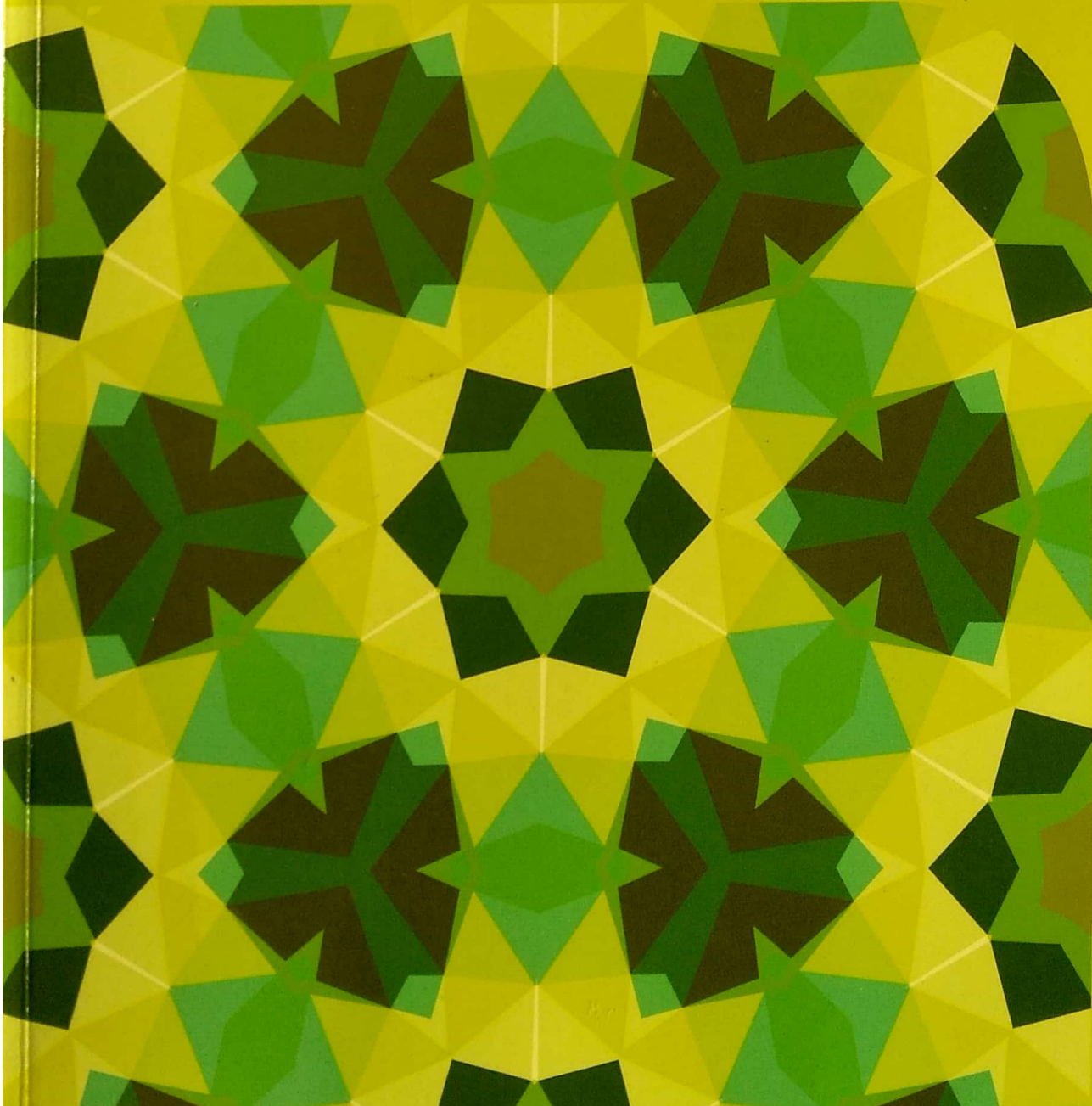


3e Mathématiques

ÉCOLE, NATION et DÉVELOPPEMENT



3^e Mathématiques

29



École Nation et Développement

Henri-Barbusse

Théodore GUÉPIÉ Maho
Inspecteur Général de l'Éducation Nationale

François KOUDOU Broubié
Inspecteur de l'Enseignement Secondaire

Pierre KADIO Komenan
Coordonnateur National Disciplinaire

Florent ASSAMOI Djapo
Coordonnateur Régional Disciplinaire

Jean-Marie KOFFI Konan
Coordonnateur Régional Disciplinaire

Diarrassouka

Mariam

Blowia



- À Madame le Ministre de l'Éducation Nationale ;
- À Mesdames et Messieurs les Inspecteurs Généraux ;
- À Mesdames et Messieurs les Inspecteurs de l'Enseignement Secondaire ;
- À Mesdames et Messieurs les Directeurs Régionaux de l'Éducation Nationale ;
- À Mesdames et Messieurs les Encadreurs Pédagogiques ;
- À Mesdames et Messieurs les Chefs d'Établissement ;
- À Mesdames et Messieurs les Enseignants des Lycées et Collèges ;
- À tous ceux qui ont contribué à l'amélioration de ce manuel par leurs observations et suggestions.

RENFORCEMENT DE LA LUTTE CONTRE LE PIRATAGE DES OUVRAGES ÉDUCATIFS ET DES ŒUVRES INTELLECTUELLES

L'hologramme apposé sur la couverture de cet ouvrage est un certificat d'authenticité. Il garantit :

- la validité des contenus et la qualité de l'impression ;
- le respect du travail et de la rémunération des auteurs.

Seuls les exemplaires portant cet hologramme sont certifiés authentiques et vous garantissent que ce livre n'est pas une contrefaçon.

ISBN : 978-27531-1257-5 © NEI-CEDA, 2019

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

Le présent manuel scolaire de la classe de troisième, de la collection **École, Nation et Développement** est le fruit d'une construction pédagogique entre Inspecteurs Généraux, Inspecteurs de l'Enseignement Secondaire, Encadreurs pédagogiques et Enseignants de terrain.

Conforme aux programmes recadrés et axés sur une approche pédagogique nouvelle, l'Approche par les Compétences, ce manuel s'adresse à l'élève qu'il place au centre de son apprentissage et fait de l'enseignant, un facilitateur actif. Par compétence, il faut entendre un pouvoir d'agir, de réussir et de progresser, fondé sur la mobilisation efficace et l'utilisation d'un ensemble intégré de ressources pour faire face et traiter une situation de vie.

Ainsi, pour réussir le développement des compétences, les activités proposées dans les séquences du présent manuel sont issues de l'environnement immédiat de l'apprenant afin de l'aider à traiter des situations d'apprentissage ayant du sens pour lui.

Le manuel de la classe de troisième est constitué de quatorze leçons ou séquences d'apprentissage structurées elles-mêmes autour des cinq rubriques ci-dessous.

- **Habilités et contenus** – Convoqués dans chaque séquence d'apprentissage, il s'agit des savoirs et savoir-faire dont l'acquisition est attendue après l'étude de chaque leçon.
- **Découvre le sujet** – Placée en début de chaque leçon, il s'agit d'une illustration des principaux contenus développés dans la leçon. Elle est destinée à éveiller la curiosité de l'élève, l'amener à se poser des questions, à émettre des hypothèses. Elle se veut également une source de motivation à étudier la leçon. À la fin de cette étude, l'élève doit être capable, dans une démarche réflexive, de revenir à l'illustration pour apporter des éléments de réponse à ses interrogations premières.
- **Développe le sujet** – Ce sont les moments de l'apprentissage et chaque activité ciblée fait l'objet de bilan permettant à l'apprenant de construire les acquis de façon progressive.
- **Retiens l'essentiel** – C'est un résumé réduit à son strict minimum ; il vient formaliser les explications déjà fournies dans l'ensemble des bilans de la partie précédente.
- **Exerce-toi** – Cette rubrique regroupe un ensemble d'exercices gradués dont l'objet est de fixer et de consolider les acquis. L'on passe progressivement des questions à réponse rapide à celles pouvant servir de renforcement ou d'approfondissement des compétences développées ou en voie de l'être. Aussi, cette rubrique se décline-t-elle en trois sous-rubriques : « Vérifie tes acquis », « Utilise tes acquis » et « Renforce tes acquis ».

Les illustrations et les textes ont été choisis pour aider l'apprenant à construire ses acquis à partir de son propre milieu, tout en restant ouvert aux apports du monde extérieur selon les thématiques à l'étude.

Les auteurs de la présente collection **École, Nation et Développement** voudraient solliciter l'indulgence des utilisateurs du présent manuel scolaire pour les éventuelles imperfections qui apparaîtraient dans ce travail auquel ils ont cependant mis le plus grand soin. Ils accueilleront avec respect et reconnaissance les remarques et suggestions en vue d'une amélioration de l'œuvre, que chacun voudra bien faire l'amitié de leur formuler.

LES AUTEURS

Compétence 1

Configurations du plan

1 Triangle rectangle	5
Découvre le sujet	5
Développe le sujet	6
Retiens l'essentiel	8
Exerce-toi	10
2 Propriétés de Thalès dans un triangle	17
Découvre le sujet	17
Développe le sujet	18
Retiens l'essentiel	20
Exerce-toi	21
3 Angles inscrits	27
Découvre le sujet	27
Développe le sujet	28
Retiens l'essentiel	30
Exerce-toi	31
4 Vecteurs	37
Découvre le sujet	37
Développe le sujet	38
Retiens l'essentiel	40
Exerce-toi	43

Géométrie analytique

5 Coordonnées d'un vecteur	49
Découvre le sujet	49
Développe le sujet	50
Retiens l'essentiel	54
Exerce-toi	56
6 Équations de droites	63
Découvre le sujet	63
Développe le sujet	64
Retiens l'essentiel	69
Exerce-toi	73

Configurations de l'espace

7 Pyramides et cônes	77
Découvre le sujet	77
Développe le sujet	78
Retiens l'essentiel	83
Exerce-toi	86

Compétence 2

Activités numériques

8 Racines carrées	
Découvre le sujet	91
Développe le sujet	91
Retiens l'essentiel	92
Exerce-toi	95
9 Calcul numérique	97
Découvre le sujet	103
Développe le sujet	103
Retiens l'essentiel	104
Exerce-toi	107
	110

Calcul littéral

10 Calcul littéral	115
Découvre le sujet	115
Développe le sujet	116
Retiens l'essentiel	119
Exerce-toi	122
11 Équations et inéquations du premier degré dans \mathbb{R}	127
Découvre le sujet	127
Développe le sujet	128
Retiens l'essentiel	130
Exerce-toi	132
12 Équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	137
Découvre le sujet	137
Développe le sujet	138
Retiens l'essentiel	141
Exerce-toi	144

Organisation de données

13 Applications affines	151
Découvre le sujet	151
Développe le sujet	152
Retiens l'essentiel	155
Exerce-toi	159
14 Statistique	163
Découvre le sujet	163
Développe le sujet	164
Retiens l'essentiel	167
Exerce-toi	170
	174
Table des carrés	175
Table trigonométrique	176
Index et crédits	

Triangle rectangle

Habilités et contenus

- ✓ **Identifier** le sinus d'un angle aigu ; le cosinus d'un angle aigu ; la tangente d'un angle aigu.
- ✓ **Connaître** la propriété de Pythagore ; la réciproque de la propriété de Pythagore ; la propriété métrique déduite de l'aire ; la propriété relative à la somme des carrés du cosinus et du sinus ; la propriété relative au cosinus et au sinus de deux angles complémentaires.
- ✓ **Construire** un segment de longueur \sqrt{a} , $a > 0$.
- ✓ **Calculer** le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu.
- ✓ **Encadrer** la mesure d'un angle aigu connaissant son cosinus, son sinus ou sa tangente.
- ✓ **Utiliser** les propriétés de Pythagore pour calculer différentes longueurs dans un triangle rectangle ; la propriété métrique déduite de l'aire pour calculer différentes longueurs dans un triangle rectangle ; le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu pour calculer différentes longueurs dans un triangle rectangle ; une table trigonométrique ou une calculatrice pour donner la valeur exacte, une valeur approchée ou un encadrement de la mesure d'un angle aigu connaissant son cosinus, son sinus ou sa tangente.
- ✓ **Justifier** qu'un triangle est rectangle.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel au triangle rectangle.

Découvre le sujet



Le charpentier place les planches sous forme de triangles rectangles pour consolider les structures. Il est nécessaire de bien calculer les longueurs des planches avant de les poser.

Activité 1 Propriété de Pythagore

1. Construis un triangle ABC rectangle en A .
2. Mesure avec une règle graduée les longueurs AB , AC et BC .
3. Calcule puis compare $AB^2 + AC^2$ et BC^2 .

**Bilan de l'activité**

Si un triangle ABC est rectangle en A , alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

Activité 2 Réciproque de la propriété de Pythagore

L'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle dont les dimensions sont données dans le tableau ci-dessous.

	1 ^{er} cas	2 ^e cas	3 ^e cas	4 ^e cas
AB	3	6	2,5	4,8
AC	4	4,5	6	3,6
BC	5	7,5	6,5	6

1. Pour chaque cas, compare $AB^2 + AC^2$ et BC^2 .
2. Construis le triangle ABC dans chaque cas.
3. Pour chaque cas, vérifie si le triangle ABC est rectangle ou non.

**Bilan de l'activité**

Si dans un triangle ABC , $AB^2 + AC^2 = BC^2$, alors il est rectangle en A .

Activité 3 Propriété métrique déduite de l'aire

ABC est un triangle rectangle en A .
 H est le pied de la hauteur issue de A .

1. Exprime l'aire de ABC en fonction de AB et AC ;
puis en fonction de BC et AH .
2. Justifie que $AB \times AC = BC \times AH$.

**Bilan de l'activité**

Si ABC est un triangle rectangle en A et H est le pied de la hauteur issue de A , alors $AB \times AC = BC \times AH$.

Activité 4 Sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu

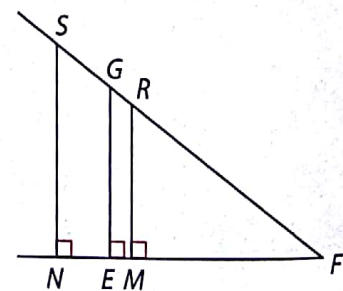
L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur,
 EFG est un triangle tel que : $EF = 4$; $EG = 3$ et $FG = 5$.

M et N sont deux points de $[FE]$ tels que : $FM = 3,6$ et $FN = 5$.

On donne : $MR = 2,7$ et $NS = 3,75$.

1. Calcule FR , puis FS en utilisant la propriété de Pythagore.
2. Calcule puis compare les rapports suivants : $\frac{EG}{FG}$ • $\frac{MR}{FR}$ • $\frac{NS}{FS}$.
3. Calcule puis compare les rapports suivants : $\frac{FE}{FG}$ • $\frac{FM}{FR}$ • $\frac{FN}{FS}$.
4. Calcule puis compare les rapports suivants : $\frac{EG}{EF}$ • $\frac{MR}{MF}$ • $\frac{NS}{NF}$.




Bilan de l'activité

- Les rapports de la question 2. sont égaux à :

$$\frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{EFG}}{\text{hypoténuse}} = \sin \text{ de l'angle } \widehat{EFG}.$$
- Les rapports de la question 3. sont égaux à :

$$\frac{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{EFG}}{\text{hypoténuse}} = \cos \text{ de l'angle } \widehat{EFG}.$$
- Les rapports de la question 4. sont égaux à :

$$\frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{EFG}}{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{EFG}} = \tan \text{ de l'angle } \widehat{EFG}.$$

Activité 5 Une formule de trigonométrie

- Trace un triangle ABC rectangle en B .
- Justifie que $\cos \hat{A} > 0$; puis que $\cos \hat{A} < 1$.
 - Justifie que $0 < \sin \hat{A} < 1$.
- Utilise la propriété de Pythagore pour démontrer que : $(\cos \hat{A})^2 + (\sin \hat{A})^2 = 1$.

Bilan de l'activité

- $0 < \cos \hat{A} < 1$
- $0 < \sin \hat{A} < 1$
- $(\cos \hat{A})^2 + (\sin \hat{A})^2 = 1$.


Activité 6 Cosinus et sinus de deux angles complémentaires

- Trace un triangle ABC rectangle en A .
- Justifie que les angles \hat{B} et \hat{C} sont complémentaires.
- Justifie que $\cos \hat{B} = \sin \hat{C}$; puis que $\sin \hat{B} = \cos \hat{C}$.

Bilan de l'activité

Pour \hat{B} et \hat{C} deux angles complémentaires, on a $\cos \hat{B} = \sin \hat{C}$ et $\sin \hat{B} = \cos \hat{C}$.


Activité 7 Table trigonométrique

Il existe une table, appelée table trigonométrique, qui donne les arrondis d'ordre 3 de $\cos a^\circ$ et de $\sin a^\circ$ pour chaque nombre entier a de l'intervalle $[0 ; 90]$.
Le tableau ci-dessous est un extrait de la table trigonométrique.

Degrés	Sinus	Cosinus	
36	0,588	0,809	54
37	0,602	0,799	53
38	0,616	0,788	52
39	0,629	0,777	51
40	0,643	0,766	50
41	0,656	0,755	49
42	0,669	0,743	48
43	0,682	0,731	47
44	0,695	0,719	46
45	0,707	0,707	45
	Cosinus	Sinus	Degrés

- Lis dans la table $\sin 38^\circ$, $\cos 42^\circ$, $\sin 47^\circ$ et $\cos 53^\circ$.
Explique ta méthode de lecture du tableau.
Vérifie les résultats trouvés avec ta calculatrice.
- Trouve la mesure d'un angle \hat{B} tel que $\sin \hat{B} = 0,629$.
- Trouve la mesure d'un angle \hat{C} tel que $\cos \hat{C} = 0,682$.
- L'angle \hat{E} est tel que : $\sin \hat{E} = 0,6$.
Justifie que $36^\circ < \text{mes } \hat{E} < 37^\circ$.

Bilan de l'activité

On peut utiliser une table trigonométrique (voir p. 175) ou une calculatrice pour donner la valeur exacte, une valeur approchée ou un encadrement d'un sinus, d'un cosinus ou de la mesure d'un angle aigu connaissant son cosinus ou son sinus.

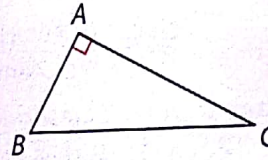


1 Propriétés métriques des triangles rectangles

a. Propriété de Pythagore

► Propriété

Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



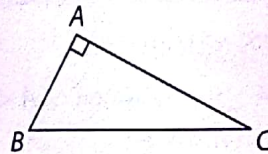
ABC rectangle en A

$$BC^2 = BA^2 + AC^2$$

b. Réciproque de la propriété de Pythagore

► Propriété

Si, dans un triangle, le carré d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.



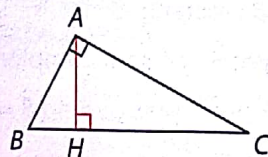
$$BC^2 = BA^2 + AC^2$$

ABC rectangle en A

c. Propriété métrique déduire de l'aire

► Propriété

Dans un triangle rectangle, le produit des côtés de l'angle droit est égal au produit de l'hypoténuse et de la hauteur issue du sommet de l'angle droit.



ABC rectangle en A

$$AB \times AC = BC \times AH$$

FICHE MÉTHODE Construction d'un segment de longueur \sqrt{a}

a désigne un nombre positif non nul.
Pour construire un segment de longueur \sqrt{a} :

① Écrire a comme somme des carrés de deux nombres entiers b et c .

$$a = b^2 + c^2.$$

② Sur deux droites perpendiculaires (d) et (d') sécantes en O , placer :

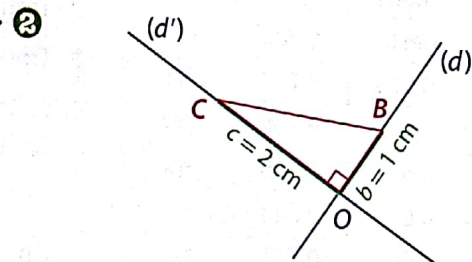
- un point B sur (d) tel que $OB = b$;
- un point C sur (d') tel que $OC = c$.

③ Le segment $[BC]$ est le segment cherché puisque, d'après la propriété de Pythagore, il a pour longueur \sqrt{a} .

Exemple

Pour tracer un segment de longueur $\sqrt{5}$ cm.

① $\sqrt{a} = \sqrt{5}$ donc $a = 5$ et $5 = 1^2 + 2^2$ donc $b = 1$ et $c = 2$.



③ $BC = \sqrt{5}$ cm.

Retiens l'essentiel

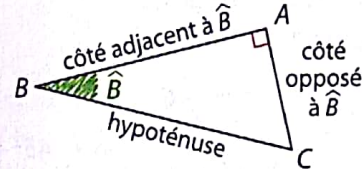
2 Sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu

a. Définitions et première propriété

► Définitions

Dans un triangle rectangle,

- le **sinus** d'un angle aigu (ou de sa mesure) est le quotient du côté opposé à cet angle par l'hypoténuse.
- le **cosinus** d'un angle aigu (ou de sa mesure) est le quotient du côté adjacent à cet angle par l'hypoténuse.
- la **tangente** d'un angle aigu (ou de sa mesure) est le quotient du côté opposé à cet angle par le côté adjacent à cet angle.



$$\begin{aligned} \sin \hat{B} &= \frac{AC}{BC} & \cos \hat{B} &= \frac{AB}{BC} \\ \tan \hat{B} &= \frac{AC}{AB} \end{aligned}$$

Remarque Pour un angle \hat{B} de mesure b° , on note aussi $\sin \hat{B} = \sin b^\circ$; $\cos \hat{B} = \cos b^\circ$; $\tan \hat{B} = \tan b^\circ$.

► Propriété

La tangente d'un angle aigu est égale au quotient du sinus de cet angle par son cosinus.

$$\tan \hat{B} = \frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}}$$

b. Propriétés de trigonométrie

► Propriétés

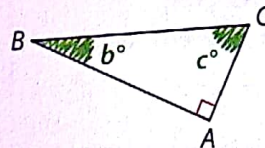
Pour tout angle aigu de mesure a° , on a :

$$0 < \cos a^\circ < 1 \qquad 0 < \sin a^\circ < 1 \qquad \cos^2 a^\circ + \sin^2 a^\circ = 1$$

Remarque La notation $\cos^2 a^\circ$ signifie $(\cos a^\circ)^2$; de même, $\sin^2 a^\circ$ signifie $(\sin a^\circ)^2$.

► Propriété

Lorsque deux angles sont complémentaires, le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre.



$$\begin{aligned} \cos b^\circ &= \sin c^\circ \\ \text{et} \\ \sin b^\circ &= \cos c^\circ \end{aligned}$$

FICHE MÉTHODE Utilisation de la table trigonométrique ou de la calculatrice

❶ Pour trouver le sinus ou le cosinus d'un angle donné, on utilise la table trigonométrique (en page 175) ou la calculatrice.

On lit dans la table que $\sin 11^\circ \approx 0,191$.

$$\sin(11) \qquad 0.1908089954$$

❷ Pour trouver la mesure d'un angle dont le sinus ou le cosinus est donné, on utilise la table trigonométrique ou la calculatrice.

On lit dans la table que :

$$\cos a^\circ = 0,225 \text{ pour } a^\circ = 77^\circ$$

$$\cos^{-1}(0.225) \qquad 76.99712184$$

Exemple

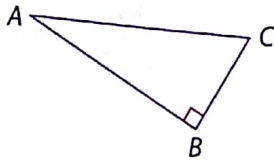
Degrés	Sinus	Cosinus	
11°	0,191	0,981	79°
12°	0,208	0,978	78°
13°	0,225	0,974	77°
14°	0,242	0,970	76°
	Cosinus	Sinus	Degrés

(Suivant le modèle de calculatrice, on utilise la touche \cos^{-1} ou Arcos ou Acs.)

Propriété de Pythagore

1 Pour chaque affirmation, indique si elle est vraie ou fausse. Dans le cas où elle est fausse, indique dans ton cahier la bonne égalité.

Affirmation 1



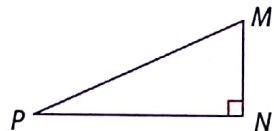
On a : $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

Affirmation 2



On a : $EF^2 + FG^2 = EG^2$.

Affirmation 3



On a : $NP^2 + MP^2 = MN^2$.

2 Recopie puis complète les propriétés suivantes.

- « Si ..., alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$. »
- « Si un triangle RST est rectangle en S , alors ... + ... = ... »
- « Si ..., alors $BC^2 + AC^2 = AB^2$. »
- « Si un triangle DEF est rectangle en F , alors ... + ... = ... »

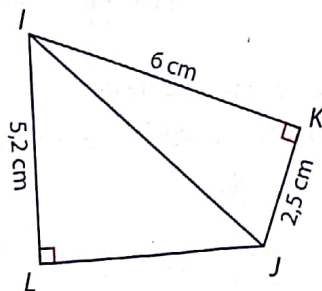
3 ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm. Calcule BC .

4 DEF est un triangle rectangle en D tel que : $DE = 5$ cm et $DF = 12$ cm. Calcule EF .

5 MNP est un triangle rectangle en M tel que : $NP = 25$ m et $MP = 20$ m. Calcule MN .

6 Les triangles IJK et IJL ci-contre sont rectangles en K et L .

- Calcule IJ .
- Calcule LJ .



Réciproque de la propriété de Pythagore

7 Recopie puis complète les propriétés suivantes.

- « Si $RS^2 + ST^2 = RT^2$, alors le triangle ... est rectangle en ... »
- « Si $LM^2 + NM^2 = LN^2$, alors le triangle ... est rectangle en ... »
- « Si $CA^2 + BC^2 = BA^2$, alors le triangle ... est rectangle en ... »
- « Si $FE^2 + ED^2 = DF^2$, alors le triangle ... est rectangle en ... »

8 L'unité de longueur est le centimètre.

RST est un triangle tel que :

$RS = 76$; $ST = 76,1$ et $RT = 3,9$.

Démontre que RST est un triangle rectangle. (Précise le sommet de l'angle droit.)

9 L'unité de longueur est le centimètre.

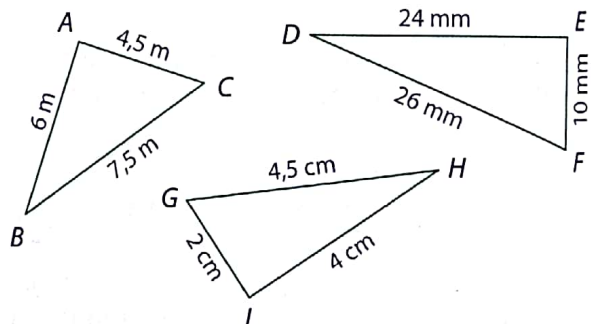
DEF est un triangle tel que :

$DE = 6$; $EF = 10$ et $DF = 8$.

Justifie que DEF est un triangle rectangle. (Précise le sommet de l'angle droit.)

10 Parmi les triangles ci-dessous, indique ceux qui sont rectangles.

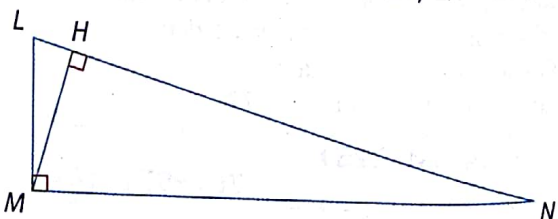
Justifie.



Propriété métrique déduite de l'aire

11 Le triangle LMN ci-dessous est rectangle en M et H est le pied de la hauteur issue de M .

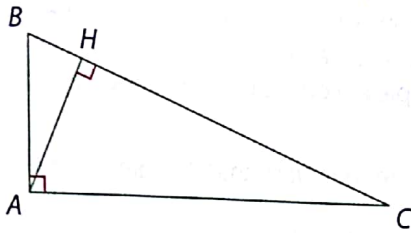
On donne : $ML = 7$ cm ; $MN = 24$ cm ; $LN = 25$ cm.



Calcule MH .

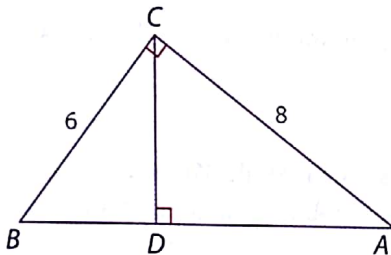
Exerce-toi : vérifie tes acquis

12 L'unité de longueur est le centimètre. On donne $AB = 6$, $AC = 14,4$ et $BC = 15,6$.



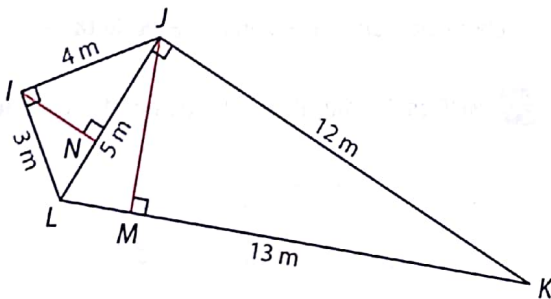
Calcule la longueur AH de la hauteur issue de A dans le triangle ABC . Arrondis au millimètre.

13 On considère la figure suivante.



1. Calcule AB .
2. Déduis-en CD .

14 Calcule la longueur, arrondie au dm, des deux segments en rouge.



Construction d'un segment de longueur \sqrt{a} , $a > 0$

15 1. Trace deux droites (d) et (d') perpendiculaires et sécantes en O .

2. a. Place un point B sur (d) tel que $OB = 4$ cm.
- b. Place un point C sur (d') tel que $OC = 1$ cm.

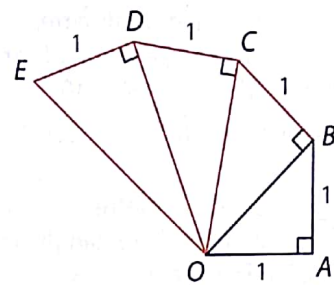
3. Sachant que $17 = 4^2 + 1^2$, trace en rouge, sur ton schéma, un segment de longueur $\sqrt{17}$ cm.

16 Sachant que $29 = 5^2 + 2^2$, construis un segment de longueur $\sqrt{29}$ cm. (Conserve les traits de construction.)

17 Sachant que $52 = 36 + 16$, construis un segment de longueur $\sqrt{52}$ cm. (Conserve les traits de construction.)

18 1. Calcule les longueurs :

- OB
- OC
- OD
- OE .



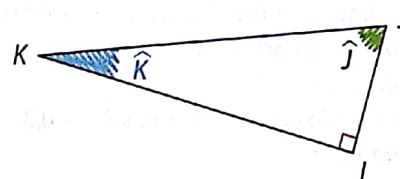
2. Recopie et poursuis cette construction jusqu'à obtenir un segment de longueur $\sqrt{7}$.

Sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu

19 Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est juste. Recopie le numéro de la ligne et la lettre correspondante à l'affirmation juste.

	a	b	c
<p>1</p> <p>$\sin \widehat{BAC}$ est égal à</p>	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{BC}{AC}$	$\frac{AB}{BC}$
<p>2</p> <p>$\cos \widehat{FEG}$ est égal à</p>	$\frac{EF}{EG}$	$\frac{FG}{EG}$	$\frac{EF}{FG}$
<p>3</p> <p>$\tan \widehat{NMP}$ est égale à</p>	$\frac{MN}{MP}$	$\frac{MN}{NP}$	$\frac{NP}{MN}$

20 Le triangle IJK ci-dessous est rectangle en I .



Recopie et complète les phrases.

- $[IJ]$ est un côté ... à l'angle \widehat{J} et c'est aussi le côté ... à l'angle ...
- $[IK]$ est le côté ... à l'angle \widehat{J} et c'est aussi un côté ... à l'angle ...

Exerce-toi : vérifie tes acquis

21 L'unité est le centimètre.

ABC est un triangle rectangle en A tel que :
 $AB = 6$, $AC = 8$ et $BC = 10$.

Calcule : $\sin \hat{B}$ $\cos \hat{B}$ $\tan \hat{B}$.

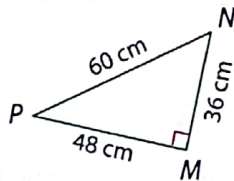
22 L'unité est le mètre.

EFG est un triangle rectangle en F tel que :
 $EF = 5$, $FG = 12$ et $EG = 13$.

Calcule : $\sin \hat{E}$ $\cos \hat{E}$ $\tan \hat{E}$.

23 Calcule :

- $\sin \widehat{MNP}$
- $\cos \widehat{MNP}$
- $\tan \widehat{MNP}$.



24 Utilise la table trigonométrique en page 175 pour donner un arrondi au millième de :

- $\cos 10^\circ$ • $\cos 32^\circ$ • $\cos 53^\circ$
- $\sin 10^\circ$ • $\sin 47^\circ$ • $\sin 72^\circ$

25 Utilise ta calculatrice pour donner un arrondi au centième de :

- $\cos 37^\circ$ • $\cos 12^\circ$ • $\tan 16^\circ$
- $\sin 23^\circ$ • $\sin 3^\circ$ • $\tan 28^\circ$

26 Dans chaque cas, utilise la table trigonométrique en page 175 pour donner la mesure de l'angle \hat{A} .

1. $\cos \hat{A} = 0,5$ 3. $\cos \hat{A} = 0,848$
2. $\sin \hat{A} = 0,438$ 4. $\sin \hat{A} = 0,574$.

27 Dans chaque cas, utilise ta calculatrice pour donner un arrondi à l'unité de la mesure de l'angle \hat{A} .

1. $\cos \hat{A} = 0,79$ 3. $\cos \hat{A} = 0,04$
2. $\sin \hat{A} = 0,37$ 4. $\tan \hat{A} = 2,4$.

28 On donne $\cos \hat{A} = 0,55$.

Utilise la table trigonométrique en page 175 pour encadrer mes \hat{A} entre deux entiers consécutifs.

Propriétés de trigonométrie

29 Explique pourquoi chacune des affirmations ci-dessous est fausse.

Affirmation 1

\hat{A} est un angle aigu tel que $\cos \hat{A} = -0,3$.

Affirmation 2

\hat{B} est un angle tel que $\sin \hat{B} = 5,78$.

Affirmation 3

\hat{C} est un angle tel que $\cos \hat{C} = 0,2$ et $\sin \hat{C} = 0,9$.

Aide

Utilise la première propriété du paragraphe 2.b. du cours.

30 ABC est un triangle rectangle en B tel que :
 $\cos \hat{A} = 0,8$.

Le professeur a demandé à ses élèves de calculer la valeur exacte de $\sin \hat{A}$.
 Recopie et complète le raisonnement de Ahou.

Je sais que $\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = \dots$

donc $\dots + \sin^2 \hat{A} = 1$

ainsi $\sin^2 \hat{A} = 1 - \dots$

d'où $\sin^2 \hat{A} = \dots$

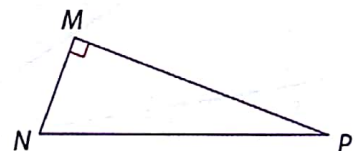
J'en déduis que $\sin \hat{A} = \sqrt{\dots} = \dots$

31 Dans un triangle ABC rectangle en B , $\sin \hat{A} = 0,2$.
 Calcule $\cos \hat{A}$, arrondis au centième.

32 Dans un triangle ABC rectangle en B , $\sin \hat{A} = 0,75$.
 Calcule $\cos \hat{A}$, arrondis au centième.

33 Dans un triangle ABC rectangle en B , $\cos \hat{A} = 0,3$.
 1. Calcule $\sin \hat{A}$, arrondis au millième.
 2. Dédus-en un arrondi au dixième de $\tan \hat{A}$.

34 MNP est le triangle rectangle en M ci-dessous.



1. Que peux-tu dire des angles \hat{N} et \hat{P} ?
2. On donne $\cos \hat{N} = 0,37$; déduis-en $\sin \hat{P}$.
3. On donne $\sin \hat{N} = 0,93$; déduis-en $\cos \hat{P}$.

35 Recopie et complète le tableau suivant.

$\cos a^\circ$	$\sin (90 - a)^\circ$
0,12	...
...	0,845
0,09	...

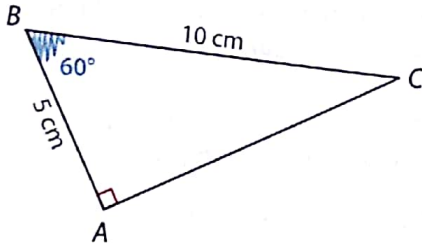
36 Recopie et complète le tableau suivant en utilisant le sinus et le cosinus de l'angle complémentaire.

	20°	30°	45°	60°	70°
sinus	...	0,5	0,707	0,866	...
cosinus	0,940	0,342

1 Exerce-toi : utilise tes acquis

- 37** L'unité de longueur est le centimètre.
1. Construis le triangle DEF rectangle en D tel que : $DE = 15$ et $DF = 8$.
 2. Calcule EF .
 3. Calcule $\cos \widehat{EFG}$; puis $\sin \widehat{EFG}$.

- 38** ABC est le triangle rectangle en A ci-dessous.



Pour calculer AC , Karidja et Yacouba ont utilisé des méthodes différentes.

Méthode de Karidja : propriété de Pythagore.

Méthode de Yacouba : sinus de l'angle \widehat{ABC} .

Utilise chacune des méthodes pour calculer un arrondi à l'ordre 2 de AC .

- 39** ABC est un triangle rectangle en A .

AB	AC	BC
12	...	13
15	...	17
7	24	...
...	40	41
11	60	...
56	...	65
63	16	...
...	84	85
36	...	85

Recopie le tableau ci-dessus et utilise ta calculatrice pour le compléter.

- 40** ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = c$, $AC = b$ et $BC = a$.
 EFG est un triangle tel que :
 $EF = 3c$, $EG = 3b$ et $FG = 3a$.
 Justifie que le triangle EFG est rectangle en E .

- 41** L'unité de longueur est le centimètre.
 LMN est un triangle tel que :
 $LM = 5,6$; $LN = 3,3$ et $MN = 6,5$.
1. Démontre que LMN est un triangle rectangle. (Précise le sommet de l'angle droit.)
 2. Calcule $\tan \widehat{LMN}$. Arrondis au centième.

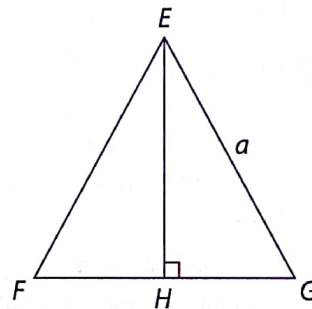
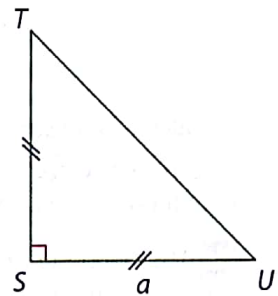
- 42** L'unité de longueur est le centimètre.
 DEF est un triangle tel que :
 $DE = 7,5$; $DF = 6$ et $EF = 4,5$.

1. Ce triangle est-il rectangle ? Justifie.
2. Construis ce triangle.
3. a. Justifie que $\cos \widehat{E} = 0,6$.
 b. À l'aide de la table trigonométrique en page 175 ou de la calculatrice, déduis-en une mesure arrondie à l'unité, de l'angle \widehat{E} .

- 43** STU est un triangle rectangle isocèle en S tel que $SU = a$.

1. a. Justifie que : $\widehat{TUS} = 45^\circ$.
 b. Justifie que $TU = a\sqrt{2}$.
 c. Déduis-en les valeurs exactes de $\cos 45^\circ$ et $\sin 45^\circ$.

2. EFG un triangle équilatéral de côté a et H le pied de la hauteur issue de E .



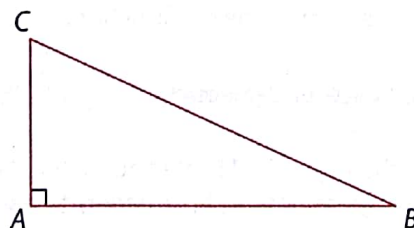
- a. Détermine les mesures des angles \widehat{EFH} et \widehat{FEH} .
- b. Exprime en fonction de a les longueurs FH et EH .
- c. Justifie que :

• $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$; • $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

3. Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Mesure de l'angle	30°	45°	60°
Cosinus
Sinus
Tangente

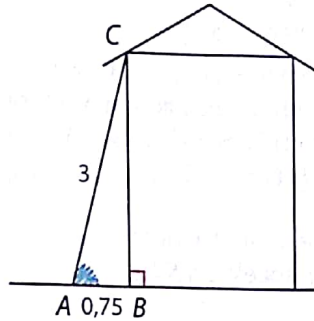
- 44** ABC est un triangle rectangle en A .



Calcule $\tan \widehat{B} \times \tan \widehat{C}$.

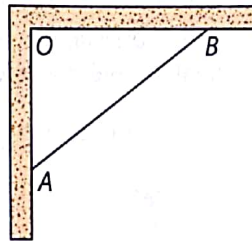
Exerce-toi : utilise tes acquis

45 Pour travailler sur son toit, Daouda pose une échelle de 3 m contre le mur extérieur de sa maison. Le pied de l'échelle est à 0,75 m du mur (figure ci-dessous).



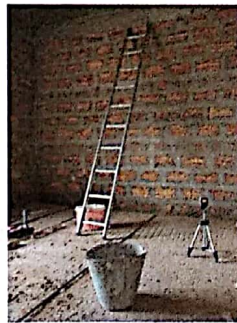
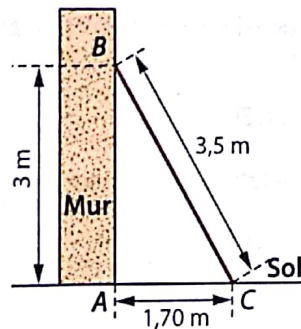
1. Calcule la mesure de l'angle \hat{A} ; arrondis à l'unité.
2. Calcule la distance BC du pied du mur au point de contact de l'échelle avec ce mur.

46 Un maçon veut vérifier que deux murs sont perpendiculaires. Pour cela, il marque un point A à 60 cm du point O et un point B à 80 cm du point O .



Il mesure la distance AB . Combien doit-il trouver pour que les murs soient bien perpendiculaires ?

47 Yao place une échelle de 3,5 m contre un mur. Sa hauteur sur le mur est de 3 m, et elle est éloignée du mur sur le sol de 1,7 m.



Ce mur est-il perpendiculaire au sol ?

48 Sachant que $11 = 6^2 - 5^2$, construis un segment de longueur $\sqrt{11}$ cm. (Conserve les traits de construction.)

Aide

Pense à tracer un demi-cercle.

49 Sachant que $7 = 16 - 9$ et que $28 = 64 - 36$, donne deux programmes de construction d'un segment $[IJ]$ de longueur $2\sqrt{7}$ cm. (Conserve les traits de construction.)

50 1. Pour déterminer si un triangle ABC est ou non rectangle en B , Sita a préparé une fiche méthode.

① Je calcule $AB^2 + BC^2$.

② Je calcule ...

Si $AB^2 + BC^2 = AC^2$, alors j'en conclus que ...

Si $AB^2 + BC^2 \neq AC^2$, alors j'en conclus que ...

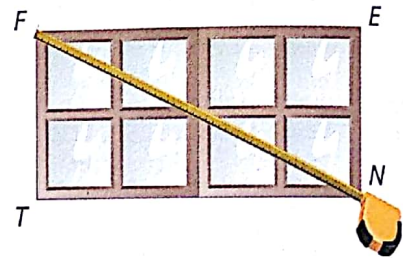
Recopie et complète la fiche méthode de Sita.

2. Les triangles ABC ci-dessous sont-ils rectangles en B ?

- 1^{er} triangle : $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm, $BC = 5$ cm.
- 2^e triangle : $AB = 3,9$ cm, $AC = 6,5$ cm, $BC = 5,2$ cm.

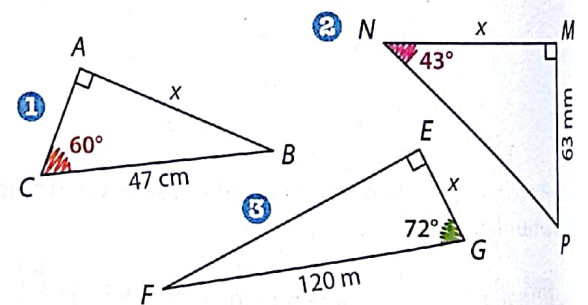
51 Construis un segment de longueur $\sqrt{85}$ cm. (Conserve les traits de construction.)

52 Un menuisier a construit un quadrilatère comme encadrement de fenêtre. Deux côtés mesurent 60 cm et les deux autres mesurent 134 cm. Lorsqu'il mesure la diagonale, le menuisier trouve alors 156 cm.

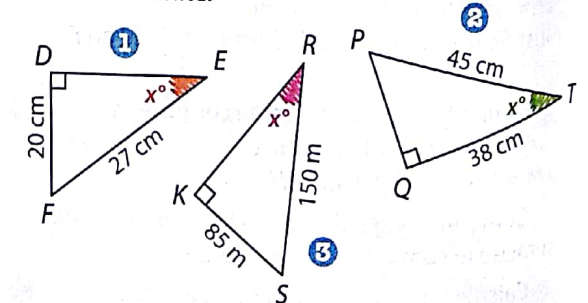


La fenêtre ainsi construite est-elle bien rectangulaire? Justifie ta réponse.

53 Détermine l'inconnue x dans chaque cas. Arrondis à l'unité.



54 Détermine l'inconnue x dans chaque cas. Arrondis à l'unité.



1 Exerce-toi : renforce tes acquis

55 Encadrement d'une mesure d'angle

ABC est un triangle tel que $AB = 8$; $AC = 10$ et $BC = 6$.

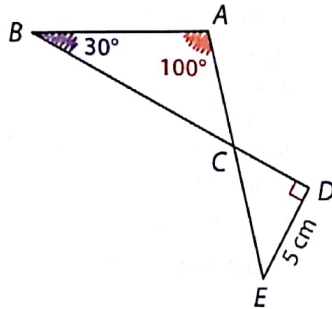
- Justifie que le triangle ABC est rectangle.
- a. Justifie que : $\cos \widehat{BAC} = 0,8$.
b. Utilise la table trigonométrique en page 175 pour encadrer la mesure de l'angle \widehat{BAC} par deux nombres entiers consécutifs.

BEPC 2016

56 Calcul d'une longueur

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.

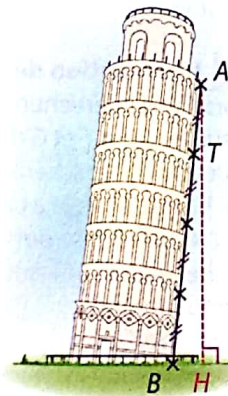
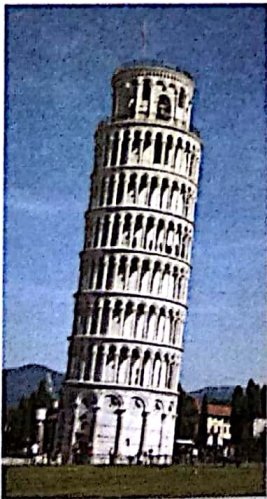
- Démontre que : $\text{mes } \widehat{DCE} = 50^\circ$.
- Calcule une valeur approchée de CD .



57 La tour penchée

Située en Italie, la célèbre tour de Pise fait un angle de 87° avec le sol horizontal.

Lorsque le soleil est au zénith (ses rayons sont verticaux) la longueur BH de l'ombre de la tour au sol est de 2,48 m.

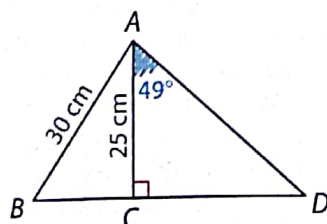


- Calcule AH ; arrondis au dm; déduis-en AB .
- Un touriste a gravi les trois quarts de la tour et se trouve au point T . En se penchant, il laisse tomber son téléphone.
 - De quelle hauteur le téléphone est-il tombé ?
 - À quelle distance du point B se trouve le téléphone ?

58 Pythagore et trigonométrie

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.

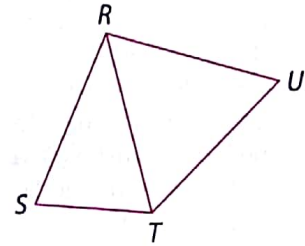
- Calcule BC .
- Calcule l'arrondi au mm de BD .



59 Isocèle et équilatéral

L'unité de longueur est le centimètre.

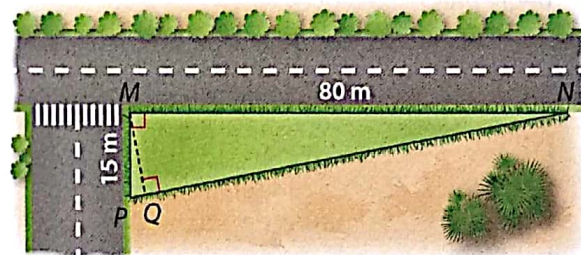
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, le triangle RST est isocèle en R tel que : $RS = 6$ et $\text{mes } \widehat{RST} = 75^\circ$. Le triangle RTU est équilatéral.



- Construis la figure en vraie grandeur
- Calcule la mesure de l'angle \widehat{SRT} .
- Déduis-en la nature du triangle SRU .
- Calcule SU .
(Donne la valeur arrondie au millimètre près.)

60 La parcelle de terrain

Sita a hérité d'une parcelle de terrain située entre deux routes perpendiculaires. Cette parcelle est schématisée ci-dessous.



Elle aimerait connaître les informations suivantes :

Information 1 : l'aire de son terrain.

Information 2 : le périmètre de son terrain.

Information 3 : la longueur MQ .

Tu décides d'aider Sita à trouver ces informations. (Arrondis tes résultats au dm près.)

61 Rectangle ou pas ?

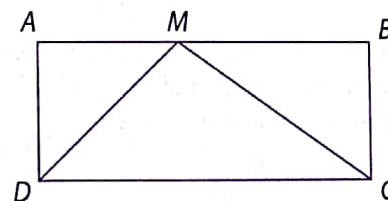
L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, $ABCD$ est un rectangle.

M est un point de $[AB]$.

On donne les dimensions suivantes :

$AB = 18,4$; $AD = 7,2$ et $DM = 7,8$.

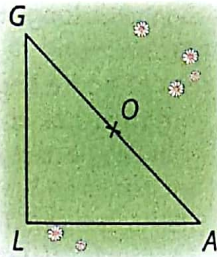


- Justifie que : $AM = 3$ et que $MC = 17$.
- Le triangle DMC est-il rectangle ? Justifie ta réponse.

Exerce-toi : renforce tes acquis

62 L'échauffement d'E.P.S.

L'unité de longueur est le mètre. Pour l'échauffement des deux équipes de la classe, le professeur d'E.P.S. a fait disposer sur le terrain de foot quatre ballons en G, O, A et L comme l'indique la figure ci-contre.



L'équipe de Konaté fait le tour du triangle GLO pendant que celle de Yao fait le tour du triangle LOA.

Chaque équipe pense que la distance qu'elle parcourt est plus grande que celle de l'autre.

On donne $GA = 19,5$; $GL = 11,7$; $LA = 15,6$; O est le milieu de [GA].

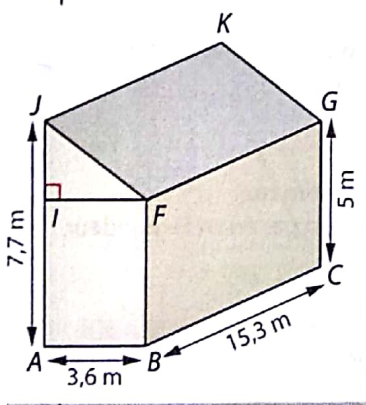
1. Démontre que le triangle GLA est rectangle. (Précise le sommet de l'angle droit.)
2. Calcule la mesure de l'angle \widehat{LGA} arrondie au degré près.
3. Déduis-en la mesure de l'angle \widehat{GAL} arrondie au degré près.
4. Calcule la distance parcourue par chaque équipe.
5. Départage les deux groupes.

63 Isolation d'une toiture

Le père de Yavo veut refaire l'isolation de la toiture de son bâtiment avec des bottes de paille parallépipédiques de dimensions suivantes :



90 cm x 45 cm x 35 cm.



Le bâtiment a la forme d'un prisme droit dont les dimensions sont données sur le schéma ci-contre.

Il disposera les bottes de paille les unes contre les autres sur la surface correspondant à la zone grisée, pour créer une isolation de 35 cm d'épaisseur.

Le prix de la botte est de 650 F.

Yavo et ses camarades de classe s'organisent pour aider le vieux Yavo à avoir une idée du montant à prévoir pour l'achat des bottes.

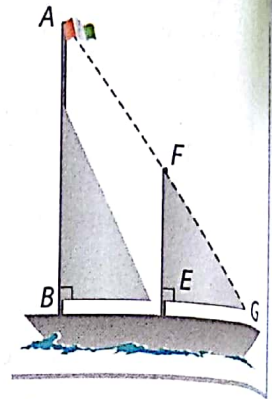
1. Calcule la distance JJ.
2. Calcule la largeur JF de la toiture.
3. Calcule l'aire de la toiture
4. Détermine le montant à prévoir pour l'achat des bottes.

Triangle rectangle ■

64 Le drapeau du voilier

Lors d'une sortie de pêche, une classe de troisième d'un collège observe un bateau à voile à quai.

L'élève Koutouan constate que le drapeau ivoirien flotte au bout du plus grand mât. Il prend des notes et réalise un schéma avec des données comme indiqué ci-contre.



De retour en classe, il se rend compte qu'il a oublié de noter la hauteur du drapeau à la barre horizontale. Ainsi, tous les élèves décident de déterminer cette hauteur. On donne : le point E appartient à (BG); $EG = 4,5$ m; $FG = 7,5$ m; $BE = 14,5$ m.

1. Justifie que $EF = 6$ m.
2. Justifie que $\tan \widehat{EGF} = \frac{4}{3}$.

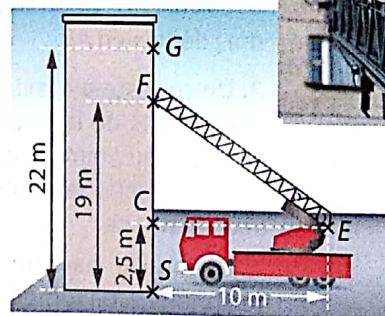
3. Détermine la hauteur du drapeau à la barre horizontale.

BEPC 2015

65 Intervention des pompiers

Lors d'une intervention, les pompiers doivent atteindre deux fenêtres F et G d'un immeuble. Pour la fenêtre F, leur échelle est schématisée ci-dessous par le segment [EF]. Cette échelle a une longueur maximale de 25 m. Aya et ses amis souhaitent savoir si la longueur de l'échelle sera suffisante :

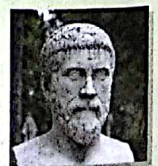
- pour atteindre la fenêtre F ;
- pour atteindre la fenêtre G.



Réponds à la préoccupation d'Aya et de ses amis.

En savoir plus

Pythagore est un mathématicien grec de la fin du VI^e siècle avant J.-C., probablement le plus connu de tous. Son nom signifie « annoncé par la Pythie » ; la Pythie est le nom donné à l'oracle de Delphes, que son père aurait consulté peu avant sa naissance, et qui lui aurait prédit la naissance d'un fils dont la sagesse surpasserait celle de tout autre être humain.



Propriétés de Thalès dans un triangle

Habilités et contenus

✓ **Connaître** la propriété de Thalès ;
la propriété réciproque de la propriété de Thalès,
la conséquence de la propriété de Thalès ;

✓ **Reconnaître** une configuration de Thalès ;
deux quotients égaux dans une configuration
de Thalès.

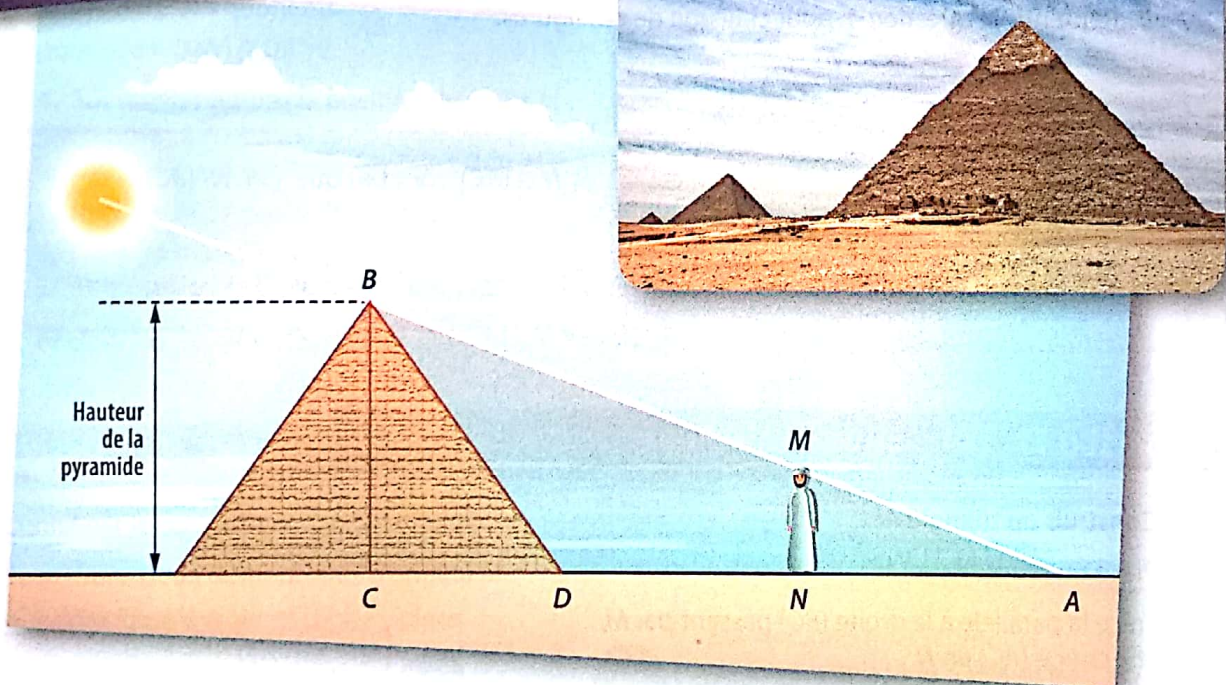
✓ **Partager** un segment en des segments
de même longueur.

✓ **Calculer** des distances.

✓ **Démontrer** le parallélisme de droites.

✓ **Traiter une situation** faisant appel
aux propriétés de Thalès dans un triangle.

Découvre le sujet

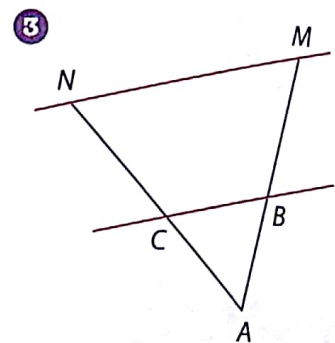
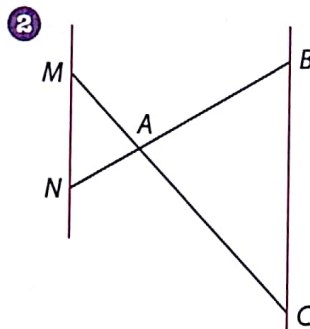
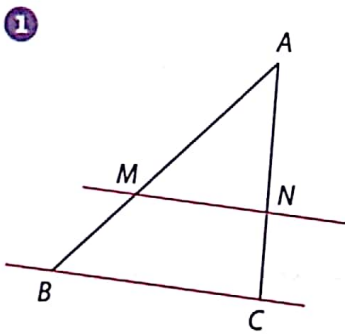


La pyramide de Khéops, construite il y a plus de 4 600 ans, a une hauteur initiale de 146,58 mètres.

Pour déterminer cette hauteur, Thalès de Milet a utilisé son ombre, celle de la pyramide et une méthode de calcul basée sur une égalité de deux quotients de distances.

Activité 1 Propriété de Thalès

1. Construis un triangle ABC .
2. Place un point M sur (AB) .
3. Trace la parallèle à la droite (BC) passant par M ; elle coupe (AC) en N .
4. a. À l'aide de ta règle graduée, mesure, aussi précisément que possible, les longueurs :
 - AB • AC • BC • AM • AN • MN .
- b. Compare les quotients suivants :
 - $\frac{AM}{AB}$ • $\frac{AN}{AC}$ • $\frac{MN}{BC}$.
5. Sur les figures ci-dessous, les droites rouges sont parallèles.



- a. Ces figures respectent-elles les conditions des questions 1., 2. et 3. ?
- b. Reprends la question 4. pour chacune de ces figures.



Bilan de l'activité

- ABC est un triangle. Si $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$ sont tels que $(MN) \parallel (BC)$, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.
- Les figures 1, 2 et 3 illustrent les différentes configurations de Thalès.

Activité 2 Conséquence de la propriété de Thalès

1. Construis un triangle ABC .
2. Place un point M sur (AB) .
3. Trace la parallèle à la droite (BC) passant par M , elle coupe (AC) en N .
4. a. À l'aide de la règle graduée, mesure, aussi précisément que possible, les longueurs :
 - MA • MB • NA • NC • AB • AC .
- b. Compare les quotients suivants :
 - $\frac{MB}{MA}$ • $\frac{NC}{NA}$ • $\frac{MB}{AB}$ • $\frac{NC}{AC}$.



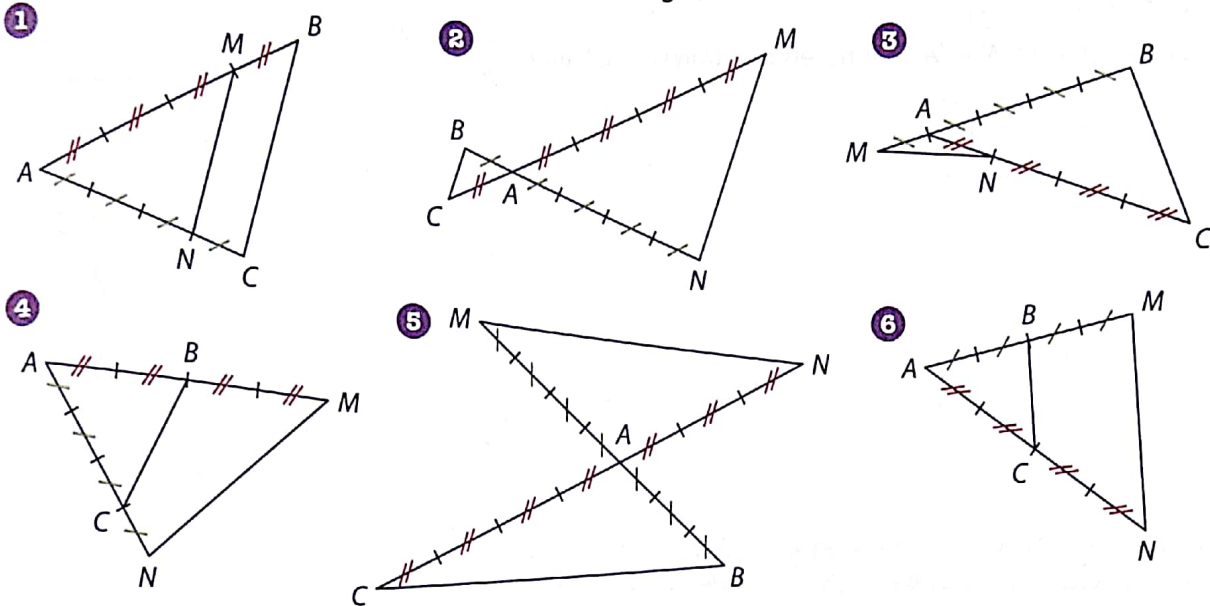
Bilan de l'activité

ABC est un triangle.
Si $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$
sont tels que $(MN) \parallel (BC)$,
alors :

$$\frac{MB}{MA} = \frac{NC}{NA} \text{ et } \frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}.$$

Activité 3 Réciproque de la propriété de Thalès

1. Sur chacune des figures ci-dessous ABC est un triangle, $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$.



- a. Pour chaque figure, compare $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.
- b. Sur quelles figures les droites (MN) et (BC) sont parallèles ?
- c. L'égalité des quotients $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ suffit-elle pour avoir $(MN) \parallel (BC)$?

2. a. Sur quelles figures la position du point M par rapport à A et B est-elle la même que la position du point N par rapport à A et C ?
- b. Recopie et complète la propriété :
 ABC est un triangle.
 Si $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$ sont tels que ...
 et si $\frac{AM}{AB} = \dots$, alors les droites ...



Bilan de l'activité

ABC est un triangle ; $M \in (AB)$; $N \in (AC)$.
 Si la position de M par rapport à A et B est la même que la position de N par rapport à A et C et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$,
 alors $(MN) \parallel (BC)$.

Activité 4 Construction d'une quatrième proportionnelle

L'unité est le centimètre.

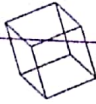
1. a. Trace deux demi-droites d'origine M .
- b. Sur l'une des demi-droites, place les points A et B tels que $MA = 2$ et $MB = 5$.
- c. Sur l'autre demi-droite, place le point C tel que $MC = 3$.
- d. Trace la parallèle à (AC) passant par B . Elle coupe (MC) en N .
2. Justifie que $\frac{MA}{MB} = \frac{MC}{MN}$.



Bilan de l'activité

Étant donné trois segments de longueur 2 ; 3 et 5 pris dans cet ordre, construire la quatrième proportionnelle revient à construire un segment $[MN]$ tel que :

$$\frac{2}{5} = \frac{3}{MN}$$



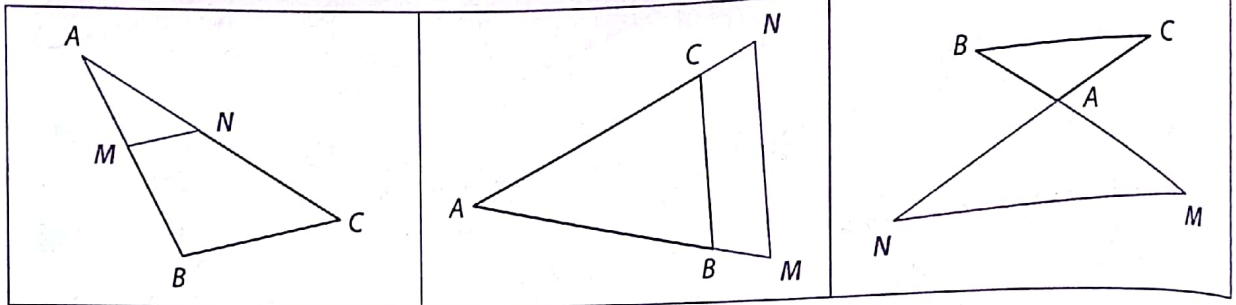
1 Propriété de Thalès

Propriété

ABC est un triangle.

Si $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$ sont tels que $(MN) \parallel (BC)$, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

Configurations de Thalès



2 Conséquence de la propriété de Thalès

Propriété

ABC est un triangle.

Si $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$ sont tels que $(MN) \parallel (BC)$, alors $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

3 Réciproque de la propriété de Thalès

Propriété

ABC est un triangle.

Si $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$ sont tels que la position du point M par rapport à A et B est la même que la position du point N par rapport à A et C , et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors $(MN) \parallel (BC)$.

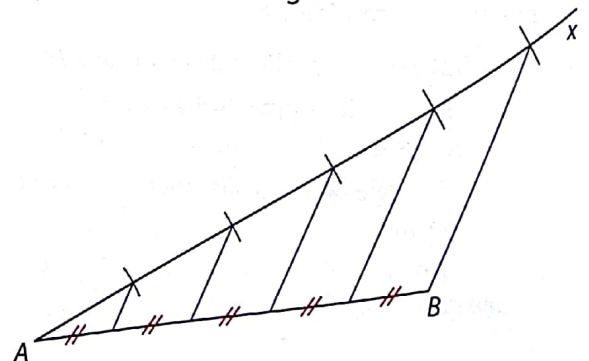
FICHE MÉTHODE Partager un segment en des segments de même longueur

Pour partager un segment $[AB]$ en n segments de même longueur, il faut :

- ① Tracer une demi-droite $[Ax)$ (différente de $[AB]$).
- ② Choisir un écartement de compas et, en partant du point A , placer, sur $[Ax)$, n traits de graduation.
- ③ Relier à la règle le dernier trait de graduation et le point B ; puis tracer toutes les parallèles à cette droite qui passent par les traits de graduation.
- ④ Ces parallèles partagent $[AB]$ en n segments de même longueur.

Exemple

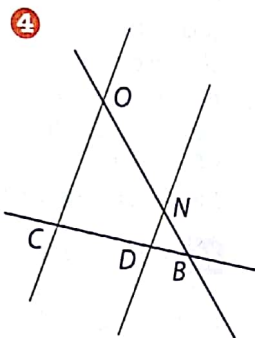
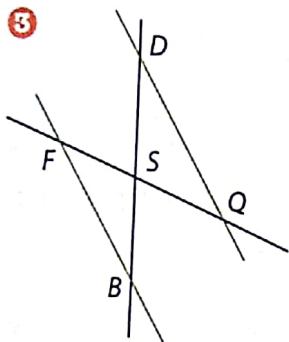
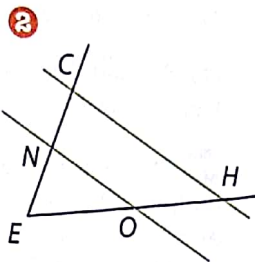
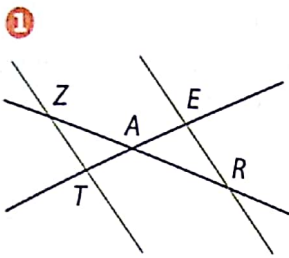
Pour partager le segment $[AB]$ ci-dessous en cinq segments de même longueur.



Exerce-toi : vérifie tes acquis

Propriété de Thalès et conséquence

1 Dans chacun des cas suivants, les droites en vert sont parallèles.



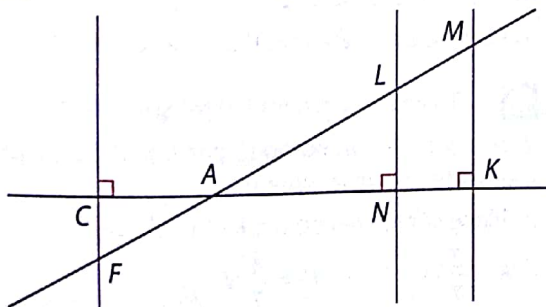
Pour chaque cas, écris des égalités de rapports obtenues en appliquant la propriété de Thalès.

2 Recopie le numéro de chaque ligne du tableau puis écris V si l'affirmation est vraie, et F si elle est fausse.

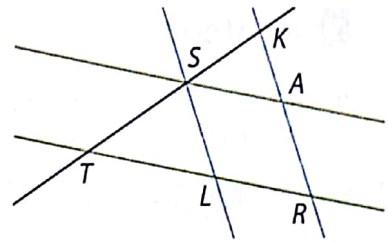
Figure	Affirmation
1 Dans la figure ci-dessous, on a $(SB) \parallel (DF)$ et $(AS) \parallel (NF)$.	$\frac{AS}{AD} = \frac{AF}{AB}$
2	$\frac{AS}{AD} = \frac{DF}{SB}$
3	$\frac{SB}{DF} = \frac{AB}{AF}$
4	$\frac{BS}{BN} = \frac{BA}{BF}$

3 Observe la figure ci-dessous, puis recopie et complète les égalités suivantes :

$\frac{AL}{AM} = \dots = \dots$ $\frac{LN}{CF} = \dots = \dots$

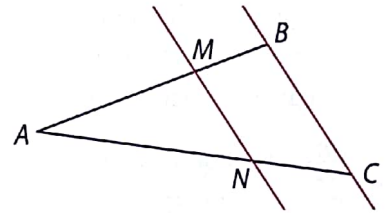


4 Sur la figure ci-contre, on a : $(SL) \parallel (KR)$ et $(AS) \parallel (RT)$.



Donne deux quotients égaux à : $\frac{KS}{KT} \cdot \frac{TK}{TS}$.

5 Sur la figure ci-contre, les droites en rouge sont parallèles. Recopie et complète l'égalité :



$\frac{BC}{MN} = \dots$

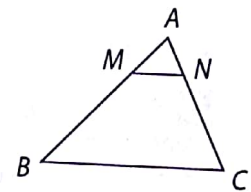
Aide

Utilise la conséquence de la propriété de Thalès.

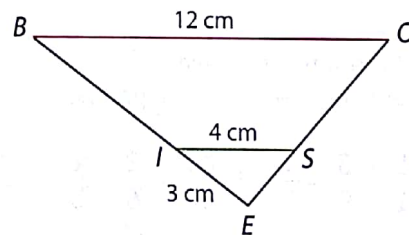
6 L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-contre, on a :

- les droites (MN) et (BC) sont parallèles,
 - $AN = 4$, $AM = 5$ et $AC = 14$.
- Calcule AB .



7 Sur la figure ci-dessous, on a noté différentes longueurs connues. Les droites (BO) et (IS) sont parallèles.

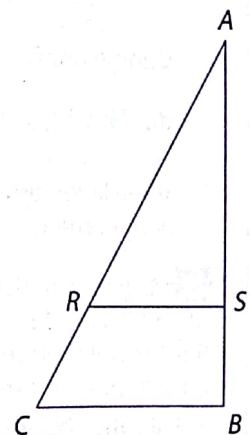


Calcule EB .

8 L'unité de longueur est le centimètre.

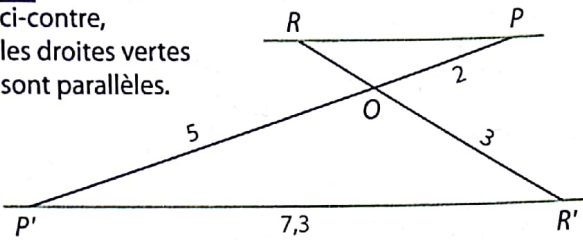
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, on a :

- ABC est un triangle
 - $S \in [AB]$
 - $R \in [AC]$
 - $(SR) \parallel (BC)$
 - $AB = 8$; $AC = 12$ et $AR = 5$.
- Calcule AS .



Exerce-toi : vérifie tes acquis

9 Sur la figure ci-contre, les droites vertes sont parallèles.



L'unité de longueur est le centimètre.

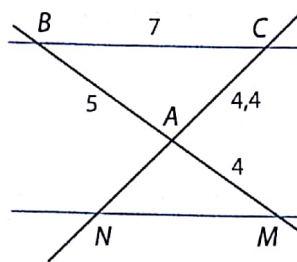
1. Utilise la propriété de Thalès et sa conséquence pour écrire des quotients égaux.

2. Calcule les longueurs suivantes : \bullet OR \bullet RP .

10 L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-contre, $A \in (BM)$, $A \in (CN)$ et $(BC) \parallel (MN)$.

Calcule MN et AN .



Propriété réciproque de Thalès

11 Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, on a :

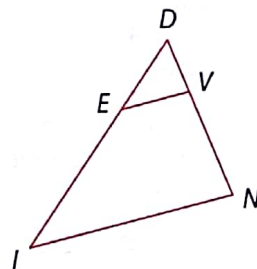
$DE = 3$ cm, $DI = 9$ cm,

$DV = 2$ cm, $DN = 6$ cm,

$E \in [DI]$ et $V \in [DN]$.

Le professeur a demandé à ses élèves de justifier que les droites (VE) et (NI) sont parallèles.

Voici la réponse de Yaya et la remarque, en rouge, du professeur.



$$\frac{DE}{DI} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ et } \frac{DV}{DN} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

donc $\frac{DE}{DI} = \frac{DV}{DN}$ *Tu as oublié une hypothèse !*

donc d'après la réciproque de la propriété de Thalès, j'en déduis que $(VE) \parallel (NI)$.

Explique la remarque du professeur et écris le raisonnement correct.

12 ADE est un triangle tel que :

$AD = 6,5$ cm, $AE = 7,8$ cm et $DE = 10,4$ cm.

B est le point du segment $[AD]$ tel que $AB = 4,5$ cm.

C est le point du segment $[AE]$ tel que $AC = 5,4$ cm.

1. Fais une figure.

2. Recopie puis complète les pointillés.

$$\bullet \frac{AB}{AD} = \dots = \frac{9}{13}; \quad \bullet \frac{AC}{AE} = \dots = \frac{9}{13}.$$

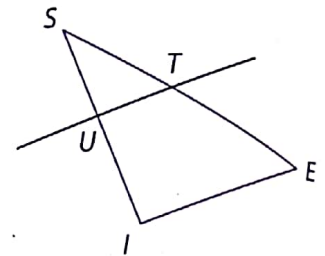
On constate que $\frac{AB}{AD} = \dots$; de plus, la position du point E par rapport à A et C est la même que
Donc, d'après ..., les droites (BC) et (DE) sont

13 ESI est un triangle tel que : $SI = 13,5$ cm et $SE = 18$ cm.

U est le point du segment $[SI]$ tel que $SU = 6$ cm.

T est le point du segment $[SE]$ tel que $ST = 8$ cm.

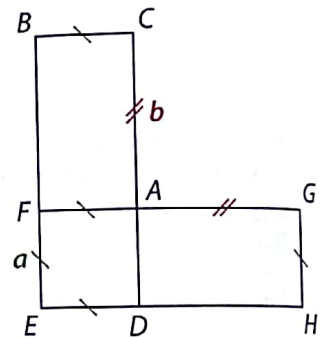
Justifie que les droites (UT) et (IE) sont parallèles.



14 Sur la figure ci-contre, $BCDE$ et $EFGH$ sont des rectangles de mêmes dimensions tels que :

$F \in (BE)$ et $D \in (EH)$.

Utilise la propriété réciproque de Thalès pour justifier que (DF) est parallèle à (BH) .



Partage d'un segment en segments de même longueur

15 Trace un segment $[AB]$ tel que $AB = 11$ cm.

À la règle et au compas, partage $[AB]$ en six segments de même longueur.

Aide

Utilise la fiche méthode de la page 20.

16 Trace un segment $[MN]$ tel que $MN = 7$ cm.

À la règle et au compas, partage $[MN]$ en quatre segments de même longueur.

17 1. Trace un segment $[CD]$ tel que $CD = 5$ cm.

2. À la règle et au compas, partage $[CD]$ en trois segments de même longueur.

3. Place le point E de $[CD]$ tel que $CE = \frac{2}{3} CD$.

18 1. Trace un segment $[IJ]$ tel que $IJ = 8,7$ cm.

2. À la règle et au compas, partage $[IJ]$ en sept segments de même longueur.

3. Place sur $[IJ]$ les points K et L tels que :

$$\bullet IK = \frac{2}{7} IJ. \quad \bullet IL = \frac{4}{7} IJ.$$

Exerce-toi : utilise tes acquis

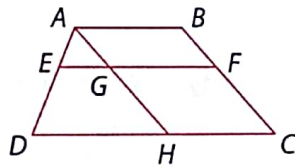
19 L'unité de longueur est le centimètre.

1. Construis le triangle ABC tel que : $AB = 6$, $AC = 7$ et $BC = 5$.
2. Place le point D de $[AB]$ tel que : $AD = 2$.
3. La parallèle à (BC) passant par D coupe $[AC]$ en E .
 - a. Justifie que $AE = \frac{1}{3} AC$.
 - b. Calcule DE .

20 L'unité de longueur est le centimètre.

1. Construis le triangle EFG tel que : $EF = 6$, $FG = 4$ et $EG = 5$.
Place le point H de $[EF]$ tel que $EH = 4$.
2. a. Donne un programme de construction, à la règle et à l'équerre, du point K de $[EG]$ tel que $\frac{EK}{EG} = \frac{2}{3}$.
- b. Effectue cette construction du point K .
3. Calcule KH .

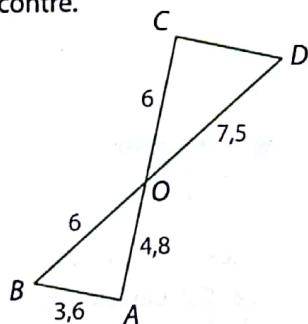
- 21** L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur :
- $ABCH$ est un parallélogramme ;
 - $G \in (AH)$, $G \in (EF)$, $E \in (AD)$, $F \in (BC)$ et $H \in (DC)$;
 - $AB = 2$, $BC = 3$, $CD = 4$, $AE = 1$ et $DA = 2,5$;
 - la droite (EF) est parallèle à la droite (AB) .



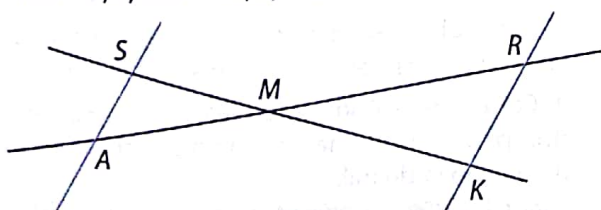
Calcule EF .

22 L'unité de longueur est le centimètre.
On considère la figure ci-contre.

1. Justifie que le triangle ABO est rectangle en A .
2. Justifie que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
3. Le triangle OCD est-il rectangle ? Justifie ta réponse.

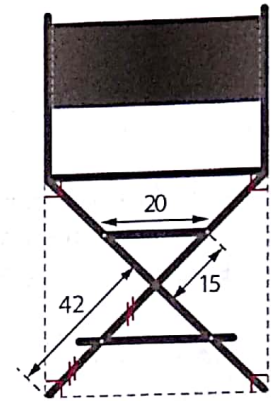
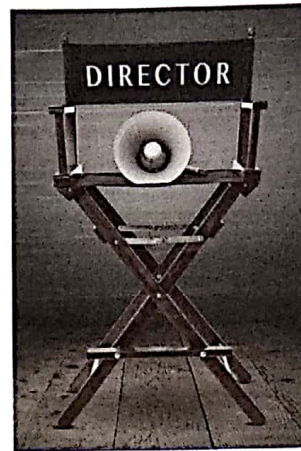


- 23** L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur :
- les droites (SA) et (RK) sont parallèles
 - $MA = 7,2$; $MR = 10,8$; $MS = 6$ et $RK = 5,1$.



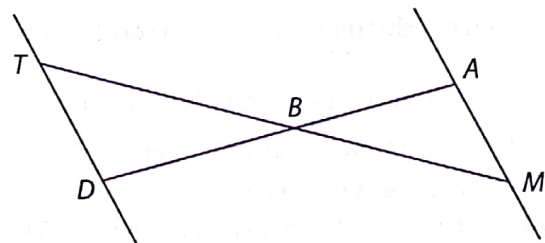
Calcule MK , puis AS .

24 Le fauteuil du metteur en scène est schématisé juste à côté de la photo.
L'unité de longueur est le centimètre.



Calcule la largeur de ce fauteuil.

25 L'unité de longueur est le centimètre.

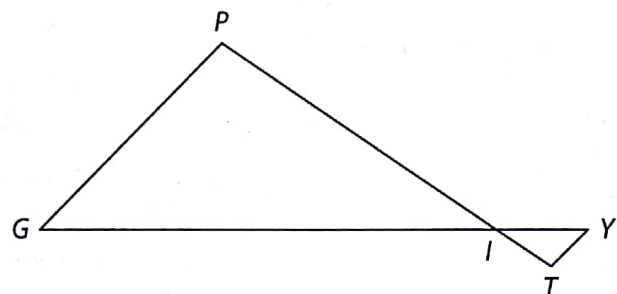


Sur la figure ci-dessus qui n'est pas en vraie grandeur, on a :

- BAM est un triangle ;
- $T \in (BM)$ et $D \in (BA)$;
- $(AM) \parallel (DT)$;
- $BD = 3$; $AD = 5,4$; $BM = 4$ et $TD = 3,2$.

1. Calcule AB , AM et TM .
2. Construis cette figure en vraie grandeur.

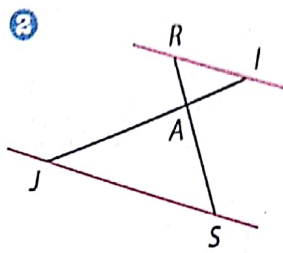
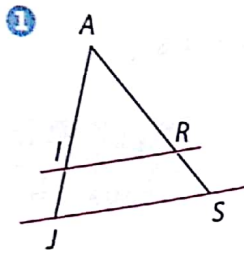
26 L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-dessous, les droites (TP) et (YG) sont sécantes en I .
On a : $IP = 5$; $IG = 7$; $IY = 1,4$; $YT = 0,8$ et $TI = 1$.



1. Justifie que les droites (PG) et (YT) sont parallèles
2. Calcule le périmètre du triangle IGP .

Exerce-toi : utilise tes acquis

27 Sur les figures ci-dessous, $A \in (IJ)$ et $A \in (RS)$.



Djeneba doit répondre à la question suivante : « Les droites rouges sont-elles parallèles ? ».

Elle a préparé une fiche méthode.

1 Je calcule $\frac{AI}{AJ}$.	
2 Je calcule ...	
3 Je m'assure que la position du point A par rapport à ... est la même que ...	
Si $\frac{AI}{AJ} = \dots$ alors	Si $\frac{AI}{AJ} \neq \dots$ alors
j'en conclus que ...	j'en conclus que ...

1. Recopie et complète cette fiche méthode.

2. Les droites rouges sont-elles parallèles ?

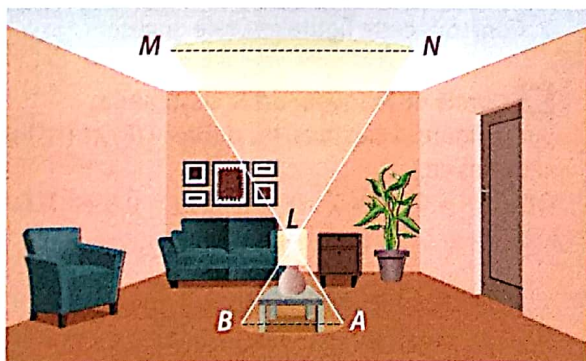
• Données de la figure 1 :

$AR = 3 \text{ cm}$; $AS = 4,2 \text{ cm}$; $AI = 2,8 \text{ cm}$; $AJ = 3,92 \text{ cm}$.

• Données de la figure 2 :

$AR = 1,2 \text{ cm}$; $AS = 2,88 \text{ cm}$; $AI = 1,4 \text{ cm}$; $AJ = 3,4 \text{ cm}$.

28 Une lampe avec abat-jour est allumée dans un salon. Elle projette au sol et au plafond deux cônes de lumière dont les disques de base ont pour diamètre $[AB]$ et $[MN]$.



Le sol et le plafond sont parallèles et on a mesuré $AB = 6 \text{ dm}$; $AL = 5 \text{ dm}$; $AM = 25 \text{ dm}$.

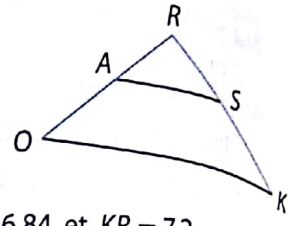
1. Calcule le diamètre $[MN]$ du disque de lumière qui éclaire le plafond.

2. À quelle hauteur du sol se trouve l'ampoule de la lampe ?

29 L'unité de longueur est le centimètre. Sur la figure ci-contre, les droites (AS) et (OK) sont parallèles et on donne :

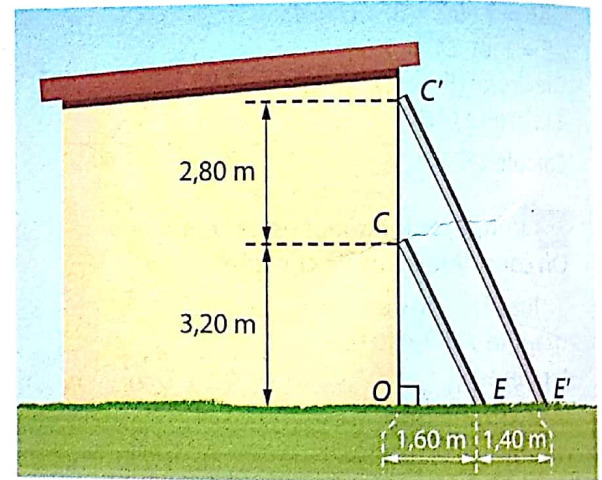
$SA = 5$; $OA = 3,8$; $OR = 6,84$ et $KR = 7,2$.

Pour chaque question, choisis la bonne réponse parmi a, b ou c.



- La longueur AR est égale à :
 a) 3,04 cm b) 3 cm c) 10,64 cm.
- La longueur OK est égale à :
 a) 12,05 cm b) 10,25 cm c) 11,25 cm.
- Le périmètre du triangle ASR est égal à :
 a) 11,14 cm b) 11,24 cm c) 11,34 cm.
- Le périmètre du triangle ORK est égal à :
 a) 25,29 cm b) 29,25 cm c) 27 cm.

30 Ali et Irié sont peintres. Pour repeindre la façade d'une maison, ils ont posé leurs échelles, représentées par $[EC]$ et $[E'C']$ contre la façade. La situation est schématisée ci-dessous.

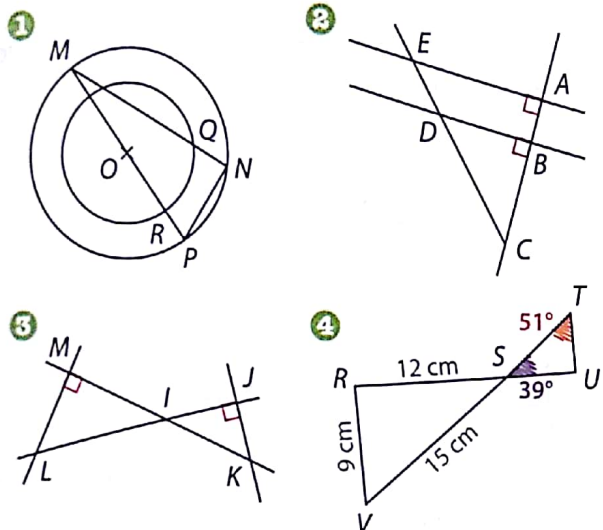


- Les échelles ont-elles été posées parallèlement ?
- a. Calcule la longueur, arrondie au dm, de la grande échelle.
 b. Déduis-en, à l'aide de la propriété de Thalès, la longueur, arrondie au dm, de la petite échelle.

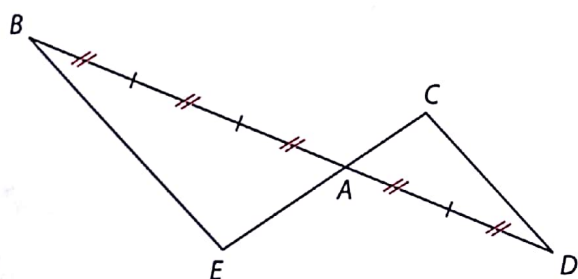
31 Monsieur Koné possède un champ rectangulaire de largeur 80 m et de longueur 250 m.

- Construis un schéma de ce champ sur ton cahier en prenant 1 cm pour 20 m dans la réalité.
- Cette année, il souhaite découper son champ en trois parties de même aire afin d'y cultiver du coton, du sorgho et du mil. Utilise ta règle graduée et ton compas pour effectuer ce découpage du champ.

32 Reconnaître les configurations de Thalès
 Parmi les figures ci-dessous, indique celles où l'utilisation de la propriété de Thalès est possible. Justifie tes réponses.



33 En forme de papillon
 Dans la figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur, on donne $EB = 18,9$ cm ; $AC = 8,6$ cm et $(EB) \parallel (DC)$.

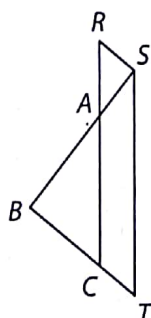


- Utilise le codage pour déterminer le quotient $\frac{AD}{AB}$.
- Calcule les longueurs :
 - CD
 - AE
 - CE .

34 Propriétés de Thalès
 L'unité de longueur est le centimètre. Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur :

- ABC est un triangle ;
- S est un point de la demi-droite $[BA)$;
- T est un point de la demi-droite $[BC)$;
- les droites (BC) et (RS) sont parallèles.

On donne :
 $AB = 9$; $AC = 15$; $BC = 6$; $BS = 12$;
 $BT = 8$.



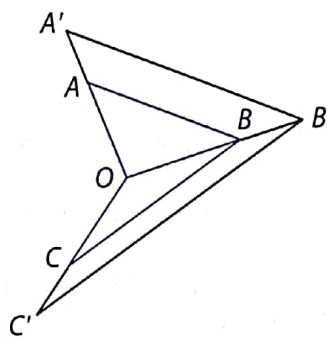
- Justifie que $\frac{AR}{AC} = \frac{1}{3}$.
 - Calcule AR .
- Démontre que les droites (AC) et (ST) sont parallèles.

BEPC 2014

35 Beaucoup de triangles
 L'unité de longueur est le centimètre. Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur :

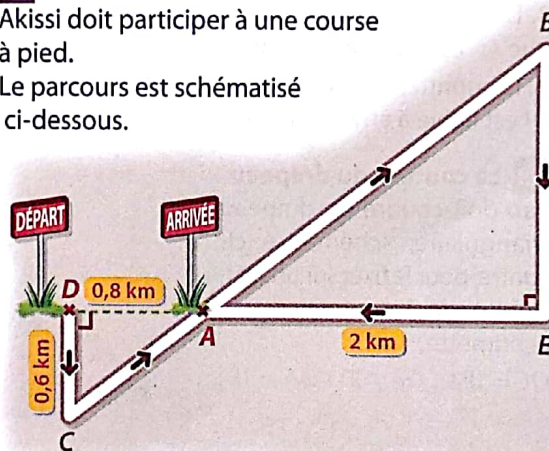
- les points O, A et A' sont alignés ;
- les points O, B et B' sont alignés ;
- les points O, C et C' sont alignés ;
- $(AB) \parallel (A'B')$ et $(BC) \parallel (B'C')$.

On donne : $OB = 4$; $OB' = 6$; $OA = 3$ et $OC' = 4,8$.



- Calcule OA' et OC .
- Démontre que (AC) et $(A'C')$ sont parallèles

36 La course
 Akissi doit participer à une course à pied. Le parcours est schématisé ci-dessous.

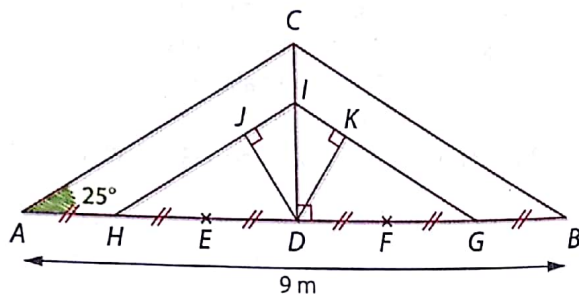


- Justifie que $AC = 1$ km.
- Calcule la longueur totale du parcours $D-C-A-B-E-A$ de cette course.



37 Le travail du charpentier

Un charpentier doit réaliser pour le père de Daouda, la charpente dont il a fait le schéma ci-dessous.



Il ne possède pas pour le moment toutes les dimensions nécessaires pour la réaliser mais il sait que :

- la charpente a pour axe de symétrie par la poutre [CD] ;
- les poutres [AC] et [HI] ont les supports parallèles.

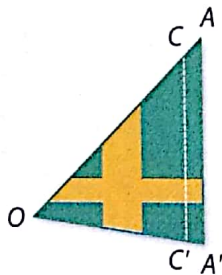
Le petit Daouda et ses camarades de classe décident de vérifier les dimensions calculées par le charpentier et arrondies au centimètre près.

1. Justifie que DH est égale à 3 m.
2. Démontre que la hauteur [CD] de la charpente est environ égale à 2,1 m.
3. Démontre, en utilisant la propriété de Pythagore, que AC est égale à environ 4,97 m.
4. Démontre, en utilisant la propriété de Thalès, que DI est égale à environ 1,4 m.

38 La couture du drapeau

Yao doit coudre un drapeau triangulaire, schématisé ci-contre, pour le fixer sur un mât. L'unité de longueur est le centimètre.

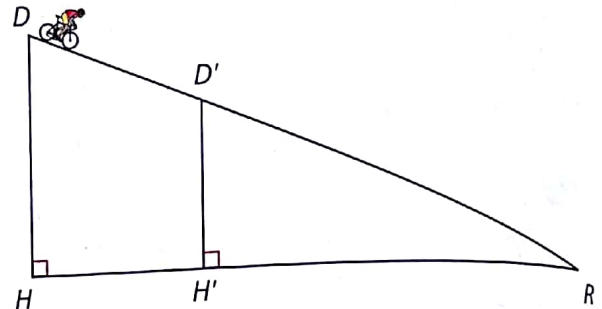
$OC = 18,9$; $OA = 21$; $OA' = 15$;
 $AA' = 17$; $OC' = 13,5$.



1. Justifie que $(CC') \parallel (AA')$.
2. La quantité de fil nécessaire à la couture est le double de la longueur [CC']. Yao dispose de 30 cm de fil à coudre. Aura-t-il suffisamment de fil à coudre ?

39 La route descendante

Un cycliste descend une route rectiligne de longueur 2 400 m, représentée par le segment [DR] ci-dessous. Au point de départ D , le dénivelé par rapport au bas de la route est donné par la longueur $DH = 100$ m. Le cycliste a chuté au point D' , le dénivelé était alors donné par la longueur $D'H' = 60$ m.

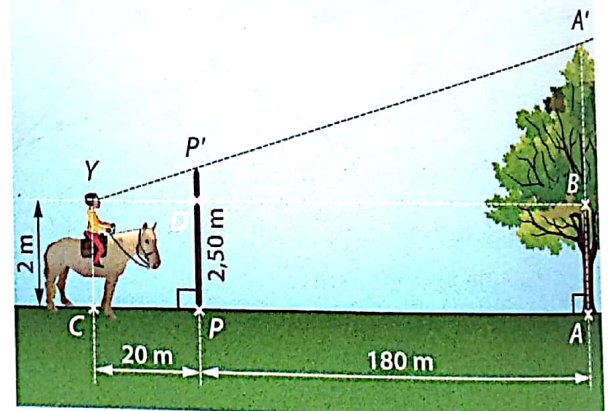


Calcule la distance $D'R$ que le cycliste doit parcourir après sa chute pour arriver au bas de la route.

40 La promenade à cheval

En promenade à cheval, Talou s'est arrêtée à 20 m d'un poteau [PP'] de 2,50 m de haut.

Ses yeux, situés en Y , le haut du poteau, P' et le haut A' d'un arbre sont alors parfaitement alignés.



Utilise les données de l'énoncé et le schéma ci-dessus pour calculer la hauteur de cet arbre.

En savoir plus



Thalès serait né autour de 625 avant J.-C. à Milet, en Asie Mineure (actuelle Turquie).

Lors de son premier voyage en Égypte, Thalès applique le théorème qui porte aujourd'hui son nom pour mesurer la hauteur de la grande pyramide de Kheops. Citons de Thalès : « *Le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui que la pyramide entretient avec la sienne.* »

Par une relation de proportionnalité, il obtient la hauteur de la pyramide grâce à la longueur de son ombre.

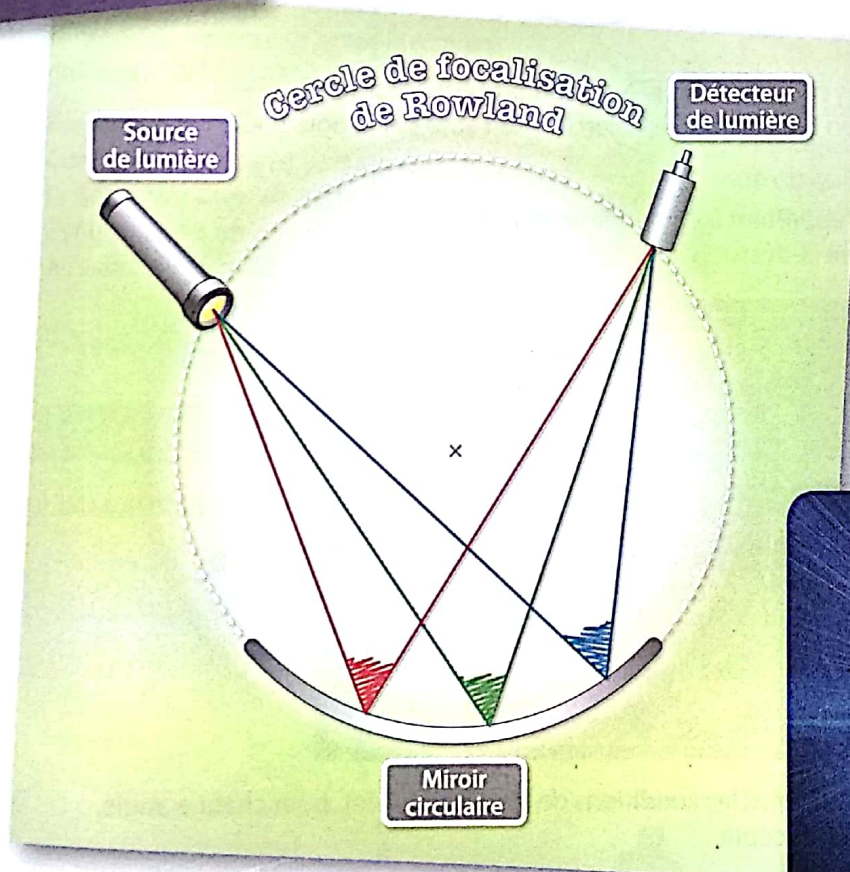
L'idée ingénieuse de Thalès est la suivante : « *À l'instant où mon ombre sera égale à ma taille, l'ombre de la pyramide sera égale à sa hauteur.* »

Angles inscrits

Habilités et contenus

- ✓ **Identifier** un angle inscrit dans un cercle.
- ✓ **Connaître** la propriété relative à un angle inscrit et l'angle au centre associé ; la propriété relative aux mesures de deux angles inscrits interceptant le même arc.
- ✓ **Reconnaître** l'arc intercepté par un angle au centre ou un angle inscrit donné ;
- des angles inscrits qui interceptent le même arc ; un angle inscrit et un angle au centre associés.
- ✓ **Déterminer** la mesure d'un angle.
- ✓ **Justifier** une égalité de mesures d'angles.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel aux angles inscrits.

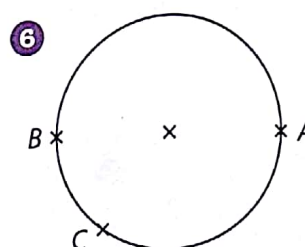
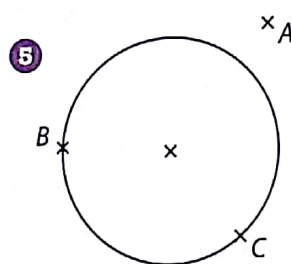
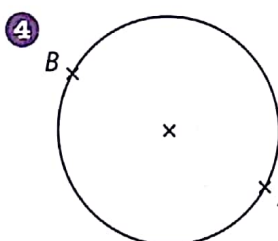
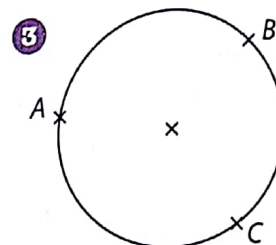
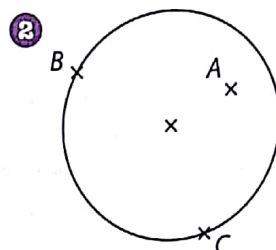
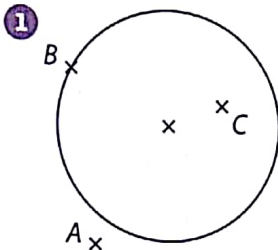
Découvre le sujet



Lorsque le miroir circulaire, la source lumineuse et le détecteur de lumière sont situés sur un même cercle, appelé cercle de Rowland, les angles formés par les rayons lumineux sont tous de même mesure. Cela illustre la propriété des angles inscrits dans un cercle.

Activité 1 Angle inscrit

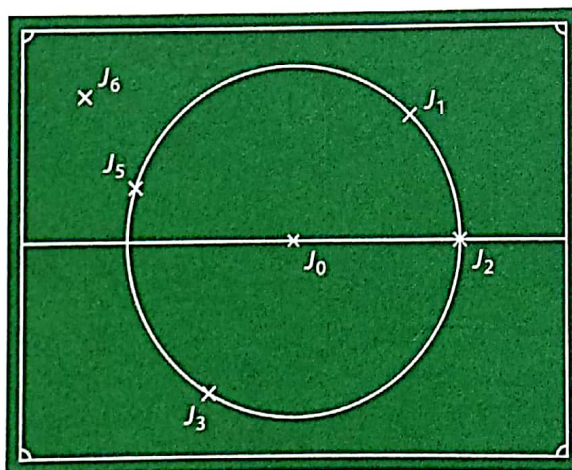
1. Parmi les figures ci-dessous, identifie celles où l'angle \widehat{BAC} a son sommet sur le cercle et ses côtés qui coupent le cercle.



2. Reproduis les figures où les conditions de la question précédente sont vérifiées. Sur chacune d'elles, trace en bleu la partie du cercle intercepté par l'angle \widehat{BAC} .

3. Application

Des joueuses de football s'apprêtent à démarrer un match. La situation est schématisée ci-dessous.



Nomme trois angles qui respectent les conditions de la question 1. et, pour chaque angle, indique l'arc de cercle qu'il intercepte.

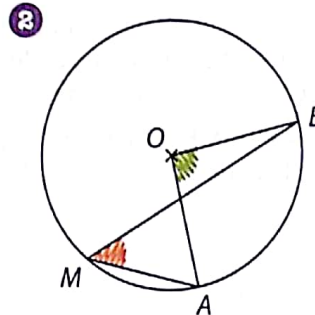
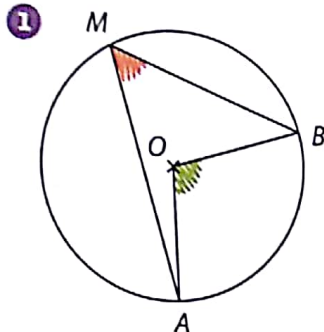


Bilan de l'activité

Un angle dont le sommet est sur un cercle et dont les côtés coupent ce cercle est un **angle inscrit** dans ce cercle.

Activité 2 Relation entre mesure d'un angle aigu inscrit et celle de l'angle au centre associé

On considère les figures ci-dessous.



- Recopie et complète la phrase suivante en utilisant les expressions « au centre » et « inscrit ». Dans chacune des figures, l'angle \widehat{AMB} est un angle ... et l'angle \widehat{AOB} est un angle
- Dans chacune des figures,
 - identifie l'arc intercepté par chacun des angles \widehat{AMB} et \widehat{AOB} ;
 - mesure, à l'aide d'un rapporteur, les angles \widehat{AMB} et \widehat{AOB} ;
 - trouve une relation entre la mesure de l'angle \widehat{AMB} et celle de \widehat{AOB} .

Remarque :

Conformément au programme, la démonstration de cette propriété est proposée, en travail de groupe, à l'exercice 41 p. 36.

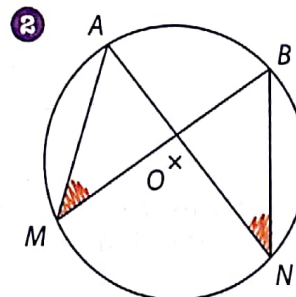
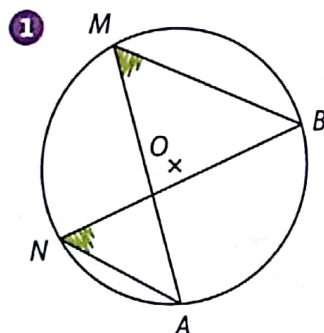


Bilan de l'activité

- L'angle inscrit et l'angle au centre interceptent le même arc : on dit qu'ils sont **associés**.
- La mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.

Activité 3 Angles inscrits interceptant le même arc

Sur chacune des figures ci-dessous, les angles \widehat{AMB} et \widehat{ANB} interceptent le même arc.



Pour chacune des figures,

- mesure, avec un rapporteur, les angles \widehat{AMB} et \widehat{ANB} ;
- trouve une relation entre la mesure de l'angle \widehat{AMB} et celle de \widehat{ANB} .



Bilan de l'activité

Des angles inscrits dans un cercle qui interceptent le même arc ont la même mesure.

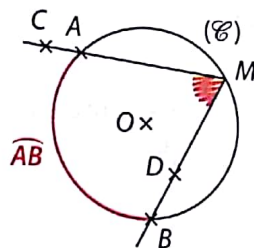
1 Angle inscrit et angle au centre associé

a. Angle inscrit et arc intercepté

► Définitions

- Un angle inscrit dans un cercle est un angle :
 - dont le sommet est situé sur le cercle,
 - et dont les côtés coupent ce cercle.
- Lorsque trois points A, B, M sont sur un même cercle, l'arc intercepté par l'angle inscrit \widehat{AMB} est l'arc de cercle, noté \widehat{AB} , d'extrémités A et B et ne contenant pas le point M .

Exemple



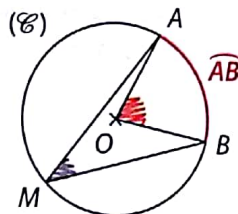
- L'angle \widehat{CMD} ou \widehat{AMB} est un angle inscrit dans le cercle (\mathcal{C}) .
- \widehat{AB} est l'arc intercepté par l'angle inscrit \widehat{AMB} .

b. Angle inscrit et angle au centre associés

► Définition

Un angle inscrit dans un cercle et un angle au centre de ce cercle sont dits associés lorsqu'ils interceptent le même arc.

Exemple



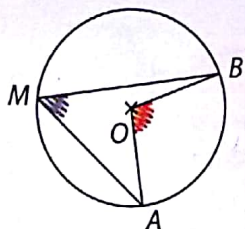
L'angle inscrit \widehat{AMB} et l'angle au centre \widehat{AOB} sont associés car ils interceptent le même arc \widehat{AB} .

2 Propriétés

a. Mesures d'un angle aigu inscrit et de l'angle au centre associé

► Propriété

Un angle aigu inscrit dans un cercle a pour mesure la moitié de celle de l'angle au centre associé.



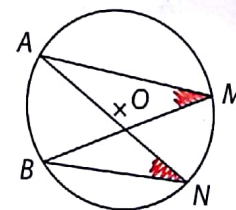
\widehat{AOB} est l'angle au centre associé à l'angle inscrit \widehat{AMB}

$$\text{mes } \widehat{AMB} = \frac{1}{2} \text{mes } \widehat{AOB}$$

b. Angles inscrits interceptant le même arc

► Propriété

Dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ces deux angles ont la même mesure.



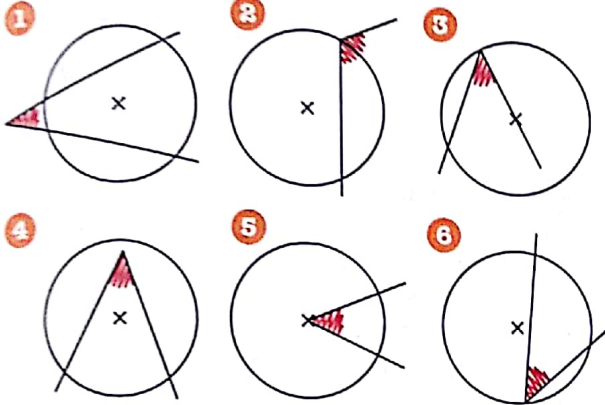
\widehat{AMB} et \widehat{ANB} interceptent le même arc \widehat{AB}

$$\text{mes } \widehat{AMB} = \text{mes } \widehat{ANB}$$

5 Exerce-toi : vérifie tes acquis

Angle inscrit, angle au centre associé

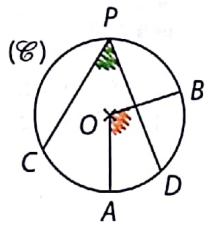
1. Écris les numéros des figures pour lesquelles l'angle marqué en rouge est un angle inscrit dans le cercle.



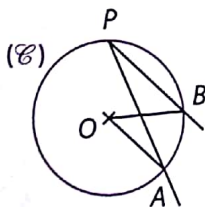
2. Le professeur dit que, parmi les figures précédentes, il n'y a qu'un seul angle au centre. De quelle figure parle-t-il ?

2 Observe la figure ci-dessous puis recopie et complète les phrases.

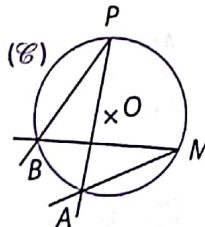
- L'angle \widehat{CPD} est un angle
- L'angle \widehat{CPD} intercepte l'arc
- L'angle \widehat{AOB} est un angle
- L'angle \widehat{AOB} intercepte l'arc



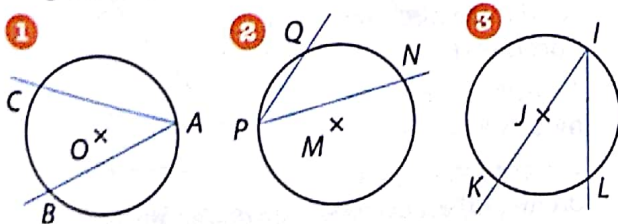
3 1. Utilise les mots : angles - cercle - inscrit - même - au centre - arc pour décrire la figure ci-contre.



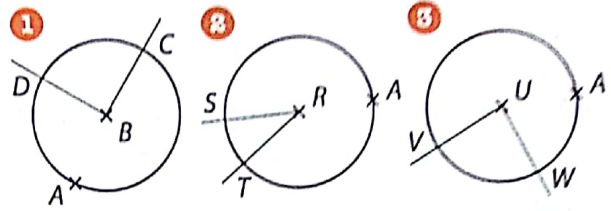
2. Utilise les mots : angles - arc - cercle - inscrits - même pour décrire la figure ci-contre.



4 Dans chaque cas, reproduis la figure et construis l'angle au centre associé.



5 Dans chaque cas, reproduis la figure et construis l'angle inscrit de sommet A associé à l'angle au centre représenté.

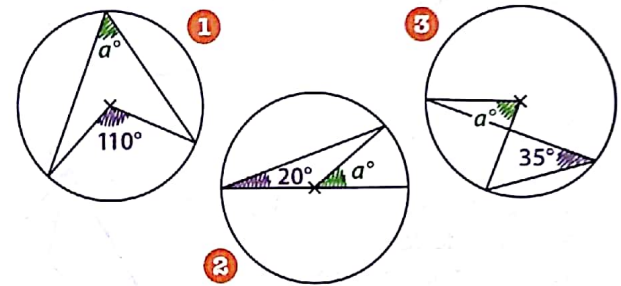


Propriétés

6 Dans chaque situation, \widehat{AMB} est un angle inscrit dans un cercle et \widehat{AOB} est l'angle au centre associé. Recopie et complète le tableau.

	1	2	3
mes \widehat{AMB}	37°	...	$45,6^\circ$
mes \widehat{AOB}	...	88°	...

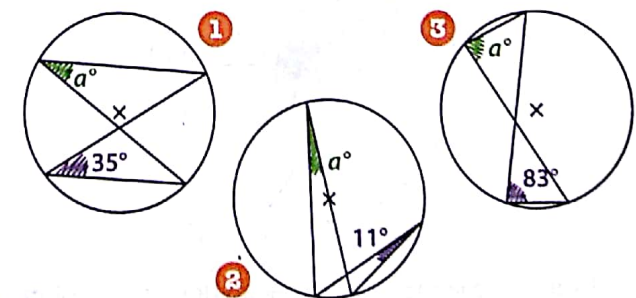
7 Dans chacun ces cas suivants, détermine la mesure de l'angle \hat{a} en utilisant les données de la figure. Justifie.



8 Dans chaque situation, \widehat{AMB} et \widehat{ANB} sont deux angles inscrits dans un cercle qui interceptent le même arc. Recopie et complète le tableau.

	1	2	3
mes \widehat{AMB}	$70,5^\circ$...	$12,4^\circ$
mes \widehat{ANB}	...	13°	...

9 Dans chaque cas, détermine la mesure de l'angle \hat{a} en utilisant les données de la figure. Justifie.

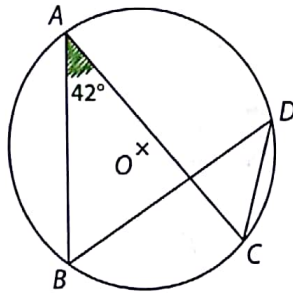


Exerce-toi : utilise tes acquis

- 10** 1. Trace un cercle (\mathcal{C}) de centre O et de rayon 3 cm.
Place sur ce cercle deux points A et B ; puis un point C tel que : $\text{mes } \widehat{BOC} = 75^\circ$.
2. a. Colorie l'arc de cercle intercepté par l'angle inscrit \widehat{BAC} .
b. Trace l'angle au centre associé à l'angle inscrit \widehat{BAC} .
3. Détermine la mesure de l'angle \widehat{BAC} .

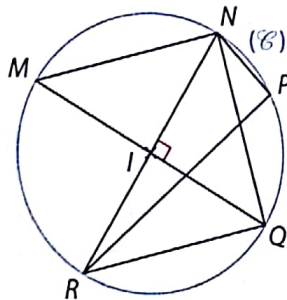
- 11** 1. Trace un cercle (\mathcal{C}) de centre O et de rayon 3,2 cm.
Place sur ce cercle trois points A, B et C tels que : $\text{mes } \widehat{ACB} = 50^\circ$.
2. Trace l'angle inscrit \widehat{ACB} et l'angle au centre qui lui est associé.
3. Détermine la mesure de l'angle au centre associé à \widehat{ACB} .

- 12** Dans la figure ci-contre, les points A, B, C et D sont sur le cercle de centre O .
Détermine la mesure de l'angle \widehat{BDC} , puis celle de l'angle \widehat{BOC} .

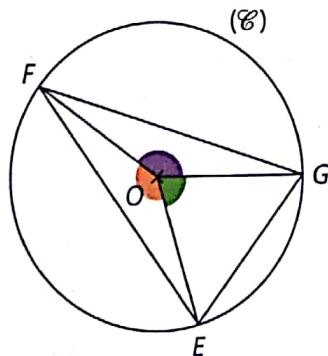


- 13** Dans la figure ci-contre, les points M, N, P, Q et R sont sur le cercle (\mathcal{C}) de centre I .
Détermine la mesure de chacun des angles suivants.

- \widehat{MIQ} • \widehat{RIQ} • \widehat{MRQ}
- \widehat{RNQ} • \widehat{NIR} • \widehat{NPR} .

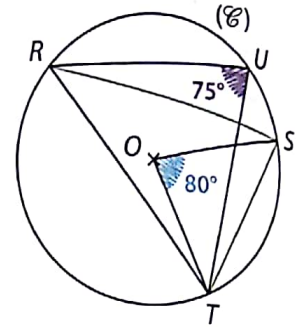


- 14** Le triangle EFG ci-dessous est tel que :
 $\text{mes } \widehat{EFG} = 36^\circ$ et $\text{mes } \widehat{FGE} = 72^\circ$.
 O est le centre du cercle (\mathcal{C}) .



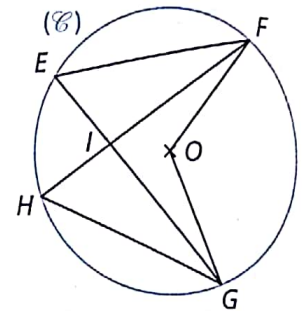
Détermine la mesure de chacun des angles colorés.

- 15** Utilise les données de la figure ci-contre pour déterminer la mesure de chacun des angles du triangle RST .



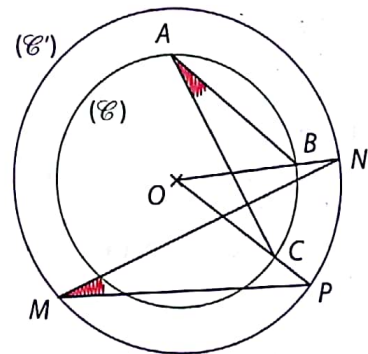
- 16** Sur la figure ci-contre :

- les points E, F, G et H appartiennent au cercle (\mathcal{C}) de centre O ;
- les droites (EG) et (FH) se coupent en I ;
- $\text{mes } \widehat{FOG} = 120^\circ$ et $\text{mes } \widehat{EFH} = 25^\circ$.



Détermine la mesure de chacun des angles du triangle HIG .

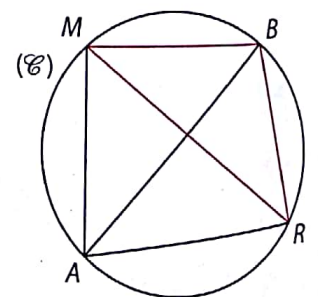
- 17** Les cercles (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') ci-dessous sont de centre O .
 A, B, C sont des points de (\mathcal{C}) ;
 M, N, P sont des points de (\mathcal{C}') .



Abdoulaye dit : « Les angles en rouge sont de même mesure ! ».

Abdoulaye a-t-il raison ?
Justifie.

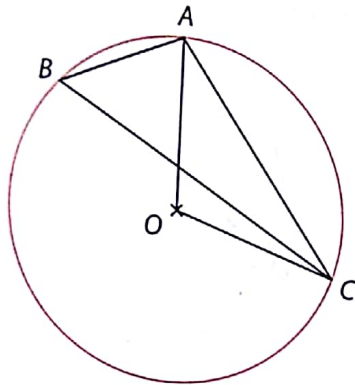
- 18** Dans la figure ci-contre, les points A, M, R et B sont sur le cercle (\mathcal{C}) .
Le triangle MBR est isocèle en B .



1. Justifie que : $\text{mes } \widehat{BMR} = \text{mes } \widehat{BRM}$
2. Démontre que la droite (AB) est la bissectrice de l'angle \widehat{MAR} .

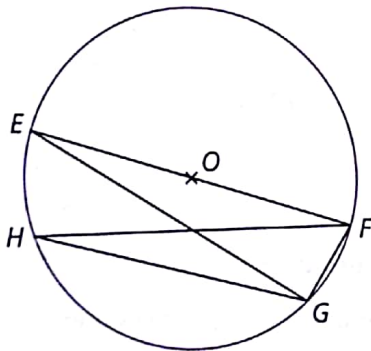
3 Exerce-toi : utilise tes acquis

19 Sur la figure ci-dessous, les points A, B et C sont sur le cercle de centre O et mes $\widehat{OAC} = 36^\circ$.



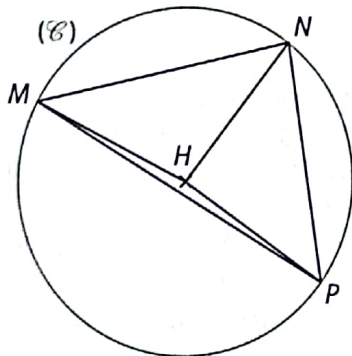
1. Indique la nature du triangle OAC. Justifie ta réponse.
2. Détermine la mesure des angles suivants : \widehat{OCA} , \widehat{AOC} , \widehat{ABC} .

20 Sur la figure ci-dessous, les points G et H sont sur le cercle de centre O de diamètre [EF]. On donne mes $\widehat{EFG} = 75^\circ$.



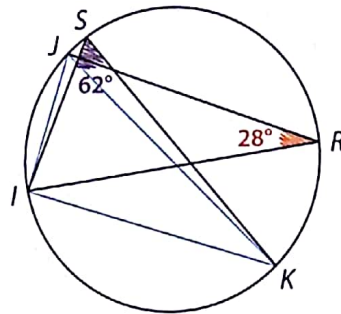
1. Indique la nature du triangle EFG. Justifie ta réponse.
2. Détermine la mesure de l'angle \widehat{FHG} .

21 M, N et P sont trois points du cercle de centre H ci-dessous. On donne mes $\widehat{NHP} = 88^\circ$ et mes $\widehat{MHN} = 100^\circ$.

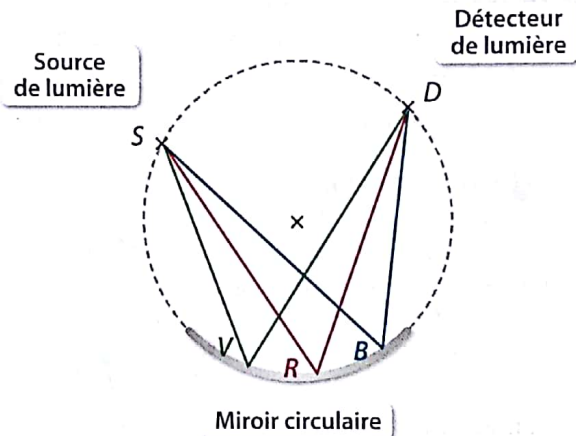


1. Calcule la mesure des angles \widehat{NMP} et \widehat{MPN} .
2. Dédus-en la mesure de l'angle \widehat{MNP} .

22 Démontre que le triangle IJK ci-dessous est rectangle.



23 En optique, la focalisation est l'opération qui consiste à concentrer des rayons lumineux (symbolisés ici par les traits rouge, vert et bleu) provenant d'une source lumineuse, en un autre point (symbolisé ici par le détecteur de lumière) à l'aide de miroirs par exemple.

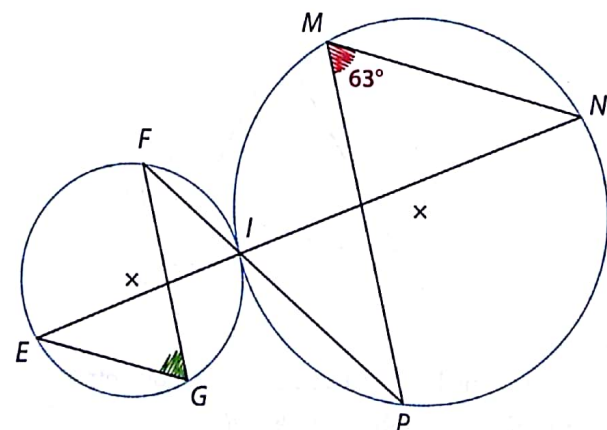


Explique pourquoi les angles \widehat{SVD} , \widehat{SRD} et \widehat{SBD} sont de même mesure.

Info

Le cercle schématisé est appelé cercle de focalisation de Rowland.

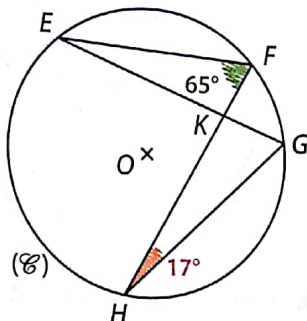
24 Observe la figure ci-dessous et détermine la mesure de l'angle \widehat{EGF} .



Exerce-toi : renforce tes acquis

25 Opposés par le sommet

Sur la figure ci-dessous, E, F, G et H sont des points du cercle (\mathcal{C}) de centre O .
Les segments $[EG]$ et $[FH]$ sont sécants en K .



Détermine la mesure de l'angle \widehat{EKH} .

26 Tous les angles du triangle

(\mathcal{C}) est un cercle de centre O et de rayon 3,5 cm.
Les points A, B et C appartiennent au cercle (\mathcal{C}) et sont tels que : $\text{mes } \widehat{AOB} = 140^\circ$ et $\text{mes } \widehat{AOC} = 70^\circ$.

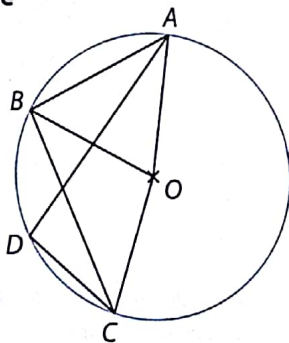
1. Fais une figure.
2. Détermine les mesures des angles du triangle ABC .

27 La mesure d'un angle

Sur la figure ci-contre, les points A, B et C appartiennent au cercle de centre O .

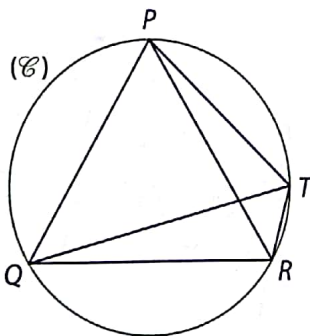
On donne :
 $\text{mes } \widehat{AOB} = 70^\circ$
et $\text{mes } \widehat{BOC} = 100^\circ$.

1. Détermine les mesures des angles du triangle ABC .
2. Déduis-en la mesure de l'angle \widehat{ADC} .



28 Un triangle équilatéral

Sur la figure ci-dessous :
• les points P, Q, R et T appartiennent au cercle (\mathcal{C}) ;
• le triangle PQR est équilatéral.



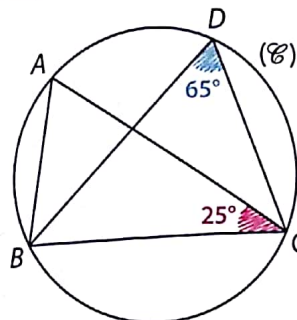
Détermine les mesures des angles suivants :

- \widehat{QTR}
- \widehat{QTP}
- \widehat{PTR} .

Angles inscrits ■

29 Un triangle rectangle

Sur la figure ci-dessous, les points A, B, C et D sont sur le cercle (\mathcal{C}) .

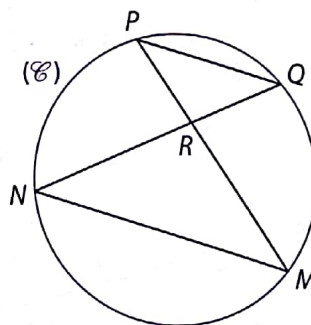


Démontre que le triangle ABC est un triangle rectangle.

30 Des angles alternes-internes

Sur la figure ci-dessous :

- $[MN]$ et $[PQ]$ sont deux cordes parallèles du cercle (\mathcal{C}) ;
- R est le point d'intersection des segments $[MP]$ et $[NQ]$.



Démontre que les triangles PQR et MNR sont isocèles.

31 Des angles supplémentaires

1. Trace un cercle (\mathcal{C}) de centre O et de rayon 4 cm ; trace un quadrilatère $ABCD$ dont les sommets appartiennent à (\mathcal{C}) .
2. Démontre que les angles \widehat{BCD} et \widehat{BAD} sont supplémentaires.

Aide

Démarre le raisonnement avec l'égalité :
 $\text{mes } \widehat{AOB} + \text{mes } \widehat{BOC} + \text{mes } \widehat{COD} + \text{mes } \widehat{DOA} = 360^\circ$,
puis utilise des angles inscrits associés.

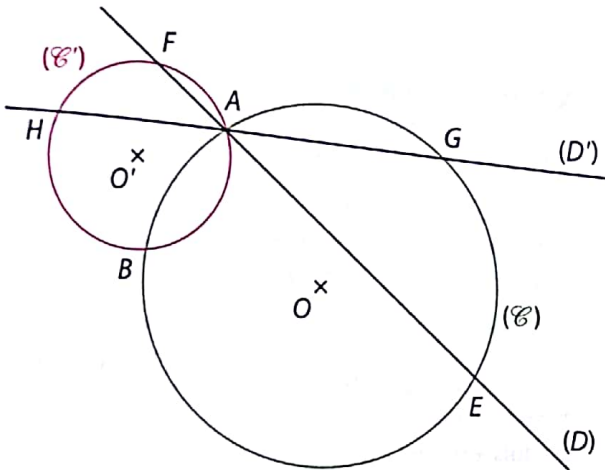
32 Avec la tangente

L'unité de longueur est le centimètre.

1. a. Construis un triangle ABD rectangle en B tel que :
• $AB = 9$ cm ; • $\text{mes } \widehat{BAD} = 40^\circ$.
b. Trace le cercle (\mathcal{C}) circonscrit au triangle BAD .
On note I son centre.
2. Calcule BD ; donne son arrondi au mm.
3. Construis, à la règle et au compas, la bissectrice (Δ) de l'angle \widehat{BAD} . Elle coupe le cercle (\mathcal{C}) en E .
4. Détermine la mesure de l'angle \widehat{EIB} .

33 Des cercles et des droites sécantes

Sur la figure ci-dessous, les cercles (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') , de centres respectifs O et O' , sont sécants en A et B . (D) et (D') sont deux droites sécantes en A . La droite (D) coupe (\mathcal{C}) en E et (\mathcal{C}') en F ; la droite (D') coupe (\mathcal{C}') en G et (\mathcal{C}) en H .



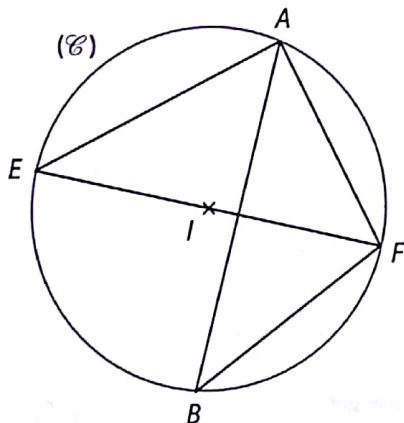
- Démontre que $\text{mes } \widehat{EOG} = \text{mes } \widehat{FO'H}$.
- Démontre que $\text{mes } \widehat{HBF} = \text{mes } \widehat{GBE}$.

34 Avec de la trigonométrie

L'unité de longueur est le centimètre. Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur :

- (\mathcal{C}) est un cercle de centre I et de rayon 4 ;
- $[EF]$ est un diamètre de (\mathcal{C}) ;
- A et B sont deux points de (\mathcal{C}) .

On donne $AF = 6$.



- a. Justifie que le triangle AEF est rectangle en A .
b. Calcule AE .
- Justifie que $\text{mes } \widehat{AEF} = \text{mes } \widehat{ABF}$.
- Justifie que $\sin \widehat{AEF} = 0,75$.
- Utilise la table trigonométrique en page 175 pour encadrer $\text{mes } \widehat{ABF}$ par deux nombres entiers consécutifs.

BEPC 2014

35 Deux triangles

1. Trace un cercle de centre O et un triangle KLM dont les sommets appartiennent à ce cercle.

La bissectrice de l'angle \widehat{LKM} coupe l'arc \widehat{LM} en P .

2. a. Démontre que (OP) est la bissectrice de l'angle \widehat{LOM} .

b. Indique la nature du triangle LOM .

c. Dédus-en que le triangle LMP est isocèle en P .

3. Que peut-on dire du triangle LMP lorsque le triangle KLM est rectangle en K ?

36 Médiatrice et bissectrice

1. Trace un cercle (\mathcal{C}) de centre E et de rayon 3,5 cm, et un triangle BCD inscrit dans ce cercle.

Trace la médiatrice (Δ) du segment $[CD]$, elle coupe l'arc \widehat{CD} ne contenant pas le point B en un point noté F .

2. Démontre que $\text{mes } \widehat{DEF} = \text{mes } \widehat{FEC}$.

3. Démontre que la droite (BF) est la bissectrice de l'angle \widehat{CBD} .

37 Diamétralement opposés

1. Construis un cercle de centre O et de rayon 3 cm. Place sur ce cercle trois points A , B , et C tels que : $BC = 5$ cm et $\text{mes } \widehat{ABC} = 65^\circ$.

Construis le point B' diamétralement opposé au point B sur ce cercle.

2. Démontre que le triangle $BB'C$ est rectangle.

3. Calcule la longueur $B'C$, arrondie au mm.

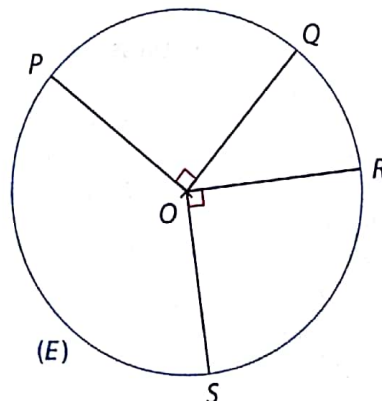
4. Détermine les mesures, arrondies au degré, des angles du triangle AOC .

38 Des parallèles et des perpendiculaires

Sur la figure ci-dessous, les points P , Q , R et S appartiennent au cercle (E) de centre O .

Les angles au centre \widehat{POQ} et \widehat{ROS} sont droits.

Les droites (PR) et (QS) se coupent en I .



1. Démontre que les droites (PR) et (QS) sont perpendiculaires.

2. Démontre que les droites (PS) et (QR) sont parallèles.

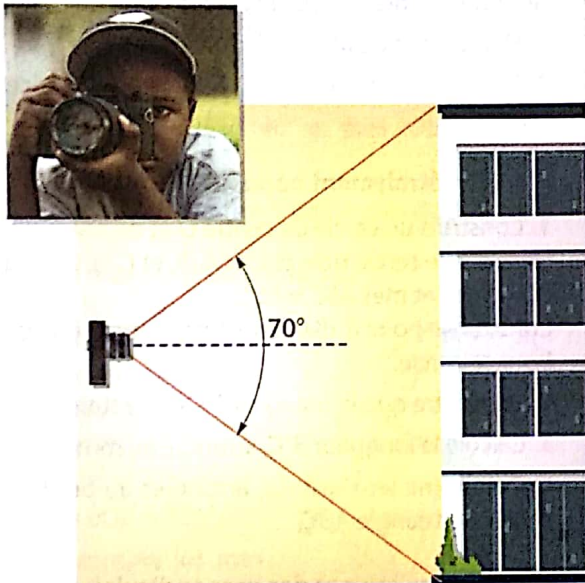
39 Une belle photo

Des élèves du club « Photo » d'un établissement ont organisé une séance de prise de vue dans leur établissement. À cette occasion, l'un d'eux a photographié le bâtiment abritant l'administration en se servant d'un appareil muni d'un objectif avec un champ de vision de 70° .

Trois mois plus tard, l'encadreur du club remet à ces mêmes élèves l'appareil muni d'un objectif avec un champ de vision 35° .

Il leur demande de photographier le bâtiment abritant l'administration en faisant en sorte que tout ce bâtiment apparaisse sur la photo.

Ils se demandent à quels endroits ils peuvent se placer pour photographier le bâtiment dans sa totalité.



1. Reproduis le dessin.
2. Détermine les endroits où doit se placer l'élève photographe de façon à ce que tout le bâtiment apparaisse sur la photo.

40 Triangle et quadrilatères

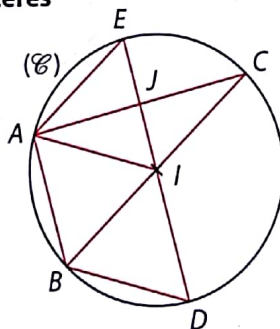
L'unité de longueur est le centimètre.

B et C sont deux points du plan tels que $BC = 6$. (\mathcal{C}) est le cercle de diamètre $[BC]$ et de centre I .

A et D sont deux points de (\mathcal{C}) tels que :

$$AB = 3 \text{ et } DB = 3.$$

E est le point de (\mathcal{C}) diamétralement opposé au point D . J est le point d'intersection des droites (DE) et (AC) .



1. a. Justifie que le triangle ABC est rectangle en A .
- b. Justifie que : $AC = 3\sqrt{3}$.

2. a. Justifie que le quadrilatère $ABDI$ est un losange.
- b. Dédus-en que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
3. Calcule la longueur IJ .
4. Démontre que le quadrilatère $ABDE$ est un trapèze isocèle.
5. Démontre que $\widehat{BED} = 30^\circ$.

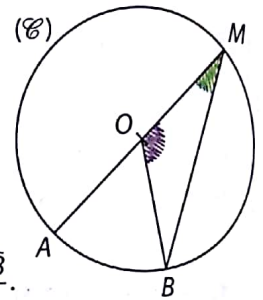
BEPC 2012

41 Travail en groupe

L'objectif de cet exercice (à réaliser en groupe) est de démontrer les propriétés du cours.

1. Un cas particulier

Sur la figure ci-contre, A, B et M sont trois points du cercle (\mathcal{C}) de centre O ; $[AM]$ est un diamètre de (\mathcal{C}) .



a. Quelle est la nature du triangle OMB ?

Dédus-en que :

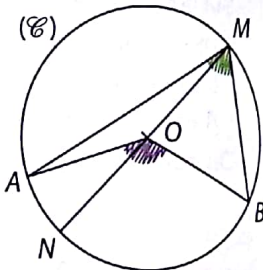
$$\text{mes } \widehat{OMB} = \frac{180^\circ - \text{mes } \widehat{MOB}}{2}$$

Explique pourquoi $\widehat{AOB} = 180^\circ - \text{mes } \widehat{MOB}$.

b. Dédus-en que $\text{mes } \widehat{AMB} = \frac{1}{2} \text{mes } \widehat{AOB}$.

2. Le cas général

Sur la figure ci-contre, A, B, M, N sont quatre points du cercle (\mathcal{C}) de centre O ; $[MN]$ est un diamètre de (\mathcal{C}) .



a. Utilise les résultats du 1. pour compléter les pointillés :

• $\text{mes } \widehat{AMN} = \dots \text{mes } \widehat{AON}$

• $\text{mes } \widehat{BMN} = \dots \text{mes } \widehat{BON}$.

b. Dédus-en que : $\text{mes } \widehat{AMB} = \frac{1}{2} \text{mes } \widehat{AOB}$.

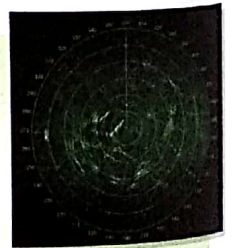
3. Propriété des angles inscrits

P est un point du cercle (\mathcal{C}) situé sur l'arc \widehat{AB} contenant le point M .

Dédus de la question 2. que $\text{mes } \widehat{AMB} = \text{mes } \widehat{APB}$.

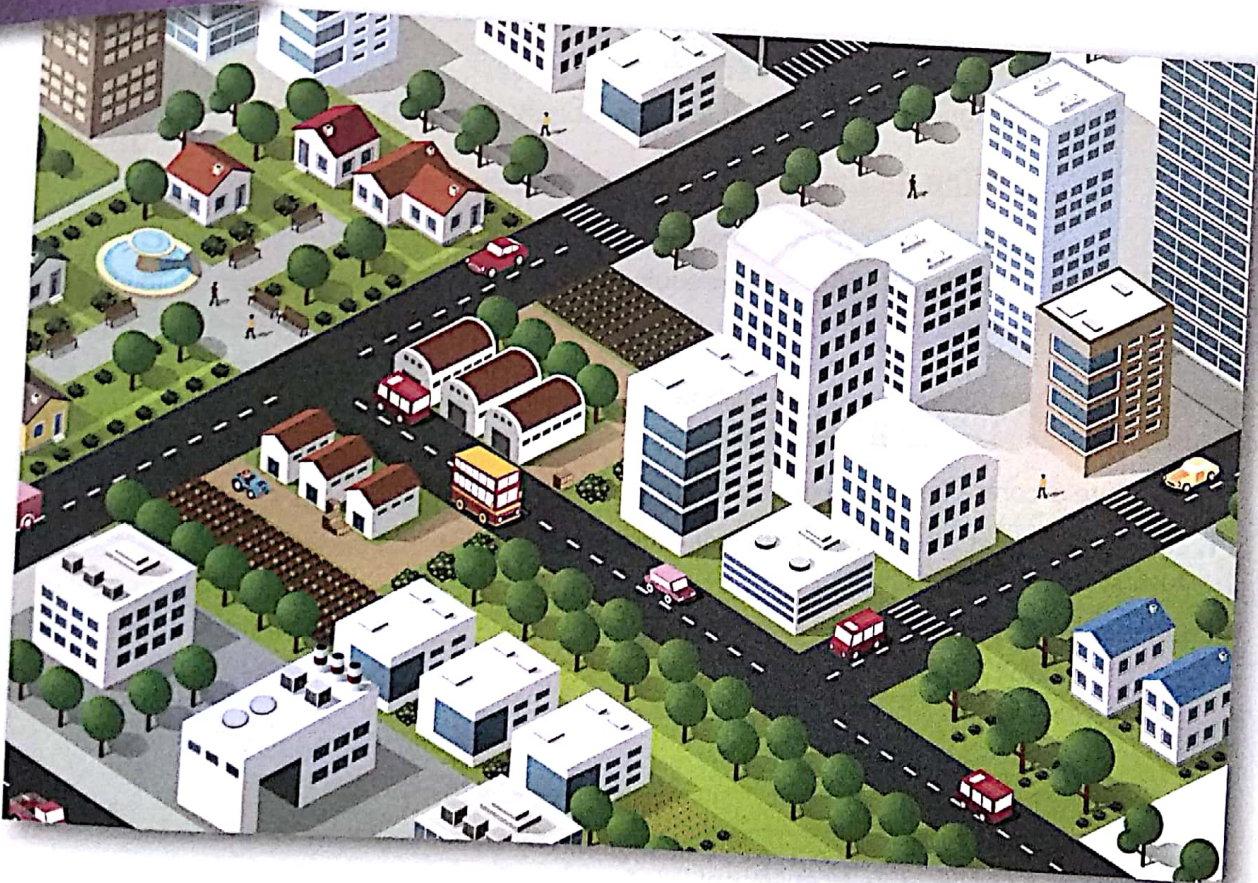
En savoir plus

Les propriétés des angles inscrits et des angles au centre associés sont utiles dans de nombreux domaines. Par exemple si, vu de ce radar de navigation, trois bateaux sont situés sur un même cercle, alors on peut connaître la mesure des trois angles formés entre les bateaux.



Habilités et contenus

- ✓ **Identifier** la différence de deux vecteurs ; le produit d'un vecteur par un nombre réel ; des vecteurs colinéaires ; des vecteurs orthogonaux ; des vecteurs directeurs d'une droite.
- ✓ **Connaître** les propriétés relatives au produit d'un vecteur par un nombre réel ; la propriété de vecteurs de même direction.
- ✓ **Représenter** un vecteur ; des vecteurs égaux ; une somme de deux ou trois vecteurs.
- ✓ **Construire** une différence de deux vecteurs ; le point M tel que $\vec{AM} = k\vec{AB}$ où k est un réel non nul et \vec{AB} un vecteur donné.
- ✓ **Réduire** des sommes de vecteurs.
- ✓ **Traduire** un langage géométrique par des égalités vectorielles et inversement.
- ✓ **Démontrer** la colinéarité de deux vecteurs ; l'alignement de points ; le parallélisme de droites.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel aux vecteurs.

Découvre le sujet

Pour retrouver un lieu, par exemple dans une ville, on peut utiliser une carte indiquant des directions, des sens et des distances, c'est-à-dire des vecteurs.

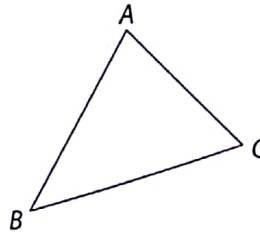
Activité 1 Différence de deux vecteurs

On donne le triangle ABC ci-contre.

1. Recopie et complète l'égalité suivante :
 $\vec{AC} = \vec{A...} + \vec{B...}$

2. Donne l'opposé du vecteur \vec{BC} .

3. À partir de l'égalité de la question 1., complète les pointillés en utilisant l'opposé du vecteur \vec{BC} : $\vec{AC} = \vec{AB} - \dots$



Bilan de l'activité

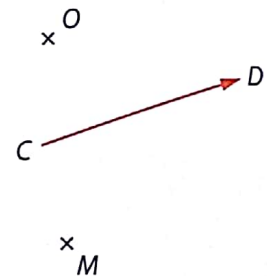
- $\vec{AC} = \vec{AB} - \vec{CB}$.
- $\vec{AB} - \vec{CB}$ est la différence des vecteurs \vec{AB} et \vec{CB} .



Activité 2 Produit d'un vecteur par un nombre réel

On donne la figure ci-contre.

1. a. Reproduis la figure dans ton cahier.
b. Construis le point N tel que $\vec{MN} = \vec{CD} + \vec{CD}$.
Le vecteur \vec{MN} est noté $2\vec{CD}$.
2. a. Compare la direction et le sens des vecteurs \vec{CD} et $2\vec{CD}$.
b. Exprime la longueur du vecteur $2\vec{CD}$ en fonction de celle de \vec{CD} .
3. Construis le point P tel que $\vec{OP} = -3\vec{CD}$.
4. a. Compare la direction et le sens des vecteurs \vec{CD} et $-3\vec{CD}$.
b. Exprime la longueur du vecteur $-3\vec{CD}$ en fonction de celle de \vec{CD} .



Bilan de l'activité

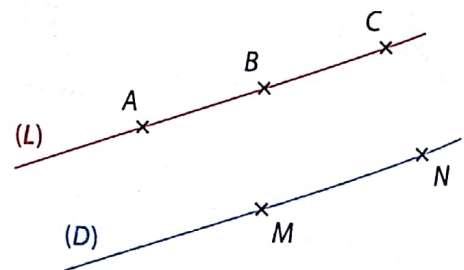
- Le vecteur $2\vec{CD}$ est le produit du vecteur \vec{CD} par le nombre réel 2.
- Le vecteur $-3\vec{CD}$ est le produit du vecteur \vec{CD} par le nombre réel -3.



Activité 3 Vecteurs colinéaires

Sur la figure ci-contre, les droites (L) et (D) sont parallèles.

1. Les vecteurs \vec{AB} et \vec{MN} ont-ils la même direction ? Justifie ta réponse.
2. Cite deux autres vecteurs de même direction :
 - que le vecteur \vec{AB} ;
 - que le vecteur \vec{MN} .



Bilan de l'activité

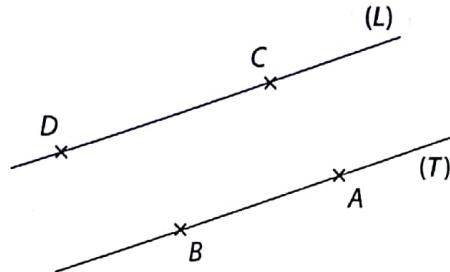
- Les vecteurs \vec{AB} et \vec{MN} ont la même direction. On dit qu'ils sont **colinéaires**.
- Les vecteurs \vec{AB} et \vec{CB} ont la même direction. On dit qu'ils sont **colinéaires**.



Activité 4 Vecteurs directeurs d'une droite

Sur la figure ci-dessous,

- (L) et (T) sont deux droites parallèles ;
- A et B sont deux points de (T) ;
- C et D sont deux points de (L) .



On dit qu'un vecteur non nul est un vecteur directeur d'une droite lorsque le support de ce vecteur et cette droite sont parallèles.

1. Cite deux vecteurs directeurs de la droite (L) .
2. Cite deux vecteurs directeurs de la droite (T) .



Bilan de l'activité

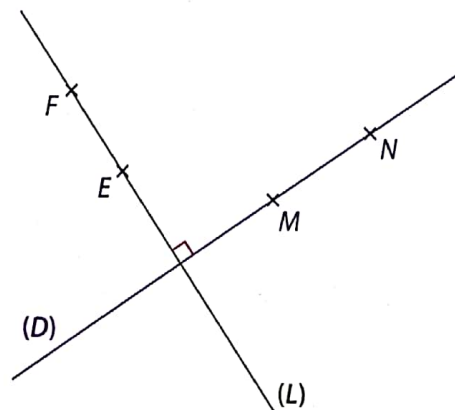
Les droites (AB) et (L) sont parallèles.

- On dit que \vec{AB} est un **vecteur directeur** de la droite (L) .
- Les vecteurs \vec{BA} , \vec{CD} et \vec{DC} sont aussi des vecteurs directeurs de la droite (L) .

Activité 5 Vecteurs orthogonaux

On donne la figure codée ci-contre.

1. Recopie et complète les phrases avec (L) ou (D) .
 - le vecteur \vec{EF} est un vecteur directeur de la droite
 - Le vecteur \vec{MN} est un vecteur directeur de la droite
2. Donne la position relative des droites (L) et (D) .
3. On dit que deux vecteurs sont orthogonaux lorsqu'ils sont des vecteurs directeurs de deux droites perpendiculaires.
 - a. Cite deux vecteurs orthogonaux au vecteur \vec{EF} .
 - b. Cite deux vecteurs orthogonaux au vecteur \vec{NM} .



Bilan de l'activité

Deux vecteurs sont **orthogonaux** lorsqu'ils sont des vecteurs directeurs de deux droites perpendiculaires.

1 Caractéristiques d'un vecteur

Détermination d'un vecteur

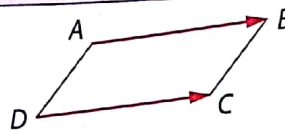
A et B sont deux points distincts du plan. Le vecteur \vec{AB} est déterminé par :

- sa direction, celle de la droite (AB) ;
- son sens, de A vers B ;
- et sa longueur, celle du segment [AB].



Propriété

ABCD est un parallélogramme équivaut à : $\vec{AB} = \vec{DC}$.

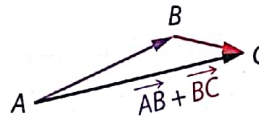


2 Somme de deux vecteurs

a. Relation de Chasles

Propriété

A, B et C sont trois points distincts du plan.
 $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.



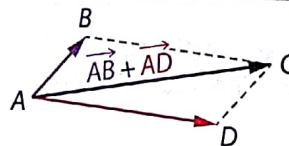
Construction d'un représentant d'origine A du vecteur $\vec{EF} + \vec{GH}$ grâce à la relation de Chasles

Je trace le vecteur \vec{AB} tel que : $\vec{AB} = \vec{EF}$.	Je trace le vecteur \vec{BC} tel que : $\vec{BC} = \vec{GH}$.	Je complète : $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{EF} + \vec{GH}$.

b. Règle du parallélogramme

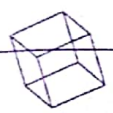
Propriété

A, B et D sont trois points distincts du plan.
 $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ où C est le point tel que ABCD est un parallélogramme.



Construction d'un représentant d'origine A du vecteur $\vec{EF} + \vec{GH}$ grâce à la règle du parallélogramme

Je trace le vecteur \vec{AB} tel que : $\vec{AB} = \vec{EF}$.	Je trace le vecteur \vec{AD} tel que : $\vec{AD} = \vec{GH}$.	Je complète : $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{EF} + \vec{GH}$.



Retiens l'essentiel

3 Différence de deux vecteurs

Définition

A, B, C et D sont quatre points distincts du plan.
La **différence des vecteurs** \vec{AB} et \vec{CD} est le vecteur, noté $\vec{AB} - \vec{CD}$, égal à $\vec{AB} + \vec{DC}$.

Construction d'un représentant d'origine E du vecteur $\vec{AB} - \vec{CD}$

<p>Je trace le vecteur \vec{EF} tel que : $\vec{EF} = \vec{AB}$.</p>	<p>Je trace le vecteur \vec{FG} tel que : $\vec{FG} = \vec{DC} = -\vec{CD}$.</p>	<p>Je complète : $\vec{EG} = \vec{EF} + \vec{FG} = \vec{AB} - \vec{CD}$.</p>

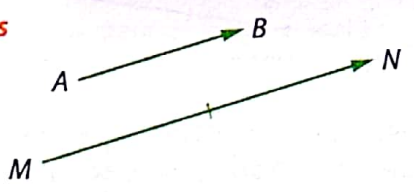
4 Produit d'un vecteur par un nombre réel

Définition

A et B sont deux points distincts du plan.
On appelle **produit du vecteur non nul** \vec{AB} par le **nombre réel non nul** k le vecteur \vec{MN} , noté $k\vec{AB}$, tel que :

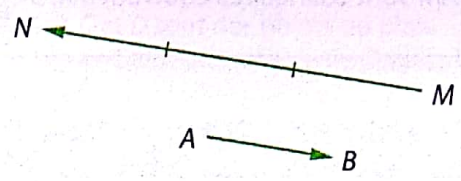
- (MN) et (AB) ont la même direction ;
- \vec{MN} et \vec{AB} ont le même sens lorsque k est positif et sont de sens contraire lorsque k est négatif ;
- $MN = kAB$ lorsque k est positif ou $MN = -kAB$ lorsque k est négatif.

Exemples



Sur la figure ci-dessus, $\vec{MN} = 2\vec{AB}$.

- (AB) et (MN) sont parallèles (donc de même direction),
- \vec{MN} et \vec{AB} sont de même sens,
- $MN = 2AB$.



Sur la figure ci-dessus, $\vec{MN} = -3\vec{AB}$.

- (AB) et (MN) sont parallèles (donc de même direction),
- \vec{MN} et \vec{AB} sont de sens contraire,
- $MN = 3AB$.

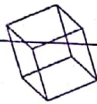
Convention

- Le produit du vecteur nul $\vec{0}$ par un nombre réel k est le vecteur nul. On a donc $k\vec{0} = \vec{0}$.
- Le produit d'un vecteur \vec{AB} par le nombre 0 est le vecteur nul. On a donc $0\vec{AB} = \vec{0}$.

Propriétés

A, B, C et D sont des points du plan ; k et h sont des nombres réels.
On a :

- $k(h\vec{AB}) = (kh)\vec{AB}$;
- $k\vec{AB} + h\vec{AB} = (k+h)\vec{AB}$;
- $k\vec{AB} + k\vec{CD} = k(\vec{AB} + \vec{CD})$;
- $1\vec{AB} = \vec{AB}$.



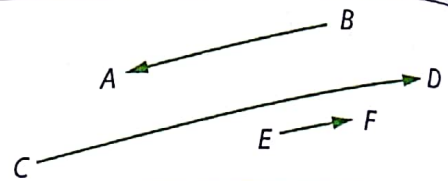
5 Vecteurs colinéaires

a. Principe

Définition

On dit que deux vecteurs sont **colinéaires** lorsque :

- ils ont la même direction,
- ou l'un des deux au moins est le vecteur nul.



Remarques

- D'après le paragraphe 4, on peut donc dire que \vec{AB} et $k\vec{AB}$ sont des vecteurs colinéaires.
- Le vecteur nul $\vec{0}$ est donc colinéaire à tous les vecteurs.

b. Propriétés

Propriété

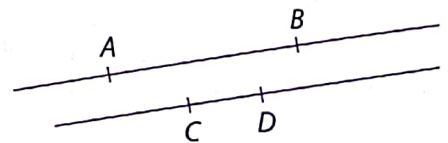
A, B, C et D sont quatre points du plan.

\vec{AB} et \vec{CD} sont colinéaires équivaut à il existe un nombre réel k tel que : $\vec{AB} = k\vec{CD}$.

Propriété

A, B, C et D sont quatre points du plan deux à deux distincts.

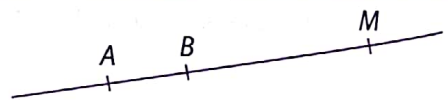
\vec{AB} et \vec{CD} sont colinéaires équivaut à $(AB) \parallel (CD)$.



Propriété

A, B et M sont trois points du plan.

\vec{AB} et \vec{AM} sont colinéaires équivaut à A, B et M sont alignés.



6 Vecteurs directeurs d'une droite

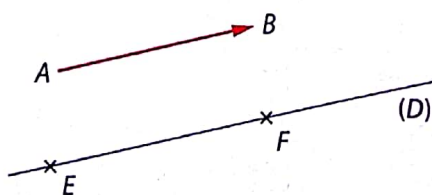
Définition

A et B sont deux points distincts du plan et (D) une droite.

\vec{AB} est un **vecteur directeur** de (D) lorsque (AB) est parallèle à (D) ou A et B appartiennent à (D) .

Exemple

$\vec{AB}, \vec{BA}, \vec{EF}$ et \vec{FE} sont des vecteurs directeurs de la droite (D) .



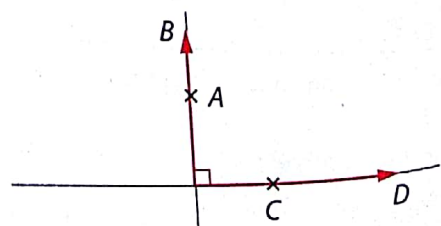
7 Vecteurs orthogonaux

Définition

On dit que deux vecteurs non nuls sont **orthogonaux** lorsqu'ils sont des vecteurs directeurs de deux droites perpendiculaires.

Exemple

Les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} sont orthogonaux. On note : $\vec{AB} \perp \vec{CD}$.

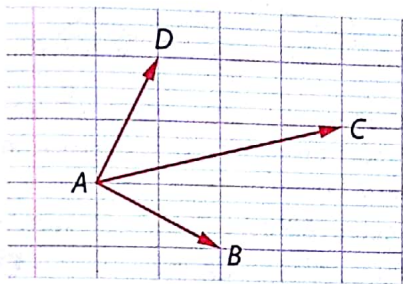


Somme de vecteurs

1 A, B, C et D sont quatre points du plan. Recopie et complète chacune des égalités.

1. $\vec{AB} = \vec{AC} + \dots + \vec{B}$.
2. $\vec{AB} = \vec{A\dots} + \vec{CD} + \dots + \vec{B}$.
3. $\vec{AB} = \vec{AD} + \dots + \vec{CB}$.
4. $\vec{AB} = \dots + \vec{C} + \dots + \vec{A\dots}$.

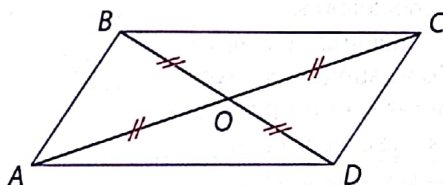
2 Reproduis les vecteurs ci-dessous en utilisant le quadrillage de ton cahier.



Construis les vecteurs :

- $\vec{AE} = \vec{AB} + \vec{AC}$.
- $\vec{AF} = \vec{AC} + \vec{AD}$.
- $\vec{AG} = \vec{AB} + \vec{AD}$.

3 Sur la figure ci-dessous, ABCD est un parallélogramme de centre O.

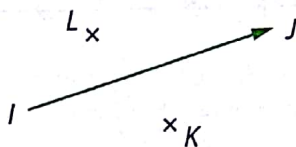


Nomme un vecteur de la figure égal à :

1. $\vec{AB} + \vec{AD}$.
2. $\vec{OA} + \vec{OD}$.
3. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}$.
4. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CO}$.
5. $\vec{BC} + \vec{DA} + \vec{CD}$.

Différence de deux vecteurs

4 1. Reproduis la figure ci-dessous.



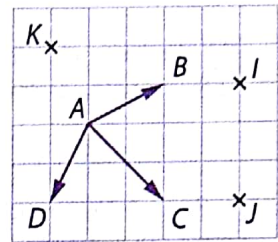
2. Construis les points M et P tels que :

- $\vec{KM} = -\vec{I}$.
- $\vec{LP} = -\vec{K}$.

5 MNPQ est un parallélogramme. Recopie et complète les égalités.

1. $\vec{MN} - \vec{MQ} = \dots + \dots = \dots$
2. $\vec{PN} - \vec{MN} = \dots + \dots = \dots$

6 1. Reproduis les points et les vecteurs ci-contre dans un quadrillage.



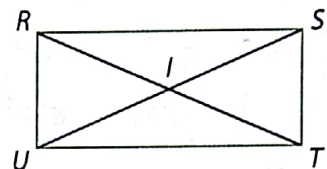
2. Construis :

- un représentant d'origine I du vecteur $\vec{AB} - \vec{AC}$;
- un représentant d'origine J du vecteur $\vec{AD} - \vec{AB}$;
- un représentant d'origine K du vecteur $\vec{AC} - \vec{AD}$.

7 ABC est un triangle. Sur la même figure, construis :

- le point D tel que : $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC}$;
- le point E tel que : $\vec{AE} = \vec{CB} - \vec{CD}$;
- le point F tel que : $\vec{BF} = \vec{AC} + \vec{BC}$;
- le point G tel que : $\vec{CG} = \vec{CA} - \vec{FD}$.

8 RSTU est le rectangle de centre I ci-contre.



Pour chaque question, indique la bonne réponse parmi a, b ou c.

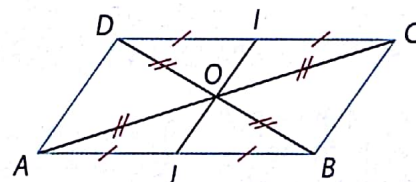
1. L'opposé du vecteur \vec{IS} est le vecteur :
 a $-\vec{SI}$ b \vec{IU} c $\vec{IT} + \vec{TS}$.
2. La somme des vecteurs \vec{UT} et \vec{RU} est le vecteur :
 a \vec{SU} b \vec{RT} c \vec{TR} .
3. La différence $\vec{UT} - \vec{RI}$ est égale à :
 a $\vec{TU} + \vec{IR}$ b \vec{SI} c \vec{UI} .

9 A, B, C et D sont des points du plan. Simplifie, en utilisant la relation de Chasles, les écritures suivantes.

1. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA}$;
2. $\vec{AB} - \vec{AC} + \vec{BC}$;
3. $\vec{DA} - \vec{DB} + \vec{AC}$;
4. $\vec{AC} + \vec{BC} - \vec{AD}$.

Produit d'un vecteur par un nombre réel

10 ABCD est le parallélogramme ci-dessous.



1. Recopie et complète les égalités par un vecteur qui convient.

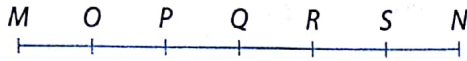
- a. $\vec{AB} = 2 \dots$ b. $\vec{OC} = \frac{1}{2} \dots$ c. $\vec{CB} = - \dots$

2. Recopie et complète les égalités par le nombre réel qui convient.

- a. $\vec{DC} = \dots \vec{DI}$ b. $\vec{AJ} = \dots \vec{AB}$ c. $\vec{OC} = \dots \vec{CA}$.

Exerce-toi : vérifie tes acquis

11 Sur la figure ci-dessous, le segment $[MN]$ est partagé en six segments de même longueur.



1. Recopie et complète chacune des égalités par la lettre qui convient.

a. $\vec{M...} = \frac{1}{3}\vec{MN}$; b. $\vec{NM} = -3\vec{M...}$; c. $\vec{OQ} = 2\vec{...N}$.

2. Recopie et complète chacune des égalités suivantes par le nombre réel qui convient.

a. $\vec{MP} = \dots\vec{MQ}$; b. $\vec{SR} = \dots\vec{NM}$; c. $\vec{PN} = \dots\vec{PO}$.

12 1. Trace une droite (D) et place sur (D) deux points A et B tels que $AB = 6$ cm.

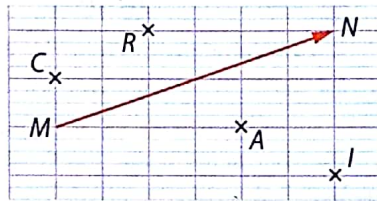
2. Place sur la droite (D) les points C à F tels que :

a. $\vec{AC} = \frac{1}{2}\vec{AB}$; b. $\vec{AD} = -\frac{1}{2}\vec{AB}$;
 c. $\vec{AE} = \frac{5}{4}\vec{AB}$; d. $\vec{AF} = -\frac{3}{4}\vec{AB}$.

13 1. À l'aide du quadrillage de ton cahier, reproduis la figure ci-dessous.

2. Construis les vecteurs suivants :

a. $\vec{AB} = -\frac{1}{2}\vec{MN}$;
 b. $\vec{CD} = 1,5\vec{MN}$;
 c. $\vec{IJ} = \frac{1}{3}\vec{MN}$;
 d. $\vec{RS} = \frac{4}{3}\vec{MN}$.



Vecteurs directeurs d'une droite

14 $EFGH$ est un parallélogramme.

1. Trois affirmations sont proposées. Une seule est correcte. Recopie la bonne réponse.

- a. Le vecteur \vec{EF} est un vecteur directeur de la droite (EG) .
- b. Le vecteur \vec{EF} est un vecteur directeur de la droite (HG) .
- c. Le vecteur \vec{EF} est un vecteur directeur de la droite (HF) .

2. Cite trois vecteurs directeurs de la droite (FG) .

Aide

Pense à t'aider d'une figure.

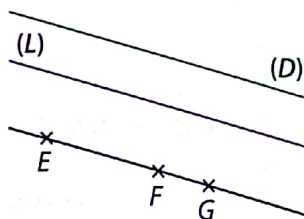
15 Trois élèves ont observé la figure ci-contre dans laquelle (D) , (L) et (EF) sont parallèles, $G \in (EF)$.

Jasmie : « \vec{EF} est un vecteur directeur de (D) ».

Fabrice : « \vec{FE} est un vecteur directeur de (L) ».

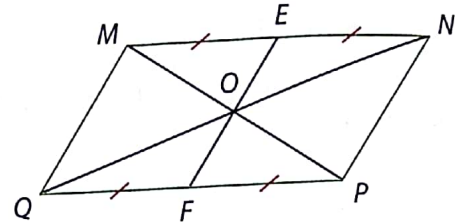
Phanie : « \vec{GF} est un vecteur directeur de (L) et de (D) ».

L'un des élèves se trompe-t-il ?



Vecteurs colinéaires, vecteurs orthogonaux

16 Sur la figure codée ci-dessous, $MNPQ$ est un parallélogramme et ses diagonales se coupent en O . Les points E et F sont les milieux respectifs des segments $[DC]$ et $[AB]$.



Pour chacune des affirmations suivantes, trois réponses sont proposées. Une seule est correcte. Recopie la bonne réponse.

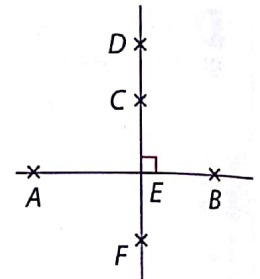
1. Le vecteur \vec{MP} est colinéaire au vecteur :
 a. \vec{MN} ; b. \vec{NQ} ; c. \vec{PO} .
2. Les vecteurs \vec{PQ} et \vec{EN} sont :
 a. orthogonaux; b. colinéaires; c. opposés.

17 Sur la figure ci-contre, les droites (DF) et (AB) sont perpendiculaires.

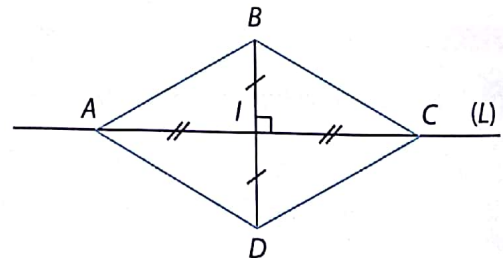
Pour chacune des affirmations suivantes, trois réponses sont proposées. Une seule est correcte.

Recopie la bonne réponse.

1. Le vecteur \vec{FE} est orthogonal au vecteur :
 a. \vec{AE} ; b. \vec{CE} ; c. \vec{CF} .
2. Les vecteurs \vec{EB} et \vec{DC} sont :
 a. orthogonaux; b. colinéaires; c. égaux.



18 Sur la figure ci-dessous, $ABCD$ est un losange de centre I . Les points A et C appartiennent à la droite (L) .



Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations ci-dessous.

1. $\vec{AC} = -2\vec{AI}$.
2. Les vecteurs \vec{AC} et \vec{IB} sont orthogonaux.
3. Les vecteurs \vec{AI} et \vec{CI} sont des vecteurs directeurs de la droite (L) .
4. Les vecteurs \vec{BC} et \vec{CD} sont colinéaires.

Exerce-toi : utilise tes acquis

19 Associe le langage vectoriel au langage géométrique qui convient.
Recopie le numéro du langage vectoriel suivi de la lettre du langage géométrique correspondant (par exemple 6 - f).

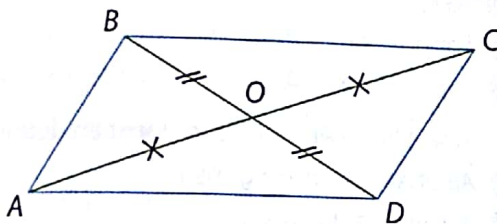
Langage vectoriel

- 1 $\vec{AB} = -4\vec{CB}$
- 2 $\vec{AB} = 43\vec{DE}$
- 3 $\vec{AI} + \vec{DI} = \vec{0}$
- 4 $\vec{AD} = \vec{BE}$
- 5 \vec{BC} et \vec{EC} sont orthogonaux

Langage géométrique

- a ABED est un parallélogramme.
- b (BC) et (CE) sont perpendiculaires.
- c A, B, C sont alignés.
- d I est le milieu de [AD].
- e (AB) et (DE) sont parallèles.

20 1. Indique la nature du quadrilatère ABCD.



2. Recopie et complète les égalités suivantes par des nombres.

- a. $\vec{AC} = \dots \vec{OC}$;
- b. $\vec{OB} = \dots \vec{DB}$;
- c. $\vec{AB} + \vec{DC} = \dots \vec{DC}$;
- d. $\vec{BO} = \dots \vec{DO}$;
- e. $\vec{AO} = \dots \vec{CA}$.

21 ABCD est un parallélogramme de centre I.

1. Construis le point K tel que $\vec{IK} = \vec{DA}$.
2. Démontre que : $\vec{AK} = \vec{IB}$.

22 A et B sont deux points distincts du plan.
Construis les points M, N et P définis par :

$$\vec{AM} = 2\vec{AB}; \quad \vec{AP} = -\frac{1}{3}\vec{AB}; \quad \vec{BN} = \frac{5}{3}\vec{AB}.$$

23 A, B et C sont trois points non alignés. Dans chacun des cas suivants, construis le point M tel que :

- a. $\vec{CM} = 2\vec{AB}$;
- b. $\vec{CM} = -3\vec{AB}$;
- c. $\vec{CM} = \frac{3}{2}\vec{AB}$;
- d. $\vec{CM} = \frac{5}{3}\vec{AB}$.

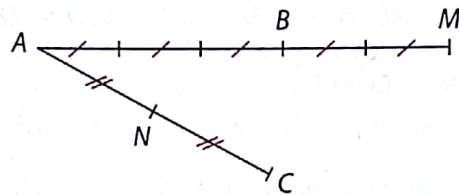
24 A, B et C sont trois points non alignés. Dans chacun des cas suivants, construis le point M tel que :

- a. $\vec{CM} = \vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}$;
- b. $\vec{CM} = 2\vec{AB} - \vec{BC}$.

25 Dans chacun des cas ci-dessous, exprime le vecteur \vec{CD} en fonction du vecteur \vec{AB} .

1. $\vec{AB} = 3\vec{EF}$ et $\vec{EF} = 2\vec{CD}$.
2. $\vec{AB} = \vec{CD} + \vec{EF}$ et $\vec{EF} = -5\vec{CD}$.
3. $\vec{AB} = -3\vec{EF}$ et $6\vec{CD} = 5\vec{EF}$.

26 On donne la figure codée ci-dessous.



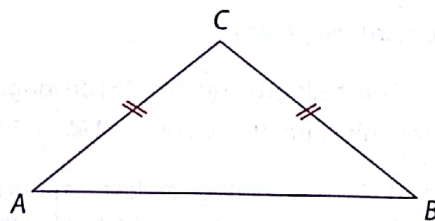
1. a. Exprime \vec{AM} en fonction de \vec{AB} .
- b. Exprime \vec{AN} en fonction de \vec{AC} .

2. Déduis-en une expression de \vec{MN} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} .

27 Dans chacun des cas ci-dessous, exprime le vecteur \vec{MN} en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} .

1. $\vec{MN} = -3\vec{BA} + \frac{4}{5}\vec{CA}$.
2. $\vec{MN} = -2\vec{AD} + \frac{3}{4}\vec{AD} - 2\vec{DC} + \frac{3}{4}\vec{DB}$.

28 ABC est un triangle.



1. Reproduis la figure et construis les points D et E tels que : $\vec{DC} = 2\vec{AB}$ et $\vec{CE} = \frac{1}{2}\vec{AB}$.

2. a. Exprime le vecteur \vec{DE} en fonction du vecteur \vec{AB} .
- b. Justifie que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

29 On donne les égalités vectorielles suivantes :
 $\vec{FA} = 3(\vec{MC} + 2\vec{ED})$ et $\vec{AG} = 3\vec{CN} + 6\vec{DE}$.

1. Exprime le vecteur \vec{FG} en fonction du vecteur \vec{MN} .
2. Justifie que les vecteurs \vec{FG} et \vec{MN} sont colinéaires.
3. Que peux-tu en déduire pour les droites (FG) et (MN) ?

Exerce-toi : utilise tes acquis

30 ABC est un triangle.

I, J et K sont des points tels que :

$$\vec{AI} = \frac{3}{4}\vec{AB}; \quad \vec{CK} = \frac{2}{3}\vec{CA}; \quad \vec{JI} = \frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{1}{5}\vec{BC}.$$

(On ne fera pas de figure.)

1. En écrivant $\vec{IK} = \vec{IA} + \vec{AC} + \vec{CK}$, démontre que :

$$\vec{IK} = -\frac{5}{12}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{BC}.$$

2. a. Démontre que $3\vec{IK} - 5\vec{IJ} = \vec{0}$.

b. Dédus-en que les vecteurs \vec{IK} et \vec{IJ} sont colinéaires.

c. Que peux-tu en déduire pour les points I, J et K ?

31 On donne les égalités vectorielles suivantes :

$$\vec{AB} = \vec{CD} + 2\vec{EF} \text{ et } \vec{MN} = -4\vec{CD} + 3\vec{EF}.$$

Exprime les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs \vec{CD} et \vec{EF} .

1. $\vec{AB} + \vec{MN}$; 2. $\vec{AB} - \vec{MN}$; 3. $3\vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{MN}$.

32 A et B sont deux points distincts du plan.

1. Construis les points P, Q et R définis par :

$$\vec{AP} = 2\vec{AB}; \quad \vec{AQ} = -3\vec{AB}; \quad \vec{BR} = \frac{1}{2}\vec{AB}.$$

2. Exprime le vecteur \vec{AR} en fonction du vecteur \vec{AP} .

3. a. Exprime le vecteur \vec{BP} en fonction du vecteur \vec{AB} .

b. Exprime le vecteur \vec{RQ} en fonction du vecteur \vec{AB} .

c. Dédus-en que : $\vec{RQ} = \frac{9}{2}\vec{PB}$.

4. Justifie que les droites (RQ) et (BP) sont parallèles.

33 [MN] est un segment de longueur 3 cm et T est un point du plan tel que : $2\vec{TM} - 3\vec{TN} = \vec{0}$.

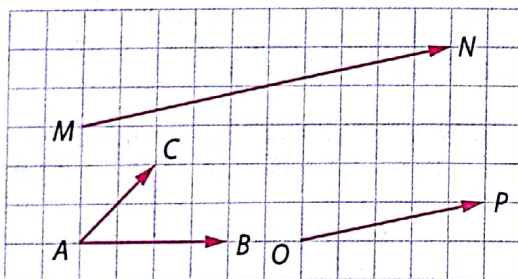
1. Justifie que : $\vec{TM} = -3\vec{MN}$.

2. Construis le point T.

34 1. Construis un segment [AB] de longueur 6 cm.

2. Construis le point M tel que : $-2\vec{MA} + 5\vec{MB} = \vec{0}$.

35 1. Utilise le quadrillage ci-dessous pour compléter les égalités avec les nombres réels qui conviennent.



• $\vec{MN} = \dots\vec{AB} + \dots\vec{AC}$ • $\vec{OP} = \dots\vec{AB} + \dots\vec{AC}$.

2. a. Justifie que : $\vec{MN} = 2\vec{OP}$.

b. Justifie que les droites (MN) et (OP) sont parallèles.

3. Donne trois vecteurs directeurs de la droite (MN).

36 A, B, C, D, E et F sont six points du plan.

Pour chaque question, indique la bonne réponse parmi a, b ou c.

1. Le vecteur $\vec{AB} - 3\vec{AB}$ est égal à :

a $-2\vec{AB}$ b $2\vec{AB}$ c $-\vec{AB}$.

2. Le vecteur $3\vec{AB} + 3\vec{CD}$ est égal à :

a $6(\vec{AB} + \vec{CD})$

b $3(\vec{AB} + 3\vec{CD})$

c $3(\vec{AB} + \vec{CD})$.

3. Le vecteur $-2(-3\vec{AB})$ est égal à :

a $-5\vec{AB}$

b l'opposé de $6\vec{AB}$

c l'opposé de $-6\vec{AB}$.

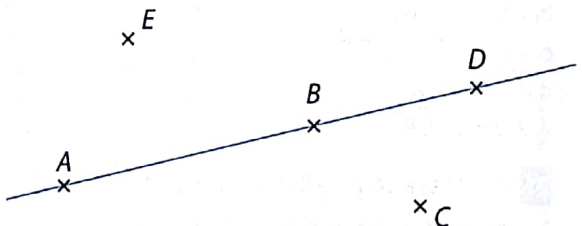
4. On sait que $2\vec{AB} = -3\vec{BE}$, on peut en déduire que :

a \vec{AB} et \vec{AE} sont orthogonaux ;

b A, B et E sont alignés ;

c \vec{EF} est un vecteur directeur de la droite (AB).

37 1. Reproduis la figure ci-dessous sur ton cahier.



2. Construis les points F, G, H, I et J tels que :

• $\vec{AF} = \vec{DC}$ • $\vec{GB} = -\vec{AC}$ • $\vec{BH} = 2\vec{DA}$

• $\vec{CI} = \vec{CD} + \vec{BE}$ • $\vec{AJ} = \vec{BE} - \vec{BC}$.

38 On donne les égalités vectorielles suivantes :

$$\vec{AB} = 2\vec{CD} \text{ et } \vec{CD} = \frac{3}{4}\vec{BN}.$$

Démontre que les points A, B et N sont alignés.

39 1. Construis un triangle ABC et place les points D et E tels que :

$$\vec{AD} = \frac{3}{5}\vec{AB} \text{ et } \vec{DE} = \frac{3}{5}\vec{BC}.$$

2. Démontre que les points A, E et C sont alignés.

40 ABC est un triangle.

M est un point du plan tel que : $\vec{AM} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC}$.

1. Exprime le vecteur \vec{BM} en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} .

2. Démontre que les points B, C et M sont alignés.

41 Droites parallèles

- Trace un triangle ABC tel que :
 $AB = 5 \text{ cm}$, $AC = 2,5 \text{ cm}$ et $BC = 6 \text{ cm}$.
- Place les points E et F tels que :
 $\vec{AE} = \frac{3}{5}\vec{AB} + \vec{BC}$ et $\vec{AF} = \frac{8}{5}\vec{AC} + \vec{BA}$.
- Exprime le vecteur \vec{EF} en fonction du vecteur \vec{BC} .
- Démontre que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

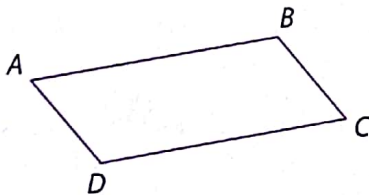
Aide

On sait, grâce à la relation de Chasles que $\vec{EF} = \vec{EA} + \vec{AF}$.**42 Points alignés**

- Trace un triangle ABC .
- Place les points E et F tels que :
 $\vec{AF} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$ et $\vec{BE} = \frac{1}{3}\vec{BC}$.
- Démontre que : $\vec{AE} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$.
- a. Démontre que : $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AF}$.
b. Dédus-en que les points A , E et F sont alignés.

43 Relation de ChaslesDans chacun des cas suivants, démontre que les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} sont colinéaires.

- $\vec{AC} + \vec{DC} = \vec{BD}$
- $2\vec{CB} - 9\vec{CA} - 7\vec{AD} = \vec{0}$
- $7\vec{AB} = 3\vec{CB} + 5\vec{AD} + 2\vec{CA}$.

44 Un parallélogrammeLe quadrilatère $ABCD$ ci-contre est un parallélogramme.

- Reproduis la figure et construis les points I et J tels que : $\vec{BI} = -\frac{1}{2}\vec{BA}$ et $\vec{AJ} = 3\vec{AD}$.
- Exprime \vec{IJ} en fonction de \vec{AB} et \vec{AD} .
- Exprime \vec{IC} en fonction de \vec{AB} et \vec{AD} .
- Démontre que les points I , J et C sont alignés.

45 Triangle et droites parallèles

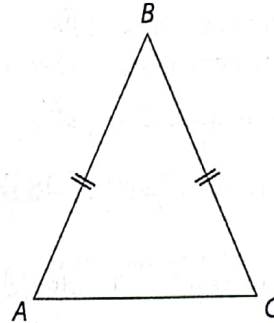
- Construis un triangle ABC , puis les points D et E définis par :

$$\vec{AD} = \vec{BA} + \frac{4}{3}\vec{AC} \text{ et } \vec{CE} = \vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{AB}.$$

- Démontre que les droites (BE) et (AD) sont parallèles.

46 Un triangle isocèle

L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle isocèle en B .On donne $AB = BC = 4$; $AC = 3$.

- a. Reproduis la figure ci-dessus en vraie grandeur.
b. Construis le point F tel que $\vec{AF} = \vec{AB} - 3\vec{AC}$.
- Justifie que $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{AC} - 3\vec{AC} = \vec{CA}$.

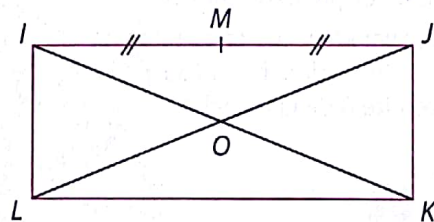
BEPC 2015

47 Un segment

- Construis sur ton cahier un segment $[MN]$ de longueur 6 cm.
- Construis le point E tel que :
 $2\vec{EM} - \vec{NE} = \vec{0}$.
- Construis le point F tel que :
 $2\vec{FM} - 5\vec{FN} = \vec{0}$.

48 Un rectangle

- Reproduis le rectangle $IJKL$ de centre O ci-dessous. M est le milieu de $[IJ]$.



- a. Construis le point A tel que :
 $\vec{IA} = \vec{JO} + \vec{KJ} - 2\vec{OI} + \frac{1}{2}\vec{IJ}$.
b. Que peux-tu dire du point A ?
Justifie cette affirmation par un calcul.
- a. Construis le point B tel que :
 $\vec{KB} = \vec{JI} + 2\vec{LO} + \vec{MI} + \vec{MK}$.
b. Que peux-tu dire du point B ?
Justifie cette affirmation par un calcul.

49 Une formule générale $ABCD$ est un parallélogramme et M un point quelconque du plan.Démontre que : $\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} - \vec{MD} = \vec{0}$.

Exerce-toi : renforce tes acquis

50 Milieu d'un segment

1. a. Construis un triangle ABC et place le point I milieu du segment $[BC]$.

b. Sur cette figure, construis :

• le point D tel que : $\vec{BD} = \vec{BC} + 2\vec{BA}$,

• le point E tel que : $\vec{BE} = -2\vec{BA}$.

• Que peux-tu conjecturer sur les points D , I et E ?

2. a. Démontre que : $\vec{ID} = \frac{1}{2}\vec{BC} + 2\vec{BA}$.

b. Démontre que : $\vec{IE} = -\frac{1}{2}\vec{BC} - 2\vec{BA}$.

3. Calcule $\vec{ID} + \vec{IE}$.

Déduis-en que I est le milieu de $[DE]$.

Vocabulaire

Conjecturer veut dire : faire une hypothèse.

51 Des vecteurs colinéaires

1. Construis sur ton cahier un segment $[AB]$ de longueur 4,5 cm.

2. a. Construis le point M tel que :

$$2\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}.$$

b. Construis le point N tel que :

$$2\vec{NA} - \vec{NB} = \vec{0}.$$

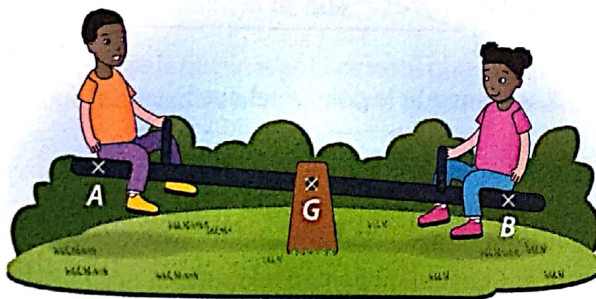
3. Détermine, par le calcul, le nombre réel k tel que :

$$\vec{AB} = k\vec{MN}.$$

52 La loi d'Archimède

Deux élèves d'une classe de troisième d'un lycée s'amuse à faire un jeu d'équilibre sur une planche posée sur un pivot comme l'indique la figure ci-dessous.

Le premier élève ayant une masse a s'assoit à l'extrémité A de la planche et l'autre élève, de masse b , à l'extrémité B de la planche.



Les deux élèves ayant fait le cours sur les vecteurs désirent trouver la position exacte du point G , pour que la planche soit en équilibre.

En considérant que la planche a une masse répartie de façon homogène, la planche est en équilibre lorsque $a\vec{GA} + b\vec{GB} = \vec{0}$.

Cette loi est appelée loi d'Archimède.

1. Justifie que : $\vec{AG} = \frac{b}{a+b}\vec{AB}$.

2. On suppose que $a = 30$ et $b = 40$.

Reproduis le schéma et détermine l'emplacement du pivot.

(La planche sera représentée par un segment et chaque élève par un point.)

Histoire

Archimède est un savant grec qui a vécu au III^e siècle avant J.-C.

On lui attribue la phrase :

« Donnez-moi un point d'appui et je soulèverai le Monde ! ».



53 Triangle et points alignés

ABC est un triangle et I le milieu du segment $[AB]$.

1. a. Construis le point J tel que : $\vec{AJ} = -\vec{AC}$.

b. Déduis en que : $\vec{IJ} = -\frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}$.

2. On note K le point tel que $2\vec{BK} + \vec{CK} = \vec{0}$.

a. Justifie que : $\vec{BK} = -\frac{1}{3}\vec{CB}$. Puis, construis le point K .

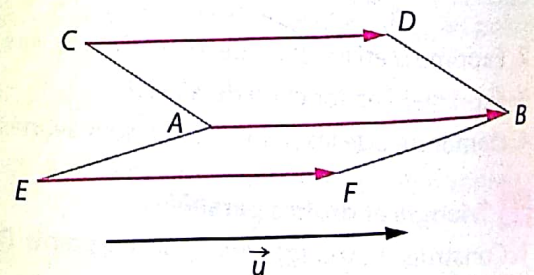
b. Justifie que : $\vec{IK} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$.

c. Démontre que les points I , J et K sont alignés.

En savoir plus

Un vecteur est représenté par un segment orienté (une flèche) ayant pour extrémités un point de départ et un point d'arrivée.

L'emplacement dans le plan ou l'espace n'a pas d'importance, deux déplacements de deux points d'origine distincts peuvent correspondre au même vecteur, seuls comptent sa longueur, sa direction et son sens.



Ainsi, on peut nommer un vecteur \vec{u} sans préciser son point de départ.

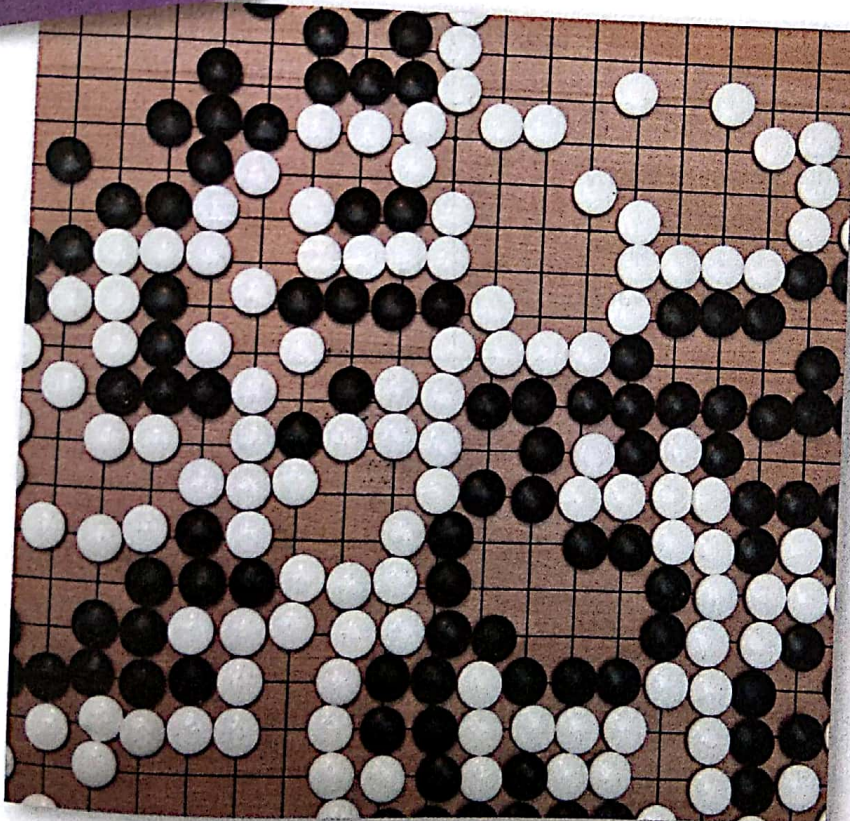
Sur le schéma ci-dessus, $\vec{AB} = \vec{CD} = \vec{EF} = \vec{u}$.

Coordonnées de vecteurs

Habilités et contenus

- ✓ **Identifier** les différents repères du plan ; les coordonnées d'un vecteur ; l'égalité de deux vecteurs à partir de leurs couples de coordonnées ; les coordonnées d'une somme de deux vecteurs ; les coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre réel ; les coordonnées du milieu d'un segment.
- ✓ **Connaître** la propriété relative à la condition d'orthogonalité de deux vecteurs ; la propriété relative à la condition de colinéarité de deux vecteurs ; la propriété relative à la distance de deux points.
- ✓ **Lire** le couple de coordonnées d'un vecteur dans un repère.
- ✓ **Calculer** les coordonnées d'un vecteur ; les coordonnées du milieu d'un segment ; la distance de deux points.
- ✓ **Démontrer** que deux vecteurs sont colinéaires ; que deux droites sont parallèles ; que des points sont alignés ; que deux vecteurs sont orthogonaux ; que deux droites sont perpendiculaires.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel aux coordonnées de vecteurs.

Découvre le sujet

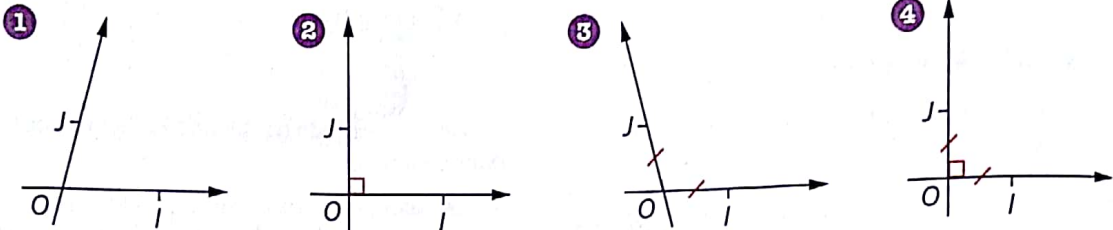


La position de chaque pion de ce jeu de go est parfaitement identifiée à partir de ses coordonnées sur le plateau quadrillé.

Activité 1 Des repères du plan

Un repère (O, I, J) du plan est dit :

- orthogonal lorsque ses axes sont perpendiculaires ;
- orthonormé lorsque ses axes sont perpendiculaires et que les segments $[OI]$ et $[OJ]$ sont de même longueur.



Indique, pour chacun des repères ci-dessus, s'il est orthogonal, orthonormé ou ni l'un ni l'autre.



Bilan de l'activité

Il existe différents types de repères : **orthogonaux**, **normés**, **orthonormés** ou **quelconques**.

Activité 2 Coordonnées d'un vecteur

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

M et N sont deux points du plan.

A et B sont les projetés respectifs des points M et N sur (OI) parallèlement à (OJ) .

C et D sont les projetés respectifs des points M et N sur (OJ) parallèlement à (OI) .

P est le point d'intersection des droites (CM) et (BN) .

1. Recopie et complète l'égalité vectorielle suivante :

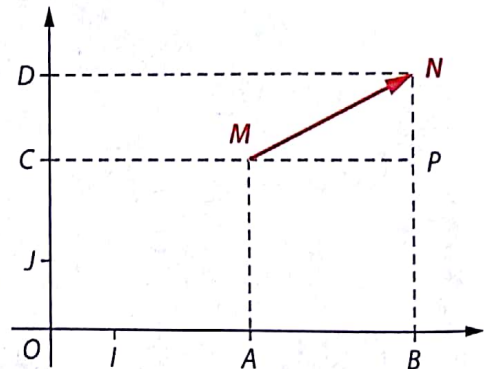
$$\vec{MN} = \vec{M}\dots + \vec{P}\dots$$

2. Justifie que :

$$\bullet \vec{MP} = \vec{AB}; \quad \bullet \vec{PN} = \vec{CD}.$$

3. On donne : $\vec{AB} = x\vec{OI}$ et $\vec{CD} = y\vec{OJ}$.

$$\text{Justifie que : } \vec{MN} = x\vec{OI} + y\vec{OJ}.$$



Bilan de l'activité

- Pour tout vecteur \vec{MN} , il existe un couple de nombres réels $(x; y)$ tel que : $\vec{MN} = x\vec{OI} + y\vec{OJ}$.
- x et y sont les coordonnées du vecteur \vec{MN} . On note $\vec{MN}(x; y)$.

Activité 3 Égalité de deux vecteurs à partir de leurs couples de coordonnées

A, B, C et D sont des points du plan et x, x', y et y' quatre nombres réels tels que :

$$\vec{AB} = x\vec{OI} + y\vec{OJ} \text{ et } \vec{CD} = x'\vec{OI} + y'\vec{OJ}.$$

1. Donne les coordonnées :

- du vecteur \vec{AB} ;
- du vecteur \vec{CD} .

2. À quelles conditions sur les coordonnées a-t-on $\vec{AB} = \vec{CD}$?



Bilan de l'activité

Les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} sont égaux équivaut à $x = x'$ et $y = y'$.

Activité 4 Coordonnées d'une somme de deux vecteurs

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

A, B, C et D sont quatre points du plan tels que :

$$\vec{AB}(x; y) \text{ et } \vec{CD}(x'; y').$$

1. Recopie et complète les égalités vectorielles suivantes :

- $\vec{AB} = \dots\vec{OI} + \dots\vec{OJ}$;
- $\vec{CD} = \dots\vec{OI} + \dots\vec{OJ}$;
- $\vec{AB} + \vec{CD} = \dots\vec{OI} + \dots\vec{OJ}$.

2. Déduis-en les coordonnées de $\vec{AB} + \vec{CD}$.



Bilan de l'activité

Si, dans un repère, $\vec{AB}(x; y)$ et $\vec{CD}(x'; y')$, alors $(\vec{AB} + \vec{CD})(x + x'; y + y')$.

Activité 5 Coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre réel

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

On donne le vecteur $\vec{AB}(x; y)$ et k un nombre réel.

1. Recopie et complète l'égalité vectorielle suivante :

$$\vec{AB} = \dots\vec{OI} + \dots\vec{OJ}.$$

2. a. Recopie et complète l'égalité vectorielle suivante :

$$k\vec{AB} = \dots\vec{OI} + \dots\vec{OJ}.$$

b. Déduis-en les coordonnées du vecteur $k\vec{AB}$.



Bilan de l'activité

Si, dans un repère, $\vec{AB}(x; y)$, alors $k\vec{AB}(kx; ky)$.

Activité 6 Colinéarité de deux vecteurs

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

1. Indique les coordonnées des vecteurs ci-dessous :

- \vec{AB} • \vec{CD} • \vec{EF}
- \vec{GH} • \vec{KL} • \vec{MN}

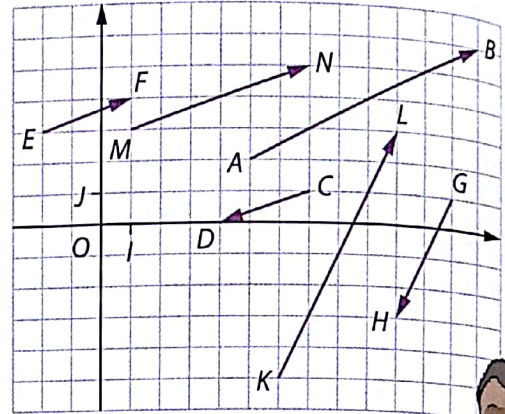
2. a. Parmi les vecteurs précédents, cite les couples de vecteurs qui semblent colinéaires.

b. Quelle remarque peux-tu faire sur les coordonnées de deux vecteurs colinéaires ?

3. $\vec{RS}(x; y)$ et $\vec{TU}(x'; y')$ sont deux vecteurs colinéaires, ainsi, il existe un nombre réel k tel que $\vec{RS} = k\vec{TU}$.

a. Exprime les coordonnées de \vec{RS} en fonction de celles de \vec{TU} .

b. Justifie que $xy' - x'y = 0$.



Bilan de l'activité

Dans un repère, $\vec{RS}(x; y)$ et $\vec{TU}(x'; y')$ sont colinéaires équivaut à $xy' - x'y = 0$.



Activité 7 Calcul des coordonnées d'un vecteur

1. M, N et P sont trois points du repère ci-contre.

Indique les coordonnées :

- du point M • du point N • du point P
- du vecteur \vec{MN} • du vecteur \vec{MP} • du vecteur \vec{NP} .

2. Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

A et B sont deux points du plan tels que : $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$.

a. Recopie et complète l'égalité vectorielle suivante : $\vec{AB} = A... + \vec{O}...$

b. Recopie et complète l'égalité vectorielle suivante : $\vec{AO} = ... \vec{OI} + ... \vec{OJ}$.

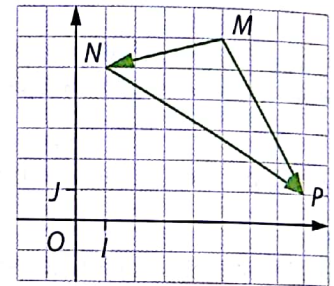
c. Recopie et complète l'égalité vectorielle suivante : $\vec{OB} = ... \vec{OI} + ... \vec{OJ}$.

3. a. Utilise tes réponses précédentes pour compléter

l'égalité : $\vec{AB} = ... \vec{OI} + ... \vec{OJ}$.

b. Déduis-en les coordonnées du vecteur \vec{AB} en fonction de x_A, x_B, y_A et y_B .

4. Vérifie la formule trouvée au 3. b. avec les exemples de la question 1.



Bilan de l'activité

Dans un repère, A et B sont deux points du plan tels que : $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, on a $\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$.



Activité 8 Coordonnées du milieu d'un segment

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

A, B et K sont trois points du plan tels que : $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ et $K(x_K; y_K)$.

1. a. Recopie et complète la phrase :

K milieu du segment $[AB]$ signifie que $\vec{AK} ... \vec{KB}$.

b. Détermine les coordonnées des vecteurs \vec{AK} et \vec{KB} .

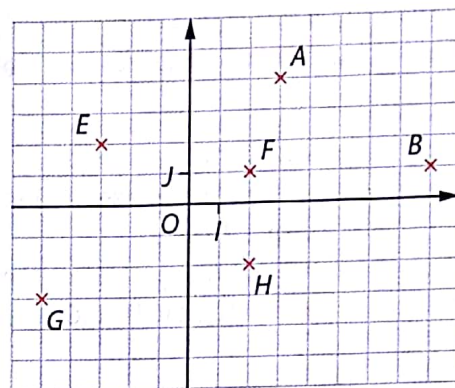
c. Déduis-en les coordonnées du point K en fonction de x_A, y_A, x_B et y_B .

2. Observe la figure ci-contre et utilise la formule trouvée au 1. c. pour calculer les coordonnées des points :
 • K milieu de $[AB]$; • M milieu de $[EF]$; • L milieu de $[GH]$.



Bilan de l'activité

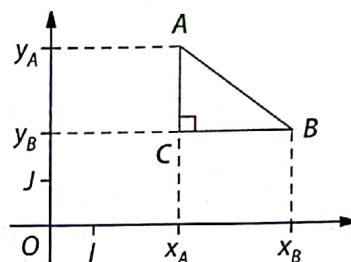
Dans un repère, le point K , milieu du segment $[AB]$, a pour couple de coordonnées : $\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.



Activité 9 Distance de deux points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . On donne les points $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ et $C(x_C; y_C)$ tels que le triangle ABC soit rectangle en C .

- a. Recopie et complète avec les coordonnées :
 • $\vec{AB}(\dots; \dots)$ • $\vec{CB}(\dots; \dots)$ • $\vec{AC}(\dots; \dots)$.
 b. Recopie et complète avec les coordonnées :
 • $CB = \dots$ • $AC = \dots$
2. En utilisant la propriété de Pythagore, donne AB , avec les coordonnées des points A et B .



Bilan de l'activité

Dans un repère orthonormé, si $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ alors $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.



Activité 10 Orthogonalité de deux vecteurs

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

- a. Indique les coordonnées des vecteurs ci-dessous :
 • \vec{AB} • \vec{CD} • \vec{EF} • \vec{GH} .
 b. Parmi les vecteurs précédents, cite les couples de vecteurs qui semblent orthogonaux.
2. $\vec{MN}(x; y)$ et $\vec{PQ}(x'; y')$ sont deux vecteurs orthogonaux d'un repère orthonormé (O, I, J) .
 On note U et V les points tels que $\vec{OU} = \vec{MN}$ et $\vec{OV} = \vec{PQ}$.

- Justifie que le triangle OUV est rectangle en O .
- Recopie et complète avec les coordonnées x, y, x' et y' .

$$\vec{OU}(\dots; \dots) \text{ donc } OU^2 = \dots$$

$$\vec{OV}(\dots; \dots) \text{ donc } OV^2 = \dots$$

$$\vec{UV}(\dots; \dots) \text{ donc } UV^2 = \dots$$

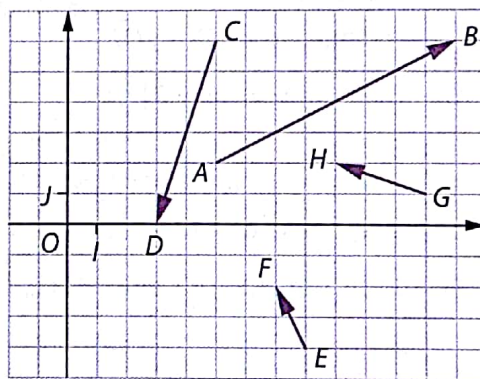
- Utilise la propriété de Pythagore pour justifier que $xx' + yy' = 0$.

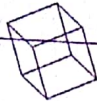
- Vérifie cette condition avec les couples de vecteurs trouvés à la question 1. b.

AIDE Tu peux te servir de l'activité 9 pour répondre à cette question.

Bilan de l'activité

Dans un repère orthonormé, $\vec{MN}(x; y)$ et $\vec{PQ}(x'; y')$ sont orthogonaux équivaut à $xx' + yy' = 0$.





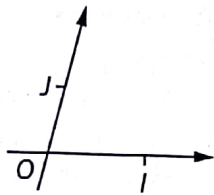
1 Différents repères du plan

Définitions

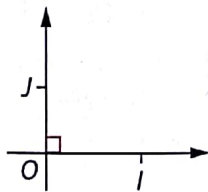
Un repère (O, I, J) du plan est dit :

- **orthogonal** lorsque ses axes (OI) et (OJ) sont perpendiculaires,
- **normé** lorsque $OI = OJ$,
- **orthonormé** lorsque ses axes (OI) et (OJ) sont perpendiculaires et que $OI = OJ$,
- **quelconque** lorsque (OI) et (OJ) ne sont pas perpendiculaires et que $OI \neq OJ$.

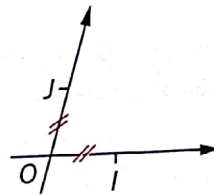
Exemples



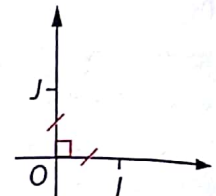
- Les droites (OI) et (OJ) sont sécantes ;
- $OI \neq OJ$;
- le repère est quelconque.



- Les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires ;
- $OI \neq OJ$;
- le repère est orthogonal.



- Les droites (OI) et (OJ) sont sécantes ;
- $OI = OJ$;
- le repère est normé.



- Les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires ;
- $OI = OJ$;
- le repère est orthonormé.

2 Coordonnées d'un vecteur

Définition

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . A et B sont des points du plan.

On appelle **couple de coordonnées du vecteur** \vec{AB} le couple de nombre réels $(x; y)$ tel que $\vec{AB} = x\vec{OI} + y\vec{OJ}$.

On note : $\vec{AB}(x; y)$ ou $\vec{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Calcul des coordonnées d'un vecteur

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . A et B sont deux points du plan.

Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors $\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$ ou $\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

3 Vecteurs égaux

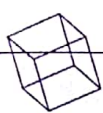
Propriété

Le plan est muni du repère (O, I, J) . A, B, C et D sont des points du plan tels que $\vec{AB}(x; y)$ et $\vec{CD}(x'; y')$.

Les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} sont égaux équivaut à $x = x'$ et $y = y'$.

Conséquence

Le plan est muni du repère (O, I, J) . A et B deux points du plan tels que $\vec{AB}(x; y)$.
 $\vec{AB} = \vec{0}$ équivaut à $x = 0$ et $y = 0$.



4 Opérations sur les vecteurs

a. Somme de deux vecteurs

Propriété

Dans un repère, A, B, A' et B' sont quatre points du plan tels que :

$$\vec{AB}(x; y) \text{ et } \vec{A'B'}(x'; y').$$

On a alors : $\vec{AB} + \vec{A'B'}(x + x'; y + y')$.

b. Produit d'un vecteur par un nombre réel

Propriété

Dans un repère, A et B sont deux points du plan tels que : $\vec{AB}(x; y)$.

k est un nombre réel.

On a alors $k\vec{AB}(k \times x; k \times y)$.

5 Vecteurs colinéaires, vecteurs orthogonaux

a. Vecteurs colinéaires

Propriété

Dans un repère, A, B, A' et B' sont quatre points du plan tels que :

$$\vec{AB}(x; y) \text{ et } \vec{A'B'}(x'; y').$$

\vec{AB} et $\vec{A'B'}$ sont colinéaires équivaut à $xy' - x'y = 0$.

b. Vecteurs orthogonaux

Propriété

Dans un repère orthonormé, A, B, A' et B' sont quatre points du plan tels que :

$$\vec{AB}(x; y) \text{ et } \vec{A'B'}(x'; y').$$

\vec{AB} et $\vec{A'B'}$ sont orthogonaux équivaut à $xx' + yy' = 0$.

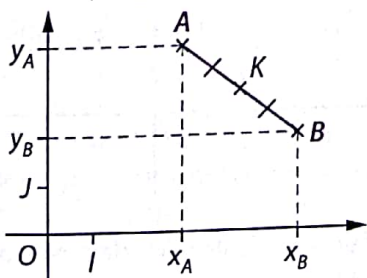
6 Coordonnées du milieu d'un segment

Propriété

Dans un repère, A et B sont deux points du plan tels que : $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$.

K est le milieu de $[AB]$ équivaut à

$$K\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right).$$



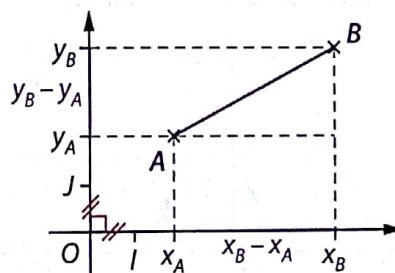
7 Distance de deux points

Propriété

Dans un repère orthonormé, A et B sont deux points du plan tels que :

$A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$.

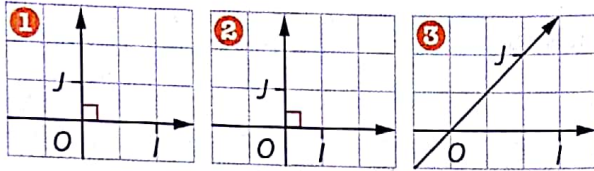
On a : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.



Exerce-toi : vérifie tes acquis

Repères du plan

1 Pour chacun des repères ci-dessous, indique la réponse a, b ou c qui peut convenir (il peut y avoir deux réponses).



1. Repère 1 :
 a Repère orthonormé b Repère orthogonal
 c Repère quelconque
2. Repère 2 :
 a Repère orthonormé b Repère orthogonal
 c Repère quelconque
3. Repère 3 :
 a Repère orthonormé b Repère orthogonal
 c Repère quelconque

2 Construis sur ton cahier :

- Un repère (O, I, J) orthonormé d'unité 1 cm.
- Un repère (O, I, J) orthogonal, mais non orthonormé, d'unité 1 cm en abscisses.
- Un repère (O, I, J) non orthonormé dans lequel $OI \neq OJ$.

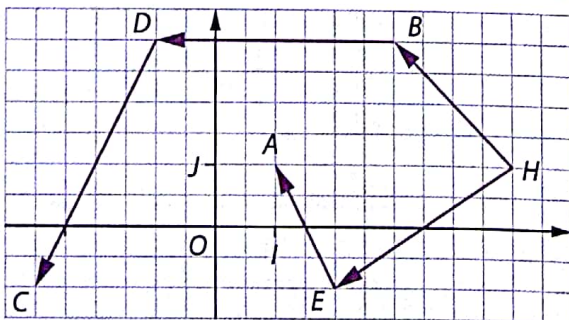
Coordonnées d'un vecteur

3 Dans chacun des cas, calcule les coordonnées du vecteur \vec{AB} .

- $A(2; 3)$ et $B(4; 7)$
- $A(-1; 4)$ et $B(2; -3)$
- $A(-1; 2)$ et $B(7; 8)$
- $A(-1; 2)$ et $B(-5; 5)$.

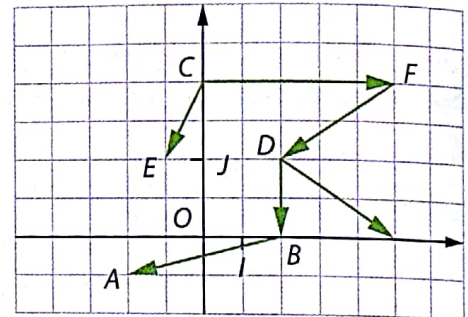
4 Dans un repère, on donne les points : $E(-2; 1)$, $F(2; 2)$, $G(-3; 4)$, $H(1; 7)$ et $K(5; 8)$.
 Bintou affirme que, parmi les vecteurs \vec{EF} , \vec{GH} et \vec{HK} , deux sont égaux.
 A-t-elle raison ? Justifie par des calculs.

5 Observe la figure ci-dessous et, pour chaque question, choisis la bonne réponse parmi a, b ou c.



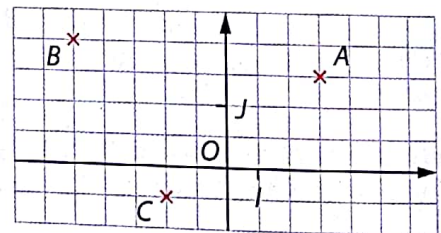
Affirmations	a	b	c
1 Le vecteur \vec{BD} a pour coordonnées	$(-4; 0)$	$(4; 0)$	$(0; -4)$
2 Le vecteur \vec{EA} a pour coordonnées	$(1; 2)$	$(-1; 2)$	$(-2; 1)$
3 Le vecteur \vec{DC} a pour coordonnées	$(-2; -4)$	$(-4; -2)$	$(-2; -4)$
4 Le vecteur \vec{HB} a pour coordonnées	$(2; 2)$	$(-2; 2)$	$(2; -2)$
5 Le vecteur \vec{HE} a pour coordonnées	$(-3; -2)$	$(3; 2)$	$(-3; 2)$

6 Dans le repère ci-dessous, détermine graphiquement les coordonnées des vecteurs suivants :



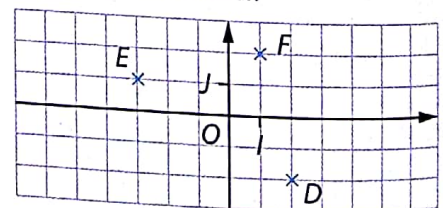
- \vec{OB} ; \vec{OC} ; \vec{DB} ; \vec{EB} ; \vec{FD} ;
- \vec{CE} ; \vec{CF} ; \vec{BA} ; \vec{EF} .

7 1. Reproduis la figure ci-dessous en te servant du quadrillage de ton cahier.



2. Sans faire de calculs, place dans ce repère les points E, F et G tels que :
 $\vec{AE}(-1; -2)$ $\vec{BF}(4; -3)$ $\vec{CG}(1; 2)$.

8 1. Reproduis la figure ci-dessous en te servant du quadrillage de ton cahier.



2. Sans faire de calculs, place dans ce repère les points P, Q et R tels que :
 $\vec{DP}(-5; 1)$ $\vec{EQ}(6; -2)$ $\vec{FR}(1; -1)$.

Opérations sur les vecteurs

9 Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .
On donne les points $A(-4; 1); B(1; 4); C(-2; 2); D(4; 0)$.
Détermine le couple de coordonnées de chacun des vecteurs $\vec{AB} + \vec{CD}$; $\vec{AC} + \vec{DB}$ et $\vec{AB} + \vec{DB}$.

10 Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .
On donne $\vec{MN}(-3; 7)$ et $\vec{PQ}(1; -2)$.
Détermine le couple de coordonnées de chacun des vecteurs :

- $2\vec{MN}$ • $-\vec{PQ}$ • $-3\vec{MN}$.

11 Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .
On donne $\vec{EF}(1; -3)$ et $\vec{GH}(-4; 5)$.
Détermine le couple de coordonnées de chacun des vecteurs :

- $\vec{EF} + \vec{GH}$ • $2\vec{EF} + 3\vec{GH}$ • $-2\vec{EF} + 5\vec{GH}$.

12 Pour chaque question, indique la bonne réponse parmi **a**, **b** ou **c**.
Dans un repère, on donne :
 $\vec{FG}(-3; 4)$, $\vec{TS}(-1; -5)$ et $\vec{PQ}(x; y)$.

1. Si $\vec{MN} = 2\vec{OI} - 5\vec{OJ}$, alors \vec{MN} a pour coordonnées :
a $(2\vec{OI}; -5\vec{OJ})$ **b** $(2; -5)$ **c** $(\vec{OI}; \vec{OJ})$
2. Le vecteur $\vec{FG} + \vec{TS}$ a pour coordonnées :
a $(-4; -1)$ **b** $(-2; -1)$ **c** $(4; 1)$
3. Le vecteur $-3\vec{FG}$ a pour coordonnées :
a $(-6; 1)$ **b** $(6; 12)$ **c** $(9; -12)$
4. Les vecteurs \vec{TS} et \vec{PQ} sont égaux lorsque :
a $x = -5$ et $y = -1$ **b** $x = 1$ et $y = 5$
c $x = -1$ et $y = -5$.

Vecteurs colinéaires, vecteurs orthogonaux

13 Les vecteurs \vec{AB} et \vec{MN} ci-dessous sont-ils colinéaires ? Justifie.

- a. $\vec{AB}(6; -10)$ et $\vec{MN}(-3; 5)$
- b. $\vec{AB}(12; 16)$ et $\vec{MN}(30; 40)$
- c. $\vec{AB}(5; 7)$ et $\vec{MN}(21; 15)$
- d. $\vec{AB}(21; 28)$ et $\vec{MN}(15; 21)$.

14 Sans effectuer de calculs, dis si les vecteurs suivants sont colinéaires.

Si c'est le cas, justifie par l'égalité :
 $\vec{AB} = k\vec{CD}$ ou $\vec{CD} = h\vec{AB}$
où k et h sont des nombres réels non nuls.

- a. $\vec{AB}(4; 3)$ et $\vec{CD}(8; 6)$.
- b. $\vec{AB}(4; 3)$ et $\vec{CD}(3; 5)$.
- c. $\vec{AB}(2; 1)$ et $\vec{CD}(-6; -3)$.
- d. $\vec{AB}(8; -1)$ et $\vec{CD}(1; 8)$.

15 Le plan est muni d'un repère orthonormé.
On donne $\vec{EF}(4; 2)$ et $\vec{CD}(-4; 8)$.
Justifie que les vecteurs \vec{EF} et \vec{CD} sont orthogonaux.

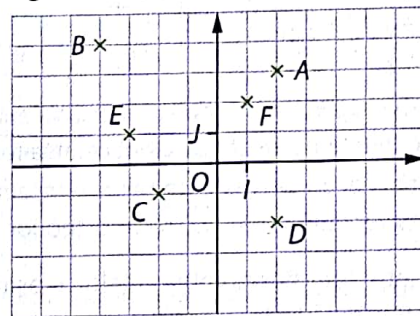
16 Le plan est muni d'un repère orthonormé.
Dis si les vecteurs suivants sont orthogonaux.

- a. $\vec{AB}(5; -7)$ et $\vec{MN}(21; 15)$.
- b. $\vec{AB}(12; 16)$ et $\vec{MN}(30; 40)$.
- c. $\vec{AB}(6; -2)$ et $\vec{MN}(-3; -9)$.
- d. $\vec{AB}(2; 8)$ et $\vec{MN}(15; 21)$.

Milieu d'un segment

17 1. Lis les coordonnées des milieux :

- K du segment $[AB]$,
- M du segment $[CD]$,
- N du segment $[EF]$.



2. Vérifie les résultats précédents par le calcul.

18 Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .
On donne les points $A(2; 3); B(3; 0); C(-2; 2); D(-3; 5); E(0; -4)$ et $F(3; -3)$.
Calcule les coordonnées des points R, S, T, U et V , milieux respectifs des segments $[AB], [CD], [EF], [BE]$ et $[CF]$.

19 Dans le plan muni d'un repère (O, I, J) , on donne les points : $M(2; -3), P(5; 4), Q(-1; 2)$ et $R(8; -1)$.
Vérifie que les segments $[MP]$ et $[QR]$ ont le même milieu.

Distance de deux points

20 Le plan est muni d'un repère orthonormé.
On donne les vecteurs $\vec{AB}(6; 8)$ et $\vec{CD}(4; -2)$.
Calcule les longueurs AB et CD .

21 Le plan est muni d'un repère orthonormé.
On donne les points $A(3; 1); B(-1; -2); C(2; 4); D(-3; 5)$.

1. Calcule chacune des longueurs suivantes.
• AB • CD • AC • BD .
2. Les segments $[AD]$ et $[BC]$ sont-ils de même longueur ? Justifie.

Exerce-toi : utilise tes acquis

22 1. a. Sur ton cahier, trace un repère (O, I, J) orthonormé d'unité 1 cm.

b. Place les points $A(-3; 2)$, $B(4; 5)$, $C(1; 7)$ et $D(-1; -3)$.

1. Avec ta règle graduée, mesure, aussi précisément que possible, les longueurs :

• AB • BC • CD • AD .

2. Vérifie par le calcul tes réponses à la question 2.

23 Le plan est muni d'un repère.

On donne : $\vec{EF}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$; $\vec{CD}\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$; $\vec{IJ}\begin{pmatrix} 2\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{ST}\begin{pmatrix} 6\sqrt{3} \\ 3 \end{pmatrix}$.

1. Démontre que les vecteurs \vec{IJ} et \vec{ST} sont colinéaires.

2. Les vecteurs \vec{EF} et \vec{CD} sont-ils orthogonaux ?

Justifie ta réponse.

24 Le plan est muni d'un repère orthonormé.

On donne :

1^{er} cas :

$$\vec{AB}\begin{pmatrix} x \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{CD}\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2^e cas :

$$\vec{AB}\begin{pmatrix} x+2 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{CD}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

1. Dans chacun des cas, déterminer la valeur de x pour que les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} soient colinéaires.

2. Dans chacun des cas, déterminer la valeur de x pour que les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} soient orthogonaux.

25 x et y sont des nombres réels. Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

On donne $\vec{AB}(3+x; 7)$ et $\vec{CD}(1; y-4)$.

1. Détermine x et y pour que \vec{AB} et \vec{CD} soient égaux.

2. Calcule alors les longueurs AB et CD .

26 Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

On donne $\vec{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\vec{CD}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\vec{EF}(2; 3)$.

1. Calcule le couple de coordonnées de :

$$\vec{AB} + \vec{CD} \quad \vec{AB} + \vec{EF} \quad \vec{CD} + \vec{EF}.$$

2. Calcule les coordonnées de :

$$2\vec{AB} - \vec{CD} \quad 5\vec{AB} - 2\vec{EF} \quad \frac{1}{2}\vec{CD} + \frac{3}{4}\vec{EF}.$$

27 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

On donne les points $A(-1; 1)$; $B(2; -3)$ et $C(4; y)$.

1. Justifie que le vecteur \vec{AB} a pour coordonnées $(3; -4)$.

2. Trouve le nombre réel y pour que les points A , B et C soient alignés.

BEPC 2012

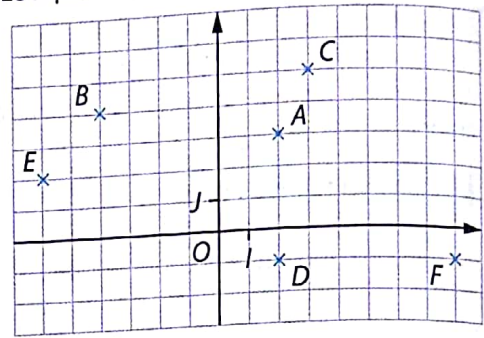
28 x et y sont des nombres réels. Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J) .

On donne $\vec{AB}(5; x-1)$ et $\vec{CD}(-3; 3-x)$.

1. Détermine x pour que les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} soient colinéaires.

2. Pour la valeur de x trouvée au 1., calcule les longueurs AB et CD .

29 Le repère (O, I, J) ci-dessous est orthonormé.



Ahou : « Les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires. »

Koffi : « Les droites (AB) et (EF) sont parallèles. »

Vérifie les affirmations de Ahou et Koffi par le calcul.

30 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

On donne $\vec{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ -1/5 \end{pmatrix}$; $\vec{CD}\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$; et $\vec{EF}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

1. Parmi ces trois vecteurs, deux sont orthogonaux. Trouve-les.

2. Donne deux vecteurs orthogonaux au vecteur \vec{EF} .

31 Le plan est muni du repère (O, I, J) .

On donne les points $A(-2; 3)$; $B(2; 1)$ et $C(4; 0)$.

1. Calcule les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} .

2. Démontre que les points A , B et C sont alignés.

32 Le plan est muni du repère (O, I, J) .

On donne les points $A(-4; -3)$; $B(8; 1)$; $C(4; 4)$ et $D(-2; 2)$.

1. Calcule les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} .

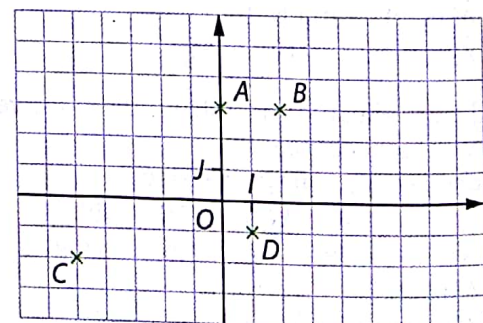
2. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

33 1. a. Détermine les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{AD} à partir de la figure.

2. a. Détermine les coordonnées des vecteurs \vec{BE} et \vec{AF} tels que :

$$\vec{BE} = \frac{1}{2}\vec{AB} \text{ et } \vec{AF} = -2\vec{AD}.$$

b. Déduis-en les coordonnées des points E et F .



3. Démontre que les droites (CE) et (EF) sont perpendiculaires.

34 Le plan est muni du repère (O, I, J) .
On donne les points $A(-1; 2)$ et $B(1; 4)$.

1. Calcule le couple de coordonnées de chacun des vecteurs \vec{AC} et \vec{AD} tels que :

$$\vec{AC} = \frac{2}{3}\vec{AB} \text{ et } \vec{AD} = -\frac{5}{2}\vec{AB}.$$

2. Calcule ensuite le couple de coordonnées de chacun des points C et D .

35 Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .
On considère le triangle ABC tel que $A(-3; 4)$; $B(3; 7)$ et $C(9; 1)$.

On donne deux points M et N tels que :

$$\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB} \text{ et } \vec{AN} = \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

1. Calcule les coordonnées des points M et N .
2. Démontre que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

36 Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .
On considère les points $A(2; -3)$; $B(5; -1)$; $M(x; y)$ et $N(-4; y)$.

1. Détermine la valeur de x pour que les points A , B et M soient alignés.
2. Détermine la valeur de y pour que le triangle ABN soit rectangle en A .

37 Dans un repère orthonormé, on donne les points : $A(2; 1)$, $B(18; 4)$ et $C(-14; -2)$.
Le professeur a demandé à ses élèves de démontrer que le point A est le milieu du segment $[BC]$.
Voici la réponse de Dion et les remarques du professeur.

$$AB = \sqrt{(18-2)^2 + (4-1)^2}$$

$$= \sqrt{16^2 + 3^2} = \sqrt{265}$$

$$AC = \sqrt{(-14-2)^2 + (-2-1)^2}$$

$$= \sqrt{(-16)^2 + (-3)^2} = \sqrt{265}$$

Donc $AB = AC$.

J'en déduis que A est le milieu de $[BC]$.

Non, cela ne suffit pas pour l'affirmer.

1. Explique la remarque du professeur.
2. Réponds au problème posé :
 - soit en complétant la méthode de Dion,
 - soit en proposant une autre méthode.

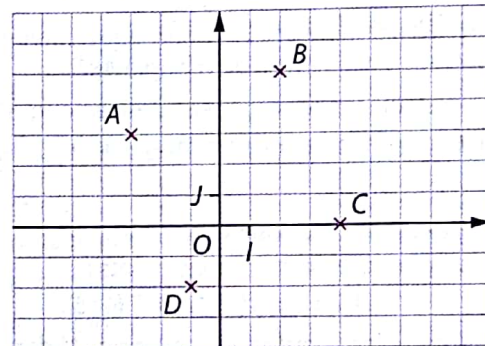
38 Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on donne les points $A(3; 5)$ et $B(-5; 2)$.

1. Calcule les coordonnées du vecteur \vec{AB} .
2. Calcule les coordonnées du point C , milieu du segment $[AB]$.
3. Calcule la longueur AB .

39 Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .
On donne les points $A(-2; 1)$; $B(3; 2)$; $C(1; 3)$ et $D(-4; 2)$.

1. Calcule les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{DC} .
2. Détermine la nature du quadrilatère $ABCD$.

40 Le repère (O, I, J) ci-dessous est orthonormé.



1. Démontre que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.
2. Calcule AC et BD .
3. Démontre que les vecteurs \vec{AC} et \vec{BD} sont orthogonaux.
4. Dédus-en la nature du parallélogramme $ABCD$.

41 Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .
On donne les points $A(2; -1)$; $B(5; 2)$ et $C(-1; 3)$.

1. Calcule les coordonnées du vecteur \vec{AB} .
2. Détermine les coordonnées du point D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.
3. Calcule les coordonnées du centre E de ce parallélogramme.

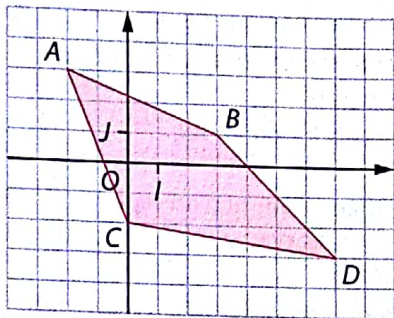
42 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .
On donne les points $M(5; 1)$, $N(8; 5)$, $P(16; -1)$ et $Q(13; -5)$.

1. a. Démontre que les segments $[MP]$ et $[NQ]$ ont le même milieu.
b. Dédus-en la nature du quadrilatère $MNPQ$.
2. a. Démontre que les vecteurs \vec{MN} et \vec{NP} sont orthogonaux.
b. Dédus-en que le quadrilatère $MNPQ$ est un rectangle.
3. Calcule MN et NP ; déduis-en l'aire du quadrilatère $MNPQ$.

Exerce-toi : renforce tes acquis

43 Nature des triangles

Le repère (O, I, J) ci-dessous est orthonormé.



- Quelle semble être la nature :
 - du triangle ABC ?
 - du triangle BCD ?
- a. Calcule AB et AC .
b. Dédus-en la nature du triangle ABC .
- a. Calcule les coordonnées des vecteurs \vec{BC} et \vec{BD} .
b. Dédus-en la nature du triangle BCD .

44 Plusieurs situations

Dans un repère, on donne les points :

$$A(2; 3); B(1; 4) \text{ et } C(4; 5).$$

Détermine les coordonnées du point M dans les cas suivants :

- M est tel que $\vec{BM} = \vec{AB}$;
- M est le milieu de $[AC]$;
- $2\vec{AB} + 3\vec{CM} = \vec{0}$;
- $ABCM$ est un parallélogramme.

45 Triangle équilatéral

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

On donne les points :

$$A(3\sqrt{3}; -1 - 3\sqrt{3}); B(-3; -4) \text{ et } C(3; 2).$$

- Démontre que le triangle ABC est équilatéral.
- Détermine les coordonnées :
 - du milieu I de $[BC]$,
 - du point D tel que $ABCD$ soit un losange.

46 Parallélogramme

Le plan est muni du repère (O, I, J) .

On donne les points $A(-3; 5); B(3; 2)$ et $C(3; 1)$.

- Calcule les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} .
- Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifie.
- Détermine les coordonnées du point D pour que le quadrilatère $ABDC$ soit un parallélogramme.
- Dédus-en les coordonnées du point O , milieu du parallélogramme $ABDC$.

47 Droites parallèles

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , on donne :

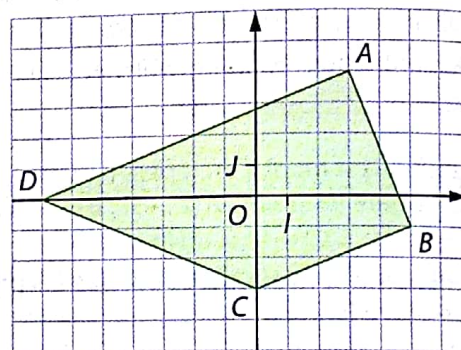
- les points $A(3; 2), B(2; 5)$ et $C(-3; 3)$,
- le point E tel que $\vec{CE} = -2\vec{AB}$.

- Sur une feuille de papier quadrillé, place les points A, B, C et E .
- Justifie que le couple de coordonnées du point E est $(-1; -3)$.
- Justifie que les droites (AB) et (CE) sont parallèles.
- Quelle est la nature du quadrilatère $ABCE$?

BEPC 2016

48 Nature d'un quadrilatère

Le repère (O, I, J) ci-dessous est orthonormé.



Détermine la nature du quadrilatère $ABCD$. Justifie.

49 Recherche de coordonnées (1)

Dans un repère, on donne les trois points :

$$A(2; 1); B(3; -4) \text{ et } C(2; 0).$$

On veut placer le point $M(x; y)$ tel que $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AC}$.

- Calcule les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} .
- Calcule les coordonnées du vecteur $\vec{AB} + \vec{AC}$.
- Exprime les coordonnées du vecteur \vec{AM} en fonction de x et y .
- Détermine les coordonnées de M .

50 Recherche de coordonnées (2)

Dans un repère, on donne les trois points :

$$A(3; -1); B(0; 5) \text{ et } C(-4; 1).$$

On veut placer le point $N(x; y)$ tel que $\vec{CN} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$.

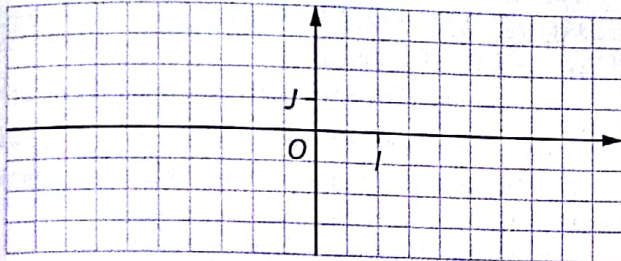
- Calcule les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} .
- Calcule les coordonnées du vecteur $2\vec{AB} - \vec{AC}$.
- Exprime les coordonnées du vecteur \vec{CN} en fonction de x et y .
- Détermine les coordonnées de N .

51 Triangle isocèle ?

A, B et C sont les points de coordonnées respectives : $(4; 0), (2; 5)$ et $(-3; 3)$.

Le professeur : « Le triangle ABC est isocèle ».

1. a. Utilise le quadrillage de ton cahier pour reproduire le repère ci-dessous et y placer les points A, B et C .



b. Le triangle ABC semble-t-il isocèle ?

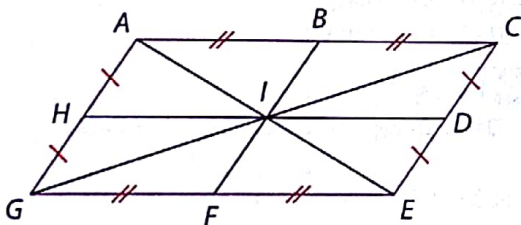
2. a. Construis le triangle ABC dans un repère (O, I, J) orthonormé.

b. Justifie l'affirmation du professeur.

52 Un repère quelconque

On donne la figure codée ci-dessous.

$ACEG$ est un parallélogramme de centre I .



Détermine les coordonnées de chacun des points $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L$ et M .

a. dans le repère (I, D, B) ; b. dans le repère (F, E, I) .

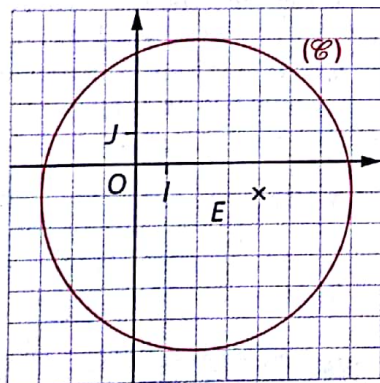
53 Points sur un cercle

Le repère (O, I, J) ci-dessous est orthonormé.

(\mathcal{C}) est le cercle de centre $E(2; -1)$ et de rayon 5.

1. Reproduis la figure et place les points A, B et C tels que :

- $A(5; 3)$
- $\vec{EB}(-5; -1)$
- $\vec{AC}(-1; \frac{1}{2})$.



2. a. Calcule les longueurs : • EA • EB • EC .

b. Parmi les points A, B et C , lequel appartient au cercle (\mathcal{C}) ?

3. Le point $D(3; -1 + 2\sqrt{6})$ appartient-il au cercle (\mathcal{C}) ? Justifie. Place ce point sur ton graphique.

54 Trapèze isocèle

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

On donne les points :

$A(-2; 2)$; $B(2; 4)$; $C(7; 4)$ et $D(-3; -4)$.

Démontre que $ABCD$ est un trapèze isocèle.

55 Points alignés

Dans un repère, on donne les points :

$A(1; -1)$; $B(-1; -2)$ et $C(-2; 2)$.

1. Détermine les coordonnées du point G vérifiant : $\vec{GA} + 2\vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

2. Détermine les coordonnées du point D vérifiant : $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC}$.

3. a. Fais une figure.

b. Démontre que les points B, G et D sont alignés.

56 Questionnaire à choix multiples

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

On donne les points :

$A(-9; 1)$; $B(3; -3)$; $C(2; -4)$;

$D(-10; 0)$ et $E(-1; -2)$.

Pour chaque question, choisis la bonne réponse parmi

a, **b** ou **c**.

Justifie ton choix.

1. Le couple de coordonnées du vecteur $\vec{AB} + \vec{CE}$ est :

- a** $(-3; 2)$ **b** $(12; -4)$ **c** $(9; -2)$.

2. Le quadrilatère $ABCD$ est :

a un parallélogramme

b un rectangle

c un carré.

3. On peut affirmer que :

- a** $CE > BD$ **b** $CE = BD$ **c** $CE < BD$.

4. B est le milieu du segment $[AF]$ avec :

- a** $F(15; 7)$ **b** $F(15; -7)$ **c** $F(-15; 7)$.

57 Vecteurs colinéaires

Dans un repère, on donne les points :

$M(0; -3)$; $N(2; 3)$; $P(-9; 0)$ et $Q(-1; -1)$.

1. Calcule les coordonnées des points A et B tels que :

$$\vec{NA} = \frac{1}{2}\vec{MN} \text{ et } \vec{MB} = 3\vec{MQ}.$$

2. Calcule les coordonnées des vecteurs \vec{PA} et \vec{PB} .

3. Démontre que les points P, A et B sont alignés.

58 Sur l'axe des ordonnées

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

On donne les points $A(-1; 1)$; $B(1; -1)$ et $C(3; \frac{7}{4})$.

1. a. Détermine les coordonnées du point E tel que

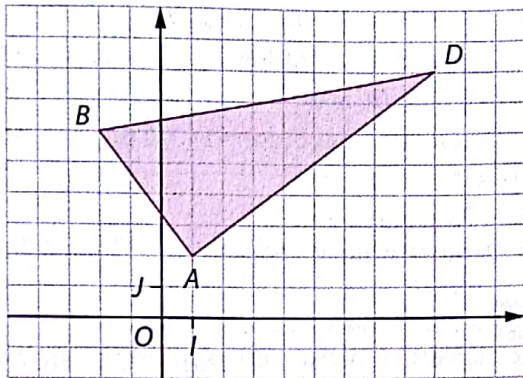
$$\vec{AE} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}.$$

b. Démontre que la droite (OE) est parallèle à la droite (AC) .

2. Détermine les coordonnées du point D de l'axe des ordonnées tel que $(AD) \parallel (BC)$.

59 Propriétés des triangles rectangles

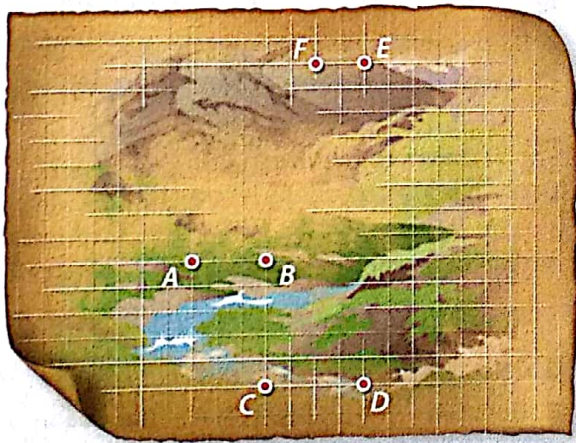
Le repère (O, I, J) ci-dessous est orthonormé.



- Détermine les coordonnées des vecteurs \vec{AB} , \vec{AD} et \vec{BD} .
- Calcule les longueurs AB , AD et BD .
 - Déduis-en que le triangle ABD est rectangle.
- Détermine les coordonnées du centre du cercle circonscrit à ce triangle ; ainsi que le rayon de ce cercle.

60 Découverte d'un trésor

Deux enfants s'amuse à un jeu de découverte d'un trésor sur une carte représentée dans un repère orthonormé dont une partie a été effacée. Sur la grille, un côté d'un petit carreau représente 100 m.



Compte tenu du terrain accidenté, les deux enfants doivent emprunter le chemin décrit par la trajectoire $A-B-C-D-E-F$ -Trésor.

Le trésor se situe à mi-parcours des points A et F sur la droite (AF) .

- Sachant que $A(1; 3)$, détermine les coordonnées des points B, C, D, E et F .
- Détermine les coordonnées exactes du point d'emplacement du trésor.
- Calcule la longueur totale, arrondie au m, du chemin parcouru par les enfants pour retrouver le trésor.

61 Coordonnées d'un point

Dans un repère, on donne les points $A(4; 5)$; $B(-2; 7)$ et $C(-7; 1)$. On veut placer le point $S(x; y)$ tel que : $\vec{CS} = \vec{AB} + 2\vec{AC} - 3\vec{BC}$.

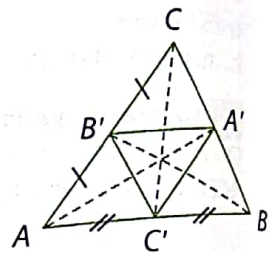
- Calcule les coordonnées des vecteurs \vec{AB} , \vec{BC} et \vec{AC} .
- Calcule les coordonnées du vecteur $\vec{AB} + 2\vec{AC} - 3\vec{BC}$.
- Exprime les coordonnées du vecteur \vec{CS} en fonction de x et y .
- Détermine les coordonnées de S .

62 Trois repères

On donne la figure codée ci-contre.

Détermine le couple de coordonnées de chacun des vecteurs \vec{BC} , \vec{CA} , $\vec{AA'}$ et $\vec{A'B}$:

- dans le repère (A, C', B') ;
- dans le repère (A, B, C) .

**63 Barycentre**

- Dans un repère, on donne les points :

$$A(x_A; y_A) \text{ et } B(x_B; y_B).$$

a et b sont deux nombres réels tels que : $a + b \neq 0$.
On note I le point tel que : $a\vec{IA} + b\vec{IB} = \vec{0}$.

- Démontre que : $\vec{AI} = \frac{b}{a+b}\vec{AB}$.

- Déduis-en les coordonnées $(x_I; y_I)$ du point I en fonction de a, b, x_A, y_A, x_B et y_B .

- Lorsque $a = b$, comment nomme-t-on le point I ?
- Dans un repère, on donne les points :

$$A(x_A; y_A), B(x_B; y_B) \text{ et } C(x_C; y_C).$$

a, b et c sont trois nombres réels tels que : $a + b + c \neq 0$.
On note G le point tel que :

$$a\vec{GA} + b\vec{GB} + c\vec{GC} = \vec{0}.$$

- Démontre que : $\vec{AG} = \frac{b}{a+b+c}\vec{AB} + \frac{c}{a+b+c}\vec{AC}$.

- Déduis-en les coordonnées $(x_G; y_G)$ du point G en fonction de $a, b, c, x_A, y_A, x_B, y_B, x_C$ et y_C .

En savoir plus

Dans l'exercice 63, les nombres a, b et c sont appelés **poïds** et le point G est appelé **barycentre** des points A, B, C **pondérés** par leurs poïds a, b et c .

- Lorsqu'on considère deux points A et B et que $a = b$ (question 1. c.), le point $G = I$ est le milieu de $[AB]$.
- Lorsqu'on considère trois points A, B et C (question 2.) et que $a = b = c$, le point G est le centre de gravité du triangle ABC .

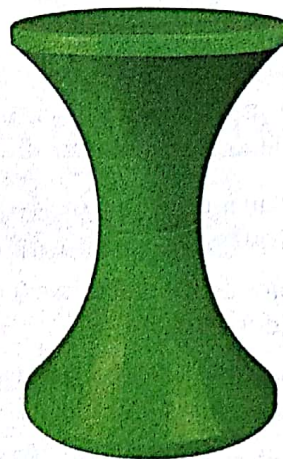
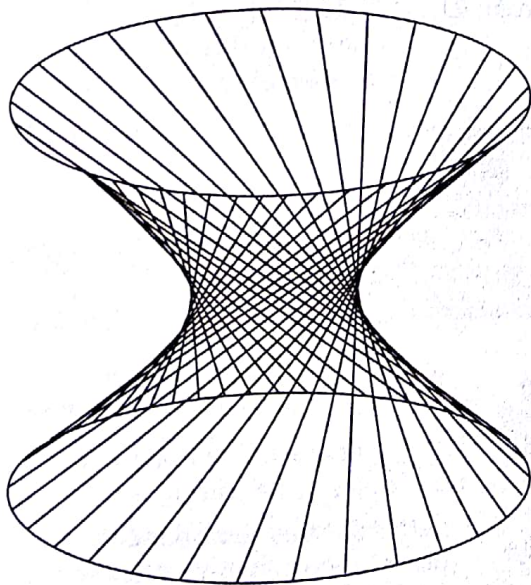
Cette notion de barycentre de points pondérés est très utile, notamment en sciences physiques.

Équations de droites

Habilités et contenus

- ✓ **Identifier** une équation de droite ; l'équation réduite d'une droite ; le coefficient directeur d'une droite.
- ✓ **Connaître** les propriétés relatives à la perpendicularité ou au parallélisme de deux droites.
- ✓ **Déterminer** une équation d'une droite passant par deux points ; une équation d'une droite passant par un point et de vecteur directeur donné ; une équation d'une droite passant par un point et parallèle à une droite donnée ; une équation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée dans un repère orthonormé ; le coefficient directeur d'une droite.
- ✓ **Vérifier** l'appartenance ou non d'un point à une droite.
- ✓ **Construire** une droite dont on connaît une équation ; une droite connaissant un de ses points et son coefficient directeur.
- ✓ **Calculer** le coefficient directeur d'une droite passant par deux points et non parallèle à l'axe des ordonnées.
- ✓ **Lire** graphiquement le coefficient directeur d'une droite dans un quadrillage.
- ✓ **Justifier** que deux droites sont parallèles ; que deux droites sont perpendiculaires.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel aux équations de droites.

Découvre le sujet



Lorsqu'elles sont habilement disposées,
toutes ces droites dessinent une surface qui a la forme d'un tabouret !

Activité 1 Équations de droite

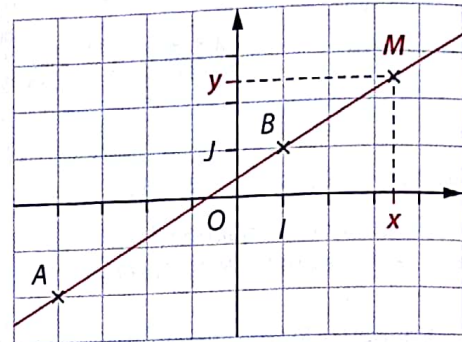
Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

On donne les points $A(-4; -2)$ et $B(1; 1)$.

On considère un point $M(x; y)$ du plan.

On sait que : M appartient à (AB) équivaut à \vec{AM} et \vec{AB} sont colinéaires.

- Détermine les coordonnées de chacun des vecteurs \vec{AM} et \vec{AB} .
- a. Justifie que : \vec{AM} et \vec{AB} sont colinéaires équivaut à $3x - 5y + 2 = 0$.
b. Déduis-en que : M appartient à (AB) équivaut à $3x - 5y + 2 = 0$.



Bilan de l'activité

L'équation $3x - 5y + 2 = 0$ est une **équation de la droite** (AB) .



Activité 2 Appartenance à une droite

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

On considère la droite (D) d'équation $4x - y - 5 = 0$.

On donne les points :

$A(2; 3)$, $B(-1; -5)$, $C(0; -5)$ et $D(5; 15)$.

- Effectue le calcul ci-dessous, en remplaçant x et y par l'abscisse et par l'ordonnée de A .
 $4x - y - 5$.

Le résultat trouvé permet d'affirmer que le point A appartient à la droite (D) .

- Vérifie si les points B , C et D appartiennent à la droite (D) .

Bilan de l'activité

Un point $A(x_A; y_A)$ appartient à une droite (D) d'équation $px + qy + r = 0$ lorsque les coordonnées de A vérifient l'équation de cette droite, c'est-à-dire lorsque $px_A + qy_A + r = 0$.



Activité 3 Construction d'une droite dont on connaît une équation

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

(D) est la droite d'équation $3x - 2y - 2 = 0$.

- On note A le point de (D) d'abscisse 0. Détermine l'ordonnée de A .
- On note B le point de (D) d'abscisse 4. Détermine l'ordonnée de B .
- Recopie et complète le tableau suivant.

	A	B
x	0	...
y

- Place les points A et B dans un repère (O, I, J) , puis trace la droite (D) .

Bilan de l'activité

Pour tracer une droite dont on connaît une équation, on peut :

- déterminer les coordonnées de deux points appartenant à cette droite ;
- placer ces deux points et tracer la droite.



Activité 4 Équation réduite d'une droite

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

On considère la droite (D) d'équation : $px + qy + r = 0$.

1^{er} cas : $p \neq 0$ et $q = 0$

Exprime x en fonction de p et r .

2^e cas : $p = 0$ et $q \neq 0$

Exprime y en fonction de q et r (on écrira y sous la forme $y = ax + b$).

3^e cas : $p \neq 0$ et $q \neq 0$

Exprime y en fonction de x, p, q et r (on écrira y sous la forme $y = ax + b$).



Bilan de l'activité

Toute droite a une **équation réduite** qui est :

- soit de la forme $x = c$ (la droite est parallèle à l'axe des ordonnées) ;
- soit de la forme $y = ax + b$.

Dans ce cas, a est le **coefficient directeur** et b est l'**ordonnée à l'origine** de la droite (la droite n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées).

Activité 5 Vecteur directeur d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

(D) est la droite d'équation : $y = ax + b$.

N est le point de (D) d'abscisse n et M le point de (D) d'abscisse m .

1. Justifie que : $y_N = na + b$ et que : $y_M = ma + b$.

2. Détermine les coordonnées du vecteur \overrightarrow{MN} .

3. Exprime le vecteur \overrightarrow{MN} en fonction du vecteur \overrightarrow{AB} de coordonnées $(1; a)$.

4. Justifie que \overrightarrow{AB} est un vecteur directeur de (D) .

Bilan de l'activité

La droite (D) d'équation $y = ax + b$ a pour **vecteur directeur** le vecteur $\overrightarrow{AB}(1; a)$ ou tout autre vecteur colinéaire à \overrightarrow{AB} .



Activité 6 Construction d'une droite dont on connaît un point et le coefficient directeur

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

(D) est la droite passant par le point $P(4; -2)$ et de coefficient directeur 3.

1. a. Construis le repère (O, I, J) et place le point P .

b. Détermine les coordonnées d'un vecteur \overrightarrow{AB} directeur de la droite (D) .

(Tu peux relire le bilan de l'activité 5.)

c. Construis le point R tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PR}$.

2. Trace la droite (D) passant par P et R .

Bilan de l'activité

Pour construire une droite dont on connaît un point A et le coefficient directeur m , on peut :

- placer le point A ;
- construire le point B tel que le vecteur \overrightarrow{AB} est égal au vecteur de coordonnées $(1; m)$;
- tracer la droite passant par A et B .



Activité 7 Calcul du coefficient directeur d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

On considère les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ tels que $x_A \neq x_B$.

On note (D) la droite passant par les points A et B ;

(D) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées

et a pour équation : $y = ax + b$.

1. Justifie que : $y_A = ax_A + b$
et que : $y_B = ax_B + b$.

2. Déduis-en que : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.



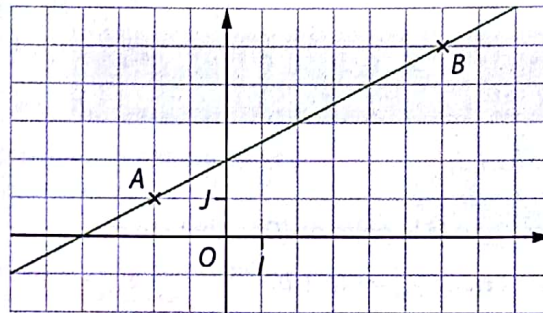
Bilan de l'activité

Le coefficient directeur de la droite passant par les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ tels que $x_A \neq x_B$ est

le nombre réel : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ (ou $\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$).

Activité 8 Équation d'une droite dont on connaît deux points

On cherche à déterminer une équation de la droite (AB) ci-dessous.



Première méthode

1. Détermine les coordonnées du vecteur \vec{AB} .

2. $M(x; y)$ est un point du plan.

Justifie que : M appartient à (AB) équivaut à $y = \frac{1}{2}x + 2$.

Deuxième méthode

1. Détermine le coefficient directeur de (AB) .

2. Détermine l'ordonnée à l'origine de (AB) .

3. Déduis-en l'équation de la droite (AB) .



Bilan de l'activité

Pour déterminer une équation d'une droite connaissant deux de ses points A et B , on peut :

- soit utiliser la propriété : M appartient à (AB) équivaut à \vec{AM} et \vec{AB} sont colinéaires ;
- soit déterminer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine (pour une droite non parallèle à l'axe des ordonnées).

Activité 9 Équation d'une droite passant par un point et de coefficient directeur donné

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

(D) est la droite passant par le point $A(2; 1)$ et de coefficient directeur -5 .

1. Justifie qu'une équation de (D) est $y = -5x + b$.
2. Détermine b en utilisant le fait que A appartient à (D) .



Bilan de l'activité

Pour déterminer une équation d'une droite connaissant le coefficient directeur et un point, on peut écrire son équation réduite $y = ax + b$ où a est le coefficient directeur donné, puis déterminer b en remplaçant les coordonnées du point donné dans l'équation.

Activité 10 Équation d'une droite passant par un point et de vecteur directeur donné

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

(D) est la droite passant par le point $P(-3; 4)$ et de vecteur directeur $\vec{AB}(2; -1)$.

1. $M(x, y)$ est un point du plan.
Détermine les coordonnées du vecteur \vec{MP} .
2. Justifie que M appartient à (D) équivaut à \vec{MP} et \vec{AB} sont colinéaires.
3. Déduis-en que M appartient à (D) équivaut à $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$.

Bilan de l'activité

Pour déterminer une équation d'une droite passant par un point P et de vecteur directeur \vec{AB} donné, on peut utiliser la propriété : M appartient à (AB) équivaut à \vec{MP} et \vec{AB} sont colinéaires.



Activité 11 Droites parallèles

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

(D) est la droite d'équation : $y = ax + b$ et (D') la droite d'équation $y = a'x + b'$.

1. Détermine les coordonnées d'un vecteur directeur \vec{AB} de la droite (D) .
2. Détermine les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{A'B'}$ de la droite (D') .
3. On sait que : les droites (D) et (D') sont parallèles équivaut à les vecteurs \vec{AB} et $\vec{A'B'}$ sont colinéaires.
Justifie que : $(D) \parallel (D')$ équivaut à $a = a'$.



Bilan de l'activité

(D) et (D') sont deux droites de coefficients directeurs respectifs a et a' .
 $(D) \parallel (D')$ équivaut à $a = a'$.

Activité 12 Droites perpendiculaires

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

(D) est la droite d'équation $y = ax + b$ et (D') la droite d'équation $y = a'x + b'$.

1. Détermine les coordonnées d'un vecteur directeur \vec{AB} de la droite (D) .
2. Détermine les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{A'B'}$ de la droite (D') .
3. On sait que : les droites (D) et (D') sont perpendiculaires équivaut à les vecteurs \vec{AB} et $\vec{A'B'}$ sont orthogonaux.
Justifie que : $(D) \perp (D')$ équivaut à $a \times a' = -1$.

Bilan de l'activité

(D) et (D') sont deux droites de coefficients directeurs respectifs a et a' .
 $(D) \perp (D')$ équivaut à $a \times a' = -1$.

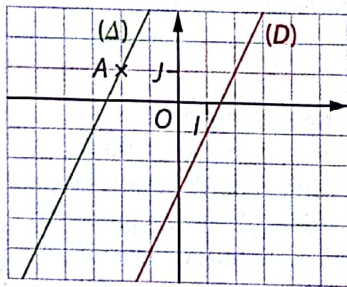


Activité 13 Équation d'une droite passant par un point et parallèle à une droite donnée

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

On donne point $A(-2; 1)$ et la droite $(D) : y = 4x - 3$.

(Δ) est la droite parallèle à (D) passant par A .



1. Détermine le coefficient directeur de (Δ) .
2. Détermine une équation de la droite (Δ) .

Bilan de l'activité

Pour déterminer une équation d'une droite passant par un point et parallèle à une droite donnée, on peut déterminer le coefficient directeur (celui de la droite connue) et l'ordonnée à l'origine (en remplaçant les coordonnées du point dans l'équation) puis écrire l'équation.

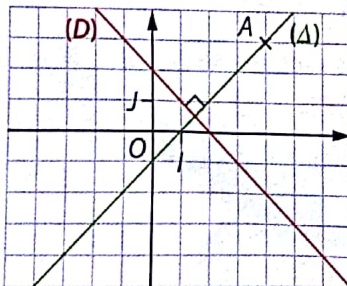


Activité 14 Équation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

On donne le point $A(4; 3)$ et la droite $(D) : y = -x + 2$.

(Δ) est la droite perpendiculaire à (D) passant par A .

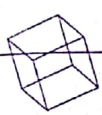


1. Détermine le coefficient directeur de (Δ) .
2. Détermine une équation de la droite (Δ) .

Bilan de l'activité

Pour déterminer une équation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée, on peut déterminer le coefficient directeur (avec la relation $aa' = -1$) et l'ordonnée à l'origine (en remplaçant les coordonnées du point dans l'équation) puis écrire l'équation.





1 Équations de droite

a. Équations de la forme $px + qy + r = 0$

Propriétés

p, q et r sont trois nombres réels tels que p et q ne sont pas tous les deux égaux à zéro.

Dans le plan muni d'un repère,

- toute droite a une équation de la forme $px + qy + r = 0$,
- toute équation de la forme $px + qy + r = 0$ est l'équation d'une droite.

Notation

La notation « $(D) : px + qy + r = 0$ » se lit : « la droite (D) d'équation $px + qy + r = 0$ ».

b. Appartenance d'un point à une droite

Propriété

Un point $A(x_A; y_A)$ appartient à une droite (D) d'équation $px + qy + r = 0$ équivaut à $px_A + qy_A + r = 0$.

Exemples

(D) est la droite d'équation $2x - 3y + 7 = 0$.

Le point $A(4; 5)$ appartient à (D) car :

$$2x_A - 3y_A + 7 = 2 \times 4 - 3 \times 5 + 7 = 8 - 15 + 7 = 0.$$

Le point $B(-2; 3)$ n'appartient pas à (D) car :

$$2x_B - 3y_B + 7 = 2 \times (-2) - 3 \times 3 + 7 = -4 - 9 + 7 = -6 \text{ et } -6 \neq 0.$$

FICHE MÉTHODE

Construire une droite dont on connaît une équation

Pour construire, dans un repère, une droite dont on connaît une équation, on peut :

① Déterminer les coordonnées de deux points de cette droite en utilisant la propriété ci-dessus. (On choisit l'abscisse – ou l'ordonnée – d'un point puis on calcule son ordonnée – ou son abscisse – grâce à l'équation de la droite.)

② Placer ces points dans le repère et tracer la droite.

Remarque : à l'étape 1, on choisit des abscisses « faciles », par exemple des nombres entiers.

Exemple

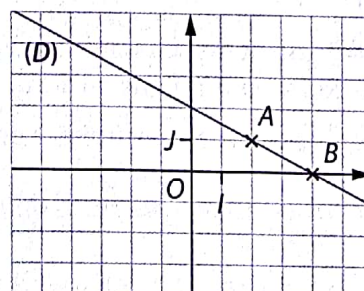
① (D) est la droite d'équation $x + 2y - 4 = 0$.

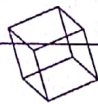
Point	A	B
Abscisse	2	4
Ordonnée	1	0

$$x_A + 2y_A - 4 = 0 \text{ donc } 2 + 2y - 4 = 0 \text{ donc } y = 1.$$

$$x_B + 2y_B - 4 = 0 \text{ donc } 4 + 2y - 4 = 0 \text{ donc } y = 0.$$

②





2 Équation réduite d'une droite

Propriétés

Dans le plan muni d'un repère,

- toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme : $y = ax + b$.
- toute droite parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme : $x = c$.

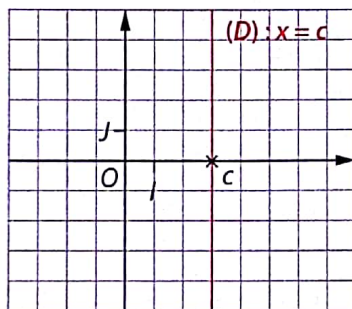
Définitions

- Une équation de droite de la forme : $y = ax + b$ ou $x = c$ est appelée **équation réduite** de cette droite.
- a est appelé **coefficient directeur** ou **pente** de la droite.
- b est appelé **ordonnée à l'origine** de la droite.

Notation

La notation « $(D) : y = ax + b$ » se lit : « la droite (D) d'équation $y = ax + b$ ».

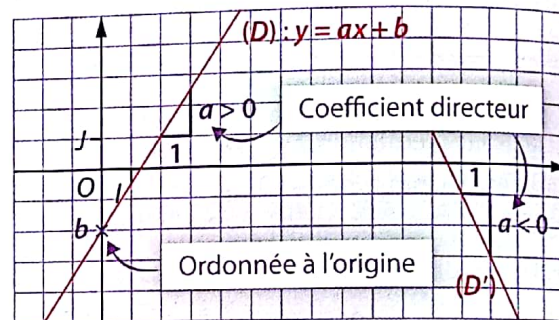
Droite d'équation $x = c$



Remarques

Une telle droite n'a ni coefficient directeur, ni ordonnée à l'origine.
L'axe des ordonnées a pour équation $x = 0$.

Droite d'équation $y = ax + b$



Remarques

Dans le cas où $a = 0$, la droite a pour équation $y = b$ et elle est parallèle à l'axe des abscisses.
L'axe des abscisses a pour équation $y = 0$.

Propriété

Dans un repère, une droite d'équation réduite $y = ax + b$ a pour **vecteur directeur** le vecteur \vec{AB} de coordonnées $(1 ; a)$ ou tout autre vecteur, non nul, colinéaire à \vec{AB} .

FICHE MÉTHODE

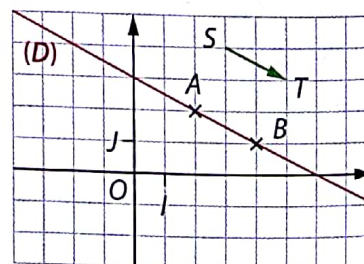
Construire une droite dont on connaît un point et le coefficient directeur ou un vecteur directeur

Pour construire une droite passant par $A(x_A ; y_A)$ et de coefficient directeur a ou de vecteur directeur \vec{ST} , on peut :

- Soit placer le point A et utiliser le graphique du cours ci-dessus, qui indique où lire a .
- Soit placer le point A et construire le point B tel que $\vec{AB} = \vec{ST}$.
La droite cherchée est alors la droite (AB) .

Exemple

(D) est la droite passant par $A(2 ; 2)$ et de vecteur directeur $\vec{ST}(2 ; -1)$.



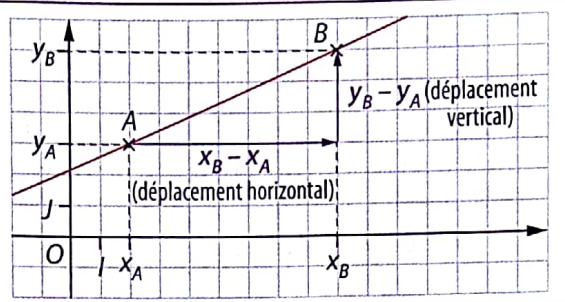
Retiens l'essentiel

Propriété

$A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points d'un repère tels que : $x_A \neq x_B$.

Le coefficient directeur a de la droite (AB) est :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$



Remarque $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{\text{déplacement vertical de A vers B}}{\text{déplacement horizontal de A vers B}}$.

FICHE MÉTHODE

Déterminer une équation d'une droite connaissant deux de ses points

Pour déterminer une équation $y = ax + b$ d'une droite (D) connaissant deux de ses points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, on peut :

- 1 Calculer le coefficient directeur de la droite $(D) = (AB)$, en utilisant la propriété ci-dessus.
- 2 Calculer l'ordonnée à l'origine b en utilisant la propriété du paragraphe 1.b. ($y_A = ax_A + b$).
- 3 Conclure en donnant l'équation de (D) .

Exemple

(D) est la droite passant par $A(1; -2)$ et $B(4; 4)$.

1 $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 - (-2)}{4 - 1} = \frac{6}{3} = 2$.

Donc $(D) : y = 2x + b$.

2 $A(1; -2) \in (D)$, donc $y_A = 2x_A + b$
d'où $-2 = 2 \times 1 + b$ donc $b = -4$.

3 Ainsi (D) a pour équation $y = 2x - 4$.

FICHE MÉTHODE

Déterminer une équation d'une droite passant par un point et de coefficient directeur donné

Pour déterminer une équation $y = ax + b$ d'une droite (D) passant par un point $A(x_A; y_A)$ et de coefficient directeur a , on peut :

- 1 Calculer b , en utilisant la propriété du paragraphe 1.b. ($y_A = ax_A + b$)
- 2 Conclure en donnant l'équation de (D) .

Exemple

(D) est la droite passant par $A(1; -2)$ et de coefficient directeur $a = 3$.

1 $A(1; -2) \in (D)$, donc $y_A = ax_A + b$
d'où $-2 = 3 \times 1 + b$ donc $b = -5$.

2 Ainsi (D) a pour équation $y = 3x - 5$.

FICHE MÉTHODE

Déterminer une équation d'une droite passant par un point et de vecteur directeur donné

Pour déterminer une équation $y = ax + b$ d'une droite (D) passant par un point $A(x_A; y_A)$ et de vecteur directeur $\vec{ST}(1; a)$, on peut :

- 1 Déterminer a à l'aide du vecteur directeur \vec{ST} et de la propriété 2.
- 2 Calculer l'ordonnée à l'origine b , en utilisant la propriété 1.b.
- 3 Conclure en donnant l'équation de (D) .

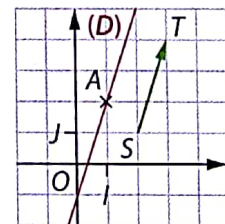
Exemple

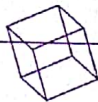
(D) est la droite passant par A et de vecteur directeur \vec{ST} .

1 $\vec{ST}(1; 3)$, donc $a = 3$.

2 $A(1; 2) \in (D)$, donc
 $y_A = 3x_A + b$ d'où $2 = 3 \times 1 + b$ donc $b = -1$.

3 Ainsi, (D) a pour équation $y = 3x - 1$.





3 Droites parallèles, droites perpendiculaires

a. Droites parallèles

► Propriété

Dans le plan muni d'un repère, (D) et (D') sont deux droites d'équations respectives $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$.

$(D) \parallel (D')$ équivaut à $a = a'$.

b. Droites perpendiculaires

► Propriété

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, (D) et (D') sont deux droites d'équations respectives $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$.

$(D) \perp (D')$ équivaut à $a \times a' = -1$.

FICHE MÉTHODE

Déterminer une équation d'une droite passant par un point et parallèle ou perpendiculaire à une droite donnée

Pour déterminer une équation $y = ax + b$ d'une droite (D) passant par un point $A(x_A; y_A)$ et parallèle ou perpendiculaire à une droite (Δ) d'équation $y = a'x + b'$, dans un repère orthonormé :

- 1 Déterminer le coefficient directeur a de (D) en utilisant la propriété 3.a. ($a = a'$) ou la propriété 3.b. ($a \times a' = -1$)
- 2 Calculer b en utilisant la propriété 1.b. ($y_A = ax_A + b$).
- 3 Conclure en donnant l'équation de (D) .

Exemple

(D) est la droite passant par $A(2; 3)$ et perpendiculaire à la droite (Δ) d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 5$.

- 1 $(D) \perp (\Delta)$ donc $a \times a' = -1$
d'où $a \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$, ainsi $a = 2$.
- 2 $A(2; 3) \in (D)$ donc $y_A = ax_A + b$
c'est-à-dire $3 = 2 \times 2 + b$ donc $b = -1$.
- 3 La droite (D) a pour équation $y = 2x - 1$.

Exerce-toi : vérifie tes acquis

Équations de droites

1 Parmi les égalités ci-dessous, indique celles qui sont des équations de droites.

- $8x - 7y + 12 = 0$
- $3xy + 5 = 0$
- $y = 2020$
- $x = -9$
- $y = \frac{2}{3}x - 13$
- $-\frac{2x}{y} + 3 = 0$

2 Recopie et complète le tableau suivant dans lequel $(x; y)$ sont les coordonnées de points appartenant à la droite (D) d'équation $2x + y - 5 = 0$.

x	0	...	-2	...	$-\frac{1}{2}$
y	...	0	...	-1	...

3 (D) est la droite d'équation $y = 3x - \frac{1}{2}$.

Les points ci-dessous appartiennent-ils à (D) ?

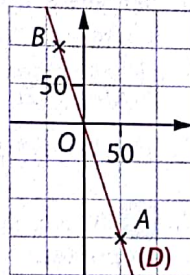
- $A(0; \frac{1}{2})$
- $B(\frac{3}{2}; -1)$
- $C(-\frac{4}{3}; -\frac{9}{2})$

4 Dans le repère ci-contre, (D) est la droite d'équation $y = -3x + 1,5$.

On donne $A(50,5; -150)$ et $B(-33,25; 99,5)$.

Affoué : « Je pense que les points A et B sont sur la droite (D) ».

Vérifie par le calcul si elle a raison.



5 (D) est la droite d'équation $-4x + y + 3 = 0$.

1. A est le point de (D) d'abscisse 9.

Calcule son ordonnée.

2. B est le point de (D) d'ordonnée 1.

Calcule son abscisse.

6 Dans chacun des cas, vérifie si le point A appartient à la droite (D) .

1. $A(5; 8)$ et $(D) : 8x - 5y + 7 = 0$.

2. $A(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$ et $(D) : x + y + 1 = 0$.

3. $A(-3; -13)$ et $(D) : y = -13$.

4. $A(\frac{1}{3}; \frac{13}{6})$ et $(D) : y = 6x + \frac{1}{6}$.

5. $A(-1; 6)$ et $(D) : x = 6$.

6. $A(\sqrt{3}; 2)$ et $(D) : y = x\sqrt{3} - 1$.

Construction d'une droite

7 (D) est la droite d'équation $-x + y - 3 = 0$.

1. Recopie et complète le tableau ci-contre.

Point	A	B
Abscisse	1	5
Ordonnée

2. Construis la droite (D) dans un repère (O, I, J) .

8 Construis les droites suivantes dans un même repère.

- $(D) : 2x - 3y + 4 = 0$
- $(E) : x + 4y + 5 = 0$

Aide

Tu peux relire la fiche méthode du paragraphe 1. du cours.

9 Construis les droites suivantes dans un même repère.

- $(D_1) : y = 3x + 1$
- $(D_2) : y = 4x - 2$
- $(D_3) : y = \frac{1}{2}x + 5$
- $(D_4) : y = -5x - 3$

10 Construis les droites suivantes dans un même repère.

- $(D_1) : y = 6x$
- $(D_2) : y = -7$
- $(D_3) : y = 2$
- $(D_4) : x = 4$

11 Construis les droites suivantes dans un même repère.

• (D_1) passant par $A(2; 3)$ et de coefficient directeur $a = 3$.

• (D_2) passant par $B(-3; 2)$ et de coefficient directeur $a = -\frac{1}{4}$.

• (D_3) passant par $C(0; -1)$ et de coefficient directeur $a = \frac{4}{3}$.

Aide

Tu peux relire la première fiche méthode du paragraphe 2.

12 Construis les droites suivantes dans un même repère.

• (D_1) passant par $A(-1; 2)$ et de vecteur directeur $\vec{ST}(1; 3)$.

• (D_2) passant par $B(5; -5)$ et de vecteur directeur $\vec{ST}(1; -2)$.

• (D_3) passant par $C(1; -1)$ et de vecteur directeur $\vec{ST}(1; 4)$.

Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

13 Dans chacun des cas, détermine le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite (D) .

1. $(D) : y = 2x - 3$

2. $(D) : 3x - y + 6 = 0$

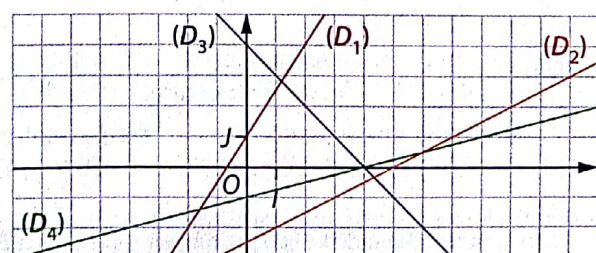
3. $(D) : 2x - 3y + 6 = 0$

4. $(D) : 5x + 3y - 15 = 0$

5. $(D) : 4x - y = 0$

6. $(D) : 2y + 7 = 0$

14 Détermine, par lecture graphique, le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine des droites ci-dessous.

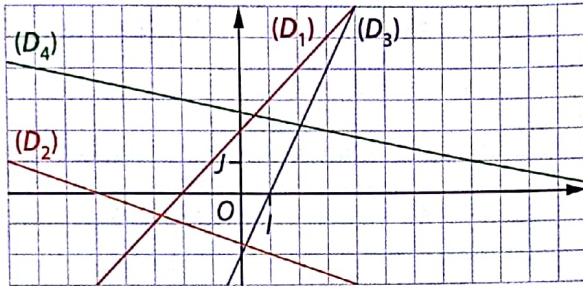


Exerce-toi : vérifie tes acquis

15 Dans chaque cas, calcule le coefficient directeur de la droite (AB).

1. $A(5; -3)$ et $B(-4; 1)$ 2. $A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ et $B(3; 5)$
 3. $A(-21; 7)$ et $B(35; 7)$ 4. $A(-1; 2)$ et $B(3; -4)$.

16 1. Donne les coordonnées d'un vecteur directeur de chacune des droites ci-dessous.



2. Dédus-en le coefficient directeur de chacune des droites.

17 Dans chaque cas, détermine les coordonnées de deux vecteurs directeurs de chacune des droites (D).

1. $(D) : 3x - 5y + 4 = 0$ 2. $(D) : x + y - 2 = 0$
 3. $(D) : y = -x$ 4. $(D) : y = \frac{3}{7}x + 1$.

Détermination d'une équation de droite

18 Détermine une équation de la droite passant par les points $E(-3; 4)$ et $F(2; 2)$.

Aide

Tu peux relire la deuxième fiche méthode du paragraphe 2.

19 Dans chacun des cas, détermine une équation de la droite (AB).

1. $A(1; 2)$ et $B(3; 4)$ 2. $A(-1; 4)$ et $B(2; -3)$
 3. $A(-3; 3)$ et $B(3; 0)$ 4. $A(-11; 7)$ et $B(4; -1)$.

20 1. Détermine une équation de la droite passant par le point $A(2; 3)$ et de coefficient directeur -2 .

2. Détermine une équation de la droite passant par le point $B(-1; 7)$ et de coefficient directeur 3 .

3. Détermine une équation de la droite passant par l'origine du repère et de coefficient directeur 43 .

Aide

Tu peux relire la troisième fiche méthode du paragraphe 2.

21 1. Détermine une équation de la droite passant par le point $P(3; -2)$ et de vecteur directeur $\overline{AB}(2; -3)$.

2. Détermine une équation de la droite passant par le point $Q(-1; 2)$ et de vecteur directeur $\overline{CD}(-6; 4)$.

Aide

Tu peux relire la quatrième fiche méthode du paragraphe 2.

Droites parallèles, droites perpendiculaires

22 Trouve la bonne réponse parmi les réponses proposées.

Le coefficient directeur d'une droite parallèle à la droite d'équation $y = 7x - 13$ est :

- -7 ; • 17 ; • 13 ; • 7 ; • 1 .

23 Parmi les droites suivantes, indique celles qui sont parallèles.

$(D_1) : y = 2x - 3$; $(D_2) : y = -8$;

$(D_3) : y = \frac{x}{3} - 4$; $(D_4) : y = 2x$;

$(D_5) : x = 6,75$; $(D_6) : y = \frac{25+x}{3}$;

$(D_7) : x = 7$; $(D_8) : y = 113$.

24 Dans chacun des cas suivants, détermine une équation de la droite (Δ) passant par le point A et parallèle à la droite (D).

1. $A(0; 0)$ et $(D) : y = 4x - 3$.

2. $A(-1; -2)$ et $(D) : y = 15x + \frac{59}{7}$.

3. $A(19; 32)$ et $(D) : y = -3x + 4$.

25 Trouve la bonne réponse parmi les réponses proposées.

Le coefficient directeur d'une droite perpendiculaire à la droite d'équation $y = \frac{3}{5}x + \frac{7}{5}$ est :

- $-\frac{3}{5}$; • $\frac{5}{3}$; • $-\frac{5}{7}$; • $-\frac{5}{3}$; • 1 .

26 Justifie, dans chacun des cas suivants, si les droites (D) et (D') sont perpendiculaires ou non.

1. $(D) : y = 0,5x - 9$ et $(D') : y = -2x + 13$;

2. $(D) : y = \frac{7}{3}x - 1$ et $(D') : y = -\frac{7}{3}x + 1$.

3. $(D) : y = -\frac{207}{305}x + 7$ et $(D') : y = \frac{305}{207}x - 21$.

4. $(D) : y = 10^3x - 10$ et $(D') : y = 10^{-3}x + 10$.

5. $(D) : y = x\sqrt{2} - 2$ et $(D') : y = \frac{-\sqrt{2}}{2}x$.

27 Dans chacun des cas suivants, détermine une équation de la droite (Δ) passant par le point A et perpendiculaire à la droite (D).

1. $A(0; 0)$ et $(D) : y = 4x - 3$.

2. $A(30; 2)$ et $(D) : y = 15x + \frac{59}{7}$.

3. $A(14; 19)$ et $(D) : y = -\frac{1}{2}x + 5$.

Exerce-toi : utilise tes acquis

Dans tous les exercices, le plan est muni d'un repère orthonormé.

28 Pour chaque question, choisis la bonne réponse parmi **a**, **b** ou **c**.

1. Parmi les points suivants, celui qui appartient à la droite d'équation : $y = 2x - 1$ est :

- a** $G(28; 74)$ **b** $H(25; 51)$ **c** $E(-50; -101)$

2. L'équation de la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point $A(-5; 7)$ est :

- a** $x = 5$ **b** $x = -5$ **c** $x = 7$

3. Un vecteur directeur de la droite d'équation : $y = 8x - 3$ est :

- a** $\vec{EF}(1; 8)$ **b** $\vec{GH}(-1; 8)$ **c** $\vec{IJ}(1; -3)$

4. Le coefficient directeur d'une droite parallèle à la droite d'équation : $y = -x + 12$ est :

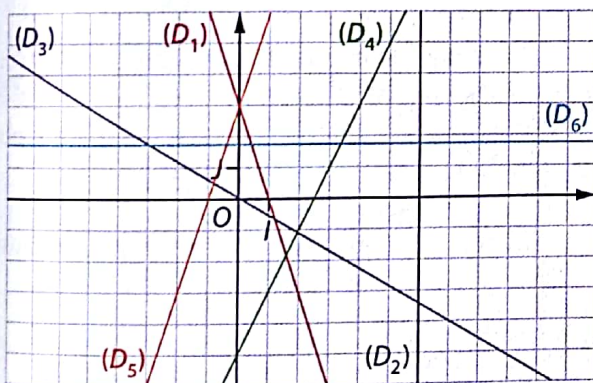
- a** 12 **b** -1 **c** 1

29 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . E est le point de coordonnées $(-2; 3)$. (D) est la droite passant par E et de coefficient directeur -2.

1. Construis un repère (O, I, J) et place le point E .
2. Construis la droite (D) .

BEPC 2012

30 Associe à chaque droite de la figure ci-dessous l'une des équations proposées.



- a** $y = 4x - 5$ **b** $3x + y - 3 = 0$ **c** $y = 1,7$
d $y = -\frac{4}{7}x$ **e** $3x - y + 3 = 0$ **f** $x = 6$.

31 (D) est la droite d'équation $-3x + 2y - 6 = 0$. Détermine les coordonnées du point de cette droite :

- a. ayant une abscisse égale à 3 ;
- b. ayant une ordonnée égale à -4 ;
- c. ayant ses deux coordonnées égales ;
- d. situé sur l'axe des abscisses ;
- e. situé sur l'axe des ordonnées.

32 On donne les points $A(2; 3)$ et $B(-\frac{9}{2}; -7)$.

1. Place les points A et B dans un repère (O, I, J) ; puis trace la droite (AB) .
2. La droite (AB) passe-t-elle par l'origine O du repère ? Justifie ta réponse.

33 1. Dans chacun des cas suivants, détermine la valeur de a de façon que les droites (D) et (D') soient parallèles.

- a.** $(D) : y = (3a - 1)x - 1$ et $(D') : y = 4x - 1$.
b. $(D) : y = 8x + 5$ et $(D') : y = ax - x + 21$.

2. Dans chacun des cas suivants, détermine les valeurs de a de façon que les droites (D) et (D') soient perpendiculaires.

- a.** $(D) : y = (a - \sqrt{5})x + 8$ et $(D') : y = (a + \sqrt{5})x - 5$.
b. $(D) : y = ax - 10$ et $(D') : y = -ax + 13$.

34 Détermine une équation de la droite passant par $A(3; -2)$ et perpendiculaire à la droite de vecteur directeur le vecteur $\vec{CI}(2; -3)$.

35 Détermine une équation de la médiatrice du segment $[AB]$ dans chacun des cas suivants.

- a.** $A(5; -7)$ et $B(-7; 5)$. **b.** $A(3; 10)$ et $B(-1; 8)$.

36 Justifie, dans chacun des cas suivants, si les droites (D) et (D') sont parallèles, perpendiculaires ou ni l'un ni l'autre.

- a.** $(D) : y = 21$ et $(D') : x = -21$.
b. $(D) : 2x + 3y = 4$ et $(D') : y = -\frac{2}{3}x$.
c. $(D) : -4x = 6y$ et $(D') : y = \frac{4}{6}x + 1$.
d. $(D) : 7y = x$ et $(D') : 7x = -y$.

37 1. Détermine une équation de la droite (Δ) parallèle à la droite d'équation $4x - 3y + 7 = 0$ et qui passe par le point $P(-7; 8)$.

2. Calcule les coordonnées du point A où (Δ) coupe l'axe des abscisses.

38 1. Détermine l'équation réduite de la droite (D) pour qu'elle coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 12 et l'axe des ordonnées au point d'ordonnée -6.

2. La droite (D) est-elle parallèle à la droite passant par les points :

- a.** $C(3; 0)$ et $D(0; -2)$? **b.** $E(-4; 0)$ et $F(0; 2)$?

39 1. Construis dans un même repère les droites (D_1) , (D_2) , (D_3) et (D_4) d'équations respectives :

$$y = \frac{3}{2}x + 4; y = -x + 7; y = \frac{3}{2}x - 1 \text{ et } y = -x - 3.$$

2. Quelle est la nature du quadrilatère qui apparaît alors ? Justifie ta réponse.

Dans tous les exercices, le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

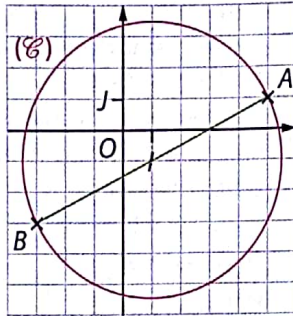
40 Symétrique d'une droite

- Trace la droite (D) d'équation : $y = 2x - 3$; puis la droite (D') , symétrique de (D) par rapport au point O .
- Détermine une équation de (D') .

41 Tangente à un cercle

Sur la figure ci-contre, (\mathcal{C}) est le cercle de diamètre $[AB]$.

Détermine une équation de la tangente au cercle (\mathcal{C}) passant par le point A .



42 Vecteurs et droite

On donne les points $A(-1; 2)$; $B(5; 4)$ et le point C tel que $\vec{BC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- Démontre que les points A , B et C sont alignés.
- Détermine une équation de la droite (D) passant par le point B et perpendiculaire à la droite (BC) .

BEPC 2017

43 Médiatrice d'un segment

On donne les points $A(-2; 3)$ et $B(3; 1)$.

- Détermine les coordonnées du milieu K du segment $[AB]$.
- Détermine une équation de la médiatrice de $[AB]$.

44 Avec un paramètre

On donne la droite (D) : $5x - 7y + 11 = 0$ et la droite (D_a) : $ax - y + 3 = 0$, a étant un nombre réel.

- Construis les droites (D_{-1}) (c'est-à-dire pour $a = -1$) et (D) .
- Détermine a afin que les droites (D) et (D_a) soient parallèles. Trace alors la droite correspondante.
- Détermine a afin que les droites (D) et (D_a) soient perpendiculaires. Trace alors la droite correspondante.

45 Passant par l'origine

On donne les points $A(1; 5)$ et $B(3; 1)$. L'unité de longueur est le centimètre.

- Calcule la longueur AB .
- Détermine une équation de la droite (AB) .
- Détermine une équation de la droite passant par l'origine O du repère et perpendiculaire à (AB) .
- Calcule le périmètre du triangle OAB .

46 Des droites parallèles

On donne :

- les points $A(-1; 0)$, $B(2; 6)$ et $C(2; 1)$;
- la droite (D) d'équation $y = 2x - 3$;
- le point F du plan tel que $\vec{BF} = \vec{AB}$.

- Vérifie que le point C appartient à la droite (D) .
- Sur une feuille de papier millimétré :
 - place le point C dans le repère (O, I, J) ;
 - construis la droite (D) dans le même repère.
- Justifie que le couple de coordonnées du point F est $(5; 12)$.
 - Détermine une équation de la droite (BF) .
- Démontre que les droites (BF) et (D) sont parallèles.

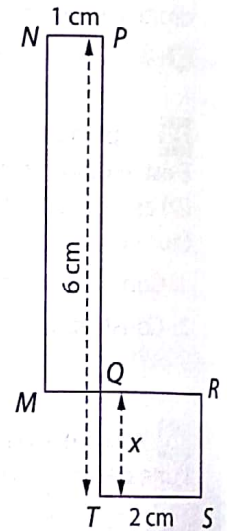
BEPC 2016

47 Les deux rectangles

Des élèves d'une classe de troisième ont vu dans un livre la figure ci-contre dans laquelle $MNPQ$ et $QRST$ sont des rectangles.

L'un d'eux affirme que si $QRST$ était un carré, alors les deux quadrilatères auraient la même aire. Les autres élèves souhaitent vérifier son affirmation.

- Exprime l'aire de $MNPQ$ en fonction de x .
- Exprime l'aire de $QRST$ en fonction de x .



- Trace dans le même repère la droite d'équation $y = 2x$ et la droite d'équation $y = 6 - x$.
- Détermine graphiquement la valeur de x pour laquelle les deux aires sont égales. Retrouve le résultat par le calcul.
- Explique si l'affirmation de l'élève est vraie ou fausse.

En savoir plus

L'un des premiers à formaliser la notion de droite fut le Grec Euclide dans son livre *Éléments*.

En géométrie euclidienne, la droite désigne une ligne rectiligne, infinie et sans épaisseur. Elle permet de trouver « le plus court chemin d'un point à un autre ».

En géométrie non euclidienne, par exemple à la surface de la Terre, « le plus court chemin » n'est plus une droite.

Ainsi, pour relier le pôle Nord au pôle Sud, on trace un demi-cercle.



Pyramides et cônes

Habilités et contenus

- ✓ **Identifier** une pyramide régulière ; un cône de révolution ; un patron d'une pyramide régulière ; le patron d'un cône de révolution ; le sommet d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution ; les faces d'une pyramide régulière ; la base d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution ; une arête d'une pyramide régulière ; la hauteur d'une pyramide régulière ; la hauteur d'un cône de révolution ; l'angle de développement d'un cône de révolution ; le tronc d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution ; une génératrice d'un cône de révolution ; l'apothème d'une pyramide.
- ✓ **Connaître** la formule du volume d'une pyramide régulière ; la formule de l'aire latérale d'une pyramide régulière ; la formule du volume d'un cône de révolution ; la formule de l'aire latérale d'un cône de révolution ; la relation entre la longueur d'une génératrice, l'angle de développement et le périmètre de la base d'un cône ; les propriétés de réduction.
- ✓ **Décrire** une pyramide régulière ; un cône de révolution.
- ✓ **Construire** un patron de pyramide régulière ; un patron de cône de révolution.
- ✓ **Réaliser** un cône de révolution ; une pyramide régulière.
- ✓ **Extraire** une figure plane d'une représentation d'un cône de révolution ou d'une pyramide régulière.
- ✓ **Calculer** le volume, l'aire latérale et l'aire totale d'une pyramide régulière ; le volume, l'aire latérale et l'aire totale d'un cône de révolution ; des aires de troncs de pyramides régulières ou de cônes de révolution ; des volumes de troncs de pyramides régulières ou de cônes de révolution ; le coefficient de réduction.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel aux pyramides régulières ou aux cônes de révolution.

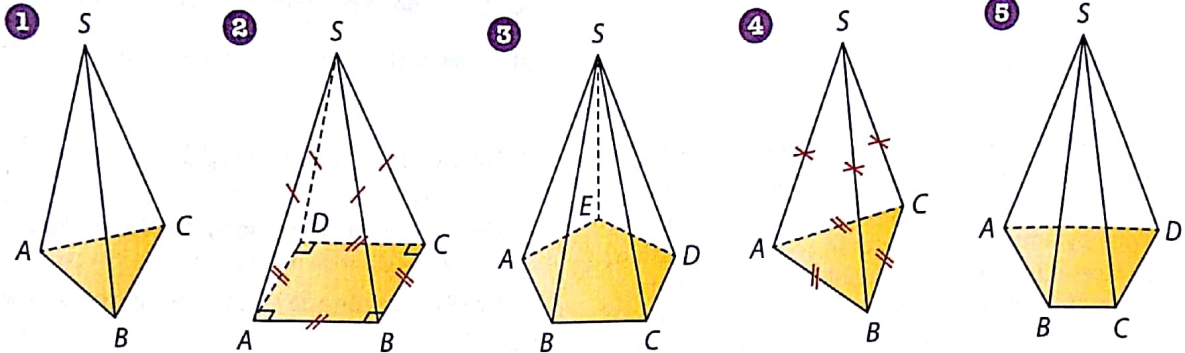
Découvrir le sujet



Depuis le développement des villes, beaucoup de bâtisses sont en forme de pyramide et de cône (château d'eau, toits de maisons, bâtiments variés). La construction de ces ouvrages nécessite beaucoup de calculs et d'expertise.

Activité 1 Présentation d'une pyramide

Observe les solides ci-dessous.



1. Donne la forme de la base en jaune de chaque solide.
2. Dans chacun des cas détermine le sommet de chaque solide.
3. Donne la nature des faces latérales de chacun de ces solides.
4. Donne la particularité de la base et des faces latérales des solides des figures 2 et 4.

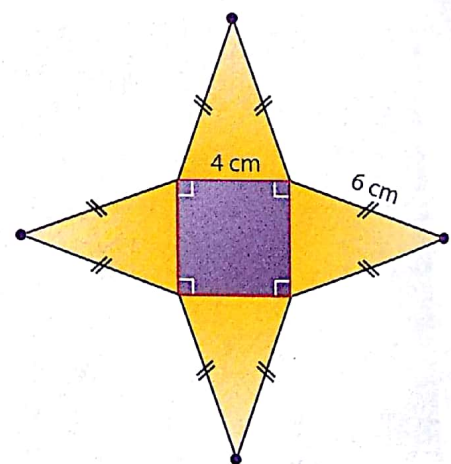
Bilan de l'activité



- Un solide qui a un sommet, des faces latérales triangulaires et pour base un polygone non croisé est une **pyramide**.
- Si de plus sa base est un polygone régulier et ses faces latérales sont des triangles isocèles, on dit que la **pyramide** est **régulière**.

Activité 2 Patron d'une pyramide et construction

1. Sur une feuille de papier légèrement cartonnée, reproduis la figure ci-contre en vraie grandeur.
2. Découpe cette figure le long des traits noirs, puis replie-la le long des traits rouges afin que les points marqués en violet soient réunis.
3. a. Donne le nom du solide obtenu et du point violet.
b. Donne le nom et la nature du quadrilatère coloré en violet et des triangles colorés en jaune pour ce solide.



Bilan de l'activité

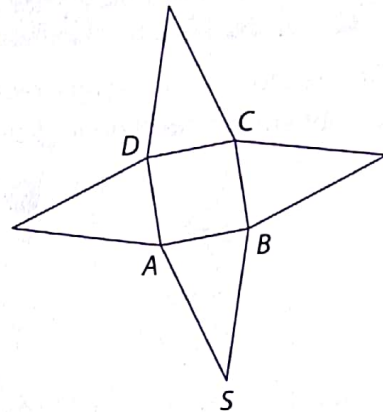


- Cette figure plane est un **patron** de la pyramide.
- Le patron d'une pyramide régulière est constitué d'un polygone régulier qui représente la base et de triangles isocèles qui représentent ses faces latérales.

Activité 3 Aire d'une pyramide régulière

La figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, est un patron d'une pyramide régulière à base carrée. Toutes les faces latérales sont superposables. On donne : $AB = 5 \text{ cm}$ et $AS = 6,5 \text{ cm}$.

1. I étant le milieu du segment $[AB]$, calcule SI .
2. Calcule l'aire de la face latérale SAB ; déduis-en l'aire latérale de la pyramide.
3. Calcule l'aire de la base de la pyramide sachant que son côté est $[AB]$.
4. Détermine l'aire totale de la pyramide.



Bilan de l'activité



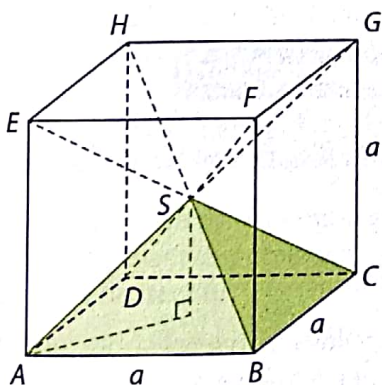
- L'**aire latérale** d'une pyramide est la somme des aires des triangles qui constituent ses faces latérales.
- L'**aire totale** d'une pyramide est la somme de son aire latérale et de l'aire de sa base.

Activité 4 Volume d'une pyramide

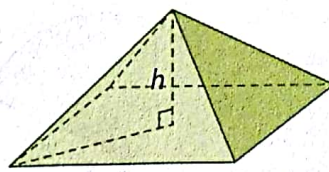
L'unité est le centimètre.

On considère le cube $ABCDEFGH$ ci-dessous d'arête a . Les droites (AG) , (BH) , (CE) et (DF) sont concourantes en S . On définit ainsi les six pyramides régulières $SABCD$, $SEFGH$, $SABFE$, $SBCGF$, $SCGHD$ et $SDHEA$ de même volume.

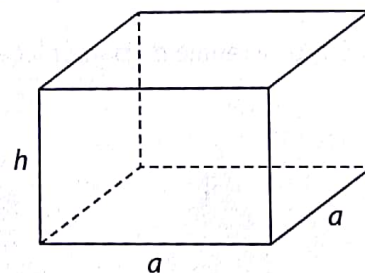
On admet que la hauteur h de la pyramide $SABCD$ est égale à $\frac{a}{2}$.



Cube



Pyramide extraite



Prisme droit

1. Écris le volume du cube en fonction de a .
2. Déduis-en le volume de la pyramide $SABCD$ en fonction de a .
3. a. Déduis-en que le volume de la pyramide $SABCD$ est : $\frac{1}{3} \times a^2 \times h$.
b. Compare ce volume au volume du prisme droit dessiné.

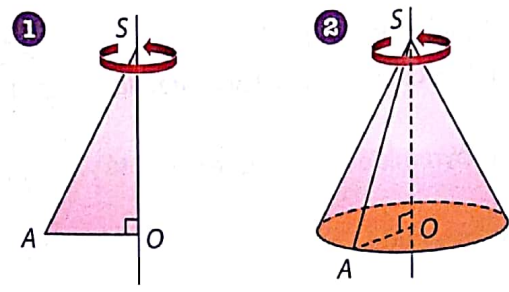


Bilan de l'activité

Le volume d'une pyramide est le tiers de celui d'un prisme droit de même base et de même hauteur.

Activité 5 Présentation d'un cône de révolution

On a fait tourner un triangle rectangle SOA autour de l'un de ses côtés de l'angle droit figure ①.
 On obtient le solide figure ② ci-dessous.



Observe le solide obtenu à la figure ②.

1. Donne le sommet du solide.
2. Donne la hauteur du solide.
3. Donne la nature de la base en orange du solide.

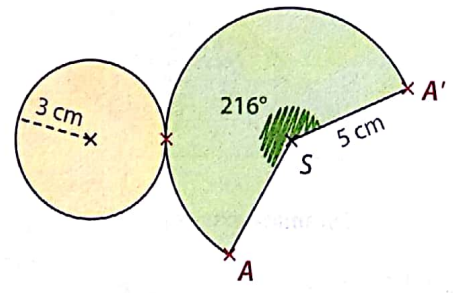


Bilan de l'activité

- Un **cône de révolution** est la figure obtenue en faisant tourner un triangle rectangle autour d'un de ses cotés de l'angle droit.
- La **base** d'un cône de révolution est un disque.

Activité 6 Patron d'un cône de révolution et construction

1. Sur une feuille de papier légèrement cartonnée, reproduis la figure ci-dessous en vraie grandeur.



2. Découpe le long des traits noirs, puis replie la figure de sorte que $[SA]$ et $[SA']$ viennent se coller et que les bords du cercle et de l'arc de cercle aussi.
3. Donne le nom du solide obtenu. Calcule la hauteur de ce solide à l'aide de la propriété de Pythagore.



Bilan de l'activité

Cette figure plane est un **patron** de cône de révolution. Le patron d'un cône de révolution est formé d'un disque qui est sa base et d'une surface latérale.

Activité 7 Construction d'un patron et aire latérale d'un cône de révolution

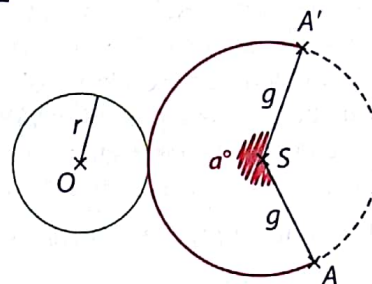
L'unité de longueur est le centimètre.

La figure ci-contre est un patron d'un cône de révolution.

On note r le rayon de sa base, de centre O .

S est le sommet du cône et le segment $[SA]$ est une génératrice du cône.

On note g le rayon du cercle de centre S permettant de construire le patron du cône.



1. a. Identifie la surface latérale du cône.

b. Utilise l'aide ci-contre pour donner, en fonction de a° et de g , l'aire de la surface latérale du cône.

2. On note p le périmètre du cercle de base et $\widehat{AA'}$ l'arc de cercle coloré en rouge.

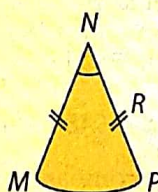
a. Quelle relation faut-il imposer entre p et la longueur de $\widehat{AA'}$ pour pouvoir construire un patron d'un cône ?

b. À l'aide du tableau de proportionnalité ci-dessous, détermine l'expression de la mesure en degrés de l'angle de développement $\widehat{ASA'}$ (en rouge sur le schéma) en fonction de r et de g .

360°	$a^\circ = \text{mes } \widehat{ASA'}$
$2\pi g$	$2\pi r$

c. Utilise tes réponses aux questions 1. b. et 2. b. pour démontrer que l'aire de la surface latérale d'un cône est égale à $\pi \times r \times g$.

AIDE



La partie colorée en jaune ci-contre a pour aire :

$$\pi \times \frac{\text{mes } \widehat{NMP}}{360} \times R^2.$$

Bilan de l'activité

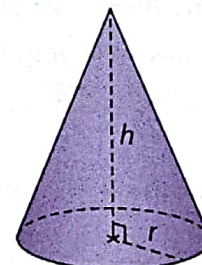
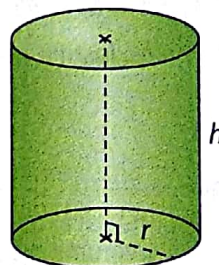
- La mesure de l'angle de développement d'un cône de révolution est égale à $360^\circ \times \frac{r}{g}$.
- L'aire de la surface latérale d'un cône de révolution est égale à $\pi \times r \times g$.



Activité 8 Volume d'un cône de révolution

Voici un cylindre de révolution et un cône de révolution ayant le même rayon de base r et la même hauteur h .

- Rappelle la formule du volume de ce cylindre vue en classe de quatrième.
- Sachant que le volume du cône est le tiers du volume du cylindre droit, déduis-en le volume du cône de révolution.



Bilan de l'activité

Le volume d'un cône de révolution est le tiers de celui d'un cylindre de même base et même hauteur.

Activité 9 Section plane d'une pyramide régulière

L'unité de longueur est le centimètre.

La figure ci-dessous représente une pyramide régulière à base carrée coupée par un plan parallèle au plan de base, c'est-à-dire que : $(AB) \parallel (A'B')$; $(DC) \parallel (D'C')$ et $(AC) \parallel (A'C')$;

SO est la hauteur de la pyramide $SABCD$ et SO' hauteur de la pyramide $SA'B'C'D'$.

I et I' sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[A'B']$. On donne :

$SA = 16$; $SA' = 4$; $A'B' = 2$; $AB = 8$; $SO = 4\sqrt{14}$ et $SO' = \sqrt{14}$.

1. En utilisant la propriété de Thalès, justifie que :

$$\frac{SA'}{SA} = \frac{SO'}{SO} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{4}.$$

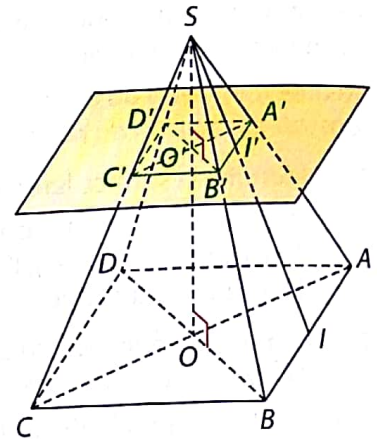
2. On donne : $SI = 4\sqrt{15}$ et $SI' = \sqrt{15}$.

a. Calcule les aires des faces SAB et $SA'B'$.

b. Justifie que : $\frac{\text{aire}(SA'B')}{\text{aire}(SAB)} = \left(\frac{SO'}{SO}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2$.

3. a. Calcule les volumes des pyramides $SABCD$ et $SA'B'C'D'$.

b. Calcule $\frac{\text{volume}(SA'B'C'D')}{\text{volume}(SABCD)}$; puis compare ce résultat à : $\left(\frac{SO'}{SO}\right)^3$.



Bilan de l'activité

- Lorsqu'on coupe une pyramide par un plan parallèle à sa base, la section est une réduction de la base.
- Si le rapport de réduction entre les longueurs de la grande pyramide et celles de la petite pyramide est k , alors le rapport entre les aires est k^2 et celui entre les volumes est k^3 .

Activité 10 Section plane d'un cône de révolution

L'unité de longueur est le centimètre.

La figure ci-contre représente un cône de révolution coupé par un plan parallèle à sa base.

Ainsi, les droites (AB) et $(A'B')$ sont parallèles. On donne :

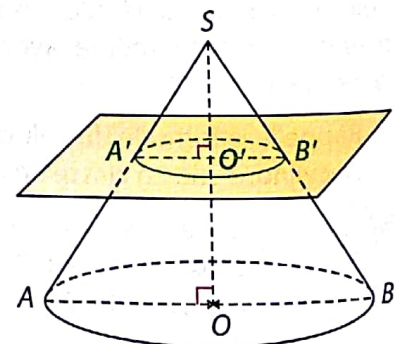
$SA = 16$; $AB = 19,2$; $SO = 12,8$; $SA' = 6,4$; $A'B' = 7,68$ et $SO' = 5,12$.

1. En utilisant la propriété de Thalès, justifie que :

$$\frac{SA'}{SA} = \frac{SO'}{SO} = \frac{A'B'}{AB} = 0,4.$$

2. On pose $k = \frac{SO'}{SO}$. Justifie que : $\frac{\text{aire latérale du cône réduit}}{\text{aire latérale du grand cône}} = k^2$.

$\frac{\text{volume du cône réduit}}{\text{volume du grand cône}} = k^3$.



Bilan de l'activité

- La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un cercle.
- Si le rapport de réduction entre les longueurs du grand cône et celles du petit cône est k , alors le rapport entre les aires est k^2 et celui entre les volumes est k^3 .

Retiens l'essentiel

1 Pyramide régulière

a. Description

Définitions

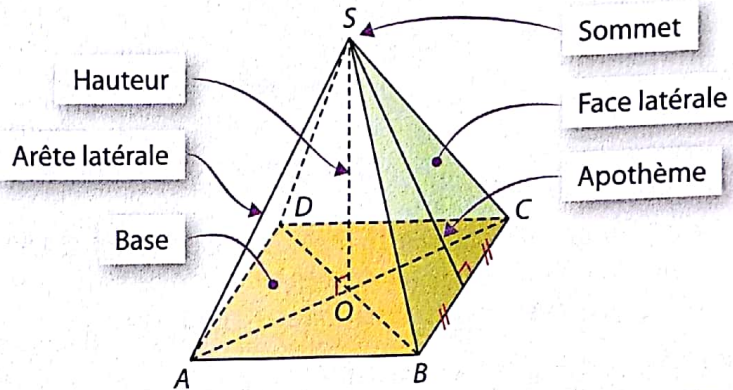
- Un **polygone** est une figure géométrique plane formée par une ligne brisée fermée.
- Un **polygone régulier** est un polygone dont les côtés ont la même longueur et les angles ont la même mesure.

Exemples Un carré et un triangle équilatéral sont des polygones réguliers.

Définition

Une **pyramide régulière** est un solide de l'espace dans lequel :

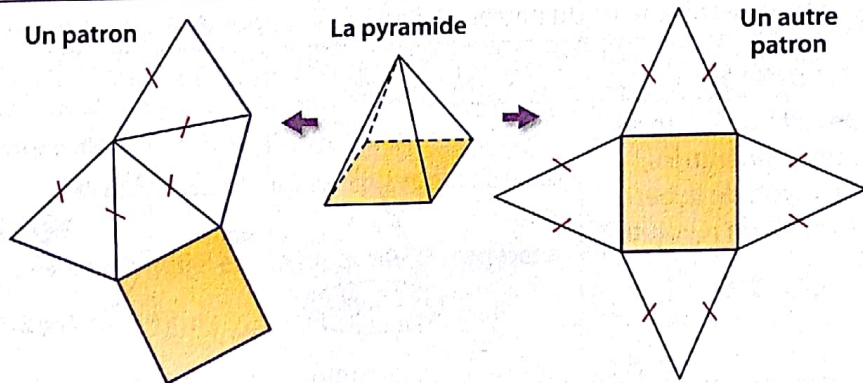
- la **base** est un polygone régulier,
- et les **faces latérales** sont des triangles isocèles.



b. Patron d'une pyramide régulière

Définition

Un **patron** d'une pyramide régulière est une figure plane composée d'un polygone régulier, qui est la base de la pyramide, et de triangles isocèles qui sont ses faces latérales.



c. Aires et volume d'une pyramide

Définitions

- L'**aire latérale** d'une pyramide est la somme des aires de ses faces latérales.
- L'**aire totale** d'une pyramide est la somme de son aire latérale et de l'aire de sa base.

Propriétés

- L'aire latérale d'une pyramide régulière est : $\mathcal{A}_l = \frac{p \times a}{2}$ où p est le périmètre de sa base et a son apothème.
- Le volume d'une pyramide régulière est : $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times B \times h$ où B est l'aire de sa base et h sa hauteur.

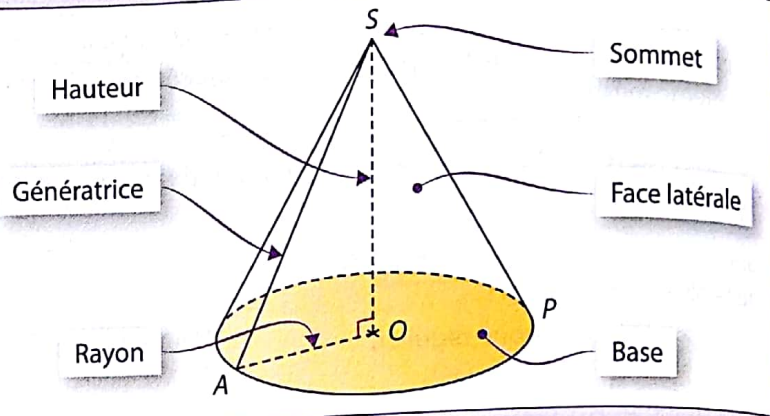
2 Cône de révolution

a. Description

► Définitions

Un **cône de révolution** de sommet S est un solide de l'espace dans lequel :

- la **base** est un disque de centre O ,
- et la **hauteur** $[SO]$ est telle que (SO) est perpendiculaire au plan contenant la base.



Remarques

- SOA est un triangle rectangle en O . Si $SO = h$; $SA = g$ et $OA = r$ alors on a : $g^2 = h^2 + r^2$ où g est la génératrice, h la hauteur et r le rayon de base.
- La génératrice g est parfois aussi appelée apothème.

b. Patron d'un cône de révolution

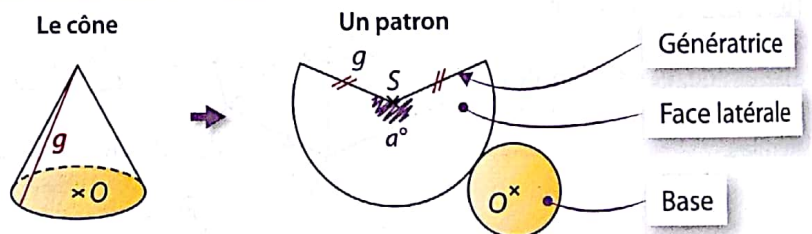
► Définitions

- Un **patron** d'un cône de révolution est une figure plane composée d'un disque, qui est la base du cône, et d'un secteur angulaire, qui est sa face latérale.
- L'angle de mesure a° du patron ci-dessous est appelé **angle de développement** du cône.

► Propriété

On note g la longueur d'une génératrice, r le rayon de la base du cône de révolution :

$$a^\circ = 360^\circ \times \frac{r}{g}$$



c. Aires et volume d'un cône

► Définitions

- L'**aire latérale** d'un cône est l'aire de sa face latérale.
- L'**aire totale** d'un cône est la somme de son aire latérale et de l'aire de sa base.

► Propriétés

- L'aire latérale d'un cône de révolution est $\mathcal{A}_l = \pi \times r \times g$ où g est la longueur d'une génératrice du cône et r le rayon de sa base.
- Le volume d'un cône de révolution est $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$ où B est l'aire de la base du cône, h sa hauteur et r le rayon de sa base.

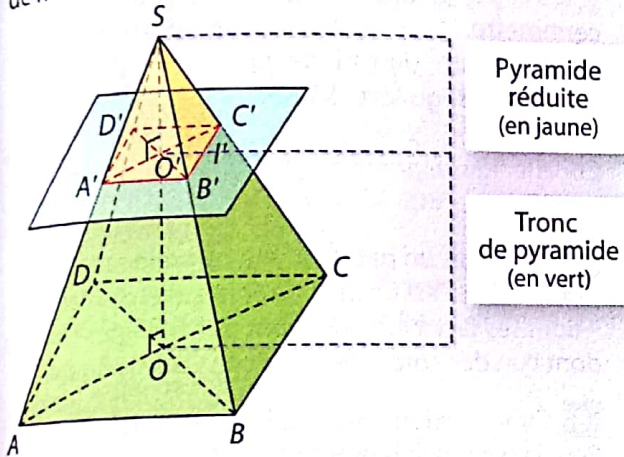
Retiens l'essentiel

5 Section d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution

a. Illustrations

Sur les figures ci-dessous, une pyramide régulière et un cône de révolution ont été sectionnés par un plan (en bleu) parallèle à leur base.

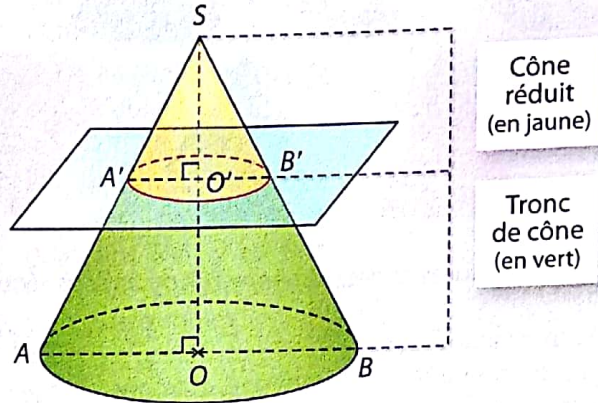
La section est un polygone de même nature que la base.



Pyramide réduite (en jaune)

Tronc de pyramide (en vert)

La section est un disque.



Cône réduit (en jaune)

Tronc de cône (en vert)

Dans les deux situations, on peut remarquer que des triangles sont en configuration de Thalès : SOA et $SO'A'$; SOB et $SO'B'$; SAB et $SA'B'$...

Ainsi, on a : $\frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{A'B'}{AB} = k$.

Définition

Le nombre k défini ci-dessus est appelé **coefficient de réduction**.

b. Propriétés de réduction

Propriété

On note k le coefficient de réduction.

- Si L est la longueur d'un segment du solide initial et L' la longueur du segment correspondant du solide réduit, alors $\frac{L'}{L} = k$.
- Si \mathcal{A} désigne l'aire du solide initial et \mathcal{A}' l'aire du solide réduit alors $\frac{\mathcal{A}'}{\mathcal{A}} = k^2$.
- Si \mathcal{V} désigne le volume du solide initial et \mathcal{V}' le volume du solide réduit, alors $\frac{\mathcal{V}'}{\mathcal{V}} = k^3$.

c. Tronc d'un cône de révolution

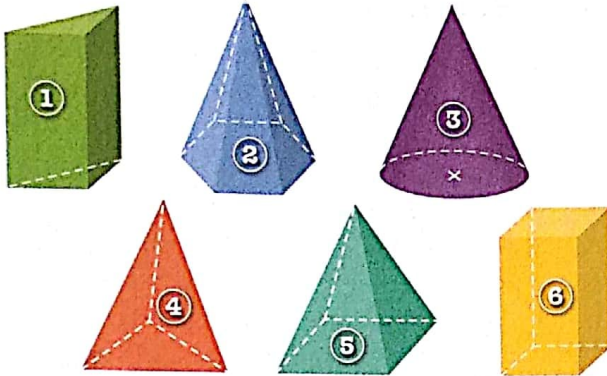
Propriétés

- Si \mathcal{A}_e désigne l'aire latérale du solide initial et \mathcal{A}'_e l'aire latérale du solide réduit, alors l'aire \mathcal{A}_T du tronc est $\mathcal{A}_T = \mathcal{A}_e - \mathcal{A}'_e$.
- Si \mathcal{V} désigne le volume du solide initial et \mathcal{V}' le volume du solide réduit, alors le volume \mathcal{V}_T du tronc est $\mathcal{V}_T = \mathcal{V} - \mathcal{V}'$.

Exerce-toi : vérifie tes acquis

Pyramide régulière

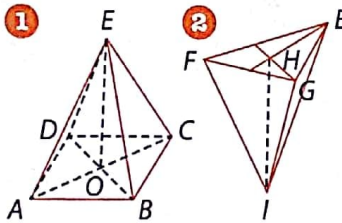
1 Parmi les solides ci-dessous, identifie ceux qui sont des pyramides.



2 Les figures ci-dessous sont des pyramides régulières.

Pour chacune d'elles, nomme :

- la base ;
- la hauteur ;
- le sommet ;
- les faces latérales.

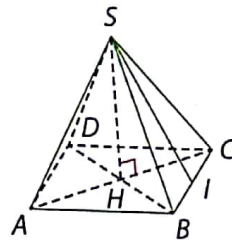


3 La pyramide $SABCD$ ci-contre est régulière. I est le milieu de $[BC]$.

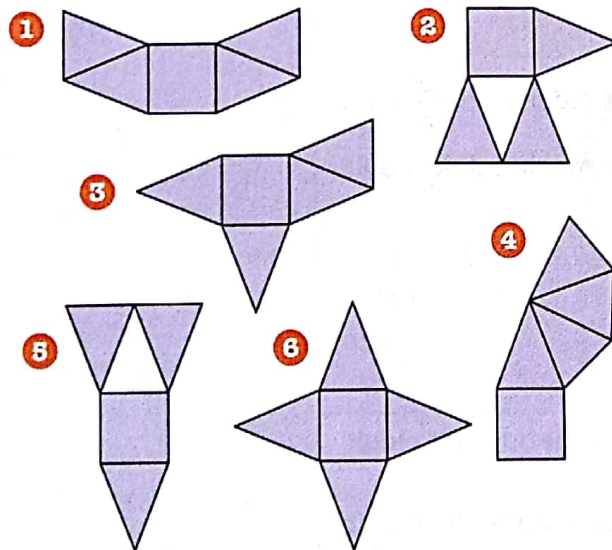
1. Comment nomme-t-on $[SI]$?

2. Donne la nature des triangles :

- SAB • SHB • ABC • SIB .



4 Les figures ci-dessous sont toutes constituées d'un carré et de quatre triangles isocèles superposables.

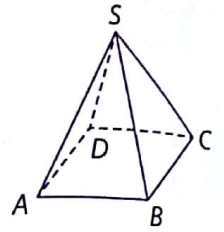


Identifie les figures qui sont des patrons de pyramides régulières.

5 Sur la pyramide régulière ci-contre :

- $ABCD$ est un carré de 3 cm de côté ;
- $SA = 5$ cm.

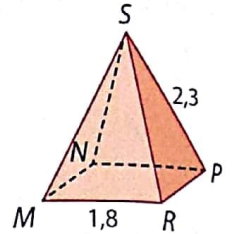
Construis en vraie grandeur un patron de cette pyramide.



6 L'unité de longueur est le centimètre.

Construis un patron de la pyramide régulière $SMNPR$ ci-contre.

Code la figure.

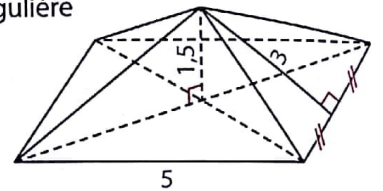


7 Construis un patron d'une pyramide régulière :
 • dont la base est un triangle équilatéral de côté 3 cm ;
 • dont les faces latérales sont des triangles isocèles dont l'un des côtés mesure 4 cm. Code la figure.

8 L'unité de longueur est le centimètre.

Pour la pyramide régulière ci-contre, calcule :

- son aire latérale ;
- l'aire de sa base ;
- son aire totale ;
- son volume.



9 Une pyramide régulière a une hauteur de 12 m. Son volume est de 784 m^3 .

Détermine l'aire du polygone de sa base.

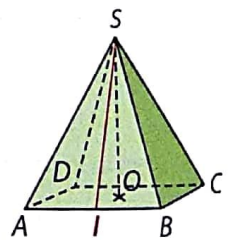
10 L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-contre, $SABCD$ est une pyramide régulière à base carré.

SO est sa hauteur, SI son apothème.

On donne : $SO = 12$, $AB = 20$ et $SI = 14$.

Calcule l'aire totale, puis le volume de la pyramide $SABCD$.



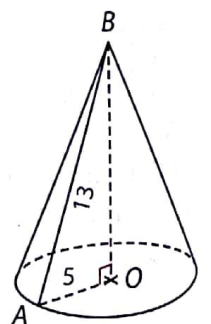
Cône de révolution

11 L'unité de longueur est le centimètre.

1. Pour le cône de révolution ci-contre, nomme :

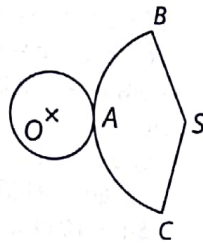
- le sommet ;
- la hauteur ;
- le rayon ;
- une génératrice.

2. Utilise la propriété de Pythagore pour calculer la hauteur de ce cône.



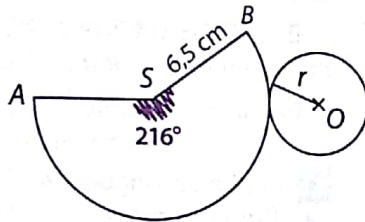
Exerce-toi : vérifie tes acquis

12 Observe le patron d'un cône de révolution ci-contre. Nomme le sommet, le rayon du disque de base, une génératrice et la hauteur de ce cône.



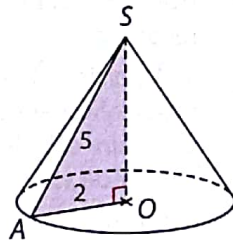
13 La figure ci-dessous représente le patron d'un cône de révolution.

Aide
Pour calculer la hauteur, utilise la propriété de Pythagore.

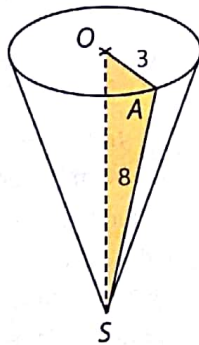


Calcule le rayon de la base et la hauteur de ce cône.

14 L'unité de longueur est le centimètre. Construis un patron du cône de révolution ci-contre.



15 L'unité de longueur est le centimètre. Construis un patron du cône de révolution ci-contre.



16 Un cône de révolution a pour rayon 5 m et pour génératrice 6 m. Tu prendras $\pi = 3,14$.

1. Calcule son aire latérale.
2. Calcule son aire totale.

17 Un cône de révolution de hauteur 36 m a pour volume $1\ 800\text{ m}^3$. Calcule l'aire de sa base.

18 Calcule l'aire totale d'un cône de révolution de rayon 6 cm et de génératrice 8 cm. Arrondis à l'unité.

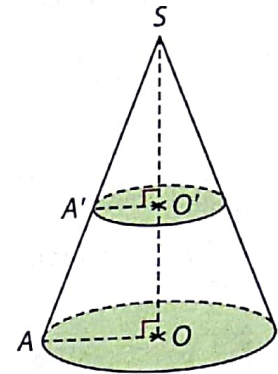
19 Calcule le volume, arrondi au mm^3 , d'un cône de révolution de rayon 6 cm et de hauteur 8 cm.

20 Calcule le volume, arrondi à l'ordre 1, d'un cône de révolution de rayon 3 m et de génératrice 5 m.

Section de pyramides et de cônes

21 Sur la figure ci-contre, la hauteur du grand cône de révolution est de 3 m. L'aire de la petite base est 27 m^2 et celle de la grande base est 108 m^2 .

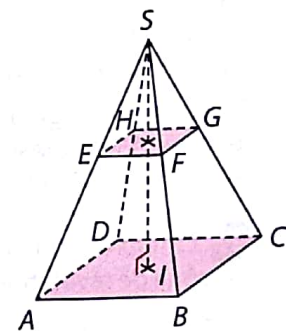
1. Calcule le coefficient de réduction.
2. Dédus-en la hauteur du cône réduit.



22 Sur la figure-ci contre qui n'est pas en vraie grandeur, $SABCD$ est une pyramide régulière à base carrée de sommet S.

$EFGH$ est la section plane de la pyramide avec un plan parallèle à sa base. On donne : $SE = 3\text{ m}$; $SA = 9\text{ m}$; $EF = 4\text{ m}$; $SI = 8,4\text{ m}$.

1. a. Détermine le coefficient de réduction.
b. Dédus-en AB .
2. a. Calcule le volume de la pyramide $SABCD$.
b. Dédus-en le volume, arrondi au m^3 , de la pyramide réduite $SEFGH$.



23 Un cône de révolution a pour génératrice $SA = 10\text{ cm}$ et le rayon de sa base est de 6 cm. On coupe le cône par un plan parallèle à sa base sur la génératrice à 4 cm du sommet S.

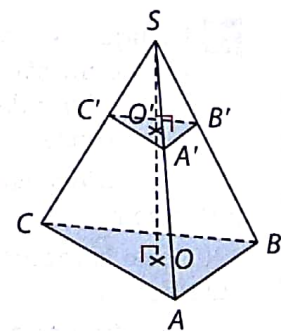
1. Calcule la hauteur du cône.
2. Calcule le rayon du cercle de la section plane.

Aide

Au brouillon, fais une figure à main levée pour t'aider.

24 La pyramide régulière ci-contre a été coupée par un plan parallèle à sa base passant par le point A' . La hauteur de la grande pyramide mesure 32 cm. La hauteur de la petite pyramide mesure 8 cm. Le volume de la petite pyramide est de 13 cm^3 .

1. Calcule le volume de la grande pyramide.
2. a. Calcule l'aire de la base $A'B'C'$.
b. Dédus-en l'aire de la base ABC .



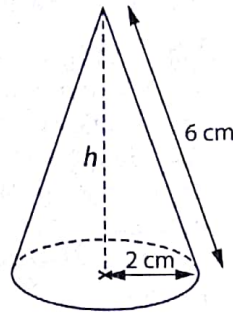
Exerce-toi : utilise tes acquis

25 La figure ci-contre est un cône de révolution.

1. Calcule :
 - son aire totale ;
 - sa hauteur ;
 - son volume.

Arrondis tes résultats à l'unité.

2. Trace un patron de ce cône.

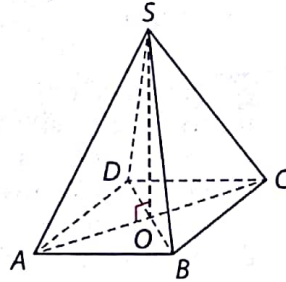


26 $SABCD$ est la pyramide régulière représentée ci-contre.

On donne :

$SB = 5$ cm et $AC = 6$ cm.

Dessine en vraie grandeur le carré $ABCD$, ainsi que les triangles SOB et SBC .



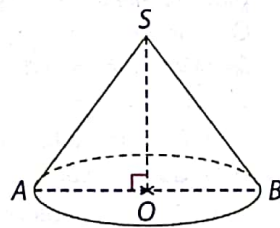
27 La figure ci-contre est un cône de révolution tel que :

$SA = 13$ cm
et $\widehat{SAO} = 45^\circ$.

Calcule le volume, arrondi au cm^3 , de ce cône.

Aide

Utilise un triangle rectangle et la trigonométrie.



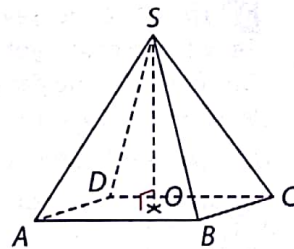
28 L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-contre, $SABCD$ est une pyramide régulière de hauteur $[SO]$.

On donne :

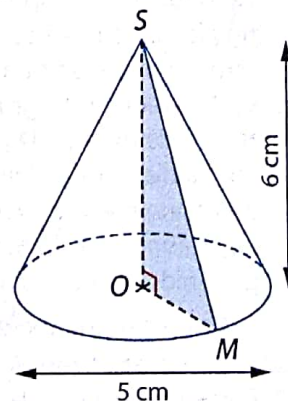
$SO = 5$ et $AB = 2,4$.

1. Calcule le volume de la pyramide $SABCD$.
2. Trace un patron de cette pyramide. Code la figure.



29 La figure ci-contre représente un cône de révolution. Arrondis tes résultats à l'unité.

1. Calcule la longueur de la génératrice SM .
2. Calcule la mesure de l'angle \widehat{SMO} .
3. Calcule l'aire totale du cône.
4. Calcule le volume du cône.

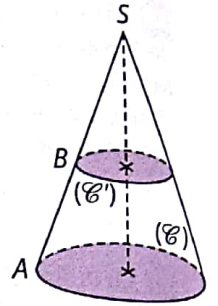


30 Le cône de révolution ci-contre a été sectionné par un plan parallèle à sa base passant par le point B .

On donne :

- $4 \times \text{aire de } (\mathcal{C}') = 25 \times \text{aire de } (\mathcal{C})$;
- $SA = 10$ cm.

1. a. Calcule $\frac{SB}{SA}$.
- b. Déduis-en la valeur de SB .
2. Exprime le volume \mathcal{V}' du cône réduit en fonction du volume \mathcal{V} du grand cône.
3. Exprime le volume \mathcal{V}_T du tronc en fonction de \mathcal{V} .



31 L'unité de longueur est le centimètre.

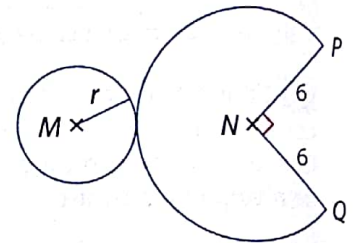
La figure codée ci-contre est le patron d'un cône de révolution.

1. À partir des indications figurant sur le dessin, calcule le rayon r de sa base.

2. Calcule la hauteur de ce cône ; arrondis au mm.
3. Calcule le volume de ce cône ; arrondis au cm^3 .

Aide

Pour la question 1., utilise l'angle de développement.



32 $SABC$ est une pyramide régulière telle que $SA = 4$ cm et de base le triangle ABC de côté 3 cm.

1. Quelle est la nature des triangles ABC et SAB ?
2. On note I le milieu de $[AB]$. Calcule la longueur de l'apothème ; arrondis au mm.
3. Calcule l'aire latérale de cette pyramide.
4. Trace un patron de cette pyramide. Code la figure.

33 Un cône de révolution de sommet S a pour base le disque de centre O et de diamètre $AB = 20$ cm. On donne : $\widehat{ASO} = 40^\circ$.

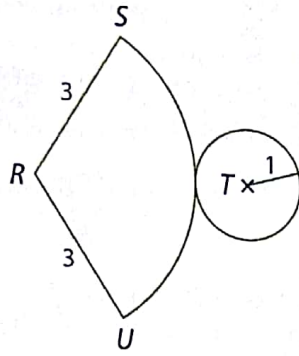
1. Calcule la hauteur de ce cône. Arrondis au mm.
2. Calcule la longueur, arrondie au mm, d'une génératrice.

34 $SABCD$ est une pyramide régulière de sommet S telle que $SA = 5,2$ cm et $AB = 4$ cm.

1. Calcule l'apothème de cette pyramide.
2. Calcule :
 - son aire latérale ;
 - son aire totale.

35 À partir d'un patron

La figure ci-contre est un patron d'un cône de révolution. L'unité de longueur est le centimètre. Tu arrondiras tes résultats à l'ordre 1.

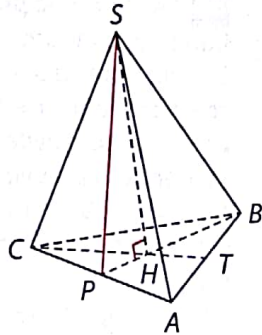


1. Calcule la hauteur de ce cône.
2. Calcule la mesure de l'angle de développement du cône.
3. Calcule la longueur de l'arc de cercle \widehat{SU} .
4. Calcule l'aire latérale de ce cône.

36 Tétraèdre régulier

$SABC$ est un tétraèdre régulier, de côté 4 cm ; les faces latérales sont des triangles équilatéraux.

P et T sont les milieux respectifs des côtés $[AC]$ et $[AB]$, SH est la hauteur de la pyramide.



1. a. Justifie que H est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC .
 - b. Justifie que : $SP = 2\sqrt{3}$ cm.
2. Calcule l'aire de la surface totale du tétraèdre.

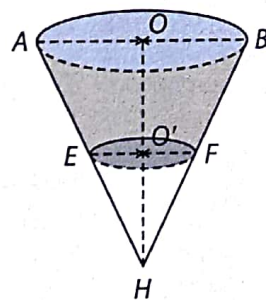
Vocabulaire

Un tétraèdre est une pyramide à base triangulaire.

37 Aire latérale du tronc

L'unité de longueur est le centimètre.

La figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, représente un cône de révolution de hauteur $[OH]$ et de base le disque de diamètre $[AB]$.



La partie de la figure $ABFE$ en gris est le tronc de cône obtenu par la section du cône suivant un plan parallèle au plan de la base.

On donne $HA = 5$; $\frac{HE}{HA} = \frac{1}{2}$; $EF = 3$.

Une valeur approchée de π est 3,1.

1. Justifie que : $AB = 6$.
2. a. Justifie que l'aire latérale du cône de hauteur OH est $\mathcal{A} = 46,5 \text{ cm}^2$.
- b. Calcule \mathcal{A}_T , l'aire latérale du tronc de cône.

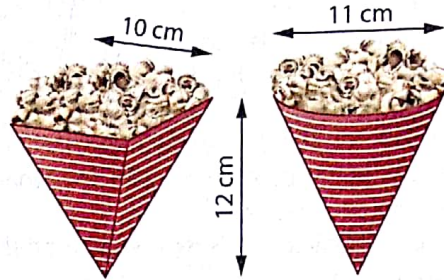
BEPC 2013

38 Le pop-corn

Kouamé et Koné ont acheté chacun du pop-corn chez deux vendeurs différents.

Le premier vendeur a servi Kouamé dans un cornet en papier sous forme de pyramide régulière ; le deuxième a servi Koné dans un paquet en forme de cône de révolution.

Une discussion s'en est suivie pour savoir lequel a le plus grand volume.

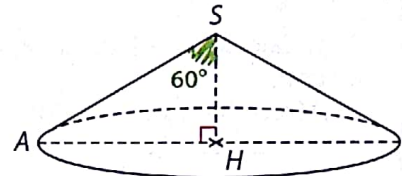


1. Calcule le volume de la pyramide.
2. Calcule le volume du cône.
3. Départage les deux amis.

39 Cône et trigonométrie

L'unité de longueur est le centimètre.

La figure ci-contre représente un cône de révolution de sommet S et de hauteur $[HS]$.



On donne $SA = 6$ et $\widehat{HSA} = 60^\circ$.

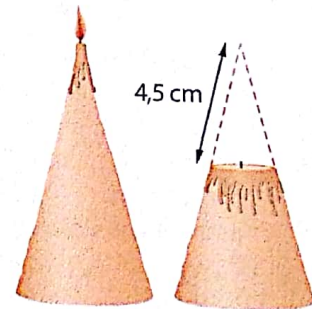
On rappelle que :

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}.$$

1. Calcule les valeurs exactes de la hauteur HS de ce cône et du rayon de base.
2. a. Calcule le volume du cône sous la forme $k \times \pi$, k étant un nombre entier naturel.
- b. Donne la valeur de ce volume à l'arrondi d'ordre 1.

40 Les bougies

Un fabricant de bougies propose des bougies en forme de cône de révolution de rayon 2,5 cm et de génératrice 7,5 cm.



1. Calcule le volume, arrondi à l'unité, de cire nécessaire à la confection d'une bougie.
2. Quelques heures après avoir été allumée, la bougie a fondu comme schématisé ci-dessus. Calcule le volume de cire restante. Arrondis à l'unité.

Exerce-toi : renforce tes acquis

41 Identités remarquables

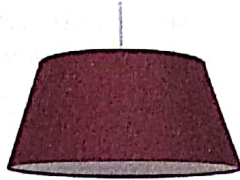
$ABCD$ est une pyramide régulière de sommet S et de hauteur SH . On donne :

$$AB = 2\sqrt{5} + \sqrt{3} \text{ cm} \text{ et } SH = 23 - 4\sqrt{15} \text{ cm.}$$

Calcule le volume de cette pyramide.

42 L'abat-jour

Dedjapo veut fabriquer un abat-jour ayant la forme d'un tronc de cône de révolution. Le diamètre du cercle supérieur est 24 cm et celui du bas est de 36 cm.



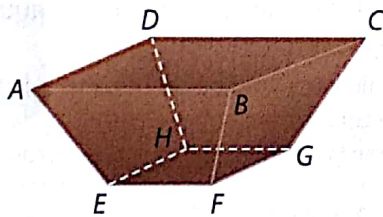
La génératrice du tronc est de 30 cm. Il veut connaître l'aire latérale de cet abat-jour afin de préparer le tissu nécessaire pour le couvrir.

Pour cela, il sollicite l'aide de ses camarades de classe.

- Détermine le coefficient de réduction entre les deux cercles.
- Calcule la longueur de la génératrice du grand cône.
 - Montre que la hauteur du grand cône est trois fois celle du tronc.
 - Détermine la mesure de l'angle de développement du cône.
- Calcule l'aire latérale du grand cône ; arrondis au cm^2 .
 - Détermine la surface de tissu nécessaire pour couvrir cet abat-jour.

43 Les bacs à fleurs

Pour l'embellissement de leur école, la coopérative scolaire a mis des bacs à fleurs identiques en forme de tronc issu d'une pyramide régulière à base carrée comme l'indique la figure ci-dessous.



Les dimensions de la pyramide sont les suivantes :

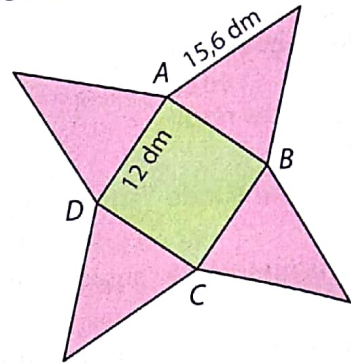
- le carré $ABCD$ est de côté 45 cm ;
- la hauteur de la pyramide est de 65 cm ;
- la section parallèle à la base est le carré $EFGH$ de 27 cm de côté.

Chaque classe doit s'occuper d'un bac. Les élèves de la classe de 3^e 3, qui disposent d'un sac de 40 dm^3 de terre noire, veulent savoir si cette quantité suffira à remplir leur bac.

- Calcule le coefficient de réduction de cette pyramide.
- Calcule le volume du tronc.
- Dis si la classe peut remplir son bac.

44 Du patron au volume

La figure ci-dessous est un patron d'une pyramide régulière de base $ABCD$.



Calcule le volume, arrondi à l'ordre 1, de cette pyramide.

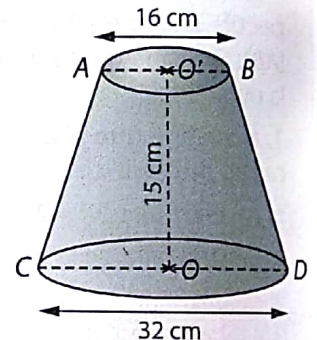
45 La ferme de poulets

L'unité de longueur est le centimètre.

Les membres d'une coopérative scolaire décident de créer une ferme de poulets.

Dans le souci d'éviter le gaspillage d'eau, ils souhaitent utiliser des abreuvoirs en forme de tronc de cône de capacité 6 000 cm^3 .

Un vendeur leur propose des abreuvoirs aux dimensions indiquées sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur.



1. Justifie que la hauteur du grand cône est 30 cm.

2. Calcule le volume, arrondi au cm^3 , de l'abreuvoir proposé par le vendeur.

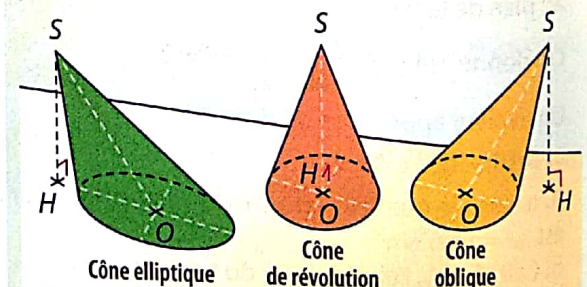
3. Dis si l'abreuvoir proposé par le vendeur répond à leur besoin ; justifie ta réponse.

BEPC 2015

En savoir plus

Parmi les solides coniques, on trouve :

- les **cônes de révolution** étudiés dans cette leçon,
- les **cônes obliques** dont la base est un disque et dont la hauteur SH est différente de SO ,
- et les **cônes elliptiques** dont la base est une ellipse (c'est-à-dire un disque « écrasé »).



Racines carrées

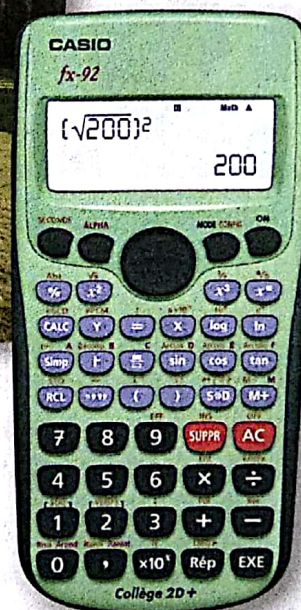
Habilités et contenus

- ✓ **Identifier** la racine carrée d'un nombre positif ; des nombre réels ; la valeur absolue d'un nombre réel.
- ✓ **Connaître** les propriétés relatives aux racines carrées ; la propriété relative à la racine carrée du carré d'un nombre.
- ✓ **Noter** une racine carrée ; l'ensemble des nombres réels ; une valeur absolue.
- ✓ **Écrire** un quotient sans radical au dénominateur.
- ✓ **Calculer** des sommes, des différences, des produits, des quotients contenant des racines carrées.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel aux racines carrées.

Découvre le sujet

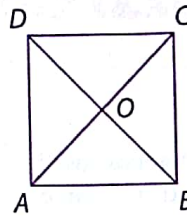


La maison ci-dessus, qui a la forme d'un carré, est bâtie sur une surface ayant une aire de 200 m^2 .
Pour déterminer la longueur d'un côté, il faut trouver le nombre positif dont le carré est égal à 200.



Activité 1 Racine carrée

Dans la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, $ABCD$ est un carré de centre O tel que $OA = 1$ cm.



- Justifie que l'aire du triangle AOB est $\frac{1}{2}$ cm².
- Déduis-en l'aire du carré $ABCD$.
- Justifie que : $1,41 < AB < 1,42$.

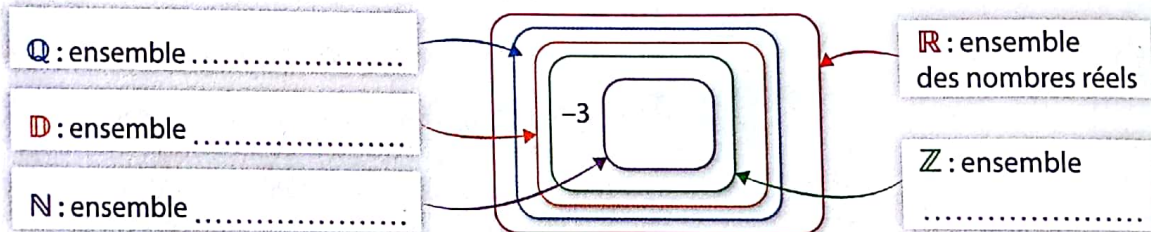
Bilan de l'activité

Le nombre qui a pour carré 2 est appelé **racine carrée** de 2 et se note $\sqrt{2}$.



Activité 2 Nombres réels

- On donne les nombres suivants : $\bullet 0 \bullet 1 \bullet 4 \bullet -3 \bullet \frac{5}{2} \bullet -0,21 \bullet \pi \bullet \sqrt{2} \bullet \frac{1}{3} \bullet \frac{-22}{7}$.
- Cite, parmi ces nombres :
 - les nombres entiers naturels ;
 - les nombres entiers relatifs ;
 - les nombres décimaux relatifs ;
 - les nombres rationnels.
- Reproduis le diagramme ci-dessous. Place dans les cadres les nombres de la question 1. et complète le nom de chaque ensemble.



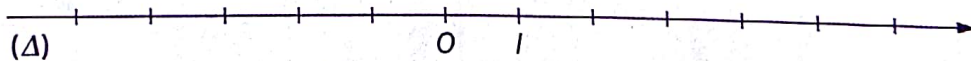
Bilan de l'activité



- π et $\sqrt{2}$ sont des nombres qui ne sont pas rationnels. On les appelle des **nombres irrationnels**.
- L'ensemble formé des nombres rationnels et des nombres irrationnels est appelé **ensemble des nombres réels** et noté \mathbb{R} .

Activité 3 Valeur absolue

La droite (Δ) est munie du repère (O, I) d'unité 1 cm.



- Reproduis cette droite sur ton cahier et place les points A, B, C et D d'abscisses respectives $-4; -1,5; 1$ et $3,5$.
- Détermine les longueurs : $\bullet OA; \bullet OB; \bullet OC; \bullet OD$.
 - Détermine la distance à zéro de : $\bullet -4 \bullet -1,5 \bullet 1 \bullet 3,5$.
- Détermine la distance à zéro de : $\bullet -5; \bullet -\frac{5}{2}; \bullet 0; \bullet 2,5; \bullet 5$.

(Remarque : la distance à zéro d'un nombre est une distance, c'est donc un nombre positif ou nul.)

Bilan de l'activité

La distance à zéro d'un nombre est appelée la **valeur absolue** de ce nombre.



Activité 4 Racine carrée et valeur absolue

1. Recopie et complète le tableau ci-dessous.

a	-3	3	-5	5	1,5
$ a $					
a^2					
$\sqrt{a^2}$					

2. Trouve une relation entre $|a|$ et $\sqrt{a^2}$ où a est un nombre réel.

Bilan de l'activité

La racine carrée du carré d'un nombre est égale à la valeur absolue de ce nombre.



Activité 5 Produit, quotient et racines carrées

1. Recopie puis complète le tableau ci-dessous.

a	b	$a \times b$	$\sqrt{a \times b}$	$\frac{a}{b}$	$\sqrt{\frac{a}{b}}$	\sqrt{a}	\sqrt{b}	$\sqrt{a \times b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
49	1								
0,64	100								
25	4								
0,36	100								
9	16								

2. Trouve une relation entre $\sqrt{a \times b}$ et $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ où a et b sont deux nombres positifs.

3. Trouve une relation entre $\sqrt{\frac{a}{b}}$ et $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ où a et b sont deux nombres positifs, b différent de zéro.

Bilan de l'activité

- La racine carrée du produit de deux nombres positifs est égale au produit des racines carrées de ces deux nombres.
- La racine carrée du quotient de deux nombres strictement positifs est égale au quotient des racines carrées de ces deux nombres.



Activité 6 Somme, différence et racines carrées

1. Recopie puis complète le tableau ci-dessous.

a	b	$a + b$	$a - b$	$\sqrt{a + b}$	$\sqrt{a - b}$	\sqrt{a}	\sqrt{b}	$\sqrt{a + b}$	$\sqrt{a - b}$
25	16								
2,89	2,25								
400	256								

2. a. a et b sont deux nombres réels positifs.

Djoman affirme : « $\sqrt{a + b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ».

A-t-il raison ? Justifie par un exemple.

b. a et b sont deux nombres réels positifs tels que $a > b$.

Ama affirme : « $\sqrt{a - b} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ ».

A-t-elle raison ? Justifie par un exemple.

Bilan de l'activité

a et b étant positifs :

- $\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ et
- $\sqrt{a - b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$ ($a > b$).



Activité 7 Puissances et racines carrées

1. a. Recopie et complète :

$$2^8 = (2^4)^{\dots}, \text{ donc } \sqrt{2^8} = \sqrt{\dots} = 2^{\dots}.$$

b. Utilise le raisonnement précédent pour écrire chacun des nombres sous la forme a^n .

$$\bullet A = \sqrt{5^{12}} \quad \bullet B = \sqrt{7^{20}} \quad \bullet C = \sqrt{41^6}.$$

2. a. Recopie et complète :

$$2^9 = 2^8 \times 2, \text{ donc } \sqrt{2^9} = \sqrt{\dots \times \dots} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{\dots} = 2^{\dots} \times \sqrt{\dots}.$$

b. Utilise le raisonnement précédent pour écrire chacun des nombres sous la forme $a^n \sqrt{a}$.

$$\bullet D = \sqrt{5^{13}} \quad \bullet E = \sqrt{11^{15}} \quad \bullet F = \sqrt{23^{17}}.$$



Bilan de l'activité

Lorsque a est un nombre strictement positif, et n un entier relatif,

$$\sqrt{a^{2n}} = a^n \text{ et } \sqrt{a^{2n+1}} = a^n \sqrt{a}.$$

Activité 8 Quotient sans le symbole $\sqrt{\quad}$ au dénominateur

Recopie et complète les égalités ci-dessous afin d'écrire ce quotient sans le symbole $\sqrt{\quad}$ au dénominateur.

$$\bullet M = \frac{10}{\sqrt{7}} = \frac{10 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \dots$$

$$\bullet N = \frac{-4}{\sqrt{3}} = \frac{-4 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \dots$$

$$\bullet P = \frac{2}{\sqrt{5}+2} = \frac{2 \times (\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2) \times (\sqrt{5}-2)} = \dots$$

$$\bullet Q = \frac{\sqrt{3}}{(5-\sqrt{7})} = \frac{\sqrt{3} \times (5+\sqrt{7})}{(5-\sqrt{7}) \times (5+\sqrt{7})} = \dots$$

Bilan de l'activité



Pour écrire un quotient sans radical au dénominateur :

• si ce quotient s'écrit $\frac{a}{\sqrt{b}}$,

alors on multiplie le numérateur et le dénominateur par \sqrt{b} ;

• si ce quotient s'écrit $\frac{a}{b+\sqrt{c}}$,

alors on multiplie le numérateur et le dénominateur par $(b-\sqrt{c})$.

Retiens l'essentiel

1 Racine carrée

Définitions

a désigne un nombre positif.

- La **racine carrée de a** est le nombre positif, noté \sqrt{a} , dont le carré est égal à a .
- Le symbole $\sqrt{\quad}$ est appelé **radical**.

Conséquences

Lorsque a et b sont deux nombres positifs, on a :

- $\sqrt{a} \geq 0$
- $(\sqrt{a})^2 = a$
- $\sqrt{a} = b$ équivaut à $a = b^2$.

Exemples

- $\sqrt{5} \geq 0$
- $\sqrt{0} = 0$
- $\sqrt{1} = 1$
- $(\sqrt{3})^2 = 3$
- $\sqrt{16} = 4$ équivaut à $16 = 4^2$.

2 Ensemble des nombres réels

Définitions

- Les nombres qui ne sont pas rationnels sont appelés **nombres irrationnels**.
- L'ensemble formé par tous les nombres rationnels et tous les nombres irrationnels est appelé **ensemble des nombres réels** ; on le note \mathbb{R} .

Exemples

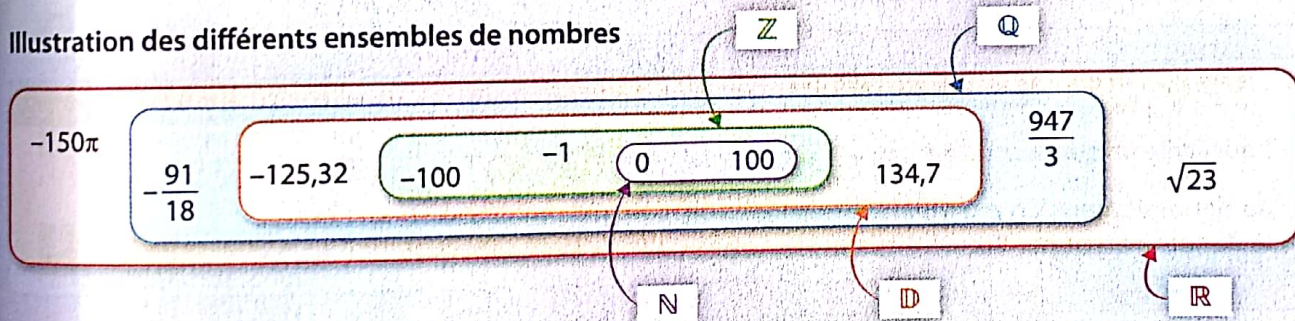
$\frac{1}{3}$; -2 ; $\frac{4}{5}$; 10 ... sont des nombres rationnels.

Ils appartiennent à \mathbb{R} .

$\sqrt{2}$; $-\sqrt{7}$; $2 + \sqrt{5}$; π ; -12π ... sont des nombres irrationnels.

Ils appartiennent à \mathbb{R} .

Illustration des différents ensembles de nombres



3 Valeur absolue

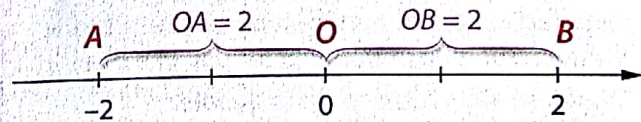
Définition

a désigne un nombre réel.

La **valeur absolue** de a est la distance à zéro de ce nombre.

On la note $|a|$.

Exemples



$$|-2| = OA = 2 \text{ et } |2| = OB = 2.$$

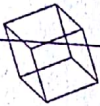
Conséquence

• Pour tout nombre réel a positif, $|a| = a$.

• Pour tout nombre réel a négatif, $|a| = -a$.

Propriété

Pour tout nombre réel a , $\sqrt{a^2} = |a|$.



4 Opérations et racines carrées

a. Produit et racines carrées

► Propriété

a et b sont des nombres réels positifs. On a : $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

b. Quotient et racines carrées

► Propriété

a et b sont des nombres réels positifs et $b \neq 0$. On a : $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

c. Somme, différence et racines carrées

Attention, il n'existe pas de propriété entre les sommes ou les différences de racines carrées.

Ainsi, pour a et b deux nombres réels positifs, en général :

- $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$
- lorsque $a > b$, $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$.

d. Puissances et racines carrées

► Propriété

Pour tout nombre réel strictement positif a et pour tout nombre entier relatif n , on a :

$$\bullet \sqrt{a^{2n}} = a^n$$

$$\bullet \sqrt{a^{2n+1}} = a^n \sqrt{a}$$

FICHE MÉTHODE Écrire un quotient sans radical au dénominateur (1)

Pour écrire un quotient de la forme $\frac{a}{\sqrt{b}}$ sans radical au dénominateur, on multiplie le numérateur et le dénominateur par \sqrt{b} .

Exemple

$$-\frac{4}{\sqrt{15}} = \frac{-4 \times \sqrt{15}}{\sqrt{15} \times \sqrt{15}} = \frac{-4\sqrt{15}}{15}$$

FICHE MÉTHODE Écrire un quotient sans radical au dénominateur (2)

Pour écrire un quotient de la forme :

$$\frac{a}{b+c\sqrt{d}}$$

sans radical au dénominateur, on multiplie le numérateur et le dénominateur par $(b-c\sqrt{d})$.

On utilise alors l'égalité remarquable :

$$(b+c\sqrt{d})(b-c\sqrt{d}) = b^2 - (c\sqrt{d})^2$$

On dit que $b-c\sqrt{d}$ est l'expression conjuguée de $b+c\sqrt{d}$.

Exemple

$$\begin{aligned} \frac{7}{2+\sqrt{3}} &= \frac{7 \times (2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3}) \times (2-\sqrt{3})} \\ &= \frac{14-7\sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{14-7\sqrt{3}}{4-3} \\ &= \frac{14-7\sqrt{3}}{1} \\ &= 14-7\sqrt{3} \end{aligned}$$

Exerce-toi : vérifie tes acquis

Racine carrée

1 Pour chaque cas, écris le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. La racine carrée de 36 est égale à :

- a** 6 **b** 18 **c** -6

2. Le nombre $\sqrt{25}$ est égal à :

- a** 25^2 **b** 5 **c** -25

3. Le nombre $(\sqrt{4})^2$ est égal à :

- a** 4 **b** 2 **c** 16

4. Le nombre $\sqrt{(-4)^2}$ est égal à :

- a** -4 **b** 2 **c** 4

5. Le nombre $\sqrt{3^2}$ est égal à :

- a** 3 **b** 9 **c** -3

2 Recopie et complète.

$4^2 = \dots$ équivaut à $\dots = \dots$

$12^2 = \dots$ équivaut à $\dots = \dots$

$\dots = \dots$ équivaut à $25 = \dots^2$.

$\dots^2 = 81$ équivaut à $\dots = \dots$

Aide

D'après le paragraphe 1. du cours, $\sqrt{a} = b$ équivaut à $a = b^2$, pour a et b positifs.

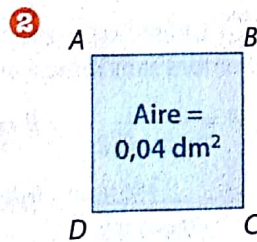
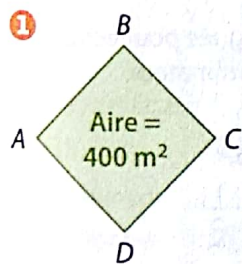
3 Écris chacun des nombres sans le symbole $\sqrt{\quad}$.

- $\sqrt{4}$ $\sqrt{9}$ $\sqrt{49}$ $\sqrt{121}$.

4 Écris chacun des nombres sans le symbole $\sqrt{\quad}$.

- $\sqrt{100}$ $\sqrt{0,01}$ $\sqrt{900}$ $\sqrt{1\,000\,000}$.

5 Indique la longueur a du côté de chacun des carrés ABCD ci-dessous.



Ensemble des nombres réels

6 Réponds par vrai (V) ou par faux (F) à chaque affirmation.

1. $\frac{\pi}{2}$ est un nombre rationnel.

2. -3 est un nombre réel.

3. $\frac{\pi}{7}$ est un nombre réel.

4. $\sqrt{9}$ est un nombre rationnel.

7 Recopie le tableau ci-dessous.

Pour chaque nombre, coche les cases qui correspondent aux ensembles auxquels appartient ce nombre.

	-3,5	$\frac{1}{3}$	$\sqrt{2}$	$-\frac{3}{4}$	4,5	π	0	-5	$\frac{3}{7}$
N									
Z									
D									
Q									
R									

8 Recopie et complète avec les symboles \in ou \notin .

- $-12 \dots \mathbb{Z}$, $-12 \dots \mathbb{Q}$, $-12 \dots \mathbb{R}$,
- $3,45 \dots \mathbb{N}$, $3,45 \dots \mathbb{D}$, $3,45 \dots \mathbb{Q}$,
- $2 + \sqrt{2} \dots \mathbb{Z}$, $2 + \sqrt{2} \dots \mathbb{Q}$, $2 + \sqrt{2} \dots \mathbb{R}$,
- $\frac{\pi}{3} \dots \mathbb{Q}$, $\frac{\pi}{3} \dots \mathbb{D}$, $\frac{\pi}{3} \dots \mathbb{R}$.

9 1. Donne un nombre réel qui n'est pas un nombre rationnel.

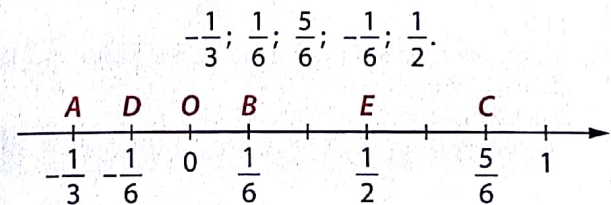
2. Donne un nombre décimal qui n'est pas un nombre entier relatif.

3. Donne deux nombres a et b tels que :

$$a \in \mathbb{R}, a \notin \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q}, b \notin \mathbb{D}.$$

Valeur absolue

10 Sur la droite graduée ci-dessous, on a placé les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives :



1. Donne les longueurs :

- $\cdot OA$ $\cdot OB$ $\cdot OC$ $\cdot OD$ $\cdot OE$.

2. Déduis-en les nombres :

- $\cdot \left| -\frac{1}{3} \right|$ $\cdot \left| \frac{1}{6} \right|$ $\cdot \left| \frac{5}{6} \right|$ $\cdot \left| -\frac{1}{6} \right|$ $\cdot \left| \frac{1}{2} \right|$.

11 Donne la valeur absolue de chacun des nombres suivants.

- $\cdot -3,04$ $\cdot -\frac{2}{5}$ $\cdot 0$ $\cdot 1$ $\cdot \sqrt{2}$.

Exerce-toi : vérifie tes acquis

12 L'unité de longueur est le centimètre.

1. Trace une droite (D) munie d'un repère (O, I) tel que $OI = 2$ cm.

2. Place approximativement sur la droite (D) les nombres suivants.

• $2 - \sqrt{7}$ • $\sqrt{7} - 4$ • $1 + \sqrt{3}$ • $\sqrt{11} - 3$.

3. Déduis-en la valeur absolue de chacun des nombres placés.

13 Écris chaque nombre sans le symbole $\sqrt{\quad}$.

• $\sqrt{(-2,34)^2}$ • $\sqrt{7,4^2}$ • $\sqrt{(-\pi)^2}$.

14 Dans chaque cas, trouve le (ou les) nombre(s) a .

• $|a| = 7$ • $|a| = 1$ • $|a| = 0$
 • $|a| = \pi - 3$ • $|a| = \sqrt{2} - 1$ • $|a| = 2 - \sqrt{3}$.

Opérations et racines carrées

15 Écris chaque nombre sans le symbole $\sqrt{\quad}$.

• $\sqrt{4 \times 64}$ • $\sqrt{25 \times 16}$ • $\sqrt{9 \times 121}$.

16 Écris chaque nombre sans le symbole $\sqrt{\quad}$.

• $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$ • $\sqrt{50} \times \sqrt{2}$ • $\sqrt{5} \times \sqrt{80}$.

17 Calcule chacun des produits suivants.

• $A = 3\sqrt{5} \times 4\sqrt{5}$ • $D = 7\sqrt{3}(-2\sqrt{3})$
 • $B = -\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$ • $E = 5\sqrt{5}(-2\sqrt{5})$
 • $C = -3\sqrt{2}(-5\sqrt{2})$ • $F = 10\sqrt{7} \times 3\sqrt{7}$.

18 Écris chaque nombre sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux nombres entiers et b le plus petit possible.

• $\sqrt{32}$ • $\sqrt{18}$ • $\sqrt{50}$
 • $\sqrt{500}$ • $\sqrt{1\,000}$ • $\sqrt{162}$.

Aide

Commence par écrire le nombre sous le radical sous la forme $a^2 \times b$.

Par exemple :

$$\sqrt{63} = \sqrt{9 \times 7} = \sqrt{3^2 \times 7} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7}.$$

19 Écris chaque nombre sans le symbole $\sqrt{\quad}$.

• $\sqrt{\frac{9}{25}}$ • $\sqrt{\frac{49}{36}}$ • $\sqrt{\frac{1}{81}}$
 • $\sqrt{\frac{121}{100}}$ • $\sqrt{\frac{100}{4}}$ • $\sqrt{\frac{64}{121}}$.

20 Dans chaque cas, donne le résultat sans le symbole $\sqrt{\quad}$.

• $A = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$ • $B = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$ • $C = \frac{\sqrt{90}}{\sqrt{10}}$ • $D = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}}$.

21 Pour chaque cas, écris le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{50}}$ est égal à :

a $\sqrt{50}$ b $5\sqrt{2}$ c $\sqrt{2}$.

2. $\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{25}}$ est égal à :

a $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ b $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{15}}$ c $\frac{\sqrt{2}}{5}$.

22 Pour chaque affirmation, indique si elle est vraie (V) ou fautive (F).

Affirmation 1 : $\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{8}$.

Affirmation 2 : $\sqrt{2} + \sqrt{7} = 3$.

Affirmation 3 : $\sqrt{7} - \sqrt{5} = \sqrt{2}$.

Affirmation 4 : $\sqrt{16} - \sqrt{9} = 1$.

Affirmation 5 : $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{25}$.

23 Écris chaque nombre sous la forme a^n avec a un nombre réel positif et n un nombre entier relatif.

• $\sqrt{12^8}$ • $\sqrt{8^{12}}$ • $\sqrt{7^{10}}$ • $\sqrt{4^{-6}}$ • $\sqrt{10^{-4}}$ • $\sqrt{9^{14}}$.

24 Écris chaque nombre sous la forme $a^n\sqrt{a}$ avec a un nombre réel positif et n un nombre entier relatif.

• $\sqrt{11^7}$ • $\sqrt{4^3}$ • $\sqrt{13^{13}}$ • $\sqrt{10^{-7}}$ • $\sqrt{14^5}$ • $\sqrt{15^{-5}}$.

25 Écris chaque nombre sans radical au dénominateur.

• $A = \frac{2}{\sqrt{3}}$ • $B = \frac{-7}{\sqrt{5}}$ • $C = \frac{10}{\sqrt{7}}$

• $D = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$ • $E = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$ • $F = \frac{-5\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$.

26 Utilise l'expression conjuguée pour écrire chaque nombre sans radical au dénominateur.

• $A = \frac{5}{2 + \sqrt{5}}$ • $B = \frac{-3}{\sqrt{7} - 5}$

• $C = \frac{14}{7 + 2\sqrt{3}}$ • $D = \frac{8}{1 - 5\sqrt{2}}$.

Aide

Tu peux revoir la fiche méthode (2) du paragraphe 4. du cours.

27 Écris chaque quotient sans radical au dénominateur.

• $A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 2}$ • $B = \frac{1 - \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}}$

• $C = \frac{\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}}$ • $D = \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - 2}$.

Exerce-toi : utilise tes acquis

28 Écris chaque nombre a , b , c et d sous la forme la plus simple possible.

$$a = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

$$b = -4\sqrt{11} + 6\sqrt{11} - 3\sqrt{11} + 2\sqrt{11}$$

$$c = 5\sqrt{3} - 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$d = -8\sqrt{2} - 2\sqrt{11} + 3\sqrt{11} - 7\sqrt{2}$$

29 Développe et réduis les produits suivants.

$$a = 3\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)$$

$$b = 7\sqrt{3}(3 - 5\sqrt{3})$$

$$c = \sqrt{2}(5 + 3\sqrt{2})$$

$$d = \sqrt{5}(2 - 4\sqrt{5})$$

30 On donne les nombres réels A et B suivants :

$$A = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}; \quad B = 2 - \sqrt{3}$$

1. Justifie que : $A = 2 + \sqrt{3}$.

2. Calcule $A + B$.

BEPC 2014

31 Écris chaque nombre sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des nombres entiers naturels (et b le plus petit possible).

$$\cdot \sqrt{18} \quad \cdot \sqrt{192} \quad \cdot \sqrt{216} \quad \cdot \sqrt{468}$$

32 Écris chaque nombre sans le symbole $\sqrt{\quad}$.

$$\cdot A = \sqrt{4 \times 10^6} \quad \cdot B = \sqrt{16 \times 10^4}$$

$$\cdot C = \sqrt{25 \times 10^{-8}} \quad \cdot D = \sqrt{49 \times 10^{-12}}$$

33 Pour chaque cas, écris le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$ est égal à :

- a** 1 **b** $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ **c** 7.

2. $|-5|$ est égal à :

- a** $(\sqrt{-5})^2$ **b** $\sqrt{-5^2}$ **c** $\sqrt{(-5)^2}$.

3. Le nombre $3,14 + \sqrt{7}$ est un nombre :

- a** rationnel **b** réel **c** entier.

4. $4\sqrt{5}(1 - 2\sqrt{5})$ est égal à :

- a** $4\sqrt{5} - 40$ **b** $2\sqrt{5}$ **c** $4\sqrt{5} - 200$.

5. Le quotient $\frac{1 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$ est égal à :

- a** $-1 + \sqrt{3}$ **b** $\frac{1}{2}$ **c** $1 - \sqrt{3}$.

6. Le nombre $\frac{-14}{\sqrt{7}}$ est égal à :

- a** -2 **b** $-2\sqrt{7}$ **c** $-14\sqrt{7}$.

34 1. Écris chaque nombre sous la forme $a + b\sqrt{2}$, avec a et b deux nombres entiers naturels.

$$A = 10\sqrt{2}(3 + \sqrt{2})$$

$$B = \sqrt{18} + \sqrt{50} + 5$$

$$C = 1 + \sqrt{32}$$

2. Déduis-en l'écriture sous la forme $x + y\sqrt{2}$ de chacun des nombres suivants :

$$\cdot A \times B \quad \cdot A + B \quad \cdot A \times C$$

35 1. Écris chaque nombre sous la forme $a + b\sqrt{3}$, avec a et b deux nombres entiers naturels.

$$E = (5 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$$

$$F = 8\sqrt{3}(-2 + \sqrt{3})$$

2. Déduis-en l'écriture des nombres suivants sans radical au dénominateur.

$$\cdot \frac{1}{E} \quad \cdot \frac{1}{F} \quad \cdot \frac{E}{F}$$

36 Un terrain de 600 m^2 a la forme d'un carré. Détermine la longueur d'un côté.

37 Écris les expressions D et E suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible.

$$\cdot D = \sqrt{6} \times \sqrt{42}$$

$$\cdot E = 2\sqrt{18} - 3\sqrt{50} + 100\sqrt{2}$$

38 On donne les nombres réels positifs E et F suivants :

$$E = \frac{1}{\sqrt{3} - 2} \quad \text{et} \quad F = \sqrt{75} + 2 - 4\sqrt{3}$$

1. Justifie que $E = -\sqrt{3} - 2$.

2. Justifie que $F = \sqrt{3} + 2$.

3. Calcule le produit $E \times F$.

39 Dans chaque cas, trouve le nombre entier n qui convient.

$$\cdot \sqrt{12^n} = 12^4 \quad \cdot \sqrt{3^{11}} = 3^n \sqrt{3}$$

$$\cdot \sqrt{5^n} = 5^{-8} \quad \cdot \sqrt{7^n} = 7^{10} \sqrt{7}$$

40 On donne les nombres A, B, C, D, E et F tels que :

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad B = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{11}} - \frac{5}{\sqrt{8}}; \quad D = \frac{2}{\sqrt{2} + 5}$$

$$E = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}; \quad F = \frac{\sqrt{7} + 1}{3 - \sqrt{2}}$$

Écris chacun des nombres A, B, C, D, E et F sans radical au dénominateur.

Exerce-toi : utilise tes acquis

41 On donne le nombre A tel que :

$$A = \sqrt{1053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}.$$

Calcule A .

On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{13}$ où a est un nombre entier.

42 Calcule les produits suivants en utilisant les égalités remarquables.

$$a = (\sqrt{2} + 1)^2;$$

$$b = (\sqrt{3} + 2)^2;$$

$$c = (\sqrt{5} - 2)^2;$$

$$d = (5 - \sqrt{7})^2.$$

43 Calcule les produits suivants en utilisant les égalités remarquables.

$$a = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1);$$

$$b = (\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2);$$

$$c = (\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2);$$

$$d = (5 - \sqrt{7})(5 + \sqrt{7}).$$

44 On donne l'expression A suivante :

$$A = (5\sqrt{2} - 3)^2 + 6(5\sqrt{2} - 3).$$

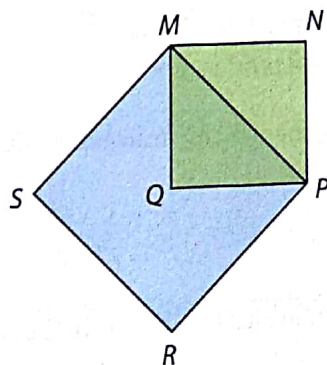
Développe et réduis A .

45 E est le nombre tel que :

$$E = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + \sqrt{12}.$$

Écris E sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b le plus petit possible.

46 Les quadrilatères $MNPQ$ et $MPRS$ ci-dessous sont des carrés.



- L'aire de $MPRS$ est égale à 50 cm^2 .
 - Déduis-en l'aire de $MNPQ$.
 - Calcule la longueur MS .
- Calcule la longueur MN .

47 Un disque a pour diamètre $6\sqrt{5} \text{ cm}$.

Calcule la valeur exacte de :

- son rayon ;
- son périmètre ;
- son aire.

48 1. Écris $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{2}{\sqrt{3}}$ et $\frac{1}{2\sqrt{5}}$ avec un dénominateur entier.

2. On donne $A = \frac{3}{\sqrt{8} - \sqrt{6}}$.

a. Calcule $(\sqrt{8} - \sqrt{6})(\sqrt{8} + \sqrt{6})$.

b. Utilise la question a. pour écrire A sans radical au dénominateur.

49 Écris sans le symbole valeur absolue :

$$\cdot |1 - \sqrt{5}| \quad \cdot |4 + \sqrt{3}| \quad \cdot |\sqrt{6} - 2| \quad \cdot |\sqrt{3} - 2|.$$

50 On considère les nombres F , G , H et I tels que :

$$F = 2\sqrt{5} + \sqrt{125} - 6\sqrt{45};$$

$$G = \sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{18};$$

$$H = (3\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 1)$$

$$\text{et } I = 3(2 - 3\sqrt{2})^2.$$

- Écris F et G sous la forme $a\sqrt{b}$, a et b étant deux nombres entiers, b étant le plus petit possible.
- Démontre que le nombre H est un nombre entier.
- Développe I et exprime le résultat sous la forme $a + b\sqrt{2}$ où a et b sont des entiers relatifs.

51 1. Calcule $(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2$.

Déduis-en une écriture plus simple de $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$.

2. Calcule $(2 - \sqrt{7})^2$.

Déduis-en une écriture plus simple de $\sqrt{11 - 4\sqrt{7}}$.

52 On donne les nombres G et H tels que :

$$G = 5 - 3\sqrt{2} \quad \text{et} \quad H = 4 + 5\sqrt{2}.$$

Calcule $G - H$ et $G \times H$.

(On donnera les résultats sous la forme $a + b\sqrt{2}$ où a et b sont des nombres entiers relatifs.)

53 On donne les nombres réels positifs A et B tels que :

$$A = 2\sqrt{3} - 3 \quad \text{et} \quad B = \frac{2 + \sqrt{3}}{3}.$$

Justifie que A et B sont inverses l'un de l'autre.

54 On donne les nombres suivants P et Q tels que :

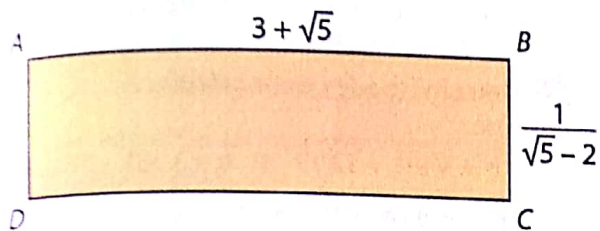
$$P = (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 \quad \text{et} \quad Q = \sqrt{250} - \sqrt{490} + 2\sqrt{81}.$$

- Écris P et Q sous la forme $a + b\sqrt{c}$ où a , b et c sont des nombres entiers relatifs (et c est le plus petit possible).
- Déduis-en que la différence $P - Q$ est un nombre entier relatif.

Exerce-toi : renforce tes acquis

55 Aire d'un rectangle

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le quadrilatère ABCD est un rectangle. L'unité de longueur est le centimètre.



1. Calcule le périmètre de ce rectangle.
2. Calcule l'aire de ce rectangle.

56 Surprenant

1. Sans utiliser ta calculatrice, recopie et complète les égalités.

$$\sqrt{1} = \dots \quad \sqrt{121} = \dots$$

2. À l'aide de ta calculatrice, recopie et complète les égalités.

$$\sqrt{12\ 321} = \dots \quad \sqrt{123\ 454\ 321} = \dots$$

$$\sqrt{12\ 345\ 678\ 987\ 654\ 321} = \dots$$

3. Utilise tes observations précédentes pour en déduire les nombres ci-dessous.

$$\sqrt{1\ 234\ 567\ 654\ 321} \quad \cdot 11\ 111\ 111^2$$

57 Produit de deux nombres

On pose : $A = \sqrt{48} + \sqrt{20}$ et $B = \sqrt{108} - \sqrt{45}$.

1. Démontre que :

$$\bullet A \text{ s'écrit sous la forme } a\sqrt{3} + b\sqrt{5}$$

$$\bullet B \text{ s'écrit sous la forme } c\sqrt{3} + d\sqrt{5}$$

où a, b, c et d sont des nombres entiers relatifs.

2. Démontre que le produit $A \times B$ est un nombre entier.

58 Sans radical

On donne les nombres A et B tels que :

$$A = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} \text{ et } B = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{7}}$$

Écris les nombres A et B sans radical au dénominateur.

Aide

Commence par multiplier le numérateur et le dénominateur de A par $\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}$.

59 Inverses l'un de l'autre

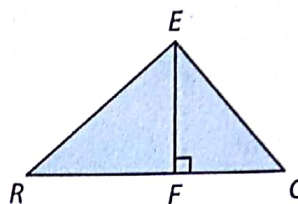
On donne les nombres suivants :

$$A = \frac{12}{15} - \frac{8}{15} \cdot \frac{16}{9} \text{ et } B = (3\sqrt{2} - 4)(3\sqrt{2} + 4)$$

Calcule A et B et vérifie qu'ils sont inverses l'un de l'autre.

60 Aires de triangles

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, l'unité de longueur est le centimètre.



On donne :

$$RF = 9\sqrt{3}; \quad FC = 5\sqrt{3}; \quad EF = 7 + 8\sqrt{3};$$

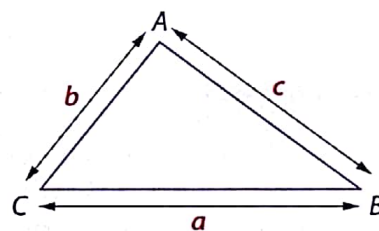
$$ER = 15\sqrt{3} \text{ et } CE = 31 - 5\sqrt{3}.$$

1. Calcule le périmètre du triangle ERC.
2. Calcule l'aire de chacun des triangles :
 - RFE
 - EFC
 - ERC.

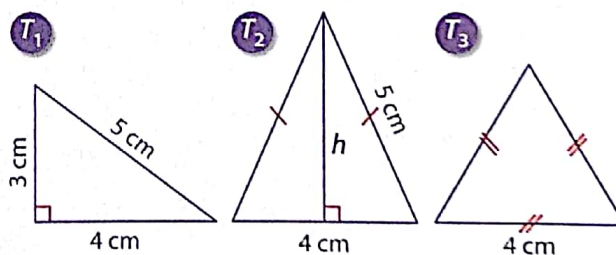
61 La formule de Héron

La formule de Héron permet de calculer l'aire S d'un triangle quelconque en ne connaissant que les longueurs a, b et c de ses trois côtés :

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ où } p = \frac{a+b+c}{2}$$



On donne les triangles T_1, T_2 et T_3 suivants :



1. Calcule de deux manières différentes l'aire de T_1 .
2. a. Calcule l'aire du triangle T_2 .
b. Détermine la hauteur h .
3. a. Démontre en utilisant la formule de Héron que l'aire d'un triangle équilatéral de coté a est :

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

- b. Calcule l'aire du triangle T_3 .

Histoire

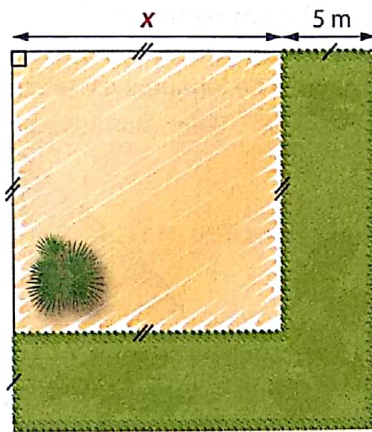
Héron d'Alexandrie était un ingénieur et mathématicien grec du I^{er} siècle après J.-C.

Exerce-toi : renforce tes acquis

62 Le gazon

La figure ci-contre représente la parcelle d'un propriétaire. Cette parcelle a la forme d'un carré de 600 m^2 d'aire.

Il souhaite ensemen-
cer de gazon
rustique la partie
en vert.



Le reste du terrain sera réservé à la construction de sa maison de retraite. L'ensemencement de gazon rustique nécessite 1 kg de gazon rustique pour 30 m^2 . Le sac de 1 kg de gazon rustique coûte $3\,750 \text{ F CFA}$. Le propriétaire désire faire une estimation du montant de la somme à réserver pour l'achat de gazon rustique.

1. a. Détermine la valeur exacte de x sous la forme la plus simple possible.
- b. Détermine l'aire exacte de la surface à ensemen-
cer.

2. a. Calcule la quantité de semence nécessaire pour ensemen-
cer ce terrain.
- b. Combien doit-il dépenser pour ensemen-
cer la
partie en vert ?
(Dans cet exercice le gazon se vend par kg uniquement.)

63 Deux méthodes pour calculer

On pose :

$$a = \sqrt{181 + 52\sqrt{3}} \quad \text{et} \quad b = \sqrt{181 - 52\sqrt{3}}$$

1. a. Vérifie à l'aide d'une calculatrice que :
 $181 - 52\sqrt{3} > 0$.
- b. Justifie l'existence du nombre b .
2. a. Calcule a^2 et b^2 puis ab (on demande des valeurs exactes simplifiées).
- b. Déduis-en $(a + b)^2$ puis la valeur exacte de $a + b$.
3. a. Développe $(13 + 2\sqrt{3})^2$ et déduis-en une écriture simplifiée de a .
- b. Développe $(13 - 2\sqrt{3})^2$ et déduis-en une écriture simplifiée de b .
- c. Retrouve grâce aux deux questions précédentes la valeur exacte de $a + b$ obtenue au 2. b.

En savoir plus

Dans la désignation des formats de papier, le nombre qui suit la lettre A indique le nombre d'opérations de divisions qui ont été faites à partir du format de base auquel est attribué le nombre 0.

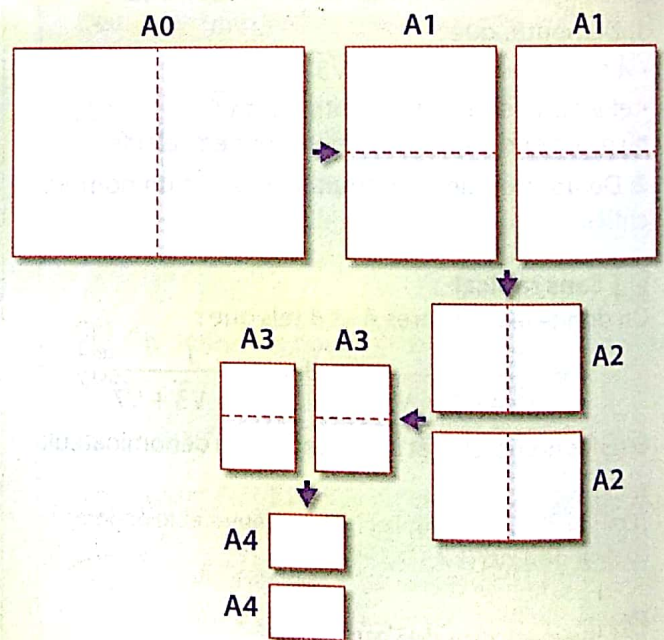
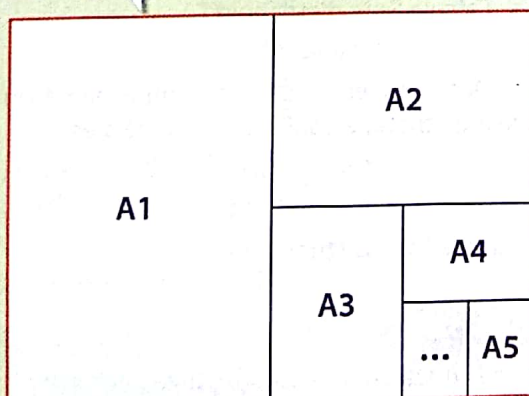
Par exemple, A4 correspond au format A0 divisé

- une première fois pour donner du A1,
- une deuxième pour donner du A2,
- une troisième pour donner du A3,
- et une quatrième pour obtenir du A4.

Pour chacun des formats, on a :

$$\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}} = \sqrt{2}$$

Format A0 : aire 1 m^2



On peut ainsi retrouver les dimensions du format A4, qui est le plus couramment utilisé :

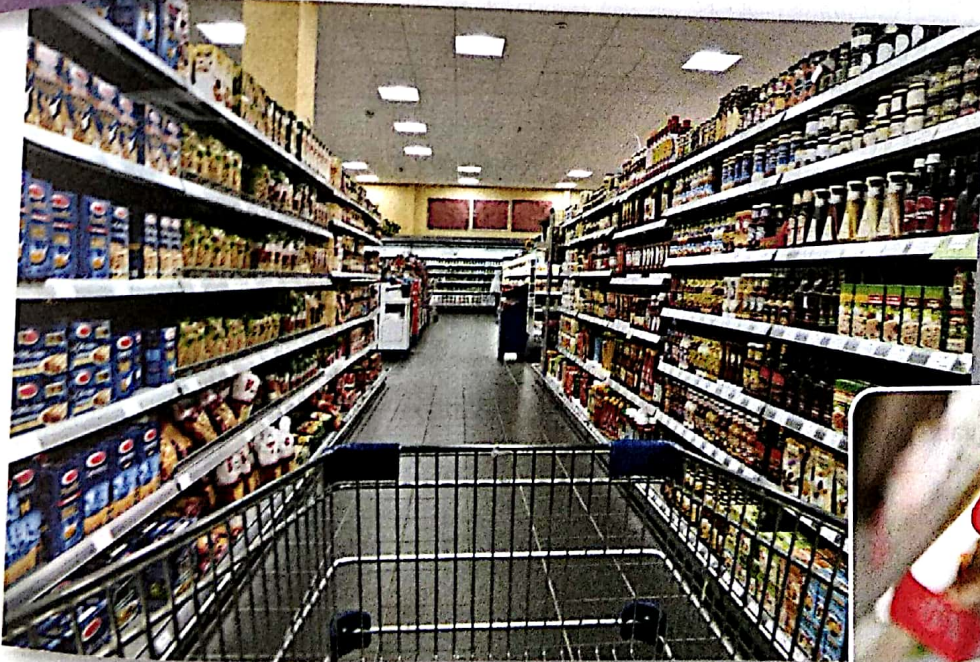
21 cm par $29,7 \text{ cm}$.

Calcul numérique

Habilités et contenus

- ✓ **Identifier** un intervalle ; l'amplitude d'un intervalle.
- ✓ **Connaître** les propriétés relatives aux inégalités et opérations.
- ✓ **Noter** un intervalle.
- ✓ **Lire** un intervalle.
- ✓ **Traduire** un intervalle à l'aide d'inégalités ; une inégalité à l'aide d'un intervalle.
- ✓ **Représenter** un intervalle sur une droite graduée ; l'intersection ou la réunion de deux intervalles sur une droite graduée.
- ✓ **Comparer** deux nombres en recherchant le signe de leur différence ; deux nombres positifs en comparant leurs carrés ; deux nombres strictement positifs en comparant leurs inverses.
- ✓ **Encadrer** un nombre réel par deux nombres entiers consécutifs ; un nombre réel par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1, 2 ou 3, à l'aide d'une table de carrés ou d'une calculatrice ; l'opposé d'un nombre ; l'inverse d'un nombre non nul ; la somme, la différence de deux nombres ; le produit, le quotient de deux nombres positifs.
- ✓ **Déterminer** le centre d'un intervalle ; l'amplitude d'un intervalle ; l'arrondi d'ordre 1 ; 2 ou 3 de la racine carrée d'un nombre réel positif.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel au calcul numérique.

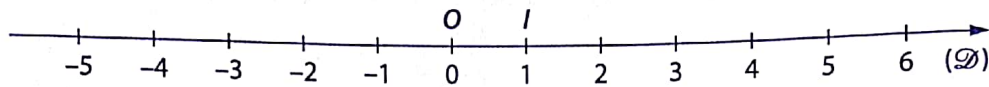
Découvre le sujet



Pour choisir un article dans un supermarché, on compare les prix, les quantités et la qualité.

Activité 1 Lecture et représentation graphique d'intervalles

1. Pour chaque consigne, reproduis la droite (\mathcal{D}) ci-dessous, munie du repère ($O; I$).



- Trace en rouge, l'ensemble des points dont les abscisses sont les nombres plus grands que -4 et plus petits que 3 .
 - Trace en vert, l'ensemble des points dont les abscisses sont les nombres plus grands que -1 .
 - Trace en bleu, l'ensemble des points dont les abscisses sont les nombres plus grands ou égaux à -2 et plus petits ou égaux à 5 .
 - Trace en noir l'ensemble des points dont les abscisses sont les nombres plus petits ou égaux à 3 .
2. Pour chaque cas de figure, traduis l'ensemble des points par une inégalité ou par des inégalités.

3. Reproduis les cadres **A** et **B** ;
puis associe à chaque inégalité
ou encadrement de la colonne **A**
à son intervalle de la colonne **B**.

A	B
$x \leq 3$	$] -4 ; 3 [$
$-2 \leq x \leq 5$	$[-2 ; 5]$
$x > 1$	$] -1 ; \rightarrow [$
$-4 < x < 3$	$] \leftarrow ; 3]$



Bilan de l'activité

- $] -4 ; 3 [$, $[-2 ; 5]$, $] -1 ; \rightarrow [$ et $] \leftarrow ; 3]$ sont des **intervalles** qui peuvent être représentés sur une droite graduée ou traduits à l'aide d'inégalité(s).
- Pour l'intervalle $] -4 ; 3 [$, -4 et 3 sont les **bornes** ; pour l'intervalle $[-2 ; 5]$, -2 et 5 sont les bornes.

Activité 2 Amplitude et centre d'intervalle

Recopie et complète le tableau suivant.

Intervalle	$]2 ; 5]$	$] -3 ; 2]$	$[-3 ; -2[$	$[-5 ; 3]$
Amplitude de l'intervalle	$5 - 2 = \dots$	$2 - (-3) = \dots$	$-2 - (-3) = \dots$	$\dots = \dots$
Centre de l'intervalle	$\frac{2+5}{2} = \dots$	$\frac{-3+2}{2} = \dots$	$\frac{-3-2}{2} = \dots$	$\dots = \dots$



Bilan de l'activité

- Pour tout intervalle ayant pour bornes a et b tels que $a < b$,
 $b - a$ est l'**amplitude** et $\frac{a+b}{2}$ est le **centre** de cet intervalle.

Activité 3 Intersection et réunion d'intervalles

- Trace une droite graduée (\mathcal{D}) munie d'un repère (O, A) tel que $OA = 1$ cm.
 - Représente sur la droite (\mathcal{D}) en rouge l'intervalle $[-2; 4[$.
 - Représente sur la droite (\mathcal{D}) en vert l'intervalle $]2; 7[$.
- Écris sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres communs aux deux intervalles précédents, c'est-à-dire colorés à la fois en rouge et en vert.
 - Écris sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres appartenant à l'un ou à l'autre des deux intervalles précédents, c'est-à-dire colorés en rouge ou en vert.

Bilan de l'activité

- I et J sont deux intervalles. L'ensemble des nombres communs à I et à J est appelé **l'intersection de I et de J** , et est noté $I \cap J$.
- L'ensemble des nombres appartenant à I ou à J est appelé **la réunion de I et J** , et est noté $I \cup J$.



Activité 4 Inégalité et addition

a, b, c et d sont des nombres réels tels que :
 $a < b$ et $c < d$.

- Donne le signe $a - b$ et $c - d$.
- Justifie que : $(a - b) + (c - d) < 0$.
- Déduis-en la comparaison $a + c$ et $b + d$.



Bilan de l'activité

Lorsqu'on ajoute membre à membre deux inégalités de même sens entre des nombres réels, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.

Activité 5 Inégalité et multiplication

a, b, c et d sont des nombres réels positifs tels que :
 $a < b$ (1) et $c < d$ (2).

- Multiplie chaque membre de l'inégalité (1) par c puis chaque membre de l'inégalité (2) par b .
- Déduis-en la comparaison de ac et bd .

Bilan de l'activité

Lorsqu'on multiplie membre à membre deux inégalités de même sens entre nombres positifs, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.



Activité 6 Comparer deux nombres positifs en comparant leurs carrés

- Recopie et complète le tableau ci-dessous.

a	b	Compare a et b	Calcule a^2	Calcule b^2	Compare a^2 et b^2
4	9				
11	16				
0,7	0,4				
$\frac{7}{3}$	$\frac{5}{2}$				

- Dis comment sont rangés deux nombres réels positifs et leurs carrés respectifs.

Bilan de l'activité

Deux nombres réels positifs sont rangés dans le même sens que leurs carrés.



Activité 7 Comparer deux nombres en comparant leurs inverses

1. Recopie et complète le tableau ci-dessous.

a	b	Compare a et b	Calcule $\frac{1}{a}$	Calcule $\frac{1}{b}$	Compare $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$
-4	-2				
11	16				
$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{5}$				
0,4	0,1				

2. Dis comment sont rangés deux nombres réels de même signe et leurs inverses respectifs.

Bilan de l'activité

Deux nombres réels de même signe et différents de 0 sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.



Activité 8 Comparer deux nombres en utilisant le signe de leur différence

On a relevé dans le tableau ci-dessous, les températures à 12 h et à 20 h de quelques villes d'Afrique, d'Europe et d'Asie un jour de décembre.

	Abidjan	Dakar	Rome	Pékin	Paris
Températures t_1 à 12 h	29°	36°	10°	-3°	5°
Températures t_2 à 20 h	26°	29°	14°	-7°	-2°

- Pour chaque ville, compare les températures à 12 h et à 20 h.
- Calcule pour chaque ville $t_1 - t_2$ et indique le signe de $t_1 - t_2$.
- Établis une règle entre la comparaison de t_1 et t_2 et le signe de $t_1 - t_2$.

Bilan de l'activité

On peut comparer deux nombres en étudiant le signe de leur différence.



Activité 9 Encadrement

a et b sont deux nombres réels tels que : $a = 1,4156$ et $b = 1,7321$.
Recopie et complète le tableau ci-dessous (tu peux utiliser la calculatrice).

	Encadrement par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2
a	
b	
$a + b$	
$-b$	
$a + (-b)$	
$\frac{1}{b}$	
$\frac{1}{b} \times a$	

Bilan de l'activité

- a et b sont deux nombres réels.
Pour encadrer $a - b$, on encadre $a + (-b)$.
- Lorsque $b \neq 0$,
pour encadrer $\frac{a}{b}$,
on encadre $a \times \frac{1}{b}$.



Retiens l'essentiel

1 Intervalles

a. Vocabulaire et représentation

► Définitions

- a et b sont deux nombres réels tels que $a < b$.
- $[a; b], [a; b[,]a; b],]a; b[, [b; \rightarrow[,]\leftarrow; a],]b; \rightarrow[$ et $\leftarrow; a[$ sont des intervalles.
- Pour les intervalles suivants $[a; b], [a; b[,]a; b]$ ou $]a; b[$:
 - a et b sont appelés **bornes** de l'intervalle;
 - le nombre $\frac{a+b}{2}$ est appelé **centre** de l'intervalle;
 - le nombre $b-a$, est appelé **amplitude** de l'intervalle.

b. Lecture et représentation

a et b sont deux nombres réels tels que $a < b$.

Intervalle	Lecture	Ensemble des réels x tels que :	Représentation sur la droite réelle
$[a; b]$	Intervalle fermé $a; b$.	$a \leq x \leq b$	
$[a; b[$	Intervalle $a; b$ fermé en a et ouvert en b .	$a \leq x < b$	
$]a; b]$	Intervalle $a; b$ ouvert en a et fermé en b .	$a < x \leq b$	
$]a; b[$	Intervalle ouvert $a; b$.	$a < x < b$	
$]\leftarrow; b]$	Intervalle des nombres inférieurs ou égaux à b .	$x \leq b$	
$]\leftarrow; b[$	Intervalle des nombres plus petits que b .	$x < b$	
$[a; \rightarrow[$	Intervalle des nombres supérieurs ou égaux à a .	$x \geq a$	
$]a; \rightarrow[$	Intervalle des nombres plus grands que a .	$x > a$	

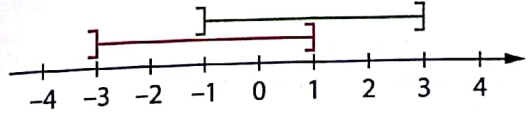
c. Intersection et réunion de deux intervalles

► Définitions

- I et J sont deux intervalles.
- L'**intersection** de I et J est l'ensemble des nombres appartenant à la fois à I et à J .
On le note $I \cap J$ et on lit « I inter J ».
- La **réunion** de I et J est l'ensemble des nombres appartenant à I ou à J .
On le note $I \cup J$ et on lit « I union J ».

Exemples

$I =]-3; 1]$ est représenté en rouge ci-dessous.
 $J =]-1; 3]$ est représenté en vert ci-dessous.



$$I \cap J =]-3; 1] \cap]-1; 3] =]-1; 1].$$

$$I \cup J =]-3; 1] \cup]-1; 3] =]-3; 3].$$

Remarques

- $x \in I \cap J$ équivaut à $x \in I$ et $x \in J$.
- $x \in I \cup J$ équivaut à $x \in I$ ou $x \in J$.

2 Comparaison de nombres réels

a. Inégalités et addition

Propriété

Lorsqu'on ajoute membre à membre deux inégalités de même sens, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.

Ainsi, a, b, c et d étant des nombres réels, si $a \leq b$ et si $c \leq d$, alors $a + c \leq b + d$.

b. Inégalités et multiplication

Propriété

Lorsqu'on multiplie membre à membre, deux inégalités de même sens entre nombres positifs, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.

Ainsi, a, b, c et d étant des nombres réels, si $0 \leq a \leq b$ et si $0 \leq c \leq d$, alors $a \times c \leq b \times d$.

c. Comparaison de deux nombres et de leurs carrés

Propriété

Deux nombres positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrés.

Ainsi, pour a et b deux nombres réels positifs, $a \leq b$ équivaut à $a^2 \leq b^2$.

d. Comparaison de deux nombres et de leurs inverses

Propriété

Deux nombres strictement positifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.

Ainsi, pour a et b deux nombres réels strictement positifs, $a \leq b$ équivaut à $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$.

FICHE MÉTHODE

Comparer deux nombres réels

Pour comparer deux nombres réels a et b , on peut utiliser l'une des méthodes suivantes :

① Étudier le signe de leur différence $a - b$:

si $a - b < 0$, alors $a < b$,

si $a - b > 0$, alors $a > b$.

② Si a et b sont positifs, alors on peut comparer leurs carrés :

si $a^2 < b^2$, alors $a < b$,

si $a^2 > b^2$, alors $a > b$.

③ Si a et b sont strictement positifs, alors on peut comparer leurs inverses :

si $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, alors $a > b$,

si $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, alors $a < b$.

Exemple

① Comparaison de $a = 2,43$ et $b = 2,349$.

$$a - b = 2,43 - 2,349 = 0,081.$$

$a - b > 0$, donc $a > b$ ainsi $2,43 > 2,349$.

② Comparaison de $a = \sqrt{17}$ et $b = \sqrt{19}$.

$$a^2 = \sqrt{17}^2 = 17 \text{ et } b^2 = \sqrt{19}^2 = 19.$$

$17 < 19$, ainsi $a^2 < b^2$ donc $a < b$,
c'est-à-dire $\sqrt{17} < \sqrt{19}$.

③ Comparaison de $a = \frac{1}{\sqrt{17}}$ et $b = \frac{1}{\sqrt{19}}$.

$$\frac{1}{a} = \sqrt{17} \text{ et } \frac{1}{b} = \sqrt{19}.$$

D'après le 2, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ donc $a > b$,

c'est-à-dire $\frac{1}{\sqrt{17}} > \frac{1}{\sqrt{19}}$.

Retiens l'essentiel

3 Encadrement

a. Encadrement d'un nombre

Définition

a et b désignent des nombres réels tels que $a < b$. Lorsque pour un nombre réel x on a : $a < x < b$, ou $a \leq x < b$, ou $a < x \leq b$, ou $a \leq x \leq b$, on dit que le nombre x est **encadré** par les nombres a et b .

b. Encadrement d'une somme, d'une différence

Propriété

a, b, c, d, x et y sont des nombres réels. Si $a \leq x \leq b$ et si $c \leq y \leq d$, alors $a + c \leq x + y \leq b + d$.

FICHE MÉTHODE Encadrer une différence de deux nombres

Pour encadrer une différence $x - y$, de deux nombres x et y ,

- 1 on commence par encadrer $-y$;
- 2 on remarque alors que $x - y = x + (-y)$ et on utilise la propriété précédente pour conclure.

Exemple $-2 \leq x \leq 3$ et $4 \leq y \leq 10$.

- 1 $-10 \leq -y \leq -4$
- 2 $-2 + (-10) \leq x + (-y) \leq 3 + (-4)$
donc $-12 \leq x - y \leq -1$.

c. Encadrement d'un produit, d'un quotient

Propriété

a, b, c, d, x et y sont des nombres réels positifs. Si $a \leq x \leq b$ et si $c \leq y \leq d$, alors $ac \leq xy \leq bd$.

FICHE MÉTHODE Encadrer un quotient de deux nombres

Pour encadrer un quotient $\frac{x}{y}$, de deux nombres x et y positifs et non nuls,

- 1 on commence par donner un encadrement de $\frac{1}{y}$ de même sens que celui de x ;
- 2 on remarque alors que $\frac{x}{y} = x \times \frac{1}{y}$ et on utilise la propriété pour conclure.

Exemple

$2 \leq x \leq 3$ et $4 \leq y \leq 7$

1 $\frac{1}{4} \geq \frac{1}{y} \geq \frac{1}{7}$ donc $\frac{1}{7} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{4}$

2 $2 \times \frac{1}{7} \leq x \times \frac{1}{y} \leq 3 \times \frac{1}{4}$ donc $\frac{2}{7} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{3}{4}$.

4 Arrondi d'ordre 1, 2 ou 3 d'un nombre réel

Définition

L'**arrondi** d'un nombre décimal à l'ordre 1, 2 ou 3 est celle des deux valeurs approchées par défaut ou par excès au dixième, au centième ou au millième, qui est la plus proche de ce nombre.

FICHE MÉTHODE Donner l'arrondi d'ordre 1 d'un nombre décimal

Pour donner l'arrondi au dixième d'un nombre décimal, on regarde le chiffre des centièmes de ce nombre :

- si ce chiffre est 0, 1, 2, 3 ou 4, alors l'arrondi est la valeur approchée au dixième par défaut ;
- si ce chiffre est 5, 6, 7, 8 ou 9, alors l'arrondi est la valeur approchée par excès.

Exemple

$a = 17,527$.

Le chiffre des centièmes de a est 2.

Donc l'arrondi au dixième de $a = 17,527$ est 17,5.

Remarque On peut appliquer cette méthode pour un arrondi à l'ordre 0 (à l'unité), à l'ordre 2, à l'ordre 3.

Intervalle et représentation

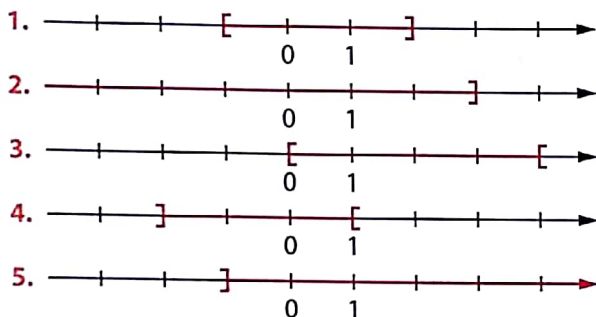
1 On considère l'intervalle $[-3; 5[$.
Recopie et complète les pointillés avec les mots :
amplitude, bornes, centre.

- -3 et 5 sont les ... de cet intervalle ;
- $5 - (-3) = 8$ est son ... et $\frac{-3 + 5}{2} = 1$ est son ...

2 Pour chacun des intervalles ci-dessous, donne les bornes, l'amplitude et le centre.

- $[-4; 1]$ • $[-3; -1[$ • $]-8; 8[$ • $]4; 15]$.

3 Pour chacune des droites ci-dessous, écris sous forme d'intervalle ce qui correspond à la partie colorée en rouge.



4 Écris sous forme d'intervalle chacune des inégalités suivantes.

- $2 \leq x \leq 7$
- $-2 \leq x \leq 0$
- $-3 < x \leq 6$
- $x \leq 5$
- $-9 < x$
- $4 < x < 11$
- $-5 \leq x$
- $x \leq -5$.

5 Pour chaque cas, trace une droite graduée (D) et représente en rouge l'intervalle correspondant.

- $[-3; 2[$
- $] -4; -1[$
- $[7; \rightarrow[$
- $] \leftarrow; 3[$
- $] -1; 1]$
- $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{4} \right]$.

6 Pour chaque cas, trace une droite graduée (D) et représente l'ensemble des nombres réels x donnés par les inégalités.

- $x \leq 1$
- $-5 \leq x < 2$
- $x > 3$
- $-4 \leq x \leq 3$
- $-1,5 < x$
- $x \geq -2$.

7 Traduis les appartenances suivantes par une (ou des) inégalité(s).

- $x \in]-5; 3]$
- $x \in] \leftarrow; -10[$
- $x \in]-10; -8[$
- $x \in [\pi; \rightarrow[$.

8 Recopie et complète les phrases.

- L'intervalle $] -3; -2]$ se lit ...
- L'intervalle fermé de bornes -5 et 3 se note ...
- L'intervalle des nombres plus grands que -2 se note ...
- L'intervalle $] \leftarrow; 10[$ se lit ...

9 Recopie et complète le tableau suivant.

Intervalle	Traduction sous forme d'inégalité(s)	Représentation sur une droite graduée	Lecture
$[-2; 5]$			
			Intervalle des nombres plus grands ou égaux à -1
	$-9 \leq x < -2$		

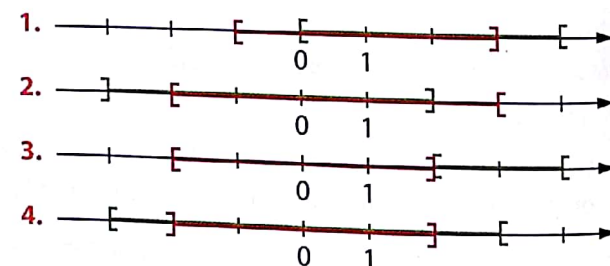
Intersection et réunion d'intervalles

10 On donne deux intervalles :
 $I = [-3; 4]$ et $J =]-1; 7[$.

- Sur une droite graduée :
 - représente en rouge l'intervalle de I ,
 - représente en vert l'intervalle de J .
- Déduis-en, sous forme d'intervalle :
 - l'intersection de I et J : $I \cap J$;
 - la réunion de I et J : $I \cup J$.

11 Pour chaque schéma, détermine :

- les deux intervalles représentés en couleur ;
- leur intersection ;
- leur réunion.



12 On donne les intervalles suivants :
 $I =]2; \rightarrow[$; $J =]-4; 3[$ et $K =] \leftarrow; 0[$.

- Détermine sous forme d'intervalle :
 $I \cap J$; $J \cap K$ et $I \cap K$.
- Détermine forme d'intervalle ou réunion d'intervalles :
 $I \cup J$; $J \cup K$ et $I \cup K$.

Aide

Tu peux représenter les différents intervalles en utilisant différentes couleurs sur une même droite graduée.

26 On donne les intervalles :

$$I =]-3; \rightarrow[, J = [-5; \rightarrow[, K =]-10; -3[, \\ Q = [-5; 9] \text{ et } P = [9; 12].$$

1. Détermine :

$$\bullet I \cap J \quad \bullet I \cap Q \quad \bullet K \cap J \quad \bullet I \cap K \quad \bullet Q \cap P.$$

2. Détermine :

$$\bullet I \cup J \quad \bullet I \cup Q \quad \bullet K \cup J \quad \bullet I \cup K \quad \bullet Q \cup P.$$

27 x est un nombre réel tel que : $4 < x < 25$.

1. Donne un encadrement de \sqrt{x} ; puis de $\frac{1}{x}$.

2. Dédus-en un encadrement de $3\sqrt{x} - \frac{1}{x}$.

28 Compare les nombres dans chacun des cas suivants.

1. $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3\sqrt{2}}$

2. $\frac{1}{341}$ et $\frac{3}{1023}$

3. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ et $\frac{1}{\sqrt{5}}$

4. $\frac{-1}{\sqrt{102}}$ et $\frac{-1}{\sqrt{101}}$

5. $\frac{1}{3\sqrt{5}}$ et $\frac{1}{5\sqrt{2}}$

6. $\frac{1}{17}$ et $\frac{1}{12\sqrt{2}}$.

29 Détermine le signe de A ; puis de B .

$$A = 5\sqrt{8} - 8\sqrt{3}.$$

$$B = 3\sqrt{13} - 4\sqrt{10}.$$

Aide

Relis la fiche méthode du paragraphe 2 du cours.

30 Lorsque c'est possible, écris les deux inégalités données dans chaque cas sous la forme d'un seul intervalle.

1. $0 \leq x \leq 5$ et $4 \leq x \leq 9$

2. $-5 \leq x \leq -1$ et $-3 \leq x \leq 3$

3. $x < 7$ et $-1 < x \leq 2$

4. $-5 \leq x \leq -1$ et $0 \leq x < 3$

5. $x > 1$ et $x \leq 4$

6. $x \geq -3$ et $-7 \leq x \leq -3$.

31 Compare les nombres réels x et y dans chacun des cas suivants.

1. $x = 5\sqrt{11} + 3$ et $y = 7\sqrt{5} + 3$

2. $x = 4\sqrt{8} + 11\sqrt{2}$ et $y = 2\sqrt{31} + 15$

3. $x = \frac{3}{5\sqrt{11}} + 3$ et $y = \frac{3}{7\sqrt{5}} + 3$.

32 On donne $A = 5 + \sqrt{6}$ et $B = \sqrt{31}$.

1. Calcule A^2 et B^2 .

2. Compare alors A et B .

3. Dédus-en le signe de $A - B$.

33 1. On donne $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.

Détermine un encadrement de $\sqrt{72}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

2. On donne $1,732 < \sqrt{3} < 1,7321$.

Détermine un encadrement de $\sqrt{192}$ par deux nombres consécutifs d'ordre 3.

Aide

Écris $\sqrt{72}$ sous la forme $a\sqrt{2}$ avec a un nombre entier.

34 A est l'ensemble des nombres réels x tels que $x \geq \frac{3}{5}$

et B est l'ensemble des nombres réels inférieurs à 5.

1. Écris A et B sous forme d'intervalles.

2. Écris $A \cap B$ sous forme d'intervalle.

35 On donne $a = 6 - 2\sqrt{7}$ et $b = -1 + \sqrt{2}$.

1. Calcule $b - a$.

2. a. Sachant que :

$2,64 < \sqrt{7} < 2,65$ et $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$;
encadre $b - a$ par deux nombres décimaux d'ordre 2.

b. Compare a et b .

36 x est un nombre réel strictement positif.

Compare les nombres dans chacun des cas.

$\bullet -7x$ et $-5x$ $\bullet -7 + x$ et $-5 + x$

$\bullet 5x$ et $8x$ $\bullet \frac{x}{3}$ et $\frac{x}{5}$

$\bullet \frac{-4x}{17}$ et $\frac{-4x}{9}$ $\bullet \frac{2}{x}$ et $\frac{3}{x}$.

37 1. Utilise la table des carrés en page 174 pour encadrer $\sqrt{241}$ par deux nombres entiers consécutifs.

2. Dédus-en l'arrondi à l'ordre 1 de $\sqrt{2,41}$.

38 1. a. Compare $2\sqrt{3}$ et $\sqrt{15}$.

b. Dédus-en le signe de $2\sqrt{3} - \sqrt{15}$.

c. Écris $|2\sqrt{3} - \sqrt{15}|$ sans les barres de valeur absolue.

2. Écris $|5\sqrt{7} - \sqrt{170}|$ sans les barres de valeur absolue.

39 On donne $A = 3 + 5\sqrt{3}$ et $B = 4 + 3\sqrt{3}$.

1. a. Calcule $A - B$.

b. Compare A et B .

2. Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, donne l'arrondi à l'ordre 1 de :

$\bullet A$ $\bullet B$ $\bullet A - B$ $\bullet B - A$.

40 1. Utilise la table des carrés en page 174 pour encadrer $\sqrt{173}$ par deux nombres entiers consécutifs.

2. Dédus-en :

a. un encadrement de $\sqrt{1,73}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1,

b. l'arrondi à l'unité de $\sqrt{1,73}$.

41 Quatre encadrements

On donne $a = 3 - 2\sqrt{2}$ et $b = 2 + \sqrt{3}$.

On sait que :

$$1,732 < \sqrt{3} < 1,733 \text{ et } 1,414 < \sqrt{2} < 1,415.$$

1. Calcule a^2 et b^2 .
2. Donne un encadrement par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1 de :

$$\cdot a^2 \quad \cdot b^2 \quad \cdot a \times b \quad \cdot \frac{a}{b}.$$

42 Avec le nombre π

On donne les nombres réels $\frac{1}{3}\pi$ et $\frac{1}{5}\pi$, puis l'encadrement suivant : $3,141 < \pi < 3,142$.

1. Compare les nombres réels $\frac{1}{3}\pi$ et $\frac{1}{5}\pi$ sans utiliser la calculatrice.
2. Encadre $\frac{1}{3}\pi$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

BEPC 2015

43 L'achat d'un terrain

Un commerçant souhaite acheter un terrain de forme rectangulaire.

Il a contacté le propriétaire du terrain qui lui a indiqué que la longueur de son terrain était comprise entre 17 m et 18 m, et que la largeur du terrain était comprise entre 14 m et 15 m.

1. Donne un encadrement de l'aire du terrain.
2. Le futur propriétaire souhaite acheter du grillage qui coûte 2 750 F le mètre pour clôturer son terrain. Il fera une ouverture, sans grillage, de 4 m pour rentrer sa voiture. Donne un encadrement de la dépense qu'il doit prévoir pour l'achat de ce grillage.

44 L'expression conjuguée

On donne : $A = \frac{-3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$.

1. Écris A sans radical au dénominateur.
2. Sachant que : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ et $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$:
 - a. donne un encadrement de A par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.
 - b. donne l'arrondi à l'ordre 2 de A.
 - c. donne un encadrement de A^2 par deux nombres entiers relatifs consécutifs.

Aide

Pour la question 1., pense à utiliser tes connaissances du chapitre 8 et la fiche méthode du paragraphe 4.d. page 96.

45 Questionnaire à choix multiples

Pour chaque question, indique la bonne réponse parmi **a**, **b** ou **c**. La calculatrice n'est pas autorisée.

On donne $2,4494 < \sqrt{6} < 2,4495$.

1. L'arrondi à l'ordre 2 de $\sqrt{6}$ est :
 - a 2,45
 - b 2,449
 - c 2,449 5.
2. Un encadrement de $A = -2 + 3\sqrt{6}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2 est :
 - a $5,34 < A < 5,35$
 - b $9,35 < A < 9,36$
 - c $5,348 < A < 5,349$.

3. Un encadrement de $B = 5 - \frac{2}{\sqrt{6}}$ entre deux nombres entiers consécutifs est :

- a $3 < B < 4$
- b $4 < B < 5$
- c $5 < B < 6$.

46 Plusieurs encadrements

On donne : $1 < a < 2$ et $-5 < b < -3$.

Donne un encadrement par deux nombres entiers (aussi précisément que possible) des nombres suivants :

$$\begin{array}{lll} \cdot a^2 & \cdot \frac{1}{a} & \cdot a + b \\ \cdot a - b & \cdot 3b - 2a & \cdot 5\sqrt{a} + 1. \end{array}$$

47 Trois nombres

On donne les réels :

$$a = 5 - 2\sqrt{5}, \quad b = 1 + \frac{2}{5}\sqrt{5} \text{ et } c = \frac{-5}{5 + 2\sqrt{5}}.$$

1. Justifie que a et b sont des inverses l'un de l'autre.
2. Justifie que a et c sont opposés.
3. Justifie que : $c = -\frac{1}{b}$.
4. Justifie que : $b \times c + 1 = 0$.
5. a. Encadre c à 10^{-2} près sachant que : $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$.
b. Déduis-en un encadrement de a.

48 Des radicaux

On donne $A = 3 + \sqrt{5}$ et $B = \sqrt{5} - 3$.

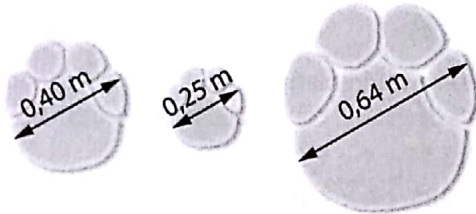
1. Calcule A^2 , B^2 et $A \times B$.
2. Démontre que $\frac{A}{B} + \frac{B}{A}$ est un nombre entier relatif.
3. a. Compare 14 et $6\sqrt{5}$ puis donne le signe de $14 - 6\sqrt{5}$.
b. Écris avec un seul radical $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$.
4. Encadre $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2, sachant que : $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$.

Exerce-toi : renforce tes acquis

49 La taille des éléphants

L'empreinte au sol d'un pied d'éléphant a la forme d'un disque.

Dans une réserve naturelle, un guide a observé les trois empreintes d'éléphant ci-dessous.



Selon le guide, pour estimer la taille d'un éléphant, il faut prendre le double du périmètre de son empreinte de pas.

On donne : $3,14 < \pi < 3,15$.

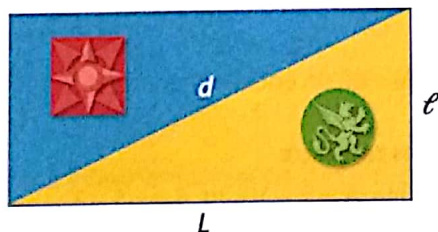
Donne l'arrondi, au dm, de la taille de chacun de ces trois éléphants.



50 Le drapeau de l'école

Pour représenter l'école lors d'un événement sportif, les élèves d'une classe de 3^e ont créé un drapeau.

Ce drapeau, de forme rectangulaire, contient un carré de côté 20 cm et un disque de rayon 10 cm. Il est schématisé ci-dessous, mais n'est pas en vraie grandeur.



On donne les encadrements suivants :

$$127 \text{ cm} < L < 128 \text{ cm} ;$$

$$51 \text{ cm} < l < 52 \text{ cm} ; 3,141 < \pi < 3,142.$$

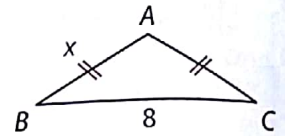
Donne un encadrement, aussi précis que possible, des nombres suivants :

- le périmètre du drapeau,
- l'aire du drapeau,
- l'aire de la partie colorée en bleu,
- l'aire de la partie colorée en jaune.

51 Le triangle isocèle

L'unité de longueur est le centimètre.

On donne $4,5 < x < 4,6$.



1. a. Détermine le périmètre du triangle ABC en fonction de x .

b. Déduis-en un encadrement de ce périmètre.

2. a. Détermine la hauteur issue de A en fonction de x .

b. Déduis-en que l'aire du triangle ABC est comprise entre 8 et 10 cm^2 .

52 Le gagnant du concours

Après un concours mathématiques du niveau troisième, trois élèves sont arrivés ex-æquo en tête.

Pour les départager, un tirage au sort leur est imposé. Chacun d'eux doit choisir en présence de ses camarades une des trois feuilles sur lesquelles sont inscrites respectivement les nombres réels x , y et z suivants :

$$x = 4\sqrt{11} + 3 ;$$

$$y = 6\sqrt{5} + 3 \text{ et } z = 3\sqrt{17} + 2\sqrt{2}.$$

Le gagnant sera celui qui aura choisi le plus grand des trois nombres proposés.

- Echicous a tiré z et affirme qu'il est le gagnant.
- Les autres élèves, n'étant pas d'accord, se mettent à vérifier en comparant les nombres.

1. a. Compare $4\sqrt{11}$ et $6\sqrt{5}$.

b. Étudie le signe de $x - y$.

c. Déduis-en la comparaison de x et y .

2. a. Compare x et z .

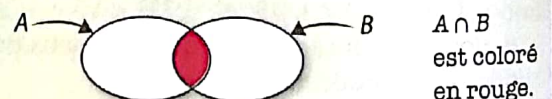
b. Déduis-en le rangement de x , y et z dans l'ordre croissant.

c. Dis si Echicous a raison.

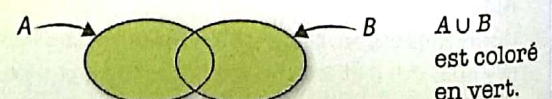
En savoir plus

Les notions d'intersection et de réunion ne s'appliquent pas qu'aux intervalles ; elles s'utilisent pour n'importe quels ensembles A et B.

- L'intersection de A et B, notée $A \cap B$, est l'ensemble constitué des éléments qui sont dans A et dans B, c'est-à-dire dans les deux ensembles en même temps.



- La réunion de A et B, notée $A \cup B$, est l'ensemble constitué des éléments qui sont dans A ou dans B, c'est-à-dire dans A, dans B, ou dans les deux.



Calcul littéral

Habilités et contenus

- ✓ **Identifier** un polynôme ; une fraction rationnelle.
- ✓ **Connaître** la propriété relative à l'égalité de deux quotients ; les règles relatives aux puissances à exposant entier relatif d'un nombre ; la propriété relative au produit nul ; la propriété relative aux nombres de même carré.
- ✓ **Calculer** avec les puissances d'exposant entier relatif ; la somme, la différence, le produit, le quotient de polynômes ; une valeur numérique d'une expression littérale.
- ✓ **Développer** des expressions littérales.
- ✓ **Réduire** des expressions littérales.
- ✓ **Factoriser** des expressions littérales.
- ✓ **Déterminer** les valeurs de la variable pour lesquelles une fraction rationnelle existe.
- ✓ **Simplifier** une fraction rationnelle.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel au calcul littéral.

Découvrir le sujet



La distance d'arrêt d'une voiture est la distance qu'elle parcourt entre le moment où le conducteur voit un obstacle et le moment où la voiture s'arrête.



Grâce au calcul littéral, on montre que cette distance d'arrêt D , en mètres,

$$\text{est donnée par l'expression : } D = \frac{V}{3\,600} + \frac{V^2}{152,4}$$

où V est la vitesse, en km/h, du véhicule.

Cette formule permet d'imposer des limitations de vitesse et des distances de sécurité à respecter.

Activité 1 Quotients égaux

1. Vérifie que : $-30 \times (-84) = 18 \times 140$.

Simplifie autant que possible les quotients $\frac{-30}{18}$ et $\frac{140}{-84}$. Compare alors $\frac{-30}{18}$ et $\frac{140}{-84}$.

2. Simplifie autant que possible les quotients $\frac{28}{44}$ et $\frac{49}{77}$. Compare alors $\frac{28}{44}$ et $\frac{49}{77}$.

Calcule 77×28 et 44×49 . Compare alors 77×28 et 44×49 .

3. Recopie et complète le tableau ci-dessous.

a	b	c	d	Quotient $\frac{a}{b}$ (simplifié)	Quotient $\frac{c}{d}$ (simplifié)	$a \times d$	$b \times c$
-4	3	12	-9				
8	52	-10	-65				
14	-21	-10	15				

Bilan de l'activité



a, b, c et d sont des nombres réels tels que b et d sont non nuls.

Les quotients $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont égaux équivaut à : les produits $a \times d$ et $b \times c$ sont égaux.

Activité 2 Opérations sur les quotients (rappels)

Dans cette activité, a, b, c et d sont des nombres réels tels que b, c et d sont non nuls.

1. Addition et soustraction de nombres rationnels

a. Rappelle la règle de calcul qui permet d'additionner (ou de soustraire)

deux nombres rationnels $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{b}$ de même dénominateur.

Calcule : $\bullet \frac{2}{3} + \frac{17}{3}$ $\bullet \frac{-5}{8} + \frac{14}{8}$ $\bullet \frac{3}{2} - \frac{6}{2}$.

b. Rappelle la règle de calcul qui permet d'additionner (ou de soustraire)

deux nombres rationnels $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ de dénominateurs différents.

Calcule : $\bullet \frac{3}{11} + \frac{4}{2}$ $\bullet \frac{-5}{7} + \frac{3}{4}$ $\bullet \frac{17}{8} - \frac{4}{12}$.

2. Produit et quotient de nombres rationnels

a. Rappelle la règle de calcul qui permet de multiplier deux nombres rationnels $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$.

Calcule : $\bullet \frac{2}{5} \times \frac{11}{3}$ $\bullet \frac{-3}{2} \times \frac{-4}{7}$ $\bullet \frac{11}{13} \times \frac{-2}{5}$.

b. Rappelle la règle de calcul qui permet de diviser un nombre rationnel $\frac{a}{b}$ par un nombre rationnel $\frac{c}{d}$.

Calcule : $\bullet \frac{3}{7} : \frac{11}{4}$ $\bullet \frac{-4}{9} : \frac{8}{3}$ $\bullet \frac{27}{2} : \frac{-11}{3}$.



Bilan de l'activité

a, b, c et d sont des nombres réels.

• Lorsque b et d sont différents de 0 :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+d}{b}; \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + c \times b}{b \times d}; \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

• Lorsque b, c et d sont différents de 0 :

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}.$$

Activité 3 Nombres inverses l'un de l'autre

1. Observe chacun des couples de nombres a et b ci-dessous. Comment nomme-t-on ces nombres ?

• $a = 7$ et $b = \frac{1}{7}$

• $a = -203$ et $b = \frac{-1}{203}$

• $a = \frac{1}{8}$ et $b = 8$.

2. Dans chaque cas ci-dessus, calcule le produit $a \times b$ (donne le résultat sous la forme d'un nombre entier). Qu'observes-tu ?

3. Utilise tes observations de la question 2. pour vérifier si a et b sont inverses l'un de l'autre.

• $a = 0,125$ et $b = 8$

• $a = 0,375$ et $b = 12$

• $a = -40$ et $b = -0,025$.

Bilan de l'activité

Deux nombres réels non nuls a et b sont inverses l'un de l'autre équivaut à $a \times b = 1$.



Activité 4 Puissances d'exposants entiers relatifs et opérations

1. a. Pour chacun des cas

ci-dessous, calcule $a^n \times \frac{1}{a^n}$.

• $a = 2$ et $n = 3$

• $a = 5$ et $n = 2$

• $a = 10$ et $n = 4$.

b. Quel est l'inverse de a^n ?

2. Calcule $2^2 \times (-3)^2$ et $(2 \times (-3))^2$ et puis compare les résultats.

3. Calcule $5^3 \times 5^{-2}$ et $5^{(3+(-2))}$ puis compare les résultats.

4. Calcule $(2^3)^2$ et $2^{3 \times 2}$ puis compare les résultats.

5. Calcule $\frac{2^5}{2^3}$ et 2^{5-3} puis compare les résultats.

NOTATION

a est un nombre réel non nul. L'inverse de a^n se note a^{-n} , il est égal à $\frac{1}{a^n}$.

Bilan de l'activité

Soit a et b des nombres réels différents de 0, m et n sont deux nombres entiers relatifs.

• L'inverse de a^n est $\frac{1}{a^n}$; il se note aussi a^{-n} .

• $a^n \times b^n = (a \times b)^n$; $a^n \times a^m = a^{n+m}$; $(a^n)^m = a^{n \times m}$; $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.



Activité 5 Produit nul

On considère le nombre A tel que $A = (2x + 6)(x - 7)$ où x est un nombre réel.

1. Complète chacune des phrases ci-dessous par l'un des mots suivants : *produit* ; *facteur*.

- L'expression de A est donnée sous forme d'un
- Les nombres $2x + 6$ et $x - 7$ sont des

2. a. Recopie et complète le tableau ci-dessous.

x	-6	-5	-3	-2	-1	0	1	4	6	7	10
$2x + 6$					4						
$x - 7$										0	
A			0			-42					

b. À partir du tableau précédent, détermine les valeurs de x pour lesquels A s'annule.

Bilan de l'activité

Un produit est égal à zéro lorsque l'un au moins de ses facteurs est égal à zéro.



Activité 6 Nombres de même carré

a et b sont des nombres. On suppose que $a^2 = b^2$.

- Justifie que $(a - b)(a + b) = 0$.
- Que vaut le produit $(a - b)(a + b)$ lorsque :
 - $a = b$?
 - $a = -b$?
- Trouve les deux nombres qui vérifient l'équation $x^2 = 9$.

Bilan de l'activité

Deux nombres réels ont le même carré lorsqu'ils sont égaux ou opposés.



Activité 7 Condition d'existence

On considère l'expression littérale $\frac{3x + 6}{(x - 2)(x + 1)}$.

1. Recopie et complète, quand c'est possible, chacune des cases du tableau ci-dessous.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$3x + 6$							
$(x - 2)(x + 1)$							
$F = \frac{3x + 6}{(x - 2)(x + 1)}$							

2. Que remarques-tu pour deux des cases de la dernière ligne du tableau ? Explique ce qui se passe.

3. Recopie et complète la phrase :

Pour que l'expression $\frac{3x + 6}{(x - 2)(x + 1)}$ existe,

il faut que $x \neq \dots$ et que $x \neq \dots$.

Bilan de l'activité

Lorsqu'une expression littérale est donnée sous la forme d'un quotient $\frac{A}{B}$, il faut s'assurer, pour qu'elle existe, que B soit différent de 0.



Retiens l'essentiel

1 Quotients

a. Égalité de quotients

Propriété

a, b, c et d sont des nombres réels tels que : $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ équivaut à } ad = bc.$$

Remarque et vocabulaire

a, b, c et d sont des nombres réels tels que : $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

Pour passer de l'égalité $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ à l'égalité $ad = bc$, on dit qu'on fait « un produit en croix ».

Dans l'égalité $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, les nombres réels a et d sont appelés les termes extrêmes (ou extrêmes), alors que les nombres réels b et c sont appelés les termes moyens (ou moyens).

Ainsi, l'égalité $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se traduit par : « le produit des extrêmes est égal au produit des moyens ».

b. Opérations sur les quotients

Règles (rappels de 4^e)

a, b, c et d sont des nombres réels.

Lorsque b et d sont différents de 0 :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} ; \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} ; \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

Lorsque b, c et d sont différents de 0 :

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

2 Puissance à exposant entier relatif

a. Inverse de a^n

Notation

a est un nombre réel différent de 0 et n un nombre entier naturel.

L'inverse de a^n est noté a^{-n} .

Ainsi, on a :
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Exemples $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$. $(-4)^{-2} = \frac{1}{(-4)^2} = \frac{1}{16}$.

b. Opérations sur les puissances

Règles

a et b sont deux nombres réels différents de 0 et m et n sont deux nombres entiers relatifs.

- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

3 Développement et factorisation

a. Règles de calcul (rappels)

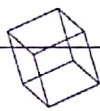
a, b et c sont des nombres réels, on a :

• $a + (b + c) = a + b + c$

• $a + (b - c) = a + b - c$

• $a - (b + c) = a - b - c$

• $a - (b - c) = a - b + c$.



Règles de priorité

- 1 Dans une suite d'opérations, toute opération entre parenthèses est prioritaire.
- 2 Dans une suite d'opérations sans parenthèses :
 - les puissances sont prioritaires par rapport à toute autre opération,
 - la multiplication et la division sont prioritaires par rapport à l'addition et la soustraction.

b. Développements et factorisations

Propriétés

a, b, x, y et k sont des nombres réels.

———— Développer ———→

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$k(a - b) = ka - kb$$

$$(a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by$$

←———— Factoriser ————

Égalités remarquables

a et b sont des nombres réels.

———— Développer ———→

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

←———— Factoriser ————

FICHE MÉTHODE Factoriser une expression littérale

Pour factoriser une expression littérale, on peut utiliser l'une des méthodes suivantes :

- 1 reconnaître un facteur commun et le mettre en facteur en utilisant les propriétés du paragraphe,
- 2 reconnaître et utiliser l'une des égalités remarquables,
- 3 utiliser les deux méthodes précédentes.

Exemples

1 $4x + 6 = 2 \times 2x + 2 \times 3 = 2(2x + 3)$.

2 $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x + 3)(2x - 3)$.

3 D'après ce qui précède,
 $4x + 6 + 4x^2 - 9 = 2(2x + 3) + (2x + 3)(2x - 3)$
 $= (2x + 3)[(2 + (2x - 3))]$
 $= (2x + 3)(2x - 1)$.

4 Produit nul

Propriété

Un produit de facteurs est égal à zéro lorsque l'un, au moins, de ses facteurs est égal à zéro. Ainsi, $A \times B = 0$ équivaut à $A = 0$ ou $B = 0$.

Exemple $(3x - 14)(x + 4) = 0$ équivaut à $3x - 14 = 0$ ou $x + 4 = 0$, c'est-à-dire $x = \frac{14}{3}$ ou $x = -4$.

Conséquence

Une conséquence de cette propriété est que :

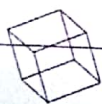
$$A \times B \neq 0 \text{ équivaut à } A \neq 0 \text{ et } B \neq 0.$$

5 Nombres de même carré

Propriété

x et a sont des nombres réels : $x^2 = a^2$ équivaut à $x = a$ ou $x = -a$.

Exemple $x^2 = 25$ équivaut à $x^2 = 5^2$ équivaut à $x = 5$ ou $x = -5$.



6 Exemples d'expressions littérales

a. Polynômes

Présentation et définitions (sur un exemple)

x est une lettre désignant un nombre réel inconnu.

Un **polynôme** en x est une somme d'expressions littérales écrites sous la forme ax^n avec a un nombre réel et n un nombre entier naturel.

Exemple : $3x^5 - x^4 + 13x^2 + x - 4$ est un polynôme.

- 5 est appelé **degré** du polynôme
- 13 est appelé **coefficient** du monôme $13x^2$
- $13x^2$ est appelé **monôme** de degré 2
- -4 est appelé **terme constant** du polynôme.

Exemples Soit $Q = 5x^2 - 52$ et $R = -7x^{10}$. Q et R sont des polynômes (de degrés respectifs 2 et 10).

En revanche, $S = 3\sqrt{x} + 4x^3$ et $T = \frac{2x+1}{4x^2}$ ne sont pas des polynômes.

b. Fractions rationnelles

Présentation et définitions (sur un exemple)

x est une lettre désignant un nombre réel inconnu.

Une **fraction rationnelle** en x est le quotient de deux polynômes en x .

Exemple : $F = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 4}$ est une fraction rationnelle.

- $2x^2 - 3x + 1$ est son numérateur
- $x^2 - 4$ est son dénominateur.

Exemple

$F = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 4}$ existe à condition que $x^2 - 4 \neq 0$, c'est-à-dire $x^2 \neq 4$ donc $x \neq 2$ et $x \neq -2$.

Condition d'existence

Une valeur numérique d'une fraction rationnelle existe à condition que son dénominateur soit différent de zéro.



Rappelle-toi que cela n'a pas de sens de diviser par zéro !

FICHE MÉTHODE Simplifier une fraction rationnelle

Pour simplifier une fraction rationnelle $F = \frac{A}{B}$, on procède comme suit :

- 1 on reconnaît s'il y a un facteur commun au numérateur A et au dénominateur B ,
- 2 on détermine les valeurs de la variable pour lesquelles la fraction rationnelle F existe,
- 3 on simplifie cette fraction rationnelle grâce à ce facteur commun,
- 4 pour conclure, on écrit la fraction simplifiée en précisant les valeurs de la variable (trouvées en 2) pour lesquelles cette fraction existe.

Exemple

$$F = \frac{(3x+1)(x-4)}{9x^2-1}$$

- 1 $A = (3x+1)(x-4)$
et $B = 9x^2 - 1 = (3x)^2 - 1^2 = (3x-1)(3x+1)$.

$$\text{Ainsi } F = \frac{(3x+1)(x-4)}{(3x+1)(3x-1)}$$

- 2 F existe lorsque $(3x+1)(3x-1) \neq 0$ donc lorsque $3x+1 \neq 0$ et $3x-1 \neq 0$, c'est-à-dire $x \neq -\frac{1}{3}$ et $x \neq \frac{1}{3}$.

- 3 Pour $x \neq -\frac{1}{3}$ et $x \neq \frac{1}{3}$,

$$F = \frac{(3x+1)(x-4)}{(3x+1)(3x-1)} = \frac{(x-4)}{(3x-1)} = \frac{x-4}{3x-1}$$

- 4 Conclusion : pour $x \neq -\frac{1}{3}$ et $x \neq \frac{1}{3}$, $F = \frac{x-4}{3x-1}$.

Quotients

1 Dans chacun des cas, vérifie si les fractions données sont égales.

$$\begin{array}{ll} \cdot \frac{3}{4} \text{ et } \frac{8}{6} & \cdot \frac{-30}{45} \text{ et } \frac{18}{-27} \\ \cdot \frac{21}{18} \text{ et } \frac{7}{-6} & \cdot \frac{12}{-10} \text{ et } \frac{15}{-25} \end{array}$$

2 Parmi les fractions ci-dessous, indique celles qui sont égales à $\frac{-13}{5}$.

$$\cdot \frac{-69}{15} \quad \cdot \frac{-143}{55} \quad \cdot \frac{195}{-75} \quad \cdot \frac{-78}{35}$$

3 Calcule x dans chacun des cas suivants.

$$\cdot \frac{x}{7} = \frac{3}{2} \quad \cdot \frac{x}{-10} = \frac{4}{7} \quad \cdot \frac{-4}{5} = \frac{x}{-3} \quad \cdot \frac{3}{-16} = \frac{x}{8}$$

4 Calcule x dans chacun des cas suivants.

$$\cdot \frac{2}{x} = \frac{7}{9} \quad \cdot \frac{3}{x} = \frac{-4}{7} \quad \cdot \frac{2}{3} = \frac{-10}{x} \quad \cdot \frac{2}{11} = \frac{-5}{x}$$

5 Calcule les sommes et différences suivantes.

$$\begin{array}{ll} \cdot \frac{13}{25} + \frac{3}{2} & \cdot \frac{2}{12} + \frac{8}{5} \\ \cdot \frac{19}{54} - \frac{3,5}{6} & \cdot \frac{1}{-2} + \frac{4}{5} \\ \cdot \frac{-1}{7} - \frac{5}{-6} & \cdot \frac{10}{9} - \frac{-4}{11} \end{array}$$

6 Calcule les produits et quotients suivants.

$$\begin{array}{ll} \cdot \frac{7}{30} \times \frac{25}{8} & \cdot \frac{5,5}{30} \times \frac{38}{1,7} \\ \cdot \frac{-9}{41} \times \frac{6}{-4,5} & \cdot \frac{7}{30} : \frac{25}{8} \\ \cdot \frac{-10}{-9} : \frac{5}{-3} & \cdot \frac{7,1}{80} : \frac{4}{10} \end{array}$$

Puissances à exposant entier relatif

7 Écris l'inverse de chacun des nombres ci-dessous sous la forme a^n avec a un nombre réel et n un nombre entier relatif.

$$\begin{array}{lll} \cdot 10^2 & \cdot 2^3 & \cdot 5^{-4} \\ \cdot (-3)^7 & \cdot (-4)^{-8} & \cdot 12^{-5} \end{array}$$

8 Écris chacun des nombres ci-dessous sous la forme a^n avec a un nombre réel et n un nombre entier relatif.

$$\begin{array}{lll} \cdot 24^{-4} \times 24^6 & \cdot (-15)^8 \times (-15)^{15} & \cdot 9^5 \times 9^{-8} \\ \cdot 11^{20} \times 11^{-20} & \cdot 7^9 \times (-8)^9 & \cdot 5^5 \times 12^5 \end{array}$$

9 Écris chacun des nombres ci-dessous sous la forme a^n avec a un nombre réel et n un nombre entier relatif.

$$\cdot (4^3)^7 \quad \cdot (99^3)^{-8} \quad \cdot ((-18)^{10})^3 \quad \cdot \frac{6^3}{6^7} \quad \cdot \frac{77^3}{77^{-7}} \quad \cdot \frac{35^{19}}{35^{18}}$$

10 Écris chacun des nombres ci-dessous sous la forme a^n avec a un nombre réel et n un nombre entier relatif.

$$\begin{array}{lll} \cdot 4^7 \times 8^3 & \cdot 16^5 \times 3^5 & \cdot 37^{-12} \times 37 \\ \cdot 25 \times 5^{-13} & \cdot 5,2^3 \times 1\,000 & \cdot (-7)^{-7} \times (-7)^9 \end{array}$$

Aide

$$4 = 2^2 \text{ et } 2^3 = 8; \quad 25 = \dots; \quad 1\,000 = \dots$$

11 Recopie et complète les égalités ci-dessous.

$$\begin{array}{lll} \cdot 4^9 \times \dots = 4^{-5} & \cdot \dots \times 3^5 = 3^{13} & \cdot \frac{8^7}{\dots} = 8^{-10} \\ \cdot 7^{17} \times \dots = 14^{17} & \cdot 5^5 \times \dots^5 = 10^5 & \cdot 4^8 \times \dots = 20^8 \end{array}$$

12 a est un nombre réel différent de zéro.

Écris chaque nombre sous la forme d'une puissance de a .

$$\cdot (a^8 \times a^5)^2 \quad \cdot (a^5)^3 \times (a^2)^{-4} \quad \cdot \frac{a^5}{a^9} \times \frac{1}{a^{-3}}$$

Développement, factorisation

13 x désigne un nombre réel.

Réduis et ordonne chacune des expressions suivantes.

1. $5x - 3x^2 + 8x + 5x^2 - 11$

2. $x^5 + 2x^5 + 8x^2 - 3x^5 - x - 5x^2$

3. $2,5 + \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{4} + x^6 - \frac{3}{4}x^4$

14 Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations suivantes.

1. $4x$ est l'expression réduite de : $x(3+x) + x(2-x) - x$.

2. Le développement du produit $(x-5)(y+2)$ est : $xy + 2x - 5y + 10$.

3. L'expression $6(2x-1) - 3(4x-5)$ est égale à 9.

4. Le développement de $(4m-3)^2$ est $16m^2 - 9$.

5. $36b^2 - 25$ est le développement de $(6b+5)(6b-5)$.

15 Développe puis réduis chacune des expressions suivantes.

1. $(2x+1)(5-2x)$

2. $-(x+1)(2x-3)$

3. $3(x-1) + (x+1)(2x+1)$

4. $(x+2)(x+1) + (x+3)(2x-1)$

5. $5(x-1)(x+4) - 3(x+2)$

6. $\frac{x}{7}(28x-49) - 0,2x(-10x+5)$

16 Recopie et complète les égalités suivantes.

- $(3x + 2)(\dots x + 1) = 15x^2 + \dots x + \dots$
- $(x + 1)(x - \dots) = \dots x^2 - \dots - 3$
- $(2x + \dots)(1 + \dots x) = 4x^2 + 4x + \dots$
- $(3x + 1)(\dots x + \dots) = 9x^2 + \dots x + 2$

17 Recopie et complète les égalités suivantes.

- $4x^2 + \dots x + \dots = (\dots + 5)^2$
- $64 - 48x + 9x^2 = (\dots + \dots)^2$
- $\dots - 9 = (\dots + 3)(2x - \dots)$
- $(x - 2)(x + 1) - 3(x - 2)^2 = (x - 2)(\dots)$

18 Factorise chacune des expressions suivantes.

- $25x^2 - 10x + 1$
- $(3y + 1)^2 - (2y - 3)^2$
- $\frac{a^2}{9} + \frac{a}{3} + \frac{1}{4}$

19 Factorise chacune des expressions E , F et G suivantes.

$$E = (5x - 3)(2x - 5) - x(5x - 3)$$

$$F = (x - 7) - 5(x - 7)^2$$

$$G = (3x - 2)^2 + (2x + 9)(3x - 2)$$

20 Factorise chacune des expressions A et B suivantes.

$$A = 3(2x + 1) + 4x^2 - 1$$

$$B = x^2 - 2x + 1 - (x - 2)^2$$

Produit nul

21 Résous chacune des équations ci-dessous.

- $(2x + 1)(x - 3) = 0$
- $(4 + x)(7x - 5) = 0$
- $(2x + 6)(4 - 5x) = 0$
- $(10x + 5)(x + 7) = 0$

22 Recopie les diagrammes et associe à chaque équation ses solutions.

$$(2x + 3)(x - 1) = 0$$

$$(-2x + 3)(10x + 10) = 0$$

$$(4x - 6)(-7x + 7) = 0$$

$$(1 + x)(6x + 9) = 0$$

$$\bullet -1 \text{ et } \frac{3}{2}$$

$$\bullet 1 \text{ et } \frac{3}{2}$$

$$\bullet 1 \text{ et } -\frac{3}{2}$$

$$\bullet -1 \text{ et } -\frac{3}{2}$$

23 1. a. Factorise l'expression :

$$A = (2x + 1)(x + 3) + (4x - 5)(2x + 1)$$

b. Déduis-en les solutions de l'équation $A = 0$.

2. a. Factorise l'expression :

$$B = x^2 - 9 + (x + 3)(2x + 1)$$

b. Déduis-en les solutions de l'équation $B = 0$.

Nombres de mêmes carrés

24 Résous chaque équation.

- $x^2 = 5^2$
- $x^2 = 10^2$
- $x^2 = (-10)^2$
- $x^2 - 3^2 = 0$

25 Résous chaque équation.

- $x^2 = 16$
- $x^2 = 7$
- $x^2 = 11$
- $x^2 = 1$

Exemples d'expressions littérales

26 Parmi les expressions suivantes, recopie celles qui sont des polynômes.

- $A = 3x^2 - 4x + 1$
- $B = 7x^5 - \frac{4}{x}$
- $C = 5x^7 + 4x^3 - 10$
- $D = 3\sqrt{x} + 4x^2 + 1$

27 Pour chacun des polynômes ci-dessous, indique son degré, son monôme de degré 2 et son terme constant.

$$E = 10x^5 - 4x^3 + 2x^2 + 10$$

$$F = 7x^4 - 8x^3 - 5x^2 + 3x - 5 \quad G = 8x^2 - 12x + 1$$

28 Développe et réduis chacun des polynômes P , Q et R suivants afin de donner son degré et son terme constant.

$$P = (2x - 3)(1 - x^2) \quad Q = (x^5 + 1)(x^2 - 4x + 3)$$

$$R = (2x - 5)(4x + 7) + 4x^2 - 25$$

29 On considère le polynôme $P = 3x^2 - 4x + 1$.

- Calcule la valeur de P , lorsque :
 - $x = 2$
 - $x = 5$
 - $x = -3$
- Calcule la valeur de P , lorsque :
 - $x = \sqrt{2}$
 - $x = \sqrt{5}$
 - $x = -\sqrt{3}$

30 Calcule la valeur de chaque polynôme lorsque $x = 10$ et lorsque $x = \sqrt{7}$.

$$P = x^3 + 4x^2 - 7 \quad Q = 3x^4 - 5x^2 + 2x + 1$$

31 Dans chaque cas, détermine les valeurs de x pour lesquelles la fraction rationnelle F existe.

$$\bullet F = \frac{x^2 - 1}{3x + 2} \quad \bullet F = \frac{2x - 5}{x + 7}$$

$$\bullet F = \frac{2x^2 + 4}{(x - 2)(x + 3)} \quad \bullet F = \frac{7x + 1}{(2x - 3)(4x + 5)}$$

Aide

Tu peux relire le paragraphe 6.b. du cours.

32 On considère les fractions rationnelles :

$$T = \frac{x + 1}{x^2 - 4} \quad \text{et} \quad V = \frac{x^3 - x}{x^2 + 2x + 1}$$

- Factorise le dénominateur de chacune de ces fractions rationnelles.
- Pour chaque fraction rationnelle, déduis-en les valeurs de x pour lesquelles elle existe.

33 Écris chaque nombre sous la forme a^n avec a et n des nombres entiers relatifs.

$$\begin{aligned} \cdot A &= 9^7 \times 9^{-5} \times 9^{-4} & \cdot B &= (10^5)^3 \times 10^{-4} \\ \cdot C &= (-15)^{-7} \times 15^{-2} \times (-15^5) & \cdot D &= \frac{(-3)^7}{-3^5} \\ \cdot E &= \frac{(-11)^6}{55^6} & \cdot F &= \frac{3^{10} \times 5^{10}}{15^{-3}}. \end{aligned}$$

34 On considère les expressions suivantes.

$$A = (2x + 3)^2 - 4x(2x + 3)$$

et $B = 9x^2 - 4 + (3x + 2)(x - 1)$.

- Développe et réduis A et B .
 - Calcule A et B , lorsque $x = \sqrt{2}$.
- Factorise A et B .
 - Résous les équations : $\cdot A = 0$ $\cdot B = 0$.

35 Résous chacune des équations.

$$\begin{aligned} 1. \frac{x+3}{5} &= \frac{7}{4} & 2. \frac{2x+1}{-4} &= \frac{-2}{3} \\ 3. \frac{10}{3x-4} &= \frac{1}{3} & 4. \frac{x+1}{4} &= \frac{2x-1}{3}. \end{aligned}$$

36 Écris chaque nombre sous la forme a^n avec a et n des nombres entiers relatifs.

$$A = 3 \times 5^2 + 6 \times 5^2$$

$$B = 2\,020^{2019} + 2\,019 \times 2\,020^{2019}.$$

Aide

Pense à factoriser, puis à simplifier.

37 Effectue les calculs suivants et donne les résultats sous forme de fraction irréductible.

$$\begin{aligned} \cdot A &= \frac{3}{4} + \frac{5}{3} + \frac{1}{20} & \cdot B &= \frac{2}{7} - \frac{15}{7} : \frac{5}{4} \\ \cdot C &= \left(1 - \frac{3}{7}\right) : \frac{12}{5} & \cdot D &= \left(\frac{5}{2} - \frac{6}{25} \times \frac{15}{12}\right) \times \frac{6}{22} - \frac{1}{5} \\ \cdot E &= \left(\frac{1}{3} - 1\right)^2 \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] & \cdot F &= 4^2 - \left[2 \times \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right]. \end{aligned}$$

38 On considère l'expression $F = (2x + 3)^2 - (x + 1)^2$.

- Développe, réduis et ordonne F .
- Démontre que : $F = (3x + 4)(x + 2)$.
- Calcule F pour $x = 5$, puis pour $x = \sqrt{3}$.

39 Résous chacune des équations d'inconnue x .

$$1. (2x + 1)^2 = 5^2 \quad 2. (3 - x)^2 = 5.$$

40 Sans calculatrice, calcule chacun des nombres.

$$A = (9^{-25} \times 9^{-27} \times 9^{53})^2$$

$$B = (4 \times 5)^5 \times 5^{-3} \times 4 \times 4^{-4} \times 5^{-1}$$

$$C = \left(\frac{121^{-4} \times 121^{-6}}{121^{-10}}\right)^2 \quad D = \frac{5^{12} \times 10^{-3} \times 3^8}{10^{-5} \times 3^8 \times 5^{10}}.$$

41 On considère l'expression :

$$P = 4x^2 + 4x + 1 - 5(2x + 1)(x - 3).$$

- Développe, réduis et ordonne P .
 - Indique le degré de ce polynôme.
- Démontre que : $P = (2x + 1)(-3x + 16)$.
 - Résous l'équation $P = 0$.

42 a est un nombre réel.

- Développe l'expression $(a + 1)^2 - (a - 1)^2$.
- Sans calculatrice, calcule chacun des nombres :
 $A = 1\,000\,001^2 - 99\,999^2$
 $B = 2\,021^2 - 2\,019^2$
 $C = (\sqrt{2} + 1)^2 - (\sqrt{2} - 1)^2$.

43 On considère la fraction rationnelle :

$$A = \frac{(x - 3)^2 - 4}{(x - 5)(3x - 2)}.$$

- Détermine les valeurs de x pour lesquelles A existe.
- Justifie que : $(x - 3)^2 - 4 = (x - 5)(x - 1)$.
- Lorsque A existe, justifie que : $A = \frac{x - 1}{3x - 2}$.
- Calcule la valeur numérique de A pour $x = \frac{1}{3}$.

44 Pour chaque question, indique la bonne réponse parmi **a**, **b** ou **c**.

1. L'expression $\frac{2x + 3}{x - 4}$ est :

- un polynôme
- une fraction rationnelle
- ni l'un, ni l'autre.

2. Lorsque $x = \sqrt{3}$, la valeur de $P = 3x^4 - 4x^2 + 1$ est :

- $-\sqrt{3} + 1$
- $2 + 3\sqrt{3}$
- 16.

3. $Q = 2x^2 - 5x - 3$ est aussi égal à :

- $(2x + 1)(x - 3)$
- $(2x - 1)(x + 3)$
- $(2x - 1)(x - 3)$.

4. La fraction rationnelle $F = \frac{7x - 1}{(x + 1)(2x - 5)}$ existe lorsque :

- $x \neq -1$ et $x \neq \frac{5}{2}$
- $x \neq -1$ et $x \neq \frac{5}{2}$
- $x \neq -1$ et $x \neq \frac{2}{5}$.

45 Deux sujets semblables

Sujet 1 On donne les expressions littérales A et B suivantes :

$$A = (x - 1)^2 - 16 \quad \text{et} \quad B = \frac{x - 5}{(x - 1)^2 - 16}$$

- Justifie que $A = (x + 3)(x - 5)$.
- a. Détermine les valeurs de x pour lesquelles B existe.
b. Simplifie B .

Sujet 2 On donne les expressions littérales E et F suivantes :

$$E = (x - 2)^2 - 9 \quad \text{et} \quad F = \frac{x + 1}{(x - 2)^2 - 9}$$

- Justifie que $E = (x - 5)(x + 1)$.
- a. Détermine les valeurs de x pour lesquelles F existe.
b. Simplifie F .

BEPC 2016

46 Factoriser pour calculer

Sans calculatrice, écris chacun des nombres ci-dessous sous la forme a^n avec a et n des nombres entiers naturels.

$$\bullet 2^{31} - 2^{30} \qquad \bullet 3^{15} \times 2^{10} - 3^{13} \times 2^{10}$$

47 Un programme de calcul

1. Traduis le programme de calcul ci-dessous par une expression littérale.

Programme de calcul

- Choisis un nombre entier n .
- Élève-le au carré.
- Retranche le carré du nombre entier situé juste avant n .

- Effectue ce programme en choisissant :
 $\bullet n = 4$ $\bullet n = 12$ $\bullet n = 2\,021$.
- Ahou affirme :
« À chaque fois, on trouve $n + (n - 1)$ ».
Démontre l'affirmation de Ahou en utilisant ta réponse au 1.

48 Une fraction rationnelle

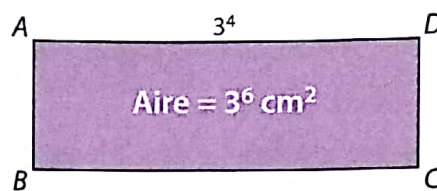
On considère l'expression F telle que :

$$F = (2x + 3)^2 - 4 \left(\frac{x}{2} - 1 \right)^2$$

- Développe et réduis et ordonne l'expression F .
- Factorise l'expression F .
- Calcule la valeur numérique de l'expression F pour chacune des valeurs de x suivantes :
 $\bullet -1$ $\bullet 0$ $\bullet -\frac{2}{5}$

49 Les dimensions du rectangle

L'unité de longueur est le centimètre. Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, $ABCD$ est un rectangle.



- Calcule la largeur AB de ce rectangle. (Donne le résultat sous la forme 3^n .)
- Calcule le périmètre de ce rectangle. (Donne le résultat sous la forme $a \times 3^n$.)
- Yacouba affirme :
« L'aire d'un carré de côté AD est égale à 81 fois l'aire d'un carré de côté AB ».
A-t-il raison ? Justifie.

50 Produit nul

On donne l'expression littérale A suivante :

$$A = 100x^2 - 9 + (10x - 3)(10x + 7)$$

- Développe et réduis A .
- Factorise A .
- Calcule A pour $x = -\frac{7}{10}$.
- Résous l'équation $A = 0$.

51 Vrai ou faux ?

Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro de la question, puis **VRAI** si l'affirmation est vraie, ou **FAUX** si l'affirmation est fausse.

- Pour tout nombre réel x , on a : $(x^5)^2 = x^7$.
- Pour tout nombre réel x , on a : $x^5 \times x^2 = x^7$.
- $\sqrt{64} = 8$. 4. $\sqrt{49} = 7$.
- L'expression $\frac{x-9}{3x-1}$ est un polynôme.
- L'expression $\frac{3}{4}x^2 + 5x - 1$ est un polynôme.

BEPC 2017

52 L'idée d'Aya

Lago doit calculer $7,5^2$.

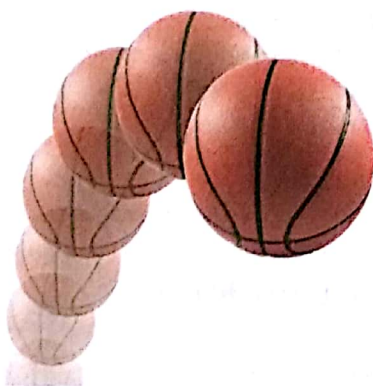
Aya : « Pas la peine de prendre la calculatrice, tu n'as qu'à effectuer le produit de 7 par 8 et rajouter 0,25. »

- Effectue le calcul proposé par Aya et vérifie que le résultat obtenu est bien le carré de 7,5.
- Aya propose la formule suivante :
 $(n + 0,5)^2 = n(n + 1) + 0,25$ où n est un nombre entier positif.
Prouve que la formule d'Aya est vraie (quel que soit le nombre n).
- Calcule, sans calculatrice, $199,5^2$; puis $60,5^2$.

53 Expressions simplifiées

x est un nombre réel différent de -1 et de 1 .
Recopie les diagrammes et associe à chaque fraction rationnelle (à gauche), la fraction simplifiée qui lui correspond (à droite).

$\frac{1}{x+1} - \frac{x^2}{x+1}$	$\frac{3x}{x^2-1}$
$\frac{1}{x-1} + \frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x+1}$	$1-x$
$\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1}$	$\frac{1}{x-1}$

54 Les rebonds du ballon

Mobio lance un ballon de basket à 10 m au-dessus du sol.

À chaque rebond, le ballon rebondit aux trois cinquièmes de la hauteur d'où il est tombé.

À quelle hauteur le ballon est-il monté :

- après le deuxième rebond ?
- après le cinquième rebond ?

55 Démontrer une égalité

1. Exécute le programme de calcul ci-dessous.

Programme de calcul

- Prends le nombre 7.
- Élève au carré l'entier juste avant 7 et élève au carré l'entier juste après 7.
- Calcule la différence entre le premier et le deuxième carré.
- Ajoute quatre fois 7 à ce résultat.
- Indique le résultat final.

2. Applique à nouveau ce programme de calcul en remplaçant 7 :

- par 15
- par 23.

Que remarques-tu ?

3. Remplace 7 par la lettre n , puis démontre ce que tu as remarqué à la question 2.

56 Valeur numérique d'une fraction rationnelle

On considère la fraction rationnelle A définie par :

$$A = \frac{(x-3)(x+1) + x^2 - 9}{(x-3)(x-1)}$$

1. Détermine les valeurs de x pour lesquelles A existe.
2. Justifie que : $(x-3)(x+1) + x^2 - 9 = 2(x-3)(x+2)$.
3. Simplifie la fraction rationnelle A .
4. Calcule la valeur numérique de A pour $x = \sqrt{2}$.

57 Un polynôme et une fraction rationnelle

On donne le polynôme $A = (x-2)^2 - 1$ et la fraction

$$\text{rationnelle } B = \frac{(x-2)^2 - 1}{(x-3)(2x-1)}$$

1. Justifie que : $A = (x-1)(x-3)$.
2. a. Détermine les valeurs de x pour lesquelles B existe.
b. Lorsque B existe, justifie que : $B = \frac{x-1}{2x-1}$.
3. Calcule la valeur numérique de B lorsque $x = \sqrt{2}$. (On écrira le résultat sans radical au dénominateur.)

58 Beaucoup de puissances

a et b sont des nombres réels différents de 0.

Écris chacune des expressions A , B et C suivantes sous la forme $a^m \times b^n$, avec m et n des nombres entiers relatifs.

$$\bullet A = (2a^{-5}b^2)^4 \left(\frac{1}{4}a^2b^{-3}\right)^2 \quad \bullet B = \left(\frac{-3a^5b^{-3}}{-3a^{-3}b}\right)^{-2}$$

$$\bullet C = \frac{(25a^3b^4)^{-2}}{(5a^{-2}b^4)^{-4}}$$

59 Polynômes de degré 2

On considère les expressions A , B et C suivantes :

$$A = 4(2x-1)^2 + x(2x-1),$$

$$B = (5,5x-2,5)^2 - (3,5x-1,5)^2$$

$$\text{et } C = 4x^2 - 1 + (2x-1)(7x-5).$$

1. Factorise chacune de ces expressions.
2. Développe chacune de ces expressions.
3. Que constates-tu ?

En savoir plus

François Viète (1540-1603, conseiller d'Henri IV) est à l'origine du calcul littéral. L'idée était ingénieuse de considérer dans les calculs l'inconnue comme si elle était connue, en la nommant par une lettre. En 1580, le roi le charge de décrypter les messages secrets interceptés que s'envoient les Espagnols. Il y arrive systématiquement ! Cela provoque l'exaspération de ses ennemis qui finissent par l'accuser de sorcellerie et le dénoncer au Pape. Pour se défendre de ses accusateurs, Viète exposera en 1590 sa méthode dans un traité.

Équations et inéquations du premier degré dans \mathbb{R}

Habilités et contenus

✓ **Résoudre** les équations de chacun des types : $ax + b = 0$; $ax + b = cx + d$; $(ax + b)(cx + d) = 0$; $x^2 = a$; des inéquations de chacun des types : $ax + b \geq 0$; $ax + b > 0$; $ax + b \leq 0$; $ax + b < 0$; $ax + b \geq cx + d$; $ax + b > cx + d$; $ax + b \leq cx + d$; $ax + b < cx + d$; un système de deux inéquations du premier degré dans \mathbb{R} .

✓ **Utiliser** des intervalles pour donner l'ensemble des solutions d'une inéquation du premier degré dans \mathbb{R} ou d'un système de deux inéquations du premier degré dans \mathbb{R} .

✓ **Traiter une situation** faisant appel aux équations et aux inéquations du premier degré dans \mathbb{R} .

Découvre le sujet



Les panneaux de signalisation qui limitent la hauteur des véhicules (ici, $h < 4,8$ m) dans un tunnel permettent d'éviter des accidents et de réguler le trafic routier.

Activité 1 Équations du type $ax + b = cx + d$

Soit (E) et (F) les équations suivantes (E) : $3x - 5 = -2x + 10$ et (F) : $x + 4 = 3x - 7$.

1. a. Justifie que l'équation (E) se ramène à l'équation : $5x - 15 = 0$.
b. Résous l'équation (E).
2. a. Justifie que l'équation (F) se ramène à l'équation : $-2x + 11 = 0$.
b. Résous l'équation (F).

**Bilan de l'activité**

Toute équation du type $ax + b = cx + d$ peut se ramener à une équation du type $ex + f = 0$.

Activité 2 Équation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$

(P) désigne l'équation : $(3x + 6)(-2x + 8) = 0$.

1. Recopie et complète la propriété vue au chapitre précédent :
Un produit de facteurs est égal à zéro lorsque ...
2. a. Résous les équations $3x + 6 = 0$; puis $-2x + 8 = 0$.
b. Déduis-en les solutions de l'équation (P).

Bilan de l'activité

$(ax + b)(cx + d) = 0$
équivaut à $ax + b = 0$
ou $cx + d = 0$.

**Activité 3** Équation du type $x^2 = a$, avec $a > 0$

Un professeur a demandé à ses élèves de résoudre l'équation $x^2 = 3$.
Voici la réponse de Saty et les remarques du professeur.

$x^2 = 3$ a pour solution $x = \sqrt{3}$.	C'est vrai mais ce n'est pas la seule solution.
En effet, si je remplace x par $\sqrt{3}$:	
$(\sqrt{3})^2 = 3$.	Pense à écrire que $3 = \sqrt{3}^2$ et à utiliser une égalité remarquable.

1. De quelle égalité remarquable le professeur parle-t-il ?
2. Recopie et complète :
 $x^2 = 3$ équivaut à $x^2 - 3 = 0$, c'est-à-dire à $x^2 - (\dots)^2 = 0$.
3. Résous l'équation demandée.

Bilan de l'activité

La résolution d'une équation du type $x^2 = a$ (avec $a > 0$) se ramène à la résolution de l'équation
 $(x - \sqrt{a})(x + \sqrt{a}) = 0$.

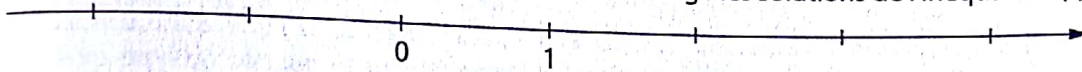


Activité 4 Inéquation du type $ax + b > 0$

(I) désigne l'inéquation : $2x - 6 > 0$.

1. Trouve trois nombres qui sont solutions de cette inéquation.
2. Trouve trois nombres qui ne sont pas solutions de cette inéquation.
3. a. Justifie que l'inéquation (I) peut s'écrire à $x > 3$.

b. Reproduis la droite graduée ci-dessous et colorie en rouge les solutions de l'inéquation (I).



c. Recopie et complète en utilisant un intervalle.

$2x - 6 > 0$ équivaut à $x > 3$ qui équivaut à $x \in \dots$



Bilan de l'activité

- Toute inéquation du type $ax + b > 0$ se ramène à une inéquation du type $x > u$ ou $x < v$.
- Les solutions d'une inéquation du type $ax + b > 0$ peuvent être représentées sur une droite graduée et écrites sous forme d'intervalle.

Activité 5 Inéquation du type $ax + b \geq cx + d$

On considère l'inéquation (I) : $x + 2 \geq 4 - x$.

1. Justifie que l'inéquation (I) se ramène à $2x - 2 \geq 0$.
2. Résous cette dernière inéquation.
3. Représente, sur une droite graduée, l'ensemble des solutions de l'inéquation ; puis donne la solution de cette inéquation sous la forme d'un intervalle.

Bilan de l'activité

- Toute inéquation du type $ax + b \geq cx + d$ peut se ramener à une inéquation du type $ex + f \geq 0$.
- L'ensemble des solutions est un intervalle.



Activité 6 Système de deux inéquations

(I) désigne le système d'inéquations $\begin{cases} 2x + 1 \geq x - 3 \\ x - 6 \leq -2 - x \end{cases}$

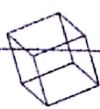
1. Résous l'inéquation (I_1) : $2x + 1 \geq x - 3$; puis représente ses solutions, en rouge, sur une droite graduée.
2. Résous l'inéquation (I_2) : $x - 6 \leq -2 - x$; puis représente ses solutions, en vert, sur la droite graduée précédente.
3. Écris, sous forme d'un intervalle, les nombres qui sont solutions du système (I), c'est-à-dire qui sont solutions à la fois de (I_1) et de (I_2) .

En mathématiques, le symbole d'accolade $\{$ signifie « et ». Les deux inéquations doivent donc être vraies en même temps.

Bilan de l'activité

L'ensemble des solutions d'un système de deux inéquations est l'intersection des ensembles des solutions des deux inéquations, c'est-à-dire les solutions qui sont communes aux deux inéquations du système.





1 Équations du premier degré dans \mathbb{R}

a. Équations du type $ax + b = cx + d$

► Définition

Un nombre est appelé **solution** d'une équation d'inconnue x lorsque, quand on remplace x par ce nombre, l'égalité obtenue est vraie.

Exemple

$2x + 3 = 0$ équivaut à $x = -\frac{3}{2}$. $-\frac{3}{2}$ est bien solution de l'équation car $2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 3 = -3 + 3 = 0$.

► Propriété

- Toute équation du type $ax + b = cx + d$ peut se ramener à une équation du type $ex + f = 0$.
- Toute équation du type $ex + f = 0$ (avec $e \neq 0$) possède une solution unique : $x = -\frac{f}{e}$.

b. Équations du type $(ax + b)(cx + d) = 0$

► Propriété

L'équation $(ax + b)(cx + d) = 0$ équivaut à $ax + b = 0$ ou $cx + d = 0$.

FICHE MÉTHODE Résoudre une équation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$

Pour résoudre une équation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$, il faut :

- 1 énoncer la propriété du paragraphe 4 du chapitre précédent,
- 2 résoudre chacune des équations : $ax + b = 0$ et $cx + d = 0$,
- 3 conclure.

Exemple

On doit résoudre l'équation $(2x + 1)(-5x + 10) = 0$.

- 1 Un produit de facteurs est égal à zéro lorsque l'un, au moins, de ses facteurs est égal à zéro.
 $(2x + 1)(-5x + 10) = 0$ équivaut à $2x + 1 = 0$ ou $-5x + 10 = 0$.
- 2 $2x + 1 = 0$ donne $2x = -1$ donc $x = -\frac{1}{2}$.
 $-5x + 10 = 0$ donne $-5x = -10$ donc $x = 2$.
- 3 Les solutions de l'équation $(2x + 1)(-5x + 10) = 0$ sont donc $-\frac{1}{2}$ et 2.

c. Équations du type $x^2 = a$

► Propriété

L'équation $x^2 = a$ (avec $a > 0$) a pour solutions $x = \sqrt{a}$ et $x = -\sqrt{a}$.

Remarques

- Cette propriété vient du fait que $x^2 = a$, où $a > 0$, est équivalent successivement à $x^2 - a = 0$; $x^2 - \sqrt{a}^2 = 0$; $(x + \sqrt{a})(x - \sqrt{a}) = 0$. On est alors ramené au paragraphe b.
- Dans le cas où $a < 0$, l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.
- Dans le cas où $a = 0$, l'équation $x^2 = 0$ admet comme unique solution $x = 0$.

2 Inéquations du premier degré dans \mathbb{R}

a. Inéquations du type $ax + b > 0$ ou $ax + b \geq 0$

► Propriétés

- Toute inéquation du type $ax + b > 0$ (avec $a \neq 0$) peut se ramener à une inéquation du type :
 $x > u$ ou $x < v$.
- Toute inéquation du type $ax + b \geq 0$ (avec $a \neq 0$) peut se ramener à une inéquation du type :
 $x \geq u$ ou $x \leq v$.
- Leurs solutions peuvent être représentées sur une droite graduée ou données sous forme d'intervalle.



Retiens l'essentiel

Exemple $2x + 3 > 0$ équivaut à $x > -\frac{3}{2}$ équivaut à $x \in]-\frac{3}{2}; \rightarrow[$.

L'ensemble des solutions est $]-\frac{3}{2}; \rightarrow[$.

b. Système d'inéquations à une inconnue

Principe Un système d'inéquations à une inconnue x est de la forme $\begin{cases} ax + b > 0 \\ cx + d \geq 0 \end{cases}$.

Les solutions de ce système sont les nombres qui sont solutions communes à chaque inéquation :
 $ax + b > 0$ et $cx + d \geq 0$.

On les représente sur une droite graduée ou on les note sous forme d'intervalle.

FICHE MÉTHODE Résoudre un système d'inéquations à une inconnue

Pour résoudre un système d'inéquations à une inconnue, on peut procéder comme suit :

- ➊ résoudre la première inéquation et représenter ses solutions en rouge sur une droite graduée,
- ➋ résoudre la deuxième inéquation et représenter ses solutions en vert sur la même droite graduée,
- ➌ conclure en indiquant que les solutions du système sont colorées en rouge et en vert ; ou en donnant les solutions sous forme d'un intervalle.

Exemple
 On doit résoudre le système (I) $\begin{cases} 2x - 6 < 0 \\ 7x + 14 \geq 0 \end{cases}$.

- ➊ $2x - 6 < 0$ équivaut à $2x < 6$ donc à $x < 3$.
 - ➋ $7x + 14 \geq 0$ équivaut à $7x \geq -14$ donc à $x \geq -2$.
 - ➌ Les solutions du système (I) sont les nombres $x \in [-2; 3[$.
-

3 Résolution d'un problème du premier degré dans R

FICHE MÉTHODE Résoudre un problème

Pour résoudre un problème du premier degré dans \mathbb{R} , on peut procéder comme suit :

- ➊ nommer l'inconnu (si ce n'est pas déjà fait),
- ➋ résoudre l'équation ou l'inéquation,
- ➌ conclure en interprétant le résultat trouvé.

Exemple Avec une équation

Pour la rentrée scolaire, un élève en classe de 3^e achète 6 cahiers de même prix et un livre de mathématique. Il paie au total 6 550 F.

Sachant que le prix du livre est de 4 000 F, détermine le prix d'un cahier.

- ➊ On note x le nombre de cahiers.
- ➋ Ce problème se traduit à l'aide de l'équation suivante : $6x + 4\,000 = 6\,550$.
- ➌ Après résolution, $x = 425$ (on peut vérifier que $6 \times 425 + 4\,000 = 6\,550$).
- ➍ Le prix d'un cahier est de 425 F.

Exemple Avec une inéquation

Lors d'un test à deux épreuves au même coefficient, un élève obtient la note de 14,5 sur 20 à la 1^{re} épreuve.

Quelle note doit-il obtenir au minimum à sa 2^e épreuve pour réussir au test si la moyenne minimale exigée pour le passage est de 16/20 ?

- ➊ On note x la note de la 2^e épreuve.
- ➋ Ce problème se traduit à l'aide de l'inéquation suivante : $\frac{14,5 + x}{2} \geq 16$.
- ➌ Après résolution, $x \geq 17,5$ (on peut vérifier que $\frac{14,5 + 17,5}{2} = 16$.)
- ➍ Il lui faut obtenir au minimum 17,5/20 à la 2^e épreuve.

Équations du type $ax + b = cx + d$

1 Résous dans \mathbb{R} chaque équation.

1. $2x + 3 = 0$ 2. $-4x + 5 = 0$
3. $10x + 10 = 0$ 4. $1 - 3x = 0$.

2 Recopie les diagrammes ci-dessous et relie chaque équation à sa solution.

$2x + 5 = 4x - 3$	• 1
$7x = 3x + 4$	• 2
$8x - 7 = -x + 11$	• 3
$10x + 5 = 4x + 23$	• 4

3 Dans chaque cas, écris le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. La solution de l'équation $4x - 9 = x$ est :

- a -3 b $\frac{1}{3}$ c 3.

2. La solution de l'équation $x - 2 = 3 + 2x$ est :

- a 5 b -5 c -1.

3. La solution de l'équation $-4(x - 1) = 2x + 15$ est :

- a $-\frac{11}{6}$ b $\frac{11}{6}$ c $\frac{6}{11}$.

4. La solution de l'équation $2x + 6 = 4(x - 2)$ est :

- a $\frac{1}{7}$ b $-\frac{1}{7}$ c 7.

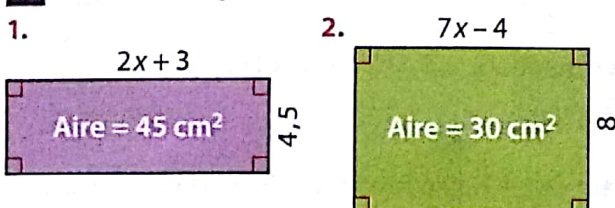
4 Résous dans \mathbb{R} , les équations suivantes.

1. $4x = 0$ 2. $-\frac{3}{2}x = 0$
3. $4x - 13 = 0$ 4. $3x - \frac{3}{5} = 0$
5. $6x - 15 = 0$ 6. $4(2 + 3x) - (x - 5) = 0$

5 Résous dans \mathbb{R} , les équations suivantes.

1. $3x + 4 = 2x + 9$ 2. $2x + 3 = 3x - 5$
3. $5x - 1 = 2x + 4$ 4. $3x + 1 = 7x + 5$
5. $5x + 2 = 9x + 7$ 6. $\frac{x}{3} + 2 = -\frac{5x}{6} + 9$
7. $\frac{2x + 3}{2} = \frac{7x - 2}{3}$ 8. $4x - 3 = 2(1 - 2x)$.

6 L'unité de longueur est le centimètre.



Calcule x dans chacun des cas.

7 Arsène dispose de 2 400 F pour acheter trois types de fruits : des ananas, des oranges et des bananes.

Il souhaite dépenser 300 F de plus pour acheter des ananas que pour les oranges; et il souhaite dépenser 150 F de plus pour les oranges que pour les bananes.

On note x le prix dépensé pour les bananes.

Calcule x .

Équations du type $(ax + b)(cx + d) = 0$

8 Résous dans \mathbb{R} chaque équation.

1. $(x + 4)(1 - 4x) = 0$ 2. $(4x - 1)(9x - 2) = 0$
3. $(5x - 3)(6 + x) = 0$ 4. $(2x - 1)(x + 3) = 0$
5. $(x + 2)(5 - 4x) = 0$ 6. $(x - 5)(x + 5) = 0$.

9 Recopie les diagrammes ci-dessous et associe à chaque équation ses solutions.

$(2x + 3)(1 - 4x) = 0$	• $-\frac{1}{4}$ et $-\frac{3}{2}$
$(4x - 1)(-2x + 3) = 0$	• $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{2}$
$(3 - 2x)(-1 - 4x) = 0$	• $-\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{2}$
$(4x + 1)(2x - 3) = 0$	• $\frac{1}{4}$ et $-\frac{3}{2}$

10 Résous dans \mathbb{R} chaque équation.

1. $-3x(4 - 2x) = 0$
2. $x(2x - 1) = 0$
3. $4(3x - 18)(6 - 12x) = 0$
4. $(x - \sqrt{3})(x\sqrt{5} + 1) = 0$
5. $\left(3x - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{2} - \frac{9}{4}x\right) = 0$
6. $4(2 + 3x)(x - 5) = 0$.

Équations du type $x^2 = a$

11 Résous dans \mathbb{R} chaque équation.

1. $x^2 = 4$ 2. $x^2 = 5$
3. $x^2 = \frac{9}{16}$ 4. $x^2 = 1$.

12 $ABCD$ est un carré d'aire 7 m^2 .

Calcule la longueur x , en m, de son côté.

Exerce-toi : vérifie tes acquis

13 Lorsque c'est possible, résous dans \mathbb{R} chaque équation.

1. $x^2 = -3$

2. $x^2 = 0$

3. $x^2 = \pi$

4. $x^2 = -\sqrt{2}$.

Inéquations du type $ax + b > 0$

14 Recopie les diagrammes ci-dessous et relie à chaque inéquation à l'ensemble des solutions qui lui correspond.

$2x + 1 \geq -7$	$\cdot \left[\frac{3}{2}; \rightarrow [$
$-x \geq 3$	$\cdot] \leftarrow ; -\frac{3}{5}$
$\frac{2}{3}x \geq 1$	$\cdot [-4; \rightarrow [$
$7x - 2 \leq 2x - 5$	$\cdot] \leftarrow ; -3$

15 Réponds par Vrai ou par Faux à chaque affirmation.

Affirmation **1** 0 est solution de l'inéquation $6x - 3 \leq 4x + 1$.

Affirmation **2** 1 est la seule solution de l'inéquation $4x + 1 \leq 5$.

Affirmation **3** $] \leftarrow ; 0]$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $x \geq 0$.

Affirmation **4** L'inéquation $5x - 2 < 5x + 1$ admet pour solution tout nombre réel.

16 Résous dans \mathbb{R} chaque inéquation. Donne l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

1. $x - 6 > 0$

2. $8x - 5 \leq 0$

3. $4x - 8 \leq 0$

4. $-18x - 9 < 0$

5. $-\frac{3}{4}x \geq 0$

6. $-24x < -64$.

17 Résous dans \mathbb{R} chaque inéquation. Représente les solutions sur une droite graduée.

1. $6x - 3 \leq 4x - 1$

2. $x < -2x + 6$

3. $5x - 10 \geq 3x + 2$

4. $2 - 3x > 1 - x$

5. $-9x < -22,5$

6. $-2x + 16 < 5x + 30$.

18 Résous dans \mathbb{R} chaque inéquation. Donne l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle, puis représente ces solutions sur une droite graduée.

1. $3(x + 1) + 4 \leq -7$

2. $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2} < 5 - x$

3. $2x - 5 > -4(x + 1)$

4. $-2 - \frac{3}{2}x \geq \frac{5}{2}x + 4$

5. $4x - (x + 1) < 8x$

6. $\frac{5}{3}x + 1 < \frac{8}{3}x + 2$.

19 Pour transporter des marchandises, Anne a loué un camion.

Cette location est facturée 42 000 F auxquels s'ajoutent 150 F par km parcouru.

Anne souhaite savoir à partir de combien de kilomètres la location dépassera 65 000 F.

On note x le nombre de kilomètres parcourus.

- Traduis le problème en une inéquation.
- Résous cette inéquation et interprète le résultat.

Systèmes d'inéquations

20 1. Sur une droite graduée, représente :
 • en rouge, l'ensemble des solutions de l'inéquation $2x - 3 < 5x - 1$,
 • en vert, l'ensemble des solutions de l'inéquation $x + 4 \geq 3x - 2$.

2. Déduis-en l'ensemble des solutions du système

$$\text{d'inéquations : } (S) \begin{cases} 2x - 3 < 5x - 1 \\ x + 4 \geq 3x - 2 \end{cases}$$

21 Résous dans \mathbb{R} chaque système d'inéquations.

1. (S) $\begin{cases} 2x - 3 > x + 1 \\ 3x - 1 \leq 2x + 7 \end{cases}$

2. (S) $\begin{cases} 2x + 5 > x - 1 \\ -x + 5 > 2x - 7 \end{cases}$

3. (S) $\begin{cases} 3x - 1 \geq 2x + 3 \\ -4x + 5 \geq 5x - 7 \end{cases}$

4. (S) $\begin{cases} 3x - 4 \geq -5x - 2 \\ -8x + 1 > x - 2 \end{cases}$

22 Pour chaque question, indique la bonne réponse parmi **a**, **b** ou **c**.

1. L'ensemble des solutions du système d'inéquations

$$(S) \begin{cases} x > -2 \\ x < 3 \end{cases} \text{ est :}$$

- a** $] -2; \rightarrow [$ **b** $] -2; 3[$ **c** $] \leftarrow ; 3[\cup] -2; \rightarrow [$.

2. L'ensemble des solutions du système d'inéquations

$$(S) \begin{cases} x \geq 1 \\ x > -3 \end{cases} \text{ est :}$$

- a** $] 1; \rightarrow [$ **b** $] -3; \rightarrow [$ **c** $] 1; \rightarrow [$.

3. L'ensemble des solutions du système d'inéquations

$$(S) \begin{cases} -\frac{1}{3}x > \frac{2}{3} \\ x + 3 \geq 0 \end{cases} \text{ est :}$$

- a** $] -3; -2[$ **b** $] \leftarrow ; -2[\cup] -3; \rightarrow [$ **c** $] -3; -2[$.

4. L'ensemble des solutions du système d'inéquations

$$(S) \begin{cases} x \geq 2 \\ -2x \geq -4 \end{cases} \text{ est :}$$

- a** $\{2\}$ **b** $] 2; \rightarrow [$ **c** $] \leftarrow ; 2[$.

23 On donne l'expression littérale :

$$E = (4x - 2)(3x - 2) - (4x - 2)(x - 6).$$

1. Factorise E .
2. Résous dans \mathbb{R} l'équation $E = 0$.

24 On donne l'expression littérale :

$$A = (2x - 6)(x + 2) + 5(x + 2).$$

1. Factorise A .
2. Résous dans \mathbb{R} l'équation $A = 0$.

25 On donne l'inéquation (I) :

$$x + 5 \leq 4(x + 1) + 7.$$

1. Parmi les nombres suivants, indique ceux qui sont solution de (I). Justifie.
• -5 • -3 • 0 • 3.
2. Résous l'inéquation (I).
3. Cite les nombres entiers négatifs qui sont solution de (I).

26 Résous dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1. $4x^2 - 9 = 0$
2. $(x + 1)^2 = 25$
3. $9x^2 - 4 = 0$
4. $(3x + 2)^2 = 16$
5. $x^2 - 16 = 9$
6. $(2x + 5)^2 - 4 = 0$.

27 On donne l'expression littérale :

$$C = (x + 3)^2 - (2x + 3)^2.$$

1. Factorise C .
2. Résous dans \mathbb{R} l'équation $C = 0$.

Aide

Pour la question 1., pense à utiliser une égalité remarquable.

28 On donne l'inéquation (I) : $-4x + \frac{1}{2} \geq -11$.

1. Résous dans \mathbb{R} l'inéquation (I).
2. Cite tous les nombres entiers naturels qui sont solution de (I).

29 Résous dans \mathbb{R} l'inéquation :

$$3(4 - 5x) + 7 \leq 10 - 4(3x + 2).$$

30 On donne l'expression littérale : $B = \frac{3x - 2}{4}$.

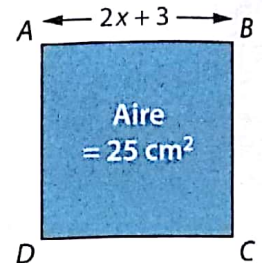
1. Calcule la valeur numérique de B pour $x = \frac{7}{3}$.
2. Le nombre $\frac{7}{3}$ est-il solution de l'inéquation $B < 2$?
3. Résous dans \mathbb{R} l'inéquation $B < 2$.

31 On donne le système d'inéquations :

$$(S) \begin{cases} 7x > 8x - 3 \\ -3x + 1 \geq -5x - 2 \end{cases}$$

1. Représente l'ensemble des solutions du système (S) sur une droite graduée.
2. Déduis-en l'ensemble des solutions de (S) sous la forme d'un intervalle.

32 L'unité de longueur est le centimètre.
 $MNPQ$ est le carré ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur.
Calcule x .



33 On considère l'inéquation (I) : $4x + 7 \geq 2 - 3x$.

1. a. Justifie que le nombre -1 n'est pas solution de l'inéquation (I).
b. Justifie que le nombre 0 est solution de (I).
2. Résous dans \mathbb{R} l'inéquation (I).

34 On donne l'expression littérale :

$$G = 4x^2 - 9 + x(2x - 3).$$

1. a. Factorise $4x^2 - 9$ en utilisant une égalité remarquable.
b. Factorise G .
2. Résous dans \mathbb{R} l'équation $4x^2 - 9 + x(2x - 3) = 0$.

35 Henri a ajouté 10 ans à son âge, il a ensuite multiplié le résultat par 2 et a trouvé 48.

On note x l'âge d'Henri.

1. Traduis cette situation par une équation.
2. Résous cette équation et interprète le résultat.

36 Pour chaque question, choisis la bonne réponse parmi **a**, **b** ou **c**.

1. Les solutions de l'équation $2x(2x - 1)$ sont :

- a** 2 et -1 **b** 0 et $\frac{1}{2}$ **c** -2 et $\frac{1}{2}$.

2. La solution de l'équation $(3x - 7)^2 = 0$ est :

- a** 4 **b** $\frac{7}{3}$ **c** $\frac{3}{7}$

3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $5x - 10 \geq 3x + 2$ est :

- a** $] \leftarrow ; 6]$ **b** $[6 ; \rightarrow [$ **c** $]6 ; \rightarrow [$.

4. Le nombre -3 est solution du système d'inéquations :

- a** (S) $\begin{cases} 2x + 1 < 3 \\ x + 4 > 7 \end{cases}$ **b** (S) $\begin{cases} 3x - 2 \leq -4 \\ 7x + 1 > -10 \end{cases}$
c (S) $\begin{cases} x + 2 < 4 \\ 1 - 3x \geq 5 \end{cases}$

Exerce-toi : renforce tes acquis

37 Un travail de vacances

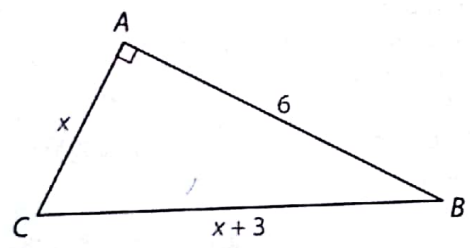
Pour un travail de vacances, un élève de 3^e contacte une librairie qui lui propose la vente d'articles avec les deux options suivantes pour son salaire mensuel.
Option 1 : Il perçoit 10 000 FCFA comme salaire de base mensuel et une prime de 30 FCFA par article vendu.
Option 2 : Il perçoit 130 FCFA par article vendu.
 L'élève veut choisir l'option la plus avantageuse pour lui.

- On désigne par x le nombre d'articles vendus en un mois.
 Exprime en fonction de x :
 a. le salaire mensuel selon l'option 1 ;
 b. le salaire mensuel selon l'option 2.
- Détermine le nombre d'articles à vendre à partir duquel l'option 2 est plus avantageuse pour cet élève.

BEPC 2006

38 La propriété de Pythagore

L'unité de longueur est le centimètre.
 ABC est le triangle rectangle dessiné ci-dessous.



Calcule x .

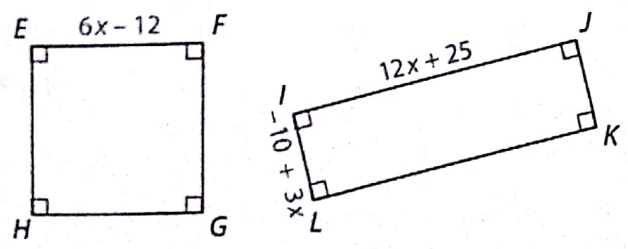
39 Avec une égalité remarquable

On donne l'expression littérale :
 $D = (4x^2 - 12x + 9) - 4(2x - 3)$.

- Factorise D .
- Résous dans \mathbb{R} l'équation :
 $(4x^2 - 12x + 9) - 4(2x - 3) = 0$.
- Développe D .
- Calcule la valeur numérique de D pour $x = \sqrt{3}$.

40 Comparaison d'aires

L'unité de longueur est le centimètre.
 Le carré EFGH et le rectangle IJKL sont dessinés ci-dessous et ne sont pas en vraie grandeur.



Pour quelles valeurs de x l'aire du rectangle est-elle supérieure à l'aire du carré ?
 Donne la réponse sous forme d'intervalle.

41 La capacité du réservoir

Un automobiliste constate qu'en ajoutant 15 L d'essence à son réservoir à moitié plein, il le remplit aux trois quarts.
 Calcule la capacité, en litres, de son réservoir.

42 Des équations du type $x^2 = a$

Résous dans \mathbb{R} chaque équation.

- $(x + 1)^2 = 4$
- $(2x - 5)^2 - 16 = 0$
- $(x + 1)^2 = 4x^2$
- $(2x + 1)^2 = 4(2x - 3)^2$
- $(x + 3)^2 + 2 = 0$
- $9(x - 2)^2 = 16(2x - 3)^2$

43 L'âge de Raïssa

Raïssa : « Mon père a 23 ans de plus que moi. Dans 15 ans, il aura le triple de l'âge que j'ai aujourd'hui. »
 Détermine l'âge de Raïssa.

44 Des inéquations compliquées

Résous dans \mathbb{R} chaque inéquation.
 Donne l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

- $\frac{x+1}{4} \geq \frac{x-2}{2}$
- $\frac{x-1}{6} + \frac{x+1}{3} < 2$
- $x + \frac{x}{2} - \frac{x}{6} \leq \frac{x+1}{3}$
- $\frac{x-2}{3} + \frac{x-1}{2} \geq 0$

45 L'excursion en bus

À la fin de l'année scolaire, le club de mathématiques d'un établissement invite ses membres à une excursion. Pour le déplacement, le président du club se renseigne auprès des transporteurs A et B.



La compagnie A propose un tarif de 500 F CFA par kilomètre parcouru.
 La compagnie B propose 300 F CFA par kilomètre parcouru et 24 000 F CFA pour le carburant.
 Le club décide de choisir la compagnie qui présente l'offre la moins chère.
 On désigne par x la distance à parcourir.

- Exprime en fonction de x :
 a. le prix à payer si la compagnie A est choisie ;
 b. le prix à payer si la compagnie B est choisie.
- Détermine la distance, en km, à partir de laquelle l'offre de la compagnie B est meilleure que celle de la compagnie A.

BEPC 2016

46 Un système d'inéquations

Résous dans \mathbb{R} le système d'inéquations :

$$(S) \begin{cases} 2(1 - 3x) \geq 4(x + 1) - 2 \\ -5(x + 3) + 7 < 2x + 3 \end{cases}$$

47 L'élection du délégué

Pour l'élection du délégué de classe, quatre candidats se sont présentés :

- le premier candidat a obtenu la moitié des voix ;
- le deuxième candidat a obtenu le quart des voix ;
- le troisième candidat a obtenu un septième des voix ;
- le quatrième a obtenu 3 voix ;

Sachant que tous les élèves ont voté, détermine l'effectif de la classe.

48 L'argent de poche

Après avoir dépensé le tiers, puis le quart de son argent de poche, Luc possède encore 400 F.

Combien avait-il d'argent de poche ?

49 Avec trois facteurs

Résous dans \mathbb{R} l'équation : $(2x + 3)(x - 7)(-4x + 1) = 0$.

50 Une résolution pas à pas

Un fleuriste propose à ses clients d'emporter gratuitement un bouquet de cinq roses, quatre iris et six tulipes, dont le prix est 3 500 F, à condition de trouver le prix unitaire de chaque fleur.

Pour cela, il donne les renseignements suivants.

- Le prix d'un iris est la moitié du prix d'une rose.
- Le prix d'une tulipe est le triple du prix d'une rose.

1. Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Langage courant	Langage mathématique
Prix d'une rose	x
Prix de cinq roses	
Prix d'un iris	$\frac{x}{2}$
Prix de quatre iris	
Prix d'une tulipe	
Prix de six tulipes	

2. Détermine le prix du bouquet en fonction de x .

3. Déduis-en le prix unitaire de chaque fleur.

51 Une mère et ses enfants

Une mère a 42 ans. Elle a trois enfants de 11 ; 9 et 4 ans. Dans combien d'années l'âge de la mère sera-t-il égal à la somme des âges de ses trois enfants ?

52 Développer pour résoudre

1. Développe l'expression $A = (2x + 1)^2 - 3x + 12$.

2. Développe l'expression $B = (2x - 1)(2x + 1) + 5x$.

3. Résous dans \mathbb{R} l'équation :

$$(2x + 1)^2 - 3x + 2 = (2x - 1)(2x + 1) + 5x.$$

53 Les moutons du berger

Un berger a autant de moutons dans le tiers de son troupeau que lorsque 20 d'entre eux le quittent pour aller s'abreuver.

Combien de moutons possède ce berger ?

54 Factoriser pour résoudre

1. Factorise l'expression $C = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 5)$.

2. Factorise l'expression $D = 4x^2 + 12x + 9 + 5(2x + 3)$.

3. Résous l'équation $C - D = 0$.

55 La répartition homme-femme

Une entreprise emploie 320 personnes.

Sachant qu'il y a trois fois plus d'hommes que de femmes, calcule le nombre d'hommes et le nombre de femmes employés dans cette entreprise.

56 Un système à trois inéquations

Résous dans \mathbb{R} le système d'inéquations :

$$(5) \begin{cases} 2x - 1 \leq 4x + 7 \\ -x + 2 > 3x - 6 \\ 2(x + 3) \geq x - 7 \end{cases}$$

57 Le club de gymnastique

Un club de gymnastique propose, pour l'utilisation de ses installations, les deux tarifs suivants :

TARIF A :

850 F par séance ;

TARIF B :

abonnement annuel

de 10 000 F, puis

400 F par séance.

Le père d'un élève en classe de 3^e désire dépenser 34 000 F dans l'année pour l'utilisation des installations de ce club.

1. Exprime, en fonction du nombre x de séances annuelles :

- le coût P_A pour un utilisateur ayant choisi le tarif A ;
- le coût P_B pour un utilisateur ayant choisi le tarif B.

2. Détermine pour chaque tarif le nombre de séances qu'il pourra effectuer.

3. Lequel des tarifs est avantageux pour le père ?

**En savoir plus**

Les premiers problèmes mathématiques connus remontent à l'Égypte ancienne.

Ainsi peut-on lire sur un papyrus : « Quand le scribe te dit 10 est les $\frac{2}{3}$ et le $\frac{1}{10}$ de quoi ? », ce qui se traduirait désormais par l'équation :

$$10 = \frac{2}{3}x + \frac{1}{10}x.$$

À l'époque, le chiffre zéro n'était pas connu.

Un célèbre papyrus, datant de plus de 5 100 ans et mesurant 5,40 m de long sur 7 cm de large contient 25 problèmes et leurs solutions.

Équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Habilités et contenus

- ✓ **Identifier** une équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$; une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$; un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$; un système de deux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- ✓ **Vérifier** qu'un couple de réels donné est solution ou non d'une équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$; qu'un couple de réels donné est solution ou non d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- ✓ **Déterminer** des couples de réels solutions d'une équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$; des couples de réels solutions d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- ✓ **Représenter** graphiquement l'ensemble des solutions d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$; graphiquement l'ensemble des solutions d'un système de deux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- ✓ **Résoudre** un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par substitution ; un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par combinaison ; graphiquement un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- ✓ **Traduire** un problème du premier degré par une équation ou une inéquation, un système d'équations ou un système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel aux équations ou aux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Découvre le sujet



Pour organiser le trafic aérien (décollages, atterrissages, parkings...) les ordinateurs des tours de contrôle doivent résoudre des systèmes d'équations à plusieurs inconnues.

Activité 1 Équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Pendant les vacances, Ami veut faire du commerce afin d'aider ses parents à payer ses fournitures scolaires.

Elle dispose d'une somme de 2 400 F pour l'achat des oranges qui coûtent 50 F l'unité et des mangues à 100 F l'unité.

Avant ses achats, elle veut savoir le nombre de mangues et le nombre d'oranges qu'elle peut acheter avec cette somme.

1. Détermine le nombre de mangues qu'elle peut acheter si elle achète 30 oranges.
2. Détermine le nombre d'oranges qu'elle peut acheter si elle achète 15 mangues.
3. Ami peut-elle acheter 20 oranges et 13 mangues en dépensant tout son argent ?
4. On désigne par x le nombre d'oranges et par y le nombre de mangues qu'Ami va acheter. Écris une équation en x et y indiquant qu'Ami a dépensé tout son argent.



Bilan de l'activité

- x et y vérifient l'équation $50x + 100y = 2\,400$. Cette **équation est une équation du premier degré** dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- Les couples (18 ; 15) et (30 ; 9) sont **solutions** de l'équation $50x + 100y = 2\,400$.
- Le couple (20 ; 13) n'est pas solution de l'équation $50x + 100y = 2\,400$.

Activité 2 Système d'équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

On considère les deux équations suivantes :

$$(1) \quad 3x - y - 5 = 0$$

$$(2) \quad x + y - 3 = 0.$$

On donne quatre couples de nombres :

- (1 ; 2) • (1 ; -2) • (2 ; 1) • (1 ; 1).

1. Parmi les couples ci-dessus, détermine ceux qui vérifient l'équation (1).
2. Parmi les couples ci-dessus, détermine ceux qui vérifient l'équation (2).
3. Lequel des couples vérifie les deux équations ?



Bilan de l'activité

- Le couple (2 ; 1) vérifie les deux équations données. On dit que ce couple est **solution du système** de deux équations à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} 3x - y - 5 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases}$$

- Résoudre un système de deux équations à deux inconnues, c'est trouver l'ensemble des solutions communes aux deux équations.

Activité 3 Résolution d'un système par la méthode graphique

On considère le système d'équations suivant : $\begin{cases} 3x - y = 13 & (1) \\ 4x + 5y = -8 & (2) \end{cases}$
Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

1. a. Construis dans le repère, la droite (\mathcal{D}_1) d'équation : $3x - y = 13$.
b. Construis dans le même repère la droite (\mathcal{D}_2) d'équation : $4x + 5y = -8$.
2. a. Justifie que les droites (\mathcal{D}_1) et (\mathcal{D}_2) sont sécantes, en utilisant l'aide ci-contre.
b. Détermine graphiquement les coordonnées du point d'intersection des deux droites.
c. Vérifie que le couple de coordonnées du point d'intersection est solution du système.

D'après la leçon 6, deux droites sont parallèles lorsqu'elles ont des vecteurs directeurs colinéaires.

Bilan de l'activité

La méthode utilisée pour résoudre ce système d'équations est appelée **méthode** de résolution **graphique**.



Activité 4 Résolution d'un système par la méthode de substitution

On considère le système d'équations suivant : $\begin{cases} 2x + y = 7 & (1) \\ -x + y = -2 & (2) \end{cases}$

1. a. Dans l'équation (1), exprime y en fonction de x .
b. Dans l'équation (2), remplace y par l'expression trouvée en 1. a. Trouve la valeur de x .
c. Dans l'expression de y trouvée en 1. a., remplace x par sa valeur. Calcule y .
2. Vérifie que le couple $(3 ; 1)$ trouvé dans la question 1. est bien solution du système.

Bilan de l'activité

La méthode détaillée dans la question 1. pour résoudre ce système d'équations est appelée **méthode** de résolution **par substitution**.



Activité 5 Résolution d'un système par la méthode de combinaison

On considère le système d'équations suivant : $\begin{cases} 3x + 4y = 14 & (1) \\ -2x + 3y = 19 & (2) \end{cases}$

1. a. En multipliant par 2 les deux membres de l'équation (1), on obtient l'équation (3) : $2 \times (3x + 4y) = 2 \times 14$, c'est-à-dire (3) $6x + 8y = 28$.
Écris l'équation (4) obtenue en multipliant les deux membres de l'équation (2) par 3.
b. Recopie et complète en additionnant membre à membre les équations (3) et (4).
On obtient l'équation (5).
c. Trouve y .
Remplace alors la valeur de y dans l'une des équations (1) ou (2) et trouve x .
2. Vérifie que le couple $(-2 ; 5)$ trouvé dans la question 1. est bien solution du système.

$$+ \begin{cases} 6x + 8y = 28 & (3) \\ \dots + \dots = \dots & (4) \\ \hline \dots = 85 & (5) \end{cases}$$

Bilan de l'activité

La méthode détaillée dans la question 1. pour résoudre ce système d'équations est appelée **méthode** de résolution **par combinaison**.

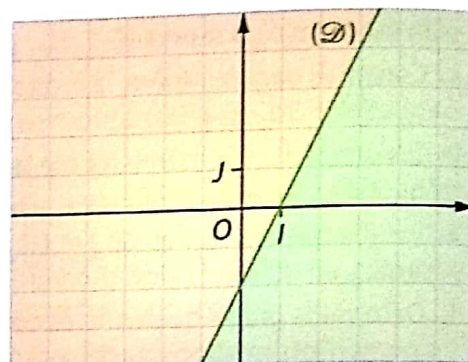


Activité 6 Résolution graphique d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

On s'intéresse à l'inéquation (I) : $2x - y - 2 > 0$.
Dans le repère (O, I, J) ci-contre, on a tracé la droite (D)
d'équation : $2x - y - 2 = 0$.

Cette droite partage le plan en deux demi-plans :
l'un vert, l'autre orange.

1. Justifie que le couple (0 ; 0) ne vérifie pas l'inéquation (I) : $2x - y - 2 > 0$.
2. Choisis un point au hasard dans le demi-plan orange et vérifie si le couple de ses coordonnées est solution ou non de l'inéquation (I) : $2x - y - 2 > 0$.
3. Choisis un point au hasard dans le demi-plan vert et vérifie si le couple de ses coordonnées est solution ou non de l'inéquation (I) : $2x - y - 2 > 0$.



Bilan de l'activité

L'ensemble des points dont les couples de coordonnées vérifient l'inégalité :
 $2x - y - 2 > 0$ est un demi-plan délimité par la droite d'équation : $2x - y - 2 = 0$.



Activité 7 Problème menant à un système d'inéquations

Pour le derby de football opposant l'équipe de l'Asec à celle de l'Africa :

- Yao a acheté 5 tickets à la tribune d'honneur et 2 tickets au virage. Il a payé plus de 12 000 F ;
- Koné a acheté 3 tickets à la tribune d'honneur et 5 tickets au virage mais a payé moins de 11 000 F.

On désigne par x le prix du ticket de la tribune d'honneur et par y le prix du ticket de virage.

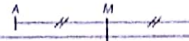
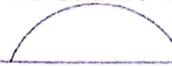
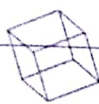
1. Traduis sous forme d'inéquation la dépense de Yao.
2. Traduis sous forme d'inéquation la dépense de Koné.
3. Dans un repère orthonormé d'unité 1 cm pour 200 F, trace les droites (D₁) d'équation $5x + 2y = 12\,000$ et (D₂) d'équation $3x + 5y = 11\,000$.
Colorie d'une couleur le demi-plan correspondant à l'inéquation $5x + 2y > 12\,000$ et d'une autre couleur le demi-plan correspondant à l'inéquation $3x + 5y < 11\,000$.
4. Conclue en indiquant les prix possibles pour chaque tribune, sachant que ces prix sont des multiples de 200 F.



Bilan de l'activité

Lorsque la résolution graphique a été effectuée, il ne faut pas oublier de conclure en interprétant la (ou les) solution(s) dans le cadre du problème posé.





1 Équations et systèmes d'équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

a. Équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

► Définitions

a , b et c sont des nombres réels tels que $(a; b) \neq (0; 0)$.

- Une équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, d'inconnues x et y , est une équation du type $ax + by = c$.
- Une solution de cette équation est un couple de nombres réels $(x_0; y_0)$ tel que $ax_0 + by_0 = c$.
- Résoudre une telle équation, c'est trouver toutes ses solutions.

Exemple $2x - 5y = 9$ est une équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Le couple $(2; -1)$ est solution de cette équation. En effet, $2 \times 2 - 5 \times (-1) = 4 + 5 = 9$.

Le couple $(3; 4)$ n'est pas solution de cette équation. En effet, $2 \times 3 - 5 \times 4 = 6 - 20 = -14$ et $-14 \neq 9$.

b. Système d'équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

► Définitions

a, a', b, b', c et c' sont des nombres réels tels que $(a; b) \neq (0; 0)$ et $(a'; b') \neq (0; 0)$.

- Un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, d'inconnues x et y , est un système de la forme
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

- Résoudre un tel système, c'est trouver tous les couples de nombres qui sont solutions des deux équations (en même temps).

c. Méthodes de résolution d'un système d'équations

FICHE MÉTHODE Résoudre un système d'équations par la méthode graphique

Pour résoudre graphiquement un système d'équations du type $ax + by = c$ et $a'x + b'y = c'$, il faut :

- 1 Tracer, dans un repère, la droite (\mathcal{D}) d'équation $ax + by = c$.

(Si nécessaire, revoir la fiche méthode du paragraphe 1. b. de la leçon 6.)

- 2 Tracer, dans ce même repère, la droite (\mathcal{D}') d'équation $a'x + b'y = c'$.

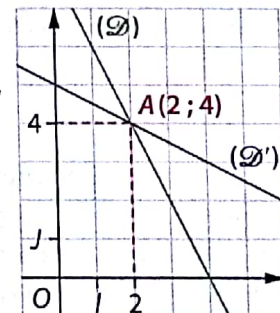
- 3 Si les droites (\mathcal{D}) et (\mathcal{D}') sont sécantes, alors le couple de coordonnées du point d'intersection est l'unique solution du système.

Exemple

On doit résoudre le système
$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$$

- 1 Dans un repère, on trace la droite (\mathcal{D}) d'équation $2x + y = 8$.

- 2 Dans ce même repère, on trace la droite (\mathcal{D}') d'équation $x + 2y = 10$.



- 3 Ainsi, le couple $(2; 4)$ est la solution du système.

Remarques

- Si les droites (\mathcal{D}) et (\mathcal{D}') sont parallèles (non confondues) alors le système n'a pas de solution.
- Si les droites (\mathcal{D}) et (\mathcal{D}') sont confondues, alors le couple de coordonnées de n'importe quel point de (\mathcal{D}) est solution du système.

Retiens l'essentiel

FICHE MÉTHODE Résoudre un système d'équations par la méthode de substitution

Pour résoudre un système par substitution, il faut :

- ① isoler l'une des inconnues (x ou y) dans l'une des deux équations.
- ② Dans l'autre équation, remplacer cette inconnue par l'expression trouvée en 1. Résoudre l'équation à une seule inconnue que l'on obtient.
- ③ En déduire la valeur de l'autre inconnue.
- ④ Conclure.

Exemple

On doit résoudre le système $\begin{cases} 4x - y = 5 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$

- ① Dans la première équation, on isole y : $4x - y = 5$ donne $-y = -4x + 5$ donc $y = 4x - 5$.
- ② La deuxième équation donne alors : $2x + 3(4x - 5) = -1$, donc $2x + 12x - 15 = -1$, d'où $14x = 14$ donc $x = 1$.
- ③ D'après le 1, $y = 4x - 5 = 4 \times 1 - 5 = -1$.
- ④ Ainsi, la solution du système est le couple $(1; -1)$.

FICHE MÉTHODE Résoudre un système d'équations par la méthode de combinaison

Pour résoudre un système par combinaison, il faut :

- ① choisir l'une des inconnues (par exemple x).
- ② Multiplier chaque équation par un nombre bien choisi, afin de faire apparaître des coefficients opposés devant l'inconnue choisie (ici x).
- ③ Additionner membre à membre les deux nouvelles équations obtenues et obtenir ainsi une nouvelle équation n'ayant plus qu'une seule inconnue (ici y). Résoudre cette équation.
- ④ En déduire la valeur de l'autre inconnue.
- ⑤ Conclure.

Exemple

On doit résoudre le système $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$

- ① On choisit l'inconnue x .
- ② $5 \times (3x + 2y) = 5 \times 4$ devient $15x + 10y = 20$.
 $-3 \times (5x - y) = (-3) \times 11$ devient $-15x + 3y = -33$.
- ③
$$+ \begin{cases} 15x + 10y = 20 \\ -15x + 3y = -33 \\ \hline (0x) + 13y = -13 \end{cases}$$
 donc $y = -1$.
- ④ $3x + 2y = 4$, donc $3x + 2 \times (-1) = 4$ ainsi $3x = 6$ donc $x = 2$.
- ⑤ Ainsi, la solution du système est le couple $(2; -1)$.

2 Inéquations et système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

a. Inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

► Définitions

a, b, c sont des nombres réels tels que $(a; b) \neq (0; 0)$.

- Une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ d'inconnues x et y est une inéquation du type $ax + by > c$ (ou $ax + by \geq c$, ou $ax + by < c$, ou $ax + by \leq c$).
- Une solution de cette inéquation est un couple de nombres réels $(x_0; y_0)$ qui vérifient cette inéquation.

► Propriété

Dans un repère, (\mathcal{D}) est la droite d'équation : $ax + by = c$.

Cette droite partage le plan en deux demi-plans :

- l'un de ces demi-plans contient tous les points dont les coordonnées vérifient $ax + by > c$ ou $ax + by \geq c$,
- l'autre demi-plan contient tous les points dont les coordonnées vérifient alors $ax + by < c$ ou $ax + by \leq c$.

Retiens l'essentiel

FICHE MÉTHODE Résoudre graphiquement une inéquation dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

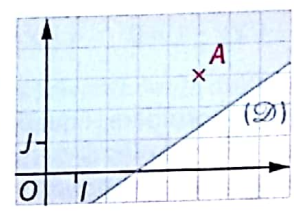
Pour résoudre graphiquement une inéquation du type $ax + by < c$, il faut :

- ➊ Tracer, dans un repère, la droite (\mathcal{D}) d'équation $ax + by = c$.
- ➋ Choisir un point au hasard $A(x_A; y_A)$ dans un des deux demi-plans délimités par (\mathcal{D}) et tester :
 - si $ax_A + by_A < c$, alors c'est que $A(x_A; y_A)$ est dans le demi-plan cherché,
 - si $ax_A + by_A > c$, alors c'est que le demi-plan cherché est celui ne contenant pas $A(x_A; y_A)$.
- ➌ Conclure en colorant le demi-plan des solutions.

Exemple

On doit colorer les solutions de $2x - 3y \leq 6$.

- ➊ Dans un repère, on trace la droite (\mathcal{D}) : $2x - 3y = 6$.
- ➋ On choisit, par exemple, le point $A(5; 3)$.
 $2x_A - 3y_A = 2 \times 5 - 3 \times 3 = 10 - 9 = 1$ et $1 \leq 6$.



- ➌ Les solutions sont les couples de coordonnées des points situés dans le demi-plan contenant A .

Remarques

Dans l'étape ➋, il est pratique de choisir le point $O(0; 0)$ pour tester.

- Lorsque l'inéquation est de la forme $ax + by < c$ ou $ax + by > c$, l'ensemble des solutions est un demi-plan sans la droite qui le borde.
- Lorsque l'inéquation est de la forme $ax + by \leq c$ ou $ax + by \geq c$, l'ensemble des solutions est un demi-plan avec la droite qui le borde.

b. Système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

➤ Définitions

- a, a', b, b', c et c' sont des nombres réels tels que $(a; b) \neq (0; 0)$ et $(a'; b') \neq (0; 0)$.
- Un système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, d'inconnues x et y , est un système constitué de plusieurs inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
 - Résoudre un tel système, c'est trouver tous les couples de nombres qui sont solutions de toutes les inéquations (en même temps).

FICHE MÉTHODE Résoudre graphiquement un système d'inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

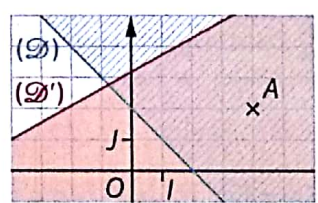
Pour résoudre graphiquement un système d'inéquations, il faut :

- ➊ Tracer, dans un même repère, la droite associée à chaque inéquation.
- ➋ Colorer les demi-plans qui correspondent à chaque inéquation en suivant la fiche méthode précédente.
- ➌ Conclure en indiquant que les solutions sont les couples de coordonnées des points situés dans la partie colorée commune. (Penser à observer les symboles $>$ ou $<$ et \geq ou \leq pour indiquer si certains bords sont compris).

Exemple

On doit colorer les solutions de $\begin{cases} x + y \geq 2 \\ -\frac{1}{2}x + y < 3 \end{cases}$.

- ➊ Dans un repère, on trace les droites : $(\mathcal{D}) : x + y = 2$ (en bleu) et $(\mathcal{D}') : -\frac{1}{2}x + y = 3$ (en rouge).



- ➋ On effectue les tests, par exemple avec le point $A(4; 2)$ afin de délimiter le bon demi-plan pour chaque inéquation.

- ➌ Les solutions sont les couples de coordonnées des points colorés en rouge et hachurés en bleu. (Le bord de la droite (\mathcal{D}) , compris dans ce domaine, est inclus, mais pas celui de la droite (\mathcal{D}') .)

Équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

1 Identifie, parmi les équations suivantes, celles qui sont des équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

- $5x - y = 12$ • $5x - 3 = 0$ • $x^2 - y^2 = 5$
- $\frac{x}{y} + 2y - 1 = 0$ • $4x = y$ • $\sqrt{2x} + 7y = 3$.

2 On considère l'équation : $-x + y + 3 = 0$. Parmi les couples ci-dessous, indique ceux qui sont solution de cette équation.

- (0 ; -3) • (1 ; 2) • (3 ; 0)
- (1 ; -2) • (2 ; 2) • (-2 ; 2).

3 On considère l'équation : $-3x + y = 2$. Recopie et complète le tableau suivant pour que le couple $(x ; y)$ soit solution de cette équation.

x	-2			3		$\frac{4}{3}$
y		-2	0		$\frac{3}{2}$	

4 Dans chaque cas, écris le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. Une solution de l'équation $4x - y = 7$ est :

- a** (1 ; 3) **b** (-1 ; -3) **c** (1 ; -3).

2. L'équation $\frac{3}{2}x - y + \frac{1}{4} = 0$ n'a pas pour solution :

- a** $(\frac{1}{2}; 1)$ **b** $(\frac{5}{2}; 4)$ **c** $(\frac{3}{2}; 2)$.

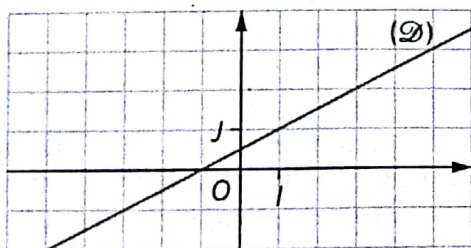
3. Le couple $(2; \frac{1}{3})$ est solution de l'équation :

- a** $2x - 6y = 2$ **b** $-2x + 6y = 2$ **c** $2x = 6y$.

4. Le couple $(-1; \frac{1}{5})$ n'est pas solution de l'équation :

- a** $x - 5y + 2 = 0$ **b** $-x + 10y = 3$ **c** $3x - 5y = 8$.

5 Dans le repère ci-dessous, on a tracé la droite (\mathcal{D}) d'équation : $x - 2y = -1$.



Par lecture graphique, donne trois couples de points à coordonnées entières, qui sont solutions de l'équation : $x - 2y = -1$.

6 1. Représente, dans un repère, tous les points dont les couples de coordonnées sont solutions de l'équation : $2x + 4y = 5$.

2. Représente, dans un autre repère, tous les points dont les couples de coordonnées sont solutions de l'équation : $-x + 3y = 0$.

7 Dans une classe de 3^e, il y a 34 élèves. On note x le nombre de garçons, et y le nombre de filles de cette classe. Traduis ce problème par une équation d'inconnues x et y .

8 Ce matin, en allant au marché, Kadia a acheté 3 oranges et 7 bananes. Elle a payé 750 F. On note x le prix d'une orange et y le prix d'une banane. Traduis ce problème par une équation d'inconnues x et y .

Systemes de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

9 Identifie, parmi les systèmes suivants, ceux qui sont des systèmes de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

- $\begin{cases} x = y + 12 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$ • $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y = 2 \end{cases}$ • $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$

- $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ x - 2y = 5 \\ x + y + z = 8 \end{cases}$ • $\begin{cases} x = 8 \\ x - y = 10 \end{cases}$ • $\begin{cases} 5 = x + y \\ x = 8y + 2 \end{cases}$

10 On considère le système : $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 3x + 4y = 12 \end{cases}$.

Parmi les couples suivants, indique celui qui est solution du système.

- (4 ; -6) • (-4 ; 6) • (4 ; 6).

11 On considère le système : $\begin{cases} 4x - 9y = 19 \\ -5x + 2y = 4 \end{cases}$.

Parmi les couples suivants, indique celui qui est solution du système.

- (2 ; 3) • (-2 ; 3) • (-2 ; -3).

12 Recopie les diagrammes ci-dessous et associe à chaque système sa solution.

$$\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 4x - 3y = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y = -8 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 2y = 14 \\ 3x + 5y = 4 \end{cases}$$

- (3 ; -1)

- (2 ; -3)

- (-2 ; 2)

Exerce-toi : vérifie tes acquis

13 Dans chaque cas, écris le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. La solution du système $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 4x - y = -5 \end{cases}$ est :

- a** (2 ; -2) **b** (-1 ; 1) **c** (1 ; -1).

2. Le couple (3 ; -1) est la solution du système :

a $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ **b** $\begin{cases} 5x + y = 14 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

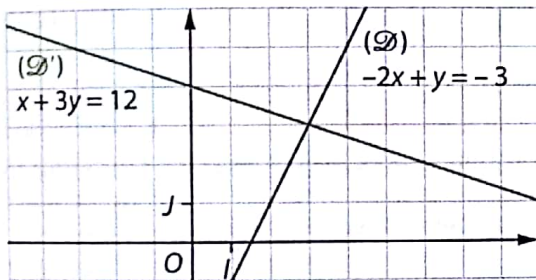
c $\begin{cases} -x + 4y = 0 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

14 Dans chaque cas, recopie et complète le système afin que le couple (6 ; 9) soit solution.

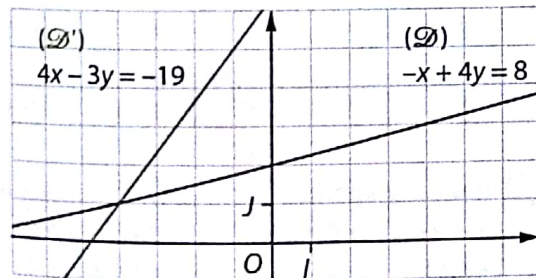
1. $\begin{cases} -4x + y = \dots \\ x + 2y = \dots \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 5x - y = \dots \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = \dots \end{cases}$

15 Dans chaque cas, donne la solution du système par lecture graphique.

1. (S) est le système : $\begin{cases} -2x + y = -3 \\ x + 3y = 12 \end{cases}$



2. (S) est le système : $\begin{cases} -x + 4y = 8 \\ 4x - 3y = -19 \end{cases}$



16 Résous graphiquement les systèmes suivants.

1. $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 4x + 5y = 9 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$

Aide
Relis la fiche méthode du paragraphe 1.c. du cours.

17 Résous graphiquement les systèmes suivants.

1. $\begin{cases} x + 2y - 8 = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} -x + 3y = -8 \\ -x + 3y = 2 \end{cases}$

18 Résous les systèmes suivants par la méthode de substitution.

1. $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 2x + y = 14 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 3x - 4y = 9 \\ -x + 5y = 8 \end{cases}$

Aide
Relis la fiche méthode du paragraphe 1.c. du cours.

19 Résous les systèmes suivants par la méthode de substitution.

1. $\begin{cases} -2x + y = 3 \\ 3x - 3y = 0 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} -x - 2y = 2 \\ \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}y = -1 \end{cases}$

20 Résous les systèmes suivants par la méthode de combinaison.

1. $\begin{cases} 3x + 5y = 2 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x + 6y = 16 \end{cases}$

Aide
Relis la fiche méthode du paragraphe 1.c. du cours.

21 Résous les systèmes suivants par la méthode de combinaison.

1. $\begin{cases} 7x - 4y = 5 \\ 5x + 6y = 39 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 4x - 5y = 39 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$

22 Ahou et Kouamé sont allés acheter des fournitures scolaires.

Ahou a acheté 4 cahiers et 7 stylos pour 1 850 F.
Kouamé a acheté 5 cahiers et 5 stylos pour 1 750 F.
On note x le prix d'un cahier et y le prix d'un stylo dans ce magasin.

Traduis ce problème par un système de deux équations d'inconnues x et y.

(On ne demande pas de résoudre ce système.)

Inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

23 On considère l'inéquation : $2x - y \leq 5$. Parmi les couples ci-dessous, indique ceux qui sont solutions de cette inéquation.

- (1 ; 4)
- (0 ; 0)
- (-1 ; 3)
- (2 ; -5)
- (7 ; 10)
- (4 ; -5)

24 Parmi les inéquations ci-dessous, indique celles pour lesquelles le couple (-3 ; 2) est solution.

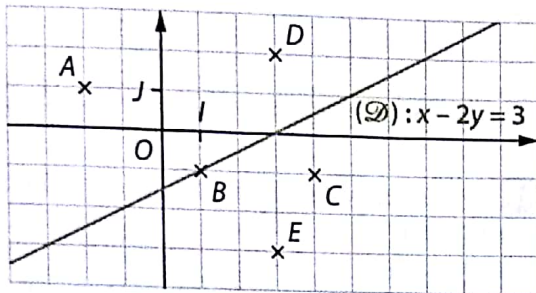
- $2x + y < 7$
- $-x + 3y \geq 8$
- $4x + y - 1 < 0$
- $7x + 3y \geq 0$
- $x - y - 1 \leq 0$
- $2x + 3y \geq 10$

25 Le couple de nombres (-4 ; 5) est-il solution de l'inéquation :

- $2x + 3y < 7$?
- $2x + 3y \leq 7$?
- $2x + 3y \geq 7$?

Exerce-toi : vérifie tes acquis

26 Parmi les points A, B, C, D, E du repère ci-dessous, indique ceux dont les coordonnées sont solution de l'inéquation : $x - 2y \leq 3$.



27 Dans chaque cas, représente dans un repère, les solutions de l'inéquation.

1. $x - 4y < 7$
2. $x + 3y \geq 8$.

Aide

Relis la fiche méthode du paragraphe 2.a. du cours.

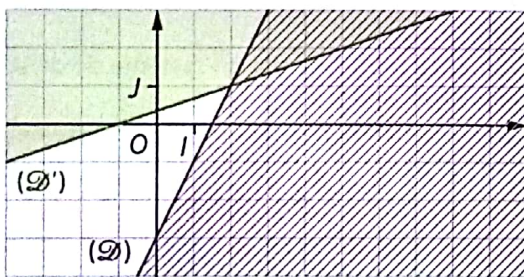
28 Dans chaque cas, représente dans un repère, les solutions de l'inéquation.

1. $7x + 4y - 14 \leq 0$
2. $3x - 4y + 5 > 0$.

Systeme de deux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

29 Sur la figure ci-dessous, (D) et (D') sont les droites d'équations respectives :

$$2x - y - 3 = 0 \text{ et } -x + 3y - 1 = 0.$$



Parmi les systèmes suivants, détermine celui dont l'ensemble solution est la partie hachurée deux fois sur le graphique.

- | | |
|---|---|
| $(S_1) \begin{cases} 2x - y - 3 > 0 \\ -x + 3y - 1 < 0 \end{cases}$ | $(S_2) \begin{cases} 2x - y - 3 > 0 \\ -x + 3y - 1 > 0 \end{cases}$ |
| $(S_3) \begin{cases} 2x - y - 3 < 0 \\ -x + 3y - 1 > 0 \end{cases}$ | $(S_4) \begin{cases} 2x - y - 3 < 0 \\ -x + 3y - 1 < 0 \end{cases}$ |

30 On considère le système : $\begin{cases} 2x - y \leq 5 \\ 3x + 2y > 4 \end{cases}$

Parmi les couples suivants, indique ceux qui sont solutions du système.

- (2 ; 4)
- (-1 ; 1)
- (0 ; 0)
- (1 ; -1)
- (10 ; 2)
- (2 ; 10).

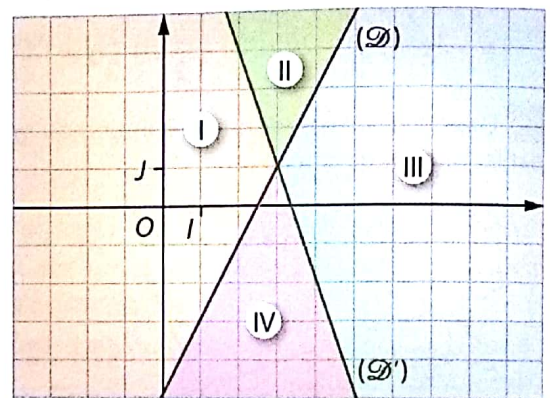
31 Réponds aux affirmations ci-dessous par Vrai ou par Faux.

① Le couple (-1 ; 4) est solution du système $\begin{cases} 2x - y + 4 < 0 \\ x + y + 1 > 0 \end{cases}$.

② Le système $\begin{cases} x + y < -2 \\ x - y > 3 \end{cases}$ a pour solution le couple (5 ; 0).

32 Le plan est muni d'un repère (O, I, J). (D) et (D') sont les droites d'équations respectives $2x - y - 5 = 0$ et $-3x - y + 10 = 0$.

Les droites partagent le plan en quatre zones I ; II ; III et IV.



Identifie la zone correspondant à l'ensemble solution du système suivant : $\begin{cases} 2x - y - 5 > 0 \\ -3x - y + 10 > 0 \end{cases}$.

33 Résous graphiquement les systèmes suivants.

1. $\begin{cases} 3x - y + 4 < 0 \\ x + 2y - 2 > 0 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x + 3y < -1 \\ 2x - y > -2 \end{cases}$.

Aide

Relis la fiche méthode du paragraphe 2.b. du cours.

34 Résous graphiquement les systèmes suivants.

1. $\begin{cases} x + 2y - 6 \geq 0 \\ 2x - y + 1 \geq 0 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 2x + 3y \geq 0 \\ -5x + y < 0 \end{cases}$.

35 Résous graphiquement les systèmes suivants.

1. $\begin{cases} 2x - 3y \geq 6 \\ 8x - 12y < -20 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 50x + 100y \leq 250 \\ -20x + 10y > 4 \end{cases}$.

36 1. Résous graphiquement le système :

$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 10 \\ -3x - y + 6 \geq 0 \end{cases}$$

2. Liste tous les points, dont les coordonnées sont des entiers naturels, qui sont solution du système.

57 Résous les systèmes par la méthode de ton choix.

$$1. \begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ x + 4y = -21 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 5x + y = 12 \\ -3x - y = -8 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4x - 7y = 47 \\ -10x + y = -101 \end{cases} \quad 4. \begin{cases} 7x + 4y = 56 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

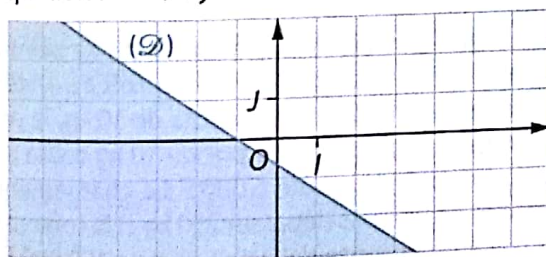
38 Logbochi a rédigé la fiche méthode ci-dessous pour résoudre un problème amenant à un système d'équations.

- ① Je choisis les inconnues
(si l'énoncé ne me les donne pas).
- ② Je traduis le problème sous la forme d'un système.
- ③ Je résous ce système par l'une des méthodes du cours
(je pense à vérifier la solution trouvée).
- ④ Je réponds au problème posé.

Résous le problème ci-dessous en appliquant la fiche méthode de Logbochi.

Koné a acheté 5 pommes et 7 bananes pour 1 985 F. Akoua a acheté 7 pommes et 5 bananes pour 2 275 F. On note x le prix d'une pomme et y celui d'une banane. Calcule le prix d'une pomme et le prix d'une banane.

39 Dans le repère ci-dessous, on a tracé la droite (\mathcal{D}) d'équation : $2x + 3y + 2 = 0$.



1. Détermine parmi les inéquations ci-dessous, celle qui a pour ensemble solution la partie bleue de la figure. (La droite (\mathcal{D}) fait partie de la partie bleue.)

- $2x + 3y + 2 > 0$ • $2x + 3y + 2 \leq 0$
- $2x + 3y + 2 \geq 0$ • $2x + 3y + 2 < 0$

2. Sans effectuer de calculs, cite :

- a. deux couples de nombres qui ne sont pas solutions de l'inéquation : $2x + 3y + 2 \leq 0$.
- b. deux couples de nombres entiers qui sont solution de l'inéquation : $2x + 3y + 2 \leq 0$.
- c. deux couples de nombres entiers qui sont solution de l'équation : $2x + 3y + 2 = 0$.

40 On donne le système d'équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivant :

$$\begin{cases} x + 2y - 49 = 0 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$$

1. Résous ce système d'équations.
2. Deux nombres entiers naturels sont tels que :
 - l'un est le tiers de l'autre,
 - la somme de l'un et du double de l'autre est égale à 49.

On appellera x le plus petit nombre, et y le plus grand nombre.

Trouve les nombres x et y .

BEPC 2012

41 Résous les systèmes suivants par la méthode de substitution ou par la méthode de combinaison.

$$1. \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{2} = \frac{3}{4} \\ \frac{x}{4} + \frac{6y}{5} = 2 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 1 \\ \frac{3x}{2} + \frac{2y}{5} = 13 \end{cases}$$

42 Dans une boulangerie, Ophir a acheté deux croissants et un pain au chocolat et a payé 1 100 F. Dans la même boulangerie, Grace a acheté un croissant et trois pains au chocolat et a payé 1 800 F. Détermine le prix d'un croissant et d'un pain au chocolat dans cette boulangerie.

43 Dans chaque cas, écris le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. Le couple $(-2; 3)$ est solution de l'inéquation :

- a $4x - y + 3 > -2$ b $2x - y + 1 \leq -8$
- c $3x + y - 5 \leq -6$

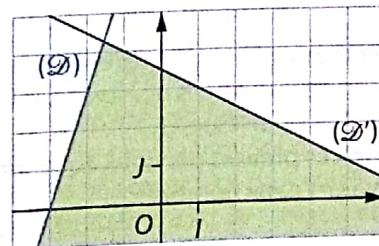
2. Le couple $(1; -4)$ est solution de l'inéquation :

- a $3x + y + 1 > 0$ b $3x + y + 1 \leq 0$
- c $3x + y + 1 < 0$

3. Une solution de l'inéquation $\sqrt{2}x - \sqrt{3}y \leq -4$ est :

- a $(\sqrt{2}; \sqrt{3})$ b $(\sqrt{2}; -\sqrt{3})$ c $(-\sqrt{2}; \sqrt{3})$

4. Dans le repère ci-dessous, on a tracé les droites (\mathcal{D}) d'équation : $-3x + y = 9$ et (\mathcal{D}') d'équation : $x + 2y = 7$.



La partie colorée en vert correspond au système :

- a $\begin{cases} -3x + y > 9 \\ x + 2y < 7 \end{cases}$ b $\begin{cases} -3x + y > 9 \\ x + 2y > 7 \end{cases}$ c $\begin{cases} -3x + y < 9 \\ x + 2y < 7 \end{cases}$

44 Un conseil scolaire a sollicité une ONG pour aider les élèves orphelins en classe de 3^e. Cette ONG a mis à leur disposition 300 000 F pour l'achat de livres de mathématiques et de physique-chimie.

On note x le nombre de livres de mathématiques que l'ONG va distribuer et y le nombre de livres de physique-chimie.

1. Un livre de mathématiques coûte 4 000 F et un livre de physique-chimie coûte 3 000 F.

Justifie que : $4x + 3y = 300$.

2. Le président du conseil se rappelle que, parmi ces élèves, 12 élèves ne souhaitent pas de livre de physique-chimie car ils en ont déjà un.

Justifie que : $x - y = 12$.

3. Aide l'ONG à déterminer le nombre de livres de chaque type qu'elle peut acheter.

45 Deux amis ont décidé de préparer des gâteaux et des tartes pour les vendre à une fête de village.

- La préparation d'un gâteau nécessite 4 œufs et 100 g de farine,

- la préparation d'une tarte nécessite 2 œufs et 200 g de farine.

Ils ont acheté 18 œufs et 800 g de farine.

On note x le nombre de gâteaux préparés et y le nombre de tartes préparées.

1. Justifie que : $4x + 2y \leq 18$.

2. Justifie que : $x + 2y \leq 8$.

3. Dans un repère, résous graphiquement le système d'équations :
$$\begin{cases} 4x + 2y \leq 18 \\ x + 2y \leq 8 \end{cases}$$

4. L'un des amis affirme : « On peut préparer 2 gâteaux et 2 tartes ». A-t-il raison ?

Existe-t-il d'autres possibilités ?

46 1. Résous le système d'équations :
$$\begin{cases} a + b = 125 \\ a = 7b + 13 \end{cases}$$

2. La somme de deux nombres entiers est égale à 125. La division de l'un de ces nombres par l'autre a pour quotient 7 et pour reste 13.

a. Traduis ces phrases par deux équations.

b. Trouve ces deux nombres.

47 Résous les systèmes d'équations.

1.
$$\begin{cases} 2x - 3y = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{5} \\ x + y = \sqrt{2} + \sqrt{5} \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = \sqrt{3} \\ x\sqrt{3} + y\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \end{cases}$$



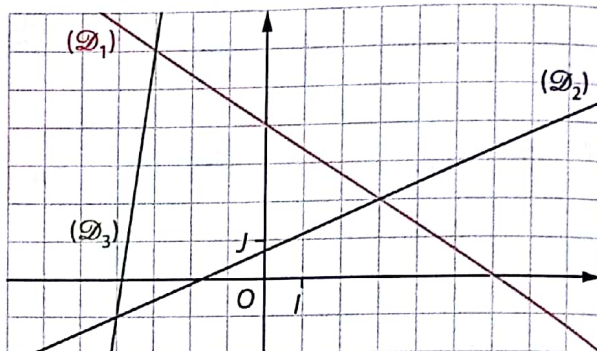
48 1. Résous le système suivant :
$$\begin{cases} x + y = 104 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

2. Emmanuel et Aquilas ont 8 ans d'écart. En additionnant leurs âges on trouve 104 ans.

Sachant qu'Aquilas est le plus jeune, calcule l'âge de chacun d'eux.

49 Dans le repère ci-dessous, on a tracé les droites (\mathcal{D}_1) , (\mathcal{D}_2) et (\mathcal{D}_3) d'équations respectives :

$2x + 3y = 12$, $3x - 7y = -5$ et $-7x + y = 27$.



Par lecture graphique, réponds aux questions ci-dessous.

1. Indique la solution de chacun des systèmes suivants.

a.
$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x - 7y = -5 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} -7x + y = 27 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} 3x - 7y = -5 \\ -7x + y = 27 \end{cases}$$

2. Indique un couple de nombres entiers qui n'est solution d'aucun des trois systèmes d'équations.

50 1. Résous graphiquement dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système :

$$\begin{cases} 10x + 25y \leq 250 \\ 8x + 15y \leq 150 \end{cases}$$

2. Un artisan va chercher deux sortes de peinture de qualités différentes chez un grossiste. La qualité supérieure est conditionnée en pots de 10 kg, le premier prix en pots de 25 kg. Le pot de 10 kg coûte 8 000 F et celui de 25 kg coûte 6 000 F. Le chargement d'un chariot ne doit pas dépasser 250 kg et la somme totale à payer ne doit pas s'élever à plus de 150 000 F.

Détermine toutes les commandes possibles, sachant qu'il faut au minimum 10 pots de 10 kg et 3 pots de 25 kg.

51 1. Résous le système :
$$\begin{cases} 6x + 3y = 9\,300 \\ 5x + 7y = 14\,500 \end{cases}$$

2. Une visite d'un musée est proposée à deux groupes de touristes. Le premier groupe, composé de six enfants et de trois adultes a payé 9 300 F. Le deuxième groupe, qui est composé de cinq enfants et de sept adultes, a payé 14 500 F.

Détermine le prix d'une entrée pour un enfant et pour un adulte.

52 Jus de bissap et de gnamakoudji

Les élèves d'une classe de troisième d'un établissement scolaire organisent une sortie-détente.

Pour cela, le chef de classe a acheté des bouteilles de jus de bissap et de jus de gnamakoudji.

Les bouteilles de jus coûtent au total 2 100 F.

La bouteille de jus de bissap vaut 100 F et celle de jus de gnamakoudji, 200 F.

Le nombre total de bouteilles de jus est 125.

Le chef veut faire le bilan de la sortie, mais il a oublié le nombre de bouteilles de jus de chaque type.

On désigne par x le nombre de bouteilles de jus de bissap et par y le nombre de bouteilles de jus de gnamakoudji.



1. Traduis par une équation chacune des phrases suivantes.

- a. « Le nombre total de bouteilles de jus est 125. »
 b. « Les bouteilles de jus coûtent au total 21 000 F, sachant que la bouteille de jus de bissap vaut 100 F et celle de jus de gnamakoudji, 200 F. »

2. a. Résous le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} x + y = 125 \\ 100x + 200y = 21\,000 \end{cases}$$

b. Détermine le nombre de bouteilles de jus de chaque type.

BEPC 2107

53 Avec quatre inéquations

1. Dans un repère orthonormé (O, I, J) , résous graphiquement le système :

$$\begin{cases} x \leq 4 \\ y < 2 \end{cases}$$

2. Dans le même repère, résous graphiquement le système :

$$\begin{cases} 2x + 3y > 0 \\ -5x + y \leq 0 \end{cases}$$

3. Dédus-en la résolution graphique du système :

$$\begin{cases} x \leq 4 \\ y < 2 \\ 2x + 3y > 0 \\ -5x + y \leq 0 \end{cases}$$

54 Les animaux de la ferme

Dans une ferme, on compte 28 têtes et 82 pattes. Sachant que dans cette ferme, on n'a que des poules et des lapins, calcule le nombre de poules et le nombre de lapins.

55 Des livres et des cahiers

1. Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant :

$$\begin{cases} 5x + 2y = 13\,000 \\ 3x + 7y = 10\,700 \end{cases}$$

2. Pour sa rentrée scolaire, Dedjapo achète des livres et des cahiers. Tous les livres ont le même prix et les cahiers également. Pour son premier achat, il paie 13 000 F pour 5 livres et 2 cahiers. La seconde fois, pour 3 livres et 7 cahiers, il paie 10 700 F. Détermine le prix d'un livre et celui d'un cahier.

56 Le rectangle

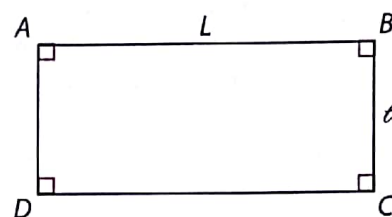
L'unité de longueur est le centimètre.

$ABCD$ est le rectangle dessiné ci-contre.

On sait que :

- le périmètre de $ABCD$ est égal à 12,6 ;
- la longueur de ce rectangle est égale au triple de sa largeur.

Trouve l'aire de ce rectangle.

**57 Avec des équations de droites**

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on donne les points $A(1; 4)$, $B(-5; -2)$ et $C(2; -1)$.

- Démontre que les points A , B et C ne sont pas alignés.
- La droite (\mathcal{D}) , perpendiculaire à la droite (AB) passant par C , coupe la droite (AB) au point H .
 - Place les points A , B et C dans le repère (O, I, J) .
 - Détermine une équation de chacune des droites (AB) et (\mathcal{D}) .
 - Les coordonnées de H sont $(-1; 2)$; calcule AB et CH .
 - Calcule l'aire du triangle ABC .
 - Construis la droite (\mathcal{D}') : $7x + y - 11 = 0$.

3. Résous graphiquement le système :

$$\begin{cases} 7x + y - 11 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$$

58 Les tomates et le riz

1. Résous graphiquement le système :

$$\begin{cases} 2x + y < 22 \\ 2x + 3y < 34 \end{cases}$$

2. Mme Yao a envoyé sa fille au marché. Elle doit acheter pour elle 4 kg de tomates et 2 kg de riz mais elle ne doit pas dépenser plus de 4 400 F. Sa fille doit acheter pour sa voisine 2 kg de tomates et 3 kg de riz qu'elle ne doit pas payer plus de 3 400 F. De retour du marché, Mme Yao veut estimer les prix possibles du kilogramme de tomates et celui du kilogramme de riz. Aide-la.

59 Les cartons de jus

Lors d'une promotion de jus local, Lago a payé un carton bien emballé de 24 bouteilles de jus de gingembre et de tamarin.

Une bouteille de jus de gingembre coûte 1 300 F l'une et celle de jus de tamarin est à 1 200 F l'unité.

Lago a versé 30 000 F, on lui a rendu 300 F de monnaie.

1. Traduis le problème sous forme de système d'équations.
2. Combien de bouteilles de chaque type de jus, Lago a-t-il acheté ?

60 Le salon de coiffure

La coopérative d'un établissement scolaire a ouvert un salon de coiffure pour les élèves.

Les tarifs pratiqués pour une coupe simple sont :

- Filles : 200 F.
- Garçons : 150 F.



Le weekend dernier, après avoir coiffé 37 élèves, la recette totale versée à la trésorière s'élevait à 6 300 F. Pour une gestion transparente, la trésorière veut déterminer le nombre de filles et de garçons coiffés ce weekend.

On désigne par x le nombre de filles coiffées et par y le nombre de garçons coiffés.

1. Traduis à l'aide d'équations les phrases suivantes.
 - a. « Le nombre d'élèves coiffés au cours du weekend est 37. »
 - b. « La recette totale versée à la trésorière est 6 300 F. »
2. Détermine le nombre de filles et le nombre de garçons qui ont été coiffés ce weekend.

BEPC 2015

61 Avec trois inéquations

Résous graphiquement le système suivant :

$$\begin{cases} 3x + 2y - 5 < 0 \\ x - y + 4 > 0 \\ x + 3y - 4 > 0 \end{cases}$$

62 Au restaurant

Dans un restaurant sont affichés deux menus de deux plats : un plat européen et un plat africain.

Si on ajoute 8 % au prix affiché du plat européen et si on diminue de 19 % le prix affiché du plat africain, l'ensemble coûte 6 102 F.

Si on diminue de 19 % le prix affiché du plat européen et si on augmente de 8 % le prix affiché du plat africain, l'ensemble coûte est 5 994 F

Détermine le prix de chaque plat.

63 La bibliothèque scolaire

Le conseil scolaire désire acheter pour leur bibliothèque, des romans à 2 000 F l'un et des livres divers à 3 000 F l'un. Les élèves souhaitent :

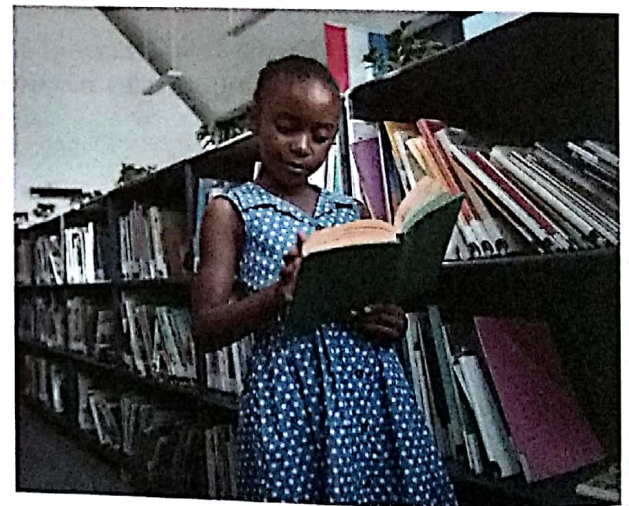
- avoir au moins 5 romans,
- qu'il y ait plus de romans que de livres,
- que la dépense soit inférieure ou égale à 30 000 F.

1. Détermine graphiquement les diverses possibilités d'achat de romans et de livres.

(Tu feras apparaître en rouge les points correspondants sur le graphique.)

2. La bibliothèque a respecté les souhaits des élèves et a reçu au total 14 ouvrages (romans et livres divers). Détermine le nombre de romans et le nombre de livres divers achetés.

(Il y a plusieurs possibilités.)

**En savoir plus**

Pour améliorer la résistance aux maladies et la production de certaines plantes cultivées, les biologistes utilisent un outil mathématique appelé « algorithme génétique ».

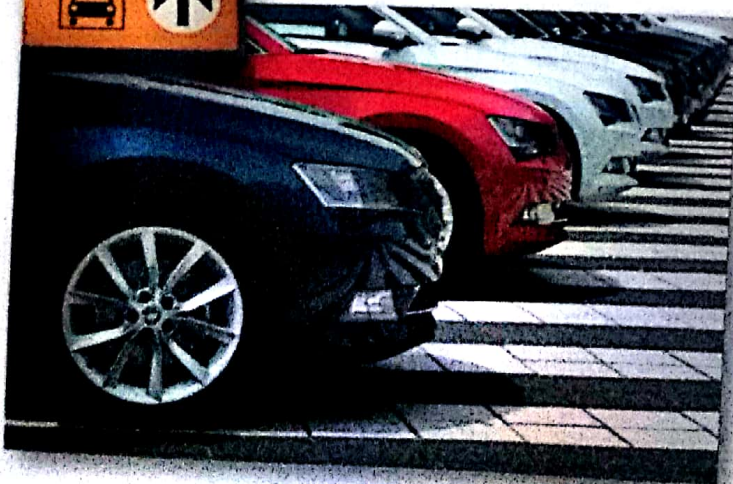
Ce type d'algorithme se résout grâce à des systèmes linéaires d'équations à plusieurs inconnues.

Applications affines

Habilités et contenus

- ✓ **Identifier** une application affine ; une application linéaire ; la représentation graphique d'une application affine ou d'une application linéaire.
- ✓ **Connaître** la propriété relative à la représentation graphique d'une application affine ; la propriété relative à la représentation graphique d'une application linéaire ; la propriété relative au sens de variation d'une application affine ; les propriétés de linéarité.
- ✓ **Reconnaître** une application affine ; une application linéaire ; la représentation graphique d'une application affine ; la représentation graphique d'une application linéaire ; la représentation graphique d'une application affine constante, croissante ou décroissante ; la représentation graphique d'une application linéaire constante, croissante ou décroissante.
- ✓ **Déterminer** l'expression d'une application affine à partir de sa représentation graphique ; graphiquement une image d'un nombre réel par une application affine ; graphiquement un nombre réel a tel que $f(a) = b$ (où f est une application affine et b un nombre réel donné) ; une application affine connaissant deux nombres réels et leurs images ; une application linéaire connaissant un nombre réel et son image ; le sens de variation d'une application affine ; l'application affine dont on connaît une équation de sa représentation graphique.
- ✓ **Calculer** l'image d'un nombre réel par une application affine ; le nombre réel a tel que $f(a) = b$ (où f est une application affine et a un nombre réel donné).
- ✓ **Représenter** graphiquement une application affine ou linéaire dont on connaît l'expression explicite ; graphiquement une application affine connaissant deux nombres réels et leurs images ; graphiquement une application linéaire connaissant un nombre réel et son image.
- ✓ **Utiliser** le sens de variation d'une application affine pour comparer les images de nombres ; les propriétés de linéarité pour calculer l'image d'un nombre.
- ✓ **Traduire** une situation de proportionnalité par une application linéaire.
- ✓ **Justifier** le sens de variation d'une application affine ou linéaire .
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel aux applications affines.

Découvre le sujet



Le montant à payer pour une location de bâches ou de voitures est fonction du nombre de jours de location. Selon les contrats de location proposés, il peut être utile d'utiliser les applications affines pour choisir le meilleur tarif.

Activité 1 Application affine

Tout abonné de la compagnie d'électricité CIE, au tarif domestique général basse tension doit payer 86,31 F par kWh consommé en plus d'une prime fixe pour deux mois estimée à 2 250 F.

- Monsieur Bamba a consommé pour ces deux mois passés 105 kWh.
Détermine le montant de la facture de Bamba.
- On désigne par x le nombre de kWh consommés en deux mois et par $T(x)$ le prix à payer.
Exprime $T(x)$ en fonction de x .
- Une nouvelle tarification peut être envisagée, pour les années à venir, à 85,46 F par kWh consommé et une prime fixe s'élevant à 2 450 F.
Exprime la nouvelle tarification $N(x)$ en fonction de x .

Bilan de l'activité

Toute application f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = ax + b$ est appelée **application affine**.
 a est le **coefficient** et b le **terme constant**.



Activité 2 Calcul d'images et représentation graphique d'une fonction affine

On donne l'application affine f définie par : $f(x) = 2x - 3$.

- Calcule $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$ et $f(3)$.
- Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .
Donne les coordonnées des points $A(-1; f(-1))$, $B(0; f(0))$, $C(1; f(1))$ et $D(3; f(3))$.
 - Place dans le repère les points A, B, C et D .
- Trace la droite (AD) .
 - Justifie que les points B et C appartiennent à la droite (AB) .

Bilan de l'activité

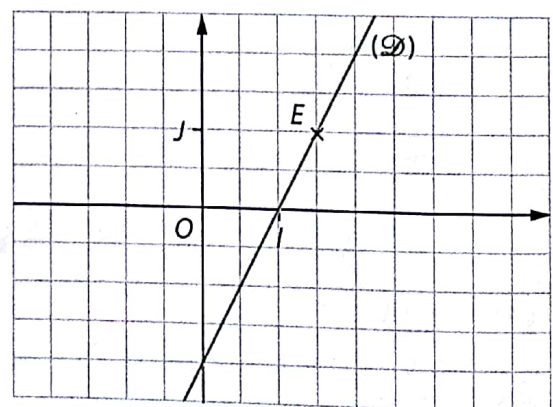
Dans un repère, la représentation graphique d'une application affine f d'expression $f(x) = ax + b$ est la droite d'équation : $y = ax + b$.



Activité 3 Lecture graphique

La droite (\mathcal{D}) ci-contre est la représentation graphique d'une application affine f .

- E est un point de (\mathcal{D}) .
Donne les coordonnées de E .
 - A est le point de (\mathcal{D}) d'abscisse 0,5.
Détermine l'ordonnée de A . Déduis-en $f(0,5)$.
- B est le point de (\mathcal{D}) d'ordonnée 2.
Déduis-en le nombre réel x tel que $f(x) = 2$.



Bilan de l'activité

A partir de la représentation graphique d'une application affine, on peut lire :

- sur l'axe des ordonnées, l'image d'un nombre réel x : c'est le nombre $f(x)$;
- sur l'axe des abscisses, le nombre réel x tel que $f(x) = y$ où y est un nombre réel donné.



Activité 4 Détermination de l'expression d'une application affine connaissant deux nombres et leurs images

On considère l'application affine f telle que : $f(-3) = 4$ et $f(5) = -2$.
On souhaite déterminer l'expression de f de la forme $f(x) = ax + b$
où a et b sont des nombres réels.

1. En utilisant $f(-3) = 4$, justifie que : $-3a + b = 4$.
2. En utilisant $f(5) = -2$, justifie que : $5a + b = -2$.
3. Résous le système d'équations suivant :
$$\begin{cases} -3a + b = 4 \\ 5a + b = -2 \end{cases}$$
4. Déduis-en que : $f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$.

Bilan de l'activité

On peut déterminer l'expression d'une application affine connaissant deux nombres et leurs images.



Activité 5 Variation d'une application affine

On donne les applications affines f ; g et h définies respectivement par :

$$f(x) = 3x - 3; \quad g(x) = -5x + 2 \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{5}{2}.$$

1. a. Donne le signe du coefficient de f .
b. u et v sont deux nombres réels tels que : $u \leq v$.
Compare $f(u)$ et $f(v)$.
2. a. Donne le signe du coefficient de g .
b. u et v sont deux nombres réels tels que : $u \leq v$.
Compare $g(u)$ et $g(v)$.
3. a. Donne le coefficient de h ,
b. u et v sont deux nombres réels tels que : $u \leq v$.
Compare $h(u)$ et $h(v)$.

Bilan de l'activité

f est une application affine de coefficient a .

- Si $a > 0$, alors $f(u)$ et $f(v)$ sont rangés dans le même ordre que u et v .
On dit que f est **croissante**.
- Si $a < 0$, $f(u)$ et $f(v)$ sont rangés dans le ordre contraire de u et v .
On dit que f est **décroissante**.
- Si $a = 0$, alors pour tous réels u et v , $f(u) = f(v)$.
On dit que f est **constante**.



Activité 6 Application linéaire et proportionnalité

Monsieur Feh et Monsieur Djahi sont actionnaires d'une société. Leurs gains ou pertes respectifs sont proportionnels et sont consignés dans le tableau suivant :

Gain (ou perte) de Feh (en milliers de francs)	2	6	-4		12	
Gain (ou perte) (en milliers de francs)	7	21	-14	35		-10,5

1. Recopie et complète le tableau ci-dessus.
2. Détermine le coefficient de proportionnalité.
3. x désigne le gain ou la perte de Monsieur Feh et $f(x)$ celui de Monsieur Djahi.
Exprime $f(x)$ en fonction de x .
4. Donne la forme générale de cette application.



Bilan de l'activité

Une situation de proportionnalité traduit une application linéaire f d'expression $f(x) = ax$;
 a est le coefficient.

Activité 7 Représentation graphique d'une application linéaire

On considère l'application linéaire f définie par : $f(x) = \frac{3}{2}x$.

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

1. On note (Δ) la représentation graphique de f . Trace (Δ) .
2. Vérifie par calcul que la représentation graphique de f passe par le point O .

Bilan de l'activité

Dans le plan muni d'un repère, la représentation graphique d'une application linéaire f d'expression $f(x) = ax$ est la droite qui passe par l'origine du repère et dont l'équation est $y = ax$.



Activité 8 Propriétés de linéarité

h est une application linéaire telle que : $h(x) = ax$, où a est un nombre réel non nul et u, v et k sont des nombres réels.

1. Recopie et complète les tableaux suivants.

x	u	v	$u+v$	← $\times a$
$h(x)$				

x	u	ku	← $\times a$
$h(x)$			

2. Démontre chacune des égalités ci-dessous.

$$\bullet h(u+v) = h(u) + h(v); \quad \bullet h(ku) = k \times h(u).$$

Bilan de l'activité

f est une application linéaire ; u, v et k sont des nombres réels.
On a : $f(u+v) = f(u) + f(v)$ et $f(k \times u) = k \times f(u)$.



Activité 9 Détermination de l'expression d'une application affine à partir de sa représentation graphique

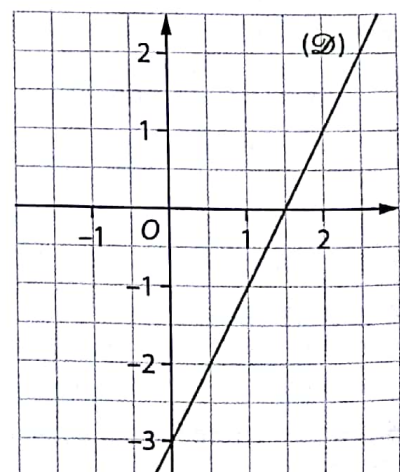
Sur la figure ci-contre, (\mathcal{D}) est la représentation graphique d'une application affine f .

Par lecture graphique :

1. Donne l'ordonnée à l'origine de la droite (\mathcal{D}) .
2. Donne le coefficient directeur de la droite (\mathcal{D}) .
3. Déduis-en $f(x)$.

Bilan de l'activité

Par lecture graphique, on peut déterminer le coefficient a et le terme constant b d'une application affine.



1 Application affine

a. Présentation

D Définitions

a et b sont deux nombres réels.

• L'application affine f de coefficient a et de terme constant b est la correspondance f qui, à chaque nombre réel x , associe le nombre réel $ax + b$.

On dit que l'application affine f est définie par : $f(x) = ax + b$.

On note aussi : $f : x \mapsto ax + b$.

• Pour un nombre réel x fixé, le nombre $f(x)$ est appelé image de x par l'application affine f .

FICHE MÉTHODE Utiliser l'expression d'une application affine pour calculer

On peut utiliser l'expression d'une application affine pour effectuer deux types de calculs :

① calculer l'image d'un nombre x donné par f : c'est le nombre $f(x)$;

② calculer le nombre x tel que $f(x) = y$ où y est un nombre donné. On doit alors résoudre une équation d'inconnue x .

Exemple

f est l'application affine d'expression : $f(x) = -3x + 4$.

① L'image de 5 par f est :

$f(5) = -3 \times 5 + 4 = -15 + 4 = -11$. On dit que -11 est l'image de 5 par f ou que 5 a pour image -11 par f .

② Le nombre x tel que $f(x) = -20$:

$f(x) = -20$ équivaut à $-3x + 4 = -20$

soit $-3x = -24$ d'où $x = \frac{-24}{-3}$ donc $x = 8$. (Ainsi, on a $f(8) = -20$.)

b. Représentation graphique d'une application affine

D Définition

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .
 f est une application affine.

La représentation graphique de l'application f est l'ensemble des points du plan de couples de coordonnées $(x ; f(x))$, x étant un nombre réel.

D Propriétés

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) ; a et b sont deux nombres réels donnés.

- f est l'application affine définie par : $f(x) = ax + b$. Elle a pour représentation graphique la droite (\mathcal{D}) d'équation : $y = ax + b$.
- Toute droite d'équation $y = ax + b$ est la représentation graphique de l'application affine d'expression $f(x) = ax + b$.

FICHE MÉTHODE Représenter graphiquement une application affine

Pour représenter graphiquement, dans un repère, une application affine :

• soit on choisit deux nombres réels distincts x_1 et x_2 ; on calcule leurs images $f(x_1)$ et $f(x_2)$. La droite cherchée est celle qui passe par les points $A(x_1 ; f(x_1))$ et $B(x_2 ; f(x_2))$;

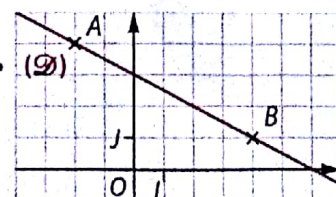
• soit on utilise le graphique de droite du paragraphe 2 du cours de la leçon 6.

Exemple

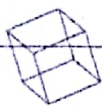
f est l'application affine d'expression : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$.

• On choisit $x_1 = -2$ et $x_2 = 4$.

$$\begin{aligned} f(x_1) = f(-2) &= -\frac{1}{2} \times (-2) + 3 & f(x_2) = f(4) &= -\frac{1}{2} \times 4 + 3 \\ &= 1 + 3 & &= -2 + 3 \\ &= 4. & &= 1. \end{aligned}$$



- (\mathcal{D}) Ainsi, la droite cherchée passe par les points $A(-2 ; 4)$ et $B(4 ; 1)$.



Retiens l'essentiel

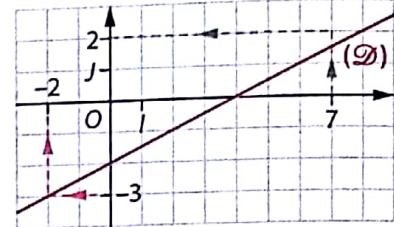
FICHE MÉTHODE

Utiliser la représentation graphique d'une application affine pour lire des informations

On peut utiliser la représentation graphique d'une application affine pour lire deux types d'informations :

- lire l'image d'un nombre x donné par f :
 - ① on place x sur l'axe des abscisses,
 - ② on rejoint la droite parallèlement à l'axe des ordonnées,
 - ③ on lit l'image sur l'axe des ordonnées.
- lire le nombre x tel que $f(x) = y$ où y est un nombre donné :
 - ① on place y sur l'axe des ordonnées,
 - ② on rejoint la droite parallèlement à l'axe des abscisses,
 - ③ on lit la solution sur l'axe des abscisses.

Exemple f est l'application affine représentée ci-dessous.



On lit que :

- l'image de 7 par f est 2 (donc $f(7) = 2$).
- le nombre x tel que $f(x) = -3$ est -2 (donc $f(-2) = -3$).

Remarque Pour lire sur une représentation graphique, le coefficient a et le terme constant b d'une application affine f d'expression $f(x) = ax + b$, on peut se reporter au graphique de droite du paragraphe 2 de la leçon 6.

FICHE MÉTHODE

Déterminer l'expression d'une application affine connaissant deux nombres réels et leurs images

Pour déterminer l'expression $f(x) = ax + b$ (c'est-à-dire les nombres a et b) d'une application affine f connaissant deux nombres x_A et x_B et leurs images respectives y_A et y_B :

① on remarque que $f(x_A) = y_A$ équivaut à $ax_A + b = y_A$ et que $f(x_B) = y_B$ équivaut à $ax_B + b = y_B$.

② On résout le système (d'inconnues a et b) :

$$\begin{cases} ax_A + b = y_A \\ ax_B + b = y_B \end{cases}$$

③ On conclut.

Exemple

Détermine l'application affine f telle que :
 $f(-1) = 3$ et $f(4) = -7$.

- ① $f(-1) = 3$ équivaut à $a \times (-1) + b = 3$
 $f(4) = -7$ équivaut à $a \times 4 + b = -7$.
- ② On résout le système : $\begin{cases} a \times (-1) + b = 3 \\ a \times 4 + b = -7 \end{cases}$
en utilisant l'une des fiches méthode du paragraphe 1.c. de la leçon 12, on trouve $\begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$.
- ③ Ainsi, $f(x) = -2x + 1$.

c. Sens de variation d'une application affine

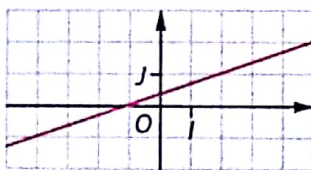
Propriété

a et b sont deux nombres réels fixés. f est l'application affine d'expression $f(x) = ax + b$.

• f est croissante lorsque $a > 0$, • f est constante lorsque $a = 0$, • f est décroissante lorsque $a < 0$.

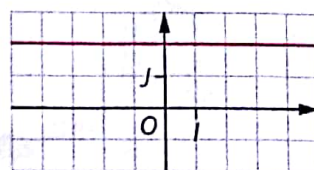
Illustrations graphiques

$a > 0$ Si $u \leq v$ alors $f(u) \leq f(v)$.



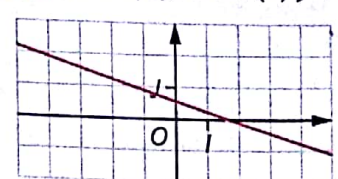
La droite « monte ».

$a = 0$ Si $u \leq v$, alors $f(u) = f(v)$.



La droite est parallèle à l'axe des abscisses.

$a < 0$ Si $u \leq v$, alors $f(u) \geq f(v)$.



La droite « descend ».

2 Application linéaire

a. Présentation

D Définition

a est un nombre réel.

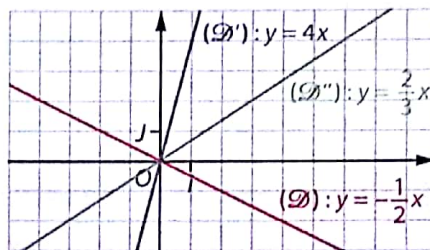
L'application linéaire f de coefficient a est l'application affine d'expression : $f(x) = ax$.

Remarque Une application linéaire est donc un cas particulier d'application affine (où $b = 0$), ainsi, toutes les définitions, propriétés et fiches méthodes vues au paragraphe 1 restent valables.

b. Propriété

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .
La représentation graphique d'une application linéaire d'expression $f(x) = ax$ est la droite qui passe par l'origine du repère et qui a pour équation $y = ax$.

Exemples



FICHE MÉTHODE

Déterminer l'expression d'une application linéaire connaissant un nombre et son image

Pour déterminer l'expression $f(x) = ax$ (c'est-à-dire le nombre a) d'une application linéaire f connaissant un nombre x_A et son image y_A :

① on remarque que $f(x_A) = y_A$ équivaut à $ax_A = y_A$

et donc $a = \frac{y_A}{x_A}$.

② On conclut.

Exemple

f est l'application linéaire telle que :

$$f(4) = -3.$$

① $f(4) = -3$ équivaut à

$$a \times 4 = -3 \text{ donc } a = -\frac{3}{4}.$$

② Ainsi, $f(x) = -\frac{3}{4}x$.

c. Propriétés de linéarité

D Propriétés

f est une application linéaire. u, v, k sont des nombres réels. On a :

$$(1) f(u + v) = f(u) + f(v) \quad (2) f(ku) = kf(u).$$

Remarque Toute situation de proportionnalité (de coefficient de proportionnalité a) est associée à une application linéaire (de coefficient a).

Exemple Un article est vendu 1 400 F pour 5 kg achetés.

Le tableau de proportionnalité est le suivant :

Masse (en kg)	5	10	20	40	60
Prix (en FCFA)	1 400	2 800	5 600	11 200	16 800

(propriété (2) avec $k = 2$)

(propriété (1))

L'application linéaire f associée a pour expression : $f(x) = 280x$.

Applications affines

1. Parmi les expressions ci-dessous, lesquelles correspondent à des applications affines :

$f(x) = 3x - 1$ $g(x) = 7x^2 + 2$ $h(x) = \frac{1}{2}x + 3$
 $k(x) = -3x$ $l(x) = 5 - 4x$ $m(x) = 2\sqrt{x} + 5$
 $n(x) = 3(6 - 2x)$ $p(x) = 5x^3$ $r(x) = 5x + \frac{2}{3}$

2. Détermine le coefficient a et le terme constant b de chaque application affine f définie ci-dessous.

1. $f(x) = -2x + 3$ 2. $f(x) = 3x - \frac{7}{2}$
 3. $f(x) = 4\left(\frac{2}{3}x + 8\right)$ 4. $f(x) = \sqrt{3}x + 1 - \sqrt{2}$

3. f est l'application affine d'expression :

$$f(x) = -3x + 1.$$

Calcule l'image par f de chacun des nombres suivants :

• -5 • 4 • 2 • 0 • -1 • $\frac{7}{3}$.

4. Calcule l'image de -2 et celle de $\frac{3}{4}$, par chacune des applications affines ci-dessous :

1. $f(x) = \frac{1}{2}x - 7$ 2. $g(x) = -x + 1$
 3. $h(x) = \frac{8}{3}x + 3$ 4. $k(x) = -\frac{4}{7}x - 2$

5. Détermine le nombre x tel que $f(x) = 3$ dans chacun des cas suivants.

1. $f(x) = 7x + 4$ 2. $f(x) = -5x + 2$
 3. $f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ 4. $f(x) = \frac{7}{2}x + \frac{1}{4}$

6. f est l'application affine d'expression :

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 3.$$

Détermine, dans chaque cas, le nombre x tel que :

• $f(x) = -5$ • $f(x) = 2$ • $f(x) = -2$.

Représentation graphique d'une application affine

7. f et g sont les applications affines d'expressions respectives : $f(x) = -2x + 5$ et $g(x) = \frac{1}{2}x + 3$.

1. Recopie et complète les tableaux ci-dessous.

x	-1	4
$f(x)$		

x	-2	6
$g(x)$		

2. Utilise les tableaux précédents pour représenter f et g dans un repère (O, I, J) .

8. Dans un repère (O, I, J) , représente les applications affines f, g, h, k et l définies ci-dessous. Soit (D) la droite qui les représente.

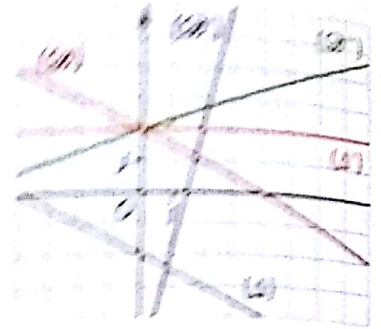
$$f(x) = 2;$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x - 2;$$

$$h(x) = -\frac{1}{2}x + 2;$$

$$k(x) = \frac{1}{2}x + 2;$$

$$l(x) = 4x - 6.$$



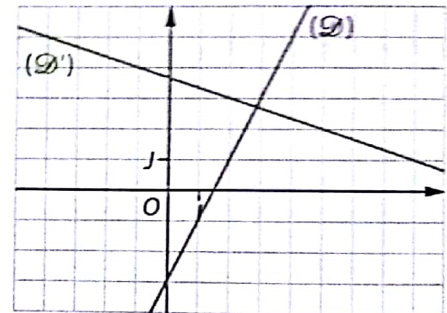
9. Dans un repère (O, I, J) , représente les applications affines f, g et h définies ci-dessous.

• $f(x) = -2x + 1$ • $g(x) = \frac{1}{3}x - 1$ • $h(x) = 4$.

Aide

Tu peux relire la fiche méthode du paragraphe 1.b.

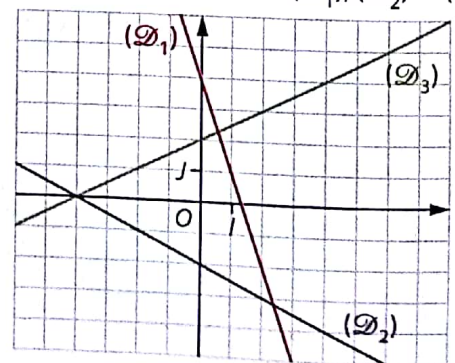
10. f et g sont deux applications affines représentées respectivement par les droites (D) et (D') dans le repère ci-dessous.



Lis sur le graphique :

- l'image de 3 par f ;
- l'image de -4 par g ;
- le nombre x tel que $f(x) = 1$;
- le nombre x tel que $g(x) = 2$.

11. f, g, h sont les applications affines représentées respectivement par les droites $(D_1), (D_2)$ et (D_3) .



Par lecture graphique, détermine l'expression de f , de g et de h .

Exerce-toi : vérifie tes acquis

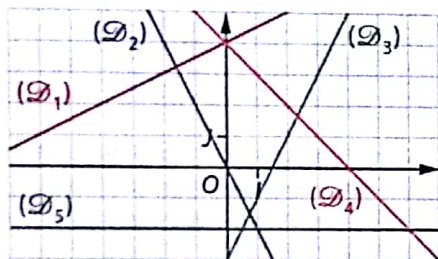
12 f est une application affine.
L'image de 2 par f est 5 et l'image de -1 par f est 3.
Détermine son expression $f(x) = ax + b$.

13 Détermine l'expression de l'application affine f telle que : $f(2) = -4$ et $f(-1) = 2$.

14 Détermine l'expression de chacune des applications affines f, g et h telles que :

1. $f(3) = 1$ et $f(5) = 9$.
2. $g(3) = 9$ et $g(-2) = -11$.
3. $h(2) = -5$ et $h(5) = -14$.

15 Sur la figure ci-dessous, les droites (\mathcal{D}_1) , (\mathcal{D}_2) , (\mathcal{D}_3) , (\mathcal{D}_4) et (\mathcal{D}_5) sont les représentations graphiques respectives des applications affines $f; g; h; i$ et j .



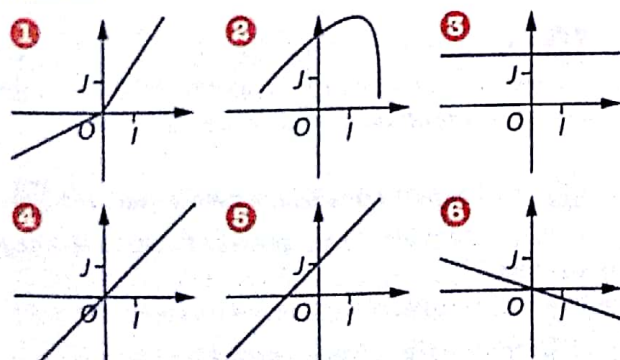
1. Détermine le sens de variation de chacune des applications.
2. Dédus-en le signe de chacun des coefficients a de ces applications.

16 Donne le sens de variation de chacune des applications affines ci-dessous. Justifie tes réponses.

- $f(x) = -x + 2$ • $g(x) = 4x + 2$ • $h(x) = \frac{-x}{4}$
- $i(x) = 5 - 3x$ • $j(x) = \frac{2}{3}x - 7$ • $k(x) = 3x$
- $l(x) = 1 - \frac{9x}{4}$ • $m(x) = -2(3 - 3x)$ • $n(x) = -14$.

Application linéaire

17 Parmi les figures ci-dessous, identifie celle qui sont des représentations graphiques d'application linéaire.



18 f est l'application linéaire de coefficient -5 .

1. Calcule l'image par f de :

• $-\frac{3}{4}$ • $0,2$ • $-\frac{1}{5}$.

2. Détermine, dans chaque cas, le nombre x tel que :

• $f(x) = 3$ • $f(x) = -1$ • $f(x) = 0$.

19 h est une application linéaire telle que : $h(-7) = 3$.
Détermine l'expression de h .

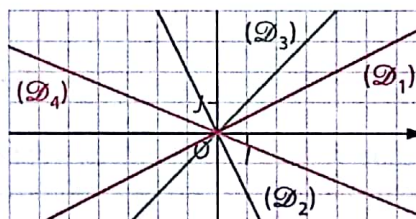
Aide

Tu peux relire la fiche méthode du paragraphe 2.b. du cours.

20 Détermine l'expression de chacune des applications linéaires f, g, h .

1. $f\left(\frac{3}{2}\right) = 8$ 2. $g(-3) = -15$ 3. $h(3) = 2$.

21 Dans la figure ci-dessous, les droites (\mathcal{D}_1) , (\mathcal{D}_2) , (\mathcal{D}_3) et (\mathcal{D}_4) sont les représentations graphiques respectives des applications linéaires $f; g; h$ et l .



Détermine pour chacune d'elles, son expression.

22 Représente, dans un même repère orthonormé (O, I, J) avec des couleurs différentes, chacune des applications linéaires ci-dessous.

• $f : x \mapsto -3x$ • $g : x \mapsto -x$ • $h : x \mapsto \frac{3}{2}x$.

23 Dans le plan muni d'un repère, construis les représentations graphiques des applications linéaires f, g , et h telles que :

• $f(3) = 2$ • $g(-1) = 4$ • $h(5) = -2$.

24 7 a pour image 15 par l'application linéaire g .
Sans déterminer l'expression de g , calcule les images par g de :

• 21 • 3,5 • 10,5.

25 f est l'application linéaire telle que :

$f(3) = 5$ et $f(4) = \frac{20}{3}$.

Sans déterminer l'expression de f , calcule :

• $f(7)$ • $f(30)$ • $f(2)$.

26 Réponds par Vrai ou par Faux aux affirmations suivantes.

1. Toute application affine est linéaire.
2. Toute application linéaire est affine.
3. L'image de zéro par une application affine est zéro.
4. Toute application constante est linéaire.
5. Deux points distincts suffisent pour construire la représentation graphique d'une application affine.

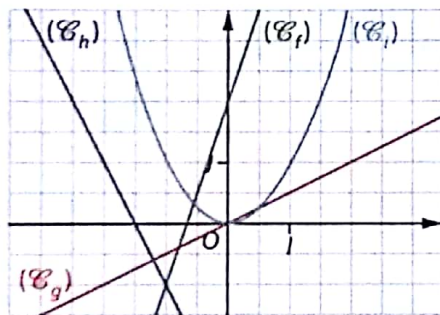
27 On donne l'application affine g telle que :

$$g(2) = -3 \text{ et } g(0) = 5.$$

1. Détermine le sens de variation de g .
2. Représente graphiquement g dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

BEPC 2015

28 Dans le repère (O, I, J) ci-dessous, on a représenté quatre applications f, g, h et i .



1. Indique en justifiant celles qui représentent une application affine.
2. Indique en justifiant, celle qui représente une application linéaire.
3. Détermine graphiquement l'image de 2 par g .
4. Détermine le nombre réel x tel que $f(x) = 2$.
5. Détermine le coefficient et le terme constant de l'application h .
6. Par lecture graphique, détermine l'expression de f et celle de g .

29 f est l'application affine d'expression :

$$f(x) = \frac{2}{3}x - 1.$$

1. Calcule :

$$\cdot f(-1) \quad \cdot f(0) \quad \cdot f\left(\frac{3}{2}\right) \quad \cdot f\left(-\frac{1}{4}\right).$$

2. Détermine le nombre réel x tel que $f(x) = 3$.
3. Représente graphiquement f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

30 g est l'application affine d'expression :

$$g(x) = -\frac{7}{4}x + 5.$$

Sans effectuer de calculs, range dans l'ordre croissant les nombres :

$$\cdot g(-2) \quad \cdot g(2) \quad \cdot g(0) \quad \cdot g\left(\frac{2}{3}\right).$$

31 1. Parmi les tableaux de valeurs ci-dessous, indique celui qui est associé à une application linéaire.

x	-2	-1	2
$f(x)$	-6	-4	6

x	-2	-1	3
$g(x)$	5	2,5	-7,5

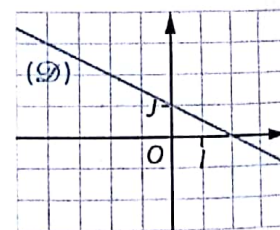
2. Détermine l'expression de cette application linéaire.
3. Utilise les propriétés du paragraphe 2. c. du cours pour calculer :

$$\cdot g(-3) \quad \cdot g(1) \quad \cdot g\left(\frac{3}{4}\right) \quad \cdot g\left(-\frac{1}{5}\right).$$

32 Une augmentation ou une diminution peut être modélisée par une application linéaire de coefficient a . Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Évolution	a
Augmentation de 5 %	
Diminution de 5 %	
Augmentation de 40 %	
Diminution de 10 %	

33 La droite (\mathcal{D}) tracée ci-contre est la représentation graphique d'une application affine de f .



1. Détermine graphiquement :

a. l'image par f de :

$$\cdot -2 \quad \cdot 0 \quad \cdot 1 \quad \cdot 4.$$

b. le nombre qui a pour image 3 par f .

c. le nombre x tel que $f(x) = 0$.

2. Détermine l'expression de f .

34 Dans un repère, on donne $A(-3; 5)$ et $B(2; -15)$. Détermine l'expression de l'application f dont la représentation graphique est la droite (AB) .

35 f est l'application linéaire définie par : $f(10) = -3$.

1. Sans déterminer l'expression de f , calcule les images par f de :

$$\cdot 5 \quad \cdot 25 \quad \cdot 30 \quad \cdot -1.$$

2. Détermine l'expression de f .

36 f est une application affine telle que :
 $f(x) = ax + b$.

Dans chacun des cas :

1. Détermine le nombre a sachant que :
 $b = -3$ et $f(2) = 7$.

2. Détermine le nombre b sachant que :
 $a = -\frac{5}{3}$ et $f(-1) = 1$.

3. Détermine les nombres a et b sachant que :
 $f(2) = 5$ et $f(-1) = 2$.

37 1. Recopie les diagrammes ci-dessous et relie chaque application affine à son sens de variation.

$$f(x) = \sqrt{3}x - 5$$

$$g(x) = \frac{2}{5} - 3x$$

$$h(x) = \frac{\sqrt{2}}{3}x$$

$$k(x) = \pi$$

• croissante

• décroissante

• constante

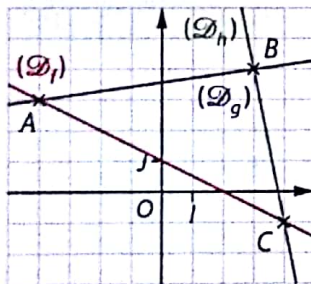
2. Sans effectuer de calculs, compare :

• $f(3)$ et $f(-2)$ • $f(0,01)$ et $f(0,99)$

• $g(-5)$ et $g\left(\frac{3}{4}\right)$ • $h\left(\frac{7}{3}\right)$ et $h(\sqrt{2})$.

38 A , B et C sont les points d'intersection des droites (\mathcal{D}_f) , (\mathcal{D}_g) et (\mathcal{D}_h) ci-contre.

Détermine l'expression des applications affines f , g et h représentées par les droites (\mathcal{D}_f) , (\mathcal{D}_g) et (\mathcal{D}_h) .



39 On donne l'application affine f définie par :

$$f(-1) = 3 \text{ et } f\left(\frac{3}{2}\right) = -2.$$

1. a. Justifie que f est décroissante.

b. Dédus-en un rangement des nombres :

• $f\left(\frac{8}{7}\right)$; • $f\left(-\frac{8}{9}\right)$; • $f(1)$.

2. Écris $f(x)$ sous la forme $ax + b$ où a et b sont des nombres réels.

BEPC 2013

40 On donne les points A et B tels que :

$$A(\sqrt{2}; -1) \text{ et } B(\sqrt{3}; 1)$$

1. Détermine le sens de variation de l'application affine f dont la représentation graphique est la droite (AB) .

2. Détermine l'expression de f .

41 Un magasin décide de faire une remise de 40 % sur la vente de ses vêtements en fin d'année.



1. Combien sera vendu un pantalon qui coûtait 5 000 F ?

2. Si x désigne le prix d'un autre vêtement, exprime son prix $P(x)$ après la réduction en fonction de x .

3. Que dire de l'application P qui, à x , associe le prix $P(x)$?

42 g est l'application affine définie par :

$$g(x) = (2 - \sqrt{2})x + 1.$$

1. Justifie que g est croissante.

2. Calcule $g(\sqrt{2})$.

3. Détermine le nombre réel x tel que : $g(x) = 2$; (écris le résultat sans radical au dénominateur).

43 Calcule le coefficient a des applications linéaires f , g et h , décrites par les informations ci-dessous.

Information 1 : $f(2) + f(3) = 10$.

Information 2 : $2g(3) = 13$.

Information 3 : $h(2) - h(4) = -8$.

44 Pour chaque question, choisis la bonne réponse parmi **a**, **b** ou **c**.

f est l'application affine d'expression :

$$f(x) = (2 - \sqrt{5})x - 3.$$

(\mathcal{D}) est la représentation graphique de f dans un repère.

1. L'application f est :

a croissante **b** constante **c** décroissante.

2. L'image de $\sqrt{5}$ par f est :

a $8 - 2\sqrt{5}$ **b** $-8 - 2\sqrt{5}$ **c** $-8 + 2\sqrt{5}$.

3. Le nombre x tel que $f(x) = -4$ est égal à :

a $2 + \sqrt{5}$ **b** $-\sqrt{5}$ **c** -4 .

4. La droite (\mathcal{D}) passe par le point :

a $A(0; 0)$ **b** $B(-\sqrt{5}; 2 + 2\sqrt{5})$

c $C(-\sqrt{5}; 2 - 2\sqrt{5})$.

5. Sans effectuer de calcul, on peut dire que :

a $f\left(\frac{3}{4}\right) < f\left(\frac{4}{3}\right)$ **b** $f\left(\frac{3}{4}\right) > f\left(\frac{4}{3}\right)$ **c** $f\left(\frac{3}{4}\right) = f\left(\frac{4}{3}\right)$.

45 Réviser plusieurs leçons

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .
On donne les applications affines f et g telles que :

$$\bullet f(2) = -1; f(3) = 2; \quad \bullet g(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}.$$

On appelle (\mathcal{D}_1) la représentation graphique de f et (\mathcal{D}_2) la représentation graphique de g .

1. Justifie que $f(x) = 3x - 7$.

2. Calcule $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

(On écrira le résultat sans radical au dénominateur.)

3. Justifie que (\mathcal{D}_1) et (\mathcal{D}_2) sont perpendiculaires.

4. a. Résous le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} y = 3x - 7 \\ y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \end{cases}$$

b. Déduis-en le couple de coordonnées de A , point d'intersection de (\mathcal{D}_1) et (\mathcal{D}_2) . BEPC 2015

46 Modifier des expressions

f, g, h et i sont les applications d'expressions respectives :

$$\bullet f(x) = -2(3x - 1) + (x - 5);$$

$$\bullet g(x) = (x + 2)^2 - x^2; \quad \bullet h(x) = x + \frac{3}{4} + 2x - \frac{1}{5};$$

$$\bullet i(x) = (2x - 1)(2x + 1) - 4(x - 2)^2;$$

1. Justifie que ce sont des applications affines.

2. Détermine le coefficient et le terme constant de chacune d'elles.

3. Détermine en justifiant le sens de variation de chacune de ces applications affines.

47 Le judo

Les parents de Linda souhaitent l'inscrire dans un club de judo. Le club propose trois types de tarifs.

- Tarif 1 : 1 250 F par séance.
- Tarif 2 : 7 500 F de cotisation annuelle, puis 500 F par séance.
- Tarif 3 : 25 000 F de cotisation annuelle (nombre de séances illimité).

1. Quel tarif doivent-ils choisir si Linda effectue, sur l'année :

- 5 séances ?
- 20 séances ?
- 40 séances ?

2. On note x le nombre de séances effectuées par Linda sur l'année.

a. Donne les expressions $T_1(x)$, $T_2(x)$ et $T_3(x)$ en fonction de x .

b. Dans un repère orthogonal d'unité 1 cm pour 5 séances en abscisses et 1 cm pour 2 000 F en ordonnées, représente graphiquement les applications affines T_1 , T_2 et T_3 .

c. Indique aux parents de Linda, le tarif à choisir selon le nombre de séances effectuées sur l'année.

48 Location d'une sono

Pour la kermesse organisée par les élèves de troisième du lycée Félix Houphouët-Boigny de Korhogo, le comité d'organisation décide de louer du matériel de sonorisation pour une journée. Il s'adresse à deux fournisseurs.

• Le premier fournisseur propose deux tarifs différents.
Tarif 1 : le matériel est loué pour 5 000 F CFA l'heure avec, en plus, un montant fixe de 10 000 F CFA.

Tarif 2 : le matériel est loué pour un prix forfaitaire de 50 000 F CFA pour le temps de la manifestation.

• Le deuxième fournisseur propose un tarif unique de 7 000 F CFA de l'heure pour le temps de la manifestation. Les moyens du comité d'organisation étant limités, les élèves de 3^e 4 décident de l'aider à déterminer, parmi les trois propositions, le tarif le plus avantageux selon la durée de la manifestation.

1. Détermine le prix à payer pour chacun des trois tarifs si la manifestation dure x heures.

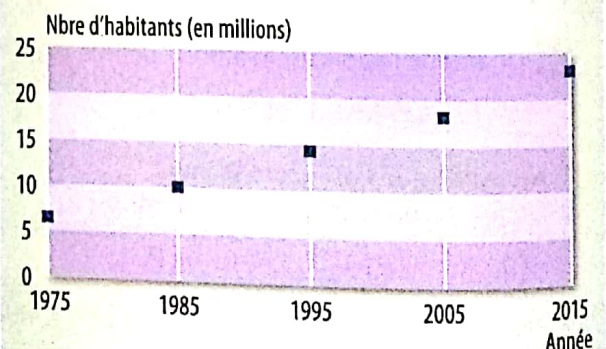
2. Dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unité 1 cm pour 1 h en abscisses et 1 cm pour 10 000 F en ordonnées, représente graphiquement les applications obtenues à la question précédente.

3. Propose au comité d'organisation le tarif le plus avantageux suivant la durée de la manifestation.

En savoir plus

Les applications affines sont utilisées dans de nombreux domaines. Par exemple, en statistiques, lorsqu'on observe en évolution qui se traduit par des points « presque » alignés, on utilise une application affine pour effectuer des prévisions.

Voici par exemple l'évolution de la population en Côte d'Ivoire depuis 1975.



(Source : Université de Sherbrooke)

Les points sont « presque » alignés selon une droite représentant l'application affine :

$$f(x) = 0,411x - 805.$$

Ainsi, on peut prévoir qu'en 2025, il y aura environ 27 millions d'habitants dans le pays :

$$f(2025) \approx 27,275.$$

Statistique

Habiletés et contenus

- ✓ **Identifier** une série statistique, la médiane d'une série statistique à caractère discret ou continu ; les effectifs cumulés croissants ; les fréquences cumulées croissantes ; un caractère continu ; des classes de même amplitude ; une classe modale ; la moyenne d'une série statistique à caractère continu.
- ✓ **Regrouper** les données d'une série statistique en classes de même amplitude.
- ✓ **Dresser** le tableau des effectifs cumulés croissants ; le tableau des fréquences cumulées croissantes.
- ✓ **Déterminer** la médiane d'une série statistique à caractère discret, la médiane d'une série statistique par lecture graphique ; une classe modale ; la moyenne d'une série statistique à caractère continu.
- ✓ **Construire** un diagramme circulaire ; un polygone des effectifs cumulés croissants ; un polygone des fréquences cumulées croissantes.
- ✓ **Interpréter** la médiane d'une série statistique ; un effectif cumulé croissant ; une fréquence cumulée croissante ; un diagramme circulaire.
- ✓ **Traiter une situation** faisant appel à la statistique.

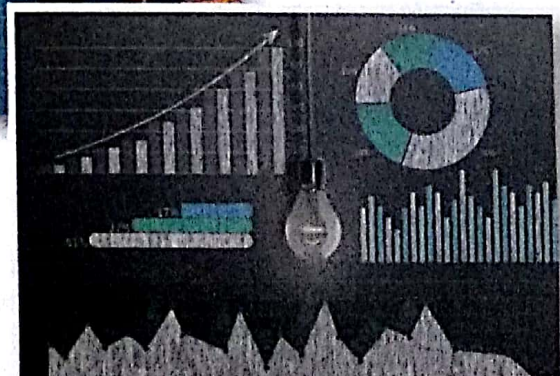
Découvre le sujet



Selon les statistiques de l'ONU (Organisation des Nations Unies), la population mondiale était composée de 7,6 milliards d'êtres humains vivants sur Terre en 2018.

Son effectif augmente régulièrement sous l'effet de la croissance démographique.

Sa taille et ses caractéristiques (composition par âge et sexe, natalité, mortalité) sont déterminées en combinant les informations fournies par les recensements de population des différents pays.



Activité 1 Série statistique

Le professeur de maths demande à chaque élève de ta classe de donner, à voix haute et à tour de rôle, le nombre de ses frères et sœurs.

- Note toutes les réponses au fur et à mesure qu'ils te les donnent (un même nombre peut être écrit plusieurs fois).
- Détermine :
 - le nombre d'élèves ayant deux frère(s) et sœur(s) ;
 - le pourcentage d'élèves ayant trois frère(s) et sœur(s).



Bilan de l'activité

- L'ensemble des résultats obtenus est une **série statistique**.
- Le nombre d'élèves dans la classe est l'**effectif total**.
- Le nombre d'élèves ayant deux frères et sœurs est l'**effectif** de la **modalité 2**.
- Le pourcentage des élèves ayant trois frères et sœurs est la **fréquence en pourcentage** de la modalité 3.

Activité 2 Effectif cumulé croissant - Fréquence cumulée croissante

Les notes obtenues par les élèves d'une classe de 3^e à un devoir de Mathématiques sont résumées dans le tableau suivant.

Note	05	06	07	09	10	11	12	14	15	16	18	20
Effectif	3	4	1	2	5	3	4	3	1	2	1	1

- Détermine le nombre d'élèves qui ont une note inférieure ou égale à 10.
- Détermine le nombre d'élèves qui ont une note inférieure ou égale à 15.
- Détermine la fréquence en pourcentage d'élèves qui ont une note inférieure ou égale à 10.
- Détermine la fréquence en pourcentage d'élèves qui ont une note inférieure ou égale à 15.

Bilan de l'activité

- Le nombre d'élèves qui ont une note inférieure ou égale à 10 est appelé **effectif cumulé** croissant de la modalité 10.
- La fréquence en pourcentage d'élèves qui ont une note inférieure ou égale à 10 est appelée la **fréquence cumulée croissante** de la modalité 10.



Activité 3 Tableau des effectifs cumulés croissants - Tableau des fréquences cumulées croissantes

Recopie et complète chacun des tableaux ci-dessous.

Note	08	09	11	12	13	15
Effectif	6	3	3	9	6	3
Effectif cumulé croissant						

Note	08	09	11	12	13	15
Fréquence	0,2	0,1	0,1	0,3	0,2	0,1
Fréquence cumulée croissante						

Pour t'aider, tu peux relire le bilan de l'Activité 2.

Bilan de l'activité

- Le tableau 1 est le tableau des effectifs cumulés croissants de la série statistique.
- Le tableau 2 est le tableau des fréquences cumulées croissantes de la série statistique.



Activité 4 Médiane

Un professeur d'EPS a relevé les performances, en s, des élèves d'une classe de 3^e lors d'une course. Les résultats sont les suivants : 42 ; 48 ; 44 ; 40 ; 50 ; 50 ; 52 ; 54 ; 40 ; 40 ; 41 ; 47 ; 53 ; 30 ; 36 ; 55 ; 42 ; 47 ; 53 ; 55 ; 30 ; 52 ; 50 ; 55 ; 55.

Aya, une élève de cette classe qui n'est pas une grande sportive mais qui est soucieuse de sa note, se demande si, avec ses 47 secondes, elle se situe dans la 1^{re} ou la 2^e moitié de la classe.

1. Range ces résultats dans l'ordre croissant.
2. Quel est le nombre qui partage les nombres rangés ci-dessus en deux groupes de même effectif ?
3. La moitié de l'effectif est au-dessous du nombre trouvé à la question précédente et l'autre moitié au-dessus.
Aya est-elle dans la première moitié ?

Bilan de l'activité

Un nombre qui partage une série statistique, dont les valeurs sont rangées par ordre croissant, en deux groupes de même effectif, est appelé **médiane** de cette série statistique.



Activité 5 Regroupement en classes de même amplitude

On a relevé le temps, en min, que mettent 40 élèves de leurs domiciles au lycée.

Les résultats obtenus sont les suivants : 49 ; 65 ; 52 ; 55 ; 48 ; 55 ; 50 ; 52 ; 60 ; 51 ; 08 ; 50 ; 40 ; 53 ; 52 ; 50 ; 52 ; 51 ; 10 ; 51 ; 12 ; 52 ; 25 ; 51 ; 50 ; 50 ; 52 ; 49 ; 23 ; 48 ; 57 ; 48 ; 53 ; 51 ; 15 ; 53 ; 05 ; 30 ; 45 ; 35.

1. Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Temps (en min)	De 0 à 14	De 15 à 29	De 30 à 44	De 45 à 59	De 60 à 74
Effectif					

2. Quel est l'intervalle qui a le plus grand effectif ?

Bilan de l'activité

- Lorsque les données de la série statistique sont regroupées dans des intervalles, on dit que cette série est à **caractère continu**.
- En statistique, les intervalles sont appelés **classes**.
- Une classe qui a le plus grand effectif s'appelle **classe modale**.



Activité 6 Moyenne d'une série regroupée en classes de même amplitude

Voici les tailles, en m, de joueurs de basket : 1,75 - 2,12 - 2,05 - 2,08 - 1,83 - 1,88 - 2,03 - 1,93 - 1,94 - 1,74 - 1,98 - 2,08 - 2,09 - 1,84 - 2,03 - 2,01 - 1,87 - 2 - 1,98 - 1,83.

1. Recopie et complète le tableau ci-dessous en utilisant l'aide ci-contre.

Taille	[1,70 ; 1,80[[1,80 ; 1,90[[1,90 ; 2,00[[2,00 ; 2,10[[2,10 ; 2,20[
Centre de la classe	1,75				
Effectif	2				

Le centre de la classe $[a ; b[$ est le nombre : $\frac{a+b}{2}$.

2. Calcule la moyenne de la série statistique constituée des centres des classes comme modalités avec les effectifs des classes correspondantes.

Bilan de l'activité

La moyenne d'une série statistique regroupée en classes de même amplitude est la moyenne de la série obtenue en remplaçant chaque classe par son centre.



Activité 7 Polygone des effectifs cumulés croissants

1. Le tableau suivant donne les notes obtenues par 40 élèves lors d'un concours d'orthographe.

Note	07	09	10	12	16	19
Effectif	6	7	8	10	6	3
Effectif cumulé croissant						

Le plan est muni d'un repère orthogonal. (On prendra 1 cm pour 2 points sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 4 élèves sur l'axe des ordonnées.)

Place chacun des points ayant pour abscisse une note et pour ordonnée l'effectif cumulé croissant correspondant.

Trace les segments qui relient chaque point au suivant en partant de l'origine du repère.

2. Le tableau suivant donne les tailles en cm, de 30 élèves d'une classe de troisième.

Taille (en cm)	[145 ; 150[[150 ; 155[[155 ; 160[[160 ; 165[[165 ; 170]
Effectif	2	5	6	10	7
Effectif cumulé croissant					

Le plan est muni d'un repère orthogonal. (On prendra 1 cm pour 5 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 5 élèves sur l'axe des ordonnées.)

Place chacun des points ayant pour abscisse la borne supérieure de chaque classe et pour ordonnée l'effectif cumulé croissant correspondant.

Place le point d'abscisse 145 et d'ordonnée 0.

Trace les segments qui relient chaque point au suivant.

Bilan de l'activité

La ligne brisée obtenue s'appelle **polygone des effectifs cumulés croissants**.

**Activité 8 Polygone des fréquences cumulées croissantes**

Reprends la question 1. de l'activité 7 en utilisant les fréquences à la place des effectifs.

**Bilan de l'activité**

La ligne brisée obtenue s'appelle **polygone des fréquences cumulées croissantes**.

Activité 9 Diagramme circulaire

Voici la répartition de 240 élèves selon le domaine dans lequel ils souhaiteraient travailler plus tard.

Domaine	Sciences	Commerce	Agriculture	Sport	Santé	Total
Effectif	36	102	22	50	30	240
Angle (en degrés)						360

1. Complète le tableau de proportionnalité ci-dessus.

2. Construis un cercle de rayon 5 cm et les cinq secteurs angulaires correspondant aux cinq domaines.

**Bilan de l'activité**

Le disque partagé en secteurs angulaires obtenu est appelé **diagramme circulaire**.

Les modalités des séries statistiques étudiées sont des nombres.

1 Effectifs cumulés croissants, fréquences cumulées croissantes

a. Série statistique

► Définitions

- Une **série statistique** est l'ensemble des résultats obtenus en étudiant un phénomène dans une population donnée.
- Chaque résultat est appelé **modalité**.

Remarque La fréquence cumulée croissante d'une modalité est égale au quotient de son effectif cumulé croissant par l'effectif total.

Exemple Voici des masses, en kg, de dix ananas.

0,7 - 0,9 - 1,2 - 0,9 - 1,1 - 0,9 -
0,9 - 1,2 - 0,7 - 0,9.

Ainsi, 8 ananas ont une masse inférieure ou égale à 1,1 kg.

De même, les $\frac{7}{10}$ des ananas ont une masse inférieure ou égale à 0,9 kg.

b. Effectifs et fréquences cumulés croissants

► Définitions

- L'**effectif cumulé croissant** d'une modalité est la somme des effectifs de toutes les modalités inférieures ou égales à cette modalité.
- La **fréquence cumulée croissante** d'une modalité est la somme des fréquences de toutes les modalités inférieures ou égales à cette modalité.

Modalité : masse (en kg)	0,7	0,9	1,1	1,2	
Effectif : nombre d'ananas	2	5	1	2	
Effectif cumulé croissant	2	7	8	10	Effectif total
Fréquence	$\frac{2}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	
Fréquence cumulée croissante	$\frac{2}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{10}{10}$	1

2 Médiane

► Définition

Les modalités de la série statistique étudiée sont rangées par ordre croissant.

La **médiane** d'une série statistique est un nombre qui partage cette série statistique en deux groupes de même effectif ; l'un contient les valeurs plus petites ou égales à ce nombre et l'autre les valeurs plus grandes ou égales à ce nombre.

FICHE MÉTHODE Déterminer une médiane d'une série statistique

Pour déterminer une médiane d'une série statistique, on peut procéder ainsi :

① Ranger les modalités par ordre croissant.

② • Si l'effectif total N est impair,

alors la médiane est la $\left(\frac{N+1}{2}\right)^{\text{e}}$ valeur.

• Si l'effectif total N est pair, alors la médiane

est la somme de la $\left(\frac{N}{2}\right)^{\text{e}}$ et de

la $\left(\frac{N}{2} + 1\right)^{\text{e}}$ valeur, divisée par 2.

Exemples

Série A : 14 - 13 - 6 - 13 - 11 - 9 - 7.

① $\underbrace{6 - 7 - 9}_{3 \text{ valeurs}} - \mathbf{11} - \underbrace{13 - 13 - 14}_{3 \text{ valeurs}}$. $N = 7$: impair

② La médiane est 11, c'est bien la $\left(\frac{7+1}{2}\right)^{\text{e}} = 4^{\text{e}}$ valeur.

Série B : 14 - 13 - 6 - 13 - 11 - 9 - 7 - 8.

① $\underbrace{6 - 7 - 8 - 9}_{4 \text{ valeurs}} - \mathbf{11} - \underbrace{13 - 13 - 14}_{4 \text{ valeurs}}$. $N = 8$: pair

② 9 est la $\left(\frac{8}{2}\right)^{\text{e}} = 4^{\text{e}}$ valeur et 11 est la $\left(\frac{8}{2} + 1\right)^{\text{e}} = 5^{\text{e}}$ valeur.
Donc la médiane est $\frac{9+11}{2}$, c'est-à-dire 10.

3 Regroupement en classes

Principe : On effectue un regroupement en **classes** dans des intervalles de type $[a ; b[$ lorsqu'on est en présence d'un nombre trop élevé de modalités afin de rendre la lecture des données plus facile.

a. Série statistique à caractère continu

► Définitions

• Le caractère d'une série statistique est **continu** s'il peut prendre toutes les valeurs entre deux nombres donnés. Il est alors présenté sous forme d'intervalles.

- Ces intervalles $[a ; b[$ sont appelés **classes**.
- L'**amplitude** de la classe $[a ; b[$ est le nombre $b - a$.
- Le **centre** de la classe $[a ; b[$ est le nombre $\frac{a + b}{2}$.

b. Classe modale

► Définition

Étant donnée une série statistique regroupée en classes de même amplitude, une **classe modale** est une classe ayant l'effectif le plus élevé (ou la fréquence la plus élevée).

Remarque Une série statistique regroupée en classes peut avoir plusieurs classes modales.

c. Moyenne d'une série statistique à caractère continu

Principe : La moyenne d'une série statistique regroupée en classes de même amplitude est la moyenne de la série obtenue en remplaçant chaque classe par son centre.

FICHE MÉTHODE Calculer la moyenne d'une série statistique à caractère continu

① Compléter le tableau des classes et des effectifs avec les centres des classes.

Exemple Voici les ventes réalisées sur une journée par une vendeuse de fruits et légumes sur un marché.

Vente (en F)	$[0 ; 500[$	$[500 ; 1\ 000[$	$[1\ 000 ; 1\ 500[$	$[1\ 500 ; 2\ 000[$
Centre de la classe	250	750	1 250	1 750
Effectif : nombre de ventes	7	12	17	14

② Calculer la moyenne comme vu en 4^e, en prenant comme modalités les centres des classes.

② La moyenne est : $m = \frac{7 \times 250 + 12 \times 750 + 17 \times 1\ 250 + 14 \times 1\ 750}{7 + 12 + 17 + 14} = 1\ 130$.

Ainsi, sur cette journée, le montant moyen des ventes a été de 1 130 F.

4 Polygone des effectifs (ou des fréquences) cumulé(e)s croissant(e)s

a. Avec un caractère discret

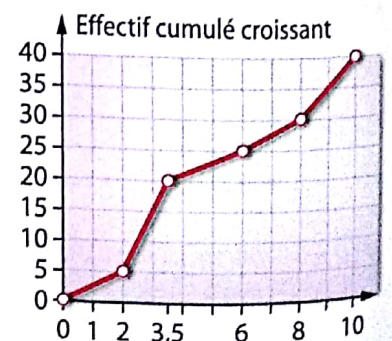
FICHE MÉTHODE Tracer le polygone des effectifs (ou des fréquences) cumulé(e)s croissant(e)s

① Placer dans un repère chacun des points d'abscisse la modalité et d'ordonnée l'effectif cumulé croissant (ou la fréquence cumulée croissante) qui lui correspond.

② Tracer les segments reliant chaque point au suivant en partant de l'origine du repère. La ligne brisée obtenue (ci-contre en rouge) est appelée polygone des effectifs cumulés croissants (ou des fréquences cumulées croissantes).

Exemple

Modalité	2	3,5	6	8	10
Effectif	5	15	5	5	10
Effectif cumulé croissant	5	20	25	30	40



Retiens l'essentiel

b. Avec un caractère continu

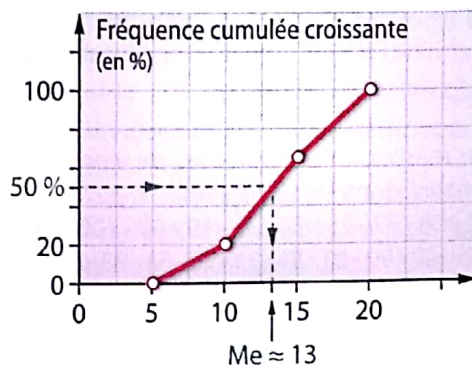
FICHE MÉTHODE

Tracer le polygone des effectifs (ou des fréquences) cumulé(e)s croissant(e)s et lire la médiane

- 1 Placer dans un repère chacun des points dont l'abscisse est la valeur supérieure de la classe et dont l'ordonnée est l'effectif cumulé croissant (ou la fréquence cumulée croissante) qui lui correspond.
- 2 Placer le point dont l'abscisse est la valeur inférieure de la 1^{re} classe et d'ordonnée 0.
- 3 Tracer les segments reliant chaque point au suivant en démarrant par le point placé à la 2^e étape. La ligne brisée obtenue (ci-contre en rouge) est appelée polygone des effectifs cumulés croissants ou des fréquences cumulées croissantes.
- 4 Si on note N l'effectif total, alors en plaçant $\frac{N}{2}$ (ou 0,5 pour les fréquences cumulées croissantes) sur l'axe des ordonnées, on peut lire la médiane sur l'axe des abscisses.

Exemple

Modalité	[5 ; 10[[10 ; 15[[15 ; 20[
Fréquence (en %)	20	45	35
Fréquence cumulée croissante	20	65	100



5 Diagramme circulaire

Définition

Un **diagramme circulaire** est une représentation graphique de données statistiques sous la forme d'un disque partagé en secteurs. Les mesures des angles des secteurs angulaires sont proportionnelles aux effectifs (ou aux fréquences) associé(e)s.

Ainsi :

- l'effectif total N correspond à un angle de 360° , donc une modalité d'effectif n est représentée par un secteur angulaire de mesure :

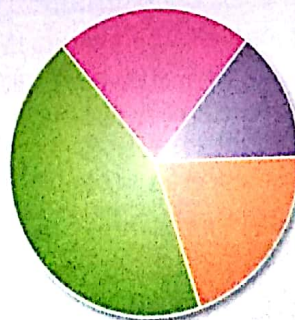
$$n \times \frac{360^\circ}{N}$$

- La fréquence totale 100 % correspond à un angle de 360° , donc une modalité de fréquence f est représentée par un secteur angulaire de mesure : $f \times 360^\circ$.

Exemple

Modalité	[0 ; 10[[10 ; 20[[20 ; 30[[30 ; 40[Total
Effectif	7	11	22	10	50
Mesure de l'angle	$50,4^\circ$	$79,2^\circ$	$158,4^\circ$	72°	360°

$$\times \frac{360^\circ}{50}$$



- [0 ; 10[
- [10 ; 20[
- [20 ; 30[
- [30 ; 40[

Effectif cumulé croissant Fréquence cumulée croissante

1 On donne la série statistique :
0 - 5 - 7 - 16 - 17 - 14 - 13 - 15 - 5 - 2.
Détermine l'effectif cumulé croissant :
• de la modalité 5 ; • de la modalité 15.

2 Les salaires, en milliers de FCFA, de quinze personnes travaillant dans une entreprise, sont les suivants :

120 ; 90 ; 110 ; 115 ; 230 ; 164 ; 150 ; 206,5 ; 170 ;
137 ; 99 ; 265 ; 123 ; 310 ; 85.

- Détermine l'effectif cumulé croissant de 170.
- Interprète le résultat obtenu.

3 Les masses, en kilogrammes, de vingt-cinq personnes sont données ci-dessous.

80 - 75 - 60 - 77 - 75 - 78 - 85 - 90 - 60 - 105 - 120 - 70 -
60 - 58 - 102 - 90 - 82 - 81 - 71 - 70 - 78 - 83 - 81 - 84 - 62.

- Détermine la fréquence cumulée croissante de 80.
- Interprète le résultat obtenu.

4 Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Modalité	70	72	74	75
Effectif	25	27	14	11
Effectif cumulé croissant				

5 Recopie complète le tableau ci-dessous.

Modalité	1	2	4	5	7	10
Fréquence	0,1	0,05	0,15	0,3	0,1	0,3
Fréquence cumulée croissante						

Médiane

6 Le professeur a demandé à ses élèves de déterminer la médiane de la série statistique :

2 ; 7 ; 10 ; 14 ; 3 ; 8 ; 10 ; 7 ; 10.

Voici le cahier de Rose et les remarques du professeur.

Je partage en deux groupes

de même effectif. Oui

2 ; 7 ; 10 ; 14 ; 3 ; 8 ; 10 ; 7 ; 10
 4 valeurs 4 valeurs
 Non, tu as oublié quelque chose : relis ton cours.

J'en déduis que la médiane est égale à 3.

Explique la remarque du professeur et propose une réponse correcte.

7 Détermine la médiane de chaque série statistique.
Série 1 : 3 ; 5 ; 8 ; 10 ; 12. Série 2 : 4 ; 10.
Série 3 : 5 ; 63 ; 14 ; 11 ; 17 ; 27 ; 85.
Série 4 : 8 ; 18 ; 16 ; 10 ; 14 ; 13 ; 6 ; 4.

8 Chaque matin, durant dix jours d'hiver, on a relevé les températures au sommet du mont Nimba.
-3 ; -2 ; -3 ; 0 ; -1 ; -2 ; 0 ; -3 ; -1 ; -2.
Détermine la médiane de cette série statistique.



9 Le tableau ci-dessous donne l'IMC (Indice de Masse Corporelle) de 400 personnes.

IMC	17	18	20	21	23	25	27	31
Effectif	13	19	53	85	43	104	78	5

Détermine la médiane de cette série statistique.

10 Le tableau ci-dessous donne les notes obtenues par 40 élèves d'une classe de 3^e lors du dernier devoir.

Note	7	9	11	12	13	15	17	18
Fréquence	0,075	0,15	0,225	0,05	0,25	0,15	0,05	0,05

Détermine la médiane de cette série statistique.

Regroupement en classes

11 Un devoir commun de mathématiques a été proposé à l'ensemble des classes de troisième d'un collège. Les résultats sur 20 de quelques élèves sont les suivants :
12 ; 8 ; 15 ; 11 ; 4 ; 7 ; 13 ; 2 ; 9 ; 10 ; 17 ; 13 ; 14 ; 3 ; 6 ; 6 ;
8 ; 12 ; 9 ; 16 ; 12 ; 9 ; 20 ; 4 ; 15 ; 5 ; 3 ; 13 ; 2 ; 18 ; 5 ; 6 ;
11 ; 10 ; 14 ; 6 ; 14 ; 8 ; 17 ; 10 ; 11 ; 16 ; 10 ; 8 ; 10 ; 9 ; 11 ;
10 ; 14 ; 7 ; 13 ; 19 ; 14 ; 10 ; 15 ; 12 ; 13 ; 6 ; 12 ; 11 ; 9 ; 13 ;
16 ; 15 ; 13 ; 5 ; 10 ; 7 ; 16 ; 10 ; 8 ; 16 ; 11 ; 18.

Regroupe ces données en classes d'amplitude 4.

12 Voici les tailles, en mètres, des membres de la famille de Serge : 0,6 ; 1,2 ; 1,6 ; 1,5 ; 1,3 ; 0,8 ; 1,9 ; 1,4 ;
0,8 ; 1,8 ; 1,7 ; 0,9 ; 1,1 ; 1,9 ; 0,7 ; 1,8 ; 1,6 ; 1,6.

- Regroupe ces données en classes d'amplitude 0,5.
 - Détermine la classe modale.
- Regroupe ces données en classes d'amplitude 0,2.
 - Détermine la classe modale.

Exerce-toi : vérifie tes acquis

Moyenne

13 1. Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Classe	[0 ; 1[[1 ; 2[[2 ; 3[[3 ; 4[[4 ; 5[[5 ; 6[
Centre de la classe						
Effectif	10	12	15	8	3	2

2. Calcule la moyenne de cette série statistique.

14 Les durées, en secondes, des communications relevées dans une cabine téléphonique sont résumées dans le tableau suivant.

Durée (en s)	[30;50[[50;70[[70;90[[90;110[[110;130[[130;150[
Effectif	12	35	24	40	30	9

Calcule la moyenne, arrondie à la seconde, de cette série et donne une interprétation du résultat obtenu.

15 Dans une entreprise, les salaires, en milliers de francs CFA, se répartissent comme suit.

Salaire	[100 ; 120[[120 ; 140[[140 ; 160[[160 ; 180[[180 ; 200[[200 ; 220[
Effectif	23	12	19	18	5	3

Calcule la moyenne de cette série et donne une interprétation du résultat obtenu.

Polygone des effectifs cumulés croissants et des fréquences cumulées croissantes

16 Construis le polygone des effectifs cumulés croissants de la série statistique ci-dessous.

Modalité	2	4	5	6	7	7,5
Effectifs cumulés croissants	10	15	25	40	65	80

(Tu prendras 1 cm pour 1 unité en abscisse, et 1 cm pour 10 unités en ordonnées.)

17 1. Reprends les données de l'exercice 16 et dresse le tableau des fréquences cumulées croissantes (en %).

2. Construis le polygone des fréquences cumulées croissantes (en %) de cette série.
(Tu prendras 1 cm pour 10 % en ordonnées.)

18 Voici les hauteurs, en mètres, des maisons d'un quartier.

Hauteur	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5
Effectif	6	4	2	12	5	8	3

Construis le polygone :

- des effectifs cumulés croissants ;
- des fréquences cumulées croissantes.

19 1. Construis le polygone des effectifs cumulés croissants de la série statistique ci-dessous.

Modalité	[2;5[[5;8[[8;11[[11;14[[14;17[
Effectif cumulé croissant	4	10	22	30	40

(Tu prendras 1 cm pour 2 unités en abscisses, et 1 cm pour 5 unités en ordonnées.)

2. Lis la médiane de cette série statistique.

20 1. Reprends les données de l'exercice 19 et dresse le tableau des fréquences cumulées croissantes.

2. Construis le polygone des fréquences cumulées croissantes de cette série.

(Tu prendras 1 cm pour 0,1 en ordonnées.)

3. Lis la médiane de cette série statistique.

21 1. Voici la pluviométrie, c'est-à-dire le nombre de millimètres de pluie enregistrés, sur les douze mois de l'année dernière à Abidjan.

Hauteur de pluie (en mm)	[0;8[[8;16[[16;24[[24;32[[32;40[[40;48[[48;56[
Nombre de mois	4	5	1	1	0	0	1

Construis le polygone des effectifs cumulés croissants.

2. Lis la médiane de cette série statistique.

Diagramme circulaire

22 Le tableau suivant donne la répartition des adhérents à un club sportif.

Sport	Natation	Tennis	Football	Basketball	Autres	Total
Effectif	9	12	24	20	10	75
Mesure de l'angle						360°

Recopie et complète ce tableau, puis construis le diagramme circulaire associé.

23 On a demandé à des élèves le temps passé chaque soir à faire les devoirs.

Temps (en min)	25	30	45	60	75	90	Total
Fréquence (en %)	20	40	15	18	5	2	100

Construis le diagramme circulaire associé.

24 Le tableau ci-dessous donne la répartition des âges des personnes qui se sont rendu dans le centre de santé d'un quartier pendant une semaine donnée.

Âge	[0 ; 20[[20 ; 40[[40 ; 60[[60 ; 80[
Effectif	6	38	32	4

Construis le diagramme circulaire associé.

25 Une entreprise possède 15 voitures pour effectuer le transport de ses travailleurs.

Voici les consommations moyennes, en litres d'essence, de chaque véhicule pour 100 km : 9,5 ; 6,7 ; 7,8 ; 8,2 ; 10,1 ; 9,3 ; 6,9 ; 7,5 ; 6,8 ; 8,5 ; 9 ; 10,2 ; 11 ; 7 ; 10,5.

- Détermine la consommation moyenne aux 100 km des véhicules de cette entreprise.
- Détermine la médiane de cette série.
- Sans faire de nouveaux calculs, dire si l'affirmation suivante est exacte : « 50 % des véhicules de cette entreprise ont une consommation inférieure à 7 L aux 100 km. ».

26 Une série statistique est donnée par ce tableau.

Modalité	7	7,5	8	8,5	9	x
Effectif	2	2	4	2	2	y

- Sachant que x est supérieur à 9, détermine y pour que la médiane de la série soit égale à 8,25.
- Avec $y = 4$, détermine x pour que la moyenne de la série soit égale à 8,5.

27 Un libraire a vendu 60 livres dans les genres littéraires suivants : théâtre, roman, bande dessinée et poésie. Le tableau ci-dessous donne la répartition par genre des ouvrages vendus et la mesure des angles correspondants.

Genre littéraire	Théâtre	Roman	Bande dessinée	Poésie
Nombre d'ouvrages vendus	5	25	20	10
Mesure d'angle (en degrés)	30	150	120	60

- Détermine le mode de cette série statistique.
- Construis le diagramme circulaire de cette série statistique. Tu utiliseras un cercle de rayon 3 cm. BEPC 2017

28 À la question « Quelle quantité d'eau buvez-vous par jour ? », les cinquante personnes interrogées ont donné les réponses indiquées dans le tableau suivant.

Quantité d'eau (en L)	[0 ; 0,5[[0,5 ; 1[[1 ; 1,5[[1,5 ; 2[[2 ; 2,5[[2,5 ; 3[
Fréquence (en %)	24	42	18	10	4	2

- Détermine la classe modale de cette série statistique.
- Détermine la quantité d'eau journalière moyenne que consomme une personne interrogée.

29 Une enquête est menée auprès des élèves d'une classe de 3^e pour connaître le nombre de romans lus par chaque élève pendant l'année. Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau ci-dessous.

Nombre de romans lus	0	1	2	3	4
Nombre d'élèves	24	19	12	3	2

- Détermine le mode de cette série statistique.
- Combien de romans chaque élève a-t-il lu en moyenne ? BEPC 2012

30 Une usine teste des télévisions, en étudiant leur durée de vie en heures. Voici les résultats :

Durée de vie (en milliers d'h)	Nombre de télévisions
$10 \leq d < 12$	4
$12 \leq d < 14$	56
$14 \leq d < 16$	63
$16 \leq d < 18$	120
$18 \leq d \leq 20$	77

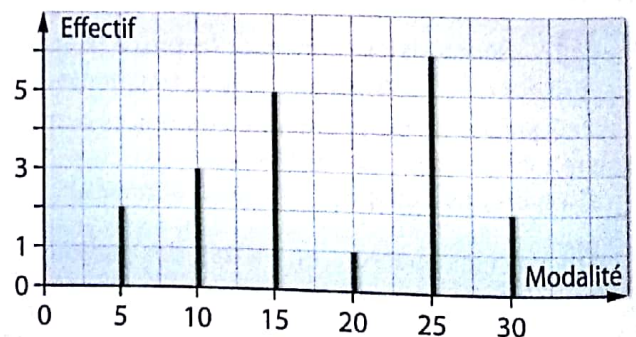
- Détermine le pourcentage de télévisions qui ont une durée de vie de moins de 14 000 h.
- Calcule la durée de vie moyenne d'une télévision testée dans cette usine.
- Construis le diagramme circulaire de cette série.

31 On a relevé pour 100 voitures la distance parcourue en un an. Les résultats ont permis d'établir le tableau suivant.

Distance parcourue (en milliers de km)	[0 ; 10[[10 ; 20[[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[
Effectif	24	42	18	10	6

- Détermine la distance moyenne parcourue par une voiture par an.
- Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants.
- a. Construis le polygone des effectifs cumulés croissants.
b. Lis la médiane de cette série statistique.

32 Voici le diagramme en bâtons d'une série statistique.



Réponds par Vrai ou par Faux à chacune des affirmations suivantes.

- La moyenne est égale à 15.
- L'effectif cumulé de la modalité 15 est 10.
- La médiane est égale à 15.

Exerce-toi : renforce tes acquis

33 Questionnaire à choix multiples

Une série statistique est donnée par le tableau suivant.

Classe	[1 ; 2[[2 ; 3[[3 ; 4[[4 ; 5[[5 ; 6[
Effectif	8	4	1	5	2

Pour chaque question, choisis la bonne réponse parmi

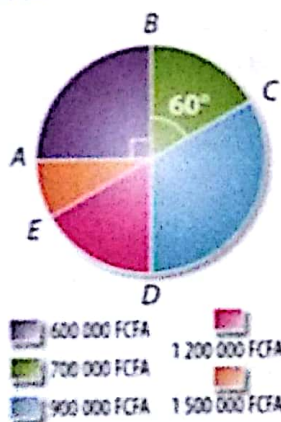
a, **b** ou **c**.

- L'effectif total est égal à :
a 18 **b** 19 **c** 20.
- La fréquence de la classe [4 ; 5[est égale à :
a $\frac{1}{4}$ **b** $\frac{1}{3}$ **c** $\frac{1}{5}$.
- L'effectif cumulé croissant de la classe [3 ; 4[est égal à : **a** 0,65 **b** 13 **c** 1.
- La classe modale de cette série est :
a [1 ; 2[**b** [2 ; 3[**c** [3 ; 4[.
- La moyenne de cette série est égale à :
a 2,9 **b** 2,95 **c** 3.
- Après avoir construit le polygone des effectifs cumulés croissants, on peut lire que la médiane est environ égale à :
a 2,5 **b** 3 **c** 3,5.

34 La répartition des salaires

Le diagramme ci-contre représente le résultat d'une enquête sur les salaires de 1 080 travailleurs.

Les segments [BD] et [EC] sont des diamètres du disque.



- Dresse le tableau des effectifs de cette série statistique.
- Quel est le salaire le plus fréquent ?
- Détermine le salaire médian.
- Détermine le salaire moyen, arrondi à l'unité.

35 Le pH de l'eau

Les élèves d'une classe de 3^e ont mesuré, par groupes, le pH de l'eau à l'aide d'un pH-mètre.

pH	6,89	6,9	6,94	6,99	7,01	7,02	7,05	7,08	7,19
Effectif	1	2	1	5	2	1	1	1	1

Au vu des résultats obtenus, un des élèves affirme que cette eau est acide.

- Donne des raisons pour lesquelles les mesures obtenues par les élèves sont différentes.
- Détermine la médiane de cette série statistique.
- Justifie si l'affirmation est vraie.

36 La durée des films

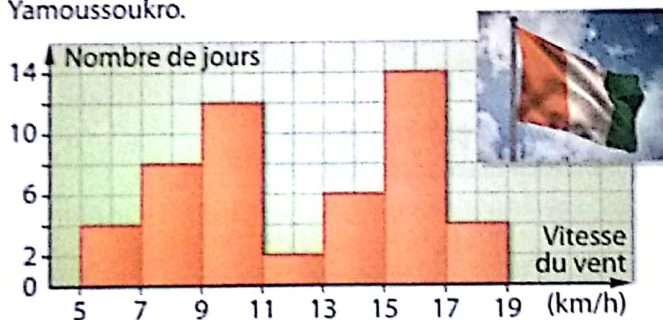
Le tableau ci-dessous donne la durée des films diffusés durant un mois, le dimanche soir, à la télévision.

Durée (en min)	[80 ; 90[[90 ; 100[[100 ; 110[[110 ; 120[[120 ; 130[
Nombre de films	3	6	12	10	2

- Calcule la durée moyenne, en minutes, de ces films. (Arrondis à la seconde près.)
- Détermine la classe modale.
- Construis le diagramme des effectifs cumulés croissants.
- Détermine graphiquement la médiane de cette série statistique et interprète ce résultat.

37 La vitesse des vents

Le diagramme à bandes ci-dessous indique la vitesse du vent, en km/h, relevée durant cinquante jours à Yamoussoukro.



- Calcule la vitesse moyenne, arrondie au km/h, des vents durant cette période.
- Construis le diagramme des fréquences cumulées croissantes, en pourcentages.
- Déduis-en la médiane de cette série statistique et interprète le résultat.

En savoir plus

La statistique est l'étude de la collecte de données, leur analyse, leur traitement, l'interprétation des résultats et leur présentation.

Cette activité remonte aux premières sociétés structurées : comptage des moutons, des récoltes... De nos jours, les méthodes et outils statistiques sont utilisés dans de nombreux domaines : démographie, politique, économie, climat, marketing, médecine, météorologie, informatique...

En plus des indicateurs statistiques vus jusqu'en 3^e (moyenne, médiane, fréquence, mode...) viendront s'ajouter d'autres indicateurs à partir de la classe de 2^{de} (quartiles, écart-type...). Ils permettront d'affiner un peu plus le traitement et l'interprétation des données.

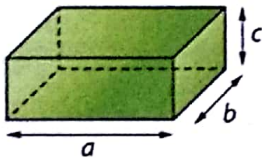
Table des carrés

Unité Dizaine	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1 204	1 089	1 156	1 225	1 296	1 369	1 444	1 521
4	1 600	1 681	1 764	1 849	1 936	2 025	2 116	2 209	2 304	2 401
5	2 500	2 601	2 704	2 809	2 916	3 025	3 136	3 249	3 364	3 481
6	3 600	3 721	3 844	3 969	4 096	4 225	4 356	4 489	4 624	4 761
7	4 900	5 041	5 184	5 329	4 576	5 625	5 776	5 929	6 084	6 241
8	6 400	6 561	6 724	6 889	7 056	7 225	7 396	7 569	7 744	7 921
9	8 100	8 281	8 464	8 649	8 836	9 025	9 216	9 409	9 604	9 801

Par exemple, on lit : • $21^2 = 441$ • $96^2 = 9\ 216$ • $70^2 < 5\ 000 < 71^2$.

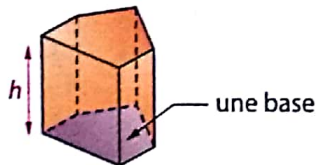
Solides de l'espace

Parallélépipède rectangle



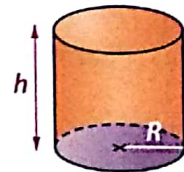
Aire totale = $2(ab + bc + ac)$
Volume = $a \times b \times c = abc$

Prisme droit



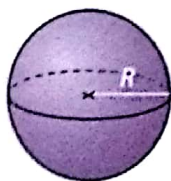
\mathcal{B} est l'aire d'une base.
Volume = $\mathcal{B} \times h$

Cylindre de révolution



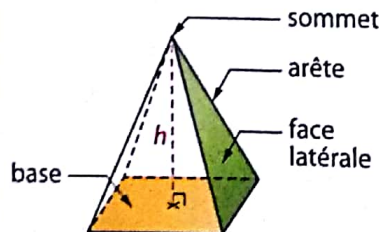
Aire latérale = $2 \times \pi \times R \times h$
Volume = $\pi \times R^2 \times h$

Sphère, Boule



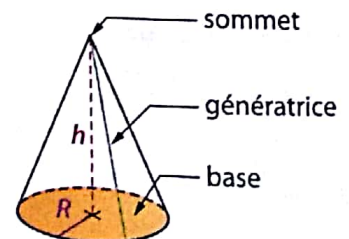
Aire \mathcal{A} d'une sphère :
 $\mathcal{A} = 4 \times \pi \times R \times R = 4\pi R^2$
Volume \mathcal{V} d'une boule :
 $\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times R \times R \times R = \frac{4}{3} \pi R^3$

Pyramide



\mathcal{B} est l'aire de la base
 $\mathcal{A} = 4 \times \pi \times R \times R = 4\pi R^2$
Volume = $\frac{1}{3} \mathcal{B} \times h$

Cône de révolution



a est la longueur d'une génératrice et \mathcal{B} l'aire de la base.
Aire latérale = $\pi R a$
Volume = $\frac{1}{3} \mathcal{B} \times h = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

Table trigonométrique

degrés	sin	cos	
0	0,00000	1,00000	90
1	0,01745	1,99985	89
2	0,03490	0,99939	88
3	0,05234	0,99863	87
4	0,06976	0,99756	86
5	0,08716	0,99196	85
6	0,10453	0,99452	84
7	0,12187	0,99255	83
8	0,13917	0,99027	82
9	0,15643	0,98769	81
10	0,17365	0,98481	80
11	0,19081	0,98163	79
12	0,20791	0,97815	78
13	0,22495	0,97437	77
14	0,24192	0,97030	76
15	0,25882	0,96593	75
16	0,27564	0,96126	74
17	0,29237	0,95630	73
18	0,30902	0,95106	72
19	0,32557	0,94552	71
20	0,34202	0,93969	70
21	0,35837	0,93058	69
22	0,37461	0,92718	68
23	0,39073	0,92050	67
24	0,40674	0,91355	66
25	0,42262	0,90631	65
	cos	sin	degrés

degrés	sin	cos	
26	0,43837	0,89879	64
27	0,45399	0,89101	63
28	0,46947	0,88295	62
29	0,48481	0,87462	61
30	0,50000	0,86603	60
31	0,51504	0,85717	59
32	0,53992	0,84805	58
33	0,54464	0,83867	57
34	0,55919	0,82904	56
35	0,57358	0,81915	55
36	0,58779	0,80902	54
37	0,60182	0,79864	53
38	0,61566	0,78801	52
39	0,62932	0,77715	51
40	0,64279	0,76604	50
41	0,65606	0,75471	49
42	0,66913	0,74314	48
43	0,68200	0,73135	47
44	0,69466	0,71934	46
45	0,70711	0,70711	45
	cos	sin	degrés

Par exemple, on lit :

- $\cos 10^\circ = 0,98481$
- $\sin 34^\circ = 0,55919$
- $\cos 82^\circ = 0,13917$
- $\sin 58^\circ = 0,84805$.

A		Coefficient d'un polynôme 121	Intersection d'intervalles 107	Relation de Chasles 40	
Aire latérale d'une pyramide, d'un cône 83, 84	Cône de révolution 84	Intervalle 107	Repère quelconque 54	Repère orthogonal 54	
Aire totale d'une pyramide, d'un cône 83, 84	Coordonnées du milieu d'un segment 55	M			
Amplitude d'une classe 168	Coordonnées d'un vecteur 55	Médiane 167	Repère orthonormé 54	Représentation graphique 155	
Amplitude d'un intervalle 107	Cosinus 9	Modalité 167	Réunion d'intervalles 107		
Angle au centre 30	D				
Angle de développement d'un cône 84	Degré d'un polynôme 121	N			
Angle inscrit 30	Diagramme circulaire 169	Nombres irrationnels 95	S		
Apothème d'une pyramide 83	Distance de deux points 55	Nombres réels 95	Section d'une pyramide, d'un cône 83	Sens de variation 156	
Application affine ou linéaire 155, 157	Droites parallèles 72	O			
Application affine ou linéaire constante 156	Droites perpendiculaires 72	Ordonnée à l'origine 70	Série statistique 167	Sinus 9	
Application affine ou linéaire croissante 156	E				
Application affine ou linéaire décroissante 156	Effectif cumulé croissant 167	P			
Arc intercepté 30	Encadrement 109	Patron d'une pyramide, d'un cône 83, 84	Solution d'une équation 130, 141	Solution d'une inéquation 131, 142	
Arête latérale d'une pyramide 83	Équation dans \mathbb{R} 130	Polygone des effectifs, des fréquences cumulé(e)s 168, 169	Somme de deux vecteurs 40, 55	Sommet d'une pyramide, d'un cône 83, 84	
Arrondi ???	Équation dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ 141	Polynôme 121	Système d'équations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ 141		
B		Équation réduite d'une droite 70	Système d'inéquations dans \mathbb{R} 131		
Base d'une pyramide, d'un cône 83, 84	F				
Borne d'un intervalle 107	Face latérale d'une pyramide, d'un cône 83, 84	Équation de droite 69	Système d'inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ 143		
C		Fraction rationnelle 121	T		
Centre d'une classe 168	Fréquence cumulée croissante 167	Tangente 9			
Centre d'un intervalle 107	G H				
Classe 168	Génératrice d'un cône 84	Terme constant d'une application affine 155			
Classe modale 168	Hauteur d'une pyramide, d'un cône 83, 84	Terme constant d'un polynôme 121			
Coefficient de réduction 85	I				
Coefficient directeur 70	Image par une application affine 155	Tronc d'une pyramide, d'un cône 85			
Coefficient d'une application affine ou linéaire 155	Inéquation dans \mathbb{R} 130, 131	V			
	Inéquation dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ 143	Valeur absolue 95			
		Vecteur 40			
		Vecteur directeur 42			
		Vecteurs colinéaires 42, 55			
		Vecteurs orthogonaux 42, 55			
		Volume d'une pyramide, d'un cône 83, 84			
		Règle du parallélogramme 40			
		Racine carrée 95			
		Réciproque de la propriété de Pythagore 8			
		Réciproque de la propriété de Thalès 20			

Crédits photographiques

Couverture : © Daria Rosen/Adobe Stock

Intérieur : p. 5 : ©Yarchyk/iStock • p. 14 : ©Toltek/iStock • p. 15 : ©SoopySue/iStock • p. 16 : (h) ©OlegMalyshev/iStock ; (b) ©Tupungato/iStock • p. 17 : ©fmajor/iStock • p. 23 : ©wabeno/iStock • p. 25 : ©Untitledimages/iStock • p. 26 : ©BnF • p. 27 : ©7io/iStock • p. 36 : (g) ©GeorgeManga/iStock ; (d) ©eugenesergeev/iStock • p. 37 : ©alexangel21/iStock • p. 48 : ©THEPALMER/iStock • p. 49 : ©tamayalper/iStock • p. 63 : ©levkr/iStock • p. 76 : ©Nastasic/iStock • p. 77 : (g) ©jewhyte/iStock ; (d) ©sshepard/iStock ; (d) ©anouchka/iStock • p. 114 : ©WillieErasmus/iStock • p. 115 : ©Uberlimages/iStock • p. 126 : ©WachiraS/iStock • p. 127 : ©naumold/iStock • p. 132 : ©RedHelga/iStock • p. 135 : ©Konoplytska/iStock • p. 136 : ©Wavebreakmedia/iStock • p. 137 : ©narvikk/iStock • p. 140 : ©FatCamera/iStock • p. 148 : ©eli_asenova/iStock • p. 149 : ©haha21/iStock • p. 150 : (g) ©RuslanDashinsky/iStock ; (d) ©Wavebreakmedia/iStock • p. 151 : ©Tramino/iStock • p. 161 : ©spfdigital/iStock • p. 165 : (g) ©heizfrosch/iStock ; (d) ©triloks/iStock • p. 170 : ©GaudiLab/iStock • p. 173 : ©Wavebreakmedia/iStock.

Création : Marse Agency

Couverture : Cécil Kériel

Mise en pages et illustrations : Marse Agency/Catherine Nguyen.

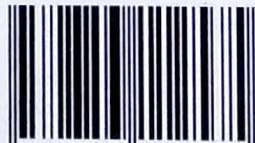
Suivi éditorial : Acquansù

Iconographie : Brigitte Hammond

Mathématiques

12.9523.1

ISBN : 978-2-7531-1257-5



9 782753 112575

ISBN : 978-2-84487-830-4

Dépôt légal n° 14452