CORRIGES DES EXERCICES

Fomesoutra.com
ça soutra !

STATISTIQUES

CORRIGES DES EXERCICES

MATHS

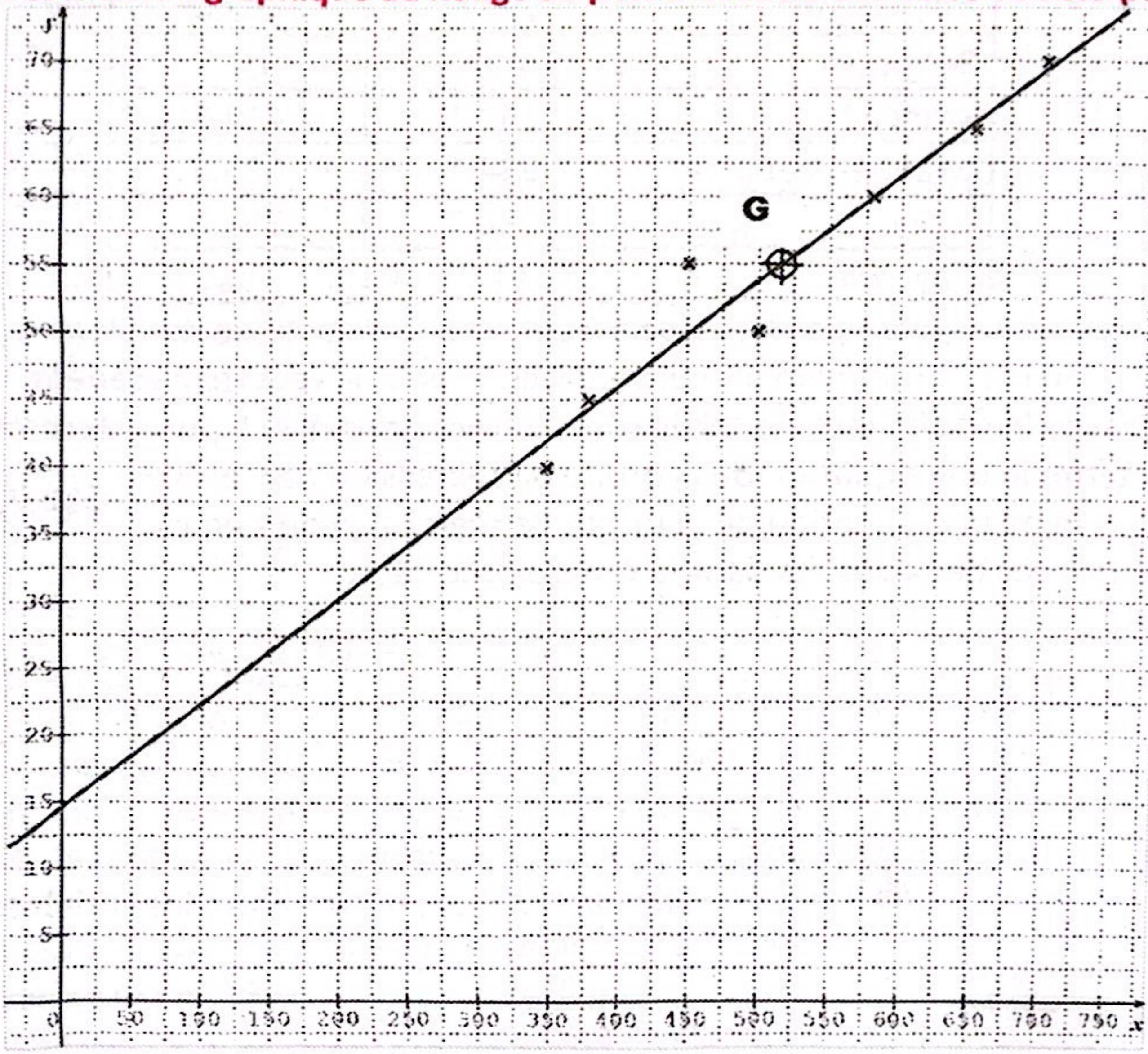
TLE D

BY TEHUA
2025

Fomesoutra.com
ça soutra !

EXERCICE 1 BAC 2009 Session normale

1 Représentation graphique du nuage de points associé à la série double (X, Y).



Pour les calculs ci-après, on pourra s'aider du tableau suivant :

x_i	y_i	$x_i.y_i$	x_i^2	y_i^2	
350	40	14000	122500	1600	
380	45	17100	144400	2025	
500	50	25000	250000	2500	
450	55	24750	202500	3025	
580	60	34800	336400	3600	
650	65	42250	422500	4225	
700	70	49000	490000	4900	
3610	**385**	**206900**	**1968300**	**21875**	Total

2 a Calcul de $\overline{X}$ le chiffre d'affaires moyen.

$$\overline{X}=\frac{\sum X_i}{N}=\frac{350+380+500+450+580+650+700}{7}=\frac{3610}{7}=515{,}714$$

b Calcul de $\overline{Y}$ le coût moyen de production.

$$\overline{Y}=\frac{\sum Y_i}{N}=\frac{40+45+50+55+60+65+70}{7}=\frac{385}{7}=55$$

3 a Vérifions qu'un arrondi à l'entier de cov (X, Y) est égal à 1193.

$$\operatorname{cov}(X,Y)=\frac{\sum Y_i \bullet X_i}{N}-\overline{X}\bullet\overline{Y}$$

$$=\frac{350\times40+380\times45+500\times50+450\times55+580\times60+650\times65+700\times70}{7}-515{,}714\times55$$

$$\operatorname{cov}(X,Y)=1192{,}86\simeq1193$$

b Justifions l'existence d'un ajustement linéaire entre X et Y.

$$r=\frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sqrt{V(X)\bullet V(Y)}}$$

$$V(X)=\frac{\sum X_i^{\,2}}{N}-\overline{X}^2=\frac{350^2+380^2+500^2+450^2+580^2+650^2+700^2}{7}-515{,}714^2$$

$$V(X)=15224{,}6$$

$$V(Y)=\frac{\sum Y_i^{\,2}}{N}-\overline{Y}^2=\frac{40^2+45^2+50^2+55^2+60^2+65^2+70^2}{7}-55^2$$

$$V(Y)=100$$

$$r=\frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sqrt{V(X)\bullet V(Y)}}=\frac{1193}{\sqrt{15224{,}6\times100}}=0{,}967$$

$0{,}87\leq|r|\leq1$: il existe alors une forte corrélation linéaire entre les variables X et Y

L'on peut donc faire un ajustement linéaire entre X et Y.

4 a Equation de la droite (D) d'ajustement de Y en fonction de X.

$$(D): y=ax+b$$

$$a=\frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{V(X)}=\frac{1193}{15224{,}6}=0{,}078$$

$$\overline{y}=a\overline{x}+b \Rightarrow b=\overline{y}-a\overline{x}=55-0{,}078\times515{,}714=14{,}593$$

$$(D): y=0{,}078x+14{,}593$$

b ((D) passe par le point moyen G (515,714 ; 55))

Tableau de valeurs

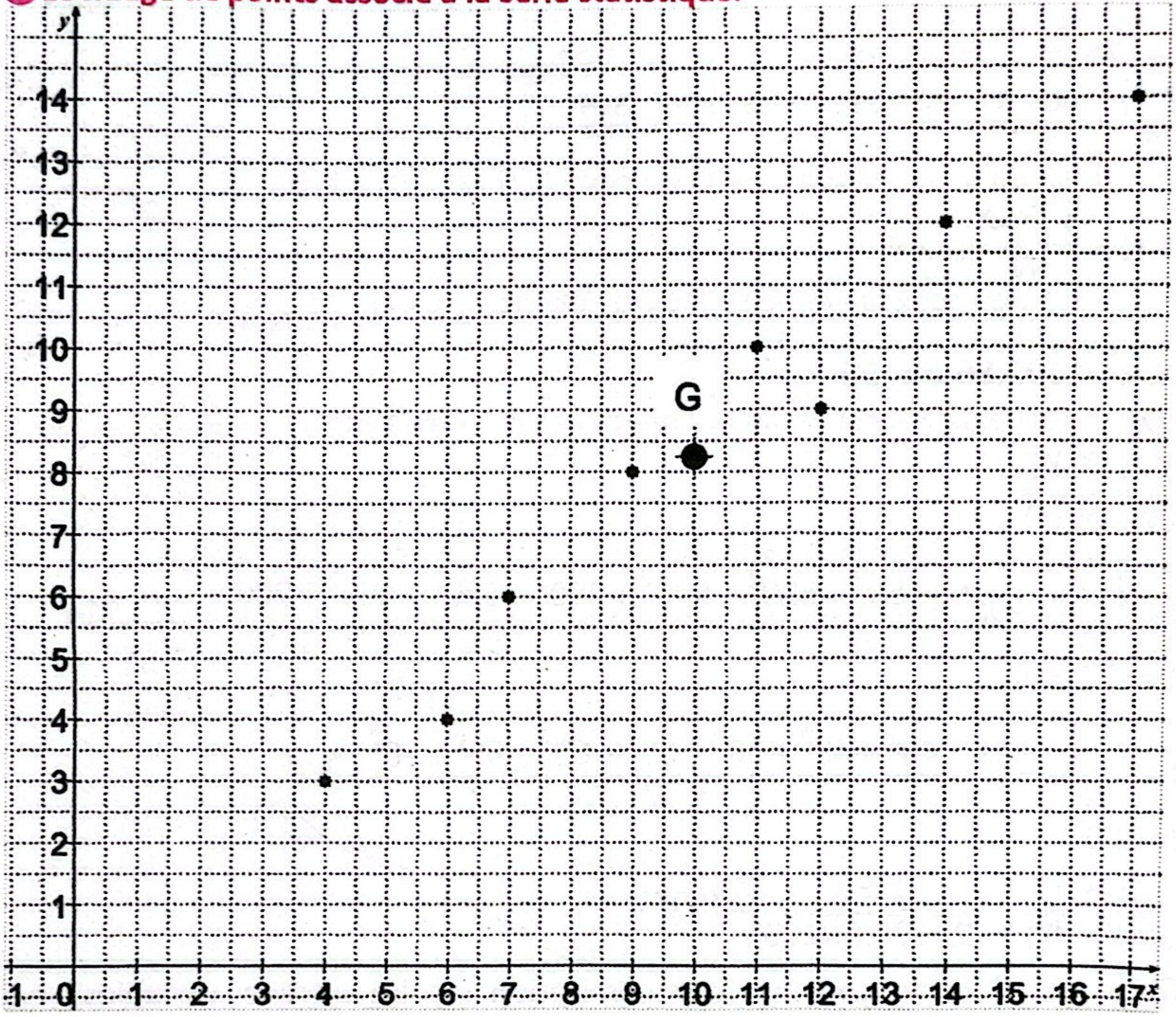
X	515,714	0
Y	55	14,593

5 Coût de production Y de l'entreprise Ivoirbois de l'année 2007 si le chiffre d'affaires de l'année 2007 est de X= 800 millions de francs.

y = 0,078 × 800 + 14,593 = 76,993 millions

EXERCICE 2 BAC 2008 session normale

1 Le nuage de points associé à la série statistique.



Pour les calculs ci-après, on pourra s'aider du tableau suivant :

x_i	y_i	$x_i.y_i$	x_i^2	y_i^2	
4	3	12	16	9	
6	4	24	36	16	
7	6	42	49	36	
9	8	72	81	64	
11	10	110	121	100	
14	12	168	196	144	
12	9	108	144	81	
17	14	238	289	196	
80	**66**	**774**	**932**	**646**	Total

② Les coordonnées du point moyen G du nuage.

$$\left.\begin{array}{l} X_G = \overline{X} = \dfrac{4+6+7+9+11+14+12+17}{8} = \dfrac{80}{8} = 10 \\ Y_G = \overline{Y} = \dfrac{3+4+6+8+10+12+9+14}{8} = \dfrac{66}{8} = 8{,}25 \end{array}\right\} \Rightarrow G(10;8{,}25)$$

③ ⓐ Vérifions que la covariance cov (X, Y) de la série statistique est égale à $\frac{57}{4}$

$$COV(X;Y) = \sum_{i=1}^{8} x_i \times y_i - \overline{X} \times \overline{Y}$$

$$COV(X;Y) = \frac{4\times3+6\times4+7\times6+9\times8+11\times10+14\times12+12\times9+17\times14}{8} - 10\times\frac{66}{8}$$

$$COV(X;Y) = \frac{774}{8} - \frac{660}{8} = \frac{114}{8} = \frac{57}{4}$$

ⓑ Soit r le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.

$$V(X) = \frac{4^2+6^2+7^2+9^2+11^2+14^2+12^2+17^2}{8} - 10^2 = \frac{33}{2} = 16{,}5$$

$$V(Y) = \frac{3^2+4^2+6^2+8^2+10^2+12^2+9^2+14^2}{8} - \left(\frac{33}{4}\right)^2 = \frac{203}{16} = 12{,}68$$

$$COV(X;Y) = \frac{57}{4} = 14{,}25 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{COV(X;Y)}{\sqrt{V\ X\ .V\ Y}} = 0{,}98$$

④ Déterminons une équation de la droite (D) de régression de Y en X.

$y = ax + b$ avec $a = \dfrac{COV(X;Y)}{V\ X}$ et $b = \overline{Y} - a\overline{X}$

$$a = \frac{COV(X;Y)}{V\ X} = \frac{\frac{57}{4}}{\frac{33}{2}} = \frac{19}{22}$$

$$b = \overline{Y} - a\overline{X} = \frac{66}{8} - \frac{19}{22}\times10 = \frac{66}{8} - \frac{190}{22} = \frac{1452-1520}{176} = -\frac{68}{176} = -\frac{17}{44}$$

$$y = ax + b = \frac{19}{22}x + \left(-\frac{17}{44}\right) \Rightarrow y = \frac{19}{22}x - \frac{17}{44}$$

⑤ Sur la base de cet ajustement linéaire, calculons la note probable de mathématiques d'un candidat qui a obtenu 15 sur 20 en sciences physiques.

$$y = \frac{19}{22}x - \frac{17}{44} \Rightarrow \frac{19}{22}x = y + \frac{17}{44} \Rightarrow x = \frac{22}{19}\left(y + \frac{17}{44}\right)$$

Pour $y = 15$, on obtient: $x = \dfrac{22}{19}\left(15 + \dfrac{17}{44}\right) = \dfrac{22}{19}\left(\dfrac{660+17}{44}\right) = \dfrac{22}{19}\left(\dfrac{677}{44}\right)$

Soit $X = \dfrac{677}{38} = 17{,}81 \simeq 18$

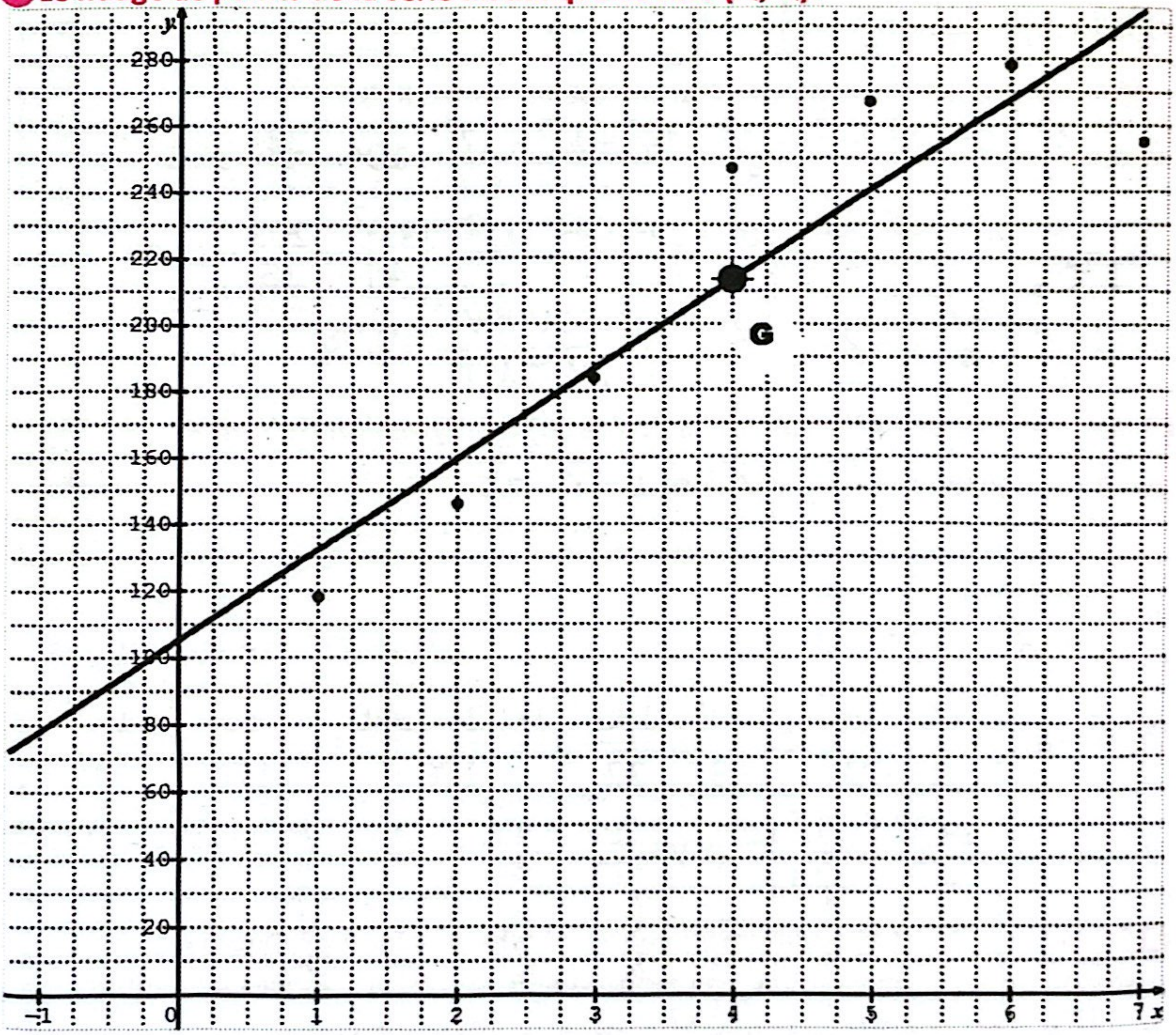
EXERCICE 3 Bac D 2000. Session de remplacement

1. La coopérative a obtenu 278 tonnes d'anacarde en 1999.

2. **Tableau statistique.**

Ordre X_i de l'année de production	1	2	3	4	5	6	7
Année de production	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Quantité Y_i de production (en tonnes)	118	146	184	247	267	278	255

3. **Le nuage de points de la série statistique double (X_i, Y_i).**



On pourra s'aider du tableau ci-dessous pour calculer les différentes valeurs statistiques

x_i	y_i	$x_i.y_i$	x_i^2	y_i^2	
1	118	118	1	13924	
2	146	292	4	21316	
3	184	552	9	33856	
4	247	988	16	61009	
5	267	1335	25	71289	
6	278	1668	36	77284	
7	255	1785	49	65025	
28	**1.495**	**6.738**	**140**	**343.703**	Total

$$\overline{X}=\frac{28}{7}=4 \ ; \ \overline{Y}=\frac{1495}{7}=213,571$$

$$V(X)=\frac{140}{7}-4^2=4 \ ; \ V(Y)=\frac{343703}{7}-(213,571)^2=3487,857$$

$$Cov(X,Y)=\frac{6738}{7}-(4\times 213,571)=108,287$$

❹ Coefficient de corrélation linéaire de la distribution statistique (X_i, Y_i).

$$r=\frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{\sqrt{V(X)\times V(Y)}}=\frac{108,286}{\sqrt{4\times 3487,857}}=0,9167\approx 0,92$$

❺ La corrélation entre les variables X et Y est-elle bonne ? Justifie.

$r=0,92>0,87 \Rightarrow$ il existe une bonne corrélation entre les variables X et Y.

❻ Equation de la droite de régression qui permet d'estimer l'année en fonction de la production.

Il s'agit de la droite de régression de x en y.

$$a'=\frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{V(Y)}=\frac{108,286}{3487,857}=0,031 \quad \text{et} \quad b'=\overline{X}-a'\overline{Y}=4-0,031\times 213,571=-2,62$$

Donc l'équation de la droite de régression est : $x=0,031\,y-2,62$

❼ Année de production de 350 tonnes par la coopérative.

Il s'agit ici, de déterminer x sachant que y = 350

$x=0,031\times 350-2,62=8,23$

C'est donc la 8ème année que la coopérative produira 350 tonnes.

EXERCICE 4

1

a $\overline{X}=4,81$; $\overline{Y}=4,08$

b $V(X)=2,97$; $V(Y)=2,68$

c $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{2,97}=1,72$; $\sigma(Y)=\sqrt{V(Y)}=\sqrt{2,68}=1,64$

2 $r\simeq 0,98$.

$0,87\leq|r|\leq 1$, il existe donc une bonne corrélation entre les importations et les exportations.

EXERCICE 5

Par la méthode des moindre carrés, on a obtenu l'équation de la droite de régression de y en x suivante : y = 9x + 0,6

1 Calculons $\overline{X}$

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_i}{5}=1,6$$

2 Expression de $\overline{Y}$ en fonction de a.

$$\overline{Y}=\frac{\sum_{i=1}^{5}y_i}{5}=\frac{55+t}{5}$$

3 Trouvons la valeur de a.

On a : $y=9x+0,6=ax+b$ avec $b=\overline{Y}-a\overline{X}$

Donc : $\frac{55+t}{5}-9\times 1,6=0,6$

D'où t = 20.