

**EXERCICE 1 : 2 points**

Pour chaque énoncé numéroté, écris le numéro suivi de Vrai si l'énoncé est vrai ou suivi de faux sinon.

N°	Enoncés
1	Pour tout nombre réel $0 < k < 1$ , la fonction $x \mapsto \log_k(x)$ est strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$
2	Pour tout nombre réel $a > 0$ , La fonction sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto a^x$ est équivalente à la fonction $x \mapsto e^{x \ln a}$
3	Soit $f$ une fonction définie et continue sur un intervalle $[a; b]$ . La valeur moyenne de $f$ sur $[a; b]$ est égale à $\frac{1}{a-b} \int_a^b f(x) dx$
4	Soit $n \in \mathbb{N}$ et $\theta \in \mathbb{R}$ , d'après la formule d'Euler : $\cos(n\theta) = \frac{e^{in\theta} + e^{-in\theta}}{2}$

**EXERCICE 2 : 2 points**

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	ENONCES INCOMPLETS	REPNSES	
1	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto e^{3x-5}$ est....	A	$x \mapsto e^{3x-5}$
		B	$x \mapsto \frac{1}{3} e^{3x-5}$
		C	$x \mapsto \frac{1}{5} e^{3x-5}$
		D	$x \mapsto 3e^{3x-5}$
2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - x^2)$ est égale à.....	A	1
		B	0
		C	$-\infty$
		D	$+\infty$
3	Toute fonction $f$ continue et strictement décroissante sur un intervalle $E$ définie ..... de $E$ vers $f(E)$ .	A	une dérivabilité
		B	une continuité
		C	une bijection
		D	une primitive
4	Soit la suite numérique $(u)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 6 - (u_n)^2 \end{cases}$ . La suite $(u)$ a pour limite .....	A	2
		B	5
		C	10
		D	6

**EXERCICE 3 : 3 points**

Soit  $k$  un nombre réel non nul et  $z$  un nombre complexe. On considère l'équation (E) telle que :  
 (E) :  $z \in \mathbb{C}, z^2 - 2kz + k^2 + 1 = 0$ .

1- Résous (E) pour  $k = 2$ .

2-a) Résous (E) pour tout  $k$  quelconque non nul. (On pourrait faire apparaître une égalité remarquable)

b) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé  $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$ , on désigne par A et B les points d'affixes respectives  $z_1$  et  $z_2$  solutions de l'équation (E).

c) Détermine les valeurs possibles de  $k$  pour que le triangle OAB soit équilatéral.

d) Détermine les valeurs possibles de  $k$  pour que le triangle OAB soit rectangle en O.

EXERCICE 4 : 3,5 points

Le tableau suivant indique, pour chaque année donnée, le nombre de milliers de mariages constatés en Côte d'Ivoire.

Année	2012	2014	2016	2018	2020	2022	2024
Rang de l'année : $x_i$	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de mariages (en milliers) : $y_i$	395	374	$p$	334	312	$q$	266

Les questions 1 et 2 sont indépendantes :

Les nombres de milliers de mariages constatés en 2016 et en 2022 ont été égarés. Ces valeurs avaient permis, par la méthode des moindres carrés d'obtenir comme équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$  :  $y = -22x + 397$ .

1-a) Détermine le nombre de mariages en 2022.

b) A partir de quelle année, si l'évolution reste semblable au cours des années à venir, y'aura-t-il deux fois moins de mariage qu'en 2012 ?

2-a) Calcule la moyenne  $\bar{x}$  et la variance  $V(x)$  de la variable  $x$ .

b) Exprime en fonction de  $p$  et de  $q$  la moyenne  $\bar{y}$  de  $y$  et la covariance  $\sigma_{xy}$  de  $x$  et de  $y$ .

c) Démontre que  $p = 335$  et  $q = 281$ .

EXERCICE 5 : 4,5 points

On considère la fonction  $h$  définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par  $h(x) = \frac{1+\ln x}{x}$ . On note  $(C_h)$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé direct  $(O ; I ; J)$  d'unité graphique 5 cm.

1- Calcule la limite de  $h$  en 0 puis en  $+\infty$ . Interprète graphiquement chacun des résultats obtenus.

2- Soit  $h'$  la fonction dérivée de  $h$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ . On admet que  $h$  est dérivable sur  $]0; +\infty[$ .

a- Démontre que  $\forall x \in ]0; +\infty[, h'(x) = \frac{-\ln x}{x^2}$

b- Donne les variations de  $h$  puis dresse le tableau de variation de  $h$ .

3- Détermine une équation de la tangente (T) à  $(C_h)$  au point d'abscisse  $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$

4- Trace la courbe  $(C_h)$ , la tangente (T), les asymptotes relatives à  $(C_h)$ .

5- Soit  $g$  la fonction définie et dérivable sur  $]0; +\infty[$  par  $g(x) = (\ln x)^2$ .

a- Détermine la dérivée  $g'$  de  $g$  et déduis –en une primitive  $H$  de  $h$  sur  $]0; +\infty[$ .

(On pourra réécrire  $h(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$ )

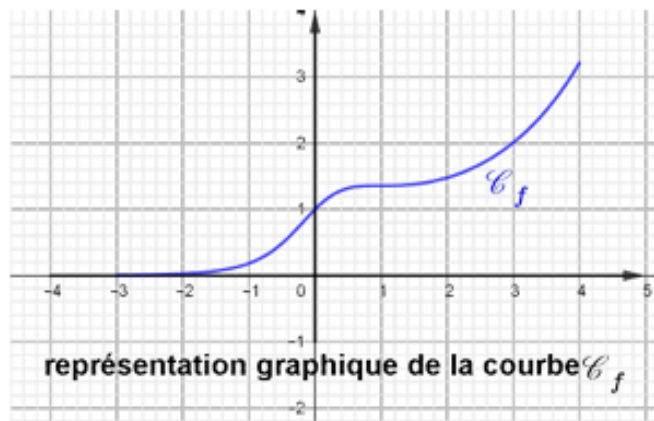
b- Calcule la valeur exacte de l'aire en  $\text{cm}^2$  du domaine délimité par la courbe  $(C_h)$ , l'axe  $(OI)$  et les droites d'équation  $x = \frac{1}{e}$  et  $x = 2$ .

EXERCICE 6 : 5 points

Un Directeur d'école primaire veut faire installer un toboggan pour les activités récréatives des écoliers. Il prend attache auprès d'une entreprise qui le met en contact avec des concepteurs.

Les concepteurs de toboggan utilisent la courbe  $(C_f)$  de la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-3; 4]$  par  $f(x) = \frac{e^x}{1+x^2}$  comme profil du toboggan.

Ils estiment que le toboggan assure de bonnes sensations si le profil possède au moins deux points d'inflexion.



Le directeur veut vérifier si le plan proposé par les concepteurs est conforme à leur propos. Ne sachant comment s'y prendre. Il te sollicite.

Réponds à la préoccupation du directeur.