MATHÉMATIQUES

3^{e}

Corrigé

Auteurs

KONÉ TALNAN LUCIEN BENOIT,
Inspecteur en chef

ARRICO LUCIE,
Professeur de lycée

Vallesse

Leçon 1 : Calcul littéral

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

$\dfrac{x}{y} = \dfrac{z}{t}$ **équivaut à** $x \times t = y \times z$

Exercice 2

$\dfrac{7}{12}$	$\dfrac{5}{8}$
$\dfrac{25}{40}$	$\dfrac{7}{3}$
$\dfrac{56}{24}$	$\dfrac{105}{245}$
$\dfrac{21}{49}$	$\dfrac{49}{84}$

Exercice 3

$\dfrac{56}{28} = \dfrac{8}{4}$; $\dfrac{5,4}{81} = \dfrac{0,6}{9}$; $\dfrac{35}{2} = \dfrac{7}{0,4}$

Exercice 4

a) $\dfrac{2}{3} = \dfrac{2 \times 9}{3 \times 9} = \dfrac{18}{27}$, donc $\dfrac{2}{3} = \dfrac{18}{27}$

b) $\dfrac{-5}{3} = \dfrac{-5 \times 11}{3 \times 11} = \dfrac{-55}{33}$, donc $\dfrac{-5}{3} \neq \dfrac{55}{33}$

c) $\dfrac{7}{9} = \dfrac{7 \times 7}{9 \times 7} = \dfrac{49}{63}$, donc $\dfrac{7}{9} \neq \dfrac{49}{81}$

d) $\dfrac{-2}{5} = \dfrac{-2 \times 15}{5 \times 15} = \dfrac{-30}{75}$,

donc $\dfrac{-2}{5} = \dfrac{-30}{75}$

Exercice 5

$$\frac{8}{9} + \frac{7}{5} = \frac{8 \times 5 + 7 \times 9}{9 \times 5} = \frac{103}{45}$$

$$\frac{11}{3} + \frac{1}{18} = \frac{11 \times 6 + 1}{3 \times 18} = \frac{67}{54}$$

$$\frac{7,2}{11} + \frac{6}{4} = \frac{7,2 \times 4 + 6 \times 11}{11 \times 4}$$

$$= \frac{94,8}{44} = \frac{237}{110}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{4}{15} = \frac{5 \times 5 - 4 \times 2}{6 \times 15} = \frac{17}{90}$$

$$\frac{-7}{12} + \frac{1}{5} = \frac{-7 \times 5 + 1 \times 12}{12 \times 5} = \frac{-23}{60}$$

$$\frac{13}{10} - \frac{10}{9} = \frac{13 \times 9 - 10 \times 10}{10 \times 9} = \frac{17}{90}$$

Exercice 6

$$\frac{40}{9} \times \frac{8}{3} = \frac{320}{27}$$

$$\frac{-18}{35} \times \frac{36}{15} = \frac{-648}{525} = \frac{-216}{175}$$

$$\frac{-6,2}{99} \times \frac{31}{110} = \frac{-192,2}{10890} = \frac{-961}{54450}$$

$$\frac{32}{35} \times \frac{-48}{21} = \frac{-1536}{735} = \frac{-512}{245}$$

$$\frac{205}{3} \div 25 = \frac{205}{3} \times \frac{1}{25} = \frac{205}{75} = \frac{41}{15}$$

$$130 \div \frac{10}{51} = 130 \times \frac{51}{10} = \frac{6630}{10} = 663$$

Exercice 7

L'inverse de 7 est $\dfrac{1}{7}$.

L'inverse de -13 est $-\dfrac{1}{13}$.

L'inverse de $\dfrac{1}{81}$ est 81.

L'inverse de $\dfrac{15}{22}$ est $\dfrac{22}{15}$.

L'inverse de $\dfrac{-2019}{2020}$ est $\dfrac{-2020}{2019}$.

Exercice 8

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$; $\dfrac{1}{a^{-2}} = a^2$; $\dfrac{a^{-8}}{a^3} = \dfrac{1}{a^{11}}$

Exercice 9

$a^n \times b^n$	a^{n+m}
$a^n \times a^m$	a^{n-m}
$(a^n)^m$	$(a \times b)^n$
$\dfrac{a^n}{a^m}$	$a^{n \times m}$

CORRIGÉ

Exercice 10

$3^{12} \times 3^{7} = 3^{12+7} = 3^{19}$

$4^{2} \times 4^{5} \times 4^{3} = 4^{2+5+3} = 4^{10}$

$\left(5^{3}\right)^{5} = 5^{3\times 5} = 5^{15}$

$\left(9^{3}\right)^{7} = 9^{3\times 7} = 9^{21}$

$\dfrac{7^{7}}{7^{2}} = 7^{7-2} = 7^{5}$

$\dfrac{2^{12}}{2^{5}} = 2^{12-5} = 2^{7}$

Exercice 11

$4^{2} \times 4^{5} \times \left(4^{3}\right)^{2} = 4^{7} \times 4^{6} = 4^{13}$

$\left(7^{2}\right)^{3} \times \left(7^{4}\right)^{5} = 7^{6} \times 7^{20} = 7^{26}$

$\dfrac{3^{7}}{3^{4}} = 3^{7-4} = 3^{3}$

$(2^{3})^{4} = 2^{12}$

$\dfrac{\left(2^{5}\right)^{5}}{\left(2^{4}\right)^{6}} = \dfrac{2^{25}}{2^{24}} = 2^{25-24} = 2^{1} = 2$

$2^{5} \times 3^{5} \times 7^{5} = \left(2 \times 3 \times 7\right)^{5} = 42^{5}$

Exercice 12

a) $5^{7}\times 5^{-12} = 5^{7-12} = 5^{-3}$; b) $7^{29}\times 7^{21} = 7^{50}$

c) $\dfrac{11^{9}}{11^{16}} = 11^{-7}$; d) $2^{27}\times 7^{27} = 14^{27}$

e) $3^{6}\times 64 = 3^{6}\times 2^{6} = 6^{6}$

Exercice 13

$$\begin{tikzcd}
\boxed{x + 4 - 2x + 1} \arrow[drr, leftrightarrow] & & \boxed{-3x+5} \\
\boxed{1 - x + 4 - 2x} \arrow[urr, leftrightarrow] & & \boxed{-x+5}
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
\boxed{2x+4-(x+1)} \arrow[drr, leftrightarrow] & & \boxed{-x+3} \\
\boxed{x-1-(2x-4)} \arrow[urr, leftrightarrow] & & \boxed{x+3}
\end{tikzcd}$$

Exercice 14

a) $(4a + 3)(3a + 5)$

$= 4a \times 3a + 4a \times 3 + 3 \times 3a + 3 \times 5$

$= 12a^{2} + 20a + 9a + 15$

$= 12a^{2} + 29a + 15$

b) $(-3a+2)(5a-4)$

$= -3a \times 5a - 3a \times (-4) + 2 \times 5a + 2 \times (-4)$

$= -15a^{2} + 12a + 10a - 8$

$= -15a^{2} + 22a - 8$

c) $(5b-2)(-3b+2)$

$= 5b \times (-3b) + 5b \times 2 - 2 \times (-3b) - 2 \times 2$

$= -15b^{2} + 10b + 6b - 4$

$= -15b^{2} + 16b - 4$

d) $(5a-3b)(4b+3a)$

$= 5a \times 4b + 5a \times 3a - 3b \times 4b - 3b \times 3a$

$= 20ab + 15a^{2} - 12b^{2} - 9ab$

$= 15a^{2} - 12b^{2} + 11ab$

e) $(3a-2)(4a-7)$

$= 3a \times 4a + 3a \times (-7) - 2 \times 4a - 2 \times (-7)$

$= 12a^{2} - 21a - 8a + 14 = 12a^{2} - 29a + 14$

f) $(2b-3)(2b-7)$

$= 2b \times 2b + 2b \times (-7) - 3 \times 2b - 3 \times (-7)$

$= 4b^{2} - 14b - 6b + 21$

$= 4b^{2} - 20b + 21$

g) $(3x-4)(5x+2)$

$= 3x \times 5x + 3x \times 2 - 4 \times 5x - 4 \times 2$

$= 15x^{2} + 6x - 20x - 8$

$= 15x^{2} - 14x - 8$

CORRIGÉ

h) $(-a+5b)(4b+3a)$
$= -a\times 4b - a\times 3a + 5b\times 4b + 5b\times 3a$
$= -4ab - 3a^2 + 20b^2 + 15ab$
$= -3a^2 + 20b^2 + 11ab$

Exercice 15

$(3x+1)^2 = (3x)^2 + 2\times 3x\times 1 + 1^2$
$= 9x^2 + 6x + 1$

$(-2x+0,5)^2 = (-2x)^2 + 2\times(-2x)\times 0,5 + (0,5)^2$
$= 4x^2 - 2x + 0,25$

$\left(-\frac{3}{2}-\frac{x}{3}\right)^2 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{x}{3} + \left(-\frac{x}{3}\right)^2$
$= \frac{9}{4} + x + \frac{x^2}{9}$

Remarque : $-2\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{1}{3} = 1$

$(4x-3)^2 = (4x)^2 - 2\times 4x\times 3 + 3^2$
$= 16x^2 - 24x + 9$

$(-7+5x)^2 = (-7)^2 + 2\times(-7)\times 5x + (5x)^2$
$= 49 - 70x + 25x^2$

$\left(\frac{x}{3}+5\right)^2 = \left(\frac{x}{3}\right)^2 + 2\times\frac{x}{3}\times 5 + 5^2$
$= \frac{x^2}{9} + \frac{10x}{3} + 25$

$(x-4)(x+4) = x^2 - 4^2 = x^2 - 16$

$\left(3x+\frac{1}{2}\right)^2 = (3x)^2 + 2\times 3x\times\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$
$= 9x^2 + 3x + \frac{1}{4}$

$\left(\frac{4}{5}-2x\right)\left(\frac{4}{5}+2x\right) = \left(\frac{4}{5}\right)^2 - (2x)^2 = \frac{16}{25} - 4x^2$

$\left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}x\right)^2 + 2\times\frac{2}{3}x\times\frac{3}{5} + \left(\frac{3}{5}\right)^2$
$= \frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{9}{25}$

Exercice 16

a) $5x^2 + 3x = 5x\times x + 3\times x = x(5x+3)$

b) $17y^2 - 5y = 17y\times y - 5\times y$
$= y(17y-5)$

c) $3t^2 - 8t = 3t\times t - 8\times t = t(3t-8)$

d) $17z^2 - 7z = 17z\times z - 7\times z = z(17z-7)$

Exercice 17

$A = 5(x+2) + x(x+2) = (x+2)(5+x)$

$B = (x+4)(x+3) - (x+4)(x-2)$
$= (x+4)[(x+3)-(x-2)]$
$= (x+4)(x+3-x+2) = (x+4)\times 5$
$B = 5(x+4)$

$C = (x+2)^2 + (x+2)(x-1)$
$= (x+2)(x+2) + (x+2)(x-1)$
$= (x+2)[(x+2)+(x-1)]$
$C = (x+2)(x+2+x-1) = (x+2)(2x+1)$

$D = (2x+1)(x-3) + (2x+1)(2x-1)$
$= (2x+1)[(x-3)+(2x-1)]$
$= (2x+1)(x-3+2x-1)$
$D = (2x+1)(3x-4)$

Exercice 18

$A = x^2-36 = x^2-6^2 = (x-6)(x+6)$

$B = 25-49x^2 = 5^2-(7x)^2$
$= (5-7x)(5+7x)$

$C = x^2+6x+9 = x^2+2\times 3\times x+3^2$
$= (x+3)^2$

CORRIGÉ

$D = 81x^2 - 126x + 49 = (9x)^2 - 2\times7\times9x + 7^2$

$= (9x-7)^2$

$E = \frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{3}x\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\right)$

$F = \frac{1}{25}x^2 + \frac{2}{25}x + \frac{1}{9}$

$= \left(\frac{1}{5}x\right)^2 + 2\times\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{5}x\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2$

$= \left(\frac{1}{5}x + \frac{1}{3}\right)^2$

Exercice 19

$P = (5-3x)^2 - 16 = (5-3x)^2 - 4^2$

$= (5-3x-4)(5-3x+4)$

$= (1-3x)(9-3x)$

$Q = (-4x-3)^2 - 36 = (-4x-3)^2 - 6^2$

$= (-4x-3-6)(-4x-3+6)$

$= (-4x-9)(-4x+3)$

$R = (x-4)^2 - (2x-1)^2$

$= \left[(x-4) - (2x-1)\right]\left[(x-4) + (2x-1)\right]$

$= (x-4-2x+1)(x-4+2x-1)$

$= (-x-3)(3x-5)$

Exercice 20

	R
$ab = 0$ équivaut à $a = 0$ et $b = 0$	faux
$ab = 0$ équivaut à $a = 0$ ou $b = 0$	vrai
$ab \neq 0$ équivaut à $a \neq 0$ ou $b \neq 0$	faux
$ab \neq 0$ équivaut à $a \neq 0$ et $b \neq 0$	vrai

Exercice 21

$(x-3)(2x+5) = 0$ équivaut à $x - 3 = 0$ ou $2x+5 = 0$.

$(8x+1)(7-x) = 0$ équivaut à $8x+1 = 0$ ou $7 - x = 0$.

$(4x+9)(13x-11) = 0$ équivaut à $4x+9 = 0$ ou $13x - 11 = 0$.

Exercice 22

	R
$x^2 = a^2$ équivaut à $x = a$	faux
$x^2 = a^2$ équivaut à $x = a$ ou $x = -a$	vrai
$x^2 = a^2$ équivaut à $x = a$ et $x = -a$	faux

Remarque : Pour la dernière ligne ; un nombre réel x ne peut avoir deux valeurs différentes en même temps (a et $-a$).

Exercice 23

$a^2 = 64$ équivaut à $a = -8$ ou $a = 8$.

$x^2 = 1$ équivaut à $x = -1$ ou $x = 1$.

$r^2 = 49$ équivaut à $r = 7$ ou $r = -7$.

Exercice 24

$x^2 - 2x - 1$; $\frac{2x}{x-3}$; $\frac{x}{2} + 1$; $\frac{3x^2+2}{7}$; $\frac{2}{3(x-1)}$

Remarque :

$\frac{x}{2} + 1 = \frac{1}{2}x + 1$ et $\frac{3x^2+2}{7} = \frac{3}{7}x^2 + \frac{2}{7}$

Exercice 25

Monome	Coefficient	Degré
$7x^2$	7	2
x^5	1	5
$-\frac{2}{3}x^4$	$-\frac{2}{3}$	4
$-x$	-1	1

CORRIGÉ

Exercice 26

Pour $x = 2$, P = $4\times2-3 = 5$

Pour $x = -1$, Q $= 2 \times (-1)^2-(-1)-3 = 0$

Pour $x = \frac{1}{2}$; R$=\left(\frac{1}{2}\right)^3 -1=-\frac{7}{8}$

Exercice 27

Toutes ces expressions sont des fractions rationnelles.

Exercice 28

a) $A = \frac{2x}{x-3}$

A existe si et seulement si $x - 3 \neq 0$

Or $x -3 = 0$ équivaut à $x = 3$

Donc A existe pour si $x \neq 3$

b) $B = \frac{2}{3(x-1)}$

B existe si et seulement si $3(x - 1) \neq 0$

Or $3(x - 1) = 0$ équivaut à $x - 1 = 0$ car $3 \neq 0$

$x - 1 = 0$ équivaut à $x = 1$

B existe pour $x \neq 1$

Exercice 29

a) $A = \frac{2x-7}{x(x-1)}$

A existe si et seulement si $x(x-1) \neq 0$

Or $x(x - 1) = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x -1= 0$ c'est-à-dire $x = 0$ ou $x = 1$

Donc A existe pour $x \neq 0$ et $x \neq 1$

b) $B = \frac{24}{9x^2-16}$

B existe si et seulement si $9x^2 - 16 \neq 0$

Résolvons l'équation $9x^2 - 16 = 0$

$9x^2 - 16 = 0$	$3x - 4 = 0$ ou $3x + 4 = 0$
$(3x)^2 - 4^2 = 0$	$x = \frac{4}{3}$ ou $x = -\frac{4}{3}$
$(3x - 4)(3x + 4) = 0$	

Donc $9x^2 - 16 \neq 0$ pour $x \neq \frac{4}{3}$ et $x \neq -\frac{4}{3}$

Et par conséquent B existe pour $x \neq \frac{4}{3}$ et $x \neq -\frac{4}{3}$

Exercice 30

1) A exixte si et seulement si $(x + 4)(2x - 3) \neq 0$

Resolvons l'équation : $(x + 4)(2x - 3) = 0$

$(x+4)(2x-3) = 0$

$x + 4 = 0$ ou $2x - 3 = 0$

$x = -4$ ou $x = \frac{3}{2}$

Donc A existe pour $x \neq -4$ et $x \neq \frac{3}{2}$

2) Pour $x \neq -4$ et $x \neq \frac{3}{2}$, on a :

$A = \frac{2x-3}{(x+4)(2x-3)} = \frac{1}{x+4}$

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 31

$G = 8(3x + 1)+2(3x - 4)$

$G = 8\times3x + 8\times1 + 2\times3x + 2(-4)$

$G = 24x + 8 + 6x - 8 = 30x$

$H = 3(3x- 1) - (2 - 4x)$

$H = 3\times3x + 3\times(-1) - 2 + 6x$

$H = 9x - 3 - 2 + 6x =15x - 5$

$J = 3(2 - x^2) - 2(3x^2 - 4)$

$J = 3\times2 + 3\times(-x^2) - 2\times3x^2 - 2\times(-4)$

$J = 6 - 3x^2 + 6x^2 + 8 = 14 - 9x^2$

$K = -(-x^2 -2)-5(2x^2-7)$

$K = x^2 + 2 - 5\times2x^2 - 5\times(-7)$

$K = x^2 + 2 - 10x^2 + 35= -9x^2 + 37$

$L = 4(5 - 2x^2)- 8(3 - 2x^2)$

$L = 4\times5 + 4\times(-2x^2) + 8\times3 + 8\times(-2x^2)$

$L = 20 - 8x^2 + 24 - 16x^2$

$L = 44 - 24x^2$

$M = -4(6 - x^2) + 3(2 - x^2)$

$M = -4\times6 - 4\times(-x^2) + 3\times2 + 3\times(-x^2)$

$M = -24 + 4x^2 + 6 - 3x^2 = -18 + x^2$

$N = -(7-x^2) - 3(3x^2+6)$
$N = -7-x^2 - 3\times 3x^2 - 3\times 6$
$N = -7-x^2-9x^2-18 = -10x^2-25$

$P = 3(x^2+2)-6(3-2x^2)$
$P = 3\times x^2 + 3\times 2 - 6\times 3 - 6\times(-2x^2)$
$P = 3x^2+6-18+12x^2 = -15x^2-12$

Exercice 32

$P(x)$	$Q(x)$	$P(x)+Q(x)$
$3x+5$	$2x^2-x-1$	$2x^2+2x+4$
$-3x^2-4x-3$	$5x^2+7x-1$	$2x^2+3x-4$
$-2x^2+x+6$	$2x^2+3x-8$	$4x-2$

Exercice 33

$3n+3(n-1)+1 = 3n+3+1 = 6n-2$
$= 6n-2 = 6n-2$

$4n+4(n-1)-2(n-1) = 4n+4n-4-2n+2$
$= 6n-2$

$4n+2(n-1) = 4n+2n-2 = 6n-2$
$4n+3(n-1)-3 = 4n+3n-3-3 = 7n-6$

$3(n+n-1)+1 = 3(2n-1)+1$
$= 3\times 2n+3\times(-1)+1$
$= 6n-3+1=6n-2$

$2(n+n+n-1) = 2(3n-1)$
$2(3n-1)= 6n-2$

Conclusion : Toute les expressions ont la même forme réduite sauf $4n+3(n-1)-3$.

Exercice 34

Pour $x=0$

$A = 3\times 02+7 = 3\times 0+7 = 0+7 = 7$

$B = 3\times 0+7 = 0+7 = 7$

Pour $x=1$

$A = 3\times 12+7=3\times 1+7=3+7=10$

$B = 3\times 1+7=3+7=10$

Exercice 35

1) $A = (x-3)(x+7)-(2x-7)(x-3)$
$A = (x^2+7-3x-21)-(2x^2-6x-7x+21)$
$A = (x^2+4x-21)-(2x^2-13x+21)$
$A = x^2+4x-21-2x^2+13x+21$
$A = -x^2+17x-42$

2) $A=(x-3)(x+7)-(2x-7)(x-3)$
$A=(x-3)[(x+7)-(2x-7)]$
$A=(x-3)(x+7-2x+7)$
$A=(x-3)(-x+14)$

3) Remarque : ici il est plus judicieux d'utiliser la forme factorisée de A.
Pour $x=3$
$A=(3-3)(-3+14)=0\times 11= 0$

Exercice 36

a) $2x(x+3)= 2x\times x+2x\times 3-2x^2+6x$

b) $-7y^2(-5-2y^2)$
$= -7y^2(-5) -7y^2\times(-2y^2)$
$= 35y^2 + 14y^4$

c) $(x+5)(x+1) = x^2+x+5x+5$
$= x^2+6x+5$

d) $(2x-5)(x+4)=2x\times x+2x\times 4-5\times x-5\times 4$
$= 2x^2+8x-5x-20$
$= 2x^2+3x-20$

e) $(2x+3)^2 = (2x)^2+2\times 2x\times 3+3^2$
$= 4x^2+12x+9$

f) $(4-7x)(4+7x) = 4^2-(7x)^2 = 16-49x^2$

g) $(x+4)(x-6)+(-1+x)(x-7)$
$= (x^2-6x+4x)+(-x+7+x^2-7x)$
$= (x^2-2x-24)+(x^2-8x+7)$
$= x^2-2x-24+x^2-8x+7$
$= 2x^2-10x-17$

h) $-3(a^2+2)-(a-3)(2a+7)$
$= -3a^2-6-(a\times 2a+7a-3\times 2a-3\times 7)$
$= -3a^2-6-(2a^2+7a-6a-21)$
$= -3a^2-6-(2a^2+a-21)$
$= -3a^2-6-2a^2-a+21$
$= -5a^2-a+15$

Exercice 37

Il faut calculer A et B puis faire leur somme.

Calcul de A

$$A = \frac{2}{3} - \frac{3}{7} \times \frac{21}{15}$$

$$A = \frac{2}{3} - \frac{3 \times 21}{7 \times 15}$$

$$A = \frac{2}{3} - \frac{3 \times 7 \times 3}{7 \times 3 \times 5}$$

$$A = \frac{2}{3} - \frac{3}{5}$$

$$A = \frac{2 \times 5 - 3 \times 3}{3 \times 5}$$

$$A = \frac{10 - 9}{15} = \frac{1}{15}$$

Calcul de B

$$B = \frac{1 + \frac{2}{5}}{\frac{5}{2} - 1} = \frac{\frac{1 \times 5 + 2}{5}}{\frac{5 - 2 \times 1}{2}}$$

$$B = \frac{\frac{5+2}{5}}{\frac{5-2}{2}} = \frac{\frac{7}{5}}{\frac{3}{2}}$$

$$B = \frac{7}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{14}{15}$$

Calcul de A+B

$$A + B = \frac{1}{15} + \frac{14}{15} = \frac{15}{15} = 1$$

Exercice 38

a) $\frac{3}{5} - \frac{1}{7} \times \frac{21}{9} - \frac{12}{20}$

Astuce : il faut simplifier certaine fractions avant d'effectuer les calculs.

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{7} \times \frac{21}{9} - \frac{12}{20} = \frac{3}{5} - \frac{1 \times 21}{7 \times 9} - \frac{4 \times 3}{4 \times 5}$$

$$= \frac{3}{5} - \frac{1 \times 7 \times 3}{7 \times 3 \times 3} - \frac{3}{5}$$

$$= \frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{3}{5} = -\frac{1}{3}$$

b) $2 + \frac{7}{3}\left(1 - \frac{8}{5}\right) = 2 + \frac{7}{3}\left(\frac{5-8}{5}\right)$

$$= 2 + \frac{7}{3} \times \frac{-3}{5} = 2 - \frac{7}{5}$$

$$= \frac{2 \times 5 - 7}{5}$$

$$= \frac{10 - 7}{5} = \frac{3}{5}$$

c) $\left(\frac{5}{7} - \frac{3}{2}\right) \div \left(\frac{3}{7} + \frac{1}{49}\right)$

$$= \left(\frac{5 \times 2 - 3 \times 7}{7 \times 2}\right) \div \left(\frac{3 \times 7 + 1}{49}\right)$$

$$= \left(\frac{10 - 21}{14}\right) \div \left(\frac{21 + 1}{49}\right)$$

$$= \frac{-11}{14} \div \frac{22}{49} = \frac{-11}{14} \times \frac{49}{22}$$

$$= \frac{-11 \times 49}{14 \times 22} = \frac{-11 \times 7 \times 7}{2 \times 7 \times 11 \times 2}$$

$$= \frac{-7}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-7}{4}$$

d) $\dfrac{1}{\frac{7}{10} - \frac{9}{13}} = \dfrac{1}{\frac{7 \times 13 - 9 \times 10}{10 \times 13}}$

$$= \frac{1}{\frac{91 - 90}{130}} = \frac{1}{\frac{1}{130}}$$

$$= 130$$

(C’est l’inverse de $\frac{1}{130}$)

CORRIGÉ

Exercice 39

a) $\frac{-2}{-9}\times\frac{-3}{8}+\frac{3}{-36}=\frac{2}{9}\times\frac{-3}{8}+\frac{-3}{36}$

$=\frac{2\times(-3)}{9\times 8}+\frac{-1\times 3}{12\times 3}$

$=\frac{2\times(-1)\times 3}{3\times 3\times 2\times 4}+\frac{-1}{12}$

$=\frac{-1}{3\times 4}+\frac{-1}{12}$

$=\frac{-1}{12}+\frac{-1}{12}$

$=\frac{-2}{12}=\frac{-1}{6}$

b) $\left(\frac{5}{-5}\times\frac{7}{6}\right)\left(3\times\frac{-10}{3}\right)$

$=\left(\frac{-5}{5}\times\frac{7}{6}\right)\left(3\times\frac{-10}{3}\right)$

$=\left(-1\times\frac{7}{6}\right)\left(\frac{3\times 3-10}{3}\right)$

$=-\frac{7}{6}\left(\frac{9-10}{3}\right)$

$=\frac{-7}{6}\times\frac{-1}{3}=\frac{7}{18}$

c) $\left(\frac{1}{4}-1\right)^2\left[\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2\right]$

$=\left(\frac{1-1\times 4}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{9}\right)$

$=\left(\frac{-3}{4}\right)^2\times\left(\frac{1\times 9+1\times 4}{4\times 9}\right)$

$=\frac{9}{16}\times\frac{13}{36}=\frac{9\times 13}{16\times 4\times 9}$

$=\frac{13}{16\times 4}=\frac{13}{64}$

d) $\dfrac{\left(3-\frac{9}{5}\right)^2}{1-\frac{1}{5}}=\dfrac{\left(\frac{3\times -9}{5}\right)^2}{\frac{1\times 5-1}{5}}=\dfrac{\left(\frac{6}{5}\right)^2}{\frac{4}{5}}$

$=\frac{6^2}{5^2}\times\frac{5}{4}=\frac{36\times 5}{5\times 5\times 4}$

$=\frac{9\times 4\times 5}{5\times 5\times 4}=\frac{9}{5}$

Exercice 40

a) $\dfrac{\left(1+\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{3}{5}-\frac{3}{4}}=\dfrac{\left(\frac{2+1}{2}\right)^2}{\frac{3\times 4-3\times 5}{5\times 4}}$

$=\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{\frac{-3}{5\times 4}}=\dfrac{\frac{9}{4}}{\frac{-3}{5\times 4}}$

$=\frac{9}{4}\times\frac{5\times 4}{-3}=\frac{3\times 4\times 5\times 4}{4\times(-3)}$

$=\frac{3\times 5}{-1}=-15$

b) $\dfrac{2}{1+\dfrac{3}{2+\frac{5}{2}}}=\dfrac{2}{1+\dfrac{3}{\frac{2+2+5}{2}}}$

$=\dfrac{2}{1+\dfrac{3}{\frac{9}{2}}}=\dfrac{2}{1+3\times\frac{2}{9}}$

$=\dfrac{2}{1+\frac{3\times 2}{3\times 3}}=\dfrac{2}{1+\frac{2}{3}}$

$=\dfrac{2}{\frac{1\times 3+2}{3}}$

$=\dfrac{2}{\frac{5}{3}}=2\times\frac{3}{5}=\frac{6}{5}$

c) $\dfrac{\frac{9}{11}-\frac{9}{11}\times\frac{7}{9}}{3\times 2-2}=\dfrac{\frac{9}{11}-\frac{9\times 7}{11\times 9}}{4}$

$=\dfrac{\frac{9}{11}-\frac{7}{11}}{4}=\dfrac{\frac{2}{11}}{4}$

$=\frac{2}{11}\times\frac{1}{4}=\frac{2\times 1}{11\times 2\times 2}$

$=\frac{1}{11\times 2}=\frac{1}{22}$

d) $\left[\dfrac{\frac{25}{2}}{\left(\frac{5}{4}\right)^2}\right]^2=\left[\dfrac{\frac{25}{2}}{\frac{25}{16}}\right]^2=\left[\frac{25}{2}\times\frac{16}{25}\right]^2$

$=\left(\frac{25\times 2\times 8}{2\times 25}\right)=8^2=64$

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 41

1) On enlève un carré de côté x *cm* à chaque coin du carré de côté 4 *cm* , donc x est strictement positif (car il exprime une longueur) et plus petit que 4.

$0 < x < 4$

2) L'aire du carré de côté 4 est : $4^2 = 16$

L'aire de chaque carré de côté x est : x^2

Donc l'aire totale des quatre carrés de côté x est : $4 \times x^2 = 4x^2$

Or l'aire de la croix est égale à l'aire du carré de côté 4 diminuée de l'aire totale des quatre carrés de côté x, soit : $16 - 4x^2$

3) Pour $x = 1{,}2$, l'aire de la croix est :

$16 - 4\times(1{,}2)2 = 16 - 4\times 1{,}44$

$= 16 - 5{,}76 = 10{,}24$

L'aire de la croix est de 10,24 *cm*.

Exercice 42

$d = 0{,}0064\times v^2 + 0{,}5v$ et $v = 80$ *km/h*

donc : $d = 0{,}0064\times 6400 + 40$

$= 80{,}96\ m$

$d = 80{,}96\ m.$

Exercice 43

- L'aire du carré MQUT est : a^2
- L'aire du carré UROS est : b^2
- L'aire du carré QNRU est : $b\times a = ab$
- L'aire du carré TUSP est : $b\times a = ab$
- L'aire du carré MNOP est :
  $(a+b)\ (a+b) = (a+b)^2$
- L'aire du carré MNOP est égale à la somme des aires des carrés MQUT, UROS, QNRU et TUSP.

Donc : $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + ab + ab = a^2 + 2ab + b^2$

Exercice 44

$A = x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x+5)(x-5)$

$B = x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x+2)(x-2)$

$C = (x+3)(x-2) + x^2 - 4$

$= (x+3)(x-2) + (x+2)(x-2)$

$C = (x-2)[(x+3)+(x+2)] = (x-2)(2x+5)$

$D = (x+4)(x+1) + x^2 - 16$

$= (x+4)(x+1) + x^2 - 4^2$

$= (x+4)(x+1) + (x+4)(x-4)$

$D = (x-4)[(x+1)+(x-4)] = (x+4)(2x-3)$

Exercice 45

a) $(2x-1)\ (x+8) + (x+8)^2$

$= (x+8)[(2x-1)+(x+8)]$

$= (x+8)(3x+7)$

b) $(2x-3)\ (x+7) - (2x-3)^2$

$= (2x-3)[(x+7)-(2x-3)]$

$= (2x-3)(-x+10)$

c) $25 - (3x-2)^2 = 5^2 - (3x-2)^2$

$= [5+(3x-2)][5-(3x-2)]$

$= (3x+3)(-3x+7)$

$= 3(x+1)(-3x+7)$

d) $(3x-1)^2 - 81 = (3x-1)^2 - 9^2$

$= (3x-1+9)(3x-1-9)$

$= (3x+8)(3x-10)$

e) $(2x-1)^2 - 9x^2 = (2x-1)^2 - (3x)^2$

$= (2x-1+3x)(2x-1-3x)$

$= (5x-1)(-x-1)$

f) $9x^2 - 16 - (2x-3)(3x+4)$

$= (3x)^2 - 4^2 - (2x-3)(3x+4)$

$= (3x+4)(3x-4) - (2x-3)(3x+4)$

$= (3x+4)[(3x-4)-(2x-3)]$

$= (3x+4)(3x-4-2x+3)$

$= (3x+4)(x-1)$

CORRIGÉ

Exercice 46

a) $A = x^2-1 = x^2-1^2 = (x+1)(x-1)$

b) B existe si et seulement si $x^2-1 \neq 0$

Résolvons l'équation $x^2-1 = 0$

$x^2-1=0$

$(x+1)(x-1) = 0$

$x+1 = 0$ ou $x-1 = 0$

$x = 1$ ou $x = -1$

Ainsi donc B existe pour $x \neq -1$ et $x \neq 1$

c) Pour $x = 2$

$$B = \frac{2}{2^2-1} = \frac{2}{4-1} = \frac{2}{3}$$

Exercice 47

a) A existe si et seulement si $x(3x-3) \neq 0$

Résolvons l'équation $x(3x-3) = 0$

$x(3x-3) = 0$

$x = 0$ ou $3x-3 = 0$

$x = 0$ ou $x = 1$

Ainsi donc A existe pour $x \neq 0$ et $x \neq 1$.

b) $A = \dfrac{2x}{x(3x-3)} = \dfrac{2}{3x-3}$

(en simplifiant par x)

Donc $A = \dfrac{2}{3x-3}$ pour $x \neq 0$ et $x \neq 1$.

Exercice 48

1. $9-(x-1)^2 = 3^2-(x-1)^2$

$= [3+(x-1)][3-(x-1)]$

$= (x+2)(-x+4)$

$= (x+2)\times(-1)(x-4)$

$= -(x+2)(x-4)$

2. a) B existe si et seulement si $9^2-(x-1)^2 \neq 0$

Résolvons l'équation $9^2-(x-1)^2 = 0$

$9^2-(x-1)^2 = 0$

$-(x+2)(x-4) = 0$

$x+2 = 0$ ou $x-4 = 0$

$x = 2$ ou $x = 4$

Ainsi donc B existe pour $x \neq -2$ et $x \neq 4$

b) $B = \dfrac{(x-4)(x+1)}{-(x+2)(x-4)} = \dfrac{x+1}{-(x+2)}$

(en simplifiant par $(x-4)$)

$B = \dfrac{-(x+1)}{-(x+2)} = \dfrac{-x-1}{x+2}$

$B = \dfrac{-x+1}{x+2}$ pour $x \neq -2$ et $x \neq 4$

3. Pour $x = -1$

$$B = \frac{-(-1)-1}{1+2} = \frac{1-1}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

Exercice 49

1. $(x-2)^2-1 = (x-2)^2-1^2$

$= (x-2+1)(x-2-1)$

$= (x-1)(x-3)$

2. a) B existe si et seulement si $(x-3)(2x-1) \neq 0$

Résolvons l'équation $(x-3)(2x-1) = 0$

$(x-3)(2x-1) = 0$

$x-3 = 0$ ou $2x-1 = 0$

$x = 3$ ou $x = \dfrac{1}{2}$

Ainsi donc B existe pour $x \neq 3$ ou $x \neq \dfrac{1}{2}$

b) $B = \dfrac{(x-2)^2-1}{(x-3)(2x-1)} = \dfrac{(x-1)(x-3)}{(x-3)(2x-1)}$

$B = \dfrac{x-1}{2x-1}$

(en simplifiant par $(x-3)$)

$B = \dfrac{x-1}{2x-1}$ pour $x \neq 3$ ou $x \neq \dfrac{1}{2}$

Pour $x = 2$, on a $B = \dfrac{2-1}{2\times 2-1} = \dfrac{1}{4-1} = \dfrac{1}{3}$

CORRIGÉ

Exercice 50

$3^0+3^1+3^2+3^3+3^4$ *est « la somme des cinq premières puissances de 3 dont l'exposant est un entier naturel. »*

$S = 3^0+3^1+3^2+3^3+3^4$

$= 1+3+9+27+81 = 121 = 11^2$

Exercice 51

$100^{100} = [10^2]^{100}$ car $100 = 10^2$

$100^{100} = 10^{2\times100}$ car $(a^n)^m = a^{n\times m}$

$100^{100} = 10^{200}$ Donc $n = 200$

Exercice 52

1.

Pour $n = 0$ $E = (2^2)^0$ $= 2^{2\times0}$ $= 2^0 = 1$	Pour $n = 1$ $E = (2^2)^1$ $= 2^{2\times1}$ $= 2^2 = 4$	Pour $n = 2$ $E = (2^2)^2$ $= 2^{2\times2}$ $= 2^4 = 16$
Pour $n = 3$ $E = (2^2)^3$ $= 2^{2\times3}$ $= 2^6 = 64$		

2.

Pour $n = 0$ $E = 2^{2\times0}$ $= 2^0 = 1$	Pour $n = 1$ $E = 2^{2\times1}$ $= 2^2 = 4$	Pour $n = 2$ $E = 2^{2\times2}$ $= 2^4 = 16$
Pour $n = 3$ $E = 2^{2\times3}$ $= 2^6 = 64$		

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 53

Pour la figure 1 (celle de gauche)
L'aire de la partie hachurée (grise) est égale à l'aire du carré de côté $(x+4)$ diminuée de l'aire des 4 triangles rectangles situés dans chaque coin du carré.
L'aire de chaque triangle rectangle est : $\dfrac{x\times4}{2} = 2x$
Donc l'aire de la partie hachurée est : $(x+4)^2-4\times2x$

$(x+4)^2-4\times2x = (x+4)^2-4\times2x$

$= x^2+8x+16-8x$

$= x^2+16$

L'aire de la figure de gauche est x^2+16

Pour la figure 2 (celle de droite)
L'aire de la partie hachurée (grise) est la somme de l'aire du carré de côté 4 (carré gris situé au centre du grand carré) et de celles des 4 petits carrés de côté $\dfrac{x}{2}$ (carrés situés dans les quatre coins du grand carré) .
L'aire du carré de côté 4 est : 4^2
L'aire de chaque «petit» carré est : $\left(\dfrac{x}{2}\right)^2$
Donc, comme il y a 4 petits carrés, l'aire de la partie hachurée est :

$$4\times\left(\frac{x}{2}\right)^2+4^2 = 4\times\frac{x^2}{4}+16 = x^2+16$$

L'aire de la figure de droite est x^2+16

Les aires des surfaces hachurées dans les deux figures sont bien égales.

Leçon 2 : Racines carrées

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

Complétons le tableau ci-dessous

a	1	4	9	16	25	36	144	625
$\sqrt{a}$	1	2	3	4	5	6	12	25

Exercice 2

a	1	2	3	4	5	6
$\sqrt{a}$	1	1,41	1,73	2	2,24	2,45

CORRIGÉ

Exercice 3

a) $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$; b) $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$;

c) $\sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$;

d) $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$;

e) $\sqrt{0,01} = \sqrt{(0,1)^2} = 0,1$;

f) $\sqrt{0,0001} = \sqrt{(0,01)^2} = 0,01$.

Exercice 4

	est égal à			
$\sqrt{25}$	625	**5**	25	n'existe pas
$\sqrt{-25}$	5	−5	25	**n'existe pas**
$\sqrt{5^2}$	625	**5**	25	n'existe pas
$\sqrt{(-5)^2}$	**5**	−5	25	n'existe pas
$(\sqrt{5})^2$	625	25	**5**	n'existe pas
$\sqrt{-25}$	−5	5	25	**n'existe pas**

Exercice 5

−7 n'est pas un nombre réel	Faux
$\sqrt{2}$ n'est pas un nombre réel	Faux
π est un nombre réel	Vrai
Tout nombre décimal n'est pas un nombre réel	Faux
Tout nombre rationnel est un nombre réel	Vrai

Exercice 6

a	-41	-17	-3	-0,4	0	π	7	23	50
$\lvert a \rvert$	41	17	3	0,4	0	π	7	23	50

Exercice 7

La valeur absolue d'un nombre est égale à sa distance à zéro	Vrai
Dans certains cas, la valeur absolue d'un nombre est négative	Faux
Si a est un nombre négatif, alors $\sqrt{a^2}$ est égale à -a	Vrai
La valeur absolue de a se note : $\lvert a \rvert$	Vrai

Exercice 8

$\sqrt{(3,75)^2} = 3,75$;

$\sqrt{(-0,01)^2} = \lvert -0,01 \rvert = 0,01$

$\sqrt{(2-\pi)^2} = \lvert 2-\pi \rvert = \pi - 2$

$\sqrt{\left(\frac{-6}{7}\right)^2} = \left\lvert \frac{-6}{7} \right\rvert = \frac{6}{7}$

Exercice 9

1. ***Complètons***

On a : $(\sqrt{a \times b})^2 = a \times b$ et $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = a \times b$

donc : $(\sqrt{a \times b})^2 = (\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2$

Conclusion : Les nombres a et b étant positifs,

$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

2. Justifions de la même façon que pour deux réels positifs a et b tels que b est non nul,

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

On a : $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$

et $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}$

Donc $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2$

En conclusion $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

CORRIGÉ

Exercice 10

Complétons les égalités

$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$;

$\sqrt{507} = \sqrt{169 \times 3} = 13\sqrt{3}$;

$\sqrt{1440} = 12\sqrt{10}$; $\sqrt{99} = 3\sqrt{11}$;

$\sqrt{58320} = 12\sqrt{405} = 12 \times 9\sqrt{5} = 108\sqrt{5}$

$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$; $\sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5}$;

$\sqrt{\frac{7}{121}} = \frac{\sqrt{7}}{11}$; $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$;

$\frac{\sqrt{0,8}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{0,8}{5}} = \sqrt{0,16} = 0,4$.

Exercice 11

	est égales à			
$(2\sqrt{3})^2$	$2\sqrt{3}$	$4\sqrt{3}$	**12**	n'existe pas
$\sqrt{3-7}$	$\sqrt{3} - \sqrt{7}$	$\sqrt{4}$	-2	**n'existe pas**
$\sqrt{(3-5)^2}$	3−5	**2**	-2	n'existe pas
$\sqrt{5^2-3^2}$	5−3	2	**4**	n'existe pas
$\sqrt{5^2+3^2}$	5+3	$\boldsymbol{\sqrt{34}}$	8	n'existe pas

Exercice 12

Donnons une écriture sans radical des nombres suivants :

$(\sqrt{17})^2 = 17$; $-(\sqrt{17}) = -17$; $\sqrt{17^2} = 17$;

$(-\sqrt{17})^2 = 17$;

$\sqrt{16 \times 49} = \sqrt{16} \times \sqrt{49} = 4 \times 7 = 28$

$\sqrt{2} \times \sqrt{32} = \sqrt{2 \times 32} = \sqrt{64} = 8$;

$\sqrt{\frac{121}{144}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}} = \frac{11}{12}$;

$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$;

$\sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$;

$\sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$.

Exercice 13

$$\sqrt{169 \times 49 \times 196} = \sqrt{169} \times \sqrt{49} \times \sqrt{196}$$
$$= 13 \times 7 \times 14 = 1274$$

$$\sqrt{27} \times \sqrt{81} \times \sqrt{75} = \sqrt{9 \times 3} \times 9 \times \sqrt{25 \times 3}$$
$$= 3 \times 9 \times 5 \times 3 = 405$$

$$\sqrt{6,3} \times \sqrt{0,7} \times \sqrt{4} = \sqrt{9 \times 0,7} \times \sqrt{0,7} \times 2$$
$$= 3 \times 0,7 \times 2 = 4,2$$

$$\sqrt{343} \times \sqrt{\frac{1}{63}} = \sqrt{\frac{343}{63}}$$
$$= \sqrt{\frac{49 \times 7}{9 \times 7}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$$

Exercice 14

a) $\sqrt{77^2} = 77$; b) $\sqrt{5^6} = 5^3$

c) $\sqrt{3^{10}} = 3^5$; d) $\sqrt{11^4} = 11^2$

Exercice 15

a) $\sqrt{13^5} = 13^2\sqrt{13}$

b) $\sqrt{5^9} = 5^4\sqrt{5}$

c) $\sqrt{3^{11}} = 3^5\sqrt{3}$

Exercice 16

1. ***Décomposons en produit de facteurs premiers***

$108 = 2^2 \times 3^3$; $500 = 2^2 \times 5^3$;

$1800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$; $2700 = 2^2 \times 3^3 \times 5^2$.

CORRIGÉ

2. ***Écrivons les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers , étant le plus petit possible : (on sert de la réponse de question 1)***

$\sqrt{108} = \sqrt{2^2 \times 3^3} = 6\sqrt{3}$

$\sqrt{500} = \sqrt{2^2 \times 5^3} = 10\sqrt{5}$

$\sqrt{1800} = \sqrt{3^2 \times 5^2 \times 2^3} = 30\sqrt{2}$

Exercice 17

- $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

- $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{(\sqrt{6})^2} = \dfrac{\sqrt{12}}{6}$

  $= \dfrac{2\sqrt{3}}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

- $\dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{(\sqrt{3})^2} \times \sqrt{3} = \dfrac{3\sqrt{15}}{3} = \sqrt{15}$

- $\dfrac{4}{3\sqrt{5}} = \dfrac{4 \times \sqrt{5}}{3 \times (\sqrt{5})^2} = \dfrac{4\sqrt{5}}{3 \times 5} = \dfrac{4\sqrt{5}}{15}$

- $\dfrac{3}{\sqrt{7}} = \dfrac{3\sqrt{7}}{(\sqrt{7})^2} = \dfrac{3\sqrt{7}}{7} = \dfrac{3}{7}\sqrt{7}$

Exercice 18

Factorisons

$x^2 - 4 = x^2 - 2^2$

$x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$

$x^2 - 2 = x^2 - (\sqrt{2})^2 = (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$

- $x^2 - 12 = x^2 - (\sqrt{12})^2$

  $= (x + \sqrt{12})(x - \sqrt{12})$

  $= (x + 2\sqrt{3})(x - 2\sqrt{3})$

- $x^2 - 20 = x^2 - (\sqrt{20})^2$

  $= (x + \sqrt{20})(x - \sqrt{20})$

  $= (x + 2\sqrt{5})(x - 2\sqrt{5})$

Exercice 19

- $\dfrac{2}{\sqrt{2}+5} = \dfrac{2(\sqrt{2}-5)}{2-25} = \dfrac{2(\sqrt{2}-5)}{-23} = \dfrac{10-2\sqrt{2}}{23}$

- $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3-5} = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{-2} = -\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}$

- $\dfrac{\sqrt{7}+1}{3-\sqrt{2}} = \dfrac{(\sqrt{7}+1)(3+\sqrt{2})}{3^2-2}$

  $= \dfrac{(\sqrt{7}+1)(3+\sqrt{2})}{7}$

  $= \dfrac{3+3\sqrt{7}+\sqrt{14}+\sqrt{2}}{7}$

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 20

$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$;

$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$;

$\sqrt{450} = \sqrt{9 \times 25 \times 2} = 15\sqrt{2}$.

Exercice 21

- $5\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + 3\sqrt{3}$

  $= 5\sqrt{9 \times 3} - 2\sqrt{25 \times 3} + 3\sqrt{3}$

  $= 15\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

  $= 8\sqrt{3}$

- $2\sqrt{75} \times \sqrt{12} = 2\sqrt{25 \times 3} \times \sqrt{4 \times 3}$

  $= 2 \times 5 \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

  $= 20 \times 3$

  $= 60$

- $2\sqrt{18} + \sqrt{375} - 6\sqrt{48}$

  $= 2\sqrt{9 \times 2} + \sqrt{25 \times 15} - 6\sqrt{16 \times 3}$

  $= 6\sqrt{2} + 5\sqrt{15} - 24\sqrt{3}$

CORRIGÉ

Exercice 22

- $\sqrt{1872}-7\sqrt{325}+2\sqrt{52}$
$=\sqrt{144\times 13}-7\sqrt{25\times 13}+2\sqrt{4\times 13}$
$=12\sqrt{13}-35\sqrt{13}+8\sqrt{13}$
$=-15\sqrt{13}$

- $-5\sqrt{27}+4\sqrt{3}-\sqrt{12}$
$=-5\sqrt{9\times 3}+4\sqrt{3}-\sqrt{4\times 3}$
$=-15\sqrt{3}+4\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
$=-13\sqrt{3}$

- $\sqrt{180}+3\sqrt{20}-3\sqrt{125}$
$=\sqrt{36\times 5}+3\sqrt{4\times 5}-3\sqrt{25\times 5}$
$=6\sqrt{5}+6\sqrt{5}-15\sqrt{5}$
$=-3\sqrt{5}$

Exercice 23

- $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=(\sqrt{2})^2-(1)^2$
$=2-1$
$=1$

- $(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2$
$=(\sqrt{3})^2-2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2$
$=8-2\sqrt{15}$

- $\sqrt{49}+\sqrt{28}+\sqrt{63}$
$=7+\sqrt{4\times 7}+\sqrt{9\times 7}$
$=7+2\sqrt{7}+3\sqrt{7}$
$=7+5\sqrt{7}$

- $(2\sqrt{7}+1)^2-(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)$
$=(2\sqrt{7})^2-2\times 2\sqrt{7}\times 1+(1)^2-(3-1)$
$=28+4\sqrt{7}+1-2$
$=27+4\sqrt{7}$

Exercice 24

- $\sqrt{2\times 3^2\times 5^4}=3\times 5^2\sqrt{2}$
$=75\sqrt{2}$

- $\sqrt{250}\times\sqrt{8}=\sqrt{25\times 10}\times\sqrt{4\times 2}$
$=5\times 2\times\sqrt{2\times 10}$
$=20\sqrt{5}$

- $\sqrt{125}\times\sqrt{\dfrac{8}{27}}\times\sqrt{\dfrac{3}{50}}$
$=\sqrt{25\times 5}\times\sqrt{\dfrac{8\times 3}{27\times 50}}$
$=5\sqrt{5}\times\sqrt{\dfrac{4\times 2\times 3}{9\times 3\times 25\times 2}}$
$=5\sqrt{5}\times\sqrt{\dfrac{4}{9\times 25}}$
$=5\sqrt{5}\times\dfrac{2}{3\times 5}$
$=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$

- $\sqrt{\dfrac{1}{10}}\times\dfrac{\sqrt{270}}{\sqrt{64}}\times\sqrt{32}$
$=\dfrac{\sqrt{270}}{\sqrt{10}}\times\sqrt{\dfrac{32}{64}}$
$=\sqrt{27}\times\sqrt{\dfrac{1}{2}}$
$=3\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

- $(1-\sqrt{13})^2$
$=1^2-2\times 1\times\sqrt{13}+(\sqrt{13})^2$
$14-2\sqrt{13}$

- $(2\sqrt{3}+\sqrt{6})^2$
$(2\sqrt{3})^2+2\times 2\sqrt{3}\times\sqrt{6}+(\sqrt{6})^2$
$18+12\sqrt{2}$

- $(3\sqrt{7}-4)(3\sqrt{7}+4)$
$=(3\sqrt{7})^2-(+4)^2$
$=63-16$
$=47$

CORRIGÉ

- $(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})$
$= 2\sqrt{3}\times 3\sqrt{3}+2\sqrt{3}\times 2\sqrt{2}-3\sqrt{2}$
$\times 3\sqrt{3}-3\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}$
$=18+4\sqrt{6}-9\sqrt{6}-12$
$=6-5\sqrt{6}$

Exercice 25

A= $(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})$
$=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2$
$=7-5=2$

B = $(2\sqrt{2}-2)(3\sqrt{2}+3)$
$=12+6\sqrt{2}-6\sqrt{2}-6$
$=6$

Exercice 26

$A=\dfrac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{9\times 5}}{\sqrt{5}}=\sqrt{9}=3\,;$

$B=\dfrac{\sqrt{9}\times\sqrt{11}}{\sqrt{99}}=\dfrac{\sqrt{9}\times\sqrt{11}}{\sqrt{9\times 11}}=1\,;$

$C=\sqrt{32}\times\sqrt{2}=\sqrt{32\times 2}=\sqrt{64}=8\,;$

$D=\sqrt{\dfrac{144}{36}}=\dfrac{\sqrt{144}}{\sqrt{36}}=\dfrac{12}{6}=2\,;$

$E=\sqrt{32+64}=\sqrt{100}=10\,.$

Exercice 27

Comparons

Les nombres $2\sqrt{3}$ et 4 sont des réels positifs ; on a :

a) $(2\sqrt{3})^2=4\times 3=12$ et $4^2=16$

or $12<16$ donc $(2\sqrt{3})^2<4^2$

en conclusion $2\sqrt{3}<4$.

b)Les nombres $3\sqrt{7}$ et $\sqrt{51}$ sont des réels positifs ; on a :

$(3\sqrt{7})^2=9\times 7=63$ et $(\sqrt{51})^2=51$

Or $63>16$ donc $(3\sqrt{7})^2>(\sqrt{51})^2$

par conséquent $3\sqrt{7}>\sqrt{51}$

c) Comparons par encadrement.

Je sais que $4<7<9$ donc $2<\sqrt{7}<3$

$4<2\sqrt{7}<6$

$4-3<2\sqrt{7}-3<6-3$

$1<2\sqrt{7}-3<3$

ainsi $1<2\sqrt{7}-3$

Exercice 28

1.a) vérifions que $181-52\sqrt{3}>0$

je sais que $1<3<4$

$1<\sqrt{3}<2$

$52\times 1<52\sqrt{3}<52\times 2$

$-104<-52\sqrt{3}<-52$

$181-104<181-52\sqrt{3}<181-52$

$77<181-52\sqrt{3}<129$

Donc $181-52\sqrt{3}>0$

b) d'après a) $181-52\sqrt{3}>0$

donc $b=\sqrt{181-52\sqrt{3}}$ existe et est un nombre réel positif

2. a) $a^2=\left(\sqrt{181+52\sqrt{3}}\right)^2=181+52\sqrt{3}$

car $181+52\sqrt{3}>0$

$b^2=\left(\sqrt{181-52\sqrt{3}}\right)^2=181-52\sqrt{3}$

car $181-52\sqrt{3}>0$

$a\times b=\left(\sqrt{181+52\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{181-52\sqrt{3}}\right)$
$=\sqrt{\left(181+52\sqrt{3}\right)\left(181-52\sqrt{3}\right)}$
$=\sqrt{181^2+\left(52\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{32761-8112}$
$=\sqrt{24649}=157$

CORRIGÉ

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ d'après ce qui précède :

$(a+b)^2 = 181 + 52\sqrt{3} + 2 \times 157 + 181 - 52\sqrt{3}$

$(a+b)^2 = 362 + 314 = 676$

Comme $a + b > 0$, $a + b = \sqrt{676} = 26$.

Exercice 29

Justifions que A = B

A = B sont des réels positifs :

On a $A^2 = (2+\sqrt{3})^2 = 4 + 2\times 2\times\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$

$= 7 + 4\sqrt{3}$

$B^2 = \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^2 = 7 + 4\sqrt{3}$

On constate que $A^2 = B^2$. Donc A = B.

Exercice 30

1) $C = \sqrt{12} = \sqrt{4\times 3} = 2\sqrt{3}$

$D = \sqrt{27} = \sqrt{9\times 3} = 3\sqrt{3}$

$E = \sqrt{20} = \sqrt{4\times 5} = 2\sqrt{5}$

2) Calculons C×D

$C\times D = 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = 6 \times 3 = 18$

3) Calculons

$C + D = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

$C\times E = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{15}$

Exercice 31

Justifions que A × B est un nombre entier.

$A \times B = (2\sqrt{5})^2 - 3$

$A \times B = 20 - 9 = 11$.

IV.3. Exercices de approfondissement

Exercice 32

$\div\sqrt{3}$

$2\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}+1$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
6	$\sqrt{3}$	$3+\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	-3	-1

$\times\sqrt{3}$

Exercice 33

a) $P = 2(L + l)$

$P = 2(16 + 4\sqrt{2} + 16 - 4\sqrt{2})$

$P = 2\times 32 = 64$ cm.

b) L'aire A de ce restangle est :

$A = L \times l$

$A = (16 + 4\sqrt{2})(16 - 4\sqrt{2})$

$A = 16^2 - (4\sqrt{2})^2 = 256 - 32$

$A = 224\ cm^2$

Exercice 34

1) Justifions que A et B sont inverses l'un de l'autre :

$A\times B = (2\sqrt{3} - 3)\left(\frac{2\sqrt{3}+3}{3}\right)$

$A\times B = \frac{(2\sqrt{3}-3)(2\sqrt{3}+3)}{3}$

$A\times B = \frac{(2\sqrt{3})^2 - 3^2}{3}$

$A\times B = \frac{12-9}{3}$

$A\times B = \frac{3}{3} = 1$

Donc A et B sont inverses l'un de l'autre.

2) On a $0{,}45 < A < 0{,}47$

$A\times B = 1$ donc $B = \frac{1}{A}$

donc $\frac{1}{0{,}47} < \frac{1}{A} < \frac{1}{0{,}46}$

$2{,}127 < B < 2{,}173$

à l'ordre 1 on a $2{,}1 < B < 2{,}2$.

Exercice 35

1) On a $A\times B = (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)$

$= (\sqrt{5})^2 - 2^2$

$= 5 - 4 = 1$

Donc A et B sont inverses l'un de l'autre.

2)

$C = \frac{1}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}) - 2^2}$

$C = \frac{\sqrt{5}-2}{5-4} = \frac{\sqrt{5}-2}{1}$

$C = -2 + \sqrt{5}$

CORRIGÉ

Exercice 36

On donne $A = 2\sqrt{3} - 2$ et $B = \sqrt{3} + 1$

1) Calulons

$$A^2 = \left(2\sqrt{3} - 2\right)^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 2 \times 2\sqrt{3} + 2^2$$

$$A^2 = 12 - 8\sqrt{3} + 4$$

$$A2 = 16 - 4\sqrt{3}$$

$$A \times B = \left(2\sqrt{3} - 2\right)\left(\sqrt{3} + 1\right)$$

$$A \times B = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2 \times \sqrt{3} - 2$$

$$A \times B = 6 - 2 = 4$$

2) Soit A l'aire du triangle KLM rectangle en L.

$$A = \frac{LK \times LK}{2}$$

$$A = \frac{\left(2\sqrt{3} - 2\right)\left(\sqrt{3} + 1\right)}{2} = \frac{4}{2}$$

d'après 1) A= $2u^2$

(l'unité de mesure à) préciser dans l'énoncé)

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 37

Soit a la longueur du coté du carré et A son aire.
$A = a^2$ or $A = 600\ m^2$

Donc $a^2 = 600\ m^2$

$$a = \sqrt{600} = \sqrt{100 \times 6}$$

$$a = 10\sqrt{6}\ m$$

La longueur du coté du terrain est $10\sqrt{6}$ m .

Leçon 3 : Triangle rectangle

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

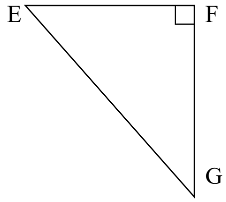
Exercice 1

La propriété de Pythagore s'applique dans un triangle **rectangle.**

Exercice 2

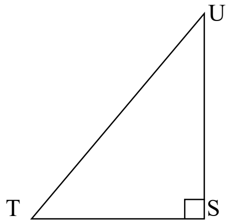
$GE^2 + GF^2 = EF^2$

Exercice 3



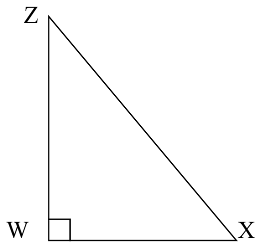
D'après la propriété de Pythagore

$FE^2 + FG^2 = EG^2$



D'après la propriété de Pythagore

$ST^2 + SU^2 = TU^2$



D'après la propriété de Pythagore

$WX^2 + WZ^2 = XZ^2$

Exercice 4

AMI est un triangle rectangle en M, donc d'après la propriété de Pythagore :
$AI^2 = AM^2 + MI^2$

donc $AI^2 = 8^2 + 15^2$

$$AI^2 = 64 + 225$$

$$AI^2 = 289$$

$$AI = \sqrt{289} = 17$$

$$AI = 17cm.$$

CORRIGÉ

Exercice 5

BEC est un triangle rectangle en E, donc d'après la propriété de Pythagore :

$BC^2 = BE^2 + EC^2$

donc $BC^2 = (8,1)^2 + (15,1)^2$

$BC^2 = 64 + 225$

$BC^2 = 293,62$

$BC^2 = \sqrt{293,62} = 17,13534$

$BC = 17,135$ *cm.*

Exercice 6

OSE est un triangle rectangle en S, d'après la propriété de Pythagore :

$OE^2 = OS^2 + SE^2$

donc $SE^2 = OE^2 - OS^2$

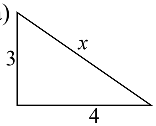
$SE^2 = (10,5)^2 + (6,3)^2$

$BC^2 = 70,56$

$BC^2 = \sqrt{70,56} = 8,4$

$BC = 8,4$ *cm.*

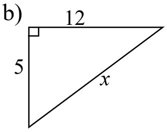
Exercice 7

a)


$x^2 = 3^2+4^2 = 9+16$

$x^2 = 25$; $x = \sqrt{25}$

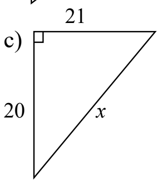
$x = 5.$

b)


$x^2 = 12^2+5^2 = 144+25$

$x^2 = 169$; $x = \sqrt{169}$

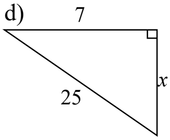
$x = 13.$

c)


$x^2 = 21^2+20^2 = 441+400$

$x^2 = 841$; $x = \sqrt{841}$

$x = 29$

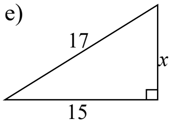
d)


$25^2 = 7^2+x^2$

$x^2 = 25^2 - 7^2$

$x^2 = 625 - 49$; $x = \sqrt{576}$

$x = 24$

e)


$17^2 = 15^2+x^2$

$x^2 = 17^2 - 15^2$

$x^2 = 289 - 225$; $x = \sqrt{64}$

$x = 8$

Exercice 8

3 EFG est un triangle

4 $EF^2 = 289$; $EG^2 = 225$; $GF^2 = 64$

2 $GF^2 + EG^2 = EF^2$

1 EFG est un triangle rectangle en G

Exercice 9

a) IJK est un triangle

$IJ^2 = 24^2 = 576$; $IK^2 = 7^2 = 49$;

$JK^2 = 25^2 = 625$

On a $625 = 576 + 49$ c'est à dire $JK^2 = IJ^2 + IK^2$, donc le triangle IJK est rectangle en I d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore.

b) ABC est un triangle

$AB^2 = 7^2 = 49$; $AC^2 = (4,1)^2 = 16,81$;

$BC^2 = 5,7^2 = 32,49$

On a $16,81 + 32,49 = 49,3 \neq 49$, donc ABC n'est pas un triangle rectangle.

c) MNP est un triangle

$MN^2 = 8^2 = 64$; $MP^2 = 8^2 = 64$;

$NP^2 = 16^2 = 256$

On a $64 + 64 = 128 \neq 256$ donc MNP n'est pas un triangle rectangle.

d) RST est un triangle

$TR^2 = 7^2 = 49$; $TS^2 = (7\sqrt{2})^2 = 49\times2 = 90$;

$SR^2 = 7^2 = 49$

On a $49 + 49 = 98$ c'est à dire $TR^2 + SR^2 = TS^2$, donc le triangle en R d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore.

CORRIGÉ

Exercice 10

1	EF × EG = ER × FG	**V**
2	RE × RK = RG × EK	**F**
3	RK × EG = ER × RG	**V**
4	GE × GF = ER × EF	**F**

Exercice 11

Le triangle KIR est rectangle en I et E est le pied de la hauteur issue de I donc on a :

IE × KR = IK × IR

d'où $IE = \frac{IK \times IR}{KR} = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{48}{10} = 4.8$

IE = 4,8 *cm*

Exercice 12

a) ***Justification*** :

$5^2 + 4^2 = 41$ donc $5^2 + 4^2 = (\sqrt{41})^2$

Considérons le triangle MEF tel que

EF = $\sqrt{41}$, ME = 5 et MF = 4.

On a $5^2 + 4^2 = (\sqrt{41})^2$ c'est-à-dire

$ME^2 + MF^2 = EF^2$

Donc, d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle MEF est rectangle en M (le segment [EF] étant son hypoténuse).

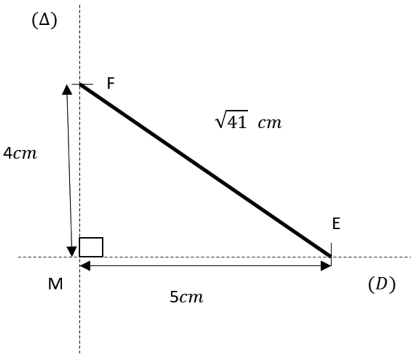
b) ***Programme de construction*** :

• On trace d'abord deux droites (D) et (Δ) perpendiculaires en M.

• On marque ensuite avec la règle graduée un point E sur la droite (D) tel que ME = 5 *cm*, et un point F sur la droite (Δ) tel que MF = 4 *cm*

On trace enfin le segment [EF]

c) ***Construction***



Exercice 13

Justification :

$7^2 - 6^2 = 13$ donc $7^2 - 6^2 = (\sqrt{13})^2$ et par conséquent $7^2 = (\sqrt{13})^2 + 6^2$

Considérons le triangle MHK tel que HK = $\sqrt{13}$, MH = 7 et MK = 6.

On a : $7^2 = (\sqrt{13})^2 + 6^2$

c'est-à-dire $MH^2 = HK^2 + MK^2$

Donc, d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle MHK est rectangle en K (le segment [MH] étant son hypoténuse).

Le point K est donc un point du cercle de diamètre [MH]

Programme de construction :

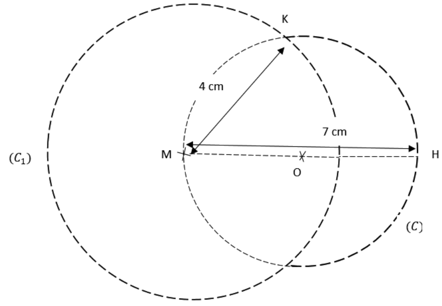
• On construit un cercle (C) de centre O et de diamètre [MH] de 7 *cm*

• On construit ensuite un cercle(C_1) de centre M et de rayon 6 *cm*, qui coupe le cercle (C) en deux points. On nomme H l'un de ces deux points ;

On trace enfin le segment [HK]

CORRIGÉ

Construction



Exercice 14

1) $\sin \widehat{A} = \dfrac{BC}{AB}$ et $\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

2) $\cos \widehat{A} = \dfrac{AD}{AB}$ et $\cos \widehat{B} = \dfrac{BD}{AB}$

Exercice 15

Dans le libellé de la question il faut remplacer «la bonne réponse» par «les bonnes réponses»

Le triangle MNP est rectangle en N donc le quotient $\dfrac{MN}{MP}$ est égale à			
$\cos \widehat{MPN}$	$\sin \widehat{MPN}$	$\cos \widehat{PMN}$	$\sin \widehat{PMN}$

Exercice 16

$$\cos \widehat{OMN} = \frac{MO}{MN} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$\cos \widehat{ONM} = \frac{NO}{MN} = \frac{8}{10} = 0.8$$

$$\sin \widehat{OMN} = \frac{NO}{MN} = \frac{8}{10} = 0.8$$

$$\sin \widehat{ONM} = \frac{NO}{MN} = \frac{6}{10} = 0.6$$

Exercice 17

Dans le triangle AME, le point K est le pied de la hauteur issue de A donc les droites (AK) et (EM) sont perpendiculaires ; par conséquent AKE et AKM sont des triangles rectangles en K.

Calcul de EK :

Dans le triangle AEK rectangle en K, on a :

$\sin \widehat{KAE} = \dfrac{EK}{AE}$ donc $EK = \sin \widehat{KAE} \times AE$

$EK = 0{,}8 \times 5 = 4$

EK = 4

Calcul de AM :

Dans le triangle AKM rectangle en K, on a :

$\cos \widehat{AMK} = \dfrac{MK}{AE}$ donc $AM = \dfrac{MK}{\cos\widehat{AMK}}$

$$AM = \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 3 \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

Remarque : $\dfrac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

AM = $3\sqrt{2}$

Exercice 18

À l'aide de la calculatrice on obtient :

cos 50° = 0,64278761

sin 38° = 0,615661475

Donc 0,642 < cos 50° < 0,643

0,615 < sin 38° < 0.616

Exercice 19

$\sin \widehat{A} = 0{,}187$

À l'aide de la calculatrice on obtient :

$\text{mes } \widehat{A} = 10{,}777\ 759\ 145$

donc $10{,}77° < \text{mes } \widehat{A} < 10{,}78°$.

- $\cos \widehat{B} = 0{,}319$

À l'aide de la calculatrice on obtient :

$\text{mes } \widehat{B} = 71{,}397\ 540\ 093$

donc $71{,}39° < \text{mes } \widehat{B} < 71{,}40°$.

CORRIGÉ

Exercice 20

On a $\sin\alpha° = 0,58$; or dans le tableau

$\sin 35° = 0,574$ et $\sin 36° = 0,588$

donc : $\sin 35° < \sin \alpha° < \sin 36°$

d'où $35° < \alpha° < 36°$.

Exercice 21

On a $mes\ \widehat{M} = 53,08°$ donc $53° < mes\ \widehat{M} < 54°$

d'où $\sin 53° < \sin \widehat{M} < \sin 54°$

et $\cos 54° < \cos \widehat{M} < \cos 53°$

c'est-à-dire (en lisant le tableau)

$0,799 < \sin \widehat{M} < 0,809$ et $0,508 < \cos \widehat{M} < \cos 0,602$.

Exercice 22

Rappel : Pour tout nombre réel α,

avec $0° \leq \alpha° \leq 90°$

$0 \leq \sin\alpha° \leq 1$; $0 \leq \cos\alpha° \leq 1$ et

$\cos^2 \alpha° + \sin^2 \alpha° = 1$.

N°	Affirmations	V ou F
1	$\cos^2 \alpha° = \frac{2}{3}$ et $\sin^2 \alpha° = \frac{5}{6}$	F
2	$\cos^2 \alpha° = 0,64$ et $\sin^2 \alpha° = 0,36$	V
3	$\cos^2 \alpha° = 0$ et $\sin^2 \alpha° = 1$	V
4	$\cos^2 \alpha° = 2$ et $\sin^2 \alpha° = \frac{1}{2}$	F

Exercice 23

1) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ donc $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$$\sin^2 x = 1 + \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{5}{25} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{5-1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\sin^2 x = \frac{4}{5}$$

donc $\sin x = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$$\sin x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

2) $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$ donc $\cos^2 y = 1 - \sin^2 y$

$\cos^2 y = 1 - (0,3)^2 = 1 - 0,09 = 0,91$

$\cos^2 y = 0,91$ donc $\cos y = \sqrt{0,91}$

$\cos y = \sqrt{0,91}$.

Exercice 24

1) Lorsque deux angles sont complémentaires le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre

donc : $\sin\left(90° - a°\right) = \cos a° = \frac{1}{\sqrt{5}}$

2) $\cos 15° = \sin\left(90° - 15°\right) = \sin 75° = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$$\cos 15° = \frac{1}{\sqrt{5}} .$$

Exercice 25

1) Le triangle ABC est rectangle en A donc :

$\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$; $\tan \widehat{C} = \frac{AB}{AC}$

2) Le triangle ABD est rectangle en D donc :

$\tan \widehat{A} = \frac{BD}{AD}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AD}{BD}$.

Exercice 26

EFG est triangle rectangle en G donc le quotient $\frac{GE}{GF}$ est égale à			
$\sin \widehat{EGF}$	$\sin \widehat{EFG}$	$\cos \widehat{EFG}$	$\tan \widehat{EFG}$

CORRIGÉ

Exercice 27

$\tan \widehat{M} = \dfrac{NO}{MO} = \dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3}$

$\tan\widehat{N} = \dfrac{MO}{NO} = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$

Exercice 28

Dans le triangle AKL rectangle en K on a :

$\tan\widehat{KAL} = \dfrac{KL}{AK}$ donc $KL = AK \times \tan\widehat{KAL}$

$KL = 5 \times 0,8 = 4$

$\boldsymbol{KL} = 4$

Exercice 29

tan 17° $\simeq$ 0,305730681

donc 0,305 < tan 17° < 0,306

Exercice 30

$\tan\widehat{A} = 0,978$

Avec la calculatrice on obtient

$\text{mes } \widehat{A} = 44,362\,762\,803$

donc $44^\circ < \text{mes } \widehat{A} < 45^\circ$

Exercice 31

$$\tan x^\circ = \frac{\sin x^\circ}{\cos x^\circ} = \frac{\dfrac{\sqrt{5}}{5}}{\dfrac{2\sqrt{5}}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{5}{2\sqrt{5}}$$

$$\tan x^\circ = \frac{1}{2}$$

IV.2 Exercices de renforcement

Exercice 32

1. IAB est un triangle

On a : $AI^2 = 8^2 = 64$; $IB^2 = 10^2 = 100$

et $AB^2 = 6^2 = 36$

On remarque que 64 + 36 = 100

c'est-à-dire que $AI^2 + AB^2 = IB^2$

Ainsi dans le triangle IAB on a

$AI^2 + AB^2 = IB^2$ donc d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, IAB est un triangle rectangle en A.

2. a) ***Remarque*** : Ici il faut justifier que les droites (ID) et (CD) sont perpendiculaires.

Le triangle IAB est rectangle en A donc les droites (AB) et (IA) sont perpendiculaires.

On sait aussi que les droites (AB) et (CD) sont parallèles, donc les droites (IA) et (CD) sont aussi perpendiculaires.

Or D $\in$ (IA) donc les droites (ID) et (CD) sont perpendiculaire.

Le triangle ICD a deux côtés ((ID) et (CD)) de supports perpendiculaires donc c'est un triangle rectangle en D.

b) ICD est un triangle rectangle en D, donc d'après la propriété de Pythagore, on a :

$CD^2 + DI^2 = CI^2$ d'où $CD^2 = CI^2 - DI^2$

$CD^2 = CI^2 - DI^2$

= 142 −(11,2)2

= 196 −125,44

= 70,56

Donc CD = $\sqrt{70.56}$ = 8,4

CD = 8,4

b) ***Remarque*** : Ici on peut utiliser le cosinus, le sinus ou la tangente de l'angle $\widehat{CID}$

Dans le triangle ICD rectangle en D on a :		
1ère méthode	2ème méthode	3ème méthode
$\cos\widehat{CID} = \dfrac{ID}{IC}$	$\sin\widehat{CID} = \dfrac{CD}{IC}$	$\tan \widehat{CID} = \dfrac{CD}{ID}$
$\cos\widehat{CID} = \dfrac{8,4}{14}$	$\sin\widehat{CID} = \dfrac{8,4}{14}$	$\tan \widehat{CID} = \dfrac{8,4}{11,2}$
$\cos\widehat{CID} = 0,8$	$\sin\widehat{CID} = 0,6$	$\tan \widehat{CID} = 0,75$
Avec la calculatrice (dans chacune des trois méthodes), on obtient : *mes* $\widehat{CID}$ = *36,87°* (en prenant l'arrondi d'ordre 2 de la mesure donnée par la calculatrice)		

CORRIGÉ

Exercice 33

1) E est un point du cercle de diamètre [AF] donc le triangle AEF est un triangle rectangle en E.

2) Le triangle AEF est rectangle en E donc, d'après la propriété de Pythagore :

$AE^2 + EF^2 = AF^2$

d'où $AE^2 = AF^2 - EF^2$

$AE^2 = (4\sqrt{5})^2 - 4^2 = 80 - 16$

$AE^2 = 64$

donc $AE = \sqrt{64} = 8$

3) Dans le triangle AEF rectangle en E, on a

$$\cos\widehat{EFA} = \frac{EF}{AF} = \frac{4}{4\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

4) $\frac{\sqrt{5}}{5} = 0,447213595$ avec la calculatrice,

donc $0,438 < \frac{\sqrt{5}}{5} < 0,454$ en utilisant l'extrait de la table trigonométrique d'où

$\cos 64° < \cos\widehat{EFA} < \cos 63°$ et par conséquent

$63° < \mathbf{mes}\,\widehat{\mathbf{EFA}} < 64°$.

Exercice 34

1. • M est un point de la médiatrice (MC) du segment [OA] donc M est équidistant des points O et A ; d'où AM = OM.

2. • La médiatrice (MC) du segment [OA] coupe le segment [OA] en son milieu I, donc les droites (MI) et (AI) sont perpendiculaires et par conséquent le triangle AMI est rectangle en I.

• Dans le triangle AMI rectangle en I, on a d'après la propriété de Pythagore :

$IM^2 + IA^2 = AM^2$ d'où $IM^2 = AM^2 - IA^2$ (i)

• On sait que AM = OA , or OA = 2

donc AM = 2

On sait aussi que I est le milieu du segment [OA] donc IA = 1

• L'égalité (i) devient donc

$IM^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3$ donc $IM = \sqrt{3}$

3. a) Dans le triangle rectangle AMI on a :

$$\cos\widehat{AMI} = \frac{MI}{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\widehat{AMI} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

b) Avec la calculatrice ou un extrait de la table trigonométrique on obtient :

$\text{mes}\,\widehat{AMI} = 30°$

Exercice 35

1. ABC est un triangle

On a : $AC^2 = 6^2 = 36$; $AB^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$

et $BC^2 = (4\sqrt{3})^2 = 48$

On remarque que 12 + 36 = 48

c'est-à-dire que $AB^2 + AC^2 = BC^2$

Ainsi dans le triangle ABC on a $AB^2 + AC^2 = BC^2$;

donc d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, ABC est un triangle rectangle en A.

• Dans le triangle rectangle ABC on a :

$$\sin\widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Avec la calculatrice ou un extrait de la table trigonométrique on obtient : $\mathbf{mes}\,\widehat{\mathbf{ACB}} = \mathbf{30°}$

2. Le triangle CMP est rectangle en P. Dans ce triangle on a :

$\sin\widehat{MCP} = \frac{MP}{MC}$ or $\widehat{MCP} = \widehat{ACB}$

donc $\sin\widehat{MCP} = \sin\widehat{ACB}$

et par conséquent $\sin\widehat{ACB} = \frac{MP}{MC}$

d'où $$\mathbf{MC} = \frac{\mathbf{MP}}{\mathbf{sin}\,\widehat{\mathbf{ACB}}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 2 \times 2 = 4$$

CORRIGÉ

Exercice 36

Chaque diagonale du rectangle forme un triangle rectangle avec les côtés de l'angle droit qui lui est opposé.

Ainsi dans l'un de ces triangles rectangles, en notant d la longueur de la diagonale (qui est l'hypoténuse du triangle rectangle) on a, d'après la propriété de Pythagore :

$d^2 = 42^2 + 56^2 = 1764 + 3136 = 4900$

d'où $d = \sqrt{4900} = 70$

$d = 70$ *cm*

La figure donnée représente un écran de 70 *cm*

Exercice 37

La barre est horizontale si et seulement si elle forme un angle droit avec le mur, c'est-à-dire si le triangle dont les côtés mesurent 60 *cm*, 120 *cm* et 134 *cm* est un triangle rectangle.

$60^2 = 3600$, $120^2 = 14\,400$ et $134^2 = 17\,956$

$3600 + 14\,400 \neq 17\,956$.

$3600+14400 = 18000 \neq 17\,956.9$

Donc le triangle n'est pas rectangle et par conséquent la barre n'est pas horizontale.

Exercice 38

1. Le triangle IJK est rectangle en I donc, d'après la propriété de Pythagore :

$IK^2 + IJ^2 = JK^2$

d'où $IJ^2 = JK^2 - IK^2$

$IJ^2 = 10^2 - 3^2$

$IJ^2 = 100 - 9$

$IJ^2 = 91$

donc $IJ = \sqrt{91}$

$IJ = \sqrt{91}$ ***cm***

2. Dans le triangle IJK on a :

$$\cos \widehat{JKI} = \frac{KI}{KJ} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$\cos \widehat{JKI} = 0,3$ donc $\boldsymbol{mes\ \widehat{JKI}} = 72,54°$

3. Dans le triangle rectangle IKP on a

$\sin \widehat{IKP} = \dfrac{PI}{IK}$ donc $PI = IK \times \sin \widehat{IKP}$

Or $\widehat{IKP} = \widehat{JKI}$ d'où $PI = IK \times \sin\widehat{JKI}$

$\mathbf{PI} = IK \times \sin 72,54° = 3 \times \sin 72,54°$

PI = 2,86 *cm*

Exercice 39

• Dans le triangle rectangle MIO on a :

$$\tan \widehat{MIO} = \frac{MO}{MI} \quad (1)$$

• Calculons MI :

Dans le triangle rectangle AMI :

$$\cos \widehat{MIA} = \frac{AI}{MI} \text{ donc } MI = \frac{AI}{\cos \widehat{MIA}} \quad (2)$$

• Des égalités (1) et (2) on déduit :

$$\tan \widehat{MIO} = \frac{MO}{\dfrac{AI}{\cos \widehat{MIA}}}$$

$$\tan\widehat{MIO} = MO \times \frac{\cos \widehat{MIA}}{AI}$$

$$\tan \widehat{MIO} = 2 \times \frac{\cos 30°}{3}$$

$$\tan \widehat{MIO} = 2 \times \frac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

• Avec la calculatrice ou un extrait de la table trigonométrique on obtient : $mes\widehat{MIO} = 30°$

IV.3 Exercices d'approfondissement

Exercice 40

ABC est un triangle tel que

$AB^2 = (2n+1)^2 = 4n^2 + 4n + 1$

$AC^2 = [2n(n+1)]^2$

$BC^2 = [2n(n+1)+1]^2$

$BC^2 = [2n(n+1)]^2 + 2 \times [2n(n+1)] \times 1 + 1^2$

$BC^2 = [2n(n+1)]^2 + 4n^2 + 4n + 1$

CORRIGÉ

Or $\left[2n(n+1)\right]^2 = AC^2$ et $4n^2+4n+1 = AB^2$, donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Dans le triangle ABC on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$; donc d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, ABC est un triangle rectangle en A.

Exercice 41

1. ***Programme de construction***

Construire d'abord le triangle FGU tel que : FG = 4 *cm* ; FU = 2,4 *cm* ; GU = 3,2 *cm*

Construire ensuite le cercle (C) de centre G et de rayon 6,8 cm, il coupe la demi-droite [FU) en E

2. FGU est un triangle :

On a : $FU^2 = (2,4)^2 = 5,74$

$GU^2 = (3,2)^2 = 10,24$ et $FG^2 = 4^2 = 16$.

On remarque que 5,76 + 10,24 = 16

c'est-à-dire que $FU^2 + GU^2 = FG^2$

Ainsi dans le triangle FGU on a $FU^2 + GU^2 = FG^2$; donc d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, FGU est un triangle rectangle en U.

Le triangle FGU est rectangle en U donc les droites (FU) et (GU) sont perpendiculaires.

On sait que le point E appartient à la droite (FU) donc les droites (FE) et (GU) sont aussi perpendiculaires.

3. (FE) est perpendiculaire à (GU) donc le triangle GUE est rectangle en U, et par conséquent en appliquant la propriété de Pythagore, on a :

$EU^2 + GU^2 = GE^2$ d'où $EU^2 = GE^2 - GU^2$

$EU^2 = (6,8)^2 - (3,2)^2$

$EU^2 = (6,8 + 3,2)^2 - (6,8 - 3,2)^2$

$EU^2 = 10 \times 3,6 = 36$

donc EU = $\sqrt{36} = 6$

EU = 6 cm

4) Dans le triangle rectangle GEU on a :

$$\sin\widehat{GEU} = \frac{GU}{GE} = \frac{3,2}{6,8} = \frac{32}{68} = \frac{8}{17}$$

Avec la calculatrice ou un extrait de la table trigonométrique on obtient : mes $\widehat{GEU} = 28°$

Exercice 42

1. ABC est un triangle

On a : $AC^2 = 9^2 = 81$

$AB^2 = (5,4)2 = 29.16$ et $BC^2 = (7,2)^2 = 51.84$

On remarque que 29.16 + 51.84 = 81

c'est-à-dire que $AB^2 + BC^2 = AC^2$

Ainsi dans le triangle ABC on a

$AB^2 + BC^2 = AC^2$; donc d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, ABC est un triangle rectangle en B.

2. Dans le triangle rectangle ABC on a

$$\tan\widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{5,4}{7,2} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Avec la calculatrice ou un extrait de la table trigonométrique on obtient : mes $\widehat{ACB} = 37°$

Dans le triangle BCD on a :

$E \in [DC]$; $A \in [DB]$ et (EA) // (BC)

donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès on a : $\frac{DA}{DB} = \frac{DE}{DC} = \frac{AE}{BC}$

d'où $\frac{DA}{DB} = \frac{AE}{BC}$ ce qui donne

$$AE = \frac{DA}{DB} \times BC$$

On sait que : $A \in [DB]$ d'où DB = DA + AB.

$$\text{Donc } AE = \frac{DA}{DA + AB} \times BC$$

$$= \frac{2,6}{2,6 + 5,4} \times 7,2 = 2,34$$

AE = 2,34 *cm*

Exercice 43

1) ***Remarque :*** la figure fait penser aux configurations de Thalès. CDE est un triangle.
$\frac{EB}{ED} = \frac{5,4}{9} = 0,6$ et $\frac{EA}{EC} = \frac{7,2}{12} = 0,6$
donc $\frac{EB}{ED} = \frac{EA}{EC}$
Dans ce triangle CDE on a : $\frac{EB}{ED} = \frac{EA}{EC}$;
$A \in [CE]; B \in [DE]$ et la position de A par rapport à C et E est la même que celle de B par rapport à D et E, donc d'après lq réciproque de la propriété de Thalès, les droites (AB) et (DC) sont parallèles.
2) Dans le triangle CDE,
$A \in [CE]; B \in [DE]$ et $(AB)//(DC)$ donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès on a : $\frac{EB}{ED} = \frac{EA}{EC} = \frac{AB}{CD}$ or
$\frac{EB}{CD} = \frac{EA}{EC} = 0,6$ donc $\frac{AB}{CD} = 0,6$
d'où AB = 0,5×CD = 0,6×15 = 9. AB = 9.
3) CDE est triangle
On a : $ED^2 = 9^2 = 81$; $EC^2 = 12^2 = 144$ et $CD^2 = 15^2 = 225$.
On remarque que 81 + 144 = 225, c'est à dire que $ED^2 + EC^2 = CD^2$. Ainsi dans le triangle ABC on a $ED^2 + EC^2 = CD^2$; donc d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, CDE est un triangle rectangle en E.
Le triangle CDE est rectangleen E donc les droites (CE) et (DE) sont perpendiculaires.
4) a. $\cos(\widehat{ECD}) = \frac{CE}{CD} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0,8$
donc $mes\widehat{ECD} = 37°$.
b. (CE)=(AE) et (DE)=(BE) donc (AE) et (BE) sont perpendiculaires. Donc $mes(\widehat{ECD}) = 90°$

Exercice 44

1) Le triangle EFG est inscrit dans le cercle de diamètre [EF] donc c'est un triangle rectangle en G. Dans le triangle EFG on a :
$\tan\widehat{FEG} = \frac{GF}{GE} = \frac{5,6}{4,2} = \frac{4}{3}$. Avec la calculatrice ou un extrait de la table trigonométrique, on obtient : $mes\ \widehat{FEG} = 53°$.

Exercice 45

Hauteur de l'immeuble A : 12 m.
Hauteur de l'immeuble B : 324 m.
Différence de hauteur h : 324 m − 12 m = 312 m.
• Calculons la distance AC entre l'immeuble A et l'immeuble C.
$\tan 30° = \frac{h}{AC}$ donc $AC = \frac{h}{\tan30°} = \frac{312}{\tan30°}$
$AC = 540,4m$
• Calculons la distance BC entre l'immeuble A et l'immeuble C.
$\tan 45° = \frac{h}{BC}$ donc $BC = \frac{h}{\tan45°} = \frac{312}{\tan45°}$
$BC = 312m$
• Calculons la distance AB entre l'immeuble A et l'immeuble B.
AB = AC − BC = 540,4 − 312 = 228,4 *m*
Conclusion : La distance entre les immeubles A et B est de 228,4 m.

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 46

1) AME est un triangle rectangle en M, donc d'après la propriété de Pythagore, on a :
$AM^2 + ME^2 = AE^2$, d'où $AM^2 = AE^2 - ME^2$
or AE = 4,5 (longueur de l'échelle) et
ME = 1,5 (distance du pied de l'échelle au mur)
$AM^2 = AE^2 - ME^2$
$AM^2 = (4,5)^2 - (1,5)^2 = (4,5+1,5)(4,5-1,5)$
$AM^2 = 6\times3 = 18$
Donc $AM = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$
2) Dans le triangle rectangle AME on a :
$\sin\widehat{MAE} = \frac{ME}{AE} = \frac{1.5}{4.5} = \frac{1}{3}$
3) $\sin\widehat{MAE} = \frac{1}{3}$ donc avec la calculatrice ou un extrait de la table de trigonométrie on obtient $mes\widehat{MAE} = 19,5°$. La mesure de l'angle $\widehat{MAE}$ est inférieur à 50° donc Akolé peut monter sur l'échelle sans qu'elle ne glisse.

CORRIGÉ

Leçon 4 : Propriété de Thalès dans le triangle rectangle

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

Figure 1 et Figure 3.

Exercice 2

Première ligne $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

Deuxième ligne $\frac{KE}{KJ} = \frac{KG}{KF}$

Troisième ligne $\frac{OS}{OU} = \frac{OR}{OT}$

Exercice 3

$\frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BC}$; $\frac{IA}{IL} = \frac{IZ}{IG}$.

Exercice 4

$\frac{EP}{EF} = \frac{EO}{EG}$; $\frac{GE}{GO} = \frac{GF}{GR}$; $\frac{SE}{SR} = \frac{SP}{SO}$; $\frac{ES}{ER} = \frac{EO}{EB}$.

Exercice 5

a) $\frac{AB}{4} = \frac{7}{12}$ équivaut à $12 \times AB = 4 \times 7$

$AB = \frac{28}{12} = \frac{7}{3}$.

b) $\frac{13}{AB} = \frac{5}{4}$ équivaut à $5 \times AB = 4 \times 13$

$AB = \frac{52}{5} = 10{,}4$.

c) $\frac{10}{9} = \frac{AB}{10}$ équivaut à $9 \times AB = 10 \times 10$

$AB = \frac{100}{9}$.

d) $\frac{21}{11} = \frac{1}{AB}$ équivaut à $21 \times AB = 11$

$AB = \frac{11}{21}$

e) $\frac{AB+2}{AB} = \frac{17}{16}$

équivaut à $17 \times AB = 16 \times (AB + 2)$

$17\ AB = 16\ AB + 32$

$AB = 32$

Exercice 6

OAB est un triangle, P $\in$ (OA) ;

Q $\in$ (OB) et (PQ) //(AB).

Donc d’après la propriété de Thalès, on a :

$\frac{OQ}{OB} = \frac{OP}{OA}$ d'où $OA \times OQ = OP \times OB$

$OQ = \frac{OP \times OB}{OA} = \frac{5 \times 35}{28} = \frac{155}{28} = 6{,}25$

Exercice 7

GEF est un triangle, I $\in$ (GE) ;

H $\in$(GF) et (HI) // (EF).

Donc d’après la propriété de Thalès, on a :

$\frac{GE}{GI} = \frac{GF}{GH}$ d'où $GH \times GE = GF \times GI$

$GE = \frac{GF \times GI}{GH} = \frac{27 \times 54}{45} = \frac{162}{5} = 32{,}4$

Exercice 8

EGH est un triangle, K $\in$ (EH) ;

F $\in$ (EG) et (KF) // (AB).

Donc d’après la propriété de Thalès, on a :

$\frac{EK}{EH} = \frac{EF}{EG}$ d'où $EF \times EH = EK \times EG$

$EH = \frac{EK \times EG}{EF} = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3}$.

Exercice 9

$\frac{AB}{AS} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$;

$\frac{AC}{AT} = \frac{2}{3} = \frac{AB}{AS}$ .Dans le triangle ABC, on a :

S$\in$ (AB) ;

T $\in$ (AC) et la position de S par rapport à A et B est la même que celle de T par rapport à A et C ; $\frac{AC}{AT} = \frac{AB}{AS} = \frac{2}{3}$.

D’après la réciproque de la propriété de Thalès, (ST) // (BC).

CORRIGÉ

Exercice 10

$$\frac{EI}{EF} = \frac{3,2}{10} = 0.32$$

$$\frac{EJ}{EG} = \frac{2,4}{7.5} = 0,32 = \frac{EI}{EF}$$

Dans le triangle EFG, on a : I $\in$ [EF] ;

J $\in$ [EG] et $\frac{EJ}{EG} = \frac{EI}{EF} = 0{,}32$.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, (FG)//(IJ).

Exercice 11

$$\frac{OD}{OA} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0{,}66 \ ;$$

$$\frac{OC}{OB} = \frac{4{,}8}{5} = 0{,}96 \neq \frac{OD}{OA}$$

Dans le triangle DOC, on a : A $\in$ (OD) ; B $\in$ (OC) ; la position de A par rapport à O et D est la même que celle de B par rapport à O et C et $\frac{OC}{OB} \neq \frac{OD}{OA}$.

Les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

Exercice 12

La réponse juste est le 3 ;

c'est-à-dire $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Exercice 13

Dans le triangle OPL, on a : M $\in$ (LP) ;

N $\in$ (OL) et (PO)// (MN).

Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :

$\frac{LN}{LO} = \frac{LM}{LP} = \frac{MN}{OP}$ d'où LM× OP = MN× LP

$$OP = \frac{MN \times LP}{LM} = \frac{24 \times 42}{36} = \frac{4 \times 42}{36} = \frac{42}{9}$$

Exercice 14

Dans le triangle ABC, on a : S $\in$ (AB) ;

R $\in$ (AC) et (BC) //(RS).

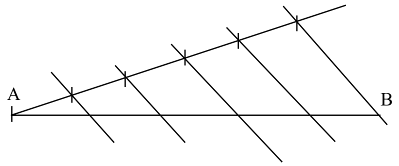
Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :

$\frac{AS}{AB} = \frac{AR}{AC} = \frac{RS}{BC}$ d'où AC × RS = AR × BC

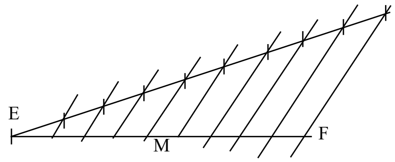
$$RS = \frac{AR \times BC}{AC} = \frac{7 \times 4,5}{5} = \frac{4 \times 42}{36}$$

RS = 6,3

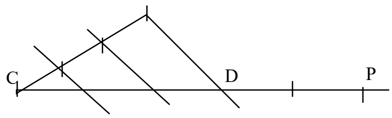
Exercice 15



Exercice 16



Exercice 17



IV.2 Exercices de renforcement

Exercice 18

1) Dans le triangle MEC, on a : D $\in$ (ME) ; A $\in$ (MC) et (AD) //CE).

Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :

$\frac{MD}{ME} = \frac{MA}{MC} = \frac{DA}{EC}$.

2) Dans le triangle MDC, on a : B $\in$ (MD) ; A $\in$ (MC) et (AB) // (CD).

Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :

$$\frac{MB}{MD} = \frac{MA}{MC} = \frac{AB}{CD}$$

3) De 1 et 2 on déduit :

$$\frac{MD}{ME}=\frac{MA}{MC}=\frac{DA}{EC}=\frac{MB}{MD}=\frac{BA}{DC}$$

$\frac{MD}{ME}=\frac{MB}{MD}$ équivaut à $MB \times ME = MD \times MD$

$$ME=\frac{MD \times MD}{MB}$$

$$MD+DE=\frac{MD \times MD}{MB}$$

$$DE=\frac{MD \times MD}{MB}-MD$$

$$DE=\frac{(MB+BD)\times(MB+BD)}{MB}-(MB+BD)$$

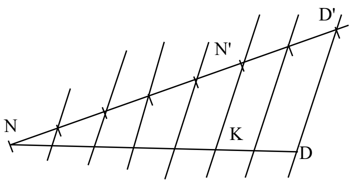
$$DE=\frac{(6+4)\times(6+4)}{6}-(6+4)$$

$$DE=\frac{100}{6}-10=\frac{100-60}{6}$$

$$\mathbf{DE}=\frac{\mathbf{40}}{\mathbf{6}}=\frac{\mathbf{20}}{\mathbf{3}}$$

Exercice 19

1)

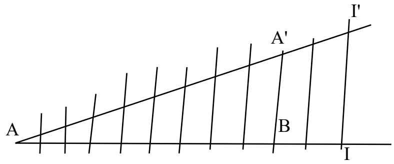


2) <u>Programme de construction</u>

1. Tracer une demi-droite d'origine N ne contenant pas D.
2. Graduer régulièrement la demi-droite avec le compas.
3. Placer sur la demi-droite N' et D' tels que NN' = 5 et ND' = 7.
4. Tracer la parallèle à (DD') passant par N'. Elle coupe (ND) en K .

Exercice 20

1)



2) <u>Programme de construction</u>

1. Tracer une demi- droite d'origine A ne contenant pas B.
2. Graduer régulièrement la demi-droite avec le compas.
3. Placer sur la demi-droite A' et I' tels que AA' = 9 et AI' = 11
4. Tracer la parallèle à (A'B) passant par I'. Elle coupe (AB) en I.

Exercice 21

Dans le triangle ACE, on a : B $\in$ (AC) ;

D $\in$ (AE) et (BD)//CE).

Donc d'après la propriété de Thalès, on a :

$\frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AE}$ équivaut à $AC \times AD = AB \times AE$

$$AD=\frac{AB \times AE}{AC}=\frac{6\times 45}{9}=6\times 5$$

AD = 30

Exercice 22

Dans le triangle OAB, on a : E $\in$ (OB) ;

F $\in$ (OA) et (EF)//(AB).

Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :

$$\frac{OA}{OF}=\frac{OB}{OE}=\frac{AB}{EF}$$

$\frac{OA}{OF}=\frac{OB}{OE}$ équivaut à $OF\times OB = OA\times OE$

$$OB=\frac{OA\times OE}{OF}=\frac{2\times 10}{5}$$

OB = 2 × 2 **= 4**

$\frac{OA}{OF} = \frac{AB}{EF}$ équivaut à OF×AB = EF×OA

$AB = \frac{EF \times OA}{OF} = \frac{2 \times 8}{5}$

$\mathbf{AB = \frac{16}{5} = 3{,}2}$.

Exercice 23

a) Dans le triangle EFG, on a : I ∈ (EF) ;
J ∈ (EG) et (IJ)//(FG).
Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :

$$\frac{EI}{EF} = \frac{EJ}{EG} = \frac{IJ}{GF}$$

$\frac{EI}{EF} = \frac{IJ}{GF}$ équivaut à EF×IJ = EI×GF

$$IJ = \frac{EI \times GF}{EF} = \frac{EI}{EF} \times GF = \frac{1}{4} \times 4 = 1$$

$x = \mathbf{1}$.

b) Dansle triangle LEA, on a : Z ∈ (EA) ;
O ∈ (LE) et (LA)// (ZO).
Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :

$$\frac{EA}{EZ} = \frac{EL}{EO} = \frac{LA}{ZO}$$

$\frac{EA}{EZ} = \frac{LA}{ZO}$ équivaut à EA × ZO= AL × EZ

$$OZ = \frac{AL \times EZ}{EA} = \frac{EZ}{EA} \times AL = 2{,}5 \times 2$$

$\boldsymbol{x} = \mathbf{5}$.

Exercice 24

$\frac{AM}{AB} = \frac{7}{11}$;

$$\frac{AN}{AC} = \frac{8{,}4}{13{,}2} = \frac{84}{132} = \frac{7 \times 12}{11 \times 12} = \frac{7}{11}$$

$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$.

Dans le triangle ABC, on a : N ∈ [AC] ;
M ∈ [AB] et $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$
D'après la réciproque de la propriété de Thalès, on a (MN)//(BC).

Exercice 25

$\frac{AE}{AB} = \frac{5}{9}$;

$$\frac{AF}{AC} = \frac{4{,}5}{8{,}1} = \frac{45}{81} = \frac{9 \times 5}{9 \times 9} = \frac{5}{9}$$

$\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB}$

Dans le triangle ABC, on a : E ∈ (AB) ;
F ∈ (AC) ; la position de E par rapport à A et B est la même que celle de F par rapport à A et C et $\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB}$.
D'après la réciproque de la propriété de Thalès, on a (EF)//(BC).

Exercice 26

$\frac{RE}{RS} = \frac{7}{9} \approx 0{,}7$; $\frac{RF}{RT} = \frac{4}{5} \approx 0{,}8$

$\frac{RF}{RT} \neq \frac{RE}{RS}$.

Dans le triangle RST, on a : F ∈ [RT] ;
E ∈ [RS] et $\frac{RF}{RT} \neq \frac{RE}{RS}$. Donc les droites (EF) et (ST) ne sont pas parallèles.

Exercice 27

Dans le triangle KUV, on a : T ∈ (KV) ;
S ∈ (KU) et (TS)//UV).
Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{KT}{KV} = \frac{SK}{KU} = \frac{ST}{VU}$

$\frac{KT}{KV} = \frac{SK}{KU}$ équivaut à SK×KV = KU×KT

$$KV = \frac{KU \times KT}{SK} = \frac{(KS + SU) \times KT}{SK}$$

$$KV = \frac{(5+4) \times 3}{5}$$

$\mathbf{KV =} \frac{27}{5} = 5{,}4$

T ∈ [KV]; donc KV = KT + TV.
Par conséquent TV = KV – KT

$$TV = \frac{27}{5} - 3 = \frac{27-15}{5} = \frac{12}{5}$$

TV = 2,4.

$\frac{SK}{KV} = \frac{ST}{VU}$ équivaut à SK × VU = ST×KU

$VU = \frac{ST \times KU}{SK} = \frac{4 \times (4+5)}{5}$

VU = $\frac{36}{5} = 7,2$.

IV.3. Exercices de approfondissement

Exercice 28

1) (BA) et (PR) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la même (BC).

2) Dans le triangle ABC, on a : R $\in$ (BC) ;
P $\in$ (AC) et (PR)//(AB).

Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{CP}{CA} = \frac{CR}{CB} = \frac{PR}{AB}$

$\frac{CR}{CB} = \frac{PR}{AB}$ équivaut à CB×PR = AB×CR

$PR = \frac{AB \times CR}{CB} = \frac{4,5 \times 3,6}{6} = \frac{16,2}{5}$

KV = 2,7.

Exercice 29

(HI) et (EF) sont parallèles car elles forment deux angles alternes-internes $\widehat{IEF}$ et $\widehat{HIE}$ de même mesure.

Dans le triangle EFG, on a : I $\in$ (EG) ;
H $\in$ (GF) et (HI)//(EF). Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :

$\frac{GH}{GF} = \frac{GI}{GE} = \frac{HI}{EF}$

$\frac{GI}{GE} = \frac{HI}{EF}$ équivaut à HI×GE = GI×EF

$GE = \frac{GI \times EF}{HI} = \frac{5 \times 15}{3} = 5 \times 5$

GE = *x* = 25

Exercice 30

1) $AM^2 = 6^2 = 36$;

$AP^2 + PM^2 = 3,6^2 + 4,8^2$

$= 12,96 + 23,04$

$= 36$

$AP^2 + PM^2 = AM^2$.

Dans le triangle AMP, on a: $AP^2 + PM^2 = AM^2$.

Donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle AMP est rectangle en P.

2) Dans le triangle AEF, on a : M $\in$ (AE) ;
P $\in$ (AF) et (MP)//(EF).

Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{AP}{AF} = \frac{AM}{AE} = \frac{MP}{EF}$

$\frac{AM}{AE} = \frac{MP}{EF}$ équivaut à MP×AE = AM×EF

$AE = \frac{AM \times EF}{MP} = \frac{6 \times 6}{4,8} = \frac{36}{4,8}$

AE = 7,5

M $\in$ [AE] ; donc AM + ME = AE.

Par conséquent ME = AE – AM = 7,5 – 6

ME = 1, 5

3) $\frac{AM}{AB} = \frac{6}{7,5} = 0,8$; $\frac{AP}{AC} = \frac{3,6}{4,5} = 0,8$

$\frac{AP}{AC} = \frac{AM}{AB} = 0,8$

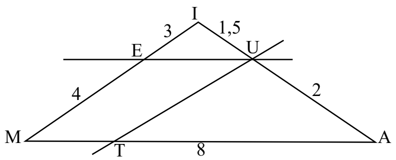
Dans le triangle ABC, on a :

P $\in$ (AM) ; F $\in$ (AB) ; la position de M par rapport à A et B est la même que celle de P par rapport à A et C et $\frac{AP}{AC} = \frac{AM}{AB}$.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès on a : (MP)//(BC).

Exercice 31

1)



Observations *: Pour que (MA) et (EU) soient parallèles, il faut que ME soit égale à 4 au lieu de 6.*

2) Dans le triangle AMI, on a : U $\in$ (AI) ; T $\in$ (AM) et (MI)//(TU). Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :

$\dfrac{AU}{AI} = \dfrac{AT}{AM} = \dfrac{TU}{MI}$

$\dfrac{AU}{AI} = \dfrac{AT}{AM}$ équivaut à AI×TU = AU×AM

$AT = \dfrac{AU \times AM}{AI} = \dfrac{2 \times 8}{3,5} = \dfrac{16}{3,5}$

AT = $\dfrac{32}{7}$

$\dfrac{AU}{AI} = \dfrac{TU}{MI}$ équivaut à AI×TU = AU×MI

$TU = \dfrac{AU \times MI}{AI} = \dfrac{2 \times 7}{3,5} = \dfrac{14}{3,5}$

TU = 4

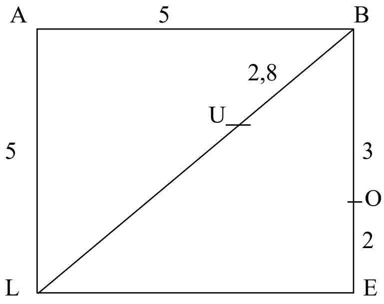
3) $\dfrac{IU}{IA} = \dfrac{1,5}{3,5} = \dfrac{3}{7}$; $\dfrac{IE}{IM} = \dfrac{3}{7}$

$\dfrac{IE}{IM} = \dfrac{IU}{IA}$

Dans le triangle AMI, on a : U ∈ [IA] ; E ∈ [IM] et $\dfrac{IE}{IM} = \dfrac{IU}{IA} = \dfrac{3}{7}$.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès (MA)//(EU).

Exercice 32



ABEL est rectangle en A.

Donc d'après la propriété de Pythagore, on a :

$BL = \sqrt{AB^2 + AL^2}$

$= 5\sqrt{2}$

$\dfrac{BU}{BL} = \dfrac{2,8}{5\sqrt{2}} = \dfrac{2,8\sqrt{2}}{10} \approx 0,4$

$\dfrac{BO}{BL} = \dfrac{3}{5} = 0,6$

$\dfrac{BU}{BL} \neq \dfrac{BO}{BL}$

Dans le triangle BEI, on a : O ∈ [BE] ;

U ∈ [BL] et $\dfrac{BU}{BL} \neq \dfrac{BO}{BL}$ donc les droites (OU) et (EL) ne sont pas parallèles.

Exercice 33

Dans le triangle ABC, on a : E ∈ (AB) ;

F ∈ (AC) et (EF)/ /(BC).

Donc d'après la propriété de Thalès, on a :

$\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$. D'où AB×AF = AE ×AC

$AF = \dfrac{AE \times AC}{AB} = \dfrac{4 \times 15}{12} = 5$

AF = 5

2) Dans le triangle AEF, on a : C ∈ (AF) ;

G ∈ (EF) et (AE)//(CG).

Donc d'après la propriété de Thalès, on a :

$\dfrac{FA}{FC} = \dfrac{FE}{FG}$. D'où FA×FG = FE × FC

FG = $FG = \dfrac{FE \times FC}{FA} = \dfrac{6 \times 10}{5} = 12$

FG = 12

Exercice 34

1) H est le milieu de [FG] car EFG est isocèle en E. Donc FH= $\dfrac{6}{2} = 3$

M ∈ [FH]. Donc $0 < x < 3$.

2) Dans le triangle FEH, on a : M ∈ (FH) ;

I ∈ (EF) et (MI)//(EH). Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :

$\dfrac{FI}{FE} = \dfrac{FM}{FH} = \dfrac{MI}{EH}$

$\dfrac{FM}{FH} = \dfrac{MI}{EH}$ équivaut à $\dfrac{x}{3} = \dfrac{MI}{4}$

$3MI = 4x$; $MI = \dfrac{4x}{3}$

3) a) M $\in$ [FG].

Donc on a : FM + MG = FG ;

c'est-à-dire x+ MG = 6.

Par conséquent MG = 6 − x

3b. Dans GMJ, on a : H $\in$ (GM) ;

E $\in$ (GJ) et (MJ)//(EH).

Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{GE}{GJ} = \frac{GH}{GM} = \frac{EH}{JM}$

$\frac{GH}{GM} = \frac{EH}{JM}$ équivaut à GH×JM = EH×GM

$JM = \frac{EH \times GM}{GH} = \frac{4 \times (6 - x)}{3}$

$JM = \frac{4}{3}(6 - x)$

4) $MI = \frac{4x}{3}$ et $JM = \frac{4}{3}(6 - x)$.

Donc JM = 3MI équivaut à $\frac{4}{3}(6 - x) = 3\left(\frac{4x}{3}\right)$

$$\frac{4}{3}(6 - x) = 4x$$

$$\frac{6 - x}{3} = x$$

$$6 - x = 3x$$

$$6 = 4x$$

$$x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

Lorsque x = 1,5 alors I est le milieu de [EF]

car $\frac{FI}{FE} = \frac{1}{2}$. D'où $FI = \frac{1}{2}FE$.

IV.4. Situations d'évaluations

Exercice 35

1) (OW) et (EA) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la même (YW).

2) Dans le triangle YOW, on a :

A $\in$ (YW) ; E $\in$ (YO) et (OW)//(AE).

Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{YA}{YW} = \frac{YE}{YO} = \frac{AE}{WO}$.

$\frac{YA}{YW} = \frac{AE}{WO}$ équivaut à YW×AE = YA ×WO

$AE = \frac{YA \times WO}{YW} = \frac{20 \times 5{,}1}{50} = \frac{102}{50}$

AE = 2, 04

Conclusion : l'anacardier a une hauteur de 2,04 m

Exercice 36

1) (MN) et (AH) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la même (BC).

2) Dans le triangle BAH, on a :

M $\in$ (BA) ; N $\in$ (BH) et (MN)//(AH).

Donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{BN}{BH} = \frac{BM}{BA} = \frac{MN}{AH}$

$\frac{BN}{BH} = \frac{MN}{AH}$ équivaut à BH×MN=BN×AH

$MN = \frac{BN \times AH}{BH} = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5}$

MN = 1, 8

Conclusion: la barre a une longueur de 1, 8 m.

Leçon 5 : Calcul numérique

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

La distance de deux nombres réels a et b est : $|a - b|$.

1) $|a - b| = |13 - 7 = |6|| = 6$

2) $|a - b| = |75 - 100| = |-25| = 25$

3) $|a - b| = |-9 - 9| = |-18| = 18$

4) $|a - b| = |-8 - (-1)| = |-7| = 7$

Exercice 2

[5 ; 7] a pour amplitude 2

[−9 ; 5[a pour amplitude 14

]−10 ; −5[a pour amplitude 5

$\left]-\frac{1}{2}; \frac{3}{5}\right]$ a pour amplitude $\frac{11}{10}$.

CORRIGÉ

Exercice 3

[5 ; 7] a pour centre 6

[−9 ; 5[a pour centre –2

]−10 ; −5[a pour centre –7,5

$\left]-\frac{1}{2};\frac{3}{5}\right]$ a pour centre $\frac{1}{20}$.

Exercice 4

[2 ;8]	Intervalle fermé 2 ; 8
]3 ; 7[	Intervalle ouvert 3 ; 7
[1 ; →[	Intervalle des nombres plus grands ou égaux à 1
]←; −2[	Intervalle des nombres plus petits que –2.

Exercice 5

Intervalle 2 ; 5 fermé en 2, ouvert en 5.	[2 ; 5[
Intervalle fermé 12 ; 17	[12 ; 17]
Intervalle des nombres plus petits que 15.	]← ; 15[
Intervalle des nombres supérieurs ou égaux à –4.	[−4 ; →[

Exercice 6

$x \in [2 ; 7]$ se traduit par $2 \leq x \leq 7$

$x \in]-3 ; 4]$ se traduit par $-3 < x \leq 4$

$x \in [-6 ; \rightarrow[$ se traduit par $-6 \leq x$

$x \in \left]\leftarrow;\frac{2}{3}\right]$ se traduit par $x < \frac{2}{3}$.

Exercice 7

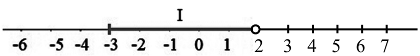
$1 \leq x \leq 4$ se traduit par $x \in [1 ; 4]$.

$x \leq 9$ se traduit par $x \in]\leftarrow ; 9]$.

$5 < x \leq 8$ se traduit par $x \in]5 ; 8]$.

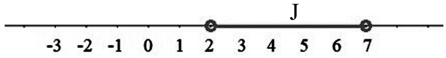
$x > -2$ se traduit par]–2 ; →[.

Exercice 8

a) 

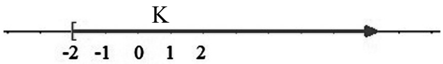
I = [−3 ; 2[est en bleu.

b)



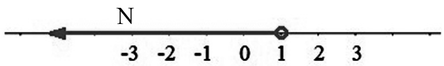
J =]2 ; 7[

c)



K = [−2 ; →[

d)

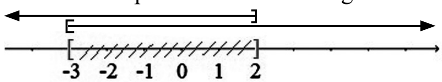


N =]← ; 1[

Exercice 9

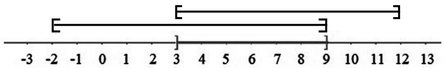
a) $A = [-3;\rightarrow[$ et $B =]\leftarrow;2]$.

A ∩ B est représenté sur la droite graduée.

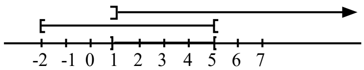


b) A = [−2 ; 9] et B =]3 ; 12]

A ∩ B est représenté sur la droite graduée.

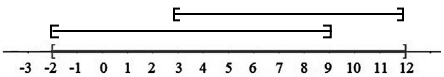


c) A ∩ B est représenté sur la droite graduée.

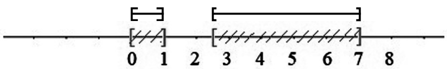


Exercice 10

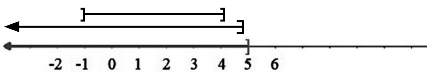
a) A ∪ B est représenté par la droite graduée.



b) A ∪ B est représenté sur la droite graduée.



c) A ∪ B est représenté sur la droite graduée.



CORRIGÉ

Exercice 11

1) Si $x \geq 7$, alors $x + 3 \geq 10$

2) Si $3x < -5$, alors $3x - 1 < -6$

3) Si $-8x \leq 2$, alors $-8x + 9 \leq 11$

4) Si $-4x > -13$, alors $-4x + 5 > -8$

5) Si $x < 5$, alors $4x < 20$

6) Si $7x \geq -2$, alors $-14x \leq 4$

7) Si $-2x > 11$, alors $-6x > 33$

8) Si $-x \leq -3$, alors $9x \geq 27$

Exercice 12

1) Si $x \leq -4$, alors $-x \geq 4$

2) Si $x > 18$, alors $0{,}5x > 9$

3) Si $-x \geq 12$, alors $\frac{3}{4}\ x \leq -16$

4) Si $-3x > -15$, alors $x > 5$

Exercice 13

Inégalités	Vrai ou Faux
$15{,}2 \leq \frac{152}{10}$	V
$7{,}3 > 6{,}97$	V
$3 < -720$	F
$25 \geq 25$	V
$120 < 120$	F
$0{,}0729 \geq 0{,}08$	F

Exercice 14

1) On a : $8^2 = 64$ et $(5\sqrt{3})^2 = 75$.

Or $64 < 75$, donc $8 < 5\sqrt{3}$.

2) On a : $(5\sqrt{6})^2 = 150$ et $(6\sqrt{5})^2 = 180$.

Or $150 < 180$, donc $5\sqrt{6} < 6\sqrt{5}$.

Exercice 15

On a : $\frac{3}{164{,}4} = \frac{3}{3 \times 54{,}8} = \frac{1}{54{,}8}$.

Or $53{,}9 < 54{,}8$, donc $\frac{1}{53{,}9} > \frac{1}{54{,}8}$,

c'est-à-dire $\frac{1}{53{,}9} > \frac{3}{164{,}4}$

Exercice 16

$4{,}35 < \sqrt{19} < 4{,}36$; $1{,}77 < \sqrt{\pi} < 1{,}78$;

$44{,}91 < \sqrt{2017} < 44{,}92$;

$-44{,}92 < -\sqrt{2017} < -44{,}91$

Exercice 17

$1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$ et $3{,}14 < \pi < 3{,}15$

- $1{,}41 + 3{,}14 < \sqrt{2} + \pi < 1{,}42 + 3{,}15$

$4{,}55 < \sqrt{2} + \pi < 4{,}57$

$4{,}5 < \sqrt{2} + \pi < 4{,}6$

- $-1{,}42 < -\sqrt{2} < -1{,}41$

$3{,}14 - 1{,}42 < \pi - \sqrt{2} < 3{,}15 - 1{,}41$

$1{,}72 < \pi - \sqrt{2} < 1{,}74$

$1{,}7 < \pi - \sqrt{2} < 1{,}8$

Exercice 18

- $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$ et

$3{,}141 < \pi < 3{,}142$;

$1{,}414 \times 3{,}141 < \pi\sqrt{2} < 1{,}415 \times 3{,}142$

$4{,}44 < \pi\sqrt{2} < 4{,}45$

- $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$

$\frac{1}{1{,}415} < \frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{1}{1{,}414}$ donc $0{,}70 < \frac{1}{\sqrt{2}} < 0{,}71$

Exercice 19

1) On a : $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$,

donc $\frac{1}{1{,}415} < \frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{1}{1{,}414}$,

soit $0{,}7067 < \frac{1}{\sqrt{2}} < 0{,}7072$.

Comme $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$, on a

$0{,}7067 \times 1{,}732 < \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{3} < 0{,}7072 \times 1{,}733$.

Donc $1{,}22 < \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} < 1{,}23$.

CORRIGÉ

Exercice 20

1) $-2 < x < -1$ et $1 < y < 2$

$1 < -x < 2$ et $1 < y < 2$

$1 < -xy < 4$

$-4 < xy < -1$

2) $-2 < x < -1$ et $1 < y < 2$

$1 < -x < 2$ et $\frac{1}{2} < \frac{1}{y} < 2$

$\frac{1}{2} < -x \times \frac{1}{y} < 4$

$-4 < \frac{x}{y} < -\frac{1}{2}$

Exercice 21

	Arrondi d'ordre 1	Arrondi d'ordre 2	Arrondi d'ordre 3
0,91063	0,9	0,91	0,911
15,45281	15,5	15,45	15,453
–21,77337	–21,7	–21,78	–21,774

Exercice 22

1) $\sqrt{5} = 2,24$.
2) $\sqrt{2} = 1,4142$.

Exercice 23

	Arrondi d'ordre 1	Arrondi d'ordre 2	Arrondi d'ordre 3
$\sqrt{7}$	2,6	2,65	2,46
$\sqrt{101}$	10,0	10,05	10,050

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 24

a) Déterminons $[-3;\rightarrow[\cap]\leftarrow;2]$.
$[-3;\rightarrow[\cap]\leftarrow;2]=[-3;2]$.

b) Déterminons $[-2;9]\cup]3;12]$.
$[-2;9]\cup]3;12]=[-2;12]$.

c) Déterminons $[-2;5[\cap]7;\rightarrow[$
$[-2;5[\cap]1;\rightarrow[\,=\,]1;5[$.

Exercice 25

a) Rendons-les au même dénominateur.
$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ et $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$.

On a : $\frac{15}{20} < \frac{16}{20}$, donc $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$.

b) Comparons d'abord leurs carrés.
$9^2 = 81$ et $(4\sqrt{5})^2 = 80$

On a : $81 > 80$; donc $9 > 4\sqrt{5}$.

c) $5,5\sqrt{7}$ et $5,05\sqrt{7}$

<u>1ère méthode</u> :

$5,5 > 5,05$

$5,5 \times \sqrt{7} > 5,05\sqrt{7}$.

<u>2ème méthode</u> :

$(5,5\sqrt{7})^2 = 211,75$ et
$(5,05\sqrt{7})^2 = 178,5175$
$211,75 > 178,5175$ donc $5,5\sqrt{7} > 5,05\sqrt{7}$

d) $-5\sqrt{2}$ et $\sqrt{7}$

$-5\sqrt{2} < 0$ et $\sqrt{7} > 0$; donc $-5\sqrt{2} < \sqrt{7}$

e) $\frac{1}{754,5}$ et $\frac{1}{754,05}$

$754,5 > 754,05$

$\frac{1}{754,5} < \frac{1}{754,05}$

f) $5 + \sqrt{3}$ et $4 + \sqrt{2}$

$\sqrt{3} > \sqrt{2}$ et $5 > 4$

donc $5 + \sqrt{3} > 4 + \sqrt{2}$.

Exercice 26

1) Trouvons le signe de $5\sqrt{3} - 6\sqrt{2}$

$(5\sqrt{3})^2 = 75$ et $(6\sqrt{2})^2 = 72$
$75 > 72$

$5\sqrt{3} > 6\sqrt{2}$

$5\sqrt{3} - 6\sqrt{2} > 0$.

2) Trouvons le signe de $6-4\sqrt{3}$

$(4\sqrt{3})^2 = 48$ et $6^2 = 36$

$36 < 48$

$6 < 4\sqrt{3}$

$6-4\sqrt{3} < 0$.

Exercice 27

1) $\mathrm{N} = \dfrac{1}{7+4\sqrt{3}}$ et $\mathrm{J} = \dfrac{1}{7-4\sqrt{3}}$

si $\mathrm{N} \times \mathrm{J} = 1$, alors N et J sont inverses.

$$\frac{1}{7+4\sqrt{3}} \times \frac{1}{7-4\sqrt{3}} = \frac{1}{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})}$$

$$\frac{1}{7+4\sqrt{3}} \times \frac{1}{7-4\sqrt{3}} = \frac{1}{7^2-(4\sqrt{3})^2}$$

$$\frac{1}{7+4\sqrt{3}} \times \frac{1}{7-4\sqrt{3}} = \frac{1}{49-48} = \frac{1}{1} = 1.$$

Donc N et J sont inverses l'un de l'autre.

2) $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$

$1,732 \times 4 < 4\sqrt{3} < 1,733 \times 4$

$6,928 < 4\sqrt{3} < 6,932$

$-6,932 < -4\sqrt{3} < -6,928$

$7-6,932 < 7-4\sqrt{3} < 7-6,928$

$0,068 < 7-4\sqrt{3} < 0,072$

$0,06 < 7-4\sqrt{3} < 0,07$.

Exercice 28

$m = 1-\sqrt{5}$; $t = 4-3\sqrt{5}$.

1) $(2\sqrt{5})^2 = 20$ et $3^2 = 9$. On a : $20 > 9$,

donc $2\sqrt{5} > 3$.

Alors $2\sqrt{5}-3 > 0$.

2) $m-t = (1-\sqrt{5})-(4-3\sqrt{5})$

$m-t = 1-\sqrt{5}-4+3\sqrt{5}$

$m-t = -3+2\sqrt{5}$.

3) Comparons m et t.

On a : $m-t = -3+2\sqrt{5}$.

D'après la question 1, on a $-3+\sqrt{5} > 0$.

On en déduit que $m - t > 0$.

Donc $m > t$.

Exercice 29

Ordre croissant

$(2\sqrt{67})^2 = 268$

$(15)^2 = 225$

$(17)^2 = 289$

$289 > 268 > 225$; donc $17 > 2\sqrt{67} > 15$.

Par ordre croissant $15 < 2\sqrt{67} < 17$.

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 30

$$m = \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$g = \sqrt{3\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}} = \sqrt{6\times 2} = 2\sqrt{3}.$$

$$\frac{1}{h} = \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}+3\sqrt{2}}{6\times 2} = \frac{5\sqrt{2}}{12}.$$

Exercice 31

1) Soit x le nombre d'enfants cherché :

$x \in [3 ; 8[$.

2) $x \in [3 ; 8[$ et $x \in]4 ; 13]$.

Or $[3 ; 8[\cap]4 ; 13] =]4 ; 8[$.

Donc $x \in]4 ; 8[$.

3) $\dfrac{4+8}{2} = 6$.

Le centre de $]4 ; 8[$ est 6 et $x = 6$.

Exercice 32

Soit x la charge d'un camion et y la nouvelle.

On a : $y = x - 1,9$.

$3,5 < x < 3,7$

$3,5 - 1,9 < x - 1,9 < 3,7 - 1,9$

$1,6 < y < 1,8$

CORRIGÉ

Exercice 33

1) Soit P le périmètre du polygone ROUGE.

On a : P = OR + RE + EG + GU + OU

P = 1 + 2 + 3 + 4 + OU

P = 10 + OU

• $OU^2 = OG^2 + GU^2 = OG^2 + 16$

• $OG^2 = OE^2 + EG^2 = OE^2 + 9$

• $OE^2 = OR^2 + RE^2 = 1 + 4 = 5$

Donc $OG^2 = 14$ et $OU^2 = 30$.

On en déduit que $P = 10 + \sqrt{30}$.

2) $5,46 < \sqrt{30} < 5,47$

$10 + 5,46 < 10 + \sqrt{30} < 10 + 5,47$

$15,46 < P < 15,47$

Exercice 34

1) Soit $\mathcal{A}$ cet aire.

$\mathcal{A} = \pi \times (56,4)^2 = 3180,96\pi$.

2) $3,14 < \pi < 3,15$

$3,14 \times 3180,96 < \mathcal{A} < 3,15 \times 3180,96$

$9988,2144 < \mathcal{A} < 10020,024$

$9988,214 < \mathcal{A} < 10020,024$.

Exercice 35

1) Aire totale : $2 \times 2 = 4$.

Le triangle blanc selon la propriété de Pythagore :

$1^2 + x^2 = 2^2$ alors $x^2 = 4 - 1 = 3$

$x = \sqrt{3}$.

L'aire des triangles en blanc :

$2 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3}$.

L'aire de la partie coloriée est : $\mathcal{A}_b = 4 - \sqrt{3}$.

2) $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$

$-1,74 < -\sqrt{3} < -1,73$

$2,26 < 4 - \sqrt{3} < 2,27$

$2,26 < \mathcal{A} < 2,27$

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 36

1) $FG = x + 5$.

2) Aire du triangle EFG est :

$\mathcal{A} = \frac{FG \times EI}{2} = \frac{(x+5).40\sqrt{7}}{2} = 20\sqrt{7}(x+5)$.

3) $2,645 < \sqrt{7} < 2,646$ et $2 < x < 3$

$52,9 < 20\sqrt{7} < 52,92$ et $7 < x + 5 < 8$

$52,9 \times 7 < 20\sqrt{7}(x + 5) < 52,92 \times 8$

$370,3 < \mathcal{A} < 423,36$.

Leçon 6 : Angles inscrits

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

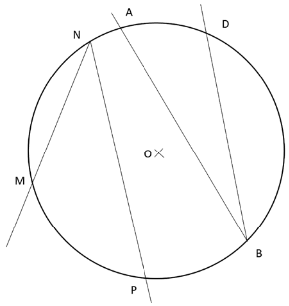
Entourer la Figure A, la Figure D et la Figure F.

Exercice 2

a) Les angles aigus $\widehat{BAE}$, $\widehat{BAD}$, $\widehat{EAD}$ et $\widehat{ABC}$ sont des angles inscrits dans le cercle (C).

b) L'angle aigu $\widehat{AGB}$ n'est pas un angle inscrit dans le cercle (C)

Exercice 3



Exercice 4

1)

Angle inscrit	$\widehat{ABP}$	$\widehat{CDP}$	$\widehat{ADC}$	$\widehat{CPD}$
Arc intercepté	$\overset{\frown}{AP}$	$\overset{\frown}{CP}$	$\overset{\frown}{AC}$	$\overset{\frown}{CD}$

2) Ce sont les angles $\widehat{ADC}$ et $\widehat{APC}$.

3) On peut citer les angles $\widehat{DAP}$ et $\widehat{DCP}$.

Exercice 5

1 -V ; 2 - F ; 3 - V ; 4 -V ; 5 - F.

CORRIGÉ

Exercice 6

Angle inscrit	Angle au centre associé
$\widehat{PMN}$	$\widehat{NIM}$
$\widehat{NPM}$	$\widehat{PIM}$
$\widehat{PNM}$	$\widehat{NIP}$

Exercice 7

L'angle aigu $\widehat{ABD}$ est un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{AOD}$.

L'angle aigu $\widehat{ADB}$ est un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{AOB}$.

L'angle aigu $\widehat{AFE}$ est un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{AOE}$.

L'angle aigu $\widehat{DAE}$ est un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{DOE}$.

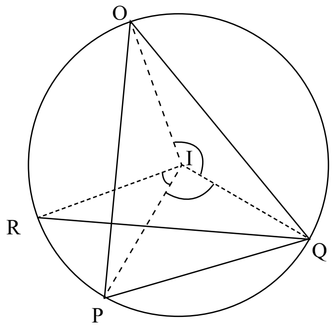
L'angle aigu $\widehat{EAF}$ est un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{EOF}$.

Exercice 8

L'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{OPQ}$ est l'angle $\widehat{OIQ}$.

L'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{PQR}$ est l'angle $\widehat{PIR}$.

L'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{POQ}$ est l'angle $\widehat{PIQ}$.



Exercice 9

Un angle aigu inscrit dans un cercle a pour mesure la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.

Exercice 10

• mes $\widehat{BAC} = \frac{1}{2}$ mes $\widehat{BOC}$.

Donc mes $\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \times 108 = 54°$

• mes $\widehat{FEG} = \frac{1}{2}$ mes $\widehat{FOG}$.

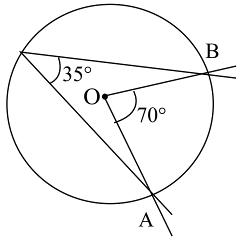
Donc mes $\widehat{FOG} = 2\times$ mes $\widehat{FEG} = 2\times 23 = 46°$

• mes $\widehat{RST} = \frac{1}{2}$ mes $\widehat{ROT}$.

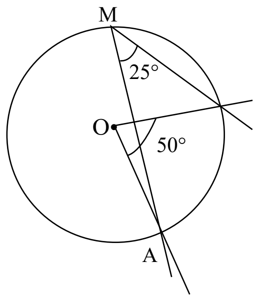
Donc mes $\widehat{ROT} = 2\times$ mes $\widehat{RST} = 2\times 41 = 82°$

Exercice 11

Pour tracer un angle inscrit de mesure 35°, il suffit de tracer un angle inscrit dans le cercle associé à l'angle au centre $\widehat{AOB}$



Pour tracer un angle au centre de mesure 50°, il suffit de tracer l'angle au centre du cercle associé à l'angle inscrit $\widehat{AMB}$.



CORRIGÉ

Exercice 12

L'angle aigu $\widehat{AMB}$ est un angle inscrit et l'angle au centre qui lui est associé est $\widehat{AOB}$.

Donc mes $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}$ mes $\widehat{AOB}$.

Par conséquent

mes $\widehat{AOB} = 2\times$mes $\widehat{AMB} = 2\times29{,}7 = 59{,}4°$

Exercice 13

L'angle aigu $\widehat{AMB}$ est un angle inscrit et l'angle au centre qui lui est associé est $\widehat{AOB}$.

Donc me $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}$ mes $\widehat{AOB}$.

Par conséquent mes $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\times158 = 79°$

Exercice 14

Les angles inscrits $\widehat{BAE}$ et $\widehat{BDE}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{BE}$.

Les angles inscrits $\widehat{ABD}$ et $\widehat{AED}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AD}$.

Exercice 15

Dans un cercle, si deux angles interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

Exercice 16

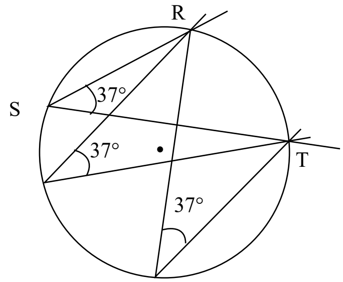
Les angles $\widehat{FEG}$ et $\widehat{FHG}$ sont des angles inscrits dans un même cercle et interceptent le même arc.

Or, dans un cercle, si deux angles interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

Donc mes $\widehat{FEG}$ = mes $\widehat{FHG} = 42°$.

Exercice 17

Pour tracer deux angles inscrits de mesure 37°, il suffit de tracer deux angles aigus inscrits dans le cercle et qui interceptent le même arc que l'angle $\widehat{RST}$;



Exercice 18

Les angles $\widehat{APB}$ et $\widehat{AMB}$ sont des angles inscrits dans un même cercle et interceptent le même arc. Or, dans un cercle, si deux angles interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure. Donc mes $\widehat{APB}$ = mes $\widehat{AMB} = 37{,}5°$.

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 19

1) Les segments [AC] et [BD] sont deux diamètres du cercle (C) qui se coupent en Q. Donc Q est le centre du cercle (C), car un diamètre d'un cercle est un segment qui passe par le centre de ce cercle.

2) <u>Mesure de</u> $\widehat{CAB}$

L'angle $\widehat{BQC}$ est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{CAB}$ donc :

$$\text{mes } \widehat{CAB} = \frac{\text{mes } \widehat{BQC}}{2} = \frac{110}{2} = 55$$

Donc mes $\widehat{CAB} = 55°$

<u>Mesure de</u> $\widehat{ACD}$

Les angles $\widehat{ACD}$ et $\widehat{ABD}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{AD}$, donc ils ont la même mesure.

Or mes $\widehat{ACD} = 55°$, donc mes $\widehat{ABD} = 55°$

Exercice 20

- Déterminons mes $\widehat{JIO}$

• I et J sont deux points du cercle de centre O donc OI = OJ et par conséquent le triangle IOJ est isocèle en O.

• Le triangle IOJ est isocèle en O

donc : mes $\widehat{JIO}$ = mes $\widehat{IJO}$

Or mes $\widehat{IJO} = 40°$

donc mes $\widehat{JIO} = 40°$

- Déterminons mes $\widehat{IOJ}$

Dans le triangle IOJ, la somme des mesures des angles est égale à 180° :

mes $\widehat{IOJ}$ + mes $\widehat{JIO}$ + mes $\widehat{IJO} = 180°$

mes $\widehat{IOJ} = 180° - ($ mes $\widehat{JIO}$ + mes $\widehat{IJO})$

mes $\widehat{IOJ} = 180° - (40° + 40°) = 100°$

mes $\widehat{IOJ} = 100°$

- Déterminons mes $\widehat{IKJ}$

L'angle aigu $\widehat{IKJ}$ est un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{IOJ}$ donc :

$$\text{mes } \widehat{IKJ} = \frac{\text{mes } \widehat{IOJ}}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

Donc mes $\widehat{IKJ} = 50°$

Exercice 21

L'angle aigu $\widehat{MPN}$ est un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{MON}$. Donc pour trouver la mesure de $\widehat{MPN}$ il suffit de trouver celle de $\widehat{MON}$.

Déterminons la mesure de $\widehat{MON}$

• M et N sont deux points du cercle de centre O donc OM = ON et par conséquent le triangle MON est isocèle en O.

Le triangle MON est isocèle en O

donc : mes $\widehat{NMO}$ = mes $\widehat{MNO} = 65°$

Dans le triangle MON la somme des mesures des angles est égale à 180°:

•mes $\widehat{MON}$ + mes $\widehat{MNO}$ + mes $\widehat{NMO} = 180°$

mes $\widehat{MON} = 180° - ($ mes $\widehat{MNO}$ + mes $\widehat{NMO})$

mes $\widehat{MON} = 180° - (65° + 65°)$

mes $\widehat{MON} = 50°$

Donc mes $\widehat{MON} = 50°$

Déterminons le mesure de $\widehat{MPN}$

L'angle aigu $\widehat{MPN}$ est un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{MON}$ donc :

$$\text{mes } \widehat{MPN} = \frac{\text{mes } \widehat{MON}}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

Donc mes $\widehat{MPN} = 25°$

Exercice 22

1) L'angle aigu $\widehat{CED}$ est un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{CID}$ donc :

$$\text{mes } \widehat{CED} = \frac{\text{mes } \widehat{CID}}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

Donc mes $\widehat{CED} = 35°$

2) Les angles inscrits $\widehat{CBD}$ et $\widehat{CAD}$ ont la même mesure que l'angle $\widehat{CED}$ car ils interceptent le même arc $\overset{\frown}{AD}$ que l'angle inscrit $\widehat{CED}$.

Exercice 23

• $\widehat{RIA}$ est un angle aigu inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{ROA}$ donc :

$$\text{mes } \widehat{RIA} = \frac{\text{mes } \widehat{ROA}}{2} \quad (1)$$

- $\widehat{NIL}$ est un angle aigu inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{NOL}$ donc :

  $mes\ \widehat{NIL} = \dfrac{mes\ \widehat{NOL}}{2}$ (2)

- Les angles $\widehat{ROA}$ et $\widehat{NOL}$ sont deux angles opposés par le sommet donc il ont la même mesure α, α étant un nombre réel non nul positif :

  $mes\ \widehat{ROA} = mes\ \widehat{NOL} = \alpha$

- Les égalités (1) et (2) deviennent donc :

  Pour l'égalité (1) : $mes\ \widehat{RIA} = \dfrac{\alpha}{2}$

  Pour l'égalité (2): $mes\ \widehat{NIL} = \dfrac{\alpha}{2}$

- On en déduit donc que

  $mes\ \widehat{RIA} = mes\ \widehat{NIL}$

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 24

1) Mesure de l'angle $\widehat{AID}$:

L'angle $\widehat{AID}$ est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{ABD}$ donc :

$mes\ \widehat{ABD} = \dfrac{mes\ \widehat{AID}}{2}$

d'où $mes\ \widehat{AID} = 2 \times mes\ \widehat{ABD}$

$mes\ \widehat{AID} = 2 \times mes\ \widehat{ABD} = 2 \times 36 = 72$

$mes\ \widehat{AID} = 72°$

<u>Mesure de l'angle</u> $\widehat{ACD}$:

L'angle $\widehat{ACD}$ est un angle inscrit qui intercepte le même arc $\overset{\frown}{AD}$ que l'angle inscrit $\widehat{ACD}$ donc : $mes\ \widehat{ACD} = mes\ \widehat{ABD} = 36°$

$mes\ \widehat{ACD} = 36°$

2) Les angles $\widehat{BCD}$ et $\widehat{CAB}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{BC}$ donc ils ont la même mesure.

Exercice 25

1) Chacun des angle d'un triangle équilatéral mesure 60°. Or le triangle ABC est équilatéral, donc $mes\ \widehat{BCA} = 60°$.

2) L'angle $\widehat{BOC}$ est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{BAC}$ donc :

$mes\ \widehat{BAC} = \dfrac{mes \widehat{BOC}}{2}$

d'où $mes\ \widehat{BOC} = 2 \times mes\ \widehat{BAC}$

$mes\ \widehat{BOC} = 2 \times mes\ \widehat{BAC} = 2 \times 60 = 120$

$mes\ \widehat{BOC} = 120°$

3) • ABC est un triangle équilatéral donc AB = AC

• B et C sont deux points du cercle de centre O donc OB = OC

• A et O sont donc deux points équidistants des points B et C, d'où la droite (AO) est la médiatrice du segment [BC] (Tout point équidistant des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment).

Exercice 26

1) Mesure de l'angle $\widehat{IJK}$

Le triangle IJK est isocèle en I donc :

$mes\ \widehat{JIK} = 180° - 2 \times mes\ \widehat{IJK}.$

Or $mes\ \widehat{IJK} = 50°$,

donc $mes\ \widehat{JIK} = 180° - 2 \times 50 = 80$

$mes\ \widehat{JIK} = 80°$

<u>Mesure de l'angle</u> $\widehat{JOK}$

L'angle $\widehat{JOK}$ est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{JIK}$ donc :

$\text{mes}\,\widehat{JIK} = \dfrac{\text{mes}\,\widehat{JOK}}{2}$ d'où

$\text{mes}\,\widehat{JOK} = 2 \times \text{mes}\,\widehat{JIK} = 2 \times 80 = 160$

$\text{mes}\,\widehat{JOK} = 160^\circ$.

2) • IJK est un triangle isocèle en I donc IJ = IK.

• J et K sont deux points du cercle de centre O donc OJ = OK.

• I et O sont donc deux points équidistants des points J et K donc la droite (OI) est la médiatrice du segment [JK] (Tout point équidistant des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment)

• Le triangle IJK est isocèle en I et la droite (IO) est la médiatrice de sa base [JK] donc (IO) est aussi la bissectricede l'angle $\widehat{JIK}$ du sommet principal.

Exercice 27

<u>Remarque</u> : Ici il faut démontrer que les angles inscrits $\widehat{EMF}$ et $\widehat{EMG}$ ont la même mesure.

• Le triangle EFG est isocèle en E

donc : $\text{mes}\,\widehat{EFG} = \text{mes}\,\widehat{EGF} = a^\circ$

(avec $a \in \mathbb{R}$ et $a > 0$).

• Les angles inscrits $\widehat{EMF}$ et $\widehat{EGF}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{EF}$

donc $\text{mes}\,\widehat{EMF} = \text{mes}\,\widehat{EGF}$.

Or $\text{mes}\,\widehat{EGF} = a^\circ$, donc $\text{mes}\,\widehat{EMF} = a^\circ$ (1)

• Les angles inscrits $\widehat{EMG}$ et $\widehat{EFG}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{EG}$

donc $\text{mes}\,\widehat{EMG} = \text{mes}\,\widehat{EFG}$.

Or $\text{mes}\,\widehat{EFG} = a^\circ$

donc $\text{mes}\,\widehat{EMG} = a^\circ$ (2)

• Des égalités (1) et (2) on déduit que $\text{mes}\,\widehat{EMF} = \text{mes}\,\widehat{EMG}$.

• La demi-droite $[EM)$ partage l'angle $\widehat{FMG}$ en deux angles $\widehat{EMF}$ et $\widehat{EMG}$ de même mesure, donc elle est la bissectrice de l'angle $\widehat{FMG}$.

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 28

1) L'angle $\widehat{ADB}$ est un angle aigu inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{AOB}$ donc :

$\text{mes}\,\widehat{ADB} = \dfrac{\text{mes}\,\widehat{AOB}}{2}$. Or $\text{mes}\,\widehat{AOB} = 70^\circ$

donc $\text{mes}\,\widehat{ADB} = \dfrac{70}{2} = 35$

$\text{mes}\,\widehat{ADB} = 35^\circ$

2) Les champs de vision à partir des points D et E sont les angles inscrits $\widehat{ADB}$ et $\widehat{AEB}$. Ces deux angles inscrits interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$ donc ils ont la même mesure.

$$\text{mes}\,\widehat{AEB} = \text{mes}\,\widehat{ADB} = 35^\circ.$$

CORRIGÉ

Leçon 7 : Vecteur

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

Sur la dernière ligne, de la gauche vers la droite, on a : F - F - F - F - F - V - V - F - V - V - V - V

Exercice 2

1) Trois vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{PC}$ sont $\overrightarrow{CI}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{ER}$

2) Deux vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{RI}$ sont $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{AP}$.

Exercice 3

V F F F

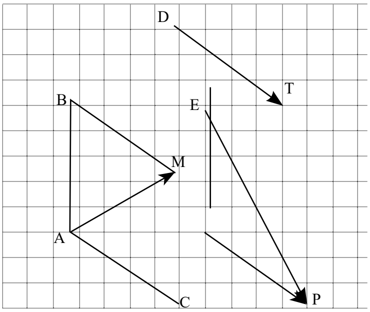
Exercice **4**

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IN} = \overrightarrow{BN}$;
$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{MN}$;
$\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NM}$.

Exercice **5**

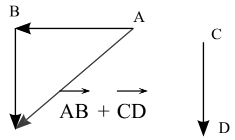
$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BN}$;

$\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AR}$;

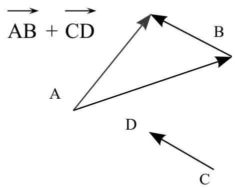


Exercice 7

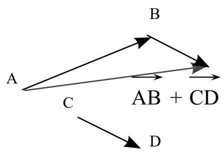
a)



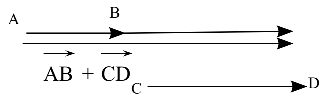
b)



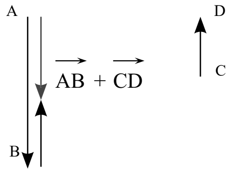
c)



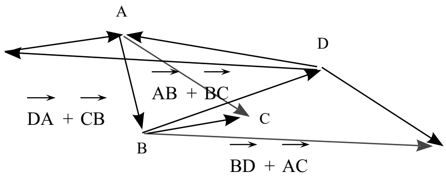
d)



e)

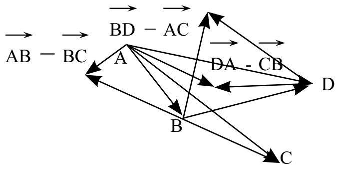


Exercice 8



CORRIGÉ

Exercice 9



Exercice 10

$\overrightarrow{AB} = 2\ \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}\ \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\ \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CB} = -\frac{1}{2}\ \overrightarrow{AB}$

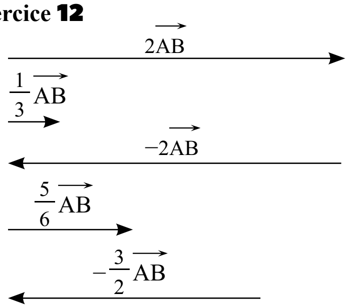
$\overrightarrow{BA} = -2\ \overrightarrow{BC}$

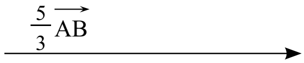
$\overrightarrow{AC} = 3\ \overrightarrow{BC}$

Exercice 11

$\overrightarrow{GH} = 2\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{QR} = -4\overrightarrow{EF}$
$\overrightarrow{KL} = -2\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{ST} = \frac{5}{2}\overrightarrow{EF}$
$\overrightarrow{IJ} = 3\overrightarrow{EF}$	$\overrightarrow{UV} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$
$\overrightarrow{MN} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{WX} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD}$
$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$	$\overrightarrow{YZ} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{AB}$

Exercice 12





Exercice 13

1) Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{IJ}$

2) Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{KL}$

Exercice 14

Vecteurs	Oui	Non	Car
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{GH}$	×		$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{GH}$
$\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{IJ}$	×		$\overrightarrow{KL} = -2\overrightarrow{IJ}$
$\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{MN}$	×		$\overrightarrow{EF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MN}$
$\overrightarrow{TU}$ et $\overrightarrow{CD}$	×		$\overrightarrow{TU} = -2\overrightarrow{CD}$
$\overrightarrow{VW}$ et $\overrightarrow{GH}$	×		$\overrightarrow{VW} = -4\overrightarrow{GH}$
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$		×	
$\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{TU}$	×		$\overrightarrow{IJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{TU}$
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OP}$	×		$\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OP}$
$\overrightarrow{VW}$ et $\overrightarrow{MN}$		×	
$\overrightarrow{TU}$ et $\overrightarrow{KL}$	×		$\overrightarrow{TU} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{KL}$

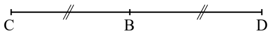
Exercice 15

V - F - F - V - F

Exercice 16

F - F - V - V

Exercice 17



$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{BC}$;

$\overrightarrow{CD} = 2\,\overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$.

Exercice 18

$5(7\overrightarrow{AB}) = 35\overrightarrow{AB}$

$5(-2\overrightarrow{AB}) = -10\overrightarrow{AB}$

$-3(3\overrightarrow{AB}) = -9\overrightarrow{AB}$

$-4(-\frac{5}{2}\overrightarrow{AB}) = 10\overrightarrow{AB}$

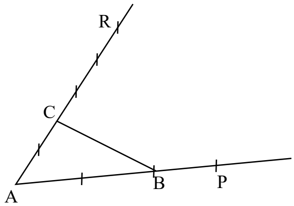
$\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{7}{4}\overrightarrow{AB}$

$\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{13}{6}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB} - \frac{7}{6}\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$

$-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{6}{5}\overrightarrow{AB} = \frac{-17}{10}\overrightarrow{AB}$

Exercice 19



Exercice 20

1) Trois vecteurs directeurs de la droite (AB) sont : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{EF}$

2) Quatre vecteurs directeurs de la droite (MN) sont : $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{NM}$

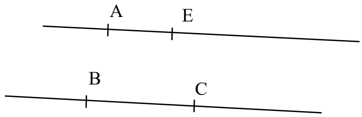
3) Deux vecteurs directeurs de la droite (GB) sont : $\overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{BG}$

Exercice 21

1) Deux vecteurs directeurs de la droite (EH) sont : $\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{GF}$

2) Trois vecteurs directeurs de la droite (EF) sont : $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{HG}$ et $\overrightarrow{GH}$

Exercice 22



Il suffit de placer le point E tel que la droite (AE) soit parallèle à la droite (BC).

Exercice 23

1) Vrai

2) Faux

3) Vrai

4) Vrai

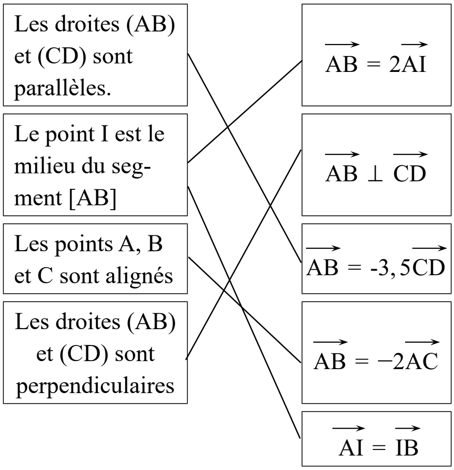
5) Faux

Exercice 24

1) Trois vecteurs orthogonaux au vecteur $\overrightarrow{AM}$: $\overrightarrow{AR}$, $\overrightarrow{MI}$ et $\overrightarrow{TN}$.

2) Quatre vecteurs orthogonaux au vecteur $\overrightarrow{MI}$: $\overrightarrow{IR}$, $\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{NO}$ et $\overrightarrow{MT}$.

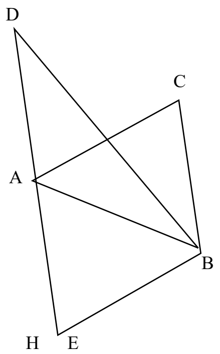
Exercice 25



CORRIGÉ

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 26



Le point H est aussi le point E.

Exercice 27

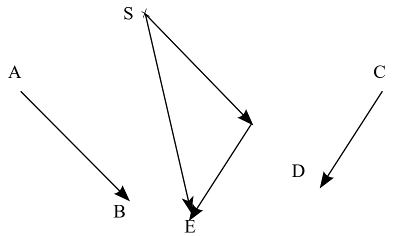
On a :

- $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$, O est le milieu du segment [AC]
- $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB}$, O est le milieu du segment [DB]

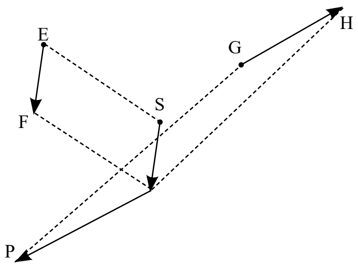
Les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu. Donc ABCD est un parallélogramme.

Exercice 28

1)

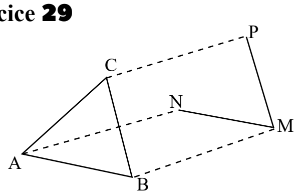


2)



Exercice 29

1)



2) Voir figure.

3) $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$

Exercice 30

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$
$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$
$= \overrightarrow{AD}$

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$
$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}$
$= 2\overrightarrow{AC}$

Exercice 31

ABCD est un parallélogramme de centre I.

1) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC}) + (\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) = \vec{0}$

2) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$

car I est le milieu du segment [AC].

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 32

1) Justifions que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{CB}$ sont colinéaires.

Dans le triangle ABC, la droite (EF) passe par E milieu du côté [AB] et par F milieu du côté [AC]. D'après la propriété de la droite des milieux , (EF) est parallèle au support du 3ème côté [CB].

(EF) // (CB) donc les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{CB}$ sont colinéaires.

2) Déduisons –en que $\overrightarrow{BC} = 2\,\overrightarrow{EF}$

Dans le triangle ABC, E est milieu de [AB] et par F milieu de [AC] donc $EF = \dfrac{1}{2}BC$

d'où BC = 2EF.

CORRIGÉ

Les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires et ont le même sens. Et comme BC = 2EF, on a $\overrightarrow{BC} = 2\,\overrightarrow{EF}$.

Exercice 33

1) Démontrons que $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{HG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Considérons le triangle ABC. E est le milieu de [BA] et F milieu du côté[BC].

D'après la propriété de la droite des milieux, (EF)//(AC) et $EF = \frac{1}{2}AC$.

(EF)// (AC) donc $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires et en plus ils ont le même sens.

Et comme $EF = \frac{1}{2}AC$ donc $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Par ailleurs considérons le triangle ADC.

H est le milieu de [DA] et G milieu du côté [DC].

De manière analogue, on a $\overrightarrow{HG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

2) Justifions que HEFG est un parallélogramme.

Pour cela démontrons que $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{EF}$.

D'après la question 1, on constate que les vecteurs $\overrightarrow{HG}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont tous deux égaux à $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$; donc $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{EF}$. Les points H, E et F sont non alignés et $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{EF}$. Donc HEFG est un parallélogramme.

Exercice 34

1) Justifions que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{GD}$ sont colinéaires.

Les droites (AB) et (GD) sont perpendiculaires à la même droite (AF), donc elles sont parallèles .

Par conséquent les $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{GD}$ sont colinéaires.

2) Justifions que les vecteurs $\overrightarrow{FE}$ et $\overrightarrow{CM}$ sont orthogonaux.

Les droites (AB) et (FE) sont perpendiculaires à la même droite (AF) donc elles sont parallèles. Et comme la droite (CM) est perpendiculaire à (AB), la droite (CM) est aussi perpendiculaire à (FE).

Par conséquent $\overrightarrow{FE}$ et $\overrightarrow{CM}$ sont orthogonaux.

3) Démontrons que ABDE est un parallélogramme.

Pour cela démontrons que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$.

D'après la question 1, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{GD}$ sont colinéaires. Comme les points E, D et G sont alignés, $\overrightarrow{AB}$ est aussi colinéaire à $\overrightarrow{ED}$. On observe aussi que AB = ED et les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{ED}$ ont le même sens donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$.

Comme les points A, B et E sont non alignés et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$, ABDE est un parallélogramme.

4) Complétons l'égalité par le nombre qui convient. $\overrightarrow{DM} = 3\,\overrightarrow{IC}$.

Exercice 35

Calculons les sommes vectorielles.

1) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AB}$

2) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}$

3) $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OB} = 3\overrightarrow{OB}$

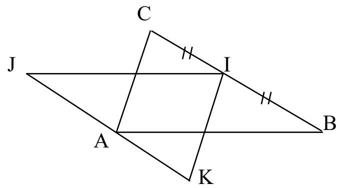
4) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

5) $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$

6) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$

Exercice 36

1) Construisons les points J et K tels que $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{IK}$



2) Démontrons que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{KJ}$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CA}$ or $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{IK}$

$$\text{donc } \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IJ} - \overrightarrow{IK}$$
$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{KI}$$
$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{KI} + \overrightarrow{IJ}$$
$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{KJ}$$

3) Démontrons que $\overrightarrow{KA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{KJ}$

On sait que $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{IK}$

donc CAKI est un parallélogramme.

D'où $\overrightarrow{KA} = \overrightarrow{IC}$

Par ailleurs I est le milieu de [BC],

donc $\overrightarrow{IC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

D'où $\overrightarrow{KA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

On sait aussi que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{KJ}$

Donc $\overrightarrow{KA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{KJ}$

4) Déduisons - en que A est le milieu du segment $[KJ]$.

On sait que $\overrightarrow{KA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{KJ}$

donc A est le milieu du segment $[KJ]$.

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 37

1) Justifions que $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{DB}$

On sait que ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$. (1)

On sait aussi que $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DA}$.(2)

D'après les égalités (1) et (2), $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{ED}$

donc CBDE est un parallélogramme

d'où $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{DB}$.

2) Justifions que $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DB}$

On sait que ABCD est un parallélogramme

donc $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$. (1)

On sait aussi que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AB}$.(2)

D'après les égalités (1) et (2), $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BF}$

$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BF}$ donc DCFB est un parallélogramme,

d'où $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DB}$

3) D'après les questions 1 et 2 , $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{DB}$

et $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DB}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{CF}$

sont tous deux égaux au vecteur $\overrightarrow{DB}$.

Donc $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CF}$ par conséquent le point C est le milieu du segment $[EF]$.

L'élève a donc raison d'affirmer que le point C est le milieu du segment $[EF]$.

Leçon 8 : Équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

Affirmations	Réponses
3 est la solution de l'équation $-\frac{2}{3}x + 2 = 0$	Vrai
-1 est la solution de l'équation $-x + 1 = 0$	Faux
$\frac{5}{2}$ est la solution de l'équation $x - \frac{5}{2} = 0.$	Vrai
$\frac{3}{7}$ est la solution de l'équation $\frac{3}{7}x + 1 = 0$	Faux

Observations : *Supprimer toutes les doubles inégalités de la colonne des réponses dans l'énoncé*

Exercice 2

a) $-3x + 5 = 0$ équivaut à $-3x = -5$

$$x = \frac{5}{3}$$

L'ensemble de solution est $\{\frac{5}{3}\}$

b) $\frac{2}{3}x - 8 = 0$ équivaut à $\frac{2}{3}x = 8$

$$x = 8 \times \frac{3}{2} = 12$$

L'ensemble de solution est { 12 }.

CORRIGÉ

c) $5x - 4 = 0$ équivaut à $5x = 4$

$x = \frac{5}{4}$

L'ensemble de solution est $\{\frac{5}{4}\}$.

Exercice 3

Équation	Solution		
$5x - 2 = 4x + 1$	2	3	1
$2x - 8 = 3x + 2$	10	$-\frac{2}{3}$	-10
$-\frac{2}{3}x - 1 = 2 - x$	9	0	3

Exercice 4

a) $x + 3 = 4x - 15$

équivaut à $x - 4x = -15 - 3$

$-3x = -18$

$x = 6$

L'ensemble de solution est $\{6\}$

b) $5x - 8 = 9 + 7x$

équivaut à $5x - 7x = 9 + 8$

$-2x = 17$

$x = -\frac{17}{2}$

L'ensemble de solution est $\left\{-\frac{17}{2}\right\}$

c) $\frac{3}{4}x + 2 = x - \frac{1}{2}$

équivaut à $\frac{3}{4}x - x = -2 - \frac{1}{2}$

$\frac{3x - 4x}{4} = \frac{-5}{2}$

$\frac{-x}{4} = \frac{-5}{2}$

$-2x = -20$

$x = 10$

L'ensemble de solution est $\{10\}$

Exercice 5

Équations	Solutions			
$(x - 3)(2x+4) = 0$	-3	1	3	-2
$7x\left(x - \sqrt{3}\right) = 0$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	7
$x^2 - 5^2 = 0$	5	25	10	-5

Exercice 6

a) $(x - 4)(2x + 1) = 0$

équivaut à $x - 4 = 0$ ou $2x + 1 = 0$

$x = 4$ ou $x = \frac{-1}{2}$

L'ensemble de solution est $\left\{4\,;\frac{-1}{3}\right\}$

b) $(6x + 18)(7x - 14) = 0$

équivaut à $6x + 18 = 0$ ou $7x - 14 = 0$

$6x = -18$ ou $7x = 14$

$x = -3$ ou $x = 2$

L'ensemble de solution est $\{-3\,;2\}$

c) $x(3 - 15x) = 0$

équivaut à $x = 0$ ou $3 - 15x = 0$

$x = 0$ ou $-15x = -3$

$x = 0$ ou $x = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

L'ensemble de solution est $\left\{0\,;\frac{1}{5}\right\}$

Exercice 7

Affirmations	Réponses
-3 et 3 sont solutions de l'équation : $x^2 - 9 = 0$	Vrai
-2 et 2 sont solutions de l'équation : $x^2 + 4 = 0$	Faux
$\sqrt{11}$ et $-\sqrt{11}$ sont solutions de l'équation : $x^2 = 11$	Vrai

Exercice 8

a) $x^2 - 25 = 0$ équivaut à $(x - 5)(x + 5) = 0$

$x - 5 = 0$ ou $x + 5 = 0$

$x = 5$ ou $x = -5$

L'ensemble des solutions est {−5 ; 5 }

b) $x^2 - 7 = 0$ équivaut à $(x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7}) = 0$

$x - \sqrt{7} = 0$ ou $x + \sqrt{7} = 0$

$x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$

L'ensemble des solutions est { $\sqrt{7}$; $-\sqrt{7}$ }

c) $x^2 - 12 = 0$ équivaut à $(x - 2\sqrt{3})(x + 2\sqrt{3}) = 0$

$(x - 2\sqrt{3}) = 0$ ou $(x + 2\sqrt{3}) = 0$

$x = 2\sqrt{3}$ ou $x = -2\sqrt{3}$

L'ensemble des solutions est { $2\sqrt{3}$; $-2\sqrt{3}$ }

d) $x^2 + 9 = 0$ n'a pas de solution.

Cette équation n'admet pas de solution.

Exercice 9

Inéquations
$-2x + 1 \leq 0$
$-2x + 1 < 0$
$-2x + 1 \geq 0$
$-2x + 1 > 0$

Ensemble de solutions
$]\frac{1}{2}; \rightarrow[$
$]\leftarrow; \frac{1}{2}]$
$[\frac{1}{2}; \rightarrow[$
$]\leftarrow; \frac{1}{2}[$

Exercice 10

a) $3x - 12 < 0$ équivaut à $3x < 12$

$x < \frac{12}{3}$

$x < 4$

L'ensemble des solutions est S =]← ; 4[.

b) $4 - 6x \geq 0$ équivaut à $4 \geq 6x$

$\frac{4}{6} \geq x$

$\frac{2}{3} \geq x$

L'ensemble des solutions est S =]←; $\frac{2}{3}$]

c) $-7x + 14 \leq 28$ équivaut à $-7x \leq 28 - 14$

$-7x \leq 14$

$x \geq \frac{-14}{7}$

$x \geq -2$

L'ensemble des solutions est S =[−2; →[

Exercice 11

a) $x - 3 > 8$ équivaut à $x > 8 + 3$

$x > 11$

L'ensemble des solutions est S =] 11; →[

b) $3 - 4x < 7$ équivaut à $-4x < 7 - 3$

$-4x < 4$

$x > \frac{-4}{4}$

$x > -1$

L'ensemble des solutions est S =]−1 ; →[

c) $\frac{1}{2}x + 5 \geq 0$ équivaut à $\frac{1}{2}x \geq -5$

$x \geq -10$

L'ensemble des solutions est S = [−10; →[

d) $-\frac{7}{5}x - 14 \leq 0$ équivaut à $-\frac{7}{5}x \leq 14$

$-\frac{5}{7}\left(-\frac{7}{5}x\right) \geq (-\frac{5}{7})(14)$

$x \geq -5 \times 2$

$x \geq -10$

L'ensemble des solutions est S = [−10 ; →[

Exercice 12

a) $x - 3 < 5x + 1$ équivaut à $x - 5x < 1 + 3$

$-4x < 4$

$x > \frac{-4}{4}$

$x > -1$

L'ensemble des solutions est S =] −1; →[

CORRIGÉ

b) $-x-5 \geq 2x+7$

équivaut à $-7-5 \geq 2x+x$

$$-12 \geq 3x$$

$$\frac{-12}{3} \geq x$$

$$-4 \geq x$$

L'ensemble des solutions est S =]←; −4]

c) $3x-3 \leq 1-2x$ équivaut à $3x+2x \leq 1+3$

$$5x \leq 4$$

$$x \leq \frac{4}{5}$$

L'ensemble des solutions est S =]← ; $\frac{4}{5}$]

d) $-x-\frac{5}{2} < x$ équivaut à $-\frac{5}{2} < x+x$

$$-\frac{5}{2} < 2x$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) < x$$

$$-\frac{5}{4} < x$$

L'ensemble des solutions est S =] $-\frac{5}{4}$; →[

e) $2x - \frac{1}{3} > 3x - \frac{1}{4}$

équivaut à $\frac{1}{4} - \frac{1}{3} > 3x - 2x$

$$\frac{3-4}{12} > x$$

$$\frac{-1}{12} > x$$

L'ensemble des solutions est S =]← ; $\frac{-1}{12}$ [

f) $x+4 \leq 3x-2$ équivaut à $2+4 \leq 3x-x$

$$6 \leq 2x$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \leq x$$

$$3 \leq x$$

L'ensemble de solutions est S = [3 ; →[

Exercice 13

a) L'ensemble des solutions du système

$$\begin{cases} x > -2 \\ x \leq -3 \end{cases}$$

est S =]−2 ; →[∩]← ; 3] =]− 2 ; 3]

b) L'ensemble des solutions du système

$$\begin{cases} x < 5 \\ x < -3 \end{cases}$$

est S =]← ; 5 [∩]← ;−3 [=]← ; −3 [

c) L'ensemble des solutions du système

$$\begin{cases} x > -2 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

est S =]−2 ; →[∩ [1 ; →[= [1 ; →[

d) L'ensemble des solutions du système

$\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 2 \end{cases}$ est S =]← ; 1] ∩ [2 ; →[

Ce système n'admet pas de solution.

Exercice 14

a) $\begin{cases} x+2>0 \\ x-5>0 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} x>-2 \\ x>5 \end{cases}$

Donc l'ensemble des solutions est

S =]-2 ; →[∩] 5 ; →[=] 5 ; →[

b) $\begin{cases} 6x+28 \geq 0 \\ 3x-15>0 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} 6x \geq -28 \\ 3x>15 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x \geq \frac{-14}{3} \\ x>5 \end{cases}$

Donc l'ensemble des solutions est

S =] $\frac{-14}{3}$; →[∩] 5 ; →[=] 5 ; →[.

Exercice 15

a) $8x-9=11$ équivaut à $8x = 11+9$

équivaut à $8x = 20$

équivaut à $x = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$

Donc la solution est $\frac{5}{2}$

b) $\frac{2}{5}x+1 = \frac{7}{10}$ équivaut à $\frac{5}{2}x = \frac{7}{10} - 1$

équivaut à $\frac{2}{5}x = \frac{7-10}{10}$

équivaut à $\frac{2}{5}x = \frac{-3}{10}$

équivaut à $x = \frac{-3}{10} \times \frac{2}{5} = \frac{-3}{4}$

Donc la solution est $\frac{-3}{4}$

c) $\sqrt{3}\,x - 12 = 0$ équivaut à $\sqrt{3}\,x = 12$

équivaut à $x = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$

Donc la solution est $4\sqrt{3}$ **.**

Exercice 16

a) $5x - 9 = 4(x + 2)$

équivaut à $5x - 9 = 4x + 8$

équivaut à $5x - 4x = 9 + 8$

équivaut à $x = 17$

Donc l'ensemble de solutions est {17 }

b) $\sqrt{2}\,x + 8 = 6 - x$

équivaut à $\sqrt{2}\,x + x = 6 - 8$

équivaut à $x(\sqrt{2} + 1) = -2$

équivaut à $x = \frac{-2}{\sqrt{2} + 1}$

$= \frac{-2(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$

$= \frac{-2(\sqrt{2} - 1)}{2 - 1}$

$= -2(\sqrt{2} - 1)$

Donc l'ensemble des solutions est

$\left\{-2(\sqrt{2} - 1)\right\}$

c) $5(x - 3) = 2 + \sqrt{5}\,x$

équivaut à $5x - 15 = 2 + \sqrt{5}\,x$

équivaut à $5x - \sqrt{5}\,x = 2 + 15$

équivaut à $x(5 - \sqrt{5}) = 17$

équivaut à $x = \frac{17}{(5 - \sqrt{5})}$

$= \frac{17(5 + \sqrt{5})}{(5 - \sqrt{5})(5 + \sqrt{5})}$

$= \frac{17(5 + \sqrt{5})}{(5 - \sqrt{5})(5 + \sqrt{5})}$

$= \frac{17(5 + \sqrt{5})}{25 - 5}$

équivaut à $x = \frac{-17(1 + \sqrt{5})}{20}$

Donc l'ensemble des solutions est

$\left\{\frac{-17(1 + \sqrt{5})}{20}\right\}$

Exercice 17

$-8(2 - x) \geq 6(x - 3)$

équivaut à $-16 + 8x \geq 6x - 18$

équivaut à $8x - 6x \geq 16 - 18$

équivaut à $2x \geq -2$

équivaut à $x \geq -1$

Donc l'ensemble des solutions est]−1; →[

$4(x + 5) \leq 2(3 - \frac{2}{5}x)$

équivaut à $4x + 20 \leq 6 - \frac{4}{5}x$

équivaut à $4x + \frac{4}{5}x \leq 6 - 20$

équivaut à $\frac{20x + 4x}{5} \leq 6 - 14$

équivaut à $\frac{24x}{5} \leq -20$

équivaut à $24x \leq -70$

équivaut à $x \leq \frac{-70}{24}$

équivaut à $x \leq \frac{-35}{12}$

Donc l'ensemble des solutions est]←; $\frac{-35}{12}$ **]**

Exercice 18

a) $5 - 2x \geq x - 4$ équivaut à $5 + 4 \geq x + 2x$

équivaut à $9 \geq 3x$

CORRIGÉ

équivaut à $3 \geq x$

Donc l'ensemble des solutions est]←; 3]

b) $\frac{1}{3}x - 2 > 2x + \frac{1}{4}$

équivaut à $-\frac{1}{4} - 2 > 2x - \frac{1}{3}x$

équivaut à $\frac{-1-8}{4} > \frac{6-1}{3}x$

équivaut à $\frac{-9}{4} > \frac{5}{3}x$

équivaut à $\frac{3}{5} \times \frac{-9}{4} > x$

équivaut à $\frac{-27}{20} > x$

Donc l'ensemble des solutions est]← ; $\frac{-27}{20}$ [

c) $-7x + 12 \geq -5x - 8$

équivaut à $-7x + 5x \geq -12 - 8$

équivaut à $-2x \geq -20$

équivaut à $x \leq 10$

Donc l'ensemble des solutions est]← ; 10]

Exercice 19

a) $(x+2) - (x+2)^2 = 0$

équivaut à $(x+2)\,[1-(x+2)] = 0$

équivaut à $(x+2)(-x-1) = 0$

équivaut à $x + 2 = 0$ ou $-x - 1 = 0$

équivaut à $x = -2$ ou $x = -1$

Donc l'ensemble des solutions est {−2 ; −1}

b) $(9x+27)^2 = 0$ équivaut à $9x + 27 = 0$

équivaut à $9x = -27$

équivaut à $x = \frac{-27}{9} = -3$

Donc l'ensemble des solutions est { −3}

Exercice 20

a) $\frac{5x-2}{14} = \frac{x-3}{28}$

équivaut à $2(5x-2) = x - 3$

équivaut à $10x - 4 = x - 3$

équivaut à $10x - x = 4 - 3$

équivaut à $9x = 1$

équivaut à $x = \frac{1}{9}$

Donc l'ensemble des solutions est $\left\{\frac{1}{9}\right\}$

b) $\frac{7}{3}\left(x - \frac{9}{10}\right) + \frac{5}{2} = 4\left(\frac{5}{6}x + \frac{1}{2}\right)$

équivaut à $\frac{7}{3}x - \frac{21}{10} + \frac{5}{2} = \frac{10}{3}x + 2$

équivaut à $-2 - \frac{21}{10} + \frac{5}{2} = \frac{10}{3}x - \frac{7}{3}x$

équivaut à $\frac{-20-21+25}{10} = \frac{10-7}{3}x$

équivaut à $\frac{-16}{10} = \frac{-8}{5} = x$

Donc l'ensemble des solutions est $\left\{\frac{-8}{5}\right\}$

Exercice 21

a) $\begin{cases} 2x-6 \leq x+2 \\ 3x-15 \geq 2x+5 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} 2x-x \leq 6+2 \\ -5-15 \geq 2x+3x \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x \leq 8 \\ -20 \geq 5x \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x \leq 8 \\ x \leq -4 \end{cases}$

Donc l'ensemble des solutions est

S=]←; 8]∩]← ; −4] =]← ; −4]

b) $\begin{cases} 7x-1 \leq 20x+2 \\ 4x-5 \leq 7-2x \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} -2-1 \leq 20x-7x \\ 4x+2x \leq 7+5 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} -3 \leq 13x \\ 6x \leq 12 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} \frac{-3}{13} \leq x \\ x \leq 2 \end{cases}$

Donc l'ensemble des solutions est

S= $\left[-\frac{3}{13}\ ; \rightarrow\right[\cap \left]\leftarrow ; 2\right] = \left[-\frac{3}{13}\ ; 2\right]$

CORRIGÉ

Exercice 22

a) $\frac{1}{4}x - \frac{7}{8} \geq \frac{3}{2}x + \frac{9}{8}$

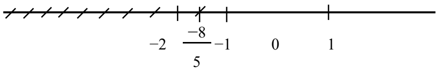
équivaut à $-\frac{9}{8} - \frac{7}{8} \geq \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}x$

équivaut à $-\frac{16}{8} \geq \frac{6-1}{4}x$

équivaut à $-2 \geq \frac{5}{4}x$

équivaut à $-2 \times \frac{4}{5} \geq x$

équivaut à $\frac{-8}{5} \geq x$



Donc l'ensemble des solutions est

S= $]\leftarrow ; \frac{-8}{5}]$

b) $\frac{7}{3}(x - \frac{9}{14}) + \frac{5}{2} < 4(\frac{5}{4}x + \frac{1}{2})$

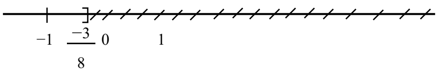
équivaut à $\frac{7}{3}x - \frac{3}{2} + \frac{5}{2} < 5x + 2$

équivaut à $-2 - \frac{3}{2} + \frac{5}{2} < 5x - \frac{7}{3}x$

équivaut à $\frac{-4-3+5}{2} < \frac{15-7}{3}x$

équivaut à $\frac{-2}{2} < \frac{8}{3}x$

équivaut à $\frac{-3}{8} < x$



Donc l'ensemble des solutions est

S= $]\frac{-3}{8} ; \rightarrow[$

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 23

a) $\frac{x - 2}{28} \geq \frac{x - 3}{14}$

équivaut à $\frac{x - 2}{28} \geq \frac{2x - 6}{28}$

équivaut à $x - 2 \geq 2x - 6$

équivaut à $-2 \geq 2x - x$

équivaut à $4 \geq x$

Donc l'ensemble des solutions est S=]← ; 4]

b) $\frac{7}{3}(x - \frac{9}{10}) + \frac{5}{2} \leq 2(\frac{5}{6}x + \frac{1}{2})$

équivaut à $\frac{7}{3}x - \frac{21}{10} + \frac{5}{2} \leq \frac{5}{3}x + 1$

équivaut à $-1 - \frac{21}{10} + \frac{5}{2} \leq \frac{5}{3}x - \frac{7}{3}x$

équivaut à $\frac{-10-21+25}{10} \leq \frac{5-7}{3}x$

équivaut à $\frac{-6}{10} \leq \frac{-2}{3}x$

équivaut à $\frac{-3}{5} \leq \frac{-2}{3}x$

équivaut à $\frac{-3}{2} \times \frac{-3}{5} \geq x$

équivaut à $\frac{9}{10} \geq x$

Donc l'ensemble des solutions est

S= $]\leftarrow ; \frac{9}{10}]$

Exercice 24

Soit P_1 le périmètre du rectangle et

P_2 celui du triangle équilatéral.

On a : $P_1 = 2(x + 4)$

et $P_2 = 3x$

$P_1 = P_2$ équivaut à $2(x + 4) = 3x$

équivaut à $2x + 8 = 3x$

équivaut à $8 = 3x - 2x$

équivaut à $8 = x$

Pour que le rectangle et le triangle équilatéral aient le même périmètre, x doit être égal à 8.

Exercice 25

Soit x ce nombre.

On a : $7(2x - 5) = 91$ équivaut à $14x - 35 = 91$

équivaut à $14x = 91 + 35$

équivaut à $14x = 126$

équivaut à $x = \frac{126}{14}$

équivaut à $x = 9$

Donc le nombre est 9.

CORRIGÉ

Exercice 26

$\frac{3x+2}{5} - \frac{2x+1}{3} \geq \frac{x+4}{3}$

équivaut à $\frac{9x+6}{15} - \frac{10x+5}{15} \geq \frac{5x+20}{15}$

équivaut à $9x + 6 - (10x + 5) \geq 5x + 20$

équivaut à $9x + 6 - 10x - 5 \geq 5x + 20$

équivaut à $6 - 20 - 5 \geq 5x + 10x - 9x$

équivaut à $-19 \geq 6x$

équivaut à $\frac{-19}{6} \geq x$

Donc l'ensemble de solutions est

S= $]\leftarrow ; \frac{-19}{6}]$.

Exercice 27

$x - \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 2x - 1 - \frac{x-1}{2} + \frac{x-1}{3}$

équivaut à :

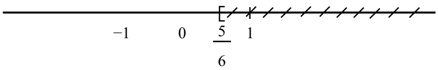
$\frac{6x - 3x + 2x}{6} < \frac{12x - 6 - 3x + 3 + 2x - 2}{6}$

équivaut à $\frac{5x}{6} < \frac{11x - 5}{6}$

équivaut à $5 < 11x - 5x$

équivaut à $5 < 6x$

équivaut à $\frac{5}{6} < x$



Donc l'ensemble des solutions est

S= $]\frac{5}{6} ; \rightarrow[$.

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 28

Soit x l'aire du jardin. On a :

$x - (\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x) = 150$

équivaut à $\frac{6-2-1}{6}x = 150$

équivaut à $\frac{3}{6}x = 150$

équivaut à $\frac{1}{2}x = 150$

équivaut à $x = 300$

L'aire du jardin est égale à 300 m²

Exercice 29

Soit x le nombre de spécialistes de chaque sorte à embaucher.

On a : $(23 + x) \times \frac{3}{4} = 15 + x$

équivaut à $\frac{69 + 3x}{4} = 15 + x$

équivaut à $69 + 3x = 60 + 4x$

équivaut à $69 - 60 = 4x - 3x$

équivaut à $9 = x$

Le directeur doit embaucher 9 spécialistes de chaque sorte.

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 30

1) On désigne par x le nombre d'élèves qui cotisent.

On a : $250x + 55\,000 > 130\,000$

et $205x - 12\,000 < 90\,500$

2) $\begin{cases} 5x+1100 > 2600 \\ 41x-2400 < 18100 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 5x > 2600-1100 \\ 41x < 18100+2400 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 5x > 1500 \\ 41x < 20500 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x > 300 \\ x < 500 \end{cases}$

L'ensemble des solutions est]300 ; 500[

3) Le montant des cotisations qui satisfait le président et le trésorier est solution du système

$\begin{cases} 250x + 55000 > 130000 \\ 250x - 12000 < 90500 \end{cases}$

Ce système est équivalent à celui de la question 2).

Donc le montant des cotisations est strictement compris entre 300 F et 500 F (De 305 F à 495 F).

CORRIGÉ

Leçon 9 : Coordonnées de vecteurs

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

Dans la figure 1, le repère (O, I , J) est un repère quelconque

Dans la figure 2, le repère (O, I , J) est un repère normé

Dans la figure 3, le repère (O, I , J) est un repère orthogonal

Dans la figure 4, le repère (O, I , J) est un repère orthonormé

Exercice 2

$\overrightarrow{AB}(3;1)$ $\overrightarrow{CD}(-3;3)$ $\overrightarrow{EP}(0;3)$ $\overrightarrow{HK}(4;0)$

Exercice 3

Affirmations	Réponses
Le couple (2 ; 3) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{KL}$	**faux**
Le couple (3 ; 2) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{KL}$	**vrai**
Le couple (0 ; 0) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{LG}$	**faux**
Le couple (0 ; 5) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{FE}$	**faux**
Le couple (1 ; 5) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{FE}$	**vrai**
Le couple (3 ; 1) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CB}$	**faux**
Le couple (3 ; 0) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CB}$	**faux**
Le couple (3 ; -1) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CB}$	**faux**
Le couple (-6 ; 0) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{QA}$	**vrai**
Le couple (0 ; 4) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{ST}$	**faux**
Le couple (2 ; 0) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{XW}$	**vrai**

Exercice 4

$\overrightarrow{AB}(-2;4)$ $\overrightarrow{CD}(-2;4)$ $\overrightarrow{EF}(-1;2)$ $\overrightarrow{GH}(1;-2)$

Les vecteurs égaux : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Exercice 5

$\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{GT}$; $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KT}$; $\overrightarrow{QV} = \overrightarrow{OI}$;

$\overrightarrow{NM} \neq \overrightarrow{OI}$; $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{OJ}$; $\overrightarrow{KS} = \overrightarrow{LM}$

Exercice 6

Le couple ($a + a'$; $b + b'$) est le couple de coordonnées de la somme de vecteurs **$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$** .

Le couple (a + 3 ; b + 5) est le couple de coordonnées de la somme de vecteurs **$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$** .

Le couple (2 ;9) est le couple de coordonnées de la somme de vecteurs **$\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{FR}$** .

Le couple (−2 ; 2) est le couple de coordonnées de la somme de vecteurs **$\overrightarrow{FR}$ et $\overrightarrow{PL}$** .

Le couple (2 ; 3) est le couple de coordonnées de la somme de vecteurs **$\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{PL}$** .

Exercice 7

- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}(-5 + 2 \; ; \; 3 + (-4))$
  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}(-3 \; ; \; 3 - 4)$
  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}(-3 \; ; \; -1)$
- $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}(-5 - 2 \; ; \; 3 - (-4))$
  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}(-7 \; ; \; 3 + 4)$
  $\overrightarrow{AB}$ - $\overrightarrow{CD}(-7 \; ; \; 7)$

CORRIGÉ

Exercice 8

Le couple ($4a$; $4b$) est le couple des coordonnées du vecteur $4\overrightarrow{AB}$.

Le couple $\left(\frac{2}{3}a ; \frac{2}{3}b\right)$ est le couple des coordonnées du vecteur $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

Le couple (20 ; 24) est le couple des coordonnées du vecteur $4\overrightarrow{KS}$.

Le couple (−5 ; −6) est le couple des coordonnées du vecteur $-\overrightarrow{KS}$.

Le couple $\left(\frac{25}{7} ; \frac{30}{7}\right)$ est le couple des coordonnées du vecteur $\frac{5}{7}\overrightarrow{KS}$.

Le couple (−10 ; 90) est le couple des coordonnées du vecteur $10\overrightarrow{CD}$.

Exercice 9

$$-3\overrightarrow{VR}\left(-3 \times (-3); -3 \times 1\right)$$
$$-3\overrightarrow{VR}\left(9 ; -3\right)$$

Exercice 10

- $7\overrightarrow{AB}\left(7 \times 2 ; 7 \times 5\right)$

  $7\overrightarrow{AB}\left(14 ; 35\right)$

- $\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}\left(\frac{3}{2} \times 2 ; \frac{3}{2} \times 5\right)$

  $\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}\left(3 ; \frac{15}{2}\right)$

Exercice 11

Affirmations	Réponses
Le couple ($a'-a$; $b'-b$) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$	**V**
Le couple ($a'+a$; $b'+b$) est le couple de coordonnées du milieu du segment [AB]	**F**
Le couple (4 ;−1) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}$	**V**
Le couple (4 ;7) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CE}$	**F**
Le couple (−4 ;−7) est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DC}$	**F**

Exercice 12

$$\overrightarrow{AB}\left(x_B - x_A ; y_B - y_A\right)$$
$$\overrightarrow{AB}\left(6-5 ; 2-8\right)$$
$$\overrightarrow{AB}\left(1 ; -6\right)$$

Exercice 13

- $\overrightarrow{AB}\left(x_B - x_A ; y_B - y_A\right)$

  $\overrightarrow{AB}\left(4-(-2) ; 5-1\right)$

  $\overrightarrow{AB}\left(4+2 ; 4\right)$

  $\boldsymbol{\overrightarrow{AB}}\left(6 ; 4\right)$

- $\overrightarrow{AC}\left(x_C - x_A ; y_C - y_A\right)$

  $\overrightarrow{AC}\left(4-(-2); -7-1\right)$

  $\overrightarrow{AC}\left(4+2; -8\right)$

  $\boldsymbol{\overrightarrow{AC}}\left(6 ; -8\right)$

- $\overrightarrow{AD}\left(x_D - x_A ; y_D - y_A\right)$

  $\overrightarrow{AD}\left(-3-(-2); -3-1\right)$

  $\overrightarrow{AD}\left(-3+2; -4\right)$

  $\boldsymbol{\overrightarrow{AD}}\left(-1; -4\right)$

- $\overrightarrow{CD}\left(x_D - x_C ; y_D - y_C\right)$

  $\overrightarrow{CD}\left(-3-4; -3-(-7)\right)$

  $\overrightarrow{CD}\left(-7; -3+7\right)$

  $\boldsymbol{\overrightarrow{CD}}\left(-7; 4\right)$

CORRIGÉ

- $\overrightarrow{BC}\left(x_C - x_B\ ;\ y_C - y_B\right)$

  $\overrightarrow{BC}\ \left(4-4\ ;-7-5\right)$

  $\overrightarrow{\mathbf{BC}}\ \left(0\ ;-12\right)$

Exercice 14

C'est : $xy' - x'y = 0$

Exercice 15

$a) -9\times 2 - (-3)\times 6 = -18 + 18 = 0$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

b) $\frac{3}{2}\times\left(-3\right)-\left(-2\right)\times 3 = \frac{-9}{2}+6$

$= \frac{-9+12}{2} = \frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}\neq 0$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires

c) $21\times 6 - 28\times\frac{9}{2} = 126 - 126 = 0$

donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

Exercice 16

C'est : $xx' + yy' = 0$

Exercice 17

a) $2\times\left(-6\right)+3\times 4 = -12+12 = 0$

donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux .

b) $9\times\left(-2\right)+\frac{7}{2}\times 6 = -18+21 = 3\neq 0$

donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas orthogonaux .

c) $\sqrt{2}\times\sqrt{2}+\left(-1\right)\times 2 = 2-2 = 0$

donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux

Exercice 18

C'est : $\begin{pmatrix}\frac{x_A+x_B}{2}\\ \frac{y_A+y_B}{2}\end{pmatrix}$

Exercice 19

le couple $\left(\frac{a+a'}{2};\frac{b+b'}{2}\right)$ est le couple de coordonnées du milieu du segment $\left[AB\right]$

le couple $\left(\frac{a+3}{2};\frac{b+5}{2}\right)$ est le couple de coordonnées du milieu du segment $\left[AC\right]$

le couple $\left(5;\frac{9}{2}\right)$ est le couple de coordonnées du milieu du segment $\left[CD\right]$

le couple $\left(3;1\right)$ est le couple de coordonnées du milieu du segment $\left[DE\right]$

Exercice 20

$K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$

$K\left(\frac{5+6}{2};\frac{8+2}{2}\right)$

$K\left(\frac{11}{2};\frac{10}{2}\right)$

$K\left(\frac{11}{2};5\right)$

Exercice 21

C'est : $\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}$

Exercice 22

1) $SE = \sqrt{\left(x_E-x_S\right)^2+\left(y_E-y_S\right)^2}$

$SE = \sqrt{\left(6-9\right)^2+\left(3-7\right)^2}$

$SE = \sqrt{\left(-3\right)^2+\left(-4\right)^2}$

$SE = \sqrt{9+16}$

$SE = \sqrt{25}$

$SE = 5$

2) $SE = \sqrt{\left(x_E - x_S\right)^2+\left(y_E - y_S\right)^2}$

$SE = \sqrt{\left(5+1\right)^2+\left(-4-0\right)^2}$

$SE = \sqrt{\left(6\right)^2+\left(-4\right)^2}$

$SE = \sqrt{36+16}$

$SE = \sqrt{52}$

$SE = \sqrt{4 \times 13}$

$SE = 2\sqrt{13}$

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 23

$\overrightarrow{AB}(3\,;\,1)$, $\overrightarrow{CD}(0\,;\,2)$, $\overrightarrow{EF}(1\,;-2)$, $\overrightarrow{TS}(-3\,;3)$, $\overrightarrow{QP}(-3\,;0)$, $\overrightarrow{OG}(0\,;-3)$, $\overrightarrow{OV}(7\,;0)$.

Exercice 24

KLMN est un parallélogramme donc $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{LK} = -\overrightarrow{KL}$.

Or $-\overrightarrow{KL}(-1 \times (-1);\ -1 \times (-6))$

$-\overrightarrow{KL}(\,1\,;\,6\,)$, donc $\overrightarrow{MN}(\,1\,;\,6\,)$.

Exercice 25

$\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{JB} + 4\overrightarrow{TR}$

$\overrightarrow{FG}\left(5 + 4 \times \frac{1}{4}\,;9 + 4 \times \frac{3}{8}\right)$

$\overrightarrow{FG}\left(5 + 1\,;9 + \frac{3}{2}\right)$

$\overrightarrow{FG}\left(6\,;\frac{18+3}{2}\right)$

$\overrightarrow{FG}\left(6\,;\frac{21}{2}\right)$

Exercice 26

On a :

$4 \times 3\sqrt{3} - \sqrt{3} \times 12 = 12\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = 0$.

Donc les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{UV}$ sont colinéaires.

Exercice 27

Démontrons que les droites (BC) et (AD) sont parallèles.

Pour cela prouvons que les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires.

Calculons les coordonnées de $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{BC}(x_C - x_B\,;\,y_C - y_B)$

$\overrightarrow{BC}(-3 - 0\,;\,1 + 2)$

$\overrightarrow{BC}(-3\,;\,3)$

$\overrightarrow{AD}(x_D - x_A\,;\,y_D - y_A)$

$\overrightarrow{AD}(2 - 5; 0 + 3)$

$\overrightarrow{AD}(-3; 3)$

On a : $-3 \times 3 - 3 \times (-3) = -9 + 9 = 0$,

donc $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires.

Par conséquent les droites (BC) et (AD) sont parallèles.

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 28

1) Déterminons les coordonnées de D

$x_R = \frac{x_T + x_D}{2}$ et $y_R = \frac{y_T + y_D}{2}$

$x_T + x_D = 2x_R$ et $y_T + y_D = 2y_R$

$x_D = 2x_R - x_T$ et $y_D = 2y_R - y_T$

$x_D = 2 \times 11 - 4$ et $y_D = 2 \times 5 - 6$

$x_D = 22 - 4$ et $y_D = 10 - 6$

$x_D = 18$ et $y_D = 4$

$D(18\,;\,4)$

2) Déterminons les coordonnées de W

$W\left(\frac{x_T + x_R}{2}; \frac{y_T + y_R}{2}\right)$

$W\left(\frac{4 + 11}{2}; \frac{6 + 5}{2}\right)$

$W\left(\frac{15}{2}; \frac{11}{2}\right)$

CORRIGÉ

Exercice 29

1) Démontrons que le triangle ABC est isocèle

Pour cela calculons les longueurs de ses côtés.

$$AS = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$
$$= \sqrt{(-6+2)^2 + (-2-6)^2}$$
$$= \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2}$$
$$AS = \sqrt{80}$$

$$AC = \sqrt{\left(x_C - x_A\right)^2 + \left(y_C - y_A\right)^2}$$
$$AC = \sqrt{(6+2)^2 + (-3-6)^2} = \sqrt{8^2 + (-9)^2}$$
$$AC = \sqrt{64+81} = \sqrt{145}$$

$$BC = \sqrt{\left(x_C - x_B\right)^2 + \left(y_C - y_B\right)^2}$$
$$BC = \sqrt{(6+6)^2 + (-3+2)^2} = \sqrt{12^2 + (-1)^2}$$
$$BC = \sqrt{144+1} = \sqrt{145}$$

On constate que AC = BC donc le triangle ABC est isocèle en C

2) Démontrons que les droites (CE) et (AB) sont perpendiculaires.

Pour cela prouvons que les vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux.

Calculons les coordonnées de $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CE}\left(x_E - x_C\ ;\ y_E - y_C\right)$

$\overrightarrow{CE}\left(-14-6\ ;\ 7+3\right)$

$\overrightarrow{CE}\left(-20\ ;\ 10\right)$

$\overrightarrow{AB}\left(x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A\right)$

$\overrightarrow{AB}\left(-6+2\ ;\ 2-6\right)$

$\overrightarrow{AB}\left(-4\ ;\ -8\right)$

On a : $-20 \times (-4) + 10 \times (-8) = 80 - 80 = 0$,

donc les vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux.

Par conséquent les droites (CE) et (AB) sont perpendiculaires.

Exercice 30

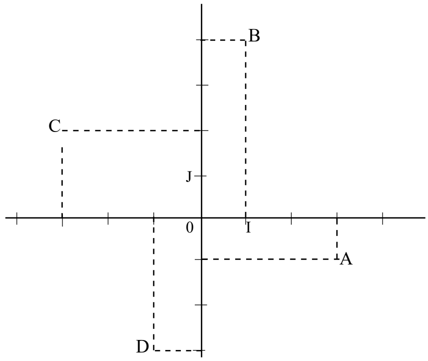
1) Plaçons les points

2) Démontrons que ABCD est un parallélogramme.

Pour cela prouvons que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Calculons les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB}\left(x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A\right)$



$\overrightarrow{AB}\left(1-3\ ;\ 4+1\right)$

$\overrightarrow{AB}\left(-2\ ;\ 5\right)$

$\overrightarrow{DC}\left(x_C - x_D\ ;\ y_C - y_D\right)$

$\overrightarrow{DC}\left(-3+1\ ;\ 2+3\right)$

$\overrightarrow{DC}\left(-2\ ;\ 5\right)$

On constate que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et les points A, B et C sont non alignés. Donc ABCD est un parallélogramme.

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 31

Trouvons les coordonnées des points A, B, C et D.

A(2 ; 2) , B(−2 ; −1) , C(5 ; −2) et D$\left(-4\ ;\ -\frac{5}{2}\right)$

Vérifions si ABC est isocèle .

Calculons les longueurs des côtés de ABC.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$
$$= \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$
$$= \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

On constate que AB = AC. Donc le triangle ABC est isocèle en A.

Vérifions si ABC est rectangle .

Pour cela vérifions que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux.

On a : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A)$
$\overrightarrow{AB}(-2-2\ ;\ -1-2)$
$\overrightarrow{AB}(-4\ ;\ -3)$

$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A\ ;\ y_C - y_A)$
$\overrightarrow{AC}(5-2\ ;\ -2-2)$
$\overrightarrow{AC}(3\ ;\ -4)$

Or : $-4 \times 3 + (-3)\times(-4) = -12 + 12 = 0$,
donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux.

Par conséquent le triangle ABC est rectangle.

Conclusion : *le triangle ABC est rectangle isocèle en A.*

Vérifions si les points A, B et D sont alignés.

Pour cela vérifions que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires.

On a : $\overrightarrow{AB}(-4; -3)$ et

$\overrightarrow{AD}(x_D - x_A\ ;\ y_D - y_A)$
$\overrightarrow{AD}\left(-4-2\ ;\ -\frac{5}{2}-2\right)$
$\overrightarrow{AD}\left(-6\ ;\ -\frac{9}{2}\right)$

$$\text{Or} : (-4)\times\left(-\frac{9}{2}\right) - (-6)\times(-3) = \frac{36}{2} - 18$$
$$= 18 - 18 = 0$$

donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires.

Et comme A $\in$ (AD), on déduit que les points A, B et D sont alignés.

Conclusion : le triangle ABC est rectangle isocèle et si les points A, B et D sont alignés.

Leçon 10 : Équations de droites

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

$\frac{2x}{y} - 7y + 3 = 0$ | $5x + y - 2 = 0$

$-7y + \frac{2}{3}x = 0$ | $y = x\sqrt{3} - \sqrt{2}$

$4x + 1 = 0$ | $3x + y^2 - 2 = 0$

$-8y - 19 = 0$ | $x - 2y + 11$

$x^2 + 3y - 5 = 0$

Exercice 2

Un point appartient à une droite si ses coordonnées vérifient l'équation de cette droite.

a) $A(1;2)$: $1 - 2(2) + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$
donc $A \in (\Delta)$;

b) $B(-2;0)$: $-2 - 2(0) + 3 = -2 + 3 = 1$
donc $B \notin (\Delta)$;

c) $C(4;4)$: $4 - 2(4) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$
donc $C \notin (\Delta)$;

CORRIGÉ

d) $M(5;4)$: $5-2(4)+3=5-8+3=0$

donc $M\in(\Delta)$.

Exercice 3

Soit M(*x;y*) un point du plan.

On sait que M ∈ (Δ) équivaut à $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires. Or $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-1\\y+5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}$;

d'où M ∈ (Δ)

équivaut à $6(x-1)-2(y+5)=0$.

Ainsi M ∈ (Δ) équivaut à $6x-2y-16=0$.

Donc (Δ) a pour équation $6x-2y-16=0$.

Exercice 4

(L) : $y=\frac{3}{4}x+2$.

a) $M(-4;y)$

$y=\frac{3}{4}(-4)+2=-3+2=-1$

$M(-4;-1)$.

b) $N(x;5)$

$5=\frac{3}{4}x+2$

$5-2=\frac{3}{4}x$

$x=\frac{3\times 4}{3}$

$x=4$.

Les coordonnées de N(4 ; 5).

Exercice 5

• (D) : $6x+2y-5=0$ équivaut à :

$2y=-6x+5$

$y=-3x+\frac{5}{2}$.

L'équation réduite de (D) est : $y=-3x+\frac{5}{2}$.

• (Δ) : $-3x+y+1=0$ équivaut à : $y=3x-1$.

L'équation réduite de (Δ) est : $y=3x-1$.

• (D') : $\frac{1}{2}x-3y+\frac{5}{2}=0$

équivaut à : $-3y=-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$

équivaut à : $y=\frac{1}{6}x+\frac{5}{6}$

L'équation réduite de (D') est : $y=\frac{1}{6}x+\frac{5}{6}$.

Exercice 6

Complétons le tableau :

Droite	Coefficient direct	Ordonnée à l'origine
(D_1): $y=5x-\frac{1}{3}$	5	$-\frac{1}{3}$
(D_2): $y=\frac{8x}{7}+\frac{5}{4}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{5}{4}$
(D_3) : $y=\frac{3+x}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$
(D_4) : $y=7$	0	7

Exercice 7

• (D) : $y=5x-7$.

(D) a pour coefficient directeur : 5.

• (Δ) : $y=\frac{4}{3}x-3$.

(Δ) a pour coefficient directeur : $+\frac{4}{3}$.

• (L) : $y=-\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}$.

(L) a pour coefficient directeur : $-\frac{2}{3}$.

• (K) : $y=\frac{7}{3}$.

(K) a pour coefficient directeur : 0.

Exercice 8

1) (AB) : $a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{1+5}{3-1}=\frac{6}{2}=3$.

2) (EF) : $a=\frac{y_F-y_E}{x_F-x_E}=\frac{3+2}{5+2}=\frac{5}{7}$.

3) (MN).

$a = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M} = \frac{-\sqrt{2} - 1}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{2}}$

$a = \frac{-\sqrt{2} - 1}{1}$

$a = -\sqrt{2} - 1$

Exercice 9

	(D)	(Δ)	(L)
Coefficient directeur	3	−2	0
Ordonnée à l'origine	−4	5	3

Exercice 10

1) Soit a le coefficient directeur de (D) et a' celui de (D').

$a = \frac{1}{3}$ et $a' = \frac{1}{3}$. $a = a'$ donc (D) // (D').

2) Soit a le coefficient directeur de (D) et a' celui de (D').

$a = -5$ et $a' = 5$. $a \neq a'$ donc (D) et (D') ne sont pas parallèles.

3) Soit a le coefficient directeur de (D) et a' celui de (D').

$a = -4$ et $a' = -4$. $a = a'$ donc (D) // (D').

4) Le coefficient directeur de (D) est 1 et celui de (D') est − 1.
Comme $1 \neq -1$, les droites (D) et (D') ne sont pas parallèles.

Exercice 11

Soit a et a' les coefficients directeurs respectifs de (D) et (D').

1) $a = \frac{1}{2}$ et $a' = -\frac{1}{2}$.

$a \times a' = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$.

$-\frac{1}{4} \neq -1$ donc(D) et (D') ne sont pas perpendiculaires.

2) $a = -3$ et $a' = -3$. $a \times a' = (+3)(-3) = -9$.

$-9 \neq -1$ donc (D) et (D') ne sont pas perpendiculaires.

3) $a = -4$ et $a' = = \frac{1}{4}$. $a \times a' = -4 \times \frac{1}{4} = -1$ donc (D) et (D') sont perpendiculaires.

4) $a = 1$ et $a' = -1$. $a \times a' = -1$ donc (D) et (D') sont perpendiculaires.

Exercice 12

Dans le plan (O, I, J) une équation de la droite (Δ) est : $y = ax + b$ où a est le coefficient directeur et b, l'ordonnée à l'origine.
Donc : $y = 5x - 4$ est une équation de (Δ).

Exercice 13

a) Soit $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (EF)$

$\overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires,

$\overrightarrow{EM}\begin{pmatrix} x-2 \\ y+2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

$5(x - 2) - 3(y + 2) = 0$

$5x - 10 - 3y - 6 = 0$

$5x - 3y - 16 = 0$ est une équation de (EF).

b) $\overrightarrow{EM}\begin{pmatrix} x+7 \\ y+3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix}$ sont colinéaires.

$6(x+7) - 7(y+3) = 0$

$6x + 42 - 7y - 21 = 0$

$6x - 7y + 21 = 0$ est une équation de (EF).

Exercice 14

Soit $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D)$, $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y+4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ sont colinéaires.

$-2(x-1) - 5(y+4) = 0$

$-2x + 2 - 5y - 20 = 0$

$-2x - 5y - 18 = 0$

$2x + 5y + 18 = 0$ est une équation de (D).

Exercice 15

$\overrightarrow{EM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{HS}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{HS}$ sont colinéaires.

$2(x-1)-3(y-4)=0$

$2x-2-3y+12=0$ $\quad 2x-3y+10=0$ est une équation de (D).

Exercice 16

Soit M $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ∈ (D') équivaut à $\overrightarrow{MF}$ et $\overrightarrow{GH}$ sont orthogonaux. Or $\overrightarrow{MF}\begin{pmatrix} -1-x \\ -4-y \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{GH}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

donc $2(-1-x) + (-3)(-4-y) = 0$

$-2 -2x + 12 + 3y = 0$

$-2x + 3y + 10 = 0$

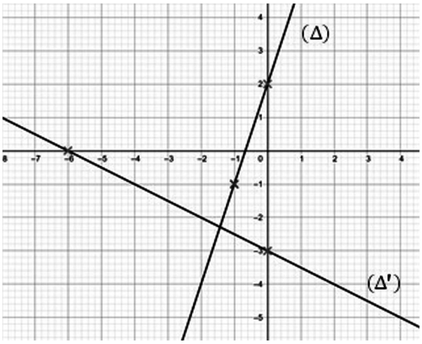
Une équation de (D') est : $2x - 3y - 10 = 0$.

Exercice 17

$y = 3x + 2$

(Δ) :

x	0	−1
y	2	−1

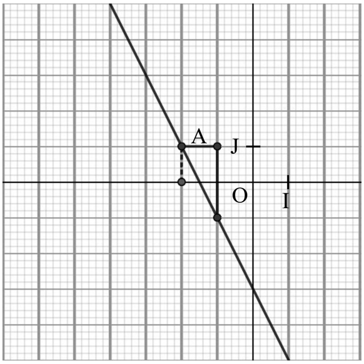


$x + 2y + 6 = 0$

(Δ') :

x	−6	0
y	0	−3

Exercice 18



IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 19

$\overrightarrow{MK}\begin{pmatrix} 2-x \\ -1-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PT}\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ sont colinéaires.

$5(2-x)-(-3)(-1-y)=0$

$10-5x-3-3y=0$

$-5x-3y+7=0$ est une équation de (L).

Exercice 20

$B \in (\Delta)$ $\quad M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (\Delta)$

(Δ)//(AC) alors $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x-2 \\ y+3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$

$-3(x-2)-3(y+3)=0$

$-3x+6-3y-9=0$

$-3x-3y-3=0$, donc une équation de (Δ) est $x+y+1=0$.

Exercice 21

(Δ) ⊥ (AC) lorsque $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$3(x-1)+4(y-3)=0$.

CORRIGÉ

$3x - 3 + 4y - 12 = 0$

$3x + 4y - 15 = 0$ est une équation de (Δ).

Exercice 22

(D) : $2x - 3y + 4 = 0$

K ∈ (OI), donc $y_k = 0$

K(x;0) $2x - 3 \times 0 + 4 = 0$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

K(−2;0).

R ∈ (OJ), donc $x_R = 0$.

R ∈ (D) : $2 \times 0 - 3y + 4 = 0$;

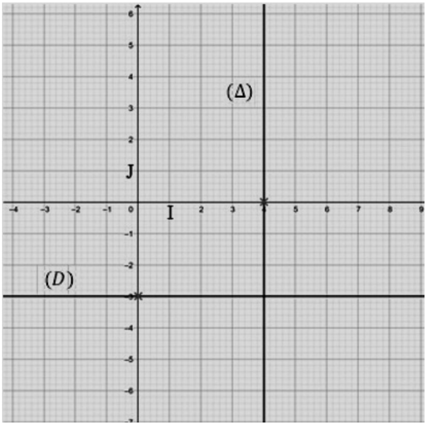
$$3y = 4\ ;\ y = \frac{4}{3}.$$

Les coordonnées de : $R\left(0; \frac{4}{3}\right)$.

Exercice 23

(Δ) : $x - 4 = 0$ (Δ) : $x = 4$

(D) : $2y + 6 = 0$ (D) : $y = -3$



Exercice 24

(D_1) : $4x - 3y - 12 = 0$

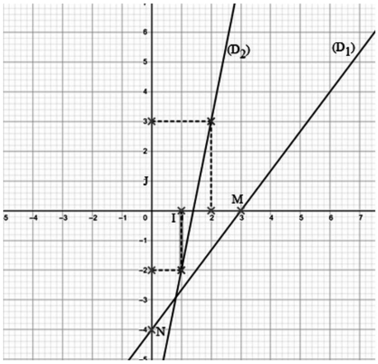
	M	N
x	3	0
y	0	−4

Plaçons les points $M\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$; $N\begin{pmatrix}0\\-4\end{pmatrix}$

(D_2) : $-5x + y + 7 = 0$

	E	F
x	0	1
y	−7	−2

Plaçons les points $E\begin{pmatrix}0\\-7\end{pmatrix}$ et $F\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$



Exercice 25

(D_1) : A(3 ; 1) et coefficient directeur 2.

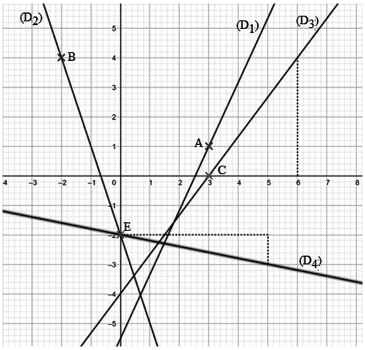
(D_3) : C(3 ; 0) et coefficient directeur $\frac{4}{3}$.

Vecteur directeur de coordonnées $\begin{pmatrix}1\\\frac{4}{3}\end{pmatrix}$ ou de coordonnées $\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$.

(D_2) : B(−2 ; 4) et coefficient directeur −3.

(D_4) : E(0 ; −2) et coefficient directeur $-\frac{1}{5}$.

Vecteur directeur de coordonnées $\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$.



CORRIGÉ

Exercice 26

Déterminons une équation de (Δ),
$A \in (\Delta)$ et coefficient directeur 5.
L'équation réduite de la droite (Δ) est :
$y = ax + b$
$y = 5x + b$

$A \in (\Delta)$ donc $7 = 5 \times 1 + b$
$2 = b$
Une équation de (Δ) est : $y = 5x + 2$.

Exercice 27

Phrase 1 : $m \times p = -1$ donc les droites (D) et (Δ) sont perpendiculaires.

Phrase 2 : Les droites (D) et (Δ) sont parallèles ; donc $m = p$

.

Exercice 28

1) (AB) et (EF) sont perpendiculaires car $-0{,}5 \times 2 = -1$.
2) $-\frac{5}{4} = -1{,}25$ donc (D) et (Δ) sont parallèles.
3) $-\frac{5}{9} \times \frac{9}{5} = -1$.
donc (d) et (K) sont perpendiculaires.
4) $\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ donc (MN) et (PQ) sont parallèles.

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 29

1ère Méthode :

A(4 ; 6), déterminons une équation de (D').
A ∈ (D') ; M ∈ (D') ; $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-4 \\ y-6 \end{pmatrix}$ vecteur directeur de D'.
(D) : $2x - 3y + 5 = 0$. $3y = 2x + 5$.
$y = \frac{2}{3}x + 5$;
donc $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (D).
$M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ appartient à (D') équivaut à $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-4 \\ y-6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ sont colinéaires.

$2(x-4) - 3(y-6) = 0$
$2x - 8 - 3y + 18 = 0$
$2x - 3y + 10 = 0$ est une équation de (D).

2ème Méthode :

$A(4;6) \in (D')$.
Une équation de (D') est de la forme $y = ax + b$.
(D) : $2x - 3y + 5 = 0$; $y = \frac{2}{3}x + 5$.
(D') // (D) donc (D') : $y = \frac{2}{3}x + b$.
A ∈ (D'), donc $6 = \frac{2}{3} \times 4 + b$.

$$b = 6 - \frac{8}{3} = \frac{18-8}{3} = \frac{10}{3}.$$

Donc (D') a pour équation : $y = \frac{2}{3}x + \frac{10}{3}$.

Exercice 30

1ère Méthode :

(Δ) : $y = 2x + 2$
(D) : $y = ax + b$
(Δ) et (D) sont perpendiculaires ;
donc $2 \times a = -1$; $a = -\frac{1}{2}$.
D'où (D) : $y = -\frac{1}{2}x + b$.
E ∈ (D), donc $2 = -\frac{1}{2} \times 5 + b$;
$b = 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2}$.
Donc une équation de (D) est : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$.

2ème Méthode :

Soit $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D)$. Un vecteur directeur de (D) est $\overrightarrow{ME}\begin{pmatrix} 5-x \\ 2-y \end{pmatrix}$.
(Δ) : $2x - y + 2 = 0$; $y = 2x + 2$.
Un vecteur directeur de (Δ) est $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.
(Δ) et (D) sont perpendiculaires, donc $\overrightarrow{ME}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux.
$1(5-x) + 2(2-y) = 0$
$5 - x + 4 - 2y = 0$
$x + 2y - 9 = 0$ est une équation de (D).

CORRIGÉ

Exercice 31

1) H ∈ (Δ) si les coordonnées de H vérifient l'équation de (Δ) : $y=\frac{a+3}{4}x-\frac{3a+2}{6}$.

$$\frac{(a+3)}{4}\times 2-\frac{3a+2}{6}=\frac{(2a+6)}{4}-\frac{(3a+2)}{6}$$

$$=\frac{6a+18-(6a+4)}{12}$$

$$=\frac{6a-6a+18-4}{12}=\frac{14}{12}=\frac{7}{6}$$

Donc H ∈ (Δ).

2) (D) : $4x+3y-12=0$

$y=-\frac{4}{3}x+\frac{12}{3}=-\frac{4}{3}x+4$.

(D) // (Δ) lorsque $\frac{a+3}{4}=-\frac{4}{3}$

$$3a+9=-16$$

$$3a=-16-9=-25$$

$$a=-\frac{25}{3}.$$

3) (D) ⊥ (Δ) lorsque $\frac{(a+3)}{4}\times\left(-\frac{4}{3}\right)=-1$

$$\frac{-4a-12}{12}=-1$$

$$-4a-12=-12$$

$$a=0.$$

Exercice 32

1) (D_1) : $y=3x-4$

La droite (D_2) a pour équation : $y=ax+b$.

(D_1) // (D_2) alors $y=3x-b$.

A(−2 ; −1) ∈ (D_2), donc $-1=3\times(-2)+b$

$$b=5.$$

(D_2) a pour une équation de droite : $y=3x+5$.

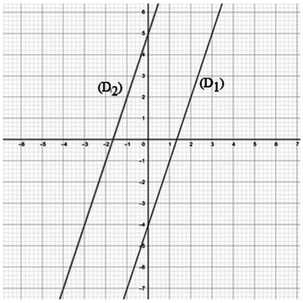
2) Construction :

(D_1) :

x	0	−1
y	−4	−1

(D_2) :

x	0	−1
y	5	2



Exercice 33

P(3 ; 0) ∈ (D) (D') $y=-4x+3$

1) (D') : $y=-4x+3$

L'ordonnée à l'origine de (D') est 3.

2) (D) ⊥ (D') donc $a\times(-4)=-1$

$$a=\frac{1}{4}.$$

3) Une équation de (D) est la forme

$y=\frac{1}{4}x+b$

P(3 ; 0) ∈ (D) donc $0=\frac{1}{4}\times 3+b$

$$b=-\frac{3}{4}.$$

Une équation de (D) est : $y=\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}$.

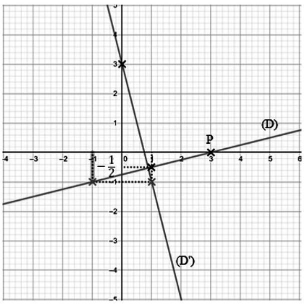
4) Construction

(D) :

x	−1	1
y	−1	$-\frac{1}{2}$

(D') :

x	0	1
y	3	−1



CORRIGÉ

IV.4. Situations d'évaluation

Exercice 34

1) Soit x le nombre de billes en caoutchouc,

y le nombre de billes en fer.

$x > 0$ et $y > 0$.

On a : $500 = 20x + 50y$

$$50 = 2x + 5y$$

$$y = -\frac{2}{5}x + \frac{50}{5}$$

$$y = -\frac{2}{5}x + 10.$$

2) Sachant que $x \in \mathbb{N}$, $y \in \mathbb{N}$, x sont des multiples de 5.

x	0	5	10	15	20	25
y	10	8	6	4	2	0

Les possibilités sont

$\{(5;8);\ (10;6);\ (15;4);\ (20;2)\}$.

Exercice 35

1) Au début $t = 0$, la quantité est 5 L.

2) Au bout de 20 h, la quantité est 3L.

$20 \to 3$

$2 \to ?\ \frac{6}{20} = 0{,}3L$.

Au bout de 2 h la quantité restante :

5 L – 0,3 L = 4,7 L .

3) La cuve se vide au bout de 40 h.

Leçon 11 : Statistique

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

Entourage de c l'effectif total.

Exercice 2

Entourage de d 100.

Exercice 3

Modalité	5	7	9	10	13
Effectif	15	12	7	10	6
Effectif cumulé croissant	15	27	34	44	50

Exercice 4

Classe	[145;150[	[150;155[	[155;160[	[160 ; 170[	[170 ; 175[
Effectif	5	9	10	3	3
Effectif cumulé croissant	5	14	24	27	30

Exercice 5

Classe	[145;150[	[150;155[	[155;160[	[160;170[	[170;175[
Effectif	5	9	10	3	3
Fréquence	16,67%	30%	33,33%	10%	10%
Fréquence cumulée croissante	16,67%	46,67%	80%	90%	100%

Exercice 6

Ligne1 : V ; Ligne2 : F

Exercice 7

1- a ; 2- c.

CORRIGÉ

Exercice 8

Rangeons d'abord les modalités par ordre croissant :

On a : 7-7-8-8-9-9-9-10-10-12-13-14-14-15-17 donc m = 10 car elle divise la série en deux séries de même effectif 7.

Exercice 9

Déterminons la médiane de cette série.

Rangeons d'abord les modalités dans l'ordre croissant.

On a : 2-3-3-5-6-7-8-8-13-16 ; l'effectif total 10 est un nombre pair, donc la médiane est le centre de l'intervalle formé par les termes de rang 5 et de rang 6.

La médiane m est $\frac{6+7}{2} = \frac{13}{2} = 6{,}5$.

Exercice 10

L'effectif total de cette série statistique est 50.

$\frac{50}{2} = 25$; La médiane de cette série statistique est le centre de l'intervalle formé par les terme de rang 25 et de rang 26.

La médiane est 7.

Exercice 11

Entourage de la classe modale est b. [6 ; 8[.

Exercice 12

La classe modale de cette série est [20 ; 40[car cette classe a la fréquence la plus élevée.

La moyenne de cette série est 37,3.

Exercice 13

Salaires	Effectifs	Centre de chaque intervalle	Produit $n_i \times c_i$
$[100;200[$	100	150	15000
$[200;300[$	60	250	15000
$[300;400[$	20	350	7000
$[400;500[$	10	450	4500
$[500;600[$	10	550	5500
Total	200		47000

Le salaire moyen

$MY = \frac{47000}{200} = 235$ milliers de francs.

Il est de 235000F

Exercice 14

$$M = \frac{25 \times 17 + 35 \times 29 + 45 \times 32 + 55 \times 12}{90}$$

$$= \frac{3540}{90}$$

$$= \frac{118}{3}$$

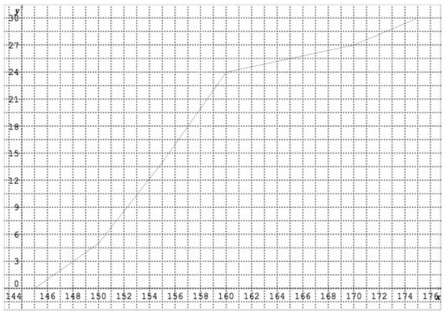
$$= 39{,}33$$

L'âge moyen des professeurs est 39 ans.

Exercice 15

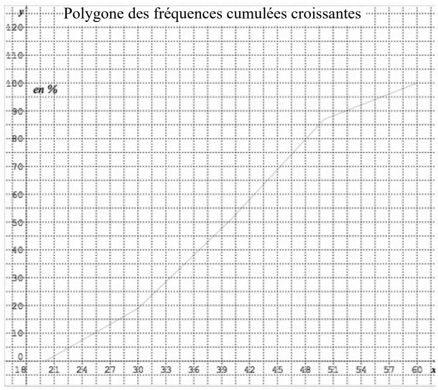
Classes	[145; 150[	[150; 155[	[155; 160[	[165; 170[	[170; 175[
Effectif	5	9	10	3	3
ECC	5	14	24	27	30

Représentation



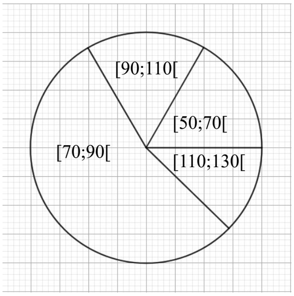
Exercice 16

Classes	[20; 30[	[30; 40[	[40; 50[	[50; 60[
Effectif	17	29	32	12
Fréquences en %	19	32	36	13



CORRIGÉ

Exercice 17



Vitesse en Km/h	[50;70[	[70;90[	[90;110[	[110;130[
Effectifs	25	80	25	20
Angles	60°	192°	60°	48°

Exercice 18

Calculons l'effectif de série A en guise d'exemple :

Effectif série A = $\frac{80 \times 90°}{360°}$ = 20, d'où le tableau des effectifs ci-dessous :

SERIES	EFFECTIFS
SERIE A	20
SERIE C	30
SERIE G1	12
SERIE G2	10
SERIE T	08
TOTAUX	80

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 19

Ligne 1 : F ; Ligne 2 : V ; ligne 3 : F ;
ligne 4 : V et ligne 5 : F.

Exercice 20

1) Calculons la moyenne de la distance en Km
Cette moyenne est égale au quotient de la somme de toutes les modalités par 21.

On trouve la moyenne M = $\frac{3554}{21}$
= 169,2381 Km.

2) Déterminons la médiane de cette série. Rangeons d'abord les modalités dans l'ordre croissant

29-53-143-154-157-158-163-165-166-168-174-182-182-195-195-195-197-210-216-222-230.

Donc la médiane m est le nombre 174 Km qui partage cette série dont les modalités sont rangées dans l'ordre croissant en deux séries de même effectif.

Exercice 21

1) Construction du digramme circulaire.

Modalité	[1;5[	[5;9[	[9;13[	[13;17[	[17;21[	Total
Effectifs	12	28	32	24	08	104
Angle°	41	97	111	83	28	

2) Construction de la courbe de l'effectif cumulé croissants de cette série.

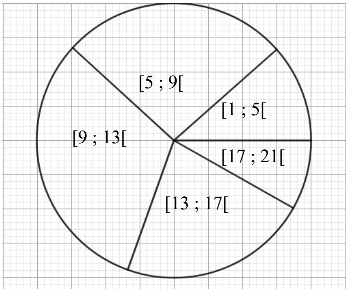
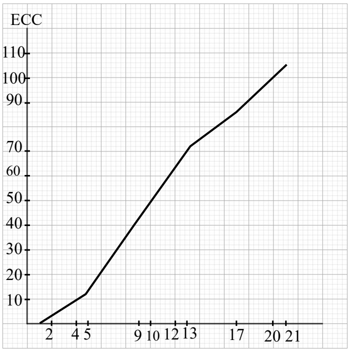


Tableau des effectifs cumulés croissants de cette série.

Modalités	Effectifs cumulés croissant
[1 ; 5[	12
[5 ; 9[	40
[9 ; 13[	72
[13 ; 17[	96
[17 ; 21[	104

CORRIGÉ



Exercice 22

Complétons le tableau suivant :

Matière	Nbre d'élèves	Fréq (%)	Angle
Anglais	30	50	180°
Allemand	10	16,66	60°
Espagnol	16	26,67	96°
Latin	04	06,67	24°
TOTAUX	60	100%	360°

Exercice 23

1) La classe modale de cette série est[155 ;160[car elle possède l'effectif le plus élevé.

2) Calculons la taille moyenne de cette série.

Classes	Effectifs ni	Centre ci des intervalles	Le produit ni ×ci
$[145;150[$	5	147,5	737,5
$[150;155[$	9	150,25	1352,25
$[155;160[$	10	157,5	1575
$[165;170[$	3	167,5	502,5
$[170;175[$	3	170,25	510,75

La taille moyenne tm est :

$$tm = \frac{737,5 + 1352,25 + 1575 + 502,5 + 510,75}{5+9+10+3}$$

$$= \frac{4678}{30}$$

$$= 155,93$$

(l'unité reste à préciser dans l'énoncé)

Exercice 24

1) Calculons la moyenne de chaque série.

Soit My la moyenne de la série obtenue à partir des notes des élèves de M. Yao.

My =

$$\frac{1+3+5+5+6+6+6+7+7+8+8+9+11+12+12+16+18+18+18+20}{20}$$

$$= \frac{196}{20} = 09,80$$

Soit Mk la moyenne de la série obtenue à partir des notes des élèves de M. Koné.

$$Mk = \frac{210}{20} = 10,50$$

2) Déterminons la médiane de chacune des séries.

Soit m_1 la médiane de la série obtenue à partir des notes des élèves de M. Yao.

Rangeons ces notes par ordre croissant :

On a : 1-3-5-5-6-6-6-7-7-8-8-9-11-12-12-16-18-18-18-20 ;

il y a 20 modalités et 20 est un nombre pair donc la médiane est le centre de l'intervalle formé par les termes de rang 10 et de rang 11

c'est-à dire $m_1 = \frac{8+8}{2} = 8$, ainsi la médiane de cette série égale à 8.

Soit m_2 la médiane de la série obtenue à partir des notes des élèves de M. Koné.

On a : 7-8-8-8-8-9-9-9-10-10-10-11-11-12-12-12-13-14-14-15.

De même la médiane m_2 de cette série est le centre de l'intervalle formé par les termes de rang 10 et de rang 11 c'est-à dire $\frac{10+10}{2} = 10$.

2) Comparons ces deux classes.

Signification des médianes de la classe de Monsieur Yao et de celle de Monsieur Koné.

Environ 50% des élèves de la classe de Monsieur Koné ont obtenu une note supérieure ou égale à 10 tandis que ceux de Monsieur Yao ont eu une note supérieure ou égale à 8.

CORRIGÉ

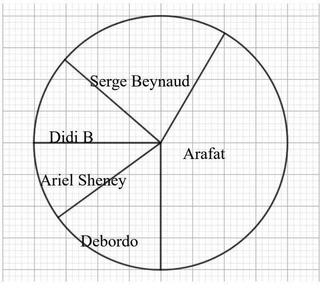
Comme la médiane de la classe de Monsieur Koné est supérieure à celle de Monsieur Yao et de plus la moyenne de la classe de Monsieur Koné est supérieure à celle de la classe de Monsieur Yao alors les élèves de la classe de Monsieur Koné ont mieux travaillé que ceux de la classe de Monsieur Yao.

Exercice 25

1) Complétons le tableau ci-dessous

Artistes	Nbre de pers	Fréq (%)	Mesure (°)
Arafat	36	42,35	152
Serge Beynaud	18	21,17	76
Didi B	9	10,59	38
Ariel Cheney	9	10,59	38
Debordo	13	15,3	56
Totaux	85	100	360

2) Construction du diagramme circulaire.



IV.3. Exercices d'approfondissement

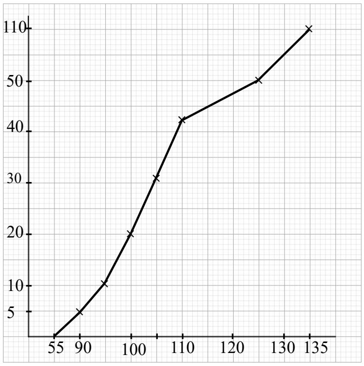
Exercice 26

Hauteurs	Centre Ci	Eff ni	Ni × Ci	Eff cu-mulé crois-sant
[85 ; 90[	87,5	4	350	4
[90 ; 95[	92,5	7	647,5	11
[95 ; 100[	97,5	8	780	19
[100 ; 105[	102,5	12	1230	31
[105 ; 110[	107,5	11	1182,5	42
[120 ; 125[	122,5	8	980	50
[125 ; 130[	127,5	6	765	56
[130 ; 135[	132,5	4	530	60
		60	6465	

1) La classe modale de cette série est [100 ; 105[.
2) La moyenne de la série est :

$M = \dfrac{6465}{60} = 107{,}75.$

3) Voir Tableau suivant.
4) Construction du polygone des effectifs cumulés croissants.



Exercice 27

1)

Notes	Effectif	Effectif cumulé croissant
[0 ; 5[	6	6
[5 ; 10[	21	27
[10 ; 15[	32	59
[15 ; 20[	13	72
	72	

CORRIGÉ

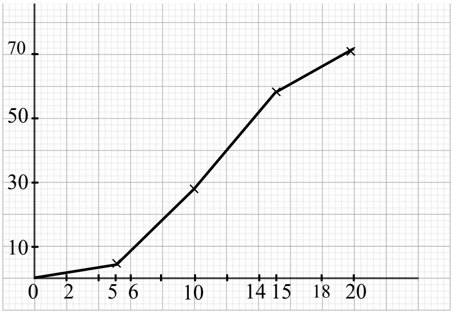
Fréquence (%)	Frequnece cumulée croissante
8,33	8,33
29,17	37,5
44,44	81,94
18 ,06	100
100	

2) a) 72 élèves étaient présents au contrôle.

b) Il y a 27 élèves ayant obtenu une note inférieure à 10.

c) 37,5 % des élèves ont eu une note inférieure à 10.

3) Polygone des effectifs cumulés croissants.



Exercice 28

La masse moyenne M est :

$$M = \frac{320\times2+330\times3+340\times20+390\times25+360\times22+370\times20+380\times8}{2+3+20+25+22+20+8}$$

$= \frac{36606}{100} = 366{,}06$ grammes.

La masse médiane est : $\frac{350\ +360}{2}$;

soit m = 355 grammes.

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 29

1) Tableau des effectifs

Mois	Nbre de jours de pluie
J	2
F	14
M	4
A	14
M	2
J	14
J	10
A	11
S	4
O	10
N	10
D	5

2) Le nombre moyen M de jours de pluie par mois est :

$$M = \frac{2+14+4+14+2+14+10+11+4+10+10+5}{12}$$

$= \frac{100}{12} = 8{,}3$. En moyenne il pleut 8 jours par mois dans cette ville.

3) Le nombre médian de jours de pluie.

Mois	Nbre de jours de pluie	Eff cum. crois
J	2	2
F	14	16
M	4	20
A	14	34
M	2	36
J	14	50
J	10	60
A	11	71
S	4	75
O	10	85
N	10	95
D	5	100

L'effectif total de cette série qui vaut $100 = 2 \times 50$ est un nombre pair donc le nombre médian de jours de pluie est le centre de l'intervalle formé par le terme de rang 50 et le terme de rang 51 ; c'est-à dire $\frac{14+10}{2} = \frac{24}{2} = 12$; Le nombre médian de jours de pluie est égal à 12.

CORRIGÉ

Leçon 12 : Équations et inéquations dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

Les équations qui sont du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ à entourer sont :

$2x - 3y = 6$; $3x + 2 = -2x + 5$; $4 = 7x + \dfrac{2y}{3}$

Exercice 2

a) Vérifions que (2 ; 1) est une solution.

$3 \times 2 + 2 \times 1 = 6 + 2 = 8$

donc (2 ; 1) *est solution de l'équation.*

b) Vérifions que (1 ; 2) n'est pas une solution.

$3 \times 1 + 2 \times 2 = 3 + 4 = 7.$

$7 \neq 8$ donc (1 ; 2) *n'est pas solution de l'équation.*

c) Vérifions si (0 ; 4) est solution ou non.

$3 \times 0 + 2 \times 4 = 0 + 8 = 8$

donc (0 ; 4) *est une solution de l'équation.*

Exercice 3

Vérifions si (0 ; −1) et (2 ; 2) sont chacune solution ou non de l'équation $3x - 2y = 2$.

$3 \times 0 - 2 \times (-1) = 0 + 2 = 2$

donc (0 ; –1) *est une solution de l'équation.*

$3 \times 2 - 2 \times 2 = 6 - 4 = 2$

donc (2 ; 2) *est aussi une solution de l'équation.*

Exercice 4

Déterminons deux couples de nombres réels solutions.

• $2x + y - 8 = 0.$

Pour $x = 0$, $2 \times 0 + y - 8 = 0$

$y - 8 = 0$

$y = 8$ *donc* (0 ; 8) *est une solution.*

Pour $x = 1$, $2 \times 1 + y - 8 = 0$

$2 + y - 8 = 0$

$y - 6 = 0$

$y = 6$ *donc* (1 ; 6) *est une solution.*

• $x - y + 3 = 0.$

Pour $y = 0$, $x - 0 + 3 = 0$

$x + 3 = 0$

$x = -3$ *donc* (−3 ; 0) *est une solution.*

Pour $y = 1$, $x - 1 + 3 = 0$

$x + 2 = 0$

$x = -2$

donc (−2 ; 1) *est une solution.*

Exercice 5

Déterminons deux couples de nombres réels solutions pour chaque équation.

• $-x + 3y = 2.$

Pour $y = 1$, $-x + 3 \times 1 = 2$

$-x + 3 = 2$

$-x = 2 - 3$

$-x = -1$

$x = 1$ *donc* (1 ; 1) *est une solution.*

Pour $y = 0$, $-x + 3 \times 0 = 2$

$-x + 0 = 2$

$-x = 2$

$x = -2$ *donc* (−2 ; 0) *est une solution.*

• $3x - \dfrac{y}{2} + 1 = 0$.

Pour $y = 2$, $3x - \dfrac{2}{2} + 1 = 0$

$3x - 1 + 1 = 0$

$3x = 0$

$x = 0$ *donc* (0 ; 2) *est une solution.*

Pour $x = -1$, $3 \times (-1) - \dfrac{y}{2} + 1 = 0$

$-3 - \dfrac{y}{2} + 1 = 0$

$-\dfrac{y}{2} - 2 = 0$

$-\dfrac{y}{2} = 2$

$-y = 4$

$y = -4$ *donc* (−1 ; −4) *est une solution.*

CORRIGÉ

Exercice 6

Les systèmes d'équations qui sont du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ à entourer sont :

$$\begin{cases} x+2y+3=0 \\ 9x+8y=13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-y=1 \\ x+y=3 \end{cases}$$

Exercice 7

Résolvons le système par substitution.

$$\begin{cases} x+3y=10 & (1) \\ 3x+5y=18 & (2) \end{cases}$$

on tire x dans l'équation (1) : $x + 3y = 10$

$x = 10 - 3y$

l'équation (2) *devient :*

$3(10 - 3y) + 5y = 18$

cherchons y $30 - 9y + 5y = 18$

$-4y = 18 - 30$

$y = \frac{-12}{-4} = 3$

$y = 3$ *donc* $x = 10 - 3 \times 3$

$x = 10 - 9$

$x = 1$

Le couple **(1 ; 3)** est la solution du système d'équations.

Exercice 8

Résolvons le système par substitution

$$\begin{cases} x+y=35 & (1) \\ 8x+7y=260 & (2) \end{cases}$$

on tire y dans l'équation (1) : $x + y = 35$

$y = 35 - x$

l'équation (2) *devient :* $8x + 7(35 - x) = 260$

cherchons x : $8x + 245 - 7x = 260$

$x = 260 - 245$

$x = 15$

$x = 15$ donc $y = 35 - 15$

$x = 20$

Le couple (15 ; 20) est la solution du système d'équations.

Exercice 9

Complétons et résolvons

	(I)	(II)
a	$\begin{cases} 2z+3t=7 \\ 4z+5t=9 \end{cases}$	$\begin{cases} -4z-6t=-14 \\ 4z+5t=9 \end{cases}$
b	$\begin{cases} 3x-7y=-2 \\ 4x+6y=5 \end{cases}$	$\begin{cases} -12x+28y=8 \\ 12x+18y=15 \end{cases}$
c	$\begin{cases} 5a-10b=-11 \\ 5a+4b=23 \end{cases}$	$\begin{cases} 10a-20b=-22 \\ 25a+20b=115 \end{cases}$

a) La somme membre à membre dans le système (II) donne :

$-4z + 4z - 6t + 5t = -14 + 9$

$-t = -5$

$t = 5$

Aussi dans (I), en multipliant la première équation par 5 *et la deuxième* -3

on a :

$$\begin{cases} 10z-15t=35 \\ -12z-15t=-27 \end{cases}$$

La somme membre à membre donne :

$10z - 12z + 15t - 15t = 35 - 27$

$-2z = 8$

$z = -\frac{8}{2}$

$z = -4$

Le couple $(-4 ; 5)$ est la solution du système (I).

CORRIGÉ

b) La somme membre à membre dans le système (II) donne :

$-12x + 12x + 28y + 18y = 8 + 15$

$46y = 23$

$y = \frac{23}{46}$

$y = \frac{1}{2}$

Aussi dans (I), en multipliant la première équation par 6 et la deuxième par 7
on a :

$$\begin{cases} 18x - 42y = -12 \\ 28x + 42y = 35 \end{cases}$$

La somme membre à membre donne :

$18x + 28x - 42y + 42y = -12 + 35$

$46x = 23$

$x = \frac{23}{46}$

$y = \frac{1}{2}$

le couple $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ *est la solution du système(I).*

c) La somme membre à membre dans le système (II) donne :

$10a + 25a - 20b + 20b = -22 + 115$

$35a = 93$

$a = \frac{93}{35}$

Aussi dans (I), en multipliant la première équation par –1 et la deuxième 1
on a :

$$\begin{cases} -5a + 10b = 11 \\ 5a + 4b = 23 \end{cases}$$

La somme membre à membre donne :

$-5a + 5a + 10b + 4b = 11 + 23$

$14b = 34$

$b = \frac{34}{14}$

$b = \frac{17}{7}$

le couple $\left(\frac{93}{35}; \frac{17}{7}\right)$ *est la solution du système(I).*

Exercice 10

Résolvons le système par la méthode de combinaison.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ 3x + 4y = -5 \end{cases}$$

$\begin{cases} 2x - 3y = 8 \ (\times 4) \\ 3x + 4y = -5 \ (\times 3) \end{cases}$	$\begin{cases} 2x - 3y = 8 \ (\times 3) \\ 3x + 4y = -5(\times(-2)) \end{cases}$
$\begin{cases} 8x - 12y = 32 \\ 9x + 12y = -15 \end{cases}$	$\begin{cases} 6x - 9y = 24 \\ -6x - 8y = 10 \end{cases}$
La somme membre à membre donne :	*La somme membre à membre donne :*
$8x + 9x - 12y + 12y = 32 - 15$	$6x - 6x - 9y - 8y = 24 + 10$
$17x = 17$	$-17y = 34$
$x = \frac{17}{17}$	$y = -\frac{34}{17}$
$x = 1$	$y = -2$

le couple(1 ; –2) *est la solution du système.*

Exercice 11

Résolvons le système par la méthode de combinaison.

$$\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ 5x - 3y = -21 \end{cases}$$

$\begin{cases} 3x + 5y = 1(\times 3) \\ 5x - 3y = -21(\times 5) \end{cases}$	$\begin{cases} 3x + 5y = 1(\times 5) \\ 5x - 3y = -21(\times(-3)) \end{cases}$
$\begin{cases} 9x + 15y = 3 \\ 25x - 15y = -105 \end{cases}$	$\begin{cases} 15x + 25y = 5 \\ -15x + 9y = 63 \end{cases}$
La somme membre à menbre donne :	*La somme membre à menbre donne :*
$9x + 25x + 15y - 15y = 3 - 105$	$15x - 15x + 25y + 9y = 68$
$34x = -102$	$34y = 68$
$x = \frac{-102}{34}$	$y = \frac{68}{34}$
$x = -3$	$y = 2$

le couple $(-3\ ;\ 2)$ *est la solution du système équations.*

Exercice 12

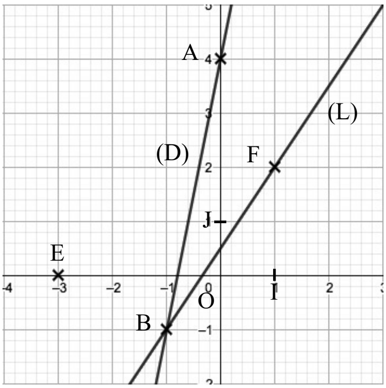
Résolvons graphiquement le système

$\begin{cases} 3x - y + 4 = 0 \\ -x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$ Représentons les droites

(D) et (L) d'équations respectives
$3x - y + 4 = 0$ et $-x + 2y - 3 = 0$

	(D) : $3x - y + 4 = 0$	
	x	y
A	0	4
B	-1	1

	(L) : $-x + 2y - 3 = 0$	
	x	y
E	-3	0
F	1	2



Le point B$(-1\ ;\ 1)$ de (D) semble être le point d'intersection de (D) et (L). Vérifions :
$-(-1) + 2 \times 1 - 3 = 1 + 2 - 3 = 3 - 3 = 0$
donc B $\in$ (L).

le couple$(-1;1)$ est la solution du système équations.

Exercice 13

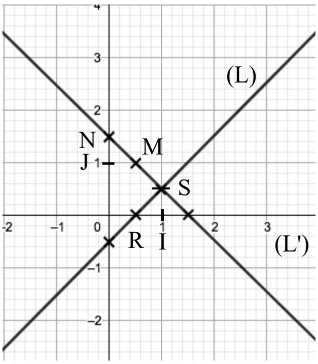
Résolvons graphiquement le système

$\begin{cases} 2x - 2y = 1 \\ 2x + 2y = 3 \end{cases}$ Représentons les droites

(L) et (L') d'équations respectives
$2x - 2y = 1$ et $2x + 2y = 3$

	(L) : $2x - 2y = 1$	
	x	y
R	$\frac{1}{2}$	0
S	1	$\frac{1}{2}$

	(L') : $2x + 2y = 3$	
	x	y
M	$\frac{1}{2}$	1
N	0	$\frac{3}{2}$



Le point S$\left(1\ ;\ \frac{1}{2}\right)$ de (L) semble être le point d'intersection de (L) et de (L'). Vérifions :
$2 \times 1 + 2 \times \frac{1}{2} = 2 + 1 = 3$ donc S $\in$ (L').

Le couple $\left(1\ ;\ \frac{1}{2}\right)$ *est la solution du système équations.*

CORRIGÉ

Exercice 14

Les inéquations qui sont du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ à entourer sont :

$x + 2y - 5 < 0$; $3x - 4 < 4y$;

$2x - 4 > x + 3$

$2x - 3y \leq 6$; $3x + 2 \leq -2x + 5$;

$$4 \geq 7x + \frac{2y}{3}$$

Exercice 15

Vérifions si :

(3 ; 4) *est une solution de l'inéquation*

$2x - 5y \leq -14$

$2 \times 3 - 5 \times 4 = 6 - 20 = -14$

$-14 \leq -14$ *donc* (3 ; 4) *est une solution de l'inéquation.*

Exercice 16

Vérifions si :

(3 ; –5) *est une solution de l'inéquation*

$4x + 2y > 1$

$4 \times 3 + 2 \times (-5) = 12 - 10 = 2$

$2 > 1$ *donc* (3 ; −5) *est une solution de l'inéquation.*

Exercice 17

Déterminons deux couples de solutions de l'inéquation $x - 6y + 3 < 0$.

Prenons $y = 0$, on a $x - 0 + 3 < 0$

$x + 3 < 0$

$x < -3$

Donc deux solutions sont (−4 ; 0), (−11 ; 0).

Exercice 18

Déterminons deux couples de solutions de chacune des inéquations

$2x - 3y < 1$	$\sqrt{2}x - y + \sqrt{2} \geq 0$
Prenons $y = 1$, on a	Prenons $x = 0$, on a
$2x - 3 \times 1 < 1$	$0 - y + \sqrt{2} \geq 0$
$x - 3 < 1$	$-y \geq -\sqrt{2}$
$x < 1 + 3$	$y \leq \sqrt{2}$
$x < 4$	
Donc deux solutions sont (2 ; 1), (−3 ; 1).	Donc deux solutions sont (0 ; 0), (0 ; −1).

Exercice 19

Résolvons graphiquement l'inéquation :

$2x - y + 2 > 0$

Soit (D) : $2x - y + 2 = 0$

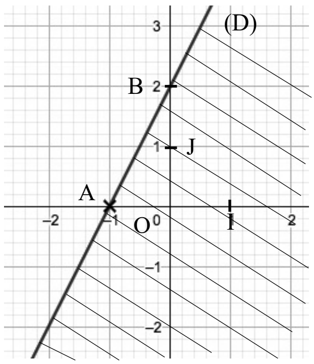
Construis la droite *(D)*

	(D): $2x - y + 2 = 0$	
	x	y
A	−1	0
B	0	2

Vérifions si le point O (0 ; 0) est dans le demi-plan vérifiant $2x - y + 2 > 0$.

On a :

$2 \times 0 - 0 + 2 = 2$ et 2 *est supérieure à 0, donc* le point O appartient au demi-plan. Ce sont les couples de coordonnées des points du demi-plan contenant O qui sont solutions de l'inéquation.



CORRIGÉ

Exercice 20

Résolvons graphiquement chacune des inéquations $2x - y + 4 < 0$ et $3x + 2y > -5$

soient (D) : $2x - y + 4 = 0$ et (L) : $3x + 2y = -5$

Construisons (D) et (L)

	$(D): 2x - y + 4 = 0$	
	x	y
A	0	4
B	−2	0

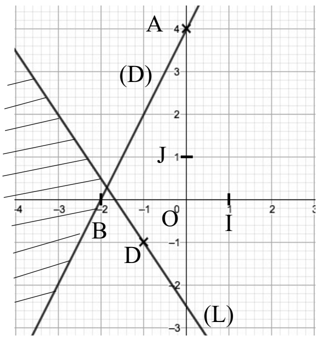
Vérifions si le point O (0 ; 0) est dans le demi-plan vérifiant $2x - y + 4 < 0$. On a :

$2 \times 0 - 0 + 4 = 4$ et 4 *n'est pas inférieur à 0, donc* le point O n'appartient pas au demi-plan. Ce sont les couples de coordonnées des points du demi-plan ne contenant pas O qui sont solutions de l'inéquation.

	$(L): 3x + 2y = -5$	
	x	y
C	1	−4
D	−1	−1

Vérifions si le point O (0 ; 0) est dans le demi-plan vérifiant $3x + 2y > -5$. On a :

$3 \times 0 + 2 \times 0 = 0$ et 0 *n'est pas supérieur à −5, donc* le point O n'appartient pas au demi-plan. Ce sont les couples de coordonnées des points du demi-plan ne contenant pas O qui sont solutions de l'inéquation.



Exercice 21

Le système qui sont des systèmes d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ à entourer sont :

$$\begin{cases} x + 2y + 3 < 0 \\ 9x + 8y < 13 \end{cases} \quad et \quad \begin{cases} 2x - y > 1 \\ x + y < 3 \end{cases}$$

Exercice 22

Résolvons graphiquement le système

$$\begin{cases} -2x + 2y > 2 \\ 6x + 3y < 12 \end{cases}$$

soient (D) : $-2x + 2y = 2$ et (L) : $6x + 3y = 12$

Construisons (D) et (L).

	$(D): -2x + 2y = 2$	
	x	y
A	0	1
B	1	2

Vérifions si le point O (0 ; 0) est dans le demi-plan vérifiant $-2x + 2y > 2$.

On a :

$-2 \times 0 + 2 \times 0 = 0$ et 0 *n'est pas supérieur à 2, donc* le point O n'appartient pas au demi-plan. Ce sont les couples de coordonnées des points du demi-plan ne contenant pas O qui sont solutions de l'inéquation.

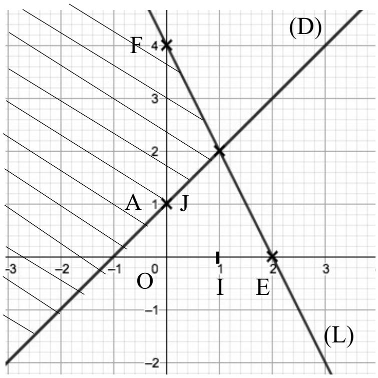
	$(L): 6x + 3y = 12$	
	x	y
E	2	0
F	0	4

Vérifions si le point O (0 ; 0) est dans le demi-plan vérifiant $6x + 3y < 12$.

On a :

$6 \times 0 + 3 \times 0 = 0$ et *0 est inférieur à 12, donc* le point O appartient au demi-plan.

Ce sont les couples de coordonnées des points du demi-plan contenant O qui sont solutions de l'inéquation.
L'ensemble solution du système est l'ensemble des couples de coordonnées des points appartenant à l'intersection des deux demi-plans.



Exercice 23

Résolvons graphiquement le système

$$\begin{cases} 2x + y \geq 5 \\ x - y \geq 1 \end{cases}$$

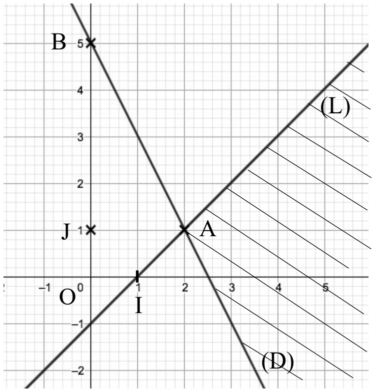
soient (D) : $2x + y = 5$ et (L) : $x - y = 1$
Construisons (D) et (L).

	(D): $2x+y=5$	
	x	y
A	0	5
B	2	1

Vérifions si le point O (0 ; 0) est dans le demi-plan vérifiant $2x + y \geq 5$.
On a :
$2 \times 0 + 0 = 0$ et 0 n'est pas supérieur ou à 5, donc le point O n'appartient pas au demi-plan.
Ce sont les couples de coordonnées des points du demi-plan ne contenant pas O qui sont solutions de l'inéquation.

	(L): $x-y=1$	
	x	y
B	2	1
D	1	0

Vérifions si le point O (0 ; 0) est dans le demi-plan vérifiant $x - y \geq 1$. On a :
$0 - 0 = 0$ et 0 *n'est pas supérieur à 1*, donc le point O n'appartient pas au demi-plan.
Ce sont les couples de coordonnées des points du demi-plan ne contenant pas O et des points de (L) qui sont solutions de l'inéquation.
L'ensemble solution du système est l'ensemble des couples de coordonnées des points appartenant à l'intersection des deux demi-plans et des points des deux demi-droites qui délimitent cette intersection.



Exercice 24

Déterminons une équation du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
Désignons par : x le nombre de poulets et y le nombre de pintades
x poulets coûtent $3000x$ F et y pintades coûtent $4000y$ F
Le président dispose de 40000 F
On a donc : $3000x + 4000y = 40000$

Exercice 25

Déterminons une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

Désignons par : x le nombre de pots de jus de BISSAP et y le nombre de pots de jus de Passion.

x pots de jus de BISSAP coûtent $400x$ F et y pots de jus de Passion coûtent $500y$ F.

La présidente prévoit une dépense maximum de 40000 F.

On a donc : $400x + 500y \leq 40000$

Exercice 26

Répondons à la préoccupation du président.

Désignons par : x le nombre de calculatrices de 18000 F et y le nombre de calculatrices de 21000 F.

Le nombre de lauréats est 25 donc le nombre de calculatrice est 25 .

on a : $x + y = 25$ (1)

Par ailleurs

x calculatrices de 18000 F coûtent $18000x$ F

et y calculatrices de 21000 F coûtent $21000y$ F

Le transport pour l'achat coûte 20000 F

Le montant total du don de 500 000 F devant être totalement utilisé donc on a :

$18000x$ F + $21000y$ F + 20000 F = 500000 F

la forme simplifié donne

$18x + 21y + 20 = 500$

$18x + 21y = 500 - 20$

$18x + 21y = 480$

en multipliant chaque membre par $\frac{1}{3}$ on a :

$6x + 7y = 160$ (2)

Pour trouver x et y résolvons le système des équations (1) et (2)

$$\begin{cases} x+y=25(\times(-6)) \\ 6x+7y=160(\times 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6x-6y=-150 \\ 6x+7y=160 \end{cases}$$

la somme membre à membre donne	*on sait que* $x + y = 25$ donc $x = 25 - y$
$-6x+6x-6y+7y$ $=-150+160$	$x = 25 - 10$
$y = 10$	$x = 15$

le couple (15 ; 10) est la solution du système d'équations.

Le président pourrait acheter 15 calculatrices de 18000 F et 10 calculatrices de 21000F.

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 27

Déterminons les nombres manquants :

(5 ; 6) *est la solution du système*

donc $4 \times 5 - 6 = 20 - 6 = 14$

et $-2 \times 5 + 4 \times 6 = -10 + 24 = 14$

on a donc le système : $\begin{cases} 4x-y=14 \\ -2x+4y=14 \end{cases}$

Exercice 28

Résolvons les systèmes

a) $\begin{cases} 3a-b=7 \\ 4a+7b=1 \end{cases}$; b) $\begin{cases} z+8t=9 \\ 2z-5t=-24 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3a-b=7(\times 4) \\ 4a-7b=1(\times(-3)) \end{cases}$

$$\begin{cases} 12a-4b=28 \\ -12a-21b=-3 \end{cases}$$

la somme membre à membre donne	*on sait que* $3a - b = 7$ donc $3a = 7 + b$
$12a-12a-4b-21b$ $=28-3$	$3a = 7+(-1)$
$-25b = 25$	$a = \frac{6}{3}$
$b = -\frac{25}{25}$	$a = 2$
$b = -1$	

le couple* (2 ; − 1) *est la solution du système a)

CORRIGÉ

b) $\begin{cases} z+8t=9(\times 2) \\ 2z-5t=-24(\times(-1)) \end{cases}$

$\begin{cases} 2z+16t=18 \\ -2z+5t=24 \end{cases}$

la somme membre à membre donne

$2z-2z+16t+5t$

$=28+24$

$21t=42$

$t=\dfrac{42}{21}$

$t=2$

on sait que $z+8t=9$

donc $z=9-8t$

$z=9-8\times 2$

$z=9-16$

$z=-7$

le couple **(− 7 ; 2)** ***est la solution du système b)***

Exercice 29

Résolvons graphiquement l'inéquation :

$x-y+1>0$

Soit (D) : $x-y+1=0$

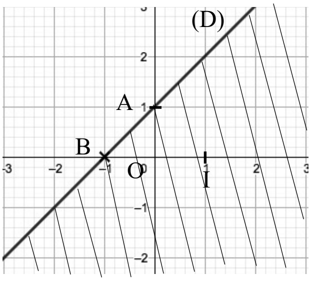
Construis la droite (D).

	(D): $x-y+1=0$	
	x	y
A	0	1
B	−1	0

Vérifions si le point O (0 ; 0) est dans le demi-plan vérifiant $x-y+1>0$. On a :

$0-0+1=1$ et 1 *est supérieur à* 0, *donc*

le point O appartient au demi-plan. Ce sont les couples de coordonnées des points du demi-plan contenant O qui sont solutions de l'inéquation.



Exercice 30

Résolvons graphiquement le système

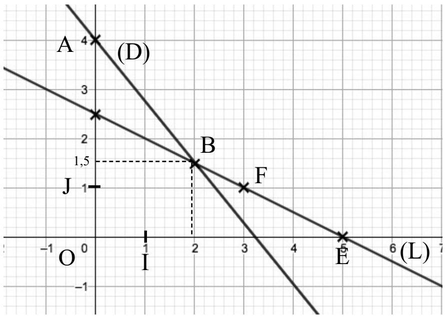
$\begin{cases} 5x+4y=16 \\ 3x+6y=15 \end{cases}$ Représentons les droites

(D) et (L) d'équations respectives :

$5x+4y=16$ et $3x+6y=15$

	(D) : $5x+4y=16$	
	x	y
A	0	4
B	2	1,5

	(L) : $3x+6y=15$	
	x	y
E	5	0
F	3	1



Le point B(2 ; 1,5) de (D) semble être le point d'intersection de (D) et (L). Vérifions :

$3\times 2+6\times 1{,}5=6+9=15$ *donc* B ∈ (L).

le couple (2 ; 1,5) *est la solution du système d'équations*

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 31

Déterminons le nombre de points de pénalité quand un cheval refuse de sauter un obstacle et le nombre de points de pénalité quand un cheval fait tomber la barre.

Désignons par : x le nombre de points de pénalité pour un refus de sauter et y le nombre de points de pénalité pour une barre tombée.

Les 18 points de pénalité du cheval de Pierre se traduisent par l'équation :

$2x + 3y = 18$ (1)

Les 19 points de pénalité du cheval de Jean se traduisent par l'équation :

$x + 4y = 19$ (2)

Pour trouver x et y résolvons le système constitué des équations (1) et (2)

$$\begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ x + 4y = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 18\ (\times 1) \\ x + 4y = 19\ (\times(-2)) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ -2x - 8y = -38 \end{cases}$$

la somme membre à membre donne

$2x - 2x + 3y - 8y$

$= 18 - 38$

$-5y = -20$

$y = \dfrac{-20}{-5}$

$y = 4$

on sait que $x + 4y = 19$

donc $x = 19 - 4y$

$x = 19 - 4 \times 4$

$x = 19 - 16$

$x = 3$

le couple (3 ; 4) *est la solution du système d'équations*

Le nombre de points de pénalité pour un refus de sauter est 3 points.

Le nombre de points de pénalité pour une barre tombée est 4 points

Exercice 32

Déterminons les dimensions initiales du rectangle.

Désignons par : L la longueur

et l la largeur

Le périmètre d'un rectangle est obtenu par la formule $2(L + l)$

On a $2(L + l) = 140$ *en multipliant les membres par* $\frac{1}{2}$

$L + l = 70$ (1)

Par ailleurs $2((L - 7) + 2l) = 176$ *en multipliant les membres par* $\frac{1}{2}$

$L - 7 + 2l = 88$

$L + 2l = 88 + 7$

$L + 2l = 95$ (2)

Pour trouver L et l résolvons le système constitué des équations (1) et (2)

$$\begin{cases} L + l = 70 \\ L + 2l = 95 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L + l = 70(\times(-1)) \\ L + 2l = 95(\times 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -L - l = -70 \\ L + 2l = 95 \end{cases}$$

la somme membre à membre donne

$-L + L - l + 2l$

$= -70 + 95$

$l = 25$

on sait que $L + l = 70$

donc $L = 70 - l$

$L = 70 - 25$

$L = 45$

le couple (45 ; 25) *est la solution du système d'équations*

La longueur du rectangle est égale à 45 mm et la largeur est égale à 25mm.

Exercice 33

Déterminons les notes x et y

La moyenne des notes :

$$\frac{x + 4 + 6 + 7 + 10 + 11 + 13 + 14 + 15 + y}{10} = 10$$

$$\frac{x + 80 + y}{10} = 10$$

$x + 80 + y = 100$

$x + y = 100 - 80$

$x + y = 20$ (1)

La différence des notes extrêmes : la plus forte note est x et la plus faible y

$y - x = 16$ (2)

Pour trouver x et y résolvons le système constitué des équations (1) et (2)

$$\begin{cases} x+y=20 & (1) \\ y-x=16 & (2) \end{cases}$$

la somme membre à membre donne	*On sait que*
$x+y+y-x=20+16$	$x+y=20$
$2y=36$	$x=20-18$
$y=\frac{36}{2}$	$x=2$
$y=18$	

le couple (2 ; 18) *est la solution du système d'équations*

la plus faible note est 2 *et la plus forte est* 18.

Exercice 34

Déterminons le nombre de bouteilles de chaque type de jus.

Désignons par x le nombre de bouteilles de jus de gingembre et y le nombre de bouteilles de jus de bissap.
la caisse contient 24 bouteilles de jus
on a donc $x + y = 24$ (1)

Par ailleurs x bouteilles de jus de gingembre coûtent $400\,x$
y bouteilles de jus de bissap coûtent $350\,y$

Pour tout l'achat l'homme a donné 10000F et on lui a rendu 900. Donc toutes les bouteilles de jus ont coûté 10000 F – 900 F = 9100 F.

D'où l'équation $400x + 350y = 9100$ (2)

Pour trouver x et y résolvons le système constitué des équations (1) et (2)

$$\begin{cases} x+y=24\ (\times(-350)) \\ 400x+350y=9100\ (\times 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -350x-350y=-8400 \\ 400x+350y=9100 \end{cases}$$

la somme membre à membre donne	*On sait que*
$-350x+400x-350y+350y$	$x+y=24$
$=-8400+9100$	$y=24-x$
$50x=700$	$y=24-14$
$x=\frac{700}{50}$	$y=10$
$x=14$	

le couple (14 ; 10) *est la solution du système d'équations.*
L'homme a acheté 14 bouteilles de jus de gingembre et 10 bouteilles de jus de bissap.

Exercice 35

Déterminons le nombre de caisses de chaque catégorie.

Désignons par x le nombre de caisses de 28 kg
y le nombre de caisses de 16 kg.

Le camion transport 20 caisses
donc on a : $x + y = 20$ (1)

La masse totale des caisses est 416 kg.
donc on a : $28x + 16y = 416$ (2)

Pour trouver x et y résolvons le système constitué des équations (1) et (2)

$$\begin{cases} x+y=20(\times(-16)) \\ 28x+16y=416(\times 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -16x-16y=-320 \\ 28x+16y=416 \end{cases}$$

la somme membre à membre donne	*On sait que*
$-16x+28x-16y+16y$	$x+y=20$
$=-320+416$	$y=20-x$
$12x=96$	$y=20-8$
$x=\frac{96}{12}$	$y=12$
$x=8$	

le couple (8 ; 12) *est la solution du système d'équations.*

Le camion transporte 8 caisses de 28 kg et 12 caisses de 16 kg.

Exercice 36

Déterminons la masse d'un cube et la masse d'une boule.

Désignons par c la masse d'un cube

b la masse d'une boule.

Selon l'équilibre 1, $3c = 2b$ (1)

Selon l'équilibre 2, $c + b = 200$ (2)

Pour trouver c et b résolvons le système constitué des équations (1) et (2)

$$\begin{cases} 3c = 2b(\times(-1)) \\ c + b = 200(\times 3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3c = -2b \\ 3c + 3b = 600 \end{cases}$$

la somme membre à membre donne

$-3c + 3c + 3b = -2b + 600$

$3b + 2b = 600$

$5b = 600$

$b = \dfrac{600}{5}$

$b = 120$

On sait que

$c + b = 200$

$c = 200 - b$

$c = 200 - 120$

$c = 80$

Le couple (80;120) est la solution du système d'équations.

Le cube pèse 80 g et la boule pèse 120 g.

Exercice 37

Déterminons en litre par heure, le débit de chacune des fontaines.

On sait que $d = \frac{v}{t}$ donc $v = td$ avec d(*débit*), v(*volumé écoulé*), t(*temps mis*).

Désignons par d_1 le débit de la 1$^{\text{ère}}$ fontaine et d_2 le débit de la 2$^{\text{ème}}$ fontaine.

La première condition est traduite par l'équation $4d_1 + 3d_2 = 55$ (1).

La deuxième condition est traduite par l'équation $3d_1 + 4d_2 = 57$ (2).

Pour trouver d_1 et d_2 résolvons le système constitué des équations (1) et (2)

$$\begin{cases} 4d_1 + 3d_2 = 55 \\ 3d_1 + 4d_2 = 57 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4d_1 + 3d_2 = 55(\times(-4)) \\ 3d_1 + 4d_2 = 57(\times 3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -16d_1 - 12d_2 = -220 \\ 9d_1 + 12d_2 = 171 \end{cases}$$

la somme membre à membre donne

$-16d_1 + 9d_1 - 12d_2 + 12d_2 = -220 + 171$

$-7d_1 = -49$

$d_1 = \dfrac{-49}{-7}$

$d_1 = 7$

$$\begin{cases} 4d_1 + 3d_2 = 55(\times(-3)) \\ 3d_1 + 4d_2 = 57(\times 4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -12d_1 - 9d_2 = -165 \\ 12d_1 + 16d_2 = 228 \end{cases}$$

la somme membre à membre donne

$-12d_1 + 12d_1 - 9d_2 + 16d_2 = -165 + 228$

$7d_2 = 63$

$d_2 = \dfrac{63}{7}$

$d_2 = 9$

Le couple (7;9) est la solution du système d'équations.

Le débit de la première fontaine est 71/h et celui de la deuxième fontaine est 91/h.

Exercice 38

Déterminons le prix d'une rose et celui d'une tulipe.

Désignons par r le prix d'une rose et t le prix d'une tulipe

Le premier souvenir se traduit par l'équation $8r + 5t = 7750$ (1)

Le deuxième souvenir se traduit par l'équation $5r + 8t = 6550$ (2)

Pour trouver c et b résolvons le système constitué des équations (1) et (2)

$$\begin{cases} 8r+5t=7750 \\ 5r+8t=6550 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8r+5t=7750(\times 8) \\ 5r+8t=6550(\times(-5)) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ \ 64r+40t=62000 \\ -25r-40t=-32750 \end{cases}$$

la somme membre à membre donne

$$64r-25r+40t-40t=62000-32750$$

$$39r=94750$$

$$r=\frac{29250}{39}$$

$$r=750$$

$$\begin{cases} 8r+5t=7750(\times 5) \\ 5r+8t=6550(\times(-8)) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ \ 40r+25t=38750 \\ -40r-64t=-52400 \end{cases}$$

la somme membre à membre donne

$$40r-40r+25t-64t=38750-52400$$

$$-39t=-13650$$

$$t=\frac{-13650}{-39}$$

$$t=350$$

Le couple (750;350) est la solution du système d'équations.

Le prix de la rose est 750F et celui de la tulipe est 350F.

Déterminons la somme à prévoir

4 × 750 + 4 × 350 = 3000 + 1400 = 4400

4 roses et 4 tulipes vont coûter :

L'homme doit prévoir 4400 F pour l'achat des fleurs.

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 39

Justifions que le problème posé se ramène à la résolution du système

$$\begin{cases} x+y=250 \\ 300x+175y=49375 \end{cases}$$

Désignons par x le nombre d'adultes et y nombre d'enfants.

Il y a eu 250 entrées. Ce qui se traduit par l'équation $x + y = 250$ (1)

La place d'un adulte étant à 300F, la recette obtenue de x adultes est 300 x.

La place d'un enfant étant à 175F, la recette obtenue y de enfants est 175 y.

La recette totale de 49375 F se traduit par

300 x + 175 y = 49375 F (2)

Trouver le nombre d'adultes et celui d'enfants nous ramène à résoudre le système d'équations constitué des équations (1) et (2) :

$$\begin{cases} x+y=250 \\ 300x+175y=49375 \end{cases}$$

Déterminons le nombre d'adultes et y nombre d'enfants.

Pour cela résolvons le système :

$x + y = 250$ (× (−175))

$300x + 175y = 49375$ (× 1)

$$\begin{cases} -175x-175y=-43750 \\ \ \ \ 300x+175y=49375 \end{cases}$$

la somme membre à membre donne

$$-175x+300x-175y+175y=-43750+49375$$

$125x = 5625$	*On sait que*
$x=\frac{5625}{125}$	$x+y=250$ $y=250-x$ $y=250-225$
$x = 225$	$y=25$

Le couple (225;25) est la solution du système d'équations.

225 adultes 25 enfants ont assisté à la séance de cinéma.

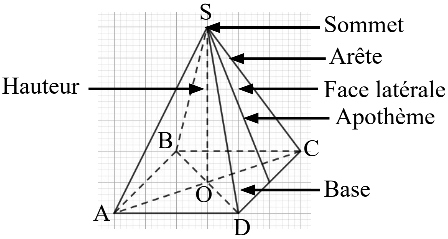
CORRIGÉ

Leçon 13 : Pyramides régulières et cônes de révolution

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1



Exercice 2

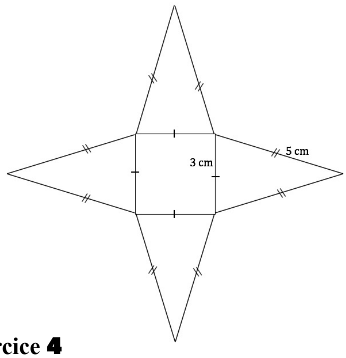
Donnons les réponses en ligne :

Ligne 1 : SBO ; SCO ; SAO et SDO sont des triangles rectangles.

Ligne 2 : SCA ; SDA ; SCD et SAB sont des triangles isocèles.

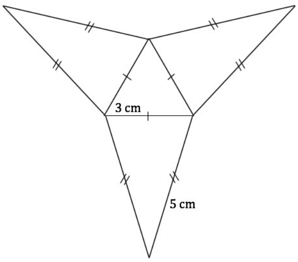
Exercice 3

Patron de pyramide régulière à base carrée.

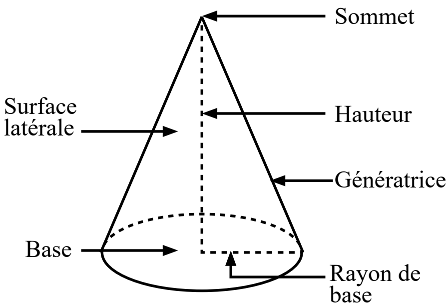


Exercice 4

Patron de pyramide régulière à base triangulaire.



Exercice 5

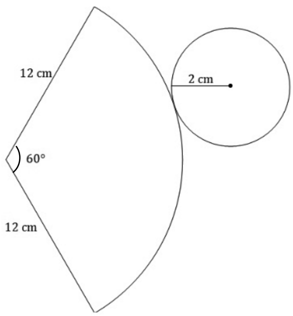


Exercice 6

L1 : Faux ; L2 : Vrai ; L3 : Vrai ; L4 : Faux ; L5 : Faux ; L6 : Vrai ; L7 : Faux ; L8 : Vrai ; L9 : Faux ; L10 : Vrai.

Exercice 7

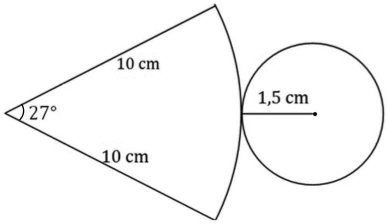
$g = 12$ cm, $r = 2$cm et $\alpha = 60°$.



Exercice 8

$g = 10$ cm et $r = 1{,}5$ cm.

On a : $\alpha = 180 \times \dfrac{r}{g}$ donc $\alpha = 180 \times \dfrac{1{,}5}{10} = 27°$.



CORRIGÉ

Exercice 9

Ligne 1 : Entourer : $V = \frac{1}{3}AB^2 \times SO$.

Ligne 2 : Entourer : $A = \frac{4 \times AB \times SI}{2}$.

Exercice 10

Ligne 1 : Entourer : $SA^2 = h^2 + r^2$

Ligne 2 : Entourer : $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Ligne 3 : Entourer : $\mathcal{A} = \frac{2\pi r \times SA}{2}$

Exercice 11

$$V = \frac{B \times h}{3} = \frac{227^2 \times 138}{3} = 2370334\ m^3$$

Exercice 12

Soit V le volume de cette pyramide, AB le côté du carré de base .

$$V = \frac{AB^2 \times h}{3}$$

donc $h = \frac{3 \times V}{AB^2} = \frac{3 \times 25}{2{,}5^2} = \frac{75}{6{,}25} = 12$ dm

Exercice 13

$$V = \frac{AB^2 \times h}{3} = \frac{20^2 \times 12}{3} = 1600\ m^2$$

Exercice 14

Calculons le volume V d'un cône de révolution de hauteur h égale à 125 cm et d'aire de base 450 cm².

$V = \frac{B \times h}{3}$ avec B la base de ce cône

$V = \frac{450 \times 125}{3} = 18{,}750$ cm²

Exercice 15

Calculons le volume du cône de révolution de hauteur 12 cm et de diamètre 10 cm.

$V = \frac{B \times h}{3}$ or $B = r^2 \times \pi$ et $r = \frac{d}{2}$

(d diamètre et r rayon)

$$B = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \times \pi$$

Donc $V = \dfrac{\frac{d^2}{4} \times \pi \times h}{3}$

ainsi $V = 300$ cm³ avec $\pi = 3$.

Exercice 16

Aire latérale de la pyramide à base triangulaire.

$\mathcal{A}_L = \frac{P \times a}{2}$

a = 12 cm et P = 3 × 10 = 30 cm.

Donc $\mathcal{A}_L = \frac{30 \times 12}{2} = 15 \times 12 = 180\,\text{cm}^2$.

Exercice 17

Aire latérale de la pyramide à base carrée.

$\mathcal{A}_L = \frac{P \times a}{2}$

a = 8 cm et P = 4 × 3 = 12 cm.

Donc $\mathcal{A}_L = \frac{12 \times 8}{2} = 12 \times 4 = 48\,\text{cm}^2$.

Exercice 18

Calculons l'aire latérale d'une pyramide régulière.

$\mathcal{A}_L = \frac{P \times a}{2}$ où P est son périmètre et a son apothème.

On a P = 3 × 5 = 15 et $a = 10$.

Donc $\mathcal{A}_L = \frac{15 \times 10}{2} = 75\,\text{cm}^2$.

Exercice 19

Calculons l'aire latérale d'un cône de révolution.

$\mathcal{A}_L = \frac{p \times g}{2}$ où p est son périmètre et g son apothème.

On a $p = 2 \times \pi \times r$, g = 12 et $r = 2$.

$\mathcal{A}_L = \frac{2 \times 3{,}14 \times 2 \times 12}{2} = 75{,}36\,\text{cm}^2$.

Exercice 20

Calculons le coefficient de réduction d'une pyramide régulière.

Le coefficient de réduction k est : $k = \frac{h'}{h}$ où h' est la hauteur de la petite pyramide et h la hauteur de la grande pyramide.

On a : $k = \frac{3}{10}$.

CORRIGÉ

Exercice 21

Calculons le coefficient k de réduction d'une pyramide régulière.

$k^2 = \frac{\mathcal{A}_{L'}}{\mathcal{A}}$ où $\mathcal{A}_{L'}$ est l'aire latérale de la petite pyramide et $\mathcal{A}$ l'aire latérale de la grande pyramide.

$k^2 = \frac{300}{2700} = \frac{3}{27} = \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$, donc $k = \frac{1}{3}$.

Exercice 22

Calculons le coefficient k connaissant la génératrice du petit cône et du grand cône.

$k = \frac{g'}{g}$ où g' est la génératrice du petit cône et g la génératrice du grand cône.

$k = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

Exercice 23

Calculons le coefficient k de réduction d'une pyramide régulière.

$k^2 = \frac{\mathcal{A}'}{\mathcal{A}}$, où $\mathcal{A}_{L'}$ est l'aire latérale du petit cône et $\mathcal{A}$ l'aire latérale du grand cône.

$k^2 = \frac{\mathcal{A}'}{\mathcal{A}}$ avec $\mathcal{A}'$ =200 cm² et $\mathcal{A}$ = 800 cm².

$k^2 = \frac{200}{800} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$, donc $k = \frac{1}{2}$.

Exercice 24

Calculons le coefficient de réduction d'un cône de révolution connaissant le volume du grand cône et le petit cône.

$k^3 = \frac{v'}{v}$ où v' est le volume du petit cône et v le volume du grand cône.

$k^3 = \frac{v'}{v}$, $v' = 300$ cm³ et $v = 2400$ cm³.

$k^3 = \frac{300}{2400} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$.

Donc $k = \frac{1}{2}$.

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 25

L_1 : Vrai ; L_2 : Faux ; L_3 : Vrai ; L_4 : Faux, L_5 : Vrai.

Exercice 26

Calculons le coefficient de réduction *k*.

$k^3 = k^3 = \frac{v'}{v}$, $k^3 = \frac{48,5}{1309,5} = \frac{1}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$.

Donc $k = \frac{1}{3}$.

Calculons B

$k^2 = \frac{B'}{B}$

On a : $B = \frac{B'}{k^2}$

B = 45,5 × 9

B = 409,5 cm².

Calculons R'

On sait que : $k = \frac{R'}{R}$, d'où $R' = k \times R$

$R' = 12 \times \frac{1}{3} = 4$ cm .

Calculons le volume du tronc.

$V_T = V - V'$

$V_T = 1309,5 - 48,5 = 1261$ cm³.

Exercice 27

a) $V = \frac{B \times h}{3} = \frac{4,5 \times 1,25}{3}$ =1,875 m³ ;

b) $V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \frac{3 \times (0,54)^2 \times 0,38}{3}$

= 0,110808 m³ en prenant π = 3

c) Soit O le centre du cercle de base , SO sa hauteur et SA une génératrice.

Le triangle SOA est rectangle en O.

D'après la propriété de Pythagore

$SA^2 = SO^2 + OA^2 = SO^2 + r^2$

Donc $r = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{3^2 - 2^2}$

$= \sqrt{5}$ m

ainsi $V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \frac{3 \times 5 \times 2}{3} = 10$ m³

en prenant π = 3.

d) D'après la question c),

$SA^2 = SO^2 + OA^2 = SO^2 + r^2$

donc $h = \sqrt{SA^2 - r^2} = \sqrt{0,5^2 - 0,3^2} = 0,4$ m.

$V = \frac{AB^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 0,3^2 \times 0,4}{3} = 0,036$ m³

en prenant π = 3.

CORRIGÉ

Exercice 28

a) Soit M le sommet du cône, O le centre du disque de base, [OB] un rayon, [MB] une génératrice et [OM] sa hauteur, le triangle MOB est rectangle en O. Donc d'après la propriété de Pythagore $MB^2 = MO^2 + OB^2$.

Donc $OB^2 = MB^2 - MO^2$.

$OB = \sqrt{MB^2 - MO^2} = \sqrt{6,5^2 - 6^2}$

$= \sqrt{6,25} = 2,5$

Le rayon du disque est de 2,5 cm

b) Calculons d'abord le coefficient *k* de réduction.

On a $k = \frac{g'}{g} = \frac{1,3}{6,5} = \frac{13}{65} = \frac{1}{5}$.

- Calculons h' on a : $\frac{h'}{h} = k$

donc $h' = k \times h = \frac{1}{5} \times 6 = 1,2$; h' = 1,2 cm

- Calculons R' : on a : $\frac{R'}{R} = k$

donc $R' = k \times R = \frac{1}{5} \times 2,5 = 0,5$;

R' = 0,5 cm

- Calculons le volume V :

$V = \frac{Base \times hauteur}{3} = \frac{\pi \times R^2 \times OM}{3}$

$= \frac{3 \times 2,5^2 \times 6}{3} = 37,5$;

V= 37,5 cm³ ($\pi = 3$)

- Calculons V' : on a : $\frac{V'}{V} = k^3$

donc $V' = k^3 \times V = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times 37,5 = 0,3$;

V' = 0,3 cm³.

c) $V'_T = V - V$

$= 37,5 - 0,3$

$V'_T = 37,2$ cm³.

Exercice 29

Avant de calculer les dimensions demandées déterminons d'abord le coefficient de réduction.

Soit k le coefficient de réduction, h la hauteur de la pyramide régulière, h' la hauteur de la petite pyramide.

On a $k = \frac{h'}{h} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$

est le coefficient de réduction

Calculons son volume V :

on a : $\frac{V'}{V} = k^3$ donc $V = \frac{V'}{k^3} = 144$ cm³.

Calculons l'aire de base de la petite pyramide :

on a $\frac{B'}{B} = k^2$;

$B' = k^2 \times B = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 36 = 9$ cm².

Calculons C' le côté du carré de base de la petite pyramide :

B = 36 cm² donc c = 6 cm.

$\frac{C'}{C} = k$ donc $C' = k \times C = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ cm.

Calculons le volume Vt du tronc :

$Vt = V - V' = 144 - 18 = 126\ cm^3$

Exercice 30

a) Calculons la génératrice g de ce cône.

Soit S le sommet de ce cône, O le centre du disque de base , [SO] sa hauteur et [SA] une génératrice.

Le triangle SOA est rectangle en O

donc d'après la propriété de Pythagore

$SA^2 = SO^2 + OA^2$

$SA = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$

donc g = 13 cm

b) Calculons l'aire latérale $\mathcal{A}_\ell$ de ce cône :

$\mathcal{A}_\ell = \dfrac{P \times g}{2} = \dfrac{2\pi r \times 13}{2} = 3 \times 5 \times 13 = 195.$

Son aire latérale est de 195 cm².

c) Calculons son volume V :

$V = \dfrac{\pi r^2 \times h}{3} = \dfrac{3 \times 5^2 \times 12}{3} = 300$;

son volume est de 300 cm³.

Exercice 31

a) Calculons l'aire latérale $\mathcal{A}_\ell$ de ce cône de révolution.

$\mathcal{A}_\ell = \dfrac{P \times g}{2}$ où P est son périmètre et g une génératrice.

Soit S le sommet du cône,O le centre du disque de base et [SA] une génératrice.

Le triangle SOA est rectangle en O.

Donc d'après la propriété de Pythagore
$SA^2 = SO^2 + OA^2$.
Donc $OA^2 = SA^2 - SO^2$.
$OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$
Donc le rayon du disque de base mesure 5 cm.

Par conséquent $\mathcal{A}_\ell = \dfrac{2\pi r \times 13}{2}$

$= \dfrac{2 \times 3 \times 5 \times 13}{2}$

$\mathcal{A}_\ell = 195$ cm²

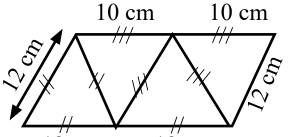
(pour $\pi = 3$)

b) Calculons le volume V :

$V = \dfrac{\pi r^2 \times h}{3} = \dfrac{3 \times 25 \times 12}{3} = 300$ cm³

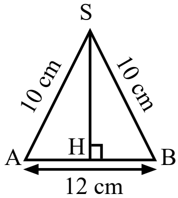
Exercice 32

1) Construction du patron de la pyramide régulière SABC de base le triangle équilatéral ABC.



2) Calculons l'apothème a.

On considère le triangle SAB.



Les faces latérales d'une pyramide régulière sont des triangles isocèles en S et ces faces sont superposables.

Soit H le milieu de [AB].

Le triangle SAH est rectangle en H et SH l'apothème de la pyramide.

D'après la propriété de Pythagore :

$SA^2 = SH^2 + HA^2$

$SH^2 =: SA^2 - HA^2$

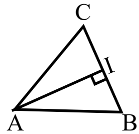
$SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ cm

L'apothème mesure 8cm

3) Calculons l'aire totale de cette pyramide.

- Calculons l'aire de la base.

ABC un triangle équilatéral.



Soit I le milieu de [BC] et le triangle ABI est rectangle en I
D'après la propriété de Pythagore :
$AB^2 = BI^2 + IA^2$;
ainsi $IA^2 = AB^2 - BI^2$

$IA = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$.
Donc l'aire de la base est égale à :

$\dfrac{BC \times IA}{2} = \dfrac{12 \times 6\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3}$ cm².

L'aire totale At est égale à :

$\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_\ell + \mathcal{A}_b = \dfrac{3 \times AB \times SH}{2} + 36\sqrt{3}$

$= (144 + 36\sqrt{3})$ cm².

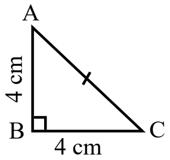
CORRIGÉ

Exercice 33

1) a. Calculons AO.

ABCD est un carré donc le triangle ABC est rectangle en B et d'après la propriété de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2$;
$AC^2 = 2AB^2$ car AB = BC.
Donc $AC = AB\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$, or O est le milieu de [AC] d' où $AO = 2\sqrt{2}$ cm.

b. Dessin en vraies grandeurs du carré ABCD.



c. Justifions que le triangle SOA est rectangle en O.

[SO] est la hauteur de la pyramide régulière SABCD de base le carré ABCD. Donc (SO) est perpendiculaire au plan de la base (ABC) et passe par le point O. Donc le triangle SOA est rectangle en O.

d. Calculons SO.

Le triangle SOA est rectangle en O d'après la question **1-c**

Donc d'après la propriété de Pythagore :

$SA^2 = SO^2 + OA^2$

$SO^2 = SA^2 - OA^2$

$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2})^2}$
$= \sqrt{72 - 8} = \sqrt{64} = 8$

Ainsi SO = 8 cm

2) a. Calculons SH

Le triangle SBC est isocèle en S (Les faces latérales d'une pyramide régulières sont des triangles isocèles) et H milieu de [BC] donc le triangle SBH est rectangle en H. ((SH) médiatrice de [BC]).

Donc d'après la propriété de Pythagore.

$SB^2 = SH^2 + BH^2$

d'où $SH^2 = SB^2 - BH^2$

$SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{SB^2 - \left(\frac{1}{2}BC\right)^2}$

car SB =SA et H milieu de [BC].

$SH = \sqrt{72 - 4} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ cm

b. Calculons l'aire latérale $\mathcal{A}_\ell$ de la pyramide SABCD.

$$\mathcal{A}_\ell = \frac{4 \times BC \times SH}{2} = 2 \times 4 \times 2\sqrt{17} = 16\sqrt{17}$$

Soit $\mathcal{A}_t$ l'aire totale de la pyramide où AB est l'aire de la base :

$\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_\ell + \mathcal{A}_B = 16\sqrt{17} + 16$

$\mathcal{A}_t = 16(\sqrt{17} + 1)$ cm².

3) Calculons le volume V de cette pyramide :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{Base } \times \text{hauteur}}{3} = \frac{AB^2 \times SO}{3} = \frac{16 \times 8}{3} = \frac{128}{3}\text{cm}^3.$$

Or $\frac{128}{3}\text{cm}^3 = 42{,}66$ ml < 45 ml donc on ne peut pas conserver entièrement ce liquide dans cette pyramide.

Exercice 34

h est la hauteur ;

B est l'aire de base.

$\mathcal{V} = \frac{B \times h}{3}$

donc $h = \frac{3 \times V}{B} = \frac{3 \times 60}{5^2} = 7{,}2$cm

Exercice 35

$V = \frac{B \times h}{3}$ donc $B = \frac{3 \times V}{h} = \frac{3 \times 200}{6} = 100$ cm².

Donc l'aire de sa base mesure 100 cm².

CORRIGÉ

Exercice 36
Calculons la mesure du côté du carré de base : soit V le volume de cette pyramide.

On a : $V=\dfrac{B\times h}{3}$ avec h sa hauteur

Donc $B=\dfrac{3V}{h}$; $B=\dfrac{3\times 240}{15}$ alors $B=48$ cm².

La base étant un carré, on a $B = c\times c = c^2$

donc $B = c^2$ d'où $c=\sqrt{B} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ cm

Exercice 37
Calculons la mesure du côté du carré de base :

$A = \dfrac{p\times a}{2}$ avec A l'aire latérale de la pyramide, p son périmètre et a son apothème.

Donc $p = \dfrac{2\times A}{a} = \dfrac{2\times 84}{7} = 24$ cm or $p = 4 \times c$.

c est la longueur du côté du carrée.

Alors $c = \dfrac{p}{4} = \dfrac{24}{4} = 6$ cm.

Exercice 38
Calculons l'apothème a de cette pyramide.

$A=\dfrac{p\times a}{2}$ donc $a = \dfrac{2\times A}{p}$
avec A l'aire latérale, p périmètre.

Or $p = c \times 4$.

Alors $a = \dfrac{2\times A}{c\times 4} = \dfrac{A}{2\times c} = \dfrac{180}{2\times 10} = 9$ cm ;

a = 9 cm.

Exercice 39
Calculons la hauteur d'un cône de révolution de volume V = 48 cm³ et de rayon de base 2 cm.

$V = \dfrac{B\times h}{3}$
B base du cône de révolution et h sa hauteur.

Donc $h = \dfrac{3\times V}{B}$ or $B = r^2\times\pi$, alors
$h = \dfrac{3\times V}{r^2\times\pi} = \dfrac{3\times 48}{2^2\times 3} = 12$ cm en prenant $\pi = 3$.

Exercice 40
Calculons l'aire d'un cône de révolution de volume 25 cm³ de hauteur h= 4cm.

$V = \dfrac{B\times h}{3}$ donc $B = \dfrac{3\times V}{h}$
$= \dfrac{3\times 25}{4}$
$= 18{,}75$ cm².

Exercice 41
Calculons le rayon r de la base d'un cône de révolution de volume V = 13,5 dm³ et de hauteur h = 6 dm avec π = 3.
$V=\dfrac{B\times h}{3}$ or $B = r^2\times\pi$
donc $V = \dfrac{r^2\times\pi\times h}{3}$ et ainsi $r^2 = \dfrac{3\times V}{\pi\times h}$;
$r = \sqrt{\dfrac{3\times V}{\pi\times h}} = \sqrt{\dfrac{3\times 13{,}5}{3\times 6}} = 1{,}5$;
Donc : r =1,5 dm.

Exercice 42
1) Calculons la génératrice,
Soit a la génératrice, r le rayon et h la hauteur.
Considérons le triangle formé par la hauteur, la génératrice et le rayon de base.
D'après la propriété de Pythagore :
$a^2 = r^2+h^2$ donc $a = \sqrt{r^2+h^2}$;

$a = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} = 5$ dm

2) Calculons le rayon de base en prenant les mêmes notations on a :

$a^2 = r^2+h^2$ donc : $r^2 = a^2-h^2$;

$r = \sqrt{a^2-h^2} = \sqrt{13^2-5^2} = \sqrt{144} = 12$;

finalement r = 12 cm.

CORRIGÉ

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 43

a) Calculons la hauteur SI

Considérons le triangle SIB rectangle en I.

D'après la propriété de Pythagore, on a :

$SB^2 = SI^2 + IB^2$

$SI^2 = SB^2 - IB^2$

$SI = \sqrt{SB^2 - IB^2}$

$SI = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{64} = 8$;

SI = 8 cm.

b) Calculons SH

SBC est un triangle isocèle en S et (SH) est la médiatrice de [BC], alors le triangle SHB est rectangle en H. Donc d'après la propriété de Pythagore

$SB^2 = SH^2 + HB^2$

$SH^2 = SB^2 - BH^2$

$SH = \sqrt{SB^2 - BH^2}$ or $BH = \dfrac{AB}{2}$

$SH = \sqrt{SB^2 - \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - 2^2}$

$= \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ cm

c) Calculons l'aire latérale $\mathcal{A}_\ell$ et l'aire totale $\mathcal{A}_t$ de cette pyramide.

$\mathcal{A}_\ell = \dfrac{p \times a}{2} = \dfrac{p \times SH}{2}$

$= \dfrac{4 \times 4 \times 2\sqrt{17}}{2} = 16\sqrt{17}$ cm².

Aire totale = Aire latérale + Aire de la base.

$\mathcal{A}_t = 16\sqrt{17} + 16 = 16(\sqrt{17} + 1)$ cm².

d) Calculons le volume V

$V = \dfrac{B \times h}{3} = \dfrac{16 \times 8}{3} = 42{,}67$ cm³.

Exercice 44

1) Calculons le rayon de ce disque :

Soit a l'angle de développement du cône

g :sa génératrice

r : son rayon

$a° = \dfrac{360° \times r}{g}$

donc $r = \dfrac{a° \times g}{360°} = \dfrac{124{,}5 \times 5{,}8}{360}$

r = 2 cm.

2) Calculons la hauteur du cône de révolution :

Soit le triangle rectangle formé par la génératrice g, le rayon de base r et la hauteur h.

D'après la propriété de Pythagore :

$g^2 = h^2 + r^2$

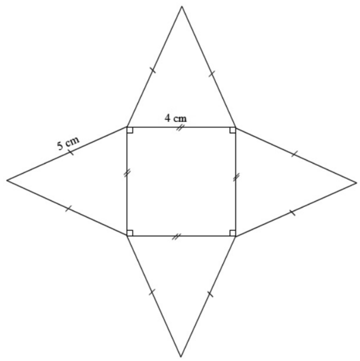
$h^2 = g^2 - r^2$

$h = \sqrt{g^2 - r^2} = \sqrt{(5{,}8)^2 - 2^2} = \sqrt{29{,}64}$

$h = 5{,}44$ cm.

Exercice 45

1) Construisons le patron de cette pyramide.



2) Calculons la hauteur de cette pyramide.

Soit O le centre du carré de base ABCD.

CORRIGÉ

Considérons le triangle SAO rectangle en O

D'après la propriété de Pythagore

$SA^2 = SO^2 + OA^2$

Donc $SO^2 = SA^2 - OA^2$ avec OA = $2\sqrt{2}$

SO = $\sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{17}$ cm

Exercice 46

1) Calculons le volume V du grand cône.

V = $\frac{B \times h}{3}$ avec B la base de ce cône, r son rayon et h sa hauteur

V = $\frac{r^2 \times \pi \times h}{3}$ et pour $\pi = 3$,

V= $\frac{7^2 \times 3 \times 12}{3}$ = 588 cm².

2) Déterminons le coefficient k de réduction du petit cône.

$k = \frac{SA'}{SA} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

3) Calculons le volume du petit cône.

Soit V' ce volume

$k^3 = \frac{V'}{V}$, donc V' = $k^3 \times V = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times 588$

$= \frac{1}{64} \times 588 = 9{,}1875$;

soit V' = 9,1875 cm³.

4) Calculons le volume Vt du tronc

Vt = V $-V'$ = 588 − 9,1875 = 578,8125 cm³.

Exercice 47

1) Soit $\mathcal{A}$ l'aire du carré ABCD, V le volume et h la hauteur de la pyramide SABCD.

On a V = $\frac{1}{3}\mathcal{A} \times h$, donc $\mathcal{A} = \frac{3V}{h}$.

$\mathcal{A} = \frac{3 \times 240}{15}$; $\mathcal{A}$ = 28 cm².

2) Soit V' le volume de de la pyramide SA'B'C'D'.

On V' = $k^3 \times$ V, où k est le coefficient de réduction.

Comme O'S = $\frac{1}{2}$ OS, on a $k = \frac{1}{2}$.

Ainsi V' = $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 240$, soit V' = 30 cm³.

3) Soit V_T le volume du tronc.

On a V_T = V – V'= 240 – 30

V_T = 210 cm³.

Exercice 48

1) a. Le point H' appartient au segment [SH], donc SH = SH' + H'H.

SH = SH' + H'H

SH = $\frac{1}{3}$ SH + H'H

$\frac{2}{3}$ SH = H'H

SH = $\frac{3}{2}$ H'H

SH = $\frac{3}{2} \times 0{,}6$

SH = 0,9.

b) Soit V le volume du cône de sommet S.

On a V = $\frac{1}{3}$ B × h où B est la base et h la hauteur.

Or h = SH = 0,9 et B = $\pi r^2 = \pi\left(\frac{AB}{2}\right)^2$

B = 3,9×9 = 27,9 cm².

Donc V = $\frac{1}{3} \times 27{,}9 \times 0{,}9$; soit V = 8,37 cm³.

2) La quantité d'eau est égale au volume du tronc de cône.

Soit V_T le volume du tronc.

On a V_T = V – V' = V – $\left(\frac{1}{3}\right)^3$

V = $\frac{26}{27} \times$ V

V = $\frac{26}{27} \times 8{,}37$.

V_T = 8,06 cm³.

CORRIGÉ

IV.4. Situation d'évaluation

Exercice 49

1) La surface du toit dont ils ont besoin est la surface latérale du cône.

Soit A_ℓ l'aire latérale. On a $A_\ell = \pi \times r \times g$ où r est le rayon de la base et g la génératrice.

On a r = AC = 1,5 et g = SC = $\sqrt{AS^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 1,5^2} \approx 3,35$.

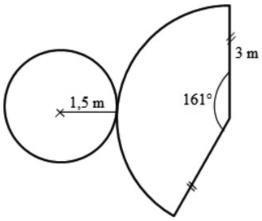
D'où $A_\ell = 3,1 \times 1,5 \times 3,35 = 15,6$ m²,

avec $\pi = 3,1$.

2) Patron du cône

Soit α l'angle de révolution.

On a $\alpha = 360 \times \frac{r}{g} \approx 161°$.



3) Le volume réel de ce cône est $V = \frac{1}{3} B \times h$ où B est la base et h la hauteur.

Or h = 3 et $B = \pi \times AC^2 = 3,1 \times 1,5^2 = 6,975$.

Donc $V = \frac{1}{3} \times 6,975 \times 3$, soit V = 6,975 m³.

Leçon 14 : Applications affines

IV. Exercices

IV.1. Exercices de fixation

Exercice 1

Affirmations	R
L'application f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = ax + b$, où a et b sont deux nombres réels, est une application affine.	**V**
L'application f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = ax$, où a est un nombre réel, est une application affine.	**V**
L'application f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = 5$ est une application affine.	**V**
L'application g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = \frac{1}{4}x + 3$ est une application affine.	**V**
L'application h de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $h(x) = -\frac{3}{x} + 2$ est une application affine.	**F**
L'application r de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $r(x) = x^2 - 1$ est une application affine.	**F**

CORRIGÉ

Exercice 2

Entoure les applications affines.

$f(x) = 3x - 1$; $h(x) = \frac{1}{2}x$

$p(x) = \frac{x+1}{x}$; $V(x) = 7 - 3x$

$g(x) = 2x^2 + 3$; $k(x) = 7 + x\sqrt{3}$

$U(x) = 6$; $m(x) = x^2 - 1$

$T(x) = (x-2)^2 - x^2$

Exercice 3

$f(x) = -2x + 7$

$f(-3) = 13$; $f\left(\frac{5}{2}\right) = 2$

Exercice 4

$f(x) = \frac{x}{4} - 1$

a) $f(a) = -2$ équivaut à $\frac{a}{4} - 1 = -2$

équivaut à $\frac{a}{4} - 1$

Donc $a = -4$

b) $f(b) = \frac{3}{8}$ équivaut à $\frac{b}{4} - 1 = \frac{3}{8}$

équivaut à $\frac{b}{4} = \frac{11}{8}$

$b = \frac{11}{2}$

Exercice 5

Chaque application a pour représentation la droite

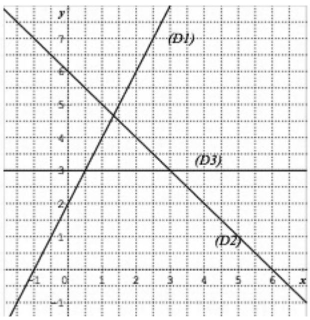
L'application affine f définie par $f(x) = 2x + 1$	La droite (D) d'équation $y = 1$.
L'application affine g définie par $g(x) = 2x$	La droite (L) d'équation $y = 2x + 1$.
L'application affine h définie par $h(x) = 1$	La droite (H) d'équation $y = 2x$
L'application affine k définie par $k(x) = x + 1$	La droite (L) d'équation $y = \frac{1}{2}x - 5$
L'application affine p définie par $p(x) = \frac{1}{2}x - 5$	La droite (L) d'équation $y = x + 1$

Exercice 6

Soit (D_1) la représentation graphique de f.

Soit (D_2) la représentation graphique de g.

Soit (D_3) la représentation graphique de h.



CORRIGÉ

Exercice 7

f est une application affine, on a : $f(x) = ax + b$;
$f(2) = 1$ équivaut à $2a + b = 1$
$f(3) = 4$ équivaut à $3a + b = 4$

On a : le système suivant : $\begin{cases} 2a + b = 1 \\ 3a + b = 4 \end{cases}$

La résolution du système donne $a = 3$ et $b = -5$
Donc : $f(x) = 3x - 5$

Exercice 8

Déterminons l'expression de g.
g est une application affine : $g(x) = ax + b$
Le coefficient à l'origine de la droite est -1, donc $b = -1$
Le coefficient directeur de la droite est 4.
Donc : $g(x) = 4x - 1$

Exercice 9

Détermine le sens de variation (au lieu de donner le sens de valeur).

1) $f(x) = 2x + 3$; $2 > 0$
donc f est une application affine croissante.

2) $f(x) = -7x + 4$; $-7 < 0$
donc f est une application affine décroissante.

3) $f(x) = -x + 8$; $-1 < 0$
donc f est une application affine décroissante.

4) $(x) = -1 + 5x$; $5 > 0$
donc f est une application affine croissante

5) $f(x) = \left(1 - \sqrt{2}\right)$; $\left(1 - \sqrt{2}\right) < 0$
donc f est une application affine décroissante.

6) $f\left(x\right) = \frac{1}{3}x + \frac{4}{5}$; $\frac{1}{3} > 0$
donc f est une application affine croissante.

Exercice 10

(D_1) : $y = 3x - 1$, le coefficient directeur de (D_1) est 3 ; $3 > 0$ donc h est croissante.

(D_2) : $y = -\frac{1}{8}x + \frac{3}{2}$, le coefficient directeur de (D_2) est $-\frac{1}{8}$; $-\frac{1}{8} < 0$ donc k est décroissante.

(D_3) : $y = -5$, le coefficient directeur de (D_{32}) est 0 donc l est constante.

Exercice 11

a) $-2 < 1$ et $t(-2) > t(1)$, donc t est décroissante.
b) $7 < 10$ et $t(7) < t(10)$, donc t est croissante.
c) $-4 < 4$ et $t(-4) = t(4)$, donc t est constante.

Exercice 12

$f(x) = -x + 2$, f est décroissante.
on a : $\sqrt{11} < 2\sqrt{3}$, comme f est décroissante,
on a : $f\left(\sqrt{11}\right) > f\left(2\sqrt{3}\right)$.

Exercice 13

Affirmations	R
L'application f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = -\frac{1}{3}x$ est une application linéaire.	V
L'application f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = 3x + 5$ est une application linéaire	F
L'application g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = \frac{1}{a}x$ où a est un réel non nul est une application linéaire	V
L'application f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{7}{x}$ est une application linéaire	F

CORRIGÉ

Exercice 14

Entoure les applications linéaires.

$f(x)=3x-2$; $g(x)=3$

$h(x)=-2x$; $m(x)=\dfrac{1}{x}$

$k(x)=(7-4x)-7$

Exercice 15

x	$2\sqrt{2}+2$	-5	$\dfrac{3}{2}$	$\dfrac{1}{-\sqrt{2}+1}$
$f(x)=\left(-1+\sqrt{2}\right)x$	2	$5-5\sqrt{2}$	$-\dfrac{3}{2}+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$	-1

Exercice 16

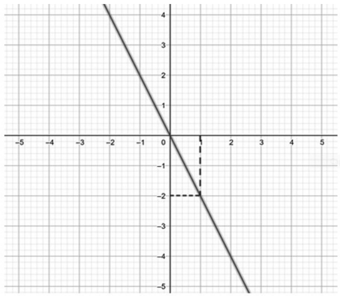
Chaque application linéaire a pour représentation la droite.

L'application linéaire f défini par $f(x)=-5x$	La droite (D) d'équation $y=2$
L'application linéaire g défini par $g(x)=2x$	La droite (K) d'équation $y=x$
L'application linéaire h défini par $h(x)=x\sqrt{6}$	La droite (P) d'équation $y=\dfrac{7}{2}x$
L'application affine m défini par $m(x)=\dfrac{7}{2}x$	La droite (L) d'équation $y=-5x$

Exercice 17

Représentation de $f(x)=-2x$.

x	0	1
y	0	–2



Exercice 18

$h\left(\dfrac{3}{4}\right)=\dfrac{5}{12}$

h application linéaire définie par $h(x)=ax$.

$h\left(\dfrac{3}{4}\right)=a\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{5}{12}$

$a=\dfrac{5}{12}\times\dfrac{4}{3}=\dfrac{5}{9}$

L'expression de : $h(x)=\dfrac{5}{9}x$.

CORRIGÉ

Exercice 19

f est une application lineaire, son coefficient directeur est : –2. Donc $f(x) = –2x$.

Exercice 20

a	3	4	7	14
$f(a)$	12	16	28	56

Exercice 21

1)

Jour	Lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendre-di	samedi
Nombre de bouteilles vendues	4	7	3	9	5	13
Recette	20800	36400	15600	46800	26000	67600

2)

$$\frac{20800}{4} = \frac{36400}{7} = \frac{15600}{3} = \frac{26000}{5} = \frac{67600}{15} = 5200$$

3) $f(x) = 5200x$.

IV.2. Exercices de renforcement

Exercice 22

Complétons.

$V = \frac{P}{t}$ $\qquad D = Vt$ $\qquad t = \frac{D}{V}$

Distances parcourues	*Durée des trajets*	*Vitesses moyennes*
200 km	2,5 h	80 km/h
36 m	4,5 s	$8\ m.s^{-1}$
250 km	4 h	$62{,}5\ kmh^{-1}$
260 m	18 s	52 km h^{-1}
48 km	1,5 h 2400 s	$20\ m.s^{-1}$
3,6 km 3600m	4 h 14400 s	$0{,}25\ m.s^{-1}$

Exercice 23

- Droite (D) marquée sur la figure à supprimer.

1) Déterminons le coefficient directeur de (AB)

Soit $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ $\quad a = \frac{5-0}{0-4} = -\frac{5}{4}$.

2) L'application affine f est définie par :

$f(x) = ax + b$ $\qquad f(x) = -\frac{5}{4}x + b$

$f(4) = 0$ équivaut à $\frac{-5}{4} \times 4 + b = 0$

$-5 + b = 0$

$b = 5$

On obtient b = 5

f est définie par $f(x) = -\frac{5}{4}x + 5$.

Exercice 24

1) (D) passe par A(−1 ; 2) et B(0 ; 3).

(D) a pour équation $y = ax + b$.

$$\left.\begin{array}{ll} A \in (D)\,; & 2 = a + b \\ B \in (D)\,; & 3 = b \end{array}\right\}$$
d'où $a = b - 2\,;\ a = 3 - 2 = 1$

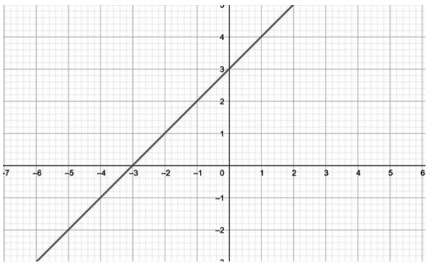
Donc l'application affine *f* est définie par $f(x) = x + 3$.

2) $a = 1\,;\ 1 > 0$

donc *f* est une application affine croissante.

3) Représentation de *f*.

x	0	-3
y	3	0



Exercice 25

a) $f(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

$$f(-5) = -\frac{1}{2} \times -5 + 4 = \frac{5}{2} + 4 = \frac{5+8}{2} = \frac{13}{2}$$

$$f(0) = -\frac{1}{2} \times 0 + 4 = 4$$

$$f(\sqrt{2}) = -\frac{1}{2} \times \sqrt{2} + 4 = \frac{-\sqrt{2}+8}{2}$$

$$f(4) = -\frac{1}{2} \times 4 + 4 = -2 + 4 = 2\,.$$

b) Calculons a pour $f(a) = 2$

$$f(a) = -\frac{1}{2}a + 4$$

$f(a) = 2$ équivaut à

$$-\frac{1}{2}a = -2$$
$$a = 4$$

c) Calculons le réel b tel que

$f(b) = \frac{1}{3}$ équivaut à

$$-\frac{1}{2}b + 4 = \frac{1}{3}$$

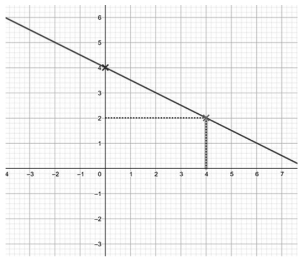
$$+\frac{1}{2}b = 4 - \frac{1}{3}$$

$$+\frac{1}{2}b = \frac{12-1}{3}$$

$$b = \frac{22}{3}\,.$$

d) Représentation de *f*.

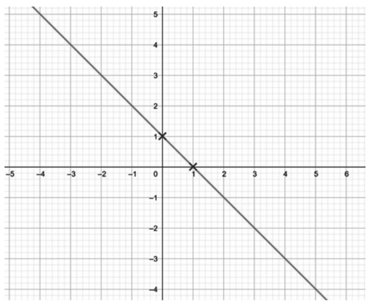
$f(0) = 4$
$f(4) = 2$



Exercice 26

$f(x) = -x + 1$

x	0	1
y	1	0



CORRIGÉ

Exercice 27

$f(x) = 2x - 7$

1) $a = 2$ et $2 > 0$ donc f est croissante.

2) Comparons $f(2)$ et $f(5)$
$2 < 5$; f croissante ; donc $f(2) < f(5)$.

Exercice 28

$g(x) = 5 - 4x$.

1) $a = -4$ et $-4 < 0$ donc g est décroissante.

2) $0 < 1$; or g est décroissante ;
donc $g(0) > g(1)$.

Exercice 29

$h(x) = -4$
h est une application constante.

donc $h(\sqrt{2}) = h(\pi) = -4$.

Exercice 30

f est une application affine croissante.

a) $-2 > -4$ donc $f(-2) > f(-4)$.

b) $\sqrt{7} < 3$ donc $f(\sqrt{7}) < f(3)$.

Exercice 31

g est une application linéaire $g(x) = ax$.

$g(3) = 4$.
$g(1{,}5 + 1{,}5) = g(3) = 4$.
$g(1{,}5) + g(1{,}5) = 2 \times g(1{,}5)$.
On a $2g(1{,}5) = 4$.
Donc $g(1{,}5) = 2$.

$g(2 \times 3) = 2g(3)$ or $g(3) = 4$.
Donc $g(6) = 2 \times 4 = 8$.
$g(6) = 8$.

$g(7{,}5) = g(6 + 1{,}5)$
$= g(6) + g(1{,}5) = 8 + 2 = 10$;
$g(7{,}5) = 10$.

Exercice 32

1) $f(2) = 4$ $\quad f(-1) = -5$

2) Déterminons l'expression de f.
f une application affine définie par

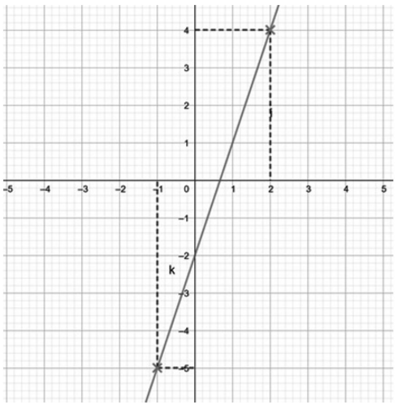
$f(x) = ax + b$.
$f(2) = 2a + b = 4$
$f(-1) = -a + b = -5$.

Résolvons

$$\begin{cases} 2a + b = 4 \\ -a + b = -5 \end{cases}$$

D'où $3a = 9$; $a = 3$.
$3b = -10 + 4 = -6$.
$b = -2$.

L'expression de f est $f(x) = 3x - 2$.

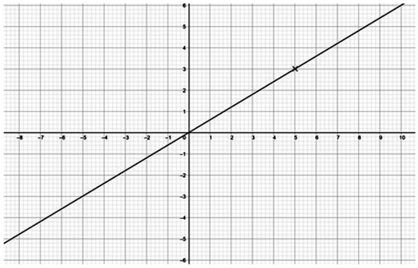


Exercice 33

$g(5) = 3$.
g est une application linéaire.

1) Représentation graphique.

CORRIGÉ



2) Déterminons l'expression de g.

$g(x) = ax$

$g(5) = 5a$; $g(5) = 3$ équivaut à $5a = 3$

$a = \frac{3}{5}$

$g(x) = \frac{3}{5}x$.

Exercice 34

$g(x) = -5x$.

1) $g(2) = -10$ $g(-3) = -5 \times -3 = 15$

$g(\sqrt{2}) = -5\sqrt{2}$.

2) Déterminons $g(a) = -5a$

$g(a) = \frac{1}{2}$ équivaut à $-5a = \frac{1}{2}$

Donc : $a = -\frac{1}{10}$

IV.3. Exercices d'approfondissement

Exercice 35

$u(0) = 3$ $u(-1) = 5$

$0 > -1$ et $3 < 5$ ainsi $u(0) < u(-1)$

donc u est une application décroissante.

Exercice 36

A(1 ; 3) B(−3 ; 0).

1. a) L'image de –3 par f est 0.

b) $f(1) = 3$ $f(-3) = 0$

$1 > -3$ et $f(1) > f(-3)$.

donc f est croissante.

2. a) Déterminons l'application f.

f est de la forme.

$y = ax + b$

$f(-3) = 0$ équivaut à $-3a + b = 0$

et $f(1) = 3$ équivaut à $a + b = 3$

On a le système suivant $\begin{cases} -3a + b = 0 \\ a + b = 3 \end{cases}$

Relevons le système $\begin{cases} -3x + b = 0 \\ a + b = 3 \end{cases}$.

$-4a = -3$; d'où $a = \frac{3}{4}$.

$4b = 9$; d'où $b = \frac{9}{4}$.

L'expression de f est $f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$

b) Calculons $f(0)$.

$f(0) = \frac{9}{4}$.

Exercice 37

1) Comparons $2\sqrt{5}$ et 4.

$\left(2\sqrt{5}\right)^2 = 20$

$4^2 = 16$

$20 > 16$ équivaut à $2\sqrt{5} > 4$.

2) $f(x) = (4 - 2\sqrt{5})x - 3\sqrt{5}$

a) Le sens de variation

$4 - 2\sqrt{5} < 0$

donc f est décroissante.

b) Comparons $f(2017)$ et $f(2018)$

$2017 < 2018$.

$f(2017) > f(2018)$

car f est décroissante.

Exercice 38

$f(x) = \frac{3 + 4x}{5}$

1) $f(x) = \frac{4}{3}x + 3$ de la forme $f(x) = ax + b$

où $\frac{4}{5} \in \mathbb{R}$ et $3 \in \mathbb{R}$.

f est une application affine.

CORRIGÉ

2) $a = \frac{4}{5}$ et $\frac{4}{5} > 0$ f est croissante.

3) Comparons

$\frac{5}{9}$ et $\frac{5}{8}$.

$\frac{40}{72}$ et $\frac{45}{72}$; on a : $\frac{40}{72} < \frac{45}{72}$, d'où

$\frac{5}{9} < \frac{5}{8}$.

f est croissante ; donc $f\left(\frac{5}{9}\right) < f\left(\frac{5}{8}\right)$.

4) Déterminons l'antécédent de 3 signifie :

$f(x) = 3$ équivaut à $\frac{3+4x}{5} = 3$

d'où $15 = 3 + 4x$

$4x = 12$

$x = 3$

L'antécédent de 3 est : $x = 3$

Exercice 39

1) Valeur de 8 %

$\frac{2825 \times 8}{100} = 226$

Après augmentation, l'article coûte

$2825 + 226 = 3051$.

2) Le prix initial est :

$x + \frac{8}{100}x = 5238$

$x(1 + 0{,}08) = 5238$

$x = \frac{5238}{1{,}08}$

$x = 4850$

3) x le prix avant augmentation :

$f(x)$ = le prix après augmentation

$f(x) = x + \frac{8}{100}x$

$f(x) = \left(1 + \frac{8}{100}\right)x = \frac{108}{100}x$.

$f(x) = 1{,}08\,x$

4) Cette application est une application linéaire.

Exercice 40

1) MBCG est rectangle donc

$\mathcal{A}ire_{\text{MBCG}} = \text{MB} \times \text{BC}$ or $\text{MB} = \text{AB} - x$

$\mathcal{A}ire_{\text{MBCG}} = (\text{AB} - x)\ \text{BC} = (6 - x)5 = g(x)$

$\mathcal{A}ire_{\text{MBCG}} = (6 - x)5$ et comme $g(x) = \mathcal{A}ire_{\text{MBCG}}$

donc $g(x) = -5x + 30$.

2) $\mathcal{A}ire_{\text{AMGD}}$ Salon $= \mathcal{A}ire$ AMGH $+ \mathcal{A}ire$ AHD

$= \text{AM} \times \text{AH} + \frac{AH \times DH}{2}$.

En fonction de x, $f(x) = x \times 5 + \frac{5 \times DH}{2}$

Or DH = DC − AB

DH = 10 − 6 = 4.

Donc $f(x) = 5x + \frac{5 \times 4}{2}$

$f(x) = 5x + 10$.

3) $f(x) = g(x)$

$5x + 10 = -5x + 30$

$10x = 20$

$x = 2$

Donc $\mathcal{A} = 20$

4) Pour $x = 1$

a) Le salon AMGD

$\mathcal{A}ire$ Salon : $f(x) = 5x + 10$

Pour $x = 1$, $f(1) = 15$

Le coût après rabais

$15 \times 300 - \frac{15 \times 30 \times 5}{100} = 4275$

b) La salle de séjour.

$g(x) = -5x + 30$

Pour $x = 1$

$g(1) = 25$.

Soit X le prix avant rabais.

$X - \frac{5}{100}X = 4275$

$\left(1 - \frac{5}{100}\right)X = 4275$

$(1 - 0{,}05)x = 4275$

$0{,}95x = 4275$

$x = \frac{4275}{0{,}95}$

$x = 4500$

$$X = \frac{4275}{\frac{95}{100}} = \frac{4275 \times 100}{95} = 4500$$

Le prix du mètre carré avant rabais est :

4500 : 25 = 180, le prix du mètre carré est de 180 F.

IV.4. Situations d'évaluation

Exercice 41

1) Complétons

	10 h	x
Tarif A	30 000	3 000 x
Tarif B	10 000 + 1750 × 10 = 27 500	$1750x + 10000$
Tarif C	41 500	41 500

2) Entre le tarif A et le tarif B qui est le plus avantageux.

Si $3000x > 1750x + 10\,000$

$(3000 - 1750)x > 10\,000$

$x > 8.$

Pour plus de 8 h, le tarif B est plus avantageux que le tarif A et le tarif C.

Exercice 42

1) Soit V le volume du grand cône SABCD.

$V = \frac{1}{3} \times 36 \times 9 = 108 \text{ dm}^3.$

Le volume du cône TABCD est

$\frac{1}{3} \times 36 \times x = 12x.$

Le volume de la fontaine est : $f(x) = 108 - 12x.$

2) $f(x) = 80 \Leftrightarrow 108 - 12x = 80$

$-12x = -28$ équivaut à $x = \frac{28}{12} = \frac{7}{3}$

$x \simeq 2{,}3$ dm.

Mise en page : Vallesse Éditions
Tel : 22410821/01916125
Achevé d'imprimer HOODA Graphics
1er trimestre 2020
Dépôt légal N° 14243