FOMESOUTRA

ÇA SOUTRA !!!

COURS DE MATHS

SECONDE A

2nde A

1ière édition

BY TEHUA 2025

MATHÉMATIQUES __ PROGRESSION 2de A __ 2024-2025
Volume horaire annuel : 90 heures *(3 heures par semaine)*

Trimestre	Mois	Sem	Leçons	Vol. hor.	Taux d'exécution
1er trimestre	Septembre	1	1. Calcul numérique	11 h	3,57 % (3/84)
		2			7,14 % (6/84)
		3			10,71 % (9/84)
	Octobre	4			13,09 % (11/84)
			Régulation	1 h	14,28 % (12/84)
		5	2. Dénombrement	15 h	17,86 % (15/84)
		6			21,43 % (18/84)
		7			25 % (21/84)
	Novembre	8			28,57 % (24/84)
Devoir de niveau		9			32,14 % (27/84)
		10	*Régulation*	1 h	33,33 % (28/84)
			3. Calcul littéral	11 h	35,71 % (30/84)
		11			39,28 % (33/84)
2e trimestre	Décembre	12			42,86 % (36/84)
		13			46,43 % (39/84)
		14	*Régulation*	1 h	47,62 % (40/84)
			4. Équations et inéquations dans $\mathbb{R}$	7 h	50 % (42/84)
	Janvier	15			53,57 % (45/84)
		16			55,95 % (47/84)
			Régulation	1 h	57,14 % (48/84)
		17	5. Généralités sur les fonctions	11 h	60,71 % (51/84)
		18			64,28 % (54/84)
Devoir de niveau	Février	19			67,86 % (57/84)
		20			70,24 % (59/84)
			Régulation	1 h	71,43 % (60/84)
		21	6. Étude de fonctions élémentaires	9 h	75 % (63/84)
3e trimestre	Mars	22			78,57 % (66/84)
		23			82,14 % (69/84)
		24	*Régulation*	1 h	83,33 % (70/84)
			7. Statistique	7 h	85,71 % (72/84)
		25			89,28 % (75/84)
	Avril	26			91,66 % (77/84)
			Régulation	1 h	92,56 % (78/84)
		27	8. Systèmes d'équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	5 h	96,43 % (81/84)
Devoir de niveau		28			98,81 % (83/84)
			Régulation	1 h	100 % (84/84)
	Mai	29	*Révisions*	6 h	
		30			

__NB__ : La régulation consiste à mener des activités de rémédiation relativement aux contenus de la leçon.
À cette occasion, le professeur mènera également des activités permettant d'évaluer et de renforcer les acquis des apprenants.
C'est le cumul du temps de régulation qui fait 1 h. Le professeur peut en faire des séances de travaux dirigés.

***Remarque* :**

⇨ Le respect de la progression est obligatoire afin de garantir l'achèvement du programme dans le temps imparti et de permettre l'organisation des devoirs de niveau.

⇨ Les volumes horaires indiqués comprennent les cours, les exercices et les travaux dirigés (75%) et IE, DS et comptes rendus (25%)

M.E.N.A.
DIRECTION DE LA PÉDAGOGIE
ET DE LA FORMATION CONTINUE
Coordination Nationale
Disciplinaire de Mathématiques
Le Coordonnateur National

Jean-Marie KOFFI

Durée : 12 heures

COMPETENCE 1	Traiter une situation relative aux calculs algébriques et aux fonctions
THEME 2	Calculs algébriques
Leçon	**Calculs numériques**

A-SITUATION D'APPRENTISSAGE

Dans une classe de seconde A2, il y a 60 élèves. 30% de ces élèves sont des garçons et 60% de ces garçons ont moins de 18 ans.

Une fille de la classe affirme que 40% de ces garçons ont plus de 18 ans.

Curieux, les élèves de cette classe cherchent à calculer le pourcentage de garçons de plus de 18 ans afin de se prononcer sur l'affirmation de la fille.

B- CONTENU DE LA LEÇON

I- OPERATIONS AVEC LES QUOTIENTS

1-Addition de quotients

Propriétés

Soit a, b, c et d des nombres réels tels que b et d soient différents de zéro.

On a :

- $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$
- $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$
- $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$
- $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$

Exercice de fixation

Effectue les calculs suivants :

1) $\frac{3}{5}-\frac{7}{5}$ 2) $\frac{3}{7}+\frac{5}{2}$ 3) $\frac{4}{3}-\frac{5}{4}$

Solution

1) $\frac{3}{5}-\frac{7}{5}=\frac{3-7}{5}=-\frac{4}{5}$
2) $\frac{3}{7}+\frac{5}{2}=\frac{3\times2+5\times7}{7\times2}=\frac{6+35}{14}=\frac{41}{14}$
3) $\frac{4}{3}-\frac{5}{4}=\frac{4\times4-3\times5}{3\times4}=\frac{16-15}{12}=\frac{1}{12}$

2-Produit de quotients

Propriétés

Soit a, b, c et d des nombres réels tels que b et d soient différents de zéro.

On a :

- $a\times\frac{1}{b}=\frac{a}{b}$
- $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$

Exercice de fixation

Effectue les calculs suivants :

1) $3\times\frac{1}{8}$ 2) $\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}$

Solution

1) $3\times\frac{1}{8}=\frac{3\times1}{8}=\frac{3}{8}$
2) $\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}=\frac{4\times5}{3\times4}=\frac{5}{3}$

3- Division de quotients

Propriétés

Soit a, b, c et d des nombres réels tels que b, c et d soient différents de zéro.

On a :

- $\frac{a}{\frac{c}{d}}=a\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{c}$
- $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{ad}{bc}$

Exercice de fixation

Effectue les calculs suivants :

1) $\frac{5}{\frac{8}{3}}$ 2) $\frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{4}}$

Solution

1) $\frac{5}{\frac{8}{3}} = 5 \times \frac{3}{8} = \frac{5\times3}{8} = \frac{15}{8}$
2) $\frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4\times4}{3\times5} = \frac{16}{15}$

4-Puissances

Définition

a étant un nombre réel et n un entier naturel non nul,

- On appelle puissance de a d'exposant n le nombre réel noté a^n , tel que :
  $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs égaux à } a}$
- Pour $a \neq 0$
  Par convention, $a^0 = 1$
  Par ailleurs $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Exemple

- $4^3 = 4 \times 4 \times 4$
- $2021^0 = 1$
- $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$

Propriétés

Pour tous nombres réels non nuls a et b et pour tous nombres entiers relatifs n et p, on a :

- $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $a^n \times b^n = (ab)^n$
- $(a^n)^p = a^{np}$

Exercice de fixation

Ecris sous la forme a^n où a est un nombre réel non nul et n un entier relatif :

1) $5^6 \times 5^{-8}$
2) $\frac{7^{15}}{7^{13}}$
3) $10^7 \times 3^7$
4) $\frac{3^2}{4^2}$
5) $(5^2)^3$

Solution

1) $5^6 \times 5^{-8} = 5^{6-8} = 5^{-2}$

2) $\frac{7^{15}}{7^{13}} = 7^{15-13} = 7^2$
3) $10^7 \times 3^7 = (10 \times 3)^7 = 30^7$
4) $\frac{3^2}{4^2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2$
5) $(5^2)^3 = 5^{2\times 3} = 5^6$

5 - Calculs avec les radicaux

Propriétés

Pour tous nombres réels positifs a et b et pour tout nombre entier naturel n, on a :

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- Pour $b \neq 0$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$

Exercice de fixation

Calcule :

1) $\sqrt{36 \times 81}$ 2) $\sqrt{\frac{16}{49}}$ 3) $\sqrt{2^3}$

Solution

1) $\sqrt{36 \times 81} = \sqrt{36} \times \sqrt{81} = 6 \times 9 = 54$
2) $\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}} = \frac{4}{7}$
3) $\sqrt{2^3} = (\sqrt{2})^3 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

II- PROPORTIONNALITÉ

1- Définition

Deux grandeurs x et y sont proportionnelles si l'une est le produit de l'autre par un nombre non nul k donné ; par exemple: $y = kx$.
Le nombre k s'appelle coefficient de proportionnalité.

Exemple : L'argent payé à la caisse d'une boulangerie est proportionnel au nombre de pains demandés par un client.

2- Tableau de proportionnalité

Exemple

$\times \frac{1}{k}$

a	c
b	d

$\times k$

Ce tableau est un tableau de proportionnalité

3- Pourcentage

a- Pourcentage d'une quantité

$k\%$ d'une quantité a est égale à : $a \times \frac{k}{100}$

Exemple

20% de 40kg est : $40 \times \frac{20}{100} = 8$ kg.

Exercice de fixation

Détermine 2% de 300g.

Solution

2% de 300g sont $300 \times \frac{2}{100} = 6$; soit 6g.

b- Augmentation et réduction de $k\%$

- Augmenter une quantité a de $k\%$ c'est multiplier a par $\left(1 + \frac{k}{100}\right)$
- Réduire une quantité a de $k\%$ c'est multiplier a par $\left(1 - \frac{k}{100}\right)$

Exercice de fixation

1) Calcule le prix d'un objet coutant initialement 2000F, après une réduction de 30%.
2) Calcule le prix d'un objet coutant initialement 2000F, après une augmentation de 30%.

Solution

1) Un objet d'un coût initial de 2000F, après une réduction de 30% coûtera :
   $2000 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 2000 \times \frac{70}{100} = 1400$F.
2) Un objet d'un coût initial de 2000F, après une augmentation de 30% coûtera :
   $2000 \times \left(1 + \frac{30}{100}\right) = 2000 \times \frac{130}{100} = 2600$F.

c- Produit de pourcentages

Pour déterminer $a\%$ de $b\%$ d'une quantité, revient à multiplier cette quantité par le produit $a\% \times b\%$ c'est-à-dire par $\frac{a \times b}{10000}$.

Exercice de fixation

Calcule 5% de 2% de 300g.

Solution

5% de 2% de 300g sont : $\left(300 \times \frac{2\times5}{10000}\right) = 3 \times \frac{1}{10} = 0{,}3$ g.

III- APPROXIMATION DÉCIMALE

1- Approximation décimale d'ordre n par défaut ou par excès d'un nombre réel

Exemple

On donne $\sqrt{2} \approx 1{,}414213562$.

L'encadrement de $\sqrt{2}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 3 est : $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$

L'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de $\sqrt{2}$ est : $1{,}414$.

L'approximation décimale d'ordre 3 par excès de $\sqrt{2}$ est : $1{,}415$.

Exercice de fixation

On donne $\sqrt{15} \approx 3{,}87298334621$.

1) Trouve l'approximation décimale d'ordre 4 par défaut de $\sqrt{15}$.
2) Trouve l'approximation décimale d'ordre 4 par excès de $\sqrt{15}$.

Solution

L'encadrement de $\sqrt{15}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 4 est :$3{,}8729 < \sqrt{15} < 3{,}8730$.

1) $3{,}8729$ est l'approximation décimale d'ordre 4 par défaut de $\sqrt{15}$.
2) $3{,}8730$ est l'approximation décimale d'ordre 4 par excès de $\sqrt{15}$.

2-Arrondi d'ordre *n* d'un nombre réel

Exemple

On donne $\sqrt{2} \approx 1{,}414213562$.

L'arrondi à l'ordre 3 de $\sqrt{2}$ est $1{,}414$ car le quatrième chiffre après la virgule est plus petit que 5.

L'arrondi à l'ordre 7 de $\sqrt{2}$ est $1{,}4142135$ car le huitième chiffre après la virgule est plus grand ou égal à 5.

Exercice de fixation

On donne $\sqrt{15} \approx 3{,}87298334621$.

1) Trouve l'arrondi d'ordre 3 de $\sqrt{15}$.
2) Trouve l'arrondi d'ordre 5 de $\sqrt{15}$.

Solution

- L'arrondi d'ordre 3 de $\sqrt{15}$ est $3{,}873$.
- L'arrondi d'ordre 5 de $\sqrt{15}$ est $3{,}87298$.

C-SITUATION COMPLEXE

Dans la classe seconde A_2 de ton lycée, il y a 60 élèves. 40% de ces élèves sont des garçons et 25% de ces garçons ont moins de 18 ans.
Une fille de ta classe seconde A_1 affirme que 65% des garçons de la seconde A_2 ont plus de 18 ans.
Des élèves ne sont pas de cet avis. A l'aide d'une argumentation basée sur les connaissances mathématiques du niveau, dis si l'affirmation de la fille de ta classe est juste.

Réponse

Pour résoudre cet exercice, nous allons utiliser les propriétés de calculs numériques.

Nous allons appliquer des pourcentages à aux effectifs.

1) Déterminons le nombre de garçons de la classe de seconde A_2.

$60 \times \frac{40}{100} = 24$ garçons.

2) Déterminons le nombre de garçons qui ont moins de 18 ans.

   $24 \times \frac{25}{100} = 6$ garçons.

3) Déterminons le pourcentage des garçons qui ont plus de 18 ans

   24-6= 18 et $18 \times \frac{100}{24} = 0{,}75$ soit 75% des garçons ont plus de 18 ans.

   75% des garçons ont plus de 18 ans donc l'affirmation de la fille de la seconde A1 n'est pas juste.

D-EXERCICES

1- Exercices d'application

Exercice 1

Pour chaque affirmation une seule réponse est juste. Écris le numéro de l'affirmation de la ligne et la lettre de la colonne qui correspond à la réponse juste

N°	AFFIRMATIONS	Réponses		
		a.	b.	c.
1.	$\frac{7}{3} + \frac{5}{3}$ est égale à	3	4	2
2.	$4 - \frac{35}{11}$ est égale à	$\frac{-31}{11}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{6}{11}$
3.	$\frac{2}{7} \times \frac{3}{2}$ est égale à	$\frac{25}{14}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{3}{7}$
4.	$\left(\frac{2}{3}\right)^3$ est égale à	$\frac{8}{27}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{5}{6}$
5.	$\sqrt{20} \times \sqrt{4}$ est égale à	$8\sqrt{10}$	$10\sqrt{8}$	$4\sqrt{5}$

Solution

1. – b.

2. – b.
3. – c.
4. – a.
5. – c.

Exercice 2

On donne le tableau de proportionnalité ci-dessous.

1) Détermine le coefficient de proportionnalité k.
2) Complète le tableau.

3	2		10
9		27	

xk

Solution

1) $k = \frac{9}{3} = 3$
2)

3	2	**9**	10
9	**6**	27	**30**

X**3**

2- Exercices de renforcement

Exercice 3

Calcule et donne le résultat sous la forme de fraction irréductible :

a) $\frac{\frac{200}{35}}{\frac{25}{7}}$; b) $\frac{13}{\frac{39}{46}}$; c) $\frac{12}{2^3}$

Solution

a) $\frac{\frac{200}{35}}{\frac{25}{7}} = \frac{200}{35} \times \frac{7}{25} = \frac{200\times7}{35\times25} = \frac{1400:175}{875:175} = \frac{8}{5}$

b) $\frac{13}{\frac{39}{46}} = 13 \times \frac{46}{39} = \frac{13\times46}{39} = \frac{598:13}{39:13} = \frac{46}{3}$

c) $\frac{12}{2^3} = \frac{12:4}{8:4} = \frac{3}{2}$

Exercice 4

Sur un sachet de 275grammes de café coûte 1500F. On peut lire sur ce sachet: 30% arabica et 70% robusta.

1) Calcule la masse de chacune des deux variétés.
2) A l'occasion d'une promotion, il est mentionné dans le rayon d'exposition du sachet de café 15% de réduction. Calcule le nouveau prix de ce sachet de café.

Solution

1) * Calculons la masse d'arabica.
   $275 \times \frac{30}{100} = 82{,}5$ grammes
   * Calculons la masse de robusta
   $275 \times \frac{70}{100} = 192{,}5$ grammes

2) Calculons le nouveau prix du sachet de café.

$1500\left(1-\frac{15}{100}\right)=1500\times\frac{85}{100}=1275$ F.

3- Exercices d'approfondissement

Exercice 5

Une entreprise de 80 employés comporte 15% d'agents de maîtrise et le reste d'ouvriers. 35 employés sont des femmes dont 7 agents de maîtrise.

1) Calcule l'effectif des agents de maîtrise.
2) Calcule le pourcentage de femmes dans cette entreprise.
3) Calcule le pourcentage d'agents de maîtrise parmi les femmes.

Solution

1) Calculons l'effectif des agents de maîtrise.
   $80\times\frac{15}{100}=12$. Il y a donc 12 agents de maîtrise.
2) Calculons le pourcentage de femme dans cette entreprise.
   $35\times\frac{100}{80}=43{,}75$. Il y a donc 43,75% de femmes dans cette entreprise.
3) Calculons le pourcentage d'agents de maîtrise parmi les femmes
   $7\times\frac{100}{35}=20$. Il y a donc 20% d'agents de maîtrise parmi les femmes.

V. DOCUMENTS

1- 2e Littéraire, CIAM
2- Les Cahiers de la réussite Mathématiques 2nde A, Vallesse Editions
3- Maths Nouveaux programmes APC 2de A, Collection ''Le Repère''

Durée : 12 heures

COMPETENCE 1 — **Traiter une situation relative aux calculs algébriques et aux fonctions**

THEME 2 — **Calculs algébriques**

Leçon — **Calcul littéral**

A-SITUATION D'APPRENTISSAGE

Lors de la présentation d'un livre de mathématiques aux élèves, un éditeur leur donne les informations suivantes :

- Le livre a une forme d'un pavé droit ;
- Pour obtenir la longueur en centimètre, il faut prendre 24 fois l'épaisseur du livre et retrancher 4 centimètres ;
- Pour obtenir la largueur en centimètre, il faut prendre 5 fois l'épaisseur du livre et ajouter 2 centimètres ;
- Le livre n'est donc pas volumineux et peut être transporté facilement.

Revenus en classe, les élèves décident de se former sur le calcul littéral afin de calculer le volume du livre en fonction de son épaisseur et vérifier les affirmations de l'éditeur.

B- CONTENU DE LA LEÇON

1- DEVELOPPEMENT ET REDUCTION D'UNE EXPRESSION LITTERALE

1.1 Réduction d'une expression littérale

Définition

Réduire une somme, c'est regrouper les termes de même nature et calculer leur somme algébrique.

Exemple

$$\begin{aligned} 2x + 4 + 3y - 6x + 3 &= 2x - 6x + 3y + 4 + 3 \\ &= -4x + 3y + 7 \end{aligned}$$

1.2 Développement d'une expression littérale

a- Définition

Développer un produit, c'est l'écrire sans parenthèses sous forme d'une somme algébrique.

Exemple

$2(a+3) = 2\times a + 2 \times 3 = 2a + 6$

b- Propriétés

Soit k, a, b, c et d des nombres réels. On a:

- $k(a + b) = ka + kb$;
- $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

Exercice de fixation

Développe les expressions suivantes :

1) $-3(2x - 5)$
2) $(x - 3)(2x - 5)$

Solution

1) $-3(2x - 5) = -3 \times 2x - 3 \times (-5)$
$= -6x + 15$

2) $(x - 3)(2x - 5) = 2x \times x - 5 \times x - 3 \times 2x - 3 \times (-5)$
$= 2x^2 - 5x - 6x + 15$
$= 2x^2 - 11x + 15$

c- Développement de produits remarquables

Propriété

a, b et c sont des nombres réels.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

Exercice de fixation

Développe les expressions suivantes :

1) $(2+ x)^2$
2) $(3-2 x)^2$

3) $(5x - 7)(5x + 7)$

Solution

1) $(2+ x)^2 = 2^2 + 2\times 2 \times x + x^2$

$$= 4 + 4x + x^2$$

2) $(3-2x)^2 = 3^2 - 2\times 3 \times 2x + (2x)^2$

$$= 9 - 12x + 4x^2$$

3) $(5x - 7)(5x + 7) = (5x)^2 - 7^2$

$$= 25x^2 - 49$$

2. POLYNÔME

Définition

Etant donné un nombre réel a et un entier naturel, l'expression ax^n est appelée monôme en x de coefficient a et de degré n.

On rappelle qu'un polynôme en $x$est une somme algébrique de plusieurs monômes.
Remarque

- Un monôme est un polynôme.
- 0 est le polynôme nul

Exemple

$P = -6x^5 + x - 17$; $F = 3$, $P\ et\ F$ sont des polynômes.

Ordonner un polynôme

Définition

- On dit qu'un polynôme est réduit et ordonné suivant les puissances décroissantes de x, lorsque sa forme donnée est écrite du monôme de plus haut degré au monôme de plus bas degré.
- Le degré d'un polynôme est le degré le plus élevé dans sa forme réduite et ordonnée.

Exemple

$P = 3x^4 - 8x^3 - x^2 + 2x + 7$ est un polynôme ordonné suivant les puissances décroissantes de x et P est un polynôme de degré 4.
$Q = 7 + 2t + 4t^5$ est un polynôme ordonné suivant les puissances croissantes de t et Q est un polynôme de degré 5.

3. FACTORISATION

3.1 Définition

Factoriser une somme algébrique, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs.

Exemple

2a -2b= 2(a-b)

3.2 propriété

k, a et b sont des nombres réels. On a :
$ka + kb = k(a + b)$;
$ka - kb = k(a - b)$

Exercice de fixation

Factorise chacune des expressions suivantes :

- 8a- 8b
- $xy + xz$
- $2(x+1) + x(x+1)$

corrigé

- $8a - 8b = 8(a - b)$
- $xy + xz = x(y + z)$
- $2(x+1) + x(x+1) = (x+1)(2+x)$

3.3 : Utilisation des produits remarquables

Propriétés

a, b et c sont des nombres réels.

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$;

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$;

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.

Exercice de fixation

Factorise les expressions suivantes :

1) $1 + 2x + x^2$
2) $4x^2 - 12x + 9$
3) $x^2 - 4$

Solution

1) $1 + 2x + x^2 = 1^2 + 2 \times 1 \times x + x^2$

$$1 + 2x + x^2 = (1+x)^2$$

2) $4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$

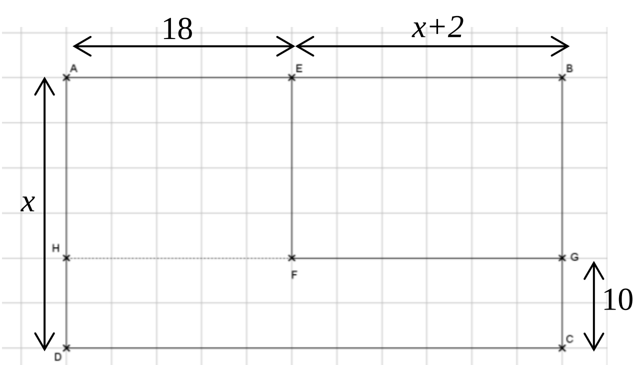
$$4x^2 - 12x + 9 = (2x-3)^2$$

3) $x^2 - 4 = x^2 - 2^2$

$$x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$$

C. SITUATION COMPLEXE

Un planteur décide de céder une partie de sa parcelle représentée sur la figure ci-dessous par le rectangle ABCD à son fils pour un investissent dans le domaine agricole. La partie cédée est le rectangle EBG .



Le fils s'intéresse à la superficie de la parcelle cédée pour solliciter un prêt auprès d'une structure financière. Des élèves ayant découvert la figure estiment que l'aire de la parcelle cédée est $x^2 - 8x - 20$.
En tant qu'élève en classe de 2nd A, aide le fils du planteur à vérifier si cette affirmation est juste.

Corrigé

Déterminons les dimensions de la parcelle cédée : la longueur est $x + 2$ et

la Largeur $x - 10$

Calculons l'aire de la parcelle : $(x + 2)\ (x - 10)$

Développons l'expression obtenue : $(x + 2)(x - 10) = x^2 - 10x + 2x - 20$

$= x^2 - 8x - 20$

L'aire de la parcelle cédée est $x^2 - 8x - 20$. L'information est donc juste .

D. EXERCICES

1- Exercices d'application

Exercice 1

Pour chaque affirmation, une seule réponse est juste.
Ecris le numéro de l'affirmation et la lettre de la colonne qui correspond à la réponse juste.

N°	AFFIRMATIONS	Réponses		
		a	b	c
1.	$9(7x - 2) =$	$16x - 11$	$63x - 18$	$63x + 18$
2.	$(a + b)(a - b) =$	$2a - 2b$	$a^2 - 2ab - b^2$	$a^2 - b^2$
3.	$(x + 2)^2 =$	$x^2 + 4$	$2x + 4$	$x^2 + 4x + 4$
4.	$(2x - 4)^2 =$	$4x^2 - 16x + 16$	$4x^2 - 16$	$4x - 8$
5.	$7x + 4y - 12x + 11y =$	$10xy$	$-5x + 15y$	$19x + 15y$

Solution
1.-b
2.-c
3.-c
4.-a
5.-b

Exercice 2

On donne le polynôme suivant : $E = 3x - 5x^4 - 3x^2 + 6$.

1) Ordonne le polynôme E suivant les puissances décroissantes de x.
2) Ordonne le polynôme E suivant les puissances croissantes de x.

Solution

1) $E = -5x^4 - 3x^2 + 3x + 6$
2) $E = 6 + 3x - 3x^2 - 5x^4$

2- Exercices de renforcement

Exercice 3

Factorise les expressions suivantes :

1) $E = (x+2)^2 - (x-3)^2$
2) $F = x^2 - 1 + (x+1)(x+4)$
3) $G = 5x(2x+3) - 4x^2 - 12x - 9$

Solution

1) $E = (x+2)^2 - (x-3)^2$

$$= (x+2-x+3)(x+2+x-3)$$
$$E = 5(2x-1)$$

2) $F = x^2 - 1 + (x+1)(x+4)$

$= (x-1)(x+1) + (x+1)(x+4)$

$= (x+1)(x-1+x+4)$

$$F = (x+1)(2x+3)$$

3) $G = 5x(2x+3) - 4x^2 - 12x - 9$

$= 5x(2x+3) - ((2x)^2 + 2 \times 4 \times 3x + 3^2)$

$= 5x(2x+3) - (2x+3)^2$

$= (2x+3)(5x-2x-3)$

$= (2x+3)(3x-3)$

$$G = 3(2x+3)(x-1)$$

Exercice 4

Développe et réduis les expressions suivantes :

1) $E = (x+2)^2 - (x+1)(x-3)$
2) $F = (x-5)^2 + 2(3x+1)(x+4)$
3) $G = (3x+4)^2 - 4x^2 - 8x - 15$

Solution

1) $E = (x+2)^2 - (x+1)(x-3)$

$= x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 3x + x - 3)$

$= x^2 + 4x + 4 - x^2 + 2x + 3$

$$E = 2x^2 + 6x + 7$$

2) $F = (x-5)^2 + 2(3x+1)(x+4)$

$= x^2 - 10x + 25 + 2(3x^2 + 12x + x + 4)$

$= x^2 - 10x + 25 + 6x^2 + 26x + 8$

$$F = 7x^2 + 16x + 33$$

3) $G = (3x+4)^2 - 4x^2 - 8x - 15$
$= 9x^2 + 24x + 16 - 4x^2 - 8x - 15$
$$G = 5x^2 + 16x + 1$$

3- Exercice d'approfondissement

Exercice 5

On enlève $\frac{1}{3}$ du contenu d'un sac de riz, puis $\frac{1}{4}$ du reste.
Justifie que le sac contient finalement la moitié de son contenu initial.

Solution

Soit x le contenue initial du sac de riz. On a :

$$x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\left(x - \frac{1}{3}x\right) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{4} \times \frac{2}{3}x$$
$$= \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x$$
$$x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\left(x - \frac{1}{3}x\right) = \frac{4x - 2x}{6}$$
$$= \frac{3}{6}x$$
$$x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\left(x - \frac{1}{3}x\right) = \frac{1}{2}x$$

Donc le sac contient finalement la moitié de son contenu initial.

V. DOCUMENTS

1- 2e Littéraire, CIAM
2- Les Cahiers de la réussite Mathématiques 2nde A, Vallesse Editions
3- Maths Nouveaux programmes APC 2de A, Collection ''Le Repère''

Durée : 14 heures

COMPETENCE 2	Traiter une situation relative à la modélisation de phénomènes aléatoires, à l'organisation et aux traitements des données
THEME 1	Modélisation de phénomènes aléatoires
Leçon	**Dénombrement**

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Dans un lycée il y a deux clubs. Un club littéraire et un club santé. A la rentrée, les élèves sont invités à s'inscrire librement dans ces clubs. Après les inscriptions, le chef de la classe de seconde A dont l'effectif est égal à 50 a été informé que dans sa classe, 23 élèves ont adhéré au club littéraire, 26 au club santé, et 15 dans aucun club. Voyant que la somme des inscrits et des non-inscrits dépasse le l'effectif 50 de la classe, le Chef confus, sollicite ses camarades de classe pour l'éclairer.
Ceux-ci décident de faire des calculs pour expliquer ces résultats

B. CONTENU DE LA LEÇON

1- REUNION DE DEUX ENSEMBLES

Définition
On appelle réunion de deux ensembles A et B l'ensemble des éléments qui appartiennent à A ou à B.
On note : A ∪ B et on lit : « A union B ».
$x \epsilon$A∪B signifie que : $x\epsilon A\ ou\ x\epsilon B$.

Exemple
On donne les ensembles A et B suivants : A = {c ; e ; g ; i ; f} et B = {d ; e ; f ; u ; i ; m ; k}.
La réunion des ensembles A et B est : A ∪B = {c ; e ; g ; i ; f ; d ; u ; m ; k }.

Exercice de fixation
On donne les ensembles E et F suivants : E = {2 ; 3 ; 7 ; 9 ; 12} et F = {1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 9 ; 11}.
Ecris en extension la réunion des ensembles E et F.

Solution
La réunion des ensembles E et F est : E ∪F = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 7 ; 8 ; 9 ; 11 ; 12}.

2- INTERSECTION DE DEUX ENSEMBLES

Définition
On appelle intersection de deux ensembles A et B l'ensemble des éléments qui appartiennent à la fois à A et à B.
On note : $A \cap B$ et on lit : « A inter B ».
$x\epsilon A \cap B$ signifie que : $x\epsilon A\ \ et\ x\epsilon B$.

Exemple
On donne les ensembles A et B suivants : A = {c ; e ; g ; i ; f} et B = {d ; e ; f ; u ; i ; m ; k}.
L'intersection des ensembles A et B est : $A \cap B$ = {e ; i ; f}.

Cas particulier :
Si $A \cap B = \emptyset$ alors A et B sont dits disjoints

Exercice de fixation
On donne les ensembles E et F suivants : E = {2 ; 3 ; 7 ; 9 ; 12} et F = {1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 9 ; 11}.
Ecris en extension l'intersection des ensembles E et F.

Solution
L'intersection des ensembles E et F est : E∩F = {2 ; 7 ; 9}.

3- CARDINAL D'UN ENSEMBLE FINI

Définition
Le cardinal d'un ensemble fini est le nombre d'éléments de cet ensemble.
On le note : Card(A) et on lit « cardinal de A ».

Exemple
Soit A = {0 ; 5 ; a ; b ; 9 ; r}. On a : Card(A) = 6

Cas particuliers

Le cardinal de l'ensemble vide est 0 : $\text{Card}(\emptyset) = 0$

Un ensemble dont le cardinal est 1 est appelé singleton

Exercice de fixation

Relis chaque énoncé de la colonne de gauche au nombre correspondant dans la colonne de droite

L'ensemble vide a pour cardinal • • 4

L'ensemble E = { 3 ; 5 ; 7 ; 9} a pour cardinal • • 1

Un singleton a pour cardinal • • 0

Solution

L'ensemble vide a pour cardinal • • 4

L'ensemble E = { 3 ; 5 ; 7 ; 9} a pour cardinal • • 1

Un singleton a pour cardinal • • 0

Propriété

On considère deux ensembles finis A et B.

On a: $\text{Card}(A \cup B)$ = Card (A) + Card (B) – Card (A∩B).

Cas particulier

Si $A \cap B = \emptyset$ alors $\text{Card}(A \cup B)$ = Card(A) + Card(B

Exercice de fixation

A et B sont deux ensembles finis.

Recopie et complète le tableau suivant :

Card(A)	Card(B)	Card(A∩B).	$\text{Card}(A \cup B)$
15	6	2	---------
37	----------	25	118
--------	48	12	87
30	57	--------	85

Solution

Card(A)	Card(B)	Card(A∩B).	$\text{Card}(A \cup B)$
15	6	2	**19**
37	**106**	25	118
51	48	12	87
30	59	**0**	75

C. SITUATION COMPLEXE

Dans un lycée il y a deux clubs. Un club littéraire et un club santé. A la rentrée, les élèves sont invités à s'inscrire librement dans ces clubs. Après les inscriptions, le chef de la classe de seconde A dont l'effectif est égal à 50 a été informé que dans sa classe, 23 élèves ont adhéré au club littéraire, 26 au club santé, et 15 dans aucun club. Voyant que la somme des inscrits et des non-inscrits dépasse le l'effectif 50 de la classe, le Chef, confus te sollicite pour l'éclairer.

Justifie que l'effectif de la classe reste 50.

Solution
Pour éclairer le chef de la classe, on va utiliser les connaissances en dénombrement.
Nous allons calculer le cardinal de réunion et intersection d'ensembles.

Désignons par E l'ensemble des élèves de la classe, L l'ensemble des élèves du club littéraire et S l'ensemble des élèves du club de santé, L∩S l'ensemble des élèves qui adhèrent aux deux clubs, L ∪ S, l'ensemble des élèves qui adhèrent au moins à l'un des deux clubs.
Card(E) = 50
Card(L) = 23
Card(S) = 26
Card$(L \cup S) = 50 - 15 = 35$

1) Déterminons le nombre d'élèves qui adhèrent aux deux clubs
   Card$(L \cup S)$ = Card(L) + Card(S) – Card(L∩S)
   Card(L∩S) = Card(L) + Card(S) – Card$(L \cup S)$
   Card(L∩S) = 23 + 26 – 35 = 14
   Il y a donc 14 élèves qui adhèrent aux deux clubs.
2) Déterminons le nombre d'élèves qui adhèrent seulement au club littéraire
   Card$(L) -$ Card$(\mathrm{L} \cap \mathrm{S}) = 23 - 14 = 9$
   il y a donc 9 élèves qui adhèrent seulement au club littéraire.
3) Déterminons le nombre d'élèves qui adhèrent seulement au club de santé
   Card$(S) -$ Card$(\mathrm{L} \cap \mathrm{S}) = 26 - 14 = 12$
   il y a donc 12 élèves qui adhèrent seulement au club de santé.
4) Déterminons l'effectif de la classe
   Card$(E) = 15 + 14 + 9 + 12$
   Card$(E) = 50$
   L'effectif de la classe est effectivement de 50 élèves.

D. EXERCICES

1. Exercices d'application

Exercice 1
On considère A et B deux parties d'un ensemble fini E.
Recopie et complète la troisième colonne du tableau ci-dessous par vrai ou faux :

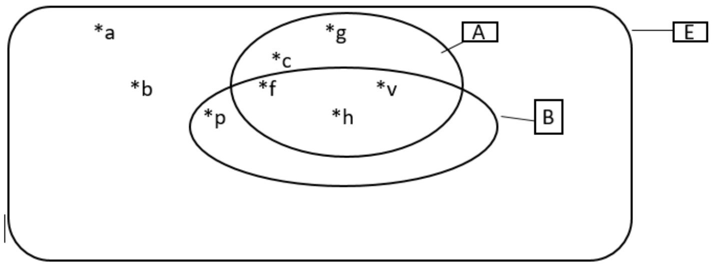
1	Si x appartient à A et n'appartient pas à B, alors x appartient à $A \cup B$.	
2	Si $x \epsilon A$ et $x \epsilon B$, alors $x \epsilon A \cup B$.	
3	$x \epsilon A \cup B$ signifie que x appartient à la fois à A et à B.	
4	$x \epsilon A \cup B$ signifie que x appartient à A seulement, x appartient à B seulement ou x appartient à la fois à A et à B.	

Solution

1	Si x appartient à A et n'appartient pas à B, alors x appartient à $A \cup B$.	Vrai
2	Si $x \epsilon A$ et $x \epsilon B$, alors $x \epsilon A \cup B$.	Vrai
3	$x \epsilon A \cup B$ signifie que x appartient à la fois à A et à B.	Faux
4	$x \epsilon A \cup B$ signifie que x appartient à A seulement, x appartient à B seulement ou x appartient à la fois à A et à B.	Vrai

Exercice 2

On donne le schéma ci-dessous :



Pour chacune des lignes ci-dessous, une seule égalité est correcte. Coche-la.

1	A∪B={c,g,e,h,p} ☐	A∪B={f,v} ☐	A∪B={c,g,h,p,f,v} ☐	A∪B={c,e,h,p,a,b} ☐
2	A∩B={c,g,e,h,p} ☐	A∩B={f,v,h} ☐	A∩B={c,g,h,a,b} ☐	A∩B={f,v} ☐

Solution

1	A∪B={c,g,e,h,p} ☐	A∪B ={f,v} ☐	A∪B={c,g,h,p,f,v} ☒	A∪B={c,e,h,p,a,b} ☐
2	A∩B={c,g,e,h,p} ☐	A∩B={f,v,h} ☒	A∩B={c,g,h,a,b} ☐	A∩B={f,v} ☐

2. Exercices de renforcement

Exercice 3

Une entreprise propose 3 modèles de téléphones portables A, B et C.
Chaque modèle se fait en deux versions pour la connexion internet : 3G et 4G.
Chaque téléphone est vendu en trois couleurs : gris, marron et bleu.
A l'aide d'un arbre de choix, détermine le nombre de choix qui s'offrent à un client désirant acheter un téléphone portable.

Solution

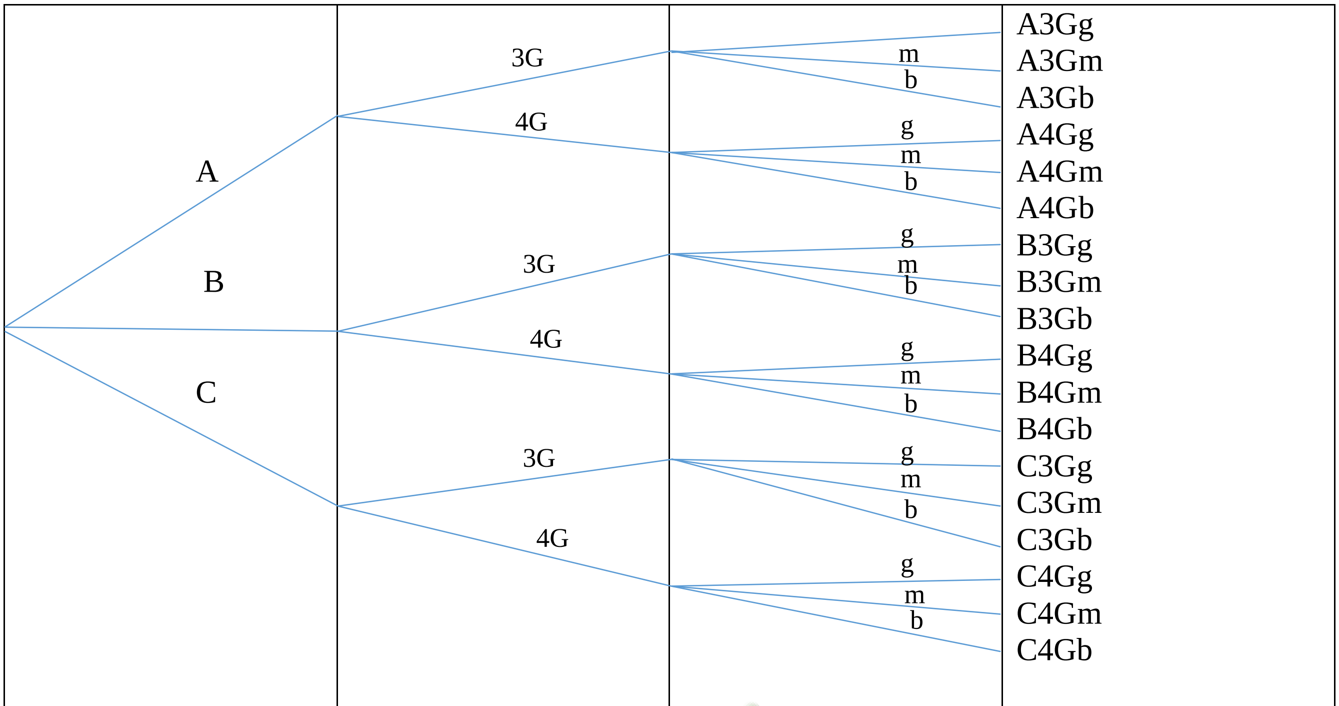
Désignons respectivement par g, m et b les couleurs gris, marron et bleu.
On obtient :

- 3 branches pour le choix du modèle ;
- 3x2 branches pour le choix du modèle et de version pour la connexion internet ;
- 3x2x3 branches pour le choix du modèle, de version pour la connexion internet et de la couleur du téléphone.

Il y donc 18 choix distincts

Choix du modèle	Choix de la version internet	Choix de la couleur	Choix du téléphone

g



3	3x2	3x2x3	18

Exercice 4

On lance deux dés équilibrés, l'un jaune et l'autre bleu, dont les faces sont numérotées de 1 à 6.
On s'intéresse à la somme des nombres des chiffres qui apparaissent sur la face supérieure de chaque dé. On désigne par E l'ensemble des résultats possibles.
Détermine, à l'aide d'un tableau :

1) L'ensemble E.
2) le cardinal de l'ensemble E.

Solution

Dé jaune / Dé bleu	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

1) E={2 ;3 ;4 ;5 ;6 ;7 ;8 ;9 ;10 ;11 ;12}
2) Card(E) = 11

3. **Exercice d'approfondissement**

Exercice 5

On considère les ensembles A, B et C tels que :
A={2 ;4 ;6 ;8 ;10 ;14 ;16 ;18 ;20} ; B={3 ;6 ;9 ;12 ;15 ;18} ; C={5 ;10 ;15 ;20} et D ={2 ;6 ;8 ;16}.

Soit les ensembles $I_1 = (A \cap B) \cap C$; $I_2 = A \cap (B \cap C)$; $J_1 = (A \cup B) \cup C$; $J_2 = A \cup (B \cup C)$

1) a) Détermine les ensembles I_1 et I_2.
   b) Compare ces ensembles.

2) a) Détermine les ensembles J_1 et J_2.
   b) Compare ces ensembles.

3) D étant une partie de A, on désigne par $\overline{D}$ le complémentaire de D dans A, c'est-à-dire l'ensemble des éléments qui appartiennent à A et qui n'appartiennent pas à D.
   Détermine l'ensemble $\overline{D}$.

Solution

1) a) * $A \cap B = \{6 ; 18\}$
   $I_1 = (A \cap B) \cap C = \emptyset$
   * $B \cap C = \{15\}$
   $I_2 = A \cap (B \cap C) = \emptyset$
   b) $I_1 = I_2$.

2) a) * $A \cup B = \{2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 14 ; 15 ; 16 ; 18 ; 20\}$
   $J_1 = (A \cup B) \cup C = \{2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 14 ; 15 ; 16 ; 18 ; 20\}$
   * $B \cup C = \{3 ; 5 ; 6 ; 9 ; 10 ; 12 ; 15 ; 18 ; 20\}$
   $J_2 = A \cup (B \cup C) = \{2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 14 ; 15 ; 16 ; 18 ; 20\}$
   b) $J_1 = J_2$.

3) $\overline{D} = \{4 ; 10 ; 14 ; 18 ; 20\}$.

V. DOCUMENTS

1- 2e Littéraire, CIAM
2- Les Cahiers de la réussite Mathématiques 2nde A, Vallesse Editions
3- Maths Nouveaux programmes APC 2de A, Collection ''Le Repère''

Durée : 08 heures

COMPETENCE 1 : **TRAITER UNE SITUATION RELATIVE AUX CALCULS ALGEBRIQUES ET AUX FONCTIONS**

THEME 1 : **CALCULS ALGEBRIQUES**

LEÇON 4 : EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS ℝ

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Lors de la préparation du jeu Crack concurrençant les classes de 2^{nde} A, les élèves de ta classe sont confrontés à la question suivante : « Quelle est la mesure du côté d'un triangle équilatéral dont le périmètre est égal à la mesure du côté augmentée de 30 m ? »

Voulant mettre toutes les chances de leur côté pour réussir à ce jeu, ces élèves décident de s'informer auprès des ainés de première A qui leurs demande de faire des recherches sur la résolution des équations et des inéquation dans ℝ.

B. CONTENU DU COURS

I- EQUATIONS

1- Equation du type $ax + b = 0$ (a ≠ 0)

Une équation du type $ax + b = 0$ a pour solution $-\frac{b}{a}$ lorsque $a \neq 0$.

Exemple

L'équation $2x + 3 = 0$ se résout de la façon suivante :

$$2x + 3 = 0 \text{ équivaut à } 2x = -3$$
$$x = \frac{-3}{2}.$$

L'ensemble des solutions dans ℝ de l'équation $2x + 3 = 0$ est noté : $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{-3}{2}\right\}$

Exercice de fixation

- Résous dans ℝ l'équation (E_1) : $-3x + 2 = 0$.
- Résous dans ℝ l'équation (E_2) : $5x - 3 = 0$.

Solution

- $-3x + 2 = 0$ équivaut à $-3x = -2$

$$x = \frac{-2}{-3}.$$
$$x = \frac{2}{3}$$

L'ensemble des solutions de l'équation est : $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{2}{3}\right\}$

- $5x - 3 = 0$ équivaut à $5x = 3$

$$x = \frac{3}{5}.$$

L'ensemble des solutions de l'équation est : $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{3}{5}\right\}$

2- Equation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$ (a≠ 0 $et\ c \neq 0$)

Propriété

Soit *a* et *b* deux nombres réels.
ab = 0 équivaut à *a = 0 ou b=0*

Exercice de fixation

Résous dans ℝ l'équation (E_3) : $(x - 4)(-2x + 5) = 0$

Solution

$(x - 4)(-2x + 5) = 0$ équivaut à $(x - 4) = 0$ ou $(-2x + 5) = 0$
équivaut à $x = 4$ ou $-2x = -5$

équivaut à $x = 4$ ou $x = \frac{5}{2}$.

L'ensemble des solutions de l'équation est : $S_{\mathbb{R}} = \left\{4; \frac{5}{2}\right\}$.

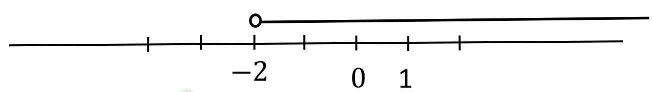
II-INEQUATIONS

1- Quelques notions sur les intervalles

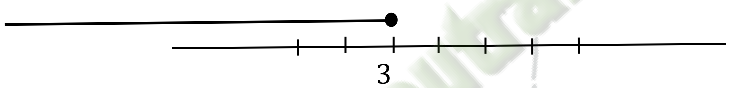
1.1- Représentation d'un intervalle à l'aide d'une droite graduée

Exemples

L'intervalle $]-2 ;\rightarrow[$ est représenté par :



L'intervalle $]\leftarrow; 3]$ est représenté par :



Les intervalles se lisent de la façon suivante :

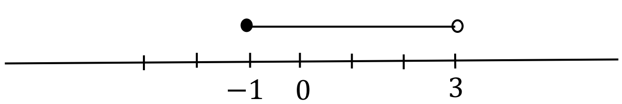
Ecriture	Lecture
$]-2 ;\rightarrow[$	L'intervalle ouvert d'origine -2
$[3; \rightarrow[$	L'intervalle fermé d'origine 3
$]\leftarrow; -1[$	L'intervalle ouvert d'extrémité -1
$]\leftarrow; 4]$	L'intervalle fermé d'extrémité 4
$[-2; 3]$	L'intervalle fermé en -2 et 3
$]-2; 3]$	L'intervalle ouvert en -2 et fermé en 3

Exercice de fixation

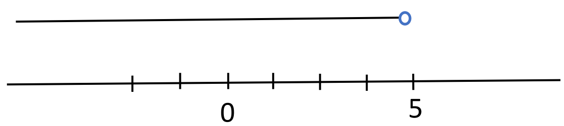
Représente les intervalles ,[-1 ; 3 [, $]-\infty; 5[$, $[-1; +\infty[$ avec une droite graduée

Solution

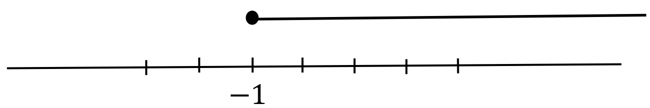
[-1 ; 3 [:



$]-\infty; 5[$:



$[-1; +\infty[$:



1.2- Traduction d'un intervalle à l'aide d'inégalités

Exemple

Soit x un nombre réel, $x \in]-2\,;+\infty[$ équivaut à $x > -2$

Remarque

Cette équivalence permet de traduire une inégalité à l'aide d'intervalles.

Exercice de fixation

Soit x un nombre réel ;

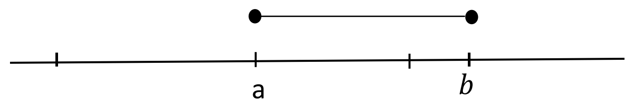
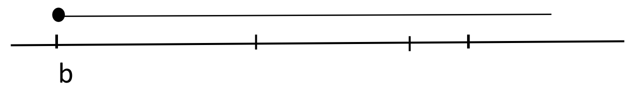
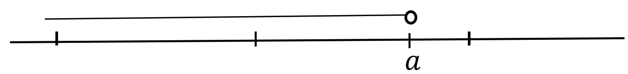
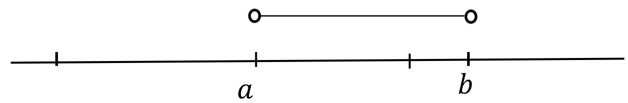
1) Traduis à l'aide d'une inégalité l'expression $x \in]-\infty; 3\,]$.
2) Traduis l'inégalité $x \geq 1$ à l'aide d'un intervalle.
3) Traduis à l'aide d'inégalités l'expression $x \in]-3; 5\,]$.

Solution

1) $x \in]-\infty; 3\,]$ équivaut à $x \leq 3$;
2) $x \geq 1$ équivaut à $x \in [\,1\,;+\infty\,[$;
3) $x \in]-3; 5\,]$ équivaut à $-3 < x \leq 5$.

Tableau récapitulatif : *a* et *b* sont des nombres réels

Traduction par intervalles	Traduction par inégalités	Représentation graphique

$\boldsymbol{x \in [a; b]}$	$\boldsymbol{a \leq x \leq b}$	
$\boldsymbol{x \in [b; +\infty[}$	$\boldsymbol{x \geq b}$	
$\boldsymbol{x \in]-\infty; a[}$	$\boldsymbol{x < a}$	
$\boldsymbol{x \in]a; b[}$	$\boldsymbol{a < x < b}$	

1.3- Représentation graphique de réunion ou d'intersection d'intervalles

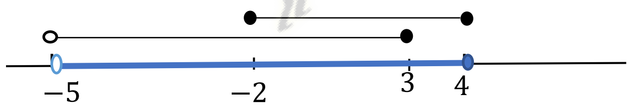
Exemples :

Représente à l'aide d'une droite graduée les ensembles ci-dessous :

a) $]-5; 3] \cup [-2; 4]$
b) $]-5; 3] \cap [-2; 4]$

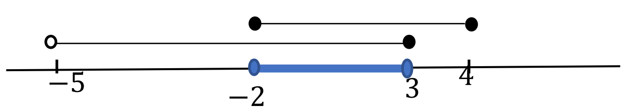
Solution

a)



$]-5; 3] \cup [-2; 4]$ est représenté en bleu sur la droite graduée

b)



$]-5; 3] \cap [-2; 4]$ est représenté en bleu sur la droite sur la droite graduée

2- Résolution d'inéquation

2.1- Signe de $\boldsymbol{ax + b}$ $(\boldsymbol{a \neq 0})$

Le signe de $ax + b$ $(a \neq 0)$ est donné dans le tableau suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
a$x + b$	$signe\ de\ (-a)$	0	$signe\ de\ a$

Exemple 1 : $signe\ de\ 2x + 3$

On a le tableau :

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$2x + 3$	$-$	0	+

On déduit du tableau que :

$2x + 3 < 0$ pour $x \in]-\infty; -\frac{3}{2}[$ et $2x + 3 > 0$ pour $x \in]-\frac{3}{2}; +\infty[$.

Exemple 2 : $signe\ de - 3x + 1$

On a le tableau :

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
-$3x + 1$	+	0	$-$

On déduit du tableau que :

$-3x + 1 > 0$ pour $x \in]-\infty; \frac{1}{3}[$ et $-3x + 1 < 0$ pour $x \in]\frac{1}{3}; +\infty[$.

Exercice de fixation

Etudie le signe de $-2x - 3$.

Solution

Etablissons le tableau de signe de $-2x - 3$ →

x	$-\infty$	$\frac{-3}{2}$	$+\infty$

$-2x-3$	+	0	$-$

$-2x-3>0$ pour $x\in]-\infty\,;-\frac{3}{2}[$ et $-2x-3<0$ pour $x\in]-\frac{3}{2}\,;+\infty[$.

2.2- Inéquation du type $ax+b\geq 0$; $ax+b>0$; $ax+b<0$; et $ax+b\leq 0$. $(a\neq 0)$

Exemple
Résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $2x+3\geq\ 0$

Etablissons le tableau de signe de $2x+3$

x	$-\infty$	$\frac{-3}{2}$	$+\infty$
$2x+3$	+	0	$-$

$2x+3\geq\ 0$ pour $x\in[-\frac{3}{2}\,;+\infty[$.

L'inéquation $2x+3\geq\ 0$ a pour solution : $S_{\mathbb{R}}=[-\frac{3}{2}\,;+\infty[$.

Exercice de fixation
Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_1) : $-7x-14<0$.

Solution
Etablissons le tableau de signe de $-7x-14$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$-7x-14$	+	0	$-$

$-7x-14<0$ pour $x\in]-2\,;+\infty[$.
L'inéquation $-7x-14<0$ a pour solution $S_{\mathbb{R}}=]-2\,;+\infty[$.

2.3- Inéquation du type $(ax+b)(cx+d)\geq 0$; $(ax+b)(cx+d)>0$; $(ax+b)(cx+d)\leq 0$ et $(ax+b)(cx+d)<0$) ($a\neq 0$ et $c\neq 0$)

Exemple
Résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $(x+1)(-x+2)\leq 0$
Etablissons le tableau de signes de $(x+1)(-x+2)$

x	$-\infty$	-1		2	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	+		+
$-x+2$	+		+	0	$-$
$(x+1)(-x+2)$	$-$	0	+	0	$-$

$(x+1)(-x+2) \leq 0$ pour $x \in]-\infty$; -1] ∪[2 ;+∞ [.
L'inéquation $(x+1)(-x+2) \leq 0$ a pour solution $]-\infty$; -1] ∪[2 ;+∞[.

Exercice de fixation
Résous dans ℝ l'inéquation (I_2) : $(x-3)(2x+1) > 0$.

Solution

Résolvons dans ℝ l'inéquation (I_2).

Etablissons le tableau de signe de $(x-3)(2x+1)$.

x	$-\infty$	$\frac{-1}{2}$		3	$+\infty$
$x-3$	$-$		-	0	+
$2x+1$	-	0	+		+
$(x-3)(2x+1)$	+	0	-	0	+

$(x-3)(2x+1) > 0$ pour $x \in]-\infty;\ -\frac{1}{2}$ [∪] 3 ;+∞ [.

L'inéquation (I_2) a pour solution $]-\infty;\ -\frac{1}{2}$ [∪] 3 ;+∞ [.

C. SITUATION COMPLEXE

Lors de la préparation du jeu Crack concurrençant les classes de 2nde A, les élèves de ta classe sont confrontés à la question suivante : « Quelle est la mesure du côté d'un triangle équilatéral dont le périmètre est égal à la mesure du côté augmentée de 30 m ? ».
Voulant mettre toutes les chances de votre côté, tu t'impliques dans la résolution du problème.
A l'aide de tes connaissances mathématiques, détermine la mesure du côté de ce triangle équilatéral.

Solution

Pour déterminer la mesure du côté de ce triangle équilatéral, je vais utiliser des notions d'équations dans ℝ.

Pour cela, je vais :

- Exprimer à l'aide d'une inconnue, le périmètre du triangle équilatéral ;

- Traduire par une équation l'expression : « le périmètre est égal à la mesure du côté augmentée de 30 » ;
- Résoudre l'équation ;
- Déduire la longueur du côté du triangle.

- Exprimons à l'aide d'une inconnue, le périmètre du triangle équilatéral
  Notons y la mesure du côté du triangle équilatéral. Le périmètre du triangle équilatéral est donc $3y$.
- Traduisons par une équation l'expression : « le périmètre est égal à la mesure du côté augmentée de 30 »
  La mesure du côté augmentée de 30 se traduit par la somme : $y + 30$, donc l'expression : « le périmètre est égal à la mesure du côté augmentée de 30 » se traduit par l'équation : $3y = y + 30$
- Résolvons l'équation $3y = y + 30$
  $3y = y + 30$ équivaut à $3y - y - 30 = 0$
  $3y = y + 30$ équivaut à $2y - 30 = 0$
  l'équation $2y - 30 = 0$ a pour solution $y = 15$.
- Déduisons la longueur du côté du triangle
  La valeur de y trouvée est positive, donc la mesure du côté de ce triangle équilatéral est : 15 m

D. EXERCICES DE RENFORCEMENT

Exercice 1
Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $-3x + 2 = 0$.

Réponse
Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $-3x + 2 = 0$.

$-3x + 2 = 0$ équivaut à $-3x = -2$

$$x = \frac{-2}{-3}.$$

$$x = \frac{2}{3}$$

L'ensemble des solutions de l'équation est : $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{2}{3}\right\}$

Exercice 2
Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $4x - 5 = 5x - 7$.

Réponse
Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $4x - 5 = 5x - 7$.
(E) : $4x - 5 = 5x - 7$ équivaut à $4x - 5 - 5x + 7 = 0$
$4x - 5 = 5x - 7$ équivaut à $-x + 2 = 0$
l'équation $-x + 2 = 0$ a pour solution $x = 2$.

Donc $S_{\mathbb{R}} = \{2\}$.

Exercice 3
Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $(-3x + 2)(-5x - 8) = 0$.

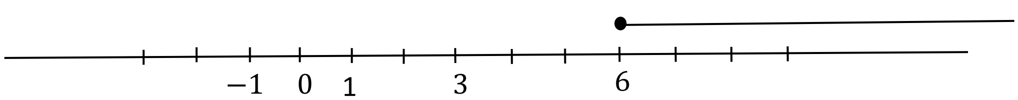
Réponse
Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $(-3x + 2)(-5x - 8) = 0$.
$(-3x + 2)(-5x - 8) = 0$ équivaut à $(-3x + 2) = 0$ ou $(-5x - 8) = 0$
$-3x = -2$ .ou $-5x = 8$
$x = \frac{2}{3}$. ou $x = \frac{-8}{5}$.
L'ensemble des solutions de l'équation est .$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{-8}{5}; \frac{2}{3}\right\}$.

Exercice 4
Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_1) : $\frac{1}{3}x - 2 \geq 0$.
Représente les solutions sur une droite graduée

Reponse
Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_1) : $\frac{1}{3}x - 2 \geq 0$.
Etablissons le tableau de signe de $\frac{1}{3}x - 2$.

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$\frac{1}{3}x + 3$	$-$	0	+

$\frac{1}{3}x - 2 \geq 0$ pour $x \in [\,6\,;+\infty\,[$.
Alors l'inéquation (I_1) : a pour solution $S_{\mathbb{R}} = [\,6\,;+\infty\,[$



Exercice 5
Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : (I_2) : $2x + 3 \geq 3x - 2$.
Représente les solutions sur une droite graduée

Réponse
Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : (I_2) : $2x + 3 \geq 3x - 2$.
(I_2) : $2x + 3 \geq 3x - 2$ équivaut à $2x + 3 - 3x + 2 \geq 0$

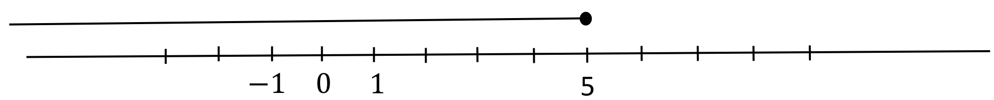
$2x + 3 \geq 3x - 2$ équivaut à $-x + 5 \geq 0$

Etablissons le tableau de signe de$-x + 5$.

x	$-\infty$	5	$+\infty$
$-x+5$	$+$	0	$-$

$-x+5 \geq 0$ pour $x \in]-\infty ;\ 5]$.

Donc, l'inéquation : (I_2) : a pour solution $S_{\mathbb{R}} = \ ]-\infty; 5]$.



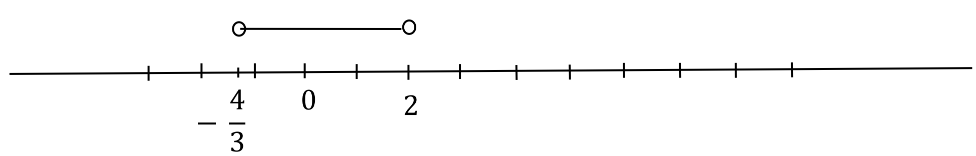
Exercice 6
Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_3) : $(-x+2)(-3x-4) < 0$
Représente les solutions sur une droite graduée

Réponse
Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_3) : $(-x+2)(-3x-4) < 0$.
Etablissons le tableau de signe de $(-x+2)(-3x-4)$.

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$		2	$+\infty$
$-x+2$	$+$		$+$	0	$-$
$-3x-4$	$+$	0	$-$		$-$
$(-x+2)(-3x-4)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$(-x+2)(-3x-4) < 0$ pour $x \in]-\frac{4}{3} ;\ 2[$.

L'inéquation (I_3) a pour solution $S_{\mathbb{R}} =]-\frac{4}{3} ; 2[$.



Durée : 10 heures

COMPETENCE 1 : **Traiter une situation relative au calculs algébriques et aux fonctions**

THEME 2 : **Fonctions**

Leçon 5 **Généralités sur les fonctions**

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE :

Un transporteur achète un nouveau véhicule pour agrandir son parc automobile.
Afin de prévoir la rentabilité de son nouveau véhicule de transport, il souhaite déterminer la quantité d'essence nécessaire pour parcourir 300 km puis la distance maximale que peut parcourir le véhicule avec 10 litres d'essence.
En lisant la notice du constructeur, il découvre le graphique ci-dessous.
Le graphique représente la consommation en litre d'essence du véhicule en fonction de la distance parcourue en km.

Ne sachant pas comment utiliser ce graphique, il sollicite sa fille qui est élève en classe de seconde A.
Celle-ci soumet le problème à ses amis de classe et ensemble ils décident d'étudier les généralités sur les fonctions.

B. CONTENU DE LA LEÇON

I- GENERALITES SUR LES FONCTIONS

1- Notion de fonction

1.1 Définition

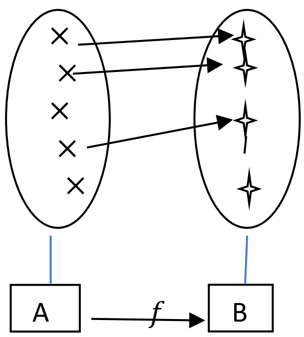
A et B sont deux ensembles non vides.

On appelle fonction de A vers B toute correspondance f qui, à chaque élément de A , associe un ou zéro élément de B.

On note : $f : A \quad \to \quad B$

$\qquad x \;\; \mapsto \;\; f(x)$

et on lit : f est la fonction de A vers B qui, à x, associe $f(x)$



Exemple

L'application affine définie par : $f(x) = \; -2x + 5$ vue en classe de troisième est une fonction de IR vers IR.

On écrit : $f\colon \; \mathbb{R} \; \to \mathbb{R}$

$\qquad x \;\; \mapsto \;\; -2x + 5$

1.2 Vocabulaire

A est appelé **l'ensemble de départ** et B **l'ensemble d'arrivée** de f.

x est la **variable** et $f(x)$ l'image de x par f.

Lorsque v est l'**image** de u par f, on dit que u est un **antécédent** de v par f ; on écrit : $v = f(u)$.

Exemple : On considère la fonction f telle que :

$$f :]-2;5] \to \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto x^2 - \frac{3}{x}$$

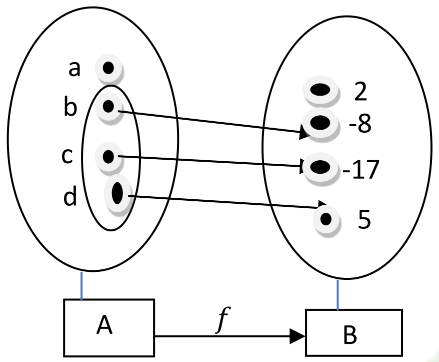
L'ensemble de départ de la fonction f est l'intervalle $]-2;5]$ et son ensemble d'arrivée est l'ensemble $\mathbb{R}$.

L'image d'un élément x de l'intervalle $]-2;5]$ par f est $f(x) = x^2 - \frac{3}{x}$.

2- Ensemble de définition

$\boldsymbol{f}$ est une fonction d'un ensemble A vers un ensemble B.
On appelle ensemble de définition de f l'ensemble des éléments de A qui ont une image par f**.**
On note généralement D_f l'ensemble de définition de f.

Exemple :
Soit la fonction f définie ci-dessous :



L'élément a n'a pas d'image par *f*.
Les éléments b, c et d ont une image par *f*.
Alors l'ensemble de définition de la fonction *f* est : $\boldsymbol{D_f} = \{\mathbf{b}; \mathbf{c}; \mathbf{d}\}$

3- Image et antécédents

3-1 <u>Détermination de l'image d'un élément par une fonction définie par un tableau</u>

Méthode :
Pour déterminer l'image d'un élément par une fonction définie par un tableau : On identifie l'élément à la première ligne du tableau et on lit à la deuxième ligne du tableau son image correspondante si elle existe.

Exemple
On considère la fonction *f* à variable *x* définie par le tableau suivant :

x	c	h	m	a	p	z
$f(x)$	3	8	13	1		26

L'image de m par *f* est 13, on écrit $f(\text{m}) = 13$
On a aussi $f(\text{a}) = 1$ et $f(\text{h}) = 8$.
p n'a pas d'antécédent par *f*

3-2 <u>Détermination de l'image d'un réel par une fonction définie par une formule explicite</u>

Méthode :

Pour déterminer l'image d'un réel $\boldsymbol{a}$ par une fonction définie par une formule explicite, on vérifie si $\boldsymbol{a}$ appartient à l'ensemble de définition de le fonction et on remplace dans la formule explicite, l'inconnue (généralement x) par $\boldsymbol{a}$ et on effectue les calculs.

Exemple

On considère la fonction g de $[-2;6[$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = x^2 - 2x$.

On admet que : $D_g = [-2;6[$

Calcule l'image de chacun des nombres : 5 , 8 et -2 par g.

Réponse

$5 \in D_g$ et g(5)= $5^2 - 2(5) = 25 - 10 = 15$. 15 est donc l'image de 5 par g et on note $g(5) = 15$.

$-2 \in D_g$ et $g(-2) = (-2)^2 - 2(-2) = 4 + 4 = 8$; donc g$(-2) = 8$.

$8 \notin D_g$ donc 8 n'a pas d'image par g.

3-3 Détermination de l'image d'un réel par une fonction définie par sa représentation graphique

Méthode :

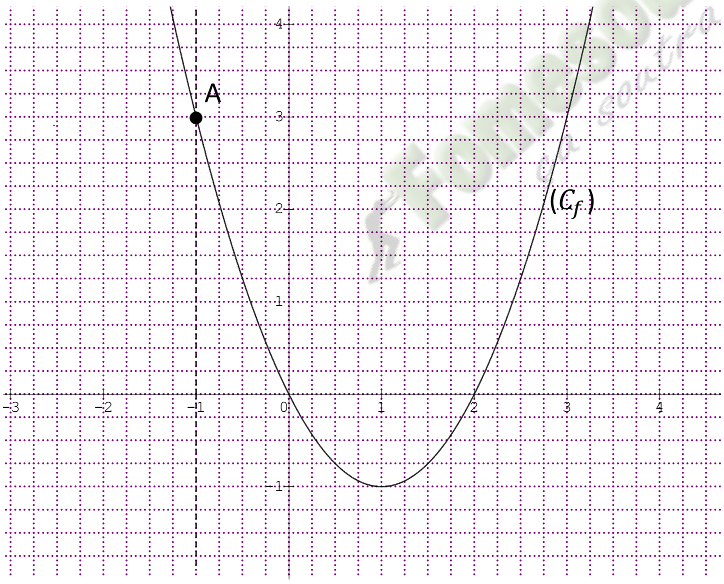
Lorsqu'on a la courbe représentative d'une fonction f, pour déterminer graphiquement l'image du réel $\boldsymbol{a}$ par la fonction f :

On trace la droite d'équation $x = \boldsymbol{a}$ et on détermine le point d'intersection de cette droite avec la courbe représentative de f.

- Si ce point n'existe pas, alors $\boldsymbol{a}$ n'a pas d'image par f.
- Si ce point existe, alors l'ordonnée de ce point est l'image de a par f.

Exemple

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$, dont la représentation graphique notée (C_f) est donnée ci-dessous.



Détermine graphiquement l'image de chacun des nombres suivants : -1 ; 2 et 3.

Réponse

La droite d'équation $x = -1$ coupe (C_f) au point A. L'ordonnée de A est 3, donc l'mage de -1 par f est 3.

Par un procédé similaire, on a : l'image 2 est 0 et l'image 3 est 3.

3-4 Détermination des antécédents d'un nombre réel par une fonction définie par une formule explicite

Méthode :

Pour déterminer l'antécédent ou les antécédents d'un nombre réel b par une fonction g définie par une formule explicite :
-On résout l'équation $g(x) = b$,
-On vérifie si la ou les solutions trouvées sont éléments de l'ensemble de définition de g puis on conclut.

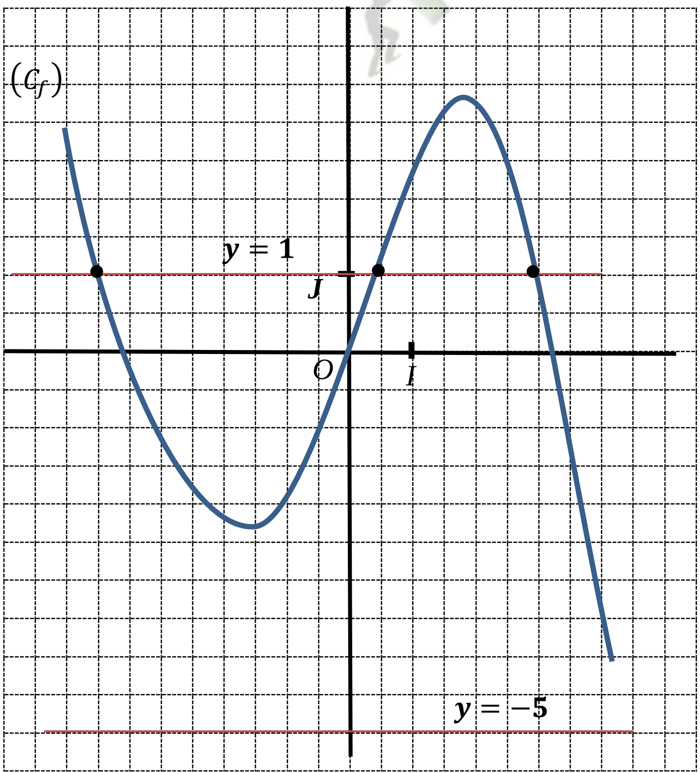
Exemple
On considère la fonction g de $[-2; 2[$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = x^2 - 2x$.
On admet que : $D_g = [-2; 2[$
Détermine le ou les antécédents éventuels de 3 par g.

Réponse
On résout l'équation $f(x) = 3$
$f(x) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$
$\Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 - 4 = 0$
$\Leftrightarrow (x - 1 + 2)(x - 1 - 3) = 0$
$\Leftrightarrow (x+1)(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 3$
$-1 \in D_g$ et $3 \notin D_g$, donc l'antécédent de 3 par g est -1.

3-5 <u>Détermination des antécédents d'un nombre réel par une fonction définie par sa représentation graphique</u>

Méthode :
Pour déterminer graphiquement l'antécédent ou les antécédents d'un nombre réel b par f :
On trace la droite d'équation y = b et on détermine les points d'intersections avec la courbe représentative de f.
- Si ces points n'existent pas alors b n'a pas d'antécédent par f.
- Si ces points existent, leurs abscisses respectives sont les antécédents de b par f.

Exemple
On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$, dont la représentation graphique notée (C_f) est donnée ci-dessous.



Détermine graphiquement l'antécédent ou les antécédents de chacun des nombres suivants : 1 et -5.

Réponse

- La droite d'équation $y = 1$ coupe (C_f) en trois points : A, B et C. Les abscisses respectives des points A, B et C sont -4 ; $0,5$ et 3. Donc les antécédents de 1 par f sont -4 ; $0,5$ et 3.
- La droite d'équation $y = -5$ ne coupe pas (C_f), donc -5 n'a pas d'antécédent par f.

4 - Sens de variation, tableau de variation et extremums d'une fonction sur un intervalle borné

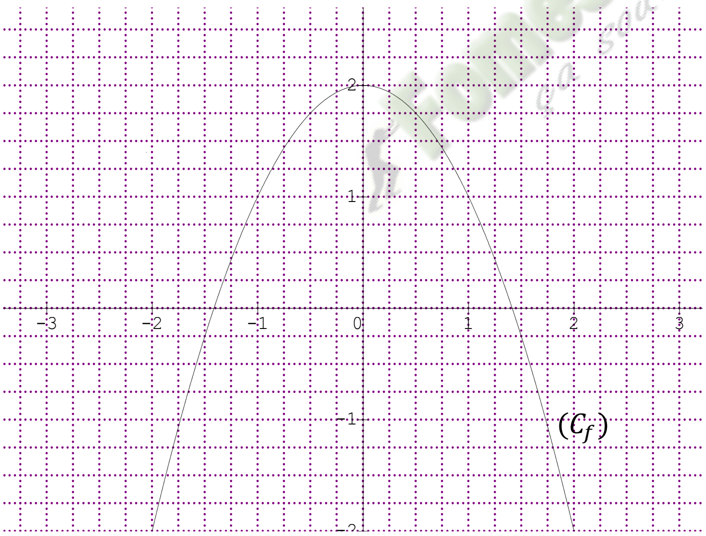
4.1- Sens de variations et tableau de variations d'une fonction

Définitions

Soit f une fonction définie sur un intervalle borné I.
-On dit que f est croissante sur I lorsque, pour tous éléments a et b de I tels que a $\leq$ b, on a $f(\mathrm{a}) \leq f(\mathrm{b})$.
- On dit que f est strictement croissante sur I lorsque, pour tous elements a et b de I tels que a $<$ b, on a $f(\mathrm{a}) < f(\mathrm{b})$.
- On dit que f est décroissante sur I lorsque, pour tous elements a et b de I tels que a $\leq$ b, on a $f(\mathrm{a}) \geq f(\mathrm{b})$.
- On dit que f est strictement décroissante sur I lorsque, pour tous éléments a et b de I tels que a $<$ b, on a $f(\mathrm{a}) > f(\mathrm{b})$.
-On dit que f est monotone sur I lorsque f est croissante ou décroissante sur I.
- On dit que f est strictement monotone sur I lorsque f est strictement croissante ou strictement décroissante sur I.
- On dit que f est constante sur I lorsque, pour tous éléments a et b de I , on a $f(\mathrm{a}) = f(\mathrm{b})$.

Exemple :

On donne la fonction f définie sur [-2 ; 2] par $f(x) = 2 - x^2$.
La figure ci-dessous est la représentation graphique de la fonction.



On constate graphiquement que :

- Lorsque x croit dans l'intervalle $[-2; 0]$, $f(x)$ son image par f prend des valeurs de plus en plus grande. On dit que fonction f est croissante sur [-2 ; 0].
- Lorsque x croit dans l'intervalle $[0; 2]$, $f(x)$ son image par f prend des valeurs de plus en plus petite. On dit que fonction f est décroissante sur [0 ;2].

- $-2 \in [-2; 0]$ et $1 \in [-2; 0]$, comme $-2 \leq 1$ alors $f(-2) \leq f(1)$ car f est croissante sur [-2 ; 0].
- $1 \in [0; 2]$ et $1,5 \in [0; 2]$, comme $1 \leq 1,5$ alors $f(1) \geq f(1,5)$ car f est décroissante sur [0 ;2].

On en déduit le tableau de variations suivant :

x	-2		0		2
$f(x)$			$f(0)$		
	$f(-2)$	↗		↘	$f(-2)$

Comme $f(-2) = f(2) = -2$ et $f(0) = 2$, le tableau de variation de f est :

x	-2		0		2
$f(x)$			2		
	-2	↗		↘	-2

4.2 - <u>Extremum d'une fonction</u>

Définitions

Soit f une fonction définie sur un intervalle borné I et a un élément de I.

- Lorsque pour tout élément x de I, f(x) ≤ f(a) alors, $f(a)$ est le maximum de f sur I.
- Lorsque pour tout élément x de I, f(x) ≥ f(a) alors, $f(a)$ est le minimum de f sur I.
- On appelle extremum de f sur I, le maximum ou le minimum s'ils existent de f sur I.

Exemple 1 :

On donne ci-dessous le tableau de variations de la fonction f, définie sur [-2 ; 2] par $f(x) = 2 - x^2$.

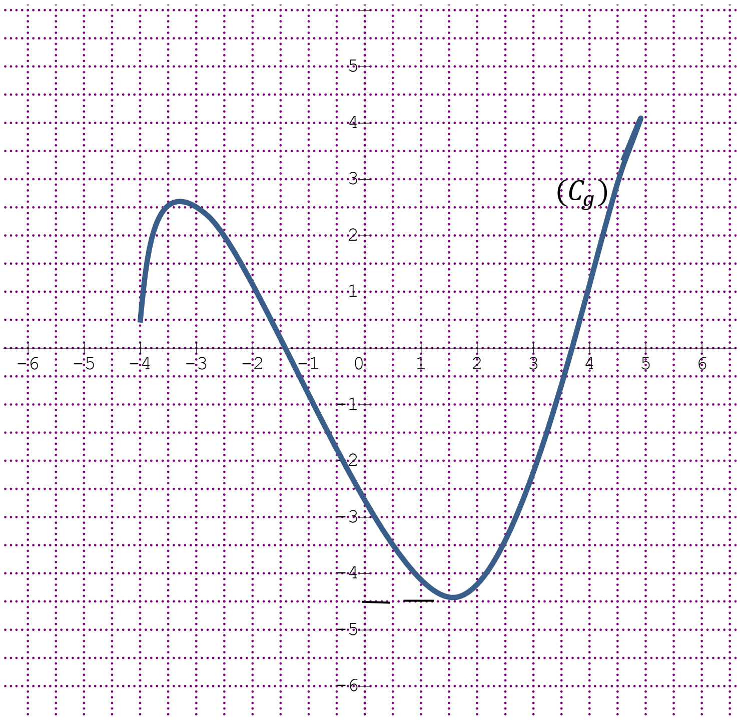
x	-2		0		2
$f(x)$			2		
	-2	↗		↘	-2

2 est le maximum de f sur [-2 ; 2], car pour tout élément x de [-2 ; 2], $f(x) \leq f(0)$ et $f(0) = 2$.

2 est un extremum de f sur [-2 ; 2].

Exemple 2 :

On donne ci-dessous la courbe représentative (C_g) de la fonction g, définie sur [-4 ; 5].



$-4,5$ est le minimum de f sur [-4 ; 5], car pour tout élément x de [-4 ; 5], $f(x) \geq f(1,5)$ et $f(1,5) = -4,5$.

$-4,5$ est un extremum de f sur [-4 ; 5].

II- Résolution graphique d'équations et d'inéquations

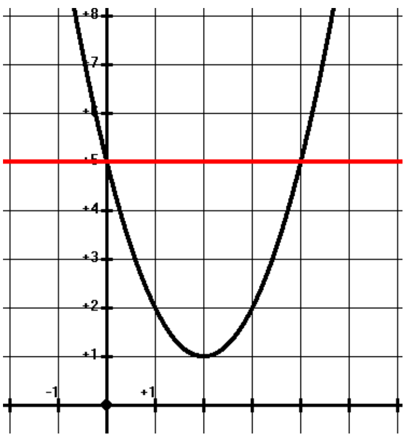
1- Résolution graphique d'équation

Méthode

Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = k$
-On trace la droite d'équation $y = k$ et on cherche les points d'intersections avec la courbe représentative de f
-Si ces points existent, leurs abscisses respectives sont les solutions de l'équation $f(x) = k$

Exemple

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = (x-2)^2 + 1$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



Résous graphiquement l'équation : $f(x) = 5$.

Réponse

La droite d'équation $y = 5$ coupe la courbe représentative de f en deux points dont les abscisses sont 0 et 4.

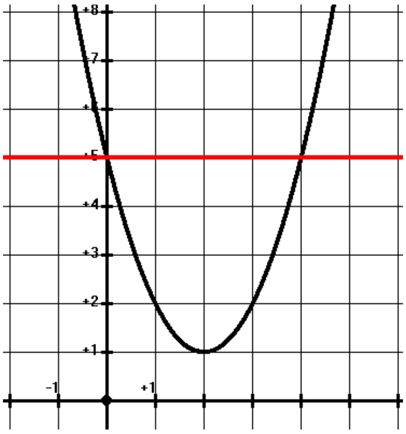
Les solutions de l'équation $f(x)=5$ sont : 0 et 4.

2- Résolution graphique d'inéquation

Méthode

Pour résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < k$ (respectivement $f(x) > k$)
-On trace la droite (D) d'équation $y = k$
La solution de l'inéquation $f(x) < k$ (respectivement $f(x) > k$) est la réunion de tous les intervalles contenant les abscisses des point de la courbe (C_f) situés au-dessous (respectivement au-dessus) de (D)

Exemple : On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x)=(x-2)^2+1$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



Résous graphique l'inéquation $f(x)>5$
Réponse
La droite d'équation $y = 5$ coupe la courbe représentative de f en deux points dont les abscisses sont 0 et 4.

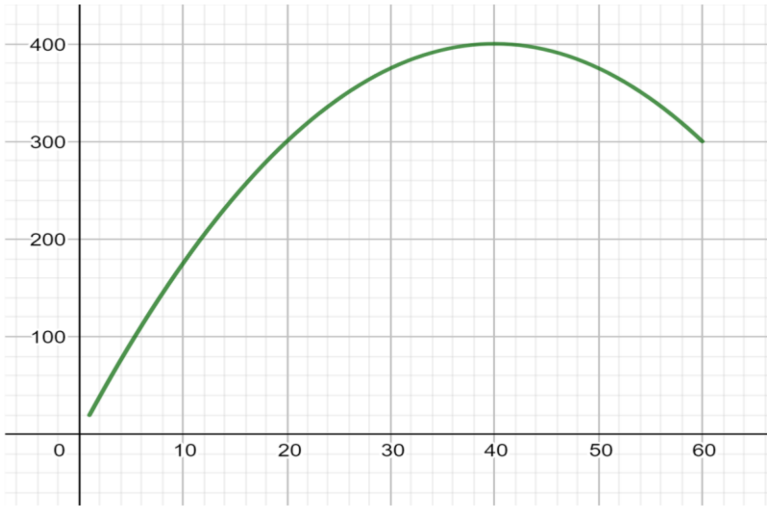
Les abscisses des points situés au-dessus de la droite d'équation $y = 5$ sont : $]\leftarrow;0[\cup]4;\rightarrow[$. Donc l'ensemble solutions de l'inéquation $f(x)>5$ est : $]\leftarrow;0[\cup]4;\rightarrow[$

C. SITUATION COMPLEXE

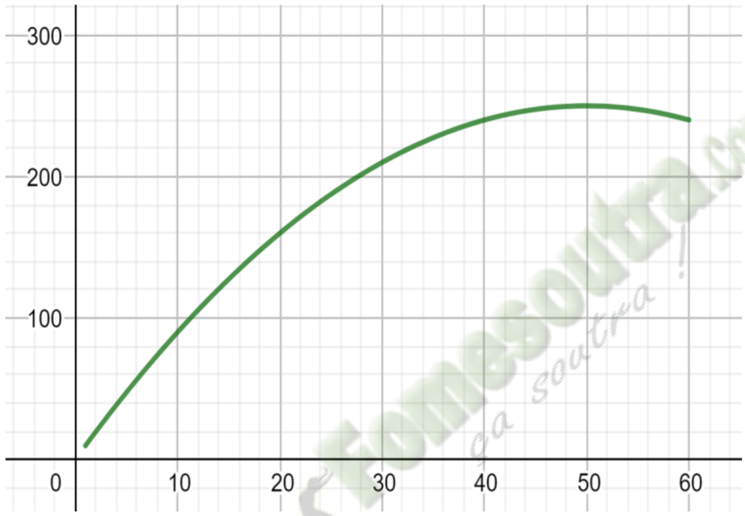
Un entrepreneur désire ouvrir une station d'essence. Après conseille auprès d'un conseiller financier , celui-ci affirme : Pour ce type de station, pendant la première année d'ouverture, l'affluence des clients en fonction des x journées est définie par la fonction :

$$f : [1;360] \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto 20x - \frac{1}{4}x^2$$

Afin de lui permettre de déterminer aisément son jour de plus grande affluence pour prévoir un stock conséquent il lui remet la représentation graphique de la fonction f . Par inadvertance il range cette courbe dans un dossier en contenant une autre.
Au moment de déterminer ce jour d'affluence, il constate deux courbes.
Ne sachant distinguer les deux courbes, il demande à son fils qui est élève en seconde A de l'aider à déterminer le jour d'affluence.
Son fils qui est ton voisin de classe te sollicite.
A l'aide d'une démarche argumentée apporte une solution à la préoccupation de ton voisin.



COURBE 1



COURBE 2

Réponse

Pour répondre à la préoccupation de mon voisin, je vais utiliser des notions de fonctions.
Pour cela, je vais :

- Pour chaque courbe déterminer graphiquement l'image d'un même nombre ;
- Déterminer l'image de ce même nombre en utilisant la formule explicite de f ;
- Comparer les images trouvées pour identifier la bonne courbe ;
- Utiliser la bonne courbe pour déterminer la valeur pour laquelle le maximum de la fonction f est atteint ;
- Proposer une solution à mon voisin.

  - <u>Déterminons graphiquement l'image d'un nombre convenablement choisi</u>

- Pour la courbe 1, l'image du nombre 20 est 300
- Pour la courbe 2, l'image du nombre 20 est 160

  - <u>Déterminons l'image du nombre 20 en utilisant la formule explicite de f</u>

$f(20) = 20(20) - \frac{1}{4}(20)^2 = 300$

  - <u>Comparons les images trouvées</u>

L'image de 20 par la courbe 1 correspond à l'image de 20 obtenue en utilisant la formule explicite de f, donc la représentation graphique de f est la courbe 1.

  - Détermination de la valeur pour laquelle le maximum de la fonction f est atteint

Par lecture graphique, de la courbe représentative de f, le maximum de f est 400 et il est atteint pour $x = 40$.

  - <u>Proposons une solution à mon voisin</u>

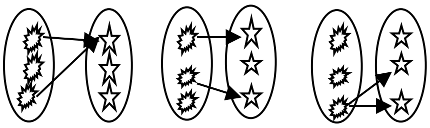
Le jour de plus grande affluence pendant les deux premiers mois est le 40-iéme jour a compté de l'ouverture.

1) Exercices de fixation

Exercice 1

Dans les cas ci-dessous, dis si la correspondance est une fonction ou non

Cas 1 Cas 2 Cas 3



Réponse

Cas 1 : la correspondance est une fonction

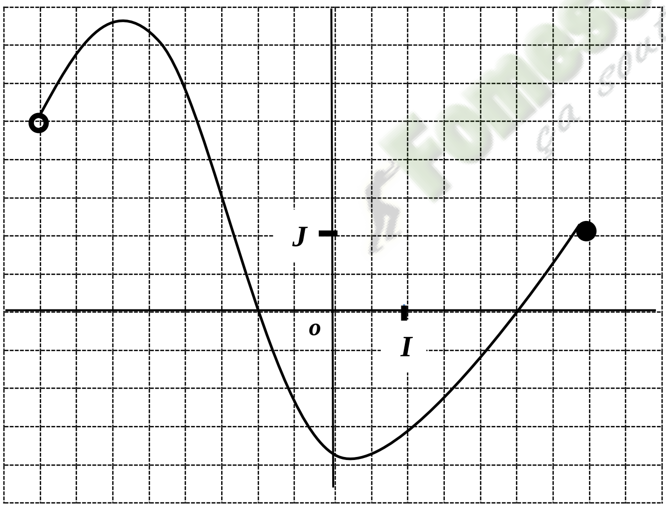
Cas 2 : la correspondance est une fonction

Cas 3 : la correspondance n'est pas une fonction

Exercice 2

Soit (C_f) la représentation graphique de f.

Observe le schéma ci-dessous et déterminer l'ensemble de définition de f



Réponse

$D_f =]-4; 3{,}5]$

2-Exercices de renforcement / approfondissement

Exercice 3

Soit l'ensemble A= $\left\{-1; \frac{7}{2}; \frac{3}{2}; 0; 4\right\}$

et f: A $\rightarrow$ IR

$x \longmapsto \frac{1}{\sqrt{-2x+7}}$

1- Calcule si possible $f(-1); f\left(\frac{7}{2}\right); f\left(\frac{3}{2}\right); f(0)$ *et* $f(4)$

2- Détermine l'ensemble de définition de f

Réponse

1- Calculons si possible $f(-1); f\left(\frac{7}{2}\right); f\left(\frac{3}{2}\right); f(0)\ et\ f(4)$

- $f(-1) = \frac{1}{\sqrt{-2\times(-1)+7}} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$
- $\frac{7}{2}$ n'a pas d'image par f car $\sqrt{-2\times\left(\frac{7}{2}\right)+7} = 0$
- $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{-2\times\left(\frac{3}{2}\right)+7}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$
- $f(0) = \frac{1}{\sqrt{-2\times(0)+7}} = \frac{1}{\sqrt{7}}$
- 4 n'a pas d'image car $-2\times 4+7 = -1 < 0$

2- L'ensemble de définition de f est $D_f = \left\{-1; \frac{3}{2}; 0;\right\}$

Exercice 4

Soit f la fonction de A vers B définie par le tableau c dessous

x	-5	-2	0	1	2	4
$f(x)$	4	0	-5	4	1	0

1- Détermine les images par *f* de -2 ; 0 et 4
2- Détermine les antécédents par *f* de 0 ; 4 et -5

Réponse

1- $f(-2) = 0$; $f(0) = -5$; $f(4) = 0$

2- Les antécédents de 0 par f sont : -2 et 4
Les antécédents de 4 par f sont : -5 et 1
L'antécédents de -5 par f est : 0

Exercice 5

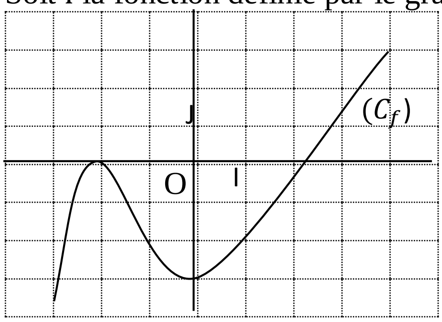
Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = -x+3$
Détermine l'image par f de chacun des nombres suivants : -3 ; 0 et 5.

Réponse

$\boldsymbol{f(-3) = -(-3)+3 = 6}$; $\boldsymbol{f(0) = -(0)+3 = 3}$; $\boldsymbol{f(5) = -(5)+3 = -2}$

Exercice 6

Soit f la fonction definie par le graphique ci-dessous.



Par lecture graphique , détermine l'image par f de chacun des nombres suivants : -2 ;-1 ;0 et 4.

Réponse

$f(-2) = 0$; $f(-1) = -2$; $f(0) = -3$; $f(4) = 3$

Exercice 7

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x^2 - 1$

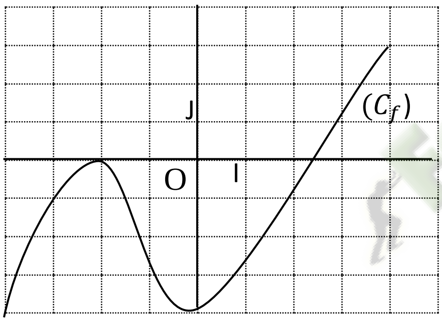
Détermine le ou les antécédents éventuels par f de chacun des nombres suivants : -3 et 0.

Réponse

- Le ou les antécédents éventuels de -3.
  Posons : $f(x) = -3 \Leftrightarrow x^2 - 1 = -3 \Leftrightarrow x^2 = -2$ impossible. On conclut que -3 n'as pas d'antécédents par *f*.
- Le ou les antécédents de 0 par f.
  Posons : $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1$. On conclut que les antécédents de 0 sont 1 et -1

Exercice 8

Soit f la fonction définie par le graphique ci-dessous.



Par lecture graphique , détermine les antécédents par f de chacun des nombres suivants : -4 ;0 et 1

Réponse

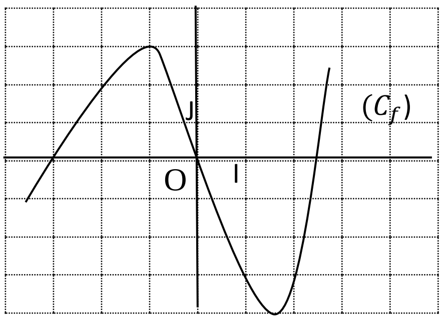
Les antécédents par *f* de -4 sont : 0 et -4

Les antécédents par *f* de 0 sont -2 et 2,4

L'antécédent par f de 1 est : 3

Exercice 9

Soit f la fonction definie par le graphique ci-dessous.



1) Détermine les extremums de f
2) Résous graphiquement les équations suivantes :

$f(x) = -3$; $f(x) = 0$; $f(x) = 4$

Solution :

1) -4 est le minimum de f et 3 est le maximum de f donc les extrémums de f sont 3 et -4
2) Résolvons graphiquement $f(x) = -3$ et $f(x) = 0$

- **Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -3$**

-On trace la droite d'équation $y = -3$ et on cherche les points d'intersection de cette droite avec la courbe représentative de f.

-Il y a deux points d'intersection, leurs abscisses approximatives sont 1 et 2

Les solutions de l'équation $f(x) = -3$ sont 1 et 2.

- **Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$**

-On cherche les points d'intersection de l'axe des abscisses avec la courbe représentative de f.

-Il y a trois points d'intersection, leurs abscisses approximatives sont **-3 ; 0** et **2,5**.

Les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont -3; 0 et 2,5 .

- **Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 4$**

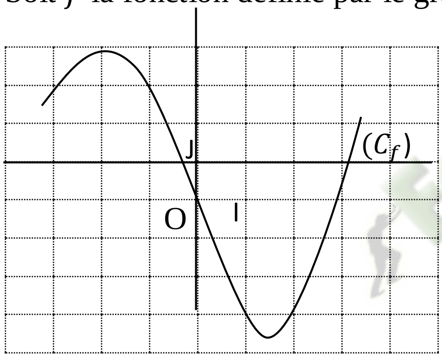
-On trace la droite d'équation $y = 4$ et on cherche les points d'intersection de cette droite avec la courbe représentative de f.

-Il y a aucun points d'intersection.

L'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution

Exercice 10

Soit f la fonction definie par le graphique ci-dessous.

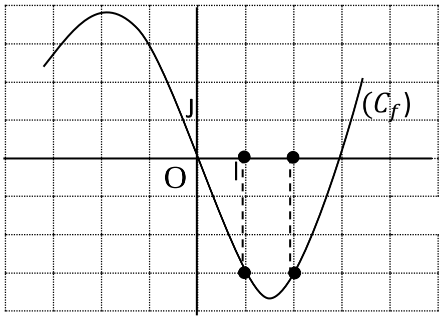


Résous graphiquement les inéquations suivantes :

$f(x) \geq -3$; $f(x) < 0$

Réponse

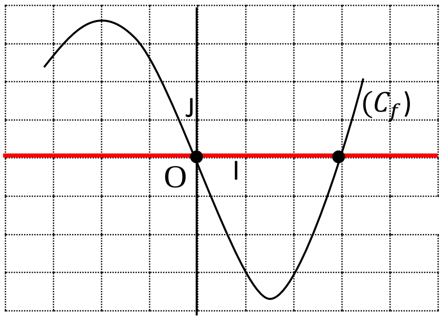
✓ $f(x) \geq -3$



On trace la droite d'équation $y = -3$. Les points de la courbe représentative de f situés au-dessus de la droite d'équation $y = -3$ ont leurs abscisses appartenant à la réunion d'intervalles : $]\leftarrow; 1] \cup [2; \rightarrow[$.

On en déduit que l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(\mathrm{x}) \geq -3$ est la réunion l'intervalle : $]\leftarrow; 1] \cup [2; \rightarrow[$

- ✓ $f(\mathrm{x}) < 0$



On en déduit de la figure ci-dessus que l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(\mathrm{x}) < 0$ est l'intervalle : $]\leftarrow; 0] \cup [3; \rightarrow[$

Durée : 08 heures

COMPETENCE 1 : **Traiter une situation relative au calculs algébriques et aux fonctions**

THEME 2 : **Fonctions**

Leçon 6 : **ETUDE DE FONCTIONS ELEMENTAIRES**

A-SITUATION D'APPRENTISSAGE

Pour une bonne production agricole un cultivateur veut connaitre la pluviométrie de sa région. Il se rend à la station météo de la ville où on lui remet les prévisions relatives à l'évolution de la pluviométrie en fonction des douze mois de l'année.

Ces prévisions se présentent comme suit : $\begin{cases} pour\ x \in [1;5], h(x) = 2x \\ pour\ x \in]5;8], h(x) = 1{,}5 \\ pour\ x \in]8;12], h(x) = -x + 10 \end{cases}$

où x désigne le rang du mois de l'année et $h(x)$ désigne en millimètre la quantité de pluie attendue.

Ne sachant pas interpréter ces données, il demande à son fils élève en classe de seconde A, de l'aider à identifier la période où la pluviométrie est constante. Ce dernier sollicite ses camarades de classe. Ensemble ils décident de faire des recherches sur l'étude de fonctions élémentaires.

B-CONTENU DE LA LEÇON

I-Fonctions affines et fonctions linéaires :

1- Définitions

- On appelle **fonction affine**, toute fonction $\boldsymbol{g}$ définie sur ℝ par :$g(x) = ax + b$ où a et b sont des nombres réels.
- On appelle **fonction linéaire**, toute fonction $\boldsymbol{f}$ définie sur ℝ par :$f(x) = ax$ où a est un nombre réel.

Exemple

La fonction f définie par $f(x) = 21x - 15$ est une fonction affine et la fonction g définie par $g(x) = -93x$ est une fonction linéaire.

Remarques

- Toute fonction linéaire est une fonction affine.
- Dans le plan muni d'un repère, la représentation graphique d'une fonction affine f définie par : $f(x) = ax + b$ est la droite (D) d'équation : $y = ax + b$.
- La représentation graphique d'une fonction linéaire qui n'est pas une fonction affine est une droite qui passe par l'origine du repère.

2-Etude d'une fonction affine

2.1-Ensemble de définition

Toute fonction affine est définie sur ℝ.

2.2-Sens de variation d'une fonction affine :

Propriétés

Soit la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax + b$ où a et b sont des nombres réels.

f est croissante si et seulement si $a > 0$

f est décroissante si et seulement si $a < 0$

f est constante si et seulement si $a = 0$

Exercice de fixation

Etudie les variations de chacune des fonctions affines suivantes :

$f(x) = 2x - 5$; $g(x) = -3x + 7$; $h(x) = -2021$

Corrigé

f est croissante car 2 > 0 ; g est décroissante car -3 < 0 et h est constante car a = 0

3- Fonctions affines par intervalles :

3.1- Définitions :

On appelle **fonction affine par intervalles,** toute fonction numérique f d'une variable réelle dont l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles sur chacun desquels l'expression de f est celle d'une fonction affine.

Exemple

La fonction f définie par : $\begin{cases} si\ x \in [-3;0[, f(x) = 2x+1 \\ si\ x \in [0;2[, f(x) = 5 \end{cases}$ est une fonction affine par intervalle.

3.2-Représentation graphique d'une fonction affine par intervalles :

La représentation graphique d'une fonction affine par intervalle dans le plan muni d'un repère est une réunion de segments ou de demi-droites.

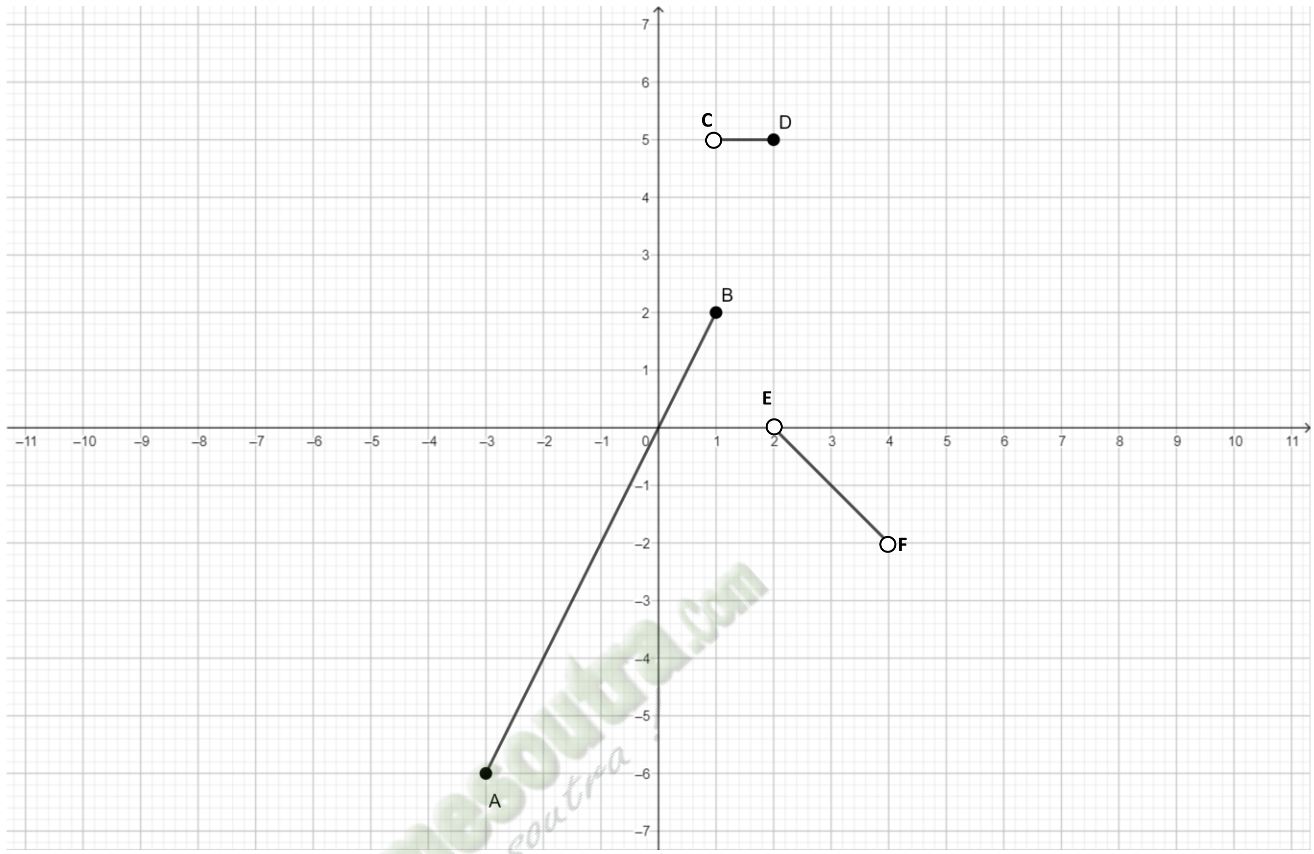
Exemple

On considère la fonction h définie par :

$$\begin{cases} pour\ x \in [-3;1], h(x) = 2x \\ pour\ x \in]1;2], h(x) = 1{,}5 \\ pour\ x \in]2;4[, h(x) = -x+2 \end{cases}$$

Représentons graphiquement la fonction h sur l'intervalle $[-3;4[$

La représentation graphique de la fonction h sur l'intervalle $[-3;4[$ est donné dans le repère ci-dessous où le segment $[AB]$ est la représentation graphique de h sur $[-3;1]$, $[CD]$ est la représentation graphique de h sur $]1;2]$ et $[EF]$ est la représentation graphique de h sur $]2;4[$.



II-Etude de quelques fonctions élémentaires :

1- **La fonction $f : x \mapsto x^2$**

1.1- Ensemble de définition

La fonction $f : x \mapsto x^2$ est définie sur IR

1.2- Sens de variations

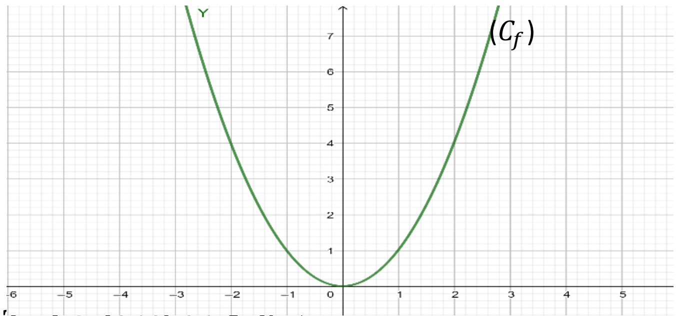
La fonction $f : x \mapsto x^2$ est décroissante sur]-∞ ; 0] et croissante sur [0 ; +∞[.

1.3- Tableau de variations

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

1.4- Représentation graphique

La courbe représentative de f est donné dans le tableau ci-dessous.



2- La fonction $f: x \mapsto \frac{1}{x}$

2.1- Ensemble de définition

La fonction $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{x} \mapsto \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{x}}$ est définie sur]-∞ ; 0[∪]0 ; +∞[

2.2- Sens de variations

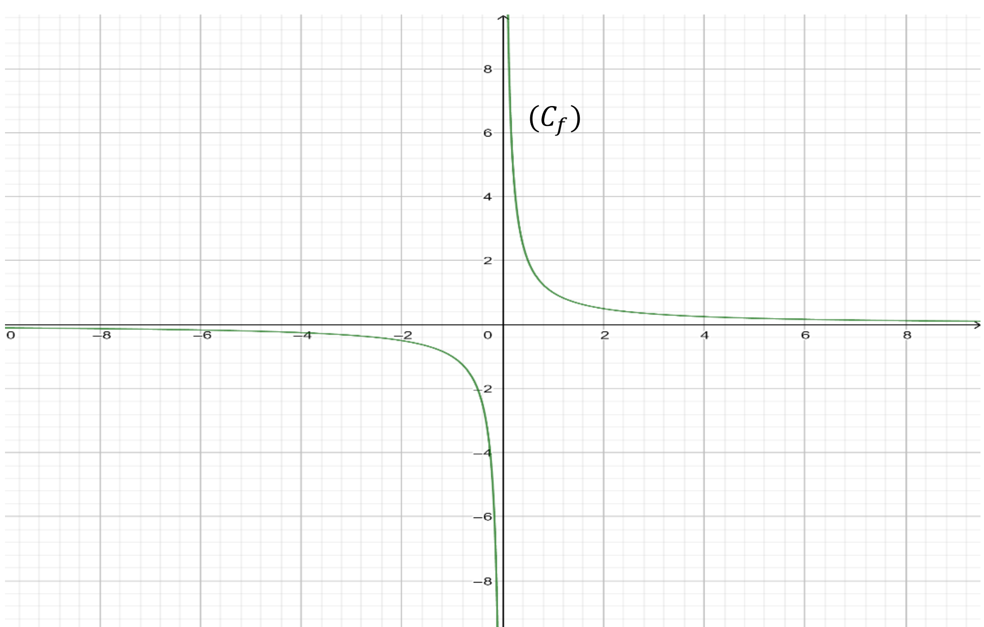
La fonction $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ est décroissante sur]-∞ ; 0[et décroissante sur]0 ; +∞[.

2.3- Tableau de variations

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	‖	↘

2.4- Représentation graphique

La courbe représentative de f est donné dans le tableau ci-dessous.



C- SITUATION COMPLEXE

Au cours d'une expérience dans le laboratoire de physique avec votre classe, un projectile lancé pendant 3 secondes sur un coussin d'air parcourt la trajectoire déterminée par la fonction $f(x) = x^2$ où x désigne le temps en seconde.
Le professeur demande aux élèves d'étudier le mouvement du projectile à la maison, pour une interrogation le lendemain.
En te servant de tes leçons de mathématiques vus en classe, prépare-toi pour l'interrogation du lendemain.

Réponse

Pour me préparer pour l'interrogation en sciences physiques du lendemain, je vais utiliser des notions d'étude de fonctions élémentaires.

Pour cela, je vais :

- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f
- Déterminer le sens de variations de f
- Dresser le tableau de variations de f
- Représenter graphiquement la fonction f sur l'intervalle $[0; 3]$
    - <u>Déterminons l'ensemble de définition de la fonction f</u>
      L'ensemble de définition de f est $\mathbb{R}$
    - <u>Déterminons le sens de variations de f</u>
      f est décroissante sur]-∞ ; 0] et croissante sur [0 ; +∞[.
    - <u>Dressons le tableau de variations de f</u>

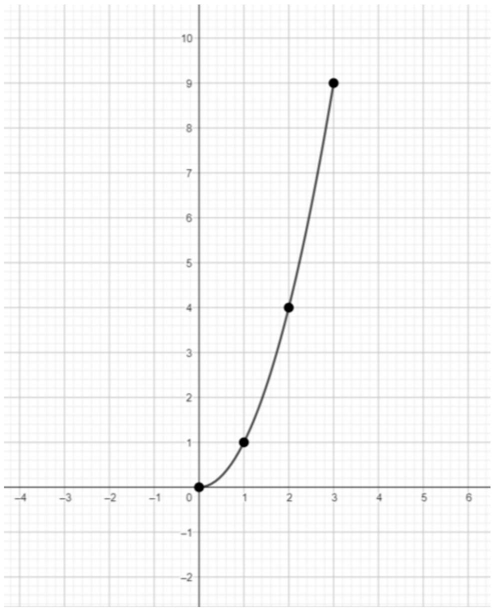
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$

- <u>Représenter graphiquement la fonction f sur l'intervalle $[0; 3]$</u>

- Tableau de valeurs

x	0	1	2	3
$f(x)$				

- Représentation graphique



D- EXERCICES

Exercices de fixation

Exercice 1

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule des réponses proposées est juste. Ecris la lettre correspondant à la bonne réponse.

Affirmations	Réponses		
	a	b	c
1-Parmi les trois fonctions proposées, la seule qui est une fonction linéaire est :	$g(x) = -4x + 1$	$g(x) = 5(-2 + x)$	$g(x) = \frac{-7}{9}x$
2-Parmi les trois fonctions proposées, la seule qui est une fonction affine est :	$p(x) = -\frac{11}{3}$	$p(x) = \sqrt{2x - 3}$	$p(x) = -1 + \frac{6}{x}$
3-la fonction définie par : $f(x) = -3 + 8x$ est	Une fonction linéaire	Une fonction affine	Une fonction ni linéaire, ni affine.

Corrigé

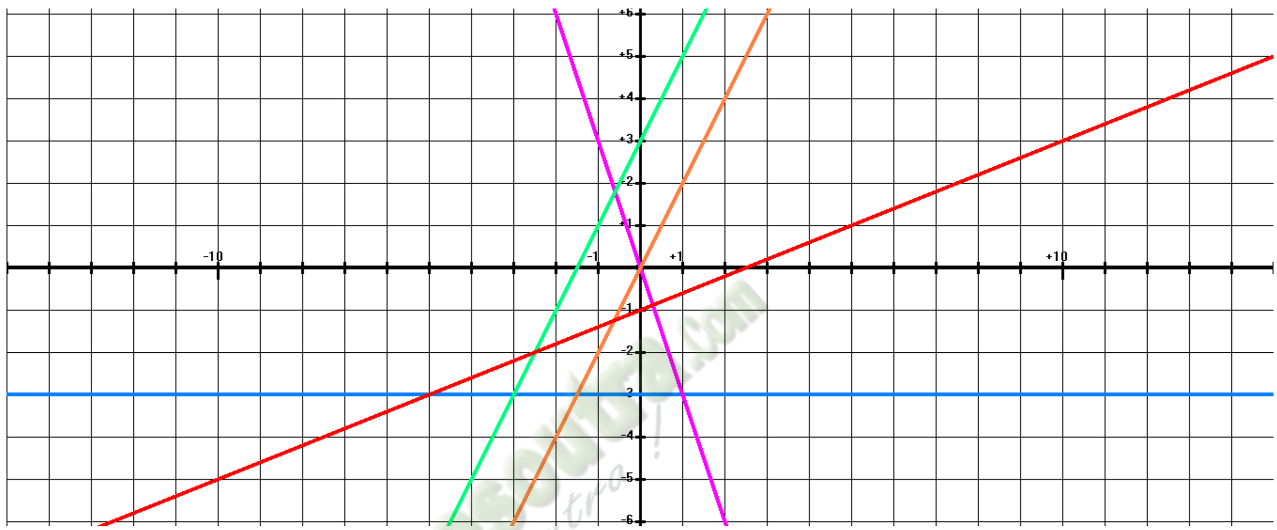
1-c

2-a

3-b

Exercice 2

Parmi les droites suivantes, nomme par leur couleur celles qui sont des représentations graphiques de fonctions linéaires :



Corrigé

-la droite orange et la droite violet passent par l'origine du repère, elles sont donc des représentations graphique de fonction linéaires

Exercice 3

On considère les fonctions h et g définies de IR vers IR respectivement par :

$h(x) = -5x + 4$ et $g(x) = \frac{2}{7}x$.

Réponds par VRAI ou par FAUX à chacune des affirmations du tableau suivant :

Affirmations	**Réponses**
1-La fonction h est croissante sur IR.	
2-La fonction h est croissante sur [-2 ;2].	
3-La fonction g est croissante sur IR.	

4-La fonction g est croissante sur [0 ;8].	

Corrigé

1- Faux
2- Faux
3- Vrai
4- vrai

Exercice 4

Détermine le sens de variation de chacune des fonctions affines ci-dessous:

$f(x) = x - 1$; $h(x) = -3x$; $p(x) = \frac{22}{3}$; $m(x) = -\frac{13}{2}x - 8$

Corrigé

- f est croissante sur $\mathbb{R}$
- h est décroissante sur $\mathbb{R}$
- p est constante sur $\mathbb{R}$
- m est décroissante sur $\mathbb{R}$

Exercice 5

Parmi les fonctions suivantes, coche celle qui est une fonction affine par intervalles.

a) $\begin{cases} f(x) = -3x + 2 \ si\ x > 1 \\ f(x) = x^2 - 7 \ si\ x < 1 \end{cases}$ ☐

b) $g(x) = -8(x + 11)$ ☐

c) $\begin{cases} h(x) = x - 1 \ si\ x \geq 2 \\ h(x) = -\frac{1}{3}x + 4 \ si\ x < 2 \end{cases}$ ☐

Corrigé

a) $\begin{cases} f(x) = -3x + 2 \ si\ x > 1 \\ f(x) = x^2 - 7 \ si\ x < 1 \end{cases}$

b) $g(x) = -8(x + 11)$ ☐

c) $\begin{cases} h(x) = \ x - 1 \ si \ x \geq 2 \\ h(x) = -\frac{1}{3}x + 4 \ si \ x < 2 \end{cases}$ ☐

2-Exercices de renforcement / approfondissement

Exercice 6

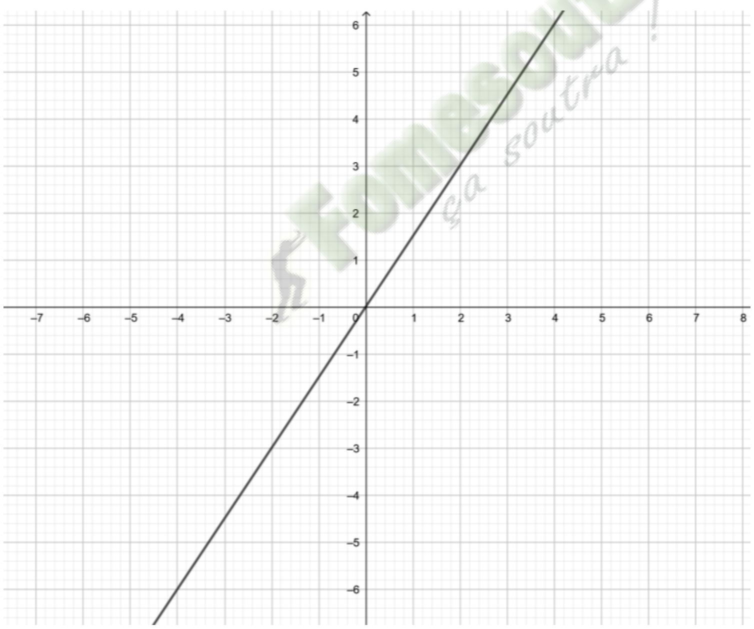
Le plan est muni d'un repère (O, I, J)

On considère la fonction f définie de [-5 ;7] vers IR par : $f(x) = \frac{3}{2}x$

Construis la représentation graphique de f dans le repère précédent.

Corrigé

La représentation graphique de la fonction f est la droite passant par l'origine et le point de coordonné (2 ;3)



Exercice 7

On considère la fonction affine g définie par $g(x) = -x + 5$

a) Détermine le sens de variation de g
b) Dresse le tableau de variation de g
c) Complète le tableau de valeurs ci-contre :

x	-1	0	1	2
$g(x)$				

Corrigé

a) Sens de variation
La fonction g est décroissante sur $\mathbb{R}$

b) Tableau de variation

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	$\searrow$

c)

x	-1	0	1	2
$g(x)$	6	5	4	3

Exercice 8

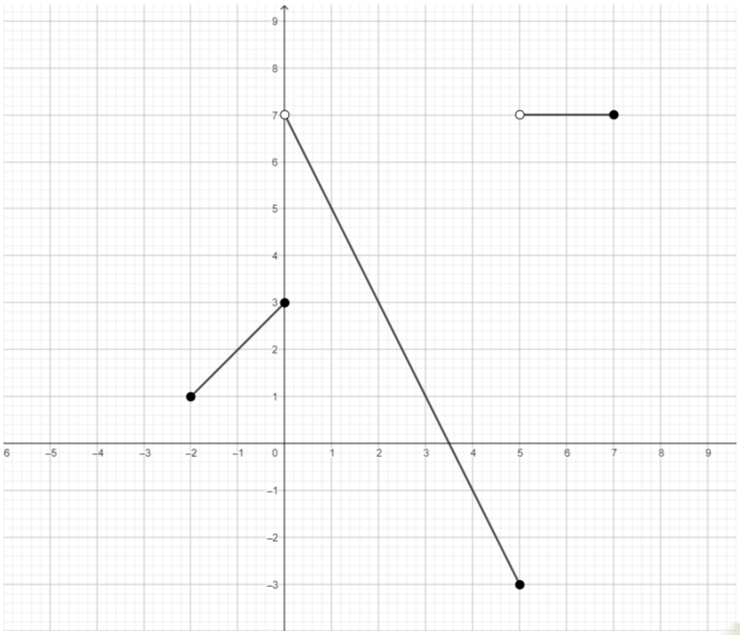
Le plan étant muni d'un repère (O, I, J), on considère la fonction f définie par :

- Pour $x \in$ [-2 ; 0], $f(x) = x + 3$
- Pour $x \in]0; 5]$, $f(x) = -2x + 7$
- Pour $x \in]5; 10]$, $f(x) = 7$

Dans le repère (O, I, J), construis, la représentation graphique de f sur l'intervalle

[-2 ;10].

Corrige



Exercice 9

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

On donne la fonction h définie de [-3 ; 2] vers IR par :$h(x) = x^2$.

1) Donne le sens de variation de h sur chacun des intervalles suivants :
   [-3 ;0] et [0 ;2].
2) Dresse le tableau de variation de h sur [-3 ; 2].
3) Trace dans le repère (O, I, J), la représentation graphique de h sur [-3 ;2]

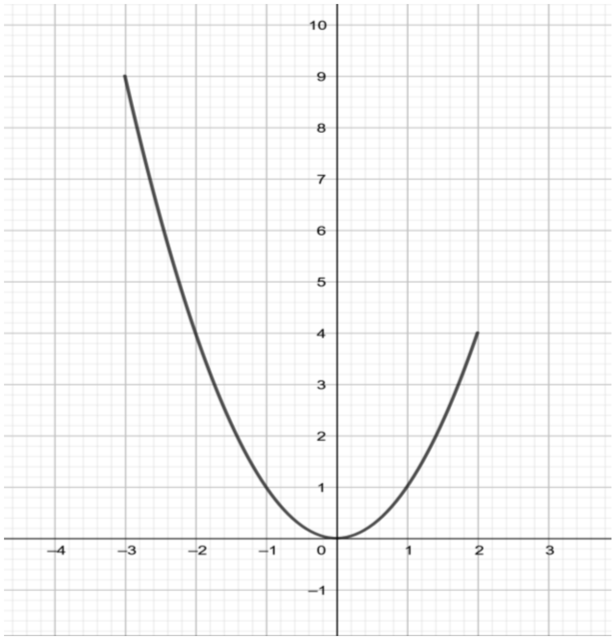
   Corrigé

   1) Sur [-3 ;0] la fonction h est décroissante et sur [0 ;2] la fonction h est croissante

   2) Tableau de variation

x	-3		0		2
$h(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

   3) Représentation graphique



Exercice 10

Le plan est muni d'un repère orthogonal. Soit f la fonction définie de [0,5 ; 5] vers IR par : $\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{x}}$

1) Détermine le sens de variation de f sur [0,5 ;5] et dresse son tableau de variation.
2) Complète le tableau de valeurs suivant :

x	0,5	1	2	4	5
$\boldsymbol{f(x)}$					

3) Trace la représentation graphique de $\boldsymbol{f}$ sur [0,5 ;5].

Corrigé

1) Sur [0,5 ; 5] f est décroissante

x	0,5 5
$f(x)$	$\searrow$

2) Complétons le tableau de valeurs suivant :

x	0,5	1	2	4	5
$\boldsymbol{f(x)}$	2	1	0,5	0,25	0,2

3) Représentation graphique de $\boldsymbol{f}$ sur [0,5 ;5].

Exercice 11

Le plan est muni d'un repère orthogonal. Soit p la fonction définie de [-4 ; -1] vers IR par :$\boldsymbol{p(x) = \frac{1}{x}}$

1) Etudie le sens de variation de p sur [-4 ;-1] et dresse son tableau de variation.
2) Complète le tableau de valeurs suivant :

x	-4	-3	-2,5	-2	-1,5	-1
$p(x)$						

3) Trace la représentation graphique de p

Corrigé

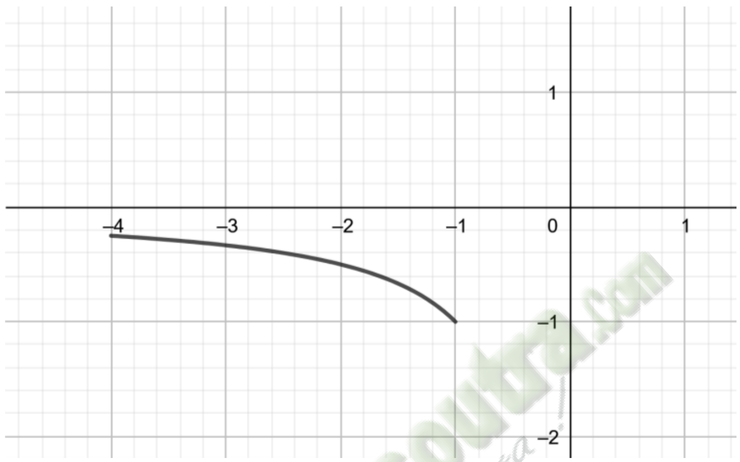
1) Sur $[-4\,;-1]$ f est décroissant

x	-4	-1
$P(x)$		

2) Complétons le tableau de valeurs suivant :

x	-4	-3	-2,5	-2	-1,5	-1
$p(x)$	- 0 ,25	-0,33	-0,4	-0 ,5	-0,66	-1

3)



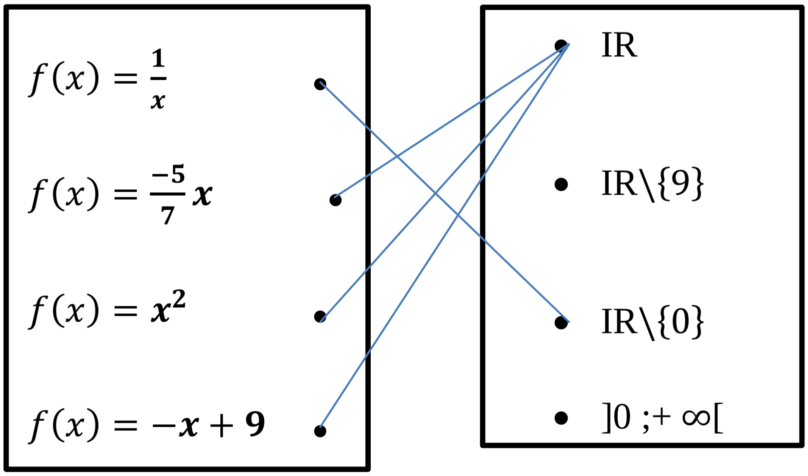
Exercice 12

Relie chaque fonction f de IR vers IR du diagramme de gauche à son ensemble de définition du diagramme de droite

- $f(x) = \frac{1}{x}$
- $f(x) = \frac{-5}{7}x$
- $f(x) = x^2$
- $f(x) = -x + 9$

- IR
- IR\{9}
- IR\{0}
-]0 ;+ ∞[

Corrigé



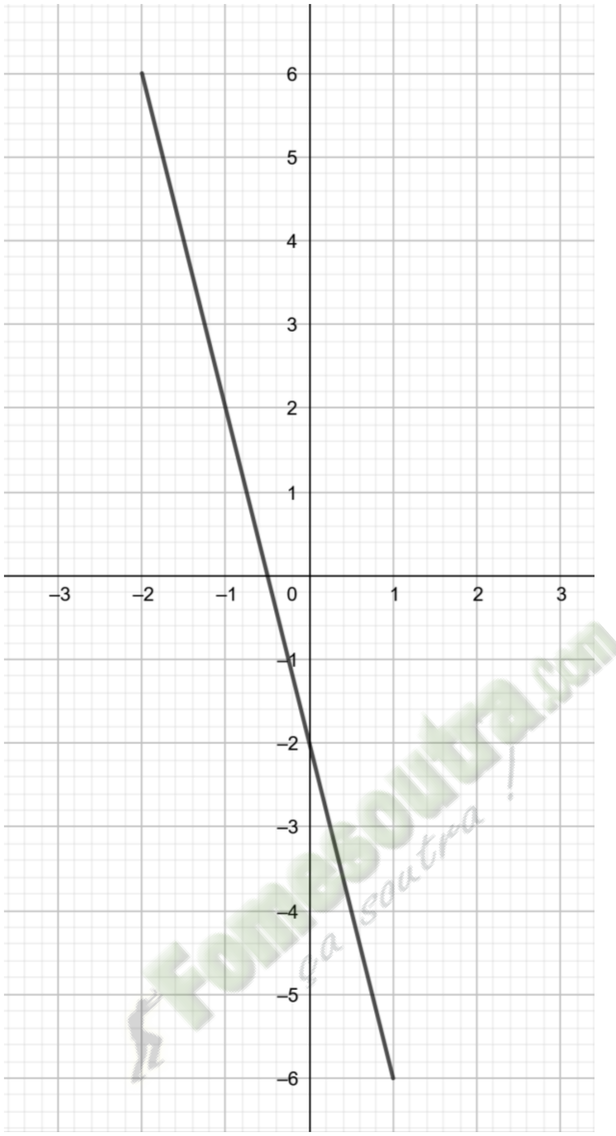
Exercice 13

On considère la fonction affine g de [-2 ;1] vers IR définie par : $g(x) = ax - 2$ où $a \in$ IR.

1) Détermine le nombre réel a pour que la représentation graphique de la fonction g passe par le point E (-1 ;2).
2) Pour la valeur de a trouvée :
   Construis la représentation graphique de g dans un repère orthogonal (O, I,J).

Corrige

1) Déterminons a
   On résout l'équation $-a - 2 = 2$ donc $a = -4$ alors $g(x) = -4x - 2$
2) a)



Exercice 14

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O,I,J), on donne les fonctions $h\ et\ p$ définies de [-3 ;3] vers IR par :

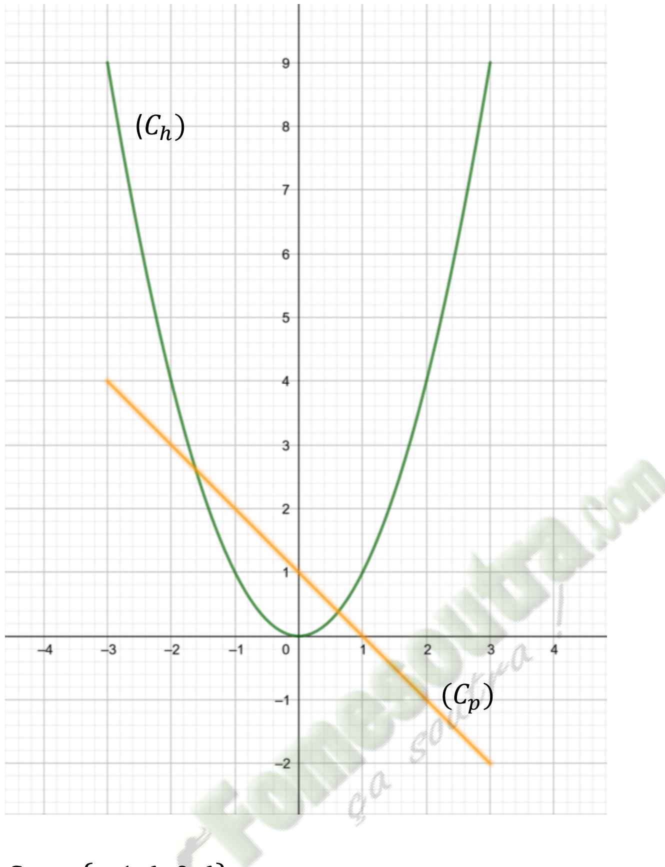
$h(x) = x^2$ et $p(x) = -x + 1$

1) Représente sur le même graphique les fonctions $h\ et\ p$.
2) Résous graphiquement sur [-3 ;3], l'équation $h(x) = p(x)$.

3) Résous graphiquement sur [-3 ;3], l'inéquation $h(x) \leq p(x)$.

Corrigé

1)



2) $S_{\mathbb{R}} = \{-1{,}6; 0{,}6\}$
3) $S_{\mathbb{R}} = [-1{,}6; 0{,}6]$

Durée : 6 heures

COMPETENCE 2 — **Traiter une situation relative à la modélisation de phénomènes aléatoires, à l'organisation et aux traitements des données**

THEME 2 — **Organisation et traitements des données**

Leçon 7 : STATISTIQUE

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Un professeur de mathématiques dans un lycée veut récompenser la classe de 2nde A qu'il tient à condition que la moitié des élèves ait une moyenne annuelle en mathématiques soit supérieure ou égale à 13 sur 20. Le professeur fournit les moyennes annuelles en mathématiques des élèves de la classe dans le tableau ci-dessous :

Moyennes annuelles en mathématiques	[6 ; 8[	[8 ; 10[	[10 ; 12[	[12 ; 14[	[14 ; 16[
Effectifs	05		18	15	10

Pour savoir s'ils peuvent avoir la récompense proposée par leur professeur, les élèves cherchent à approfondir leur connaissance sur les effectifs les effectifs cumulés.

B. CONTENU DE LA LECON

1. Effectifs cumulés décroissants – fréquences cumulées décroissantes

Dans cette partie, on suppose que les séries statistiques étudiées sont à caractères quantitatifs.

1 Effectifs cumulés décroissants

Définition

L'effectif cumulé décroissant d'une modalité est la somme des effectifs des modalités supérieures ou égales à cette modalité.

Exemple :

Modalité	12	14	15	16	17	Total
Effectifs	1	5	19	17	8	50
Effectifs cumulés décroissants	50	49	44	25	8	

Exercice de fixation

Complète par VRAI ou par FAUX, les propositions suivantes :
Dans le tableau des effectifs cumulés décroissants, le premier effectif cumulé décroissant est égal à :

a. Effectif du mode…………..
b. 100…………..
c. Effectif total…………
d. La moitié de l'effectif total…………..

Solution

a. FAUX
b. FAUX
c. VRAI
d. FAUX

2 Fréquences cumulées décroissantes

Définition

La fréquence cumulée décroissante d'une modalité, est la somme des fréquences des modalités supérieures ou égales à cette modalité.

Exemple :

Modalité	12	14	15	16	17	Total
Effectif	1	5	19	17	8	50
Fréquence en %	2	10	38	34	16	100
Fréquence cumulée décroissante	100	98	88	50	16	

Exercice de fixation

Complète par VRAI ou par FAUX, les propositions suivantes :
Dans le tableau des fréquences cumulées décroissantes en pourcentage, la première fréquence cumulée décroissante est égale à :

a. 50…………
b. 1…………..
c. 0,5…………
d. 100……….

Solution

a. FAUX
b. FAUX
c. FAUX
d. VRAI

Exercice de maison

Complète le tableau statistique ci-dessous :

Modalités	8	10	15	18	22	Total
Effectifs	7	13	16	4	5	45
Effectifs cumulés décroissants						
Fréquences cumulées décroissantes						

Solution

Modalités	8	10	15	18	22
Effectifs	7	13	16	4	5
Effectifs cumulés décroissants	45	38	25	9	5
Fréquences cumulées décroissantes en %	100	84	56	20	11

II- Moyenne et médiane d'une série statistique à caractère quantitatif :

1- Moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif .

Définition :

La moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif X, est souvent notée $\overline{X}$ et elle est la somme de toutes les valeurs prises par X divisée par nombre total de valeurs N, appelé effectif total.

Formule de calcul de $\overline{X}$

Soit le tableau statistique suivant :

Modalités	a	b	c	d	e	f
Effectifs	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6

$$\overline{X} = \frac{a\times n_1+b\times n_2+c\times n_3+d\times n_4+e\times n_5+f\times n_6}{n_1+n_2+n_3+n_4+n_5+n_6}$$

Exemple :

Modalité	12	14	15	16	17	Total
Effectif	1	5	19	17	8	50

La moyenne de cette série statistique est :

$$\overline{X} = \frac{12\times1+14\times5+15\times19+16\times17+17\times8}{50} = 15,5$$

Exercice de fixation

Le tableau ci-dessous donne la répartition des notes des élèves d'une classe de 2^{nd}A à un devoir d'anglais.

Notes	7	8	9	10	12	13	15	17
Effectifs	3	6	5	9	4	5	3	1

Calcule la moyenne de la classe à ce devoir.

Solution

$$\bar{X} = \frac{7\times3+8\times6+9\times5+10\times9+12\times4+13\times5+15\times3+17\times1}{36} = 10,5$$

Remarque : Si les modalités sont regroupées par intervalles de nombres, alors les valeurs a , b, c , d , e **et** f sont remplacées par les centres de chacun de ces intervalles dans la formule de calcul de $\overline{X}$ **.**

Exemple :

Moyennes annuelles en mathématiques	[6 ; 8[	[8 ; 10[	[10 ; 12[	[12 ; 14[	[14 ; 16[
Centre c_i	7	9	11	13	15
Effectifs n_i	9	20	18	15	10

$$\overline{X} = \frac{7\times9+9\times20+11\times18+13\times15+15\times10}{72} = 10,92$$

Exercice de fixation

Le tableau ci-dessous donne la répartition des âges des patients reçus en un mois dans un centre de santé.

Âge	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[
Effectif	16	22	34	48	80

Calcule l'âge moyen des patients de ce centre de santé.

Solution

Calculons l'âge moyen des patients.

Classes d'âge	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[
Centre	15	25	35	45	55
Effectif	16	22	34	48	80

$$\bar{X} = \frac{15 \times 16 + 25 \times 22 + 35 \times 34 + 45 \times 48 + 55 \times 80}{200} = 42{,}7$$

2. **Médiane d'une série statistique**
   3.1 Définition :

La médiane d'une série statistique dont les modalités sont rangées dans l'ordre croissant, est une valeur qui partage la population en deux séries de même effectif.

Cas pratique d'un caractère quantitatif discret :

- Si l'effectif total N est **impair,** la médiane est la $\frac{\mathrm{N}+1}{2}$ ième valeur du caractère .
- Si l'effectif total N est **pair,** la médiane est un élément de l'intervalle constitué par la $\frac{\mathrm{N}}{2}$ ième valeur et $(\frac{N}{2}+1)$ ième valeur du caractère (on prend souvent le centre).

Exemple :

Âge	12	13	15	16	17	18	19	Total
Effectifs	2	3	1	2	3	3	1	15

- Rangeons les âges par ordre croissant :
  12 ; 12 ; 13 ; 13 ; 13 ; 15 ; 16 ; 16 ; 17 ; 17 ; 17 ; 18 ; 18 ; 18 ; 19
- L'effectif total 15 est impair donc la $\frac{15+1}{2} = 8^{\text{ème}}$ valeur du caractère qui est 16 est la médiane de cette série statistique.

Exercice de fixation

Le tableau ci-dessous donne les tailles des petites plantes de 17 élèves à 10 jours après la mise en germination.

Taille en cm	0	8	12	14	16	17	18	19
Effectif	1	2	2	4	1	2	2	3

Détermine la médiane de cette série statistique.

Solution

- Rangeons les tailles par ordre croissant :
  0 ; 8 ; 8 ; 12 ; 12 ; 14 ; 14 ; 14 ; **14** ; 16 ; 17 ;17 ; 18 ; 18 ; 19 ; 19 ; 19.
- L'effectif total 17 est impair. Donc la $\frac{17+1}{2} = 9^{\text{ème}}$ valeur du caractère qui est 14 est la médiane de cette série statistique.

3.2 Détermination graphique de la médiane d'une série statistique

Cas pratique d'un caractère quantitatif continu :
Après avoir construit le polygone des effectifs cumulés décroissants :

- Chaque classe est en abscisse
- L'effectif cumulé décroissant de chaque classe est en ordonnée.

On peut faire une estimation graphique de la valeur de la médiane comme étant l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée $\frac{N}{2}$, **N** étant l'effectif total de la série statistique étudiée.

NB : On détermine de la même manière la médiane avec le polygone des fréquences cumulées décroissantes comme abscisse du point d'ordonnée 0,5.

Remarques :
-La médiane n'est pas toujours une valeur du caractère
-Une médiane peut être un nombre réel unique ou tout nombre d'un intervalle fermé de IR.

Exemple :

Âge	12	13	15	16	17	18	19	Total
Effectifs	2	3	1	2	3	3	1	15
Eff. cumulé décroissant	15	13	10	9	7	4	1	

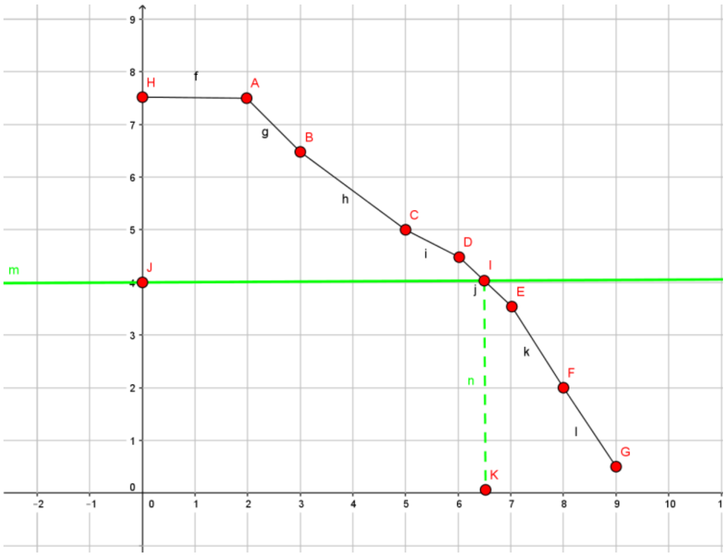


Diagramme des effectifs cumulés décroissant

Échelle : En abscisse : 2…….12 ans ; 3…….13 ans etc. (1cm ⟶ 1cm)
En ordonnée : 1cm ⟶ 2cm.

Exercice de fixation

Entoure la bonne réponse :
La médiane d'une série statistique d'effectif total N est l'abscisse du point du polygone des effectifs cumulés décroissants dont l'ordonnée est :
0,25 ; 0,5 ; 100 ; $\frac{N}{2}$; 1 ; $\frac{N}{4}$; 2N ; N.

Solution

La bonne réponse est : $\boldsymbol{\frac{N}{2}}$

3. Série chronologique

4.1 Définition :

On appelle **Série chronologique (**ou série temporelle ou série chronique**),** une suite d'observations numériques d'une grandeur effectuées à intervalles réguliers au cours du temps (Jours, Mois, Trimestres, Années).

__Exemple__ :

- La production de cacao d'un pays année par année.
- La fiche de température d'un malade jour par jour.
- La pluviométrie d'une région mois par mois

Exercice de fixation

Réponds par VRAI ou par FAUX chacune des affirmations du tableau suivant :

Affirmations	Réponses
Une série chronologique est une suite d'observations numériques	
Une série chronologique est une série dont les modalités sont des intervalles	
Une série chronologique est une série qui étudie l'évolution d'un phénomène en fonction du temps.	
Une série chronologique est l'ensemble des observations numériques faites à des périodes régulières	
Une série chronologique est une série dont le caractère est quantitatif	

Solution

Affirmations	Réponses
Une série chronologique est une suite d'observations numériques	FAUX
Une série chronologique est une série dont les modalités sont des intervalles	FAUX
Une série chronologique est une série qui étudie l'évolution d'un phénomène en fonction du temps.	FAUX
Une série chronologique est l'ensemble des observations numériques faites à des périodes régulières	**VRAI**
Une série chronologique est une série dont le caractère est quantitatif	FAUX

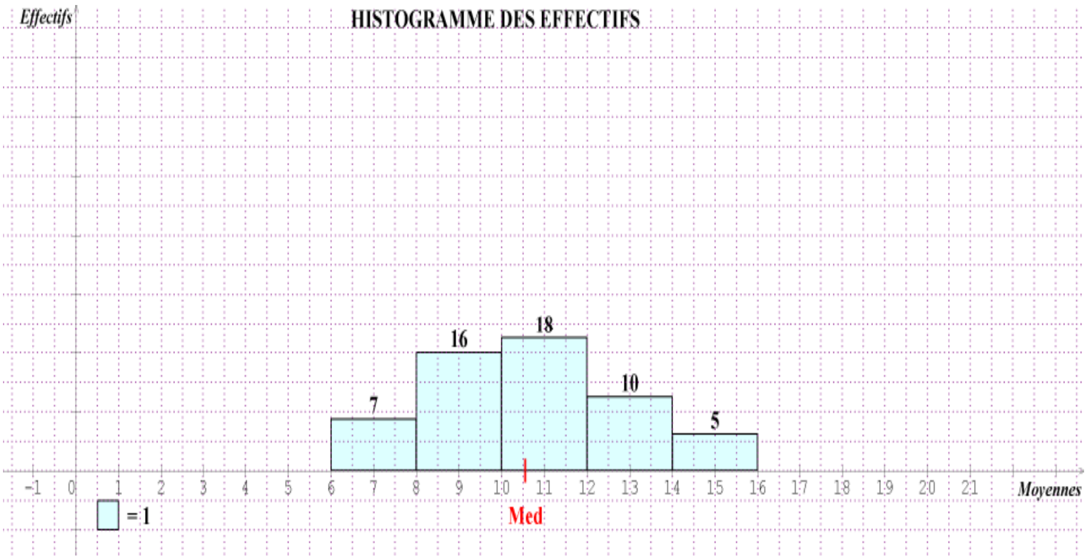
4.2 Les représentations graphiques d'une série chronologique

Une série chronologique peut être représentée par :

- Un diagramme à bandes (ou histogramme)
- Un polygone des effectifs

C. SITUATION COMPLEXE

Les élèves de ta classe de 2^{nd} A demandent à votre professeur de mathématiques de parrainer votre fête de fin d'année en vous accordant une participation financière.
Le professeur dit vouloir accepter votre doléance à condition que 75% des élèves de ta classe passent en classe supérieure c'est-à-dire qu'ils aient une moyenne générale supérieure ou égale à 10 sur 20. Tu demandes donc à l'informaticien avec l'accord de ton censeur de niveau qui te fournit le diagramme suivant :



A l'aide d'une démarche argumentée apporte une solution à la préoccupation de la classe.

Réponse :

- Pour répondre à la préoccupation de mon voisin, je vais utiliser les outils de statistique.

Pour cela, je vais :

- ✓ Calculer le nombre des élèves qui ont une moyenne supérieure ou égale à 10 sur 20
- ✓ Calculer le pourcentage de réussite de la classe
- ✓ Le pourcentage de réussite me permettra d'apporter la solution

- **Résolution**

1- Le nombre des élèves qui ont une moyenne supérieure ou égale à 10 sur 20 est : $18 + 10 + 5 = 33$.

2- Le pourcentage de réussite de la classe est : $\frac{33}{56} \times 100 = 58{,}93\%$

3- On obtient malheureusement $58{,}93\% < 75\%$, donc le professeur ne pourra pas accepter de parrainer la cérémonie de notre classe.

IV- EXERCICES

EXERCICES DE RENFORCEMENT/ APPROFONDISSEMENT

EXERCICE 1

Dans une entreprise de poissonnerie, un comptable a fourni la masse en kg des cartons de poissons vendus à son patron en fin de journée. Voici le tableau obtenu :

Masses en kg	[10 ;11[	[11 ;12[	[12 ;13[	[13 ;14[	[14 ;15[	[15 ;16[	[16 ;17[
Effectifs	8	12	10	7	18	2	8

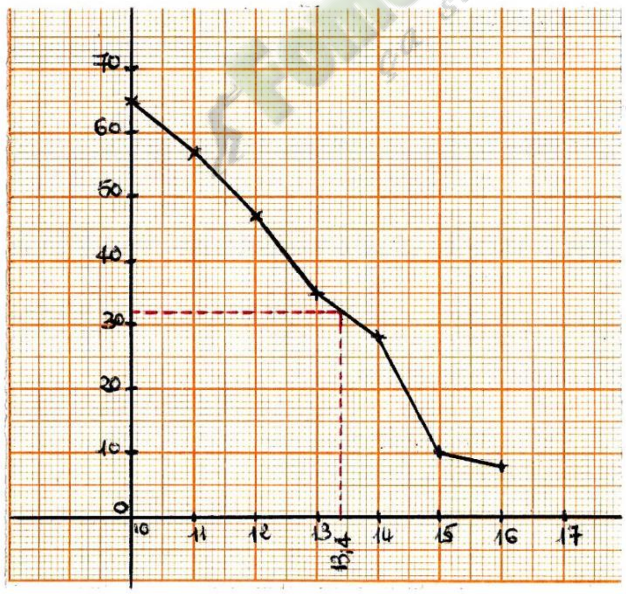
Représente le polygone des effectifs cumulés décroissants de cette série puis détermine graphiquement sa médiane

Solution

Dressons le tableau des effectifs cumulés décroissants

Masses en kg	[10 ;11[	[11 ;12[	[12 ;13[	[13 ;14[	[14 ;15[	[15 ;16[	[16 ;17[
Effectifs	8	12	10	7	18	2	8
Effectifs cumulés décroissants	65	57	47	35	28	10	8

Représentons le polygone des effectifs cumulés décroissants



Echelle : Abscisse(1cm→ 1kg)   Ordonnée(1cm→10)

D'après le graphique la médiane de cette série statistique est 13,4.

EXERCICE 2

Le tableau ci-dessous désigne la consommation en kilowattheures (Kwh) d'électricité de 200 familles d'un quartier, pour 2 mois de consommations.

Consommation en kwh	[100 ;150[	[150 ;200[	[200 ;250[	[250 ;300[	[300 ;350[
Nombre de famille	60	30	50	35	25

1) Détermine le nombre de familles qui consomme au moins 200 kwh chaque deux mois.
2) Calcule la moyenne de la quantité d'électricité consommée en deux mois par une famille.
3) Construis le polygone des effectifs cumulés décroissants.
4)
   a- Détermine graphiquement la médiane de cette série statistique.
   b- Donne une interprétation de la médiane calculée précédemment.

Solution

1) Déterminons le nombre de familles qui consomme au moins 200 kwh chaque deux mois.
   On a : 50+35+25 = 110 familles qui consomment au moins 200 kwh chaque deux mois.
2) Calculons la moyenne $\bar{X}$ de la quantité d'électricité consommée en deux mois par une famille.

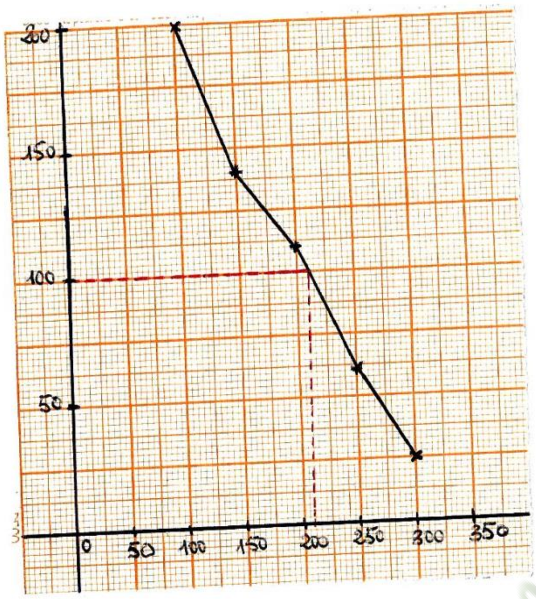
Consommation en kwh	[100 ;150[	[150 ;200[	[200 ;250[	[250 ;300[	[300 ;350[
Centre	125	175	225	275	325
Nombre de famille	60	30	50	35	25

$\bar{X} = \frac{125\times60+175\times30+225\times50+275\times35+325\times25}{200}$

$\bar{X} = 152,5$

3) Construisons le polygone des effectifs cumulés décroissants.

Consommation en kwh	[100 ;150[	[150 ;200[	[200 ;250[	[250 ;300[	[300 ;350[
Nombre de famille	60	30	50	35	25
Effectifs cumulés décroissants	200	140	110	60	25



Echelle : Abscisse(1cm→ 50 kwh) Ordonnée(2cm→ 50)

4) a- D’après le graphique la médiane de cette série statistique est 210.
   b- Interprétons ce résultat
   La moitié des familles consomme chaque deux mois au plus 210 kwh.

Durée : 4 heures

Compétence 1 Traiter une situation relative aux calculs algébriques et aux fonctions

Thème1 : calculs algébriques

LEÇON 8 : SYSTÈME D’ÉQUATIONS LINÉAIRES DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A- SITUATION D’APPRENTISSAGE

A l’occasion de leur sortie détente de fin d’année, les élèves de la classe de seconde A_1 du lycée municipal Pierre Gadié 1 ont commandé 20 bouteilles de jus de bissap et de passion à un coût de 11050 f.

La commande a été passée par l’un de leur camarade qui est allé en voyage. Compte tenu des goûts différents des uns et des autres, les élèves de la classe voudraient connaitre le nombre de chaque type de jus sachant que la bouteille de jus de bissap coûte 500f et celle de jus de passion 650f. Ils décident donc d’étudier les systèmes d’équations linéaires

B- CONTENU DE LA LECON

I)Résolution graphique d'un système d'équations linéaires

Exercice d'application

Résolvons graphiquement le système d'équations suivant (S): $\begin{cases} 2x - 3y - 1 = 0 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$

SOLUTION

dans le repère (voir figure ci-contre)

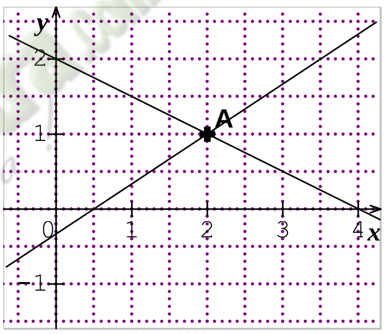
- On construit la droite (D_1) d'équation : $2x - 3y - 1 = 0$
- la droite (D_2) d'équation : $x + 2y - 4 = 0$

- On repère le point d'intersection des droites (D_1) et (D_2).

Ce point est répresenté par le point **A**

Les coordonnées du point A (2 ; 1) .

conclut que le couple (2 ; 1) est la solution du système (S).



Remarque

- **Si les droites ne sont pas secantes alors le système n'a pas de solution.**
- **Si les droites sont confondus alors le système a une infinité de solutions.**

II) Résolution algébrique d'un système d'équations linéaires

a) par substitution

.

Exercice d'application

résolvons le système d'équations suivant : $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$

SOLUTION

Soient les équations (E_1) : $x + 2y = 5$

(E_2) : $3x + y = 0$

- Dans l'équation (E_2) : $3x + y = 0$, exprimons y en fonction de x

  $3x + y = 0 \Leftrightarrow y = -3x$

- En remplaçant y par son expression en fonction de x dans l'équation (E_1)

  0n obtient : : $x + 2(-3x) = 5$

  $x - 6x = 5$

D'où $-5x = 5$

$x = -1$

Par suite on obtient $y = -3(-1) = 3$

Le couple $(-1; 3)$ est alors solution du système d'équations $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$

Point méthode

-Exprimer l'une des inconnues en fonction de l'autre (par exemple y en fonction de x) dans l'une des équations.

-Remplacer, dans l'autre équation, y par son expression en x ;

-Résoudre l'équation d'inconnue x obtenue ;

-Remplacer x par sa valeur (si elle existe) dans l'expression de y, pour obtenir la valeur de y.

Le couple solution du système est le couple (x, y).

b) Résolution par combinaison

Exercice d'application

Résolvons le système d'équations suivant : $\begin{cases} -x + y = 2 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

SOLUTION

En multipliant les deux membres de l'équation (E_1) : $-x + y = 2$ par 2

on obtient $-2x + 2y = 4$

ET le système équivalent suivant $\begin{cases} -2x + 2y = 4 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

En faisant la somme membre à membre des équations du système équivalent obtenu, on obtient : $\begin{cases} -2x + 2y = 4 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

$2y + y = 4 + 8$

$3y = 12$

$y = 4$

En remplaçant y par sa valeur dans l'équation (E_2) :$2x + y = 8$,

0n a $2x + 4 = 8$,

$2x = 4$

$x = 2$

Le couple (2 ; 4) est donc solution du système d'équations $\begin{cases} -x+y=2 \\ 2x+y=8 \end{cases}$

<u>Point méthode</u>

On cherche à obtenir une équation à une seule inconnue. Pour cela :

-Choisir une inconnue à éliminer (par exemple x)

-Multiplier les membres des équations du système de telle sorte qu'en faisant la somme ou la différence membre à membre on puisse éliminer l'inconnue choisie.

.

C- SITUATION COMPLEXE

A l'occasion de leur sortie détente de fin d'année, les élèves de la classe de seconde A_1 du lycée municipal Pierre Gadié 1 ont commandé 20 bouteilles de jus de bissap et de passion à un coût de 11050f CFA.

La commande a été passé par l'un de leur camarade qui est allé en voyage. Compte tenu des goûts différents des uns et des autres, les élèves de la classe voudraient connaitre le nombre de chaque type de jus sachant que la bouteille de jus de bissap coute 500f et celle de jus de passion 650f.

Julie dit à sa voisine Miriam qu'il y aura plus de bouteilles de jus de bissap que de passion ; Miriam n'est pas du même avis qu'elle il s'en suit une discussion .

En te servant de tes connaissances mathématiques dit qui de Julie et de Miriam a raison.

SOLUTION:

- ce problème porte sur Les systèmes d'équations linéaires dans IR× ℝ

Pour résoudre ce problème nous allons utiliser :

- Les systèmes d'équations linéaires dans IR× ℝ
- Déterminer un système de deux équations dans IR× ℝ
- Résoudre ce système par la méthode de combinaison ou de substitution
- Dire qui de Julie et de Miriam a raison

<u>Choix des inconnues</u>

Soit x le nombre de bouteilles de jus de bissap et y le nombre de bouteilles de passion

<u>Mise en équation</u>

$$\begin{cases} x+y=20 \\ 500x+650y=11050 \end{cases}$$

<u>Résolution du système</u>

$$\begin{cases} x+y=20 \\ 500x+650y=11050 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=20 \\ 10x+13y=221 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10x-10y=-200 \\ 10x+13y=221 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -10x - 10y = -200 \\ 10x + 13y = 221 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13 \\ y = 7 \end{cases}$$

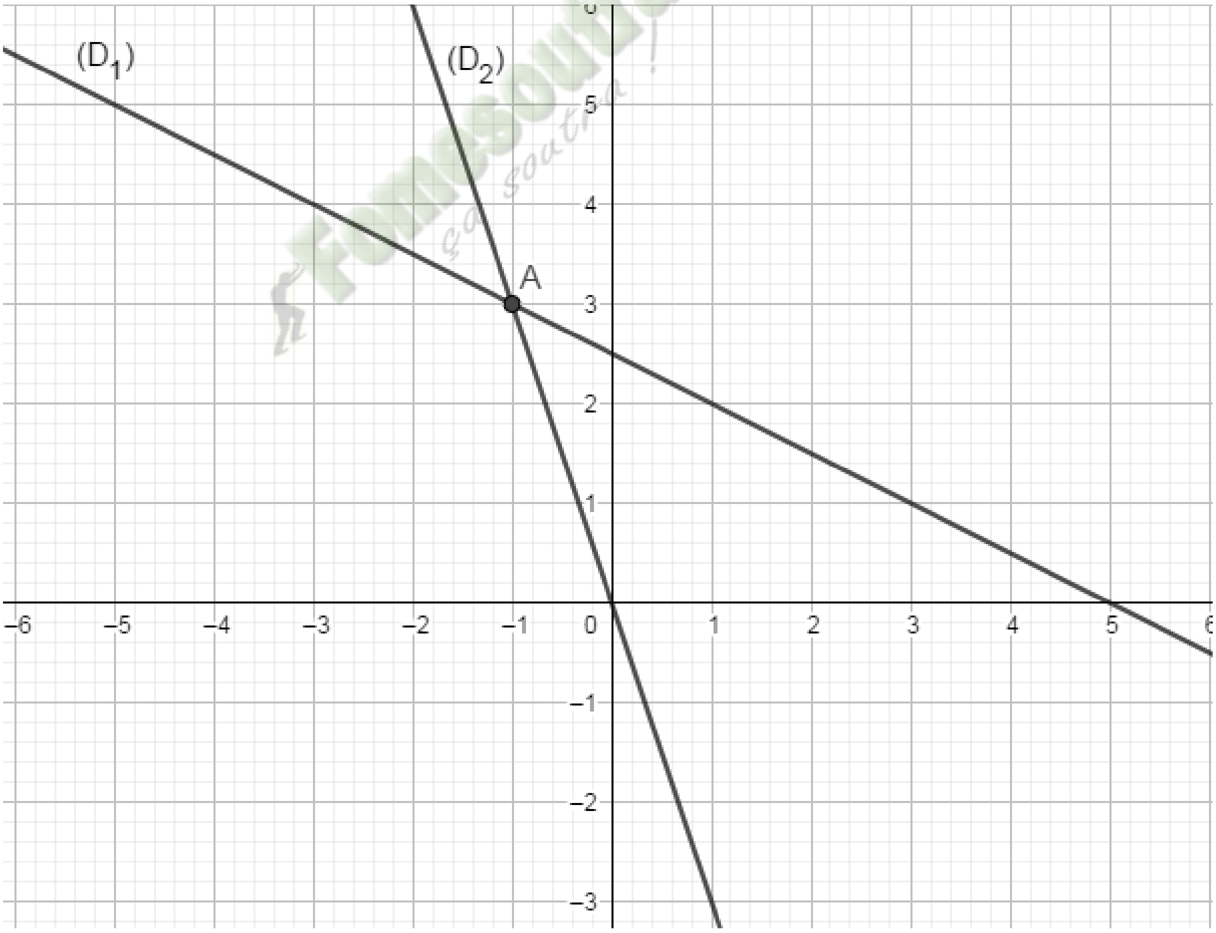
Il y a au total 13 bouteilles de bissap et 7 bouteilles de passion donc Julie a raison

D- EXERCICES

EXERCICES DE FIXATIONS

Exercice 1

Résous graphiquement le système d'équations suivant $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$



SOLUTION

dans le repère (voir figure ci-dessous)

On construit la droite (D_1) d'équation $x + 2y - 5 = 0$

la droite (D_2) d'équation $3x + y = 0$)

On repère le point d'intersection des droites (D_1) et (D_2).

Le couple de coordonnées de ce point est (-1 ; 3)

On conclut que le couple (-1 ; 3) est la solution du système (S).

Exercice 2

Résous par substitution le système d'équations suivant $\begin{cases} -x + y = 2 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

SOLUTION

Dans l'équation (E1) : $-x + y = 2, \ Y = 2 + x$.

En remplaçant y par son expression en fonction de x dans l'équation (E2) : $2x + y = 8$, on obtient :

$$2x + 2 + x = 8$$
$$3x + 2 = 8$$
$$3x = 6$$
$$x = 2$$

Donc $y = 2 + 2$,

$$y = 4$$

Le couple (2 ; 4) est alors solution du système d'équations $\begin{cases} -x + y = 2 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

Exercice 3

Résous par combinaison le système d'équations suivant $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

SOLUTION

En multipliant les deux membres de l'équation (E_2) : $2X + Y = 4$ par -2 , on obtient le système équivalent suivant : $\begin{cases} 3X + 2Y = 5 \\ -4X - 2Y = -8 \end{cases}$

En faisant la somme membre à membre des équations du système équivalent obtenu, on obtient : $-X = -3$

$$X = 3$$

En remplaçant X par sa valeur dans l'équation (E_1) : $3X + 2Y = 5$,

0n a : $3\times3 + 2Y = 5$

$$9+2Y = 5$$
$$2Y = -4$$
$$Y = -2$$

Le couple (3 ; -2) est donc solution du système d'équations $\begin{cases} 3X + 2Y = 5 \\ 2X + Y = 4 \end{cases}$

EXERCICES DE RENFORCEMENT/D'APPROFONDISSEMENT

EXERCICE 1

Jean possède dans sa caisse une somme de 750f CFA constituée seulement de pièces de 25f CFA et de 50f CFA. Le nombre de pièces de 25f CFA est le triple du nombre de pièces de 50f CFA.
Trouve le nombre de chaque type de pièces

Solution

Choix des inconnues

Soit x le nombre de pièces de 25 f CFA et y le nombre de pièces de 50f CFA.

Mise en équation

$$\begin{cases} 25x + 50y = 750 \\ x = 3y \end{cases}$$

Résolution du système

En remplaçant x par son expression en fonction de y dans l'équation
(E1) : $25x + 50y = 750$, on obtient : $75y + 50y = 750$

$$125y = 750$$

$$y = 6$$

En remplaçant y par sa valeur dans l'équation (E2) : $x = 3y$, on a :

$x = 3\text{x}6$

$x = 18$

Jean a donc dans sa caisse 18 pièces de 25 f CFA et 6 pièces de 50 f CFA.

EXERCICE 2

Le fermier KOHOU élève des pintades et des moutons. On dénombre dans sa ferme 200 têtes et 580 pattes.

Détermine le nombre de pintades et moutons de KOHOU.

Solution

Choix des inconnues

Soit x le nombre de pintades et y le nombre de moutons.

Mise en équation

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 2x + 4y = 580 \end{cases}$$

Résolution du système

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 2x + 4y = 580 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -400 \\ 2x + 4y = 580 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 200 \\ 2y = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 110 \\ y = 90 \end{cases}$$

Il y a 110 pintades et 90 moutons dans la ferme de KOHOU.