# CHAPITRE I: ACTIVITES NUMERIQUES

- **CALCULS DANS P (Rappels)**

## I- QUOTIENTS ET PUISSANCES

### 1- Quotients

### 2- puissances

## II- CALCULS AVEC LES RACINES CARREES

## III- ENCADREMENTS - APPROXIMATIONS

### 1- Encadrements

### 2- approximations

## IV- PROPORTIONNALITE

### 1- Proportionnalité

### 2- Pourcentage

# CHAPITRE I: ACTIVITES NUMERIQUES

## ❖ CALCULS DANS $\mathbb{R}$ (Rappels)

## I- QUOTIENTS ET PUISSANCES

### 1- Quotients

**Exercice 1:** Ecrire les fractions suivantes sous forme irréductible.

$-\frac{245}{360}$ ; $\frac{1024}{728}$ ; $\frac{2566}{820}$ ; $\frac{1468}{200}$ ; $\frac{49}{70}$

**Exercice 2:** Calculer et donner le résultat sous la forme de fractions irréductibles.

a) $1-\frac{3}{4}$ ; b) $2,1+\frac{5}{4}$ ; c) $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$ ; d) $\frac{7}{9}-\frac{2}{3}$ ; e) $\frac{4}{7}-\frac{5}{2}+\frac{1}{3}$ ; f) $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}+3$

**Exercice 3:** Calculer et donner le résultat sous la forme de fractions irréductibles.

a) $15\times\frac{3}{4}$ ; b) $\frac{10}{3}\times\frac{28}{45}$ ; c) $-0,4\left(1-\frac{2}{3}\right)$ ; d) $\left(\frac{5}{7}-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\right)$

**Exercice 4:** Calculer et donner le résultat sous forme de fractions irréductibles.

a) $\dfrac{5}{\frac{10}{3}}$ ; b) $\dfrac{\frac{5}{10}}{3}$ ; c) $\dfrac{1+\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}$ ; d) $\dfrac{\frac{5}{3}-\frac{5}{6}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{3}}$

**Exercice 5:**

1. Les trois cinquièmes des quatre-vingt (80) élèves d'une classe de seconde sont des filles.
   Combien y a-t-il de filles dans cette class?
2. Sali boit le tiers d'un demi litre de lait.
   Quelle fraction de litre a-t-elle bu?

### 2- Puissances

**Exercice 1:** Compléter les égalités suivantes:

$3^2\times 3^4 = 3^{\cdots}$ ; $5^6\times 5^{-2} = 5^{\cdots}$ ; $8^4 = 2^{\cdots}$ ; $\frac{2^2}{2^3} = 2^{\cdots}$ ; $\frac{7^6}{7^2} = 7^{\cdots}$

**Exercice 2:** Compléter les égalités suivantes:

a) $2^5\times 14^2 = 2^{\cdots}\times 7^{\cdots}$ ; b) $6^5\times 15^2 = 2^{\cdots}\times 3^{\cdots}\times 5^{\cdots}$ ;

c) $\frac{35^3}{21^2} = 3^{\cdots}\times 5^{\cdots}\times 7^{\cdots}$ ; d) $\left(\frac{4}{3}\right)^8\times\left(\frac{3}{4}\right)^9 = 2^{\cdots}\times 3^{\cdots}$

**Exercice 3:** Ecrire les nombres suivants sous forme d'une puissance de 10.

a) $0,001$ ; b) $\dfrac{0,0001}{0,01}$ ; c) $\dfrac{0,001}{0,0001}$ ; d) $\dfrac{1}{10000}$

## II- CALCULS AVEC LES RACINES CARREES

**Exercice 1:** Ecrire les nombres suivants sous forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers naturels, b étant le plus petit possible.

a) $\sqrt{48}$ ; b) $\sqrt{98}$ ; c) $\sqrt{50}$ ; d) $\sqrt{200}$ ; e) $\sqrt{192}$ ; f) $\sqrt{242}$

**Exercice 2:** Ecrire plus simplement.

$a = 2\sqrt{27} - \sqrt{147} + \sqrt{12}$ ; $b = 61\sqrt{5} - 12\sqrt{7} - 49\sqrt{5} - 12$ ;

$c = \dfrac{1}{2}\sqrt{5} - 2\left(1 - \sqrt{5}\right) - \dfrac{3}{2}\sqrt{5}$ ; $d = 2\sqrt{16} - 6\sqrt{7} - \sqrt{81} - \sqrt{700}$

**Exercice 3:** Développer puis écrire plus simplement.

$A = \sqrt{3}\left(4 + 2\sqrt{3}\right)$ ; $B = \sqrt{5}\left(2\sqrt{5} + 3\sqrt{15}\right)$ ; $C = \left(2 + 3\sqrt{5}\right)^2$ ;

$D = \left(2\sqrt{7} - 4\right)^2$ ; $E = \left(3\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)$ ; $F = \left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right)$

**Exercice 4:** Ecrire les nombres réels ci-dessous sans le symbole $\sqrt{\ }$ .

$F = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ ; $H = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ ; $J = \dfrac{\sqrt{2} - 5}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}$ ; $L = \dfrac{-2}{-1 - \sqrt{5}}$ ;

$G = \dfrac{3}{\sqrt{7}}$ ; $I = \dfrac{\sqrt{3}}{6\sqrt{2} - \sqrt{11}}$ ; $K = \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ ; $M = \dfrac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{7}}$

## III- ENCADREMENTS - APPROXIMATIONS

### 1- Encadrement

**Exercice 1:** Dans chacun des cas suivants, donner un encadrement de a + b; ab; a – b et $\dfrac{a}{b}$.

1) $1,1 < a < 1,2$ et $3,5 < b < 3,6$

2) $\dfrac{1}{8} < a < \dfrac{1}{7}$ et $\dfrac{1}{7} < b < \dfrac{1}{6}$

**Exercice 2:** Ecris sous forme d'intervalle chacun des ensembles de nombres réels définis ci-dessous:

a) $x < -1$ ; b) $x > 1$ ; c) $x < \dfrac{1}{2}$ et $x \geq -2$ ; d) $-7 < x \leq 5$

**Exercice 3:** Traduire à l'aide d'inégalités l'appartenance de x à chacun des intervalles ci-dessous:

$[-2;4[$ ; $]3,4;7]$ ; $]-\infty;-9]$ ; $]-\infty;4,1[$ ; $]0;+\infty[$

**Remarque**:

Les symboles $-\infty$ et $+\infty$ se lisent respectivement "moins l'infini" et "plus l'infini".

$-\infty$ et $+\infty$ ne sont des nombres réels. En $-\infty$ et $+\infty$ , le crochet est toujours ouvert.

**Exercice 4:** Représenter les intervalles I et J, puis déterminer leur intersection $I \cap J$ et leur union $I \cup J$.

a) $I = [-1;2]$ et $J = ]-\infty;1[$ ; c) $I = [-3;3]$ et $J = ]0;6[$

b) $I = [2;+\infty[$ et $J = ]-\infty;4[$ ; d) $I = [-2;2]$ et $J = ]-1;0[$

### 2- Approximations

**Exercice 1:** Déterminer l'approximation décimale d'ordre 2 par défaut, de l'aire d'un disque de 17 cm de rayon. On donne $\pi = 3,14$.

**Exercice 2:** A l'aide d'une calculatrice, déterminer l'arrondi d'ordre 3 de chacun des nombres suivants:

a) $\dfrac{50}{11}$ ; b) $\dfrac{5\sqrt{3}-4}{30}$ ; c) $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$ ; d) $\pi\left(\sqrt{3}-1\right)^2$

## IV- PROPORTIONNALITE

### 1- Proportionnalité

**Exercice 1:** Le prix d'un coupon de tissu d'un mètre de largeur est proportionnel à sa longueur. On donne le tableau ci-dessous.

| Longueur du tissu (en m) | 5 | 7 | | 30 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Prix du tissu (en Fcfa) | 3.000 | | 12.000 | | 24.000 | 33.900 |

1. Déterminer le coefficient de proportionnalité permettant de passer de la première ligne du tableau à la deuxième ligne du tableau.
2. Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessus.
3. Mme Traoré dispose d'une somme de 67.500 Fcfa. Quelle longueur de tissu pourra-t-elle acquérir?

**Exercice 2:** Une motopompe remplit un réservoir de 2.400 litres en 1 h 20 mn.
Combien faut-il de temps pour remplir un réservoir de 1.800 litres?

**Exercice 3:** La quantité d'antibiotique à prescrire à un malade est proportionnelle à son poids. Un homme pesant 82,5 Kg prend 0,033 mg d'antibiotique par jour.
Déterminer le poids de son ami qui prend 0,026 mg du même antibiotique par jour.

### 2- Pourcentage

**Exercice 1:** Traduire en fraction décimale et en nombre décimal les pourcentages suivants:
20% ; 25% ; 14% ; 70% et 95%

**Exercice 2:** Un commerçant consent une remise de 20% à ses clients fidèles.
Par quel nombre faut-il multiplier le prix normal pour obtenir le prix de fidélité?

**Exercice 3:** Le taux d'inflation est de 2% par an dans un pays. Un poste de radio coûte 35.000 Fcfa en début d'année.
Quel est son prix en fin d'année?

**Exercice 4:** Quel est le placement le plus avantageux:

- 110.000 Fcfa à 9%
- 90.000 Fcfa à 11%
- Où 200.000 Fcfa à 10%?

**Exercice 5:** Une chemise de 15.000 Fcfa est soldée à 12.000 Fcfa.
Quel est le pourcentage de la remise?

**Exercice 6:** Calculer le pourcentage correspondant à:

a) 10% de 25% ; c) $\frac{1}{3}$ de $\frac{12}{25}$

b) $\frac{3}{5}$ de 60% ; d) 25% de 10%

# CHAPITRE II: CALCUL LITTERAL

## I- DEVELOPPEMENT ET REDUCTION

## II- FACTORISATION

### 1- Utilisation de facteurs communs

### 2- Utilisation d'égalités remarquables

# CHAPITRE II: CALCUL LITTERAL

## I- DEVELOPPEMENT ET REDUCTION

**Vocabulaire**

- Développer une expression, c'est l'écrire sous la forme d'une somme algébrique de termes, sans parenthèses de multiplication.
- Réduire une expression développée, c'est effectuer les sommes algébriques des termes de "**même nature**".

**Egalités remarquables**

a et b sont des nombres réels; on a:

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

**Exercice 1**: Développer et réduire les expressions suivantes:

- $(3x + 2)^2 - (x + 1)(5x + 7)$
- $(3x - 4)(x + 2) + (2 - x)(4x + 5)$
- $(7x - 1)(1 + 2x) - x(5x - 3)$
- $\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}x + 1\right)(x + 2)$
- $(4x + 3)^2 - (2x + 5)^2$
- $(x + 3)^2 - (2x - 1)(2x + 1)$
- $\left(\sqrt{2} - \sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2} + \sqrt{5}\right)$
- $\left(2\sqrt{3} - 5\right)^2$
- $\left(2 - \sqrt{3}\right)^2$
- $\left(1 + \sqrt{5}\right)^2$

**Exercice 2**: x désigne un nombre.

1. Développer, réduire et ordonner chacune des expressions littérales ci-dessous.

   $A = (x - 7)(3x + 2)$ ; $B = (x - 2)(2x - 1) - x(x^2 - 3)$;

   $C = (3x - 1)(x^2 + 4) - (2x - 5)(x - 7)$ ; $D = x(x^2 - 1) - x(x^2 + 1) + (x - 1)^2$

2. Calculer la valeur numérique de l'expression A pour $x = 7$; $x = 0$; $x = -\frac{2}{3}$; $x = 5$

## II- FACTORISATION

### 1- Utilisation d'un facteur commun

**Exercice 1** :

Factoriser les expressions suivantes:

- $(3x - 7)^2 - (3x - 7)(2x - 1)$
- $(2x - 5)(x + 1) + x(5 - 2x)$
- $5x(x - 3) - x$
- $(4x - 1)^2 - (4x - 1)$
- $(x - 11)^2 + (3x - 33)(x + 2)$
- $4x(1 - x) + (x - 1)^2$

### 2- Utilisation d'égalités remarquables

**Exercice 1**:

Factoriser les expressions suivantes:

- $x^2 + 6x + 9$
- $4x^2 - \frac{49}{81}$
- $9x^2 + 30x + 25$
- $16x^2 - 1$
- $9x^2 - 12x + 4$
- $\frac{16}{25} - (2x + 1)^2$
- $-x^3 + 4x$
- $9(x - 3)^2 - (4x - 3)^2$

**Exercice 2**:

Trouver une méthode pour calculer rapidement :

$101^2$ ; $45^2$ ; $28^2$ ; $35^2$

# CHAPITRE III: EQUATIONS - INEQUATIONS

## I- EQUATIONS

**1- Equations du type** $ax + b = 0\,;\ (a \neq 0)$

**2- Equations du type** $(ax + b)(cx + d) = 0\,;\ (a \neq 0 \text{ et } c \neq 0)$

**3- Problèmes se ramenant à des équations**

## II- INEQUATIONS

**1- Inéquations du type** $ax + b = 0\,;\ (a \neq 0)$

**a- Exemple**

**b- Signe de** $ax + b\ (a \in \mathbb{R}^* \text{ et } b \in \mathbb{R})$

**2- Inéquations du type** $(ax + b)(cx + d) \leq 0\,;\ (a \neq 0 \text{ et } c \neq 0)$

**3- Problèmes conduisant à des inéquations**

CHAPITRE III: EQUATIONS - INEQUATIONS

# I- EQUATIONS

## 1- Equations du type $ax+b=0$ ; $(a\neq 0)$

**Exercice:** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

a) $x+5=0$ ; b) $x-3=0$ ; c) $x+2,5=1,5$ ; d) $15-x=3$ ; e) $3x-8=0$

f) $-7x+3=0$ ; g) $4-4x=x$ ; h) $5+7x=-2x-13$ ; i) $-9x-3=5x+4$

## 2- Equations du type $(ax+b)(cx+d)=0$ ; $(a\neq 0$ et $c\neq 0)$

**Exercice:** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

a) $(x-5)(x+3)=0$ ; b) $(2x-2)(-x+4)=0$ ; c) $x(-3x+3)=0$ ;

d) $(3x+5)\left(\frac{1}{2}x-2\right)=0$ ; e) $x^2=x(x-2)$ ; f) $(x-5)^2+(x-5)(x+2)=0$ ;

g) $x^2-1+(x+1)(2x+2)=0$ ; h) $(x+2)^2=2(x^2-4)$

## 3- Problèmes se ramenant à des équations

**Exercice 1:**

a) Trouver si possible un nombre égal à son carré.
b) Trouver si possible un nombre égal à son cube.
c) Trouver si possible un nombre égal à son inverse.

**Exercice 2:** Un père à 27 ans de plus que son fils. Dans 6 ans, l'âge du père sera le double de celui du fils. Quel est l'âge du fils? Du père?

**Exercice 3:** L'unité de longueur est le m.
La mesure du côté d'un triangle équilatéral est x et la mesure du côté d'un carré est 2x.
Calculer x pour que le périmètre du carré dépasse de 10 mètres celui du triangle.

# II- INEQUATIONS

## 1- Inéquations du type $ax+b\leq 0$ ; $(a\neq 0)$

### a- Exemples

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(I_1)$: $5x-3\leq 0$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(I_2)$: $-5x-3\geq 0$.

### b- Signe de $ax+b\leq 0$ ; $(a\neq 0)$

Pour étudier le signe de $ax+b\leq 0$, on peut utiliser le tableau de signe suivant:

| $x$ | $-\infty$ | $-\frac{b}{a}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $ax+b$ | Signe de $-a$ | 0 | Signe de $a$ |

**Exemples**:

**a) Etudier le signe de** $2x-5$

L'équation $2x-5=0$ a pour solution $\frac{5}{2}$

1. Compléter le tableau ci-contre.

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{5}{2}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $2x-5$ | | $\square$ | |

2. Donner le signe de $2x-5$ suivant les valeurs de x.

**b) Etudier le signe de** $-4x+8$

**<u>Exercice 1</u>**: Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes:

a) $x-4>0$ ; b) $x+\frac{2}{3}\leq 0$ ; c) $2-x>3x-8$ ; d) $-\frac{3}{4}x+8<5-x$

**<u>Exercice 2</u>**: Etudier le signe de chacune des expressions suivantes:

a) $x-3$ ; b) $4x-6$ ; c) $x+2$ ; d) $1-3x$

### 2- <u>Inéquations du type</u> $(ax+b)(cx+d)\leq 0$; $(a\neq 0$ et $c\neq 0)$.

**<u>Méthode</u>** : Pour résoudre une inéquation du type $P(x)\leq 0$, où $P(x)$ est un produit de facteurs du premier degré, on peut procéder comme suit:

- Etudier le signe de $P(x)$ à l'aide d'un tableau.
- Lire l'ensemble des solutions de l'inéquation dans ce tableau.

**<u>Exemple 1</u>**: Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(I_1): (4x-3)(3-x)\leq 0$

**<u>Exemple 2</u>**: Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(I_2): (x-1)(2x+5)<0$

**<u>Exercice</u>** : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes:

a) $(x-5)(x+3)\geq 0$ ; b) $(2x-2)(-x+4)>0$ ; c) $x(-3x+3)<0$ ;

d) $(x-5)^2+(x-5)(x+2)\geq 0$ ; e) $(5x-4)^2-(3x+7)^2\leq 0$ ; f) $x^2-1+(x+1)(2x+2)\leq 0$

### 3- <u>Problèmes conduisant à des inéquations</u>

**<u>Problème 1</u>**: Une société de location de voitures affiche les tarifs ci-contre.

| | |
|---|---|
| Voiture de type A | Forfait de 30.000 F par jour plus 150 F par Km |
| Voiture de type B | Forfait de 25.000 F par jour plus 300 F par Km |

Quelle est en fonction de la distance, le choix le plus économique pour les clients?

# CHAPITRE IV: SYSTEMES LINEAIRES

❖ **Systèmes de deux équations dans ¡ ´ ¡**

## I- RESOLUTION D'UN SYSTEME LINEAIRE DE DEUX EQUATIONS DANS ¡ ´ ¡

### 1- Méthode graphique

### 2- Méthode de résolution par substitution

### 3- Méthode de résolution par combinaison

## II- PROBLEME DU PREMIER DEGRE DANS ¡ ´ ¡

# CHAPITRE IV: SYSTEMES LINEAIRES

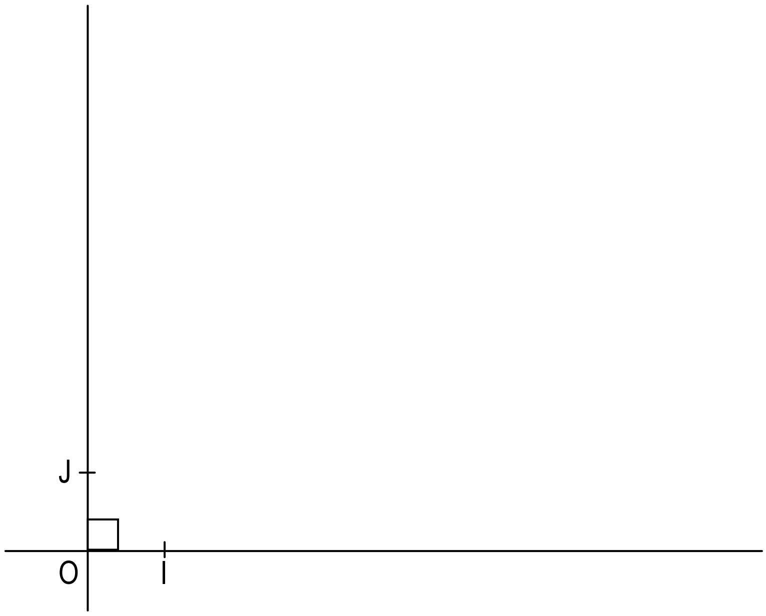
## ❖ Systèmes de deux équations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

## I- RESOLUTION D'UN SYSTEME LINEAIRE DE DEUX EQUATIONS DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

**Exemple**: Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant:

$$(S)\begin{cases} x + 5y - 9 = 0 \\ 7x + 5y - 3 = 0 \end{cases}$$

### 1- Méthode graphique: Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).




### 2- Méthode de résolution par substitution:

### 3- Méthode de résolution par combinaison:

**Exercice 1**: Résoudre graphiquement les systèmes suivants:

$$\begin{cases} -2x + y = 3 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} x + 2y + 4 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} 2x + y - 7 = 0 \\ x - 2y + 4 = 0 \end{cases}$$

**Exercice 2**: Résoudre par substitution chacun des systèmes d'équations suivants:

$$\begin{cases} 2x + 3y + 1 = 0 \\ 4x - 5y + 2 = 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} 2x + 3y - 5 = 0 \\ x + 2y - 11 = 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} x + y = 4{,}14 \\ 5x + 8y = 32{,}64 \end{cases}$$

**Exercice 3**: Résoudre par combinaison chacun des systèmes d'équations suivants:

$$\begin{cases} 3x - 4y - 5 = 0 \\ 2x - 3y + 8 = 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} 8x - 5y - 3 = 0 \\ 4x + 3y - 7 = 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} 8x - 15y + 5 = 0 \\ 3x - 5y - 2 = 0 \end{cases}$$

## II- PROBLEMES DU PREMIER DEGRE DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

**Problème 1** : Sally dispose d'une somme de 19.500 Fcfa constituée de 240 pièces, les unes de 100 Fcfa, les autres de 25 Fcfa. Déterminer le nombre de pièces de chaque sorte.

**Problème 2** : Un planteur a un champ rectangulaire de largeur $l$ et de longueur L. Lors de la construction d'une autoroute, on diminue sa longueur de 7m et on augmente sa largeur de 2m, de telle sorte que son aire reste inchangée.
Sachant que ce champ rectangulaire a pour périmètre 122m, déterminer ses dimensions L et $l$.

**Problème 3** : La somme de deux nombres entiers naturels est 304. Si on divise le plus grand par le plus petit, le quotient est 6 et le reste est 17. Trouver ces deux nombres.

# CHAPITRE V : FONCTIONS

## I- GENERALITES SUR LES FONCTIONS

1- Notion de fonctions

2- Exemples de fonctions

3- Ensemble de définition d'une fonction

4- Sens de variation d'une fonction

5- Extrémums d'une fonction

## II- ETUDE DE FONCTIONS

1- Fonctions linéaires

2- Fonctions affines

3- Fonctions affines par intervalles

4- Fonction carré

5- Fonction inverse

# CHAPITRE V : FONCTIONS

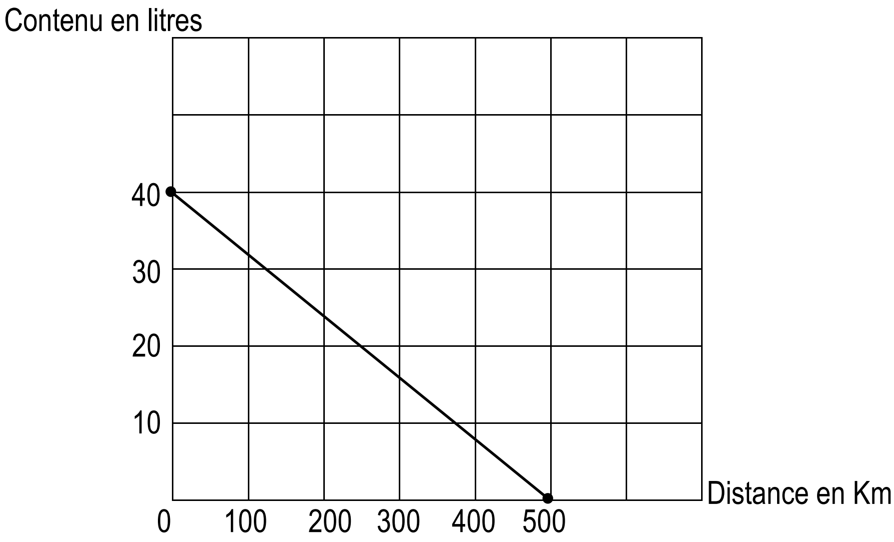
# I- GENERALITES SUR LES FONCTIONS

## 1- Notion de fonctions

**Activité** :

Le graphique ci-dessous représente le contenu en litres du réservoir d'une voiture qui roule à vitesse constante.

1. Déterminer graphiquement:
   a) Le contenu du réservoir après un parcours de 300 kilomètres;
   b) La distance au bout de laquelle le réservoir contiendra 10 litres.
2. On désigne par x la distance (en Km) parcourue et par y le contenu (en litres) du réservoir.
   a) Exprimer y en fonction de x.
   b) Quelles sont les valeurs extrêmes de x?



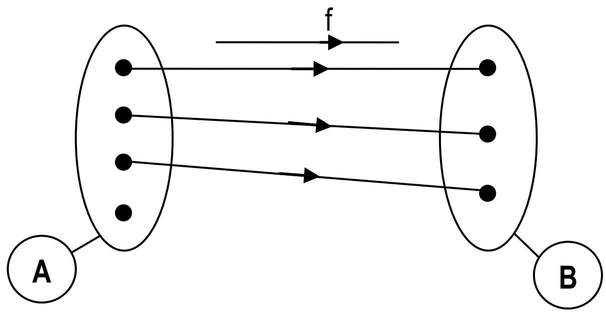

**Définition d'une fonction numérique**

A un ensemble non vide et B un sous ensemble (une partie) non vide de $\mathbb{R}$.

On appelle fonction numérique de A vers B toute correspondance f qui, à chaque élément de A associe un ou zéro élément de B.

On note $f : A \to B$

$x \mapsto f(x)$




**Vocabulaire**

f est la fonction de A vers B qui, à x, associe f(x).

A est l'ensemble de départ et B est l'ensemble d'arrivée de f.

x est la variable et f(x) l'image de x par f.

Lorsque v est l'image de u par f, on dit que u est un antécédent de v par f; on écrit: $v = f(u)$.

Lorsque l'ensemble de départ d'une fonction f est une partie de $\mathbb{R}$, on dit que f est une fonction d'une variable réelle.

## 2- Exemples de fonctions

Une fonction peut être déterminée par:

- Une table (table trigonométrique).
- Les touches d'une calculatrice.

  sin  cos  tan  $\sqrt{\ }$

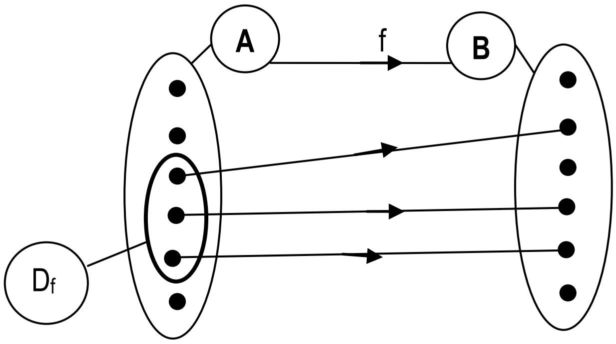
- Une formule explicite.

  $$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
  $$x \mapsto 2x - 3$$

### 3- Ensemble de définition

**Définition**

f est une fonction d'un ensemble A vers un ensemble B.
On appelle ensemble de définition de f l'ensemble des éléments de A qui ont une image par f.
On note souvent $D_f$ l'ensemble de définition de f.




### 4- Sens de variation d'une fonction

#### a- Fonction croissante sur un intervalle

**Définitions**

f est une fonction numérique d'une variable réelle définie sur un intervalle E.

- On dit que f est croissante sur E lorsque, pour tous éléments a et b de E vérifiant $a < b$, on a $f(a) \leq f(b)$.
- On dit que f est strictement croissante sur E lorsque, pour tous éléments a et b de E vérifiant $a < b$, on a $f(a) < f(b)$.

f est croissante sur E lorsque les nombres de E sont rangés dans le même ordre que leurs images.

#### b- Fonction décroissante sur un intervalle

**Définitions**

f est une fonction numérique d'une variable réelle définie sur un intervalle E.

- On dit que f est décroissante sur E lorsque, pour tous éléments a et b de E vérifiant $a < b$, on a $f(a) \geq f(b)$.
- On dit que f est strictement décroissante sur E lorsque, pour tous éléments a et b de E vérifiant $a < b$, on a $f(a) > f(b)$.

f est décroissante sur E lorsque les nombres de E sont rangés dans l'ordre inverse de leurs images.

**Vocabulaire**

Une fonction est monotone sur un intervalle lorsqu'elle est soit croissante, soit décroissante sur cet intervalle.

### c- Fonction constante sur un intervalle

f est une fonction numérique d'une variable réelle définie sur un intervalle E.

on dit que f est constante sur E lorsque, pour tous éléments a et b de E, on a: $f(a) = f(b)$.

f st constante sur E lorsque les éléments de E ont tous la même image par f.

## 5- Extremums d'une fonction

**Définition**

f est une fonction numérique d'une variable réelle définie sur un ensemble E; a est un élément de E.

- Lorsque, quelque soit x de E, $f(a) \geq f(x)$, on dit que f(a) est le maximum de f sur E.
- Lorsque, quelque soit x de E, $f(a) \leq f(x)$, on dit que f(a) est le minimum de f sur E.
- Le maximum et le minimum d'une fonction f sont appelés extremums (ou extrema) de f.

**Vocabulaire**

- Etudier les variations d'une fonction, c'est:
  - Préciser les intervalles sur lesquels cette fonction est monotone ou constante,
  - Préciser les extremums (s'ils existent) de cette fonction sur chacun de ces intervalles.
- Les variations d'une fonction sont illustrées dans un tableau de variation. Ainsi:
  - La croissance de f sur $[a;b]$ est illustrée par le tableau.

| x | a | b |
|---|---|---|
| f(x) | ↗ | |

  - La décroissance de f sur $[a;b]$ est illustrée par le tableau.

| x | a | b |
|---|---|---|
| f(x) | ↘ | |

  - La constance de f sur $[a;b]$ est illustrée par le tableau.

| x | a | b |
|---|---|---|
| f(x) | → | |

# II- ETUDE DE FONCTIONS

## 1- Fonctions linéaires

**Définition** :

Une fonction linéaire f est une fonction numérique à variable réelle x définie par, $f(x) = ax \ (a \in \mathbb{R})$.

**Exemple** :

Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x$.

1. Préciser l'ensemble de définition $D_f$ de la fonction f.
2. Calculer l'image de chacun des réels suivants: $-5$; $-1$; $0$; $2$; $\frac{7}{2}$; $123$

3. Etude de la fonction f sur $[-2;3]$.

   a) Montrer que f est strictement croissante.

   b) Dresser le tableau de variation de f sur $[-2;3]$ après avoir calculé f(-2) et f(3).

   c) Construire la représentation graphique de f sur $[-2;3]$ dans le plan muni du repère (O, I, J).

## 2- Fonctions affines

**Définition** : a et b sont des nombres.

On appelle fonction affine toute fonction numérique f à variable réelle x définie par, $f(x) = ax + b$.

**Exemple** :

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par: $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$.

1. Déterminer l'ensemble de définition $D_f$ de la fonction f.
2. Calculer l'image de chacun des nombres réels suivants: - 2; 0; $\frac{1}{2}$; 2; 6; 252.
3. Déterminer le ou les antécédents de chacun des nombres réels suivants: - 5; 3; 4.
4. Etude de f sur $[-6;4]$.

   a) Etudier le sens de variation de f.

   b) Dresser le tableau de variation de f sur $[-6;4]$ après avoir calculé f(-6) et f(4).

   c) Construire la représentation graphique de f sur $[-6;4]$ dans le plan muni du repère (O, I, J).

## 3- Fonctions affines par intervalles

**Définition** :

On appelle fonction affine par intervalles toute fonction numérique f d'une variable réelle dont l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles sur chacun desquels f coïncide avec une fonction affine.

**Remarque** :

La représentation graphique d'une fonction affine par intervalles est une réunion de segments ou de demi-droites.

**Exemple** : Le plan muni du repère (O, I, J).

On considère la fonction f définie par:

Pour $x \in [-3;-1[$, $f(x) = -x - 3$

Pour $x \in [-1;2[$, $f(x) = 2x$

Pour $x \in [2;5]$, $f(x) = 4$

1. Justifier que f est une fonction affine par intervalles.
2. Calculer l'image par f de chacun des nombres suivants: - 3; - 1; 0; 2 et 5.
3. Construire la représentation graphique de la fonction f.

## 4- Fonction carrée

On se propose d'étudier, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ appelée fonction carré.

$$x \mapsto x^2$$

1. Déterminer l'ensemble de définition $D_f$ de la fonction f.
2. Etude de la fonction f sur $[-4;4]$.

   a) Etudier le sens de variation de f sur $[-4;0]$ et sur $[0;4]$.

   b) Calculer f(-4), f(0) et f(4).

   c) Dresser le tableau de variation de f sur $[-4;4]$.

   d) Préciser le minimum de f sur $[-4;4]$.

   e) Compléter le tableau de valeurs suivant:

| x | - 4 | - 3 | - 2 | - 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | | | | | | | | | |

   f) Construire dans un repère orthogonal (O, I, J) la représentation graphique (C) de la fonction f. (Unité graphique: 1cm sur l'axe (OI) et 0,5cm sur l'axe (OJ)).

### 5- <u>Fonction inverse</u>

Soit f la fonction inverse $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ .

$$x \mapsto \frac{1}{x}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition Df.
2. Etude de la fonction f sur $[-4;0[ \cup ]0;4]$.

   a) Etudier le sens de variation de f sur $[-4;0[$ et $]0;4]$.

   b) Calculer f(-4) et f(4).

   c) Dresser le tableau de variation de f.

   d) Compléter le tableau de valeur suivant:

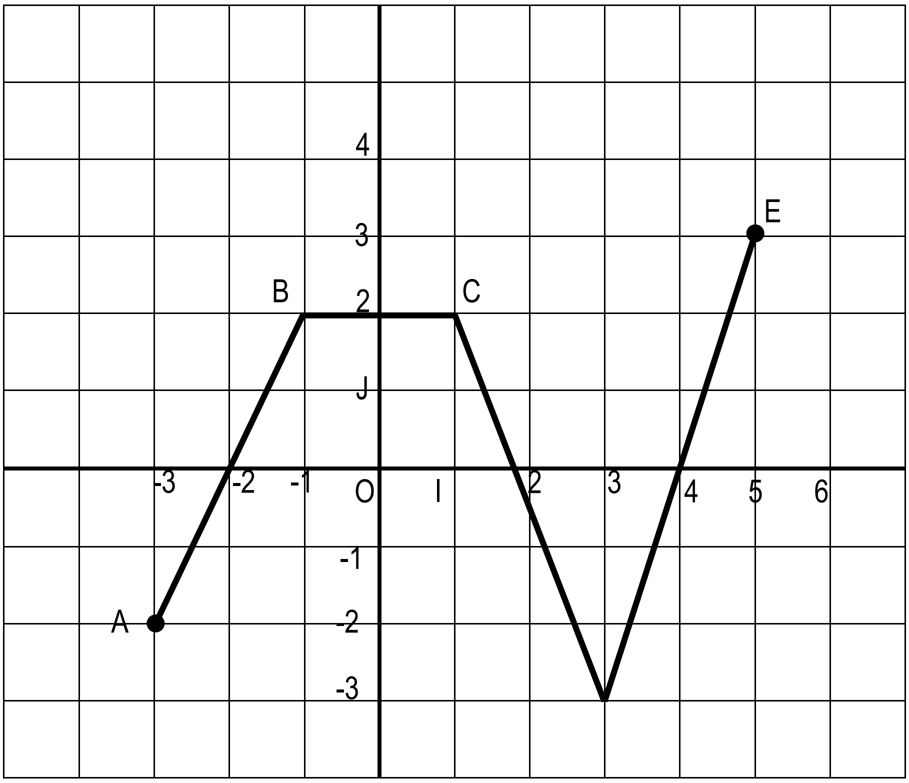
| x | - 4 | - 3 | - 2 | - 1 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{4}$ | 0 | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | | | | | | | | | | | | | | | |

   e) Construire dans un repère orthonormé (O, I, J) la représentation graphique (C) de la fonction f.

## EXERCICES

**<u>Exercice 1</u>** :

Le plan est muni du repère (O, I, J).
On considère les points A(-3 ; -2), B(-1 ; 2), C(1 ; 2), D(3 ; -3) et E(5 ; 3).




On désigne par f la fonction affine par intervalles dont la représentation graphique est la réunion des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DE]$

1. Préciser l'ensemble de définition $D_f$ de f.
2. Déterminer l'image par f de chacun des nombres réels – 3; - 2; 0; 3 et 4.
3. Déterminer le ou les antécédents par f de chacun des nombres réels – 3; – 2; 0; 2 et 3.
4. Donner le sens de variation de f sur chacun des intervalles $[-3;-1]$; $[-1;1]$; $[1;3]$ et $[-3;5]$
5. Dresser le tableau de variation de f.
6. Préciser les extremums de f.

**<u>Exercice 2</u>** :
Le plan est muni du repère (O, I, J).

f est la fonction de $[-4;4]$ vers ¡ définie par : $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$.

1. Montrer que f est croissante sur $[-4;0]$ et décroissante sur $[0;4]$.
2. Calculer f(- 4); f(0) et f(4).
3. Dresser le tableau de variation f sur $[-4;4]$
4. Déterminer le maximum de f sur $[-4;4]$.

**<u>Exercice 3</u>** :
Le plan est muni du repère (O, I, J).

f est la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{2}{x}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition Df de f.
2. Etude de f sur $[-5;0[ \cup ]0;5]$.

   a) Etudier le sens de variation de f sur $[-5;0[$ et $]0;5]$.

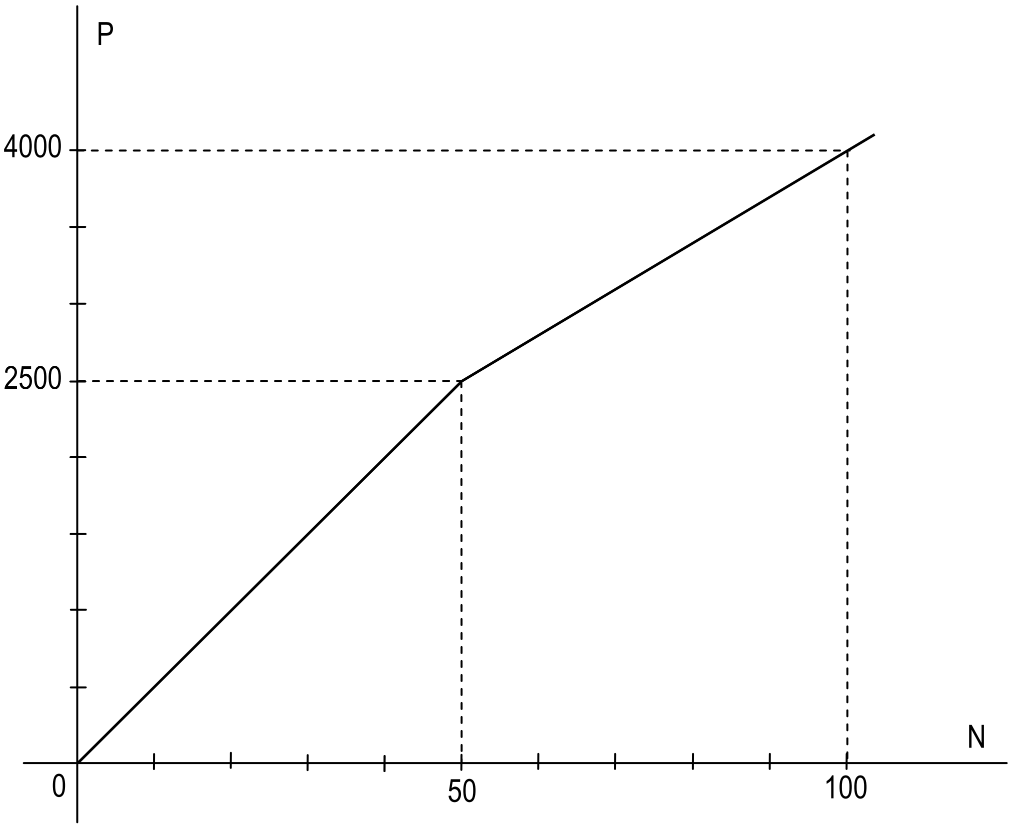
   b) Calculer f(- 5) et f(5).

   c) Dresser le tableau de variation de f sur $[-5;0[ \cup ]0;5]$.

## EXERCICES DE RENFORCEMENT

**Exercice 1** :

La courbe représentative ci-dessous est celle du prix P de photocopies en fonction du nombre N d'exemplaires tirés.




1. Quel est le prix unitaire d'une photocopie tirée en trente (30) exemplaires?
2. Combien coûte le tirage de la $51^{ème}$ photocopie?
3. Quel est le coût moyen d'une photocopie tirée en soixante dix (70) exemplaires?
4. Donner une interprétation graphique de chacun des résultats précédents.
5. Que peut-on conjecturer du coût moyen d'un grand nombre de photocopies?

**Exercice 2** :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J); f est la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{5}{x}$.

1. Etudier les variations de f et tracer sa représentation graphique (H) sur l'intervalle $[-5;0[\cup]0;5]$.
2. Tracer sur le même graphique la droite (D) d'équation $y = 5x$.
3. Déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersections de (H) et de (D).

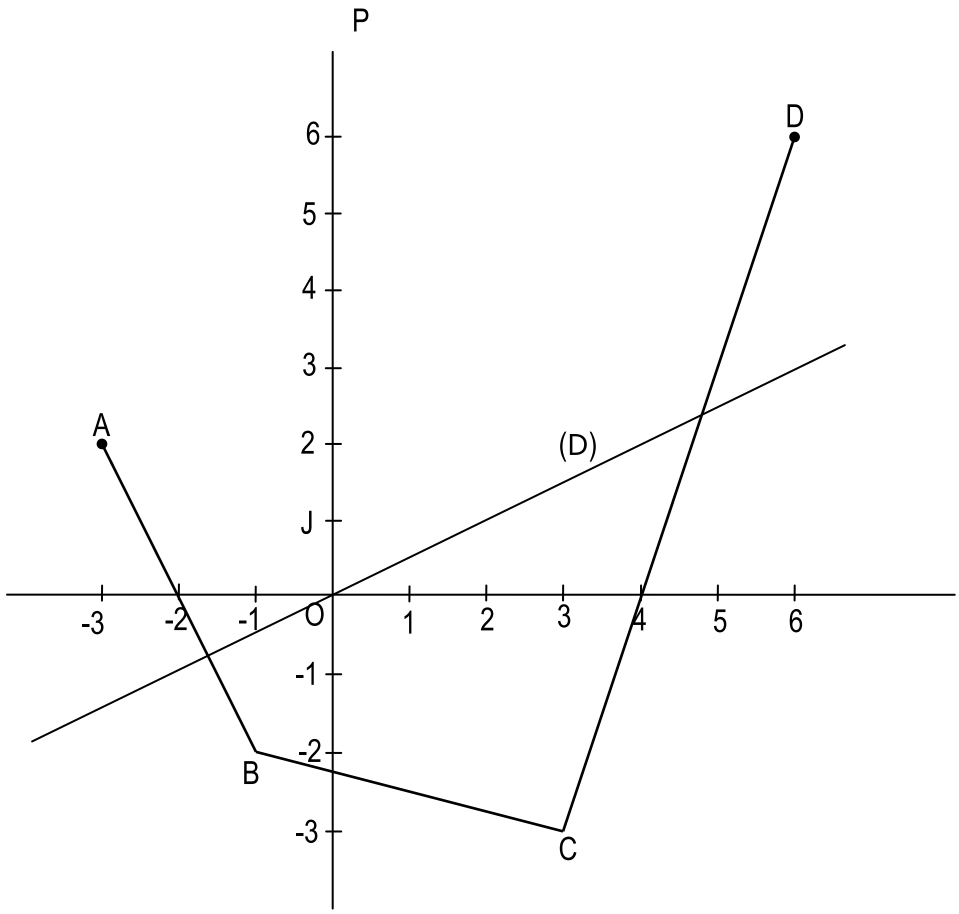
__Exercice 3__ :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). On considère les points $A(-3;2)$, $B(-1;-2)$, $C(3;-3)$ et $D(6;6)$.

On désigne par f la fonction affine par intervalles dont la représentation graphique est la réunion des segments $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$.

1. Déterminer l'ensemble de définition $D_f$ de la fonction f.
2. Déterminer l'image par f de chacun des nombres réels: - 2; 0; 2; 4 et 5.
3. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 0$.
4. Déterminer le sens de variation de la fonction f puis dresser son tableau de variation.
5. Déterminer les extremums de f sur $D_f$.
6. (D) est la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x$

   Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = \frac{1}{2}x$.



# CHAPITRE VI : DENOMBREMENT

## I- REUNION ET INTERSECTION DE DEUX ENSEMBLES FINIS

### 1- Définitions

### 2- Cardinal de la réunion de deux ensembles finis

## II- DES OUTILS POUR DENOMBRER

### 1- Utilisation de comptage

### 2- Utilisation d'un diagramme

### 3- Utilisation d'un arbre de choix

### 4- Utilisation de tableau

# CHAPITRE VI : DENOMBREMENT

## I- <u>REUNION ET INTERSECTION DE DEUX ENSEMBLES FINIS</u>

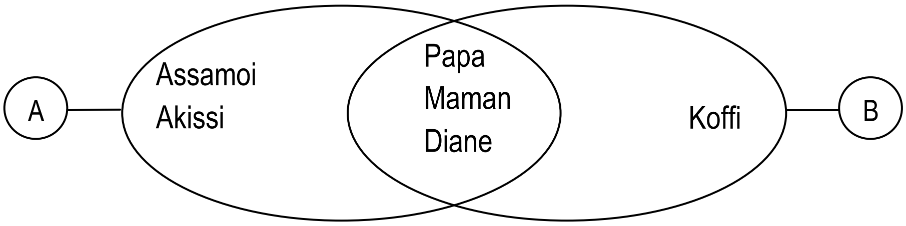
Un ensemble fini est un ensemble qui a un nombre fini d'éléments.

**<u>Activité 1</u>**

Dans une famille de six (6) membres (maman, papa, Koffi, Akissi, Assamoi et Diane) l'on mange à chaque repas du riz ou du foutou. Seuls maman, papa et Diane mangent le riz et le foutou, Assamoi et Akissi préfèrent le riz, Koffi lui préfère le foutou.

Désignons par A l'ensemble des membres de la famille mangeant le riz au repas et B ceux qui mangent le foutou, C ceux qui mangent le riz ou le foutou et D ceux qui mangent le riz et le foutou.

A l'aide du diagramme ci-dessous




a) Ecrire en extension les ensembles A, B, C et D.

b) Donner le nombre d'éléments de chacun des ensembles A, B, C et D.

### 1- <u>Définitions</u>

- **Réunion de deux ensembles finis**

Soit A et B deux parties d'un ensemble fini E.

On appelle réunion de A et B l'ensemble des éléments de E appartenant à A ou à B.

On note $A \cup B$ ; on lit "A union B"

$x \in A \cup B$ signifie que $x \in A$ ou $x \in B$.

- **Intersection de deux ensembles finis**

Soit A et B deux parties d'un ensemble fini E.

On appelle intersection de A et B l'ensemble des éléments de E appartenant à A et à B.

On note $A \cap B$ et on lit " A inter B".

$x \in A \cap B$ signifie que $x \in A$ et $x \in B$.

- **Cardinal d'un ensemble fini**

On appelle cardinal d'un ensemble fini E le nombre d'éléments de cet ensemble.

On note card (E).

**<u>Activité 2</u>**

En se référant à l'activité 1, comparer card (C) et card (B) + card(A) - card(D)

On remarque que $D = A \cap B$ et $C = A \cup B$

### 2- Cardinal de la réunion de deux ensembles finis

**Propriété**

Soit A et B deux parties d'un ensemble fini E.

On a : card ($A \cup B$)= card (A) + card (B) - card ($A \cap B$)

**Remarque**

Si $A \cap B = \emptyset$, alors card ($A \cup B$)= card (A) + card (B)

## II- DES OUTILS POUR DENOMBRER

### 1- Utilisation de comptage

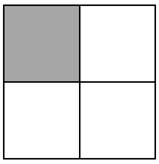
**Exercices 1** : Parmi les nombres entiers naturels strictement inférieurs à 100, qui se terminent par 5, combien sont-ils supérieurs à 50? Divisible par 3?

**Exercices 2**

La figure ci-contre est formée de 4 carrés.

Combien y a-t-il de rectangles dans cette figure ?

(Un carré est un rectangle)



### 2- Utilisation d'un diagramme

**Exercices 1** :

Dans une classe de seconde littéraire, il y a trente (30) filles et vingt (20) garçons.

Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ?

**Exercices 2**

Dans un club sportif de quarante (40) membres, l'on pratique le football ou le basket-ball.

18 personnes pratiquent le basket-ball et six (6) personnes les deux sports.

Déterminer le nombre de personnes qui pratiquent uniquement le basket-ball, le football.

### 3- Utilisation d'un arbre de choix

**Exercice 1**

Une marque d'automobile propose quatre modèles A, B, C, D de voitures.

Chaque modèle se fait en deux carrosseries : berline et coupé.

Chaque modèle est vendu en trois coloris : noir, rouge et gris.

Combien de choix s'offrent à un client désirant acheter une voiture de cette marque ?

**Exercices 2**

Une finale de tennis en trois sets oppose Myriam à Rachelle. Le match se termine lorsqu'une joueuse à gagné deux sets.

1. Combien y-a-t-il de déroulements de parties possibles ?
2. Combien y-a-t-il de déroulements de parties où Myriam gagne au moins un set ?

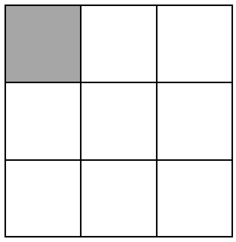
### 4- Utilisation d'un tableau

**Exercice** : On lance simultanément deux dés cubiques. On lit à chaque lancée le chiffre de la face supérieure de chaque dé.

1. Combien y-a-t-il de résultats possibles ?
2. Combien de résultats contiennent-ils au moins un six

## EXERCICES DE RENFORCEMENT

**Exercice 1** :
La figure ci-contre est formée de neuf (9) carrés.
Combien y a-t-il de rectangles dans cette figure ?



**Exercice 2** :
Dans une classe de vingt-cinq (25) élèves, tous les élèves pratiquent au moins une langue étrangère, à savoir l'anglais ou l'allemand.
Sachant que douze (12) élèves pratiquent l'anglais et que quinze (15) pratiquent l'allemand, calculer:

a) Le nombre d'élèves qui pratiquent les deux langues;
b) Le nombre d'élèves qui pratiquent seulement l'anglais;
c) Le nombre d'élèves qui pratiquent qu'une seule langue.

**Exercice 3** :
Quatre employés A, B, C et D décident de désigner trois (3) des leurs pour les représenter auprès de la direction de leur entreprise.
Dresser un arbre de choix permettant de faire l'inventaire de tous les groupes de délégués possibles.

**Exercice 4** :
Le tableau ci-dessous indique la répartition des élèves dans une classe, selon leur sexe et leur année de naissance.

| Elèves | Nées en 1975 | Nés en 1976 | Nés en 1977 | Total |
|---|---|---|---|---|
| Filles | 3 | | 5 | 20 |
| Garçons | 2 | | 6 | |
| Total | | 27 | | |

Compléter ce tableau.
Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe?

**Exercice 5** :
Dans un Lycée, tous les élèves pratiquent au moins un des deux sports proposés: le football, le basket-ball.
145 élèves pratiquent le football, 192 élèves pratiquent le basket-ball et 69 pratiquent les deux sports.
Quel est l'effectif du Lycée?

**Exercice 6** :
Sur mille (1000) vélos sortant d'une usine, cent (100) ont au moins un défaut de chaîne, quatre vingt (80) ont au moins un défaut de guidon et 40 exactement présentent les deux défauts.

1. Combien de vélos présentent au moins les deux défauts?
2. Combien de vélos présentent uniquement un défaut de guidon?
3. Combien de vélos ne présentent aucun des deux défauts?

**Exercice 7** :
On dispose de trois pièces de monnaie: une de 250 FCFA, une de 100 FCFA et une de 50 FCFA.
Quelles sont toutes les sommes possibles que l'on peut constituer avec ces pièces?

**Exercice 8** :
Dans une assemblée de quatre personnes, on doit choisir un président, un secrétaire et un trésorier.
Sachant que ces trois fonctions peuvent être cumulées, déterminer le nombre de cas possibles.

# CHAPITRE VII : STATISTIQUES

## I- ORGANISATION DES DONNEES

### 1- Fréquence

### 2- Effectifs cumulés, Fréquence cumulées

## II- REPRESENTATIONS GRAPHIQUES

### 1- Diagramme en bâtons

### 2- Diagramme en bandes

### 3- Diagramme circulaire ou semi-circulaire

# CHAPITRE VII : STATISTIQUES

## I- ORGANISATION DES DONNEES

**Activité 1**: Les vingt (20) élèves d'un club ont donné leur âge, en années.
On obtient le relevé suivant :

13 ; 15 ; 15 ; 14 ; 16 ; 13 ; 15 ; 14 ; 16 ; 16
15 ; 14 ; 15 ; 13 ; 15 ; 14 ; 14 ; 15 ; 14 ; 16.

1. a) Donner le tableau des effectifs.
   b) Donner le mode de cette série statistique.
   c) Calculer la moyenne d'âge des élèves de ce club.
   d) Calculer la fréquence des quatre âges en pourcentage et dresser le tableau des fréquences.
2. a) Quel est le nombre d'élèves ayant un âge inférieur ou égal à 14 ? 15 ? 16 ?
   b) Quel est le pourcentage des élèves ayant un âge inférieur ou égal à 14 ? 15 ? 16 ?

### 1- Fréquence

**Définition**
On appelle fréquence d'une modalité, le quotient de l'effectif de la modalité par l'effectif total.

$$\text{Fréquence d'une modalité} = \frac{\text{effectif de la modalité}}{\text{effectif total}}$$

### 2- Effectifs cumulés, Fréquence cumulées

**Définitions**
On considère une série statistique à caractère quantitatif.

- On appelle effectif cumulé d'une modalité, la somme des effectifs des modalités inférieures ou égales cette modalité.
- On appelle fréquence cumulée d'une modalité, la somme des fréquences des modalités inférieures ou égales à cette modalité.

**Exemple :** en se référant à l'activité précédente, compléter le tableau suivant :

| Modalité | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|
| Effectif | | | | |
| Effectif cumulé | | | | |
| Fréquence en % | | | | |
| Fréquence cumulée en % | | | | |

## II- <u>REPRESENTATION GRAPHIQUES</u>

**Activité 2** :

1- **Représenter par un diagramme en bâton le tableau des fréquences de la série statistique de l'activité 1.**

2- **Représenter par un diagramme en bande le tableau des effectifs de la série statistique de l'activité 1**

3- **Représenter par un digramme semi circulaire le tableau des effectifs de la série statistique de l'activité 1**

## EXERCICES DE RENFORCEMENT

**Exercice 1** :

On a relevé le temps mis par des élèves pour parcourir la distance du domicile au Lycée.
Les résultats obtenus sont les suivants:

| Temps (en min) | 5 | 12 | 15 | 32 | 45 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 10 | 21 | 16 | 13 | 8 | 20 |

1. Donner le tableau des effectifs cumulés et des fréquences cumulées.
2. Quel est le pourcentage d'élèves qui parcourent la distance de leur domicile au Lycée en moins d'une demi-heure?
3. Quel est le pourcentage d'élèves qui parcourent la distance de leur domicile au Lycée en plus d'une demi-heure?

**Exercice 2** :

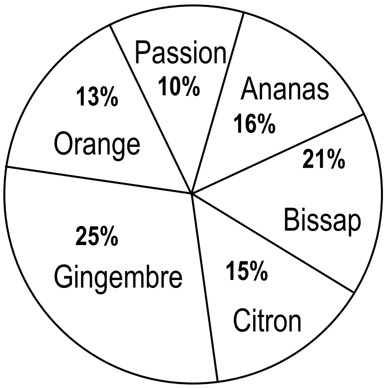
Le tableau ci-dessous donne la répartition de 2 500 élèves d'un Lycée selon la taille de leur famille.

| Nombre de personnes par famille | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence en pourcentage | 10% | 23% | 45% | 15% | 5% | 2% |
| Effectif | | | | | | |

1. Compléter la dernière ligne du tableau.
2. Représenter les effectifs par un diagramme en bâtons.

**Exercice 3** :

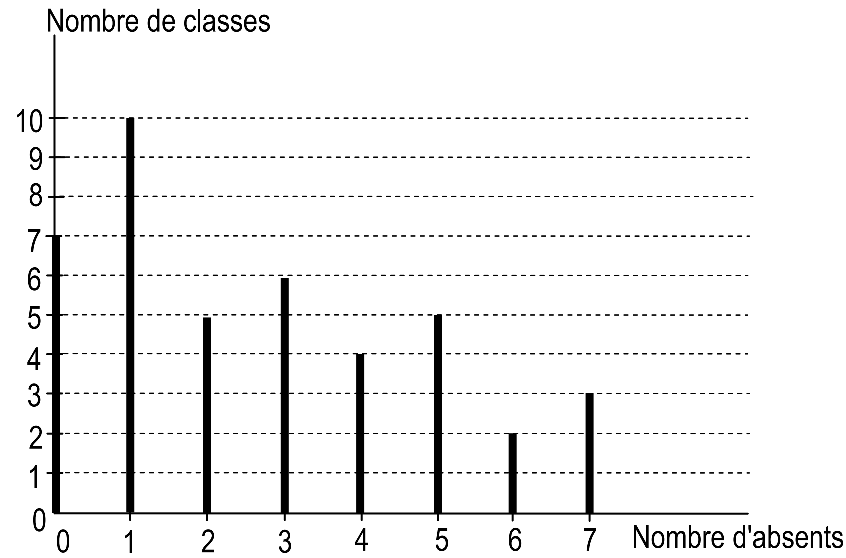
Salimata vend 200 litres de jus de fruit par jour. La répartition de la vente pendant une journée est représentée par le diagramme circulaire suivant.




Dresser, à partir de ce diagramme, le tableau statistique où apparaissent les modalités, les fréquences exprimées en pourcentages et les effectifs en litres.

**Exercice 4** :

Un chef d'établissement scolaire a noté le nombre d'élèves absents par classe au cours d'un trimestre. Il a regroupé ces données dans le diagramme en bâtons suivant.




1. Organiser les données dans un tableau statistique où apparaissent les modalités, les effectifs et les effectifs cumulés.
2. Déterminer le nombre moyen d'absents durant le trimestre.

**<u>Exercice 5</u>** :

Annah a obtenu lors d'une épreuve de sélection des notes qui sont données par le diagramme en bâtons des effectifs ci-contre.

1. a) Présenter, sous forme de tableau, la série statistique obtenue en classant les notes par ordre croissant et en indiquant, pour chaque note l'effectif.
   b) Déterminer le mode et calculer la moyenne de cette série.
2. Kakou, candidat à la même épreuve de sélection, a obtenu les notes suivantes:
   16; 8; 16; 8; 19; 5; 16; 8; 8; 16.
   a) Présenter, sous forme de tableau, la série statistique obtenue en classant les notes par ordre croissant et en indiquant, pour chaque note, l'effectif.
   b) Construire le diagramme en bâtons de cette deuxième série.
   c) Déterminer le mode et la moyenne de cette série.
3. Lequel des deux concurrents doit-on retenir pour participer à une compétition de niveau supérieur?