Y) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} nixi.yi - \overline{x}.\overline{y}$ donc

$Cov(X,Y) = \frac{1}{15}\left[\begin{matrix}30 + 2\times 15 + 2\times 25 + 3\times 45 + 3\times 60 + 4\times 45 + 4\times 75 + 5\times 80 + \\ 5\times 90 + 5\times 105 + 6\times 160 + 6\times 100 + 6\times 120 + 7\times 105 + 7\times 130\end{matrix}\right] \times 1000 - 4,4\times 78333,33$

$Cov(X,Y) = 65000,02$

4- a) Equation de la droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés

$V(X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} ni(xi - \overline{x})^2$

$V(X) = \frac{1}{15}[(1-4,4)^2 + 2(2-4,4)^2 + 2(3-4,4)^2 + 2(4-4,4)^2 + 2(4-4,4)^2 + 3(5-4,4)^2 + 3(6-4,4)^2 + 2(7-4,4)^2]$

donc $V(X) = 3,3$

$a = \frac{Cov(X,Y)}{V(X)} \Rightarrow a = \frac{65000,02}{3,31}$ donc $a = 19696,98$

$b = \overline{Y} - a\overline{X} \Longrightarrow b = 78333,33 - 19696,98\times 4,4$ donc $b = -8333,38$

d'où $(D): y = ax + b$ *avec* $a = 19696,98$ *et* $b = -8333,333$

b) Représentation graphique de (D) voir graphique ci-dessus

5- Nombre de personnes de sa famille si l'agent gagne 80.000 F/mois

Dans ces conditions on : y = 80 000 donc $80\,000 = 19696,98 \times -8333,33$

$x = \frac{80000 + 8333,38}{19696,98}$

donc $x = 4$

EXERCICE 1

Une entreprise veut prévoir le nombre d'articles qu'elle aurait en stock en l'an 2004. L'évolution du stock de ses articles, au cours des sept dernières années des années 1990, est donnée par le tableau statistique ci-dessous :

Ordre x_i des années	1	2	3	4	5	6	7
Nombre y_i d'articles en stock	3810	3860	3940	4020	4100	4180	4220

1. A partir de quelle année l'entreprise s'est-elle intéressée à ses stocks ?
2. Représenter graphiquement le nuage de points de la distribution statistique définie par le tableau précédent, dans le plan muni du repère orthogonal
(O, I, J). (On prendra pour unité 2 cm en abscisse et 200 articles pour 1 cm sur la droite des ordonnées).
3. Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points. (On prendra l'arrondi d'ordre zéro pour l'ordonnée de G).
4. Déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de x en y. (On donnera l'arrondi d'ordre 1 du coefficient directeur de cette droite).
5. Quel serait le nombre d'articles de l'entreprise en stock à l'année 2004 ?
(On en donnera la valeur approchée d'ordre 1 par excès du résultat).

EXERCICE 2

Une enquête menée dans une entreprise auprès du personnel a porté sur le salaire net mensuel par agent Y et le nombre de personnes par famille, à la charge de chaque agent X. Les résultats sont donnés dans le tableau ci- dessous:

Salaire net mensuel Y_i (en milliers de francs)	30	15	25	45	60	45	75
Nombre de personnes de la famille X_i	1	2	2	3	3	4	4

Salaire net mensuel Y_i (en milliers de francs)	80	90	105	150	100	120	105	130
Nombre de personnes de la famille X_i	5	5	5	6	6	6	7	7

1. Dans les réponses, tous les résultats seront arrondis au centième près. Représenter le nuage de points correspondant à la série double (X ; Y) dans un repère orthogonal $\mathcal{R}$.
Sur l'axe des abscisses, prendre 1 cm pour 1 personne et sur l'axe des ordonnées, prendre 1 cm pour 10.000 francs.
2.
a. Calculer le salaire moyen $\overline{Y}$ du personnel de l'entreprise.
b. Quel est le nombre moyen de personnes à charge par agent?
c. Placer dans le repère le point moyen G du nuage.
3. Calculer la covariance $Cov(X;Y)$.

4.
a. Déterminer une équation de la droite (D) d'ajustement de Y en X par la méthode des moindres carrés.
b. Tracer (D).
5. Selon cet ajustement, si un agent de cette entreprise gagne 80.000 F par mois, à combien peut-on évaluer le nombre de personnes de sa famille? (On arrondira le résultat à l'unité)

EXERCICE 3

Le tableau ci-dessous donne les notes sur 20 obtenues en mathématiques et en sciences physiques par huit candidats de la série D au baccalauréat 2005.
X_i est la note de mathématiques, Y_i la note en sciences physiques.

X_i	4	6	7	9	11	14	12	17
Y_i	3	4	6	8	10	12	9	14

1. Représenter graphiquement le nuage de points associé à cette série statistique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est 1 cm.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage puis le placer dans le repère.
3.
a. Vérifier que la covariance cov (X, Y) de la série statistique est égale à $\frac{57}{4}$.
b. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.
4. Démontrer qu'une équation de la droite (D) de régression de Y en fonction de X par la méthode des moindres carrés est: $Y = \frac{19}{22}X - \frac{17}{44}$.
5. Sur la base de l'ajustement linéaire ainsi réalisé, calculer la note probable de mathématiques d'un candidat qui a obtenu 15 sur 20 en sciences physiques.

EXERCICE 4

L' entreprise Ivoirbois, spécialisée dans l'industrie du bois, envisage de faire des prévisions pour l'année 2007 du coût de production de feuilles de contre-plaqués en fonction du chiffre d'affaires. Elle dispose à cet effet des statistiques résumées dans le tableau ci-dessous :

Années	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Chiffres d'affaires X (en millions de francs)	350	380	500	450	580	650	700
Coût de production Y (en millions de francs)	40	45	50	55	60	65	70

1. Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série double (X, Y) dans le plan rapporté à un repère orthogonal (O, I, J).
On prendra 1 cm pour 50 millions de francs en abscisse et 1 cm pour 5 millions de francs en ordonnées.
2.
a. Calculer le chiffre d'affaires moyen X.
b. Calculer le coût moyen de production 1'.
3.

a. Vérifier qu'un arrondi à l'entier de la covariance cov (X, Y) de la série statistique est égal à 1193.
b. Justifier l'existence d'un ajustement linéaire entre X et Y.
4.
a. Déterminer une équation de la droite (D) d'ajustement de Y en fonction de X par la méthode des moindres carrés.
b. Construire (D) dans le repère (O, I, J).
5. Utiliser l'ajustement précédent pour prévoir le coût de production de l'entreprise

EXERCICE 5

Madame Kouame, statisticienne à la retraite, a créé une petite entreprise de fabrication de colliers traditionnels. Dans l'intention de faire des prévisions pour la production de colliers de l'année 2011, elle a lait l'état des ventes des huit types de colliers fabriqués en 2010
Les résultats sont donnes dans le tableau dessous :

Type de collier	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix X_i de vente en certaines de francs CFA du colliers de type i.	54	60	66	72	84	90	96	102
Nombre Y_i de dizaines de colliers vendus au prix x_i	18	16	15	13	10	9	8	7

On désigne par :
X le caractère « prix de vente du collier » ;
Y le caractère « nombre de colliers vendus au prix X »

1. Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série statistique double de caractère (X ;Y) dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J). On prendra 2 cm pour 10 centaines de francs sur (OI) et 2 cm pour 2 dizaines de colliers sur (OJ).
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage.
3.
a. Calculer la variance V(X) de X.
b. Calculer la covariance COV(X ;V) de la série statistique double de caractère (X ;Y).
c. On admet que V(Y) = 14,50. Démontrer que l'arrondi d'ordre 2 du coefficient de corrélation linéaire est égal à - 0,99.
4. Soit (D) la droite de régression de V en X par la méthode des moindres carrés.
a. Justifier que l'arrondi d'ordre 2 dii coefficient directeur de (D) est égal à -0,23.
b. Démontrer qu'une équation de la droite (D) est : $y = -0,23x + 29,94$.
5. Pour l'année 2011, Madame Kouamé souhaite fabriquer un nouveau type de collier qu'elle vendrait à 11 500 francs CFA l'unité. Combien de collies de ce type pourrait-elle vendre selon l'ajustement linéaire réalisé ?

EXERCICE 6

Pour étudier l'évolution du nombre de bacheliers accédant aux études supérieures, le ministère du plan d'un pays a diligenté une enquête depuis l'an 2003.
Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang X de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre Y de diplômés (en milliers)	25	27	30	33	34	35	38	41	43

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique double (X, Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé. (Unité graphique : 1cm) On prendra pour origine le point $\Omega\begin{pmatrix}0\\24\end{pmatrix}$.

2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série (X, Y).
3. Justifier que :
a. La variance de X est $\frac{20}{3}$.
b. La covariance de X et Y est $\frac{44}{3}$.
4.
a. Sachant que la variance de Y est égale à $\frac{98}{3}$, déterminer la valeur du coefficient de corrélation linéaire.
b. Justifier que ce résultat permet d'envisager un ajustement linéaire.
5. Soit (D) la droite d'ajustement de Y en X obtenue par la méthode des moindres carrés.
a. Déterminer une équation de (D).
b. Tracer (D).
6. On suppose que l'évolution se poursuit de la même manière au cours des années suivantes.
Donner une estimation du nombre de bacheliers qui accéderont aux études supérieures en 2020.

EXERCICE 7

Dans le cadre d'un recensement portant sur le nombre de travailleurs dans les champs d'hévéa, un agent a visité huit (8) exploitations. Un exploitant voudrait estimer le nombre de travailleurs que prendrait une exploitation de 16 ha d'hévéa. Pour cela, l'agent recenseur a recueilli les informations consignées dans le tableau ci – dessous.

Nombre x de travailleurs	2	4	4	5	7	7	8	8
Superficie exploitée y (en ha)	3	5	6	7	10	11	8	12

1. Représente le nuage de points correspondant à la série statistique double (X,Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé.
On prendra sur l'axe des abscisses 1 cm pour 1 travailleur et sur l'axe des ordonnées 1cm pour une superficie de 1 ha.
Pour les questions 2) ,3) ,4) et 5), les résultats seront arrondis à l'ordre 2.
2. Justifie que le point moyen à pour couple de coordonnées (5,63 ; 7,75).
3. On note V(X) la variance de X, V(Y) la variance de Y et Cov(X,Y) la covariance de X et Y.
Justifie que : V(X) = 4,18 ; V(Y) = 8,44 et Cov(X,Y) = 5,37.
4.

a. Calcule le coefficient de corrélation linéaire r de la série (X,Y).
b. Interprète le résultat obtenu précédemment.
5.
a. Justifie qu'une équation de la droite (D) d'ajustement de Y en X, par la méthode des moindres carrées, est : $y = 1{,}28x + 0{,}54$.
b. Trace (D) sur le graphique précédent.
6. Utilise l'ajustement précédent pour répondre à la préoccupation de l'exploitant. On donnera l'arrondi d'ordre zéro du résultat.

EXERCICE 8

Pour préparer la retraite des membres une coopérative de fonctionnaires ivoiriens a plante en 1991 des anacardiers qui sont rentres en production trois ans plus tard Le tableau suivant donne l'évolution des productions depuis la ère année de récolte.

Ordre X de l'année de production	1	2	3	4	5	6	7
Année de production			1996				
Production Y (en tonne)	118	14	184	247	267	278	255

1. En quelle année cette coopérative a-t-elle obtenu 278 tonnes d'anacarde?
2. Recopier et compléter le tableau statistique ci- dessus.
3. Représenter dans le plan muni du repère orthogonal (O, I, J), le nuage de points de la série statistique double (X; Y).
(On prendra sur l'axe des abscisses 2 cm pour une unité et sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 20 tonnes).
4. Déterminer les coordonnées du point moyen G de la statistique double (X; Y).
5. Justifier que:
a) la variance de X est 4;
b) la covariance de X et Y est $\frac{758}{7}$
6.
a) Sachant que la variance de Y est égale à $\frac{170896}{49}$, déterminer l'arrondi d'ordre 2 du coefficient de corrélation linéaire de la statistique double (X; Y).
b) La corrélation entre les deux variables X et Y est-elle bonne?
Justifier votre réponse.
7.
a) Déterminer une équation de la droite de régression (D) de Y en X par la méthode des moindres carrées.
b) Tracer (D).
8. En quelle année la coopérative produira-t-elle 350 tonnes?

EXERCICE 9

Le tableau ci-dessous donne le nombre total d'adhérents au club de mathématiques en 2018 :

Mois xi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre d'adhérents	1100	1160	1220	1370	1620	1550	1600	1500	1790	1940	2060	1980

Une fondation veut octroyer une aide financière au club si le nombre d'adhérents dépasse 3 000 élèves. Les élèves veulent déterminer quand ils pourront recevoir ce don.
Détermine quand le club pourra recevoir ce don.

EXERCICE 10

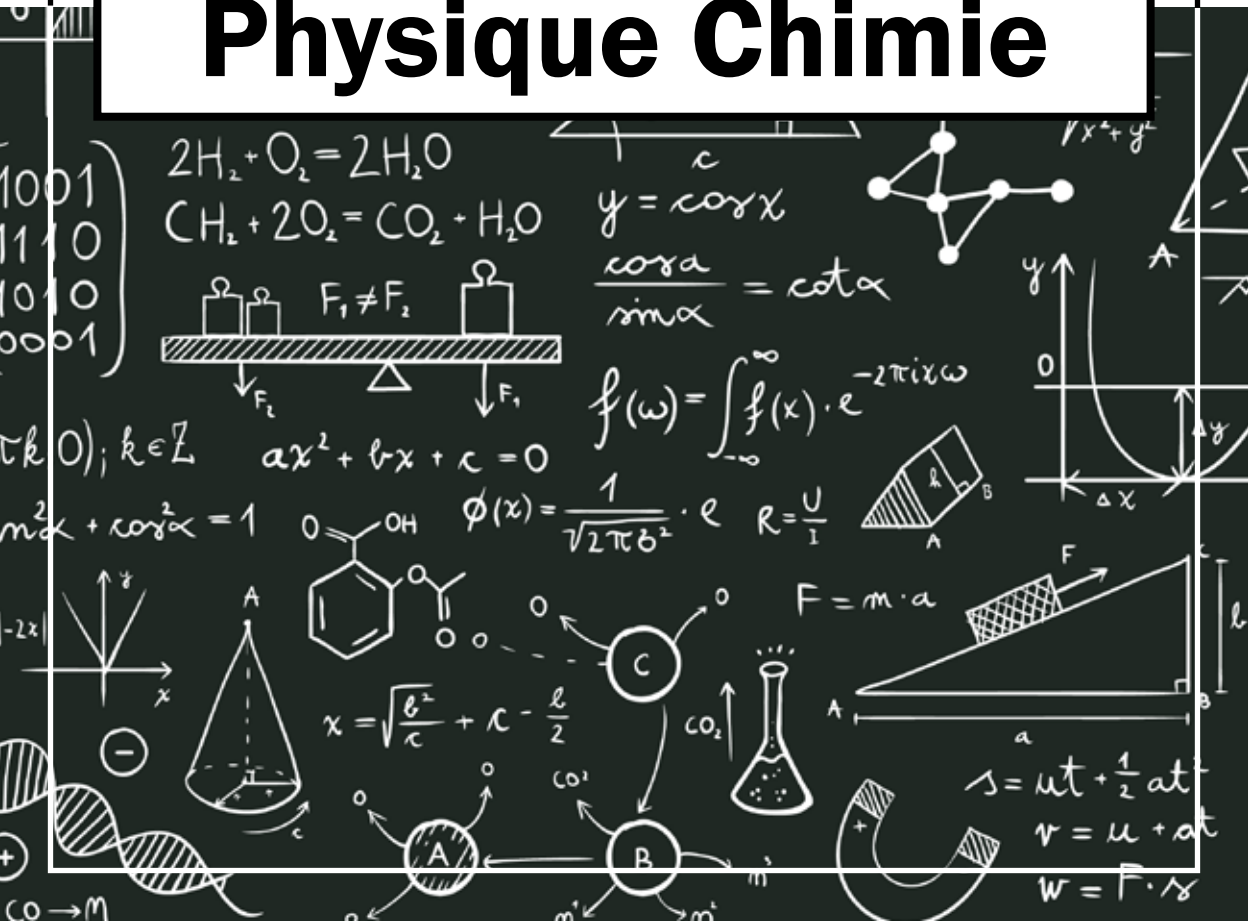
En Côte d'Ivoire, le gouvernement, par décret N°2013-327 mai 2013, a interdit la production, l'importation, la commercialisation, la détention et l'utilisation des sachets plastiques.
L'application du décret a été reportée au 22 novembre 2014.
Au début du mois de juin 2013, un magasin de distribution disposait d'un stock de 740 cartons de sachets plastiques. Depuis lors, l'entreprise a arrêté d'acquérir de nouveaux cartons de sachets plastiques et a suivi l'évolution de son stock pendant 60 mois en notant, au début de chaque mois, le nombre de cartons de sachets plastiques disponibles.
Le tableau suivant donne les résultats obtenu.

Mois	Juin 2013	Juillet 2013	Août 2013	Septembre 2013	Octobre 2013	Novembre 2013
Rang xi du mois	1	2	3	4	5	6
Nombre de cartons de sachets	740	680	650	580	500	450

Le responsable du magasin de distribution se demande si son stock sera épuisé avant la date d'entrée en vigueur du décret.
Aide le à dissiper son doute à partir de tes connaissances mathématiques.

EXCELLENCE GROUP

Physique Chimie



CINÉMATIQUE

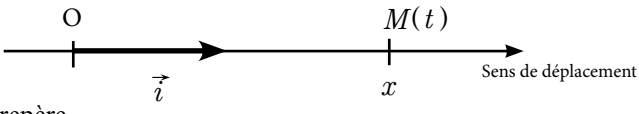
I- Référentiel

Un référentiel est constitué d'un repère d'espace muni d'un repère de temps.

1) Repère d'espace

a) Repérage sur une droite

Pour repérer les différentes positions d'un mobile en mouvement rectiligne, on utilise un repère $(O, \vec{i})$ lié à la droite.



O : Origine du repère

$\vec{i}$: Vecteur unitaire ($\|\vec{i}\|$ = l'unité)

x : Abscisse de M à la date t

$\overrightarrow{OM}$: Vecteur position

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$$

b) Repérage dans un plan

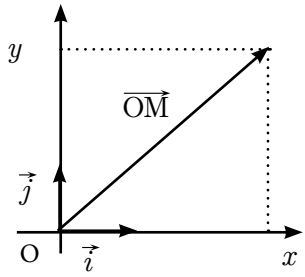
Lorsque le mobile se déplace dans un plan, on utilise un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ pour repérer ses différentes positions :

x : Abscisse du mobile

y : Ordonnée du mobile

$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$

$\|\overrightarrow{OM}\| = OM = \sqrt{x^2 + y^2}$



c) Repérage dans l'espace

On utilise un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ pour repérer le point mobile s'il se déplace dans l'espace.

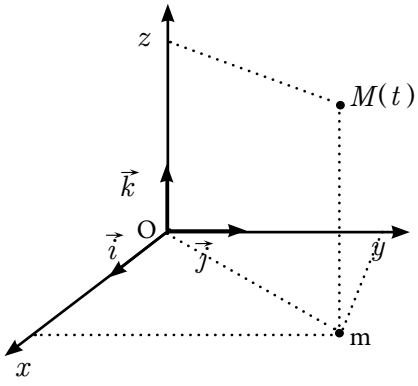
z : Altitude ou coté du mobile à la date t.

$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$\|\overrightarrow{OM}\| = OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

x, y et z dépendent du paramètre temps ou sont fonctions paramètre temps.

$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \\ z = h(t) \end{cases}$ { équations horaires ou bisparamétriques ou équations paramétriques



Exemple : $\begin{cases} x = 2(t) - 1 \\ y = 0 \\ z = 3t^2 + t - 5 \end{cases}$

Trajectoire d'un mobile

C'est l'ensemble des positions successives occupées par un mobile au cours de son mouvement.

La trajectoire peut-être :

- Une droite, le mouvement est rectiligne ;
- Une parabole, le mouvement est parabolique ;
- Un cercle ou portion de cercle, le mouvement est circulaire.

L'équation de la trajectoire est obtenue en combinant x, y et z de sorte à éliminer t.

Exemple :

* Equation horaire : $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 0 \\ z = 3t^2 + t - 5 \end{cases}$

$t = \dfrac{x+1}{2}$

$z = 3\left(\dfrac{x+1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{x+1}{2}\right) - 5$

$z = \dfrac{3}{4}(x^2 + 2x + 1) + \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{2} - 5$

$z = \dfrac{3}{4}x^2 + \left(\dfrac{3}{2} + \dfrac{1}{2}\right)x + \left(\dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{2} - 5\right)$

$z = \dfrac{3}{4}x^2 + 2x - \dfrac{15}{4}$

La trajectoire est parabolique.

* Equation horaire : $\begin{cases} x = 3\cos 5t \\ y = 3\sin 5t \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 = 9\cos^2 5t \\ y^2 = 9\sin^2 5t \end{cases}$

$x^2 + y^2 = 9(\cos^2 5t + \sin^2 5t)$

$x^2 + y^2 = 9$

$x^2 + y^2 = 3^2$

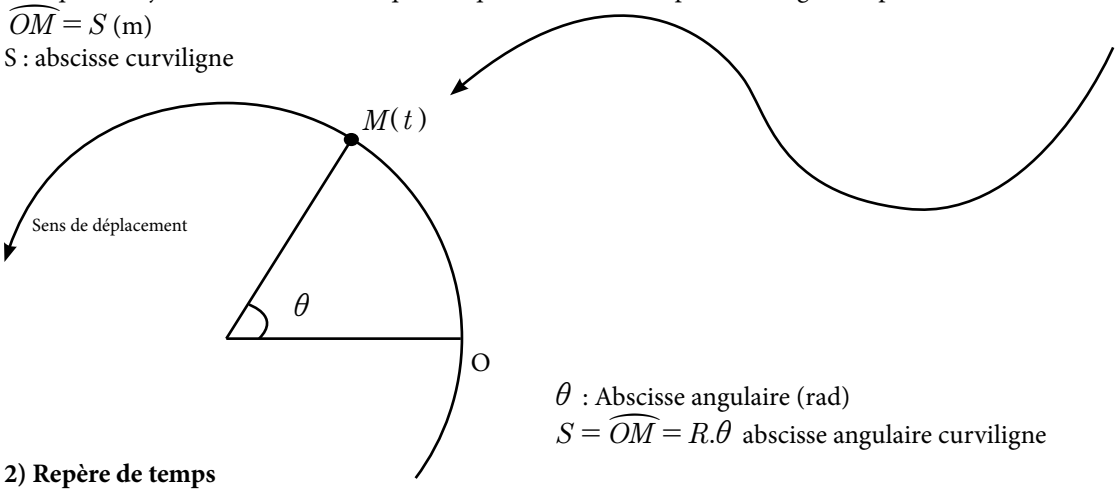
La trajectoire est un cercle de centre (0,0) O est de rayon 3.

d) Repère curviligne d'espace

Lorsque la trajectoire du mobile est quelconque on utilise un repère curviligne d'espace.

$\widehat{OM} = S$ (m)

S : abscisse curviligne



θ : Abscisse angulaire (rad)

$S = \widehat{OM} = R.\theta$ abscisse angulaire curviligne

2) Repère de temps

Pour repérer le temps, il faut une origine des dates.

II- Vitesse

La vitesse exprime la variation plus ou moins rapide de la position au cours du temps. Il existe deux sorte de vitesse :

- La vitesse moyenne ;
- la vitesse instantanée.

1) Vecteur vitesse moyenne

Soit les points M1 et M2 occupés respectivement aux dates t1 et t2, la vitesse moyenne s'écrit

$$\overrightarrow{V_{moy}} = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$$

m.s^{-1} → $V_{moy} = \frac{M_1M_2}{t_2 - t_1}$ ← m, s

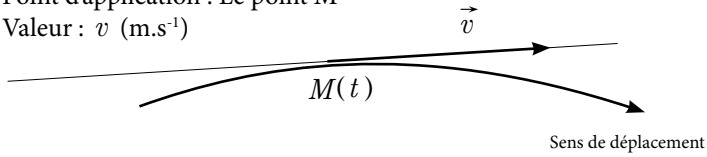
Exemple : Un cycliste parcourt 90 km en 1h20 mn
Calculer sa vitesse moyenne

2) Vecteur vitesse instantanée

Il est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur position $\vec{v} = \frac{d}{dt}(\overrightarrow{OM})$

Caractéristiques du vecteur vitesse

$\vec{v}$
- Direction : Tangente à la trajectoire
- Sens : Celui du mouvement
- Point d'application : Le point M
- Valeur : v (m.s^{-1})



Expression de v dans un repère orthonormé

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \qquad \vec{v} = \frac{d}{dt}(\overrightarrow{OM}) = \frac{d}{dt}x\vec{i} + \frac{d}{dt}y\vec{j} + \frac{d}{dt}z\vec{k}$$

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

Exemple : $\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 0 \\ z = 3t^2 + t - 5 \end{cases}$

$\vec{v} \begin{cases} \dot{x} = 2 \\ \dot{y} = 0 \\ \dot{z} = 6t + 1 \end{cases}$ $\qquad \vec{v} = 2i + (6t + 1)\vec{k}$

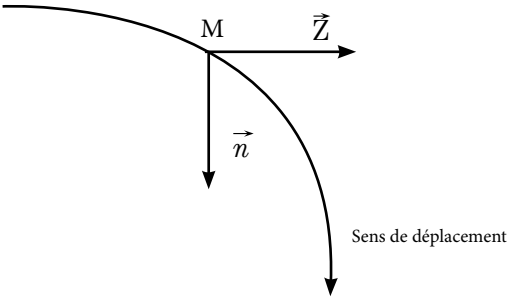
A $t_0 = 0$, on a $\vec{v_0} = 2\vec{i} + (6(0) + 1)\vec{k}$

$\vec{v_0} = 2\vec{i} + \vec{k}$

$v_0 = \sqrt{2^2 + 1^2}$

$v_0 = 2{,}23$ m.s^{-1}

Expression de $\vec{v}$ dans le repère de Frenet



Repère de Frenet $(M, \vec{Z}, \vec{n})$

$\vec{Z}$: Vecteur unitaire tangentielle ;

$\vec{n}$: Vecteur unitaire normal

$\vec{Z}$
- Tangente à la trajectoire
- Sens du mouvement
- M
- $\|\vec{Z}\| = 1$ unité

$\vec{n}$	La perpendiculaire à $\vec{Z}$ Vers l'interieur de la courbure ou vers le centre du cercle M $\|\|\vec{Z}\|\| = 1$ unité

$v = \frac{d}{dt}(\widehat{OM}) = \dot{S}$ $\qquad$ $\vec{v} = v\vec{Z} = \dot{S}\vec{Z}$

III- Accélération

Elle exprime la variation plus ou moins rapide de la vitesse au cours du temps. On en distingue deux sortes : L'accélération moyenne et l'accélération instantanée.

1) Accélération moyenne

Soit $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ les vecteurs vitesse d'un mobile respectivement au dates t_1 et t_2. L'accélération est définie par $\vec{a}_{moy} = \frac{\vec{v_2} - \vec{v_1}}{t_2 - t_1}$

m.s^{-1} → $a_{moy} = \frac{\|\vec{v_2} - \vec{v_1}\|}{t_2 - t_1}$ ← m.s^{-1} ; ← s

2) Accélération instantanée.

Elle est égale à la dérivée de la vitesse instantanée par rapport au temps.

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(\vec{v})$$

a) Expression de a dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$

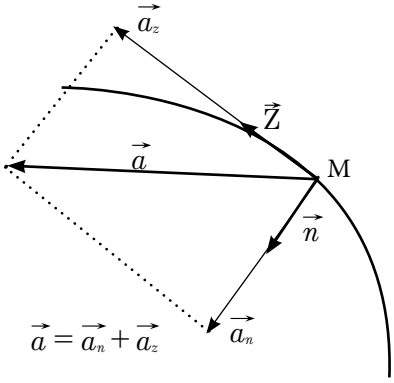
$\|\vec{a}\| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$

Exemple : $\vec{v} = 2\vec{i} + (6t+1)\vec{k}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = 6 \end{cases} \Longrightarrow \vec{a} = 6\vec{k}$

$a = \sqrt{0^2 + 0^2 + 6^2}$

$a = 6$ m.s-2 = constante



b) Expression de a dans la base de Frenet.

$\vec{a_z}$: accélération tangentielle

$\vec{a_z} = \frac{d}{dt}\vec{z}$ $\qquad$ $\vec{a_z} = \frac{d\vec{z}}{dt}$

$\vec{a_n}$: accélération normale

$\vec{a_n} = \frac{v^2}{R}\vec{n}$ $\qquad$ $a_n = \frac{v^2}{R}$

$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{n} + \frac{d\vec{v}}{dt}\vec{z}$

IV- Etude de quelques mouvements

1) Mouvement rectiligne

Un mouvement est dit rectiligne lorsqu'il s'effectue sur une droite.

a) Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

C'est un mouvement qui s'effectue sur une droite à vitesse constante.

$v =$ constante $\qquad$ $a = \frac{dv}{dt} = 0$

* Loi horaire

$\vec{v}$ = constante $\qquad$ a = $v = \frac{x - x_0}{t - t_0}$

d'où $x = v(t - t_0) + x_0$
Si $t_0 = 0$ alors
$x = vt + x_0$

b) Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)

Un mouvement rectiligne uniformément varié est un mouvement qui se déroule sur une droite avec une accélération constante.

* Loi horaire

a = constante $\quad a = \dfrac{v - v_0}{t - t_0}$

$v = a(t - t_0) + v_0$

$x = \dfrac{1}{2}a(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0) + v_0$

si $t_0 = 0$ alors

$v = at + v_0$

$x = \dfrac{1}{2}at^2 + + v_0 t + x_0$

t_0 : Date de début du mouvement
x_0 : Abscisse à t_0

Relation caractéristique d'un MRUV

MRUV $\begin{cases} v_2 - v_1 = a(t_2 - t_1) \\ v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \end{cases}$

2) Mouvement circulaire uniforme

C'est un mouvement qui s'effectue sur une portion ou un cercle entier avec une vitesse constante.

a) Loi horaire

$v =$ constante $\quad v = \dfrac{s - s_0}{t - t_0}$

$s = v(t - t_0) + s_0$

S = $\overset{\frown}{OM} \quad s_0 = \overset{\frown}{OM_0}$

$s = R\theta \quad \dot{s} = R\dot{\theta}$ avec $w = \dfrac{d}{dt}\theta = \dot{\theta}$: vitesse angulaire

$\Longrightarrow v = R\omega$

v = constante $\Longrightarrow w$ = constante

$w = \dfrac{\theta - \theta_0}{t - t_0} \qquad \theta = \omega(t - t_0) + \theta_0$

si Si $t_0 = 0$ alors

$s = vt + s_0 \qquad \theta = \omega t + \theta_0$

b) Période et fréquence d'un mouvement circulaire uniforme

$\omega = \dfrac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$; $T = t - t_0 \Longrightarrow \theta - \theta_0 = 2\pi$ rad

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

$f = N = \dfrac{1}{T}$

Dans le repère de Frenet

$\vec{a} = \dfrac{dv}{dt}\vec{z} + \dfrac{v^2}{R}\vec{n}$

On a un MCU $\Longrightarrow v =$ constante $\Longrightarrow \dfrac{dv}{dt} = 0$

$\Longrightarrow \vec{a_z} = \dfrac{dv}{dt}\vec{z} = \vec{0}$

$\boxed{\vec{a} = \vec{a_n} = \dfrac{v^2}{R}\vec{n}}$

$a = a_n = \dfrac{v^2}{R}$ or $v = R\omega$ $\qquad \boxed{\vec{a} = R\omega^2\vec{n}}$

EXERCICE CORRIGÉ 1

Les coordonnées cartésiennes d'un point mobile dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ sont :

$$\begin{cases} x = 2t^2 - 2 \\ y = t^2 + 1 \end{cases} \quad x \text{ et } y \text{ en m}$$

1. Donner l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.
2. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire. En déduire la nature de la trajectoire.
3. Représenter la trajectoire entre les dates t0 = 0 s et t1 = 3 s.

Echelle : 1 cm pour 2 m. Situer le point mobile sur la trajectoire à la date t2 = 2 s.

4. Donner les caractéristiques (composantes et module) des vecteurs -vitesse et accélération du mobile
à l'instant t. Faire l'application numérique pour t2 = 2 s.
5. Quelle est la distance parcourue par le point mobile pendant la durée t2- t0 ?
Quelle est sa vitesse moyenne pendant cette durée ?
6.
6.1. Déterminer l'expression de l'abscisse curviligne S du point mobile à un instant t quelconque en prenant comme origine des abscisses curvilignes la position du mobile à l'instant t0.
6.2. Utiliser cette expression pour calculer la distance parcourue par le point mobile au bout de 2 s.

SOLUTION

1) $\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} = (2t^2 - 2)\vec{i} + (t^2 + 1)\vec{j}$.

2) En éliminant le temps t entre les deux équations horaires, on a : $y = \frac{1}{2}x + 2$: trajectoire rectiligne.

3) Courbe y = f(x) :

t	0s	3s
x	- 2	16
y	1	10
M	M_0	M_1

4)

- A la date t : $\vec{v}\begin{cases} v_x = 4t \\ v_y = 2t \end{cases}$; $v = \sqrt{(4t)^2 + (2t)^2} \Rightarrow v = 2\sqrt{5}\,t$
- A la date t : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 4 \\ a_y = 2 \end{cases}$; $a = \sqrt{4^2 + 2^2} \Rightarrow a = 4{,}47$ m. s^{-2}
- A la date $t_2 = 2$ s ; v = 4,47 m. s^{-1} et a = 4,47 m. s^{-2}.

5) A la date $t_2 = 2$ s, on a le point M_2 de coordonnées $x_2 = 6$ m et $y_2 = 5$ m.

$d(M_0M_2) = \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2} = \sqrt{(6 + 2)^2 + (5 - 1)^2} = 8{,}94$ m ;

$V_m = \frac{d(M_0M_2)}{t_2 - t_0} = 4{,}47$ m. s^{-1}.

6.a) $s(t) = d(M_0M) = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} = \sqrt{5}\,t$

b) Pour t = 2 s : $d = \sqrt{5} \times 2 = 8{,}94$ m

EXERCICE CORRIGÉ 2

1) Une automobile décrit une trajectoire rectiligne dans un repère $(O, \vec{i})$. Son accélération est constante. A l'instant t_0 = 0s, l'automobile part d'un point M0.
A l'instant t_1 = 3 s, l'automobile passe par le point M1 d'abscisse x_1 = 59 m à la vitesse algébrique V_{1x} = 6 m/s. Elle arrive ensuite au point M2 d'abscisse
x_2 = 150 m à la vitesse algébrique V_{2x} = 20 m/s.
a) Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile.
b) A quel instant t_2 l'automobile passe-t-elle par le point M2 ?
c) Calculer la longueur l du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée du mouvement fixée à 20 s.
2) A la date T = 1 s, une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse constante $V_{x'}$ = 20 m/s passe par le point M' d'abscisse x' = -5 m. Pendant toute la durée du mouvement fixée à 20 s, la moto va d'abord dépasser l'automobile ; ensuite l'automobile va rattraper la moto.
Déterminer :
a) L'équation horaire du mouvement de la moto dans le repère $(O, \vec{i})$.
b) Les dates de dépassements.
c) Les abscisses de dépassements
d) La vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto.
e) La distance d parcourue par la moto entre les dates t = 1 s et la date où elle dépasse l'automobile.

SOLUTION

1.

1.1) $x = \frac{1}{2}a_x.t^2 + V_{0_x}t + x_0$; $a_x = \frac{V_{2x}^2 - V_{1x}^2}{2(x_2 - x_1)} = 2$ m. s^{-2}; $V_{1x} = a_x.t_1 + V_{0_x}$; d'où $V_{0_x} = V_{1x} - a_x.t_1 = 0$;

$x_1 = \frac{1}{2}a_x.t^2 + x_0 = 59$ m $\Rightarrow x_0 = 59 - t_1^2 = 59 - 3^2 = 50$ m.

$x = \frac{1}{2}a_x.t^2 + V_{0_x}t + x_0 \Leftrightarrow$ **$x = t^2 + 50$**.

1.2) Au point M_2, on a : $x_2 = 150 = t_2^2 + 50 \Rightarrow$ **$t_2 = 10$ s**.

1.3) Aux dépassements, $x = x_m$, donc $t^2 + 50 = 20t$ A t = 20 s, $x = 20^2 + 50 = 450$m, d'où
$\ell = x - x_0 = 450 - 50$; $\Rightarrow$ **$\ell = 400$ m**.

2.

2.1) Soit x_m, l'abscisse de la moto : $x_m = 20(t - T) + x' = 20(t - 1) - 5 \Rightarrow$ **$x_m = 20t - 25$**.

2.2) $x = x_m \Rightarrow t^2 + 50 = 20t - 25 \Leftrightarrow t^2 - 20t + 75 = 0$.

La résolution de cette équation donne les dates $t'_1 = 5$ s et $t'_2 = 15$ s. La moto dépasse l'automobile à la date **$t'_1 = 5$ s** et l'automobile rattrape la moto à la date **$t'_2 = 15$ s**.

2.3)

- A $t'_1 = 5$ s : $x'_1 = 75$ m
- A $t'_2 = 15$ s : $x'_2 = 275$ m.

2.4) $d = x_m - x' = 80$ m

2ème méthode : $d = x_m - x' = 20\,(t - 1) = 20 \times 4 = 80$ m.

EXERCICE 1 Vrai ou Faux ?

On envisage le mouvement d'un point mobile décrivant une trajectoire, curviligne ou non.

- Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire au point considéré.
- Dans un mouvement curviligne, le vecteur accélération peut être tangent à la trajectoire au point considéré.
- Une accélération tangentielle nulle implique un mouvement uniforme.
- Si $\vec{a}.\vec{v} < 0$, le mouvement est retardé.
- Une accélération tangentielle constante implique un mouvement uniformément accéléré ou retardé.
- Le vecteur accélération normal est dirigé vers l'intérieur d'une trajectoire curviligne.
- Si, à un instant t, la vitesse $\vec{v}$ est nulle, alors l'accélération $\vec{a}$ est aussi nulle.

EXERCICE 2 Répondre par vrai (V) ou faux (F) en cochant la bonne case

Dans un mouvement circulaire uniforme

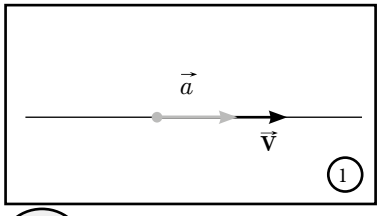
	(V)	(F)
a) la norme du vecteur vitesse $\|\vec{v}\|$ est constante.	☐	☐
b) Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est constante.	☐	☐
c) Le vecteur accélération $\vec{a}$ est constant.	☐	☐
d) L'accélération tangentielle a_t est nul.	☐	☐
e) La norme du vecteur accélération $\|\vec{a}\|$ est constante.	☐	☐
f) Le vecteur accélération $\vec{a}$ est normal à la trajectoire au point considéré.	☐	☐
g) Le vecteur accélération est centripète.	☐	☐
h) La période T du mouvement est proportionnelle à la vitesse v.	☐	☐

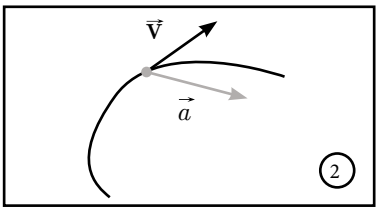
EXERCICE 3

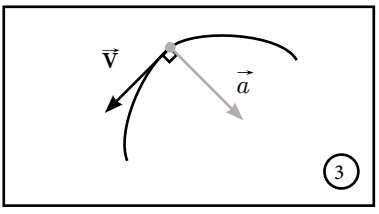
Sur différentes portions de trajectoire, on a représenté le vecteur vitesse $\vec{V}$ et le vecteur accélération $\vec{a}$ d'un point mobile.

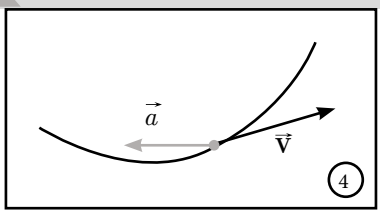
A chacun des six cas de figure ci-dessous, associer une ou plusieurs des propositions suivantes :

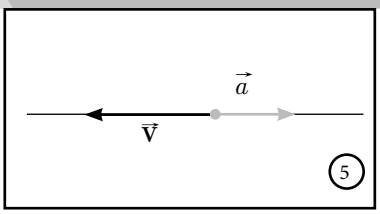
a) mouvement rectiligne ;
b) mouvement curviligne ;
c) mouvement uniforme ;
d) mouvement accéléré ;
e) mouvement retardé ;
f) incohérent.

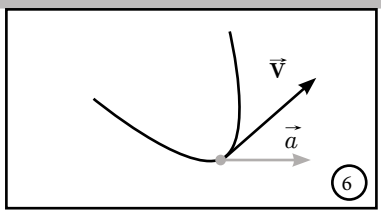












EXERCICE 4

La position d'un point matériel se déplace dans un plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est définie à chaque instant par les équations horaires suivantes :

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 2t \\ y = -5t^2 + 2t \end{cases}$ avec $t > 0$.

Le point matériel est mis en mouvement à la date $t = 0$.

1) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.

2) Donner les caractéristiques (composantes et norme) du vecteur-vitesse à un instant t.

3) Déterminer le vecteur-vitesse du point matériel lorsque celui-ci passe par l'ordonnée maximale Y_{max} que l'on calculera. Quelle est l'abscisse du point dont l'ordonnée maximale ?

4) A quelle date le point matériel passe-t-il par le point M_0 d'ordonnée nulle ?

Quelle est l'abscisse de ce point ?

Quelle est la vitesse du mobile à cet instant ?

EXERCICE 5

La position d'un point mobile M dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est donnée à chaque instant par le vecteur-position $\overrightarrow{OM}$: $\overrightarrow{OM} = (t^2 - 4t)\,\vec{i} + (t^2 + 2)\vec{j}$ avec $t \geq 0$.

1) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.

2) Donner l'intervalle de temps pour lesquels le mouvement est retardé puis accéléré.

EXERCICE 6

Les équations horaires du mouvement d'un point mobile se déplace dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont : $x = 3t + 1$ et $y = 4,9t^2$.

1) Exprimer dans la base $(O, \vec{i}, \vec{j})$ les vecteurs-positions et vitesse du point M.

2) Montrer que le vecteur-accélération $\vec{a}$ est constant. Calculer a.

3) Déterminer le vecteur-position $\overrightarrow{OM_0}$ et vitesse $\vec{V_0}$ à l'instant initial.

4) Montrer que, pour un tel mouvement (vecteur accélération constante), vecteur position est de forme $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{V_0}t + \overrightarrow{OM_0}$.

EXERCICE 7

Un point mobile M décrit sur un axe $(O, \vec{i})$ (mouvement uniformement varié d'accélération) $\vec{a} = 4\vec{i}$. A l'instant $t = 0$, le vecteur-vitesse est $\vec{V_0} = -8\vec{i}$ et le vecteur-position $\overrightarrow{OM_0} = 2\vec{i}$.

1) Etablir les équations horaires du mouvement $v(t)$ et $x(t)$.
2) Déterminer la date et la position pour lesquelles la vitesse s'annule.
3) Entre quelles dates le mouvement est-il accéléré ? retardé ?

EXERCICE 8

Un mobile est lancé sur un plan incliné muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Le plan coïncide à t = 0 s avec l'origine O. Son vecteur-position est $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + +y\vec{j} + z\vec{k}$
A cours du mouvement, son accélération est $\vec{a} = -a\vec{j}$ avec $V = 4$ m.s^{-2}. A l'instant du lancement sa vitesse initiale est $\overrightarrow{V_0} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$.
1) Ecrire les coordonnées du vecteur-vitesse $\vec{V}$ et du vecteur-position $\overrightarrow{OM}$ à l'instant t dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
2) Donner l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile.
3) Tracer l'allure de cette trajectoire dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
4) Le centre d'inertie du mobile coupe l'axe $x'x$ en un point A à la date t_1.
5) A partir de l'équation cartésienne, déterminer X_A. En déduire la valeur t_1.
5) Déterminer la norme V_A du vecteur A. Comparer V_A à la norme V_0 du vecteur $\overrightarrow{V_0}$.

EXERCICE 9

Un point M en mouvement dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.a les coordonnées suivant, à l'instant t.

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 2t \\ y = 0 \\ z = -t^2 + 2t \end{cases}$$

1) Vecteur-position
a) Exprimer dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, le vecteur-position en fonction du temps.
b) Déterminer la position du point M à la date t_1 = 1 s.
c) Déterminer la trajectoire du mobile.
2) Vecteur-vitesse
a) Déterminer les coordonnées du vecteur-vitesse à chaque instant.
b) Déterminer le temps que met le point M au sommet de la trajectoire et déduire la valeur de la vitesse en ce point.
3) Vecteur-accélération
a) Déterminer les coordonnées du vecteur-accélération à la date t.
b) Calculer la valeur de l'accélération à t =1 s et en déduire la nature du mouvement.

EXERCICE 10

Une automobile initialement arrêtée est soumise à une accélération constante égalé à a_1 = 1 m.s^{-2} durant 10 s. Pendant les 20 s qui suivant, l'automobile ralentit avec une décélération constante a_2 = 5.10^{-2} m.s^{-2}. Enfin l'automobile, freinée, prend un mouvement uniformément varié et s'arrête au bout de 5 s.
1) Ecrire les équations horaires $v(t)$ et $x(t)$ au cours de la première phase.
2) Ecrire les équations horaires $v(t)$ et $x(t)$ au cours de la deuxième phase.
3) Ecrire les équations horaires $v(t)$ et $x(t)$ au cours de la troisième phase.

4) Calculer la distance totale parcourue par l'automobile.
5) Représenter le diagramme des vitesses.

NB : 1er cas : on prendra comme origine des dates et des espaces le début de chaque phase.
2eme cas : on prendra comme origine des dates et des espaces le début du mouvement.

EXERCICE 11

Sur une route rectiligne et avec un vecteur accélération constant de valeur $a_1 = 2{,}5$ m.s^{-2} pendant une durée $\theta_1 = 7$ s, un taxi démarre juste au moment où le feu tricolore passe au vert. Ensuite le conducteur maintient la vitesse constante. Lorsque le feu passe au vert, un camion situé à une distance $d = 20$ m avant le feu roule à la vitesse constante V = 45 km.h^{-1}. Dans un premier temps, le camion va doubler le taxi, puis dans une deuxième phase celui va le dépasser. En prenant comme origine des dates, l'instant où le feu passe au vert et comme origine des positions, celle du feu tricolore, déterminer :
1.1. Les équations horaires du taxi et du camion.
1.2. Les dates t1 et t2 des dépassements.
1.3. Les abscisses X1 et X2 des dépassements.
1.4. Le vitesses du taxi à ces dates.
2. Beaucoup plus loin, le taxi roule sur un tronçon de route rectiligne à la vitesse de 130 km/h. Soudain, un enfant apparait sur la route à une distance D = 120 m. Le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse à 105 km.h-1 au bout d'une durée $\theta = 1$s.
2.1. Calculer la valeur supposée constante de l'accélération du taxi.
2.2. A quelle distance de la position de l'enfant va-t-il s'arrêter ?

EXERCICE 12

1) Une automobile roule sur une route droite à la vitesse constante de 108 km/h. Soudain, le conducteur perçoit à 150 m devant lui un panneau de limitation de vitesse à 60 km/h. Le conducteur actionne le frein et atteint le panneau avec la vitesse de 45 km/h.
a) Donner les caractéristiques (sens et intensité) du vecteur-accélération supposé constant de l'automobile durant la phase de ralentissement.
b) Calculer le temps mis par le conducteur pour atteindre le panneau à partir du début du freinage.
2) Quelles devraient être l'accélération algébrique de l'automobile et la durée du freinage pour que le conducteur atteigne le panneau à la vitesse de 60 km/h.
3) En réalité, le conducteur commence par freiner 0,8s après avoir vu le panneau. Il impose à son automobile l'accélération calculée au 1a).
Avec quelle vitesse arrive-t-il au niveau du panneau ? est-il en infraction ?
4) Le conducteur maintient constante après le panneau la vitesse précédemment calculée. A cette vitesse, il doit négocier un virage de rayon R = 150 m.
a) Déterminer les caractéristiques (sens et intensité) du vecteur-accélération pendant le virage.
b) Calculer la durée du virage si on l'assimile à un quart de cercle.

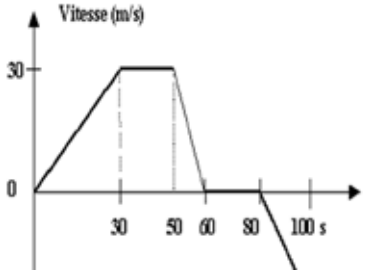
EXERCICE 13

Un mobile ponctuel M décrit une trajectoire rectiligne munie d'un repère $(O, \vec{i})$; son vecteur accélération est constant pendant toute la durée du mouvement qui est fixée à $t_F = 5$s. A la date $t_0 = 0$s,

le mobile passe au point M_0, d'abscisse
x_0 = -0,5 m avec une vitesse V_0 = -1 m.s^{-1}.
Puis il passe au point M1 d'abscisse x_1 = +5 m, avec une vitesse V_1 = +4,7 m.s^{-1}.
1) Quelle est la nature du mouvement M ? Justifier votre réponse. Calculer l'accélération a du mobile. Donner les équations horaires $V(t)$ et $X(t)$.
2)
a) A quelle date, le mouvement de M change-t-il de sens ?
b) Entre quelles dates est-il accéléré ? Retardée ? Justifier.
c) Représenter les vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{a}$ dans chaque cas.
Représenter le diagramme de vitesse : 1 cm pour 1s et 0,5 cm pour 1 m/s.
3) Calculer la date t_1 à laquelle le mobile passe au point M_1
4) A la date T = 2s, un deuxième mobile M_1 passe à l'abscisse x_1 = + 5m avec un mouvement rectiligne dont la vitesse est V'_1 = 4 m.s^{-1}.
a) Donner l'équation horaire $x_1(t)$ du mobile M_1.
b) Calculer la date t_R de la rencontre des deux mobiles. En déduire l'abscisse x_B du lieu de rencontre.
c) Vérifier ces deux derniers résultat à l'aide des représentations graphiques des équations horaires des deux mobiles

EXERCICE 14

Un véhicule supposé comme ponctuel se déplace sur un trajet rectiligne.
Sa vitesse est caractérisée par le diagramme ci-contre.
Déterminer sur les 5 intervalles de temps :
1) la valeur algébrique de l'accélération a ;
2) l'expression de la vitesse v en fonction du temps ;
3) le sens et la nature du mouvement ;
4) l'équation horaire de l'abscisse x du véhicule si l'origine des abscisses est prise au début du mouvement ;
5) l'équation horaire de l'abscisse x du véhicule si l'origine des abscisses est prise au début de la troisième phase du mouvement.



EXERCICE 15

Un mobile A est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié. Les diagrammes de l'abscisse x(t) et de la vitesse v(t) sont donnés ci-dessous :
1) Déterminer l'accélération du mouvement ? En déduire l'équation horaire du mouvement.
2) Déterminer la distance parcourue par le mobile pendant les 40 premières secondes ?
3) Un second mobile B animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse v = 6m.s^{-1} va à la rencontre de A. Les deux mobiles quittent au même instant t = 0 leur position respective sont distantes de d = 80 m.
a) Etablir l'équation horaire du mouvement de B.
b) Déterminer la date et le point où A rattrape B.

EXERCICE 16

Un élève court à la vitesse constante V = 8 m.s-1 pour rattraper un bus. Lorsqu'il arrive à la distance D = 18 m du bus. Celui-ci démarre avec une accélération de valeur α = 2 m.s^{-2}. Les deux mobiles ont la même trajectoire rectiligne.

On prendra comme origine des dates t = 0s, l'instant de démarrage du bus et origine des espaces la position de l'élève.

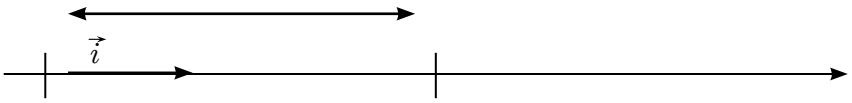
1) Déterminer les équations horaires $X_a(t)$ de l'élève et $X_b(t)$ du bus.

2) Calculer les abscisses des positions de l'élève du bus à la date t = 2s. En déduire la distance qui sépare l'élève et le bus.

3) Exprimer la distance d séparant l'élève du bus en fonction du temps t.

4) L'élève rattrape le bus si d = 0. Montrer que l'élève ne rattrapera pas le bus.

5) Déterminer la date t_m à laquelle la distance d est minimale. Calculer la distance minimale d_m



EXERCICE 17

Lors du match Côte d'ivoire-Cameroun le 04 Septembre 2005 à Abidjan, Baky est agressé par Pierre Womê ; l'arbitre siffle un « coup franc » direct en un point O situé à une distance D = 16 m des buts camerounais. Le « mur » est placé au point A à une distance L = 9 m de O. Didier Drogba se charge du tir. A la date

t = 0s il communique à la balle une vitesse $\vec{v}$ tel que les équations horaires du mouvement de la balle dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont : $\begin{cases} x = 13t \\ y = -4t^2 + 7,5t \\ z = 0 \end{cases}$

1) Montrer que le mouvement de la balle se situe dans le plan (xoy)

2) Déterminer les coordonnées des vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ de la balle à un instant t quelconque. En déduire la norme de $\vec{v_0}$ et celle du vecteur accélération $\vec{a}$.

3) Montrer que l'équation de la trajectoire de la balle est $y = -0,023x^2 + 0,58x$.

4) Quelle est alors la nature de cette trajectoire ?

5) A quelle date t_1 la balle passe-t-elle au-dessus du « mur » ?

6) Quelle est la vitesse de la balle à cette date t_1 ?

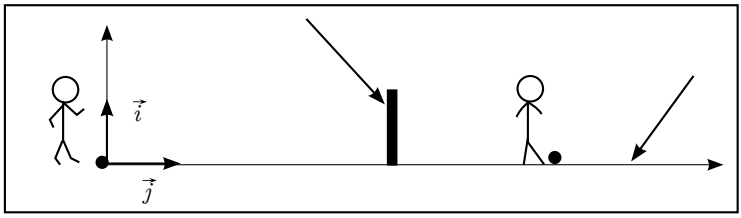
7) A quelle date t_2 la balle entre-t-elle dans les buts camerounais si elle n'est pas interceptée ?

8) A la date t_1 où la balle passe au-dessus du « mur », un défenseur camerounais (Rigobert Song) initialement arrêté au point B situé à une distance l = 6m des buts, se met à courir d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré suivant l'axe ox et se dirige vers les buts pour intercepter la balle. Son accélération est a = 3 m/s^2. On suppose que, si Song arrive sur la ligne de but avant la balle, il l'intercepte ; dans le cas contraire, le but est marqué.

a) Montrer que l'équation horaire du mouvement de R. Song est : $x = 1,5t^2 - 2,1t + 10,7$

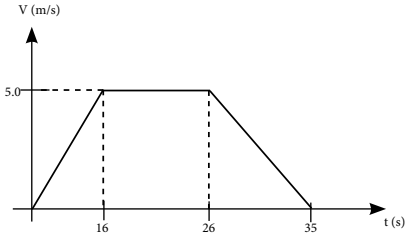
b) A quelle date t_3 R. Song arrive-t-il sur la ligne de but ?

c) En déduire si Didier Drogba marque le « coup franc ».



EXERCICE 18

Un mobile décrit une trajectoire rectiligne. On donne la représentation graphique de sa vitesse en fonction du temps.



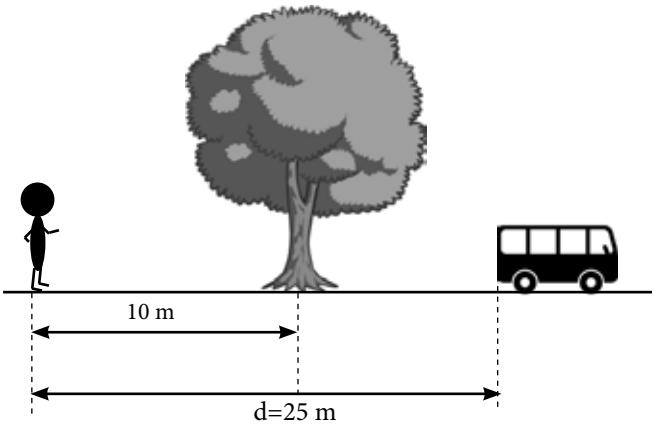
a) Calculer son accélération au cours des trois phases du mouvement.
b) Calculer la distance parcourue par le mobile jusqu'à son arrêt à la date 35s.

EXERCICE 19

Un piéton court vers un bus à l'arrêt. Son mouvement est supposé rectiligne uniforme de vitesse V_P = 6 m.s^{-1}.

Quand le piéton arrive à la distance d = 25 m du bus, celui-ci démarre avec une accélération constante a = 1 m.s^{-2}. Le bus et le piéton ont la même trajectoire rectiligne. on prendra pour :

- Origine des espaces, un arbitre situé au bord de la route entre le piéton et le bus à 10 m du piéton.
- Origine des dates, l'instant du démarrage du bus.



1) Etablir les équations horaires $X_a(t)$ du piéton et $X_b(t)$ du bus.
2) Montrer que le piéton ne rattrapera pas le bus.
3) Soit D = $X_a(t)$ - $X_b(t)$, la distance qui sépare à chaque instant le bus et le piéton.
a) Donner l'expression de D en fonction du temps.
b) Déterminer la distance minimale D0 qui sépare le piéton et le bus au cours de leur mouvement.
4) Soit V'_P la vitesse minimale permettant au piéton de rattraper le bus. Calculer V'_P

EXERCICE 20

Un élève court pour atteindre un autobus à l'arrêt A, avec une vitesse constante V1 = 8 m.s^{-1}. L'autobus démarre à l'arrêt A lorsque l'élève se trouve à 100 m de A.
L'autobus est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié d'accélération a = 0,5 m.s^{-2}.

Partie A
1) Etablir les équations horaires $X_1(t)$ de l'autobus et $X_2(t)$ de l'élève. (On prendra le point A comme origine des espaces et l'instant de démarrage de l'autobus comme origine des dates).
2) Montrer que l'élève ne rattrapera pas l'autobus.
Partie B
Une minute après le démarrage à l'arrêt A, l'autobus acquiert la vitesse V2, avec laquelle il parcourt 1 km ; puis ralentit uniformément avec une décélération de valeur a^1 = 0,45 m.s^{-2} pour s'arrêter à l'arrêt B.
1) Calculer V2 et le temps mis pour atteindre l'arrêt B.
2) Etablir les équations horaires de l'autobus pendant les deux dernières phases de son mouvement. (On prendra le point A comme origine des espèces et l'instant de démarrage de l'autobus comme origine des dates).
3) Déterminer la durée totale du mouvement de l'autobus de A à B.

EXERCICE 21

A 14h, un car C1 quitte une ville A avec la vitesse constante V_1 = 72 km.h^{-1}, 12 mn plus tard un car C2 quitte une ville B par la ville A avec une accélération constante a_1 = 1,5 m.s^{-2} et atteint la vitesse V_2 = 108 km.h-1 qu'il conserve tout au long du reste du trajet.
Les deux villes sont distantes de 100 km.
1) Etablir les lois horaires des deux cars.
Origine des espèces : la ville A.
Origine des dates : le départ de C2.
2) A quelle heure s'effectue le croisement ?
3) A quelle distance de A s'effectuera le croisement ?

EXERCICE 22

A l'instant t = 0s, 2 mobiles M1 et M2 partent respectivement des points A et B distants de 8 m. Les 2 mobiles se déplacent en opposé, l'un venant vers l'autre. Leurs accélérations constantes respectives sont a_1 et a_2.
1. Les mobiles se déplacent avec des vitesse initiales nulles et des accélérations d'intensité a_1 = 10 m/s^2 et a_2 = 6 m/s^2.
Déterminer les équations horaires des 2 mobiles (origine des temps et des espaces, le point A)
Déterminer l'instant et le lieu de leur croisement.
Calculer leurs vitesses algébriques respectives.
2) Les mobiles sont maintenant dans le même sens (A vers B), mais M2 démarre 1s après M1. En conservant les mêmes origines des temps et des espaces :
Etablir les équations horaires des mouvements de M1 et M2.
Quelle est la vitesse V1 de M1 quand il rattrape M2 ?

EXERCICE 23

Dans une potion rectiligne ABCD de voie ferré où s'effectue des travaux, un train arrivant en A avec une vitesse de 15 m.s^{-1} a le mouvement suivant :
- De A à B tel que AB = 125 m. Un mouvement uniformément retardé réduisant la vitesse en B à 10 m/s.
- De B à C pendant la durée de θ_2 = 1 mn, un mouvement uniforme.
- De C à D un mouvement uniformément retardé tel que la vitesse s'annule en D au bout de θ_1 = 50 s.

On se propose d'établir les équations horaires du mouvement du train sur chaque portion et d'en déduire la distance totale parcourue.
On prendra pour origine des temps et des espaces le point A et le sens positif le sens de déplacement du train.
1) Etude de la portion AB
a) Calculer l'accélération a_1 du train.
b) Etablir la relation liant v_1 et t.
c) Donner l'équation horaire $x_1 = f(t)$.
2) Etude de la portion BC
a) Calculer la date t_B du passage en B.
b) Donner l'équation horaire $x_2 = g(t)$.
3) Etude de la portion CD
a) Calculer l'accélération a_3 du train.
b) Calculer la date t_C du passage du train en C et la distance AC = X_C
c) Donner l'équation horaire $x_3 = h(t)$.
Calculer la distance totale d = AD parcourue par le train.

EXERCICE 24

1) Sur une route rectiligne et avec un vecteur accélération constant de valeur
a_1 = 2,5 m.s^{-2} pendant une durée θ_1 = 7s, un taxi démarre juste au moment où le feu passe au vert. Ensuite le conducteur maintient la vitesse constante
v = 45 km/h. Dans un premier temps, le camion va doubler le taxi, puis dans une deuxième phase celui-ci va le dépasser. En prenant comme origine des dates, l'instant où le feu passe au vert et comme origine des positions, celle du feu tricolore, déterminer :
a) Les équations horaires du taxi et du camion
b) Les dates t_1 et t_2 des déplacements
c) Les abscisses x_1 et x_2 des dépassements
d) Les vitesse du taxi et ces dates
2) Beaucoup plus loin, le taxi roule sur un tronçon de route rectiligne à la vitesse de 190 km/h. Soudain, un enfant apparaît sur la route à une distance D = 120 m. le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse à 105 km/h au bout d'une durée θ = 1s.
a) Calculer la valeur supposé constante de l'accélération du taxi.
b) A quelle distance de la position de l'enfant va-t-il s'arrêter ?

EXERCICE 25

Un mobile est animé d'un mouvement de translation rectiligne dans un repère $(O, \vec{i})$. Le mouvement comporte deux phases dont la 1ere dure 30s. Un chronométreur a relevé la vitesse en fonction du temps. Après conversion on obtient le tableau suivant :

T en s	0	10	20	30	40	50	100	150
V en m.s^{-1}	0	4	8	12	11	10	5	0

1) Tracer le graphique $V = f(t)$
Echelle : 1 cm pour 4 m.s^{-1} ; 1 cm pour 10s.
2) Etatblir l'équation horaire du mouvement pour chaque phase. Préciser la nature du mouvement pendant chaque phase. La position du mobile est repérée à chaque instant par son abscisse x comptée à partir de l'origine O du repère.
3)
a) Calculer la longueur du trajet parcouru par le mobile pendant toute la durée du mouvement.
b) Montrer que cette distance esr représentée par l'aire de la figure donnée par le graphique $V = f(t)$.
4) Quelle est la distance parcourue par le mobile à la date t = 60s ?
Quelle est alors sa vitesse ?

EXERCICE 26

Un automobiliste effectue une liaison entre deux stations A et B sur un tronçon d'autoroute rectiligne $x'ox$. Les deux stations sont séparées par la distance
AB = d = 900 m. L'automobiliste démarre de la station A avec une accélération constante a_1 = 0,4 m.s^{-2}.
Au bout d'une durée h, jugeant sa vitesse suffisante pour pouvoir atteindre la station B, l'automobiliste coupe définitivement le moteur. Différente forces de frottement ralentissent le mouvement qui s'effectue avec une décélération constante d'une valeur absolue a_2 = 0,1 m.s^{-2}.
1) Calculer les durées t_1 et t_2 des deux phases du parcours.
2) Calculer les distances d_1 et d_2 parcourues au cours de ces deux phrases.
3) Déterminer la vitesse maximale de l'automobiliste et sa vitesse moyenne entre les deux stations.
4) Représenter graphiquement la fonction $v = f(t)$.

EXERCICE 27

1) Une bille B1 est lancée verticalement vers le haut à partir de l'origine O d'un repère $(O, \vec{i})$ avec une vitesse initiale d'intensité V_0 = 15 m.s-1 ; son vecteur accélération est $\vec{a}$ dirigée vers le bas (On prendra a = 10 m.s^{-2}) ; le repère $(O, \vec{i})$ est vertical ascendant.
a) Ecrire l'équation horaire du mouvement de B1 en prenant comme origine des temps l'instant du lancement.
b) Quelle est l'altitude maximale atteinte ? Quelle est la durée de l'ascension ?
2) Une seconde après le départ de B1, on lance une bille B2 d'un point A situé à 3 m au-dessous de O avec la même vitesse et la même accélération.

a) Ecrire l'équation horaire du mouvement de B2 dans le même repère.
b) A quel instant et à quelle altitude B1 et B2 se rencontrent-elle ?
c) Quelles sont les vitesses de B1 et B2 juste avant la rencontre ?
d) Dans quel sens évolue chaque bille juste avant le choc ?
3) On laisse tomber la bille B1 en chute libre avec une vitesse initiale nulle sur une profondeur h dans un puits de mine avec la même accélération.
a) La durée de la chute est de 7,0 s. Calculer la profondeur h et la vitesse v avec laquelle la bille arrive au fond du puits.
b) Au bout de combien de temps après le lâcher perçoit-on le bruit du choc au fond du puits ? La vitesse du son dans l'air vaut V = 340 m/s.

EXERCICE 28

On donne léquation horaire du mouvement d'un mobile par rapport au repère ($O, \vec{i}, \vec{j}$).

$$\begin{cases} x = 3 + 2\cos(4\pi t) \\ y = 1 - 2\sin(4\pi t) \end{cases}$$

1. Montrer que la vitesse du mobile est constante et la calculer.
2 Montrer que l'accélération du mobile est constante et la calculer.
3. Quelle est la nature de la trajectoire du mobile ? donner ses caractéristiques.
4. Quels sont les direction et sens du vecteur accélération ?

EXERCICE 29

Les équations horaires d'un mobile M sont en centimètre :

$$\begin{cases} x(t) = 2\cos(\pi t) \\ y(t) = 2\sin(\pi t) \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

1. Montrer que le mouvement de ce mobile a lieu dans un plan et que sa trajectoire est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.
2. Déterminer :
- Le module du vecteur vitesse du mobile à l'instant t ;
- Le module du vecteur accélération du mobile à l'instant t
3. Montrer que le vecteur $\vec{a}$ est à chaque instant colinéaire et de sens contraire au vecteur position $\overrightarrow{\mathbf{OM}}$ du mobile

EXERCICE 30

La position d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère ($O, \vec{i}, \vec{j}$) est déterminée à chaque instant par les équations horaires suivantes :

$\overrightarrow{\mathbf{OM}}\begin{cases} x = R\cos(\omega t + \varphi) \\ y = R\sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$ avec R = 8 cm et ω = 2π rad. s^{-1}.

1. Déterminer φ sachant qu'à l'instant t = 0s, le mobile se trouve au point M0 de coordonnées x0 = 0 et y0 = R.

2) 2.1. Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante.
2.2. Montrer que la valeur de l'accélération du mobile est constante.
2.3. Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile.
2.4. En déduire la nature du mouvement du mobile.
3) 3.1. Montrer que les vecteurs accélération et position sont colinéaires.
3.2. En déduire le sens du vecteur - accélération.
4) 4.1. Représenter la trajectoire du mobile dans le repère ($O, \vec{i}, \vec{j}$) à l'échelle 1/4.
4.2. Placer sur cette trajectoire les positions M0, M1, M2, M3 du mobile qui correspondent respectivement aux instants t0 = 0s, t1= 0,25 s et t3 = 2/3 s.

CENTRE D'INERTIE

I- Travail d'une force constante

1) Définition

Lorsqu'une force $\vec{F}$ s'exerce sur un objet en mouvement, elle lui communique ou lui prend une quantité d'énergie appelée travail $W(\vec{F})$, égale au produit scalaire du vecteur force $\vec{F}$ par le vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$.

$W(\vec{F})_{A\to B} = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = \vec{F}.AB.\cos\alpha$ où $\alpha = (\vec{F};\overrightarrow{AB})$ avec

$W(\vec{F})_{A\to B}$ en joule (J) ; F en newton (N) et AB en mètres (m).

2) Travail d'une force motrice

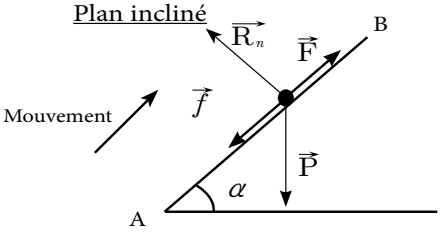
$$W(\vec{F})_{A\to B} = F.AB$$

3) Travail d'une force de frottement

$$W(\vec{F})_{A\to B} = -f.AB$$

Si la force motrice F et les forces de frottement $\vec{f}$ existent alors on a :

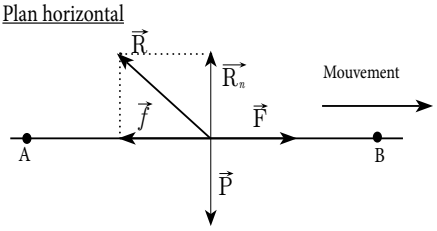
Plan incliné



$$W(\vec{F})_{A\to B} = -f.AB$$

$$W(\vec{F})_{A\to B} = F.AB$$

Plan horizontal

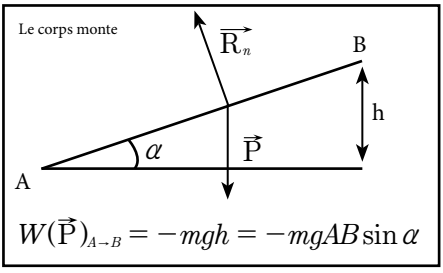


$$W(\vec{F})_{A\to B} = -f.AB$$

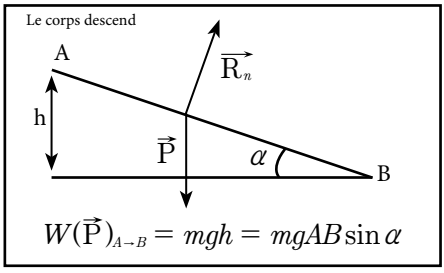
$$W(\vec{F})_{A\to B} = F.AB$$

4) Travail du poids

Plan incliné



$$W(\vec{P})_{A\to B} = -mgh = -mgAB\sin\alpha$$



$$W(\vec{P})_{A\to B} = mgh = mgAB\sin\alpha$$

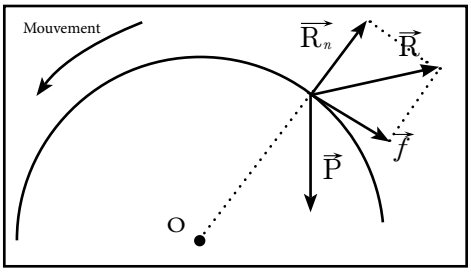
- Le plan horizontal

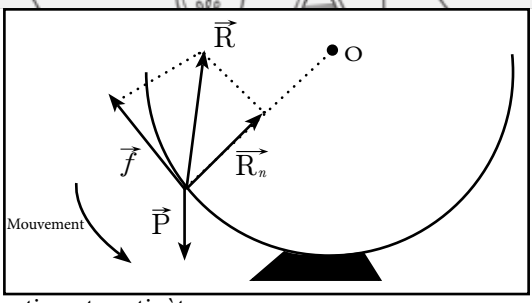
$$W(\vec{F})_{A\to B} = 0 \quad \text{car} \quad h = 0$$

5) Travail de la réaction

$$W(\overrightarrow{R_n})_{B\to A} = W(\overrightarrow{R_n})_{A\to B} = 0 \quad \text{car} \quad \overrightarrow{R_n} \perp \overrightarrow{AB}$$

Représentation des forces dans le cas d'un mouvement circulaire





- Si le solide est à l'intérieur du cercle alors la réaction et centipète.
- Si le solide est à l'extérieur ou sur le cercle alors la réaction est centrifuge.

II- Puissance d'une force constante

1) Puissance moyenne

$$P_m = \frac{W(\vec{F})}{\Delta t}$$

P_m : Puissance moyenne en watts (W)
$W(\vec{F})$: Travail de la force en joule (J)
Δt : durée en seconde (s)

2) Puissance instantanée

$$P_i = \vec{F}.\vec{V} = F \times V \times (\vec{F};\vec{V})$$

P_i : Puissance instantanée en watts (W) ;
F : Valeur de la force en newton (N)
V : Valeur de la vitesse en mètre par seconde (m/s ou $m.s^{-1}$)

II- Théorème du centre d'inertie (2e loi de Newton)

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces appliquées à un solide est égale au produit de e sa masse m par le vecteur accélération $\vec{a}_G$ de son centre d'inertie.

$$\vec{F} = \sum \vec{f} = m.\vec{a}_G$$

III- Conséquences du théorème du centre d'inertie

1) Théorème de l'énergie cinétique

Dans un repère galiléen, la variation d'énergie cinétique d'un solide, est égale à la somme algébrique des travaux effectués par les forces s'exerçant sur le solide, pendant la durée de la variation.

$$\Delta E_C = E_{C2} - E_{C1} = \sum W\vec{F}_1$$

2) Principe de l'inertie (1ère loi de Newton)

Solide isolé ou pseudo-isolé $\Rightarrow \sum \vec{F}_{ext} = 0$

$\sum \vec{f} = m\vec{a}_G = \vec{0} \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \overrightarrow{cste} \Rightarrow$ Le mouvement du centre d'inertie est donc rectiligne uniforme.

Enoncé

Dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie d'un système isolé ou pseudo-isolé est soit au repos, soit animé d'un mouvement rectiligne uniforme.

3) Conservation du vecteur quantité de mouvement

Solide isolé ou pseudo-isolé $\Rightarrow \sum \vec{F}_{ext} = 0$

$\sum \vec{f} = \vec{0} \Rightarrow m\vec{a}_G = m\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = \overrightarrow{cste} \Longrightarrow$ le vecteur quantité de mouvement est constant.

Enoncé

Dans un référentiel galiléen, le vecteur quantité de mouvement d'un système isolé ou pseudo-isolé

reste constant au cours de l'évolution du système.

IV- Méthode de résolution de problèmes de mécanique

1) Préciser le système S étudié

Ceci permet de connaître les frontières du système qui le séparent de l'extérieur.

2) Choisir un référentiel galiléen

3) Effectuer le bilan des forces extérieures appliquées au système

(faire un schéma)

4) En fonction des questions posées :

- Appliquer le théorème du centre d'inertie,
- Appliquer le théorème de l'énergie cinétique.

5) Choisir un repère orthonormé de projection $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ pour les mouvements de translation ou le repère de Frenet (M,t,n) pour les mouvements circulaires.

V- Identification d'actions mécanique

1) Définition d'un système mécanique

Un système est une portion de l'espace que l'on décide d'étudier.

Exemple : Une table, l'aire contenu dans un ballon, l'eau contenue dans un verre.

2) Inventaire des actions mécaniques exercées sur un système

Toute action mécanique est exercée par un système matériel (auteur) sur un système matériel (receveur). Faire l'inventaire des actions mécaniques exercées sur le système revient à :

▪ Définir clairement le système receveur

▪ Rechercher et énumérer les actions des autres systèmes mécaniques (auteur) sur le système receveur. Ce sont :

► Les action mécaniques à distance
- Forces gravitationnelles
- Forces magnétiques
- Forces électriques

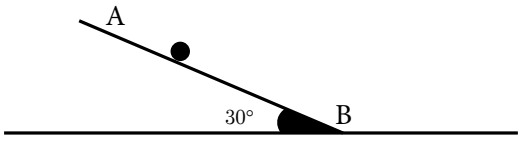
► Les actions mécaniques de surface
- Réaction ses supports
- Force de frottement
- Poussée d'Archimède
- Forces pressantes

► Les actions mécaniques ponctuelles
- Tension d'un ressort
- Tension d'un fil
- Action ponctuelle d'un objet sur un autre

EXERCICE CORRIGÉ 1

Un solide de masse m = 2 kg, abandonné en A sans vitesse initiale, glisse le long de la ligne de plus grande pente AB d'un plan incliné faisant un angle α = 30° avec l'horizontale. Les forces de frottements sont équivalentes à une force f constante d'intensité f = 2 N. On prendra g = 10 N. kg^{-1}.

1. Utiliser le théorème du centre d'inertie pour calculer l'accélération a du solide.
2. Utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour calculer la distance nécessaire pour que la vitesse du solide passe de la valeur v1 = 2 m. s^{-1} acquise à l'instant t1 à la valeur v2 = 5 m. s^{-1} acquise à l'instant t2.
3. Montrer que cette distance peut être calculée en utilisant une autre relation.



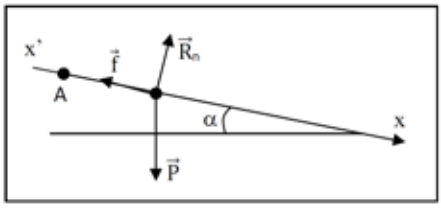
SOLUTION

1)

- Système: le mobile S de masse m
- Référentiel : terrestre supposé galiléen
- Repère : (x'x)
- Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du mobile, la réaction normale $\vec{R}_n$ du support et la force de frottement $\vec{f}$.
- Théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m\vec{a}$

Projection sur l'axe Ox: $mg\sin\alpha - f = ma_x \Rightarrow \mathbf{a_x = g\sin\alpha - \frac{f}{m} = 4\ m.\ s^{-2}}$.

En module : $\mathbf{a = \sqrt{a_x^2} = 4\ m.\ s^{-2}}$.



$\frac{1}{2}m.v_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = mgd\sin\alpha + 0 - f.d$, où d est la distance parcourue.

$\Rightarrow \mathbf{d = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(g\sin\alpha - \frac{f}{m})} = 2{,}6\ m}$.

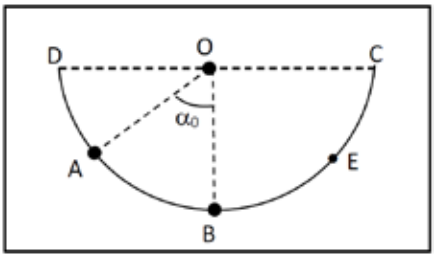
3) Le mouvement du solide étant rectiligne uniformément varié, la relation indépendante du temps permet d'obtenir le résultat précédent.

On a : $v_{2x}^2 - v_{1x}^2 = 2ax(x_2 - x_1)$ avec $x_2 - x_1 = d$.

Il vient alors : $\mathbf{x_2 - x_1 = d = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_x} = 2{,}6\ m}$.

EXERCICE CORRIGÉ 2

Un solide de petites dimensions, considéré comme un point matériel, de masse m = 20 g glisse sans frottement à l'intérieur d'une demi- sphère de centre O et de rayon r = 8 cm en un lieu où g = 9,8 N/kg. Au cours de son mouvement, la position du solide est repérée par l'angle α que fait la verticale passant par O avec OA.



1. On lâche le solide sans vitesse initiale d'un point A caractérisé par l'angle $\alpha_0 = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = 30°$.

1.1. Représenter clairement les forces appliquées au solide au point A.

1.2. Donner les caractéristiques du vecteur- vitesse $\vec{V}_B$ du solide au passage par le point B situé au fond de la demi- sphère.

1.3. Donner les caractéristiques du vecteur- accélération $\vec{a}$ du solide au passage par le point B. Préciser ses composantes normale et tangentielle.

1.4. Calculer l'intensité de la réaction $\vec{R}$ de la demi- sphère sur le solide en B.

2. On veut que le solide atteigne le point C situé dans le plan horizontal passant par le point O.

2.1. Avec quelle vitesse minimale doit-on le lancer depuis le point A pour qu'il atteigne C ?

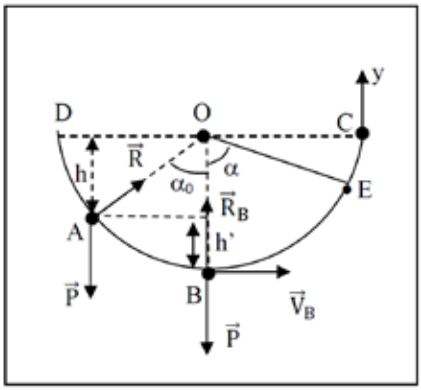
2.2. En réalité vA = 2,0 m. s^{-1} ; que se passe-t-il ? Etablir l'équation horaire du mouvement du solide au- delà du point C. De combien s'élèvera-t-il au-dessus du plan horizontal passant par le point C ?

3. Le solide, lancé du point A avec une vitesse initiale vA = 1 m. s^{-1}, atteint un point E situé entre B et C puis rebrousse chemin. Calculer l'angle $\alpha = (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OE})$ que fait la verticale passant par O avec OE.

SOLUTION

1.

1.1) ♦ Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du mobile et la réaction $\vec{R}$ du support



1.2)

Théorème de l'énergie cinétique entre A et B :

$\frac{1}{2}mV_B^2 - 0 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = mgh' + 0 = mg(r - r\cos\alpha_0) = mgr(1 - \cos\alpha_0)$

$\Rightarrow V_B = \sqrt{2gr(1-\cos\alpha_0)}$.

$\vec{V}_B$ { ♦ direction: tangente à la trajectoire
♦ sens: celui du mouvement
♦ module: $V_B = \sqrt{2gr(1-\cos\alpha_0)}$

1.3) $\vec{a} = a_n.\vec{n} + a_\tau.\vec{\tau}$ avec $a_n = \frac{V_B^2}{r} = 2{,}6$ m. s^{-2} et $a\tau = 0$ m. s^{-2}.

$\vec{a}$ { ♦ direction: colinéaire au rayon OB
♦ sens: de B vers O (radial centripète)
♦ module: $a = a_n = 2{,}6\ m.s^{-2}$

1.4) TCI : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Sur un axe orienté vers le haut : $-mg + R = m.a \Rightarrow R = mg + ma \Rightarrow$ **$R = m(g + a) = 0{,}25$ N**.

2.

2.1) Théorème de l'énergie cinétique entre A et C :

$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = -mgh + 0 = -mgr\cos\alpha_0 \Rightarrow V_A^2 = V_C^2 + 2gr\cos\alpha_0$

V_A est minimale si $V_C = 0$, d'où $\mathbf{V_{A_{min}} = \sqrt{2gr\cos\alpha_0} = 1{,}16\ m.s^{-1}}$.

2.2)

♦ Le mobile va dépasser le point C et continuer son mouvement avec une trajectoire verticale.

♦ Au-delà de C, on a : TCI : $\vec{P} = m\vec{a}$.

Projection sur Cy : $a_y = -g$

$y = \frac{1}{2}a_y.t^2 + V_{0_y}t + y_0$ avec $V_{0_y} = V_C = \sqrt{V_A^2 - 2gr\cos\alpha_0}$ et $y_0 = 0$. Donc l'équation horaire de la trajectoire est : **$y = -4{,}9t^2 + 1{,}62\ t$**.

♦ $V^2 - V_C^2 = 2.a_y d \Rightarrow d = \frac{-V_C^2}{-2g} = 0{,}13$ m $= 13$ cm.

EXERCICE 1

Cocher la ou les bonnes réponses

1. D'après les lois de la mécanique, un corps peut avoir un mouvement rectiligne uniforme si :
   - ☐ Il est soumis à des force qui se compensent
   - ☐ Il est soumis à une force unique
   - ☐ Il n'est soumis qu'à son poids
2. On considère qu'un système en mouvement est soumis à des forces qui se compensent. Une force supplémentaire appliquée à ce système :
   - ☐ peut modifier la valeur de sa vitesse
   - ☐ peut modifier la direction de son mouvement
   - ☐ n'a aucune incidence sur son mouvement
3. Pour une force donnée appliquée à un objet, la modification du mouvement de cet objet est :
   - ☐ plus importante si sa masse est faible
   - ☐ plus importante si sa masse est grande
4. Un hélicoptere immobile dans le ciel :
   - ☐ est seulement soumis à l'action de l'air
   - ☐ est soumis à des forces qui se compensent
5. Plaçons-nous dans le référentiel terrestre. Cocher la ou les situations où le corps est soumis à des forces qui se compensent :
   - ☐ Un skieur descend une piste rectiligne, sa vitesse augmente de 2 $m.s^{-1}$ toutes les secondes.
   - ☐ Un skieur remonte une piste grâce au téléski qui le tracte en ligne droite à vitesse constante.
   - ☐ Une voiture décrit un virage à la vitesse constante de 80 $km.h^{-1}$.
   - ☐ Un palet de hockey sur glace décrit une trajectoire rectiligne à vitesse constante.

EXERCICE 2

Complète le texte ci-dessous avec les mots ou groupes de mots qui conviennent, sachant qu'un groupe de mot peut être utilisé deux fois :

des étoiles lointaines supposées immobiles ; le centre du soleil ; référentiel de Kpler ; référentiel du laboratoire ; galiléens ; le principe de l'inertie ; le centre de la terre.

L'étude du mouvement du centre d'inertie d'un solide nécessite la définition d'un référentiel. Les référentiels dans lesquels ..... est vérifié sont dits ....., en hommage à Galilée.

L'orgine du référentiel géocentrique est ..... et ses trois axes sont orientés vers ..... Il en est de même pour le référentiel terrestre ou ....., à la seule différence que ses axes sont liés au globe terrestre.

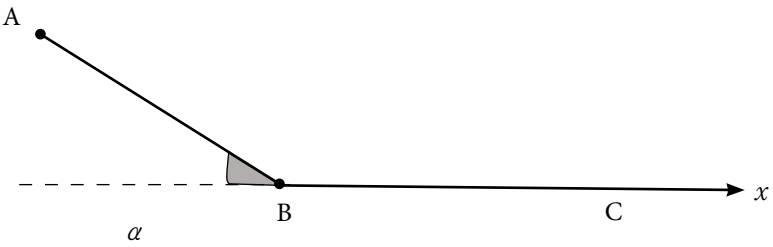
Le référentiel héliocentrique ou ..... a pour origine ..... et ses trois axes sont orientés vers .....

EXERCICE 3

1. Enonce le théorème du centre d'inertie et donne son expression
2. Enonce le théorème de l'énergie cinétique et donne son expression

EXERCICE 4

Un solide S supposé ponctuel de masse m = 0,25 kg glisse sur un trajet ABC situé dans un plan vertical.



I- Etude sur le trajet AB

La partie AB est inclinée d'un angle a par rapport à l'horizontale. Le solide quitte le sommet A sans vitesse initiale. Les forces de frottements sont négligeables.

1. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprime la vitesse V_B de S en B en fonction de AB, $\sin\alpha$ et g .
2. Vérifier que V_B est égale à 1,2 m.s-1.

Données : AB = 0,18 m ; sin a = 0,4 ; g = 10 $m.s^{-2}$.

II- Etude sur le trajet BC. Existence de force de frottement.

La vitesse de S s'annule au point C. Sur ce trajet existe un vecteur force f de frottement de va-leur constante et de sens opposé au vecteur vitesse.

1. Représenter toutes les forces qui s'exercent sur le solide en mouvement entre B et C.
2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer f en fonction de BC, VB et m.
3. Vérifier que la valeur de f est 0,12 N. Donnée : BC = 1,5 m.

III - Etude dynamique et cinématique du mouvement sur le trajet BC.

1. En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide S, calculer l'accélération a du solide.
2. On choisit comme origine des dates l'instant de passage de S en B et origine des espaces le point B. L'accélération a = -0,48 $m.s^{-2}$.

2.1. Donner les équations horaires du mouvement (déplacement et vitesse) de S.

2.2. Calculer la durée du parcours BC.

2.3. Après 1 seconde de parcours, le solide se trouve en un point I entre B et C. Calculer la position et la vitesse de S en I.

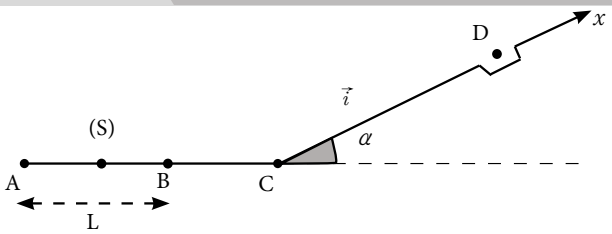
EXERCICE 5

Dans tout l'exercice, on suppose que les frottement sont négligeables. On donne g = 10 m/s^2. Une piste de jeu de kermesse est constituée de deux parties :

- la partie AC est horizontale;
- la partie CD de longueur , = 1m, fait un angle a = 30° avec l'horizontale.

Pour gagner, le joueur doit faire arriver le solide (S) de masse m = 5 Kg dans le réceptacle en D partant du point A.

Un élève de Terminale pousse le solide (S) à partir du point A sur une distance L = AB = 4;5 m en exerçant une force F constante et horizontale pendant une durée Dt = 3s. Le solide part du point A sans vitesse (voir figure ci-dessous).



1. Etude du mouvement du solide sur le trajet AB.

Le mouvement du solide sur le trajet AB est uniformement accéléré.

1.1. Déterminer la valeur algébrique *a* de l'accélération du mouvement du solide (S).

1.2. Calculer la valeur V_B de la vitesse au point B.

1.3. Faire l'inventaire des forces extérieurs appliquées au solide (S) et les représenter sur un schéma.

1.4. Déterminer la valeur de la force $\vec{\mathbf{F}}$.

2. Etude du mouvement du solide (S) sur le trajet BC

Au point B, l'action de la force $\vec{\mathbf{F}}$ cesse, le solide poursuit son mouvement rectiligne.

2.1. Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées au solide et les représenter sur un schéma.

2.2. Déterminer la nature du mouvement de (S) en appliquant le théorème du centre d'inertie.

2.3. En déduire la vitesse V_C du mouvement du solide au point C.

3. Etude du mouvement du solide (S) sur le trajet CD.

Le solide (S) aborde le trajet CD avec la vitesse de valeur V_C = 3 m/s et s 'arrête en un point D. L'accélération du mouvement est notée $\vec{a} = a'_x.\vec{i}$.

3.1. Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées au solide et les représenter sur un schéma.

3.2. Déterminer :

3.2.1. La valeur algébrique a'_x de l'accélération du mouvement en fonction de *a* et g .

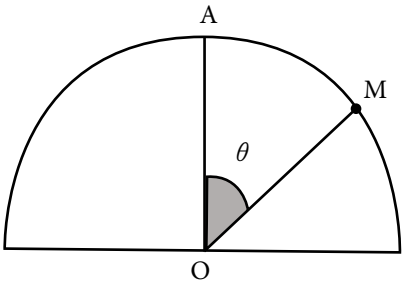
3.2.2. La nature du mouvement.

3.3. Déterminer la longueur ℓ' = CD'.

3.4. Dire si l'élève a gagné à ce jeu. Justifier la réponse.

EXERCICE 6

Un point matériel de masse m est placé au sommet d'une demi-sphère de rayon r . On le déplace légèrement de sorte qu'il quitte la position A avec une vitesse nulle puis glisse sans frottement le long de la demi-sphère.



1. Faire le bilan des forces s'exerçant sur le point et les représenter sur le schéma au point M.

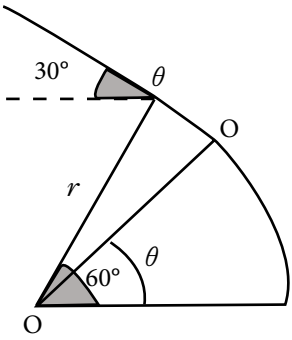
2. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique entre A et M et montrer que la vitesse au point M peut s'écrire $v_M = \sqrt{2gr(1-\cos\theta)}$

3. En utilisant le théorème du centre d'inertie en M, exprimer en fonction de θ , m et g la valeur de la réaction $\vec{\mathbf{R}}$ exercée par la demi-sphère sur le point matériel.

4. En déduire la valeur θ_0 de l'angle θ lorsque le point quitte la sphère.

EXERCICE 7

Une glissière est formée de deux parties (figure). AB est un plan incliné de 30° par rapport à l'horizontale, de longueur AB = 1 = 1m ; BC est une portion de cercle de centre O, de rayon r = 2m et d'angle $\theta_0 = (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB}) = 60°$.



On prendra g =10 m.s^{-1} et on considérera les frottements comme négligeables.

1. Un solide ponctuel, de masse m = 100 g, quitte A sans vitesse initiale.
Exprimer et calculer la vitesse V_B du solide en B.

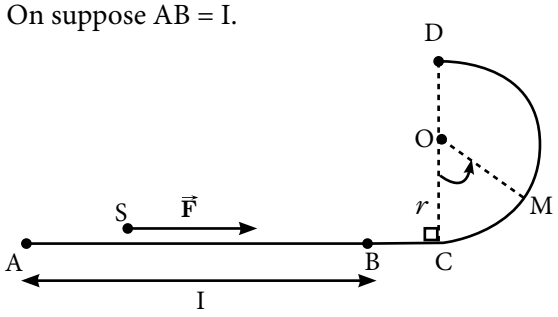
2. Le solide aborde la partie circulaire de la glissière avec la vitesse V_B.
Exprimer, en un point M du cercle tel que $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM}) = \theta$, la vitesse V_M en fonction de V_B, r, g et θ

3. Quelle est au point M, la réaction R de la glissière sur l'objet ?
Exprimer R en fonction de V_B, r, g, θ et m.

4. Montrer que le solide quitte la piste circulaire en un point N et calculer $\theta_0 = (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ON})$.

EXERCICE 8

On étudie le mouvement d'un solide quasi-ponctuel S dans le repère terrestre supposé galiléen. Ce solide, de masse m, est initialement au repos en A. On le lance sur la piste ACD, en faisant agir sur lui, le long de la partie AB de sa trajectoire, une force F horizontale et de valeur F constante. On suppose AB = I.



La portion AC de la trajectoire est horizontale et la portion CD est un demi-cercle de centre O et de rayon r . Ces deux portions sont dans un même plan vertical.

On suppose que la piste ACD est parfaitement lisse et que la résistance de l'air est négligeable.

1. Déterminer, en fonction de F, l et m, la valeur V_B de la vitesse de S en B.

2. Au point M défini par l'angle $(\widehat{\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM}}) = \theta$, établir, en fonction de F, l, m, r, θ et g (g étant l'accélération de la pesanteur), l'expression de :

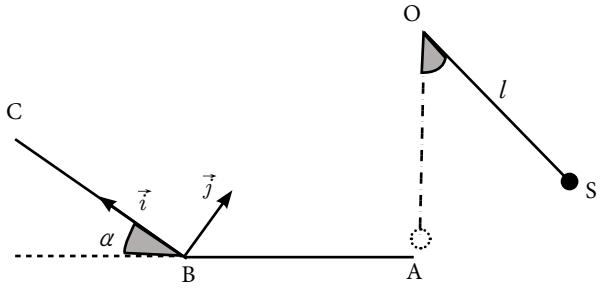
2.1. La valeur V_M de la vitesse de S;

2.2. La valeur R de la réaction R de la piste.

3. De l'expression de R, déduire, en fonction de m, g, r et l, la valeur minimale F_0 de F pour que S atteigne D. Calculer F0 sachant que : m = 0,500 kg ; r = 1,00 m ; g = 9,80 m.s^{-2}.

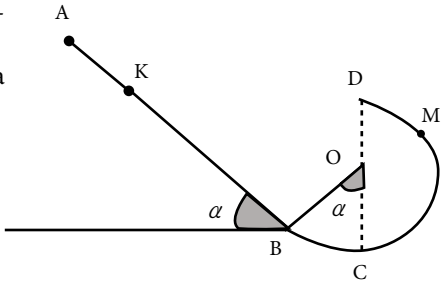
EXERCICE 9

Une bille S de masse m et de centre d'inertie G est suspendue à l'extrémité libre d'un fil inextensible de masse négligeable, de longueur l et fixé en un point O.
Le pendule ainsi constitué de sa position écarté d'équilibre d'un angle θ par rapport à la verticale et est abandonné sans vitesse initiale. Dès que la bille par la position d'équilibre verticale, le fil se détache et la bille continue son parcours sur une piste ABC pour s'arrêter au point C situé sur un plan incliné d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontale. La piste se trouve dans un plan vertical.
Les forces de frottements seront négligées tout au long de parcours ABC.
1. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique :
1.1. Montrer que la vitesse de la bille lors de son passage en A est $V_A = 3\ m.s^{-1}$.
1.2. Montrer sans calcul que $V_B = V_A$.
1.3. Déterminer la longueur L = BC parcourue sur la plan incliné.
2. On veut étudier le mouvement du centre d'inertie G de la bille sur le plan incliné BC.
On prendra comme origine des dates l'instant de passage de la bille en B.
2.1. Déterminer l'accélération a du centre d'inertie G de la bille.
2.2. En déduire la nature du mouvement du centre d'inertie G.
2.3. Etablir les équations horaires x(t) et v(t) du mouvement de la bille sur le plan incliné.
2.4. En déduire la durée Δt du parcours BC.
Données : m = 50 g ; l = 0,9 m ; θ = 60° ; g = $10 m.s^{-2}$



EXERCICE 10

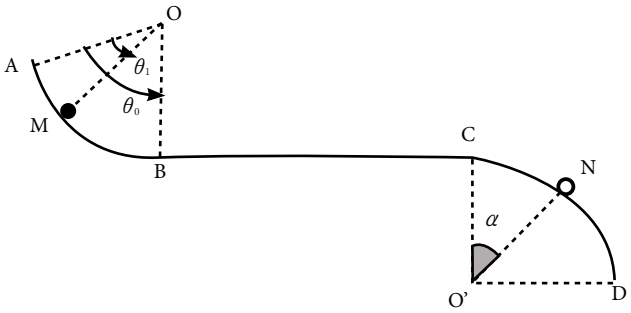
Le jeu auquel participe Loïc, consiste à faire glisser un solide sur une piste et à le faire décoller d'un point M. La piste est constituée d'une portion rectiligne AB et d'une portion circulaire de rayon r.
Pour gagner le jeu, Loïc doit choisir une distance AK = x convenable pour que le solide décolle de la piste en un point M situé au dessus du centre de la piste circulaire.
Loïc se demande comment choisir x.
La piste AB est inclinée d'un angle α = 60° sur l'horizontale. La piste BCD est circulaire de rayon r = 20 cm
La piste BCD est raccordée tangentiellement en B à la piste AB
Masse du solide : m = 200 g
Intensité de la pesanteur : g = 10 N/kg
L'angle $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM})$ est noté θ
Longueur AB = ℓ = 1 m
Le solide est abandonné en un point K tel que x = AK
En considérant l'existence des frottements sur la partie rectiligne AB, le solide lâché en A sans vitesse arrive en B avec une vitesse Vi = 2 m/s.



Le mouvement est sans frottement sur la piste ABCD.
1. Calculer la vitesse du solide lors de son passage en B, en C et en D
lorsque $x = 0$ (abandonnée en A sans vitesse).
a) Exprimer la vitesse du solide V_D du solide en D en fonction de r, α, x, , et g lorsque $x = AK \neq 0$
b) Donner l'expression de la réaction R_D exercée par la piste sur le solide au point D en fonction de r , α , g, x, m et ℓ .
c) En déduire les valeurs à donner à x pour que le solide puisse atteindre le sommet D de la trajectoire circulaire.
2. Les frottements sont maintenant à considérer sur AB.
a) Calculer l'intensité de la force de frottement.
b) Déterminer la valeur de l'angle $i = (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM})$ lorsque le solide décolle du point M de la sphère.

EXERCICE 11

Sur une aire de jeu pendant la foire Steven décide de s'amuser sur une piste contenue dans un plan vertical. Elle est constituée de portions circulaires jointes par une portion rectiligne horizontale. Abandonnée au sommet A de la piste, une bille doit glisser et décoller de la piste en un point. Des forces de frottement plus ou moins grande peuvent ralentir son mouvement. Steven veut faire l'étude dynamique de la bille sur cette piste.



AB : portion de cercle de centre O, de rayon r = 3 m et d'ouverture $\theta_0 = (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA}) = 60°$
BC : partie rectiligne de longueur BC = ℓ = 4 m
CD : quart de cercle de rayon r' et de centre O'
Masse de la bille :m =200 g
Vitesse initiale en A : V_A= 2 m/s
Intensité de la pesanteur : g = 9,8 m/s^2
Un point M est défini par l'angle $\theta_1 = (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OM}) = \frac{\theta_0}{2}$
Un point N est défini par l'angle $\alpha = (\overrightarrow{O'C}, \overrightarrow{O'N})$
En supposant que les frottements sont négligeables, calculer la valeur de la vitesse $\overrightarrow{V_M}$ de la bille en M et l'intensité de la réaction $\overrightarrow{R_M}$ de la piste en M.
2) Les frottements sont négligeables seulement sur la portion CD Calculer l'intensité de la force de frottement pour que la bille arrive en C
avec la vitesse V_C = 4 m/s.
3)La bille aborde la partie CD avec la vitesse V_C.
a) Déterminer l'expression de la vitesse V_N en N et celle de la réaction RN en N en fonction de V_0, m, g ,r et α
b) Calculer la valeur minimale du rayon r' de la portion CD pour que la bille décolle dès le point C.
c)Déterminer l'angle α pour que la bille quitte la sphère si le rayon r' a la même valeur q, ω, r

EXERCICE 12

Dans les fêtes foraines, il y a parfois des stands où il est possible de montrer ses qualités athlétiques. Dans l'un d'entre eux, il s'agit de propulser à une certaine hauteur h un petit chariot de masse m qui peut se déplacer sur deux rails parallèles. Le schéma ci-dessous en donne le profil dans un plan vertical. Les rails comportent quatre parties :

- une portion horizontale AB,
- un premier arc de cercle BC ;
- une partie rectiligne CD ;
- un dernier arc de cercle DE de rayon r, de centre O situé sur l'horizontale $\overrightarrow{AB}$. E est alors sur la verticale passant par O à une hauteur h = r au-dessus de O. Le chariot est considéré comme ponctuel.

1. On lance le chariot en exerçant, entre A et B, une force constante $\vec{F}$ de même sens que $\overrightarrow{AB}$. Entre A et E, le chariot glisse le long du guide ; il est soumis à des forces de frottement équivalentes à une force constante $\vec{f}$, opposée au vecteur-vitesse.

1.1. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.

1.2. Exprimer la vitesse du chariot au passage en B pour qu'il arrive en E avec une vitesse nulle. La distance parcourue entre B et E est ℓ.

1.3. Le chariot étant au repos en A, déterminer en fonction de ℓ, m et g, l'intensité de la force $\vec{F}$ qu'il est nécessaire d'exercer entre A et B pour que le chariot arrive en E avec une vitesse nulle.

On donne : distance AB = $\frac{h}{2}$ et ℓ = 2 h.

1.4. Calculer v_B et F. On donne : m = 10 kg, h = 2m, g = 10 m. s^{-2}, f = 20 N.

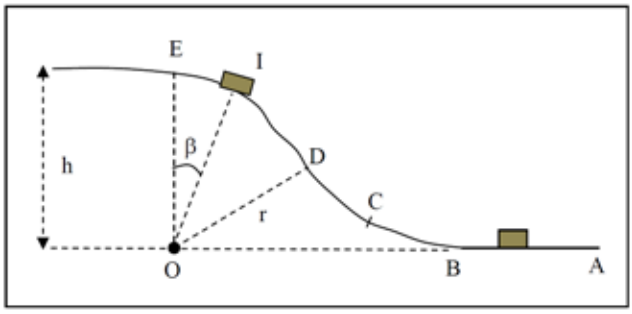
2. Repartant de E avec une vitesse nulle, le chariot revient vers son point de départ.

2.1. Donner l'expression de la vitesse V du chariot en un point I quelconque de l'arc ED, en fonction de l'angle β = $(\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OI})$.

2.2. Calculer en fonction de l'angle β et des autres données, la composante normale de la réaction que les rails exercent sur le chariot en ce point I.

A.N. : β = 40°, m = 10 kg, h = 2 m.

2.3. Calculer la vitesse du chariot à son passage en B.



EXERCICE 13

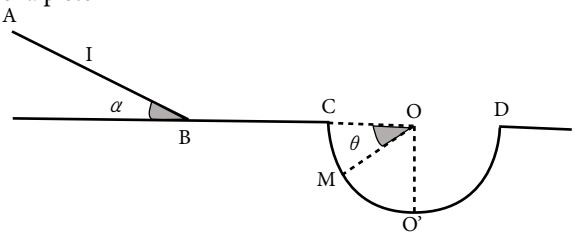
Ibou observe le mouvement d'un solide (S) ponctuel sur la piste dessinée et décrite ci-dessous.
Les parties AB et CD sont très lisses et il suppose que les frottements sont négligés tandis que les forces de frottements sur la portion BC sont équivalentes à une force unique f opposée au vecteur vitesse.

Il abandonne le solide (S) en un point I de la portion AB sans vitesse initiale. Ce dernier arrive au point C avec une vitesse nulle. Il aborde alors la partie circulaire CD avec cette vitesse nulle.

Ibou en un point M défini par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM})$.

Il voudrait bien étudier le mouvement du solide sur la piste.

Description de la piste



La piste comprend un plan incliné AB faisant un angle α avec l'horizontale, une portion BC rectiligne horizontale, une portion CD de centre O et de rayon r. Les points A,B,C et D sont situés Le même plan vertical.

On donne : m= 100 g ; r = 1,5 m ; BC= 3 m ; α= 40° ; f = 0,32 N ; g = 10 m/s^2

La position de référence des énergies potentielles de pesanteur est prise à l'horizontale passant par O'.

a) A partir d'un schéma clair, fais le bilan des forces appliquées au solide (S) sur les portions AB et BC.

b) Détermine la longueur IB.

c) Exprime la vitesse V du solide au point M sur la partie circulaire en fonction de g, r et θ puis calcule sa valeur au passage en O'.

b) Exprime l'intensité de la réaction $\vec{\mathbf{R}}$ de la piste sur (S) au point M en fonction de m, g et θ.

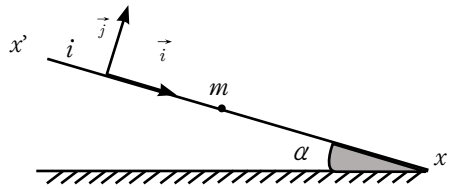
c)Donne les caractéristiques de $\vec{\mathbf{R}}$ au point O'.

d)En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, donne la valeur de la vitesse de (S) en D.

e) Décris le mouvement ultérieur de (S).

EXERCICE 14

Un mobile de masse m, assimilable à un point matériel est lâché sans vitesse initiale sur une table inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontal (voir figure). On suppose que le mobile est soumis au cours du mouvement à une force de frottement $\vec{f}$ opposée à sa vitesse.



1.

1.1. Faire le bilan des forces agissant sur le mobile et les représenter sur un schéma.

1.2. Montrer que l'accélération du centre d'inertie G du mobile vaut $a - g\sin\alpha - \frac{f}{m}$

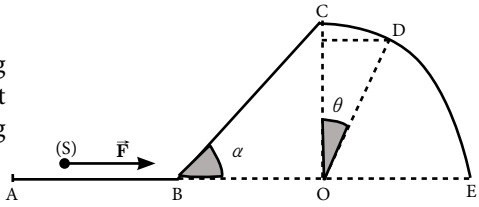
2. Un relevé des distances parcourues par le centre d'inertie du mobile au cours du temps à partir de l'instant t = 0 s, a donné le tableau suivant :

t(s)	0,00	0,12	0,18	0,24	0,30	0,36	0,42
d(10^{-2} m)	0,0	1,1	2,5	4,4	6,9	10,0	13,6
t^2($10^{-2}s^2$)	0,00	1,4	3,2	5,8	9,0	13,0	17,6

2.1. Représenter le graphique d=f(t^2).
Echelle :
En abscisses : 1 cm représente 10^{-2} s^2 et
En ordonnées : 1 cm représente 10^{-2} m.
2.2. Déterminer la pente ou le coefficient directeur k du graphe.
2.3. L'équation horaire du mouvement est de la forme : d = $\frac{1}{2}$ at^2.
En déduire la valeur de l'accélération du mouvement.
2.4. Calculer la valeur de la force de frottement qui agit sur le mobile dans ce cas.
Données : α =30° ; m = 0,5 kg ; g = 10 $m.s^{-2}$

EXERCICE 15

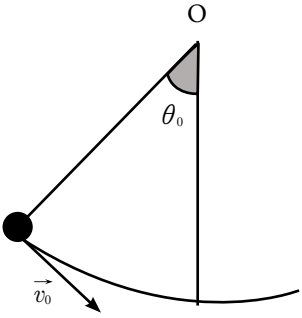
On exerce sur un solide S de masse m = 5kg initialement au repos en A une force F horizontale et de valeur constante (F= 8 N) le long de AB. Prendre g = 10 N/kg et r = 0,2 m



1.1. Détermine les caractéristiques du vecteur accélération α.
1.2. Détermine en fonction de F, l et m, la valeur V_B de la vitesse de S en B.
1.3. Calculer V_B.
2. Le solide S aborde le plan incliné avec la vitesse V_B = 2,5 m/s. Calculer la valeur f de la force de frottement exercée par le plan incliné sur le solide S celui-ci atteint le point C avec une vitesse quasi nulle.
3. Le solide S aborde la partie circulaire de la piste avec V_C = 0 m/s et y glisse sans frottement.
3.1. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au solide S, établir une relation entre V_D, r , g et θ.
3.2. En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide S en D, établir une relation entre la valeur R de la réaction du support, m, g et θ.
3.3. Déterminer la position du solide S au moment où il quitte la piste.
3.4. Quelle est alors sa vitesse ?

EXERCICE 16

Une bille de masse m = 50 kg est suspendu en point O par un fil inextensible de longueur ℓ = 0,5 m et de masse négligeable. Le pendule constitué, est écarté de la verticale d'un angle θ_0= 60°. On lance alors la bille, fil tendu avec un vecteur-vitesse $\vec{v_0}$ tangent au cercle de centre O et de rayon , dirigé vers le bas. Au cours du mouvement la position du pendule est repérée par l'angle θ d'inclinaison du fil avec la verticale (Voir la figure). On suppose les frottements négligeables.



1. Exprimer la valeur v de la vitesse de la bille en fonction de v_0, ℓ, θ_0 et θ.
2. Exprimer la valeur T de la tension du fil en fonction de m, v_0, ℓ, g, θ_0 et θ.
3. Calculer la valeur minimale de la vitesse v_0 pour que la bille effectue un tour complet, le fil devant resté tendu au cours du mouvement circulaire.
4.Avec cette valeur minimale v_0 exprime la vitesse de la bille lorsque celle-ci passe à la verticale du point O.

MOUVEMENT DANS LES CHAMPS G ET E UNIFORMES

I- Mouvement dans le champs de pesanteur uniforme

1) Etude dynamique

Un projectile de masse m est lancé d'un point O avec un vecteur vitesse $\vec{v_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale dans une région de l'espace où règne un champ de pesanteur uniforme.

Etudions le mouvement du centre d'inertie du projectile dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On négligera les forces de frottements

Référentiel : Terrestre supposé galiléen muni d'un repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

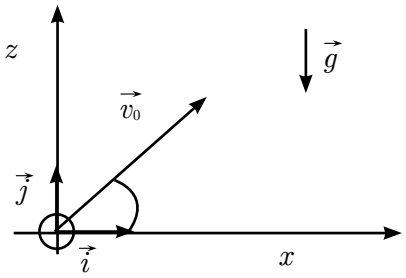
Système : {Le projectile de masse m}

Bilan des forces extérieurs :

$\vec{P}$: Le poids du projectile

Appliquons le théorème du centre d'inertie.

$m\vec{a} = m\vec{g} \Longrightarrow \vec{a} = \vec{g}$



2) Etude cinématique

Conditions initiales

$t_0 = 0\text{s}$ $\qquad \vec{v_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = v_0\sin\alpha \end{cases}$

$\overrightarrow{OG_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$

Lois horaires

$\forall t; \vec{a} = \vec{g} \Longrightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$

$\vec{a} = \vec{g} = \text{constante} \Longrightarrow \vec{v} = \vec{a}t + \vec{v_0}$

$\vec{v}\begin{cases} v_x = a_x t + v_{0x} \\ v_y = a_y t + v_{0y} \\ v_z = a_z t + v_{0z} \end{cases}$ $\qquad \vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 + \cos\alpha \\ v_y = 0 \\ v_z = -gt + v_0\sin\alpha \end{cases}$

$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v_0} \Longrightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}at^2 + \vec{v_0}t + \overrightarrow{OG_0}$

$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \\ z = \frac{1}{2}a_z t^2 + v_{0z}t + z_0 \end{cases}$ $\qquad \overrightarrow{OG}\begin{cases} x = v_0 t \quad \cos\alpha \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2}g\ t^2 + v_0 t\sin\alpha \end{cases}$

3) Nature de la trajectoire

a) La trajectoire est plane

$\forall t, ay = 0$; $vy = 0$ et $y = 0$; $x \neq 0$ et $z \neq 0$. Le plan est alors $(Ox;Oy)$ donc la trajectoire est plane.

b) La trajectoire est une droite

Elle est une droite si $v_0 \cos\alpha = 0 \iff x = 0$.

1er cas : $v_0 = 0 \Longrightarrow z = -\frac{1}{2}gt^2$ mouvement de chute libre sans vitesse initiale.

2eme cas : $\cos\alpha = 0 \Longrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$ rad ou $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ rad

* Si $\alpha = \frac{\pi}{2}$ rad; $z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$: tir vertical vers le haut.

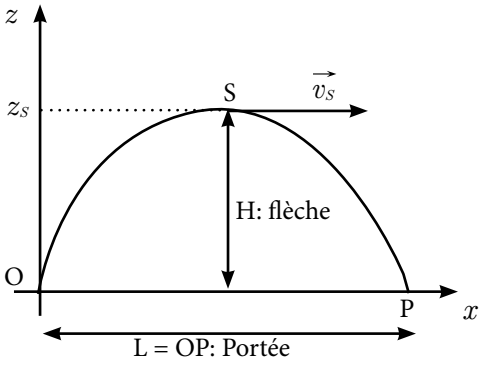
* Si $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ rad; $z = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0 t$: tir vertical vers le bas

c) La trajectoire est une parabole

Elle est une parabole si $v_0 \cos\alpha \neq 0 \Longrightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$

d'où $z = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right) + v_0\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)\sin\alpha$

$z = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$



* La portée

Au point P, $z_P = 0$

$\Leftrightarrow z_P = -\left(-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x_p^2 + x_p\tan\alpha\right) = 0$

$\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x_p^2 = x_p\tan\alpha$

$\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x_p = \frac{\tan\alpha}{\cos\alpha}$

$x_p = \frac{2v_0^2 \cancel{\cos^2\alpha}\sin\alpha}{g\ \cancel{\cos\alpha}}$

$x_p = \frac{2v_0^2\cos\alpha\sin\alpha}{g}$

or $2\cos\alpha\sin\alpha = \sin 2\alpha \Longrightarrow x_p = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$

$$\boxed{L = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}}$$

La portée maximale

On a L_{max} si $\sin 2\alpha = 1$

$\sin 2\alpha = \sin\frac{\pi}{2}$

$\Longrightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Longrightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$ rad

$$\boxed{L_{max} = \frac{v_0^2}{g}}$$

La flèche

H = z_s or au point S, $\vec{v_S}$ est horizontale $\Longrightarrow \vec{v_S} \perp (O_z) \Longrightarrow (v_z)_S = 0$

$\Longrightarrow -gt_s + v_0\sin\alpha = 0 \Longrightarrow t_S = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$

On a $z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t\sin\alpha$

Donc $z_s = -\frac{1}{2}gt_s^2 + v_0 t_s\sin\alpha$

$= -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0\sin\alpha}{g}\right)^2 + v_0\left(\frac{v_0\sin\alpha}{g}\right)\sin\alpha$

$= \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} + \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g}$

$= \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g}\left(-\frac{1}{2}+1\right)$

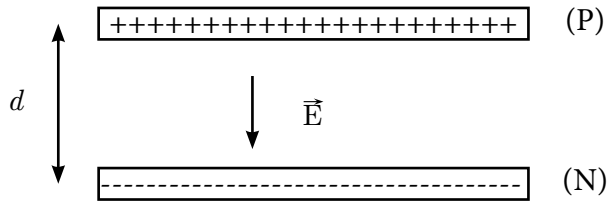
$z_s = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$

$$\boxed{H = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}}$$

II- Mouvement dans un champs electrostatique uniforme.

1) Champs électrostatique uniforme

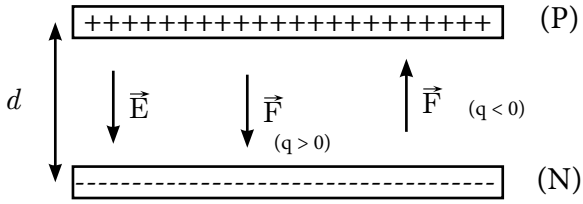
Considérons deux plaques métalliques parralèles, planes distantes de d soumises à la tension électrique U_{PN} positive.
Il règne dans l'espace compris entre les deux plaques un champs électrostatique uniforme.



$\vec{E}$
Direction : la perpendiculaire au plan des plaques
Sens : de (P) vers (N) car $V_{PN} = V_P - V_N > 0$; $V_P > V_N$ potentiels décroissants
Valeur : $V.m^{-1}$ → $E = \frac{U_{PN}}{d}$ ← V, ← m

Vecteur force électrostatique
Une particule de charge q placé en un point M entre (P) et (N) est soumise à une force électrostatique constante définie par $\vec{F} = q\vec{E}$.

$\vec{E}$
Direction : Celle de $\vec{E}$
Sens : Si $q > 0$, celui de $\vec{E}$.
Si $q < 0$, opposé à celui de $\vec{E}$.
Point d'application : Le point M
Valeur : N → $F = |q|E$ ← $V.m^{-1}$, C ↑



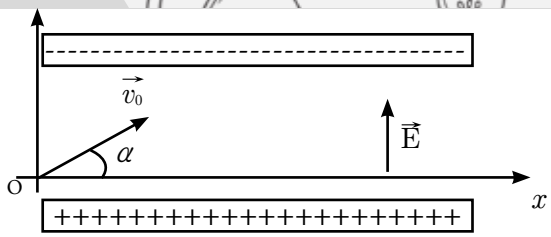
* Travail de la force électrostatique
La force $\vec{F}$ déplace son point d'application d'un point A vers un point B. Elle accomplie le travail :

J → $W_{A\to B}(\vec{F}) = q(V_A - V_B)$ ← V, C ↑

2) Etude du mouvement

a) Etude dynamique

Une particule de charge q et de masse m pénètre en un point O avec la vitesse $\vec{v_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale dans une région de l'espace où règne un champ électrostatique uniforme.



Référentiel : Terrestre supposé
Système : {Particule de charge q et de masse m}
Bilan des forces extérieures
$\vec{F}$: La force électrostatique
$\vec{P}$: Le poids de la particule
On négligera le poids $\vec{P}$ devant la force $\vec{F}$ électrostatique.
Appliquons le théorème du centre d'Inertie

$$\boxed{\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}}$$

$m\vec{a} = q\vec{E}$

b) Etude cinématique

* Conditions initiales

A $t_0 = 0\text{s}$; $\vec{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0\sin\alpha \end{vmatrix}$ $\quad\overrightarrow{OG_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix}$

* Lois horaires

$$\forall t\ ;\ \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E} \implies \vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m}E \end{vmatrix}$$

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v_0} \implies \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = a_x t + v_{0x} \\ v_y = a_y t + v_{0y} \end{vmatrix} \qquad \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = \frac{q}{m}Et + v_0\sin\alpha \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v_0}t + \overrightarrow{OG_0}$$

$$\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \end{vmatrix} \qquad \boxed{\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x = v_0 t\cos\alpha & (1) \\ y = \frac{qE}{2m}t^2 + v_0 t\sin\alpha & (2) \end{vmatrix}}$$

* Equation de la trajectoire

Si $v_0\cos\alpha \neq 0$. On a $(1) \implies t = \dfrac{x}{v_0\cos\alpha}$

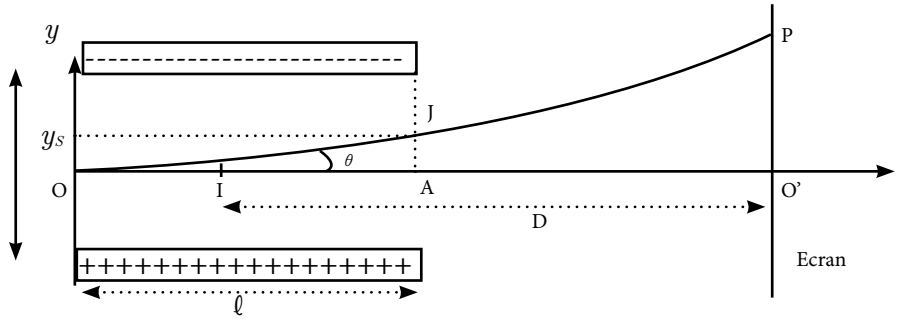
Donc $(2) \implies y = \dfrac{qE}{2m}\left(\dfrac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2 + v_0\left(\dfrac{x}{v_0\cos\alpha}\right)\sin\alpha$.

$$\boxed{y = \frac{qE}{2mv_0^2\cos^2\alpha}\,x^2 + x\tan\alpha}$$

c) Etude d'un cas particulier

Pour $\alpha = 0$; On a $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \dfrac{qE}{2m}t^2 \end{cases}$

(1) $\Longrightarrow t = \frac{x}{v_0}$ $y = \frac{qE}{2mv_0^2}x^2$



Exprimons la position P

On a $\tan\theta = \frac{O'P}{O'I}$ et $\tan\theta = \frac{AS}{AI} \Longrightarrow \frac{O'P}{O'I} = \frac{AS}{AI}$ d'où $O'P = \frac{AS}{AI} \times O'I$

On a $AS = y_S = \frac{qE}{2mv_0^2}x_S^2 = \frac{qE}{2mv_0^2}\ell^2$

Et IA = $\frac{\ell}{2}$ IO' = D

O'P = $\frac{qE\ell^2}{2mv_0^2} \times \frac{2}{\ell} \times D = \frac{qE\ell D}{mv_0^2}$

EXERCICE CORRIGÉ 1

Un projectile de masse m est lancé dans le champ de pesanteur terrestre. La vitesse de lancement $\vec{V}_0$ fait avec le plan horizontal un angle de tir α. La résistance de l'air est négligée. On étudie le mouvement du centre d'inertie du projectile.

On donne : V0 = 200 m. s^{-1} ; g = 9,8 m. s^{-2}.

1. Etablir les équations horaires du mouvement.
2. Etablir l'équation de la trajectoire. En déduire la nature du mouvement.
3. Etablir l'expression de la portée horizontale.
4. Déterminer la portée maximale.
5. Etablir l'expression de la flèche, c'est-à-dire l'altitude maximale hmax atteinte par le projectile. Quelle est la valeur maximale de la flèche ?
6. Déterminer la vitesse à l'altitude h = 100 m si α = 30°.
7. Le projectile étant lancé avec la vitesse V0, calculer pour une portée horizontale d = 2 500 m :

7.1) les angles possibles du tir ;

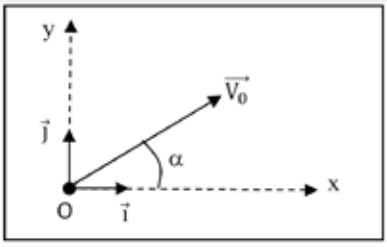
7.2) la flèche ;

7.3) la durée du tir, l'impact se faisant sur le sol, plan horizontal contenant le point de lancement ;

7.4) la vitesse lors de l'impact

SOLUTION

1)



- Référentiel galiléen: la Terre
- Système : {le projectile de masse m}
- Force: le poids $\vec{P}$
- Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

-Les conditions initiales sont : à t = 0:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0_x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0_y} = V_0\sin\alpha \end{cases} ; \quad \overrightarrow{OG_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

- à t >0 :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} ; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0\sin\alpha \end{cases} ; \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0\cos\alpha t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha t \end{cases}$$

2) Equation de la trajectoire :

$x = V_0\cos\alpha\, t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$. On remplace t par son expression dans y (t), ce qui donne :

$y = -\frac{gx^2}{2V_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha$: cette trajectoire est une parabole.

3) $x_P = d = \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{g}$

4) $d_{max} = \frac{V_0^2}{2d}$

5) $h_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = 2040{,}8$ m

6) $v = 195$ m. s^{-1}

7.

7.1) $\sin 2\alpha = 0{,}6125 \Rightarrow \alpha_1 = 18{,}9°$ et $\alpha_2 = 71{,}1°$.

7.2) Avec α_1, on a : $h_{1_{max}} = 214$ m (tir tendu) ; avec α_2, on a : $h_{2_{max}} = 1825$ m (tir en cloche).

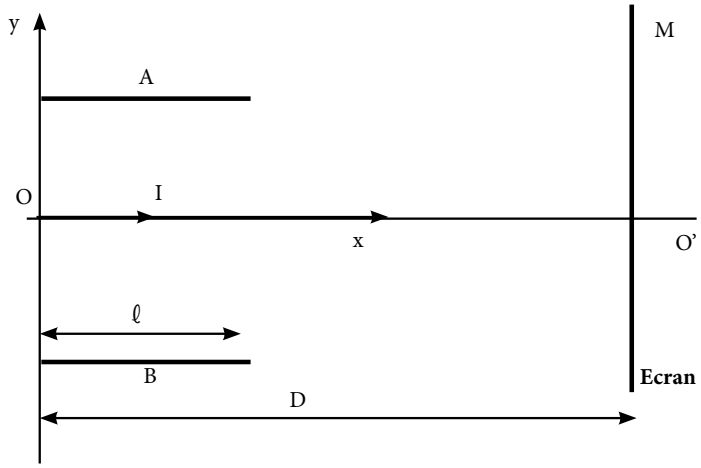
7.3) Avec α_1, on a $t_1 = \frac{2V_0 \sin\alpha_1}{g} = 13{,}2$s ; avec α_2, on a $t_2 = \frac{2V_0 \sin\alpha_2}{g} = 38{,}6$ s.

7.4) $V = V_0 = 200$ m. s^{-1}.

EXERCICE CORRIGÉ 2

Un faisceau d'électrons, de masse m, de charge q = -e, pénètre à la vitesse initiale $\vec{V_0}$ dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$ crée par deux plaques horizontales reliées à un générateur électrostatique. On s'arrange, en outre, pour que les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{V_0}$ soient perpendiculaires. On admettra que $U_0 = U_{AB} = V_A - V_B > 0$

1) Déterminer le sens de $\vec{E}$ et de $\vec{F}$.
2) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire. En déduire sa nature.
3) Soient d la distance entre les plaques et ℓ la longueur de chaque plaques.
Calcule la déviation α du faisceau à la sortie S des plaques.
4) Calculer la déviation H sur l'écran situé à une distance D du point d'entrée O.



SOLUTION

1) Entre les plaques A et B, il existe une force $\vec{F} = q\vec{E}$ dirigée de B vers A. Or q < 0 $\vec{E}$ et $\vec{F}$ vont dans le même sens contraire. $\vec{E}$ est donc dirigé de A vers B.

2) Système : {Un faisceau d'électron de charge q = -e }
Référentiel terrestre supposé galiléen
Bilan des forces : - La forces électrique $\vec{F} = q\vec{E} = -e\vec{E}$
- Le poids $\vec{P} = m\vec{g}$
On néglige le poids de l'électron devant la force électrique (les calculs numériques confirment cette hypothèse)
* D'après le théorème du centre d'inertie :

$\sum \vec{Fi} = m\vec{a}$ d'où $\vec{F} = q\vec{E} = -e\vec{E} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = -\frac{e\vec{E}}{m}$

NB : Les grandeurs $\vec{E}$, e et m étant constantes, le vecteur $\vec{a}$ l'est aussi. De plus le vecteur $\vec{V_0}$ est perpendiculaire au vecteur $\vec{E}$, donc au vecteur $\vec{a}$: en conséquence, le mouvement de

l'électron dans le champ $\vec{\mathbf{E}}$ est parabolique.
Les coordonnées du vecteur accélération sont :

$$\vec{a} = \frac{e\vec{\mathbf{E}}}{m}\begin{cases} a_x = -\dfrac{eE_x}{m} = 0 \ \text{ car } \ \vec{\mathbf{E}} \perp \text{ à l'axe } x'x \\ a_y = \dfrac{eE_y}{m} = \dfrac{(-e)(-E)}{m} = \dfrac{eE}{m} \ ; \vec{\mathbf{E}} \text{ et } \vec{j} \text{ sont de sens contraires.} \end{cases}$$

Le vecteur $\overrightarrow{\mathbf{V}_0}$ a pour coordonnées : V0x = V0 ; V0y = 0

* Pour une première intégration du vecteur $\vec{a}$ avec les conditions initiales choisies, il vient :

$$\vec{\mathbf{V}}\begin{cases} V_x = cons\tan te = V_{0x} = V_0 \\ V_y = \dfrac{eE}{m}t + V_{0y} = \dfrac{eE}{m}t \end{cases}$$

* Pour une deuxième intégration on a :

$$\overrightarrow{\mathbf{OM}}\begin{cases} x = V_0 t + x_0 \ \ avec \ \ x_0 = 0 \\ y = \dfrac{1}{2}\dfrac{eE.t^2}{m} + V_0 t + y_0 \end{cases} \begin{cases} x = V_0 t \\ y = \dfrac{1}{2}\dfrac{eE.t^2}{m} \end{cases}$$

* En éliminant la variable t, entre les lois horaires, l'équation cartésienne de la trajectoire s'écrit $y = \dfrac{eEx^2}{2mV_0^2}$.

La trajectoire de la particule, de O en S, est parabolique.

3) Au delà de sa trajectoire sur OS, elle est rectiligne, puisque après S, le champ $\vec{\mathbf{E}}$ est nul. La particule prends alors la direction de la tangente en S à la parabole.
L'angle α, entre les tangentes en O et en S à la trajectoire détermine la déflexion (ou déviation) subie par la particule chargée. Cet angle α est donnée par :

$$\tan\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)s = \frac{eE_{Xs}}{mV_0^2} \text{ or } x_S = \ell \text{ donc } \tan\alpha = \frac{eE\ell}{mV_0^2}$$

Avec $E = \dfrac{U}{d}$ on a $\tan\alpha = \dfrac{eU\ell}{mV_0^2 d}$

3) Calculons la déviation H sur l'écran situé à une distance D du point d'entrée O.
En considérant le triangle rectangle $IO' = D - \ell/2$.
Il vient alors : $H = (D - \ell/2)\tan\alpha = \dfrac{eU\ell(D - \ell/2)}{mV_0^2 d}$.

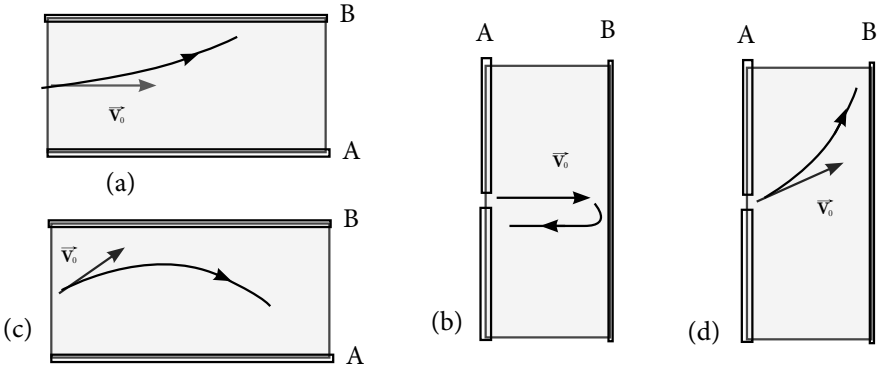
EXERCICE 1

Vrai ou Faux ?

• Un champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$ est uniforme si $\|\vec{\mathbf{E}}\|$ est constante.
• L'accélération du centre d'inertie d'un solide soumis aux seules forces de pesanteur est indépendante de la masse de ce solide.
• Dans un champ électrique, l'accélération d'une particule ne dépend pas de sa masse.
• Dans un champs électrique, le vecteur accélération d'une particule et le vecteur champ sont toujours colinéaires et de même sens.
• Dans le champ de pesanteur, la trajectoire du centre d'inertie d'un solide est complètement déterminée à partir des conditions initiales.
• Dans un champ électrique uniforme, la trajectoire d'une particule chargée est circulaire.
• Dans un oscillographe, la déviation linéaire du spot sur l'écran est proportionnelle à la tension appliquée.

EXERCICE 2

Entre les deux plaques d'un condensateur plan, une différence de potentiel crée un champ électrique uniforme. Une particule chargée pénètre dans ce champ.

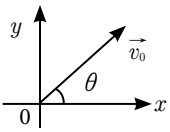
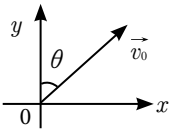
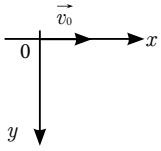
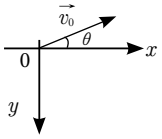
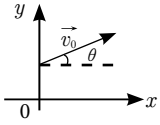
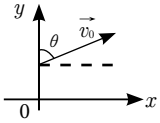
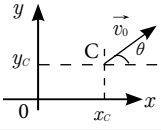


1. On a représenté dans quatre cas la trajectoire d'une particule chargée positivement. Représenter dans chacun des cas le vecteur champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$ et le vecteur accélération $\vec{a}$ de la particule. Préciser le signe de la charge de chacune des plaques.
2. Une particule de même masse, mais chargée négativement, pénètre dans le champ avec la même vitesse $\vec{\mathbf{V}}_0$. Tracer approximativement, dans chaque cas, la trajectoire de la particule. Représenter le vecteur accélération.
3. La particule ayant la même charge et la même vitesse initiale que dans la première question, on inverse le sens du champ électrique. Tracer approximativement les trajectoires dans les quatre cas de figure.

EXERCICE 3

Un solide animé d'une vitesse $\vec{v_0}$, effectue une chute dans le champ de pesanteur uniforme $\vec{g}$.
1. Préciser

1.1. Le système étudié
1.2. Le référentiel d'étude.
2. Enoncer le théorème du centre d'inertie.
3. Montrer que le mouvement est uniquement varié.
4. Complète le tableau ci-dessous.

Schémas	Coordonnées dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$					Equations cartésiennes
	à $t = 0$		à $t \neq 0$			
	$\overrightarrow{OM_0}$	$\vec{v_0}$	$\vec{a}$	$\vec{v}$	$\overrightarrow{OM}$	
						
						
						
						
						
						
						

EXERCICE 4 **Le plongeur et la balle**.

Un enfant s'amuse à plonger dans l'eau d'une rivière à partir d'un rocher. Il veut attraper un ballon flottant sur l'eau au point A.

A la date t = 0, l'enfant s'élance du rocher avec une vitesse $\vec{v_0}$, de valeur v_0, incliné d'un angle α0 par rapport à l'horizontale.

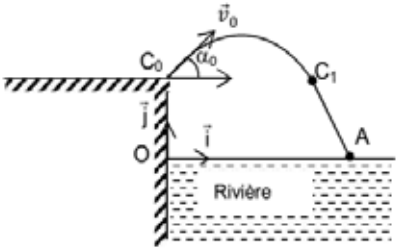
L'angle α0 est toujours le même. Sa valeur est $\alpha_0 = \frac{\pi}{4}$ *rad*. La vitesse v_0 peut varier.

On étudie le mouvement du centre d'inertie C du plongeur dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

On associe à ce référentiel le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, voir schéma.

A la date t = 0, le centre d'inertie de l'enfant est en C0 tel que OC0 = 2 m.

On prendra g = 9,8m.s^{-2}.



1. Donner, à l'instant du départ, les coordonnées :

1.1 du vecteur position $\overrightarrow{OC_0}$;

1.2 du vecteur vitesse v_0 ;

1.3 du vecteur accélération de la pesanteur $\vec{g}$.

2. Le théorème du centre d'inertie permet d'obtenir les équations horaires donnant la position du centre d'inertie C à chaque instant compris, entre le départ et l'arrivée dans l'eau. Les frottements contre l'air sont négligés.

On admettra les résultats suivants :

$\overrightarrow{OC} = x\vec{i} + y\vec{i}$ avec $x = v_0 \cos \alpha_0 t$

$y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha_0 t + y_0$

2.1 Etablir l'équation littérale de la trajectoire y = f(x).

2.2 Utiliser les valeurs numériques de l'énoncé pour vérifier que l'équation peut s'écrire :

$y = -9,8 \frac{x^2}{v_0^2} + x + 2.$

2.3 Déterminer littéralement à l'instant t, pour la position C_1 du schéma :

2.3.1 Les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$;

2.3.2 Les coordonnées du vecteur $\vec{v}$.

2.3.3 représenter qualitativement sur un schéma ces vecteurs au point C_1 de la trajectoire.

3. L'enfant souhaite tomber exactement sur le ballon flottant au point A tel que OA = 2 m.

Rechercher la valeur de $\vec{v_0}$ permettant cela.

4. A quelle distance maximale doit se trouver le ballon pour que l'enfant puisse l'attraper en plongeant, sachant que sa vitesse initiale maximum vaut

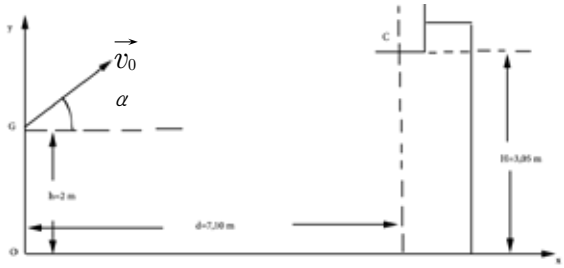
V_{max} = 7 m.s^{-1} ?

EXERCICE 5

Au cours d'une compétition de basket-ball au palais des sports de Treichville un basketteur A, tire en direction du panier constitué par un simple cercle métallique, dont le plan horizontal est situé à 3,05 m du sol.

Lorsque le ballon est lancé par le joueur A :

Le centre O du ballon est à 2,00m du sol ;
La distance séparant les verticales passant par le centre du panier et G est 7,10 m ;
Sa vitesse $\vec{v_0}$ fait un angle $\alpha = 45^\circ$ avec l'horizontale (voir figure).
Le panier est marqué ou réussi lorsque le centre du ballon passe par le centre du panier.
On néglige l'action de l'air sur le ballon.



Données numériques
Masse du ballon : m=0,60 Kg ;
g=9,80 ms^{-2}

1.
1.1. Etablir que l'équation de la trajectoire de G dans le repère (OX, OY) est :

$$y = -\frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha + Y_G \text{ avec } Y_G = 2\ m$$

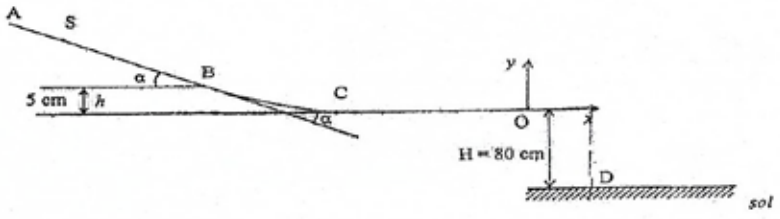
1.2. Montrer que Y peut se mettre sous la forme :

$$y = -\frac{9,8}{v_0^2}x^2 + x + 2$$

2. Calculer la valeur de v_0 pour que le panier réussi.
3. Dans la suite de l'exercice, la valeur de la vitesse du ballon au départ est $v_0 = 9,03\ m.s^{-1}$.
3.1. Etablir et calculer la durée nécessaire au ballon pour parvenir au centre du panier.
3.2. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer la valeur de la vitesse du ballon lorsque le panier est marqué.
3.3. Un joueur B de l'équipe adverse, situé à 0,90 m du joueur A, entre celui-ci et le panier, tente maintenant d'empêcher le tir en levant verticalement les bras. La hauteur atteinte par B est 2,70m.
Si le ballon part avec la même vitesse $\vec{v_0}$ que précédemment, le panier sera-t-il marqué ?

EXERCICE 6

Dans cet exercice, tous les frottements sont négligés.
On étudie le mouvement d'un solide S supposé ponctuel, de masse m, qui glisse sur la piste schématisée ci-dessous, située dans un plan vertical.



- La partie CO est rectiligne et horizontale.
- La partie BC est curviligne,
- La partie AB, rectiligne, de longueur L, fait l'angle α avec la partie horizontale CO. On suppose que les parties AB et CO sont respectivement tangentes en B et C à la courbe BC.
On appelle h la différence d'altitude entre les points B et C.
On donne $g = 10\ m.s^{-2}$

$m = 100g$

AB = L = 30 cm

$\alpha = 12° \ (\sin\alpha = 0,208; \cos\alpha = 0,978)$

h = 5 cm.

1. Mouvement sur la partie rectiligne AB.

Le solide S est lâché en A sans vitesse initiale.

1.1. Faire le bilan des forces extérieures exercées sur S. Les représenter sur un schéma.

1.2. Exprimer l'intensité a du vecteur accélération de S, en fonction de g et α.

1.3. Calculer la valeur numérique de a.

1.4. Calculer la durée t du trajet AB.

1.5. Exprimer V_B, la vitesse de S en B en fonction de a et L et la calculer.

2. Mouvement sur la partie BC

Calculer V_C vitesse de S en C.

3. Mouvement sur la partie horizontale CD

Le solide S atteint le point O et fait une chute. On suppose qu'à l'instant $t = 0$, le solide S est en O.

3.1. Déterminer les équations horaires du mouvement de S.

3.2. Etablir l'équation de sa trajectoire.

3.3. Déterminer les coordonnées du point de chute (D) de S.

3.4. Calculer sa vitesse au sol.

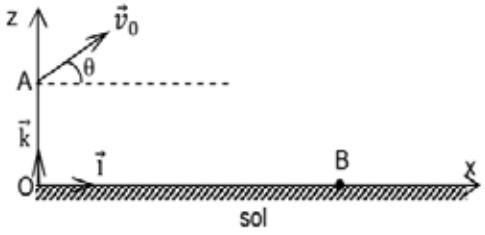
EXERCICE 7 Le lancer du poids

Au cours d'une séance d'Education Physique et Sportive (EPS), Yao est choisi comme premier lanceur. Il soulève le « poids » de masse m = 5,00 kg, de centre d'inertie G et le lance dans l'espace de réception. Lorsque l'objet quitte sa main:

- le centre d'inertie G se trouve au point A tel que OA = h = 1.70 m;
- le vecteur vitesse $\vec{v_0}$ fait un angle θ avec le plan horizontal.

Lorsque le « poids » arrive au sol, G coïncide avec le point B.

On prendra t = 0 l'instant où le « poids » quitte la main au point A.



On négligera l'action de l'air et on prendra g = 9,80 m.s^{-2}.

1. -Etablir les équations horaires du mouvement de G dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{k})$ puis l'équation cartésienne de la trajectoire.

2. Donner la nature de la trajectoire et la tracer qualitativement.

Yao effectue trois essais et on retient la meilleure performance.

3. Premier essai : $\theta = 30°$, OB = X_1 = 8,74 m.

3.1 Déterminer l'expression de:

3.1.1. La vitesse v_0 en fonction de g, θ, X_1, et h.

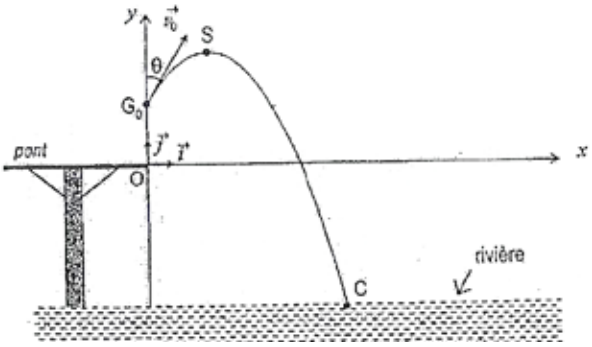
3.1.2. La hauteur maximale H_{max} par rapport au sol atteinte par le « poids ».

3.2. Calculer la valeur numérique de v_0 et de H_{max}.

4. Deuxième essai: $\theta = 45°$, v_0 a la même valeur qu'au premier lancer et OB = X_2.
Déterminer X_2. Comparer X_1 et X_2.
5. Troisième essai : $\theta = 60°$, $v_0 = 8,60$ ms^{-1} ; OB = X_3
5.1 Déterminer X_3.
5.2 Comparer X_2 et X_3.
6.
6.1 Quel est le meilleur essai ?
6.2 Pour une vitesse initiale donnée, comment doit-on lancer le « poids » pour obtenir la meilleure performance?

EXERCICE 8 Le saut de l'ange

Pour se baigner, des enfants sautent du point O d'un pont et plongent dans la rivière dont le niveau est 3 m plus bas. On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie d'un plongeur. On négligera dans tout l'exercice le mouvement de rotation du plongeur autour de son centre d'inertie G ainsi que les frottements avec l'air. Le repère d'étude est $(O, \vec{i}, \vec{j})$
(voir schéma). On prendra g = 9,1 m.s^{-2}.



Après s'être lancé, le plongeur quitte le pont qui sert de tremplin à la date t = 0 avec un vecteur vitesse $\vec{v_0}$ incliné de $\theta = 30°$ par rapport à la verticale. Son centre d'inertie est alors au point G_0 de coordonnées X_0 = 0 m , Y_0 = 1 m.
1. Etablir les équations horaires X(t) et Y(t) du mouvement du centre d'inertie dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.
2. Le plongeur est au sommet de sa trajectoire au point S d'abscisse X_S = 1,1 m. Déterminer:
2.1. L'expression de v_0 en fonction de X_S, g et θ, puis calculer sa valeur.
2.2 L'ordonnée du sommet S.
3. Le plongeur pénètre dans l'eau en C. (On prendra v_0 = 5 m.s^{-1}).
3.1 Déterminer la distance d entre les verticales passant par O et C.
3.2 Calculer la durée du saut.
3.3 Déterminer la valeur de sa vitesse en C. (On appliquera le théorème de l'énergie cinétique)

EXERCICE 9 Le jeu de Volley-ball

Les parties I et II sont indépendantes. On prendra g = 9.8 m.s^{-2}.
Au cours d'un match de volley-ball, un joueur effectue le service. Le service est réussi si la balle passe au-dessus du filet et tombe à moins de 9 m derrière celui-ci.

I. Première phase

Le joueur lance la balle verticalement vers le haut d'un point A situé à une hauteur hA = OA = 1,80 m du sol. La balle atteint le sommet de sa trajectoire au point B tel que hB = OB = 3.10 m. (voir figure).



1. Déterminer la vitesse V_A avec laquelle la balle a été lancée en A
2. Etablir l'expression de la vitesse $v(t)$ du centre d'inertie G de la balle dans le repère $(O, \vec{k})$.
3. Déterminer la durée du trajet AB.

II. Deuxième phase

Il frappe la balle quand celle-ci est au point B et lui communique une vitesse v_0 horizontale.

1. Etablir les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ du mouvement de G dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{k})$ (voir feuille annexe). En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire. L'instant où la balle quitte le point B est choisi comme origine des dates.
2. La balle passe par le point C de coordonnées x_0 = 9,3 m et z_c = 2,5 m, situé à la verticale du filet.

2.1 Exprimer la vitesse v_0 en fonction de g, x_c, z_c et z_B.

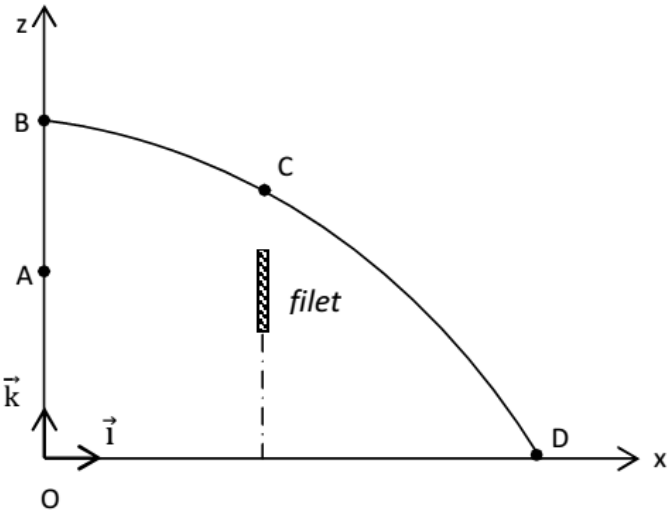
2.2 Représenter sur la courbe en annexe les vecteurs vitesse $\vec{v_0}$ et $\vec{v_c}$ selon une échelle de votre choix.

3. La balle tombe sur le sol au point D.

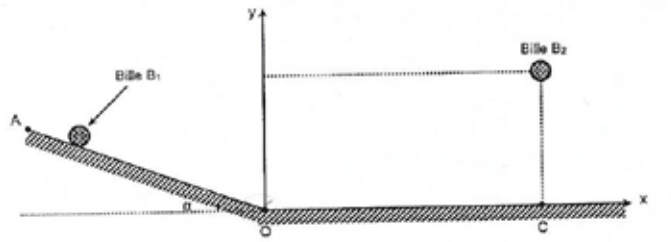
3.1 Calculer l'abscisse x_D du point D. On prendra v_0 = 26,6 m.s^{-1}.

3.2 Le service est-il réussi ? Justifier votre réponse.

Annexe à rendre avec la copie



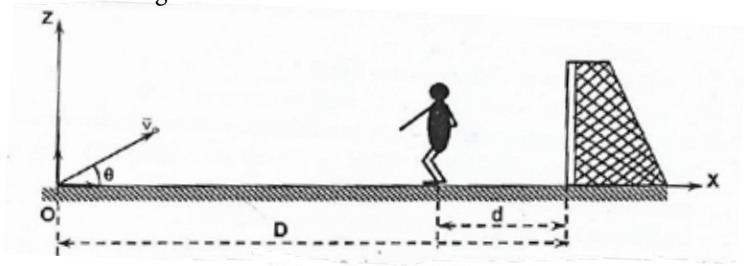
EXERCICE 10



Une bille B_1, supposée ponctuelle, de masse m_1, est abandonnée sans vitesse initiale en A.
Elle glisse alors sur la piste AOC représentée par la figure ci-dessus.
On donne: $m_1 = 100g$; $g = 9,8m/s^2$; $\alpha = 30°$; OA = 1m ; $f = 0,3$ N.
1. Lors du parcours AO, la bille B_1 est soumise à une force de frottement $\vec{f}$.
1.1 Faire l'inventaire des forces qui agissent sur la bille B_1.
1.2. Représenter ces forces sur un schéma.
1.3. Déterminer l'accélération a_1 de la bille B_1.
1.4. En déduire la nature du mouvement de la bille B_1.
1.5. Déterminer la valeur de la vitesse V_0 de la bille B_1 à son arrivée au point O.
2. Lors du parcours OC, les forces de frottements sont supposées négligeables.
2.1. Faire l'inventaire des forces appliquées sur la bille B_1.
2.2. Déterminer l'accélération a_1' de la bille B_1.
2.3. En déduire la nature du mouvement de la bille B_1.
2.4. Donner la valeur V_C de ta vitesse en C.
3. A la verticale passant par le point C, à une hauteur h = 2 m, on accroche une bille B_2 de masse $m_2 = m_1$.
Au passage de B_1 en O, on lâche sans vitesse initiale la bille B_2.
On choisit comme origine des espaces le point O et origine des dates l'instant t où la bille B_1 arrive au point O.
3.1. Déterminer les équations horaires du mouvement de la bille B_1.
3.2. Déterminer les équations horaires du mouvement de la bille B_2.
3.3. Déterminer la distance OC pour que les billes B_1 et B_2 se croisent en C.

EXERCICE 11

Les forces de frottement dues à l'air sont négligés et le ballon est assimilé à un point matériel de masse m. Au cours d'une phase de jeu de football, Bilé, un attaquant, voyant la position avancée du gardien de but adverse, tente de marquer le but en lobant ce dernier. Le gardien de but se trouve à une distance d = 5 m de la ligne de but.



Bilé communique au ballon placé au point O, à une distance D = 35 n de la ligne de but une vitesse

dont la direction fait un angle θ avec le plan horizontal. On prendra comme origine des dates l'instant où Bilé frappe le ballon et comme origine des espaces le point O.

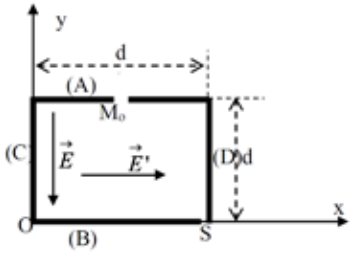
1. Etablir les équations horaires x(t) et z(t) en fonction de V_0, g et e du mouvement du centre d'inertie G du ballon dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{k})$.
2. Faire l'application numérique.
3. En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire et donner sa nature.
4. Déterminer:
4.1. La date t_1 à laquelle le ballon arrive sur la ligne de but.
4.2. La hauteur h par rapport au sol à cette date t_1.
5. A la date t = 0 où Bilé frappe le ballon, un défenseur de l'équipe du gardien qui se trouvait sur la même ligne que lui à la distance d de la ligne de but, s'élance sans vitesse initiale vers les buts avec une accélération a = 3 m/s². Il voudrait empêcher le but. Pour cela, il faut qu'il arrive avant le ballon sur la ligne de but. Son mouvement est rectiligne suivant l'axe (Ox).
5.1. Montrer que l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie du défenseur selon l'axe (Ox) est : $x(t) = 1,5t^2 + 30$.
5.2. Déterminer la date t_2 à laquelle le défenseur arrive sur la ligne de but.
5.3. Le but est-il marqué ? Justifier votre réponse.
Données: g = 10 m.s^{-2} ; $\theta = 30°$; V_0 = 21 m.s^{-1} ; D = 35m ; d = 5m.

EXERCICE 12

Le dispositif ci-contre comprend :

• Deux plaques (A) et (B) horizontales placées dans le vide à une distance d = 5 cm l'une de l'autre et soumises à une tension $U_{AB} = V_A - V_B = 80V$. La plaque (A) est trouée en son milieu Mo ;

• Deux plaques (C) et (D) verticales placées dans le vide à une distance d'=10cm l'une de l'autre et soumises à une tension $U_{CD} = V_C - V_D$ positive.



Entre les deux paires de plaques règnent les champs électriques $\vec{E}$ et $\vec{E'}$ supposés uniformes. Un proton est abandonné sans vitesse initiale à partir de Mo à l'instant t = 0.

1) Exprimer en fonction de la charge élémentaire e, m, U_{AB}, U_{CD}, d et d', les coordonnées du vecteur accélération du proton.
2) En déduire les équations horaires x(t) et y(t) ainsi que l'équation cartésienne de la trajectoire du proton. Quelle est sa nature ?
3) Quelle doit être la valeur U_{CD} pour que le proton sorte par le trou S.
On donne : e=1,6.10^{-19}C et m=1,6.10^{-27}kg.

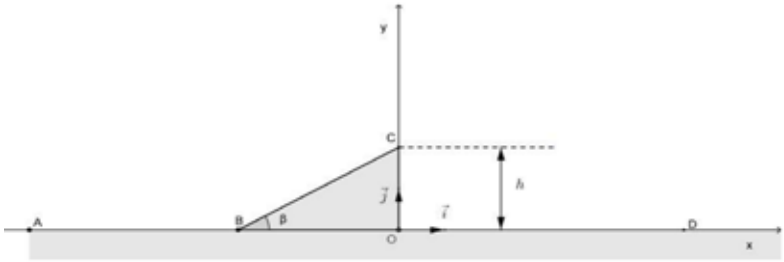
EXERCICE 13

On considère un cascadeur à moto sur un trajet ABC. Ce trajet comporte une partie rectiligne et horizontale AB et un tremplin BC incliné d'un angle par rapport à l'horizontale. On étudie le mouvement du centre d'inertie G de l'ensemble (cascadeur-moto).

Le cascadeur part du point A sans vitesse initiale à la date t_0 et arrive au point B à la date t_B avec une vitesse V_B. Le mouvement sur le trajet AB est rectiligne et uniformément varié.

Ensuite, il aborde le tremplin avec la vitesse acquise en B. Sur ce tremplin, le mouvement est maintenu uniforme. Au point C, il quitte le tremplin et effectue un saut dans l'air pour atterrir au point D (voir figure).

Données : $t_0 = 0\ s$, $t_B = 6\ s$, $V_B = 30\ m.s^{-1}$, $\beta = 30°$, $g = 10\ m.s^{-2}$, $h = OC = 3\ m$.



1. **Étude du mouvement sur AB**

1.1. Préciser le système et le référentiel.

1.2. Déterminer l'accélération du centre d'inertie du système.

2. Étude du mouvement sur le tremplin BC

2.1. Montrer que : $V_C = V_B$.

2.2. Préciser la direction du vecteur-vitesse $\overrightarrow{V_C}$ par rapport à l'horizontale.

3. **Étude du mouvement au-delà du point C**

3.1. Donner les coordonnées du vecteur vitesse $\overrightarrow{V_C}$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

3.2. Énoncer le théorème du centre d'inertie.

3.3. Établir les lois horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement du solide G.

3.4. En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire du solide G.

3.5. Déterminer :

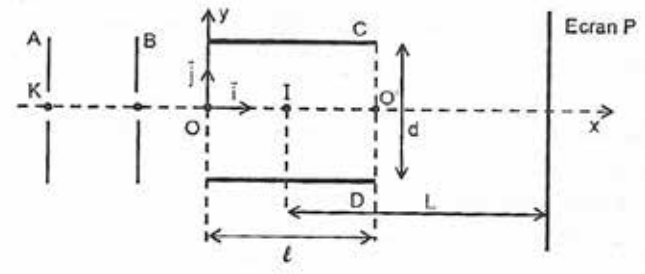
3.5.1. L'altitude maximale atteinte par le solide G ;

3.5.2. Les coordonnées du point de chute D.

EXERCICE 14

Dans le canon à électrons d'un oscilloscope où règne le vide, les électrons de masse m et de charge q sont émis sans vitesse initiale au point K, par un filament chauffé.

Ces électrons sont ensuite accélérés par la tension U_{AB} entre les plaques verticales A et B. À la sortie de ces plaques, ils pénètrent en O entre deux autres plaques horizontales C et D où ils sont déviés par le champ électrostatique uniforme E qui y règne. Ces électrons sont reçus sur l'écran P de l'oscilloscope, situé à une distance L du milieu I des plaques C et D (voir schéma ci-dessous).



Données: masse de l'électron: me = 9,1.10^{-31} kg;

charge de l'électron: q = -e = -1,6.10^{-19} C;

UCD = 100 V ; $|U_{AB}|$ = 300 V; ℓ = 2 cm ; d = 1 cm ; L = 25 cm.

1. Étude de l'accélération des électrons

1.1.Ènonce le théorème de l'énergie cinétique.

1.2. Détermine le signe de la tension U_{AB}.

1.3. Établis en fonction de e, m et U_{AB}, l'expression de la vitesse v_B des électrons à la sortie des plaques A et B.

1.4. Calcule la vitesse v_B .

2. Étude du mouvement des électrons au-delà des plaques A et B

On admet que $\overrightarrow{v_B} = \overrightarrow{v_0}$ est la vitesse de l'électron en O)

2.1. Énonce le théorème du centre d'inertie.

2.2. Détermine le sens de déviation du spot par rapport à l'horizontale sur l'écran de l'oscilloscope.

2.3. Représente qualitativement la force électrostatique $\vec{F}$ s'exerçant sur un électron.

2.4. Détermine

2.4.1. Les équations horaires x(t) et y(t) du mouvement d'un électron dans le champ électrostatique $\vec{E}$ en appliquant le théorème du centre d'inertie.

2.4.2. L'équation cartésienne y(x) de la trajectoire

2.4.3. Les coordonnées du point S à la sortie des plaques C et D;

2.4.4. La déviation linéaire Y d'un faisceau d'électrons sur l'écran P de l'oscilloscope.

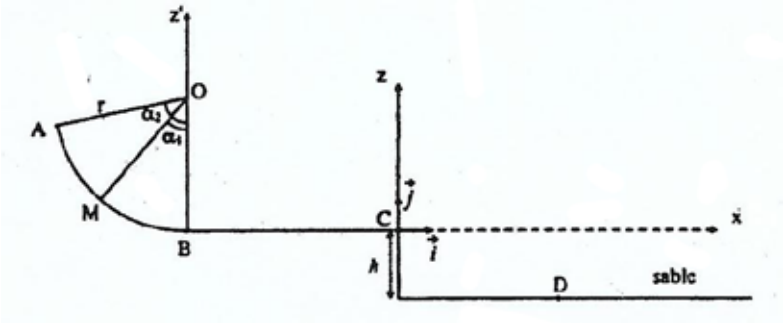
EXERCICE 15

Dans la cour d'une école maternelle se trouve une glissière dont le profil est représenté dans le plan vertical. Cette glissière est constituée:

- D'un arc de cercle AB de rayon r,
- D'une partie rectiligne BC, de longueur L, située à une hauteur h du sol.

Un enfant de masse m est en mouvement sur cette glissière.

On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie G de cet enfant.



1. Etude du mouvement sur AB

Sur ce trajet, l'enfant part sans vitesse initiale du point A. Les forces de frottements sont négligées. La position du centre d'inertie G est repérée au point M par l'angle $\alpha_1 = (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OB})$

1.1. Faire le bilan des forces appliquées à l'enfant en M et les représenter.

1.2. Déterminer l'expression de la vitesse v_M en fonction de g, r, α_1 et α_2 en utilisant le théorème de l'énergie cinétique entre A et M.

1.3. Déduire l'expression de v_B au point B.

1.4. Calculer v_B .

2. Etude du mouvement sur BC

L'enfant aborde la partie rectiligne BC avec la vitesse v_B .= 3 m.s^{-1}. Sur cette partie, les frottements sont équivalents à une force constante $\vec{f}$ de même direction et de sens opposé au vecteur-vitesse. Il atteint le point C avec la vitesse v_C = 1,2 m.s^{-1}.

2.1. Déterminer la valeur algébrique a_x de l'accélération $\vec{a}$ du mouvement de G.

2.2. Faire le bilan des forces exercées sur l'enfant. Représenter qualitativement ces forces.

3.3. Déterminer la valeur f de la force de frottements $\vec{f}$ en utilisant le théorème du centre d'inertie.

3. Etude du mouvement au-delà de C

L'enfant quitte la piste au point C et atterrit dans le .sable au point D sous l'action de son poids. L'instant de passage en C est pris comme origine des dates.

3.1. Montrer que son mouvement est uniformément varié.

3.2. Etablir dans le repère (C, $\vec{i}$, $\vec{j}$) les équations horaires x(t) et z(t).

3.3. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire z = f(x) du mouvement de G.

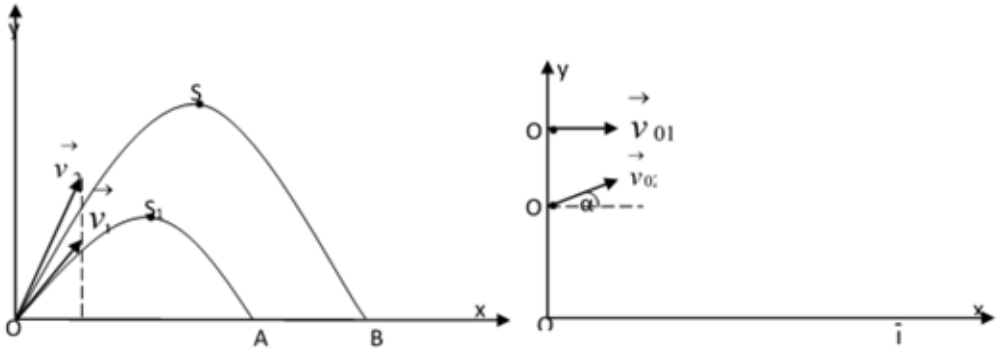
3.4. Déterminer .au point de chute D

3.4.1. Les coordonnées x_D et z_D,

3.4.2. La vitesse de chute v_D .

Données: m = 10kg ; g = 10 m.s-2 ; r = 1 m ; h = 10 cm ; BC = L = 1 m ; α_2 = 60°.

EXERCICE 16



1. Deux projectile P1 et P2 sont lancés à partir du point O au même instant dans le champ de pesanteur avec des vecteurs vitesses instantanées respectives $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ tels que $V_1x = V_2x$ et $V_2y = 2V_1y$ voir figure 1.

a. Ecrire les équations horaires du mouvement de chaque projectile et en déduire son équation cartésienne en fonction des coordonnées de sa vitesse et de l'accélération de la pesanteur.

b. A l'instant où le projectile P_1 atteint le point A au sol, le projectile P2 est en un point A2 de sa trajectoire ; déterminer les coordonnées du point A_2 en fonction de V_2x ; g et V_2y .

c. Exprimer la distance AB entre les points d'impact des projectiles sur le sol en fonction de V_2x ; g et V_2y ou bien V_1x ; g et V_1y selon votre choix.

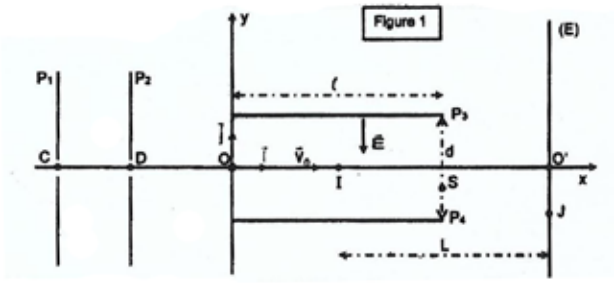
2. Les deux projectiles sont maintenant lancés à partir des points O1 et O2 avec des vitesses initiales $\vec{V}_{01}$ et $\vec{V}_{02}$ à des instants différents mais atteignent simultanément le point I sur le sol ; voir figure 2. En prenant pour origine des temps le départ du projectile P2 et en négligeant la résistance de l'air, les équations horaires suivant l'axe des abscisses sont :

- Pour P1 : x1=21t - 2,1
- Pour P2 : x2=20t.

a. Déterminer l'instant d'arriver des deux projectiles au point I.
b. Déterminer l'intervalle de temps qui sépare les deux départs des projectiles.
On donne : OI=42m.

EXERCICE 17

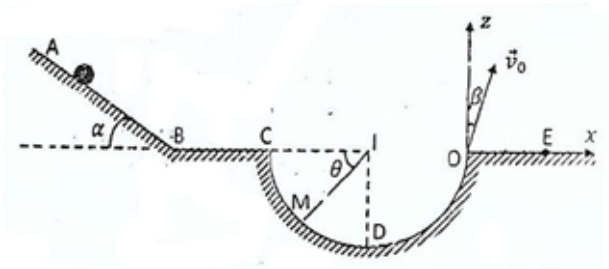
Dans tout l'exercice, on suppose que le mouvement des protons a lieu dans le vide et on néglige leur poids par rapport aux autres forces. On considère le dispositif de la figure 1. Des protons sont émis en C avec une vitesse quasiment nulle, puis accélérés entre les points C et D des plaques P_1 et P_2



1-Préciser le signe de la tension U_{CD} pour que les protons soient accélérés.
Justifier la réponse.
2-On posera pour la suite $|U_{CD}| = U$
2.1. Exprimer la vitesse d'un proton en D en fonction de U, e et m_p .
2.2. Calculer V_D
3-Après la traversé de la plaque P_2 en D, les protons pénètrent en O entre deux plaques parallèles. P_3 et P_4 de longueur ℓ et distantes de d. La tension U' à ces plaques crée un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$.
Donnée: ℓ = 20 cm et d = 7 cm
3.1. Montrer que l'énergie cinétique d'un proton se conserve entre D et O.
3.2. Etablir dans le repère($O, \vec{i}, \vec{j}$) les équations horaires du mouvement d'un proton dans la région limitée par les plaques P_3 et P_4 .
3.3. Vérifier que l'équation de la trajectoire peut s'écrire : $y = -\frac{U'}{4dU}x^2$
3.4. Déterminer la condition à laquelle doit satisfaire la tension U' pour que les protons sortent du champ électrostatique $\vec{E}$ sans heurter la plaque P_4.
3.5. Déterminer U' pour que les protons sortent du champ en passant par le point S de coordonnées $\left(\ell; -\frac{d}{5}\right)$
4-A la sortie du champ électrostatique par le point S,les protons sont reçus en un point J, sur un écran plat et placé perpendiculaire à l'axe Ox.
4.1. Représenter qualitativement la trajectoire d'un proton entre les points O et J.
4.2. Etablir l'expression littérale de la déviation O'J du spot sur l'écran (E).
4.3. Calculer la distance O'J.
On donne : L = 20 cm ; U = 10^3 V ; m_p= 1,67.10^{-27} Kg ; OI = $\frac{\ell}{2}$; e = 1,6.10^{-19}C

EXERCICE 18

Une bille ponctuelle de masse m est abandonnée sans vitesse initiale en A. Elle glisse alors sur une piste ABCDOE représentée par la figure ci-dessous.



On donne :m= 100g ; g = 9,8 m.s^{-2} ; α =25°; f = 0,2N ; AB = l = 2m ; r = 20 cm ; BC = L' = 1m.

1.Lors du parcours ABC, la bille est soumise à des frottements représentés par une force unique opposée au vecteur vitesse et de valeur f.

1.1. Déterminer l'accélération a_1 de la bille au cours de son mouvement sur le trajet AB.

1.2. Calculer sa vitesse V_B à son arrivée au point B.

1.3. Calculer son accélération a_2 au cours du déplacement BC.

1.4. Exprimer sa vitesse V_C à son arrivée en C en fonction de g, α, L, f, L' et m. Faire l'application numérique .

2.Lors du parcours CDO, les frottements sont supposés négligeables.

2.1. Etablir l'expression de la vitesse de la bille lorsqu'il passe en M en fonction de g,V_0, θ et r.

2.2. En déduire sa vitesse aux points D et O.

3. Le raccordement en O est tel que la bille quitte ce point situé au même niveau que C avec le vecteur vitesse $\vec{v_0}$ faisant un angle β = 20° avec la verticale passant par ce point. On donne V_0 = 2,13 m.s^{-1}

3.1 Etablir, dans le repère indiqué sur la figure, l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille.

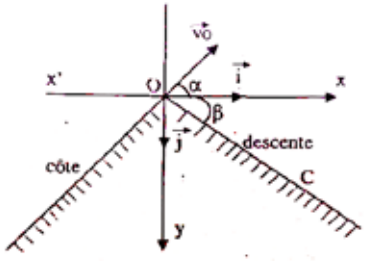
3.2. Déterminer les coordonnées du point de chute E de la bille.

3.3. La bille arrive au point E avec une vitesse $\vec{v_E}$. Donner les caractéristiques (norme et direction) de $\vec{v_E}$.

EXERCICE 19

Roukia suit à la télé le reportage d'un sport d'hiver. Le présentateur décrit le mouvement spectaculaire d'un skieur en ces termes : « Le skieur parcourt une côte inclinée d'un angle α sur l'horizontal. Au sommet O de cette côte, sa vitesse a pour valeur Vo. Après le sommet O se présente une descente inclinée d'un angle β sur l'horizontale. Le skieur accomplit alors un saut et reprend contact avec la piste en un point C ».

Roukia schématise ce parcours et ses propose d'étudier le mouvement du skieur.



- Vitesse : Vo = 12 m/s
- Angle de la côte : α = 40°
- Angle de la descente β = 45°
- Intensité de la pesanteur : g = 10 m/s2
- Les frottements et la résistance de l'air sont négligeables
- L'étude du mouvement du skieur sera faite dans le repère

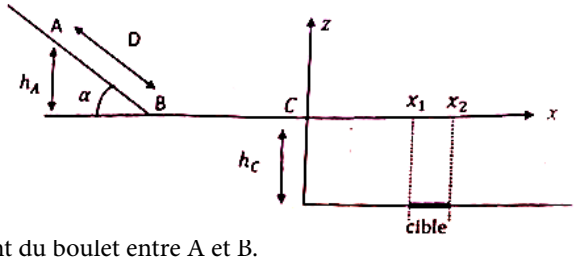
$(O, \vec{i}, \vec{j})$ (voir schéma)
- Le skieur sera considéré comme un point matériel.

Etudier le mouvement du centre d'inertie du skieur après le saut en O.

1) Déterminer par les calculs la nature de la trajectoire correspondant au saut du skieur.
2) Déterminer les coordonnées du point d'atterrissage C du skieur sur la descente.
3) Calculer la longueur OC.
4) Déterminer la durée du saut.

EXERCICE 20

Le jeu schématisé ci-dessous consiste à placer un boulet sur un plan incliné de telle façon qu'il atteigne la cible. Le boulet est tout d'abord lâché en A sans vitesse initiale. Le système étudié est le boulet que l'on assimile à un point.
Toute l'étude est dans un référentiel galiléen.
On néglige les frottements dans tout l'exercice.
Données : α = 30° ; D = AB = 0,50 m ; L = BC = 0,20 m ; h_C = 0,40 m ; m = 10g ; g = 9,8 m.s^{-2}.

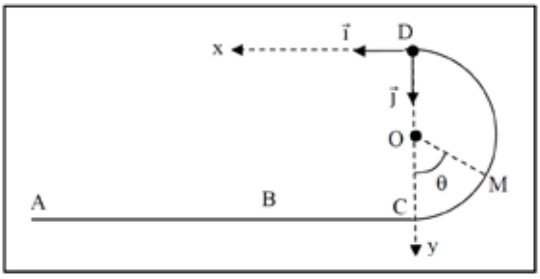


1) Etude du mouvement du boulet entre A et B.
1.1) Le système étudié est le boulet une fois lâché en A.
Faire l'inventaire des forces extérieures agissant sur le boulet.
Représenter ces forces sur un schéma sans considération d'échelle.
1.2) On choisit l'altitude du point C comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur : Epp =0 pour Zc = 0.
1.2.1) Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur au point A et vérifier qu'elle vaut Epp(A) = 2,5.10^{-2} J.
1.2.2) En déduire l'expression puis la vakleur de l'énergie mécanique du système au point A.
1.2.3) En déduire la valeur de l'énergie mécanique du système au point B. Justifier la réponse.
1.3) Montrer que l'expression de la vitesse au point B est : $v_B = \sqrt{2gD\sin\alpha}$.

2. Etude de la chute du boulet après le point C
On étudie le mouvement du centre d'inertie G du boulet après le point C. L'origine des temps est prise lorsque le boulet est en C.
Le mouvement étant rectiligne et uniforme entre B et C, la vitesse en C est la même qu'en B : $v_C = v_B = 2{,}2$ m.s^{-1}.
2.1) On précise que l'action de l'air est négligée.
2.1.1) Enoncer la deuxième loi de Newton.
2.1.2) Appliquer cette loi au boulet une fois qu'il a quitté le point C.
2.1.3) Déterminer l'expression des composantes du vecteur accélération en projetant la deuxième loi de Newton dans le repère Cxz (voir figure).
2.2) On rappelle que la valeur de la vitesse au point C est $v_C = 2{,}2$ m.s^{-1} et on précise que le vecteur vitesse au point C a une direction horizontale.

EXERCICE 21

Dans tout le problème, on négligera les frottements et on prendra g = 10 m. s^{-2}.
La piste de lancement d'un projectile M est située dans un plan vertical : elle comprend une partie rectiligne horizontale ABC et une portion CD qui est un demi-cercle de centre O et de rayon r = 1 m.



Le projectile de masse m = 0,5 kg est initialement au repos en A. On le lâche sur la piste, en faisant agir sur lui, le long de la piste AB de sa trajectoire une force $\vec{F}$ horizontale et d'intensité F constante.
On pose ℓ = 1,5 m et BC = 5 m.
1. Au point M défini par l'angle $(\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OM}) = \theta$, établir en fonction de F, ℓ, m, r, θ et g, l'expression de :
1.1) la valeur V_M de la vitesse du projectile ;
1.2) l'intensité R_M de la réaction $\vec{R}$ de la piste.
2. Quelle intensité minimale F_0 faut-il donner à $\vec{F}$ pour que le projectile atteigne le point D ?
3. On donne à la force $\vec{F}$ la valeur F_1 = 15 N.
3.1. Avec quelle vitesse le projectile arrive-t-il au point D ?
3.2. Quel est le mouvement ultérieur du projectile après avoir dépassé le point D ?
Etablir l'équation de sa trajectoire dans le repère $(D,\vec{i},\vec{j})$.
3.3. A quelle distance de la verticale passant par C, le projectile va-t-il toucher le plan ABC ?
3.4. Calculer la vitesse du projectile à l'instant où il touche le plan ABC.
3.5. Avec quelle force $\vec{F}_2$ faut-il lancer le projectile pour qu'il touche le plan ABC en un point situé à 3 m de C ?

EXERCICE 22 Dominos-cascade

Un jeu d'enfant consiste à faire tomber les « Dominos » les uns après les autres.
On prépare le départ d'une bille de masse m = 85g pour un « Dominos-cascade », la bille est lâchée sans vitesse initiale à partir du point A d'un plan incliné d'un angle α = 40° par rapport au plan horizontal.
Les forces de frottement qui s'exercent sur la bille sont équivalentes à une force unique $\vec{f}$, parallèle au vecteur vitesse et de valeur constante f = 0,3 N.
La bille glisse, passe par le point B et parvient au point O où elle quitte le plan BO pour atterrir sur le premier domino au point M ; ce qui déclenche la chute en cascade des dominos les uns après les autres (voir figure ci-dessous),
Le point M est situé à une distance d = 40 cm du point O et à une hauteur h = 20 cm en dessous.
On suppose dans l'ensemble de l'exercice que ; le référentiel terrestre est galiléen le temps de

l'expérience ; la bille est assimilée à un point matériel et qu'elle glisse sans rouler, les frottements sur le parcourt AO sont de valeur $f = \frac{1}{5}p$, les frottements dus à la résistance de l'aire sont négligeables. On donne : AB = L = 2m et g = 10 m/s².

1) Mouvement de la bille entre A et O.

1.1) Représenter sur un schéma les forces qui s'exercent sur la bille entre A et B.

1.2.) Etablis l'expression de l'accélération a_1 de la bille en fonction de f, m, α et g. Calculer sa valeur.

1.3) En déduire la nature de son mouvement puis établir les équations horaires.

On prendra le point A comme origine des espaces et l'instant où on lache la bille, comme instant initial.

1.4) Calculer sa vitesse lors de son passage en B.

2) Mouvement sur BO'

2.1) Calculer l'accélération a_2 de la bille sur ce trajet.

2.2) En déduire la nature du mouvement puis écrire les équations horaires.

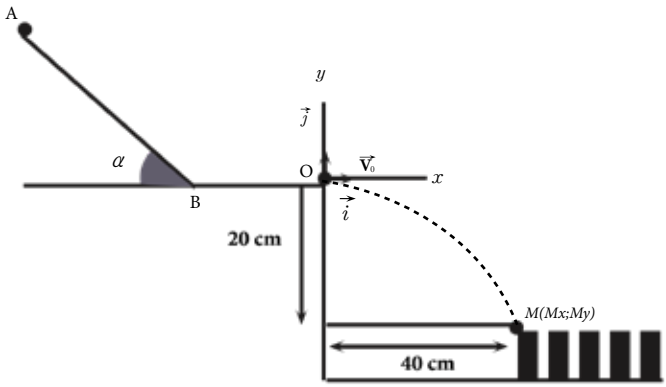
3) Mouvement de la bille après O.

3.1) Déterminer, dans le repère (O, x, y), les équations horaires du mouvement de la bille.

3.2) Montrer que l'équation cartésienne de sa trajectoire est : $y = -\frac{g}{2v_0^2}x^2$.

3.3) Etablir en fonction de g, h et d, l'expression de v_0 pour que la bille touche le premier domino au point M. Calculer sa valeur.

3.4) Déduis, avec le théorème de l'énergie cinétique, la vitesse v_M de la bille au point M.

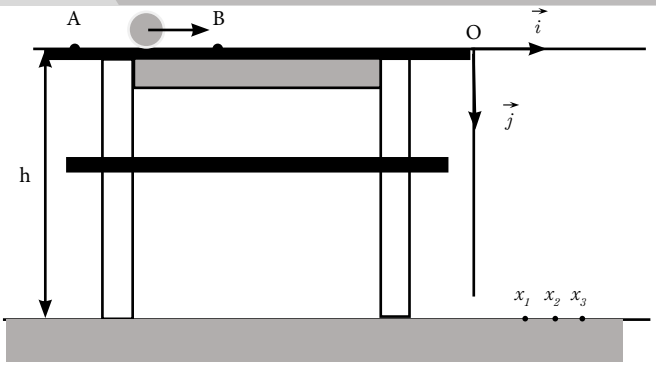


EXERCICE 23

On lance une boule de masse m, initialement au repos, sur une table parfaitement lisse et horizontale. Elle est lancée grâce à une force F qui agit uniquement sur la partie AB = l, de la table. La boule, après avoir quitté la table est recueillie au sol où un dispositif approprié permet d'afficher les abscisses des points de chute (voir figure ci-dessous).

1) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique vérifie que $v_B^2 = \frac{2Fl}{m}$.

2) Montrer que $v_B = v_0$.



3) A partir du point O, la boule quitte la table avec le vecteur-vitesse $\vec{v_0} = v_0 \vec{i}$ et tombe sur le sol.
3.1) Etablir les équations horaires du mouvement de la boule dans le repère (O, i, j).
3.2) Montrer que l'équation cartésienne de la trajectoire de la boule est : $y = \frac{mg}{4Fl} x^2$

4) On se propose de déterminer la valeur de la masse m utilisée.
Pour cela, on donne, pour différentes valeurs de F, les abscisses des points de chute pour une hauteur h.

X (m)		0,02	0,04	0,06	0,06	0,08	0,10	0,12
X^2 (m^2)								
F (N).10^{-3}	0	4	16	35	63	98	141	141

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessus :
Reproduis puis complète le tableau.
A partir de la question 3.2) précédente, établis l'expression de F en fonction de m, g, y, ℓ et x.
Tracer la courbe F = $f(x^2)$.
Echelle : abscisse : 1 cm pour 10^{-3} m^2 et ordonnée: 1cm pour 10^{-2} N.
En déduis :
4.4.1) La nature et l'équation de la courbe obtenue.
4.4.2) La valeur de la masse m.

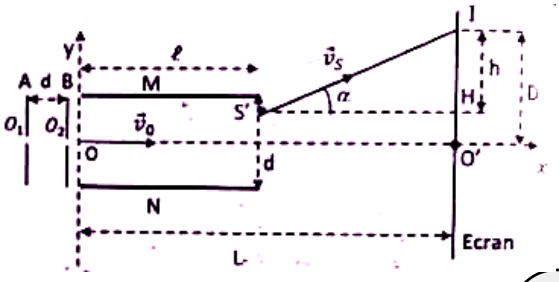
Données : h = 1 m ; g = 9,8 m.s-1 ; AB = ℓ = 1 m

EXERCICE 24

La charge élémentaire : e = 1,6.10^{-19} C ; la masse de l'électron : m = 9,1.10^{-31} kg ; l'effet du poids de l'électron sera toujours négligé.

Etude du canon à l'électron :

Le canon à électron est constitué d'un filament qui, lorsqu'il est porté à haute température, émet des électrons de vitesse initiale négligeable. Ces électrons sont ensuite accélérés à partir d'un point O_1 à l'intérieur d'un condensateur plan dont les armatures A et B sont verticales et distantes de d. La différence de potentiel entre les deux plaques est de $U_{AB} = U_0$ = -1,8 kV.

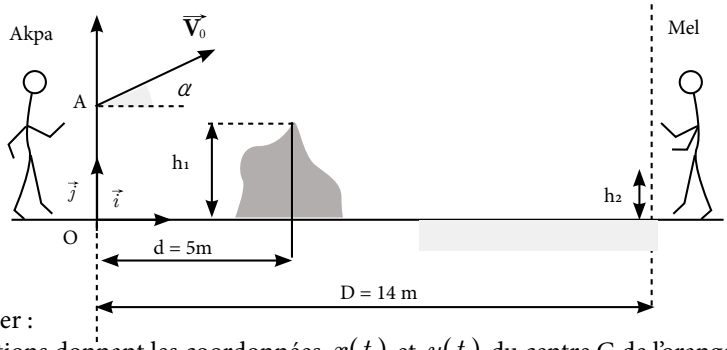


1) Montrer que la tension aux bornes du condensateur doit être négative pour permettre à un électron d'être accéléré.
Déterminer l'expression de la vitesse v_0 d'un électron lorsqu'il parvient à la plaque B du condensateur au point O en fonction de e, m et U_0.
2) Calculer la valeur de cette vitesse.

Etude de la déflexion due au condensateur.
On s'intéresse maintenant à la déviation du faisceau dans le condensateur, constitué de plaques planes parallèles M et N. Celui-ci est soumis à une tension $U_{MN} = U > 0$. On considère que le mouvement de l'électron est plan et s'effectue dans le plan Oxy. Un électron arrive en O avec la vitesse v_0 de direction Ox à la date $t_0 = 0$. On appelle M la position de l'électron à la date t.
1) En utilisant le théorème du centre d'inertie, établir l'équation de la trajectoire d'un électron dans le condensateur. L'électron sort du condensateur en un point S, avec une vitesse V_S faisant un angle α avec l'horizontale, puis vient frapper l'écran en un point I. On appelle H la projection orthogonale du point S sur l'écran. on définit la distance h = HI. La distance du point I au centre P de l'écran est appelée déflexion, on la note D. On note ℓ la longueur d'une plaque, d la distance entre les plaques, et L la distance OP.
2.1) Quelle est la nature de la trajectoire entre S et I ? Justifier.
2.2) Exprimer les composantes du vecteur vitesse au point S. En déduire une expression de $\tan\alpha$ en fonction de e, U, ℓ, m, d, v_0
2.3) Exprimer $\tan\alpha$ .en fonction de h, L, ℓ.
2.4) Exprimer alors h en fonction de e, U, ℓ,, m, d, v_0 et L.
2.5) Démontrer que la déflexion D a pour expression : D = $\dfrac{eU\ell(2L-\ell)}{2\mathrm{m}dv_0^2}$.
Cet appareil peut être utilisé comme voltmètre.
Justifier cet emploi à partir de l'expression ci-dessus.

EXERCICE 25

Akpa lance à son ami Mel, une orange de masse m = 200 g. Mel se trouve au bord d'une rivière, derrière une termitière (voir figure ci-dessous).
L'orange est lancée d'un pont A, dans un plan vertical avec une vitesse $\vec{v_0}$ faisant un angle $\alpha = 45°$ avec l'horizontale. On néglige l'action de l'aire sur l'orange.
On donne OA = h_0 = 2 m.

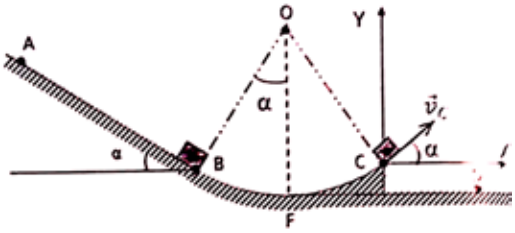


1) Déterminer :
1.1) Les relations donnant les coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ du centre G de l'orange en fonction de g, v_0, α et t (l'origine des temps est l'instant du lancer).
1.2) L'équation cartésienne de la trajectoire du point G dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$ et faire l'application numérique g = 10 m.s^{-2} ; v_0 = 10 m.s^{-1}.

2) La termitière se trouve à une distance d = 5m du point O et sa hauteur est h_1 = 4 m. L'équation cartésienne de la trajectoire de G dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$ s'écrit: $y = -0,10x^2 + x + 2$.
Montrer que l'orange passe au-dessus de la termitière.
3) Mel se trouve à 14 m de son ami Akpa. Pour attraper l'orange, il tend ses mains à une hauteur h_2 = 1,5 m du sol et ne bouge pas.
3.1) Mel pourra t-il intercepter l'orange ?
3.2) Sinon tombera t-elle dans la rivière ou derrière lui ?

EXERCICE 26

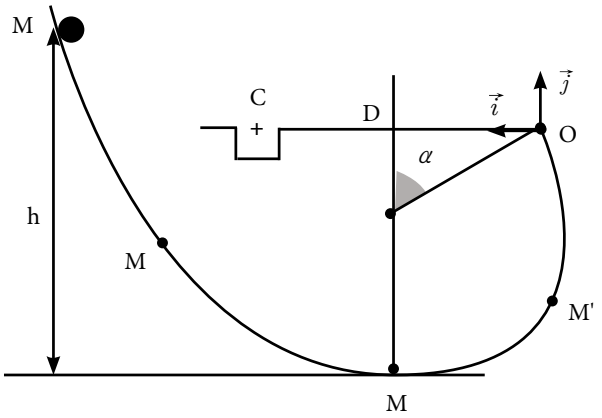
On étudie le mouvement d'un solide (S) de masse m assimilable à un point matériel qui glisse sur une piste ABC. La piste est composée de deux parties :
- La partie AB de longueur ℓ est inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal ;
- La partie BC est un arc de cercle de rayon r et de centre O.
Les deux parties sont raccordées tangentiellement au point B. (voir figure).
Les frottements sont négligés.



Données : g = 9,8 m.s^{-2} ; α = 45° ; ℓ = 2m ; m = 250 g ; r = 1,5 m.
1) Etude du mouvement de S sur AB
Le solide S abandonné sans vitesse initiale au point A arrive en B avec un vecteur vitesse $\vec{v_B}$.
1.1) Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées au solide.
1.2) Déterminer la valeur de l'accélération a du solide (S).
1.3) Exprimer la vitesse v_B du solide en B en fonction de α, ℓ et g
1.4) Calculer v_B
2) Etude du mouvement de S sur BC
Dans la suite de l'exercice, on prendra v_B = 5,3 m.s-1.
2.1) Déterminer la vitesse v_F de S au point F.
2.2) Montrer que la vitesse du solide en C est la même qu'en B.
2.3)
2.3.1) Exprimer l'intensité R de la réaction de la piste sur le solide (S) au point B en fonction de m, g, α, r et v_B en utilisant le théorème du centre d'inertie.
2.3.2) Calculer R.
3) Etude du mouvement de S sur CD
Le solide (S) quitte la piste et retombe sur le sol en un point D.
3.1) Déterminer dans le repère $(\overrightarrow{Cx}, \overrightarrow{Cy})$:
3.1.1) Les coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ du centre d'inertie G du solide.
3.1.2) L'équation cartésienne de la trajectoire de G en fonction de g, α,et v_C.
Faire l'application numérique.
3.2) Déterminer :
3.2.1) Les coordonnées du point D
3.2.2) Le temps mis par S pour atteindre le point D.

EXERCICE 27

Le parcours ci-dessous représente un jeu pour enfants. Ce jeu consiste à faire tomber une bille dans le réceptacle C à partir de plusieurs positions (voir schéma).
Le parcours est constitué d'une piste d'élan AB raccordée en B à une piste circulaire BO de centre I et de rayon r. La bille de petites dimensions est assimilée à un point matériel.
On négligera les forces de frottements et l'action de l'air.

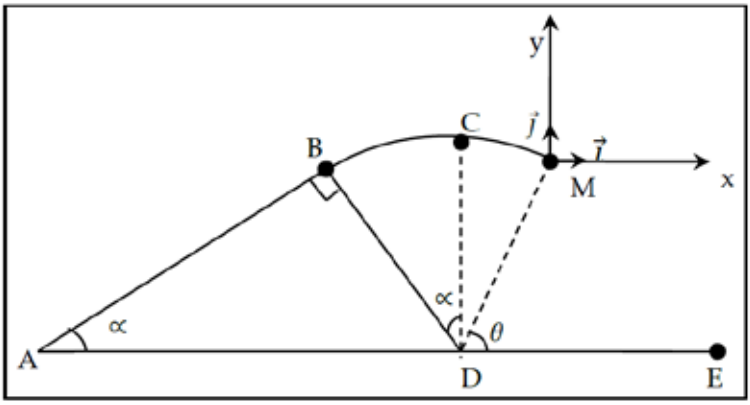


La bille est lâchée sans vitesse initiale du point A situé à une hauteur h = 10m par rapport à B.
1.1) Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.
1.2) Faire l'inventaire des forces exercées sur la bille entre les point A et O. Le représenter qualitativement sur un schéma aux points M et M'. On fera apparaître sur le schéma, la tangente de la piste en ces points.
Déterminer en appliquent le théorème de l'énergie cinétique :
1.3.1) La vitesse v_B de la bille au point B
1.3.2) La vitesse v_C de la bille au point O.
On donne : r = 3m ; α = 60° et g = 10 m/s^2
2) La bille quitte ensuite la piste en O avec la vitesse v_0 = 10,5 m/s
2.1) Représenter qualitativement le vecteur $\vec{v_0}$ sur un schéma.
2.2) Etablir les équations horaires de la trajectoire de la bille dans le repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$.
2.3) En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille.
3) Le réceptacle est situé au point C symétrique de O par rapport à la verticale passant par I.
3.1) La bille est lâchée de la hauteur h = 10 m. Montrer que la bille ne tombera pas dans le réceptacle C.
3.2) Quand la bille est lâchée d'une hauteur h_1, elle tombe dans le réceptacle C.
Déterminer :
- La vitesse initiale v_0' qu'il faut donner à la bille au point O pour qu'elle tombe dans le réceptacle C.
- La hauteur h_1,
- La vitesse v_C de la bille au point C

EXERCICE 28

Une piste ABCM est formée de deux parties AB et $\widehat{BM}$.

- AB est une partie rectiligne de longueur AB = ℓ . Elle fait un angle α = 30° avec l'horizontale ADE.
- BM est une portion de cercle de rayon r = 2,5 m
- (CD) est perpendiculaire à (AD)
- On prendra g = 10 m.s^{-2} et θ = 80°



Un solide ponctuel de masse m = 400 g est propulsé du point A avec une vitesse V_A = 8 m.s^{-1}.

1) On suppose que les frottements sont négligeables sur la piste ABCM.

a) Déterminer les expressions des vitesses du solide en B et en C en fonction de α, g, V_A et r . Calculer les valeurs de ces vitesses V_B et V_C.

b) Déterminer l'expression de la vitesse V_M du solide en M en fonction de V_A, g, r et θ . Faire l'application numérique.

c) Déterminer l'expression scalaire R de la réaction $\vec{\mathbf{R}}$ de la piste sur le solide en M en fonction de V_A, θ , m, V_A et r . Calculer la valeur de R.

2) En réalité, sur le tronçon ABC existent des forces de frottement qui équivalent à une force unique $\vec{f}$ d'intensité constante. Le solide arrive en C avec une vitesse V_C = 0,75 m.s^{-1}. Déterminer l'expression de f en fonction de V_A, V_C, g, r, m et α . Calculer la valeur de f .

3) Le solide quitte la piste en M avec une vitesse V_M = 3,85 m.s^{-1}.

a) Déterminer l'équation de sa trajectoire dans le repère $(M, \vec{i}, \vec{j})$ indiqué sur la figure.

b) À quelle distance d de D sur l'horizontale ADE tombera-t-il ?

OSCILLATION MÉCANIQUE

I- Définition

C'est un mouvement de vas et vient ou c'est un système mécanique animé de vas et vient.
Un oscillateur mécanique est un système mécanique animé d'un mouvement périodique.
L'oscillateur est dit harmonique lorsque son mouvement par rapport à son mouvement d'équilibre est une fonction sinusoïdale du temps.

II- Equation différentielle d'un oscillateur

Système : Solide + Ressort
Référentiel : Terrestre supposé galiléen
Bilan des forces
- Le poids $\vec{P}$ du solide
La réaction $\vec{R}$ du support
- La tension $\vec{T}$ du ressort

Appliquons le théorème du centre d'inertie

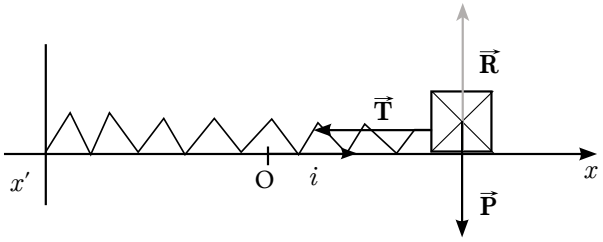
$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projetons sur l'axe (x' ,x)

Px + Rx + Tx = $m\vec{a}$

1er cas : Allongement (T = kx)



0 + 0 - T = ma

$-kx = ma$ or $a = \ddot{x}$

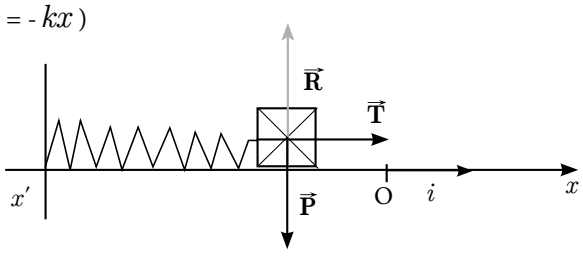
$-kx = m\ddot{x}$

$m\ddot{x} + kx = 0$

$m\left(\ddot{x} + \frac{k}{m}x\right) = 0$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} = 0$$

2e cas : Compression ((T = - kx)



0 + 0 + T = ma

avec T = - kx et $a = \ddot{x}$

$-kx = m\ddot{x}$

$m\ddot{x} + kx = 0$

$m\left(\ddot{x} + \frac{k}{m}x\right) = 0$

La solution de l'équation diff $\boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m} = 0}$ $t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

X_m = amplitude ou élongation maximale (m)

$\omega_0 t + \varphi$ = la phase à la date t (rad)

φ = phase à t = 0 (rad)

ω_0 = pulsation propre (rad/s)

Quelques formules

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

1- Comment démontrer que $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle

Fonctions	Dérivées
$\text{Cos}(at + b)$	$-a\sin(at + b)$
$\text{Sin}(at + b)$	$a\cos(at + b)$

$x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\dot{x} = -X_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\ddot{x} = -X_m \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\ddot{x} = -X_m \frac{k}{m} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\ddot{x} = -\frac{k}{m} X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ or $X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) = x$

$\ddot{x} = -\frac{k}{m} x$

$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$

alors $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle.

Remarque

La démonstration est valable pour $X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

2- Expression de la vitesse

$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$= -v_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

Vitesse maximale $\boxed{v_m = X_m \omega_0}$

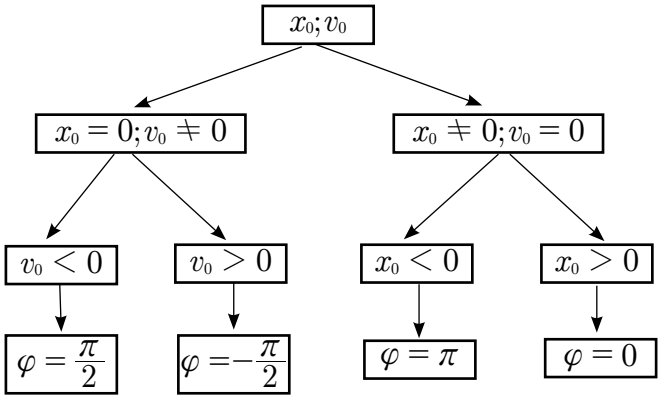
3- Détermination de φ et X_m

Pour déterminer φ et X_m on travail (à t = 0)

$x_0 = X_m \cos(\varphi)$

$v_0 = -X_m \omega_0 \sin(\varphi)$

Détermination de φ



Cas particulier $x_0 \neq 0; v_0 \neq 0$

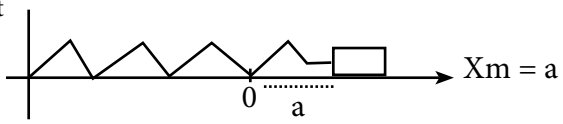
$\frac{v_0}{x_0} = \frac{-X_m \omega_0 \sin(\varphi)}{X_m \cos(\varphi)}$

$\frac{v_0}{x_0} = -\omega_0 \tan(\varphi)$

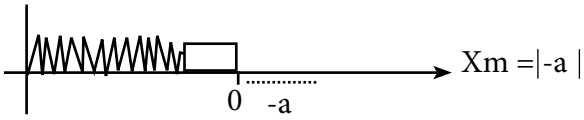
$\tan\varphi = \frac{v_0}{-x_0 \omega_0}$ $\quad \boxed{\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{v_0}{-x_0 \omega_0}\right)}$

Détermination de Xm

Allongement



Compression



II- Etude energétique

1- Energie potentielle élastique

$Ep_e = \frac{1}{2}kx^2$

2- Energie cinétique

$Ec = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$

3- Energie mécanique

$Em = Ep_e + Ec$

$Em = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2$

$Em = \frac{1}{2}(X_m \cos(\omega_0 t + \varphi))^2 + \frac{1}{2}mX_m^2\omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$ or $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

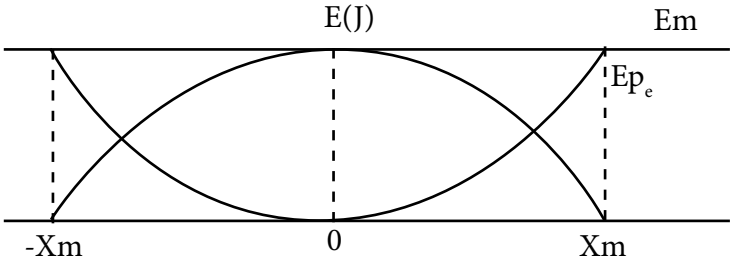
$Em = \frac{1}{2}kX_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}mX_m^2 \frac{k}{m} \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$.

$$Em = \frac{1}{2}kX_m^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi)+\frac{1}{2}kX_m^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi)$$

$$Em = \frac{1}{2}kX_m^2[\cos^2(\omega_0 t+\varphi)+\sin^2(\omega_0 t+\varphi)]$$

$$\boxed{Em = \frac{1}{2}kX_m^2} \quad \text{ou} \quad \boxed{Em = \frac{1}{2}mv_m^2}$$

L'énergie mécanique est une constante donc le système est conservatif.
Le diagramme des énergies



V = 0	$x = 0$	V = 0
Ec = 0	$Ep_e = 0$	Ec = 0
$Em = Ep_e$	Em = Ec	$Em = Ep_e$

Comment retrouver l'équation différentielle à partir de l'énergie mécanique.

$Em = Ep_e + Ec$

$$Em = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2$$

A retenir

$$\left(\frac{1}{2}kx^2\right)' = \frac{1}{2}k(x^2)' = \frac{1}{2}k\left(2\dot{x}x\right) = k\dot{x}x$$

$$\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2\right)' = \frac{1}{2}m\left(\dot{x}^2\right) = \frac{1}{2}m\left(2\ddot{x}\dot{x}\right) = m\ddot{x}\dot{x}$$

Em étant une constante

$$\frac{dEm}{dt} = 0$$

$$k\dot{x}x + m\ddot{x}\dot{x} = 0$$

$$\dot{x}\left[m\ddot{x} + kx\right] = 0 \text{ or } x \neq 0$$

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$m\left[x + \frac{k}{m}x\right] = 0 \quad \text{or} \quad m \neq 0 \qquad \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$$

EXERCICE CORRIGÉ 1

Un solide S de masse m = 200 g est fixé à l'extrémité d'un ressort de raideur k = 40 N. m^{-1}. L'autre extrémité du ressort est attachée à un support fixe. Ce ressort, de masse négligeable, à spires non jointives, peut travailler en extension et en compression. Le solide de masse m est guidé rectilignement sur un banc à coussin d'air horizontal. Les frottements sont négligeables.

Le solide est écarté de sa position d'équilibre d'une longueur x0 = 5 cm en étirant le ressort et lâché avec une vitesse initiale V_0 = 0,70 m. s^{-1} vers sa position d'équilibre. On associe au mouvement du solide un repère $(O, \vec{i})$ où o est la position d'équilibre du centre de gravité du solide et $\vec{i}$ un vecteur unitaire de même sens que $\vec{V}_0$

1. Déterminer :

1.1) l'énergie mécanique E0 du système {ressort-solide} au début du mouvement ;

1.2) la vitesse du solide au passage par la position d'équilibre ;

1.3) le raccourcissement maximal du ressort.

2.

2.1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide.

2.2. En déduire l'équation horaire du mouvement.

2.3. Quelle est la période T_0 du mouvement ?

SOLUTION

1.

1.1) $E_0 = \frac{1}{2}mV_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 = 9{,}9.10^{-2}$ J.

1.2) A un instant t quelconque, on a : $E = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}kx^2$. Au passage par la position d'équilibre, on a x = 0, d'où $E_1 = \frac{1}{2}mV_1^2$.

D'après la conservation de l'énergie mécanique, on a : $E_1 = E_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mV_1^2 = E_0$, d'où

$V_1 = \sqrt{\frac{2E_0}{m}} = 9{,}95.10^{-1}$ m. s^{-1}.

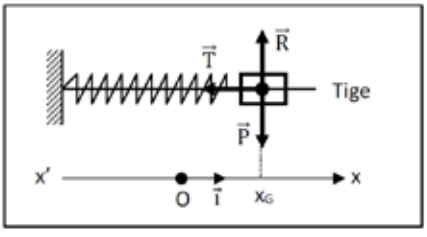
1.3) $E = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}kx^2$. Pour $x = x_{max}$, on a : V = 0, d'où $E_2 = \frac{1}{2}kx_{max}^2$.

D'après la conservation de l'énergie mécanique, on a :

$E_0 = E_1 \Rightarrow \frac{1}{2}kx_{max}^2 = E0$, d'où $x_{max} = \sqrt{\frac{2E_0}{k}} = 0{,}07$ m = 7 cm.

2.

2.1)



- Système: le solide S de masse m
- Référentiel : terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du solide et la réaction $\vec{R}$ de la tige et la tension $\vec{T}$ du ressort.
- Théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

♦ Projection sur l'axe (x'x) : $0 + 0 - T = m.a_x \Rightarrow -kx = m\ddot{x}$ soit

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ **ou** $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$.

2.2) Une solution de cette équation différentielle est : $x = X_m.\sin(\omega t + \varphi)$ avec $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

D'après les conditions initiales, on a au début du mouvement (t = 0) :

♦ $x = -x_0 = X_m.\sin\varphi \Rightarrow \varphi = -\frac{x_0}{X_m} < 0$

$\dot{x} = V_0 = X_m.\omega\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{V_0}{X_m\omega} > 0$

♦ $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1 = (\frac{-V_0}{X_m})^2 + (\frac{V_0}{X_m\omega})^2$, d'où $X_m = \sqrt{x_0^2 + \frac{V_0^2}{\omega^2}}$.

Or $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, donc $X_m = \sqrt{x_0^2 + \frac{mV_0^2}{k}} = 0{,}07$ m.

♦ $\tan\varphi = \frac{-x_0\omega}{V_0} = -1{,}010 \Rightarrow \varphi = (-0{,}79 + k.\pi)$ rad

Or $\sin\varphi < 0$ et $\cos\varphi > 0$, d'où $\varphi = -0{,}79$ rad.

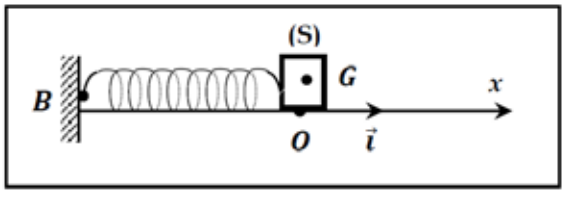
L'équation horaire du mouvement du solide S est : $x = 0{,}07\sin(\omega t - 0{,}79)$; avec x en m et

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 14{,}14$ rad. s^{-1}.

2.3) $T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}44$ s.

EXERCICE CORRIGÉ 2

Un ressort, à spires non jointives de constante de raideur k = 25 $N.m^{-1}$, dont l'axe a une direction constante, est fixé en un point B par l'une de ses extrémités. A l'autre extrémité est accroché un solide de (S) de masse m = 250g. Le solide (S) se déplace sans frottement sur le plan horizontal pris comme origine des énergie potentielles de pesanteur.



A l'équilibre, le centre d'inertie du solide G occupe la position x = 0.

1) On comprime le ressort en déplaçant le solide (S). Le centre d'inertie occupe alors la position x_0 = -14 cm. A t = 0, pris comme origine des dates, on lâche le solide (S) sans vitesse initiale.

a) Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur le solide (S) et les représenter.

b) Etablir l'équation différentielle du mouvement en utilisant le théorème du centre d'inertie.

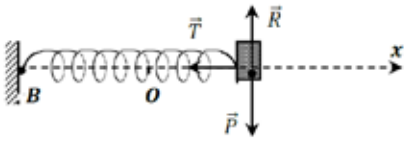
c) Déterminer la pulsation propre ω_0 et la période T_0.

d) En déduire l'équation horaire du mouvement. On choisira la solution $x(t) = x_m\sin(\omega_0 t + \varphi)$

2)
a) Déterminer l'énergie mécanique du système {solide + ressort}
b) En utilisant le principe de conservation de l'énergie mécanique, déterminer la valeur de l'énergie cinétique et la vitesse lors de son premier passage par la position d'équilibre.

SOLUTION

1) a) Le système est le {solide S} que nous étudions dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
Les forces appliquées sont le poids $\vec{P}$, la réaction $\vec{R}$ du plan, et la tension $\vec{T}$ du ressort.



b) Le théorème du centre d'inertie donne :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a} \quad (1)$$

Projetons la relation (1) sur l'axe (Ox)

$$0 + 0 - T = -k.x = ma = m\ddot{x} \quad soit:$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

c) $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{25}{0,25}}$ $\omega_0 = 10\ rad.s^{-1}$

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{10}$ $T_0 = 0,628\ s$

d) L'équation horaire avec solution de la forme :

$$x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega_0 X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\text{À } t = 0 \begin{cases} x(0) = X_m \sin(\varphi) = -0,14m \Rightarrow \sin\varphi < 0 \\ v_0 = \omega_0 X_m \cos(\varphi) = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

D'où : $\boldsymbol{x(t) = 0,14.\sin\left(10.t - \frac{\pi}{2}\right)}$

2) a) $E_m = \frac{1}{2}.k.x_m^2 = \frac{1}{2}x25x0,14^2$ $E_m = 0,245\ J$

b) $E_m = E_C(0) + E_p(0) \Rightarrow E_C(0) = 0,245J$

$$E_C(0) = \frac{1}{2}m.v_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2E_{C(0)}}{m}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2x0,245}{0,25}} \quad v_0 = 1,4\ m.s^{-1}$$

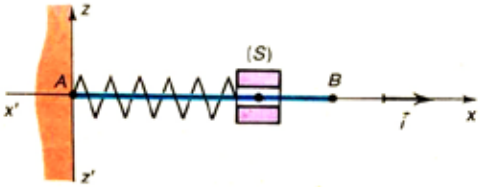
c) Au premier passage,

$$t = \frac{T_0}{4} = \frac{0,628}{4} \qquad t = 0,157\ s$$

EXERCICE 1

Un solide S, assimilable à un point, de masse m, peut glisser sans frottement sur une tige horizontale AB ; il est fixé à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, de raideur k. L'autre extrémité du ressort est accroché en A.

On repère la position du centre d'inertie G du solide S par son abscisse x, sur un axe $(O, \vec{i})$ porté par AB.



Quand l'ensemble est en équilibre, le ressort n'est pas déformé et le point G a pour abscisse 0. L'équation différentielle du mouvement de S est : $m\ddot{x} + kx = 0$

La solution de cette équation différentielle peut se mettre sous la forme :

$$x = Xm\cos(\omega t + \varphi), \text{ avec } Xm > 0$$

1- La pulsation ω est-elle égale à $\sqrt{\frac{k}{m}}$ ou à $\sqrt{\frac{m}{k}}$?

2- La période T des oscillations est-elle égale à $2\pi\omega$ ou à $\frac{2\pi}{\omega}$?

3- L'amplitude du mouvement oscillatoire est-elle Xm ou $Xm\cos\varphi$?

4- Les quantités Xm et φ dépendent-elles des conditions initiales ?

5- Application numérique : $Xm\cos\varphi = 5$ cm

$$\omega = 2 \text{ rad.s}^{-1}$$

Calculer l'abscisse de G et la mesure algébrique de la vitesse à l'instant t = 0, dans les trois cas suivants : $\varphi = 60°$; $\varphi = 90°$; $\varphi = -60°$.

On représentera le vecteur vitesse sur un schéma.

EXERCICE 2

Choisis la bonne réponse parmi les propositions suivantes :

1. L'équation différentielle qui régit le mouvement d'un oscillateur mécanique non amorti est :

a) $x + \frac{k}{m}\ddot{x} = 0$ b) $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ c) $\ddot{x} + \frac{m}{k}x = 0$

2. La solution de cette équation différentielle est de al forme :

a) $x(t) = Xm\sin(\omega_0 t + \varphi)$ b) $x(t) = \omega_0\sin(Xmt + \varphi)$ c) $x(t) = Xm\cos(\omega_0 t + \varphi)$

3. Les caractéristiques du mouvement d'un oscillateur mécanique non amorti sont :

3.1. La pulsation propre de formule :

a) $\omega_0 = \frac{k}{m}$ b) $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{m}{k}}}$ c) $\omega_0 = \sqrt{\frac{m}{k}}$

3.2. La période propre de formule :

a) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$ b) $T_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}$ c) $T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}$

3.3. La fréquence propre de formule :

a) $N_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ b) $N_0 = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$ c) $N_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}$

4. L'expression de l'énergie potentielle élastique d'un oscillateur mécanique non amorti est :

a) $E_{PE} = \frac{1}{2}x^2k$ b) $E_{PE} = \frac{1}{2}kx$ c) $E_{PE} = \frac{1}{2}xk^2$

EXERCICE 3

L'équation horaire du mouvement d'un mobile ponctuel est donnée par :

$x = 2.10^{-2}\cos\left(40\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ en unités S.I.

La constante de raideur du ressort est : K = 100 N/m.

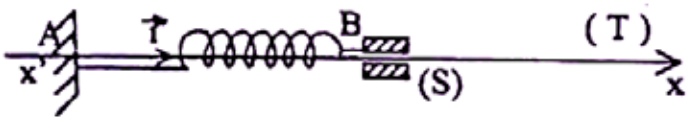
1) Préciser les valeurs de l'amplitude, de la période, de la fréquence et de la phase initiale du mouvement de ce point matériel.

2) Calculer la vitesse et l'accélération de ce point matériel à la date t = 0.

3) Montrer que l'énergie mécanique de l'oscillateur est constante et en déduis sa valeur.

EXERCICE 4

Un ressort de raideur k, à spires non jointives et de masse négligeable, est enfilé sur une tige horizontale (T) dont il est solidaire en son extrémité A. L'autre extrémité B du ressort est liée à un solide (S) supposé ponctuel et de masse m. L'ensemble ressort plus solide (S) coulisse sans frottement sur la tige (T).



On oriente l'axe $\overrightarrow{x'x}$ comme indiqué sur la figure et on choisit comme origine O de l'axe la position d'équilibre du solide (S) est écarté de la position d'équilibre suivant la direction $x'x$ et lâché sans vitesse initiale. Il passe en O à l'instant pris comme origine des temps avec un vecteur vitesse dirigé de O vers A : $\vec{V_0} = -V_0\vec{i}$; $\vec{i}$ étant le vecteur unitaire qui oriente l'axe $\overrightarrow{x'x}$.

On donne : V_0 = 0,164 m.s^{-1} ; k = 10 N.m^{-1} ; m = 0,15 kg

1) Etablir l'équation différentielle du mouvement de (S).

2) On sait que la solution de cette équation peut être cherchée sous la forme :

$x(t) = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ avec $X_m > 0$

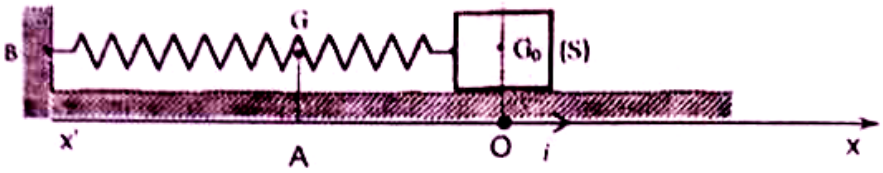
Etablir l'expression de la pulsation propre ω de ce mouvement.

Calculer sa valeur numérique.

3) Déterminer les valeurs des constantes X_m et φ et écrire l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de (S).

EXERCICE 5

Un ressort à spires non jointives de constante de raideur K = 25 N/m dont l'axe a une direction constante, est fixé à un point B par l'une de ses extrémités. A l'autre extrémité, est accroché un solide (S) de masse m = 0,250 kg. Le solide (S) se déplace sans frottement sur le plan horizontal pris comme origine des énergie potentielles de pesanteur (voir figure ci-dessous).



A l'équilibre, le centre d'inertie du solide occupe la position G_0.

1) On comprime le ressort en déplaçant le solide (S). Le centre d'inertie du solide occupe alors la position G telle que : $\overline{G_0G} = \overline{OA}$ = -0,14 m. A l'instant $t = 0$, on lâche le solide (S) sans vitesse initiale.

1.1) Fais l'inventaire des forces extérieures qui s'exercent sur le solide (S) et représente-les sur un schéma lorsque le solide se trouve entre A et O.

1.2) Etablis l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie du solide (S) dans le repère (O, i).

1.3) Donne la condition à laquelle l'équation horaire $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle de la question 1.2)

1.4)

1.4.1) Déduis de ce qui précède les expressions de la pulsation propre ω_0 et de la période propre T_0.

1.4.2) Calculer ω_0 et T_0.

1.5) Détermine :

1.5.1) L'amplitude X_m et la phase à l'origine φ du mouvement et en déduis l'équation horaire $x(t)$ du mouvement du centre d'inertie du solide (S).

1.5.2) La valeur maximale V_m de la vitesse.

2) Détermine :

2.1) La valeur de l'énergie mécanique $Em(0)$ à l'instant $t = 0$ (on prendra l'énergie potentielle élastique nulle lorsque $x = 0$)

2.2) La valeur maximale de la vitesse du solide en utilisant la conservation de l'énergie mécanique et compare-la au résultat de la question 1.5.2).

On donne : $g = 10$ m.s^{-2}

EXERCICE 6

Un solide S de masse m est accroché à un ressort de coefficient de raideur k à spires non jointives. Il peut glisser sans frottement sur un plan horizontal. Le centre de masse G de S est repéré sur un axe horizontal x'Ox dont l'origine correspond à la position de repos de S (voir figure 1)

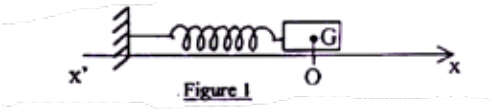
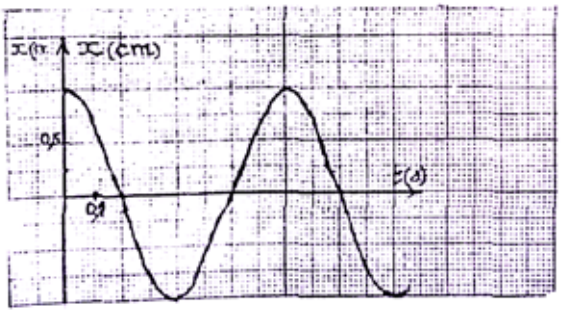


Figure 1

Le ressort est allongé d'une longueur x_0 et le solide S est lâché à l'instant $t = 0$. Le dispositif permet d'enregistrer la variation de l'abscisse x en fonction du temps (voir figure

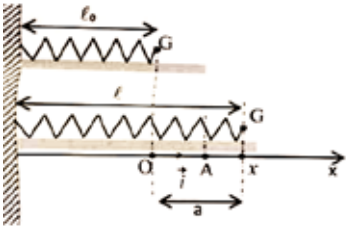
2).



1) Déterminer, à partir du graphique, les conditions initiales du mouvement ainsi que le sens de déplacement du mobile lorsqu'il passe pour la première fois par l'origine.
Quelle est la période T et la pulsation propre C_0 du mouvement ?
2) Etude du mouvement du solide.
a) Faire le bilan des forces agissant sur le solide : on fera un schéma soigné du système étudié en indiquant l'orientation des forces et leur point d'application.
b) Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide. Quelle relation existe t-il entre ω_0, m et K ?
c) L'équation horaire du mouvement est $x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t)$. Montrer qu'elle vérifie l'équation différentielle établi ainsi que les conditions initiales.
3) Donner l'expression de l'énergie potentielle élastique du ressort à un instant quelconque de k, x_0, w et t. Sachant que l'énergie potentielle élastique du ressort à l'instant t = 0 est égale à $3{,}7.10^{-2}$ J déterminer la valeur de K.
Quelle est la valeur de la masse m ?

EXERCICE 7

Lors d'une séance de travaux pratiques de physique, le professeur demande à votre groupe d'étudier les oscillations mécaniques d'un système (ressort-solide).
Le groupe accroche un solide ponctuel G de masse m = 200g à l'extrémité libre du ressort de constante de raideur k = 25 $N.m^{-1}$.
L'ensemble (ressort+solide) peut coulisser le long d'un support horizontal parfaitement lisse. Le solide est tiré à partir de sa position d'équilibre d'une longueur a = 2 cm et lâché sans vitesse initiale à la date t = 0. La position du solide est donnée par son abscisse x dans le repère $(O, \vec{i})$ (voir figure ci-dessous).
L'énergie potentielle élastique est nulle lorsque le ressort est au repos.



1) Etude dynamique
1.1) Représenter qualitativement sur un schéma, les forces appliquées au solide lorsqu'il est au point A.
1.2) Enoncer le théorème du centre d'inertie.
1.3) Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide.

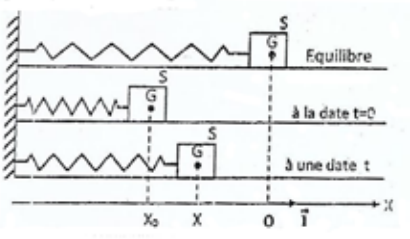
1.4) Vérifier que $x(t) = X_m \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi\right)$ est une solution de l'équation différentielle précédemment établie.
1.5) Déterminer ω_0 (pulsation propre), X_m et φ.
1.6) Ecrire l'expression de $x(t)$ avec les valeurs numériques de ω_0, X_m et φ.

2) Etude énergétique

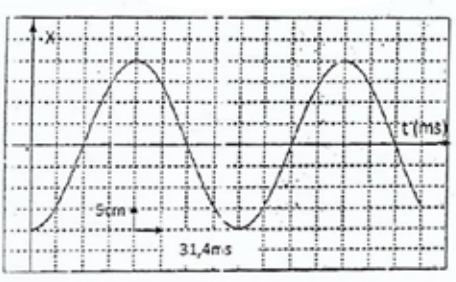
2.1) Etablir l'expression de l'énergie mécanique Em du système en fonction de k, m, x et $\dot{x}$.
On rappelle que $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$
2.2) Montrer que Em = $\frac{1}{2}ka^2$.
2.3 Calculer Em.
2.4) Déterminer :
2.4.1) La valeur maximale V_{max} de la vitesse du solide.
2.4.2) La valeur de x pour laquelle cette vitesse est atteinte.

EXERCICE 8

Un solide S de masse m = 400 g est accroché à un ressort de constante de raideur K à Spires non jointives. Il peut glisser sans frottements sur un plan horizontal. Le centre d'inertie G de S est repéré sur un axe horizontal (Ox) dont l'origine correspond à la position de repos G_0 de S.



Le ressort est comprimé d'une longueur X_0 et le solide est lâché sans vitesse initiale à la date t = 0. Un dispositif permet d'enregistrer les variations de l'abscisse X du centre d'inertie G de S en fonction du temps t. (Voir graphique ci-dessous).



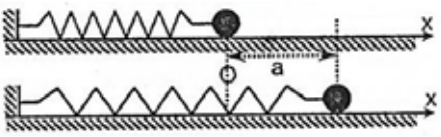
1. Déterminer, à partir du graphique : la position Initiale X_0 du mouvement, la période T_0 du mouvement .En déduire la Valeur de la constante de raideur K du ressort.
2. Établir l'équation différentielle du mouvement de S.
3. Vérifier que l'équation x(t) = Xm cos$(\omega_0 t + \varphi)$ est une solution de l'équation différentielle.
4. Calculer Xm, ω_0 et φ. En déduire l'expression de l'équation horaire du mouvement.
5. Calculer la valeur de l'énergie potentielle élastique du pendule lorsque x est maximale.
6. Pour x = -1,5 cm calculer la valeur de la vitesse de S.

EXERCICE 9

Pour pallier le manque de matériel, le garçon de laboratoire de ton lycée décide de fabriquer sur une table un dispositif d'étude de la chute parabolique. Pour ce faire, il utilise un ressort à spires non jointives, de raideur k = 25 N/m et de masse négligeable et une bille B de masse m = 5 g. Pour tout l'exercice, on prendra le niveau de la table comme niveau de référence des énergies potentielles de pesanteur.

PHASE I: Etude des oscillations

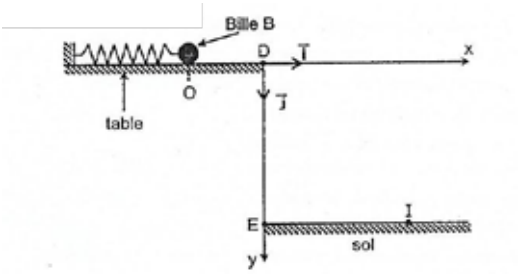
Le garçon de laboratoire accroche la bille B à l'extrémité libre du ressort.
Il l'écarte de sa position d'équilibre de a = 2 cm et l'abandonne sans vitesse initiale.
Le système
(ressort-bille) se met à osciller.



1.
1.1. Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées à la bille et les représenter sur un schéma.
1.2. Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie de la bille B.
2. Etablir l'équation horaire du mouvement de la bille B
On prendra l'instant du lâcher comme origine des dates.
3- Calculer l'énergie mécanique du système (Terre-bille B-ressort).

PHASE II: Etude de la chute parabolique.

L'expérience consiste à lancer la bille B posée sur la table à l'aide du ressort précédent et à déterminer son point d'impact I sur le sol. Le garçon de laboratoire met la bille B en contact avec l'extrémité libre du ressort. Le ressort est comprimé de 2 cm et l'ensemble (bille B-ressort) est abandonné sans vitesse initiale. La bille B quitte le ressort au point O et arrive au point D. On négligera tous les frottements.



1. Etablir l'expression de la vitesse V_D de la bille B au point D en utilisant la conservation de l'énergie mécanique du système (Terre-bille-ressort).
2. Calculer la valeur de cette vitesse V_D.
3. La bille B quitte le point D avec la vitesse $\overrightarrow{V_D}$ horizontale de valeur V_D = 1,4 m/s.
3.1. Faire le bilan des forces extérieures appliquées à la bille et les représenter sur un schéma.
3.2. Etablir les équations horaires du mouvement de la bille B dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
3.3. Déduire l'équation cartésienne de la trajectoire et donner sa nature.
3.4.
3.4.1. Déterminer le temps t_1 mis par la bille B pour atteindre le sol au point I.
3.4.2. Déterminer les coordonnées du point d'impact I de la bille sur le sol.
On donne DE = 1m ; g = 10m/s^2.

EXERCICE 10

Dans l'exercice on négligera toutes les forces de frottement et on prendra g = 10 m/s^2. On considère un jouet d'enfant dont le schéma est représenté ci-dessous.

Le jeu consiste à propulser par l'intermédiaire d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur k = 100 N/m ; un palet de masse m = 20g de sorte à l'envoyer dans un panier assimilé à un point M de coordonnées X_M = +0,5 m et Y_M = -0,1265 m dans le repère .

1. D'abord, on fixe le palet au ressort. Soit G_0, la position du centre d'inertie à l'équilibre. On tire le palet à partir de sa position d'équilibre G_0 d'une longueur X_1 = + 5 cm et on le lâche sans vitesse Initiale.

1.1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du palet.

1.2. Ecrire l'équation horaire x(t) = Xm cos$(\omega_0 t + \phi)$, On prendra comme origine des abscisses le point G_0 et comme origine des dates l'instant de passage du palet au point G_0 dans le sens négatif.

2. A présent, un enfant comprime le ressort puis libère le palet qui après avoir glissé sur le profil ABO situé dans le plan vertical va se loger dans le panier en M. La partie AB est rectiligne et horizontale, tandis que BO est incliné d'un angle $\alpha = 30°$ sur l'horizontale. On donne BO = 0,8 m. On demande:

2.1. D'établir dans le repère ($O, \vec{i}, \vec{j}$) l'équation de la trajectoire du palet après qu'il ait quitté la piste en O en fonction de v_0 , la vitesse du palet en ce point.

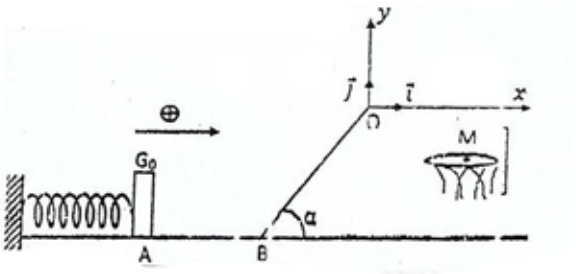
2.2. De calculer la valeur de la vitesse v_0 pour qu'il puisse être envoyé dans le panier en M.

3. On suppose v_0 = 02 m/s. En prenant comme origine des abscisses le point B et comme origine des dates, l'instant du passage du palet en B.

3.1. Calculer la vitesse du palet en B

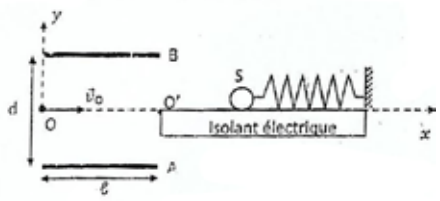
3.2. Déterminer, l'équation horaire du mouvement du palet sur le plan incliné BO.

4. Calculer le raccourcissement X_2 du ressort qui a permis de propulser le palet dans le panier en M.



EXERCICE 11

1. Une sphère S de masse m = 10g et de charge q positive, pénètre en O, milieu de deux plaques A et B parallèles avec une vitesse horizontale $\vec{v_0}$ de norme v_0 = 10 m/s. On applique entre ces plaques A et B une tension U_{AB}= V_A - V_B >0, créant ainsi un champ électrostatique d'intensité E = 10^5 V/m. Les plaques ont une longueur de 5cm et sont distantes de d = 4cm.



1.1. En négligeant le poids de la sphère S devant la force électrostatique, déterminer les équations horaires du mouvement de la sphère entre les plaques, En déduire l'équatiton cartésienne de sa trajectoire.

1.2 Montrer que la charge q de la sphères doit être Inférieure à une valeur que l'on calculera pour qu'elle puisse sortir du champ $\vec{E}$.

2. Pour une charge q = 5.10^{-6} C, le poids de la sphère S n'est plus négligeable devant la force électrostatique.

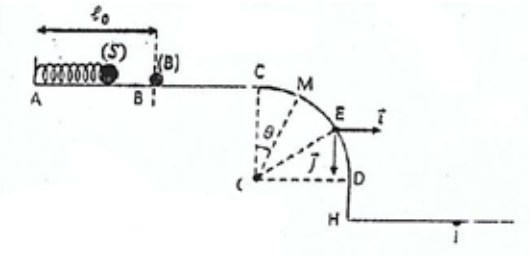
2.1. Déterminer la valeur de la tension U_{AB} à appliquer entre les plaques A et B pour que la sphère ait un mouvement rectiligne uniforme de direction OO'.

2.2. A la sortie du champ $\vec{E}$ en O', la sphère S vient se fixer au ressort à spires non jointives de raideur k = 400 N/m. .Le ressort se comprime, puis l'ensemble se met à osciller sans frottement.

2.2.1 Etablir l'équation différentielle du mouvement.

2.2.2 Déterminer l'équation horaire du mouvement sachant qu'à t = 0, $x_0 = 0$ et v_0 = 10 m/s. (On donnera l'expression numérique de x(t)).

EXERCICE 12



On comprime à l'aide d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 = 25 cm ; d'une longueur x_0 = 5 cm et on le libère sans vitesse initiale. Le solide (S) percute une bille (B) de masse m placée en B. Le choc est parfaitement élastique. Les frottements sont supposés négligeables sur toutes les parties sauf sur (BC). On donne M = 30 g ; m = 10 g ; g = 10 m/s² ; k = 300N/m

Les parties sont indépendantes

1ère partie : mouvement sur ABC

1. Déterminer la vitesse v_1 du solide (S) au point B juste après le choc.

2. Montrer que la vitesse v_2 de la bille (B) après le choc vaut v_2 = 7,5 m.s^{-1}.

3. La bille aborde le plan horizontal (BC) de longueur L = 50 cm, sur lequel s'exerce des forces de frottements d'intensité constante f. A l'instant initial de date t = 0s, la bille quitte le point B avec la vitesse $\vec{v_2}$

3.1. Déterminer l'accélération de la bille sachant que sa vitesse au point C est v_C = 6 m.s^{-1}

3.2. Déterminer l'expression littérale de l'accélération. En déduire l'intensité de la force de frottement

3.3.A quelle date arrive-t-elle au point C ?

2èmepartie : mouvement sur $\widehat{CD}$

La partie CD est un arc de cercle de centre 0 et de rayon r = 6m.

La bille est représentée par l'abscisse angulaire $\theta = \overline{COM}$

1. Déterminer l'expression de la vitesse au point M en fonction de θ, g, r et v_C

2. Déterminer l'angle θ_1 au point E où la bille quitte le plan (COD).

3. Déterminer les caractéristiques de la vitesse $\vec{v_B}$ de la bille au point E.(Valeur et direction)

3èmepartie : mouvement de chute libre

A l'instant t = 0s, la bille quitte le point E avec la vitesse $\vec{v_E}$ de norme v_E = 7,2 m.s^{-1} faisant un angle θ_1 = 30° avec l'horizontale.

1.Etablir les équations horaires du mouvement de la bille au-delà du point E dans le repère ($E, \vec{i}, \vec{j}$)

2.Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille dans le repère ($E, \vec{i}, \vec{j}$).

3.Déterminer les coordonnées du point d'impact I de la bille sur le sol situé à la distance h = 5 m du point E.

4.Donner les caractéristiques du vecteur-vitesse de la bille au point I (Intensité et direction).

CHAMP MAGNÉTIQUE B

I- Vecteur champ magnétique

Il existe un champ magnétique dans une région de l'espace lorsque une aiguille aimantée y subit des actions.

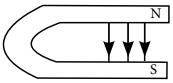
Les caractéristiques du champ magnétique

- Point d'application : Le point M considéré.
- Direction : Celle d'une aiguille aimantée placée au point M.
- Sens : Celui du sud vers le nord de l'aiguille aimantée.
- Valeur : Il s'exprime en Tesla (T).

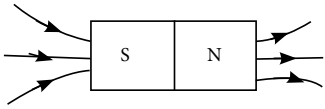
II- Champ magnétique crée par un aimant

- Aimant en U

Son champ magnétique est dirigé du nord vers le sud.



- Aimant droit



III- Le champ magnétique crée par une bobine ou un solénoïde

- Définition du solénoïde

C'est une bobine constitué d'un enroulement de fil conducteur sur un cylindre de rayon r et de longueur L vérifiant $L \geq 10r$.

1- Champ magnétique à l'interieur d'un solénoïde

La présence du courant électrique fait naître un champ magnétique uniforme et dirigé du sud vers le nord.

2- Comment déterminer le sens du champ magnétique dans un solénoïde ?

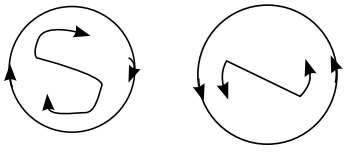
Règle 1 : la règle de la main droite.

On place la main droite sur la bobine, la paume face au centre de la bobine. Les 4 doigts orientés dans le sens du courant électrique, le pouce tendu indique le sens du champ magnétique à l'intérieur de la bobine.

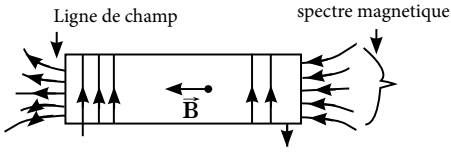
Règle 2 : la règle du bonhomme d'ampère.

3- Comment reconnaître les faces d'une bobine

Pour reconnaître les faces d'une bobine, on se place devant la face à identifier et on inscrit un N ou S avec ces flèches en bout de lettres.



4- Le spectre magnétique



- Une ligne de champ est une ligne tangente en chacun de ses points au vecteur champ magnétique et orienté dans le même sens que celui-ci. L'ensemble des lignes de champ est appélé Spectre magnétique.

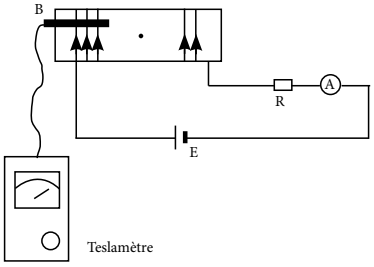
5- Caractéristique du champ magnétique dans la bobine ou le solénoïde.

- Direction : Celle de la bobine.
- Sens : Le sud vers le nord de la bobine.
- Valeur : $B = \mu_0 nI$ or $n = \frac{N}{\ell}$

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$$

B = Champ magnétique en tesla
μ_0 = Perméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 4\pi.10^{-7} SI$
n = Nombre de spires par mètre en spires.m^{-1}.
N = nombre de spires du solénoïde en spires.
ℓ = longueur du solénoïde en mètre (m)
I = Intensité du courant en Ampère (A)

6- Dispositif expérimental d'enregistrement du champ B

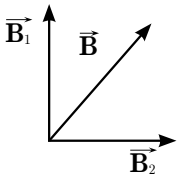


Superposition du champ magnétique B1 et B2

L'aiguille aimantée indique toujours le champ résultant $\vec{B}$ est la somme vectorielle des champs superposés.

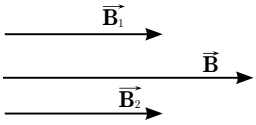
$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$.

1er cas : $B_1 \perp B_2$



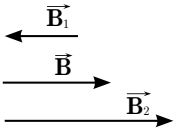
$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$$
$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$$

2e cas : B_1 et B_2 même direction



$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$$
$$B = B_1 + B_2$$

3e cas : B_1 et B_2 même direction et sens contraires



$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$$
$$B = B_2 - B_1$$

A retenir

$$n = \frac{\text{Nombre de couches}}{\text{diamètre de fil}}$$

EXERCICE CORRIGÉ 1

Une bobine, de longueur 50 cm, comprenant 1000 spires de diamètre 4 cm, est parcourue par un courant d'intensité 300 mA.

1) Peut-on considérer que le champ magnétique au centre de cette bobine est donné par la relation $B = 4n.10^7nl$? Pourquoi a-t-on donné le diamètre de la bobine ?

2) Quelles grandeurs représentent n et l ? Indiquer leurs valeurs pour cette bobine dans le Système international d'unités.

3) Calculer l'intensité du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.

4) On juxtapose un solénoïde identique au précédent de façon à constituer un solénoïde de longueur double Quel est le champ à l'intérieur de cette association ?

SOLUTION

1) l = 50 cm ; r = 2 cm

50 > 10 x 2

La longueur l de la bobine étant au moins dix fois supérieure à son rayon r, la bobine étudiée est un solénoïde.

L'intensité du champ magnétique B crée à l'instant de celle-ci est

$$B = \mu_0 nl = 4\pi.10^{-7}\, nl$$

2) Dans la relation ci-dessus n représente le nombre de spires par unité de longueur de la bobine et I, l'intensité du courant qui la parcourt.

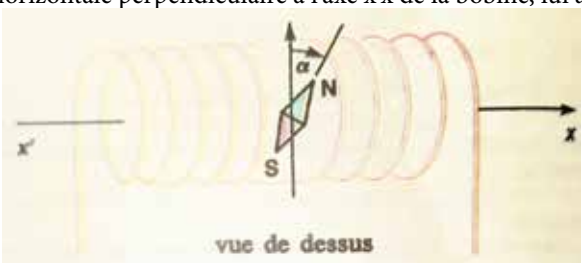
3) $B = 4\pi.10^{-7}\frac{N}{l}I$

AN : $B = 4\pi.10^{-7} \times \frac{1000}{0,5} \times 0,3 \Rightarrow B = 7,539.10^{-4} \approx 7,54.10^{-4}T$

4) $B' = 4\pi.10^{-7}\frac{N'}{l'}I = 4\pi.10^{-7}\frac{2N}{2l}I \Rightarrow B = 7,54.10^{-4}T$

EXERCICE CORRIGÉ 2

On dispose une aiguille aimantée à l'intérieur d'une bobine. En l'absence de courant, cette aiguille prend une direction horizontale perpendiculaire à l'axe x'x de la bobine, lui aussi horizontal.

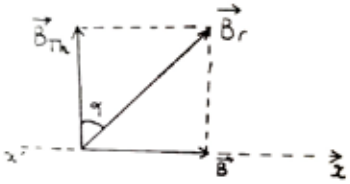


1) Quelle est la direction du champ terrestre ?
2) On fait passer un courant d'intensité I. L'aiguille dévie d'un angle x (figure).
a) Déterminer le sens du courant dans la bobine.
b) Calculer l'intensité du champ créé par la bobine et celle du champ résultant.
Données : $x = 30°$; $B_{Th} = 2.10^5$ T (composante horizontal# du champ magnétique terrestre)

SOLUTION

1) En l'absence du champ magnétique, une aiguille aimanté s'oriente suivant la composante horizontale du champ magnétique terrestre. De ce fait, on déduit que la composante horizontale du champ magnétique terrestre est ici dirigée perpendiculairement à l'axe x'x.

2) a. La déviation de l'aiguille est telle que son pôle sud est attiré par la face nord de la bobine. Le courant circule donc de x vers x' dans la bobine.
b.

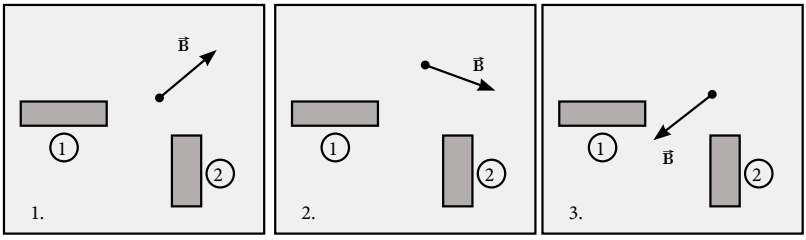


$\vec{\mathbf{B}}$: champ crée par la bobine
$\vec{\mathbf{B}}_{Th}$: composante horizontale du champ magnétique terrestre.
$\vec{\mathbf{B}}_r = \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{B}}_{Th}$: champ résultant.
On a : $\tan\alpha = \dfrac{B}{B_{Th}} \Rightarrow B = B_{Th}.\tan\alpha$

AN : $B = 2.10^{-5} \times \tan 30 = 1,15.10^{-5} T$
* Champ résultant $\vec{\mathbf{B}}_r$
$\vec{\mathbf{B}}_r = \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{B}}_{Th} \Rightarrow B_r = \sqrt{B_{Th}^2 + B^2} = \sqrt{(2.10^{-5})^2 + (1,15.10^{-5})^2} = 2,30.10^{-5} T$

EXERCICE 1

1. Donner le nom de deux sources de champ magnétique uniforme.
2. Deux lignes de champ magnétique peuvent-elles se couper en un point où le champ est non nul ?
2. "vrai" ou "faux"
2.1. En brisant un aimant en morceaux suffisamment petits, on peut arriver à séparer le pôle nord du pôle sud.
2.2. Dans un spectromètre magnétique, les lignes de champ resserrées indiquent les zones où le champ est plus intense.
2.3. Les lignes de champ n'existent qu'à l'extérieur d'un aimant.
2.4. L'unité internationale de champ magnétique est le Tesla.
2.5. Une aiguille aimantée dévie au voisinage d'une tige de verre frottée avec de la peau de chat.
3. Dans chacun des cas suivants :



3.1. Représenter les champs magnétiques $\overrightarrow{\mathbf{B}_1}$ et $\overrightarrow{\mathbf{B}_2}$ créés par les aimants 1 et 2.
3.2. En déduire la polarité de ces aimants que l'on marquera sur la figure par les lettres N et S.

EXERCICE 2 Vrai ou Faux

1. Le champ magnétique terrestre est uniforme.
2. Eloignée de toute substance ferromagnétique, l'aiguille d'une boussole donne l'orientation du champ magnétique terrestre.
3. L'intensité du champs magnétique terrestre est toujours négligeable par rapport à l'intensité du champ créé par un aimant.
4. Les lignes de champ d'un champ magnétique ne se coupent jamais.
5. Dans un champ magnétique uniforme, les lignes de champ sont parallèles.
6. On peut réaliser un spectre magnétique avec la limaille d'un métal quelconque.
7. Si le champ magnétique créé par un aimant agit sur une aiguille aimantée, réciproquement l'aiguille crée un champ magnétique qui agit sur l'aimant.

EXERCICE 3

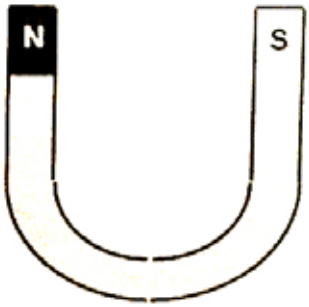
Voici cinq propositions :
1. Au centre d'une bobine, le champ magnétique est proportionnel à l'intensité du courant qui circule dans cette bobine.
2. A l'intérieur d'un solénoïde, les lignes de champ sont orientés de la face nord vers la face sud.
3. Le champ magnétique à l'intérieur d'une bobine est multiplié par 2 si on double la longueur de cette bobine.

4. Lorsqu'un solénoïde parcouru par un courant est libre de se déplacer dans un champ magnétique terrestre, sa face nord est dirigée vers le pôle Sud terrestre.
5. L'intensité du champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde long est donnée par : $B = 4\pi.10^{-7}$ nl, où n désigne le nombre de spires par mètre.
Cocher la ou les cases correspondant à une bonne réponse :
a) Toutes les propositions sont fausses.
b) Sont varies les propositions 1 et 5.
c) Sont fausses les propositions 2 à 5.

EXERCICE 4

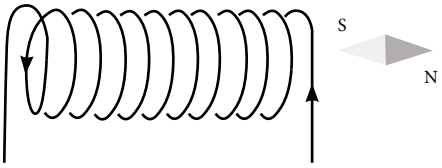
1. Définis le spectre magnétique.
2. Reproduis et représente sur l'aimant en U schématisé ci-contre, le spectre du champ magnétique crée en indiquant le sens des lignes de champ.
3. Place convenablement l'aiguille aimantée suivante 

sur une des lignes de champ située à l'intérieur des branches de cet aimant.
4. Précise la nature du champ magnétique crée à l'intérieur de l'aimant en U.



EXERCICE 5

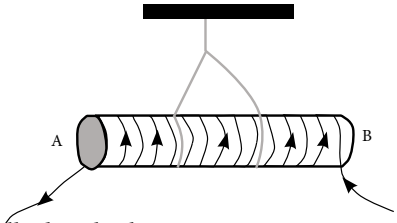
Un solénoïde est parcouru par un courant. Une aiguille aimantée placée devant l'une de ses faces dévie.



1. Indiquer la face nord et la face sud de la bobine.
2. Préciser la direction et l'orientation des lignes de champ dans ce solénoïde.
3. Déterminer le sens du courant dans le fil

EXERCICE 6

Une bobine parcourue par un courant est suspendue à un fil de coton vertical (figure).



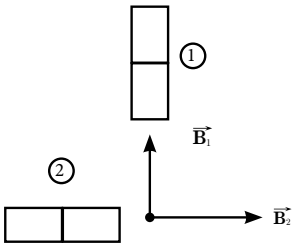
1. Quelle orientation prend-elle dans le champ magnétique terrestre ?
2. On approche le pôle sud d'un aimant de la face B. Déterminer le mouvement de la bobine.
3. Que se serait-il passé si l'on avait approché le pôle nord de l'aimant de cette même face B ?

EXERCICE 7

Une aiguille aimantée est placée au centre d'un solénoïde parcouru par un courant. L'aiguille tourne-t-elle forcément de 180° lorsqu'on inverse le sens du courant ?
Justifier votre réponse.

EXERCICE 8

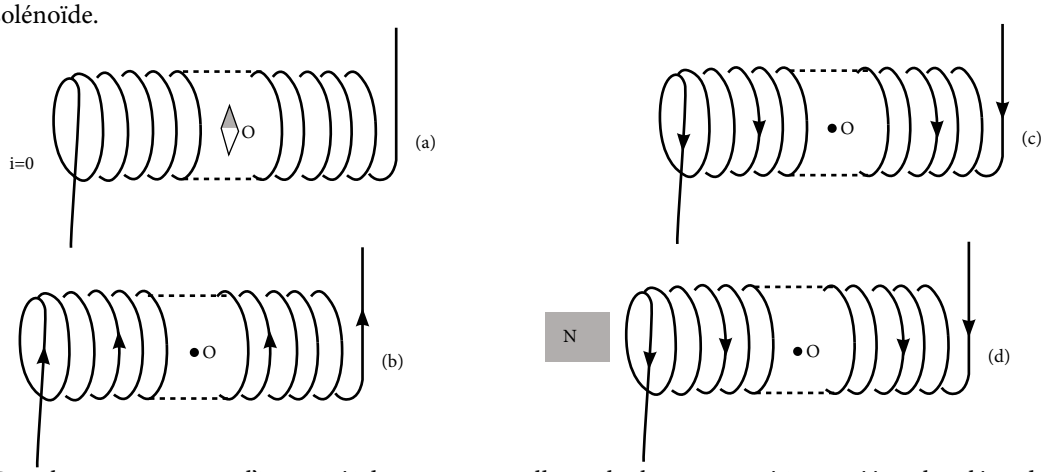
En un point M de l'espace se superposent deux champ magnétiques $\vec{B_1}$ et $\vec{B_2}$ créés par deux aimants dont les directions sont orthogonales (figure). Leurs intensités sont respectivement $\|\vec{B_1}\| = 3.10^{-3}T$ et $|\vec{B_2}| = 4.10^{-3}T$.



1. Déterminer les pôles des deux aimants.
2. Représenter graphiquement le champ résultant $\vec{B}$
3. Calculer $\|\vec{B}\|$ et $\alpha = (\vec{B_1}; \vec{B})$

EXERCICE 9

La figure a représente un solénoïde et une boussole vus de dessus. La boussole est à l'intérieur du solénoïde.



Dans les trois autres cas, l'intensité i du courant est telle que le champ magnétique créé par le solénoïde en son centre est égale à la composante horizontale du champ magnétique terrestre. Représenter l'aiguille aimantée sur les figures b, c et d.

EXERCICE 10

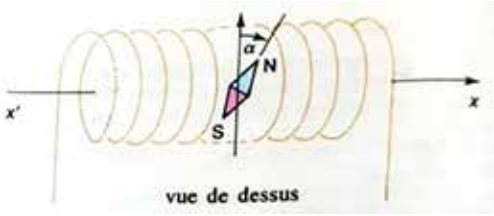
Une bobine de longueur 50 cm, comprenant 1000 spires de diamètre 4 cm, est parcourue par un courant d'intensité 300 mA.

1. Peut-on considérer que le champ magnétique au centre de cette bobine est donné par la relation

$B = 4\pi.10^{-7}$ nl ? Pourquoi a-t-on donné le diamètre de la bobine ?
2. Quelles grandeurs représentant n et l ? Indiquer leurs valeurs pour cette bobine dans le système international d'unités.
3. Calculer l'intensité du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.
4. On juxtapose une solénoïde identique au précédent de façon à constituer un solénoïde de longueur double.
Quel est le champ à l'intérieur de cette association ?

EXERCICE 11

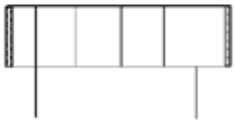
On dispose une aiguille aimantée à l'intérieur d'une bobine. En l'absence de courant, cette aiguille prend une direction horizontale perpendiculaire à l'axe x'x de la bobine, lui aussi horizontal.



1. Quelle est la direction du champ magnétique terrestre ?
2. On fait passer un courant d'intensité I. L'aiguille dévie d'un angle α (figure).
a) Déterminer le sens du courant de la bobine.
b) Calculer l'intensité du champ créé par la bobine et celle du champ résultant.
Données : $\alpha = 30°$; $B_{Th} = 2.10^{-5} T$ (composante horizontale du champ magnétique terrestre).

EXERCICE 12

Etude du champ magnétique créé par un solénoïde long
Les deux parties A et B sont indépendantes.
Partie A
Un solénoïde long parcouru par un courant continu d'intensité I crée un champ magnétique $\vec{B}$.
1. Reproduire le schéma du solénoïde ci-dessous et représenter :
1.1 le sens choisi du courant ;
1.2 les lignes de champ et leur sens ;
1.3 le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde (direction et sens).
2. Compléter le schéma en y indiquant les faces du solénoïde.



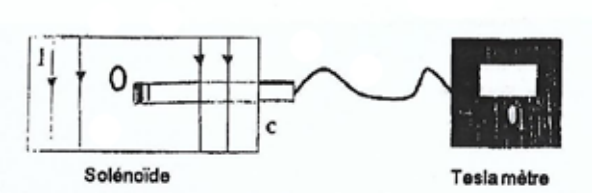
Partie B
Pour utiliser ce solénoïde, on se propose de déterminer le nombre de spires qui n'est malheureusement pas indiqué. Pour ce faire, on mesure la valeur du champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur du solénoïde en faisant varier l'intensité du courant I qui le traverse.
1. Faire un schéma annoté du dispositif expérimental.
2. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

I(A)	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
B(mT)	0	0,63	0,94	1,25	1,55	1,89	2,15	2,48	2,80

Tracer la courbe B = f(I).

Echelle : 1 cm ↔ 0,5 A et 1 cm ↔ 0,5 mT
Déduire de la courbe que B est proportionnel à I et déterminer le coefficient de proportionnalité k (en unité SI).
Donner l'expression de B en fonction de la longueur du solénoïde ℓ , du nombre de spires N, de l'intensité du courant I et de la perméabilité du vide μ_0.
Déterminer le nombre de spires N.
Données : $\mu 0 = 4\pi 10^{-7}$ (unité SI) ; ℓ = 40 cm ; section de base S = 20 cm^2.
3. Donner l'expression de l'inductance de ce solénoïde et calculer sa valeur (prendre N = 200 spires).

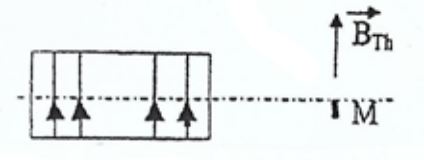
EXERCICE 13



La sonde à effet Hall d'un tesla mètre est placée au centre O d'un solénoïde de longueur L = 40 cm (figure ci-dessus). Les valeurs B_0 du champ magnétique, mesurées en fonction de l'intensité I du courant, sont regroupées dans le tableau suivant On négligera le champ magnétique terrestre.

I(A)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
B_0(mT)	0,6	1,2	1,9	2,5	3,1	3,8	4,4	5

1.
1.1.Tracer la représentation graphique de B0 = f(I).
Echelle: 2cm ⟶ 0,5A et 2cm ⟶ 1 mT,
1.2. Déterminer l'équation de la courbe obtenue
2) Donner l'expression théorique de la valeur de B_0 au centre du solénoïde.
En déduire le nombre N de spires du solénoïde étudié.
On donne: $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I.
3) Donner la direction et le sens du champ magnétique B_0 au point O et Indiquer l'orientation d'une aiguille alimentée placée devant la face A du solénoïde sur un schéma claire.
4)
4.1. Maintenant en tenant compte du champ magnétique terrestre B_{Th}, horizontal, orthogonal à l'axe d'une bobine comportant 1600 spires par mètre de longueur et parcourue par un courant d'intensité I = 10 mA, placée à une distance d d'un point M (voir figure); de quel angle α (par rapport à l'axe de la bobine) tournerait une aiguille aimantée placée au point M si $B_{Th} = 2.10^{-5}$ T? (Faire un schéma clair).
4.2. Calculer la valeur B_1 du champ résultant
4.3. Comment ajouter une deuxième bobine identique, placée à la même distance d de M pour que le champ total résultant soit nul en ce point? Faire le schéma et calculer l'intensité I du courant qui doit traverser cette bobine dans ce cas :



EXERCICE 14

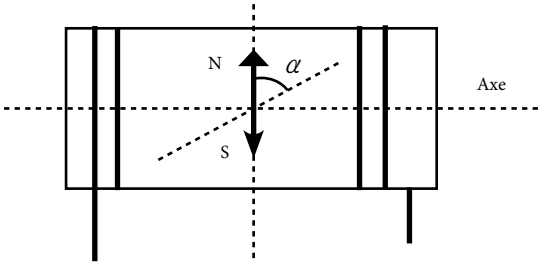
Une aiguille aimantée, placée au centre d'une bobine sans courant électrique, prend une direction perpendiculaire à l'axe de la bobine (voir figure).

1. Donner la direction et le sens du vecteur champ magnétique terrestre $\vec{B}_h$. Représenter $\vec{B}_h$.
2. On fait passer un courant I dans la bobine. L'aiguille dévie d'un angle α.

2.1. Donner la direction et le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}_b$ créé par la bobine. Représenter $\vec{B}_b$.

2.2. Déterminer le sens du courant dans la bobine et préciser les noms des faces de la bobine.

2.3. Déterminer les valeurs du champ magnétique $\vec{B}_b$ et du champ magnétique total $\vec{B}$.



CHAPITRE 6

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE DANS UN CHAMP UNIFORME B

I- Force magnétique ou force de lorentz

Une particule de charge q animée d'un mouvement de vitesse V_0 dans le champ magnétique uniforme $\vec{B}$ subit une force magnétique appelée Force de Lorentz.

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

Caractéristiques de la force de Lorentz

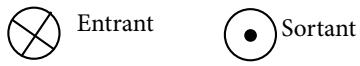
Direction : $\vec{F}$ est perpendiculaire à la fois à $\vec{v}$ et $\vec{B}$.

Sens : Le trièdre $\Longrightarrow$ le trièdre $(q\vec{v}; \vec{B}; \vec{F})$ est direct.

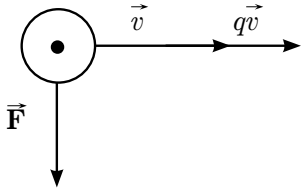
Valeur : $F = |q|.v.B\sin\left(\widehat{\vec{v};\vec{B}}\right)$ or $\vec{v} \perp \vec{B}$

$$\Longrightarrow \quad F = |q|.v.B$$

Silence
« Force de Lorentz »
La règle du trièdre direct

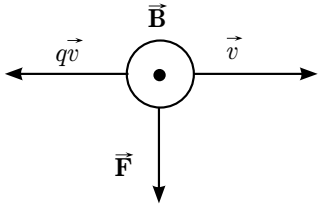


Pour q < 0



Pour q > 0
Maintenant, pour q < 0





II- Mouvement d'une particule chargée dans un champ $\vec{B}$ uniforme.

Une particule de masse m, de charge q et de vecteur vitesse $\vec{v_0}$ penetre dans une région de l'espace, où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.

On suppose que $\vec{B} \perp \vec{v_0}$ on en néglige le poids de la particule.

Démontrer que :

2.1. Le mouvement est plan

2.2. Le mouvement est uniforme

2.3. Le mouvement est circulaire.

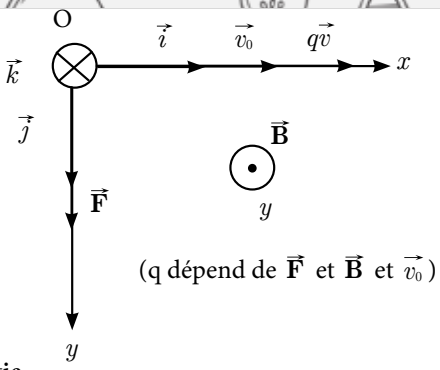
Etude dynamique

Système: Une particule de charge q

Référentiel: Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces: $\vec{F}$ Force magnétique ou de Lorentz

Représentation



(q dépend de $\vec{\mathbf{F}}$ et $\vec{\mathbf{B}}$ et $\vec{v_0}$)

Appliquons le théorème du centre d'inertie

$$\sum \overrightarrow{\mathbf{F}_{ext}} = m.\vec{a}$$

$\vec{\mathbf{F}} = m.\vec{a}$

$q\vec{v} \wedge \vec{\mathbf{B}} = m.\vec{a}$

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{\mathbf{B}}$$

1- Démontrons que le mouvement du centre d'inertie est dans un plan

Considérons le repère R (O, $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$)

à t = 0s

$$\vec{v_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases} \quad ; \quad \overrightarrow{\mathbf{OG}_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

à $t \neq$ 0s

$\vec{a} \perp \vec{\mathbf{B}}$ et $\vec{\mathbf{B}} \,//\, \vec{k} \Longrightarrow \vec{a} \perp \vec{k}$

$\Longrightarrow az = 0$

$v_z = 0$ car $v_{0z} = 0$

$z_0 = 0$ donc $z = 0$ alors le mouvement se déroule dans un plan. Ce plan est (O, $\vec{i},\vec{j}$).

2- Démontrons que le mouvement est uniforme

$P = \dfrac{W(\vec{\mathbf{F}})}{\Delta t}$ et $P = \vec{\mathbf{F}}.\vec{\mathbf{V}}$ or $\vec{\mathbf{F}} \perp \vec{\mathbf{V}}$

P = 0

$\Rightarrow P = \dfrac{W(\vec{\mathbf{F}})}{\Delta t} = 0$

$W(\vec{\mathbf{F}}) = 0$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta Ec = \sum W(\vec{\mathbf{F}}_{ext})$$

$\Longrightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W(\vec{\mathbf{F}})$

$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0$

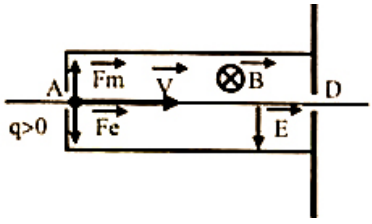
$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$
$\Leftrightarrow v = v_0 =$ constante alors le mouvement est uniforme.

2ème méthode
à $t \neq 0$s ; $\vec{a} \perp \vec{v} \Longleftrightarrow \vec{a}.\vec{v} = 0$
$\Longleftrightarrow \vec{v} = \vec{v_0} =$ constante
Alors le mouvement est uniforme.
3- Démontrons que le mouvement est circulaire
Dans la base de Frenet on a :

$$\vec{a} = a_n.\vec{n} + a_i.\vec{i} \text{ avec } a\begin{cases} a_n = \frac{v^2}{\rho} \\ a_i = \frac{dv}{dt} = 0 \end{cases}$$
$a_i = 0 \Longleftrightarrow a = a_n$
$a = \frac{v^2}{\rho}$
$a = \frac{|q|}{m}v.B \Longleftrightarrow \frac{|q|}{m}v.B = \frac{v^2}{\rho}$
$\Longleftrightarrow \rho = \frac{mv^2}{|q|v.B}$
$\Longleftrightarrow \rho = \frac{mv}{|q|B}$

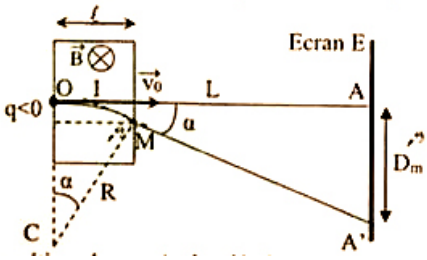
m, v, q et B sont des constantes, alors le mouvement est circulaire de rayon $\boxed{R = \frac{mv}{|q|B}}$

Les accélérateurs de particules
1- Filtre de vitesse
Un faisceau de particules traverse un espace AD vide, dans lequel règne un champ magnétique $\vec{B}$ et un champ électrostatique $\vec{E}$ perpendiculaires. Les directions de $\vec{B}$ et $\vec{B}$ sont toutes deux normales à celle de la vitesse initiale $\vec{v}$ des ions à leur entrée en A. On place en D, perpendiculairement à la direction initiale de la vitesse, un écran percé d'un trou.



Les particules qui entrent en A avec une vitesse $\vec{v}$ sortent par le point, en décrivant un mouvement rectiligne uniforme, que si $\vec{F_m} + \vec{F_e} = \vec{0}$. Soit E = V.B $\Longrightarrow V = \frac{E}{B}$. Toutes les autres particules ayant des vitesses différentes de E/B sont dérivées et bloquées par l'écran. On obtient ainsi un faisceau de particules homocinétiques.

2- Déflexion magnétique
Un faisceau de particules identiques, de charge q e de masse m, pénètre en O dans une région de largeur ℓ où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. La vitesse initiale $\vec{v_0}$ des particules, orthogonale à $\vec{B}$, est dirigée suivant OA (figure ci-contre).



Dans le champ magnétique les particules décrivent un arc de cercle de rayon $R = \frac{mv_0}{|q|B}$

Les particules sortent du champ au point M. Leur mouvement est alors rectiligne uniforme et dirigée selon la tangente en M à la trajectoire circulaire. Elles arrivent en A' sur l'écran E, perpendiculaire à OA et situé à la distance L du point O.

Evaluons la quantité Dm = AA', appelée Déflexion magnétique. La déviation angulaire $\alpha = (\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{CM})$ est donnée par (figure ci-dessus):

Sin $\alpha = \frac{\ell}{R}$ ou tan $= \frac{AA'}{IA} = \frac{Dm}{L - OI}$

Dans les dispositifs utilisés, la distance OI est alors très inférieure à L, on peut donc négliger OI devant L. Ainsi tan $\alpha = \frac{Dm}{L}$. Par ailleurs α est petit, d'où sin $\alpha \approx$ tan α. On peut donc écrire : $\frac{\ell}{R} = \frac{Dm}{L}$

$\Longrightarrow Dm = \frac{\ell L|q|B}{mv_0}$.

La mesure de Dm permet de calculer le rapport $\frac{|q|}{mv_0}$

3- Spectromètre de masse

Un spectromètre de masse est un appareil qui permet de tirer des ions de masse ou de charges différentes par utilisation d'un champ magnétique et d'un champ électrique. Le spectromètre de type Dempster (figure ci-contre) comprend :

- Une chambre d'ionisation 1 où sont produits les ions,
- Une chambre d'accélération 2, les ions y pénètrent avec une vitesse quasiment nulle et sont accélérés par un champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$, sous une tension U ; ils en sortent au point 0 avec une vitesse $\vec{v_0}$ telle que : $\frac{1}{2} mv_0^2 = |q|U$ (théorème de l'énergie cinétique),
- Une chambre de déviation 3 , semi-circulaire. Les particules y sont soumises à l'action d'un champ magnétique uniforme $\vec{\mathbf{B}}$; elles décrivent un demi-cercle dont le Diamètre D est tel que :

D = OC = 2R = 2 $\frac{mv_0}{|q|B}$ avec $v_0 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$ soi D = $\frac{2m\sqrt{\frac{2|q|U}{m}}}{|q|B} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{8mU}{|q|}}$

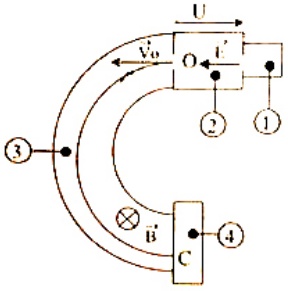
Si la particule est un ion de formule ${}^{A}_{Z}X^{n-}$, Z étant le numéro atomique, A le nombre de masse et n le nombre de charges élémentaires, alors sa charge est q = -n.e = - 1,6.10^{-19} .n (Coulomb) car la charge élémentaire est e = 1,6.10^{-19} C et sa masse est m = A.u (Kg), u étant l'unité de masse atomique (1u = 1,66.10^{-27} Kg). Ainsi on a :

D = $\frac{1}{B}\sqrt{\frac{8.A.u.U}{n.e}}$

Exemple l'oxygène 16, ${}^{16}_{8}O^{2-}$ D = $\frac{1}{B}\sqrt{\frac{8\times 16}{2\times}\frac{1,66.10^{-27}}{1,6.10^{-19}}U}$

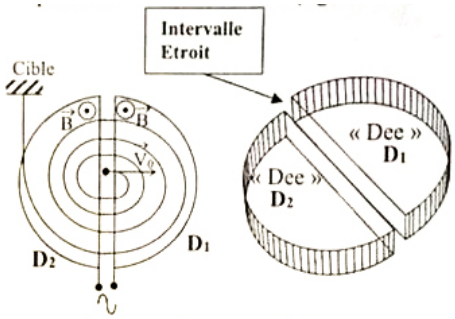
- Un détecteur 4 (plaque photographique, compteur, collecteur,...) où sont recueillies les particules.

L'ensemble du système es sous vide. Pour une tension U et un champ magnétique B fixés, les ions caractérisés par le même rapport $\frac{|q|}{m}$ décrivant la même trajectoire circulaire de rayon R ; la mesure du diamètre D permet donc de déterminer ce rapport. En revanche, des ions de même charge mais de charges différentes décriront chacun une trajectoire dont le diamètre D est proportionnel à la racine carrés de leurs masses.



4- Cyclotron

Un cyclotron est un accélérateur de particules. Il comporte deux boîtes semi-cylindrique d cuivre, D1 et D2, dans lesquelles on maintient vide très poussé. Ces boîtes, appelées dees en raison de leur forme (lettre D en anglais), sont placées horizontalement dans un champ magnétique uniforme et verticale crée par de puissants électroaimants (figure ci-contre)



Entre ces dees, un oscillateur produit une tension alternative de période T égale à la période cyclotron des ions à accélérer : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{|q|B}$

Les ions produits par la source S à l'instant où le champ électrique est maximal, sont accélérés vers D1 (temps de parcours négligeable) ; ils y décrivent alors un demi-cercle pendant la durée T/2 et se présentent en A2 lorsque le champ $\vec{\mathbf{E}}$ est inversé. Les ions sont ainsi accélérés à nouveau vers D2, où ils décrivent un autre demi-cercle de rayon plus grand, et ainsi de suite. A chaque traversée des dees, leur énergie s'accroît et le rayon de la trajectoire augmente. Le champ B ne fait que courber la trajectoire ; il ne modifie pas la norme de la vitesse.

La vitesse maximale Vm acquise par ces ions est liée au rayon utile maximal des dees ;

Si Rm est ce rayon : Vm = $\frac{|q|RmB}{m}$

L'énergie cinétique maximale est alors : E = $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2B^2}{m}R_m^2$

Les particules arrivent à la périphérie des dees sont éjectées à l'extérieur par une ouverture adaptée munie d'un dispositif déflecteur et envoyées sur des trajectoires de stockage ou sur des cibles.

Notons que l'énergie maximale dépend des caractéristique du cyclotron, mais non de la tension accélératrice. Les valeurs de B e de Rm sont limitées par des considérations technologiques et économiques.

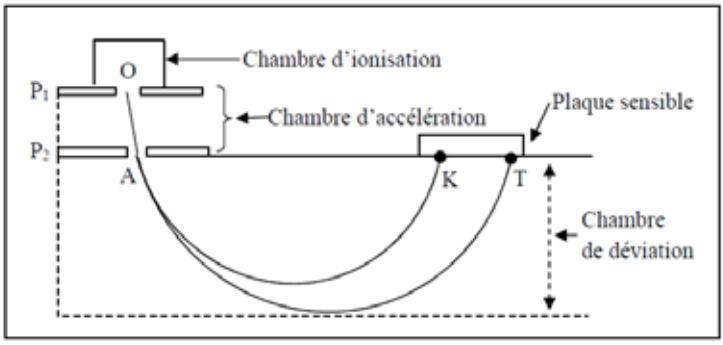
EXERCICE CORRIGÉ 1

L'uranium naturel contient essentiellement deux isotopes : l'uranium 235 et l'uranium 238. On désire séparer les deux isotopes de l'uranium à l'aide d'un spectrographe de masse (voir figure).
Les ions $^{235}_{Z}U^{+}$ de masse m1 et $^{238}_{Z}U^{+}$ de masse m2 produits dans une chambre d'ionisation sont introduits avec une vitesse initiale négligeable en O dans une chambre d'accélération entre deux plaques P1 et P2 soumises à une tension $U = V_{P1} - V_{P2}$. Ces ions sortent par la fente A.

1.

1.1. Représenter sur un schéma le sens du champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$ régnant entre les plaques P1 et P2 permettant l'accélération des ions.

1.2. Exprimer les vitesses V1 et V2 des ions $^{235}_{Z}U^{+}$ et $^{238}_{Z}U^{+}$ en fonction de q, U et leurs masses respectives m1 et m2. En déduire une relation entre m1, m2, V1 et V2.



2. A la sortie en A de la chambre d'accélération, les ions pénètrent dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ perpendiculaire au plan de la figure.

2.1. Quel doit être le sens de $\vec{\mathbf{B}}$ pour que les ions soient déviés vers la plaque sensible ?

2.2. Démontrer que les ions prennent dans le champ magnétique, un mouvement circulaire uniforme dans un plan qu'on précisera.

2.3. Déterminer les rayons de courbure R1 et R2 des trajectoires des ions en fonction de U = V_{P1} - V_{P2} , q, B et de la masse de l'ion correspondant.

2.4. Déterminer l'ion qui correspond à chacune des traces K et T sur la plaque sensible. Calculer la distance KT.

3. Le courant d'ions issu de la chambre d'ionisation a une intensité de 10 µA. Sachant que l'uranium naturel contient en nombre d'atomes 0,7 % d'isotopes légers, calculer en mg, la masse de chaque isotope recueilli en 24 h.

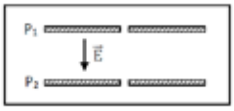
Données :

- B = 10^{-3} T, U = 4 kV
- Charge élémentaire : e = 1,6.10^{-19} C
- Unité de masse atomique : 1u = 1,66.10^{-27} kg
- Masse de l'uranium 235 : m1 = 235 u
- Masse de l'uranium 238 : m2 = 238 u.

SOLUTION

1.

1.1) $\vec{E}$ est dirigé de P_1 vers P_2.

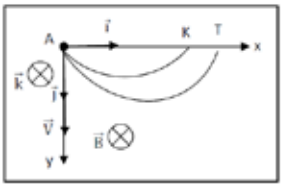


1.2)

• $\frac{1}{2}m_1V_1^2 = q(V_{P_1}-V_{P_2}) = qU \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m_1}}$.

• De même : $V_2 = \sqrt{\frac{2qU}{m_2}}$

• $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$



2.

2.1) $\vec{B}$ doit être entrant.

2.2) $\sum\vec{F} = m\vec{a} = q\vec{V}\wedge\vec{B}$; $\vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m}$.

D'après les propriétés du produit vectoriel, on a :

• $\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $a_t = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow$ **V = cte : le mouvement est uniforme.**

• $\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $\vec{a} = \vec{a}_n$ soit $\frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m} = \vec{a}_n$.

En module : $\frac{qVB}{m} = \frac{V^2}{R}$, d'où $\mathbf{R = \frac{mV}{qB} = cte}$ **: le mouvement est circulaire.**

• Soit zz' l'axe associé au vecteur $\vec{B}$:

$\vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{V}$ donc $a_z = 0$ et $V_z = cte = 0$: le mouvement ne s'effectue pas suivant l'axe zz' associé au vecteur $\vec{B}$. Le mouvement se fait donc dans le plan de figure (plan Axy).

2.3) $R_1 = \frac{m_1V_1}{qB} = \frac{m_1}{qB}\sqrt{\frac{2qB}{m_1}} \Rightarrow \mathbf{R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{q}}}$; $\mathbf{R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{q}}}$

2.4) $m_1 < m_2$, d'où $R_1 < R_2$; l'ion $^{235}_{2}U^+$ arrive en K tandis que l'ion $^{238}_{2}U^+$ arrive en T.

$KT = AT - AK = 2R_2 - 2R_1 = 2(R_2 - R_1) \Rightarrow KT = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2U}{q}}(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}) = 1{,}78$ m.

1.

1.1) $\vec{E}$ est dirigé de P_1 vers P_2.

1.2)

• $\frac{1}{2}m_1V_1^2 = q(V_{P_1}-V_{P_2}) = qU \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m_1}}$.

• De même : $V_2 = \sqrt{\frac{2qU}{m_2}}$

• $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

2.

2.1) $\vec{B}$ doit être sortant.

2.2) $\sum\vec{F} = m\vec{a} = q\vec{V}\wedge\vec{B}$; $\vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m}$.

D'après les propriétés du produit vectoriel, on a :

• $\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $a_t = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = cte$: le mouvement est uniforme.

• $\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $\vec{a} = \vec{a}_n$ soit $\frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m} = \vec{a}_n$. En module : $\frac{qVB}{m} = \frac{V^2}{R}$, d'où $\mathbf{R = \frac{mV}{qB} = cte}$: le mouvement est circulaire.

• Soit zz' l'axe associé au vecteur $\vec{B}$:

$\vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{V}$ donc $a_t = 0$ et $V_t = cte = 0$: le mouvement ne s'effectue pas suivant l'axe zz' associé au vecteur $\vec{B}$. Le mouvement se fait donc dans le plan de figure.

2.3) $R_1 = \frac{m_1V_1}{qB} = \frac{m_1}{qB}\sqrt{\frac{2qB}{m_1}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{q}}$; $R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{q}}$

2.4) $m_1 < m_2$, d'où $R_1 < R_2$; l'ion $^{235}_{2}U^+$ arrive en K tandis que l'ion $^{238}_{2}U^+$ arrive en T.

$KT = AT - AK = 2R_2 - 2R_1 = 2(R_2 - R_1) = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2U}{q}}(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}) = 1{,}78$ m.

3) $q = ne = It$, d'où $n = \frac{It}{e} = 5{,}4.10^{18}$.

• Pour l'isotope 235, $n_1 = \frac{0{,}7n}{100} = 3{,}78.10^{16}$ atomes.

La masse correspondante est $m = n_1.m_1 = 1{,}474.10^{-8}$ kg = 14,74 µg.

• Pour l'isotope 238, $n_2 = \frac{(100-0{,}7)n}{100} = 5{,}36.10^{18}$ atomes.

La masse correspondante est $m = n_2.m_2 = 2{,}12.10^{-1}$µg.

EXERCICE CORRIGÉ 2

Un faisceau homocinétique d'électrons pénètre en O à la vitesse $\vec{V_0}$ dans un domaine (en pointillés sur la figure) de largeur ℓ où règne un champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$ orthogonal à $\vec{V_0}$.

1.

1.1. On désire obtenir une déviation des particules vers le haut par le champ magnétique $\vec{B}$. Préciser sur la figure le sens du vecteur $\vec{B}$.

1.2. Montrer que dans le champ magnétique, le mouvement des particules est circulaire et uniforme dans un plan que l'on précisera.

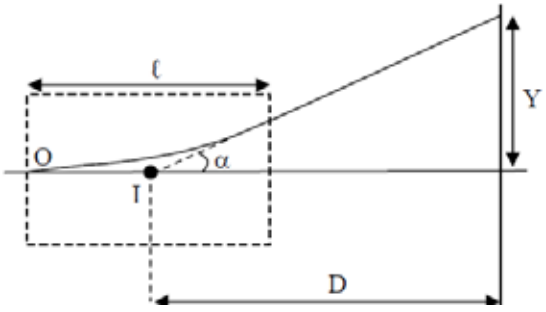
2. A sa sortie du champ, le faisceau d'électrons semble provenir d'un point I proche du centre de l'espace champ magnétique. un écran est placé à la distance D = 10 cm du point I perpendiculairement à $\vec{V_0}$.

2.1. Exprimer la déviation angulaire α (ou angle α de déflexion) du faisceau électronique en fonction de q, m, ℓ, B et V0.

2.2. Déterminer l'expression de la déviation linéaire Y du faisceau d'électrons sur l'écran.

2.3. Que valent le champ magnétique B et le rayon R de la trajectoire si on observe sur l'écran une distance de déflexion Y = 4 cm.

• On donne : V0 = 100 km. s^{-1}, ℓ = 2 cm, q = - e = - 1,6.10^{-19} C, m = 9,1.10^{-31} kg.



SOLUTION

1.

1.1) En utilisant la règle de l'observateur d'Ampère ou la règle de la main droite ou ….., on constate que le champ magnétique $\vec{B}$ est sortant.

1.2) Montrons que le mouvement est circulaire et uniforme :

TCI : $\sum\vec{F} = m\vec{a} = q\vec{V}\wedge\vec{B}$; $\vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m}$.

D'après les propriétés du produit vectoriel, on a :

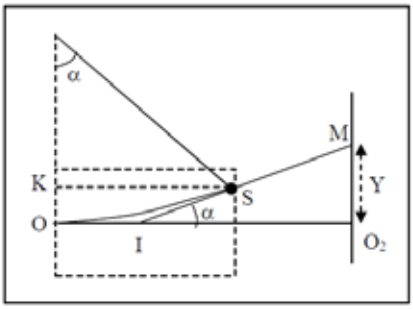
♦ $\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $a_z = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = V_0 = cte$: le mouvement est uniforme.

♦ $\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $\vec{a} = \vec{a}_n$ soit $\frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m} = \vec{a}_n$. En module : $\frac{|q|V.B}{m} = \frac{V^2}{R}$, d'où $\mathbf{R = \frac{mV}{|q|B} = cte}$: le mouvement est circulaire.

♦ Soit zz' l'axe associé au vecteur $\vec{B}$:

$\vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{V}$ donc $a_z = 0$ et $V_z = cte = 0$: le mouvement ne s'effectue pas suivant l'axe zz' associé au vecteur $\vec{B}$. Le mouvement se fait donc dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$, autrement dit, dans le plan contenant les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{V}$.

2.



2.1) Déviation angulaire α : $\sin\alpha = \frac{KS}{O_1S} = \frac{\ell}{R} = \frac{\ell|q|B}{mV_0}$

2.2) Déviation linéaire sur l'écran :

En considérant le triangle IMO_2 : $\tan\alpha = \frac{Y}{D}$, d'où $Y = D.\tan\alpha$.

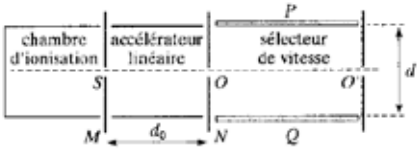
2.3) $\tan\alpha = \frac{Y}{D} = 0,4$, d'où $\alpha = 21,8°$.

$\sin\alpha = \frac{\ell}{R}$ d'où $R = \frac{\ell}{\sin\alpha} = 5,38$ cm.

$R = \frac{mV_0}{|q|B}$, d'où $\mathbf{B = \frac{mV_0}{|q|R} = 1,05.10^{-5}\ T}$.

EXERCICE CORRIGÉ 3

1) Une chambre d'ionisation produit des noyaux d'hélium ${}^{3}_{2}He^{2+}$, ${}^{4}_{2}He^{2+}$, ${}^{6}_{2}He^{2+}$ de masses respectives m1, m2, m3. Leur poids est négligeable devant les forces électromagnétiques qu'ils subissent. Ils pénètrent en S sans vitesse initiale dans un accélérateur linéaire où ils sont soumis à l'action d'un champ électrique uniforme $\overrightarrow{\mathbf{E}_0}$ créé par une différence de potentiel U0 = V_M - V_N.
On désignera par $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3}$ les vecteurs vitesses en O des ions ${}^{3}_{2}He^{2+}$, ${}^{4}_{2}He^{2+}$, ${}^{6}_{2}He^{2+}$



On notera e la charge électrique élémentaire.
1.a- Déterminer le signe de U0 et représenter le champ électrique $\overrightarrow{\mathbf{E}_0}$ dans l'accélérateur.
1.b- Exprimer la norme de l'accélération d'un ion ${}^{4}_{2}He^{2+}$ en fonction de U0, d0, e et m2 ; préciser la nature de son mouvement.
2) Montrer qu'en O, à la sortie de l'accélérateur, $m_1 V_1^2 = m_2 V_2^2 = m_3 V_3^2$

3) Les ions pénètrent ensuite dans un sélecteur de vitesse limité par les plaques P et Q. Ils sont alors soumis à l'action simultanée de deux champs : un champ électrique uniforme $\vec{\mathbf{E}}$, créé par une différence de potentiel positive U = V_Q – V_P, et un champ magnétique uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ perpendiculaire à $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3}$.
3.a- Représenter le champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$ pour que la force électrique et la force magnétique aient même direction, mais des sens contraires.
3.b- On règle la valeur de U de façon que le mouvement des ions ${}^{4}_{2}He^{2+}$ soit rectiligne uniforme de trajectoire OO'. Exprimer U en fonction de B, v2 et d.
4) Comment seront déviés les ions ${}^{3}_{2}He^{2+}$, ${}^{4}_{2}He^{2+}$, ${}^{6}_{2}He^{2+}$?
On se contentera de donner l'allure des trajectoires sans préciser leur nature et sans faire de calcul.
Donnée:
${}^{3}_{2}He^{2+}$: m1 = 5, 0.10^{-27} kg;
${}^{4}_{2}He^{2+}$: m2 = 6, 7.10^{-27} kg;
${}^{6}_{2}He^{2+}$: m3 =

SOLUTION

1)
1.a- Le signe de U_0
Les ions, de charge q > 0 sont accélérés entre S et O ; donc la force électrostatique qui s'exerce sur les ions est orienté de S vers O.
Le champ $\vec{E}_0$ a le sens de S vers O ou de M vers N.
Or le champ a le sens des potentiels décroissants ; d'où $V_M > V_N \rightarrow U_0 > 0$



Représentation du champ électrique $\vec{E}_o$: vecteur parallèle à SO et de sens S → O

1.b-

La norme de l'accélération d'un ion $^4_2H_e^{2+}$

$$F = q\,E_0 = m_2\,a \quad \rightarrow a = \frac{q\,E0}{m_2} = \frac{2eU0}{m_2 d0}$$

La nature de son mouvement.

L'accélération a = constante et vitesse initiale nulle → Mouvement rectiligne uniformément accéléré

2)Montrons que $m_1v_1^2 = m_2v_2^2 = m_3v_3^2$.

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre S et O

Pour un ion de masse m et de charge q on a : $\frac{1}{2}\,mv^2 = q\,U_0 \rightarrow mv^2 = 2\,q\,U_0$

D'où $m_1v_1^2 = m_2v_2^2 = m_3v_3^2 = 2\,q\,U_0$

3

3.a- La force magnétique est orientée dans le sens contraire de la force électrique

D'où le champ magnétique $\vec{B}$ est sortant

3.b- Expression de U en fonction de B, v_2 et d.

Le mouvement des ions $^4_2He^{2+}$ est rectiligne uniforme de trajectoire OO' d'où Fe = Fm

$qE = q\,v_2B$; d'où $E = v_2B = \frac{U}{d} \rightarrow U = d\,v_2B$

EXERCICE 1

Réponds par vrai ou faux

a) Le champ magnétique terrestre est uniforme.

b) Eloignée de toute substance ferromagnétique, l'aiguille d'une boussole donne l'orientation du champ magnétique terrestre.

c) L'intensité du champ magnétique terrestre est toujours négligeable par rapport à l'intensité du champ crée par un aimant.

d) Les lignes de champ d'un champ magnétique ne se coupent jamais.

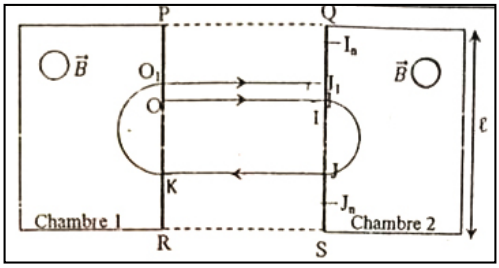
e) Dans un champ magnétique uniforme, les lignes de champ sont parallèles.

f) On peut réaliser un spectre magnétique avec la limaille d'un métal quelconque.

g) Si le champ magnétique crée par un aimant agit sur une aiguille aimantée, réciproquement l'aiguille crée un champ magnétique qui agit sur l'aimant.

EXERCICE 2

On considère le dispositif suivant, représentant un accélérateur de particules :



En O, sont injectés des protons de masse m et de charge e sans vitesse initiale. Il existe une différence de potentiel U qui crée un champ $\vec{\mathbf{E}}$ entre les deux chambres. Un dispositif approprié permet d'inverser le sens de $\vec{\mathbf{E}}$ à chaque passage des protons entre les chambres pour les accélérer.

Dans les chambres 1 et 2 règne un champ magnétique uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ perpendiculaire au plan de la figure.

1. Représenter le vecteur champ électrostatique $\vec{\mathbf{E}}$ existant entre P et Q, le champ électrostatique $\vec{\mathbf{E}}$ existant entre R et S ainsi que le vecteur champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$ dans les chambres 1 et 2, pour que les protons suivent la trajectoire indiquée $OIJKO_1I_1$.

2. Déterminer la vitesse V_1 des protons en 1 en fonction de la quantité $\alpha = \frac{eU}{m}$
Calculer V_1 pour U = 1000 volts.

3. Indiquer la nature de la trajectoire dans la chambre 2. (sans démontrer).
Exprimer la distance IJ en fonction de $\frac{U}{B}$ et de α ; la calculer numériquement pour B = 0,02 T.

4. Déterminer les vitesses V_0, et V_1, en fonction de α. Calculer numériquement ces vitesses.

5. Soit In le point de la chambre 2 atteint par un proton ayant fait n tours complets plus le trajet OI_n.
Exprimer la vitesse VIn en fonction de n et de α. Calculer VIn pour n = 100.

6. Exprimer le segment J_nI_n en fonction de n, $\frac{U}{B}$ et de α et en déduire la longueur ℓ minimale des chambres pour que le proton puisse effectuer 100 tours.

On donne : $m = 1{,}67.10^{-27}$ kg ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C

EXERCICE 3

Dans un tube cathodique, des électrons sont émis sans vitesse initiale par une cathode C, puis accélérés dans une zone I par une tension accélératrice U_0.

1.1. Représenter le vecteur champ électrostatique $\overrightarrow{E_0}$ dans la zone I et la tension accélératrice $U_0 = V_A - V_C$.

1.2. Déterminer la valeur de la tension accélératrice U_0.

On donne : $V_1 = 2.10^7$ m.s^{-1} ; m = 9,1.10^{-31} kg ; e = 1,6.10^{-19} C

Les électrons pénètrent en O1 dans une zone II où règnent simultanément un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ et un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. Ils parviennent en O en n'ayant subi aucune déviation.

2.1 Faire l'inventaire des forces (noms et expressions vectorielles) s'exerçant sur les électrons dans la zone II.

2.2. Représenter ces forces au point M.

2.3. Ecrire la relation vectorielle entre ces deux forces et en déduire la valeur du champ magnétique $\vec{B}$.

On donne : E = 2.10^4 V.m^{-1}.

3. En O, les électrons pénètrent dans la zone III où règne le champ magnétique $\vec{B}$ avec le vecteur-vitesse $\overrightarrow{V_0}$ horizontal tel que $V_0 = V1$. Un écran E placé à une distance D de O reçoit les électrons en un point P.

3.1. Montrer que le mouvement des électrons dans la zone III est circulaire uniforme.

3.2. Donner l'expression du rayon R du cercle en fonction de V_0, m, B et e.

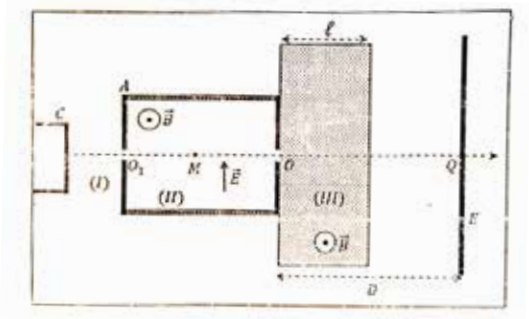
3.3. Placer le point P sur l'écran. Justifier.

3.4. Donner la nature du mouvement des électrons entre la zone III et le point P.

Montrer que la déflexion magnétique Y_P a pour expression $Y_P = \dfrac{eB\ell D}{mV_0}$

3.6. Faire l'application numérique.

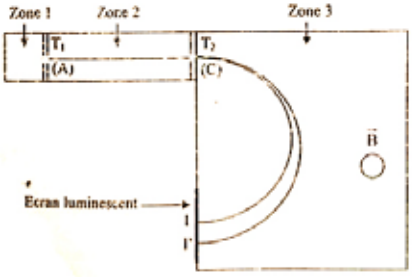
On donne : ℓ = 1 cm ; B = 2 mT et D = 50 cm.



EXERCICE 4

Le potassium naturel est un mélange de deux isotopes ^{39}K et ^{X}K. L'isotope ^{39}K est le plus abondant.

On se propose de déterminer le nombre de nucléons X du deuxième isotope ainsi que le pourcentage de chacun des isotopes dans le potassium naturel.



On utilise pour cela un spectromètre de masse (figure) comportant trois zones.

- Dans la zone 1, un échantillon est vaporisé et ionisé sous forme d'ion $^{39}K^+$ et $^{X}K^+$.

- Dans la zone 2, les ions sont accélérés par un champ magnétique $\vec{\mathbf{E}}$.

- Dans la zone 3, les ions sont déviés par un champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$ (perpendiculaire au plan de la figure) pour atteindre un écran luminescent.

Un vide poussé a été fait dans les trois zones. Le poids des ions est négligeable par rapport aux autres forces.

On assimilera la masse d'un ion à la somme des masses des nucléons de son noyau. Ainsi, la masse d'un ions $^{39}K^+$ sera m = 39 m_0 et la masse d'un ion $^{X}K^+$ sera m' = Xm_0.

On donne $m_0 = 1{,}67.10^{-27}$ kg ; charge élémentaire : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C

1. Etude de l'accélération (zone 2)

Entre les plaques A et C règne un champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$ .les ions pénètrent en T1 avec une vitesse pratiquement nulle et ressortent en T2 avec une vitesse V de direction T1T2.

1.1 Sur un schéma clair, représenter qualitativement la force électrique $\overrightarrow{\mathbf{F}e}$ exercée sur un ion et le vecteur champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$.

1.2. On note $U = U_{AC} = V_A - V_B$ la tension entre les plaques ; établir l'expression de la vitesse V des ions $^{39}K^+$ à leur passage en T2 en fonction de e, U et m_0.

1.3. En déduire, sans nouveau calcul, l'expression de la vitesse V' des ions $^{X}K^+$ à leur passage en T2 en fonction de e, U, X et m_0.

2. Etude de la déviation (zone 3)

Les ions issus de T2 pénètrent dans la zone 3 avec des vitesses perpendiculaires à la plaque C.

2.1. Sur un schéma clair, représenter qualitativement la force électromagnétique $\overrightarrow{\mathbf{F}_L}$ exercée sur un ion et le vecteur champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$.

2.2. Montrer que le mouvement ultérieurement des ions est uniforme dans le plan de la figure.

2.3. Montrer que la trajectoire des ions $^{39}K^+$ à un rayon R = $\dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{78m_0U}{e}}$

2.4. En déduire, sans nouveau calcul, l'expression du rayon R' de la trajectoire des ions $^{X}K^+$ en fonction de X.

2.5. Calculer numériquement la distance D entre T2 et le point d'impact sur l'écran luminescent des ions $^{39}K^+$ dans le cas où : $U = 1{,}00.10^3$ V et $B = 1{,}00.10^{-1}$ T.

3. Exploitation

Sur l'écran luminescent, on observe deux taches I et I'. La tache I' est la moins lumineuse (voir figure).

3.1. A quel type d'ions correspond chaque tache ? L'isotope $^{X}K^+$ est-il «plus lourd» ou «plus léger» que l'isotope $^{39}K^+$? justifier.

3.2. Exprimer IT2 et I'T2 en fonction de R et R', rayons des trajectoires et montrer que $\dfrac{I'T_2}{IT_2} = \sqrt{\dfrac{X}{39}}$.

3.3. On ajuste les valeurs de U et de B de telle sorte que IT2 = 60,0 cm.

On mesure ensuite la distance I'I = 1,5 cm entre les deux taches. En déduire la valeur de X.

3.4. En I et I', on place des «compteurs» de particules. Pendant la même durée, on a pu dénombrer n = 2216 impacts au point I et n' = 163 impacts au point I'. Déduire de cette mesure la composition ionique du potassium naturel (pourcentage de chacun des isotopes).

EXERCICE 5

A l'aide du spectrographe ci-dessous, on propose de séparer les isotopes du Lithium (Li).

On négligera le poids des particules devant les autres forces.

Les ions $^{y}Li^+$ et $^{7}Li^+$ de masses respectives m1 et m2 produits dans la chambre d'ionisation sont accélérés dans le vide entre les plaques P1 et P2 parallèles et soumises à une tension $U = U_{P1P2} = 10^4$ V.

1. Préciser la plaque qui a le potentiel le plus élevé et représenter sur un schéma le vecteur champ élec-

trostatique $\vec{E}$ et la tension U.

2. On néglige la vitesse des ions lorsqu'ils traversent la plaque P1 en O1.

2.1- Calculer la vitesse V2 de sortie de l'ion $^{7}Li^{+}$ au point O2 de la plaque P2.

2.2- Montrer que les ions $^{y}Li^{+}$ et $^{7}Li^{+}$ ont la même énergie cinétique au point O2 et en déduire la vitesse V1 de l'ion $^{y}Li^{+}$ au point O2 en fonction de V2 et y.

3. Les ions pénètrent en O dans la chambre de déviation où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure et d'intensité B = 0,2 T.

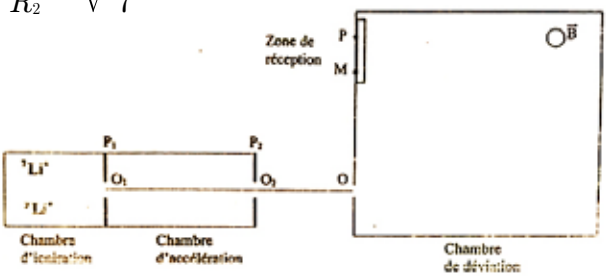
3.1- Indiquer sur un schéma le sens de $\vec{B}$ pour que les ions $^{y}Li^{+}$ et $^{7}Li^{+}$ parviennent respectivement en M et en P.

3.2- Montrer que dans la chambre de déviation le mouvement des ions est circulaire et uniforme.
En déduire les rayons de courbure R1 et R2 de chacune des trajectoires. Calculer R2.

3.3- Etablir les relations suivantes : $\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_1}{R_2}$ et $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{y}{7}}$

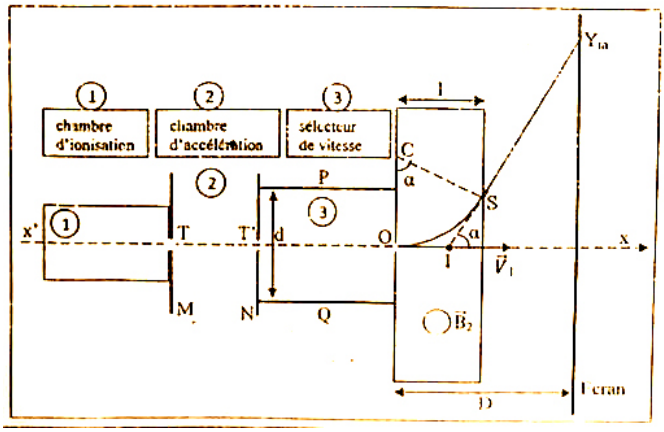
3.4- On donne MP = 2,8 cm, calculer y.

Données : charges électrique élémentaire :
e = 1,6.10^{-19} C.
unité de masse atomique : u = 1,67.10^{-27} kg m1 = y u et m2 = 7 u



EXERCICE 6

Une chambre d'ionisation produit des ions chlorures $^{35}_{17}Cl^{-}$ et $^{37}_{17}Cl^{-}$ de masse respective m1 et m2. Leur poids est négligeable devant les forces électrostatiques et magnétiques qu'ils subissent. Les ions sortent en T sans vitesse initiale dans une chambre d'ionisation où ils sont soumis à l'action d'un champ électrostatique $\vec{E_0}$ crée par une tension $U_0 = V_M - V_N$. On désignera par $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$ les vecteurs vitesses respectifs des ions $^{35}_{17}Cl^{-}$ et $^{37}_{17}Cl^{-}$ en T'.



1. Représenter $\vec{E_0}$ et en déduire le signe de la tension U_0. Justifier.
2. Déterminer l'expression de la vitesse V1 en fonction de U_0, e et m1.
En déduire celle de V2 en fonction de U_0, e et m2.
3. Trouver la relation entre V1 et V2. (On donne m1 = 35u et m2 = 37u).
4. Les ions entrent ensuite dans un sélecteur de vitesse limité par les plaques P et Q séparées de la distance

d. Ils sont alors soumis à l'action simultanée d'un champ électrostatique $\vec{E}$ crée par une tension positive $U = V_P - V_Q$ et un champ magnétique $\vec{B_1}$ orthogonal à $\vec{V_1}$, $\vec{V_2}$ et $\vec{E}$. On règle la tension U pour que, seuls les ions $^{35}_{17}Cl^-$ aient un mouvement rectiligne uniforme suivant l'axe (x', x).

4.1- Représenter les champs $\vec{E}$ et $\vec{B_1}$ puis la forces électrostatique $\overrightarrow{Fe}$ et magnétique $\overrightarrow{Fm}$.

4.2- Etablir l'expression de la tension U en fonction de $\vec{B_1}$, V_1 et d.

4.3- Comparer les intensités des forces magnétiques $\overrightarrow{Fm_1}$ et $\overrightarrow{Fm_2}$ que subissent respectivement les ions chlorures $^{35}_{17}Cl^-$ et $^{37}_{17}Cl^-$. En déduire le sens de la déviation des ions $^{37}_{17}Cl^-$.

5. Les ions $^{35}_{17}Cl^-$ sortent du sélecteur de vitesse en O et traversent une zone étroite de largeur l où règne un champs magnétique uniforme $\vec{B_2}$ orthogonal au plan de la figure. Les ions sortent du champ $\vec{B_2}$ au point S et sont recueillis sur un écran (E) placé perpendiculairement à l'axe (x'x) et à la distance D du point O.

5.1- Indiquer le sens de $\vec{B_2}$.

5.2- Les ions $^{35}_{17}Cl^-$ ayant un mouvement circulaire uniforme, donner sans démonstration, l'expression du rayon de leur trajectoire en fonction de m1, V_1, e et $\vec{B_2}$.

5.3- En faisant les approximations suivantes I<<D et $\tan\alpha \simeq \alpha$, établir l'expression de la déviation Ym des ions sur l'écran en fonction de D, m1, e, V1, I et $\vec{B_2}$. Calculer Ym.

On donne : D = 40 cm ; I = 1 cm ; e = $1{,}6.10^{-19}$ C ; B_2 = 0,1 T ; m1 = $5{,}81.10^{-26}$ kg ; $V_1 = 5{,}25.10^4$ m.s^{-1}.

EXERCICE 7

Dans tout l'exercice, on négligera le poids des particules par rapport aux autres forces.

Une chambre d'ionisation (C) produit des particules α (He^{2+}) de masse m = $6{,}64.10^{-27}$ Kg e de charge q = +2e

= $+3{,}2.10^{-19}$ C.

Ces particules sortent en O1 sans vitesse initiale. Elles sont accélérées dans la zone 1 où règne un champ électrique $\vec{E_0}$ crée par une tension électrique $U_0 = V_{P1} - V_{P2}$ positive. Elle atteignent l'ouverture O_2 avec une vitesse $\vec{V_0}$.

1. Exprimer la vitesse V_0 des particules à leur passage en O_2 en fonction de q, m et U_0.

2. Dans la zone (II), se trouve un dispositif appelé filtre de Wien où règne un champ électrique vertical $\vec{E_1}$ et un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ orthogonal au plan de la figure. On désire que le mouvement des particules soit rectiligne uniforme.

2.1. Trouver une relation entre la force électrique $\overrightarrow{Fe}$ et la force magnétique $\overrightarrow{Fm}$ agissant sur les particules.

2.2. Indiquer, en le justifiant, le sens de $\vec{B}$.

2.3. Exprimer B en fonction de E_1 et V_0. Vérifier que $V_0 = 2.10^7$ m.s^{-1}.

3. Ces particules de vitesse horizontale $\vec{V_0}$ passent ensuite entre les plaques horizontales A et B d'un condensateur plan. Ces plaques de longueur l = 10 cm, sont séparées d'une distance d = 2 cm et la tension entre les plaques est

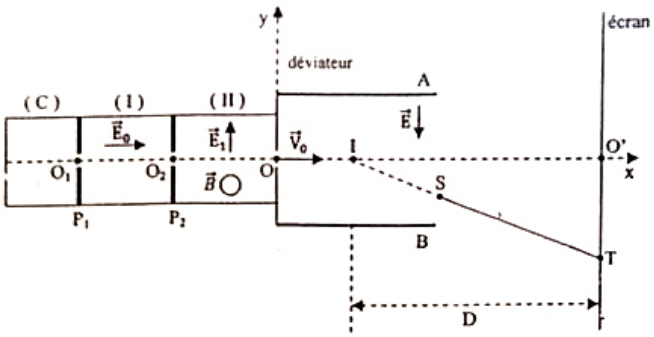
$U = V_A - V_B = 10^3$ V.

A une distance D = 50 cm, du milieu I du déviateur, on place un écran. On observe sur cet écran une tache T.

3.1. Monter que l'équation de la trajectoire des particules dans le repère (O, x, Y) est : $y = -\dfrac{qUx^2}{2mdV_0^2}$.

3.2. En admettant que la trajectoire à la sortie S du condensateur est portée par la droite IS, déterminer la position de T par rapport au milieu O' de l'écran.

On donne : $E_1 = 4.10^4$ V.m^{-1} et $B = 2.10^{-3}$ T.



EXERCICE 8

Dans un téléviseur, les électrons sont émis sans vitesse initiale par une cathode C, puis accélérés vers une anode A par une tension $U_{CA} = U_0$.

1.

1.1. Déterminer le signe de la tension U_0.

1.2. Exprimer en fonction de U_0, e et m, l'expression de la vitesse V_A d'un électron à l'anode A.

1.3. Montrer que $V_0 = V_A$. Faire l'application numérique.

$|U_0| = 500$ V ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg

2. On se propose d'étudier la déviation verticale sur l'écran du téléviseur, obtenu grâce à un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ .appliqué aux électrons après la phase accélératrice. Les électrons pénètrent en O dans une région de largeur ℓ où règne le champs magnétique $\vec{B}$ avec un vecteur vitesse $\vec{V}_0$ horizontal. Le champ magnétique $\vec{B}$ est orthogonal au plan de la figure. Les électrons sortent de l'espace champ magnétique au point S.

2.1. Déterminer le sens de $\vec{B}$.

2.2. Montrer que la trajectoire des électrons dans l'espace champ magnétique est plane.

2.3. Montrer que le mouvement des électrons dans l'espace champ magnétique est circulaire uniforme. En déduire en fonction de V_0, m, e et B, l'expression du rayon R de la trajectoire des électrons.

2.4. Soit α la déviation angulaire à la sortie de l'espace champ magnétique. Montrer que $\sin \alpha = \frac{\ell}{R}$.

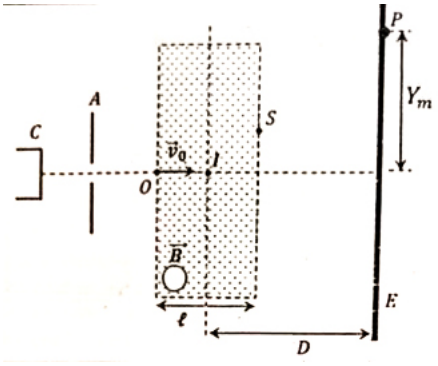
3. Les électrons arrivent sur l'écran E, placé à une distance D du point I, en un point P.

3.1. Déterminer la nature du mouvement des électrons entre S et P.

3.2. En supposant α petit, établir l'expression de la déflexion magnétique Tm en fonction de e, m, V_0, ℓ, D et B.

3.3. Calculer la valeur B de l'intensité du champ magnétique.

D = 20 cm ; ℓ = 2 cm ; Ym = 25 cm.

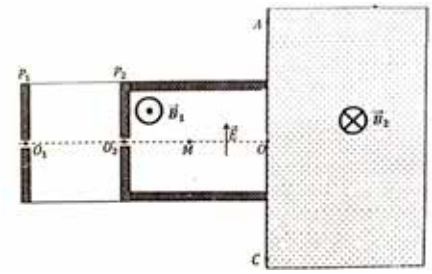


EXERCICE 9

Dans cet exercice, on négligera le poids des particules devant les autres forces. Le mouvement des particules s'effectue dans le vide.

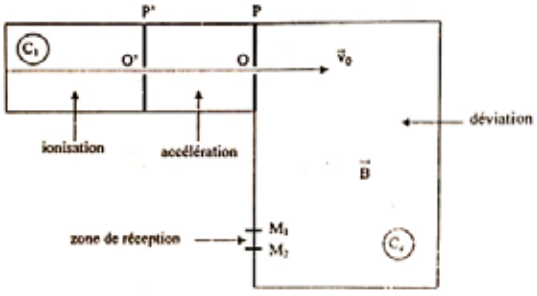
Deux ions isotopes $^{35}Cl^-$ et $^{36}Cl^-$ de charge q = -e, de masse respectives $m_1 = 35$ u et $m_2 = 36$ u, émis avec des vitesses quasiment nulles sont accélérés depuis un trou O_1, entre deux plaques P_1 et P_2 soumises à une différence de potentiel $U = V_{P1} - V_{P2}$ jusqu'au trou O_2.

1. Montrer qu'en O_2, les deux ions ont la même énergie cinétique.
2. En déduire les expressions des vitesses V_1 et V_2 des ions au point O_2.
Calculer leurs valeurs.
3. A partir de O_2, les ions entrent dans un sélecteur de vitesse où règnent simultanément un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ et un champ magnétique uniforme $\vec{B_1}$ tel que $\vec{B_1}$ est perpendiculaire à $\vec{E}$.
L'un des ions traverse le sélecteur avec un mouvement rectiligne uniforme jusqu'au trou O. Son vecteur-vitesse constant est $\vec{V}$.
3.1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur les ions dans le sélecteur de vitesse.
3.2. Reproduire le sélecteur et représenter au point M, ces forces.
3.3. Ecrire la relation vectorielle entre ces forces et en déduire une relation entre E, V et B_1.
3.4. Calculer la vitesse V et identifier l'ion en question.
4. Du point O, l'ion pénètre enfin dans un champ magnétique uniforme $\vec{B_2}$ orthogonal au plan de la figure. Il y subit une déviation et est réceptionné soit en A, soit en C (voir figure).
4.1. Identifier le point de réception de l'ion en justifiant votre réponse.
4.2. Montrer que le mouvement de cet ion dans le champ $\vec{B_2}$ est circulaire et uniforme.
4.3. Exprimer la distance qui sépare le point O du point de réception en fonction de u, v, e et $\vec{B_2}$.
Calculer sa valeur.
On donne : u = 1,67.10^{-27} kg ; e = 1,6.10^{-19} C ; U = -1000 V; E = 7,3.10^3 V.m^{-1} ; $B_1 = B_2$ = 0,1 T.



EXERCICE 10

Dans tout l'exercice, on considère que les ions se déplacent dans le vide et que leur poids est négligeable devant les autres forces.
Données :
$|U|$ = 5,00.10^3 V
B = 2,00.10^{-1} T
e = 1,60.10^{-19} C
Masse d'un nucléon égale une unité de masse atomique
1u = 1,66.10^{-27} kg



Un spectrographe de masse, schématisé ci-dessus, permet de séparer les atomes de lithium isotopes ^6Li et ^7Li de masses respectives m1 et m2.
Les atomes de lithium sont ionisé dans la chambre d'ionisation C1 en perdant un électron. On obtient les ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$.
Ces ions pénètrent en O', avec une vitesse négligeable dans une zone où règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$. Ce champ $\vec{E}$ .est créé par les plaques P et P' entre lesquelles existe une tension U.
1.
1.1. Quel doit être le signe de la tension U = $V_{P'}$ - V_P pour que les ions ressortent en O?
1.2. Calculer les vitesses respectives V_{O1} et V_{O2} des ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$ .lors de leur passage en O.
2. En O, les ions pénètrent dans la chambre C_2 où existe un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire au plan du schéma. Les ions atteignent ensuite la zone de réception.
2.1. Préciser en le justifiant, le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$.
2.2. Montrer que la trajectoire des ions est plane.
2.3. Montrer que le mouvement de chaque ion est uniforme et circulaire.

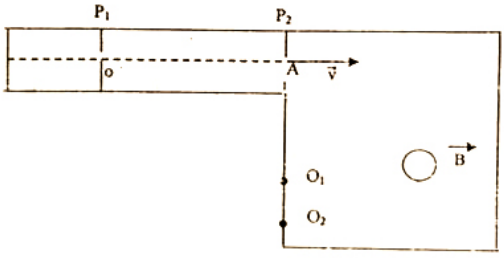
2.4. Calculer les rayons respectifs R1 et R2 des trajectoires des ions $^{6}Li^{+}$ et $^{7}Li^{+}$.
2.5. Calculer la distance M_1M_2 séparant les impacts des ions $^{6}Li^{+}$ et $^{7}Li^{+}$.

EXERCICE 11

Le brome contient essentiellement deux isotopes : le brome 79 et le brome 81.
Pour réaliser leur séparation :
- Les atomes sont ionisés en ion Br^- dans une source d'ions d'où ils sortent avec une vitesse négligeable.
- Les ions sont ensuite accélérés entre deux plaques P_1 et P2 entre lesquelles on maintient une tension $U_0 = V_{P2} - V_{P1}$.
- Enfin ils sont déviés dans un champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$ orthogonal au vecteur vitesse $\vec{V}$ des particules à la sortie du champ électrique. (voir figure)

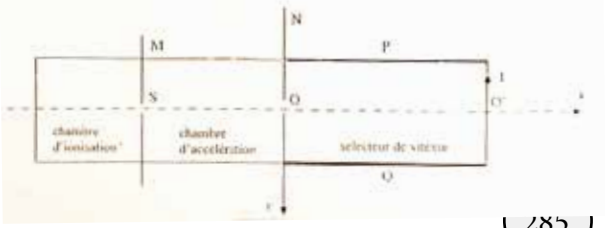
On donne : $|U_0| = 4.10^3$ V ; q = -e = - 1,6.10^{-19} C ; B = 0,8 T
$^{79}Br^-$: $m_1 = 1{,}3104.10^{-25}$ kg
$^{81}Br^-$: $m_2 = 1{,}3436.10^{-25}$ kg

1. Représenter sur un schéma, le champ électrique $\vec{E}$. Quel est le signe de la tension U_0 ?
2. Etablir les expressions des vitesse V1 et V2 acquises par les ions bromures $^{79}Br^-$ et $^{81}Br^-$ au point A en fonction de e, U0 et de la masse de l'ion. Calculer les vitesses V1 et V2.
3. Préciser le sens de $\vec{B}$ pour que les ions $^{79}Br^-$ puissent arriver en O_1.
4. On suppose que la trajectoire est plane.
4.1. Déterminer de façon générale la nature du mouvement des particules dans le champ magnétique.
4.2. Etablir les expressions du rayon R1 des ions $^{79}Br^-$ et du rayon R2 des ions $^{81}Br^-$ en fonction des masses respectives m1 et m2, e, B et U_0. En déduire la relation $R_2 = R_1\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$.
4.3. Exprimer la distance O_1O_2 en fonction de R_1, m_1 et m_2 et la calculer.



EXERCICE 12

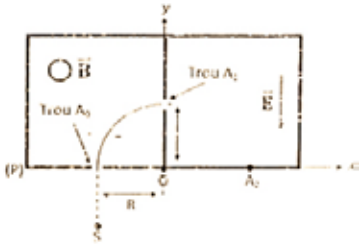
1. Une chambre d'ionisation produit des ions oxygène $^{16}_{8}O^{2-}$, $^{17}_{8}O^{2-}$ et $^{18}_{8}O^{2-}$ de masses respectives m1, M2 e M3. Leur poids est négligeable devant les forces électromagnétiques qu'ils subissent.
Ils pénètrent en S sans vitesse initiale dans un accélérateur linéaire où ils sont soumis à l'action d'un champ électrique uniforme $\vec{E_0}$ créé par une différence de potentiel négative $U_0 = V_M - V_N$.
On désigne par $\vec{V_1}$, $\vec{V_2}$ et $\vec{V_3}$ les vecteurs vitesses respectives des ions O.
La charge élémentaire e = 1,6.10^{-19} C , U0 = -4812,5 V.
On rappelle que la masse m d'un atome noté $^{A}_{Z}X$ est m = A.mn avec mn $\approx$ mp = 1,67.10^{-27} kg.
On ne tient pas compte de la masse des électrons.



1.1- Exprimer l'énergie cinétique de l'ion $^{17}_{8}O^{2-}$ au point O en fonction de e et U_0.
Calculer sa valeur.
1.2- Montrer que les trois ions on la même énergie cinétique au point O.
1.3- Calculer V_1, V_2 et V_3.
2. Les ions pénètrent ensuite dans un sélecteur de vitesse limité par les plaques P et Q. Ils sont soumis à l'action simultanée de deux champs.
Un champ électrique uniforme $\vec{E}$ créé par une différence de potentiel négative $U = V_Q - V_P$ et un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme perpendiculaire à $\vec{V_1}$, $\vec{V_2}$, $\vec{V_3}$ et $\vec{E}$.
On règle la valeur de U de façon que le mouvement des ions $^{17}_{8}O^{2-}$ soit rectiligne e uniforme de trajectoire OO'.
2.1- Représenter sur un schéma, les champs $\vec{B}$ et $\vec{E}$ puis les forces magnétique $\overrightarrow{Fm_2}$ et électrique $\overrightarrow{Fe_2}$ agissant sur l'ion.
2.2- Dponner les expressions des vecteurs forces $\overrightarrow{Fe_2}$ et $\overrightarrow{Fm_2}$, en déduire les expressions de leurs valeurs Fe_2 et Fm_2.
2.3- Exprimer B en fonction de E et de V_2, puis la calculer.
On donne $E = 3{,}3.10^4$ V/m.
2.4- Comment sont déviés les ions de vitesse V_1 et V_3 par rapport à l'axe OO', justifier votre réponse.
3. Pour déterminer les proportions de chaque ion dans le mélange gazeux, on a mesuré la charge électrique qui a traversé l'orifice O pendant une durée Δt, $Q = -8{,}10^{-15}$ C.
3.1- Calculer le nombre n d'ions oxygène qui ont traversé l'orifice O pendant cette durée.
3.2- En O', pendant cette même durée, on a détecté le passage de 10 particules chargées, alors que sur le point d'impact I, 50 ions ont été détectés.
Calculer les pourcentages des trois ions oxygène.

EXERCICE 13

Un faisceau de protons est émis en un point S avec une vitesse suffisamment faible pour être négligée. A une certaine distance de S, est disposée une plaque métallique horizontale (P) percée d'un petit trou A_0, que la droite SA_0 soit verticale. (voir figure ci-dessous).
On établit entre S et P une différence de potentiel $U_0 = V_S - V_P = 250$ V. Le faisceau se déplace dans le vide et on néglige le poids des protons devant les autres forces.
On donne : charge du proton $e = 1{,}6.10^{-19}$ C , masse du proton $m = 1{,}27.10^{-27}$ kg.



1. Exprimer la vitesse V_0 des protons lorsqu'ils traversent le trou A_0 en fonction de m, e e U_0. Calculer sa valeur.
2. Le faisceau pénètre ensuite dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$. Les protons décrivent un quart de cercle de rayon R = 12 cm et sortent par le trou A.
2.1- Indiquer sur un schéma le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$.
2.2- Exprimer B en fonction de R, m, U_0 et e. Calculer sa valeur.
2.3- Donner les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{V_1}$ des protons à la traversée du trou A1.
3. Le faisceau de protons pénètre en A1 dans une région où règne un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ parallèle à l'axe Oy. voir figure ci-dessus.
3.1- Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées à un proton et les représenter sur un schéma.
3.2- Etablir les équations horaires du mouvement d'un proton. L'origine des espaces est le point O.
L'origine des dates est l'instant où le proton arrive en A1.
3.3- En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire du proton.

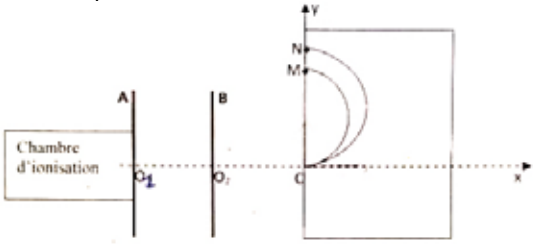
3.4- Donner la nature de la trajectoire des protons.
3.5- Le proton vient frapper enfin la plaque P au point A ; Déterminer les coordonnées du point A.
On donne E =5.10^4 V.m^{-1}

EXERCICE 14

On désire séparer les isotopes du zinc à l'aide d'un spectromètre de masse.

I- Etude dans la chambre d'accélération

Les ions ${}^{X}_{30}Zn^{2+}$ et ${}^{70}_{30}Zn^{2+}$ de masse respectives m1 et m2 sont produits dans une chambre d'ionisation puis dirigés dans une chambre d'accélération entre deux plaques A et B. Arrivés en O1 avec une vitesse nulle, ils sont accélérés par une tension U = $|U_{BA}|$ = 10^3 V. Les ions ${}^{X}_{30}Zn^{2+}$ et ${}^{70}_{30}Zn^{2+}$ acquièrent respectivement les vitesses V1 et V2 à la vitesse en O2. (voir figure)



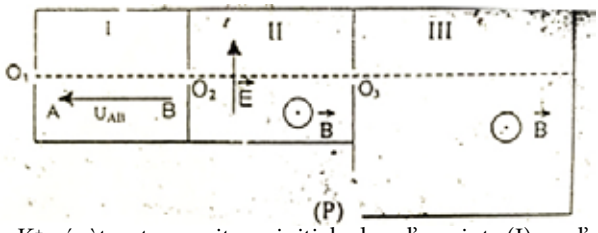
1- Représenter entre A et B le vecteur champ électrostatique $\vec{E}$
2-Préciser le signe de la tension UBA en justifiant ta réponse.
3- Montrer que les ions ont la même énergie cinétique à la sortie en O2.
4- Exprimer alors la valeur de V1 du vecteur vitesse $\vec{V}_1$ en fonction de V2 et x. On rappelle que m1 = x.u et m2 = 1,67.10^{-27} kg

II- Etude dans la chambre de déviation

Entre O2 et C, les ions ont un mouvement rectiligne uniforme et au-delà de C, ils sont séparés grâce à un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de figure.
1- Indiquer et justifier le sens de $\vec{B}$ sachant les ions arrivent en M et N.
2- Le mouvement des ions se déroule dans le plan (xOy). Montrer que ce mouvement est uniforme et circulaire.
3- On désigne par R1 et R2 les rayons des demi-cercles décrits respectivement par les ions ${}^{X}_{30}Zn^{2+}$ et ${}^{70}_{30}Zn^{2+}$;
Donner :
3.1- L'expression de R1 en fonction de x, B, V1 et u.
3.2- L'expression de R2 en fonction de B, e, V2 et u.
4- Les ions décrivent les demi-cercles et arrivent respectivement en M et N tel que $|CN - CM|$ = 8 mm.
Calculer x sachant que V2 = 7,45.10^4 m.s^{-1}
Données : e = 1,6.10^{-19} C ; u = 1,67.10^{-27} kg et B = 0,1 T.

EXERCICE 15

Un spectromètre de masse est composé de 3 enceintes notées (I), (II) et (III) sur le figure ci-dessous :



1) Des ions potassium K^+ pénètrent sans vitesse initiale dans l'enceinte (I) par l'ouverture O1 et sont en-

suite accélérés par un tension $U_{AB} = U$ appliquée entre les plaques A et B. Etablir l'expression de la vitesse V des ions à leur sortie en O_2 en fonction de leur charge q et de leur masse m.

2) Ces ions pénètrent par l'ouverture O2 dans l'enceinte (II) où règnent simultanément un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$ dont les directions et sens ont indiqués sur le schéma.

a) Déterminer les caractéristiques (directions, sens et module) des forces électriques $\overrightarrow{Fe}$ et magnétiques $\overrightarrow{Fm}$ agissant sur un ion K^+ à son entrée en O2.

b) En déduire que seuls les ions dont la vitesse est telle que V = E/B pourront sortir par l'ouverture O_3.

c) Les valeurs de E et B sont fixées : $E = 5.10^4$ V/m et B = 0,5 T. Quelle valeur doit-on donner à la tension accélératrice U pour sélectionner les ions de l'isotope ^{39}K.

On donne $e = 1{,}6.10^{-19}$ C (charge électrique élémentaire)

$mp = me = 1{,}67.10^{-27}$ kg (masse d'un nucléon)

3) Les ions ainsi sélectionnés pénètrent dans l'enceinte (III) par l'ouverture O3 et ne sont plus soumis qu'au seul champ magnétique $\vec{B}$ (champ précédent). On observe sur la plaque sensible (P) une trace T due à l'impact des ions.

Interpréter la position de cette trace α calculer la distance O_3T (expression littérale puis valeur numérique).

EXERCICE 16

Au cours d'une recherche documentaire, Arouna et Moumina découvrent un texte qui présente le dispositif ci-dessous et les expériences réalisées par un laborantin. Le résumé du texte se présente comme suit:

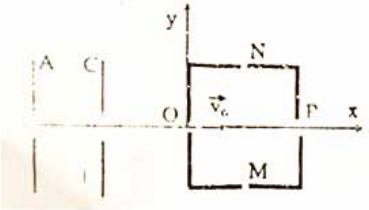
- Il règne dans le dispositif un vide poussé.
- Un faisceau homocinétique de protons d'abord accéléré par une tension appliquée entre deux plaques A et C pénètre en O à une vitesse $V_o = 800$ km.s^{-1} dans une enceinte de section carrée de côté 2r = 50 cm où les ouvertures O M P N sont situées aux milieux des cotés.

Dans cette enceinte, le laborantin crée un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ pour que les protons décrivent à la vitesse constante Vo un quart de cercle de rayon r avant se sortir par l'ouverture M.

Le laborantin supprime le champ magnétique précédent et applique maintenant un champ électrique uniforme $\vec{E}$ pour que le faisceau franchisse l'ouverture N après avoir décrit une trajectoire parabolique dans un repère (Ox ; Oy).

Le laborantin maintient les deux champ $\vec{E}$ et $\vec{B}$ avec les directions et les sens précédents pour que les protons sortent du dispositif par l'ouverture P sans être déviés.

Les deux élèves veulent étudier le mouvement des protons dans les différents cas.



La force de pesanteur sera négligée par rapport aux autres forces.

Le proton est une particule de masse $m = 1{,}67.10^{-27}$ kg et de charge $q = 1{,}6.10^{-19}$ C

a) Dire le signe que doit avoir la différence de potentiel $U = V_A - V_C$.

b) Calculer en joule et électronvolt l'énergie cinétique d'un proton qui franchit l'ouverture O.

c) Donner l'expression de la force $\vec{F}$ qui s'exerce sur un proton de vitesse $\vec{V_0}$ dans le champ magnétique $\vec{E}$.

d) Préciser la direction et le sens de $\vec{E}$.

e) Donner l'expression de la valeur E du champ électrique en fonction de m, Vo, q et r. Calculer numériquement E.

Trouver la relation que doivent vérifier les valeurs B et E pour que les protons sortent du dispositif par l'ouverture P sans être déviés.

EXERCICE 17

Au cours d'une évaluation, l'élève Issifou doit identifier les ions A, D et C en s'aidant du spectromètre de masse ci-dessous.

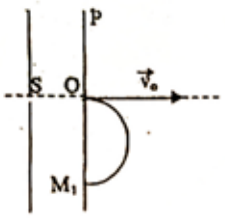


Figure a

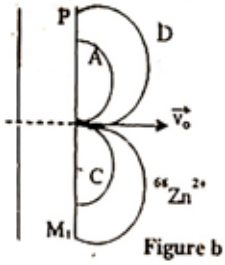


Figure b

• Description du mouvement des particules introduites dans le spectrographe.
- Des particules de charge q et de masse m sont émises en un point S avec une vitesse négligeable. Devant S est placée une plaque métallique P percée d'un trou O (figure a).
- L'ensemble est placé dans le vide. Au-delà de P, le champ électrostatique est nul et il règne un champ magnétique uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ perpendiculaire au plan de la figure.
- Les particules étant les ions des isotopes de zinc $^{68}Zn^{2+}$ de masse m1 et $^{70}Zn^{2+}$ de masse m2. On observe le point d'impact des ions $^{68}Zn^{2+}$ au point M1 tel sue $OM_1 = 20$ cm (voir figure a).
Celui de s ions $^{70}Zn^{2+}$ est M_2.
- Les ions A, D et C portant chacun une charge absolue e sont introduits successivement en O avec la même vitesse $\vec{\mathbf{V}}_0$ que les ions $^{68}Zn^{2+}$. Les trajectoires obtenues sont représentées sur la figure b et leurs rayons ont pour valeur : $R_A = 5{,}59$ cm ; $R_D = 10{,}30$ cm ; $R_C = 6{,}76$ cm.
• On admettra que la masse d'un atome $^{A}_{Z}X$ est égale à A unité de masse atomique u.
• On néglige le poids des particules par rapport aux autres forces et les vitesses restent faibles devant la célérité de la lumière.
• Le noyau de la trajectoire circulaire d'une particule est donné par $R = \dfrac{mV_0}{|q|B}$
• $e = 1{,}6.10^{-19}$ C
• Liste des ions : $^{39}K^+$, $^{23}Na^+$, $^{35}Cl^-$, $^{19}F^-$

1. Etablir l'expression de la vitesse V0 des particules en O en fonction de q, m et U1 = VS - VP
2. a) Dire dans quel plan se déplacent les particules dans le champ $\vec{\mathbf{B}}$.
b) Exprimer le noyau de la trajectoire d'une particule en fonction de $|q|$, m, B et U1.
c) Déduire le sens de $\vec{\mathbf{B}}$ lorsqu'on introduit les ions $^{68}Zn^{2+}$ et $^{70}Zn^{2+}$.;;
d) Calculer OM_2.
3. a) Justifier le signe de la charge portée par chacun des ions.
b) Déterminer les masses m_A, m_D et m_C en unité de masse atomique pour chaque ion.
c) Identifier les ions A, D et C.

EXERCICE 18

Dans tout l'exercice, le poids des ions sera négligé devant les autres forces. On donnera les résultats sous forme littérale.
Les ions produits dans la chambre d'ionisation (I) arrivent au point S. Ils sont accélérés dans la chambre (2) entre les plaques P et P' sous l'action de la tension $U = V_P - V_{P'} < 0$. Les particules sont filtrées dans la

chambre (3) où il existe un filtre de vitesse et arrivent dans la chambre de déviation (4). voir figure.

1- Deux isotopes ${}^{\lambda 1}X^{q}$ et ${}^{\lambda 2}X^{q}$ de masses respectives m1 et m2 pénètrent dans la chambre (2) par le trou S avec une vitesse pratiquement nulle. A1 et A2 sont les nombres de masse et q la charge des particules.

a) Montrer que les énergies cinétiques des isotopes sont égales.

b) Déterminer les rapports des masses $\frac{m_1}{m_2}$ et $\frac{V_1}{V_2}$ en fonction de A_1 et A_2.

2- Dans le filtre de vitesse (chambre 3), il existe les champs électrique $\vec{\mathbf{E}}$ et magnétique $\vec{\mathbf{B}}$. Les particules ont un mouvement rectiligne uniforme.

a) Donner l'expression vectorielle de la force magnétique agissant sur un ion de masse m1, de charge q et animé d'une vitesse $\vec{\mathbf{V}}_1$.

b) Indiquer au moyen de petits schémas le sens des forces magnétique et électrique et orienter correctement le champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$ dans les cas où $q < 0$ et $q > 0$ (faire 2 schémas différents).

c) Montrer que les ions qui arrivent au point O_2 avec la vitesse de la valeur V0 s'exprime simplement en fonction de E e B, et ceci quelque soit la charge électrique q. Calculer la valeur de V0 pour $E = 10^3$ V/m et B = 0,1 T.

3- Les ions ainsi sélectionnés arrivent dans la chambre (4) où ils ne sont soumis qu'au seul champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$ de valeur B = 0,1 T.

a) Le mouvement étant circulaire et uniforme, donner l'expression du rayon et exprime le temps mis pour faire un quart de tour en fonction du rayon R et de la vitesse V0.

b) D'après l'examen de la figure, donner le signe de la charge des ions. Justifier la réponse.

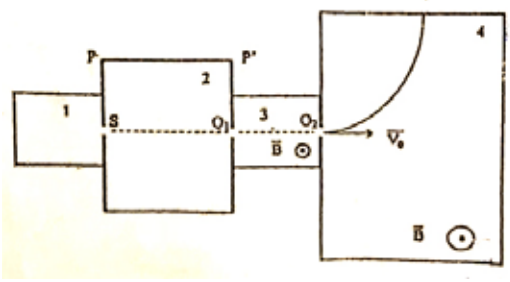
c) Les rayons sont $R_1 = 3{,}65$ cm et $R_2 = 3{,}86$ cm. En déduire les valeurs de rapports $\frac{m_1}{|q|}$ et $\frac{m_2}{|q|}$ des ions dérivés par le champ magnétique.

d) On donne $|q| = e$, calculer m1 et m2.

e) Identifier les ions parmi ceux donnés dans le tableau

${}^{35}_{17}Cl^-$	${}^{37}_{17}Cl^-$	${}^{79}_{35}Br^-$	${}^{81}_{35}Br^-$	${}^{127}_{53}I^-$	${}^{129}_{53}I^-$

On donne : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C et l'unité de masse $u = 1{,}67.10^{-27}$ kg



EXERCICE 19

Les scientifiques d'un laboratoire de physique, désirent séparer les isotopes d'un élément à l'aide d'un spectrographe de masse afin de déterminer la composition isotopique du mélange naturel.

Le spectrographe de masse comprend successivement :

- Une chambre d'ionisation(1);
- Une zone d'accélération (2) ;
- Un filtre de vitesse (filtre de Wien) (3);
- Une chambre de déviation (4).

Les ions produits dans la chambre (1) et accélérés dans la chambre (2) arrivent en O1, avec des vitesses de même direction et de même sens, mais ayant des valeurs différentes.

On désire sélectionner une seule vitesse $\vec{\mathbf{V}}_0$ en O_2. Pour cela, on dispose dans le filtre (3) :

- D'un champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$ orienté comme l'indique le schéma ;
- D'un champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$ perpendiculaire à $\vec{\mathbf{V}}_0$ et contenu dans le plan de la figure.

1. Etude dans la chambre (3).

1.1- Donner les expressions des vecteurs forces magnétique $\overrightarrow{\mathbf{Fm}}$ et électrique $\overrightarrow{\mathbf{Fe}}$ agissant sur un ion de charge q et de vitesse $\overrightarrow{\mathbf{V}_0}$.

1.2. Donner le sens de la force magnétique $\overrightarrow{\mathbf{Fm}}$. Faire un schéma pour chaque cas : q > 0 et q < 0.

1.3. Donner le sens du champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$ pour que les forces magnétique $\overrightarrow{\mathbf{Fm}}$ et électrique $\overrightarrow{\mathbf{Fe}}$ soient de sens contraires. Faire un schéma pour chaque cas : q >0 et q < 0.

1.4- Lorsque les forces magnétique $\overrightarrow{\mathbf{Fm}}$ et électrique $\overrightarrow{\mathbf{Fe}}$ se compensent :

1.4.1- Montrer que la vitesse V_0 des ions en O_2 s'exprime en fonction de E et B' et ceci quelle que soit la charge q..

1.4.2- Calculer numériquement V_0. On prendra $E = 10^3$ V.m^{-1} et B'.

2. On agit sur la tension accélératrice afin de donner à chaque ion la valeur V_0 en O_2.

Les ions ainsi sélectionnés arrivent dans la chambre de déviation (4) où ils ne sont soumis qu'au seul champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$ d'intensité B = 0,1 T. Le mouvement des ions est circulaire et uniforme. Les rayons des trajectoires circulaires sont respectivement R_1 et R_2.

2.1- Donner le signe de la charge électrique q des ions en se servant du schéma.

2.2- Etablir l'expression du rayon R de la trajectoire d'un ion en fonction de m, V0, q et B.

2.3- En déduire l'expression de la charge massique $\frac{|q|}{m}$ d'un ion.

2.4- Les rayons des trajectoires sont : $R_1 = 3{,}65$ cm et $R_2 = 3{,}86$ cm.

Calculer $\frac{|q|}{m_1}$ et $\frac{|q|}{m_2}$

On donne $|q| = 1{,}6.10^{-19}$ C

2.5- Calculer les masses m1 et m2

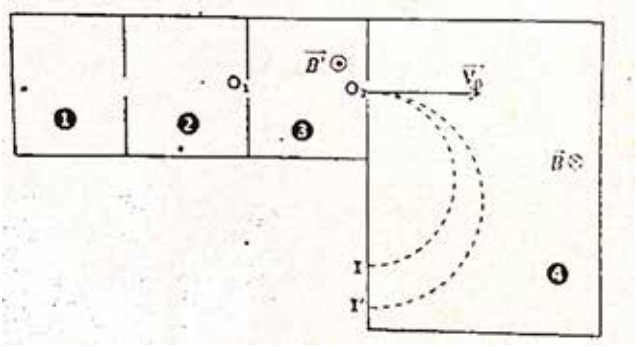
2.6- Identifier les ions parmi ceux donnés ci-dessous :

$^{35}_{17}Cl^-$; $^{37}_{17}Cl^-$; $^{79}_{35}Br^-$; $^{81}_{35}Br^-$

Données : l'unité de masse atomique est $1u = 1{,}67.10^{-27}$ kg.

3. En I et I', on place des «compteurs» de particules. Pendant la même durée, t = 1 ns on a pu dénombrer n = 2216 impacts au point I et n' = 739 impacts au point I'. L'ion le plus lourd arrive au point I'.

Déduire de cette mesure la composition isotopique du mélange naturel (pourcentage de chacun des isotopes).

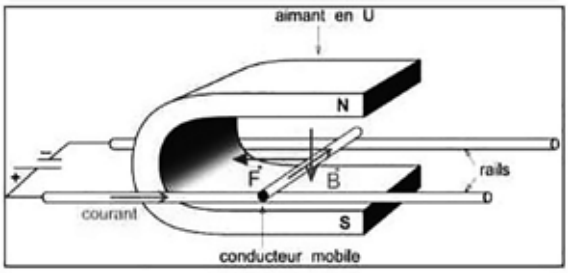


LOI DE LAPLACE

I. Action d'un champ magnétique uniforme sur un élément de courant

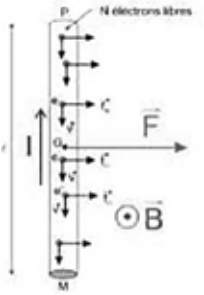
1. Etude expérimentale

a) Expérience des rails de Laplace



b) Observation

Lorsque le courant passe le conducteur mobile roule vers la gauche où vers la droite selon le sens du courant et selon le sens du champ magnétique.



c) Interprétation

Le passage du courant dans le conducteur est dû à un déplacement de porteurs de charge qui sont des électrons. Sur chaque électron s'exerce une force de Lorentz $\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{V}} \wedge \vec{\mathbf{B}}$. Donc le conducteur est soumis à un ensemble de forces reparties dont la résultante est appelée force de Laplace.

2. Loi de Laplace

a) Enoncé

Un conducteur rectiligne de longueur ℓ parcouru par un courant d'intensité I placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ est soumis à la force de Laplace.

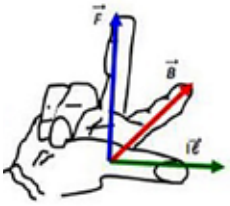
$$\vec{\mathbf{F}} = I\vec{\ell} \wedge \vec{\mathbf{B}}$$

Le sens de $\vec{\ell}$ est celui du courant. La longueur ℓ est la partie du conducteur qui est à la fois parcourue par le courant et plongée dans le champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$.

Remarque : $\vec{\mathbf{F}}_{Laplace} = \sum \overrightarrow{\mathbf{F}_{Lorentz}} = \sum q\vec{\mathbf{V}} \wedge \vec{\mathbf{B}} = \sum q\frac{\delta\vec{\ell}}{\delta t} \wedge \vec{\mathbf{B}} = \sum \delta I\delta\vec{\ell} \wedge \vec{\mathbf{B}} = I\vec{\ell} \wedge \vec{\mathbf{B}}$

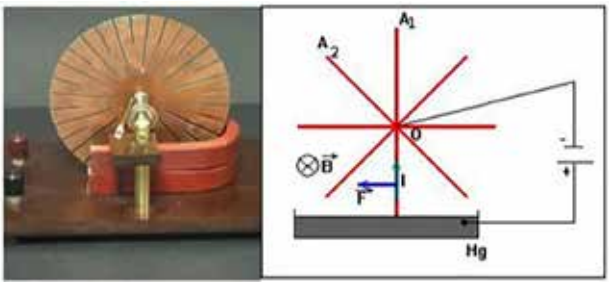
b) Caractéristiques de la force de Laplace

- Direction : $\vec{\mathbf{F}} \perp (\vec{\ell}, \vec{\mathbf{B}})$
- Sens : $(\vec{\ell}, \vec{\mathbf{B}}, \vec{\mathbf{F}})$ forme un trièdre direct (règle des trois doigts)
- Norme : $F = I\ell B|\sin\alpha|$ avec $\alpha = (\vec{\ell}; \vec{\mathbf{B}})$



II. Applications

1) Roue de Barlow



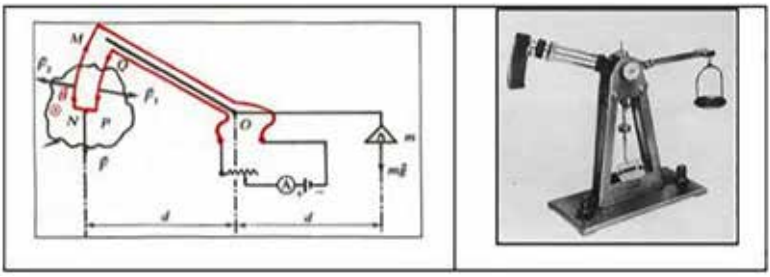
Une roue de rayon en cuivre de longueur ℓ peut tourner autour d'un axe perpendiculaire au plan de la roue et passant par le point O. Ce dispositif placé dans un champ magnétique uniforme perpendiculaire au plan de la roue se met à tourner.

La roue tourne car lorsqu'un rayon parcouru par un courant entre dans l'espace où règne un champ magnétique, il est soumis à la force de Laplace $\vec{\mathbf{F}}$ ($\perp$ au rayon et contenue dans le plan de la roue). Cette force entraîne la roue et avant que ce rayon ne sorte du mercure, le rayon suivant pénètre dans celui-ci et subit à son tour la force de Laplace, ainsi de suite ...

La puissance développée par la force électromagnétique est :

$\mathcal{P}(\vec{\mathbf{F}}) = \mathcal{M}(\vec{\mathbf{F}_\Delta}) \times \omega$ or $F = I\ell B \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = IB\ell$ et $\mathcal{M}(\vec{\mathbf{F}_\Delta}) = F\frac{\ell}{2} \Longrightarrow$ $\boxed{\mathcal{P}(\vec{\mathbf{F}}) = I\ell^2 \frac{B}{2}\omega}$

2) Balance de Cotton



On pose NP = ℓ. Une surcharge de m est placée dans une nacelle et déséquilibre la balance. Un courant de sens convenable est envoyé dans le conducteur NMPQ. On règle son intensité pour rétablir l'équilibre.

Compte tenu de la formule des conducteurs NM et PQ (arcs de cercle de centre O), les moments des forces $\vec{\mathbf{F}_1}$ et $\vec{\mathbf{F}_2}$ sont nuls. La condition d'équilibre d'écrit :

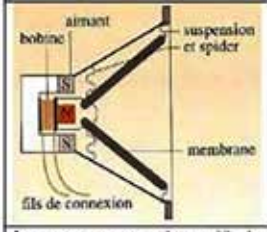
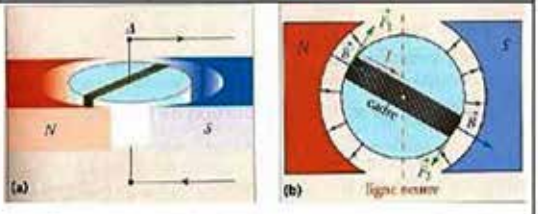
$\mathcal{M}(\vec{\mathbf{R}}) + \mathcal{M}(\vec{\mathbf{P}_o}) + \mathcal{M}(\vec{\mathbf{F}}) + \mathcal{M}(\vec{\mathbf{F}_1}) + \mathcal{M}(\vec{\mathbf{F}_2}) + \mathcal{M}(\vec{\mathbf{P}}) = 0$,

soit $I\ell Bd = mgd$ d'où $\boxed{B = \frac{mg}{I\ell}}$

Remarque : La balance de Cotton permet de déterminer l'intensité du champ magnétique

3) Haut parleur électrodynamique

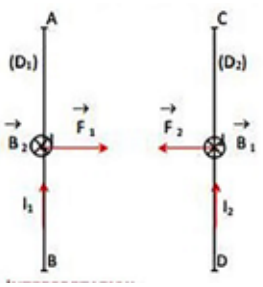
Le haut parleur est une bobine solidaire d'une membrane M, placé à l'intérieur d'un aimant particulier, cet aimant crée un champ magnétique uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ et radical ($\vec{\mathbf{B}}$ parallèle au plan des spires). Lorsque la bobine est parcourue par un courant d'intensité I, chaque élément de longueur $\widehat{o\ell}$ (assimilable à un segment de droite) appartenant à une spire subit la force de Laplace $\widehat{o\vec{\mathbf{F}}} = \widehat{o\vec{\ell}} \wedge \vec{\mathbf{B}}$ perpendiculaire au plan de la spire. Suivant que le sens de I soit entrant ou sortant, la membrane M est attirée ou repoussée. Si I varie alternativement la membrane vivre et émet un son de même fréquence que le courant alternatif.

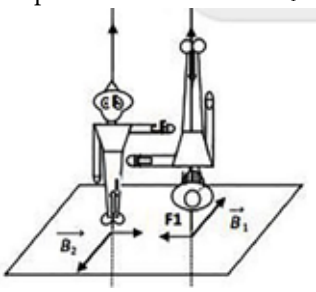
Le haut parleur	Le moteur électrique
	
Le courant est alternatif, la bobine et donc la membrane, sont animées d'un mouvement vibratoire	Le rotor, constitué d'une bobine, s'oriente suivant le champ magnétique créé par un aimant fixe, le stator. Le courant change de sens dans le rotor à chaque demi-tour grâce à des balais et des colecteurs.

III. Interaction entre deux courants rectilignes et parallèles

1) Expérience

Si les courants qui parcourent les deux conducteurs sont dans le même sens, les conducteurs s'attirent et si les courants sont de sens contraires ils se repoussent. Soient AB = ℓ_1 et CD = ℓ_2.





2) Interprétation

• Le courant I_1 crée en tout point du conducteur CD un champ magnétique $\vec{B_1} \perp$ au plan formé par les deux conducteurs ($B_1 = 2.10^{-7}\frac{I_1}{d}$. $\vec{B_1}$ exercent en tout point du conducteur CD une force de Laplace dont la résultante s'applique en M_2 milieu de CD.

$$\vec{F_2} = I_2\vec{\ell_2} \wedge \vec{B_1} \Longrightarrow F_2 = I_2\ell_2 B_1 = I_2\ell_2\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d} \Longrightarrow \quad F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}I_1 I_2\frac{\ell_2}{d}$$

• Un raisonnement analogue permet de déterminer la force qui s'exerce sur le conducteur AB.

$$\vec{F_1} = I_1\vec{\ell_1} \wedge \vec{B_2} \Longrightarrow F_1 = I_1\ell_1 B_2 = I_1\ell_1\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{d} \Longrightarrow \quad F_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}I_1 I_2\frac{\ell_1}{d}$$

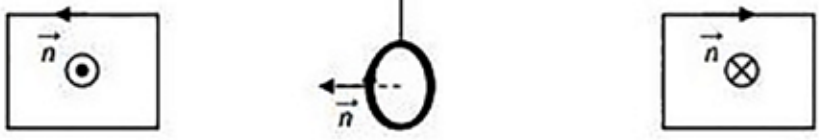
3) Définition légale de l'ampère

L'Ampère est l'intensité du courant constant qui passant dans deux conducteurs rectilignes et parallèles de longueur infinie te de section constante, placés à 1 m l'un de l'autre dans le vide, produit entre ces conducteurs une force de 2.10^{-7} N par mètre de longueur.

IV. Action d'un champ magnétique sur un cadre rectangulaire

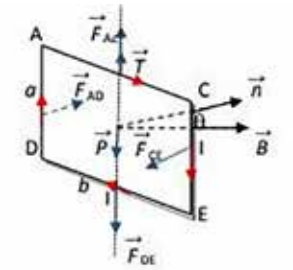
1) Normale au plan d'un cadre

La normale au plan d'un cadre est le vecteur unitaire $\vec{n}$ dont la direction est directement perpendiculaire au plan du cadre, son sens est donné par la main droite ou l'observateur d'Ampère.



2) Force de Laplace s'exerçant sur un cadre

Considérons un cadre rectangulaire parcouru par un courant I dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.



Soit AC = DE = b et AD = CE = a. On a : $F_{AC} = F_{DE} = IbB$ et $F_{AD} = F_{CE} = IaB$.

3) Moment des forces de Laplace

- $\mathcal{M}(\vec{\mathbf{F}}_{AC}) = \mathcal{M}(\vec{\mathbf{F}}_{DE}) = 0$
- $\mathcal{M}(\vec{\mathbf{F}}_{AD}) = F_{AD} \times \frac{b}{2}\sin\theta = I\alpha B \times \frac{b}{2}\sin\theta = \frac{IBS}{2}\sin\theta$ avec S = ab = surface du cadre et $\theta = (\vec{\mathbf{B}};\vec{\mathbf{S}})$ car $\vec{\mathbf{S}} = S\vec{n}$.
- $\mathcal{M}(\vec{\mathbf{F}}_{CE}) = F_{CE} \times \frac{b}{2}\sin\theta = \frac{IBS}{2}\sin\theta$

4) Position d'équilibre du cadre

Condition d'équilibre :

$\sum \mathcal{M} = 0 \Longrightarrow \sum \mathcal{M} = IBS\sin\theta = 0 \Longrightarrow \sin\theta = 0 \Rightarrow \theta = 0$ ou $\theta = \pi$

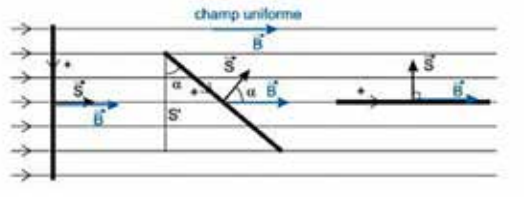
- $\theta = 0$, $\vec{\mathbf{B}}$ et $\vec{n}$ sont parallèle et de même sens : écarté de sa position d'équilibre le cadre tend à y revenir. On dit que l'équilibre est **stable**.
- $\theta = \pi$, $\vec{\mathbf{B}}$ et $\vec{n}$ sont parallèles et de sens contraire : écarté de sa position d'équilibre le cadre s'en éloigne définitivement. On dit que l'équilibre est **instable**.

V. Notion de flux magnétique

1. Flux magnétique à travers un contour plan.

Par définition, le flux magnétique à travers un contour délimité par une surface S est le nombre de lignes de champ magnétiques qui traverse ce contour fermé. Son expression est : $\Phi = \vec{\mathbf{B}}.\vec{\mathbf{S}} = BS \times \cos\theta$ avec $\theta = (\vec{\mathbf{B}};\vec{\mathbf{S}})$ car $\vec{\mathbf{S}} = S\vec{n}$

Le flux magnétique s'exprime en Webber (symbole : Wb)



Remarque : Si $\vec{\mathbf{B}} \,//\, \vec{n}$ et de sens contraire : $\Phi = -BS$.

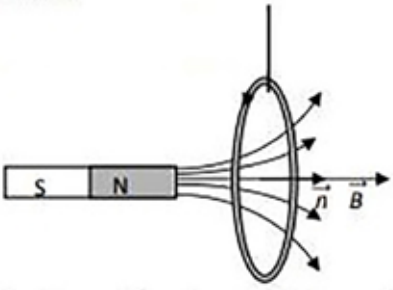
2) Flux à travers un circuit

Soit un circuit comportant N spires (cadre ou bobine) placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{\mathbf{B}}$.

$$\Phi = NBS \times \cos\theta$$

3) Règle du flux maximal

$\Phi = BS$ $\Phi = BS\cos\alpha$ $\Phi = 0$



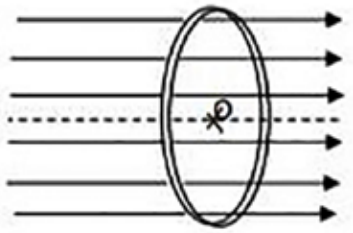
Lorsqu'on approche le pôle nord d'un aimant de la face sud d'une bobine, elle s'emboîte sur l'aimant (attraction nord-sud).

- Lorsqu'on approche le pôle sud de l'aimant, la bobine est repoussée, elle retourne et revient en

présentant sa face nord et s'emboîte dans l'aimant.
- On observe les mêmes faits si on inverse le sens du courant qui traverse la bobine.

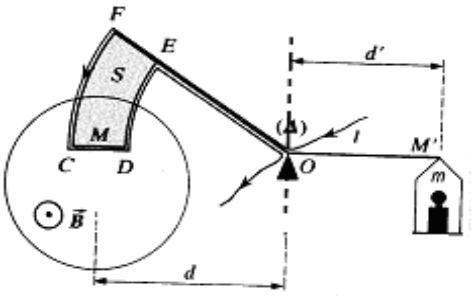
Généralisation : règle du flux maximal

Un circuit plan, libre de se déplacer, placé dans un champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$ tant à se déplacer de façon que le flux magnétique qui le traverse soit maximal ($\vec{\mathbf{B}} \,/\!/\, \vec{n}$ et de même sens). Le sens du parcours choisi étant celui du courant.



EXERCICE CORRIGÉ 1

Un fil conducteur part de O, suit le fléau et les bords du secteur, puis revient en O. L'autre bras du fléau supporte un plateau.
L'intensité d'un champ magnétique peut être mesurée à l'aide d'une balance de Cotton. Le fléau d'une telle balance, de forme particulière, supporte un secteur isolant S en matière plastique limité par deux arcs de cercle centrés sur l'axe de rotation D du fléau. Ce secteur comporte une partie rectiligne CD de longueur l=10 cm , horizontale lorsque la balance est en équilibre.



On règle la balance de façon que l'équilibre soit réalisé lorsqu'aucun courant, ne passe dans le fil conducteur. Si l'on plonge le secteur S dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ orthogonal au plan de la figure et dirigé vers l'avant, l'équilibre de la balance est rompu lorsqu'un courant circule dans le fil. Pour rétablir l'équilibre, il suffit de placer une masse m sur le plateau.

1) Préciser sur la figure les forces agissant sur la balance, ainsi que le sens du courant circulant dans le fil conducteur.
2) Etablir la condition d'équilibre de la balance.
3) Afin de déterminer la valeur du champ $\vec{B}$, on fait les mesures suivantes pour les différentes valeurs de l'intensité du courant :

I (A)	0	1	2	3	4	5
m (g)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0

Tracer la représentation graphique de la fonction m = f(I) en choisissant une échelle convenable.
En déduire la valeur de $\vec{B}$ ..

SOLUTION

1) Précisons sur la figure les forces agissant sur la balance, ainsi que le sens du courant circulant dans le fil conducteur.
Les forces sont :
* F la force de Laplace qui s'exerce sur le segment CD
*R la réaction du support au point O
*Pb le poids de la balance de Cotton qui s'applique au point O
* Pm le poids des masses marquées
2) Etablissons la condition d'équilibre de la balance.
$\sum (R) + \sum (Pb) + \sum (F) + \sum (Pm) = 0$
$0 + 0 + Fd - mgd' = 0$

3) On fait les mesures suivantes pour les différentes valeurs de l'intensité du courant :

I (A)	0	1	2	3	4	5
m (g)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0

La représentation graphique de la fonction m = f(I) donne une droite linéaire de coefficient directeur $a = \frac{\Delta m}{\Delta I} = \frac{(1-0,2).10^{-3}}{5-1} = 2.10^{-3}$

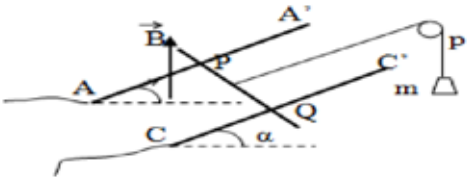
déduisons en la valeur de $\vec{B}$.

D'après la condition d'équilibre on a 0 + 0 + Fd - mgd' = 0

Or F= IlB on a alors $B = \frac{mgd}{Ild'} = \frac{ag}{l} = \frac{2.10^{-3}x10}{0,1} = 0,2\ T$

Remarque la balance de Cotton permet de mesurer les champs magnétiques

EXERCICE CORRIGÉ 2



Une tige PQ de masse μ est posée sur deux rails AA' et CC' situés dans un plan incliné d'un angle α par rapport au plan horizontal. La distance entre les rails est l. La tige est perpendiculaire aux rails. L'ensemble baigne dans un champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$ vertical. Le milieu de la tige est relié à une charge de masse m par l'intermédiaire d'un fil inextensible de masse négligeable passant sur la gorge d'une poulie p de masse négligeable. La portion de fil situé entre et la tige est parallèle aux rails.

On lance dans la tige un courant d'intensité I, on constate que la tige demeure en équilibre.

1) Représenter les forces qui s'exercent sur la charge et la tige.

2) Ecrire les la conditions d'équilibre en prenant comme système la tige PQ.

3) En déduire la relation qui lie B, i, l, m, μ, α et g. On donne μ < m.

4) Reprendre le problème sachant que $\vec{B}$ perpendiculaire aux rails

SOLUTION

1) Représentons les forces qui s'exercent sur la charge et la tige.

2) Ecrivons la condition d'équilibre en prenant comme système la tige PQ.

$\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$

3) Déduisons-en la relation qui lie B, i, l, m, μ, α et g. On donne μ < m.

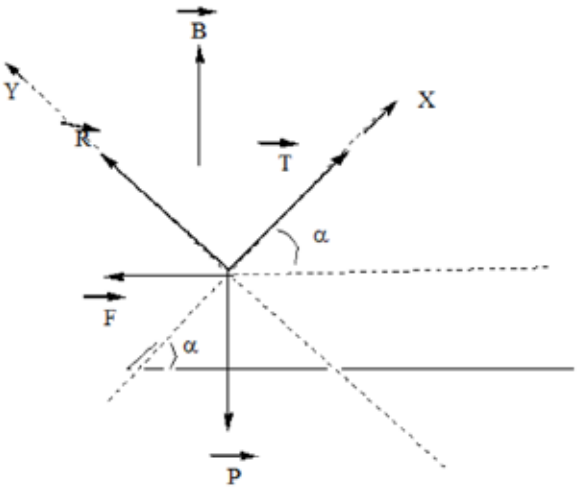
En projetant sur l'axe des abscisses on

Rx + Px + Tx + Fx = 0

0 – □ g sin□ + mg - ILB cos □ = 0

4) Reprenons le problème sachant que $\vec{B}$ perpendiculaire aux rails

Si $\vec{B}$ est perpendiculaire aux rails alors la force de Laplace est parallèle aux rails. La condition d'équilibre devient 0 – □ g sin□ + mg - ILB = 0

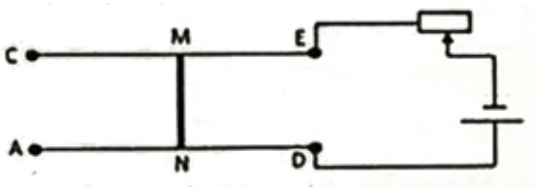


EXERCICE 1

Soient les propositions suivantes :
1) Un conducteur parcouru par un courant d'intensité I,dans une portion de longueur ℓ et plongée dans un champ magnétique uniforme $\vec{\mathbf{B}}$,subit une force de Laplace,définie par :
a) $F_L = I\,(\ell \wedge \vec{\mathbf{B}})$ b) $\overrightarrow{\mathbf{F}_L} = (\vec{\ell} \wedge \vec{\mathbf{B}})\,I$ c) $\overrightarrow{\mathbf{F}_L} = I\,(\vec{\mathbf{B}} \wedge \vec{\ell})$
2) La valeur de cette force de Laplace est donnée par l'expression :
a) $F_L = I\ell B\cos(\vec{\ell} \wedge \vec{\mathbf{B}})$ b) $F_L = I\ell B\sin(I,\vec{\mathbf{B}})$ c) $F_L = \ell B\sin(\vec{\ell},\vec{\mathbf{B}}) \times I$
Un conducteur rectiligne de longueur L = 10 cm et parcouru par un courant d'intensité 4,0 A est placé dans un champ magnétique de valeur B = 0,040 T . Si l'angle entre le conducteur et la direction du champ fait 30° ,alors la force de Laplace exercée sur le conducteur vaut :
a) $8{,}0.10^{-1}$ N b)$8{,}0.10^{-3}$ N c)$8{,}0.10^{-2}$ N
Choisis la bonne réponse.

EXERCICE 2

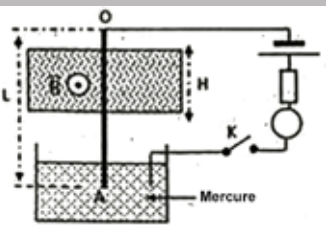
On considère la figure ci-dessous. Une tige MN de longueur L, de masse m, homogène et de section constante, est parcourue par un courant d'intensité I constante. On admettra que la tige peut glisser sans frottement sur les rails AD et CE. L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme de norme B = 0,5 T. On donne I = 4A ; l = 6 cm ; m = 20 g et g = 10 N/Kg.
1. De quel angle θ et dans quel sens peut-on incliner les rails AD et CE, pour que la tige MN soit en équilibre, dans les deux cas :
Cas 1 : $\vec{\mathbf{B}}$ reste perpendiculaire aux rails
Cas 2 : $\vec{\mathbf{B}}$ reste vertical.
2. On incline le plan des rails d'un angle $\theta = 30°$ dans le sens défini à la question 1. Cas où $\vec{\mathbf{B}}$ est perpendiculaire aux rails.
a) Etablir l'expression de l'accélération du mouvement de la tige MN.
b) Quelle est la nature de son mouvement ? Calculer numériquement son accélération.
c) Etablir l'équation horaire du mouvement de la tige sachant que sa vitesse initiale est nulle.
d) Calculer la vitesse et la distance parcourue par la tige au bout de 0,5s.



EXERCICE 3

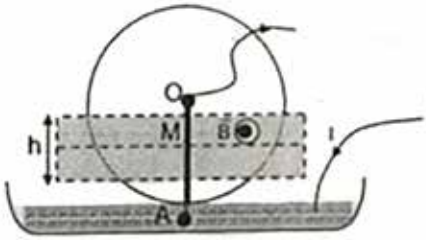
Une tige de cuivre OA homogène de masse m = 8,3 g et de longueur L = 30 cm, peut se mouvoir dans le plan vertical autour de l'axe (Δ) perpendiculaire au plan de la figure et passant par O. L'extrémité plonge dans une cuve à mercure qui assure le contact électrique avec le reste du circuit. Sur une hauteur H = 3 cm, la partie centrale de la tige est plongée dans un champ magnétique uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ parallèle à (Δ) et pointant vers le haut. Voir figure.
1. Que se passe-t-il lorsque l'interrupteur K est ouvert ?

2. Que se passe-t-il lorsque l'interrupteur K est fermé ?
3. Lorsque I = 10 A, la tige dévie de l'angle $\alpha = 5°$ et reste en équilibre.
a) Faire un schéma.
b) Déterminer en appliquant le théorème des moments, la valeur de $\vec{B}$.



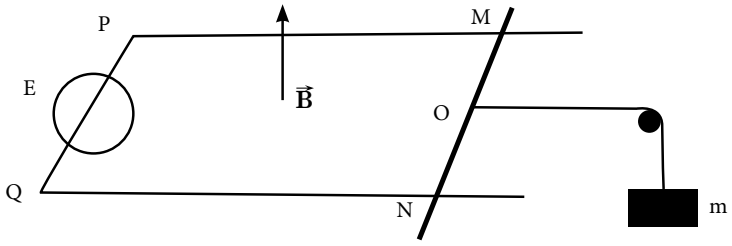
EXERCICE 4

L'extrémité inférieure d'une roue de Barlow, parcourue par un courant d'intensité I = 5 A est placée dans l'entrefer d'un aimant en U créant un champ magnétique uniforme B = 0,2 T horizontal au plan de la roue. Hauteur de l'entrefer : h = 2 cm.
Cette roue effectue 180 tours par minute et le milieu du segment soumis à l'action du champ magnétique est situé à la distance OM = 15 cm de l'axe de rotation.
1. Refaire la figure en indiquant, de manière précise, la direction et le sens de la force magnétique ainsi que le sens de rotation de la roue.
2. Calculer la valeur de l'intensité de la force magnétique qui fait tourner la roue.
3. Calculer le travail de cette force en un tour de roue.
4. Calculer la puissance mécanique du moteur ainsi constitué. On suppose que le courant est toujours localisé dans le rayon vertical.
5. Calculer sa force contre électromotrice.



EXERCICE 5

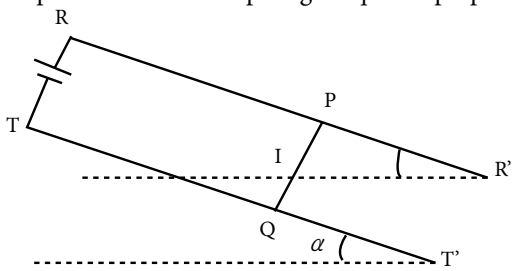
Dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme vertical, une barre conductrice MN repose sur deux rails conducteurs parallèles P et Q distants de d = 5 cm, contenus dans un plan horizontal. On néglige la résistance des rails et des contacts.
Le milieu O de la barre MN est relié grâce à une poulie, à un objet de masse m, par l'intermédiaire d'un fil inextensible de masse négligeable. La partie du fil reliant la barre à la poulie est horizontale et parallèle aux rails. Un générateur, de tension continue de f.é.m. R, est branché entre P et Q, conformément à la figure. La barre MN est en équilibre.



1. Le pole positif du générateur est-il branché du coté de P ou du coté de Q ?
2. Calculer l'intensité I du courant circulant dans le circuit. On donne B = 0,1 T ; m = 10 g ; g = 10 $m.s^{-2}$
3. Le fil reliant la barre MN à la masse se casse. Calculer l'accélération prise par la barre MN dont la masse est 20 g. En déduire la nature du mouvement de la barre MN.

EXERCICE 6

Une barre de cuivre PQ de masse m, de longueur ℓ, peut glisser sans frottement sur deux rails métalliques RR' et TT'. Les deux rails forment, avec la barre PQ, un circuit électrique comme indiqué sur la figure. L'ensemble est placé dans un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire au plan des rails.

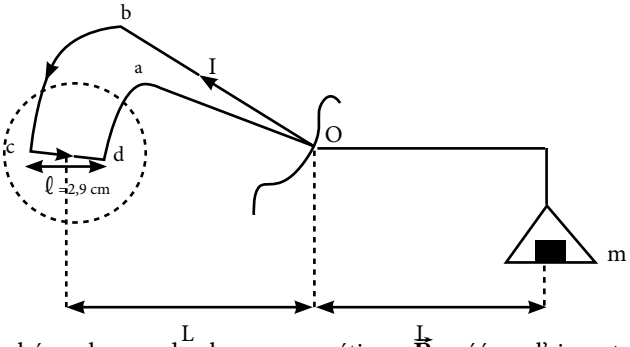


1. Déterminer la direction et le sens de la force de Laplace agissant sur la barre pour qu'elle reste immobile. En déduire le sens de $\vec{B}$.
2. Déterminer la valeur du champ magnétique. On donne m = 250 g ; l = 16 cm ; g = 10 m.s-2 ; $\alpha = 14°$ et l = 4,8 A.
3. Cette fois, le champ magnétique est vertical et son intensité est B = 0,5 T.
L'intensité du courant reste égale à 4,8 A. Calculer la nouvelle valeur à donner à α pour réaliser l'équilibre de la barre et préciser le sens de $\vec{B}$.

EXERCICE 7

On se propose de déterminer la valeur du champ magnétique dans l'entrefer d'un aimant en U. Pour cela, on utilise le dispositif appelé balance de Cotton (voir figure). Le circuit électrique permettant de faire circuler le courant électrique n'est pas représenté. On place différentes masses marquées dans le plateau de droite et on détermine l'intensité I nécessaire pour rétablir l'équilibre de la balance. Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

m (mg)	5	10	15	20	30	35
I (A)	0,75	1,50	2,35	3,20	3,90	4,80

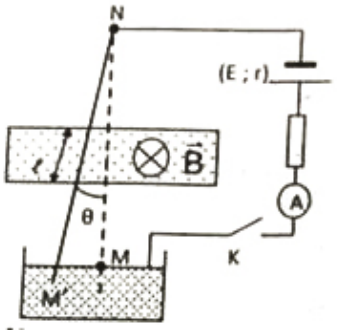


1. Indiquer sur le schéma, le sens du champ magnétique $\vec{B}$ créé par l'aimant.
2. Montrer que les forces de Laplace s'exerçant sur les portions de circuit ad et bc n'ont aucune influence sur l'équilibre de la balance.
3. Déterminer l'expression de l'intensité I du courant en fonction de m, g, ℓ et B.
4. Tracer le graphe donnant I = f(m).
5. Déduire de cette courbe la valeur de $\vec{B}$. On prendra g = 9,78 m.s-2.

6. On veut rétablir l'équilibre de la balance pour un courant d'intensité I = 5 A. Quelle masse faut-il placer dans le plateau de la balance ?

EXERCICE 8

On utilise le dispositif de la figure ci-dessous.
Un courant d'intensité I traverse le circuit électrique.
A l'équilibre, la portion du conducteur M'N qui se trouve dans le champ magnétique de l'aimant a une longueur ℓ. (ℓ/2 de part et d'autre du centre d'inertie G de M'N).
On suppose qu'en tout point de cette portion de conducteur le vecteur-champ magnétique est le même : $\vec{B}$, perpendiculaire au plan de la figure (plan NMM' ; voir figure).
Le conducteur M'N est une tige en cuivre de forme cylindrique ; ses caractéristiques sont les suivantes :
longueur : M'N = 20 cm ; diamètre : d = 0,4 cm ; masse volumique du cuivre : ρ = 8900 Kg/m^3.
On donne : g = 10 m.s^{-2} ; ℓ = 5 cm ; I = 10 A ; B = 0,07 T.
1. Fiare le bilan des forces qui s'exercent sur le conducteur M'N à l'équilibre, lorsqu'il est parcouru par le courant et les représenter. La poussée du mercure sur la tige sera négligée.
2. En appliquant le théorème des moments, déterminer l'angle θ dont a pivoté le conducteur pour atteindre l'équilibre.
3. Sachant que la distance MN est égale à 19 cm, quelle est la plus grande valeur θ_{max} que peut prendre θ ?
4. En supposant que ℓ et B aient les valeurs données à la question 1, calculer l'intensité du courant qui permet d'obtenir une telle déviation.
5. La résistance du circuit est R_e = 0,29 Ω et la résistance interne du générateur est r = 0,1 Ω ; calculer la f.é.m. du générateur qui alimente le circuit.

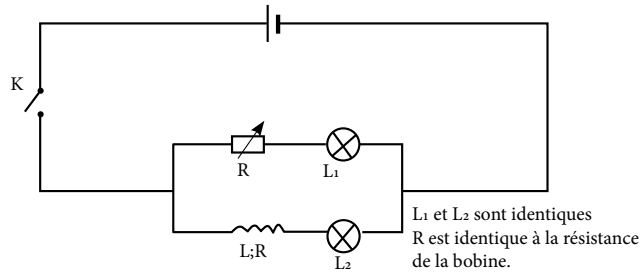


AUTO INDUCTION

I. Mise en évidence de l'auto-induction.

1) Retard à l'allumage d'une ampoule

a) Expérience



b) Observation

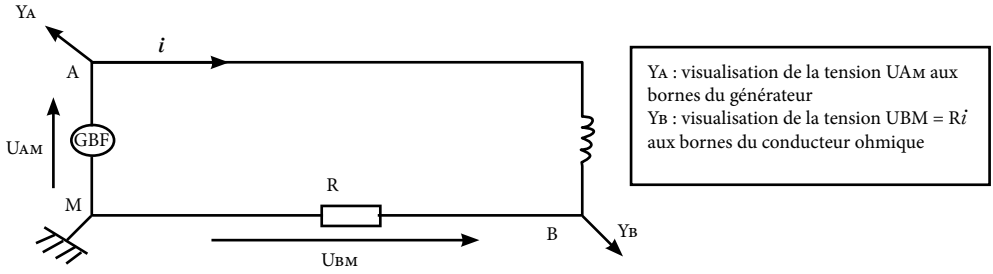
- K fermé : L1 s'allume instantanément tandis que L2 s'allume progressivement.
- A l'ouverture de K, L2 s'éteint avant L2.

c) Conclusion

La bobine s'oppose à l'installation et à l'annulation du courant électrique dans le circuit. Ce phénomène porte le nom d'auto-induction.

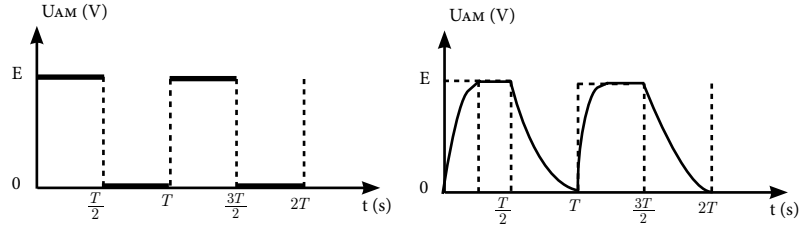
2) Visualisation à l'oscilloscope

a) Dispositif expérimental



NB : $U_{BM} = Ri$ donc la courbe représentant U_{BM} à la même forme que i.

b) Observations



c) Interprétation

• *à la fermeture du circuit électrique*

La tension aux bornes du générateur passe de 0 à E tandis que l'intensité du courant électrique dans le conducteur ohmique de résistance R croit progressivement pour atteindre sa valeur maximale qu'au bout d'un certain temps.

• *à l'ouverture du circuit électrique*

La tension aux bornes du générateur s'annule tandis que l'intensité du courant électrique décroit progressivement pour s'annuler au bout d'un certain temps.

Remarque :
Le régime au cours duquel i varie (croit ou décroit) est appelé transitoire.
Le régime où i est constant (i = Imax) est appelé régime permanent.

d) Conclusion

La bobine s'oppose aux variations (installation ou annulation) du courant électrique i.
Ce phénomène est appelé **auto-induction**. Elle résulte de la variation du flux magnétique à travers la bobine.

II. Flux propre et inductance d'une bobine

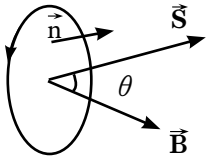
1) Définition du flux magnétique propre

On appelle flux magnétique propre ϕ_P, le flux créé par le champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$, dans la bobine à travers la surface fermée S. C'est une grandeur algébrique définie par : $\phi_P = \vec{\mathbf{B}}.\vec{\mathbf{S}}$, où $\vec{S} = S.\vec{n}$: vecteur surface. Il est normal au plan défini par le circuit.

Soit :

$$\phi_P = B\,S\cos\theta$$

Weber (Wb) T m^2



L'expression du flux créé à travers une spire de la bobine est :

$\phi_P = \vec{\mathbf{B}}.\vec{\mathbf{S}} = B.S$ or $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$

Soit $\phi_P = \mu_0 \frac{N}{\ell} I.S$ où S représente la surface d'une spire.

Pour les N spires de la bobine, on a :

$$\phi_P = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} I.S$$

Si il ya N spires $\phi = NSB\cos\theta$

Si B et S sont colinéaires

$\phi = NBS$

$\phi = N \times \mu_0 \frac{N}{\ell} Si = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} Si$

$\phi = Li$ L: inductance

2) Inductance d'une bobine

L'inductance L d'une bobine est égale au quotient du flux propre ϕ_P à l'intérieur de la bobine par l'intensité I du courant électrique qui la traverse.

$$L = \frac{\phi_P}{I} = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$$

henry (H)

Remarque : L est le coefficient de proportionnalité entre le flux propre ϕ_P et l'intensité du courant électrique.

$n = \frac{N}{\ell} \Longrightarrow N = n\ell$

$\Rightarrow L = \mu_0 \frac{(n\ell)^2}{\ell} S$ $\qquad L = \mu_0 n^2 \ell\, S$ $\qquad S = \pi r^2$

3) Force électromotrice d'auto-induction

La variation du flux engendre un courant induit qui donne naissance à une force électromotrice induite d'induction e.

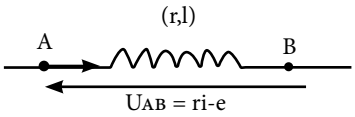
La spire se comporte comme un générateur en opposition avec le générateur d'alimentation du circuit.

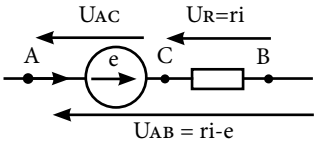
La force électromotrice d'auto-induction e a pour expression :

$e = -\frac{d\phi}{dt}$ or $\phi_P = L.i$ $\quad e = -L\frac{di}{dt}$ e s'exprime en volts (V)

III. Tension aux bornes d'une bobine

1) Schéma d'une bobine





UAB = UAC + UCB
UAB = -e + ri
UAB = ri - e

2. Loi d'Ohm

UAB = ri - e or $e = -L\frac{di}{dt}$ d'où $U_{AB} = \text{r i} + L\frac{di}{dt}$

Remarques :

- Si r = 0 : on a une inductance pure et UAB = -e
- En régime continu ou permanent, I est constante, la bobine se comporte comme une résistance pure : UAB = r I

IV. Energie magnétique emmagasinée dans une bobine

1) Puissance échangée

La puissance électrique reçue par une bobine est $P = U_{AB}.i = ri^2 + Li\frac{di}{dt}$
car $U_{AB} = ri + L\frac{di}{dt}$

$P = ri^2 + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$

Avec ri^2 : puissance dissipée par effet joule
$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$: puissance emmagasinée par la bobine

2) Energie emmagasinée

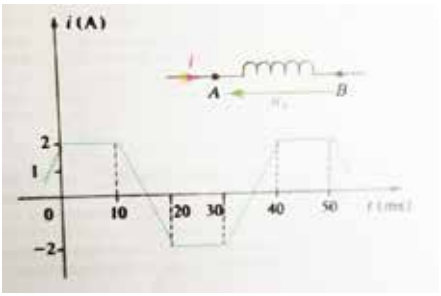
$E = \int_0^t P.dt = \int_0^t ri^2 dt + \int_0^t \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)dt$

$E = ri^2 t + \frac{1}{2}Li^2$

Avec $ri^2 t$: énergie dissipée par effet joule
$\frac{1}{2}Li^2$: énergie emmagasinée par la bobine

EXERCICE CORRIGÉ 1

Le graphique représente la variation au cours du temps de l'intensité i qui traverse une bobine d'inductance L = 40 mH et de résistance négligeable.



1) Calculer les valeurs prises par la f.e.m. d auto-induction e depuis l'origine des dates jusqu'à l'instant r=40 ms.
2) Représenter graphiquement e en fonction du temps.
3) Déterminer la tension $U_{AB} = U_L$
4) Représenter graphiquement l'énergie emmagasinée dans la bobine en fonction du temps. Calculer la valeur maximale ε_m de cette énergie.

SOLUTION

$*0 \le t \le 10ms \quad i = 2A = cste \Rightarrow e = 0$

1) $*10ms \le t \le 20ms \quad e = -L\left(\frac{-2-2}{10.10^{-3}}\right) = -160V$

$*20ms \le t \le 30ms \quad e = 0$

$*30ms \le t \le 40ms \quad e = -L\left(\frac{-2(-2)}{10.10^{-3}}\right) = 160V$

La représentation de i(t) devenant ensuite périodique.

3) Représentation graphique de $t \to u_L(t)$

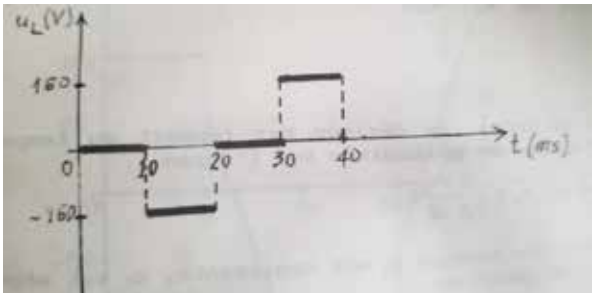
$u_L = -e$

$*pour\ 0 \le t \le 10\ ms\ et\ 20\ ms \le t \le 30\ ms \quad u_L = 0$

$*pour\ 10ms \le t \le 20ms \quad u_L = -160V$

$*pour\ 30ms \le t \le 40ms \quad u_L = 160V$

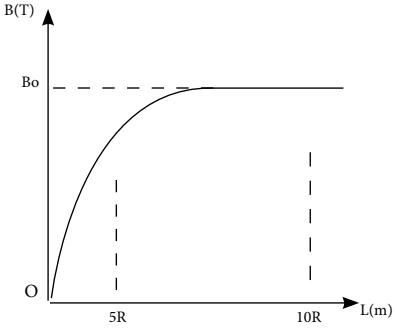
D'où la courbe :



4) $\varepsilon_m = \frac{1}{2}LI_m^2 \Rightarrow \varepsilon_m = \frac{1}{2}(40.10^{-3})(2) = 0,8J$

EXERCICE CORRIGÉ 2

On désire étudier les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$. Créer par une bobine de longueur L, de nombre de spires N et parcourue par un courant d'intensité I. On note R le rayon d'une spire. Pour une bobine suffisamment longue, appelée solénoïde, le champ magnétique est constant à l'intérieur.



1. Influence de la longueur de la bobine

On a représenté sur la figure 1, la courbe donnant l'intensité B du champ magnétique au centre d'une bobine en fonction de sa longueur L.

1.1. Faire un schéma simple du dispositif permettant de mesurer le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.

1.2. A partir de la courbe dire quelle doit être la longueur minimale d'un robinet de rayon R = 10 cm, pour la considérer comme suffisamment longue.

2. Influence de l'intensité du courant.

On a relevé grâce à une sonde à effet Hall les valeurs de l'intensité du champ magnétique en fonction de l'intensité I du courant.

I(A)	1	2	3	4	5
B(I)	$6{,}2.10^{-4}$	$12{,}4.10^{-4}$	$18{,}6.10^{-4}$	$24{,}8.10^{-4}$	31.10^{-4}

2.1. Rappeler l'expression de l'intensité du champ crée par une bobine en fonction de sa longueur L, son nombre de spires N, de la perméabilité magnétique du vide μ_0 et de l'intensité du courant.

2.2. Tracer la courbe B = f(I).

Echelle : 1 cm 0,5 A et 1 cm 3.10^{-4} T

2.3. Que traduit l'allure de la courbe ?

2.4. Déduire de la courbe la valeur du nombre de spires si L = 1,2 m et $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI.

3. Action sur une aiguille aimantée

On considère que maintenant le solénoïde de la longueur 1,2 m comporte 500 spires. Son axe horizontal est perpendiculaire au méridien magnétique (figure 2). Dans la région centrale, une petite aiguille aimantée , mobile autour d'un axe vertical, fait un angle $\alpha = 30°$ avec l'axe du solénoïde.

3.1. Reproduire le schéma et représenter l'aiguille aimantée.

3.2. Dessiner le champ et indiquer si les forces 1 et 2 sont NORD SUD.

3.3. Calculer l'intensité I du courant qui parcourt le solénoïde.

Donnée : Bth= 2.10^{-5} T (Composante horizontale du champ magnétique terrestre).

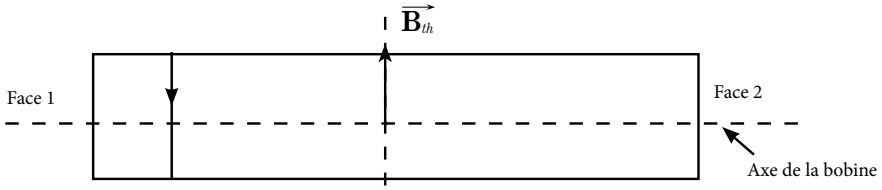
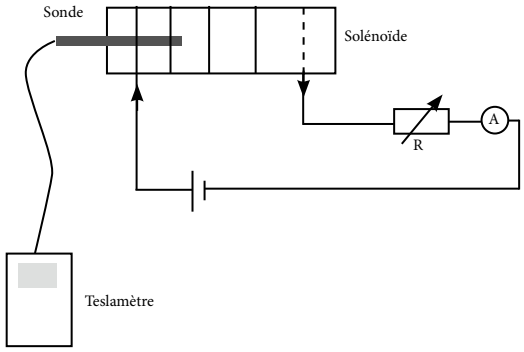


Figure 2 : Vue de dessus

SOLUTION

1)Influence de la longueur de la bobine

1.1) Schéma



1.2) Longueur minimale d'une bobine de rayon R= 10 cm

Pour la considéré comme suffisamment longue,le champ magnétique à l'intérieur de la bobine doit être constant donc d'après la courbe ,la bobine doit avoir une longueur minimale de 10R ; c'est à dire $10 \times 10 = 100\ cm$

2) Influence de l'intensité du courant

2.1) Expression de l'intensité du champ

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

2.2) Tracé de la courbe B=f(I)

2.3) Traduction de l'allure

On obtient une droite qui ,si elle est prolongée passe par l'origine du repère donc on peut dire que B et I sont proportionnels

2.4) Déduction de la valeur du nombre de spires .

B et I sont proportionnels donc l'équation de la droite est de la forme B=kI où k est le coefficient directeur : $k = \frac{\Delta B}{\Delta I}$

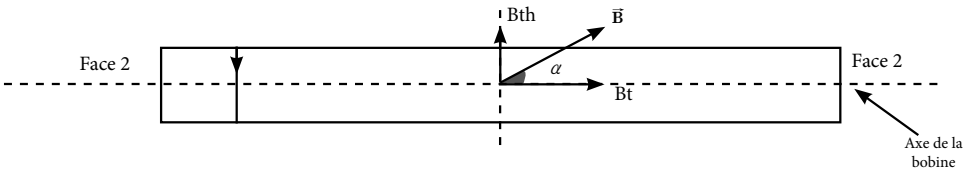
$$k = \frac{31.10^{-4} - 6;2.10^{-4}}{5-1} = 6,2.10^{-4} T/A$$

Par ailleurs $B = \mu_0 \frac{N}{L} I = kI$ par identification $k = \mu_0 \frac{N}{L} \Rightarrow N = \frac{kL}{\mu_0}$

$$N = \frac{6,2.10^{-4} \times 1,2}{4\pi.10^{-7}} = 592\ spires$$

3) Action sur une aiguille aimentée.

3.1) Schéma et représentation de l'aiguille aimantée



3.2) Dessinons le champ et indiquons si les forces 1 et 2 sont Nord ou Sud

Le sens du champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$ à l'intérieur du solénoïde est donnée par la règle du Bonhomme d'ampère ;Ici orienté de la face 1 vers la face 2 (voir figure ci-dessus).Le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde est orienté de la face Sud vers la face Nord donc la face 1 est SUD et la face 2 est NORD.

3.3) Calculons l'intensité I du courant .

$\vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}}_{Th} + \vec{B}_b$ En utilisant les propriétés métriques du triangle rectangle on a :

$$\tan\alpha = \frac{B_{Th}}{B_b} = \frac{B_{Th}}{\mu_0 \times \frac{N}{L} I} \Rightarrow I = \frac{L B_{Th}}{\mu_0 N \tan\alpha}$$

$$AN: I = \frac{1,2 \times 2.10^{-5}}{4\pi.10^{-7} \times 500 \times \tan 30^0} = 6,6.10^{-1} A$$

EXERCICE 1

Réponds par vrai ou faux

1- Dans un circuit comportant une bobine, l'établissement du courant n'est jamais instantané.

2- Le flux d'auto-induction à travers les spires d'une bobine ne dépend que de l'intensité du champ magnétique et de l'aire de chaque spire.

3- L'inductance d'une bobine sans noyau de fer dépend de l'intensité du courant qui traverse les spires.

4- L'unité d'inductance est le henry.

5- L'unité de flux est le tesla.

6- La force électromotrice d'auto-induction est d'autan plus grande que la variation de flux est rapide.

7- L'énergie emmagasinée dans une bobine est égale à : $\varepsilon_m = Li^2$.

8- L'intensité du courant dans une bobine ne peut pas subir de discontinuité.

EXERCICE 2

Un solénoïde comporte N spires uniformément enroulées sur un cylindre de longueur L et de section S.

1. Donne les caractéristiques du champ $\vec{B}$ à l'intérieur de la bobine lorsqu'elle est parcourue par un courant d'intensité I = 100 mA.

2. Calcule le flux à travers les spires de la bobine.

Données : N = 100 spires ; ℓ = 40 cm ; S = 20 cm² ; $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ SI

EXERCICE 3

Un solénoïde de longueur ℓ = 0,5 m et de diamètre d = 5 cm comporte 2.10^4 spires. L'inductance L de ce solénoïde vaut :

a) 0,97 H

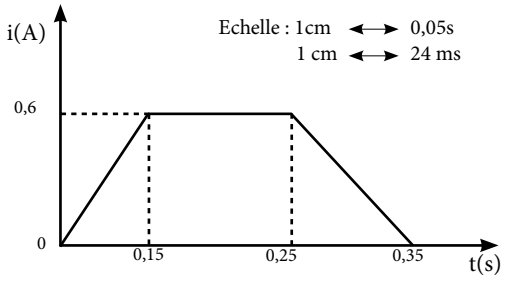
b) 1,5 H

c) 1,97 H

Entoure la lettre correspondant à la bonne réponse.

EXERCICE 4

Une bobine d'inductance L = 12 mH et de résistance négligeable est parcourue par un courant dont les variation sont représentées ci-dessous.



1. Calcule la f.é.m de la bobine dans chaque intervalle de temps.
2. Représente la fonction la f.é.m auto-induite aux bornes de la bobine.

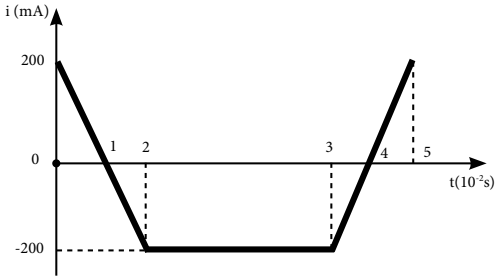
EXERCICE 5

Pour chacune des propositions ci-dessous :
1. Dans un circuit comportant une bobine, l'établissement du courant n'est jamais instantané.
2. Le flux d'auto-induction à travers les spires d'une bobine ne dépend que de l'intensité du champ magnétique et de l'aire de chaque spire.
3. L'inductance d'une bobine sans noyau de fer est indépendant de l'intensité du courant électrique qui la traverse.
4. L'inductance d'une petite bobine sans noyau de fer vaut quelques dizaines de henry.
5. La force électromotrice d'auto-induction est d'autant plus grande que l'intensité du courant varie rapidement.
6. Le phénomène d'auto-induction peut être néfaste our les appareils électriques.
7. L'unité d'inductance est le henry.
8. L'intensité du courant dans une bobine ne peut pas subir de discontinuité.

Recopie le numéro de la proposition et écris à la suite, vrai si la proposition est juste ou faux si celle-ci est fausse.

EXERCICE 6

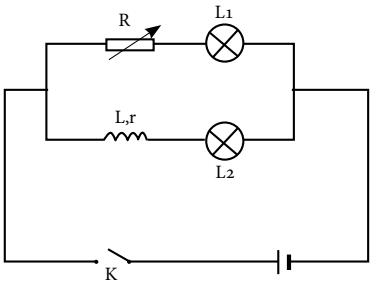
1. Un solénoïde de longueur ℓ = 30 cm et de rayon R = 2,5 cm comporte N = 6000 spires.
1.1. Etablir l'expression de l'inductance L en fonction de μ_0, N, ℓ et R.
1.2. Faire l'application numérique.
Données : $\pi^2 = 10$; $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I
2. Un solénoïde d'inductance L' = 0,30 H et de résistance r = 10 Ω est traversé par un courant d'intensité i. L'intensité du courant dans la bobine varie en fonction du temps comme l'indique la figure ci-contre :



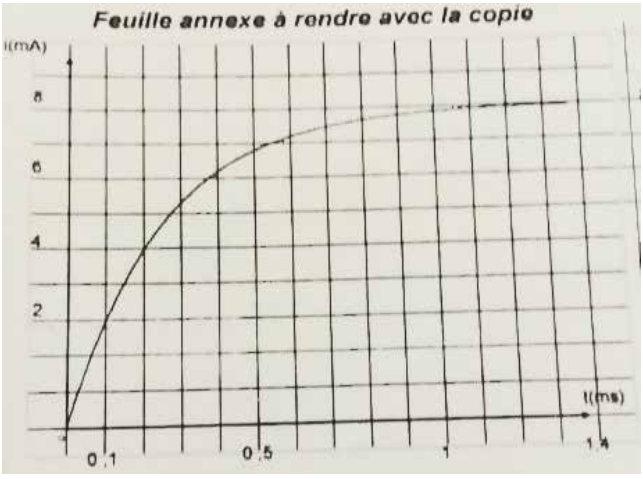
Détermine la f.é.m auto-induite pendant les intervalles [0s ; 2.10^{-2}] ;
[2.10^{-2} ; 3.10^{-2}] ; [3.10^{-2} ; 5.10^{-2}].
3. On désigne par A et C les bornes de la bobine et on suppose le conducteur orienté de A vers C.
3.1 Déterminer la tension U_{AC} (t) appliquée entre les bornes de la bobine durant chacun des intervalles.
3.2. Représenter graphiquement U_{AC} en fonction du temps.

EXERCICE 7

1. Pour étudier un phénomène physique, le professeur d'une classe de terminale scientifique, réalise le montage dont le schéma est ci-contre:
Les lampes L_1 et L_2 sont identiques. R est une résistance variable dont la valeur doit être égale à r. Le professeur dispose de tout le matériel nécessaire au laboratoire du lycée.



Explique brièvement comment il peut déterminer la résistance interne r d'un solénoïde.
2. Lorsque les réglages sont terminés R = r = 10 Ω
2.1. Qu'observe-t-on à la fermeture de l'interrupteur K ?
2.2. Quel dipôle en est responsable ? Quel nom donne-ton au phénomène physique ainsi mis en évidence ?
3. Le solénoïde (L,r) est monté en série avec un conducteur ohmique de résistance R' = 390 Ω .
L'ensemble est alimenté par un générateur basse fréquence délivrant une tension en créneaux d'amplitude 3,6 V et de fréquence N = 333 Hz. Un dispositif approprié permet de suivre l'évolution de l'intensité i du courant en fonction du temps. Le tracé obtenu pendant la demi-période où U_G = 3,6 V est reproduit sur la feuille annexe..



3.1. On note Io la valeur maximale de i. Déterminer I0 à partir du graphe, puis par calcul.
3.2. On appelle constante de temps, la durée *t* au bout de laquelle l'intensité i atteint 63% de sa valeur maximale. Déterminer la constante de temps du circuit à partir du graphe.
3.3. Déterminer l'inductance Lexp sachant que $T = \frac{L}{R' + r}$
3.4. Les caractéristiques du solénoïde sont les suivants :
- longueur : ℓ = 20 cm
- rayon : r = 3,5 cm
- nombre de spires : N = 2000.
Calculer la valeur de l'inductance Lth.
Comparer Lth et Lexp puis conclure.
On donne $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ unité SI ; $\pi^2 = 10$.

EXERCICE 8

Un circuit électrique comprend, en serie, un générateur de force électromotrice 6 V et une bobine d'inductance L = 10 mH et de résistance r = 2 Ω (figure 1).

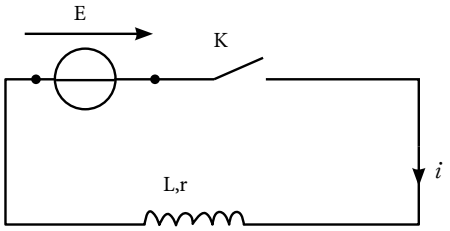


Figure 1

1. On ferme l'interrupteur K. Etablir la relation entre E, L, r, i et $\frac{di}{dt}$. En déduire la valeur I, de l'intensité du courant en régime permanent.
2. Calculer alors l'énergie stockée dans la bobine.
3. On ouvre l'interrupteur. Qu'observe-t-on entre les contacts de l'interrupteur?
4. Que devient l'énergie précédemment stockée dans la bobine ?
5. Pour éviter le phénomène observé à l'ouverture du circuit, on place, en parallèle avec la bobine, une diode en série avec un conducteur ohmique.
Quel rôle joue la diode ? Quel rôle joue le conducteur ohmique ?

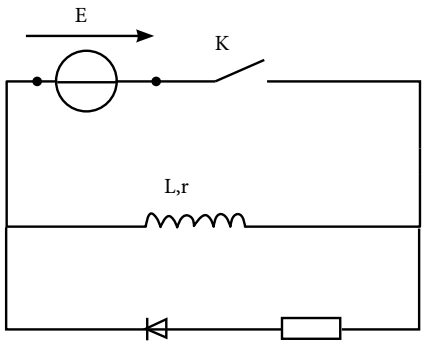
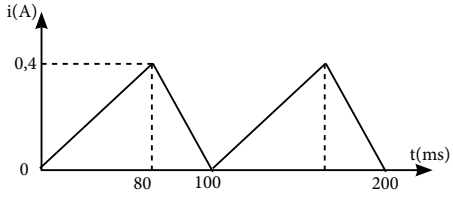


Figure 2

EXERCICE 9

1. Soit une bobine de longueur ℓ = 40 cm, comportant N = 1600 spires de rayon 15 cm. Calcule son inductance L.
2. La bobine est parcourue par un courant d'intensité I = 0,6 A.
2.1. Donne les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$.
2.2. Fais un schéma.
3. La bobine est maintenant parcourue par un courant dont l'intensité varie avec le temps selon la figure ci-dessus. On suppose que l'inductance de la bobine vaut L = 0,6 H.



3.1. Montre que la bobine est le siège d'un phénomène d'auto-induction.
3.2. Calcule la f.é.m auto-induite e qui apparait aux bornes de la bobine dans l'intervalle [0 ; 100 ms].
3.3. En déduis la tension U_{AC} aux bornes de la bobine dans l'intervalle [0 ; 100 ms].
3.4. Représente U_{AC} (t) pour t ⊂ [0 ; 100 ms].
Echelle : 1 cm ⟶ 3V et 1 cm ⟶ 20 ms

EXERCICE 10

Recopie le numéro de l'affirmation suivie de la lettre V si elle est vraie ou F si elle est fausse.
1. L'auto-induction est l'apparition d'une force électromotrice aux bornes d'un circuit traversé par un courant d'intensité continu.
2. Le flux propre ϕ d'un circuit électrique est donnée par l'expression : $\phi = iL$.
3. L'inductance L d'un solénoïde est définie par : $L = \frac{\mu_0}{\ell} SN^2$.
4. L'inductance d'un solénoïde est exprimée en weber (W).
5. La force électromotrice e d'auto-induction dans une bobine d'inductance L est : $e = L\frac{di}{dt}$.

6. La tension u aux bornes d'une bobine réelle est u = ri - L $\frac{di}{dt}$

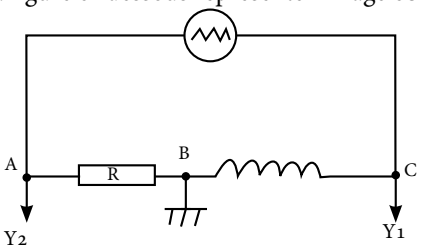
7. La tension u aux bornes d'une bobine idéale u = L $\frac{di}{dt}$

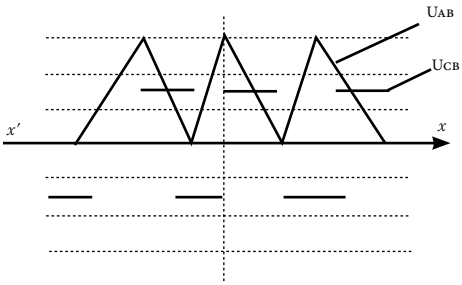
8. L'énergie emmagasinée E dans une bobine idéale est : E = $\frac{1}{2}L^2 i$

EXERCICE 11

Le montage de la figure ci-dessous représente un circuit qui comporte un conducteur ohmique de résistance R = 1000 Ω et une bobine de résistance négligeable et d'inductance L montés en série. Ce circuit est alimenté par un générateur de tension délivrant des signaux triangulaires. On applique d'une part, sur la voie 1, la tension U_{CB} aux borne de la bobine et d'autre part sur la voie 2, la tension U_{AB} aux bornes de la résistance.

La figure ci-dessous représente l'image obtenue sur l'écran.





On a réglé :

- la base de temps sur la sensibilité 103 seconde par division :
- la sensibilité verticale :
  - sur 20 millivolts par division pour la voie 1 ;
  - sur 2 volts par division pour la voie 2.

1. On observe que la tension U_{AB} forme une trace pratiquement triangulaire.
Justifie la trace en créneaux observée pour la tension U_{CB} sur l'oscillogramme.
2. Calcule l'inductance L de la bobine.
3. Calcule l'énergie maximale emmagasinée dans la bobine.

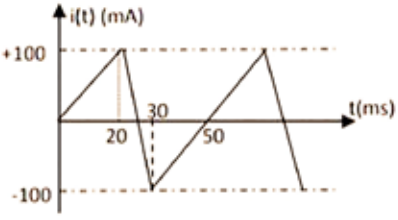
EXERCICE 12

On considère une bobine assimilable à un solénoïde théorique ayant les caractéristiques suivantes :

- Rayon moyen des spires : R = 10 cm ;
- Nombre total de spires : N = 500 ;
- Longueur de la bobine : l = 1,00 m..

1. Calculer l'inductance de la bobine sachant qu'elle est fonction des caractéristiques du solénoïde : $L = \mu_0 N^2 \frac{S}{l}$. On prendra : $\pi^2 = 10$
et $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I.

2. L'intensité du courant qui circule dans la bobine est caractérisée successivement par les valeurs suivantes exprimées en ampère : $i_1 = 2$; $i_2 = 5t + 2$; $i_3 = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t)$
Calculer la force électromotrice d'auto-induction produite dans la bobine dans chacun des trois cas.

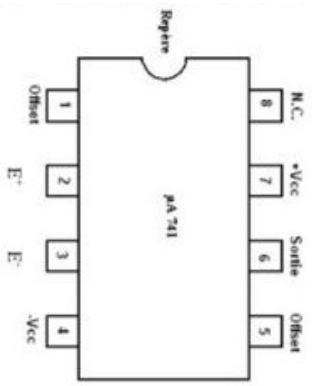


3. Un courant d'intensité i(t) traverse la bobine (représentation de la figure ci-après).
Tracer la représentation graphique de la tension U_{MN} aux bornes de la bobine sachant que le sens positif sur le conducteur va de M vers N et que la résistance de la bobine est négligeable.

MONTAGES DÉRIVATEURS ET INTÉGRATEURS

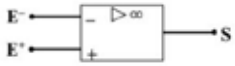
I. Rappels : Propriétés de l'amplificateur opérationnel idéal

1. Description d'un AOP



L'amplificateur opértionnel (AOP) est un circuit intégré linéaire comportant 8 bornes dont :
- une borne d'entrée inverseuse E^-
- une borne d'entrée Non inverseuse E^+
- une borne de sortie S
- deux bornes d'alimentation -Vcc et +Vcc

Son symbole est :



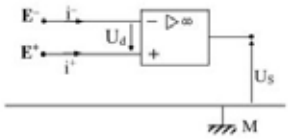
2. Fonctionnement d'un AOP

Un amplificateur opérationnel fonctionne soit en régime linéaire (amplificateur) ou en régime saturé (comparateur).
Lorsque l'amplificateur est idéal (AOP), on a les propriétés caractéristiques suivantes :

• En régime linéaire
- Les courants d'éntrée sont néglieables : i- = i+ = 0.
- L'entrée inverseuse E- et l'entrée non inverseuse E+ sont pratiquement au même potentiel : $V_{E^+} - V_{E^-} = U_d \approx 0$.
- La tension de sortie est toujours inférieure à la tension de saturation de l'AOP : $|U_S| < V_{sat}$

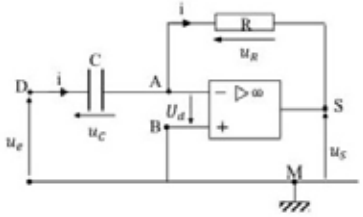
• En régime saturé

$U_S = \pm V_{sat}$



II. Montage dérivateur

1. Schéma du dispositif expérimental



2. Relation entre la tension d'entrée u_e et la tension de sortie u_S

• Considérons à l'entrée la maille MDABM :

$u_{MD} + u_{DA} + u_{AB} + u_{BM} = 0$ or $u_{MD} = -u_e$

$u_{DA} = u_C = \dfrac{q}{c}$; $u_{AB} = -u_d = 0$; $u_{BM} = 0$

D'où on a : $-u_e + \dfrac{q}{c} = 0$; $q = C.u_e$

$i = \dfrac{dq}{dt}$; $i = C\dfrac{du_e}{dt}$

• Considérons à la sortie la maille MBASM :

La loi des mailles : $u_{MB} + u_{BA} + u_{AS} + u_{SM} = 0$

$u_{MB} = 0$; $u_{BA} = U_d = 0$; $u_{AS} = u_R = Ri$; $u_{SM} = u_S$

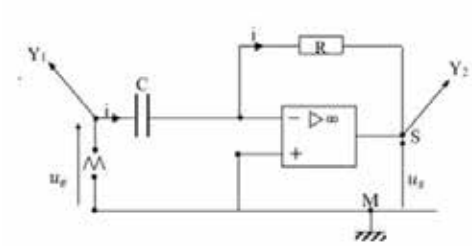
Soit $Ri + u_S = 0$; $u_S = -Ri$

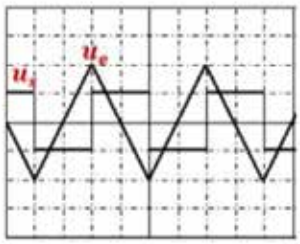
or $i = C.\frac{du_e}{dt}$; $u_S = -RC.\frac{du_e}{dt}$

La tension de sortie u_S est proportionnelle à la dérivée de la tension d'entrée u_e.

3. Cas pratique : visualisation des tensions u_e et u_S à l'oscilloscope

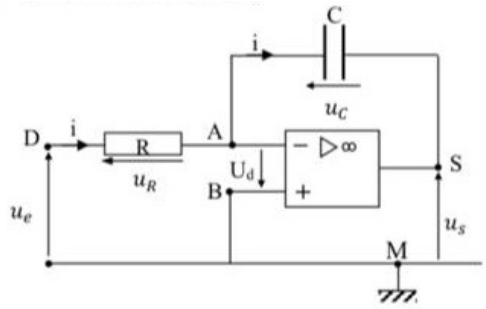
Si la tension d'entrée u_e est un signal triangulaire, la tension de sortie u_s est un signal carré.





III. Montage intégrateur

1. Dispositif expérimental



2. Relation entre la tension d'entrée et la tension de sortie

• Considérons à l'entrée la maille MDABM :

La loi des mailles : $u_{MD} + u_{DA} + u_{AB} + u_{BM} = 0$

$u_{MB} = 0$; $u_{AB} = U_d = 0$; $u_{AS} = u_C = \frac{q}{C}$; $u_{SM} = u_S$

$u_C + u_C = 0$; $u_S = -u_C = -\frac{q}{C}$

$\frac{du_S}{dt} = -\frac{1}{C}\frac{dq}{dt}$ or $i = \frac{dq}{dt} = \frac{u_e}{R}$

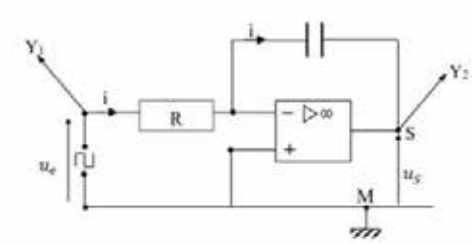
$\frac{du_S}{dt} = -\frac{1}{RC}u_e$ soit $u_S = -\frac{1}{RC}\int_0^t u_e dt$

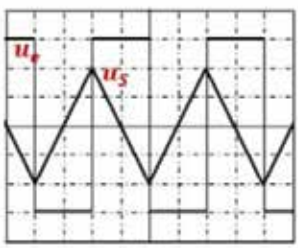
La dérivée de la tension de sortie u_S est proportionnelle à la tension d'entrée u_e.

La tension de sortie u_S est proportionnelle à une primitive de la tension d'entrée u_e.

3. Cas pratique : visualisation des tensions u_e et u_S à l'oscilloscope

La réponse à une tension d'entrée u_e rectangulaire est une tension de sortie u_S triangulaire.

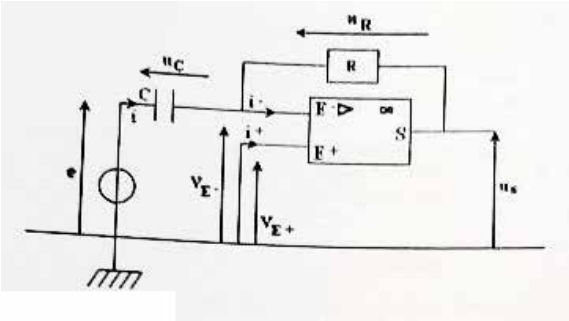




IV. Intérêt des montages

- Un montage dérivateur permet de transformer une tension d'entrée en sa dérivée.
- Un montage intégrateur permet de transformer une tension d'entrée en primitive.

EXERCICE 1



C = 50 nF ; R = 20 $k\Omega$.

Dans le montage ci-dessus, l'amplificateur opérationnel est idéal et fonctionne en régime linéaire, c'est-à-dire : $VE^+ = VE^-$; $i^+ = i^- = 0$.

1. En respectant les conventions utilisées sur le schéma, exprimer les tensions u_C en fonction de e et u_R en fonction de u_S .

2. Exprimer la tension de sortie u_S en fonction de R, C et de la dérivée $\frac{de}{dt}$ de e par rapport au temps.

3. De quel type de montage s'agit-il ? Justifier votre réponse.

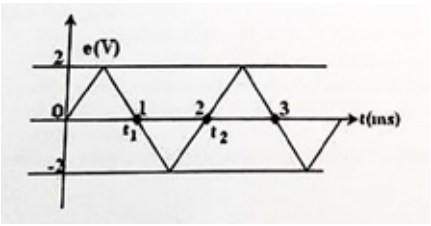
4. La tension d'entrée e(t) est une tension «en dents de scie» dont les caractéristiques sont portées sur le graphe ci-dessous.

4.1. Déterminer la période T et la fréquence N de ce signal.

4.2. Exprimer le signal de sortie u_S (t).

4.3. Représenter sur le même graphe : e(t) et u_S (t).

Echelle : 1cm représente 0,5 ms ; 1 cm représente 1V



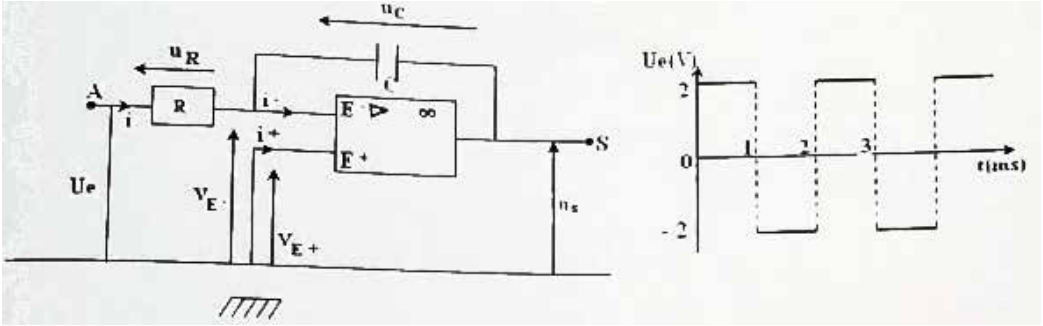
EXERCICE 2

On considère le montage ci-contre :

L'amplificateur est idéal et fonctionne en régime linéaire, c'est-à-dire, $i^+ = i^- = 0$ et $Vi^+ - Vi^- = 0$.

1. Etablir la relation entre Ue et U_R d'une part et Us et U_C d'autre part.

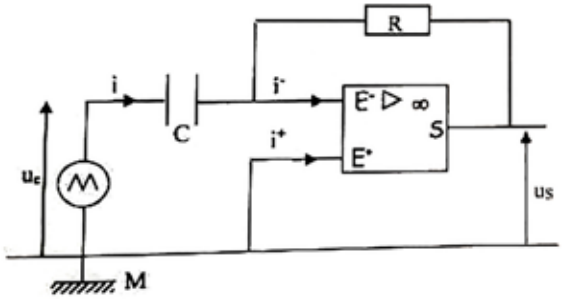
2. En déduire la relation entre US et Ue. Quel est le nom du montage ?



3. Le graphe ci-dessous donne la représentation de la tension d'entrée Ue.
Déterminer l'expression de la tension de sortie Us pour $0 \leq t \leq 1$ et pour $1 \leq t \leq 2$.
On suppose qu'à t = 0 ; Us = 0 et t = 1s ; Us = -1V ; R = $10^6\ \Omega$ et C = 2 μF

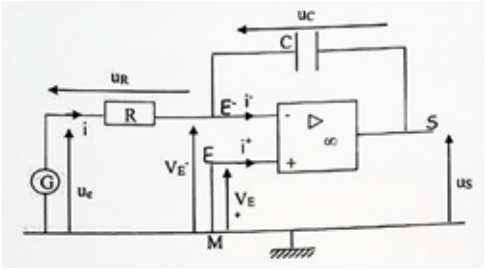
EXERCICE 3

On réalise le montage schématisé sur la figure 1. L'A.O est parfait et fonctionne en régime linéaire. Vsat = $\pm$ 13 V. On donne R = $10^4\ \Omega$ et C = 0,1 μF. La tension d'entrée est représentée sur la figure 2.

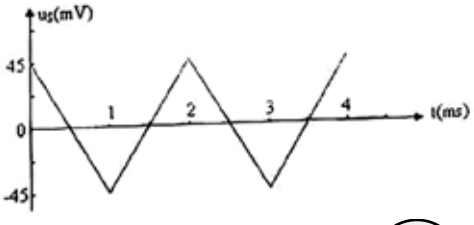


1. Etablir la relation entre Ue et Us.
2. Calculer la fréquence N de la tension d'entrée Ue.
3. Pour 0<t<1 ms :
a) Etablir l'expression littérale de Ue = f(t) en fonction de Uemax et de la fréquence N.
b) En déduire l'expression littérale de US en fonction de R, C, Ue_{max} et N.
c) Pour que le fonctionnement de l'A.O reste linéaire, la fréquence N doit être inférieur à une fréquence N_0. Exprimer N_0 en fonction de Vsat, R, C et Ue_{max}.
d) Calculer N_0.
4. Reproduire le graphe Ue = f(t) et compléter en représentant Us = g(t).

EXERCICE 4



R = 2,2 $k\Omega$; C = 0,1 μF
Dans le montage ci-dessus (figure 1), l'amplificateur opérationnel est considéré comme idéal.
1.
1.1. Etablir la relation entre US et Ue.
1.2. De quel type de montage s'agit-il ? Justifier.
2. Sur le graphe ci-dessus (figure 2) est représenté la tension de sortie US(t).
2.1. Déterminer le signal d'entrée Ue(t) délivrée par le générateur. Quelle est sa valeur maximale ?
2.3. Représenter sur le même graphe : Ue(t) et US(t).
Echelle : 1cm représente 0,5 ms ; 1cm représente 10 mV.



EXERCICE 5

On applique à un montage intégrateur une tension d'entrée Ue, carrée, représentée ci-contre.

1. Fairs le schéma du montage.
2. Détermine l'amplitude Ue_{max}, la période T et la fréquence N de Ue.
3. On obtient à la sortie une tension triangulaire Us.

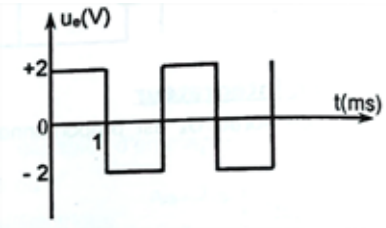
3.1. Etablis la relation entre Ue, R, C et $\frac{dU_S}{dt}$.

3.2. En déduis l'expression de Us pour $t \in \left[0; \frac{T}{2}\right]$ sachant qu'à t = 0, Us = 0.

4. On donne R = 4 $k\Omega$,

4.1. Détermine la valeur de t, pour laquelle Us prend pour la 1ère fois, sa valeur minimale.

4.2. Calcule la valeur de la capacité C du condensateur pour que cette valeur minimale soit égale à -10 V.



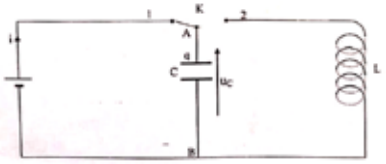
OSCILLATION ÉLECTRIQUE LIBRE

I. Définition d'un oscillateur électrique

Soit un condensateur chargé de charge q et de capacité C. Relions les bornes de ce condensateur à celles d'une bobine purement inductive d'inductance L. Le circuit obtenu est un oscillateur électrique libre ou un circuit L, C.

Charge et décharge d'un condensateur dans un circuit LC.

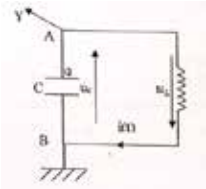
1. Montage expérimental de la charge d'un condensateur par un générateur de tension continue.



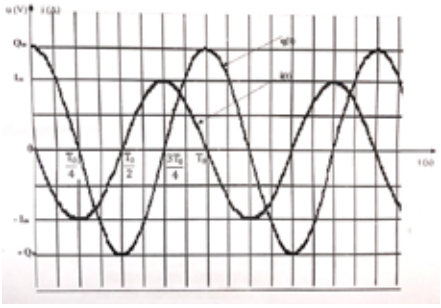
Le conmmulateur K est en position 1, le condensateur se charge. Selon la polarité du générateur, la charge de l'armature A est q = $Q_m > 0$ à la fin de la charge.

2. Etude de la charge et de la décharge du condensateur

2.1) Visualisation à l'oscilloscope



Le commutateur K est en position 2, le circuit oscillant est ainsi constitué.



2.2) Interprétation de la charge et de la décharge

- La charge du condensateur a lieu lorsque sa charge q varie de 0 à $\pm Q_m$
- La décharge se produit lorsque sa charge q varie de $\pm Q_m$ à 0.

- La charge ou la décharge du condensateur s'effectue en un **quart de période** $\left(\frac{T_0}{4}\right)$, ainsi, sur une période T_0, il y a deux quarts de périodes de décharges et deux quarts de périodes de charge du condensateur.

Dans notre exemple sur une période T0 :

- Les deux intervalles de décharge du condensateur dans la bobine sont : de 0 à $\frac{T_0}{4}$, la charge q varie de Q_m à 0, puis de $\frac{T_0}{2}$ à $\frac{3T_0}{4}$, la charge q varie de $-Q_m$ à 0

- Les deux intervalles de charge du condensateur par la bobine sont : $\frac{T_0}{4}$ à $\frac{T_0}{2}$, la charge q varie de $-Q_m$ à 0 ; puis de $\frac{3T_0}{4}$ à T_0, la charge q varie de 0 à Q_m et le cycle recommence.

Remarque :

Durant la demi-période de 0 à $\frac{T_0}{2}$, le courant circule du point A au point B. Le courant i est négatif car la charge q de l'armature A reçoit des électrons (charge négative) donc q diminue, sa variation par rapport au temps $i = \frac{dq}{dt}$ est négative.

De $\frac{T_0}{2}$ à T, le courant i circule de B vers A. La charge q perd des électrons, q augmente par rapport au temps, $i = \frac{dq}{dt}$ est positif.

II. Equation différentielle de charge et décharge du condensateur

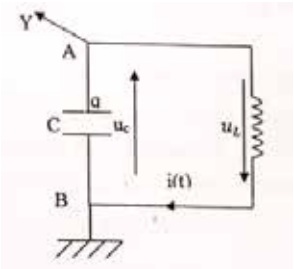
1- Equation différentielle du circuit

Aux bornes du condensateur : $u_C = \frac{q}{c}$

Aux bornes de la bobine : $u_L = L.\frac{di}{dt}$

$u_C = u_{AB}$ et $u_L = u_{BA}$

or $u_{AB} + u_{BA} = 0$ donc $u_L + u_C = 0$



Soit $L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0 \implies \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$

2- Solution de l'équation différentielle

2.1- Vérification de la solution de l'équation différentielle

Montrons que $q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$, q est appelée la charge à l'instant t est une solution de l'équation différentielle :

$q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\dot{q}(t) = i(t) = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$q(t) = -\omega_0^2 Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

donc $\ddot{q}(t) = -\omega_0^2.q$ d'où $\ddot{q}(t) + \omega_0^2.q = 0$

$q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution si et seulement si $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

2.2- Caractéristiques de la solution

- Q_m est l'amplitude de charge ou charge maximale, en coulomn (C)
- φ est la phase à l'origine des dates, t = 0 en radian (rad)

Q_m et φ sont des constantes qui dépendent des conditions initiales

- $\omega_0 t + \varphi$ est la phase à l'instant t.
- pulsation propre : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (rad/s)
- période propre : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$ (s)
- fréquence propre : $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ (Hz)

III- Energie emmagasinée dans le circuit LC

L'énergie total emmagasinée dans le circuit LC à chaque instant est donnée par l'expression :

$E = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$

avec $E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ énergie électrostatique du condensateur ;

$E_m = \frac{1}{2}Li^2$ énergie magnétique de la bobine.

on a : $q = Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ et $i = -Q_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\Longrightarrow E = \frac{1}{2}LQ_m^2\omega_0^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}\frac{Q_m^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi)}{C}$

Or $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Longrightarrow L\omega_0^2 = \frac{1}{C}$ d'où

$E = \frac{Q_m^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi)}{2C} + \frac{Q_m^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi)}{2C} = \frac{Q_m^2}{2C}[\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)]$

$\Rightarrow E = \frac{Q_m^2}{2C}$ c'est l'énergie initiale du condensateur chargé, elle est **constante**.

En utilisant $I_m = \omega_0 Q_m$, on obtient :

$E = \frac{1}{2}LI_m^2$ énergie maximale emmagasinée dans la bobine.

L'énergie totale d'un circuit oscillant se conserve. Il y a transformation mutuelle d'énergie électrostatique en énergie électromagnétique.

Remarque : Si la résistance du circuit n'est pas nulle, l'énergie diminue progressivement à cause des pertes par effet joule dans la résistance.

IV. Analogie oscillateur mécanique-oscillateur électrique.

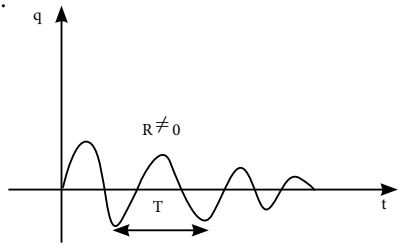
Analogie	Oscillateur électrique	Oscillateur mécanique
Equation différentielle	$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$	$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$
	Charge électrique q	Elongation x
	Intensité $i = \dot{q}$	Vitesse $v = x$
	Auto-inductance L	Masse m
	Inverse de la capacité du condensateur $\frac{1}{C}$	Raideur du ressor k
Pulsation propre	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$
Période propre	$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$	$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
	Energie électrique du condensateur $Ee = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$	Energie potentielle élastique $E_P = \frac{1}{2}kx^2$
	Energie magnétique dans la bobine $E_m = \frac{1}{2}Li^2$	Energie cinétique $E_C = \frac{1}{2}mv^2$

Energie totale	$E = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$	$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$

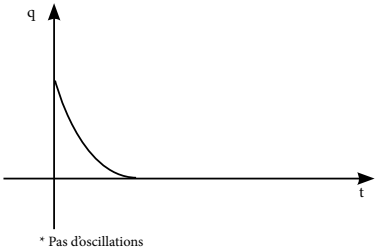
V- Entretien des oscillations

1- Cas d'un circuit avec bobine résistive

Dans la pratique, la bobine présente une faible résistance : il y a donc perte d'énergie par effet joule. Dans ce cas on observe des oscillations amorties ou à un régime apériodique quand la résistance R augmente.



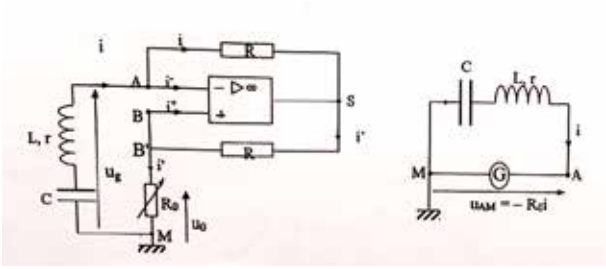
* Oscillations amorties
* Régime pseudo-périodique (pseudo-période T)



* Pas d'oscillations
* Régime apériodique

2- Entretien des oscillations

Pour entretenir les oscillations il faut placer un générateur auxiliaire qui compense l'énergie perdue par effet joule (ri^2). L'utilisation d'un amplificateur opérationnel selon le dispositif ci-après permet de réaliser cette opération.



L'équation différentielle s'écrit : $\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} + ri = R_0 i$

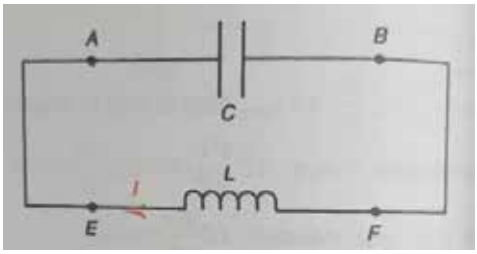
D'où $$\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} + (r - R_0)i = 0$$

On obtient un générateur équivalent à un conducteur ohmique à résistance négative $(-R_0)$ avec $R_0 = r$, r étant la résistance interne de la bobine.

Le système oscillant est entretenu :

EXERCICE CORRIGÉ 1

Un circuit comprend un condensateur de capacité C et une bobine, d'inductance L = 10 mH et de résistance négligeable. H est le siège d'oscillations électriques.



La tension aux bornes du condensateur est, en volts : $U_{AB} = 5\cos 100\pi t$
le temps étant en secondes.

1) Préciser l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur, la pulsation, la période et la fréquence des oscillations

2) Déterminer la tension aux bornes de la bobine.
On oriente la bobine de F vers E. Exprimer l'intensité i(t) du courant en fonction du temps.

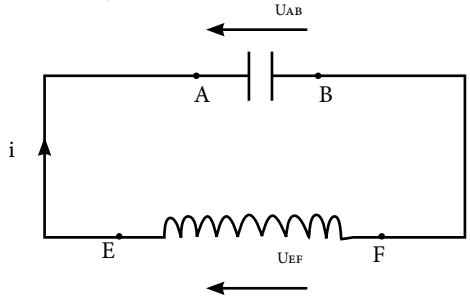
3) Calculer la capacité C du condensateur.

4) Déterminer l'énergie $\mathcal{E}_c$, dans le condensateur et l'énergie $\mathcal{E}_m$ emmagasinée dans la bobine à l'instant t. Préciser les énergies emmagasinées maximales.

5) Vérifier que l'énergie totale : $\mathcal{E}_t = \mathcal{E}_e + \mathcal{E}_m$ est constante.

SOLUTION

1) $u_{AB} = 5\cos 100\pi t = (U_{AB})_m \cos \omega_0 t$ donc $(U_{AB})_m = 5V$
$\omega_0 = 100\pi = 314\ rad.s^{-1}$
$T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 0,02s$
$f_0 = \dfrac{1}{T_0} = 50\ Hz$



2) Le circuit étant orienté de F vers E, à tout instant t, on a :
$u_{AB} + u_{EF} = 0$; $u_{FE} = -u_{AB} = u_L$ (1) Soit $u_L = -5\cos(100\pi t)$ en V or
$u_{FE} = L\dfrac{di}{dt}$ (2)
On déduit de (1) et (2) que : $i = -\dfrac{1}{L}\int u_{AB}dt = -\dfrac{1}{0,01}\left(\dfrac{5}{100\pi}\sin(100\pi t)\right)$
$i = -1,59\sin(100\pi t)$

3) $LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow C = \dfrac{1}{L\omega_0^2} = 1,01.10^3 \approx 10^3 F$

4)

$$\varepsilon_e = \frac{1}{2} C u_{AB}^2 = \frac{1}{2} 10^3 (5 \cos 100\pi t)^2$$

$$\varepsilon_e = 0,0125 \cos^2 (100\pi t) = (\varepsilon_e)_m \cos 2(100\pi t) \quad en\ J$$

d'où

$$(\varepsilon_e)_m = 0,0125\ J$$

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2}(0,01)(-1,59 \sin 100\pi t)^2$$

$$\varepsilon_m = 0,0126 \sin^2 (100\pi t)\ en\ J$$

d'où $(\varepsilon_m)_m = 0,0126\ J \approx (\varepsilon_2)_m$

5)

$$\varepsilon_T = \varepsilon_e + \varepsilon_m = 0,0125 \cos^2 100\pi t + 0,0126 \sin^2 100\pi t$$

$$\varepsilon_T \approx 0,0125 \cos^2 100\pi t + 0,0125 \sin^2 100\pi$$

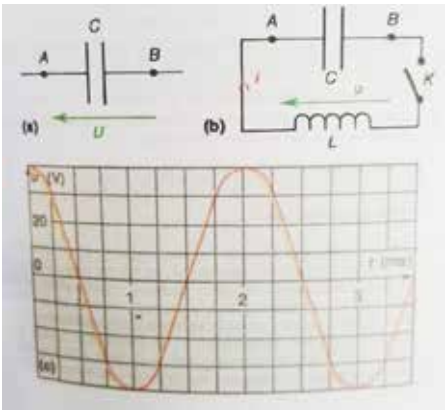
$$\varepsilon_T \approx 0,0125 (\cos^2 100\pi t + \sin^2 100\pi)$$

$$\varepsilon_T \approx 0,0125\ J$$

ε_T est donc constante, égale à l'énergie totale du circuit oscillant.

EXERCICE CORRIGÉ 2

1) Un condensateur de capacité C est chargé sous une tension constante U (figure a).



Calculer la charge Q portée par l'armature, ainsi que l'énergie emmagasinée ε_e
Application numérique : C = 10^{-6} F; U = 40 V.

2) Le condensateur C, chargé dans les conditions précédentes, est isolé, puis relié à une bobine d'inductance L. La résistance du circuit est négligeable (figure b).

On ferme l'interrupteur K à l'instant t= 0, Un oscillographe permet de visualiser la tension u(t) aux bornes de la bobine. On obtient la courbe représentée figure c.

a- On note q(t) la charge portée par l'armature A à la date t. L'intensité i(t) du courant est comptée positivement dans le sens indiqué sur la figure.

A partir de la courbe observée, exprimer u(t) en fonction du temps. Préciser la tension maximale et la pulsation

b- Calculer l'inductance L de la bobine.

c- Représenter graphiquement l'intensité i(t) pour t compris entre 0 et 3,5 ms.

d- Déterminer les énergies emmagasinées dans le condensateur et dans la bobine à l'instant t = 0,75 ms

SOLUTION

1) Q = CU = 4.10-5 C et $\varepsilon_e = \frac{1}{2}CU^2 = 8.10^{-4}\ J$

2) a- La courbe représentée est une fonction sinusoïdale : $u(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$
avec $U_m = 40V$

$T_0 = 2.10^{-3} s\ \ \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 1000\pi = 3141\ rad.s^{-1}$

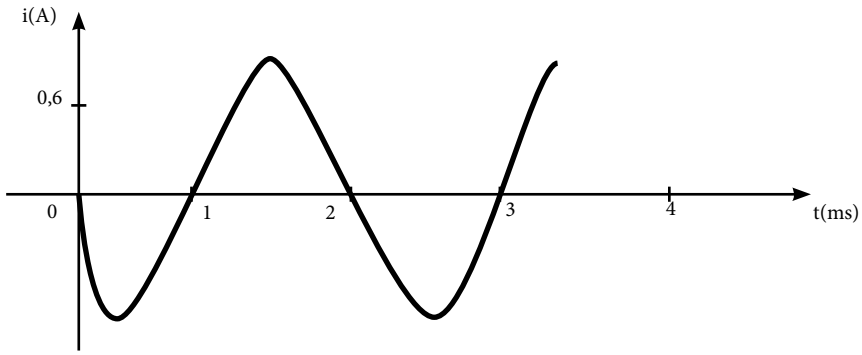
à l'instant t = 0, $u(0) = U_m \cos\varphi = U_m \Rightarrow \varphi = 0$ d'où $u(t) = 40\cos(1000\pi t)$ en V.

$LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2} = 0,1\ H$

b- $u_L(t) = -u(t) = -40\cos(1000\pi t)$ (1) or $u_L(t) = L\frac{di}{dt}$ (2)

de (1) et (2) il vient: $i(t) = -\frac{40}{L}\int \cos(1000\pi t)dt \Rightarrow i(t) = -0,12\sin(1000\pi t)$ en A.

c- Tracer de $t \rightarrow i(t)$



d- D'après 2a) $u(t) = 40\cos(1000\pi t)$ or $\varepsilon_C(t) = \frac{1}{2}Cu^2(t)$

à t = 0,75.10^{-3} s $\varepsilon_C = \frac{1}{2}(10^{-6})[40\cos(1000\pi \times 0,75.10^{-3})]^2$

(l'angle étant exprimé en radian) ε_C = 4.10^{-4} J

D'autre part, l'énergie totale d'un circuit comportant un condensateur et une inductance pure étant constante : $\varepsilon_C(t) + \varepsilon_b(t) = \varepsilon_e(t)$

$\varepsilon_b(t) = \varepsilon_e(t) - \varepsilon_c(t)$

à t = 0,75.10^{-3} s ε_b = 8,10^{-4} - 4.10^{-4} = 4.10^{-4} J

EXERCICE 1

Coche la case V si la proposition est vraie ou la case F si la proposition est fausse.

		V	F
1	Dans un circuit LC, si on multiplie par quatre (4) la valeur de L, la période des oscillation est multipliée par quatre.		
2	Le dispositif qui entretient les oscillations fournit l'énergie perdue par transfert thermique.		
3	Dans un circuit LC comportant une résistance, l'énergie initialement stockée dans le condensateur va être intégralement transmise à la bobine.		
4	Des oscillations électriques existent dans tout circuit RLC.		
5	L'énergie totale d'un oscillateur non amorti est constante.		
6	La pseudo période des oscillations peu amorties est pratiquement égale à la période propre T0 du circuit LC idéal.		
7	La résistance totale du circuit est responsable de l'amortissement des oscillations		
8	L'énergie totale d'un oscillateur amorti augmente à cause de l'effet joule.		

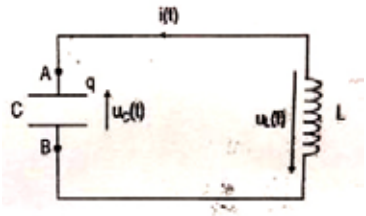
EXERCICE 2

Au cours d'une séance de TP, le professeur de Physique-Chimie propose à votre groupe d'étudier l'évolution des énergie emmagasinées dans le condensateur et dans la bobine au cours du temps. Cette étude se fait en deux étapes. Il s'agira d'abord d'établir l'équation horaire du circuit puis d'en faire l'étude énergétique.

Pour ce faire, il réalise l'expérience dont le montage comprend un condensateur de capacité C = 0,10 μF et une bobine d' , L = 1,0 H et de distance négligeable.

A la date t = 0, le condensateur, initialement chargé sous une tension U_0 = 12 V, est connecté à la bobine.

On note i(t) l'intensité algébrique du courant à l'instant t et q(t) la charge portée par l'armature du condensateur reliée au point A.



1- Etablissement de l'équation horaire

1.1- Calcule l'énergie emmagasinée dans le condensateur en fin de charge.

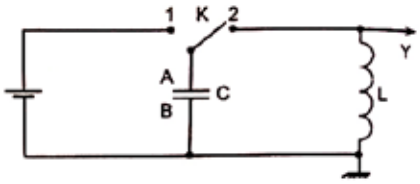
1.2- Etablir l'équation différentielle $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$ du circuit, où q est la charge portée par l'armature A.

1.3- Vérifie que la solution de cette équation différentielle est de la forme: $q(t) = Q_m \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi\right)$

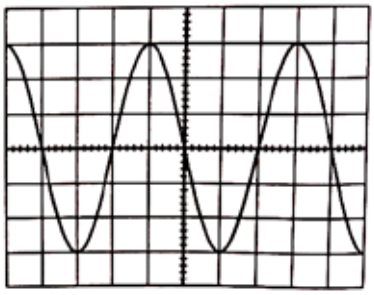
1.4- Détermine Q_m et φ
1.5. Calcule la pulsation propre ω_0 et la période propre T0 du circuit.

2- Etude énergétique
2.1- Détermine les expressions en fonction du temps de :
2.1.1- L'intensité i(t) du courant électrique;
2.1.2- L'énergie Ec(t) emmagasinée dans le condensateur;
2.1.3- L'énergie EL(t) emmagasinée dans la bobine.
2.2- Montrer qu'a chaque instant l'énergie totale E est conservée.

EXERCICE 3



Un circuit est constitué par un condensateur de capacité C = 1,0 μF et une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.
Le condensateur est chargé sous une tension UAB = U1 = 3V, l'interrupteur K étant en position 1. Il est ensuite relié à la bobine lorsque K est placé en position 2.
On étudie l'évolution, au cours du temps, de la tension instantanée UAB = U que l'on observe sur la voie Y de l'oscilloscope.


Sensibilité verticale : 1 V/div
Sensibilité horizontale : 0,5 ms/div

1. Etablis l'équation différentielle du circuit oscillant LC vérifiée par la charge q(t).
2. Propose une solution de l'équation différentielle et vérifie-la. En déduis l'expression de ω_0.
3. Déduis de l'oscillogramme représenté ci-contre,
3.1- La période propre des oscillations;
3.2- La pulsation propre des oscillations;
3.3- La fréquence propre des oscillations;
3.4- La valeur de l'inductance L de la bobine;
3.5- La valeur Imax de l'intensité du circuit.

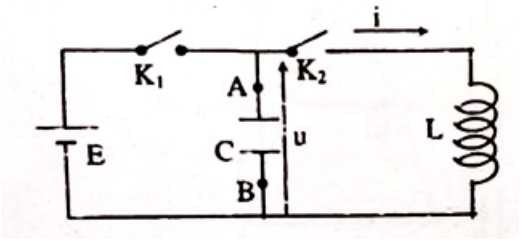
EXERCICE 4

On considère le circuit électrique fermé comprenant un condensateur AB de capacité C et une bobine d'inductance L = 40 mH et de résistance négligeable. La tension aux bornes du condensateur a pour expression UAB = 2 cos(5000t) [UAB en V, t en s].
1. Donne l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur et de la pulsation propre.
2. Calcule la capacité C du condensateur.
3. Etablis successivement les expressions de la charge q(t) portée par l'armature A du condensateur et de l'intensité i(t) du courant circulant dans le circuit.
Indique le sens positif de i sur un schéma électrique.
4. Démontre que l'énergie électromagnétique emmagasinée dans le circuit est constante.
Calcule sa valeur numérique.
5. En déduis la valeur de la tension UAB au moment où l'intensité du courant vaut i = 8 mA.
6. Dis ce que deviennent ces oscillations, si la résistance de la bobine n'est pas négligeable ?

EXERCICE 5

Kossi et Moussa réalisent le montage dont la figure est ci-dessous (voir support). Ensuite, ils font les deux opérations suivantes :
- 1ère opération : l'interrupteur K_2 étant ouvert, ils ferment K_1 puis après quelques secondes, l'ouvrent de nouveau.
- 2ème opération : A l'instant t = 0s, ils ferment l'interrupteur K_2. Ils veulent établir l'équation différentielle du circuit de K2.

On donne : E = 15 V ; C = 0,4 μF ; L = 80 mH



On note :
- i l'intensité algébrique du courant dans la bobine (voir figure);
- q la charge de l'armature supérieur du condensateur.

1. Lors de la 1ère opération, calculer la valeur de la charge q_0 portée par l'armature « supérieur » du condensateur.
Calculer, dans ces conditions, l'énergie électrostatique $\mathcal{E}_E$ et l'énergie magnétique $\mathcal{E}_M$ emmagasinées, respectivement, dans le condensateur et dans la bobine.
2. Après la 2ème opération :
- Ecrire la relation existant entre i et $\frac{dq}{dt}$;
- En exprimant de deux façons différentes la tension u aux bornes de la bobine, établir l'équation différentielle du circuit : $\frac{d^2u}{dt} + \frac{1}{LC}u = 0$

3. Vérifie que la solution de cette équation différentielle est de la forme :
$u = U_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$. Calculer numériquement Umax et φ sachant qu'à l'instant initiale l'intensité i est nulle.

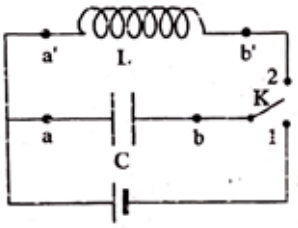
4. Déterminer la valeur numérique de la période propre T_0 du circuit et calculer, à l'instant $\frac{T_0}{4}$:
- la charge q de l'armature supérieur ;
- l'intensité i dans la bobine ;
- l'énergie électrostatique $\mathcal{E}'_E$ et l'énergie magnétique $\mathcal{E}'_M$ présentes dans le circuit.

5. Répondre aux mêmes questions qu'en 4), mais en considérant l'instant $\frac{T_0}{2}$.

EXERCICE 6

Le montage, représenté ci-dessous et réalisé par Oved et Roger, comporte un solénoïde de longueur ℓ = 50 cm, N = 200 spires et de diamètre D = 5 cm, un condensateur de capacité C = 0,5 μF et une source de tension électrique continue de valeur U_0 = 10 V. Les deux élèves chargent le condensateur en plaçant l'interrupteur dans la position 2.
Ils veulent montrer que l'énergie emmagasinée dans le circuit est globalement constant.
- On supposera le champ magnétique uniforme à l'intérieur du solénoïde (avant son branchement

dans le circuit).
- On rappelle que la perméabilité de l'air est voisine de celle du vide :
$\mu_0 = 4\pi .10^{-7}$ H/m.
- Schéma du montage.



- On suppose que le circuit étudié ici a une résistance négligeable.
1. Etablir l'expression de l'auto-inductance L de ce solénoïde puis calculer la valeur numérique de L.
2. a) Donner l'expression de l'intensité instantanée i du courant qui circule dans le solénoïde à partir de l'instant $t_0 = 0$ où l'on ferme l'interrupteur en position 2.
Sur le schéma, on précisera les conventions d'orientation qui permettent de définir les valeurs algébriques du courant et des tensions.
b) Déterminer la valeur de la pulsation propre de l'oscillateur électrique ainsi réalisé.
3. Montrer que l'énergie emmagasinée dans le circuit constitué par le condensateur et le solénoïde est globalement constante.
Dire si ceci est possible dans la réalité. Justifie la réponse.

EXERCICE 7

(Certaines questions de cet exercice seront traitées sur la feuille annexe à rendre avec la copie).
On étudie la charge et la décharge d'un condensateur non polarisé.

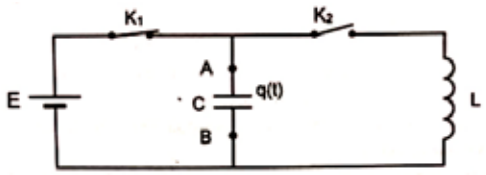


Figure 1

1. Charge du condensateur
L'interrupteur K1 est fermé et K2 est ouvert (figure). On charge le condensateur de capacité C = 1,5 μF grâce à une pile de f.é.m. E = 12 V. Détermine en fin de charge :
1.1- La tension U_0 aux bornes du condensateur;
1.2- L'énergie E_0 emmagasinée par le condensateur.
2. Décharge du condensateur
Ce condensateur peut se décharger dans une bobine d'inductance L = 0,55H et de résistance négligeable. Pour cela, on ouvre K_1 puis à la date i = 0, on ferme K_2 (figure 2).

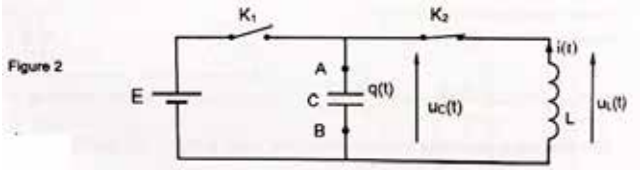


Figure 2

2.1-
2.1.1- Exprime la tension Uc(t) aux bornes du condensateur. On notera que $q_A(t) = q(t)$.
2.1.2- Exprime la tension $U_L(t)$ aux bornes de la bobine.
2.1.3- Déduis des expressions précédents l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension Uc(t) au cours du temps.

2.2. La tension aux bornes du condensateur peut s'écrire sous la forme $U_C = Um\cos\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right)$ où U_m et T_0 sont des constantes.

Montre que l'intensité du courant dans le circuit peut s'écrire sous la forme
$i(t) = -\,\mathrm{Im}\sin\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right)$ avec $\mathrm{Im} = Um\sqrt{\frac{C}{L}}$

2.3- Variation de la tension Uc(t) aux bornes du condensateur et de l'intensité i(t) du courant dans le circuit.

2.3.1- Complète le tableau figurant sur la feuille annexe.

2.3.2- Représente sur un même graphique (feuille annexe), les variations de Uc(t) et i(t) pour $t \in [0, T_0]$. Les axes des ordonnées sont confondus.

2.2.3- Indique sur le condensateur de la feuille annexe, le sens du courant et le signe des porteurs de charges portées par les armatures pour $\frac{T_0}{4} < t < \frac{T_0}{2}$ et $\frac{3T_0}{4} < t < T_0$.

2.4- Etude énergétique

2.4.1- Détermine à chaque instant les expressions des énergies EC(t) et EL(t) emmagasinées respectivement dans le condensateur et dans la bobine.

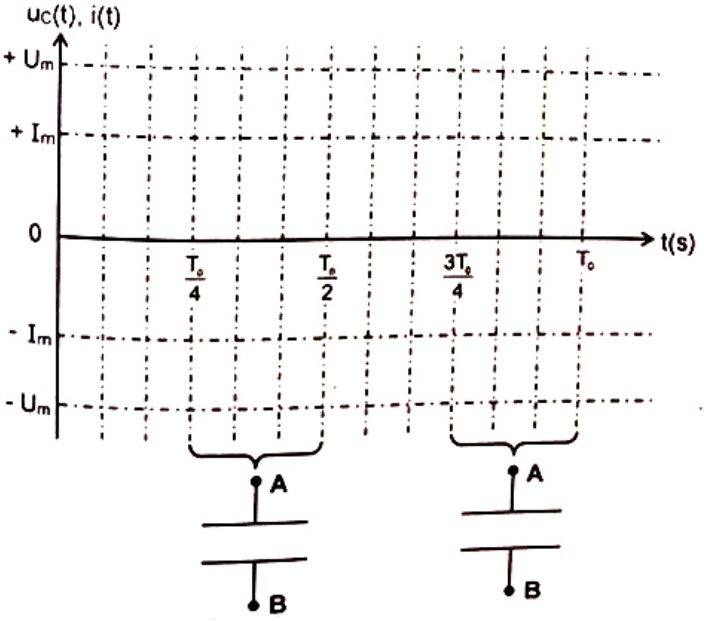
2.4.2- Montre qu'à chaque instant, l'énergie totale se conserve.

FEUILLE ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Question 2.3.1

t(s)	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
Uc(t) (V)					
i(t) (A)					

Question2.3.2



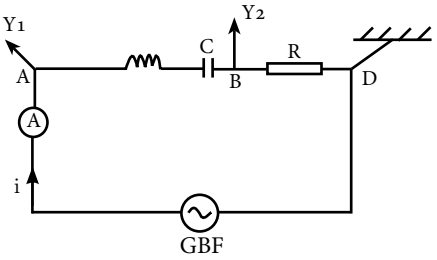
Question 2.3.3

CHAPITRE 11

CIRCUIT RLC EN RÉGIME SINUSOÏDAL FORCE

I- Montage expérimental

Branchons en série un conducteur ohmique de résistance R, un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L.



1) Observation

- Sur la voie Y_1(U) de l'oscillogramme, on observe la tension U_{AD}. U_{AD} est la tension aux bornes du circuit RLC qui est également la tension aux bornes du générateur «GBF».
- Sur la voie Y_2 (i) de l'oscillogramme, on observe la tension U_{BD}. U_{BD} est la tension aux bornes de la résistance c'est-à-dire aux bornes du conducteur ohmique.

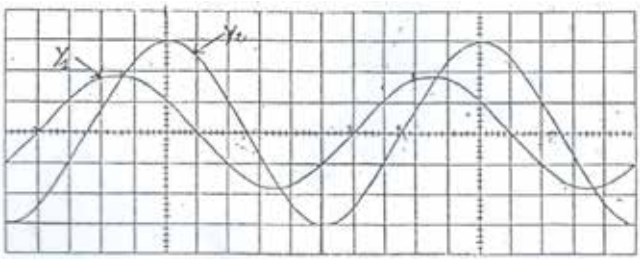
Sur la voie Y_2, on observe également la variation de l'intensité du courant électrique car U_{BD} est proportionnelle à l'intensité i du courant c'est-à-dire

$U_{BD} = U_R = Ri$

2) Etude de l'oscillogramme

L'oscillogramme est un appareil qui permet de visualiser les variations de la tension et de l'intensité au cour du temps.

Observons les variations de la tension et de l'intensité du courant de l'expérience précédente, sur l'oscillogramme ci-dessous.



- Sur la voie Y_1 on observe la tension aux bornes du circuit RLC.
- Sur la voie Y_2 on observe la tension aux bornes de la résistance R et de l'intensité du courant.

3) Conclusion

Quelle que soit la fréquence du GBF, on observe deux sinusoïdes de même période T, donc de même fréquence. On affirme simplement que la tension «U» et l'intensité «i» ont les mêmes périodes et les mêmes fréquences.

Convention d'écriture de la tension et du courant en régime sinusoïdal

a) En prenant le courant i comme origine des phases, les tensions et l'intensité instantanées s'écrivent :

$U = U_m\cos(\omega t + \phi)$ et $i = T_m\cos(\omega t)$

b) En prenant la tension U comme origine des phases, la tension et l'intensité instantanées s'écrivent :

$U = U_m\cos(\omega t)$ et $i = I_m\cos(\omega t - \phi)$

Dans les deux cas, ϕ est appelé différence de phase (ou déphasage) entre la tension U et l'intensité i et exprime le décalage entre les deux sinusoïdes.

Remarque

- Si $\phi > 0$: alors la tension U est en avance sur l'intensité
- Si $\phi < 0$: alors la tension U est en retard sur l'intensité
- Si $\phi = 0$: alors la tension U et i sont en phase.

NB : Nous pouvons connaître le signe de ϕ à partir d'un oscillogramme.

Méthode

- La courbe qui atteint son sommet maximal la première ou qui coupe l'axe des temps la première est celle qui est en avance.
- Si la courbe de la tension U et de l'intensité i atteignent leurs sommets maximal au même moment ou coupent l'axe des temps au même moment, alors la tension U et l'intensité i son en phase. Dans se cas $\phi = 0$.

Exemple :

Revenons à l'expérience de la figure 2.

Sur l'oscillogramme de la figure 2, la courbe de la tension U atteint son sommet maximal avant celle de l'intensité i. Donc la tension U est en avance par rapport à l'intensité i donc $\phi > 0$.

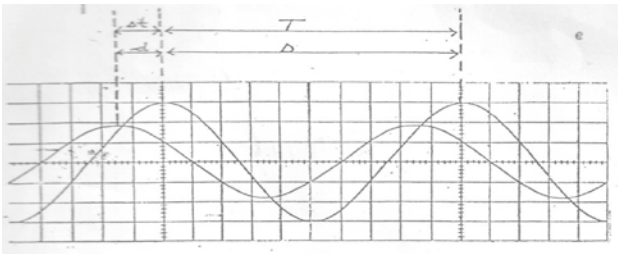
4) Détermination de ϕ à l'aide des oscillogrammes

Pour une fréquence N quelconque du GBF, les deux sinusoïdes sont décalées l'une par rapport à l'autre.

La tension U et l'intensité i ne sont pas en phase.

$$|\phi| = 2\pi\frac{\Delta t}{T} = 2\pi\frac{d}{D}$$

Δt : C'est la durée qui sépare les deux sommets voisin.
T : C'est la période du circuit (RLC).
d : c'est le nombre de division entre les deux sommets maximal (voisin).
D : C'est le nombre de division de la période T.



II- Tension et intensité

1) Tension efficace

La tension efficace aux bornes d'un dipôle est :

(V) → $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ ← (V)

$$U_m = U.\sqrt{2}$$

U : La tension efficace (V)
U_m : La tension maximale (V)

2) Intensité efficace

L'intensité efficace aux bornes d'un dipôle est :

(A) → $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ ← (A)

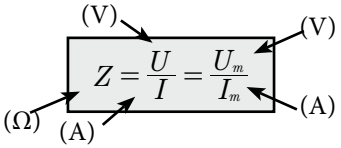
$$I_m = I.\sqrt{2}$$

I : L'intensité efficace (A)
I_m : L'intensité maximale (A)

III- Impédance d'un dipôle

1) L'impédance d'un dipôle

L'impédance d'un dipôle est définie par le rapport :



$$U = Z.I \qquad U_m = Z.I_m$$

2) Impédance d'un dipôle RLC

$$Z = \sqrt{R_t^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Z = Impédance du circuit (RLC) en ohm (Ω)
Rt : Résistance total du circuit
L : Impédance de la bobine (H)
ω_0 : Pulsation propre (rad/s)
C : Capacité en tarade (F)

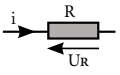
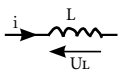
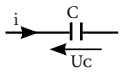
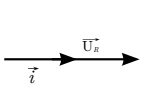
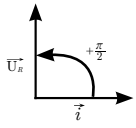
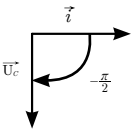
3) Différence de phase entre u et i

$$\tan\phi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R_t} \qquad \tan\phi = \frac{U_L - U_C}{U_R} \qquad \cos\phi = \frac{R_t}{Z}$$

IV- Présentation d'un diagramme de Fresnel dans un circuit RLC.

C'est une représentation vectorielle des grandeurs sinusoïdes.

1) Tableau récapitulatif

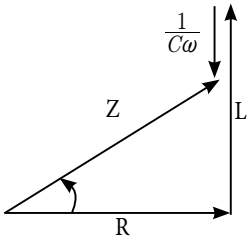
	Résistance R	Bobine L	Capacité C
Schéma			
Loi d'ohm	$U_R = Ri$	$U_L = L\frac{di}{dt}$	$i = C\frac{dU_C}{dt}$
Impédance Z (Ω)	$Z_r = R$	$Z_L = L\omega$	$Z_C = \frac{1}{C\omega^2}$
Relation entre les valeurs efficaces	$U_R = Z_R I = RI$	$UL = ZLI = L\omega I$	$U_C = Z_C I = \frac{1}{C\omega} I$
Différence de phase ϕ (rad)	$\phi_R = 0$	$\phi_L = +\frac{\pi}{2}$	$\phi_C = -\frac{\pi}{2}$
Représentation de Fresnel			

2) Construction d diagramme de Fresnel dans U circuit RLC

Dans ce cas nous avons 3 cas de figure.

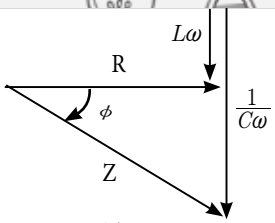
1er cas Circuit inductif

- $L\omega > \frac{1}{C\omega}$
- Le circuit est inductif
- La tension U est en avance par rapport à l'intensité i.
- $\phi > 0$



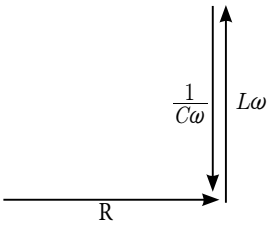
2eme cas Circuit capacitif

- $L\omega < \frac{1}{C\omega}$
- Le circuit est capacitif
- La tension U est en retard par rapport à l'intensité i
- $\phi < 0$



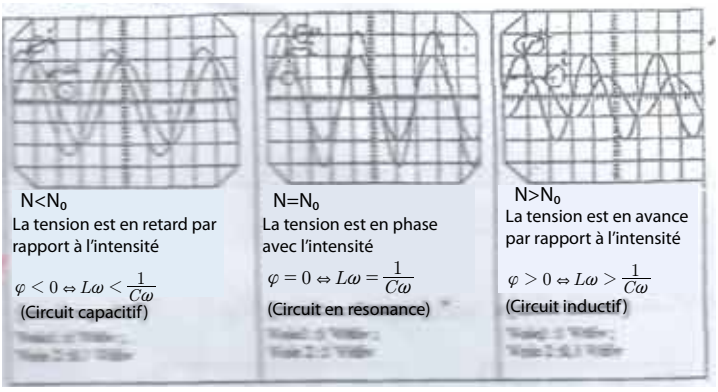
3e cas Circuit en résonance d'intensité

- $L\omega = \frac{1}{C\omega}$
- Le circuit est en résonance d'intensité
- La tension U et l'intensité i sont en phase
- $\phi = 0$



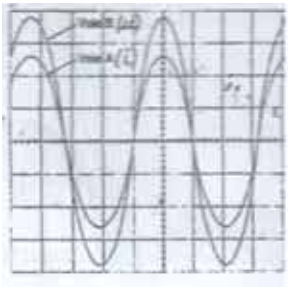
V-Résonance d'intensité

Lorsqu'on fait varier la fréquence N du générateur tout en maintenant constante l'amplitude U_m de la tension délivrée par le générateur, on observe 3 type d'oscillogramme.



Expérience

En faisant varier la fréquence de la tension U dans le montage de la figure . Nous constatons que, pour une certaines valeur de cette fréquence, l'intensité efficace du courant est maximale.



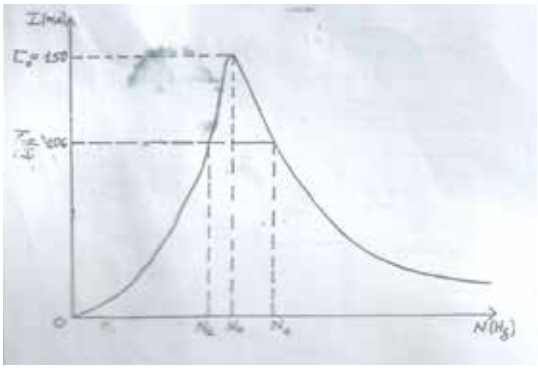
On dit que le phénomène observé est la résonance d'intensité. La tension U et l'intensité i sont en phase. Nous observons ce phénomène sur l'oscillogramme ci-contre.

1) Courbe de la résonance d'intensité

On fait varier la fréquence N du GBF tout en maintenant la tension efficace U constante à ses bornes. L'ampèremètre mesure efficace du courant qui parcourt le circuit pour chaque valeur de N.

Tableau de mesures

N(Hz)	0	100	160	180	185	200	202	206	210	220	260
I(mA)	0	16	50	90	107	150	107	100	80	50	30



A partir de la courbe nous avons:
- L'intensité efficace qui est I_0 = 150 mA
- La fréquence propre qui est N_0 = 200 Hz

2) Bande passante à 3dB (décibels)

C'est l'intervalle de fréquence pour lequel l'intensité efficace I est supérieur ou égale à $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

Soit N_1 et N_2 les deux fréquences limites de la bande passante : $I(N_1) = I(N_2) = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

(Hz) → $\Delta N = N_2 - N_2$ Méthode graphique

$\Delta N = \frac{R_t}{2\pi L}$ Méthode Théorique

3) Facteur de qualité

Par définition, le facteur de qualité est le rapport Q est sans unité.

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{L\omega_0}{R_t} = \frac{1}{R_t C\omega_0}$$

4) Tension à la résonance

A la résonance on a : $U_C = \frac{1}{C\omega_0} \times I_0$ et $U_L = L\omega_0 \times I_0$ or $L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$

donc

$$U_C = U_L = QU$$

5) Calcul de la tension efficace et de l'intensité efficace à la résonance d'intensité.

$U = ZI_0$ or à la résonance R = Rt donc $U = RtT_0$ $I_0 = \frac{U}{R_t}$

6) Les caractéristiques de la résonance d'intensité

A la résonance d'intensité :
- La tension U et l'intensité i sont en phase
- L'intensité efficace est maximale
- $L\omega = \frac{1}{C\omega}$
- $\phi = 0$
- R = Rt
- I_0 = Im

Remarque :
- A la résonance d'intensité, l'intensité efficace est maximale
- A la résonance d'intensité l'impédance est minimale

VI- Puissance en régime sinusoïdal

Puissance moyenne

- Pour un conducteur ohmique

$P_R = U_R I \cos\phi_R$ or $\phi_R = 0$ alors $\boxed{P_R = U_R I = RI^2}$

- Pour une bobine parfaite

$P_L = U_L I \cos\phi_L$ or $\phi_L = \frac{\pi}{2}$ alors $\boxed{P_L = 0}$

Une bobine parfaite ne consomme pas de puissance électrique.

- Pour un condensateur parfait

$P_C = U_C I \cos\phi_P$ or $\phi_C = -\frac{\pi}{2}$ donc $\boxed{P_C = 0}$

Un condensateur parfait ne consomme pas de puissance electrique.

- Pour un circuit RLC

$P_{RLC} = U_{RLC}\ I\cos\phi_{RLC}$ avec $\cos\phi_{RLC} = \frac{Rt}{Z_{RLC}}$ ou $\tan\phi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R_t}$

Remarque :

La puissance moyenne dissipée par un dipôle RLC est unique par effet joule puisque le condensateur et la bobine ne consomme pas de puissance, par conséquent

NB : Dans un circuit RLC :

- Les impédances se s'additionnent pas c'est-à-dire $Z \neq Z_R + Z_L + Z_C$
- Les tensions efficaces ne s'additionnent pas c'est-à-dire $U_{RLC} \neq U_R + U_L + U_C$

Rappel

1) La période propre T_0

La période c'est le temps mit pour faire un tour s → $\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}}$ ← rad/s

2) La fréquence propre N_0

C'est le nombre de tour par seconde ou l'inverse de la période.

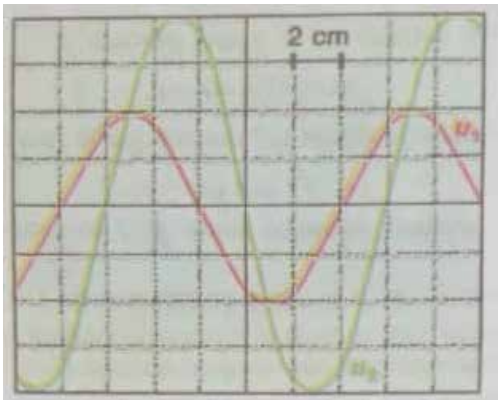
s → $\boxed{N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$

3) La pulsation propre ω_0

rad/s → $\boxed{\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = = 2\pi N_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

EXERCICE CORRIGÉ 1

On a observé sur (écran d'un oscillographe deux tensions u_1 et u_2. Le calibre sur les deux voies est de 5 V. cm^{-1} ; la base de temps est sur la position 0,1 ms . cm^{-1}.



1) Déterminer les énergies emmagasinées dans le condensateur et dans la bobine à l'instant t = 0,75 ms

2) On prend comme référence la tension u1 qu'on écrit sous la forme : $u_1 = U_{m1}\cos\omega t$.

a) Pour quelles valeurs de ωt cette tension est-elle maximale ?

b) La tension u2 se met sous la forme : $u_2 = U_{m2}\cos(\omega t + \varphi)$

Exprimer en fonction de φ les valeurs de tut pour lesquelles cette tension est maximale.

c) Comparer les deux séries de valeurs de ωt obtenues en a) et en b)

En déduire à ('aide de l'oscillogramme que u2 est en retard de phase ($\varphi < 0$) par rapport à u1 Calculer φ .

3) Expliciter u1 et u2 en remplaçant les constantes par leurs valeurs numériques.

SOLUTION

1) $U_{1m} = 5 \times 2 = 10V$ et $U_{2m} = 5 \times 8 = 40V$

Une période s'inscrit sur 12 cm, donc T = 12 X 0,1 ms = $1{,}2.10^{-3}$ s et $f = \frac{1}{T} = 833{,}3\ Hz$

$\omega = 2\pi f = 5235{,}98 \approx 5236\ rad.s^{-1}$

2) a- u1 est maximale si $\cos\omega t = 1\,;\omega t = 0$

b- u2 est maximale si $\cos(\omega t + \varphi) = 1\,;\omega t + \varphi = 0 \Rightarrow \omega t = -\varphi$

u1 prend sa valeur maximale avant u2. On en déduit que $\varphi < 0$. D'où $\frac{|\varphi|}{2\pi} = \frac{\theta}{T}$ (θ étant le décalage horaire)

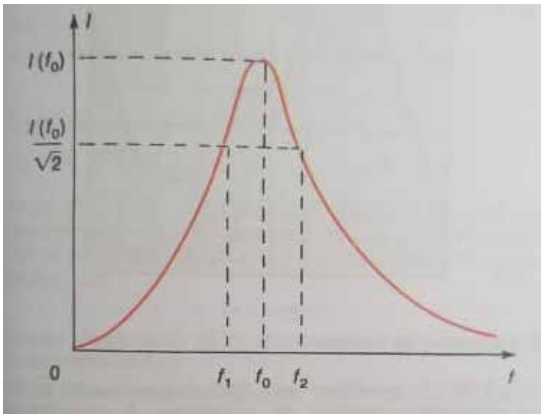
$|\varphi| = 2\pi \times \frac{1}{6} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} = -60°\ \ (car\ \varphi < 0)$

3) $u_1 = U_{m1}\cos\omega t \Rightarrow u_1 = 10\cos(5236t)$ et

$u_2 = U_{2m}\cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow u_2 = 40\cos\left(5236t - \frac{\pi}{3}\right)$

EXERCICE CORRIGÉ 2

La figure représente une courbe obtenue expérimentalement lors de l'étude de la résonance d'intensité dans un circuit ; ce dernier, alimenté par un générateur B.F., comporte en série un conducteur ohmique de résistance R, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, un condensateur de capacité C.



On note i l'intensité efficace dans le circuit pour une fréquence f imposée par le générateur B.F., φ est la phase de la tension par rapport à l'intensité.
Le générateur délivre une tension efficace U = 5 V. A partir de la courbe expérimentale, on a obtenue : f = 1125 Hz ; i(f0) = 50 mA ; $f_2 - f_1 = 160$ Hz.
1) Déterminer les valeurs de R, Q, L et C.
2) On se place à la résonance d'intensité.
a- Calculer les tensions efficaces aux bornes de la résistance, du condensateur et de la bobine.
b- Représenter dans un diagramme de Fresnel les tension U_R, U_C, U_L et U. On précisera l'échelle choisie.
3) On se place maintenant à la fréquence f1 = 1045 Hz.
a- Calculer les amplitudes des tensions aux bornes de chacun des dipôles.
b- Déterminer les phases φ_1 de la tension par rapport à l'intensité.
c- Représenter dans un diagramme de Fresnel les tensions U_E, U_C, U_L et U. Retrouver graphiquement les valeurs de φ_1

SOLUTION

1) $*U = RI(f_0) \Rightarrow R = \dfrac{U}{I(f_0)} \Rightarrow R = \dfrac{5}{5.10^{-3}} = 100\Omega$

* Le facteur de qualité $Q = \dfrac{f_0}{\Delta f} = \dfrac{1125}{160} = 7,03 \approx 7$

* $\Delta f = \dfrac{R}{2\pi L} \Rightarrow L = \dfrac{R}{2\pi \Delta f}$; $L = 0,099 \approx 0,1H$

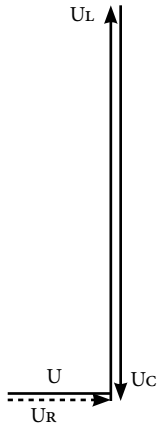
* $Q = \dfrac{1}{RC\omega_0} \Rightarrow C = \dfrac{1}{RQ\omega_0} = \dfrac{1}{2\pi Q f_0} = \dfrac{1}{2\pi \times 7 \times 1125} = 0,2.10^{-6}\ F$

2) a- A la résonance, $U_R = U = 5V$ et $U_C = U_L = L\omega_0 I(f_0) = 2\pi L f_0 I(f_0) = 35V$

b- Diagramme de Fresnel. Echelle 1cm ⟷ 5V

$U_R = U = 5V$ (représenté par 1 cm)

$U_L = U_C = 35$ V (représenté par 7 cm)



3) a- Tension aux bornes des différents dipôles.

$I_1 = \frac{I(f_0)}{\sqrt{2}} = 0{,}035\ A$ et $\omega_1 = 2\pi f_1 = 6566\ rad.s^{-1}$

$U_R = RI1 = 3{,}5$ V et $U_L = L\omega_1 I_1 = 22{,}7V$ (résultat obtenue avec la valeur non arrondi de L)

$U_C = \frac{1}{C\omega_1} \approx 26{,}3V$ et $U_L = L\omega_1 I_1 = 22{,}7V$ (résultat obtenue avec la valeur non arrondi de C)

b- $\tan\varphi_1 = \frac{L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}}{R}$ avec $\omega_1 = 2\pi f_1 = 6566\ rad.s^{-1}$

AN : $\tan\varphi_1 = -1{,}04 \approx -1 \Rightarrow \varphi = -45°$

c)Représentation de FRESNEL

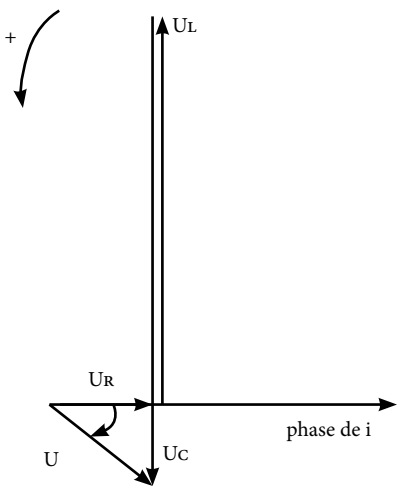
Echelle : 1cm ⟷ 2,5 V

$U_R = 3{,}5$ V (représenté par 1,4 cm)

$U_L = 22{,}7$ V (représenté par 9 cm)

$U_C = 26{,}3$ V (représenté par 10,5 cm)

U = 5V (représenté par 2 cm)

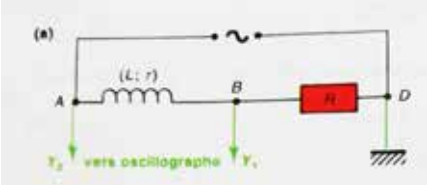


EXERCICE CORRIGÉ 3

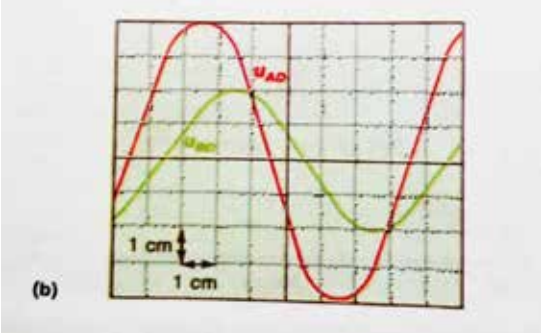
1) un dipôle AD comprend en série une bobine de résistance r et d'inductance L, un conducteur ohmique de résistance R = 20 Ω. On applique aux bornes du dipôle une tension sinusoïdale d'expression (en V) : $u_{AD} = U\sqrt{2}\cos\omega t$.

L'intensité instantanée est alors exprimée par : $i_{AD} = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$

On branche un oscillographe bicourbe (figure a). Le balayage est réglé à 2,5 ms.cm^{-1}, la sensibilité des voie Y1 et Y2 à 1V.cm^{-1}.



On observe sur l'écran la figure b.



a- Déduire de ces courbes :
— la période des oscillations.
— la pulsation et la fréquence ;
— les valeurs de U et de r.
— le phase de I intensité par rapport à la tension u

b- Exprimer l'impédance Z en fonction de L, R, r et ω.

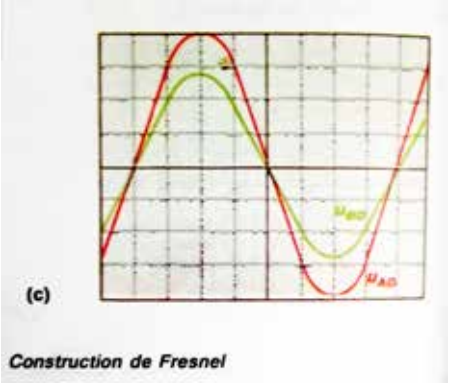
c- Montrer que : $\cos\varphi = \dfrac{R+r}{Z}$ et $\sin\varphi = -\dfrac{L\omega}{Z}$

d- Déduire dos mesures la valeur de Z puis celles de r et L.

2) On intercale entre A et B en série avec la bobine, un condensateur de capacité C = 112 µF. Sans changer tes réglages de l'oscillographe, on observe sur l'écran la figure c.

a- Quel est le nouveau déphasage entre i_{AB} et u_{AD} ? vérifier que ce résultat est compatible avec la valeur de L dans la question 1)

b- Quelle est la nouvelle valeur de l'intensité maximale ? En utilisant ce résultat, retrouver la valeur de r.



SOLUTION

1) a- La période s'étend sur 8 cm : T = 8 X 2,5.10^{-3} =20 ms
Pulsation et fréquence

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 314,15\ rad.s^{-1}$ $f = \frac{1}{T} = 50\ Hz$

$U = U_{AD} = \frac{(U_{AD})}{\sqrt{2}}$ or $(U_{AD})_m = 4 \times 1 = 4\ V \Rightarrow U = 2,8\ V$

$I_m = \frac{(U_{BD})_m}{R}$ avec $(U_{BD})_m = 2 \times 1 = 2V$; $I_m = 0,1\ A$ *et* $I = \frac{0,1}{\sqrt{2}} = 0,07\ A$

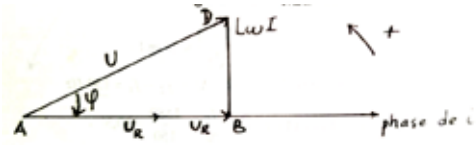
phase φ de i sur u

$|\varphi| = 2\pi \frac{0}{T} = 2\pi \times \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$, i étant en retard sur u

$\varphi = -\frac{\pi}{4}$

b- $Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

c- Qualitativement, le diagramme de FRESNEL est le suivant :



$\cos\varphi = \frac{AB}{AD} = \frac{U_R + U_r}{U} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{R+r}{Z}$ et $\sin|\varphi| = \frac{BD}{AD} = \frac{L\omega i}{ZI}$ φ étant négatif $\sin\varphi = -\frac{L\omega}{Z}$

d- $Z = \frac{U}{I} \Rightarrow Z = 40\Omega$

Valeur de r : $\cos\varphi = \frac{R+r}{Z} \Leftrightarrow r = Z\cos\varphi - R$

AN : $r = 40\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - 20 = 8,28 \approx 8,3\Omega$

Valeur de L : $\sin\varphi = -\frac{L\omega}{Z} \Leftrightarrow L = -\frac{Z\sin\varphi}{\omega}$

AN : $L = -\frac{40\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)}{314} = 0,09\ H$

2) a- u_{BD} (donc i_{AD}) et u_{AD} prenant leur valeur maximale aux mêmes instants, le déphasage ϕ entre i_{AD} et u_{AD} est nul : il yа résonance d'intensité :
- Intensité et tension délivrées par le générateur sont en phase.
- L'intensité efficace est maximale.
- L'impédance du dipôle AD est minimale.

$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2} = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 C}$

AN : $L = \frac{1}{(2\pi 50)^2 \times 112.10^{-6}} = 0,09\ H$

b- $(I_0)_m = \frac{(U_{BD})_m}{R}$ avec $(U_{BD})_m = 2,8V$ et $R = 20\Omega \Rightarrow (I_0)_m = 0,14\ A$

$\cos|\varphi| = \frac{R}{Z} = \frac{20}{438} \Rightarrow |\varphi| = 87,4° \Rightarrow \varphi = -87,4°$

EXERCICE CORRIGÉ 4

On considère un dipôle contenant, montés en série, un condensateur ohmique de résistance R, une bobine de résistance négligeable et d'inductance L, un condensateur de capacité C. On applique aux bornes de ce dipôle une tension sinusoïdale u de fréquence f réglable de 10 Hz à 10000 Hz, de valeur efficace 5 V.

1) Donner l'allure de la courbe représentative des variations de l'intensité efficace I en fonction de f.

2) Le maximum de I est I0 = 250 mA, obtenu pour f0 = 355 Hz. D'autre part, la valeur de l'intensité efficace correspondant à f1 = 390 Hz est : $I_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0 = 177\ mA$

a- Calculer la valeur de R.

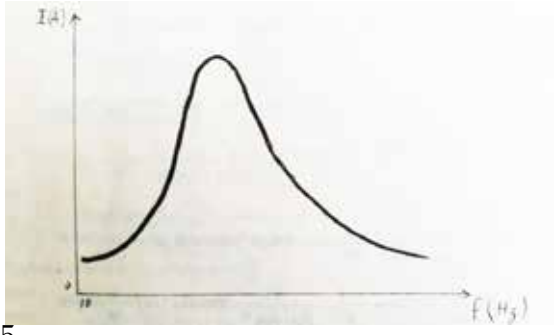
b- Trouver des relations entre L, C et f, d'une part, L, C et f0 d'autre part. En déduire L et C.

3) Pour la fréquence f1, représenter graphiquement $Y_1 = Ri(t)$ et $Y_2 = u(t)$ que l'on observerait sur un oscillographe dont on précisera le branchement sur un schéma.

Echelles : 0,4 ms par cm ; 2V par cm.

SOLUTION

1) Allure de la courbe



2) a- $R = \frac{U}{I_0} = \frac{5}{0,25} = 20\Omega$

b- $Z' = \left(\frac{U}{I_1}\right)^2 = R^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)^2$

$$\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R^2 = \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)^2 \Leftrightarrow \left(2\pi L f_1 - \frac{1}{2\pi C f_1}\right)^2 = 398\ (1)$$

D'autre part $LC\omega_0^2 = 1 \rightarrow (2\pi f_0)^2 LC = 1\ \ (2)$

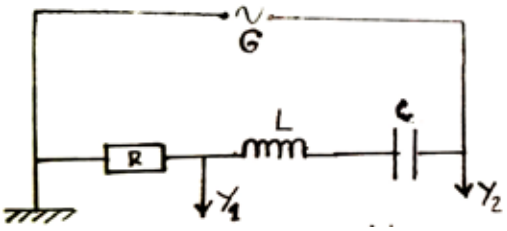
De (2), on tire : $\frac{1}{C} = (2\pi f_0)^3 L$

(1) devient alors $\left(2\pi L f_1 - \frac{(2\pi f_0)^2 L}{2\pi f_1}\right)^2 = 398 \Rightarrow \left[2\pi f_1 - \frac{2\pi f_0^2}{f_1}\right]^2 L^2 = 398$

L'application numérique donne : $2,255^{-3} L^2 = 398 \Rightarrow L = 0,047 \approx 0,05\ H$ et

$\frac{1}{C} = (2\pi \times 355)^2 (0,05) \Rightarrow C = 4,019.10^{-6} \approx 4,02.10^{-6}\ F$

3) Schéma de montage



Représentation graphique

On prends la phase de i pour origine des phases. L'intensité instantanée s'écrit alors : $i(t) = I_1\sqrt{2}\cos\omega t$ donc $Y_1 = U_R(t) = RI_1\sqrt{2}\cos\omega t$ et $Y_2 = u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ où $\varphi = (\vec{\mathbf{I}}, \vec{\mathbf{U}})$

- La période des oscillations est $T = \frac{1}{f_1} = 2,56\ ms$ (de longueur 6,4 cm sur l'écran).

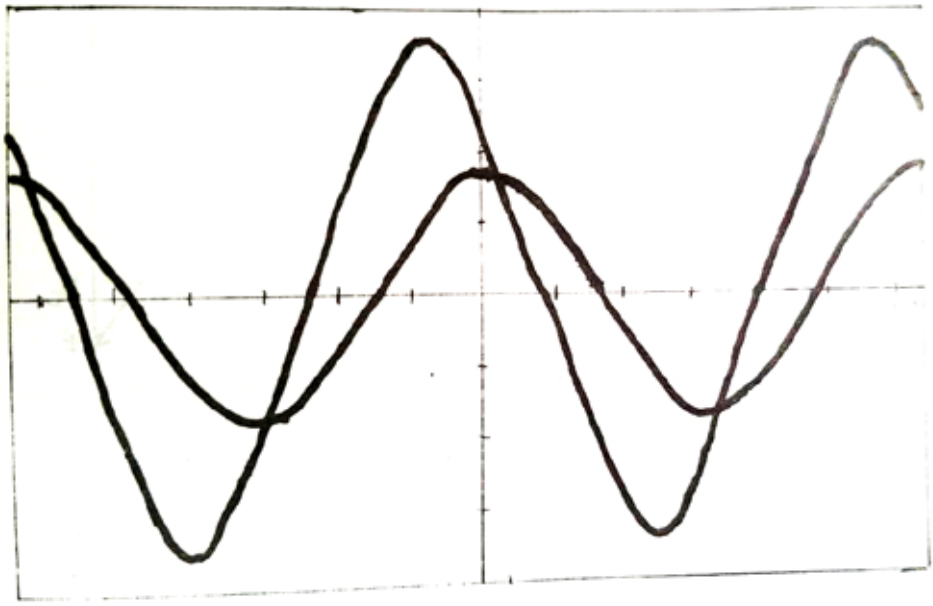
- $\tan\varphi = \frac{L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}}{R} = 1,04 \approx 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$ (u est en avance sur i)

et $|\varphi| = 2\pi\frac{0}{T} \Rightarrow 0 = \frac{|\varphi|}{2\pi}T \Rightarrow 0 = \frac{T}{8}$ (de longueur 1,6 cm sur l'écran)

- L'amplitude de Y1 est $RI\sqrt{2} = 3,54\ V$ (représentée par 1,7 cm)

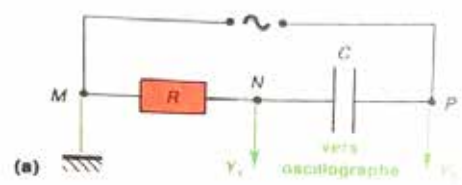
L'amplitude de Y2 est $U\sqrt{2} \simeq 7\ V$ (représentée par 3,5 cm)

D'où la figure

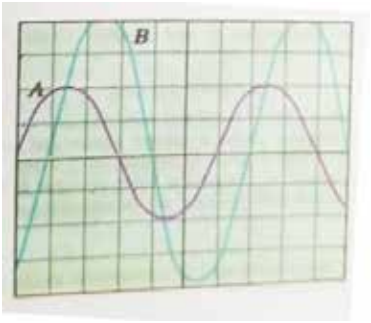


EXERCICE CORRIGÉ 5

On place en série, entre Met N, un conducteur ohmique de résistance R = 100 Ω, entre Net P, un condensateur de capacité C. On alimente l'ensemble entre M et P par une tension sinusoïdale de fréquence f. On branche un oscillographe bicourbe (figure a).



1) Indiquer quelles sont les tensions observées sur chacune des voies de l'oscillographe.
2) Le réglage de l'oscillographe correspond, pour les deux voies :
— en abscisses, à 1 ms par division ;
— en ordonnées, à 2 V par division.
On observe l'oscillogramme représenté sur la figure b.



a/ Quelle est la période de la tension d'alimentation ?
b/ En utilisant les valeurs maximales des deux voies, identifier les courbes de chacune de ces voies.
c/ Quelle est l'intensité maximale du courant?
d/ Quelle est la phase de la tension d'alimentation par rapport à I intensité du courant ?
3a/ Calculer l'impédance du dipôle (M, P),
b) Calculer l'impédance et la capacité du condensateur.

SOLUTION

1) La voie 1 visualise la tension aux bornes du conducteur ohmique et la voie 2, celle aux bornes du générateur.

2) a- T = 6 divisions T = 6.10^{-3} s et $\omega = \frac{2\pi}{T}$ = 1047 rad.s-1
b- Le diagramme qualitatif de FRESNEL du dipôle MP est le suivant : Dans un dipôle série (R,C).
L'intensité est en avance sur la tension. Sur l'oscillogramme, i(t) correspond donc à la courbe

A qui prend sa valeur maximale avant la courbe B.

c- On lit $(U_R) = 4\,V \Rightarrow I_m = \dfrac{(U_R)_m}{R} = \dfrac{4}{100} = 0,04\,A$

d- Soit $\varphi = (\vec{\mathbf{I}}, \vec{\mathbf{U}})$, phase retard de u sur i. $\cos|\varphi| = \dfrac{(U_R)_m}{U_m} = \dfrac{4}{8} \Rightarrow |\varphi| = 60°$

φ étant négatif, $\varphi = -60°$

3) a- $Z_{MP} = \dfrac{U_m}{I_m} = \dfrac{8}{0,04} = 200\Omega$

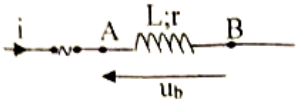
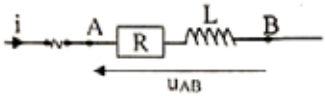
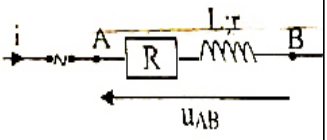
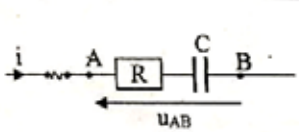
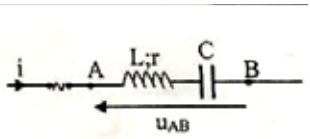
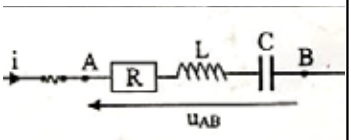
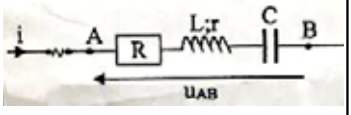
b- On a $\sin\varphi = -\dfrac{Z_C}{Z_{MP}} \Rightarrow Z_C = -Z_{MP}.\sin\varphi$

AN : $Z_C = -200.\sin(-60) = 173,2 \approx 173\Omega$

$Z_C = \dfrac{1}{C\omega} \Rightarrow C = \dfrac{1}{Z_C\omega} = \dfrac{1}{1047 \times 173} \Rightarrow C = 5,5.10^{-6}\,F$

EXERCICE 1

Complète le tableau suivant :

Dipôles associés entre A et B	ZAB (Impédance)	$\tan \varphi_A$ (phase)	Diagramme de Fresnel
			
			
			
			
			
			
			

EXERCICE 2

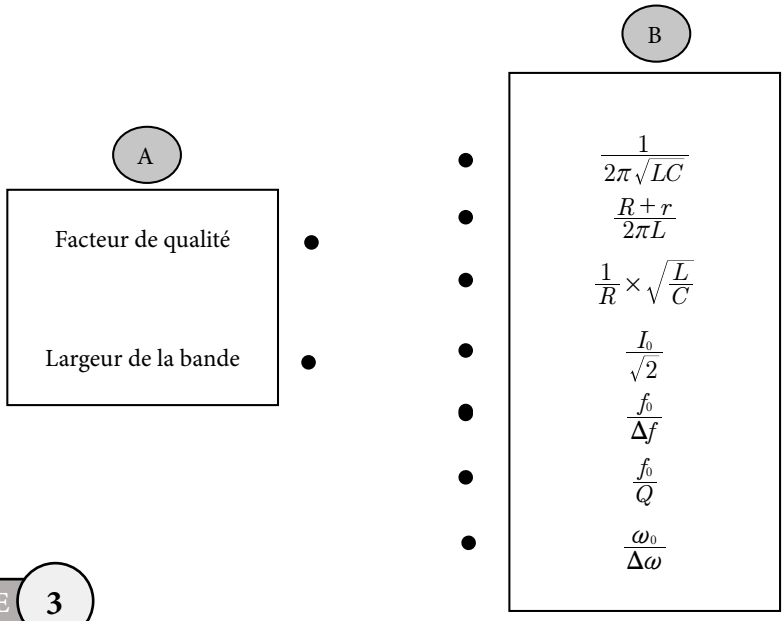
Partie A

Ecris V pour vrai et F pour faux dans la case correspondant à chacune des propositions suivantes:

1	L'intensité du courant dans un circuit alimenté par une tension alternative sinusoïdale a la plus petite valeur efficace à la résonance.	
2	Il ya surtension aux bornes de la bobine et du condensateur à la résonance.	
3	Le facteur de qualité est une grandeur qui a pour expression $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$	
4	La résonance est aussi caractérisée par la relation $LC\omega_0^2 = 1$	
5	La bande passante d'un circuit RLC caractérise la courbe de résonance.	
6	La phase $\varphi_{u/i}$ à la résonance est toujours supérieure à zéro.	
7	La valeur de la résistance du circuit RLC influence le phénomène de résonance.	
8	La résonance est floue, lorsque le facteur de qualité est grand.	
9	Connaissant les valeurs de la résistance, de l'inductance et de la qualité dans un circuit RLC série, on détermine le facteur de qualité Q.	
10	L'impédance du circuit RLC est connu à la résonance.	

Partie B

Relie par un trait, chaque grandeur physique de l'ensemble A à ses expressions dans l'ensemble B.



EXERCICE 3

Partie A

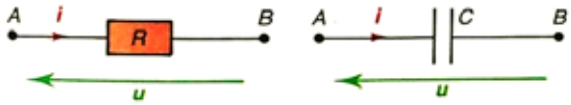
1- Quelles sont les unités S.I. de fréquence et de pulsation ?

2- Quelle est l'unité d'impédance ?

3- Quelles grandeurs physiques mesurent un voltmètre et un ampèremètre lorsque leur commutateur est branché sur la position ~ ou AC ?
4- A une fréquence donnée, comment mesure-t-on l'impédance d'un dipôle avec un voltmètre et un ampèremètre ?
5- Quelles sont les caractéristiques d'une tension sinusoïdale que l'on peut mesurer avec un oscillographe ?

Partie B

Pour chacun des huit dipôles représentés sur la figure, où $i = Im\cos\omega t$, $u = Um\cos(\omega t + \varphi)$ et où φ est la phase de la tension aux bornes du dipôle par rapport à l'intensité, donner :
a) le diagramme de Fresnel correspondent ;
b) la valeur de l'impédance Z_{AB} ;
c) les valeurs de tan φ et cos φ.



EXERCICE 4

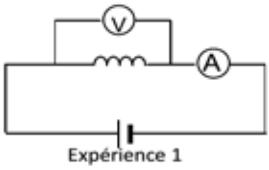
Dans un circuit électronique, on souhaite insérer un circuit résonant de fréquence propre fo. Pour le réaliser, on dispose d'une bobine (de résistance r et d'inductance L) et de deux condensateurs ; l'un de capacité C1 = 1 µF, l'autre de capacité inconnue C2.

Etude de la bobine

Pour déterminer r et L, on réalise les expériences schématisées ci-contre :

1.1. Expérience 1.

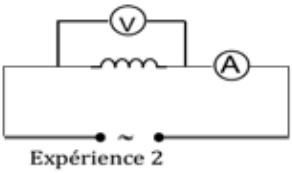
L'ampèremètre indique I=0,15A. Le voltmètre indique U=6 V
a. Quelle est la nature du courant dans ce circuit ?
b. Reproduire le schéma, représenter la tension U et indiquer le sens du courant d'intensité I.
c. Quelle caractéristique de la bobine cette expérience permet-elle de déterminer ? Calculer sa valeur.



Expérience 1

1.2. Expérience 2.

L'ampèremètre indique I = 0,015 A. Le voltmètre indique U=6V. Le générateur GBF délivre une tension de fréquence f1 = 1000 Hz.
1.2.1. Quelle est la nature du courant dans le circuit ?
1.2.2. Quelle caractéristique de la bobine cette expérience permet-elle de déterminer ? Calculer sa valeur.



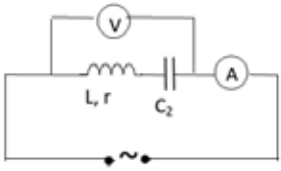
Expérience 2

2. Etude du condensateur de capacité inconnue

Pour déterminer la valeur de la capacité C2, on réalise le circuit suivant (Voir expérience 3) :
L'ampèremètre indique I = 0,012 A. Le voltmètre indique U = 6 V.
La fréquence de la tension vaut f2 = 100 Hz.
2.1 Ecrire sans démonstration la relation donnant l'impédance Z en fonction de U et I. Calculer sa valeur.
2.2 Ecrire sans démonstration la relation donnant l'impédance Z en fonction de r, L, C2 et ω.
2.3 Calculer la valeur de C2.

Etude du circuit résonant

On utilise les composants précédents pour réaliser le circuit résonant. Sa fréquence propre doit être fo =317 Hz.



3.1 Quelle relation y a-t-il entre fo et les caractéristiques des composants ?

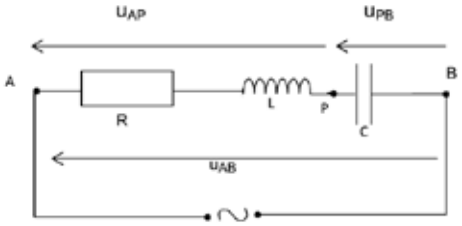
3.2 L'inductance de la bobine étant fixée et égale à L=63 mH, calculer la valeur de la capacité nécessaire à la réalisation du circuit.

3.3 Peut-on obtenir cette valeur avec les condensateurs fournis, sachant que

C1 = 1µF et C2 = 3µF ? Si oui, comment doivent-ils être associés ?

EXERCICE 5

Un circuit électrique alimenté par une source de tension sinusoïdale de valeur efficace U, de pulsation ω, comprend en série une bobine de résistance R et d'inductance L et un condensateur de capacité C.



On donne U = 100V R = 10 Ω ; ω = 314 radians / seconde

L = 0,3H C = 20µF

L'intensité instantanée du courant qui parcourt le circuit et la tension d'alimentation à ses bornes peuvent s'écrire respectivement :

$i(t) = I\sqrt{2}\,\sin\omega t$ et $U_{AB}(t) = U\sqrt{2}\,\sin(\omega t + \varphi)$.

1. Donner sans démonstration les expressions en fonction de R, L, ω, C et U.

1.1 l'impédance Z du circuit ;

1.2 la valeur efficace I de l'intensité du courant qui parcourt le circuit ;

1.3 la phase φ de la tension par rapport à l'intensité du courant.

2. Calculer Z, I, φ (en radian).

3. Donner l'allure du diagramme de FRESNEL relatif au circuit (sans respect d'échelles). Le circuit est-il capacitif ou inductif ?

4. U_{PB} et U_{AP} sont les valeurs instantanées des tensions qui apparaissent respectivement aux bornes du condensateur et de la bobine.

4.1 calculer les valeurs efficaces UPB et UAP correspondant respectivement à U_{PB} et U_{AP}.

4.2 écrire les expressions de U_{PB} et U_{AP} en fonction du temps.

EXERCICE 6

Un solénoïde de résistance r = 10 Ω a une inductance L = 25.10^{-3} H. On l'alimente à l'aide d'un générateur fournissant une tension sinusoïdale de fréquence N = 50 Hz et de valeur efficace 6V.

1.

1.1 Calculer l'intensité efficace traversant la bobine.

1.2 Calculer la différence de phase entre la tension u et l'intensité i du courant dans ce circuit.

1.3 La tension u est-elle en avance ou en retard sur i ?

2. On réalise un dipôle AB en montant en série la bobine précédente avec un condensateur de

capacité C = 1,5 μF . Ce dipôle est alimenté par un générateur fournissant une tension sinusoïdale de fréquence variable mais de valeur efficace constante et égale 1,5V.

On écrira $U_{AB} = 1{,}5\sqrt{2}\cos \omega t$.

2.1 Donner l'expression de l'impédance du dipôle et celle de la différence de phase entre U_{AB} et l'intensité i du courant traversant le dipôle.

2.2 Faire une application numérique dans le cas où la fréquence vaut N'= 1000Hz. Préciser le signe de la différence de phase entre U_{AB} et i.

Donner l'expression de i(t).

2.3 Pour quelle valeur de la fréquence obtient-on la résonance ?

2.4 Calculer la valeur de l'intensité à la résonance.

2.5 En déduire la valeur maximale de la tension présente aux bornes du condensateur.

EXERCICE 7

Un circuit comprend, associé en série, un résistors de résistance R = 40Ω, une bobine d'inductance L= 0,13H et de résistance négligeable et un condensateur de capacité C inconnu. Le circuit est alimenté par un générateur délivrant une tension sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ de fréquence variable et de valeur efficace constante U = 1V.

1. On fait varier la fréquence du générateur et on constate que l'intensité du courant est maximale pour une fréquence N_0= 600Hz.

1.1 Quel phénomène est ainsi mis en évidence ?

1.2 Quelle est l'impédance totale du circuit dans ce cas ?

1.3 Calculer la valeur efficace I_0 de l'intensité du courant qui traverse le circuit dans ce cas.

1.4 Déterminer la capacité C du condensateur.

2. On fixe maintenant la fréquence à la valeur N_1 = 630Hz. En admettant que C = 0,53μF.

2.1 Calculer dans ce cas :

2.1.1 l'impédance totale Z du circuit ;

2.1.2 l'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit ;

2.1.3 les valeurs efficaces des tensions UR, UL, UC aux bornes du résistor, de la bobine et du condensateur.

2.2

2.2.1 Calculer φ, la phase de la tension instantanée aux bornes du circuit par rapport au courant instantané.

2.2.2 Ecrire l'expression de l'intensité du courant i(t).

3. On veut observer la tension instantanée et l'intensité instantanée à l'aide d'un oscilloscope. Faire un schéma du circuit électrique. Faire apparaître sur ce schéma les branchements de l'oscilloscope qui permettent de visualiser sur la voie A, la tension aux bornes du circuit et, sur la voie B, une tension proportionnelle à l'intensité du courant qui traverse le circuit.

EXERCICE 8

Un générateur de tension alternative sinusoïdale maintient entre ses bornes une tension $U_{QM} = U\sqrt{2}\sin \omega t$.

On place en série aux bornes de ce générateur un transistor MN de résistance R=15 Ω et une bobine d'inductance L et de résistance r.

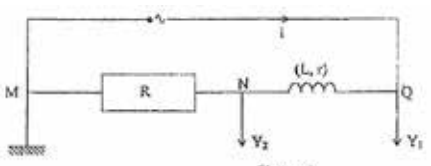


Figure 1

On observe sur l'écran d'un oscilloscope les courbes représentant les tensions U_{NM} et U_{QN} en fonction du temps.

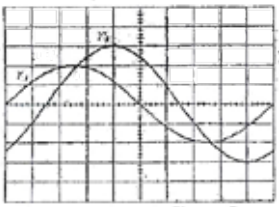


Figure 2

La sensibilité choisie pour visualiser U_{QM} est 3v.cm^{-1}, celle pour visualiser U_{NM} est 1 v.cm^{-1}.
La base de temps est sur la graduation 2ms.cm^{-1}.
1. Déterminer à partir de la figure 2 :
1.1. La fréquence N de la tension délivrée par le générateur.
1.2. La valeur de la phase de la tension par rapport à l'intensité du courant.
1.3. La tension efficace aux bornes du résistor de résistance R.
1.4. La tension efficace aux bornes du générateur.
2. Déterminer :
2.1. L'intensité du courant électrique.
2.2. L'impédance totale Z_T du circuit.
2.3. La résistance interne r et l'inductance L de la bobine.

EXERCICE 9

Lors d'une séance de travaux pratiques de physique, chaque groupe d'élèves dispose de :
-un conducteur ohmique de résistance R= 4Ω
-un condensateur de capacité C= 8μF
-une bobine d'inductance variable L et de résistance négligeable.
-un générateur basses fréquences (GBF).
-un oscilloscope bicourbe.
-et des fils de connexion.
Le professeur fait réaliser le montage de la figure 1.

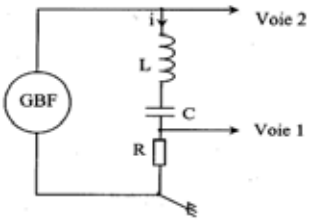


Figure 1

L'expérience consiste à faire varier l'inductance L de la bobine et à déterminer sa valeur. Pour deux valeurs différentes de l'inductance, on obtient les oscillogrammes suivants (figure2).
Echelle des temps : 1div correspondant à 1ms.
Echelle des tensions : Voie1 : 1div correspond à 0,1V.
V

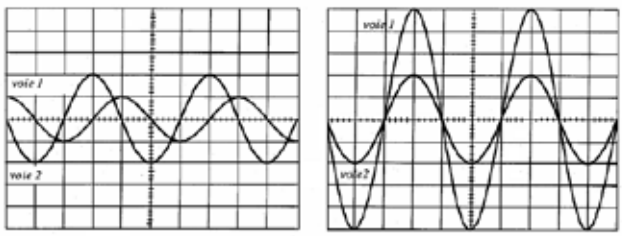


Figure 2

1. Quelles sont les tensions visualisées sur les voies 1 et 2 ?
2. Déterminer à l'aide des oscillogrammes :

2.1 La période du signal obtenu.
2.2 La pulsation ωde la tension variable produite par le GBF.
3.
3.1 A l'aide de l'oscillogramme de l'expérience (a), déterminer les amplitudes :
-de la tension u1 aux bornes du conducteur ohmique.
-de la tension u aux bornes du dipôle R, L, C.
3.2 calculer l'amplitude de l'intensité i dans le circuit R, L, C.
3.3 En déduire l'impédance Z du dipôle RLC et la valeur de l'inductance L dans l'expérience (a).
4.
4.1 Quel est le phénomène physique observé dans l'expérience (b). Justifier votre réponse.
4.2 Calculer la valeur de l'inductance dans l'expérience (b).

EXERCICE 10

On veut étudier un circuit R, L, C série soumis à une tension alternative sinusoïdale u(t) de fréquence N et de valeur efficace U.
On dispose pour cela :
- d'un résistor de résistance R
- d'une bobine d'inductance L et de résistance r
- d'un condensateur de capacité C
- d'un générateur basses fréquences (GBF) délivrant la tension alternative sinusoïdale u(t)
- de fils de connexions.

1. Faire un schéma du circuit R, L, C série.
2. On veut visualiser avec un oscilloscope bicourbe les variations de la tension u(t) aux bornes du circuit R, L, C (voie 2) et celles de l'intensité i(t) qui traverse le circuit. (Voie 1)
Indiquer sur le schéma de la question 1) le branchement de l'oscilloscope.
3. On donne R = 40 Ω, L = 50 mH, r = 10 Ω (résistance de la bobine) et C = 10μF.
La tension u(t) a pour valeur efficace 10 V et pour fréquence N = 100 Hz.
3.1 Donner l'expression de l'impédance Z du circuit en fonction de r, R, L, ω et C.
3.2
3.2.1 Montrer que l'impédance Z peut s'écrire
$Z = \sqrt{(R+r)^2+\left(2\pi NL-\frac{1}{2\pi NC}\right)^2}$.

3.2.2 Calculer Z. On prendra pour cela 2πN.L = 31,41 Ω ; $\frac{1}{2\pi NC}$ = 159,15 Ω

3.3 Déterminer la valeur efficace I de l'intensité du courant dans le circuit.
3.4 Déterminer la phase de la tension u(t) par rapport à l'intensité i(t). Le circuit est-il inductif ou capacitif ?
3.5 Représenter qualitativement la construction de Fresnel associé à ce circuit.
4.
4.1 Déterminer la valeur qu'il faudrait donner à la capacité du condensateur pour que l'on puisse observer le phénomène de résonance d'intensité, les autres dipôles du circuit restant inchangés, la fréquence de la tension u(t) aussi.
4.2 Déterminer la valeur de l'intensité efficace qui traverserait alors le circuit.

EXERCICE 11

Au cours d'une séance de TP, les élèves de Terminale scientifique doivent faire l'étude d'un dipôle RLC série. Le laboratoire du lycée dispose d'un conducteur ohmique de résistance R, d'une bobine d'inductance L et de résistance r et d'un condensateur de capacité C. Pour déterminer les caractéristiques de ces dipôles, ils réalisent une série d'expériences.

1. Une tension constante U = 5V est appliquée aux bornes du conducteur ohmique et l'intensité du courant mesurée vaut I1 = 125mA.

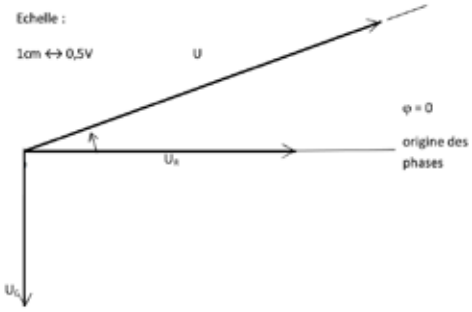
La même tension est ensuite appliquée aux bornes de l'ensemble {conducteur ohmique + bobine}. L'intensité du courant vaut I2 = 100mA.

Calculer les valeurs de R et r.

2. Un générateur de tension sinusoïdale et de fréquence N variable est maintenant branché aux bornes de l'ensemble {conducteur ohmique + bobine + condensateur} en série. La tension efficace est maintenue constante et égale à U = 5V.

Pour la suite, on prendra R= 40Ω et r = 10Ω (valeurs fournies par le professeur).

La valeur de la fréquence étant fixée à N = 50Hz, les mesures des tensions U, UR et UC ont permis de faire la représentation de Fresnel (voir ci-dessus).



2.1 Déduire de la figure les valeurs des tensions UR et UC.

2.2 Reproduire la figure et la compléter par la construction de Fresnel de la tension UB aux bornes de la bobine.

2.3 En déduire la valeur de UB.

2.4 Déterminer la phase φuB/i de la tension UB par rapport à l'intensité i.

2.5 Calculer la valeur efficace I de l'intensité du courant puis les valeurs de L et C.

3. Calculer la valeur de la fréquence pour que l'impédance soit égale à la résistance totale du circuit. Comment appelle-t-on cet état ?

EXERCICE 12

Un circuit électrique comporte en série un générateur basse fréquence (GBF), un résistor de résistance R, un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L et de résistance interne r. On donne L = 0,1 H.

1. On se propose de mesurer les tensions efficaces U et U_R respectivement aux bornes du dipôle (RLC) et aux bornes du résistor ainsi que l'intensité I du courant dans le circuit. Faire le schéma du montage avec les différents branchements.

2. Le montage étant fait, on règle le GBF sur la fréquence N = 159 Hz.

Les mesures effectuées donnent les résultats suivants:

U = 4,5V ; U_R = 3,5V et I = 0,1 A.

2.1. Déterminer :

2.1.1. La résistance R du résistor.

2.1.2. L'impédance Z du circuit.
2.2. Sans changer le montage, on se propose de visualiser, à l'aide d'un oscilloscope bicourbe, la tension u(t) aux bornes du circuit RLC sur la voie Y_1 et le courant i(t) dans le circuit sur la voie Y_2.
2.2.1. Refaire le schéma du montage en indiquant le branchement de l'oscilloscope.
2.2.2. L'oscillogramme obtenu montre que u(t) et i(t) sont en phase,
a) Donner le nom du phénomène observé.
b) Déterminer la résistance r de la bobine et la capacité C du condensateur.
3. La tension U est toujours fixée à 4,5 V et on impose cette fois la fréquence N_1 = 100 Hz au circuit.
Pour la suite de l'exercice, on prendra R = 35 Ω et r = 10 Ω.
3.1. Déterminer :
3.1.1. L'impédance Z_1 du circuit.
On donne : $2\pi LN_1 = 63\Omega$ et $\frac{1}{2\pi CN_1} = 159\Omega$
3.1.2. L'intensité I_1 du courant dans le circuit.
3.2. Faire la construction de FRESNEL en utilisant les impédances.
Echelle: 1cm $\leftrightarrow 10\Omega$
3.3. Déterminer:
3.3.1. La phase $\varphi_{U/i}$ de la tension u(t) par rapport à l'intensité i(t).
3.3.2. Le circuit est-il inductif ou capacitif?
Justifier la réponse.

EXERCICE 13

Des élèves d'une classe de terminale scientifique désirent déterminer l'inductance L et la résistance r d'une bobine. Pour ce faire, ils appliquent aux bornes de la bobine une tension alternative sinusoïdale
$u = 12\sqrt{2}\cos(100\pi.t + 0,92)$, délivre par un générateur basses fréquences (GBF). Un ampèremètre branché dans un circuit électrique indique la valeur efficace I = 1,2 A de l'intensité du courant électrique.
1. Donner les valeurs de:
1.1. la tension efficace U du GBF;
1.2. la pulsation ω du GBF;
1.3. La phase $\varphi_{U/I}$ de la tension par rappot à l'intensité i du courant électrique.
2. Calculer l'impédance Z du dipôle.
3.
3:1. Rappeler les expressions de $\cos\varphi$ (facteur de puissance) et de $\tan\varphi$.
3.2. Déterminer les valeurs de:
3.2.1. la résistance r de la bobine;
3.2.2. l'inductance L_{exp} de la bobine,
(On prendra φ = 52,7).
4. Ils veulent obtenir le phénomène de la résonance d'intensité du courant électrique en insérant dans le circuit électrique un condensateur de capacité C afin de déterminer la valeur du facteur de qualité Q du circuit rLC ainsi constitué.
4.1. Déterminer la valeur de la capacité C du condensateur.
4.2. Pour la suite de l'exercice, on prendra C = 400 µF ; r = 6,0 Ω.
4.2.1. Déterminer la valeur maximale I_0 de l'intensité efficace dans le circuit.
4.2.2. En déduire la valeur efficace U_C de la tension aux bornes du condensateur.
4.2.3. Calculer le facteur de qualité Q.
5. Le groupe d'élève désire de vérifier par calcul la valeur de l'inductance L de la bobine.

Sur la bobine de longueur ℓ = 40 cm et de section s = 3,18.10^{-2} m^2, ils lisent N = 500 spires.
5.1. Donner l'expression de l'inductance L de la bobine en fonction de N, μ_0, ℓ et s.
5.2. Calculer la valeur de l'inductance L_{th} de la bobine.
5.3. Comparer les deux valeurs de L.
Donnée: $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ *SI*.

EXERCICE 14

Dans le laboratoire de Physique-Chimie, un groupe d'élèves de terminale D découvre une bobine, à section circulaire ayant les caractéristiques suivantes:
- Rayon R = 2cm;
- Nombre total de spires N = 500 spires;
- Résistance de la bobine r = 10 Ω
- Longueur de la bobine ℓ = 40 cm;
- Inductance L inconnue.
- On prendra $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ *SI* et π^2 = 10.

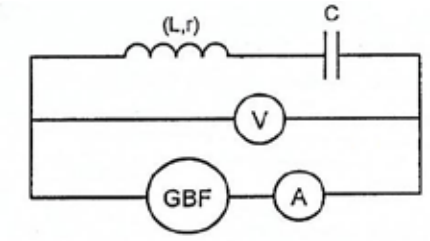
Le groupe désire vérifier la valeur de la résistance interne de la bobine et déterminer son inductance L.

A- Etude théorique

Une bobine peut être considérée comme un solénoïde si t> 10 R.
1. Justifier que cette bobine est un solénoïde.
2. Ce solénoïde est traversé par un courant électrique d'intensité constante I = 5 A.
2.1. Donner l'expression de l'intensité du champ magnétique créé au centre du solénoïde en fonction de μ_0, N, ℓ et I. Calculer sa valeur B.
2.2. Sachant que l'inductance théorique de la bobine est $L_{th} = 4\pi^2\ 10^{-7}\ \frac{N^2R^2}{\ell}$, calculer la valeur de L_{th} .

B- Etude expérimentale

Afin de confirmer la valeur de la résistance interne r de ce solénoïde, le chef du groupe le monte en série avec un condensateur de capacité C = 100 µF.
Le circuit rLC ainsi constitué est alimenté par un générateur de basses fréquences. (Voir schéma ci-contre).
Pour une fréquence f = 500 Hz, le circuit rLC entre en résonance d'intensité. Les appareils de mesures indiquent alors: I_0 = 0,2 A et U_0 =2 V.
1- Citer deux caractéristiques du circuit à la résonance d'intensité.
2- Déterminer les valeurs de r et L_{exp}.
3- Conclure.



EXERCICE 15

Au cours d'une séance de Travaux Pratiques, un groupe d'élèves d'un établissement de la place décide de vérifier expérimentalement les valeurs de l'inductance L et de la résistance r d'une bobine, de deux façons différentes.

1. Première expérience

• Montage 1

Le groupe alimente d'abord la bobine à l'aide d'un générateur délivrant une tension continue. Le circuit est constitué du générateur de tension continue, de la bobine, d'un ampèremètre et d'un voltmètre. Le voltmètre mesure la tension U_1 = 12 V aux bornes du générateur. L'ampèremètre indique une intensité I_1 = 0,24 A dans le circuit.

• Montage 2

La bobine est ensuite alimentée par un générateur de basses fréquences (GBF) délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence f = 200Hz, de valeur efficace U_2 = 5 V, mesurée par un voltmètre. L'ampèremètre mesure une intensité efficace I_2 = 10 mA.

1.1. Faire les schémas des deux montages en y faisant figurer le voltmètre et l'ampèremètre.

1.2. Déterminer la valeur de r.

1.3. Déterminer l'impédance Z_b de la bobine.

1.4. En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

2. Deuxième expérience.

Le groupe réalise un dipôle constitué par l'association en série de la bobine, d'un condensateur de capacité C = 1 µF, d'un générateur de basses fréquences (GBF) et d'un ampèremètre. Le groupe dispose aussi d'un voltmètre qu'il branche aux bornes du GBF. La valeur efficace U de la tension aux bornes du générateur est maintenue constante et égale à 5 V.

2.1. Faire le schéma du montage.

2.2. Donner l'expression littérale de l'impédance totale du circuit.

2.3. Pour une fréquence f = f_o = 252 Hz, la valeur de l'intensité efficace passe par une valeur maximale I_0 = 0,1 A.

2.3.1. Nommer ce phénomène,

2.3.2. Déterminer l'impédance totale du circuit à la fréquence f_o.

2.3.3. Déterminer les valeurs de r et de L.

2.3.4. Comparer les valeurs de r et de L trouvées au cours des deux expériences.

2.3.5. Déterminer la valeur de la tension efficace Uc aux bornes du condensateur dans ces conditions.

2.3.6. Comparer les valeurs efficaces de la tension d'alimentation U et de la tension UC. Conclure.

EXERCICE 16

Un groupe d'élèves se propose de déterminer, au cours d'une séance de travaux pratiques, les valeurs de la résistance interne r et de l'inductance L d'une bobine. Il réalise un montage qui comporte :

un générateur de basses fréquences (GBF) délivrant une tension alternative sinusoïdale u = U $\sqrt{2}\cos\omega t$.

un conducteur ohmique de résistance R = 20 **Ω** ;

un oscilloscope bicourbe ;

la bobine d'inductance L et de résistance r.

Ce montage est schématisé par la figure 1 et l'oscillogramme obtenu est représenté par la figure 2.

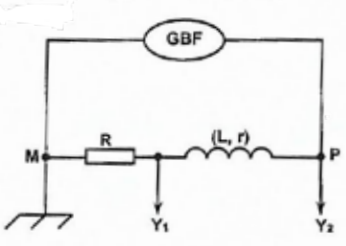


Figure 1

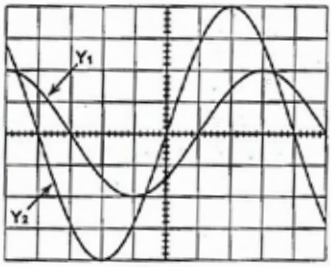


Figure 2

Sur les deux voies Y_1 et Y_2 de l'oscilloscope, le balayage horizontal a pour valeur $S_h = 2{,}5$ ms.div^{-1} et la sensibilité verticale est $\boldsymbol{S_v} = 1$ V.div^{-1}.

1. Donner les noms des deux grandeurs physiques visualisées à l'écran de l'oscilloscope.
2. Préciser la grandeur physique qui est en avance sur l'autre. Justifier la réponse.
3. Déterminer à partir de l'oscillogramme obtenu (figure 2) :
3.1. La période T et la pulsation $\boldsymbol{\omega}$ de la tension délivrée par le GBF ;
3.2. La phase $\boldsymbol{\varphi_{u/i}}$ de la tension u délivrée par le générateur par rapport à l'intensité i du courant
3.3. Les valeurs efficaces U de la tension u et I de l'intensité i du courant électrique.
4. De tout ce qui précède :
4.1. Établir l'expression i = f (t) de l'intensité du courant qui traverse le circuit ;
Calculer l'impédance Z du dipôle (PM) ;
Déterminer la valeur de la résistance interne r et celle de l'inductance L de la bobine.
On prendra : $\cos\boldsymbol{\varphi_{u/i}} = 0{,}707$.
Dans la suite de l'exercice, on prendra : r = 8,3 $\boldsymbol{\Omega}$, L = 0,09 H et u(t) = 4cos($\boldsymbol{\omega}$t) avec $\boldsymbol{\omega} = 100\pi$ rad.s^{-1}, u(t) étant exprimée en volt (V).
Le groupe d'élèves insère dans le circuit, en série avec le conducteur ohmique et la bobine, un condensateur de capacité C telle que : $LC\boldsymbol{\omega}^2 = 1$.
Nommer le phénomène observé dans le circuit.
En déduire la nouvelle valeur de la phase de la tension par rapport à l'intensité.
Déterminer la valeur efficace de l'intensité du courant qui traverse le circuit.

EXERCICE 17

Lors d'une séance de Travaux Pratiques vous étudiez un circuit électrique comprenant : une bobine d'inductance L et de résistance interne *r*, un condensateur de capacité C, un générateur de basses fréquences (G.B.F), un voltmètre et un ampèremètre. Vous réalisez deux expériences.

Expérience 1

Vous associez en série, la bobine, le générateur et l'ampèremètre. Le voltmètre est branché aux bornes du G.B.F et indique une tension efficace U.

Données : U = 12 V ; $i(t) = 1{,}2\sqrt{2}\cos(100\pi t - 0{,}92)$ où $i(t)$ est l'intensité du courant dans le circuit électrique.

Expérience 2

Vous insérez dans le circuit précédent le condensateur de capacité $C = 4.10^{-4}$F.
Il apparaît alors la résonance d'intensité.
La valeur efficace de la tension reste égale à 12 V.

1. Étude du circuit de l'expérience 1
1.1. Faire le schéma du circuit électrique de l'expérience 1.
1.2. Donner la pulsation ω du G.B.F ;
1.3. Déterminer :
1.3.1 la phase $\varphi_{u/i}$ de la tension $u(t)$ par rapport à l'intensité $i(t)$;
1.3.2 l'expression de la tension $u(t)$ aux bornes du G.B.F ;
1.3.3 l'impédance Z_B de la bobine ;
1.3.4 la résistance interne *r* de la bobine ;
1.3.5 l'inductance L de la bobine.
2. Étude du circuit de l'expérience 2
Pour la suite de l'exercice, on prendra : Résistance interne $r = 6\,\Omega$; inductance $L = 2{,}5.10^{-2}H$
2.1 Définir la résonance d'intensité.
2.2 Déterminer :

2.2.1. la valeur I_0 de l'intensité efficace à la résonance ;
2.2.2. la tension U_C aux bornes du condensateur ;
2.2.3. la tension U_B aux bornes de la bobine ;
2.2.4. Le facteur de qualité Q du circuit.

EXERCICE 18

Sous la conduite du professeur de Physique-Chimie, un groupe d'élèves de Terminale D réalise un circuit électrique série en vue d'établir les expressions de la tension électrique u(t) et de l'intensité i(t) du courant électrique. Pour ce faire, le professeur met à la disposition du groupe, une bobine d'inductance L, un conducteur ohmique de résistance R = 15 Ω, un condensateur de capacité C et un générateur de basses fréquences (G.B.F).
Après avoir fixé la fréquence du G.B.F à N= 500 Hz, le groupe réalise deux expériences qui donnent les résultats suivants :

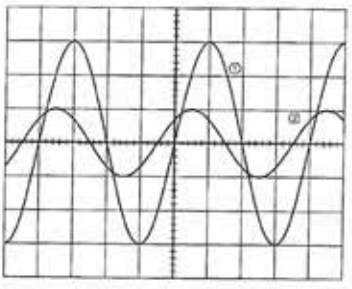
Expérience 1

Le groupe relève les valeurs efficaces de l'intensité I du courant électrique en faisant varier la tension électrique efficace U(voir tableau).

U(V)	1,5	2,50	3,75	5,00
I(mA)	6	10	15	20

Expérience 2

À l'aide d'un oscilloscope bicourbe, le groupe visualise les tensions électriques aux bornes du conducteur ohmique $U_R(t)$ et celle délivrée par le G.B.F u(t) (voir oscillogrammes).



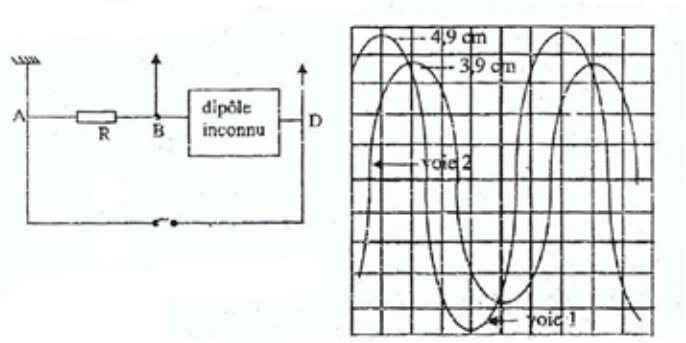
1. Détermination de l'impédance Z
1.1.Exprime la tension électrique efficace U aux bornes du GBF en fonction de l'impédance Z du circuit et de l'intensité efficace I du courant électrique.
1.2. Trace sur papier millimétré la courbe U = f(I).
Echelle: 1cm ⟶ 2,5cm et 1 cm ⟶ 0,5V
1.3. Détermine graphiquement la valeur de l'impédance Z du circuit.
2. Détermination de la phase $\varphi_{u/i}$ et de la période T
2.1. Fais le schéma du circuit RLC série en indiquant les tensions visualisées.
2.2.Détermine à partir de l'oscillogramme
2.2.1. La période T
2.2.2. La phase $\varphi_{u/i}$
3. Représente qualitativement le diagramme de Fresnel en impédance du circuit RLC.
4. À la date t = 0, u(t) = 0. Établis les expressions de :
4.1. L'intensité i(t) du courant dans le circuit;
4.2. La tension u(t) aux bornes du circuit.

EXERCICE 19

Au cours d'une séance TP, le professeur de PC donne à ses deux élèves de terminal Kossi et Berakha, le matériel suivant: un résistor de résistance
R = 55 Ω, un dipôle inconnu, un oscilloscope et un générateur de basse fréquence. Kossi et Berakha réalisent le montage dont le schéma est ci-dessous. Leur professeur leur demande de déterminer la nature et le Coefficient caractéristique du dipôle inconnu.

• Le dipôle inconnu peut être une bobine d'inductance L, ou un condensateur de capacité C.

• La différence de potentiel alternative sinusoïdale de valeur efficace U, de fréquence N est:
$U_{DA} = U_M \cos(2\pi Nt)$.



• Ils observent sur l'écran de l'oscillographe bicourbe les courbes représentant
$u_{BA} = f(t)$ sur la voie 1 ; $u_{DA} = g(t)$ sur la voie 2.
La sensibilité est de 2 volts par cm sur la voie 1 ; 5 volts par cm sur la voie 2
L'échelle des temps est de 0,2 ms par cm.

1.

a) Déterminer la fréquence du courant du circuit.

b) Calculer la tension efficace aux bornes du générateur.

2.

a) Calculer la tension efficace aux bornes du résistor.

b) En déduire l'intensité efficace du courant dans le circuit. Donner l'expression de sa valeur instantanée i(t).

3. En déduire la nature du dipôle inconnu et calculer son coefficient caractéristique.

EXERCICE 20

Après avoir réussi à son baccalauréat théorique, Emmanuel doit se soumettre à un test pratique qui comporte deux parties. D'abord, il doit réaliser le montage dont le schéma est représenté par la figure 1. Le circuit oscillant ainsi réalisé est constitué d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable et d'un condensateur initialement chargé de capacité C = 10 μF. La représentation de la tension u en fonction du temps est donnée par la figure 2.

Ensuite, il lui est demandé d'associer en série au circuit précédent, un conducteur ohmique de résistance R = 20 Ω ; le tout alimenté par un générateur de base fréquence selon le schéma de la figure 3.

Il doit déterminer certaines caractéristiques de chacun des circuits.

Support : $\pi^2 = 10$

Figure 1 :

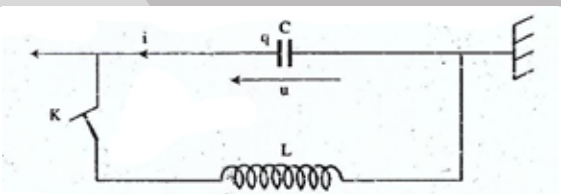
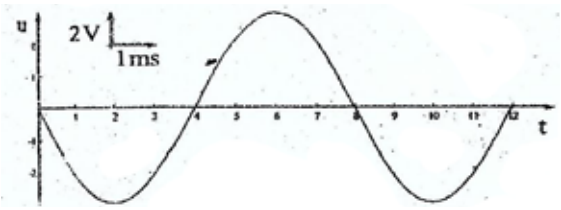
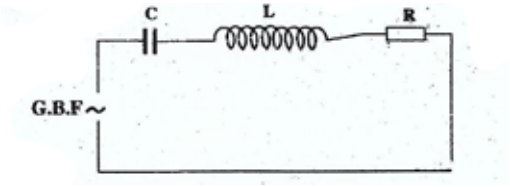


Figure 2 :



- Sensibilité horizontale :S_H = 1 ms/cm
- Sensibilité verticale : S_V = 2 V/cm

Figure 3 :



- La pulsation du générateur est réglée à la valeur ω = 100 rad.s^{-1}
- L'inductance de la bobine est de l'ordre de 0,16 H.

A/

1. Etablis l'équation différentielle à laquelle obéit la tension u aux bornes du condensateur (Figure 1)

2.

a) Déterminer à partir de la courbe, la période T des oscillations du circuit.

b) Déduis-en la valeur L de l'inductance de la bobine.

c) Calcul la tension maximale U_m.

3. En exploitant la courbe :

a) Donne l'expression de u en fonction du temps

b) Déduis-en celle de l'intensité du courant dans le circuit.

4. Calcul l'énergie électromagnétique et l'énergie électrostatique à la date t = 2ms.

B/

1. Représente sur le schéma de la figure 3, les branchements à effectuer pour visualiser l'intensité i du courant sur la voie Y_A d'un oscilloscope et la tension u aux bornes du GBF sur la voie Y_B.

2.

a) Calcul l'indépendance de chaque dipôle : condensateur, bobine et conducteur ohmique.

b) Calcul l'impédance de l'association des dipôles et la comparer à la somme des impédances calculées en a)

Conclure.

EXERCICE 21

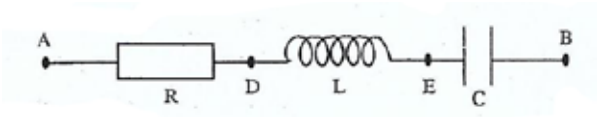
Hypolythe et Paul réalisent un dipôle AB en montant en série une résistance de valeur R = 200 Ω, une bobine d'inductance L = 2 H et un condensateur

C= 0,02 μF (voir schéma ci-dessous). Ils branchent aux bornes de AB une source de tension sinusoïdale de différence de potentiel de valeur efficace constante égale à 100 V et de fréquence N

variable. Ils font donc varier la fréquence comme c'est dans les parties ci-dessous. Ils désirent étudier certaines caractéristiques du circuit lorsque la fréquence variée.

Support

Schéma du montage



Première partie :

-Pour N = N_0, l'expression de la valeur instantanée du courant électrique est $i = I_0\sqrt{2}\sin\omega_0 t$; où ω_0 est la pulsation correspondant à la fréquence N_0.

Deuxième partie

-L'intensité efficace du courant traversant le circuit AB est maintenant $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ (I_0 est la valeur maximale de l'intensité efficace calculée dans la première partie).

Troisième partie

Les valeurs numériques de l'intensité I (en milliampères) pour différentes fréquences N (en hertz) relevées expérimentalement sont indiqués dans le tableau.

N(Hz)	760	765	770	775	780	785	790	795
I(mA)	106	123	145	177	223	296	404	498
N(Hz)	800	805	810	815	820	825	830	835
I(mA)	442	328	246	193	158	133	115	102

-Echelle : sur l'axe des abscisses ,1 cm correspondra à 5 Hz
Sur l'axe des ordonnées, 1 cm correspondra à 20 mA

-L'intersection des axes des coordonnées correspondra au couple (760 Hz, 106 mA)

Première partie

1 a) Calculer la valeur N_0 de la fréquence pour laquelle l'intensité efficace est la plus grande possible.
b) Calculer la valeur numérique I_0 de ce maximum de l'intensité efficace.
2. Calculer pour N = N_0 les valeurs efficaces des tensions aux bornes de la résistance, de la bobine du condensateur.
3) a) Donner les expressions des valeurs instantanés $U_R(t)$ et $U_C(t)$ des tensions aux bornes de la résistance, de la bobine et du condensateur respectivement.
b) Donner l'indication d'un voltmètre alternatif, si on le branchait entre les points D et B du circuit.
4. Calculer pour N = N_0, la puissance consommée :
a) Dans la résistance
b) Dans l'ensemble du circuit.

Deuxième partie

1. Calculer l'impédance du circuit.
2. On appelle réactance du circuit la grandeur X = $L\omega - \frac{1}{C\omega}$
Montrer qu'il existe deux valeurs possibles pour X notées X_1 et X_2 (X_1 correspond à la valeur positive de la réactance).
3.Expimer en fonction de R,L et C,les pulsations ω_1 et ω_2 correspondant aux valeurs X_1 et X_2 de la réactance. On ne retiendra que les solutions physiquement acceptables et on vérifiera que $\omega_1 - \omega_2 = \frac{R}{L}$

Troisième partie

1.

a) Construire point par la courbe représentative de a variation de I en fonction de N. On marquera sur cette courbe le point correspondant à l'intensité efficace maximum I_0.

b) Placer sur le graphe les points G et H pour lesquels l'intensité efficace a pour valeur $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

G est point correspondant à la fréquence la plus faible.

2.

a) A l'aide du graphe, déterminer les valeurs numériques des fréquences N_G et N_H pour lesquelles $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

En déduire des valeurs numériques correspondantes ω_G et ω_H de la pulsation du courant.

b) Evaluer la différence $\omega_G - \omega_H$. Dire si cette valeur correspond au résultat établi dans la troisième question de la deuxième partie.

c) Dire comment, pour une valeur donnée de L, la valeur de R influe sur l'allure du graphe (valeur du maximum I_0 de l'intensité efficace et « largeur » de la bande GH).

CHAPITRE
12

PHYSIQUE NUCLÉAIRE

• Les particules fondamentales sont des protons chargés positivement, les neutrons électriquement neutres et les électrons chargés négativement.
• Le noyau est constitué de nucléons : protons et neutrons.
• Le nombre de masse A est le nombre de nucléons du noyaux.
A = Z + N avec Z : le nombre de protons et N le nombre de neutrons.
• Un nucléide est l'ensemble des noyaux de même nombre de masse A et de même numéro atomique Z. On le représente par
$^{A}_{Z}X$ avec :
- X : symbole de l'élément chimique correspondant ;
- A : le nombre de nucléons ou nombre de masse
- Z : le nombre de proton ou numéro atomique
- A-Z = N : Nombre de neutrons.
• Isotopes : Ce sont des nucléides ayant le même numéro atomique Z mais de nombre de masse A différents.
• Unité usuelles en physique nucléaire
- 1eV = $1{,}60.10^{-19}$ J
- 1MeV = $1{,}60.10^{-13}$ J = 10^{6} eV
- 1 unité de masse atomique (u) = $\frac{1}{12}$ de la masse de carbone $^{12}_{6}C$
- 1 u = $1{,}6610^{-27}$ kg
• La masse d'un système de nucléons liés dans un noyau est inférieure à la masse du système contenant les mêmes nucléons isolés.
$M_{noyau} < A \times m_{nucléon}$
• On appelle défaut de masse Δm d'un noyau, a différence entre la somme des masses des nucléons séparés et au repos, et la masse du noyaux au repos.
Pour un noyau $^{A}_{Z}X$: $\Delta m = \left| Zm_p + (A - Z)m_n \right| - m(^{A}_{Z}X)$
• L'énergie de liaison E1 d'un noyaux est l'énergie qu'il faut lui fournir au repos pour le dissocier en nucléons isolés et immobiles.
$E_l = \left| Zm_p + (A - Z)m_n - m(^{A}_{Z}X) \right| C^2 = \Delta m.C^2$.
L'énergie de liaison E par nucléon est le rapport de l'énergie de liaison du noyau au nombre de nucléons : $E = \frac{E_l}{A}$
Pour comparer la stabilité de différents noyaux, il faut comparer leurs énergies de liaison par nucléon. Un noyau est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est plus grande.
• La radioactivité, est un phénomène physique naturel au cours duquel des noyaux atomiques instables se désintègrent en dégageant de l'énergie sous forme de rayonnement divers, pour se transmuter en des noyaux atomiques plus stables. Les rayonnements ainsi émis sont appelés, selon le cas des rayons $\alpha(^{4}_{2}He)$, des rayons $\beta(\beta^{-}(^{0}_{-1}e), \beta^{+}(^{0}_{1}e))$, ou des rayons γ.
• La radioactivité α correspond à l'émission d'un noyau d'hélium $^{4}_{2}He$.

$$^{A}_{Z}X_N \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y_{N-2} + {}^{4}_{2}\alpha_2$$

• La radioactivité bêta moins (β^{-}) se manifeste par la transformation dans le noyau d'un neutron en proton, le phénomène s'accompagne de l'émission d'un électron (ou particule bêta moins) et d'un antineutrino ν :

$$^{A}_{Z}X_N \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y_{N-1} + e^{-} + \overline{\nu}$$

• La radioactivité bêta plus (β^{+}) ne concerne que des nucléides qui présentent un excès de protons.

Elle se manifeste par la transformation dans le noyau d'un proton en neuton, le phénomène s'accompagne de l'émission d'un positon (ou positron, ou encore particule bêta plus) et d'un neutrino ν :

$^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}^{0}_{1}e + {}^{0}_{0}\nu$

$$^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}_{Z-1}^{A}Y_{N+1} + e^{+} + \nu$$

• Loi de décroissance

Dans un échantillon de matière radioactive constitué de noyaux radioactifs d'une espèce donnée, le nombre de noyaux va décroître au cours du temps, et sera noté N(t).

Si N_0 est le nombre de noyaux initialement présents, on a la relation : $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$

• Période radioactive

La période radioactive ou demi-vie T d'un nucléide est le temps au bout duquel la moitié des noyaux initialement présents a été désintégrée. T est défini par $N(T) = \frac{N_0}{2}$

• Activité radioactive d'un échantillon

L'activité A(t) d'un échantillon radioactif est un instant t, est le nombre moyen de désintégrations par unité de temps de cet échantillon à cet instant.

$A(t) = \frac{dN(t)}{dt} = \lambda . N(t)$.

Dans le système international d'unités, l'activité s'exprime en becquerel de symbole **(Bq)**

• Les processus nucléaire de la radioactivité

Les lois de conservation :

- *de la charge*

La somme des charges des particules formées est égale à la somme des nombres de charges des particules détruites.

- *du nombre de masse*

La somme des nombres de masse des particules formées est égale à la somme des nombres de masse des particules détruites.

- *de l'énergie*

L'énergie totale du système, somme de l'énergie cinétique, de l'énergie de masse et de l'énergie radioactive avant la désintégration est égale à l'énergie totale après désintégration.

- *de la quantité de mouvement*

La quantité de mouvement du système avant la désintégration est égale à la quantité de mouvement après la désintégration.

Les réactions nucléaires provoquées

Une réaction nucléaire est dite provoquée quand un noyau cible est frappé par un noyau ou une particule projectile. A l'issu de ce choc, de nouveau noyaux sont créés.

Son équation peut se mettre sous la forme :

$X + x \longrightarrow Y + y$

• Fission : Elle se produit lorsqu'un noyau lourd éclate sous l'impact d'un neutron pour donner des noyaux plu légers.

Exemple : $^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{148}_{57}La + {}^{85}_{35}Br + 3{}^{1}_{0}n$

• Fusion : C'est une réaction au cours de laquelle des noyaux plus légers s'unissent au cours d'un choc pour donner un noyau plus lourd.

Exemple : $^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \longrightarrow {}^{3}_{1}H + {}^{1}_{1}H$

Fission et fusion sont des réactions très exoénergétiques.

EXERCICE 1

Choisis la bonne réponse parmi les propositions suivantes.

1. L'énergie de liaison d'un noyau est donnée par la relation :

a) $E = mc^2$ b) $E = c^2 \times \Delta m$ c) $E = \Delta m^2 c$

2. L'énergie de liaison par nucléon E_A d'un noyau est donnée par la relation :

a) $E_A = \frac{\Delta mc^2}{A}$ b) $E_A = \frac{\Delta m^2 c}{A}$ c) $E_A = \frac{A}{\Delta mc^2}$

3. La réaction de fission est :

a) ${}^{7}_{3}Li + {}^{4}_{2}He \longrightarrow {}^{10}_{5}B + {}^{0}_{1}n$

b) ${}^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$

c) ${}^{1}_{0}n + {}^{2}_{92}U \longrightarrow {}^{92}_{36}Kr + {}^{142}_{56}Ba + 2{}^{1}_{0}n$

EXERCICE 2 Réactions nucléaires

Définir les réactions nucléaires suivantes(utiliser les termes suivants, en justifiant : fusion,fission,provoquée,spontanée , α, β^+, β^-)

1. ${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}H + {}^{1}_{0}n$
2. ${}^{124}_{53}I \rightarrow {}^{124}_{54}Xe + {}^{0}_{-1}e$
3. ${}^{124}_{53}I \rightarrow {}^{124}_{52}Te + {}^{0}_{1}e$
4. ${}^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{1}_{1}H$
5. ${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{94}_{39}Y + {}^{94}_{53}I + 3{}^{1}_{0}n$

EXERCICE 3 Energie d'une réaction nucléaire

Soit la réaction nucléaire suivante : ${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{139}_{54}Xe + 3{}^{1}_{0}n$

1. Quelles sont règles qui permettent de déterminer A et Z ? Calculer ces valeurs ,déterminer ${}^{A}_{Z}X$
2. Définir et calculer le défaut de masse Δm de la réaction.
3. En déduire l'énergie libérée par 1 noyau d'Uranium puis pour un kilogramme
4. La combustion d'une tonne de charbon libère $2,5.10^{10}\ J$. Quelle masse de charbon libère, en théorie, autant d'énergie qu'un kilo d'uranium ?

Données : ${}^{94}_{38}Sr; {}^{95}_{38}Sr; {}^{94}_{37}Rb; {}^{93}_{39}Y \quad M({}^{235}_{92}U) = 234\ g/mol$

$m({}^{235}_{92}U) = 235,013\ u; m({}^{1}_{0}n) = u; m({}^{A}_{Z}X) = 93,8946\ u; m({}^{139}_{5}Xe) = 138,888\ u; u = 1,66.10^{-27} kg$

$C = 299792458\ m.s^{-1}; N_{AV} = 6,02.10^{23}\ mol^{-1}$

EXERCICE 4 Potassium 40

Le potassium 40 $({}^{40}_{19}K)$ est un atome radioactif présent dans la nature.

Le corps humain contient 4,2 mol de potassium,dont seulement 0,01167 % est du potassium radioactif.

1.Quelle est la masse de potassium dans le corps humain? Quelle est la masse de potassium radioactif dans le corps humain ?

2.Le potassium 40 se désintègre en subissant une désintégration β. Ecrire cette désintégration

3. L'activité d'un gramme de potassium vaut $263.10^3\ Bq$. Que signifie cette donnée ?

4. La période radioactive du potassium 40 vaut $1,248$ milliards d'années. Que signifie cette période ?

Données : ${}_{20}Ca$ et ${}_{18}Ar$ $\quad M({}^{40}_{19}K) = 40\ g/mol\ (potassium\ radioctif); M({}_{19}K) = 39/mol\ (potassium\ radioactif\ et\ non\ radioactif)$

EXERCICE 5

On utilise le césium (Cs)137 dans le traitement n situ du cancer du col de l'utérus . Le traitement consiste à soumettre une patiente à un échantillon de césium 137 $({}^{137}_{55}Cs)$ pendant quelques jours. La constante radioactive de ces noyaux est $\lambda = 7,3.10^{-10}s^{-1}$. L'activité A_0 d'un échantillon de cet isotope est $3.10^5 Bq$. Le césium 137 est émetteur β^- et y .

1) Ecrire l'équation de désintégration du césium 137 en précisant les règles de conservation utilisés .

2) Donner la définition de temps de demi-vie.

3)Donner l'expression de l'activité A(t) à un instant t en fonction de A_0 ,du temps t et de la constante λ.

4) Ecrire l'expression entre la constant radioactive λ et le temps de demi-vie . Calculer T.

5) Construire l'allure de la courbe donnant l'activité A(t) en fonction du temps tout en précisant les points particuliers.

6) Comment évolue l'activité au cours du traitement ?

Données : ${}_{54}Xe$ et ${}_{56}Ba$

EXERCICE 6

L'yttrium est un élément de symbole Y. Il appartient à la famille des « métaux de transition» .

L'Isotope 95 de l'yttrium est radioactif β^-. Il est obtenu par l'impact d'un neutron sur un noyau d'Uranium 235 : ${}^1_0n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{95}_{39}Y + {}^A_ZI + 2\,{}^1_0n$

1)

a) Déterminer les valeurs de A et Z.

b) Ecrire l'équation de la désintégration de l'isotope 95 de l'yttrium.

2) La période ou demi-vie de l'isotope ${}^{95}_{39}Y$ est T= 10 min . Un échantillon de cet isotope contient initialement une masse $m_0 = 0,1898\ mg$ d'yttrium 95.

Le nombre de noyaux d'yttrium 95.A la date t,est donnée par $N = N_0 e^{-\lambda t}$.

a) Que représente $N_0\ et\ \lambda$?

b)Représenter qualitativement la courbe N=f(t) donnant les variations du nombre de noyaux en fonction du temps . On utilisera,pour cette représentation,les points remarquables suivants : t= 0; t = T; t=2T;t= 3T et t=4T.

(T étant la période de l'isotope ${}^{95}_{39}Y$).

c)Calculer l'activité initiale A_0 de l'échantillon.

d) Calculer la masse d'yttrium désintégrée au bout d'une heure.

3)

a) Définir l'énergie de liaison par nucléon d'un noyau.

b) Calculer l'énergie de liaison par nucléon d'un noyau d'yttrium 95.

Données:

-Nombre d'Avogadro : $\mathcal{N} = 6,02.10^{23}$

-Masse d'un proton : $m_p = 1,007276\ u$

-Masse d'un neutron : $m_n = 1,008665\ u$

-Masse d'un noyau d'yttrium 95 : $({}^{95}_{39}Y) = 94,8911\ u$

-Masse atomique molaire de l'yttrium 95 : M = 95 g/mol

Extrait du tableau de classification périodique des éléments :

$_{37}Rb$	$_{38}Sr$	$_{39}Y$	^{40}Zr	$_{41}Nb$

EXERCICE 7

1) La demie-vie du carbone $^{14}_{8}C$ est de 5590 années. Un échantillon de bois trouvé dans une grotte préhistorique donne 212 désintégrations par minute. Un même échantillon contenant la même masse de carbone et préparé à partir d'un jeune bois donne 1350 désintégrations par minute.
Quel est l'âge du bois ancien ?
2)Dans les êtres vivants,le rapport r = nombre d'atomes de carbone 14 / nombre d'atomes de carbone 12 est égal à 10^{-12} . Après leur mort,ce rapport décroît et atteint pour un cas d'étude la valeur $0,25 \times 10^{-12}$.
Combien de temps s'est écoulé depuis la mort de l'être vivant ?
3) La demi-vie du potassium $^{40}_{19}K$ vaut $1,5 \times 10^{9}\ années.$
Calculer sa constante radioactive.
4) Pour déterminer l'âge des cailloux lunaires rapportés par les astronautes,on mesure les quantités relatives de potassium $^{40}_{19}K$ et de son produit par décomposition,l'argon $^{40}_{18}Ar$.
Un échantillon de 1g de cailloux lunaires contient 8,2 $8,2 \times 10^{-3}\ cm$ d'argon et 1,66 g de potassium.
Déterminer l'âge des cailloux.
Données : $V_M = 22,4\ L.mol^{-1}$; $N_A = 6,02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$

EXERCICE 8

Un noyau d'uranium $^{234}_{92}U$ bombardé par un neutron $^{1}_{9}n$ donne du xénon $^{149}_{54}Xe$ et du strontium Sr dont le nombre de masse est de 94.

1) Ecrire l'équation-bilan correspond à cette réaction nucléaire sachant qu'il se forme des neutrons.
2) Calculer en MeV l'énergie fournie par une réaction nucléaire.
3) On utilise de l'uranium enrichi en $^{211}_{92}U$ .Une partie du combustible $^{211}_{92}U$ se retrouve après consommation dans le réacteur nucléaire. Les étapes sont les suivantes :
-Un noyau $^{211}_{92}U$ subit une fission qui libère des neutrons ;
-Un noyau $^{211}_{92}U$ capte un de ces neutron;
-Le noyau obtenu subit une désintégration $\beta -$;
- Le nouveau noyau subit une désintégration $\beta -$;
- Enfin,le dernier noyau obtenu une désintégration α .
Ecrire la suite des quatre dernières réactions nucléaires et vérifier que $^{211}_{92}U$ se reforme .
4) Les réactions nucléaires qui se produisent dans le soleil libèrent une énergie de $3 \times 10^{18}\ J$ par jour.
On considère que toute l'énergie solaire a pour origine la fusion de l'hydrogène. L'énergie libérée lors d'une réaction élémentaire est de 25,7 MeV. Chaque réaction élémentaire produit un noyau $^{4}_{2}He$.
Calculer la diminution de masse du soleil en une journée puis en une année et estimer la durée de vie probable du soleil.
5) Calculer la masse d'hélium produite dans l'astre en une journée.

Données : énergies de liaison par nucléon :
7,5 MeV pour l'uranium ; 8,2 MeV pour le xénon ; 8,5 MeV pour le strontium.
$Z(N_P) = 93$ avec $N_P = neptunium$; $Z(Pu) = 94\ avec\ Pu = plutonium.$

$M_{soleil} = 2 \times 10^{10} kg$; $M_{Zb} = 4\ g.mol^{-1}$

$e = 3 \times 10^{6} m.s^{-2}$; $1an = 365\ jours$

EXERCICE 9

On considère trois noyaux de bore : ${}^{8}_{5}B, {}^{10}_{5}B$ *et* ${}^{11}_{5}B$ présentant les caractéristiques suivants:
-Pour le noyau de ${}^{8}_{5}B$: énergie de liaison par nucléon = 3,76 MeV;
-pour le noyau de ${}^{10}_{5}B$: masse du noyau = 9,326 MeV/ c^2 ;
-Pour le noyau de ${}^{11}_{5}B$: défaut de masse = 75,06 MeV/. c^2
Classer ces trois noyaux par ordre de stabilité croissant.
Données: $m_p = 938,26\ MeV/c^2$

EXERCICE 10

On considère les réactions nucléaires d'équations :

(1) : ${}^{12}_{6}C + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{A1}_{Z1}X_1$

(2) : ${}^{A1}_{Z1}X_1 \rightarrow {}^{A2}_{Z2}X_2 + {}^{0}_{1}e$

(3) : ${}^{A2}_{Z2}X_2 + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{A3}_{Z3}X_3$

(4): ${}^{A3}_{Z3}X_3 + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{A4}_{8}O$

(5): ${}^{A4}_{8}O \rightarrow {}^{15}_{7}N + {}^{0}_{1}e$

1) Identifier tous les noyaux inconnus et le nombre de masse A4.
2) préciser pour chaque réaction s'il s'agit d'une fission ou d'une fusion.

Données :
Z(C) = 6 ; Z(N) = 7 ; Z(O) = 8

RAPPEL

Quantité de matière

$n = \frac{m}{M}$ n : Quantité de matière ou nombre de moles (mol)

$n = \frac{V}{V_m}$ M : Masse molaire (g/mol ou $g.mol^{-1}$)

$n = C.V$ V : Volume (L)

C : La concentration molaire (mol/L ou $mol.L^{-1}$)

Densité

La densité d'un liquide ou d'un solide par rapport à l'eau

$d = \frac{\rho_C}{\rho_{eau}}$ ρ_C : Masse volumique du corps

ρ_{eau} : Masse volumique de l'eau ($1g/cm^3$)

Densité d'un gaz par rapport à l'air

$d = \frac{M}{29}$ La densité d'un corps est sans unité

Masse molaire d'un composé

$M = 29d$

$M = \frac{m}{n}$

$M = \frac{1200x}{\%C} = \frac{100y}{\%C} = \frac{1600Z}{\%O}$

Le pourcentage massique d'un élément A dans un composé est donné par les expression

$$\%A = \frac{\text{nombre d'atomes de A} \times \text{masse molaire de A}}{\text{masse molaire du composé}} \times 100$$

$$\%\ A = \frac{\text{Masse de A}}{\text{masse du composé}} \times 100$$

Dans un composé organique la somme des pourcentages massiques de tous les éléments est égale à 100.

Considérons un composé organique de formule brute CxHyOz et de masse M.

- Pourcentage massique des éléments

$\%C = \frac{12x}{M} \times 100$; $\%H = \frac{y}{M} \times 100$; $\%O = \frac{16z}{M} \times 100$

- Formule brute

$x = \frac{\%C \times M}{1200}$; $y = \frac{\%H \times M}{100}$; $z = \frac{\%O \times M}{1600}$

- Masse molaire du composé

$\frac{M}{100} = \frac{12x}{\%C} = \frac{y}{\%H} = \frac{16z}{\%O}$

La composition d'un composé organique CxHyOz de masse m donne $m(CO_2)$ de dioxyde de carbone et $m(H_2O)$ d'eau.

- Masse et pourcentage massique de carbone :

Il ya 12g de C dans 44g de CO_2 dans $m(CO_2)$ il y aura m(C) :

$\Longrightarrow m(C) = \frac{12 \times m(CO_2)}{44} = \frac{3m(CO_2)}{11}$ et $\%C = \frac{m(C)}{m} \times 100$

- Masse et pourcentage massique d'hydrogène

Il ya 2 g de H dans 18g de H_2O donc dans $m(H_2O)$ il y aura m(H):

$\Longrightarrow m(H) = \frac{2 \times m(H_2O)}{18} = \frac{m(H_2O)}{9}$ et $\%H = \frac{m(H)}{m} \times 100$

- Pourcentage massique d'oxygène

$\%O = 100 - ((\%C + \%H)$

Comment déterminer la formule brute d'un composé CxHyOz ?

1- Par sa masse molaire : $12x + y + 16z = M$

2- Par le bilan molaire de l'équation de sa composition

$$CxHyOz + \left(x + \frac{y}{4} - \frac{z}{2}\right)O_2 \longrightarrow xCO2 + \frac{y}{2}H_2O$$

$$\frac{n(CxHyOz)}{1} = \frac{n(O_2)}{x + \frac{y}{4} - \frac{z}{2}} = \frac{n(O_2)}{x} = \frac{n(H_2O)}{\frac{y}{2}}$$

3- Par ses pourcentage massiques

$x = \frac{\%C \times M}{1200}$; $y = \frac{\%H \times M}{100}$; $z = \frac{\%O \times M}{1600}$

Comment déterminer le rendement r au cours d'une réaction chimique ?

$$r = \frac{\text{nombre de moi final de produit}}{\text{nombre de mol initial du réactif}} \times 100$$

Hydrocarbures ou carbures d'hydrogène: CxHy

	Alcanes	Alcène	Alcynes
Formule générale	$CnH_{(2n+2)}$	CnH2n	$CnH_{(2n-2)}$
Nomenclature	.....ane	.....-x-ène	.....-x-yne
Exemples	éthane	éthylène	acétylène

Combustion c-omplète

Les hydrocarbures (Alcanes, alcènes, alcynes) brûlent dans le dioxygène.

Lorsque la combustion est compète, il se forme du dioxyde de carbone et de l'eau

Hydrocarbures : $CxHy + \left(x + \frac{y}{4}\right)O_2 \longrightarrow xCO_2 + \frac{y}{2}$

Alcanes : $CnH2n+2 + \frac{3n+1}{2}O_2 \longrightarrow nCO_2 + (n+1)H_2O$

Alcènes : $CnH2n + \frac{3n}{2}O_2 \longrightarrow nCO_2 + nH_2O$

Alcynes : $CnH2n-2 + \frac{3n-1}{2}O_2 \longrightarrow nCO_2 + (n-1)H_2O$

Composé organique oxygéné : CxHyOz

$$CxHyOz + \left(x + \frac{y}{2} - \frac{z}{2}\right)O_2 \longrightarrow xCO_2 + \frac{y}{2}H_2O$$

CHAPITRE 13

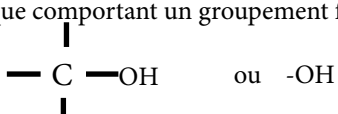
ALCOOL

I- Définition et classes d'alcools

1) Définition

C'est un composé organique comportant un groupement fonctionnel hydroxyde (-OH).

2) Groupe fonctionnel

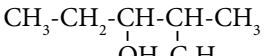


ou -OH

3) Formule générale brute $C_nH_{2n+1}-OH$

4) Nomenclature

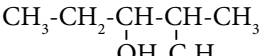
On remplace le «E» final de l'alcane par «OL»



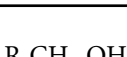
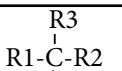
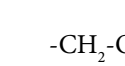
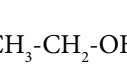
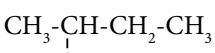
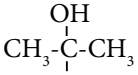
Les étapes :

- On choisit la chaine la plus longue qui contient le carbone fonctionnel
- La chaine carbonée est numérotée de façon à ce que l'atome de carbone fonctionnel ait le numéro le plus petit.

Ex : 4-methylhexan-3-ol



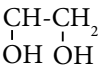
5) Les 3 classes d'Alcool

Classe	Alcool (I)	Alcool (II)	Alcool (III)
Nombre d'atomes de carbone auquel le carbone fonctionnel est lié	0 ou 1	2	3
Formule semi-développée			
Groupe fonctionnel			
Exemple	 Ethanol	 Butan-2-ol	 2-méthylpropan-2-ol

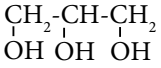
6) Les polyalcools ou polyols

Ce sont les molécules qui possèdent plusieurs groupes hydroxydes OH.

Exemples :



Glycol ou ethane-1,1-diol



Glycérol ou propan-1,2,3-triol

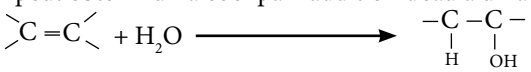
II. Préparation des alcools

1) Obtention de l'éthanol (alcool) par fermentation de jus sucré

$C_6H_{12}O_6 \longrightarrow 2C_2H_6O + 2CO_2$

2) Hydratation des alcènes

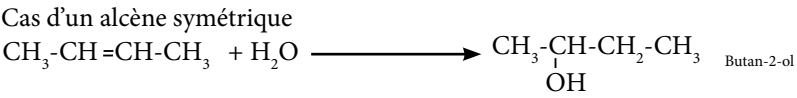
- On peut obtenir un alcool par l'addition d'eau à un alcène



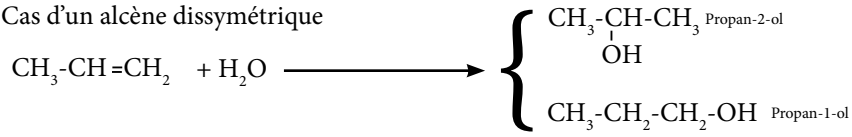
- L'hydratation d'un alcène dissymétrique donne deux alcools, l'alcool de la plus grande classe est majoritaire ou prépondérant, c'est **la règle de Markovnikov.**

Application

Cas d'un alcène symétrique

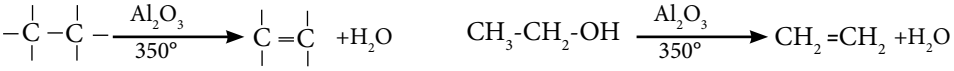


Cas d'un alcène dissymétrique

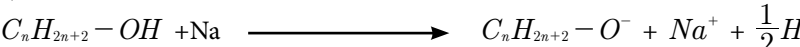


III- Propriétés chimiques des alcools

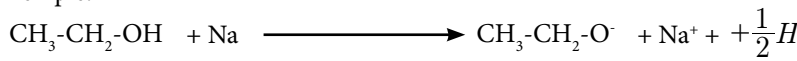
1) Déshydratation en présence d'alumine Al_2O_3 d'un alcool conduit à un alcène.



2) Réaction avec le sodium



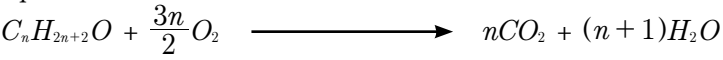
Exemple:



3) Combustion complète

L'action de brûler un corps, c'est une réaction de destruction de l'édification moléculaire.

Equation-bilan



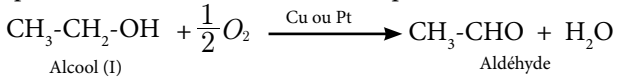
4)Réaction d'oxydation ménagé

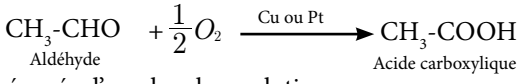
C'est une oxydation douce au cours de laquelle le squelette carboné de la molécule est conservé.

- L'oxydation par l'oxygène de l'air

Elle se fait en présence de métaux cuivre (Cu) ou platine (Pt)

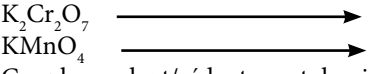
Exemple :



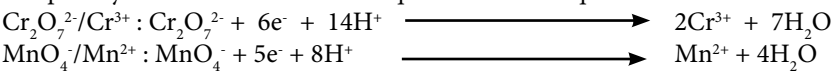


- L'oxydation ménagée d'un alcool en solution aqueuse

Equation bilan de dissolution des oxydants



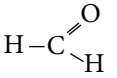
Couple oxydant/réducteur et demi-équation électronique

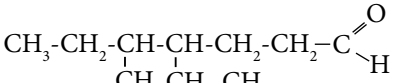


Alcool (I) ⟶ Aldéhyde ⟶ Acide carboxylique
Alcool (II) ⟶ Cétone
Alcool (III) ⟶ Rien

IV- Les composés carbonyles : Aldéhydes et cétones

1) Aldéhydes

- Formule brute : $C_nH_{2n}O$ avec $n \in \mathbb{N}^*$
- Groupe Carbonyle : 
- Groupe fonctionnel 
- Nomenclature  Méthanal

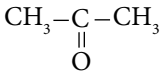
 4-méthyl-5-méthylheptanal

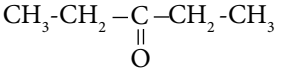
- Test spécifique des aldéhydes

Réactif de Schiff ⟶ (+) Coloration rose
Liqueur de Fehling ⟶ (+) Précipité rouge brique
Nitrate d'argent ammoniacal (Réactif de Tollen) ⟶ (+) Dépôt d'argent

2) Cétone

- Formule brute générale : $C_nH_{2n}O$
- Groupe Carbonyle 
- Groupe fonctionnel 
- Nomenclature

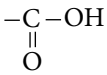
 Propanone

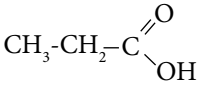
 Pentan-3-one

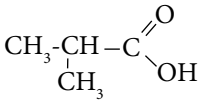
3) Test commun d'aldéhydes et cétones

DNPH ⟶ Précipité jaune

4) Les acides carboxyliques

- Formule brute générale : $C_nH_{2n}O_2$
- Groupe fonctionnel : 
- Nomenclature :

 Acide propanoïque

 Acide 2 méthyl propanoïque

EXERCICE CORRIGÉ 1

La combustion complète de 7,4 g d'un alcool (A) donne 17, 6 g de dioxyde de carbone.
1) Ecrire l'équation de combustion complète de l'alcool (A). Ecrire le bilan molaire.
2) Déterminer la formule brute de l'alcool (A).
3) Donner les formules semi-développées, les noms et les classes de tous les alcools isomères correspondant à cette formule brute.
4) L'oxydation ménagée de (A) donne un composé (B) qui réagit avec la 2-4- dinitrophénylhydrazine (DNPH) réagit avec le réactif de schiff.
a) Identifier la classe de l'alcool (A) en justifiant la réponse.
b) Donner la formule semi-développée de (A) sachant que l'alcool est ramifié.

SOLUTION

La combustion complète de 7,4 g d'un alcool (A) donne 17,6 g de dioxyde de carbone.
1) Ecrivons l'équation de combustion complète de l'alcool (A). Ecrire le bilan molaire.

$$C_nH_{2n+2}O + \frac{3n}{2} O_2 \rightarrow n\ CO_2 + (n+1)\ H_2O$$

2) Déterminons la formule brute de l'alcool (A).

$$\frac{n_{alcool}}{1} = \frac{n_{CO2}}{n} = \frac{m_{alcool}}{M_{alcool}} = \frac{7,4}{14n+18} = \frac{17,6}{44xn}$$

La résolution de l'équation donne n =4 ; la formule brute est $C_4H_{10}O$
3) Donnons les formules semi-développées, les noms et les classes de tous les alcools isomères correspondant à cette formule brute.

Formules semi développées	Nom	Classe
$H_3C-H_2C-CH_2-CH_2-OH$	butan-1-ol	Primaire
$CH_3-\underset{\displaystyle OH}{\overset{\displaystyle H}{\underset{|}{\overset{|}{C}}}}-CH_2-CH_3$	butan-2-ol	Secondaire
$H_3C-\underset{\displaystyle CH_3}{\overset{\displaystyle OH}{\underset{|}{\overset{|}{C}}}}-CH_3$	2-méthylpropan-2-ol	Tertiaire
$CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_2-OH$	2-méthylpropan-1-ol	Primaire

4) L'oxydation ménagée de (A) donne un composé (B) qui réagit avec la 2-4-DNPH réagit avec le réactif de Schiff.
c) Identifions la classe de l'alcool (A) en justifiant la réponse.
L'oxydation d'un alcool primaire donne un aldéhyde. L'oxydation d'un alcool secondaire donne une cétone. L'aldéhyde, contrairement à la cétone réagit avec le réactif de Schiff. Donc B est un aldéhyde et l'alcool A est primaire
d) Donnons la formule semi-développée de (A) sachant que l'alcool est ramifié. La formule de l'alcool est

$$CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_2-OH$$

EXERCICE CORRIGÉ 2

L'analyse élémentaire d'un composé (A) a donné 62 % de carbone, 27,6 % d'oxygène et 10,4 % d'hydrogène.
1) Sachant que la masse molaire de (A) est égale à 58 g.mol-1, déterminer la formule brute de (A).
2) Donner la forme semi-développée et le nom de chaque isomère répondant à la formule brute de (A).
3) Le composé (A) ne réagit pas avec le réactif de schiff. Identifier (A).
4) Comment peut-on préparer (A) à partir d'un alcool (B) ?

SOLUTION

L'analyse élémentaire d'un composé (A) a donné 62 % de carbone, 27,6 % d'oxygène et 10,4 % d'hydrogène.
1) Sachant que la masse molaire de (A) est égale à 58 g.mol^{-1}, déterminons la formule brute de (A). La formule du composé est CxHyOz.

$$\frac{12\,x}{62} = \frac{y}{10,4} = \frac{16z}{27,6} = \frac{M}{100} = \frac{58}{100}$$

Le calcul donne x =3 ; y = 6 et z = 1 la formule du composé (A) est C3H6O
2) Donnons la formule semi-développée et le nom de chaque isomère répondant à la formule brute de (A).

formule semi-développée	Nom
$CH_3-\overset{H_2}{C}-COH$	Propanal
$CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-CH_3$	Propanone

3) Le composé (A) ne réagit pas avec le réactif de schiff. Identifier (A).
A est un aldéhyde donc A est la propanal
4) Comment peut-on préparer (A) à partir d'un alcool (B) ?
Pour préparer l'aldéhyde (A) à partir de l'alcool (B) il faut faire une oxydation ménagée à l'aide d'une solution acidifiée de dichromate de potassium. L'alcool B doit un alcool primaire.
5) L'isomère (B') de (B) subit une oxydation ménagée dans le dioxygène de l'air en excès.
a) Décrivons cette expérience et identifier les produits obtenus.
B' est un alcool secondaire. En fait il s'agit du propan-2-ol. On mélange B' avec quelques millilitres d'une solution acidifiée de dichromate de potassium. On observe que la couleur du mélange passe de jaune-orangée à verte. Il se forme une cétone ; c'est la propanone
b) Ecrire les équations des réactions qui se déroulent durant cette expérience.
Les deux couples qui interviennent dans cette expérience sont

$CH_3\text{-}CH_2\text{-}CHO/CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2OH$ et $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$

D'où l'équation-bilan : $3\,C_3H_8O + Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ \rightarrow 2\,Cr^{3+} + 3\,C_3H_6O + 7\,H_2O$

EXERCICE 1

Donner les formules semi-developpées des alcools de formules : (préciser la classe des alcools).

1. C_3H_8O
2. $C_4H_{10}O$
3. $C_5H_{12}O$

EXERCICE 2

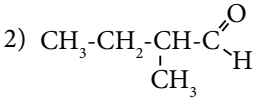
Pour chaque réponse, indiquer le (ou les) bonnes réponses.

	A	B	C
La déshydratation d'un alcool en présence d'alumine conduit à un	Alcène	Alcyne	Alcane
La réaction de combustion d'un alcool est	Totale	oxydation menagée	limitée
La formule générale brute d'un alcool est	$C_nH_{2n}O_2$	$C_nH_{2n+2}O$	C_nH_{2n+1} - OH
Un alcool peut être obtenu par	formation de jus sucrés	hydratation d'un alcène	déshydratation d'un alcène

EXERCICE 3

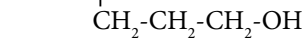
Donner les noms des composées suivants.

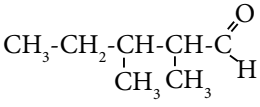
1) 

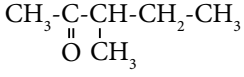
2) 

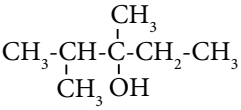
3) 

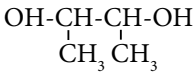
4) 

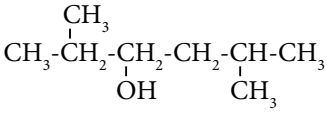
5) 

6) 

7) 

8) 

9) 

10) 

EXERCICE 4

Ecrire les formules semi-développées des composés suivants :

a) 2-méthylpropan-1-ol
b) 3,4-diméthylpentan-2-ol
c) 3-méthylbutanal
d) 2,3,4-triméthylpentan-3-ol
e) 2-éthyl-3-méthylbutanal
f) 2,4-diméthylpentan-3-one
g) éthan-1,2-diol

EXERCICE 5

1) Un mono alcool, à chaine saturée, contient 64,9 % en masse de carbone. Déterminer sa formule brute.
2) Ecrire les formules semi-développées et donner les noms de tous les alcools possédant quatre atomes de carbone.
3) On considère l'alcène A qui, par hydratation, donne un seul alcool, cet alcool possédant quatre atomes de carbone.
3.1) Déterminer la formule semi-développée de A et donner son nom.
3.2) Identifier l'alcool obtenu par hydratation de A.

EXERCICE 6

1) La combustion complète de 0,37 g de deux alcools aliphatiques saturés isomères (A1) et (A2) nécessite un volume V = 0,72 L de dioxygène dans les conditions de température et de pression où le volume molaire des gaz est égal à 24 $L.mol^{-1}$.
On donne en $g.mol^{-1}$: M(C) = 12 , M(H) = 1 et M(O) = 16.
1.1) Ecris l"équation de la combustion complète d'un alcool.
1.2) Montre que la formule brute des deux alcool (A1) et (A2) est $C_4H_{10}O$.
2) On réalise leur oxydation ménagée par une solution de bichromate de potassium acidifiée.
- L'oxydation ménagée de (A1) n'est pas possible.
- L'oxydation ménagée de (A2) donne un composé (B2).
- L'oxydation ménagée de (B2) n'est pas possible.
2.1) Préciser en le justifiant la classe de chacun des alcools (A1) et (A2).
2.2) Donne la formule semi-développés et le nom de (A1) et (A2).
3) On réalise la déhydratation intramoléculaire de (A1) en présence de l'acide sulfurique. On obtient un composé organique C1.
3.1) Ecris l'équation de la réaction en utilisant les formules semi-développées.
3.2) Préciser le nom de C1.

EXERCICE 7

Oxydation ménagée des alcools

1) Quels sont les alcools correspondants au composé de formule brute C_3H_8O ?
On donnera les formules semi-développées, classes et noms des différents alcools.
2) On réalise une oxydation ménagée de ces alcools.
2.1) Donner les formules semi-développées, fonctions et noms des produits obtenus.
2.2) Comment peut-on caractériser les produits d'oxydation ?
3) Ecrire l'équation bilan de l'oxydation ménagée de l'alcool secondaire par l'ion dichromate en milieu acide. On rappelle qu'en milieu acide l'ion dichromate est réduit en ion chrome III.

EXERCICE 8

Un alcool saturé A a pour densité de valeur par rapport à l'air $d = 2{,}07$.

1) On désire déterminer sa formule semi-développée.

1.1) Donne la formule générale d'un alcool saturé dont la molécule renferme n atomes de carbone.

1.2) Déterminer la masse molaire moléculaire MA de l'alcool A.

1.3) Montre que la formule brute de l'alcool A est C_3H_8O.

1.4) Ecris les formules semi-développées possibles de l'alcool A et nomme-les.

2) L'oxydation ménagée de l'alcool A en milieu acide par les ions dichromates $Cr_2O_7^{2-}$ en défaut donne un composé B. Le composé B donne un précipité jaune avec la 2,4-D.N.P.H. et possède des propriétés réductrices.

2.1) Donne la fonction chimique du composé B.

2.2) En déduis les formules semi-développées et les noms des composées B et A.

2.3) Etablis l'équation bilan de l'oxydation de A par les ions dichromates $Cr_2O_7^{2-}$ en milieu acide pour donner le composé B. On donne le couple $Cr_2O_7^{2-}$ / Cr^{3+}

On donne : C : 12 g/mol ; H : 1 g/mol ; O : 16 g /mol

EXERCICE 9

La combustion complète, par l'oxygène de l'air, de 0,1 mole d'un mono alcool saturé A : $C_nH_{2n+2}O$, a entraîné la formation de 6,72 L de gaz carbonique, mesuré dans les conditions normales, et de 7,2 g d'eau.

1)

1.1) Ecrire l'équation bilan de la combustion.

1.2) En déduire la formule de cet alcool.

1.3) Donner la formule semi-développée, le nom et la classe de chacun des isomères possibles.

2) Pour chacun des isomères trouvés, écrire l'équation bilan de son oxydation ménagée par une solution diluée de dichromate de potasium, en milieu acide.

3) On dispose de deux réactifs : une solution de dinitrophénylhydrazine (DNPH) et une solution du réactif de Schiff incolore.

3.1) Que permettent de tester ces réactifs ?

3.2) Ayant isolé l'entité chimique provenant de l'oxydation de A, peut-on, en utilisant ces réactifs, identifier sans ambiguïté l'alcool A ?

4)

4.1) L'alcool A a été obtenu par hydratation d'un alcène. Lequel ?

4.2) Préciser si cette hydratation conduit à un ou plusieurs des isomères trouvés à la question 1.

4.3) Donner les équations chimiques de cette hydratation.

Données :

- Masses molaires en $g.mol^{-1}$: H 1 ; C : 12 ; O : 16
- Volume molaire : V0 = 22,4 l/mol.

EXERCICE 10

Un composé organique A est un alcool dérivant d'un alcane. La chaîne carbonée de sa molécule est ramifiée et possède 4 atomes de carbone.

L'addition progressive à chaud d'une solution acidifiée de dichromate de potassium sur cet alcool permet de mettre en évidence la formation d'un composé B dont les vapeurs rosissent un papier imbibé de réactif de Schiff et un composé C qui jaunit le bleu de bromothymol (BBT).

1) Ecrire la formule brute d'un alcool possédant 4 atomes de carbone et en déduire les formules semi-développées possibles de tous ses isomères.
2) Donner la formule semi-développée et le nom de l'alcool A.
Justifier la réponse.
3)
3.1) Ecrire les équations bilans de formation des deux produits d'oxydation B et C (bilans de A à B et de A à C). On donnera les formules semi-développées et les noms de B et de C.
3.2) Ecrire l'équation-bilan de l'oxydation de B en C.
4) A 18,5 g de l'alcool A, on a ajouté 0,2 mol de dichromate de potassium en solution aqueuse acide. En supposant le rendement de la réaction égal à 100%, déterminer la masse du produit obtenu.
Données : M_H = 1 g/mol ; M_C = 12 g/mol ; M_O = 16 g/mol.

EXERCICE 11

1) Définis un composé carbonylé.
2) Donne un exemple en écrivant sa formule semi-développée.
3) Un composé organique oxygéné A de masse molaire 88 $g.mol^{-1}$ contient
68,2 % de carbone ; 13,6 % d'hydrogène.
3.1) Détermine la formule brute de A.
3.2) Le composé A est un alcool à chaîne ramifiée.
Montre qu'il existe cinq formules semi-développées pour A.
3.3) On fait subir à ce composé de formule brute C5H12O une oxydation ménagée qui conduit à un composé B pouvant réagir sur la 2,4-DNPH pour donner un précipité jaune.
Donne la raison pour laquelle ce seul test ne permet pas de trouver sans ambiguïté la formule semi-développée de A.
3.4) Le composé B ne réagit pas sur la liqueur de Fehling.
3.4.1) Montre que ce constat permet de lever l'ambiguïté précédente.
3.4.2) Donne les formules semi-développées et les noms des composées A et B.
Données : Masse molaire (en $g.mol^{-1}$) : C : 12 ; H : 1 ; O : 16.

EXERCICE 12

Soit un alcool noté B dont la formule brute est $C_5H_{12}O$.
1) Donner les 8 formules semi-développées des différents alcools ayant la formule brute C5H12O et préciser leur nom.
2) Des analyses montent que le molécule de B est ramifiée et possède un atome de carbone asymétrique (lié à quatre atomes ou groupes d'atomes différents). Ainsi l'oxydation ménagée de B par le permanganate de potassium en milieu acide donne, entre autres, un acide carboxylique.
2.1) Montrer, en justifiant votre réponse, que B est le 2-méthylbutan-1-ol.
2.2) Indiquer l'atome de carbone asymétrique dans la formule semi-développée de B par un astérisque (C*).
2.3) Donner la formule semi-développée et le nom de l'acide carboxylique obtenu par oxydation ménagée de B. Ecrire les demi-équations puis l'équation-bilan de la réaction d'oxydation ménagée de l'alcool B par ion permanganate en milieu acide.
3) On fait réagir l'acide éthanoïque avec l'alcool B.
3.1) Ecrire l'équation bilan de kla réaction et nommer le produit organique obtenu à la fin de la réaction. Préciser les caractères de cette réaction.
3.2) Les masses utilisées de l'acide éthanoïque et de l'alcool B sont respectivement m_A = 15 g et m_B =

22 g. Calculer la masse du produit organique obtenu à la fin de la réaction. Préciser les caractères de cette réaction sachant que le rendement de la réaction est 66,7%.
4) Il existe des méthodes plus avantageuses pour préparer le produit organique obtenu à la question 3). Lesquelles ?
En quoi sont-elles plus avantageuses ? Ecrire l'équation bilan de la réaction correspondant à l'une de ces méthodes.

EXERCICE 13

1) Un composé organique de formule CxHyO contient en masse 64,86% de carbone et 21,6% d'oxygène.
a) Quelle est la masse molaire du composé ?
b) Quelles sont les valeurs de x et de y ?
c) Déterminer les noms et les formules semi-développées possibles de ce composé qui est un alcool.
2) On considère deux produits isomères A et B de cet alcool.
Le composé A par chauffage sur l'alumine donne un seul alcène C.
Le composé B par chauffage sur l'alumine donne un mélange de deux alcènes C et D.
L'oxydation de A par le dichromate de potassium en milieu acide donne, entre autre un produit qui réagit avec le réactif de Tollens;
L'oxydation de B dans les mêmes conditions conduit à un produit ne réagissant pas avec le réactif de Tollens, ni avec la liqueur de Fehling mais seulement avec la D.N.P.H.
Donner les formules semi-développées et les noms des composés A, B, C et D.

EXERCICE 14

Un composé organique A de densité de vapeur d = 2,55 contient dans sa formule du carbone, de l'hydrogène et de l'oxygène. Une analyse élémentaire montre qu'il renferme 64,8% de carbone et 13,8% d'hydrogène.
1) Déterminer sa masse molaire moléculaire et en déduire sa formule moléculaire brute.
2) Le composé organique A, traité par une solution diluée de dichromate de potassium en milieu acide, prend une coloration verte. Que peut-on en déduire et quelle est la fonction organique de A ?
3) Le composé N extrait de la solution obtenu ne réagit pas avec la liqueur de Fehling mais donne des cristaux jaunes avec la 2,4-dinitrophénylhydrazine (D.N.P.H.).
a) Donne la formule semi-développée de A et son nom.
b) Ecrire la formule semi-développée de B et le nommer.
4) Le composé A est obtenu par hydratation d'un alcène D en milieu acide.
Déterminer les formules semi-développées possibles de D.

EXERCICE 15

La solution de dichromate de potassium utilisée, en milieu acide est «jaune orange».
Quatre flacons contiennent respectivement un alcool, un aldéhyde, une cétone et un acide carboxylique.
1) Se proposant d'identifier les produits, effectue les tests conformément au tableau ci-dessous:

	$Cr_2O_7^{2-}$ en milieu acide	DNPH	Réactif de Schiff	Liqueur de Fehling
A	Solution orange	Solution jaune	Solution incolore	Solution bleue

B	Solution verte	Solution jaune	Solution incolore	Solution bleue
C	Solution verte	Solution jaune	Solution violette	Solution rouge brique
D	Solution orange	Précipité jaune	Solution incolore	Solution bleue

Déterminer, justification à l'appui, les fonctions chimiques de A, B, C et D.
2) En faisant réagir du dichromate de potassium en milieu acide sur B, on obtient C et A.
2.1) Sachant que B est un composé à radical alkyle de trois atomes de carbone, donner les formules semi-développées et les noms de A, B, C.
2.2) On considère la formation de C à partir de B par action, en milieu acide, du dichromate de potassium.
Ecrire les demi-équations électroniques des couples $Cr_2O_7^{2-}$ / Cr^{3+} et C/B ; en déduire l'équation résumant la réaction d'oxydoréduction.

EXERCICE 16

1) L'analyse d'un corps indique les pourcentage et masses suivants : C: 85,71% H : 14,29%.
La densité de vapeur de ce corps est d = 1,93.
Donner :
a) Sa formule brute.
b) Ses isomères et leurs noms.
2) L'hydratation de l'un des isomères en présence d'un catalyseur approprié conduit à deux alcools A et B.
On notera A l'alcool qui correspond à la classe la plus élevée.
On réalise l'oxydation ménagée de A à l'aide d'une solution aqueuse de permanganate de potassium en milieu acide On constate un changement de couleur.
On obtient un seul produit C.
L'oxydation de B conduit à deux produits D et E.
a) Identifier l'isomère en question et donner son nom.
b) Donner les formules semi-développées et les noms de A, B, C, D et E. Ecrire l'équation-bilan de la réaction chimique qui conduit de A à C.
c) Préciser la couleur du milieu réactionnel avant et après la réaction.
d) On fait subir aux produits C et D différents tests dans le but de vérifier leurs fonctions chimiques.
- Que donne le test du 2,4-dinitrophenylhydrazine ?
- Que donne le test de la liqueur de Fehling ?

EXERCICE 17

Données numériques : M(H) = 1 $g.mol^{-1}$; M(C) = 12 $g.mol^{-1}$; M(O) = 16 $g.mol^{-1}$.
Toutes les mesures de pH sont faites à 25°C.
1) Un composé bifonctionnel A contenant du carbone, de l'hydrogène et de l'oxygène à la composition centésimale en masse suivante :
- pourcentage en carbone : 32,43
- pourcentage en oxygène : 64,86
Sa densité à l'état gazeux par rapport à l'air est d = 2,55.
Déterminer sa masse molaire moléculaire et en déduire sa formule brute.
2) La solution aqueuse du composé A prend une coloration rouge en présence de l'hélianthine.

Par ailleurs, on fait réagir le composé A avec de la liqueur de Fehling ; on observe après chauffage, la formation d'un précipité rouge brique.
a) Quelles informations peut-on déduire des tests précédents ?
b) Ecrire la formule développée du composé A.
3) Le composé A, traité par une solution diluée de dichromate de potassium en milieu acide, prends une coloration verte ?
a) Que pet-on en déduire ?
b) Ecrire les deux demi-équations électroniques d'oxydation et de réduction. En déduire l'équation-bilan d'oxydo-réduction traduisant l'action des ions dichromate sur le composé A.
4) Le composé organique A peut être obtenu par oxydation ménagée incomplète d'un autre composé bifonctionnel B dont les groupes fonctionnels sont identiques.
Par action du sodium métallique (sans trace d'eau) sur le composé B, les deux groupes fonctionnels réagissent. Il se forment un composé ionique D avec un dégagement gazeux.
a) Identifier le composé B en précisant sa formule semi-développée et son nom en nomenclature officielle.
b) Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui s'est produite.
5) On considère une solution aqueuse du composé D de concentration molaire volumique $C = 10^{-2}$ $mol.L^{-1}$.
a) Ecrire l'équation-bilan de la réaction du composé D avec l'eau.
b) Calculer le pH de la solution obtenue
c) Déterminer le volume V' d'une solution aqueuse d'acide chlorhydrique de concentration molaire volumique $C' = 10^{-2}$ $mol.L^{-1}$ qu'il faut verser dans un volume $V = 20$ cm^3 de la solution aqueuse précédente de D pour obtenir un mélange de pH = 7 à 25°C

CHAPITRE 14

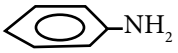
AMINES

I- Les amines

Les amines sont des composés comportant un atome d'azote lié à au moins un groupement alkyle ou phényle. Elles sont obtenues par remplacement dans la molécule d'ammoniac d'un ou plusieurs atomes d'hydrogène par des groupes alkyles ou un noyau benzénique.

Formule générale brute : $C_nH_{2n+3}N$

Groupe caractéristique : $(R_1)-\underset{\displaystyle (R_2)}{\overset{\displaystyle |}{N}}-(R_3)$

Exemple : $CH_3\text{-}NH_2$ (Methylamine)  (Phenylamine)

II- Les trois classes d'amines

1) Formules

Selon le nombre de groupes carbonés liés à l'atome d'azote, on distingue trois classe d'amines :

Amines primaires

Une amine est dite primaire si l'atome d'azote est lié à deux (2) atomes d'hydrogène. Sa formule générale est : $R\text{-}NH_2$ $CH_3\text{-}NH_2$

Amine secondaire

Une amine est dite secondaire si l'atome d'azote est lié à (1) atome d'hydrogène. Sa formule générale est : R-NH-R' $CH_3\text{-}CH_2\text{-}NH\text{-}CH_3$

Amines tertiaires

Une amine est dite tertiaire si l'atome d'azote est lié à zéro (0) atome d'hydrogène. Sa formule générale est : $R-\underset{\displaystyle R''}{\overset{\displaystyle |}{N}}-R'$ $CH_3\text{-}CH_2-\underset{\displaystyle CH_3}{\overset{\displaystyle |}{N}}-CH_3$

2) Nomenclature

Amines primaires

Le nom de l'amine s'obtient à partir de celui de l'alcane correspondant en remplaçant le «e» finale par «amine» précédé du numéro de l'atome de carbone fonctionnel qui doit être le plus petit possible.

Amines secondaires et tertiaires

Si les groupes substituants sont identiques, l'anime est symétrique. On la nomme comme une amine primaire en ajoutant les préfixes di ou tri.

Si les groupes substituants sont différents, l'amine est mixte. On donne le nom de l'amine primaire formée avec la chaine la plus longue.

Les noms des autres groupes carbonés liés à l'atome d'azote sont mentionnés devant celui de l'atome précédé de la lettre N pour indiquer qu'ils sont liés à l'atome d'azote.

III- Propriétés chimiques des amines

Les amines sont des bases faibles. Cette propriété est due au doublet non liant porté par l'atome d'azote. Ce doublet est susceptible de capter un proton.

$R\text{-}NH_2 + H_3O^+ \longrightarrow R\text{-}NH_3^+ + H_2O$

Caractère nucléophile des amines

Réactifs nucléophiles et électrophiles

Un réactif nucléophile est un réactif riche en électron qui est attiré par des centres pauvres en électrons.

Le doublet liant de l'azote confère aux amines et à l'ammoniac un caractère nucléophile.

Un réactif électrophile possède un centre pauvre en électrons.
Exemple : Iodure de méthyle $^{+\delta}CH_3 - I^{-\delta}$
L'atome d'iode est plus électronégatif que le carbone. La liaison $C - I$ est très polarisée. L'atome de carbone qui présente un déficit en électron est site électrophile.
Réaction entre une amine tertiaire et l'iodure de méthyle : Réaction d'Hofmann
Equation bilan

$(C_2H_5)_3N + C_2H_5\text{-}I \longrightarrow (C_2H_5)_4N^+ + I^-$

Triéthylamine iodure d'éthyle iodure de tétraéthylammonium

EXERCICE CORRIGÉ 1

Une amine aliphatique (A) saturée présente un pourcentage pondéral en azote égal à 19,18%
1) Déterminer sa formule brute.
2) Ecrire toutes les formules semi-développées possibles correspondant à cette formule brute.
3) Nommer chacune de ces amines et indiquer sa classe.
Données : masse molaire atomiques : N : 14 g.mol^{-1} ; C : 12 g.mol^{-1} ; H : 1 g.mol^{-1}

SOLUTION

1) Déterminons la formule brute correspondante.
M = 12n + 2n + 3 + 14 = 14n + 17 ;
On a alors : $0{,}1918 = \frac{14}{14n+17}$ => $2{,}6852n = 14 - 17x0{,}1918 = 10{,}7394$ => n = 4
D'où la formule : $C_4H_{11}N$
Formules noms et classes

$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-NH_2$	butanamine	amine primaire
$CH_3-CH_2-CH_2-NH-CH_3$	N-méthylpropan-1-amine	amine secondaire
$CH_3-CH_2-NH-CH_2-CH_3$	N,N-diéthylamine	amine secondaire
$CH_3-CH(CH_3)-CH_2-NH_2$	2-méthylpropan-1-amine	amine primaire
$CH_3-CH_2-CH(CH_3)-NH_2$	1-méthylpropan-1-amine	amine primaire
$CH_3-CH(CH_3)-NH-CH_3$	N-méthylisopropylamine	amine secondaire
$CH_3-CH_2-N(CH_3)-CH_3$	N,N-diméthylétanamine	amine tertiaire

EXERCICE CORRIGÉ 2

On considère une amine saturée (B) contenant 23,76 % en masse d'azote.
1) Ecrire la formule générale d'une amine saturée comportant x atomes de carbone ; puis la mettre sous la forme CxHyN.
2) Exprimer y en fonction de x.
3) Déterminer la formule brute de (B). Ecrire les différentes formules semi-développées possibles et nommer les composés correspondant.
4) Identifier (B) sachant que l'atome de carbone lié à N est lié à deux autres atomes de carbones.

SOLUTION

1) $C_xH_{2x+3}N$; ce qu'on peut mettre sous la forme C_xH_yN

2) $y = 2x + 3$

3) Formule brute et semi-développées possibles de (B)

$M = 12x + 2x + 17$

$$\%\,N = \frac{14}{14x + 17} = 0{,}2376 \Rightarrow 3{,}3264x + 4{,}0392 = 14 \Rightarrow x = \frac{14 - 4{,}0392}{3{,}3263} = 3$$

Formule brute : C_3H_9N

4) Identifions B

$CH_3-CH_2-NH-CH_3$ N-méthyléthanamine

EXERCICE 1

Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonnes(s) réponses(s).

	A	B	C
Les amines ont pour formules générales brutes	$C_nH_{2n+2}N$	$C_nH_{2n+2}O$	$C_nH_{2n+3}N$
Les amines sont	Acides	bases faibles	bases fortes
La réaction de Hofmann est	une réaction entre amine primaire et un amine secondaire	une réaction entre une amine tertiaire et un halogenoalcane de formule R-X	une réaction entre une amine et un alcool
$H_3C - C - NH_2 + H_3C - I$ conduit à	$H_3C - NH - CH_3 + HI$	$H_3C - NH_2 - CH_3 + H_2O$	$H_3C - NH - CH_3$ HI
Il existe combien de classes d'amines	3	4	5

EXERCICE 2

Ecrire les formules semi-développées des composés suivants:

a) propan-2-amine ;
b) 2-méthylbutylamine ;
c) N-méthylpropan-2-amine ;
d) N-éthyl N-méthyl-2-méthylbutan-1-amine
e) butane-1,3-diamine ;
f) 1-aminobutan-2-ol ;
g) hexane-1,3,6-triamine ;
h) N,N-diméthylbutan-2-amine ;
i) N-méthyl-2-méthylpropan-1-amine ;
j) 5-éthyl-3-métyl-7-phénylheptan-2-amine.

EXERCICE 3 Nomenclature

Nommer les composés suivants

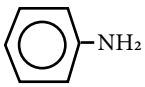
a) $CH_3 - CH_2 - NH - CH_2 - CH_3$

b) $NH_2 - \underset{\displaystyle C_2H_5}{\underset{|}{CH}} - CH_3$

c) $C_2H_5 - \underset{\displaystyle C_2H_5}{\underset{|}{CH}} - NH - C_2H_5$

d) $C_6H_5 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{N}} - C_2H_5$

e) $C_6H_5 - \underset{\displaystyle C_2H_5}{\underset{|}{N}} - C_2H_5$

f) 

g) $CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{\overset{\displaystyle NH_2}{\overset{|}{C}}}} - CH_3$

h) $NH_2 - CH_2 - CH_3$

i) $CH_3 - \underset{\displaystyle C_2H_5}{\underset{|}{N}} - CH_2 - CH_2 - CH_3$

EXERCICE 4 Nomenclature et classe des amines

Donner les formules semi-développées des amines de formules brutes $C_4H_{11}N$. Préciser leur classe et leur nom.

EXERCICE 5 Formule brute et classes des amines

Trouver la formule brute des amines C_xH_yN. x et y étant des nombres entiers. Cette formule brute est-elle la même dans le cas d'une aminé primaire, secondaire, tertiaire ?

EXERCICE 6

On donne la formule générale C_xH_yN d'une amine aromatique comportant un seul cycle benzémique.
1. Montrer que x = n+6 et y = 2n + 7, n désignant le nombre d'atomes de carbone qui ne font pas partie du cycle benzémique.
2. La microanalyse d'une telle amine fournit un pourcentage en masse de 11,57% d'azote.
2.1. Déterminer n
2.2. Donner les différents isomères et leur nom.
Masses molaires atomiques en g/mol : M(C) = 12 ; M(H) = 1 ; M(O) = 16 ; M(N) = 14 ; M(Na) = 23.

EXERCICE 7

1. Donne la formule brute d'une amine aliphatique primaire contenant n atomes de carbone.
2. Exprime en fonction de n le pourcentage en masse d'azote qu'elle contient.
3. Une amine aliphatique de masse m = 1,77 g contient 0,42 g d'azote.
Montre que cette amine a pour formule brute C_3H_9N.
4. Ecris les formules semi développées, les noms et les classes des isomères de cette amine.

EXERCICE 8

On dissout 7,5 g d'une amine aliphatique A dans l'eau pure ; ce qui permet d'obtenir un litre de solution. Un échantillon de cette solution dosée révèle une concentration de 0,1027 mol/L.
1. En déduis la masse molaire de l'amine A et sa formule brute.
On donne les masses molaires en g/mol : C = 12 ; H = 1 ; N = 14 ; O = 16
2. L'action de l'iodométhane sur l'amine A permet d'obtenir une amine secndaire, une amine tertiaire, ainsi qu'un iodure d'ammonium possible de A.
3. L'amine obtenue contient un carbone lié à 4 groupements différents.
En déduire sa formule semi-développées.
4. Ecrsi l'équation bilan de la réaction de dissolution de cette amine dans l'eau.
5. En déduire le caractère mise en évidence dans cette réaction.
6. Donne les formules semi-développées et les noms des amines et de l'ion ammonium quaternaire obtenus par l'action de l'iodométhane avec l'amine A.
7. Ecris l'équation bilan de la réaction de l'iodométhane sur l'amine tertiaire.
8. En déduis le caractère mise en évidence dans cette réaction.

EXERCICE 9

On dissout 7,5 g d'une amine aliphatique A dans de l'eau pure de façon à obtenir un litre de solution. On dose un volume V_1 = 40 mL de cette solution par de l'acide chlorhydrique de concentration C_2 = 0,2 $mol.L^{-1}$.
1. Déterminer la concentration molaire C1 de la solution d'amine.
En déduire la masse molaire de l'amine A et sa formule brute.

2. Quelles sont les formules semi-développées possibles de A ?
les nommer.
3. On sait par ailleurs que la molécule de l'amine A contient un atome de carbone tétraédrique lié à quatre groupes d'atomes différents.
Ecris sa formule semi-développée.

EXERCICE 10 Détermination de la formule d'une amine aromatique.

On considère une amine aromatique de formule générale C_xH_yN ne comportant qu'un seul cycle.
1. Exprimer x et y en fonction du nombre n d'atomes de carbone qui ne font pas partie du cycle.
2. La microanalyse d'une amine fournit, pour l'azote, un pourcentage en masse de 13,08%.
2.1. Déterminer n.
2.2. Ecrire les formules développées des différents isomères et donner leurs noms.
3. L'un des isomères est une amine secondaire. Quels produits obtient-on lorsqu'on le traite par de l'iodométhane ?
On supposera que l'amine de départ est en excès.
Indication : La réaction se poursuit jusqu'à la formation de l'amine tertiaire correspondant.

EXERCICE 11 Détermination de la formule d'une amine.

1. En combien de classes les amines peuvent-elles être repartie ?
Donner la formule générale des amines, indique pour toutes les classes.
2. Soit une amine tertiaire A. Par action sur du 1-iodobutane en solution dans l'éther, on obtient un précipité blanc ; l'analyse de ce corps montre qu'il s'agit d'un solide ionique dissymétrique.
2.1. Ecrire l'équation de la réaction.
2.2. Quelle propriété des amines cette réaction met-elle en évidence ?
3. Une solution aqueuse de l'amine A, de concentration molaire C = 0,2 $mol.L^{-1}$ a été obtenue en dissolvant 20,2 g d'amine pour 1L de solution.
En déduire sa masse molaire, sa formule brute.

EXERCICE 12 Détermination de la formule d'une amine.

Une amine A de formule brute $C_4H_{11}N$ réagit sur l'iodoéthane en au moins deux étapes.
1. Que peut-on en conclure quant à la classe de l'amine ?
2. Lors de l'action de l'iodoéthane sur A, on constate qu'une mole de A peut fixer deux moles d'iodoéthane. La classe de l'amine est-elle totalement déterminée ? Quelles sont les formules semi-développées possibles pour l'amine A ?
3. Quand on fait réagir un excès d'iodométhane sur l'amine A, on obtient un composé de formule : $\left[(CH_3)_3N - CH_2 - CH_2 - CH_3\right]^+ I^-$. En déduire la formule semi-développée de A.
4. L'amine a-t-elle des propriétés acido-basiques ? si oui, quelle en est l'origine ?

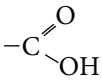
CHAPITRE 15

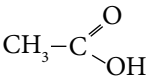
ACIDES CARBOXYLIQUES ET DÉRIVÉES

I- Les acides carboxyliques

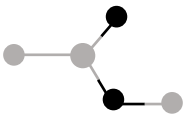
1) Nomenclature et formule

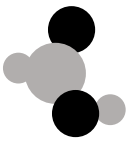
a) Définition

Un acide carboxylique est un composé comportant le groupe fonctionnel carbonyle. 

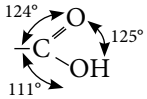
Exemple : Acide éthanoïque : 

b) Géométrie du groupe carboxyle



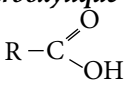


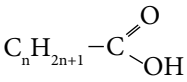
Le groupe carboxyle a une structure plane



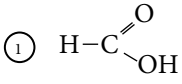
Liaison C ═ O 121 pm
Liaison C — O 134 pm
Liaison O — H 97 pm

c) Formule des acides carboxylique

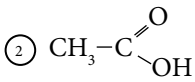
Formule générale :  ou RCOOH

Formule des acides alcanoïques :  ou $C_nH_{2n}O_2$

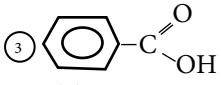
d) Nomenclature



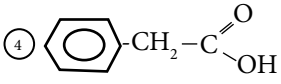
Acide méthanoïque



Acide éthanoïque



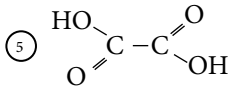
Acide benzoïque
Acide benzène carboxylique



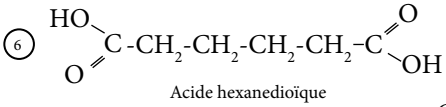
Acide phényléthanoïque

Le nom de l'acide est obtenu en remplaçant la terminaison «e» de l'hydrocarbure à chaîne carbonée la plus longue comportant le groupe carboxyle par «oïque» et en faisant précéder le mot ainsi obtenu par «acide» le sens de numérotation est tel que l'atome de carbone du groupe carboxyle porte le numéro 1.

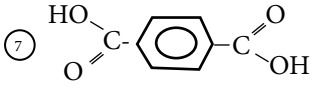
Diacides

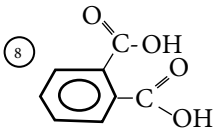


Acide éthdioïque



Acide hexanedioïque





Cas des diacides : Ils possèdent deux groupes carboxyles : On prend le nom de l'alcane correspondant, suivi de «dioïque»

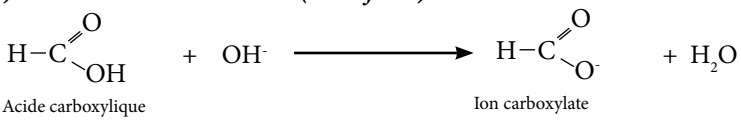
Acide gras (Acides à longue chaine carbonée obtenus à partir des corps gras).
- A chaine carbonée saturée

Acide stéarique (C18) $C_{17}H_{35}COOH$
Acide palmitique (C16) $C_{15}H_{31}COOH$

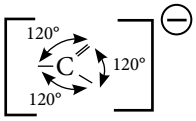
- A chaine carbonée insaturée
Acide Oléique $CH_3(CH_2)_7CH$ ~~CH~~$(CH_2)_7COOH$

2) Propriétés acides

a) Réaction avec l'anion OH^- (Base forte)



b) Structure de l'ion carboxylate



Liaison C-O : 127 pm
L'ion carboxylate a une structure plane et symétrique

c) Les acides carboxyliques : des acides faibles

Acide méthanoïque à C = 10^{-1} mol/l Acide éthanoïque à C = 10^{-2} mol/l
pH = 2,4 ; -1gC = 1 ≠ pH pH = 3,4 ; -1gC = 2 ≠ pH
Conclusion : Les acides carboxyliques sont des acides faibles.

3) Préparation des acides carboxyliques

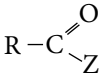
Les acides carboxylique sont préparés
- par oxydation des alcools et des aldéhydes
- par hydrolyse des dérivés d'acides carboxyliques.

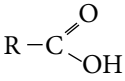
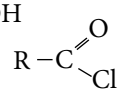
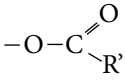
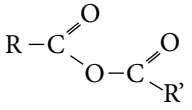
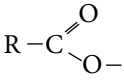
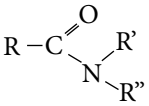
4) Réactions des acides carboxyliques

Ce sont principalement des réactions de préparation des dérivés d'aides carboxyliques.
- préparation des chlorures d'acyles
- préparation des esters
- préparation des anhydrides d'acides
- préparation des amides

II- Les dérivés d'acides carboxyliques

Les dérivés d'acides carboxyliques sont des composés comportant le groupe acyle.
Ils résultent formellement du remplacement du groupe hydroxyle -OH de l'acide carboxylique par un groupe Z.

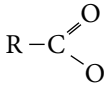
Formule générale : 

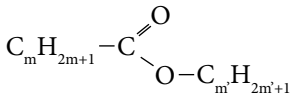
- Z est un groupe hydroxyle -OH Acide carboxylique 
- Z est un atome de chlore -Cl Chlorure ou Chlorure d'acide 
- Z est un groupe carboxylate  Anhydride d'acide 
- Z est un groupe alcoxy −O−R' Ester 
- Z est un groupe amino  amide 

III- Les esters

1) Nomenclature et formule

a) Formule

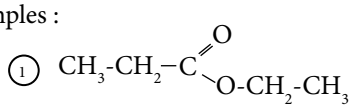
Formule générale  ou RCOOR'

Formule des alcanoate d'alkyles  ou $C_nH_{2n}O_2$

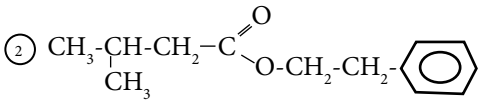
b) Nomenclature

Le nom d'un ester est obtenu à partir du nom de l'acide carboxylique duquel il dérive en supprimant le mot «acide», en remplaçant la terminaison «ique» ou «ïque» par «ate», en ajoutant la préposition «de» (ou d') et complétant par le nom du groupe R'.

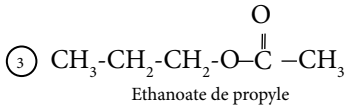
Exemples :

① 

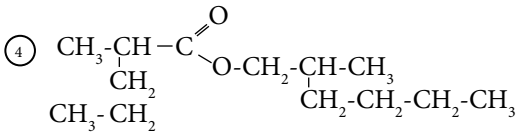
Propanoate d'éthyle

② 

3-méthylbutamoate de 2-phenyléthyle

③ 

Ethanoate de propyle

④ 

3-méthylpentanoate de 2-méthyhexyle

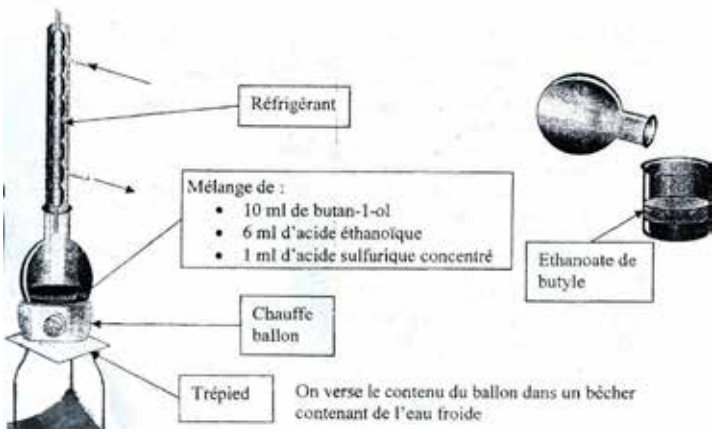
2) Préparation des esters : estérification

a) Définition

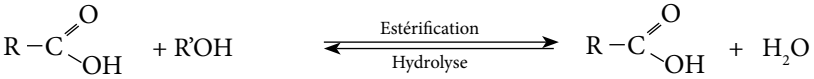
L'estérification est réaction de condensation entre un alcool et un acide carboxylique ou un dérivé d'acide carboxylique, au cours de laquelle l'on obtient un ester.

b) Estérification directe : Réaction entre un acide carboxylique et un alcool

Expérience



Equation et caractéristiques



Acide carboxylique Alcool Eau

t=0	n	n	0	0
t infini	1/3 n	1/3 n	2/3n	2/3n

La réaction d'estérification est très lente, limitée et réversible, athermique, la limite d'estérification est indépendante de la température et de la présence ou non d'un catalyseur. Toutefois, la présence

d'un catalyseur et l'élévation de la température permettent d'atteindre cette limite plus rapidement. Pour augmenter le rendement, il faut limiter l'hydrolyse par distillation de l'ester ou par élimination de l'eau.

Remarque :

- La réaction d'estérification est une réaction de condensation avec élimination d'une molécule d'eau. (Condensation = réaction d'addition au cours de laquelle une petite molécule est éliminée).
- Il est possible en utilisant des isotopes traceurs ($^{16}_{8}O$ et $^{18}_{8}O$) de savoir comment se forme la molécule d'eau. On sait ainsi que pour les alcools primaires et secondaires, l'atome d'oxygène de l'eau provient de l'acide.

Notion de rendement

1) Définition

Le rendement η (ou r) désigne le rapport entre la quantité de produit obtenue et la quantité maximale qui serait obtenue si la réaction était total. Il est sans dimension et compris entre 0 et 1 (0% et 100%).

Le rendement chimique rend compte de l'efficacité de la réaction chimique étudiée.

$$\eta = \frac{\text{Masse du produit obtenu}}{\text{Masse du produit théorique}} = \frac{\text{Nombre de moles du produit obtenu}}{\text{Nombre de moles théoriques}}$$

La masse de produit obtenu est la masse synthétisée. Elle est déterminée par pesée du produit obtenu. La masse de produit théorique est la masse de produit correspondant à un rendement de 100%. Elle doit donc être calculée à partir de la masse des réactifs.

2) Calcul de rendement

- Ecrire l'équation bilan de la réaction
- Déterminer les quantités de matières (nombre de moles) effectives des réactifs
- Déterminer le réactif limitant (ou en défaut)
- Calculer la quantité de matière théorique du (ou des) produit (s) obtenus.
- Calculer le rendement en faisant le rapport de la quantité de matière réelle du produit par la quantité théorique du produit.

3) Rendement de l'estérification

La réaction d'estérification directe a un rendement inférieur à 1. A titre d'exemple, si les réactifs sont mélangés mol à mol, l'estérification des alcools primaires a un rendement maximal de 67%, les alcools secondaires de 60% et les alcools primaires de 5%.

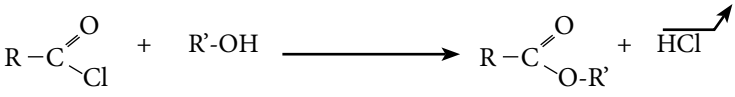
Exemple d'application : calcul d'un rendement

On fait réagir en présence d'ions $H^+(aq)$, un volume $V_{éth}$ = 30,0 mL d'éthanol avec une masse m = 15,0g d'acide méthanoïque. A l'aide de titrages acidobasiques, on a déterminé expérimentalement la quantité d'ester formé soit 0,26 mol.

Déterminer le rendement r de cette réaction d'estérification sachant que la masse volumique de l'éthanol est $\mu_{éth}$ = 0,785 g.mL^{-1}.

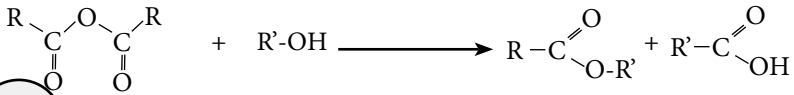
c) Estérification indirecte

Réaction entre un alcool et un chlorure d'acyle



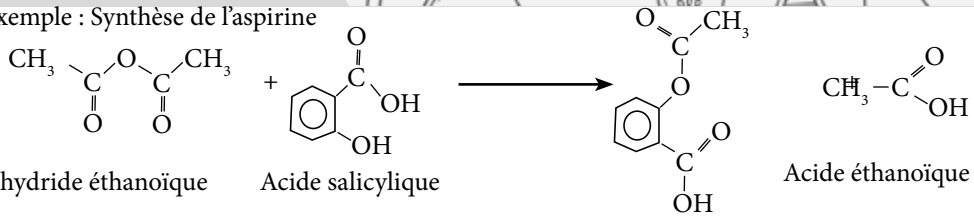
Réaction rapide, totale et exothermique

Réaction entre un alcool et un anhydride d'acide



Réaction rapide et totale

Exemple : Synthèse de l'aspirine



Anhydride éthanoïque — Acide salicylique — Acide acétylsalicylique — Acide éthanoïque

3) Réactions des esters

a) Hydrolyse (réaction avec l'eau)

Elle limite la formation de l'ester, elle est lente, athermique et limitée (par la réaction d'estérification).

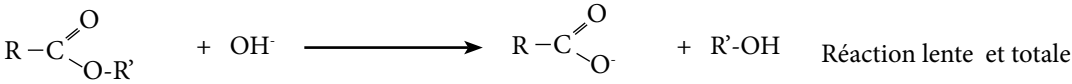
b) Ammonolyse (réaction avec l'ammoniac) et les amines

Elle sert à la préparation d'amides et d'alcools.

c) Saponification des esters

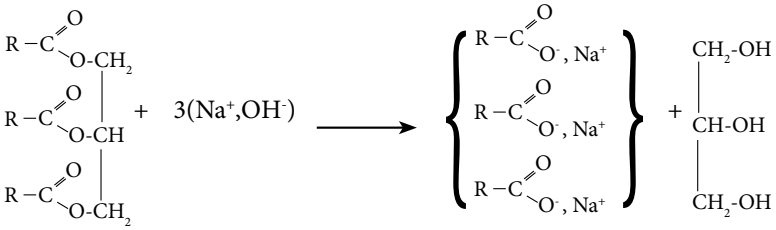
Définition

La réaction de saponification est la réaction des ions OH- sur les esters. C'est l'hydrolyse des esters en milieu basique. Elle donne comme produits de l'alcool et des carboxylates appelés savons.



Réaction lente et totale

Exemple de saponification



Triester (Corps gras)

Préparation d'un savon



4) Polyesters

Les polyesters sont obtenus par des réactions de polycondensation, c'est-à-dire une suite de réaction d'addition dans lesquelles de petites molécules sont éliminées.

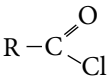
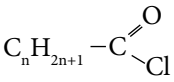
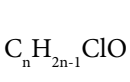
Exemple :

Glycol + Acide téréphtalique ⟶ polyéthylène théréphtalate (PETP) + méthanol

IV- Chlorure d'acyle (ou Chlorure d'acide)

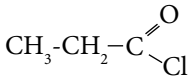
1) Nomenclature et formule

a) Formule

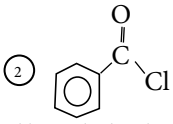
Formule générale	Formule des chlorures d'alcanoyles
	 ou 

b) Nomenclature

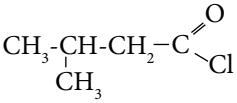
Le nom du chlorure d'acyle est obtenu en remplaçant le mot «acide» dans le nom de l'acide dont il dérive par «chlorure de» (ou chlorure d') et la terminaison «ique» ou «ïque» du nom de l'acide par «yle».

① 

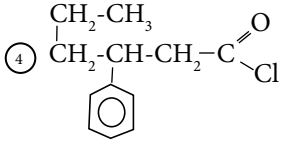
Chlorure de propanoyle

② 

Chlorure de phénylmethanoyle

③ 

Chlorure de 3-méthylbutanoyle

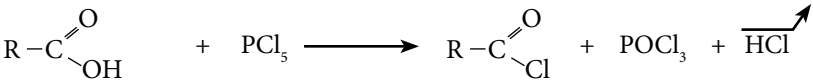
④ 

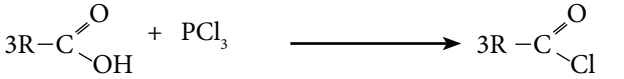
Chlorure de 3 phénylhexanoyle

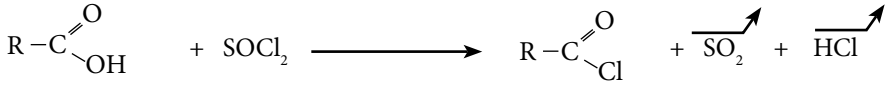
2) Préparation

Elle se fait à l'aide d'agents chlorurants:

- PCl_5 : Pentachlorure de phosphore
- PCl_3 : Trichlorure de phosphore
- $SOCl_2$: Chlorure de thionyle

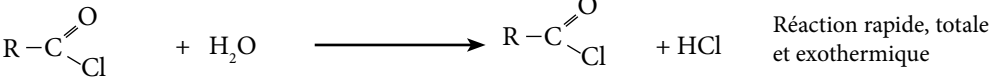






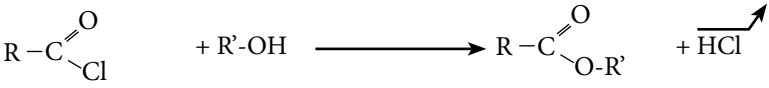
3) Réactions

- Hydrolyse :



Réaction rapide, totale et exothermique

- Alcoolyse : C'est une réaction d'estérification indirecte.



Réaction rapide, totale et exothermique

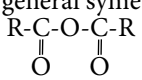
- Ammonolyse : Elle sert à la préparation des amides
- Action sur les acides carboxyliques : Elles donnent des anhydrides d'acides.

V- Anhydride d'acide

1) Nomenclature et formule

a) Formule

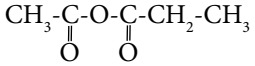
Les anhydrides sont en général symétriques

Formule générale :  ou $(RCO)_2O$

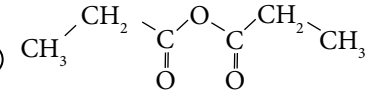
Formule des anhydrides alcanoïque $(C_nH_{2n+1}CO)_2O$ ou $C_nH_{2n-2}O_3$

b) Nomenclature

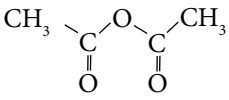
On obtient le nom d'un anhydride en remplaçant le mot «acide», dans le nom de l'acide dont il dérive par «anhydride». Pour les anhydrides mixtes, le nom est obtenu en faisant suivre le mot «anhydride» des noms des deux acides séparés par un «et» et cités dans l'ordre alphabétique.

① 

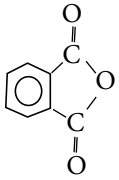
Anhydride éthanoïque et propanoïque

② 

Anhydride propanoïque

③ 

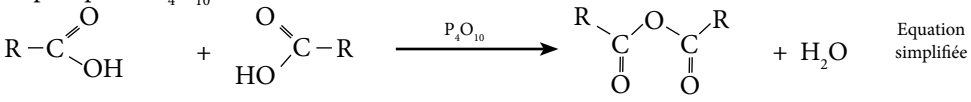
Anhydride éthanoïque

④ 

Anhydride phalique

2) Préparation des anhydrides

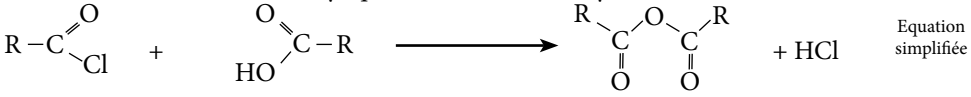
- Action entre deux acides : elle se fait en générale grâce à une déhydratant tel le décaoxyde de tétraphosphore P_4O_{10}.



Equation simplifiée

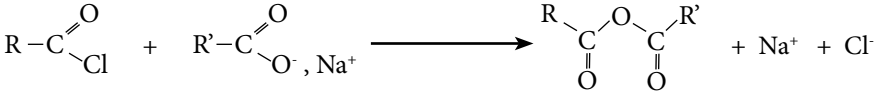
Remarque : il peut avoir une déhydratation intramoléculaire dans les diacides

- Action entre un acide carboxylique et un chlorure d'acyle :



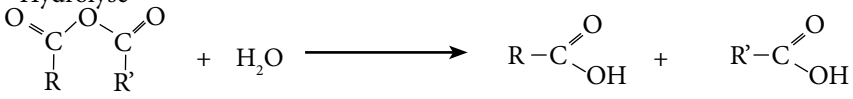
Equation simplifiée

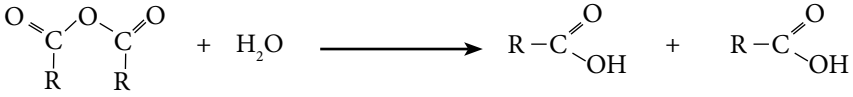
- Action entre un chlorure d'acyle et un ion carboxylate :



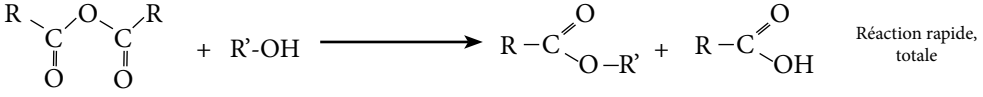
3) Réaction des anhydrides

- Hydrolyse





- Alcoolyse : Elle permet la synthèse des esters (ne pas écrire)



Réaction rapide, totale

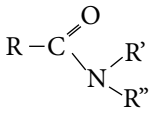
- Ammonolyse : Elle permet la synthèse des amides

VI- Les amides

1) Nomenclature et formule

a) Formule

Formule générale :



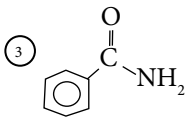
Si R' = R" = H : l'amide n'est pas substitué (RCONH2)
Si R' = H et R" ≠ H : l'amide est monosubstitué (RCONHR")
Si R' ≠ H et R" ≠ H : l'amide est disubstitué (RCONR'R")
Formule générale des alcanamides $C_nH_{2n+1}ON$

b) Nomenclature

Le nom de l'amide non substitué est obtenu à partir du nom de l'acide carboxylique dont elle dérive en supprimant le mot «acide» et remplaçant la terminaison «ique» ou «oïque» par amide. Le nom de l'amide substitué est obtenu en faisant précéder le nom de l'amide non substitué par les noms des groupes substituant sur l'azote eux-mêmes précédés par la lettre N.

① $CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}C(=O)\text{-}NH_2$ — Butanamide

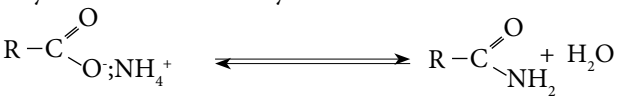
② $CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}C(=O)\text{-}NH\text{-}C_6H_5$ — N-phénylbutanamide

③  — Benzamide

④ $CH_3\text{-}CH_2\text{-}C(=O)\text{-}N(CH_3)\text{-}CH_2\text{-}CH_3$ — N-éthyl-N-méthylpropanamide

2) Préparation des amides

- Déshydratation d'un carboxylate d'ammonium



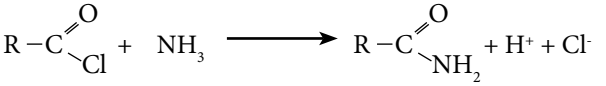
La réaction est lente et limitée. Il s'agit en fait de l'action de l'acide carboxylique sur l'ammoniac avec élimination d'une molécule d'eau par chauffage.

- Utilisation des anhydrides d'acides

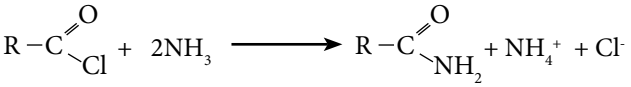
$(RCO)_2O + NH_3 \longrightarrow RCONH_2 + RCOOH$
$(RCO)_2O + R'NH_2 \longrightarrow RCONHR' + RCOOH$

Réaction possible avec les amines secondaires mais impossible avec les amines tertiaires

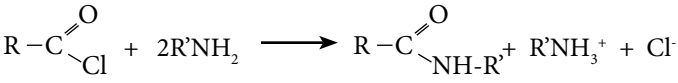
- Utilisation d'un chlorure d'acyle



Les ions H+ réagissent avec l'ammoniac et l'équation global devient :

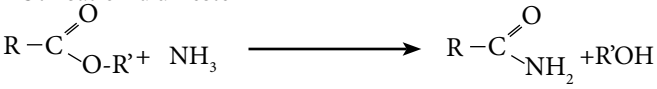


La réaction est possible avec les amines



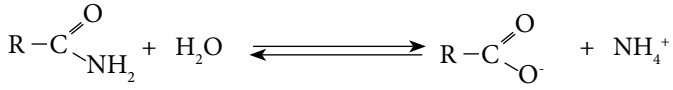
Cette réaction est possible avec les amines secondaires (amides disubstitués) mais impossible avec les amines tertiaires

- Utilisation d'un ester



3) Réactions des amides

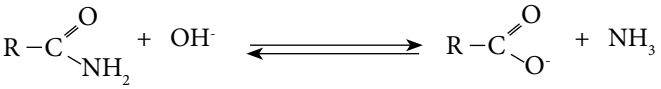
- Hydrolyse en eau pure



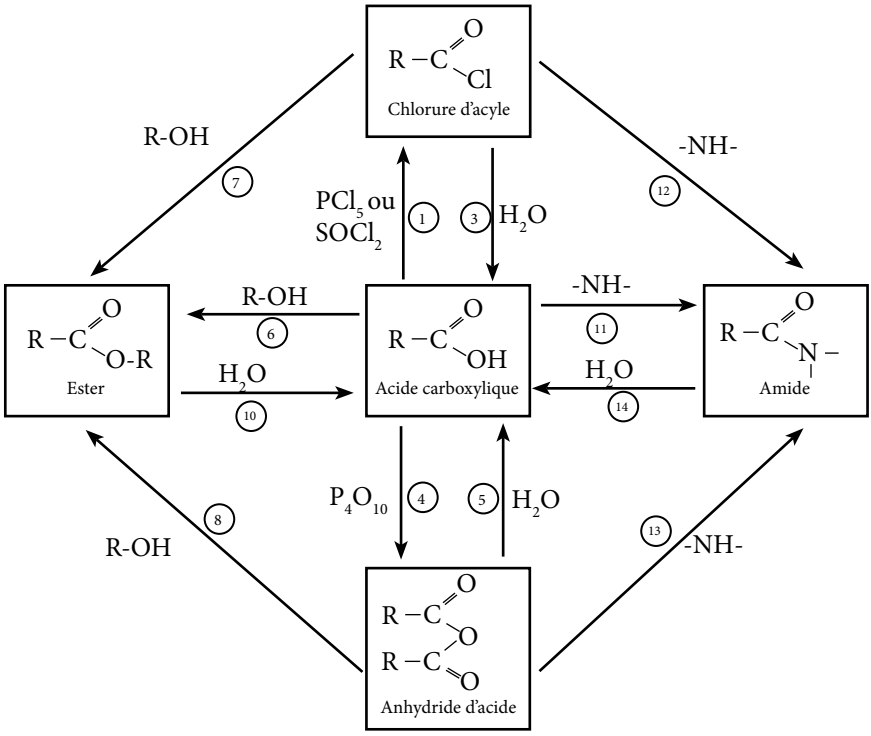
- Hydrolyse en milieu acide



- Hydrolyse en milieu basique (appelé quelque fois saponification)

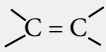
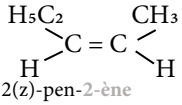
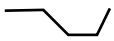
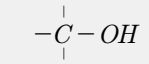
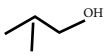
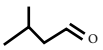
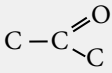
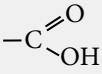
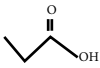
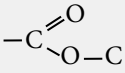
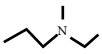
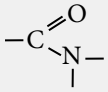
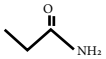


Principales réactions avec un acide carboxylique



-NH- Correspond à l'ammoniac, une amine primaire (I) ou une amine secondaire (II).

Tableau récapitulatif de quelques composés organiques

Fonction	Groupe caractéristique	Formule et nom génériques	Formule brute générale
Alcane		C_nH_{2n+2} alcane	$CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{\vert}{CH}} - CH_3$ 2-méthylbutane 
Alcène		C_nH_{2n} alc-x-ène (éventuellement Z ou E)	 2(z)-pen-2-ène 
Alcool	 Primaire $RCH_2 - OH$ Secondaire $RR'CH - OH$ Tertiaire $RR'R''C - OH$	R-OH alcan-x-ol	$CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{\vert}{CH}} - CH_2 - OH$ 2-méthylpropan-1-ol 
Aldéhyde		R-CHO alcanal	$CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{\vert}{CH}} - CH_2 - C(=O)H$ 3-méthylbutanal 
Cétone		R-CO-R' alcan-x-one	$CH_3 - \underset{\displaystyle O}{\underset{\Vert}{C}} - CH_3 - CH_2 - CH_3$ pentan-2-one 
Acide carboxylique		R-COOH acide alcanoïque	$CH_3 - CH_2 - C(=O)OH$ acide propanoïque 
Ester		R-COOR' alcanoate d'alkyle	$CH_3 - CH_2 - C(=O)O - CH_3$ propanoate de méthyle 
Amine		R - NH_2 alcan-x-amine RR'NH N-alkyl-alcan-x-amine RR'R"N N-alkyl-N-alkyl-alcan-x-amine	$CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle NH_2}{\underset{\vert}{CH}} - CH_3$  butan-2-amine $CH_3 - CH_2 - CH_2 - \underset{\displaystyle C_2H_5}{\underset{\vert}{N}} - CH_3$  N-éthyl-N-méthyl-propan-1-amine
Amide		R-CO-NH_2 alcanamide R-CO-NHR' N-alkyl-alcanamide R-CO-NR'R" N-alkyl-N-alkyl-alcanamide	$CH_3 - CH_2 -$ propanamide  $CH_3 - C(=O)NH_2$ N-méthyl-éthanamide

EXERCICE CORRIGÉ 1

On donne les masses molaires en g. mol-1: C : 12 ; O : 16 ; H : 1 ; Cl : 35,5.
L'analyse élémentaire d'un anhydride mixte d'acides carboxyliques A de formule CxHyO3 a donné : C : 51,7 % ; H : 6,9 % ; O : 41,4 %.
1. Déterminer x et y.
2. L'hydrolyse de A donne un mélange de deux acides carboxyliques A1 et A2. L'hydratation du propène en présence de l'acide sulfurique a donné un mélange de deux corps B1 et B2. A1 est le produit final d'oxydation ménagée de B2.
a) Ecrire l'équation de la réaction d'hydratation du propène. Identifier B1 et B2 par leurs formules semi-développées. Les nommer.
b) En utilisant les résultats précédents, donner les formules semi-développées et les noms de l'anhydride A et des acides carboxyliques A1 et A2.
3. On estérifie n moles de A1 avec n moles de B1. Lorsque l'équilibre est supposé atteint, on obtient m = 3,5 g d'ester. L'acide restant est dosé par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration C = 1 mol. L-1. A l'équivalence, le volume de la solution de soude versé est V = 21 cm^3.
a) Ecrire l'équation de la réaction entre B1 et A1. Nommer l'ester formé.
b) Calculer le nombre de moles de A1 restant après la réaction entre A1 et B1. En déduire n.
c) On fait réagir 5.10-2 mol de B2 avec un excès du chlorure d'acyle correspondant de A1. Ecrire l'équation bilan de la réaction et calculer la masse minimale de chlorure d'acyle qu'il faut à cet effet.

SOLUTION

1) $\frac{12x}{51,7} = \frac{y}{6,9} = \frac{48}{41,4} \Rightarrow x = 5$ et $y = 8$, d'où $\mathbf{C_5H_8O_3}$.

2.

a) $C_3H_6 + H_2O \longrightarrow C_3H_7OH$.

Le produit de l'hydratation est un mélange des alcools suivants :
CH_3-CH_2-CH_2-OH (alcool primaire) et CH_3-CHOH-CH_3 (alcool secondaire).

Identification de B_1 et B_2 :
B_1: CH_3-CH_2-CH_2-OH (propan-1-ol) ; B_2: CH_3-CHOH-CH_3 (propan-2-ol).

b) A_1 : CH_3-CH_2-COOH : acide propanoïque ; A_2 : CH_3-COOH : acide éthanoïque
A : CH_3-CH_2-CO-O-CO-CH_3 : anhydride éthanoïque-propanoïque.

3.

a) CH_3-CH_2-COOH + CH_3-CHOH-CH_3 $\rightleftarrows$ CH_3-CH_2-COO-CH_2-CH(CH_3)-CH_3 + H_2O
Nom de l'ester : propanoate de 1-méthyléthyle.

b) A l'équivalence acido-basique : $n_{A_1 rest} = n_{OH^- disp} = CV = 2,1.10^{-2}$ mol.

Détermination de n : $n = n_{A_1 rest} + n_{A_1 disp}$; or $= n_{A_1 disp} = n_{ester} = \frac{m}{M_E} = 0,03$ mol, d'où
$n = 5,1.10^{-2}$ mol.

c) CH_3-CH_2-COCl + CH_3-CHOH-CH_3 $\longrightarrow$ CH_3-CH_2-COO-CH_2-CH(CH_3)-CH_3 + HCl

• Masse minimale m' de chlorure d'acyle : $n'_{A_1} \geq 5.10^{-2}$ mol ; $M'_{A_1} = 92,5$ g. mol^{-1}, d'où **$m' = 4,6$ g**.

EXERCICE CORRIGÉ 2

On donne en g. mol-1, les masses molaires atomiques suivantes : H : 1 ; C : 12 ; O : 16.
L'analyse d'un composé organique A à chaîne carbonée ramifiée de formule brute CxHyO montre que :
• le rapport entre la masse d'hydrogène et la masse de carbone qu'il renferme est égal à 0,167 ;
• le pourcentage en masse d'oxygène présent dans le composé est 18,6 %.
1.a) Quelle est la formule brute de A ?
b) Quelles sont les formules semi-développées et les noms possibles de A ?
2. L'oxydation catalytique de A par une solution acidifiée de dichromate de potassium produit un acide carboxylique B. L'atome de carbone lié au groupe carboxyle porte trois groupes méthyle.
a) Donner les formules semi-développées et les noms des composés A et B.
b) Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'oxydoréduction.
3. On fait réagir l'acide B et l'éthanol.
a) Ecrire l'équation bilan de la réaction.
b) Nommer le produit organique formé.
c) Quelles sont les caractéristiques de cette réaction ?
4. On mélange maintenant 0,25 mol du composé B à 4 g d'éthanol. On ajoute à ce mélange quelques gouttes d'acide sulfurique concentré et on le chauffe.
a) Quel rôle joue l'acide dans ce mélange ?
b) Y a-t-il un réactif en excès dans le mélange ? Justifier la réponse.
c) Pourquoi chauffe-t-on le mélange ?
d) Calculer la quantité de matière d'ester formé si la réaction était totale.
e) En réalité, on a obtenu 0,052 mol d'ester. Calculer le rendement de la réaction.

SOLUTION

1.a)

♦ $\frac{y}{12x} = 0{,}167 \Rightarrow y = 12 \times 0{,}167x$; $M_A = 12x + y + 16 = 14{,}004x + 16$

♦ $\frac{M_A}{100} = \frac{16}{18{,}6} \Rightarrow \frac{14{,}004x+16}{100} = \frac{16}{18{,}6} \Rightarrow x = 5$ et **A : $C_5H_{10}O$.**

b)

♦ CH_3-$C(CH_3)$-CH_2-CHO : 3-méthylbutanal
♦ CH_3-CH_2-$CH(CH_3)$-CHO : 2-méthylbutanal
♦ CH_3-$C(CH_3)_2$-CHO : 2,2-diméthylpropanal
♦ CH_3-$C(CH_3)$-CO-CH_3 : 3-méthylbutan-2-one

2.a)

♦ A : CH_3-$C(CH_3)_2$-CHO : 2,2-diméthylpropanal

♦B : CH_3-$C(CH_3)_2$-COOH : acide 2,2-diméthylpropanoïque

b)

$Cr_2O_7^{2-} + 14\ H^+ + 6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$ (réduction)

CH_3-$CH(CH_3)_2$-CHO $+ 2H_2O \longrightarrow CH_3$-$C(CH_3)_2$-COOH $+ 2H^+ + 2e^-$ (oxydation)

Bilan :

3 CH_3-$C(CH_3)_2$-CHO $+ Cr_2O_7^{2-} + 8\ H^+ + \longrightarrow$ 3 CH_3-$C(CH_3)_2$-COH $+ 2Cr^{3+} + 4H_2O$

ou 3 CH_3-$C(CH_3)_2$-CHO $+ Cr_2O_7^{2-} + 8H_3O^+ + \longrightarrow$ 3 CH_3-$C(CH_3)_2$-COOH $+ 2Cr^{3+} + 12H_2O$

3.a) CH_3-$C(CH_3)_2$-CHO + CH_3-CH_2-OH ⇄ CH_3-$C(CH_3)_2$-COO-CH_2-CH_3 + H_2O.

b) CH_3-$C(CH_3)_2$-COO-CH_2-CH_3: 2,2-diméthylpropanoate d'éthyle.

c) Lente, limitée, athermique, réversible.

4.a) L'acide sulfurique joue le rôle de catalyseur. Il permet d'accélérer la réaction.

b) $n(\text{éthanol}) = \frac{m}{M} = \frac{4}{46} = 8{,}7.10^{-2}$ mol : $n_B > n(\text{éthanol})$: B est en excès.

c) on chauffe le mélange pour accélérer la réaction.

d) $n(\text{ester}) = n(\text{éthanol}) = \frac{m}{M} = \frac{4}{46} = 8{,}7.10^{-2}$ mol

e) $r = \frac{n(\text{ester})\text{réel}}{n(\text{ester})\text{théorique}} = \frac{0{,}052}{8{,}7.10^{-2}} = 0{,}5977$ soit **r = 59,8 %.**

EXERCICE 1

1. Recopie et complète les phrases ci-dessous avec les mots suivants : f***ermentation , tertiaire, endothermique, exothermique, faibles, dissymétrique***.

a) Un alcool ..... est un alcool dont le carbone fonctionnel contient zéro atomes d'hydrogène.

b) Selon Markonikov, l'hydratation d'un alcène ..... conduit de façon majoritaire à l'alcool dont la classe est plus élevée.

c) La réaction d'estérification directe est une réaction lente, limitée et ..... .

d) Les amines sont des bases ..... du au doublet non liant de l'atome d'azote (N).

e) L'éthanol A obtenu par ..... alcoolique à partir de jus sucrés ou à partir de produits contenant de l'amidon.

2. Recopie et associe par un trait les composés organiques suivants à leur formule brute générale.

Alcools •	• $C_nH_{2n-2}O_3$
Aldéhydes •	• $C_nH_{2n+3}N$
Cétones •	• $C_nH_{2n+1}OCl$
Acides carboxyliques •	• C_nH_2O
Ester •	• $C_nH_{2n+2}O$
Chlorures d'acyle •	• $C_nH_{2n+2}O$
Anhydrides d'acyle •	• $C_nH_{2n}O_2$
Amides •	• $C_nH_{2n}O$
Amines •	• $C_nH_{2n+1}ON$

3. Recopie et complète l'équation ci-dessous.

$C_nH_{2n+2}O$ + ... O_2 ⟶ ..... CO_2 + ... H_2O

EXERCICE 2

1. A est un alcène comportant 4 atomes de carbone. On effectue les réactions suivantes à partir de A

1.1. A + H_2O ⟶ B produit unique de la réaction.

1.2. B + Solution de dichromate de potassium en présence d'acide sulfurique ⟶ C.

1.3. C + DNPH ⟶ D solide cristallisé jaune.

C ne réagit pas sur la liqueur de Fehling ni sur l'ion diamminoargent, en milieu basique.

Déterminer la fonction chimique, la formule semi-développée et le nom des composées A, B, C.

2. A' est un isomère de A.

2.1. A' + H_2O ⟶ B_1 + B_2

2.2. B1 solution de dichromate de potassium en présence d'acide sulfurique.

Coloration jaune orangée : couleur de la solution de dichromate de potassium.

2.3. B2 + solution de dichromate de potassium en présence d'acide sulfurique ⟶ C'.

2.4. C' + DNPH ⟶ D' solution cristallisé jaune.

C' réagit avec la liqueur de Fehling.

2.5. C' + $K_2Cr_2O_7$ ⟶ E, qui jaunit le bleu de bromothymol en solution aqueuse.

2.6. B_2 + Na ⟶ M + H2

Déterminer la réaction chimique, la formule semi-développée et le nom des composés A, B_1, B_2, C, E et M.

3. Passage de l'acide carboxylique à ses dérivées

3.1. E + PCl_5 ⟶ F

3.2. 2E ⟶ G

3.3. E + NH_3 ⟶ H

3.4. F + NH_3 ⟶ I

Déterminer la fonction chimique, la formule semi-développée et le nom des composés F, G, H et I.

4. Réaction d'estérification

4.1. E + éthanol ⟶ J

4.2. F + éthanol ⟶ J

4.3. G + éthanol ⟶ J

4.4. J + NaOH ⟶ K

Déterminer la fonction chimique, la formule semi-développée et le nom des composés J et K.

5. Equation bilan

5.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction 1.2

5.2. Ecrire l'équation bilan de la réaction 2.1, 2.5 et 2.6

5.3. Ecrire l'équation bilan de la réaction 3.1, 3.2, 3.3 et 3.4

5.4. Ecrire l'équation bilan des réactions 4.1, 4.2, 4.3 et 4.4 et donner leur caractéristique.

EXERCICE 3

Pour les propositions suivantes, réponds par V si la proposition est vrai ou F si elle est fausse.

1. La synthèse d'un chlorure d'acyle est une réaction totale et endothermique.
2. L'hydrolyse d'un chlorure d'acyle est une réaction violente, totale et exothermique.
3. L'hydrolyse d'un anhydride d'acide est une réaction rapide, totale et exothermique.
4. L'estérification directe est une réaction lente, réversible et athermique.
5. L'estérification indirecte est une réaction rapide, totale et exothermique.
6. La synthèse d'un anhydride d'acide est une réaction totale et exothermique.
7. La formule générale d'un chlorure d'acyle est $C_nH_{2n+1}OCI$.
8. La formule générale brute d'un amide est $C_nH_{2n-1}ON$.
9. La synthèse d'un amide via chlorure d'acyle est une réaction rapide, totale et exothermique.

EXERCICE 4

L'hydrolyse d'un ester (E) de formule $C_5H_{10}O_2$ conduit à la formation de l'acide éthanoïque et d'un composé (A).

1. A quelle famille appartient le composé (A) ?

2. Le composé (A) est oxydé par le permanganate de potassium en milieu acide. Il se forme un composé (B). (B) réagit avec la 2,4- DNPH et il est sans action sur la liqueur de Fehling.

2.1 A quelle famille appartient le composé (B) ?

2.2 Donner les formules semi-développées et les noms des composés (B) et (A).

3.

3.1 Donner la formule semi-développée et le nom de l'ester (E).

3.2 Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'hydrolyse de l'ester (E) Donner les caractéristiques de cette réaction.

4. Ecrire une équation-bilan de la réaction permettant de passer de l'acide éthanoïque :

4.1 au chlorure d'éthanoyle ;

4.2 à l'anhydride éthanoïque.

EXERCICE 5

Un composé organique A de formule brute CxHyO contient en masse 66,67% de carbone, 11,11% d'hydrogène et 22,22% d'oxygène.
1. Quelle est sa formule brute ?
La chaîne carbonée est saturée, non cyclique et linéaire. En déduire les formules semi développées possibles et leurs noms.
2. 2.1 Sachant qu'une solution de A donne un test positif avec la 2,4 dinitrophénylhydrazine (2,4-DNPH) et réagit avec une solution de dichromate de potassium acidifiée, donner la fonction chimique de A.
2.2 Citer deux autres réactifs permettant de préciser la fonction de A après le test à la DNPH.
2.3 Quel produit B, A donne-t-il avec une solution de dichromate de potassium acidifiée ?
3. On fait réagir B sur du chlorure de thionyle (SOCl2).
3.1 Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
3.2 Donner le nom du composé organique C obtenu.
4. On fait réagir de l'éthanol sur B puis sur C.
4.1 Nommer et écrire les équations des réactions correspondantes. Préciser leurs caractéristiques respectives.
4.2 Quel est le nom du composé D obtenu dans les deux cas ?

EXERCICE 6

L'odeur de banane est due à un composé organique C. L'analyse élémentaire de ce composé a permis d'établir sa formule brute qui est C6H12O2. Afin de déterminer la formule semi développée de ce composé, on réalise les expériences suivantes :
1. L'hydrolyse de C donne un acide carboxylique A et un alcool B. L'acide carboxylique A réagit avec le pentachlorure de phosphore (PCl5) pour donner un composé X. Par action de l'ammoniac sur X, on obtient un composé organique D à chaîne carbonée saturée non ramifiée. La masse molaire moléculaire du composé D est égale à 59 $g.mol^{-1}$.
1.1 Préciser les fonctions chimiques de C, X et D.
1.2 On désigne par n le nombre d'atome de carbone contenu dans la molécule du composé organique D.
1.2.1 Exprimer en fonction de n la formule générale du composé D et donner son nom.
1.2.2 Déterminer la formule semi-développée de D et donner son nom.
1.3 Donner les formules semi-développées et les noms des composés x et A.
2. L'alcool B est un alcool non ramifié. Il est oxydé par une solution acidifiée de permanganate de potassium. Il se forme un composé organique E qui donne un précipité jaune avec la 2,4 dinitrophénylhydrazine (2,4-DNPH) et qui réagit avec la liqueur de Fehling.
2.1 Préciser la fonction chimique de E.
2.2 Donner :
2.2.1 La formule semi-développée et le nom de B.
2.2.2 La formule semi-développée et le nom de E.
2.2.3 La formule semi-développée et le nom de C.
3.
3.1 Ecrire l'équation bilan de la réaction d'hydrolyse de C

3.2 Donner les caractéristiques de cette réaction.
Données : masses molaires en $g.mol^{-1}$.
C : 12 ; N : 14, H : 1 ; O : 16.

EXERCICE 7

On souhaite préparer un composé organique, la propanamide, en utilisant comme produit de départ le propan-1-ol. La propanamide sera par la suite appelée composé A et le propan-1-ol composé B.
1) Donner la formule semi-développée des deux composés A et B. A quelles familles appartiennent-ils ?
2) Plusieurs étapes sont nécessaires afin de réaliser la synthèse de A.
2.1) Tout d'abord, on réalise l'oxydation ménagée du composé B en le faisant réagir avec un excès de dichromate de potassium acidifié. Donner la formule semi-développée du composé C non réducteur obtenu à l'issue de cette réaction. Indiquer son nom et sa famille.
2.2) On fait ensuite réagir le composé C avec l'ammoniac. Un composé D, intermédiaire entre C et A, est alors obtenu.
Indiquer le nom de D. Ecrire l'équation-bilan correspondante. De quel type de réaction s'agit-il ?
3) Dans la pratique, il est possible d'utiliser, à la place du composé C, un dérivé E de ce dernier. E est obtenu par action du pentachlorure de phosphore (PCl_5) ou du chlorure de thionyle ($SOCl_2$) sur C. Donner la formule semi-développée et le nom de E.

EXERCICE 8

1. L'hydratation d'un alcène ramifié A donne un mélange de deux composés organiques B et C.
1.1. L'action d'une solution de dichromate de potassium acidifiée sur le composé B ne donne rien. Donner la fonction chimique et le groupe fonctionnel de B.
1.2. L'action de la même solution de dichromate de potassium sur C donne un composé C_1 qui rosit le réactif de schiftt, puis un composé C_2 qui est un acide carboxylique.
Donne la fonction chimique et le groupe fonctionnel des composés C_1 et C_2.
2. La densité en phase gazeuse de A par rapport à l'air est d = 2,4.
Monter que la formule brute du composé est C_5H_{10}.
3. Donner la formule semi-développée et le nom des composés A, C_1 et C_2.
4. On fait agir C_2 sur de l'éthanol en présence d'acide sulfurique.
4.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
4.2. Donner les caractéristiques de la réaction.

EXERCICE 9

Un hydrocarbure non cyclique de formule brute CxHy possède une composition massique de 85,7% de carbone et 14,3% d'hydrogène.
1. Déterminer les valeurs de x et y sachant que la masse molaire du composé est M = 56 g.mol-1.
A quelle famille d'hydrocarbure appartient-il ?
2. On suppose que cet hydrocarbure a pour formule brute C4H8.Ecrire et nommer les formules semi-développées possibles de cet hydrocarbure.
3. L'hydratation du 2-méthylpropène conduit à deux produits A et B. Le produit A est majoritaire.
3.1 Ecrire les deux équations bilan de cette réaction d'hydratation.
3.2 Nommer les produits A et B.
3.3 Par oxydation ménagée de B avec une solution de dichromate de potassium en milieu acide,

on obtient un composé B' qui réagit positivement avec la liqueur de Fehling. Donner la famille, la formule semi développée et le nom de B'.
3.4 On fait réagir le 2-méthylpropane -1-ol et le chlorure de propanoyle pour obtenir un produit C et du chlorure d'hydrogène.
3.4.1 Ecrire l'équation bilan de cette réaction.
3.4.2 Donner le nom de cette réaction et préciser ses caractéristiques.
On donne les masses molaires (en g/mol) : C : 12 ; H : 1.

EXERCICE 10

Un chimiste réalise deux séries d'expérience aboutissant chacune à la formation d'un composé non cyclique, de formule brute C_3H_7NO, dont la molécule contient deux atomes de carbone tétraédrique.

Partie A

Le produit C_3H_7NO final obtenu dans cette première partie est noté A. L'addition d'eau sur le propène conduit à une masse m = 240 g d'un mélange de deux alcools B et C, dont l'un, B, est primaire et représente 1% de la masse m.
1) Donner le noms et les formules de B et C, ainsi que la classe de C.
2) Après avoir séparés l'un de l'autre, les alcools B et C sont respectivement oxydés en D et E par un excès de solution acidifiée de dichromate de potassium.
Donner la formule et le nom des composés organiques E et E.
3) En l'absence de dérivés chlorés, A se prépare en deux étapes à partir de la solution aqueuse de D.
3.1) Ecrire l'équation-bilan de chacune des deux étapes.
3.2) Nommer le produit intermédiaire F et le produit final A.
3.3) Calculer la masse maximale de A susceptible d'être obtenue.

Partie B

Un isomère A' de A peut se préparer en deux étapes.
4) L'acide éthanoïque est tout d'abord transformé en chlorure d'acyle G. Donner le nom et la formule semi-développée de G.
5) G réagit ensuite avec une amine primaire B pour donner A'.
5.1) Donner le nom et la formule semi-développée de B et de A' après avoir établi l'équation de la réaction.
5.2) Indiquer la propriété de l'atome d'azote de l'amine B mise en évidence au cours de la réaction réalisée.

EXERCICE 11

ANANGAMAN mélange 12 g d'un corps gras avec 20 cm^3 de soude de concentration molaire C = 2,5 $mol.L^{-1}$. Il chauffe suffisamment longtemps ce mélange et obtient un composé A. le corps gras est constitué d'un triester de formule

$C_{17}H_{35}COO - CH_2$

$C_{17}H_{35}COO - CH$

$C_{17}H_{35}COO - CH_2$

1. Comment appelle-t-on cette opération?
2.
2.1. Ecrire l'équation-bilan de cette réaction?
2.2. Indiquer sur l'équation les noms des produits formés.

3. Quelles sont les propriétés de cette réaction?
4. Rechercher le réactif en excès.
5. Déterminer la masse du composé A formé.
6. AKAFOU voudrait fabriquer le composé A. Il dispose d'un acide gras de formule $C_{17}H_{35}COOH$, du glycérol et de la soude.
Quelles sont les opérations qu'il aura à effectuer ?
Données : masses molaires atomiques en $gmol^{-1}$: C:12; H:1; O:16; Na:23

EXERCICE 12

Dans tout l'exercice on prendra comme masse molaire atomique pour :
- le carbone M(C) = 12 $g.mol^{-1}$
- l'hydrogène M (H) = 1 $g.mol^{-1}$
- l'oxygène M (O) = 16 $g.mol^{-1}$

1. On fait agir de l'acide carboxylique A de formule brute CnH2nO2 ($n \in \mathbb{N}^*$), sur un composé D (propan-2-ol) en présence de catalyseurs adéquats. On obtient un composé dioxygène E et de l'eau.
1.1 Donner le nom de la réaction produite entre l'acide carboxylique et l'alcool.
1.2 Donner les caractéristiques de cette réaction.
1.3 Ecrire la formule semi-développée du groupe fonctionnel de E.
2. La masse de 0,5 mole de cet acide carboxylique est de 30 g.
2.1 Déterminer la valeur de l'entier naturel n.
2.2 Donner les formules semi-développées et les noms des produits A et E.
3. On réalise la chaîne de réactions ci-dessous avec les composés A et E définis ci-dessus. Les corps B et F sont des composés organiques.

A+PCI5 F⟶
A $\xrightarrow{P_4O_{10}}$ B
D+F ⟶ E(1)

3.1 Sans écrire les équations, donner les formules semi-développées et les noms des corps B et F.
3.2 Donner le nom et les caractéristiques de la réaction marquée (1).

EXERCICE 13

Les parties I et II sont indépendantes.
I. Détermination de la formule brute.
Un composé organique A de formule brute CxHyO contient 64,86% en masse de carbone.
1. Déterminer sa formule brute, sachant que M_A = 74 $g.mol^{-1}$
2. Ecrire toutes les formules semi-développées possibles sachant que A est un alcool. Nommer chaque isomère et préciser sa classe. MC = 12 $g.mol^{-1}$;
MH = 1 $g.mol^{-1}$; MO = 16 $g.mol^{-1}$.

II. L'oxydation ménagée d'un composé A' de formule brute $C_4H_{10}O$ par une solution de dichromate de potassium acidifiée, conduit à un composé organique B à chaîne ramifiée et de brute C_4H_8O.
1. Ecrire la formule semi-développée de B et le nommer.
2. Ecrire la formule semi-développée de A'.
3. L'oxydation ménagée de B donne un composé organique C. On fait réagir C avec du chlorure de thionyle, on obtient un composé organique D.
4. On fait réagir de l'éthanol sur C.
4.1 Nommer cette réaction et préciser ses caractéristiques.

4.2 Ecrire l'équation-bilan de cette réaction et nommer le composé organique E.
4.3 A quelle famille appartient E ? Préciser son groupe, fonctionnel ou groupe caractéristique.

EXERCICE 14

A est un composé organique de formule brute $C_3H_60_2$.
1. A quelles familles le composé A peut-il appartenir?
2. Ecrire toutes les formules semi-développées possibles et les nommer.
3. La solution aqueuse du composé A conduit le courant électrique et jaunit le bleu de bromothymol.
Identifier le composé A.
4. Le composé A se transforme, en présence du pentachlorure de phosphore, en un composé B.
4.1 A quelle famille appartient B?
4.2 Préciser le groupe fonctionnel.
4.3 Donner la formule semi-développée et le nom de B.
5. On fait réagir B sur un alcool (R-OH).
5.1 Écrire l'équation-bilan et donner les caractéristiques de cette réaction.
5.2 La densité de la vapeur par rapport à l'air de l'ester formé est d = 3,51. Quelles sont les formules semi-développées de l'ester et de l'alcool ? Donner leur nom et préciser la classe de l'alcool.
M_0 = 12 g/mol; M_H = 1 g/mol; M_0 = 16 g/mol.

EXERCICE 15

On veut établir la carte d'identité (nom, formule semi-développée, fonction chimique) d'un composé D de formule brute $C_6H_{12}O_2$. Pour cela, on réalise une série d'expériences.
1. Le corps D est obtenu par action chlorure d'acyle A sur un alcool B. Donner la formule et le nom de l'autre corps obtenu au cours de cette réaction. Donner les caractéristiques de cette réaction chimique.
2. Le corps D subit ensuite une hydrolyse qui donne deux composés E et F. E est un acide carboxylique contenant en élément oxygène 53,3% de sa masse molaire. Déterminer la formule semi-développée de E.
Donner le nom de E.
En déduire la formule brute de F.
3. On obtient un corps G par action de l'ion permanganate en milieu acide sur F. La solution de nitrate d'argent ammoniacal est sans action sur G.
Donner la formule semi-développée, le nom et la famille de F. En déduire la formule semi-développée et le nom de G.
Ecrire l'équation de la réaction de l'ion permanganate sur le corps F. Donner la formule semi-développée, la fonction chimique et le nom du composé D.

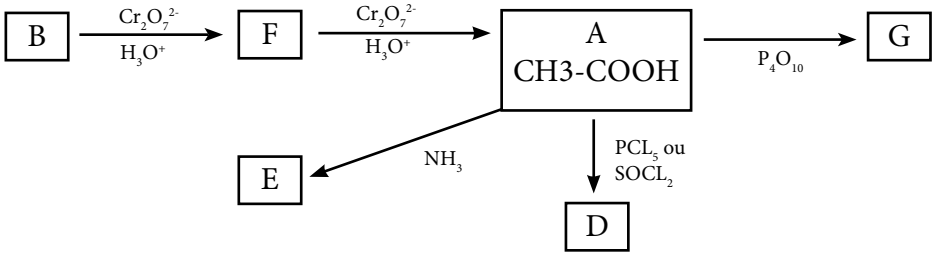
EXERCICE 16

Un alcool saturé A a pour densité de vapeur par rapport à l'air d = 2,07.
1. On désire déterminer sa formule semi-développée.
1.1. Donner la formule générale d'un alcool saturé dont la molécule renferme n atomes de carbone.
1.2. Déterminer la masse molaire moléculaire M_A de l'alcool A.
1.3. Montrer que la formule brute de l'alcool A est C_3H_8O.
1.4. Ecrire les formules semi-développées possibles de l'alcool A et les nommer.

2. L'oxydation ménagée de l'alcool A en milieu acide par les ions dichromates $Cr_2O_7^{2-}$ en défaut donne un composé B. Le composé B donne un précipité jaune avec la 2,4-D.N.P.H. et possède des propriétés réductrices.
2.1.Donner la fonction chimique du composé B.
2.2. En déduire les formules semi-développés et les noms des composés B et A.
2.3. Etablir l'équation-bilan de l'oxydation de A par les ions dichromates $Cr_2O_7^{2-}$ en milieu acide pour donner le composé B. On donne le couple $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$.
3. L'oxydation ménagée du composé B donne un composé C. Le composé C réagit avec l'éthanol pour donner un ester E.
3.1.Donner la formule semi-développée et le nom du composé C.
3.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre le composé C et l'éthanol.
3.3. Donner les caractéristiques de cette réaction.
3.4. Donner le nom de l'ester E.
On donne: - C: 12g/mol;
- H: 1g/mol;
- O: 16 g/mol.

EXERCICE 17

Cet exercice comporte deux parties indépendantes.
1ère partie: Dans cet organigramme, les réactifs utilisés sont notés sur les flèches. Les noms et les formules des composés organiques sont les seules informations demandées.



1. A partir de l'organigramme, reproduire le tableau suivant et le compléter.

Composés	Formule semi-développée	Nom	Groupe fonctionnel
B			
F			
G			
D			
E			

2. Pour obtenir le produit (B), il faut ajouter de l'eau à un alcène en milieu acide sulfurique.
2.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction et nommer l'alcène.
2.2. Comment appelle-t-on la réaction chimique entre l'alcène et l'eau?
3. L'oxydation ménagée du composé B par une solution de dichromate de potassium en milieu acide conduit au composé F.
3.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction chimique entre le composé B et l'ion dichromate ($Cr_2O_7^{2-}$).
3.2. Déterminer le volume V_0 de la solution oxydante de dichromate de potassium de concentration molaire volumique C_O = 1 $mol.L^{-1}$ nécessaire pour oxyder une masse m = 0,20 g de B.
Données: Mc= 12$g.mol^{-1}$; Mo = 16 $g.mol^{-1}$; M_H = 1 $g.mol^{-1}$.

2ème Partie:

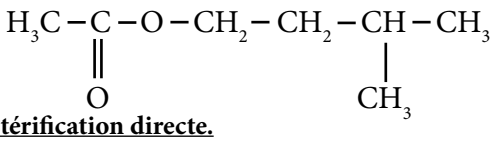
Un chimiste obtient un composé organique unique à partir de deux (2) réactions chimiques:

- l'acide éthanoïque sur l'éthanol;
- le chlorure d'éthanoyle sur l'éthanol.

1. Ecrire les deux équations-bilans et nommer le composé organique obtenu.
2. Donner le nom de la réaction chimique de l'acide éthanoïque sur l'éthanol et préciser ses caractéristiques.
3. Répondre aux mêmes questions pour la réaction du chlorure d'éthanoyle sur l'éthanol.

EXERCICE 18

La molécule E, représentée ci-après, possède une forte odeur de banane mûre.
Un groupe d'élèves de la classe de terminale D dans un lycée de la place, se propose d'étudier la synthèse de ce composé organique. (E):



1. Etude de l'estérification directe.

1.1.Donner la fonction chimique et le nom de E.
1.2. Ecrire les formules semi-développées et les noms de l'acide carboxylique A et de l'alcool B qui permettent de synthétiser E.
1.3. Ecrire l'équation bilan de cette réaction.
1.4. Donner les caractéristiques de cette réaction.

2. Amélioration du rendement de la réaction

En vue d'améliorer le rendement de la réaction précédente, le groupe d'élèves se propose de réaliser la suite de réactions suivantes:

$$A \xrightarrow{SOCL_2} C \quad (1)$$
$$C+B \longrightarrow E \quad (2)$$

2.1. Préciser la formule semi-développée de C. Donner son nom.
2.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction (2).
2.3. Nommer cette réaction. Préciser ses caractéristiques
2.4. Pour le mélange initial, constitué de $n_C = 1$ mol de C et $n_B = 1$ mol de B, déterminer la composition du mélange en fin de réaction.

EXERCICE 19

1. La combustion complète d'une mole d'un composé organique A, de formule brute C_xH_yO fournit quatre moles de molécules de dioxyde de carbone et quatre moles de molécules d'eau. La molécule de A renferme un seul atome d'oxygène.
1.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction.
1.2. Montrer que la formule brute du composé A est C_4H_8O.
1.3. Donner les formules semi-développées des différents isomères possibles de A.

2. Parmi ces différents isomères, un seul réagit avec la 2,4-D.N.P.H et donne un test négatif en présence de liqueur de Fehling.
2.1. Préciser la fonction chimique de cet isomère.
2.2. Donner la formule semi-développée et le nom de cet isomère.

3. L'un des isomères de A, le butanal, est traité par une solution de permanganate de potassium

acidifiée. Il donne un compose B.
3.1. Écrire la formule semi-développée et donner le nom du composé B.
3.2. Le produit B réagit avec le pentachlorure de phosphore (PCl_5) pour donner un composé organique C.
3.2.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction.
3.2.2. Donner le nom du composé C.

4. On fait réagir l'éthanol sur le composé C. On obtient entre autres un composé organique D.
4.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction.
4.2. Donner :
4.2.1. Le nom de cette réaction chimique ;
4.2.2. Les caractéristiques de cette réaction chimique ;
4.2.3. Le nom du composé organique D.
4.3. On fait réagir également l'éthanol sur le compose B. On obtient entre autres le même composé organique D.
4.3.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction.
4.3.2. Donner le nom et les caractéristiques de cette réaction.

EXERCICE 20

Le propanoate d'éthyle et l'éthanoate de propyle sont deux (02) isomères d'un ester G de formule brute $C_5H_{10}O_2$. En séance de travaux pratiques, le professeur de physique-chimie se propose de préparer avec ses élèves, l'un de ces deux isomères.
1. Le professeur met à leur disposition trois (03) flacons ①, ②, ③ contenant respectivement :
① alcool A, le propan-2-ol ;
② alcool B, le propan-1-ol ;
③ une solution aqueuse de dichromate de potassium acidifiée.

1.1. Écrire les formules semi-développées des alcools A et B.
1.2. Les élèves font réagir en excès du dichromate de potassium sur les composés A et B. Ils obtiennent les composés C et C'.
Le composé C réagit positivement au test de la 2,4-dinitrophénylhydrazine (2,4DNPH).
Le composé C' réagit avec le bleu de Bromothymol (BBT) pour donner une coloration jaune.
1.2.1. Donner la famille chimique de chacun des composés C et C'.
1.2.2. Donner les formules semi-développées et les noms des composés C et C'.
2. En plus des composés C et C' précédents, le professeur leur donne deux (02) autres flacons contenant l'un de l'éthanol (E) et l'autre du chlorure de propanoyle (F). L'ester G peut être préparé à partir des composées C, C', E et F.
2.1. Écrire les formules semi-développées des composés E et F.
2.2. Donner les noms des composés que les élèves peuvent utiliser pour préparer l'ester G.
2.3. Écrire les équations-bilans des réactions qui donnent l'ester G, à partir des composés de la question 2.2.

EXERCICE 21

1. Un chimiste veut déterminer la formule brute d'un alcool A de formule générale $C_nH_{2n+2}O$. Pour cela il réalise la combustion complète d'une masse
m = 6 g de cet alcool dans le dioxygène. Il recueille 6,72 L de dioxyde de carbone (volume mesuré dans les conditions normales de température et de pression).
1.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction.

1.2. Montrer que la formule brute de l'alcool A est C_3H_8O.
1.3. Donner les formules semi-développées des isomères possibles de l'alcool A et les nommer,
2. Pour identifier le composé A, il réalise son oxydation ménagée par un oxydant en excès en milieu acide. Il obtient un composé B.
2.1. Donner les formules semi-développées possibles de B et les familles chimiques correspondantes.
2.2. Le composé B fait virer le bleu de bromothymol au jaune.
2.2.1. Identifier le composé B.
2.2.2. En déduire la formule semi-développée et le nom de l'alcool A.
3. L'action du chlorure de thionyle sur l'acide propanoïque donne un composé C.
3.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction.
3.2. Donner la formule semi-développée et le nom de C.
4. On fait réagir de l'ammoniac (NH_3) sur le composé C et on obtient un composé D.
4.1. Donner la formule semi-développée et le nom de D.
4.2. L'action du composé C sur l'alcool A conduit à un produit E.
4.2.1. Écrire l'équation-bilan de cette réaction.
4.2.2. Donner la formule semi-développée et le nom de E.
4.2.3. Donner les caractéristiques de cette réaction.
On donne : volume molaire V_0 = 22,4 L/mol ; M_C = 12 g/mol ; M_H = 1 g/mol ; M_O= 16 g/mol.

EXERCICE 22

Le composé organique responsable de l'odeur caractéristique de la banane mûre est un ester E de formule générale $C_nH_{2n}O_2$. Il contient en masse 27,6 % d'oxygène.
Afin de déterminer la formule semi-développée de cet ester, vous réalisez une série d'expériences.

Expérience 1

Par action de l'eau sur E, vous obtenez deux composés A et B.

Expérience 2

L'addition de quelques gouttes de bleu de bromothymol (BBT) fait virer au jaune la solution A.
L'action de P_4O_{10} sur A donne un composé A_1, l'anhydride éthanoïque.

Expérience 3

L'oxydation ménagée de B par le permanganate de potassium en milieu acide conduit à la formation d'un composé B_1.
Le composé B_1 est soumis à deux tests :
l'action de la 2,4 –DNPH sur B_1 donne un précipité jaune ;
l'action de la liqueur de Fehling sur B_1 ne provoque aucun changement de coloration du réactif.
1. Montrer que la formule de E est $C_6H_{12}O_2$.
2. Donner les fonctions chimiques des produits de la réaction de l'expérience 1.
3. Préciser les caractéristiques de cette réaction.
4. Identification de A.
4.1. Donner la fonction chimique de A ;
4.2. Écrire la formule semi-développée de A_1;
4.3. En déduire la formule et le nom de A.
5. Identification de B.
5.1. Donner la fonction chimique et la formule brute de B_1;
5.2. Donner la formule semi-développée et le nom de B.
5.3. Déduire de ce qui précède, le nom et la formule de l'Ester E.
Données : masse molaire atomique en g/mol : M(H) = 1 ; M(C) = 12 ; M(O) = 16.

EXERCICE 23

Lors d'une séance de travaux pratiques, votre professeur demande à ton groupe d'identifier un composé organique X en vue de réaliser la synthèse de quelques composés organiques. Pour cela, ton groupe dispose du composé organique inconnu X, du sodium métallique, de la 2,4-dinitrophénylhydrazine (2,4-DNPH), du réactif de Schiff, d'une solution acidifiée de dichromate de potassium dont le couple oxydant/réducteur est $Cr_2O_7^{2-})Cr_3^+$, du chlorure de thionyle ($SOCl_2$), de l'ammoniaque NH_3 et de la verrerie nécessaire.
Le composé organique X peut être un alcool, un aldéhyde ou une cétone.
Le groupe réalise les expériences ci-dessous.

Expérience 1

	Action de la 2,4-DNPH sur X	Action du sodium sur 7,41 g de X
Résultat	Pas de réaction	Dégagement d'un volume V = 1,2 L du dihydrogène H_2

On donne l'équation-bilan de la réaction du sodium sur X:

$$C_nH_{2n+1}OH + Na \longrightarrow (C_nH_{2n+1}O^- + Na) + \frac{1}{2}H_2\uparrow$$

Expérience 2
L'oxydation ménagée de X par une solution acidifiée de dichromate de potassium par défaut donne un composé organique A.

Expérience 3

	Action de la 2,4-DNPH sur A	Action du réactif de Schiff sur A
Résultat	Précipité jaune	Coloration rose

1. Identification du composé X.
1.1. Précise la fonction chimique du composé X à partir de l'expérience
1.2. Montre que la formule brute de X est $C_4H_{10}O$.
1.3. Précise la fonction chimique et le groupe fonctionnel de A.
1.4. En déduis les formules semi-développées possibles de X.
1.5. Identifie les composés A et X (formules semi-développées et noms), sachant que X a une chaîne carbonée ramifiée.
2. Synthèses de quelques composés organiques à partir de X.
À partir d'un échantillon de X, le groupe réalise une suite de réactions chimiques (R_1, R_2, R_3) ci-dessous:

$$X \xrightarrow[(R_1)]{Cr_2O_7^{2-}\text{ en excès}} B \xrightarrow[(R_2)]{SOCl_2} D \xrightarrow[(R_3)]{NH_3} E$$

2.1. Donne la formule semi-développée et le nom de chacun des composés B, D et E.
2.2. Écris l'équation-bilan de la réaction (R_2).
Données: Masse molaire atomique en g/mol: M(H) = 1; M(C) = 12; M(O) = 16
Volume molaire : Vm = 24 L/mol.

EXERCICE 24

Avant d'embaucher Koné pour son job de vacances, le chef d'usine de chimie lui fait passer une série de tests pratique et théoriques.

- Pour le test pratique, Koné réalise la combustion complète d'une masse m d'un composé aromatique F de formule brute CxH(x+1)O. Il obtient un volume V = 7,84 L de dioxyde de carbone et une masse m0 = 3,6 g d'eau. Ensuite, on lui demande de faire agir le sodium métal sur le composé F. Ce qui donne un dégagement de dihydrogène. Pour terminer, il doit procéder à l'oxydation ménagée de F par un excès d'une solution de dichromate de potassium en milieu acide sulfurique. Il obtient alors un composé G.
- Pour le test théorique, on lui propose une série de réactions chimiques (voir ci-dessous) ayant des composés organiques à identifier.

Voulant bien réussir à ces tests, Koné demande quelques explications à son ami travaillant déja dans la même usine.

- Masse molaire atomique en g.mil-1 : M(H)=1 ; M(C)=12 ; M(O)=16
- Volume molaire gazeux: V_0 = 22,4 L/mol
- Couple oxydant/réducteur concerné: $Cr_2O_7^{2-}$ / Cr^{3+}
- Série de réactions chimiques:

(1) $D + H_2O \longrightarrow G + I$

(2) $I \xrightarrow[\text{en excès}]{M_nO_4^+} J \xrightarrow[700°C]{P_4O_{10}} E$

(3) $J + NH_3 \longrightarrow K \longrightarrow L$

(4) $G \xrightarrow{PCl_5} G_0$

(5) $G_0 + I \longrightarrow D$

(6) $D + (Na^+ + OH^-) \longrightarrow D_0 + P$

- Les composés organiques D et E sont:

D: $C_6H_5-C(=O)-O-CH_2H_5$ E: $CH_3-C(=O)-O-C(=O)-CH_3$

Tâche : Tu es invité(e) à assister Koné pour qu'il réussisse à ses tests

1. Donner la fonction chimique et le nom de chacun des composés D et E.

2.

a) Ecrire en fonction de x, l'équation-bilan qui traduit la combustion complète de F.

b) Montrer que x = 7 ; déduis-en la formule brute de F et calculer la valeur de masse m.

c) Donner la fonction chimique de F, sa formule semi-développée et écrire l'équation-bilan de la réaction qui s'est produite avec le sodium métal.

d) Donner La formule semi-développée et le nom de G

- Ecrire les demi-équations électroniques et l'équation-bilan de la réaction d'oxydo-réduction,

3.

a) Identifier les composés organiques I, J, K, L et G_0 en complétant le tableau ci-dessous.

Composé	Formule semi-développée	Formule chimique	Nom
I			
J			
K			
L			
G_0			

- Ecrire les équations des réactions (1) et (6).
- Donner leur nom et leur caractéristiques.

EXERCICE 25

On se propose de réaliser un dosage acido-basique pour déterminer la concentr Kodjo et Akpévi disposent de quatre flacons contenant respectivement des composés organiques notés (A), (B), (C), (D). Ces composés sont soit un aldéhyde, soit une cétone, soit un acide carboxylique, soit un alcool. Ils ont réalisé des tests qui sont résumés dans le tableau ci-dessous.
Lors d'une recherche documentaire, ils réalisent que (A) et (C) peuvent être obtenus par action du dichromate de potassium en milieu acide sur (B) et que ce dernier composé est un composé saturé dont la molécule contient 3 atomes de carbone.
Ils font réagir (A) sur (B). Ensuite, après avoir traité (A) par le pentachlorure de phosphore PCL_5, ou le chlorure de thionyle $SOCL_5$, ils obtiennent un composé (E) et le font réagir sur (B).
On leur demande de comparer les réactions (A) sur (B) et (E) sur (B).

Support

Tableau des tests réalisés

Corps / Réactifs	A	B	C	D
Dichromate de potassium en milieu acide	Solution orange	Solution verte	Solution verte	Solution orange
D.N.P.H.	Solution jaune	Solution jaune	Précipité jaune	Précipité jaune
Réactif de SCHIFF	Solution incolore	Solution incolore	Solution rose	Solution incolore
Liqueur de FEHLING	Solution bleue	Solution bleue	Précipité rouge-brique	Solution bleue

Tâche : Aide Kodjo et Akpévi à faire la comparaison.

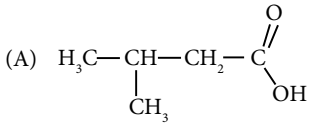
1. A l'aide du tableau, indiquer la fonction de (A), (B), (C), (D). Justifier votre réponse.
2. Donner les formules semi-développées et les noms de (A), (B), (C).
3.
- Ecrire l'équation de la réaction de (A) sur (B).
- Donner le nom des produits obtenus.
- Indiquer les caractéristiques de cette réaction.
- Donner la formule semi-développée et le nom de (E).
- Ecrire l'équation de la réaction de (E) sur (B).
- Comparer cette dernière réaction à celle de (A) sur (B).

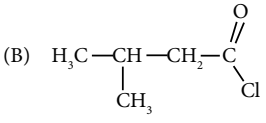
EXERCICE 26

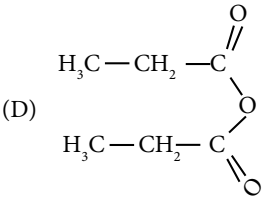
Les parties A et B sont indépendantes.

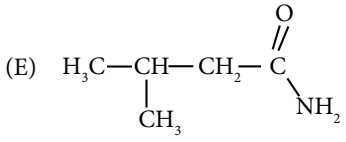
PARTIE A

1) Nommer les composés organique A, B, D, E dont les formules suivent et préciser la famille chimique de chaque composé.

(A) 

(B) 

(D) 

(E) 

2. Ecrire l'équation-bilan d'une réaction permet d'obtenir:
a) Le Composé B à partir du corps A;
b) Le composé D à partir de l'acide propanoïque;
c) le composé E par une réaction rapide et totale.

PARTIE B

Traditionnellement, dans nos campagnes africaines les femmes recyclaient les graisses et les huiles d'origine animale ou végétale pour en faire du savon. Le savon est également fabriqué en usine. On donne en g.mol-1: M(C) = 12 ;
M(H) = 1 ; M(O) = 16 ; M(Na) = 23.
3) Les graisses et les huiles sont des corps gras. Les corps gras sont pour la plupart des triglycérides. Rappeler ce qu'est un triglycéride.
4) Rappeler la formule Semi-développée du propan-1,2,3-triol ou glycérol.
5) L'acide palmitique ou hexadécanoïque a pour formule:
En faisant réagir le glycérol sur l'acide hexadécanoïque
on obtient un composé organique nommé palmitine.
5.1. Ecrire, à l'aide de formules semi-développées, l'équation-bilan de la réaction du glycérol sur l'acide hexadécanoïque. Donner les caractéristiques de cette réaction.
5.2. La palmitine est aussi présente dans l'huile de palme. Dans une usine de la place on fabrique du savon à partir de la palmitine provenant d'huile de palme. Pour cela, on y réalise la saponification de la palmitine contenue dans 1500 kg d'huile de palme renfermant, en masse, 47% de palmitine. La base forte utilisée est une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium.
5.2.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de saponification de la palmitine par l'hydroxyde de sodium et entourer la formule du produit qui correspond au savon.
5.2.2. Calculer la masse de savon obtenue si le rendement de la réaction est de 80%.

EXERCICE 27

Au cours d'une séance de T.P, Franck et Abel disposent de quatre composés A,B,D et E, d'autres produits et réactifs. Ils procèdent à une série de réactions chimiques comme l'exige le protocole expérimental.
-Ils font réagir une solution acidifiée S de dichromate de potassium sur le corps A. Ils obtiennent dans une première étape un composé F, puis dans une seconde un composé G.
-Ils font réagir ma même solution S sur le corps B et obtiennent un corps H.
-En présence d'un catalyseur, ils provoquent la réaction de B sur un monoacide carboxylique à chaîne saturée non cyclique I pour obtenir le corps J.
-A l'aide de l'oxyde de phosphore P_4O_{10} ils déshydratent le composé G pour obtenir le composé K.
-Enfin, ils procèdent à la décarboxylation de I.
-Après avoir réalisé les réactions ; ils doivent identifier les noms et formules des différents composés organiques.
Support
Les corps A,B,D et E
A: CH_3-CH_2-CH_2-OH; B : CH_3-CHOH-CH_3 ;
D: CH_3-CH_2-COOCH_2-CH_3; E : CH_3-CO-NH_2.
La densité de vapeur de l'acide I est voisine de 3.
1.Nommer les corps A, B, D et E et identifier le groupe fonctionnel caractéristiques de chacun d'eux.
2.
a) Ecrire l'équation bilan correspond à chacune des deux étapes de l'actions de S sur A.
b) Donner la formule semi-développée et le nom de H.

c) Indiquer la nature des composés F, G et H. Donner leurs noms.
-Citer un réactif permettant de distinguer F et H.
3)
a) Donner les formules semi-développées possibles pour I ainsi que les noms correspondants.
b) Ecrire l'équation bilan de la réaction de B sur l'isomère non ramifié de I.
Donner le nom de Préciser les caractéristiques de cette réaction.
4)
a) Ecrire l'équation de la réaction de G sur le P_4O_{10} et nommer le produit K obtenu.
Dire ce que donne l'hydroxyle du produit K.
b) Nommer le produit de décarboxylation de l'isomère non ramifié du composé I.

EXERCICE 28

Pour leur examen final, le professeur de PC demande au binôme Amon et Ahui de synthétiser le 2-méthylpropanoate d'éthyle. La réaction devant se produire dans une ampoule scellée en présence d'un peu d'acide sulfurique à 100°C, l'enseignant leur impose les deux conditions ci-dessous de préparation. Il leur est demandé de déterminer la composition du mélange à l'équilibre.
Support

- Masse molaire atomique en g/mol : M(C)=12 ; M(H)=1 ; M(O)=16.
- Condition 1 de préparation : Le mélange initial comporte 0,15 mol d'acide et 0,15 mol d'alcool. La limite d'estérification est de 66%.
- Condition 2 de préparation : Le mélange initial comporte 0,15 mol d'acide et 0,45 mol d'alcool. La limite d'estérification est de 90%.

Tâche : Tu es invité(e) à déterminer la composition du mélange à 'équilibre.

1.Donner la formule semi-développée de cet ester à préparer.
2.Donner les formules semi-développées et les noms de l'alcool et l'acide qu'on doit utiliser pour l'obtenir. Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
3.a) dire le rôle de l'acide sulfurique.
b) Donner la composition du mélange en masse d'ester et en masse d'alcool à l'équilibre pour la condition 1.
c) Calculer la masse d'ester formé à l'équilibre dans la condition 2.

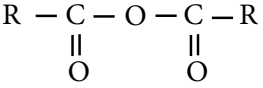
EXERCICE 29

Dans le laboratoire de chimie d'un lycée, un professeur découvre un flacon sans étiquette contenant un composé organique liquide. On désigne par A le composé organique contenu dans le flacon. Le professeur décide d'identifier le composé A afin de l'utiliser éventuellement avec ses élèves en travaux pratiques. Pour cela, il réalise une série d'expériences.
Expérience 1 : Le professeur réalise l'hydrolyse du composé A. Il obtient deux composés B et C qu'il sépare par une technique appropriée.
Expérience 2 : Il verse quelques gouttes d'une solution aqueuse de B sur du papier ,celui-ci vire au rouge.
Expérience 3 : Il prélève 1,85 g du composé C qu'il fait réagir avec un excès de sodium. A la fin de la réaction. Il a recueilli un volume V = 0,28 L de dihydrogène. Il verse quelques gouttes de la solution obtenue dans de l'eau contenant de la phénolphtaléine. L'indicateur coloré vire au rose.
Expérience 4 : Il réalise enfin l'oxydation ménagée du composé C par une solution de dichromate de potassium ($Cr_2O_7^{2-}$; $2K^+$) acidifiée. Il obtient un composé D. Le composé D donne un précipité jaune

avec la 2,4-dinitro-phénylhydrazine (DNPH) et est sans action sur la liqueur de Fehling.
1. Déterminer la nature des composés A,B,C et D.
2. Le composé A contient en masse 27,58 % d'oxygène. Déterminer :
2.1. La masse molaire M_A du composé A.
2.2.la formule brute du composé A.
3
3.1 Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui a lieu dans l'expérience n°3 en utilisant la formule générale de C.
3.2. Montrer que le composé C a pour brute $C_4H_{10}O$.
4.
4.1. Ecrire la formule semi-développée des composés A, B, C, D et les nommer.
4.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'hydrolyse du composé A.
Donner les caractéristiques de cette réaction.
4.3. Le composé A peut être obtenu par l'action d'un composé E (contenant un atome de chlore) sur le composé C.
4.31. Ecrire la formule semi-développée du composé E.
4.3.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui a eu lieu.
4.3.3. Donner le nom de cette réaction.
On donne :(en $g.mol^{-1}$) :M(C)=12 ; M(O)=16 ; M(H)=1 ;
Volume molaire :Vm = 22,4 $L.mol^{-1}$

EXERCICE 30

R étant une chaîne carbonée saturée, on considère l'anhydride d'acide de formule générale.



1) Ecrire l'équation de sa réaction d'hydrolyse.
2) Partant d'une masse de 1,02 gramme de cet anhydride on obtient, à la fin de l'hydrolyse, un composé X intégralement recueilli dans un certain volume d'eau distillée. La solution obtenu est dosée en présence d'un indicateur coloré approprié. Il faut alors verser 20 cm^3 d'une solution d'hydroxyde de sodium de 1 mol.L-1 pour atteindre l'équivalence.
2.1) Donner la formule semi-développée de X, préciser sa fonction et le nommer.
2.2) En déduire la masse molaire de l'anhydride d'acide, précise sa formule développée et le nommer.

EXERCICE 31

Le paracétamol $HO\text{-}C_5H_4\text{-}NH\text{-}CO\text{-}CH_3$, principe actif du «Doliprane», est un médicament largement utilisé. Il concurrence l'aspirine comme antipyrétique et analgésique bien qu'il n'est pas de propriétés anti-inflammatoires et qu'il soit un moins bon antalgique. La synthèse du paracétamol se fait à partir de l'anhydride acétique et du paraminophénol. La réaction produit en outre de l'acide acétique.
1) Quels groupes fonctionnels reconnaît-on dans le paracétamol ?
2) Ecrire, à l'aide de formules semi-développées, l'équation de synthèse du paracétamol.
3) Pourquoi utilise-t-on comme réactif l'anhydride acétique plutôt que l'acide acétique pour synthétiser le paracétamol ?
4) Une boite de «Doliprane 500mg» pour adulte contient 15 comprimés dosés à 500 mg. Déterminer

les quantités de matières (nombre de mole et les masses minimum) des deux réactifs à mettre en œuvre pour synthétiser la quantité de paracétamol contenue dans une boite.

EXERCICE 32

1) On chauffe un mélange équimolaire d'acide éthanoïque et d'acide propanoïque avec de l'oxyde de phosphore P_4O_{10}.
La distribution fractionnée des produits de la réaction permet d'isoler trois composés organiques A, B et C. Tous réagissent vivement avec l'eau :
* A engendre l'acide éthanoïque ;
* B conduit à l'acide propanoïque;
* C donne naissance à un mélange équimolaire des acides éthanoïque et propanoïque.
1.1) Identifier les composés A et B. Donner leurs formules semi-développées et leurs noms. Ecrire les équations de leurs réactions de formation.
1.2) Identifier le corps C. Donner sa formule semi-développée. Ecrire l'équation de sa réaction de formation.
2) A réagit sur l'ammoniac pour donner un composé organique X et l'éthanoate d'ammonium Y. La déshydratation, par chauffage de Y donne le composé X.
2.1) Ecrire les équations traduisant la transformation de A en X et la transformation de Y en X.
2.2) Ecrire l'équation globale de la réaction, à chaud de A sur l'ammoniac. Donner les formules semi-développées et le nom de X. Quelle est sa fonction chimique ?
2.3) Sachant qu'on a obtenu une masse m = 35,4 g de X avec un rendement de 85%, quelle est la masse de composé A utilisée ?

EXERCICE 33

L'hydratation d'un alcène A dont la molécule contient 4 atomes de carbone donne deux composés B et B'.
L'oxydation ménagée de B donne un composé C qui donne un précipité jaune avec la 2,4-DNPH et réagit avec le réactif de Schiff. L'oxydation ménagée de B' par l'ion dichromate ($Cr_2O_7^{2-}$) en milieu acide n'est pas possible.
1) Ecrire et nommer toutes les formules semi-développées possibles de A.
2) Préciser les fonctions des composés B, B' et C ainsi que la classe de B et B'.
3) En déduire les formules semi-développées et les noms de B', A, B et C.
4) Si on poursuit l'oxydation de B par un excès de dichromate de potassium en milieu acide, on obtient un composé D.
4.1) Donner la fonction chimique, la formule semi-développée et le nom de D.
4.2) Etablir l'équation-bilan de la réaction d'oxydation de B en D par l'ion dichromate.
5) L'action du chlorure de thionyle sur D conduit à la formation d'un corps E. F réagit avec l'éthanol pou donner E.
5.1) Donner la fonction chimique, la formule semi-développe et le nom de F et E.
5.2) Ecrire les équations bilans des réactions qui se sont produites.
5.3) Nommer la réaction entre F et l'éthanol et donner ses caractéristiques.

EXERCICE 34

1) A est un acide carboxylique à chaîne carbonée saturée de formule brute $C_2H_4O_2$.
1.1) Ecrire la formule semi-développée de A.

1.2) Donner le nom du composé A.
2) B est un alcool de formule brute CH_4O.
2.1) Ecrire la formule semi-développée de B.
2.2) Donner le nom et la classe de l'alcool B.
3) On dispose d'une masse m_A =18 g de l'acide carboxylique A.
On en fait deux parts.
m'_A = 6 g de A réagit avec B. On obtient un corps organique C.
m''_A = 12 g de A est conservé.
3.1) Ecrire l'équation de la réaction qui a lieu.
3.2) Donner :
3.2.1) Le nom du composé C
3.2.2) Les caractéristiques de la réaction.
3.3) Le rendement de la réaction est égal à 0,67. Calculer la masse m_C du composé C formé.
4) m''_A = 12 g de A réagit avec le pentachlorure de phosphore (PCl5). Il se forme un composé organique D.
4.1) Ecrire l'équation de la réaction qui a lieu.
4.2) Donner le nom de D.
4.3) Calculer le volume de chlorure d'hydrogène formé.
4.4) On verse goutte à goutte le composé D dans une solution concentrée d'ammoniac. On obtient un composé E.
4.4.1) Ecrire la formule semi-développée du composé E.
4.4.2) Donner le nom de E.
On donne : Vm = 24L.mol^{-1}
Les masses molaires en g.mol^{-1} : H = 1 ; O = 16 ; C = 12

EXERCICE 35

Le lait
Le lait est un produit naturel complexe contenant de nombreuses substances organiques. Ces substances sont susceptibles d'évoluer en réagissant entre elles ou avec des réactifs extérieurs comme l'oxygène de l'air.

1. Du 2-hydroxypropanal à l'acide lactique.
Nous admettons que le corps de formule H3C-CHOH-CHO, 2-hydroxypropanal, est présent dans le lait frais.
1.1 Ecrire la formule développée de la molécule de ce corps.
1.2 Quels sont les groupements fonctionnels présents dans cette molécule ?
1.3 La fonction située en bout de chaîne (-CHO) est facilement oxydable. Au contact de l'oxygène de l'air, cette fonction réagit et ce corps se transforme en acide lactique. Ecrire l'équation bilan de cette oxydation.

2. De l'acide lactique à l'acide pyruvique.
L'acide lactique obtenu possède encore un groupement oxydable sur le carbone central. Ce groupement peut être oxydé au contact de l'air.
2.1 Quel est ce groupement ?
2.2 Ecrire l'équation bilan de cette oxydation.
2.3 Le produit obtenu s'appelle l'acide pyruvique. Quelles sont les deux fonctions présentes dans cette molécule ?

3. La lactone
Un autre produit du lait est l'acide 4-hydroxybutanoïque de formule CH2OH-CH2-CH2-COOH.

3.1 Ecrire sa formule développée.
3.2 Quelles sont les deux fonctions présentes dans cette molécule ?
3.3 Deux molécules d'acide 4-hydroxybutanoïque peuvent réagir ensembles par estérification. Ecrire l'équation bilan de la réaction en utilisant les formules semi-développées des composés.
3.4 Cette molécule présente une possibilité intéressante de réaction. Les deux extrémités de la molécule peuvent réagir l'une avec l'autre. Il y a formation d'une molécule cyclique (lactose) Ecrire la formule du produit sous forme développée.

EXERCICE 36

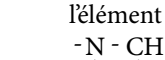
Dans le laboratoire de chimie d'un lycée, un professeur découvre un flacon sans étiquette contenant un composé organique liquide. On désigne par A le composé organique contenu dans le flacon. Le professeur décide d'identifier le composé A afin de l'utiliser éventuellement avec ses élèves en travaux pratiques. Pour cela, il réalise une série d'expériences.
Expérience 1 : Le professeur réalise l'hydrolyse du composé A. Il obtient deux composés B et C qu'il sépare par une technique appropriée.
Expérience 2 : Il verse quelques gouttes d'une solution aqueuse de B sur du papier ,celui-ci vire au rouge.
Expérience 3 : Il prélève 1,85 g du composé C qu'il fait réagir avec un excès de sodium. A la fin de la réaction. Il a recueilli un volume V = 0,28 L de dihydrogène. Il verse quelques gouttes de la solution obtenue dans de l'eau contenant de la phénolphtaléine. L'indicateur coloré vire au rose.
Expérience 4 : Il réalise enfin l'oxydation ménagée du composé C par une solution de dichromate de potassium ($Cr_2O_7^{2-}$; $2K^+$) acidifiée. Il obtient un composé D. Le composé D donne un précipité jaune avec la 2,4-dinitro-phénylhydrazine (DNPH) et est sans action sur la liqueur de Fehling.
1. Déterminer la nature des composés A,B,C et D.
2. Le composé A contient en masse 27,58 % d'oxygène. Déterminer :
2.1. La masse molaire M_A du composé A.
2.2.la formule brute du composé A.
3
3.1 Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui a lieu dans l'expérience n°3 en utilisant la formule générale de C.
3.2. Montrer que le composé C a pour brute $C_4H_{10}O$.
4.
4.1. Ecrire la formule semi-développée des composés A, B, C, D et les nommer.
4.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'hydrolyse du composé A.
Donner les caractéristiques de cette réaction.
4.3. Le composé A peut être obtenu par l'action d'un composé E (contenant un atome de chlore) sur le composé C.
4.31. Ecrire la formule semi-développée du composé E.
4.3.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui a eu lieu.
4.3.3. Donner le nom de cette réaction.
On donne :(en $g.mol^{-1}$) :M(C)=12 ; M(O)=16 ; M(H)=1 ;
Volume molaire :Vm = 22,4 $L.mol^{-1}$

CHAPITRE 16

ACIDE α -AMINE

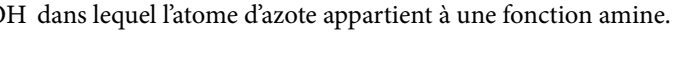
I. Définition

On appelle acide α-aminé tout composé portant, sur un même atome, une fonction acide carboxylique -COOH et une fonction amine -NH2. La molécule d'un acide α-aminé contient l'élément fe structure :



dans lequel l'atome d'azote appartient à une fonction amine.

cependant la plupart des acides α-aminés naturels ont pour formule :



II. Les différents acides α-aminés

Certains acides α-aminés (Gly, Ala, ...) sont synthétisés par l'organisme ; d'autres (Phe, ...) doivent êtres apportés par l'alimentation : ils sont dits essentiels.

Il existe vingt principaux acides α-aminés.

III. Caractéristiques acido-basique des acides α-aminés

Les acides α-aminés ont des propriétés acides dues au groupement fonctionnel acide carboxylique -COOH et des propriétés basiques dues au groupe amine -NH2 : on dit qu'ils sont amphotères ou ampholytes.

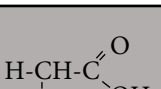
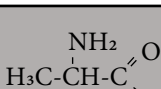
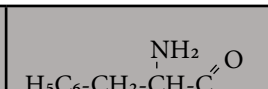
IV. Nomenclature

Deux types de nomenclature sont utilisés :

• la nomenclature systématique en considérant que le groupe -NH2 est un substituant appelé groupe amino ;

• la nomenclature avec les noms courants ou usuels.

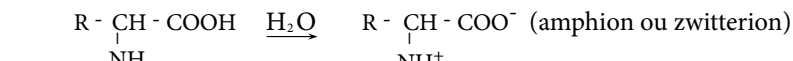
Exemples :

Formule semi-développée			
Noms	acide 2-aminoéthanoïque ou glycine (Gly)	acide 2-aminopropanoïque ou alanine (Ala)	acide 3-phényl-2aminopropanoïque ou phénylalamine (Phe)

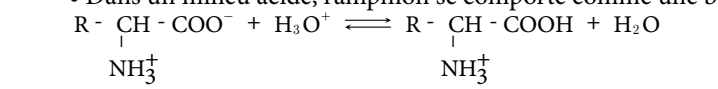
V. Les différentes formes d'un acide α-aminé

• Dans l'eau pure, les acides α-aminés existent essentiellement sous la forme d'un un ion dipolaire électriquement neutre connu sous le nom de zwitterion ou amphion de formule $NH_3^+ - CHR - COO^-$

.



• Dans un milieu acide, l'amphion se comporte comme une base



base — cation A (doublement acide)

On a le couple cation A/amphion

La forme prédominante dans un milieu acide est le cation $NH_3^+ - CHR - COOH$

• Dans un milieu basique, l'amphion se comporte comme un acide

$$R - \underset{\underset{NH_3^+}{|}}{CH} - COO^- + OH^- \rightleftharpoons R - \underset{\underset{NH_2}{|}}{CH} - COO^- + H_2O$$

acide — anion B (doublement basique)

On a le couple amphion/anion B.

La forme prédominante dans un milieu basique est l'anion $NH_2 - CHR - COO^-$.

VI. Synthèse des peptides

1. La liaison peptidique

Un dipeptide est un composé obtenu par l'élimination d'une molécule d'eau (réaction de condensation) entre le groupe amine d'un acide α-aminé et le groupement acide carboxylique d'un autre acide α-aminé.

$$N\text{-}NH\text{-}\underset{\underset{R'}{|}}{CH}\text{-}C(=O)\text{-}OH + NH_2\text{-}\underset{\underset{R}{|}}{CH}\text{-}C(=O)\text{-}OH \longrightarrow NH_2\text{-}\underset{\underset{R}{|}}{CH}\text{-}\overset{\overset{O}{\|}}{C}\text{-}N\text{-}\underset{\underset{R'}{|}}{CH}\text{-}C(=O)\text{-}OH + H_2O$$

dipeptide

La liaison peptidique correspond à la liaison C-N du groupe amide formé lors de la réaction de condensation de deux acide α-aminés.

Dans certains ouvrages, le groupe -NH-CO- est appelé liaison peptidique.

2. Peptides et protéines

Un peptide est une molécule obtenue par condensation de plusieurs molécules d' acide α-aminé.

On appelle polypeptide un composé dont la molécule est constituée d'un enchaînement d' acide α-aminé reliés par des liaisons peptidiques.

On appelle protéine, un polypeptide formé à partir de plus de 50 molécules d' acides α-aminés.

3. Nomenclature

On nomme les peptides avec les abréviations des noms usuels des acides α-aminés les constituants, cités dans l'ordre en commençant par l'extrémité portant le groupe amine.

$$NH_2\text{-}CH_2\text{-}COOH + NH_2\text{-}\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}\text{-}COOH \longrightarrow H_2O + \boxed{NH_2\text{-}CH_2\text{-}\overset{\overset{O}{\|}}{C}\text{-}N\text{-}\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}\text{-}COOH}$$

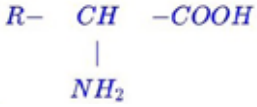
glycine (Gly) — alamine (Ala) — Gly-Ala

4. Hydrolyse d'un peptide

Les acides α-aminés proviennent de l'hydrolyse des protéines.

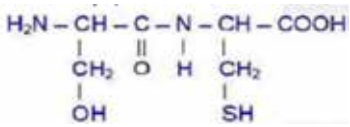
EXERCICE CORRIGÉ 1

1. Recopier la formule générale d'un acide α-aminé donnée ci-dessous, puis encadrer et nommer les deux groupes caractéristiques présents.



2. Expliquer brièvement l'appellation d'acide α-aminé attribuée à cette molécule.
3. Définir : carbone asymétrique.
4. Recopie la formule semi-développée de la leucine et indique le carbone asymétrique par un astérisque (*)
5. Pourquoi la molécule de leucine est-elle chirale ?
6. Donner selon la représentation de Fisher la configuration L de la Leucine.
7. Dans l'organisme humain, les protéine apportées par les aliments sont décomposés par hydrolyse dans l'appareil digestif. Les acides α-aminés ainsi produits passent dans l'intestin et sont transportés vers les organes et les cellules. Sous le contrôle du programme génétique, ils sont ensuite assemblées en d'autres protéines.

7.1; Recopier la formule du dipeptide suivant et entourer la liaison peptidique.



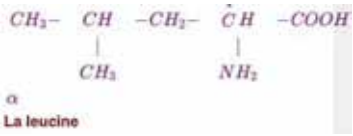
7.2. La liaison peptidique est un cas particulier d'un groupe fonctionnel caractéristique. Lequel ?
7.3. Ecrire l'équation de l'hydrolyse de ce dipeptide.

SOLUTION

1) Nommons les deux groupes caractéristiques

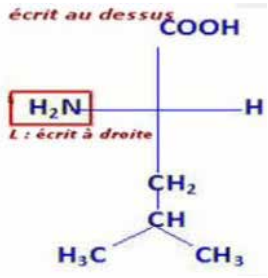


2. Le groupe amine NH_2 et le groupe acide carboxylique COOH sont portés par le même atome de carbone
3. Un atome de carbone asymétrique est un atome de carbone tétragonal portant 4 atomes ou groupes d'atomes différents.
4. Carbone asymétrique de ta leucine

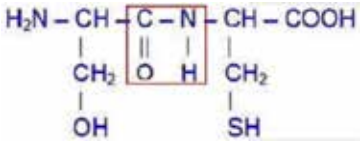


5. La leucine est une molécule chirale par ce qu'elle possède un carbone asymétrique.

6. Leucine : configuration L

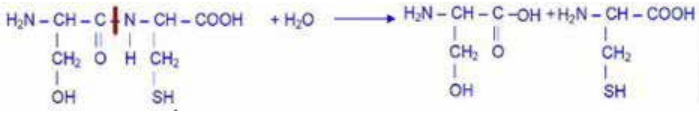


7.1 La liaison peptidique du dipeptide



7.2 La liaison peptidique est un cas particulier d'un groupe fonctionnel caractéristique : le groupe amide

7.3 L'équation de l'hydrolyse de ce dipeptide



EXERCICE 1

1.La glycine et l'alanine ont pour formules respectives
$H_2N\text{-}CH_2\text{-}COOH$ et $H_2N\text{-}CH(CH_3)\text{-}COOH$
Justifier le nom d'acide α-aminé donné à ces substances. Quel est leur nom en nomenclature officielle ?
2. Ecrire la formule des acides α-aminés suivants :
2.1. acide 2-amino 3-méthylbutanoïque
2.2. acide 2-amino 4-méthylpentanoïque
2.3. acide 2-amino 3-méthylpentanoïque

EXERCICE 2

On utilisera les données du cours pour les formules des acides α-aminés.
1) Ecrire la formule semi-développée de l'alanine ou l'acide 2-aminopropanoïque.
2) Qu'appelle-t-on acides aminés essentiels ?
3) Donner la formule générale et le nom de l'ion dipolaire contenu dans les solutions aqueuses d'acide α-aminé.
Ecrire les deux couples cide/base caractérisant cet ion dipolaire et préciser dans chaque cas, le rôle joué par celui-ci (acide ou base).
Ecrire la formule de l'espèce chimique majoritaire de la glycine $H_2N\text{-}CH_2\text{-}COOH$ en solution aqueuse, dans les 3 cas suivants :
• pH = 1,8 ; • pH = 8 ; • pH = 11.
On donne :
pKa1 = 2,3 pour le couple : acide conjugué du zwitterion / zwitterion ;
pKa2 = 9,7 pour le couple : zwitterion / base conjuguée du zwitterion
7) Ecrire les formules semi-développées des deux dipeptides que l'on peut obtenir à partir des deux acides α-aminés :

$$R_1\text{—}\underset{\displaystyle NH_2}{\underset{|}{CH}}\text{—}COOH \qquad \text{et} \qquad R_2\text{—}\underset{\displaystyle NH_2}{\underset{|}{CH}}\text{—}COOH$$

8) Qu'appelle-t-on liaison peptidique ? Par quels groupes d'atomes est-elle représentée ? A quelle fonction chimique correspond-elle ?
9) Ecrire la formule semi-développée du dipeptide H-gly-ala-OH.
Comment doit-on procéder pour l'obtenir, à partir de la glycine et de l'alanine ?
Si l'on ne prend pas de précautions, quel autre dipeptide se forme ?

EXERCICE 3

L'alanine est un acide α-aminé de formule moléculaire brute $C_3H_7O_2N$.
1) Donne sa formule développée et son nom.
2) La condensation d'une molécule d'alanine et d'une molécule de glycine (acide 2-amino-éthanoïque) conduit à un dipeptide.
2.1) Ecris l'équation de la condensation qui conduit au dipeptide dont le groupement carboxyle libre est celui de l'alanine.
2.2) Indique le type particulier de liaison dans ce dipeptide.

EXERCICE 4

On donne les masses molaires en $g.mol^{-1}$.
M(C) : 12 ; M(H) : 1 ; M(N) : 14 ; M(O) : 16 ; M(Na) : 23
Les protéines entrent dans la constitution des organismes vivants et participent à leur fonctionnement en intervenant dans un grand nombre de réactions biochimiques. Ce sont des macromolécules constituées par association d'acides aminés par liaison peptidique.
On se propose d'identifier un peptide noté D, résultant de la réaction entre deux acides aminés A et B.
1) Des méthodes d'analyse quantitative ont permis de déterminer les pourcentages massiques de carbone, d'hydrogène et d'azote du composé A ; soient :
%C = 40,45 %H = 7,87 %N = 15,72
1.1) Le composé A ne contenant qu'un atome d'azote par molécule, vérifier que sa formule brute s'écrit C3H7NO2.
1.2) Le composé A est précisément un acide α -aminé. Ecrire sa formule semi-développée et donne son nom dans la nomenclature officielle.
2) Par réaction de A avec un autre acide α -aminé B de formule $H_2N\text{-}\underset{\displaystyle C_4H_9}{\underset{|}{CH}}\text{-}CO_2H$ on obtient le dipeptide D.

2.1) Ecrire la formule semi-développée de B sachant que sa molécule contient deux atomes de carbone liés chacun à quatre substituants et donner son nom dans la nomenclature officielle.
2.2) Ecrire, à l'aide de formules développées, l'équation-bilan traduisant la synthèse du dipeptide D sachant que A est l'acide α -aminé N-terminal.
Entourer la liaison peptidique.

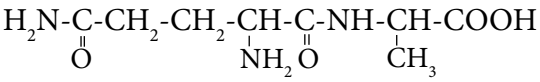
EXERCICE 5

L'alanine a pour formule $CH_3\text{-}CH(NH_2)\text{-}COOH$.
1) Comment appelle-t-on les composés de formule générale $R\text{-}CH_2\text{-}(NH_2)\text{-}COOH$?
2)
2.1) Quels groupes fonctionnels ce possède-t-il ?
2.2) Montrer qu'en solution aqueuse, l'alanine peut se comporter comme un acide ou comme une base. Ecrire les équations-bilans des réactions chimiques correspondantes.
3) Les solutions aqueuses d'alanine contiennent un ion dipolaire.
Donner la formule de cet ion.
4) De quel anion et de quel cation l'ion dipolaire précédent est-il respectivement :
4.1) L'acide conjugué ;
4.2) La base conjuguée ?
5)
5.1) Ecrire la réaction de condensation mettant en jeu deux molécules d'alanine.
5.2) Quel type particulier de liaison trouve-t-on dans le composé obtenu ?
5.3) Où se trouve-t-elle dans la formule développée de ce composé ?

EXERCICE 6

La glytaninylalanine, dipeptide formé à partir de la glutamine et de l'alanine, est un produit de dégradation incomplète de la digestion des protéines. Il est connu pour avoir des effets physiologiques.
1) La molécule du dipeptide

La molécule de la glutaminylalanine est représentée par la formule ci-dessous :



1.1) Recopie la formule. Encadre les groupes fonctionnels et nomme-les.
1.2) Repère la liaison peptidique.
2. Etude de l'acide α-aminé N-terminal du dipeptide.
La glutamine, l'acide α-aminé N-terminal du dipeptide, est l'acide aminé le plus abondant dans le sang et dans les muscles. Le corps est capable de synthétiser lui-même la L-glutamine que l'on retrouve aussi dans la viande, le poisson, les produits laitiers, les céréales et les légumineuses. Parmi les rôles de la L-glutamine, on peut citer l'amélioration des performances physiques, la réduction de la sensation de fatigue chez les joueurs de football...
2.1) Définis un acide α-aminé.
2.2) Ecris la formule semi-développée de la molécule de glutamine et donne son nom.
3) Etude de l'acide α-aminé C-terminal du dipeptide
L'alanine, l'acide α-aminé C-terminal de la glutaminylalanine, est aussi un acide aminé qui se retrouve dans les même sources alimentaires que la glutamine. Elle fait augmenter le taux de sucre dans le sang et contribue à la formation des globules blancs. Elle est donc indispensable au maintien d'une bonne santé.
2.1) Ecris la formule semi-développée de la molécule d'alanine et donne son nom.
2.2) En solution aqueuse la molécule d'alanine se présente sous la forme d'un ion dipolaire entre autre espèces chimiques. Donne la formule et le nom de cet ion.
2.3) Ecris l'équation-bilan de la réaction de l'ion dipolaire en milieu très acide puis en milieu très basique. Indique les couples acide-base auxquels participe l'ion dipolaire.
2.4) Les pKA des couples précédents valent 2,3 et 9,9. Propose un diagramme de prédominance des espèces d'une solution aqueuse d'alanine.

CHAPITRE 17

SOLUTION AQUEUSE ET PH

I. Solution aqueuse

• Un solvant est un liquide dans lequel on peut dissoudre des corps.
• Les solutés sont des corps dissous dans le solvant ; un soluté peut-être solide, liquide ou gazeux.
• Une solution est un mélange formé d'un solvant et d'un soluté (ou des soluté s'il y en a plusieurs).
Une solution aqueuse est une solution dont le solvant est l'eau.

II. Concentration molaire ou molarité

La concentration molaire volumique ou molarité d'une solution en une espèce chimique A est le nombre de moles de l'espèce A par litre de solution.

$$[A] = C = \frac{n}{V}$$

n = nombre de moles de l'espèce X en moles (mol)
V = Volume de la solution en litre (L)
C = [A] = molarité de l'espèce X en mol/L

III. Concentration massique d'une espèce chimique X en solution

La concentration massique d'une espèce chimique X en solution est la masse de l'espèce chimique donnée par litre de solution.

$$C_m = \frac{m}{V}$$

m = masse de l'espèce X en grammes (g)
V = Volume de la solution en litre (L)
C_m = concentration massique en g/L

• Remarque : $C_m = \frac{C_m}{M}$

IV. Détermination du nombre de moles d'un soluté

1er cas: Si m est la masse du solité et M sa masse molaire, on a :
M $\longleftrightarrow$ 1 mol
m $\longleftrightarrow$ n mol d'où $n = \frac{m}{M}$ On a alors : $[A] = C = \frac{n}{V} = \frac{m}{MV}$

2eme cas: Si V est le volume du soluté gazeux et V_0 le volume molaire dans les conditions de l'expérience, on a:
$V_0 \longleftrightarrow$ 1 mol
V $\longleftrightarrow$ n mol d'où $n = \frac{V}{V_0}$. On a alors : $[A] = C = \frac{n}{V} = \frac{V}{VV_0}$

V. Dissolution dans l'eau d'une substance

La dissolution totale dans l'eau d'un solide AB à structure ionique s'écrit:
$AB \xrightarrow{eau} A^-(aq) + B^+(aq)$
Pour des raisons de simplicité, on écrit A^- et B^+
La dissolution d'un composé ionique peut-être
• athermique: se fait à température constante
• exothermique: se fait avec une élévation de température
• endothermique: se fait avec une diminution de température.

VI. Solution commerciale

La concentration C d'une solution commerciale est donnée par : $C = \frac{\% \times \rho}{M}$
- C : Concentration de la solution commerciale (en mol/L);
- % : Pourcentage massique de soluté;

- M : Masse molaire du soluté (en g/mol);
- $\rho = \frac{m}{V}$ ou $\rho = d \times \rho_{eau}$: masse volumique du soluté (en g/L)

avec masse m (en g) ; volume V (en L), densité d (sans unité) et $\rho_{eau} = 10^3$ g/L.

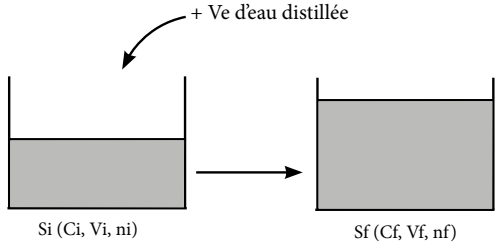
Remarque : Dans le cas où on donne la densité dans l'énoncé alors $C = \frac{1000\%d}{M}$

VII. Dilutions des solutions

La dilution est l'opération qui consiste à diminuer la concentration d'une espèce chimique dans une solution.

Soit S1 la solution initiale de concentration initiale Ci et de volume Vi.

Pour diluer cette solution, il suffit d'ajouter progressivement un volume Ve d'eau distillée jusqu'à l'obtention d'une solution Sf de concentration Cf et de volume Vf = Vi + Ve.



On a : $ni = nf$; $CiVi = CfVf$

Remarque : Le facteur de dilution ou rapport ou coefficient de dissolution est : $k = \frac{Vf}{Vi} = \frac{Ci}{Cf}$

VIII. L'autoprotolyse de l'eau

Deux molécules d'eau peuvent réagir entre elles selon l'équation-bilan suivante:

$H_2O + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + OH^-$ ou plus simplement $2H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + OH^-$

Le produit ionique de l'eau

L'équation de l'autoprotolyse de l'eau est caractérisée par une constante Ke appelée *Produit ionique de l'eau* telle que : $Ke = [H_3O^+] \times [OH^-]$. Cette constante est sans unité.

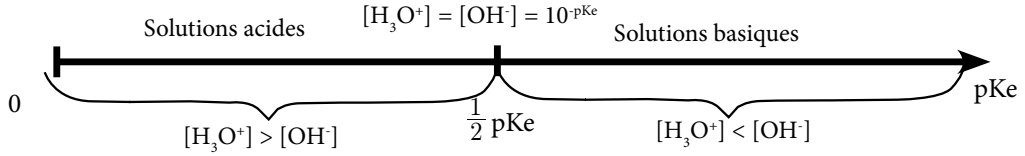
Remarque : Ke dépend de la température : par exemple à 25°C. $Ke = 10^{-14}$ et PKe = -log Ke

PH d'une solution aqueuse

Le pH d'une solution aqueuse et sa concentration en ion hydronium [H3O+] sont liés par la relation : $pH = -\log[H_3O^+]$ ou $[H_3O^+] = 10^{-pH}$.

Remarque : 10^{-13} mol.L^{-1} < $[H_3O^+]$ < 10^{-1} mol.L^{-1}.

Echelle de pH



Remarque : $Ke = 10^{-pKe}$; pKe = -logKe

Le pH dépend de la température. Par exemple, à 25°C ($Ke = 10^{-14}$; pKe = 14):

- Si $[H_3O^+] > [OH^-]$ alors la solution est acide et pH < 7 ;
- Si $[H_3O^+] = [OH^-] = 10^{-7}$ mol/L alors la solution est neutre et pH = 7;
- Si $[H_3O^+] < [OH^-]$ alors la solution est basique et pH > 7.

Relation d'électroneutralité

La somme des molarités des cations est égale à la somme des molarités des anions, chaque molarité étant multipliée par la valeur absolue de la charge de l'ion correspondant.

$$[H_3O^+] + n[B^{n+}] = [OH^-] + m[A^{m-}]$$

EXERCICE CORRIGÉ 1

1. On prépare une solution d'acide chlorhydrique en faisant dissoudre V_0 = 5,6 L de chlorure d'hydrogène (volume gazeux mesuré dans les C.N.T.P) dans V = 500 cm^3 d'eau distillée.
Calculer la concentration molaire C1 de la solution ainsi préparée.
2. Quelle masse m de dichlorure de calcium $CaCl_2$ faut-il dissoudre dans V = 500 cm3 d'eau distillée pour obtenir une solution de concentration molaire C2 = 0,1 mol. L^{-1} ?
3. On prélève V1 = 20 cm^3 de la solution de dichlorure de calcium (obtenue à la question précédente) et on complète par de l'eau distillée de façon à obtenir V2 = 100 cm^3 d'une nouvelle solution.
a) Décrire le mode opératoire permettant de diluer la solution de dichlorure de calcium.
b) Calculer la concentration molaire de cette nouvelle solution en ions calcium et ions chlorure.
On donne : M(Ca) = 40 g. mol^{-1} ; M(Cl) = 35,5 g. mol^{-1}.

SOLUTION

1) $C_1 = \frac{n}{V}$ avec $n = \frac{V_0}{V_m}$, d'où $C_1 = \frac{V_0}{V.V_m} = 0,5$ mol. L^{-1}

2) $C_2 = \frac{n'}{V}$ avec $n' = \frac{m}{M}$, d'où $C_2 = \frac{m}{M.V} \Rightarrow m = C_2.M.V = 5,55$ g.

3.a) On prélève 20 cm^3 de la solution de dichlorure de calcium à l'aide d'une pipette jaugée de 20 cm^3 qu'on verse dans une fiole jaugée de 100 cm^3. On complète ensuite avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

b) Equation de dissociation : $CaCl_2 \longrightarrow Ca^{2+} + 2\ Cl^-$

- $[Ca^{2+}] = \frac{n}{V_2} = \frac{C_2V_1}{V_2} = \frac{0,1 \times 20}{100} = 0,02$ mol. L^{-1}
- $[Cl^-] = \frac{2n}{V_2} = \frac{2C_2V_1}{V_2} = \frac{2 \times 0,1 \times 20}{100} = 0,04$ mol. L^{-1}

EXERCICE CORRIGÉ 2

On dissout une masse m de chlorure de sodium dans l'eau et on obtient V1 = 100 cm^3 d'une solution A de concentration molaire C1 = 10^{-2} mol. L^{-1}. On prélève le quart de cette solution qu'on place dans un bécher et on complète avec de l'eau distillée de façon à obtenir V2 = 200 cm^3 d'une solution B de concentration C2. On prélève V'2 = 10 cm3 de la solution B qu'on dilue 20 fois ; on obtient une solution C de concentration C3. Calculer :

1. La masse m de chlorure de sodium utilisé.
2. La concentration molaire en ions Na^+ et Cl^- de la solution A.
3. La concentration molaire C2 de la solution B.
4. La concentration molaire C3 de la solution C.

On donne : M(Na) = 23 g. mol-1 ; M(Cl) = 35,5 g. mol^{-1}.

SOLUTION

1) $C_1 = \frac{m}{M.V_1} \Rightarrow m = C_1.M.V_1 = 0{,}585$ g

2) Equation de dissociation : $NaCl \longrightarrow Na^+ + Cl^-$

$C_1 = [Na^+] = [Cl^-] = 0{,}1$ mol. L^{-1}

3) $C_2.V_2 = \frac{C_1V_1}{4} \Rightarrow C_2 = \frac{C_1V_1}{4V_2} = 1{,}25.10^{-2}$ mol. L^{-1}

4) $C_3.V_3 = C_2.V_2'$, avec $V_3 = 20.V_2' \Rightarrow C_3 = \frac{C_2V_2'}{V_3} = \frac{C_2}{20} = 0{,}25.10^{-4}$ mol. L^{-1}

EXERCICE 1

On dissous 2g d'hydroxyde de sodium (NaOH) dans 5 L d'eau distillée.
1) Calculer la concentration massique de la solution obtenue.
2) Calculer la concentration molaire de la solution obtenue.
3) Quelle masse d'hydroxyde de sodium faut-il dissoudre dans l'eau distillée pour obtenir 1,5 L de solution de concentration molaire C = 0,04 mol/L ?
On donne les masses molaire atomiques en g/mol : M(H) = 1 ; M(O) = 16 M(Na) = 23.

EXERCICE 2

Les questions sont indépendantes.
1) Quel volume d'eau distillée doit-on ajouter à 40 cm^3 d'une solution de chlorure d'hydrogène de concentration 2.10^{-2} mol/L pour obtenir une solution de
pH = 2,4 ?
2) On mélange 20 cm^3 d'une solution chlorhydrique de pH = 3,1 avec 10 cm^3 d'une solution d'acide chlorhydrique de pH = 2,3.
Déterminer le pH du mélange obtenu.

EXERCICE 3

1) Qu'appelle-t-on concentration molaire et concentration massique ?
Etablir l'expression entre la concentration molaire et la concentration massique.
2)
a) Qu'est-ce-qu'une solution aqueuse ?
b) Comment peut-on montrer qu'une solution aqueuse est acide ?
c) Comment mettre en évidence qu'une solution aqueuse est ionique ?
3)
a) Quelle masse de chlorure de sodium NaCl faut-il dissoudre dans l'eau pour obtenir 500 cm^3 d'une solution de concentration molaire 0,02 mol/L en NaCl ?
b) Quelle est alors la concentration massique de la solution obtenue ?
c) A la solution précédente on ajoute Ve = 1,5 L d'eau.
Calculer la nouvelle concentration molaire.
On donne : M(Na) = 23 g/mol ; M(Cl) = 35,5 g/mol.

EXERCICE 4

La concentration massique d'une solution d'hydroxyde de sodium est égale à 2,5 g/L.
1) Déterminer la concentration molaire de cette solution.
2) Calculer la masse d'hydroxyde de sodium nécessaire pour préparer 2,5 L de cette solution. En déduire le nombre de moles d'hydroxyde de sodium correspondant.
On donne : M(H) = 1 g/mol ; M(O) = 16 g/mol ; M(Na) = 23 g/mol.

EXERCICE 5

Sur l'étiquette d'une bouteille commerciale d'ammoniac, on peut lire :

NH_3

Masse molaire : 17 g/mol
Masse volumique : 450 kg/m^3
Pourcentage massique : 33%

1) Quel volume V faut-il prélever pour préparer 500 mL d'une solution S de concentration C = 0,10 mol.L^{-1} ?
2) Décrire le mode opératoire pour préparer les 500 mL de S.
3) La solution a un pH = 11,1 à 25°C. Calculer les concentrations et les quantités de matières des ions H_3O^+ et OH^- présents dans S.

EXERCICE 6

On donne Ke = $2,5.10^{-13}$ à 80°C.
1) Une solution aqueuse a, à cette température, un pH égal à 6,5. Détermine sa nature.
2) Un volume de 200 mL d'une solution aqueuse contient $1,0.10^{-4}$ mol d'ions hydroxyde. Calcul son pH à 80° C.
3) Le PH d'une solution aqueuse est 4,7 à 80°C. En déduire sa concentration en ions OH^-.
4) Ke augmente lorsque la température augmente.
Dans le corps humain, à 37°C, le sang a un pH d'environ 7,4 et pKe = 13,6.
4.1) Indique si le sang est un liquide neutre, acide ou basique.
4.2) En déduis l'échelle de pH à cette température.

EXERCICE 7

En solution aqueuse, l'acide nitrique (HNO_3) est totalement dissocié en ions hydronium H_3O^+ et en ions nitrate NO_3^-. Il en est de même de l'acide chlorhydrique (HCl) qui est dissocié en ions H_3O^+ et en ions Cl^-.
On donne : en g/mol : H = 1 ; O = 16 ; Cl = 35,5 ; N = 14 ; Ca = 40.
Dans une fiole jaugée de 250 mL, on introduit successivement les composés suivants :
- Une solution d'acide chlorhydrique de volume V1 = 40 mL et de concentration C1 = 0,3 mol/L ;
- Une solution d'acide nitrique de volume V2 = 25 mL et de concentration
C2 = 0,4 mol/L ;
- Une masse m3 = 1 g de Chlorure de calcium solide ($CaCl_2$) ;
- Une masse m4 = 2 g de nitrate de calcium solide $Ca(NO_3)_2$.
On complète le tout à 250 mL avec de l'eau distillée.
1) Ecris les équations de dissolution des qutre (4) composés ci-dessus cités et celle de l'autoprotolyse de l'eau.
2) Fais le bilan des différentes espèces chimiques présentes dans la solution.
3) Déterminer la quantité de matière de chacun des ions présents dans cette solution sachant qu'aucune réaction chimique n'a lieu.
4) En déduis leur concentration.
5) Vérifier que les concentrations trouvées sont en accord avec l'équation d'électroneutralité.
6) Détermine le pH de la solution.

EXERCICE 8

Pour évaluer le pH d'une solution aqueuse (S), on effectue divers prélèvement à l'aide de béchers. On ajoute ensuite dans chacun des béchers un indicateur coloré. On obtient les résultats suivants :

	Hélianthine	Bleu de bromocrésol	Bleu de bromothymol	Rouge de méthyle
Couleur de la solution	Orange	Vert	Jaune	Orange

1) Evaluer le pH de la solution (S) en utilisant les résultats ci-dessus et le tableau suivant :

Indicateur	Teinte	Zone de virage	Teinte
Hélianthine	Rouge	3,1 - 4,4	Jaune
Bleu de bromocréso	Jaune	3,8 - 5,4	Bleu
Bleu de bromothymol	Jaune	6,0 - 7,6	Bleu
Rouge de méthyle	Rouge	4,2 - 6,2	Jaune

2) L'utilisation de l'un des indicateurs colorés est superflue.
Quel est cet indicateur ? Explique.
3) Après détermination du pH de la solution à l'aide d'un pH-mètre, on calcule la valeur de la concentration en ions hydroxydes.
On trouve $[OH^-] = 2.10^{-10}$ mol.L^{-1}.
Quelle est la valeur mesurée du pH de la solution (S) ? Cette valeur est-elle en accord avec le résultat obtenu à l'aide des indicateurs colorés ?

EXERCICE 9

Au cours d'une séance de travaux pratiques au laboratoire du Lycée, Clémence utilise une fiole jaugée de 500 mL pour préparer une solution S_0 d'hydroxyde de sodium (NaOH) de concentration molaire $C_0 = 0,1$ mol/L.
1) Calculer la masse m_0 de NaOH solide utilisée.
2) Elle prélève ensuite 25 mL de la solution S_0 qu'elle mélange à V1 = 50 mL de solution aqueuse de chlorure de sodium (NaCl) à C1 = 0,8 mol/L. Les ions présents dans le mélange S_1 obtenu ne réagissent pas entre eux.
2.1) Calculer à 25°C la concentration de chaque ion présents dans le mélange S_1.
2.2) En déduire le pH de cette solution S1.
3) Enfin, Clémence prélève un volume V2 du mélange S1 et y verse une solution aqueuse de sulfate de cuivre II ($CuSO_4$) utilisé en excès. Il se forme un précipité bleu d'hydroxyde de cuivre II ($Cu(OH)_2$). Ce précipité a une masse m = 96,7 mg.
3.1) Ecrire l'équation bilan de la réaction de formation du précipité.
3.2) Calculer le volume V2 de la solution S_1 prélevée.
On donne : $K_e = 10^{-14}$ à 25°C Na : 23 ; O : 16 ; Cu : 63,5 ; H : 1 ; O : 35,5 (en g/mol).

EXERCICE 10

- On dissout une masse m de chlorure de sodium dans l'eau et on obtient
V1 = 100 cm^3 d'une solution A de concentration molaire C1 = 10^{-1} mol.L^{-1}.
- On prélève le quart (1/4) de cette solution qu'on place dans un bécher et on complète avec de l'eau

distillée de façon à obtenir V2 = 200 cm^3 d'une solution B de concentration C2.
- On prélève V'2 = 10 cm^3 de la solution B qu'on dilue 20 fois ; on obtient une solution C de concentration C3. Calculer :
a) La masse m de chlorure de sodium utilisée.
b) La concentration molaire en ions Na^+ et CL^- de la solution A.
c) La concentration molaire C2 de la solution B.
d) La concentration molaire C3 de la solution C.
On donne : M(Na) = 23 g/mol ; M(C) = 35,5 g/mol.

CHAPITRE

18 ACIDE FORT-BASE FORTE

I. Acides forts

1. Cas de monoacide fort

Un monoacide fort est une espèce chimique qui réagit totalement avec l'eau en libérant une mole d'ion H_3O^+ par mole de soluté introduite.

Exemple:

Acide chlorhydrique : $HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$

Acide bromhydrique : $HBr + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Br^-$

Acide iodhydrique : $Hl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + I^-$

Soit Ca la concentration molaire d'une solution d'acide fort.

$$pH = - \log Ca \qquad Ca = 10^{-pH}$$

$$10^{-6}\ mol/L \leq Ca \leq 10^{-1}\ mol/L$$

2. Cas de diacide fort

Un diacide fort est une espèce chimique qui réagit totalement avec l'eau en liberant 2 mol d'ions H_3O^+ par mole de soluté introduite.

Exemple :

Acide sulfurique : $H_2SO_4 + 2H_2O \longrightarrow 2H_3O^+ + SO_4^{2-}$

Le pH d'un acide fort de concentration Ca est : pH = - log 2Ca.

II. Bases fortes

1. Cas d'une monobase forte

Une monobase forte est une espèce chimique qui, mise en solution aqueuse, libère une mole d'ion OH^- par mole de soluté.

Exemple :

Hydroxyde de sodium : $NaOH \xrightarrow{H_20} Na + OH^-$

Hydroxyde de potassium : $KOH \xrightarrow{H_20} K + OH^-$

Ion éthanoate : $C_2H_5O + H_2O \xrightarrow{H_20} C_2H_5OH + OH^-$

Cet ion est obtenu par une réaction total entre l'éthanol C2H5OH est le sodium Na selon l'équation-bilan :

$$C_2H_5OH + Na \longrightarrow C_2H_5O + Na^+ + \frac{1}{2}H_2.$$

Le pH d'une solution de monobase forte de concentration Cb est:

$$pH = 14 + \log Cb \qquad 10^{-6}\ mol/L \leq Cb \leq 10^{-1}\ mol/L$$

2. Cas d'une dibase forte

Une dibase forte est un espèce chimique qui libère 2 moles d'ions OH^- lors de la dissolution dans l'eau d'une mole de soluté.

Exemple:

Hydroxyde de calcium : $Ca(OH)_2 \xrightarrow{H_20} Ca^{2+} + 2OH^-$

Le pH d'une solution de dibase forte de concentration Cb

$$pH = 14 + \log 2Cb$$

EXERCICE CORRIGÉ 1

On désire préparer une solution d'hydroxyde de sodium de pH égal à 12,5.
1) Calculer la concentration des ions hydroxyde dans la solution.
2) Calculer la masse d'hydroxyde de sodium qu'il faut utiliser pour préparer 1L de solution.
3) Déterminer le pH de la solution obtenue en diluant la solution préparée avec un égal volume d'eau pure. On donne M(NaOH)= 40 g/mol.

SOLUTION

On désire préparer une solution d'hydroxyde de sodium de pH égal à 12,5.
1) Calculons la concentration des ions hydroxyde dans la solution
pH=14+logCb alors $Cb=10^{(pH-14)}=10^{(12,5-14)}$ $Cb= 3,16.10^{-2}$ M

2) Calculons la masse d'hydroxyde de sodium qu'il faut utiliser pour préparer 1L de solution
m= CVM = 3,16.10-2 x 1 x 40 = 1,26 g
Déterminons le pH de la solution obtenue en diluant la solution préparée avec un égal volume d'eau pure
En diluant avec un égal volume d'eau on dilue deux fois, la concentration est divisée par deux $Cb' = \frac{Cb}{2} = 0,0158\ M$
Le pH de la solution dilué est pH = 14 + log 0,0158 = 12,2
Remarque la dilution diminue le pH d'une base

EXERCICE CORRIGÉ 2

Une solution SA d'acide nitrique a un pH = 5,9. L'acide nitrique est un acide fort.
1.a) Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans la solution SA.
b) On prélève 10 cm^3 de la solution SA et on ajoute 90 cm^3 d'eau pure. Quelle est la nouvelle valeur du pH ?
2. On prépare une solution SB en dissolvant une masse m d'hydroxyde de calcium Ca(OH)2 dans 500 cm3 d'eau pure.
a) La concentration molaire de la solution SB étant CB = 4.10^{-6} mol. L^{-1}, calculer la masse m d'hydroxyde de calcium utilisé.
b) Quels volume VA de SA et VB de SB doit-on mélanger pour avoir une solution de volume total V = 120 cm^3 et de pH = 7 ?

SOLUTION

- $[NO_3^-] = 1{,}26.10^{-7}$ mol. $L^{-1} = 10^{-6{,}9}$ mol. L^{-1} ;
- REN : $[H_3O^+] = [OH^-] + [NO_3^-] \Leftrightarrow [H_3O^+] = \frac{Ke}{[OH^-]} + 10^{-6{,}9} \Leftrightarrow [H_3O^+]^2 = K_e + 10^{-6{,}9}[H_3O^+]$

$\Leftrightarrow [H_3O^+]^2 - 10^{-6{,}9}[H_3O^+] - 10^{-14} = 0$ car on ne peut pas négliger $[OH^-]$ devant $[H_3O^+]$.

Le calcul donne $\mathbf{[H_3O^+] = 1{,}81.10^{-7}}$ **mol.** $\mathbf{L^{-1}}$.

- $pH = -\log[H_3O^+] = 6{,}74$.

2.a) $m = C_B.MV = 1{,}48.10^{-4}$ g

b) $2\ C_BV_B = C_AV_A = C_A\ (V - V_B) \Rightarrow V_B = 16{,}33$ mL et $V_A = 103{,}67$ mL.

EXERCICE CORRIGÉ 3

On considère les trois solutions suivantes :

- Solution S1 d'hydroxyde de sodium de concentration molaire C1 = 8.10-3 mol. L^{-1} ;
- Solution S2 de dihydroxyde de calcium Ca(OH)2 de concentration molaire C2 = 2.10^{-3} mol. L^{-1} ;
- Solution S1 de chlorure de sodium de concentration molaire C3 = 10-3 mol. L^{-1} ;

1. Calculer le pH de chacune des solutions S1, S2 et S3.
2. Décrire deux expériences prouvant que la solution d'hydroxyde de sodium contient des ions OH^- et des ions Na^+.
3. On obtient une solution A en mélangeant un volume V1 = 50 cm3 de la solution S1, un volume V2 = 100 cm^3 de la solution S2 et un volume Ve = 100 cm^3 d'eau.

3.1. Calculer la concentration des espèces chimiques présentes dans la solution A.

3.2. En déduire le pHA de la solution A.

3.3. Dans la solution A, on ajoute 0,2 g d'hydroxyde de sodium en pastilles et on obtient une solution A'. Calculer la nouvelle concentration des ions Na^+ dans la solution A'.

4. On obtient une solution B en mélangeant V1 = 50 cm^3 de la solution S1, V2 = 100 cm^3 de la solution S2 et V3 = 100 cm^3 de la solution S3.

4.1. Calculer la concentration molaire des espèces chimiques présentes dans la solution B.

4.2. En déduire le pHB de la solution B.

On donne : M(Na) = 23 g. mol^{-1} ; M(O) = 16 g. mol^{-1} ; M(H) = 1 g. mol^{-1}.

SOLUTION

1)

- S_1 : $pH_1 = 14 + \log C_1 = 11,9$
- S_2 : $pH_2 = 14 + 2\log C_2 = 11,6$
- S_3 est une solution de sel : $NaCl \longrightarrow Na^+ + Cl^-$

REN : $[H_3O^+] + [Na^+] = [Cl^-] + [OH^-]$; Or $[Na^+] = [Cl^-]$, d'où $[H_3O^+] = [OH^-]$: solution neutre et $pH_3 = 7$.

3.

3.1) Equations de dissociation : $Ca(OH)_2 \longrightarrow Ca^{2+} + 2OH^-$ et $NaOH \longrightarrow Na^+ + OH^-$

Les ions en solution sont : H_3O^+, OH^-, Na^+ et Ca^{2+}.

- $[Na^+] = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2+V_0} = 1,6.10^{-3}$ mol. L^{-1};
- $[Ca^{2+}] = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2+V_0} = = 8.10^{-4}$ mol. L^{-1} ;
- REN : $[H_3O^+] + [Na^+] + 2[Ca^{2+}] = [OH^-]$;

Le mélange est supposé très basique, donc $[H_3O^+] << [OH^-]$.

On a : $[OH^-] = [Na^+] + 2[Ca^{2+}] = 3,2.10^{-3}$ mol. L^{-1} et $[H_3O^+] = \frac{Ke}{[OH^-]} = 3,12.10^{-12}$ mol. L^{-1}.

3.2) Mélange A : $pH_A = -\log[H_3O^+] = 11,5$.

3.3) $[Na^+] = \frac{C_1V_1+\frac{m}{M}}{V_1+V_2+V_0} = 2,16.10^{-2}$ mol. L^{-1}.

4.

4.1)

Equations de dissociation : $Ca(OH)_2 \longrightarrow Ca^{2+} + 2OH^-$; $NaOH \longrightarrow Na^+ + OH^-$ et $NaCl \longrightarrow Na^+ + Cl^-$.

- $[Ca^{2+}] = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2+V_3} = 8.10^{-4}$ mol. L^{-1} ;
- $[Cl^-] = \frac{C_3V_3}{V_1+V_2+V_3} = 4.10^{-4}$ mol. L^{-1} ;
- $[Na^+] = \frac{C_1V_1+C_3V_3}{V_1+V_2+V_3} = 2.10^{-3}$ mol. L^{-1} (les ions Na^+ sont apportés par S_1 et S_3).
- REN : $[H_3O^+] + [Na^+] + 2[Ca^{2+}] = [OH^-] + [Cl^-]$; $\Rightarrow [Na^+] + 2[Ca^{2+}] - [Cl^-] = [OH^-] - [H_3O^+]$

$[H_3O^+] << [OH^-]$, donc $[OH^-] = [Na^+] + 2[Ca^{2+}] - [Cl^-] = 3,2.10^{-3}$ mol. L^{-1} et $[H_3O^+] = \frac{Ke}{[OH^-]} = 3,12.10^{-12}$ mol. L^{-1}.

4.2) Mélange B : $pH_B = -\log[H_3O^+] = 11,5$.

EXERCICE 1

Une solution de dihydroxyde de calcium $Ca(OH)_2$ de concentration C = 148 mg/L a un pH = 11,6 à 25°C.
a) Quelle est la molarité en ions OH- de cette solution ?
b) Montrer que le dihydroxyde de calcium est une dibase forte.
On donne : M(Ca) = 40 g/mol ; M(O) = 16 g/mol ; M(H) = 1g/mol.

EXERCICE 2

On dissout m = 0,253 g d'acide perchlorique ($HClO_4$) dans un volume V = 2L d'eau. Le pH de la solution est égal à 2,9. On donne : H : 1 ; O : 16 ; Cl : 35,5.
1) Montre que l'acide perchlorique est un acide fort.
2) Ecris l'équation bilan de dissolution de $HClO_4$ dans l'eau.
3) Calcule le volume d'eau distillée qu'il faut ajouter à 40 mL d'une solution d'acide perchlorique de pH = 1,7 pour obtenir une solution de pH = 2,7.

EXERCICE 3

Une solution S_A d'acide nitrique a un pH = 5,9. L'acide nitrique est un acide fort.
1)
a) Calculer les molarités des espèces chimiques présentes dans la solution S_A.
b) On prélève 10 cm^3 de la solution S_A et on ajoute 90 cm^3 d'eau pure.
Quelle est la nouvelle valeur du pH ?
2) On prépare une solution S_B en dissolvant une masse m d'hydroxyde de calcium $Ca(OH)_2$ dans 500 cm^3 d'eau pure.
a) La concentration molaire de la solution SB étant CB = 4.10^{-6} mol/L, calculer la masse m d'hydroxyde de calcium utilisé.
b) Quels volume VA de S_A et VB de S_B doit-on mélanger pour avoir une solution de volume total V = 120 cm^3 et de pH = 7 ?

EXERCICE 4

Dans un bécher, on mélange les solutions suivantes :
- Acide chlorhydrique : V1 = 15 mL et C1 = 10^{-3} $mol.L^{-1}$;
- Acide nitrique : V2 = 7,5 mL et C2 = 10^{-4} $mol.L^{-1}$;
- Acide bromhydrique : V3 = 7,5 mL et C3 = 10-3 $mol.L^{-1}$;
- De l'eau distillée : V4 = 970 mL.

1) Calculer la concentration des espèces chimiques présentes dans la solution finale.
2) Calculer le pH de la solution finale.
3) Vérifier l'électroneutralité de cette solution.

EXERCICE 5

L'acide sulfurique H_2SO_4 peut être considéré, lorsque sa concentration est faible comme un diacide fort libérant en solution aqueuse des ions hydronium H_3O^+ et sulfate SO_4^{2-} .

1) Ecrire l'équation de la réaction de dissociation de H_2SO_4 dans l'eau pure.
2) On veut préparer 10 L d'une solution A de H_2SO_4 de pH égal à 3,2. Pour cela, on part d'une solution commerciale de H_2SO_4 de densité (par rapport à l'eau) d = 1,815 et contenant 90% d'acide pur H_2SO_4 (pourcentage en masse). Quel volume de cette solution commerciale doit-on utiliser ?
3) On mélange 200 mL de cette solution A avec 550 mL d'une solution d'acide chlorhydrique à 3.10^{-3} $mol.L^{-1}$.
Déterminer les quantités de matière des différentes espèces en solution ainsi que le pH de la solution finale.

EXERCICE 6

1) On considère un volume V = 30 mL d'une solution A dans laquelle on a mélangé des volumes égaux d'acide chlorhydrique, d'acide nitrique, d'acide bromhydrique, de concentration identique C. On ajoute à cette solution un volume V1 = 50 mL d'une solution de nitrate d'argent, de concentration C1 = 0,01 $mol.L^{-1}$. Le nitrate d'argent est alors largement en excès.
On obtient un précipité blanc de masse m = 14,34 mg.
1.1) Déterminer la quantité de matière d'ions Cl^- présents dans la solution A.
1.2) Quelle était la concentration C des solutions d'acides avant le mélange ?
1.3) Quel est l pH de la solution A ?
2) On mélange un volume VA = 150 mL d'acide chlorhydrique de pH égal à 3 et un volume VB = 50 mL de chlorure de potassium de concentration CB = 2.10^{-3} $mol.L^{-1}$. On ajoute à cette solution 50 mL d'une solution de nitrate d'argent, de concentration C0 = 10^{-2} $mol.L^{-1}$.
Quelle est la quantité de matière de chlorure d'argent formé ainsi que le concentration de tous les ions restants en solution ?
En déduire le pH.
NB : Masses molaires en $g.mol^{-1}$: M(H) = 1 ; M(C) = 12 ; M(N) = 14 ; M(O) = 16 ; M(S) = 32,1 ; M(Ag) = 107,9.

EXERCICE 7

On prépare une solution aqueuse S1 d'hydroxyde de sodium en dissolvant 20 mg de NAOH solide dans 500 mL d'eau à 25°C.
1) Calculer la concentration molaire de la solution S1.
2) Le pH de la solution est égal à 11.
2.1) A partir des calculs des concentrations molaires volumiques des espèces chimiques, montrer que NaOH est une base forte dans l'eau.
2.2) Ecrire l'équation-bilan de la dissolution de NAOH par l'eau.
2.3) Quel volume d'eau faut-il ajouter à V0 = 50 mL de la solution S1 pour avoir une solution de pH = 10,5 ?
3) On mélange V1 = 300 mL de la solution S1 à V2 = 400 mL d'une solution S2 à C2 = 5.10^{-3} mol/L d'hydroxyde de potassium (KOH) qui est une base forte.
3.1) Calculer les concentrations molaires des espèces présentes dans le mélange S1 + S2.
3.2) En déduire le pH du mélange.
Données en g/mol : Na : 23 ; O : 16 ; H : 1

EXERCICE 8

On considère les trois solutions suivantes :
- Solution S1 d'hydroxyde de sodium de molarité C1 = 8.10^{-3} $mol.L^{-1}$;

- Solution S2 de dihydroxyde de calcium $Ca(OH)_2$ de molarité C2 = 2.10^{-3} mol.L^{-1}.
- Solution S3 de chlorure de sodium NaCl de molarité C3 = 10^{-3} mol. L^{-1}..

1) Calculer le pH de chacune des solutions S1, S2 et S3.
2) Décrire deux expériences prouvant que la solution d'hydroxyde de sodium contient des ions OH^- et des ions Na^+.
3) On obtient une solution A en mélangeant un volume V1 = 50 cm^3 de la solution S1, un volume V2 = 100 cm^3 de la solution S2 et un volume Ve = 100 cm^3 d'eau.
a) Calculer la concentration des espèces chimiques présents dans la solution A.
b) En déduire le pH_A de la solution A.
c) Dans la solution A, on ajoute 0,2 g d'hydroxyde de sodium en pastilles et on obtient une solution A'. Calculer la nouvelle concentration des ions Na^+ dans la solution A'.
4) On obtient une solution B en mélangeant V1 = 50 cm^3 de la solution S1, V2 = 100 cm^3 de la solution S2 et V3 = 100 cm^3 de la solution S3.
a) Calculer la concentration molaire des espèces chimiques présentes dans la solution B.
b) En déduire le pH_B de la solution B.
On donne : M(Na) = 23 g/mol ; M(O) = 16 g/mol ; M(H) = 1 g/mol.

EXERCICE 9

1) Quelle masse d'acide nitrique HNO_3 faut-il mélanger à l'eau pure pour obtenir 1 L de solution S1 de concentration C1 = 10^{-2} mol/L ?
2) On obtient 1litre d'une solution S2 par dissolution de 960 mL de chlorure d'hydrogène HCl dans l'eau pure.
a) Ecrire l'équation bilan de la réaction.
b) Quel est le pH de la solution si dans les conditions de l'expérience le volume molaire des gaz est 24 L ?
3) On prépare 100 mL d'une solution S3 en mélangeant 40 mL de S1 et 60 mL de S2.
Quel est le pH de S3 ?
4) On ajoute à 10 mL du mélange S3 un volume Vb de soude de concentration Cb = 2.10^{-2} mol/L.
Déterminer les volumes Vb1 et Vb2 pour obtenir respectivement :
- Une solution de pH1 = 7
- Une solution de pH2 = 10.

On donne : H : 1 $g.mol^{-1}$; O : 16 $g.mol^{-1}$; N : 14 $g.mol^{-1}$.

EXERCICE 10

On prépare une solution S en mélangeant une solution S1 d'acide chlorhydrique de volume V1 = 60 mL, de concentration C1 = 4.10^{-2} mol/L et une solution S2 d'acide nitrique de volume V2 = 40 mL, de concentration C2 = 10^{-2} mol/L.
1) Quel est le pH de la solution S ?
2) Déterminer la concentration molaire des espèces chimiques dans la solution S
3) Quel volume d'eau faut-il ajouter à la solution S pour avoir une solution S' de pH = 2 ?
4) A la solution S', on ajoute 50 mL d'une solution de soude (Hydroxyde de sodium) de concentration molaire 2.10^{-2} mol/L.
Quelle est la nature du mélange obtenu ? Justifier votre réponse.
Calculer son pH.

ACIDE FAIBLE - BASE FAIBLE
CLASSIFICATION DES COUPLES ACIDE/BASE

I. Définition d'un acide et d'une base selon Brönsted et Lowry

Selon Brönsted,

• Un acide est une substance susceptible de ceder un ou plusieurs protons

Acide $\rightleftharpoons$ Base + H^+

• Une base est une substance susceptible de capter un ou plusieurs protons

Base + H^+ $\rightleftharpoons$ Acide

II. Acide faible

Une substance (AH ou BH^+) qui dans l'eau produit des ions H_3O^+ suivant une réaction limitée ou réversible (double flèche) est un acide faible.

$AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$ ou $BH^+ + H_2O \rightleftharpoons B + H_3O^+$

• Coefficient d'ionisation ou de dissociation α

Pour un acide faible AH de concentration Ca

Equation-bilan d'ionisation : $AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$

Coefficient $\alpha = \dfrac{[A^-]}{Ca} = \dfrac{[H_3O^+]}{Ca} = \dfrac{10^{-pH}}{Ca}$

III. Base faible

Une substance (A+ ou B) qui dans l'eau produit des ions OH- suivant une réaction limitée ou réversible (double flèche) est une base faible.

$A^- + H_2O \rightleftharpoons AH + OH^-$ ou $B + H_2O \rightleftharpoons BH^+ + OH^-$

• Coefficient d'ionisation ou de dissociation α

Pour une base faible B de concentration Cb

Equation-bilan d'ionisation : $B + H_2O \rightleftharpoons BH^+ + OH^-$

Coefficient d'ionisation $\alpha = \dfrac{[BH^+]}{Cb} = \dfrac{[OH^-]}{Cb} = \dfrac{10^{pH-ka}}{Cb}$

1. Constante d'acidité

L'équilibre chimique entre un acide et sa base conjuguée est caractérisée par une constante K_A appelée constante d'acidité: $K_A = \dfrac{[Base] \times [H_3O^+]}{[Acide]}$

On définit aussi le pK_A tel que : $pK_A = -\log K_A \implies K_A = 10^{-pK_A}$

$$pK_A = -\log\frac{[Base] \times [H_3O^+]}{[Acide]} = -\log\frac{[Base]}{[Acide]} - \log[H_3O^+] \Rightarrow pH = pK_A + \log\frac{[Base]}{[Acide]}$$

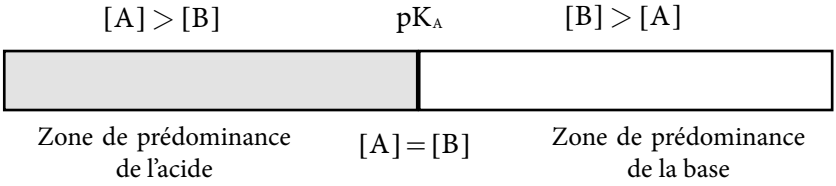
2. Domaine de prédominance

• Si $pH > pK_A$, $\log\dfrac{[B]}{[A]} > 0 \implies [B] > [A]$: la forme basique prédomine.

• Si $pH < pK_A$, $\log\dfrac{[B]}{[A]} < 0 \implies [A] > [B]$: la forme acide prédomine.

• Si $pH = pK_A$, $\log\dfrac{[B]}{[A]} = 0 \implies [A] = [B]$: les deux formes sont en quantités égales.

Tableau récapitulatif



3. Indicateur coloré

Un indicateur coloré est une substance naturelle ou synthétique qui change de couleur selon la nature de la solution

Quelques exemples d'indicateurs colorés et leurs zone de virage.

Indicateur	Teinte acide	Zone de virage (Teinte sensible)	Teinte basique
Hélianthine	Rouge	3,1 - 4,4 (orange)	Jaune
Rouge de méthyle	Rouge	4,2 - 6,2 (marron)	Jaune
Bleu de bromothymol	Jaune	6,0 - 7,6 (vert)	Bleu
Phénolphtaléine	Incolore	8,2 - 10 (rose claire)	Rose

4. Couple acide/base

L'action d'un acide faible ou d'une base faible sur l'eau conduit à un équilibre chimique entre l'acide et la base. Ainsi acide et base constituent un couple acide/base.

- Acide faible sur l'eau : Acide + H_2O $\rightleftharpoons$ Base + H_3O^+
- Base faible sur l'eau : Base + H_2O $\rightleftharpoons$ Acide + OH^-

5. Force d'un acide ou d'une base

- Un acide est d'autant plus fort que son KA est grand ou que son pKA est petit.
- Une base est d'autant plus forte que son KA est petit ou que son pKA est grand.
- De deux acides faibles de même concentration, le plus fort a le pH le plus bas.
- De deux bases faibles de même concentration, le plus fort a le pH le plus grand.

6. Comment comparer la force de deux acides ou de deux bases ?

- Comparer les constantes pKA ou KA des couples si ces constantes sont données.
- Comparer les coefficients d'ionisation ou de dissociation α de chaque acide ou base si les solutions ont la même concentration.
- Comparer les pH des espèces si celles-ci ont la même concentration.

De deux acides (ou bases) de même concentration le plus fort (ou la plus forte) est celui (ou celle) qui a son coefficient d'ionisation élevé.

7. Comment appliquer la conservation de la quantité de matière à une solution ?

- Solution unique d'acide faible AH ou BH+ de concentration Ca.

$Ca = [AH] + [A^-]$ ou $Ca = [BH^+] + [B]$

Exemples :

- Solution d'acide ethanoïque CH_3COOH : $Ca = [CH_3COOH] + [CH_3COO^-]$
- Solution de chlorure d'ammonium NH_4Cl : $Ca = [NH_4^+] + [NH_3]$

- Solution unique de base faible A^- ou B de concentration Cb

$Cb = [AH] + [A^-]$ ou $Cb = [BH^+] + [B]$

Exemples :

- Solution methanoate de sodium HCOONa : Cb = [HCOOH] + [$HCOO^-$]
- Solution d'ammoniac NH_3 : Cb = [NH_4^+] + [NH_3]

Cas de melange

Melange	Concentration de la nature	Exemple
Acide faible AH ou BH+ (Ca et Va) avec une base forte de volume Vb.	$\frac{CaVa}{Va+Vb} = [AH] + [A^-]$ ou $\frac{CaVa}{Va+Vb} = [BH] + [B^-]$	Acide benzoïque C_6H_5COOH et l'hydroxyde de potassium (potasse) $\frac{CaVa}{Va+Vb} = [C_6H_5COOH] + [C_6H_5COO^-]$
Base faible (A' ou B) de (Cb et Vb) avec un acide fort de volume Va	$\frac{CbVb}{Va+Vb} = [AH] + [A^-]$ ou $\frac{CbVb}{Va+Vb} = [BH] + [B^-]$	melange de methylamique et de l'acide bronhydrique. $\frac{CbVb}{Va+Vb} = [CH_3NH_3^+] + [CH_3NH_2]$
Melange d'un acide AH ou BH+ de concentration Ca et de volume Va de solution de sa base conjugué A- ou B de concentration Cb et de volume Vb.	$\frac{CaVa}{Va+Vb} + \frac{CbVb}{Va+Vb} = [AH] + [A^-]$ ou $\frac{CaVa}{Va+Vb} + \frac{CbVb}{Va+Vb} = [BH] + [B]$	Melange d'acide ethanoïque (CH_3COOH) et d'ethanoate de sodium (CH_3COONa) $\frac{CaVa}{Va+Vb} + \frac{CbVb}{Va+Vb} = [CH_3COOH] + [CH_3COO^-]$

EXERCICE CORRIGÉ 1

Couples acide/base :
Acide benzoïque/ion benzoate : pKa = 4,2
Couples de l'eau : H_3O^+ /H2O : pKa = 0 ; H2O/OH^- : pKa = 14
1) On mesure le pH d'une solution S1 d'acide benzoïque de concentration
Ca = 1,0.10-2 $mol.L^{-1}$. Le pH-mètre indique 3,1.
1.1) Pourquoi cette mesure permet-elle d'affirmer que l'acide benzoïque est un acide faible dans l'eau ? Justifier.
1.2) Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau.
Ecrire l'expression de la constante d'acidité Ka du couple considéré.
2) On mesure ensuite le pH d'une solution S2 de benzoate de sodium de concentration
Cb = 1,0.10^{-2} $mol.L^{-1}$.
On trouve pH = 8, 1. Le benzoate de sodium (C_6H_5COONa) est un corps pur ionique dont les ions se dispersent totalement en solution.
2.1) Pourquoi la mesure du pH réalisée permet-elle d'affirmer que l'ion benzoate est une base faible dans l'eau ? Justifier.
2.2) Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'ion benzoate avec l'eau. Exprimer la constante de cette réaction et calculer sa valeur.
3) On ajoute à la solution S1 quelques gouttes d'une solution de soude. Le pH prend alors la valeur 5,2.
3.1) Indiquer, sans calcul, en utilisant une échelle de pH, quelle est l'espèce du couple qui prédomine dans la solution obtenue.
3.2) Noter, sur une échelle des pKa les différents couples acide/base qui interviennent dans la solution S1 et dans la solution de soude.
3.3) Ecrire l'équation-bilan de la réaction acide base qui se produit lors du mélange de la solution S1 et de la solution de soude.
3.4) Calculer la constante de cette réaction.
3.5) -Dire si la réaction peut être considérée ou non comme totale.
4) On réalise une solution S en mélangeant 20 cm3 de solution S1 et 20 cm^3 de solution S2.
A partir de la réaction se produisant lors du mélange, déduire, sans calcul, que la concentration l'acide benzoïque, dans la solution S, est égale à celle de sa base conjuguée. En déduire la valeur du pH de la solution S.

SOLUTION

1.1)-logC_a = -log(10^{-2}) = 2 < 3,1
Cette mesure permet d'affirmer que l'acide benzoïque est un acide faible dans l'eau car la valeur obtenue est supérieur à celle quelle serait si c'était un acide fort.
1.2) l'équation-bilan de la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau

$$C_6H_5COOH + H_2O \rightleftharpoons C_6H_5COO^- + H_3O^+$$

L'expression de la constante d'acidité K_a du couple considéré.

$$K_a = \frac{[C_6H_5COO^-]\,[H_3O^+]}{[C_6H_5COOH]}$$

2.1) Cette mesure du pH réalisée permet-elle d'affirmer que l'ion benzoate est une base faible dans l'eau. Si l'ion benzoate était une base forte son pH serait égal à :
pH = 14 + log10^{-2} = 12. Ce qui n'est pas le cas.

2.2) Ecrivons l'équation-bilan de la réaction de l'ion benzoate avec l'eau

$C_6H_5COO^- + H_2O \rightleftharpoons C_6H_5COOH + OH^-$

L'expression de la constante d'acidité K_a du couple considéré.

$$K_b = \frac{[C_6H_5COOH]\,[OH^-]}{[C_6H_5COO^-]}$$

$[H_3O^+] = 10^{-8,1} = 7{,}943.10^{-9}$ mol.L^{-1}

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{7{,}943.10^{-9}} = 1{,}259.10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$$

Electroneutralité : $[H_3O^+] + [Na^+] = [OH^-] + [C_6H_5COO^-]$

$7{,}943.10^{-9} + C_b = 1{,}259.10^{-6} + [C_6H_5COO^-]$

$7{,}943.10^{-9} + 10^{-2} = 1{,}259.10^{-6} + [C_6H_5COO^-]$

$\Rightarrow [C_6H_5COO^-] = 9{,}999.10^{-3}$ mol.L^{-1} $= 10^{-2}$ mol.L^{-1}

Conservation de la matière

$[C_6H_5COOH]_i = [C_6H_5COO^-] + C_6H_5COOH]_f$

$10^{-2} = 9{,}999.10^{-3} + C_6H_5COOH]_f \Rightarrow C_6H_5COOH]_f = 10^{-6}$ mol.L^{-1}

$$K_b = \frac{[C_6H_5COOH]\,[OH^-]}{[C_6H_5COO^-]} = \frac{10^{-6} x\ 1{,}259.10^{-6}}{10^{-2}} = 1{,}259.10^{-10}$$

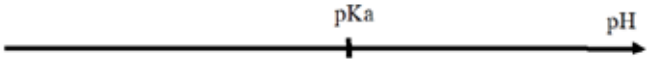
$K_b = 1{,}259.10^{-10}$

3.1) l'espèce prédominante

$$K_a = \frac{10^{-14}}{1{,}259.10^{-10}} = 7{,}943.10^{-5} = 8.10^{-5}$$

pKa = 4,1

pH = 5,2 > pKa on en déduit que l'espèce majoritaire est la forme basique $C_6H_5COO^-$]



3.2) les différents couples acide/base qui interviennent dans la solution S_1 et dans la solution de soude sont : C_6H_5COOH / $C_6H_5COO^-$ et H_2O / OH^-

Notons ces couples sur une échelle des pKa.



3.3) Ecrivons l'équation-bilan de la réaction acide base qui se produit lors du mélange de la solution S_1 et de la solution de soude.

3.4) Calculons la constante de cette réaction

$$K_r = \frac{K_a(C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-)}{K_a(H_2O/OH^-)} = \frac{8.10^{-5}}{10^{-14}} = 8.10^9$$

La réaction peut être considérée totale car $K_r > 10^3$

4) la solution S est une solution tampon. Il s'en suit que son pH est égal à son pKa

pH = 4,1

EXERCICE CORRIGÉ 2

Une solution aqueuse d'acide d'acide 2-bromopropanoique noté A1H de concentration molaire C1 = 0,05 mol.L^{-1} a un pH = 2,2.

Une solution aqueuse d'acide d'acide 3-bromopropanoique noté A2H de même concentration molaire que la solution précédente a un pH = 2,7.

1. Ecrire les équations –bilan relatives aux actions des deux acides sur l'eau.
2. Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans chaque solution.
3. La comparaison des valeurs de 1 a et 2 a suffit-elle pour classer les acides A1H et A2H suivant leur force ? Justifier.
4. Calculer pKa1 et pKa2 relatifs aux deux couples acide/base
5. On donne le tableau ci-dessous à compléter

Classer ces acides par force croissante. En déduire l'influence sur leur force :

- Du nombre d'atomes de brome dans la molécule.
- De la position des atomes de brome dans la molécule.

Acide	Acide propanoique	Acide 2,2 dibromopropanoique	Acide 2,3 dibromopropanoique	A1H	A2H
pKa	4,9	1,5	2,2		

SOLUTION

1) Ecrivons les équations –bilan relatives aux réactions entre ces deux acides et l'eau.

$A_1H + H_2O \rightleftharpoons A_1^- + H_3O^+$

$A_2H + H_2O \rightleftharpoons A_2^- + H_3O^+$

2) Calculons les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans la solution d'acide 2-bromopropanoique.

$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-2,2} = 6,31.10^{-3}$ mol.L^{-1}

$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{6,31.10^{-3}} = 1,6.10^{-12}$ mol.L^{-1}

Electroneutralité $[H_3O^+] = [OH^-] + [A_1^-] \Rightarrow [H_3O^+] = [A_1^-] = 6,31.10^{-3}$ mol.L^{-1}

Conservation de la quantité de matière de A_1H

$[A_1H]_i = [A_1^-] + [A_1H]_f$

$[A_1H]_f = 0,05 - 6,31.10^{-3} = 4,37.10^{-2}$mol.L^{-1}

Calculons les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans chaque solution d'acide 3-bromopropanoique.

$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-2,7} = 1,995.10^{-3}$ mol.L^{-1}

$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{1,995.10^{-3}} = 5.10^{-12}$ mol.L^{-1}

Electroneutralité $[H_3O^+] = [OH^-] + [A_1^-] \Rightarrow [H_3O^+] = [A_2^-] = 1,995.10^{-3}$ mol.L^{-1}

Conservation de la quantité de matière de A_2H

$[A_2H]_i = [A_2^-] + [A_2H]_f$

$[A_2H]_f = 0,05 - 1,995.10^{-3} = 4,8.10^{-2}$mol.L^{-1}

3) Puisque que les deux solutions ont la même concentration, la comparaison des valeurs de α_1 et α_2 suffit pour classer les acides A_1H et A_2H suivant leur force. En effet, un acide est d'autant plus fort que son coefficient d'ionisation est élevé

$$\alpha_1 = \frac{[A_1^-]}{C} = \frac{6{,}31.10^{-3}}{0{,}05} x100 = 12{,}62\,\%$$

$$\alpha_2 = \frac{[A_2^-]}{C} = \frac{1{,}995.10^{-3}}{0{,}05} x100 = 3{,}99\,\%$$

A_1H est plus fort que A_1H

4) Calculons pK_{a1} et pK_{a2} relatifs au deux couples acide/base

$$pKa_1 = -\log\frac{[A_1^-]\,[H_3O^+]}{[A_1H]} = -\log\frac{6{,}31.10^{-3}x6{,}31.10^{-3}}{4{,}37.10^{-2}} = 3{,}04$$

$$pKa_2 = -\log\frac{[A_2^-]\,[H_3O^+]}{[A_2H]} = -\log\frac{1{,}995.10^{-3}x1{,}995.10^{-3}}{4{,}8.10^{-2}} = 4{,}08$$

$pKa_1 < pKa_2$ Ce résultat confirme le A_1H est plus fort que A_1H

5) Complétons le tableau et précisons l'influence des atomes de brome

Acide	Acide propanoique	Acide 2,2 dibromopropanoique	Acide 2,3 dibromopropanoique	A_1H	A_2H
pK_a	4,9	1,5	2,2	3	4

Ordre d'acidité croissante

- Acide 2,2-dibromopropanoique
- Acide 2,3-dibromopropanoique
- Acide 2-bromopropanoïque
- Acide 3-bromopropanoïque
- Acide propanoïque

Le nombre d'atomes de brome dans la molécule augmente son acidité
Plus les atomes de brome sont proches de la fonction acide, plus l'acidité est élevée.

EXERCICE CORRIGÉ 3

L'acide benzoïque, de formule C_6H_5—COOH, est un solide blanc peu soluble dans l'eau; c'est un conservateur utilisé dans l'industrie alimentaire, en particulier dans les boissons, où il est désigné par son code européen "E210".

1) On dispose d'une solution A d'acide benzoïque de concentration ca =1,0.10^{-2} mol.L^{-1}.

1.1) Calculer la masse d'acide benzoïque utilisée pour préparer 500 mL de solution A.

1.2) Rappeler les définitions d'un acide et d'une base.

1.3) Ecrire la formule de l'ion benzoate, base conjuguée de l'acide benzoïque.

1.4) Le pH de la solution A est égal 3,1. S'agit-il d'un acide fort ou u acide faible ? Justifier.

1.5) Le pKa du couple acide benzoïque / ion benzoate est : pKa = 4,20 à 25° C.

1.5.1) Ecrire l'équation bilan de la réaction entre l'acide benzoïque et l'eau.

1.5.2) Déterminer la valeur de la constante de réaction K1 correspondante. Conclure.

1.5.3) Quelle est l'espèce chimique prédominante (acide benzoïque ou ion benzoate) dans la solution étudiée (pH = 3,1).

2) On verse une solution de soude (ou hydroxyde de sodium) dans la solution d'acide benzoïque.

2.1) Ecrire l'équation bilan de la réaction entre l'acide benzoïque et l'ion hydroxyde.

2.2) Cette réaction est- elle totale ?

3) On mélange un volume va = 20,0 mL de solution A et vb = 8,0 mL de solution B d'éthylamine de concentration Cb = 2,0.10^{-2} mol.L^{-1}.

L'éthylamine, de formule C_2H_5-NH_2, est une base faible dont l'acide conjugué est l'ion éthylammonium de formule C_2H_5-NH_3^+. Le pKa du couple C_2H_5-NH_3^+ / C2H5-NH2 est : pKa = 10,7

3.1) Placer sur une échelle de pKa les couples acide/base présents dans le mélange. .

SOLUTION

1.1) Calculons la masse d'acide benzoïque utilisée pour préparer 500 mL de solution A ?

$m = MC_aV_a = (7x12 + 6 + 2x16)x10^{-2} \times 500.10^{-3} = 6,1.10^{-3}$ g

1.2) Pour les définitions d'un acide et d'une base, voir cours.

1.3) Ecrivons la formule de l'ion benzoate, base conjuguée de l'acide benzoïque ?

C_6H_5—COO^-

1.4) Le pH de la solution A est égal 3,1. S'agit-il d'un acide fort ou u acide faible ? Justifier.

$pH = 3,1 < -\log Ca = -\log 10^{-2} = 2$. Il s'agit d'un acide faible.

1.5) Le pKa du couple acide benzoïque / ion benzoate est : pKa = 4,20 à 25° C.

1.5.1) Ecrivons l'équation bilan de la réaction entre l'acide benzoïque et l'eau.

$$C_6H_5COOH + H_2O \rightleftharpoons C_6H_5COO^- + H_3O^+$$

1.5.2) Déterminons la valeur de la constante de réaction K_1 correspondante

$$K_1 = \frac{K_a(C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-)}{K_a(H_3O^+/H_2O)} = \frac{10^{-4,2}}{1} = 6,31.10^{-5}$$

Conclusion : La réaction peut être considérée partielle car $K_1 << 10^3$

1.5.3) L'espèce chimique prédominante (acide benzoïque ou ion benzoate) dans la solution étudiée (pH = 3,1).

$pH < pK_a$ l'espèce majoritaire est la forme acide C_6H_5 - COOH

2.1) Ecrivons l'équation bilan de la réaction entre l'acide benzoïque et l'ion hydroxyde.

$$C_6H_5CHOOH + OH^- \longrightarrow C_6H_5CHOO^- + H_2O$$

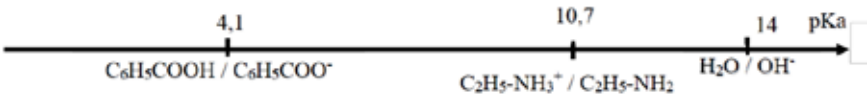
2.2) Cette réaction est- elle totale ?

$$K_r = \frac{K_a(C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-)}{K_a(H_2O/OH^-)} = \frac{10^{-4,2}}{10^{-14}} = 6,31.10^9$$

1) On mélange un volume v_a = 20,0 mL de solution A et v_b = 8,0 mL de solution B d'éthylamine de concentration $C_b = 2{,}0.10^{-2}$ mol.L^{-1}.

L'éthylamine, de formule $C_2H_5\text{-}NH_2$, est une base faible dont l'acide conjugué est l'ion éthylammonium de formule $C_2H_5\text{-}NH_3^+$. Le pKa du couple $C_2H_5\text{-}NH_3^+ / C_2H_5\text{-}NH_2$ est : pKa = 10,7

3.1) Plaçons sur une échelle de pKa les couples acide/base présents dans le mélange. .



3.2) La réaction qui a la plus grande constante et son équation bilan. .

Une réaction acide-base met en jeu deux couples acide-base et spontanément elle a lieu entre l'acide le fort et la base la plus forte pour donner l'acide le plus faible et la base la plus faible

$$C_6H_5\text{-}CHOOH + C_2H_5\text{-}NH_2 \rightleftharpoons C_6H_5\text{-}COO^- + C_2H_5\text{-}NH_3^+$$

3.3) Cette réaction est-elle totale ? Justifier.

$$K_r = \frac{Ka_1}{Ka_2} = \frac{10^{-4,2}}{10^{-10,7}} = 10^{6,5} = 3{,}16 \approx 10^6$$

La réaction peut être considérée totale car $K_r > 10^3$

3.4) Déterminons la concentration des ions benzoate dans le mélange.

$$C_6H_5\text{-}CHOOH + C_2H_5\text{-}NH_2 \rightleftharpoons C_6H_5\text{-}COO^- + C_2H_5\text{-}NH_3^+$$

état initial n_0 C_bV_b

n

$n = C_aV_a - C_bV_b = 20.10^{-3}\text{x}10^{-2} - 8.10^{-3}\text{x}2.10^{-2} = 20.10^{-5} - 16.10^{-5}$

$n = 4.10^{-5}$ mol

$[C_6H_5COO^-] + [OH^-] = [C_2H_5 - NH_3^+]$

$$[C_6H_5COO^-] \approx [C_2H_5 - NH_3^+] = \frac{C_bV_b}{V_a + V_b}$$

$$[C_6H_5COO^-] = \frac{C_bV_b}{V_a + V_b} = \frac{16.10^{-5}}{28.10^{-3}} = 5{,}7.10^{-3}\text{mol.L}^{-1}$$

ACIDE FAIBLE - BASE FAIBLE

EXERCICE 1

On dispose d'une solution aqueuse S d'ammoniaque NH_3 de concentration molaire Cb = 10^{-2} mol.L^{-1} et de l'eau distillée.
La mesure du pH de la solution S effectuée à 25°C, donne pH = 10,6.
1) Vérifier si l'ammoniaque est une base forte ou faible.
2) Ecris l'équation-bilan de sa réaction avec l'eau.
3) Recence toutes les espèces chimiques présentes dans la solution S.
4) Calcule leur concentration molaire.
5) Calcule le coefficient d'ionisation α de l'ammoniaque dans l'eau et vérifie si le résultat est en accord avec la question 1).

EXERCICE 2

Sur l'étiquette d'une bouteille commerciale d'ammoniac, on peut lire :

NH_3

Masse molaire : M = 17 g/mol
Masse volumique : ρ = 450 kg/m^3
Pourcentage massique : ρ = 33%

a) Calculer la concentration molaire de cette solution.
b) Quel volume de cette solution faut-il prélever pour préparer V1 = 500 mL d'une solution S de concentration C1 = 0,1 mol.L^{-1} ?
c) Décrire le mode opératoire pour préparer les 500 mL de S.
d) La solution S a une pH égal à 11,1 à 25°C
Calculer les concentrations molaires et les quantités de matières des ions H_3O^+ et OH^- présents dans la solution S.
e) Déterminer le pKa du couple ion ammonium/ammoniac à 25°C.

EXERCICE 3

1) Le benzoate de sodium de formule C5H5COOH est un composé ionique qui se dissocie totalement dans l'eau.
1.1) Ecrire l'équation de la dissolution de ce composé.
1.2) Comment faut-il montrer expérimentalement le caractère ionique de la solution obtenue ?
1.3) Comment mettre en évidence la présence des ions Na+ dans la solution ?
1.4) L'ajout du B.B.T. dans un échantillon de cette solution vire eu bleu. Conclure.
2) Une solution de benzoate de sodium, d'hydroxyde de sodium de même concentration C sont contenues dans deux flacons identiques dont les étiquettes ont été effacées accidentellement.
On les appelle désormais S1 et S2 de façon arbitraire. On mesure le pH initial de ces solutions, puis le pH des solutions obtenues après les avoir diluées 10 fois
(C' = $\frac{C}{10}$). Les résultats sont indiqués dans le tableau ci-après :

	S1	S2
pH initial	12,7	8,5

pH après dilution	11,7	8

2.1) Identifier les solutions S1 et S2.
2.2) Calculer la concentration commune C.
2.3) En déduire que la solution de benzoate de sodium est une base faible.
2.4) Justifier ce résultat en écrivant l'équation bilan de la réaction qui en est responsable.
3)
3.1) Calculer les concentrations molaires de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution S2 initial.
3.2) Classer ces espèces en espèces majoritaires, minoritaires et ultra-minoritaires.

EXERCICE 4

Cinq béchers contiennent chacun 50 mL d'une solution différente. Les cinq solutions, chacune de concentration molaire 0,01 mol.L^{-1}, sont les suivantes :
- Solution A : Solution de chlorure de sodium
- Solution B : Solution d'hydroxyde de sodium
- Solution C : Solution de chlorure d'hydrogène
- Solution D : Solution d'acide éthanoïque
- Solution E : Solution d'éthanoate de sodium

L'étiquette posée sur chaque bécher n'est plus lisible. Pour identifier les solutions, on mesure le pH de chacune d'entre elle.
1) Compléter le tableau suivant avec les lettres A, B, C, D et E.
Justifier votre choix.

N° du bécher	1	2	3	4	5
pH	12	8,4	2	3,4	7
Solutions					

2) Calculer les concentrations molaires volumiques des espèces chimiques présentes dans le bécher numéro 4.
Calculer le coefficient d'ionisation α de l'acide éthanoïque.
3) On mélange la solution du bécher N°5 avec celle du bécher N°4. On obtient ainsi 100 mL de solution. Le pH de la solution est égal à 3,6.
3.1) Calculer les concentrations molaires volumiques des espèces chimiques présentes dans le mélange.
3.2) En déduire le nouveau coefficient d'ionisation α' de l'acide éthanoïque.
4) Compare α et α'. Interpréter les résultats obtenus.

EXERCICE 5

On désigne par A1H l'acide éthanoïque CH_3COOH, par A_1^- sa base conjuguée ; par A_2H l'acide monochloroéthanoïque $CH_2ClCOOH$, A_2^- sa base conjuguée ; par A_3H, l'acide dichloroéthanoïque, $CHCl_2COOH$; par A_3^- sa base conjuguée ; par A_4H l'acide trichloroéthanoïque, CCl_3COOH ; par A_4^- sa base conjuguée.
a) Le pH d'une solution aqueuse de A_1H de concentration molaire 0,01 mol/L vaut 3,4 à 25°C.
b) Le pKa du couple A_2H/A_2^- est 2,9.

c) Dans une solution aqueuse de A_3H, de pH = 1,3 les concentrations molaires $[A_3H]$ et $[A_3^-]$ sont égales.
d) Dans une solution aqueuse de A_4H de pH = 1, le coefficient de dissociation de A_4H est $\alpha = 0,67$.
1) Montrer que l'acide éthanoïque est un acide faible.
2) Déterminer les constantes d'acidités et les pKa des 4 couples.
3) Dresser un tableau permettant de classer les 4 acides, les 4 bases conjuguées.
Que remarque-t-on ?
4) Préciser l'influence sur les propriétés acides, du remplacement de 1, 2 ou 3 atomes d'hydrogène du groupe méthyle - CH3 par 1, 2 ou 3 atomes de chlore.
NB : On appelle coefficient de dissociation d'un acide AH, le rapport α de la quantité de molécules dissociées à la quantité totale de molécules mises en solution.

EXERCICE 6

Létiquette d'un flacon contient une solution S_0 d'acide méthanoïque de commerce porte les indications suivantes :
- Masse d'acide pur = 80%
- Densité de la solution : d = 1,18
- Masse-molaire moléculaire M = 46 $g.mol^{-1}$.
- Formule : HCOOH

1) Calculer la molarité C0 de la solution S0.
2) On prélève un volume V = 5 cm3 de S0 que l'on complète à l'eau distillée pour obtenir 1 Litre de solution S ; donner la molarité C de la solution S.
3) On mesure le pH de la solution S et on trouve 2,4. Calculer les concentrations molaires volumiques des différentes espèces chimiques de la solution S. En déduire le pKa du couple acide méthanoïque/ion méthanoate.
4) On verse dans la solution S quelque gouttes d'indicateur coloré HIn. Le couple HIn/In^- a un pKa égal à 5,1. La forme acide HIn de cet indicateur est rouge, la forme basique In^- est jaune. Une solution contenant quelques gouttes de cet indicateur coloré apparaît rouge si $[HIn] > 10[In^-]$ et jaune si $[In^-] > 10[HIn]$.
a) Quelles sont les valeurs du pH délimitant la zone de virage de cet indicateur ?
b) Quelle couleur prend alors la solution S ?

CONSTANTE D'ACIDITÉ CLASSIFICATION

EXERCICE 1

Calcul du pH d'un acide faible à partir du pKa et de sa concentration Ca

Donnée : $pKa(CH_3COOH/CH_3COO^-) = 4,8$
On considère une solution d'acide éthanoïque de concentration $Ca = 10^{-2}$ $mol.L^{-1}$.
1) Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau.
2) Montrer que pH de cette solution peut se mettre sous la forme :
$pH = \frac{1}{2}(pKa - \log Ca)$. Calculer sa valeur.
On admettra que la solution d'acide n'est ni trop diluée ni trop concentrée.
3) Calculer le coefficient d'ionisation α de l'acide éthanoïque dans cette solution.

EXERCICE 2

Calcul du pH d'une base faible à partir du pKa et de sa concentration Cb

Donnée : pKa(NH_4^+/NH_3) = 9,2
On considère une solution d'ammoniac de concentration
Cb = 10^{-2} mol.L^{-1}.
1) Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'ammoniac avec l'eau.
2) Montrer que pH de cette solution peut se mettre sous la forme :
pH =7 + $\frac{1}{2}$ (pKa + logCb). Calculer sa valeur.
On admettra que la solution d'ammoniac n'est ni trop diluée ni trop concentrée.
3) Calculer le coefficient d'ionisation β de l'ammoniac dans cette solution.

EXERCICE 3

1) Une solution d'acide benzoïque C_6H_5COOH de concentration molaire Ca = 0,1 mol/L a un pH = 2,6. Toutes les expériences se font à 25°C ; Ke = 10^{-14} ; pKa(NH_4^+/NH_3) = 9,2.
1.1) Détermine la masse d'acide benzoïque C_6H_5COOH que l'on doit dissoudre dans l'eau pure pour obtenir Va = 200 cm3 d'une solution de concentration
Ca = 0,1 mol/L.
On donne : M_H = 1 g/mol ; M_C = 12 g/mol ; M_O = 16 g/mol.
1.2) Dis si l'acide benzoïque est un acide fort ou faible. Justifier.
1.3) Ecris l'équation-bilan de la réaction avec l'eau.
1.4) Calcule les concentrations molaires des espèces chimiques dans la solution.
1.5) En déduis le coefficient de dissolution α de l'acide dans l'eau et conclure.
1.6) Calcule la constante d'acidité Ka du couple acide/acide et en déduis son pKa.
1.7) Compare la force de cet acide avec celui du couple NH_4^+/NH_3. Justifie.
Sur l'étiquette d'une bouteille de soda on peut lire entre autres : conservateur : benzoate de sodium (C_6H_5COONa). les mesures effectués sur la solution contenue dans cette bouteille donne : pH = 8 et Cb = $6,3.10^{-3}$ mol/L^{-1}.
2.1) Ecris les équations-bilan des réactions qui ont lieu.
2.2) Calcule les concentrations molaires des espèces chimiques dans la solution.
2.3) Retrouve la valeur du pKa calculée à la question 1.6)

EXERCICE 4

Les expériences sont faites à 25°C.
On donne en g/mol : M_H = 1 ; M_C = 12 ; M_N = 14.
1) On prépare une solution aqueuse en dissolvant m = 6,2 g de méthylamine CH_3NH par litre de solution. La mesure du pH donne la valeur 12.
1.1) Calcule la concentration molaire C de la solution obtenue.
1.2) Montre que la méthylamine est une base faible.
1.3) Ecris l'équation de sa réaction avec l'eau.
1.4) Fais l'inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution et détermine la concentration molaire de chacune.
1.5) En deduis le pKa du couple correspondant qu'on notera pKat.
2) A Va = 10 cm^3 d'une solution d'acide éthanoïque CH3COOH de concentration molaire Ca = 0,5 mol/L, on ajoute Vb = 15 cm^3 d'une solution d'éthanoate de sodium de concentration molaire Cb = 0,333 mol/L. Le pH du mélange obtenu est égal à 4,8.
2.1) Fais le bilan des espèces chimiques dans le mélange et calcul leur concentration..

2.2) Calcule le rapport $\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$ et déduis le pKa du couple qu'on notera pKa2.

3) Entre la méthylamine et l'ion éthanoate, indique la base la plus forte. Justifie.

4) Place sur un axe gradué en unité pH, les domaines de prédominances des couples étudiées aux questions 1 et 2.

EXERCICE 5

Les solutions sont maintenues 25°C.

1) Une solution A d'acide benzoïque a un Ph = 3,1. On la dilue 100 fois et on obtient une solution B de pH = 4,1.

a) Comment procéderiez-vous pour obtenir, à partir de la solution A, 1L de solution diluée ?

b) En comparant les concentrations molaires en ions H_3O^+ dans la solution A et dans la solution B, dire si l'acide benzoïque est un acide fort ou faible.

c) Donner l'équation-bilan de la réaction de cet acide sur l'eau.

d) Sachant que la solution A a une concentration C = 10^{-2} mol.L-1, calculer les concentrations molaires des différentes espèces chimiques présentes dans cette solution. En déduire la valeur du pKA du couple $C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$.

2) On ajoute une quantité n1 (en mole) d'acide benzoïque à une solution S2 de benzoate de sodium dans l'eau. S2 contient une quantité n2 de benzoate et sa concentration inconnue, est assez voisine de 0,01 mol.L^{-1}. Le mélange obtenu est appelé S3.

Si le pH de S3 est égal au pKA du couple $C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$:

a) Montrer que les concentrations de S3 en espèces C_6H_5COOH et $C_6H_5COO^-$ sont égales ; en utilisant les approximations permises par les conditions de l'énoncé, en déduire n1 $\simeq$ n2.

b) Montrer que l'addition d'une quantité modérée d'eau à S3 ne modifierait pas sensiblement son pH.

EXERCICE 6 — Etude d'un indicateur coloré

Un indicateur coloré est un acide faible ou une base faible d'un couple acide-base dont les formes acide et base conjuguées ont des couleurs ou teintes différentes.

L'hélianthine est, en solution aqueuse, un indicateur coloré qui peut être considéré comme un acide faible dont le couple acide/base sera noté en abrégé HIn/In^- et a un pKa égal à 3,8.

1) Donner l'équation chmique traduisant la réaction de l'hélianthine avec l'eau.

2) Définir la constante Ka et le pKa de cet indicateur.

3) La couleur d'une solution contenant quelques gouttes d'hélianthine apparaît :

- Rouge, couleur de sa forme acide, si [HIn] > 10 [In]
- Jaune, couleur de sa forme basique, si [HIn] < 10 [In].

Quelles sont les valeurs du pH qui délimitent la zone de virage de l'indicateur coloré ?

4) Dans quel type de dosage l'utilisation de cet indicateur est-elle la plus appropriée :

- Dosage d'une solution d'acide faible par une solution de base forte ?
- Dosage d'une solution de base faible par une solution d'acide fort ?

Justifier la réponse à l'aide d'un exemple.

5) Pourquoi, lors d'un dosage acide/base colorimétrique, utilise-t-on seulement quelques gouttes d'indicateur coloré ?

EXERCICE 7

On mélange V1 = 20 mL d'une solution S1 d'acide méthanoïque de concentration C1 = 0,1 mol.L^{-1} et V2 = 30 mL d'une solution S2 d'acide benzoïque de concentration molaire initiale inconnue C2.

On donne à 25°C
$$\begin{cases} \text{pH du mélange} = 2,25 \\ \text{pKa1 } (HCOOH/HCOO^-) \\ \text{pKa2 } (C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-) \\ Ke = 10^{-14} \end{cases}$$

1) Comparer les forces des deux acides faibles en présence.
2) Quels sont des couples, les espèces chimiques prédominantes dans le mélange ?
3) Ecrire les équations bilans des réactions d'ionisation des deux acides faibles par l'eau. Faire l'inventaire des espèces chimiques dans le mélange.
4) Calculer les concentrations molaires des espèces HCOOH et $HCOO^-$ d'une part et C_6H_5COOH, $C_6H_5COO^-$ d'autre part, présentes dans le mélange. En déduire la concentration molaire C2.

EXERCICE 8

Toutes les solutions sont considérées à 25°C.
Dans le but de déterminer la nature d'un acide noté AH, un groupe d'élèves se propose de déterminer le pKa du couple AH/A^- correspondant par deux méthodes différentes lors d'une séance de travaux pratiques.
1) Le groupe prépare une solution S de cet acide de concentration $Ca = 10^{-2}$ mol/L et de pH = 3,1.
1.1) Montrer que S est une solution d'acide faible.
1.2) Ecrire l'équation bilan de cet acide avec l'eau.
1.3) Calculer la concentration des espèces chimiques présentes dans S.
1.4) En déduire la constante d'acidité Ka et le pKa du couple AH/A^-.
Identifier, à partir du tableau 2, cet acide et le couple acide/base correspondant.
2) Afin d'affiner la valeur du pKa trouvée, ce groupe prépare différentes solutions aqueuses en mélangeant à chaque opération, une solution de (AH) de concentration Ca = C et de volume Va et une solution (ANa) de concentration molaire volumique Cb = 2C et de volume Vb.
Les valeurs des pH de ces solutions pour différents volumes Va et Vb sont indiquées dans le tableau 1 ci-après :
Tableau 1

Si	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
Va (mL)	5	10	10	10	10	20	50	100
Vb (mL)	25	25	15	10	5	5	5	5
pH	5,2	4,9	4,7	4,5	4,2	3,9	3,5	3,2
logX								

2.1) En considérant la solution S6 de pH = 3,9, montrer que le rapport
$X = \frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{2Vb}{Va}$. On suppose que ce rapport est valable pour toutes les autres solutions.
2.2) Compléter le tableau 1 ci-dessus et représenter le graphe pH = f(logX).
Echelle : en abscisse : 10 cm pour 0,1 unité ,en ordonnée : 2 cm pour 1 unité de pH.
2.3) Déterminer l'équation de la courbe obtenu. En déduire le pKa du couple AH/A^-. Conclure.
3) Pour les différentes solutions réalisées ci-dessus (voir tableau 1), indiquer la forme prédominante du couple AH/A^- dans S1 (pH = 5,2) ; (pH = 4,2) ; Sg(pH = 3,2).
4) Par ailleurs, on donne la pKa de quelques couples acide/base à 25°C.
Tableau 2 :

NH_4^+/NH_3	$HCOOH/HCOO^-$	CH_3COOH/CH_3COO^-	$C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$

pKa1 = 9,2	pKa2 = 3,8	pKa3 = 4,8	pKa4 = 4,2

Classer en justifiant :
4.1) Les acides faibles NH_4^+ , HCOOH , CH_3COOH, C_6H_5COOH, par acidité constante.
4.2) Les bases faibles NH_3, $HCOO^-$, CH_3COO^-, $C_6H_5COO^-$ par basicité croissante.

EXERCICE 9

Le couple acide monochloroéthanoïque $CH_2CLCOOH$/ion monochloroéthanoate est caractérisé par la constante d'acidité Ka = $1{,}1.10^{-3}$ à 25°C.
1) On prélevé dans un produit pur du commerce une masse m d'acide monchloroéthanoïque pour préparer un litre de solution aqueuse S de cet acide.
La mesure du pH de la solution donne pH = 2 à 25°C.
1.1) Qu'appelle-t-on constante d'acidité d'un couple acido-basique ?
1.2) Recenser les différentes espèces chimiques présentes dans S puis calculer leurs concentrations molaire.
1.3) En déduire la concentration initiale d'acide et la masse m qui a été pesée pour préparer la solution S.
On donne en g.mol-1 les masses molaires atomiques : H = 1 ; C = 12 ; O = 16 ; Cl = 35,5.
2)
2.1) Donner la définition du coefficient Ka en fonction de α.
2.3) Le couple $CH_3COOH/CH3COO^-$ a pour constante d'acidité Ka = $1{,}7.10^{-5}$ à 25°C. En utilisant la relation précédente, en déduire, à même concentration, lequel des acides éthanoïque et monochloroéthanoïque est le plus fort ?
2.4) Quelle interprétation proposez-vous ?

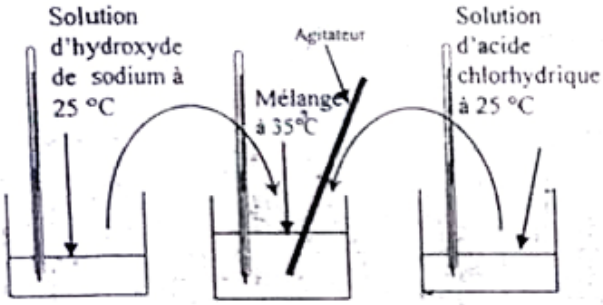
EXERCICE 10

La mesure du pH à 25°C d'une solution aqueuse So d'ammoniac de concentration molaire C = 0,1 mol.L-1 donne pH = 11,1.
1) Déterminer les concentration molaires des espèces chimiques présentes dans la solution et en déduire la constante d'acidité Ka du couple NH_4^+/NH_3.
2) A un litre de cette solution, on ajoute des cristaux de chlorure d'ammonium pour obtenir la solution S1. On admet que le volume reste constant.
a) Montrer que le pH de la solution S1 est inférieur à celui de la solution So.
b) Déterminer la quantité de chlorure d'ammonium introduit sachant que le pH varie de 1,3.

RÉACTION ACIDO-BASIQUE

I. Réaction entre l'acide chlorhydrique et l'hydroxyde de sodium

1. Mise en évidence de la réaction



le mélange entre une solution aqueuse d'acide chlorydrique et une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium s'accompagne d'une élévation de température. Il se produit donc d'une réaction chimique et cette réaction est exothermique.

2. Equation de la réaction

$H_3O^+ + OH^- \longrightarrow 2H_2O$

C'est la réaction inverse de l'autoprotolyse de l'eau.

Remarque :

$(H_3O^+ + Cl^-) + (Na^+ + OH^-) \longrightarrow (Na^+ + Cl^-) + 2H_2O$

Les ions Na^+ et Cl^- ne réagissent pas : ce sont des ions spectateurs ou ions indifférents.

3. Généralisation

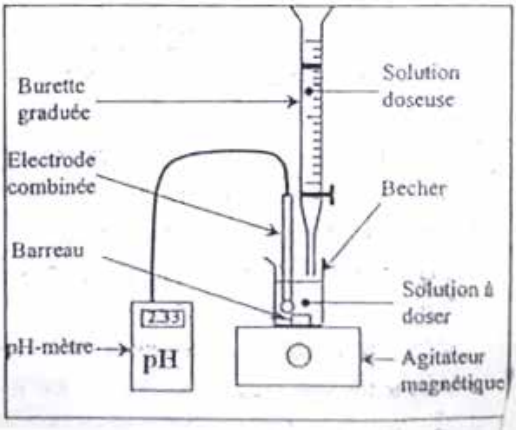
L'équation-bilan de toute réaction chimique entre un acide fort et une base forte est :

$H_3O^+ + OH^- \longrightarrow 2H_2O$

Il y a transfert de protons H^+ de l'ion $H3O^+$ à l'ion OH^-

II. Courbe d'évolution du pH au cours de la réaction : Action d'une base forte sur un acide fort.

1. Dispositif expérimental

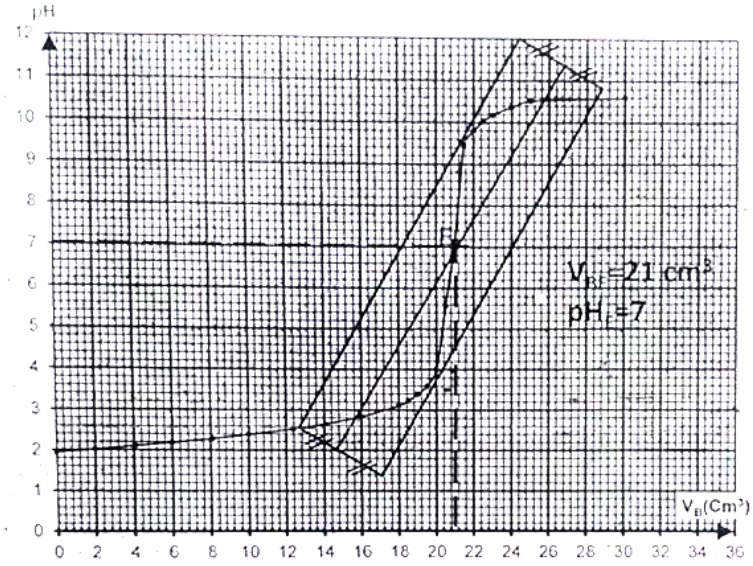


2. Tableau des résultats

$V_B(cm^3)$	0	2	4,1	6	8,1	10	12,4	14,1	16	18	18,5	19	19,5	20	20,5	21	21,5	22	22,5	23	24	25	30
pH	1,94	2,02	2,11	2,19	2,29	2,39	2,53	2,66	2,84	3,12	3,24	3,40	3,60	4,01	5,57	7,14	9,48	9,79	10,03	10,18	10,37	10,52	10,60

3. Courbe d'évolution du pH

Réaction d'une base forte sur un acide fort



4. Allure de la courbe pH = f(VB)

La courbe en forme de S présente trois parties distinctes :

• $0 \leq V_B \leq 18$ mL : Le pH varie légèrement de façon pratiquement linéaire. Le milieu est acide.

• 18 mL $\leq V_B \leq$ 24 mL : On observe un saut du pH et la courbe change de sens (de concavité) en présentant un point d'inflexion.

• $V_B >$ 24 mL : Le pH varie de nouveau très peu et la courbe tend vers une asymptote horizontale. Le milieu est basique.

5. Détermination du point d'équivalence

a) Définition

On dit qu'il ya équivalence acido-basique lorsque la quantité n_A d'ions hydronium H_3O^+ apportée par la solution acide est égale à la quantité n_B d'ions hydroxyde OH^- apportée par la solution basique.

A l'équivalence acido-basique, on a :

$$n(H_3O^+) = n(OH^-) \Longrightarrow n_A = n_B \Longrightarrow C_A V_A = C_B V_B$$

C_A : Concentration de la solution acide ;

V_A : Volumes de la solution acide ;

C_B : Concentration de la solution basique ;

V_B : Volumes de la solution basique.

b) Détermination graphique du point d'équivalence E

On détermine le point équivalent E par la méthode des tangentes parallèles : le point équivalent E correspond au point d'inflexion de la courbe.

Par détermination graphique

E (V_B = 21 mL ; pH = 7) $\Longrightarrow$ V_{BE} = 21 mL et pH_E = 7

6. Détermination de la composition du mélange et de son pH à l'équivalence

Espèces chimiques présentes : Na^+, Cl^-, H_3O^+, OH^- et H_2O

$[Na^+]_E = \frac{C_B V_{BE}}{V}$; $[Cl^-]_E = \frac{C_A V_A}{V}$

or $C_A V_A = C_B V_B \Longrightarrow [Na^+]_E = [Cl^-]_E$

Electroneutralité du mélange :

$[Na^+]_E + [H_3O^+] = [Cl^-]_E + [OH^-] \Longrightarrow [H_3O^+] = [OH^-]$

Or $Ke = [H_3O^+].[OH^-] = 10^{-14}$

$\Longrightarrow [H_3O^+] = \sqrt{Ke} = 10^{-7}$ mol/L d'où pH = 7 (à 25°C)

A l'équivalence, la solution est une solution neutre de chlorure de sodium ($Na^+ + Cl^-$) de concentration : $C = \frac{C_A V_A}{V} = \frac{C_B V_{BE}}{V}$

Conclusion : A l'équivalence d'une réaction acide fort - base forte, la solution obtenue est neutre, c'est une solution de sel.
(en chimie, un sel est un cristal assemblant deux types d'ions, l'un métallique, l'autre non-métallique)

7. Dosage

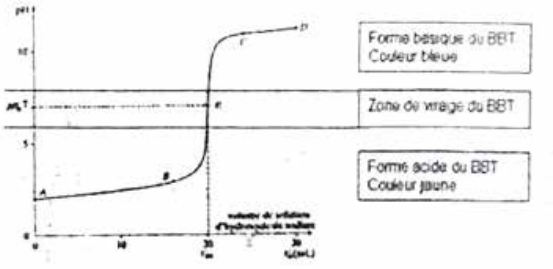
a) Définition

Le dosage consiste à déterminer expérimentalement la concentration d'une solution dont on connaît les constituants. Il s'agit en pratique de déterminer le point d'équivalence.

b) Détermination expérimentale de l'équivalence

i- Utilisation du pH-mètre

On trace la courbe pH = f(V_B) et à l'aide de la méthode des tangentes parallèles on détermine E.



ii- Emploi d'un indicateur coloré

Un indicateur coloré est une substance dont la couleur varie selon le pH de la solution aqueuse dans laquelle des gouttes d'indicateur ont été ajoutées. Les indicateurs colorés permettent de déterminer le point d'équivalence. L'indicateur coloré convenable est choisi de sorte que le pH du point équivalent soit compris dans sa zone de virage.

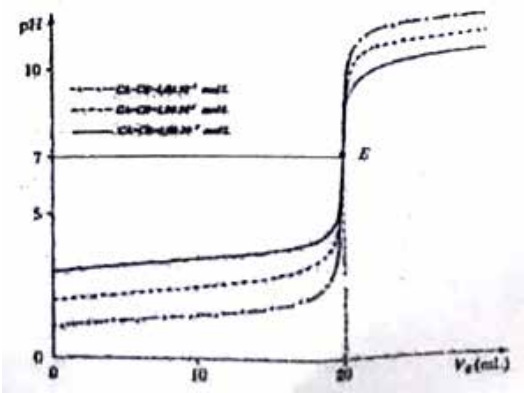
la zone de virage d'un indicateur coloré est le domaine de pH sur lequel on observe le changement de teinte.

Pour le dosage d'un acide fort par une base forte, on utilise le BBT (Bleu de Bromothymol) car pH_E à la zone de virage [6 ; 7,6].

8. Influence de la concentration

La courbe a les propriétés suivantes :
- pHE = 7
- Elle possède trois (3) parties
- Elle est croissante
- Elle a un (1) point d'inflexion (E)
- Le pH initial est le pH de l'acide fort
- Le pH final tend vers le pH de la base forte

Le saut de pH est d'autant moins important que les concentrations molaires des solutions d'acide et de base sont plus faibles.



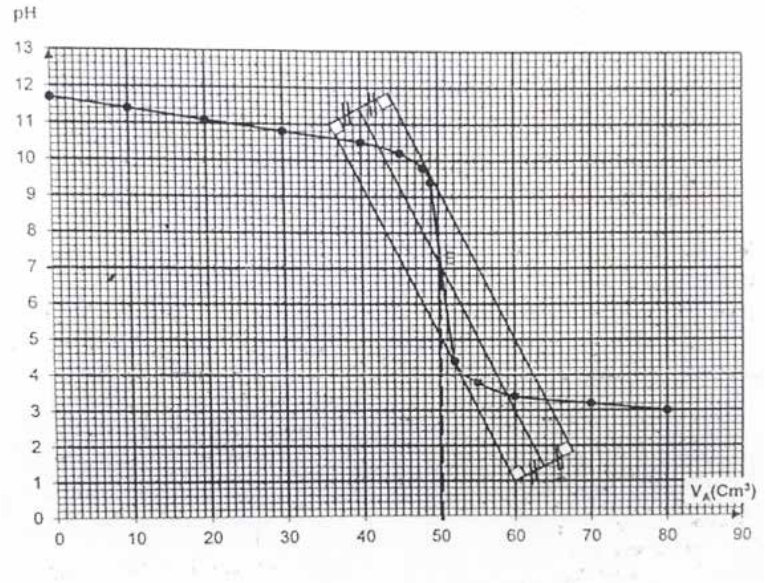
III. Action d'un acide fort sur une base forte

1. Tableau des mesures

$V_A(cm^3)$	0	10	20	30	40	45	48	49	52	55	60	70	80
pH	11,70	11,40	11,10	11,80	10,50	10,20	9,80	9,40	4,40	3,60	3,40	3,20	3,00

2. Courbe dévolution du pH

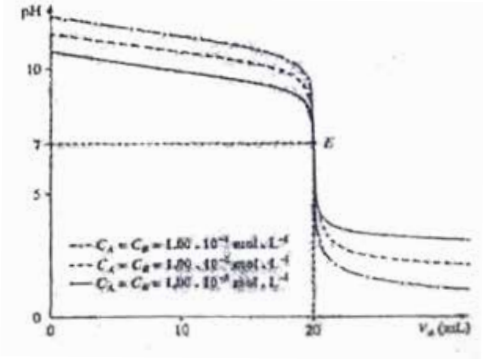
Réaction d'acide fort sur une base forte



3. Influence des concentrations

La courbe a les propriétés suivantes :
- pHE = 7
- Elle possède trois (3) parties
- Elle est décroissante
- Elle a un (1) point d'inflexion (E)
- Le pH initial est le pH de la base forte
- Le pH final tend vers le pH de l'acide fort.

Le saut de pH est d'autant moins important que les concentrations molaires des solutions d'acide et de base sont plus faibles.



IV. Réaction entre un acide faible et une base forte

• Equation bilan

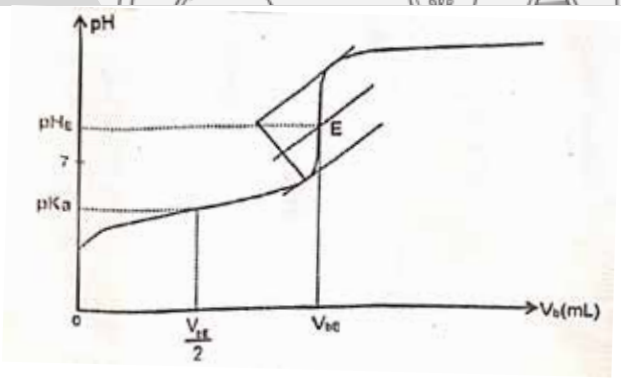
$AH + OH^- \longrightarrow A^- + H_2O$

ou

$BH^+ + OH^- \longrightarrow B + H_2O$

Acide faible (AH ou BH^-) , la base étant forte dans l'équation-bilan on aura (OH^-).

• Allure de la courbe



• pH à l'équivalence

Le pH à l'équivalence et supérieur à 7 ($pH_E > 7$).

• Relation d'équivalence

A l'équivalence : $n_{acide} = n_{base}$

$C_aV_a = C_bV_{bE}$

• Demi-équivalence

A la demi-équivalence, le volume de base versé est :

$$V_{base} = \frac{Vb_E}{2} \text{ et } pH = pKA$$

V. Réaction entre une base faible et un acide fort

• Equation-bilan

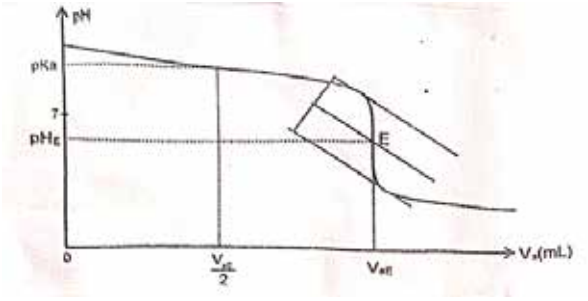
$A^- + H_3O^+ \longrightarrow AH + H_2O$

ou

$B + H_3O^+ \longrightarrow BH+ + H_2O$

Base faible (A^-, B) l'acide étant fort dans l'équation bilan on aura (H_3O^+)

• Allure de la courbe



• pH à l'équivalence

Le pH à l'équivalence et inférieur à 7 (pHE < 7)

• Relation d'équivalence

A l'équivalence : $n_{acide} = n_{base}$

$C_aV_{aE} = C_bV_b$

• Demi-équivalence

A la demi-équivalence, le volume d'acide versé est

$$V_{acide} = \frac{Va_E}{2} \text{ et } pH = pKA$$

VI. Solutions tampons

Une solutions est constituée d'un mélange équimolaire d'un acide faible et de sa base conjuguée. Son pH est égal au pKA du couple correspondant.

• **Les propriétés**

Une solution tampon est une solution dont :

- Le pH varie peu quand on lui ajoute des quantités modérées d'acide ou de base ;
- Le pH reste invariable sous l'effet d'une dilution modérée.

• **Méthodes de préparation**

Mélange équimolaire d'acide faible et de sa base conjugué:

$n_{\text{acide faible}} = n_{\text{base faible}} \quad \Longleftrightarrow \quad CaVa = CbVb$

Mélange d'un acide faible et d'une base forte

A un volume d'acide faible, on ajoute la quantité de base forte pour atteindre la demi-équivalence :

$n_{\text{base forte}} = \frac{n_{\text{acide faible}}}{2} \quad \Longleftrightarrow \quad CbVb = \frac{CaVa}{2}$

Mélange d'un acide fort et d'une base faible

A une quantité donnée de base faible on ajoute la quantité d'acide fort pour atteindre la demi-équivalence : $n_{\text{acide fort}} = \frac{n_{base\ \text{faible}}}{2} \quad \Longleftrightarrow \quad CaVa = \frac{CbVb}{2}$

EXERCICE CORRIGÉ 1

Un volume V = 100 cm³ d'acide chlorhydrique à 5.10^{-2} mol. L^{-1} est obtenu en dissolvant un volume V0 de chlorure d'hydrogène gazeux dans l'eau.

1. Calculer le volume V0 de gaz chlorure d'hydrogène utilisé (volume molaire : Vm = 22,4 L).

2. L'acide chlorhydrique ainsi préparé est ajouté progressivement à 20 cm3 d'une solution d'hydroxyde de sodium. On constate que l'équivalence acido-basique est atteinte pour un volume Ve d'acide versé égal à 40 cm3.

2.1. Que représente l'équivalence acido-basique ?

2.2. Expliquer, en quelques lignes, la façon dont il faut procéder pour faire le dosage. Représenter le dispositif nécessaire.

2.3. Calculer la concentration molaire de la solution d'hydroxyde de sodium.

3. Quelle masse d'hydroxyde de sodium faut-il dissoudre dans l'eau pour obtenir V' = 1 litre de solution ayant cette concentration ?

Donnée : M(Na) = 23 g. mol^{-1} ; M(O) = 16 g. mol^{-1} ; M(H) = 1 g. mol^{-1}.

SOLUTION

1) $C_a = \frac{n}{V}$, d'où $n = C_a . V$. Or $n = \frac{V_0}{V_m}$, donc $V_0 = n . V_m = C_a.V. V_m = 0,112$ L.

2.

2.1) L'équivalence acido-basique représente un stade de la réaction acide-base au cours de laquelle le nombre de moles d'ions H_3O^+ apportés par la solution d'acide est égal au nombre de moles d'ions OH^- apports par la solution basique.

2.2) On place la solution d'hydroxyde de sodium dans un bécher et on ajoute quelques gouttes d'un indicateur coloré approprié, le bleu de bromothymol par exemple. On met la solution d'acide chlorhydrique dans une burette. On verse par petites quantités la solution d'acide chlorhydrique dans la solution d'hydroxyde de sodium et on agite le mélange obtenu.
On arrête l'opération lorsqu'on constate le changement de couleur de l'indicateur coloré : on est à l'équivalence acido-basique.

2.3) $C_b = \frac{C_a V_{aE}}{C_b} = 0,1$ mol. L^{-1}

3) $m = MC_bV' = 4$ g.

EXERCICE CORRIGÉ 2

L'étiquette d'une bouteille d'acide chlorhydrique commerciale porte les indications suivantes : densité : 1,19 Pourcentage en masse d'acide pur : P = 37%.

1)

a) Calculer la concentration molaire C0 de la solution commerciale.

b) On extrait de cette bouteille un volume V0 = 4,06 mL que l'on complète à 500 mL avec l'eau distillée. Calculer la concentration molaire Ca de la solution ainsi préparée.

2) Afin de vérifier la valeur de cette concentration Ca, on dose par cet acide un volume Vb = 20 mL d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration Cb = 4.10^{-2} mol.L^{-1}. On ajoute progressivement la solution acide et on mesure le pH après chaque ajout. On obtient le tableau suivant :

Va (mL)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8,5	9	10	11	12	13
pH	12,6	12,5	12,45	12,35	12,25	12,10	11,95	11,70	11,15	3,6	2,72	2,30	2,10	2,00	1,90

a) Écrire l'équation-bilan de la réaction qui a lieu.

b) Construire la courbe pH = f(Va).

Echelle : 1 cm 1 mL ; 1 cm 1 unité de pH.

c) Déterminer les coordonnées du point d'équivalence E.

d) En déduire la concentration molaire de la solution d'acide dosé et la comparer avec celle calculée à la question 1.b).

e) Si on évapore la solution obtenue à l'équivalence, quel composé obtient-on ? Calculer sa masse.

4°) On donne les zones de virage de quelques indicateurs colorés dans le tableau ci-dessous.

Indicateur coloré	Zone de virage
Hélianthine	3,3 – 4,4
Bleu de bromothymol	6,0 – 7,6
Phénolphtaléine	8,2 – 10

Quel est l'indicateur coloré privilégié pour ce dosage ? Justifier.

Données *: masses atomiques en g.mol-1 : M(H) = 1 ; M(Cl) = 35,5 ; M(Na) = 23. Formule moléculaire du chlorure d'hydrogène : HCl.*

SOLUTION

1)

a) Calculons la concentration molaire C0 de la solution commerciale.

$$\text{Pourcentage } P = \frac{m_{solution}}{m_{soluté}} \Longrightarrow m_{solution} = P.\, m_{soluté}$$

$$C_0 = \frac{m_{solution}}{M.V} = \frac{P.m_{soluté}}{M.V} \text{ or } m_{soluté} = \rho V$$

$$C_0 = \frac{P\rho}{V} \text{ or } \rho = d.\rho_{eau} \text{ Donc } C_0 = \frac{p.d.\rho_{eau}}{M}$$

$$AN : C_0 = \frac{0,37 * 1,19 * 1000}{36,5} = 12,06 \text{ mol.L}^{-1}$$

b) Calculons la concentration molaire Ca de la solution ainsi préparée.

$$\text{Dilution : } C_aV_a = C_0V_0$$

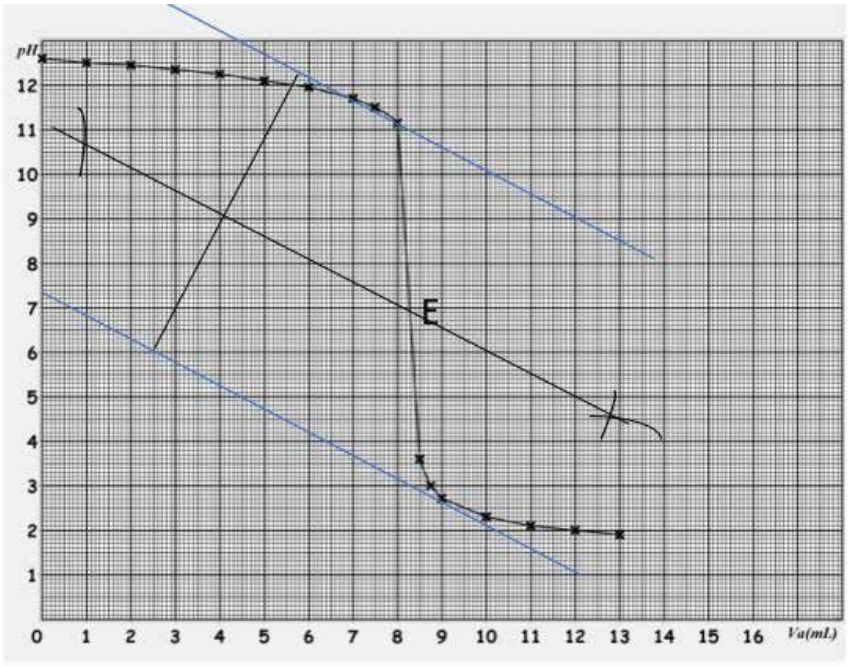
$$C_a = \frac{C0V0}{Va} = \frac{10.06 * 4,06.10-3}{500.10-3} = 0,098 \text{ mol.L}^{-1}$$

2)

a) Équation-bilan de la réaction qui a lieu.

$H_3O^+ + OH^- \longrightarrow 2\,H_2O$

b) Construisons la courbe pH = f(Va)



c) Déterminons les coordonnées du point d'équivalence E.

E (Va = 8,25 ; pH = 7)

d)

$$Ca = \frac{Cb\,Vb}{VaE} = \frac{20*4.10-2}{8,25} = 9,76.10^{-2}\ \text{mol. L}^{-1} \approx 9,8.10^{-2}\ \text{mol.L}^{-1}$$

Cette valeur de Ca est en accord avec celle calculée au 1.b)

e) Si on évapore la solution obtenue à l'équivalence, le composé obtenu est le chlorure de sodium (NaCl)

Calculons sa masse

Nacl→ Na+ + Cl–

$n(NaCl) = n(Na^+) = n(Cl^-) = Cb\ Vb = 4.10^{-2} \times 20.10^{-3}$m

$= 8.10^{-4}$.mol

$m(NaCl) = n(NaCl)\ .M(NaCl) = 8.10^{-4} \times 58,5$

$m = 4,68.10^{-2}$g

4. L'indicateur coloré privilégié pour ce dosage est le bleu de bromothymol car sa zone de virage encadre le pH à l'équivalence.

EXERCICE CORRIGÉ 3

On dispose d'une série de solutions aqueuses de même concentration C = 10^{-2} mol. L^{-1}.

- A : Solution d'acide méthanoïque HCOOH
- B : Solution de méthanoate de sodium HCOONa
- C : Solution d'hydroxyde de sodium
- D : Solution d'acide chlorhydrique.

Les pH mesurés à 25 °C sont, dans l'ordre croissant : 2,0 ; 2,9 ; 7,0 ; 7,9 ; 12,0.

1.

1.1. Attribuer, en justifiant brièvement le choix, à chacune des solutions A, B, C, D, E, la valeur du pH qui lui correspond.

1.2. Calculer les concentrations en mol. L-1, des espèces chimiques dans la solution A et en déduire le pKa du couple HCOOH / $HCOO^-$.

2. On mélange 20 cm3 de la solution A et 20 cm3 de la solution B. Le pH du mélange obtenu F est 3,75. Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques contenues dans la solution F.

3. On fait tomber progressivement la solution C dans 20 cm3 de la solution A.

3.1. Quelle est la réaction chimique qui se produit ?

3.2. Quel volume de la solution C faut-il verser pour obtenir un mélange ayant même pH que la solution F, soit 3,75 ?

3.3. Donner l'allure, en précisant les points importants, du graphe pH = f(VC), VC étant le volume de solution C ajouté.

SOLUTION

1.

1.1)

- E : pH = - logC = 2,0 car monoacide fort
- D: pH = 7,0 : solution neutre à 25 °C
- A : pH = 2,9 : monoacide faible, donc pH < 7 et pH ≠ - log C
- B : pH = 7,9 : monobase faible, donc > 7 et pH ≠ 14 + logC.

1.2) $HCOOH + H_2O \rightleftarrows HCOO^- + H_3O^+$; $2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$

- Espèces chimiques : H_3O^+, OH^-, $HCOO^-$, HCOOH ; H_2O.
- $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 1{,}26.10^{-3}$ mol. L^{-1}
- $[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 7{,}94.10^{-12}$ mol. L^{-1}
- REN : $[HCOO^-] = [H_3O^+] - [OH^-] = 1{,}26.10^{-3}$ mol. L^{-1} ;
- RCM : $[HCOOH] = C - [HCOO^-] = 8{,}74.10^{-3}$ mol. L^{-1}.

$$pK_a = pH - \log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = 4{,}4.$$

2) $HCOONa \longrightarrow Na^+ + HCOO^-$; $HCOO^- + H_2O \rightleftarrows HCOOH + OH^-$

$HCOOH + H_2O \rightleftarrows HCOO^- + H_3O^+$; $2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$

- Espèces chimiques : H_3O^+, OH^-, Na^+, $HCOO^-$, HCOOH ; H_2O.
- $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 1{,}78.10^{-4}$ mol. L^{-1}
- $[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 5{,}62.10^{-11}$ mol. L^{-1}
- $[Na^+] = \frac{C_b V_b}{V_a+V_b} = 5.10^{-3}$ mol. L^{-1}
- REN : $[HCOO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$

$\Rightarrow [HCOO^-] = [H_3O^+] + [Na^+] - [OH^-] = 1{,}26.10^{-3}$ mol. L^{-1} ;

- RCM : $\frac{CV_a+CV_b}{V_a+V_b} = [HCOOH] + [HCOO^-] = C$, d'où $[HCOOH] = C - [HCOO^-] = 4{,}82.10^{-3}$ mol. L^{-1}.

3.

3.1) C'est une réaction acido-basique d'équation : $HCOOH + OH^- \longrightarrow HCOO^- + H_2O$

3.2) **Volume V_C à verser** :

- Espèces chimiques : H_3O^+, OH^-, Na^+, $HCOO^-$, $HCOOH$; H_2O.
- $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 1{,}78.10^{-4}$ mol. L^{-1}
- $[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 5{,}62.10^{-11}$ mol. L^{-1}
- $[Na^+] = \frac{CV_C}{V_a+V_C}$
- REN : $[HCOO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$

$\Rightarrow [HCOO^-] = [H_3O^+] + [Na^+] - [OH^-] = \frac{CV_C}{V_a+V_C} + 1{,}78.10^{-4}$

- RCM : $\frac{CV_C}{V_a+V_C} = [HCOOH] + [HCOO^-]$ d'où $[HCOOH] = \frac{C(V_A-V_C)}{V_a+V_C} - 1{,}78.10^{-4}$

$r = \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{CV_C+1{,}78.10^{-4}(V_C+V_A)}{C(V_A-V_C)-1{,}78.10^{-4}(V_A+V_C)} = 10^{pH-pK_A} = 1{,}02$. On trouve $\mathbf{V_C = 9{,}6\ cm^3}$ avec $V_A = 20\ cm^3$.

3.3) Allure de la courbe : acide faible + base forte

EXERCICE 1

1. La réaction entre un acide fort quelconque et une base faible quelconque est une réaction ..... et .....
LA courbe pH = V () de cette réaction admet ..... parties, ... points d'inflexion et ..... concavités.
Le point E (point équivalent) de la courbe est déterminé par la méthode de .....
A ..... d'une telle réaction la quantité de matières de l'acide fort est ..... à la quantité de matière de la base faible. Le pH du mélange à l'équivalence est ..... à 7.
A la 1/2 équivalence le pH ..... au pKa du couple considéré.

2. Recopie la proposition suivie de la lettre V si elle est vraie ou F si elle est fausse.
a) L'équation bilan de al réaction entre un acide fort quelconque et une base forte est :
$H_3O^+ + OH^- \rightleftharpoons H_2O$
b) $pKa = pH - \log \frac{[Base]}{[Acide]}$
c) $pH = -\log Ka$
d) La réaction entre une base faible et un acide fort est une réaction totale et exothermique.
e) A la 1/2 équivalence on a : pH = pKa.
f) Une solution tampon est un mélange d'acide fort et d'une base faible.
g) Le pH d'une solution tampon est variable sous l'effet d'une dilution modérée.
h) L'équation bilan de la réaction entre un acide fort quelconque et une base faible B est :
$H_3O^+ + B \longrightarrow BH^+ + H_2O$
i) Le dosage consiste à déterminer expérimentalement la concentration d'une solution dont on connait les constituants.
k) A l'équivalence d'une réaction acide fort $\longrightarrow$ base fort, la solution obtenue est neutre, c'est une solution de sel.

EXERCICE 2

Complète le texte ci-dessous avec les mots et groupes de mots suivants qui conviennent :
l'équivalence ; volume ; la demi-équivalence ; quasi-total ; croissante ; pH ; deux points d'inflexion ; basique.
La solution d'acide éthanoïque réagit avec la solution d'hydroxyde de sodium.
Cette réaction est ..... La courbe de variation du ..... de la solution d'acide éthanoïque en fonction du ..... de solution d'hydroxyde de sodium versé est ..... et présente .....
A ..... acido-basique, le mélange est ..... Le pKa du couple CH_3COOH/CH_3COO^- est égal au pH à ..... Le mélange à la demi-équivalence constitue une solution tampon.

EXERCICE 3

On verse progressivement un volume Va d'un solution d'acide chlorhydrique de concentration Ca = 10^{-2} mol.L^{-1} dans Vb = 20 mL d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration inconnue.
La valeur du pH mesuré en fonction de Va est donné dans le tableau suivant :

Vb(mL)	0	2	4	6	8	8,4	8,8	9,2	9,4	9,6	10	11	12	13	14
pH	11,6	11,5	11,3	11,2	10,9	10,7	10,4	4	3,5	3,2	3	2,5	2,3	2,2	2,1

1. Fais le schéma annoté du montage expérimental.
2. Trace sur une feuille de papier millimétré la courbe pH = f(Va).
Echelle : 1 cm pour 1 mL et 1 cm pour une unité de pH.
3. Ecris l'équation bilan de la réaction.
4. Détermine graphiquement les coordonnées du point d'équivalence.
Précise la nature de la solution de l'équivalence. Justifie ta réponse en donnant le nom de la solution obtenue à l'équivalence.
5. Détermine la concentration molaire Cb de la solution d'hydroxyde de sodium.
6. Détermine les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans la solution lorsqu'on a ajouté Va = 6 mL de la solution acide.
7. Détermine la valeur vers laquelle va tendre le pH, si on continuait d'ajouter la solution acide au-delà de Va = 14 mL.

EXERCICE 4

Un volume V = 100 cm^3 d'acide chlorhydrique à 5.10^{-2} mol/L est obtenu en dissolvant un volume V0 de chlorure d'hydrogène gazeux dans l'eau. La dissolution est faite sans variation de volume.
1. Calculer le volume V0 de gaz chlorure d'hydrogène utilisé (le volume molaire est 22,4 L dans les conditions de l'expérience).
L'acide chlorhydrique ainsi préparé est ajouté progressivement à 20 cm^3 d'une solution d'hydroxyde de sodium. On constate que l'équivalence acido-basique est atteinte par un volume Va d'acide versé égal à 40 cm^3.
2. Que représente l'équivalence acido-basique ?
3. Expliquer, en quelques lignes, la façon dont il faut procéder pour faire le dosage. Représenter le dispositif nécessaire.
4. Calculer la concentration molaire de la solution d'hydroxyde de sodium.
5. Quelle masse d'hydroxyde de sodium faut-il dissoudre dans l'eau pour obtenir V' = 1 litre de solution ayant cette concentration ?
On donne : M(Na) = 23 g/mol ; M(O) = 16 g/mol ; M(H) = 1 g/mol.

EXERCICE 5

Dans un bécher contenant un volume Va = 10 cm^3 d'acide chlorhydrique, on verse à l'aide d'une burette, une solution d'hydroxyde de sodium de concentration 0,4 $g.L^{-1}$.
Le tableau ci-dessous indique pour différentes valeurs du volume Vb de la solution de base versée, les valeurs correspondantes du pH.

Vb(mL)	0	2	4	6	8	9	9,4	9,8	10,2	10,4	10,6	11	12	13	14	15
pH	1,9	2	2,2	2,4	2,8	3,1	3,4	4,6	9,1	9,7	10	10,4	10,7	10,9	11	11,1

1. Proposer un schéma du dispositif permettant d'effectuer ce dosage.
2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit au cours de ce dosage.
3. a) Construire le graphique pH = f(Vb) sur papier millimétré.
Echelles : en abscisse 1 cm pour 1 cm^3.
en ordonnée 1 cm pour une unité de pH.
b) A l'aide du graphique obtenu, déterminer le point d'équivalence E ; en déduire la concentration Cb en mol.L-1 de la solution d'acide chlorhydrique utilisée.

c) Quelle est la nature de la solution obtenue à l'équivalence ?
4. Calculer les concentrations molaires volumiques des différentes espèces chimiques présentes dans la solution lorsqu'on a versé un volume Vb = 3 cm^3 d'hydroxyde de sodium.
5. Si on évaporait l'eau de la solution obtenue à l'équivalence, on obtiendrait un solide blanc.
Quel est son nom ?
Calculer sa masse.
6. On dispose des trois indicateurs colorés suivants :
Hélianthine : zone de virage de pH = 3,1 à pH = 4,4
Phénolphtaléine : zone de virage de pH = 8 à pH = 10
Bleu de bromothymol : zone de virage de pH = 6 à pH = 7,6
a) Choisir en le justifiant l'indicateur coloré le plus indiqué pour ce dosage.
b) Comment serait repéré le volume équivalent ?
On donne : M(H) = 1 g/mol ; M(O) = 16 g/mol ; M(Na) = 23 g/mol.

EXERCICE 6

1) On obtient une solution S en mélangeant un volume V1 = 20 mL d'une solution d'acide sulfurique de concentration C1 = 2.10^{-2} $mol.L^{-1}$ avec un volume V2 = 40 mL d'une solution d'hydroxyde de potassium de concentration C2 = 5.10^{-2} $mol.L^{-1}$.
L'acide sulfurique est un diacide fort.
2) Le mélange précédent est dilué par l'eau distillée et son volume est porté à 100 mL. On obtient une solution S'.
Calculer le pH de la solution S'.
3) Répondre aux questions suivantes:
a) Quel volume Va d'acide chlorhydrique centimolaire faut-il ajouter dans la solution S' pour que son pH devienne égal à 7 ?
b) Quel volume V de chlorure d'hydrogène gazeux faut-il dissoudre dans la solution S' pour que son pH soit égal à 7 ?
Le volume molaire dans les conditions de l'expérience est V_M = 22,4 L/mol.

EXERCICE 7

On considère un monoacide fort de masse molaire M. On en verse différentes masses dans un volume noté V de 1 L d'eau et on mesure à chaque fois le pH. Les résultats obtenus sont les suivants :

m(g)	0,032	0,13	0,5	1,6
pH	3,3	2,7	2,1	1,6

1. Ecrire la relation entre m et pH.
2. Tracer le graphe pH = f(log m). En déduire que le pH peut s'écrire sous la forme pH = a + b.log m. Donner les valeurs de a et b.
3. Que représente a ? En déduire la masse molaire M et identifier l'acide parmi la liste d'acides forts suivants : HCl ; HNO_3 ; H_2SO_4 ; $HClO_3$
4. La solution d'acide présente de pH = 2,1 de volume V1 = 20 mL est mélangé à un volume V2 d'une solution aqueuse d'acide sulfurique de pH = 3
a) Calculer le volume V2 si le pH du mélange est 2,5.
b) Un volume VB = 10 mL du mélange précédent (pH = 2,5) est dosé par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration 5.10^{-2} $mol.L^{-1}$.
a) Calculer le volume de solution de soude à l'équivalence.
b) Donner l'allure de la courbe pH = f(Vb) où Vb est le volume de solution de soude versé.
On donne : H : 1 $g.mol^{-1}$; O : 16 $g.mol^{-1}$; S : 32 $g.mol^{-1}$; N : 14 $g.mol^{-1}$; Cl : 35,5 $g.mol^{-1}$.

EXERCICE 8

Dans un bécher contenant Va = 20 cm³ d'une solution de dihydroxyde de magnésium.

V_A(cm³)	0	2	3	4	5	6	7	8
pH	11,7	11,55	11,5	11,4	11,3	11,2	11,0	10,85

9	9,5	9,9	10	10,1	10,5	11	12	13	14
10,55	10,2	9,5	7,0	4,5	3,8	3,5	3,2	3,0	2,9

Le dihydroxyde de magnésium est une base forte.

1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre les solutions de l'acide HA et de base utilisée.
2. Calculer C_B à partir de la valeur du pH de la solution initiale de base (VA = 0).
3. Tracer sur papier millimétré la courbe de la variation du pH en fonction du volume VA d'acide versé.

Échelles abscisse : 1cm pour 1 cm³ ; ordonnée : 1 cm pour 1 unité de pH

4. Déterminer les coordonnées du point équivalent E. En déduire une valeur approchée de la concentration CB. Comparer cette valeur à celle trouvée en 2.)
5. Le mélange obtenu à l'équivalence est complètement déshydraté. Le composé obtenu a une masse m = 7,4 mg.

a) Déterminer la masse molaire moléculaire de l'acide utilisé.

b) Donner le nom de cet acide à partir du tableau suivant :

Acides	Acide chlorhydrique (HCl)	Acide sulfurique (H_2SO_4)	Acide nitrique (HNO_3)
Masse molaire moléculaire (g/mol)	36,50	98	63

6) Le dosage précédent peut-être suivi à l'aide d'un indicateur coloré.
Lequel des indicateurs colorés suivants est approprié pour ce dosage ?
On indiquera la raison :
pH de la zone de virage
Hélianthine : 3,1 ⟶ 4,4
Bleu de bromothymol : 6,0 ⟶ 7,6
Phénolphtaléine : 8 ⟶ 10

EXERCICE 9

On considère les cinq solutions suivantes :

- Solution A d'acide chlorhydrique (HCl) de concentration molaire $C_1 = 1{,}2.10^{-2}$ mol.L^{-1}
- Solution B d'acide sulfurique (H2SO4) de concentration molaire $C_2 = 1{,}5.10^{-2}$ mol.L^{-1}
- Solution C d'acide bromhydrique (HBr) de concentration massique 0,8 g/L
- Solution D d'hydroxyde de sodium (NaOH) de concentration molaire $C_4 = 1{,}3.10^{-2}$ mol.L^{-1}
- Solution E d'hydroxyde de potassium (KOH) de concentration massique 0,7 g/L

1. Calculer le pH de chaque solution à 25°C.
2. On réalise une solution S constituée de V1 = 10 cm³ de A, de V2 = 6 cm³ de B, de V3 = 13 cm³ de C, de V4 = 18 cm³ de D et de V5 = 13 cm³ E.

a) La solution S est-elle acide ou basique ? Justifier la réponse.

b) Laquelle des deux solutions précédentes d'acide sulfurique ou de soude doit-on verser dans une solution S pour obtenir une solution S' de pH égale à 7 à 25°C ?

c) Ecrire l'équation d'électroneutralité dans la solution S'. En déduire le volume de S' et le volume de la solution ajoutée à la solution S.

EXERCICE 10

Toutes les expériences sont réalisées à 25°C.
On dispose d'une solution aqueuse d'acide méthanoïque HCOOH de concentration C = 0,1mol.L^{-1} et le pH est égal à 2,4.
1.
1.1 Ecrire l'équation-bilan de la réaction de cet acide avec l'eau.
1.2 Calculer les concentrations des espèces chimiques présentes dans cette solution.
2. Dans un bécher contenant 25 mL de cet acide, on ajoute progressivement un volume Vb d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration Cb = 0,2 mol.L^{-1}.
2.1 Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
2.2 Calculer le volume Vbe d'hydroxyde de sodium à verser pour atteindre l'équivalence.
2.3 A l'équivalence, le pH = 8,3. Expliquer pourquoi le mélange est basique.
2.4 Le pH vaut 3,8 quand on a versé un volume d'hydroxyde de sodium dans V = 6,25 mL. Montrer que cette valeur du pH correspond à celle du pKa du couple HCOOH / $HCOO^-$.
2.5 Vers quelle limite tend la valeur du pH de la solution finale quand on ajoutera une très quantité de solution d'hydroxyde de sodium ?
2.6 En tenant compte des points remarquables, tracer l'allure de la courbe de variation du pH en fonction du Vb de la solution d'hydroxyde de sodium versée.

EXERCICE 11

Dans cet exercice toutes les expériences sont faites à 25°C.
On mesure le pH d'une aqueuse d'acide éthanoïque de concentration
Ca = 10^{-2}mol.L-1.
1. On trouve pH = 3,4.
1.1 Montrer que l'acide éthanoïque (CH_3COOH) est un acide faible.
1.2 Ecrire son équation de dissolution dans l'eau.
2. Dans un volume V_1 = 50cm3 de la solution précédente d'acide éthanoïque, on ajoute un volume V_2 d'une solution d'hydroxyde de sodium NaOH, de concentration Cb = Ca = 10^{-2} mol.L^{-1}.
Le mélange obtenu constitue une solution S de pH = 4,8.
Données : La constante d'acidité de l'acide éthanoïque à 25°C est Ka = 1,58.10^{-5}.
2.1 Ecrire l'équation de la réaction produite dans S.
2.2 De l'expression de la constante d'acidité Ka du couple acide /base présent dans le mélange :
- donner la valeur du rapport $\left[\frac{B}{A}\right]$ de la forme de l'espèce basique sur la forme de l'espèce acide du couple.
- conclure.
2.3 A l'aide des résultats ci-dessus, établir une relation entre les volumes V_1 et V_2 puis calculer V_2.
3. On prépare 100 cm^3 de la solution S de pH = 4,8 à partir de V'_2 = 80 cm^3 d'une solution d'éthanoate de sodium (CH3COONa) de concentration $C_2 = 10^{-1}$ mol.L^{-1} et d'un volume V'_1 d'une solution de chlorure d'hydrogène de C_i inconnue.
3.1 Calculer le volume V'_1.
3.2 Déterminer la concentration C1

EXERCICE 12

On dispose d'une solution d'hydroxyde de sodium notée Sb. Une goutte de cette solution sur un papier pH indique son pH est voisin de 13.

1. En déduire la concentration molaire Cb de cette solution.
2. Pour affiner la valeur de la concentration Cb, on dose Vb = 10cm^3 de Sb par une solution d'acide chlorhydrique notée S_a de concentration molaire volumique Ca = 8.10^{-2}mol.L^{-1}.
2.1 Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui lieu.
2.2 L'équivalence acido-basique est obtenue pour VaE = 12cm3. En déduire la valeur de la concentration Cb de la solution Sb.
2.3 Donner l'allure de la courbe pH = f (Va) en faisant apparaître les points caractéristiques suivants : pH à Va = 10 cm^3 ; VaE et pHE à l'équivalence.
3. Cette solution de soude est utilisée pour doser un vinaigre (solution d'acide éthanoïque) de concentration Cd inconnue. Un échantillon de vinaigre est dilué 10 fois (solution e). On prélève Ve = 10cm^3 de cette solution que l'on dose en présence d'un indicateur coloré. L'équivalence acido-basique est obtenue pour Vb = 10,5cm3 de soude versée.
3.1 Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
3.2 Calculer la concentration Ce du vinaigre ainsi dilué.
3.3 En déduire la concentration Cd du vinaigre.
3.4 Le pKa du couple acide éthanoïque / ion éthanoate est 4,8. Tracer l'allure de la courbe pH = f (Vb) en y indiquant le pH à la démi-équivalence.

EXERCICE 13

Toutes les solutions sont à supposées à la température de 25°C.
1. Une solution S1 d'hydroxyde de sodium (soude) a un pH=12.
Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes en solution.
Calculer la concentration molaire volumique des différentes espèces chimiques en solution.

2. Une solution S2 de chlorure d'ammonium (NH4Cl) a un pH égal à 5,6 pour une concentration molaire volumique de C= 10^{-2} mol.L^{-1}.
2.1 Préciser le couple acide /base introduit dans cette solution par le chlorure d'ammonium.
2.2 Faire l'inventaire des espèces chimiques en solution et calculer leurs concentrations molaires volumiques.
2.3 Déterminer le pKa du couple dont l'acide est l'ion ammonium. (On supposera que la concentration en ammoniac NH3 est $2,5.10^{-6}$ mol.L^{-1}).
3. On ajoute 10 cm^3 de la solution S1 d'hydroxyde de sodium à 20cm^3 de la solution S2 de chlorure d'ammonium.
3.1 Ecrire l'équation bilan de la réaction qui se produit lors du mélange.
3.2 Calculer les concentrations molaires volumiques :
- en ion ammonium restant
- et en base conjuguée
3.3 En déduire le pH du mélange.
3.4 Quelles sont les propriétés du mélange ainsi réalisé ?

EXERCICE 14

On prépare une solution A en versant dans un récipient 9,2 g d'acide méthanoïque HCOOH et la quantité d'eau distillée nécessaire pour que le volume total de la solution soit égal à 2 litres.
Le pH de A est égal à 2,4.
1. Ecrire l'équation d'ionisation de l'acide méthanoïque dans l'eau.
2.
2.1. Montrer que la concentration molaire de la solution A vaut : C_A=0,1 molL^{-1}.

2.2. L'acide méthanoïque est-il un acide fort ou un acide faible ?
Justifier la réponse.
3. On dispose d'une solution B de soude qu'il faut ajouter à V_A=0,5 litre de la solution A pour arriver à l'équivalence acido-basique.
4. On prépare une solution C en versant dans V_1=500 cm^3 de la solution A un volume V_2=25 cm^3 de la solution B. Le pH de C est égal à 3,8.
Calculer :
4.1. Les concentrations molaires des diverses espèces chimiques présentes dans la solution C.
4.2. Le pK_a de l'acide méthanoïque.
4.3. Quelles sont les propriétés de ce mélange ?
M(H)=1g.mol^{-1} M(C)=12g.mol^{-1}
M(N_a)=23g.mol^{-1} M(0)=16g.mol^{-1}

EXERCICE 15

Dans cet exercice les parties A et B sont indépendantes
Partie A.
Deux flacons sans étiquettes contiennent deux solutions acides A_1 et A_2. L'une est de l'acide méthanoïque et l'autre de l'acide chlorhydrique. Pour identifier les solutions A1 et A2, le professeur fournit à ses élèves les données suivantes :
La mesure du pH de chaque solution est :
Pour A1 : pH=2,7 ;
Pour A2 : pH=2
Le dosage d'un volume Va =50mL de chaque solution acide, par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration Cb=5.10^{-2} mol.L^{-1}
donne à l'équivalence :
Pour A1 : Vb1=25mL ;
Pour A2 :Vb2 =10mL.
1. Calculer les concentrations initiales des solutions A1 et A2.
2. Identifier les solutions A1et A2. Justifier votre réponse.
3. Ecrire l'équation-bilan de la réaction pour chaque solution acide pendant le dosage.
Partie B
On dispose d'une solution d'acide HA de concentration molaire Ca =$2,5.10^{-2}$ mol.L^{-1} dont le pH est égal à 2,7.
1. Ecrire l'équation de dissociation de cet acide dans l'eau.
2. Recenser et calculer les concentrations des espèces chimiques contenues dans cette solution.
3. En déduire le pKa du couple HA/A-.
4.
4.1 Calculer le volume de solution d'hydroxyde de sodium de concentration Cb=5.10^{-2} mol.L^{-1} à verser dans 20mL de la solution acide HA pour atteindre la demi-équivalence.
4.2 Donner pour la solution ainsi obtenue :
4.2.1 Le pH.
4.2.2Le nom et les propriétés.

EXERCICE 16

On dispose de cinq flacons contenant des solutions aqueuses différentes, mais de même concentration C = 10^{-2} mol.L^{-1}:
- l'acide éthanoïque

- l'acide chlorhydrique
- le chlorure de potassium
- l'hydroxyde de potassium
- l'ammoniaque.

Les étiquettes A, B, C, D et E de ces flacons ont été mélangées lors d'un rangement. Les pH sont mesurés à 25° C.

1. **Identification des solutions**

Le pH de la solution de B est égal à 12. Le dosage de B par C donne un pH égal à 7 à l'équivalence.

1.1. Identifier B et C.

1.2. Au cours du dosage de D par B, le pH à l'équivalence est égal à 8,2. Identifier D.

1.3. Le pH de la solution A est égal à 7. Identifier A.

1.4. Déduire des questions précédentes, la nature de la solution E.

2. **Détermination du pKa du couple ion ammonium/ammoniac**

On désire déterminer le pKa du couple ammonium/ammoniac. Le pH de la solution d'ammoniaque est 10,6.

2.1. Ecrire équation-bilan de la réaction de l'ammoniac avec l'eau.

2.2. Calculer les concentrations molaires volumiques des espèces chimiques présentes dans la solution.

2.3. Calculer le pKa du couple ammonium/ammoniac.

3. **Préparation de solution tampon**

On veut préparer une solution tampon à partir de la solution d'ammoniac et de l'acide chlorhydrique.

3.1. Calculer le volume V_A d'acide chlorhydrique à ajouter à $V_B = 25\ cm^3$ de la solution d'ammoniac pour obtenir la solution tampon.

3.2. Citer les propriétés du mélange obtenu.

EXERCICE 17

Un groupe d'élève décide de déterminer la constance d'acidité du couple acide benzoïque/ion benzoate.

On dose 10 cm3 de solution d'acide benzoïque C6H5-COOH de concentration inconnue par une solution d'hydroxyde de sodium (soude) de concentration $10^{-1}mol.L^{-1}$. Les variations du pH en fonction du volume V de soude versée sont :

V (cm^3)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
pH	2,6	3,2	3,6	3,8	4,2	4,4	4,8	5,2	5,5	5,9	6,2	8,5	10,7	11,7	12	12,4	12,7

1.

1.1 Tracer la courbe pH = f (V). On prendra pour échelle : 1 cm correspond à 1 cm3 (en abscisse). 1cm correspond à 1 unité de pH (en ordonnée).

1.2 Déterminer graphiquement le point d'équivalence.

2.

2.1 Ecrire l'équation-bilan de la réaction.

2.2 Calculer la concentration de la solution d'acide benzoïque.

3. Déterminer graphiquement la valeur de la constante pKa du couple C6H5-COOH / C6H5-COO. En déduire la constante d'acidité Ka du couple.

4. On dispose de deux indicateurs colorés :

- l'hélianthine (zone de virage 3,2 - 4,4)
- la Phénolphtaléine (zone de virage 8 – 10)

Reporter ces zones de virage sur le graphe pH = f (V).

Lequel de ces deux indicateurs colorés utiliseriez- vous pour effectuer ce dosage ?

Justifier votre réponse.

EXERCICE 18

Votre professeur de sciences physiques vous propose de faire l'étude d'un produit commercial qui, selon le fabriquant, contient essentiellement de l'ammoniac.

1. Il prélève 10mL de ce produit de concentration inconnue CB qu'il dose par pH-métrie avec une solution d'acide chlorhydrique 10^{-1}mol.L^{-1}. Les mesures sont consignées dans le tableau ci-dessous.

V_A (mL)	0	1	2	3	4	5	6	7	7,5	8	8,5	9,5	10	13	16	18
pH	11,0	11,0	9,7	9,4	9,2	9,0	8,7	8,4	8,0	5,3	2,5	2,1	2,0	1,7	1,5	1,4

1.1 Faire un schéma annoté du dispositif expérimental.

1.2 Tracer la courbe pH = f (VA)

Echelle : 1cm ⟷ 1mL ; 1,5 cm ⟷ 1 unité de pH

1.3 A partir de la courbe, montrer que l'ammoniac est une base faible.

2. Exploitation de la courbe pH = f (VA).

2.1 Déterminer le point d'équivalence E.

2.2 En déduire la valeur de la concentration molaire volumique de l'ammoniac CB.

2.3 Déterminer la demi-équivalence et le pKa du couple $NH4^+$ / NH3.

2.4 Quelle est la nature du mélange à l'équivalence ? Justifier.

3. Calculer la concentration massique volumique en ammoniac en g/L en vue d'étiqueter le produit.

MH = 1 g.mol^{-1} ; MN = 14 g.mol^{-1}.

EXERCICE 19

Dans cet exercice, les solutions sont prises à 25C° et le produit ionique de l'eau à cette température Ke = 10^{-14}.

1. La solution d'acide bromhydrique (HBr)

Une solution A d'acide bromhydrique centimolaire (10^{-2} mol/L) a un pH = 2.

1.1 Montrer que l'acide bromhydrique est un acide fort.

1.2 Ecrire l'équation-bilan de la réaction avec l'eau.

1.3 Citer un autre exemple d'acide tort.

2. La solution de méthylamine (CH_3NH_2)

On dispose de 5mL d'une solution B de méthylamine de concentration molaire volumique C_B = $8{,}2.10^{-2}$ mol/L. de pH 11,8.

2.1 Écrire l'équation-bilan de la réaction de la méthylamine avec l'eau.

2.2 Faire l'inventaire des espèces chimiques et calculer leur concentration.

2.3 Calculer le pKa du couple CH_3NH_3 /CH_3NH_2 .

3. Mélange de solutions

On mélange les deux solutions précédentes.

3.1 Écrire l'équation-bilan de la réaction qui a lieu entre l'acide bromhydrique et la méthylamine.

3.2 Quel volume V de solution A d'acide bromhydrique faut-il verser dans 5 mL de la solution B de méthylamine pour atteindre l'équivalence acido-basique?

3.3 Quelle est la nature du mélange à l'équivalence? Justifier.

3.4 On mélange un volume VA 20,5 mL de solution A à un volume V 5 mL de la solution 8.

Donner le pH, le nom et les propriétés de ce mélange.

3.5 Donner l'allure de la courbe de dosage B par A (préciser les points caractéristiques).

EXERCICE 20

On dose 10 mL d'une solution d'acide benzoïque C_6H_5 COOH de concentration Ca inconnue par une solution d'hydroxyde de sodium (soude) décimolaire (0,1 mol/L). On note les résultats suivant :

V_b(mL)	0	1	2	3	5	6	8	9	9,5	9,8	9,9	10	10,1	11	12	14	16
pH	2,6	3,2	3,6	3,8	4,2	4,4	4,8	5,1	5,5	5,9	6,2	8,4	10,7	11,7	12	12,4	12,7

1. Schématiser et annoter le dispositif expérimental.
2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de dosage.
3. Construire la courbe pH = f(Vb) échelle : 1cm pour 1mL 1cm pour 1 unité de pH
4.
4.1 A l'aide de la courbe, déterminer le point d'équivalence E et le point de demi- équivalence E'.
4.2 En déduire la concentration molaire volumique Ca de la solution d'acide benzoïque ainsi que la valeur du pKa du couple A/B.
5. Pour Vb = 3 mL de soude versée, faire l'inventaire des espèces et calculer leur concentration molaire volumique. Retrouver la valeur du pKa.
6. On dispose des indicateurs colorés suivants :

Indicateur	Zone de virage
Alpha-naphtolphtaléine	7,5 – 8,6
Phénolphtaléine	8,2 – 10,0

6.1 Montrer que ces deux indicateurs colorés conviennent au dosage précédent.
6.2 Lequel est le plus précis ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 21

Sali, une élève de terminale D reçoit un flacon contenant une solution limpide S_O.
Son professeur de sciences physiques lui demande d'identifier cette solution. Elle procède aux tests suivants :
Test 1 : elle fait tomber une goutte de solution S_O sur une flamme de bec bunsen : la flamme devient jaune.
Test 2 : elle verse quelques gouttes de sulfate de cuivre II dans un échantillon de S_O ; elle observe la formation d'un précipité bleu d'hydroxyde de cuivre II.
1.
1.1. Analyser les résultats du test 1 et du test 2.
1.2. En déduire la nature de la solution So.
2. Koffi, un autre élève de la même classe prélève V_O = 5 mL de solution So. Il la dilue cent(100) fois pour obtenir une solution Si de concentration molaire volumique Ci. Il mesure le pH de S_1 et trouve la valeur 12.
2.1. A partir de la liste de matériel ci-dessous, indiquer la liste des matériels nécessaires à Koffi pour préparer la solution S_1.

Matériel mis à la disposition de Koffi	
Agitateur magnétique	Eprouvettes graduées
Béchers : 100 mL ; 200 mL	Pipettes :5 mL ; 10 mL ; 20 mL
Verres à pied	Pissette + eau distillée
Fioles jaugées : 100 mL ; 250 mL ; 500 mL	

2.2. Proposer un mode opératoire à Koffi lui permettant de préparer la solution S_1.
2.3. S_1 est une solution de base forte.

2.3.1. Calculer la concentration molaire volumique C_1 de S_1.
2.3.2. En déduire la concentration molaire volumique C_0 de So.
3. Dans le but de déterminer la concentration, C_2 d'une solution S_2 d'acide méthanoïque, Koffi dose un volume V_2 = 10 mL de S_2, additionnée de quelques gouttes de phénolphtaléine, par une solution S de soude de concentration C = 10^{-2} mol.L^1.
Quand l'indicateur coloré vire au rose, Koffi a versé un volume V_B = 20 mL de soude S.
3.1. La valeur du pH à l'équivalence montre que le mélange est basique.
Expliquer pourquoi le mélange est basique.
3.2. Déterminer la concentration molaire volumique C_2.
4. Sali propose d'étudier la solution d'acide méthanoïque avant le dosage.
Soit la solution initiale constituée uniquement d'acide méthanoïque de concentration C' = 10^{-2} mol.L^{-1} et de pH = 2,9.
4.1. Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans cette solution.
4.2. Calculer la concentration molaire volumique de chaque espèce.
4.3. Déterminer le pKa du couple acide/base HCO_2H/HCO_2^-.

EXERCICE 22

Afin d'identifier un acide carboxylique A, on le dose par une solution aqueuse B d'hydroxyde de sodium (soude) de concentration molaire C_B = 0,1 mol/L. On prépare 1 L de solution de A en introduisant une masse m_A = 4,6 g dans une fiole jaugée. On prélève dans un bécher un volume V_A = 30 mL de solution A que l'on dose par la solution de soude B. Les variations du pH en fonction du volume V_B de soude versée sont données dans le tableau ci-dessous.

V_B(mL)	0	5	10	15	20	24	28	30	32	34	36	40
pH	2,4	3,4	3,6	3,7	3,9	4,3	5	5,5	10,9	11,4	11,5	11,6

1- Tracer la courbe pH f(Va)
Echelles: 1 cm 5 mL en abscisse
1 cm 1 unité de pH en ordonnée
2- Déterminer graphiquement le point d'équivalence E et donner ses coordonnées.
3-
3.1. Déterminer la valeur de la concentration C_A de la solution A d'acide.
3.2.
3.2.1. La formule générale brute de l'acide carboxylique A en fonction du nombre n d'atomes de carbone est $C_nH_{2n}O_2$.
Déterminer la masse molaire et la formule brute de l'acide carboxylique.
3.2.2. Donner la formule semi-développée et le nom de l'acide.
3.3. Déterminer graphiquement le pKa du couple acide carboxylique/ion carboxylate considéré.
4. On considère le mélange pour lequel V_B = 15 mL et pH = 3,7.
4.1. Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans le mélange et calculer leurs concentrations.
4.2. En déduire le pKa du couple acide carboxylique/ion carboxylate.
4.3. Donner:
4.3.1. La nature du mélange.
4.3.2. Les propriétés du mélange.
Données : C:12 g/mol H : 1g/mol O : 16g/mol

EXERCICE 23

Dans cet exercice, toutes les solutions sont prises à 25°C.
Dans le laboratoire de chimie du lycée, votre professeur constate qu'une bouteille contenant une solution aqueuse d'une base B, a perdu son étiquette. Afin de ranger la bouteille dans le bon casier, le professeur vous demande de déterminer le nom et la concentration de cette base. Pour cela, il réalise un dosage pH-métrique d'un volume V_b = 10 mL de la solution précédente, par une solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire volumique Ca = 10.1 mol/L. Les résultats obtenus lors du dosage figurent dans le tableau:

V_a(mL)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
pH	11,9	11,5	11,2	11,0	10,9	10,8	10,7	10,5	10,3	10,1	9,9

V_a(mL)	11	11,5	12	12,5	13	14	15	18	20
pH	9,5	9,2	5,9	2,7	2,3	2,1	1,9	1,6	1,5

1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre la base et l'acide chlorhydrique (le candidat notera l'acide conjugué de la base B : BH^+).
2. Tracer, sur le papier millimétré, la courbe pH = f(V_a).
Echelles: 1 cm pour 2 mL et 1 cm pour 1 unité de pH.
3. Déterminer graphiquement le point d'équivalence E (V_{aE} ; pH_E).
4. En déduire que B est une base faible en justifiant votre réponse.
5. Calculer la concentration molaire volumique C_b de la solution aqueuse basique.
6.
6.1. Déterminer graphiquement le pKa du couple acide-base BH^+/H.
6.2. En déduire le Ka.
6.3. Identifier la base B en utilisant le tableau suivant:

Base	Diméthylamine	Ethylamine	Méthylamine
Ka	10^{-11}	$1{,}6.10^{-11}$	2.10^{-11}

6.4. Quelles indications doit-on porter sur l'étiquette de la solution de base B?
6.5. Donner le nom et la formule de l'acide conjugué de la base B.
6.6. Pour Va = 5 mL d'acide versé
6.6.1. Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans le mélange;
6.6.2. Calculer les concentrations molaires volumiques de ces espèces chimiques et retrouver la valeur du pKa déterminé graphiquement.

EXERCICE 24

Au cours d'une séance de Travaux Pratiques, un professeur de Physique-Chimie demande à un groupe d'élève de déterminer:
— La concentration molaire volumique Ca d'une solution aqueuse d'éthylamine;
— Le pKa du couple acide/base, $C_2H_5NH_3^+$ / $C_2H_5NH_2$, par deux méthodes différentes.
1. Détermination expérimentale de la concentration molaire volumique C_B et du pKa
Dans un bêcher, le groupe introduit un volume V_B = 30 cm^3 d'une solution aqueuse d'éthylamine de concentration molaire C_B inconnue dans laquelle il verse progressivement une solution aqueuse d'acide chlorhydrique de concentration C_A= 0,10 $mol.L^{-1}$ contenue dans une burette.
Les résultats du dosage pH-métrique obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous.

$V_A(cm^3)$	0	5	9	15	16	17	18	19	20	21	25	30
pH	11,8	11,2	10,8	10,1	9,9	9,5	6,1	2,7	2,4	2,1	1,9	1,7

1.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de dosage.
1.2. Tracer la courbe de variation du pH en fonction du volume V_A d'acide versé (pH = f(VA)).
Echelles: 1 cm pour 2 cm^3 et 1 cm pour 1 unité de pH.
1.3. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'équivalence E.
1.4.En déduire la concentration molaire C_B de la base.
1.5. Déterminer graphiquement les coordonnées du point de demi-équivalence F.
1.6. Donner le nom de la solution obtenue en ce point et préciser ses propriétés.
1.7. En déduire le pKa du couple acide/base $C_2H_5NH_3^+$ / $C_2H_5NH_2$.
2. Détermination théorique du pKa
La solution initiale d'éthylamine ($C_2H_5NH_2$) de concentration molaire volumique $C_B = 6.10^{-2}$ moL.L^{-1} a pour pH = 11,8.
2.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'éthylamine avec l'eau.
2.2. Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution.
2.3. Calculer la concentration molaire volumique de chacune des espèces.
2.4. En déduire le pKa du couple acide/base.
3. Comparaison des deux valeurs de pKa
3.1 .Comparer la valeur expérimentale du pKa et la valeur théorique calculée.
3.2. Conclure

EXERCICE 25

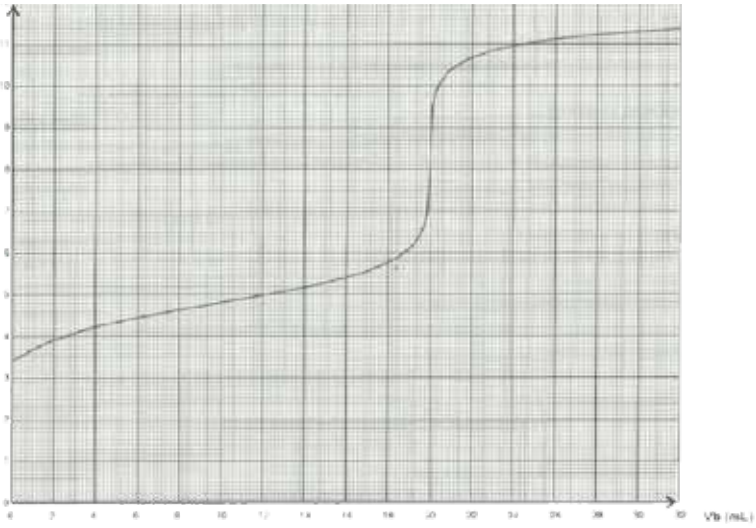
Toutes les solutions sont à 25°C et le produit ionique de l'eau est $Ke = 10^{-14}$.
Un groupe d'élèves de Terminale D désire préparer puis doser une solution décide éthanoïque.
1. **Préparation de la solution d'acide éthanoïque**
Le groupe d'élèves dispose d'une solution mère (S_1) d'acide éthanoïque de concentration C_1 = 0,1 mol/L et d'eau distillée.
À partir de la solution mère, le groupe souhaite préparer un volume V_2 = 100 mL d'une solution (S_2) de cet acide de concentration $C_2 = 10^{-2}$ mol/L. Pour cela il dispose :
- de deux pipettes (10 mL et 5 mL) ;
- d'une fiole jaugée de 100 mL ;
- d'un bécher ;
d'une pissette contenant de l'eau distillée.
1.1. Vérifier que le volume de (S_1) à prélever est V_0 = 10 mL.
1.2. Décrire le mode opératoire de la préparation de la solution (S_2).
1.3. Le pH de la solution (S_2) est pH = 3,4.
1.3.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction entre l'acide éthanoïque et l'eau.
1.3.2. Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans cette solution.
1.3.3. Déterminer la concentration molaire volumique de chaque espèce chimique.
1.3.4. Calculer la constante d'acidité K_A du couple acide éthanoïque / ion éthanoate.
1.3.5. Vérifier que le pKA du couple est égal à 4,8.

2. **Dosage de la solution (S_2) d'acide éthanoïque**
Le groupe dose un volume V_A = 20 mL de solution (S_2) par une solution B d'hydroxyde de sodium de concentration $C_B = 10^{-2}$ mol/L.
Le pH du mélange est mesuré au fur et à mesure que l'on verse la solution de soude.
Le graphe pH = f(V_B) est donné sur ***la feuille annexe***.

2.1. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'équivalence E.
2.2. Retrouver la valeur de C_2.
2.3. Donner la nature (acide ou basique) du mélange obtenu à l'équivalence. Justifier la réponse.
2.4. Retrouver graphiquement la valeur du pKA.
2.5. Choisir parmi les indicateurs colorés ci-dessous celui qui convient à ce dosage.
Justifier la réponse.

Indicateurs colorés	Hélianthine	Bleu de bromothymol (BBT)	Phénolphtaléine
Zone de virage	3,1 – 4,4	6,0 – 7,6	8,2 – 10

Feuille annexe à rendre avec la copie
Echelle :
- abscisse :1 cm pour 2 mL
- ordonnée : 1 cm pour 1 unité de pH.



EXERCICE 26

Un groupe d'élèves en classe de terminale scientifique dispose d'une solution aqueuse S_a d'un acide AH. AH est un acide faible dont la base conjuguée est notée $\boldsymbol{A}^-$.
Le groupe se propose d'identifier l'acide AH et de déterminer le pKa du couple AH/$\boldsymbol{A}^-$ auquel il appartient.

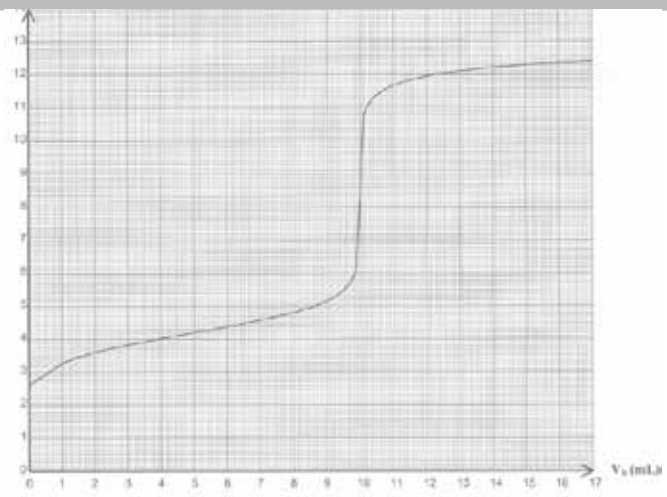
1. **Préparation de la solution S_b d'hydroxyde de potassium**

Le groupe prépare une solution S_b d'hydroxyde de potassium, en dissolvant une masse $m_1 = 56$ mg d'hydroxyde de potassium (KOH) solide dans un volume $V_1 = 100$ mL d'eau pure à 25°C.
1.1. Vérifier que la concentration molaire C_b de la solution S_b vaut 10^{-2} mol.L^{-1}.
1.2. Le pH de la solution S_b vaut 12.
Montrer que l'hydroxyde de potassium est une base forte.

2. **Dosage de la solution d'acide AH**

Le groupe prélève un volume $V_a = 20$ mL de la solution S_a qu'il dose avec la solution S_b d'hydroxyde de potassium préparée ci-dessus. La courbe de variation du pH des différents mélanges effectués est donnée sur papier millimétré en annexe.
2.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction acido-basique qui a eu lieu entre l'acide faible AH et la base forte (KOH).
2.2. Déterminer graphiquement les coordonnées du point E à l'équivalence.
2.3. Calculer la concentration molaire volumique C_a de la solution S_a.
2.4. Déterminer à partir de la courbe pH = f (V_b), la valeur du pKa du couple AH/$\boldsymbol{A}^-$.
3. Identification de l'acide AH
La solution S_a de concentration C = 10^{-2} mol.L^{-1} a été préparée en dissolvant une masse m = 0,6 g de l'acide AH dans un volume V = 1 L d'eau pure. L'acide AH est un acide carboxylique de formule

générale $C_nH_{2n}O_2$.
3.1. Déterminer la formule brute de l'acide AH.
3.2. Donner la formule semi-développée et le nom de l'acide AH.
3.3. Préciser le couple acide-base correspondant.
On donne en $g.mol^{-1}$: C = 12 ; H = 1 ; O = 16 ; K = 39.
Echelle:
abscisse : 1 cm pour 2 mL
-ordonnée : 1 cm pour 1 unité de pH



EXERCICE 27

Lors d'une séance de travaux pratiques, un groupe d'élèves doit déterminer le pKa du couple CH_3COOH/CH_3COO^-. Pour ce faire, le groupe prélève un volume V_A = 10 mL de cet acide qu'il dose par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration $C_B = 10^{-2}$ mol/L. Il mesure le pH de la solution en fonction du volume V_B de la solution d'hydroxyde de sodium versée.
1. La courbe $pH = f(V_B)$ donne les points caractéristiques suivants :

Demi-équivalence E' $\begin{cases} V_{E'} = 5\ mL \\ pH_{E'} = 4,8 \end{cases}$

Équivalence E $\begin{cases} V_E = 10\ mL \\ pH_E = 8,6 \end{cases}$

1.1. Donner l'allure de la courbe $pH = f(V_B)$ en indiquant les points caractéristiques E' et E.
On donne : pour $V_B = 0$, pH = 3,4.
1.2. Montrer que l'acide éthanoïque est un acide faible.
1.3. Écrire l'équation-bilan de la réaction du dosage.
1.4. Calculer la concentration molaire C_A de la solution AH.
1.5. Nommer le mélange obtenu à la demi-équivalence et donner ses caractéristiques.
1.6. Donner le pKA du couple acide-base considéré.
2. On dispose de trois indicateurs colorés.

	Zone de virage
Hélianthine	3,1 - 4,4
Bleu de bromothymol	6 - 7,6
Phénolphtaléine	8,2 - 10

Pour le dosage, le groupe a utilisé la phénolphtaléine. Justifier ce choix.
3. Par ailleurs à partir de la solution initiale d'acide éthanoïque de pH = 3,4 et de concentration molaire volumique $C_A = 10^{-2}$ $mol.L^{-1}$, le groupe désire retrouver la valeur du pKA.
3.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction chimique entre l'acide éthanoïque et l'eau.
3.2. Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution.
3.3. Calculer la concentration molaire volumique de chacune des espèces chimiques.
3.4. Retrouver la valeur du pK_A.

EXERCICE 28

Votre professeur de physique-chimie veut vous faire déterminer, le pKa du couple acide éthanoïque / ion éthanoate par deux méthodes.
Il met à votre disposition un volume $V_a = 20\ cm^3$ d'une solution d'acide éthanoïque de concentration $C_a = 10^{-2} mol/L$ et de $pH = 3{,}4$.
Toutes les solutions sont prises à 25° C et $K_e = 10^{-14}$.

1. Étude de la solution d'acide éthanoïque

1.1. Montrer que l'acide éthanoïque est un acide faible.
1.2. Écrire l'équation-bilan de l'ionisation de l'acide éthanoïque dans l'eau.
1.3. Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution.
1.4. Déterminer :
1.4.1. les concentrations molaires volumiques de ces espèces chimiques ;
1.4.2. la valeur du pKa du couple acide éthanoïque / ion éthanoate.

2. Étude de la réaction entre la solution d'acide éthanoïque et la solution d'hydroxyde de sodium

Les élèves versent progressivement, dans un volume $V_a = 20\ cm^3$ de la solution d'acide éthanoïque précédente, une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire volumique C_b.
Les variations du pH du mélange en fonction du volume V_b d'hydroxyde de sodium versé sont consignées dans le tableau suivant :

$V_b(cm^3)$	0	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	28
pH	3.4	3,6	4	4,2	4,5	4,7	4,9	5,1	5,3	5,6	6,1	10,9	11,2	11,3	11,5

2.1. Faire le schéma annoté du dispositif expérimental.
2.2. Tracer la courbe donnant l'évolution du pH en fonction du volume de base V_b versé : $pH = f(V_b)$.
Échelles : 1 cm pour 1 unité de pH
1 cm pour 2 cm^3
2.3. Écrire l'équation-bilan de la réaction acido-basique entre l'acide éthanoïque et l'hydroxyde de sodium.
2.4.1. Les coordonnées du point E à l'équivalence ;
2.4.2. La valeur du pKa du couple acide éthanoïque / ion éthanoate.

EXERCICE 29

Au laboratoire de chimie d'un lycée, la solution tampon destinée à l'étalonnage du pH-mètre est rendue inutilisable par de mauvaises manipulations. Le professeur demande à un groupe d'élèves de préparer une autre solution tampon. Pour cela, il met à leur disposition trois flacons contenant, l'un une solution de base forte, l'autre une solution de base faible et le dernier une solution d'acide chlorhydrique. Malheureusement, les solutions de bases ont perdu leurs étiquettes. À l'aide de la solution d'acide chlorhydrique de concentration Ca = 0,01 mol/L, le groupe a effectué le dosage pH-métrique de 10 mL de chacune des deux solutions de bases et a tracé les courbes de variation du pH en fonction du volume d'acide versé (voir feuille annexe).

1. Identification des courbes de dosages

1.1. Donne les différentes parties de chaque courbe.
1.2. Identifie à partir de ces différentes parties, la courbe correspondant au dosage de la base faible.

2. Identification de la base faible

2.1. Détermine à partir de la courbe 2 de la feuille annexe :
2.1.1. Les coordonnées du point d'équivalence E
2.1.2. Le pKa du couple acide/base correspondant

2.1.3. La concentration molaire volumique Cb de la base faible.

2. 2. Identifie la base faible correspondante en utilisant le tableau ci-dessous :

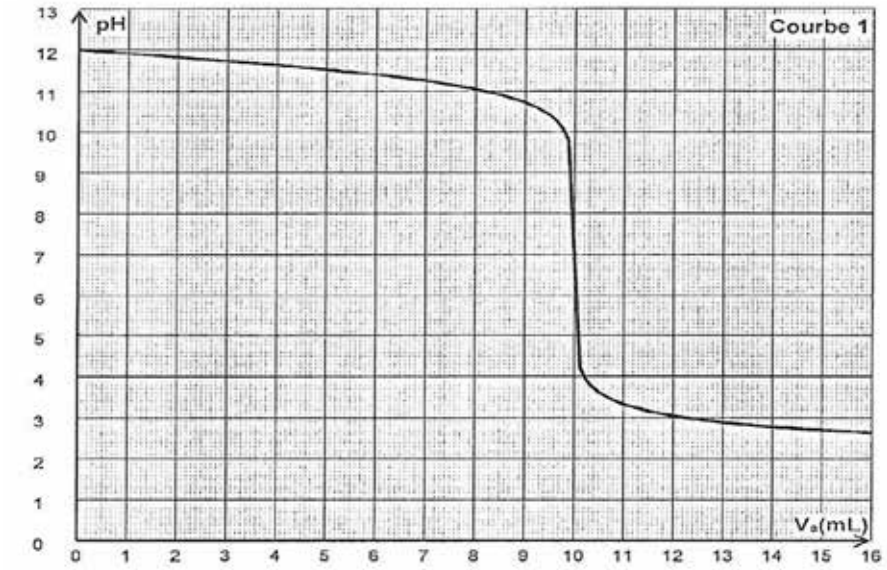
Base	Diméthylamine	Ethylamine	Méthylamine	Amoniaque
pKa	11	10,8	10,7	9,2

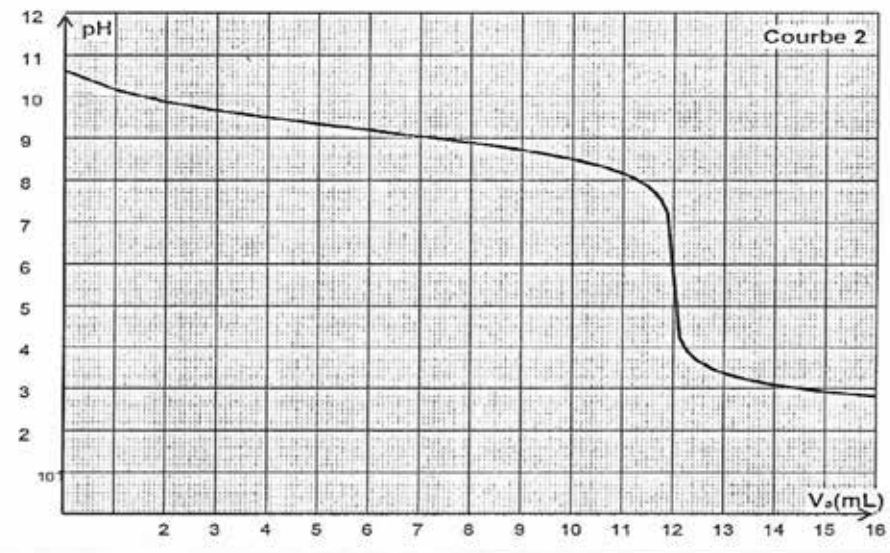
3. Préparation de la solution tampon

3.1. Donne les propriétés d'une solution tampon.

3.2. Détermine les volumes Va de l'acide chlorhydrique et Vb de la base faible pour obtenir 96 mL de solution tampon.

Feuille annexe





EXERCICE 30

On veut préparer une solution tampon à partir d'une solution commerciale d'acide éthanoïque (CH_3CO_2H) et d'une solution d'éthanoate de sodium (CH_3O_2Na).

1. On dispose d'une bouteille commerciale d'acide éthanoïque sur laquelle on lit les indications suivantes

- Masse molaire 60 g/mol
- Masse volumique: $\rho = 1050$ kg/m^3
- Pureté = 99%.

1.1. Déterminer le volume V_0, de la solution commercial qu'il faut prélever pour préparer un volume Va = 1 L de solution d'acide éthanoïque de concentration Ca = 0,1 mol/L.

1.2. Écrire l'équation-bilan de la réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau.

2. On dispose également d'un flacon d'éthanoate de sodium en poudre portant l'indication suivante: Masse molaire : 82 g/mol

2.1 Déterminer la masse mb d'éthanoate de sodium qu'il faut peser pour préparer un volume Vb = 500 mL de solution d'éthanoate de sodium de concentration

Cb = 0,3 mol/L.

2.2 Écrire l'équation de la dissolution de l'éthanoate de sodium dans l'eau.

2.3 Écrire l'équation-bilan de la réaction entre l'ion éthanoate et l'eau.

3. Préparation de la solution tampon.

3.1 Donner les propriétés d'une solution tampon.

3.2 Donner l'expression de la constante d'acidité Ka du couple acide éthanoïque / ion éthanoate et en déduire la relation entre pH et pKa.

3.3. A quelle condition pH = pKa?

3.4 On veut préparer un volume V = 100 mL d'une solution tampon à partir des solutions d'acide méthanoïque et d'éthanoate de sodium précédentes.

Déterminer les volumes d'acice éthanoïque et d'éthanoate de sodium A utiliser.

4. Détermination expérimentale du pKa couple acide éthanoïque / ion éthanoate.

On introduit dans un bêcher Vb = 20 mL de la solution aqueuse d'acide éthanoïque. On verse progressivement dans le bêcher une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration molaire Cb = 0,1 mol/L. On relève au fur et à mesure la valeur du pH et on obtient le tableau ci-dessous

Vb (mL)	0	2	4	6	8	12	14	16	18	19	19,4	19,8	20	20,4
pH	2,9	3,8	4,3	4,5	4,6	4,8	5	5,3	5,7	6	6,4	6,8	8,8	10,5

Vb (mL)	21	22	24	26	30
pH	11	11,3	11,6	11,8	12

4.1. Tracer la courbe pH = f(Vb)

Echelle: 1 cm pour 1 unité de pH et 1 cm pour 2 mL.

4.2. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'équivalence E.

4.3. Retrouver la valeur de la concentration molaire Ca de la solution d'acide éthanoïque.

4.4. Déduire de la courbe la valeur du pKa du couple CH_3CO_2H / $CH_3CO_2^-$

EXERCICE 31

On dispose d'un bêcher 30 cm^3 d'une solution aqueuse d'acide méthanoïque HCOOH. On neutralise progressivement cette solution par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration 10^{-1} mol.l^{-1}.

On obtient le tableau suivant:

V_B (cm^3)	0	5	10	15	20	24	28	30	32	34	36	40
pH	2,4	2,9	3,4	3,7	4,0	4,4	5,0	5,5	10,9	11,4	11,5	11,7

1. Tracer sur papier millimétré, la courbe pH = f(V_B).
Echelle: 1 cm pour 2 cm^3 et 1 cm pour 1 unité de pH.
2. Justifier la force de l'acide méthanoïque à partir du graphe.
Ecrire l'équation-bilan du dosage.
3. Déterminer les coordonnées du point d'équivalence E. En déduire la concentration molaire initiale de la solution d'acide méthanoïque.
4. Déduire de la courbe le pKa du couple acide méthanoïque / ion méthanoate.
5. A partir du calcul des concentration des espèces présentes dans la solution d'acide pour V_B = 10 cm^3 déterminer:
5.1. Le coefficient de dissociation. Conclure.
5.2. La valeur du pKa du couple acide méthanoïque / ion méthanoate. La comparer à celle de la question 4.
6. On donne la valeur du pKa du couple NH_4^+ / NH_3 = 9,2
Comparer la force de l'ammoniac à celle de l'ion méthanoate.
7. On veut préparer une solution tampon de pH = pKa à partir d'une solution d'acide méthanoate de concentration C = 10^{-1} $mol.L^{-1}$.
7.1. **1ère méthode**: On ajoute de la soude caustique à l'état solide. Calculer la masse de soude caustique à ajouter à 1L de cette solution acide.
7.2. **2ème méthode:** On ajoute du méthanoate de sodium à l'état solide. Calculer la masse de méthanoate de sodium à ajouter à 1L de cette solution acide.
N.B: On suppose dans les deux cas 7.1 et 7.2 que l'addition d'une petite quantité d'un solide ne modifie pas le volume de la solution.
On donne en g.mol-1: C = 12 O = 16 H = 1 Na = 23

EXERCICE 32

On se propose de réaliser un dosage acido-basique pour déterminer la concentration C_B d'une solution aqueuse d'ammoniac. Pour cela, on prépare deux solutions S_1 et S_2.
1- S1 est une solution aqueuse de chlorure d'hydrogène de concentration molaire
C_A = 0,10 $mol.L^{-1}$.
Elle est obtenue à partir d'une solution S_0 de chlorure d'hydrogène de concentration C_0 = 1 mol.L-1.
1.1. Donner le nom de l'opération à effectuer pour préparer la solution S_1 à partir de S_0.
1.2. Déterminer le volume V_0 de la solution S_0 à prélever pour obtenir un volume V_1 = 100 mL de la solution.
1.3. Décrire la préparation de la solution S_1
2. S_2 est une solution d'ammoniac. Elle est préparée en faisant dissoudre une masse m d'ammoniac dans de l'eau distillée pour obtenir 1L de solution.
On dose un volume V_B = 20 mL de la solution de la solution S_2 par la solution S_1. Le virage de l'indicateur coloré est obtenu lorsqu'on a versé un volume de 18,5 mL de solution S_1.
2.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction du dosage.
2.2. Déterminer la concentration molaire volumique C_B de S_2.
2.3. Calculer la masse m d'ammoniac dissoute.
2.4. Une solution particulière est obtenue au cours du dosage quand on a versé 9,25 mL de solution acide.
2.4.1. Donner le nom de cette solution

2.4.2. Donner la relation liant le pH au pKa pour cette solution.
3. On veut déterminer la valeur du pKa du couple ion ammonium / ammoniac. Pour cela, on étudie la solution S_2 de concentration Ca = $9{,}25.10^{-2}$ mol.L^{-1} et
pH = 11,1 à 25°C.
3.1. Ecrire l'équation-bilan de la mise en solution de l'ammoniac dans l'eau.
3.2. Recenser les espèces chimiques présentes dans la solution S_2.
3.3. Calculer:
3.3.1 Les concentrations molaires volumiques de ces espèces.
3.3.2 Le pKa du couple ammonium/ammoniac.
Données: masses molaires atomiques en g.mol.L^{-1} C:12 O:16 H:1 N:14

EXERCICE 33

Les expériences sont réalisées à 25°c. On donne en g/mol ; M(N) = 14 ;
M(C) = 12 ; M(H) = 1
l- Détermination de la formule brute d'une amine
Une amine saturée de formule brute CxHyN contient en masse 23,73% d'azote et 61,01%de carbone.
1.1.Déterminer sa masse molaire moléculaire M puis en déduire sa formule brute.
1.2. Ecrire et nommer toutes les formules semi-développées possibles de cette amine.
1.3. Préciser le caractère particulier de cette amine et écrire l'équation de sa réaction avec l'eau,
2. Etude du dosage de la solution de N,N-diméthylmethylamine $(CH_3)_3N$ par une solution d'acide chlorhydrique.
A un volume V_B = 20mL d'une solution aqueuse de N,N-diméthylmethylamine de concentration molaire inconnue C_B, on ajoute progressivement une solution aqueuse d'acide chlorhydrique de concentration molaire C_A = 0,1 mol/L.
Pour chaque volume V_A d'acide ajouté, on mesure le pH et on obtient les résultats consignés dans le tableau ci-dessous:

V_A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
pH	11	10,8	10,5	10,3	10,1	9,9	9,8	9,7	9,5	9,3

V_A	10	11	12	13	14	15	16	17	18	20	22
pH	9,1	8,8	5,6	2,5	2,2	2,1	2	1,9	1,8	1,7	1,6

2. 1. Faire le schéma du dispositif expérimental.
2.2. Ecrire l'équaton bilan de la réaction acido-basiquc qui a lieu lors du dosage, .
2.3. Tracer la courbe pH = f(V_A) sur une feuille de papier millimétré.
Echelle: 1 cm ⟶ mL et 1 cm ⟶ 1 unité de pH.
2.4. Déterminer:
2.4.a. Les coordonnées du point d'équivalence E par la méthode des tangentes parallèles.
2.4.b. Le pKa_A du couple A/B étudié
2.4.c. La valeur de sa constante d'acidité Ka
2.5. Calculer la concentration molaire C_B de la solution dosée.
2.6. Donner le nom et les propriétés du mélange au cours du dosage pour pH = pKa
3. Vérification du pKa par le calcul, pour V_A = 4 mL ;
3.1. Recenser les espèces chimiques présentes dans le mélange.
3.2. Calculer leur concentration molaire volumique
3.3. Déterminer le pKa du couple A/B étudié, le comparer à celui trouvé à la question 2.4.b).

EXERCICE 34

L'un des constituants du lait peut se transformer en acide sous l'effet de facteurs naturels. Lorsque la concentration massique d'acide devient supérieure à 5 $g.L^{-1}$, on dit que le lait est caillé. Il se divise alors en fraction solide (la caséine) et en fraction liquide (le sérum) dans laquelle se concentre l'acide. Le dosage de cet acide permet de contrôler la qualité (caillé ou non) du lait .

Afin de vérifier la qualité d'un lait, on prélève 40 mL de ce lait que l'on dose par une solution d'hydroxyde de potassium de concentration molaire volumique

$Cb = 5.10^{-2}$ $mol.L^{-1}$.

Les variations du en fonction du volume de base versé sont consignés dans le tableau ci-dessous. On notera AH l'acide dosé.

Vb(mL)	0	2	4	6	8	10	11	11,5	12	12,5	13	14	16
pH	2,6	3,2	3,6	3,9	4,2	4,6	4,9	5,9	8	10,7	11	11,3	11,5

1.Faire le schéma du dispositif de dosage.

2.Ecrire l'équation-bilan de la réaction de dosage.

3.Courbe de dosage :

3.1. Tracer la courbe $pH = f(V_b)$ Echelle: 1 mL ⟷ 1cm ; 1 unité de pH ⟷ 1cm

3.2. Justifier à partir de la courbe que l'acide AH est faible.

3.3. Déterminer graphiquement les coordonnées :

3.3.1. Du point d'équivalence E ;

3.3.2. Du point de demi-équivalence E'

3.4. Identifier la formule semi-développée de l'acide AH.

3.5. Déterminer la concentration molaire volumique Ca de l'acide.

4.On se propose de vérifier la qualité du lait.

4.1. Calculer la concentration massique Cm de AH.

4.2. En déduire la qualité du lait.

Données : $pka(CH_3COOH/CH_3COO^-) = 4,7$

$pKa(CH_3CHOHCOOH/CH_3CHOHCOO^-) = 3,9$

$pKa(C_6H_5CHOHCOOH/CH_3CHOHCOO^-) = 4,2$

Masses molaires atomiques en $g.mol^{-1}$: C :12 ; O :16 ; H :1

EXERCICE 35

La monoéthylamine ($C_2H_5NH_2$) est une base faible dans l'eau.

1. On considère une solution aqueuse de monoéthylamine de concentration volumique x (mol/L). Son pH est 11,4.

1.1. Ecrire l'équation de la réaction de la monoethylamine avec l'eau.

1.2. Calculer la concentration molaire volumique des diverses espèces chimiques présentes dans la solution, sachant que le pka du couple $C_2H_5NH_3^+/C_2H_5NH_2$ vaut 10,8, à la température de l'expérience. Le produit ionique de l'eau vaut 10^{-14}

1.3. Calculer x.

2.On place v= 50 cm^3 de la solution de monoéthylamine précédente dans un bécher et l'on verse, à l'aide d'une burette, d'acide chlorhydrique de concentration molaire volumique C= 0,020 mol/dm^3. Après chacune addition d'acide, on mesure le pH de la solution contenue dans le bécher. On obtient les valeurs contenues dans le tableau ci-dessous :

$V(cm^3)$	0	4	8	12	16	20	24	26	27	28	29
pH	11,40	11,20	11,05	10,90	10,75	10,55	10,30	10,15	10,05	9,95	9,85

$V(cm^3)$	30	31	32	32,2	32,5	32,7	33	34	35	36	38	40	44
pH	9,65	9,45	8,95	8,75	6,45	4,30	3,90	3,45	3,20	3,10	2,90	2,80	2,60

3. Tracer la courbe pH = f(V) avec les échelles suivantes :
Abscisses : 1cm pour 2 cm^3
Ordonnées : 1 cm pour 1 unité de pH
3.1. Déterminer graphiquement le point d'équivalence E.
3.2. Donner ses coordonnées.
4.1. Déduire du dosage, la concentration x de la solution de monoéthylamine. Comparer avec le résultat de la question
4.2. Préciser le résultat qui inspire le plus de confiance.
5.On dispose de trois indicateurs colorés dont on donne la zone de virage :
-Hélianthine : (3,2 - 4,4) ; Bleu de bromothymol :(6,0 - 7,5) ;
Phénophataléine : (8,2 - 10,0)
Préciser ceux qui pourraient être utilisés pour le dosage précédent. Donner, en utilisant la courbe, le sens de l'erreur systématique causée par l'emploi de chacun d'eux.

EXERCICE 36

On introduit 8,4 g d'un acide carboxylique ($C_nH_{2n}O_2$) dans de l'eau pour obtenir un litre de solution. On dispose dans un bêcher un volume V_1 = 50 mL de cette solution, additionnée de quelques gouttes d'un indicateur coloré. On neutralise progressivement la solution acide par une solution aqueuse décimolaire d'hydroxyde de sodium. Le tableau ci-dessous donne le pH de la solution en fonction du volume V en mL de soude versé.

pH	2,8	3,6	3,9	4,3	4,7	5,1	5,5	5,8	6,2	6,4	8,7
V_B (mL)	0	5	10	20	30	50	60	65	68	69	70

pH	10,9	11,2	11,6	11,9	12,1
V_B (mL)	71	72	75	80	90

1. Représenter graphiquement la courbe pH = f(V_B)
Echelle: Abscisse: 2 cm pour un volume de 10 mL
Ordonnée: 1cm pour une unité de pH
2. Déterminer les coordonnées du point d'équivalence E.
3. Donner l'indicateur coloré que l'on peut utiliser pour ce dosage.
4. Déduire de la courbe
4.1. La concentration initiale de l'acide
4.2. Le pKa de l'acide carboxylique considéré.
5. Pour V_B = 28 mL, calculer les moralités des différentes espaces chimiques présentes dans le bêcher.
6.
6.1. Déterminer le volume de soude à ajouter au mélange précédent pour avoir une solution de pH = 4,8
6.2. Donner le nom et les propriétés de cette solution.
6.3. Citer deux applications de ce type de solutions.
7. Déterminer la formule chimique et le nom de l'acide.

EXERCICE 37

Partie A

1. Qu'est-ce que l'équivalence acido-basique ?

2. On dispose d'une solution S_0 acide méthanoïque HCOOH de concentration molaire $C_0 = 0,1$ mol.L^{-1} et un pH = 2,4.

2.1. Déterminer la concentration de la solution en ion H_3O^+.
En déduire la force de l'acide méthanoïque.

2.2. Calculer la valeur du pKA du couple ($HCOOH/HCOO^-$).

2.3. On mélange 10 cm^3 de la solution S_0 précédente avec un volume V d'une solution de méthanoate de sodium de concentration $C_B = 0,1$ mol.L^{-1}. Le pH du mélange obtenu est égal au pKA précédent.

2.3.1. Déterminer, sans calculer, la valeur du volume V

2.3.2. Comment appelle-t-on une telle solution ?
Donner une propriété importante de cette solution.

2.4. On ajoute progressivement une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration C'B = 0,25 mol.L^{-1} à 20 mL de S_0 d'acide méthanoïque précédente.

2.4.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit.

2.4.2. Quel est le volume de la solution d'hydroxyde de sodium à l'équivalence.

Partie B

On dispose de cinq flacons contenant des solutions aqueuses différentes, mais de même concentration C = 10^{-2} mol.L^{-1}:
- l'acide éthanoïque
- l'acide chlorhydrique
- le chlorure de potassium
- l'hydroxyde de potassium
- l'ammoniaque.

Les étiquettes A, B, C, D et E de ces flacons ont été mélangées lors d'un rangement. Les pH sont mesurés à 25° C.

1. **Identification des solutions**

Le pH de la solution de B est égal à 12. Le dosage de B par C donne un pH égal à 7 à l'équivalence.

1.1. Identifier B et C.

1.2. Au cours du dosage de D par B, le pH à l'équivalence est égal à 8,2. Identifier D.

1.3. Le pH de la solution A est égal à 7. Identifier A.

1.4. Déduire des questions précédentes, la nature de la solution E.

2. **Détermination du pKa du couple ion ammonium/ammoniac**

On désire déterminer le pKa du couple ammonium/ammoniac. Le pH de la solution d'ammoniaque est 10,6.

2.1. Ecrire équation-bilan de la réaction de l'ammoniac avec l'eau.

2.2. Calculer les concentrations molaires volumiques des espèces chimiques présentes dans la solution.

2.3. Calculer le pKa du couple ammonium/ammoniac.

3. **Préparation de solution tampon**

On veut préparer une solution tampon à partir de la solution d'ammoniac et de l'acide chlorhydrique.

3.1. Calculer le volume V_A d'acide chlorhydrique à ajouter à $V_B = 25$ cm^3 de la solution d'ammoniac pour obtenir la solution tampon.

3.2. Citer les propriétés du mélange obtenu.

EXERCICE 38

On veut préparer une solution tampon à partir d'une solution commerciale d'acide éthanoïque (CH_3CO_2H) et d'une solution d'éthanoate de sodium (CH_3CO_2Na).

1. On dispose d'une bouteille commerciale d'acide éthanoïque sur laquelle on lit les indications suivantes
- Masse molaire 60 g/mol
- Masse volumique : ρ = 1050 kg/m3
- Pureté = 99 %

1.1- Déterminer le volume V0 de la solution commerciale qu'il faut prélever pour preparer un volume Va = 1 L de solution d'acide éthanoïque de concentration Ca = 0,1 mol/L.
1.2- Décrire le mode opératoire de cette opération.
1.3- Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau.
1.4. Identifier le couple acido-basique en présence.

2. On dispose également d'un flacon d'éthanoate de sodium en poudre portant l'indication suivante : Masse molaire : 82 g/mol.
2.1- Détermine la masse mb d'éthanoate de sodium qu'il faut peser pour préparer un volume Vb = 500 mL de solution d'éthanoate de sodium de concentration Cb = 0,3 mol/L.
2.2- Ecrire l'équation de la dissolution de l'éthanoate de sodium dans l'eau.
2.3- Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre l'ion éthanoate et l'eau.

3. Préparation de la solution tampon.
3.1- Définir une solution tampon.
3.2- Donner les propriétés d'une solution tampon.
3.3. Donner l'expression de la constante d'acidité Ka du couple acide éthanoïque / ion éthanoate et en déduire la relation entre pH et pKa.
3.4- A quelle condition pH = pKa ?
3.5- On veut préparer un volume V = 100 mL d'une solution tampon à partir des solutions d'acide éthanoïque et d'éthanoate de sodium précédentes.
Déterminer les volumes d'acide éthanoïque et d'éthanoate de sodium à utiliser.

4. Détermination expérimentale du pKa couple acide éthanoïque / ion éthanoate.
On introduit dans un bêcher Va = 20 mL de la solution aqueuse d'acide éthanoïque.
On verse progressivement dans le bêcher une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration molaire Cb = 0,1 mol/L. On relève au fur et à mesure la valeur du pH et on obtient le tableau ci-dessous :

Vb (mL)	0	2	4	6	8	12	14	16	18	19	19,4	19,8	20	20,4	21	22	24	26	30
pH	2,9	3,8	4,3	4,5	4,6	4,8	5	5,3	5,7	6	6,4	6,8	8,8	10,5	11	11,3	11,6	11,8	12

4.1- Faire le dispositif expérimental du dosage.
4.2- Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
4.3- Donner les caractéristiques de la réaction
4.4- 1) Tracer la courbe pH = f(Vb).
Echelle : 1 cm ⟶ 1 unité de pH
1 cm ⟶ 2 mL
4.4-2) Analyser la courbe.
4.4-3) Donner une interprétation
4.5- Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'équivalence E.

4.6- Montrer par deux méthodes que la solution obtenu à l'équivalence est basique.
4.7- Retrouver la valeur de la concentration molaire Ca de la solution d'acide éthanoïque.
4.8- Calculer la concentration des espèces chimiques ainsi que le pKa et le Ka dans les deux cas :
4.8.1) Pour Vb = 12 mL.
4.8.2) Pour Vb = 0 mL (Solution initiale d'acide).
4.9. Détermine graphiquement le pKa du couple mis en évidence.
4.10. On dispose des indicateurs colorés suivants :
- Helianthine (3,2 - 4,4)
- Bleu de bromothymol (6,0 - 7,5)
- Phenolphtaléine (8,2 - 10,6)

EXCELLENCE GROUP

S.V.T



COMMUNICATION

CHAPITRE 1

MOUVEMENTS RÉFLEXES

I. Les réflexes s'installent de manière naturelle

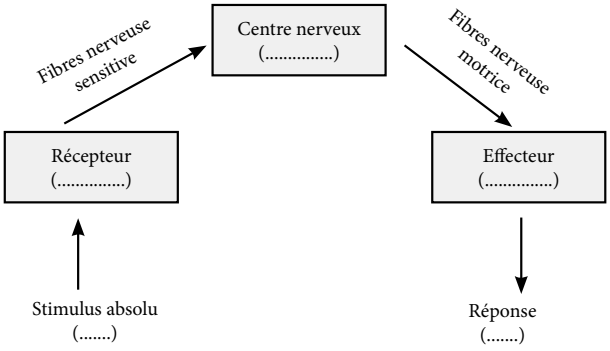
1. Définition, d'un réflexe inné

Un réflexe inné est un mouvement involontaire qui ne nécessite aucun apprentissage.
Il est brusque, inné => existe dès la naissance ; stéréotypé => se manifeste de la même manière façon chez les individus de la même espèce, inéluctable =>ne peut être évité.

2 .Les structures intervenantes dans un réflexe inné.

- Récepteur : il reçoit la stimulation nerveuse.
- Les fibres nerveuses sensitives : Elles transportent l'influx nerveux sensitive du récepteur au centre nerveux.
-Le centre nerveux : Il traite le message nerveux.
- Les fibres nerveuses motrices : Elles transportent l'influx nerveux moteur du centre nerveux a l'organe effectuer.
- L'effecteur : Il effectue la réponse suite à la stimulation.

3. Représentation du schéma d'un arc réflexe dans un réflexe inné



Trajet suivi par influx nerveux dans un réflexe inné

II. Les réflexes s'installent après un apprentissage

1. Définition d'un réflexe conditionnel

Un réflexe conditionnel est une réponse acquise sous l'influence d'un stimulus neutre qui se superpose à un stimulus absolu et qui le remplace grâce à la création d'une nouvelle liaison nerveuse entre deux séries de cerveau.
Le stimulus neutre devient alors un stimulus conditionnel.
NB : Les aires de cerveau sont : aire visuel (la vue), aire gustative (le goût), aire auditive(l'ouïe), aire olfactive(l'odorat), l'aire motrice (les mouvements).

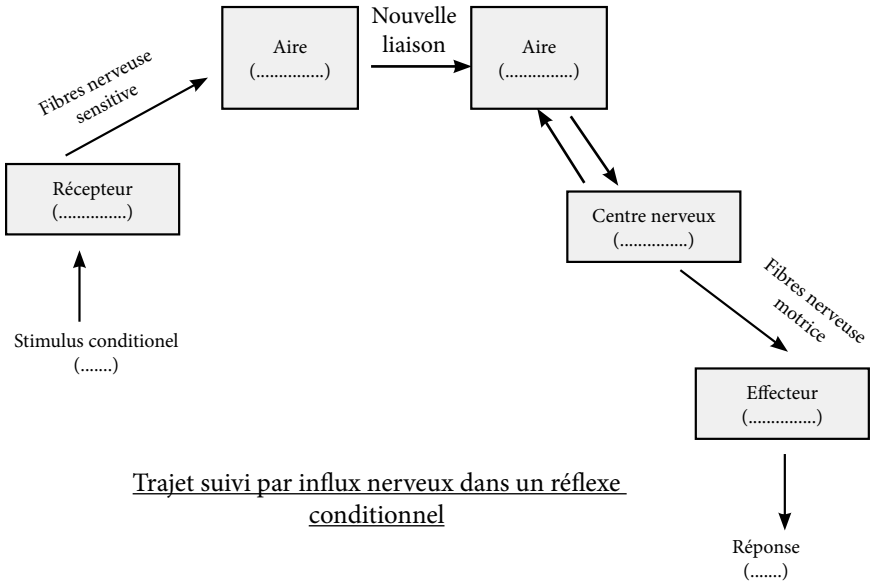
2. Les conditions de réalisation du réflexe conditionnel.

- le cerveau doit être intact
-L'animal ne doit pas être somnolant ou distrait.
- Le stimulus neutre doit toujours précéder le stimulus absolu.

3. Les caractères du réflexe conditionnel.

- Il est temporaire et doit être entretenu par le stimulus absolu qui le renforce.
- S'il n'est pas entretenu il disparait : c'est le phénomène d'extinction.

4. Représentation d'un arc réflexe dans un réflexe conditionnel.



Trajet suivi par influx nerveux dans un réflexe conditionnel

CHAPITRE 2

LES PROPRIÉTÉS DU TISSU NERVEUX

A. ORGANISATION DU SYSTÈME NERVEUX

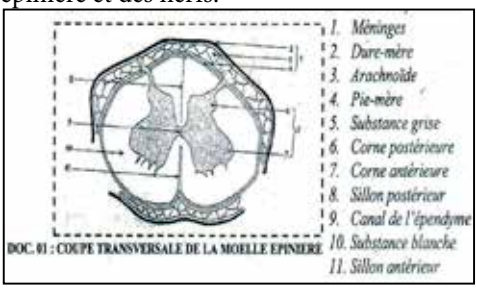
Le système nerveux est constitué de l'encéphale, de la moelle épinière et des nerfs.

I. L'encéphale

C'est la partie du système nerveux contenu dans la boite crânienne et comportant le cerveau, le bulbe rachidien et le cervelet.

II. La moelle épinière (doc. 01)

La moelle épinière est constituée de deux substances: ***la substance grise*** et ***la substance blanche***. L'observation de la substance grise montre qu'elle renferme le ***corps cellulaire*** et ***des prolongements cytoplasmiques***.



DOC. 01 : COUPE TRANSVERSALE DE LA MOELLE EPINIERE

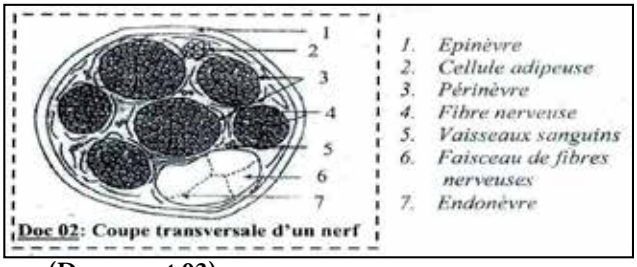
La substance blanche quant à elle renferme une partie de ***l'axone du neurone***.

NB : La moelle épinière est responsable de la motricité volontaire. C'est aussi le **centre nerveux des *mouvements réflexes.***

III. Structure du nerf et du neurone

1. Structure du nerf

Le nerf est constitué d'un grand nombre de fibre nerveuses ou neurone regroupées en faisceaux.



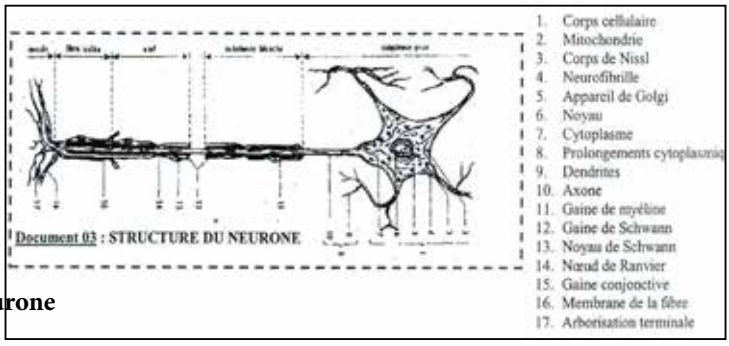
Doc 02: Coupe transversale d'un nerf

2. Structure du neurone (Document 03)

Le neurone est constitué de trois parties:

- Le corps cellulaire ou ***péricaryon*** ou encore ***soma*** localisé dans la ***substance grise***, se compose divers organites cellulaires (***noyau, mitochondrie, appareil de golgi...***) ainsi que les formations particulières (***corps de Nissl, neurofibrille***). Il présente également des prolongements courts ramifies appelés ***dendrites.***

- ***L'axone ou cylindraxe*** qui peut être recouvert de gaine (***gaine de myéline*** ou ***gaine de Schwann***). Il présente des nœuds (***nœuds de Ranvier***). A son extrémité, l'axone est ramifié en arborisation terminale. Chaque ramification se termine par un ***bouton terminal***.



Document 03 : STRUCTURE DU NEURONE

3. Notion de Neurone

a. Définition

- **Le neurone** est une ***cellule du système nerveu***x

- **Le neurone** est l'unité anatomique fonctionnelle du système nerveux
- **Le neurone** est la cellule nerveuse chargée de véhiculer le message nerveux à travers l'organisme.

b. Conclusion

La cellule nerveuse est formée d'un corps cellulaire et de fibres plus ou moins longues qui en dépendent. Elle est appelée **neurone**. C'est l'unité fondamentale de la substance nerveuse.

c. Caractéristique d'un neurone

Le nombre de neurone est déterminé bien avant la naissance. Un neurone détruit à la suite d'un accident ou d'une infection ne se reconstitue plus. Tout neurone est hautement différencié. Les neurones sont très sensibles au manque d'oxygène et de nutriments (***vitamines PP, B, Glucose, acides-aminés***). En effet, après trois minutes d'arrêt de la circulation cérébrale, le neurone est détruit de façon irréversible. Il est aussi sensible très sensible à toutes drogues

B. NATURE DU MESSAGE NERVEUX

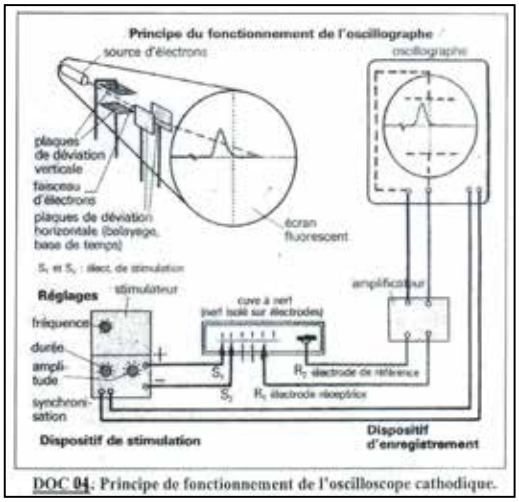
I. ENREGISTREMENT DU MESSAGE NERVEUX

1. Matériel d'enregistrement du message nerveux

Le matériel d'enregistrement comprend:
- Un stimulateur électrique
- Une cuve à nerf
- Un amplificateur
- Un oscilloscope cathodique

a. Le Stimulateur

Il permet de stimuler le nerf ou la fibre nerveuse, il dispose des boutons pour régler l'intensité, la durée de l'excitation et sa fréquence.



DOC 04: Principe de fonctionnement de l'oscilloscope cathodique.

b. La cuve à nerf

C'est le récipient dans lequel est disposé le nerf et la fibre nerveuse.

Elle comprend:
- Electrodes excitatrices: il s'agit des électrodes impolarisables (en argent) par leur intermédiaire, on excite le nerf.
- Electrodes réceptrices: elles permettent de recueillir tous les phénomènes physiologiques.

c. L'amplificateur

Il permet d'amplifier (d'augmenter considérablement) la réponse de la structure nerveuse à l'issue de l'excitation.

d. L'oscilloscope cathodique

L'oscilloscope permet de visualiser le message nerveux crée par l'excitation de la structure nerveuse.

Principe de fonctionnement

L'oscilloscope possède une source d'électrons constituée d'une ***cathode*** et d'***anode***.

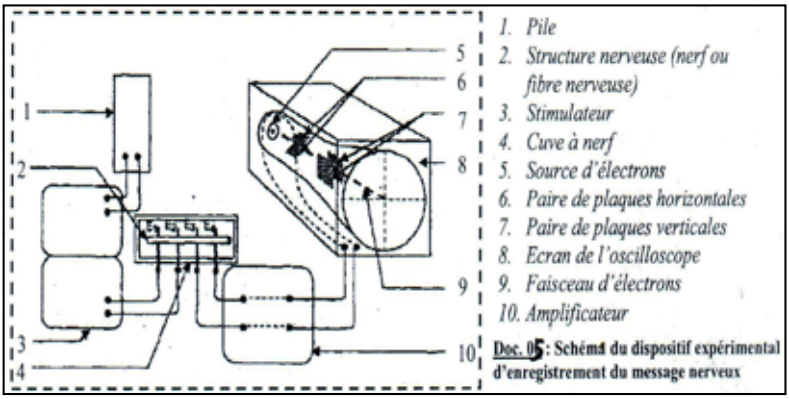
Lorsqu'elle est chauffée, cette source envoie un ***faisceau*** qui forme un ***spot*** lumineux sur l'écran fluorescent du tube avide. On applique périodiquement une variation de ***différence de potentiel (ddp)*** entre les plaques verticales, le spot se déplace dans le sens horizontal.

Sur écran de l'oscilloscope on observe une ligne horizontale. Les plaques horizontales sont reliées aux électrodes réceptrices. S'il y'a une ddp entre les électrodes, cela se traduit par un déplacement vertical du spot. Les deux mouvements simultanés se traduisent par une trace plus ou moins complexe qui apparaît sur l'écran.

2. Matériel biologique

Le matériel biologique est la fibre nerveuse ou le nerf. Le nerf est constitué de plusieurs fibres nerveuses.

3. Montage du dispositif expérimental



Doc. 05: Schéma du dispositif expérimental d'enregistrement du message nerveux

II. ANALYSE DES ENREGISTREMENTS

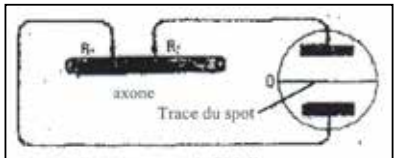
Les enregistrements sont de différents suivant la position des électrodes réceptrices au niveau de la structure nerveuse.

1. Notion de potentiel de référence.

a. Expérience.

Les électrodes d'enregistrement R1 et R2 (ou électrodes axone réceptrices) sont placées toutes les deux à la surface et aucune stimulation n'est apportée.

b. Résultat (Document 06)



Doc.06: Enregistrement du PM d'un axone au repos

c. Analyse

On n'observe aucune déviation du spot sur l'écran. On enregistre une ddp de zéro (ddp = 0 mV): C'est le potentiel de Référence.

d. Conclusion partielle

Tous les points de la surface de l'axone ont donc le même potentiel c'est-à-dire les mêmes charges.

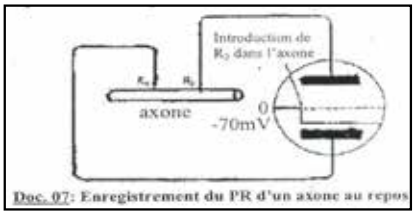
2. Notion de potentiel de membrane (PM) ou potentiel de repos (PR)

Un neurone vivant qui n'est pas en activité est dit au ***repos***.

a. Expérience

On maintien la première électrode réceptrice R1 à la surface de l'axone et on enfonce la deuxième électrode réceptrice R2 à l'intérieur de l'axone. Aucune excitation n'est portée sur l'axone.

b. Résultat (Document 07)



Doc. 07: Enregistrement du PR d'un axone au repos

c. Analyse

On observe une déviation de spot qui se stabilise à - 70 mV.

d. Interprétation

Cela se traduit par le fait que la membrane de l'axone est chargée positivement à l'extérieur et négativement à l'intérieur. Cette différence de potentiel entre l'intérieur et la surface a une valeur de l'ordre de - 70 mV. Le potentiel de membrane (PM) ou potentiel de repos (PR) c 'est donc la différence de potentiel (ddp) existant de part et d'autre de la membrane d'une cellule vivante qui n'a pas été stimulée (***qui n'est donc pas en activité***).

e. Conclusion partielle

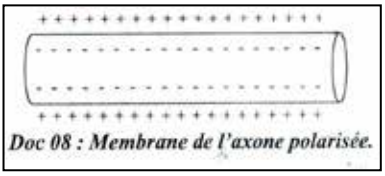
La membrane du nerf ou de l'axone est polarisée.

3. Interprétations électrique et ionique du potentiel de membrane (PM)

a. Interprétations électrique du potentiel de membrane (PM)

Le faisceau d'électron étant attiré par l'électrode située à la surface de l'axone, la surface est donc ***chargée positivement***.

A l'intérieur, les points sont charges négativement parce que le faisceau d'électrons est repoussé par la plaque reliée à l'électrode placée dans l'axone. A la surface de l'axone, les charges positives et à l'intérieur, elles sont ***négatives***.



Doc 08 : Membrane de l'axone polarisée.

b. Interprétations chimique ou ionique du potentiel de membrane (PM)

L'analyse du tableau montre une différence de répartition des ions entre l'intérieur et l'extérieur. En effet, le milieu intracellulaire renferme plus d'ions K^+ (410 mmoles/L) que d ions Na^+ et Cl^- (49 et 40 respectivement). A l'opposé, le milieu extracellulaire est riche en ions Na^+ (440 mmoles/L) et en $C1^-$ (560 mmoles/L) qu'en ions K^+ (22 mmoles/L). L'inégale répartition des ions en **Na^+** et **K^+** entre le milieu intracellulaire et extracellulaire crée une ***différence de potentiel (ddp)*** entre l'intérieur et l'extérieur de l'axone qui est de -70 mV.

Ions / Milieux	Na^+	K^+	Cl^-
Milieu intracellulaire	49	410	40
Milieu extracellulaire	440	22	560
Eau de mer	460	10	

Document 09: Tableau des principaux ions des milieux intra et extra cellulaire (en mmoles/l) (Axone de

Les charges positives et négatives observées sont dues à cette inégale répartition des ions Na^+ et K^+.

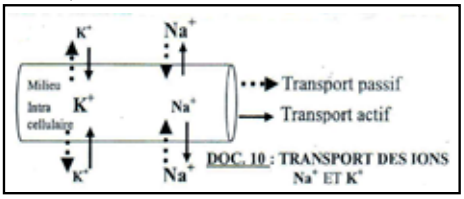
Conclusion:

Il existe donc une ddp entre l'intérieur et l'extérieur de l'axone non stimule qui est de - 70 mV

Cette ddp est le ***potentiel de repos*** ou ***potentiel de membrane***. Etant chargé positivement à l'extérieur et négativement à l'intérieur, on dit que la membrane de l'axone est ***polarisée***.

- Maintien du potentiel de membrane (PM) (documents 10 et 11)

Selon les lois de la ***diffusion***, les ions **K^+** concentrés à l'extérieur sortent de l'axone alors que les ions Na^+ entrent dans l'axone. Ce déplacement des ions Na^+ et K^+ se fait selon le gradient de concentration (c'est-a-dire du milieu le plus concentré vers le milieu le moins concentré) : cette diffusion libre est un ***transport passif***

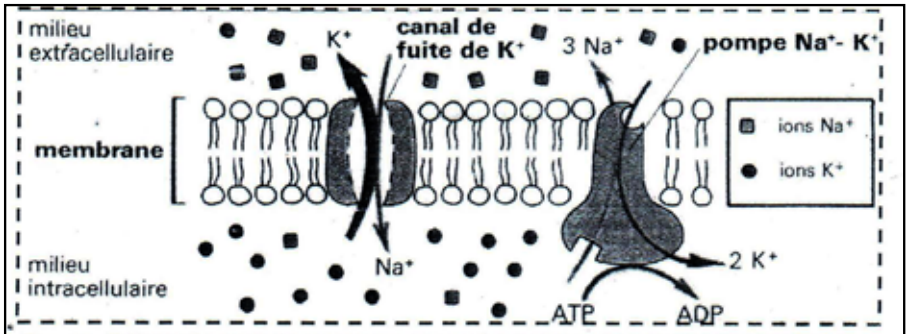


DOC. 10 : TRANSPORT DES IONS Na^+ ET K^+

Malgré le transport passif, les concentrations Ioniques de Na^+ et K^+ à l'extérieur et à l'intérieur de l'axone ne sont jamais égales.

En faite, les concentrations initiales de Na^+ et K^+ sont maintenues constantes grâce à une protéine présente dans la membrane de l'axone qui fait entrer deux fois plus d'ions K^+ dans l'axone et fait sortir 3 fois plus d'ions Na^+ de l'axone. Ce transport des ions contre le gradient de concentration nécessite de l'énergie qui est fournie par l'hydrolyse de **l'ATP (Adénosine Triphosphate)**: Ce transport est un ***transport actif*** et la protéine responsable de ce transport est appelée la ***pompe ionique Na^+/K^+***.

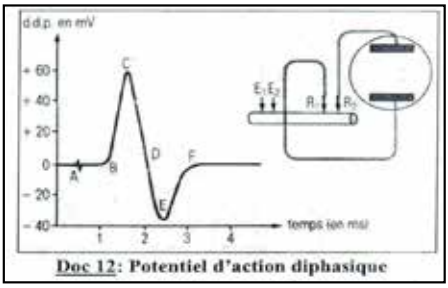
Conclusion partielle: La polarisation de la membrane au repos est donc due à une ***inégale répartition ionique de part et d'autre de celle-ci.*** Cette répartition est en réalité qu'un état d'équilibre déterminé par l'intervention des ***perméases*** et de la ***pompe ionique Na^+ /K^+ ATP dépendant.***



Doc. 11: ECHANGES IONIQUES INTERMEMBRANNAIRES SANS EXCITATION : Protéines sont responsables de la création et du maintien du potentiel de membrane.

4. Notion de potentiel d'action (PA)

Lorsqu'une fibre nerveuse donne naissance après excitation (***chimique, thermique ou électrique***) à un message nerveux, elle le conduit et le transmet à une autre fibre. Elle est dite en activité et le message conduit c'est le potentiel d'action (PA).



Doc 12: Potentiel d'action diphasique

On distingue deux types de PA:

- le potentiel d'action diphasique

- le potentiel d'action monophasique

a. le potentiel d'action diphasique

a1)- Mise en évidence

A l'aide des électrodes excitatrices E1 et E2, on excite le nerf ou l'axone. Les deux électrodes réceptrices R1 et R2 sont placées à la surface externe de la membrane.

NB: R1 et R2 ne sont pas très éloignées, la perturbation atteint R2 avant d'être totalement terminé en R1.

a2)- Résultat (Document 12)

a3)- Analyse .

Lorsqu'on stimule l'axone, les électrodes d'enregistrement disposées à sa surface, on obtient une déviation du faisceau d'électrons vers le haut puis vers le bas. Cette courbe à deux sommets est appelée ***potentiel d'action diphasique***.

Le potentiel d'action diphasique comporte plusieurs parties:

- A : Artefact de stimulation

- AB: Temps de latence

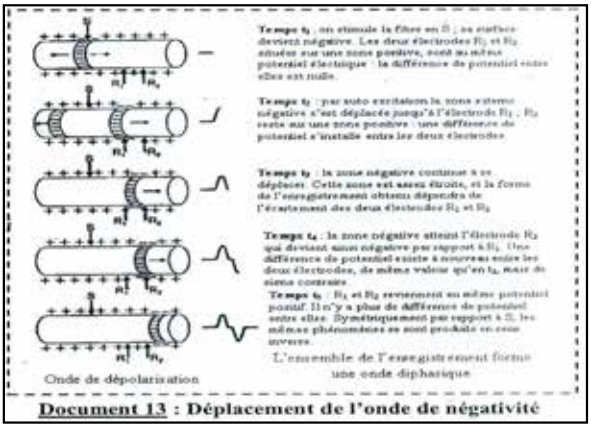
- BC : Phase de Dépolarisation sous la 1ère électrode réceptrice

- CD : Phase de Répolarisation sous la 1ère électrode réceptrice

- DE : Phase de Dépolarisation sous la 2ème électrode réceptrice

- EF : Phase de Répolarisation sous la 2ème électrode réceptrice

a4)-Interprétation



Document 13 : Déplacement de l'onde de négativité

- L'artéfact de stimulation (A) correspond au moment précis de l'excitation.

Cette excitation provoque une ***inversion de la polarité*** de la membrane (***onde de dépolarisation***) au point excité qui se propage le long de l'axone:

- Le ***temps mis*** par cette onde pour atteindre la première ***électrode réceptrice*** correspondant au temps de latence, (AB)

- Lorsque l'onde atteint la première, celle-ci devient ***électronégative***, par conséquent, la plaque horizontale inférieure devenue ***négative*** repousse le spot vers la plaque horizontale supérieure qui est ***positive***: c'est la ***première dépolarisation*** (BC).

- Lorsque l'onde se trouve entre R1 et R2, on a une absence de ddp entre les deux électrodes, ce qui provoque un retour du spot au ***potentiel 0*** :c'est la ***première répolarisation*** (CD).

- Quand l'onde atteint R2, cette dernière devient électronégative tout comme la plaque horizontale supérieure qui repousse alors le spot vers la plaque horizontale inférieure qui est positive, c'est la ***deuxième dépolarisation***. (DE)

- Le retour du spot au potentiel de départ est dû à une absence de ddp entre R1 et R2, l'onde ayant dépassé ces deux électrodes réceptrices : c'est la ***deuxième répolarisation.*** (EF)

Remarque: La distance entre les deux phases du potentiel d'action dépend de la distance entre les électrodes réceptrices: Plus la distance entre les deux électrodes réceptrices est grande, plus les deux, phases du potentiel d'action se séparent.

a5)- Conclusion:

Lorsqu'on stimule un axone ayant les deux électrodes réceptrices disposées à sa surface, on obtient un potentiel d'action avec deux phases: ils 'agit du ***potentiel d'action diphasique***.

b. Le potentiel d'action monophasique

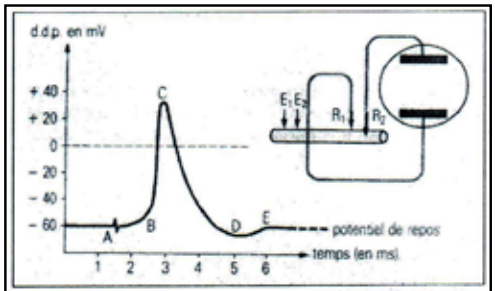
b1)- Mise en évidence

Dans ce cas précis, pour enregistrer le PA monophasique, on peut: Ligaturer l'axone entre les deux électrodes réceptrices R1 et R2 Ecraser l'axone entre les deux électrodes réceptrices R1 et R2. Remplacer la deuxième électrode réceptrice R2 par une électrode indifférentielle. Maintenir R1 à la surface et R2 enfoncée. Puis on excite par la suite l'axone.

b2)- Résultat (Document 14)

b3)- Analyse

On obtient une courbe à un seul sommet appelée: ***potentiel d'action monophasique***



DOC. 14 : POTENTIEL ACTION MONOPHASIQUE

Le PA monophasique comporte plusieurs parties:

- **(A) : Artéfact de stimulation**
- **(AB) : temps de latence** (pas de modification du potentiel membranaire)
- **(BC): phase de Dépolarisation**
- **(CD): Phase de Répolarisation**
- **(DE) : phase d'hyperpolarisation**

b4)- Interprétation

- Interprétations électrique du potentiel d'action monophasique (PA)

L'interprétation électrique du potentiel d'action monophasique est identique à l'interprétation électrique du potentiel d'action diphasique. Mais ici, l'onde de négativité s'arrête après l'électrode réceptrice R1.

- En **A : Artéfact de stimulation**
- **AB : temps de latence** (pas de modification du potentiel membranaire)
- **BC : phase de Dépolarisation**
- **CD : Phase de Répolarisation**
- **DE : phase d'hyperpolarisation** correspond au temps mis pour revenir au niveau initial.

La deuxième électrode réceptrice R2 se trouvant à l'intérieur ne peut enregistrer la variation qui se produit à la surface de la fibre.

Conclusion: L'excitation du nerf ou de l'axone engendre un influx sous forme d'une onde qui se propage le long de la membrane plasmique de l'axone ou du nerf et provoque ***une inversion de charges*** à chaque point qu'il atteint. Cette onde qui se propage le long de l'axone est aussi appelée ***onde de négativité***.

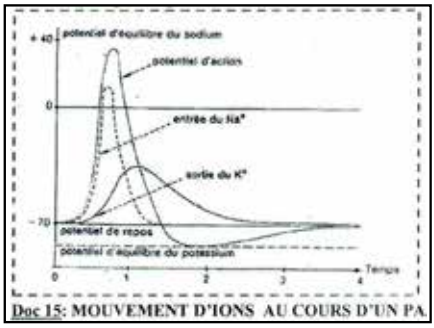
- Interprétations ioniques du potentiel d'action (PA)

*** Expérience**

Sous l'effet d'une stimulation suffisamment intense portée sur une fibre nerveuse, il s'en suit un PA. Au cours de cette excitation, les variations du flux transmembranaire des ions Na^+ et K^+ sont enregistrées.

*** Résultats**

Les résultats observés sont illustrés par le (Document 15)



Doc 15: MOUVEMENT D'IONS AU COURS D'UN PA

*** Analyse**

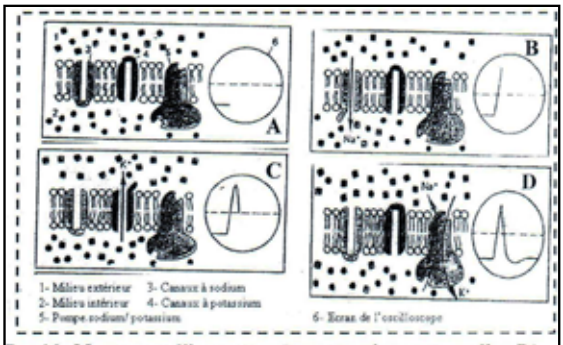
- Au repos, la perméabilité de la membrane plasmique aux ions

Na^+ et K^+ est constante.
- Pendant la phase de dépolarisation (BC), on constate que la perméabilité membranaire aux ions Na^+ augmente pendant que la perméabilité membranaire aux ions K^+ est faible.
- Pendant la phase de répolarisation (CD), on constate que la perméabilité membranaire aux ions Na^+ diminue alors que celle des ions K^+ augmente.

*** Interprétation (Doc. 16)**

Cette variation de la perméabilité membranaire aux ions Na^+ et K^+ pendant le PA est due à l'existence des protéines membranaires appelées ***canaux spécifiques à Na^+ et K^+.***
- Au repos, ces canaux sont fermés.

Leur ouverture dépend du ***voltage membranaire*** (intensité de stimulation) on les appelle pour cela des ***canaux voltage dépendants (Doc. 16 A)***
- Pendant la phase de ***dépolarisarion***, les canaux à Na^+ s'ouvrent; ce qui entraîne une entrée massive des ions Na dans la fibre nerveuse d'où l'inversion de la polarité de la membrane ***(Doc 16 B)***
- Pendant la phase de répolarisation, les canaux a Na^+ se ferment et sont inactives; les canaux a K^+ s'ouvrent entraînant une sortie importante de K^+ permettant la répolarisition de la membrane. Après la répolarisation, les canaux à K^+ restent encore ouverts ; ce qui entraîne un sortie maximale de K^+. Le PM devient pendant un court instant inférieur à -60mV (Doc. 16 C)



Doc 16 : Mouvement d'ions a travers une membre au cours d'un PA

- **Restauration** : Elle s'explique par l'activité de la pompe ionique Na^+/K^+ qui ramène les ions Na^+ et K^+ leur concentration initiale. **(Doc. 16 D)**

Remarque: L'interprétation ionique, du FA diphasique se fut de la même manière que l'interprétation ionique du PA monophasique. Le PA diphasique est la somme de deux PA monophasiques.

Conclusion : Le PA est dû à des modifications des flux Na^+ et de K^+ membranaires.

Conclusion: Le message nerveux est un phénomène électrique, mais aussi chimique, on parle alors de phénomène ***électrochimique***.

C. PROPRIÉTÉS DU NERF

I. Mise en évidence des propriétés du nerf

Lorsqu'on excite un nerf sciatique, par un ***choc électrique*** ou un ***pincement***, on constate que le muscle se contracte aussitôt. Cette réaction prouve que le nerf a été le siège d'une perturbation visible ou invisible. Le nerf est donc excitable. Cette perturbation a été transmise au muscle puisqu'il réagit. Le nerf est aussi ***conducteur***. ***L'excitabilité*** et la ***conductibilité*** sont les deux propriétés du nerf que nous allons étudier.

II. Étude de l'excitabilité du nerf

Plusieurs facteurs peuvent être utilisés pour l'excitation d'un nerf; ce sont les excitants du nerf. Il s'agit:
- Des excitants chimiques : bases (NaOH), acides, alcools...
- Des excitants mécaniques: chocs, pincements, piqûres...
- Des excitants thermiques : chaleur, froid à l'extrême
- Des excitants électriques: courant électrique; cet excitant peut être minutieusement dosé, on le préfère de loin aux autres. On se sert de l'oscilloscope cathodique pour plus de précisions.

1- Excitation d'une fibre nerveuse et d'un nerf

a- Cas de la Fibre nerveuse

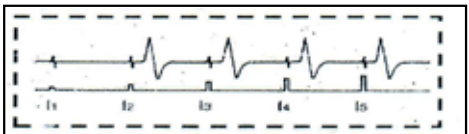
-Expérience: On porte sur une fibre des stimulations d'intensité croissante

- Résultat (Document 17A)

- Analyse

• Pour les intensités inférieures à I_2, on n'obtient aucune réponse de la fibre nerveuse.

• Pour les intensités égale ou supérieure à I_2, on obtient des potentiels d'action de même amplitude.



Doc. 17A: Potentiel d'action d'une fibre : le tout ou rien

- Interprétation

• Pour les ***intensités inférieures à I_2,*** on n'obtient pas de réponse parce que ces intensités sont infraliminaires et n'entraînent pas l'ouverture des canaux à Na^+.

• A partir de I_2, on a une réponse ***d'emblée maximale*** car la fibre nerveuse est constituée d'un seul élément.

-Conclusion

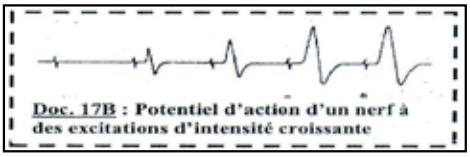
On dit que la fibre nerveuse obéit à la ***loi du tout ou rien.***

b- Nerf entier

- Expérience

On porte sur un nerf des stimulations d'intensité croissante.

- Résultat (Document 17B)


Doc. 17B : Potentiel d'action d'un nerf à des excitations d'intensité croissante

-Analyse

Lorsqu'on réalise la même expérience sur un nerf entier, les excitations infraliminaires sont sans réponse. Mais à partir du seuil, l'amplitude des réponses augmente au fur et à mesure que l'intensité de stimulation augmente jusqu'à atteindre une valeur maximale.

- Interprétation

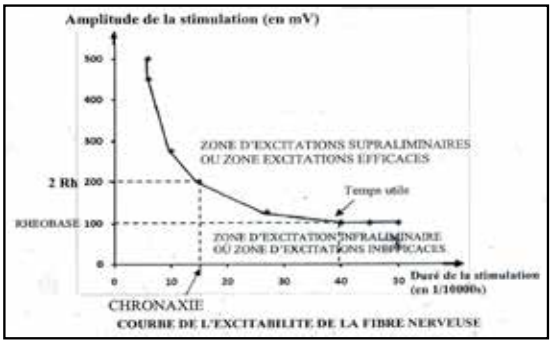
En effet, lorsque l'intensité est faible, elle ne touche qu'un petit nombre de fibres nerveuses (Celles de plus gros diamètre) Et au fur et a mesure que l'intensité augmente, le nombre de fibres touché devient de plus en plus important. C'est ce qui explique l'augmentation de l'amplitude.

Lorsque toutes les fibres sont touchées, la réponse est maximale et correspond à celle du nerf entier. Tout se passe comme si les réponses de toutes les fibres additionnent leurs effets pour donner la réponse maximale. Le PA du nerf est donc la somme des PA de toutes les fibres nerveuses excitées: on dit que le nerf obéit à la ***loi de la sommation***.

Conclusion: On dit que le nerf obéit à la ***loi de la sommation.***

2- Intensité de la stimulation

Le temps de stimulation étant fixe et assez long, on fait varier l'intensité de stimulation. On obtient les résultats qui sont traduits en courbe.



COURBE DE L'EXCITABILITE DE LA FIBRE NERVEUSE

<u>Quelques définitions</u>

- ***Intensité seuil ou rhéobase:*** C'est l'intensité minimale du courant qu'il faut appliquer au nerf pour que celui-ci donne la plus petite réponse.
- ***Temps utile:*** durée de stimulation pour laquelle une intensité rhéobasique excite de façon efficace le nerf
- ***Chronaxie:*** durée de stimulation correspondant à une intensité double de la rhéobase.

<u>NB:</u> Un nerf est autant excitable que sa rhéobase est faible.

3- Durée de l'excitation (de stimulation)

Toute valeur de l'intensité de stimulation supérieure au seuil ne peut donner une réponse que si l'excitation est maintenue pendant un temps suffisant. Ainsi, le temps qu'il faut à la rhéobase pour donner une réponse est appelé ***temps utile***.

On définit aussi la ***chronaxie*** qui est le temps minimal nécessaire pour qu'une intensité double de la

rhéobase soit efficace c à dire provoquer un influx nerveux

Remarque : Pour qu'un nerf réponde, il faut que l'intensité de stimulation soit efficace. La valeur seuil de l'intensité dépend du type auquel appartient la fibre nerveuse. Un nerf est autant excitable que sa rhéobase et sa chronaxie sont faibles.

La Chronaxie varie en fonction d'un certain nombre de facteurs: ***les anesthésiques*** augmentent la chronaxie donc le nerf devient moins excitable.

La ***température*** influence la chronaxie. Lorsque la température baisse la chronaxie augmente et lorsqu'elle augmente la chronaxie diminue.

Conclusion partielle:

La réponse à l'excitation dépend de l'amplitude de sa stimulation et aussi de sa durée.

4- Fréquence de la stimulation

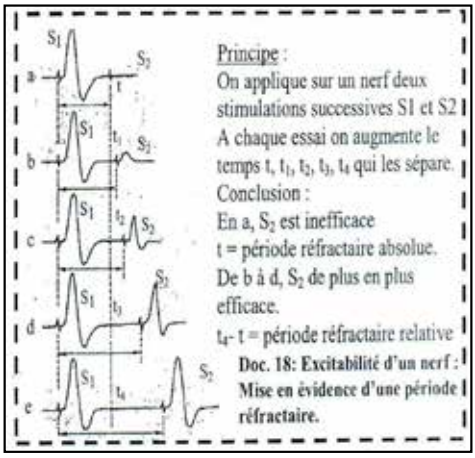
a. Expérience

On applique sur un nerf deux stimulations efficaces **S1** et **S2**. A chaque essai, on augmente le temps t qui sépare les deux stimulations **S1** et **S2**.

b. Résultats (Document 18)

c. Interprétation

- En a, S2 ne donne pas de réponse car après le premier PA (obtenu avec S1), les canaux à Na^+, venant de se fermer sont dans un état inactif. Ils ne peuvent pas s'ouvrir aussitôt suite à une nouvelle excitation tant que les concentrations initiales (excès de Na^+ à l'extérieur et excès de K^+ à l'intérieur) ne sont pas rétablies de part et d'autre de la membrane plasmique du nerf par la ***pompe Na^+/ K^+***. Ce moment d'inexcitabilité du nerf est appelé période ***réfractaire absolue***.



Doc. 18: Excitabilité d'un nerf : Mise en évidence d'une période réfractaire.

- En b, c, d, après le 1er PA, le nerf retrouve peu à peu son excitabilité. Les faibles réponses obtenues sont celles des fibres au niveau desquelles la pompe Na^+ / K^+ a pu rétablir le déséquilibre ionique initial. Cette période où le nerf retrouve progressivement son excitabilité est appelée ***période réfractaire relative***.

- En e, l'obtention d'un PA en S2 identique à celui de S1 montre que toutes les fibres nerveuses du nerf, après 1 passage du 1er PA ont retrouvé leur équilibre ionique initial et peuvent donc répondre à une 2eme stimulation.

Remarques: - La zone d'inexcitabilité ou zone réfractaire qui suit l'onde de dépolarisation empêche le retour en arrière de la dépolarisation, assurant ainsi la propagation de cette dernière.

- Contrairement à la fibre nerveuse, ou la 2eme stimulation S2 donne une réponse égale à la première dès que la période réfractaire est dépassée; avec le nerf entier les amplitudes augmentent avec les délais

Ceci indique que toutes les fibres nerveuses n'ont pas la même période réfractaire.

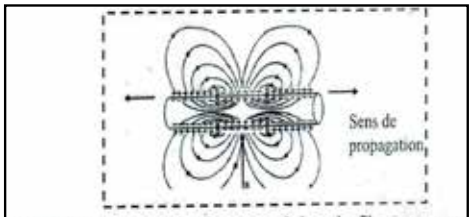
Conclusion: Pour qu'une fibre nerveuse ou un nerf acquière son excitabilité normale après une stimulation efficace, il faut observer un délai minimum qui est la période réfractaire.

La structure nerveuse est excitable. Cette excitabilité dépend de l'intensité de stimulation, de la durée et de la fréquence de stimulations.

II. La contraction du muscle s'effectue-t- elle grâce a un mécanisme ?

La conductibilité d'un nerf est son aptitude à transmettre l'influx nerveux.

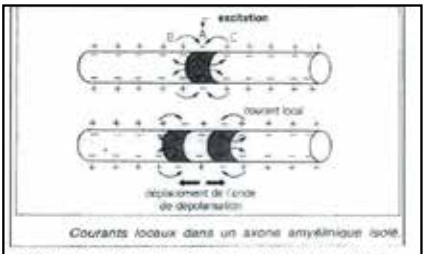
1. Sens de conduction de l'influx nerveux (Doc. 19)



Doc.19: Sens de propagation du message le long des fibres nerveuses

D'après le schéma ci-dessous, l'on observe un PA sur les deux oscilloscopes dont les électrodes réceptrices sont situées de part et d'autre des électrodes excitatrices.
Ceci prouve que l'influx nerveux se propage dans les deux sens sur une fibre nerveuse isolée ou un nerf isolé. Mais, dans l'organisme vivant, cette conduction se fait toujours dans le même sens c à dire du corps cellulaire vers l'arborisation terminale.

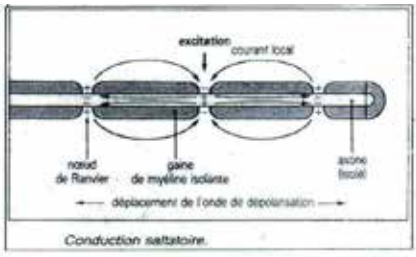
2. Mécanisme de propagation de l'influx nerveux La propagation ou la conduction de l'influx nerveux se fait selon deux mécanismes ; selon que l'on se trouve dans une fibre nerveuse myélinisée où dans une fibre nerveuse non myélinisée.



Doc.20A : Propagation du message le long des fibres nerveuses non myélinisées

a. Conduction dans une fibre nerveuse sans myéline (amyélinisées) (Doc.20 A)
Dans les fibres amyéliniques, l'excitation entraîne hune dépolarisation au point d'excitation qui devient négatif en surface et positif à l'intérieur. Par la suite, l'onde de dépolarisation se déplace de part et d'autre du point d'excitation en entraînant la dépolarisation successive des différents points. Tout se passe comme si l'onde de négativité se déplace de proche en proche tout le long de l'axone. C'est la ***théorie des courants locaux***.

b. Conduction dans une fibre nerveuse myélinisée (Doc.20 B)
Une grande partie des fibres nerveuses est recouverte d'une gaine isolante (gaine de myéline) interrompue régulièrement en certains points par des étranglements appelés nœuds de ***Ranvier.***
La dépolarisation membranaire consécutive à l'arrivée du PA (courant) ne pouvant avoir lieu dans la gaine de myéline, les PA (courants) sautent d'un nœud de Ranvier à un autre: on parle de ***conduction saltatoire***.
C'est la ***théorie des courants saltatoires***.

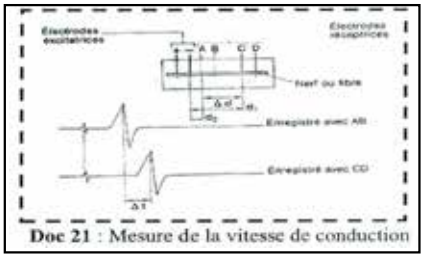


Doc.20 B : Propagation du message le long des fibres nerveuses myélinisées

NB: La conduction saltatoire est plus rapide que la conduction par courants locaux.

3. La vitesse de conduction

a. Calcul de la vitesse (Document 21)
Pour déterminer la vitesse de propagation de l'influx nerveux, on fait varier la distance entre les deux électrodes excitatrices et la 1ère l'électrode réceptrice.
Dans le 1er cas, on a la distance d1 et à la 2eme position, d2 où les électrodes réceptrices sont plus éloignées.



Doc 21 : Mesure de la vitesse de conduction

En faisant coïncider les AS des deux PA obtenus, on constate un décalage entre les PA.
Soit t1 le temps mis par l'influx nerveux pour parcourir d1 et t2 celui mis pour parcourir la distance d2 la vitesse s'obtient par la formule: V en m/s.

$$V = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$$

b. Facteurs influençant la vitesse de conductibilité
On a calculé la vitesse de propagation de l'influx nerveux pour différentes structures nerveuses et dans diverses conditions. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-contre. **(Document 22)**
Quelles conclusions tirez-vous de l'analyse comparée des vitesses calculées?
• Pour une même fibre (fibre à myéline du nerf sciatique), la vitesse croît avec la température: le mécanisme de propagation de l'influx fait intervenir des réactions biochimiques.
1er facteur: ***la température du milieu***
Les fibres à myéline du nerf sciatique ayant des diamètres différents à température égale (20° C)

ont des vitesses différentes: les plus grosses fibres conduisent plus vite l'influx nerveux que celles à petit diamètre.

2eme facteur: ***diamètre des fibres***

Les fibres à myéline du nerf sciatique de grenouille et celles des mammifères à diamètre égal et à température identique n'ont pas la même vitesse: la vitesse de propagation varie suivant les espèces (selon le type de fibre nerveuse).

3eme facteur: ***la nature des fibres***

Bien que 50 fois plus gros que les fibres à myéline de mammifère du nerf sciatique, l'axone de Calmar géant conduit moins vite l'influx nerveux.

Nature de la fibre	Diamètre en µm	Température	Vitesse m/s
Fibre myélinique de grenouille	10	20°C	17
Fibre myélinique de grenouille	20	20°C	30
Axone géant de calmar amyélinique	1000	23°C	33
Fibre myélinique de grenouille	20	30°C	80
Fibre myélinique de mammifère	20	37°C	12

Doc 22 : Influence de la température, de la myéline et du diamètre des fibres sur la vitesse de l'influx nerveux

Conclusion

Les différents facteurs de variation de la vitesse de conduction de l'influx nerveux sont: le diamètre des fibres, la température du milieu et la nature des fibres.

c. L'influence de certains facteurs sur le PA.

- **La température**: Si la T° est très basse, l'amplitude du PA diminue. Le phénomène est réversible si la T° n'est pas trop descendue.

La chaleur est nécessaire aux réactions chimiques intracellulaires. Lorsque la T° baisse, les réactions chimiques n'ayant pas lieu, le PA a tendance à disparaître.

- **Le CO_2**: Lorsque la teneur en CO_2 s'accroît, l'amplitude du PA diminue. Le CO_2 diminue les échanges respiratoires; donc la production d'énergie: le mécanisme de propagation nécessite donc un apport d'énergie.

- **L'éther**: En présence d'éther, le PA disparaît. Il désorganise la membrane plasmique faite de protéines et de phospholipides. L'apparition du PA est donc liée à l'organisation de la membrane.

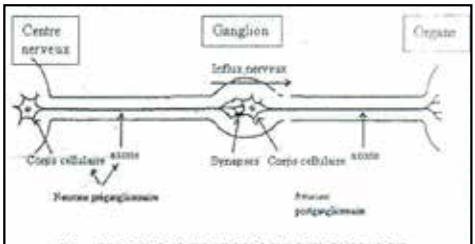
- **L'état du nerf** : Lorsqu'on abîme le nerf en le pinçant, il n'y a pas de PA. Le pincement du nerf détruit la membrane plasmique. Le PA exige donc l'intégrité des structures nerveuses.

IV- transmission de l'influx nerveux d'un nerf a un autre : les synapses

Le système nerveux central est composé de plusieurs dizaines de milliard de neurones. Ces neurones établissent des contacts entre eux de sorte que le message nerveux peut être transmis entre différentes cellules. Il est transmis d'un neurone à un autre au niveau d'une synapse.

1.Notion de Synapse

Une synapse est la zone de contact fonctionnelle entre deux neurones ou entre un neurone et un effecteur (muscle ou glande) **(Document 23)**



Doc. 23 : ORGANISATION D'UNE SYNAPSE

a- Différents types de synapses

On distingue :

- **Des Synapse neuro-neuronique**

(C'est la jonction entre deux neurones):

Dans ce cas, on peut citer: .

• Des synapse ***saxo-axoniques*** qui sont des synapses formées par les axones de deux neurones;

• Les synapses ***axo-dendritiques*** qui sont des synapses formées par l'axone d'un neurone et la dendrite d'un autre neurone.

On distingue aussi des synapses formées par l'axone d'un neurone et le corps cellulaire ou ***soma*** d'un autre neurone on les appelle de synapses ***axo-somatiques.***

- **Synapse neuro- musculaire où plaque motrice**: C'est la jonction entre un neurone et un muscle. C'est la synapse la plus étudiée.

- **Synapse neuro-glandulaire** : C'est la jonction entre un neurone et une glande.

Au plan fonctionnel: On distingue deux types de synapses selon le mode de transmission de l'influx nerveux. En effet, à l'heure actuelle, deux hypothèses existent concernant la transmission de l'influx nerveux au niveau des synapses. Il s'agit de ***la transmission électrique directe*** et de ***la transmission chimique indirecte***.

Dans le premier cas non seulement des neurones sont très proche l'un de l'autre, Mais cette zone de contact est constituée par des canaux qui traversent l'espace synaptique et réunissent les cytoplasmes de deux neurones. Par ces canaux, les ions parviennent à l'extrémité de neurone post synaptiques.

En somme, le potentiel d'action qui arrive au niveau de la synapse développe un champ électrique suffisant pour stimuler le neurone post synaptique.

Dans le cas des synapses à transmission chimique, les deux neurones sont séparés l'un de l'autre par une fente synaptique de 40 à 50 nanomètre d'épaisseur. La largeur de cette fente synaptique et par conséquent sa largeur empêche le passage du courant et de la stimulation directe du neurone post synaptique.

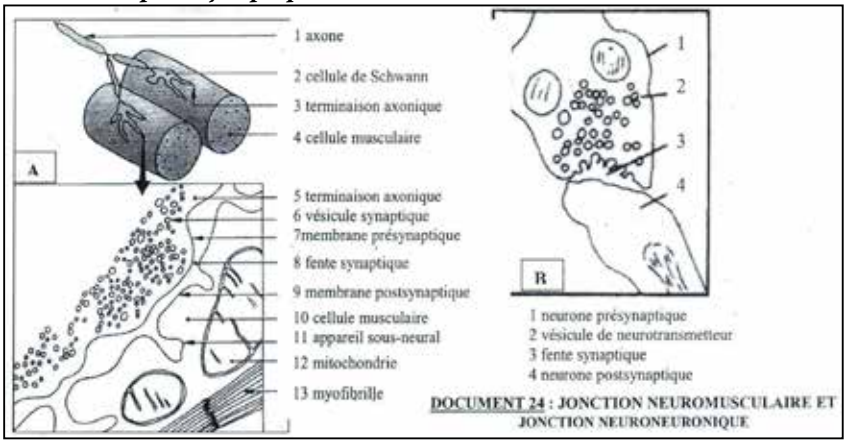
b- Ultrastructure des synapses neuro-neuroniques et neuro-musculaires (Document 24)

Une synapse neuro-neuronique est formée de deux neurones séparés par un espace appelé ***fente synaptique*** ou ***espace synaptique***.

On distingue un ***neurone pré synaptique*** dont l'extrémité est renflée en bouton appelé ***bouton synaptique***. Chaque bouton synaptique renferme des ***mitochondries*** et des ***vésicules synaptiques*** contenant des substances chimiques appelées ***neurotransmetteurs*** ou ***neuromédiateurs*** ou ***médiateurs chimiques***.

On distingue ensuite un neurone ***post-synaptique*** qui ne contient pas de vésicules et sur lequel sont présent les sites de fixation (récepteurs) des neuromédiateurs.

La transmission de l'influx nerveux est ***uni directionnelle***: elle se fait dans le ***sens neurone présynaptique vers le neurone post- synaptique***.



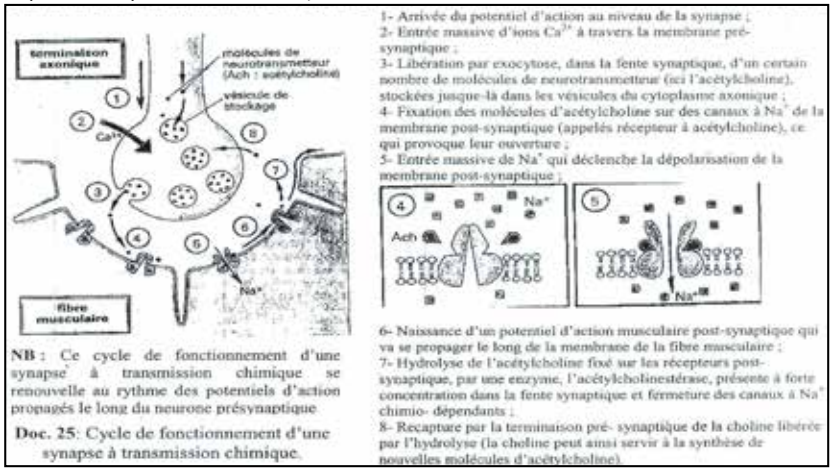
DOCUMENT 24 : JONCTION NEUROMUSCULAIRE ET JONCTION NEURONEURONIQUE

2. Mécanismes de transmission synaptique de l'influx nerveux (Document 25)

Il s'écoule un temps d'environ 0,5 ms entre l'arrivée d'un potentiel à l'extrémité du neurone pré synaptique et la naissance d'un autre potentiel d'action sur le neurone post synaptique : ***c'est le délai synaptique***.

Lorsque le potentiel d'action arrive dans le bouton synaptique (région présynaptique), cela entraîne la pénétration d'ions calcium (Ca^{2+}) à l'intérieur du bouton. Il y'a modification de la perméabilité pré synaptique des ions calcium. L'entrée de ces ions entraîne une fusion de la membrane de vésicules synaptiques à acétylcholine avec la membrane présynaptique. Cette fusion provoque l'éclatement des vésicules libérant les ***neuro transmetteur*** (ou ***médiateur***) dans la fente synaptique. C'est le ***Phénomène d'exocytose***.

La membrane synaptique présente des molécules spécifiques appelées sites récepteurs.
Ces molécules sont spécifiques aux neuro transmetteurs. Ces dernières se fixent sur ces sites en formant des complexes (***récepteur transmetteur***) qui modifient la perméabilité de la membrane post synaptique. Alors cette fixation entraine une grande ouverture des canaux à Na^+ et K^+ . Ce qui est à la base d'une entrée massive de Na^+ d'où ***dépolarisation*** qui donne naissance au PA, et une sortie de K^+ donnant ainsi une forme de potentiel d'action qui se propage au niveau de la membrane post synaptique.
Le message nerveux post synaptique prend alors le relais du message nerveux présynaptique. Pour permettre une nouvelle dépolarisation de la membrane post synaptique, le neuro transmetteur doit disparaître. Une partie est réabsorbée par les terminaisons presynaptiques pour reconstituer les nouvelles vésicules, l'autre partie est hydrolysée par les enzymes comme ***l'acétylcholinestérase*** qui détruit (hydrolyse) l'acétylcholine en ***acétyl*** et en ***choline***.

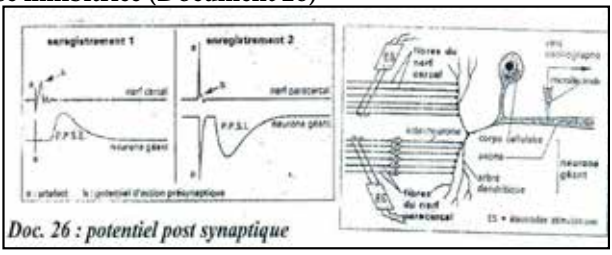


NB : Ce cycle de fonctionnement d'une synapse à transmission chimique se renouvelle au rythme des potentiels d'action propagés le long du neurone présynaptique

Doc. 25: Cycle de fonctionnement d'une synapse à transmission chimique.

1- Arrivée du potentiel d'action au niveau de la synapse ;
2- Entrée massive d'ions Ca^{2+} à travers la membrane pré-synaptique ;
3- Libération par exocytose, dans la fente synaptique, d'un certain nombre de molécules de neurotransmetteur (ici l'acétylcholine), stockées jusque-là dans les vésicules du cytoplasme axonique ;
4- Fixation des molécules d'acétylcholine sur des canaux à Na^+ de la membrane post-synaptique (appelés récepteur à acétylcholine), ce qui provoque leur ouverture ;
5- Entrée massive de Na^+ qui déclenche la dépolarisation de la membrane post-synaptique ;
6- Naissance d'un potentiel d'action musculaire post-synaptique qui va se propager le long de la membrane de la fibre musculaire ;
7- Hydrolyse de l'acétylcholine fixé sur les récepteurs post-synaptique, par une enzyme, l'acétylcholinestérase, présente à forte concentration dans la fente synaptique et fermeture des canaux à Na^+ chimio- dépendants ;
8- Recapture par la terminaison pré- synaptique de la choline libérée par l'hydrolyse (la choline peut ainsi servir à la synthèse de nouvelles molécules d'acétylcholine).

3. Notion de synapse excitatrice et de synapse inhibitrice (Document 26)



Doc. 26 : potentiel post synaptique

Dans les centres nerveux, les neurones sont reliés entre eux par de nombreuses connections. Chaque neurone peut recevoir plusieurs terminaisons synaptiques qui n'ont pas les mêmes effets; certaines sont ***excitatrices*** d'autres ***inhibitrices***.

a- Synapse excitatrice

Au cours de la transmission synaptique les neurotransmetteurs se fixent sur les molécules réceptrices et permettent une dépolarisation de la membrane post synaptique. Ceci se fait progressivement.
En effet, le potentiel d'action présynaptique déclenche un ***potentiel post-synaptique excitateur*** (**PPSE**). Seule l'arrivée de plusieurs potentiels d'action présynaptiques déclenche un potentiel d'action post synaptique. II y'a donc sommation de **PPSE**.
Le potentiel post- synaptique provenant d'une seule synapse est généralement insuffisant pour atteindre le seuil nécessaire à l'apparition du potentiel d'action. La sommation de petites dépolarisations issues des multiples synapses s'effectue à la base de l'axone.
On dit qu'une synapse est ***excitatrice*** lorsqu'on obtient la dépolarisation du neurone post synaptique. C'est le cas des synapses à ***acétylcholine*** et à ***adrénaline***.
NB : En général, seul l'arrivée de plusieurs potentiels déclenche l'apparition d'un PA : c'est le ***phénomène de sommation***. Il existe deux types de sommation:
- ***La sommation temporelle***: les potentiels présynaptiques successifs proviennent d 'une même ter-

minaison synaptique; e
- ***La sommation spatiale:*** les potentiels présynaptiques proviennent de plusieurs terminaisons synaptiques différentes

b- Synapse inhibitrice

Toutes les synapses ne libèrent pas d'acétylcholine ; certaines libèrent des neuromédiateurs qui agissent non sur la perméabilité aux ions Na^+ mais sur la perméabilité aux ions Cl^- généralement.
Leur action, comme celle des ions K^+, sur la membrane post synaptique est alors une ***hyperpolarisation*** due à entrée massive d'ions Cl^- à travers celle-ci. Pour les ions K^+, il s'agira d'une sortie massive.
Il y'a naissance des ***potentiel post synaptique inhibiteur*** **(PPSI)**
Ces synapses sont dites inhibitrices parce qu'elles ne donnent jamais de dépolarisation et ne peuvent pas être à l'origine d'un potentiel d'action.
L'hyperpolarisation diminue l'excitabilité de la membrane post synaptique. Certains neuromédiateurs comme le **GABA** (**Acide Gamma- Amino Butyrique**) provoquent une inhibition.

c- Intégration des messages

Chaque neurone reçoit des messages nerveux provenant de différentes terminaisons synaptiques.
Le corps cellulaire intègre à tout instant ces différents potentiels et fait en quelque sorte la somme algébrique.
• Si le résultat global est une dépolarisation suffisante, les potentiels d'action sont émis au niveau de la racine axonique.
• Si le résultat global est une hyperpolarisation, on n'aura pas de réponse sur le neurone post synaptique. On aura une représentation correspondant à l'hyperpolarisation.

4. Substances capables de modifier le fonctionnement d'une synapse

a- Action sur la synthèse des neurotransmetteurs

Le manque de nutriments appropriés (***acides aminés***) empêche les synthèses des neuro transmetteurs. La maladie de **Parkinson** qui se manifeste par des tremblements est due à une déficience en dopamine causée par un manque d'enzyme de synthèse.
Certaines drogues peuvent inhiber la synthèse des neuromédiateurs (***sérotonine du sommeil***).

b- Action sur la libération des neurotransmetteurs

Les amphétamines lors d'un dopage augmentent la libération des neurotransmetteurs provoquant ainsi une surexcitation.

c- Action sur la fixation des neurotransmetteurs sur leur site

Certaines substances de même conformation (ou configuration) que les neurotransmetteurs peuvent occuper son site. Exemple: ***la morphine*** peut remplacer les endorphines du cerveau.
Le ***curare*** peut bloquer à la fois deux sites de l'acétylcholine empêchant ainsi la dépolarisation de la membrane post synaptique. Ce qui entraîne la paralysie du muscle qui ne reçoit plus d'excitation. Nous pouvons aussi citer le ***venin du cobra***.

d- Action sur l'activation des neurotransmetteurs

Certaines substances bloquent l'action de la ***cholinestérase***. Donc a une action continue.
L'ésérine et la prostigmine renforcent la commande musculaire, car elles inhibent la cholinestérase et retardent l'inactivation du neuromédiateur.

e- Autres substances

- Le GABA : Acide Gamma- Amino Butyrique

Il provoque une hyperpolarisation de la membrane post synaptique. Il a donc un effet inhibiteur.

- Le TEA: Tétra Ethyl Ammonium

E Il bloque la sortie des ions K^+ mais ne modifie l'entrée des ions Na^+.

- La Tedrodotoxine:

Elle bloque la perméabilité membranaire aux ions Na^+ sans modifier la sortie d'ions K^+.

- La Cholinestérase

Elle empêche la transmission synaptique en hydrolysant l'acétylcholine.

CHAPITRE 3

COMMENT L'ACTIVITÉ MUSCULAIRE SE MANIFESTE T-ELLE ?

I. L'activité du muscle est-elle liée a ses propriétés?

A. ANALYSE DES PROPRIÉTÉS DU MUSCLES

1. Excitabilité

Toutes stimulations suffisantes portées directement sur le muscle par l'intermédiaire d'un nerf, provoque une réaction de ce muscle. On dit que le muscle est excitable.

2. La contractilité

A chaque stimulation liminaire (efficace), le muscle ou la fibre musculaire répond par une contraction qui se traduit quelque fois par un raccourcissement, un gonflement et un durcissement. Elle est dite contractile.

3. L'élasticité

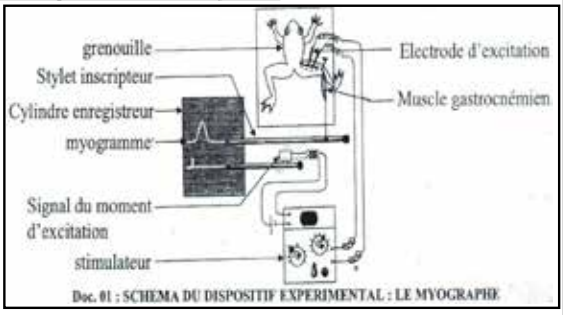
La phase de contraction d'un muscle est suivie d'une phase de relâchement pendant laquelle le muscle reprend, ses dimensions initiales. De même, lorsqu'on tire sur le muscle, il s'allonge et reprend sa longueur si on cesse. Le muscle qui reprend sa forme après l'effet de la stimulation est élastique.

B. CONCLUSION

Le muscle est donc excitable, contractile et élastique. Les propriétés du muscle sont donc l'excitabilité la contractilité et l'élasticité.

II. L'activité musculaire se manifeste-t-elle par des aspects mécaniques?

Pour étudier des aspects mécaniques de l'activité musculaire, on utilise un dispositif expérimental.



Doc. 01 : SCHEMA DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL : LE MYOGRAPHE

A. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL (Document 01)

L'étude expérimentale de la contraction musculaire est le plus souvent réalisée sur le muscle gastrocnérmien (muscle extenseur de la patte postérieur) de la grenouille décérébrée et démedulée.

Le système d'enregistrement est **le myographe** et l'enregistrement obtenu est **le myogramme**.

Le myographe comprend:

• Un stimulateur électrique qui permet d'exciter le muscle par l'intermédiaire du nerf

• Deux stylets:

- Un stylet inscripteur relié au muscle et qui transmet les mouvements de celui-ci.
- Un stylet qui donne le signale d'excitation ou de stimulation

• Un tambour ou cylindre enregistreur rotatif sur lequel on fixe le papier enduit de fumée.

Principe de fonctionnement:

Le cylindre enregistreur tournant à la vitesse de rotation choisie, les excitations provoquent la contraction et le raccourcissement du muscle gastrocnémien. Au cours de la contraction, le muscle communique son mouvement au stylet inscripteur qui inscrit le mouvement sur le cylindre. Lors du relâchement, le muscle reprend sa longueur initiale et le stylet inscripteur est ramené à sa position initiale grâce au contre poids.

Le stylet de stimulation enregistre sur le cylindre le tracé traduisant l'excitation. Le tracé du levier de diapason permet de donner le chronogramme et de déterminer la durée des différentes phases de l'activité musculaire.

Remarque:

- Lorsque le myographe comporte un contre poids, le muscle se raccourcit en développant une force constante pendant la contraction. Le myographe enregistre alors une contraction **isotonique**
- Par contre lorsque le myographe comporte un ressort puissant, la force développée est progressive

pendant la contraction et le raccourcissement du muscle est faible voir même nul. Dans ce cas le myographe enregistre une contraction **isométrique**.
Le myogramme isotonique diffère du myogramme isométrique par son **contour adoucit** alors que le myogramme isométrique à **un contour onduleux**.

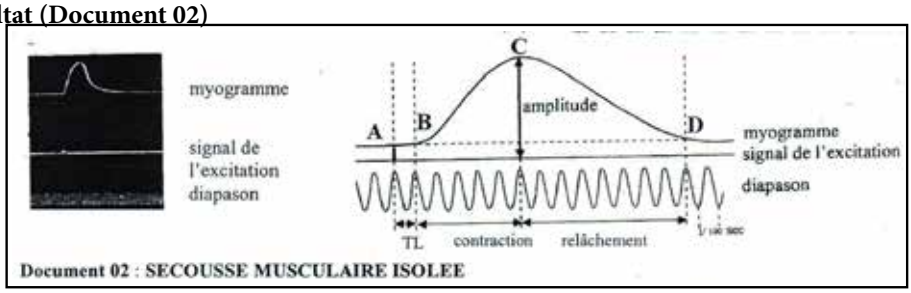
B. ETUDE DE MYOGRAMME

1. Réponse d'un muscle à une excitation : secousse isolée

a. Expérience

On porte une excitation efficace et unique sur un muscle. Le muscle réagit en se contractant.

b. Résultat (Document 02)



Document 02 : SECOUSSE MUSCULAIRE ISOLEE

c. Analyse

Lorsqu'on soumet le muscle à une stimulation suffisante, on obtient une courbe appelée **secousse musculaire isolée ou élémentaire**.

d. Interprétation

La secousse musculaire isolée comprend trois parties: **le temps de latence**, **la phase de contraction** et **la phase de relâchement.**

- **AB = temps de latence**. C'est le temps mis par l'influx nerveux pour parcourir le nerf et atteindre le muscle. Ce temps de latence est plus court si le muscle est excité directement.
- **BC = phase de contraction**. Pendant cette période, le muscle se contracte et se raccourci.
- **CD = phase de relâchement ou de décontraction**. Le muscle reprend sa longueur initiale.

NB : - A= Signal de l'excitation, il indique le moment de l'excitation
- La forme de la secousse élémentaire est indépendante de la nature ou de la durée de l'excitation mais elle peut être modifiée par des variations de température, l'anémie et la fatigue.

e. Conclusion:

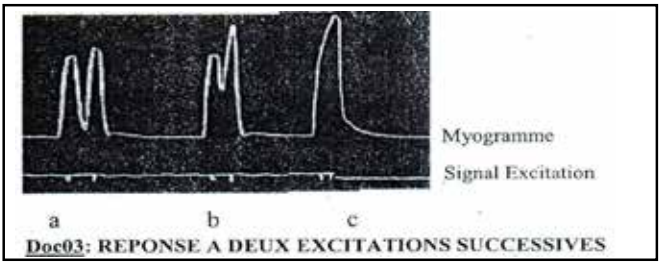
Le myogramme ainsi obtenu à la suite d'une stimulation unique et efficace est appelé secousse musculaire isolée. La forme de cette secousse peut être modifiée par la variation de la température, l'anémie et la fatigue.

2. Réponse du muscle à deux stimulations successives d'égale intensité

a. Expérience

On soumet le muscle à deux excitations successives d'intensité égale.

b. Résultats (Document 03)



Doc03: REPONSE A DEUX EXCITATIONS SUCCESSIVES

c. Analyse

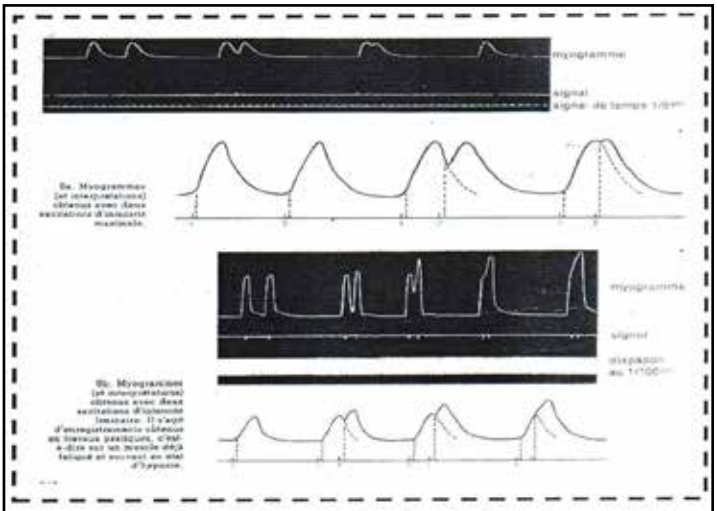
Lorsque le muscle subit deux excitations successives d'égale intensité, la réponse dépend de l'inter-

valle de temps qui les sépare.

- Si la deuxième excitation intervient après la phase de relâchement de la première stimulation, ***alors la deuxième réponse est identique à la première (Figure a).***
- Lorsque la deuxième excitation intervient pendant la phase de relâchement de la première stimulation, on obtient une deuxième contraction musculaire ayant une amplitude plus grande que la première ***(Figure b)***.
- Si la 2ème excitation intervient pendant la phase de contraction de la première stimulation, on obtient qu'une seule réponse de même forme que la secousse isolée mais d'amplitude et de durée plus importante ***(Figure c)***.

d. Interprétation (Doc 04)

- Dans le premiers cas, les contractions musculaires présentent la même amplitude parce que dans chaque cas, avant la stimulation, le muscle est entièrement au repos et le nombre de fibres musculaires stimulées est le même.
- Dans le deuxième et troisième cas, l'augmentation de l'amplitude provoquée par la deuxième stimulation s'explique par ***la sommation des amplitudes des fibres musculaires***.



Doc 04 : Réponse du muscle à deux stimulations rapprochées.

En effet, lorsque la deuxième stimulation se déroule pendant première contraction musculaire, les amplitudes des deux contractions musculaires s'additionnent par la sommation des amplitudes des fibres musculaires stimulées pour donner à la fin une contraction musculaire ayant une amplitude beaucoup plus grande, puisque le nombre de fibres musculaires excitées est plus élevé.

e. Conclusion

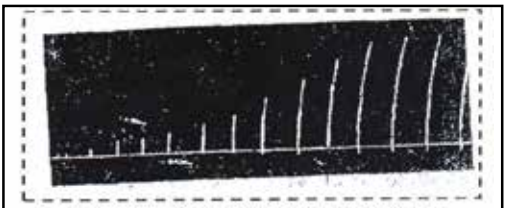
Lorsqu'on soumet le muscle à deux stimulations successives d'égale intensité et de plus en plus rapprochées, les contractions musculaires obtenues additionnent leur amplitude. On observe **une fusion** d'abord **incomplète** des deux contractions musculaires, puis totale avec une augmentation de l'amplitude de la contraction musculaire finale.

3. Réponse de muscle à des intensités de stimulation croissantes.

a. Expérience

On excite le muscle par une série d'excitation d'intensités croissantes.

b. Résultats (Document 05)



Document 05 : Variation de l'amplitude de la réponse en fonction de l'intensité de l'excitation

c. Analyse

- Pour les intensités de stimulation inférieures à I_2, le muscle ne donne aucune réponse.
- Pour I_2, on obtient la plus petite réponse de la part du muscle

- Pour des stimulations d'intensité supérieure à I_2, l'amplitude de la réponse musculaire est croissante.
- A partir de la stimulation lorsqu'on augmente l'intensité de la stimulation, l'amplitude de la réponse reste constante ou stable.

d. Interprétation

- Pour des intensités de stimulation inférieures à I_2, il n'y a pas de réponse du muscle. Ce sont des ***intensités inefficaces*** où ***infraliminaires***, c'est-à-dire trop insuffisantes pour provoquer la stimulation du muscle.
- A I_2, on enregistre la 1ère et la plus petite des réponses. C'est ***l'intensité seuil***.
- De I_2 à I_9, l'amplitude des myogrammes augmente avec l'intensité de stimulation; le nombre de fibres musculaires concernées par la contraction devient de plus en plus élever car les fibres nerveuses excitées sont de plus en plus nombreuses. Ce qui entraîne le recrutement de nouvelles unités motrices ; il y'a sommation des réponses au niveau des fibres musculaires d'où l'augmentation de l'amplitude. C'est le phénomène de recrutement ou de sommation.
- A partir de I_{10}, l'amplitude de la contraction reste constante (l'amplitude de la réponse est maximale) malgré l'augmentation de l'intensité de stimulation ; toutes les fibres musculaires ont été excitées.

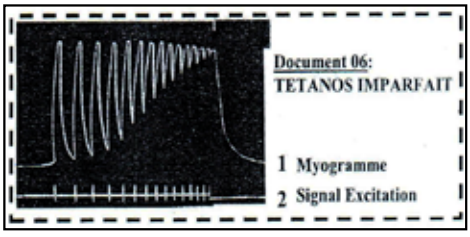
NB : La fibre musculaire obéit la loi de **tout ou rien**.

e. Conclusion

Au fur et à mesure que l'intensité de stimulations augmentent d'intensités, on obtient un recrutement des fibres musculaires excitées qui se contractent et additionnent leurs amplitudes jusqu'à ce qu'elles soient toutes contractées. On observe à la fin une amplitude maximale de la contraction musculaire provenant de la sommation des amplitudes de toutes les fibres musculaires.

4. Réponse du muscle à une série de stimulations d'égale intensité (identiques)

a. Expérience 1



- Expérience: On soumet le muscle à une série d'excitations efficaces. Ces excitations sont envoyées avec une fréquence telle que la 2eme stimulation arrive au muscle au moment de sa phase de relâchement (10 à 15 stimulation/s) .
- Résultat: Les résultats sont représentés par le Doc. 06
- Analyse : Le myogramme obtenu est une courbe en dent de scie présentant deux parties:

• Une partie ascendante en forme d'escalier;
• Une deuxième partie qui forme un plateau ondulé ou sinueux.

- Interprétation

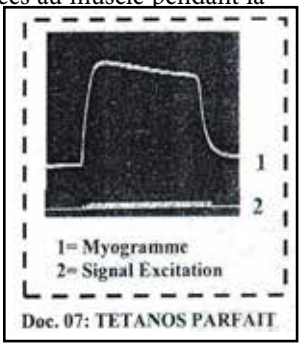
Cette courbe traduit que le muscle reste en contraction pendant la durée des excitations.

L'allure en escalier du myogramme indique une augmentation progressive de l'amplitude des réponses du muscle. Cela s'explique par le fait que les effets des excitations successives s'additionnent progressivement et atteint un nombre de fibre musculaires de plus en plus grand.

L'allure en plateau du myogramme indique que toutes les fibres du muscle sont excitées d'où la constante de l'amplitude des réponses.

- Conclusion partielle: Lorsque plusieurs excitations successives sont portées au muscle pendant la phase de relâchement des secousses musculaires, on obtient plusieurs secousses incomplètement fusionnées ; on parle de ***Tétanos imparfait***.

b. Expérience 2



- Expérience: On porte à un muscle une série d'excitations à une fréquence telle que les stimulations suivantes atteignent le muscle pendant la phase de contraction des secousses précédentes.
- Résultat: Les résultats sont représentés par le ***document 07***.
- Analyse: Le myogramme obtenu présente deux parties :

• Une partie ascendante traduisant une augmentation progressive de l'am-

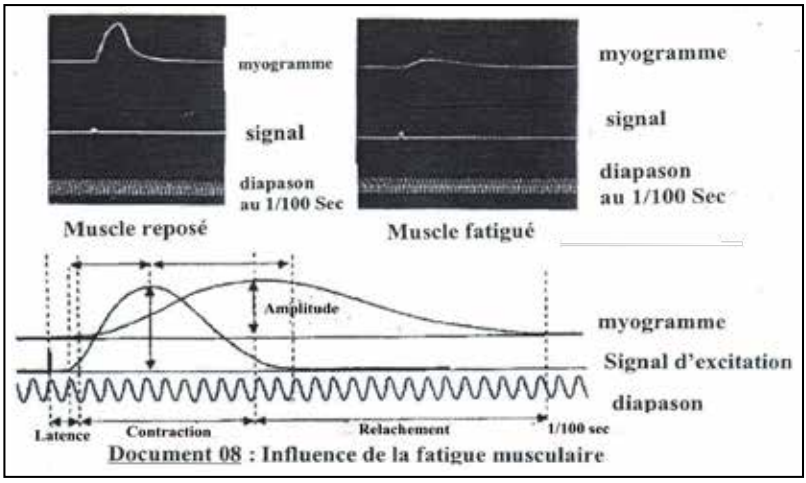
plitude des réponses du muscle.
• Un plateau ondulé ou l'amplitude demeure constant et ne présente pas de sinuosité.
- Interprétation
• L'amplitude augmente parce que les effets d'intensités de stimulations s'additionnent. Les secousses successives fusionnent totalement et un grand nombre de fibres musculaires se contractent.
• Le plateau obtenu montre que toutes les fibres musculaires sont excitées et elles se sont contractées. C'est ce qui explique la non variation des réponses.
- Conclusion:
Lorsque la fréquence des excitations est très élevée et que celles-ci atteignent les secousses précédentes pendant la phase de contraction, on obtient plusieurs secousses totalement fusionnées ; on parle de ***Tétanos parfait***.

c. Conclusion partielle

Le tétanos imparfait est une suite de fusions incomplètes par contre le tétanos parfait est une suite de fusions complètes. L'amplitude de l'excitation augmente au fur et à mesure que l'excitation se rapproche; il y'a donc ***sommation de réponses***.

5. Action de la fatigue sur la concentration musculaire

a. Observation (Documents 08)



Document 08 : Influence de la fatigue musculaire

b. Analyse

Apres une période de contraction soutenue, le muscle peut montrer des signes de fatigue. Le myogramme 1 correspond au muscle non fatigué et le myogramme 2 correspond au muscle fatigué.
La fatigue musculaire se traduit par:
- Une ***réduction de l'amplitude de contraction*** car le muscle se contracte moins.
- Une ***augmentation du temps de latence*** qui montre que le muscle répond difficilement à une excitation.
- Une ***augmentation de la durée de contraction et de relâchement*** (le muscle reprend difficilement son état initial).

c. Interprétation

La fatigue diminue l'amplitude de la contraction musculaire et rallonge sa durée.

d. Conclusion

La fatigue agit sur la contraction musculaire, plus précisément au niveau de l'amplitude et de la durée.

Remarque:

Dans le cas d'un tétanos expérimental, la fatigue se traduit par une diminution progressive de l'amplitude de contraction et le plateau devient oblique.

6. Les conditions d'une stimulation efficace

Pour qu'un muscle répond efficacement à une excitation en se contractant, il faut que :
- L'intensité de stimulation atteigne le seuil
- La durée d'application de l'excitant (le courant électrique) soit suffisante et brève.
- Le muscle doit être en bon état et non fatigué
- La plaque motrice doit être fonctionnelle, si l'excitation part d'un neurone.

Conclusion

La contraction musculaire représente les aspects mécaniques de l'activité du muscle. Cet aspect mécanique est présenté sous forme de myogramme.

La contraction musculaire varie en fonction de l'intensité de la stimulation du temps qui sépare les stimulations et de la fatigue.

III. L'activité musculaire présente -t-elle d'autres aspects ?

La contraction musculaire est aussi accompagnée d'autres phénomènes qui sont: les phénomènes électriques les phénomènes, thermiques et les phénomènes chimiques.

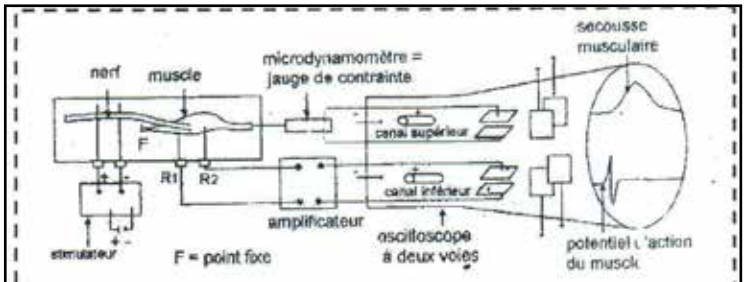
A. LES ASPECTS ÉLECTRIQUE

Les aspects électriques ou phénomènes électriques sont le potentiel de repos, le potentiel d'action.

1. Dispositif expérimental (Document 09)

Il comporte:
- Un stimulateur
- Un amplificateur
- Un oscilloscope
- Une cuve à nerf
- Un micro dynamomètre,

il traduit les phénomènes mécaniques de la contraction à des phénomènes électriques capable d'être visualisés par l'oscilloscope.



Doc.09 : Dispositif expérimental d'enregistrement des phénomènes électriques

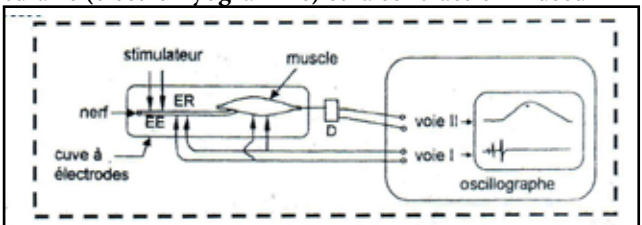
On peut enregistrer simultanément les activités électriques et mécaniques du muscle. Pour cela, on utilise un myographe de type spécial relié à un oscilloscope à deux voies: une voie enregistre les activités électriques (***potentiel d'action***) du nerf et du muscle et l'autre voie enregistre les activités mécaniques (***myogramme***) du muscle.

2. Relation entre le potentiel d'action musculaire (électromyogramme) et la contraction musculaire (myogramme)

a. Cas d'une secousse isolée

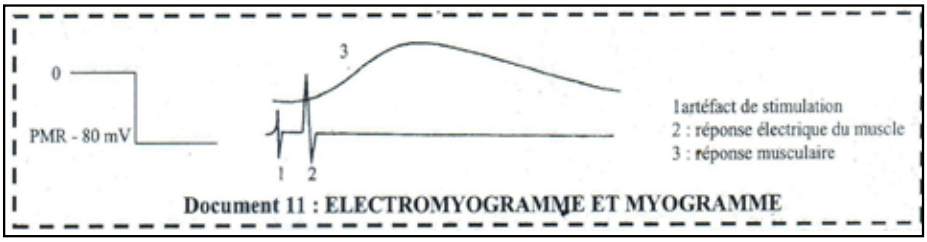
- Expérience (Document 10) .

A l'aide du dispositif décrit précédemment, on enregistre simultanément le myogramme et nerf l'électromyogramme d'un muscle lors d'une secousse isolée.



Document 10 : Dispositif expérimental d'enregistrement : cas d'une secousse isolée

- Résultat (Documents 11 et 12)



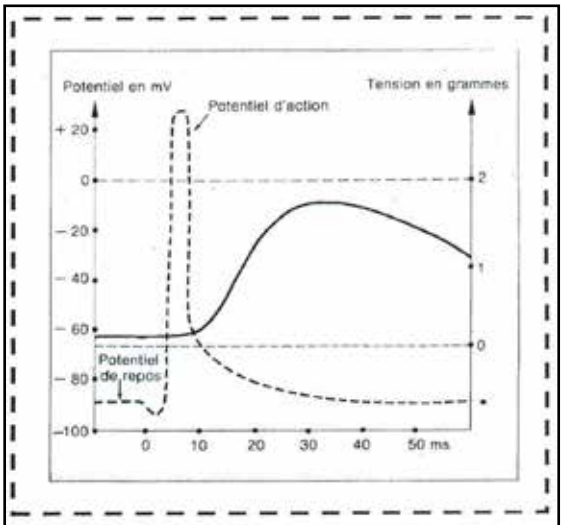
Document 11 : ELECTROMYOGRAMME ET MYOGRAMME

- Analyse

Au cours de la contraction d'une fibre musculaire isolée, on a mis en évidence un ***potentiel d'action musculaire*** ou ***électromyogramme*** présentant les mêmes caractéristiques que les potentiels d'action nerveux: ***temps de latence, dépolarisation*** et ***repolarisation***.

La réponse mécanique présente aussi une phase de latence plus longue suivie d'une phase de contraction et d'une phase de relâchement.

On remarque que la réponse électrique (*électromyogramme*) se produit pendant la phase de latence de la réponse mécanique (*myogramme*).



Doc. 12 : ELECTROMYOGRAMME ET MYOGRAMME LORS D'UNE SECOUSSE ISOLEE

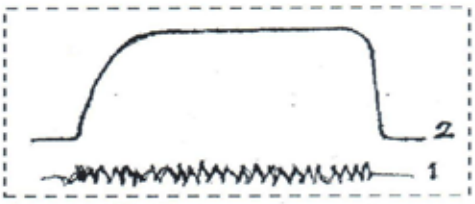
- Interprétation

Au repos, les fibres musculaires ont un potentiel de - 80 ou - 85 mV. La contraction musculaire n'est possible que s'il y'a dépolarisation de la membrane de la fibre musculaire. Comme le nerf, le muscle est polarisé positif à la surface et négatif à l'intérieur.

Ainsi, ***les phénomènes électriques précèdent donc les phénomènes mécaniques*** ; cela signifie donc que ***le potentiel d'action musculaire est à l'origine de la contraction musculaire.***

b. Cas du tétanos (document 13)

Lorsque les stimulations sont rapprochées, les secousses fusionnent partiellement ou totalement mais les potentiels d'action restent indépendants (*la fusion des PA est impossible*). Si les fréquences des stimulations deviennent excessives (élevées), chacune d'elle tombe pendant la période réfractaire de la précédente ; on n'obtient alors aucune réponse.



Document 13 : Electromyogramme et myogramme lors d'un tétanos parfait expérimental

3. Conclusion:

Les phénomènes électriques se déroulent au niveau de la membrane du muscle, alors que les phénomènes mécaniques ont lieu au niveau des cellules musculaires. Les phénomènes électriques précèdent toujours les phénomènes mécaniques.

B. LES PHÉNOMÈNES THERMIQUES

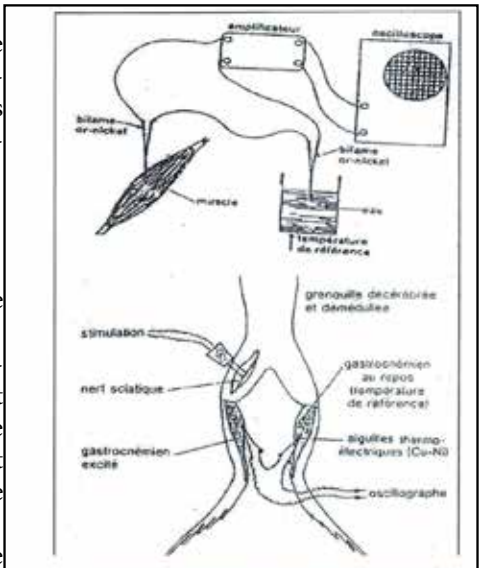
1. Dispositif d'enregistrement (Doc. 14)

On utilise un thermocouple associé à un myographe.

Avec ce dispositif, on peut enregistrer les variations de quantité de chaleur produite lors d'une contraction.

Le thermocouple comporte deux aiguilles thermoélectriques formées chacune de deux métaux (cuivre ou or et Nickel). Une aiguille dans le muscle et l'autre maintenue à une température de référence (H_2O). Ces aiguilles sont capables d'apprécier des variations de température de quelque micro degré en quelques millisecondes.

Au cours de la contraction musculaire, la différence de



Doc. 14 : Dispositif expérimental des phénomènes électriques

température qui apparaît entre deux aiguilles engendre un courant électrique dont l'intensité est proportionnelle à la température du muscle.

2. Expérience

On enregistre simultanément sur un muscle excité, la contraction et la quantité de chaleur dégagée par le muscle.

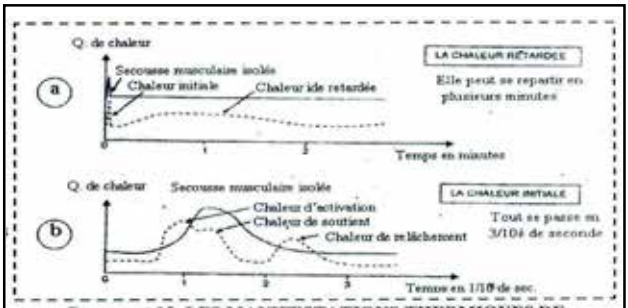
3. Résultat (Doc. 15)

4. Analyse

Au cours de la secousse musculaire deux types de chaleur sont émis la chaleur ***initiale*** et la chaleur ***retardée***.

La chaleur initiale se dégage pendant la secousse musculaire.

Par contre la chaleur retardée se dégage après la contraction musculaire. La chaleur initiale est constituée de trois chaleurs : la chaleur ***d'activation***, la chaleur ***de soutien*** et la chaleur ***de relâchement***.



Document 15: LES MANIFESTATIONS THERMIQUES DE LA CONTRACTION MUSCULAIRE

La chaleur d'activation se dégage au début de la phase de contraction.

La chaleur de soutien se dégage à la fin de phase de contraction. La chaleur de relâchement se dégage pendant la période de relâchement.

La chaleur retardée est libérée après la phase de relâchement pendant plusieurs minutes.

5. Interprétation

La chaleur ***initiale*** est la preuve des réactions chimiques libératrices d'énergie qui va permettre la contraction musculaire.

La chaleur ***retardée*** est aussi la preuve d'autres réactions chimiques permettant la restauration ou la régénération de molécules énergétiques utilisées lors de la contraction.

Les réactions qui se déroulent lors de la contraction musculaire libèrent de l'énergie calorifique (sous forme de chaleur).

Remarque: Si le muscle est privé d 'oxygène, on constate une disparition totale de la chaleur retardée.

6. Conclusion:

La contraction musculaire nécessite de l'énergie dissipée sous forme de chaleur. L'activité musculaire s'accompagne de phénomènes thermiques qui se présentent sous forme de chaleur initiale et chaleur retardée.

C. LES PHÉNOMÈNES CHIMIQUES

1. Analyse des documents

Document 16:

Ce document représente la variation des différents paramètres circulatoires mesurés sur un muscle au repos et sur un muscle en activité.

Le muscle en activité consomme des glucides, du glycogène, de l'oxygène et des lipides. Il rejette du gaz carbonique et de la vapeur d'eau. Après la contraction, la quantité de l'acide lactique augmente et celle de l'ATP demeure constante. On observe aussi que le volume de sang irrigant un muscle en activité est plus important. Le muscle en activité ne consomme pas de protides.

Substances	Muscle au repos	Muscle en activité
Oxygène (O_2) consommé	0,307 L	5,207 L
Volume de sang traversant le muscle	12,2 L	56,3 L
Dioxyde de carbone (CO_2)	0,220 L	5,950 L
Glucose utilisé	0,307 g	8,432g
Protides	0	0
Lipides	1,830 g	0,755g
Glycogène	13,1g	4,7g
Acide lactique	1g	1, 30 g
ATP	4 à 6 mM/Kg	4 à 6 mM/Kg

Document 16:Variation des quantités des certaines substances au cours de l'activité musculaire

Document 17:

Ce document montre la variation du pH au cours de la

contraction musculaire. Au début de la contraction musculaire, le pH diminue puis augmente pendant la phase de contraction à la fin de laquelle, il atteint un pic maximum. Le pH diminue durant la phase de relâchement jusqu'à sa valeur initiale.

Document 18:

La comparaison de la variation du potentiel d'action (variation du potentiel de membrane) de la quantité de calcium absorbée (variation de l'émission lumineuse) et de la tension développée (contraction musculaire) permet de constater que le PA se produit avant l'absorption du Ca^{2+} qui elle se produit avant la contraction musculaire.

2. Interprétation

a. Consommation d'oxygène, du glycogène et de glucides (Document 16)

Pour qu'un muscle se contracte, il faut de l'énergie. Cette énergie est contenue dans le glucose qui est stocké dans l'organisme sous forme de glycogène (stocké dans le foie et le muscle). Ainsi, pendant la contraction, le glycogène subit l'hydrolyse et se transforme en glucose selon la réaction:

Glycogène + eau ⟶ n $C_6H_{12}O$ (glucose)

C'est ce qui explique la diminution du taux de glycogène dans le sang et parallèlement l'augmentation de celui du glucose pour libérer l'énergie.

$C_6H_{12}O_6 + O_2$ ⟶ $6CO_2 + 6H_2O$ + Energie (ATP)

La dégradation du glucose nécessite un apport important d'oxygène d'où l'augmentation du volume d'oxygène dans le sang. Cette dégradation du glucose s'accompagne d'un dégagement important de CO_2, de production d'acide lactique et de synthèse d'énergie sous forme d'ATP. Pendant que le muscle utilise l'énergie pour se contracter, il se forme d'autres molécules d'ATP, c'est pourquoi sa quantité dans l'organisme ne varie pas.

NB: L'hydrolyse de l'ATP en ***milieu anaérobie*** (milieu dépourvu d'oxygène) fournit de l'énergie nécessaire à la ***formation de la chaleur initiale***.

ATP + H_2O ⟶ ADP + Pi + Energie
chaleur initiale

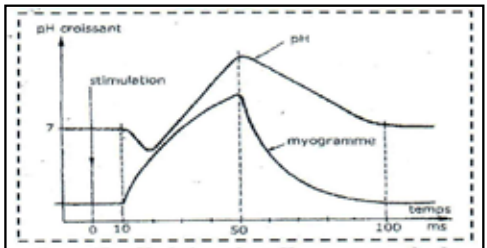
ATP: Adénosine Tri phosphate
ADP: Adénosine Diphosphate
Pi: Phosphate inorganique

La chaleur retardée quant à elle provient de l'énergie issue de la dégradation du glucose en milieu issue de la dégradation du glucose en milieu aérobie.

Remarque : Si le muscle est privé d'oxygène, on constate une disparition totale de la chaleur retardée.

b. Variation de pH (Document 17)

- *La diminution du pH* au début de la contraction musculaire est due à l'hydrolyse de l'ATP qui produit de l'acide phosphorique (H_3PO_4).
- *L'augmentation du pH* au cours de la contraction est due à la dégradation de la phosphocréatine en créatine qui est basique.
- *La diminution du pH* pendant la phase de relâchement provient de la reconstitution de la phosphocréatine à partir de la créatine.



Doc. 17 : Variation du pH au cours de la contraction musculaire

c. Variation de l'absorption du calcium Ca^{2+} (Document 18)

Le PA musculaire (phénomène électrique) provoque la libération des ions calcium (Ca^{2+}) qui à leur tour déclenche la contraction musculaire.

3. Conclusion

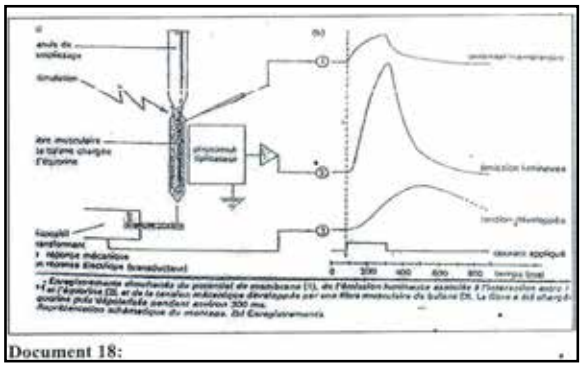
- La contraction musculaire entraine:
  - L'augmentation de la consommation d'oxygène et de glucose.
  - La diminution du stock de glycogène.
  - L'utilisation de l'énergie présent sous forme d'ATP.

L'accumulation de l'acide lactique

Le rejet de CO_2 et de vapeur d'eau.

- La contraction musculaire s'accompagne d'une variation du pH.
- Le PA musculaire (phénomène électrique) provoque la libération des ions calcium (phénomènes chimiques) qui à leur tour déclenche la contraction musculaire (phénomènes mécaniques).

La libération des ions calcium (Ca^{2+}), la variation du pH et l'utilisation des nutriments onstituen1 des phénomènes chimiques qui accompagnent l'activité musculaire.



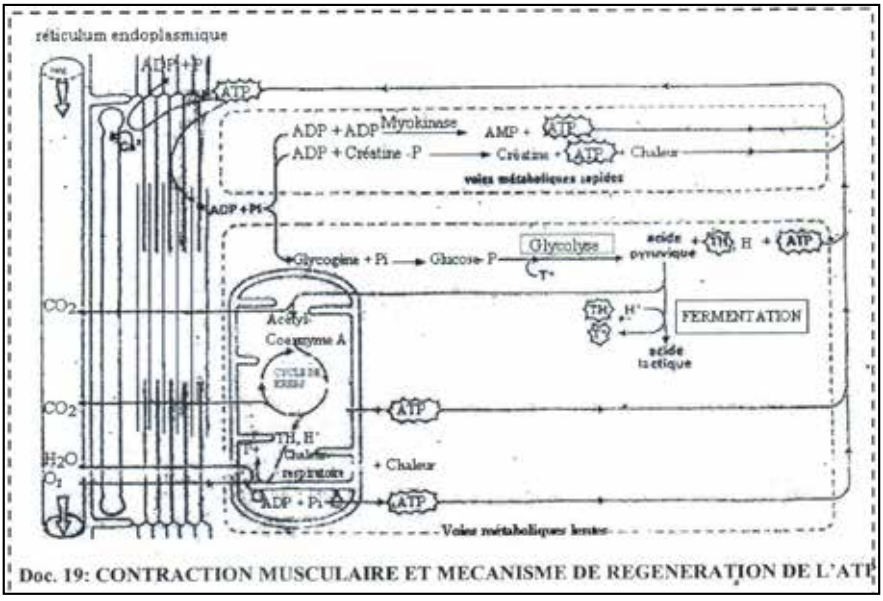
Document 18:

Conclusion générale:

Le muscle réagit au stimulation en développant de phénomènes qui sont liés les uns aux autres. II s'agit des ***phénomènes mécaniques, électriques, thermiques et chimiques***.

COMMENT LE MUSCLE RÉGÉNÈRE T-IL L'ÉNERGIE NÉCESSAIRE A SA CONTRACTION ?

A. Les voies de régénération de l'ATP (Document 19)



Doc. 19: CONTRACTION MUSCULAIRE ET MECANISME DE REGENERATION DE L'ATP

Le muscle qui se contracte utilise de l'énergie; de l'oxygène; de l'ATP; de glycogène; les ions Ca^{2+} ; ATP ; du glucose. Il rejette de la chaleur, l'acide lactique, le dioxyde de carbone (CO_2), et l'eau (H_2O). L'énergie utilisée par le muscle est stockée dans les tissus musculaires sous forme d'ATP. L'hydrolyse de l'ATP fournit donc de l'énergie indispensable à la contraction musculaire.

ATP ⟶ ADP + Pi + E (énergie)

(Adénosine Triphosphate) (Adénosine Diphosphate) (Phosphate inorganique)

En effet, une fibre musculaire au repos contient 2 à 3 moles d'ATP/g. On constate qu'en dépit de son utilisation au cours du travail musculaire le taux d'ATP reste constant. Cette quantité n'est pas modifiée parce qu'après la contraction musculaire, l'ATP serait régénérée ou remplacée.

Il existe plusieurs voies de la restauration de l'ATP lors de la contraction ; **ce** qui fait que le taux d'ATP soit maintenu constant:

- ***Les voies de régénérescence rapide***
- ***Les voies de régénérescence lente***

1. Les voies de régénération rapide (réactions anaérobies).

Trente secondes après une contraction musculaire, deux réactions de phosphorylation se produisent:

a. Réaction de phosphorylation par la Myokinase

En présence d'une enzyme appelée la Myokinase, deux molécules d'Adénosine Diphosphate (ADP) s'associent pour former de l'ATP.

$$ADP + ADP \xrightleftharpoons{Myokinase} AMP + ATP$$

AMP : Adénosine Monophosphate

b. Réaction de phosphorylation par la Phosphocréatine-kinase

La Phosphocréatine ou acide créatine phosphorique (ACP) ou Phosphagène est une molécule phosphatée abondante dans la fibre musculaire. En présence de la Phosphocréatine-kinase, l'ADP et la Phosphocréatine s'associent pour former de l'ATP selon la réaction:

$$ADP + Phosphocréatine \xrightleftharpoons{Phosphocréatine\text{-}kinase} Créatine + ATP$$

NB : Apres la contraction, la cellule musculaire doit reconstituer son stock de Phosphocréatine qui est la réserve énergétique la plus importante du muscle. Cette reconstitution n'est possible que grâce à un apport d'énergie trouvée dans la dégradation du glucose provenant du sang ou de l'hydrolyse du glycogène du muscle.

2. Les voies de régénération lente

Cette voie utilise du glucose qui est mis en relief sous forme de glycogène dans le muscle.

- Transformation du glucose en acide pyruvique

Le glucose est transformé en acide pyruvique à la suite de d'une chaîne de réactions appelée: ***Glycolyse***. La glycolyse permet la libération de deux molécules d'ATP à partir d'une molécule de Glucose.

- Dégradation de l'acide pyruvique en absence d'oxygène (fermentation lactique)

La dégradation de l'acide pyruvique en absence d'oxygène est ***la fermentation***.

Elle se déroule dans le hyaloplasme et a lieu au cours d'un exercice musculaire prolongé ou l'oxygénation du muscle se fait mal. L'acide pyruvique est alors transformé en acide lactique. Ce qui va entraîner une baisse de pH de la fibre musculaire et réduire l'efficacité des enzymes. Il est responsable de la fatigue musculaire qui se traduit par des crampes.

NB : La fermentation lactique ne permet pas la formation d'ATP.

- La Dégradation de l'acide pyruvique en présence d'oxygène (oxydation respiratoire)

Elle se déroule dans les mitochondries en présence d'oxygène et constitue la respiration. Au cours de cette réaction, l'acide pyruvique est oxydé en **dioxyde de carbone** (CO_2), et **eau** (H_2O). Elle s'accompagne d'une production importante d'ATP (formation de **34 à 36 molécules d'ATP**).

- Bilan des réactions:

Fermentation: $C_6H_{12}O_6 \longrightarrow 2\ CH_3\text{-}CHOH\text{-}COOH + \mathbf{2\ ATP}$ (Acide lactique)

Respiration: $C_6H_{12}O_6 + O_2 \longrightarrow 6\ CO_2 + 6H_2O + \mathbf{36\ ATP}$

La reproduction permet de produire de grande quantité d'énergie sous forme d'ATP.

Réaction du muscle	1er Muscle : Contraction qui se maintient	2ème Muscle : Contraction qui se maintient	3ème Muscle Contraction puis arrêt
ATP en mg/g de muscle			
- avant la contraction	2	2	2
- après la contraction	2	2	0
Phosphocréatine en mg /g de muscle frais			
- Avant contraction	1,5	1,5	1,5
- Après contraction	1,5	0,4	1,5
Glycogène en mg/g de muscle frais.			
- avant contraction			
- après contraction	1,62 0,9	1,62 1,62	1,62 1,62
Acide lactique en mg/g de muscle frais.			
- avant contraction	1	1	1
- après contraction	1,30	1	1

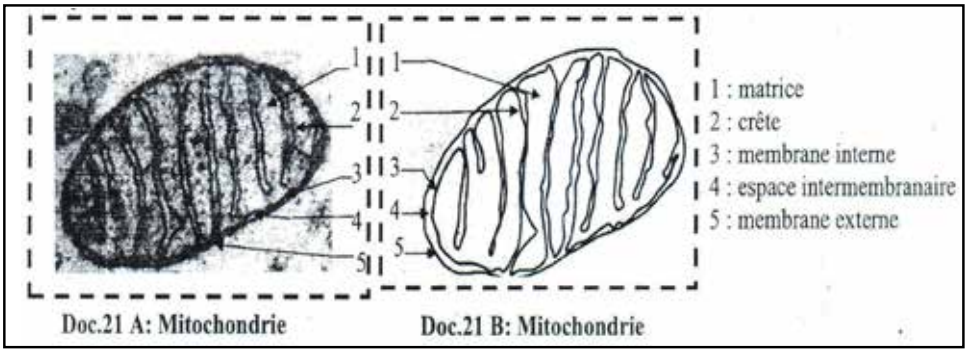
DOC.20 : DOSAGE D'ATP ET DE PHOSPHOCREATINE AVANT ET APRES LA CONTRACTION

Remarque:

Les cellules musculaires produisent de l'ATP par la respiration. Si l'énergie produite par cette voie est insuffisante, elle est compensée par l'ATP produit par la fermentation. Mais malheureusement cette dernière voie épuise les réserves de glucoses et produit de l'acide lactique qui provoque la fatigue musculaire.

B. Où l'activité respiratoire a-t-elle lieu dans la cellule?

L'activité respiratoire a lieu dans **la mitochondrie** qui utilise l'acide pyruvique provenant de la dégradation du glucose. La mitochondrie est limitée par une double enveloppe constituée par une membrane externe et d'un espace inter membranaire et d'une membrane interne qui émet des invaginations vers l'extérieur appelées **crêtes**. Grâce aux oxydations respiratoires (réactions biochimiques), la mitochondrie fournit de l'énergie sous forme d'ATP.



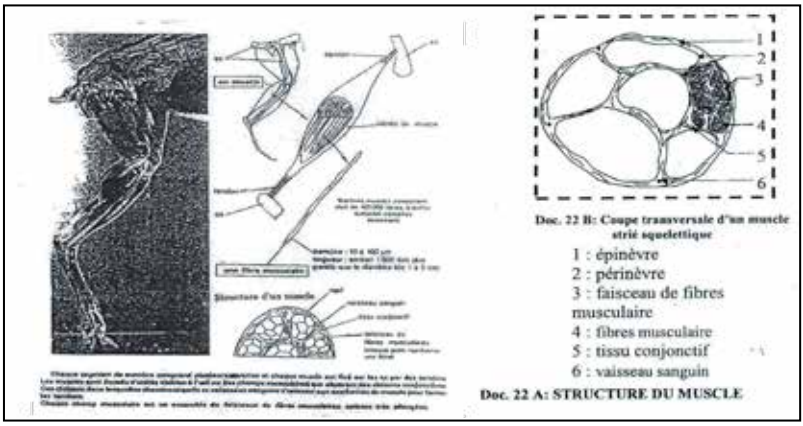
Doc.21 A: Mitochondrie Doc.21 B: Mitochondrie

CHAPITRE

5

COMMENT LA CONTRACTION DU MUSCLE SE FAIT-ELLE ?

I. La contraction musculaire est-elle liée a sa structure ?



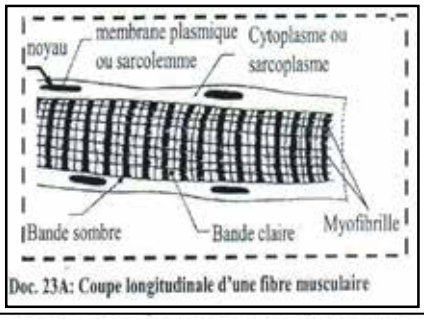
Doc. 22 B: Coupe transversale d'un muscle strié squelettique

Doc. 22 A: STRUCTURE DU MUSCLE

A. ANALYSE (Observations macroscopiques)

Une coupe transversale du muscle gastrocnémien de grenouille réalisée au niveau du ventre et observé à l'œil nu permet de distinguer:

- L'enveloppe conjonctive plus ou moins transparente. Cette enveloppe s'engage à l'intérieur du muscle pour former des ***cloisons conjonctives***.
- Ces cloisons délimitent les gros faisceaux qui se subdivisent en petits faisceaux
- Des fibres musculaires se retrouvent à l'intérieur des faisceaux
- Au niveau de cloisons et de l'enveloppe, se trouvent des vaisseaux sanguins et des nerfs



Doc. 23A: Coupe longitudinale d'une fibre musculaire

B. Interprétation (observation microscopique)

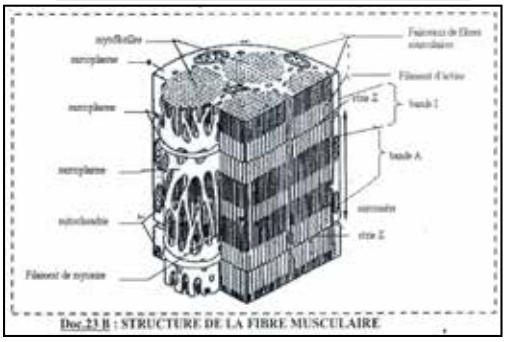
1. Structure de la fibre musculaire

L'observation au microscope optique de la fibre musculaire révèle que celle-ci est striée et comprend:

- Une membrane plasmique appelée ***le sarcolemme***
- Un ***cytoplasme*** qui comprend deux parties:

• Une partie homogène appelée sarcoplasme, qui contient des ***mitochondries*** et des ***noyaux***

• Une partie hétérogène composée de ***fibres musculaires*** ou myofibrilles groupées en faisceaux.



Doc.23 B : STRUCTURE DE LA FIBRE MUSCULAIRE

Au microscope optique, la myofibrille présente des stries transersa1es appelées ***stries Z***.

La portion de myofibrille comprise entre deux stries Z consécutives est appelée le ***sarcomère***.

L'observation des myofibrilles permet de distinguer:

- ***Une bande A*** ou ***disque A*** ou ***disque sombre***. On l'appelle aussi ***disque anisotrope***
- Une ***bande I*** ou ***disque I*** ou encore ***disque clair***. On l'appelle aussi ***disque isotrope***
- ***La zone H*** ou ***bande H*** ou encore ***bande de Hansen*** située au milieu du disque A.

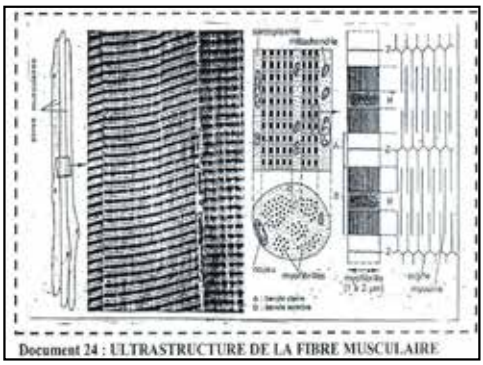
Le sarcomère est l'unité anatomique d'une fibre musculaire. C'est l'unité physiologique fonctionnelle de la myofibrille et est délimité par deux stries. Au sein de chaque sarcomère, on distingue une bande

sombre et deux bandes claires.**(Documents 23A et 23B)**

2. Ultrastructure de la fibre musculaire (Doc. 24)

L'ultrastructure de la fibre musculaire montre que:

- La bande claire est constituée de ***myofilaments fins d'actine***.
- La bande sombre est constituée à la fois de ***myofilaments épais de myosine*** et de ***myofilaments fins d'actine***
- Au centre de la bande sombre on a la ***bande H*** qui ne renferment que les myofilaments épais de la myosine.



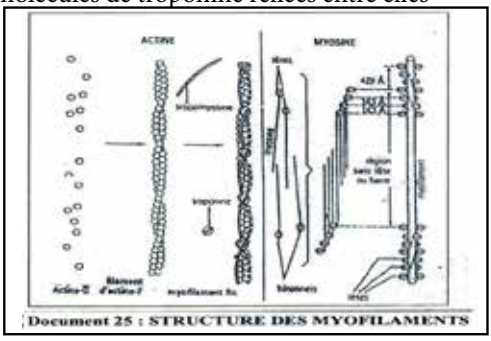
Document 24 : ULTRASTRUCTURE DE LA FIBRE MUSCULAIRE

3. Organisation des myofilaments (Documents 25)

Les filaments d'actine et les filaments de myosine sont des myofilaments.

a. Filaments d'actine

Les filaments d'actine sont composés de molécules ***d'actine, troponine*** et de ***tropomyosine***. Les molécules d'actine G s'associent pour donner un filament d'actine F. Deux filaments d'actine F s'entrelacent. Au point d'attache des deux filaments se trouve des molécules de troponine reliées entre elles par des molécules de tropomyosine.



Document 25 : STRUCTURE DES MYOFILAMENTS

b. Filaments de myosine

Les filaments de myosine sont constitués de bâtonnets. L'association de ces bâtonnets permet de distinguer des têtes qui correspondent aux sites de fixation des filaments d'actine.

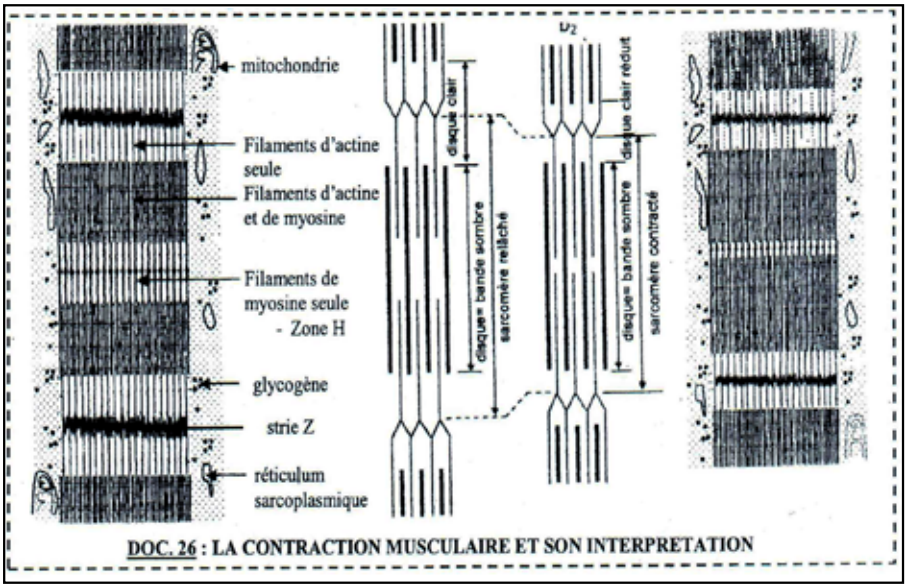
C. Conclusion

La contraction musculaire est possible grâce aux filaments d'actine et de myosine qui sont des molécules contractiles. Les filaments d'actine et de myosine sont de nature protéique ; ce sont donc des protéines contractiles.

II. La contraction du muscle s'effectue-t- elle grâce a un mécanisme ?

A. Analyse (Documents 26)

Durant la contraction musculaire, on observe un raccourcissement du sarcomère, la bande I qui devient étroite, la zone H qui devient étroite aussi et qui peut disparaitre si la contraction est poussée. Pendant la contraction, le disque A reste inchangé.



DOC. 26 : LA CONTRACTION MUSCULAIRE ET SON INTERPRETATION

B. Interprétation

1. Interprétation mécanique

Pendant la contraction, les filaments d'actine pénètrent entre les filaments de myosine entraînant le raccourcissement du sarcomère.

Durant le relâchement, les filaments d'actine ressortent d'entre les filaments de myosine entraînant le retour à l'état initiale du sarcomère.

2. Interprétation moléculaire ou chimique (Documents 27)

a. Au repos

Les molécules de troponine reliées par les molécules de tropomyosine masquent les sites d'attachement situés sur les filaments d'actine.

b. Durant la contraction

Le potentiel d'action (PA) musculaire entraine la libération des ions Ca^{2+} contenues jusque là dans le réticulum sarcoplasmique. Les ions Ca^{2+} libérés dans le sarcoplasme se fixent aux molécules de troponine et provoquent la libération des sites d'attachement des filaments d'actine masqués par les molécules de tropomyosine.

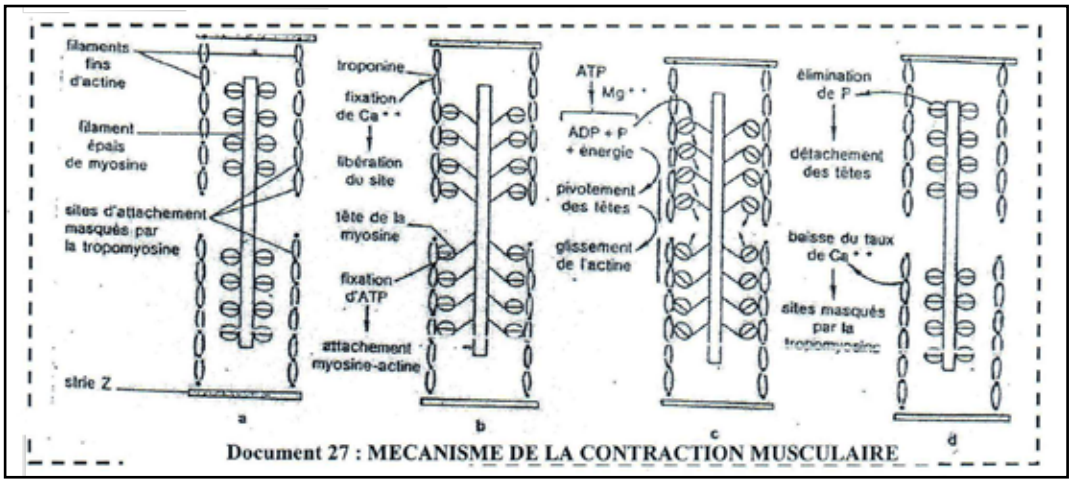
Les têtes de myosine ayant fixé des molécules d'ATP se lient aux filaments d'actine par les sites d'attachement. Cette liaison entre filaments d'actine et de myosine est appelée: le ***pont acto-myasine***.

Cette première phase qui est marquée par l'attachement des filaments d'actine est appelée ***phase d'attachement***.

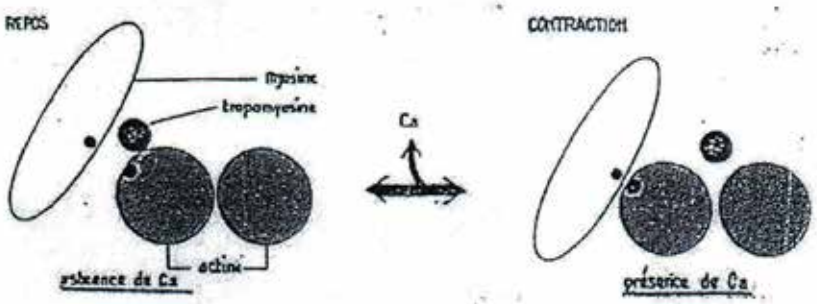
L'hydrolyse de l'ATP liée aux têtes de myosine, fournie l'énergie qui permet le ***pivotement*** des têtes de myosine vers le centre du sarcomère. Ce qui entraine le glissement des filaments d'actine entre les filaments de myosine. Ce glissement se fait vers le centre du sarcomère : il s'agit de la ***phase de glissements***.

Après l'élimination du phosphore provenant de l'hydrolyse d l'ATP, les têtes de myosine se séparent des filaments d'actine.

La baisse du calcium (Ca^{2+}) provoque la fixation des molécules de tropomyosine sur les sites d'attachement des filaments d'actine qui sont à nouveau masqués. La séparation entre filament d'actine et filament de myosine constitue ***la phase de détachement***.



Document 27 : MECANISME DE LA CONTRACTION MUSCULAIRE



Document 28 : FORMATION DU PONT ACTO-MYOSINE

C. Conclusion

La contraction du muscle s'effectue à partir du raccourcissement du sarcomère qui met en jeu les myofilaments d'actine et de myosine. La contraction du muscle se déroule en trois étapes qui sont: ***l'attachement, le glissement*** et ***le détachement***.

Les acteurs de la contraction du muscle sont donc:

- Les filaments d'actine
- Les filaments de myosine
- Les molécules d'ATP qui fournissent l'énergie
- Et les ions calcium qui initient la contraction.

Conclusion générale:

Le muscle pour sa contraction utilise des protéines contractiles qui sont: les filaments d'actine et de myosine dont l'activité nécessite obligatoirement de l'ATP et de Ca^{2+} .

EXERCICE CORRIGÉ 1

A / En vue d'amener un chat à fléchir la patte postérieure à la vue de la lumière, on soumet dans un laboratoire ce chat à diverses expériences. Le chat est maintenu dans le champ expérimental par une sangle abdominale. Un brassard est serré autour de la patte postérieure droite qui repose sur des fils électriques reliés à une batterie.

1ère série d'expériences: on applique une faible décharge électrique, le chat fléchit la patte postérieure droite. A chaque nouvelle excitation la réponse est la même.

2ème série d'expériences : devant le chat, on place une lampe électrique et on réalise les expériences dont les résultats sont consignés dans le tableau du document 1.

Essais	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Application du stimulus lumineux	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠
Application du stimulus électrique				■	■	■	■	■		
Réponse	⊙	⊙	⊙	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠
⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊙	⊙

⊠ stimulus lumineux
■ stimulus électrique
⊙ absence de réaction
⊕ réaction

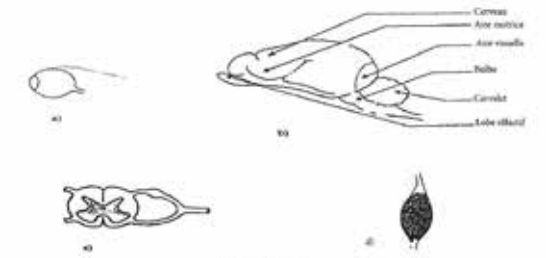
Document 1

1. Nommez la réaction observée dans la 1ère série d'expériences.
2. Indiquez les caractéristiques de cette réaction.
3. Analysez les résultats de la 2ème série d'expériences.
4. Interprétez-les.
5. Déduisez-en les caractéristiques de la réaction observée à partir du 9ème essai.

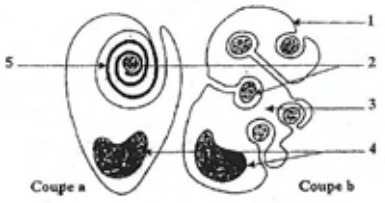
B/ Les figures a,b,c et d du document 2 représentent quelques organes qui interviennent dans l'accomplissement des réactions obtenues avec la série d'essais de 9 à 18.

Représentez le trajet suivi par le message nerveux dans le cas des réactions obtenues avec la série d'essai de 9 à 18.

Précisez le rôle des organes a, b, c et d.



Document 2



Document 3

C / Le document 3 représente des coupes transversales a et b d'axones de fibres conductrices de messages nerveux dans le cas de la réaction étudiée précédemment.

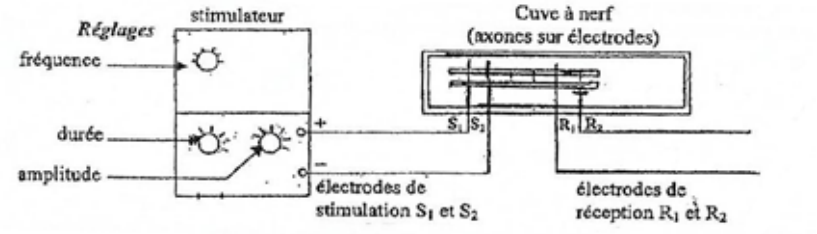
1. Annotez les coupes a et b du document 3 en reportant les numéros sur votre feuille de copie.
2. Légendez-les.

On dépose les axones des fibres a et b sur les électrodes excitatrices de la cuve à nerf comme l'indique la figure du document 4.

On porte une stimulation d'intensité supraliminaire au même moment aux deux axones et on obtient les enregistrement c et d du document 5.

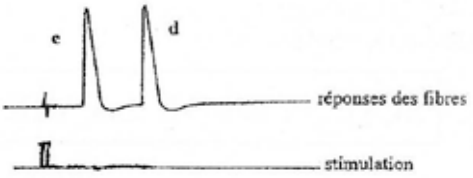
a. Comparez les enregistrements c et d.

b. Associez chaque enregistrement à une fibre nerveuse du document 3.
c. Expliquez la différence entre les enregistrements c et d.



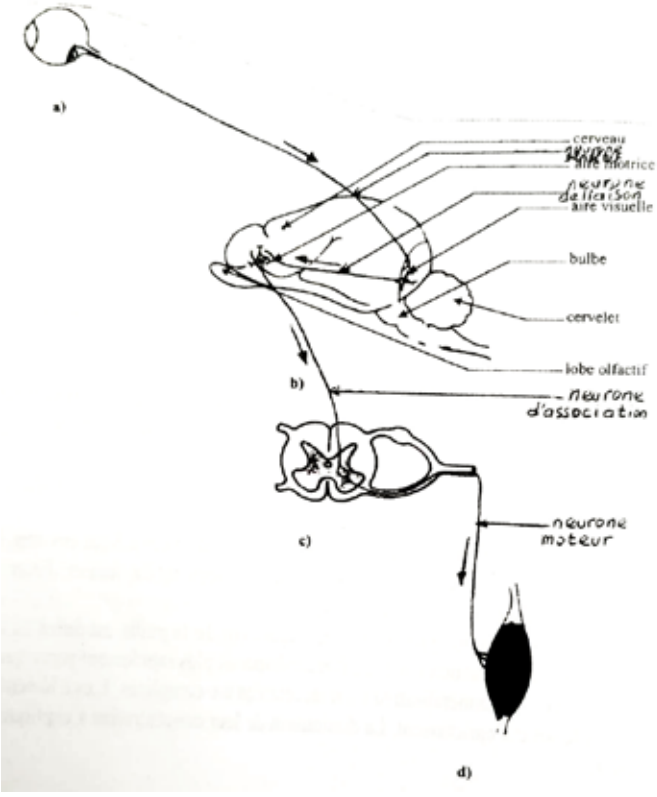
b. Associez chaque enregistrement à une fibre nerveuse du document 3.
c. Expliquez la différence entre les enregistrements c et d.

Document 4



SOLUTION

A) 1. Nom de la réaction observée : La réaction observée est un réflexe inné.
2. Caractéristiques de cette réaction: Le réflexe inné est une réaction involontaire, automatique et stéréotypée.
3. Analyse des résultats de la 2e série d'expériences :
Du 1er au 3e essai, le chat ne fléchit pas sa patte postérieure lorsqu'on allume la lampe seule. Du 4e au 8e essai, lorsqu'on associe le stimulus lumineux au stimulus électrique, le chat fléchit sa patte. Du 9e au 18e essai, lorsqu'on applique le stimulus lumineux seul, le chat fléchit sa patte. Du 18e au 20e essai, le chat ne fléchit plus sa patte lorsqu'on applique le stimulus lumineux seul.
4. Interprétation des résultats :
Le stimulus lumineux seul, au départ de Inexpérience ne provoque pas de réaction chez le rat parce que c'est un stimulus neutre, il est inefficace. En associant plusieurs fois de suite le stimulus neutre au stimulus absolu, le stimulus neutre est devenu un stimulus conditionnel efficace qui provoque chez le rat une réaction appelée réflexe acquis. Le stimulus conditionnel ne provoque plus de réaction chez le rat après plusieurs essais parce que le réflexe acquis établi s'est éteint.
5. Déduction des caractéristiques de la réaction observée à partir du 9e essai : Le réflexe acquis s'établit au cours d'un apprentissage où il y a association répétée du stimulus neutre et u stimulus absolu. Le réflexe acquis doit être entretenu pour éviter son extinction (disparition).

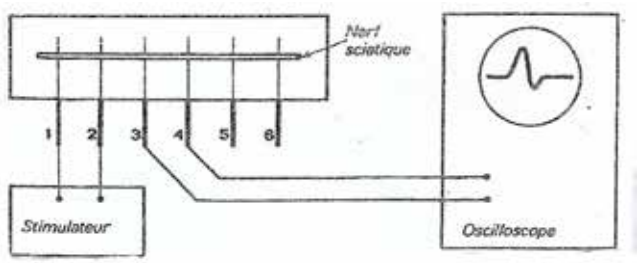


2. Rôle des organes a. b. c et d : L'œil (a) est le récepteur au niveau duquel naît l'influx nerveux sensitif. L'encéphale (b) est le centre nerveux au niveau duquel s'établit la liaison entre l'aire visuelle et aire motrice à l'origine du réflexe acquis. La moelle épinière (c) sert de relais entre le centre nerveux et l'effecteur. Le muscle est l'effecteur qui répond par contraction au message nerveux provenant du centre nerveux.

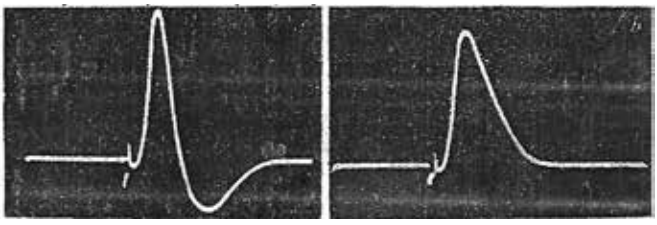
C) 1. Annotation : 1 = membrane plasmique ; 2 = cylindraxe (ou axone) ; 3 = cytoplasme ; 4 = noyau de la cellule de Schwann ; 5 = gaine e myéline.
2. Coupe transversale d'une fibre nerveuse : a) : myélinisée ; b) amyélinique (ou sans myéline).
3. a) Comparaison des enregistrements: Les enregistrements sont es potentiels d'action (PA) monophasiques qui ont la même amplitude. Cependant, le temps de latence du PA (d) est plus long que celui du PA (c).
b) Le PA (c) correspond à la réponse de la fibre myélinisée a. Le PA (d) correspond à la réponse de la fibre amyélinique b.
c) Dans les fibres myélmisées, la dépolarisation se propage plus vite en effectuant des sauts d'un nœud de Ranvier à un autre selon la théorie saltatoire. Par contre, dans les fibres sans myéline, la depolarisation se propage lentement de proche en proche sous forme de courants locaux.

EXERCICE CORRIGÉ 2

On place un nerf sciatique de grenouille sur une série d'électrodes. Deux de ces électrodes (1 et 2), reliées à un stimulateur, servent à exciter le nerf. Deux autres électrodes (3 et 4), reliées à un oscilloscope, permettent de détecter l'activité électrique du nerf (voir montage ci-dessous).



Les connections étant en place, on réalise les expériences ci-dessous :
a) Tant que le stimulateur n'envoie pas d'excitation au nerf, la trace du spot de l'oscilloscope reste horizontale à 0 mV.
b) Dès que le stimulateur envoie au nerf une excitation de caractéristiques convenables, on enregistre le tracé a.
c) Si l'on inverse les connections de façon à stimuler le nerf par les électrodes 3-4 et à détecter sa réponse en l-2, on enregistre également le tracé a.
d) On reprend les connections initiales et on écrase le nerf avec une pince au niveau de l'électrode On enregistre alors le tracé b.
e) On écrase le nerf entre les électrodes 2 et 3 (sans toutefois le sectionner): On constate que la réponse électrique du nerf disparait ;seul persiste l'artefact de stimulation.



1.Nommez les tracés a et b.
2.Interprétez le résultat le chaque expérience.

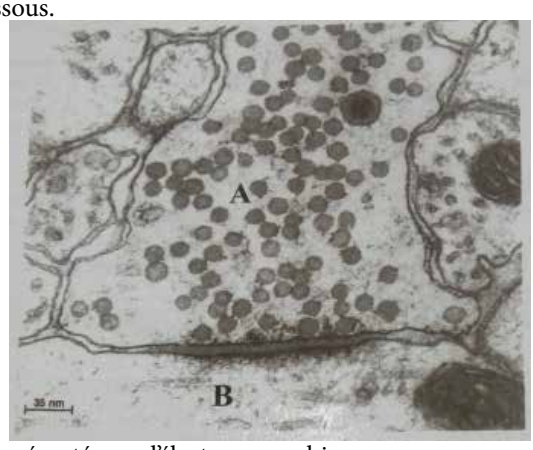
SOLUTION

1. Le trace a est un potentiel d'action (PA) diphasique. Le tracé b est un PA monophasique
2. Interprétation du résultat de chaque expérience :
a) La trace du spot à 0 mV indique qu'il n'y a pas de différence de potentiel (ddp) entre les électrodes réceptrices 3 et 4 placées à la surface du nerf(ou la ddp entre les électrodes réceptrices est nulle. La surface du nerf étant chargé positivement, les électrodes réceptrices 3 et 4 placées a sa surface sont elles aussi chargées positivement. Par conséquent il n'y a pas de différence de potentiel (ddp) entre ces électrodes.
b) L'enregistrement d'un PA diphasique suite à 1a stimulation efficace du nerf traduit le passage

d'un influx nerveux (ou une variation transitoire de potentiel) au niveau des électrodes réceptrices 3 et 4. La différence d amplitude entre les deux phases de ce PA est due à l'interaction entre les électrodes réceptrices 3 et 4 très rapprochées l'une de l'autre.
c) L enregistrement d'un PA diphasique en 1 -2 suite à la stimulation du nerf par les électrodes 3-4 traduit le passage d'un influx nerveux au niveau des électrodes 1 et 2. Par conséquent sur un nerf isolé, l'influx nerveux se propage dans les deux sens à partir du point excité.
d) L'enregistrement d 'un PA monophasique traduit le passage d'un influx nerveux seulement au niveau de l'électrode réceptrice 3 ; le nerf écrasé sous l'électrode réceptrice 4 ne conduisant plus l'influx nerveux.
e) La disparition de la réponse électrique du nerf après l'avoir écrasé entre les électrodes 2 et 3 montre que l'influx nerveux s'est arrêté au point écrasé et n'a pas pu atteindre les électrodes réceptrices ; le nerf écrasé ne conduisant plus l'influx nerveux. Seul 1'artefact de stimulation qui indique l'instant précis de la stimulation peut être alors enregistré.

EXERCICE CORRIGÉ 3

On veut comprendre le mécanisme de la communication entre les neurones. Pour cela, on observe l'électronograohie ci-dessous.

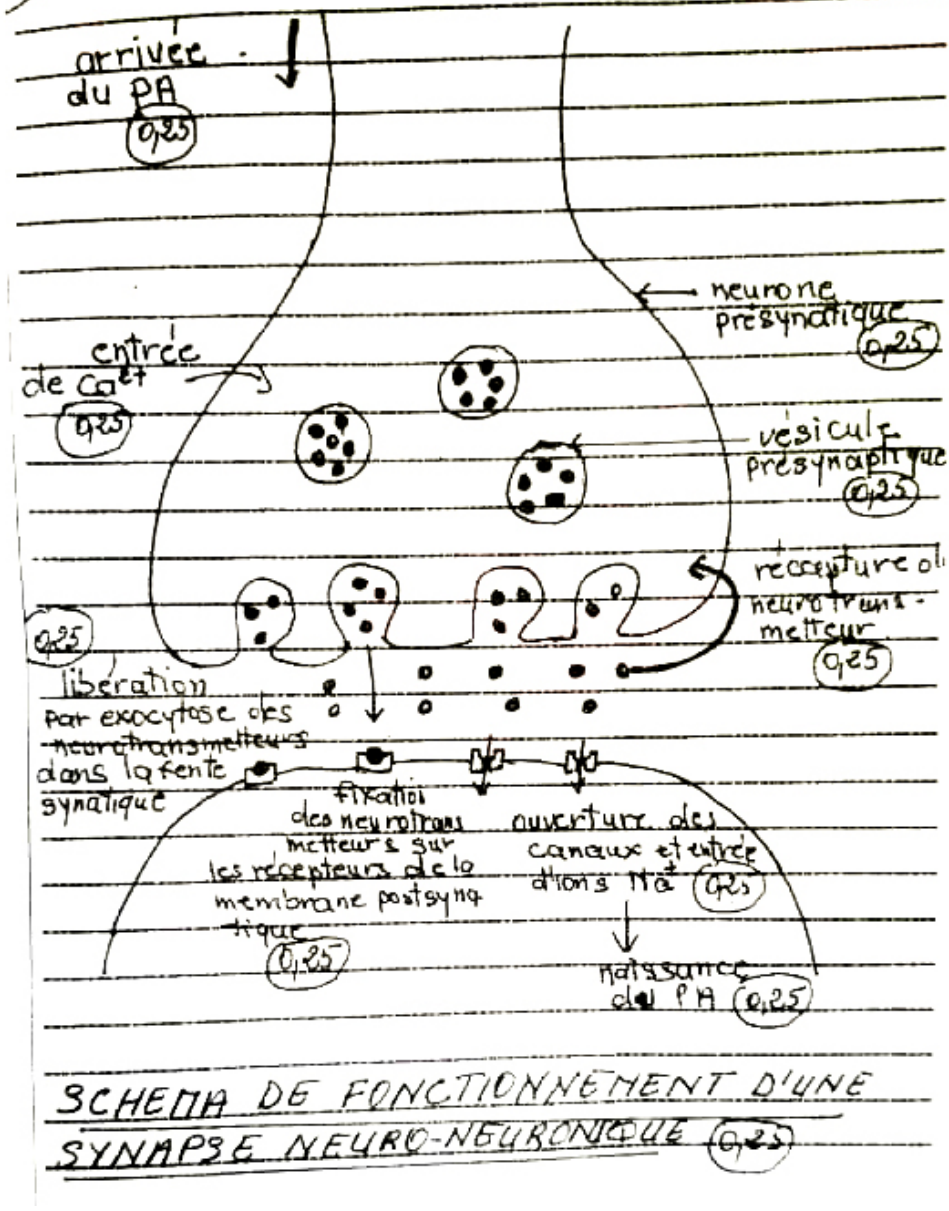


1. Identifiez la structure présentée par l'électronographie.
2. Expliquez le fonctionnement de cette structure.
3. Réalisez le schéma de fonctionnement de cette structure.

SOLUTION

1. Identification de la structure : synapse neuro-neuronique.
2. Explication
- Arrivée du PA au niveau du bouton synaptique de la cellule nerveuse A ;
- Entrée d'ions Ca^{2+} dans le bouton synaptique ;
- Libération par exocytose du neurotransmetteur dans la fente synaptique ;
- Fixation des molécules du neurotransmetteur sur ses récepteurs de la membrane postsynapüque de la cellule nerveuse B ;
- Ouverture des canaux soit à Na^+, soit à K^+, soit à Cl^- chimio dépendant
- Entrée de Na^+ dans le neurone postsynaptique B qui entraine un PPSE et naissance d'un PA ou entree de CL ou sortie de K qui entraine un PPSI.
- Inactivation des molécules du neurotransmetteurs par une enzyme spécifique ;
- Réabsorption du neurotransmetteur au niveau du neurone pré synaptique A.

3) Réalisation du Schéma.



SCHEMA DE FONCTIONNEMENT D'UNE SYNAPSE NEURO-NEURONIQUE (0,25)

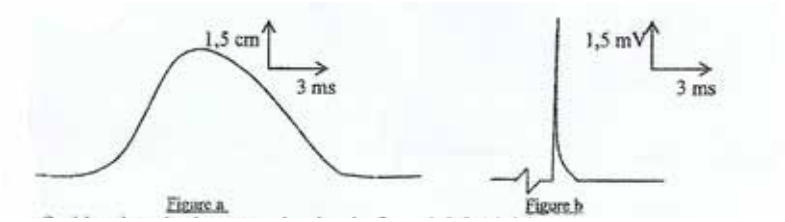
EXERCICE CORRIGÉ 4

Les figures a et b suivant représentent des enregistrements effectués sur une fibre musculaire striée squelettique.

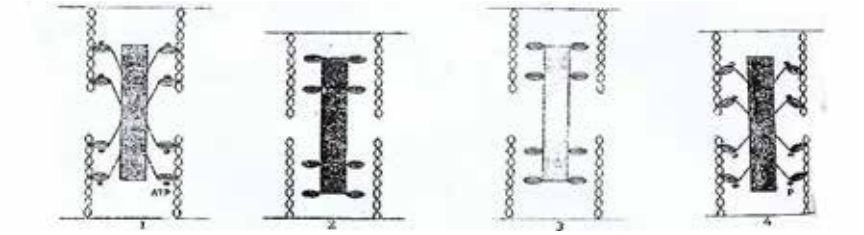
1) Nommez ces enregistrements.

2) Reproduisez-les en établissant la relation qui les lie.

3) Nommez le phénomène mécanique illustré par ces enregistrements.



Ce phénomène mécanique est représenté par les figures 1, 2,3 et 4 ci-dessous.



4)

a) Rétablissez l'ordre chronologique de ce phénomène mécanique.

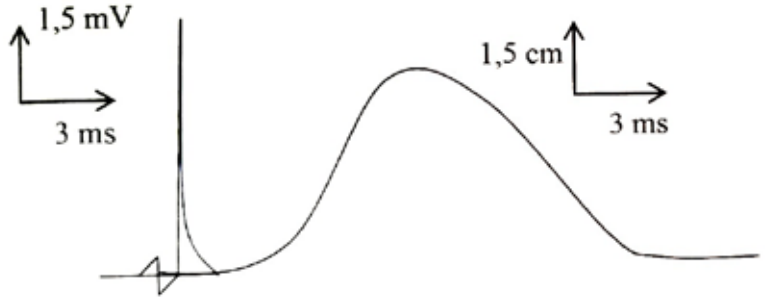
b) Identifiez les différentes phases de ce phénomène mécanique.

c) Expliquez, à partir du document et de vos connaissances, ce qui se passe dans chaque phase.

SOLUTION

1) Figure a = secousse musculaire isolée (ou myogramme)
Figure b = potentiel d'action musculaire (ou électromyogramme)

2) Les deux figures étant faites à la même échelle, il suffit de représenter le PA musculaire pendant le temps de latence de la secousse musculaire isolée.



3) Le phénomène mécanique illustré par ces enregistrements est la contraction musculaire.

4) a) L 'ordre chronologique de ce phénomène est : figure 3, figure 1, figure 4 et figure 2.

b) Figure 3 = phase de repos ; figure 1 = phase d'attachement ; figure 4 = phase de glissement

ou de pivotement ; figure 2 = phase de détachement
4) a) L'ordre que de ce phénomène est : figure 3, figure 1, figure 4 et figure 2.
b) Figure 3 = phase de repos ; figure 1 = phase d'attachement ; figure 4 = phase de glissement ou de pivotement ; figure 2 = phase de détachement.
c) Explication :
- La phase de repos : les têtes de myosine qui font saillie le long des filaments épais de myosine sont séparées des filaments fins d'actine car les sites d'attachement des têtes de myosine sur les filaments d'actine sont masqués par la molécule de tropomyosine.
- La phase d'attachement : L'excitation de la fibre musculaire modifie la perméabilité membranaire du réticulum sarcoplasmique aux ions Ca^{2+} Ces ions quittent massivement ce réticulum et se fixent sur la molécule de troponine qui se déforme en repoussant la tropomyosine libérant ainsi les sites d'attachement des têtes de myosine. En même temps les mitochondries produisent de l'ATP qui se fixe sur les têtes de myosine qui se déforment et s'attachent à l'actine Morphologiquement cet attachement se traduit par la formation des ponts acto-myosines.
- La phase de glissement ou de pivotement : La fixation des molécules d'ATP sur les têtes de myosme active la propriété ATPasique des têtes de myosine qui hydrolysent TATP en ADP + Pi + Energie. Le phosphore inorganique (Pi) libéré se fixe sur les têtes de myosine qui se déforment une nouvelle fois en pivotant Ce pivotement entraîne les filaments d'actine qui glissent le long de ceux de myosme le sarcomère se raccourcit.
- La phase de détachement : La dissociation des complexes acto-myosines est due à la réabsorption active des ions Ca^{2+} par le réticulum sarcoplasmique et à la fixation de nouvelles molécules d'ATP sur les têtes de myosine.

MOUVEMENTS RÉFLEXES

EXERCICE 1

Un chien a été préalablement conditionné à saliver quand il entend un son de fréquence 1000 Hz sur présentation d'un morceau de viande. Dans l'expérience suivante, toutes les 15 mn, on lui fait entendre un son dont la fréquence est indiquée dans le tableau du document 1 et on recueille la salive pendant 30s.

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Heure	Fréquence du son (Hz)	Gouttes de salive recueillies
14H00mn	1000	18
14H15mn	1012	00
14H30mn	1000	18
14H45mn	1005	18
15H00mn	1012	00
15H15mn	1020	00
15H30mn	1000	18
15H45mn	1000	18

DOCUMENT 1

1. Indiquez ce que représente le son de fréquence 1000Hz avant le conditionnement de l'animal, puis après l'acquisition du réflexe.
2. Analyse les résultats obtenus.
3. Déduisez-en la caractéristique essentielle du réflexe conditionnel mis en évidence dans cette expérience.
4. Représentez par un schéma le circuit nerveux mis en place à l'issue de l'acquisition du réflexe.

Quatre jours après l'expérience précédente, l'animal est à nouveau soumis à l'influence du son de 1000 Hz. Chaque jour, un essai est réalisé à la même heure. La quantité de salive recueillie au cours d'une quinzaine d'essai est consignée dans le tableau suivant (document 2).

Essais (numéros)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Quantité de salive recueillie	18	17	15	11	12	10	10	6	3	1	1	1	0	0	0

DOCUMENT 2

1. Représentez par un graphe, la quantité de salive recueillie au cours des essais.
Prendre pour échelle 1cm pour chaque essai et 1cm pour une goutte de salive.
2.
a. Analysez succinctement le graphe.
b. Interprétez ce graphe.
3. Concluez.

EXERCICE 3

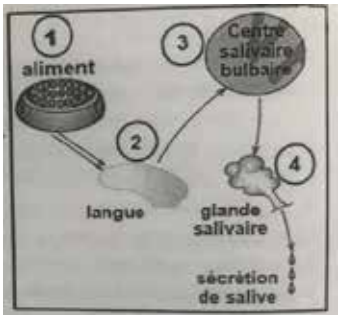
Relever, pour les items suivants, une ou deux réponse(s) correcte(s).

1-Un stimulus absolu (ou inconditionnel) :

a -est un stimulus neutre.
b - Déclenche un réflexe conditionnel.
c - Peut être associé à un stimulus neutre.
d - est un stimulus qui déclenche un réflexe inné.

2- Le retrait de la main au toucher d'un objet chaud :

a-est un réflexe inné.
b- pour but la protection.
c-demande un apprentissage.
d- est un réflexe conditionnel.



3- La salivation d'un chien est un réflexe, dans le cas :

a-inné.
b-opérant.
c- répondant.
d-conditionnel.

4-La salivation d'un chien est un réflexe, dans le cas :

a-L 'élément 1 de la figure ci-contre représente le récepteur sensoriel.
b-L 'élément 1 de la figure ci-contre représente le' stimulus absolu.
c- La relation entre les éléments1 et 2 se fait par des fibres nerveuses motrices.
d- la relation entre les éléments 3 et4 se fait par des fibres nerveuses motrices.

5- Le réflexe conditionnel :

a- est acquis à la suite d'un apprentissage.
b-persiste même s'il n'est pas entretenu .
c-résulte de l'association répétée deux stimulus absolu suivi d'un stimulus neutre.
d-résulte de l'association répétée d'un stimulus neutre suivi d'un stimulus absolu.

EXERCICE 4

Le tableau ci-dessous donne le volume de salive sécrétée par un chien en fonction du nombre de présentation de l'éclair de lumière suivie de la viande puis de l'éclair de lumière seule.

Nombre de présentation des stimuli	Eclair de lumière + viande								Eclair de lumière				
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Volume de salive (u.a)	0	2	16	24	29	33	35	37	19	11	7	2	0

1.construisez sur un papier millimétré la courbe montrant le comportement du chien vis-à-vis des stimuli appliqués.

Echelle 1cm --> 4 u.a

1cm--> 1 présentation ;

2-Analysez cette courbe.

3. a) Déduisez le type de réaction obtenue.
   b) Justifiez votre réponse.

4. a) Précisez les caractères de cette réaction mises en évidence. Par la courbe.
   b) Justifiez votre réponse.

EXERCICE 5

A partir des affirmations ci-dessous, relevez-la ou les bonnes réponses en écrivant la lettre correspondante

1- Le potentiel d'action :

A- est une modification brève du potentiel de repos, sa durée étant l'ordre de la milliseconde ;

B-a une amplitude qui décroît progressivement le long de la fibre nerveuse excitée.

C- est liée à des mouvements ioniques ; intenses mais brefs à travers la zone membranaire excitée ;

D- correspond à une augmentation de la polarisation membranaire qui passe de 70 mV à 100 mV ;

E- ne peut se propager que dans un seul sens le long d'une fibre nerveuse isolée

2- Les récepteurs sensoriels :

A- sont des structures nerveuses capables de détecter des stimuli, c'est à dire des variations de leur environnement.

B-émettent des <<bouffées>> de potentiels d'action lorsqu'ils sont excités ;

C-ont une fréquence d'émission de potentiels d'action constante pour un récepteur donné ;

D-présente une modification de leur polarisation membranaire qui dépend de l'intensité de stimulus,

E- donnent naissance à un message appelé potentiel de récepteur, qui se propage en direction des centres nerveux.

3- Au niveau d'une synapse chimique :

A- la transmission du message est assurée dans le sens précis grâce à un neurotransmetteur, stocké dans la terminaison axonique post-synaptique ;

B- la libéralisation de ce neurotransmetteur obéit à la loi du tout ou rien ;

D-le neurotransmetteur se fixe sur des récepteurs membranaires post-synaptiques ;

E- la fixation de neurotransmetteur sur les récepteurs membranaires post-synaptique modifie le potentiel de membrane.

4-Un neurone :

A- reçoit généralement, à un instant donné, des informations provenant de plusieurs neurones ;

B- porte un grand nombre de contacts synaptiques, tous de type excitation ou tous de type inhibiteur suivant le neurone considéré ;

C- émet des potentiels d'action conduits par son axone dès que des potentiels post-synaptiques excitateur apparaissent au niveau du corps cellulaire ;

D- intègre les potentiels post-synaptiques excitateurs et inhibiteurs.

5- L'acétylcholine, neurotransmetteur excitateur, déclenche au niveau de l'élément post-synaptique :

a-Louverture des canaux Na+

b-Louverture des canaux K+

c-Louverture des canaux Cl-

6- L'acide gamma butyrique neurotransmetteur ; inhibiteur, déclenche au niveau de l'élément post-synaptique :

a-Louverture des canaux Na+

b-Louverture des canaux K+

c-Louverture des canaux Cl-

7-Au point de passage du PA ou influx nerveux, la membrane plastique devient subitement mais très brièvement :
a- plus perméable aux ions Na+ qu'aux ions k+
b-plus perméable aux ions K+ qu'aux ions Na+
c-plus perméable aux ions Cl- qu'aux ions k+

EXERCICE 6

Voici une série de proposition ci-dessous relatives à la transmission du message nerveux dans une synapse ; dans chaque proposition, choisissez-la ou les bonnes réponses.
1-L'acétylcholine, neurotransmetteur excitateur, déclenche au niveau de l'élément postsynaptique
a) L'ouverture des canaux Na+
b) L'ouverture des canaux K+
c)L'ouverture des canaux Cl-
2- Le GABA neurotransmetteur excitateur, déclenche au niveau de l'élément postsynaptique
a) L'ouverture des canaux Na+
b) L'ouverture des canaux K+
c)L'ouverture des canaux Cl-
3- Un poison appelé tétrodotoxine agit en bloquant les synapses excitatrices. On constate pourtant que le PPSE engendré par l'arrivé d'influx sont normaux. Le poison :
a) bloque les récepteurs de l'ACH
b) stimule les récepteurs de l'ACH
c)bloque le canal Na+ voltage dépendant
d)ouvre le canal Na+ voltage dépendant.
4- La transmission du message nerveux dans une synapse interneuronale se fait:
a) du neurone postsynaptique vers le neurone présynaptique
b) du neurone présynaptique vers le neurone postsynaptique
c) du neurone présynaptique vers le neurone postsynaptique et vice versa.

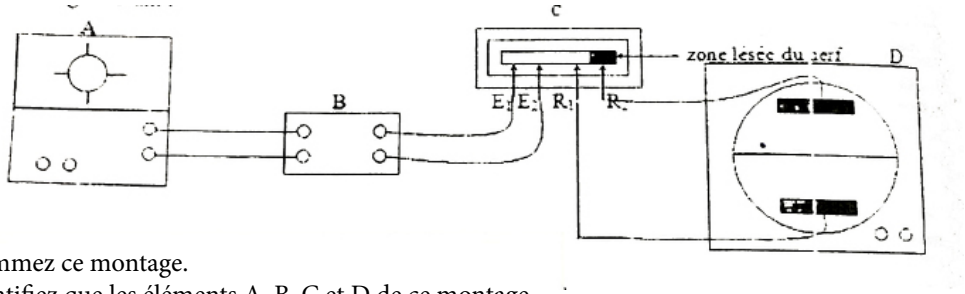
EXERCICE 7

Les séries d'affirmations suivantes se rapportent aux caractéristiques d'une excitation.
1.La rhéobase est :
a) La durée minimale en dessous de laquelle la fibre nerveuse est inexcitable quelle que soit l'intensité de stimulation.
b) L'intensité minimale en dessous de laquelle la fibre nerveuse est inexcitable quelle que soit la durée de stimulation.
c) L'intensité minimale capable d'excité une fibre nerveuse.
2- La chronaxie est :
a) Le temps minimum nécessaire pour qu'une intensité double de la rhéobase soit efficace.
b) L'intensité minimale nécessaire pour qu'une durée double de la rhéobase soit efficace.
c) Le temps maximal capable d'excité une fibre nerveuse quelle que soit l'intensité de la stimulation.
3- Le temps utile est :
a) Le temps correspondant à la chronaxie.
b) Le temps correspondant à chaque intensité liminaire.

c) Le temps nécessaire pour qu'une intensité de stimulation infraliminaire soit efficace.
Choisis dans chaque série la bonne réponse en utilisant les chiffres et les lettres.

EXERCICE 8

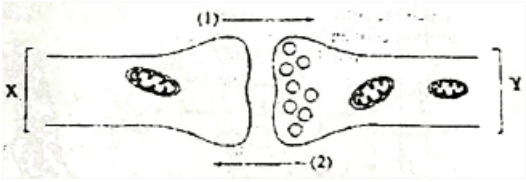
En vue de déterminer les propriétés des structures nerveuses, un groupe d'élèves de la Tle D réalise le montage suivant :



1) Nommez ce montage.
2) Identifiez que les éléments A, B, C et D de ce montage.
3) a) justifiez que ce montage est non fonctionnel.
b) Modifiez ce montage pour le rendre fonctionnel.
4)a) schématisez la réponse que le montage fonctionnel permet d'enregistrer suite à une stimulation efficace du nerf.
b) Nommez cette réponse.;
c) justifiez votre réponse.

EXERCICE 9

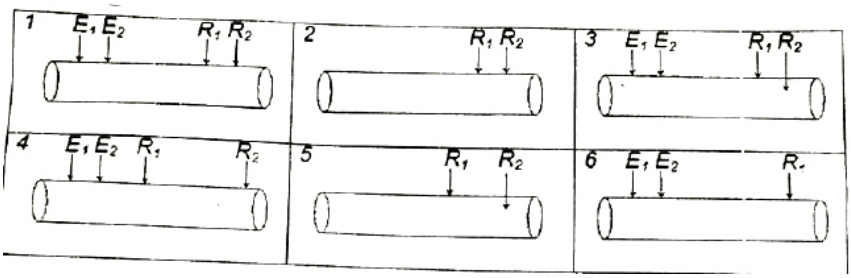
Voici un ensemble de facteurs : a) la température ; b) le diamètre ; c) la longueur) la présence de myéline.
Relevez ceux qui modifient la vitesse de l'influx nerveux le long d'une fibre en recopiant la lettre correspondante.
2. le schéma ci-dessous est celui d'une synapse inter neuronale.



Parmi les propositions suivantes, la quelles sont exactes ? (Répondez en utilisant la lettre correspondante)
a) L'élément X est pré synaptique ; b) L'élément X est post synaptique ; c) L'influx nerveux est transmis dans le sens 1 ; d) L'influx nerveux est transmis dans le sens 2.
3.Au point de passage du PA ou influx nerveux, la membrane plasmatique devient subitement mais très brièvement :
a) plus perméable aux ions Na+ qu'aux ions K+ ; b) plus perméable aux ions K+ qu'aux ions Na+

Relevez l'affirmation juste en recopiant la lettre correspondante.
1. En fonction de la position des électrodes réciproques R1 R2 sur les fibres nerveuses 1,2,3,4,

5 et 6 suivantes représentez les enregistrements qu'on est en droit d'attendre sur l'écran de l'oscilloscope. La présence d'électrodes excitatrices E1 E2 indique qu'une stimulation est portée sur la fibre nerveuse



5)Répondez vrai (V) ou faux (F) aux affirmations suivantes. Exemple : a : b : F : V etc.

a. Le maintien du PR est un phénomène qui nécessite une dépense énergétique.

b. on peut observer des synapses inter neuronale dans la substance blanche.

c. au point de passage du PA donc de l'influx nerveux, la membrane plasmique devient plus perméable aux ions Na+ qu'aux ions K+.

d. la perméabilité de la membrane d'une cellule excitatrice non stimulée est plus importante pour Na+ que K+.

6) Recopiez la phrase en choisissant la bonne réponse parmi les valeurs proposées à la fin de chaque phrase.

a. l'amplitude moyenne du PR d'une fibre nerveuse ou d'un nerf est de : -50mV ; - 70mV ; 100mV ; 80 mV ; -50mV

L'amplitude maximale en valeur absolue du PA au niveau d'une fibre nerveuse (axone géant de calmar) est de 1mV ;50mV ; -60mV ; -70mv ; 100mV ,80 mV ; -50 mV

EXERCICE 10

VOULANT réviser son cours de communication, votre ami de classe découvre dans son livre les affirmations suivantes. Relevez la ou les affirmations justes en recopiant la lettre correspondante sur votre copie.

1- un Récepteur sensoriel :

a. Assure la traduction d'un stimulus spécifique en message nerveux.

b. Est une terminaison axonique.

c. Renferme un site traducteur.

d. Assure le codage du message nerveux en modifiant la fréquence.

2- Dans la synapse neuro-neuronique :

a. la transmission du message nerveux est unidirectionnelle.

b. Le neurotransmetteur diffuse à partir d'une dentine.

c. la libération du neurotransmetteur assure l'ouverture des canaux voltage dépendant en Ca++.

d. le neurotransmetteur libéré est toujours l'acétylcholine.

3- Le délai synaptique est le temps mis par le message nerveux pour :

a. sauter d'un nœud de Ranvier à un autre.

b. parcourir la distance séparant les deux électrodes excitatrices.

c. parcourir la distance séparant le site transducteur du générateur.

d. franchir une synapse.

4- le raccourcissement d'un sarcomère.

a. résulte d'un glissement relatif des filaments d'actine par rapport aux filaments de myosine.

b. résulte d'un glissement de l'Energie mécanique en énergie chimique.
5- l'ordre des étapes de conversion de l'Energie chimique en énergie mécanique est:
a- Libération de ions Ca2+ > démasquage des sites de fixation de la myosine > hydrolyse de l' ATP > contraction
c- fixation des têtes de myosines que les filaments d'actine << hydrolyse de l'ATP>> pivotement des filaments de myosine entre les filaments d'actine.
d- fixation des têtes de myosine sur les filaments d'actine entre les filaments de myosine.
6- Le délai synaptique est le temps mis par le message nerveux pour :
a- sauter d'un nœud de Ranvier a un autre.
b- parcourir la distance séparant les deux électrodes excitatrices;
c- parcourir la distance séparant le site transducteur du site générateur;
d- franchir une synapse.

EXERCICE 11

Voici une liste d'affirmations relative au fonctionnement d'une synapse et à la communication nerveuse. Réponds par VRAI ou FAUX chaque affirmation.
1-Le GABA est un neurotransmetteur qui induit un PPSI au niveau de la membrane post synaptique.....
2- Le délai synaptique est le temps que met l'influx nerveux pour traverser une articulation.....
3- Le PPSE excite le muscle et entraine sa paralysie au niveau de la plaque motrice .....
4- la vitesse de propagation de l'influx nerveux augmente lorsque le diamètre et la température augmente.....
5- Dans l'organisme, l'influx nerveux se propage dans les deux sens : on dit qu'il est bidirectionnel.....
6-La vitesse de propagation de l'influx nerveux est très grande dans la fibre amyélinique.....
7. pendant la phase de dépolarisation, il Ya entrée d'ions Na+ et sortie d'ions Cl-
8- L'hyperpolarisation est caractérisée par une sortie excessive d'ions K+.....
9- La période réfractaire relative est une période ou le nerf réagit en fonction de la quantité des ions K+ sortie.....
10-La synapse excitatrice est une synapse qui possède des neuromédiateurs qui ouvrent les canaux sodiques.....

EXERCICE 12

On considère deux structures nerveuses X et Y auxquelles on porte des stimulations électriques suffisamment espacées et d'intensités croissantes. Puis on mesure l'amplitude des réponses. Les résultats sont consignés dans les tableaux ci-dessous (document 1).

Structure nerveuse X

Intensités (mV)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Amplitude (cm)	0	2	5	25	74	80	85	85	85	85

Structure nerveuse Y

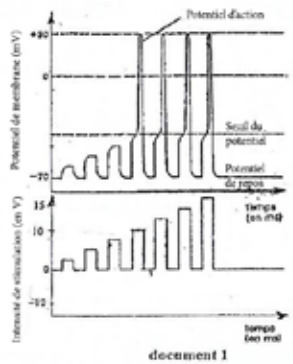
Intensités (mV)	0	1	2	3	4	5	6
Amplitude (cm)	0	0	55	55	55	55	55

1. Identifiez les structures nerveuses X et Y à partir des tableaux en justifiant votre réponse.
2.

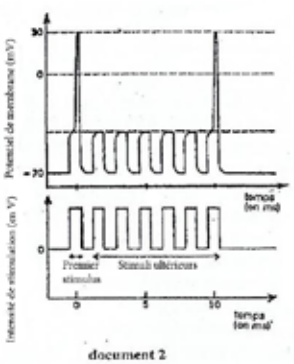
a) Construisez dans le même repère, les courbes montrant le comportement de chaque structure nerveuse vis-à-vis des stimulations.
b) Analysez chaque courbe.
c) Interprétez chaque courbe.
3. Justifiez le délai observé entre les stimulations.

EXERCICE 13

Pour comprendre le fonctionnement d'une structure nerveuse, on lui applique une série de stimulation d'intensité croissante. A l'aide de micro électrodes reliées à un oscilloscope très sensible, on enregistre pour chaque valeur de l'intensité de stimulation, la réponse de la structure nerveuse. Le document 1 montre les résultats obtenus.



document 1



document 2

1. Analysez ce document.
2. Interprétez-le.
3. Déduisez de cette interprétation, la nature et la propriété de la structure nerveuse.
On fait ensuite varier la fréquence des stimulations supraliminaires ; on obtient les résultats du document 2.
4. Donnez une explication ionique du comportement de cette structure nerveuse après la 1ère réponse

EXERCICE 14

Pour étudier la nature du message nerveux, on réalise les expériences suivantes:
Expérience 1 : Deux micro électrodes réceptrices sont posées sur une structure nerveuse. On enregistre sur l'oscillographe le tracé de la figure 1.
Expérience 2 : L'une des micro électrodes est enfoncée dans la structure nerveuse. On enregistre alors le tracé de la figure 2.
Expérience 3 : On porte des stimulations d'intensités variables sur la structure nerveuse dans les conditions de l'expérience 2. On obtient les tracés de la figure 3.

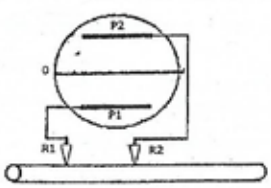


Figure 1

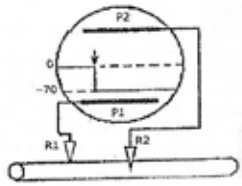


Figure 2

1. Nommez les enregistrements obtenus aux figures 1, 2 et 3B.
2. Analysez le tracé de la figure 3B.
3. Expliquez le comportement de la structure nerveuse lorsque le potentiel de stimulation varie.
4. Identifiez la structure nerveuse utilisée dans cette expérience.
5. Déduisez de toutes ces expériences les propriétés nerveuses mises en évidence.

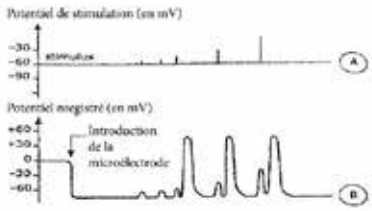
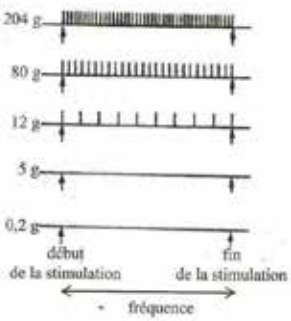


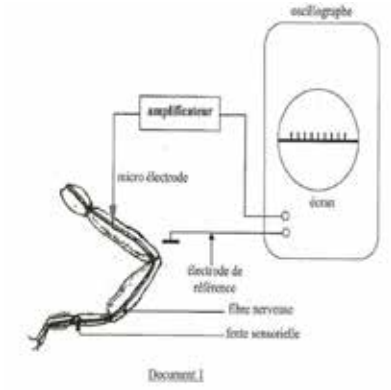
Figure 3

EXERCICE 15

Le scorpion des sables chasse la nuit. Il ne voit pas les proies qu'il capture, mais les repère grâce à des fentes sensorielles situées sur ses pattes. Si une proie s'aventure sur son territoire, il s'oriente peu à peu vers elle, la saisit et la tue. Pour comprendre le mécanisme de repérage des proies, l'expérience suivante est réalisée : Un scorpion est placé dans l'obscurité à l'intérieur d'une enceinte contenant du sable. On laisse tomber sur le sable des boules de résine de masses croissantes (0,2 g ; 5 g ; 12 g ; 80 g et 204 g). À l'aide d'une micro-électrode implantée dans la fibre nerveuse de la patte et d'une électrode de référence (document 1), on enregistre sur l'écran d'un oscillographe, des potentiels d'actions (PA), représentés par le document 2.



Document 2



Document 1

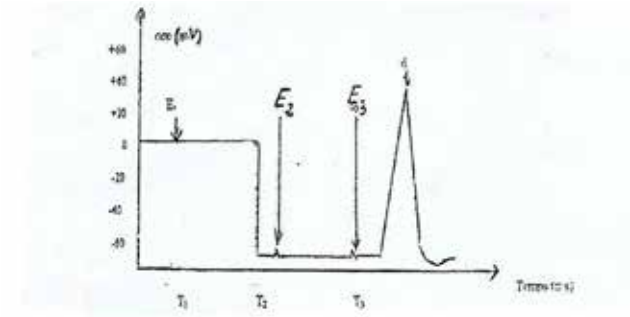
1.
a. Représentez un des potentiels d'action du document 2 ayant 110 mV d'amplitude et 4 ms de durée avec un temps de latence de 1 ms, sachant que le potentiel de repos est de -70 mV.
Echelle : 1 cm pour 20 mV et 1 cm pour 1 ms.
b. Annotez-le.
c. Légendez-le.
2. Analysez les enregistrements du document 2.
3. Interprétez-les.
4. Déduisez le mécanisme de repérage des proies par le scorpion.

EXERCICE 17

A) Sur un axone gérant de calmar, on dispose 4 électrodes, deux électrodes : S1 et S2 reliées à un stimulateur et deux micro électrodes R1 et R2 branchées aux plaques horizontales d'un oscilloscope. On réalise alors les expériences suivantes :

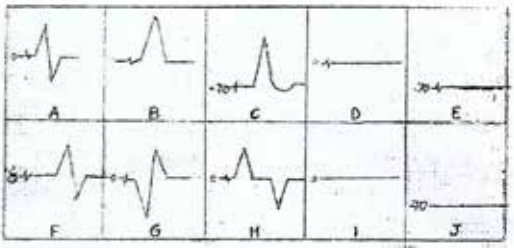
- Au temps T1, R1, et R2 sont placées à la surface de l'axone et on délivre l'excitation E1.
- Au temps T2, R2, est introduite dans l'axone puis on délivre quelques secondes après l'excitation E2.
- Au temps T3, R2 est toujours dans l'axone et on délivre l'excitation E3.

Le comportement de l'axone, observé sur l'écran de l'oscilloscope, se traduit sur le document ci-dessous:



1. Proposez un schéma simplifié du dispositif expérimental utilisé au temps T2.
2. Expliquez le comportement de l'axone aux temps T1, T2 et T3.

B) Grâce à des montages expérimentaux, on obtient les enregistrements suivants

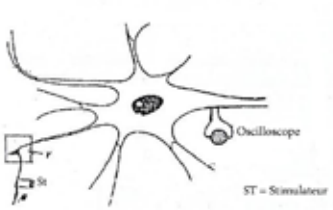


NB : Toutes les valeurs sont exprimées en mV.

1. Comparez les enregistrements A et H et expliquer les différences.
2. Comparez les enregistrements E et J et expliquer les différences.
3. Comparez les enregistrements B et C et expliquer les différences.
4. Proposez un schéma simplifié du montage expérimental ayant permis d'obtenir les enregistrements A, G, H et J (on nommera S les électrodes stimulatrices et R les électrodes réceptrices)

EXERCICE 18

Pour étudier le mécanisme de la transmission de l'influx nerveux entre neurones, on réalise l'expérience illustrée par le document 1. Une investigation faite dans la portion Y a permis de produire le document 2.



Document 1



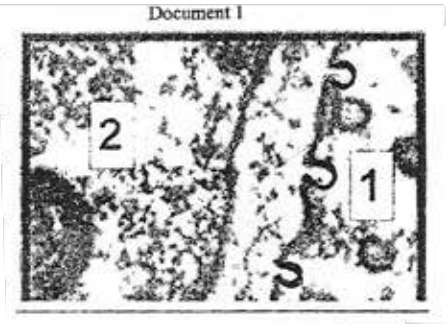
Document 2

1. Identifiez la structure du document 2.
2.
a. Faites un schéma d'interprétation de cette structure ; annotez et légendez-le.
b. Indiquez, à l'aide d'une flèche portée sur le schéma, le sens de la circulation du message nerveux
c. Justifiez votre réponse.
3. Déduisez de vos réponses l'état physiologique de cette structure.

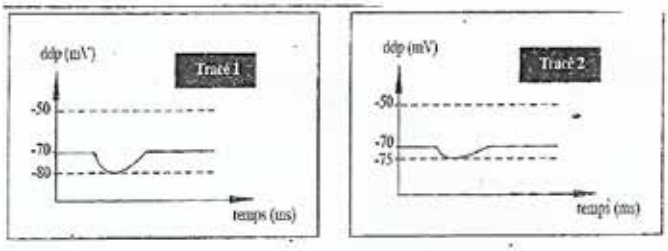
EXERCICE 20

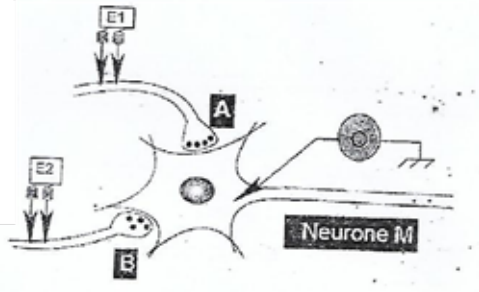
A) Le document 1 ci-contre montre l'électronographie d'une structure observable entre neurones.
1. Identifiez cette structure.
2. Nommez les éléments 1 et 2.
3. Précisez l'état physiologique de cette structure.
4. Justifiez votre réponse.

Document 1



B) On se propose d'étudier le mode de transmission du message nerveux â travers les synapses. A partir du montage du document 2, on réalise les expériences suivantes.
Expérience 1: On porte une stimulation efficace d'intensité S au niveau de E1.
L'enregistrement obtenu au niveau de l'oscilloscope O est représenté par le tracé 1 du document 3.
Expérience 2 : On porte simultanément deux stimulations efficaces d' intensité S; l'une au niveau de E1 et l'autre au niveau de E2. L'enregistrement obtenu est représenté par le tracé 2 du document 3.





Document 2

1.Nommez les enregistrements obtenus.
2.Précisez la nature des synapses A—M et B—M.
3. Justifiez votre réponse.
4. Déduisez le fonctionnement du neurone M dans la transmission du message nerveux.

MUSCLE

EXERCICE 21

Voici une liste d'affirmations relative au phénomène mécanique de la contraction musculaire soumis à votre étude lors d'une évaluation. Réponds par VRAI ou FAUX chaque affirmation.
1- Le micro dynamomètre permet de convertir le phénomène électrique en phénomène mécanique .....
2- Chez le muscle, le phénomène mécanique vient après le phénomène électrique ….
3- La phase de contraction musculaire est composée de la phase d'attachement et de pivotement.....
4- Pendant la contraction, les filaments de myosine conservent leur longueur initiale....
5- la bande A et les deux stries Z se rapprochent pendant la contraction musculaire ...
6- La phase de relâchement consomme de l'Energie sous forme d'ATP au même titre que le phase de pivotement.....
7- On observe une sommation partielle des répons lorsque le muscle set stimulé avec des intensités liminaires à forte fréquence.....
8- Le tétanos parfait s'obtient lorsqu'on stimule le muscle cardiaque avec des intensités liminaires à forte fréquence.....
9-On obtient une fusion partielle des réponses lorsque la deuxième stimulation est appliquée pendant la phase de contraction du muscle squelettique ....
10- Le sarcomère est la cellule musculaire. Elle est limitée par deux stries Z ...

EXERCICE 22

Relever, pour chaque item suivant, une ou deux réponse(s) correcte(s).
1) la fibre musculaire striée :
   a- est pauvre en myofibrilles.
   b- est riche en myofibrilles.
   c- présente un seul noyau.
   d- présente plusieurs noyaux
2) l'unité fonctionnelle d'un muscle squelettique est :
   a- la myofibrille.
   b- la fibre musculaire.
   c- le sarcomère .
   d- l'ensemble d'un disque clair et d'un disque sombre.
3) Le neurotransmetteur libéré au niveau d'une plaque motrice est :
   a-l 'adrénaline.
   b- l'acétylcholine.
   c- la noradrénaline.
   d- l'angiotensine.
4) L'acide lactique produit dans la fibre musculaire :
   a-provient d'une réaction aérobie
   b- est le signe d'un travail modéré .
   c- témoigne d'une insuffisance de dioxygène.

d- témoigne d'une grande consommation de glucose.

5) une unité motrice peut contenir plusieurs :
   a- fibres musculaires.
   b- motoneurones.
   c- plaques motrices.
   d- fibres nerveuses.

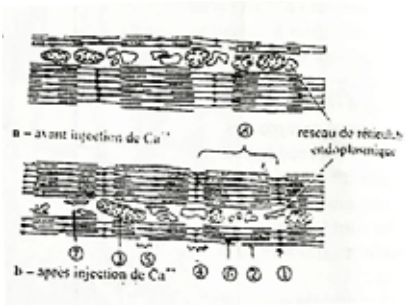
6) Dans le cas du muscle squelettique, le potentiel de plaque motrice :
   a- est graduable.
   b- fait intervenir des canaux voltage dépendants.
   c- est une dépolarisation de la membrane post synaptique.
   d- peut être crée par différentes natures de neurotransmetteurs.

7) La chaleur initiale est libérée :
   a- pendant la phase de latence.
   b- après la phase de relâchement du muscle.
   c- pendant la phase de contraction du muscle.
   d- pendant la phase de relâchement du muscle.

8) La chaleur retardée :
   a- est plus élevé que la chaleur initiale
   b- est moins élevé que la chaleur initiale.
   c-nécessite une consommation de dioxygène.
   d- provient de la régénération rapide de L'ATP.

EXERCICE 23

Pour comprendre le mécanisme du fonctionnement du muscle, l'expérience suivante a été réalisée ; du calcium est injecté directement au niveau de la fibre musculaire. L est résultats obtenus (modifications anatomiques) sont présentés par le document 1.

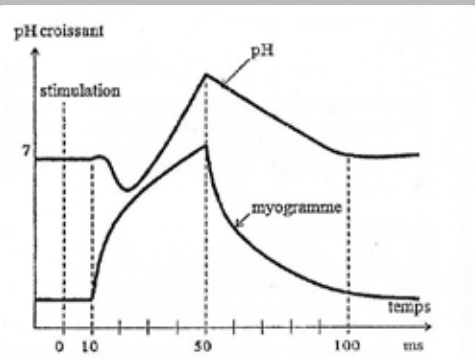


1) Annotez le document 1 en utilisant les chiffres portés sur les schémas.
2) Décrivez l'effet de l'injection du calcium sur la fibre musculaire.
3) La réaction de la fibre musculaire à l'action du calcium nécessite de l'énergie qui est fournie à la cellule par une molécule énergétique possible grâce à l'élément 3.
 a) Nommez cette molécule énergétique.
 b) Faites un schéma annoté et légendé de l'ultra structure de l'élément 3.
4) a) Précisez les deux phénomènes à l'origine de la production de cette molécule dans la cellule.
 b) Localisez-les.

EXERCICE 24

Pour comprendre les phénomènes énergétiques de la contraction musculaire, des études ont été réalisées. Le graphique ci-dessous représente les enregistrements simultanés de l'activité mécanique d'un muscle et les variations du pH à l'intérieur des fibres de ce muscle.
1. Analysez l'évolution du pH au cours de la contraction musculaire.
2. Expliquez ces variations du pH au cours de la contraction du muscle. Le dosage de l'ATP avant et après la contraction musculaire montre que sa valeur demeure constante.
3. Nommez le phénomène à l'origine de la constance de la teneur d'ATP.

4. Un organite joue un rôle important au cours de ce phénomène.
a. Nommez cet organite.
b. Schématisez et annotez l'ultra structure de cet organite.
c. Précisez la ou les voies par lesquelles se réalise le phénomène au sein de cet organite



NUTRITION

On suppose alors que:
- Les reins nettoient le sang
- Les reins interviennent dans la régulation de la composition du sang.

I. Les reins nettoient - ils le sang ?

1. Observation du document 01

2. Résultat (document 01)

3. Analyse

L'analyse du ***document 01*** révèle que:
- Certaines substances sont communes au plasma et à l'urine définitive mais elles sont plus concentrées dans les urines. Ce sont ***l'eau, la Créatine, les ions Na^+ , Cl^- et Ca^{2+} , l'Urée, l'Acide urique.***
- Des substances sont spécifiques au plasma. Ce sont ***le Glucose, les Protides et les Lipides.***
- D 'autres substances sont spécifiques à l'urine. Il s 'agit de ***l'Acide hippurique*** et des ***Sels ammoniacaux***.

4. Conclusion

Les reins nettoient effectivement le sang.

Constituants	Concentration plasmatique (g/l d'eau)	Concentration dans le filtrat glomérulaire ou urine primitive (g/l)	Concentration dans l'urine définitive (g/l)
Eau	909,27	170 litres/24H	1,5 litres/24H
Glucose	1	1	0
Protides	80	0	0
Lipides	2,35	0	0
Na	3,30	3,30	3,33
Cl	3,65	3,65	6
Ca	0,10	0,10	0,13
Urée	0,30	0,30	20
Créatine	0,01	0,01	2
Acide urique	0,03	0,03	0,06
Acide hippurique	0	0	0,66
Sels ammoniacaux	0	0	0,80

II. Les reins interviennent-ils dans la régulation de la composition du sang ?

1. Rôle de barrière

Certaines substances telles que les protéines, les lipides et glucoses sont présentes dans le plasma et absentes dans les urines. Tout se passe comme si ces substances ont été bloquées par les reins: les reins jouent alors un ***rôle de barrière.***

2. Rôle de filtre sélectif

Les substances telles que l'eau, la Créatine, l'Urée, les ions (Na^+, Cl^-, Ca^{2+}) et l'acide urique sont présentes à la fois dans le plasma et dans l'urine. Tout se passe comme si le rien les sélectionnait: le rein joue un rôle de ***filtre sélectif***.

Les substances telles que le ***sodium***, ***glucose*** ne passent dans l'urine définitive que lorsque leur taux plasmatique dépasse une certaine valeur.

Ce sont des ***substances à seuil***
Pour le glucose, la concentration plasmatique seuil est de **1,8g/L** et de **6g/L** pour le sodium. Or chez un sujet normal le taux plasmatique de sodium est de **9g/L** d'où la présence permanente du sodium dans l'urine. Les autres substances; l'eau, la Créatine, l'Urée, les ions (Na^+, Cl^-, Ca^{2+}) et l'acide urique dont le passage dans l'urine ne dépend pas de leur taux plasmatique ne sont pas des ***substances à seuil.***

3. Rôle sécréteur

Certaines substances telles que ***l'acide hippurique*** et les sels ***ammoniacaux*** sont des substances spécifiques à l'urine c'est-à-dire qu'elles sont présentes dans l'urine et absentes dans le plasma. Tout se passe comme si elles ont été synthétisées au niveau des cellules rénales. Les reins jouent donc un ***rôle sécréteur***.

4. Rôle excréteur

Certaines substances organiques considérées comme des déchets sont présentes dans le plasma et sont plus concentrées (plus de 10 fois) dans les urines. Toutes les substances contenues dans l'urine sont rejetées hors de l'organisme: les reins jouent un ***rôle excréteur***.
Les reins interviennent effectivement dans la régulation de la composition de sang à travers les rôles de ***barrière***, de ***filtre sélectif***, de ***sécréteur*** et ***d'excréteur***.

COMMENT LE REIN FONCTIONNE-T-IL ?

I. Le rein fonctionne-t-il grâce a une structure ?

A. EXPLOITATION DU DOCUMENT SUR LA STRUCTURE DU REIN

2. Observation (Document 1)

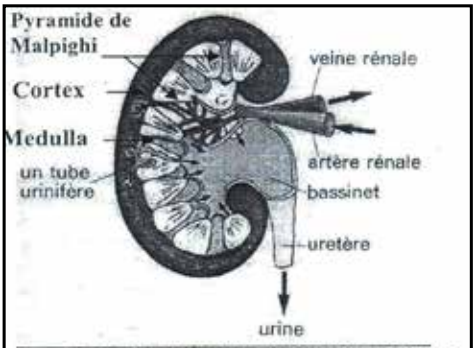
3. Résultat (Document 1)

4. Analyse

L'observation du ***Document 1*** montre que le rein est formé de deux parties :

- ***Une partie périphérique*** ou ***centrale*** appelée ***cortex***
- Une partie ***centrale*** ou ***médullaire*** appelé ***médulla***.

Dans la médulla, on distingue des lobes appelés ***pyramides de Malpighi***. Ces lobes communiquent dans le cortex avec le ***bassinet*** qui se prolonge par ***l'uretère*** qui conduit l'urine définitive vers la vessie. Dans chaque pyramide de Malpighi, on trouve des éléments constituants le rein appelés ***néphrons***.



Doc.1: COUPE SCHEMATIQUE D'UN REIN

B. EXPLOITATION DU DOCUMENT SUR L'ULTRASTRUCTURE DU NÉPHRON

1. Observation (Document 02)

2. Résultat (Doc. 02)

3. Analyse

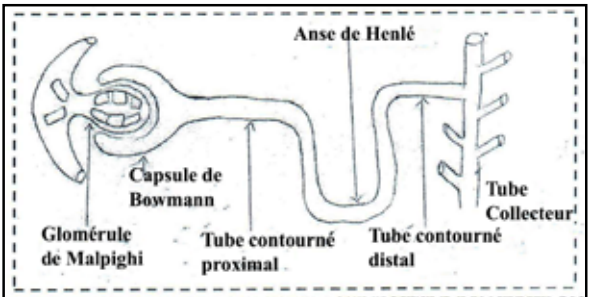
L'ultrastructure du néphron montre essentiellement deux parties:

- ***Le corpuscule de Malpighi***
- ***Les tubes urinifères***

Chaque corpuscule de Malpighi comprend la ***capsule de Bowman*** et le ***glomérule vasculaire.***

Les tubes urinifères sont de quatre segments:

- ***Le tube proximal***
- ***L'anse de HENLE***
- ***Le tube distal***
- ***Le tube collecteur ou tube de Bellini***



Document 02 : SCHEMA DE L'ULTRASTRUCTURE DU NEPHRON

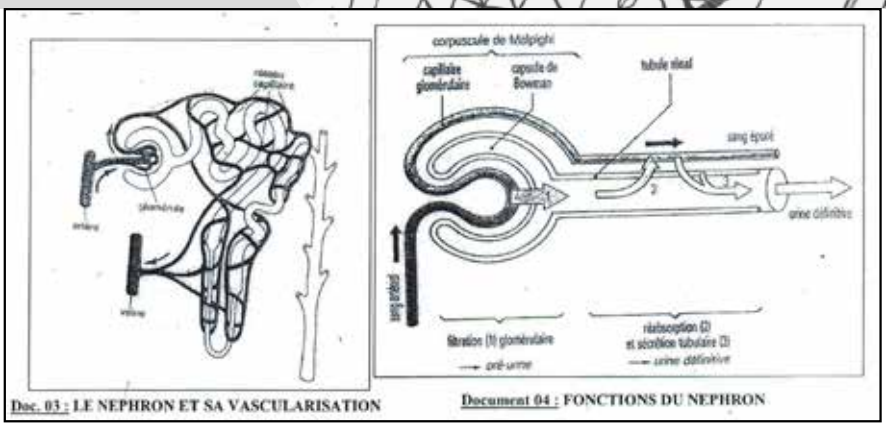
Le néphron est l'unité anatomique et fonctionnelle du rein. Il assure l'épuration du sang. On trouve environ 1 million de néphron par rein.

II. Le rein fonctionne-t-il selon des lois physiques ?

1. Filtration glomérulaire

L'urine primitive est localisée dans la capsule de Bowman. Elle est obtenue à partir du plasma sanguin par filtration à travers la membrane glomérulaire du néphron : ***c'est filtration glomérulaire***.

Cette membrane glomérulaire est hémi perméable c'est-à-dire qu'elle ne laisse pas passer les grosses molécules telles que lipides et protéines.



Doc. 03 : LE NEPHRON ET SA VASCULARISATION

Document 04 : FONCTIONS DU NEPHRON

2. La réabsorption tubulaire

De l'urine primitive à l'urine définitive, on note une forte élimination du volume d'eau. Cette grande baisse du volume d'eau s'explique par le fait que l'eau est réabsorbée le long des tubes urinifère.

De même certaines substances telles que le glucose, le sodium et à un degré moindre les acides aminés, la réabsorption est soit partielle ou totale. Il s'agit de la réabsorption tubulaire.

Les substances qui n'ont été réabsorbées continuent leur chemin, pour se retrouve tôt ou tard dans le tube collecteur (ou canal collecteur) de Bellini où se forme l'urine définitive qui va s'accumuler dans la vessie

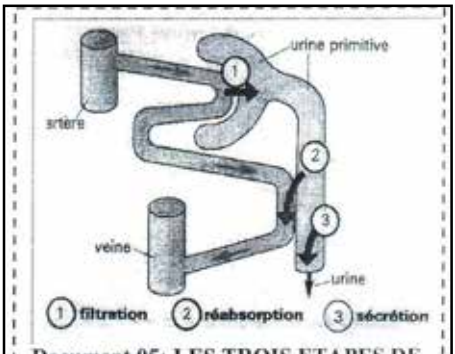
NB: *Pour le glucose, la réabsorption est totale tant que le taux de glucose tians le sang (glycémie) ne dépasse pas la valeur de 1,8g/l est de même pour le sodium dont la valeur ne doit pas dépasser 5%.*

3. La sécrétion tubulaire

Les reins fabriquent à partir des substances plasmatiques très toxiques telles que l'ammoniac (NH_3) des substances moins toxiques telles que l'urée. Le rein a donc un rôle détoxifiant qui l'emmène à extraire dans l'organisme des substances très toxiques.

$NH_3 + NH_3 \longrightarrow CO\text{-}(NH_2) + H_2O$.

L'acide urique, les sels ammoniacaux, les pigments urinaires (urochrome, uribiline) proviennent également de cette fonction sécrétoire et même détoxifiante des reins. C'est cette fonction qui explique la présence dans l'urine de certaines substances alors qu'absentes dans le sang. Donc au cours de la sécrétion tubulaire, les cellules du tube proximal secrètent l'acide hippurique, de l'ammoniac, de la créatine chez l'Homme et les protons H^+. Après toutes ces transformations, l'urine parvient au tube collecteur et devient l'urine ***définitive***.



Document 05: LES TROIS ETAPES DE LA FORMATION DE L'URINE

CHAPITRE 3

COMMENT LES REINS INTERVIENNENT-ILS DANS LE MAINTIEN DE LA CONSTANCE DU MILIEU INTÉRIEUR ?

I. Les reins interviennent-ils dans le maintien de la constance du milieu intérieur par la régulation de la teneur en eau ?

(Document 1)

1. Observation et résultats

On a constaté depuis toujours que si un individu boit beaucoup, il élimine une grande quantité d'urine dans le cas contraire, s'il boit peu ces urines sont moins.

- Une hémorragie importante entraine une diminution de l'élimination urinaire.

Une baisse de volume d'eau sanguin (***volémie***) a donc le même effet qu'une faible ingestion d'eau.

- Des expériences pratiquées chez un animal montrent aussi que ***l'élimination urinaire*** ou ***diurèse*** varie essentiellement en fonction de deux facteurs : la ***pression osmotique*** et la ***volémie***.
- L'ablation de l'hypophyse postérieure chez l'animal normal est suivit d'une élimination d'urine diluée et abondante.

L'injection dans une artère d'extrait de la post hypophyse contenant une hormone appelée **ADH** (***Hormone Antidiurétique*** ou ***Anti-Diuretic Hormon***) corrige cette anomalie.

2. Interprétation

L'eau ingérée ou bu a dilué le sang et a entraîné une augmentation de la volémie et une baisse de la pression osmotique.

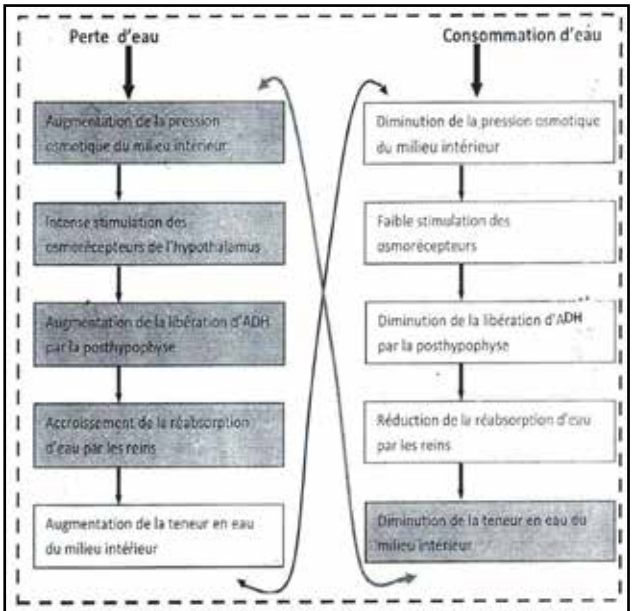
Par contre, une hémorragie importante diminue la volémie et augmente la pression osmotique. Les variations de la pression osmotique et de la volémie sont perçues par les cellules sensibles appelées ***récepteurs***.

Dans le cas de la pression osmotique, ces récepteurs sont appelés ***osmo-récepteurs***.

Ils sont situés dans les carotides et dans les centres nerveux qui est ***l'hypothalamus***.

Dans le cas de la volémie, ce sont des ***volo-récepteurs***. Ils sont situés dans les ***oreillettes du cœur***. Ces récepteurs, une fois excités, transmettent le message au centre nerveux. Ce dernier selon le cas stimule ou inhibe la sécrétion d'une hormone: ADH encore appelée ***Vasopressine***. La neuro-hormone (ADH) va agir sur les cellules du tube collecteur pour augmenter leur pennéabilité à l'eau d'où une réabsorption importante d'eau ce qui rétablit la volémié et la pression osmotique du sang à la normale.

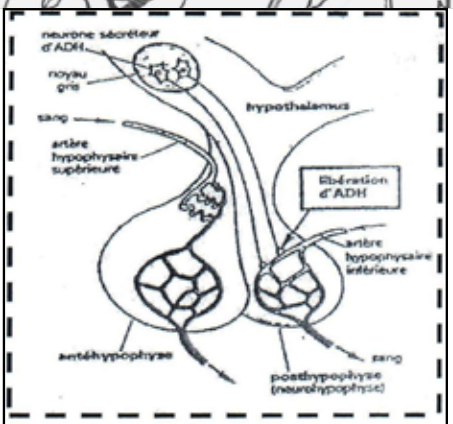
Remarque: Le manque de production d'ADH entraîne le diabète insipide caractérisé par une diurèse très importante, responsable d'une soif intense et permanente.



Doc. 01 : LA REGULATION DE LA TENEUR EN EAU DU MILIEU INTERIEUR

3. Conclusion (Document 2)

L'ADH ou Vasopressine est produite dans l'hypothalamus et stocké dans la post hypophyse. Elle régule la teneur en eau du milieu intérieur en favorisant la réabsorption de l'eau au niveau des reins. Cette régulation fonctionne par rétro-contrôle sur le Complexe hypothalamo-hypophysaire qui déclenche la sécrétion de l'ADH selon les cas.



Document 2 : SCHEMA DE L'INNERVATION HYPOTHALAMO - HYPOPHYSAIRE

II. Les reins interviennent-ils dans le maintien de la constance du milieu intérieur par la régulation de la teneur en sodium ?

1. Cas d'hyponatrémie (Documents 3 et 4)

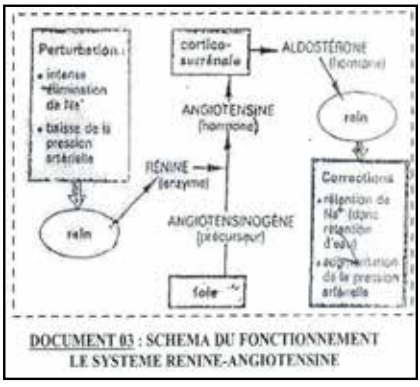
Lorsque la natrémie baisse, le taux de sodium augmente dans les tubes distaux. Cette augmentation de la concentration de sodium dans l'urine entraine la production par le rein d'une enzyme: ***la rénine.***

La rénine permet la transformation d'une protéine ***l'angiotensinogène*** synthétisée dans le foie et présent en permanence dans le sang, en une hormone appelée ***angiotensine***.

L'angiotensinogène intervient à deux niveaux:

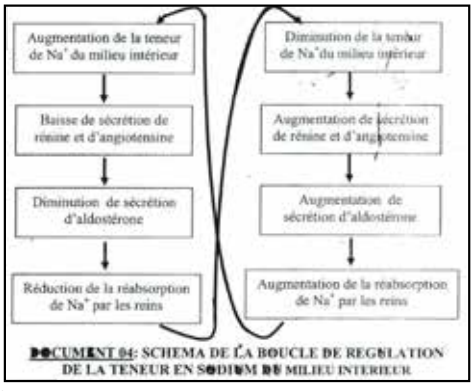
- Elle agit sur les corticosurrénales en induisant la sécrétion d'une hormone: ***l'aldostérone***.

Une fois synthétisée, l'aldostérone va agir sur les cellules des tubes distaux et collecteurs pour augmenter leur perméabilité membranaire aux ions sodium rétablissant ainsi la natrémie à la normale.



DOCUMENT 03 : SCHEMA DU FONCTIONNEMENT LE SYSTEME RENINE-ANGIOTENSINE

- Elle agit également sur l'artère afférente où elle provoque la ***vasoconstriction*** réduisant ainsi la volémie au niveau glomérulaire dans le but de freiner le passage des ions sodium.



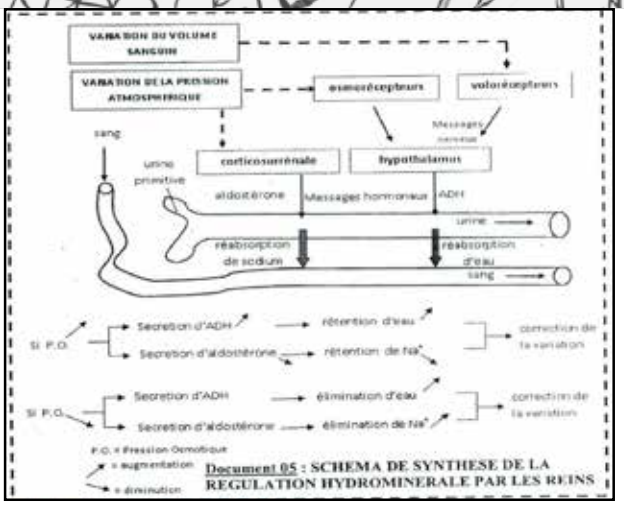
DOCUMENT 04: SCHEMA DE LA BOUCLE DE REGULATION DE LA TENEUR EN SODIUM DU MILIEU INTERIEUR

2. Cas d'une hyper natrémie

Lorsque la natrémie est élevée, le taux de sodium est faible dans l'urine. Dans ce cas, il n y'a pas de production de rénine donc pas de transformation d'angiotensinogène en angiotensine par consé-

quent pas de production d'aldostérone.
Tout ceci favorise une forte élimination du sodium dans les urines ***(Document 5)***.
La régulation de la natrémie par le rein met en jeu:
- ***Un système rénine-angiotensine***
- ***Un facteur hormonal d'aldostérone***

Sous l'action de l'angiotensine, l'aldostérone est sécrétée par les corticosurrénales pour rétablir la natrémie en cas ***d'hyponatrie*** en augmentant la perméabilité membranaire des cellules des tubes distaux aux ions sodium.
Il s'agit d'un enchainement de processus dont le fonctionnement constitue une régulation par boucle de rétroaction ***(Document 4)***



Document 05 : SCHEMA DE SYNTHESE DE LA REGULATION HYDROMINERALE PAR LES REINS

En cas d'hypernatrie l'enchainement de processus s'inverse, ce qui favorise une forte élimination des ions sodium dans l'urine.

III. Les reins interviennent-ils dans le maintien de la constance du milieu intérieur par la régulation du pH ?

Les variations du pH entrainent des troubles graves au niveau de l'organisme. Le pH du milieu intérieur doit se situé entre **7,35** et **7,45**.

1. Causes de la variation du pH

a. Acidose du milieu intérieur

$$H_2O + CO_2 \underset{\text{Hyperventilation}}{\overset{\text{Hypoventilation}}{\rightleftharpoons}} H^+ + CO_3H^-$$

Le milieu intérieur devient acide à cause de:
• L'accumulation du CO_2 dans l'organisme
• Accumulation de l'acide lactique par excès d'activité physique
• Métabolisme des aliments contenant beaucoup de ***soufre*** et de ***phosphate*** dû à l'excès de viande et d'œuf.
Toutes ces causes provoquent l'acidose du milieu intérieur qui déclenche des troubles graves au niveau du système nerveux et cela peut aboutir à un coma.

b. Alcalose du milieu intérieur

Le milieu intérieur peut devenir alcalin à cause de:
• Certains aliments végétaux fournissant beaucoup de Na^+ et de K^+ qui seront à l'origine des radicaux alcalins tels que $NaHCO_3$ et $KHCO_3$.
• L'hypoventilation pulmonaire qui entraine une grande baisse de la quantité CO_2 de dans l'organisme.
• La fuite des ions au niveau des reins due à une insuffisance rénale.
Toutes ces causes sont à l'origine de l'alcalose du milieu intérieur qui a pour conséquence des troubles respiratoire et neuro-musculaire pouvant entrainer la mort.

2. Mécanisme de régulation de l'équilibre acido-basique

Le milieu intérieur possède un système qui régule le pH du milieu intérieur: il s'agit d'une part du ***système tampon*** et d'autre part de la ***Ventilation pulmonaire***
Le pouvoir tampon est lié à l'équilibre entre les acides, les bases et les sels.
Les réactions de ce système se présentent comme suite:

$$HCl + NaHCO_3 \rightleftharpoons NaC1 + H_2CO_3$$

Le NaC1 est éliminé par les ***urines***, la ***sueur*** et les ***selles***.

$H_2CO_3 + NaOH \rightleftharpoons H_2O + NaHCO_3$

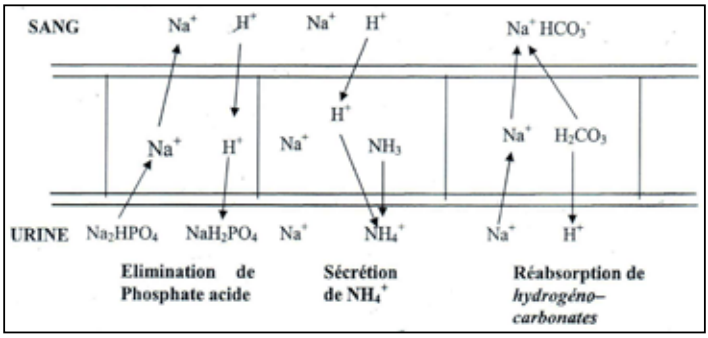
Le $NaHCO_3$ se dissocie Na^+ en CO_3H et pour s'associer aux métabolites acides qui s'accumulent dans le plasma. Il se forme alors des composés selon la réaction suivante:

$NaHCO_3 \rightleftharpoons Na^+ + CO_3H^- + H^+\text{-}R \rightleftharpoons H_2CO_3 + Na^+\text{-}R$

L'acide carbonique (H_2CO_3) est éliminé par les poumons selon les réactions suivantes

$$H_2COOH \rightleftharpoons H_2O + CO_2 \xrightarrow{\text{Poumons}}$$

En plus du $NaHCO_3$ et $KHCO_3$, les phosphates et les protéines plasmatiques amortissent aussi les variations du pH **(Document ci-dessous)**.



IV. Les reins interviennent-ils dans le maintien de la constance du milieu interieur par la regulation de la glycemie ?

La glycémie c'est le taux de glucose dans le sang. Sa valeur normale est de 0,8 à l g/L.

Il y'a élimination du glucose par les reins dans les urines au delà de 1,8g/L: on dit qu' il y' a ***Glycosurie***. Certains organes tels que les reins, le cerveau, les hématies n'utilisent que le glucose comme source d'énergie, il leur faut un approvisionnement permanent.

1. Causes de la variation:

a. Tendance à une hyperglycémie

- Digestion des glucides, des sucres -
- Hydrolyse du glycogène hépatique

b. Tendance à une hyperglycémie

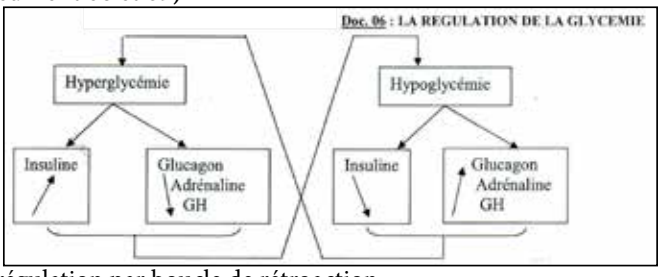
- Pénétration du glucose dans les cellules respiratoires
- Stockage du glucose dans le foie et autres organes
- Élimination du glucose par les reins

2. Conséquences:

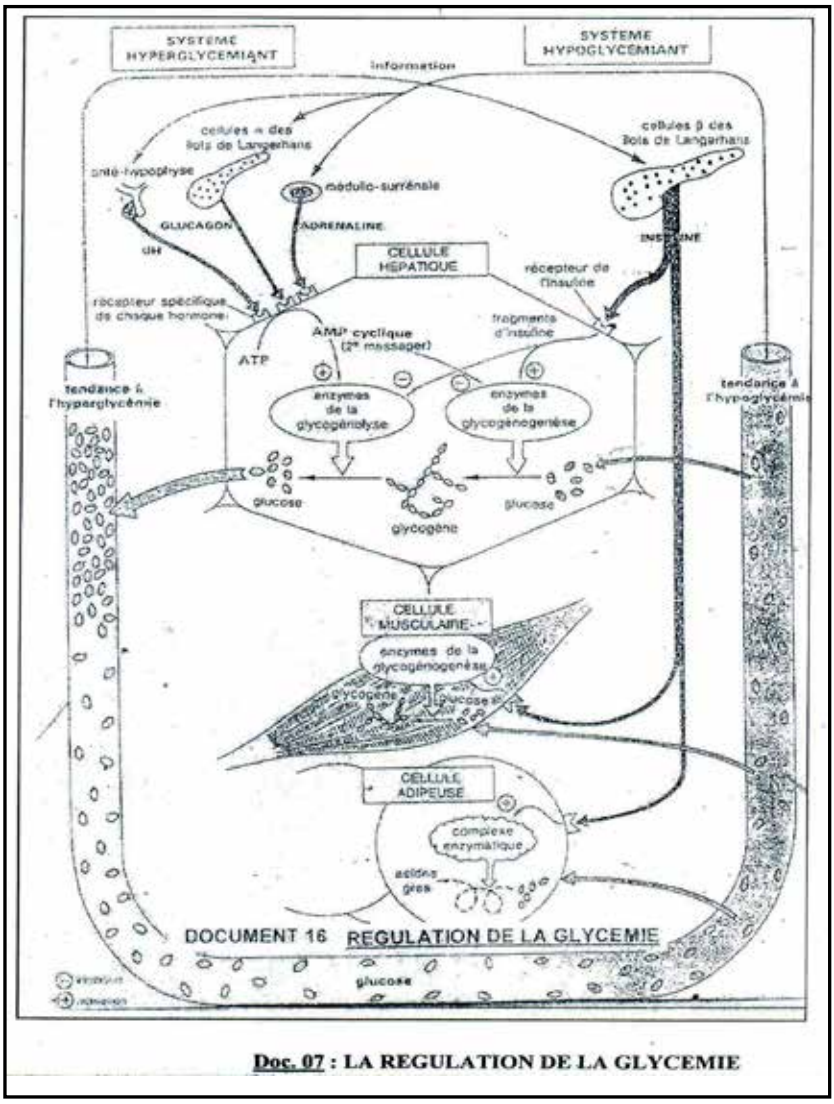
L'hyperglycémie permanente conduit à des lésions cérébrales, au coma et à la mort

L'hypoglycémie permanent (< 0,3g/L) conduit à la faim, asthénie (diminution de force), convulsions et coma.

3. Régulation (document 06 et 07)



Il s'agit d'une autorégulation par boucle de rétroaction.



Doc. 07 : LA REGULATION DE LA GLYCEMIE

Remarque:

1. Il existe deux types de diabète

a. **Diabète insipide:** Absence de production d'ADH urine insipide

b. **Diabète sucré:** Caractérisé par une soif permanente avec une ***polyurie***, une ***hyperglycémie*** avec ***glycosurie***, une ***polyphagie*** (augmentation de l'appétit) avec un ***amaigrissement du sujet*** qui finit par entrer dans un coma.

Il peut être dû à un manque d'insuline (diabète juvénile), à une production anormale d'insuline ou de récepteur (diabète à la maturité).

2. Le pancréas joue deux fonctions essentielles:

- Fonction de glande exocrine : Il sécrète et déverse dans le duodénum le suc pancréatique (***diastase***).
- Fonction de glande endocrine: Il produit deux types d'hormones aux effets antagonistes par ses îlots de Langerhans.

• Les cellules α de ces îlots produisent une hormone hyperglycémiante: ***le Glucagon***

• Les cellules β de ces îlots produisent une hormone hypoglycémiante : ***l'Insuline***

- Autres voies conduisant à l'hyperglycémie

V. AUTRES ORGANES INTERVENANT DANS LE MAINTIEN DE LA CONSTANCE DU MILIEU INTÉRIEUR

1. Les poumons

En apportant de l'oxygène (02) et en rejetant le CO_2, les poumons participent à la régulation du pH. Les poumons comme les reins peuvent éliminer les ions H+. Toute augmentation de la production de CO_2 dans le sang entraîne une augmentation de sa teneur en fons H^+. Ces ions H^+ vont permettre une accélération de la ventilation pulmonaire et le rejet de l'eau.

$HCO_3 + H^+ \rightleftharpoons H_2CO_3 \rightleftharpoons CO_2\ H_2O$

2. Le foie

Il est capable de sécréter le glucose c'est la fonction glycogénique. Cette fonction consiste à produire du glucose et à le libérer dans la circulation sanguine contribuant ainsi à la constance de la glycémie qui est de 1 g/l. Donc le foie empêche le sang d'être concentré en glucose par la réaction suivante:

Glucose en excès —(Glycogénogenèse ou Glycogénie)→ Glycogène (foie) —(Glycogénolyse : Hydrolyse)→ Glucose

3. Le pancréas

La glycémie, source principale d'énergie pour l'organisme est réglée essentiellement par deux hormones pancréatiques : l'insuline et glucagon, sécrétées respectivement par les cellules α et β des îlots de être (petits massfs du pancréas qui sécrètent l'insuline).

L'insuline agit sur le foie par la formation du glycogène. Elle a une action ***hypoglycémiante*** en favorisant la formation glycogène à partir du glucose. Le glucagon a une action ***hyperglycémiante*** en favorisant la formation du glucose à partir du glycogène.

4. Les glandes surrénales

Elles secrètent deux types d'hormones qui ont une action hyperglycémiante.

- Le ***cortisol*** sécrété par la corticosurrénale. Il est un antagoniste de l'ADH,
- ***L'adrénaline*** sécrétée par la glande rénale. L'adrénaline et la catécholamine (secrétée aussi par les surrénales inhibent l'action de l'ADH.

5. Les glandes thyroïdes

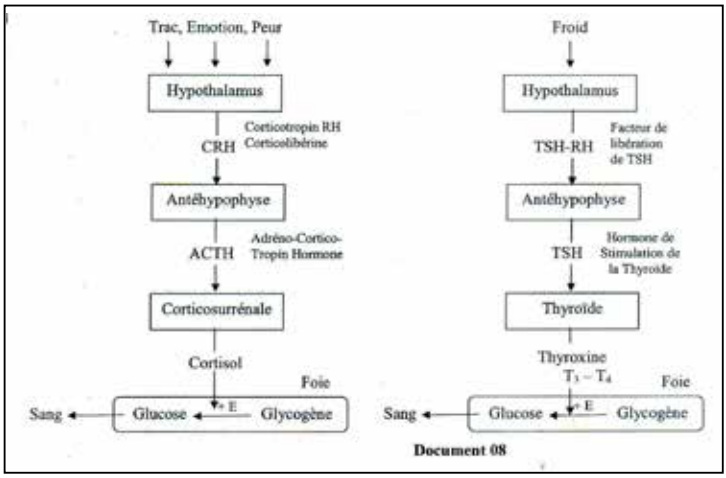
La tyroïde secrète la ***thyroxine*** qui augmente la diurèse. C'est une hormone hyperglycémiante

La tyroïde reçoit elle-même un stimulus de l'hypophyse sous forme de ***thyreostimuline (TSH)*** L'hypothèse sécrète également des stimulés qui agissent sous forme de ***thyréostimuline (TSH).***

L'hypophyse sécrète des stimulines agissant sur les surrénales.

6. L'hypophyse

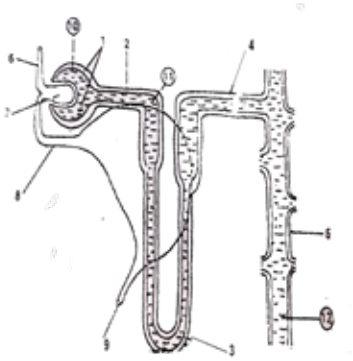
Par la sécrétion, le **CTH** (***Cortico- Trophine hormone***) maintien le taux de glucose dans le sang.



Document 08

EXERCICE CORRIGÉ 1

Le schéma ci-contre résume de façon simplifiée un constituant fondamental du rein de mammifères. Chaque reins en contient environ 10^6.



1. Identifiez ce constituant fondamental du rein de mammifère.
2. Nommez les structures désignées par les chiffres et les liquides 10, 11 et 12.

Le tableau ci-dessous donne la concentration de quelques constituants de 3 liquides : le plasma sanguin, l'urine primitive et l'urine définitive.

Substances (g/l)	Na^+	Cl^-	Protéines	Urée	Glucose	NH_4^+
Plasma	3,2	3,6	80	0,3	1	0
Urine primitive	3,2	3,6	0	0,3	1	0
Urine définitive	3 à 6	3 à 6	0	20	0	1 à 3

3. Comparez :
a) La composition du plasma et de l'urine primitive.
b) La composition de l'urine primitive et de l'urine définitive.
4. Concluez.

SOLUTION

1. C'est le nephron.
2. Annotation . 1 = capsule de Bowman ; 2 = tube proximal ; 3 = anse de Henlé ; 4 -tube distal 5 = tube (ou canal) collecteur ; 6 = artériole 7 = gloménile ; 8 = capillaire sanguin ; 9- veinule ; 10 = urine primitive (ou urine glomérulaire), Il -urine secondaire (ou urine tubulaire) ; 12 = urine définitive.
3. a) Comparaison du plasma cl de l'urine primitive : A l'exception des protéines qui sont absentes dans l'urine primitive, la composition du plasma est identique à celle de l'urine primitive,
b) Comparaison de l'urine primitive et de l'urine définitive :
- L'urine définitive est dépourvue de glucose alors que l'urine primitive en contient.
- L'urine définitive est très concentrée en urée alors que l'urine primitive est pauvre en urée (20g/l) contre (0,3 g/l)
- L'urine définitive est plus concentrée en Na^+ et Cl^- que l'urine primitive.
- L'urine primitive est dépourvue de NH^+ alors que Purine définitive en contient.
4. Conclusions : Celle comparaison met en évidence les rôles du néphron :
- La filtration glomérulaire : présence de protéines dans le plasma mais absence de protéines dans l'urine primitive ; présence de Na^+ et de Cl^- dans le plasma et dans l'urine primitive.
- La réabsorption tubulaire : présence de glucose dans l'urine primitive mais absence de glucose dans l'urine définitive.
- La sécrétion tubulaire : absence de NH^+ dans l'urine primitive mais présence de NH_4 dans l'urine définitive.

EXERCICE CORRIGÉ 2

A/ Les figures a et b du document 1 représentent des schémas de structures biologiques.
1. Annotez les figures a et b du document 1 en utilisant les chiffres.
2. Légendez-les.

B/ Pour comprendre le fonctionnement du rein, on réalise chez un chien une expérience dont les résultats sont représentés par les graphes du document 2.
1. Comparez l'évolution du débit urinaire et de la pression osmotique chez le chien.
2. Expliquez les résultats obtenus.
3. Tirez une conclusion de cette expérience.

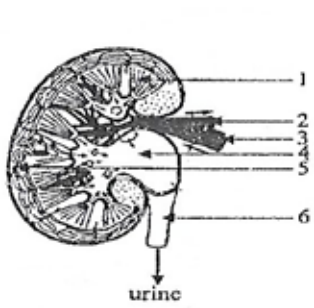


figure a

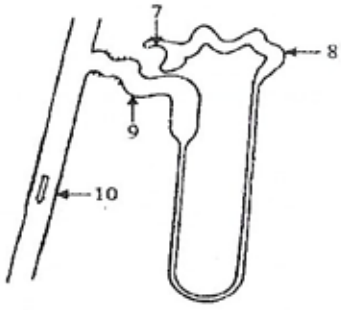
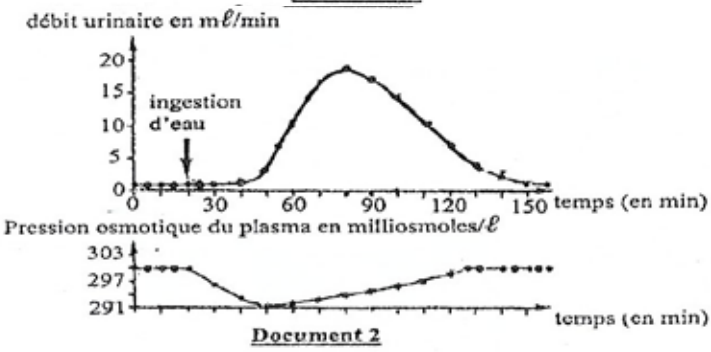


figure b

Document 1



Document 2

SOLUTION

A) Annotation des figures a et b du document 1
Figure a : 1 = pyramide de Malpighi ; 2 = veine rénale ; 3 = artère renale ; 4 = bassinet ; 5 = néphron (tube urinifère) ; 6 = uretère.
Figure b : 7 = capsule de Bowman ; 8 = tube contourne proximal (tube proximal) ; 9 = tube contourné distal (tube distal) ; 10 = tube collecteur (canal collecteur).
2 Légende Figure a : Schéma de la coupe longitudinale du rein (coupe longitudinale du rein)
Figure b : Schéma d'un néphron.
B) 1. Comparaison de l'évolution du débit urinaire et de la P.O
Avant ingestion d'eau : Le débit urinaire est très faible cl constant à environ 1 ml/mn tandis que

la pression osmotique (P.O) est élevée et constante à environ 300 milliosmoles/l.
Apres ingestion d'eau : Le débit urinaire reste toujours constant pendant 20 mn alors que la pression osmotique baisse immédiatement pour atteindre 291 milliosmoles/1 au bout de 30 mn. Le débit urmaire augmente et atteint un maximum d'environ 19 ml/mn au bout de 60 mn alors que la pression osmotique augmente progressivement et atteint 293 milliosmoles/1. 60 mn après l'ingestion d'eau, le débit urinaire diminue jusqu'à 1 ml/mn quand la pression osmotique continue d'augmenter pour atteindre sa valeur initiale de 300 milliosmoles/1.

2. Explication des résultats obtenus
Après l'ingestion massive d'eau, le volume sanguin ou volémie augmente. Ceci entraîne une baisse de la pression osmotique. Les volorécepteurs ou tensiorécepteurs auriculaires sensibles à cette variation sont excités et inhibent la sécrétion de l'hormone antidiurétique (ADH) par l'hypothalamus ce qui engendre une augmentation de la diurèse et une baisse du volume sanguin. Cette baisse du volume sanguin entraîne une augmentation de la pression osmotique jusqu'à sa valeur initiale. L'inhibition de la sécrétion de l'ADH est alors levée ce qui permet de diminuer la diurèse jusqu'à sa valeur initiale.

3. Conclusion : Le fonctionnement du rein permet de réguler la pression osmotique par la variation du débit urinaire grâce à l'action de l'ADH.

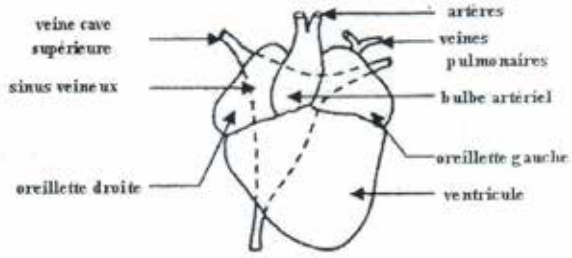
CHAPITRE 6

COMMENT LE CŒUR FONCTIONNE T-IL ?

I. STRUCTURE ANATOMIQUE DU CŒUR

A. CŒUR DE GRENOUILLE

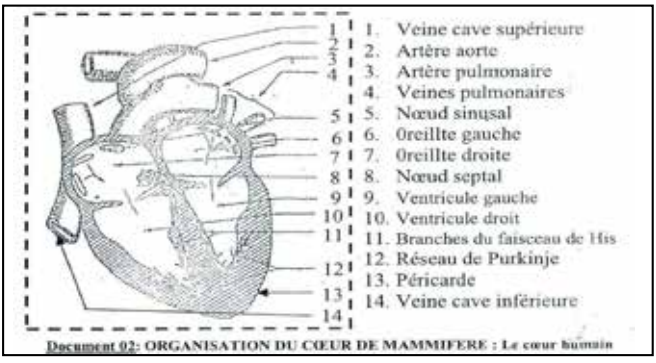
Le cœur de grenouille est composé du myocarde, de cavités et de vaisseaux sanguins qui permettent au sang d'entrer ou de sortir..



Document 01: SCHEMA DU CŒUR DE BACTRACIEN

B. CŒUR DE MAMMIFÈRE (HUMAIN)

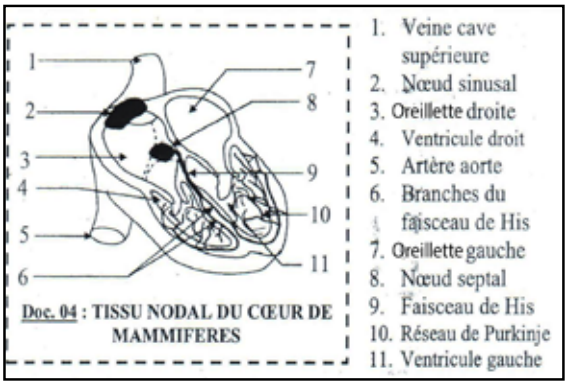
De manière générale le cœur humain (de mammifère) est composé du ***myocarde*** (muscle cardiaque), des cavités internes, des vaisseaux sanguins et d'un tissu spécial appelé le ***tissu nodal***.



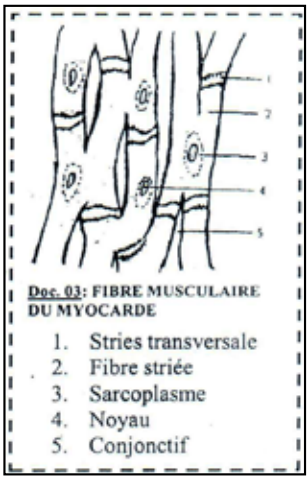
Document 02: ORGANISATION DU CŒUR DE MAMMIFERE : Le cœur humain

1. Le myocarde (Document 03)

Le myocarde est formé de fibres musculaires striées formant un réseau traversé par des cloisons en escalier appelées ***stries scalariformes***.



Doc. 04 : TISSU NODAL DU CŒUR DE MAMMIFERES



Doc. 03: FIBRE MUSCULAIRE DU MYOCARDE

2. Le tissu nodal (Doc. 04)

Le tissu nodal comprend:

- Le ***nœud sinusal*** localisé dans la paroi de l'oreillette droite. Ce nœud est encore appelé nœud de ***Keith*** et ***Flack***.
- Le ***nœud septal*** se prolonge par le faisceau de His qui se divise en deux branches ramifiées dans la paroi de chaque ventricule pour donner le ***réseau de Purkinje***.

II. LE FONCTIONNEMENT DU CŒUR EST- IL AUTONOME ?

A. Mise en évidence de l'automatisme cardiaque

1. Observation de document

- On ouvre la cavité d'une grenouille décérébrée et démedulée: on observe que le cœur continue de battre sur un rythme en apparence régulier.
- On isole le cœur en sectionnant les vaisseaux sanguins et les nerfs, et on le plonge dans une solution physiologique (***le Ringer***). On observe que le cœur continue de battre et s'arrête quelques heures après.

NB : Les liquides physiologiques (Ringer chez les grenouilles et Mac Evert chez les mammifères) apportent des éléments nutritifs au cœur.

a. Résultat

Le cœur maintenu dans l'organisme bat même si l'animal est décérébré et démedulée. Le cœur isolé de l'organisme bat, s'il est plongé dans une solution physiologique.

b. Analyse

Le cœur bat à un rythme régulier et est capable de battre même s'il est hors de l'organisme

c. Interprétation

Le cœur fonctionne en dehors de l'organisme car l'origine des contractions cardiaques se trouve dans le cœur lui-même (***Documents 01 et 02***).

En effet, le cœur héberge un tissu particulier appelé tissu nodal qui comprend deux amas de cellules: le nœud sinusal et le nœud septal.

Le ***nœud-septal*** se prolonge par le faisceau de Hi&-qui se divise èn deux branches ramifiées dans la paroi de chaque ventricule pour donner le ***réseau de Purkinje.***

Les battements cardiaques prennent donc naissance dans le tissu nodal au niveau des oreillettes et le faisceau de ***His*** coordonne le rythme des oreillettes ainsi que des ventricules. (***Document 05***).

MANIPULATIONS	RESULTATS
Sur un cœur isolé et. perfusé, on supprime par cautérisation les nœuds sinusal et septal ainsi que le faisceau de His	Le cœur cesse de battre.
Sur un cœur innervé de mammifère, on sectionne le faisceau de His	Le cœur cesse de battre pendant un certain temps puis repart mais on observe alors une dissociation auriculoventriculaire : Le rythme des oreillettes est normal, celui des ventricules est lent.

Document 05 : EFFET DE LA SUPPRESSION DU TISSU NODAL SUR LE RYTHME CARDIAQUE.

CONCLUSION

Les contractions cardiaques naissent de façon automatique: On parle d'***automatisme cardiaque***. Le siège de cet automatisme est le ***tissu nodal***.

II. QUELS SONT LES PHÉNOMÈNES ACCOMPAGNANT L'ACTIVITÉ DU CŒUR ?

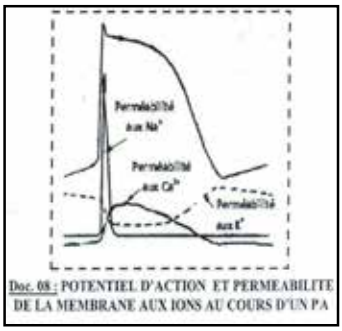
A. ASPECT ELECTRIQUE

On enregistre les échanges ioniques qui on lieu lors de la contraction cardiaque principalement lors de la contraction des ventricules.

1. Analyse

Le potentiel d'action ventriculaire comporte trois phases:

- ***Une Phase de dépolarisation brusque*** (ou ***phase de dépolarisation ascendante***) au cours de laquelle la perméabilité aux ions Na^+ augmente brutalement alors que celle des ions Potassium (K^+) et Calcium (Ca^{2+}) reste constants.
- ***Une Phase de plateau*** au cours de laquelle la perméabilité aux ions Na^+ diminue rapidement puis reste constante alors que celle des ions K^+ diminue puis augmente rapidement, quant à la perméabilité des ions Ca^{2+}, elle augmente jusqu'à une valeur maximale.
- ***Une Phase de répolarisation*** au cours de laquelle la perméabilité aux ions Na^+ demeure faible celle des ions Ca^{2+} progressivement tandis que la perméabilité des ions K^+ augmente fortement diminue jusqu'à la fin de la répolarisation.



Doc. 08 : POTENTIEL D'ACTION ET PERMEABILITE DE LA MEMBRANE AUX IONS AU COURS D'UN PA

2. Interprétation

- La dépolarisation est due à une ouverture brutale des canaux a Na voltage dépendant suivie d'une entrée massive de ces ions. Pendant ce temps, les canaux à K^+ et Ca^{2+} voltage dépendant reste fermés.
- Le plateau est dû à la fermeture des canaux à Na^+ puis ouverture de ceux de K^+ et Ca^{2+} voltage dépendant. On assiste à une sortie des ions K^+ couplée d'une entrée d'ions Ca^{2+}.

Le calcium libère les sites de fixation des têtes de myosine. Le pont acto-myosine se forme et aboutit à la contraction du myocarde. Le taux d'ions Ca^{2+} étant élevé, la contraction se maintient pendant un certain temps, d'où le plateau observé.

- La repolarisation s'explique par la fermeture des canaux a Ca^{2+} et K^+ voltage dépendant la pompe Na^+/K^+ ATP ase dépendant, rétablie l'équilibre ionique de part et d'autre de la membrane.

Pendant ce temps, le calcium (Ca^{2+}) est refoulé dans le réticulum. Au niveau de la cellule du nœud sinusal, la dépolarisation spontanée est due à une sortie de K^+, cette dépolarisation est appelée potentiel «***Pacemaker***»

3. Conclusion

Les contractions cardiaques naissent effectivement grâce à des échanges d'ions (Na^+ , K^+ et Ca^{2+}) au niveau des membranes des cellules du myocarde.

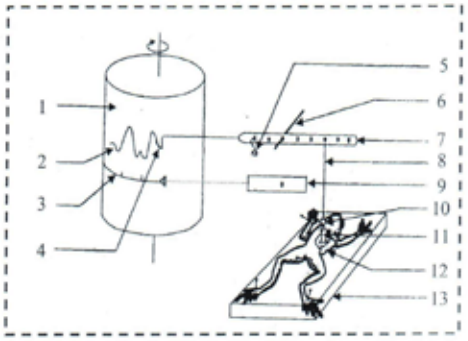
B. ASPECT MÉCANIQUE

1.Etude du cardiogramme

a. Expérience (Doc. 09)

L'appareil qui sert à enregistrer l'activité mécanique du cœur est le ***cardiographe***.

1. Cylindre enregistreur
2. Cardiogramme
3. Signal de temps
4. Stylet inscripteur
5. Contre poids
6. Axe de rotation du balancier
7. Balancier
8. Fil
9. Signal
10. Pince
11. Cœur
12. Grenouille
13. Plateau

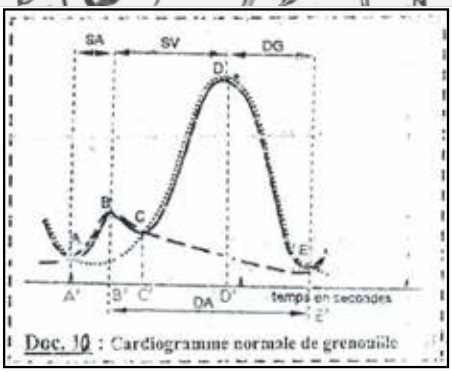


Document 09 : CARDIOGRAPHE A BALANCIER

b. Résultat

L'enregistrement obtenu est un ***cardiogramme***.

c. Analyse d'un cardiogramme (Doc.10)



Doc. 10 : Cardiogramme normale de grenouille

L'analyse du cardiogramme montre que le cœur fonctionne de manière cyclique: on parle de ***cycle cardiaque***.
Le cardiogramme obtenu comprend 4 phases:
- **AB: Contraction des oreillettes ou Systole auriculaire.**
- **BC: Diastole auriculaire.**
- **CD: Contraction des ventricules ou Systole ventriculaire.**
- **DE : Diastole générale**

d. Interprétation

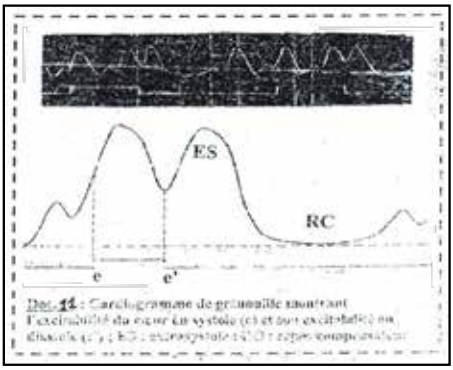
- **La phase AB de durée A'B'** est une légère phase ascendante. Elle traduit la ***contraction des oreillettes***: c'est ***la systole auriculaire***.
Pendant cette phase, on observe un léger raccourcissement du cœur.
Les ventricules restent relâchés donc au repos et reçoivent le sang chassé des oreillettes. Le premier bruit entendu que fait le cœur est dû à la fermeture des valvules auriculo-ventriculaires.
- **La phase BC de durée B'C'** est une légère phase descendante. Elle traduit le début de ***relâchement des oreillettes*** c'est la ***diastole auriculaire***. Pendant cette phase, il y' a augmentation de la longueur du cœur, mais celle-ci ne retrouve pas sa valeur initiale.
- **La phase CD de durée C'D'**: est une importante phase ascendante. Elle traduit la ***contraction des ventricules***: c'est la ***systole ventriculaire***. Pendant cette phase, il y'a un raccourcissement important du cœur. En même temps, le sang est chassé dans les artères.
Le 2eme bruit plus important qu'on entend est dû à la fermeture des valvules sigmoïdes pour empêcher le sang de redescendre.
- **La phase DE de durée D'E'**: est une importante phase descendante : c'est la ***diastole ventriculaire***.
Pendant cette phase, on note un allongement considérable du cœur qui retrouve sa longueur initiale car le muscle cardiaque ne travaille plus; donc il est au repos. On parle de ***diastole générale***. A cette phase, le cœur se remplit de sang.
L'ensemble de ces quatre phases constitue une ***révolution cardiaque*** ou ***cycle cardiaque***.
NB : Le pouls cardiaque se manifeste sous plusieurs aspects : ***fréquence cardiaque (FC en coups/min), Force de contraction, débit cardiaque (DC en l/min,) et volume sanguin (VS en l/coup)***.
Sait la formule : **DC = FC x VS.**
Remarque: Chez les mammifères
Le cardiogramme de mammifère (humain) montre trois phases:
- **La phase AB** correspondant aux activités des oreillettes.
- **La phase BCD** correspondant aux activités des ventricules avec un plateau en CD : c'est le ***plateau systolique***.
- Une phase EF correspondant à un arrêt simultané des oreillettes et des ventricules: c'est la diastole générale.

e. Conclusion

Le cœur ne se contracte pas de façon continue, les périodes de contractions sont suivies de périodes de repos.

2. Effet de l'excitation direct du cœur sur l'activité cardiaque

On excite directement le cœur et on enregistre le tracé suivant. (Document 11)
- Quand l'excitation intervient pendant la systole ventriculaire, le cœur ne réagit pas.
Il existe donc une période réfractaire, d'une durée sensiblement égale à celle des systoles, pendant laquelle le cœur est



Doc. 11 : Cardiogramme de grenouille montrant l'excitabilité du cœur en systole (et non excitable) en diastole (e ; e')

inexcitable.

- Lorsque l'excitation intervient pendant la diastole ventriculaire, on obtient une contraction ventriculaire appelée Extra-systole suivie d'un temps de repos plus long appelé ***repos compensateur***.

La durée du repos compensateur est telle que la reprise des contractions se fait telle que la reprise des contractions se fait à un moment précis où elle aurait lieu si le cœur n'avait pas été excité. .

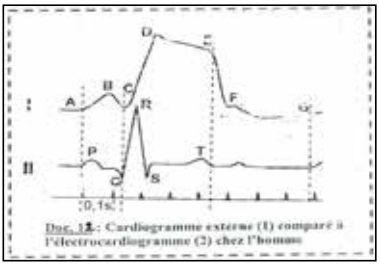
NB:

- Si l'excitation est portée sur le sinus, on parle d'extrasystole décalante.
- Si l'excitation est portée sur le ventricule, on parle d'extrasystole non décalante.

3. L'électrocardiographe

a. Principe d'enregistrement

Il est enregistré à l'aide d'un électrocardiographe. L'électrocardiographie est basée sur le fait que le fonctionnement du cœur comme celui de tous les muscles s'accompagne de phénomènes électriques de dépolarisation. Les électrodes enregistrent l'influx nerveux issus du nœud sinusal qui se repend au niveau de tout le cœur ainsi qu'au niveau de tout l'organisme.



Doc. 12 : Cardiogramme externe (I) comparé à l'électrocardiogramme (2) chez l'homme

b. Résultats (Document 12)

c. Analyse

• Analyse du cardiogramme

- **AB** : Activités des oreillettes
- **BCDE** : Activité des ventricules

L'onde E correspond à la fermeture des valvules.

• Analyse de l'électrocardiogramme

L' électrocardiogramme comprend 5 phases notées conventionnellement PQRST.

- **L'onde P**: elle est située au début de la systole auriculaire et dure 0,15 sec
- **Le complexe QRS**, situé au début de la systole ventriculaire, il dure 0,7 sec.
- **L'onde T** : elle est située au début de la diastole ventriculaire et elle dure 0,244 sec.

d. Interprétation (ou signification) d'un électrocardiogramme

Les ondes P.Q.R.S.T. sont dues aux phénomènes électriques ou potentiels d'action (PA) du cœur.

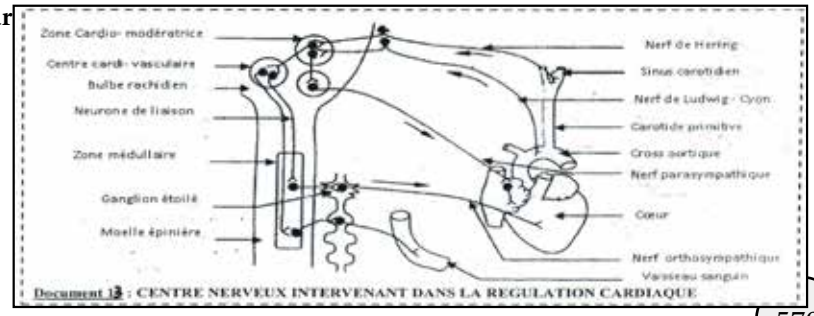
- **L'onde P** traduit une dépolarisation des membranes des cellules des oreillettes (phénomène électrique) et entraîne la contraction de celles-ci (phénomène mécanique).
- **Le complexe Q.R.S** correspond à la dépolarisation des ventricules qui entraîne leur contraction. Cette dépolarisation masque celle des oreillettes.
- **L'onde T** correspond à la répolarisation des ventricules et des oreillettes .et entraîne la diastole ventriculaire et générale.

Remarque:

- Les ondes P.R.Q.S.T. traduisent l'ensemble des phénomènes électrique qui accompagne la révolution cardiaque ou activité cardiaque.
- Les systoles auriculaires et ventriculaires ne sont donc possibles qu'après la dépolarisation des membranes des cellules concernées. Donc pour qu'il y'ait battement cardiaque il faut qu'il ait d'abord naissance des phénomènes électriques (PA).

IV. LE SYSTÈME NERVEUX DANS LA RÉGULATION DE L'ACTIVITÉ CARDIAQUE.

1. Innervation du cœur (Document 13)



Document 13 : CENTRE NERVEUX INTERVENANT DANS LA REGULATION CARDIAQUE

Le cœur est innervé par deux types de fibres nerveuses appartenant au système neurovégétatif ou Système nerveux autonome. Ces différentes fibres sont:
- Les fibres parasympathiques qui entrent dans l'établissement du système ou arc parasympathique.
- Les fibres orthosympathiques qui entrent dans l'établissement du système ou arc orthosympathique.

a. Le système parasympathique

Il comporte:
- Des fibres sensitives ou centripètes. Parmi ces fibres on distingue:
• **Le nerf de Héring** qui part du sinus carotidien.
• **Le nerf de Cyon** part de la crosse aortique.

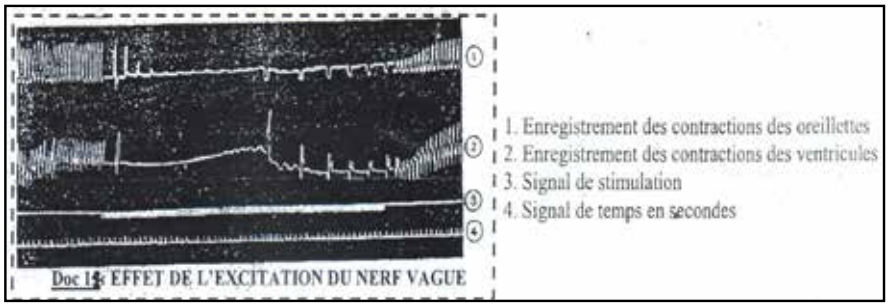
Des centres nerveux appelés ***centres nerveux cardiomodérateurs***, situés dans le bulbe rachidien (encéphale).
- Les fibres motrices : ce sont des ***nerfs pneumogastriques*** ou ***nerf X*** ou ***nerf vague*** qui sont des ***nerfs centrifuges***. Ces nerfs partent du bulbe rachidien et se rendent au cœur.

b. Le système orthosympathique

Ce système comprend:
- Les fibres ***sensitives*** du X qui sont des fibres centripètes qui partent du cœur et aboutissent à la moelle épinière.
- Les centres nerveux encore appelés ***cardioaccélérateurs***, situés dans la moelle épinière.
- Les fibres motrices de l'orthosympathique qui sont des nerfs centrifuges qui partent de la moelle épinière et se rendent au cœur en traversant la chaîne ganglionnaire.

2. Rôle des nerfs parasympathiques et orthosympathiques

a. Rôle des parasympathiques (Document 14)

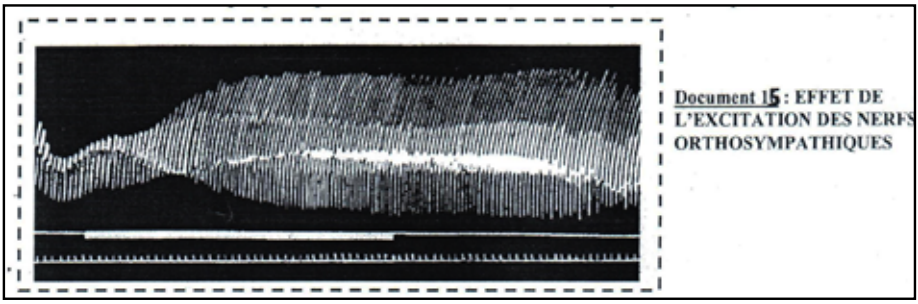


Doc 14 : EFFET DE L'EXCITATION DU NERF VAGUE

Sur une grenouille décérébrée et démedulée, on dégage le nerf X et on le sectionne.
- Si on applique une excitation de faible intensité sur le bout périphérique, on observe une diminution de l'amplitude de contraction et un ralentissement du rythme cardiaque. On dit qu'il y'a ***bradycardie***.
- Si l'excitation est de forte intensité, le cœur s'arrête de battre en diastole puis ses contractions reprennent, même si l'excitation se poursuit. Cela montre que le cœur échappe à l'action du X. Le cœur n'est plus sous le contrôle des nerfs pneumogastriques : c'est le ***phénomène d'échappement***.
- Si on sectionne le nerf de Héring et de Cyon, on observe une accélération du rythme cardiaque:
- Si on sectionne les nerfs pneumogastriques d'un chien:
• La stimulation du bout centrale n'a aucun effet sur le rythme cardiaque.
• La stimulation du bout périphérique entraîne le ralentissement suivi de l'arrêt du cœur.

b. Rôle des orthosympathiques (Document 15)
- Une section des nerfs orthosympathiques entraîne un ralentissement du rythme cardiaque.
- Une forte excitation du ganglion étoilé entraîne une augmentation d'amplitude de contraction et une accélération du rythme cardiaque. On parle de tachycardie. Les fibres orthosympathiques transmettent des influx stimulateurs originaires du centre cardio-médiateur et qui entraîne une accélération du rythme cardiaque. Il n'y a pas de phénomène d'échappement

- On sectionne les nerfs orthosympathiques:
• La stimulation du bout centrale n'a aucun effet sur le rythme cardiaque.
• La stimulation du bout périphérique entraîne une accélération du rythme cardiaque



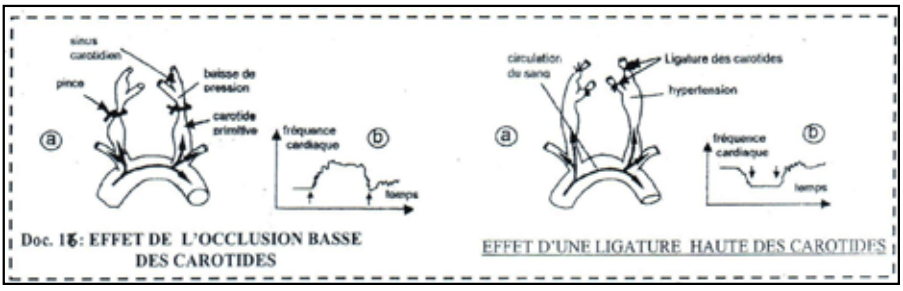
Document 15 : EFFET DE L'EXCITATION DES NERFS ORTHOSYMPATHIQUES

c. Conclusion

Ces différentes expériences montrent que:
- Les nerfs X ou pneumogastriques sont des voies nerveuses centrifuges qui exercent une action cardiomodératrice. Ces nerfs proviennent des centres cardiomodérateurs ou centres parasympathiques.
- Les nerfs orthosympathiques sont des voies centripètes qui exercent en permanence une action cardioaccélératrice. Ces nerfs proviennent des centres nerveux cardioaccélérateurs situés dans la moelle épinière.

Remarque : Le système parasympathique, cardiomodérateurs et le système orthosympathique cardioaccélérateurs ont donc des actions antagonistes.

3. Rôle des nerfs sino aortiques (Document 16)



Doc. 16: EFFET DE L'OCCLUSION BASSE DES CAROTIDES

EFFET D'UNE LIGATURE HAUTE DES CAROTIDES

Les nerfs sino-aortiques comprennent:
- Les nerfs de Ludwig-Cyon, situé sur la crosse aortique.
- Les nerfs de Héring, situé sur le sinus carotidien.

Pour étudier leur action sur l'activité cardiaque, on effectue des expériences suivantes:
• On sectionne les nerfs sino-aortiques d'un chien. On observe une accélération du rythme cardiaque comme dans le cas des nerfs parasympathiques.
• La stimulation du bout central entraîne une diminution du rythme cardiaque ou bradycardie. La stimulation du bout périphérique n'a pas d'effet, Les nerfs sino-aortiques sont des nerfs sensitifs ou encore des voies centripètes qui exercent une action cardiomodératrice.
• Si on sectionne les nerfs X ou vagues ou pneumogastriques et qu'on stimule le bout central des sino-aortiques, l'excitation de ce nerf n'entraîne pas de ralentissement du rythme cardiaque.

Les nerfs de Héring et de Ludwig-Cyon exercent leur action cardiomodératrice par l'intermédiaire 'des nerfs X qui partent des zones cardiomodératrices bulbaires. Ce sont des nerfs freinateurs du rythme cardiaque.

Ce sont donc des nerfs centripètes qui communiquent avec le cœur en passant par les nerfs centrifuges qui sont les nerfs X

4. Action des centres cardiorégulateurs (Document 18)

a. Centre cardiomodérateurs

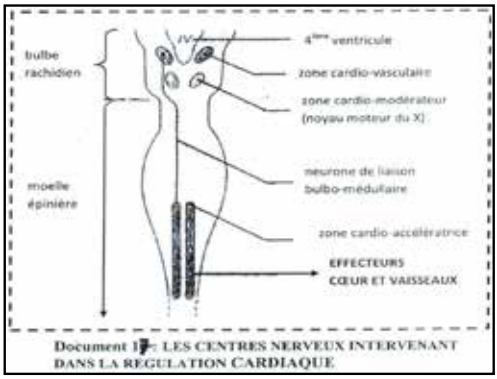
- Expérience et résultats

• Chez un animal, la stimulation électrique de la région du plancher du 4eme ventricule entraîne une diminution du rythme cardiaque (bradycardie).

On observe aussi une diminution de la pression artérielle.

• Une stimulation très forte et prolongée de cette même région entraîne un arrêt cardiaque.

• L'anesthésie de cette région nerveuse bulbaire par la cocaïne provoque une accélération cardiaque ou tachycardie.



Document 17: LES CENTRES NERVEUX INTERVENANT DANS LA REGULATION CARDIAQUE

Conclusion:

Il existe donc des zones bulbaires dépressives (diminution du rythme cardiaque) du cœur. Ces zones médullaires sont appelées centres cardiomodérateurs.

b. Centre cardioaccélérateur

- Expérience et résultats

• La stimulation des zones latérales du 4ème ventricule et de certaines zones médullaires entraîne une tachycardie et une augmentation de la pression artérielle, ce qui est à l'origine d'une vasodilatation (augmentation du diamètre des vaisseaux sanguins).

• L'anesthésie de ces mêmes régions fait baisser le rythme cardiaque de plus de 40 % et baisse aussi la pression artérielle.

- Conclusion: Les zones médullaires sont des zones excitatrices du cœur et augmentent le rythme cardiaque. Ces zones médullaires sont appelées centres cardioaccélérateurs.

c. Comment ces centres sont-ils alertés?

En cas d'augmentation de la pression artérielle

Une augmentation de la pression stimule les barorécepteurs vasculaires. Il y'a donc naissance des influx nerveux centripètes j sont transmis au centre cardiomodérateurs (bulbe rachidien) par les nerfs sensitifs (de Cyon et Héring). Le centre bulbaire va élaborer les influx nerveux moteurs qui sont transmis au cœur par le nerf X. ce qui entraîne un ralentissement du rythme cardiaque et une diminution de l'amplitude des contractions cardiaques.

La pression artérielle baisse aussi (Bradycardie).

En cas de baisse de la pression artérielle

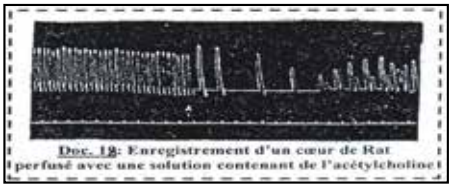
Une baisse de la pression artérielle entraîne une faible stimulation de ce même barorécepteur donc une faible stimulation du centre cardiomodérateur. Dans ce cas, le frein modérateur, fonctionne moins; cependant, le centre médullaire est stimulé entraînant ainsi l'accélération du rythme cardiaque.

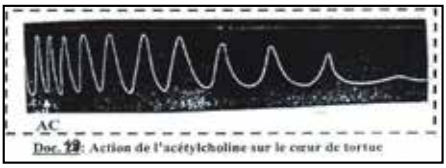
V. MODE D'ACTION DES PARA ET ORTHOSYMPATHIQUES: NOTION DE MÉDIATEURS CHIMIQUES

1. Expérience (Doc. 18, 19, 20, 21)

• On injecte dans le sang d'une tortue décérébrée et démedulée de l'acétylcholine (ACH), on constate que le rythme cardiaque diminue: On parle ***d'effet chronotrope négatif .*** On observe aussi que de l'amplitude de contraction baisse jusqu'à s'annuler: on parle ***d'effet inotrope négatif.***

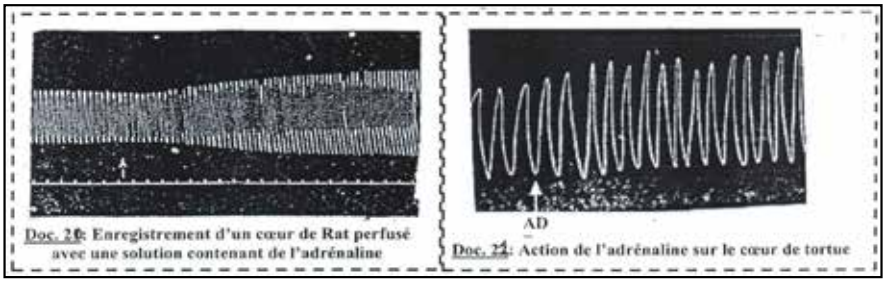
L'acétylcholine a un effet cardiomodérateur. (Documents 18 et 19)


Doc. 18: Enregistrement d'un cœur de Rat perfusé avec une solution contenant de l'acétylcholine



Doc. 19: Action de l'acétylcholine sur le cœur de tortue

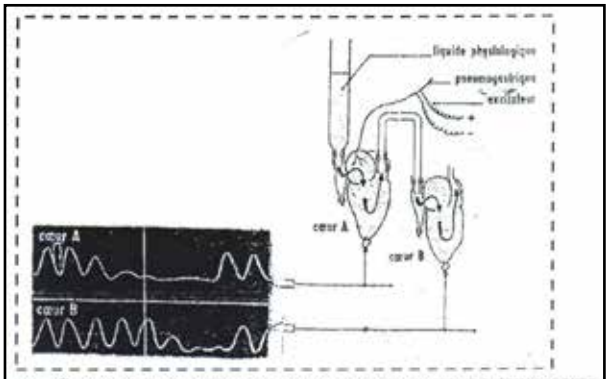
• On injecte dans le sang d'un individu de l'adrénaline (ADR) ou la noradrénaline (NADR).
On observe une augmentation du rythme cardiaque: on parle ***d'effet chronotrope positif.*** On observe aussi une augmentation de l'amplitude des contractions cardiaques : on parle ***d'effet inotrope positif***.
L'adrénaline a un effet cardioaccélérateur. (Document 20 et 21 ci-dessous).



Doc. 20: Enregistrement d'un cœur de Rat perfusé avec une solution contenant de l'adrénaline

Doc. 21: Action de l'adrénaline sur le cœur de tortue

2. Mode d'action des parasympathiques (Doc. 22)
a- Expérience
Deux cœurs de grenouille A et B sont isolés et montés comme l'indique le schéma (Doc. 17). On conserve sur le cœur A les nerfs para et ortho. Les cœurs A et B sont reliés chacun au cardiographe. Le liquide de perfusion circule du cœur A au cœur B.
b- Résultats (Doc.23.)
c- Analyse
Lorsqu'on excite le pneumogastrique, on observe une bradycardie, un arrêt du cœur suivi du phénomène d' échappement. Quelques temps après, on observe les mêmes phénomènes dans le cœur B.
d- Interprétation
Si les mêmes phénomènes sont I observés dans les deux cœurs c'est que le liquide physiologique, lors de son passage dans le cœur A a acquis des propriétés modératrices. En fait, lors de l'excitation du nerf vague (X), celui-ci libère une substance chimique qui est transportée par le liquide physiologique jusqu'au cœur B et provoque un effet modérateur sur celui-ci. En effet, les fibres nerveuses parasympathiques produisent une substance nommée ***substance vagale*** qui retarde la dépolarisation du nœud sinusal; ce qui entraîne la diminution de la fréquence de contraction et de l'énergie (amplitude de contraction des oreillettes et des ventricules).



Doc. 22: EXPERIENCE D'OTTO-LEWIS : LES MEDIATEURS CHIMIQUES

Cette substance vagale qui a les mêmes effets que l'ACH, a été identifiée comme étant de l'ACH. C'est l'intermédiaire entre les parasympathiques et le cœur. Le phénomène d'échappement s'explique par le fait que l'ACH est détruite par une enzyme qui est ***l'acétylcholinestérase***.
Les parasympathiques agissent sur le cœur en produisant de l'ACH qui a un effet cardiomodérateur sur l'activité cardiaque.
3. Mode d'action des orthosympathiques
a- Expérience
On utilise le même montage que précédemment mais on excite l'orthosympathique du cœur A.
b- Analyse
On observe une tachycardie du cœur A suivie plus tard d'une tachycardie du cœur B.
c- Interprétation
L' excitation des orthosympathiques libère une substance qui accélère la dépolarisation du nœud

sinusal, c Li qui entraîne une augmentation de force de contraction des oreillettes et des ventricules ainsi que du rythme cardiaque. Cette substance d'abord appelée ***sympathine*** est ensuite identifiée comme de l'***adrénaline***. A l'état actuel, on sait qu'il s'agit de la Noradrénaline (substance très proche de l'adrénaline).

Les fibres orthosympathiques agissent sur le cœur par l'intermédiaire de la **NADR** ou l'**ADR** qui sont les substances ***cardioaccélératrices***.

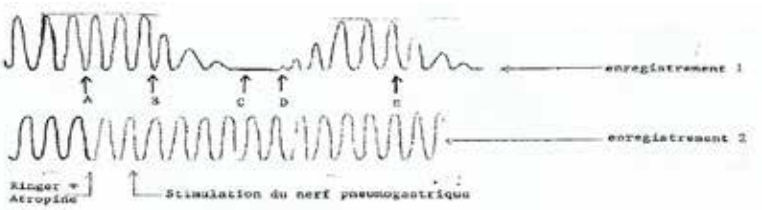
4. Notion de médiateur chimique

Dans la zone de jonction neuro-musculaire, le nerf et le muscle ne sont pas en contact direct. Ils sont séparés par un espace appelé ***espace synaptique***. La transmission de l'information transportée par le nerf ne peut donc pas se faire directement au muscle cardiaque. Elle est assurée par des substances chimiques produites par les nerfs lorsqu'ils sont excités. Ces substances assurent une véritable médiation chimique entre les nerfs et les muscles qu'ils innervent en transmettant l'information nerveuse au muscle.

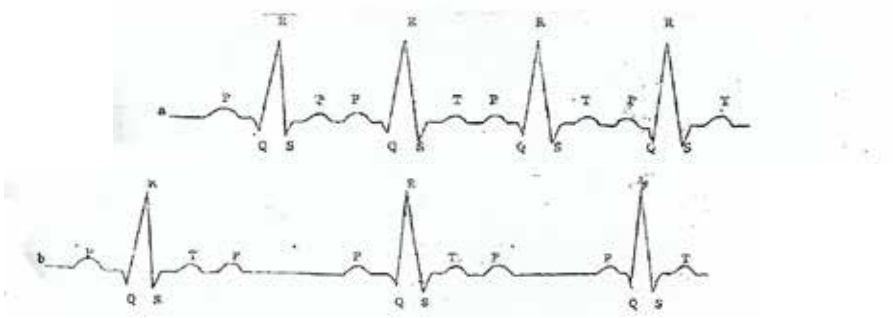
Pour cela, on les appelle des médiateurs chimiques (ACH et ADR ou NADR)

EXERCICE CORRIGÉ 1

I — A partir d'un cœur de grenouille en place dans l'organisme, on réalise les expériences suivantes:
A — Mise en place dans le ventricule d'une canule rempli du liquide de Ringer.
B — Excitation du nerf pneumogastrique.
C — Recueil du liquide de Ringer.
D — Lavage du cœur avec du nouveau liquide de Ringer.
E — Perfusion du cœur avec Le liquide recueilli en C.
Les résultats obtenus sont représentés par l'enregistrement suivant : (enregistrement 1)



1) Analysez cet enregistrement.
2) a) Comparez l'action du nerf pneumogastrique à celle du liquide recueilli au cours de l'expérience C.
b) En déduire le mode d'action de ce nerf.
On recommence l'opération de perfusion en additionnant quelques gouttes d'atropine au liquide de Ringer. On stimule ensuite le nerf pneumogastrique et on obtient l'enregistrement suivant: (enregistrement 2)



3) Déduisez à partir de cet enregistrement l'action de l'atropine.
II — Les enregistrements a et b suivants représentent les ECG (électrocardiogramme) de deux personnes dont l'une souffre de blocage partielle de transmission des excitations au niveau du cœur.

SOLUTION

I) 1) Analyse de cet enregistrement : La perfusion du cœur avec le liquide de Ringer maintien le rythme cardiaque normal. L'excitation du nerf pneumogastrique se traduit par une bradycardie suivie de l'arrêt du cœur en diastole. Apres le recueil du liquide de Ringer, le lavage du ventricule avec un nouveau liquide de Ringer provoque la reprise des contractions cardiaques. La perfusion du cœur avec le liquide recueilli en C entraîne une bradycardie suivie de l'arrêt du cœur en diastole
2) a) Le nerf pneumogastrique et le liquide recueilli en C ont le même effet, celui de ralentir

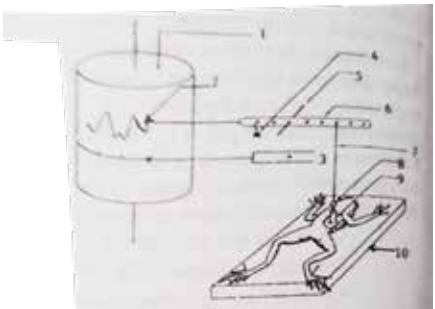
le rythme cardiaque. b) Mode d'action du nerf pneumogastrique : Ce nerf ralentit le rythme cardiaque par l'intermédiaire d'un médiateur chimique qui est l'acétylcholine (ACH) qui, libéré dans le myocarde retarde à dépolarisation spontanée du nœud sino-auriculaire et peut même, à forte dose le bloquer.
3) Action de l'atropine : Après addition d'atropine au liquide de perfusion, la stimulation du nerf pneumogastrique est sans effet sur le rythme cardiaque. L'atropine inhibe l'action de L.ACH et par conséquent celle du nerf pneumogastrique en se fixant sur les récepteurs cholinergiques c'est un inhibiteur compétitif de l'ACH.
II) 1) Signification des ondes P, T, et du complexe d'ondes QRS : Onde P = Dépolarisation des oreillettes ; onde T = repolarisation des ventricules ; complexe d'ondes QRS = Dépolarisation des ventricules.
2) L' ECG b est celui de la personne souffrante.
3) a) Le blocage partiel a lieu au niveau des ventricules.
b) Justification : la dépolarisation et la repolarisation des ventricules ne suivent pas immédiatement celles des oreillettes ce qui se traduit par la disparition intermittente du complexe d'ondes QRS et de l'onde T sur l'ECG b)

EXERCICE CORRIGÉ 2

Dans la série d'expériences suivantes, on étudie les contractions cardiaques d'une grenouille dont les centres nerveux sont détruis.

A) Isolé de l'organisme et placé dans du liquide physiologique, le coeur continue de battre normalement.

1. Dégager l'intéret du liquide physiologique.
2. Déduisez de cette expérience la particularité physiologique du coeur.



Document 1



Document 2

B) Pour étudier les contractions d'un cœur de grenouille en place dans l'organisme, on utilise le montage représenté par le document 1.

1.a) Nommez ce montage.

b) A chacun des numéros de ce montage faites correspondre le nom qui convient.

c) Indiquez le sens de rotation du cylindre.

d) Expliquez son principe de fonctionnement.

2. Le document 2 représente le cardiogramme obtenu.

a) Evaluez à partir de ce cardiogramme la durée en seconde d'une révolution cardiaque ainsi que celle de la fréquence cardiaque en cycle/mn.

b) Reproduisez soigneusement une révolution cardiaque et analysez-là.

SOLUTION

A) 1) l'intérêt du liquide physiologique est qu'il permet de maintenir le cœur isolé de l'organisme dans les conditions physiologiques normales ou analogues à celles de l'organisme permettant ainsi sa survie.

2) La particularité physiologique du cœur est qu'il possède son autonomie de contraction.

B) 1) a) Ce montage est un cardiographe.

b) Annotations : 1= cylindre enregistreur ; 2 = stylet inscripteur ; 3 = stylet du signal temps ; 4 = contrepoids ; 5 = axe de rotation du balancier ; 6 = balancier ; 7 = fil ; 8 = pince ; 9 = cœur ; 10 = planchette

c) sens de rotation du cylindre : de la gauche vers la droite.

d) Principe de fonctionnement du cardiographe : Les contractions cardiaques de la grenouille décérébrée et démédullée fixée sur une planchette à l'aide de pinces sont transmises par l'intermédiaire d'un fil au stylet inscripteur des réponses qui les transcrit sur le papier enduit de fumée noire entourant le cylindre en rotation. Le stylet du signal temps enregistre la durée en seconde du cardiogramme.

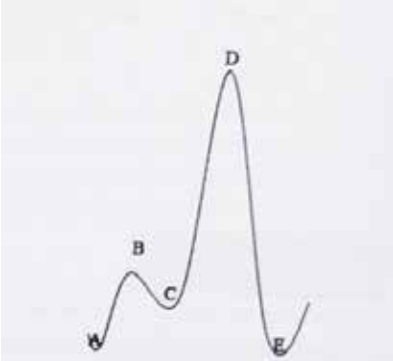
3) a) D'après le cardiogramme du document 2, une révolution cardiaque (ou cycle cardiaque) dure 1 s.

Par conséquent la fréquence cardiaque est de 60 cycles / mn.

D) b) Reproduction et analyse d une révolution cardiaque :

Une révolution cardiaque comprend deux oscillations :

- La première de faible amplitude correspond à l'activité des oreillettes et comprend deux phases
• Une phase croissante AB qui est la phase de Contraction des oreillettes ou systole auriculaire
• Une phase décroissante BC qui est la phase de relâchement des oreillettes ou diastole auriculaire.
- La seconde de grande amplitude correspond à l' activité du ventricule et comprend deux phases :
• Une phase croissante CD qui est la phase de contraction du ventricule ou systole ventriculaire
• Une phase décroissante DE qui est la phase de relâchement du muscle cardiaque ou diastole générale. La somme systole auriculaire + diastole auriculaire+ systole ventriculaire + diastole générale constitue une révolution cardiaque (ou cycle cardiaque)



UNE REVOLUTION CARDIAQUE

EXERCICE 1

Chaque série d'affirmation peut comporter une ou plusieurs réponses exactes. Relève sur chaque copie les numéros des questions et indiquer devant chaque numéro les lettres qui correspondent à la réponse exacte.
NB : toute réponse fausse annule la note attribuée à la question.

1-L'ADH :
- a- est une hormone qui s'oppose à la diurèse.
- b- est une hormone qui favorise la diurèse.
- c- est sécrété en cas d'une augmentation de la pression osmotique.
- d- est sécrété en cas d'une augmentation de la pression osmotique.

2- La réabsorption tubulaire de l'eau :



- a-est passive au niveau du tube collecteur.
- b- est passive au niveau de l'Anse de Henlé.
- c- ne fait pas intervenir des hormones.
- d- assure le maintien de la constance du milieu intérieur.

3-Le foie a une vascularisation particulière.
- a- le vaisseau (1) est une artère.
- b- le vaisseau (2) est une artère.
- c- la glycémie est très variable dans le vaisseau (2)
- d- la glycémie est constante dans le vaisseau (1)

4- Au cours d'un exercice physique :



- a- le foie produit du glucose .
- b- le taux d'insuline augmente.
- c- le taux de glucagon augmente.
- d- la glycémie baisse.

5- Le diabète insulinodépendant est lié :
- a-à la destruction des cellule B (beta).
- b- à l'insuffisance d'insuline.
- c- au manque de récepteurs sur les cellules cibles.

6- On peut corriger un diabète expérimental provoqué par ablation du pancréas
- a- en greffant un pancréas en un point quelconque du corps.
- b- seulement si le pancréas est greffé à la place exacte de l'ancien.
- c- par des injections d'insuline.
- d- par des injections de glucagon.

7- La zone Z de la coupe de rein représentée par le document ci-contre :



- a- renferme la totalité du néphron.
- b- renferme les tubes contournés.
- c- est le siège de la filtration glomérulaire uniquement.

8- La représentation schématique illustrée par le document ci-contre est un corpuscule rénal :
- a. ou le liquide C correspond au filtrat glomérulaire.
- b- Irrigué par l'artériole A donnant naissance aux capillaires péri tubulaires.
- c- Irrigué par l'artériole B donnant naissance aux capillaires péri tubulaires.

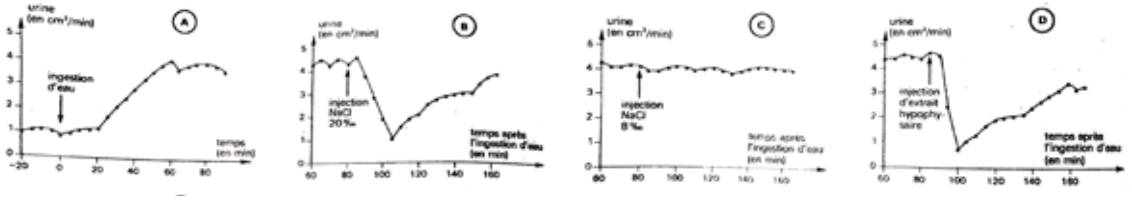
EXERCICE 2

Dans chaque série d'affirmations peut comporter une ou plusieurs réponse(s) exacte(s).
Repérez les affirmations correctes :
1- Le liquide obtenu dans la capsule de Bowman est le résultat :
a) d'une diffusion.
b) d'un transport actif.
c) d'un transport passif et actif.
d) d'une ultrafiltration du plasma.
2- La filtration glomérulaire :
a) est sélective.
b) est une dialyse.
c) est un phénomène passif.
d) ne dépend pas de la pression artérielle qui règne au niveau de l'artère afférente.
3- La réabsorption tubulaire passive se fait :
a) par un apport énergétique.
b) sans dépense énergétique.
c) par le mécanisme de la diffusion.
d) par le mécanisme de la diffusion de l'osmose.
4- La réabsorption tabulaire active :
a) nécessite de l'énergie.
b) concerne l'eau et les sels minéraux.
c) ne fait pas intervenir les hormones.
d) assure le maintien de la constance du milieu.
5- Le néphron :
a) assure la filtration du plasma.
b) est l'unité fonctionnelle du rein.
c) assure la réabsorption passive de l'eau.
d) assure la réabsorption active du glucose et des acides aminés.

EXERCICE 3

Voulant réviser son cours sur le milieu intérieur, votre ami de classe découvre dans son livre les affirmations suivantes. Répondre par vrai ou faux d'avant chaque affirmation.
1-La rénine est une enzyme qui transforme l'angiotensine en angiotensinogène.
2- L'ADH est une hormone qui agit au niveau de la capsule de Bowman...
3- L'urine définitive se retrouve dans la vessie et dans le glomérule vasculaire ...
4- L'urine définitive est abondante lorsque la sécrétion de L'ADH est abondante dans le sang ...
5- L sécrétion tubulaire est une fonction du rein.
6- L'aldostérone est une hormone sécrétée par la médullosurrénale et qui permet la réabsorption du sodium...
7- Le glucose est une substance a seuil c'est-à- dire qui se retrouve dans l'urine définitive si sa concentration est inferieure a 1,8 g/l...
8- Le néphron a les mêmes fonctions que le rein à savoir filtration glomérulaire, réabsorption tubulaire et excrétion.
9- La fonction d'excrétion c'est lorsque le rein rejette les déchets du métabolisme cellulaire dans les urines ....
10- La fonction de réabsorption tubulaire, de sécrétion et de filtre sélectif ou barrière sont les fonctions du rein.

EXERCICE 5



En vue de comprendre le mécanisme de régulation de l'équilibre hydrique de l'organisme, on réalise les expériences suivantes :

Expériences A : On fait ingérer 250 ml d'eau à un chien (ce qui le place en état de «surcharge hydrique») et on mesure l'évolution de la diurèse (c'est-à-dire l'élimination urinaire) par l'introduction d'une sonde dans la vessie de manière à recueillir l'urine. Les expériences B, C et D sont pratiquées à un jour d'intervalle sur l'animal en état de surcharge hydrique, une gheure après l'ingestion des 250 ml d'eau.

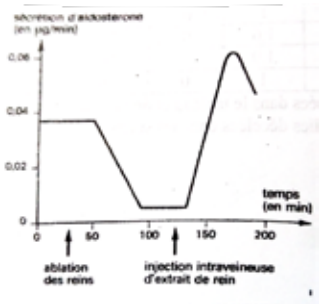
Expérience B : On injecte à l'animal 20 ml d'une solution de NaCl à 2% dans une artère carotide (artère située au niveau du cou et qui irrigue le cerveau).

Expérience C : On injecte à l'animal 20 ml d'une solution de NaCl à 0,8% dans une artère carotide. Une injection de NaCl à 2% pratiquée dans l'artère fémorale (artère située au niveau de la cuisse et qui irrigue les membres inférieus) donne le même résultat que l'injection de NaCl à 0,8% pratiquée dans la carotide.

Expérience D : On partique dans n'importe quelle artère de l'animal une injection d'extraits de la posthypophyse.

Les courbes A, B, C et D ci-dessus traduisent les résultats obtenus.

1. Analyse ces courbes.
2. Interpétez-les.
3. Concluez.



EXERCICE 6

Chez un mammifère, on pratique une surrénalectomie (ablation des glandes surrénales) puis on effectue le doosage de certains constituants notamment le Na^+ et le K^+ dans le plasma et dans l'urine. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous. On observe en outre une polyurie (excrétion abondante d'urine).

Constituants	Plasma		Urine	
	Animal normal	Animal surrénalectomisé	Animal normal	Animal surrénalectomisé
Na^+	3,3	3,1	5	6,5
K^+	0,17	0,24	2,5	1,3

1. Analysez ce tableau
2. Concluez.

Des lésions des corticosurrénales modifient très significativement l'excrétion rénale des ions Na^+ et K^+. L'injection d'extraits corticosurrénaliens à des animaux surrénalectomisés restaure l'activité rénale normale.

3. Déduisez-en le rôle des corticosurrénales dans l'activité rénale évoquée.

Les tableaux ci-dessous donnent l'évolution de la sécrétion d'une hormone appelée aldostérone en fonction des concentrations en Na^+ et K^+.

Sécrétion d'aldostérone ($\mu g.h^{-1}$)	0,75	3	6	8,5	10,5
Concentration en K^+ ($méq.l^{-1}$)	0	5	10	15	20

Sécrétion d'aldostérone ($\mu g.h^{-1}$)	8	7	6	4,5	0
Concentration en Na^+ ($méq.l^{-1}$)	120	130	140	150	160

4. a) Tracez dans un même repère les courbes de variation de la sécrétion d'aldostérone en fonction des concentrations en Na^+ et K^+ en faisant coïncider 120 $méq.l^{-1}$ de Na^+ avec 0 $méq.l^{-1}$ de K^+.

Prendre 1 cm pour 1 $\mu g.h^{-1}$ d'aldostérone, 2 cm pour 5 $méq.l^{-1}$ de K^+ et 2 cm pour 10 $méq.l^{-1}$ de Na^+.

b) Analysez ces courbes.

c) Interprétez-les.

d) Expliquez la polyurie observée suite à la surrénalectomie.

EXERCICE 7

a) Un chien effectue une longue course après laquelle il absorbe une importante quantité d'eau. On réalise sur le plasma sanguin et l'urine de cet animal diverses mesures avant la course, après la course et une heure après l'ingestion d'eau. Les résultats de ces mesures sont rapportés dans le tableau ci-dessous.

Mesures effectuées		Avant la course	Après la course	1 heure après l'ingestion
Débit urinaire		1 ml/mn	0,5 ml/mn	15 ml/mn
Taux de Na+	Plasma	3g/l	2,9g/l	3,1g/l
	Urine	4g/l	9g/l	0,3g/l
Pression omotique	Plasma	300 unités	310 unités	295 unités
	Urine	500 unités	1200 unités	50 unités

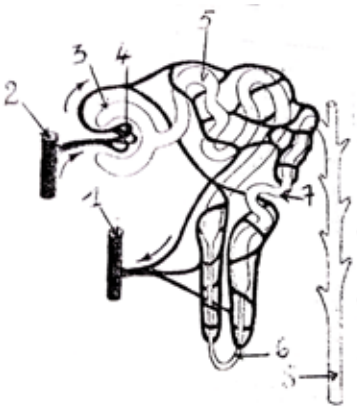
1. Analysez ces résultats

2. Expliquez-les

B) Le chéma ci-contre résume de façon simplifiée un constituant fondamental du rein des mammifères.

1. Identifiez ce constituant fondamental du rein des mammifères.

2. Annotez-le en reportant les chiffres qui y figurent sur votre feuille de copie.



EXERCICE 9

A/ Le rein est un organe constitué de plusieurs unités fonctionnelles au sein desquelles l'urine est produite. Pour comprendre le fonctionnement du rein, on a réalisé des analyses chimiques du sang et de l'urine chez un sujet physiologiquement normal.
Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci- dessous :

Constituants (en g/l)	Plasma	Urine
Sodium (Na^+)	3,2	3 à 6
Potassium (K^+)	0,2	2 à 3
Protéines	60-80	0
Glucose	1	0
Urée	0,3	20
Ammoniaque	0	0,70

1. Comparez la composition du plasma à celle de l'urine.
2. Déduisez de cette comparaison, les différents rôles du rein.

B/ Pour comprendre la régulation de la teneur en sodium du milieu intérieur chez un animal, on réalise une série d'expériences.
Les expériences réalisées et les résultats obtenus sont présentés par le tableau ci-dessous :

Expériences	Résultats	
	Quantité de sodium dosée (g/l)	
	Dans le plasma	Dans l'urine
Animal normal (animal non surrénalectomisé)	3,3	3,7
Animal surrénalectomisé *	2,5	6
Animal surrénalectomisé + greffe de glande surrénale	3,3	3,7
Animal surrénalectomisé + injection d'extraits de corticosurrénale	3,3	3,7

*Animal surrénalectomisé = animal ayant subi l'ablation des glandes surrénales.

1. Analysez les résultats des expériences.
2. Expliquez ces résultats.
3. Tirez une conclusion.

EXERCICE 10

I. Au cours d'une séance de travaux pratiques, des manipulations effectuées sur des échantillons de plasma et d'urine fournis par un individu en bonne santé ont conduit aux résultats du tableau ci-dessous.

Manipulations effectuées	Plasma	Urine
Test à la liqueur de Fehling à chaud	+	-
Test de coagulation	+	-

1. Analysez ces résultats.
2. Tirez une conclusion.

II. Pour expliquer ces résultats, au cours du fonctionnement normal du rein, on dose certains constituants du plasma et de l'urine primitive. Les résultats ont donné le tableau ci-dessous.

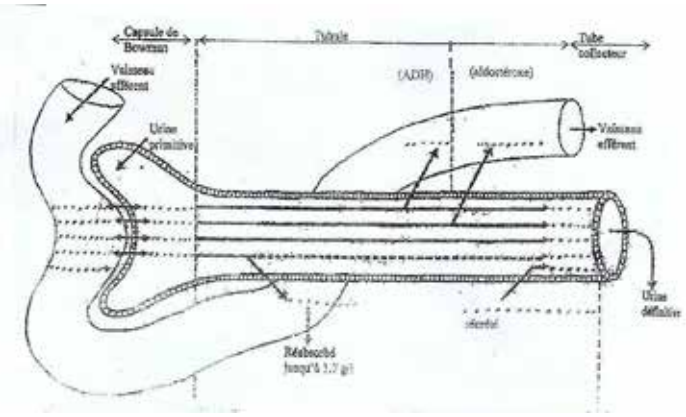
Substances dosées	Concentration dans le plasma en g/l	Concentration dans l'urine primitive en g/l
Na+	3,3	3,3
Urée	0,3	0,3
Glucose	1	1
Sérum albumine	45	Négligeable
Sérum globuline	25	0

1. Analysez ces résultats.
2. Expliquez à partir de cette analyse les résultats du test de coagulation.

Le tableau ci-dessous donne les concentrations de certaines substances dans le plasma, l'urine primitive et dans l'urine définitive.

Constituants	Concentration plasmique (g/l)	Concentration dans l'urine primitive (g/l)	Concentration dans l'urne définitive (g/l)
Eau	170l/24h	170l/24h	1,5l/24h
Glucose	1	1	0
Protides	80	0	0
Na+	3,30	3,30	3,33
Urée	0,30	0,30	20
Sels ammoniacaux	0	0	0,80

3. A partir de ce tableau et de vos connaissances, complétez sans rature le document en annexe au niveau des pointillés (à rendre avec votre copie).



EXERCICE 26

Le cœur est un organe creux logé dans la cage thoracique. Son rôle est de fait vivre les autres organes en distribuant le sang dans l'organisme. Pour comprendre son fonctionnement, les élèves du CSM Niangon décident de répondre aux affirmations en mettant Vrai ou Faux devant chacune d'elle.

1-Le cœur est un organe autonome et le siège de son automatisme réside en son sein et est dirigé par le nœud septal qui est le pace maker ……

2- Le PA cardiaque est caractérisé par une perméabilité des ions Na+, K+ et Ca++.....

3- La stimulation du bout périphérique des nerfs ortho sympathiques exerce une action cardio-accélératrice ……..

4- La stimulation du bout central du nerf vague exerce un ralentissement du rythme cardiaque

5-Les nerfs centrifuges sont formés des nerfs sino aortiques ……

6- Les nerfs moteurs sont aussi appelés nerfs centripètes ……

7- L'extrasystole est une réaction immédiate du cœur après une stimulation pendant la phase de relâchement …….

8-Le nœud sinusal et le nœud septal forment le tissu nodal ……..

9-On observe une tachycardie lorsque le rythme cardiaque est très lent ……..

10- Pendant l'arrêt en diastole, tous les sites de fixation du nœud sinusal sont occupés par l'Adrénaline

EXERCICE 27

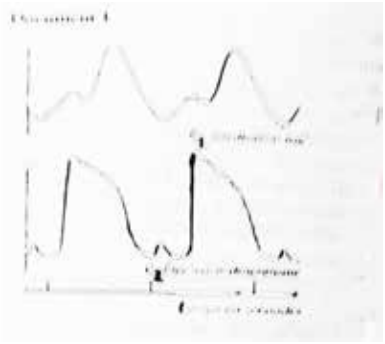
Le tableau suivant présente les activités d'excitation et de section réalisées sur le nerf ou sur les centres nerveux :

Activités réalisées		Réponses obtenues
Section du nerf X		Ralentissement du rythme cardiaque
Stimulation du nerf X		
Stimulation du nerf de cyon ou de Herring		
Section du nerf orthosympathique		Ralentissement du rythme cardiaque
Stimulation du nerf orthosympathique		
Stimulation du bulbe rachidien		

Reliez chaque activité à la réponse obtenue.

EXERCICE 29

On se propose d'étudier les contractions cardiaques d'une grenouille dans différentes conditions. Pour étudier les contractions du cœur en place dans l'organisme, on utilise un cardiographe. La courbe C2 du document 1 ci-contre a été obtenue à l'aide d'un oscillographe dont l'une des électrodes réceptrices est placée au niveau du sinus veineux, l»autre à la pointe du ventricule.

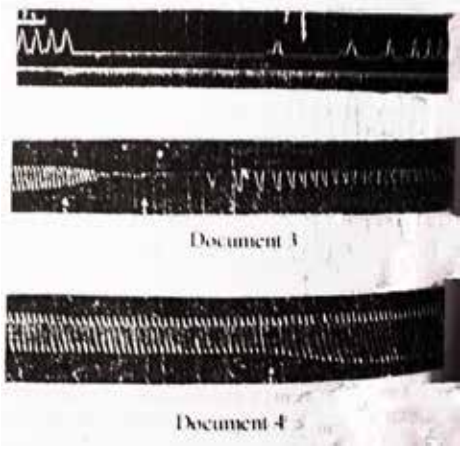


La courbe C1 est enregistrée simultanément à l'aide du cardiographe.

1. Comparez C2 à C1.
2. Concluez.

Le nerf pneumogastrique étant en place, on porte plusieurs excitations sur ce nerf et on enregistre à l'aide du cardiographe l'effet de ces excitations sur le coeur. Le Document 2 ci-dessous traduit le résultat obtenu.

3. Analysez ce document afin de dire en quoi consiste le phénomène de «l'échappement». On perfuse le coeur avec une solution d'acétylcholine à 0,1%. Après rinçage avec du liquide de Ringer, le coeur est à nouveau perfusé avec une solution d'adrénaline à 0,01%. Les documents 3 et 4 traduisent respectivement les résultats obtenus.
4. Analysez et expliquez ces résultats.



EXERCICE 30

L'action neurovégétative s'exerce sur l'automatisme cardiaque. Il importe d'en déterminer le mécanisme.

A) Isolé de l'organisme et placé dans un verre de montre contenant le liquide physiologique de Ringer. Le cœur continue de battre pendant quelques heures.

1. Nommez le tissu responsable de l'automatisme cardiaque chez les mammifères.
2. Précisez les éléments qui le constituent.

B) L'activité cardiaque est modifiée selon les variations de la pression artérielle. Pour établir un des mécanismes mis en cause dans cette adaptation, on réalise chez des mammifères la série d'expériences dont la nature et les résultats sont résumés dans les tableaux ci-dessous.

Tableau A

Zone	Stimulations électriques	Lésions
Bulbe ventral	Baisse de la fréquence et de l'amplitude des contractions cardiaques (bradycardie). Baisse de la pression artérielle.	Tachycardie Augmentation de la pression artérielle.

Bulbe latéral et moelle épinière	Augmentation de la fréquence et de l'amplitude des concentrations cardiaques (tachycardie). Augmentation de la pression artérielle.	Bradycardie Baisse de la pression artérielle

Tableau B

Nerfs	Sections	Excitations électriques	
		Bout central	Bout périphérique
Sino-aortique	Tachycardie	Bradycardie	Aucun effet
X	Tachycardie	Aucun effet	Bradycardie
Orthosympathiques	Bradycardie	Aucun effet	Tachycardie

Observation : Après section du nerf X, l'excitation électrique du bout central des nerfs sino-aortiques est sans effet sur la fréquence cardiaque.

1. Déduisez de ces résultats expérimentaux le rôle :

a) du bulbe ventral

b) du bulbe latéral et de la moelle épinière

c) des nerfs sino-aortiques

d) du nerf X

e) des nerfs orthosympatiques

2. Déduisez de l'observation ci-dessus à quelle condition les nerfs sino-aortiques exercent leur effet.

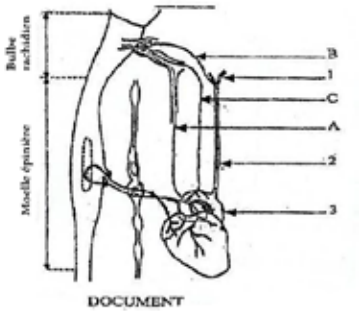
EXERCICE 31

Pour comprendre l'influence du système nerveux sur le fonctionnement du cœur, on met à nu chez un mammifère, le cœur et son innervation.

Le document ci-contre montre le schéma de l'innervation de ce cœur.

1. Annotez sur votre feuille de copie, ce schéma en faisant correspondre aux lettres et aux chiffres les noms qui conviennent.

Afin de préciser le rôle des nerfs A et B, on réalise sur ces nerfs des expériences de section et d'excitation. Les expériences et les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous.



DOCUMENT

Nerfs sectionnés	Effet de la section	Excitations électriques	
		Bout périphérique (Bout qui mène l'influx nerveux vers l'organe effecteur)	Bout central (Bout qui mène l'influx nerveux vers le centre nerveux)
Nerf A	Augmentation de la fréquence cardiaque	Diminution de la fréquence cardiaque	Sans effet
Nerf B	Augmentation de la fréquence cardiaque	Sans effet	Diminution de la fréquence cardiaque

2. Analysez les résultats obtenus.

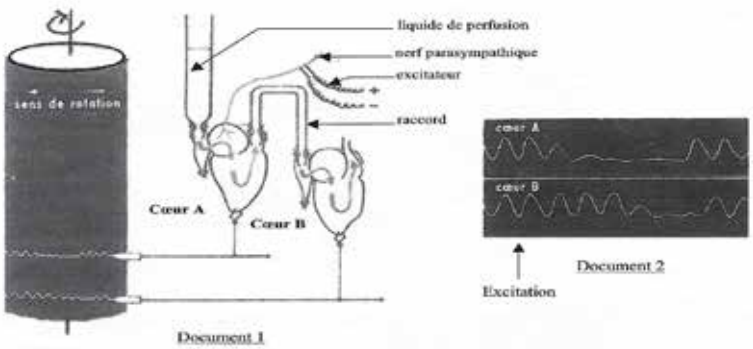
3. Déduisez-en :

a. La nature de chaque nerf;

b. Le rôle de chaque nerf sur le fonctionnement du cœur.

EXERCICE 32

A/ Pour déterminer le mode d'action des nerfs sur l'activité cardiaque, on réalise l'expérience suivante à l'aide du dispositif expérimental du document 1.
On stimule le nerf parasympathique du cœur A et on obtient les enregistrements du document 2.

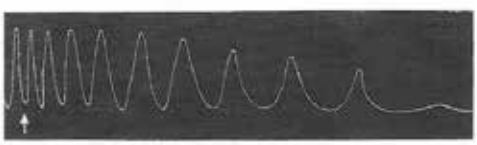


Document 1

Document 2

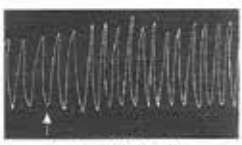
1. Analysez les enregistrements.
2. Interprétez-les.
3. Déduisez le mode d'action du nerf parasympathique.

B/ Pour identifier la substance produite par le nerf parasympathique, on réalise les expériences suivantes sur le cœur A après la suppression du raccord:
- on introduit de l'acétylcholine dans le liquide de perfusion. On obtient l'enregistrement du document 3.
- on rince le cœur avec du liquide de perfusion puis on introduit de l'adrénaline. L'enregistrement obtenu est présenté par le document 4.



Action de l'acétylcholine sur l'activité cardiaque

Document 3



Action de l'adrénaline sur l'activité cardiaque

Document 4

1. Analysez ces enregistrements.
2. Établissez une relation entre ces enregistrements et ceux obtenus après l'excitation du nerf parasympathique.
3. Déduisez la substance libérée par l'excitation du nerf parasympathique.

IMMUNOLOGIE

CHAPITRE 1

MÉCANISMES DE DÉFENSE DE L'ORGANISME

I. L'environnement renferme-t-il des microbes pathogènes ?

L'environnement renferment de nombreux microbes variés et pathogènes. Parmi ces microbes pathogènes, on peut citer: ***les bactéries, les virus, les protozoaires, les champignons microscopiques***.

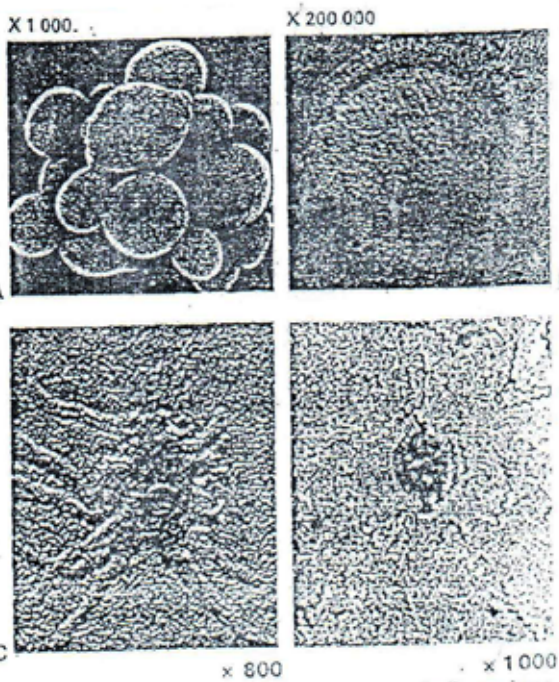
Les microbes présents dans l'environnement de l'organisme sgnt excessivement variés tant par leur taille, leur structure ou leur mode de vie que par leui pouvoir pathogène. Les microbes pathogènes déclanchent une maladie-linfectieuse ou des trqubles plus ou moins importants dès qu'ils sont présents dans le milieu intérieur. Ce dernier est protégé de l'environnement exteneur par un certain dites «naturelles».

• Les bactéries sont des microorganismes unicellulaires dont la taille varie de un à quelques micromètres. Leur action pathogène s'exerce par leur extraordinaire pouvoir de multiplication (caractérisant la virulence du microbe) et parfois par la sécrétion de poisons puissants, les toxines, qui diffusent dans l'organisme. De nombreuses maladies sont d'origine bactérienne : tétanos, diphtérie, tuberculose, typhoïde, méningite, choléra, lèpre, peste, typhus, coqueluche...

• Les virus, dont la taille atteint au maximum quelques dixièmes de micromètre, ne constituent pas de véritables cellules. Ce sont des parasites endocellulaires obligatoires : en effet, leur structure extrêmement simple ne leur permet de survivre que s'ils trouvent, à l'intérieur de cellules, les organites et les enzymes nécessaires à leur reproduction. A terme, les cellules infectées sont détruites. Grippes, hépatites, SIDA, poliomyélite, rage, rougeole, varicelle, rubéole et creillons,... ont pour origine des virus.

• Les protozoaires, animaux unicellulaires, sont endocellulaires (agent du paludisme, par exemple) ou exocellulaires (amibes, par exemple).

• Les champignons microscopiques, du type des levures, vivent sur la peau mais peuvent s'y introduire (mycoses), envahir le cuir chevelu (teigne) ou les mugueuses (de la bouche, du vagin) et même les voies respiratoires et digestives.



Les microbes, principaux «agresseurs» de l'organisme, appartiennent à des groupes variés : A-champignons (candida albicans). B-virus (virus de la grippe). C-protozoaire (amibe). D-bactérie (tréponème, agent de la syphilis).

DOCUMENT 01: PRINCIPAUX MICROBES AGRESSEURS DE L'ORGANISME

Les microbes pathogènes provoquent des maladies dites maladies infectieuses lorsqu'ils se retrouvent dans l'organisme. Leurs modes d'action à la base de ces maladies infectieuses sont divers:

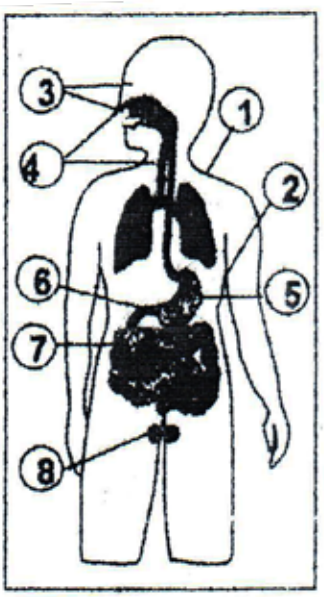
- Sécrétions de toxine
- Infection puis destruction des cellules

Les microbes pathogènes sont des microbes agresseurs de l'organisme.

II. L'organisme dispose-t-il des moyens pour lutter contre tous les microbes ?

A- L'organisme s'oppose –t-il à l'entrée des microbes pathogènes

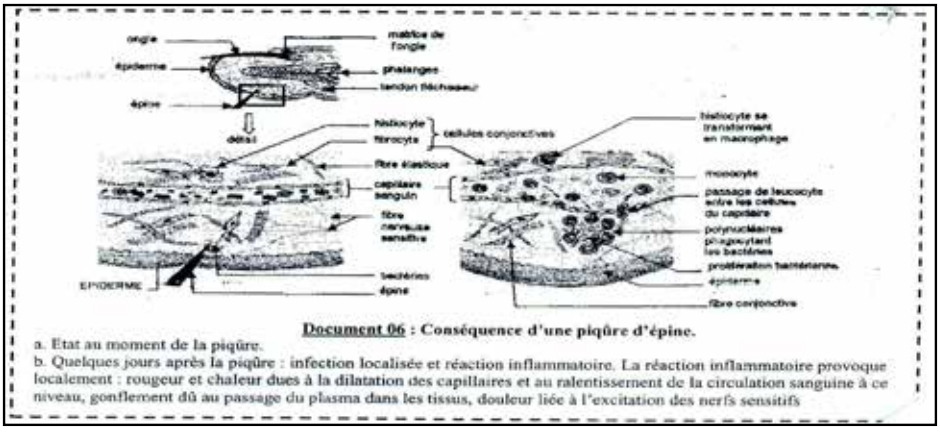
1 : La **peau** constamment renouvelée est imperméable à la plupart des microbes, grâce à sa couche cornée, de nombreux microbes.
2 : **Les glandes sudoripares** déversent la sueur dont l'acidité s'oppose au développement des bactéries.
3 : **Les larmes, le mucus nasal, la salive**, contiennent une enzyme (le lysozyme) qui provoque la mort de centaines de bactéries et dégradent leur paroi externe.
4 : **Le mucus (sécrétions nasales et bronchiques)** enveloppe les bactéries qui peuvent être refoulées à l'extérieur grâce à des cils vibratiles



5 : **L'acide gastrique** maintient dans l'estomac un milieu de pH 1 à 2 qui détruit
6 Dans le **duodénum**, des sécrétions alcalines (bile, ...) amène un changement brutal du milieu (pH 8).
7 : **Des bactéries non pathogènes**, très nombreuses vivent dans le tube digestif en y maintenant des conditions défavorables pour de nombreux microbes
8 : Chez l'homme, la **spermine** du sperme et chez la femme, **des sécrétions vaginales** ont des propriétés antibiotiques.

Document 05 : Barrière naturelles à la pénétration des microbes

L'étude de l'organisme montre qu'il présente sur sa face externe et sur certaines faces internes des moyens de s'opposer à l'entrée des microbes pathogènes dans le milieu intérieur.
Ces moyens sont: ***la peau, la sueur, les larmes, la salive, les mucus, les bactéries non pathogènes, les sécrétions de tube digestives et des organes génitaux***.
Les moyens cités dont dispose l'organisme pour empêcher des microbes pathogènes dans le milieu intérieur sont appelés les ***barrières naturelles***.



Document 06 : Conséquence d'une piqûre d'épine.
a. Etat au moment de la piqûre.
b. Quelques jours après la piqûre : infection localisée et réaction inflammatoire. La réaction inflammatoire provoque localement : rougeur et chaleur dues à la dilatation des capillaires et au ralentissement de la circulation sanguine à ce niveau, gonflement dû au passage du plasma dans les tissus, douleur liée à l'excitation des nerfs sensitifs

B- Réaction de l'organisme suite à une blessure (Document 06)
L'entrée des microbes pathogène ou bactéries et leur prolifération entrainent une réaction de l'organisme.
Cette réaction de l'organisme assurée essentiellement par les leucocytes, se subdivisent en 3 étapes.
a- Réactions inflammatoire locale
La prolifération des bactéries entraine la mobilisation des leucocytes pour la défense de l'organisme.
Les capillaires sanguins (***vaisseaux sanguins***) se dilatent et les leucocytes sortent par ***diapédèse*** et se

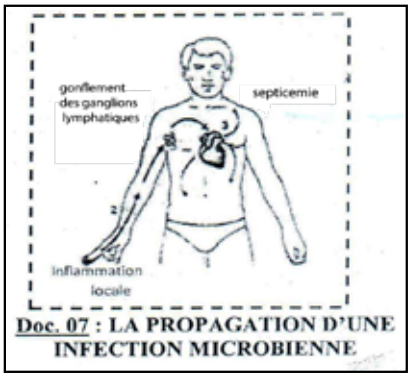
dirigent vers le lieu de l'infection. Cette dilatation des capillaires provoque la ***rougeur*** et la ***chaleur*** au lieu de l'infection. Le passage du plasma dans les tissus entraine un ***gonflement du doigt***. La ***douleur*** ressentit provient de l'excitation des nerfs sensitifs par les bactéries et leurs sécrétions.
Toutes ces réactions sont localisées au lieu de l'infection. L'ensemble des réactions de l'organisme dans ces conditions constitue la ***réaction inflammatoire locale***.
Cette réaction a pour objectif d'éliminer les bactéries grâce aux leucocytes (***macrophages, monocytes et polynucléaires***)

b- Réaction ganglionnaire

Si la barrière constituée par les leucocytes au lieu de la piqûre est franchie, c'est-à-dire si la réaction inflammatoire locale est inefficace pour éliminer les bactéries, celles-ci pénètrent dans les vaisseaux lymphatiques où elles circulent. Leur avancée est freinée par l'action des ganglions lymphatiques qui augmente de volume. Les leucocytes présents à ce niveau se multiplient pour neutraliser ces microbes pathogènes. Le gonflement des ganglions lymphatiques devient douloureux et est parfois suivi de fièvre : c'est la ***réaction ganglionnaire***.

c- Réaction généralisée (Document 07)

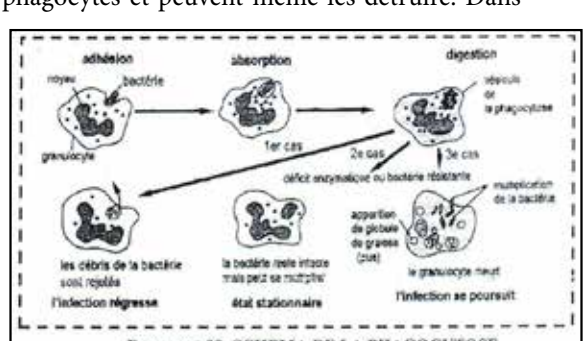
Lorsque les microbes pathogènes parviennent à franchir la barrière des ganglions lymphatiques, ils se retrouvent dans tout l'organisme. C'est la ***septicémie***.
Les microbes pathogènes dans ces conditions secrètent des poisons appelés ***toxines*** qui envahissent tout l'organisme. C'est la ***Toxémie***
Face à la septicémie et à la toxémie, l'organisme tout entier lutte contre les antigènes à tous les endroits où ils sont présents: ***C'est réaction généralisée***.
Durant toutes ces réactions, les leucocytes utilisent la ***Phagocytose*** (Document 08) pour éliminer les bactéries quelques soit leur nature.



Doc. 07 : LA PROPAGATION D'UNE INFECTION MICROBIENNE

La phagocytose se déroule en trois étapes:
- **La phase d'adhésion:** C'est le rapprochement du granulocyte et de la bactérie.
- **La phase d'absorption:** Le granulocyte ingère la bactérie par endocytose.
- **La phase de la digestion**:

Trois possibilités se présentent:
1er cas: la particule étrangère est totalement digérée et ses débris rejetés hors de la cellule par exocytose. L'infection régresse et les tissus sont réparés avec ou sans cicatrisation
2ème cas: les enzymes déversées dans le phagocyte et devant participer à la digestion de la particule étrangère sont insuffisantes ou même absentes. Dans ce cas, la particule étrangère reste intacte et pourra se multiplier plu tard, l'infection reste stationnaire.
3ème cas: Les particules étrangères résistent aux phagocytes et peuvent même les détruire. Dans ce cas, l'infection dépasse alors l'étape locale de la plaie, on assiste alors à une autre phase de la lutte contre l'infection.
L'organisme grâce aux barrières naturelles dont il dispose et a partir de la phagocytose réalisée par les leucocytes éliminent tous les antigènes quelques soit leur nature: cette réaction est appelée défense non spécifique, réaction immunitaire non spécifique.
Comment peut-on définir la défense non spéci-



Document 08: SCHEMA DE LA PHAGOCYTOSE

fique?

On appelle ***défense non spécifique (DNS)***, l'ensemble des moyens de défense naturelle, spontanée, innée et immédiate permettant de neutraliser indifféremment les agents pathogènes de différentes natures (bactéries, virus, champignons). Cette DNS qui agit essentiellement par phagocytose n'est propre à une espèce donnée: d'où le terme ***non spécifique***. Elle se passe par les réactions suivantes:

- ***La réaction inflammatoire***
- ***La réaction ganglionnaire***
- ***La réaction généralisée***

Caractéristiques de la défense non spécifique

1. Cette immunité se réalise de la même manière pour tous les antigènes et au niveau de toits les individus, cette immunité est donc ***non spécifique*** .
2. C'est une immunité propre à tout le monde lié au patrimoine génétique, on dit alors qu'elle est ***innée*** ou ***naturelle***
3. Cette immunité se met en place dès la présence du corps étranger, elle est immédiate et spontanée.

III- notion de «soi» et de «non soi»

Plusieurs expériences de greffes sont réalisées entre différentes espèces. Lorsque la greffe se fait de sorte que le donneur soit le receveur, on parle ***d'autogreffe***.

Si la greffe est entre des vrais jumeaux, on parle d'une ***isogreffe***.

Toutes les cellules possèdent à la surface de leur surface membrane des recepteurs antigéniques de nature glycoprotéiques qui permettent de reconnaitre les cellules du ***«soi»*** et les cellules du ***«non soi»***.

Ces récepteurs antigéniques constituent le ***complexe majeur d'histocompatibilité*** (**CMH**). Chez les humains, le **CMH** est appelé **HLA** (***Human Leucocyte Antigen*** ou ***Antigène Leucocytaires Humains***).

On distingue deux types HLA : HLA de la classe 1 et HLA de classe 2. (***Document 04***)



Document 02 A : LES DIVERS TYPES

1. Les HLA de classe 1 .

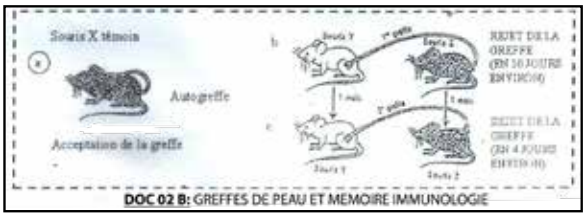
Les HLA de classe 1 sont des glycoprotéines situées à l-a surface de toutes cellules ayant un noyau

Ces 1 molécules permettent, d'identifier les c9llules du « soi » et du « non soi ». Ainsi, lorsque deux cellules portent ces mêmes glycoprotéines, elles se reconnaissent comme appartenant au « soi » et sont donc compatibles.

2. Les HLA de classe 2

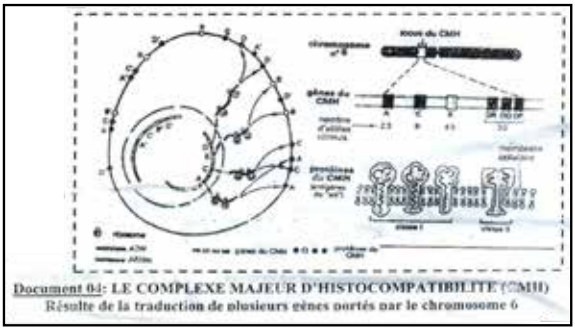
Ce sont des glycoprotéines situées sur la membrane de certains leucocytes et qui permettent la présentation. Un antigène constitue une molécule ou un ensemble de cellules qui présent dans l'organisme déclenche une réaction de ce dernier appelée ***réaction immunitaire*** en vue de son élimination.

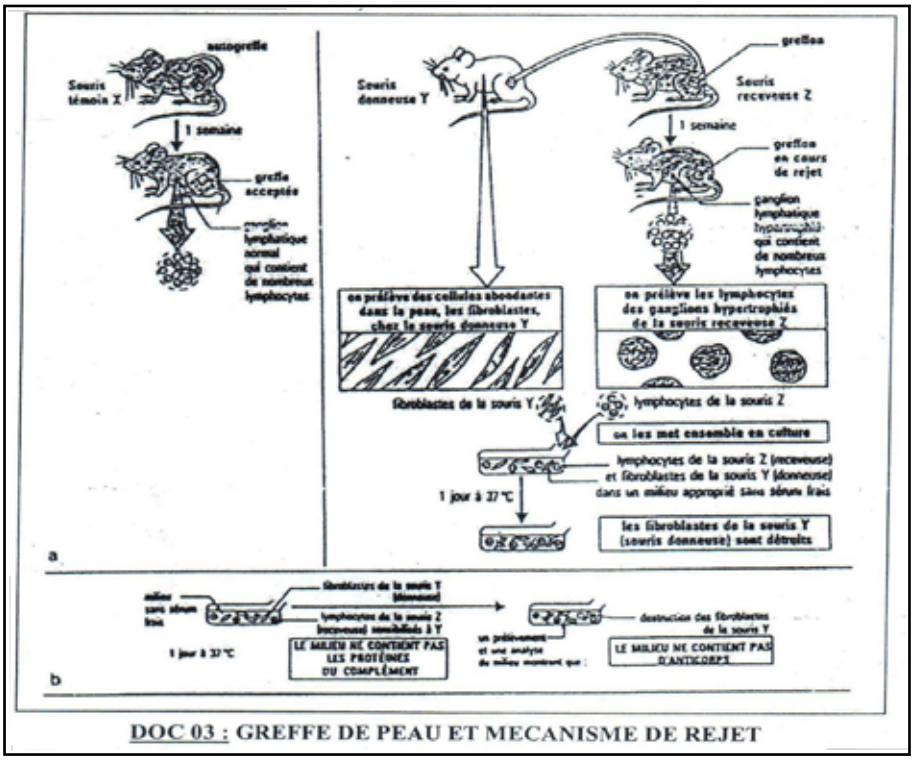
Remarque:
Il existe des Antigènes de classe III (ou CMH III) qui sont des molécules solubles dont font partie les constituants des compléments.



DOC 02 B: GREFFES DE PEAU ET MEMOIRE IMMUNOLOGIE

Un hétérogreffe est une greffe où le receveur est différent du donneur.
Un fragment de peau d'une souris X est transplanté sur la même souris mais à un autre endroit du corps, la greffe est acceptée. Une portion de peau d'une souris Y est prélevée et transplantée à une souris Z entraine le rejet de la greffe au bout de 10 jours.
Le rejet de la greffe a lieu 4 jours lorsqu'elle est réalisée un mois plupart avec les mêmes souris.
B. INTERPRÉTATION (Document 02)


Document 04: LE COMPLEXE MAJEUR D'HISTOCOMPATIBILITE (CMH)
Résulte de la traduction de plusieurs gènes portés par le chromosome 6



DOC 03 : GREFFE DE PEAU ET MECANISME DE REJET

1. Acceptation de la greffe
Dans le cas de l'autogreffe, le greffon est accepté car l'organisme receveur reconnait le greffon comme appartenant au même organisme: il y'a donc une ***compatibilité*** entre les tissus du receveur et les tissus du greffon (donneur). Il s'agit d'une compatibilité tissulaire appelée ***histocompatibilité***.
Les ***lymphocytes*** (***leucocytes ou globules blancs***) du receveur chargé d'éliminer les corps étrangers

ne le font pas, car le greffon est reconnu comme faisant partie du « soi ». Ainsi, les cellules qui sont acceptés sont celles du « soi ».

2. Rejet de la greffe

Dans le cas de l'hétérogreffe, le greffon est rejeté, car ces cellules ne sont pas reconnues par celles du receveur comme faisant partie du « soi ». Les tissus du receveur sont donc incompatibles avec ceux du donneur. Par conséquent, le receveur produit des lymphocytes qui s'attaquent aux greffons (corps étrangers). Les cellules étrangères non acceptées constituent le « non soi ».

Dans le deuxième cas de cette hétérogreffe, le rejet est du greffon plus rapide parce que le premier contact entre le donneur et le receveur a permis de mémoriser l'identité du corps étranger puis de le reconnaitre et de l'éliminer dans temps plus court.

NB:

On appelle "soi" l'ensemble de molécules propres à un individu déterminé génétiquement.

Ces molécules sont des protéines portées par des membranes biologiques ou libérées dans l'organisme et constituent des ***marqueurs biologiques l'identité de l'individu***.

Le « non soi » est donc l'ensemble des molécules différentes du soi qui dans l'organisme déclenchent des réactions immunitaires spécifiques ou non spécifiques

A- Cas du tétanos

Le tétanos est une toxi infection non contagieuses causée par le le bacille de **Nicolaier**. Il se manifeste par des contractions musculaires qui entraine généralement la mort.

1. Expérience d'injection de toxine et d'anatoxine tétanique (Document 09 A)

a. Analyse

- Lorsqu'on injecte 15 jours après le début de l'expérience de la ***toxine tétanique*** à une souris témoin, l'animal ***meurt***.
- L'injection de l'anatoxine tétanique à une souris A au début de l'expérience et l'injection 15 jours après de ***toxine tétanique*** entraine la ***survie*** de l'animal.
- Lorsqu'on injecte le début de l'expérience de ***l'anatoxine tétanique*** à une souris A2 et 15 jours plus tard de la ***toxine diphtérique***, cette souris ***meurt***.

b. Interprétation

- La souris témoin meurt parce que la toxine tétanique injectée est un poison qui détruit les cellules de l'animal entraînant ainsi sa mort.
- L'injection d'anatoxine tétanique permet à l'organisme de reconnaitre l'antigène et de l'éliminer, puisque son pouvoir pathogène a été atténué. En injectant de la toxine tétanique, l'organisme de la souris A1 ***sensibilisée*** (préparée) à cet antigène grâce au premier contact, arrive à éliminer cette toxine tétanique. L'anatoxine tétanique prépare l'organisme à une éventuelle rencontre avec cet antigène.
- Avec l'injection d'anatoxine tétanique, l'organisme de la souris A2 est sensibilisée à combattre plus tard l'antigène tétanique. L'organisme de la souris n'étant pas préparé à lutter contre la toxine diphtérique, cette souris meurt, car ces cellules sont détruites par les antigènes de la toxine diphtérique.

c. Conclusion

Une ***anatoxine*** est une toxine (poison) microbienne dont le pouvoir pathogène a été atténué mais conserve son pouvoir antigénique.

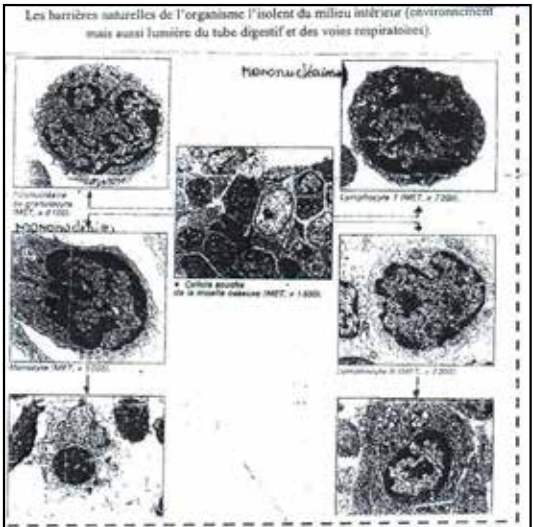
La souris meurt puis que l'injection de l'anatoxine tétanique lui permet de lutter contre les antigènes de la toxine tétanique, mais reste inefficace contre la toxine diphtérique.

Ces expériences montrent que la défense mise en place par l'organisme est propre à chaque microbe pathogène (antigène): dans ce cas, la défense de l'organisme est ***spécifique de l'antigène***. Il s 'agit d'une ***réaction immunitaire spécifique***.

2. Les cellules intervenant dans la réaction immunitaire (Document 12)

Toutes les cellules intervenant dans la réaction immunitaire prennent naissance dans les cellules souches de la moelle osseuses. Ces cellules produisent des ***polynucléaires (granulocytes et monocytes***), ***les lymphocytes B et T***.

Les monocytes évoluent pour donner des ***macrophages***. Après leur formation, certains lymphocytes acquièrent leur maturation ou leur ***immunocompétence*** dans le thymus : ce sont les ***lymphocytes T***. D'autres lymphocytes subissent leur maturation et différenciation dans la moelle osseuse ce sont les ***Lymphocytes B*** (LB) qui sont à l'origine de la ***production d'Anticorps*** c'est-à-dire des ***agents de l'immunité humorale***. Les ***Lymphocytes B*** se caractérisent par la présence sur leur membrane d'***Immunoglobulines*** (Ig.)



Doc. 12 : Cellules intervenant dans la réaction immunitaire

Tableau de différentiation entre les Lymphocytes B et les Lymphocytes T.

Lymphocytes B	Lymphocytes T
Ils se forment et acquièrent leurs propriétés dans la moelle osseuse	Ils se forment dans la moelle osseuse et acquièrent leurs propriétés dans le thymus
Leur membrane est recouverte d'aspérités et de replis.	Leur membrane est presque lisse. Ils sont pauvres en cytoplasme.
Ils circulent dans la lymphe et le sang passe dans les tissus. Ils s'y transforment en plasmocytes et produisent des anticorps	Ils circulent dans la lymphe et le sang

NB : Il existe diverses catégories des lymphocytes T:
- les lymphocytes T tueur ou lymphocytes T cytotoxiques (LTc)
- les lymphocytes T régulateur (LTr) ou lymphocytes T auxiliaires ou LT helper (LTh)
- les lymphocytes T mémoires (LTm)
- les lymphocytes T suppresseurs (LTs)

Ces différents lymphocytes diffèrent l'un de l'autre par des protéines membranaires situées sur leur membrane.

3. Les molécules intervenants dans la réaction immunitaires.

a- Anticorps

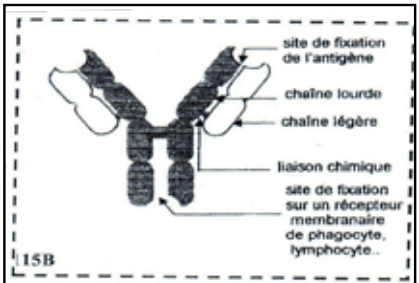
Les anticorps sont des immunoglobines.

Ils sont de nature glycoprotéique.

On distingue 5 types d'anticorps Ig : Ig G, Ig M, Ig A, Ig D et Ig E.

*** Structure de l'anticorps (Doc 15 A et B)**

Un anticorps est constitué de deux parties
- Une zone variable avec deux sites de fixation de l'antigène
- Une zone constante qui présente un site de fixation du macrophage et un site de fixation du complément



Doc. 15 B : SCHEMA D'UN ANTICORPS

*** Fonction des anticorps (Document 16)**

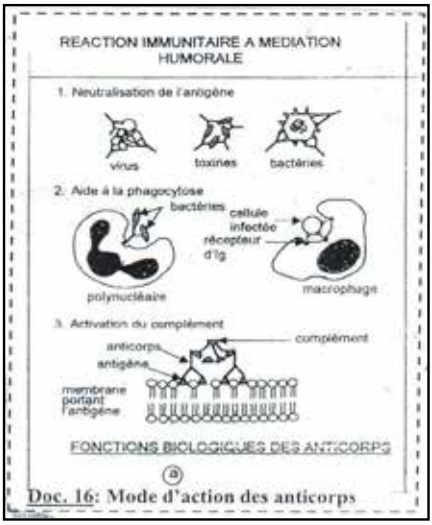
Les anticorps ont trois fonctions :
- Ils neutralisent l'antigène
- Ils aident à la phagocytose

- Ils activent le complément.

• ***La neutralisation de l'antigène***: l'antigène se fixe sur l'antigène pour le neutraliser. Il se forme alors des complexes Ag-Ac complexes immun.

• ***L'aide à la phagocytose***: les complexes Ag-Ac formés sont phagocytés par les phagocytes (polynucléaires ; macrophages),

• ***Activation du complément***: le complément est un ensemble de substances plasmatiques qui interviennent dans la destruction des Ag fixés sur la membrane de l'organisme.

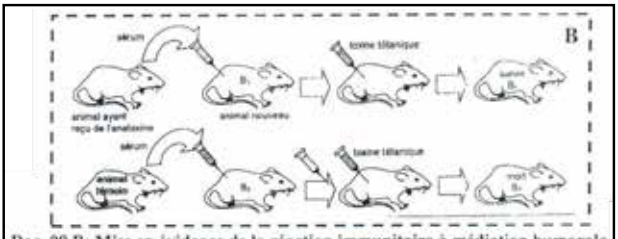


Doc. 16: Mode d'action des anticorps

2. Expérience d'injection de sérum

a. Analyse

- Le sérum d'une souris ayant reçu de l'anatoxine tétanique est injecté à une souris B1. Lorsque le même jour, on injecte à la souris B1 la toxine tétanique, l'animal survit.
- Le sérum d'une souris témoin est prélevé et injecté à une souris B2. La souris B2 meurt lorsqu'on lui injecte le même jour la toxine tétanique



Doc. 09 B: Mise en évidence de la réaction immunitaire à médiation humorale

b. Interprétation

- La souris B1 survie parce que le sérum provenant de la souris ayant reçu l'anatoxine tétanique contient des molécules capables d'éliminer les antigènes de la toxine tétanique. Ces molécules contenues dans le sérum qui permettre de combattre les antigènes sont appelées anticorps.

Les anticorps produits par la première souris sont transmis à la souris B1 lui permettant de neutraliser la toxine tétanique injectée plus tard.

- La souris B2 meurt parce que le sérum de la souris témoin ne contient pas d'anticorps capable d'éliminer les antigènes de toxine tétanique.

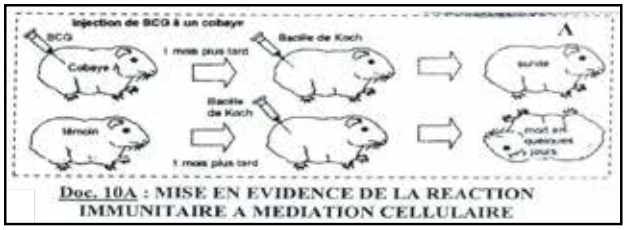
c. Conclusion

La présence d'un antigène donné dans un organisme permet à celui-ci d'élaborer des anticorps présents dans le sérum et d'éliminer uniquement cet antigène. Cette réaction qui fait intervenir les anticorps est appelée ***la réaction immunitaire à médiation humorale***.

B- Cas de la tuberculose (Document 10)

1. Expérience d'injection de BK et BCG (Document 10 A)

Le bacille de Koch est responsable de la tuberculose chez l'homme. Le Bacille de Calmette et Guérin (BCG) contient des BK dont le pouvoir pathogène a été atténué.



Doc. 10A : MISE EN EVIDENCE DE LA REACTION IMMUNITAIRE A MEDIATION CELLULAIRE

a. Analyse

- Le cobaye A ayant reçu du BCG est injecté un mois plus tard avec le BK.

L'animal survit.

- Lorsqu'on injecte du BK, 1 mois après à un cobaye témoin (n'ayant pas reçu du BCG), l'animal meurt.

b. Interprétation

- Le cobaye survit par ce que le BCG injecté lui permet de développer une réaction immunitaire efficace, capable d'éliminer les BK.
- Le cobaye témoin meurt parce qu'il est incapable de neutraliser le BK.

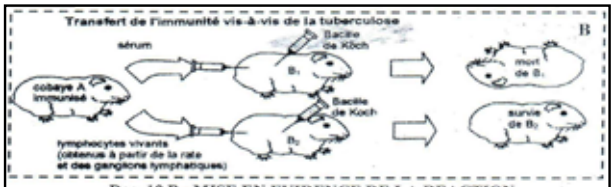
c. Conclusion

Pour que l'organisme mette en place une réaction immunitaire capable d'éliminer le microbe pathogène, il faut un premier contact entre cet organisme et l'antigène. Cette défense est donc spécifique à l'antigène : c'est une ***réaction immunitaire spécifique***.

2. Expériences d'injections de sérum de lymphocytes vivants (Document 10 B)

a. Analyse

Un organisme immunisé contre un microbe pathogène ou une maladie est un organisme qui a combattu l'antigène au cours des premiers contacts.



Doc. 10 B : MISE EN EVIDENCE DE LA REACTION IMMUNITAIRE A MEDIATION CELLULAIRE

- Le sérum d'un cobaye A immunisé est injecte a un cobaye B1. L'injection après du BK entraine la mort de l'animal.
- Lorsqu'on injecte du BK à un cobaye B2 ayant reçu les lymphocytes vivants du cobaye A immunisé, ce cobaye survie.

b. Interprétation

- Le cobaye B, meurt parce que les anticorps contenus dans le sérum du cobaye A ne peuvent pas éliminer les BK injectés plus tard.
- Le cobaye B1 survie parce que les lymphocytes vivants provenant du cobaye A neutralisent les BK injectés plus tard.

c. Conclusion

Dans ce cas, ce ne sont pas les anticorps qui neutralisent les antigènes mais plutôt les lymphocytes qui éliminent les microbes pathogènes. Cette défense qui fait intervenir les lymphocytes pour éliminer les antigènes est appelée la ***réaction immunitaire à médiation cellulaire***.

Pour lutter contre les antigènes ou les microbes pathogènes, l'organisme met en place du types de réactions immunitaires spécifiques:

- ***La réaction immunitaire à médiation humorale*** qui fait intervenir les anticorps.
- ***La réaction immunitaire à médiation cellulaire*** qui fait intervenir les lymphocytes.

V- l'organisme met-il en jeu des stratégies pour lutter contre les microbes pathogènes ?

A. ACTEUR DE LA RÉACTION IMMUNITAIRE

Il s'agit des organes lymphoïdes et des cellules immunitaires.

- ***Les organes lymphoïdes centraux ou primaires***: ce sont la moelle osseuse et le thymus et sont caractérisés par la formation et la maturation des cellules immunitaires.
- ***Les organes lymphoïdes périphériques ou secondaires***: ce sont les ganglions lymphatiques et la rate.

a- Les organes lymphoïdes primaires.

- ***La moelle osseuse***: C'est le lieu de formation de toutes les cellules sanguines : ***Hématies, Leucocytes, Plaquettes sanguines***. Parmi ces cellules, seules les leucocytes acquièrent leur ***différenciation*** et leur ***maturation*** dans la ***moelle osseuse***, ils sont munis de récepteurs spécifiques des ***anti-antigènes*** devenant ***immunocompétents*** c'est-à-dire capable d'induire ***des réactions immunitaires***.
- ***Le thymus***: C'est le lieu ou les lymphocytes T (LT) acquièrent leur maturation c'est-à-dire deviennent immunocompétents. Ces lymphocytes T se munissent également de marqueurs de surface CD4 ou CD8 qui permettent de les différencier ***lymphocytes T4*** (LT4) ou ***lymphocytes T8*** (LT8).

b- Les organes lymphoïdes périphériques ou secondaires

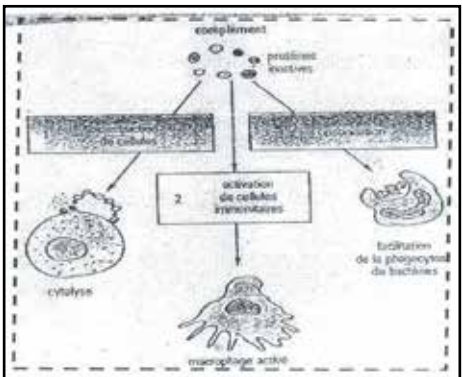
C'est dans ces organes que se faite contact avec l'antigène; contact qui développe la réponse immunitaire: Il s'agit de la Rate et des ganglions lymphatiques dans lesquels on trouve une forte concentration des LB et LT.

NB : Les anticorps connaissent une évolution dans leur production.

- Avant la naissance, le fœtus secrète uniquement de l'Ig M.
- Le nouveau-né est protégé par les anticorps Ig G de la mère ayant traversé le placenta.

Il est aussi protégé par les anticorps 1g A contenus dans le lait maternel.

- A partir de 5 mois, le bébé commence à sécréter les Ig G et les Ig A en quantité appréciable croissante



Doc. 17 : FONCTION DU COMPLEMENT

b- Complément

Le complément élaboré dans la ***rate, le foie, l'intestin*** intervient dans la neutralisation des agents pathogènes.

Le complément amplifie la réaction immunitaire, facilite la phagocytose et élimine en association avec les anticorps, les antigènes. (**Document 17**).

c-Lymphokines

Les lymphokines sont des substances sécrétées par les lymphocytes activés. Les lymphokines agissent sur les cellules immunitaires en amplifiant et en modulant la réaction immunitaire.

On compte parmi les lymphokines celles qui sont sécrétées par les ***lymphocytes T*** appelées les ***facteurs de différenciation et de multiplication des lymphocytes B*** (BCDF et BCGF).

d- Interleukines

Ce sont des substances sécrétées par les macrophages (les Interleukines 1 ou IL1) et par les lymphocytes auxiliaires (Interleukines 2 ou IL2).

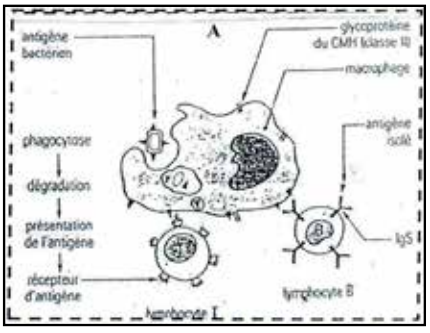
Remarque:

D'autres molécules participent à la défense immunitaire: e 'est le cas des interférons qui sont synthétisés par les cellules infectées par un virus. Les interférons ont pour rôle d'empêcher la prolifération du virus dans la cellule infectée.

B. Mécanisme de défense immunitaire spécifique

1. Réaction immunitaire spécifique faisant intervenir les anticorps

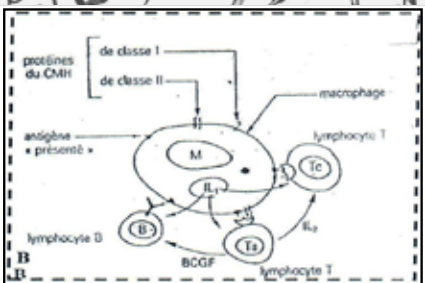
- Lorsque les microbes pathogènes franchissent les barrières naturelles et se retrouvent dans l'organisme, ils sont phagocytés ou digérés par les macrophages qui conservent des molécules propres aux antigènes appelées les ***déterminants antigéniques***.



Les macrophages présentent le déterminant antigénique aux lymphocytes B. Durant cette présentation, les **CMH** de classe 2 des macrophages et des lymphocytes B sont compatibles. Les macrophages sécrètent les ***Interleukines I*** (IL 1) durant la présentation du déterminant antigénique. Les lymphocytes B reconnaissent le déterminant antigénique avec l'aide des lymphocytes T appelées ***lymphocytes T auxiliaires*** ou ***lymphocytes T aide***. Les lymphocytes T auxiliaires sécrètent les facteurs de différenciation et de multiplication des lymphocytes B qui activent les lymphocytes B après que ceux-ci aient reconnus le déterminant antigénique (**Document 18A et B**).

- Les lymphocytes B activés ou sensibilisés se multiplient pour donner plusieurs clones de lympho-

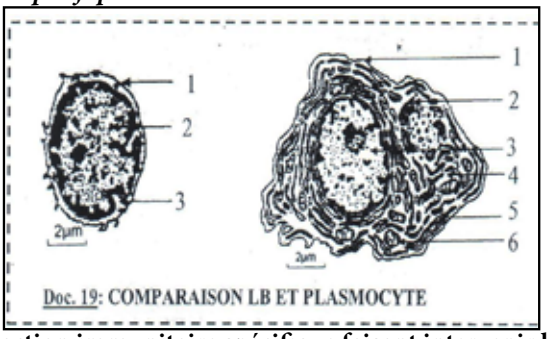
cytes B grâce aux facteurs de différenciation et de multiplication des lymphocytes B (BCDF et BCGF).
Certains lymphocytes B obtenus se différencient en ***lymphocytes B mémoire*** qui garde en mémoire cet antigène.
D'autres LB se différencient en ***plasmocytes***.
-Les plasmocytes produisent des anticorps qui sont spécifiques qu'ils détruisent.
Pour neutraliser l'antigène, l'anticorps se lie à lui et forme le complexe immun. Au cours de cette neutralisation, les compléments aide les anticorps à éliminer l'antigène. (**Document 18**).



Document 18 : RECONNAISSANCE DE L'ANTIGENE PAR LES LYMPHOCYTES

Remarque
Dans certains cas, les lymphocytes B phagocytent les microbes pathogènes à la place des macrophages.

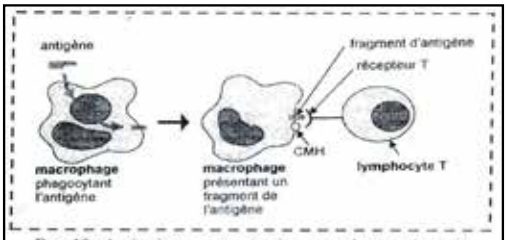
Conclusion:
Cette réaction qui fait intervenir des anticorps pour neutraliser les antigènes est une ***réaction immunitaire spécifique à médiation humorale***.



Doc. 19: COMPARAISON LB ET PLASMOCYTE

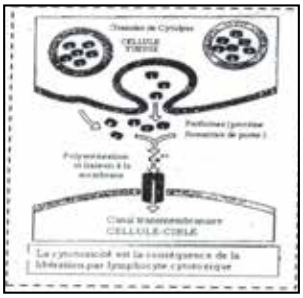
1 membrane plasmique	1. membrane plasmique
2 noyau	2. dictyosome
3 cytoplasme	3. noyau
	4. cytoplasme
	5. réticulum endoplasmique
	6. mitochondrie

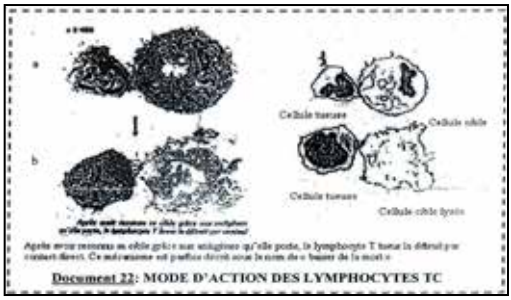
2. Réaction immunitaire spécifique faisant intervenir les lymphocytes.
-A l'intérieur de l'organisme, les microbes pathogènes sont phagocytés par les macrophages qui les présentent le déterminant antigénique aux lymphocytes T. Durant cette présentation, les CMH de classe 2 des macrophages et des lymphocytes T doivent être compatibles. Pour reconnaitre le déterminant antigénique, les lymphocytes T sont aidés par les lymphocytes Tauxiliaires. Les macrophages sécrètent les Interleukines 1 qui activent lymphocytes T auxiliaires. Les lymphocytes T auxiliaires produisent les Interleukines 2 pour sensibiliser les lymphocytes T ayant reconnu le déterminant antigénique (**Documents 19 et 20**).



Doc. 19 : Après phagocytose, certains macrophages présentent un fragment d'antigène aux lymphocytes T qui possèdent des récepteurs membranaires capables de le <<reconnaître>> lorsqu'il est associé à une protéine du CMH.

Les lymphocytes T actives grâce à l'interleukine 2 se multiplient et se différencient en plusieurs clones de lymphocytes T qui sont: les lymphocytes T mémoires, les lymphocytes T cytotoxiques, les lymphocytes T sécréteurs de lymphokines, etc .. (Documents 21 et 22).





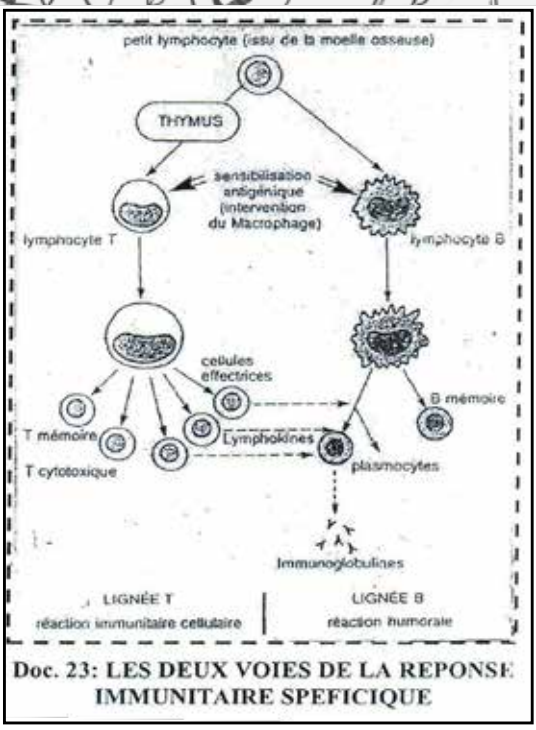
Document 22: MODE D'ACTION DES LYMPHOCYTES TC

a. Les lymphocytes T mémoires.
Ils mémorisent les déterminants antigéniques. Lors d'un contact avec le même antigène, ces LTM déclenchent rapidement et intensément la réponse immunitaire contre cet antigène.
NB: les lymphocytes T mémoires ont une durée de vie longue

b. Les lymphocytes T cytotoxiques (LTC)
Ils détruisent les cellules infectées par l'Antigène par contact direct grâce à une substance appelée la perforine

e. Les lymphocytes T4 ou L auxiliaires
Ils stimulent l'action des phagocytes, la transformation de LT activés en LT cytotoxiques et en LT4.

Conclusion
Cette réaction qui fait intervenir les lymphocytes T cytotoxique est une ***réaction immunitaire spécifique à médiation cellulaire***.



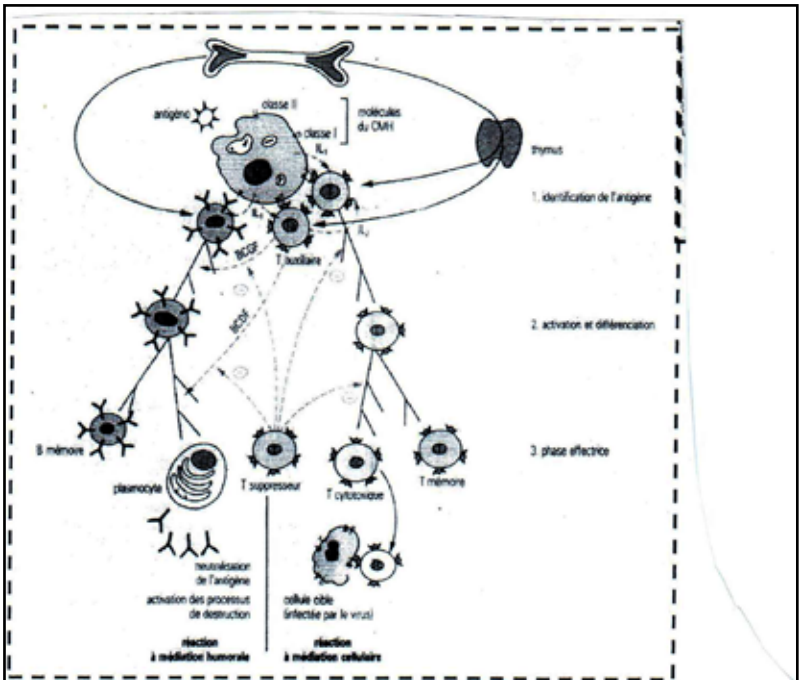
Doc. 23: LES DEUX VOIES DE LA REPONSE IMMUNITAIRE SPEFICIQUE

Conclusion partielle
Il ressort de l'étude des réactions immunitaires spécifiques que celles-ci se déroulent en 3 phases:

1. La phase de Reconnaissance ou d'induction
Elle est caractérisée par la reconnaissance de l'antigène par les Lymphocytes B

2. La phase de multiplication (ou d'amplification)
Elle correspond à la multiplication et à la différenciation des lymphocytes activés afin d'obtenir plusieurs clones de lymphocytes.

3. La phase effectrice
Selon les lymphocytes sollicités, il se produit des ***lymphocytes T cytotoxiques*** ou des anticorps pour éliminer l'antigène.



Doc. 25 : DEROULEMENT DES REACTIONS IMMUNITAIRES SPECIFIQUES

Qu'est ce que la coopération cellulaire?

C'est la coopération entre les cellules du système immunitaire de l'organisme lors de la défense contre l'antigène. La coopération cellulaire s'effectue entre les cellules immunitaire :

- Entre les macrophages et les lymphocytes B ou les lymphocytes T par contact direct
- Entre les lymphocytes T auxiliaires et les lymphocytes B ou les lymphocytes T par sécrétion de lymphokines

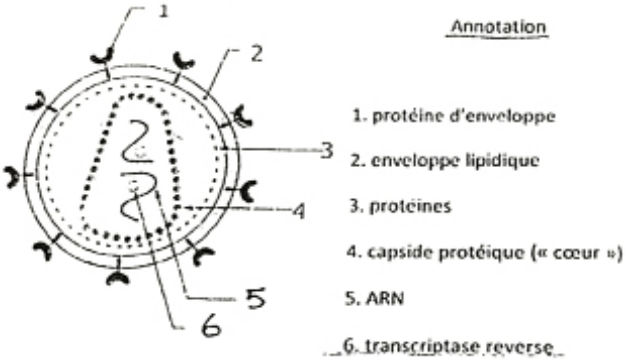
CHAPITRE 2

L'INFECTION DE L'ORGANISME PAR LE VIH

I. Présentation de l'antigène

Le SIDA (Syndrome de l'Immuno Déficience Acquise) est dû à un virus appelé le VIH (Virus de l'immunodéficience Humaine). Cette maladie à été découverte dans les années 80 par le professeur Luc Montagne et le docteur Gallo de l'institut pasteur.

1. Schéma de la structure du VIH



2. Analyse

Le VIH est constitué d'une enveloppe protéique abritant un « cœur» (capside) renfermant deux molécules d'ARN,et molécules d'une enzyme particulière,la transcriptase inverse ou reverse .
L'enveloppe lipidique est garni d'un grand nombre de glycoprotéines volumineux appelé protéines d'enveloppe (gp 120 et gp 41) .

3. Conclusion

Le SIDA est dû a un virus constitué essentiellement de protéines.

NB : Le VIH est un rétrovirus car il est capable de transcrire son ARN en ADN.

II- Le mécanisme d'attaque

Le VIH infecte de nombreuse cellules . Il s'attaque principalement aux LT4 qui portent à leur surface des récepteurs spécifiques appelé CD4 .

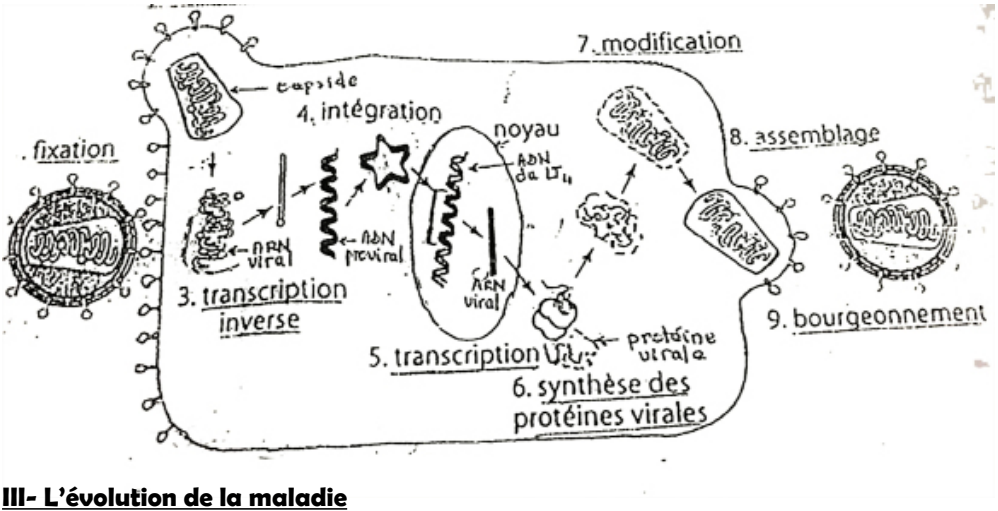
1. Fixation: La reconnaissance et la fixation des protéines d'enveloppe (gp 120) sur les marqueurs ou récepteurs CD4 qui caractérisent les LT4. Cette fixation s'accompagne de la fusion des membres virales et cellulaires.
2. Pénétration : Le virus injecte son contenu dans le cytoplasme du LT4. Ce contenu est constitué de deux molécules d'ARN et de transcriptase.

3. Transcription inverse : La transcriptase inverse transcrit l'ARN en ADN. On parle de retro-transcription et l'ADN obtenu est l'ADN pro-viral .

4. Intégration : l'ADN pro-viral migre dans le noyau du LT4 et s'intègre à son ADN. Le virus qui est présent par ses seules informations génétiques porte le nom de provins.

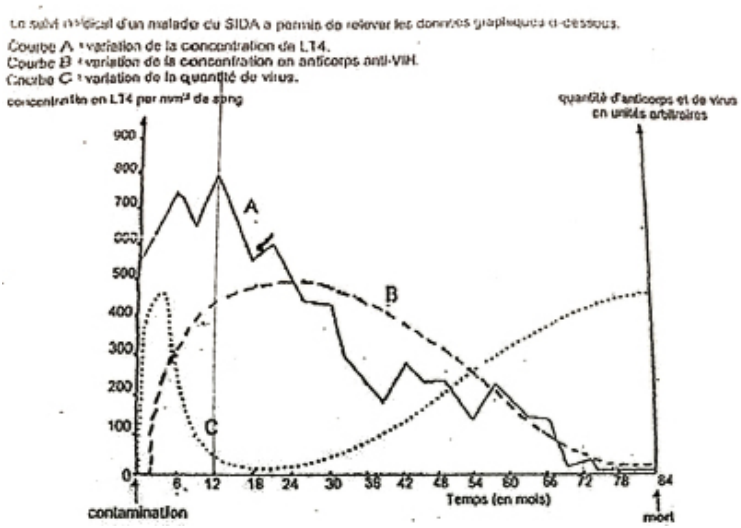
5. Transcription : l'ADN proviral de transcrit en ARN viral. (ARN message)
6-7-8. Synthèse des protéines ;modification;assemblage : Il s'en suit la synthèse de protéines viral,qui finiront par s'assembler pour former un ou plusieurs nouveaux virus.
9. Bourgeonnement: Plusieurs virus seront libéré par bourgeonnement.

2. Pénétration



III- L'évolution de la maladie

Courbe A: Variation de la concentration de LT4
Courbe B : Variation de la concentration en anticorps anti-VIH.
Courbe C: variation de la quantité de virus.
Concentration en LT4 par mm de sang



1-) Le primo-infection (0 à environs 12 mois)
-L'augmentation du taux de VIH est dû à la multiplication du virus dans l'organisme.
-Le taux de LT4 baisse car ses cellules sont détruite par le virus.
-L'augmentation des LT4 par la suite s'explique par leur sensibilisation. Ce qui va permettre l'activation des LB et LTB qui vont permettre la production d'anticorps anti-VIH et des LTC d'où l'augmentation de leurs taux. le système immunitaire lutte et détruit les VIH. Toutefois,le virus n'est pas totalement éliminés.
2-) la phase asymptomatique ou para-SIDA. (12 à 72 mois)

-Bien que le virus se développe activement,le taux de VIH reste relativement faible car l'organisme

secrète en masse des LTc et des anticorps anti-VIH qui lutte contre la prolifération du virus . Le sujet ne présente peu ou pas de symptômes. Il est dit séropositif pour le VIH.

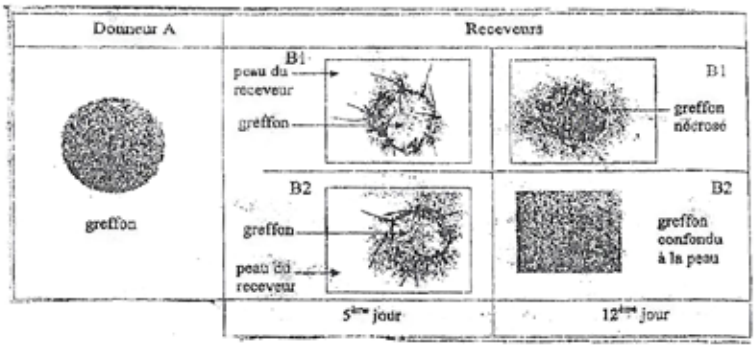
3-) La phase symptomatique ou SIDA déclaré . (72 à 84 mois)
_L'augmentation du taux de VIH s'explique par le fait que le taux de LT4 devenu très faible grâce à leur destruction,ne peut plus activés suffisamment les LB et les LT8. Le système est donc effondré. Et il apparaît des maladies opportuniste (tuberculose,cancer,méningite...).

NB: La recherche d'anticorps spécifiques au VIH dans le sang de l'individu permet de détecter la sero- positivé (Test de sérologie). Cela est réalisé grâce à un test connu sur le sigle ELISA. Si le teste est positif,il doit être confirmé par un autre,le test de WESTERN-BLOT qui permet d'identifier les virus 1 et 2.

- Les symptômes du SIDA sont :
- Amaigrissement
- Cancer de la peau (Sarcome de KAPOSI)
- Diarrhée
- Perte des cheveux

EXERCICE CORRIGÉ 1

Deux greffes de peau humaine sont réalisées entre un donneur A et deux receveurs B1 et B2 tous issus de la même famille. Les figures du tableau ci-dessous représentent l'évolution de ces greffes au 5e jour et au 12e jour.



1. Analysez les résultats obtenus au 5e jour et au 12e jour.
2. Expliquez les résultats obtenus dans chaque cas au 12e jour.

Le sujet B1 se plaint et accuse le médecin d'avoir mal effectué sa greffe. Le médecin effectue alors une 2e greffe chez ce dernier et obtient un greffon nécrosé dès le 5e jour.

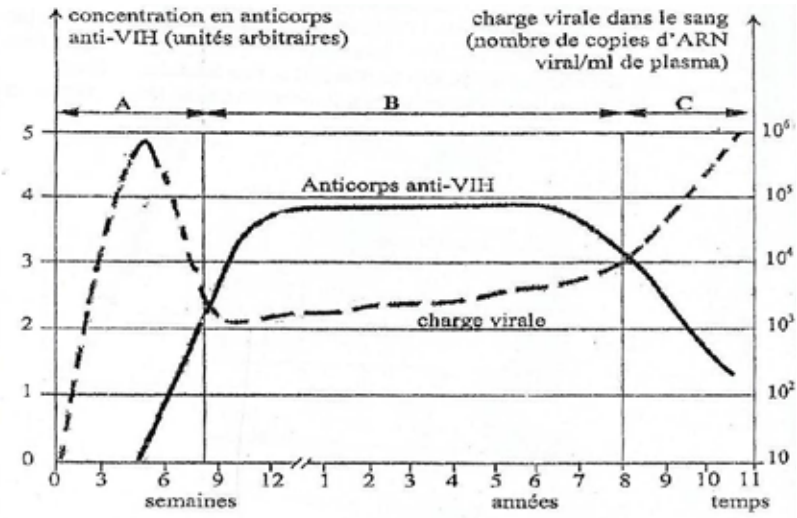
3. Expliquez le résultat obtenu après cette seconde greffe.
4. Précisez le type de réaction immunitaire mise en jeu.

SOLUTION

1. Le 5 jour après la greffe, on constate chez les deux receveurs B1 et B2 que le greffon est en place (muet ou semble accepté). Le 12e jour, chez le receveur B1, le greffon est nécrosé (détruit ou rejeter Chez le receveur B2. Le greffon se confond aux tissus de la peau (accepté).
2. Explication : Au 12e jour, chez le receveur B1,1e greffon est rejeté parce que son CMH est incompatible avec celui du donneur. En effet les cellules immunitaires du receveur reconnaissant les cellules du greffon comme un non-soi, développent une réaction immunitaire pour les détruire d'où la nécrose Chez le receveur B2, l'acceptation du greffon est due à une compatibilité tissulaire entre le donneur A et le receveur B2. Ils ont le même CMH ou HLA.
3. Explication : Le rejet précoce du greffon s'explique par le fait que lors de la réaction immunitaire à l'origine du 1er rejet, les LT mémoires déjà sensibilisés contre cet antigène suscitent rapidement la production de LTc spécifiques qui détruisent le greffon.
4. Il s'agit d'une réaction immunitaire à médiation cellulaire.

EXERCICE CORRIGÉ 1

En vue de comprendre le mécanisme de l'infection par le VIH chez un individu, des analyses de sang sont effectuées chez un patient pendant une période de 11 ans. Les courbes du document 1 traduisent les variations de la charge virale et de la concentration en anticorps anti-VIH dans le sang du patient.

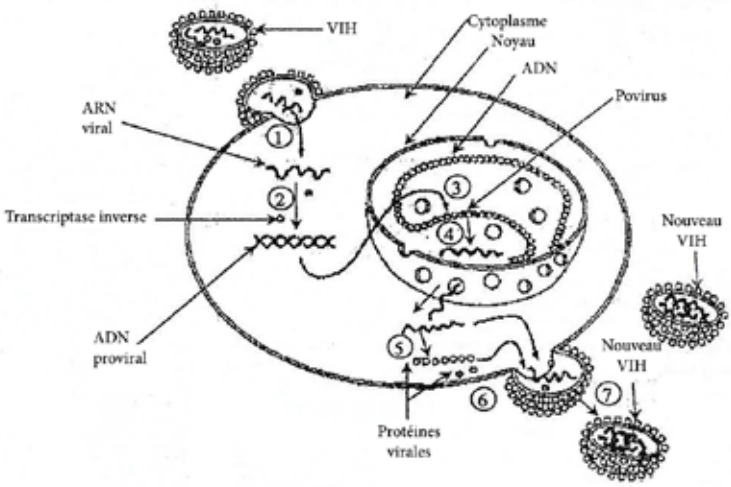


Document 1

1. Identifiez les différentes phases de l'infection par le VIH représentées par les lettres A, B et C.
2. Analysez l'évolution de la charge virale dans l'organisme pendant les phases A, B et C.
3. Expliquez l'évolution de la charge virale au cours de la phase B.

Des recherches sur des cellules infectées par le VIH ont permis d'élaborer le document 2 ci-après.

4. Décrivez la multiplication virale représentée par le document 2 en vous appuyant sur les chiffres.
5. Déduisez les conséquences de la prolifération du VIH sur l'organisme.



Document 2

SOLUTION

1. Identification des différentes phases de l'infection au VIH
Phase A = primo-infection ; phase B = phase asymptomatique ; phase C = SIDA déclaré ou phase symptomatique.

2. Analyse de l'évolution de la charge virale
Phase A : De 0 à 4 semaines et demi, la charge virale augmente rapidement, elle passe de 10 à environ 10^6 copies d'ARN viral/ml de plasma. De 4 semaines et demi à la 8e semaine, la charge virale diminue de 10^6 à environ 10^3 copies d'ARN viral/ml de plasma.
Phase B : De la 8e semaine de l'infection à la 9e semaine, la charge virale continue de diminuer puis augmente légèrement jusqu'à la 8e année en passant sensiblement de 10^3 à 10^4 copies d'ARN viral/ml de plasma.
Phase C : De la 8e année à la 11e année, la charge virale augmente très rapidement, elle passe de 10^4 à 10^6 copies d'ARN viral/ml de plasma.

3. Explication de l'évolution de la charge virale au cours de la phase B
Durant la phase B, la charge virale continue de diminuer parce que la plupart des virus circulant dans le sang sont neutralisés par les anticorps anti-VIH produits en grande quantité. La légère augmentation de la charge virale est due au fait que le VIH continue de se multiplier.

4. Description de la multiplication virale
(1) Apres la fixation du VIH au lymphocyte T4, le virus injecte son ARN et la transcriptase inverse dans le cytoplasme de celui-ci.
(2) L ARN viral est transformé en ADN proviral grâce à la transcriptase inverse.
(3) L'ADN proviral intègre l'ADN du lymphocyte T4 (LT4).
(4) Transcription de l'ADN proviral en ARN viral.
(5) Traduction de l'ARN viral en protéines virales ou synthèse de protéines virales.
(6) Formation de nouveaux virus à partir des ARN viraux et des protéines virales ou bourgeonnement
(7) Libération de nouveaux virus dans le sang.

5. Conséquences de la prolifération du VIH
- Destruction des LT4 ;
- Dysfonctionnement du système immunitaire.

EXERCICE CORRIGÉ 2

Dans le but de comprendre le mécanisme d'une réaction de défense spécifique, les expériences ci-dessous sont réalisées.

Expérience 1 : Des macrophages sont prélevées de la rate d'un sujet atteints d'hépatite virale et mis en culture. On ajoute à cette culture des cellules sanguines d'un sujet non atteint d'hépatite.

Expérience 2: On sépare ces macrophages des cellules sanguines par une fine membrane imperméable aux cellules.

Le tableau ci-dessous présente les résultats de ces deux expériences.

	Résultats
Expérience 1	Certaines cellules sanguines deviennent capables de produire des anticorps
Expérience 2	Aucune cellule sanguine ne devient capable de produire des anticorps

1. Nommez les cellules sanguines à l'origine de la production des anticorps.
2. Analysez les résultats des deux expériences.
3. Interprétez-les.
4. Déduisez de votre interprétation, le phénomène mis en évidence dans ces expériences.

SOLUTION

1. Nom des cellules sanguines : les lymphocytes B (ou les plasmocytes).

2. Analyse

* Expérience 1 : Lorsque les cellules sanguines d'un sujet non atteint d'hépatite sont mis en contact de macrophages prélevés dans la rate d'un sujet atteint d'hépatite, certaines d'entre elles deviennent capables de produire des anticorps.
* Expérience 2 : Lorsqu'on sépare les macrophages des cellules sanguines, aucune d'entre elle ne devient capable de produire des anticorps.

4. Interprétation : Les macrophages prélevés dans la rate d'un sujet atteint d'hépatite virale sont sensibilises par l'antigène et portent à leur surface le déterminant antigénique. Ils le présentent aux cellules sanguines (LB) qui sont activés, se multiplient et se différencient en plasmocytes producteurs d'anticorps spécifiques du virus. Les macrophages étant séparés des cellules sanguines (LB) par une fine membrane, les LB ne peuvent être sensibilisés par eux donc incapables de produire les anticorps spécifiques du virus.

4. Phénomène mis enjeu : Il s'agit de la coopération cellulaire.

EXERCICE CORRIGÉ 3

Dans le but de comprendre le mécanisme d'une réaction de défense spécifique, les expériences ci-dessous sont réalisées.

Expérience 1 : Des macrophages sont prélevées de la rate d'un sujet atteints d'hépatite virale et mis en culture. On ajoute à cette culture des cellules sanguines d'un sujet non atteint d'hépatite.

Expérience 2: On sépare ces macrophages des cellules sanguines par une fine membrane imperméable aux cellules.

Le tableau ci-dessous présente les résultats de ces deux expériences.

	Résultats
Expérience 1	Certaines cellules sanguines deviennent capables de produire des anticorps
Expérience 2	Aucune cellule sanguine ne devient capable de produire des anticorps

1. Nommez les cellules sanguines à l'origine de la production des anticorps.
2. Analysez les résultats des deux expériences.
3. Interprétez-les.
4. Déduisez de votre interprétation, le phénomène mis en évidence dans ces expériences.

SOLUTION

1. Nom des cellules sanguines : les lymphocytes B (ou les plasmocytes).

2. Analyse

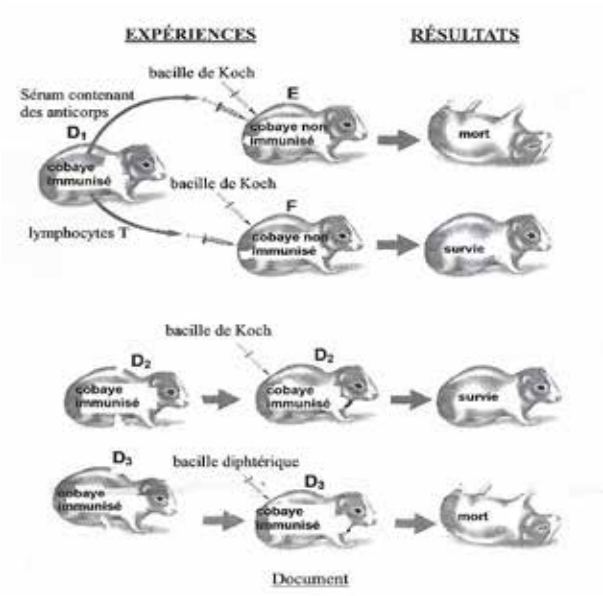
* Expérience 1 : Lorsque les cellules sanguines d'un sujet non atteint d'hépatite sont mis en contact de macrophages prélevés dans la rate d'un sujet atteint d'hépatite, certaines d'entre elles deviennent capables de produire des anticorps.
* Expérience 2 : Lorsqu'on sépare les macrophages des cellules sanguines, aucune d'entre elle ne devient capable de produire des anticorps.

4. Interprétation : Les macrophages prélevés dans la rate d'un sujet atteint d'hépatite virale sont sensibilises par l'antigène et portent à leur surface le déterminant antigénique. Ils le présentent aux cellules sanguines (LB) qui sont activés, se multiplient et se différencient en plasmocytes producteurs d'anticorps spécifiques du virus. Les macrophages étant séparés des cellules sanguines (LB) par une fine membrane, les LB ne peuvent être sensibilisés par eux donc incapables de produire les anticorps spécifiques du virus.

4. Phénomène mis enjeu : Il s'agit de la coopération cellulaire.

EXERCICE CORRIGÉ 4

Dans le but de déterminer le mécanisme de défense de l'organisme contre un antigène, les expériences suivantes ont été réalisées.
- Des cobayes D1, D2 et D3 sont immunisés par injection de bacilles de Koch atténués (principe de la vaccination BCG).
- Un mois plus tard, du sérum et des lymphocytes T prélevés chez le cobaye D1 sont injectés respectivement aux cobayes E et F non immunisés.
- Le même jour, on injecte aux cobayes D2, E et F le bacille de Koch virulent et au cobaye D3 le bacille diphtérique virulent.
Les expériences et leurs résultats sont présentés par le document ci-après.



Document

1. Analysez les résultats de ces expériences.
2. Expliquez ces résultats.
3. Déduisez le type de réaction immunitaire développée contre le bacille de Koch.
4. Dégagez la caractéristique de ce type de défense.

SOLUTION

1. Analyse
Le cobaye E non immunisé qui reçoit le sérum contenant les anticorps du cobaye D1 immunisé meurt à l'injection du bacille de Koch virulent. Le cobaye F non immunisé qui reçoit les lymphocytes T du cobaye D1 immunisé survit à l'injection du bacille de Koch virulent. Le cobaye D2 immunisé contre le bacille de Koch survit à l'injection du bacille de Koch virulent. Le cobaye D3 immunisé contre le bacille de Koch meurt à l'injection du bacille diphtérique.

2. Explication
La mort du cobaye E s'explique par le lait que les anticorps contenus dans le sérum ne permettait pis de lutter contre le bacille de Koch 1a survie du cobaye F s'explique par le fait que les lymphocytes T injectes permettent de lutter contre le bacille de Koch. La survie du cobaye D2 s'explique par le fait que son organisme a développé, au contact du bacille de Koch atténué, une défense qui a détruit le bacille de Koch virulent I,a mort du cobaye D3 s'explique par le fait que ce cobaye n'a pas été immunise contre le bacille de la diphtérie

3. Déduction : li s'agit d'une réaction immunitaire à médiation cellulaire

4 C'est une défense immunitaire spécifique.

EXERCICE 1

Les élèves de la Terminale D désireux de comprendre le fonctionnement du système immunitaire procèdent à un jeu de question réponse. Pour ce faire, vous décidez de
Relevez les affirmations correctes et de corriger les affirmations inexactes :
1- Les lymphocytes B possèdent chacun des récepteurs aux déterminants antigéniques très variés.
2-Les B reconnaissent les déterminants antigéniques associés à des systèmes HLA.
3- Les lymphocytes B engendrent, après activation par un antigène, des monocytes, sécréteurs d'anticorps.
4- Les lymphocytes T proviennent des cellules souches du thymus.
5- Les lymphocytes T a de nombreuses molécules d'un type de récepteur à un déterminant antigénique dans le thymus.
6- Chaque lymphocyte T a de nombreuses molécules d'un type de récepteur à un déterminant antigénique donné.
7- Il y a de nombreux clones de lymphocytes T et B.
8- Chaque clone de lymphocytes T ou B est spécifique d'un déterminant antigénique donné.
9- Dans le thymus, les lymphocytes T apprennent à reconnaitre le soi et le non-soi.
10- Les lymphocytes B acquièrent leur immunocompétence dans la moelle osseuse rouge.
11- Une réaction immunitaire spécifique est une réaction dont l'arme principale est la phagocytose.
12- La RIMC est une réaction immunitaire a médiation cellulaire ou les cellules effectrices sont les LTC ou LT4.
13-La RIMH est une réaction immunitaire spécifique dont le sérum contient des antigènes spécifiques qui neutralisent les toxines produites.
14- La phase d'absorption d'une phagocytose précède toujours la digestion.
15- Les lymphocytes T auxiliaires interviennent uniquement dans le cas d'une réaction immunitaire à médiation cellulaire.
16- Les plasmocytes sont les cellules sanguines qui secrètent les antigènes lors d'une RIMH.
17- Les macrophages sont des cellules sanguines qui interviennent dans la phase de reconnaissance et dans la phase effectrice lors d'une RIMH.
18- Les cellules lymphocytaires naissent dans la moelle osseuse chez les mammifères.
19- une hétérogreffe est une greffe de tissus entre un donneur et un receveur de la même espèce.
20-Une homogreffe est une greffe de greffon entre deux individus de la même espèce.

EXERCICE 2

Les étapes de l'infection du lymphocyte T4 par le VIH ci-dessous, sont énoncées en vrac :
1- Multiplication du VIH,
2- Transformation de l'ARN viral en ADN pro viral ;
3- Adsorption du VIH au lymphocytes T4 ;
4- Intégration de l'ADN de la cellule ;
5- injection de l'ARN viral et de la transcriptase inverse.
Rétablissez l'ordre de Déroulement de l'infection du lymphocyte T4 par le virus.

EXERCICE 3

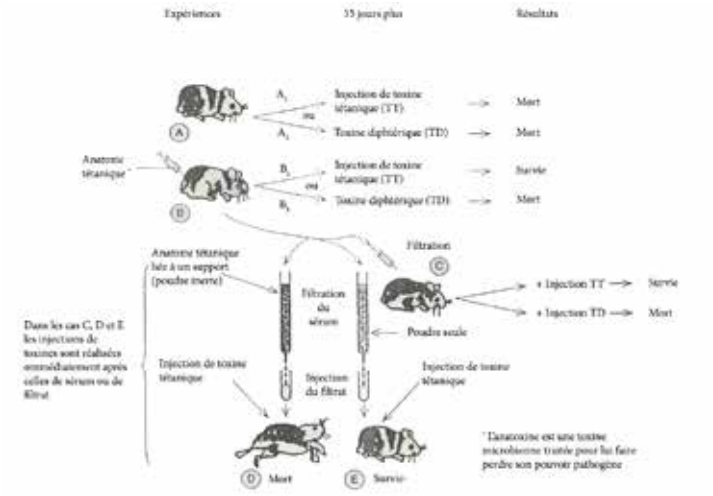
Le tétanos est une maladie due à l'introduction dans l'organisme d'une bactérie qui libère une toxine dans le milieu intérieur. La diphtérie est une maladie due aussi à l'action d'une toxine libérée par une bactérie. Le document suivant montre un ensemble d'expériences réalisées pour cerner les conséquences d'une injection d'anatoxine (toxine traitée pour lui faire perdre son pouvoir pathogène) et de l'utilisation du sérum sanguin extrait des animaux traités.

1. Expliquez la survie de l'animal B_1
2. Indiquez la caractéristique de la réaction immunitaire mise en évidence par l'expérience B_2.
3. Expliquez :

a. La survie de l'animal C.
b. La survie de l'animal E.
c. La mort de l'animal D.

4. Trouver l'application médicale qui découle de :

a. L'expérience B_1.
b. L'expérience C.



EXERCICE 4

Chez un individu infecté par le bacille du tétanos, on observe une hypertrophie des ganglions lymphatiques.

1. Un prélèvement dans un tel ganglion révèle :
   - Chez un individu infecté, les types cellulaires des figures 1 et 2 ;
   - Chez un individu non infecté, le type cellulaire de la figure 1 seulement

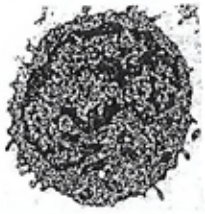
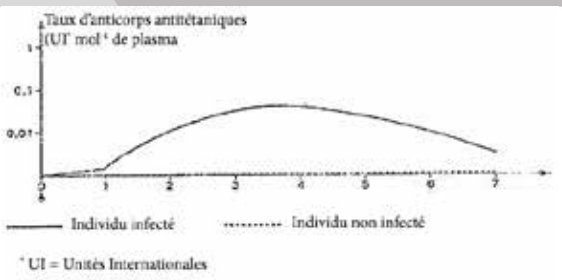

Figure 1


Figure 2

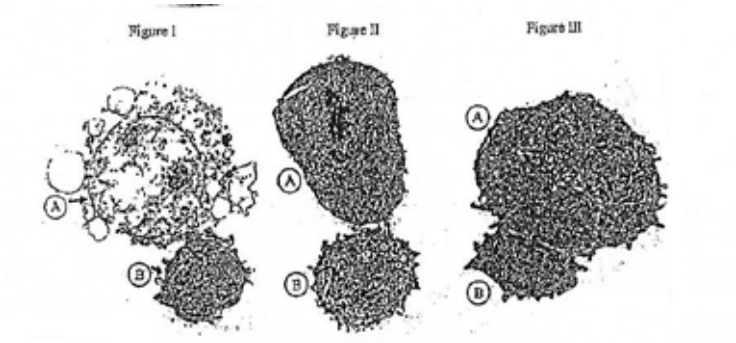
a. Nommez chacun de ces types cellulaires.
b. Expliquez la présence des deux types cellulaires chez l'individu infecté par le bacille du tétanos.
2. Pour préciser le rôle de la cellule de la figure 2, on mesure l'évolution du taux d'anticorps (document 6) antitétaniques chez les deux individus. Le résultat est donné dans le document 6.
a. Analysez ce document.
b. Déduisez le rôle de la cellule de la figure 2.



EXERCICE 5

Le document 4 ci-dessous représente trois étapes de l'élimination d'une cellule cancéreuse par une cellule de la défense immunitaire.

1. Nommez les deux cellules en cause,
2. Classez dans l'ordre chronologique les étapes de cette attaque. Nommez-les.
3. Expliquez l'apparence de la cellule A sur la figure 1.
4. Par ailleurs, on a noté qu'une telle activité n'a jamais pu être observée dans les tumeurs provoquées chez des souris nées sans thymus. Expliquez l'absence de cette activité cellulaire dans ce dernier cas.



EXERCICE 6

Deux vraies jumelles de 8 ans présentent des brûlures graves qui nécessitent une greffe de peau.
Première étape: On greffe à ces enfants des fragments de leur propre peau. Les greffons sont bien acceptés. Il n'y a pas de rejet.
Deuxième étape: L'une des sœurs, dont les brûlures sont plus étendues, bénéficie d'une greffe de fragments de peau de sa sœur jumelle. Il n'y a pas de rejet.
Troisième étape: Etant donné l'ampleur des brûlures, de nouvelles greffes sont effectuées avec des fragments de peau d'une autre sœur (non jumelle) : les greffons sont rejetés au bout de 10 jours.

1. Expliquez les résultats obtenus dans les deux premières étapes.

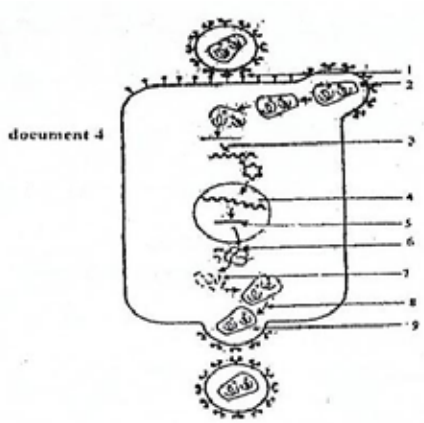
Pour mieux expliquer les résultats des greffes ci-dessus, on réalise l'expérience suivante:
Des cellules épidermiques de nouveau-né sont greffées sur des souris mutantes dites « nude ». Ces souris sont caractérisées par un épiderme dépourvu de poils et par l'absence de thymus (N.B : les nouveau-nés n'ont pas encore développé de système immunitaire).
Sur 100 greffes réalisées, on ne constate aucun rejet.

2. Proposez une explication à ce résultat.
3. En tenant compte des résultats de cette expérience, expliquez le rejet de greffe de la troisième étape.

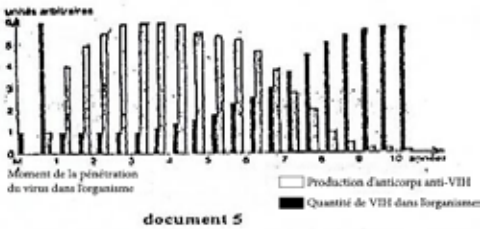
EXERCICE 7

Le SIDA résulte d'un affaiblissement des défenses immunitaires de l'organisme humain dû à une infection par un virus baptisé VIH de la famille des rétrovirus. Le processus d'infection par le VIH est représenté par le document 4.

1. Donnez la signification des sigles SIDA et VIH.
2. Nommez chacune des neuf étapes du processus d'infection par le VIH en utilisant les chiffres document 4.



document 4



document 5

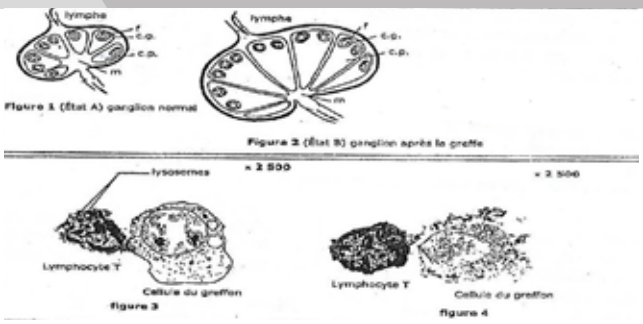
L'infection par le VIH déclenche une réaction immunitaire de l'organisme infecté, par la synthèse d'anticorps anti-VIH. L'on mesure par des méthodes appropriées l'évolution des quantités de VIH et d'anticorps chez un séropositif au cours du temps. Les résultats ont permis de construire les graphes document 5.

3. Faites une analyse comparée de ces graphes.
4. Expliquez l'évolution de la quantité de VIH et de la production d'anticorps anti-VIH.

EXERCICE 8

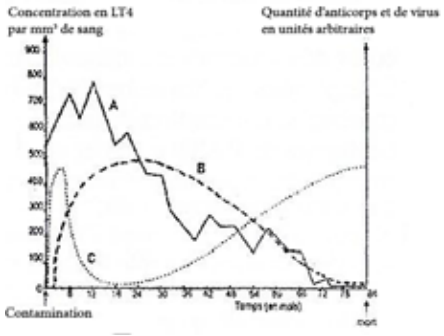
Lorsqu'on greffe à un animal, un organe prélevé sur un autre animal de même espèce, ses ganglions lymphatiques proches de la zone traitée passent de l'état A à l'état B illustrés par les figures 1 et 2 du document ci-après. Au bout de deux semaines, l'organe greffé est rejeté. Pour comprendre ce rejet, des cellules issues+ du greffon sont cultivées avec certains lymphocytes T prélevés au niveau du ganglion à l'état B. Les observations effectuées ont permis d'obtenir des microphotographies des figures 3 et 4.

1.
a. Nommez le type de greffe réalisée.
b. Justifiez votre réponse.
2. Relevez les modifications apparues au niveau du ganglion à l'état B.
3. Précisez le type de lymphocyte T qui intervient au niveau des figures 3 et 4.
4. A partir de l'observation des figures 3 et 4, expliquez le mode d'action des lymphocytes T dans le rejet des greffes.



EXERCICE 9

Le suivi médical d'un malade du SIDA a permis de relever les données graphiques ci-dessous:
Courbe A = variation de la concentration de LT4.
Courbe B = variation de la concentration en anticorps anti-VIH.
Courbe C = variation de la quantité de virus.



1. Expliquez l'évolution de ces paramètres dans l'organisme:
a. Pendant la l'année.
b. Pendant les 6 années qui suivent.
2.
a. *A* partir des courbes, précisez le moment où le système immunitaire commence à devenir inefficace.
b. Expliquez alors l'inefficacité du système immunitaire face à la maladie.
3. Les chercheurs affirment que le VIH n'est pas directement responsable des infections qui tuent le malade.
Justifiez cette affirmation.

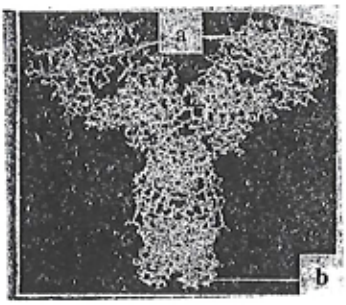
EXERCICE 10

Deux catégories de lymphocytes (lymphocytes T8 et lymphocytes T4) sont cultivés en présence du VIH. Une technique a permis de reveler les proportions de cellules vivantes pendant plusieurs jours. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-contre.

Temps en jours		0	5	10	15	20	25
Proportions de cellules vivantes (%)	LT8	100	95	90	90	90	90
	LT4	100	40	20	12	8	4

1. Construisez dans le même repère les courbes d'évolution des proportions de LT8 et de LT4 vivants en fonction du temps.
Échelle :1cm ⟶ 5 jours ; 1cm ⟶ 10 %.
2. Comparer l'évolution des proportions de LT4 et de LT8.
3. Expliquez l'évolution des proportions de LT4.
4. Sachant que la transformation des LT8 se fait sous l'action des LT4, expliquez l'évolution des proportions de LT8.
5. Déduisez les conséquences de l'action du VIH sur le système immunitaire.

EXERCICE 11



A) Dans le plasma humain, on rencontre plusieurs types d'anticorps appelés immunoglobulines (Ig). Le document ci-contre représente l'électronographie d'une immunoglobuline avec ses sites a et b.

1. Nommez les sites a et b.
2. Précisez l'origine des immunoglobulines.

B) Les immunoglobulines M (agglutinine anti A et agglutine anti B) sont spécifiques aux groupes sanguins des individus tandis que les immunoglobulines G circulant dans le plasma assurent la protection de l'organisme. Chez l'enfant, on dose les taux plasmatiques d'IgG d'origine maternelle, d'lgM et d'IgG produites par l'enfant, avant et après la naissance. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci- dessous.

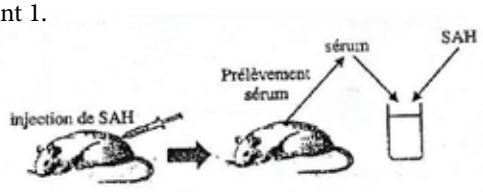
Temps (mois) / Taux d'Ig (%)	3 mois de grossesse	6 mois de grossesse	8 mois de grossesse	Naissance	3 mois après la naissance	6 mois après la naissance	9 mois après 1a naissance	12 mois après la naissance	18 mois après la naissance
lgG d'origine maternelle	12,5	25	90	100	75	0	0	0	0
IgM de l'enfant	0	0	6	9	12	14	20	27	34
IgG de l'enfant	0	0	0	0	3	12	39	50	55

1. Construisez dans le même repère, les courbes de variation des taux d'Ig en fonction du temps.
Echelle: 1 cm ⟶ 3 mois ; 1 cm ⟶ 10%
2. Faites une analyse comparée des courbes.
3. Interprétez-les.
4. Expliquez la grande sensibilité aux infections des enfants entre 5 et 7 mois après la naissance.

EXERCICE 12

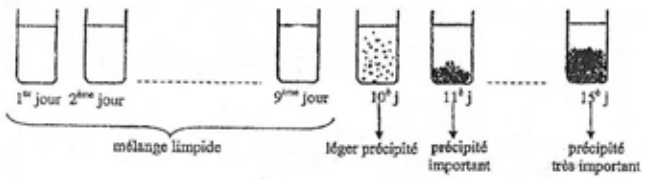
Pour comprendre le mécanisme de défense de l'organisme face à un antigène, on se propose de réaliser les expériences suivantes.

Expérience 1 : On injecte à une souris A, un antigène : la sérumalbumine d'origine humaine (SAH). Chaque jour, on prélève à la souris A du sérum auquel on ajoute quelque quantité de SAH comme l'indique le document 1.



DOCUMENT 1

Le document 2 ci-dessous, présente les résultats obtenus sur 15 jours.

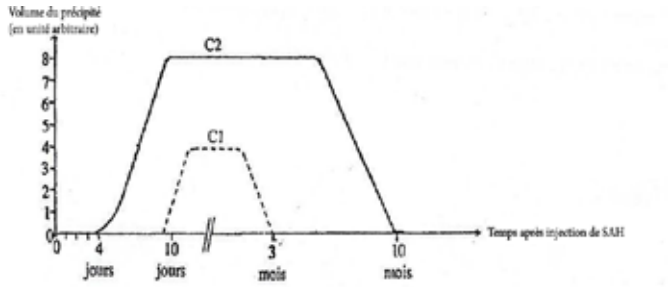


DOCUMENT 2

1. Analysez les résultats de l'expérience 1.
2. Interprétez-les.
3. Déduisez le type de réaction immunitaire mis en jeu.

Expérience 2 : Sur une souris B, on réalise une première fois l'expérience décrite dans le document 1 puis 5 mois plus tard, l'expérience est reprise dans les mêmes conditions chez la même souris. Les courbes C1 et C2 du document 3 traduisent l'évolution de la quantité de précipité obtenue dans le temps, dans chaque cas.

C1 : résultats obtenus avec la souris B lors de la première expérience.
C2 : résultats obtenus avec la souris B lors de la reprise de l'expérience.



Document 3

1. Faites une analyse comparée des courbes C1 et C2.
2. Interprétez les résultats.
3. Déduisez 1' importance de la 2e expérience.

EXERCICE 13

Pour connaître le rôle des lymphocytes dans la défense de l'organisme contre les antigènes, on réalise des expériences en utilisant des lymphocytes B (LB), des lymphocytes T_4 (LT_4) et des lymphocytes T_8 (LT_8) prélevés chez un singe. On place des lymphocytes B (LB) dans une chambre de culture au fond de laquelle se trouvent des antigènes X. Après rinçage de la chambre, une partie des LB reste fixée au fond de celle-ci. On introduit des lymphocytes T_8 (LT_8) dans une chambre de culture au fond de laquelle se trouvent des fibroblastes cancéreux de singe. Après rinçage de la chambre, une partie des LT_8 reste fixée au fond de celle-ci. Les lymphocytes B restés fixés au fond de la chambre de culture sont répartis en trois lots 1a, 1b et 1c. Quant aux lymphocytes T_8 restés fixés, ils sont répartis en deux lots 2a et 2b.
Le tableau ci-dessous représente les expériences réalisées avec ces lots de lymphocytes et les résultats obtenus.

	Chambres de culture				
Lots de lymphocytes	1a	1b	1c	2a	2b
Expériences	LB fixés à l'antigène X	LB fixés à l'antigène X + LT4 activés*	LB fixés à l'antigène X + LT_8 activés*	LT_8 fixés aux fibroblastes cancéreux de singe	LT_8 fixés aux fibroblastes cancéreux de singe + LT_4 activés*
Résultats	Absence d'anticorps dans la chambre	Présence d'anticorps dans la chambre	Absence d'anticorps dans la chambre	Fibroblastes cancéreux intacts	Lyse des fibroblastes cancéreux

LT_4 et LT_8 activés* : LT_4 et LT_8 ayant été en contact avec l'antigène.

1. Analysez les résultats.
2. Interprétez-les.
3. Déduisez le rôle des lymphocytes B, des lymphocytes T_4 (LT_4) et des lymphocytes T_8 (LT_8).
4. Dégagez la relation existant entre ces lymphocytes.

EXERCICE 14

A/ Pour comprendre le mécanisme de défense de l'organisme contre certain antigènes, des expériences ont été réalisés sur la souris.

Expérience 1

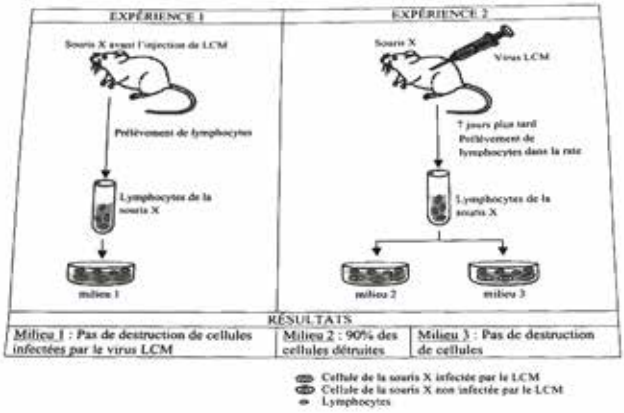
On prélève chez une souris X des lymphocytes avant l'injection du virus LCM et on les met dans une culture infectées par le virus LCM, virus de la méningite chez la souris (milieu 1).

Expérience 2

On injecte à la souris X le virus LCM. Sept jours plus tard, on effectue un prélèvement dans la rate et on isole les lymphocytes. Ces lymphocytes sont mis le même jour :

- En présence de cellules infectées par le virus LCM (milieu 2).
- En présence de cellules non infectées par le virus LCM (milieu 3).

Les expériences réalisés et les résultats obtenus sont présentés par le document 1 ci-dessous.

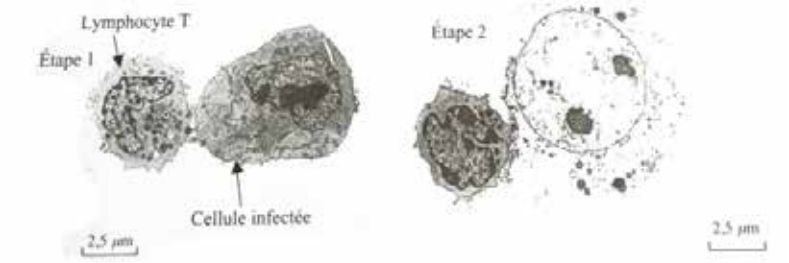


1. Analysez les résultats obtenus.
2. Expliquez ces résultats.
3. Dégagez les phases de la défense immunitaire mise en jeu.

B/ Pour expliquer la destruction par le lymphocyte T de la cellule infectée, on observe un milieu de culture contenant des cellules infectées et des lymphocytes.

Le document 2 ci-après montre les étapes de cette destruction.

Document 2



1. Identifiez les étapes 1 et 2 de cette destruction.
2. Expliquez le mécanisme de la destruction de la cellule infectée par le lymphocyte T.

EXERCICE 15

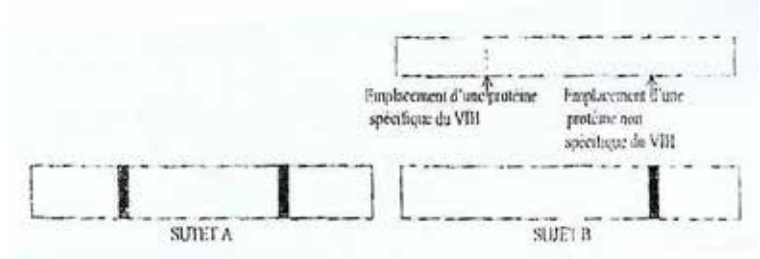
A) D'actives recherches menées depuis de nombreuses années visent à élucider les mécanismes naturels de défense de l'organisme humain contre le paludisme à, plasmodium et à mettre au point un vaccin efficace. En Afrique et en Amérique du sud par exemple, ce sont les enfants qui sont le plus souvent et le plus gravement atteints par la maladie par rapport aux adultes ayant grandi dans ces zones. En revanche, un adulte européen ou américain du nord, s'il n'est pas « traité » normalement, risque de développer un paludisme grave dès qu'il se rend dans ces zones.

1) Les différences de sensibilité au paludisme observées vous paraissent-elles surprenantes?

2) Comment expliquez-vous que les adultes des zones endémiques, bien qu'exposés à la contamination, finissent en général par ne plus développer de paludisme grave?

B) L'observation directe du virus restant difficile, on détecte indirectement la présence du VIH chez les personnes ayant un risque de contamination. Pour cela on produit de façon artificielle par génie génétique des protéines virales.

Qui sont disposées sur une bandelette. Ces protéines lorsqu'elles sont reconnues de façon spécifique par des molécules contenues dans le sérum de l'individu à tester forment une réaction caractéristique qui permet de les repérer. Du sérum de l'individu à tester est déposé sur la bandelette. Le test est effectué chez deux individus A et B. Les résultats obtenus sont donnés ci-dessous.



1) Que recherche-t-on dans le sérum de l'individu à l'aide de ce test?
Expliquez la nature de la réaction observée.

2) A quelles conclusions aboutissez-vous concernant les individus A et B ?

3) Dans le cadre d'un dépistage de l'infection, quand peut-on réaliser avec fiabilité les tests les plus précoces ? Expliquez votre réponse.

EXERCICE 16

Le document 1 présente la structure du VIH avec l'emplacement des protéines et glycoprotéines.

1) Définissez les termes antigènes, anticorps.

2) Nommez les parties du virus où sont localisées protéines p24 et les glycoprotéines gp120.

Le document 2 représente les réponses des anticorps dirigés contre l'ensemble des protéines p24 et glycoprotéines gp120 du virus au cours de révolution de l'infection

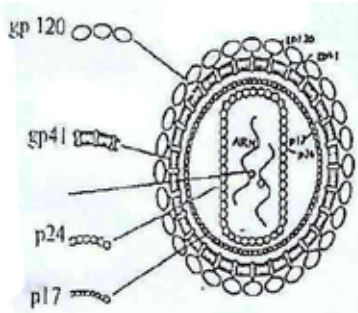
3) Citez deux techniques de dépistage du SIDA utilisant la recherche des anticorps dans le sérum.

4) Analysez les graphes de l'évolution des anticorps anti-gp 120 et anti-p24.

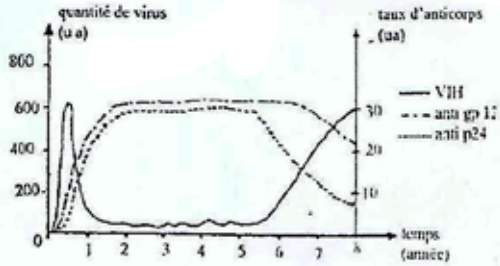
5) Expliquez l'évolution de la quantité de VIH.

a) Déduisez le risque encouru par l'individu à partir de la 6e année.

b) Justifiez votre réponse.



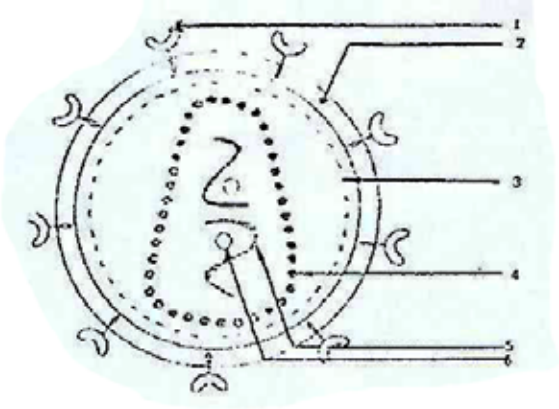
Document 1



Document 2

EXERCICE 17

A) Le document ci-dessous représente le schéma du virus du SIDA appartenant au groupe des rétrovirus.



1) Qu'est-ce qu'un rétrovirus?

2) A partir des chiffres indiqués, annote sur ta copie ce document.

B) Texte:

« Après la réplication interne du VIH qui accompagne la primo-infection, la virémie (ou le taux de

virus dans le sang) disparait ou devient très modérée pendant la période de latence clinique .Dans le sang périphérique le nombre de cellules infectées est très faible. Toutefois, dès ce stade comme l'ont montré les Dr PANTELO et AL, la réplication du VIH et la charge virale sont très importantes dans les organes lymphoïdes. Ils que ces derniers hébergent dès le stade asymptomatique un nombre extrêmement élevé de macrophages et lymphocytes CD4 présentant une infection latente par le VIH. L'association VIH/cellules dendritiques suggère que les macrophages et lymphocytes CD4 qui migrent au travers des follicules lymphoïdes sont susceptibles à cette occasion d'être contaminés...
D'après B. Larrouze, Med. Digest n12 Déc. 1993

1) La virémie disparait ou devient modéré: quelle est la conséquence sur le dépistage de la maladie ? Pourquoi?
2) Qu'appelle-t-on stade asymptomatique?
3) Quelles sont les conséquences de l'infection latente du grand nombre de macrophages et de CD4 au stade asymptomatique ?
4) La suite du texte dit: « le fait que le sort d'un grand nombre de lymphocytes soit déterminé à un stade si précoce de l'infection constitue un problème majeur pour le développement des stratégies thérapeutiques et vaccinales efficaces » Pourquoi?

EXERCICE 18

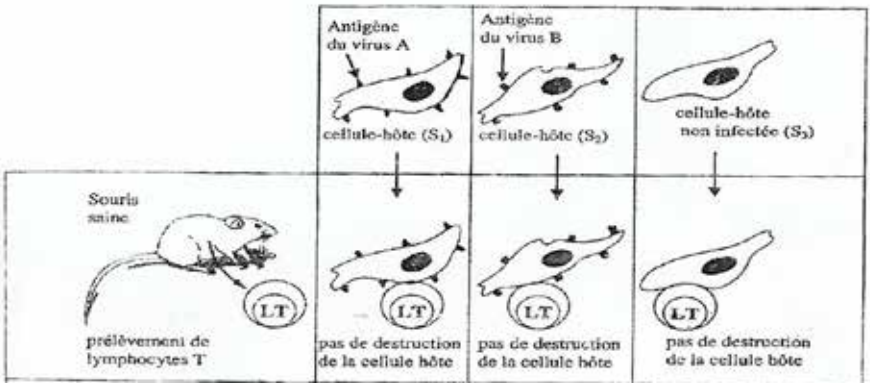
Pour préciser les conditions d'élimination d'une cellule infectée par un virus, on réalise deux séries expériences.

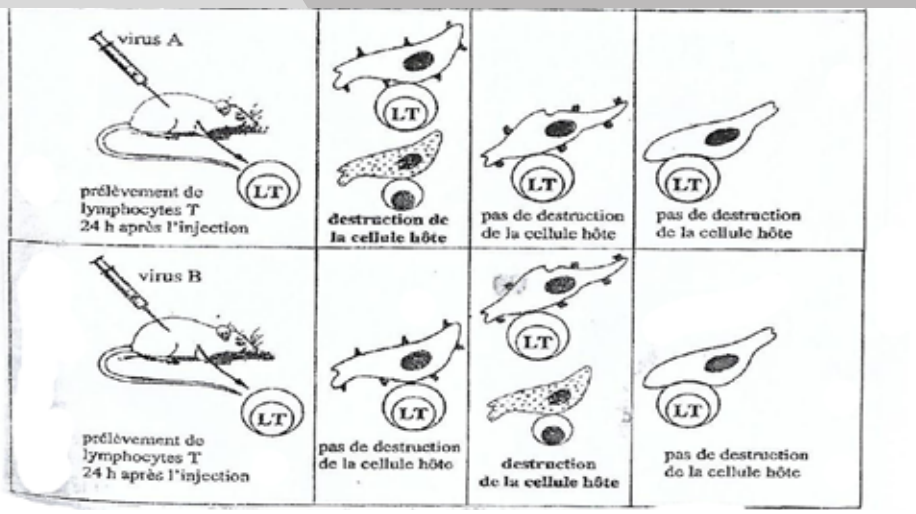
Première série d 'expériences

On réalise in vitro, trois cultures de derme de souris (S1, S2 et S3) possédant l'antigène histocompatibilité H2K. La culture S1 est infectée par le virus A, la culture S2 par le virus B et la dernière culture S3 n'est pas infectée. On constate que des molécules spécifiques du virus apparaissent sur la membrane de ces cellules-hôtes. Ces molécules constituent les antigènes.

Deuxième série d'expériences

Les cellules du derme de souris (S1, S2 et S3) sont alors mises en présence de lymphocytes T prélevés chez les souris de même souche (possédant l'antigène d'histocompatibilité H2K) dont certaines ont reçu une injection préalable de virus A ou B. Les expériences et leurs résultats sont regroupés dans le document ci-après.





1.Précisez le type de lymphocyte T intervenant dans la destruction des cellules.
2. Analysez les résultats obtenus après la mise en contact des cellules avec les lymphocytes T.
3. Interprétez ces résultats.
4. Concluez.

EXERCICE 19

Vers 1980, étaient signalés les premiers cas d'une maladie mortelle, le S.I.D.A. Quatre ans après, l'agent causal, un rétrovirus nommé VI.H était isolé et les mécanismes généraux de son action dévoilés. On a montré que le V.I.H attaquait plus spécialement les lymphocytes T4 dont le nombre décroit en quelques années. Lorsque ce nombre devient inférieur à 200/mm3 de sang (valeur normale 550/mm3 de sang), l'apparition de maladies dites « opportunistes », signes cliniques du S.I.D.A apparaissent.

1. Définissez le terme rétrovirus ainsi que les sigles S.I.D.A et V.I.H.
2. Expliquez le fait que le V.I.H attaque plus spécialement les lymphocytes T4.
3. Expliquez pourquoi la disparition des lymphocytes T4 provoque l'apparition de maladies dites « opportunistes ».
4. Les bébés nés de mères séropositives sont tous séropositifs à la naissance. Trois mois après, 50% d'entre eux le demeurent et sont alors en grand danger.
a) Qu'appelle-t-on séropositivité?
b) Expliquez ces observations.

EXERCICE 20

Pour comprendre certains aspects de la réponse immunitaire contre un antigène X,' on a réalisé les expériences suivantes :

1ère expérience : On met des cellules C_1 extraites de la rate d'une souris témoin en présence de l'antigène

X. L'observation microscopique d'une goutte du milieu de culture montre un certain nombre de cellules C_1 associés à l'antigène X alors que d'autres ne le sont pas.

1. Indiquez quelles pourraient être les cellules C_1.

2ème expérience: Par une technique appropriée, on prélève les cellules C_1 adhérées à l'antigène X. On isole ces cellules de l'antigène X et on les cultive séparément soit avec l'antigène X (culture A),

soit avec un antigène Y (culture B). Le tableau suivant indique les conditions expérimentales et les résultats obtenus.

	Composition du milieu	Résultats
Culture A	Liquide physiologique + cellule C_1 isolées de l'antigène X + antigène X.	Association de C_1 à l'antigène X
Culture B	Liquide physiologique + cellule C_1 isolées de l'antigène X + antigène Y.	Pas d'association de C_1 à l'antigène Y

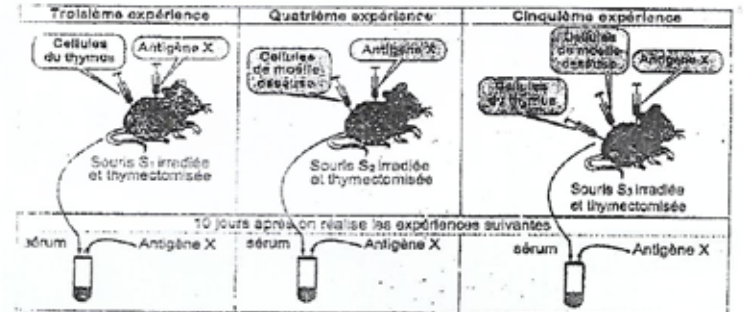
2.

a) Analysez les résultats de la 2ème expérience.

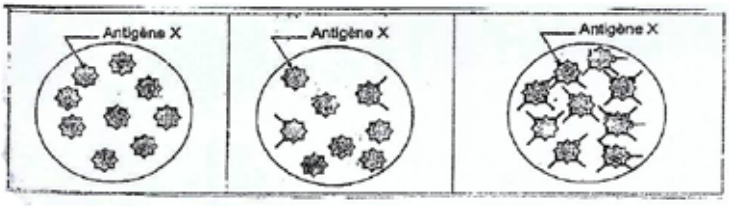
b) Précisez la nature des cellules C_1.

c) Identifiez la phase de la réponse immunitaire mise en évidence par les résultats de cette expérience.

Pour connaitre la nature de la réponse immunitaire mise en jeu contre l'antigène X, on réalise, sur trois souris S_1, S_2 et S_3 irradiées et thymectomisées, des injections des cellules de la moelle osseuse et du thymus histocompatibles et de l'antigène X. Le document suivant présente les expériences et les résultats obtenus.



Quelques jours après les expériences précédentes, on réalise une observation microscopique du mélange sérum-antigène X. (Voir document ci-dessous)



3. Expliquez chacune des observations microscopiques.

4. Déduisez-en le type de réponse immunitaire mise enjeu contre l'antigène X.

EXERCICE 21

On réalise sur des cobayes les expériences I et II ci-dessous:

1) Analysez ces expériences.

2) Interprétez-les.

3) Concluez.

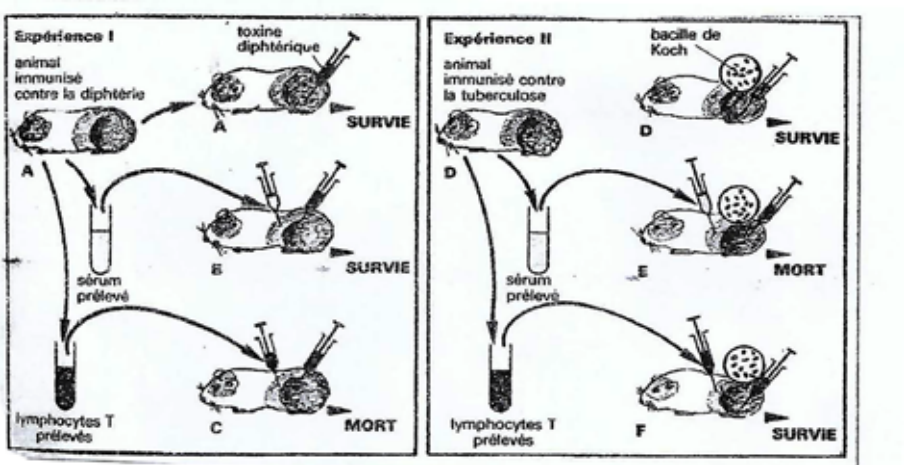
4) Prévoyez le résultat au cas où on injectait:

a) Au cobaye A la toxine tétanique au lieu de la toxine diphtérique. Justifiez votre réponse.

b) Au cobaye C des bacilles de Koch au lieu de la toxine diphtérique. Justifiez votre réponse.

c) Au cobaye C des bacilles diphtériques au lieu de la toxine diphtérique. Justifiez votre réponse

5) Déduisez de vos connaissances et des réponses aux questions précédentes, le principe de la vaccination.



EXERCICE 22

UNE NOUVELLE PROPENE D'ESPOIR

Des chercheurs de Toronto au Canada ont découvert une protéine qui serait à l'origine de l'inactivation du système immunitaire. La protéine baptisée TIM-3 n'est synthétisée que par le lymphocytes T confrontés au Virus du SIDA. Ces derniers sont alors inhibés, laissant le champ libre au virus de se reproduire. L'objectif des chercheurs est de parvenir à bloquer la protéine TIM-3 afin de contrôler le virus du SIDA dans l'organisme.

Source : Extrait du journal of Expérimental Médecine, N° 006 Décembre 2008.

1. Indiquez la signification de la présence de la protéine TIM-3 dans le sang d'un individu.
2. Précisez le mode d'action de la protéine identifiée.
3. A partir du texte, montrez comment le virus du SIDA provoque l'inhibition du lymphocyte T (LT).
4. Exp1ique les intérêts immunologiques qu'on peut tirer de l'identification de cette protéine dans la lutte contre le VIII:

a) Au plan Curatif;
b) Au plan préventif.

EXERCICE 23

Pour éviter les risques d'infection auxquels est exposé un grand brûlé, on effectue, dès que possible, des greffes de peau.

I) A) Deux frères de 6 et 7 ans présentent des brûlures graves, recouvrant une grande partie de la surface
corporelle.

Première étape: On greffe à ces enfants des fragments de leur propre peau. Les greffons sont bien acceptés : il n'y a pas de rejet.

Deuxième étape: Etant donné l'ampleur des brûlures, de nouvelles greffes sont effectuées avec des fragments de peau d'un donneur. Les greffons sont rejetés.

1) Nommez chaque greffe.
2) Interprétez les résultats.

B) On réalise sur des individus volontaires les expériences suivantes:

Expérience 1: Sur un individu A receveur, on greffe des fragments de peau d'un individu B donneur, non apparenté à l'individu A. Les greffons sont rejetés au bout d'une dizaine de jours.
Expérience 2: Sur ce même receveur A, on greffe ultérieurement des fragments de peau provenant du même donneur B. Le rejet des greffons a lieu au bout de 4 à 5 jours.
Expérience 3: Sur ce receveur A, on greffe alors des fragments de peau du donneur B et de trois autres donneurs C, D, E. Le délai de rejet des greffons du donneur B est de 4 jours, celui des autres donneurs est de 6 à 9 jours.
3) Expliquez brièvement les causes:
a) du rejet de greffe dans l'expérience 1 ;
b) du raccourcissement du délai de rejet de greffe dans l'expérience 2 ;
c) des différences observées entre fragments B d'une part et C,D, E d'autre part dans l'expérience 3.
II) Des cellules épidermiques de nouveau-né humain sont greffées sur des souris mutantes dites « nude ». Ces souris sont caractérisées par un épiderme dépourvu de poils, par l'absence de thymus et de lymphocytes T. Sur 100 greffes réalisées, on ne constate pratiquement aucun rejet.
4) Expliquez ce résultat.

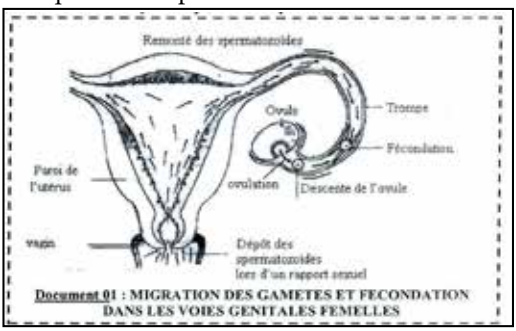
REPRODUCTION

CHAPITRE 1

QUE DEVIENNENT LES SPERMATOZOÏDES ET LES OVULES ?

I. Les spermatozoïdes et l'ovocyte II se rencontrent-ils ?

L'ovocyte II émis par la femme à l'ovulation est un ovocyte bloqué en métaphase II de la méiose durant la maturation.



Document 01 : MIGRATION DES GAMETES ET FECONDATION DANS LES VOIES GENITALES FEMELLES

A. OBSERVATION (Doc 01)

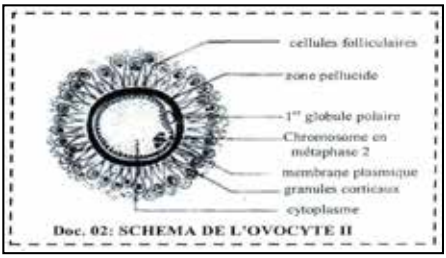
B. ANALYSE

1. Migration

Après leur émission, les spermatozoïdes et l'ovocyte II migrent dans les voies génitales de la femme.

a. Migration de l'ovocyte II

Après l'ovulation, l'ovocyte II bloqué en métaphase II est capté par le pavillon de l'oviducte ou trompe. Il descend ensuite dans l'ampoule de la trompe grâce aux contractions de celle-ci et aux cils vibratiles qui tapissent la paroi interne de la trompe. Il est retenu par des mécanismes complexes pendant environ 72 heures au niveau de l'ampoule.



Doc. 02: SCHEMA DE L'OVOCYTE II

b. Migration des spermatozoïdes

Au moment de l'accouplement, selon les espèces, les spermatozoïdes sont déposés soit directement dans le vagin (cas de l'espèce humaine).Ainsi chez la femme, plus de 300 millions de spermatozoïdes sont projetés au fond du vagin au cours d'une seule éjaculation. Les spermatozoïdes émis migrent du vagin à la trompe. Au cours de cette migration, deux phénomènes se déroulent:

-La sélection des spermatozoïdes

Le col de l'utérus produit la glaire cervicale qui beigne cette zone. Durant leur migration, les spermatozoïdes traversent la glaire cervicale pour se diriger vers les trompes. Pendant cette traversée, les spermatozoïdes morbides sont retenus par la glaire cervicale et seuls les spermatozoïdes viables franchissent cette zone : la glaire cervicale sélectionne donc les spermatozoïdes qui se dirigent vers l'ovocyte II.

- La capacitation

Au cours de la migration dans les voies génitales, les sécrétions génitales éliminent ***l'enduit protéique*** ou ***revêtement protéique*** qui recouvre les spermatozoïdes durant leur transit dans les voies génitales: c'est la ***capacitation***.

La capacitation permet de mettre à nu l'acrosome des spermatozoïdes, les rendant ainsi plus fécondant.

Dans tous les cas, la migration des spermatozoïdes se fait grâce à leur ***flagelle***.

2. Rencontre des gamètes (Document 02)

a. Piégeage des spermatozoïdes

Moins de 1 % des spermatozoïdes émis lors de l'éjaculation arrivent dans l'ampoule de l'oviducte grâce aux mouvements de leur flagelle. Mesurant environ 1 mm de diamètre, l'ovocyte entouré de ses cellules folliculaires, obstrue le canal de l'ampoule. Les spermatozoïdes qui remontent sont ainsi bloqués: C'est le ***piégeage***.

b. La Reconnaissance

A l'approche de l'ovocyte II la mobilité des spermatozoïdes est activée, et il traverse en force la couronne de cellules folliculaires.

- Il se fixe sur la zone pellucide qui reconnaît les spermatozoïdes de la même espèce, grâce à des marqueurs et à des récepteurs ; protéiques situés sur leurs membranes extérieures.

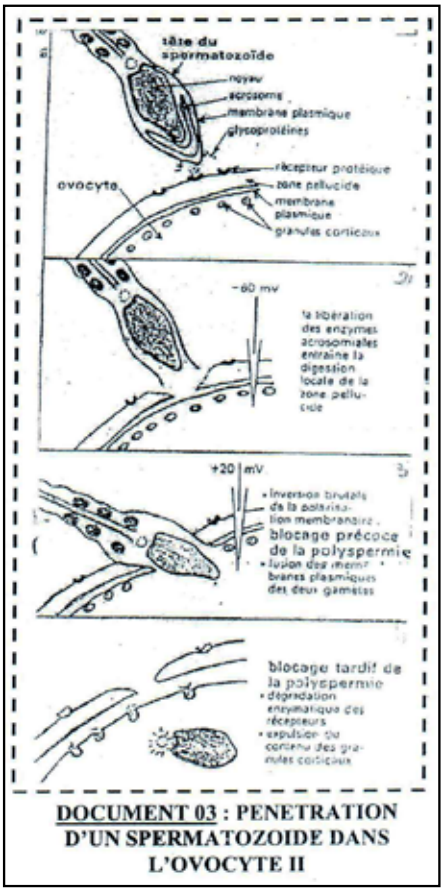
3. La pénétration du spermatozoïde et de l'activation de l'ovocyte II

a. Pénétration du spermatozoïde

L' accolement spermatozoïde avec la zone pellucide déclenche la libération des enzymes contenues l'acrosome: C'est la réaction achromosomique. Grâce aux actions enzymatiques et à la propulsion de son flagelle, le spermatozoïde traverse la zone pellucide et pénètre dans l'espace péri ovocytaire. Il s'unit ensuite tangentiellement à la membrane plasmique de l'ovocyte II qui « ***absorbe***» ensuite la tête et la tonalité du gamète mâle.

b. L'activation de l'ovocyte II

L'entrée du spermatozoïde, active l'ovocyte II qui libère le contenu de ses granules corticaux dans l'espace péri ovocytaire qui s'épaissit formant ainsi la ***membrane de fécondation*** imperméable aux spermatozoïdes. Cela empêche la ***polyspermie***. L'ovocyte II bloqué en métaphase II, reprend et termine sa méiose par l'émission d'un 2ème globule polaire: l'ovocyte devient alors ***ovotide*** puis ***ovule***.



DOCUMENT 03 : PENETRATION D'UN SPERMATOZOIDE DANS L'OVOCYTE II

4. Fusion des noyaux mâles et femelles (Caryoamie ou Amphirnixie)

a. Formation des pronucléi

Le noyau de l'ovule se reconstitue, gonfle et devient le pronucléus femelle. Le spermatozoïde abandonne son flagelle et sa pièce intermédiaire, son noyau gonfle et devient le ***pronucléus mâle***.

b. L'Union des pronucléi

Les deux pronucléi se rapprochent l'un d l'autre vers le centre de l'ovule et se collent, c'est la caryogamie. Les synthèses d'ADN préparant la division cellulaire s'effectuent, puis les enveloppes des deux pronucléus se pompent Les chromosomes maternels et paternels se mélangent: c'est amphimixie, étape ultime de la fécondation. On obtient ainsi une ***cellule oeuf*** ou ***zygote*** (lère cellule de l'embryon)

5. Notion de Fécondation.

Après son émission, un spermatozoïde et un ovocyte II s'unissent pour former une cellule oeuf ou zygote: c'est la ***fécondation***. La fécondation se déroule en trois étapes qui sont:

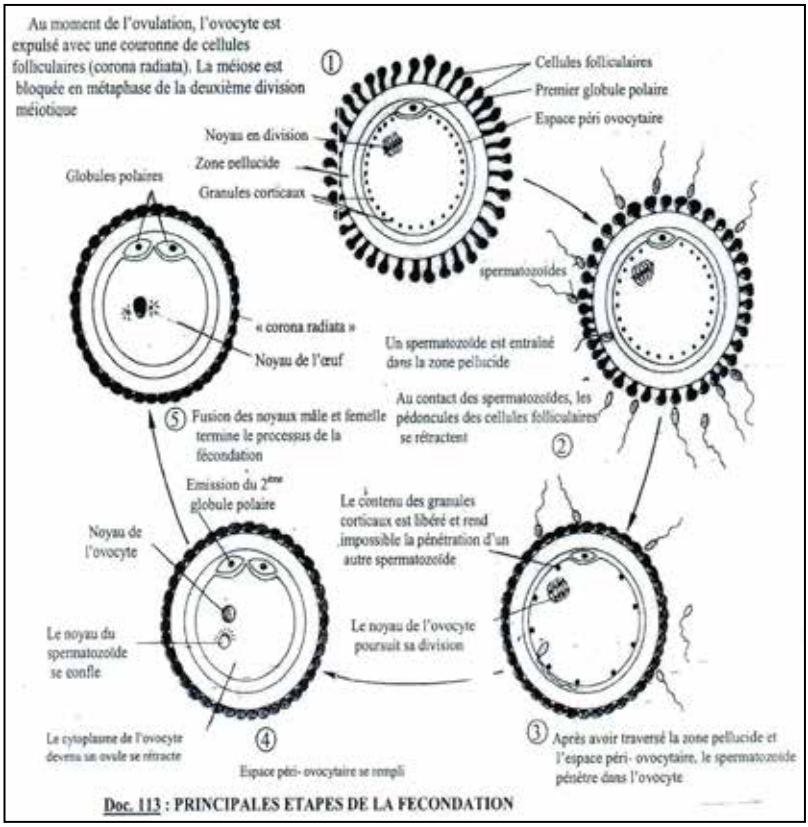
- La migration des gamètes
- La rencontre des spermatozoïdes
- La fusion des noyaux

Pendant la fécondation, il intervient un phénomène important appelé la caryogamie dont les conséquences son les suivantes :

- La formation du zygote
- Le rétablissement de la diploïdie de l'espèce (rétablissement du nombre de chromosome (2n) de l'espèce).
- Elle assure le déterminisme chromosomique du sexe.

Remarque

Il existe des cas (1%) de double ovulation qui donne lieu à une double fécondation qui aboutit à la naissance de « ***faux jumeaux*** » ou jumeaux dizygotes différents des «***vrais jumeaux***» ou ***jumeaux monozygotes*** qui proviennent d'un même œuf, qui sont toujours de même sexe et se ressemblent parfaitement.



Doc. 113 : PRINCIPALES ETAPES DE LA FECONDATION

II. L'œuf évolue - t - il pour donner un nouvel individu ?

1. La migration

Le zygote obtenu après migration se déplace de la trompe vers l'utérus. Cette migration est provoquée par le courant de liquide qui est animé par le mouvement des cils vibratiles et les contractions de la trompe.

Ainsi, le zygote migre jusqu'a l'utérus environ 7 jours après sa formation.

2. La segmentation

Le zygote obtenu après fécondation tout en migrant, se divise par des mitoses successives : c'est la ***segmentation***.

La segmentation permet à l'embryon de passer par plusieurs stades le ***stade 2 cellules***, le ***stade 4 cellules***, le ***stade 8 cellules*** et le 4eme jour après la fécondation, l'embryon atteint le **stade morula**.

Du 4ème jour au 7ème jour, après la fécondation, l'embryon atteint le stade blastocyste. Les cellules du blastocyste se divisent en deux parties:

- Les grosses cellules forment une masse appelée le bouton embryonnaire
- Les petites cellules placées à la périphérie forment une couche appelée le trophoblaste.

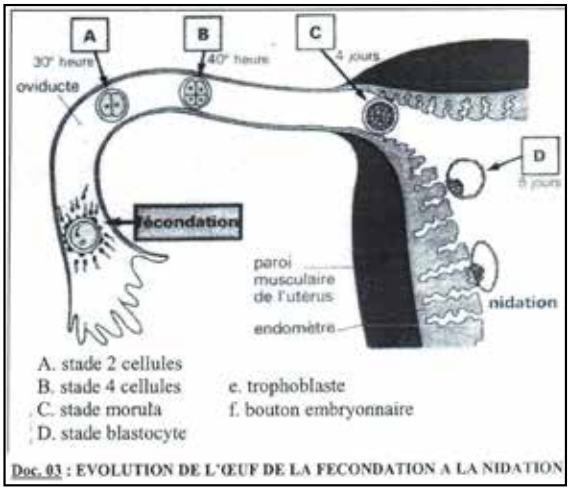
Ces deux ensembles délimitent une cavité remplie de liquide. Avant la fixation de l'embryon dans l'utérus, celui-ci mène une vie libre dans la cavité utérine où il se nourrit des sécrétions nutritives.

3. La nidation

7 jours environs après la fécondation, l'embryon s 'implante dans la muqueuse utérine : c'est la ***nidation***.

Durant cette nidation, l'embryon se fixe dans la partie de la muqueuse utérine riche en vaisseaux sanguins et préparée pour le recevoir. La fixation de l'embryon dans la muqueuse utérine se fait par la

trouphoplasme. A partir de ct instant, l'embryon mène une ***vie fixée***.



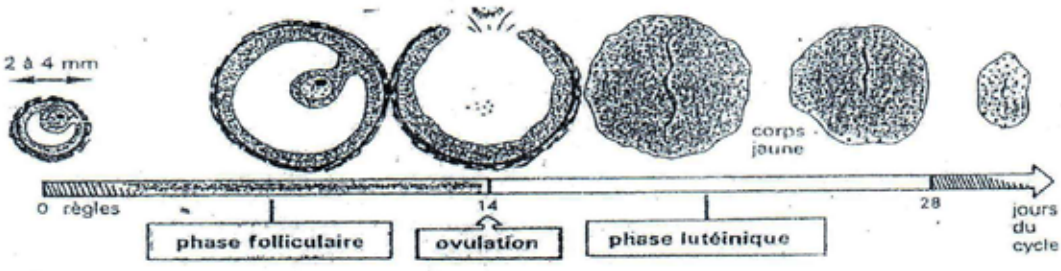
Doc. 03 : EVOLUTION DE L'ŒUF DE LA FECONDATION A LA NIDATION

I- les cycles sexuels chez la femme et leur régulation ?

Les femmes présentent une activité sexuelle avec des modifications qui interviennent de façon périodique, on parle de cycle sexuel.
Le cycle commence le 1er jour des règles et se termine la veille des règles prochaines. On distingue différents types de cycles sexuels:
- **le cycle ovarien**
- **le cycle utérin**
- **le cycle hormonal**

A. LE CYCLE OVARIEN

1. Observation (Document 1)



DOCUMENT 01 : CYCLE OVARIEN

La figure montre l'évolution des follicules jusqu'au follicule mur d'une part et après l'ovulation, la formation du corps jaune.

2. Analyse

Ce cycle est caractérisé par l'évolution des follicules et comprend trois phases:
- **la phase folliculaire**
- **la phase ovulaire**
- **la phase lutéale**

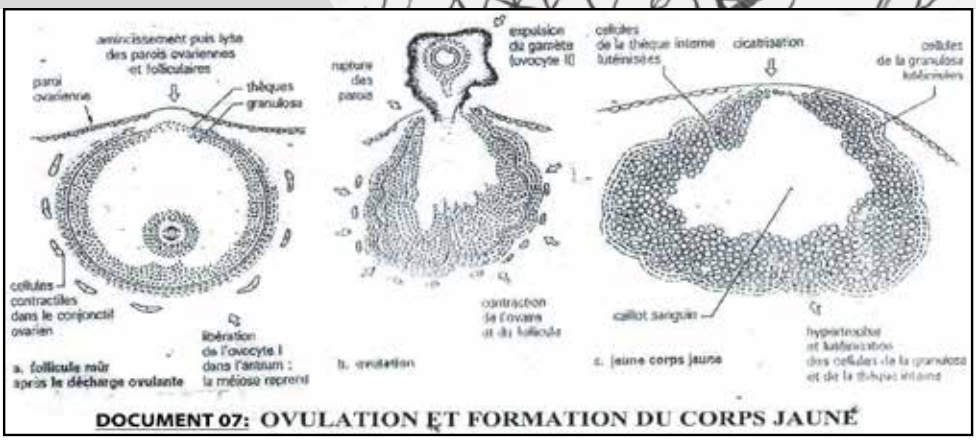
a- La phase folliculaire (ou pré-ovulatoire)

C'est la 1ère phase. Elle dure en moyenne 12 à 17 jours et est marquée par une croissance rapide de quelques follicules dont un seulement arrive à terme et les autres dégénèrent (***atrésie folliculaire***).
A la fin de croissance, on obtient un follicule mûre qui faire saillie à la surface.*

b- L'ovulation ou phase ovulatoire (Document 02)

L'ovulation se déroule à la fin de la phase folliculaire. Sous l'action d'enzyme, la membrane folliculaire et la paroi de l'ovaire sont ***amincies***. La contraction des cellules contractiles de l'ovaire entraine la rupture de la membrane folliculaire et de la paroi de l'ovaire. Ainsi, l'ovocyte II est expulsé du follicule mûr de l'ovaire. L'ovulation dure quelques minutes et est alternée au niveau des ovaires chez la femme. Il se forme en moyenne un ovocyte II par le cycle et l'ovulation intervient toujours 13 ou 14 avant les prochaines règles.

NB: Chez la femme et chez la plupart des mammifères, l'ovulation se produit automatiquement à la fin de la phase folliculaire: on parle d'ovulation spontanée.
Chez certaines femelles d'animaux, telles que la chatte, la lapine, la femelle de l'écureil, ce sont les stimuli de l'accouplement qui déclenchent l'ovulation: on parle ***d'ovulation provoquée***.



DOCUMENT 07: OVULATION ET FORMATION DU CORPS JAUNE

c- La phase lutéinique (ou phase post ovulatoire ou phase lutéale)

Elle a une durée relativement fixe (13 à 14 jours).Après l'ovulation, les vaisseaux sanguins pénètrent dans les cellules de la ***granulosa*** et de la ***thèque interne du follicule*** .Ces cellules, après une multiplication active, se chargent d'un pigment jaune (***la lutéine***) et deviennent des cellules lutéales qui sont des cellules lutéiniques constituant le corps jaune. Ce corps jaune se forme en quelques heures.

- En l'absence de fécondation, il régresse rapidement en laissant place à un nodule blanchâtre. Il est qualifié de ***corps jaune cyclique*** ou ***progestatif***.
- Si au contraire, il y a fécondation et l'embryon s'est fixé dans l'utérus, le corps jaune persiste, se développe et il est dit corps jaune gestatif ou corps de grossesse.

B. LE CYCLE UTÉRIN

1. Observation (Document 03)

Le document présente les modifications constatées au niveau de l'utérus au cours du cycle sexuel. Du point de vue structural, l'utérus se compose de l'extérieur vers l'intérieur d'une membrane appelée la ***séreuse*** et de ***deux zones distincts***:

- une épaisse couche de muscle externe appelée ***myomètre***
- une muqueuse interne appelée ***endomètre***

L'endomètre est constitué d'un tissu conjonctif richement vascularisé et recouvert par un épithélium glandulaire. Chez toutes les femelles, cet endomètre subit une série de transformation à chaque cycle.

2. Analyse

a. La phase folliculaire

Durant ce phase, l'endomètre s'épaissit progressivement et se creuse des glandes enforme de doigts de gants: C'est la ***phase prolifération*** de l'endomètre. Au cours de cette phase, l'endomètre s'enrichit en vaisseaux sanguins.

b. La phase lutéinique

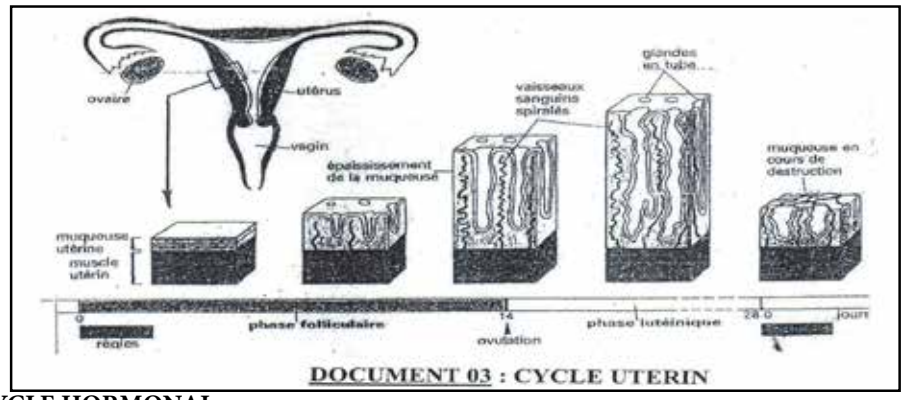
Durant cette phase, l'endomètre continue de proliférer et atteint son épaisseur maximale qui est de 8 mm chez la femme .Les glandes deviennent très tortueuses et ramifiées ; les artérioles se spiralisent entre les glandes : on parle de ***dentelle utérine*** et elles sécrètent un ***mucus épais***.

A ce stade, l'endomètre présente une structure favorable à l'accueil d'éventuel embryon, c'est-à-dire la gestation .Cette phase est dite ***progestative*** ou ***phase sécrétoire***.

En absence de fécondation, l'endomètre régresse. Les artérioles spiralées se dilatent et leurs parois se rompent provoquant une hémorragie éliminant ainsi l'endomètre .Cela constitue les ***règles*** ou ***menstruations*** qui durent 3 à 5 jours.

Parallèlement au cycle utérin, le col de l'utérus sécrète de la glaire dont le cycle est également très marqué. En effet, le «maillage » des protéines constituant la glaire très serré pendant la phase pré-

ovulatoire, devient lâche en période ovulatoire permettant le passage des spermatozoïdes. Aussi, le PH acide initialement devient alcalin.



DOCUMENT 03 : CYCLE UTERIN

C. CYCLE HORMONAL

1. Les hormones ovariennes (Document 04)

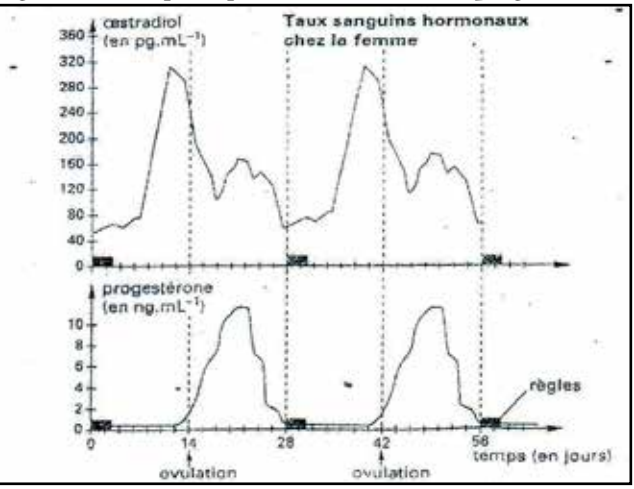
Les hormones ovariennes sont les ***œstrogènes*** dont la principale est ***oestradiol*** et la ***progestérone***.

Les ovaires sécrètent deux catégories d'hormones qui commandent le cycle menstruel : les **œstrogènes** d'une part, la **progestérone** d'autre part.

Ces deux groupes de molécules sont des **hormones stéroïdes** ; elles sont, comme la **testostérone**, chimiquement apparentées au cholestérol.

Parmi les œstrogènes (ainsi nommées car ces hormones déclenchent l'œstrus chez les animaux), l'**œstradiol** est l'hormone dont l'activité biologique est de loin la plus importante. Elle est sécrétée tout au long du cycle mais son taux sanguin présente des variations importantes, notamment un pic qui culmine 24 à 36 heures avant l'ovulation.

La **progestérone** n'est sécrétée qu'au cours de la deuxième phase de chaque cycle ; son taux sanguin est alors très élevé (près de 100 fois plus important que celui de l'œstradiol).



a. La phase folliculaire

Pendant cette phase, la thèque interne et la granulosa des follicules sécrètent les ***œstrogènes***. Le taux œstrogène augmente régulièrement avec un maximum avant l'évolution. Cette augmentation est parallèle à la croissance des follicules.

b. La phase ovulatoire

A l'ovulation, le taux œstrogène diminue alors que le taux de ***progestérone*** presque nul ne commence à progresser.

c. La phase lutéinique

Pendant cette phase, le corps jaune sécrète la progestérone dont le taux dont le taux augmente et atteint un maximum vers la fin du cycle alors que le taux d'œstrogènes remonte et atteint un 2eme maximum (moins important que le 1er) presque au même moment que la progestérone.

Cette remontée des œstrogènes est due au faite que le follicule qui se transforme en corps jaune conserve sa thèque interne.

A la fin du cycle, le taux de ces deux hormones diminues dans le sang, s'il n'y a pas de fécondation, cette rupture de l'équilibre hormonal entraîne la régression de l'endomètre qui s'accompagne d'hémorragie par rupture des vaisseaux sanguins et l'élimination à l'extérieur de débris de muqueuses mêlés de sang dont l'ensemble constitue les ***règles***.

Conclusion: La phase folliculaire se caractérise par une sécrétion abondante d'œstrogène et une faible production de progestérone tandis que la phase lutéinique est marquée par une forte sécrétion de progestérone et une diminution de la sécrétion d'œstrogène.

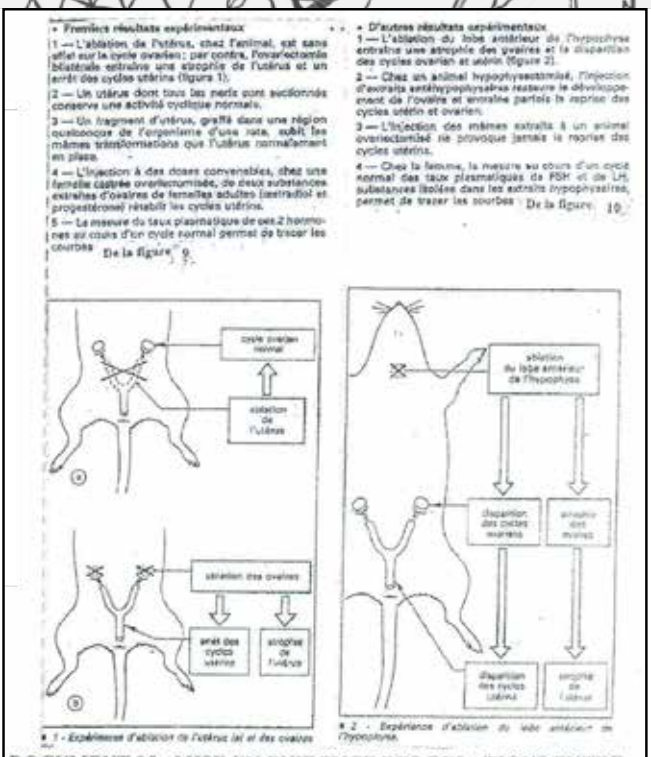
2. Action des hormones Ovariennes (Document 05)

Les hormones ovariennes agissent sur le fonctionnement de l'utérus.

- **L'oestradiol**: est responsable de la prolifération des muqueuses utérines et vaginales, il permet une sécrétion abdominale de glaire filante au moment de l'ovulation. Il favorise la croissance et le développement de l'utérus, du vagin et des glandes mammaires; il stimule la contraction de l'utérus.

- L**a progestérone** : n'agit que si l'utérus a été sensibilisé par l'œstradiol.

Elle inhibe les contractions utérines, prépare l'utérus à la nidation et accentue les modifications de l'endomètre. Les hormones ovariennes préparent l'utérus à la nidation. A la fin du cycle, la baisse simultanée et brutale des œstrogènes et de la progestérone sécrétées entraine l'apparition des menstrues.



DOCUMENT 05 : MISE EN EVIDENCE DES RELATIONS ENTRE UTERUS, OVAIRES ET HYPOPHYSE

3. Les hormones du complexe hypothalamohypophysaire (Document 06)

L'hypothalamus et l'hypophyse sont des ***glandes endocrines*** situées dans la ***boite cranienne*** et qui interviennent dans l'activité sexuelle.

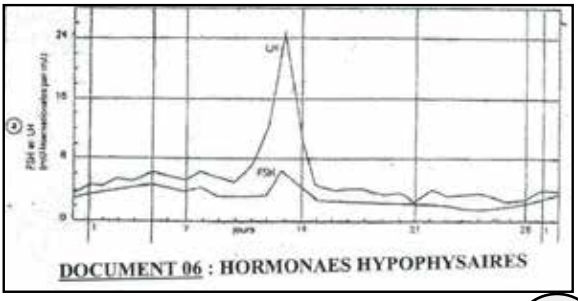
a. Les hormones hypophysaires

L'hypophyse est un organe situé sur la face inférieur de l'encéphale et en dessous de l'hypothalamus. Ces deux organes sont reliés par la tige pituitaire. Au cours du cycle ovarien, il y a la sécrétion des hormones hypophysaires encore appelées ***gonadotrophines*** ou ***gonado-stimulines***. Ce sont la ***FSH (hormone de stimulation folliculaire)*** et la ***LH (hormone Lutéinisante)*** qui sont secrétés par le lobe antérieur de l'hypophyse ou antéhypophyse.

- **La FSH** permet la maturation des follicules et commande de manière indirectes la sécrétion des œstrogènes.

Le taux de FSH est relativement bas durant la phase folliculaire mais il augmente et son pic puis diminue peu avant l'ovulation (à la fin de la phase folliculaire). Cette diminution se poursuit après l'ovulation jusqu'à ce que le taux initial soit atteint et reste ainsi durant la phase lutéinique.

- **La LH**: durant la phase folliculaire, le taux de LH est faible mais supérieur à celui de la FSH. Avant l'ovulation, ce taux augmente brusquement jusqu'à un pic puis diminue rapidement.



DOCUMENT 06 : HORMONAES HYPOPHYSAIRES

Pendant la phase lutéinique, la quantité de LH sécrétée est presque constante et faible.

b. Les hormones hypothalamiques

Les hormones sécrétées par l'hypothalamus et qui interviennent dans la reproduction sont appelées les ***gonadoliberines***. Ces hormones sont représentées par la **GnRH** (***Gonadotrophin Releasing Hormon***).

La GnRH est sécrétée par les neurones de l'hypothalamus : c'est donc une ***neurohormone***. La GnRH agit sur l'antéhypophyse en modifiant les sécrétions des gonadostimulines. C'est donc un facteur indispensable à la libération des ***gonadotrophines hypophysaires.***

e. Conclusion

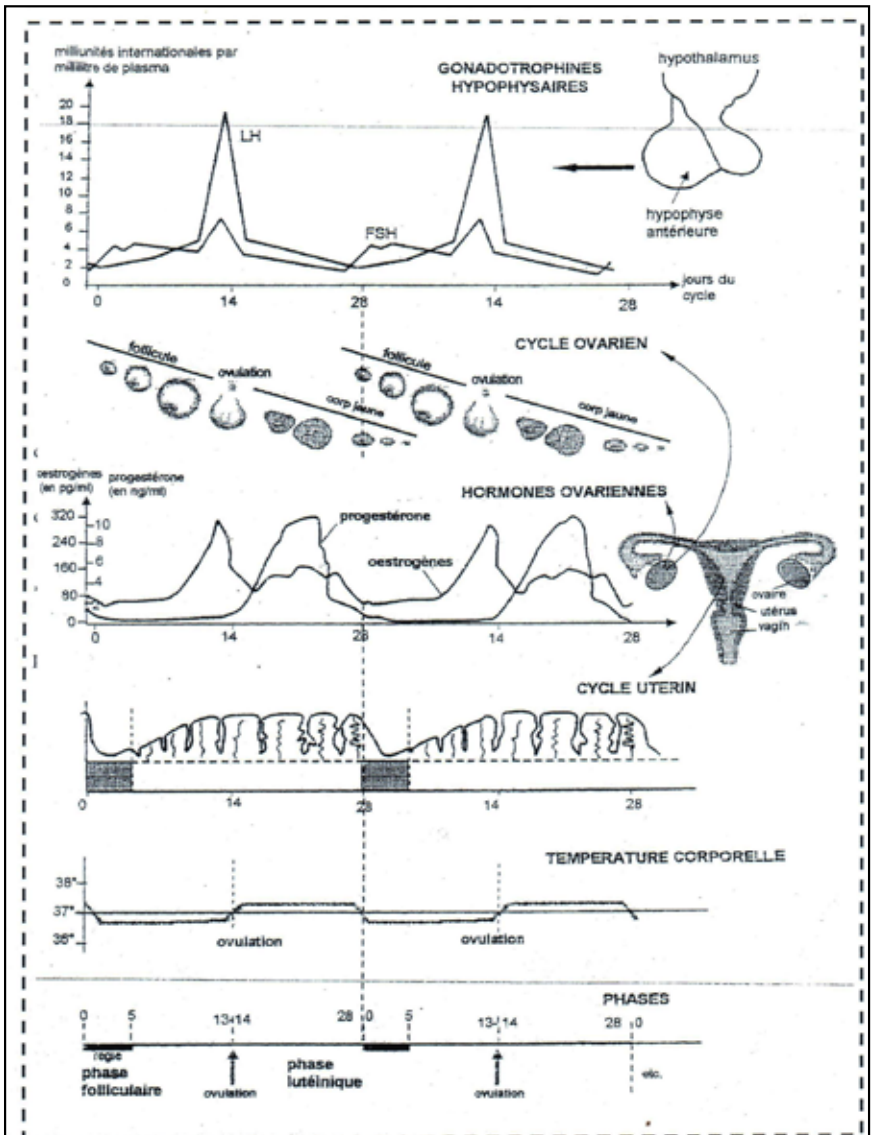
Si la FSH favorise de manière indirecte la sécrétion des œstrogènes, la LH quant à elle intervient indirectement dans la sécrétion de la progestérone.

A l'approche de l'ovulation, le taux élevé de LH (le pic de LH) entraine l'ovulation: e 'est la ***décharge ovulatoire***.

La FSH et la LH sont des hormones hypophysaires appelées ***gonadostimulines***.

La libération de la GnRH par le neurone dans le sang par le neurone de l'hypothalamus se fait de manière ***pulsatile***.

L'hypothalamus agit donc sur l'antéhypophyse qui à son tour influence les ovaires qui à leur tour modifient l'aspect de l'utérus.



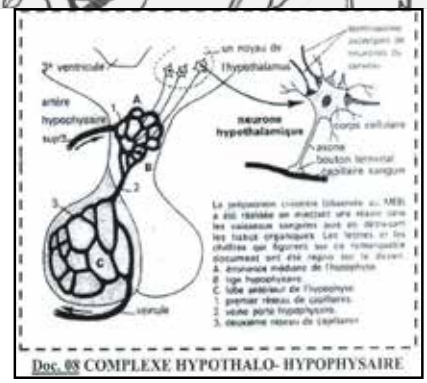
Document 07 : SYNCHRONISME DES CYCLES SEXUELS CHEZ LA FEMME

II. Comment les cycles sexuels sont- ils régulés?

A. Régulation des sécrétions hormonales (Document 08)

1. Expériences et résultats

- L'ablation de l'hypophyse ou ***hypophysectomie*** entraîne le non développement des ovaires chez la femme et un arrêt des activités cycliques.
- L'injection d'extraits hypophysaires tout comme la greffe d'hypophyses à des sujets dont l'hypophyse a été détruite entraîne une croissance rapide des follicules cycliques des ovaires.



Doc. 08 COMPLEXE HYPOTHALO- HYPOPHYSAIRE

2. Interprétation

Les résultats des expériences montrent que l'activité des ovaires est sous le contrôle de l'hypophyse et que celui-ci agit par voie sanguine par l'intermédiaire des hormones. En effet les extraits hypophysaires contiennent des hormones appelées d'après leur rôle des ***gonadostimulines*** ou ***gonadotrophines*** qui sont: La **FSH** (folliculo-stimulating hormone) et la **LH** (lutéinising hormone).

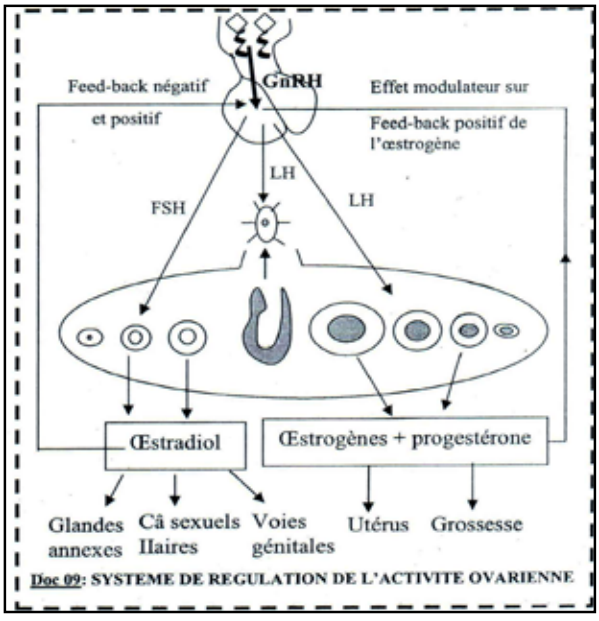
3. Conclusion:

La LH et la FSH sont produites par les cellules du lobe antérieur de l'hypophyse. Elles sont libérées dans le sang et vont ensuite stimuler les ovules dont elles commandent indirectement les sécrétions d'œstrogènes et de progestérone.

B. Régulation des sécrétions Hypophysaires (Document 09)

1. Expériences et résultats

- La section chez une femme des vaisseaux reliant l'hypothalamus à l'hypophyse au niveau de la tige pituitaire réduit l'activité ovarienne.
- L'ablation des ovaires (***ovariectomie***) entraîne la baisse de la production de FSH et de LH qui à la longue entraîne une atrophie de l'hypophyse, ***rétrocontrôle positif***.



Doc 09: SYSTEME DE REGULATION DE L'ACTIVITE OVARIENNE

2. Interprétation

- Les résultats de la 1ère expérience montre que l'hypothalamus contrôle l'activité de l'hypophyse qui à son tour règle l'activité des ovaires. Ce contrôle se fait par l'intermédiaire d'une hormone appelée d'après son rôle, la **GnRH** (***hormone de régulation des gonadostirnulines***), sécrétée par l'hypothalamus.
- Les résultats de la 2eme expérience montrent que l'hypophyse stimule les sécrétions ovariennes mais en retour, les ovaires contrôlent les sécrétions hypophysaires C'est le rétrocontrôle ou feed- back. En effet, l'hypophyse par la sécrétion de FSH stimule la croissance des follicules qui sécrètent les oestrogènes. Le taux croissant d'œstrogènes dans le sang inhibe la sécrétion de FSH.

• Lorsque la quantité d'œstrogènes devient très importante dans le sang (pie situé 24 heures avant l'ovulation), elle déclenche la libération massive, et brève de LH accompagné d'un petit pic de FSH : c'est le ***rétrocontrôle positif***.

• Le pic de LH (situé 24 heures avant l'ovulation), déclenche les mécanismes de l'ovulation et la lutéinisation des cellules folliculaires. Ces cellules produisent la progestérone.
Elles sécrètent la progestérone en abondance et les œstrogènes en quantité faible.

• La sécrétion croissante de deux hormones freine (inhibe) la production de LH et de FSH: c'est le

rétrocontrôle négatif.

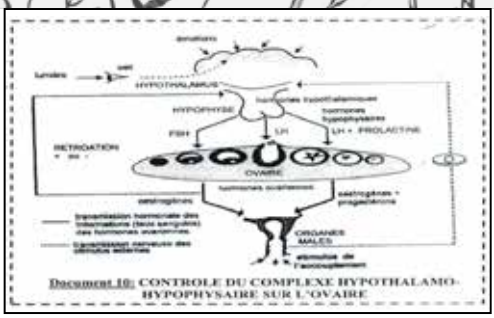
C. Le système Nerveux

Les stimulations extérieures reçues par le cerveau peuvent influencer les 3 fonctions de l'hypothalamus

Exemples: Le stress, l'anxiété, les émotions fortes peuvent perturber le cycle dans certains cas.

D. Conclusion (Document 10)

Le complexe hypothalamo-hypophysaire régule les sécrétions ovariennes et vice versa.



Document 10: CONTROLE DU COMPLEXE HYPOTHALAMO-HYPOPHYSAIRE SUR L'OVAIRE

Iii. Regulation,des fonctions testiculaires (document 11)

A. L'hormone masculine et sa sécrétion

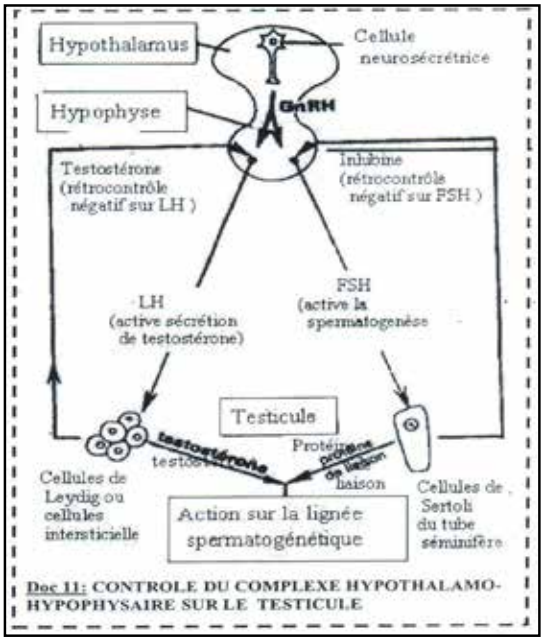
La principale hormone masculine est la testostérone. Elle est sécrétée au niveau des testicules par les cellules interstitielles ou ***cellules de leyding*** et assure ***le développement des caractères sexuels primaires et secondaires***.

B. Régulation de la sécrétion de la testostérone

L'activité des testicules est commande par le complexe hypothalamo-hypophysaire. En effet, chez l'homme, l'hypophyse sécrète aussi la FSH et la LH.

La sécrétion de ces deux hormones est sous le contrôle de la **GnRH**:

- ***La FSH active la spermatogenèse*** en agissant sur les cellules de sertoli (cellules de grande taille) qui entourent les cellules de lignée reproductrice et favorisent la spermatogenèse). Les cellules de Sertoli contrôlent en retour la production de FSH grâce à une hormone appelée ***inhibine*** : c'est le ***Feed-back négatif***.
- ***La LH agit sur les cellules interstitielles pour la sécrétion de la testostérone***. L'augmentation du taux de testostérone dans le sang inhibe la sécrétion de LH. C'est le ***rétrocontrôle négatif***.



Doc 11: CONTROLE DU COMPLEXE HYPOTHALAMO-HYPOPHYSAIRE SUR LE TESTICULE

C. Conclusion

La sécrétion des hormones ovariennes et testiculaires est contrôlée par les mêmes hormones hypothalamo-hypophysaires. La régulation fait intervenir des Feed-back négatifs (ovaires et testicules) et positifs (ovaires). Cet effet de Feed- back est utilisé artificiellement pour empêcher l'ovulation et la nidation: c 'est le principe des pilules contraceptives.

IV. Comment les pilules contraceptives agissent-elles?

(Documents 12, 13 et 14)

La ***contraception*** est une dénomination générale des diverses méthodes destinées à éviter la fécondation ou la conception du futur être vivant.

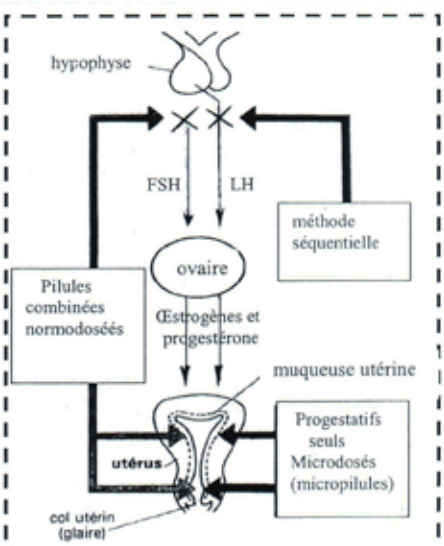
1. Mode d'action des pilules contraceptives

Les pilules contraceptives sont des comprimés constitués d'hormones de synthèse de type ovarien (œstrogène et progestérone) qui bloquent la sécrétion de FSH et de LII.

- ***L'absence de ce FSH*** entraîne l'arrêt de la folliculo-genèse, par conséquent pas d'ovulation.
- ***L'absence de LH*** entraîne un blocage de l'ovulation, par conséquent pas de formation de corps jaune, donc pas de sécrétion de progestérone. Cette absence de progestérone empêche la prolifération de l'endomètre et par conséquent pas de nidation.

2 Avantages des méthodes

s principaux avantages sont
e planning familial: (espacement des naissances)
a préservation de la santé de la mère et de l'enfant
a réduction des grossesses à risques;
ermet d'éviter les grossesses non désirées.



Document 12 : MODE D'ACTION DE LA PILULE CONTRACEPTIVE

Doc 13 : LES EFFETS SECONDAIRES DE LA PILULE

- Contraception orale et risque cardio-vasculaire

Une corrélation qui s'accentue avec l'âge peut être établie entre la prise d'oestroprogestatifs de synthèse et la survenue d'accidents cardio-vasculaires (par exemple, la mortalité par infarctus du myocarde entre 40- 44 ans est, par an de 11,7 pour 100.000 femmes sans pilule ; elle passe à 54,7 avec pilule).

Dans les pilules contraceptives, ce sont essentiellement les œstrogènes qui ont des effets secondaires indésirables connus comme facteurs de risque vasculaire :

- Augmentation de certains lipides plasmatiques ;
- Troubles de régulation de la glycémie avec une tendance à l'hyperglycémie ;
- Augmentation de la pression artérielle liée à une production excessive d'angiotensinogène par le foie ;
- Augmentation de la coagulation du sang…

Le risque cardio-vasculaire est encore accru par l'association « pilule- tabac ». On estime que ce risque est multiplié par 7 chez une femme qui fume plus de 15 cigarettes par jour.

- Contraception orale et cancer

Les œstrogènes ont été accusés d'augmenter le risque de cancer génital (endomètre, col ou sein).

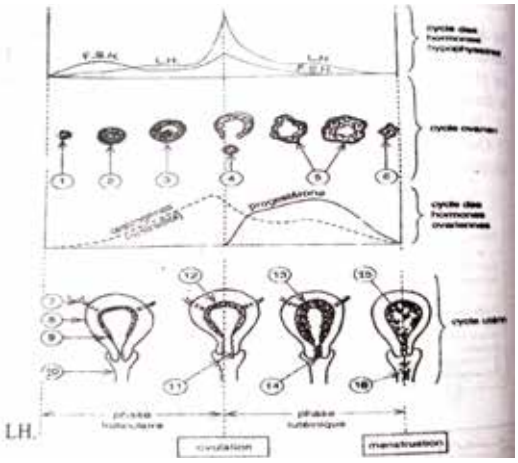
En réalité, chez certaines femmes qui auraient naturellement un mauvais équilibre hormonal, la prise d'une contraception orale bien équilibrée a plutôt tendance à diminuer le risque de certains cancers génitaux (celui du sein notamment).

Doc 14 : FIABILITE DES DIFFERENTES METHODES CONTRACEPTIVES

Méthode contraceptive	% d'échecs
• Pilules combinées (normo ou minidosées)	0,15 à 0,45
• Pilule « séquentielle »	0,4 à 0,7
• Progestatifs seuls :	1 à 1,6
- Micropilule	0,5 à 1
- Injections trimestrielles	0,3 à 3
• Stérilet	2 à 4
• Diaphragme féminin	4 à 8
• Préservatif masculin	1,3 à 4
• Méthodes chimiques locales (spermicides)	17
• Retrait	11 à 30
• Abstinence périodique (méthode des températures, méthode Ogino).	

EXERCICE CORRIGÉ 1

Le document suivant montre les corrélations entre les différents organes de l'appareil génital féminin et les transformations cycliques que subies cet appareil de la puberté à la ménopause.



1. Annotez ce document en considérant les chiffres qui y sont portés.
2. L'ablation de l'hypophyse bloque le cycle ovarien. L'injection d'extraits hypophysaires (FSH) à une rate hypophysectomisée provoque la formation de nombreux follicules mais leur évolution s'arrête avant le stade 4. Si l'injection de FSH est associéé à celle d'un autre extrait hypophysaire, LH (dans les proportions 3 LH/1 FSH), l'évolution des follicules se poursuit jusqu'au stade final.
a) Définissez en français les sigles FSH et LH.
b) Précisez le rôle de la FSH.
3. Indiquez l'action des hormones ovariennes sur l'utérus.
4. Expliquez pourquoi l'oestradiol est qualifié «d'hormone facilitant la fécondation» et la progestérone 'd'hormone facilitant la gestation».

SOLUTION

1) Annotation du document I - follicule primordial, 2 = follicule secondaire (ou plein), 3 = follicule tertiaire (ou cavitaire), 4 = ovocyte II, 5 = corps jaune ; 6 = corps blanc, 7 = trompe de Fallope (ou oviducte). 8 = utérus ; 9 = myomètre ; 10 = vagin ; 11 = glaire cervicale ; 12 = muqueuse (ou endomètre», 13 = dentelle utérine ; 14 = col de l'utérus ; 15 = desquamation (ou régression, de la dentelle utérine ; 16 = menstruation.

2)

a) Signification des sigles FSH = hormone folliculo stimulante (ou hormone de stimulation folliculaire) ; LH = hormone lutéinisante (ou lutéinique).

b) rôles : La FSH stimule la croissance et la maturation des follicules ovariens et par conséquent la production d'œstrogènes par les cellules de la thèque interne et celles de la granulosa La LH déclenche l'ovulation et stimule la transformation du follicule ovulé en corps jaune ainsi que son développement.

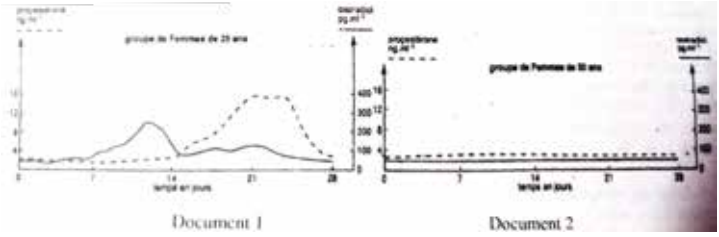
3) Action des hormones ovariennes sur l'utérus : l'œstradiol stimule la prolifération de l'endomètre et le contractions du myomètre et favorise la sécrétion d'une glaire cervicale abondante et filante au moment de l'ovulation. La progestérone accentue la prolifération de l'endomètre (ce qui entraîne la formation de la dentelle utérine), inhibe les contractions utérines de la phase folliculaire (silence utérin) et favorise la sécrétion d'une glaire cervicale peu abondante et épaisse.

4) Explication l'œstradiol est qualifié « d'hormone facilitant la fécondation » car c'est son pic qui entraîne par rétrocontrôle positif celui de la LH qui déclenche l'ovulation. La progestérone est qualifiée « d'hormone facilitant la gestation » car elle accentue la prolifération de l'endomètre due à l'œstradiol ce qui entraîne la formation de la dentelle utérine qui facilite la nidation. Elle est aussi responsable du silence utérin.

EXERCICE CORRIGÉ 2

Chez la femme, les possibilités d'avoir un enfant sont limitées à une période de la vie qui s'étant de la puberté (vers 11 - 13 ans à la ménopause (vers 45 - 50 ans) . Cette dernière se manifeste par des modifications physiologiques parmi lesquelles on se propose d'étudier celles qui concernent l'activité ovarienne.

A) Les femmes, en dehors des périodes de grossesse, ont des ovulations cycliques et menstruations qui, au delà de 50 ans disparaissent. Les documents 1 et 2 présentent des dosages d'hormones ovariennes réalisés quotidiennement pendant une durée de 28 jours, chez deux groupes de femmes, les unes âgées de 25 ans et les autres âgées de 50 ans. Des coupes d'ovaires effectuées chez les femmes de 50 ans ne présentent aucun follicule mûr ou de De graaf. Les follicules primaires sont dégénérescents, l'ovaire est envahi par des tissus conjonctifs.



Document 1 Document 2

1. Définissez la ménopause.
2. Expliquez la disparition des menstruations chez une femme ménopausée.

B) On cherche à savoir si la dégénérescence des follicules primaires chez la femme ménopausée est due à l'arrêt de la stimulation des structures ovariennes par les complexes hypothalamo-hypophysaire, ou bien au vieillissement de l'ovaire lui-même. On dispose des données suivantes établies chez le rat et dans l'espèce humaine. Chez ces deux espèces, l'activité des gonades (ovaire et testicule) est contrôlée par des gonadostimulines éliminées dans les urines :

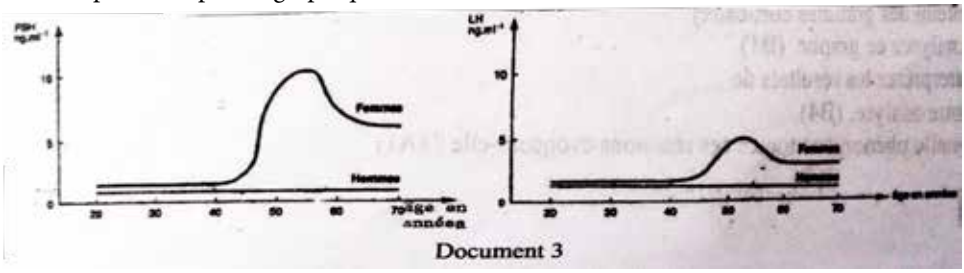
-Expérience 1:

Des rats mâles, préalablement hypophysectomisés reçoivent une injection d'extraits urinaires de femmes de 50 ans. L'effet sur les testicules des rats est consigné dans le tableau ci-après, en comparaison avec des rats témoins.

Etat des rats	Masse des testicules (en mg)
Rats non hypophysectomisés	1270
Rats hypophysectomisés n'ayant pas reçu d'injections	210
Rats hypophysectomisésayant reçu des injections d'extraits urinaires de femme de 50 ans	756

- Expérience 2 :

Les gonadostimulines ont été dosées dans le sang d'homme et de femme d'âges différents. Les résultats sont représentés par les graphiques du document 3.



Document 3

3. Analysez chacune de ces expériences.
4. Concluez
C) Une modification du taux de gonadostimuliness est observée chez la femme entre 40 et 55 ans (document 3).
5) A partir des conclusions précédentes, proposez une explication de cette évolution.

SOLUTION

I) La ménopause est la période de la vie génitale de la femme ou la fonction ovarienne cesse définitivement et qui se traduit par un arrêt de la menstruation.
2) Explication : Le document 2 montre que chez la femme ménopausée, les taux d'hormones ovariennes sont quasiment nuls et ne peuvent par conséquent pas provoquer la prolifération de l'endomètre d'où la disparution des menstruations.
B) 3) Analyse de chaque expérience :
- Expérience I : La masse des testicules des rats hypophysectomisés ayant reçu des injections d'extraits urinaires de femme de 50 ans est largement plus élevée que celle des rats hypophysectomisés n'ayant pas reçu d'injections : les extraits urinaires de femme de 50 ans renferment des gonadostimulines.
- Expérience 2 (Chez l'homme, de 20 a 70 ans, les taux de FSH et de LH dans le sang sont constants et faibles respectivement à 1 et 1,5 $ng.ml^{-1}$ alors que chez la femme, les taux de FSH et de LH dans le sang sont constants et faibles (2 $ng.ml^{-1}$) de 20 à 42 ans mais a partir de cet âge, il y a une hypersécrétion de FSH et de LH qui atteint un pic de 10$ng.ml^{-1}$ pour la FSH et 5 $ng.ml^{-1}$ pour la LH à 55 ans avant puis chutent pour se maintenir respectivement à 6 ng ml^{-1} à partir de 65 ans et 3 $ng.ml^{-1}$ à partir de 60 ans

4) Conclusion la dégénérescence des follicules primaires chez la femme ménopausée est due au vieillissement de l'ovaire lui-même et non à l'arrêt de la stimulation des structures ovariennes par le complexe hypothalamo-hypophysaire puisqu'à partir de cette date (vers 45-50 anns), il ya une hypersécrétion des gonadostimulines hypophysaires (FSH - LH), preuve d'une hyperactivité du complexe hypothalamo-hypophysaire.

5) Explication: Au moment de la ménopause, la dégénérescence des follicules ovariens entraîne la disparition des hormones ovariennes dans le sang ce qui supprime l'inhibition (ou le rétrocontrôle négatif) que les hormones ovariennes exerçaient sur le complexe hvpothalamo-hypophysaire d'où hypersécrétion des gonadostimulines hypophysaires (FSH et LH).

EXERCICE 1

Relever, dans les items suivants, la ou les réponse(s) correcte(s)
1- Dans la paroi des tubes séminifères, la spermatogenèse :
a. se déroule de l'intérieur vers l'extérieur
b. suit l'ordre suivant : multiplication - accroissement - différentiation - maturation
c. met en jeu la mitose et la méiose
d. permet la formation d'un spermatozoïde à partir de chaque spermatogonie.
2- Parmi les cellules de la paroi du tube séminifère, celles qui sont diploïdes (à 2n chromosomes) sont :
a. les spermatogonies
b. les cellules de Sertoli
c. les spermatocytes I
d. les spermatides
3-Les caractères cytologiques du spermatozoïde qui lui permettent d'assurer sa fonction (féconder le gamète femelle) sont:
a. l'existence du flagelle
b. sa forme hydrodynamique
c. son cytoplasme riche en réserves nutritives
d. la présence d'un acrosome dans sa tête.
4- Le spermatocyte II est le résultat de :
a. la multiplication des spermatogonies
b. l'accroissement d'une spermatogonie
c. la division réductionnelle de la méiose
d. la division équationnelle de la méiose
5- La testostérone est une hormone sexuelle :
a. sécrétée par les tubes séminifères
b. dont la sécrétion est commandée par la LH
c. agissant uniquement sur les tubes séminifères
d. responsable de l'apparition des caractères sexuels secondaires.
6- La greffe d'un fragment de testicule sous la peau d'un mâle castré :
a. corrige sa stérilité
b. restaure ses caractères sexuels secondaires
c. provoque la baisse des sécrétions hypophysaires de FSH et de LH
d. provoque les mêmes effets que les injections d'extraits testiculaires.
7- le rétrocontrôle testiculaire par la testostérone :
a. permet le maintien du taux sanguin de la testostérone à une valeur constante
b. peut être positif ou négatif selon le taux de testostérone dans le sang
c. est le contrôle de l'activité testiculaire par l'axe hypothalamo-hypophysaire
d. est un rétrocontrôle négatif
8- Parmi les effets biologiques suivants, ceux de la testostérone sont :
a. la stimulation de la spermatogenèse
b. la modification de la voix
c. le développement de la musculature
d. l'augmentation de la température corporelle
9- Chez l'homme une stérilité d'origine hypophysaire due à une lésion de

l'hypophyse est corrigée par des injections :
a. de testostérone
b. de FSH + LH
c. de GnRH
d. d'inhibine

EXERCICE 2

Un couple est confronté à un problème de stérilité depuis plusieurs années. Pour rechercher l'origine de la stérilité chez la femme, le gynécologue a pratiqué plusieurs examens, dont certains résultats sont représentés par les figures 1 et 2.
1. Identifiez les structures représentées par ces figures.
2. Annotez la figure 2 à l'aide des lettres A, B, C, D, E.
3. A partir de l'observation de ces différentes figures, précisez la ou les origines de la stérilité de cette femme.

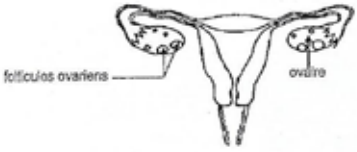


Figure 1

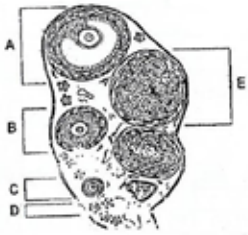
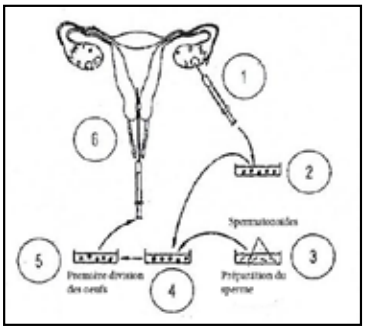
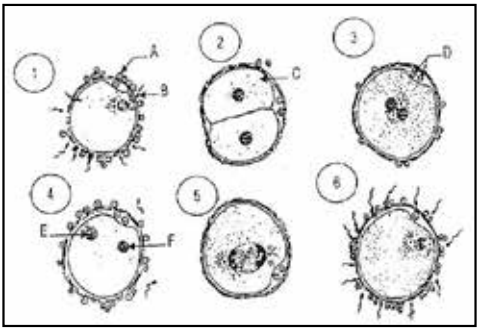


Figure 2

Pour aider le couple, le gynécologue propose une technique moderne de traitement schématisée sur le document ci-après.
4. Nommez cette technique.
Des observations faites au niveau de l'étape 4 de cette technique ont permis d'obtenir les figures ci-après.

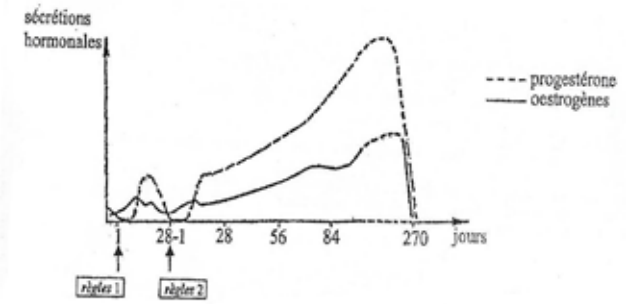




5.
a. Nommez le phénomène représenté par l'ensemble de ces figures.
b. Classez ces figures dans l'ordre chronologique du phénomène à l'aide des numéros.
6. Précisez le nombre de chromosomes des éléments désignés par les lettres A-B-C-D-E et F

EXERCICE 3

En vue de déterminer l'évolution du taux des hormones ovariennes chez une femme à des états physiologiques différents, on réalise des dosages plasmatiques d'œstrogènes et de progestérone. Les courbes du document ci-dessous présentent les résultats obtenus.



1. Analysez les courbes du document.
2. Interprétez-les.
3. Déduisez les états physiologiques de cette femme.

EXERCICE 4

Pour comprendre le mécanisme de la régulation des fonctions testiculaires, on réalise les expériences suivantes :

Expérience 1: Après section de la tige pituitaire (hypophysectomie) comme l'indique le document 1 ci- dessous, chez un animal X adulte, on observe la structure testiculaire du document 1 du document 2. Expérience 2.

Expérience 2 : L'injection de FSH à l'animal X donne à sa structure testiculaire l'aspect que montre la figure 2 du document 2. L'injection répétée d'extraits hypophysaires contenant FSH et LH à l'animal X lui donne la structure testiculaire représentée par la figure 3 du document 2.

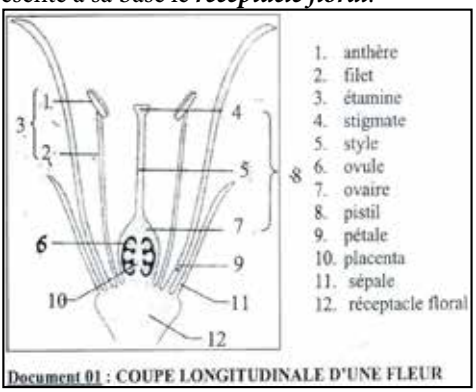
1. Analysez le résultat de chaque figure.
2. Expliquez le résultat de la figure 1 du document 2.

CHAPITRE 3

LA REPRODUCTION CHEZ LES SPERMAPHYTES

I. Quelles sont les différentes parties de la fleur ?

La fleur est rattachée à la tige par le pédoncule floral. Elle présente à sa base le ***réceptacle floral***.
La fleur est composée de plusieurs types de pièces:



Document 01 : COUPE LONGITUDINALE D'UNE FLEUR

A. Les organes protecteurs

L'ensemble des pièces protectrices forme le périanthe. Le périanthe comprend le calice et la corolle.

1. Le calice

Le ***calice*** désigne l'ensemble des ***sépales***. Leur nombre est constant chez chaque espèce.

2. La corolle

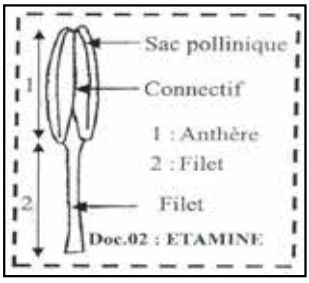
Les ***pétales*** dont l'ensemble forme la ***corolle***.
Leur nombre est aussi variable chez les espèces.

B. Les organes reproducteurs

Les pièces reproductrices de la fleur sont composées de :
- ***L'androcée***
- ***Le gynécée ou pistil***

1. Androcée (Document 02)

L'androcée désigne l'ensemble des pièces reproductrices mâles.
Les pièces reproductrices mâles sont les ***étamines***.
Chaque étamine comprend une partie allongée, mince, le ***filet*** portant une masse renflée ***l'anthère***.
L' anthère est constituée de ***loges polliniques*** contenant des ***sacs polliniques***.

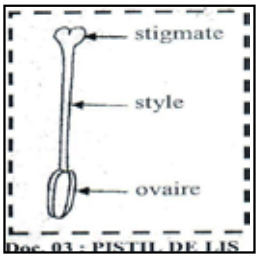


Doc.02 : ETAMINE

2. Le gynécée ou pistil (Document 03)

C'est l'ensemble des pièces reproductrices femelles.
Le pistil est formé de bas vers le haut des parties suivantes:
- L'***ovaire*** renfermant les ***ovules***
- Le ***style*** qui surmonte l'***ovaire***
- L'extrémité appelée le ***stigmate***

Le pistil est constitué de petites feuilles appelées les carpelles.
Remarque: - Les ***fleurs unisexuées*** : qui ne portent que soit le pistil soit les étamines (papaye, maïs, ...)
- ***Les fleurs bisexuées*** qui portent le pistil et les étamines à la fois.



Doc. 03 : PISTIL DE LIS

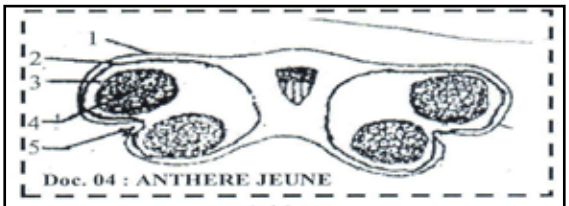
II. Comment les organes reproducteurs évoluent-ils ?

A. FORMATION DES GAMÈTES MÂLES

1. Structure de l'anthère (Documents 04,05 et 06)

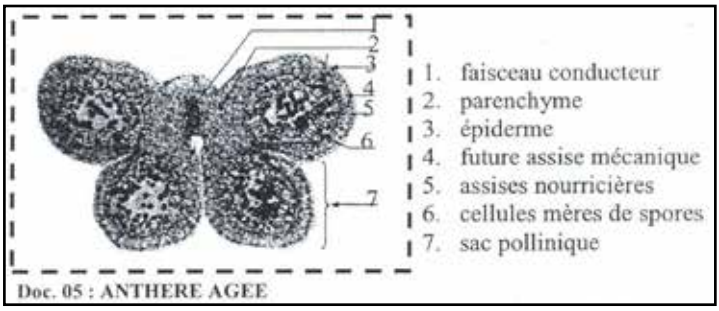
L' anthère est formée de deux loges comprenant chacune deux sacs polliniques, L'anthère comprend de l'intérieur vers l'extérieur:
- ***Les sacs polliniques*** contenant les ***cellules mères de grains de pollen***
- ***Une assise nourricière***
- ***Une assise mécanique***
- ***L'épiderme***

Après sa formation, l'anthère jeune devient mature. L'anthère mure s'ouvrent suivant deux fentes

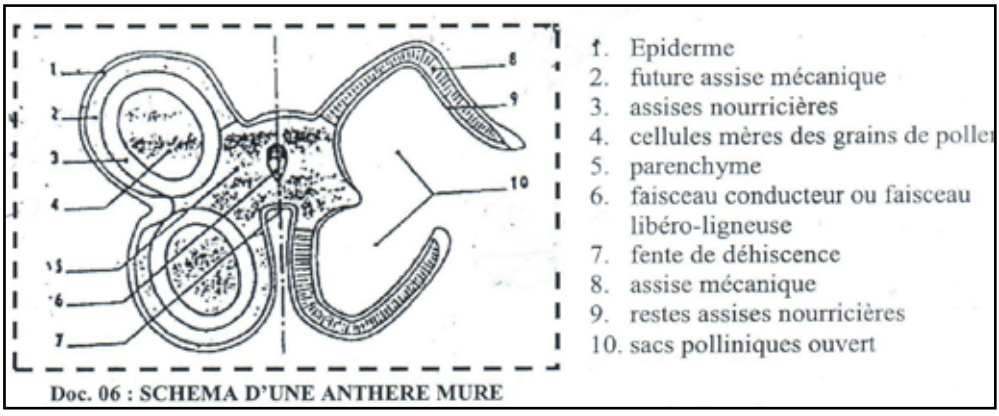

Doc. 04 : ANTHERE JEUNE

1. épiderme
2. parenchyme
3. sac embryonnaire
4. cellules mères de spores
5. fente de déhiscence

de déhiscence qui se produisent sous l'action d'une assise mécanique et libère les grains de pollen.

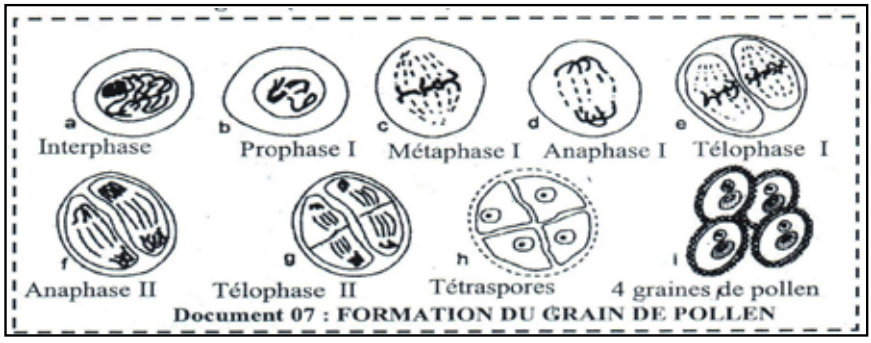


Doc. 05 : ANTHERE AGEE



Doc. 06 : SCHEMA D'UNE ANTHERE MURE

2. Formation du grain (Document 07)



Document 07 : FORMATION DU GRAIN DE POLLEN

Les grains de pollen se forment au cours de l'évolution de l'anthère Cette formation comporte deux étapes :

a. De la cellule mère à la microspore

Chaque cellule mère du grain de pollen ayant un gros noyau sphérique à 2n chromosomes subit une méiose qui donne 4 cellules haploïdes ou microspores groupées en tétrade.

b. De la microspore au grain de pollen

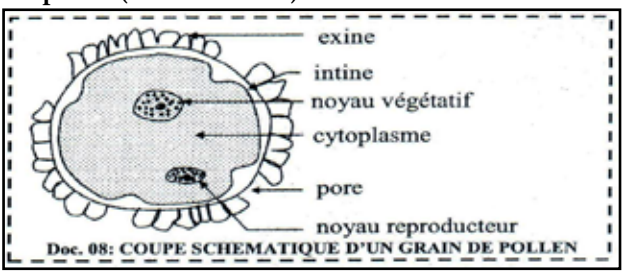
Aussitôt formée, chaque microspore s'isole de ses voisines. Le noyau de chacune d'elle se divise sans que le cytoplasme se divise : il s'agit de ***l'endomitose***. Cette division incomplète donne une cellule à deux noyaux à n chromosomes: le ***noyau reproducteur elliptique*** et le ***noyau végétatif sphérique***.

Chaque cellule ainsi formée s'entoure de deux membranes:

- Une membrane externe épaisse et perforée de pores appelée ***exine***
- Une membrane interne appelée ***intine***.

Le grain de pollen formé se déshydrate et entre en vie ralentie.

3. Structure du grain de pollen (Documents 08)



Doc. 08: COUPE SCHEMATIQUE D'UN GRAIN DE POLLEN

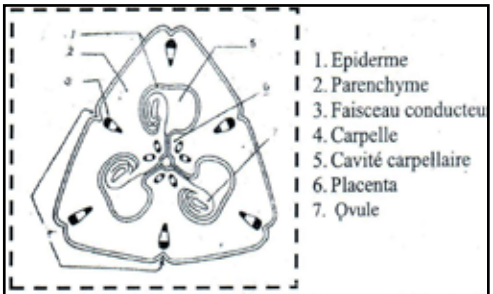
B. FORMATION DES GAMÈTES FEMELLES

1. Structure de l'ovaire (Documents 09)

L'ovaire est constitué de feuilles embryon appelées les carpelles. Ainsi dans le pistil, on peut trouver plusieurs ***carpelles***.

Ainsi dans le pistil, on peut trouver plusieurs carpelles. A l'intérieur d'une carpelle se trouve les ***loges carpellaires*** qui contiennent les ovules.

Chaque ovule est relié à l'ovaire par un filament appelé le ***funicule***.

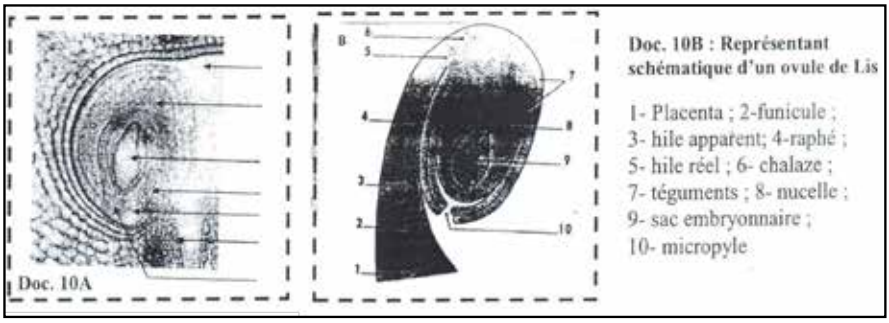


Doc. 09 : COUPE TRANSVERSALE D'UN OVAIRE COMPOSE

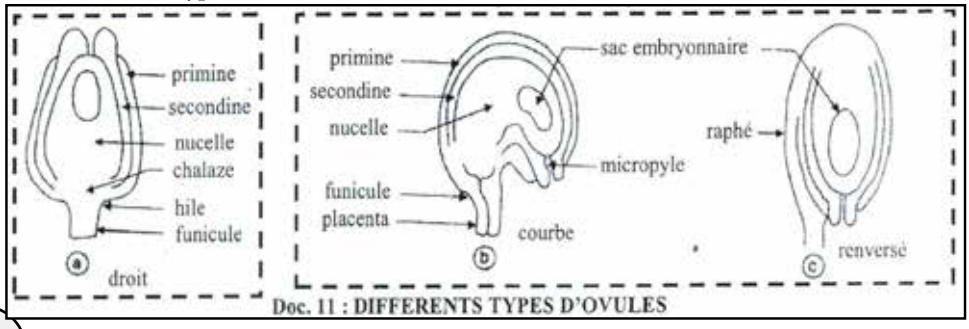
NB : Les carpelles peuvent être soudés en une seule masse: e 'est le cas de la papaye ou indépendants les uns des autres comme chez le gombo.

2. Structure de l'ovule (Documents 10A et 10B)

L'ovule est une masse ovoïde rattachée au placenta par le funicule. A l'intérieur de l'ovule se trouve une paroi parachymenteuse: le nucelle recouvert de deux téguments qui laissent un orifice libre à une extrémité: le micropyle. Près du micropyle, le nucelle renferme un ensemble de plusieurs cellules (le sac embryonnaire) A l'opposé du pôle micropylaire se trouve la chalaze au niveau de laquelle le nucelle et les téguments se confondent.



NB : Il existe trois types d'ovules : droit, courbe, renversé. (Document 11)



Doc. 11 : DIFFERENTS TYPES D'OVULES

3. Formation du sac embryonnaire (Document 13)

Elle comprend deux étapes:

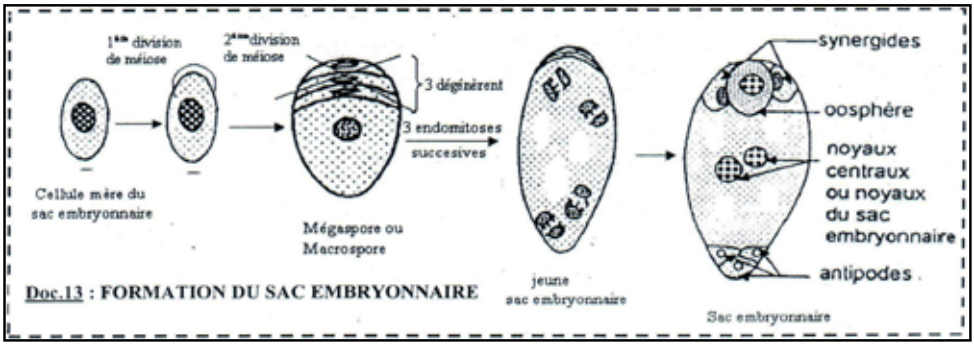
- De la cellule mère de spore à la macrospore

Le sac embryonnaire représente la partie essentielle de l'ovule. Dans l'ovule jeune, une cellule du nucelle située au voisinage du micropyle se distingue rapidement des autres par sa grosseur et son contenu: c'est la ***cellule mère de spores***.

Elle subit la méiose et donne une file de 4 grosses spores haploïdes : les ***macrospores***

- De la macrospore fertile au sac embryonnaire

Les 3 macrospores les plus proches du micropyle dégénèrent tandis que la plus profonde grossit; c'est la ***macrospore fertile*** (parfois appelée ***méga spore***). Son noyau se divise; les deux noyaux formés, se divisent à leur tour ainsi que les 4 noyaux issus de cette 2ême mitose. Au terme de ces 3 divisions, on obtient 8 noyaux haploïdes dans un même cytoplasme. Ce dernier élabore ensuite des cloisons de manière à former 7 cellules dont l'ensemble constitue le ***sac embryonnaire***.



Doc.13 : FORMATION DU SAC EMBRYONNAIRE

III. QUEL EST LE DEVENIR DES GRAINS?

A. La Pollinisation

La pollinisation est le dépôt de grain de pollen provenant de l'anthère sur le stigmate de pistil.

- Lorsque les grains de pollen et le stigmate appartiennent à la même plante, on parle de ***pollinisation directe*** ou ***autopollinisation***.
- Lorsque les grains de pollen et les stigmates appartiennent à des plantes différentes, on parle de ***pollinisation indirecte*** (ou ***pollinisation croisée***).

Les agents pollinisateurs sont: le ***vent*** (pollinisation anémophile), les ***insectes*** (***pollinisation entomophile***), la ***pluie, les oiseaux, l'homme, les animaux carnivores***.

B. La germination du grain de pollen (Document 14)

Une fois dans le stigmate, le grain de pollen est retenu par les papilles spermatiques gluantes et sucrées du stigmate et s'imbibe d'eau sous l'effet de la turgescence. L'intime et une partie du cytoplasme de la cellule végétative font saillie à travers un pore de l'exine et s'allonge en tube pollinique: c'est la germination du grain de pollen.



Doc. 14 : GERMINATION DU GRAIN DE POLLEN

Le tube pollinique dont la est orientée par une substance émise par le stigmate s'enfonce dans le style puis gagne l'ovaire en longeant le placenta attiré par l'ovule (c'est le ***chimiotactisme positif***).

Il pénètre en général par le ***micropyle***. Pendant que le tube s'allonge, le noyau de la cellule s'engage suivi de la cellule reproductrice. Au cours du cheminement, la cellule reproductrice se divise en deux gamètes: les ***spermatozoïdes*** ou ***anthérozoïdes***. Dans le même temps, le noyau de la cellule végétative dégénère.

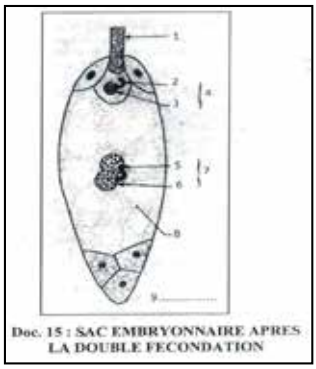
C. La Fécondation (Document 15)

Le tube pollinique aborde l'ovule par le micropyle. Au niveau du sac embryonnaire, son extrémité libère les deux spermatozoïdes qui pénètrent dans le sac.

L'un fusionne avec l'***oosphère*** (gamète femelle) et donne un ***œuf diploïde***: c'est ***l'œuf principal***. L'autre anthérozoïde fusionne avec les deux noyaux polaires et on obtient un ***œuf triploïde*** ou ***œuf accessoire*** ou encore ***œuf à albumen***. On dit qu'il y'a ***double fécondation***.

Remarque:

Après cette double fécondation, les trois antipodes et les deux synergides dégénèrent.



Doc. 15 : SAC EMBRYONNAIRE APRES LA DOUBLE FECONDATION

IV. Comment se forme la graine et le fruit ?

Graine et fruit sont la conséquence de la fécondation qui nécessite une mise en contact des grains de pollen avec le carpelle.

A. Formation du fruit

Après la double fécondation, les deux œufs se divisent.

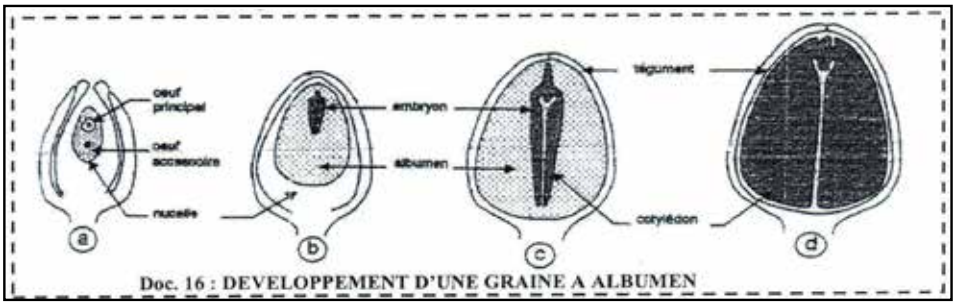
Le nombre de cellules augmente dans le sac embryonnaire entraînant une hypertrophie de l'ovaire qui devient le fruit contenant la graine.

On distingue plusieurs types de fruits:

- **Les fruits charnus** : les baies (tomate, papaye, orange), les drupes (coco, mangue, café).
- **Les fruits secs** : déhiscents (gombo, orgueil de chine), indéhiscents (piments, aubergines).

Remarque: Dans certains cas, l'ovaire se développe sans qu'il y'ait de fécondation: on obtient ainsi des fruits ***parthénocarpes aspermes*** (sans graine) tels que: l'ananas, l'anacarde. Ce sont faux fruits

B. Formation de la graine (Documents 16 ; 17; 18 et 19)



Doc. 16 : DEVELOPPEMENT D'UNE GRAINE A ALBUMEN

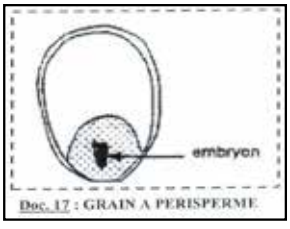
1. Transformation de l'œuf principal en plantule

L'œuf principal se divise et donne l'embryon qui pend une forme de cœur dans laquelle on reconnaît:

- **la radicule**: ce sera l'ébauche de la racine
- **la tigelle**: qui donne la tige
- **la gemmule:** qui sera à l'origine du bourgeon
- **le (ou les) cotylédone(ts)**

2. Transformation du zygote accessoire (ou principal) en albumen

L'œuf accessoire se divise et donne un tissu triploïde: albumen bourré de réserves. Les cellules de l'albumen se disposent à la périphérie du sac embryonnaire qui lui-même s'agrandit aux dépens du nucelle.



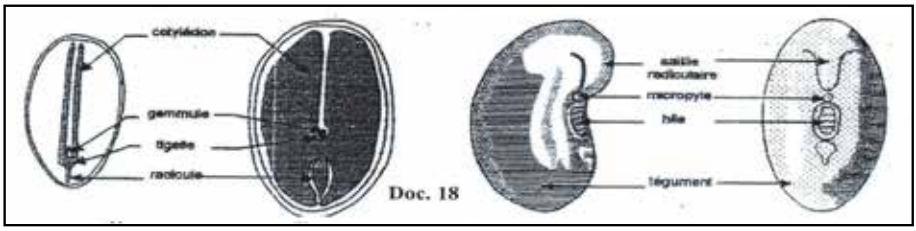
Doc. 17 : GRAIN A PERISPERME

3. Concurrence entre plantule et l'albumen

Le développement de l'embryon ou de la plantule est de variable:

- Lorsque l'albumen se développe plus rapidement on obtient une graine qui a un volumineux albumen et un petit embryon: c'est une graine albuminée. C'est le cas de la noix de coco, du maïs, du blé..

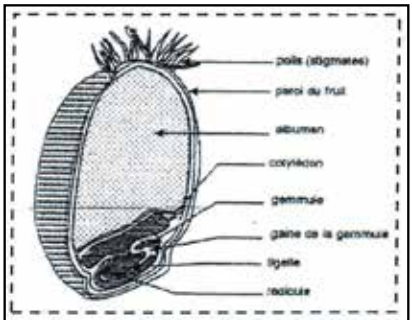
-Dans d'autres cas, l'embryon se développe plus vite que l'albumen et le détruit à son tour. On obtient une graine qui contient une plantule avec de volumineux cotylédons.
C'est une graine sans albumen où graine ***ex albuminée***. C'est le cas de l'arachide, du haricot, de l'avocat.



Doc. 18

4. Maturation de la graine

Les téguments de l'ovule deviennent les téguments de la graine et le micropyle se referme. Le tégument externe se durcit et se lignifie ; c'est ce qui rend la graine imperméable. La formation de la graine s'accompagne d'une accumulation de réserves qui a lieu soit dans l'albumen, soit dans le cotylédon. Au cours de cette maturation, il se produit une déshydratation qui entraîne l'entrée en dormance (période pendant laquelle la graine ne peut germer et offre une résistance aux agents extérieurs).
A maturité, la graine mène une vie ralentie caractérisée par la réduction de toute activité métabolique (anabolisme et catabolisme).



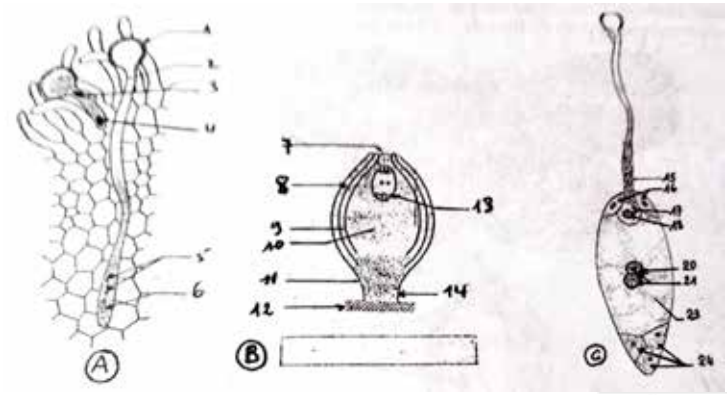
Doc. 19 : EMBRYON DICOTYLEDONE

<u>Remarque</u>:

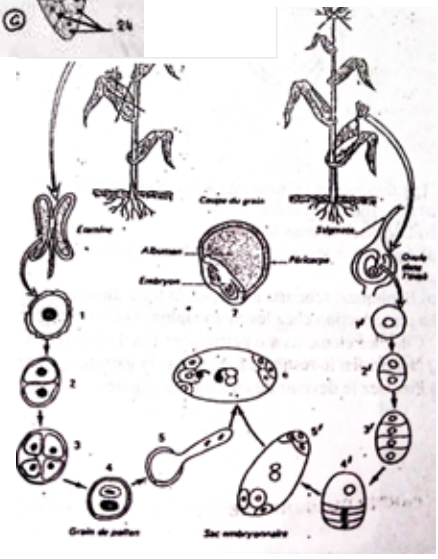
Ce sont les ovules fécondés qui se transforment en graine. Après leur formation, les fruits et les graines sont disséminés par le vent, l'eau, l'Homme et les animaux. Ce qui permet la colonisation de nouveaux territoires par les végétaux.

EXERCICE CORRIGÉ 1

1. Annotez les figures A, B et C ci-dessous en considérant les chiffres qui y sont portés



2.
a) Nommez le phénomène cytologique observable sur la figure C.
b) Décrivez brièvement ce phénomène.
c) Quel en sera le résultat ?
d) Indiquez les transformations qui s'en suivront.
3) Que représente l'ensemble des figures :
a) 1, 2, 3 et 4 ?
b) 1', 2', 3', 4' et 5' ?
4. Indiquez les phénomènes cytologiques observables sur les figures 1', 2', 3', 4' et 5' .
Indiquez ces particularités.



SOLUTION

1. Annotation des figures A, B et C :
- Figure A : 1 = grain de pollen germé ; 2 = tube pollmique ; 3 = cellule reproductrice ; 4 = noyau végétatif, 5 = anthérozoïdes ou spermatozoïdes ; 6 = noyau végétatif dégénéré.
- Figure B : 7 = micropyle ; 8 = tégument externe ; 9 = tégument interne ; 10 = nucelle ; 11 = funicule , 12 = placenta ; 13 = sac embryonnaire ; 14 = hile.
- Figure C : 15 = tube pollinique ; 16 = synergides ; 17 - anthérozoïde =18 = oosphère ; 19 = œuf principal ou œuf embryon ; 20 = anthérozoïde ; 21 = noyaux centraux ou noyaux du sac ; 22 = œuf accessoire ou œuf albumen ; 23 = sac embryonnaire ; 24 = antipodes.
2. a) Le phénomène cytologique observable sur la figure C est la double fécondation.
b) Description de la double fécondation : Un anthérozoïde s'unit à 1 oosphère pour donner l'œuf principal ou œuf embryon à 2n chromosomes ; l'autre anthérozoïde s'unit aux deux noyaux centraux pour donner l'œuf accessoire ou œuf albumen à 3n chromosomes.

c) Résultat de la double fécondation : C'est la formation de l'œuf principal ou œuf embryon qui est diploïde et la formation de l 'œuf albumen ou œuf accessoire qui est triploïde.
d) Transformations : L'œuf principal, après plusieurs mitoses donne l'embryon qui comprend une radicule, une tigelle, une gemmule et les cotylédons. L'œuf accessoire donne l'albumen où s'accumulent les réserves.
3. a) Les figures 1,2, 3 et 4 représentent la formation du grain de pollen.
b) Les figures 1, 2, 3, 4 et 5 représentent la formation du sac embryonnaire.
4. Les phénomènes cytologiques observables sont : la méiose (figures 1,2, et 3) et la mitose (figure 4).
5. Particularités : Dégénérescence de 3 macrospores issues de la méiose ; série de trois mitoses successives du noyau de la mégaspore qui aboutit finalement à la formation du sac embryonnaire.

EXERCICE CORRIGÉ 2

On se propose d'étudier la reproduction chez les spermaphytes. Le document I se rapporte à leur appareil reproducteur.

1. Annotez-le en considérant les chiffres qui y sont portés.
2. Les documents II et III sont relatifs à une pièce fertile de la fleur.

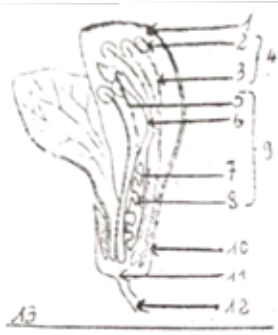
a) Nommez cette pièce fertile ainsi que l'ensemble de ses pièces.
b) Annotez-les en considérant les chiffres et les lettres qui y sont portés.
c) Identifiez l'origine des éléments (a) ainsi que le phénomène permettant de les obtenir.
d) Expliquez le devenir de séléments (a).
e) Schématisez le devenir des éléments (a).
f) Annotez-le.

3.

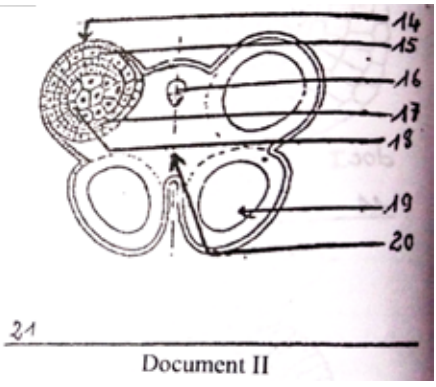
a) Annotez le document IV en considérant les chiffres et les lettres qui y sont portés.
b) Identifiez l'origine de l'élément (b).
c) Expliquez comment on est arrivé à ce stade.
d) Identifiez l'origine de l'élément (c).
e) Expliquez comment on est arrivé à ce stade.

4) La reproduction chez les spermaphytes est caractérisée par la double fécondation.

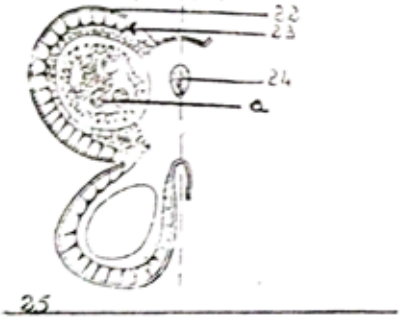
a) Citez les éléments qui participent à cette double fécondation.
b) Donnez le résultat de cette double fécondation en précisant le nombre chromosomique de chacun des zygotes obtenus.



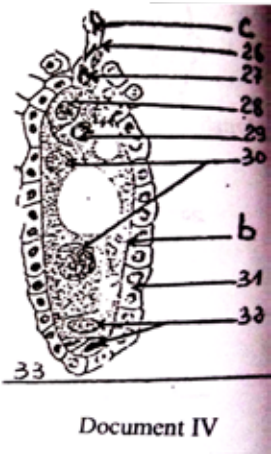
Document I



Document II



Document III

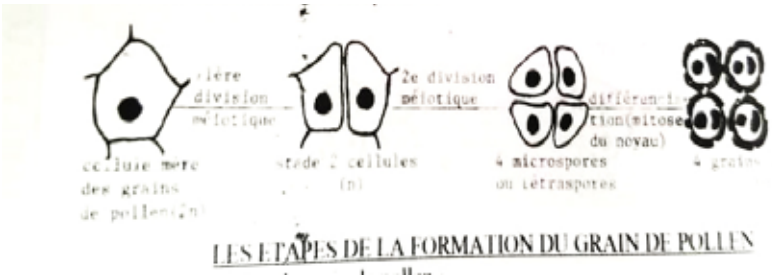


Document IV

SOLUTION

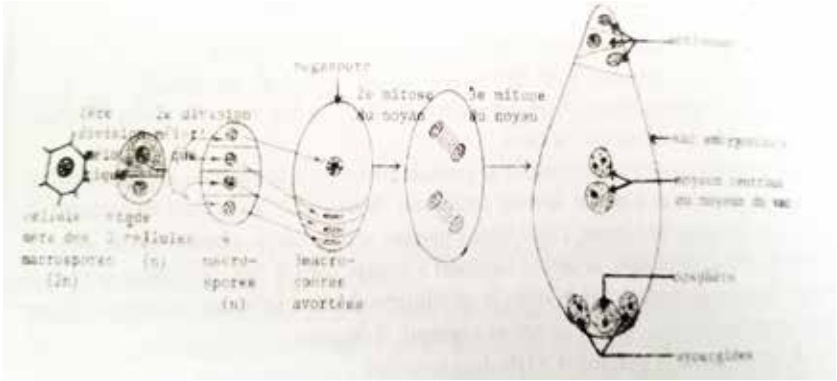
1) Annotation du document 1 : 1 = pétale ; 2 = anthère ; 3 = filet ; 4 = étamine ; 5 = stigma ; 6 = style ; 7 = ovaire ; 8 = ovule ; 9 = pistile ou gynécée ; 10 = sépale ; 11 = réception ; 12 = pédoncule ; 13 = coupe longitudinale (ou structure) d'une fleur.

2) a- Cette pièce florale est l'étamine dont l'ensemble forme l'andocée.
b- Annotation du document II : 14 = épiderme ; 15 = assise de cellules mécaniques ; 16 = faisceau libéro-ligneux ou vaisseau conducteur ; 17 = assise de cellules nourricières ; 18 = cellules mère des grains de pollen ; 19 = sac pollinique ; 20 = parenchyme ; 21 = coupe transversale (ou structure) d'une anthère jeune.
Annotation du document III : 22 = épiderme ; 23 = assise de cellules mécaniques ; 24 = faisceau libero-ligneux ou vaisseau conducteur ; (a) = microspores ou tétraspores ; 25 = coupe transversale (ou structure) d'une anthère mûre.
c) Les éléments (a), les microspores ou tétraspores proviennent de cellules mères de grains de pollen. On les obtient après la méiose.
d) Explication : Chaque microspore subit une différenciation au cours de laquelle elle élaboré l'exine et l'intine suivie d'une mitose du novau pour donner le noyau végétatif arrondi et la cellule reproductrice allongée ; l'ensemble formant le grain de pollen.
e) et f)



LES ETAPES DE LA FORMATION DU GRAIN DE POLLEN

3) a) Annotation du document IV (c) = anthérozoïde ; 26 = tube pollinique ; 27 = noyau végétatif dégénéré ; 28 = synergide ; 29 = oosphère ; 30 = noyaux centraux de sac ; (b) = sac embryonnaire ; 31 = cellule du nucelle ; 32 = antipodes ; 33 = tube pollinique au contact du sac embryonnaire.
b) L'élément (b), le sac embryonnaire provient de la cellule mère des macrospores c) schématisation :



Explication : La cellule mère des macrospores subit la méiose pour donner 4 macrospores haploïdes parmi lesquelles 3, les plus proches du micropyle dégénèrent tandis que la macrospore fertile ou mégaspore, la plus profonde augmente de taille. Son noyau subit 3 mitoses successives pour donner 8 noyaux fils. Par la suite le cytoplasme élabore des cloisons qui partagent ces 8 noyaux en 7 cellules : 3 à chaque pôle et une cellule a 2 noyaux au centre de cette structure, l'ensemble formant le sac embryonnaire.

d) L'élément (c) l'anthérozoïde, provient de la cellule reproductrice du grain de pollen.

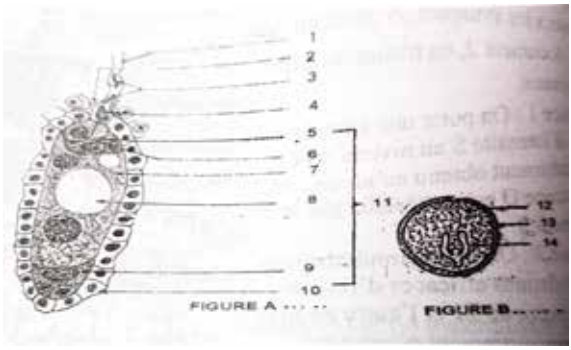
e) Explication : lors de la germination du grain de pollen, la cellule reproductrice subit une mitose pour donner les deux anthérozoïdes

4) a - Les éléments qui participent à la double fécondation chez les Spermaphytes sont les 2 anthérozoïdes, l'oosphère et les deux noyaux centraux.

b- un anthérozoïde féconde l'oosphère pour donner l'œuf principal ou œuf embryon à 2n chromosomes. L'autre anthérozoïde s'unit aux 2 noyaux centraux pont donner l'œuf accessoire ou œuf albumen à 3 n chromosomes.

EXERCICE 1

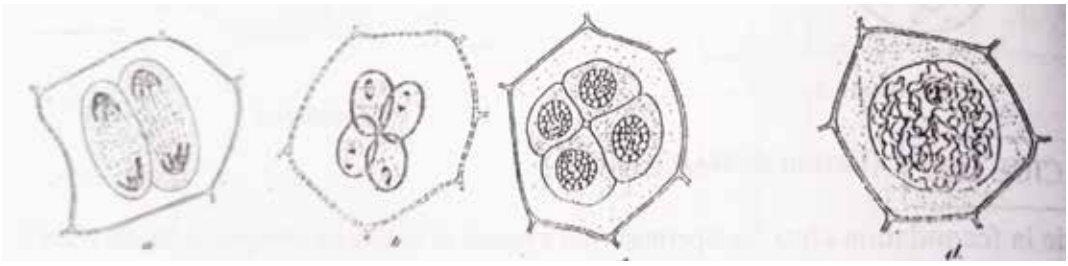
Les figures A et B représentent quelques structures végétales.
1. Annotez et légendez-les.
2. Précisez l'évènement en cours d'exécution dans la figure A.
3. Expliquez le passage de la figure A à la figure B.



EXERCICE 2

1. Annotez le schéma ci-contre en considérant les chiffres qui y sont portés.
2. Indiquez le rôle des éléments 1, 2, 3 et 4.
3. Nommez l'ensemble formé par :
- Les éléments 1;
- Les éléments 3;
- les éléments 4.
4. Les figures a, b, c et d ci dessous montrent, dans le désordre, quelques étapes de la formation d'un grain de pollen.
Rétablissez l'ordre chronologique en justifiant votre réponse à partir de critères important visibles sur chaque figure.





EXERCICE 5

L'étude de la fécondation chez les spermaphytes a permis de réaliser les schémas des figures 1, 2 et 3.

1.a) Identifie les figures 1, 2 et 3.

b) Annote-les en utilisant les chiffres et lettres marqués.

2.a) Schématise l'élément originel de la figure 2.

b) Annote-le.

c) Décris avec des schémas à l'appui les différentes étapes de sa formation.

3. En se référant aux figures 2 et 3, explique brièvement le mécanisme de la double fécondation.

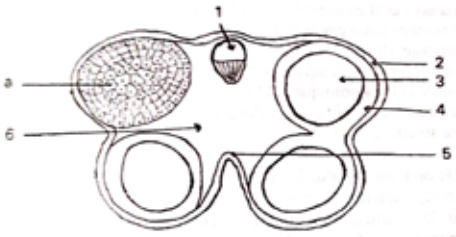


Figure 1

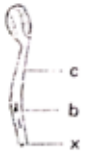


Figure 2

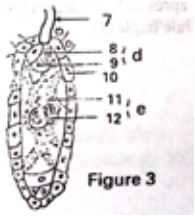


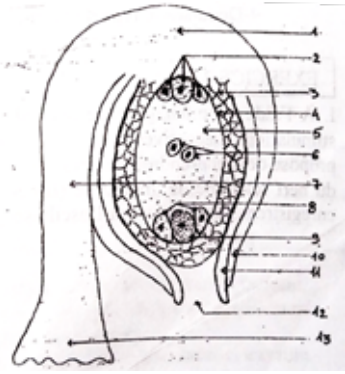
Figure 3

EXERCICE 6

I. Les plantes supérieures se caractérisent par la présence de fleurs. Après fécondation, la graine se forme dans la fleur. Dans la graine, sous les téguments, sont localisés la *future plantule* en état de dormance et le *tissu nourricier*. L'exercice proposé parle des *végétaux dont les graines* conservent leur *albumen à maturité*.

1. Indiquez ce que les expressions en italique désignent.

2. Nommez les plantes supérieure qui se reproduisent à partir de la fleur.



EXERCICE 7

A) La figure du document 1 représente la coupe longitudinale d'un organe d'une fleur de spermaphyte.

1. Annotez la figure du document 1 à l'aide des chiffres.

2. Légendez-là.

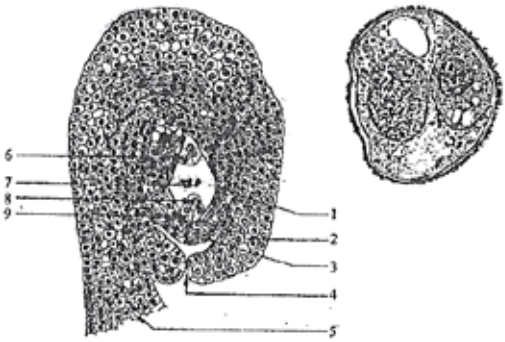
3. Expliquez la formation de l'élément 1 de cette figure.

B) La rencontre de l'élément 1 de la figure du document 1 avec l'élément du document 2 ci-contre conduit à la formation d'une graine.

4. Identifiez l'élément du document 2.

5. Décrivez les transformations qu'il subit avant sa rencontre avec l'élément 1 du document 1.

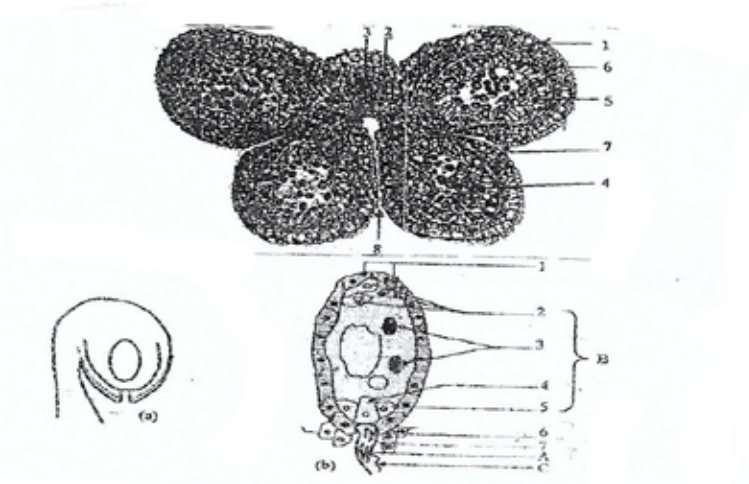
6. Expliquez les phénomènes conduisant à la formation de la graine.



Document 1

EXERCICE 8

A) Le document suivant est relatif à une pièce fertile de la fleur.
1. Nommez cette pièce fertile ainsi que l'ensemble de ces pièces.
2. Annotez ce document en reportant les chiffres de 1 à 8 sur votre feuille de copie.



B) Les figures a et b montrent quelques aspects de la reproduction chez les Spermaphytes.
1.
a) identifiez la figure a.
b) Localisez-là dans la fleur.
2.
a) Annotez et légendez la figure b en reportant chiffres et lettres qui y figurent sur votre feuille de copie.
b) Expliquez, schémas à l'appui, la formation de l'élément B.
3. La reproduction chez les Spermaphytes est caractérisée par la double fécondation.
a) Citez les éléments qui participent à la double fécondation.
b) Donnez-en le résultat en précisant la garniture chromosomique de chacun des zygotes obtenus.
C)Précisez le devenir de chacun des zygotes.

GÉNÉTIQUE

CHAPITRE 1

GÉNÉRALITÉS ET RAPPELS

La génétique est la partie de la biologie qui étudie les gènes et les lois de l'hérédité.
L'hérédité c'est la transmission des caractères de génération en génération. Cette transmission a lieu lors de la fécondation.

I. QUELQUES DÉFINITIONS

Caractère : ensemble des signes visibles et invisibles au sein d'une population
Gène: C'est l'unité héréditaire porté par un chromosome: un fragment d'ADN responsable de la transmission d'un caractère donné.
Un allèle: c'est une des formes possibles d'un gène (chez un être diploïde, il y a deux allèles pour un même gène; ils sont situés au même endroit (locus) sur deux chromosomes homologues). Ex: l'allèle du groupe sanguin (ABO)
Le locus : C'est l'emplacement précis occupé par un gène sur un chromosome.
Le génotype: C'est l'ensemble des gènes portés par les chromosomes d'un individu.
Le phénotype: C'est l'apparence d'un individu. C'est la forme visible d'un caractère héréditaire : caractère qui permet de le distinguer d'un autre individu de la même espèce. C'est la manifestation extérieure du génotype.
La race = la lignée = la souche.
La race sauvage est la race rencontrée le plus fréquemment dans la nature et qui sert de souche de référence.
La race pure: C'est un individu homozygote pour le caractère étudié de génération en génération
La race mutante: C'est un ensemble d'individus différents de la sotiche sauvage par un ou plusieurs caractères.
La mutation est l'apparition brusque d'un nouveau caractère héréditaire dans une population donnée cela est dû à l'apparition d'un nouvel allèle (allèle mutant) du gène donné.
Homozygote: C'est un organisme diploïde qui possède deux allèles identiques du gène.
Hétérozygote: C'est un organisme diploïde qui possède deux allèles différents du gène.;
Hybride: c'est un individu fournissant plusieurs types de gamètes, donc hétérozygote pour les gènes considérés.
Phénotypes dominant: c'est le phénotype qui s'exprime lors d'un croisement.
Phénotypes récessif: c'est le phénotype qui est masquée lors d'un croisement, phénotype n'appartenant qu'à l'état homozygote.
Test- cross: c'est un croisement d'un individu quelconque avec un parent récessif en vue de déterminer les gamètes.
Back cross: c'est un croisement d'un individu de la Fi avec un quelconque des parents homozygotes.
Ségrégation : c'est la répartition des phénotypes dans la descendance d'un croisement.
Crossing-over: C'est un phénomène au cours duquel il y a échange réciproque de segment de chromosome homologues après cassure et recollement de ces portions. il est à l'origine des recombinaisons intra chromosomiques.
Chiasma: c'est la zone où deux chromatides de deux chromosomes homologues se croisent; visible seulement en fin de prophase I de la méiose.
Linkage: Tendance pour des gènes situés sur un même chromosome à rester liés lors dc leur transmission au cours de la reproduction sexuée.
Carte factorielle: c'est la carte génétique. Elle est la présentation de l'emplacement relatif des gènes sur les chromosomes.
Individu diploïde: C'est un individu chez qui on a les deux exemplaires de chromosomes
Individu haploïde : C'est un individu chez qui on a un seul exemplaire de chromosomes

II. QUELQUES RÈGLES DE CHOIX DES SYMBOLES

1. Cas d'une dominance complète

Pour choisir les symboles il faut prendre ***l'initial du récessif***:
- l'écrire en minuscule pour le récessif;
- l'écrire en majuscule pour le dominant.

Exemple
Blanc est Récessif - b
Rouge est Dominant - B

Remarque:
Si dans l'énoncé il est mentionné souche sauvage et ou souche mutante, pour choisir les symboles, il faut toujours prendre l'initial du récessif:
- l'écrire en minuscule pour le récessif;
- l'écrire en minuscule pour le dominant mais affecté du signe +.

Exemple
Blanc est Récessif - b
Rouge est Dominant - b^+

2. Cas d'une codominance

Pour choisir les symboles, il faut respecter la règle suivante:
- on garde l'initial de chaque phénotype simple en majuscule;
- le phénotype intermédiaire comportera les initiaux des phénotypes simples en majuscule.

Exemple
Blanc phénotype simple- B
Rouge est simple - R
Rose phénotype intermédiaire - BR ou RB

III. COMMENT LA TRANSMISSION D'UN CARACTÈRE HÉRÉDITAIRE SE FAIT-ELLE DANS UN PEDIGREE ?

1. La transmission d'un caractère héréditaire se fait-elle de manière dominante ou recessive dans un pedigree ?

A- Démontrer que le gène est dominant dans un pedigree

Dans ce cas tous les enfants malades ont ***obligatoirement*** au moins un parent malade.

B- Démontrer que le gène est récessif dans un pedigree

Dans ce cas des parents apparemment normaux donnent naissance aux enfants malades. L'allèle de la maladie est ***masqué*** chez les parents qui sont hétérozygotes.

2. La transmission d'un caractère héréditaire se fait-elle de manière autosomale ou gonosomale dans un pedigree ?

A- Démontrer que le gène est autosomal dans un pedigree

On constate que dans une même génération, la maladie affecte aussi bien les filles que garçons ou garçons et filles portent deux allèles.

B- Remontrer que le gène est gonosomal dans un pedigree

1er cas: Liaison aux chromosomes sexuels X

• Un caractère dominant est lié au chromosome sexuel X si et seulement si:
— Tout père atteint à toutes ses filles atteintes
— Le caractère n'apparaît que dans la descendance des individus atteints et « change de sexe » à chaque génération.
• Un caractère récessif est lié au chromosome sexuel X si et seulement si:
La père sain a toutes ses filles saines et la mère atteinte à tous ses fils atteints.
• Un caractère est lié au chromosome sexuel X si et seulement si
Les garçons portent un seul allèle (Y étant inerte) et les filles portent deux allèles.

2ème cas: Liaison aux chromosomes sexuels Y
Un caractère est lié au chromosome sexuel Y si et seulement si
Aucune femme n'est atteinte et tout homme n'est atteint que si son père l'est aussi.
REMARQUES : QUELQUES ANOMALIES ET LEURS MODES DE TRANSMISSION
a) Dominant autosomal: Hèméralopie congénitale; Achondroplasie; Polydactylie et Maladie de Parkinson
b) Récessif autosomal : Albinisme et Phénylcétonurie
c) Récessif sexuel : Daltonisme et Hémophilie

IV. QUELQUES RÈGLES DE TRANSMISSION D'UN CARACTÈRE HÉRÉDITAIRE

1. Dominance complète

A. Cas d'un gène autosomal

Règle 1
Quelque soit le sens du croisement si on obtient une F1 homogène (100% ayant le phénotype d'un des deux parents Croisés), on peut conclure que
• les parents croisés sont de race pure (homozygote)
• le phénotype qui s'exprime dans la descendance est dominant.
Règle 2
Si un croisement donne dans les proportions 3/4 et 1/4 au niveau de la descendance, on peut conclure que
• le caractère étudié est sous la dépendance d'un couple d'allèles avec dominance,
• les parents croisés sont deux hétérozygotes,
• le phénotype qui s'exprime à la fréquence 3/4 est dominant et l'autre à la fréquence 1/4 est récessif.
Règle 3
Si un croisement donne dans les proportions 1/2 et 1/2 au niveau de la descendance,
on peut conclure que:
• le caractère étudié est sous la dépendance d'un couple d'allèles avec dominance;
• les individus intervenant dans ce croisement sont l'un hétérozygote et l'autre homozygote récessif.

B. Cas d'un gène gonosomal

Lorsqu'on inverse le sens d'un croisement et qu'on n'obtient pas le même résultat, on peut conclure que le caractère étudié est porté par les chromosomes sexuels ou gonosomes.

2. Dominance intermédiaire ou codominance.

Règle 1
Lorsqu'un croisement entre deux parents de phénotypes donne une descendance
homogène de phénotype intermédiaire, on peut conclure que
• les deux parents sont de lignée pure donc homozygote;
• le caractère étudié est gouverné par un couple d'allèles avec codominance.
Règle 2
Si un croisement donne dans les proportions 1/2, 1/4, et 1/4 au niveau de la descendance, on peut conclure que:
• le caractère étudié est sous la dépendance d'un couple d'allèles codominants;
• les deux individus croisés sont tous hétérozygotes
• le phénotype qui s'exprime à la fréquence de 1/2 est celui de l'hétérozygote. C'est le phériotype intermédiare.
Règle 3
Si un croisement donne dans les proportions 1/2 de phénotype simple et 1/2 de phénotype intermédiaire au niveau de la descendance, on peut conclure que:
• le caractère étudié est sous la dépendance d'un couple d'allèles codominants;
• l'un des individus croisés est homozygote et l'autre hétérozygote.

V. CAS PARTICULIERS

1. ÉTUDE DE LA TRANSMISSION DE LA DRÉPANOCYTOSE

Encore appelée anémie falciforme ou sicklemie, la drépanocytose est une maladie héréditaire synthèse d'une hémoglobine anormale :c'est donc une hémoglobinopathie qui a une origine. Suite à une mutation génique, un acide aminé en 6eme position: l'acide glutamique, dans la chaine b de la molécule normale A, est remplacé par la valine ; cette chaine b se trouve ainsi modifiée et conduit à la formation d'une hémoglobine anormale S. L' électrophorèse montre que: A

- Les individus sains ont un seul type d'hémoglobine : A; ils sont homozygotes de génotype et de phénotype [A].

Les individus malades ont l'hémoglobine anormale S et sont homozygotes de génotype , de phénotype [S] et mouraient en bas âge.

Les individus apparemment sains ont les deux types d'hémoglobines A et S en quantité presque égale

Ils sont hétérozygotes de génotype et de phénotype [AS] ; les deux allèles s'expriment car les deux hémoglobines sont présentes.

Ces personnes sont phénotypiquement saines et ne présentent pas de troubles sauf dans des cas exceptionnels ; mais elles transmettent la maladie.

Etant donné que les hétérozygotes sont phénotypiquement sains, la drépanocytose semble être transmise selon le mode récessif.

2. CAS DE CODOMINANCE

ÉTUDE DE LA TRANSMISSION DES GROUPES SANGUINS

Les groupes sanguins existent chez tous les êtres humains. Deux types d'antigènes (A et B) et des hématies humaines Suivant

- Le groupe A : lorsque les hématies possèdent l'antigène A seul.
- Le groupe B: lorsque les hématies possèdent l'antigène B seul.
- Le groupe AB : lorsque les hématies possèdent à la fois les antigènes A et B.
- Le groupe O : Lorsque les hématies dépourvues d'antigène A et d'antigène B, (mais portent une substance H non antigènique).

Le système ABO est gouverné par un gène situé sur un autosome. Ce gène possède ***3 allèles***:

- L'allèle A responsable de la synthèse de ***l'agglutinine A***
- L'allèle B responsable de la synthèse de ***l'agglutinine B***
- L'allèle O inactif qui n'est responsable de la synthèse d'aucune agglutinine.

Les allèles A et B sont ***codominant*** tandis que l'allèle O est ***récessif*** par rapport à A et B

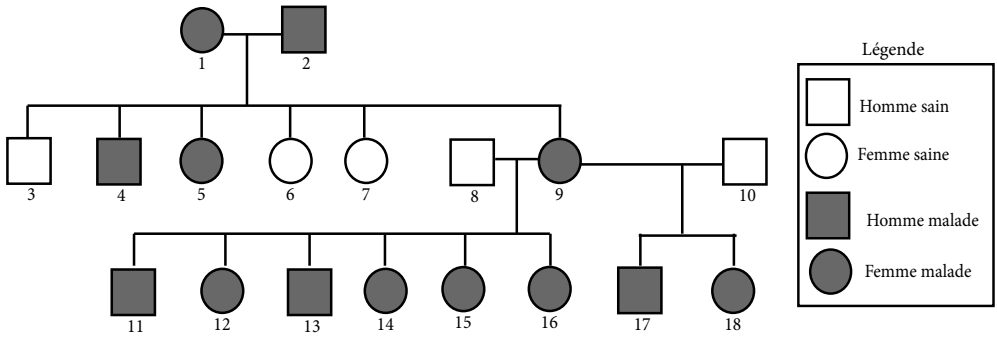
Les génotypes possibles des 4 groupes sanguins sont donc:

[A]: $\frac{A}{A}$ ou $\frac{A}{O}$, [B]: $\frac{B}{B}$ ou $\frac{B}{O}$ [AB]: $\frac{A}{B}$; [O]: $\frac{O}{O}$

L'intérêt de l'étude de la transmission du groupe sanguin ABO est de rechercher la paternité d'un enfant à partir du groupe sanguin.

EXERCICE CORRIGÉ 1

Le document ci-dessous représente le pedigree d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie : Epithélioma adénoïdes cysticum. Cette maladie se caractérise par la présence sur le visage de petits nodules colorés.



N.B : la femme 9 a contracté deux mariages successifs.

1. Par un raisonnement logique, montrez que :

a. L'allèle responsable de la maladie est récessif ou dominant;

b. L'allèle responsable de la maladie est porté par un autosome ou un hétérochromosome,

2. Ecrivez le génotype des individus 1, 2, 3, 4.

3.

a. Donnez les résultats théoriques de la descendance du couple 9 - 10

b. Comparez ces résultats théoriques à ceux que l'on observe sur ce pedigree avec le même couple.

c. Déduisez le génotype de la femme 9.

SOLUTION

1. a) Dominance ou récessivité : Les parents 1 et 2 malades ont donné naissance 2, 6 et 7 sains. Ils possède l'allèle sain sous forme masquée. L'allèle sain est récessif donc l'allèle responsable de la maladie est dominant.

Ou : Tout enfant malade a au moins un parent malade et la maladie est présente dans toutes les générations. Donc l'allèle responsable de la maladie est dominant.

Choix des symboles : allèle sain : s ; allèle malade : S.

b) allèle autosomal ou hétérosomal : Supposons que l'allèle responsable de la maladie est porté par le chromosome sexuel X.

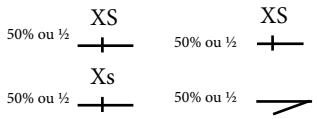
Considérons le couple 1 et 2

Parents ♀1 X ♂2

Phénotypes [S] X ♂2 [S]

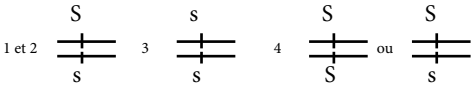
génotypes XS XS / Xs

Gamètes Produits :



♀1 \ ♂2	50% XS	50%
50% XS	25% XS / XS [S] ♀	25% XS [S] ♂
50% Xs	25% XS / Xs [S] ♀	25% Xs [s] ♂

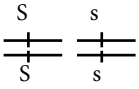
Bilan : 50% ♀ [S] : toutes les filles sont malades
25% ♂ [S], 25% ♂ [s] : les garçons sont sains ou malades.
un tel mariage ne peut donner des filles saines. Or dans le pedigree, les filles 6 et 7 sont saines. L'allèle responsable de la maladie n'est pas porté par le chromosome sexuel X, le chromosome sexuel Y étant génétiquement inerte, il est donc porté par un autosome XS.
Ou supposons que l'allèle de la maladie est porté par le chromosome sexuel X. Le père 2 de phénotype [S] et de génotype transmettrait l'allèle de la maladie à toutes ses filles qui seraient toutes malades. Or les filles 6 et 7 sont saines : l'allèle de la maladie n'est pas porté par le chromosome sexuel X, le chromosome sexuel Y étant génétiquement inerte, il est donc porté par un autosome.

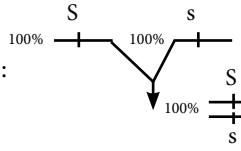
2. Génotypes des individus 1, 2, 3 et 4 

3. a) Résultats théoriques de la descendance du couple 9-10

1er cas : ♀9 × ♂10

Phénotypes : [S] [s]

Génotypes : 

Gamètes : 

Fécondation :

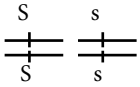
Tous les enfants sont malades.

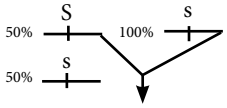
Echiquier de croisement

Bilan : 50%[S] ; 50%[s]
On a autant d'enfants malades que d'enfants sains.

2e cas : ♀9 × ♂10

Phénotypes : [S] [s]

Génotypes : 

Gamètes : 

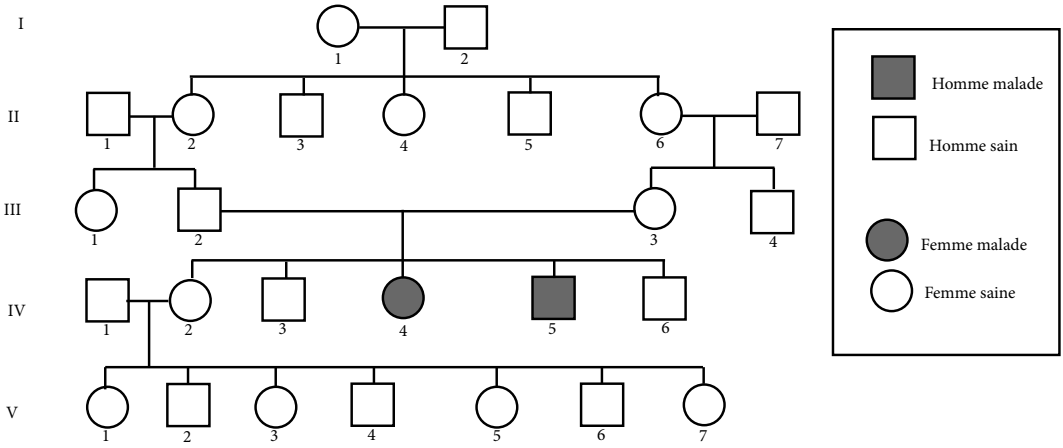
Fécondation :

♂10 \ ♀9	50% s	50% s
100% s	50% S // s [S]	50% s // s [s]

b) Comparaison de ces résultats théoriques à ceux du pedigree
1er cas : Lorsque 9 est homozygote malade, tous les enfants sont malades. Ce résultat théorique est conforme à celui du pedigree.
2e cas : Lorsque la femme 9 est hétérozygote, on a autant d'enfants malades que d'enfants sains. ce résultat n'est pas conforme à celui du pedigree.
c) Déduction du génotype de la femme 9 : La femme 9 malade est homozygote et a pour génotype 

EXERCICE CORRIGÉ 2

Une maladie redoutable se manifeste par des troubles digestifs et d'encombrements des voies respiratoires. Les sujets atteints ont le regard anxieux, toussent sans cesse et ne grossissent pas. La fréquence élevée de la maladie s'explique par un nombre important d'hétérozygotes dans les deux sexes, L'arbre généalogique ci-dessous est celui d'une famille où sévit cette maladie.



1. A partir d'un raisonnement logique:
a. Montrez que l'allèle responsable de la maladie est dominant ou récessif.
b. Précisez le déterminisme génétique de cette maladie (liaison ou non au sexe).
2. Déterminez le génotype des individus IV_4, IV_3, III_2, III_3.
3. Déduisez de l'analyse de l'arbre généalogique, le(s) enseignements(s) que le mariage III_2 — III_3 vous révèle.

SOLUTION

1) Raisonnement logique
a) Dominance ou récessivité de l'allèle de la maladie : Les malades IV4 et IV5 sont issus de parents III2 et III3 apparemment sains ; l'allèle responsable de la maladie existe chez les parents mais il demeure masqué. Il est donc récessif.
Choix des symboles : allèle malade : m ; allèle normal : M

b) Déterminisme génétique de la maladie : On suppose que l'allèle responsable de la maladie est porté par les chromosomes sexuels.
Soit le couple III2 et III3 ; en admettant que le chromosome sexuel Y est génétiquement inerte, leurs génotypes seraient XM (pour III2) et $\frac{XM}{Xm}$ (pour III3)

Descendance possible pour ce couple :

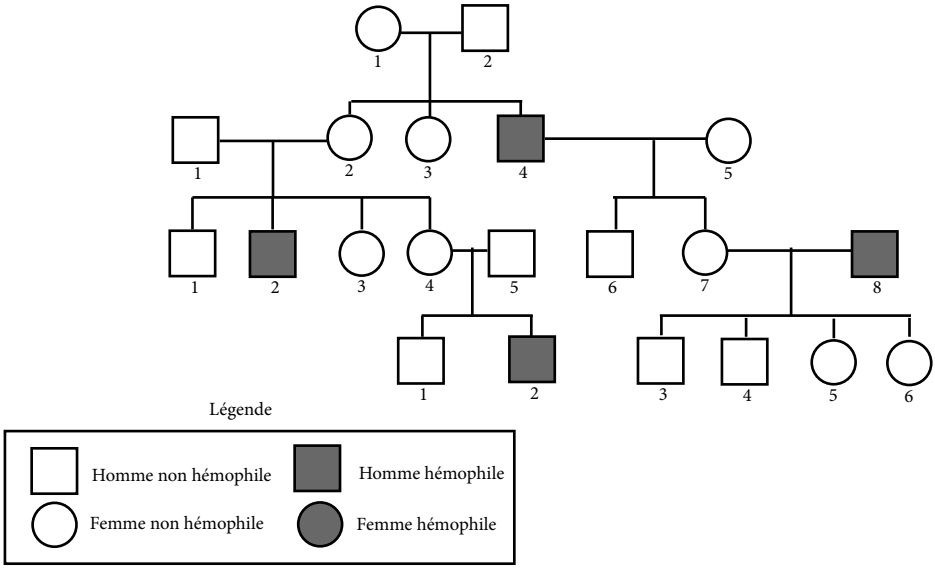
γIII_2 / γIII_3	XM 50%	50%
XM 50%	XM // XM [M] ♀ 25%	XM [M] ♂ 25%
Xm 50%	XM // Xm [M] ♀ 25%	Xm [m] ♂ 25%

Bilan : Toutes les filles sont saines. Sur l'ensemble des garçons, la moitié est malade et la moitié est saine.
L'échiquier montre qu'un tel couple ne peut avoir de fille malade. Or sur le pedigree la fille IV4 de ce couple malade. On en déduit alors que l'allèle responsable de la maladie n'est pas porté par le chromosome sexuel X. Cet allèle est donc porté par un autosome.
Autre raisonnement possible : L'allèle responsable de la maladie étant récessif, la fille IV4 malade est forcément homozygote. Si I allèle de la maladie était porté par le chromosome sexuel X, (le chromosome sexuel Y étant génétiquement inerte), la fille IV4 malade devrait avoir son père III2 également malade puisqu' elle reçoit forcément de ce dernier le chromosome sexuel X. Or son père II2 est sain. Donc l'allele responsable de la maladie n'est pas porté par le chromosome sexuel X mais il est porté par un autosome.
2) Détermination des génotypes des individus :
L'allèle responsable de la maladie étant récessif, les enfants IV4 et IV5 malades sont forcément homozygotes de génotype $\frac{m}{m}$

3) Enseignement(s) tiré(s) de l'analyse de l'arbre généalogique :
L'analvse de l'arbre généalogique montre que les individus III2 et III3 sont cousins germains. Leur union est donc un mariage consanguin qui augmente les risque d'apparition des tares héréditaires dans la descendance.

EXERCICE CORRIGÉ 3

A/ L'hémophilie B est une anomalie héréditaire rare de la coagulation du sang, provoquée par la déficience d'un facteur de coagulation du sang.
L'arbre généalogique ci-contre est celui d'une famille où on a étudié cette anomalie.
1. Montrer la dominance ou la récessivité de l'allèle responsable de l'anomalie.
2. A partir du pedigree, formulez une hypothèse quant à la localisation chromosomique de l'allèle responsable de l'anomalie.



B/ Afin de préciser cette localisation, on procède à l'analyse de chromosomes à une chromatide des cellules diploïdes chez six individus (a, b, c, d, e et f) de l'arbre généalogique. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous.

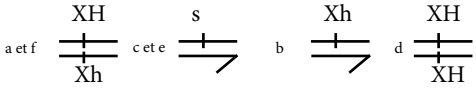
Individus	a	b	c	d	e	f
Nombre d'allèles non hémophiles	1	0	1	2	1	1
Nombre d'allèles hémophiles	1	1	0	0	0	1

3.
a. Interprétez ces résultats.
b. Déduisez la nature du chromosome responsable de l'hémophilie B.
4. En vous appuyant sur le tableau, écrivez les génotypes des individus a, b, c, d, e, f.
5.
a. Faites correspondre les individus I_1, II_2, II_5, III_4, III_7 aux individus du tableau.
b. Justifiez votre choix.

SOLUTION

A. 1) Dominance ou récessivité de l'allèle responsable de l'anomalie
Les individus malades II4, III2, IV2 sont issus de parents sains. Ces parents possèdent donc l'allèle responsable de l'hémophilie mais sous forme masquée. L'allèle responsable de l'hémophilie est donc récessif.
Choix des symboles : hémophile : h ; normale : H
2. L'analyse de l'arbre généalogique montre que l'anomalie n'affecte que les hommes. On peut donc supposer que l'allèle responsable de l'hémophilie est porté par le chromosome sexuel X.

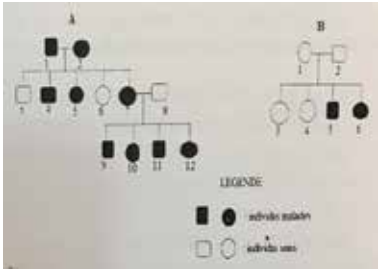
B. 3) a) Interprétation des résultats
L'analyse du tableau montre que les individus b, c et e ne possèdent qu'un seul allèle du gène étudié ; cela ne peut s'expliquer que si Ton admet que le gène est porté par le chromosome X. Par conséquent, les individus b, c et e sont des hommes. Les individus a, d et f qui possèdent les deux allèles étudiés sont des femmes.
b) Nature du chromosome responsable de l'hémophilie B :
L'allèle de l'hémophilie est donc porté par le chromosome sexuel X.
4) Génotypes des individus du tableau :



5) a) I1, II2, III4, III7 correspondent aux individus a et f. II5 correspond à l'individu D.
b) Justification ; Les mères I1, II2, III4, III7 correspondant aux individus a et f possèdent un allèle non hémophile et un allèle hémophile. Elles sont donc hétérozygotes. La mère II5 correspondant à l'individu d possède deux allèles non hémophiles. Elle est donc homozygote saine.

EXERCICE 1

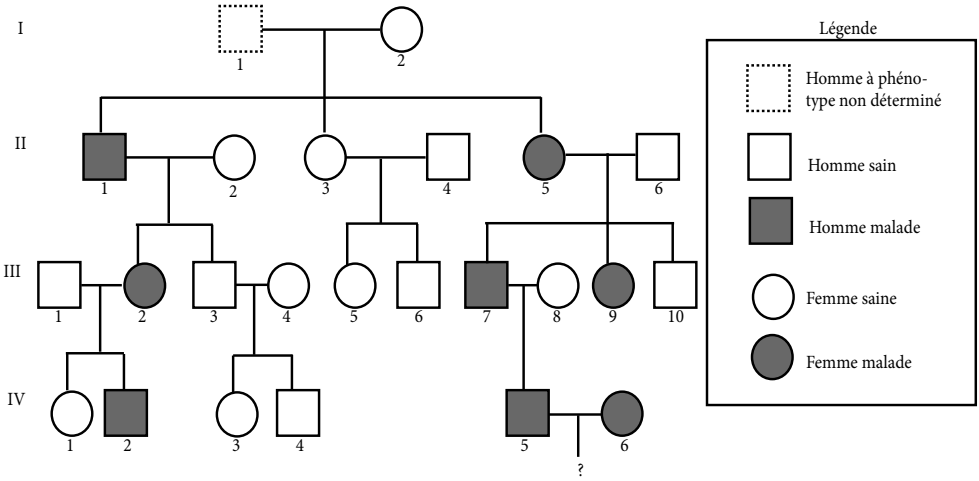
Les pedigrees ci-dessous montrent la transmission de deux maladies dans deux familles A et B.
En t'appuyant sur ces pedigrees, Ecris vrai ou faux devant chacune des affirmations suivantes :



1- L'allèle responsable de la maladie du pedigree A est :
a- récessif
b- dominant;
c- autosomal;
d- lié au sexe
2- L'allèle responsable de la maladie du pedigree B est :
a- récessif
b- dominant
c- autosomal
d- lié au sexe
3- les individus 1 et 2 du pedigree A sont :
a- hétérozygotes;
b- homozygotes récessifs;
c- homozygotes dominants
4- Les individus 1 et 2 du pedigree B sont :
a- hétérozygotes
b- homozygotes récessifs
c- homozygotes dominants

EXERCICE 2

Dans une famille, on identifie une maladie qui n'intervient que tard dans la vie, entre 30 et 35 ans. Elle est due à une dégénérescence progressive des neurones du cortex cérébral. Elle provoque des mouvements involontaires de la face puis des muscles du corps, ainsi qu'un déficit cérébral pouvant mener à la démence.
L'arbre généalogique ci-dessous (document II) est celui de cette famille.



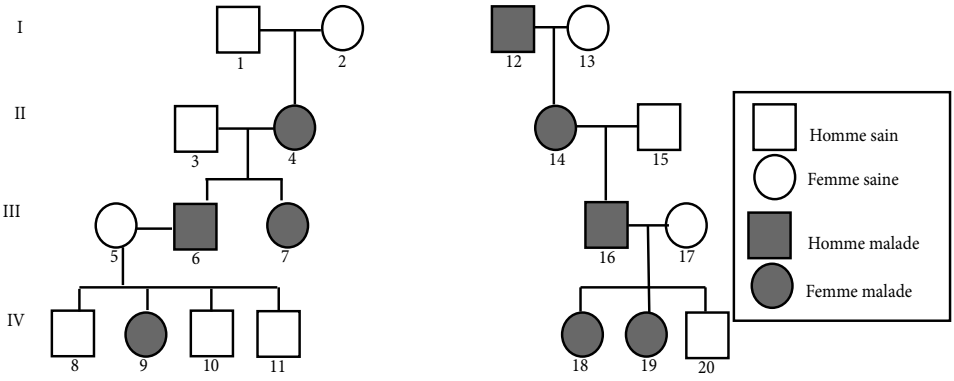
DOCUMENT II

NB : L'individu II_6 est génétiquement sain.

1. Par raisonnement logique, déterminez :
a. La dominance ou la récessivité de l'allèle responsable de cette maladie.
b. Le mode de transmission du gène responsable de cette maladie (autosomal ou lié au sexe).
2. Dites à quelle (s) condition (s) le couple IV_5, IV_6 peut avoir des enfants normaux.
3. Retrouvez le génotype de l'individu I_1.

EXERCICE 3

Les carences en vitamines ou avitaminoses sont à l'origine de certaines maladies souvent graves. Ainsi le rachitisme est une maladie du squelette due à une carence en vitamine D. La maladie se manifeste par une réduction de la longueur des os longs et une déformation de ceux-ci ; ce qui se traduit chez le malade par des membres courts, souvent déformés. Ainsi, l'individu rachitique est de petite taille. Il a un aspect trapu et une grosse tête.



Famille MOH Famille KAVI

Dans certains cas, le traitement par la vitamine D est inefficace : ces formes de rachitisme sont dites vitamino-résistantes. L'une d'elle est héréditaire. Les arbres généalogiques ci-dessous présentent des cas de rachitisme observés dans deux familles (famille MOH et famille KAVI).

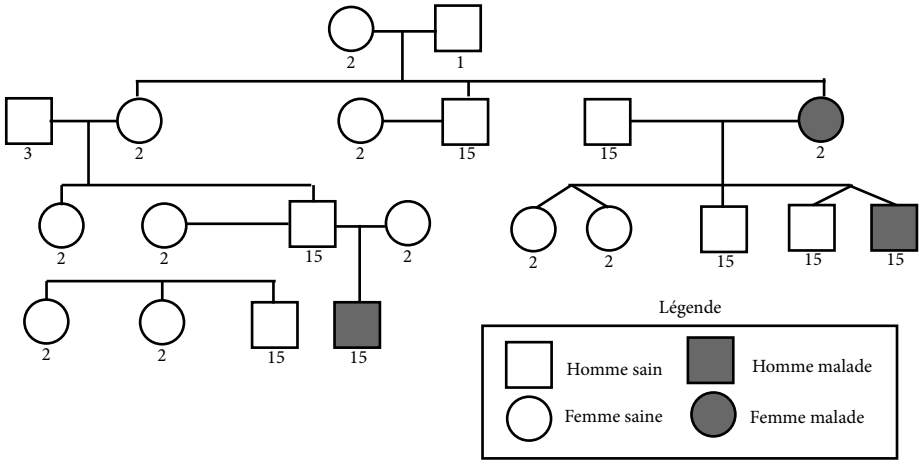
1. Montrez si les cas de rachitisme présentés ici sont héréditaires ou non.
2. Indiquez le mode de transmission de la maladie (dominant ou récessif).
3. Le tableau ci-dessous montre la descendance de mères ou de pères atteints d'un rachitisme vitamino-résistant, mariés à des conjoints sains.

Couples / Descendance	Mère rachitique, père sain	Père rachitique, mère saine	Total
	45	24	69
Filles:			
- Atteintes	24	29	53
- Normales	24	0	24
- Total	48	29	77
Garçons :			
- Atteintes	26	0	26
- Normaux	0	25	25
- Total	26	25	51

a. Analysez ce tableau.
b. Déduisez de cette analyse le déterminisme génétique de cette maladie (liaison au sexe ou non).
c. Déterminez le(s) génotype(s) possible(s) des individus de la famille KAVI.
4. Pour un couple dont le mari et la femme sont atteints, déterminez la probabilité d'avoir un enfant sain.

EXERCICE 4

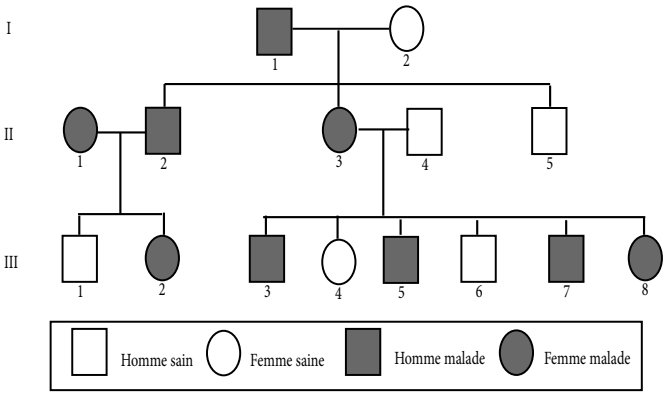
Le document ci-dessous représente L'arbre généalogique d'une famille dont certains membres sont atteints de diabète, maladie héréditaire qui se caractérise par un taux élevé de glucose dans le sang.
1. Par un raisonnement logique montrez que:
a. L'allèle responsable de la maladie est dominant ou récessif.
b. L'allèle responsable de la maladie est porté par un autosome ou un hétérochromosome.
2. Ecrivez le génotype des individus 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 12 en justifiant chaque cas.
3.
a. Expliquez l'apparition de la maladie chez l'individu 21.
b. Tirez une conclusion quant au risque d'apparition de la maladie au sein de la famille.
4. Indiquez la fréquence d'apparition de la maladie dans la descendance des unions des enfants d'apparence normale du couple 7 et 8 avec ceux du couple 10 et 11.



EXERCICE 5

L'angiomatose hémorragique est une maladie caractérisée par des malformations des vaisseaux sanguins ou lymphatiques, des organes et des ligaments. L'arbre généalogique d'une famille où sévit l'anomalie est ci-contre.

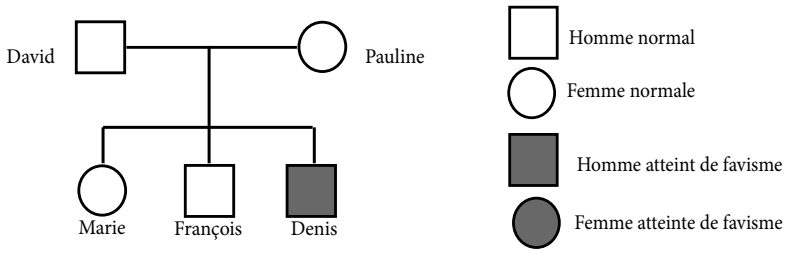
1. Montrez que l'allèle déterminant la maladie est dominant ou récessif.
2. Précisez le mode de transmission de la maladie étudiée.
3. Ecrivez les génotypes possibles des



Individus II_1, II_2, III_1, III_2 *et* III_8.
4. *Les* Cousins III_1 et III_8 désirent se marier. Déterminez la possibilité d'avoir un enfant sain au premier accouchement.

EXERCICE 6

Un groupe d'élèves de terminale souhaite comprendre le mode de transmission du favisme, anomalie dont souffre Denis, leur camarade de classe. Des informations recueillies au sein de la famille de Denis, leur ont permis d'établir l'arbre généalogique représenté par le document 1 ci-dessous.



Document 1

1. Montrer par un raisonnement logique, que l'allèle responsable de cette anomalie est dominant ou récessif.
Le document 2 précise le nombre d'allèles (normal ou muté) de chacun des individus de cette famille en ce qui concerne le gène responsable du favisme.

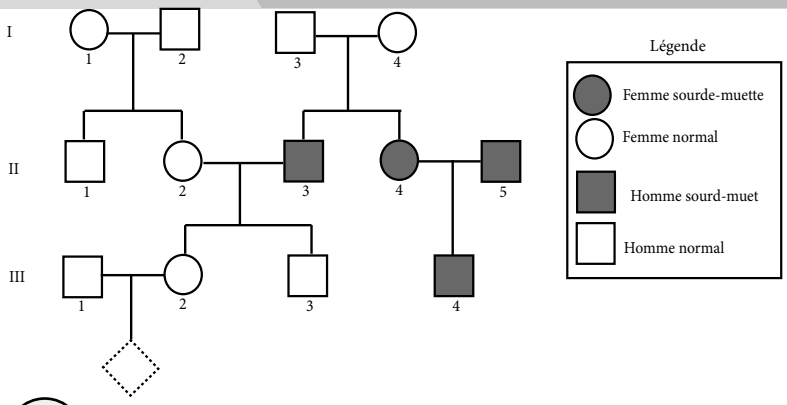


Document 2

2.
a. Analysez le document 2.
b. Interprétez-le.
c. Déduisez-en le mode de transmission du favisme.
3. Ecrivez le génotype des individus de cette famille.

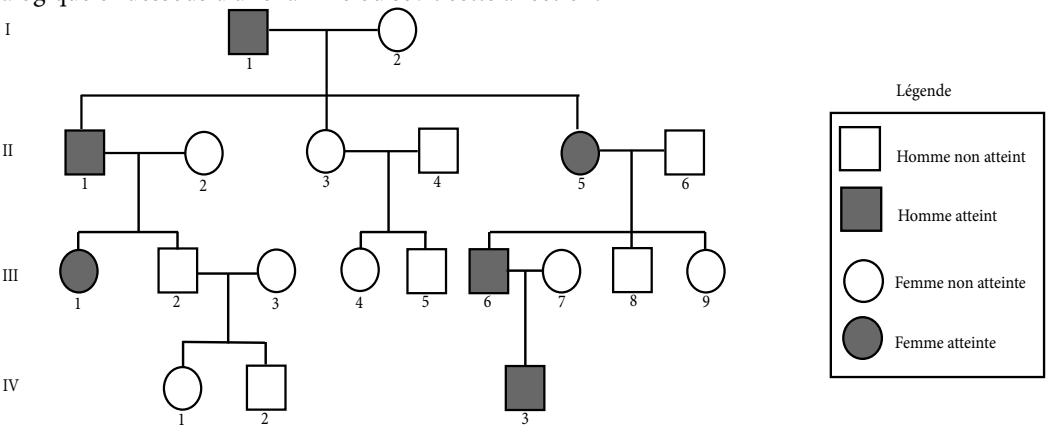
EXERCICE 7

Le pedigree ci-dessous représente la reconstitution partielle de l'arbre généalogique d'une famille dont certains membres sont atteints de la surdité-mutité (individu sourd-muet).
1. Montrez, par un raisonnement logique, que l'allèle responsable de la surdité-mutité est récessif ou dominant.
2. Démontrez que l'allèle responsable de la surdité-mutité est porté par un chromosome sexuel ou par un autosome.
3. Mme Z (III_2) attend un enfant. Elle est inquiète car son père est sourd-muet.
a. Ecrivez le génotype de Mme Z (III_2).
b. Ecrivez le génotype que M. Z (III_1) doit avoir pour que ce couple ait un enfant sourd-muet.
c. Justifiez votre réponse.
d. Déterminez dans ce cas, la probabilité pour Mme Z d'avoir un enfant sourd-muet.



EXERCICE 8

L'iris est un muscle pigmenté et opaque qui régule la quantité de lumière pénétrant dans l'œil. Son absence ou aniridie entraîne des difficultés de vision en présence de lumière vive. Pour étudier la transmission de cette anomalie, une équipe de chercheurs a établi l'arbre généalogique ci-dessous d'une famille où sévit cette affection.



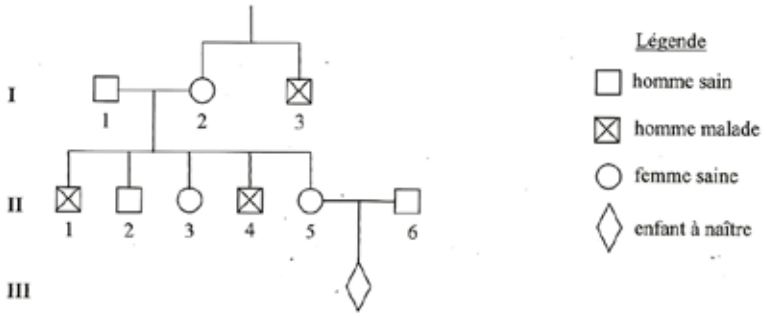
1. Montrez que l'allèle responsable de l'aniridie est récessif ou dominant.
2. Montrez, par un raisonnement logique, que le gène responsable de l'aniridie est porté par un autosome ou un hétérochromosome.
3. Écrivez le génotype des individus I_1, I_2, II_5, III_7 et III_8.
4. Déterminez la proportion théorique d'apparition de cette anomalie dans la descendance, sachant que l'individu IV_3 épouse une femme normale.

EXERCICE 9

La coagulation sanguine est perturbée par l'absence de certains facteurs dont le facteur IX, gouverné par le gène g_1. Pour comprendre la transmission de ce gène, une enquête a été réalisée dans une famille dont certains membres présentent des troubles graves de coagulation sanguine. Les résultats de cette enquête sont représentés par l'arbre généalogique ci-dessous :

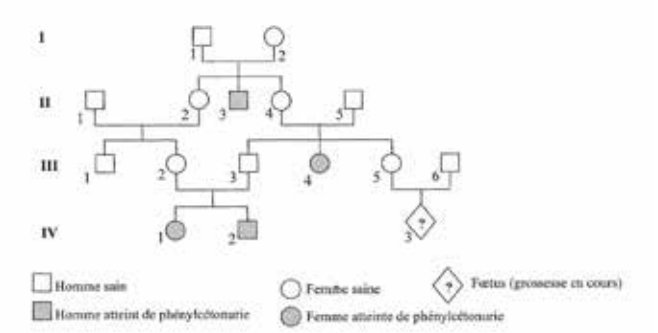
1. Montrez que l'allèle défectueux est dominant ou récessif.
2. Déterminez la nature du chromosome qui porte le gène g_1.
3. Écrivez le génotype des individus I_3, II_2 et II_3. La femme II_5 a épousé un homme sain II_6 et attend un enfant III_1.

4. Déterminez la probabilité pour que l'enfant à naître présente des troubles de coagulation.



EXERCICE 10

La Phénylcétonurie est une maladie héréditaire caractérisée par le déficit d'une enzyme appelée la phénylalanine hydroxylase. L'individu atteint de cette maladie ne peut pas transformer la phénylalanine en tyrosine. L'accumulation de la phénylalanine dans le sang entraîne des troubles psychomoteurs graves. L'arbre généalogique ci-dessous est celui d'une famille dont certains membres souffrent de cette maladie.



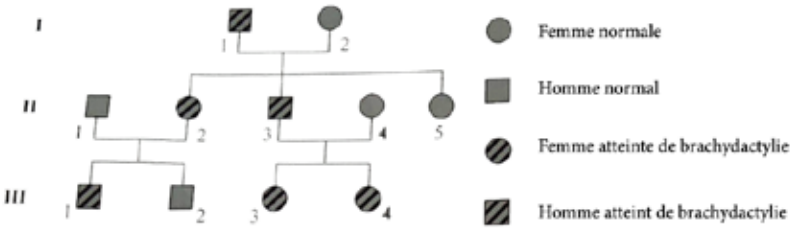
1. Montrez que l'allèle responsable de cette maladie est récessif ou dominant.
2. Démontrez que l'allèle responsable de la maladie est lié ou non au sexe.
3. Ecrivez le génotype de tous les individus malades et des individus I_2 et III_5.
4. Déterminez probabilité pour que l'enfant à naître du couple III_5 - III_6 soit malade, en supposant que le mari est homozygote pour l'allèle responsable de la maladie.

EXERCICE 11

La brachidactylie est une malformation héréditaire. Les individus atteints présentent des doigts ou des orteils courts.

Pour déterminer le mode de transmission de la brachydactylie, des enquêtes ont été menées dans une famille atteinte de cette anomalie.

Le pedigree suivant

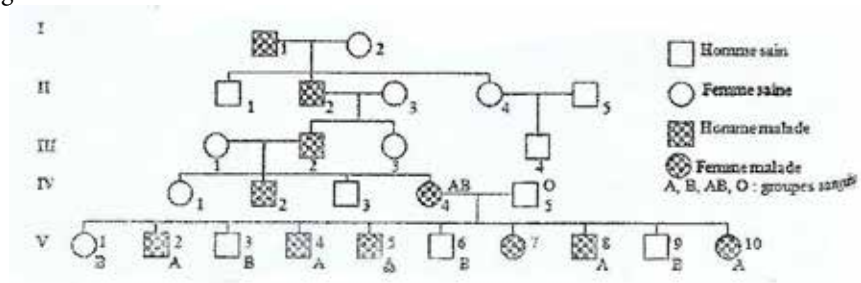


représente les résultats des enquêtes.

1. Montrez, par un raisonnement logique, que l'allèle responsable de la brachydactylie est récessif ou dominant.
2. Démontrez que l'allèle responsable de la brachydactylie est autosomale ou hétérosomale.
3. Ecrivez les génotypes des individus I_1, II_2, II_3, III_1, III_3 et III_4.
4. Estimez la fréquence des individus atteints de brachydactylie dans la descendance d'un mariage éventuel entre III_1 et III_3.

EXERCICE 12

Le pedigree suivant est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie héréditaire rare : l'ostéo-arthro-onychodysplasie, entraînant une malformation des os, des articulations et des ongles.



1. Par un raisonnement argumenté montrez-que :
a-L 'allèle responsable de la maladie est dominant par rapport à l'allèle sain.
b- Le gène de la maladie est porté ou non par un chromosome sexuel on a indiqué le groupe sanguin des parents IV4 et IV5 et de leurs enfants ,sauf V7.le gène des groupes sanguins est situé sur la paire de chromosome n°9.
2.
a-Faites une analyse comparée de la transmission des groupes sanguins et de L'ostéo-arthro-onychodysplasie
b- Que peut-on en déduire.
c- Ecrivez les génotypes des individus IV4 et IV5
3) La fille V7 malade est du groupe sanguin B.
A partir d'un échiquier gamétique, proposez une explication à l'application de son génotype.

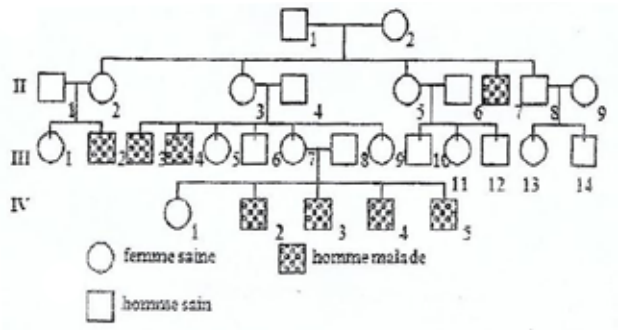
EXERCICE 13

Le daltonisme est une anomalie de la vision des couleurs gouvernée par un gène récessif d lié au chromosome sexuel X.
Un homme daltonien épouse une femme à vision normale. Le couple a 3 enfants : Pierre qui est daltonien, Lison qui est daltonienne, Sylvie dont la vision est normale. Lison a 4 enfants : 2 garçons daltoniens et 2 filles à vision normale. Pierre qui épouse une femme à vision normale a 3 enfants, 1 garçon et 2 filles tous à vision normale. L'une de ses filles épouse un garçon daltonien, elle donne naissance à 5 enfants: 3 garçons et 2 filles, dont aucun n'est daltonien.
1) Construisez le pedigree de cette famille.
2) a) Ecrivez le génotype de la femme à vision normale.
b) Justifiez votre réponse.

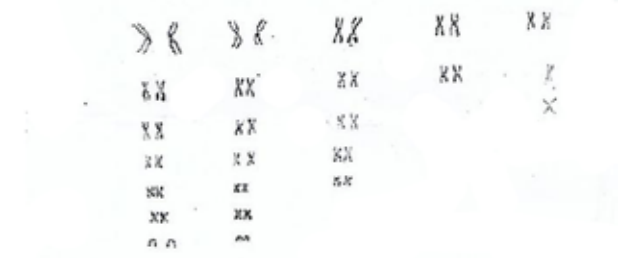
3)
a) Ecrivez le génotype du père des enfants de Lison.
b) Justifiez votre réponse.
4) Ecrivez les génotypes de la femme de Pierre et de ses filles.
5) Expliquez pourquoi les petits enfants de Pierre ont tous une vision normale.

EXERCICE 14

A) La dystrophie musculaire de Duchenne est une dégénérescence rare mais grave des muscles ; elle se manifeste pendant l'enfance et conduit généralement à la mort du sujet avant la puberté. Le pedigree ci-contre est celui d'une membres sont morts de cette maladie.



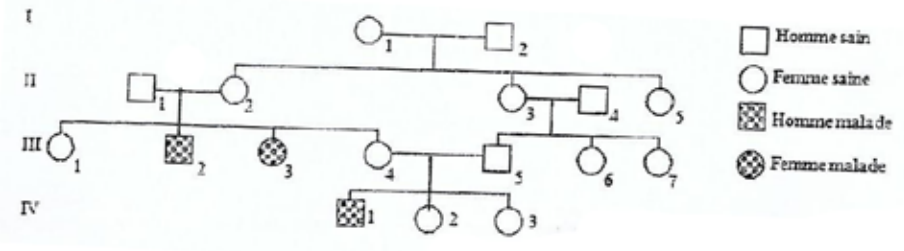
1)
a) Montrez par un raisonnement logique que l'allèle responsable de maladie est dominant ou récessif.
b) indiquez, en le justifiant, la localisation chromosomique de l'allèle responsable de cette maladie (autosomal ou lié au sexe).
2) Ecrivez les génotypes des individus II2,II3 II5,II7,II8
B)Dans une autre famille, un couple sain a donné, naissance à une petite fille atteinte de dystrophie musculaire. Son caryotype a été établi à partir d'un lymphocyte.



3)
a) Analysez ce caryotype.
b) Identifiez la maladie dont souffre cette fille
c) Expliquez l'origine d'un tel caryotype.
d) Ecrivez le génotype de cette fille.

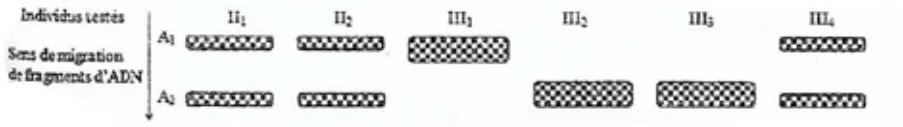
EXERCICE 15

A) La mucoviscidose affecte en France 1 enfant sur 2000 et se manifeste par des anomalies dans les échanges cellulaires conduisant au blocage progressif des fonctions respiratoire et digestive. L'arbre généalogique ou pedigree suivant est celui d'une famille dont certains membres en sont atteints.



NB: ***Tous les individus de ce pedigree ont un caryotype normal.***
1) A l'aide d'un raisonnement rigoureux, déterminez:

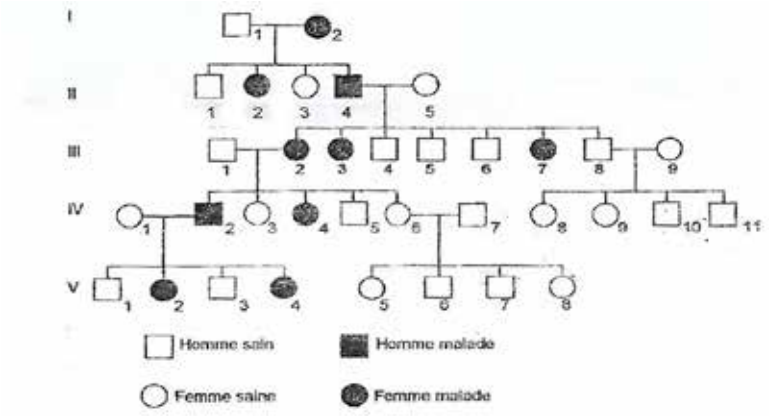
a) La dominance ou la récessivité de l'allèle responsable de cette maladie.
b) Le déterminisme génétique de cette affection (autosomal ou lié au sexe).
2) Ecrivez les génotypes certains ou probables des parents II1 et II2 et de leurs enfants.
B) Les chercheurs associent la mucoviscidose à une anomalie de structure d'un seul gène localisable sur la paire N° 7 des chromosomes humains grâce aux progrès dans le marquage des gènes. Une technique de fractionnement des chromosomes permet d'obtenir des fragments d'ADN qui peuvent être séparés par migration sur un gel et identifiés par marquage. Le document suivant représente la migration des fragments d'ADN nommés A1 et A2 issus des chromosomes 7 de divers membres de la famille.



GELS D'ELECTROPHORESE D'ADN
1)
a) Associez les fragments A1 et A2 aux allèles m et M en vous référant au phénotype des membres de la famille
b) Justifiez votre réponse
2)
a) Ecrivez les génotypes des individus testés
b) Comparez-les à ceux obtenus précédemment pour les individus II1 et II2
3) Déduisez de la réponse à la question 2) l'avantage que présente cette technique de marquage génétique pour la connaissance du génotype d'un individu par rapport à l'analyse d'un arbre généalogique
4) Calculez la probabilité pour que les enfants IV2 et IV3 possèdent l'allèle m.

EXERCICE 16

L'arbre généalogique (ou pedigree) suivant montre la transmission d'une maladie dans une famille.
1. Par un raisonnement logique, montrez que:
a) l'allèle responsable de cette maladie est dominant ou récessif.
b) l'allèle responsable de cette maladie est porté par un autosome ou par un hétérochromosome.
2. Déterminez les génotypes des individus I2, II2, V4, V5 et V6.
3. Les individus V4 et V6 se marient.
a) Nommez ce genre de mariage.
b) Déterminez la proportion théorique d'apparition de cette maladie dans leur descendance.

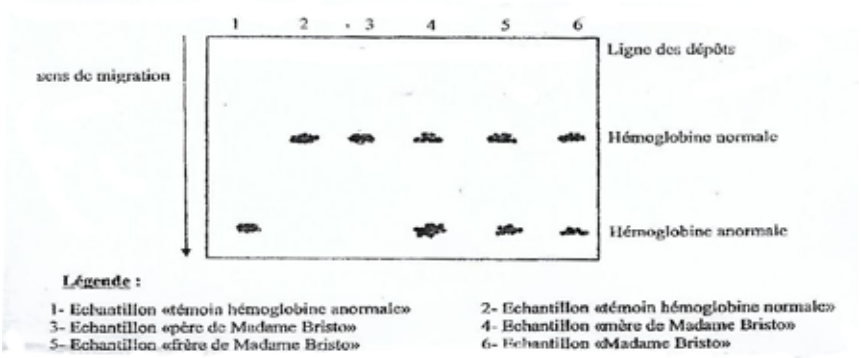


EXERCICE 17

M. Bristo souffre de la forme sévère d'une maladie génétique. M. et Mme Bristo envisagent d'avoir n enfant mais ils désirent préalablement connaitre le risque de transmission de cette maladie dont on connait deux formes:

- La forme mineure où l'individu est peu affecté, car il possède l'hémoglobine normale HbN et l'hémoglobine anormale HbA;
- La forme majeure (ou sévère) où l'individu malade ne possède que l'hémoglobine anormale HbA.

L'allèle A gouverne la synthèse de l'hémoglobine normale. L'allèle A gouverne la synthèse de l'hémoglobine anormale. L'analyse, par électrophorèse, des hémoglobines de Mme Bristo, de on père, de sa mère et de son frère est effectuée. Les résultats sont indiqués sur le document ci-dessous.



1. Relevez les types d'hémoglobine présents chez Mme Bristo, son père, sa mère et son frère.
2. Expliquez le lien entre la présence simultanée des deux hémoglobines (normale et anormale) et la forme mineure de la maladie chez un individu.
3. A partir d'un échiquier de croisement, montrez que la maladie ne peut être liée au sexe.
4. Ecrivez les génotypes du père et de la mère de Mme Bristo.
5. a) A l'aide d'un échiquier de croisement, déterminez les génotypes possibles des enfants de M. et Mme Bristo.

b) Dites si le couple a des raisons de s'inquiéter pour son futur enfant.

CHAPITRE 2

ÉTUDE DE LA TRANSMISSION DE DEUX CARACTÈRES: LE DIHYBRIDISME

INTRODUCTION

Le dihybridisme est l'étude de la transmission simultanée de deux caractères héréditaires. Dans ce cas, on peut envisager deux cas qui sont:

- Les deux caractères étudiés sont portés par des chromosomes différents. On parle de ***ségrégation de couple d'allèles indépendant ou gènes indépendants***
- Les deux caractères étudiés sont portés par le même chromosome; On parle de ***ségrégation de couple d'allèles liés ou gènes liés***.

A. ÉTUDE DE DEUX GÈNES INDÉPENDANTS

Les deux couples d'allèles sont portés par deux paires de chromosomes différents.

1. Analyse séparée des caractères (Étude caractère par caractère)

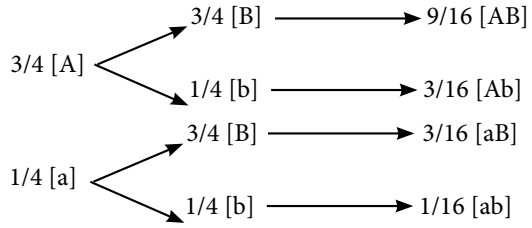
- Elle permet de déterminer le nombre de couples d'allèles gouvernant la réalisation de chaque caractère
- Elle permet également de déterminer la structure génotypique des parents pour chacun des couples d'allèles mis en jeu.

2. Recherche de ségrégation (Système branché)

a. Cas d'une F2

Soit les deux couples d'allèles suivants: A/a et B/b.

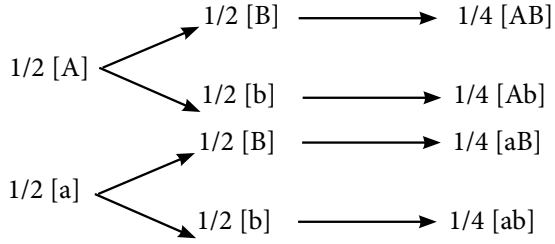
Si pour un caractère, la descendance présente une ségrégation 3/4; 1/4 et pour l'autre une ségrégation 3/4 ;1/4 au niveau des phénotypes, en associant les deux couples d'allèles, on doit obtenir quatre phénotypes dans les proportions 9—3—3—1.



b. Cas d'un test cross

Soit les deux couples d'allèles suivants : A/a et B/b.

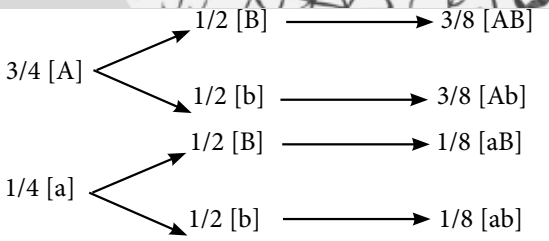
Si pour un caractère, la descendance présente une ségrégation 1/2, 1/2 et pour l'autre une ségrégation 1/2, 1/2 au niveau des phénotypes, en associant les deux couples d'allèles, on doit obtenir quatre phénotypes dans les proportions 1— 1— 1— 1.



c. Cas d'une F2 et d'un test cross

Soit les deux couples d'allèles suivants : A/a et B/b.

Si pour un caractère, la descendance présente une ségrégation 3/4, 1/4 et pour l'autre une ségrégation 1/2, 1/2 au niveau des phénotypes, en associant les deux couples d'allèles, on doit obtenir quatre phénotypes dans les proportions 3—3— 1—1.



3. Test de l'hypothèse d'indépendance

Phénotypes observés	Effectifs observés	Hypothèse d'indépendance	
		Ségrégation	Effectifs théoriques attendus

Si les effectifs théoriques attendus sont identiques aux effectifs observés, alors les deux gènes tt mis en jeu soit indépendants.

Pour interpréter chromosomiquement les résultats, on peut alors poser les différents croisements avec les phénotypes, génotypes et gamètes des individus et réaliser les échiquiers du croisement.

II. ÉTUDE DE DEUX GÈNES LIES

Les deux couples d'allèles sont portés par la même paire de chromosomes différents.

I. Quelques indications

Soit deux couples d'allèles A/a et B/b portés par une même paire de chromosomes homologues. Un individu double hétérozygote de phénotype [AB] présente deux génotypes possibles:



les allèles dans ce cas sont en position **CIS**



les allèles dans ce cas sont en position **TRANS**

Chez le double hétérozygote [AB] de génotype  les gamètes  et sont des gamètes parentaux.

Les gamètes  et  sont des gamètes recombinés.

Soit P, la fréquence de recombinaison, la sommes des gamètes produits est égale.

- Les gamètes parentaux ont la même fréquence: $\frac{1-P}{2}$

- Les gamètes recombinés ont la même fréquence: $\frac{P}{2}$

EXERCICE CORRIGÉ 1

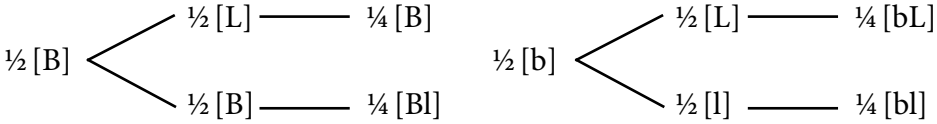
On étudie la transmission de deux caractères du pelage chez la souris.
1er croisement: on croise une souris à pelage noir et court avec une souris de race pure à pelage blanc et long. On obtient une portée de 5 souris à pelage noir et court.
1) Déterminez, en justifiant votre réponse, les phénotypes dominants et les phénotypes récessifs:
2e croisement: On croise des souris à pelage noir et court avec des souris à pelage blanc et long. On obtient:
--63 souris à pelage noir et long;
- 61 souris à pelage blanc et court;
-9 souris à pelage noir et court;
-8 souris à pelage blanc et long.
2) Déterminez, pour chaque caractère, le ou les couples (s) d'allèles qui le gouverne (nt).
3) Dans le cas de deux couples d'allèles, démontrez qu'ils sont liés ou indépendants.
4)
a) Calculez, dans le cas où les couples d'allèles sont liés, la distance génétique
b) Etablissez la carte factorielle.

SOLUTION

1) Observations : Les caractères considérés dans ce problème sont la couleur du pelage qui s'exprime par 2 phénotypes, noir et blanc et la longueur du pelage qui s'exprime également par 2 phénotypes, long et court.
Analyse : La descendance est homogène puisque toutes les souris sont à pelage noir et court.
Interprétation : les parents croisés sont de race pure, donc homozygotes. Les phénotypes noir et court qui s'expriment à la descendance sont respectivement dominants par rapport aux phénotypes blancs et long qui ne s'expriment pas et qui sont par conséquent récessif. Choix des symboles : [noir] : [B], [blanc] : [b], [court] : [L], [long] : [l].
2) Etude caractère par caractère « longueur du pelage»
Analyse : [B] : $\frac{63+9}{141} \times 100$ =51,06% soit 1/2 [b] : $\frac{61+8}{141} \times 100$ = 48,93% soit 1/2

On obtient une descendance en ségrégation 1/2 ; 1/2 au niveau des phénotypes.
Interprétation : Les individus croisés sont l'un hétérozygote, l'autre homozygote récessif Le caractère « couleur du pelage » est gouverné par un couple d'allèles. Ce couple d allèles est B/b.
Caractère « longueur du pelage »
Analyse : [L] : $\frac{61+9}{141} \times 100$ =49,64% soit 1/2 [l]: $\frac{63+8}{141} \times 100$ =50,35% soit 1/2

On obtient une descendance en ségrégation 1/2 ; 1/2 au niveau des phénotypes.
Interprétation : Les individus croisés sont l'un hétérozygote, l'autre homozygote récessif. Le caractère « longueur du pelage » est gouverné par un couple d'allèles. Ce couple d'allèles est L/b.
3) Recherche de la ségrégation théorique d'indépendance



		hypothèse d'indépendance	
Phénotype observé	Effectifs observés	Ségrégation théorique	Effectifs théoriques
[BL]	9	¼	141 X ¼ =35,25
[Bl]	63	¼	141 X ¼ =35,25
[bL]	61	¼	141 X ¼ =35,25
[bl]	8	¼	141 X ¼ =35,25
	Total : 141		

Les effectifs théoriques attendus dans l'hypothèse d'indépendance sont statistiquement différents des effectifs observés. L'hvpothèse d'indépendance n'est pas vérifiée. Les 2 couples B/b et L/l sont donc liés.

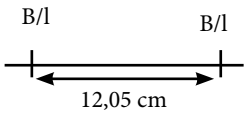
Les allèles sont-ils en position CIS ou TRANS ? L'effectif observé de l'individu double homozygote récessif [bl] (8) étant inférieur à l'effectif théorique d'indépendance (35,5), les allèles sont en position TRANS. Le génotype du parent [BL] s'écrit :



4) a- Calcul de la distance génétique : le 2e croisement est un test cross puisqu'il s'effectue entre des souris à phénotypes dominants et des souris doubles homozygotes récessives. Par conséquent, les proportions phénotypiques de la descendance reflètent en qualité et en quantité les gamètes produits par la souris à phénotypes dominants. Le pourcentage des individus recombinés [BL et [bl] issus de ce croisement permet alors de calculer la distance génétique.

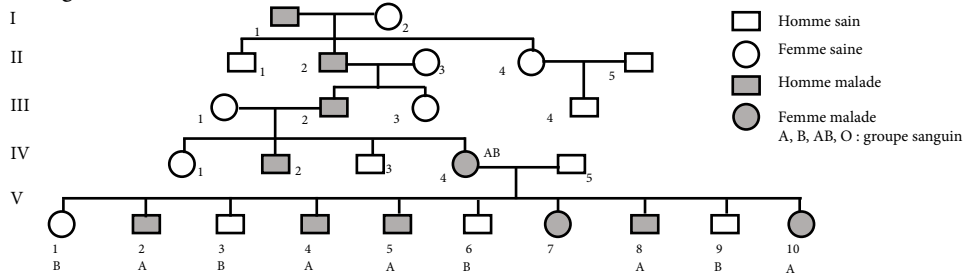
Distance génétique = $\frac{9+8}{141} \times 100$ = 12,05 cm

b- Carte factorielle



EXERCICE CORRIGÉ 2

Le pedigree suivant est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie héréditaire rare : l'ostéo-arthro-onychodysplasie, entraînant une malformation des os, des articulations et des ongles.



1. Par un raisonnement argumenté montrez que :
a) L'allèle responsable de cette maladie est dominant par rapport à l'allèle sain.
b) le gène est porté ou non par un chromosome sexuel.
On a indiqué le groupe sanguin des parents IV4 et IV5 et de leurs enfants, sauf V7. Le gène des groupes sanguins est situé sur la paire de chromosomes n°9.
2.a) Faites une analyse comparée de la transmission des groupes sanguins et de l'ostéo-arthro-onychodysplasie.
b) Que peut-on en déduire ?
c) Ecrivez les génotypes des individus IV4 et IV5.
3. La fille V7 malade, est du groupe B. A partir d'un échiquier gamétique, proposez une explication à l'apparition de son phénotype.

SOLUTION

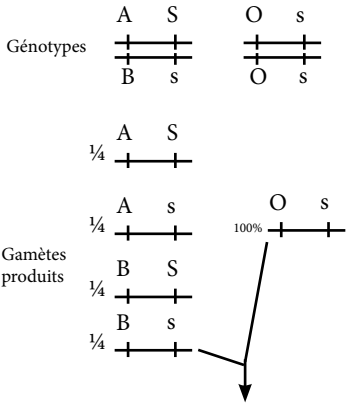
1) a- L'allèle responsable de cette maladie est dominant par rapport à l'allèle sain car lorsqu'un parent est malade, il a toujours au moins un enfant malade. Si l'allèle « malade » était récessif, avec un parent malade il faudrait que l'autre parent porte l'allèle malade systématiquement pour qu'il y ait des descendants malades ce qui est peu probable compte tenu de la rareté de la maladie et du nombre élevé de tels couples dans cette famille (4 couples sur 5).
En effet, les malades seraient homozygotes pour le gène malade obligatoirement.
Choix des symboles : allèle malade : S ; allèle sain s.

b- L'allèle de la maladie étant dominant, s'il était porté par le chromosome sexuel X (le chromosome Y étant génétiquement inerte), le père I1 malade transmettrait la maladie à sa fille II4 puisqu'elle reçoit forcément de lui le chromosome sexuel X. Or la fille II4 est saine. Donc l'allèle de cette maladie n'est pas porté par le chromosome sexuel X mais il est porté par un autosome.

2) a- Analyse comparée : On note que tous les enfants de la génération V atteints de cette maladie sont du groupe A, et que leur mère, IV4 qui est également atteinte, est du groupe AB, donc porte également l'allèle A.
b- On peut donc déduire que le gène responsable de la maladie est sur le même chromosome

que le gène des groupes sanguins. Les deux gènes sont donc liés.

3) Phénotype : $♀IV_4[AB\ S] \times ♂IV_5[O\ s]$



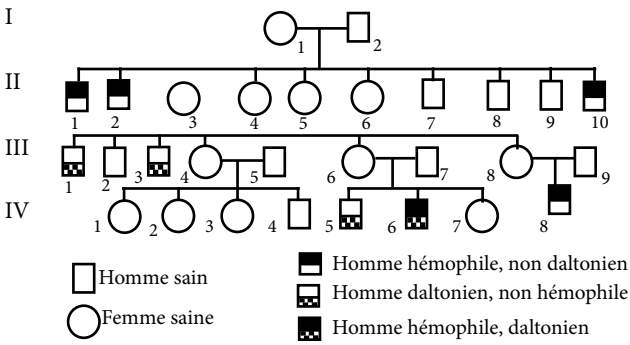
Fécondation

Echiquier de croisement

Gamètes IV4 / Gamètes IV5	¼ A S	¼ A s	¼ B S	¼ B s
100% O s	A S / O s [A S]	A s / O s [A s]	B S / O s [B S]	B s / O s [B s]

Bilan : ¼[A S] , ¼[A s] ; ¼[B S] ; ¼[B s]

EXERCICE 1



L'hémophilie est une anomalie de la coagulation du sang. Le daltonisme est une anomalie de la vision des couleurs dans laquelle l'oeil ne distingue plus le vert et le rouge. Le pedigree ci-contre est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'hémophilie et de daltonisme.

1. En considérant séparément les 2 maladies, démontrez :

a) Qu'elles se transmettent selon un mode dominant ou récessif.

b) Que les gènes responsables de ces 2 affections sont liés au sexe ou non.

2. Déduisez des réponses à la question b) que ces 2 gènes sont indépendants ou liés.

3. Déterminez le génotype de l'individu III2.

4.a) Déterminez le génotype de l'individu III3.

b) Déduisez-en celui de l'individu II3 sachant que ses parents n'ont jamais été hémophiles.

5.a) Ecrivez les génotypes possibles de la femme III6.

b) Déterminez son génotype exact à partir de l'analyse de sa descendance.

6. Expliquez la coexistence de l'hémophilie et du daltonisme chez l'homme IV6.

EXERCICE 2

A) Les pommes de terre peuvent avoir une forme arriondie ou allongée et leur peau peut être lisse ou veloutée : arrondie et lisse sont les caractères dominants. Chaques caractère est gouverné par un gène. Soit a et v les symboles de ces deux gènes. Les gènes a et v sont distants de 12 U.R.

Dans un croisement entre deux parents P1 et P2 de génotypes respectifs

$$\frac{a\ V}{a\ v} \text{ et } \frac{a\ V}{A\ v}$$

1. Déterminez les génotypes, les phénotyupes et les proportions de la déscendance.

2. Déterminez le nombre d'individus de chaques catégorie phénotypique pour une récolte de 1000 pommes de terre.

B) On réalise un deuxième croisement entre deux plants de pomme de terre P3 et P4. La récolte se repartit comme suit :

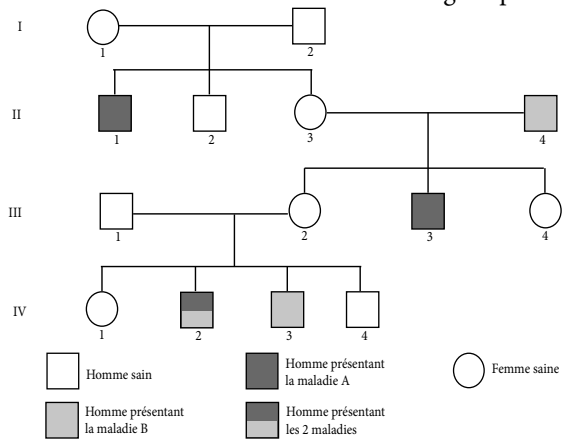
[a V] = 38,82% ; [A V] = 11,18% ; [A v] = 38,82% ; [a v] = 11,18%.

3. Par un raisonnement logique, retrouvez le phénotype des plants P3 et P4 croisés.

EXERCICE 4

Voici l'arbre généalogique d'une famille où se manifestent deux maladies héréditaires désignée par A et B.

1. Par un raisonnement logique, montrez que :
a. L'allèle responsable de chaque maladie est dominant ou récessif.
b. L'allèle responsable de chaque maladie est porté par un autosome ou par un hétérochromosome.
c. Dégagez la relation existant entre les gènes de ces deux maladies.
2. Expliquez ;
a. Le fait que l'individus IV_2 soit atteint des deux maladies.
b. A l'aide de schémas, le phénomène qui a permis d'obtenir l'individus IV_3.



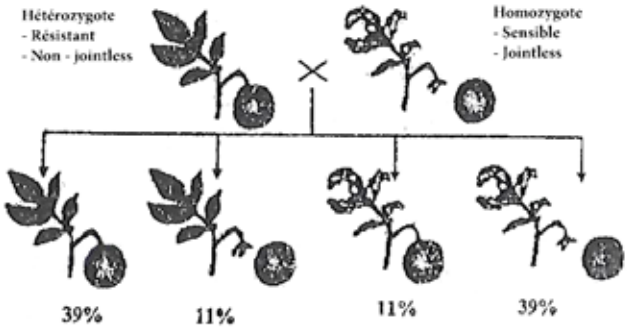
EXERCICE 5

On croise deux lignées pures de tomates. La première présente le caractère « jointless », intéressant pour une récolte mécanique car les fruits se détachent en laissant leur pédoncule sur le pied de la tomate. Cependant, cette première lignée est sensible à un parasite, le stemphyllium. La deuxième lignée ne possède pas le caractère « jontless » mais est résistant au stemphyllium mais ne présentent pas le caractère « jointless ».

1.
a. Indiquez les phénotypes dominants.
b. Justifiez votre réponse.
2. Choisissez les symboles des caractères étudiés.

On réalise alors un croisement-test entre les hybrides de la première génération et des tomates « jointless » sensibles au stemphyllium. Les résultats obtenus sont ci-dessus représentés :

3. Ecrivez les phénotypes observés et leur répartition.
4. Montrez par un raisonnement logique que les deux gènes étudiés sont liés.
5. Ecrivez les génotypes des individus croisés dans le croisement-test.
6. Calculez la distance génétique.



EXERCICE 6

A/ En vue d'améliorer la qualité et la productivité du caféier en Côte d'Ivoire, des chercheurs croisent deux variétés de caféier :
- Coffea robusta à forte teneur en caféine avec des fruits de petite taille.
- Coffea arabica à faible teneur en caféine avec des fruits de grosse taille.

Ils obtiennent une variété arabusta à faible teneur en caféine avec des fruits de grosse taille.
1. Qualifiez la variété obtenue.
2. Dérivez la technique obtenue pour obtenir l'arabusta.
3. Analysez le résultat de ce croisement.
4. Interpréter-le.

B/ On croise une variété arabusta avec une variété robusta de souche pure. On récolte les grains qui à la fois semés, donnent naissance à une population de caféiers présentant les caractères suivants :
- 2150 caféiers à forte teneur en caféine et à gros fruits ;
- 350 caféiers à forte teneur en caféine et à petits fruits ;
- 2150 caféiers à faible teneur en caféine et à petits fruits ;
- 350 caféiers à faible teneur en caféine et à gros fruits.

5. Analysez pour chaque caractère, les résultats de ce croisement.
6. Interprétez-les.
7. Démontrez que les gènes sont liés ou indépendants.
8. Ecrivez les génotypes des parents du croisement.

EXERCICE 7

On étudie cher la drosophile la transmission de 3 mutations différentes : corps noir (noté b pour « black »), ailes tordues (noté c pour « curved »), et œil rugueux (noté r pour « rough «). Ces 3 allèles mutés sont récessifs par rapport aux 3 allèles « sauvages » correspondants respectivement corps gris (b+), ailes normales (c+) et œil lisse (r+). Les 3 couples d'allèles seront par la suite numérotés ainsi : couple 1=b+/b, couple 2=c+/c, couple 3 =r+/r.

Une femelle hybride double hétérozygote pour les couples d'allèles 1 et 2 est croisée avec un mâle double mutant (corps noir et ailes tordues). La génération produite comporte statistiquement :
-36,5% de mouches à corps gris et ailes normales ;
- 36,5% de mouches à corps noirs et ailes tordues ;
-13,5% de mouches à corps gris et ailes tordues ;
-13,5% de mouches à corps noirs et ailes normales.

Une autre femelle hybride double hétérozygote pour les couples d'allèles 2 et 3 est croisés avec un mâle double mutant (ailes tordues et œil rugueux).La génération produite comporte statiquement :
-25% de mouches à ailes normales et œil lisse ;
- 25% de mouches à ailes tordues et œil rugueux ;
-25% de mouches à ailes normales et œil rugueux ;
-25% de mouches à ailes tordues et œil lisse.

1) Déterminons si les couples d'allèles 1 et 2,2 et 3,1 et 3 sont liés ou indépendants.
2)Représentez schématiquement la localisation chromosomique de ces trois couples d'allèles.

EXERCICE 8

Chez le maïs ,l'autofécondation d'un plant a donné une descendance composée de:
- 66 grains noirs et lisses;
- 16 grains blancs et ridés;
- 9 grains blancs et lisses;
- 9 grains noirs et ridés.

1)Analysez pour chaque caractère, les résultats de ce croisement
2) Interprétez-les
3) Démontrer que les gènes sont liés ou indépendants
4) Ecrivez le génotype des parents du croisement*
5) Calculez la distance génétique.
6) Etablissez la carte factorielle

EXERCICE 9

Dans une région du Sud Sahara, grâce aux possibilités locales d'irrigation, on a pu cultiver intensément deux variétés pures de tomates:
- L'une « a », à gros fruits ;
- L'autre « b », à petits fruits.

Certains pieds de la catégorie « a » se sont révélés sensibles à un champignon parasite, le Fusarium. En revanche, ceux de la catégorie « b » y sont résistants. Dans le cadre d'un projet d'installation d'une usine de sauce tomate, on demande à des agronomes s'il est possible de créer une nouvelle variété de tomate qui serait « à gros fruits et résistante au Fusarium ». Postulant que chaque caractère est gouverné par un couple d'allèles, les chercheurs réalisent une série d'expériences entre les deux races de tomate « a » et « b ». A la première génération (F1), ils obtiennent 100 % de tomates à petits fruits et résistants au Fusarium.

1) Interprétez les résultats de ce croisement.

En pratiquant l'autofécondation des individus de la F1, ils obtiennent à la deuxième génération (F2) les résultats suivants:
- 7 304 individus à fruits « petits et résistants »
- 2 431 individus à fruits « petits et sensibles»
- 2422 individus à fruits « gros et résistants »
- 809 individus à fruits « gros et sensibles ».

2) Déterminez, pour chaque caractère, le ou les couple(s) d'allèles qui le gouverne(nt).
3) Dans le cas de deux couples d'allèles, démontrez qu'ils soit liés ou indépendants.
4) Ecrivez les génotypes des individus F1, ainsi que ceux des individus F2 à fruits « gros et résistants. »
5)
a) Identifiez le génotype intéressant pour les chercheurs dans le cadre de ce projet.
b) Justifiez votre réponse.
6) Déterminez la répartition de 2000 tomates issues d'un croisement entre un individu F1, et un individu à fruits « gros et sensibles »

EXERCICE 10

On dispose de 3 lots de souris dans un laboratoire.
- des souris brunes à moustaches raides;
- des souris blanches à moustaches raides;
- des souris brunes à moustaches frisées.

On croise des souris blanches à moustaches raides avec des souris brunes à moustaches frisées. On obtient à la 1ère génération, uniquement des souris brunes à moustaches raides.

1. Interprétez les résultats de ce 1er croisement.

On croise ensuite les souris de la 1ère génération entre elles. On obtient à la 2ème génération, les résultats suivants
- 56 souris brunes à moustaches raides;
- 6 souris blanches à moustaches frisées;
- 18 souris blanches à moustaches raides;
- 20 souris brunes à moustaches frisées.

2. Déterminez, pour chaque caractère, le ou les couple(s) d'allèles qui le gouverne(nt).
3. Dans le cas de deux couples d'allèles, démontrez qu'ils sont liés ou indépendants.

On croise enfin des souris femelles brunes à moustaches raides avec des souris mâles blanches à moustaches frisées. La descendance obtenue se répartit comme suit:
- 20 souris brunes à moustaches raides;
- 16 souris blanches à moustaches frisées; ;
- 18 souris blanches à moustaches raides;
- 19 souris brunes à moustaches frisées.

4. Dégagez l'intérêt de ce croisement

CHAPITRE 3

COMMENT AMÉLIORE-T-ON LES ESPÈCES ?

I. Généralités sur la sélection des espèces

NOTION D'ESPACES

Une espèce est un ensemble d'individus morphologiquement identique, c'est-à-dire présentant des ressemblances, ayant le même mode de vie et interfécond.

II. TECHNIQUES D'AMÉLIORATION DES ESPÈCES

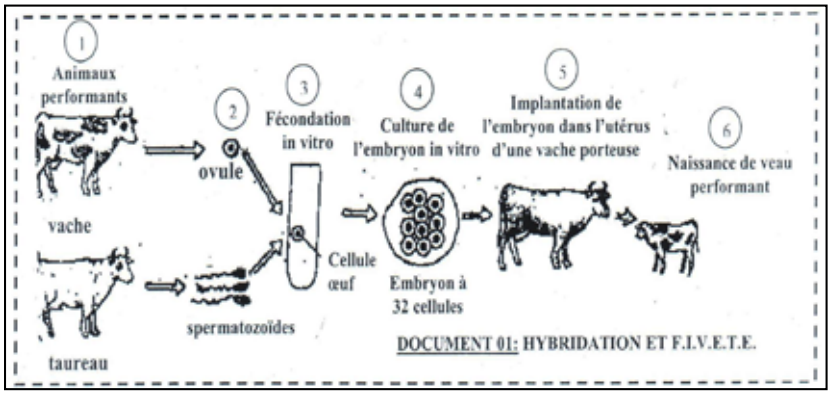
Parmi ces techniques, on peut citer l'hybridation, le clonage, la FIVETE, l'insémination artificielle, le transfert d'embryon, le sexage, la transgénèse.

A. HYBRIDATION

Pour un caractère donné, ***l'hybridation*** consiste à croiser deux individus homozygotes (de race pure) mais ayant des gènes différents. Les individus obtenus à l'issus de ce croisement sont appelés des ***hybrides***.

Ces hybrides présentent des performances qui sont la moyenne de celles des deux (2) parents : on parle de la *vigueur hybride*.

Pour se rassurer de la race pure des parents, il faut réaliser un ***test cross***.



DOCUMENT 01: HYBRIDATION ET F.I.V.E.T.E.

B. L'INSÉMINATION ARTIFICIELLE.

Elle consiste à recueillir le sperme, à le diluer et le conserver avant de l'introduire dans les voies génitales de la femelle à l'aide d'instruments appropriés. L'insémination artificielle permet la fécondation d'une femelle en dehors des rapports sexuels.

La fécondation se déroule dans l'organisme de la femelle.

L'insémination artificielle se pratique selon deux modalités:

- Soit avec le sperme du conjoint
- Soit avec le sperme d'un donneur

L'insémination artificielle a pour objectif de transmettre les performances du male, à la progéniture (aux descendants). L'insémination artificielle comprend trois (3) grandes étapes:

- La préparation hormonale qui vise à bloquer le cycle sexuel (le traitement est identique à l'utilisation des pilules contraceptives).

- L'injection d'hormone permettant la formation de nombreux ovules.

- L'insémination 48 heures plus tard.

C. LA FIVETE

FIVETE signifie Fécondation In Vitro Et Transfert d'Embryon.

La FIVETE consiste à prélever les spermatozoïdes est l'ovule des individus et à réaliser la fécondation au laboratoire (in vitro). L'embryon issu de cette fécondation est transplanté dans l'utérus d'une mère

porteuse. Elle regroupe plusieurs étapes:

1. **L'ovulation** qui est déclenchée par stimulation hormonale grâce à l'injection de HCG (Hormone gonadotrophine chorionique) qui est la LH de synthèse. Il permet de déclencher la maturation des ovocytes et l'ovule.

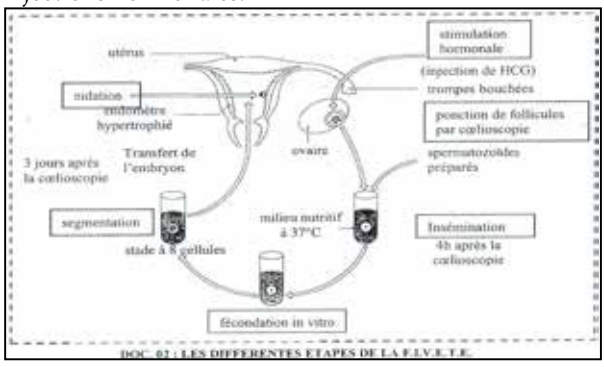
2. **Le prélèvement d'ovule** des follicules sans anesthésie générale par coelioscopie.

3. **Insémination artificiel in vitro**. Elle se fait 4 h après le prélèvement de l'ovocyte afin de lui permettre d'achever sa maturation. Elle se fait avec des spermatozoïdes traités (rendre fécondant les spermatozoïdes)

4. **Fécondation in vitro**. Elle a lieu 6 à 24 H après insémination et la cellule œuf appelée zygote entame la segmentation dans le milieu de culture.

5. **Transfert de l'embryon**. L'embryon est déposé sur l'endomètre de l'utérus. Elle se fait au stade 8 cellules 2 à 3 jours après la coelioscopie).

6. **Nidation de l'embryon**. Elle se réalise dans l'endomètre de l'utérus préparé à recevoir l'œuf fécondé par les injections hormonales.



DOC. 02 : LES DIFFERENTES ETAPES DE LA F.I.V.E.T.E.

Remarque:

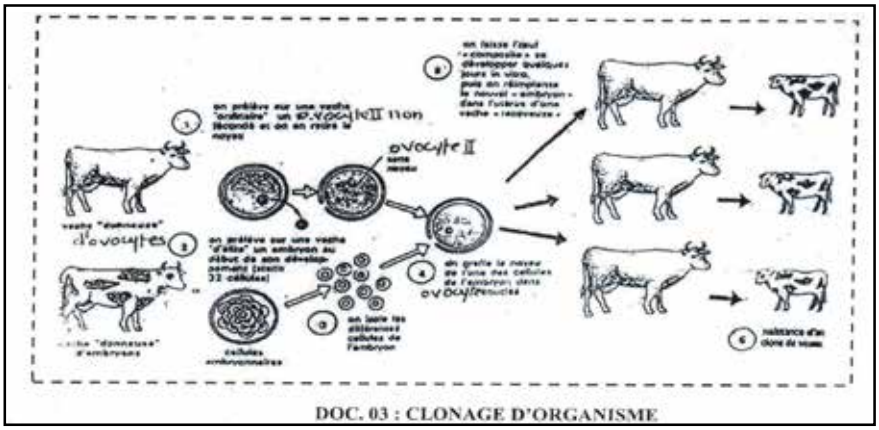
La FIVETE et l'Insémination Artificielle sont des techniques de procréation médicalement assistées (**PMA**) qui permettent aux couples stériles d'avoir des enfants chez l'Homme.

D. LA TECHNIQUE DE CLONAGE

C'est une technique qui consiste à reproduire des individus tous identiques d'une espèce sélectionné qui regroupe les caractères recherchés en laboratoire. C'est plus une technique de diffusion du progrès technique et non d'amélioration et permet à l'espèce de conserver rigoureusement le même patrimoine génétique.

• Chez les animaux, le clonage est pratiqué par la transplantation du noyau c'est-à-dire faire une greffe de noyau. Il permet d'avoir de très bons résultats.

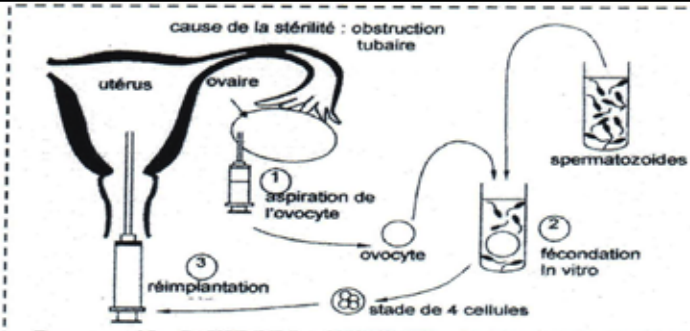
• Chez les végétaux, on utilise le clonage pour lutter contre les maladies, contre la faiblesse de résistance face à la chaleur.



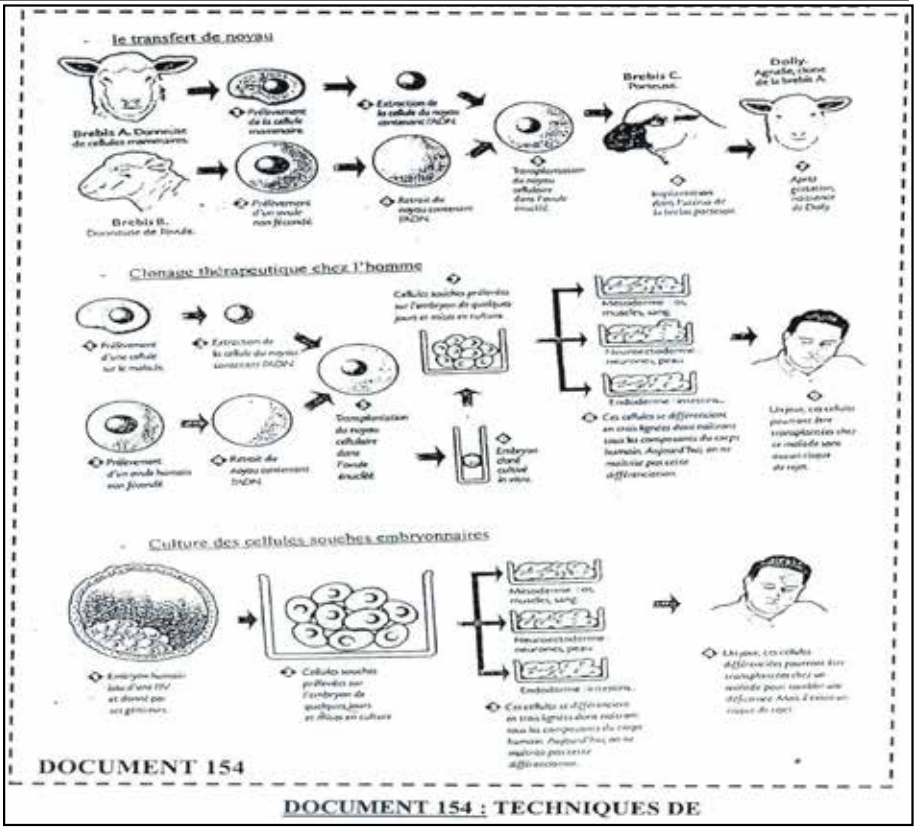
DOC. 03 : CLONAGE D'ORGANISME

Méthode	Principe de la technique	Taux de réussite
I.A. (Insémination Artificielle)	Dépôt de sperme du conjoint (IAC) ou d'un donneur anonyme (IAD) dans le vagin	9,8 %
FIVETE	Fécondation externe et transfert de l'embryon dans l'utérus	18 %
GIFT (Gametes Intrafallopian Transfer)	Recueil des gamètes comme pour une FIV puis transfert de ces gamètes dans la trompe de Fallope	22 %
ZIFT (Zygote Intrafallopian Transfer)	Transfert dans la trompe de Fallope de l'œuf fécondé 24 heures après une FIV	
SUZI (Subzonal Insemination)	Variante de la FIV : plusieurs spermatozoïdes sont placés sous l'enveloppe pellucide de l'ovocyte (risque de polyspermie)	De bons résultats dans certaines équipes
ICSI (Intracytoplasmic Sperm Injection)	Autre variante de FIV : injection d'un seul spermatozoïde dans l'ovocyte (pour éviter la polyspermie)	

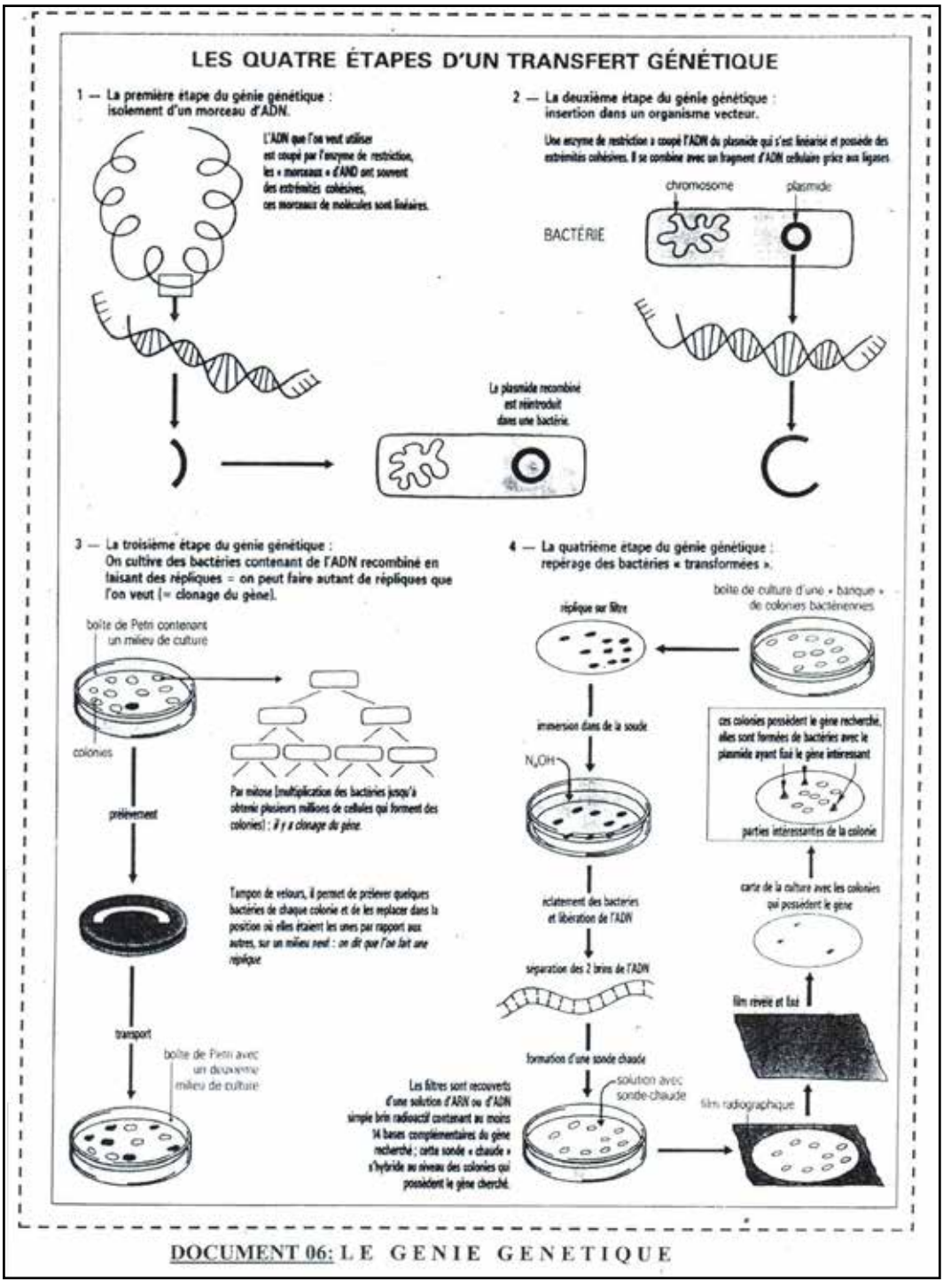
DOCUMENT 04 : TABLEAU RECAPITULATIF



Document 05 : CAUSE DE LA STERILITE : OBSTRUCTION TUBULAIRE

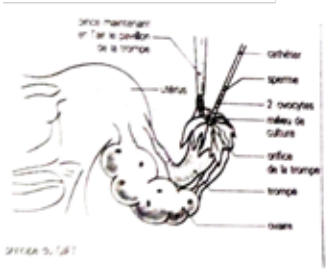


DOCUMENT 154 : TECHNIQUES DE

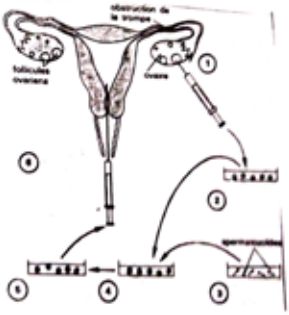


DOCUMENT 06: LE GENIE GENETIQUE

EXERCICE CORRIGÉ 1



Document 2



Document 1

Le document 1 ci-dessus représente une technique utilisée dans la procréation médicalement assistée : la F.I.V.E.T.E.

1. Définissez ce sigle.
2. Faites correspondre à chaque chiffre du document 1 une légende.
3. Précisez le moment de l'opération 2.
4. Expliquez le choix de la transplantation de 2, 3 ou 4 embryons.

Une méthode appelée G.I.F.T apparemment simple consiste à déposer des ovocytes et du sperme préparé dans l'ampoule de la trompe au cours d'une coelioscopie (document 2).

5. Définissez ce sigle.
6. Justifiez le choix de ce sigle.
7. Précisez les différences essentielles entre le G.I.F.T et la F.I.V.E.T.E.
8. Citez au cas d'utilisation de chacune de ces techniques.

SOLUTION

1) F.I.V.E.T E. signifie Fécondation In Vitro et Transplantation Embryonnaire.

2) 1-Aspiration des follicules de l'ovaire par ponction cœlioscopique 35 h après un traitement hormonal à F HCG. 2-Recherche des ovocytes sous le microscope. 3-Traitement du sperme Fécondation in vitro 4-Premières divisions des zygotes. 5-Transplantation de 1 ou plusieurs embryons dans la cavité utérine à l'aide d'un fin cathéter introduit par le vagin.

3) L'opération 2 se fait après l'ovulation des follicules mûrs.

4) La transplantation de 2,3 ou 4 embryons a pour but de réduire le taux d'échec.

5) G.I.F.T signifie : Gamète Intra Fallopian Transfert (en anglais), Transfert des Gamètes dans la Trompe de Fallope (en français).

6) Le choix de ce sigle se justifie par le fait que les gamètes sont effectivement déposés dans la trompe au cours d'une cœlioscopie

7) Différences entre F.I.V.E.T.E et G.I.F.T :

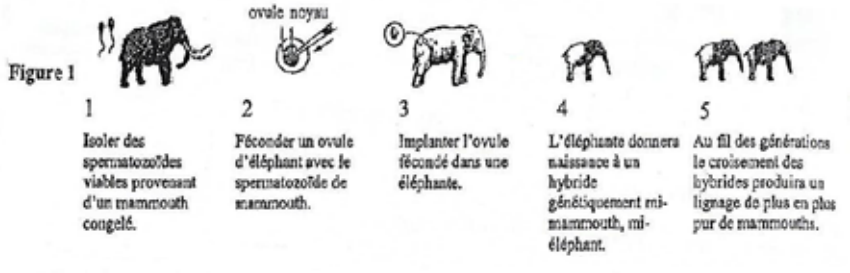
- Par rapport à la FI.VETE, ce sont des ovocytes et des spermatozoïdes qui sont introduits et non de jeunes embryons
- Les gamètes sont introduits dans la trompe par le pavillon et non dans l'utérus en passant par le vagin.
- Cette technique respecte mieux le phénomène naturel puisque la fecondation se déroule dans la trompe in vitro

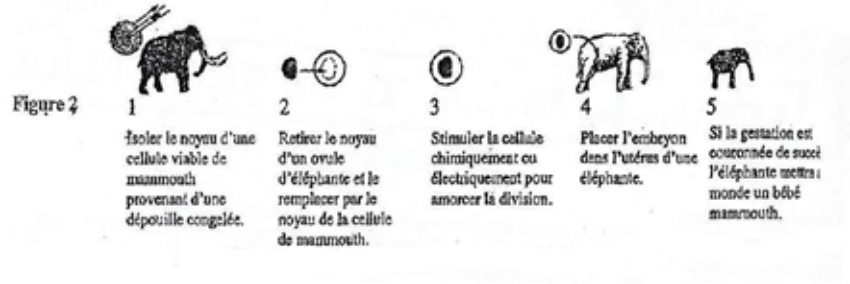
F.1.V.E.T.E : trompes des femmes défectueuses (obstruées).

G.I.F.T : oligospermie chez l'homme..

EXERCICE CORRIGÉ 2

En 2008, le décodage de 70% du génome du mammouth, grand éléphant fossile du quaternaire, a fait renaître l'espoir que l'espèce puisse un jour ramené à la vie. Les techniques d'amélioration de l'espèce, la proximité génétique entre le mammouth et l'éléphant suggèrent les moyens par lesquelles cette expérience pourrait être un jour réalisée. Les figures 1 et 2 ci-dessous, présentent deux techniques qui pourraient être utilisées.



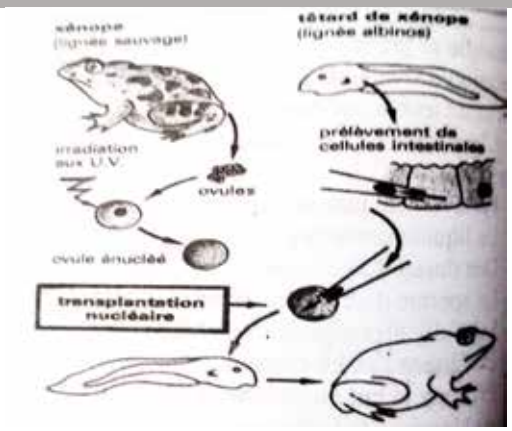


1. Identifiez la technique présentée par chacune des figures 1 et 2.
2. Comparez les résultats obtenus
3. Déduisez la meilleure technique qui permettra de faire revivre l'espèce.

SOLUTION

1. Nom des gisements :
1 = gisement secondaire ou gisement alluvionnaire ou paléoplacer ; 2 = gisement primaire ou gisement magmatique ou gîte en amas.
2. Explication
* Gisement secondaire: altération d'un gisement primaire; transport; dépôt; concentration accumulation dans n cours d'eau.
* Gisement primaire : montée du magma dans les couches supérieures ; cristallisation fractionnée concentration.
3. a) Proposition de méthode d'exploitation : exploitation à ciel ouvert.
b) Justification : Gisement peu profond à 10 m de la surface.
Description de la méthode : Elle consiste à enlever le terrain qui recouvre le gisement ou elle consiste à faire la découverture.
4 Aspects négatifs de cette méthode d'exploitation : accepter 2 aspects négatifs parmi ceux cites c - dessous :
Dégradation des sols ; appauvrissement du dol ; déforestation ; désertification ; pollution des eaux pollution de l'air

EXERCICE 1

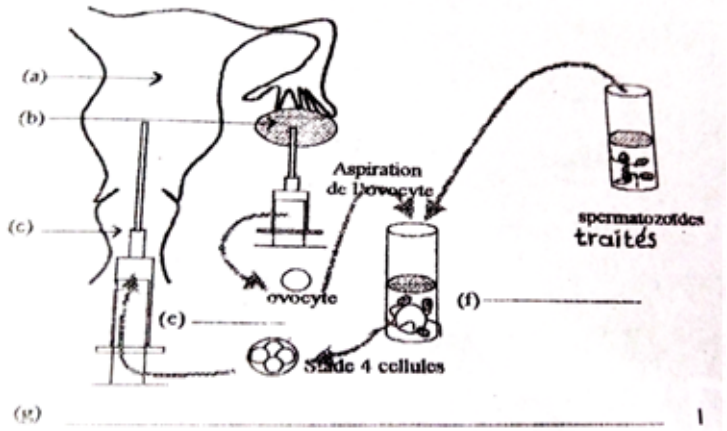


En 1960, le Biologiste GURDON travaille sur des amphibiens de l'espèce xénope. Par irritation aux UV, il détruis des noyaux d'ovules pondus par des femelles de variété sauvage, de couleur brun vert. Dans ces ovules sont transplantés des noyaux de cellules d'intestins de têtard d'une lignée de xénopes albinos. Sur les 64 oeufs ainsi préoarés, 40 ont donné des adultes tous identiques entre eux, de même sexe et albinos (voir document ci-contre).

1. Expliquez le fait que tous les xéopes adultes obtenus sont identiques et de même sexe.
2. Déterminez le nombre de mitoses ayant permis d'obtenir les 64 noyaux de cellules intestinales.
3. Nommez l'ensemble des 40 xénopes adultes obtenus.
4. Nommez cette technique utilisée.
5. Expliquez à partir de vos connaissances, pourquoi cette technique peut être considérée comme 'une photocopie biologique' alors que la reproduction sexuée est à l'origine de «reproductions originales»

EXERCICE 2

Un couple se préoccupe de n'avoir pas d'enfants. L'examen gynécologique revèle chez la conjointe, une obturation irréversible des oviductes (trompes). Sur conseils du gynécologue, les conjoints consentent à subir une technique de procréation médicalement assistée dont les étapes sont résumées dans le document ci-dessous.



1. Annotez ce document en reportant les lettres qui y figurent sur votre feuille de copie.
2. Nommez cette technique et définissez-la.
3. Identifiez le stade d'évolution du follicule aspiré.
4. Nommez le traitement des spermatozoïdes
5. Expliquez, dans les conditions naturelles, comment et à quel niveau de l'appareil génital féminin se fait ce traitement.

GÉOLOGIE PEDOLOGIE

CHAPITRE 1

COMMENT PEUT-ON AMÉLIORER LA FERTILITÉ D'UN SOL ?

Pour éviter les conflits entre les populations à cause de la rareté des sols dans certaines régions de la Côte d'Ivoire, nous a permis de faire le constat qu'il faut améliorer la fertilité d'un sol.
On peut alors supposer que :
- on peut améliorer la fertilité d'un sol à partir de la connaissance de ses caractéristiques ;
- on peut améliorer la fertilité d'un sol en lui apportant des fertilisants ;
- on peut améliorer la fertilité d'un sol en le protégeant.

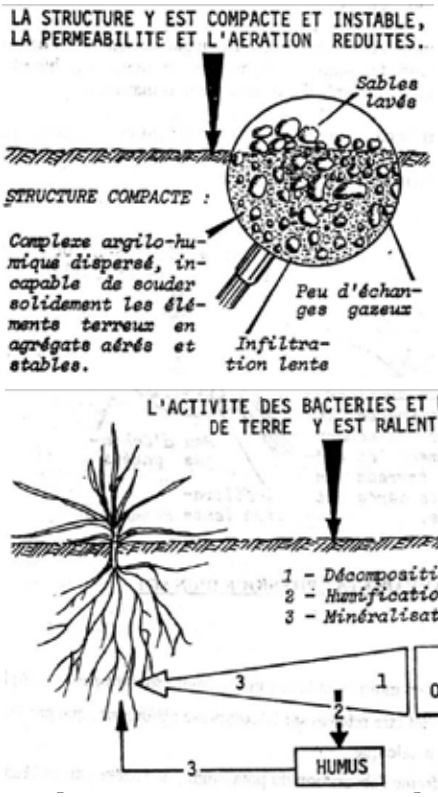
I- PEUT-ON AMELIORER LA FERTILITE D'UN SOL A PARTIR DE LA CONNAISSANCE DE SES CARCTERISTIQUES ?

A- Exploitation de document relatif à un sol infertile

1. Observation

On observe un document présentant les caractéristiques d'un sol infertile.

2. Résultats



Mauvais état physique (en haut à gauche), mauvais état biologique (en bas à gauche) et mauvais état chimique en bas LES CARACTERISTIQUES D'UN SOL INFERTILE

- un mauvais état physique caractérisé par une structure compacte et instable, une perméabilité et une aération réduite ;
- un mauvais état chimique caractérisé par un pH faible (sol acide) et une faible absorption des ions par les plantes ;
- un mauvais état biologique caractérisé par une activité ralentie des Bactéries et des vers de terre.

4. Conclusion

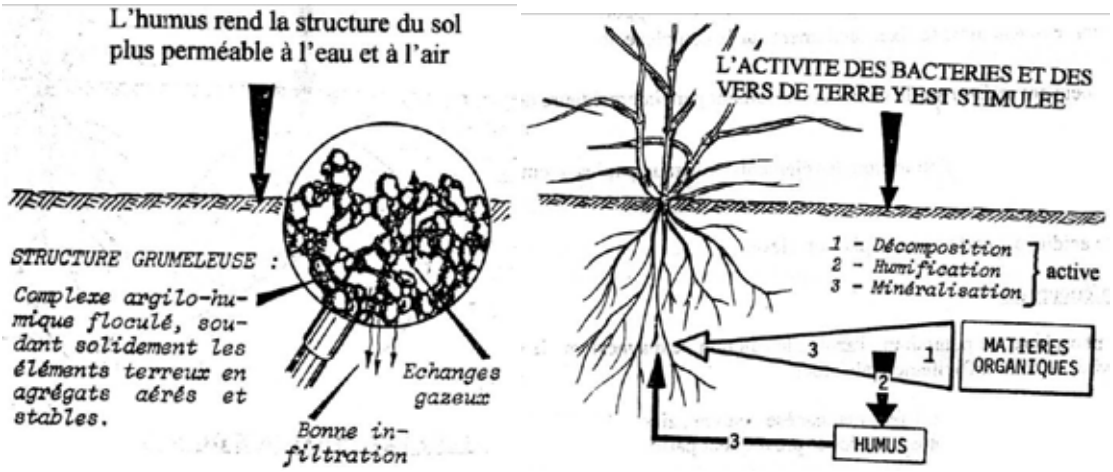
Un sol infertile est un sol à texture non équilibrée et à structure non organisée, à faible activité biologique, pauvre en humus et en sels minéraux, en somme un sol impropre à l'agriculture.

B- Exploitation de document relatif à un sol fertile

1. Observation

On observe un document présentant les caractéristiques d'un sol fertile

2. Résultats



Bon état physique (en haut à gauche), bon état biologique en haut à droite) et bon état chimique (juste au dessus)

LES CARACTERISTIQUES D'UN SOL FERTILE

3. Analyse

D'après le document, un sol fertile possède :

- un bon état physique caractérisé par une structure grumeleuse, une perméabilité et une aération plus élevées ;
- un bon état chimique caractérisé par un pH plus élevé (sol neutre) et une forte teneur en sels minéraux et une absorption normale des ions par les plantes ;
- un bon état biologique caractérisé par une intense activité des Bactéries et des vers de terre.

4. Conclusion

Un sol fertile est un sol à texture équilibrée et à structure organisée, riche en humus et en sels minéraux, à activité biologique intense, en somme un sol propice à l'agriculture.

II- PEUT-ON AMELIORER LA FERTILITE D'UN SOL EN LUI APPORTANT DES FERTILISANTS ?

A- Exploitation de document relatif aux apports d'éléments

1. Texte

En tenant compte :

- de l'offre du sol et de ses propriétés,
- des besoins des plantes, variables pendant le cycle cultural et suivant le rendement escompté,
- des restitutions éventuelles : parties de plantes non récoltées et enfouies (chaumes de céréales), il est possible de prévoir un « plan de fertilisation » sur «mesure », en ajoutant les éléments fertilisants à des doses ajustées, au bon moment.

La fertilisation en azote est surtout guidée par la physiologie de la plante. Cet élément est donné en plusieurs apports à des moments bien choisis du cycle. Il ne doit jamais y avoir d'excès, mais juste une correction.

La fertilisation en phosphore et potassium est apportée au sol suivant sa richesse et ses caractéristiques.

Les apports peuvent excéder les prélèvements : plan d'enrichissement, ou les équilibrer avec un léger excès : plan d'entretien. C'est une « avance » au sol qui est réalisée.

Le savoir-faire est indéniable. La fertilisation minérale reste délicate. Des formules ont été trouvées

pour apporter azote, phosphore et potassium en même temps, tout au moins pour certaines cultures, évitant ainsi de trop nombreuses opérations dans les champs. Mais « l'apport raisonné » est meilleur et peut garantir le rendement escompté. La fumure organique (apport de fumier) contribue à l'apport lent de minéraux et son rôle d'amendement est tout à fait bénéfique.

Texte extrait de Sciences et Techniques
Biologiques et Géologiques 2nde
Edition Août 1988 page 163

2. Analyse

Le texte parle de la fertilisation du sol par apport d'éléments chimiques ou minéraux (azote (N), phosphore (P) et potassium (K) et d'éléments organiques (fumier).

Les éléments minéraux sont apportés à des doses convenables et à des moments bien choisis du cycle de développement de la plante.

3. Interprétation

L'apport des éléments minéraux à des moments précis du cycle de développement de la plante montre que celle-ci manifeste des besoins pour ces minéraux. Mis à leur disposition, les plantes assimilent directement ces éléments : ce sont des engrais chimiques ou minéraux.

Par contre, la fumure organique n'apporte pas d'éléments directement assimilables par la plante. Elle subit au préalable une minéralisation qui va libérer des éléments assimilables : la fumure est un engrais organique.

4. Conclusion

L'apport d'engrais chimiques (N, P, K) et d'engrais organiques (d'origine végétale animale ou mixte) contribue à améliorer la fertilité du sol.

B- Exploitation de document relatif aux amendements

1. Observation

On observe un document présentant les différents types d'amendement.

2. Résultats

• LA CHAUX VIVE réservée aux sols très acides et fort pouvoir tampon s'hydrate, puis se dissocie dans l'eau du sol :

$$CaO + H_2O \longrightarrow Ca(OH)_2$$

$Ca(OH)_2$ → Ca^{2+} qui se fixe sur le complexe argilo-humique en échange ou contre des ions H^+

$Ca(OH)_2$ → 2 OH^- qui se combinent aux ions H^+ libérés pour former l'eau.

Aucun résidu acide n'apparaît : l'élévation du pH est rapide

• LE CARBONATE DE CALCIUM qui convient aux sols légers et en général aux chaulages d'entretien des calcaires broyés est attaqué par l'eau chargée de gaz carbonique et par les acides du sol (d'autant plus activement qu'ils sont plus finement broyés), et transformés en bicarbonate de calcium soluble :

$$CaC0_3 + C0_2 + H_20 \longrightarrow Ca(C0_3H)_2$$

Ce bicarbonate soluble se dissocie :

$Ca(C0_3H)_2$ → Ca^{++} qui se fixe sur le complexe argilo-humique, en échange ou contre des ions H^+

$Ca(C0_3H)_2$ → 2 $C0_3H^-$ qui se combinent aux ions H^+ libérés, pour redonner de l'acide carbonique (acide faible) qui attaque de nouvelles quantités de calcaire.

La présence de ce résidu acide fait que le pH s'élève moins vite que dans le cas d'un apport de chaux

• LE SULFATE DE CALCIUM du plâtre se dissocie dans l'eau du sol :

Ce n'est pas un amendement calcique mais plutôt un engrais calcique qui apporte beaucoup de cal-

cium aux cultures exigeantes;
exemple: le tabac, l'arachide.

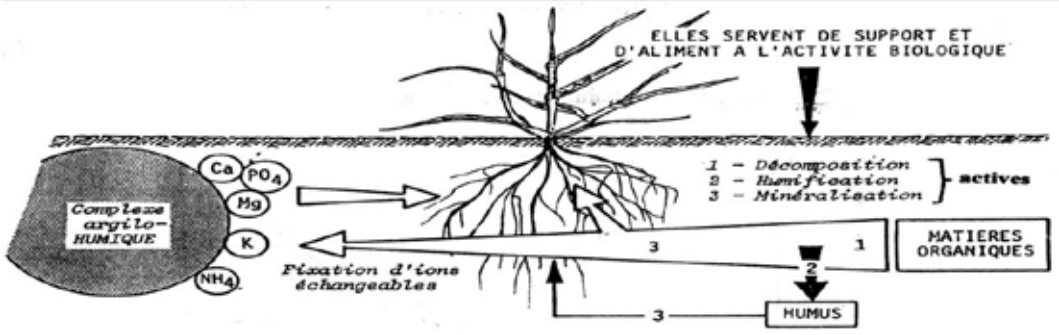
$CaSO_4$ → Ca^{2+} qui se fixe sur le complexe argilo-humique, en échange ou contre des ions H^+

$SO4^{2-}$ qui se combine aux ions H' libérés pour former de l'acide sulfurique H_2SO_4.

Cet acide fort s'oppose à l'élévation du pH le sol est riche en calcium mais son pH reste pratiquement inchangé.

Extrait de Géologie Structurale, minière et énergétique de la Côte d'Ivoire, édition Novembre 1997, page 7

a les amendements calcaires



LES DIFFÉRENTS TYPES D'AMENDEMENT (a et b)

b les amendements humifères

3. Analyse

D'après le document, il existe deux types d'amendement :

- les amendements calcaires utilisent la chaux vive (le chaulage) réservée aux sols très acides et le carbonate de calcium réservé aux sols légers ;
- les amendements humifères consistent en un apport au sol de pailles, de fumier ou d'engrais verts.

4. Interprétation

Les amendements calcaires améliorent les propriétés du sol :

- Action sur les propriétés physiques.

Les ions Ca++ (et Mg++) prennent sur le complexe adsorbant (argilo-humique) la place des ions H+. Ils floculent l'argile et l'humus d'une manière plus énergique : la structure devient grumeleuse ;

- Action sur les propriétés chimiques.

Les ions calcium permettent de corriger l'acidité du sol, améliorant ainsi l'absorption des sels minéraux par les plantes.

- Action sur les propriétés biologiques.

La structure grumeleuse et l'acidité peu élevées favorisent l'activité des Bactéries et des Vers de terre.

Les amendements humifères améliorent également les propriétés du sol :

- Action sur les propriétés physiques.

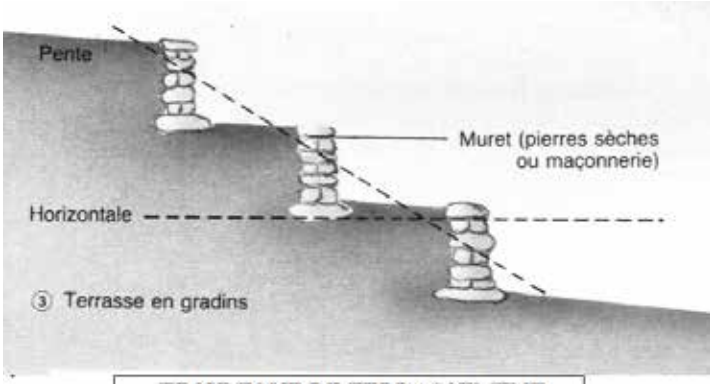
Les matières organiques (humus) favorisent la formation du complexe argilo-humique qui permet d'obtenir une structure grumeleuse ;

- Action sur les propriétés chimiques.

La décomposition des matières organiques est responsable d'une légère acidité du sol et leur minéralisation est une source continue d'éléments minéraux assimilables par les plantes. Les engrais verts (exemple des Légumineuses) enrichissent le sol en azote organique synthétisé par les Bactéries

(Rhizobium) de leurs nodosités ;
- Action sur les propriétés biologiques.
Les matières organiques servent de support et d'aliment à l'activité biologique.
5. Conclusion
Les amendements corrigent les sols en améliorant leurs propriétés physiques, chimiques et biologiques.
Conclusion partielle
On peut améliorer la fertilité du sol en lui apportant des fertilisants sous forme d'engrais et/ou d'amendements.
III- PEUT-ON AMÉLIORER LA FERTILITÉ D'UN SOL EN LE PROTÉGEANT ?
1. Observation
On observe un document présentant des techniques culturales.
2. Résultat

Années / Soles	1ère année	2ème année	3ème année	4ème année	5ème année
1ère sole	Patate	Manioc	Paille + engrais verts	Arachide	Patate
2ème sole	Manioc	Légumineuses (plantes de couverture)	Maïs	Patate	Manioc
3ème sole	Maïs	Arachide	Patate	Jachère	Maïs
4ème sole	Arachide	Patate	Manioc	Paille + engrais verts	Arachide



TECHNIQUE DE TERRASSEMENT

3. Analyse
D'après le tableau :
- pour une même sole (parcelle), les cultures varient d'une année à l'autre avec un retour de la même culture la 5ème année : c'est l'assolement ;
- pour les 1ère et 4ème soles, on met en place de la paille et de l'engrais vert respectivement à la 3ème et à la 4ème année : c'est le paillage ;
- pour la 2ème sole, on met en place une plante de couverture constituée de Légumineuse la 2ème année ;
- pour la 3ème sole, on pratique une jachère la 4ème année.
La figure présente une pente aménagée en gradins : c'est le terrassement.

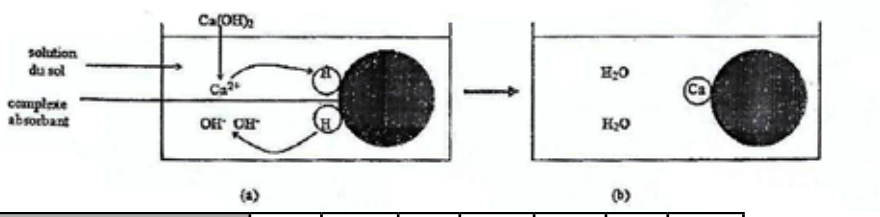
3.4. Interprétation
- L'assolement consiste en une alternance de culture sur un sol dans le but d'assurer la conservation et la fertilité du sol ;
- Le paillage consiste en la mise en place de matière végétale morte (paille) entre deux cycles de culture. Il permet de lutter contre l'érosion ;
- Les plantes de couverture, de par leur feuillage assez touffu, couvrent efficacement le sol contre la battance des pluies ou des irrigations et contre l'érosion du ruissellement ;
- La jachère consiste à laisser le temps au sol de se reconstituer naturellement. Elle contribue avec les plantes de couverture à reconstituer la flore et la faune, à l'équilibre de l'écosystème ;
- Le terrassement consiste à réaliser des cultures en terrasses sur un terrain en pente (pentu) dans le but de protéger le sol contre l'érosion.

3.5. Conclusion partielle
On peut améliorer la fertilité d'un sol en le protégeant par l'assolement, le paillage, la mise en place de plantes de couverture, la jachère et le terrassement. Outre ces techniques on peut pratiquer la culture intensive qui consiste à cultiver des variétés de plantes améliorées c'est-à-dire à haut rendement sur des parcelles à superficie réduite. Elle permet une gestion rationnelle des terres cultivables.
Toutes ces techniques culturales concourent à préserver l'environnement.

CONCLUSION GÉNÉRALE
On peut améliorer la fertilité d'un sol en lui apportant des fertilisants (engrais et amendements) et en le protégeant par diverses techniques culturales.

EXERCICE CORRIGÉ 1

Dans l'amélioration des sols, on a recours à de nombreuses substances dont la chaux.
1. Nommez cette technique d'apport de chaux au sol.
2. Précisez les éléments minéraux apportés au sol.
Pour comprendre l'action de cette substance sur le sol, on fait l'expérience suivante : Sur un échantillon de sol à pH connu, on ajoute des doses croissantes de chaux et on détermine à chaque fois le pH du milieu. Le tableau suivant présente le résultat obtenu.

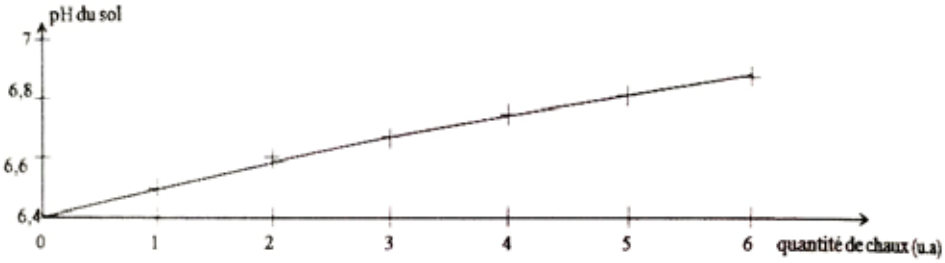


Quantité de chaux (u.a)	0	1	2	3	4	5	6
pH du sol	6,4	6,48	6,6	6,68	6,76	6,8	6,84

3.
a) Tracez la courbe de l'évolution du pH en fonction de la quantité de chaux. Echelle: $\begin{cases} 1cm \longrightarrow 0,5 \text{ u.a} \\ 1cm \longrightarrow 0,2 \text{ pH} \end{cases}$
b) Analysez cette courbe.
c) Dégagez l'intérêt de cette technique.
Le document suivant permet de mieux comprendre le mécanisme d'action de la chaux.
4.
a) Analysez ce document
b) Déduisez le mécanisme d'action de cette substance sur le sol

SOLUTION

1 Cette technique d'apport de chaux au sol est un amendement calcaire.
2. Les éléments minéraux apportes sont les ions Ca- et OH.
3. a) Construction de la courbe

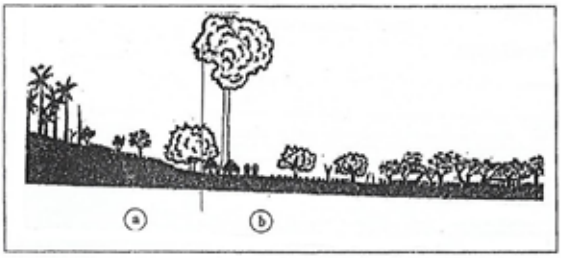


COURBE DE L'EVOLUTION DU pH DU SOL EN FONCTION DE LA QUANTITE DE CHAUX

b) Analyse de la courbe
Le pH du sol croît régulièrement en fonction de la quantité de chaux apportée au sol.
c) Intérêt de cette technique : Elle permet de réduire l'acidité du sol (élévation du pH).
4. a) Analyse du document
* En (a) : Dissociation de la chaux dans la solution du sol en ions Ca2 r et 2 OH' ; Libération de protons par le complexe absorbant ; Echange entre Ca2+ et les protons libérés par le complexe.
* En (b). Formation d eau à partir des OH issus de la dissociation de la chaux et les protons libérés par le complexe ; Fixation de Ca sur le complexe.
b) Mécanisme d'action de cette substance sur le sol : Les ions Ca^{2+} issus de la dissociation de la chaux dans la solution du sol, remplacent sur le complexe absorbant les ions H^+ qui y sont fixés. Les tons H^+ ainsi libérés, s'associent aux anions hydroxyles OH^- pour former de l'eau dont le PH neutre égale à 7 permet de réduire l'acidité du sol.

EXERCICE CORRIGÉ 2

A/ Deux paysans cultivent une même variété de riz sur deux parcelles contigües (a) et (b) comme l'indique le document ci-dessous.



Document

Le tableau suivant donne les rendements de chaque parcelle sur trois années successives.

Années / Rendements	1ère année	2ème année	3ème année
Parcelle (a)	2,7 T/ha	1,7 T/ha	0,75 T/ha
Parcelle (b)	3,5 T/ha	4,3 T/ha	5,2 T/ha

1. Comparez les résultats obtenus sur les deux parcelles.
2. Expliquez-les.

B/ Un autre paysan, les plus expérimenté conseille au propriétaire de la parcelle (a) qui veut abandonner la culture de riz, d'apporter de l'engrais chimique au sol.

3. Donnez l'intérêt de l'utilisation de l'engrais chimique.
4.

a. Dites si l'apport d'engrais chimique est suffisant pour résoudre le problème du paysan de la parcelle (a).

b. Justifiez votre réponse.

5. Proposez d'autres solutions susceptibles d'améliorer le rendement de la parcelle (a).

SOLUTION

A/ 1) Comparaison : Les rendements de la parcelle a sont plus faibles que ceux de la parcelle b. Les rendements de la parcelle a baissent de la 1ere année (2,7 T/ha) à la 3e année (0,75 T/ha), tandis que ceux la parcelle b augmentent de la 1e année (3,5 T/ha) à la 3e année (5,2 T/ha).

2. Explication : Les rendements de la parcelle a sont faibles parce que la parcelle étant située sur une pente, l'eau de ruissellement entraine les éléments minéraux vers la parcelle b, La parcelle a s'appauvrit au fur et a mesure alors que la parcelle b s'enrichit en éléments minéraux et devient de plus en plus fertile, d'où l'augmentation de fa production de 1a parcelle b et fa baisse de celle de 1a parcelle a.

B) 3) L'intérêt de l'utilisation de l'engrais chimique est la mise à fa disposition des plantes, des éléments minéraux directement utilisables par celles-ci.

4 a Non, l'engrais apporté à un sol en pente ne peut pas améliorer le rendement de fa parcelle

b) Justification : Les sels minéraux de la parcelle en pente seront toujours entraînés par l'eau de ruissellement vers le bas-fond.

5. Il faut accompagner l'apport d'engrais par la protection du sol en réalisant des terrassements qui permettent de retenir les ions minéraux dans le sol.

EXERCICE 1

En vue d'améliorer cl de protéger la fertilité des sols, on réalise le tableau suivant de correspondance entre techniques, procédés et buts.

Techniques	Procédés	Buts
A.....	Réaliser des bandes planes ou inclinées en travers d'une pente	F.....
B.....	D.....	Apport de sels minéraux directement assimilables
C.....	Alterner des cultures sur une même parcelle	G.....
Amendement calcaire	E.....	H .....

1) Complétez le tableau ci-dessus à partir des lettres (A à H)

2) Au cours d'un échange entre élèves de Terminale, certains parmi eux, estiment qu'il y a une différence entre la technique C et l'assolement. Aidez-les à se départager.

EXERCICE 2

En Afrique la fumure azotée sous forme d'engrais vert n'est pas pratiquée dans la culture traditionnelle du riz. Une légumineuse *sesbania rostrata* pousse dans les sols inondés. Semée au début de la saison des pluies dans la rizière, 50 jours plus tard, elle est coupée puis enfouie dans le sol de la rizière où elle constitue un engrais azoté de 1er ordre. Elle est capable de fournir au sol environ 200 kg d'azote par hectare. Des essais de culture de riz effectués au Sénégal après enfouissement de *sesbania rostrata* ont donné les résultats suivants.

Conditions de culture du riz	Sans engrais ni légumineuse : parcelle témoin	Utilisation de 60 kg d'engrais azotés par ha	Emploi de la légumineuse comme engrais vert
Rendement (kg /ha)	2100	3800	5900
Teneur en protéines du riz (la teneur du riz de la parcelle témoin est prise comme base 100)	100	137	153

1. Définissez la notion de : engrais vert.

2.

a. Exprimez en pourcentage (%) l'accroissement du rendement de la culture de riz avec l'engrais vert et l'engrais azoté.

b. Tirez une conclusion de l'analyse comparative des rendements obtenus avec les 2 types d'engrais.

3. Expliquez succinctement comment *Sesbania* contribue à l'enrichissement du sol en azote.

4. La transformation de l'azote atmosphérique en engrais azoté par l'industrie chimique nécessite

une très grande consommation d'énergie, d'où le coût élevé de la production de ce type d'engrais. Par ailleurs l'on a constaté que l'utilisation de l'engrais vert entraîne une augmentation de la teneur en protéine du grain de riz.
Déduisez de ces informations et de vos réponses antérieures, au moins 4 avantages liés à l'utilisation des légumineuses comme engrais vert.

EXERCICE 3

On cultive du maïs dans les mêmes conditions, sur des parcelles semblables qui reçoivent un apport organique soit sous forme de fumier soit sous forme de paille. Le rendement agricole annuel au niveau de chacune de ces parcelles a permis d'obtenir le document 7 ci-dessous.

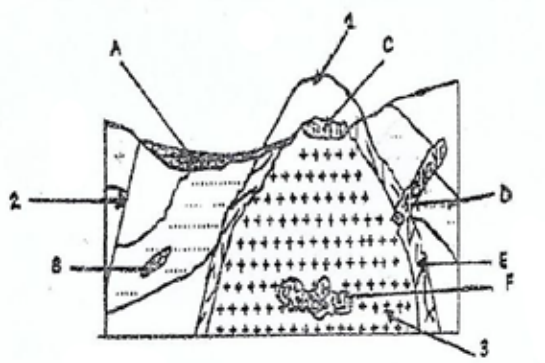
	Temps en années	0	1	2	3	4	5
Rendement en pourcentage par rapport au témoin.	Sol A témoin (non traité)	100	100	100	100	100	100
	Sol B, avec fumier	100	192	161	153	138	153
	Sol C, avec paille	100	23	76	138	130	138

Document 7

1. Nommez la technique culturale utilisée sur les parcelles B et C.
2. Construisez dans le même repère les courbes du rendement en pourcentage par rapport au témoin en fonction du temps.
3.
a. Pour chaque parcelle, analysez la courbe obtenue.
b. Proposez une explication au rendement observé, avant la troisième année, au niveau de la parcelle recevant la paille.

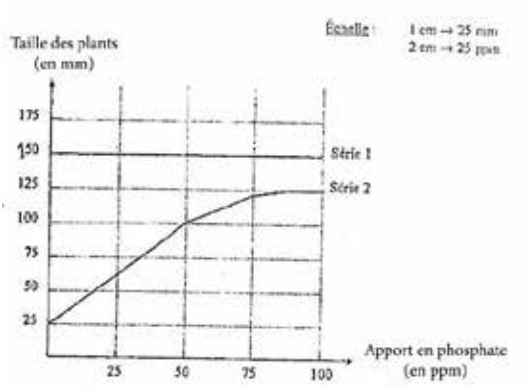
EXERCICE 4

Observez la structure géologique du document ci-contre montrant différents types de gîtes aurifères. 1 est l'emplacement d'un massif rocheux ; A et B proviennent de 1.
1) Définissez les termes suivants :
a) gîte;
b) prospection minière;
c) cristallisation fractionnée
d) placer
2) Annotez le document en reportant les chiffres et les lettres qui y figurent sur votre feuille de copie



EXERCICE 5

Des semis de riz sont réalisés dans 2 séries de pots identiques préalablement stérilisés et contenant la même quantité d'humus forestier pauvre en phosphate.
- Dans la 1ère série de pots, on ajoute un champignon mycorhizien (série 1); c'est à dire un champignon contenant des bactéries qui assurent la minéralisation de la matière organique.
- La seconde série ne reçoit pas de champignon (série 2).
Puis on ajoute du phosphate dans tous les pots. La taille des plants obtenus est mesurée au bout de 8 mois de culture en serre. Les résultats sont représentés par les courbes du document suivant.

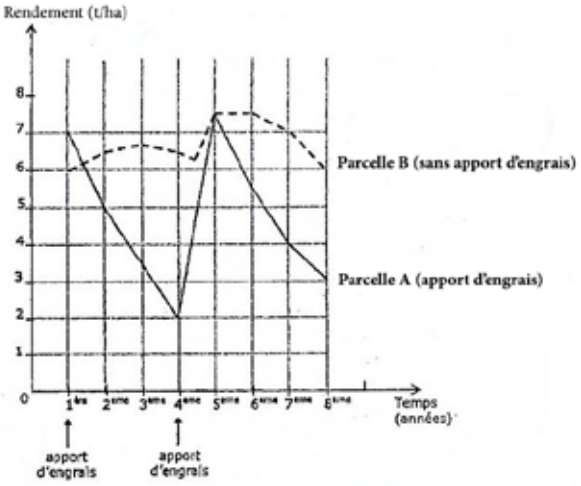


COURBES DE VARIATION DE LA TAILLE DES PLANTS

1. Précisez les techniques culturales appliquées dans cette expérience.
2. Comparez la croissance des 2 séries de plants.
3. Expliquez la différence constatée.
4. Dégagez l'intérêt des techniques utilisées.

EXERCICE 6

Un paysan de la région de Man cultive une variété de riz sur des parcelles identiques de terrain situé dans la même localité, pendant huit années consécutives.
- La parcelle A, située sur le flanc de la montagne reçoit un apport d'engrais la 1ère et la 4ème année.
- La parcelle B, située au pied de la montagne ne reçoit aucun apport d'engrais. Le rendement des deux parcelles est représenté par les graphes ci-dessous,



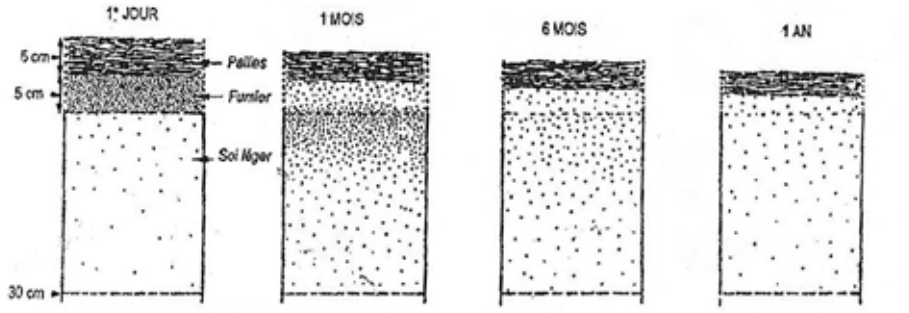
1. Nommez la pratique culturale appliquée par le paysan sur la parcelle *A*.
2. Comparez le rendement des deux parcelles.
3. Expliquez le rendement obtenu sur chaque parcelle.
4.Justifiez la pratique culturale adoptée par ce paysan sur la parcelle A.
5. Sachant que l'engrais a un coût,
a. Proposez d'autres pratiques culturales qui lui permettraient d'améliorer le rendement de la parcelle A tout en réduisant le coût.
b. Justifiez votre réponse.

EXERCICE 7

Dans une station expérimentale, sur une même parcelle on utilise la pratique culturale suivante:
1ère année : culture d'igname.
2ème année : culture de maïs suivie de l'enfouissement de chacune après la moisson.
3ème année : culture de haricot suivie d'un apport de fumier.
1. Nommez la pratique culturale utilisée dans cette station.
2. Donnez l'intérêt de cette pratique culturale.
3. Dans le cas des amendements calcaires, la chaux vive est souvent utilisée pour les sols très acides. Elle s'obtient à partir de CaO (oxyde de calcium) et H_2O (eau).
a. Ecrivez l'équation de la réaction chimique liée à sa formation.
b. Expliquez le mode d'action de la chaux vive dans l'amélioration du pH du sol.

EXERCICE 8

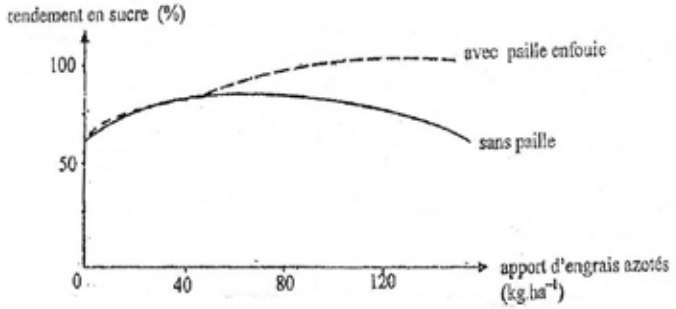
Les conseils d'un ingénieur agronome permettent à Yao d'améliorer la production de sa plantation d'ignames. Le document ci-dessous illustre le procédé utilisé.



1. Analyse ce document.
2. Interprétez-le.
3. Donnez la raison pour laquelle l'agriculteur utilise la paille.

EXERCICE 9

Pour déterminer l'influence de la paille enfouis sur le rendement des cultures de canne à sucre, on apporte les mêmes doses d'engrais azotés à deux parcelles, Pune avec de la paille enfouis et l'autre sans paille. Les résultats sont exprimés par les courbes ci-dessous.



1. Analysez les courbes.
2. Interprétez-les.
3. Dégagez l'importance de la paille enfouis pour les cultures de canne à sucre.

EXERCICE 10

Pour comprendre l'impact des techniques d'amélioration du sol sur les rendements des cultures, on réalise sur un terrain trois champs de maïs A, B et C de même superficie. La première année, seuls les champs B et C reçoivent respectivement un épandage suffisant de fumier et d'engrais chimique à doses convenables.
Les rendements après deux récoltes successives sont représentés dans le tableau ci-dessous.

	Rendement annuel en quintaux par hectare	
	Première récolte	Deuxième récolte
CHAMP A (sans fumier ni engrais)	20	11
CHAMP B (avec épandage de fumier)	25	30
CHAMP C (avec épandage d'engrais chimique)	35	30

1. Analysez les résultats obtenus.
2. Expliquez-les.
3. Déduisez les avantages de l'utilisation:
a. Du fumier;
b. De l'engrais chimique.

EXERCICE 11

Pour déterminer l'influence des micro-organismes sur l'humification d'un sol, on recouvre de paille les sols de deux parcelles A et B. Le sol de la parcelle A est pauvre en micro-organismes tandis que le sol de la parcelle B est très riche en micro-organismes. On mesure régulièrement les quantités de matière organique et d'humus dans le sol de chaque parcelle. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Temps (Jours)		0	20	30	40	50	60	70	80
Sol de la parcelle A	Matière organique (U.A*)	100	95	90	80	70	50	35	25
	Humus (U.A)	02	02	02	02	4	15	25	35
Sol de la parcelle B	Matière organique (U.A)	100	85	65	50	35	25	15	10
	Humus (U.A)	02	05	10	30	45	60	77	93

*U.A = Unité Arbitraire.
1. Construisez dans un même repère les courbes d'évolution des quantités de matière organique et d'humus dans le sol de chaque parcelle.
Echelle : 1 cm pour 10 jours ; 1 cm pour 10 U.A.
2. Comparez :

a. L'évolution des quantités de matière organique et d'humus dans le sol de la parcelle A.
b. L'évolution de la quantité d'humus dans les sols des parcelles A et B.
3. Expliquez l'évolution de la quantité d'humus dans ces sols.
4. Déduisez le rôle des micro-organismes dans l'humification.

EXERCICE 12

Dans un sol carencé en azote, on pratique une culture de Blé. On choisit deux parcelles qu'on repartit en plusieurs îlots :
- Dans la parcelle A, les îlots sont enrichis en azote;
- Dans la parcelle B, les îlots reçoivent en plus de l'azote, 30 kg d'engrais organique.

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant.

Doze d'azote en Kg/ha	0	20	40	50	60	80	90	110	120
Rendement du Blé en q/ha (Parcelle A)	12,5	16	20	22,5	23,5	25	18	5	2,5
Rendement du Blé en q/ha (Parcelle B)	12,5	19	25	27	29	33	35	37	37,5

1. Construire dans un même repère les courbes des rendements du Blé en fonction des doses d'azote.

Echelle: 2 cm pour 20 Kg d'azote/ha
2 cm pour 5 quintaux de Blé/ha

2. Analyser ces courbes.
3. Déduisez-en l'action de l'engrais organique sur le Blé.

EXERCICE 13

Des essais réalisés dans une région du Nord par un agronome sur une parcelle de cotonnier ont donné les résultats suivants :

Tableau 1 : Essais réalisés avant amendement

Niveau de la fumure		0	1	2	3
Élément apportés dans la fumure (Kg/ha)	N	0	31	62	93
	P	0	27	54	81
	K	0	27	54	81
Rendement moyen en coton graine obtenu (Kg/ha)		500	1100	1080	980

Tableau 2 Essais réalisés après amendement

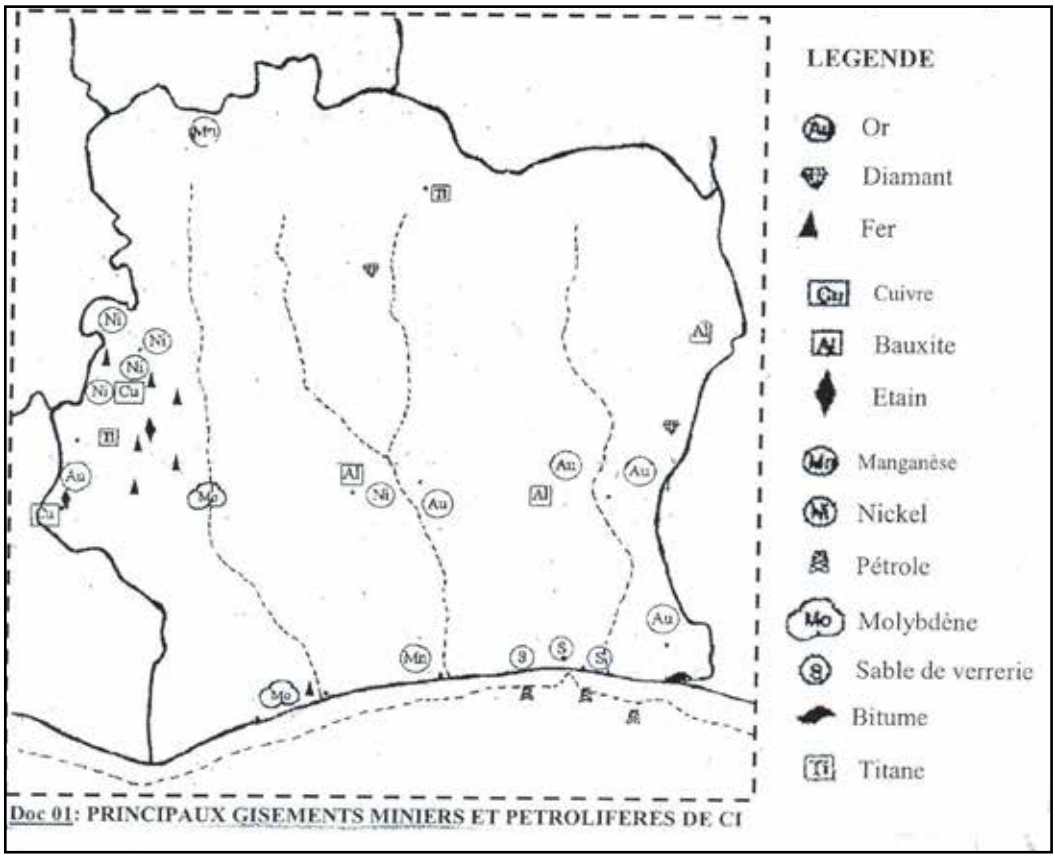
Niveau de la fumure		0	1	2	3
Élément apportés dans la fumure (Kg/ha)	N	0	31	62	93
	P	0	27	54	81
	K	0	27	54	81
	Ca	0	36	72	108
	Mg	0	24	48	73
Rendement moyen en coton graine obtenu (Kg/ha)		400	1100	1750	2140

1- Définissez les termes de fumure et d'amendement.
2- Nommez l'amendement réalisé dans ces essais.
3- Représentez dans le même repère les courbes des rendements moyens des essais avant et après amendement en fonction du niveau de la fumure.
Echelle 3 cm pour 1 niveau et 3 cm pour 500 kg/ha.
4- Analysez le graphe obtenu.
5- Expliquez l'action de l'amendement sur le rendement.

CHAPITRE
2

LES RESSOURCES MINIÈRES DE LA COTE D'IVOIRE

On appelle gisement minier où endroit où l'on rencontre en abondance une substance ou des objets minéraux (solide : or ; liquide : pétrole, eau, gazeux : butane) bien déterminés.
On appelle gîte tout gisement minier (métal) exploitable.
L'analyse des documents (***Documents 01 et 02***) montre que les ressources minérales de la Côte d'Ivoire sont très variées et dispersées à travers tout le territoire.



Doc 01: PRINCIPAUX GISEMENTS MINIERS ET PETROLIFERES DE CI

ELEMENTS Symbole	MINERAI	LOCALISATION	FORME DU GITE	ROCHE ENCAISSANTE	AGE DE FORMATION
Or (Au)	- Or natif	- Danane (Ity) - Aboisso (Afema) - Toumodi (Kokoumbo) - Bouaflé (Angovia) - Abengourou (Pandiegna) - Daoukro (Ouellé) - Hiré (Agbaou)	- Placers - Filons - Amas	- Roches magmatiques (filons de quartz) - Roches sédimentaires (alluvions, graviers, sables conglomérats, sulfures métalliques)	Birimien (2500 – 1800Ma)
Diamant (C)	- Carbone pur (indice de dureté:10)	- Séguela - Korhogo (Tortiya) - Agnibilekro (Amoriako)	- Placers ou Dykes - Filons ou inclusions	- Roches magmatiques basiques (Kimberlites) - Roches sédimentaires (alluvions)	Crétacé (135 – 65 Ma)

Fer (Fe)	- Magnétite (Fe_3O_4) - Hématite (Fe_2O_3) - Limonite - [FeO (OH), nH_2O]	- Man (Monts Klahoyo, Tia, Nimba, Gao, Toto, Segaye) - San Pedro (Monogaga)	Stratiforme (lits successifs de quartzite et de magnétise)	- Roches métamorphiques (quartzites à magnétite, itabirites) - Roches sédimentaires (latérites, grès ferrugineux)	Archéen (4000 – 2500Ma)
Manganèse (Mn)	- Pyrolusite (MnO_2) - Manganite (MnOOH)	- Grand Lahou (Mokta) - Odienné (Ziémougoula) - M'Bouessou	- Nodules polymétalliques. - Oolithes	- Roches magmatiques (granitoïdes, filons hydrothermaux) - Roches sédimentaires (gangues calcaire, dolomitique, siliceuse)	Birimien (2500 – 1800Ma)
Nickel (Ni)	- Pentlandite (Ni, Fe)$_{8S}$	- Biankouma (Sipilou Samapleu) - Touba - Sinfra	- Filons ou inclusions	- Roches magmatiques mafiques et ultramafiques (péridotites, dunites) - Roches sédimentaires (sulfures métalliques)	Archéen (4000 – 2500Ma)
Cuivre (Cu)	- Cuprite (Cu_2O) - Chalcopyrite ($CuFeS_2$)	- Biankouma (Samapleu) - Toulepleu	- lentilles ou inclusions	- Roches magmatiques mafiques et ultramafiques (péridotites, pyroxénolites)	Archéen (4000 – 2500Ma)
Aluminium (Al)	- Bauxite : minerai d'aluminium (40% au moins Al_2O_3)	- Bongouanou (Benene, Elinzue) - Bondoukou - Sinfra ; - Bouaflé	- Plateaux bauxitiques - Couches stratifiées lenticulaires	- Roches magmatiques (granites porphyroïdes) - Roches sédimentaires (grauwackes, arénites) - Roches métamorphiques (schistes)	Birimien (2500 – 1800Ma)
Etain (Sn)	- Cassitérite (SnO_2)	- Man - Toulepleu	- Filons - Placers	- Roches magmatiques (granites porphyroïdes) - Roches sédimentaires (alluvions)	Archéen (4000 – 2500Ma)
Molybdène (Mo)	- Molybdénite (MoS_2)	- Duekoué (Guehiebly) - San Pedro (Monogaga)	- Filons ou inclusions	- Roches magmatiques (granites porphyroïdes) - Roches métamorphiques (migmatites)	Archéen (4000 – 2500Ma)
Titane (Ti)	- Ilménite - Titano - magnétique	-Man (Sangouiné) - Ferkéssédougou (Bavé) - Jacqueville	- Inclusions - Placers (alluvions)	- Roches magmatiques basiques - Roches sédimentaires (sables)	Archéen Birimien
Sable de verrerie	- Quartz : Silice (SiO_2)	-Anyama - Bassam ; - Port Bouet	- Alluvions fluviales	- Roches sédimentaires (sables)	Quaternaire (1,65 – 0,01 Ma)

Document 02: TABLEAU DES PRINCIPAUX GITES MINERAUX DE COTE DE COTE D'IVOIRE

2. Quelles sont les principales roches encaissantes de minéraux ?

On appelle roches encaissantes, les roches dans lesquelles se concentrent les différents minéraux c'est-à-dire les roches dans lesquelles l'on trouve les minéraux.

Quelques définitions

- ***Une roche métamorphique*** est une roche issue de la transformation d'autres roches sous l'action de la température et de la pression différentes de celles qui l'on précédé. (ou roche dont la composition et la texture originelle ont été modifiées par la chaleur et la pression, généralement en profondeur dans la croûte terrestre, roche endogène).
- ***Une roche magmatique*** est une roche qui provient de la solidification du magma se trouve en profondeur de l'écorce terrestre.
- ***Une roche sédimentaire***: est une roche dont les matériaux proviennent de la destruction (ou fragmentation) de roches préexistantes, puis transportés et déposés.

II. QUEL EST LE MÉCANISME DE FORMATION DES GISEMENTS MINIERS ?

A. Cas d'un gisement aurifère

Il existe deux gisements aurifères :

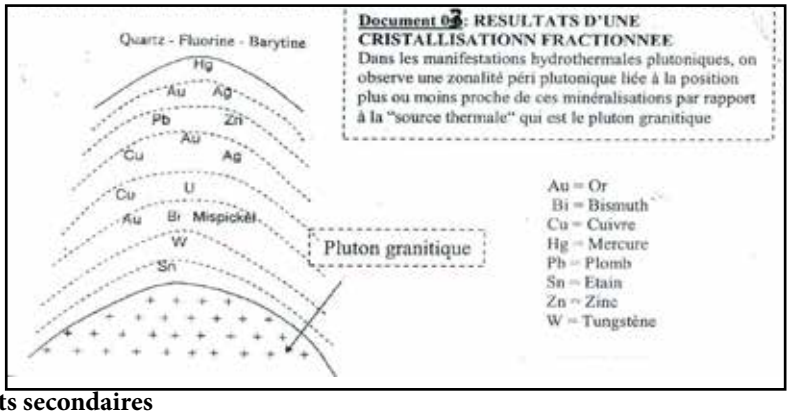
- Les gisements primaires
- Les gisements secondaires.

1. Gisements primaires

Les gisements primaires (ou ***gisement endogène***) sont des gisements qui se forment profondeur de

l'écorce terrestre à partir du ***magma*** et/ou des ***vapeurs minéralisantes*** (***fluides pneumatolytiques*** et ***solutions hydrothermales***). Ils résultent de la ***cristallisation fractionnée*** et de la ***concentration*** des éléments du magma.

En effet, au cours de sa remontée vers la surface de la terre, le magma subit un refroidissement qui conduit à la solidification et à la cristallisation des minéraux selon un gradient de température et de pression. Les éléments du magma se séparent donc en fraction selon un processus de différenciation: c'est la cristallisation fractionnée. Cela s'accompagne de la concentration des éléments minéraux qui s'accumulent dans la roche pour former un ***gisement primaire***. (***Document 03***)



2. Gisements secondaires

Ces gisements résultent de l'altération mécanique et chimique des gisements primaires. Les roches de profondeur ayant encaissé l'or affleurent en surface sous l'effet de l'érosion. Sous l'action des conditions atmosphériques, ces roches subissent le phénomène de l'altération dont le résultat permet de distinguer deux types de gisements:

- *les gisements secondaires résiduels*
- *les gisements secondaires alluvionnaires*

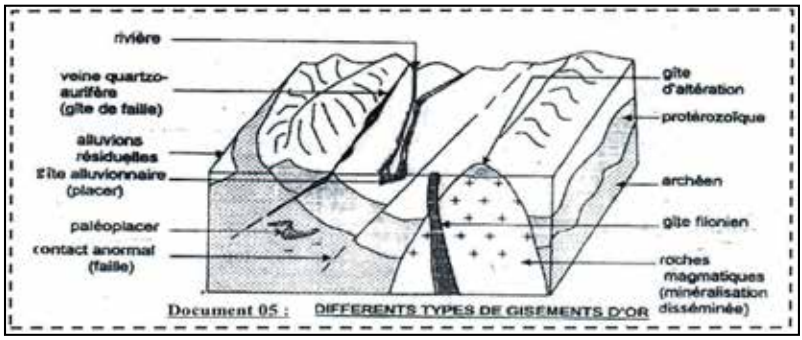
a- Les gisements secondaires résiduels

Ces gisements résultent de l'altération mécanique et chimique des roches. En effets, ils ne sont autres que des gisements primaires ayant subit une seconde transformation suite à l'altération de la roche mère, les éléments minéraux restent sur place et sans être transportés pour former des composés stables conduisant à la formation des nouveaux gisements dits : ***gisements secondaires résiduels ou gisement d'altération chimique***.

b- Les gisements secondaires alluvionnaires

Ils résultent de l'altération de la roche mère suivit d'un transport et dépôt des éléments minéraux de la roches altérée. En effet, après altération de la roche mère les éléments chimiques entrent en solution et sont transportés (soit par le vent, soit par les eaux de ruissellements) pour se déposer plus loin sous forme d'alluvions. On parle de ***gisements secondaires alluvionnaires ou placer***.

3. Les différents types de gisement d'or (Document 05)



Notion de minerai

Un minerai est un ensemble rocheux contenant un métal ou une substance utile à un pourcentage suffisant pour justifier son exploitation.

IV. QUELLES SONT LES MÉTHODES DE PROSPECTION ET D'EXPLOITATION MINIÈRE ?

A. LES MÉTHODES DE PROSPECTION MINIÈRE

On appelle prospection minière un ensemble d'opérations qui se sont exécutées depuis la recherche du premier indice jusqu'à l'évaluation du gisement.

On distingue deux méthodes de prospection minière:

- *Les méthodes directes*
- *Les méthodes indirectes*

1. Les méthodes de prospection directe

a. La prospection géologique

Elle consiste

- à examiner les affleurements (endroit où la roche mère apparaît en surface)
- à prélever des échantillons, à les analyser et les identifier afin de déterminer leur propriétés
- déterminer le type ou la nature de la roche encaissante.

La prospection géologique a deux buts essentiels

- Tester l'intérêt minier d'une structure
- Recueillir des indications d'ordre minéralogique permettant de caractériser et de délimiter une région métalogique.

b. La prospection alluvionnaire

Elle consiste à rechercher les minéraux d'or dans les sédiments de cours d'eau ou de marigot par la technique de la "batée".

En effet, à l'aide d'un récipient (ca1ebasse, van); on lave les limons, les sables et les graviers afin de séparer les minéraux d'or par la différence de leur densité.

c. La prospection géochimique

Elle est basée sur la géochimie et permet de déterminer la concentration des minéraux dans la roche. Elle utilise des techniques spécifiques à chaque minérale et comporte trois étapes:

- ***Le Prélèvement des échantillons***
- ***La Préparation des échantillons***
- ***L'Analyse des échantillons***

c1- Prélèvement des échantillons

On distingue:

- La géochimie des sols: On prélève des échantillons des sois (le sol est prélevé sur des pistes et des chantiers de 30 à 40 cm de profondeur selon un espacement de 200 m)
- La géochimie des alluvions: Elle consiste à effectuer des prélèvement tous les 2 km en moyenne dans les limons de berge des marigots
- La géochimie des roches : les prélèvements se font sur les roches saines de différentes formations.

c2- Préparation des échantillons

Elle consiste à la désagrégation les échantillons, à les rendre en poudre puis sécher. On passe ensuite au tamisage et on ne conserve que le sous tamis.

c3- Analyse des échantillons

Elle consiste à déterminer la teneur ou la concentration de chaque métal dans le sol par des techniques de dosage appropriées.

Dans le cas de l'or, on utilise la ***rhodamine*** après une attaque à ***l'eau chlorée***.

NB: Cette méthode de prospection permet de confectionner une carte avec des ***courbes isovaleurs ou d'isoteneur*** et des ***anomalies de concentration minière***.

2. Les méthodes de prospection indirecte

Ces méthodes sont aussi appelées ***prospections géophysiques*** et sont basées sur les propriétés physiques des substances métalliques. La ***géophysique*** est la science d'application des méthodes de la physique à l'étude de la terre.

Il existe plusieurs méthodes indirectes

a. La méthode électrique

Elle 'est basée sur la détermination de la conductivité et de la résistivité des corps à l'aide des appareils appropriés.

b. La méthode magnétique

A l'aide d'appareils appropriés, on identifie et on localise tous les métaux ayant le même magnétisme. Cette méthode est utilisée pour établir des cartes permettant de donner la répartition des gisements.

c. La méthode radiométrique

Elle est basée sur les propriétés radioactives des formations géologiques. (*Exemple : l'uranium*). La ***radioactivité*** est la propriété que possède certains éléments chimiques de se transformer spontanément en d'autres éléments avec émissions de divers rayonnement.

En effet, à l'aide d'un appareil appelé ***scintillomètre ou compteur Geiger***, on mesure sur un domaine donné la radioactivité de toutes les roches présentes. Cela nous permet de localiser le minérale recherché.

d. La méthode de la Sismique de réflexion

Cette méthode est basée sur le principe de l'écho, c'est-à-dire sur la propagation des ondes engendrées artificiellement par des expositions à des chocs. Les ondes réfléchis ou réfractés en profondeur par les limites des couches géologiques sont enregistrées à la surface de la terre. Les enregistrements obtenus permettent d'établir la structure du sous-sol, Un quadrillage du champ minier permet la géométrie du gisement.

e. La méthode de la télédétection

Elle fournit des images de la surface du globe dont le traitement permet de préciser la limite entre les différentes roches ou de localiser les pièges miniers.

B. LES MÉTHODES D'EXPLOITATION MINIÈRE

Ces méthodes tiennent compte de la morphologie du gisement (***nature*** et ***forme***).

On distingue trois grandes méthodes d'exploitation minière.

1. L'exploitation à ciel ouvert

Elle est utilisée lorsque le gisement se trouve en ***surface*** ou en ***très faible profondeur***. Elle consiste à faire une ***découverture*** c'est-à-dire à ***mettre à nu la zone minéraliser*** (enlever la végétation et toutes les couches de terrain recouvrant la zone minéralisée). Cette couche de terre est appelée ***"Mort terrain"***. Cette méthode permet de définir un paramètre important qui est le ***taux de découverture***.

On appelle ***Taux de découverture*** (δ), le rapport entre le ***volume de terre à enlever*** ($\mathbf{V_T}$) sur le ***volume du minerai*** ($\mathbf{V_M}$).

δ : taux de découverture

$\mathbf{V_T}$**:** volume de terre à enlever

$\mathbf{V_M}$**:** volume de minerai

Le taux de découverture est un paramètre qui influence le prix de revenu de l'extraction.

- Si $\delta > 1 \longrightarrow V_T > V_M$ alors le prix de vente sera élevé
- Si $\delta < 1 \longrightarrow V_T < V_M$ alors le prix de vente sera faible

.Ce type d'exploitation concerne:

- Les gisements stratiformes (charbon, phosphate, manganèse)

- Les gisements affleurants ou à faible profondeur (sable, gravier)

- Les gisements métallifères (Fer, aluminium)

2. L'exploitation souterraine

Elle est utilisée lorsque le gisement se trouve en profondeur. Elle consiste à creuser des galeries ou d'accès à partir de la surface pour avoir accès à la zone minéralisée

3. La méthode par sondage ou forage

Elle concerne essentiellement l'extraction des fluides (eaux, gaz, pétrole). L'extraction dans ce cas se partir des puits ou des forages.

VI. QUEL EST L'IMPACT DE L'EXPLOITATION MINIÈRE SUR L'HOMME ET SON ENVIRONNEMENT

L' exploitation minière a des aspects **positifs** et **négatifs** sur l'homme et son environnement.

A. ASPECTS POSITIFS

- l'amélioration de la qualité de vie;
- la création d'emplois
- développement des infrastructures socio-économiques (construction des routes, des écoles, des centres de santé, des usines ...)
- la rentabilité du gisement (-entrée importante de devises);
- réduction de l'exode rurale

B. ASPECTS NÉGATIFS

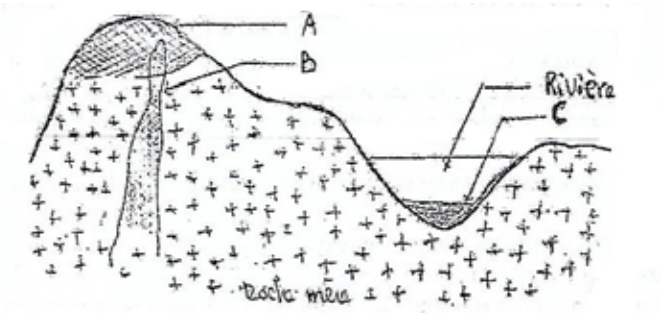
- dégradation des sols ;
- la déforestation et la désertification
- Emission de gaz toxique ;
- Destruction de la couche d'ozone
- Effet de serre (réchauffement de la planète) ;
- Pollution des eaux et de l'atmosphère
- Disparition de la flore et de la faune;
- Ensablement des eaux.

EXERCICE CORRIGÉ 1

En Côte d'Ivoire, les nombreux placers aurifères sont exploités traditionnellement depuis le début du siècle à Bouaflé, Toumodi et Aboisso par la technique de la batée.

1. Nommez le principe physique de la technique de la batée.
2. Expliquez cette technique.

Le document suivants représente une formation géologique renfermant trois formes de gisements aurifères notées A, B et C.



3. Nommez chaque gisement en reportant la lettre correspondant sur votre feuille de copie.
4. Précisez l'origine de chaque gisement.
5. Expliquez succinctement le processus de formation du gisement C.

SOLUTION

1) Le principe physique de la technique de la bâtée est la prospection alluvionnaire.
2) Explication de la technique de la bâtée : Elle consiste à rechercher les minéraux dans les sédiments des cours d'eau (marigots) : à l'aide d'un récipient (calebasse) on lave les limons, les sables et graviers. La loi hydrodynamique permet une séparation densimétrique des minéraux
3) A = gîte d altération ; B = gîte filonien ; C = gîte alluvionnaire (ou placer).
4) Origine de chaque gisement :
Le gisement A (gisement d'altération) est résiduel. Le gisement B (gisement filonien - magmatique. Le gisement C (gisement alluvionnaire) est d'origine sédimentaire.
5) Explication du processus de formation du gisement C :
Après l'altération de la roche encaissée, les minéraux aurifères sont transportés par les eaux superficielles, déposés accumulés dans les plaines alluvionnaires..

EXERCICE CORRIGÉ 2

En vue de diversifier et d 'accroître ses ressources de revenus, la Côte d'Ivoire s 'est engagée, entre autres activités, dans l'exploitation des gisements aurifères dont ceux d'ITY (Danané), d'AFEMA (Aboisso) et d'ANGOVIA (Bouaflé):

Le gisement d'ITY, d'une centaine de mètres de profondeur, se présente sous la forme d'une grande colline. Sous l'effet des intempéries, chaleur et eaux acidifiées notamment, la roche mère a subi une oxydation prolongée et une altération puissante et complète qui l'ont finalement décomposée en profondeur. Le dépôt d'or primaire, dissous in situ, s'est recristallisé sur place et a été piégé dans des roches latéritiques et argileuses avec une concentration élevée supérieure à 4 g/t. Cet or est fin.

Le gisement d'ANGOVIA mesure 1700 m de long, 20 m de large et 200 m de profondeur. La roche mère est composée de basaltes tholéitiques (roches vertes), qui ont été imprégnés par la circulation de fluides hydrothermaux d'origine profonde. Situé en zone tropicale humide, ce gisement a subi une puissante altération météorique de surface. Il aurait ainsi donné naissance aux minéralisations aurifères du YAOURE génératrices des placers alluvionnaires exploités depuis le début du siècle et caractérisés par des pépites d'or formés par la concentration de l'or fin (1 à 7µ)

Le gisement d'AFEMA est situé dans une structure géologique connue sous le nom de zone de cisaillement (2 km de large sur 35 km de long en Côte d'ivoire et se poursuivant au Ghana), milieu classique pour la formation des gisements aurifères. La zone minéralisée qui se trouve entre les roches volcaniques à l'Ouest et les roches sédimentaires à l'Est est essentiellement formée de quartz filonien en profondeur. La concentration moyenne est d'environ 2 g/t. L'or de ce gisement est également très fin (1 à 7 µ).

1) Les placers aurifères tels ceux du YAOURE, très nombreux en Côte d'Ivoire, sont exploités depuis le début du siècle à Bouaflé, Toumodi, Aboisso de façon traditionnelle c'est à dire par la batée, technique reposant sur la séparation densimétrique des minéraux. Par contre les gisements d'or d'ITY, d'ANGOVIA ou d'AFEMA, découverts suite à des travaux de recherche (géochimie, puits, tranchée, sondages etc.…) sont difficilement exploitables par les orpailleurs.

a) Décrivez la méthode de la prospection géochimique de l'or.

b) Relevez dans le texte les raisons pour lesquelles l'or d'ITY, d'ANGOVIA ou d'AFEMA est difficilement exploitable par les orpailleurs.

2) Dans ces gisements affleurant, l'exploitation de l'or se fait à ciel ouvert. Décrivez la méthode d'exploitation à ciel ouvert.

3) A partir du texte et de vos connaissances, associez chaque gisement à ses caractéristiques en cochant la ou les cases qui conviennent.

Gisements / Caractéristiques	ITY	YAOURE	AFEMA	ANGOVIA
Gisement primaire				
Gisement secondaire				
Gisement alluvionnaire				
Gisement filonien				
Gisement d'altération chimique				

4) Dégagez à partir du texte et de vos connaissances, les 3 étapes de la formation du gisement d'or du YAOURE.

SOLUTION

1) a) Voir corrigé 3 question 3).
b) L'or d'ITY, d'ANGOVIA ou d'AFEMA est difficilement exploitable par les orpailleurs car cet or est très fin (1 à 7p) et donc invisible à l'œil nu. Sa récupération se fait par des procédés de traitement chimique inaccessibles aux orpailleurs qui utilisent la bâtée.
2) L'exploitation à ciel ouvert consiste à mettre à nu la zone minéralisée en enlevant à Laide de bulldozers la couche de terrain recouvrant la zone minéralisée appelée le « mort terrain » : ce procédé est la découverture. Si le gisement est en couche horizontale ou subhorizontale, l'exploitation se fait en forme de cuvette ; s'il est en amas, l'exploitation se fait en gradins.
3) Voir tableau ci-dessus.

Gisement / Caractéristiques	ITY	YAOURE	AFEMA	ANGOVIA
Gisement primaire	X	X		
Gisement secondaire				
Gisement alluvionnaire		X		
Gisement filonien			X	
Gisement d'altération chimique	X			

4) Les gisements du YAOURE sont des placers alluvionnaires qui proviennent d'une manière générale de l'altération météorique du gisement d'or primaire d'ANGOVIA selon un processus géologique en 3 étapes :
- altération météorique partielle du gisement d'or primaire d'ANGOVIA
- transport des sédiments contenant de l'or par les eaux de pluie
- dépôt et concentration de l'or fin pour former des pépites observables dans les alluvions.

EXERCICE 1

Un agriculteur cultive une variété de céréale sur une parcelle. Depuis quelques années il observe une baisse de sa production. Il décide alors de consulter l'ingénieur agronome de sa ville. En tenant compte des résultats d'expérimentations déjà effectuées dans la région (voir tableau ci-dessous), l'ingénieur lui conseille d'améliorer sa production en répandant une dose d'engrais chimique de ***150*** kg par hectare sur la parcelle.

Dose d'engrais chimiques appliquées (en Kg/ha)	50	100	150	200	250
Rendement (en quintaux/ha)	48	67	82,5	80	60

1. Construisez la courbe traduisant les rendements en quintaux par hectare en fonction des doses d'engrais chimique appliquées.
2. Dites pourquoi l'ingénieur agronome a conseillé la dose d'engrais de 150 kg / ha.
3. A partir de cette étude, précisez les effets que l'utilisation des engrais chimiques peut avoir sur le développement d'une plante.

EXERCICE 2

Les affirmations suivantes sont relatives à la mise en place des gisements miniers. Ecrire VRAI ou FAUX devant chacune de ces affirmations.

1- Une roche encaissante est une roche qui se forme dans le minerai des endroits précis dans le sol .....

2- La cristallisation fractionnée est une technique de prospection au niveau des roches .....

3- Les roches sédimentaires sont des roches qui proviennent de la transformation des roches magmatique sous l'effet de la pression et de la température élevée .....

4- Le gisement secondaire alluvionnaire se met en place après le processus d'altération et de dépôt .....

5- Les gisements primaires se mettent en place en profondeur mais aussi en surface .....

6- On rencontre une forte concentration de fer dans l'EST de la côte d'ivoire ....

7- L'eau de ruissellement, le vent et l'homme interviennent dans le transportas alluvions lors de la formation des gisements secondaires alluvionnaires .....

8- L'exploitation à ciel ouvert se fait lorsque le gisement est situé à une profondeur de 20 m .....

EXERCICE 3

Reproduisez le tableau ci-dessous en y ajoutant les aspects positifs et les aspects négatifs de l'exploitation minière, sur l'environnement et sur la qualité de vie.

Aspects positifs de l'exploitation minière	Aspects négatifs de l'exploitation minière

EXERCICE 4

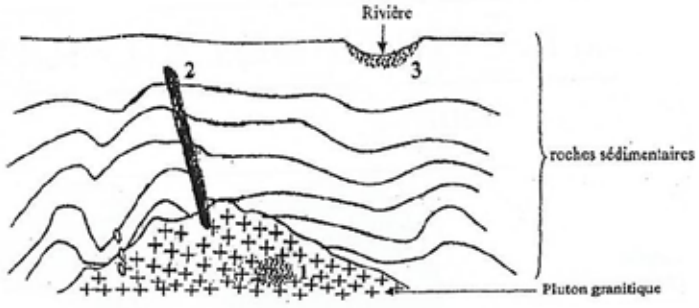
Le tableau ci-dessous présente quelques gisements aurifères et leur mode de formation. Reliez chaque type de gisement à son mode de formation.

Types de gisements	
Gisement secondaire alluvionnaire	1
Gisement magmatique	2
Paléo-placer	3
Gisement filonien	4
Gisement d'altération	5

	Mécanismes de formation
A	Cristallisation fractionnée
B	Altération + dépôt
C	Altération + transport + dépôt
D	Concentration d'éléments volatiles

EXERCICE 5

Des études effectuées dans le cadre de la prospection minière ont permis de réaliser une coupe schématique d'un terrain représentée par le document ci-dessous.



On y distingue essentiellement deux types de roches. Il s'agit d'un pluton granitique situé en profondeur et recouvert par des roches sédimentaires stratifiées. La prospection a permis de découvrir plusieurs gisements métallifères comportant souvent des minerais différents.

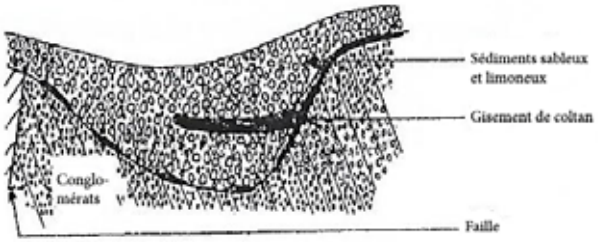
1. Définissez le gisement métallifère.
2. Nommez les gisements 1, 2 et 3.
3. Classez-les en gisements primaire et secondaire.
4. Expliquez le processus de mise en place du document 2.
5. L'épaisseur des roches sédimentaires de la surface au sommet du gisement 2 est estimée à 100 m.

a. Proposez une méthode d'exploitation de ce gisement.
b. Décrivez là.

EXERCICE 6

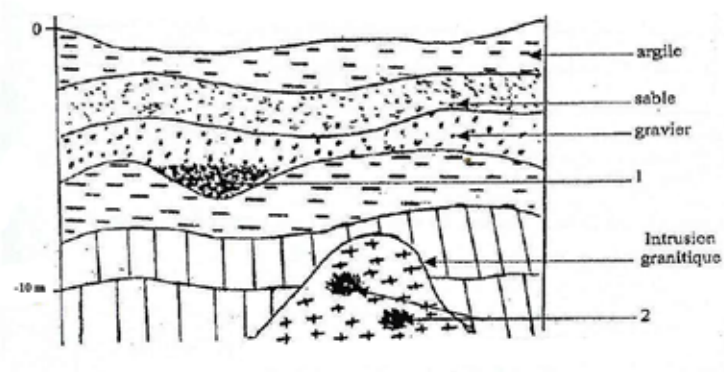
La République du Congo Démocratique possède de nombreux gisements miniers dont le coltan, minerai utilisé dans la fabrication de téléphones portables. Le document ci-contre représente un gisement de coltan à faible profondeur.

1. Nommez la roche encaissante.
2. Identifiez le type de gisement minier.
3. Expliquez le mécanisme de sa mise en place.
4. Décrivez la méthode de prospection utilisée.
5. Proposez une technique d'exploitation de ce gisement.



EXERCICE 7

En vue de localiser des gisements aurifères, dans une région de la Côte d'Ivoire, une équipe de géologues a effectué une étude de terrain qui a permis d'obtenir la coupe géologique représentée par le document ci- dessous.



Les chiffres 1 et 2 représentent des gisements aurifères.

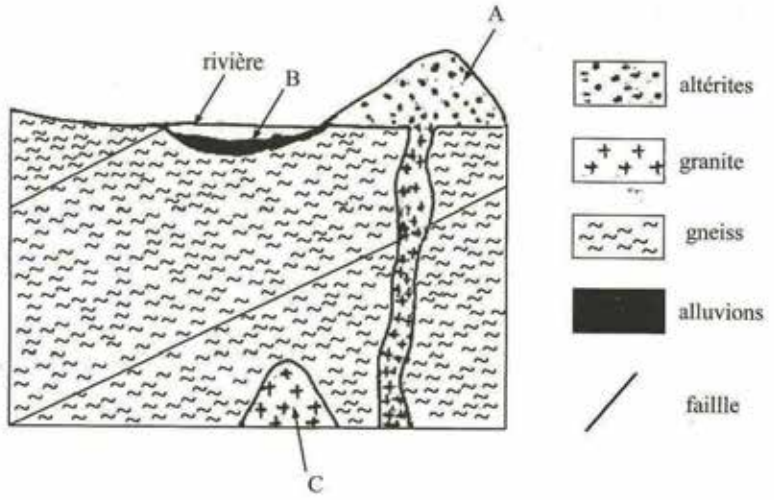
1. Nommez les gisements 1 et 2.
2. Expliquez la mise en place de chaque type de gisement.
3.

a. Proposez une méthode d'exploitation du gisement 2.
b. Justifiez votre réponse.
c. Décrivez la méthode.

4. Citez deux aspects négatifs de cette méthode d'exploitation.

EXERCICE 8

Pour rechercher des gisements d'or exploitables, les orpailleurs utilisent plusieurs techniques de prospection dont la batée. Ces techniques de prospections ont permis de localiser des gisements aurifères représentés par le document ci-dessous :

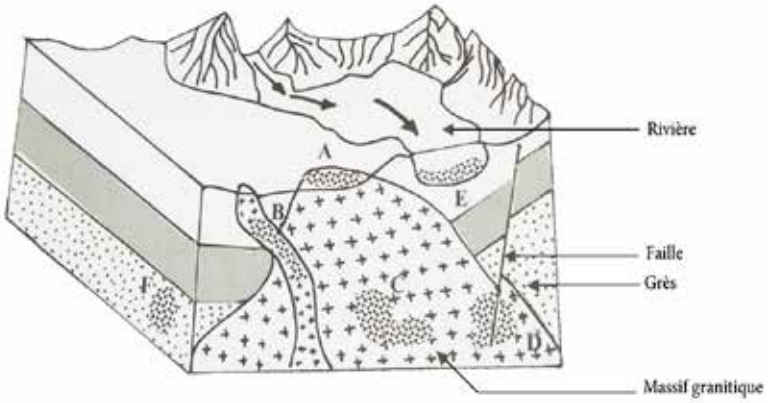


GISEMENTS AURIFÈRES

1. Nommez les gisements A, B et C.
2. Identifiez le gisement pour lequel la technique de la batée est utilisée.
3. Décrivez la technique de la batée.
4. Précisez la méthode d'exploitation des gisements A et C.
5. Expliquez le mode de formation du gisement C.

EXERCICE 9

Des gisements aurifères sont localisés dans certaines régions de la côte d'ivoire. Leur exploitation influence la vie des populations et occupe une place importante dans l'économie du pays. En vue de comprendre le processus de mise en place des gisements aurifères, une coupe de terrain a été réalisée dans une région où l'on exploite de l'or.
Le schéma ci-dessous présente les différents gisements aurifères A, B, C, D, E et F observés.

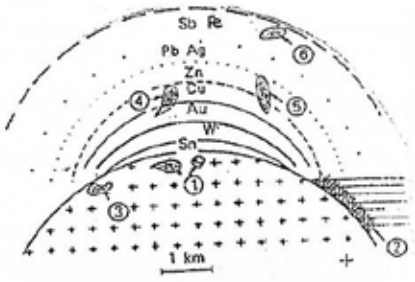


1. Nommez les gisements désignés par les lettres A, B, C, D, E et F.
2. Classez-les en gisements primaires et secondaires.
3. Décrivez la méthode de prospection appropriée au gisement E.

4. Expliquez la formation des gisements B et E.
5. Dégager deux inconvénients de l'exploitation minière sur l'environnement et deux avantages économiques pour la région.

EXERCICE 10

Une intrusion granitique donne souvent lieu à des dépôts ou des concentrations métallifères, non seulement au niveau du massif lui-même, mais aussi dans son environnement immédiat. Dans la concentration des éléments métallifères au sein du magma granitique fondu, deux lignées se distinguent lors de la phase de cristallisation (voir document ci-contre):
N.B: - Une lignée volatile dénommée pneumatolytique qui donne naissance aux filons hydrothermaux.
- Une lignée statique qui demeure au sein du massif et donne naissance à des filons simples ou polymorphes.
Les chiffres de 1 à 6 du document ci-contre, donnent la position des gisements dont les dépôts résultent de la cristallisation du magma.

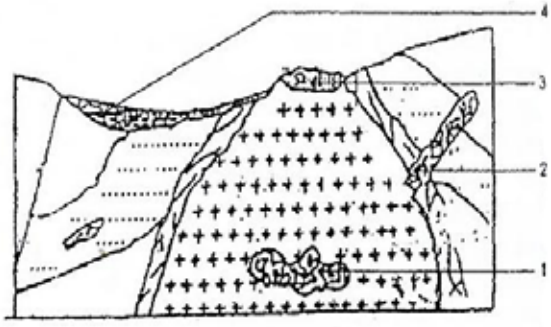


Les gites métallifères en périphérie d'un massif de granite: principales zones avec les éléments métalliques caractéristiques.

1. Nommez le mode de cristallisation mis en évidence dans ce schéma.
2. Formulez une hypothèse sur l'origine des différents éléments métallifères dispersés à l'intérieur et à l'extérieur du massif granitique.
3. En vous référant à l'origine de ces éléments métallifères, indiquez le type de gisement auquel appartiennent les zones contenant les minerais.
Sn = étain; Cu = cuivre; Au = or **;** Fe = fer
4. Expliquez le processus qui a permis la mise en place de ces gisements.

EXERCICE 11

Les placers aurifères tels que ceux du Yaouré, très nombreux en Côte d'ivoire, sont exploités depuis le début du siècle à Bouaflé, Toumodi, Aboisso de façon traditionnelle par la technique de la batée. Cette technique repose sur la séparation densimétrique des minéraux.
Le document ci-contre présente différents types de cites aurifères.



1. Nommez ces gîtes aurifères.
2. Classez-les selon leur ordre de formation en utilisant les chiffres indiqués sur le document.
3. Parmi les gîtes ci-dessus nommés, indiquez celui dont la technique d'exploitation est décrite plus haut.
4. Expliquez le processus de formation de ce gîte.

