

EXERCICE 1 : 2 points

Pour chaque énoncé numéroté, écris le numéro suivi de Vrai si l'énoncé est vrai ou suivi de faux sinon.

N°	Enoncés
1	Soit un nombre complexe non nul z tel que $z = a + bi$ où a et b sont deux nombres réels non nuls. Les racines carrées de z de la forme $\delta = x + yi$ où les nombres réels x et y sont vérifient le système : $\begin{cases} x^2 + y^2 = a + bi \\ x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$
2	Pour tout nombre réel $\omega > 0$, l'équation différentielle $y'' + \omega^2 y = 0$ a pour ensemble de solution la fonction $A\cos(\omega x) + B\sin(\omega x)$, A et B étant des nombres réels.
3	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, On place les points A, B, C et D d'affixes respectifs z_A, z_B, z_C et z_D . Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_C} = k$ où $k \in \mathbb{R}$
4	Soit s une similitude directe de centre Ω , de rapport k et d'angle de mesure $\theta \in]-\pi; \pi[$. Pour tout point M du plan complexe distinct du centre Ω , $s(M) = N \Leftrightarrow \begin{cases} AN = kAM \\ \text{Mes}(\widehat{AM; AN}) = \theta \end{cases}$

EXERCICE 2 : 2 points

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	ENONCES INCOMPLETS	REPONSES	
1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{1+x} = \dots$	A	$-\infty$
		B	0
		C	1
		D	$+\infty$
2	Le nombre complexes $(1 - i)^4$ a pour forme algébrique...	A	-4
		B	$8i$
		C	1
		D	4
3	Le plus petit entier naturel n tel que $1 - (0,42)^n > 0,9999$ est ...	A	12
		B	10
		C	11
		D	9
4	La solution dans $]0; +\infty[\times]0; +\infty[$ du système $\begin{cases} \ln x + \ln y = 3 \\ 2\ln x - \ln y = 0 \end{cases}$ est ...	A	$(1; 2)$
		B	$(e^2; e)$
		C	$(e; e^2)$
		D	Aucune solution

EXERCICE 3 : 2 points

Dans une usine, Trois machines M_1 , M_2 et M_3 produisent respectivement 50 %, 30 % et 20 % des pièces. Parmi les pièces produites, il y a respectivement pour M_1 , M_2 et M_3 , 2 %, 3 % et 5 % de pièces défectueuses. On notera D : « la pièce choisie est défectueuse ».

- 1- Construis l'arbre pondéré traduisant cette situation.
- 2- Calcule la probabilité d'obtenir :
 - a- Une pièce défectueuse
 - b- Une pièce défectueuse provenant de la machine M_1 .

EXERCICE 4 : 4 points

Soit h la fonction numérique définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par $h(x) = \frac{2+3x}{4+x}$. On considère une suite

numérique (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = h(u_n) \end{cases}$ où $h(u_n) = \frac{2+3u_n}{4+u_n}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

- 1- Démontre que h est croissante sur $[0 ; 4]$.
- 2- Démontre par récurrence que :
 - a- (u_n) est décroissante
 - b- $1 \leq u_n \leq 3$
- 3- Déduis-en la convergence de la suite (u_n) .
- 4- On admet que (u_n) admet une limite finie notée ℓ .
 - a- Montre que cette limite est solution de l'équation : $\ell^2 + \ell - 2 = 0$
 - b- Détermine la limite de la suite (u_n)

EXERCICE 5 : 5 points

On considère la fonction f définie par $\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = x - x \ln x + 1 \text{ si } x > 0 \end{cases}$ et la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = 2 + \frac{\ln x}{1+x}$

Dans le repère orthogonal (O, I, J) tel que $OI = 2$ cm et $OJ = 2$ cm, on note (C_f) sa courbe représentative de f et (C_g) sa courbe représentative de g .

- 1- a- Justifie que f est continue en 0.
b- Montre que $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x} = +\infty$ puis interprète graphiquement le résultat.
- 2- Dresse le tableau de variation de f sur $[0 ; +\infty[$.
- 3- a- Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique notée α .
b- Vérifie que $3,5 < \alpha < 3,6$.
c- Justifie que : $\begin{cases} \forall x \in]0 ; \alpha[, f(x) > 0 \\ \forall x \in]\alpha ; +\infty[, f(x) < 0 \end{cases}$
- 4- a- Montre que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x) = -\infty$.
b- Interprète graphiquement les deux résultats qui précèdent.
- 5- On admet que g est dérivable sur $]0 ; +\infty[$.
 - a- Montre que $\forall x \in]0 ; +\infty[, g'(x) = \frac{f(x)}{x(1+x)^2}$
 - b- Déduis-en les variations de g puis dresse son tableau de variation.
- 6- Trace la courbe (C_g) ainsi que ses asymptotes.
- 7- Justifie que $\ln \alpha = \frac{1+\alpha}{\alpha}$.
- 8- a- A l'aide d'une intégration par partie démontre que $\int_1^\alpha x \ln x dx = \frac{(1+\alpha)^2}{4}$
b- Calcule en fonction de α , l'aire $\mathcal{A}$ en cm^2 de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f) , l'axe (OI) des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \alpha$.

EXERCICE 6 : 5 points

Dans le cadre du programme national de transformation numérique initié par le gouvernement de ton pays, une compagnie de télécommunication décide d'implanter un pylône dans ta localité afin de réduire la fracture numérique et favoriser :

- L'accès aux plateformes éducatives en ligne par apprenants
- Le développement des transactions mobiles pour les mobiles money et paiement de factures et achats en ligne.
- L'amélioration de la fluidité des informations concernant les services sociaux (santé, impôts, accréditations foncières etc).

Ce pylône aura une couverture réseau délimitée par l'ensemble (ϕ) des points z du plan complexe tels que $|z - 2 + i| \leq 8$.

Un quartier de cette localité où réside un de tes ami de classe, a la forme d'un triangle dont les sommets ont pour affixes les solutions de l'équation $z^3 - (5 + 7i)z^2 - (4 - 25i)z - 12i + 30$.

L'un des sommets ayant pour couple de coordonnées $(0 ; 2)$.

Epatés par les spots publicitaires, tous les habitants dudit quartier désirent s'abonner à cette compagnie, cependant ils se demandent si leur quartier est totalement couvert par le réseau avant de s'y engager.

Ne sachant pas comment s'y prendre, il te sollicite.

En utilisant tes connaissances en Mathématiques, réponds à leur préoccupation.