Collection

La Réussite

Mathématiques

2nde A

Livre du professeur

Vallesse

Sommaire

ISBN : 978-2-916532-97-4

Leçon 1

CALCUL NUMÉRIQUE

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Simplification d'un quotient

$$\frac{18}{10}=\frac{9\times 2}{5\times 2}\ ;\ \frac{27}{15}=\frac{9\times 3}{5\times 3}\ ;\ \frac{9\pi}{5\pi}=\frac{9\times\pi}{5\times\pi}\ ;\ \frac{-36}{-20}=\frac{9\times(-4)}{5\times(-4)}$$

$$\frac{9}{5}=\frac{18:2}{10:2}\ ;\ \frac{9}{5}=\frac{27:3}{15:3}\ ;\ \frac{9}{5}=\frac{9\pi:\pi}{5\pi:\pi}\ ;\ \frac{9}{5}=\frac{-36:(-4)}{-20:(-4)}$$

Exercices de fixation

1-1

$\bullet\ \frac{27}{15}=\frac{9\times 3}{5\times 3}=\frac{9}{5}$; $\bullet\ \frac{24}{20}=\frac{6\times 4}{5\times 4}=\frac{6}{5}$

$\bullet\ \frac{1,8}{1,2}=\frac{0,6\times 3}{0,6\times 2}=\frac{3}{2}$.

$\bullet\ \frac{126}{90}=\frac{63\times 2}{45\times 2}=\frac{63}{45}$; $\frac{7\times 9}{5\times 9}=\frac{7}{5}$

1-2

a) $\frac{-5\times 2}{2\times 7}=\frac{-5}{7}$ on a simplié par 2

b) $\frac{-5+2}{7+2}$ impossible

c) $\frac{4\times(-11)}{4\times(-11)\times 3}=\frac{1}{3}$ on a simplifié par $4\times(-11)$

d) $\frac{8\times(-3)\times 7\times 5}{3\times 5\times 8\times 7}=-1$ on a simplifié par $3\times 5\times 8\times 7$

1-3 ceux qui sont égaux à $\frac{3}{7}$

$\frac{0,3}{0,7}$ car $\frac{0,3}{0,7}=\frac{0,3\times 10}{0,7\times 10}=\frac{3}{7}$

$\frac{0,6}{1,4}$ car $\frac{0,6}{1,4}=\frac{0,6\times 5}{1,4\times 5}=\frac{3}{7}$

$\frac{300}{700}=\frac{3}{7}$ car $\frac{300}{700}=\frac{300\ :\ 100}{700\ :\ 100}=\frac{3}{7}$.

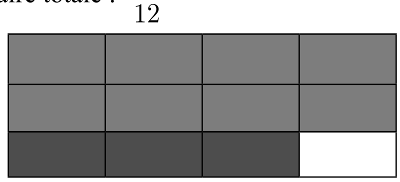
1-4

$\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{-2\sqrt{2}}{-4}$	Vrai
$\frac{7,2}{9,4}=\frac{36}{47}$	Vrai
$\frac{105}{93}=\frac{35}{31}$	Vrai
$\frac{41}{21}=\frac{17}{7}$	Faux
$\frac{43}{23}=\frac{23}{3}$	Faux

Activité 2 Addition, multiplication et division de quotients

1. Le rectangle ci-contre est constitué de 12 petits rectangles identiques.
a) Complète les phrases suivantes :
- L'aire de la région verte représente $\frac{8}{12}$ de l'aire totale ;
- L'aire de la région rose représente $\frac{3}{12}$ de l'aire totale.

b) Détermine, sous forme de quotient, l'aire que représente la région coloriée par rapport à l'aire totale : $\frac{11}{12}$



2. On donne les nombres réels a, b, c et d. Complète les égalités suivantes :

a) Si b est différent de 0, alors $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$; b) Si b et d sont différents de 0, alors $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$

c) Si b et d sont différents de 0, alors $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

d) Si c et d sont différents de 0, alors l'inverse de $\frac{c}{d}$ est $\frac{d}{c}$

e) Si b, c et d sont différents de 0, alors $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Exercices de fixation

2-1 1 - B ; 2 - C ; 3 - B ; 4 - B

2-2 1 - C ; 2 - B ; 3 - A ; 4 - B ; 5 - E

Activité 3 Calcul avec des puissances

1. Recopie puis complète les égalités suivantes :

$2^2 \times 2^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$;

$(2 \times 5)^3 = (2 \times 5)(2 \times 5)(2 \times 5) = 2^3 \times 5^3$;

$\frac{5^7}{5^3} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5} = 5^4$

2. Recopie puis complète les égalités suivantes :

$a^n \times b^n = (ab)^n$; $a^n \times a^p = a^{n+p}$; $(a^n)^p = a^{n \times p}$;

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$; $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

Exercices de fixation

3-1 1 - B ; 2 - C ; 3 - C ; 4 - A ; 5 - B

3-2 1 - C ; 2 - C ; 3 - A ; 4 - B ; 5 - B ; 6 - C ; 7 - B

3-3 1- B ; 2 - C ; 3 - A ; 4 - C ; 5 - A.

3-4

- $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$
- $(a^n)^p = {}^{n \times p}$
- $6^5 \times 6^3 = 6^8$
- $\frac{5^7}{5^2} = 5^5$
- $(4{,}8^2)^3 = 4{,}8^6$
- $2^7 \times 2^4 = 2^{11}$
- $\frac{(-8)^{16}}{(-8)^{15}} = -8$
- $(13^4)^4 = 13^{16}$
- $7^5 \times 7^{10} = 7^{15}$
- $\frac{15^{12}}{15^9} = 15^3$
- $(9^2)^7 = 9^{14}$
- $3^5 \times 3^2 \times 3^6 = 3^{13}$
- $\frac{11^{10}}{11^2} = 11^8$
- $(2^7)^{-5} = 2^{-35}$

Activité 4 Calcul avec des radicaux

1. Justifie que les produits suivants sont des nombres entiers relatifs.

a) $\sqrt{5} \times \sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 = 5$; b) $(\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2}) = (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{2})^2 = 5$;

c) $(2\sqrt{3} - 3)(2\sqrt{3} + 3) = 3$.

2. Soient a et b des nombres réels positifs.
Écris les produits suivants sans radical.

a) $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$; b) $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right) = a - b$.

3. Utilise les résultats de la question 2 pour écrire les nombres suivants sans radical au dénominateur.

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$; b) $\dfrac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} = \dfrac{5\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)} = \dfrac{5\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)}{5} = \sqrt{7}-\sqrt{2}$

c) $\dfrac{3}{2\sqrt{3}-3} = \dfrac{3\left(2\sqrt{3}+3\right)}{\left(2\sqrt{3}-3\right)\left(2\sqrt{3}+3\right)} = \dfrac{3\left(2\sqrt{3}+3\right)}{3} = 2\sqrt{3}+3$

Exercices de fixation

4-1 1 - C ; 2 - B ; 3 - A ; 4 - D ; 5 - B

4-2 a) $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$; b) $\sqrt{4,5} \times \sqrt{2} = \sqrt{9} = 3$;

c) $\sqrt{\dfrac{49}{25}} = \sqrt{\dfrac{49}{25}} = \dfrac{7}{5}$; d) $\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 4 \times 3 = 12$.

4-3 a) $\dfrac{25}{\sqrt{7}} = \dfrac{25\sqrt{7}}{7}$;

b) $\dfrac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+1} = \dfrac{\left(3+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-1\right)}{\left(\sqrt{5}+1\right)\left(\sqrt{5}-1\right)} = \dfrac{3\sqrt{5}-3+\sqrt{10}-\sqrt{2}}{5-1} = \dfrac{3\sqrt{5}+\sqrt{10}-\sqrt{2}-3}{4}$.

Activité 5 Proportionnalité

1.

1	2
11	16

$\frac{11}{1} \neq \frac{16}{2}$.

Non la note obtenue à un devoir n'est pas proportionnelle à la durée de révision.

2. a) La distance parcourue est proportionnelle au nombre de trajet parcouru.
   b) Pendant sa maladie, Lucie n'a effectué que 2,7 km car 4,5 × 6 = 27 et 10 × 2,7 = 27.
3. Parmi les tableaux suivants, indique ceux qui sont des tableaux de proportionnalité. Justifie ta réponse.

Tableau N°2 ; car : 6 × 6 = 9 × 4
Tableau N°7 ; car : 7 × 7,2 = 5,6 × 9

Tableau N°5 ; car : 12 × 12,6 = 8,4 × 18 = 12,6 × 15 = 18 × 10,5
Tableau N°8 ; car : 1 × 7,5 = 2,5 × 3

Exercices de fixation

5-1

7,5	9	15
2,5	3	5

6	9	15
8	12	20

5-2 Tableau 2
Justification

$\dfrac{70:10}{20:10} = \dfrac{7}{2}$; $\dfrac{-21}{-6} = \dfrac{-3 \times 7}{-3 \times 2} = \dfrac{7}{2}$; $\dfrac{0,42:0,06}{0,12:0,06} = \dfrac{7}{2}$. Donc $\dfrac{70}{20} = \dfrac{-21}{-6} = \dfrac{0,42}{0,12}$

5-3 a) Donne le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la première ligne à la deuxième ligne : $\frac{x}{e}$ ou $\frac{y}{f}$ ou $\frac{z}{g}$

b) Donne le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la deuxième ligne à la première ligne. $\frac{e}{x}$ ou $\frac{f}{y}$ ou $\frac{g}{z}$

Activité 6 Pourcentages

1. $24 \times \frac{25}{100} = 6$. Il a donné 6 morceaux de savon à sa tante.
2. Son nouveau salaire est : $s + s \times \frac{5}{100} = s\left(1 + \frac{5}{100}\right) = 1{,}05s$.
3. Le nouveau prix de la chemise : $X - X \times \frac{20}{100} = X\left(1 - \frac{20}{100}\right) = 0{,}8X$.

Exercices de fixation

6-1 N° 3 **6-2** N° 2 **6-3** N° 4

6-4 a) $370 \times \frac{12}{100} = 44{,}4$; b) $4200\left(1 + \frac{15}{100}\right) = 4830$ FCFA ; c) $6000\left(1 - \frac{8}{100}\right) = 5520$ FCFA.

Activité 7 Approximations décimales, arrondis

1. Encadre π par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2 : 3,14 < π < 3,15
2. Des deux nombres décimaux précédents lequel est le plus proche de π ? : 3,14

Exercices de fixation

7-1

Nombre décimal	13,4574895	248,0707845
Approximation décimale d'ordre 1 par défaut	13,4	248,0
Approximation décimale d'ordre 1 par excès	13,5	248,1
Arrondi d'ordre 1	13,5	248,1
Approximation décimale d'ordre 3 par défaut	13,457	248,070
Approximation décimale d'ordre 3 par excès	13,458	248,071
Arrondi d'ordre 3	13,457	248,071

7-2

Nombre décimal	−13,4574895	−248,0707845
Approximation décimale d'ordre 1 par défaut	−13,5	−248,1
Approximation décimale d'ordre 1 par excès	−13,4	−248,0
Arrondi d'ordre 1	−13,5	−248,1
Approximation décimale d'ordre 3 par défaut	−13,458	−248,071
Approximation décimale d'ordre 3 par excès	−13,457	−248,070
Arrondi d'ordre 3	−13,457	−248,071

Exercices de renforcement

1 $\frac{14}{35}=\frac{7\times 2}{7\times 5}=\frac{2}{5}$; $\frac{-42}{56}=\frac{-3\times 14}{4\times 14}=\frac{-3}{4}$;

$\frac{65}{-15}=\frac{13\times 5}{-3\times 5}=\frac{-13}{3}$; $\frac{-1,8}{1,2}=\frac{3\times 0,6}{2\times 0,6}=\frac{3}{2}$;

$\frac{-0,06}{-2,4}=\frac{1\times(-0,06)}{40\times(-0,06)}=\frac{1}{40}$;

$\frac{2}{0,75}=\frac{8\times 0,25}{3\times 0,25}=\frac{8}{3}$.

2 a) $\frac{1,2}{2}=\frac{12}{20}=\frac{4\times 3}{4\times 5}=\frac{3}{5}$

b) $\frac{7,68}{1,4}=\frac{768}{140}=\frac{192\times 4}{35\times 4}=\frac{192}{35}$

c) $\frac{28}{3,5}=\frac{280}{35}=8$; d) $\frac{0,96}{0,84}=\frac{96}{84}=\frac{8\times 12}{7\times 12}=\frac{8}{7}$

e) $1,2=\frac{12}{10}=\frac{2\times 6}{2\times 5}=\frac{6}{5}$

f) $2,25=\frac{225}{100}=\frac{9\times 25}{4\times 25}=\frac{9}{4}$

3 a) $\frac{18}{7}+\frac{22}{7}=\frac{40}{7}$; b) $\frac{8}{11}+\frac{-2}{11}=\frac{6}{11}$;

c) $\frac{-3}{5}+\frac{-22}{5}=\frac{-25}{5}=-5$;

d) $\frac{8}{7}-\frac{2}{7}=\frac{6}{7}$; e) $\frac{-9}{17}-\frac{22}{17}=\frac{-29}{17}$;

f) $\frac{+18}{13}-\frac{-3}{13}=\frac{+21}{13}$;

g) $\frac{-18}{71}-\frac{-22}{71}=\frac{-18}{71}+\frac{-22}{71}=\frac{4}{71}$.

4 a) $\frac{18}{7}+\frac{23}{3}=\frac{215}{21}$; b) $\frac{7}{5}+\frac{-2}{11}=\frac{67}{55}$;

c) $\frac{-3}{5}+\frac{-22}{15}=\frac{-31}{15}$; d) $\frac{5}{27}-\frac{2}{7}=\frac{-19}{189}$;

e) $\frac{-7}{24}-\frac{21}{8}=\frac{-35}{12}$; f) $\frac{16}{15}-\frac{-31}{33}=\frac{331}{165}$;

g) $\frac{-8}{71}-\frac{-2}{7}=\frac{86}{497}$

5 a) $\frac{7}{16}\times\frac{2}{7}=\frac{1}{8}$; b) $\frac{80}{11}\times\frac{-2}{5}=\frac{-32}{11}$;

c) $\frac{-3}{56}\times\frac{-20}{15}=\frac{1}{14}$; d) $\frac{8}{21}\times\frac{2}{7}=\frac{16}{147}$;

e) $\frac{-9}{43}\times\frac{17}{14}=\frac{-153}{602}$; f) $\frac{18}{51}\times\frac{-13}{3}=\frac{-26}{17}$;

g) $\frac{-108}{72}\times\frac{-22}{71}=\frac{33}{71}$.

6 a) $\dfrac{\frac{7}{16}}{\frac{2}{7}}=\frac{7}{16}\times\frac{7}{2}=\frac{49}{32}$;

b) $\dfrac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{14}}=\frac{1}{6}\times\frac{14}{2}=\frac{7}{6}$;

c) $\dfrac{\frac{-7}{106}}{\frac{12}{72}}=\frac{-7}{106}\times\frac{72}{12}=\frac{-21}{53}$;

d) $\dfrac{\frac{-24}{36}}{\frac{-42}{37}}=\frac{-24}{36}\times\frac{37}{-42}=\frac{37}{63}$;

e) $\dfrac{\frac{122}{13}}{\frac{12}{23}}=\frac{122}{13}\times\frac{23}{12}=\frac{1403}{78}$;

f) $\dfrac{\frac{91}{15}}{\frac{22}{62}}=\frac{91}{15}\times\frac{62}{22}=\frac{2821}{165}$

7 a) $\frac{2}{3}-\frac{7}{3}\times\frac{8}{21}=\frac{2}{3}-\frac{8}{9}=\frac{-2}{9}$;

b) $\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)\times\frac{3}{2}=\frac{-1}{12}\times\frac{3}{2}=\frac{-1}{8}$;

c) $11:\left(\frac{2}{5}-\frac{5}{6}\right)=11\times\frac{-30}{13}=\frac{-330}{13}$;

d) $\frac{3}{7}-\frac{15}{7}:\frac{5}{24}=\frac{3}{7}-\frac{72}{7}=\frac{-69}{7}$.

e) $\dfrac{3-\frac{7}{5}}{1-\frac{9}{10}}=\dfrac{\frac{8}{5}}{\frac{1}{10}}=\frac{8}{5}\times 10=16$;

f) $\frac{7}{-8}+\dfrac{\frac{5}{6}}{-4}-1=\frac{7}{-8}-\frac{5}{24}-1=-\frac{25}{12}$

8 a) $1-\frac{-7}{3}=\frac{10}{3}$; b) $\frac{-2}{10}+\frac{7}{25}=\frac{2}{25}$;

c) $\frac{3}{7}+\frac{7}{10}=\frac{79}{70}$; d) $\frac{-2}{3}+\frac{7}{8}-\frac{5}{6}=\frac{-5}{8}$

9 $A=\frac{4}{3}\times\frac{7}{5}=\frac{28}{15}$; $B=7\times\frac{1}{11}\times\frac{3}{14}=\frac{3}{22}$ et

$C=\frac{-2}{5}\times\frac{3}{-7}\times\frac{-7}{2}=\frac{-3}{5}$

10 $D = \frac{-7}{3} : \frac{-21}{6}$

$D = \frac{7}{3} : \frac{6}{21}$

$D = \frac{2}{3}$;

$E = \frac{-4}{\frac{7}{3}}$

$E = -4 \times \frac{3}{7}$

$E = \frac{-12}{7}$

$$F = \frac{\frac{-4}{7}}{\frac{3}{-5}} = \frac{-4}{7} \times \frac{-5}{3} = \frac{20}{21}$$

11 $A = \frac{-45}{6} : \frac{-1}{6}$

$A = \frac{-45}{6} \times (-6)$

$A = 45$

$B = \frac{-14}{\frac{11}{3}} - 3$

$B = -14 \times \frac{3}{11} - 3$

$B = \frac{-75}{11}$

$$C = \frac{\frac{35}{8}}{\frac{-3}{-55}} + 5 = \frac{35}{8} \times \frac{55}{3} + 5 = \frac{2045}{24}$$

12 a) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^{12}$

b) $(-11) \times (-11) \times (-11) \times (-11) \times (-11) \times (-11) = 11^6$

c) $2 \times 52 \times 52 \times 52 \times 52 \times 52 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 104^5$

d) $(-13) \times (13) \times (-13) \times (-13) \times (13) \times (-13) = 13^6$

13 a) $(15)^7 = 3^7 \times 5^7$; b) $(2)^{-2} \times (2)^{-3}$

c) $(-\pi)^{-3} \times (-\pi)^{-3}$; d) $(\sqrt{21})^4 = 7^2 \times 3^2$

14 a) $9^{-6} \times 3^{11} = 3^{-12} \times 3^{11} = 3$;

b) $(-3)^5 \times (-3)^{-3} = 3^2$; c) $3^{-5} \times 3^8 \times 3^{-1} = 3^2$;

d) $(3^4 \times 3^{-3})^3 \times (3^2)\ 3 \times 3^{-6} = 13^{-12-9+2+1-6} = 3^0$.

15 $A = 3^{-2} \times 2^{-4} \times 5^{-2}$

$A = \frac{1}{9} \times 16 \times \frac{1}{25}$

$A = \frac{16}{225}$

$B = (5 \times 2^3)^{-1}$

$B = \frac{1}{5 \times 8}$

$B = \frac{1}{40}$

$$C = \left(\frac{1}{2^5 \times 5^5}\right)^{-2} = (10^5)^2 = 10000000000$$

16 $\sqrt{500} = \sqrt{5 \times 100} = \sqrt{5} \times \sqrt{100} = 10\sqrt{5}$

$\sqrt{108} = \sqrt{3 \times 36} = \sqrt{3} \times \sqrt{36} = 6\sqrt{3}$

$\sqrt{112} = \sqrt{7 \times 16} = \sqrt{7} \times \sqrt{16} = 4\sqrt{7}$

$\sqrt{98} = \sqrt{2 \times 49} = \sqrt{2} \times \sqrt{49} = 7\sqrt{2}$

17 a) $\sqrt{50} + \sqrt{18} - 2\sqrt{8} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2}$;

b) $\sqrt{12} - 7\sqrt{27} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 21\sqrt{3} + \sqrt{3}$

$= -18\sqrt{3}$.

18 a) $\frac{14}{2\sqrt{7}} = \frac{14 \times \sqrt{7}}{2\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \sqrt{7}$;

b) $\frac{1}{2+\sqrt{5}} = \frac{2-\sqrt{5}}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})} = \frac{2-\sqrt{5}}{-1}$

$= \sqrt{5} - 2$;

c) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2}{(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5})}$

$= \frac{2\sqrt{10} - 7}{3}$;

d) $\frac{1}{2 - \sqrt{2}} + \frac{1}{2 + \sqrt{2}} = \frac{2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2}}{(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})} = 2$

19 a) $\sqrt{3}\,(2 - 5\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 15$;

b) $(\sqrt{6} + 2)\sqrt{2} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$;

c) $(7 - 2\sqrt{6})(\sqrt{6} - \sqrt{16}) = 7\sqrt{6} + -7\sqrt{16} - 2 \times 6 + 8\sqrt{6}$

$= 15\sqrt{6} - 40$

d) $(\sqrt{11} + 4)^2 = 27 + 8\sqrt{11}$

e) $(4 - 9\sqrt{2})^2 = 178 - 72\sqrt{2}$;

f) $(\sqrt{13} + 4)(\sqrt{13} - 4) = -3$

20 Oui car : $\frac{2500}{1} = \frac{7500}{3} = \frac{20000}{8}$.

21 Tableaux 1 : Non car : $20 \times 55 \neq 50 \times 25$

Tableaux 2 : Oui coeff $\frac{200}{50} = 4$

Tableaux 3 : Oui coeff $\frac{1}{200} = 0{,}005$

22

Superficie (en m^2)	400	1200	1600	2400	3000
Prix (en millions de FCFA)	2	6	8	12	15

23 1) 1 cm ⟶ 100 000 cm = 1 km
6 cm ⟶ x

$x = \frac{6 \times 1}{1} = 6\,\text{km}$

La distance réelle entre ces deux villes est 6 km

2) 1 cm ⟶ 100 000 cm = 1 km
x cm ⟶ 218,5 km

$x = \frac{218,5 \times 1}{1} \approx 218,5$ cm.

La distance entre ces deux agences sur la carte à peu près 218,5 cm.

24 1) 3 m ⟶ 3250 F
15 m ⟶ x

$x = \frac{15 \times 3250}{3} = 16250$

Le prix d'achat de 15 m de câble est 16250 F

2) 3 m ⟶ 3250 F
x cm ⟶ 130 000 F

$x = \frac{3 \times 130\,000}{3250} = 120$

Avec un budget de 130 000 F, on peut payer 120 m de câble.

25 1. Pour convertir une vitesse exprimée en mètres par seconde (m/s) en une vitesse exprimée en kilomètres par heure (km/h), il suffit de multiplier par 3,6. En fait, nous divisons par 1 000 afin de convertir les m en km. Ensuite, nous divisons les secondes par 3 600 pour convertir les secondes en heures.

Ainsi : a) 20 m/s = 72 km/h ; b) 14 m/s = 50,4 km/h ; c) 200 m/s = 720 km/h.

2. Pour convertir une vitesse exprimée en kilomètres par heure (km/h) en une vitesse en mètres par seconde (m/s). Il suffit de diviser par 3,6.

Ainsi : a) 90 km/h = 25 m/s ; b) 5 km/h = $\frac{25}{18}$ m/s ; b) 1200 km/h = $\frac{3000}{9}$ m/s.

26* Il faut remarquer que les 240 candidats qui ont échoué représentent 25% des candidats qui ont composé.

25 ⟶ 100
240 ⟶ x

$x = \frac{240 \times 100}{25} = 960$

Le nombre de candidats qui ont composé est 960.
Le nombre de candidats admis est 960 − 240 = 720.

27 1) Vrai ; 2) Vrai ; 3) Faux ; 4) Vrai ; 5) Vrai.

28 Le pourcentage d'or d'un alliage pesant 150 g et contenant 60 g d'or est :

$\frac{60 \times 100}{150} = 40\,\%$.

29 Le loyer de cet appartement en 2018 est :

$92500 \times \left(1 + \frac{35}{100}\right) = 124875$ F

30 Le taux de remplissage de ce stade est :

$\frac{31000 \times 100}{340000} \approx 91\,\%$

31 La proportion d'habitants de cette ville qui utilisent les transports en commun est :

$\frac{1020}{1200} = \frac{17}{20}$.

32 Le prix moyen des lunettes en 2019 est :

$122200 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 109980$ FCFA

33

Pourcentages	60%	99%	25%	7%	34%	0,5%	120%
Nombre décimal	0,60	0,99	0,25	0,07	0,34	0,005	1,2
Fraction	$\frac{3}{5}$	$\frac{99}{100}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{100}$	$\frac{17}{50}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{6}{5}$

34

Nombres	0,47	0,71	0,125	0,6542	0,0038	0,0701	1,28
Pourcen-tages	47%	71%	12,5%	65,42%	0,38%	7,01%	128%

35 Formule 1 : la réduction définitive est de 17,2%
Formule 2 : la réduction définitive est de 17,2%
Formule 3 : la réduction définitive est de 17,19%
Formule 4 : la réduction est de 18%
La formule 4 est donc la plus avantageuse.

36 1. $\sqrt{5} \approx 2,236067977$.

2.

	Par deux décimaux consécutifs d'ordre 0	Par deux décimaux consécutifs d'ordre 1	Par deux décimaux consécutifs d'ordre 2
Encadrement de $\sqrt{5}$	$2 < \sqrt{5} < 3$	$2,2 < \sqrt{5} < 2,3$	$2,23 < \sqrt{5} < 2,24$

3

	À l'ordre 0	À l'ordre 1	À l'ordre 2
Arrondi d'ordre $\sqrt{5}$	2	2,2	2,24

Exercices d'approfondissement

37 La fraction de la distance totale parcourue à vélo est :

$$1-\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{8}$$

38 $B=\sqrt{17}+3,1^2=13,73310$

$4,123+3,1^2 < \sqrt{17}+3,1^2 < 4,124+3,1^2$

$13,733 < B < 13,734$

$B \approx 13,73$

$$C=\frac{5,9^3-4,2^2}{8}=23,467375 \approx 23,47$$

39 a) $\dfrac{2+\dfrac{3}{4}}{\dfrac{3}{4}-5}=-\dfrac{11}{17}$; b) $\dfrac{35\times10^{22}\times2\times10^{-12}}{42\times10^{-10}}=\dfrac{5}{3}\times10^{20}$

40 1) $\frac{3}{5}$ représente 60%.

$\frac{11}{20}$ représente 55%. $\frac{3}{5}>\frac{11}{20}$

2) Dans le village A, le nombre d'électeurs qui ont voté pour le candidat C_1 est :

$\dfrac{1030\times3}{5}=618$ donc $1030-618=412$ électeurs ont voté pour C_2.

Dans le village B, le nombre d'électeurs qui a voté pour le candidat C_2 est :

$\dfrac{1140\times11}{20}=627$ donc $1140-627=513$ électeurs ont voté pour C_1.

Au vu des résultats, le candidat C_1 a obtenu $618+513=1131$ électeurs et le candidat C_2 a aussi obtenu $412+627=1039$ électeurs.

C'est par conséquent le candidat C_1 qui a obtenu le plus de voix.

41 1. $A^2=(\sqrt{7}+2)^2=11+4\sqrt{7}$

$B^2=(\sqrt{7}-2)^2=11-4\sqrt{7}$

$A\times B=(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)=(\sqrt{7})^2-2^2=3$

2. $\dfrac{A}{B}+\dfrac{B}{A}=\dfrac{A^2+B^2}{A\times B}$

$$=\frac{11+4\sqrt{7}+11-4\sqrt{7}}{3}=\frac{22}{3}$$

3. a) On a $11^2 = 121$ et $\left(4\sqrt{7}\right)^2 = 112$, comme $121 > 112$ alors $11 > 4\sqrt{7}$ $11 - 4\sqrt{7}$ est positif.

b) $\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} = \sqrt{\left(\sqrt{7} - 2\right)^2} = |\sqrt{7} - 2| = \sqrt{7} - 2$

car $\sqrt{7} - 2 > 0$ $\quad 2,645 < \sqrt{7} < 2,646$

$0,645 < \sqrt{7} - 2 < 0,646$ donc :

$0,64 < \sqrt{11 - 4\sqrt{7}} < 0,65$

42* 1.

	Garçons	Filles	Total
WhatsApp	28	198	226
YouTube	140	330	470
Facebook	532	572	1104
Total	700	1 100	1800

2. Le pourcentage de garçons ayant utilisé Facebook est :

$\frac{532 \times 100}{700} = 76\%$ *ou* $100\% - \left(4\% + 20\%\right) = 76\%$

Le pourcentage de filles ayant utilisé Facebook est :

$\frac{572 \times 100}{1100} = 52\%$ *ou* $100\% - \left(18\% + 30\%\right) = 52\%$

3. Le pourcentage de jeunes ayant utilisé WhatsApp est :

$\frac{226 \times 100}{1800} \cong 12,56\%$

4. D'après la question 3. On a 12,56% de jeunes qui ont utilisé WhatsApp ; alors qu' en faisant la moyenne, on a seulement 11%. Donc la réponse est qu'on ne peut affirmer que 25% des jeunes ont utilisé You Tube.

43 Le nombre k par lequel il faut multiplier la longueur de la barre métallique est k = 1 + 0,0015 = 1,0015

ℓ (Longueur à 10° C)	100	15	47	153	240	325
ℓ (Longueur à 40° C)	100,15	15,0225	47,0705	153,2295	240,36	325,4875

Situations d'évaluation

44* 1) $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2+4+5+1}{12} = \frac{12}{12} = 1$

Donc tous les élèves de la classe ont participé au sondage.

$\frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{4+5}{12} = \frac{9}{12}$

Donc $\frac{9}{12}$ des élèves de la classe ont lu un ou deux livres.

2) Comme $\frac{9}{12} = \frac{3 \times 3}{3 \times 4} = \frac{3}{4}$, alors l'affirmation du bibliothécaire est vraie.

45* 1) Le nouveau prix de cette robe est :

5000 × 0,8 × 0,7 = 2800 F.

2. a) Le pourcentage que représente cette baisse est :

$\frac{\left(5000 - 2800\right) \times 100}{5000} = 44\%$

b) Au vu du résultat précédent, l'affirmation sur cette affiche est fausse.

46* • Première partie : $\frac{1}{5}$

• Deuxième partie : $\frac{1}{4} \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

• Troisième partie : $\frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

• Quatrième partie : $\frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{5} - \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}$

$= \frac{1}{5}$

• Cinquième partie : $1 - 4 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

Ces résultats confirment l'affirmation de l'élève de TC.

Leçon 2

CALCUL LITTÉRAL

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Développement d'expressions littérales Factorisation d'expressions littérales

1.

a) aire de $ABCD = ax$

b) aire de $AEFD = ax$ et aire de $EBCF = ac$

c) $ax = ab + ac$

d) $a(b+c) = ab + ac$

2.

$(a + b)(c + d) = (a + b) \times \alpha$

$= a \times \alpha + b \times \alpha$

$= a \times (c + d) + b \times (c + d)$

$= a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

Exercices de fixation

1-1-1 1-B ; 2-A ; 3-C ; 4-B ; 5-D ;

1-1-2 a) $(2+ x)(y + z) = 2y + 2z + xy + xz$

b) $(a - b)(8 + t) = 8a + at - 8b - bt$

c) $(-2x + 1)(y - t) = -2xy + 2xt + y - t$

d) $(-x - 36)(t - 2) = - xt + 2x - 36t + 72$

1-2.

Rappel

1.

Expression littérale	$A = 7x + 7y$	$B = 4a - 12$	$C = 9x^2 + 5x$	$C = 15y - 18y^2$	$E = (a+3)(2a-5) + 4(a+3)$
Facteur commun	7	4	x	$3y$	$a + 3$

2.

$A = 7x + 7y$ $A =(7x +7y)$	$B = 4a - 12$ $B = 4(a - 3)$	$C = 9x^2 + 5x$ $C = x(9x + 5)$	$C = 15y - 18y^2$ $C = 3y(5 - 6y)$	$E = (a+3)(2a-5) + 4(a+3)$ $E = (a+3)[(2a-5) + 4]$ $E = (a+3)(2a -1)$

1-2-1 1-B ; 2-A ; 3-A ; 4-C ; 5-D

1-2-2 1-C ; 2-A ; 3-D ; 4-A ; 5-B

a) $3a + 3b = 3(a + b)$;

b) $3x^2 + x = x(3x + 1)$

c) $3x - 6 = 3(x - 2)$

d) $ab^7 - a^3b^2 = ab^2(b^5 - a^2)$

e) $5a^2 - 5b^2 = 5(a^2 - b^2)$

Activité 2 Produits remarquables

	Forme développée	Forme réduite
$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) =$	$a^2 + ab + ba + b^2$	$a^2 + 2ab + b$
$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) =$	$a^2 - ab - ba + b^2$	$a^2 - 2ab + b^2$
$(a-b)(a+b) =$	$a^2 + ab - ba - b^2$	$a^2 - b^2$

Exercices de fixation

2-1-1

$(3x+2)^2 =$	$9x^2 + 4$ $9x^2 + 12x + 4$ $3x^2 + 6x + 2$	L'égalité correcte est : $(3x+2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$
$(3x-1)(3x+1)$	$9x^2 - 1$ $3x^2 + 5x^2$ $18x^2 - 1$	L'égalité correcte est : $(3x-1)(3x+1) = 9x^2 - 1$
$(7x-2)(7x+2)$	$49x^2 + 4$ $49x - 4$ $4 - 49x^2$	L'égalité correcte est : $(7x-2)(7x+2) = 49x^2 - 4$
$(1-4a)^2 =$	$1 - 4a + 4a^2$ $1 - 16a^2$ $16a^2 - 8a + 1$	L'égalité correcte est : $(1-4a)^2 = 16a^2 - 8a + 1$

2-1-2
a) $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$
b) $(y-3)^2 = y^2 - 6y + 9$
c) $(k+6)(k-6) = k^2 - 36$
d) $(3x+2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$
e) $(1-7x)(1+7x) = 1 - 49x^2$
f) $(3x-8)^2 = 9x^2 - 48x + 64$

2-1-3
a) $(x-7)^2 = x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2$
$= x^2 - 14x + 49$

b) $(2x-3)(2x-3) = (2x)^2 - 3^2$
$= 4x^2 - 9$

c) $(11+8x)^2 = 11^2 + 2 \times 11 \times 8x + (8x)^2$
$= 121 + 176x + 64x^2$

2-1-4 1-B ; 2-D ; 3-A ; 4-C

2-1-5 1-A ; 2-B ; 3-D ; 4-C

2.2

$a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + ab + ab + b^2$
$= a(a + b) + b(a + b)$
$= (a + b)(a + b)$
$= (a + b)^2$

$a^2 - b^2 = a^2 - ab + ab - b^2$
$= a(a - b) + b(a - b)$
$= (a - b)(a + b)$

Exercices de fixation

2-2-1 $x^2 + 14x + 49 = x^2 + 2 \times 7 \times x + 7^2$
$= (x + 7)^2$
$x^2 - 2x + 1 = x^2 - 2 \times 1 \times x + 1$
$= (x - 1)^2$
$x^2 - 64 = x^2 - 8^2$
$= (x - 8)(x + 8)$
$25x^2 + 60x + 36 = (5x)^2 + 2 \times 6 \times 5x + 6^2$
$= (5x + 6)^2$
$81x^2 - 121 = (9x)^2 - 11^2$
$= (9x - 11)(9x + 11)$

2-2-2 a) $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$
b) $81x^2 - 36x + 4 = (9x - 2)^2$
c) $49x^2 - 1 = (7x - 1)(7x + 1)$
d) $\frac{x^2}{4} + x + 1 = (\frac{x}{2} + 1)^2$
e) $9 - 144x^2 = (3 - 12x)(3 + 12x)$

Activité 3 Polynômes

1) On donne l'expression P telle que $P = (-3x^4 + 5x^3)(x^2 - 3x - 2)$.
a) Développe et ordonne P. $P = -3x^6 + 14x^5 - 9x^4 - 10x^3$.
b) Quel nom donne-t-on à P ? Un polynôme
Trouve la valeur numérique de P pour $x = -1$:
$P = -3(-1)^6 + 14(-1)^5 - 9(-1)^4 - 10(-1)^3 = -16$
-16 est la valeur numérique de P pour x = - 1.
2) On donne l'expression Q telle que $Q = (x^2 - 4)(x - 1) + (x - 2)(-x + 1)$.
a) Développe et ordonne Q : $Q = x^3 - 2x^2 - x + 2$
b) Quel est le degré de Q ? *le degré de Q est* 3.
c) Nomme les coefficients de Q. les coefficients de Q sont 1 ; - 2 ; - 1 et 2

Exercices de fixation

3-1 1-B ; 2-A ; 3-C ; 4-B ; 5-D ;

Monômes	Coefficients	Degrés
$-3x^5$	-3	5
$1{,}2x^2$	1,2	2
$-5x^3$	-5	3
-12	-12	0
$13x^4$	13	4
πx^6	π	6

3-2 $P = -x^3 - 2x^2 + 3$ deg P = 3
$Q = 2x^2 + 5x^3 + 3x$ deg Q = 3
$R = 12 + 13x^4 + \pi x^6$ deg R = 6
$S = 4x^{18} - 3x^3 + 1$ deg S = 18

3-3 a) $3x^2 - x = x(3x - 1)$
b) $(y - 3)(2 + y) + (y - 3)(2y - 1) = (y - 3)(3y + 1)$
c) $25x^2 - 1 = (5x - 1)(5x + 1)$
d) $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$
e) $x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$

3-4 $P = 2 - 5x + 3x^2 - 4x^3$

Exercices

Exercices de renforcement

1 a) $2(5 – a) = 10 – 2a$
b) $3(- 2x + 5) = - 6x + 15$
c) $– 2x (x – 3) = - 2x^2 + 6x$
d) $– 5 (3 - 4a) = - 15 + 20a$

2 a) $5(3x + 2) = 15x + 10$
b) $– 3(2x – 5) = - 6x + 15$
c) $5x (- 3x + 2) = -15x^2 + 10x$
d) $– 4(5x – 2) = - 20x + 8$

3 a) $(8x + 2y) (- 2x + 5) = - 16x^2 + 40x – 4xy + 10y$
b) $3(2x – 4) + 5(3 – x) = 6x – 12 + 15 – 5x$
$= x + 3$
c) $2x (5 + 3x) – 4(x + 5) = 10x + 6x^2 - 4x – 20$
$= 6x^2 + 6x - 20$
d) $(4x - 8) (3x – 7) + (- 2x + 3) =$
$12x^2 - 28x – 24x + 56 – 2x + 3 =$
$12x^2 - 54x + 59$
e) $(4x + 5) (3x + 2) = 12x^2 + 8x + 15x +10$
$= 12x^2 + 23x + 10$
f) $(5x – 2) (x + 7) = 5x^2 + 35x – 2x - 14$
$= 5x^2 + 33x - 14$
g) $(4x – 3) (5x – 2) = 20x^2 - 8x -15x + 6$
$= 20x^2 - 23x + 6$

4 a) $6x + 6y = 6(x + y)$
b) $20 – 30a = 10(2 - 3a)$
c) $15a – 25b = 5(3a – 5b)$
d) $9a^2 + 12a = 3a (3a + 4)$
e) $15x^2 + 5x = 5x (3x + 1)$
f) $16x^2 + 24x = 8x (2x + 3)$

5 a) $2x (5 – a) – 2x (2a + 7) = 2x [(5 – a) – (2a + 7)]$
$= 2x (5 – a – 2a – 7)$
$= 2x (- 3a – 2)$
b) $(x – 3)(5a + 8) – (x – 3)(- 14a + 5) = (x – 3)$
$[(5a + 8) – (- 14a + 5)]$
$= (x – 3) (5a + 8 + 14a – 5)$
$= (x -3) (19a + 3)$
c) $(1 – 2x)(y – 3) + (2x – 1)(5y – 3) =$
$- (2x – 1)(y – 3) + (2x – 1)(5y – 3)$
$= (2x – 1)[- (y – 3) + (5y – 3)]$
$= (2x – 1)(- y + 3 + 5y – 3)$
$= 4y (2x – 1)$
d) $(a – b)(3 – x) + (a – b)(18x – 5)$
$= (a – b) [(3 – x) + (18x – 5)]$
$= (a – b) (3 – x + 18x – 5)$
$= (a – b)(17x – 2)$

6 a) L'aire du carré MNOP de la figure 1 est : $(a + b)^2$.
b) On découpe ce même carré en carrés et en rectangles (voir figure 2)
Complète :
- l'aire du carré MQUT est : a^2
- l'aire du carré UROS est : b^2
- l'aire du rectangle QNRU est : ab
- l'aire du rectangle TUSP est : ab
c) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

7 a) $(2y – 1)(2y + 1) = (2y)^2 - 1^2 = 4y^2 - 1$
b) $(- 3y + 8a)(3y + 8a) = (8a)^2 - (3y)^2 = 64a^2 - 9y^2$
c) $(8p – 5a)(8p + 5a) = (8p)^2 - (5a)^2 = 64p^2 - 25a^2$
d) $(9a – 8)(9a +8) = (9a)^2 - 8^2 = 81a^2 - 64$

8 a) $(2y – 1)^2 + (2y + 1)^2$
$= (2y)^2 - 2 \times 2y \times 1 + 1^2 + (2y)^2 + 2 \times 2y \times 1 + 1^2$
$= 4y^2 - 4y + 1 + 4y^2 + 4y + 1$
$= 8y^2 + 2$
b) $(- 3y + 8a)^2 - (3y + 8a)^2$
$= (- 3y)^2 + 2 \times (- 3y) \times 8a + (8a)^2 - (3y)^2$
$+ 2 \times (3y) \times 8a + (8a)^2)$
$= 9y^2 - 48ay + 64a^2 - 9y^2 - 48ay – 64a^2$
$= 96ay$
c) $(5p – 8a)^2 + (8p + 5a)$
$= (5p)^2 - 2 \times 5p \times 8a + (8a)^2 + 8p + 5a$
$= 25p^2 - 80ap + 64a^2 + 8p + 5a$
$= 25p^2 - 80ap + 64a^2 + 8p + 5a$
d) $(8a – 9)^2 - (9a – 8)^2 = (8a)^2 - 2 \times 8a \times 9$
$+ 9^2 - ((9a)^2 - 2 \times 9a \times 8 + 8^2)$
$= 64a^2 - 144a + 81 – 81a^2 + 144a – 64$
$= -17a^2 + 17$

9 $4a^2 - 9b^2 = (2a)^2 - (3b)^2 = (2a + 3b)(2a – 3b)$
$\frac{1}{4}x^2 - 49y = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - (7y)^2 = \left(\frac{1}{2}x + 7y\right)\left(\frac{1}{2}x - 7y\right)$
$9x^2 - 30x + 25 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2 = (3x – 5)^2$
$x^2 - 4x + 4 = x^2 - 2x \times 2 + 2^2 = (x – 2)^2$

10 a) $(3x + 17y)(3x – 17) = 9x^2 - 51x + 51xy – 289y$
b) $(4x + 1)^2 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 1 + 1^2$
$= 16x^2 + 8x + 1$
c) $(5x – 4)^2 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 4 + 4^2$
$= 25x^2 - 40x + 16$
d) $(11x – 7y)(11x + 7y) = (11x)^2 - (7y)^2$
$= 121x^2 - 49y^2$

11 a) $49 - y^2 = 7^2 - y^2 = (7 - y)(7 + y)$

b) $9a^2 - 24a + 16 = (3a)^2 - 2 \times 3a \times 4 + 4^2 = (3a - 4)^2$

c) $25a^2 + 90a + 81 = (5a)^2 + 2 \times 5a \times 9 + 9^2$
$= (5a + 9)^2$

d) $-4a + a^2 + 4 = a^2 - 4a + 4 = a^2 - 2 \times a \times 2 + 2^2$
$= (a - 2)^2$

e) $-81b^2 + 25 = -(9b)^2 + 5^2 = (-9b + 5)(9b + 5)$

f) $16p^2 + 25 - 40p = 16p^2 - 40p + 25 = (4p)^2 - 2 \times 4p \times 5 + 5^2 = (4p - 5)^2$

g) $4a^2 - 32ab + 64b^2 = (2a)^2 - 2 \times 2a \times 8b + (8b)^2$
$= (2a - 8b)^2$

h) $a^2 - 625 = a^2 - 25^2 = (a - 25)(a + 25)$

i) $4a^2 + 81 + 36a = (2a + 9)^2$

12 a) $\frac{1}{9}x^2 + 4x + 36 = \left(\frac{1}{3}x\right)^2 + 2 \times \left(\frac{1}{3}x\right) \times 6 + 6^2$
$= \left(\frac{1}{3}x + 6\right)^2$

b) $(2x + 1)^2 + (4x^2 - 1) = (2x + 1)^2 + ((2x)^2 - 1^2)$
$= (2x + 1)^2 + (2x - 1)(2x + 1)$
$= (2x + 1)[(2x + 1) + (2x - 1)]$
$= 4x(2x + 1)$

c) $9x^2 + 12x + 4 - 2x(3x + 2) + 3(4 - 9x^2)$
$= (3x + 2)^2 - 2x(3x + 2) + 3(2 - 3x)(2 + 3x)$
$= (3x + 2)[(3x + 2) - 2x + 3(2 - 3x)]$
$= (3x + 2)(3x + 2 - 2x + 6 - 9x)$
$= (3x + 2)(8 - 8x)$
$= 8(3x + 2)(1 - x)$

13 $A = 3(-2x + 5) + (-2x + 5)(x - 3)$
$A = -6x + 15 - 2x^2 + 6x + 5x - 15$
$A = -2x^2 + 5x$
$B = (2a - 5)(3 - 4a) - 2(5 - a)$
$B = 6a - 8a^2 - 15 + 20a - 10 + 2a$
$B = -8a^2 + 28a - 25$

$C = (x + 2)^2 - 6(3x - 5)^2$
$C = x^2 + 4x + 4 - 6(9x^2 - 30x + 25)$
$C = -53x^2 + 184x - 146$
$D = 9 + 4x^2 - (2x + 7)(2x - 7)$
$D = 9 + 4x^2 - 4x^2 + 49$
$D = 58$

14 $A = 23x^2 - 28x - 21$
$\deg A = 2$
$B = -18x^2 - 3x$
$\deg B = 2$
$C = -20x + 28$
$\deg C = 1$
$D = 24x^4 - 50x^3 + 23x^2 - 10x - 35$
$\deg D = 4$
$E = 6x^4 - 16x^3 + 38x^2 - 44x + 16$
$\deg E = 4$

15 $P(x) = -3x - x^3 + 7x^2 - x^4$
$Q(x) = 4x^3 - 8 - 2x^2 + 6x$
$R(x) = 10x^4 - 4x^3 + 7 + x^3 - 7$
1. $P(x) = -x^4 - x^3 + 7x^2 - 3x$
2. $Q(x) = -8 + 6x - 2x^2 + 4x^3$
3. $R(x) = -3x^3 + 10x^4$

16 a) $(6x + 3)(4x - 5) + (3x + 1)(6x + 3)$
$= (6x + 3)(7x - 4)$

b) $(4x - 5)(2 - x) + (4x - 5)^2 = (4x - 5)(3x - 3)$
$= 3(4x - 5)(x - 1)$

c) $(3x + 5)(3 - 2x) - (3x + 5)(2 + 5x)$
$= (3x + 5)(1 - 7x)$

d) $(3x + 4)^2 - (3x + 4)(5x + 6) = (3x + 4)(-2x - 2)$
$= -2(3x + 4)(x + 1)$

e) $(4x + 3)(3 - 2x) - (4x + 3)(5 - 4x)$
$= (4x + 3)(2x - 2) = 2(4x + 3)(x - 1)$

17 a) $(2x + 1)^2 + (2x + 1)(x + 3) = (2x + 1)(3x + 4)$

b) $(x - 3)^2 - (x - 3)(4x + 1) = (x - 3)(-3x - 4)$

c) $2ab + 8b^2 = 2b(a + 4b)$

d) $(x + 2)(x + 1) - 5(x + 2) = (x + 2)(x - 4)$

e) $(x + 2)(x + 1) + (x + 2)(7x - 5) = (x + 2)(8x - 4)$
$= 4(x + 2)(2x - 1)$

f) $(x - 6)(2 - x) - (2 - x)(3 + 4x) = (2 - x)(-3x - 9)$
$= -3(2 - x)(x + 3) = 3(x - 2)(x + 3)$

18 1)

a- $9x^2 - 6x + 1 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2$

$9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$

b- $(6x - 2) = 2 \times 3x - 2 \times 1$

$(6x - 2) = 2(3x - 1)$

2) $Q = (3x - 1)^2 - 2(3x - 1)(x + 3)$

$Q = (3x - 1)(\ (3x - 1) - 2(x + 3))$

$Q = (3x - 1)(3x - 2x - 1 - 6)$

$Q = (3x - 1)(x - 7)$

19 a) $I = 7 \times 3^2 - 4 \times 3 + 8 = 59$

b) $I = 7x\ (- 4)^2 - 4x\ (- 4) + 8 = 136$

c) $I = 7x\ (- 3)^2 - 4x\ (- 3) + 8 = 83$

20 $G = a(a - b) + b(a - b)$

a)

$G = a(a - b) + b(a - b)$

$G = a^2 - ab + ba - b^2$

$G = a^2 - b^2$

b)

$G = a(a - b) + b(a - b)$

$G = (a - b)(a + b)$

c) $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

21 a)

$K = (x + 15)^2 - (x - 15)^2$

$K = (x + 15)^2 - (x - 15)$

$K = (x^2 + 30x + 225) - (x^2 - 30x + 225)$

$K = x^2 + 30x + 225 - x^2 + 30x - 225$

$K = 2x \times 30$

$K = 60x$

ou encore :

$K = [(x + 15) + (x - 15)]\ [(x + 15) - (x - 15)]$

$K = (x + 15 + x - 15)(15 + 15)$

$= 2x \times 30$

$K = 60x$

b)

$1215^2 - 1185^2 = (1200 + 15)^2 - (1200 - 15)^2$

Posons $x = 1200$

$1215^2 - 1185^2 = 60 \times 1200 = 72000$

22 On donne l'expression A telle que :

$A = (3x - 2)^2 + (4x + 7)(3x - 2)$

1)

$A = (3x - 2)^2 + (4x + 7)(3x - 2)$

$A = 9x^2 - 12x + 4 + 12x^2 - 8x + 21x - 14$

$A = 21x^2 + x - 10$

2)

$A = (3x - 2)^2 + (4x + 7)(3x - 2)$

$A = (3x - 2)\ [(3x - 2) + (4x + 7)]$

$A = (3x - 2)(7x + 5)$

3)

Pour $x = 0$, l'expression la mieux adaptée est

$A = 21x^2 + x - 10$

On obtient : $A = 21x\ 0^2 + 0 - 10 = -10$

Pour $x = 2$, l'expression la mieux adaptée est

$A = (3x - 2)(7x + 5)$

On obtient : $A = (3 \times 2 - 2)(7 \times 2 + 5) = 4 \times 19 = 76$

Pour $x = -3$, l'expression la mieux adaptée est

$A = (3x - 2)(7x + 5)$

On obtient : $A = (3 \times (-3) - 2)(7 \times (-3) + 5) =$

$- 11 \times (-16) = 176$

23 On considère les expressions H et G telles que :

$H = 4(x + \sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3}\,(x + \sqrt{3}) + 3$ et

$G = (2x + \sqrt{3})^2$

1) $H = 4(x + \sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3}\,(x + \sqrt{3}) + 3$

$H = 4(x^2 + 2\sqrt{3}\,x + 3) - 4\sqrt{3}\,x - 4(\sqrt{3})^2 + 3$

$H = 4x^2 + 8\sqrt{3}\,x + 12 - 4\sqrt{3}\,x - 12 + 3$

$H = 4x^2 + 4\sqrt{3}\,x + 3$

et

$G = (2x + \sqrt{3})^2$

$G = (2x)^2 + 2 \times 2x \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$

$G = 4x^2 + 4\sqrt{3}\,x + 3$

2) D'après la question précédente : $H = (2x + \sqrt{3})^2$.

24 Soit n un nombre entier. On pose :

$A = (3n + 1)^2 + 16n^2 - 26n + 3$

a)

$A = (3n + 1)^2 + 16n^2 - 26n + 3$

$A = (3n)^2 + 2 \times 3n \times 1 + 1^2 + 16n^2 - 26n + 3$

$A = 9n^2 + 6n + 1 + 16n^2 - 26n + 3$

$A = 25n^2 - 20n + 4$

b)

$A = 25n^2 - 20n + 4$

$A = (5n)^2 - 2 \times (5n) \times 2 + 2^2$

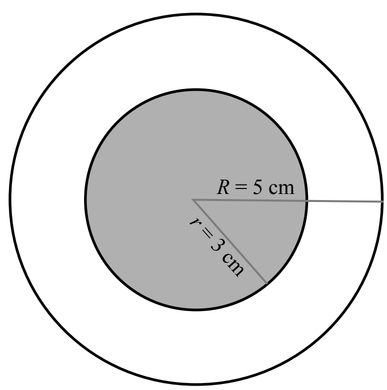
A est écrit sous forme : $a^2 - 2ab + b^2$ où $a = 5n$ et $b = 2$

Donc : $A = (5n - 2)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$5n - 2$ est un entier naturel. Par conséquent A est le carré d'un entier.

25



Effectuer les calculs suivants : ($\pi \approx 3,1$)

Aire du grand cercle	πR^2	$25 \times \pi$	77,5
Aire du petit cercle	πr^2	$9 \times \pi$	27,9
Aire de la couronne	$\pi R^2 - \pi r^2$	$16 \times \pi$	49,6

$R^2 = 25$; $r^2 = 9$; $R^2 - r^2 = 16$; $\pi(R^2 - r^2) = 16\pi = 49,6$

Déduis-en une comparaison des expressions

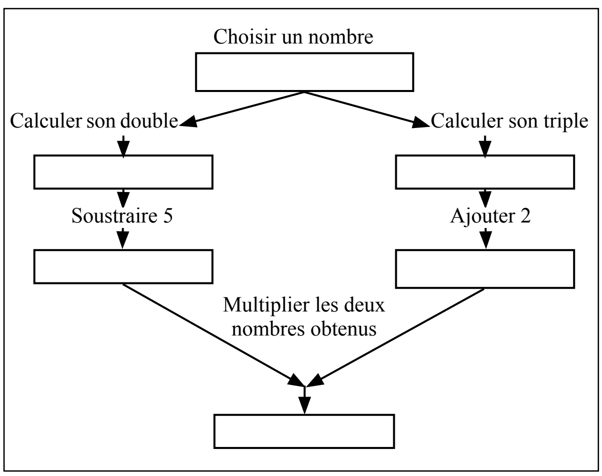
$\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$

26 1. Un nombre pair peut s'écrire cette forme car il est un multiple de 2.

$2n + 2p = 2(n + p)$ avec $n + p$ qui est aussi un entier

2. Comme $2(n + p)$ est un multiple de deux, donc un nombre pair, on peut donc conclure que Marie a dit vrai

27



Or

Comme :

$C = (3x + 2)^2 - (x + 7)(3x + 2)$

$C = (3x + 2)\,[(3x + 2) - (x + 7)]$

$C = (3x + 2)\,(3x + 2 - x - 7)$

$C = (3x + 2)(2x - 5)$

Alors Lily a fait le bon choix

Leçon 3

DÉNOMBREMENT

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Réunion de deux ensembles finis

1. E = {René, Thibaut, Aude, Murielle, Nadège, Carmel}
2. F = {Jude, Bertrand, Murielle, Nadège, Carmel}
3. G = {René, Thibaut, Aude, Murielle, Nadège, Carmel, Jude, Bertrand}

Exercices de fixation

1-1 1- faux, 2- faux, 3- vrai, 4- faux, 5- faux

1-2 $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12\}$

Activité 2 Intersection de deux ensembles finis

1. $K = \{t, a, p, o\}$
2. $H = \{c, o, g, a\}$
3. $L = \{a, o\}$

Exercices de fixation

2-1 1- faux, 2- faux, 3- faux, 4- vrai, 5- vrai

2-2 $\{2 ; 6\}$

Activité 3 Cardinal d'un ensemble fini

1.

Organe	Doigt	Oreille	Tête	Dent	Vertèbre
Nombre	10	2	1	32	24

2.
a) $A \cup B = \{o, r, p, h, e, l, i, n, s, c, a\}$ $card\,(A \cup B) = 11$
b) $A \cap B = \{o, e, l, i, s\}$ card $(A \cap B) = 5$

c) card A + card B – card $(A \cap B) = 9 + 7 - 5 = 11$
d) card $(A \cup B)$ = card A + card B – card $(A \cap B)$

Exercices de fixation

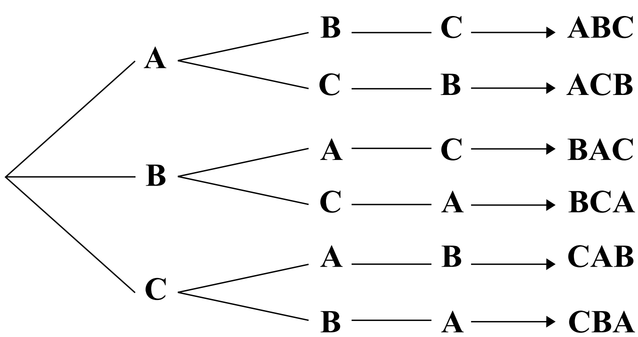
3-1

3-2 1- vrai, 2- faux, 3- vrai, 4- faux

3-3 Notons par P l'ensemble des enfants orphelins de père et M l'ensemble des enfants orphelins de mère.
On a : card P = 22 ; card M = 43 et card $(P \cap M) = 13$
Donc: card $(P \cup M)$ = cardP + cardM - card $(P \cap M) = 22 + 43 - 13 = 52$
Le nombre d'enfants interrogés est 52.

Activité 4 Dénombrement à l'aide d'un arbre de choix

Résultats

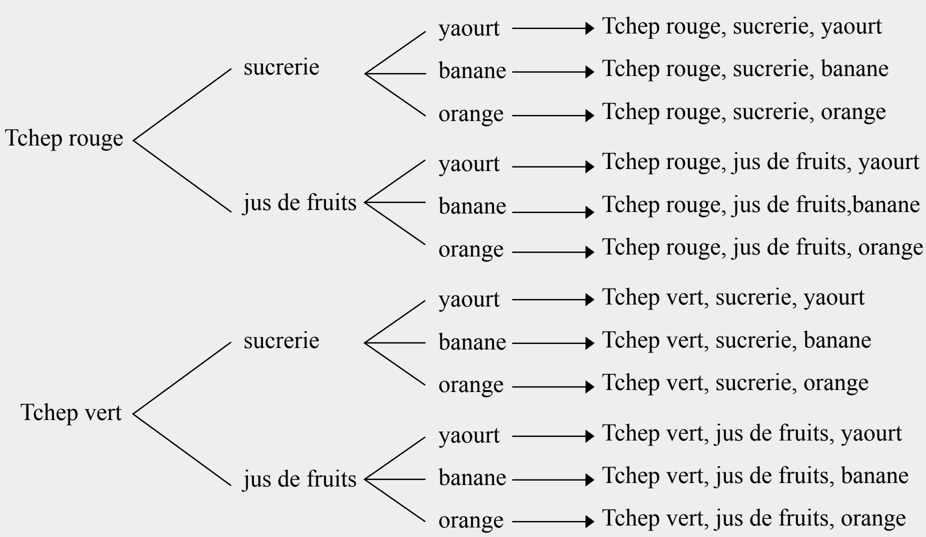


Il y a 6 résultats :
ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, et CBA

Exercices de fixation

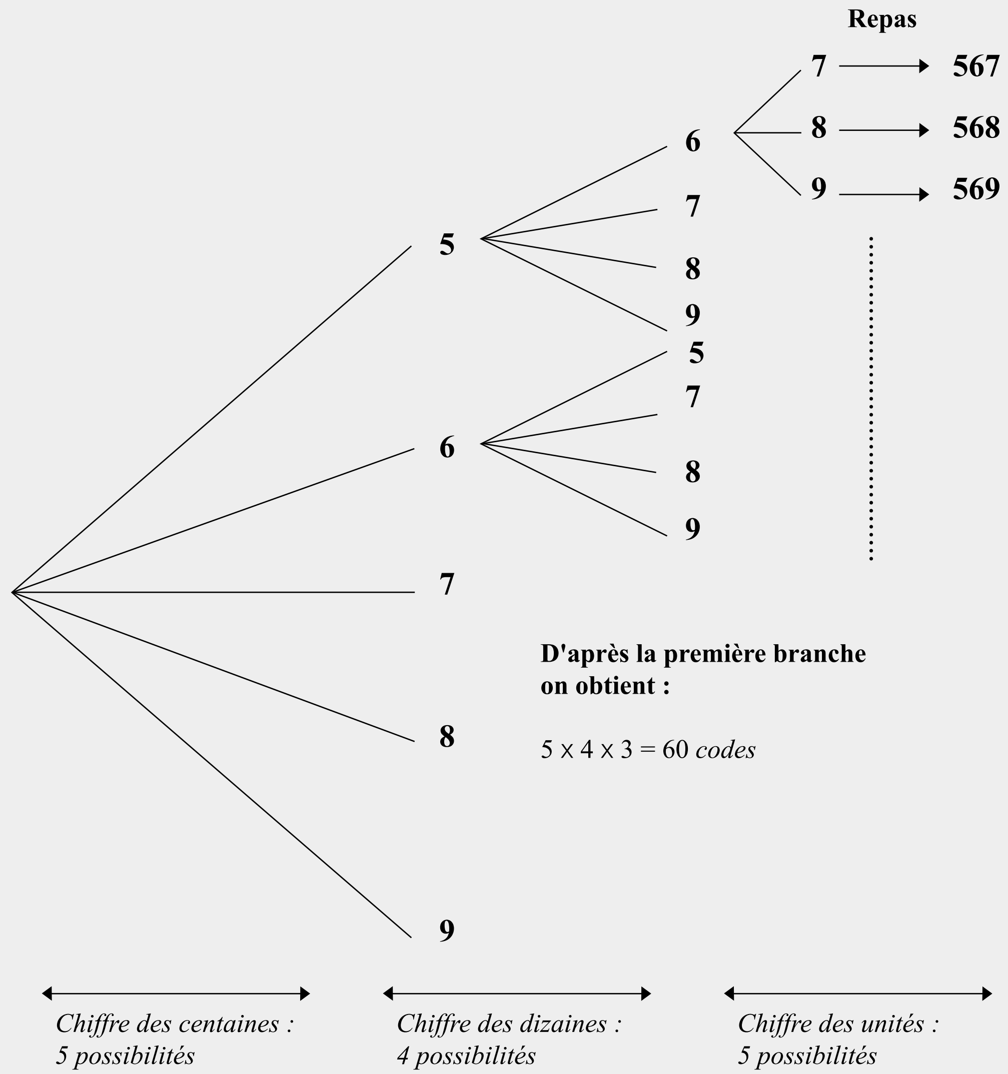
4-1

Résultats



Le nombre de repas distincts à servir aux invités est 12.

4-2 1- vrai, 2- faux, 3- vrai, 4- faux



Activité 5 Dénombrement à l'aide d'un tableau

a)

Unités / Dizaine	0	1	2	3	4	5
1	10	11	12	13	14	15
2	20	21	22	23	24	25
3	30	31	32	33	34	35
4	40	41	42	43	44	45
5	50	51	52	53	54	55
6	60	61	62	63	64	65

b) On dénombre 24 nombres inférieurs à 50

	M	non M	Total
F	35	45	80
non F	15	55	70
Total	50	100	150

b) • Le nombre n’ayant pas la moyenne en Mathématiques est :100.
• Le nombre n’ayant pas la moyenne en Français est :70.
• Le nombre d’élèves ayant la moyenne en mathématiques et n’ayant pas la moyenne en Français est : 15.
• Le nombre d’élèves ayant la moyenne en Français et n’ayant pas la moyenne en Mathématiques est : 45.
• Le nombre d’élèves ayant la moyenne en mathématiques et en Français est : 35.
• Le nombre d’élèves ayant la moyenne en mathématiques ou en Français est : 50 + 80 - 35 = 95.

Exercices de fixation

5-1

	Boursiers	non boursiers	Total
Filles	4	12	16
Garçons	5	10	15
Total	9	22	31

$25\%\ des\ \ filles = 16 \times \frac{25}{100} = 4$

$Deux\ tiers\ des\ garçons = \frac{2}{3} \times 15 = 10$

Le nombre d’élèves boursiers est 9

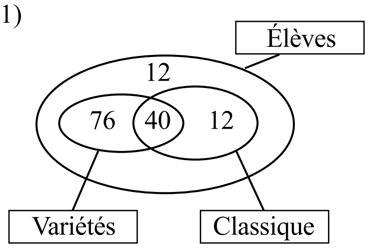
5-2

1^{er} dé / $2^{è}$ dé	1	2	3	4	5	6
R	(R ;1)	(R ;2)	(R ;3)	(R ;4)	(R ;5)	(R ;6)
R	(R ;1)	(R ;2)	(R ;3)	(R ;4)	(R ;5)	(R ;6)
V	(V ;1)	(V ;2)	(V ;3)	(V ;4)	(V ;5)	(V ;6)
V	(V ;1)	(V ;2)	(V ;3)	(V ;4)	(V ;5)	(V ;6)
B	(B ;1)	(B ;2)	(B ;3)	(B ;4)	(B ;5)	(B ;6)
J	(J ;1)	(J ;2)	(J ;3)	(J ;4)	(J ;5)	(J ;6)

Le nombre de résultats possibles est 36.

Activité 6 Dénombrement à l'aide d'un diagramme

1)



2. a) Rouge : 52 – 40 = 12 Bleu 116 – 40 = 76
Blanc : 40

b) Les élèves qui n'aiment ni les varités, ni la musique classique sont Vert (rouge + bleu) :
140 – (12 + 76 + 40) = 12.

Exercices de fixation

Soit C "l'ensemble des élèves du club" ; H " l'ensemble de ceux qui jouent le Hand-ball" et V "l'ensemble de ceux qui jouent le Volley-ball".
Soit F "l'ensemble de ceux qui ne pratiquent aucun sport".
$\text{Card}(F) = \text{Card}(C) - (\text{Card}(H) + \text{Card}(V) - \text{Card}(H \cap V)$
$= 32 - (14 + 22 - 7) = 3.$

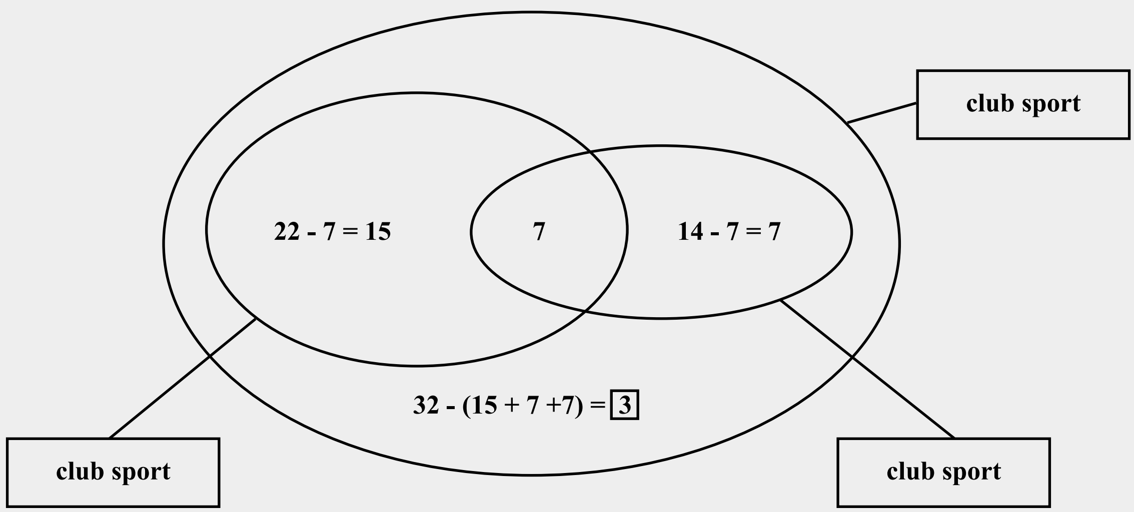
Activité 7 Traduction des expressions du langage courant utilisant « et », « ou », « au moins », « au plus » en langage mathématique

1. 2 cas (soit 2 jetons blancs soit 2 jetons rouges)
2. 4 cas (un jeton noir et un jeton rouge)
3. 9 cas (soit :
   - 1 jeton blanc et 1 jeton d'une autre couleur
   - 2 jetons blancs)
4. 14 cas (soit 0 question de culture, soit une seule question de culture)

Exercices de fixation

7-1 a) Les filles qui aiment le Basket-ball et le Hand-ball sont les éléments de l'ensemble.
$B \cap H$ ={ Khadidja, Mariam, Bertille, Marie, Marina, Chérifa}

b) Les filles qui aiment le Basket-ball ou le Hand-ball sont les éléments de l'ensemble



$B \cup H$ = { Mariette, Amandine, , Mariam, Bertille, Khadidja, Charlotte, Marie, Aïcha, Marina, Nathalie, Chérifa, Julie, Sylvie, Fanta, Carine, Bintou, Flora, Fatou, Clair, Rose }

7-2 a) $14 + 11 + 9 + 8 + 5 + 4 + 2 + 1 = 54$
b) $9 + 8 + 5 + 4 + 2 + 1 = 29$
c) $1 + 4 + 3 + 2 + 4 = 14$
d) 68

7-3 **1**- faux 2- vrai 3- vrai 4- faux 5- faux 6- vrai

Exercices de renforcement

1 A∪B = {*a, b, c, d, e, 1, 2, 3, 5, i, t, 7*}
A∪C = {*a, b, c, d, e, 1, 2, 3, t, h, i, 5*}
B∪C = {*i, e, a, t, 7, 5, 2, h, c, 1, 3,*}

2

	Homme	**Femme**	**Total**
Moins de 60 ans	**1 022**	**1 224**	2 246
Plus de 60 anss			754
Total			**3 000**

Le nombre d'homme et de femmes qui ont 60 ans et plus est **754.**

3 A∩B = {*a, e,* 5}
A∩C = {*c, e,* 1, 3, 5}
B∩C = {*i, e,* t, 5, 2,}

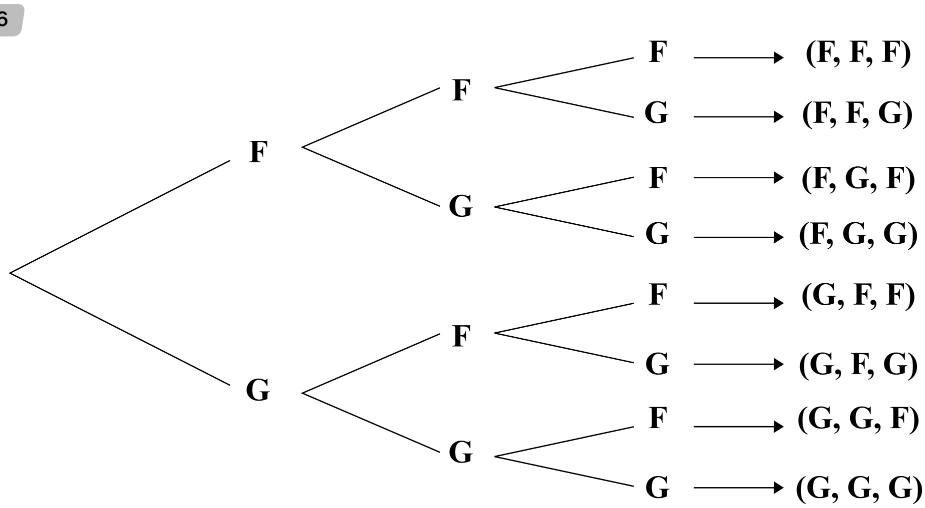
4

Card (A∪B)	Card A	Card B	Card (A∩B)
100	**70**	**45**	**15**
74	**37**	**56**	**19**
224	**99**	**148**	**23**
126	**76**	**50**	**0**

Rappel : Card (A∩B) = CardA + CardB - Card (A∪B)

5 Nombre de plats = 3 x 2 x 2 = 12

6



7

Choix	Jupes	Chemisiers	Vestes	Total
Nombre de possibilités	4	5	3	4 x 5 x 3 = 60

8 1)

Chiffre des centaines	Chiffre des dizaines	Chiffre des unités
3 possibilités	**2 possibilités**	**Une possibilité**

On trouve : 3 x 2 x 1 = 6

2) En procédant pareillement on obtient : 4 x 3 x 2 = 24

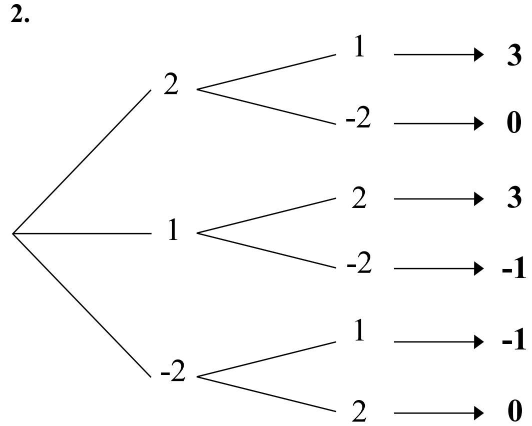
9 1. a)

b) Les gains possibles sont -4 ; -1 ; 0 ; 2 ; 3 et 4

c)

2ème tirage / 1er tirage	Bleu	Jaune	Rouge
Bleu	4	3	0
Jaune	3	2	-1
Rouge	0	-1	-4

2.

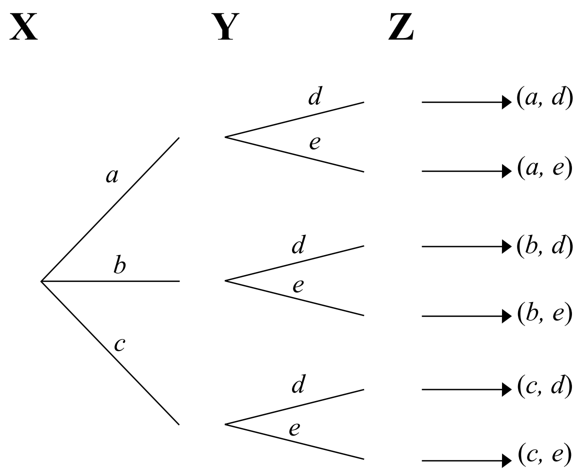


Les gains possibles sont -1 ; 0 et 3.

10

dé vert / dé rouge	1	2	3	4
1	(1 ; 1)	(1 ; 2)	(1 ; 3)	(1 ;4)
2	(2 ; 1)	(2 ; 2)	(2 ; 3)	(2 ;4)
3	(3 ; 1)	(3 ; 2)	(3 ; 3)	(3 ;4)
4	(4 ; 1)	(4 ; 2)	(4 ; 3)	(4 ;4)
5	(5 ; 1)	(5 ; 2)	(5 ; 3)	(5 ;4)
6	(6 ; 1)	(6 ; 2)	(6 ; 3)	(6 ;4)

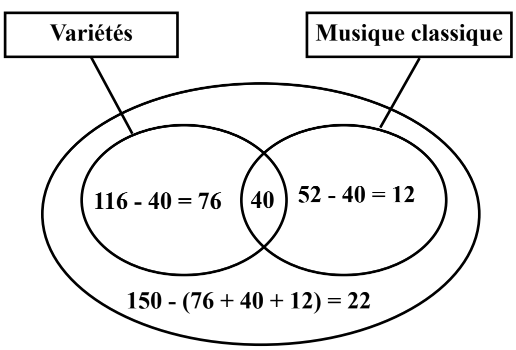
11



12

	Photographe	Non photographe	Total
Jongleur	7	5	12
Non Jongleur	19	94	113
Totaux	**26**	**99**	**125**

13

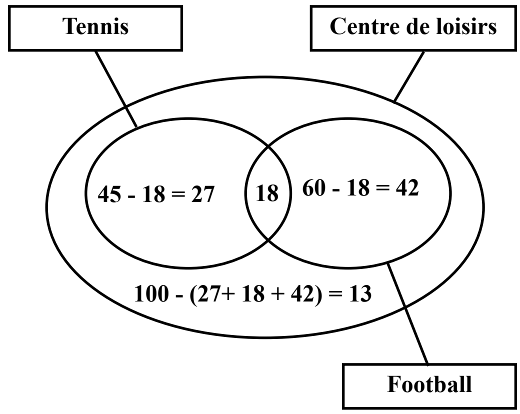


Désignons par V l'ensemble des élèves qui aiment les variétés et par C ceux qui aiment la musique classique.
On a : Card V = 116 ; Card C = 52 et Card $(V \cap C) = 40$
1. Le nombre d'élèves qui n'aiment que la musique classique est : 12.
2. Déterminons le nombre d'élèves qui n'ont pas donné leur avis. Le nombre est 22.

14 Désignons par I l'ensemble des élèves qui jouent d'un instrument les variétés et par S ceux qui font du solfège.

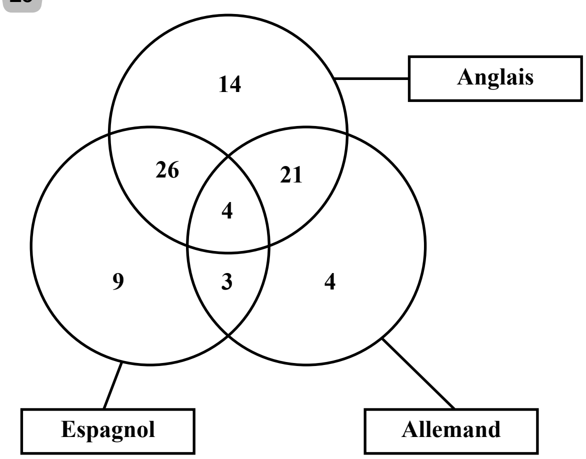
On a : Card I = 20 ; Card S = 30 et Card $(I \cup S) = 35$
Donc : Card $(I \cap S)$ = Card I + Card S – Card $(I \cup S)$ =
$20 + 30 - 35 = 15$
15 élèves pratiquent à la fois le solfège et un instrument

15



13 enfants n'aiment aucun des deux sports.

16



14 + 26 + 4 + 21 + 4 + 3 + 9 = 81 élèves

17

1. 120
2. C'est-à-dire 1 roi ou 2 rois
- 1 roi parmi les 4 rois et 1 carte parmi les 12 cartes restantes :
- 2 rois parmi les 4 rois : 6
Au total on a : 54 cas possibles.
3. c'est-à-dire 0 roi ou 1 seul roi :
- 0 roi revient choisir les deux cartes parmi les 12 cartes restantes : 66
- 1 seul roi revient à choisir 1 roi parmi les 4 et une autre carte parmi les 12 restantes :
Soit au total 114 ;
4. C'est-à-dire 1 roi parmi les 4 et 1 dame parmi les 4 : 16

18 $R \cap L$ = ensemble des quadrilatères qui sont à la fois rectangle et losange
Donc : $R \cap L = C$
$R \cup C = R$

19 On désigne par F l'ensemble des élèves qui pratiquent le football et par K ceux qui pratiquent le Karaté.
On a Card F = 37 ; Card K = 28
a) card $(F \cup K) = 60 - 9 = 51$
b) Card $(F \cap K)$ = Card F + Card K - Card $(F \cup K)$
$= 37 + 28 - 51$
$= 14$
c) Uniquement le football : $37 - 14 = 23$
d) Uniquement le karaté : $28 - 14 = 14$

20 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ possibilités

21

Option \ Langue	Anglais	Allemand	Total
Informatique	**3**	**6**	**9**
Chimie	**9**	**6**	**15**
Astronomie	**8**	**4**	**12**
Total	**20**	**16**	**36**

22

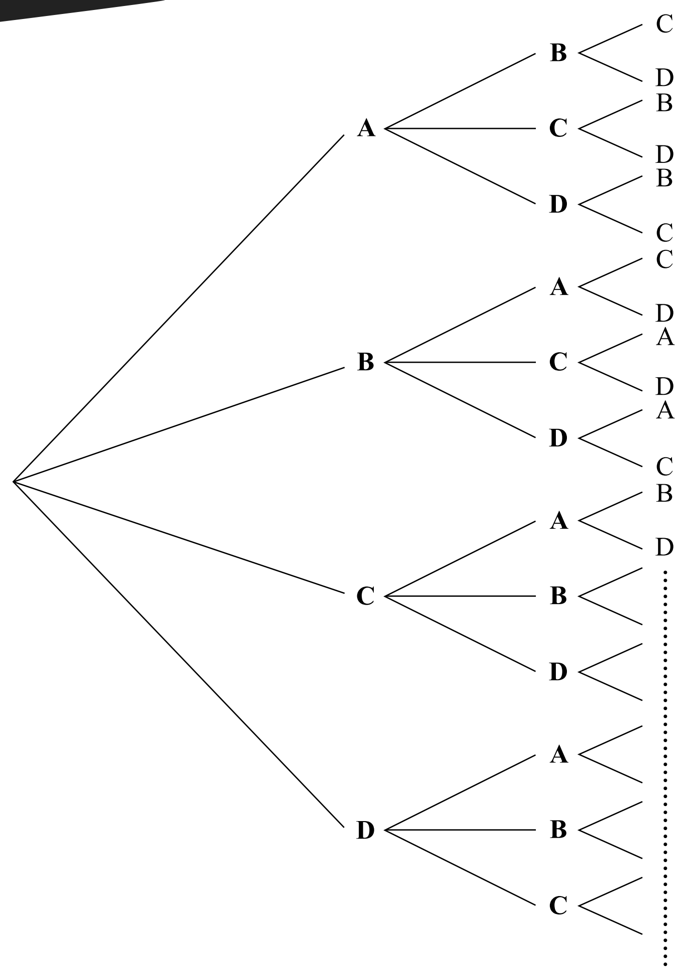
	Hommes			Femmes			Total
	Mariés	Non Mariés	Total	Mariés	Non Mariés	Total	
Syndiqués	**144**	**44**	**188**	**64**	**100**	**164**	**352**
Non Syndiqués	**22**	**90**	**112**	**194**	**142**	**336**	**448**
Total	**166**	**134**	**300**	**258**	**242**	**500**	**800**

Le nombre de femmes célibataires syndiquées est 100

23 $15 \times 4 = 60$

24 4^{15}.

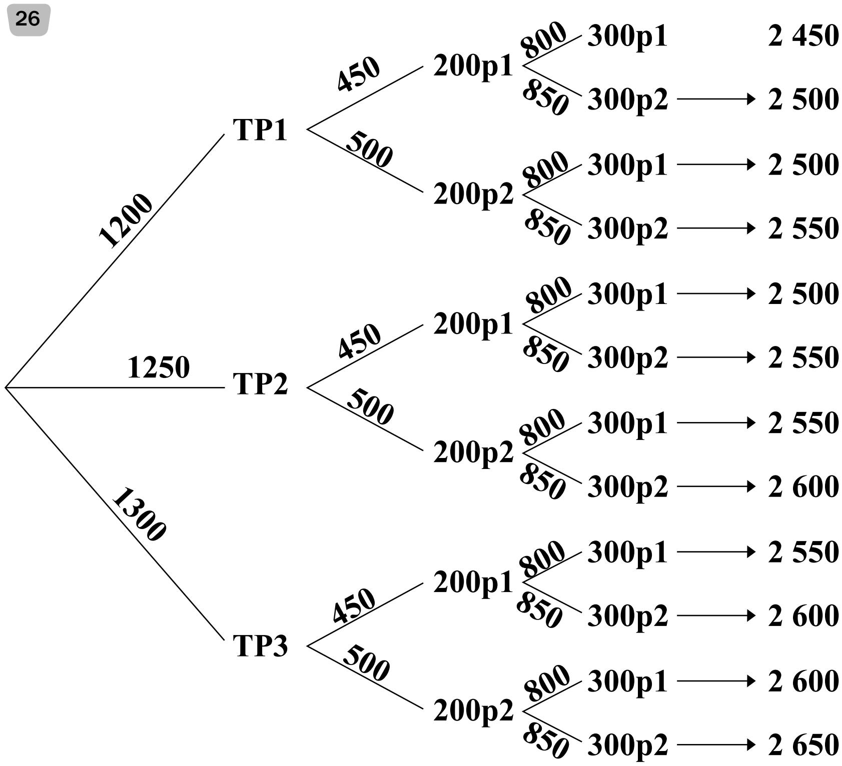
25



1. 24 trajets possibles

2.
   a) 6 trajets
   b) 8 trajets

26



Moins de 2 500 F
1 cahier de TP 1200 F, 1 cahier de 200 pages à 450 et 1 cahier de 300 pages à 800 F le tout pour une valeur de 2 450 F

Leçon 4 — ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DANS $\mathbb{R}$

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 — Résolution d'équations du type : $ax + b = 0$

1. a) Supposons que $a = b$

On a : $(a + c) - (b + c) = a + c - b - c$
$= a - b$

Donc : $(a + c) - (b + c) = 0$ car $a = b$

Par conséquent : $a + c = b + c$

Propriété : *Lorsqu'on ajoute un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.*

1. b) Supposons que $a = b$ et $c \neq 0$

On a : $a \times c - b \times c = c\,(a - b)$
$= c \times 0$ car : $a = b$

Donc : $a \times c - b \times c = 0$

Par conséquent : $a \times c = b \times c$

Propriété : *On peut multiplier les membres d'une égalité par un même nombre non nul. On obtient une nouvelle égalité.*

2. a)

$2x + 3 = 0$ équivaut à $2x + 3 + (-3) = 0 + (-3)$

$2x + 3 + (-3) = 0 + (-3)$ équivaut à $2x = -3$

$2x = -3$ équivaut à $\frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times (-3)$

$\frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times (-3)$ équivaut à $x = -\frac{3}{2}$

Donc $-\frac{3}{2}$ est la solution dans ° de l'équation $2x + 3 = 0$

2. b)

$ax + b = 0$ équivaut à $ax + b + (-b) = 0 + (-b)$

ce qui donne : $ax = -b$

• si $a = 0$, on se retrouve avec l'équation $0x = -b$

• si $b = 0$, on se retrouve avec l'équation $0x = 0$ qui est indéterminé.

Si $b \neq 0$, on se retrouve $0x = -b$ ce qui est impossible

• si $a \neq 0$, on a : $\frac{1}{a} \times ax = \frac{1}{a} \times (-b)$

Ce qui donne : $x = -\frac{b}{a}$

La solution est $-\frac{b}{a}$

Exercices de fixation

1-1 a) $x = 3$; $x + 5 = 8$

b) $x = -7$; $5 + x = -2$

c) $x = \frac{5}{7}$; $x + 7 = \frac{54}{7}$

d) $x = -9$; $x - 9 = -18$;

e) $x = \frac{-6}{11}$; $x + \frac{6}{11} = 0$

1-2 a) $x = 6$; $3x = 18$; b) $x = -7$; $-5x = 35$; c) $x = \frac{5}{7}$; $7x = 5$

d) $x = -9$; $0x = 0$; e) $-5x = \frac{25}{3}$

1-3 a) $3 \times (-2) + 6 = 0$; b) $-2 \times \frac{7}{2} + 7 = 0$

c) $5 \times \frac{9}{5} - 9 = 0$; d) $2 \times (-3) + 5 = -1$

e) $-3 \times \frac{13}{3} + 8 = -5$

1-4 $x + 3 = 0$ a pour solution -3

$x - 5 = 0$ a pour solution 5

$-x + 2 = 0$ a pour solution 2

$-x - 4 = 0$ a pour solution -4

1-5 1- C ; 2- B ; 3- A ; 4- C ; 5- C.

Activité 2 Résolution d'équations du type : $(ax+b)(cx+d)=0$

a) $ab = 0$ équivaut à $a = 0$ ou $b = 0$
b) $(x+2)(x-3) = 0$ équivaut à $x+2=0$ ou $x-3=0$
On obtient $x = -2$ ou $x = 3$
-2 et 3 sont les solutions de l'équation $(x+2)(x-3)=0$

Exercices de fixation

2-1 $(x-3)(2x+1)=0$ a pour solutions 3 et $-\frac{1}{2}$.
$x^2+x-6=0$ a pour solutions 2 et -3.

2-2 a) 0 et - 2
b) 3 et $\frac{4}{3}$
c) $-\frac{4}{5}$ et $\frac{3}{2}$

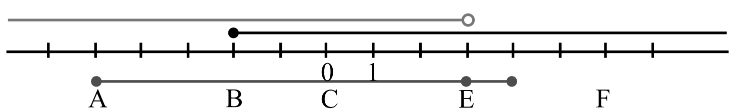
2-3 a) $2(x+2)-(x+2)(3x-5)=0$
équivaut à $(x+2)[2-(3x-5)]=0$
$(x+2)[2-(3x-5)]=0$
équivaut à $(x+2)(-3x+7)=0$
$(x+2)(-3x+7)=0$
équivaut à $x=-2$ ou $x=\frac{7}{3}$
Les solutions sont -2 et $\frac{7}{3}$

b) $4x^2-x(x-5)=0$ équivaut à $x(3x+5)=0$
Après la résolution on trouve 0 et $-\frac{5}{3}$ comme solutions.

c) $(3x+2)(2x-7)=(5x+9)(2x-7)$
équivaut à $(3x+2)(2x-7)-(5x+9)(2x-7)$
$(3x+2)(2x-7)-(5x+9)(2x-7)=0$
équivaut à $(2x-7)(-2x-7)=0$
$(2x-7)(-2x-7)=0$ équivaut à $2x-7=0$ ou $-2x-7=0$
On obtient $\frac{7}{2}$ et $-\frac{7}{2}$

Activité 3 Résolution Traduction d'inégalités à l'aide d'intervalle et d'intervalle à l'aide d'inégalités.

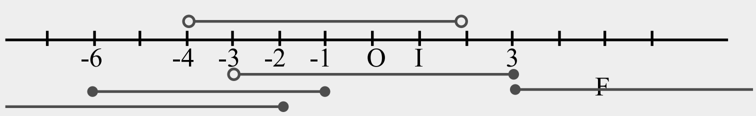
X < 3



Intervalles [2 ; +∞[et]- ∞ ; - 3[.
Les bornes de l'intervalle [- 5 ; 3] sont - 5 et 3.
L'amplitude de [- 5 ; 3] est 3 + 5 = 8.

Exercices de fixation

3-1



]- 4 ; 2[: bleu ;]- 3 ; 3] : orange ; [- 6 ; - 1] : vert ;]- ∞ ; - 2] : rouge ; [3 ; + ∞[: violet

3-2
- $-3 \le x < 2$: [- 3 ; 2[
- $x \ge -4$: [- 4 ; + ∞[
- $x < 1$:]- ∞ ; 1[
- $1 \le x \le 5$: [1 ; 5]
- $-7 < x < -1$:] - 7 ; - 1[

3-3
$x \in]-\infty ; -1]$: $x < -1$
$x \in]-3 ; 2]$: $-3 < x \le 2$
$x \in [1 ; 5]$: $1 \le x \le 5$
$x \in [-2 ; +\infty[$: $x \ge -2$

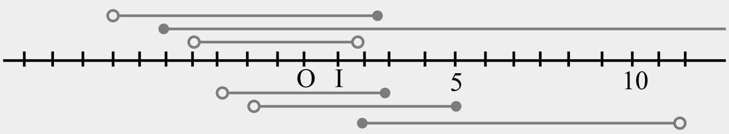
Activité 4 Représentation de réunion ou d'intersection de deux intervalles sur une droite graduée

a) $-2 \leq x < 3$

b) $]-\infty ; +\infty[$

Exercices de fixation

4-1



$]-4 ; 2[\cap]-3 ; 3] =]-3 ; 2[$

$]-2 ; 5] \cap [0 ; 12[= [0 ; 5]$

$[-5 ; +\infty[\cap]-8 ; 3] = [-5 ; 3]$

4-2

$]-3; 3] \cup [-6 ; -1] =]-6 ; 3]$

$]-2 ; 5] \cup [8 ; 12[=]-2 ; 5] \cup [8 ; 12[$

$]-2 ; 5] \cup [8 ; 12[=]-2 ; 12[$

$[-5 ; +\infty[\cup]-\infty ; 0] = =]-\infty ; +\infty] = \mathbb{R}$

Activité 5 Résolution d'inéquations d'un des types : $ax + b \geq 0$ ou $ax + b \leq 0$

1. a) Supposons que $a \geq b$ soit $a - b \geq 0$

On a : $(a + c) - (b + c) = a - b$

Or : $a - b \geq 0$

Donc $(a + c) - (b + c) \geq 0$ soit : $a + c \geq b + c$

b) supposons que $a \geq b$ et $c > 0$

On a : $a \times c - b \times c = c\,(a - b)$

Or : $c > 0$ et $a - b > 0$

Donc : $c\,(a - b) > 0$ et par conséquent : $a \times c - b \times c > 0$

Et par suite : $a \times c \geq b \times c$

c) Supposons que $a \geq b$ et $c < 0$

On a : $a \times c - b \times c = c\,(a - b)$

Or : $c < 0$ et $a - b > 0$

Donc : $c\,(a - b) < 0$ et

par conséquent : $a \times c - b \times c < 0$

Et par suite : $a \times c \leq b \times c$

2. a)

$3x + 2 \geq 0$ équivaut à $3x + 2 + (-2) \geq 0 + (-2)$

$3x + 2 + (-2) \geq 0 + (-2)$ équivaut à $3x \geq -2$

$3x \geq -2$ équivaut à $\frac{1}{3} \times 3x \geq -2 \times \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \times 3x \geq -2 \times \frac{1}{3}$ équivaut à $x \geq \frac{-2}{3}$

$[\frac{-2}{3} ; +\infty[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $3x + 2 \geq 0$

$-5x + 6 \geq 0$ équivaut à $-5x + 6 + (-6) \geq 0 + (-6)$

$-5x + 6 + (-6) \geq 0 + (-6)$ équivaut à $-5x \geq -6$

$-5x \geq -6$ équivaut à $-\frac{1}{5} \times (-5x) \leq -6 \times (-\frac{1}{5})$

$-\frac{1}{5} \times (-5x) \leq -6 \times (-\frac{1}{5})$ équivaut à $x \leq \frac{6}{5}$

$]-\infty ; \frac{6}{5}]$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $-5x + 6 \geq 0$

2. b)

$ax + b \geq 0$ équivaut à $ax + b + (-b) \geq 0 + (-b)$

$ax + b + (-b) \geq 0 + (-b)$ équivaut à $ax \geq -b$

Si $a > 0$

$ax \geq -b$ équivaut à $\frac{1}{a} \times ax \geq -b \times \frac{1}{a}$

$\frac{1}{a} \times ax \geq -b \times \frac{1}{a}$ équivaut à $x \geq -\frac{b}{a}$

$[-\frac{b}{a} ; +\infty[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $ax + b \geq 0$.

Si $a < 0$

$ax \geq -b$ équivaut à $\frac{1}{a} \times ax \leq -b \times \frac{1}{a}$

$\frac{1}{a} \times ax \leq -b \times \frac{1}{a}$ équivaut à $x \leq -\frac{b}{a}$

$]-\infty ; -\frac{b}{a}]$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $ax + b \geq 0$.

2.c)

$ax + b \leq 0$ équivaut à $ax + b + (-b) \leq 0 + (-b)$

$ax + b + (-b) \leq 0 + (-b)$ équivaut à $ax \leq -b$

. Si $a > 0$

$ax \leq -b$ équivaut à $\frac{1}{a} \times ax \leq -b \times \frac{1}{a}$

$\frac{1}{a} \times ax \leq -b \times \frac{1}{a}$ équivaut à $x \leq -\frac{b}{a}$

$]-\infty ; -\frac{b}{a}]$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $ax + b \leq 0$

Si $a < 0$

$ax \leq -b$ équivaut à $\frac{1}{a} \times ax \geq -b \times \frac{1}{a}$

$\frac{1}{a} \times ax \geq -b \times \frac{1}{a}$ équivaut à $x \geq -\frac{b}{a}$

$[-\frac{b}{a} ; +\infty[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $ax + b \leq 0$.

Exercices de fixation

5-1 a) $x \leq 11$
$x + 89 \leq 100$

b) $x < -21$
$15 + x < -6$

c) $x \geq \frac{5}{7}$
$x + 5 \geq \frac{40}{7}$

d) $x > -3$
$x - 13 > -16$

5-2 a) $x < 6$
$3x < 18$

b) $x > \frac{5}{7}$
$7x > 5$

c) $x \leq -7$
$-5x \geq 35$

d) $x \geq -9$
$-3x \leq 27$

5-3
$$\left\{\begin{array}{ll} 2x + 4 \leq 0 & \text{si } x \leq -2 \\ 2x + 4 \geq 0 & \text{si } x \geq -2 \end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{ll} -6x + 18 \leq 0 & \text{si x} \geq 3 \\ -6x + 18 \geq 0 & \text{si x} \leq 3 \end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{ll} \frac{2}{3}x - 1 \leq 0 & \text{si } x \leq \frac{3}{2} \\ \frac{2}{3}x - 1 \geq 0 & \text{si } x \geq \frac{3}{2} \end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{ll} 3x - 5 \leq 0 & \text{si } x \leq \frac{5}{3} \\ 3x - 5 \geq 0 & \text{si } x \leq \frac{5}{3} \end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{ll} -x - 7 \leq 0 & \text{si } x \geq -7 \\ -x - 7 \geq 0 & \text{si } x \leq -7 \end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{ll} -0,5x + 8 \leq 0 & \text{si } x \geq 16 \\ -0,5x + 8 \geq 0 & \text{si } x \leq 16 \end{array}\right\}$$

5-4 a) $3x \geq 6$
$x \geq 2$

b) $19x < 5$
$x < \frac{5}{19}$

c) $-5x >$
-35
$x < 7$

d) $-6x \leq 12$
$x \geq -2$

5-5 1) faux 2) faux 3) faux 4) vrai 5) faux

5-6
- $[-3 ; +\infty[$
- $]-\infty ; 5[$
- $]-\infty ; 2[$
- $[-4 ; +\infty[$

1. $[2 ; +\infty[$ 2. $[2 ; +\infty[$ 3. $\left]\frac{14}{5} ; +\infty\right[$

4. $\left]\frac{21}{4} ; +\infty\right[$ 5. $\left]-\infty ; \frac{3}{2}\right]$

Activité 6 Détermination du signe de $(ax + b)(cx + d)$

a) $(-x + 3)(3x + 4) = 0$
équivaut à $x = 3$ ou $x = \frac{-4}{3}$

$\left\{\frac{-4}{3} ; 3\right\}$ est l'ensemble des solutions de l'équation $(-x + 3)(3x + 4) = 0$

b) {$-x + 3$ est négatif pour tout nombre réel x tel que $x \geq 3$

{$-x + 3$ est positif pour tout nombre réel x tel que $x \leq 3$

c) {$3x + 4$ est négatif pour tout nombre réel x tel que $x \leq \frac{-4}{3}$

{$3x + 4$ est positif pour tout nombre réel x tel que $x \geq \frac{-4}{3}$

b)

x	$-\infty$		$\frac{-4}{3}$		5		$+\infty$
$-x + 3$		+		+	0	-	
$3x + 4$		-	0	+		+	
$(-x + 3)(3x + 4)$		-	0	+	0	-	

Exercices de fixation

6-1

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$-4x$		+		+	0	-	
$2x + 4$		-	0	+		+	
$-4x(2x + 4)$		-	0	+	0	-	

Pour $x \in]-\infty ; -2[\cup]0 ; +\infty[$; $-4x(2x + 4) < 0$.
Pour $x \in]-2 ; 0[$; $-4x(2x + 4) > 0$.
Pour $x \in \{-2 ; 0\}$; $-4x(2x + 4) = 0$.

6-2 $(x + 3)(x - 1) = 0$ équivaut à $x = -3$ ou $x = 1$
Tableau de signe de $(x + 3)(x - 1)$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$x + 3$		-	0	+		+	
$x - 1$		-		-	0	+	
$(x + 3)(x - 1)$		+	0	-	0	+	

Pour $x \in]-\infty ; -3[\cup]1 ; +\infty[$; $(x + 3)(x - 1) > 0$.
Pour $x \in]-3 ; 1[$; $(x + 3)(x - 1) < 0$.

$(x-2)(-2x+3)=0$ équivaut à $x=2$ ou $x=1{,}5$
Tableau de signe de $(x-2)(-2x+3)$

x	$-\infty$		$-1{,}5$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	|	$-$	$\boxed{0}$	$+$	
$(-2x+3)$		$+$	$\boxed{0}$	$-$	|	$-$	
$(-x+3)(x+1)$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	$\boxed{0}$	$-$	

Pour $x \in]-\infty\,;-1{,}5[\cup]2\,;+\infty[\,;(x-2)(-2x+3)<0$.
Pour $x \in]-1{,}5\,;2[\,;(x-2)(-2x+3)>0$.
Pour $x \in \{-1{,}5\,;2\}\,;(x-2)(-2x+3)=0$.

Activité 7 Inéquations du type $(ax+b)(cx+d) \geq 0$ ou $(ax+b)(cx+d) \leq 0$

a) 2 ; 0 ; 4 ; 0,5 ; 5

b) $\begin{cases} 2x+31 \text{ est négatif pour tout nombre réel } x \text{ tel que } x \leq -\dfrac{31}{2} \\ 2x+31 \text{ est positif pour tout nombre réel } x \text{ tel que } x \geq -\dfrac{31}{2} \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x+4 \text{ est négatif pour tout nombre réel } x \text{ tel que } x \geq 4 \\ -x+4 \text{ est positif pour tout nombre réel } x \text{ tel que } x \leq 4 \end{cases}$

d)

x	$-\infty$		$-\frac{31}{2}$		4		$+\infty$
$-x+4$		$+$	|	$+$	$\boxed{0}$	$-$	
$2x+3$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	|	$+$	
$(-x+4)(2x+3)$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	$\boxed{0}$	$-$	

e) $\left[-\frac{31}{2}\,;4\right]$

Exercices de fixation

7-1 1- D ; 2- A ; 3- D ; 4- A

7-2 1- D ; 2- D ; 3- A ; 4- D

7-3 En partant des tableaux de signe, on obtient :

a) $]-\infty\,;-1[\cup]2\,;+\infty[$; b) $\left]-\infty\,;\frac{-3}{2}\right] \cup [5\,;+\infty[$; c) $]-\infty\,;1[\cup \left]\frac{8}{3}\,;+\infty\right]$; d) $\left[\frac{3}{2}\,;6\right]$.

Activité 8 Traduction d'un problème de vie courante par une équation ou une inéquation

a) $A(x) = 31500 + 1650x$.
b) $B(x) = 2400x$.
c) $A(x) \geq B(x)$ signifie que $31500 + 1650x \geq 2400x$
$31500 + 1650x \geq 2400x$ équivaut à $x \leq 42$.
d) Pour une vente de moins de 42 collections le contrat A est plus avantageux.
Pour une vente de plus de 42 collections le contrat B est plus avantageux.

Exercices de fixation

8-1 $(x+3) - 3(x-3) = x$

8-2 Ce dernier a pris au départ 27
$6(2x-3) = 306$

8-3
- 33 caisses
- $118x + 2\,000 \leq 6\,000$

8-4 $75\,000 + 375x \leq 600x$

Exercices de renforcement

1 L'ensemble des solutions de chacune des équations est :

a) $\{2\}$ b) $\{-2\}$ c) $\{4\}$ d) $\{-5\}$ e) $\{-8\}$ f) $\{5\}$

2 L'ensemble des solutions de chacune des équations est :

a) : $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ b) : $\left\{-\frac{5}{3}\right\}$ c) : $\left\{-\frac{6}{5}\right\}$

d) : $\left\{\frac{13}{4}\right\}$ e) : $\{+6\}$

3 L'ensemble des solutions de chacune des équations est :

(E_1) : $\{-3\}$ (E_2) : $\{1\}$ (E_3) : $\left\{-\frac{4}{3}\right\}$

(E_4) : $\{-5\}$ (E_5) : $\{0\}$ (E_6) : $\left\{-\frac{10}{11}\right\}$

4 L'ensemble des solutions de chacune des équations est :

a) $\{2\}$; b) $\{-7\}$; c) $\left\{-\frac{5}{7}\right\}$; d) $\mathbb{R}$; e) ϕ.

5 L'ensemble des solutions de chacune des équations est :

(E_1) : $\{-3 ; 2\}$ (E_2) : $\left\{\frac{3}{2} ; 4\right\}$

(E_3) : $\left\{\frac{1}{3} ; 2\right\}$

(E_4) : il faut remarquer que $(x - 2)^2 = 0$ équivaut à $x - 2 = 0$

Donc l'ensemble des solutions de cette équation est $\{2\}$.

(E5) : $\left\{0 ; \frac{4}{3}\right\}$

(E6) : $(2x + 3)^2 = 1$ équivaut à $(2x + 3)^2 - 1 = 0$

$(2x + 3)^2 - 1 = 0$ équivaut à $4(x + 1)(x + 2) = 0$

$\{-1 ; -2\}$ est l'ensemble des solutions de cette équation.

6 L'ensemble des solutions de chacune des équations est :

(E_1) : $x^2 = x(x - 2)$ équivaut à $x^2 = x^2 - 2x$

$x^2 = x^2 - 2x$ équivaut à $2x = 0$

D'où l'ensemble des solutions est $\{0\}$

(E_2) : $(2x - 3)^2 + (2x - 3)(x - 4) = 0$ équivaut à $(2x - 3)(3x - 7) = 0$.

Donc : $\left\{\frac{3}{2} ; \frac{7}{3}\right\}$ est l'ensemble des solutions

(E_3) : $9x^2 = 4(3x + 1)^2$ équivaut à $9x^2 - 4(3x + 1)^2 = 0$.

$9x^2 - 4(3x + 1)^2 = 0$ équivaut à

$(3x)^2 - (2(3x + 1))^2 = 0$

$(3x)^2 - (2(3x + 1))^2 = 0$ équivaut à

$-(3x + 2)(9x + 2) = 0$

$\left\{-\frac{2}{9} ; -\frac{2}{3}\right\}$ est l'ensemble des solutions de (E_3).

(E_4) : $(3x - 2)^2 = (4x + 1)^2$ équivaut à $-(x + 3)(7x - 1) = 0$

$\left\{-3 ; +\frac{1}{7}\right\}$ est l'ensemble des solutions

(E_5) : $(2x + 3)^2 = 1$ équivaut à $4(x + 1)(x + 2) = 0$

$\{-1 ; -2\}$ est l'ensemble des solutions

(E_6) : $(-3x + 4)^2 = 2(9x^2 - 16)$ équivaut à

$(-3x + 4)^2 - 2(9x^2 - 16) = 0$

$(-3x + 4)^2 - 2(9x^2 - 16) = (-3x + 4)^2 + 2(16 - 9x^2)$

$= (-3x + 4)^2 + 2(-3x + 4)(3x + 4)$

$= 3(-3x + 4)(x + 4)$.

Donc $\left\{-4 ; \frac{4}{3}\right\}$ est l'ensemble des solutions.

7 (E_1) : $x^2 + 2x + 1 = (2x - 3)(x + 1)$ équivaut à $x^2 + 2x + 1 - (2x - 3)(x + 1) = 0$

$x^2 + 2x + 1 - (2x - 3)(x + 1) = 0$ équivaut à

$(x + 1)^2 - (2x - 3)(x + 1) = 0$

$(x + 1)^2 - (2x - 3)(x + 1) = 0$ équivaut à

$(x + 1)(-x + 4) = 0$

Donc l'ensemble des solutions est $\{-1 ; 4\}$

(E_2) : $x^2 - 6x + 9 = (2 - x)(x - 3)$ équivaut à

$(x - 3)(2x - 5) = 0$

L'ensemble des solutions est $\left\{3 ; \frac{5}{2}\right\}$

(E_3) équivaut à $(3x - 1)(3x + 2) = 0$

L'ensemble des solutions est $\left\{-\frac{2}{3} ; \frac{1}{3}\right\}$

(E_4) équivaut à $(x - 3)(2x + 1)(4 - x) = 0$

Donc $\left\{-\frac{1}{2} ; 3 ; 4\right\}$ est l'ensemble des solutions

(E_5) équivaut à $(x - 2)(x - 1)(x + 1) = 0$

Donc $\{-1 ; 1 ; 2\}$ est l'ensemble des solutions

(E_6) équivaut à $x(x + 3)^2 = 0$

Donc $\{-3 ; 0\}$ est l'ensemble des solutions

8 (E_1) équivaut $(x - 2)(3 - 2x) = 0$

$\left\{\frac{3}{2} ; 2\right\}$ est l'ensemble des solutions

(E_2) équivaut à $4x(x - 2) = 0$

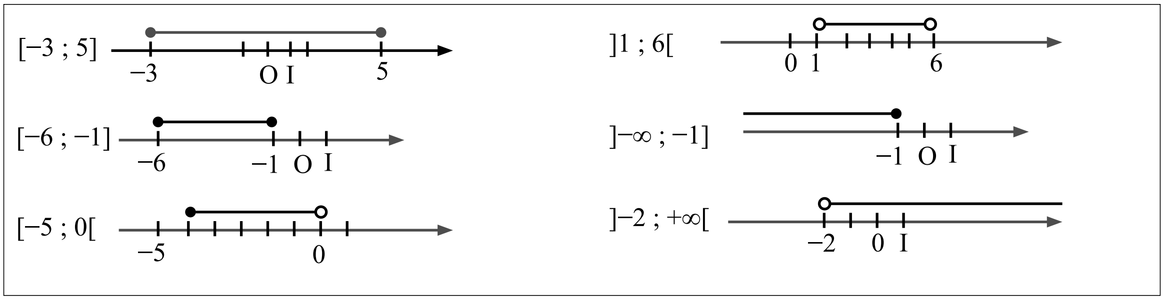
L'ensemble des solutions est $\{0 ; 2\}$

(E_3) équivaut à $8x^2 + 14x - 15 = 8x^2 + 2x + 12$

$8x^2 + 14x - 15 = 8x^2 + 2x + 12$ équivaut à $12x - 27 = 0$

$\left\{\frac{9}{4}\right\}$ est l'ensemble des solutions

9 [- 3 ; 5] : $-3 \leq x \leq 5$
[- 6 ; - 1] : $-6 \leq x \leq -1$
[- 5 ; 0[: $-5 \leq x < 0$
]1 ; 6[: $1 < x < 6$
]- ∞ ; - 1] : $x \leq -1$
]-2 ; + ∞[: $x > -2$



10 a)]-3 ; + ∞[b)]- ∞ ; 2] c) [-2 ; 3[
d) [- 1 ; 1]
e)]0 ; +∞[f)]1 ; 5[

11 Après avoir représenté ces intervalles, on obtient :
a) [-2 ; 1[∪]0 ; 3] = [- 2 ; 3]
b) [-5 ; 3[∩] - 1 ; 5] =]- 1 ; 3[
c)]- 2 ; 5[∪ [- 1 ; 1] =] – 2 ; 5[
d)]- ∞ ; 2[∩ [0 ; 5] = [0 ; 2]

12 a) $x - 1$ est négatif pour tout réel x tel que $x < 1$
$x - 1$ est positif pour tout réel x tel que $x > 1$
b) $x + 3$ est négatif pour tout réel x tel que $x < -3$
$x + 3$ est positif pour tout réel x tel que $x > -3$
c) $-x - 1$ est négatif pour tout réel x tel que $x > -1$
$-x - 1$ est positif pour tout réel x tel que $x < -1$
d) $-2x + 5$ est négatif pour tout réel x tel que $x > \frac{5}{2}$
$-2x + 5$ est positif pour tout réel x tel que $x < \frac{5}{2}$
e) $3x - 6$ est négatif pour tout réel x tel que $x < 2$
$3x - 6$ est positif pour tout réel x tel que $x > 2$
f) $-2x + 3$ est négatif pour tout réel x tel que $x > \frac{3}{2}$
$-2x + 3$ est positif pour tout réel x tel que $x < \frac{3}{2}$

13 $(I_1) : x - 2 \geq 0$ équivaut à $x \geq 2$
L'ensemble des solutions de (I1) est [2 ; + ∞[
$(I_2) : 2x + 3 > 0$ équivaut à $x > - \frac{-3}{2}$
L'ensemble des solutions de (I_2) est
$(I_3) : -3x + 8 \geq 0$ équivaut à $x \leq \frac{8}{3}$.
L'ensemble des solutions de (I_3) est $\left]-\infty ; \frac{8}{3}\right[$
$(I_4) : x + 3 \leq 0$ équivaut à $x \leq -3$
L'ensemble des solutions de (I4) est $]-\infty ; -3]$
$(I_5) : -2x - 5 < 0$ équivaut à $x > -\frac{5}{2}$.
L'ensemble des solutions de (I5) est $\left]-\frac{5}{2} ; +\infty\right[$.
$(I_6) : 2x + 2 \leq 0$ équivaut à $x \leq -1$
L'ensemble des solutions de (I6) est $]-\infty ; -1]$.

14 $(I_1) : x + 2 < -6$ équivaut à $x < -8$. L'ensemble des solutions de (I_1) est $]-\infty ; -8[$.
En procédant de même
(I_2) : [- 2 ; + ∞[; (I_3) :]- 9 ; + ∞[
(I_4) : $-\frac{2}{3}$; + ∞ ; (I_5)]- ∞ ; 14[
(I_6) :]- ∞ ; - 5]

15 a) $2x - 1 \geq 4x + 5$ équivaut à $2x - 4x \geq 5 + 1$
$2x - 4x \geq 5 + 1$ équivaut à $-2x \geq 6$
$-2x \geq 6$ équivaut à $x \leq -3$
]- ∞ ; - 3] est l'ensemble des solutions
De même :
b) $-3x + 5 \leq 8x + 2$ équivaut à $-11x \leq -3$
$-11x \leq -3$ équivaut à $x \geq \frac{3}{11}$
L'ensemble des solutions est $[\frac{3}{11}$; + ∞[
c) $2x - 19 > 4x - 6$ équivaut à $-2x > 13$
$-2x > 13$ équivaut à $x < -\frac{13}{2}$
L'ensemble des solutions est]- ∞ ; $-\frac{13}{2}$ [
d) $7x + 17 < 2x + 3$ équivaut à $5x < -14$
$5x < -14$ équivaut à $x < -\frac{14}{5}$
L'ensemble des solutions est]- ∞ ; $-\frac{14}{5}$ [
e) $-13x + 3 \geq 8x - 3$ équivaut à $-21x \geq -6$
$-21x \geq -6$ équivaut à $x \leq \frac{2}{7}$
L'ensemble des solutions est]- ∞ ; $\frac{2}{7}$ [

16 a) $(x-1)(x+3) = 0$ si et seulement si $x = 1$ ou $x = -3$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$x + 1$		$-$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	
$x + 3$		$-$	$\boxed{0}$	$+$		$+$	
$(x - 1)(x + 3)$		$+$	$\boxed{0}$	$-$	$\boxed{0}$	$+$	

- $(x-1)(x+3) = 0$ si et seulement si $x \in \{-3\,;1\}$
- $(x-1)(x+3) < 0$ si et seulement si $x \in]-3\,;1[$
- $(x-1)(x+3) > 0$ si et seulement si $x \in]-\infty\,;-3[\ \cup\ ]1\,;+\infty[$

b) $(x+2)(x-5) = 0$ si et seulement si $x = -2$ ou $x = 5$

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$x - 5$		$-$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	
$x + 2$		$-$	$\boxed{0}$	$+$		$+$	
$(x - 2)(x - 5)$		$+$	$\boxed{0}$	$-$	$\boxed{0}$	$+$	

- $(x+2)(x-5) = 0$ si et seulement si $x \in \{-2\,;5\}$
- $(x+2)(x-5) < 0$ si et seulement si $x \in]-2\,;5[$
- $(x+2)(x-5) > 0$ si et seulement si $x \in]-\infty\,;-2[\ \cup\ ]5\,;+\infty[$

c) $(x-2)(x-4) = 0$ si et seulement si $x = 2$ ou $x = 4$

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$x - 4$		$-$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	
$x - 2$		$-$	$\boxed{0}$	$+$		$+$	
$(x - 2)(x - 4)$		$+$	$\boxed{0}$	$-$	$\boxed{0}$	$+$	

- $(x-2)(x-4) = 0$ si et seulement si $x \in \{2\,;4\}$
- $(x-2)(x-4) < 0$ si et seulement si $x \in]2\,;4[$
- $(x-2)(x-4) > 0$ si et seulement si $x \in]-\infty\,;2[\ \cup\ ]4\,;+\infty[$

d) $(2x-1)(-x+3) = 0$ si et seulement si $x = \frac{1}{2}$ ou $x = 3$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$-x + 3$		$+$		$+$	$\boxed{0}$	$-$	
$2x - 1$		$-$	$\boxed{0}$	$+$		$+$	
$(2x - 1)(-x - 3)$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	$\boxed{0}$	$-$	

- $(2x-1)(-x+3) = 0$ si et seulement si $x \in \left\{\frac{1}{2}\,;3\right\}$
- $(2x-1)(-x+3) > 0$ si et seulement si $x \in \left]\frac{1}{2}\,;3\right[$
- $(2x-1)(-x+3) < 0$ si et seulement si $x \in \left]-\infty\,;\frac{1}{2}\right[\ \cup\ ]3\,;+\infty[$

e) $(-3x+1)(-x+4) = 0$ si et seulement si $x = \frac{1}{3}$ ou $x = 4$

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		4		$+\infty$
$-x + 4$		$+$		$+$	$\boxed{0}$	$-$	
$-3x + 1$		$+$	$\boxed{0}$	$-$		$-$	
$(-3x + 2)(-x - 4)$		$+$	$\boxed{0}$	$-$	$\boxed{0}$	$+$	

- $(-3x+1)(-x+4) = 0$ si et seulement si $x \in \left\{\frac{1}{3}\,;4\right\}$
- $(-3x+1)(-x+4) < 0$ si et seulement si $x \in \left]\frac{1}{3}\,;4\right[$
- $(-3x+1)(-x+4) > 0$ si et seulement si $x \in \left]-\infty\,;\frac{1}{3}\right[\ \cup\ ]4\,;+\infty[$

f) $(-5x-2)(4x-1) = 0$ si et seulement si $x = -\frac{2}{5}$ ou $x = \frac{1}{4}$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{5}$		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
$4x - 1$		$-$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	
$-5x - 2$		$+$	$\boxed{0}$	$-$		$-$	
$(4x - 1)(-5x - 2)$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	$\boxed{0}$	$-$	

- $(-5x-2)(4x-1) = 0$ si et seulement si $x \in \left\{-\frac{2}{5}\,;\frac{1}{4}\right\}$
- $(-5x-2)(4x-1) > 0$ si et seulement si $x \in \left]-\frac{2}{5}\,;\frac{1}{4}\right[$
- $(-5x-2)(4x-1) < 0$ si et seulement si $x \in \left]-\infty\,;-\frac{2}{5}\right[\ \cup\ \left]\frac{1}{4}\,;+\infty\right[$

17 a) $(2x-1)(x-1)+3(x-1)=2(x-1)(x+2)$
b) $(2x-3)^2-(2x+3)^2=-24x$
c) $(x+3)(5x-2)+(5x-2)(7x+1)=$
$4(5x-2)(2x+1)$
d) $(3x-2)(x^2+1)-2(3x-2)=$
$(3x-2)(x-1)(x+1)$

a) $(2x-1)(x-1)+3(x-1)=2(x-1)(x+1)=$
0 si et seulement si $x=-1$ ou $x=1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	
$x+1$		$-$	$\boxed{0}$	$+$		$+$	
$2(x-1)(x+1)$		$+$	$\boxed{0}$	$-$	$\boxed{0}$	$+$	

- $(2x-1)(x-1)+3(x-1)=0$ si et seulement si $x\in\{-1\,;\,1\}$
- $(2x-1)(x-1)+3(x-1)<0$ si et seulement si $x\in\,]-1\,;\,1[$
- $(2x-1)(x-1)+3(x-1)>0$ si et seulement si $x\in\,]-\infty\,;\,-1[\,\cup\,]1\,;\,+\infty[$

b) $(2x-3)^2-(2x+3)^2=-24x=0$ si et seulement si $x=0$
Donc :
- $(2x-3)^2-(2x+3)^2=0$ si et seulement si $x\in\{0\}$
- $(2x-3)^2-(2x+3)^2<0$ si et seulement si $x\in\,]0\,;\,+\infty[$
- $(2x-3)^2-(2x+3)^2>0$ si et seulement si $x\in\,]-\infty\,;\,0[$

c) $(x+3)(5x-2)+(5x-2)(7x+1)=4(5x-2)$
$(2x+1)=0$ si et seulement si $x=-\dfrac{1}{2}$ ou
$x=\dfrac{2}{5}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{2}{5}$		$+\infty$
$5x-2$		$-$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	
$2x+1$		$-$	$\boxed{0}$	$+$		$+$	
$4(5x-2)(2x+1)$		$+$	$\boxed{0}$	$-$	$\boxed{0}$	$+$	

- $(x+3)(5x-2)+(5x-2)(7x+1=0$ si et seulement si x $\in\left\{-\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{5}{5}\right\}$
- $(x+3)(5x-2)+(5x-2)(7x+1)<0$ si et seulement si $x\in\left]-\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{2}{5}\right[$
- $(x+3)(5x-2)+(5x-2)(7x+1)>0$ si et seulement si $x\in\left]-\infty\,;\,-\dfrac{1}{2}\right[\cup\left]\dfrac{2}{5}\,;\,+\infty\right[$

d) $(3x-2)(x^2+1)-2(3x-2)=$
$(3x-2)(x-1)(x+1)=0$ si et seulement si
$x=-1$ ou $x=\dfrac{2}{3}$ ou $x=1$

x	$-\infty$		-1		$\frac{2}{3}$		1		$+\infty$
$x+1$		$-$	$\boxed{0}$	$+$		$+$		$+$	
$3x-2$		$-$		$-$	$\boxed{0}$	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	
$(3x-2)(x^2-1)-2(3x-2)$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	$\boxed{0}$	$-$	$\boxed{0}$	$+$	

- $(3x-2)(x^2+1)-2(3x-2)=0$ si et seulement si $x\in\left\{-1\,;\,\dfrac{2}{3}\,;\,1\right\}$
- $(3x-2)(x^2+1)-2(3x-2)<0$ si et seulement si $x\in\,]-\infty\,;\,-1[\,\cup\left]\dfrac{2}{3}\,;\,1\right[$
- $(3x-2)(x^2+1)-2(3x-2)>0$ si et seulement si $x\in\left]-1\,;\,\dfrac{2}{3}\right[\cup\,]1\,;\,+\infty[$

18 (I_1) : $(x-1)(-2x+3)\leq 0$
$(x-1)(-2x+3)=0$ si et seulement si $x=$
1 ou $x=\dfrac{3}{2}$

x	$-\infty$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$-2x+3$		$+$		$+$	$\boxed{0}$	$-$	
$x-1$		$-$	$\boxed{0}$	$+$		$+$	
$(x-1)(-2x+3)$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	$\boxed{0}$	$-$	

Donc l'ensemble des solutions est
$]-\infty\,;\,1]\,\cup\left[\dfrac{3}{2}\,;\,+\infty\right[$

(I_2) : $(2x+3)(x-4)>0$
$(2x+3)(x-4)=0$ si et seulement si
$x=4$ ou $x=-\dfrac{3}{2}$
Donc l'ensemble des solutions est
$\left]-\infty\,;\,-\dfrac{3}{2}\right[\cup\,]4\,;\,+\infty[$

19 a) $(x+1)(2-x)\geq x^2-1$ équivaut à $(x+1)(3-2x)\geq 0$
$(x+1)(3-2x)=0$ équivaut à $x=-1$ ou $x=\dfrac{3}{2}$

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$3-2x$		$+$		$+$	$\boxed{0}$	$-$	
$x+1$		$-$	$\boxed{0}$	$+$		$+$	
$(3-2x)(x+1)$		$-$	$\boxed{0}$	$+$	$\boxed{0}$	$-$	

Donc l'ensemble des solutions est $\left]-1\,;\,\dfrac{3}{2}\right[$

b) $(2x + 1)(3 - 2x) \leq (x + 1)(-3 + 2x)$ équivaut à
$(3x + 2)(3 - 2x) \leq 0$
$(3x + 2)(3 - 2x) = 0$ équivaut à $x = -\frac{2}{3}$ ou
$x = \frac{3}{2}$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$3 - 2x$		+		+	$\boxed{0}$	-	
$3x + 2$		-	$\boxed{0}$	+		+	
$(3 - 2x)(x + 1)$		-	$\boxed{0}$	+	$\boxed{0}$	-	

Donc l'ensemble des solutions est
$\left]-\infty\,;\,-\frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{3}{2}\,;\,+\infty\right[$

20 Mise en équation
On désigne par x la fortune du commerçant :
$\frac{1}{3}x + 4\,000\,000 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}x + 4\,000\,000\right) +$
$3\,000\,000$
Soit : $\frac{1}{3}x + 4\,000\,000 = \frac{1}{6}x + 5\,000\,000$ est l'équation qui traduit le problème.
La fortune du commerçant est 6 000 000.

21 Mise en équation :
La résolution de cette équation donne
$x = 6\,000\,000$
On désigne par x le nombre de voix obtenues par le vainqueur : ?????
Donc la fortune de ce commerçant est de
6 000 000 F
On a : ?????
Est l'équation qui traduit le problème
La résolution de cette équation donne x = ?????

Exercices d'approfondissement

22 (E_1) : l'ensemble des solutions $\{1\}$
(E_2) : l'ensemble des solutions $\{0\,;\,4\}$
(E_3) : l'ensemble des solutions $\left\{-1\,;\,-\frac{5}{3}\right\}$

23 (E_1) : l'ensemble des solutions est $\left\{1\,;\,-\frac{3}{2}\right\}$
(E_2) : l'ensemble des solutions est $\{0\,;\,-1\}$
(E_3) : l'ensemble des solutions est $\mathbb{R}$.

24 (I_1) : $]-\infty\,;\,-2] \cup \left[-\frac{3}{2}\,;\,+\infty\right[$
(I_2) : $(2x - 3)(x - 1) \geq 2x^2 - 2$
équivaut à $-5(x - 1) \geq 0$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$x - 1$		-	$\boxed{0}$	+	
$-5(x - 2)$		+	$\boxed{0}$	-	

$]-\infty\,;\,1]$ est l'ensemble des solutions
(I_3) $(2 - x)^2 < 4$ équivaut à $-x(4 - x) < 0$

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$-x$		+		-	$\boxed{0}$	-	
$2 - x$		+	$\boxed{0}$	+		-	
$x(x - 4)$		+	$\boxed{0}$	-	$\boxed{0}$	+	

$]0\,;\,4[$ est l'ensemble des solutions

25 (I_1) équivaut à $(x - 5)(3x - 1) \geq 0$
• Établir le tableau de signe de $(x - 5)(3x - 1)$
• $]-\infty\,;\,\frac{1}{3}] \cup [5\,;\,+\infty[$ est l'ensemble des solutions
(I_2) équivaut à $x(x + 1)(x + 2) < 0$
• Établir le tableau de signe de $x(x + 1)(x + 2)$
• $]-\infty\,;\,-2[\cup]-1\,;\,0[$ est l'ensemble des solutions
(I_3) équivaut à $(x - 1)(-2x - 3) \leq 0$
• Établir le tableau de signe de $(x - 1)(-2x - 3)$
• $\left]-\infty\,;\,-\frac{3}{2}\right] \cup [1\,;\,+\infty[$ est l'ensemble des solutions
(I_4) équivaut à $(-2x - 3)(3x + 1) > 0$
• Établir le tableau de signe de $(-2x - 3)(3x + 1)$
• $\left]-\frac{3}{2}\,;\,-\frac{1}{3}\right]$ est l'ensemble des solutions.

26 (I1) : $1 + x^2 \leq 0$
Cette inéquation n'a pas de solution car
$1 + x^2 \geq 1$ pour tout nombre réel x
(I2) : $(x - 2)(x - 1) - (x - 2)(3x + 1) < 0$
équivaut à $(x - 2)(x + 1) > 0$
L'ensemble des solutions est
$]-\infty\,;\,-1[\cup]2\,;\,+\infty[$
(I3) : $x + x^2 \leq 0$ équivaut à $x(1 + x) \leq 0$
L'ensemble des solutions est $[-1\,;\,0]$

27 (I_1) : $\frac{x - 2}{x + 1} \leq 0$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$x + 1$		-	$\boxed{0}$	+		+	
$x - 2$		-	‖	-	$\boxed{0}$	+	
$\frac{x - 2}{x + 1}$		+	‖	-	$\boxed{0}$	+	

L'ensemble des solutions [-1 ; 2].

(I_2) : $\dfrac{(x-1)(x-3)}{x+1} > 0$

- Établir le tableau de signe
- Ensemble des solutions]- 1 ; 1[∪]3 ; + ∞[

(I_3) : $\dfrac{-3}{x+1} > x-3$ équivaut à $\dfrac{x(2-x)}{x+1} > 0$

- Établir le tableau de signe
- Ensemble des solutions :]- ∞ ; - 1[∪]0 ; 2[

28 Étudions le signe de chacune de ces expressions suivant les valeurs de x.

a) $(x+3)^2 - 4(5x-2)^2 = (-9x+7)(11x-1)$

x	$-\infty$		$\frac{1}{11}$		$\frac{7}{9}$		$+\infty$
$-9x+7$		$+$		$+$	0	$-$	
$11x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$(-9x+7)(11x-1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

- Pour $x \in \left]-\infty ; \frac{1}{11}\right[\cup \left]\frac{7}{9} ; +\infty\right[$; $(-9x+7)(11x-1) < 0$.
- Pour $x \in \left]\frac{1}{11} ; \frac{7}{9}\right[$; $(-9x+7)(11x-1) > 0$.
- Pour $x \in \left\{\frac{1}{11} ; \frac{7}{9}\right\}$; $(-9x+7)(11x-1) = 0$.

b) $(15x-6)(7x+1) + 49x^2 + 14x + 1 = (7x+1)(22x-5)$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{7}$		$\frac{5}{22}$		$+\infty$
$7x+1$		$-$		$+$	0	$+$	
$22x-5$		$-$	0	$-$		$+$	
$(7x+1)(22x-5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

- Pour $x \in \left]-\infty ; -\frac{1}{7}\right[\cup \left]\frac{5}{22} ; +\infty\right[$; $(7x+1)(22x-5) > 0$.
- Pour $x \in \left]-\frac{1}{7} ; \frac{5}{22}\right[$; $(7x+1)(22x-5) < 0$.
- Pour $x \in \left\{-\frac{1}{7} ; \frac{5}{22}\right\}$; $(7x+1)(22x-5) = 0$.

c) $(2x-1)(x-2) + x^2 - 4x + 4 = (x-2)(3x-3)$.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x-3$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-2)(3x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

- Pour $x \in]-\infty ; 1[\cup]2 ; +\infty[$; $(x-2)(3x-3) > 0$.
- Pour $x \in]1; 2[$; $(x-2)(3x-3) < 0$.
- Pour $x \in \{1 ; 2\}$; $(x-6)(3x-3) = 0$.

d) $(3x-2)(x^2+1) - (x^2-1)(2-3x) = x^2(3x-2)(x+1)$.

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
x^2		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$3x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x^2(3x-2)(x+1)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

- Pour $x \in]-\infty ; -1[\cup \left]\frac{2}{3} ; +\infty\right[$; $x^2(3x-2)(x+1) > 0$.
- Pour $x \in]-\infty ; 0[\cup \left]0 ; \frac{2}{3}\right[$; $x^2(3x-2)(x+1) < 0$.
- Pour $x \in \left\{-1 ; 0 ; \frac{2}{3}\right\}$; $x^2(3x-2)(x+1) = 0$.

29 $A(x) = x^3 - 9x$

a) $A(x) = x(x^2-9) = x(x-2)(x+3)$

b) $A(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$, $x = -3$ ou $x = 3$.

c) Déterminons le signe de $A(x)$.

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$A(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

- Pour $x \in]-\infty ; -3[\cup]0 ; 3[$; $A(x) < 0$.
- Pour $x \in]-3 ; 0[\cup]3 ; +\infty[$; $A(x) > 0$.
- Pour $x \in \{-3 ; 0 ; 3\}$; $A(x) = 0$.

30

a) Cette résolution est fausse.

b) Résolution de l'inéquation $(x+3)(x-1) \geq 0$.

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+3)(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

L'ensemble solution est $]-\infty ; -3] \cup]1 ; +\infty[$.

31 Soit x le nombre de jours pour que l'escargot atteigne le bord supérieur.

Mise en équation

$3x - 2x = 12$, on a $x = 12$.

12 jours.

Si l'escargot a démarré le lundi matin, il arriverait le vendredi de la semaine qui suit.

32 Soit x le nombre de filles et $30 - x$ le nombre de garçons.

Mise en équation

$\dfrac{16x + 14(30-x)}{30} = 15,2.$

On a : $16x + 420 - 14x = 456$

$2x = 456 - 420$

$2x = 36$

$x = 18$.

Donc le nombre de filles est 18.

33

1)

x	$-\infty$		-5		$\frac{2}{5}$		3		$+\infty$
$x+5$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$-5x+2$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x-3$		$-$		$+$		$-$	0	$+$	
$\mathrm{P}(x)$		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	

2) $\mathrm{P}(x) = \dfrac{-5x+2}{(x+5)(x-3)}$

34 Soit x le nombre de sœurs de Koffi.

1) Déterminons le nombre de sœurs de Koffi.

<u>Mise en équation</u>

Si Koffi prend sa part, chaque frère et sœurs recevra 12 bonbons. Le nombre de bonbons sera : $12(2x + 1)$.

Si Koffi laisse sa part, chaque frère et sœurs recevrait 14 bonbons. Le nombre de bonbons est : $14 \times 2x$.

Ainsi on a : $12(2x + 1) = 14 \times 2x$

$\Leftrightarrow 24x + 12 = 28x$

$\Leftrightarrow 4x = 12$

$\Leftrightarrow x = 3.$

Koffi a 3 soeurs.

2) Déterminons le nombre de bonbons.

On a : $12 \times (2 \times 3 + 1) = 84$ bonbons

ou $14 \times 2 \times 3 = 84$ bonbons.

35 Soit x AM, $x \in [0\ ;4]$.

1) $x \in [0\ ;4]$.

2) $\mathrm{A}_{\mathrm{AMNP}} + \mathrm{A}_{\mathrm{MBQR}} \geq 10$

$x^2 + (4 - x)^2 \geq 10$

$2x^2 - 8x + 6 \geq 0.$

3) $(2x - 6)(x - 1) = 2x^2 - 8x + 6.$

4) Résolution de l'inéquation $2x^2 - 8x + 6 \geq 0.$

$2x^2 - 8x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow (2x - 6)(x - 1) \geq 0.$

x	0		1		3		4
$2x-6$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$(2x-6)(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x \in [0\ ;1] \cup]3;\ 4[$.

5) $x \in [0\ ;1] \cup]3;\ 4[$.

36 Soit x la masse d'un carton de savon.

La mise en équation.

$2x + 30 = 2 + 10x \Leftrightarrow 28 = 8x.$

$x = 3{,}5$ kg.

La masse de chaque carton est 3,5 kg.

37 Soit x le nombre de perle de 0,2 cm.

Soit y le nombre de perle de 0,4 cm.

On a : $0{,}2x + 0{,}4y = 30$ or $0{,}4y = 2 \times 0{,}2x.$

On a $0{,}2x + 2 \times 0{,}2x = 30$

$0{,}6x = 30$. Donc $x = 50$.

Le nombre de perles de 0,4 cm est :

$\dfrac{30 - 50 \times 0{,}2}{0{,}4} = 50.$

Donc il y a 50 perles de 0,2 cm et 50 perles de 0,4 cm.

Leçon 5

GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Définition d'une fonction

1. $x = -1$; $y = -3$
   $x = 0$; $y = -2$
   $x = 4$; $y = 22$
   $x = 6$; $y = 46$.

2. $y = (x + 1)^2 - 3$.
3. y tant un polynôme, on peut calculer sa valeur numérique pour n'importe quelle valeur de x.

Exercices de fixation

1-1 1) Faux ; 2) Faux ; 3) Vrai ; 4) Vrai ; 5) Faux.

1-2 a) f_1 ; f_3.

1-3 1) 1 est l'image de C par f_1.
3) f est l'image de 2 par f_2.
3) a est l'antécédent de -1 par f_3.
4) Les antécédents de 0 par f_4 sont 2 et 3.

Activité 2 Ensemble de définition d'une fonction

Énoncé 1
Ce sont : *a, b, c* et *e*.

Énoncé 2
C'est l'intervalle $I = [-1{,}5; 2{,}5]$.

Exercices de fixation

2-1 $\mathbb{R}$
$\mathbb{R}-\{4\}$
$\mathbb{R}$

2-2 a) $\mathbb{R}$ c) $\mathbb{R}$
b) $\mathbb{R}$ d) $\mathbb{R}-\{-3\}$

2-3 Figure 1 : l'ensemble de définition est [-1 ; 2].
Figure 2 : l'ensemble de définition est]-1 ; 3].

Activité 3 Variations d'une fonction

1. $D_f = [-2\,;1[$.
2. a) $f(a) > f(b)$
   b) non.
   c) f est décroissante sur [-1,125 ; 1[.

3. a) $f(a) < f(b)$
   b) non.
   c) f est croissante sur [-2 ; -1,125].

Exercices de fixation

3-1 a) $Df = [-5;5[$.

b) f est décroissante sur $[-5;-1]$ et sur $[1;5[$

f est croissante sur $[-1;1]$.

c)

x	-5		-1		1		5
$f(x)$	-5	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	

3-2 $f(x) = 2x - 1$.

a) f est une fonction affine, elle est croissante sur $\mathbb{R}$ car son coefficient 2 est positif.

b)

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	

3-3 $f(x) = -3x + 5$.

a) f est une fonction affine de coefficient -3 négatif, donc f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

b)

x	$-\infty$		$+\infty$
$k(x)$		$\searrow$	

Activité 4 Minimum, maximum d'une fonction

1. a) $y_0 = 5$.
   b) $x_0 = -1{,}125$.
   c) Pour tout $x \in [-2 ; 1]$, $f(x) < f(x_0)$.
2. a) $y_1 = -1$.
   b) $x_1 = 1$.
   c) $f(x) > f(x_1)$.
3.

x	-2		x_0		1
$f(x)$	2	$\nearrow$	5	$\searrow$	-1

Exercices de fixation

4-1 $1 \to D$; $2 \to A$; $3 \to B$; $4 \to B$.

4-2 1. Le maximum de f sur D_f est 2,5 ; il est atteint en 1.

2. Le minimum de f sur est -2,5 ; il est atteint en -1.

4-3 1. Sur $[-6;-2]$

- f admet en -5 un maximum égal à 6.
- f admet en -6, un minimum égal à –5.

2. Sur $[-3{,}5;4{,}5]$

- f admet en 3 un minimum égal à –2.
- f admet en 4,5, un maximum égal à 5.

Activité 5 Résolution graphique d'équations et d'inéquations

a) L'ensemble des solutions de l'équation $x \in D_f$, $f(x) = 2$ est $\{0{,}5 ; 2\}$.
b) L'ensemble des solutions de l'inéquation $x \in D_f$, $f(x) \leq -2$ est $[-2 ; 0{,}5]$.

Exercices de fixation

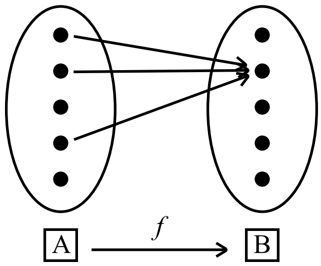
5-1 $1 \to A$; $2 \to B$; $3 \to A$.

5-1 a) $\{-2{,}4 ; 0\}$; b) $[-2{,}8 ; 2]$;

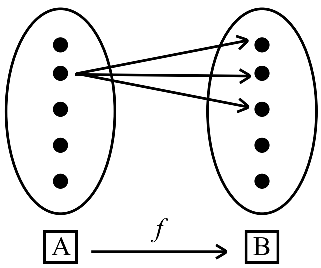
c) $]-3; -2{,}4] \cup [0 ; 2]$.

Exercices de renforcement

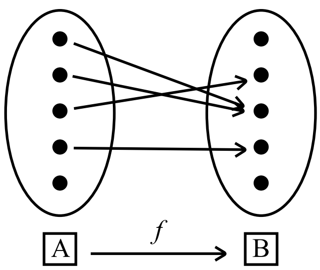
1



f est une fonction

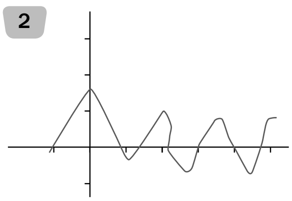


f n'est pas une fonction

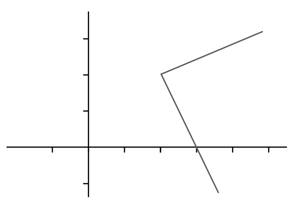


f est une fonction

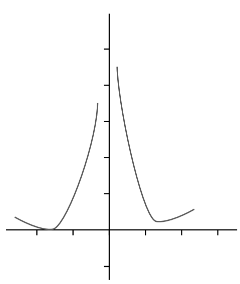
2



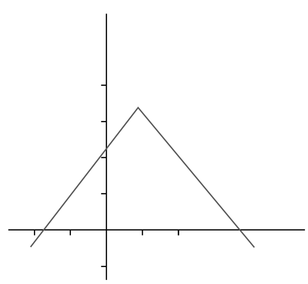
est une représentation graphique d'une fonction



n'est pas une représentation graphique d'une fonction



est une représentation graphique d'une fonction



est une représentation graphique de fonction.

3 $f(x) = x^2 + 3$

1. Calculons

• $f(0)$

$f(0) = 0^2 + 3$

$f(0) = 3.$

• $f(2)$

$f(2) = 2^2 + 3$

$= 4+3$

$f(2) = 7.$

• $f(-1)$

$f(-1) = (-1)^2 + 3$

$= 1 + 3$

$f(-1) = 4.$

• $f\left(\frac{1}{2}\right)$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3$

$= \frac{1}{4} + 3$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{4}.$

• $f(-\sqrt{3})$

$f(-\sqrt{3}) = (-\sqrt{3})^2 + 3.$

$= 3+3$

$f(-\sqrt{3}) = 6.$

2. Déterminons l'image par f de :

• de -2

$f(-2) = (-2)^2+3$

$= 4+3$

$= 7.$

7 est l'image de -2 par f.

• de 1

$f(1) = 1^2+3$

$=1+3$

$=4.$

4 est l'image de 1 par f.

• de $-\frac{1}{3}$

$f\left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 3$

$= \frac{1}{9} + 3$

$f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{28}{9}.$

$\frac{28}{9}$ est l'image par f de $-\frac{1}{3}$.

3)

a) Déterminons les antécédents par f de 3.

Posons $f(x) = 3$.

$x^2 + 3 = 3$

$x^2 = 0$

$x = 0$.

0 est l'antécédent par f de 3.

b) Déterminons l'antécédent par f de 4.

Posons $f(x) = 4$.

$x^2 + 3 = 4$

$x^2 = 4-3$

$x^2 = 1$

$x = -1$ ou $x = 1$.

-1 et 1 sont les antécédents par f de 4.

c) Déterminons l'antécédent par f de 12.

Posons $f(x) = 12$.

$x^2+3=12$

$x^2=12-3$

$x^2=9$

$x = -3$ ou $x = 3$.

-3 et 3 sont les antécédents par f de 12.

d) Déterminons l'antécédent par f de 1.

Posons $f(x) = 1$.

$x^2 + 3 = 1$

$x^2 = 1-3$

$x^2 = -2$ impossible.

1 n'a pas d'antécédent par f.

4 1) -3 n'a pas d'image par f.

L'image de -1,5 par f est 0.

L'image de 0 par f est 1.

L'image de $\frac{5}{2}$ par f est -1,2.

2) L'antécédent de -2 par f -2,2.

L'antécédent de +2 par f est 4,2.

-1,8 et 2 sont les antécédents de -1 par f.

-1,6 ; 1 et 3,5 sont les antécédents de 0 par f.

5 1. $f(-2) = -4$.

$f(-1) = 2$.

$f(0) = 3$.

$f(2) = 2$.

2. L'antécédent de -2 par f est -1,8.

L'antécédent de 0 par f est -1,4.

-1 ; 1 et 2 sont les antécédents de 2 par f.

6 a)

• $-1 - 3 = -4$

$(-4)^2 = 16$

$16 + 2 = 18$

$\frac{1}{18}$ est l'image de -1 par f.

• $0-3 = -3$

$(-3)^2 = 9$

$9 + 2 = 11$

$\frac{1}{11}$ est l'image de 0 par f.

• $3 - 3 = 0$

$0^2 = 0$

$0 + 2 = 2$

$\frac{1}{2}$ est l'image de 3 par f.

• $4-3=1$

$1^2=1$

$1 + 2 = 3$

$\frac{1}{3}$ est l'image de 4 par f.

b) Formule explicite de f est $f(x) = \dfrac{1}{(x-3)^2 + 2}$

7 f : $\{-4 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2,5 ; 3 ; 4 ; 5\} \to 3$

$x \to \dfrac{x+2}{x^2-1}$

$x \to (x + 2)/(x^2 - 1)$

Ensemble de définition de f.

$x \in d_f \Longleftrightarrow x \in \{-4 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2,5 ; 3 ; 4 ; 5\}$ tel que $x^2 - 1 \neq 0$.

Résolvons $x^2 - 1 = 0$

$x^2 = 1$

$x = -1$ ou $x = 1$;

donc $x^2 - 1 \neq 0 \Longleftrightarrow x \neq -1$ et $x \neq 1$

$D_f = \{-4 ; -2 ; 0 ; 2,5 ; 3 ; 4 ; 5\}$.

2. $f(-2) = \dfrac{-2+2}{(-2)^2 - 1}$

$f(-2)=0$

$f(2{,}5) = \dfrac{2{,}5+2}{(2{,}5)^2 - 1}$

$f(2{,}5) = \dfrac{4{,}5}{5{,}25}$

$= \dfrac{450}{525}$

$f(2{,}5) = \dfrac{6}{7}$

$f(3) = \dfrac{3+2}{3^2 - 1}$

$= \dfrac{5}{8}$.

3. Déterminons l'antécédent de 0.

Posons $f(x) = 0$.

$\dfrac{x+2}{x^2-1} = 0 \iff x \in D_f$ tel que $x + 2 = 0$

$\iff x \in D_f$ tel que $x = -2$.

$-2 \in D_f$, donc -2 est l'antécédent par f de 0.

8 $f(x) = x(x-1)$ est une fonction polynôme, donc $D_f = \mathbb{R}$.

$g(x) = x^3 - x - 3$ est une fonction polynôme , donc $D_g = \mathbb{R}$.

$h(x) = \dfrac{x-1}{x+2}$

$x \in D_h \iff x \in \mathbb{R}$ tel que $x + 2 \neq 0$.

$\iff x \in \mathbb{R}$ tel que $x \neq -2$.

$D_h = \mathbb{R}-\{-2\}$.

$k(x) = \sqrt{(x+3)}$.

$x \in k(x) \iff x \in \mathbb{R}$ tel que $x + 3 \geq 0$.

$\iff x \in \mathbb{R}$ tel que $x \geq -3$.

$D_k = [-3 ; +\infty[$.

9 $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2+3}$

$x \in D_f \iff x \in \mathbb{R}$ tel que $x^2 + 3 \neq 0$.

$x^2 + 3 \neq 0$ toujours vrai quel que soit $x \in \mathbb{R}$.

Donc $D_f = \mathbb{R}$.

$g(x) = \dfrac{x}{(x-2)(x+3)}$.

$x \in D_g \iff x \in \mathbb{R}$ tel que $(x - 2) \neq 0$ et $(x + 3) \neq 0$.

$x \in D_g \iff x \in \mathbb{R}$ tel que $x \neq 2$ et $x \neq -3$.

$D_g = \mathbb{R}-\{-3 ; 2\}$.

$h(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x}}$.

$x \in D_h \iff x \in \mathbb{R}$ tel que $x > 0$.

$D_h =]0; +\infty[$.

$K(x) = \dfrac{x+3}{x+2}$.

$x \in D_k \iff x \in \mathbb{R}$ tel que $x + 2 \neq 0$.

$\iff x \in \mathbb{R}$ tel que $x \neq -2$.

$D_K = \mathbb{R} -\{-2\}$.

10 $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2-1}$.

$x \in D_f \iff x \in \mathbb{R}$ tel que $x^2 - 1 \neq 0$.

$x^2 - 1 = 0 \iff (x - 1)(x + 1) = 0$

$\iff$ x-1=0 ou x+1= 0

$\iff$ x =1 ou x= -1.

$x \in D_k \iff x \in \mathbb{R}$ tel que $x \neq -1$ et $x \neq 1$.

$D_f = \mathbb{R}-\{-1;1\}$.

$g(x) = \sqrt{(x+3)(x-5)}$

$x \in D_g \iff x \in \mathbb{R}$ tel que $(x + 3)(x - 5) \geq 0$.

Résolvons l'inéquation $(x + 3)(x - 5) \geq 0$.

$(x + 3)(x - 5) = 0 \iff x = -3$ ou $x = 5$.

x	-∞	-3		-5	+∞
$x + 3$	-	0	+		+
$(x-5)$	-		-	0	+
$(x+3)(x-5)$	+	0	-	0	+

$(x+3)(x-5) \geq 0$ pour $x \in]-\infty ; -3] \cup [5 ; +\infty[$.

$D_g =]-\infty;-3] \cup [5;+\infty[$.

$h(x) = \dfrac{\sqrt{x+3}}{(x-1)(x+5)}$

$x \in D_h \iff x \in \mathbb{R}$ tel que $x + 3 \geq 0$ et $(x - 1)(x + 5) \neq 0$;

$\iff x \in \mathbb{R}$ tel que $x \geq -3$ et $x \neq -5$ et $x \neq 1$.

$D_h = [-3 ; 1[\cup]1 ; +\infty[$.

$K(x) = \dfrac{x^2}{2x-3} + \sqrt{x+4}$.

$x \in D_k \iff x \in \mathbb{R}$ tel que $2x - 3 \neq 0$ et $x + 4 \geq 0$.

$x \in D_k \iff x \in \mathbb{R}$ tel que $x \neq \dfrac{2}{3}$ et $x \geq -4$.

$D_K = [-4 \,;\, \dfrac{2}{3}[\cup]\dfrac{2}{3} \,;\, +\infty[$.

11 $D_f = [-3 \,;\, 4]$

$D_g = [-2{,}5 \,;\, 4{,}5]$.

$D_h = [-6 \,;\, -2] \cup [-0{,}5 \,;\, 3]$.

$D_k = [-3{,}5 \,;\, 4]$

12 1. Sens de variation de f.

f est décroissante sur $[-5 \,;\, -3] \cup [1;4]$.

f est croissante sur $[-3;1] \cup [4;6]$.

2. Tableau de variation.

x	-5		-3		1		4		6
$f(x)$	2,5	↘	-2	↗	0,5	↘	-0,75	↗	3

13 Tableau de variation

x	-3		-1		1		3		5
$f(x)$	-1	↗		↘	-2	→	-2	↗	0

14 f est une fonction croissante sur $[-3 \,;\, 4]$.

$f(-3) < f(0)$ Vrai

$f(-1) > f(1)$ Faux

$f(2) = f(-2)$ Faux.

Pour $x \in [-1 \,;\, 2]$, $f(-1) \leq \leq f(2)$. Vrai

15 f est croissante sur $[-4 \,;\, -1] \cup [0 \,;\, 3]$

f est décroissante sur $]-1 \,;\, 0[$.

16 f est croissante sur $]-\infty \,;\, -2[$

f est décroissante sur $]-2 \,;\, +\infty[$.

g est croissante sur $]-\infty \,;\, -1]$ et sur $]2 \,;\, +\infty[$.

g est décroissante sur $[-1 \,;\, 2[$.

17

x	-1		0		2		3		10
$f(x)$	3	↘	-3	↗	-2	↘	0	↗	1

18

x	-3		4		$\frac{9}{2}$		8
$f(x)$	3	↗	-2	↘	-2	↗	1

19 1. 6 est le maximum de f.

0 est le minimum de f.

2. f atteint le maximum 6 en -4.

f atteint le minimum 0 en 5.

20 f est strictement croissante sur [-3;4].

$f(0)$ est le minimum de f sur [-3;4] Faux

$f(-3)$ est le minimum de f sur [-3;4] Vrai

$f(4)$ est le minimum de f sur [-3;4] Faux

$f(-3)$ est le minimum de f sur [-3;4] Faux

$f(0)$ est le maximum de f sur [-3;4] Faux

$f(4)$ st le maximum de f sur [-3;4] Vrai.

21 1. -5 est le minimum de f.

2 est le maximum de f.

f atteint le minimum –5 en –4.

2. f atteint le maximum 2 en –1 .

22 $f(x) = 2$ pour $x = -1$; $x = 1$ et $x = 2$.

$f(x) \geq 0$ pour $x \in [-1{,}5 \,;\, 2{,}8[$.

23 1. $f(-1{,}5) = 0$.

$f(-1) = 1$

$f(1) = -3$

$f(0) = -1$

$f(2) = 1$.

2. -2 et 1 sont les antécédents de -3 par f.

-1,8 ; 0 et 1,7 sont les antécédents de -1 par f.

-1 et 2 sont les antécédents de 1 par f.

2,3 est l'antécédent de 4 par f.

Exercices

24 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \rightarrow 2x^2 - 3x + 1$.

1) L'image de -1 par f est 6. **Vrai**

2) $f(-3)$ est égal à 4. **Faux**

3) Le point $(-5 ; 6)$ appartient à la courbe représentative de f dans un repère. **Faux**

4) 3 est l'antécédent de 10 par f. **Faux**

5) Le point $(2;-3)$ appartient à la courbe représentative de f dans un repère. **Faux**

6) L'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$: 1 et $\frac{1}{2}$. **Vrai**.

25 1. $D_f = [-5 ; 6]$.

2. f est décroissante sur $[-5 ; 6] \cup [1 ; 4]$.
f est croissante sur $[-3 ; 1] \cup [4 ; 6]$.

3. 3 est le maximum de f en 6.
-2 est le minimum de f en -3.

4. Tableau de variation

x	-5		-3		1		4		6
$f(x)$	2,5	↘	-2	↗	0,5	↘	-0,5	↗	3

26 1.

x	-4		-1		2
$f(x)$		↗	4	↘	-5

2. $f(x) = 0$ pour $x = -3$ et $x = 1$.

3. $f(x) \geq 0$ pour $x \in [-2 ; 1]$.

4. $f(x) \leq 0$ pour$]-4 ; -3] \cup [1 ; 2]$.

27 1. $g(-5) = (-5)^3 + 9 \times (-5)^2 + 17 \times (-5) - 1$

$g(-5) = 14$.

$g(-3) = (-3)^3 + 9 \times (-3)^2 + 17 \times (-3) - 1$

$g(-3) = 2$.

$g(0) = 0^3 + 9 \times (0)^2 + 17 \times 0 - 1$

$g(0) = -1$.

$g(1) = 1^3 + 9 \times 1^2 + 17 \times (1) - 1$

$g(1) = 26$.

2. $-5 < -3 < 0 < 1$.
$g(1) > g(-5) > g(-3) > g(0)$; donc g n'est ni croissante ni décroissante.

28 a) 1) $D_f =]-4 ; 11[$

2) Pour $x \in]-4 ; -1,5[\cup]3 ; 8[$, f est décroissante.
Pour $x \in]-1,5 ; 3[\cup]8 ; 11[$, f est croissante.

3)

x	-4		$-1,5$		3		8		11
$f(x)$		↘	$-1,5$	↗	0,8	↘	2,3	↗	

4) $f(x) = 0$ pour $x \in \{-3 ; 1 ; 5 ; 10\}$.

5) $f(x) > 2$ pour $x \in]-4 ; -3,7[\cup]10,5 ; 11]$.

b) 1) $D_f = [-3 ; 4]$.

2) Pour $x \in [-3 ; -1]\cup[1,3 ; 4]$, f est décroissante.
Pour $x \in]-1 ; 1,3[$, f est croissante.

3)

x	-3		-1		1,3		4
$f(x)$	4,5	↘	$-1,8$	↗	2,2	↘	$-4,5$

4) $f(x) = 0$ pour $x = 2,9$.

5) $f(x) > 2$ pour $x \in]-3 ; -2,7[\cup]0 ; 1,7]$.

c) 1) $D_f = \mathbb{R}$.

2) Pour $x \in \mathbb{R}$, f est croissante.
Pour $x \in]-1 ; 1,3[$, f est croissante.

3)

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		↗	

4) $f(x) = 0$ pour $x = -2,3$.

5) $f(x) > 2$ pour $x \in]-0,7 ; +\infty[$.

d) 1) $D_f = [-2,5 ; 4,5]$.

2) Pour $x \in]-2,5 ; -0,5[\cup]2,5 ; 4,5]$, f est croissante.
Pour $x \in]-0,5 ; 2,5[$, f est décroissante.

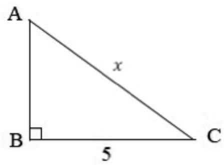
3)

x	$-2,5$		$-0,5$		2,5		4,5
$f(x)$	$-4,5$	↗	2	↘	$-1,2$	↗	4,5

4) $f(x) = 0$ pour $x \in \{-1,5 ; 1 ; 3,5\}$

5) $f(x) > 2$ pour $x \in]4 ; 4,5]$.

29



1. ABC triangle rectangle en B d'après la propriété de Pythagore.

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AB^2 = x^2 - 5^2$

$= x^2 - 25$

$AB = \sqrt{x^2 - 25}$.

2. a) $g(x) = \dfrac{AB \times BC}{2}$

$g(x) = \dfrac{5 \times \sqrt{x^2 - 25}}{2}$

$g(x) = \dfrac{5}{2}\sqrt{x^2 - 25}$.

b) $x \in D_g \Longleftrightarrow x \in \mathbb{R}^+$ tel que $x^2 - 25 \geq 0$.

Résolvons l'inéquation $x^2 - 25 \geq 0$.

$(x - 5)(x + 5) \geq 0$.

$(x - 5)(x + 5) = 0 \Longleftrightarrow x = 5$ ou $x = -5$.

x	$-\infty$	-5		5	$+\infty$
$x + 5$	-	0	+		+
$x - 5$	-		-	0	+
$(x+5)(x-5)$	+	0	-	0	+

$D_g = [5 ; +\infty[$.

30 Soit L et ℓ les dimensions du rectangle.

Donc X = L×ℓ.

Le nouveau rectangle a pour dimensions :

$L + \dfrac{25}{100}L$ et $\ell - \dfrac{10}{100}\ell$ c'est-à-dire $\dfrac{25}{100}L$

et $\dfrac{90}{100}\ell$.

Donc $A(X) = \dfrac{150}{100}L \times \dfrac{90}{100}\ell$

$A(X) = \dfrac{11250}{10000}L \times \ell$

$A(X) = \dfrac{11250}{10000}X$.

31 Soit x la facturation d'un foyer.

Détermine les différentes facturations, $x > 0$.

Facturation 1 : $1500 + 3x$

Facturation 2 : $2000 + 65x$

Facturation 3 : $2500 + 95x$

1) Supposons que la facturation 2 est plus avantageuse à 1, on a :

$2000 + 65x < 1500 + 3x \Leftrightarrow x < \dfrac{500}{62}$ impossible car $x < 0$.

La facturation 1 est plus avantageuse à 2.

2) Supposons que la facturation 2 est plus avantageuse à 3, on a :

$2000 + 65x < 2500 + 95x$

$-30x < 500$

$x > -\dfrac{50}{3}$ et $x > 0$ toujours.

Donc la facturation 2 est plus avantageuse à 3.

<u>Conclusion :</u>

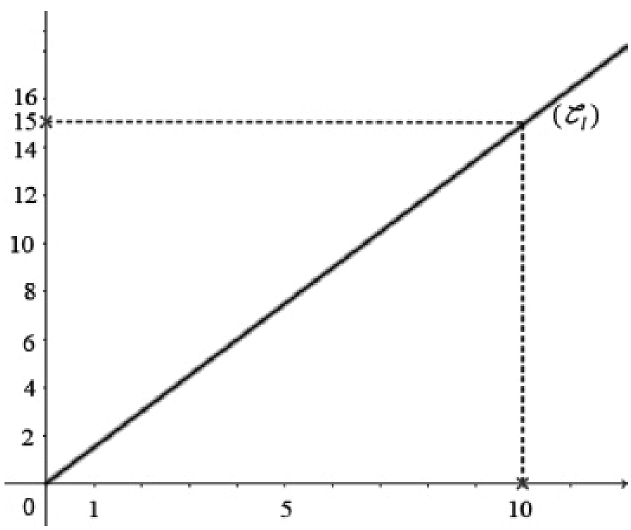
La facturation 1 est plus avantageuse à 2 et la facturation 2 est plus avantageuse à 3.

Leçon 6 ÉTUDE DE FONCTIONS ÉLÉMENTAIRES

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Fonction linéaire

1. $I(x) = \frac{15}{100}x$ soit $I(x) = 0{,}15x$.
2. L'intérêt annuel est : $0{,}15 \times 50\,000 = 7\,500$ F.
3. Représentation :



Exercices de fixation

1-1 b) $f(x) = \frac{-4x}{5}$; e) $f(x) = x\sqrt{7}$; f) $f(x) = x$.

1-2 1 - Vrai ; 2 - Faux ; 3 - Vrai ; 4 - Faux ; 5 - Faux

1-3

L'ensemble de définition d'une fonction linéaire est	x et u(x) sont proportionnels.
Si u est une fonction linéaire, alors	une droite qui passe par l'origine du repère.
Toute fonction linéaire est représentée par	l'ensemble des nombres réels.

Activité 2 Fonction affine

1. p(x) = 300000 + 1 500x.

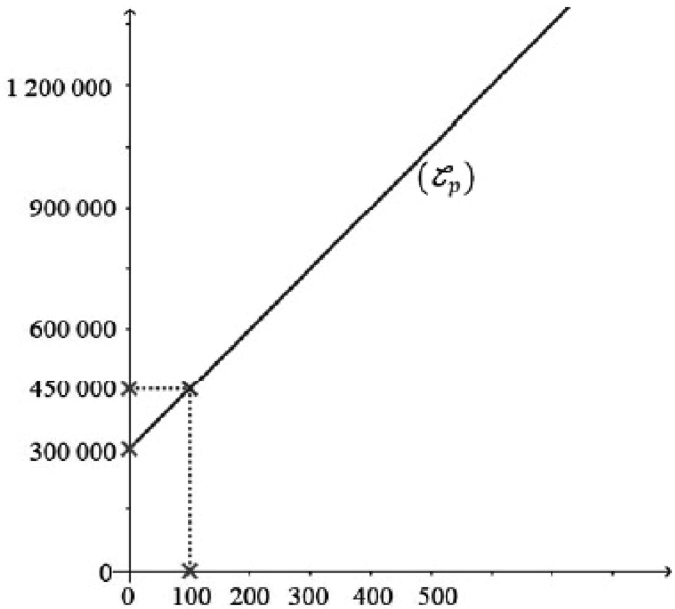
2. p(200) = 300 000 + 1 500 × 200
 = 600 000.

Le coût de production de 200 livres est 600 000 F.

3.

x	100	300	500
$p(x)$	450 000	750 000	1 050 000

4.



5. p est strictement croissante.

6. La fonction $x \to ax + b$ ($a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$) est :
 - croissante si $a > 0$;
 - décroissante si $a < 0$;
 - constante si $a = 0$.

Exercices de fixation

2-1 a) non ; b) oui ; c) non ; d) non ;
e) oui ; g) non.

2-2 1) vrai ; 2) vrai ; 3) vrai ; 4) faux ;
5) vrai.

2-3 a) f est croissante
b) f est décroissante
c) f est décroissante
d) f est décroissante
e) f est croissante
g) f est croissante.

2-4 a) $f(x)$=3x-3

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	

b) $g(x) = -18x$.

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$	$\searrow$	

$h(x)= \frac{7}{4}x$

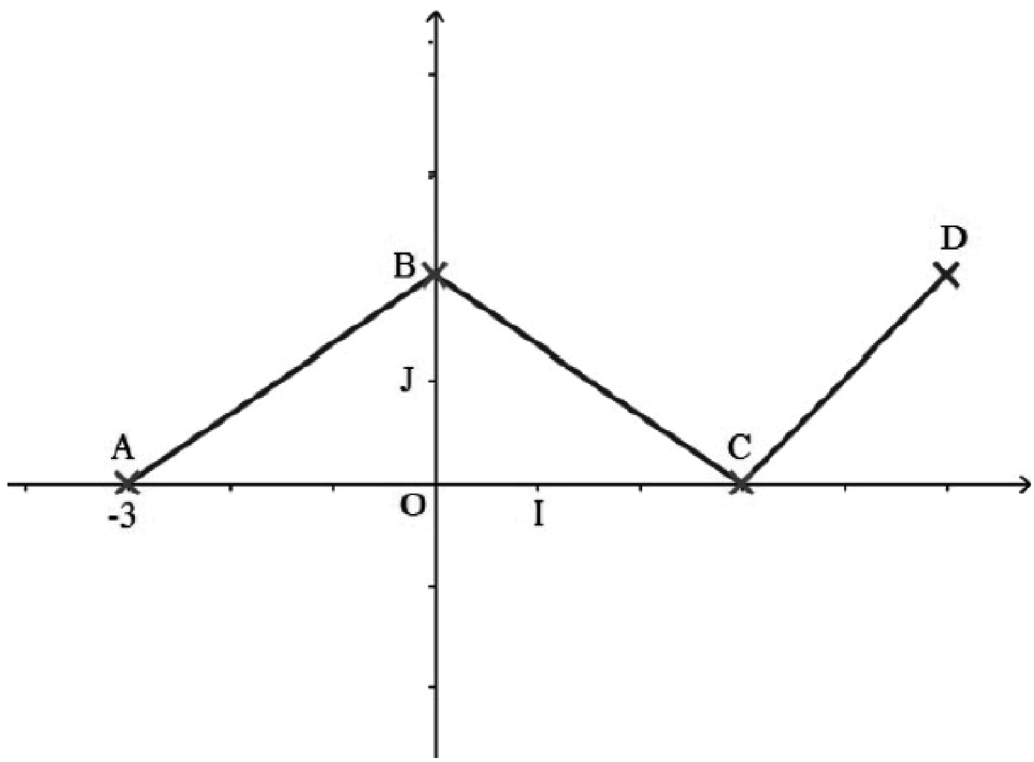
x	$-\infty$		$+\infty$
$h(x)$		↗	

d) $k(x) = -2x\sqrt{3} - 20$.

x	$-\infty$		$+\infty$
$k(x)$		↘	

Activité 3 Fonction affine par intervalles

1. Représentation graphique



2. (AB) : $y = \frac{2}{3}x + 2$

(BC) : $y = -\frac{2}{3}x + 2$

(CD) : $y = x$ - 3.

3. $\begin{cases} f(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad \text{si } s \in [-3 ; 0] \\ f(x) = - -\frac{2}{3}x + 2 \quad \text{si } x \in [0 ; 3] \\ f(x) = \text{x - 3} \quad \text{si } x \in [3;5] \end{cases}$

4.

x	-3		4		$\frac{9}{2}$		8
$f(x)$			-2				1
		↗		↘		↗	
	3				-2		

Exercices de fixation

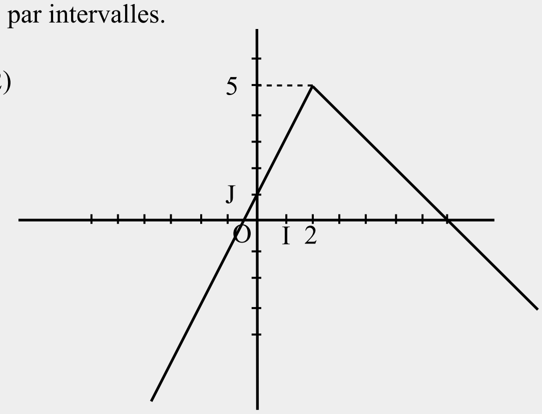
3-1 On appelle **fonction affine** par intervalles, **toute fonction numérique** *f* dont **l'ensemble de définition** est une réunion d'intervalles sur chacun desquels l'expression de f est celle d'une **fonction affine.**

3-2 C'est la fonction *r* qui n'est pas une fonction affine par intervalles.

3-3 1)

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	5	$\searrow$	

2)



Activité 4 Fonction carré

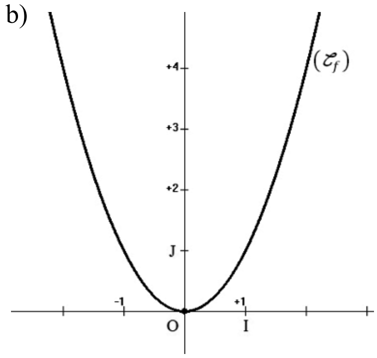
1. f est une fonction polynôme, donc $D_f = \mathbb{R}$.
   a) On a : $a < b < 0$.
   Donc : $a^2 > b^2$ car a et b sont négatifs, donc rangés dans l'ordre contraire de leurs carrés. f est décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0]$.
   b) On a : $0 < a < b$.
   Donc : $a^2 < b^2$ car a et b sont positifs, donc rangés dans le même ordre que leurs carrés. f est croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.
3.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	-5

4. a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9

b)



Exercices de fixation

4-1 1) Faux ; 2) Vrai ; 3) Faux ; 4) Faux.

4-2 Courbe 3.

Activité 5 Fonction inverse

1. $x \in D_g$ équivaut à $x \neq 0$. Donc $D_g = \mathbb{R} - \{0\}$.
2. a) $a < b < 0$, donc $\dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b}$ car deux nombres non nuls sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.
g est décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0[$.
   b) $0 < a < b$
donc $\dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b}$ car deux nombres nuls sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.
g est donc décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0[$.

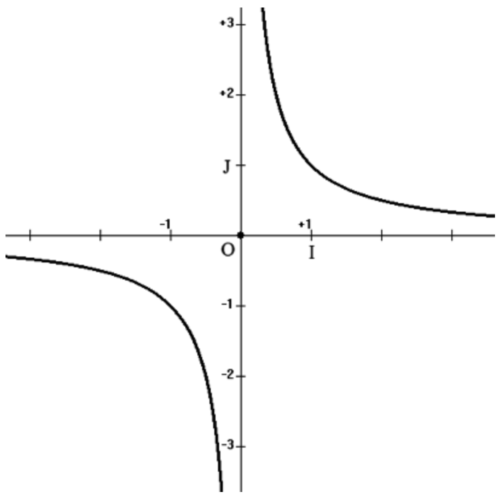
3.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$\searrow$	‖	$\searrow$

4. a)

x	-4	-2	-1	-0,5	-0,25	0	0,25	0,5	1	2	4
$\frac{1}{x}$	-0,25	-0,5	-1	-2	-4		4	2	1	0,5	0,25

b)



Exercices de fixation

5-1 1) Faux ; 2) Faux ; 3) Faux ; 4) Vrai.

5-2 Courbe 1.

Exercices

Exercices de renforcement

1 a) $f(x) = ax$ avec $a = \frac{f(x)}{2}$ $a = \frac{1}{2} = 2$; $f(x)=2x$.

b) On pose de même $g(x) = ax$ avec $a = \frac{g(x)}{x}$,

$a = -\frac{1}{18}$; $g(x) = -\frac{1}{18}x$.

c) $h(x) = ax$ avec $a = \frac{h(x)}{x}$,

$a = \frac{-\frac{2}{5}}{-\frac{5}{2}} = +\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$; $h(x) = \frac{4}{25}x$.

2 1) $\frac{15}{100}x$; 2) $1{,}05x$; 3) $0{,}75x$.

3 1) Diminuer ; 2) augmenter ; 3) diminuer ; 4) augmenter.

4 1) Soit x les anciens prix, $f(x)$ les nouveaux. $f(x) = 1{,}17x$.

2)

Denrées	Lait	Café	Sucre	Riz	Savon
Prix	603	381	176	1521	509

5 a) $f(x) = 0{,}75x$.

b)

CHEMISE	POLO	PANTALON
4 118 F	1 493	3 375

SURVÊTEMENT
7 493

2\. a) $g(x) = ax$; $a = \dfrac{39015}{45900} = 0{,}85$

$g(x) = \dfrac{17}{20}x$.

b) On sait que $a = 1 - r \Longrightarrow r = 1 - a$

$r = 15\%$.

6 1. f est croissante, g est croissante, h est décroissante, k est décroissante.

2.

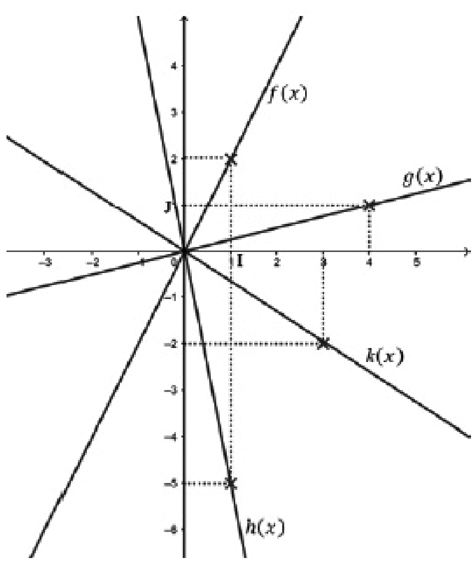
x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		↗

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$		↗

x	$-\infty$	$+\infty$
$h(x)$		↘

x	$-\infty$	$+\infty$
$k(x)$		↘

3.



7 a) $f(x) = ax + b$; $f(0) = 1$ donc $b = 1$.

$f(x) = ax + 1$; $f(5) = 5 \Longrightarrow 5a + 1 = 5 \Longrightarrow a = \dfrac{4}{5}$;

$f(x) = \dfrac{4}{5}x + 1$.

b) $g(x) = ax + b$, $g(-2) = -8$ et $g(3) = 0 \Longrightarrow$

$-2a + b = -83a + b = 0)$ $\begin{cases} -2a + b = -8 \\ 3a + b = 0 \end{cases}$

$5a = 8 \Longrightarrow a = \dfrac{8}{5}$ et $b = -\dfrac{24}{5}$.

$g(x) = \dfrac{8}{5}x - \dfrac{24}{5}$.

c) $h(x) = ax + b$, $h\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{4}{5}$ et $h(1) = -1$ or

$\begin{cases} -2a + b = -8 \\ 3a + b = 0 \end{cases}$

$+\dfrac{3}{2}a = -\dfrac{1}{5} \Longrightarrow a = -\dfrac{2}{15}$ et $b = -\dfrac{13}{15}$

$h(x) = -\dfrac{2}{15}x - \dfrac{13}{15}$.

8 $f(x) = 1{,}45x - 30$.

$g(x) = 0{,}9x + 20$.

$h(x) = 1{,}3x + 100$.

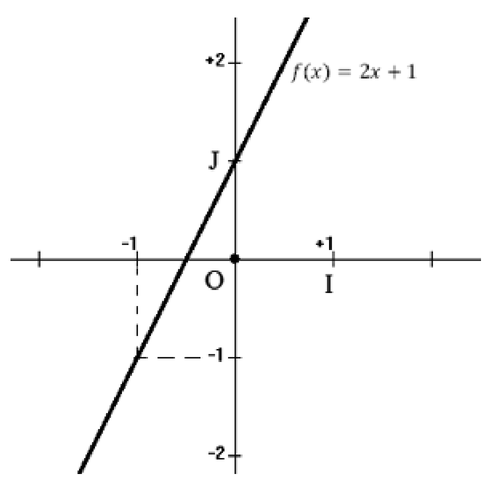
$j(x) = 0{,}5x - 45$.

9 1. f est croissante.

2.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		↗

3.

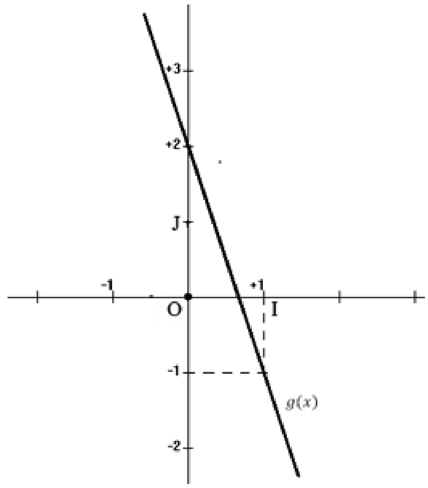


10 1. g est décroissante.

2.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g(x)$	$\searrow$

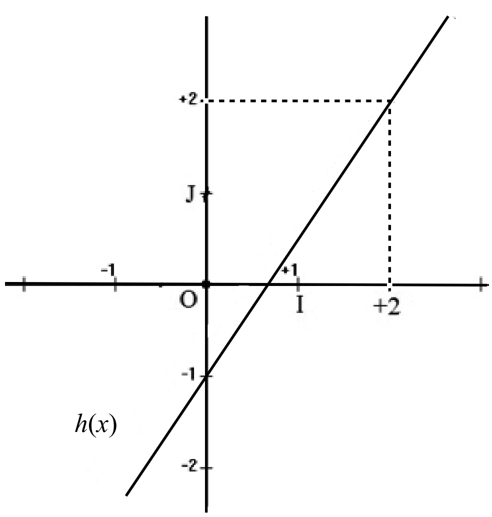
3.



11 1. h est croissante.

2. Tableau de variation

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$h(x)$	$\nearrow$

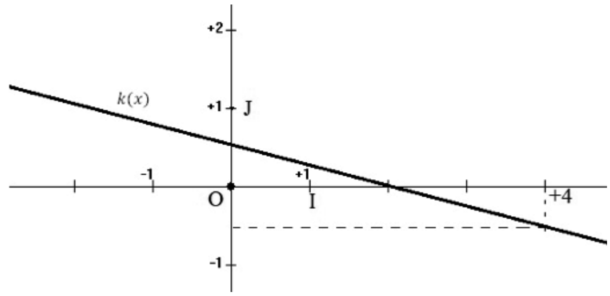


12 1. k est décroissante.

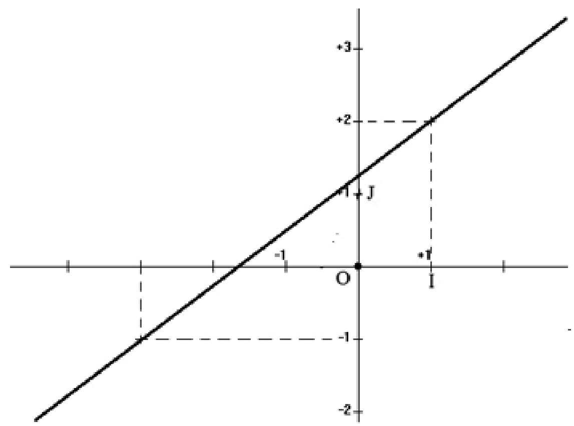
2. Tableau de variation de k :

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$k(x)$	$\searrow$

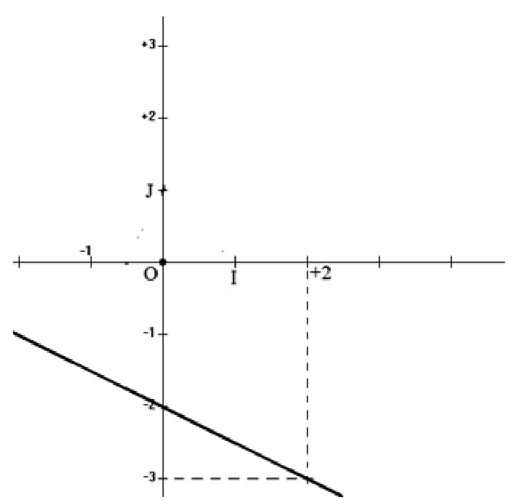
3.



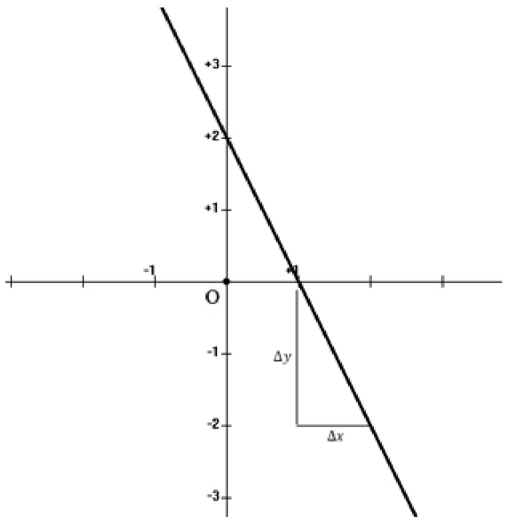
13 1. f est une fonction affine, donc la représentation est une droite.



2. Courbe



14 1. A. Le coefficient directeur de (D) est -2.

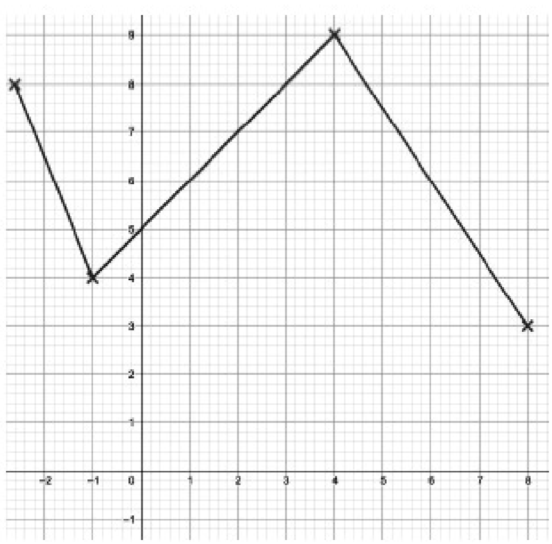


2. $t(0) = 2$
3. $t(x) = -2x + 2$.
Soit a le coefficient directeur :
$a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{-2}{1} = -2$.

15 a) $f(x) = 0{,}5x$
b) $f(x) = \dfrac{-1}{2}x - 1,5$
c) $f(x) = 1$.

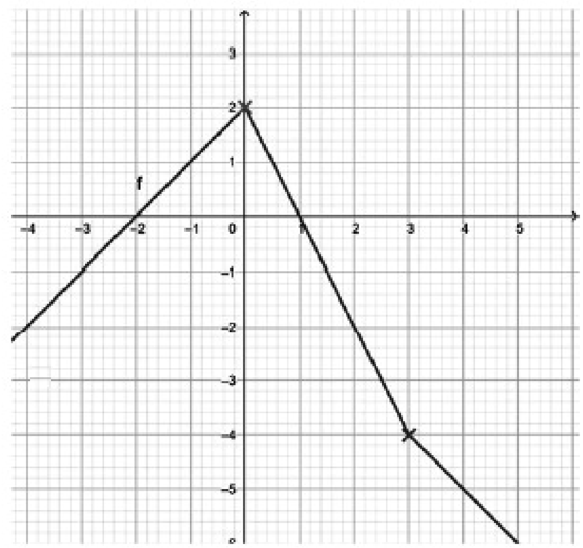
16 $D = [-3\ ;\ 5]$.

17

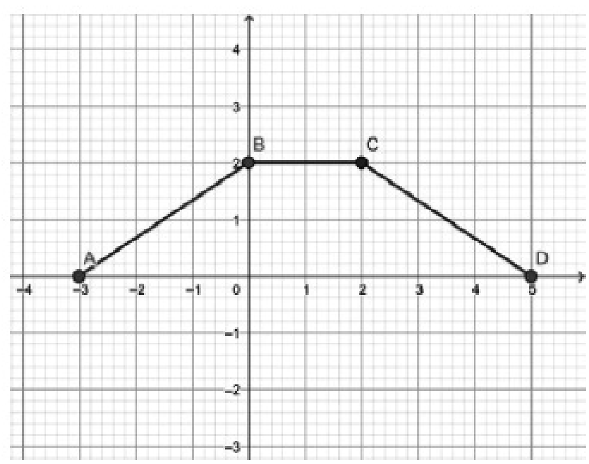


18 1. k est décroissante.
2. Tableau de variation de k :

x	$-\infty$	0		3		∞
$f(x)$	↗	2	↘	-4	↘	



19



f est la fonction affine par intervalle définie par :

$$\begin{cases} \text{si } x \in [-3;0], \text{alors } f(x) = \dfrac{2}{3}x + 2 \\ \text{si } x \in [0;2], \text{alors } f(x) = 2 \\ \text{si } x \in [-3;0], \text{alors } f(x) = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{10}{3} \end{cases}$$

20 $3^2 = 3 \times 3 = 9$; $5^2 = 5 \times 5 = 25$;
$(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$;
$(-7)^2 = (-7) \times (-7) = 49$; $10^2 = 10 \times 10 = 100$;
$(-11)^2 = (-11) \times (-11) = 121$.

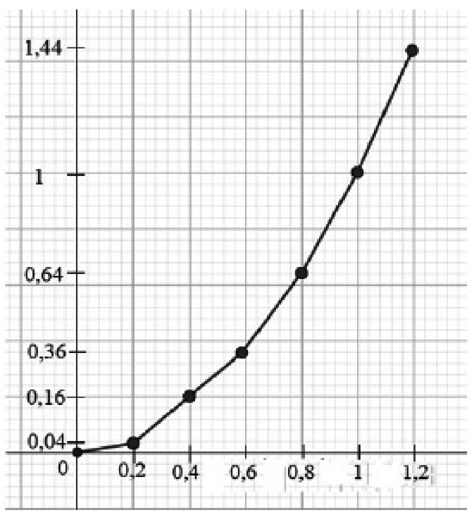
21 $g(x) = x^2$.

22 $f(x) = x(x+1) - x = x^2 + x - x = x^2$
$g(x) = -x^2 + 5x^2 - 3x^2 = -4x^2 + 5x^2 = x^2$
$h(x) = (x-1)^2 + 2x - 1 = x^2 - 2x + 1 + 2x - 1 = x^2$.

23

x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2
f(x)	0	0,04	0,16	0,36	0,64	1	1,44

Échelle : abscisse : 1 carreau → 0,1
Ordonnée : 1 carreau → 0,04



24 1) Vrai ; 2) Faux ; 3) Vrai.

25 $x \in [2\,;7]$ donc $\frac{1}{x} \in \left[\frac{1}{7};\frac{1}{2}\right]$;

$x \in]0\,;5[$ donc $\frac{1}{x} \in \left[\frac{1}{5};+\infty\right]$;

$\frac{1}{x} \in \left[-\frac{1}{2};-\frac{1}{15}\right[$, donc $x \in]-15\,;-2[$

26

x	57	-19	49	10^{-8}	10^4
$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{57}$	$-\frac{1}{19}$	$\frac{1}{49}$	10^8	10^{-4}

27 Faux Si $3 \leq x \leq 4$ alors $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{3}$

Faux Si $-2 \leq x \leq 1$ alors $-\frac{1}{2} \leq \frac{1}{x} \leq 1$.

Vrai Si $1 \leq \frac{1}{x} \leq 10$ alors $10^{-1} \leq x \leq 1$, donc $0{,}1 \leq x \leq 1$.

28 $2 < b < a$ donc $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

$a < b < -2$ donc $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

$a < 0 < b$ donc $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

$a < 2 < b$ donc $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ si a négatif

$\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ si a positif.

29 a) $\frac{1}{x} \in \left[\frac{1}{3};1\right]$ donc le minimum est $\frac{1}{3}$ et le maximum est 1.

b) $\frac{1}{x} \in \left[-\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right]$ donc le minimum est $-\frac{1}{2}$ et le maximum est $-\frac{1}{4}$.

c) $\frac{1}{x} \in [3\,;5]$ donc le minimum est 3 et le maximum est 5.

d) $\frac{1}{x} \in]-2\,;-1]$, donc la fonction n'admet pas de minimum et son maximum est -1.

30 Résolvons dans $\mathbb{R}^*$, l'inéquation
$$\frac{1}{x} - 3 < 0 \Longrightarrow \frac{1-3x}{x} < 0$$

x	$-\infty$	0		$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$1 - 3x$	+	|	+	0	-
x	-	0	+	|	+
$\frac{1-3x}{x}$	-	‖	+	0	-

$S_{\mathbb{R}^*} =]-\infty;0[\cup \left]\frac{1}{3};+\infty\right[$.

31 a)
$$\frac{1}{100} < \frac{1}{20} < \frac{1}{13} < \frac{1}{8} < \frac{1}{5} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{0{,}7}$$
$$-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3} < -\frac{1}{7} < -\frac{1}{9} < \frac{1}{-11} < \frac{1}{-25} < \frac{1}{-32} < \frac{1}{63}$$

32

[5;15] ⊂ ℝ* or $g(x)$ est décroissante sur ℝ*, donc $g(x)$ est décroissante sur [5 ; 15].

Tableau de variation

x	5	15
$g(x)$	$\frac{1}{5}$ ↘	$\frac{1}{15}$

Le maximum de g est $\frac{1}{5}$ et le minimum est $\frac{1}{15}$.

33 A(3;2) B(7;-2)

Équation de (AB)

M∈(AB) avec M(x ; y).

$\begin{pmatrix} x - 3 \\ y - 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$ sont colinéaires donc

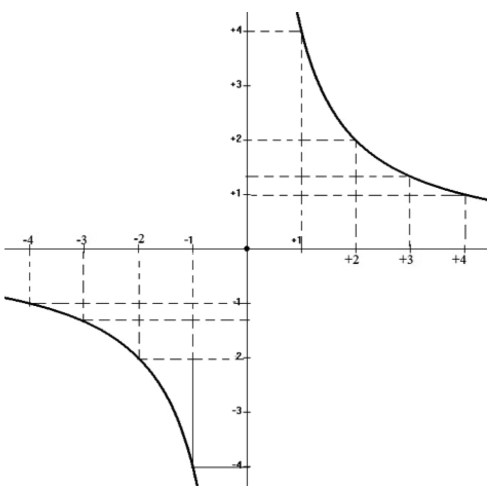
$-4(x - 3) -4(y - 2) = 0 \Longrightarrow x - 3 + y - 2 = 0$

$y = -x + 5$ est équation de la droite (AB).

Soit (H) : $y = \frac{4}{x}$.

Tableau des valeurs :

x	1	-1	2	-2	4	-4
$g(x)$	4	-4	2	2	1	-1



$(x - 1)(x - 4) = x^2 - 4x - x + 4$

$= x^2 - 5x + 4$

Donc $x^2 - 5x + 4 = (x - 1)(x - 4)$.

4) (H) et (AB) coïncident si $y = g(x)$

donc $\frac{4}{x} = -x + 5 \Longrightarrow 4 = -x^2 + 5 - x \Longrightarrow$

$x^2 - 5x + 4 = 0 \Longrightarrow (x - 4)(x - 1) = 0$, donc 4 et 1 sont les abscisses respectives des points d'intersection C et D de (H) et (AB) et pour $x = 4$, on a $y = 1$ et pour $x = 1$, on a y = 4.

Conclusion : $C(4 ; 1)$ et $D(1 ; 4)$.

34 1) Résolvons $\frac{1}{x} \geq -3 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + 3 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1+3x}{x} \geq 0$

x	-∞	$\frac{1}{2}$		0	+∞
$1 + 3x$	-	0	+	‖	+
x	-		-	0	+
$\frac{1+3x}{x}$	+	0	-	‖	+

$S = \left]-\infty ; -\frac{1}{3}\right[\cup \left]0;+\infty\right[$

2) $\frac{1}{x} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{x} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1-2x}{x} \geq 0$

x	-∞	0		$\frac{1}{3}$	+∞
$1 - 3x$	+		+	0	-
x	-	0	+		+
$\frac{1-3x}{x}$	-	‖	+	0	-

$S = \left]0 ; \frac{1}{2}\right]$.

3. $\frac{1}{x} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1-x}{x} \geq 0$

x	-∞	0		1	+∞
$1 - x$	+		+	0	-
x	-	0	+		+
$\frac{1-x}{x}$	-	‖	+	0	-

S =]0 ; 1]

Exercices d'approfondissement

35 $f(x) = x + 6$ et $g(x) = x^2$.

Pour tout $x \in 3$, $f(x) = g(x)$.

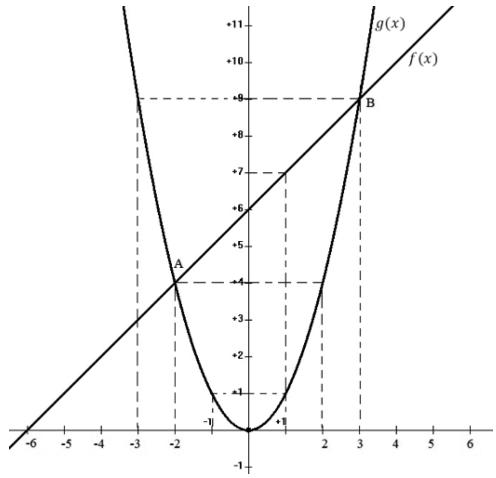
équivaut à $x^2 = x + 6$ donc $x^2 - x - 6 = 0$.

Conclusion : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(x) = g(x)$.

équivaut à $x^2 = x + 6 = 0$.

Table des valeurs

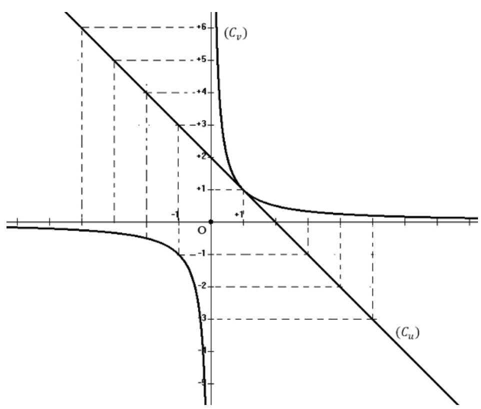
x	0	1	-1	2	–2	3	–3
$f(x)$	6	7	5	8	4	9	3
$g(x)$	0	1	1	4	4	9	9



Graphiquement les solutions de l'équation
$x^2 - x - 6 = 0$ sont les couples (-2 ; 4) et (3 ; 9)

36 1. $u(x) = 2 - x$ et $v(x) = \dfrac{1}{x}$.
Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $u(x) = v(x)$ équivaut à $\dfrac{1}{x} = 2 - x$, équivaut à $1 = 2x - x^2$.
Donc pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $u(x) = v(x)$ équivaut à
$x^2 - 2x + 1 = 0$.
2. Tableau des valeurs

x	1	–1	2	–2	3	–3	4	–4
$u(x)$	1	3	0	4	–1	5	–2	6
$v(x)$	1	–1	0,5	–0,5	+0,33	–0,33	0,25	–0,25



3. Graphiquement la solution de l'équation
$x^2 - 2x + 1 = 0$ est le couple (1 ; 1).

37 $f(x) = 2 - \dfrac{1}{x}$.
La fonction $x \longrightarrow -\dfrac{1}{x}$ est croissante sur $\mathbb{R}^*$ car elle est l'opposé de la fonction décroissante $x \longrightarrow \dfrac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$.
Conclusion : $f(x) = 2 - \dfrac{1}{x}$ est croissante sur $\mathbb{R}^*$.

Tableau de variation

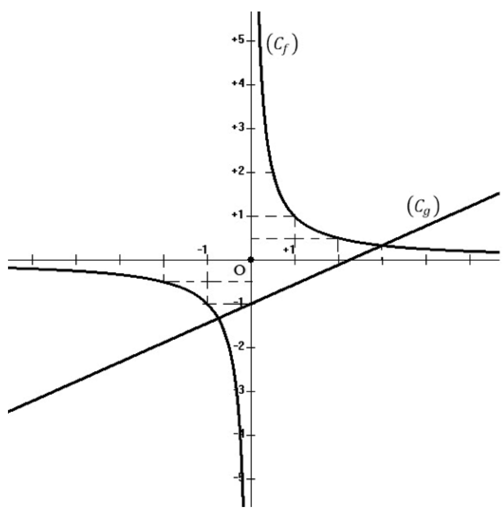
x	-∞	0	+∞
$f(x)$	↗	▨	↗

3. On a : $-5 < x < -2 \implies -\frac{1}{2} < \frac{1}{x} < \frac{1}{5}$
$-\dfrac{1}{5} < -\dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{2} \implies 2+\frac{1}{5} < 2-\frac{1}{x} < 2+\frac{1}{2}$
$\dfrac{11}{5} < f(x) < \dfrac{5}{2}$.
Conclusion : $\dfrac{11}{5} < f(x) < \dfrac{5}{2}$.

38 Un nombre n'est pas toujours plus petit que son carré.
Vérification :
Pour tout nombre x tel que $0 < x < 1$, on a $x > x^2$.
Un nombre non nul n'est pas toujours plus grand que son inverse.
Vérification :
0,1 est plus petit que son inverse qui est 10.

39 1. $f(x)=\dfrac{1}{x}$ et $g(x)=\dfrac{4}{9}\ x - 1$.
Table des valeurs

x	1	–1	2	–2	3	–3
$u(x)$	1	–1	0,5	–0,5	1/3	-1/3
$v(x)$	–0,55	–1,44	–0,1	–1,88	0,33	–2,33



2. On a : $\dfrac{(x-3)(4x+3)}{9x} = \dfrac{4x^2+3x-12x-9}{9x}$
$= \dfrac{4x^2+9x-9}{9x}$
$= \dfrac{4x^2}{9x} - \dfrac{9x}{9x} - \dfrac{9}{9x}$
$\dfrac{9}{4}x - 1 - \dfrac{1}{x} = \dfrac{(x-3)(4x+3)}{9x}$

Donc $\dfrac{4}{9}x - 1 - \dfrac{1}{x} = \dfrac{(x-3)(4x+3)}{9x}$

3. Position relative de (C_f) et (C_g)déterminons le signe de $\frac{9}{4}x - 1 - \frac{1}{x}$.

x	$-\infty$	$-\frac{3}{4}$		0		3	$+\infty$
$x - 3$	-		-		-	$\boxed{0}$	+
$4x + 3$	-	$\boxed{0}$	+		+		+
x	-		-	$\boxed{0}$	+		+
$\frac{(x-3)(4x+3)}{9x}$	-	$\boxed{0}$	+	‖	-	$\boxed{0}$	+

- Pour tout $x \in \left]-\infty ; -\frac{3}{4}\right[\cup]0;3[$, la courbe de f est au-dessus de celle de g.
- Pour tout $x \in \left]-\frac{3}{4};0\right[\cup]3 ; +\infty[$, la courbe de g est au-dessus de celle de f.
- Pour tout $x \in \left\{-\frac{3}{4};3\right\}$, les deux courbes f et g coïncident.

40 Composons x^2 et $\frac{1}{x}$.
Soit $h(x) = x^2 - \frac{1}{x} = \frac{x^3 - 1}{x} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x}$.

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
$x - 1$	−		−	0	+
$x^2 + x + 1$	+		+		+
x	−	0	+		+
$h(x)$	+	‖	−	0	+

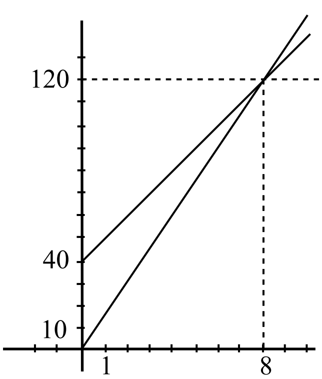
- Pour $x \in]-\infty ; 0[\cup]1;+1[$, $x^2 > \frac{1}{x}$.
- Pour $x \in]0 ; 1[$, $x^2 < \frac{1}{x}$.
- Pour $x = 1$, $x^2 = \frac{1}{x}$.

41 1)

Nombre de livres achetés	2	5	11	14
Prix à payer en librairie	3000	7500	16500	21000
Prix à payer par internet	6000	9000	15000	18000

2) a) $L(x) = 1500x$. b) $I(x) = 1000x + 4000$.

3)



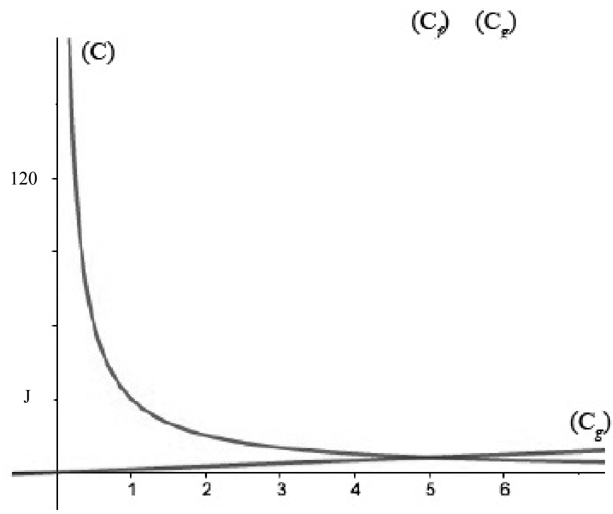
4) Pour moins de 8 livres (C_f) est avantageux.
Pour plus de 8 livres (C_g) est avantageux.

42 1. $C(n) = a \times n$ avec $a \in \mathbb{R}$.
Pour $n = 30$; $30a = 29100$
Pour $n = 50$; $50a = 48500$
On a donc $\begin{cases} 30a = 29100 \\ 50a = 48500 \end{cases}$
Soit $a = 970$.
$C(n) = n \times 970$.
2. Pour $n = 100$, $C(100)=100 \times 970$.
Le coût de production de 100 chaussures est 97.000 Frs.

43 Soit x le nombre de jours.
- Le tarif A est de $4500x$.
- Pour le tarif B : $3000x + 15000$.
- Pour le tarif C : on a 75000.

Pour moins de 10 jours, le tarif A est plus avantageux que B et C.
Entre 10 jours et 20 jours, le tarif B est plus avantageux.
Au-delà de 20 jours, le tarif C est plus avantageux.

44 Soit $f(x) = \frac{1}{x}$ et $g(x) = 0{,}04x$.



2) • Pour $x \in [1 ; 5]$, (C_f) est au-dessus de (C_g), c'est-à-dire que le coût de possession est plus élevé que le coût de passation.
• Pour $x \in]5 ; 12]$, (C_g) est au-dessus de (C_f), c'est-à-dire que le coût de passation est plus élevé que le coût de possession.

Leçon 7

STATISTIQUE

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Série Chronologique

1. Le mois de juin.
2. La période de décembre à Février et le mois d'août.

Exercices de fixation

1-1 Le tableau 2.

1-2 1- Faux ; 2- Faux ; 3- Vrai.

1-3 1- Les années : 2005 ; 2008 ; 2011 ; 2014 ; 2017 et 2020.

2- Série chronologique : les valeurs ont été faites dans le temps.

Activité 2 Moyenne d'une série statistique

moyenne de A =

$$\frac{5+7+8\times2+9+10\times3+12+13\times2+14+15\times2+18}{15}$$

moyenne de B =

$$\frac{5+7+8\times2+9\times2+10+12\times3+13+14\times2+15+18}{15}$$

moyenne de A = $\dfrac{167}{15} \simeq 11,13$

moyenne de B = $\dfrac{166}{15} \simeq 10,6$.

Exercices de fixation

2-1 Moyenne = $\dfrac{mX+nY+pZ+qT+rU}{N}$.

2-2 La bonne réponse est b).

2-3 Taille moyenne = $(189+201+175+200+198+182+104+200+187+190)\times\dfrac{1}{10}$.
= 191,6.

Activité 3 Effectifs cumulés décroissants

1. Le nombre d'œufs qui ont une masse supérieure ou égale à 75 kg est :
   61 + 21 +12 + 7 = 101.
2. Le nombre d'œufs qui ont une masse supérieure ou égale à 50 kg est :
   72 + 130 + 281 + 210 + 165 + 101 = 959.

Exercices de fixation

3-1-1 1. C'est 8.
2. Ranger la série 2 : 0 ; 2 ; 5 ; 5 ; 7 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17.
C'est dons 3.

3-1-2 C'est 9. Il y a 9 élèves qui ont une masse inférieure ou égale à 70 kg.

3-1-3 1) Faux ; 2) Vrai ; 3) Vrai ;
4) Faux ; 5) Faux ; 6) Vrai.

3-1-4 1- a) 200 b) 43.
2- a) 22 b) 4.

3.2. Tableau des effectifs cumulés décroissants

Notes	02	03	04	05	06	07	08	10
Effectifs	3	5	5	7	4	6	7	3
ECD	40	37	32	27	20	16	10	3

Exercices de fixation

3-2-1 Tableau 3.

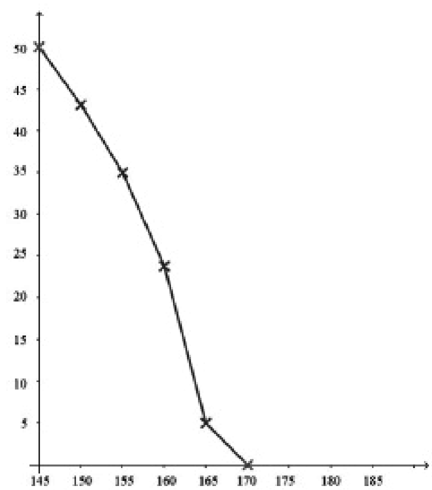
3-2-2

Masses	320	330	340	350	360	370	380
Effectifs	2	3	20	25	22	20	8
ECD	**100**	**98**	**95**	**75**	**50**	**28**	**8**

3-2-3

Masses	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[
Effectif	125	97	65	50	36
ECD	**373**	**248**	**151**	**86**	**36**

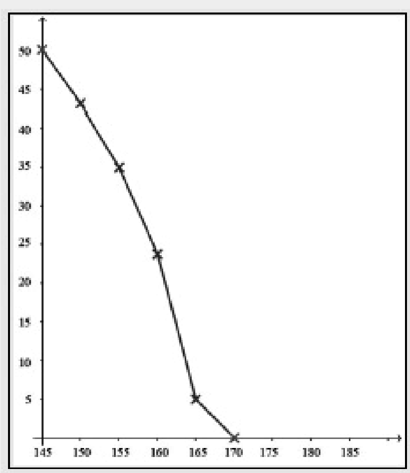
3.3. Tableau des effectifs cumulés décroissants



Exercices de fixation

Masses	[150 ; 160[	[160 ; 170[	[170 ; 180[	[180 ; 190[	[190 ; 200[	[200 ; 210[
Effectif	34	42	80	50	50	35
ECD	300	266	224	144	85	35

On construit dans le plan muni d'un repère orthogonal les points de coordonnées : (150 ; 300), (160 ; 266), (170 ; 224), (180 ; 144), (190 ; 85), (200 ; 35) et (201 ; 0).
Prenons en abscisses : 1 cm → 10 cm en tailles
en ordonnées : 1 cm → 50.



Activité 4 Fréquence cumulée décroissante

1. La fréquence $= \dfrac{281 + 210 + 165 + 61 + 21 + 12 + 7}{1000} \times 100 = 75,7\%$.

2. Fréquence $= \dfrac{21 + 12 + 7}{1000} \times 100 = 4\%$

Exercices de fixation

4-1-1 1- Faux ; 2- Vrai ; 3- Vrai ;
4- Faux.

4-1-2 1- A ; 2- B ; 3- B ; 4- A.

4-1-3 1. 100 - 5,4 = 94,5 %.
2. 14,4 + 18,6 + 27,6 = 60,6 %.
60,6 % des élèves ont passé 4 ans et plus dans ce Lycée.

4-1-3 1- C'est 1
2- C'est 0,466.
Voir document .

4.2. Tableau des fréquences cumulées décroissantes

Numéro	1	2	3	4	5	6
Fréquences	0,15	0,2	0,1875	0,1	0,225	0,1375
Fréquences cumulées décroissantes	1	0,85	0,65	0,4625	0,3625	0,1375

Exercices de fixation

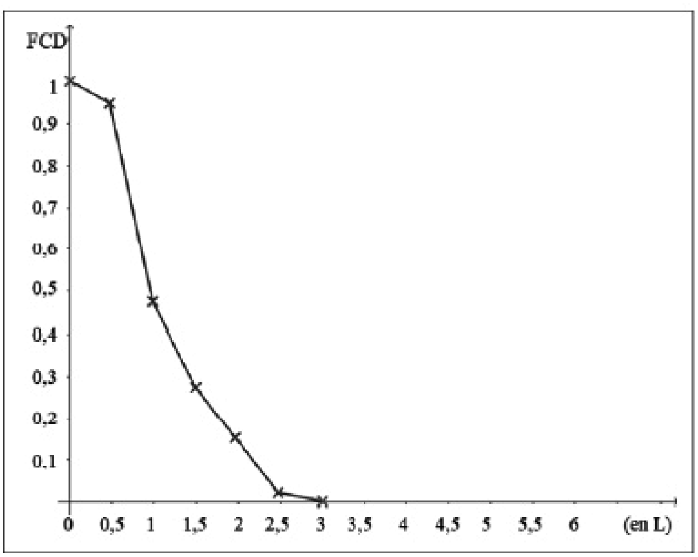
4-2-1

Nombre d'années	1	2	3	4	5	6
Fréquence (en %)	5,4	12,1	21,9	27,6	18,6	14,4
Fréquence cumulée décroissante	100	94,6	82,5	60,6	33	14,4

4-2-2

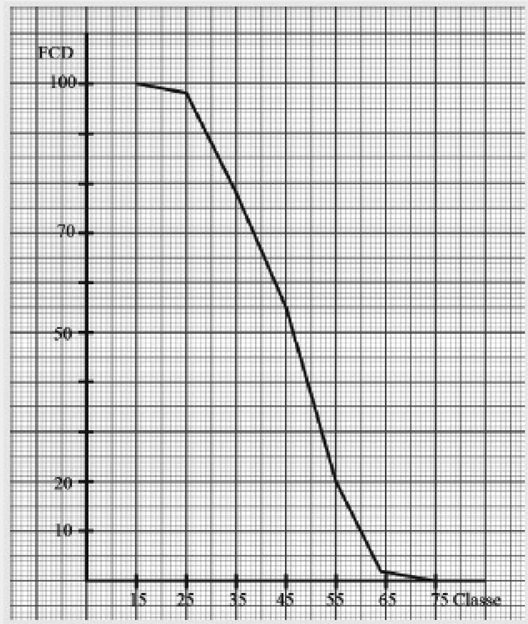
Salaire	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[
Fréquence	0,25	0,284	0,296	0,14	0,03
Fréquence cumulée décroissante	1	0,75	0,466	0,17	0,03

4.3. Polygone des fréquences cumulées décroissantes



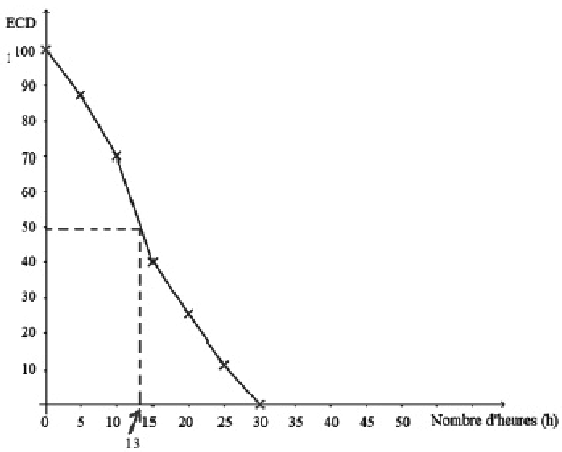
Exercices de fixation

Abscisse : 1 cm →10
Ordonnées : 1 cm →10



Activité 5 Médiane d'une série statistique à caractère continu

1. Dans la classe [10 ;15[.
2. On construit les points de coordonnées
 a) (0;100), (5;87), (10;67), (15;40) , (20;22), (25;10) et (30;0).
 b)



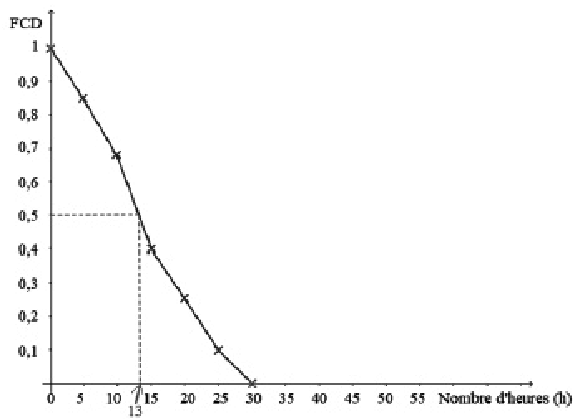
c) Coefficient de (AB) : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{40-67}{15-10} = -5,4.$

Coefficient de (AP) : $\frac{y_P - y_A}{x_P - x_A} = \frac{50-67}{x_P - 10} = \frac{-17}{x_P - 10}$

On a : $\frac{-17}{x_P - 10} = -5,4.$

Soit $x_P \simeq 13,1$.
Donc Me $\simeq$ 13,1 .

3.



c) Coefficient directeur de (EF) :

$$\frac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \frac{0,40 - 0,67}{15 - 10} = -0,054.$$

Coefficient directeur de (EQ) :

$$\frac{y_Q - y_E}{x_Q - x_E} = \frac{0,50 - 0,67}{x_Q - 10} = \frac{-0,17}{x_Q - 10}.$$

On obtient donc : $\frac{-0,17}{x_Q - 10} = -0,054$.

Soit xQ $\simeq$ 13,1 . donc : Me $\simeq$ 13,1 .

Exercices de fixation

5-1 1. C'est 53. 2- C'est 5,2, 3- 6,625, 4- 15,25.

5-2

Classes	]10 ;20]	]20 ;30]	]30 ;40]	]40 ;60]	]60 ;90]	]90 ;130]
Nombre de taxis	7	10	20	6	3	4
E.C.C	7	17	37	43	46	50

La médiane : *Me.*
$Me \in]30 ; 40]$

30	*Me*	40
17	25	37

Donc : $\frac{37-17}{40-30} = \frac{25-17}{Me-30}$. Soit $Me = 34$.

50 % des taxis ont effectué 34 km par journée.

5-3 1.

Anciennetés(ans)	[0 ;5[	[5 ;15[	[15 ;20[	[20 ;30[	[30 ;35[	[35 ;40[
Fréquences	0,105	0,15	0,255	0,3	0,1	0,09
FCC	0,105	0,255	0,51	0,81	0,91	1

Me correspond à la fréquence 0,5.
Donc : $Me \in [15;20[$.
On a :

15	*Me*	20
0,255	0,5	0,51

Donc : $\frac{Me-15}{0,5-0,255} = \frac{20-15}{0,51-0,255}$. Soit $Me = 19,8$.

2. Idem au 1.

Exercices

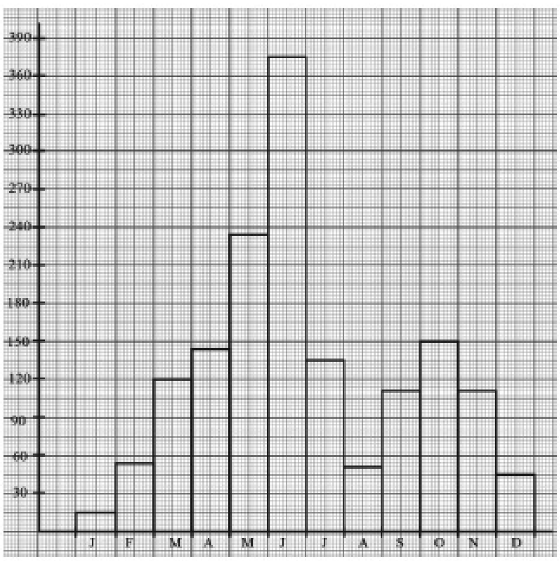
Exercices de renforcement

1

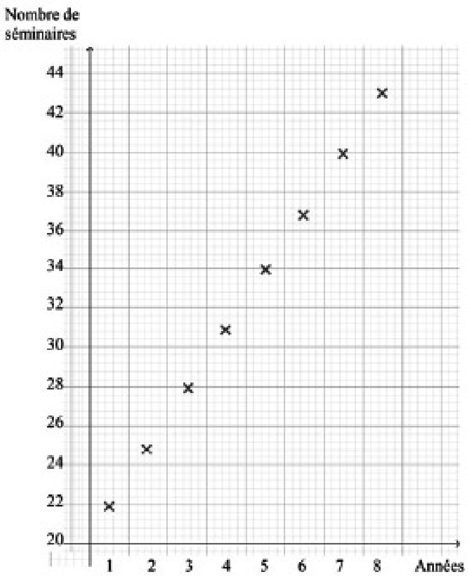
1. Les données de cette série statistique sont rangées en fonction du temps. Il s'agit donc d'une série chronologique.

2. Exemple 1 : le poids d'un bébé de 0 à 5 ans.
Exemple 2 : la recette quotidienne d'un magasin de vente d'articles scolaires au cours d'une semaine.

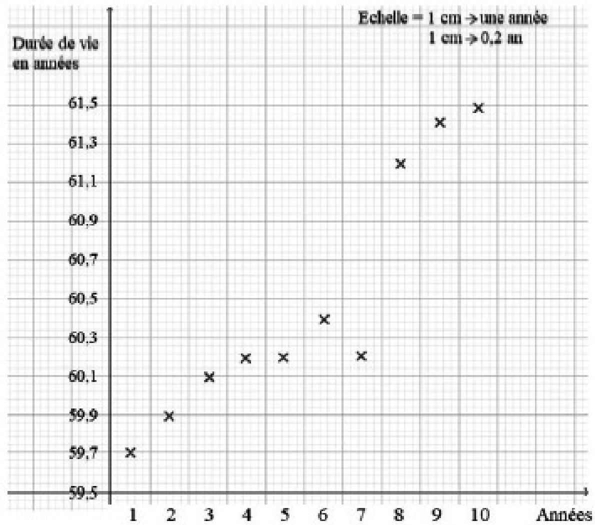
3. Diagramme à bandes.
Échelle : 1 cm→1 mois
1 cm→30 mm.



2



3



4 Calcul de la moyenne

$$M = \frac{1,2 \times 4 + 1,5 \times 16 + 1,7 \times 18 + 1,9 \times 24 + 2 \times 20 + 2,6 \times 12 + 3 \times 6}{100}$$

$$M = \frac{194,2}{100}$$

M = 1,942 .

5 Tableau des effectifs

Âge	13	14	15	16	17	18	19	20	21	**Total**
Effectifs	2	3	2	1	2	1	2	2	2	17

Âge moyen des filles

$$M = \frac{13 \times 2 + 14 \times 3 + 15 \times 2 + 16 \times 1 + 17 \times 2 + 18 \times 1 + 19 \times 2 + 20 \times 2 + 21 \times 2}{17}$$

$$M = \frac{286}{17}$$

M = 16,82.

Âge moyen des filles de cette classe : 16,82 ans.

6 Nombre moyen de séminaires par an de 2000 à 2017.

$$N = \frac{22 + 25 + 28 + 31 + 34 + 37 + 40 + 43}{8}$$

$$N = \frac{260}{8}$$

N = 32,5.

7 Cas 1 : calcul de la moyenne

$M_1 = \dfrac{12+20+32+45+30+18+6}{7} = \dfrac{163}{7} = 23,28$.

Cas 2 : calcul de la moyenne

$M_2 = \dfrac{-3\times 5+(-2)\times 15+0\times 20+1\times 15+3\times 5+4\times 2+7\times 1}{63} = \dfrac{0}{63}$

$M_2 = 0$.

Cas 3 : calcul de la moyenne

$M_3 = \dfrac{-107}{38}$; $M_3 = -2,81$.

Cas 4 : calcul de la moyenne

$M_4 = \dfrac{104,8}{42}$; $M_4 = 2,48$.

8 Calcul du temps moyen d'attente des élèves.

Temps (min)	[0 ; 4[	[4 ; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ; 20[	[35 ; 40[
Centre	2	6	10	14	18	0,09
Effectif	15	18	30	33	19	1

$M = \dfrac{2\times 15+6\times 18+10\times 30+14\times 33+18\times 19}{115} = \dfrac{1242}{115}$

$M = 10,8$.

Le temps moyen d'attente de ces élèves est 10,8 minutes.

9 $\dfrac{1,1\times 60+1,3\times 150+1,5\times 185+1,7\times 80+1,9\times 10}{485} = \dfrac{693,5}{485} = 1,42$

Soit M le salaire moyen : $M = \dfrac{T}{485} = 1,42$.

10 M = 0,04 × 10 + 0,17 × 20 + 0,32 × 30 + 0,33 × 40 + 0,14 × 50.

M = 33,6 min.

Les élèves passent en moyenne 33,6 min sur internet

11

Notes	6	8	9	11	15	18
Effectif	4	5	4	3	2	2
ECD	20	16	11	7	4	2

12

Notes	0	1	2	3	4	5	6
Effectif	2	5	9	11	7	4	2
ECD	40	38	33	24	13	6	2

13 1.

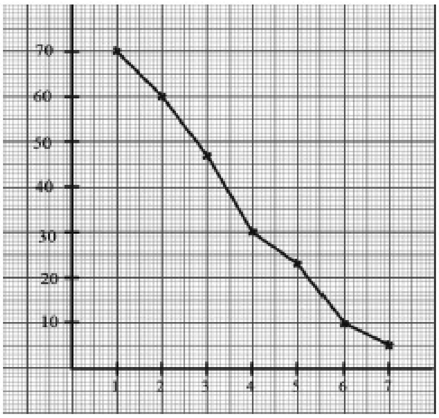
Notes	0	15	30	45	60
Effectif	4	12	6	10	8
ECD	40	36	24	18	8

2. Il y a 24 élèves.

14

Modalités	0	1	2	3	4	5	6
Effectif	12	6	3	9	5	12	5

15



16 1.

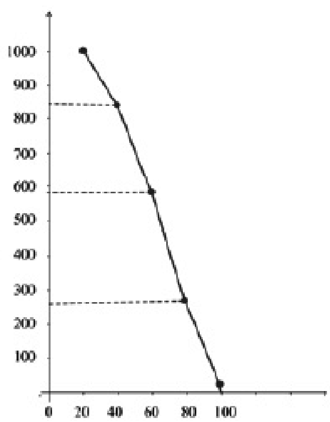
Montant retrait	[0 ; 50[	[50 ; 100[	[100 ; 150[	[150 ; 200[	[200 ; 250[
Nombre d'ouvriers	3	6	40	8	5
ECD	62	59	53	13	5

2. 53 est le nombre d'ouvriers ayant fait un retrait d'au moins 100 000 F.

17 1.

Valeur	[0 ; 20[	[20 ; 40[	[40 :60[	[60 ; 80[	[80 ;100[
ECD	1000	845	581	268	25

2.



18

Modalités	0	1	2	3	4	5	6	7
Fréquences cumulées décroissantes 0	1	$\frac{52}{60}$	$\frac{38}{60}$	$\frac{26}{60}$	$\frac{25}{60}$	$\frac{15}{60}$	$\frac{11}{60}$	$\frac{6}{60}$

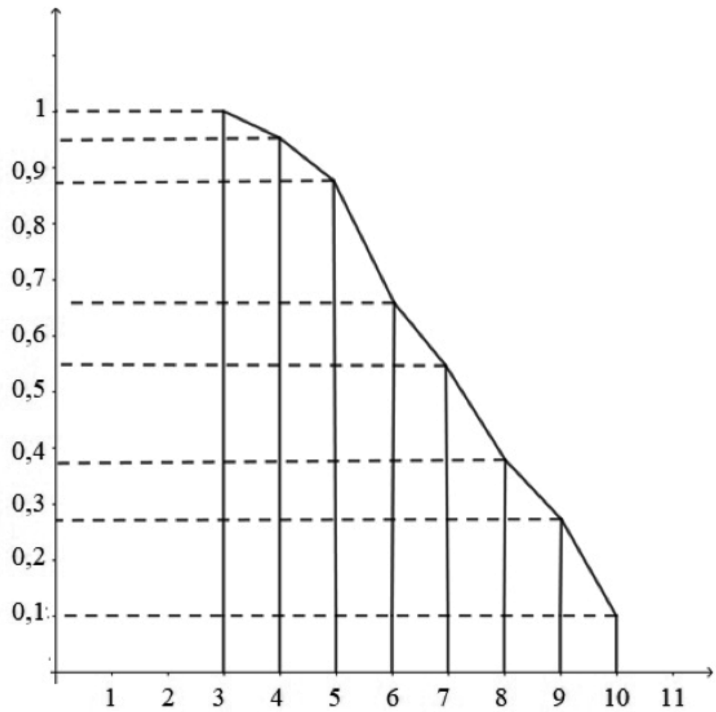
19

Modalités	12	15	20	25	30	35	40
Fréquences cumulées décroissantes	1	$\frac{462}{500}$	$\frac{421}{500}$	$\frac{368}{500}$	$\frac{218}{500}$	$\frac{123}{500}$	$\frac{51}{500}$

20

Modalités	3	4	5	6	7	8	9	10
Fréquences	0,05	0,08	0,23	0,07	0,18	0,12	0,17	0,10

21 Modalités



22 1)

Taille (en cm)	12	14	16	18	20	22	24	26	28
Fréquences cumulées décroissantes	1	0,94	0,86	0,81	0,72	0,54	0,37	0,17	0,06

2. Le pourcentage de carpes dont la taille est supérieure ou égale à 20 cm est 72,72 %.

3. 54% des carpes ont une taille supérieure ou égale à 22 cm.

23

Modalités	2	5	8	10	11	14
Effectifs	36	153	108	306	252	45

24

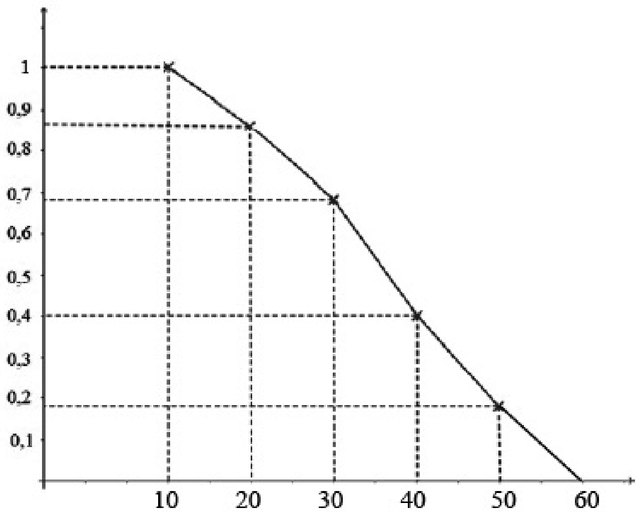
Montant	]0 ; 10]	]10 ; 20]	]20 ; 30]
Fréquences cumulées décroissantes	1	0,86418	0,23571

2) Il y a 86,42% de vente dont le montant est supérieur à 10 000 000.

25 1)

Temps mis (en s)	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60]
Fréquences cumulées décroissantes	1	0,865	0,68	0,4	0,17

2.



26 a) Rangeons dans l'ordre croissant :

$$\frac{12;14;15;21;21;21}{\text{6 valeurs}} \; ; \; \frac{28}{\text{médiane}} \; ; \; \frac{30;31;32;32;36;40}{\text{6 valeurs}}$$

b) Rangeons dans l'ordre croissant :

$$\frac{99;99;100;110}{\text{4 valeurs}} \; ; \; \frac{;}{\text{médiane}} \; ; \; \frac{111;124;132;150}{\text{4 valeurs}}$$

$Me = \dfrac{110 + 111}{2} = 110{,}5$.

27 Cas 1 : la médiane est 7
Cas 2 : la médiane est 2,5.

28 1.

Temps (en min.)	3	6	9	12	15	18
Effectifs	15	18	30	30	13	19
ECC	15	33	63	83	96	115

Le temps médian est 9 min.

2. Interprétation : cette valeur partage la série en deux groupes de même valeur.

29 1.

Classes	[20 ;30[	[30 ;40[	[40 ;50[	[50 ;60[
Effectifs	17	29	32	12
ECC	17	46	78	90

Me $\in$ [30 ; 40[

30	*Me*	40
17	45	46

Donc : $\dfrac{40 - 30}{46 - 17} = \dfrac{Me - 30}{45 - 17}$.

Soit : Mo $\simeq$ 39,7.

2. La moitié des professeurs a un âge inférieur ou égal à 39,7, soit 40 ans.

30 $Me \in [25;35[$

25	Me	35
0,21	0,5	0,53

Donc : $\dfrac{40 - 25}{0,5 - 0,25} = \dfrac{35 - 25}{0,53 - 0,21}$.

Soit : Mo $\simeq$ 32,8.

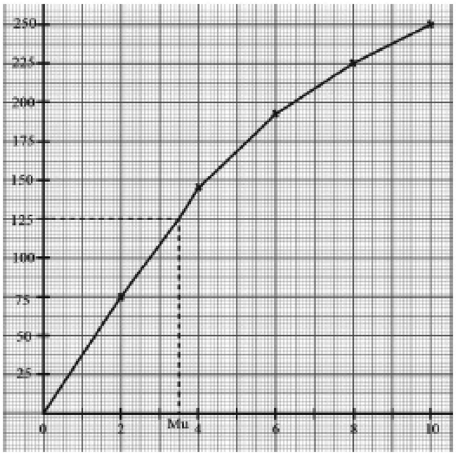
31 1.

Montants des dépenses	[0 ; 2[	[2 ; 4[	[4 ;6[	[6 ;8[	[8 ;10[
Effectifs	75	70	50	30	25
ECC	75	145	195	225	250

2) Voir graphique.

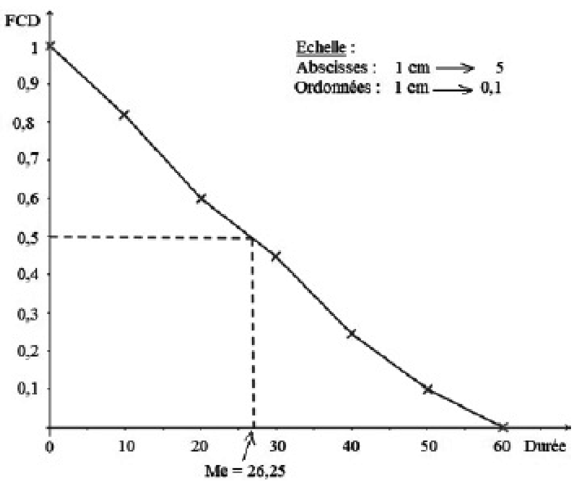
3) La médiane graphiquement est 3,4 mille francs.
50 % des familles ont une dépense inférieure ou égale à 3,4 mille francs.

Détermination graphique.



32 1.

Durée	[0 ;10[	[10 ;20[	[20 ;30[	[30 ;40[	[40 ;50[	[50 ;60[
Fréquences	0,18	0,22	0,15	0,2	0,15	0,1
FCD	1	0,82	0,6	0,45	0,25	0,1



33 1) Les familles d'un immeuble.

2) Le nombre de téléviseurs par famille dans un immeuble.

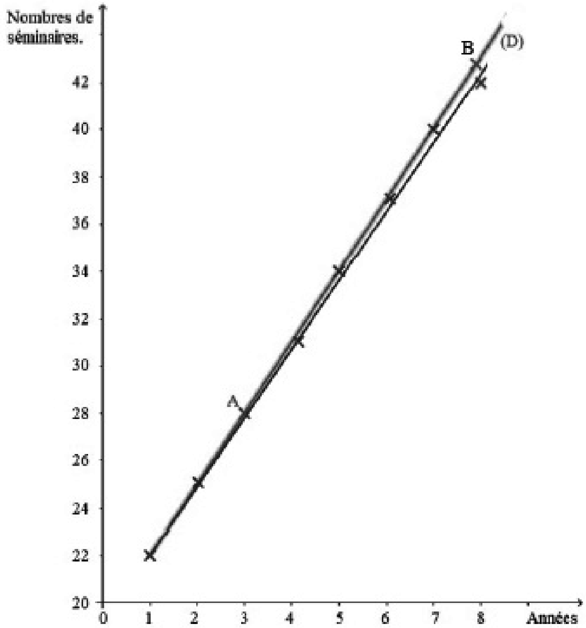
3) L'effectif total est 24.

4) Le nombre recherché est 4.

5) C'est 7 familles.

6) Pourcentage = $\dfrac{4 \times 100}{24} \simeq 16{,}67\%$.

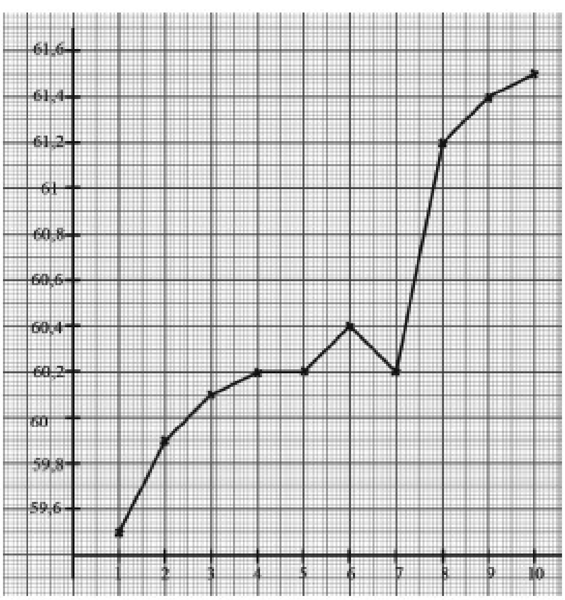
34



a) A(3 ; 28) et B(8 ; 37).
Pour $x = 3$; $f(3) = 3 \times 3 + 19 = 28 = y_A$.
Donc A(3 ; 28) $\in$ (D).
Pour $x = 8$, f(8) = 3 × 8 + 19 = 43.
Donc : B $\in$ (D).

b) Pour $x = 20$.
$f(20) = 3 \times 20 + 19 = 79$.
En 2020, il aura 79 séminaires.

35



36 1.

Âges (en années)	13	14	15	16	17	18	19	20	21	Total
Effectifs	2	3	2	1	2	1	2	2	2	17
ECC	2	5	7	8	10	11	13	15	17	

2. *Âge moyen* = $\dfrac{13 \times 2 + 14 \times 3 + 15 \times 2 + 16 \times 1 + 17 \times 2 + 18 \times 1 + 19 \times 2 + 20 \times 2 + 21 \times 2}{17} = \dfrac{286}{17}$.

Âge moyen $\simeq$ *17 ans.*

3. L'âge médian est la 9e valeur de la série. C'est donc 17 ans.

37 1.Temps moyen = $\dfrac{0 \times 4 + 15 \times 12 + 30 \times 6 + 45 \times 10 + 60 \times 8}{40}$

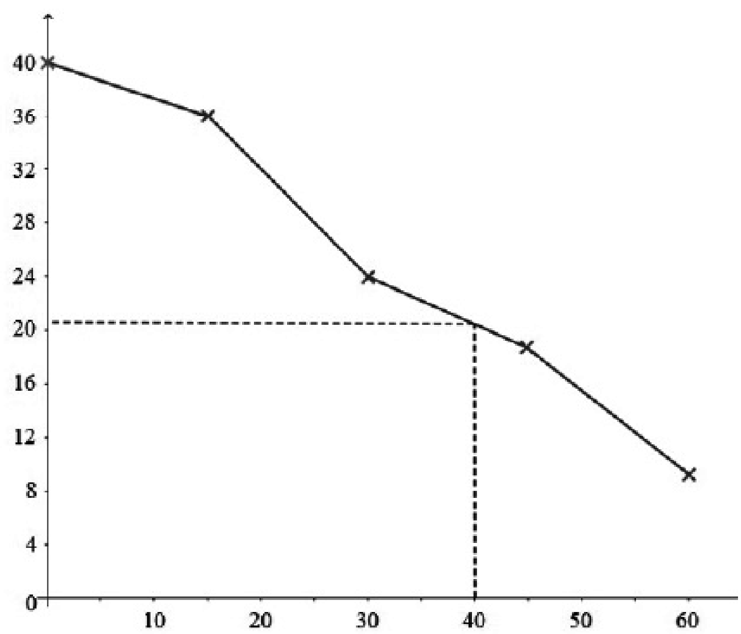
$= \dfrac{1290}{40}$.

Temps moyen $\simeq 32{,}25$ *minutes.*

2.

Temps (en min)	0	15	30	45	60
Effectifs	4	12	6	10	8
ECD	40	36	24	18	8

3.



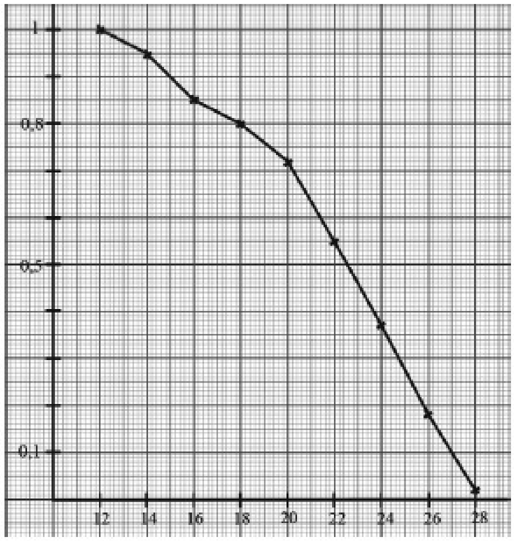
4. *Me* $\simeq 40$ min..

38 1. Effectif total = 88.

2.

Taille (en cm)	12	14	16	18	20	22	24	26	28
Nombre de carpes.	5	7	4	8	16	15	18	10	5
Fréquence	0,06	0,08	0,05	0,09	0,18	0,17	0,2	0,11	0,06
Fréquence cumulée décroissante	1	0,94	0,86	0,81	0,72	0,54	0,37	0,17	0,06

3.Tracer de la courbe.



39 1) 2)

1.	Modalité	2	3	4	5	6	7	8	Total
2.	Effectifs	40	60	50	30	10	5	15	210
3.	ECD	210	170	110	60	30	20	15	

3)

Modalités	2	3	4	5	6	7	8	Total
Effectif	40	50	60	30	10	5	15	210
Fréquence	0,19	0,29	0,24	0,14	0,05	0,02	0,07	
Fréquence cumulée décroissante	1	0,81	0,52	0,28	0,14	0,09	0,07	

4) a) Moyenne = $\dfrac{2\times 40+3\times 60+4\times 50+5\times 30+6\times 10+7\times 5+8\times 15}{210}$

$= \dfrac{815}{210} \simeq 4$.

b) ?

5) a) La médiane est 4.

b) 50 % de l'effectif est inférieur ou égal à 4.

40 1)

Âge des mères	ECC	Effectifs
[15 ; 20[	35	35
[20 ; 25[	275	240
[25 ; 30[	555	280
[30 ; 35[	735	180
[35 ; 40[	815	80
[40 ; 45[	840	25
[45 ; 50[	850	10

2) Calculons la moyenne de cette série statistique.

Âge des mères	[15 ; 20[	[20 ; 25[	[25 ; 30[	[30 ; 35[	[35 ; 40[	[40 ; 45[	[45 ; 50[
Effectif	35	240	280	180	80	25	10
Centre des classes	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5

$$m = \frac{17,5\times35+22,5\times240+27,5\times280+32,5\times180+37,5\times80+42,5\times25+47,5\times10}{850}$$

$$= \frac{24100}{850}$$

m = 28,35.

L'âge moyen des mères qui accouchent est d'environ 29 ans.

3) Calculons la médiane.

Me ∈ [25 ; 30[, on a :

25	Me	30
275	425	555

$$\frac{Me-25}{425-275} = \frac{30-25}{555-275} \Leftrightarrow \frac{Me-25}{150} = \frac{5}{280}$$

On a : Me ≃ 27,67.

4) Le pourcentage des mères dont l'âge est compris 20 et 40 ans est : $\frac{780}{850}\times100 = 91,76\%.$

41 1. a) Calculons le prix moyen d'une chambre disponible.

$$md = \frac{15\times400+25\times500+35\times1000+45\times300+55\times200+65\times100}{2500}$$

$= \frac{84500}{2500} = 33,8.$ Le prix moyen d'une chambre disponible est de 33800 F.

b) Calculons le prix moyen d'une chambre louée.

$$me = \frac{15\times225+436\times25+35\times826+45\times162+55\times72+65\times27}{1748}$$

$$= \frac{56190}{1748} = 32,14.$$

Le prix moyen d'une chambre louée est 32140 F.

2) Le taux d'occupation de l'hôtel est : $\frac{1748}{2500}\times100 = 69,92\%.$

Le taux d'occupation des chambres est de 69,92%.

3. a)

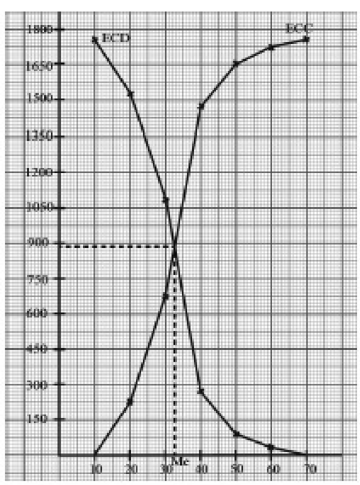
Catégorie en milliers de francs	Chambres disponibles	Chambres louées	Chambres louées ECC	Chambres ECD
[10 ; 20[	400	225	225	1748
[20 ; 30[	500	436	661	1523
[30 ; 40[	1000	826	1487	1087
[40 ; 50[	300	162	1649	261
[50 ; 60[	200	72	1721	99
[60 ; 70[	100	27	1748	27

b) 1487 signifie qu'il y a au moins 1487 chambres de 40 000 qui sont louées.

c) 99 signifie qu'il y a au moins 99 chambres de plus de 50 000 qui sont louées.

4. a) Voir figure.

b) Me = 32,57.



42 1) Population le prix de vente d'un modèle d'ordinateur.
2) Le caractère quantitatif continu.

3) Calculons la moyenne.

$$m = \frac{8\times 210 + 12\times 230 + 21\times 250 + 3\times 270 + 6\times 290}{50}$$

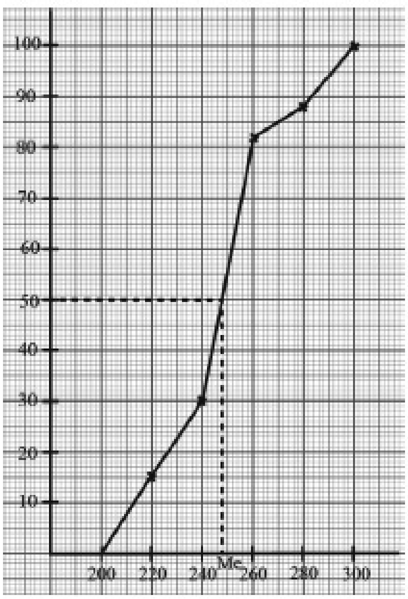
$$m = \frac{12240}{50} = 244,8.$$

Le prix de vente moyen est de 244 800 F.

4) a)

Prix de vente en millions de francs	[200 ; 220[	[220 ; 240[	[240 ; 260[	[260 ; 280[	[280 ; 300[
Effectifs	8	12	21	3	6
Fréquence	0,16	0,24	0,42	0,06	0,12
FCC	0,16	0,4	0,82	0,88	1
En %	16%	40%	82%	88%	1%

b) Voir graphique.



c) La médiane est 244,7.

Situation d'évaluation

Calculons la moyenne de cette série statistique.

$$m = \frac{102 + 121 + 140 + 171 + 190 + 199 + 221}{7}$$

$$= \frac{1144}{7} = 163,42.$$

$m \simeq 164$ élèves.
La médiane de cette serie est 5ème année.

Leçon 8

SYSTÈME D'ÉQUATIONS LINÉAIRES DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Définition d'un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

1. Le nombre total de livres est 15 se traduit par :
$x+y=15$.
Le professeur pourra donner des exemples de solution tels que : (7 : 8) ; (8 ; 7), (5 ; 10), (10, 5)…

2. a) Le coût de x livres de mathématiques vaut 3 500 x.

b) Le coût de y livres de français vaut 2 400y.

3. On : 3 500x + 2 400y = 42 600
On obtient le système donné en synthèse
$\begin{cases} x+y=15 \\ 35x+24y=426 \end{cases}$.

Exercices de fixation

1-1 a) et d)

1-2 1. $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 11 \end{cases}$ 5. $\begin{cases} 12x = 12 \\ 3x + 3y = 3 \end{cases}$ 6. $\begin{cases} x\sqrt{2} + y\sqrt{3} = 8 \\ \frac{3x}{2} + \frac{4y}{3} = \sqrt{5} \end{cases}$

1-3 a) et d)
$\begin{cases} 2x + 7y = 4 \\ 5x + 3y = 12 \end{cases}$

Activité 2 Résolution d'un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par substitution

1) • Le nombre total de billets vendus en fonction de X et de Y est : X + Y.
D'où : X + Y = 450 car 450 billets ont été vendus en tout.
- Le coût des X billets est : 300X
- Le coût des Y billets est : 1500Y

D'où : 300X + 1500Y = 345 000 car le montant total perçu est 345 000.
En conclusion le couple (X , Y) est solution du

système $\begin{cases} X + Y = 450 \\ 300X + 1500Y = 345000 \end{cases}$

Méthode 1

a) 300x + 1500y ⇔ x + 5y = 1150, on a :
$\frac{x}{5}+y=230$.
On a : $y=230-\frac{x}{5}$.
En remplaçant y dans l'équation $x+y=450$,
on a $x+230-\frac{x}{5}=450$.
$450-x=230-\frac{x}{5}$, donc $x=275$ et $y=175$.

b) Donc 275 billets de 300 F ont été vendus et 175 billets de 1500 F ont été vendus.

Méthode 2

2) a) • Exprimons Y par X dans la première équation du système : Y = 450 − X
• Remplaçons Y par son expression en X dans la deuxième équation : 300X + 1500(450 – X) = 345 000

b) 300X + 1500(450 – X) = 345000 équivaut à
655000 – 1500X = 345000.
Soit : X = 275 et par la suite Y= 450 − 275 = 175.
Donc il a été vendu 275 billets de 300 F et 175 billets de 1500 F.

Exercices de fixation

2-1 C'est la méthode 2.

2-2 e) : c) ; d) ; a) ; f) ; b)

2-3 a) $\begin{cases} 3x + 5y = 9 \\ x + y = 5 \end{cases}$

Dans $x + y = 5$, on extrait x : $x = 5 - y$
Dans $3x + 5y = 9$ remplaçons x par $5 - y$
On obtient :
$3(5 - y) + 5y = 9$
$2y = 9 - 15$
$2y = -6$
$y = -3$
Dans $3x + 5y = 9$, on remplace y par -3 et on obtient :
$3x - 15 = 9$
$3x = 24$
$x = 8$
Le couple (8 ; – 3) est la solution du système.

b) $\begin{cases} 2x + y = 13 \\ x + 3y = 14 \end{cases}$

Dans $2x + y = 13$, on extrait y : $y = 13 - 2x$
Dans $x + 3y = 14$, remplaçons y par $13 - 2x$
On obtient :
$x + 3(13 - 2x) = 14$
$-5x = -39 + 14$
$-5x = -25$
$x = 5$

Dans $x + 3y = 14$, on remplace x par 5 et obtient :
$5 + 3y = 14$
$3y = 9$
$y = 3$
Le couple (5 ; 3) est la solution du système.

2-4 a) $\begin{cases} -3x + 2y = 5 \\ y = -x + 1 \end{cases}$

Dans $-3x + 2y = 5$ remplaçons y par $-x + 1$.
On obtient :
$-3x + 2(-x + 1) = 5$
$-5x = 5 - 2$
$-5x = 3$
$x = \frac{-3}{5}$
Dans $y = -x + 1$, on remplace x par $\frac{-3}{5}$ et on obtient :

$Y = \frac{3}{5} + 1$

$Y = \frac{8}{5}$

Le couple $\left(\frac{-3}{5} ; \frac{-8}{5}\right)$ est la solution du système.

b) $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = 3x + 2 \end{cases}$

On a : $2x + 1 = 3x + 2$
$x = -1$.
$y = -1$.
Le couple $(-1 ; -1)$ est solution du système.

Activité 3 Résolution de système de deux équations linéaires dans ℝ×ℝ par combinaison

1) Traduction
- Le premier élève : 3X + 2Y = 1 000.
- Le deuxième élève : 4X + Y = 1 000 – 200 = 800.

En conclusion le couple (X , Y) est solution du système $\begin{cases} -3X + 2Y = 1000 \\ 4X + Y = 800 \end{cases}$

2) $3X + 2Y = 1\,000$
+
$-2(4X + Y) = -2 \times 800$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 1000 \\ -8x - 2y = -1600 \end{cases}$

Donne : $-5X = -600$
$X = 120$

3) $4(3X + 2Y) = 4 \times 1\,000$
+
$-3(4X + Y) = -3 \times 800$

on a $\begin{cases} 12x + 8y = 4000 \\ -12x - 3y = -2400 \end{cases}$

Donne : $5Y = 1600$
$Y = 320$

Le prix du gâteau est 120 F et celui du jus de fruits est 320 F.

Exercices de fixation

3-1 a) / d) / c) / e) / b)

3-2 a) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$

* Élimination de x
En multipliant la première équation par – 2 et en additionnant membre à membre l'équation obtenue et la deuxième équation, on obtient :
$-2(x + 3y) = -2 \times 5$
+
$2x + 5y = 9$
Donne : $-y = -1$
$y = 1$

* Élimination de y

En multipliant la première équation par – 5 et la deuxième équation par 3 et en additionnant membre à membre les équations obtenues, on obtient :

$-5(x + 3y) = -5 \times 5$

$+$

$3(2x + 5y) = 3 \times 9$

Donne : $x = 2$

Le couple (2 ; 1) est solution du système

b) $\begin{cases} 2x + 6y = 4 \\ 3x + 8y = 5 \end{cases}$

* Élimination de x

En multipliant la première équation par – 3 et la deuxième par 2 et en additionnant membre à membre les équations obtenues, on obtient :

$-3(2x + 6y) = -3 \times 4$

$+$

$2(3x + 8y) = 2 \times 5$

Donne : $-2y = -2$

$y = 1$

* Élimination de y

En multipliant la première équation par –4 et la deuxième équation par 3 et en additionnant membre à membre les équations obtenues, on obtient :

$-4(2x + 6y) = -4 \times 4$

$+$

$3(3x + 8y) = 3 \times 5$

Donne : $x = -1$

Le couple (– 1 ; 1) est solution du système

3-3 a) $\begin{cases} -3x + 2y = 349 \\ 2x + 4y = 158 \end{cases}$

* Élimination de x

En multipliant la première équation par – 2 et la deuxième par 3 et en additionnant membre à membre les équations obtenues, on obtient :

$-2(3x + 2y) = -2 \times 349$

$+$

$3(2x + 4y) = 3 \times 158$

Donne : $8y = -224$

$y = -28$

* Élimination de y

En multipliant la première équation par –2 et en additionnant membre à membre l'équation obtenue et la deuxième, on obtient :

$-2(3x + 2y) = -2 \times 349$

$+$

$2x + 4y = 158$

Donne : $-4x = -540$

$x = 135$

Le couple (135 ; – 28) est solution du système

b) $\begin{cases} 10x + 2y = 30 \\ 11x + 10x = 15 \end{cases}$

* Élimination de x

En multipliant la première équation par – 11 et la deuxième par 10 et en additionnant membre à membre les équations obtenues, on obtient :

$-11(10x + 9y) = -11 \times 30$

$+$

$10(11x + 10y) = 10 \times (-15)$

Donne : $y = -480$

* Élimination de y

En multipliant la première équation par −10 et la deuxième par 9 et en additionnant membre à membre les équations obtenues, on obtient :

$-10(10x + 9y) = -10 \times 30$

$+$

$9(11x + 10y) = 9 \times (-15)$

Donne : $-x = -435$

$x = 435$

Le couple (435 ; −480) est la solution du système.

Activité 4 Résolution graphique de système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

1. Traduction

* La somme vaut 15 : $x + y = 15$
* La différence est 3 : $x - y = 3$

En conclusion le couple (x , y) est solution du système $\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} -3X + 2Y = 1000 \\ 4X + Y = 800 \end{cases}$

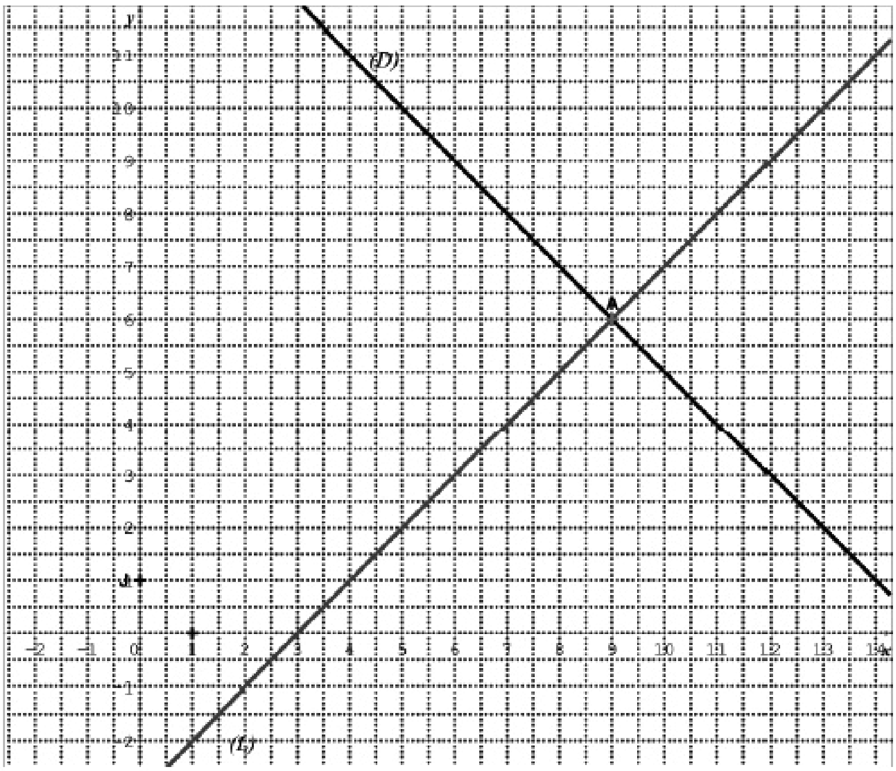
2. a) et b) Soit (D) : $x + y = 15$ et (D') : $x - y = 3$.

(D) : $x + y = 15$

x	5	10
y	10	5

(D') : $x - y = 3$.

x	1	3
y	-2	0



c)
(D) ∩ (L) = {A}
A(9 ; 6)

3.

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Dans $x - y = 3$, on extrait x.
Dans $x + y = 15$, remplaçons
On obtient :
$(3 + y) + y = 15$
$2y = 15 - 3$
$2y = 12$
$y = 6$
Dans $x = 3 + y$, on remplace y par 6 et on obtient :
$x = 3 + 6$
$x = 9$
Le couple (9 ; 6) est solution du système.

Exercices de fixation

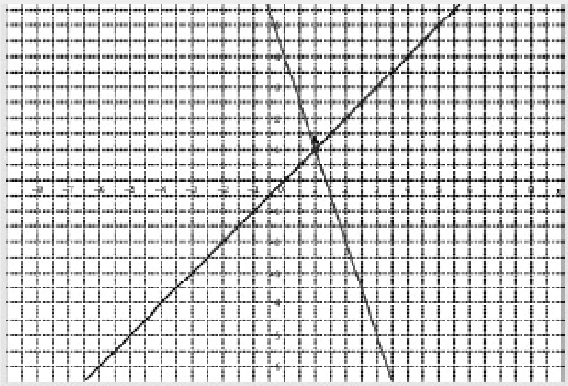
4-1 Le couple $(-2 ; -2)$ est solution du système.

4-2 a) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$

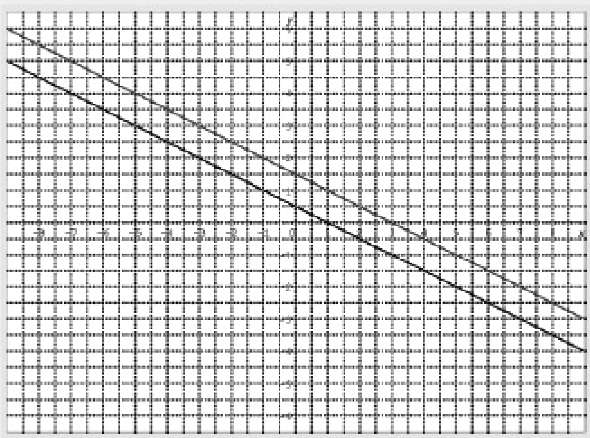
$(-1 ; 2)$ est solution du système.

b) $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x - y = 0 \end{cases}$

(1 ; 1) est solution du système.

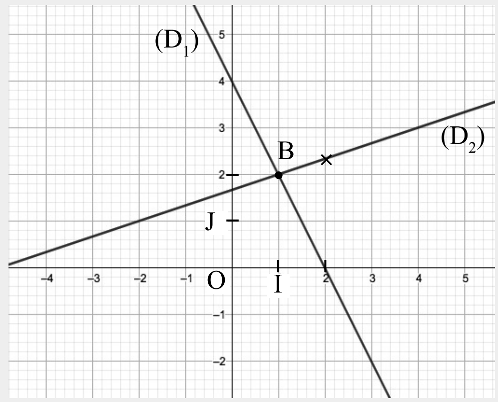


4-3 a) $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ -2x - 4y = 2 \end{cases}$



Les deux droites sont strictement parallèles donc le système n'a pas de solution (1 ; 2) est solution du système.

b)



Soit $(D_1) : 2x + y = 4$

$(D_2) : x - 3y = -5$

La solution du système est (1, 2).

Activité 5

1) a) $3a + 5b = 1900$

b) $4a + 5b = 2300$

2) $\begin{cases} 3a + 5b = 1900 \\ 4a + 5b = 2300 \end{cases}$

3) Résolution de $\begin{cases} 3a + 5b = 1900 \times (-4) \\ 4a + 5b = 2300 \times 3 \end{cases}$ $\begin{cases} -12a - 20b = 7600 \\ 12a + 15b = 6900 \end{cases}$

On a : $-5b = -700$ $\quad b = 140$ et $a = 400$.

La solution est le couple (400 ; 140).

Exercices de fixation

5-1 Soit x la longueur du jardin et y sa largeur.
On a $2(x + y) = 220$ et $x - y = 100$.

On a $\begin{cases} 2(x+y) = 220 \\ x - y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 110 \\ x - y = 100 \end{cases}$

On a $x = 105$ et $y = 5$.

5-2 1. Soit x le nombre d'élèves et y le coût des médicaments.

* Si chacun d'eux donne 600 F, il manque 350 F :

$-600x + y = 350$

* Mais si chacun donne 700 F, ils ont 350 F de plus :

$700x - y = 350$

On obtient le système $\begin{cases} -6000x + y = 350 \\ 700x - y = 350 \end{cases}$

2. Le couple (7 ; 4 550) est solution du système.
3. le coût des médicaments est 4 550 F et il y a 7 élèves qui ont participé à cette opération de don.

5-3 On désigne par a le nombre de filles et par b celui des garçons.

Le système $\begin{cases} a + b = 20 \\ 1200a + 800b = 21000 \end{cases}$

Le couple (13 ; 7) est solution du système.
Il y a 17 filles et 7 garçons.

Exercices

Exercices de renforcement

1 N° 4 ; N) 6 et N° 7.

2 1) $\begin{cases} 4x + y = 2 \\ 6x - y = 6 \end{cases}$

Exprimons y en fonction de x dans l'équation (1).

$4x + y = 2$

$y = 2 - 4x.$

Déterminons x en remplaçant y par son expression dans l'équation (2).

$6x - y = 6$

$6x - (2 - 4x) = 6$

$6x + 4x - 2 = 6$

$10x = 8$

$x = \dfrac{8}{10}.$

$x = \dfrac{4}{5}.$

Déterminons y :

$y = 2 - 4x$

$y = 2 - 4 \times \dfrac{4}{5}$

$y = 2 - \dfrac{16}{5}$

$y = \dfrac{10 - 16}{5}$

$y = -\dfrac{6}{5}.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(\dfrac{4}{5};\dfrac{6}{5}\right)\right\}.$

2) $\begin{cases} 13x + y = 169 & (1) \\ 15x - 31y = 223 & (2) \end{cases}$

$13x + y = 169 \quad (1)$

$y = 169 - 13x$

Déterminons x.

$15x + 31y = -223 \quad (2)$

$15x + 31(169 - 13x) = -223$

$15x + 5239 - 403x = -223$

$-388x = -5462$

$x = -\dfrac{5462}{-388}$

$x = \dfrac{2731}{194}.$

Déterminons y :

$y = 169 - 13x$

$y = 169 - 13 \times \dfrac{2731}{194}$

$y = 169 - \dfrac{35503}{194}$

$y = \dfrac{32786 - 35503}{194}$

$y = -\dfrac{2717}{194}.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(\dfrac{2731}{194};\dfrac{2717}{194}\right)\right\}.$

3) $\begin{cases} x + y = 145 \\ x - y = 63 \end{cases}$

$x + y = 145 \quad (1)$

$y = 145 - x.$

Déterminons x :

$x - y = 63$

$x - (145 - x) = 63$

$2x - 145 = 63$

$2x = 208$

$x = 104.$

Déterminons y :
$y = 145 - x$
$y = 145 - 104$
$y = 41$.
$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(104;41)\}$.

4. $\begin{cases} x + 3y = 400 & (1) \\ 2x + y = 250 & (2) \end{cases}$

$x + 3y = 400 \quad (1)$
$3y = 400 - x$
$y = \dfrac{400}{3} - \dfrac{1}{3}x$;

Déterminons x :
$2x + y = 250 \quad (2)$
$2x + \dfrac{400}{3} - \dfrac{1}{3}x = 250 = 250$
$\dfrac{5}{3}x = \dfrac{250 - 400}{3}$
$\dfrac{5}{3}x = \dfrac{350}{3}$.
$x = \dfrac{350}{3} \times \dfrac{5}{3}$.
$x = 70$.

Déterminons y :
$y = \dfrac{400}{3} - \dfrac{1}{3}x$
$y = \dfrac{400}{3} - \dfrac{70}{3}x$
$y = \dfrac{330}{3}$
$y = 110$.

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(70;110)\}$.

5) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 & (1) \\ x - 5y = 7 & (2) \end{cases}$

Déterminons y :
$2x - 3y = 7 \quad (1)$
$-3y = 7 - 2x$
$y = -\dfrac{7}{3} + \dfrac{2}{3}x$.

Déterminons x :
$x - 5y = 7 \quad (2)$
$x - 5\left(-\dfrac{7}{3} + \dfrac{2}{3}x\right) = 7$.
$x + \dfrac{35}{3} - \dfrac{10}{3}x = 7$.
$-\dfrac{7}{3}x = 7 - \dfrac{35}{3}$
$-\dfrac{7}{3}x = \dfrac{21 - 35}{3}$
$-\dfrac{7}{3}x = \dfrac{-14}{3}$
$x = -\dfrac{14}{3} \times \dfrac{3}{-7}$
$x = \dfrac{14}{7}$
$x = 2$.

Déterminons y :
$y = -\dfrac{7}{3} + \dfrac{2}{3}x$
$y = -\dfrac{7}{3} + \dfrac{4}{3}$
$y = -\dfrac{3}{3} = -1$
$y = -1$.
$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(2\,;-1)\}$.

6 $\begin{cases} 3x - y = 8 & (1) \\ 2x - 5y = 1 & (2) \end{cases}$

$3x - y = 8 \quad (1)$
$-y = 8 - 3x$
$y = -8 + 3x$

Déterminons x :
$2x - 5y = 1 \quad (2)$
$2x - 5(-8 + 3x) = 1$
$2x - 15x + 40 = 1$
$-13x = -39$
$x = \dfrac{-39}{-13}$
$x = 3$.

Déterminons y :
$y = -8 + 3x$
$y = -8 + 3 \times 3$
$y = 1$.
$y_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(3\,;1)\}$.

3 1. $\begin{cases} x - 2y = 6 & (1) \\ 2x + y = 7 & (2) \end{cases}$

$x - 2y = 6 \quad (1)$
$-2y = 6 - x$
$y = -3 + \dfrac{1}{2}x$.

<u>Déterminons x</u> :

$2x + y = 7$ (2)

$2x - 3 + \frac{1}{2}x = 7$

$\frac{5}{3}x = 10$

$x = \frac{10 \times 2}{5} = 4$

$x = 4.$

Déterminons y :

$y = -3 + \frac{1}{2}x$

$y = -3 + \frac{1}{2} \times 4$

$y = -3 + 2$

$y = -1.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(4 ; -1)\}.$

2. $\begin{cases} x - y = 0 & (1) \\ 7x - 4y = 12 & (2) \end{cases}$

$x - y = 0$ (1)

$-y = -x$

$y = x.$

<u>Déterminons x</u> :

$7x - 4y = 12$ (2)

$7x - 4x = 12$

$3x = 12$

$x = 4.$

<u>Déterminons y</u> :

$y = x$

$y = 4.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(4 ; 4)\}.$

3 $\begin{cases} 2x + 5y = 9 & (1) \\ x - 3y = 15 & (2) \end{cases}$

$2x + 5y = -9$ (1)

$5y = -9 - 2x$

$y = -\frac{9}{5} - \frac{2}{5}x.$

<u>Déterminons x</u> :

$x + 3y = 15$ (2)

$x + 3\left(-\frac{9}{5} - \frac{2}{5}x\right) = 15.$

$x - \frac{27}{5} - \frac{6}{5}x = 15$

$-\frac{1}{5}x = 15 + \frac{27}{5}$

$-\frac{1}{5}x = \frac{102}{5}$

$x = \frac{102}{5} \times \frac{5}{-1}$

$x = -102.$

Déterminons y :

$y = -\frac{9}{5} - \frac{2}{5}x$

$y = -\frac{9}{5} - \frac{2}{5} \times 102$

$y = -\frac{2013}{5}.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(-102; -\frac{213}{5}\right)\right\}.$

4 $\begin{cases} x - 2y = 4 & (1) \\ -x + 6y = 10 & (2) \end{cases}$

$x - 2y = 4$ (1)

$-2y = 4 - x$

$y = -2 + \frac{1}{2}x$

Déterminons x :

$-x + 6y = 10$ (2)

$-x + 6\left(-2 + \frac{1}{2}x\right) = 10$

$-x + 3x = 22$

$2x = 22$

$x = 11.$

<u>Déterminons y</u> :

$y = -2 + \frac{1}{2}x$

$y = -2 + \frac{1}{2} \times 11$

$y = \frac{7}{2}.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(11; -\frac{7}{2}\right)\right\}.$

5. $\begin{cases} x + y = 7 & (1) \\ x + 10y = 2 & (2) \end{cases}$

$x + y = 7$ (1)

$y = 7 - x$

<u>Déterminons x</u> :

$x + 10y = 2$ (2)

$x + 10(7 - x) = 2$

$x - 10x + 70 = 2$

$-9x = -68$

$x = \frac{68}{9}.$

<u>Déterminons y</u> :

$y = 7 - x$

$y = 7 - \frac{68}{9} = -\frac{5}{9}$

$y = -\frac{5}{9}.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(\frac{68}{9}; \frac{-5}{9}\right)\right\}.$

6 $\begin{cases} 2x + 8y = 2 & (1) \\ 9x + 10y = 43 & (2) \end{cases}$

$2x + 8y = 2$ (1)

$8y = 2 - 2x$

$y = -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}x.$

<u>Déterminons x</u> :

$9x + 10y = -43 \quad (2)$

$9x + 10\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}x\right) = -43$

$9x - \frac{5}{2}x = -43 - \frac{5}{2}$

$\frac{13}{2}x = -\frac{91}{2}$

$x = -\frac{91}{2} \times \frac{2}{13}$

$x = -\frac{91}{13}$

$x = 7.$

<u>Déterminons y</u> :

$y = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \times 7$

$y = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$

$y = -\frac{6}{4}$

$y = -\frac{3}{2}.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(7 - \frac{7}{2}\right)\right\}.$

4 1) $\begin{cases} 8x + 5y = -4 & (1) \\ 4x + 15y = -2 & (2) \end{cases}$

$8x + 5y = -4 \quad (1)$

$5y = -4 - 8x$

$y = -\frac{4}{5} - \frac{8}{5}x.$

<u>Déterminons x</u> :

$4x + 15y = -2 \quad (2)$

$4x + 15\left(-\frac{4}{5} - \frac{8}{5}x\right) = -2$

$4x - 24x - 12 = -2$

$-20x = 10$

$x = -\frac{1}{2}.$

<u>Déterminons y</u> :

$y = -\frac{4}{5} - \frac{8}{5}x$

$= -\frac{4}{5} - \frac{8}{5} \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

$= -\frac{4}{5} + \frac{4}{5} = 0$

$y = 0.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(-\frac{1}{2};0\right)\right\}$

2. $\begin{cases} 2x + 5y = 15 & (1) \\ 2x - 5y = 5 & (2) \end{cases}$

$2x + 5y = 15 \quad (1)$

$5y = 15 - 2x$

$y = 3 - \frac{2}{5}x.$

<u>Déterminons x</u> :

$2x - 5y = 5 \quad (2)$

$2x - 5\left(3 - \frac{2}{5}x\right) = 5$

$2x + 2x = 5 + 15$

$4x = 20$

$x = 5.$

<u>Déterminons y</u> :

$y = -\frac{2}{5}x$

$y = 3 - 2 = 1$

$y = 1$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(5;1)\}.$

3. $\begin{cases} 7x + 8y = 2 & (1) \\ 9x - 10y = 4 & (2) \end{cases}$

$7x + 8y = 2 \quad (1)$

$8y = 2 - 7x$

$y = \frac{1}{4} - \frac{7}{8}x.$

<u>Déterminons x</u> :

$9x - 10y = 4 \quad (2)$

$9x - 10\left(\frac{1}{4} - \frac{7}{8}x\right) = 4$

$9x + \frac{35}{4} = 4 + \frac{5}{2}$

$9x = \frac{13}{2} - \frac{35}{4}$

$9x = \frac{26 - 35}{4}$

$9x = -\frac{9}{4}$

$x = -\frac{9}{4} \times \frac{1}{9}$

$x = -\frac{1}{4}.$

<u>Déterminons y</u> :

$y = \frac{1}{4} - \frac{7}{8}x$

$y = \frac{1}{4} - \frac{7}{8} \times \left(-\frac{1}{4}\right)$

$= \frac{1}{4} + \frac{7}{32} = \frac{15}{32}.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(-\frac{1}{4};\frac{15}{32}\right)\right\}.$

4. $\begin{cases} 12x + 7y = 41 & (1) \\ 4x - 15y = 239 & (2) \end{cases}$

$7y = 41 - 12x$

$y = \frac{41}{7} - \frac{12}{7}x.$

Déterminons x :

$4x - 15y = 239$ (2)

$4x - 15\left(\frac{41}{7} - \frac{12}{7}x\right) = 239$

$4x + \frac{180}{7}x = 239 + \frac{615}{7}$

$\frac{208}{7}x = \frac{2288}{7}$

$x = \frac{2288}{208} = 11$

$x = 11.$

Déterminons y :

$y = \frac{41}{7} - \frac{12}{7}x$

$y = \frac{41}{7} - \frac{12}{7} \times (11)$

$y = \frac{41 - 132}{7} = \frac{-91}{7}$

$y = -13.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(11 ; -13)\}.$

5. $\begin{cases} 3x + 5y = 1 & (1) \\ x - 2y = 4 & (2) \end{cases}$

$3x + 5y = 1$ (1)

$5y = 1 - 3x$

$y = \frac{1}{5} - \frac{3}{5}x$

Déterminons x :

$x - 2y = 4$ (2)

$x - 2\left(\frac{1}{5} - \frac{3}{5}x\right) = 4$

$x + \frac{6}{5}x = 4 + \frac{2}{5}$

$\frac{11}{5}x = \frac{22}{5}$

$x = \frac{22}{5} = 2$

$x = 2.$

Déterminons y :

$y = \frac{1}{5} - \frac{3}{5}x$

$y = \frac{1}{5} - \frac{3}{5} \times 2$

$y = \frac{1}{5} - \frac{6}{5} = -1$

$y = -1.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(2 ; -1)\}.$

6. $\begin{cases} 7x + 5y = 3 & (1) \\ 5x - 3y = 5 & (2) \end{cases}$

$7x - 5y = 3$ (1)

$-5y = 3 - 7x$

$y = -\frac{3}{5} + \frac{7}{5}x.$

Déterminons x :

$5x - 3y = 5$ (2)

$5x - 3\left(-\frac{3}{5} + \frac{7}{5}x\right) = 5$

$5x - \frac{21}{5}x = 5 - \frac{9}{5}.$

$\frac{4}{5}x = \frac{16}{5}$

$x = \frac{16}{4} = 4$

$x = 4.$

Déterminons y :

$y = -\frac{3}{5} + \frac{7}{5}x$

$y = -\frac{3}{5} + \frac{7}{5} \times 4$

$y = \frac{-3 + 28}{5} = + \frac{25}{5}$

$y = 5.$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(4;5)\}.$

5 1) $\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ -4x + 10y = -2 \end{cases}$

Éliminons x :

$\begin{array}{l} -2 \\ +1 \end{array}\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ -4x + 10y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x - 10y = -22 \\ -4x + 10y = -2 \end{cases}$

$\begin{cases} -4x - 10y = -22 \\ -4x - 10y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(3 ; 1)\}.$

2) $\begin{cases} 5x + 6y = 1 \\ -2x + 3y = 22 \end{cases}$

Éliminons y :

$-2\begin{cases} 5x + 6y = -1 \\ -2x + 3y = 22 \end{cases}$

$\begin{cases} 5x + 6y = -1 \\ 4x - 6y = -44 \end{cases}$

$y = -3$

$9x = -45$

$x = -\frac{45}{9} = -5$

$x = -5$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(-5 ; -3)\}.$

3) $\begin{cases} 3x - 2y = -17 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$.

Éliminons x :

$$\begin{array}{r} \times(-2) \\ (\times 3) \end{array}\begin{cases} -6x + 4y = 34 \\ 6x + 9y = 18 \end{cases}$$

$13y = 52$

$y = \frac{52}{13} = 4$

Éliminons y.

$$\begin{array}{r} (\times 3) \\ (\times 2) \end{array}\begin{cases} 9x - 6y = -51 \\ 4x + 6y = 12 \end{cases}$$

$13x = -39 \Leftrightarrow x = -3$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(-3\ ;\ 4)\}$.

4) $\begin{cases} 2x + y = 80 \\ x + 2y = 100 \end{cases}$.

Éliminons x :

$$\begin{array}{r} (\times 1) \\ \times(-1) \end{array}\begin{cases} 2x + y = 80 \\ -2x - 4y = -200 \end{cases}$$

$-3y = -120 \Leftrightarrow y = 40$

$x = 20$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(20\ ;\ 40)\}$.

5) $\begin{cases} 7x - 13y = 11 \\ 25x + 44y = 12 \end{cases}$.

Éliminons x :

$$\begin{array}{r} \times(-25) \\ (\times 7) \end{array}\begin{cases} -175x + 325y = -275 \\ 175x + 308y = 84 \end{cases}$$

$633y = -195$

$y = -\frac{65}{211}$

$x = \frac{1476}{211}$

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(\frac{1476}{211}; \frac{-65}{211}\right)\right\}$.

6) $\begin{cases} 100x - 31y = 131 \\ +3x + 31y = -28 \end{cases}$.

$10x = 103$

$x = 1.$

Éliminons x :

$$\begin{array}{r} 3x \\ -100 \end{array}\begin{cases} 100x - 31y = 131 \\ +3x + 31y = +2800 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 300x - 93y = 393 \\ 300x - 3100y = +2800 \end{cases}$$

$-3193y = +\ 3193$

$y = \frac{3193}{-3193} = -1$

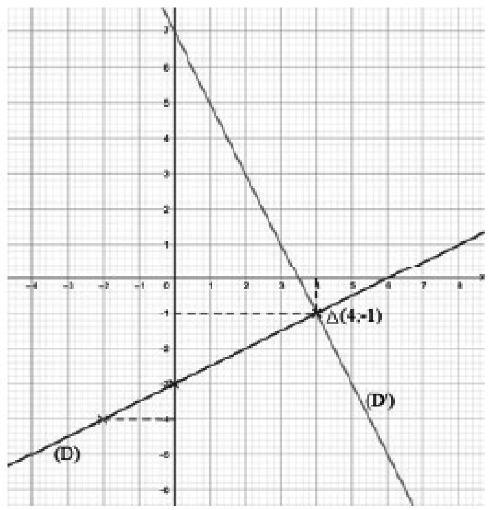
$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(1;-1)\}$

6 1. $\begin{cases} x - 2y = 6 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$

(D) : $x - 2y - 6 = 0$ et (D') : $2x + y - 7 = 0$

	A	B
x	0	−2
y	−3	−4

	E	F
x	0	1
y	7	5



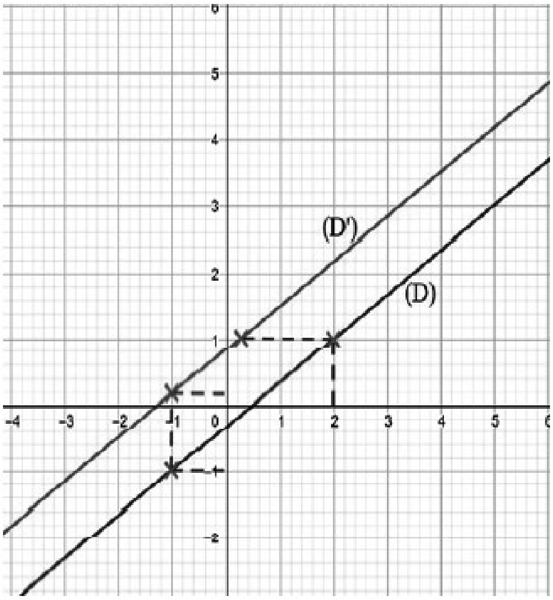
$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(4\ ;\ -1)\}$

2) $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -4x + 6y = 5 \end{cases}$

(D) : $2x - 3y - 1 = 0$ et (D') : $-4x + 6y - 5 = 0$

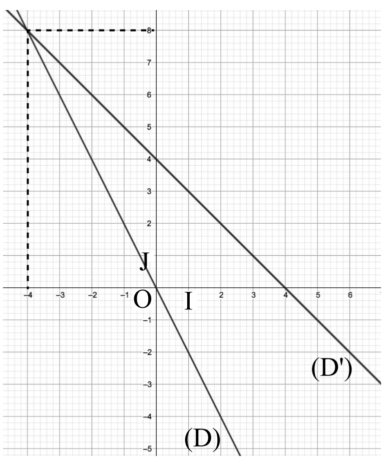
	A	B
x	−1	2
y	−1	1

	E	F
x	$\frac{1}{4}$	−1
y	1	$\frac{1}{6}$



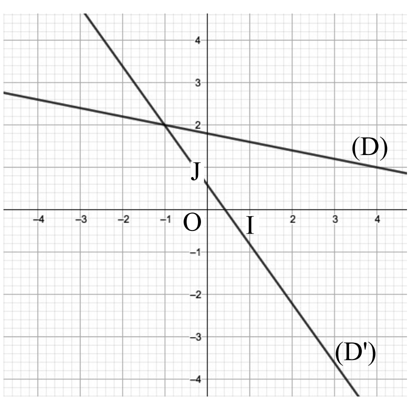
Le système n'a pas de solution.

3) $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x + y = 4 \end{cases}$

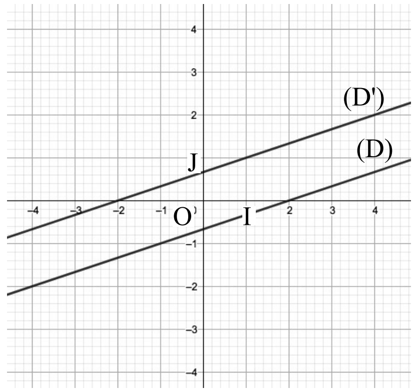


Soit (D) : $2x + y = 0$
Soit (D') : $x + y = 4$
$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(-4\ ;\ 8)\}$.

4) $\begin{cases} x + 5y = 9 \\ 7x + 5y = 3 \end{cases}$



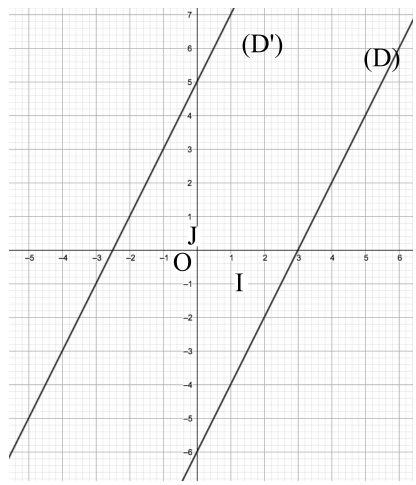
7 1) $\begin{cases} 2x - 6y = 4 \\ 3x - 9y = 6 \end{cases}$



Soit (D) : $2x + 6y = 4$;
Soit (D') : $3x - 9y = 6$;
$S = \phi$.

(D) //(D'), le système n'a pas de solution.

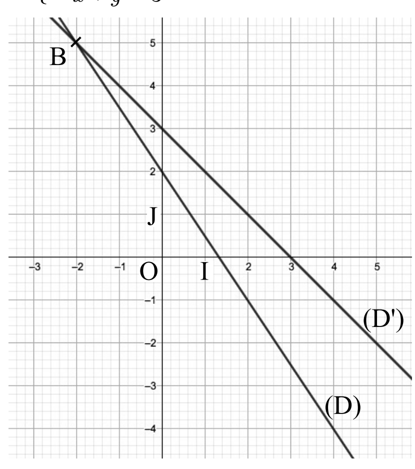
2) $\begin{cases} 4x - 2y = 12 \\ -2x + y = 5 \end{cases}$



Soit (D) : $4x - 2y = 12$;
Soit (D') : $-2x + y = 5$;

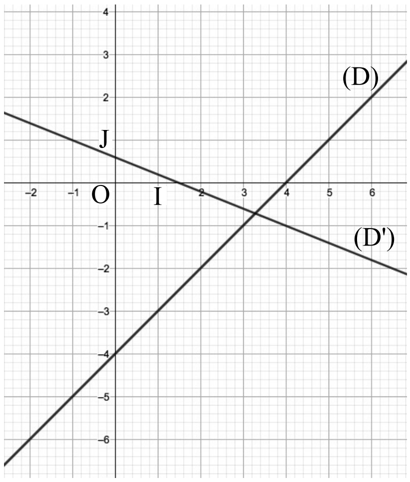
Le système n'a pas de solution.

3) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x + y = 3 \end{cases}$



Soit (D) : $3x + 2y = 4$;
Soit (D') : $x + y = 3$;
$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(-2\ ;\ 5)\}$.

4) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + 5y = 3 \end{cases}$



$S = \left\{\left(\frac{23}{7} ; \frac{5}{7}\right)\right\}$

8 Soit x le nombre d'hommes et y le nombre de femmes.
1) Mise en équation :

$\begin{cases} x + y = 24 \\ 2x = y \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 24 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$

<u>Déterminons x</u> :
$2x - 24 + w = 0$
$3x = 24$
$x = 8$.
<u>Déterminons y</u> :
$y = 24 - x$
$y = 24 - 8 = 16$.
$y = 16$.
Nous avons 8 hommes et 16 femmes.

2) Soit x le plus grand de ces nombres et y le plus petit.

$\begin{cases} x = 3y \\ x + 6 = 2(y - 6) \end{cases}$

$\begin{cases} x = 3y = 0 \\ x - 2y = 6) \end{cases}$

Résolution :

$-1x \begin{cases} x = 3y = 0 \\ x - 2y = 6) \end{cases}$

$\begin{cases} -x + 3y = 0 \\ x - 2y = 6) \end{cases}$

$y = 6$
$x - 2 \times 6 = 6$
$x = 6 + 12 = 18$.
Le plus grand est 18 et le plus petit est 6.

9 Soit x le nombre d'hectares de riz et y le nombre d'hectares de maïs.

$\begin{cases} x + y = 100 & (1) \\ 600x + 400y = 45000 & (2) \end{cases}$

Résolution :
$x + y = 100 \quad (1)$
$y = 100 - x$.
Déterminons x :
$600x + 400(100 - x) = 45000$
$600x - 400x = 45000 - 40000$
$200x = 5000$
$x = \frac{5000}{200} = 25$
$x = 25$.

<u>Déterminons y</u> :
$y = 100 - x$
$y = 100 - 25 = 75$
$y = 75$.
25 hectares de riz et 75 hectares de maïs.

10 Soit x le poids d'un paquet qui pèse le plus et y le poids de l'autre.

$\begin{cases} x + y = 5000 \\ x = y + 250 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 5000 \\ x - y = 250 \end{cases}$

$2x = 5250$
$x = \frac{5250}{2} = 2625$.
$y = 5000 - 2625 = 2375$.
Les deux pèsent 2625 g et 2375 g.

11 Soit x le nombre de professeurs hommes et y le nombre de professeurs femmes.

$\begin{cases} x + y = 32 \\ x - 5 = 2(y - 3) \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 32 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$

$-1x \begin{cases} x + y = 32 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$

$\begin{cases} -x - y = -32 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$

$-3y = -33$

$y = \dfrac{-33}{-3} = 11.$

$x = 32 - 11$

$x = 21.$

Nous avons 21 professeurs hommes et 11 professeurs femmes.

12 Soit x le nombre de pièces de 50 F et y le nombre de pièces de 200 F.

$$\begin{cases} x + y = 34 & (1) \\ 50x + 200y = 4250\text{ F} & (2) \end{cases}$$

$x + y = 34 \quad (1)$

$y = 34 - x.$

<u>Déterminons x</u> :

$50x + 200(34 - x) = 4250$

$50x - 200x = 4250 - 6800$

$-150x = -2550$

$x = \dfrac{-2550}{-150} = 17$

$y = 34 - 17 = 17.$

Nous avons 17 pièces de 50 F et 17 pièces de 200 F

Exercices d'approfondissement

13 Soit x le prix d'un thermomètre et y le prix d'un tensiomètre.

Le problème se ramène au système ci-dessous :

On a $\begin{cases} 15x + 10y = 69575 \\ 10x + 15y = 73425 \end{cases}$

Résolution par la méthode de combinaison.

$$\begin{cases} 15x + 10y = 69575 \times (10) \\ 10x + 15y = 73425 \times (-15) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 150x + 100y = 695750 \\ -150x - 225y = -1101375 \end{cases}$$

On a : $-125y = -405625 \Leftrightarrow y = 3245$ et 2475.

Le prix d'un thermomètre est 2475 F et celui d'un tensiomètre est 3245 F.

14 Dans l'énoncé, remplacer 340 heures par 34 heures

Soit x le nombre de canapés à fabriquer et y le nombre de fauteuils à fabriquer.

X et y vérifient le système

$$\begin{cases} 8x + 6y = 34 \\ 12000x + 7000y = 45000 \end{cases}$$

Par résolution du système, on trouve (2 ; 3).

<u>Interprétation</u>

La société doit fabriquer 2 canapés et 3 fauteuils si elle veut utiliser entièrement les 34 heures et les 45000 F

15 x et y sont deux réels tels que $x > y$.

La somme de x et y est 206 signifie que $x + y = 206$.

La division de x par y donne 4 et le reste 1 signifie que $x = 4y + 1$.

On a le système suivant : $\begin{cases} x + y = 206 \\ x = 4y + 1 \end{cases}$.

Par la methode de substitution, on a :

$y = 41$ et $x = 165$.

Les deux nombres sont $x = 165$ et $y = 41$.

16 Soit x et y sont deux nombres réels.

Si on augmente x de 2, le rapport $\dfrac{x+2}{y} = 3$.

Si on diminue x de 2, le rapport $\dfrac{x-2}{y} = 4$.

On a le système suivant : $\begin{cases} x + 2 = 3y \\ x - 2 = 4y \end{cases}$.

La resolution par la methode de substitution,

on a : $\begin{cases} x = 3y - 2 \\ x = 4y + 2 \end{cases}$

$x = -14$ et $y = -4$.

Les nombres sont $x = -14$ et $y = -4$.

17 La somme de x et y est 29 : $x + y = 29$.

La différence de leur carré est 145.

On a : $x^2 - y^2 = 145$.

On a : $\begin{cases} x + y = 29 \\ x^2 - y^2 = 145 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 29 \\ (x - y)(x + y) = 145 \end{cases}$.

$\begin{cases} x + y = 29 \\ 29(x - y) = 145 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 29 \\ x - y = 5 \end{cases}$.

Ces deux nombres sont 17 et 12.

On a par la méthode de combinaison.

$\begin{cases}2x = 34\\ 2x = 24\end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x = 17\\ y = 12\end{matrix}.$

Ces deux nombres sont 17 et 12.

18 Soit x le coût de la consommation et y le nombre d'amis.
On a le système suivant : $\begin{cases}2000y = x - 6000\\ 2600y = x - 3600\end{cases}.$

On a : $\begin{cases}x = 2000y + 6000\\ x = 2600y + 3600\end{cases}.$
résolution par la méthode de substitution.
On a : $y = 4$ et $x = 14\ 000$ F.
Il y a 4 amis pour une consommation de 14 000 F.

19 Soit x le nombre de filles et y le nombre de garçons.
On a le système suivant : $\begin{cases}y = 2x\\ x + 6 = 2(y - 6)\end{cases}.$

La résolution.

$\begin{cases}y = 2x\\ x + 6 = 2(y - 6)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y = 2x\\ x - 2y =)18\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = 6\\ y = 12\end{cases}.$

Il y a 6 filles et 12 garçons au début de la conférence.

20 Soit x le prix le nombre de place VIP et y les autres places.

On a le système suivant : $\begin{cases}x + y = 400\\ 2500x + 1500y = 732000\end{cases}$

On a : $\begin{cases}x + y = 400\\ 5x + 3y = 1454\end{cases}$

La résolution par la méthode de combinaison,
on a :

$+ 2y = 546$

$y = 273$ et $x = 127$.

Donc il y a 127 places VIP et 273 autres places.

21 Soit x le nombre de garçons et y le nombre de filles de s classe.

• Pour le 1[er] élève,

on a : $\begin{cases}x + y = 28\\ 3x + 2y = 69\end{cases}$

<u>Résolution</u>

$\begin{cases}x + y = 28\\ 3x + 2y = 69\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3x - 3y = -84\\ 3x + 2y = 69\end{cases}$

On a : $y = 15$ et $x = 13$.

• Pour le 2[eme] élève,

on a : $\begin{cases}x + y = 30\\ 2x + 5y = 95\end{cases}$

<u>Résolution</u>

$\begin{cases}x + y = 30\\ 2x + 5y = 95\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2x - 2y = -60\\ 2x + 5y = 95\end{cases}$

On a : $y = \frac{35}{5}$ et $x = \frac{55}{3}$.

L'élève 2 ne dit pas la vérité car les nombres ne sont pas entiers.

22 Soit x le nombre d'exercices convenablement traités et y le nombre d'exercices mal traités
On a le système suivant : $\begin{cases}x + y = 25\\ 200x = 300y\end{cases}$

<u>Résolution</u>

$\begin{cases}300x + 300y = 7500\\ 200x - 300y = 0\end{cases}$

$500x = 7500;$

On a : $x = 15$ et $y = 10$.
Il y a 15 exercices bien traités et 10 exercices maltraités.

23 1) Soit x le nombre de lits de type A et y le nombre de lits de type B.

La "médecine générale" a fait un achat de 19 lits de type A et 8 lits de type B d'une valeur de 4 500 000 F.
On a : $19x + 8y = 4\ 500\ 000$ F.
La "Pédiatrie" a fait un achat de 15 lits de type A et 10 lits de type B d'une valeur de 4 400 000 F.
On a : $15x + 10y = 4\ 400\ 000$ F.

On a le système suivant : $\begin{cases}19x + 8y = 4\,500\,000\\ 15x + 10y = 4\,400\,000\end{cases}$

2) <u>Résolution</u>
Par la méthode de combinaison, on a :

$\begin{cases}-190x - 80y = -45\,000\,000\\ 120x + 80y = 35\,200\,000\end{cases}$

On a : $x = 140\ 000$ et $y = 230\ 000$.
Le lit de type A coûte 140 000 F et le lit de type B coûte 230 000 F.

24 • Pour le 1er cas, on a le système ci-dessous, en désignant par V le nombre de glaces à la vanille et par C le nombre de glaces ou chocolat avec $C \in \mathbb{Z}$ et $V \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{cases} 500V + 750C = 50825 \\ 750V + 500C = 50825 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 20V + 30C = 2033 \\ 30V + 20C = 2033 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = \dfrac{2033 - 30C}{20} \\ 30\left(\dfrac{2033 - 30C}{20}\right) + 20C = 2033 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} V = \dfrac{2033 - 30C}{20} \\ -90C+70C+6099=4066 \end{cases}$$

$$C = \frac{2033}{50} = 40,66$$

$$V = \frac{2033 - 30C}{20}$$

$$C\left(\frac{6099 - 4066}{50}\right) = 40,66$$

On trouve par substitution.

$C \in \mathbb{Z}$, donc ce cas est impossible.

• Pour le deuxième cas :

On a le système ci-dessous.

$$\begin{cases} 500V + 750C = 71250 \\ 750V + 500C = 50825 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 20V + 30C = 2850 \\ 30V + 20C = 2850 \end{cases}$$

$$C = 57$$

$$V = \frac{2850 - 30C}{20}$$

$$V = \frac{1140}{20} = 57$$

On trouve par substitution.

C = 57 et V = 57

25 Soit c le prix du classeur ;
Soit f le prix des feutres.
Le problème se ramène au système ci-dessous :

$$\begin{cases} 4c + 2f = 1450 \\ 3c + 4f = 1225 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} f = \dfrac{1450 - 4c}{2} \\ 3c + 2(1450 - 4c) = 1225 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C = 335 \\ f = \dfrac{1450 - 1340}{2} = 55 \end{cases}$$

Le prix d'un classeur est à 335 F et le prix d'un feutre est 55 F.

26 Supposons que les mêmes prix ont été appliqués.
Soit P le prix d'une pizza.
Soit C le prix d'un café. On a le système suivant :

$$\begin{cases} 4P + 2C = 38000 \\ 5P + 4C = 50500 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} C = 19000 - 2P \\ 5P + 4(19000 - 2P) - 50500 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C = 14000 - 2P \\ -3P + 76000 = 50500 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} C = 14000 - 2P \\ P = \dfrac{75500}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} C = 19000 - 2 \times 8500 \\ P = 8500 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} C = 2000 \\ P = 8500 \end{cases}$$

le prix d'une pizza est 8500 F et
le prix d'un café est 2000 F.

Mise en page : Vallesse Éditions
Tel : 22410821/01916125
Achevé d'imprimer en Côte d'Ivoire
3ème trimestre 2020
Dépôt légal : 15405