MATHÉMATIQUES

2nde A

Corrigé

Auteurs

ARRICO Lucie
Professeur de lycée

AKÉ Djebri Antonin
Professeur de lycée

Vallesse

ISBN : 978-2-916532-56-1

CORRIGÉ

Leçon 1 : Calcul numérique

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

1) $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{8+15}{20}=\frac{23}{20}$.

2) $\frac{12}{7}\times\frac{21}{48}=\frac{12\times7\times3}{7\times4\times12}=\frac{3}{4}$.

3) $\frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{8}}=\frac{4}{3}\times\frac{8}{5}=\frac{32}{15}$.

4) $\frac{1}{\frac{3}{2}}=1\times\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$.

Exercice 2

a) $\frac{4}{2,5}-\frac{7}{5}=\frac{8}{5}-\frac{7}{5}=\frac{1}{5}$.

b) $\frac{1,5}{4}\times\frac{8}{3}=\frac{\frac{3}{2}}{4}\times\frac{8}{3}=\frac{3}{2}\times\frac{1}{4}\times8$

$=\frac{3\times8}{8}=3$.

c) $\frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{2}{3}-\frac{5}{2}}=\frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{11}{6}}=\frac{1}{2}\times\frac{6}{11}=\frac{3}{11}$.

Exercice 3

$1\rightarrow C$; $2\rightarrow A$; $3\rightarrow B$; $4\rightarrow C$; $5\rightarrow A$.

Exercice 4

a) $3^4\times3^7=3^{4+7}$

$=3^{11}$

b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2\times3^4=\frac{2^2}{3^2}\times3^4$

$=2^2\times3^2$

$=6^2$

c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2\times(-2)^4=-\frac{1}{2}\times2^4$

$=-1\times2^3$

$=-2^3$.

d) $\frac{11^{21}}{11^{15}}=11^{21-15}$

$=11^6$.

e) $(2^7)^{-2}=2^{7\times(-2)}$

$=2^{-14}$.

f) $\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^3=\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\right)^3$

$=\left(\frac{1}{3}\right)^3$.

g) $\left(\frac{2}{5}\right)^{12}\times\left(\frac{2}{5}\right)^{13}=\left(\frac{2}{5}\right)^{12+13}$

$=\left(\frac{2}{5}\right)^{25}$.

h) $2^9\times0,5^8=2^9\times\left(\frac{1}{2}\right)^8$

$=2^9\times\frac{1}{2^8}=2$.

i) $\left(-\frac{5}{3}\right)^8\times\left(-\frac{25}{9}\right)^{-4}=\left(\frac{5}{3}\right)^8\times\left[\left(\frac{5}{3}\right)^2\right]^{-4}$

$=\left(\frac{5}{3}\right)^8\times\left(\frac{5}{3}\right)^{-8}$

$=1$.

Exercice 5

a) $8^{-5}\times2^{12}$

$=2^{-15}\times2^{12}$

$=2^{-15+12}$

$=2^{-3}$.

b) $(-2)^5\times(-2)^{-3}$

$=2^5\times2^{-3}$

$=2^{5-3}$

$=2^2$.

c) $-2^{-5} \times 2^{8} \times 2$
$= -2^{-5+8+1}$
$= -2^{-5+9}$
$= -2^{4}$.

d) $(2^{3} \times 2^{-4})^{2} \times (2^{2})^{3} \times 2^{-5}$
$= 2^{6} \times 2^{-8} \times 2^{6} \times 2^{-5}$
$= 2^{6-8+6-5}$
$= 2^{12-13}$
$= 2^{-1}$

Exercice 6

$1 \rightarrow c$; $2 \rightarrow b$; $3 \rightarrow c$; $4 \rightarrow a$; $5 \rightarrow b$.

Exercice 7

Étapes	Numéros
$\frac{2(1+\sqrt{3})}{-2}$	4
$\frac{2(1+\sqrt{3})}{1^{2}-(\sqrt{3})^{2}}$	2
$-1-\sqrt{3}$	6
$\frac{2+2\sqrt{3}}{1-3}$	3
$\frac{2(1+\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}$	1
$\frac{1+\sqrt{3}}{-1}$	5

Exercice 8

1) $\sqrt{2} + 3\sqrt{8} - 6\sqrt{50}$
$= \sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 30\sqrt{2}$
$= (1 + 6 - 30)\sqrt{2}$
$= -23\sqrt{2}$.

2) $3\sqrt{112} - 2\sqrt{7} - 5\sqrt{28}$
$= 3 \times \sqrt{16 \times 7} - 2\sqrt{7} - 10\sqrt{7}$
$= (12 - 2 - 10)\sqrt{7}$
$= 0$

3) $7\sqrt{5} - \sqrt{20} - \sqrt{45}$
$= 7\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$
$= (7 - 2 - 3)\sqrt{5}$
$= 2\sqrt{5}$.

4) $\sqrt{2} + \sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{8}}$
$= \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}}$
$= \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}$
$= \frac{4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{2}}{4}$
$= \frac{5\sqrt{2}}{4}$.

5) $\sqrt{1080} = \sqrt{2^{3} \times 3^{3} \times 5}$
$= 2 \times 3\sqrt{2 \times 3 \times 5}$
$= 6\sqrt{30}$.

6) $\sqrt{243} - 3\sqrt{75} + \sqrt{192}$
$= \sqrt{3^{5}} - 3\sqrt{3 \times 5^{2}} + \sqrt{3 \times 2^{6}}$
$= 9\sqrt{3} - 15\sqrt{3} + 8\sqrt{3}$
$= (9 - 15 + 8)\sqrt{3}$
$= 2\sqrt{3}$.

CORRIGÉ

Exercice 9

$$\sqrt{8} \times \sqrt{72} \times \sqrt{144}$$
$$= 2\sqrt{2} \times \sqrt{2^3 \times 3^2 \times 12^2}$$
$$= 2\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times 12$$
$$= (2 \times 6) \times 2 \times 12$$
$$= 288.$$

ou

$$\sqrt{8} \times \sqrt{72} \times \sqrt{144}$$
$$= \sqrt{8 \times 72 \times 144}$$
$$= \sqrt{82944}$$
$$= 288.$$

$$\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{242}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{2 \times 11^2}} = \frac{9}{11\sqrt{2}}$$
$$= \frac{9\sqrt{2}}{22}.$$

$$(\sqrt{11} + 3)^2$$
$$= 11 + 6\sqrt{11} + 9$$
$$= 6\sqrt{11} + 20$$

$$(4 - \sqrt{5})(2 + 3\sqrt{5})$$
$$= 8 + 12\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 15$$
$$= 10\sqrt{5} - 7.$$

Exercice 10

$$\frac{2}{\sqrt{11}} = \frac{2\sqrt{11}}{\sqrt{11} \times \sqrt{11}}$$
$$= \frac{2\sqrt{11}}{11}.$$

$$\frac{3}{3+\sqrt{2}} = \frac{3(3-\sqrt{2})}{9-2}$$
$$= \frac{9-3\sqrt{2}}{7}.$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+2)}{5-4}$$
$$= \frac{5+2\sqrt{5}}{1}$$
$$= 5+2\sqrt{5}.$$

$$\frac{\sqrt{7}-3}{\sqrt{7}+3} = \frac{(\sqrt{7}-3)(\sqrt{7}-3)}{7-9}$$
$$= \frac{7-3\sqrt{7}-3\sqrt{7}+9}{-2}$$
$$= 3\sqrt{7}-8.$$

$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{14}+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{14}-\sqrt{7})}{14-7}$$
$$= \frac{7\sqrt{2}-7}{7}$$
$$= \sqrt{2}-1.$$

Exercice 11

: 7 × 7

8	5	**12**
56	35	84

: 2,65 ×2,65

4	11	$\mathbf{\frac{365}{53}}$
10,6	**29,15**	18,25

CORRIGÉ

Exercice 12

a) $\dfrac{17}{100} \times 16000\,\text{F} = 2720\,\text{F}.$

b) $\dfrac{2,5}{100} \times 30 = 0,75\,\text{Kg}.$

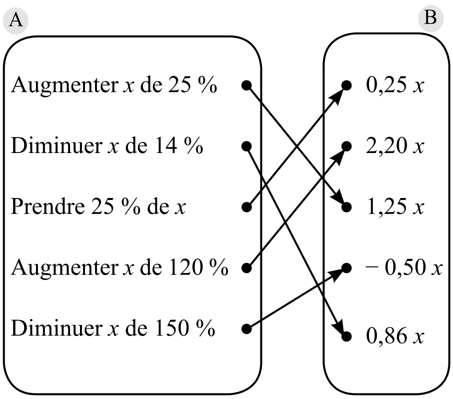
c) $\dfrac{0,2}{100} \times 2400 = 4,8\,\text{m}.$

Exercice 13

$\dfrac{21}{140} \times 100 = 15\,\%.$

Donc 21 kg = 15 % de 140 kg.

Exercice 14



IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 15

L1 → FAUX

L2 → VRAI

L3 → FAUX

L4 → VRAI

L5 → VRAI

L6 → VRAI

L7 → FAUX.

Exercice 16

$$\frac{-7}{5} + \frac{11}{5} = \frac{-7+11}{5} = \frac{4}{5}.$$

$$\frac{6}{14} - \frac{5}{7} = \frac{6-10}{14} = \frac{-4}{14} = -\frac{2}{7}.$$

$$\frac{5}{4} - \frac{7}{6} = \frac{6\times5-4\times7}{4\times6} = \frac{1}{12}.$$

$$2 - \frac{18}{11} = \frac{22-18}{11} = \frac{4}{11}.$$

Exercice 17

$$\frac{45}{6} : 5 = \frac{45}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{3\times3\times5}{3\times2\times5} = \frac{3}{2}.$$

$$\left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{3}{5} = -\frac{5}{12} \times \frac{3}{5} = -\frac{1}{4}.$$

$$\frac{1}{-1+\frac{1}{5}} = \frac{1}{-\frac{4}{5}} = -\frac{5}{4}.$$

CORRIGÉ

$$\frac{\frac{9}{2}-1}{\frac{11}{7}-2}=\frac{\frac{7}{2}}{\frac{-3}{7}}$$
$$=\frac{7}{2}\times\left(-\frac{7}{3}\right)$$
$$=-\frac{49}{6}.$$

$$\frac{5}{3}\div\frac{40}{27}=\frac{5}{3}\times\frac{27}{40}$$
$$=\frac{9}{8}.$$

$$2+\frac{1}{5}-\frac{2}{3}=\frac{11}{5}-\frac{2}{3}$$
$$=\frac{23}{15}.$$

Exercice 18

Tableau 1 : $\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$; $\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$; $\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$.
Donc ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

Tableau 2 : $\frac{15}{10}=\frac{3}{2}$; $\frac{30}{20}=\frac{3}{2}$; $\frac{50}{30}=\frac{5}{3}$.
Donc ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

Tableau 3 : $\frac{2,4}{3}=\frac{4}{5}$; $\frac{3,2}{4}=\frac{4}{5}$; $\frac{4}{5}=\frac{4}{5}$.
Donc c'est un tableau de proportionnalité.

Exercice 19

1) $\frac{3}{100}\times 3,80\text{ m}=0,114\text{ m}$

2) $\left(1-\frac{3}{100}\right)\times 3,80\text{ m}=3,686\text{ m}$

Exercice 20

4,5 cm × 100 000 = 450 000 cm = 4,5 km.

Exercice 21

Soit x le prix initial de cet article :
$\left(1-\frac{50}{100}\right)\left(1-\frac{30}{100}\right)x=15\,000\text{ F}.$

$0,35\,x=15\,000\text{ F}\Longrightarrow x=\frac{15000\text{ F}}{0,35}=42\,857,142.$

Exercice 22

1) $\frac{15}{100}\times\frac{30}{100}=0,045\times 100=4,5\ \%.$

2) $\frac{30}{100}\times\frac{15}{100}\times 100=4,5\ \%.$

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 23

1) $\frac{80}{200}\times 100=40\ \%.$

2) $\frac{60}{100}\times 300=180.$

3) $\frac{80+180}{500}\times 100=52\ \%.$

Exercice 24

a) $\left(1+\frac{15}{100}\right)\times 12\,000\text{ F}=13\,800\text{ F}.$

b) $\left(1-\frac{25}{100}\right)\times 25\,000\text{ F}=18\,750\text{ F}.$

c) $\left(1+\frac{20}{100}\right)\left(1-\frac{25}{100}\right)\times 800\text{ F}=720\text{ F}.$

d) $\left(1-\frac{20}{100}\right)x=52\,000\text{ F}\Longrightarrow x=65\,000\text{ F}.$

Exercice 25

a) $\frac{12}{100}\times 75=9$ cadres.

b) $\frac{35}{75}\times 100=46,66\ \%.$

c) $\frac{5}{35}\times 100=14,28\ \%.$

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 26

1) Le coefficient de proportionnalité :

$\frac{270\text{ g}}{360\text{ g}}=0,75.$

Le coefficient de proportionnalité est de 0,75.

CORRIGÉ

2) Remplissons le tableau

$\times 0{,}75$

24 œufs	**18 œufs**
4 cuillères à café de rhum	**3**
20 cl de crème	**15 cl**
160 g de farine	120 g
360 g de chocolat	**270 g**
200 g de raisin	**150 g**

Leçon 2 : Calcul littéral

IV.Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

$(2a-b)^2 =$	$a^2-2ab+b^2$
$(a+b)^2 =$	$4a^2-4ab+b^2$
$(a-b)(a+b) =$	$4a^2-b^2$
$(a-b)^2 =$	$a^2+2ab+b^2$
$(2a+b)(2a-b) =$	a^2-b^2

Exercice 2

a) $(x+8)^2 = x^2 + 2 \times x \times 8 + 8^2$
$= x^2 + 16x + 64.$

b) $(5x+2)^2 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 2 + 2^2$
$= 25x^2 + 20x + 4.$

Exercice 3

a) $(x-1)^2 = x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2$
$= x^2 - 2x + 1$

b) $(4x-3)^2 = 16x^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2$
$= 16x^2 - 24x + 9$

Exercice 4

a) $(2x-3)(2x+3) = 4x^2 - 9$

b) $(4x-1)(4x+1) = 16x^2 - 1$

Exercice 5

$4-(2a+b) =$	$4-2a-b$	X
$2a+(4b-2) =$	$2a+4b-2$	X

Exercice 6

$2x^2 + 4x^2 =$	$6x^2$	X
$5x^7 + 8x^7 =$	$13x^7$	X

Exercice 7

$\frac{x}{2} + 3$; $2x^2 + 5x + 7$; $\frac{3-x}{5}$

$2x^3 + \frac{7}{5}x$.

Exercice 8

a) $(x-2)(2x+5) + (x-2)(7x+1)$
$= (x-2)(2x+5+7x+1)$
$= (x-2)(9x+6)$

b) $(7x-2)(x+2) - (7x-2)(3x-1)$
$= (7x-2)(x+2-3x+1)$
$= (7x-2)(-2x+3)$

CORRIGÉ

c) $(4x-1)(x+3)-(x+8)(x+3)$
$= (x+3)(4x-1-x-8)$
$= (x+3)(3x-9)$

Exercice 9

$(2x^2-3x)^2 = (2x^2)^2 - 2 \times (2x^2) \times (3x) + (3x)^2$
$= 4x^4 - 12x^3 + 9x^2$.

$(5x^3+2)^2 = (5x^3)^2 + 2 \times 5x^3 \times 2 + 2^2$
$= 25x^6 + 20x^3 + 4$.

$(7x-3x)(7x+3) = (7x)^2 - 3^2$
$= 49x^2 - 9$.

Exercice 10

a) $2x^2 - 5x + 4x^3 + 6 + x^4 = x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 5x + 6$.

b) $x + 2 - 5x^2 = -5x^2 + x + 2$.

Exercice 11

a) $7x^4 - 5x^4 + 10x^2 + 4x^2 = 2x^4 + 14x^2$.
b) $3x^2 - 4x + 5x^2 + 2x + 1 = 8x^2 - 2x + 1$.

Exercice 12

a) $P = 5 \times 15^2 - 2 \times 7$
$= 112\,5 - 14$
$= 1111$.
b) $P = 20 \times 2^3 - 2 \times 5^2 + 1$
$= 160 - 50 + 1$
$P = 111$.

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 13

a) $x^2 - 16 = x^2 - 4^2$
$= (x-4)(x+4)$.

b) $x^2 + 2x + 1 = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2$
$= (x+1)^2$.

c) $25x^2 - 1 = (5x)^2 - 1^2$
$= (5x-1)(5x+1)$

d) $x^2 - 2 = x^2 - \sqrt{2}^2$
$= (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$.

Exercice 14

a) $24x^4 - 6x^6 = 2x^4(1 - 3x^4)$

b) $(x+3)(5x-2) + (15x-6)(7x+1)$
$= (x+3)(5x-2) + 3(5x-2)(7x+1)$
$= (5x-2)(x+3+21x+3)$
$= (5x-2)(22x+6)$.

Exercice 15

a) $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2$
$= (2x-3)(2x+3)$.

b) $(2x-3)^2 - (2x+3)^2$
$= (2x-3+2x+3)(2x-3-2x-3)$
$= 4x \times (-6)$
$= -24x$.

c) $9x^2 + 12x + 4 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2$
$= (3x+2)^2$.

d) $25x^2 - 20x + 4 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2$
$= (5x-2)^2$.

e) $25(x-1)^2 - 4(3x+2)^2$
$= [5(x-1) - 2(3x+2)][5(x-1) + 2(2x+2)]$
$= -(x+9)(9x-1)$.

f) $x^3 - 27 + (x-3)(2x+5)$
$= x^3 - 3^3 + (x-3)(2x+5)$
$= (x-3)(x^2+3x+9) + (x-3)(2x+5)$
$= (x-3)(x^2+3x+9+2x+5)$
$= (x-3)(x^2+5x+14)$.

Exercice 16

$(x+2)(5x-1) + x^2 - 4$
$= (x+2)(5x-1) + (x+2)(x-2)$
$= (x+2)(5x-1+x-2)$
$= (x+2)(6x-3)$.

$25x^2 - 9 + (7x+6)(5x-3)$
$= (5x-3)(5x+3) + (7x+6)(5x-3)$
$= (5x-3)(5x+3+7x+6)$
$= (5x-3)(12x+9)$.

$x^3(x+1) + x^2 + 2x + 1 = x^3(x+1) + (x+1)^2$
$= (x+1)(x^3+x+1)$.

CORRIGÉ

Exercice 17

a) $(2x-1)(2x-2)+3(10x-10)+4x^2-4$
$=(2x-1)(2x-2)+15(2x-2)+(2x-2)(2x+2)$
$=(2x-2)(2x-1+15+2x+2)$
$=(2x-2)(4x+16).$

b) $(3x-2)(x^2+1)-(x^3+2)(2-3x)$
$=(3x-2)(x^2+1)+(x^3+2)(3x-2)$
$=(3x-2)(x^2+1+x^3+2)$
$=(3x-2)(x^3+x^2+3).$

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 18

a) $(x-4)(x^2+4x+16)=x^3-4^3$
$=x^3-64.$

b) $(-4x-1)(16x^2-4x+1)=(-4x)^3-1^3$
$=-64x^3-1.$

Exercice 19

a) $(x+2)(x^2-2x+4)=x^3+2^3$
$=x^3+8.$

b) $(a+3)(a^2-3a+9)=a^3+3^3$
$=a^3+27.$

Exercice 20

a) $(5x^2-2)(2x+1)-(9x+4)(9x-4)+5x^3+x$
$=10x^3+5x^2-4x-2-(9x)^2+4^2+5x^3+x$
$=15x^3-76x^2-3x+14.$

b) $\left(\frac{3}{4}x^2-5\right)\left(\frac{3}{4}x^2+5\right)+\left(\frac{5}{3}x^2+2\right)^2$

$=\frac{9}{16}x^4-25+\frac{25}{9}x^4+\frac{20}{3}x^2+4.$

$=\frac{481}{144}x^4+\frac{20}{3}x^2-21.$

c) $2(x^3-7)(4x+3)+4(2x^2-x)-3x(8x+2)+1$
$=-8x^4-6x^3-16x^2+46x+43.$

d) $(x^2+x-2)(2x^3+3x+1)$
$=2x^5+2x^4-x^3+4x^2-5x-2.$

e) $(x+2)(3x-5)(x-1)$
$=(3x^2+x-10)(x-1)$
$=3x^3-2x^2-11x+10.$

Exercice 21

1) $A(2)=(4+3)(6-1)+10(4+3)$
$=7\times5+10\times7$
$=35+70$
$A(2)=105.$

$B(2)=7^2+16-9=49+7$
$B(2)=56.$

2) $A(x)=16x^2+22x-3.$
$B(x)=8x^2+12x.$

3) $A(x)=(2x+3)(3x-1+5x)$
$=(2x+3)(8x-1).$

$B(x)=(2x+3)^2+(2x)^2-3^2$
$=(2x+3)^2+(2x+3)(2x-3)$
$=(2x+3)(2x+3+2x-3)$
$=4x(2x+3).$

4) $C(x)=\frac{A(x)}{B(x)}$
$=\frac{(2x+3)(8x-1)}{4x(2x+3)}$
$=\frac{8x-3}{4x}$

5) $C(2)=\frac{8\times2-1}{4\times2}$
$=\frac{16-1}{8}$

$C(2)=\frac{15}{8}.$

IV.4. Situations d'évaluation

Exercice 22

1)La surface à gérer est un carré :
de côté $a-b$.

2) $\mathcal{A}=c\times c=(a-b)(a-b)$
$\mathcal{A}=(a-b)^2.$

3) $\mathcal{A}=\left(a-\frac{3}{4}a\right)^2=\left(\frac{1}{4}a\right)^2$
$=\frac{1}{16}\times a^2=\frac{1}{16}60^2$

$\mathcal{A}=225\ \text{m}^2.$

CORRIGÉ

Exercice 23

1) $\mathcal{A} = \mathcal{A}_{carré} \times \mathcal{A}_{\text{disque}}$

$= a^2 - \pi \times r^2 = a^2 - \pi \times \left(\frac{a}{4}\right)^2 = a^2 - \pi \times \frac{a^2}{16}$

$\mathcal{A} = a^2\left(1 - \frac{\pi}{16}\right).$

2) Pour $a = 3$, $\mathcal{A} = 9\left(1 - \frac{\pi}{16}\right)$

$\mathcal{A} \simeq 7{,}23\ \text{m}^2.$

Leçon 3 : Calcul littéral

IV.Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

$\frac{3}{2}$

Exercice 2

a) $2x + 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$.

$S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$.

b) $3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.

$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{2}{3}\right\}$.

c) $-2x + 3 = 0 \Leftrightarrow -2x = -3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

d) $-5x - 1 = 0 \Leftrightarrow -5x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{5}$.

$S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{1}{5}\right\}$.

Exercice 3

$\left\{\frac{2}{3} ; \frac{1}{4}\right\}$

Exercice 4

a) $(x - 3)(x + 5) = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0$
ou $x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ ou $x = -5$.

$S_{\mathbb{R}} = \{-5 ; 3\}$.

b) $(2x + 2)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2 = 0$
ou $x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x = -2$
ou $x = 4 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 4$.

$S_{\mathbb{R}} = \{-1 ; 4\}$.

c) $(0{,}5x + 8)(3x - 5) = 0 \Leftrightarrow 0{,}5x + 8 = 0$
ou $3x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = -16$ ou $x = \frac{5}{3}$.

$S_{\mathbb{R}} = \left\{-16 ; \frac{5}{3}\right\}$.

d) $(5x-2)(1-x) = 0 \Leftrightarrow 5x - 2 = 0$
ou $1 - x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$ ou $x = 1$.

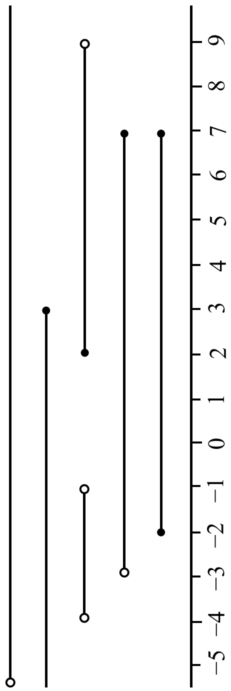
$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{2}{5} ; 1\right\}$.

Exercice 5

Tableau 1	Tableau 2
$[a ; b]$	$a \leq x \leq b$
$]a ; b]$	$x \leq a$
$[a ; b[$	$x > b$
$]a ; b[$	$a < x < b$
$]-\infty ; a]$	$x \geq b$
$[b ; +\infty[$	$a < x \leq b$
$]-\infty ; a[$	$a \leq x < b$
$]b ; +\infty[$	$x < a$

CORRIGÉ

Exercice 6



Exercice 7

$x \leq 4 \Leftrightarrow x \in]-\infty\,;4]$.

$-1 < x \leq \Leftrightarrow x \in]-1\,;2]$; $x > 19 \Leftrightarrow x \in]19\,;+\infty[$.

$-1 < x < 1 \Leftrightarrow x \in]-1\,;1[$.

$5 \leq x \leq 6 \Leftrightarrow x \in [5\,;6]$.

$x \leq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty\,;0]$.

Exercice 8

1) $]-3\,;2] \cap [0\,;7] = [0\,;2]$.

2) $]-4\,;0[\cap]2\,;3[= \emptyset$.

3) $]-1\,;2] \cap]-5\,;8[=]-1\,;2]$.

Exercice 9

1) $[-7\,;-2] \cup [-3\,;4] = [-7\,;4]$.

2) $[-1\,;2] \cup [-5\,;8] = [-5\,;8]$.

3) $]-4\,;0[\cup]2\,;3[=]-4\,;0[\cup]2\,;3[$.

Exercice 10

Affirmations	Réponses
Pour $x > -\frac{3}{2}$, on a : $2x + 3 > 0$	Vrai
Pour $x < \frac{2}{5}$, on a : $5x - 3 > 0$	Faux
L'équation $-4x + 5 = 0$ a pour solution $-\frac{5}{4}$	Faux

Exercice 11

Lorsqu'on multiplie par un même nombre réel strictement négatif chaque membre d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité qui est de sens contraire que la première.

Exercice 12

$\left]-\infty\,;\frac{-1}{7}\right[$

Exercice 13

a) $5x - 3 < 0 \Leftrightarrow 5x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{5}$

$S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty\,;\frac{3}{5}\right[$.

b) $2x + 1 > 0 \Leftrightarrow 2x > -1 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$.

$S_{\mathbb{R}} = \left]-\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$.

c) $-3x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow -3x \leq -4 \Leftrightarrow 3x \geq 4$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{4}{3}$.

$S_{\mathbb{R}} = \left[\frac{4}{3}\,;+\infty\right[$.

d) $-2x - 7 \geq 0 \Leftrightarrow -2x \geq 7 \Leftrightarrow 2\,x \leq -7$

$\Leftrightarrow x \leq -\frac{7}{2}$.

$S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty\,;-\frac{7}{2}\right]$.

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 14

a) $5x - 2 = 1 - x \Leftrightarrow 5x + x = 1 + 2 \Leftrightarrow 6x = 3$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

b) $-4 + 4x = x \Leftrightarrow 4x - x = 4 \Leftrightarrow 3x = 4$

$\Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$.

$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{4}{3}\right\}$.

c) $7 + 12x = -2x - 13 \Leftrightarrow 12x + 2x = -13 - 7$

$\Leftrightarrow 14x = -20 \Leftrightarrow x = -\frac{10}{7}$.

$S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{10}{7}\right\}$.

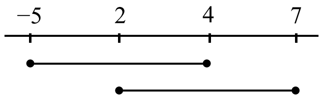
d) $0{,}5x + 8 = 3x - 5 \Leftrightarrow 3x - 0{,}5\,x = 8 + 5$

$\Leftrightarrow 2{,}5x = 13 \Leftrightarrow x = +\frac{13}{2{,}5}$; $x = \frac{26}{5}$.

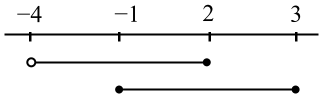
$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{26}{5}\right\}$.

Exercice 15

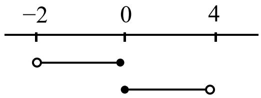
1) $[-5\,;4] \cap [2\,;7]$



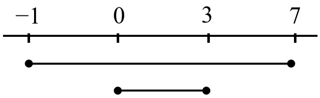
$]-4\,;2\,[\cap [-1\,;3]$



$]-2\,;0] \cup [0\,;4[$



$[-1\,;7[\cup [0\,;3]$



2) a) $[2\,;4]$

b) $[-1\,;2[$

c) $[-2\,;4[$

d) $[-1\,;7[$

Exercice 16

$3x - 5 = 0 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

x	$-\infty$	$\frac{5}{3}$	$+\infty$
$3x - 5$	$-$	0	$+$

Pour tout $x \in \left]-\infty\,;\frac{5}{3}\right]$, $3x - 5 \leq 0$.

Pour tout $x \in \left[\frac{5}{3}\,;+\infty\right[$, $3x - 5 \geq 0$.

$x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x + 2$	$-$	0	$+$

Pour tout $x \in]-\infty\,; -2]$, $x + 2 \leq 0$.

Pour tout $x \in]-2\,; +\infty]$, $x + 2 \geq 0$.

$-4x + 7 = 0 \Leftrightarrow -4x = -7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{4}$

x	$-\infty$	$\frac{7}{4}$	$+\infty$
$-4x + 7$	$+$	0	$-$

Pour tout $x \in \left]-\infty\,;\frac{7}{4}\right]$, $-4x + 7 \geq 0$.

Pour tout $x \in \left[\frac{7}{4}\,;+\infty\right[$, $-4x + 7 \leq 0$.

$-2x - 1 = 0 \Leftrightarrow -2x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$-\frac{5}{3}$	$+\infty$
$-2x + 1$	$+$	0	$-$

Pour tout $x \in \left]-\infty\,;-\frac{5}{3}\right]$, $-2x - 1 \geq 0$.

Pour tout $x \in \left[-\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$, $-2x - 1 \leq 0$.

CORRIGÉ

Exercice 17

$(2-x)(x+4)=0 \Leftrightarrow 2-x=0$ ou $x+4=0$
$\Leftrightarrow x=2$ ou $x=-4$.

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
$2-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$(2-x)(x+4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

L'inéquation $(2-x)(x+4)>0$ a donc pour solution $]-4\,;2[$

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 18

a) $(x-2)(x-1)=2x(x-2)$
$\Leftrightarrow (x-2)(x-1)-2x(x-2)=0$
$\Leftrightarrow (x-2)(-x-1)=0 \Leftrightarrow x=2$ ou $x=-1$.

$S_{\mathbb{R}}=\{-1\,;2\}$.

b) $(2x-5)(-2x+1)=8x-4$
$\Leftrightarrow (2x-5)(-2x+1)-4(2x-1)=0$
$(-2x+1)(2x-5+4)=0$
$(-2x+1)(2x-1)=0$
$-(2x-1)^2=0$
$2x-1=0$
$x=\frac{1}{2}$

$S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

c) $x^2=2 \Leftrightarrow x=\sqrt{2}$ ou $x=-\sqrt{2}$.

$S_{\mathbb{R}}=\{-\sqrt{2}\,;\sqrt{2}\}$.

d) $(3x+2)^2=4(x+1)^2$
$\Leftrightarrow (3x+2)^2-4(x+1)^2=0$
$\Leftrightarrow x(5x+4)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $5x+4=0$
$\Leftrightarrow x=0$ ou $x=-\frac{4}{5}$.

$S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{4}{5}\,;0\right\}$.

Exercice 19

Signe de $(x-3)(x+5)$.
$(x-3)(x+5)=0 \Leftrightarrow x=3$ ou $x=-5$.

x	$-\infty$		-5		3		$+\infty$
$(x+5)$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-3)$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x-3)(x+5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Pour tout $x \in\,]-\infty\,;-5] \cup [3\,;+\infty[$
$(x-3)(x+5) \geq 0$;
pour $x \in [-5\,;3]$, $(x-3)(x+5) \leq 0$.

- Signe de $(0{,}5x+8)(3x-5)$

$(0{,}5x+8)(3x-5)=0 \Leftrightarrow x=-16$ ou $x=\frac{5}{3}$.

x	$-\infty$		-16		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$0{,}5x+8$		$-$	0	$+$		$+$	
$3x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$(0{,}5x+8)(3x-5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Pour tout $x \in\,]-\infty\,;-16] \cup \left[\frac{5}{3}\,;+\infty\right[$,
$(0{,}5x+8)(3x-5) \geq 0$.

Pour tout $x \in \left[-16\,;\frac{5}{3}\right[$, $(0{,}5x+8)(3x-5) \leq 0$.

- Signe de $(2x+2)(x-4)$.

$(2x+2)(x-4)=0 \Leftrightarrow x=-1$ ou $x=4$.

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
$2x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$(2x+2)(x-4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Pour tout $x \in\,]-\infty\,;-1] \cup [4\,;+\infty[$,
$(2x+2)(x-4) \geq 0$.

Pour tout $x \in [-1\,;4]$; $(2x+2)(x-4) \leq 0$.

• Signe de $(5x-2)(1-x)$.
$(5x-2)(1-x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{2}{5}$ ou $x=1$.

x	$-\infty$		$\frac{2}{5}$		1		$+\infty$
$5x-2$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$(5x-2)(1-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Pour tout $x \in \left]-\infty\,;\frac{2}{5}\right] \cup [1\,;+\infty[$,
$(5x-2)(1-x) \leq 0$.

Pour tout $x \in \left[\frac{2}{5};1\right]$, $(5x-2)(1-x) \geq 0$.

Exercice 20

a) $(5x-2)(1-x) > 0$

x	$-\infty$		$\frac{2}{5}$		1		$+\infty$
$5x-2$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$(5x-2)(1-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$S_{\mathbb{R}}=\left]\frac{2}{5};1\right[$.

b) $(x-3)(5+x) \geq 0$.

x	$-\infty$		-5		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$5+x$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$(x-3)(5+x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S_{\mathbb{R}} =]-\infty\,;-5] \cup [3\,;+\infty[$.

c) $(2x+2)(x-4) \leq 0$.

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
$2x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-4$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$(2x+2)(x-4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S_{\mathbb{R}} = [-1\,;4]$.

d) $(0,5x+8)(3x-5) < 0$.

x	$-\infty$		-16		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$0,5x+8$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$3x-5$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$(0,5x+8)(3x-5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S_{\mathbb{R}}=\left]-16\,;\frac{5}{3}\right[$.

Exercice 21

a) $(x+2)(2x-1)=(2x+3)(x-8)$
$\Leftrightarrow (x+2)(2x-1)-(2x+3)(x-8)=0$
$\Leftrightarrow 2x^2+3x-2-2x^2+13x+24=0$
$\Leftrightarrow 16x+22=0 \Leftrightarrow 2(8x+11)=0$
$\Leftrightarrow 8x+11=0 \Leftrightarrow x=-\frac{11}{8}$.

$S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{11}{8}\right\}$.

b) $(2x+5)^2=(4x-1)(x-3)$
$\Leftrightarrow (2x+5)^2-(4x-1)(x-3)=0$
$\Leftrightarrow 4x^2+20x+25-4x^2+13x-3=0$
$\Leftrightarrow 11(3x+2)=0 \Leftrightarrow x=-\frac{2}{3}$.

$S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{2}{3}\right\}$.

c) $x^3=(x^2-7)(x+1)-x^2$
$\Leftrightarrow x^3=x^3+x^2-7x-7-x^2$
$\Leftrightarrow -7x-7=0$
$\Leftrightarrow x=-1$.

$S_{\mathbb{R}}=\left\{-1\right\}$.

CORRIGÉ

Exercice 22

a) $(2x+3)(x-8) < (x+2)(2x-1)$

$\Leftrightarrow (2x+3)(x-8) - (x+2)(2x-1) < 0$

$\Leftrightarrow -16x - 22 < 0 \Leftrightarrow -16x < 22$

$\Leftrightarrow +16x > -22 \Leftrightarrow x > -\dfrac{11}{8}$.

$S_{\mathbb{R}} = \left]-\dfrac{11}{8} \,;\, +\infty\right[$.

b) $(4x-1)(x-3) > (2x+5)^2$

$\Leftrightarrow (4x-1)(x-3) - (2x+5)^2 > 0$

$\Leftrightarrow 11(-3x-2) > 0 \Leftrightarrow -3x - 2 > 0$

$\Leftrightarrow -3x > 2 \Leftrightarrow x < -\dfrac{2}{3}$.

$S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty \,;\, -\dfrac{2}{3}\right[$.

c) $(x^2-7)(x+1) - x^2 \leq x^3$

$\Leftrightarrow (x^2-7)(x+1) - x^2 - x^3 \leq 0$

$\Leftrightarrow 7(-x-1) \leq 0 \Leftrightarrow -x - 1 \leq 0$

$\Leftrightarrow -x \leq 1 \Leftrightarrow x \geq -1$.

$S_{\mathbb{R}} = [-1 \,;\, +\infty[$.

Exercice 23

Soit x l'âge du fils.

On a : $x + 25 + 8 = 2(x+8) \Leftrightarrow x + 33 = 2x + 16$

$\Leftrightarrow 2x - x = 33 - 16$.

$\Leftrightarrow x = 17$.

Donc le fils à 17 ans et le père a $17 + 25 = 42$ ans.

Remarque : dans 8 ans, le fils aura $17 + 8 = 25$ ans et le père aura $42 + 8 = 50$ ans.

On voit bien que : 50 ans = 2 × 25 ans.

Exercice 24

L'aire du rectangle est : $(x+10)(x-5)$.

L'aire du carré est : $x \times x = x^2$.

Comme l'aire du rectangle dépasse celle du carré de 20 cm², alors on obtient :

$(x+10)(x-5) = x^2 + 20$

$\Leftrightarrow (x+10)(x-5) - x^2 - 20 = 0$

$\Leftrightarrow 5x - 70 = 0 \Leftrightarrow x = 14$.

Donc la longueur du côté du carré est de 14 cm.

Exercice 25

Soit x ce nombre.

On a : $(3x+2)(2x-5) = 6x^2 \Leftrightarrow -11x - 10 = 0$.

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{10}{11}$.

Ce nombre est $-\dfrac{10}{11}$.

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 26

1) a) $\dfrac{1}{2}x - 300\,000 + \dfrac{1}{3}x - 100\,000 =$

$\left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}\right)x - 400\,000 = \dfrac{5}{6}\,x - 400\,000$.

b) En additionnant les parts des quatre enfants, on obtient :

$\dfrac{5}{6}\,x - 400\,000 + \dfrac{1}{4}x + \dfrac{1}{5}\,x + 60\,000$

$= \dfrac{9}{20}\,x + 60\,000 + \dfrac{5}{6}\,x - 400\,000$.

$= \left(\dfrac{9}{20} + \dfrac{5}{6}\right)x + 60\,000 - 400\,000$

$= \dfrac{77}{60}\,x - 340\,000$.

Ainsi, $\dfrac{77}{60}x - 340\,000 = x$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{77}{60} - 1\right)x - 340\,000 = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{17}{60}\,x - 340\,000 = 0$.

Donc l'équation $\dfrac{17}{60}\,x - 340\,000 = 0$ permet de déterminer le montant de l'économie du père.

2) $\dfrac{17}{60}\,x - 340\,000 = 0 \Leftrightarrow \dfrac{17}{60}\,x = 340\,000$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{60 \times 340\,000}{17}$.

$x = 1\,200\,000$. Le montant de l'économie est 1 200 000 F.

3) $60\,000$ F $+ \dfrac{1}{5} \times 1\,200\,000 = 300\,000$ F.

Exercice 27

1) a) $V_1 = \dfrac{d_1}{t}$; $t_1 = \dfrac{d_1}{V_1} = \dfrac{l}{15}$.

$V_2 = \dfrac{d_2}{t_2}$; $t_2 = \dfrac{d_2}{V_2} = \dfrac{l}{10}$

b) $x = \dfrac{2l}{t} \Leftrightarrow t = \dfrac{2l}{x}$ donc le temps mis est $\dfrac{2l}{x}$.

CORRIGÉ

c) $V = \frac{d}{t}$; $x = \frac{d}{t}$; $t = t_1 + t_2$.

$$x = \frac{2l}{t_1 + t_2}$$

$$x = \frac{2l}{\frac{l}{15} + \frac{l}{10}} = \frac{2l}{\frac{2l+3l}{30}}$$

$$\left(\frac{2l}{\frac{2l+3l}{30}}\right) x = 2l$$

$5lx = 60l \iff l(5x - 60) = 0$
$25l - 60l \times 5 = 0$
$l(25x - 300) = 0$

2) $x = \frac{300}{25}$

$x = 12$.
Donc ce que soutient le groupe d'élèves est faux.

Leçon 4 : Systèmes d'équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

Couples solutions de l'équation (E)	Couples non solutions de l'équation (E)
(3 ; 1) ; (3,5 ; 0) (−1 ; 9) ; (−10 ; 27).	(0 ; 8) ; (4 ; 1).

Exercice 2

1) $5 + 2y = 6 \Leftrightarrow 2y = 1 \Longrightarrow y = y = \frac{1}{2}$; donc le couple solution de (E) est : $\left(5 ; \frac{1}{2}\right)$.

2) $x + 2 \times \frac{1}{2} = 6 \Leftrightarrow x + 1 = 6 \Longrightarrow x = 5$, donc le couple solution de (E) est : $\left(5 ; \frac{1}{2}\right)$.

Exercice 3

1) On a : $0 - 2 + 2 = 0$; donc $(0 ; 2)$ est un couple solution de l'équation $x - y + 2 = 0$.

2) On a : $-2 - 0 + 2 = 0$; $2 - 4 + 2 = 0$ donc $(-2 ; 0)$ et $(2 ; 4)$ sont deux autres couples solutions de l'équation : $x - y + 2 = 0$.

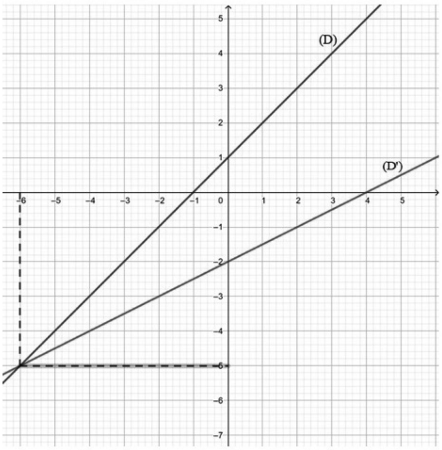
Exercice 4

On a les couples (6 ; 0) ; (0 ; 6) ; (2 ; 4) ; (3 ; 3).

Exercice 5

(D) $x - 2y - 4 = 0$;
(D') $x - y + 1 = 0$

(D) et (D') sont sécantes, donc le système est un unique couple $(-6 ; 5)$ comme solution.



Exercice 6

(S_1) :

$$\begin{cases} 4u + 9t - 5 = 0 \\ 2u + 6t - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (+)\begin{cases} 4u + 9t - 5 = 0 \\ -4u - 12t + 14 = 0 \end{cases}$$

$$-3t + 9 = 0 \Longrightarrow t = 3.$$

$$\begin{cases} 4u + 9t - 5 = 0 \\ 2u + 6t - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (+)\begin{cases} -8u - 18t + 10 = 0 \\ 6u - 18t - 21 = 0 \end{cases}$$

$$-2u - 11 = 0 \Longrightarrow u = -\frac{11}{2}.$$

Donc $S_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}} = \left\{\left(-\frac{11}{2} ; 3\right)\right\}$ comme solution.

$(S_2)\begin{cases}3x+5y=17\\7x+y=-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x+5y=17\\-35x-5y=15\end{cases}$

$-32x = 32 \Longrightarrow x = -1.$

$\begin{cases}3x+5y=17\\7x+y=-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}21x+35y=119\\-21x-3y=9\end{cases}$

$32y = 128 \Longrightarrow y = 4.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(-1;4)\}$

$(S_3)\begin{cases}12a-3b=-3\\9b+8a=-35\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}36a-9b=-9\\8a+9b=-35\end{cases}$

$44a = -44 \Longrightarrow a = -1.$

$\begin{cases}12a-3b=-3\\8a+9b=-35\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}24a-6b=-6\\-24a-27b=105\end{cases}$

$-33b = 99 \Longrightarrow b = -3.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(-1;-3)\}$

Exercice 7

$(S_1)\begin{cases}3x+2y-24=0 & ①\\-5x+y+1=0 & ②\end{cases}$

② donne $y = 5x - 1$ ③

En remplaçant ③ dans ①, on obtient

$3x + 2(5x - 1) - 24 = 0 \Leftrightarrow 3x + 10x = 26$

$\Leftrightarrow 13x = 26 \Leftrightarrow x = 2$ ④

En remplaçant ④ dans ③, on a $y = 9$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(2;9)\}$

$(S_2)\begin{cases}-a+3b=0 & ①\\7a+5b=13 & ②\end{cases}$

① donne $a = 3b$ ③

en remplaçant ③ dans ②, on a

$7(3b) + 5b = 13 \Leftrightarrow 26b = 13 \Leftrightarrow b = \frac{1}{2}$ ④

en remplaçant ④ dans ③, on a

$a = \frac{3}{2}$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)\right\}$

$(S_3)\begin{cases}5u-t=40 & ①\\4u+3t=165 & ②\end{cases}$

① donne $t = 5u - 40$ ③

remplaçons ③ dans ②, on a

$4u + 3(5u - 40) = 165$

$19u = 285$

$u = 15$ ④

en remplaçant ④ dans ③, on a $t = 35$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(15;35)\}$

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 8

- Le couple (0 ; −7) est solution du système

$\begin{cases}ax+by+c=0\\a'x+b'y+c'=0\end{cases}$

- Le couple (2 ; 5) est solution du système

$\begin{cases}ax+by+c=0\\a''x+b''y+c''=0\end{cases}$

Exercice 9

1) $3 \times (-12) + 2 \times 5 = -36 + 10 = -26.$ (1)
$-12 + 4 \times 5 = -12 + 20 = 8.$ (2).
De (1) et (2) on déduit que le couple (−12 ; 5) est une solution de (S).

2) $3 \times 4 + 2 \times (-19) = 12 - 38 = -26.$
$4 + 4 \times (-19) = 4 - 76 = -72 \neq 8.$
Donc (4 ; −19) n'est pas solution de (S). Car (4 ; −19) est solution de la première équation mais ne l'est pas pour la $2^{\text{ème}}$.

Exercice 10

On a : $4 \times (-5) - 3 = -20 - 3 = -23$;
$2 \times (-5) + 4 \times 3 = -10 + 12 = 2.$

Donc le système est : $\begin{cases}4x-y=-23\\2x+4y=2\end{cases}$.

CORRIGÉ

Exercice 11

1er cas : la solution est (−3 ; 2).
2ème cas : la solution est (0 ; −2).
3ème cas : la solution est (4 ; 1).
4ème cas : comme (D) // (D') alors le système n'a aucune solution.

Exercice 12

1) Complétons le tableau :

y	x	F	G
−2	0	**−8**	**−15**
−1	$\mathbf{\frac{2}{3}}$	$-\mathbf{\frac{27}{5}}$	$-\mathbf{\frac{54}{5}}$
−5	−1	**−16**	**−28**
−1	−5	**0**	**0**

2) C'est le couple (−5 ; −1).

Exercice 13

(S_1) Par la méthode de combinaison

$$\begin{cases}-3x+2y=1\\5x+4y=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6x-4y=-2\\5x+4y=2\end{cases}$$

$$11x = 0 \Longrightarrow x = 0.$$

$$\begin{cases}-3x+2y=1\\5x+4y=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-15x+10y=5\\15x+12y=6\end{cases}$$

$$22y = 11 \Longrightarrow y = \frac{1}{2}.$$

$$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(0;\frac{1}{2}\right)\right\}$$

(S_2) Par la méthode de substitution

$$\begin{cases}-6x+5y=5 & ①\\y=-2x+1 & ②\end{cases}$$

remplaçons ② dans ①, on a
$-6x + 5(-2x + 1) = 5 \Leftrightarrow -16x = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ③

En remplaçant ③ dans ②, on a $y = 1$

$$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(0;1)\}$$

(S_3) Par combinaison

$$\begin{cases}x+y-30=0\\2x+3y+30\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2x-2y+60=0\\2x+3y+30=0\end{cases}$$

$$y = -90.$$

$$\begin{cases}x+y-30=0\\2x+3y+30\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3x-3y+90=0\\2x+3y+30=0\end{cases}$$

$-x + 120 = 0$
$\Leftrightarrow x = 120.$

$$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(120;-90)\}$$

(S_4) Par combinaison

$$\begin{cases}x-2y-1=0\\3x+2y+2=0\end{cases}$$

$$4x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$$

$$\begin{cases}x-2y-1=0\\3x+2y+2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3x+6y+3=0\\3x+2y+2=0\end{cases}$$

$8y = -5 = 0$
$\Leftrightarrow y = \frac{-5}{8}$

$$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(\frac{-1}{4};\frac{-5}{8}\right)\right\}$$

(S_5) Par la méthode de substitution

$$\begin{cases}y=5y & ①\\y=-2x-4,2 & ②\end{cases}$$

en faisant ① = ②, on a :
$5x = -2x - 4{,}2 \Leftrightarrow 7x = -4{,}2 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5}$
en remplaçant x dans ①, on a $y = -3$

$$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(-\frac{3}{4};-3\right)\right\}$$

(S_6) Par la méthode de substitution

$$\begin{cases} y = -6x - 4 & ① \\ 2x = 1 & ② \end{cases}$$

dans ② on a : $x = \frac{1}{2}$

et en remplaçant dans ①, on a : $y = -7$

$$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(\frac{1}{2}; -7\right)\right\}$$

Exercice 14

1) Rangeons les couples dans le tableau :

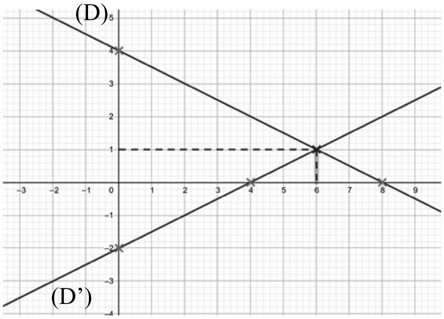
Solutions de l'équation $(x, y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$, $x+2y-8=0$	Solutions de l'équation $(x, y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$, $x-2y-4=0$
(4 ; 2) ; (–4 ; 6).	(4 ; 0) ; (–6 ; –5).

2) a)

$$\begin{cases} x + 2y - 8 = 0 & (1) \\ x - 2y - 4 = 0 & (2) \end{cases}$$

soit (D) : $x + 2y - 8 = 0$
et (D') : $x - 2y - 4 = 0$

La solution graphique est : (6,1)



b) $6 + 2 - 8 = 0$ et $6 - 2 \times 1 - 4 = 0$.

Exercice 15

(S_1) a pour solution $\left(-\frac{12}{11}; \frac{52}{11}\right)$.

(S_2) a pour solution $\left(\frac{17}{5}; -\frac{41}{25}\right)$.

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 16

$$\begin{cases} u + w = 10 \\ u = w + 6 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} u + w = 10 \\ w = u + 6 \end{cases}$$

Exercice 17

$$\begin{cases} 3a + b = 900 \\ 3b + 5a = 1700 \end{cases}$$

Exercice 18

$$\begin{cases} 2x = y + 7 \\ x + y + 2 = 22 \end{cases}$$

Exercice 19

$$\begin{cases} x + y = 31 \\ x + 2 = \frac{2}{3}(y - 3) \end{cases}$$

Exercice 20

1) Le système a pour solution : (80 ; 120).

2) a) Soient x la masse en gramme d'un savon cubique et y la masse en gramme d'un savon rond.

On a : $\begin{cases} 3x = 2y \\ x + y = 200 \end{cases}$

b) $x = 80$ et $y = 120$.

Exercice 21

1) (S_3) $\begin{cases} 30u + 45w = 900 \\ 200u + 350w = 6500 \end{cases}$

2) (S_3) $\begin{cases} 30u + 45w = 900 \left(\times\frac{1}{15}\right) \\ 200u + 350w = 6500 \left(\times\frac{1}{50}\right) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2u + 3w = 60 \\ 4u + 7w = 130 \end{cases}$. D'où le résultat.

3) Le système a pour solution (15 ; 10). Donc :
le nombre de chocolats
le nombre de chocolats en rondelles est : 15.
le nombre de chocolats en carreaux est : 10.

Exercice 22

1) La solution est (200 ;150).

2) a) * $\frac{30}{100}x$

* $\left(1-\frac{30}{100}\right)x = \frac{7}{10}x$.

b) i) $\begin{cases} x+y=350 \\ \left(1-\frac{30}{100}\right)x+\left(1-\frac{20}{100}\right)y=260 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=350 \\ 0,7x+0,8y=260 \end{cases}$

ii) Après résolution :
- un cahier coûte : 200 F
- un stylo coûte : 150 F.

Exercice 23

1) Réécrivons l'expression de P :

- Pour $x = 1$, on a $P = 1 + a + b$
- pour $x = 3$, on a $P = 9 + 3a + b$

2) $\begin{cases} 1+a+b=0 \\ 9+3a+b=7 \end{cases}$

3) On a : $\begin{cases} a+b=-1 \\ 3a+b=-2 \end{cases}$

Après résolution de ce système, on trouve :
$a = -\frac{1}{2}$; $b = -\frac{1}{2}$.

Exercice 24

1er cas :
Soient x, y ces deux nombres tels que $x > y$.

On a : $\begin{cases} x+y=286 \\ x=4y+21 \end{cases}$

On trouve : $x = 233$; $y = 53$.

2ème cas :
Soient x, y ces deux nombres tels que $y > x$.

On a : $\begin{cases} x+y=286 \\ y=4y+21 \end{cases}$

On trouve : $x = 53$; $y = 233$.

Exercice 25

Soient x la longueur de la note ré et y celle de la note si.

On a : $\begin{cases} x+y+625=832 \\ x=1,3y \end{cases} \Leftrightarrow x = 117$ et $y = 90$

D'où le tableau :

Note	do	ré	mi	fa	sol	la	si	do
Longueur (mm)	124	**117**	110	107	101	95	**90**	88

Exercice 26

$\begin{cases} 2(L+l)=74 \\ (L+5)(l-2)=L\times l \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} L+l=37 \\ L\times l-2L+5l-10=L\times l \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} L+l=37 \\ -2L+5l-10=0 \end{cases}$

Après la résolution, on trouve :
L = 25 cm et l = 12 cm.

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 27

1) a) $8p + 6t = 5200$ F.

b) $2P + 2t = 1400$.

2) On a : $\begin{cases} 8p+6t=5200\left(\times\frac{1}{2}\right) \\ 2p+26=1400\left(\times\frac{1}{2}\right) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4p+3t=2600 \\ p+t=700 \end{cases}$.

3) $\begin{cases} 4p + 3t = 2600 \\ p + t = 700 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 500 \\ t = 200 \end{cases}$

Donc le prix du ticket d'un adulte est : 500 F.
Le prix du ticket d'un enfant est : 200 F.
Le montant à prévoir pour la famille est :
3×500 F + 2×200 F = 1900 F.

Exercice 28

1) $\begin{cases} u + w = 32 \\ 800u + 1200w = 32\,800 \end{cases}$

2) a) $u = 14$; $w = 18$.

Donc 14 litres d'huile du coton.
18 litres d'huile de soja.

b) $\dfrac{32}{0,75} \simeq 42{,}66$.

Donc il faut prévoir 43 bouteilles de 0,75 litre.

Exercice 29

1) $\begin{cases} 3x + 6y = 12\,000 \\ 6x + 3y = 12750 \end{cases}$

2) a) $x = 1500$; $y = 1250$.
Un drap coûte : 1500 F.
Une serviette coûte : 1250 F.

b) 2×1500 F + 2×1250 F = 5500 F.
Donc Aline n'a pas raison car il n'y a pas d'erreur.

Leçon 5 : Généralités sur les fonctions

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

Celles qui sont les représentations graphiques de fonction sont : Figure 1 et Figure 3.

Exercice 2

Une fonction numérique est une relation qui à tout nombre réel associe zéro ou un unique nombre réel.

Exercice 3

* $f(-2) = 3 \times (-2)^2 + 5 \times (-2) + 1 = 3 \times 4 - 10 + 1$
  $f(-2) = 3$.

* $f(0) = 3 \times 0^2 + 5 \times 0 + 1$
  $f(0) = 1$.

* $f(3) = 3 \times 3^2 + 5 \times 3 + 1$
  $f(3) = 43$.

Exercice 4

$h(x) = -1 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$, donc l'antécédent de – 1 est $-\dfrac{1}{2}$.

$h(x) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$, donc l'antécédent de 0 est 0.

$h(x) = 4 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$, donc l'antécédent de 4 est 2.

Exercice 5

L'image par f de :

* 0 est 1
* –1 est 3
* 1 est 0
* 5 est 1.

Exercice 6

Les antécédents de –2 sont 4 et 6.

Les antécédents de 0 sont 3 et 7.

Les antécédents de 2 sont –2, 2 et 8.

CORRIGÉ

Exercice 7

	Affirmation	Réponse
1	La courbe d'une fonction positive est au-dessous de l'axe des abscisses	Vrai
2	La courbe d'une fonction négative est au-dessous de l'axe des abscisses	Vrai
3	La fonction $x \longmapsto x^2$ est négative sur $\mathbb{R}$	Faux
4	La fonction $x \longmapsto 2x + 3$ est croissante sur $\mathbb{R}$	Vrai
5	La fonction $x \longmapsto 6 - x$ est décroissante sur $\mathbb{R}$	Vrai

Exercice 8

(Cf) est au-dessus de l'axe des abscisses, donc f est positive.
(Cg) est au-dessous de l'axe des abscisses, donc g est négative.
Pour tout élément $x < -2$ et $x > 3$, (Ch) est au-dessus de l'axe des abscisses, donc h est positive sur $]\leftarrow ; -2[$ et $]3 ; \rightarrow[$.
Sur $]-2 ; 3[$, h est négative.

Exercice 9

1) $f(x) = 3x + 5$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x + 5 = 0 \Leftrightarrow 3x = -5$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{5}{3}.$$

x	$\leftarrow$	$-\frac{5}{3}$	$\rightarrow$
$f(x)$	$-$	0	$+$

Pour tout élément $x \in \frac{0}{0}\left]\leftarrow ; -\frac{5}{3}\right]$, $f(x) \leq 0$.

Pour tout élément $x \in \left[-\frac{5}{3} ; \rightarrow\right[\frac{0}{0}$, $f(x) \geq 0$.

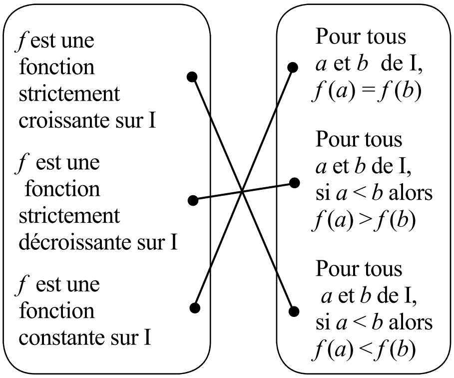
En procédant de la même manière, on obtient :

2) Pour tout élément $x \in \left]\leftarrow ; \frac{3}{2}\right]$, $f(x) \geq 0$.

Pour tout élément $x \in \left[\frac{3}{2} ; \rightarrow\right[$, $f(x) \leq 0$.

3) Pour tout élément $x \in \,]\leftarrow ; -3] \cup [1 ; \rightarrow[$, $f(x) \geq 0$.
Pour tout élément $x \in [-3 ; 1]$, $f(x) \leq 0$.

Exercice 10



Exercice 11

x	0		1		2		5
$f(x)$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\frac{4}{5}$	$\nearrow$	2

Exercice 12

x	-3		2		$\frac{7}{2}$		10
$g(x)$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	100

Exercice 13

x	-5	-2	0	3	6
$f(x)$	1	↗ 4	↘ 2	↘ -2	↗ 3

x	-9	-5	-2	0	2
$g(x)$	2	↘ -3	↗ 0	↗ 4	↘ -1

x	-5	-3	0	2	4	5
$h(x)$	2	↗ 4	↘ 1	↘ -3	↗ 0	↗ 3

x	0	2	4	6	$7{,}5$	9
$k(x)$	3	↘ 0	↘ -4	↗ 0	↗ 2	↘ 1

Exercice 14

Phrase 1 : minimum

Phrase 2 : maximum

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 15

Complétons le tableau :

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	**1**	**1**	**2**	**3**	**3**

2) Les antécédents de 1 sont 1 et 2.
L'antécédent de 2 est 3.
Les antécédents de 3 sont 4 et 5.

Exercice 16

1) La température :
à 4 h est 6° C
à 16 h est 19° C
24 h est à 8° C.

2) La température étant de 8° à : 0 h ; 10 h et à 24 h.

Exercice 17

1) * L'image de –3 est 1.
* L'image de 0 est –4.
* L'image de 2 est 0.
* L'image de 4 est –3.

2) Pour tout élément de x de $[0 ; 2]$, $g(x) \leq 0$.

Exercice 18

1) $Df = [-3 ; 4]$.

x	-3	0	4
$f(x)$	2	↘ -2	↗ 3

3) Le maximum de f sur $[-3 ; 4]$ est 3.

4) Le minimum de f sur $[-3 ; 4]$ est -2.

Exercice 19

1) On a : $f(0)= -4$; donc l'équation $f(x) = -4$ admet comme solution $x = 0$ dans $[-1 ; 2]$.

2) $f(x) \leq 0$ admet comme solution :
$[-1 ; 1] \cup [4 ; 6]$.

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 20

1) Complétons le tableau :

x	-4	-3	4	**5**	**9**
$f(x)$	**4**	**3**	**5**	6	-3

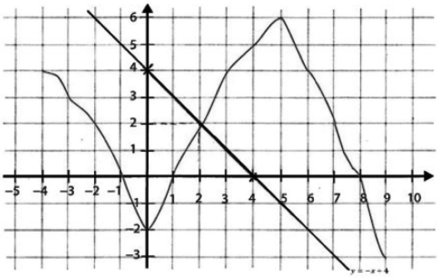
2) Résolution graphique :
L'équation $f(x) = 4$ admet comme solution

-4 ; 3 et 6.

3) Pour tout élément $x \in [-4 ; -1] \cup [1 ; 8]$, $f(x) \geq 0$.
Pour tout élément $x \in [-1 ; 1] \cup [8 ; 9]$, $f(x) \leq 0$.

4) a) Sur $[-4 ; 9]$, le maximum de f est 6.
b) Sur $[-4 ; 8]$, le minimum de f est -2.
c) Sur $[-4 ; 9]$, le minimum de f est -3.

5) Traçons la courbe :



6) L'équation $f(x) = -x + 4$ admet 2 comme solution sur $[-4 ; 8]$.

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 21

1) La récolte de février est $\frac{1}{2}$ millier de kg = 500 kg.

La récolte de juin est 3 milliers de kg = 3 000 kg.

2) Les mois où la récolte était de :
* 500 kg sont : Février, Août et Septembre.
* 2 000 kg sont : Janvier, Mai.

3) Le mois de Juin.

4) Févier, Août et Septembre.

Exercice 22

1) $7 \times 25 + 105 = 280$.
$5 \times 25 + 105 = 230$.

Donc le couple (25 ; 105) est solution de ce système.

2) a) On a : $\begin{cases} b + 7a = 280 \\ b + 5a = 230 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a + b = 280 \\ 5a + b = 230 \end{cases}$

Donc le couple $(a ; b)$ est solution du système (S).

b) $a = 25$ et $b = 105$.

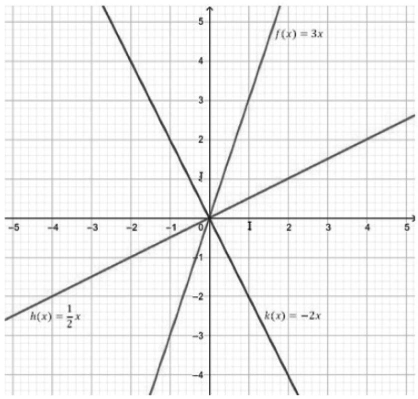
3) $m(t) = 105 + 25(t - 3)$
$= 105 + 25t - 75$.
$m(t) = 25t + 30$.

Leçon 6 : Étude de fonctions élémentaires

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1



Exercice 2

1) $f(x) = 2x - 1$.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	↗

2) $g(x) = -3x$.

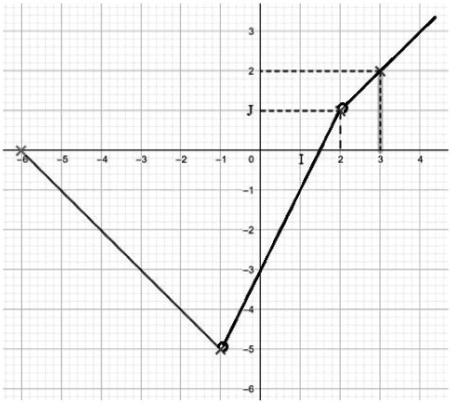
x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$g(x)$	↘

3) $h(x) = 5 - 4x$.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$h(x)$	↘

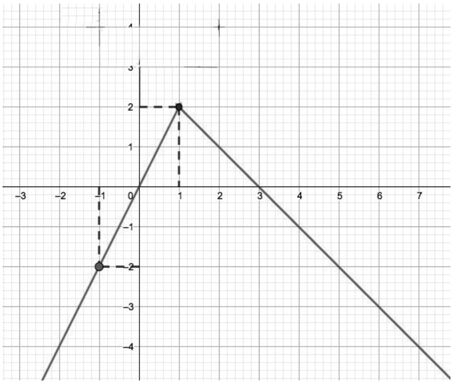
CORRIGÉ

Exercice 3



Exercice 4

$$g(x)\begin{cases}2x, \text{ si } x \leq 1\\ -x+3, \text{ si } x > 1\end{cases}$$



Exercice 5

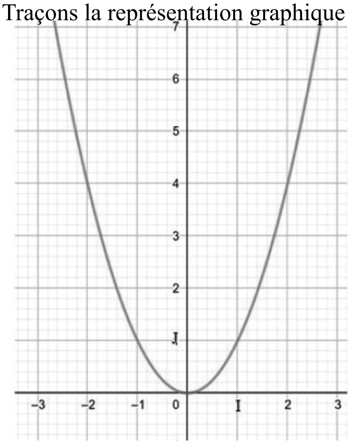
$g(x) = x^2$
X

Exercice 6

1) Complétons le tableau :

x	-3	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0,25	0	0,25	1	4	9

2) Traçons la représentation graphique de f.



Exercice 7

$g(x) = \dfrac{1}{x}$
X

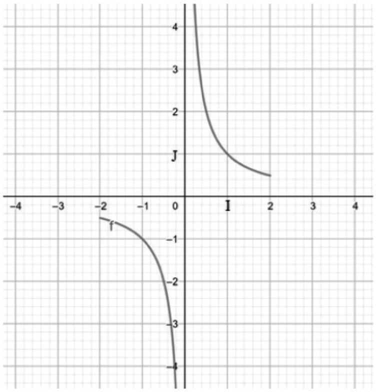
Exercice 8

1) Complétons le tableau :

CORRIGÉ

x	-2	-1	-0,5	-0,2	0,2	0,5	1	2
$f(x)$	0,5	-1	-2	-5	5	2	1	0,5

2) Traçons la courbe de f sur l'ensemble :



IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 9

$f_1 : x \mapsto -6x$
×

$f_2 : x \mapsto 4x - 2$
×

$f_5 : x \mapsto (2-\sqrt{3})x$
×

f_1 est linéaire : son coefficient est – 6.
f_5 est linéaire : son coefficient est $(2-\sqrt{3})$.

Exercice 10

* 1[er] tableau : $\frac{7}{1} = 7$; $\frac{78}{11} = 7{,}09$; donc ce n'est pas un tableau de proportionnalité.
f n'est donc pas linéaire.

* 2[ème] tableau : $\frac{-80}{-25} = 3{,}2$; $\frac{16}{15} = 3{,}2$; $\frac{1200}{375} = 3{,}2$; donc c'est un tableau de proportionnalité. f est donc linéaire.

Exercice 11

Comme f est linéaire, alors -2 et 7 sont proportionnels.
On a : $7 = -\frac{7}{2} \times (-2)$.

Donc $f(x) = -\frac{7}{2}x$.

Exercice 12

Comme f est linéaire, alors 7 et 1,5 sont proportionnels.

On a : $1{,}5 = \frac{3}{14} \times 7$.

Donc $f(x) = \frac{3}{14}x$. $f(5) = \frac{3}{14} \times 5 = \frac{15}{14}$.

Exercice 13

a) L'image de –3 par f est 2.

b) Le nombre qui a pour image –2 est 3.

c) On a : $\begin{cases} f(-3) = 2 \\ f(3) = -2 \end{cases}$

On sait que $\begin{cases} 2 = -\frac{2}{3} \times (-3) \\ -2 = -\frac{2}{3} \times (3) \end{cases}$

Donc $f(x) = -\frac{2}{3}x$.

Exercice 14

1) a) Reproduisons et complétons le tableau :

Durée t en s	1	0,5	1,5	**4**
Distance d(t) en m	**300**	**150**	**450**	1200

b) $d(5) = v \times 5 = 300 \times 5$
$d(5) = 1500$.

c) $d(t) = v \times t = 300t$

2) Oui, la fonction d est une fonction linéaire car d est proportionnelle à t.

CORRIGÉ

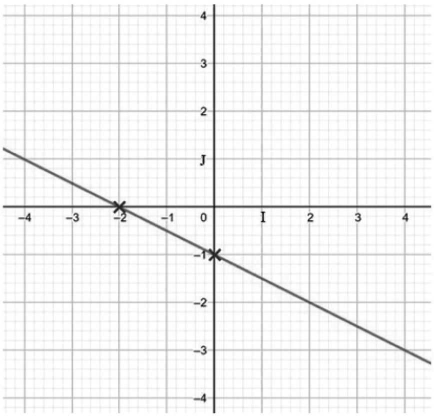
Exercice 15

On sait que $f(x) = ax + b$. Comme f passe par A et B, alors $\begin{cases} f(-1) = -a + b = 4 \\ f(0) = b = 2 \end{cases}$

Ainsi, $b = 2$ et $a = -2$. Donc $f(x) = -2x + 2$.

Exercice 16

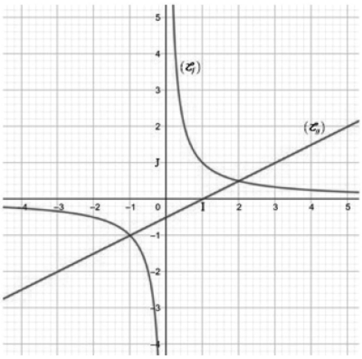
1) $g(0) = -1$.Donc l'ordonnée à l'origine est -1.
Le coefficient directeur est $-\frac{1}{2}$.
$g(-2) = 0$.
2) Représentation graphique de g.



IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 17

1) Traçons la représentation graphique de ($\mathscr{C}g$) sur la figure ($\mathscr{C}f$) :



2) $(-1 ; -1)$; $\left(2 ; \frac{1}{2}\right)$.

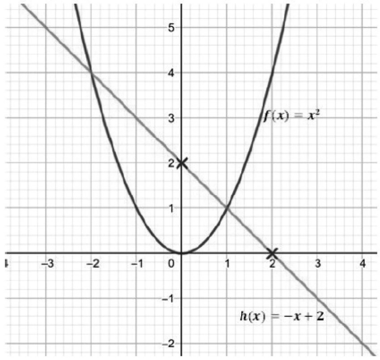
3) a) $\frac{1}{x} = \frac{x-1}{2}$ équivaut à , $x(x - 1) = 2$;
équivaut à $x^2 - x - 2 = 0$.

b) $x^2 - x - 2 = 0$ équivaut à $x = -1$ ou $x = 2$.
Donc les solutions sont : -1 et 2.

Exercice 18

1) La fonction carrée ($f(x) = x^2$).

2) Représentation de la fonction h.



3) $(-2 ; 4)$; $(1 ; 1)$.
4) Les solutions de cette équation sont : -2 et 1.

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 19

1) Soit x la quantité de tomate vendue.

Si $x \in [1 ; 10]$, P = $150x$.

Si $x \in [10 ; 15]$, P = 1500.

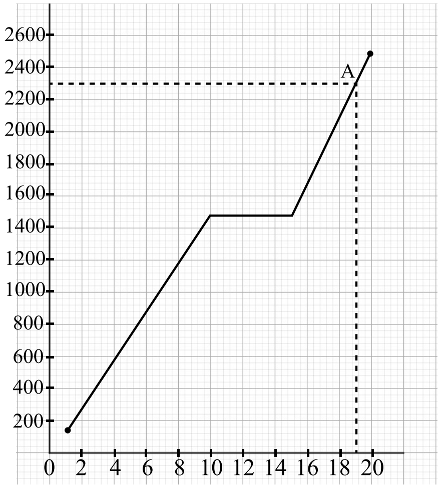
Si $x \in [15 ; \rightarrow[$, P = $200x - 1500$.

On obtient la fonction

$$\begin{cases} 150x & \text{si } 1 \leq x \leq 10 \\ 1500 & \text{si } 10 < x \leq 15 \\ 200x - 1500 & \text{si } x > 15 \end{cases}$$

CORRIGÉ

2) Voir papier millimetré.



3) La somme de 2 300 F correspond à $f(x) = 2300$.
Il s'agit de trouver x tel que $f(x) = 2300$.
Pour ce faire, on trace la parallèle à l'axe des abscisses passant par 2300 sur l'axe des ordonnées. Cette parallèle coupe la représentation graphique de f en un point A.
On trace la parallèle à l'axe des ordonnées passant par A. Elle coupe l'axe des abscisses en le nombre cherché. On trouve $x = 19$.

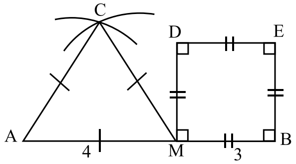
Conclusion :
On peut acheter 19 kg de tomate avec une somme de 2 300 F.

Exercice 20

1) $t(x) = 3x$, $c(x) = 4(7 - x) = 28 - 4x$

2) $3x = 28 - 4x$
$3x + 4x = 28$
$7x = 28$
$x = 4$.

3) Construction.



Aire MBED = 9 cm², Aire AMC = $4\sqrt{3}$ cm²
Aire MBED > Aire AMC.

Exercice 21

1) Pour $x \in [0 ; 12]$, $f(x) = ax + b$.
- $f(0) = 0$ donc $0 = 0 \times a + b$.
- $f(12) = 15$ donc $15 = 12 \times a + b$.

On a : $\begin{cases} b = 0 \\ 15 = 12a \end{cases}$ donc $\begin{cases} a = \dfrac{5}{4} \\ b = 0 \end{cases}$

Pour $x \in [0 ; 12]$, $f(x) = \dfrac{5}{4}x$.
Pour $x \in [12 ; 20]$, $f(x) = ax + b$.
- $f(12) = 15$ donc $15 = 12a + b$.
- $f(20) = 20$ donc $20 = 20a + b$.

On a : $\begin{cases} 12a + b = 15 \\ 20a + b = 20 \end{cases}$ donc $\begin{cases} a = \dfrac{5}{8} \\ b = \dfrac{15}{2} \end{cases}$

Pour tout $x \in [12 ; 20]$, $f(x) = \dfrac{5}{8}x + \dfrac{15}{2}$.

2) Traçons les droites d'équations
$y = \dfrac{5}{4}x$ et $y = \dfrac{5}{8}x + \dfrac{15}{2}$.

(Voir papier millimetré)

3)

x	4	10	16
$f(x)$	5	12,5	17,5

nouvelles notes : 5 ; 12,5 et 17,5.

4) $10 \in [0 ; 15]$, donc $x \in [0 ; 12]$.
$f(x) = 10 \Leftrightarrow \dfrac{5}{4}x = 10$.
$5x = 40$
$x = \dfrac{40}{5} = 8$.
Note initiale : 8.

- $15 \in [0 ; 15]$, donc $x \in [0 ; 12]$.

$f(x) = 15$ donc $\dfrac{5}{4}x = 15$.
$5x = 60$ donc $x = 12$.
Note initiale : 12.

- $5 \in [0 ; 15]$, donc $x \in [0 ; 12]$.

$f(x) = 5$ donc $\dfrac{5}{4}x = 5$.
$x = 4$.
Note initiale : 4.

- 18 ∈ [15 ; 20], donc x ∈ [12 ; 20].

$f(x) = 18$ donc $\frac{5}{8}x + \frac{15}{2} = 18$.

$\frac{5}{8}x + \frac{21}{2}$ donc $x = \frac{21}{2} \times \frac{8}{5} = \frac{168}{10}$. .

x = 16,8. Note initiale : 16,8.

Leçon 7 : Dénombrement

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

1	Si x appartient à A et n'appartient pas à B, alors x appartient à A∪B.	Vrai
2	Si x ∈ A et x ∈ B, alors x ∈ A∪B.	Vrai
3	x ∈ A∪B signifie que x appartient à la fois à A et à B.	Faux
4	x appartient A∪B signifie que : x appartient à A seulement, x appartient à B seulement, ou x appartient à la fois à A et à B.	Vrai

Exercice 2

1	Si x appartient à A et n'appartient pas à B, alors x appartient à A∩B.	Faux
2	x ∈ A∩B signifie que : x appartient à la fois à A et à B.	Vrai
3	si x ∈ A∩B, alors x appartient à A.	Vrai
4	si x ∈ A∩B, alors x appartient à B.	Vrai
5	Si x appartient A∪B, alors x appartient à A∩B.	Faux

Exercice 3

1	A∪B = {c, g, f ; v, h, p}
2	A∩B = {f, v}

Exercice 4

Card(A) = 6.   Card(B) = 7.

Exercice 5

Card(A) = l'effectif de ta classe.

Exercice 6

1) A∩B = {3 ; 4 ; 5}
A∪B = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9}.
2) Card(A) = 5 ; Card(B) = 7.
Card(A∩B) = 3.
Card(A∪B) = 9.
3) Card(A) + card(B) − card(A∩B) = 5 + 7-3 = 9.
Donc
Card(A∪B) = Card(A) + Card(B) − Card(A∩B).

Exercice 7

1	Card(A∪B) = Card(A) + Card(A∩B) – Card(B)	Faux
2	Card(A∩B) = Card(A) + Card(B) – Card(A∪B)	Vrai
3	Card(A∩B) + Card(A∪B) = Card(A) + Card(B)	Vrai
4	Card(A∪B) = Card(A) + Card(B) – Card(A∩B)	Vrai

Exercice 8

	Card (A)	Card (B)	Card (A∪B)	Card (A∩B)
Cas 1	16	20	24	**12**
Cas 2	16	17	**25**	8
Cas 3	**18**	15	23	10
Cas 4	40	**46**	56	30

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 9

1) 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17.
2) 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16.
3) 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15.

4) 0 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 14 ; 15 ; 16.

5) 6 ; 12.

Exercice 10

1) 15 ;16 ; 17 ; 18 ; 19 ; 20 ; 21 ; 22 ; 23 ; 24 ; 25 ; 26 ; 27 ; 28 ; 29 ; 30 ; 31.

2) 15 ; 20 ; 25 ; 30.

3) 15 ; 18 ; 21 ; 24 ; 27 ; 30.

4) 15 ; 18 ; 20 ; 21 ; 24 ; 25 ; 27 ; 30.

5) 15 ; 30.

Exercice 11

1) $x \in F \cup A$. ; 2) $k \in F \cap A$. ; 3) $y \in F \cup A$.

Exercice 12

1) $a \in F$. ; 2) $b \in F \cap N$. ; 3) $c \in F \cup N$.

Exercice 13

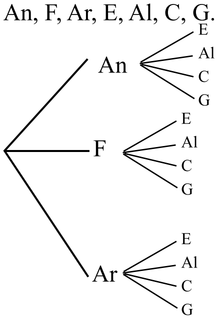
1) Complétons le tableau :

Noir \ Rouge	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

2) 36 résultats possibles.

Exercice 14

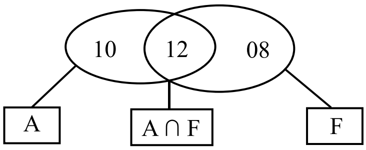
Notons Anglais, Français, Arabe, Espagnol, Allemand, Chinois et Grec respectivement par An, F, Ar, E, Al, C, G.



12 choix possibles.

Exercice 15

1) Remplissons le diagramme :



2) $32 - (10 + 8 + 12) = 32 - 30 = 2$.
Donc 2 élèves n'ont pas eu la moyenne dans ces deux matières.

Exercice 16

	1	3	5	7	9
1	11	13	15	17	19
2	21	23	25	27	29
3	31	33	35	37	39
4	41	43	45	47	49
5	51	53	55	57	59
6	61	63	65	67	69
7	71	73	75	77	79
8	81	83	85	87	89
9	91	93	95	97	99

45 nombres.

CORRIGÉ

Exercice 17

Jupes \ Chemises	Blanche	Bleue	Jaune	Orange
Noire	(noire-blanche)			
Violette				
Kaki				

12 choix possibles.

Exercice 18

1
- 2 − (1 ; 2)
- 3 − (1 ; 3)
- 4 − (1 ; 4)
- 5 −(1 ; 5)

2
- 1 −
- 3 −
- 4 −
- 5 −

3
- 1 −
- 2 −
- 4 −
- 5 −

4
- 1 −
- 2 −
- 3 −
- 5 −

5
- 1 −
- 2 −
- 3 −
- 4 −

20 résultats possibles.

Exercice 19

- G
  - G
    - G - GGG
    - F - GGF
  - F
    - G - GFG
    - F - GFF
- F
  - G
    - G - FGG
    - F - FGF
  - F
    - G - FFG
    - F - FFF

8 cas possibles.

Exercice 20

Il y a 6 possibilités de choisir le président et 5 possibilités de choisir le secrétaire, soit $6 \times 5 = 30$. Mais comme l'un n'est pas choisi avant l'autre (ils sont choisis ensemble), il faut diviser ce nombre par 2. Le nombre de choix possibles est donc 15.

Exercice 21

1) $385 + 354 - 277 = 462$.

2) $500 - 462 = 38$.

Exercice 22

ENTRÉES : 2 possibilités

PLATS : 3 possibilités

DESSERT : 3 possibilités

Donc on a : $2 \times 3 \times 3 = 18$ choix possibles.

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 23

Soit F l'ensemble des élèves qui pratiquent le football et N, la natation.

1) C'est le cardinal de $F \cap N$.

$$\begin{aligned} \text{Card}(F \cap N) &= \text{card}F + \text{card}N - \text{card}(F \cup N) \\ &= 496 + 267 - 567 \\ &= 196. \end{aligned}$$

Donc 196 pratiquent les deux sports.

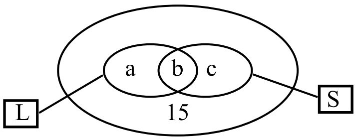
2) Le nombre d'élèves qui ne pratiquent aucun des deux sports est :

$900 - \text{card}(F \cup N) = 900 - 567 = 333.$

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 24

1) Soit L l'ensemble des élèves qui adhèrent au club littéraire et S l'ensemble des élèves qui adhèrent au club santé.



$a + b = 23$

$b + c = 26$

$a + b + c = 50 - 15 = 35.$

On trouve : $a = 9$; $b = 14$ et $c = 12$.

a) 9 élèves adhèrent seulement au club littéraire.

b) 12 élèves adhèrent seulement au club santé.

2) 14 élèves adhèrent aux deux clubs.

Leçon 8 : Statistique

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

L'effectif cumulé croissant de la modalité 50 est	50	6	11	23
L'effectif cumulé décroissant de la modalité 50 est	50	48	44	39
L'effectif cumulé décroissant de la modalité 320 est	17	10	8	2
La fréquence cumulée croissante de la modalité 250 est	0,8	0,14	0,66	0,84
La fréquence cumulée croissante de la modalité 250 est	0,14	0,8	0,92	0,84
La fréquence cumulée décroissante de la modalité 1000 est	1	0,08	0,06	0,02
La médiane est	50	80	160	250

Exercice 2

Taille (en cm)	150	155	160	162	165	168	170
Effectif	8	5	10	16	20	7	3
Effectif cumulé décroissant	69	61	56	46	30	10	3

CORRIGÉ

Exercice 3

Durée (en min)	1	2	3	5	8	10	15
Fréquence	0,08	0,1	0,2	0,4	0,15	0,05	0,02
Fréquence cumulée décroissante	1	0,92	0,82	0,62	0,22	0,07	0,02

Exercice 4

1 → b ; 2 → c ; 3 → a.

Exercice 5

	Réponse
Une série chronologique est l'ensemble des modalités d'une variable qualitative	Faux
Une série chronologique est une suite de valeurs quantitives dépendant du temps	Vrai

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 6

On a : 14 – 15 – 16 – 17 – 17 – 18 – 19 – 19 – 20 – 20 – 21 – 21 – 21.

1) L'âge moyen est : 18 ans.

2) L'âge médiane est : 19 ans.

Exercice 7

1) La moyenne est : $\dfrac{1279}{100} = 12{,}79$.

2) La médiane est : 13.

Exercice 8

1) La moyenne = $\dfrac{2,5 \times 12 + 7,5 \times 18 + 12,5 \times 30 +}{115}$

$\dfrac{17,5 \times 20 + 22,5 \times 15 + 27,5 \times 20}{115} = 15,45 \text{ min}$

Soit 15 min 27s.

2) $\dfrac{N}{2} = \dfrac{115}{2} = 57{,}5$.

À partir du tableau 10 min. correspond au 30^{e} rang et 15 min, au 60^{e} rang.

Donc par conjecture, le temps d'attente médian est 15 min.

Exercice 9

1) Le temps moyen :

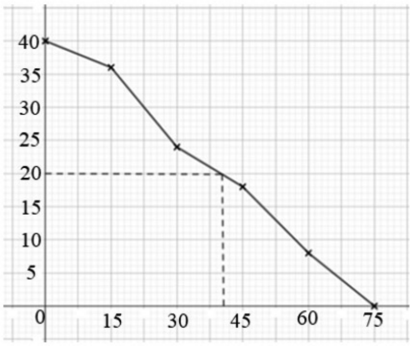
$\dfrac{7,5 \times 4 + 22,5 \times 12 + 37,5 \times 6 + 52,5 \times 10 + 67,5 \times 8}{40}$

= 39,75 min, soit 39 min 27s.

2) a)

Temps (en min)	[0;15[	[15;30[	[30;45[	[45;60[	[60;75[
Effectif	4	12	6	10	8
ECD	40	36	24	18	8

b)



c) L'effectif total est 40 et 40 ÷ 2 = 20.
La médiane est l'abscisse du point du polygône des effectifs cumulés décroissant dont l'ordonné est 20.
Donc la médiane est 27.

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 10

1) Masse moyenne :

$\dfrac{147,5 \times 4 + 148,5 \times 12 + 149,5 \times 6 +}{44}$

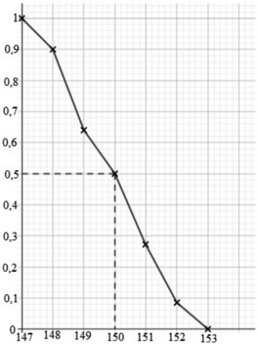
$\dfrac{150,5 \times 151,5 \times 8 + 152,5 \times 4}{44} = 147,45 \text{ g}.$

CORRIGÉ

2) a)

M(en g)	[147;148[	[148;149[	[149;150[	[150 ;151[	[151 ; 152[	[152 ;153[
Effectif	4	12	6	10	8	4
ECD	44	40	28	22	12	4
FCD	1	0,91	0,64	0,5	0,27	0,09

b)

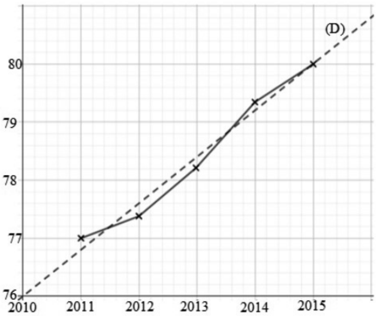


c) D'après le graphique précédent, la médiane est 150.
Au moins 50% des sachets ont une masse inférieure à 150 g et au moins 50% des sachets ont une masse supérieure à 150 g.

d) Ce pourcentage est $\frac{4+12+6}{44} \times 100$, soit 50%.

Exercice 11

1)



2) Voir figure.

3) a) Estimation pour l'année 2018.

L'année 2018 correspond à $x = 8$.

On a : $y = 0{,}8x + 76$
$y = 0{,}8 \times 8 + 76$
$y = 82{,}4$ %.

b) Un taux de souscription de 85% correspond à $y = 85$.
On a : $y = 0{,}8x + 76$

$$x = \frac{y - 76}{0{,}8}$$

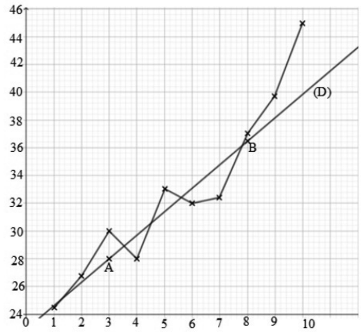
$$x = \frac{85 - 76}{0{,}8}$$

$$x = 11{,}25.$$

C'est à partir de l'année 2022.

Exercice 12

1)

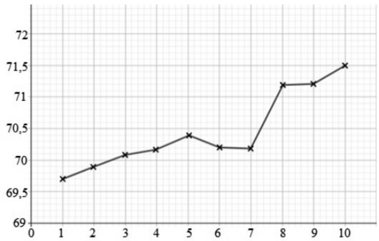


2) a) $f(3) = 28$ et $f(8) = 37$; donc A et B $\in$ (D).
b) Voir figure.

3) En 2016, le nombre de séminaire de l'entreprise est de : $f(6) = \frac{9}{5} \times 6 + \frac{113}{5} = 33{,}4$.

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 13



2) La durée de vie dans ce pays augmente pendant 5 ans depuis 1977. Elle baisse la 6ème année puis reste stationnaire l'année suivante. Par la suite, elle augmente fortement pendant une année, stagne pendant une année puis croit légèrement l'année suivante.

Mise en page : Vallesse Éditions
Tel : 22410821/01916125
Achevé d'imprimer Oprint
3eme trimestre 2020
Dépôt légal N° 13449