

EXERCICE 1 : 2 points

Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3. Les calculatrices scientifiques non graphiques ; les tables trigonométriques et de logarithmes sont autorisées. Le candidat utilisera une feuille de papier millimétré pour les représentations graphiques des fonctions

EXERCICE 1 : 2 points

Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de vrai (V) si l'affirmation est vraie ou suivie de Faux (F) si elle est fausse.

- 1- Soit A et B deux événements indépendants d'un univers U et de probabilités non nulles notées $P(A)$ et $P(B)$. On a alors $P_A(B) = P(A)$.
- 2- Les racines n -ièmes de l'unité sont : $z_k = e^{i\frac{2k\pi}{n}} = \cos\left(\frac{2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{2k\pi}{n}\right)$ où $k \in \{0; 1; \dots; n-1\}$
- 3- Soit g une fonction deux fois dérivables sur son domaine de définition D_g et de courbe représentative (C_g) dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) . La courbe (C_g) admet un point d'inflexion si sa dérivée seconde g'' s'annule sans changer de signe.
- 4- La primitive sur l'intervalle $]0; +\infty[$ de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ qui s'annule en 1 est la fonction $x \mapsto \ln x$

EXERCICE 2 : 2 points

Pour chacune des affirmations (1, 2, 3 et 4) suivantes, quatre réponses (A, B, C et D) sont proposées dont une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la réponse vraie.

- 1- Soit $M(z)$ et $M'(z')$ deux point du plan complexe. L'écriture complexe associée à l'homothétie h de rapport -2 et de centre Ω d'affixe $3 - i$ tel que $h(M) = M'$ est :
A) $z' = -2z - 9 + 3i$ B) $z' = -2z + 9 - 3i$ C) $z' = -2z - 9 - 3i$ D) $z' = -2z - 3 - 9i$
- 2- Soit X une variable aléatoire de loi de probabilité :

$X = x_i$	-1	2	5
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$

La fonction de répartition F de la variable aléatoire X est définie par :

- A) $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; -1], F(x) = 0 \\ \forall x \in]-1; 2], F(x) = \frac{2}{7} \\ \forall x \in]2; 5], F(x) = \frac{3}{7} \\ \forall x \in]5; +\infty[, F(x) = 1 \end{cases}$ B) $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; -1], F(x) = 0 \\ \forall x \in]-1; 2], F(x) = \frac{2}{7} \\ \forall x \in]2; 5], F(x) = \frac{3}{7} \\ \forall x \in]5; +\infty[, F(x) = 1 \end{cases}$ C) $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; -1], F(x) = 0 \\ \forall x \in]-1; 2], F(x) = \frac{2}{7} \\ \forall x \in]2; 5], F(x) = \frac{3}{7} \\ \forall x \in]5; +\infty[, F(x) = 1 \end{cases}$ D) $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; -1], F(x) = 0 \\ \forall x \in]-1; 2], F(x) = \frac{2}{7} \\ \forall x \in]2; 5], F(x) = \frac{3}{7} \\ \forall x \in]5; +\infty[, F(x) = 1 \end{cases}$

- 3- Soit une série statistique double (X, Y) telle qu'il y a une corrélation linéaire parfaite et positive entre X et Y alors le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y noté r est tel que
A) $r = -1$ B) $r = 0$ C) $r = 1$ D) $r = 0,87$
- 4- Soit l'équation différentielle (E) : $y' - 2y = 0$. Une solution de (E) est la fonction :
A) $x \mapsto 2\ln x$ B) $x \mapsto e^{2x}$ C) $x \mapsto e^{-2x}$ D) $x \mapsto 2e^x$

EXERCICE 3 : 3 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

Soit A, B et D trois points du plan et d'affixes respectifs $z_A = -2i$, $z_B = -1 + i$ et $z_D = 2 + 2i$.

On considère la similitude directe $\mathcal{S}$ de centre A qui transforme D en B.

- 1- a) Justifie que l'écriture complexe de $\mathcal{S}$ est : $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)z - (1 + i)$.
 b) Déduis-en le rapport et l'angle de cette similitude $\mathcal{S}$.
 c) Détermine l'affixe du point O' image du point O par $\mathcal{S}$.
- 2- Soit (C) le cercle de centre O et de rayon $2\sqrt{2}$.
 a) Justifie que le point D appartient à (C) puis construis (C) .
 b) Détermine et construis (C') l'image de (C) par $\mathcal{S}$.

EXERCICE 4 : 3,5 points

Un sondage effectué dans un conservatoire de musique révèle que :

60 % des élèves jouent de l'instrument à corde (C).

45 % des élèves jouent de l'instrument à vent (V)

10 % des élèves jouent à la fois des deux instruments à vent et à corde.

- 1- On choisit au hasard un élève dans le conservatoire :
 a) Donne les probabilités $P(C)$, $P(V)$ puis $P(C \cap V)$
 b) Déduis-en la probabilité de l'événement D : « l'élève choisit joue de l'instrument à corde ou à vent »
 c) Justifie que la probabilité de l'événement E : « l'élève choisit joue un et un seul instrument parmi les deux instruments proposés » est tel que $P(E) = 0,85$
 d) Calcule $P_C(V)$.
- 2- Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2. On choisit au hasard n élèves.
 a) Justifie que la probabilité P_n qu'au moins un des élèves joue un instrument à corde est $P_n = 1 - 0,4^n$.
 b) Détermine le plus petit entier naturel n_0 tel que $P_n \geq \frac{999}{1000}$

EXERCICE 5 : 4,5 points

On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = e^{\frac{\ln x}{x}} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$. On note (C_f) sa courbe représentative

dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O ; I ; J)$ d'unité graphique 2 cm.

- 1- a- Justifie que f est continue en 0.
 b- Justifie que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ puis donne une interprétation graphique du résultat.
- 2- a- Montre que $\forall x \in]0; +\infty[, \frac{f(x)}{x} = e^{\left(\frac{1}{x}-1\right)\ln x}$
 b- Justifie que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)-f(0)}{x} = 0$ puis donne une interprétation graphique du résultat.
- 3- Soit f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $]0; +\infty[$. On admet que f est dérivable sur $]0; +\infty[$.
 a- Démontre que $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \left(\frac{1-\ln x}{x^2}\right)e^{\frac{\ln x}{x}}$
 b- Donne les variations de f puis dresse le tableau de variation de f .
- 4- Soit φ la restriction de f sur l'intervalle $[0; e[$.
 a- Démontre que φ réalise une bijection de $[0; e[$ vers un intervalle K que l'on déterminera.
 b- Soit φ^{-1} la bijection réciproque de φ sur l'intervalle K et on note $(C_{\varphi^{-1}})$ sa courbe représentative.
 Construis dans le même repère (C_f) et $(C_{\varphi^{-1}})$

EXERCICE 6 : 5 points

Dans le processus du programme "ECOLE POUR TOUS", l'Etat a fait construire un Lycée situé dans le département d'Akoupé.

Situé en pleine zone rurale non électrifiée, un dispositif d'énergie solaire doit être installé afin d'alimenter pendant les 8 heures de la journée, les 10 ampoules et 2 ordinateurs du lycée.

Chaque ampoule consomme 0,04 KW et chaque ordinateur consomme 0,15 KW pendant les huit heures de la journée (de 8h00 à 16h00)

- La puissance instantanée (en KW) fournie par un panneau solaire pour alimenter pendant 8 heures avant décharge complète est modélisé par la fonction P définie sur $[0 ; 8]$ par $P(t) = (8 - t)^2 e^{t-8}$ où t désigne le temps écoulé en heures. (Le dispositif s'arrête automatiquement faute de rayon du soleil)

L'économe et le directeur du lycée discutent du nombre de panneau solaire à faire installer pour assurer le fonction des ampoules et ordinateurs sur la base de la puissance moyenne P_m fournie par un panneau solaire pendant les huit heures.

Le directeur et L'économe doivent s'accorder pour valider la liste des besoins.

Le directeur affirme qu'un seul panneau suffira tandis que l'économe pense qu'il en faudra deux. Ils te sollicitent pour les départager.

En te servant des outils mathématiques au programme, départage les deux responsables.