



CALCUL LITTÉRAL

Situation d'Apprentissage

Question /consigne	Réponse attendue	Commentaire
Détermine le prix de l'unité de carpe	5 000 F	
Connait-on le prix de l'unité de maquereau	Non	Le prix étant inconnu il peut être noté x
Donne une formule contenant x pour exprimer le montant total des achats	$5\,000 \times 2 + 6x$	C'est une expression littérale

Notre leçon du jour est le calcul littéral. Nous allons apprendre le calcul littéral pour résoudre des problèmes comme celui-ci.
Le cours sera en 4 parties

1. Quotients
2. Puissance à exposant entiers relatifs
3. Développement , réduction et factorisation
3. exemple d'expression littérale

Installation des habiletés

Activités

1

Quotient

1-1 Propriété relative à l'égalité de deux quotients

1. $\frac{3}{7} = 0,429$ et $\frac{1,2}{2,8} = 0,429$ donc $\frac{3}{7} = \frac{1,2}{2,8}$
 $3 \times 2,8 = 8,4$ et $7 \times 1,2 = 8,4$ donc $3 \times 2,8 = 7 \times 1,2$
2. $\frac{-15}{-36} = 0,417$ et $\frac{10}{24} = 0,417$ donc $\frac{-15}{-36} = \frac{10}{24}$ puis $-15 \times 24 = -360$ et $-36 \times 10 = -360$ donc $-15 \times 24 = -36 \times 10$.

Exercices de fixation

Exercice 1.1.1

- a) Calcule $15 \times 5 = 75$ et $25 \times 3 = 75$ on a : $15 \times 5 = 25 \times 3$ donc $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

b) $2 \times 12 = 24$ et $8 \times 3 = 24$ on a : $2 \times 12 = 8 \times 3$ alors $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

Exercice 1.1.2

- 1- Faux
- 2- Vrai
- 3- faux

1.2 Deux nombres inverses l'un de l'autre

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$$

Exercices de fixation

Exercice 1.2.1

- a) $0,5 \times 2 = 1$ Donc 0,5 est l'inverse de 2
- b) $-3 \times \frac{1}{-3} = 1$ donc -3 et $\frac{1}{-3}$ sont inverses l'un de l'autre
- c) $3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \times \frac{2}{5} = 1$ donc $3 - \frac{1}{2}$ et $\frac{2}{5}$ sont inverses l'un de l'autre

Exercice 1.2.2

$0,75 = \frac{3}{4}$ donc l'inverse de 0,75 est $\frac{4}{3}$
 $\frac{2}{3}$ a pour inverse $\frac{3}{2}$
 $-\frac{17}{19}$ a pour inverse $-\frac{19}{17}$
 $\frac{2021}{2022}$ a pour inverse $\frac{2022}{2021}$

Activités **2**

Puissance à exposant entier relatif

- 1- a) $2^3 \times 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$ et $2^{3+4} = 2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$ donc $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4}$
 b) $3^2 \times 3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2187$ et $3^{2+3} = 3^7 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2187$ donc $3^2 \times 3^5 = 3^{2+3}$
- 2- a) $(2^3)^4 = 2^{12} = 4096$ et $2^{3 \times 4} = 2^{12} = 4096$
 donc $(2^3)^4 = 2^{3 \times 4}$
 b) on a : $(2^2)^5 = 2^{2 \times 5}$
- 3- a) $2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3$; b) $2^7 \times 5^7 = (2 \times 5)^7$

Exercices de fixation

Exercice 2.1.1

- a) Faux
- b) Vrai
- c) Faux
- d) Faux



e) vrai

Exercice 2.1.2

- a) 5^3
 b) $(\frac{1}{2} \times 2)^{2020} = 1$
 c) $(3^5)^{-2}$
 d) 10^{-2}

Activités**3**

Développement, réduction, factorisation

3.1 Suppression de parenthèses

- a) $x + (2x - 1) = x + 2x - 1 = 3x - 1$
 b) $x - (-2x - 1) = x + 2x + 1 = 3x + 1$
 c) $x - (2x - 1) = x - 2x + 1 = -x + 1$
 d) $x^2 + 3x - (2x^2 + x - 7) = x^2 + 3x - 2x^2 - x + 7 = -x^2 + 2x + 7$

Exercices de fixation

Exercice 3.1.1

$$a = 7 - (5 + x) = 7 - 5 - x$$

$$a = 2 - x$$

$$b = -2y + 3 - (-7 - t) = -2y + 10 - t$$

Exercice 3.1.2

$$2x + 3x^3 - (4 + 5x^2) + 7 + 0,25x + (8x^2 + 11x^3) = 2x + 3x^3 - 4 - 5x^2 + 7 + 0,25x + 8x^2 + 11x^3$$

3.2 Développement et réduction

- a) $3x(y - 2) = 3xy - 6x$
 b) $-5t(3t^2 + 2t - 7) = -15t^3 - 10t^2 + 35t$
 c) $(4 - 6x)(-2y + 1) = -8y + 4 + 12xy - 6x$
 d) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 e) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
 f) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Exercices de fixation

Exercice 3.2.1

- a) $4x(3 - x) = 12x - 4x^2$; b) $7(2x - x^2) = 14x - 7x^2$;
 c) $(2 - x)(5x + 1) = -5x^2 + 9x + 2$; d) $(3x + 4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$
 e) $8z - (z + 3) = 7z - 3$; f) $(9p + 7)^2 = 81p^2 + 126p + 49$
 g) $6 + 3k(k - 1) = 6 + 3k^2 - 3k$

Exercice 3.2.2

- 1-B
 2-B
 3-C
 4-A

3.3 Factorisation

$$A = 2(x + 2)$$

$$B = (2x + 1)(3x - 1)$$

$$C = (x + 2)^2$$

$$D = (x - 1)^2$$

$$E = (x + 2)(x - 2)$$

Exercices de fixation**Exercice 1**

Les expressions à recopier sont a) ; c) ; f).

Exercice 2

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 5x - 10 = 5(x + 2) & ; \quad \text{b) } 4y^2 - 9 = (2y + 3)(2y - 3) \\ \text{c) } -24t + 9t^2 + 16 = (3t - 4)^2 & ; \quad \text{d) } 8z^3 + z = z(8z^2 + 1) \\ \text{e) } (x - 3)^2 - 1 = (x + 2)(x + 4) & ; \quad \text{f) } 7y^2 + 14y + 7 = 7(y + 1)^2 \end{array}$$

Exercice 3

$$16 - 9x^2 = (4 - 3x)(4 + 3x)$$

$$25y^2 + 60y + 36 = (5y + 6)^2$$

$$64t^2 - 16t = 16t(4t - 1)$$

$$(2x - 3)^2 - 9 = (2x - 6)(2x) = 4x(x - 3)$$

3.4 Produit nul – Nombre de même carré**1.**

$$\text{a) Si } x = -1, \quad p = 0$$

$$\text{si } x = -5, \quad p = 52$$

$$\text{Si } x = 0, \quad p = -3$$

$$\text{Si } x = 3, \quad p = 12$$

$$\text{Si } x = \frac{3}{2}, \quad p = 0$$

b) on trouve $x = \frac{3}{2}$ pour le premier et $x = -1$ pour le second.

c) $ab = 0$ équivalents à $a = 0$ ou $b = 0$

2. a) $(5)^2 = 25$ et $(-5)^2 = 25$

b) Il n'y en a pas d'autre

c) Les seuls nombres sont 5 et -5.

Exercices de fixation**Exercice 1**

1- FAUX

2- VRAI

3- VRAI

4- VRAI

Exercice 2

a) $x(x - 2) = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x = 2$

b) $2x = 0$ équivaut à $x = 0$

c) $x^2 = 0$ équivaut à $x = 0$

a) $x^2 - 9 = 0$ équivaut à $x = 3$ ou $x = -3$

Exercice 3

a) $(2x - 3)(1 - x) = 0$ équivaut à $x = \frac{3}{2}$ ou $x = 1$

b) $(x + 3)^2 = 4$ équivaut à $(x + 3)^2 - 4 = 0$

$(x + 3)^2 = 4$ équivaut à $(x + 3 + 2)(x + 3 - 2) = 0$

$(x + 3)^2 = 4$ équivaut à $(x + 5)(x + 1) = 0$

$(x + 3)^2 = 4$ équivaut à $x = -5$ ou $x = -1$

Activités 4

Exemple d'expressions littérales

4.1 Monôme, Polynôme

$p = -61x^3 + 7x^2 + 4x - 10$

Exercices de fixation

Exercice 1

Monôme	Coefficient	Degré	Variable
$-11x^2$	-11	2	x
$0,5y^4$	0,5	4	y
$-x$	-1	1	x
-6	-6	0	t

Exercice 2

Monôme	Polynôme
$-21x^6$	$2,3x - 1 ; -21x^6 ; (5 - x)^2 ;$
$7 + (9 + x) - x$	$7 + (9 + x) - x ;$
$(x + 2)^2 + (-x + 1)(x - 4)$	$14x^3(x - 1) ;$
	$(x + 2)^2 + (-x + 1)(x - 4)$

Exercice 3

$0,5x + (-14) + (7x^2) + (-209x^2) + (6x^4)$

$0,5x - (-14) + (7x^2) - (-209x^2) + (6x^4)$

$0,5x + (-14) - (7x^2) + (-209x^2) - (6x^4)$

4.2 Fraction rationnelle

1. $b \neq 0$

2. a) $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ et $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$

b) R existe si et seulement si $x^2 - 4 \neq 0$ c'est-à-dire $x \neq -2$ et $x \neq 2$

c) $R = \frac{(x+2)^2}{(x+2)(x-2)}$

Si $x \neq -2$ et $x \neq 2$, $R = \frac{x+2}{x-2}$

d) Si $x = 1$, alors $R = -3$

e) Pour simplifier R on a cherché d'abord sa condition d'existence, on a factorisé le numérateur et le dénominateur de R avant de simplifier en tenant compte de la condition d'existence.

Exercices de fixation

Exercice 1

E Expression	n Numérateur	Dénominateur
$4x - 7$	$4x - 7$	1
$\frac{2}{(x+6)(3x-5)}$	2	$(x+6)(3x-5)$
$\frac{\frac{8}{3}x^2 + \frac{1}{4}}{\frac{8}{3}x^2 + \frac{1}{4}}$	$\frac{8}{3}x^2 + \frac{1}{4}$	1
$\frac{x+1}{x^2-16}$	$x+1$	x^2-16
$\frac{(2x+1)(3-x)}{(2x+1)(3-x)}$	$(2x+1)(3-x)$	1

Exercice 2

- $\frac{2}{(x+6)(3x-5)}$ existe si et seulement si $x \neq -6$ et $x \neq \frac{5}{3}$
- $\frac{x+1}{x^2-16}$ existe si et seulement si $x \neq -4$ et $x \neq 4$
- $\frac{(x+1)(2-x)}{x}$ existe si et seulement si $x \neq 0$
- $\frac{x^2-1}{3x(5x+2)}$ existe si et seulement si $x \neq 0$ et $x \neq -\frac{2}{5}$

Exercice 3

- a) $\frac{2-x}{(x-2)(x+3)}$ existe si et seulement si $x \neq 2$ et $x \neq -3$
si $x \neq 2$ et $x \neq -3$, $\frac{2-x}{(x-2)(x+3)} = \frac{-1}{x+3}$
- b) $\frac{x^2-49}{(x+7)^2}$ existe si et seulement si $x \neq -7$
si $x \neq -7$, $\frac{x^2-49}{(x+7)^2} = \frac{x-7}{x+7}$
- c) $\frac{x^2-x}{2x}$ existe si et seulement si $x \neq 0$
si $x \neq 0$, $\frac{x^2-x}{2x} = \frac{x-1}{2}$
- d) $\frac{(x^2-2)^2}{3x-2}$ existe si et seulement si $x \neq \frac{3}{2}$
 $\frac{(x^2-2)^2}{3x-2}$ ne peut être simplifiée car le numérateur et le dénominateur n'ont pas de facteur commun

Exercices de renforcement

1

- a) vrai
d) vrai

- b) faux
e) vrai

- c) faux
f) vrai

2

$$a) \frac{a}{2} = -\frac{7}{4} \text{ équivaut à } a = -\frac{14}{4}$$

$$a = -\frac{7}{2}$$

$$b) \frac{5}{3} = \frac{5}{b} \text{ équivaut à } 5b = 15$$

$$b = 3$$

$$c) \frac{c+5}{4} = \frac{3}{2} \text{ équivaut à } 2c + 10 = 12$$

$$c = 1$$

$$d) \frac{d-2}{6} = \frac{d+1}{8} \text{ équivaut à}$$

$$8d - 16 = 6d + 6 ; d = 11$$

3

$$A = 3 - \frac{5}{2} = \frac{6-5}{2} = \frac{1}{2} ; B = \frac{1,6}{5} + \frac{0,7}{3} = \frac{3 \times 1,6 + 0,7 \times 5}{15} = \frac{8,3}{15} ; C = \frac{11-12}{42} = \frac{-1}{42}$$

$$D = \frac{9 \times 7}{14 \times 12} = \frac{3}{8} ; E = \frac{-3 \times (-5)}{4 \times 9} = \frac{5}{12} ; F = \frac{64 \times 49}{35 \times 72} = \frac{56}{45} ;$$

$$G = \frac{22 \times (-4)}{7 \times 11} = \frac{8}{7} ; H = \left(\frac{3-5}{6}\right)^2 = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} ; I = \frac{4}{5} - \frac{12}{15} = 0 ;$$

$$J = \left(\frac{11}{24} - \frac{13}{36}\right) \times \frac{1}{\frac{28}{27}} = \frac{3}{32} .$$

4

$$\frac{7}{6} - 2 = \frac{-5}{6} \text{ donc l'inverse est } \frac{6}{-5}$$

5

1. $a^{-6} \times a = a^{-5}$; 2. $(-a)^{2-3} = (-a)^{-1}$; 3. $a^{-7} \times a^4 = a^{-3}$; 4. $(2a)^2 \times (-2a)^{-3} = (-2a)^{-1}$
5. $(a-11)^2 = a^2 - 22a + 121$; 6. $(-3 \times a)^3 = (-3a)^3$; 7. $a^{1-5} = a^{-4}$; 8. $a^6 \times a^{-5} = a$

6

$$A=2 ; B=3^{-2} = \frac{1}{9} ; C = 4^{-2} = \frac{1}{16}$$

$$D = 6^{-3} \times 6^3 = 1 ; E = 7^3 \times 7^2 = 3577 ; F = \left(-\frac{1}{2}\right)^7 \times 2^7 = -1$$

7

Réduisons

$$S = (5x - 3) - (2 - 3x) + 6x + 1$$

$$S = 14x - 4$$

$$K = 8x + 2$$

$$T = 13x^2 - 9x + 4$$

8

Développe et réduis

$$A = -8x^2 + 10x - 3$$

$$B = 6x^2 - 22x - 33$$

$$C = -x + 9$$

$$D = 11x^2 - 2x$$

$$E = 81x^2 - 25$$

$$F = 4x$$

$$G = \frac{4}{9}x^2 - 2x - \frac{9}{4}$$

$$H = -\frac{9}{16}x + \frac{1}{4}$$

9

1) Développe

$$\begin{aligned} N &= (3y+2)(1-y^2) \\ &= (3y+2)(1-2y+y^2) \\ N &= 3y^3 - 4y^2 - y + 2. \end{aligned}$$

2) Calculons

$$\text{Pour } x = 1 ; M = -3$$

$$\text{Pour } y = 2 ; N = 8$$

$$\text{Pour } t = \frac{3}{2} ; P = 0$$

10

Facteur commun

Pour X c'est 7 ; Pour Y c'est b ; Pour Z c'est c + 3 ; Pour T c'est -9d ;

Pour S c'est $(1+c)^2$

11

Factorise

$$A = 4x(3x+y-2y^2) ; B = (3x+5)^2 ; C = (4x-1)^2$$

$$D = (9x-4y)(9x+4y) ; E = (5-4t)(5+4t) ; F = 5z(14-5z)$$

$$G = (2-9y)(4-y)$$

12

$$\text{a) } 23^2 - 17^2 = 125 ; \text{ b) } 105^2 - 95^2 = 2000 ; \text{ c) } 103 \times 97 = 9991$$

$$\text{d) } 41 \times 39 = 1599 ; \text{ e) } 85^2 = 7225 ; \text{ f) } 61^2 = 3721 ; \text{ g) } 59^2 = 3481$$

13

Valeurs de x

$$\text{a) } 2x(1-x)(3x+5) = 0 \text{ équivaut à } x = 0 \text{ ou } x = 1 \text{ ou } x = \frac{-5}{3}$$

$$\text{b) } 4x^2(x+3) = 0 \text{ équivaut à } x = 0 \text{ ou } x = -3$$

c) $(5x+4)\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}x\right) = 0$ équivaut à $x = \frac{-4}{5}$ ou $x = \frac{3}{8}$
 d) $4x^2 - 9 = 0$ équivaut à $x = \frac{3}{2}$ ou $x = -\frac{3}{2}$

14

MONOMES	POLYNOMES	Fractions rationnelles
$7x^2; -9$	$\frac{3}{2}x^2 - x + 1; (4x+1)^2 - 3x - 2020x$ $\frac{4-x^2}{3} - 2; 3x + 5(1-x)$	$-\frac{2}{x}; \frac{8x-3+x^2}{7x^2}$

15

$A = \frac{4+x}{2x-6}$; A existe si et seulement si $2x - 6 \neq 0$

Donc A existé sis et seulement si $x \neq 3$

$B = \frac{7(x-5)+(x+1)(x-5)}{(4-x)(3x-6)}$; B existe si et seulement si $(4-x)(3x-6) \neq 0$

B existe si et seulement si $x \neq 4$ et $x \neq 2$

$C = \frac{4-x^2}{3} - 2$ est un polynôme, donc pour tout x C existe.

$D = \frac{2x(x+3)}{x(7x+2)}$; D existe si et seulement si $x(7x+2) \neq 0$

D existe si et seulement si $x \neq 0$ et $x \neq -\frac{2}{7}$

E existe si et seulement si $x \neq 0$

F existe si et seulement si $x \neq \frac{-1}{3}$ et $x \neq -1$

16

Pour $x \neq 4$ et $x \neq -4$; $R = \frac{x+4}{x-4}$;

Pour $x \neq 4$ et $x \neq -2$; $R =$

Pour $x \neq -1$; $S =$

Pour $x \neq 3$ et $x \neq -1$; $T = \frac{2x}{x-3}$

17

Pour $x = -1$; $R = -22$

Pour $x = 1$; $F = 20$

Pour $x = -2$; $G = \frac{2}{5}$

Pour $x = 3$; $H = 0$

18

1. Développe et réduis

$I = -10x + 23$

$J = -10x^2 - 2x + 3$

$K = 13x^2 + 4x + 1$

$$L = -3x^2 - 9x + 14$$

$$M = 6x^2 - 27x - 11$$

2. Calcule

Pour $x = -1$; $K = 10$

Pour $x = 1$; $L = 2$

19

1. Justifions :

$$\begin{aligned} M &= (x-3)^2 - 3X(2-x) = 4x^2 - 12x + 9 \\ &= (2x-3)^2 \end{aligned}$$

2. Deduisons N

$$N = M - 4x^2$$

$$N = -12x + 9$$

$$N = -3(4x-3)$$

20

Factorise :

a) $(4x-3)(3x-2)$

b) $(5x-1)(6x-4)$

c) On a

d) $3(3x-4)(5x-4)$

e) $(x-4)(3x-1)$

$$\begin{aligned} \text{f) } (12x^2 - 3) + (1 - 2x)(7x - 5) &= 3(2x - 1)(2x + 1) + (1 - 2x)(7x - 5) \\ &= (2x - 1)[3(2x + 1) - (7x - 5)] \\ &= (2x - 1)[6x + 3 - 7x + 5] \\ &= (2x - 1)(-x + 8) \end{aligned}$$

21

Justifions ;

$$G = (x-1)^2 - 2(x^2-1)$$

$$G =$$

$$H = (x-5)(x+2) - (x-14)$$

$$H = x^2 - 4x + 4$$

$$H = (x-2)^2$$

$$I = (1-x)^2 - 16x^2$$

$$I = (1-5x)(1+3x)$$

22

1. Développons

$$D = 2x^2 + x - 21$$

$$E = -5x^2 - 7x - 3$$

$$F = 20x^2 - 31x - 6$$

$$G = -2x^2 - 4x + 4$$

$$H = 10x^2 - 7x + 1$$

2. Factorisons

$$D = 2(x-3)(x+4)$$

$$E =$$

$$F = (5x-6)(6x+1)$$

$$G = (x+5)(6-4x)$$

$$H = (5x-1)(2x-1)$$

3. Calculons leur valeur

Pour $x = -1$

$$D = -22$$

$$E = -1$$

$$F = 45$$

$$G = 32$$

$$H = 18$$

Exercices de renforcement

23

Déterminons les nombres

$$1. a=2 \quad ; \quad 2. b = -2 \quad ; \quad 3. c=2 \quad ; \quad 4. d = -\frac{1}{2} \quad ; \quad 6. f=1$$

24

a) $= a^4 b^6$

b) $= a^{-3} b^6$

c) $= a^2 b^4$

d) $= a^7 b$

25

$$a = 6 \quad ; \quad b = 900 \quad ; \quad c = 10^3$$

26

$$a = \frac{27}{32} \quad ; \quad b = \frac{14}{81} \quad ; \quad c = 1 \quad ; \quad d = 0 \quad ; \quad e = -\frac{13}{8} \quad ; \quad f = \frac{7}{9}$$

27

$$\frac{7}{3} + \frac{5}{2} = \frac{29}{6} \quad \text{et} \quad \frac{7}{3} + \frac{2}{5} = \frac{29}{15}$$

$$\frac{29}{6} \times \frac{29}{35} = \frac{841}{210} \neq 1$$

donc ces nombres ne sont pas inverses

28

$$B = -15 \text{ nombre entier relatif et } A = -\frac{1}{15}$$

$A \times B = 1$ donc A et B sont inverses l'un de l'autre.

29

- 1) $= -\frac{3}{35}$
- 2) $= -\frac{207}{5}$
- 3) $= \frac{30}{3}$
- 4) $= -\frac{32}{153}$
- 5) $= -\frac{80}{207}$

30

1. Les valeurs de x

A existe si et seulement si $x \neq 0$ et $x \neq -6$ B existe si et seulement si $x \neq 0$ et $x \neq 2$ C existe si et seulement si $x \neq \frac{3}{2}$ et $x \neq -\frac{3}{2}$ D existe si et seulement si $x \neq 1$ et $x \neq -\frac{3}{2}$ E existe si et seulement si $x \neq 5$ et $x \neq -3$ F existe si et seulement si $x \neq 5$ G existe si seulement si $x \neq \frac{1}{2}$ et $x \neq -\frac{1}{2}$

2. Simplifions

$$A = \frac{6-x}{2x} ; B = \frac{3x+4}{x} ; C = \frac{x}{3-2x} ; D = \frac{2x-1}{x-1}$$

$$E = \frac{1}{x+3} ; F = \frac{x-1}{x-5} ; G = \frac{x-3}{2x-1}$$

31

$$1a) (x-16)(x+2) = x^2 + 2x - 16x - 32$$

$$= x^2 + 14x - 32$$

2a) F existe si et seulement si $(x-16)(x-2)$ c'est à dire $x \neq 16$ et $x \neq 2$

$$a) \text{ Pour } x \neq 16 \text{ et } x \neq 2 ; F = \frac{x+2}{x-2}$$

$$1) \text{ Pour } x = \frac{1}{3} ; F = -\frac{7}{5}$$

32

1.a) développons E

$$E = 2(x-3)^2 - 3x(3-x)$$

$$E = 5x^2 - 21x + 18$$

1.b) démontrons

$$E = 2(x-3)^2 - 3x(3-x) = (x-3)(2x-6+3x)$$

$$E = (x-3)(5x-6)$$

$$F = 10x^2 - 12x = 2x(5x-6)$$

2.a) les valeurs de x

$$R = \frac{F}{E} = \frac{2x(5x-6)}{(x-3)(5x-6)}$$

R existe si et seulement si $(x-3)(5x-6) \neq 0$

R existe si et seulement si $x \neq 3$ et $x \neq \frac{6}{5}$

2.b) simplifions R

Pour $x \neq 3$ et $x \neq \frac{6}{5}$; $R = \frac{2x}{x-3}$.

3. Pour $x=3$; R n'existe pas.

33

1.a) Développons

$$9-(x-1)^2 = -x^2 - 2x + 8$$

1. b) Justifions

$$9-(x-1)^2 =$$

2. a) Les valeurs de x

B existe si et seulement si $-(x-4)(x+2) \neq 0$

B existe si et seulement si $x \neq 4$ et $x \neq -2$

2. b) Pour $x \neq 4$ et $x \neq -2$; $B = \frac{-x-1}{x+2}$

3. pour $x=-3$; $B = -2$

34

1) Développons

$$E = (2x-7)^2 - (5-x)^2 = 3x^2 - 18x + 24$$

2) Justifions

$$E = (2x-7)^2 - (5-x)^2 = ((2x-7)-(5-x))(E=(2x-7)+(5-x))$$

$$E = 3(x-4)(x-2)$$

3) Les valeurs de x

$$F = \frac{3(x-4)(x-2)}{3(x-4)(1-x)}$$

existe si et seulement si $3(x-4)(1-x) \neq 0$

B existe si et seulement si $x \neq 4$ et $x \neq 1$

2b) Pour $x \neq 4$ et $x \neq 1$; $F = \frac{x-2}{1-x}$

4) Pour $x = \frac{1}{3}$

$$B = -\frac{5}{2}$$

35

1.a) Factorisons $9 - x^2$

$$4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 \\ = (2x+3)(2x-3)$$

1.b) Déduisons $A = x(2x+3)$

$$4x^2 - 9 + (2x+3)(-x+3) = (2x+3)(2x-3) + (2x+3)(-x+3)$$

$$A = x(2x+3) = (2x+3)((2x-3)+(-x+3))$$

2) On donne : $F = \frac{4x^2 - 9 + (2x+3)(-x+3)}{(x-1)(2x+3)}$

a) Les valeurs de x

F existe si et seulement si $(x - 1)(2x + 3) \neq 0$

F existe si et seulement si $x \neq 1$ et $x \neq \frac{-3}{2}$

b) Simplifions F

$$F = \frac{4x^2 - 9 + (2x+3)(-x+3)}{(x-1)(2x+3)} = \frac{x(2x+3)}{(x-1)(2x+3)}$$

Pour $x \neq 1$ et $x \neq \frac{-3}{2}$; $F = \frac{x}{x-1}$

c) Pour $x=3$

$$F = \frac{3}{2}$$

36

1. Justifions

$$(5x+2)^2 - 9 = (5x+5)(5x-1) = 5(x+1)(5x-1)$$

2. a) Les valeurs de x

$$A = \frac{(5-x)^2 - 9}{5(2x+3)(x+1)}$$

A existe si et seulement si $5(2x + 3)(x + 1) \neq 0$

A existe si et seulement si $x \neq -1$ et $x \neq \frac{-3}{2}$

Pour $x \neq \frac{-3}{2}$ et $x \neq -1$; $A = \frac{(5-x)^2 - 9}{5(2x+3)(x+1)} = \frac{5(x+1)(5x-1)}{5(2x+3)(x+1)}$

$$A = \frac{5x-1}{2x+3}$$

3) Pour $x = -2$; $A = 11$

37

1.a) Justifie

$$A = (2x-3)^2 - 5(1-x^2)$$

$$A = 9x^2 - 12x + 4$$

$$A = (3x-2)^2$$

Déduisons

$$B = A - 9x^2 = (3x-2)^2 - 9x^2$$

$$B = (6x-2)(-2) = -2(6x-2)$$

$$B = -4(3x-1)$$

b) Développons

$$(3x-1)(2x+4) = 6x^2 + 10x - 4$$

2. a) Les valeurs de x

$$R = \frac{4(3x-1)}{(3x-1)(2x+4)}$$

R existe si et seulement si $(3x - 1)(2x + 4) \neq 0$

R existe si et seulement si $x \neq \frac{1}{3}$ et $x \neq -2$

b) Pour $x \neq \frac{1}{3}$ et $x \neq -2$

$$R = \frac{4(3x-1)}{(3x-1)(2x+4)} \text{ donc } R = \frac{4}{2x+4}; \text{ finalement } R = \frac{-2}{x+2}$$

c) Pour $x = -3$; $R = \frac{-2}{x+2}$

$$\text{Donc } R = \frac{-2}{-3+2} = \frac{-2}{-1}; \text{ donc } R = 2.$$

38

PARTAGE PROPORTIONNEL

$4+5+7=16$ donc on a $16k=3200000$

D'où $k = \frac{3200000}{16}$; $k=200000$

Efants	Age (en année)	somme
1er	4	800000
2eme	5	1000000
3eme	7	1400000
TOTAL	16	3200000

39

SUDUKU FRACTIONNAIRE

$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{7}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{3}$

40

1) Soit x un nombre

$$-3 \times x + 7 = -3x + 7$$

L'expression littérale est $-3x+7$

2) Avec 100000

$$\begin{aligned} -3 \times 100000 + 7 &= -300000 + 7 \\ &= -299.993 \end{aligned}$$

3) Démonstration

$$A = 99997^2 - 99999 \times 99998$$

$$A = 99997^2 - ((99997+2) \times (99997+1))$$

$$A = 99997^2 - (99997^2 + 99997 + 2 \times 99997 + 2)$$

$$A = 99997^2 - 99997^2 - 99997 - 2 \times 99997 - 2$$

$$A = -3 \times 99997 - 2 = -3 \times (100000 - 3) - 2$$

$$A = -3 \times 100000 + 7$$

Pour $x = 100000$, on a bien $-3x + 7$.

41

$$\text{On a : } (3x+9)^2 + (4x+12)^2 = (5x+15)^2$$

On la somme des carré de deux côtes est égale au carre d'un cote donc le triangle est rectangle

42

$$1a) D = (4x-7)(2x-3) - (2x-3)^2$$

$$D = 4x^2 - 14x + 12$$

$$a) D = (4x-7)(2x-3) - (2x-3)^2$$

$$D = (2x-3)(2x-4)$$

$$2) A_{ABCD} = (4x-7)(2x-3) \text{ et } A_{AEFD} = (2x-3)^2$$

$$A_{ABCD} - A_{AEFD} = 4x^2 - 14x + 12 = 12$$

$$\text{Equivalent à : } 4x^2 - 14x = 0$$

$$2x(2x-7) = 0 \text{ équivaut à } x=0 \text{ ou } 2x-7 = 0$$

Comme x plus grand que 2 alors on a $2x=7$ d'où $x = \frac{7}{2}$.

43

x l'inconnu

$$\text{Kpachi : } 10x-2$$

$$\text{Kpanon : } 8x+7$$

Obtenir le même résultat équivaut à : $10x-2 = 8x+7$

$$10x-2 = 8x+7 \text{ équivaut à } 2x=9 \text{ donc } x = \frac{9}{2}$$

Nous avons finalement $\frac{9}{2}$ comme nombre choisi au départ.

44

$$E = (3x-5)^2 + (3x-5)(7x-4)$$

$$1. E = (3x-5)^2 + (3x-5)(7x-4)$$

$$E = 30x^2 - 77x + 45$$

$$2. E = (3x-5)^2 + (3x-5)(7x-4)$$

$$E = (3x-5)(10x-9)$$

3. Calcule E

$$\text{Pour } x=0 ; E=45$$

$$\text{Pour } x = \frac{5}{3} ; E=0.$$

45

$$f = (x + 7)^2 - (3x - 5)^2$$

- 1) $f = (x + 7)^2 - (3x - 5)^2$
 $f = -8x^2 + 44x + 24$

- 2) $f = (x + 7)^2 - (3x - 5)^2$
 $f = (4x + 2)(-2x + 12)$

- 3) calcul efficace

pour $x = -7$; $f = -676$

pour $x = -\frac{1}{2}$; $f = 0$

pour $x = 0$; $f = 24$

pour $x = 3$; $f = 84$

46

Soit x le nombre d'années

Dans x années l'âge de Marc sera $11+x$ et celui de Pierre sera $26+x$. En cette année l'âge de Pierre sera le double de celui de Marc, alors on aura $26+x = 2(11+x)$

$$26+x = 2(11+x) \text{ équivaut à } x = 4$$

Donc dans 4 ans Pierre aura 30 ans et Marc 15ans.

47

$$E = (x - 3)^2 + (x-1)(x-2)$$

- a) $E = (x - 3)^2 + (x-1)(x-2)$

$$E = -3x + 7$$

- b) $99997^2 - 99999 \times 99998$

$$(100000 - 3)^2 + (100000-1)(100000-2) = 99997^2 - 99999 \times 99998$$

$$= -3 \times 100000 + 7$$

$$= -299993$$

- c) $F = (4x + 1)^2 + (4x+1)(7x-6)$

$$F = (4x+1)(-3x+7)$$

- d) Résolvons

$$(4x+1)(7-3x)=0 \text{ équivaut à } x = -\frac{1}{4} \text{ ou } x = \frac{7}{3}$$

$-\frac{1}{4}$ et $\frac{7}{3}$ sont Les solutions de cette équation .

Situations d' évaluation

48

- 1) $AE = AB - EB$
 $= 6 - x$

2) Factorisons

$$(6-x)^2 - 2^2 = (8-x)(4-x)$$

3) $x = 1,5$

l'aire de la partie hachurée est

$$\begin{aligned} AE \times AF - AH \times AH &= (6-x)^2 - 4 \\ &= (8-x)(4-x) \end{aligned}$$

$$A_H = 16,25 \text{ cm}^2$$

Cout du tapis 7000 /m²alors le cout du tapis est ; $C_t = 16,25 \times 7000$

$$C_t = 113,750 \text{ f CFA}$$

113,750 > 100000 donc l'oncle ne pourra pas acheter le tapis.

49

1) Surface occupée par l'océan : P

L : longueur : 30-x

L : largeur : 20-x

$$P = (30-x)(20-x)$$

$$\text{D'où } P = x^2 - 50x + 600$$

2) L'aire de la partie carrelée

$$C = 20 \times 30 - P$$

$$= 600 - (x^2 - 50x + 600)$$

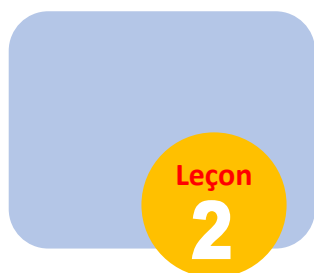
$$C = 50x - x^2$$

3) Pour $x = 4$

$$C = 184$$

Pour 1000F/m² Le cout du carrelage est de 184 000F

Nous affirmons que Junior a raison.



Racines carrées

Situation d'Apprentissage

Faire lire la situation d'apprentissage à haute voix une ou deux fois par un ou deux bon(s) lecteur(s).

Expliquer les mots difficiles à la demande des apprenants.

Ici par exemple : Pertinent signifie juste, approprié, bien-fondé

Poser oralement les questions/consignes suivantes :

Questions/consignes	Réponses attendues
De quel évènement parle le texte ?	Le texte parle de déterminer la longueur de grillage nécessaire pour clôturer la ferme d'un agriculteur
Quels sont les acteurs de cet évènement ?	Les acteurs sont les élèves de niveau 3 ^{ème} et d'un agriculteur
Où se déroule l'évènement ?	L'évènement se déroule à Boundiali
Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ?	Le problème qui se pose est de : savoir la longueur de grillage nécessaire pour clôturer la ferme d'un agriculteur en forme de carrée et d'aire égale à 500 m^2 .
Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ?	L'agriculteur ne sait pas comment déterminer la longueur de grillage, il se confie à son neveu qui à son tour collabore avec ses amis de classe
Que décident de faire les acteurs ?	Les élèves décident d'effectuer des calculs.

Tout comme ces élèves, nous allons découvrir à travers cette situation une nouvelle leçon intitulée « **RACINE CARREE** », des propriétés et règles de calcul qui vous permettront de régler ce genre de problème qui se pose dans la situation d'apprentissage.

Le plan de notre cours est le suivant :

- 1) Racines carrées
- 2) Ensemble des nombres réels
- 3) Valeur absolue d'un nombre réel

Installation des habiletés

Activités **1**

Racine carrée

1. Définition, notation

Activité

1. a) Tous les nombres dont le carré est 49 sont : 7 et -7 ;

Tous les nombres dont le carré est 16 sont : 4 et -4

b) On a : $a^2 = 25$

2.

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\sqrt{a}	0	1	1,414	1,732	2	2,236	2,449	2,645	2,828	3

Exercices de fixation

Exercice1

$2^2 = 4$ donc $\sqrt{4} = 2$
 $11^2 = 121$ donc $\sqrt{121} = 11$
 $(1,2)^2 = 1,44$ donc $\sqrt{1,44} = 1,2$

Exercice2

$\sqrt{81} = 9$; $\sqrt{0,64} = 0,8$; $\sqrt{0,01} = 0,1$; $\sqrt{625} = 25$

2. opérations sur les racines carrées : addition, produit, quotient

Activité

1.

a	b	$\sqrt{a+b}$	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a \times b}$	$\sqrt{a} \times \sqrt{b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
9	16	25	7	12	12	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
36	64	10	14	48	48	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
16	36	$\approx 7,2$	10	24	24	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
25	4	$\approx 5,4$	7	10	10	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$

2. On remarque que : $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$; $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
 et que $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ de même $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$

Exercices de fixation

Exercice 1

- $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$; • $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{45}{5}} = \sqrt{9} = 3$;
- $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$
- $\sqrt{49 \times 121} = \sqrt{49} \times \sqrt{121} = 7 \times 11 = 77$
- $\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{81}{3}} = \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$
- $(\sqrt{3})^2 = 3$

Exercice 2

- $\sqrt{28} = \sqrt{4 \times 7} = \sqrt{4} \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$;
- $\sqrt{108} - \sqrt{192} = 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$;
- $\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{72}} = \frac{4\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{6\sqrt{2}} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$

3. Expression conjugué

Activité

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$$

Exercices de fixation

Exercice 1

- L'expression conjuguée de $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ est $\sqrt{5} - \sqrt{3}$
- L'expression conjuguée de $\sqrt{7} - \sqrt{2}$ est $\sqrt{7} + \sqrt{2}$
- L'expression conjuguée de $4 - \sqrt{13}$ est $4 + \sqrt{13}$
- L'expression conjuguée de $\sqrt{3} + 1$ est $\sqrt{3} - 1$
- Une expression conjuguée de $\sqrt{7}$ est $\sqrt{7}$
- Une expression conjuguée de $-\sqrt{11}$ est $\sqrt{11}$

Exercice 2

$$(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 5 - 3 = 2$$

$$(4 - \sqrt{13})(4 + \sqrt{13}) = 16 - 13 = 3$$

Activités **2**

Ensemble des nombres réels

Activité

1. Les éléments de A qui appartiennent à \mathbb{N} sont : 7 et 0
2. Les éléments de A qui appartiennent à \mathbb{Z} sont : -1 ; 7 ; -5 et 0
3. Les éléments de A qui appartiennent à \mathbb{ID} sont : -1 ; 7 ; -5 ; 0 et $\frac{7}{8}$
4. Les éléments de A qui appartiennent à \mathbb{Q} sont : -1 ; 7 ; -5 ; 0 ; $\frac{7}{8}$ et $\frac{8}{3}$
5. Les éléments de A qui n'appartiennent ni à \mathbb{N} , ni à \mathbb{Z} , ni à \mathbb{ID} , ni à \mathbb{Q} sont : π ; $\sqrt{2}$ et $2 - \sqrt{3}$

Exercices de fixation

Exercice 1

	$\frac{3}{8}$	$5 - \sqrt{41}$	$-\frac{9}{13}$	$1 - \sqrt{9}$	$(3 + \sqrt{2})^2$	$\frac{2\pi}{3}$	0
\mathbb{N}							×
\mathbb{ID}	×			×			×
\mathbb{Z}	×			×			×
\mathbb{Q}	×		×	×			×
\mathbb{R}	×	×	×	×	×	×	×
\mathbb{R}^*	×	×	×	×	×	×	

Exercice 2

AFFIRMATIONS	V ou F
$\frac{6}{7}$ est un nombre décimal	F
$-\frac{2}{13}$ est un nombre rationnel	V
$-\frac{5}{16}$ est un nombre décimal	V
$\frac{2\pi}{3}$ est un nombre irrationnel	V
-2,4758 est un nombre réel	V

Activités **1**

Valeur absolue d'un nombre réel

1. Définition – Propriété



Activité

1. Distance à zéro d'un nombre réel
 - La distance à zéro de 3 est 3
 - La distance à zéro de -5 est 5
 - La distance à zéro de -0,2 est 0,2
 - La distance à zéro de 0 est 0
- 2.

a	a^2	$\sqrt{a^2}$
3	9	3
-5	25	5
0,2	0,04	0,2
0	0	0

3. On constate que $\sqrt{a^2} = a$ si $a \geq 0$ et $\sqrt{a^2} = -a$ si $a < 0$

Exercices de fixation

Exercice 1

a	0,023	$-\sqrt{3}$	$2\sqrt{5}$	-7π
$ a $	0,023	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{5}$	7π

Exercice 2

AFFIRMATIONS	V ou F
$\sqrt{15^2} = 15$	V
$\sqrt{(-22)^2} = -22$	F
$\sqrt{(-\pi)^2} = \pi$	F
$\sqrt{(-41)^2} = 41$	V

2. Racine carrée et puissance

Activité

1. $5^6 = (5^3)^2$ donc $\sqrt{5^6} = \sqrt{(5^3)^2} = 5^3$
2. $5^7 = 5 \times (5^3)^2$ donc $\sqrt{5 \times 5^6} = \sqrt{5} \times \sqrt{(5^3)^2} = 5^3\sqrt{5}$

Exercices de fixation

Exercice1

$$\sqrt{11^4} = 11^2 ; \sqrt{5^{20}} = 5^{10} ; \sqrt{2^{2022}} = 2^{1011}$$

Exercice2

$$\sqrt{17^5} = 17^2\sqrt{17} ; \sqrt{10^{21}} = 10^{10}\sqrt{10} ; \sqrt{41^{17}} = 41^8\sqrt{41}$$

Exercices de renforcement

1

$$A = \sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$$

$$B = \sqrt{5^4} = \sqrt{(5^2)^2} = 5^2 = 25$$

$$C = \sqrt{2 \times 4 \times 8} = \sqrt{8 \times 8} = \sqrt{8^2} = 8$$

$$D = \sqrt{1000} \times \sqrt{10} = \sqrt{1000 \times 10} = \sqrt{10^4} = 10^2 = 100$$

$$E = \sqrt{5^3 \times 2 \times 10} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 2 \times 5} = \sqrt{5^4 \times 2^2} = 5^2 \times 2 = 50$$

$$F = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{6} = \sqrt{6} \times \sqrt{6} = (\sqrt{6})^2 = 6$$

$$G = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{32}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{16}} = \frac{1}{4}$$

$$H = \sqrt{7} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}} = \frac{7}{4}$$

$$I = 2\sqrt{7} \times \sqrt{28} = 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{7} = 28$$

$$J = \sqrt{\frac{18}{50}} = \sqrt{\frac{2 \times 9}{2 \times 25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$$

$$K = \sqrt{0,12} \times 8\sqrt{3} = 8\sqrt{0,12 \times 3} = 8\sqrt{0,36} = 8\sqrt{36 \times 10^{-2}} = 8 \times 6 \times 0,1 = 4,8$$

$$L = \frac{\sqrt{0,32} \times \sqrt{0,2}}{\sqrt{3,6}} = \sqrt{\frac{0,064}{3,6}} = \sqrt{\frac{64}{3600}} = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$$

2

$$A = \sqrt{9} + \sqrt{64} = 3 + 8 = 11$$

$$B = \sqrt{0,36} - \sqrt{0,25} = 0,6 - 0,5 = 0,1$$

$$C = \sqrt{0,04} + \sqrt{0,01} + \sqrt{10^{-4}} = 0,2 + 0,1 + 10^{-2} = 0,3 + 0,01 = 0,31$$

$$D = \sqrt{16} - \sqrt{1,69} + \sqrt{0,81} = 4 - 1,3 + 0,9 = 3,6$$

$$E = \sqrt{2020 \times 2021 + 2021} = \sqrt{2021(2020 + 1)} = \sqrt{2021 \times 2021} = 2021$$

3

$$A = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = (3 + 5 - 9)\sqrt{2} = -\sqrt{2}$$

$$B = \frac{5\sqrt{3}}{2} - 3\sqrt{3} = \left(\frac{5}{2} - 3\right)\sqrt{3} = \frac{5-6}{2}\sqrt{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$C = -\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - \frac{7\sqrt{5}}{3} = \left(-1 + 4 - \frac{7}{3}\right)\sqrt{5} = \frac{9-7}{3}\sqrt{5} = \frac{2}{3}\sqrt{5}$$

$$D = \frac{2\sqrt{7}}{5} + \sqrt{7} - \frac{\sqrt{7}}{3} = \left(\frac{2}{5} + 1 - \frac{1}{3}\right)\sqrt{7} = \left(\frac{7}{5} - \frac{1}{3}\right)\sqrt{7} = \frac{21-5}{15}\sqrt{7} = \frac{16}{15}\sqrt{7}$$

4

$$A = \sqrt{20} - 3\sqrt{5} + \sqrt{45} = \sqrt{4 \times 5} - 3\sqrt{5} + \sqrt{9 \times 5} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$B = 3\sqrt{96} + \sqrt{150} - \sqrt{726} = 3\sqrt{16 \times 6} + \sqrt{25 \times 6} - \sqrt{121 \times 6} = 12\sqrt{6} + 5\sqrt{6} - 11\sqrt{6}$$

$$B = 6\sqrt{6}$$

$$C = \sqrt{\frac{50}{9}} - \sqrt{\frac{18}{25}} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{9}} - \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{25}} = \frac{5\sqrt{2}}{3} - \frac{3\sqrt{2}}{5} = \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{5}\right)\sqrt{2} = \frac{25-9}{15}\sqrt{2} = \frac{16}{15}\sqrt{2}$$

5

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{7} \quad ; \quad \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{-4}{\sqrt{3}-1} = \frac{-4(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{-4(\sqrt{3}+1)}{3-1} = -2\sqrt{3}-2$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(2-\sqrt{5})}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{5}-5}{2-5} = \frac{2\sqrt{5}-5}{-3} = \frac{5-2\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{2}{-1-\sqrt{2}} = \frac{2(-1+\sqrt{2})}{(-1-\sqrt{2})(-1+\sqrt{2})} = \frac{2(-1+\sqrt{2})}{1-2} = 2-2\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{3-2\sqrt{3}+1}{3-1} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = 2-\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = \frac{2+2\sqrt{6}+3}{2-3} = -5-2\sqrt{6}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5} - 3\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}(2\sqrt{5} + 3\sqrt{7})}{(2\sqrt{5} - 3\sqrt{7})(2\sqrt{5} + 3\sqrt{7})} = \frac{2\sqrt{15} + 3\sqrt{21}}{(2\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{7})^2} = \frac{2\sqrt{15} + 3\sqrt{21}}{20 - 63}$$

$$= \frac{2\sqrt{15} + 3\sqrt{21}}{-43}$$

6

$$A = \sqrt{3}(4 + 2\sqrt{3})$$

$$= 4\sqrt{3} + 6$$

$$B = (1 + 7\sqrt{5})(5 - 3\sqrt{5})$$

$$B = 5 - 3\sqrt{7} + 35\sqrt{5} - 21\sqrt{35}$$

$$C = (2\sqrt{5} - 3)^2$$

$$C = (2\sqrt{5})^2 - 2 \times 2\sqrt{5} \times 3 + 3^2$$

$$C = 20 - 12\sqrt{5} + 9$$

$$C = 29 - 12\sqrt{5}$$

$$D = (\sqrt{5} + 2\sqrt{3})(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})$$

$$D = (\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{3})^2$$

$$D = 5 - 12$$

$$D = -7$$

$$E = (\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$$

$$E = 3 + 4\sqrt{6} + 8 - 3 - 2\sqrt{6}$$

$$E = 8 - 2\sqrt{6}$$

7

$$H = 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-\sqrt{3}}} = 1 - \frac{1}{1 - \frac{1+\sqrt{3}}{1-3}} = 1 - \frac{1}{\frac{-2-1-\sqrt{3}}{-2}} = 1 - \frac{1}{\frac{3+\sqrt{3}}{2}} = 1 - \frac{2}{3+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3+\sqrt{3}-2}{3+\sqrt{3}} = \frac{(1+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})} = \frac{3-\sqrt{3}+3\sqrt{3}-3}{9-3} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$I = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{(2+\sqrt{3})^2 + (2-\sqrt{3})^2}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{4+4\sqrt{3}+3+4-4\sqrt{3}+3}{4-3} = 14$$

$$J = \sqrt{(3-2\sqrt{5})^2} = |3-2\sqrt{5}| = 2\sqrt{5} - 3 \text{ car } 3-2\sqrt{5} < 0$$

$$K = 3\sqrt{80} - \sqrt{180} - 2\sqrt{45} = 3\sqrt{16 \times 5} - \sqrt{36 \times 5} - 2\sqrt{9 \times 5} = 12\sqrt{5} - 6\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 0$$

$$L = \sqrt{\frac{27}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{49}} = \sqrt{\frac{3 \times 9 \times 8}{2 \times 49}} = \sqrt{\frac{3 \times 9 \times 4}{49}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{9} \times \sqrt{4}}{\sqrt{49}} = \frac{2 \times 3 \times \sqrt{3}}{7} = \frac{6}{7}\sqrt{3}$$

$$M = \sqrt{\frac{8}{9}} \times \sqrt{\frac{12}{25}} \times \sqrt{\frac{225}{24}} = \sqrt{\frac{8 \times 12 \times 225}{9 \times 25 \times 24}} = \sqrt{\frac{4 \times 24 \times 9 \times 25}{9 \times 25 \times 24}} = \sqrt{4} = 2$$

$$N = (1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{2}) = (1 - 3)(2 + \sqrt{2}) = -2(2 + \sqrt{2}) = -4 - 2\sqrt{2}$$

8

$$\text{a) } x = \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3} \quad \text{et} \quad y = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$$

$$\text{b) } (x - y)^2 = (5\sqrt{3} - 4\sqrt{5})^2 = 25 \times 3 - 2 \times 5 \times 4\sqrt{3} \times \sqrt{5} + 16 \times 5 = 75 - 40\sqrt{15} + 80$$

$$= 155 - 40\sqrt{15}$$

$$\begin{aligned} \frac{xy}{x+y} &= \frac{(5\sqrt{3})(4\sqrt{5})}{5\sqrt{3} + 4\sqrt{5}} = \frac{20\sqrt{3} \times \sqrt{5}(5\sqrt{3} - 4\sqrt{5})}{(5\sqrt{3} + 4\sqrt{5})(5\sqrt{3} - 4\sqrt{5})} = \frac{20 \times 3 \times 5\sqrt{5} - 20 \times 4 \times 5\sqrt{3}}{75 - 80} \\ &= \frac{300\sqrt{5} - 400\sqrt{3}}{-10} = 40\sqrt{3} - 30\sqrt{5} \end{aligned}$$

9

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{3 + 2\sqrt{2} + 2}{3 - 2} = 5 + 2\sqrt{2}$$

$\frac{10+4\sqrt{2}}{2} = 5 + 2\sqrt{2}$, On a $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{10+4\sqrt{2}}{2}$ donc le tableau est un tableau de proportionnalité.

10

$$\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2} = \frac{\sqrt{9 \times 2}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{9 \times 2}{4}} = \sqrt{\frac{9}{2}} = \sqrt{4,5}$$

$$\sqrt{\sqrt{2} + 1} \times \sqrt{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \sqrt{2 - 1} = \sqrt{1} = 1$$

11

$$\text{1.a) } (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = 2 - 1 = 1$$

b)

$$\begin{aligned}
 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\sqrt{2}+1}}} &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \sqrt{2}-1}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\sqrt{2}+1}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\sqrt{2}+1}} \\
 &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}} = 1 + \frac{1}{2 + \sqrt{2}-1} = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}+1} = 1 + \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} \\
 &= 1 + \sqrt{2} - 1 = \sqrt{2} \text{ CQFD. } \quad (\text{ce qu'il fallait démontrer})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5\sqrt{(1+6)^2}}}}} = \sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5\sqrt{7^2}}}}} \\
 &= \sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5\sqrt{7^2}}}}} = \sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 35}}}} \\
 &= \sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 35}}}} = \sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{36}}}} \\
 &= \sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4 \times 6}}} = \sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{25}}} = \sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3 \times 5}} = \sqrt{1 + 2\sqrt{16}} \\
 &= \sqrt{1 + 2 \times 4} = \sqrt{9} = 3 \quad \text{cqfd}
 \end{aligned}$$

12

$$(-2)^2 \times (-\sqrt{5})^2 = 4 \times 5 = 20$$

$$\frac{(-0,1)^3}{(-0,1)^5} = (0,1)^{3-5} = \frac{1}{(-0,1)^2} = 100. \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^4 = \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{\sqrt{3}}\right)^4 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{16}{9}.$$

$$\begin{aligned}
 (-\sqrt{5})^3 \times (-\sqrt{5})^2 &= (-\sqrt{5}) \times (-\sqrt{5})^2 \times (\sqrt{5})^2 \\
 &= -25\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

13

$$A = \left(\sqrt{a^5 \times b^6 \times c^{30}}\right)^2$$

$$= a^5 b^6 c^{30}$$

$$\begin{aligned} B &= (\sqrt{a^{34} \times b^{57} \times c^{175}})^5 \\ &= (\sqrt{a^{34} \times b^{57} \times c^{175}})^4 \times (\sqrt{a^{34} \times b^{57} \times c^{175}})^1 \\ &= (a^{34} b^{57} c^{175})^2 (\sqrt{a^{34} b^{57} c^{175}})^1 \\ &= a^{68} b^{114} c^{350} (\sqrt{a^{34} \times b^{57} \times c^{175}})^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \left(\frac{\sqrt{a^{75} \times b^{552} \times c^{127}}}{\sqrt{a^{33} \times b^{133} \times c^{355}}} \right)^3 \\ &= \left(\sqrt{\frac{a^{75} b^{552} c^{127}}{a^{33} b^{133} c^{355}}} \right)^3 \\ &= \left(\sqrt{\frac{a^{42} b^{419}}{c^{228}}} \right)^3 \\ &= \left(\sqrt{\frac{a^{42} b^{419}}{c^{228}}} \right)^2 \times \sqrt{\frac{a^{42} b^{419}}{c^{228}}} \\ &= \frac{a^{42} b^{419}}{c^{228}} \times \frac{a^{21} b^{209}}{c^{114}} \sqrt{b} \\ &= \frac{a^{63} b^{628}}{c^{342}} \sqrt{b} \end{aligned}$$

14

$$\begin{aligned} A &= a^2 - 2 \\ A &= a^2 - (\sqrt{2})^2 \\ A &= (a + \sqrt{2})(a - \sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= x\sqrt{3} - x^2\sqrt{3} \\ B &= x\sqrt{3}(1 - x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= x^2 - 2\sqrt{7}x + 7 \\ C &= (x - \sqrt{7})^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (x - 2)^2 - 5 \\ D &= (x - 2)^2 - (\sqrt{5})^2 \\ D &= (x - 2 - \sqrt{5})(x - 2 + \sqrt{5}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 5x^2 - 8 \\ E &= (\sqrt{5}x)^2 - (2\sqrt{2})^2 \\ E &= (\sqrt{5}x + 2\sqrt{2})(\sqrt{5}x - 2\sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$F = (\sqrt{5} - 1)x - \sqrt{5} + 1$$

$$F = (\sqrt{5} - 1)x - (\sqrt{5} - 1)$$

$$F = (\sqrt{5} - 1)(x - 1)$$

$$G = 7 + 4\sqrt{7}x + 4x^2 - (\sqrt{7} + 2x)(5x - 3\sqrt{7})$$

$$G = (\sqrt{7} + 2x)^2 - (\sqrt{7} + 2x)(5x - 3\sqrt{7})$$

$$G = (\sqrt{7} + 2x)[(\sqrt{7} + 2x) - (5x - 3\sqrt{7})]$$

$$G = (\sqrt{7} + 2x)(\sqrt{7} + 2x - 5x + 3\sqrt{7})$$

$$G = (\sqrt{7} + 2x)(4\sqrt{7} - 3x)$$

15

$$1. \quad x + 2 = x\sqrt{2} \Leftrightarrow x - x\sqrt{2} = -2$$

$$\Leftrightarrow x(1 - \sqrt{2}) = -2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2}{1 - \sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2(1 + \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2(1 + \sqrt{2})}{1 - 2}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 + 2\sqrt{2}$$

$2 + 2\sqrt{2}$ est la solution de l'équation.

$$2. \quad x + 4\sqrt{3} - 1 = 2x\sqrt{3} - 4 \Leftrightarrow x - 2x\sqrt{3} = -4 + 1 - 4\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x(1 - 2\sqrt{3}) = -3 - 4\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 - 4\sqrt{3}}{1 - 2\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{(-3 - 4\sqrt{3})(1 + 2\sqrt{3})}{(1 - 2\sqrt{3})(1 + 2\sqrt{3})}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 - 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 8 \times 3}{1 - 12}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-27 - 10\sqrt{3}}{-11}$$

$\frac{27+10\sqrt{3}}{11}$ est la solution de l'équation

$$3. \quad \frac{x}{4 + \sqrt{5}} = \frac{4 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2} \Leftrightarrow x = \frac{(4 - \sqrt{5})(4 + \sqrt{5})}{\sqrt{5} - 2} \Leftrightarrow x = \frac{16 - 5}{\sqrt{5} - 2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{11(\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} = \frac{11}{3}(\sqrt{5} + 2)$$

$\frac{11}{3}(\sqrt{5} + 2)$ est la solution de l'équation.

$$\begin{aligned}
4. \quad \frac{1-2x}{3\sqrt{2}+1} &= \frac{2x}{3\sqrt{2}} \Leftrightarrow 3\sqrt{2}(1-2x) = 2x(3\sqrt{2}+1) \\
&\Leftrightarrow -6x\sqrt{2} - x(6\sqrt{2}+2) = -3\sqrt{2} \\
&\Leftrightarrow x(-12\sqrt{2}-2) = -3\sqrt{2} \\
&\Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{12\sqrt{2}+2} \\
&\Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{2}(12\sqrt{2}-2)}{(12\sqrt{2}+2)(12\sqrt{2}-2)} \\
&\Leftrightarrow x = \frac{72-6\sqrt{2}}{288-4} \\
&\Leftrightarrow x = \frac{36-3\sqrt{2}}{142}
\end{aligned}$$

$\frac{36-3\sqrt{2}}{142}$ est la solution de l'équation

$$\begin{aligned}
5. \quad x - \frac{5+\sqrt{7}}{2} + \frac{x}{\sqrt{7}} &= 0 \Leftrightarrow x - \frac{x}{\sqrt{7}} = \frac{5+\sqrt{7}}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}}\right)x = \frac{5+\sqrt{7}}{2} \\
&\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{7}(5+\sqrt{7})}{2(\sqrt{7}-1)} \Leftrightarrow \frac{(5\sqrt{7}+7)(\sqrt{7}+1)}{2(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+1)} \\
&\Leftrightarrow x = \frac{35+5\sqrt{7}+4\sqrt{7}+7}{2(7-1)} \Leftrightarrow x = \frac{42+9\sqrt{7}}{12}
\end{aligned}$$

$\frac{14+3\sqrt{7}}{4}$ est la solution de l'équation

16

$$1. \quad x^2 = 4 - \sqrt{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{4 - \sqrt{2}} \text{ ou } x = -\sqrt{4 - \sqrt{2}}$$

$$2. \quad 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{4}{5} \text{ impossible donc pas de solution}$$

$$\begin{aligned}
3. \quad 2x^2 - 3 = 0 &\Leftrightarrow (x\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 = 0 \Leftrightarrow (x\sqrt{2} - \sqrt{3})(x\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 0 \\
&\Leftrightarrow x\sqrt{2} - \sqrt{3} = 0 \text{ ou } x\sqrt{2} + \sqrt{3} = 0
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \text{ ou } x = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ ou } x = -\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$4. \quad x^2 - 2x\sqrt{3} + 3 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{3})^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}
5. \quad (x+1)^2 - 2 &= 0 \Leftrightarrow x+1 = \sqrt{2} \text{ ou } x+1 = -\sqrt{2} \\
&\Leftrightarrow x = -1 + \sqrt{2} \text{ ou } x = -1 - \sqrt{2}
\end{aligned}$$

17

$$A = \sqrt{1,21} \times \sqrt{100} = \sqrt{1,21 \times 100} = \sqrt{121} = 11$$

$$B = \sqrt{7,2} \times \sqrt{10} = \sqrt{7,2 \times 10} = \sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$$

$$C = \sqrt{1,69 \times 300} = \sqrt{507} = \sqrt{3 \times 169} = 13\sqrt{3}$$

$$D = \sqrt{27} - \frac{3}{4}\sqrt{12} - \sqrt{75} + \frac{5}{6}\sqrt{192} = 3\sqrt{3} - \frac{3}{2}\sqrt{3} + \frac{5}{3} \times 4\sqrt{3} = \frac{49}{6}\sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{20} - \frac{3}{4}\sqrt{80} + 2\sqrt{2,45} = 2\sqrt{5} - \frac{3}{4} \times 4\sqrt{5} + 2\sqrt{\frac{245}{100}} = -\sqrt{5} + \frac{7}{5}\sqrt{5} = \frac{2}{5}\sqrt{5}$$

$$F = \frac{7}{3}\sqrt{\frac{54}{16}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{24}{81}} = \frac{7}{4}\sqrt{6} - \frac{3}{8}\sqrt{6} = \frac{11}{8}\sqrt{6}$$

18

$$E = 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$F = (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 2 - 3 = -1$$

$$G = -2\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$$

$$H = \frac{4}{5} - 3 = -\frac{11}{5}$$

19

$$H = 3\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 30\sqrt{2} = 13\sqrt{2}$$

$$P = 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 30\sqrt{3} = 26\sqrt{3}$$

$$K = \sqrt{2 \times 2021(2022 - 1)} = 2021\sqrt{2}$$

20

Pour tout nombre réel x on pose $A(x) = (1 - \sqrt{5})x^2 + 2(1 + \sqrt{5})x - 8$

Pour $x = \sqrt{5}$ on a : $A(1 + \sqrt{5}) = 5(1 - \sqrt{5}) + 2(1 + \sqrt{5}) \times \sqrt{5} - 8 = 7 - 3\sqrt{5}$

Pour $x = 1 + \sqrt{5}$ on a : $A(1 + \sqrt{5}) = (1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5})^2 + 2(1 + \sqrt{5}) \times (1 + \sqrt{5}) - 8 = 0$

Pour $x = 1 - \sqrt{5}$ on a : $A(1 - \sqrt{5}) = (1 - \sqrt{5})(1 - \sqrt{5})^2 + 2(1 + \sqrt{5}) \times (1 - \sqrt{5}) - 8 = -8\sqrt{5}$

21

On donne la fraction rationnelle R telle que $R = \frac{x + \sqrt{2}}{x^2 - 2}$

1) a) R existe si et seulement si $x^2 - 2 \neq 0$

R existe si et seulement si $x \neq \sqrt{2}$ et $x \neq -\sqrt{2}$

b) pour $x \neq \sqrt{2}$ et $x \neq -\sqrt{2}$ on a : $R = \frac{1}{x - \sqrt{2}}$

2) Pour $x = -2\sqrt{2}$ on a : $R = \frac{1}{-2\sqrt{2}-\sqrt{2}} = \frac{1}{-3\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{3}$

22

1) $a = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{4-3} = 2\sqrt{2} - \sqrt{6}$ et $b = \frac{-2}{\sqrt{6}+2\sqrt{2}} = \frac{-2(\sqrt{6}-2\sqrt{2})}{-2} = \sqrt{6} - 2\sqrt{2}$

2) On a : $a + b = 2\sqrt{2} - \sqrt{6} + \sqrt{6} - 2\sqrt{2} = 0$ donc a et b sont opposés.

23

$$A = 2x^2 - 3 = (x\sqrt{2} - \sqrt{3})(x\sqrt{2} + \sqrt{3})$$

$$B = x^2 - 2 + (x - \sqrt{2})(2x - \sqrt{2}) = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) + (x - \sqrt{2})(2x - \sqrt{2})$$

$$= (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2} + 2x - \sqrt{2}) = 3x(x - \sqrt{2})$$

$$C = 2x\sqrt{3} - 3x^2 + (4 - 3x^2) = x\sqrt{3}(2 - x\sqrt{3}) + (2 - x\sqrt{3})(2 + x\sqrt{3})$$

$$= (2 - x\sqrt{3})(x\sqrt{3} + 2 + x\sqrt{3}) = 2(2 - x\sqrt{3})(1 + x\sqrt{3})$$

24

1) a) $E = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{7})^2}{5-7} = \frac{5+7-2\sqrt{35}}{-2} = \sqrt{35} - 6$

b) on a $35 < 36 \Leftrightarrow \sqrt{35} < 6 \Leftrightarrow \sqrt{35} - 6 < 0$ donc E est négatif.

2) a) $E^2 = (\sqrt{35} - 6)^2 = 35 + 36 - 12\sqrt{35} = 71 - 12\sqrt{35}$

b) $B = \sqrt{71 - 12\sqrt{35}} = \sqrt{E^2} = |E| = -E = 6 - \sqrt{35}$

25

a) $3x - \sqrt{3} = 2 - x\sqrt{3} \Leftrightarrow (3 + \sqrt{3})x = 2 + \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{2+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{(2+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}{9-3} = \frac{6+\sqrt{3}-3}{6}$

$$x = \frac{3 + \sqrt{3}}{6}$$

b) $16x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow (4x - \sqrt{5})(4x + \sqrt{5}) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{4}$ ou $x = -\frac{\sqrt{5}}{4}$

c) $2x + \sqrt{3} > 3x + 1 \Leftrightarrow \sqrt{3} - 1 > x \Leftrightarrow x \in]-\infty; \sqrt{3} - 1[$

d) $x - \sqrt{5} \geq -2 \Leftrightarrow x \geq \sqrt{5} - 2 \left\{ \Leftrightarrow x \in [\sqrt{5} - 2; +\infty[\right.$

26

1. $A \times B = (5 - 2\sqrt{6})(5 + 2\sqrt{6}) = 25 - 24 = 1$ donc A et B sont deux nombres inverses l'un de l'autre

2. $B = \frac{1}{A}$ or $0,101 < A < 0,102$ donc $\frac{1}{0,102} < \frac{1}{A} < \frac{1}{0,101}$ d'où $9,80 < B < 9,90$

27

1) $a = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{3-1} = \frac{3+1-2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3}$; $c = \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2}{4} = \frac{6+2-4\sqrt{3}}{4} = 2 - \sqrt{3}$

2) on a: $a = 2 - \sqrt{3}$ et $c = 2 - \sqrt{3}$ donc $a = c$.

$$b = \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

28

$$1) a = \frac{-\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{3}(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} = \frac{-2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{4-2} = \frac{\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} - \sqrt{3}$$

$$2) a \times b = \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - \sqrt{3}\right)(\sqrt{6} + 2\sqrt{3}) = \frac{6}{2} + \sqrt{3} \times \sqrt{6} - \sqrt{3} \times \sqrt{6} - 2 \times 3 = 3 - 6 = -3$$

29

$$a) a + b = \frac{-3}{3+2\sqrt{3}} + 2\sqrt{3} - 3 = \frac{-3+6\sqrt{3}-9+12-6\sqrt{3}}{3+2\sqrt{3}} = \frac{0}{3+2\sqrt{3}} = 0$$

b) $a + b = 0$, on dit que les réels a et b sont opposés.

Exercices d'approfondissement

30

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{5 - 2\sqrt{6}}{5 + 2\sqrt{6}} + \frac{5 + 2\sqrt{6}}{5 - 2\sqrt{6}} = \frac{(5 - 2\sqrt{6})^2 + (5 + 2\sqrt{6})^2}{25 - 24} = 25 + 24 - 20\sqrt{6} + 25 + 24 + 20\sqrt{6}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 98 \text{ et } 98 \in \mathbb{N} \text{ donc } \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \text{ est un nombre entier naturel}$$

31

$$1) a) a = (3 + 2\sqrt{2})^2 = 9 + 8 + 12\sqrt{2} = 17 + 12\sqrt{2};$$

$$b = (3 - 2\sqrt{2})^2 = 9 + 8 - 12\sqrt{2} = 17 - 12\sqrt{2}.$$

$$b) A = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}} + \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} = \sqrt{(3 + 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} = 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2}$$

$$A = 6$$

2) a) $XY = \sqrt{(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})} = \sqrt{9 - 8} = 1$. On dit que X et Y sont inverses l'un de l'autre.

$$b) B = X - Y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}.$$

on a : $3 + 2\sqrt{2} > 3 - 2\sqrt{2}$ soit $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} > 0$ donc $B > 0$

$$c) B^2 = 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} - 2 = 4 \text{ et Comme } B > 0 \text{ on a : } B = 2$$

32

1) On a : $AB = \sqrt{300} - \sqrt{147} = 3\sqrt{3}$ et $BC = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$
 ABCD est un rectangle et $AB = BC$ donc ABCD est un carré

2) L'aire du carré ABCD est $AB^2 = (3\sqrt{3})^2 = 27$

33

1) $l = 2\sqrt{12} + \sqrt{147} - 5 = 11\sqrt{3} - 5$ hm et $L = l + 10 = 11\sqrt{3} + 5$ hm

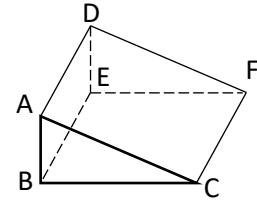
2) $P = 2(L + l) = 2(2 \times 11\sqrt{3}) = 44\sqrt{3}$ hm

3) $A = L \times l = (11\sqrt{3} - 5)(11\sqrt{3} + 5) = 121 \times 3 - 25 = 338$ hm²

34

On donne le prisme droit ci-contre (l'unité est le mètre),

où $AB = 2 - \sqrt{2}$; $BC = 2 + \sqrt{2}$; $AC = 2\sqrt{3}$ et $AD = 1 + \sqrt{3}$



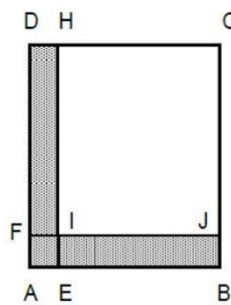
1) $A_{Latérale} = P_{base} \times h = (AB + AC + BC) \times AD$

$A_{Latérale} = (2 - \sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2 + \sqrt{2})(1 + \sqrt{3}) = 10 + 6\sqrt{3}$ m²

2) $A_{Totale} = A_{Latérale} + 2A_{Base} = 10 + 6\sqrt{3} + 2 \left(\frac{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}{2} \right) = 12 + 6\sqrt{3}$ m²

3) $V = A_{Base} \times h = \frac{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}{2} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ m³

35



Partie A

1) On a : $2 \left[\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2} \right) (5\sqrt{7} - 2) \right]^2 - 4(5\sqrt{7} - 2) \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2} \right) (5\sqrt{7} - 2) + (5\sqrt{7} - 2)^2 = 0$
donc A est solution de (E)

On a : $2 \left[\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2} \right) (5\sqrt{7} - 2) \right]^2 - 4(5\sqrt{7} - 2) \left(\frac{2+\sqrt{2}}{2} \right) (5\sqrt{7} - 2) + (5\sqrt{7} - 2)^2 = 0$
donc B est solution de (E)

2) Posons $DH = x$

$A_{Canalisation} = x(5\sqrt{7} - 2) + x(5\sqrt{7} - 2 - x)$; $A_{CHIJ} = (5\sqrt{7} - 2 - x)^2$

$A_{Canalisation} = A_{CHIJ} \Leftrightarrow x(5\sqrt{7} - 2) + x(5\sqrt{7} - 2 - x) = (5\sqrt{7} - 2 - x)^2$

$\Leftrightarrow (E): 2x^2 - 4(5\sqrt{7} - 2)x + (5\sqrt{7} - 2)^2 = 0$

On sait que A et B sont solution de (E) et $DH < DC$ c'est-à-dire $x < 5\sqrt{7} - 2$. La valeur de DH respectant toutes ces conditions est A donc :

$$DH = A = \left(\frac{2 - \sqrt{2}}{2}\right)(5\sqrt{7} - 2)$$

Partie B

Première méthode : $A = A_{ABCD} - A_{CHIJ}$

$$A = (5\sqrt{7} - 2)^2 - (3\sqrt{3} + 2)^2 = (5\sqrt{7} - 2 + 3\sqrt{3} + 2)(5\sqrt{7} - 2 - 3\sqrt{3} - 2)$$

$$A = (8\sqrt{7})(2\sqrt{7} - 4) = 16 \times 7 - 32\sqrt{7} = 112 - 32\sqrt{7}$$

Deuxième méthode : $A = A_{DHEA} + A_{EBJI}$

$$DH = 5\sqrt{7} - 2 - 3\sqrt{7} - 2 = 2\sqrt{7} - 4$$

$$A = (5\sqrt{7} - 2)(2\sqrt{7} - 4) + (2\sqrt{7} - 4)(3\sqrt{7} + 2) = (2\sqrt{7} - 4) \times 8\sqrt{7} = 112 - 32\sqrt{7}$$

36

$$1) \quad x = -2 - x\sqrt{3} \Leftrightarrow x + x\sqrt{2} = -2 \Leftrightarrow x(1 + \sqrt{3}) = -2 \Leftrightarrow x = \frac{-2}{1 + \sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2(1 - \sqrt{3})}{1 - 3} \Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{3}$$

$$2) \quad 1,732 < \sqrt{3} < 1,733$$

$$-1,733 < -\sqrt{3} < 1,732$$

$$1 - 1,733 < 1 - \sqrt{3} < 1 - 1,732$$

$$-0,733 < 1 - \sqrt{3} < -0,732 \quad \Leftrightarrow \quad -0,74 < 1 - \sqrt{3} < -0,73$$

37

1) a- Le signe de A

$$\left. \begin{array}{l} (\sqrt{3})^2 = 3 \\ 2^2 = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{on a } 3 < 4 \\ \sqrt{3} < 2 \\ \sqrt{3} - 2 < 0 \end{array} \Bigg\} \text{ donc } A < 0$$

$$b) \quad \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} = |\sqrt{3} - 2| = 2 - \sqrt{3} \quad \text{car } \sqrt{3} - 2 < 0$$

$$2) \quad A \times B = (\sqrt{3} - 2)(-\sqrt{3} - 2) = -3 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 4 = 4 - 3 = 1$$

donc A et B sont inverses l'un de l'autre

$$3) \quad C = \frac{1}{A} \times (1 - \sqrt{3}) + \frac{1}{B} (1 + \sqrt{3}) = B(1 - \sqrt{3}) + A(1 + \sqrt{3})$$

$$= (-\sqrt{3} - 2)(1 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} - 2)(1 + \sqrt{3})$$

$$= -\sqrt{3} + 3 - 2 + 2\sqrt{3} + \sqrt{3} + 3 - 2 - 2\sqrt{3}$$

$$= 6 - 4 = 2 \quad , \quad C \text{ est donc un entier naturel.}$$

$$4) \quad 1,732 < \sqrt{3} < 1,733$$

$$-1,733 < -\sqrt{3} < -1,732$$

$$-2 - 1,733 < -\sqrt{3} - 2 < -1,732 - 2$$

$$-3,733 < -\sqrt{3} - 2 < -2,732 \quad \text{donc } -3,74 < B < -3,73$$

38

- 1) $(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2}) = 9 - 8 = 1$, ainsi les nombres réels $3 - 2\sqrt{2}$ et $3 + 2\sqrt{2}$ sont inverses l'un de l'autre.
- 2) $\frac{1}{2\sqrt{2}-3} + 3 + 2\sqrt{2} = -3 - 2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2} = 0$ donc les nombres réels $\frac{1}{2\sqrt{2}-3}$ et $3 + 2\sqrt{2}$ sont opposés.

39

1) $A = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})} = \frac{6+2\sqrt{12}+2}{6-2} = \frac{8+4\sqrt{3}}{4} = 2 + \sqrt{3}$

2) a) Signe de B

$$\left. \begin{array}{l} (5\sqrt{2})^2 = 50 \\ (4\sqrt{3})^2 = 48 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ona } 50 > 48 \\ 5\sqrt{2} > 4\sqrt{3} \\ 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} > 0 \end{array} \quad \text{donc } B > 0$$

b) $B^2 = (5\sqrt{2} - 4\sqrt{3})^2 = 50 - 40\sqrt{6} + 48 = 78 - 40\sqrt{6}$

$$D = \sqrt{78 - 40\sqrt{6}} = \sqrt{(5\sqrt{2} - 4\sqrt{3})^2} = |5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}| = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} \text{ car}$$

$$5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} > 0$$

3) on a : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ et $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$

soit $-4(1,733) < -4\sqrt{3} < -4(1,732)$

$$5 \times 1,414 - 6,932 < 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} < 5 \times 1,415 - 6,928$$

$$0,138 < 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} < 0,147. \text{ Ainsi } 0,138 < B < 0,147$$

40

1. $A(x)$ existe ssi $x^2 - x\sqrt{2} \neq 0 \Leftrightarrow x(x - \sqrt{2}) \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq 0 \text{ et } x \neq \sqrt{2}$$

2. Pour $x \neq 0$ et $x \neq \sqrt{2}$ on a : $A(x) = \frac{x^2(x+\sqrt{2})}{x^2-x\sqrt{2}} = \frac{x^2(x+\sqrt{2})}{x(x-\sqrt{2})} = \frac{x(x+\sqrt{2})}{x-\sqrt{2}}$

3. Pour $x = 1$, on a $A(1) = \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{(1+\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \frac{1+2\sqrt{2}+2}{1-2} = -3 - 2\sqrt{2}$

Pour $x = 0$, $A(0)$ n'existe pas

Pour $x = 2\sqrt{2}$, on a $A(2\sqrt{2}) = \frac{2\sqrt{2}(2\sqrt{2}+\sqrt{2})}{2\sqrt{2}-\sqrt{2}} = \frac{6 \times 2}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$

Pour $x = 3 + 5\sqrt{2}$, on a $A(3 + 5\sqrt{2}) = \frac{(3+5\sqrt{2})(3+5\sqrt{2}+\sqrt{2})}{3+5\sqrt{2}-\sqrt{2}} = \frac{(3+5\sqrt{2})(3+6\sqrt{2})}{3+4\sqrt{2}}$

$$= \frac{9+18\sqrt{2}+15\sqrt{2}+60}{3+4\sqrt{2}} = \frac{69+33\sqrt{2}}{3+4\sqrt{2}} =$$

$$\frac{(69+33\sqrt{2})(3-4\sqrt{2})}{(3+4\sqrt{2})(3-4\sqrt{2})} = \frac{207-276\sqrt{2}+99\sqrt{2}-264}{9-32} = \frac{-57-177\sqrt{2}}{-23} = \frac{57+177\sqrt{2}}{23}$$

41

- $P_{ABCD} = P_{EFGH} \Leftrightarrow 2(L + l) = 4c$ en posant $FG = L$ etc $= 1 + \sqrt{3}$,
on obtient $2L + 2 = 4(1 + \sqrt{3}) \Leftrightarrow 2L = 2 + 4\sqrt{3}$
 $\Leftrightarrow L = 1 + 2\sqrt{3}$
- $A_{ABCD} = A_{EFGH} \Leftrightarrow 1 \times L = (1 + \sqrt{3})^2$
 $\Leftrightarrow L = 1 + 2\sqrt{3} + 3 = 4 + 2\sqrt{3}$

42

- $(a - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$
- a) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \Leftrightarrow a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0 \Leftrightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab}$
b) $\sqrt{a + b + 2\sqrt{ab}} = \sqrt{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2} = |\sqrt{a} + \sqrt{b}| = \sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$
c) on a $a + b + 2\sqrt{ab} \geq a + b \Leftrightarrow \sqrt{a + b + 2\sqrt{ab}} \geq \sqrt{a + b}$
 $\Leftrightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a + b}$

43

$$AB = \sqrt{325} = \sqrt{25 \times 13} = 5\sqrt{13}$$

$$AC = \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13}$$

$$BC = \sqrt{637} = \sqrt{49 \times 13} = 7\sqrt{13}$$

On remarque que $5\sqrt{13} + 2\sqrt{13} = 7\sqrt{13}$ c'est-à-dire que $AB + AC = BC$ ce qui prouve que $A \in [BC]$ donc effectivement les points A , B et C sont alignés. Ainsi Koffi a raison.

Situations d'évaluation

44

$$1. A = L \times l = \frac{(5+2\sqrt{5})}{5} (5 - 2\sqrt{5}) = \frac{5}{5} = 1 \text{ km}^2$$

- Pour 1 km² de champ il faut 50kg d'engrais. 19kg ne peuvent couvrir qu'une aire de $\frac{19}{50} = 0,38 \text{ km}^2$. Or le champ de M. Irié a une aire de champ plus grande que les 0,38 km². Ainsi le stock d'engrais que possède M. IRIE ne suffit pas pour améliorer le rendement de son verger.



Calcul numérique

Situation d'Apprentissage

Faire lire la situation d'apprentissage à haute voix une ou deux fois par un ou deux bon(s) lecteur(s).

Expliquer les mots difficiles à la demande des apprenants.

Ici par exemple : Pertinent signifie juste, approprié, bien-fondé

Poser oralement les questions/consignes suivantes :

Questions/consignes	Réponses attendues
De quoi parle le texte	Il s'agit d'un commerçant qui veut acheter un terrain, d'un propriétaire qui veut vendre et qui souhaite savoir si son terrain répond aux critères de l'acheteur
Quels sont les acteurs de cet évènement ?	Il y a le commerçant (acheteur) Le propriétaire (vendeur) La fille (l'élève)
Dans quel établissement fréquente la fille	Lycée Moderne d'Angré
Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ?	L'aire du terrain du vendeur est-il compris entre 230 m ² et 300 m ²
Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ?	Le calcul de l'aire du terrain et la comparaison du résultat obtenu avec 230m ² et avec 300 m ²
Que décident de faire les acteurs ?	Travailler ensemble pour voir si le vendeur peut proposer son terrain à cet acheteur ;

Dans cette situation l'aire recherchée est comprise entre 230 m² et 300 m². On dit aussi qu'il est dans l'intervalle 230 à 300. Cette leçon, intitulé calcul numérique nous aidera à intervalles selon le plan suivant :

- 1) Intervalles
- 2) Réunion et intersection d'Intervalles
- 3) Inégalités et opération
- 4) Comparaison
- 5) Encadrement

Installation des habiletés

Activités

1

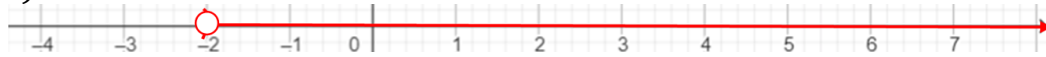
Intervalles

1. Présentation

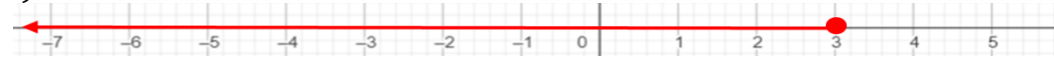
Activité

Les nombres cherchés sont représentés en rouge.

1)



2)



3)



4)



5)



Exercices de fixation

Exercice 1

- 1) $[-3 ; 7]$
- 2) $] -7 ; \rightarrow[$
- 3) $] \leftarrow ; 0]$

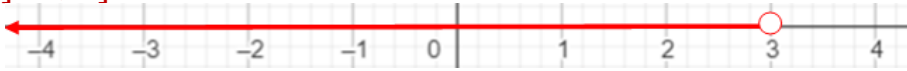
Exercice 2

- 1) $] 1 ; 6[$
- 2) $] -5 ; -2]$
- 3) $[10 ; \rightarrow[$

2. Intervalle et inégalité

Activité

1)

$[1 ; 5[$  $]← ; 3]$  $]2 ; →[$ 

2)

 $[1 ; 5[$ donne $1 < x < 5$ $]← ; 3]$ donne $x \leq 3$ $]2 ; →[$ donne $x > 2$

Exercices de fixation

Exercice 1

a) $-7 \leq x \leq 0$

b) $1 \leq x < 2$

c) $x < 9$

d) $x > 5$

e) $2 < x < 4$

Exercice 2

a) $-3 \leq x \leq 5$

b) $3 \leq x < 5$

c) $x < -8$

d) $x > 9$

e) $-2 < x < 2$

3. Amplitude, centre d'un intervalle

Activité

1. $5 - 2 = 3$

2. $\frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$

3 est l'amplitude de chacun des intervalles cités plus haut et $\frac{7}{2}$ est le centre de chacun de ces intervalles.

Exercices de fixation

Exercice 1

L'amplitude de l'intervalle $[2 ; 5]$ est $5 - 2$ soit 3.

L'amplitude de l'intervalle $[-2 ; 3[$ est $3 - (-2)$ -soit 5.

Exercice 2

L'amplitude de l'intervalle $]4 ; 9[$ est $9 - 4$ soit 5. Son centre est $\frac{4+9}{2}$ soit $\frac{13}{2}$

L'amplitude de l'intervalle $] -7 ; -3[$ est $-3 - (-7)$ soit 4. Son centre est $\frac{-7+(-3)}{2}$ soit -5 .

Activités

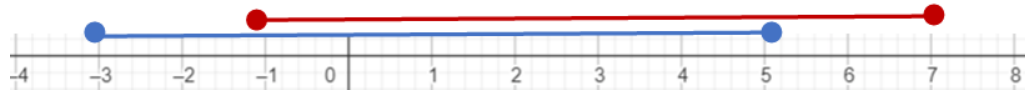
2

Réunion et intersection d'intervalles

1. Intersection de deux ensembles

Activité

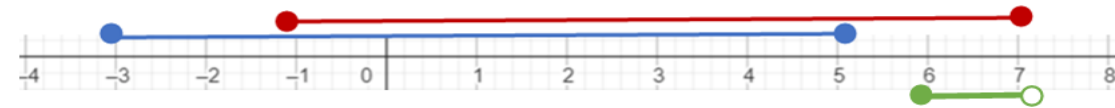
1) et 2)



3) On trouve les nombres de l'intervalle $[-1 ; 5]$

On dit que $I \cap J$ est égal à $[-1 ; 5]$ et on note $I \cap J = [-1 ; 5]$

4)



Non Il n'y a pas d'élément commun à I et à K.

On dit que $I \cap K$ est l'ensemble vide et on note $I \cap K = \emptyset$ ou $I \cap K = \{ \}$

Exercices de fixation

Exercice 1

a) $[-2 ; 3] \cap [1 ; 4] = [1 ; 3]$

b) $[-2 ; 3] \cap [4 ; 5] = \emptyset$

c) $[-2 ; 3] \cap [1 ; 2] = [1 ; 2]$

Exercice 2

a) $[-2 ; 3[\cap]3 ; 4] = \emptyset$

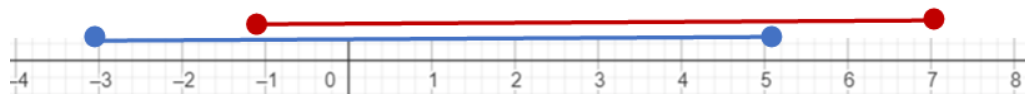
b) $[0 ; 3[\cap]2 ; \rightarrow[= [2 ; 3[$

c) $[-2 ; 3] \cap [-2 ; \rightarrow[= [-2 ; 3]$

2. Réunion de deux ensembles

Activité

1) et 2)



On trouve $[-3 ; 7]$. On dit que $I \cup J$ est égale à $[-3 ; 7]$ et on note I.

Exercices de fixation

Exercice 1

a) $[-2 ; 3] \cup [1 ; 4] = [-2 ; 4]$

b) $[-2 ; 3] \cup [4 ; 5] = [-2 ; 3] \cup [4 ; 5]$

c) $[-2 ; 3] \cup [1 ; 2] = [-2 ; 3]$

Exercice 2

a) $[-2 ; 3[\cup]3 ; 4] = [-2 ; 3[\cup]3 ; 4]$

b) $[0 ; 3[\cup]2 ; \rightarrow[= [0 ; \rightarrow[$

$$c) [-2 ; 3] \cup [-2 ; \rightarrow[= \cup [-2 ; \rightarrow[$$

Activités

3

Inégalité et opération

1. Inégalité et addition

Activité

$$a < b$$

$$a) a + 3 < b + 3$$

$$b) a - 2 < b - 2$$

$$b) a + c < b + c$$

Exercices de fixation

Exercice 1

$$\text{On a : } a \geq b$$

$$\text{Par ajout, } a + 150 \geq b + 150$$

Exercice 2

$$\text{On a : } a < b$$

$$\text{Par ajout de } -3, \text{ on obtient } a - 3 < b - 3$$

Exercice 3

$$\text{On sait que } \sqrt{2} > 1,4$$

$$\text{Par ajout de } -2, \text{ on obtient } \sqrt{2} - 2 > 1,4 - 2 \text{ soit } \sqrt{2} - 2 > -0,6$$

2. Inégalité et multiplication

Activité

$$a < b$$

a)

Etudier le signe de $5a - 5b$

$$5a - 5b = 5(a - b) \text{ or } a < b \text{ c'est-à-dire } a - b < 0.$$

Le produit d'un nombre positif et d'un nombre négatif est négatif.

$$5(a - b) < 0$$

$$\text{Ainsi } 5a - 5b < 0$$

$$\text{Donc } 5a < 5b$$

On constate que l'inégalité n'a pas changé de sens.

$$b) -\frac{5}{2}a - \left(-\frac{5}{2}b\right) = -\frac{5}{2}a + \frac{5}{2}b = -\frac{5}{2}(a - b) \text{ or } a < b \text{ c'est-à-dire } a - b < 0.$$

$$-\frac{5}{2}(a - b) > 0 \text{ car le produit de deux nombres négatifs est positif.}$$

$$-\frac{5}{2}a - \left(-\frac{5}{2}b\right) > 0 \text{ en ajoutant membre à membre } -\frac{5}{2}b \text{ on obtient :}$$

$$-\frac{5}{2}a > -\frac{5}{2}b$$

On constate que l'inégalité a changé de sens.

Exercices de fixation

Exercice 1

$$a < b$$

$$a\sqrt{2} < b\sqrt{2} \text{ car } \sqrt{2} > 0$$

Exercice 2

$$a \geq b$$

$$\text{Alors } -3a \leq -3b \text{ car } -3 < 0$$

Exercice 3

$$1,5 \geq \sqrt{2}$$

En multipliant chaque membre par le nombre positif $\frac{1}{3}$ on obtient : $0,5 \geq \frac{\sqrt{2}}{3}$

Exercice 4

$$\text{On a : } \sqrt{2} > 1,2$$

En multipliant chaque membre par le nombre négatif $-\frac{1}{6}$, on obtient $-\frac{\sqrt{2}}{6} < -0,2$

Activités

4

Comparaison

1. Comparaison et différence

Activité

$$1. \left(3 - \frac{2}{3}\right) - 2 = 3 - \frac{2}{3} - 2 = 1 - \frac{2}{3} = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} > 0 \text{ donc } 3 - \frac{2}{3} > 2$$

$$2. \left(1 - \frac{3}{2}\right) - 2 = 1 - \frac{3}{2} - 2 = -\frac{3}{2} - 1$$

$$-\frac{3}{2} - 1 < 0 \text{ donc } 1 - \frac{3}{2} < 2$$

$$3. 63 > 40$$

Exercices de fixation

Exercice 1

$$(7\sqrt{3} - 2) - (3 + 7\sqrt{3}) = 7\sqrt{3} - 2 - 3 - 7\sqrt{3} = -5$$

$$\text{Donc } 7\sqrt{3} - 2 < 3 + 7\sqrt{3}$$

Exercice 2

$$(\pi - 3) - \left(\pi - \frac{22}{7}\right) = \pi - 3 - \pi + \frac{22}{7} = \frac{-21+22}{7} = \frac{1}{7}$$

$$\text{Donc } \pi - 3 > \pi - \frac{22}{7}$$

Exercice 3

$$(-2 - \sqrt{2}) - (-7 - \sqrt{2}) = +5$$

$$\text{Donc } -2 - \sqrt{2} > -7 - \sqrt{2}$$

2. Comparaison et carré - Comparaison et racine carré

Activité

$$1. a) 5\sqrt{2} = 7,07 \text{ et } 2\sqrt{5} = 4,47$$

$$5\sqrt{2} > 2\sqrt{5}$$

$$b) (5\sqrt{2})^2 = 50 \text{ et } (2\sqrt{5})^2 = 20; \quad (5\sqrt{2})^2 > (2\sqrt{5})^2$$

c) On admettra que les nombres positifs sont rangés dans le même sens que leurs carrés.

$$2. a) 16 > 81$$

$$b) \sqrt{16} = 4 \text{ et } \sqrt{81} = 9; \quad \sqrt{16} > \sqrt{81}$$

$$c) 16 > 81 \text{ et } \sqrt{16} > \sqrt{81}$$

Exercices de fixation

Exercice 1

a) $(5\sqrt{2})^2 = 50$ et $(3\sqrt{5})^2 = 45$ donc $(5\sqrt{2})^2 > (3\sqrt{5})^2$

b) $(5\sqrt{2})^2 > (3\sqrt{5})^2$ donc $5\sqrt{2} > 3\sqrt{5}$

Exercice 2

a) Comparons $3\sqrt{2}$ et 4

$(3\sqrt{2})^2 = 18$ et $4^2 = 16$ donc $3\sqrt{2} > 4$

Ainsi, $-3\sqrt{2} < -4$

b) $(2+\sqrt{3})^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 = 7 + 4\sqrt{3}$

$(\sqrt{4 + 2\sqrt{3}})^2 = 4 + 2\sqrt{3}$

$7 + 4\sqrt{3} > 4 + 2\sqrt{3}$ donc $(2+\sqrt{3})^2 > (\sqrt{4 + 2\sqrt{3}})^2$ enfin $2+\sqrt{3} > \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$

3. Comparaison et inverse

Activité

1. a) $\sqrt{5} + 2 < \sqrt{5} + 3$

b) $\frac{1}{\sqrt{5}+2} = 0,24$ et $\frac{1}{\sqrt{5}+3} = 0,19$

$\frac{1}{\sqrt{5}+2} > \frac{1}{\sqrt{5}+3}$

Les nombres positifs sont rangés dans le sens contraire de leurs inverses. (admis)

2. a) $-5 < -3$

b) $\frac{1}{-5} = -0,2$

$\frac{1}{-3} = -0,33$

$\frac{1}{-5} > \frac{1}{-3}$

Les nombres négatifs sont aussi rangés dans le sens contraire de leurs inverses. (admis)

Exercices de fixation

Exercice 1

a) On a : $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$ donc $\frac{1}{2\sqrt{3}} > \frac{1}{3\sqrt{2}}$

b) On a : $\frac{1}{2\sqrt{3}} > \frac{1}{3\sqrt{2}}$ donc $-\frac{1}{2\sqrt{3}} < -\frac{1}{3\sqrt{2}}$

Exercice 2

a) $\sqrt{2} < 2$ donc $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{2}$

$$b) \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{2} \text{ donc } -\frac{1}{\sqrt{2}} < -\frac{1}{2}$$

Activités

5

Encadrement

1. Encadrement d'une somme

Activité

On sait que $x > a$ et $y > c$ donc $x - a > 0$ et $y - c > 0$

$$(x + y) - (a + c) = (x - a) + (y - c) \text{ et } (x - a) + (y - c) > 0$$

$$\text{Ainsi } (x + y) - (a + c) > 0$$

De même $x < b$ et $y < d$ on obtient $x - b < 0$ et $y - d < 0$

$$(x + y) - (b + d) = (x - b) + (y - d); (x - b) + (y - d) < 0$$

$$(x + y) - (b + d) < 0$$

$$\bullet (x + y) - (a + c) > 0; (x + y) > (a + c)$$

$$\bullet (x + y) - (b + d) < 0; (x + y) < (b + d)$$

$$\text{Donc } (a + c) < (x + y) < (b + d)$$

Exercices de fixation
Exercice 1

$$3 < x < 4 \text{ et } 5 < y < 6$$

$$3 + 5 < x + y < 4 + 6$$

$$8 < x + y < 10$$

Exercice 2

$$-3 < x < -2 \text{ et } 4 < y < 5$$

$$-3 + 4 < x + y < -2 + 5$$

$$1 < x + y < 3$$

Exercice 3

$$1,4 < \sqrt{2} < 1,42 \text{ et } 3,14 < \pi < 3,15$$

$$1,4 + 3,14 < \sqrt{2} + \pi < 1,42 + 3,15$$

$$4,54 < \sqrt{2} + \pi < 4,57$$

Exercice 4

$$-3 < x < -2 \text{ et } 2 < y < 3$$

$$-3 + 2 < x + y < -2 + 3$$

$$-1 < x + y < 1$$

2. Encadrement d'une différence

Activité

$$a) c < y < d \text{ donc } -d < -y < -c$$

$$b) a < x < b \text{ et } -d < -y < -c$$

$$a - d < x - y < b - c$$

$$c) \text{ Pour encadrer } x - y$$

On encadre d'abord $-y$

On encadre ensuite $x + (-y)$

Exercices de fixation

Exercice 1

$$3 < x < 4 \text{ et } 5 < y < 6 \text{ et } -6 < -y < -5$$

$$3 - 6 < x - y < 4 - 5$$

$$-3 < x - y < -1$$

Exercice 2

$$-5 < x < -4 \text{ et } 1 < y < 2; \quad -2 < -y < -1$$

$$-5 - 2 < x - y < -4 - 1$$

$$-7 < x - y < -5$$

Exercice 3

A corriger. C'est $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ et non $1,41 < 2 < 1,42$

$$1,41 < \sqrt{2} < 1,42 \text{ et } 3,14 < \pi < 3,15 \text{ et } -3,15 < -\pi < 3,14$$

$$1,4 - 3,15 < \sqrt{2} - \pi < 1,42 - 3,14$$

$$-1,75 < \sqrt{2} - \pi < -1,72$$

Exercice 4

$$-5 < x < 2 \text{ et } 2 < y < 3 \text{ donc } -3 < -y < -2$$

$$-5 - 3 < x - y < 0$$

$$-8 < x - y < 0$$

3. Encadrement et produit

Activité

a) $5 \leq x \leq 8$ ainsi $5y \leq xy$ car $y \geq 0$

$2 \leq y \leq 3$ ainsi $10 \leq 5y$

Donc $10 \leq 5y \leq xy$

b) $5 \leq x \leq 8$ ainsi $xy \leq 8y$ car $y \geq 0$

$2 \leq y \leq 3$ ainsi $8y \leq 24$

Donc $xy \leq 8y \leq 24$

c) D'après a) et b) on a : $10 \leq xy \leq 24$

Lorsque les nombres x et y sont positifs, pour encadrer xy , on peut multiplier les nombres qui encadrent x et y

2) $-4 \leq z \leq -1$ donc $1 \leq -z \leq 4$

x et $-z$ sont encadrés par des nombres positifs donc :

$$5 \leq x \leq 8$$

$$1 \leq -z \leq 4$$

$$5 \leq -xz \leq 32$$

Exercices de fixation

Exercice 1

$$5 < x < 6 \text{ et } 7 < y < 8$$

$$35 < xy < 48$$

Exercice 2

$$-3 < x < -2 \text{ et } 4 < y < 5$$

$$2 < -x < 3$$

$$8 < -xy < 15$$

$$-15 < xy < -8$$

Exercice 3

$$-3 < x < -2 \text{ et } -4 < y < -3$$

$$2 < -x < 3 \text{ et } 3 < -y < 4$$

$$6 < xy < 12$$

4. Encadrement et inverse

Activité

a) $5 < x < 6$ on a : $\frac{1}{6} < \frac{1}{x} < \frac{1}{5}$; des nombres non nuls sont rangés dans le sens contraire de leur inverse.

2. a) On a : $-4 < y < -3$ donc $3 < -y < 4$

b) $3 < -y < 4$ donc $\frac{1}{4} < -\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$

c) $-\frac{1}{3} < \frac{1}{x} < -\frac{1}{4}$

Exercices de fixation

Exercice 1

$$3 < x < 4 \text{ ainsi } \frac{1}{4} < \frac{1}{x} < \frac{1}{3}$$

$$5 < y < 6 \text{ ainsi } \frac{1}{6} < \frac{1}{y} < \frac{1}{5}$$

Exercice 2

$$1,41 < \sqrt{2} < 1,42 \text{ donc } \frac{1}{1,42} < \frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{1}{1,41} \text{ enfin } 0,704 < \frac{1}{\sqrt{2}} < 0,709$$

$$3,14 < \pi < 3,15 \text{ donc } \frac{1}{3,15} < \frac{1}{\pi} < \frac{1}{3,14} \text{ enfin } 0,317 < \frac{1}{\pi} < 0,318$$

$$0,317 < \frac{1}{\pi} < 0,318 \text{ donc } -0,318 < -\frac{1}{\pi} < -0,317$$

5. Encadrement et quotient

Activité

1) $2 < y < 3$ ainsi $\frac{1}{3} < \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$

2) $1 < x < 2$ donc $\frac{1}{3} < \frac{x}{y} < 1$ En utilisant l'encadrement d'un produit. Les nombres étant tous encadrés par des nombre positifs.

Pour encadrer $\frac{x}{y}$, on encadre d'abord $\frac{1}{y}$ puis $x \times \frac{1}{y}$ en tenant compte de l'encadrement d'un produit.

Exercices de fixation

Exercice 1

$$5 < y < 6 \text{ ainsi } \frac{1}{6} < \frac{1}{y} < \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{6} < \frac{x}{y} < \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{2} < \frac{x}{y} < \frac{4}{5}$$

Exercice 2

$$3,14 < \pi < 3,15 \quad \text{donc} \quad \frac{1}{3,15} < \frac{1}{\pi} < \frac{1}{3,14}$$

$$3,14 < \pi < 3,15 \quad \text{donc} \quad \frac{1,41}{3,15} < \frac{\sqrt{2}}{\pi} < \frac{1,42}{3,14}$$

$$0,44 < \frac{\sqrt{2}}{\pi} < 0,45$$

Exercice 3

$$-3 < x < -2 \quad \text{ainsi} \quad 2 < -x < 3 \quad ; \quad \frac{1}{3} < -\frac{1}{x} < \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad ; \quad \frac{4}{3} < -\frac{y}{x} < \frac{5}{2}$$

$$-\frac{5}{2} < \frac{y}{x} < -\frac{4}{3}$$

Exercice 4

$$-5 < y < -4 \quad \text{donc} \quad 4 < -y < 5 \quad \text{et} \quad \frac{1}{5} < -\frac{1}{y} < \frac{1}{4}$$

$$-3 < x < -2 \quad \text{donc} \quad 2 < -x < 3$$

$$\frac{2}{5} < \frac{x}{y} < \frac{3}{4}$$

6. Arrondi de la racine carrée d'un nombre réel positif

Activité

a) $\sqrt{7} \approx 3$ à l'ordre 0

$$\sqrt{7} \approx 2,6$$
 à l'ordre 1

$$\sqrt{7} \approx 2,65$$
 à l'ordre 2

$$\sqrt{7} \approx 2,646$$
 à l'ordre 3

Exercices de fixation

Exercice 1

$$\sqrt{2} \approx 1,4$$
 à l'ordre 1

Exercice 2

$$\sqrt{5} \approx 2,236$$
 à l'ordre 3

Exercice 3

$$\sqrt{10} \approx 3,16$$
 à l'ordre 2

Exercice 4

$$\sqrt{10} \approx 3,2$$
 à l'ordre 1.

Exercices de renforcement

1

1) $[-3; 7]$

2) $] 7 ; \rightarrow [$

3) $] \leftarrow ; 0]$

2

1)



2)



3)



4)



3

1. L'amplitude de l'encadrement $7 - (-2)$ soit 9.

2. L'amplitude de l'encadrement $-1,17 - (-1,23)$ soit 0,06.

3. L'amplitude de l'encadrement $2,435 - (-1,576)$ soit 4,011.

4

Les nombres premiers de l'intervalle $[1 ; 13]$ sont 2 ; 3 ; 5 ; 7 et 11.

5

1. $1 \in [0 ; 2]$

2. $-1 \notin [0 ; 2]$

3. $1 \in]\leftarrow ; 2]$

4. $1 \notin]\leftarrow ; -2]$

5. $1 \in [1 ; 2]$

6. $1 \notin]1 ; 2]$

7. $10 - 3 \notin [0 ; 1]$

8. $\pi \in]3,14 ; 3,15]$

9. $-2 \notin [-\sqrt{2} ; \sqrt{2}]$

6

1. $[-3 ; 0]$

2. $] -5 ; 4[$

3. $]\leftarrow ; -2[$

4. $]\leftarrow ; 3[\cup]3 ; 4]$

5. $] -6 ; 1[\cup [4 ; 6]$

7

1. $[1 ; 5] \cap]2 ; 6[=]2 ; 5]$

2. $[1 ; 5] \cup]2 ; 6[= [1 ; 6[$

3. $[3 ; \rightarrow[\cap]\leftarrow ; 8] = [3 ; 8]$

4. $[3 ; \rightarrow[\cap]\leftarrow ; 8] =]\leftarrow ; \rightarrow[$

5. $[-3 ; -2] \cup]-2 ; 8[= [-3 ; 8[$

6. $[-3 ; -2] \cap]-2 ; 8[= \emptyset$

8

a) L'intervalle $[-2 ; 4]$ est l'intervalle de centre 1 et d'amplitude 6.b) L'intervalle $] -8 ; -1]$ est l'intervalle de centre $-\frac{9}{2}$ et d'amplitude 7.

9

a) $5 < x \leq 8$

b) $x \geq 0$

c) $x \leq 3$

d) $-50 \leq x < 50$

10

1. $]7 ; \rightarrow[$

2. $] \leftarrow ; 10[$

3. $] \leftarrow ; 3]$

4. $]5 ; \rightarrow[$

5. $[2 ; 8]$

6. $[-4 ; 7[$

7. $]0 ; 3]$

8. $] -7 ; -2[$

11

• $0 \leq x \leq 10$ correspond à l'intervalle $[0 ; 10]$ • $x \leq 10$ correspond à l'intervalle $] \leftarrow ; 10]$ • $5 < x$ correspond à l'intervalle $]5 ; \rightarrow[$ • $-10 < x \leq 10$ correspond à l'intervalle $] -10 ; 10]$ • $x < 40$ correspond à l'intervalle $]40 ; \rightarrow[$

12

a) $I \cap J =]3 ; 5]$ et $I \cup J = [-2 ; \rightarrow[$

b) $I \cap J = [0 ; 3[$ et $I \cup J =] \leftarrow ; 3[$

13

1. L'amplitude de l'intervalle $[1 ; 5]$ est 42. L'amplitude de l'intervalle $] -50 ; 6[$ est 563. L'amplitude de l'intervalle $]2 ; 4[$ est 24. L'amplitude de l'intervalle $] -7 ; 8]$ est 155. L'amplitude de l'intervalle $[-18 ; -2]$ est 16

14

1. L'amplitude est 7
2. L'amplitude est 2,5

15

Intervalle	Centre	Amplitude
$[0 ; 3]$	1,5	3
$] -15 ; -4[$	$-\frac{19}{2}$	11
$[-62,7 ; 11]$	-25,85	73,7
$]7 ; 21]$	14	14
$[1,8 ; 13,2[$	7,5	11,4

16

Intervalle	Centre	Amplitude
$] -7 ; 2[$	$-\frac{5}{2}$	9
$[-12,3 ; -1,17]$	-6,735	11,13
$[-19 ; 3]$	-8	22
$]2,45 ; 2,58]$	2,515	0,13
$[\frac{1}{3} ; \frac{5}{4}[$	$\frac{19}{24}$	$\frac{11}{12}$

Exercices d'approfondissement

17

$$A^2 = 45 \quad \text{et} \quad B^2 = 50$$

$$B > A$$

18

$$1. A - B = (3\sqrt{2} - 2) - (\sqrt{3} - 2)$$

$$A - B = 3\sqrt{2} - 2 - \sqrt{3} + 2$$

$$A - B = 3\sqrt{2} - \sqrt{3}$$

$$2. a) (\sqrt{3})^2 = 3 \quad \text{et} \quad (3\sqrt{2})^2 = 18 \quad \text{donc} \quad \sqrt{3} < 3\sqrt{2}$$

$$b) \text{ D'après la question précédente } A - B > 0 \quad (3\sqrt{2} - \sqrt{3} > 0)$$

$$\text{donc } A > B$$

19

1. $P^2 = (2 - \sqrt{2})^2 = 6 - 4\sqrt{2}$

2. $Q = \frac{2-\sqrt{2}}{6-4\sqrt{2}} = \frac{(2-\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})^2} = \frac{1}{2-\sqrt{2}} = \frac{2+\sqrt{2}}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$

3. $PQ = \frac{2-\sqrt{2}}{6-4\sqrt{2}} \times (2 - \sqrt{2}) = \frac{(2-\sqrt{2})^2}{(2-\sqrt{2})^2} = 1$

Donc P et Q sont inverses l'un de l'autre

4. on a : $P = 2 - \sqrt{2}$ donc $P < 1$ donc $P < 1 < \frac{1}{P}$ ce qui revient à $P < 1 < Q$

20

a) $(5\sqrt{3})^2 = 75$

$(4\sqrt{5})^2 = 80$

Donc $4\sqrt{5} > 5\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{3} > 3$

c) $2\sqrt{7} > 5$

21

a) $3\sqrt{2} - 5 < 0$ car $(3\sqrt{2})^2 = 18$ et $5^2 = 25$. $25 > 18$

b) $9 - 5\sqrt{11} < 0$

22

a) $4\sqrt{5} - 5\sqrt{3} > 0$

b) $2\sqrt{3} - 3 > 0$

23

a) $\frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{5}}$

b) $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{7}}$

24

1. On trouve $3,1 < \pi < 3,2$

2. On trouve $3,14 < \pi < 3,15$

25

- On a : $1 < \sqrt{2} < 2$ et
 $2 < \sqrt{7} < 3$
 $3 < \sqrt{2} + \sqrt{7} < 5$
- On a : $1 < \sqrt{2} < 2$ et
 $2 < \sqrt{7} < 3$
 $2 < \sqrt{2} \times \sqrt{7} < 6$
- On a : $1 < \sqrt{2} < 2$ et
 $-3 < -\sqrt{7} < -2$
 $-2 < \sqrt{2} - \sqrt{7} < 0$

26

$$2,64 < \sqrt{7} < 2,65$$

27

- On trouve : $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$
- On trouve : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$

28

- On trouve : $\frac{1}{3} \approx 0,333$
- On trouve : $2 - \sqrt{5} \approx -0,236$
- On trouve : $\frac{5}{11} \approx -0,455$

29

$$-2 < x < 1$$

- On a : $-1 < x + 1 < 2$
- On a : $-6 < x - 4 < -2$
- On a : $-6 < 3x < 3$
- On a : $-2 < -2x < 4$

30

$$-45 < x < -44 \text{ et } 1 < y < 2$$

- $-4 < x + y < -42$
- $-2 < -y < -1$
 $-47 < x - y < -45$
- $-4 < -2y < -2$
 $-49 < x - 2y < -46$

31

$$19,8 < r < 19,9$$

$$3,1415 < \pi < 3,1416$$

L'aire du disque est $\pi \times r^2$

$$392,04 < r^2 < 396,01$$

$$1\,231,59366 < \pi \times r^2 < 1\,244,105016$$

32

On a : $7,1 < c < 7,2$

$$50,41 < c^2 < 51,84$$

33

$$\pi \times r^2 = 3$$

$$r^2 = \frac{3}{\pi}$$

$$0,9772 < r < 0,9773$$

$$1,9544 < 2r < 1,9546$$

$$AC = \sqrt{(2r)^2 + (2r)^2}$$

$$AC = \sqrt{8r^2}$$

$$AC = 2\sqrt{2} \times r$$

$$1,4142 < \sqrt{2} < 1,4143$$

$$2,7 < AC < 2,8$$

$$2 < AC < 3$$

34

1. On a :

$$-2 < a < 3 \text{ et } 0,1 < b < 0,2$$

$$\text{Si } 0 < a < 3 \text{ on a : } 0 < ab < 0,6$$

$$\text{Si } -2 < a < 0, \text{ on a : } 0 < -a < 2$$

$$0 < -ab < 0,4 \text{ ainsi } -0,4 < ab < 0$$

$$\text{En associant les deux résultats on a : } -0,4 < ab < 0,6$$

$$2. \text{ on utilise le résultat de la première question } -4,2 < -7ab < 2,8$$

35

1. On a :

$$1 \leq x \leq 2 \text{ et } 2 \leq y \leq 3$$

$$\frac{1}{3} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} \leq \frac{x}{y} \leq 1$$

2. On a :

$$-4 \leq x \leq -2 \text{ et } 2 \leq y \leq 3$$

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$$

$$2 < -x < 4$$

$$\frac{2}{3} < -\frac{x}{y} < 2$$

36

$$7 < L < 8 \text{ et } 4,4 < \ell < 4,5$$

1. Encadrement du périmètre

$$11,4 < L + \ell < 12,5$$

$$22,8 < 2(L + \ell) < 25$$

$$22,8 < P < 25$$

2. Encadrement de l'aire

$$30,8 < L\ell < 36$$

3. Encadrement de l'aire du triangle ABC.

C'est la moitié de l'aire du rectangle

$$15,4 < \text{aire}(ABC) < 18$$

37

$$3,14 < \pi < 3,15 \text{ et } 4,4 < R < 4,5$$

1. Encadrement du périmètre

$$P = 2\pi \times R$$

$$13,816 < \pi \times R < 14,175$$

$$27,632 < P < 28,35$$

2. Encadrement de l'aire

$$A = \pi \times R^2$$

$$4,4 < R < 4,5$$

$$19,36 < R^2 < 20,25$$

$$60,7904 < A < 63,7875$$

38

L'aire du trapèze est : $\frac{(\alpha + \beta)h}{2}$

$$4,5 < \alpha < 5 \text{ et } 7,8 < \beta < 7,9 \text{ et } 3 < h < 3,1$$

$$12,3 < \alpha + \beta < 12,9$$

$$36,9 < (\alpha + \beta)h < 39,99$$

$$18,45 < \frac{(\alpha + \beta)h}{2} < 19,995$$

39

1. On a :

$$20,2 < L < 20,7$$

$$19,4 < l < 20$$

$$391,88 < L\ell < 414$$

2. L'aire du terrain de Monsieur Koffi est supérieur 380 m². Monsieur Koffi peut bien proposer son terrain à l'entrepreneur car son terrain a une superficie supérieure à la superficie minimale demandé par l'entrepreneur

Leçon

4

Équations et inéquations dans \mathbb{R}

Situation d'Apprentissage

Faire lire la situation d'apprentissage à haute voix une ou deux fois par un ou deux bon(s) lecteur(s).

Expliquer les mots difficiles à la demande des apprenants.

Ici par exemple : Pertinent signifie juste, approprié, bien-fondé

Poser oralement les questions/consignes suivantes :

Questions/consignes	Réponses attendues
De quoi parle le texte	La location de DVD éducatifs
Quels sont les acteurs de cet évènement ?	Alicia et Gregoire et les élèves d'une classe de 3 ^e du lycée moderne de Divo
Où se passe la situation	Lycée moderne de Divo
Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans ce texte?	Alicia et Gregoire ont choisi des tarifs différents loué le même nombre de DVD et ont payé la même somme
Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ?	Arriver à expliquer cette coïncidence
Que décident de faire les acteurs ?	Faire des calculs pour comprendre

Pour résoudre cette énigme on peut utiliser les équations. Nous étudierons donc les équations et inéquation selon le plan suivant :

1. Equation du premier degré dans \mathbb{R}
2. Inéquation du premier degré dans \mathbb{R}
3. Problème conduisant à une équation ou une inéquation du premier degré dans \mathbb{R}

Installation des habiletés

Activités

1

Équation du premier degré dans \mathbb{R} 1. Equation du type $ax + b = 0$

Activité

$$1. ax + b = 0$$

$$ax + b - b = 0 - b$$

$$ax = -b$$

Il suffit de poser $u = a$ et $v = -b$

$$2. ux = v, u \neq 0$$

$$\frac{1}{u} \times ux = \frac{1}{u} \times v$$

$$x = \frac{v}{u}$$

Exercices de fixation

1

$$1. x + 4 = 0$$

$$x = 4$$

$$2. 3x + 6 = 0$$

$$3x = -6$$

3

$$1. x - 7 = 2$$

$$x = 9$$

La solution dans \mathbb{R} est 9

$$2. 6x = 3$$

$$x = \frac{1}{2}$$

La solution dans \mathbb{R} est $\frac{1}{2}$

2

$$1. -5x = 8$$

$$x = -\frac{8}{5}$$

La solution dans \mathbb{R} est $-\frac{8}{5}$

$$2. \frac{1}{3}x = 6$$

$$x = 18$$

La solution dans \mathbb{R} est 18

4

$$1. 0,2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{0,2}$$

$$x = 5$$

La solution dans \mathbb{R} est 5

$$2. \frac{1}{6}x + \frac{1}{3} = 0$$

$$x = -2$$

La solution dans \mathbb{R} est -2

2. Equation du type : $ax + b = cx + d$

Activité

1. $3x + 4 = -2x + 7$
 $3x + 4 - 4 + 2x = -2x + 7 - 4 + 2x$
 $5x = 3$
2. $3x + 4 = -2x + 7$ équivaut à $5x = 3$
 $x = \frac{3}{5}$
3. $ax + b = cx + d$
 $ax + b - b - cx = cx + d - b - cx$
 $(a - c)x = d - b$
 Il suffit de poser $u = a - c$ et $v = d - b$

Exercices de fixation

1

- a) VRAI
- b) FAUX
- c) FAUX

2

$$a) 4x + 7 = 15$$

$$x = 2$$

La solution dans \mathbb{R} est 2.

$$b) 4x + 6 = 2x - 4$$

$$x = -5$$

La solution dans \mathbb{R} est -5 .

3

a) $2x + 3 = x + 5$

$x = 2$

La solution dans \mathbb{R} est 2.

b) $3x - 5 = 2x + 9$

$x = 14$

La solution dans \mathbb{R} est 14.

c) $x + 3 = 2x - 5$

$x = 8$

La solution dans \mathbb{R} est 8.

4

a) $5x + 2 = 9x + 7$

$x = -\frac{5}{4}$

La solution dans \mathbb{R} est $-\frac{5}{4}$.

b) $5x - 3 - 2x = x + 13$

$x = 8$

La solution dans \mathbb{R} est 8.

c) $\frac{1}{3}x - \frac{3}{5} = \frac{2}{3}x - \frac{2}{5}$

$-\frac{1}{3}x = \frac{1}{5}$

$x = -\frac{3}{5}$

La solution dans \mathbb{R} est $-\frac{3}{5}$.**3 : Equation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$** **Activité**1. a et b sont deux nombres réels. $ab = 0$ équivaut à $a = 0$ ou $b = 0$ 2. $(ax + b)(cx + d) = 0$ ($a \neq 0$ et $c \neq 0$)

Equivaut à

$ax + b = 0$ ou $cx + d = 0$

$x = -\frac{b}{a}$ et $x = -\frac{d}{c}$

Exercices de fixation

Exercice 1

$(8x - 4)(5x - 2) = 0$

$8x - 4 = 0$ ou $5x - 2 = 0$

$x = \frac{1}{2}$ ou $x = \frac{2}{5}$

Les solutions dans \mathbb{R} sont $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{5}$.

Exercice 2

$x(2x - 1) = 0$

Les solutions dans \mathbb{R} sont $\frac{1}{2}$ et 0.

Exercice 3

$(x - 1)^2 = 0$

La solution dans \mathbb{R} est 1.

Exercice 4

$(x + 1)(x - 1) = 0$

Les solutions dans \mathbb{R} sont -1 et 1.

Activités

2

Inéquation du premier degré dans \mathbb{R} 1. Inéquations de l'un des types $ax + b \geq 0$; $ax + b > 0$; $ax + b \leq 0$; $ax + b < 0$.

Activité

1. $5x - 10 > 0$

$5x > 10$

$x > \frac{10}{5}$

$x > 2$

2. $5x - 10 > 0$ équivaut à $x > 2$

Tout nombre réel strictement supérieur à 2 est solution.

3.

L'ensemble des solutions est $]2 ; \rightarrow[$.

4. $ax + b > 0$

$ax > -b$

$x > -\frac{b}{a}, a \neq 0$

Il suffit de poser $u = -\frac{b}{a}$ (Idem pour $ax + b < 0$.)

4. $ax + b \geq 0$

$ax \geq -b$

$x \geq -\frac{b}{a}, a \neq 0$

Il suffit de poser $u = -\frac{b}{a}$ (Idem pour $ax + b \leq 0$.)

Exercices de fixation

Exercice 1

- a) VRAI
- b) FAUX
- c) VRAI
- d) FAUX

Exercice 2

$15x - 6 > 0$

$x > \frac{2}{5}$

L'ensemble des solutions est $]\frac{2}{5} ; \rightarrow[$.

Exercice 3

$\frac{1}{3}x - 6 \leq 0$

$x \leq 18$

L'ensemble des solutions est $]\leftarrow ; 18]$

Exercice 4

$$-2x + 1 \leq 0$$

$$-2x \leq -1$$

$$2x \geq 1$$

$$x \geq \frac{1}{2}$$

L'ensemble des solutions est $[\frac{1}{2}; \rightarrow[$.

Activité 2 : Inéquations de l'un des types $ax + b \geq cx + d$; $ax + b > cx + d$;
 $ax + b \leq cx + d$; $ax + b < cx + d$.

1. $-2x - 4 \leq 4x + 5$

$$-2x - 4 + 4 - 4x \leq 4x + 5 + 4 - 4x$$

$$-6x \leq 9$$

$$6x \geq -9$$

$$x \geq -\frac{9}{6}$$

$$x \geq -\frac{3}{2}$$

2. Les solutions sont les nombres supérieurs ou égaux à $-\frac{3}{2}$.

3. $[-\frac{3}{2}; \rightarrow[$

4.

$$ax + b > cx + d$$

$$ax + b - b - cx > cx + d - b - cx$$

$$(a - c)x > d - b$$

$$\text{Si } a - c > 0, \quad x > \frac{d-b}{a-c}$$

$$\text{Si } a - c < 0, \quad x > \frac{d-b}{a-c}$$

Posons $u = \frac{d-b}{a-c}$, l'équation devient $x > u$ ou $x < u$. (idem pour l'autre cas)

5.

$$ax + b \geq cx + d$$

$$ax + b - b - cx \geq cx + d - b - cx$$

$$(a - c)x > d - b$$

$$\text{Si } a - c > 0, \quad x \geq \frac{d-b}{a-c}$$

$$\text{Si } a - c < 0, \quad x \leq \frac{d-b}{a-c}$$

Posons $u = \frac{d-b}{a-c}$, l'équation devient $x \geq u$ ou $x \leq u$. (idem pour l'autre cas)

Exercices de fixation

Exercice 1

1) B

2) A

3) A

4) A

Exercice 2

a) $-4x + 3 > x + 2$

$-4x - x > 2 - 3$

$-5x > -1$

$5x < 1$

$x < \frac{1}{5}$

L'ensemble des solutions est $] \leftarrow ; \frac{1}{5} [$.

b) $8x - 5 > 17x + 9$

$-9x > 14$

$9x < -14$

$x < -\frac{14}{9}$

L'ensemble des solutions est $] \leftarrow ; -\frac{14}{9} [$.

Exercice 3

$\frac{x}{2} + \frac{3}{2} > \frac{3x}{4} - \frac{1}{4}$

$2x + 6 > 3x - 1$

$x < 7$

L'ensemble des solutions est $] \leftarrow ; 7 [$.Activité 3 : Système de deux inéquations du premier degré dans \mathbb{R} .

1. $-7x + 3 < 2x - 1$

$-7x + 3 - 2x - 3 < 2x - 1 - 2x - 3$

$-9x < -4$

$9x > 4$

$x > \frac{4}{9}$

2. $14x \leq -3x + 34$

$14x + 3x \leq 34$

$17x \leq 34$

$x \leq \frac{34}{17}$

$x \leq 2$

3. $x > \frac{4}{9}$

$x \leq 2$

$[\frac{4}{9} ; 2]$

4.

Pour résoudre un système d'équation dans \mathbb{R} , On résout chaque système et on garde l'intersection des solutions.

Exercices de fixation

Exercice 1

$$\begin{cases} x > -3 \\ x < 2 \end{cases}$$

L'ensemble des solutions est $] -3 ; 2[$.

Exercice 2

$$\begin{cases} 3x + 4 > x - 3 \\ 5x + 6 < x + 1 \end{cases}$$

$3x + 4 > x - 3 ; x > -\frac{7}{2}$ L'ensemble des solutions est $] -\frac{7}{2} ; \rightarrow[$.

$5x + 6 < x + 1 ; x < -\frac{5}{4}$ L'ensemble des solutions est $] \leftarrow ; -\frac{5}{4}[$.

L'ensemble des solutions du système est $] -\frac{7}{2} ; -\frac{5}{4}[$.

Exercice 3

$$\begin{cases} x + 1 > 2x - 1 \\ x - 3 < 2x + 1 \end{cases}$$

$x + 1 > 2x - 1 ; x < 2$; L'ensemble des solutions est $] \leftarrow ; 2[$.

$x - 3 < 2x + 1 ; x > -4$; L'ensemble des solutions est $] -4 ; \rightarrow[$.

L'ensemble des solutions du système est $] -4 ; 2[$.

Problème conduisant à une équation ou une inéquation du 1^{er} degré dans \mathbb{R}

1) a) $3\,000x$

b) $2\,500x + 4\,000$

2) a) $2\,500x + 4\,000 < 3\,000x$; L'ensemble des solutions est $] 8 ; \rightarrow[$.

b) Le magasin Koua est moins cher lorsque l'aire de la partie à Carreler est supérieure à 8 m^2

Le magasin Koua est plus cher lorsque l'aire de la partie à Carreler est inférieure à 8 m^2 .

Exercice de fixation

La par du cadet est $x + 600$

$$2. \quad x + (x + 600) = 5\,800$$

$$2x + 600 = 5\,800$$

$$2x = 5\,800 - 600$$

$$2x = 5\,200$$

$$x = \frac{5\,200}{2}$$

$$x = 2\,600$$

$2\,600 > 2\,500$ Donc l'ainé pourra acheter son ticket.

Exercices de renforcement

1

a) $x + 3 = 6$

$$x = 3$$

La solution dans \mathbb{R} est 3.

b) $x + 5 = -6$

$$x = -11$$

La solution dans \mathbb{R} est -11 .

c) $x + 3 = -8$

$$x = -11$$

La solution dans \mathbb{R} est -11 .

d) $x - 4 = 2$

$$x = 6$$

La solution dans \mathbb{R} est 6 .

e) $x - 8 = 10$

$$x = 18$$

La solution dans \mathbb{R} est 6 .

f) $x - 1 = -4$

$$x = -3$$

La solution dans \mathbb{R} est -3 .

2

a) $3x = 6$

$$x = 2$$

b) $-x = 8$

$$x = -8$$

c) $-4x = -5$

$$x = \frac{5}{4}$$

d) $\frac{x}{3} = 5$

$$x = 15$$

e) $\frac{2x}{7} = 4$

$$x = 14$$

3

a) $3x - 4 = 8$; on trouve $x = 4$

b) $-5x + 7 = 6$; on trouve $x = \frac{1}{5}$

c) $\frac{x}{4} - 2 = -7$; on trouve $x = -20$

4

1. Une équation ayant 3 pour solution est $2x = 6$

2. Une équation ayant -2 pour solution est $x + 2 = 0$

5

a) $3x + 4 = 2x + 9$

$$x = 5$$

b) $2x + 3 = 3x - 5$

$$x = 8$$

c) $5x - 1 = 2x + 4$

$$x = \frac{5}{3}$$

d) $3x + 1 = 7x + 5$

$$x = -1$$

6

a) $8(4 - 3x) + 1 = 53 - 3(x - 5)$

$x = -\frac{5}{3}$

b) $13x + 2 - (x - 3) = x - 5 - 3(x + 12) + 4x$

$13x + 2 - (x - 3) = x - 5 - 3(x + 12) + 4x$

$13x + 2 - x + 3 = x - 5 - 3x - 36 + 4x$

$13x - x - x + 3x - 4x = -2 - 3 - 5 - 36$

$10x = -46$

$x = -\frac{23}{5}$

c) $5(3x - 1) - (1 - 2x) = 3(5x - 2)$

$15x - 5 - 1 + 2x = 15x - 6$

$2x = 0$

$x = 0$

d) $(x + 2)(x + 1) = (x + 4)(x - 5)$

$x = -\frac{11}{2}$

7

a) *solution* $x = \frac{3}{2}$ ou $x = -1$

b) *solution* $x = \frac{9}{8}$ ou $x = 1$

c) *solution* $x = \frac{3}{7}$ ou $x = -2$

d) *solution* $x = 0$ ou $x = -\frac{1}{7}$

8

a) *solution* $x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$

b) *solution* $x = 8$ ou $x = -8$

c) *solution* $x = 3\sqrt{2}$ ou $x = -3\sqrt{2}$

d) *solution* $x = \frac{3}{2}$ ou $x = -\frac{3}{2}$

9

a) *solution* $x = 1$ ou $x = -1$

b) *solution* $x = 2$ ou $x = -2$

c) *solution* $x = 3$ ou $x = -3$

d) *solution* $x = 5$ ou $x = -5$

10

a) *solution* $x = \frac{5}{2}$ ou $x = -\frac{5}{2}$

b) *solution* $x = 1$ ou $x = -1$

c) *solution* $x = 2$ ou $x = -2$

11

- a) solution $x \leq 3$; $S =] \leftarrow; 3]$
 b) solution $x < -11$; $S =] \leftarrow; -11[$
 c) solution $x > -11$; $S =] -11; \rightarrow[$
 d) solution $x \geq 6$; $S = [6; \rightarrow[$

12

- a) solution $x \geq 2$; $S = [2; \rightarrow[$
 b) solution $x \geq -8$; $S = [-8; \rightarrow[$
 c) solution $x < \frac{5}{4}$; $S =] \leftarrow; \frac{5}{4}[$
 d) solution $x \leq 25$; $S =] \leftarrow; 25]$
 e) solution $x \leq -6$; $S =] \leftarrow; -6]$

13

- a) solution de $3x - 4 \leq 8$ est $x \leq 3$; $S =] \leftarrow; 3]$
 b) solution de $-5x + 7 > 6$ est $x < \frac{1}{5}$; $S =] \leftarrow; \frac{1}{5}[$
 c) solution de $\frac{x}{4} - 2 \leq -7$ est $x \geq -20$; $S = [-20; \rightarrow[$
 d) solution de $3 - 2x < 3x - 7$ est $x > 2$; $S =] 2; \rightarrow[$

14

- Une inéquation ayant pour solution $] \leftarrow; 3]$ est $3x - 4 \leq 8$
- Une inéquation ayant pour solution $] - 2; \rightarrow[$ est $x + 2 > 0$

15

- a) solution de $3x + 4 < 2x + 9$ est $x < 5$; $S =] \leftarrow; 5[$
 b) solution de $2x + 3 \leq 7x - 5$ est $x \geq \frac{8}{5}$; $S = [\frac{8}{5}; \rightarrow[$
 c) solution de $-5x - 1 > 2x + 4$ est $x < -\frac{5}{7}$; $S =] \leftarrow; -\frac{5}{7}[$
 b) solution de $3x + 1 < 7x + 5$ est $x > -1$; $S =] -1; \rightarrow[$

16

- a) $8(4 - 3x) + 1 < 53 - 3(x - 5)$
 $x > -\frac{5}{3}$; $S =] -\frac{5}{3}; \rightarrow[$
 b) $13x + 2 - (x - 3) \geq x - 5 - 3(x + 12) + 4x$
 $x \geq -\frac{23}{5}$; $S = [-\frac{23}{5}; \rightarrow[$
 c) $5(3x - 1) - (1 - 2x) > 3(5x - 2)$
 $x < 0$; $S =] \leftarrow; 0[$
 d) $(x + 2)(x + 1) \leq (x + 4)(x - 5)$
 $x \leq -\frac{11}{2}$; $S =] \leftarrow; -\frac{11}{2}[$

17

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} x + 2 < 5 \\ x + 8 \geq 7 \end{cases} \\ & x + 2 < 5; x < 3 \\ & x + 8 \geq 7; x \geq -1 \\ \text{Au total } S & = [-1 ; 3[\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} x - 5 < 7 \\ 2x + 1 \geq -3 \end{cases} \\ & x - 5 < 7; x < 12 \\ & 2x + 1 \geq -3; x \geq -2 \\ \text{Au total } S & = [-2 ; 12[\end{aligned}$$

18

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} 4x + 2 < 2 \\ 2x - 8 \geq 7 \end{cases} \\ & 4x + 2 < 2; x < 0 \\ & 2x - 8 \geq 7; x \geq \frac{15}{2} \\ \text{Au total } S & = \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} -5x - 1 < 7 \\ 2x + 1 \geq 3 \end{cases} \\ & -5x - 1 < 7 \quad x > -\frac{8}{5} \\ & 2x + 1 \geq 3; x \geq 1 \\ \text{Au total } S & = [1 ; \rightarrow[\end{aligned}$$

19

Soit n le nombre d'élèves.

$$\frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \frac{n}{7} + 3 = n$$

On trouve $n = 28$

20

$$200x + 100\,000 < 350x + 46000.$$

$$20x + 10\,000 < 35x + 4600.$$

Il est plus avantageux de s'adresser au second transporteur lorsque $x > 360$ km.

21

$$1. \text{ on a : } 4,3x + 12 = 5,7x + 33; x = -15.$$

$$2. \text{ on a : } 3\left(5 - \frac{x}{2}\right) = \frac{7}{3} + 2x - \frac{1}{3}; x = \frac{26}{7}.$$

$$3. \text{ on a : } 3x - 2(x - 4) = 5 + 4(1 - 2x); x = \frac{1}{9}.$$

22

1. L'équation $\frac{2}{3}x + 500 = 1488$ a pour solution 1482.
2. L'équation $40 + x = 2(9 + x)$ a pour solution 22.
3. L'équation $\frac{2}{5}x + \frac{4}{25}x + 143 = x$ a pour solution 325.
4. L'équation $\frac{4}{5}x + x = 1728$ a pour solution 960.

23

1. L'équation $4,9 - 0,7x = 2,3x + 0,9$ a pour solution $\frac{4}{3}$.
2. L'équation $5(x - 1) - (2x - 1) = 3 - x$ a pour solution $\frac{7}{4}$.
3. L'équation $\frac{x}{2} + 4 = \frac{x}{6} + 5$ a pour solution 3.

24

1. L'équation $\frac{x-1}{4} - 5 = \frac{2x-3}{2} + \frac{3}{4}$ a pour solution -6 .
2. L'équation $\frac{x}{3} + \frac{9}{4} = \frac{2x-3}{2} + \frac{3}{4}$ a pour solution $\frac{9}{2}$.
3. L'équation $\frac{2x+3}{6} + \frac{x-1}{6} = \frac{x+2}{3} + 2$ a pour solution 14.
4. L'équation $\frac{3-2x}{5} - \frac{x-2}{10} = \frac{5x+2}{2} - \frac{1}{5}$ a pour solution 0.

25

- a) L'équation $x\sqrt{2} + \sqrt{2} = x\sqrt{6} + 2\sqrt{3} - (2 - \sqrt{2})$ a pour solution $-\sqrt{2}$.
- b) L'équation $2x + \sqrt{2} = x\sqrt{12} + 7\sqrt{3} - (7 - \sqrt{2})$ a pour solution $-\frac{7}{2}$.

26

- a) L'équation $(5x - 2)(x + 6) = 0$ équivaut à $x = \frac{2}{5}$ ou $x = -6$
- b) L'équation $(3x + 4)(4x + 5) = 0$ équivaut à $x = -\frac{4}{3}$ ou $x = -\frac{5}{4}$
- c) L'équation $(x - \frac{1}{2})(2x + \frac{1}{3}) = 0$ équivaut à $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = -\frac{1}{6}$
- d) L'équation $(\frac{3}{5}x - 1)(\frac{8}{3}x + 2) = 0$ équivaut à $x = -\frac{3}{4}$ ou $x = \frac{5}{3}$

27

- a) L'équation $36x^2 - 9x = 0$ équivaut à $x = \frac{1}{4}$ ou $x = 0$
- b) L'équation $4x^2 - x = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x = \frac{1}{4}$

- c) L'équation $(x - 2)(x + 3) = (x - 2)(3x + 1)$ équivaut à $x = -2$ ou $x = 1$
 d) L'équation $x^2 - 49 - (5x + 3)(x + 7) = 0$ équivaut à $x = -7$ ou $x = -\frac{5}{2}$

28

- a) L'équation $x^2 + 2x + 1 = 0$ équivaut à $x = -1$
 b) L'équation $4x^2 + 20x + 25 = 0$ équivaut à $x = -\frac{5}{2}$
 c) L'équation $4x^2 - 4x + 1 = 0$ équivaut à $x = \frac{1}{2}$
 d) L'équation $9x^2 + 6x + 1 = 0$ équivaut à $x = -\frac{1}{3}$

29

- a) L'équation $x^2 + 3x(x - 1) = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x = \frac{3}{4}$
 b) L'équation $(3 - x)^2 + (x - 3) = 0$ équivaut à $x = 2$ ou $x = 3$
 c) L'équation $(3x - 2)^2 - (x - 4)^2 = 0$ équivaut à $x = 1$ ou $x = \frac{3}{2}$
 d) L'équation $(x + 3)^2 - 4 = 0$ équivaut à $x = -1$ ou $x = -5$
 e) L'équation $(x - 1)(2x + 3) + (2 - 2x)(3 - x) = 0$ équivaut à $x = 1$ ou $x = \frac{3}{4}$
 d) L'équation $(5x + 2)^2 + (x + 7)(5x + 2) - 25x^2 + 4 = 0$ équivaut à $x = -11$ ou $x = -\frac{2}{5}$

30

- a) L'inéquation $2x - \frac{1}{3} < 3x - \frac{1}{4}$ a pour solution $S =] -\frac{1}{12}; \rightarrow[$
 b) L'inéquation $\frac{3x+1}{4} > \frac{5x+1}{6}$ a pour solution $S =] \leftarrow; 1 [$
 c) L'inéquation $2x - \frac{x-1}{5} \geq \frac{1}{4} - x$ a pour solution $S = [\frac{1}{56}; \rightarrow[$
 d) L'inéquation $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4} > x + \frac{1}{2}$ a pour solution $S =] \leftarrow; -\frac{3}{8}[$

31

- a) L'inéquation $3(x - 2) - 5(1 - 2x) < 2(x + 3) - 1$ a pour solution $S =] \leftarrow; \frac{16}{11}[$
 b) L'inéquation $\frac{2x+5}{15} - \frac{1+x}{2} \geq \frac{7x}{3} - \frac{2x+6}{5}$ a pour solution $S =] \leftarrow; \frac{31}{69}[$
 c) L'inéquation $(2x - 1)^2 - (x + 3)^2 > 3(x + 2)^2 - 7x$ a pour solution $S =] \leftarrow; -\frac{4}{3}[$
 d) L'inéquation $\frac{x-1}{2} - \frac{2x-1}{3} \leq 1 + \frac{4x-1}{2}$ a pour solution $S = [-\frac{4}{13}; \rightarrow[$

32

- a) L'inéquation $\frac{11}{10}x - \frac{1}{10} \leq 2(x + \frac{8}{5})$ a pour solution $[-\frac{11}{3}; \rightarrow[$

- b) L'inéquation $\frac{1}{3}(2x + 1) - \frac{1}{2}(x - 2) > \frac{1}{6}(x + 2)$ a pour solution \mathbb{R}
- c) L'inéquation $\frac{1-x}{4} - \frac{3x-2}{2} \geq \frac{2x+5}{6}$ a pour solution $[-\frac{1}{5}; \rightarrow[$

33

Langage courant	Langage mathématique
Prix d'une rose	x
Prix de 5 roses	$5x$
Prix d'un iris	$\frac{x}{2}$
Prix de quatre iris	$2x$
Prix d'une tulipe	$3x$
Prix de 6 tulipes	$18x$
Prix du bouquet	3 150

$$5x + 2x + 18x = 3\,150 \text{ a pour solution } x = 126$$

Prix d'une rose : 126

Prix d'un IRIS : 63

Prix d'une Tulipe : 378

34

Les 3 aires sont identiques et leur somme donne 21×30

$$21 \times 30 = 3(x \times 21)$$

$$x = 10$$

35

1. La longueur d'un côté est $10 - x$

$$2. 3(10 - x) = 4x$$

$$x = \frac{30}{7}$$

36

$$2(x + 16) = 16 + 4x + 4 + 3; x = \frac{9}{2}$$

37

$$1. \text{ On a : } 5x - 7 = 23; x = 6$$

$$2. \text{ On a : } 3x - 50 = -2; x = 16$$

3. Dire plutôt au quotient

On a : $\frac{x}{4} + 7 = 22$; $x = 60$

4. On a : $4(x + 20) = 20x$; $x = 5$

5. On a : $2x + 8 = 0$; $x = -4$

38

$$12 + 14 + 17 + 3x = 2(35 + x) ; x = 27$$

39

$$3x + 1500 = 2550 . x = 350$$

40

$$2x + x = 330 ; x = 110$$

Bruno a 220 timbres et Jean a 110 timbres.

41

$$2x + x = 96 ; x = 32$$

Tour Eiffel : 64 photos

Champs-Élysées : 32 photos.

42

$$5x = 10000 - 4500 ; x = 1100$$

43

$$800 + 100x < 150x , S=]16 ; \rightarrow[$$

A partir de 16 DVD, Le tarif du magasin B est plus avantageux.

44

1. On a : $30x = 20x + 1000$; $x = 100$

2. Alicia : 3 000; Grégoire : 3 000

45

$$5 \times 11,8 + x \geq 6 \times 10. \quad x \geq 1$$

Il doit avoir au moins 1 sur 20

46

On pose : $AM = x$

$$\frac{60x}{2} = \frac{80(100-x)}{2}. \quad x = \frac{400}{7}$$

47

On pose : $AM = x$

$$10 \times 6 - \frac{10x}{2} - \frac{4 \times 6}{2} - \frac{6(6-x)}{2} = 28; \quad x = 1$$

48

Programme A : $(x + 5)^2$

Programme B : $(x - 7)^2$

1. Programme B : $(5 - 7)^2 = 4$ pour $x = 5$

2. Programme A : $(5 + 5)^2 = 100$ pour $x = 5$

3. a) Il suffit de choisir $x = -5$

b) $(x - 7)^2 = 9. \quad x = 4$ ou $x = 10$

4. $(x + 5)^2 = (x - 7)^2. \quad x = 1$

49

1. On a:

$$A = (2x + 1)^2 - (x - 4)^2 = (2x + 1 + x - 4)(2x + 1 - x + 4) = 3(x - 1)(x + 5)$$

$$B = (2x + 1)(x + 3) - 4x^2 - 2x = (2x + 1)(x + 3) - 2x(2x + 1) = (2x + 1)(-x + 3)$$

2. $A = 3(x - 1)(x + 5) = 0$ équivaut à $x = 1$ ou $x = -5$

$B = (2x + 1)(-x + 3) = 0$ équivaut à $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = 3$

50

$$E = (3x - 2)(5x + 6) - 6(3x - 2) \text{ et non } E = (3x - 5)(5x + 6) - 6(3x - 2)$$

$$F = (4x - 3)^2 - (x - 1)^2$$

1.

$$E = 15x^2 + 18x - 10x - 12 - 18x + 12 = 15x^2 - 10x$$

$$F = (4x - 3)^2 - (x - 1)^2 = 16x^2 - 24x + 9 - x^2 + 2x - 1 = 15x^2 - 22x + 8$$

2.

$$E = (3x - 2)(5x + 6) - 6(3x - 2) = 5x(3x - 2)$$

$$F = (4x - 3)^2 - (x - 1)^2 = (4x - 3 + x - 1)(4x - 3 - x + 1) = (5x - 4)(3x - 2)$$

$$3. G = \frac{5x(3x-2)}{(5x-4)(3x-2)}$$

a) La condition d'existence de G est $x \neq \frac{4}{5}$ et $x \neq \frac{2}{3}$

b) Si $x \neq \frac{4}{5}$ et $x \neq \frac{2}{3}$, $G = \frac{5x}{5x-4}$

c) $G = \frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-5} = \frac{50-25\sqrt{2}}{25} = 2 - \sqrt{2}$

d) $x = 0$.

51

Programme : $(x + 1)^2 - 16$

1. a) Programme : $(4 + 1)^2 - 16 = 25 - 16 = 9$

b) Programme : $(-3 + 1)^2 - 16 = 4 - 16 = -12$

c) $P = (x + 1)^2 - 16$

d) $P = x^2 + 2x - 15$

2. a) $P = (x + 1)^2 - 16 = (x + 1 - 4)(x + 1 + 4) = (x - 3)(x + 5)$

b) Il faut choisir $x = 3$ ou $x = -5$

52

Programme : $x^2 + 3x - 10$

1. Programme : $4^2 + 3 \times 4 - 10 = 28 - 10 = 18$

2. Programme : $(-3)^2 + 3(-3) - 10 = -10$

3. Ligne 5 : $y + 3 * x$

Ligne 6 : $y + 3 * x - 10$

4. a) $P = x^2 + 3x - 10$

b) $(x + 5)(x - 2) = x^2 - 2x + 5x - 10 = x^2 + 3x - 10$

donc $P = (x + 5)(x - 2)$

c) Il faut choisir $x = 2$ ou $x = -5$

Situations d'évaluation

53

a) On a : $\frac{2(9^2+3)-6}{2} = 81$

b) On a : $\frac{2(x^2+3)-6}{2}$

c) $\frac{2(x^2+3)-6}{2} = (x^2 + 3) - 3 = x^2$

Il suffit pour marc de prendre la racine carrée du nombre trouvé.

Leçon

5

Équations et inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Situation d'Apprentissage

Faire lire la situation d'apprentissage à haute voix une ou deux fois par un ou deux bon(s) lecteur(s).

Expliquer les mots difficiles à la demande des apprenants.

Ici par exemple : Pertinent signifie juste, approprié, bien-fondé

Poser oralement les questions/consignes suivantes :

Questions/consignes	Réponses attendues
De quoi parle le texte	Madame Aminadou une âmes généreuse qui veut distribuer des paquets contenant des sac de riz et des bouteilles d'huile pendant la covid-19
Quels sont les acteurs de cet évènement ?	Madame Aminadou, ses enfants Ismael et Ablo et les démunis du quartier précaire Gbagba de Bingerville
Où se passe la situation	A Bingerville
Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans ce texte?	Avec 1 000 000 elles veut faire deux types de paquets (grand et petit) contenant du riz et des bouteilles d'huile
Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ?	Déterminer le nombre de grands paquets et le nombre de petits paquets
Que décident de faire les acteurs ?	Faire des calculs pour trouver le prix d'un sac de riz et le prix d'une bouteille d'huile

Dans cette situation, pour le nombre de grands paquets et le nombre de petits paquets, il faut trouver le prix d'un sac de riz et le prix d'une bouteille d'huile. Pour faire ce calcul on va étudier les systèmes d'équation selon le plan suivant :

- 1) Equation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- 2) Inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- 3) Système d'équations et d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- 4) Résolution d'un système d'équations du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par substitution
- 5) Résolution d'un système d'équations du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par combinaison
- 6) Résolution graphique d'un système d'équations du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- 7) Problème du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

8) Résolution graphique d'un système d'inéquations du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

4) Problème du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Installation des habiletés

Activités

1

Équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

1. Identification

Activité

1. $x + 2y = 5\,000$

2. $x = 3\,000$ et $y = 1\,000$

Exercices de fixation

Exercice 1

1. V

2. V

3. V

4. F

5. V

6. F

7. V

8. F

Exercice 2

1. F

2. V

3. V

4. F

Exercice 3

(E) : $2x - 3y - 5 = 0$ et non $2x - 3y + 5 = 0$

Si $x = 1$, on a : $2 \times 1 - 3y - 5 = 0$

$$-3y - 3 = 0$$

$$3y = -3$$

$$y = -1$$

Le couple $(1 ; -1)$ est solution de $2x - 3y - 5 = 0$

2. Recherche de solutions

Activité

(E) : $x - 4y + 3 = 0$.

1. a) pour $x = 0$, on a : $y = \frac{3}{4}$

b) Le couple $(0; \frac{3}{4})$ est une solution de (E).

2. a) $x = 4y - 3$

b) Si $y = 0$; $x = -3$; Le couple $(-3; 0)$ est une solution de (E).

Exercices de fixation

Exercice 1

1. B

2. B

3. B

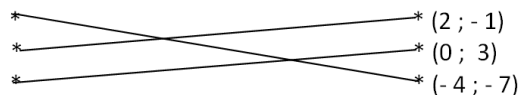
4. A

Exercice 2

$-3x + y - 5 = 0$

$x + 2y = 0$

$4x - 9y + 27 = 0$



Exercice 3

1.2.3 Utilise l'équation suivante $-x + 2y - 7 = 0$, pour compléter le tableau ci-dessous :

X	0	1	-2	-5	$\frac{1}{4}$
Y	$\frac{7}{2}$	4	$\frac{5}{2}$	1	$\frac{29}{8}$

Activités

2

Inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

1. Définition

Activité

$300x + 100y \leq 5000$

(1; 1) et (2; 3) vérifient l'inégalité.

Exercices de fixation

Exercice 1

Les inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sont : $5x + 7 < 0$; $-3x + y - 2 \geq 0$; $\sqrt{7}x - 5y \geq 0$; $\frac{2-x}{3} + 6y - 5 < 0$.

Exercice 2

$a + b < 3$; $2a - b \geq 3$; $-a + 5b - 7 \leq 0$; $a - b + 8 > 0$ et $7a + y - 11 < 0$

Exercice 3

$-3x + y - 2 < 0$

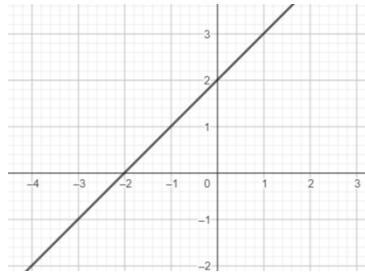
Les couples (0 ; 0) et (1 ; 0)

2. Recherche de solution

Activité

$$x - y + 2 > 0$$

1.



Le point de coordonnées (0 ; 0) est solution de l'inéquation car $-3(0) + (0) - 2 < 0$

Le point de coordonnées (1 ; 0) est solution de l'inéquation car $-3(1) + (0) - 2 < 0$

Le point de coordonnées (1 ; 1) est solution de l'inéquation car $-3(1) + (1) - 2 < 0$

3.

Le point de coordonnées (-2 ; 1) n'est pas solution de l'inéquation car $-3(-2) + (1) - 2 = 5$ et $5 > 0$

Le point de coordonnées (0 ; 3) n'est pas solution de l'inéquation car $-3(0) + (3) - 2 = 1$ et $1 > 0$

Le point de coordonnées (-1 ; 2) n'est pas solution de l'inéquation car $-3(-1) + (2) - 2 = 3$ et $3 > 0$

4. Méthode graphique

Pour résoudre graphiquement une inéquation qui peut se mettre sous la forme $ax + by + c < 0$

(On peut remplacer $<$ par $>$ ou par \leq ou par \geq)

1. On trace la droite d'équation $ax + by + c = 0$

Elle partage le plan en deux demi-plans.

2. on choisit un point d'un des demi-plans. Si ses coordonnées vérifient $ax + by + c < 0$ alors ce demi-plan est solution. Dans le cas contraire, c'est l'autre demi-plan qui est solution.

Exercices de fixation

Exercice 1

$$2x - y + 3 > 0$$

(1 ; -2) est solution de l'inéquation car $2(1) - (-2) + 3 > 0$

(0 ; 5) n'est pas solution de l'inéquation car $2(0) - (5) + 3 = -2$ et $-2 < 0$

(-4 ; -7) est solution de l'inéquation car $2(-4) - (-7) + 3 = 2$ et $2 > 0$

$(\frac{1}{2} ; 3)$ est solution de l'inéquation car $2(\frac{1}{2}) - (3) + 3 = 1$ et $1 > 0$

(5 ; 14) n'est pas solution de l'inéquation car $2(5) - (14) + 3 = -1$ et $-1 < 0$

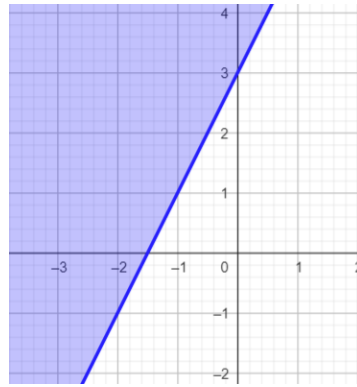
Exercice 2

$$-2x + y + 3 \leq 0$$

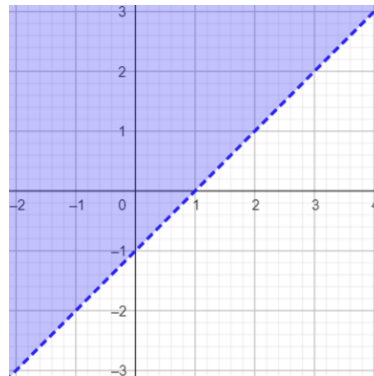
Pour (a ; 1), on a : $-2a + 1 + 3 \leq 0$ soit $-2a + 4 \leq 0$ et $a \geq 2$; donc a peut prendre les valeurs 0 ; 1 ou 2.

Pour (-2 ; b), on a : $4 + b + 3 \leq 0$ soit $b + 7 \leq 0$ et $b \leq -7$; donc b peut prendre les valeurs -8 ; -9 ou -10.

Exercice 3



Exercice 4



Activité

3

Système d'équations et d'inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Soit x le nombre de litres de jus de « Bissap » et y le nombre de litres de jus « gnamakou »

1. $\begin{cases} x + y = 20 \\ 400x + 300y = 6\,200 \end{cases}$ soit $\begin{cases} x + y = 20 \\ 4x + 3y = 62 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x + y > 30 \\ 400x + 300y < 10\,000 \end{cases}$ soit $\begin{cases} x + y > 30 \\ 4x + 3y < 100 \end{cases}$

Exercices de fixation

Exercice 1.

On choisit : a) et d)

Exercice 2

$$\begin{cases} x + 4y - 1 = 0 \\ 3y = -5x + 2 \end{cases}; \begin{cases} \frac{-2}{3}x + \frac{7y}{4} - 6 = 0 \\ x - y\sqrt{3} = -2 \end{cases}; \begin{cases} y = -x + 2 \\ 3x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x - 3y + 1 = 0 \end{cases}$$

Exercice 3

$$\begin{cases} x + 4y - 1 > 0 \\ 3y \leq -5x + 2 \end{cases}; \begin{cases} \frac{-2}{3}x + \frac{7y}{4} - 6 < 0 \\ x - y\sqrt{3} \geq -2 \end{cases}; \begin{cases} y < -x + 2 \\ 3x - 2y + 1 \geq 0 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 1 > 0 \end{cases}$$

Activité

4

Résolution d'un système d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par substitution

- $$\begin{cases} 3x - y - 1 = 0 \\ 2x + 3y - 19 = 0 \end{cases}$$
1. $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ 2x + 3y - 19 = 0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ 2x + 3(3x - 1) - 19 = 0 \end{cases}$
 3. $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ 11x - 22 = 0 \end{cases}$ et $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ x = 2 \end{cases}$
 4. $\begin{cases} y = 3(2) - 1 \\ x = 2 \end{cases}$ et $\begin{cases} y = 5 \\ x = 2 \end{cases}$
 5. $\begin{cases} 3(2) - (5) - 1 = 0 \\ 2(2) + 3(5) - 19 = 0 \end{cases}$
 Le couple solution est (2; 5).

Exercice de fixation

Exercice

$$\begin{cases} 3x - 4y - 9 = 0 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases} \text{ a pour solution } (15 ; 9)$$

$$\begin{cases} 3x + y - 2 = 0 \\ 2x - 3y + 1 = 0 \end{cases} \text{ a pour solution } \left(\frac{5}{11} ; \frac{7}{11}\right)$$

Activité

5

Résolution d'un système d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par combinaison

$$\begin{cases} 3x + 5y - 2 = 0 \\ 2x + 4y - 6 = 0 \end{cases}$$

1.a) $\begin{cases} 2(3x + 5y - 2) = 2 \times 0 \\ -3(2x + 4y - 6) = -3 \times 0 \end{cases} ; \begin{cases} 6x + 10y - 4 = 0 \\ -6x - 12y + 18 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 6x + 10y - 4 = 0 \\ -6x - 12y + 18 = 0 \end{cases} ; -2y + 14 = 0 ; y = 7$

1.a) $\begin{cases} 4(3x + 5y - 2) = 2 \times 0 \\ -5(2x + 4y - 6) = -3 \times 0 \end{cases} ; \begin{cases} 12x + 20y - 8 = 0 \\ -10x - 20y + 30 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 12x + 20y - 8 = 0 \\ -10x - 20y + 30 = 0 \end{cases} ; 2x + 22 = 0 ; x = -11$

3.

$$\begin{cases} 3(-11) + 5(7) - 2 = 0 \\ 2(-11) + 4(7) - 6 = 0 \end{cases}$$

Le couple solution est (-11; 7).

Exercice de fixation

Exercice

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x + 6y - 16 = 0 \end{cases} \text{ a pour solution } (1 ; 2)$$

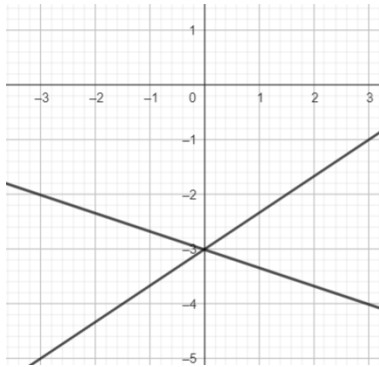
$$\begin{cases} 5x + 2y + 8 = 0 \\ 5x - 4y + 20 = 0 \end{cases} \text{ a pour solution } \left(-\frac{12}{5} ; 2\right)$$

Activité

6

Résolution graphique d'un système d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

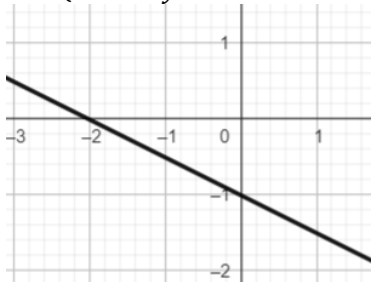
1.a) $\begin{cases} 2x - 3y - 9 = 0 \\ x + 3y + 9 = 0 \end{cases}$



b) Les vecteurs directeurs ne sont pas colinéaires

c) Le couple solution est $(0; -3)$.

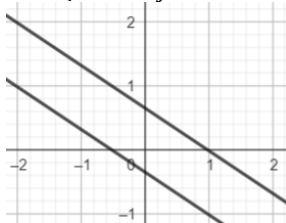
2. a)
$$\begin{cases} 2x + 4y + 4 = 0 \\ -x - 2y - 2 = 0 \end{cases}$$



b) Le point de coordonnées $(0; -1)$ appartient aux deux droites et en plus les vecteurs directeurs sont colinéaires.

c) Tous les points de la droite d'équation $2x + 4y + 4 = 0$ sont solutions

2. a)
$$\begin{cases} 2x + 3y + 1 = 0 \\ 3x + 3y - 2 = 0 \end{cases}$$



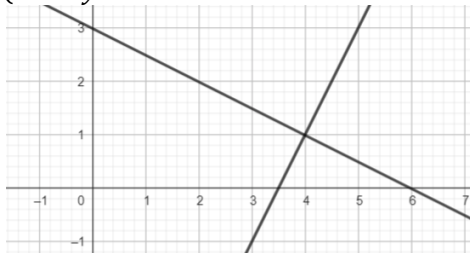
b) Les vecteurs directeurs sont colinéaires et les deux droites n'ont aucun point commun.

c) Aucun point n'est solution.

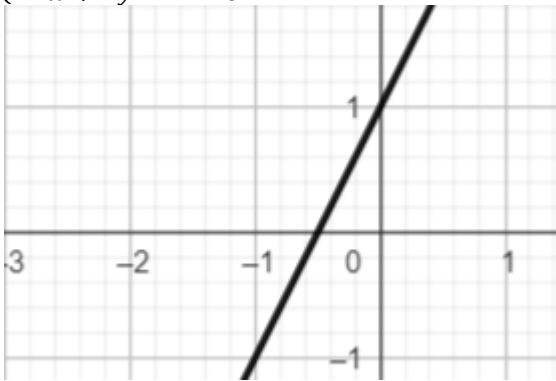
Exercice de fixation

Exercice

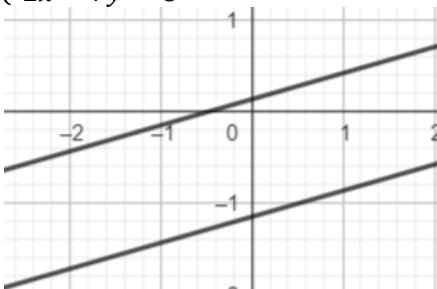
$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x - y - 7 = 0 \end{cases}$$
 a pour solution $(4; 1)$ graphiquement



$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ -4x + 2y - 2 = 0 \end{cases} \text{ a pour solution tous les points de la droite d'équation } 2x - y = -1 .$$



$$\begin{cases} 2x - 7y = -1 \\ 2x - 7y = 8 \end{cases} \text{ n'a pas de solution.}$$

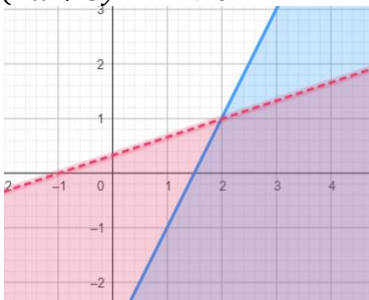


Activités

7

Résolution graphique d'un système d'inéquations du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 2x - y - 3 \geq 0 \\ -x + 3y - 1 < 0 \end{cases}$$



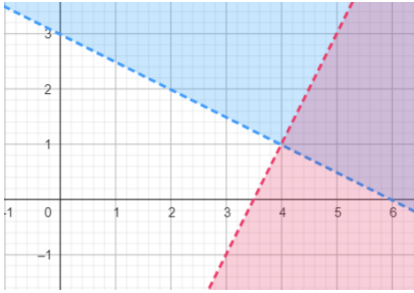
1. ; 2. Et 3. Voir figure

4. L'ensemble solution est la partie hachurée deux fois sans les points de la $-x + 3y - 1 = 0$.

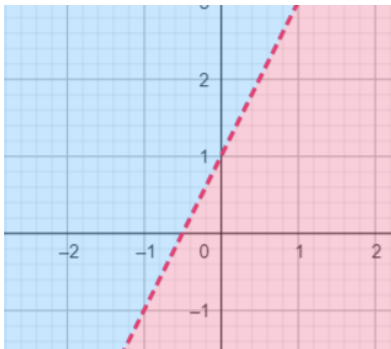
Exercice de fixation

Exercice

$$\begin{cases} x + 2y > 6 \\ 2x - y - 7 > 0 \end{cases}$$

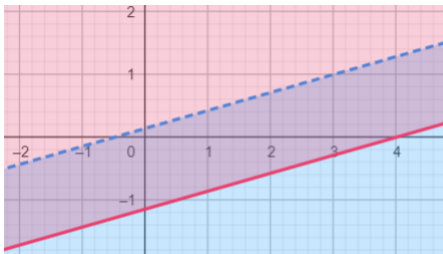


$$\begin{cases} 2x - y < -1 \\ -4x + 2y - 2 < 0 \end{cases}$$



Ce système n'a pas de solution.

$$\begin{cases} 2x - 7y > -1 \\ 2x - 7y \leq 8 \end{cases}$$



L'ensemble solution est la bande de plan comprise entre les deux droites et les points de la droite d'équation $2x - 7y = 8$ sont aussi solutions.

Activités

8

Problème du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Soit x le nombre de manuels de mathématiques et y le nombre de romans. On a :

$$\begin{cases} x + y = 23 \\ 2800x + 150y = 46\,200 \end{cases}$$

On trouve (9 ; 14)

9 manuels de mathématiques

14 Romans

Exercices de fixation

Exercice 1.

Prendre la réponse B.

Exercice 2

a)
$$\begin{cases} 6x + 9y = 16500 \\ 8x + 11y = 21300 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y < 50 \\ x - 7 < y - 4 \end{cases}$$

Exercices de renforcement

1

(E): $5x - 4y = 12$

a) $4y = 5x - 12$

$$y = \frac{5x-12}{4} = \frac{5}{4}x - 3$$

b) $5x - 4y = 12$

$5x = 12 + 4y$

$$x = \frac{12+4y}{5}$$

C) • (4 ; 2) on a : $y = \frac{5}{4}x - 3 = \frac{5}{4} \times 4 - 3 = 2$; le couple (4 ; 2) est solution de l'équation• (3 ; 1) on a : $y = \frac{5}{4}x - 3 = \frac{5}{4} \times 3 - 3 = \frac{3}{4}$; le couple (3 ; 1) n'est pas solution de l'équation

• le couple (0 ; -3) est solution de l'équation

• le couple (5 ; 3) n'est pas solution de l'équation

• le couple $(1 ; -\frac{7}{4})$ est solution de l'équation

2

$2x - 3y + 1 = 0$

1. $(0 ; \frac{1}{3}) ; (-\frac{1}{2} ; 0) ; (1 ; 1)$ et $(4 ; 3)$ sont 4 solutions de l'équation2. si $y = -1 ; a = -2$

$$\text{Si } x = 2 ; b = \frac{5}{3}$$

3. $2(2a) - 3(a) + 1 = 0 ; a = -1$ $(-2 ; -1)$ vérifie les conditions4. On trouve le couple (1 ; 1) soit $c = 1$.

3

Pour (0 ; 2)

Equations

• $x + y = 2$; • $3x + 2y = 4$; $5x - 3y = -6$

Inéquations

• $x + y \geq 0$; • $3x + 2y > 0$; $5x - 3y < 0$

Pour (-1 ; 3)

Equations

• $x + y = 2$; • $3x + 2y = 3$; $5x - 3y = -14$

Inéquations

• $x + y \geq 0$; • $3x + 2y > 0$; $5x - 3y + 1 < 0$

Pour (4 ; -5)

Equations

• $x + y = -1$; • $x - y = 9$; $x - 2y = 14$

Inéquations

• $x + y < 0$; • $x - y - 2 > 0$; $x - 2y - 1 > 0$

Pour (-6; -7)

Equations

• $x + y = -13$; • $x - y = 1$; $x - 2y = 8$

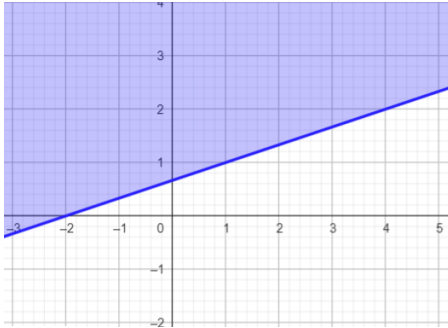
Inéquations

• $x + y < 0$; • $x - y > 0$; $x - 2y - 1 > 0$

4

$x - 3y + 2 \leq 0$

1. (-2 ; 3) ; (0 ; 7) ; (-6 ; 2) et (-8 ; -1) sont solution



5

$5x - 4y + 9 \geq 0$

1.

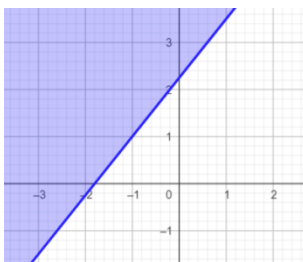
(-3 ; 0) ; (0 ; 4) et (-1 ; 3) sont solutions

2.

• $5a + 4 + 9 \geq 0$; $a \geq -\frac{13}{5}$

• $10 - 4b + 9 \geq 0$; $b \leq \frac{19}{4}$

• $5\left(\frac{a}{5}\right) - 4a + 9 \geq 0$; $-3a + 9 \geq 0$; $a \leq 3$



6

$\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ -x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$ a pour solution (-1 ; 1)

$\begin{cases} 2x + y = -6 \\ -3x + 2y = 23 \end{cases}$ a pour solution (-5 ; 4)

$$\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 2x - y - 6 = 0 \end{cases} \text{ a pour solution } (5 ; 4)$$

$$\begin{cases} 7x + 3y = 10 \\ x - y = 0 \end{cases} \text{ a pour solution } (1 ; 1)$$

$$\begin{cases} 4x - 3y + 5 = 0 \\ 5x + 2y = 11 \end{cases} \text{ a pour solution } (1 ; 3)$$

7

$$\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 3x + 2y - 21 = 0 \end{cases} \text{ a pour solution } \left(\frac{17}{5} ; \frac{27}{5}\right)$$

$$\begin{cases} -5x - y - 9 = 0 \\ 7y = 3 - 5x \end{cases} \text{ a pour solution } \left(-\frac{11}{5} ; 2\right)$$

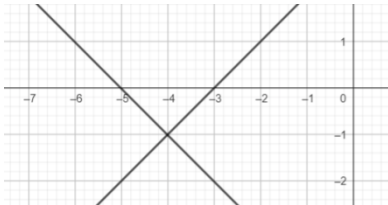
$$\begin{cases} 12x - 7y = 2 \\ -8x - 21y = -50 \end{cases} \text{ a pour solution } \left(\frac{14}{11} ; \frac{146}{77}\right)$$

$$\begin{cases} 4x - 3y - 6 = 0 \\ -2x - \frac{3}{2}y + 1 = 0 \end{cases} \text{ a pour solution } \left(1 ; -\frac{2}{3}\right)$$

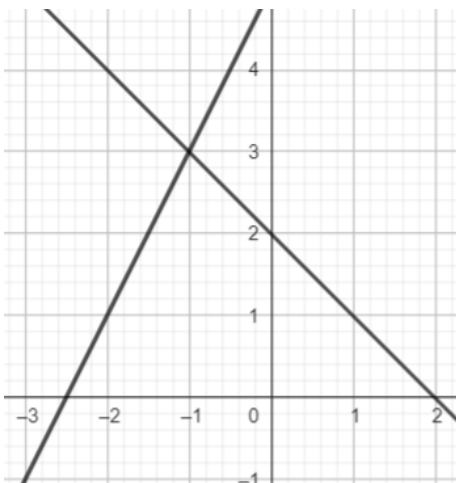
$$\begin{cases} -6x + y - 1 = 0 \\ -3y = -18x - 3 \end{cases} \text{ a pour solution } (k ; 6k+1) \text{ ou tous les points de la droite } -6x + y - 1 = 0$$

8

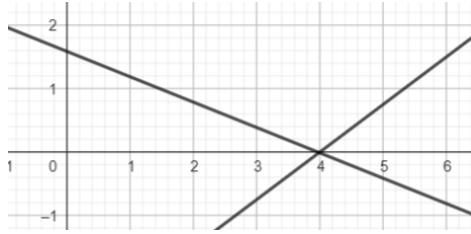
$$\begin{cases} x - y = -3 \\ x + y = -5 \end{cases} \text{ a pour solution } (-4 ; -1)$$



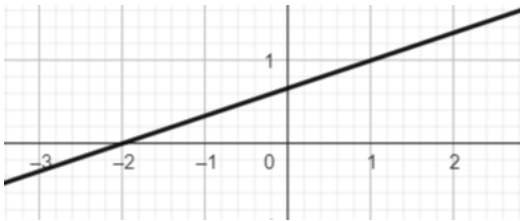
$$\begin{cases} -x - y + 2 = 0 \\ 2x - y = -5 \end{cases} \text{ a pour solution } (-1 ; 3)$$



$$\begin{cases} 3x - 4y - 12 = 0 \\ -2x - 5y + 8 = 0 \end{cases} \text{ a pour solution } (4 ; 0)$$



$$\begin{cases} -2x + 6y - 4 = 0 \\ x - 3y = -2 \end{cases} \text{ a pour solution tous les coordonnées de tous les points de la droite d'équation } x - 3y = -2$$



Les deux droites sont confondues.

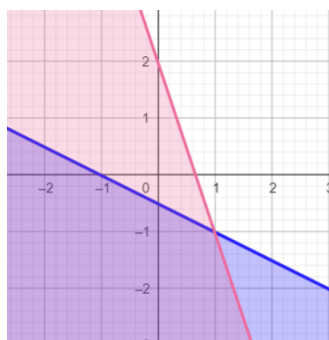
$$\begin{cases} -6x + y - 1 = 0 \\ -3y = -18x - 3 \end{cases} \text{ a pour solution } (k ; 6k+1) \text{ ou tous les points de la droite } -6x + y - 1 = 0$$



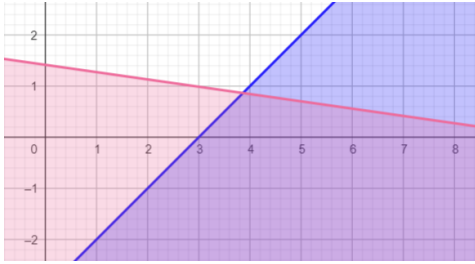
9

Les solutions sont les parties du plan hachurées deux fois.

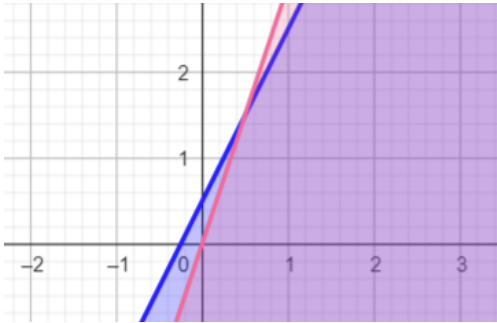
$$\begin{cases} x + 2y + 1 \leq 0 \\ -3x - y + 2 \geq 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x - y - 3 \geq 0 \\ x + 7y - 10 \leq 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} -4x + 2y \leq 1 \\ 3x - y \geq 0 \end{cases}$$



10

Pour (0; 0)

Equations

$$\begin{cases} -4x + 2y = 0 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$$

Inéquations

$$\begin{cases} -4x + 2y \leq 1 \\ 3x - y \geq 0 \end{cases}$$

Pour (-1; 2)

Equations

$$\begin{cases} -4x + 2y = 8 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$$

Inéquations

$$\begin{cases} -4x + 2y \geq 1 \\ 3x - y \leq 0 \end{cases}$$

Pour (5; -4)

Equations

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 9 \end{cases}$$

Inéquations

$$\begin{cases} x + y \geq 1 \\ x - y \leq 20 \end{cases}$$

Pour (-3; -7)

Equations

$$\begin{cases} x + y = -10 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

Inéquations

$$\begin{cases} x + y < 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$$

11

$$\begin{cases} x + y = 19 \\ x - y = 5 \end{cases} \text{ a pour solution } (12 ; 7)$$

12

$$\begin{cases} 4x + 2y = 2400 \\ 2x + 4y = 3450 \end{cases} \text{ a pour solution } (225 ; 750)$$

Prix d'un croissant : 225 F

Prix d'une glace : 750

Exercices d'approfondissement

13

$$(x + 3)^2 + y^2 - 2xy = (x - y)^2 + 5y$$

$$1. (x + 3)^2 + y^2 - 2xy = (1 + 3)^2 + 3^2 - 2 \times 1 \times 3 = 16 + 9 - 6 = 19$$

$$(x - y)^2 + 5y = (1 - 3)^2 + 5 \times 3 = 4 + 15 = 19$$

Donc le couple (1 ; 3) est solution

$$2. (x + 3)^2 + y^2 - 2xy = x^2 + 6x + 9 + y^2 - 2xy$$

$$(x - y)^2 + 5y = x^2 - 2xy + y^2 + 5y$$

$$(x + 3)^2 + y^2 - 2xy = (x - y)^2 + 5y \text{ équivaut à } x^2 + 6x + 9 + y^2 - 2xy = x^2 - 2xy + y^2 + 5y$$

Soit $6x + 9 = 5y$ en fin $6x - 5y + 9 = 0$.

$$3. \text{ On a : } 6 \times 1 - 5 \times 3 + 9 = 0$$

Donc le couple (1 ; 3) est solution

14

On a : (-1 ; 2) ; (-2 ; 3) et (-3 ; 4)

15

$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 3x - 2y + 9 = 0 \end{cases} \text{ a pour solution } (-1 ; 3)$$

$$\begin{cases} x\sqrt{2} + y\sqrt{3} = 0 \\ x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = 1 \end{cases} \text{ a pour solution } \left(\frac{\sqrt{3}}{5}; -\frac{\sqrt{2}}{5}\right)$$

$$\begin{cases} 0,11x - 0,03y = 0,25 \\ 0,12x + 0,05y = 0,7 \end{cases} \text{ a pour solution } (3,68 ; 5,16)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y = 1 \\ x - \frac{1}{3}y = -\frac{5}{3} \end{cases} \text{ a pour solution } (-1 ; 2)$$

$$\begin{cases} \frac{x+1}{4} + \frac{y-3}{10} = -\frac{1}{6} \\ 4x - 3y + 1 = 0 \end{cases} \text{ a pour solution } \left(-\frac{9}{23} ; -\frac{13}{69}\right)$$

16

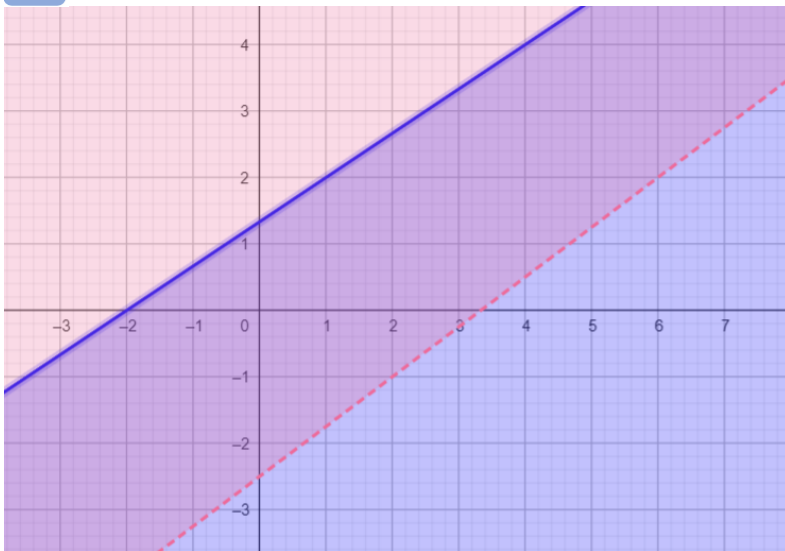
$$1. \begin{cases} (2a - 3)x + (b + 1)y = 0 \\ ax - (b - 2)y = -3 \end{cases} \text{ On a : } \begin{cases} (2a - 3)(1) + (b + 1)(-1) = 0 \\ a(1) - (b - 2)(-1) = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a - b - 4 = 0 \\ a + b = -1 \end{cases} \text{ on trouve } a = 1 \text{ et } b = -2$$

2. L'équation devient

$$\begin{cases} -x - y = 0 \\ x + 4y = -3 \end{cases} \text{ et le couple } (1 ; -1) \text{ est solution.}$$

17

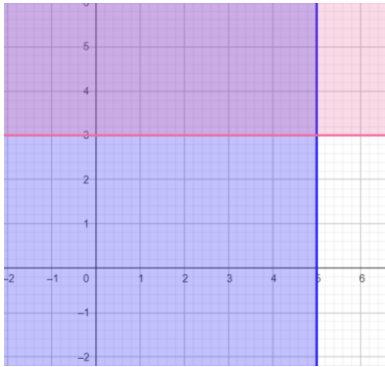


Les couples solutions sont : $(0 ; -2)$; $(1 ; 3)$ et $(0 ; 0)$

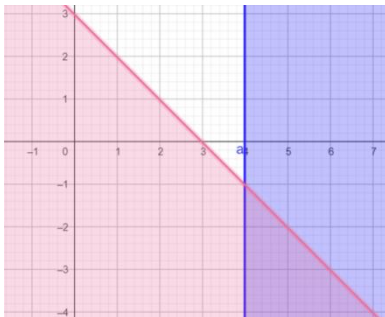
18

L'ensemble solution est hachuré deux fois.

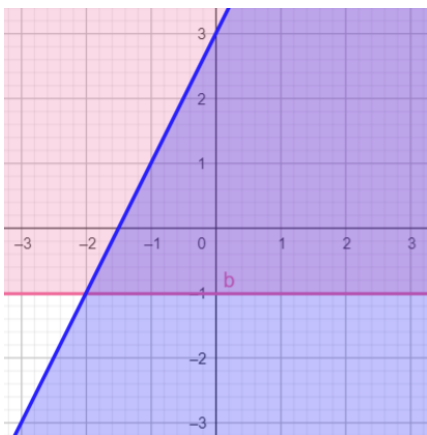
$$\begin{cases} x \leq 5 \\ y \geq -3 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x \geq 4 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} -2x + y \leq 3 \\ y \geq -1 \end{cases}$$



19

$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

20

On trouve l'inéquation : $x + y \geq 2$

21

On trouve l'inéquation $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ -x + y \leq -1 \end{cases}$

22

$\begin{cases} x + y = 34 \\ x + 4 = 2(y + 4) \end{cases}$ on a : Bertrand : 24 ans et Son frère : 10 ans

23

Prix chemise cartonnée A : 80 F

Prix chemise cartonnée A : 60 F

24

Âge de Sophie : y et Âge d'Alice : x

$\begin{cases} x - 3 = 3(y - 3) \\ \frac{x+9}{2} = y + 9 \end{cases}$ par simplification on trouve $\begin{cases} x - 3y + 6 = 0 \\ x - 2y - 9 = 0 \end{cases}$

$x = 39$ et $y = 15$

Faire attention : $\begin{cases} x - 3y + 6 = 0 \\ x - 2y - 9 = 0 \end{cases}$ et non $\begin{cases} x - 3y + 6 = 0 \\ x + 2y - 9 = 0 \end{cases}$

25

x le nombre de casiers de sucreries

y le nombre de casier de bière

$\begin{cases} x = y - 10 \\ 5160x + 6300y = 108\,900 \end{cases}$

On trouve $x = 15$ et $y = 5$

26

$\begin{cases} x + y = 45 \\ x + 2y = 71 \end{cases}$ Soit 19 Dromadaires et 26 chameaux

27

6 tables et 34 clients

28

remplacer 117 par 115.

Pour résoudre ce problème, définissons les variables suivantes :

- Soit x ton âge actuel.

- Soit y mon âge actuel.

D'après la première information, "j'ai deux fois l'âge que tu avais quand j'avais l'âge que tu as", cela signifie que lorsque j'avais x ans, tu avais y ans, et à ce moment-là, j'avais deux fois l'âge que tu avais. Donc, on a :

$$y = 2 \times (x - y)$$

En simplifiant cette équation, nous obtenons :

$$y = 2x - 2y$$

$$3y = 2x$$

$$x = \frac{3y}{2}$$

D'après la deuxième information, "Quand tu auras l'âge que j'ai, nous aurons ensemble 117 ans", cela signifie que lorsque tu auras y ans et j'aurai y ans également, la somme de nos âges sera 117 ans :

$$x + y = 115 \text{ et non } 117$$

Maintenant, nous avons deux équations :

$$1. x = \frac{3y}{2}$$

$$2. x + y = 115$$

On trouve $x = 69$ et $y = 46$

29

$$y - x = 8$$

$$\frac{x}{8} = \frac{2}{6}$$

$$x = \frac{8}{3} \text{ et } y = \frac{32}{3}$$

30

$$\begin{cases} 3x + 4y = 480 \\ 5x + 6y = 750 \end{cases}$$

On trouve : $x = 60$ et $y = 75$

31

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 400x + 200y = 4200 \end{cases}$$

$$x = 6 \text{ et } y = 9$$

32

Pour résoudre ce problème, définissons les variables suivantes :

- r : nombre de refus
- b : nombre de barres tombées

D'après les informations données pour le cheval de Pierre :

$$r=2 \quad b=3$$

$$2r+3b=18$$

Et pour le cheval de Jean :

$$r=1 \quad b=4$$

$$r+4b=19$$

Nous avons donc un système de deux équations à deux inconnues :

$$\begin{cases} 2r + 3b = 18 \\ r + 4b = 19 \end{cases}$$

Résolvons ce système.

Pour répondre aux questions posées :

- Un refus coûte $r=3$ points.
- La chute d'une barre coûte $b=4$ points.

Un refus coûte 3 points et la chute d'une barre coûte 4 points.

33

$$\begin{cases} 3x + y = 1\,550 \\ 2x + 3y = 2\,060 \end{cases}$$

Le prix d'une baguette est 370 F et le prix d'un pain est 440 F.

Situations d'évaluation

34

1. a) $x + y = 120$

b) $200x + 100y = 21\,000$

2. $\begin{cases} x + y = 1200 \\ 200x + 100y = 21\,000 \end{cases}$

$x = 90$ et $y = 30$

Il y a 90 bouteilles de jus d'ananas et 30 bouteilles de jus d'orange.

Leçon

6

Applications affines

Situation d'Apprentissage

Faire lire la situation d'apprentissage à haute voix une ou deux fois par un ou deux bon(s) lecteur(s).

Expliquer les mots difficiles à la demande des apprenants.

Ici par exemple : Pertinent signifie juste, approprié, bien-fondé

Poser oralement les questions/consignes suivantes :

Questions/consignes	Réponses attendues
De quoi parle le texte	Il s'agit de facture d'eau
Quels sont les acteurs de cet évènement ?	M. Sogon, son fils et les camarades de son fils
Où se passe la situation	Dans la famille de Sogon
Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans ce texte?	La non maîtrise des factures
Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ?	Difficulté à prévoir la facture
Que décident de faire les acteurs ?	Son fils et ses camarades décident d'aider Monsieur Sogon

L'énoncé dit que la facture se compose d'une taxe fixe à laquelle s'ajoute le prix du mètre cube multiplié par le nombre de mètres cubes d'eau consommée. C'est facturation est une fonction mathématique appelée application affine : Nous étudierons cette fonction selon le plan suivant :

1) Applications affines

2) Application linéaires

Installation des habiletés

Activités

1

Application affine

1. Définition

Activité

Soit x le nombre de vaisselles commandé et $f(x)$ le prix à payer à la compagnie FAMCI

1) $f(x) = 6000 + 500x$

2) $f(x)$ est de la forme $ax + b$

3) Pour 125 vaisselles on a : $f(125) = 6000 + 500 \times 125 = 68\,500$ FCFA

4) le nombre de vaisselles pour une Somme de 21000 F

$6000 + 500x = 21000$ équivaut à $x = 30$

Il faut 30 vaisselles pour 21 000F

Exercices de fixation

Exercice 1

Les applications affines sont : f ; g ; k et l .

Exercice 2

1. Si $f(2) = 5$ alors l'image de 2 est 5 par f .
2. Si $f(4) = 12$ alors 12 est l'antécédent de 4 par f .

Exercice 3

- a) Le coefficient de f est 4 et son l'ordonné à l'origine est 0.
- b) Le coefficient de g est $-\frac{1}{2}$ et son l'ordonné à l'origine est 5.
- c) Le coefficient de j est $\frac{2}{3}$ et son l'ordonné à l'origine est -1 .
- d) a) Le coefficient de k est -3 et son l'ordonné à l'origine est 0.
- e) Le coefficient de l est $\sqrt{7}$ et son l'ordonné à l'origine est -3 .

Exercice 4

- 1.a) $f\left(\frac{3}{5}\right) = 5$ et $f(-6) = -28$
- b) $f(x) = 4$ équivaut à $5x + 2 = 4$
équivaut à $x = \frac{2}{5}$
 $f(x) = 22$ équivaut à $5x + 2 = 22$
équivaut à $x = 4$

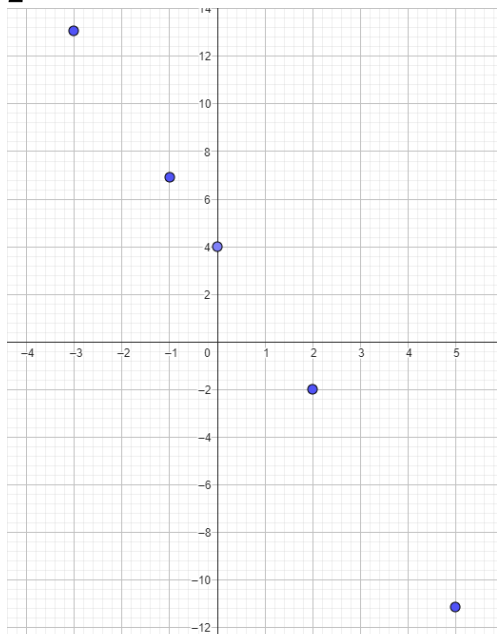
2 : Représentation graphique d'une application affine

Activité

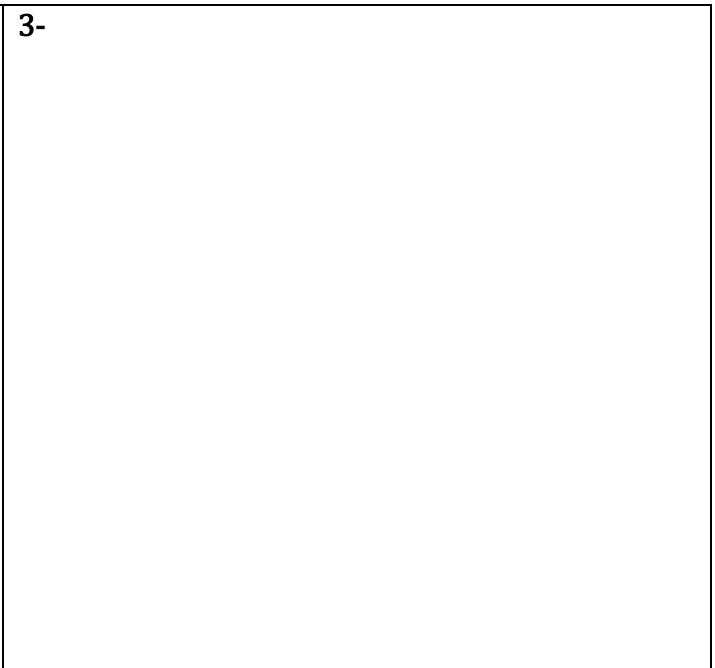
1-

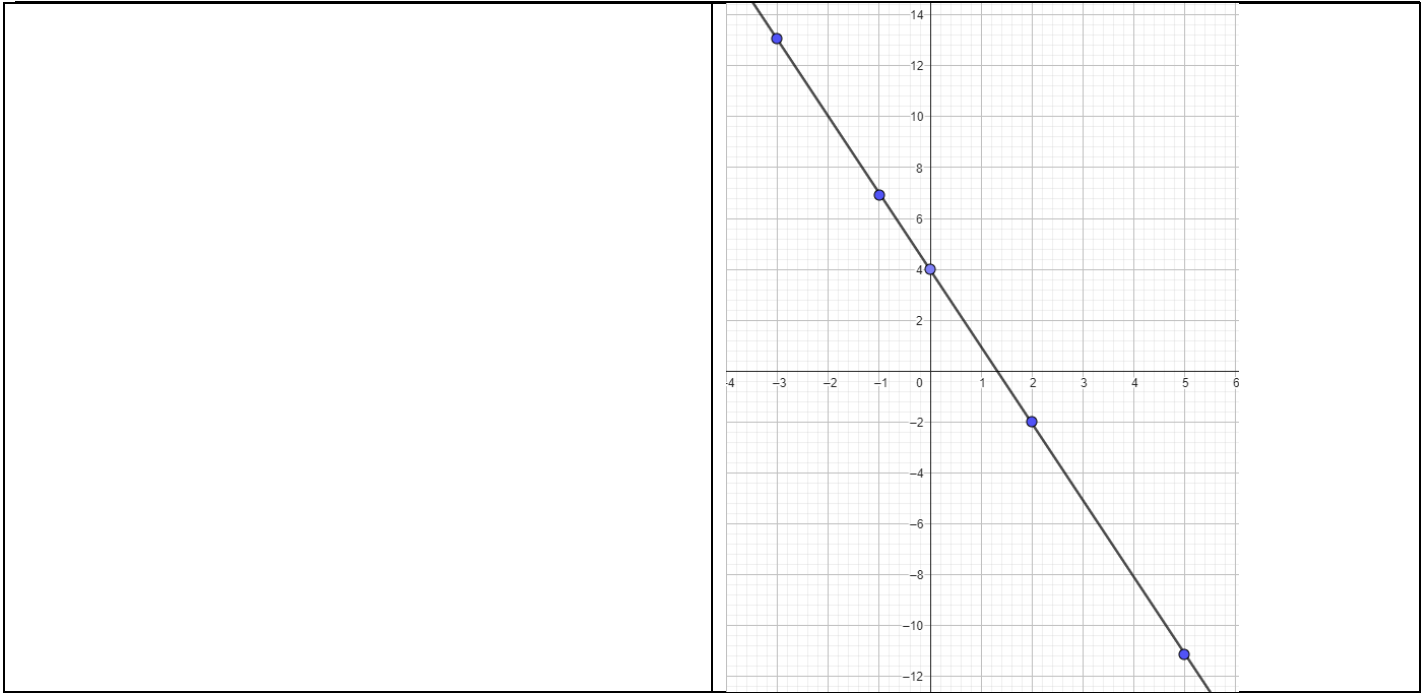
x	-3	-1	0	2	5
$f(x)$	13	7	4	-2	-11

2-



3-





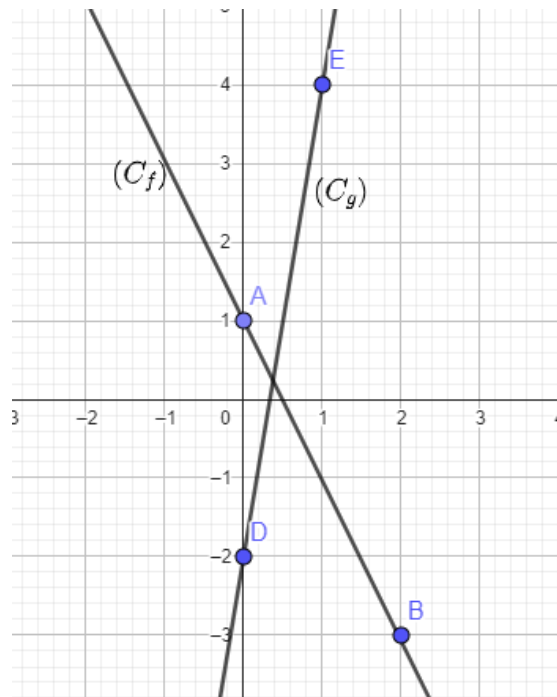
4- Une équation de cette droite est : $y = -3x + 4$

Exercices de fixation

Exercice 1

Les représentations (C_g) ; (C_k) ; (C_j) sont celles d'une application affine.

Exercice 2



Exercice 3

Le coefficient de f est 4 et l'ordonnée à l'origine est -1 .

Exercice 4

a) $f(1) = 2$; b) $f(0) = 1$

3 : Sens de variation d'une fonction affine

Activité

On donne l'application affine f définie par : $f(x) = ax + b$ où a et b sont des nombres réels.

1) On suppose que $a > 0$

Soient x_1 et x_2 deux nombres réels tels que : $x_1 \leq x_2$

a) $ax_1 < ax_2$ car $a > 0$ et $ax_1 + b < ax_2 + b$ donc $f(x_1) \leq f(x_2)$

b) Donc si $a > 0$, alors f est croissante.

2) On suppose que $a < 0$

Soient x_1 et x_2 deux nombres réels tels que : $x_1 \leq x_2$

b) $ax_1 \geq ax_2$ car $a < 0$ et $ax_1 + b \geq ax_2 + b$ donc $f(x_1) \geq f(x_2)$

c) Donc si $a < 0$, alors f est décroissante.

3) On suppose que $a = 0$

Soient x_1 et x_2 deux nombres réels tels que : $x_1 \leq x_2$

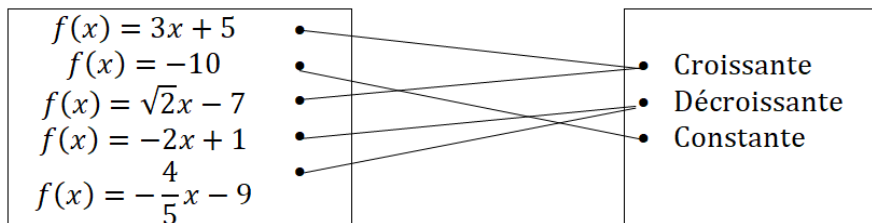
b) $ax_1 = ax_2$ car $a = 0$ et $ax_1 + b = ax_2 + b$ donc $f(x_1) = f(x_2)$

c) Donc si $a = 0$, alors f est constante.

Exercices de fixation

Exercice 1

Relie chacune des applications affines de la colonne de gauche à son sens de variation à la colonne de droite.



Exercice 2

- a) f est croissante ; b) g est décroissante ; c) f est constante

4 : Variation et représentation graphique d'une application affine.

Activité

1.a) Soient x_1 et x_2 deux nombres réels tels que : $x_1 \leq x_2$

$f(x_1) \leq f(x_2)$, d'après le graphique.

b) le signe du coefficient directeur de f est positif.

c) si le coefficient directeur de la droite (D_1) est positif, alors f est croissante.

2.a) Soient x_1 et x_2 deux nombres réels tels que : $x_1 \leq x_2$

$g(x_1) \geq g(x_2)$, d'après le graphique.

b) le signe du coefficient directeur de (D_2) est négatif.

c) si le coefficient directeur de g est négatif, alors g est décroissante.

3.a) Soient x_1 et x_2 deux nombres réels tels que : $x_1 \leq x_2$

$h(x_1) = h(x_2)$, d'après le graphique.

b) le coefficient directeur de la droite (D_3) est nul.

c) si le coefficient directeur de h est nul, alors h est constante.

Exercices de fixation

Exercice 1

L'application affine f est constante ; l'application affine g est décroissante ; l'application affine h est croissante ;

Exercice 2

L'application f est croissante	L'application g est décroissante
L'application h est décroissante	L'application k est croissante
L'application i est constante ;	

Activités

1

Application linéaire

1. Définition

Activité

1°) On désigne par x le nombre de gâteaux vendus et par $f(x)$ la recette.

Complète le tableau :

x	0	10	25	40	50	75	123
$f(x)$	0	2500	6250	10 000	12 500	18750	30750

2) Expression le prix $f(x)$ à payer en fonction nombre de gâteaux x est : $f(x) = 250x$

3) la forme de $f(x)$ est de la forme : $f(x) = ax$.

4) $f(x) = 250x$ est de la forme $f(x) = ax + b$, avec $b=0$

Exercices de fixation

Exercice 1

Les applications linéaires sont : $f ; g ; h$ et k .

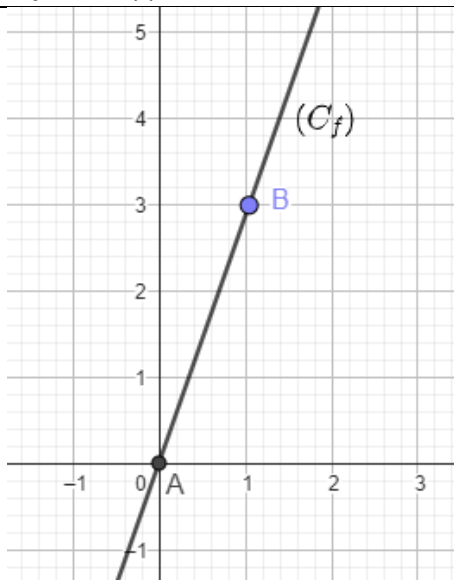
Exercice 2

1) $f\left(\frac{5}{3}\right) = 1$ et $f(-5) = -3$

2) L'antécédent de $-\frac{2}{3}$ est : $-\frac{10}{9}$ par f ; L'antécédent de 3 est : 5 par f .

2. Représentation Graphique d'une application linéaire

Activité



$f(0) = 0$
 (C_f) passe par O.

Exercices de fixation

Exercice 1

Les droites (D_1) et (D_3) sont les représentations graphiques d'applications linéaires.

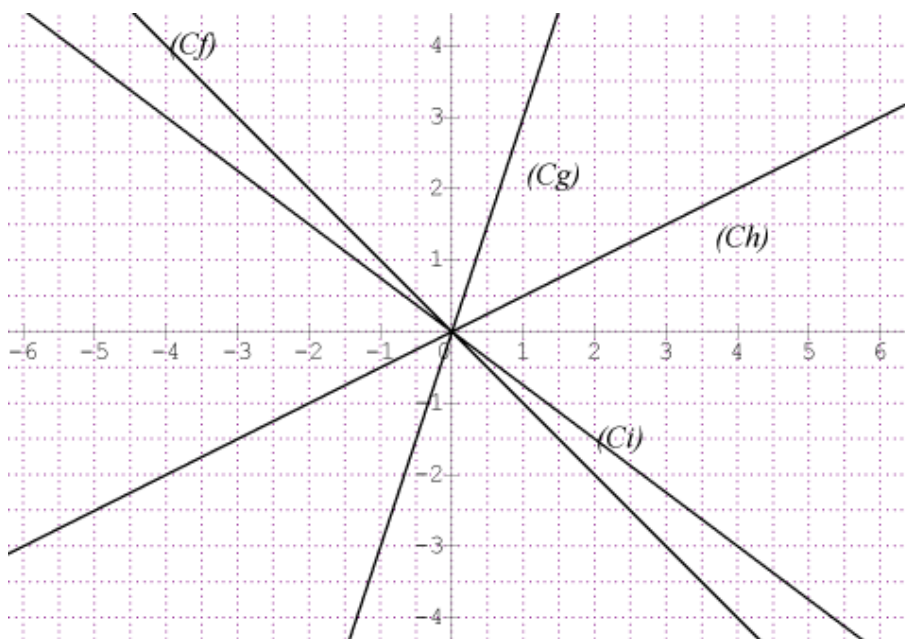
Exercice 2

Construis dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) les droites représentant les applications linéaires définies ci-dessous.

- a) $f: x \mapsto -x$; b) $f: x \mapsto 3x$; c) $f: x \mapsto \frac{1}{2}x$; d) $f: x \mapsto -\frac{3}{4}x$

Remarque : renommer les applications linéaires

- a) $f: x \mapsto -x$; b) $g: x \mapsto 3x$; c) $h: x \mapsto \frac{1}{2}x$; d) $i: x \mapsto -\frac{3}{4}x$



3 : Propriétés de linéarité

Activité

f L'application linéaire définie par : $f(x) = ax$.

1) $f(u + v) = a(u + v) = au + av = f(u) + f(v)$

2) $f(ku) = a(ku) = k(av) = kf(u)$

Exercices de fixation

Exercice 1

1-c ; 2-a ; 3-b

Exercice 2

$f(9) = 15$ Équivaut à $f(3) = 5$; $f(12) = f(4 \times 3) = 4f(3) = 4 \times 5 = 20$.

Exercice 2

$f(3) = 5$ et $f(12) = f(4 \times 3) = 4f(3) = 4 \times 5 = 20$

Exercices de renforcement

1

1-F ; 2-F ; 3-V ; 4-F

2

1-b ; 2-a ; 3-c ; 4-a

3

Applications	L'application est :		
	Application affine	Application linéaire	Ni affine, ni linéaire
$f(x) = 18x - 23$	X		
$g(x) = \frac{3}{x} + 5$			X
$h(x) = 13x$		X	
$i(x) = 7 + 2x - 7$	X		
$j(x) = 2x \times 5$		X	
$k(x) = 31$	X		
$l(x) = 6(3x - 1)$	X		
$m(x) = 4x + 5 - 4x$	X		
$n(x) = 3x(7x - 2)$			X

4

1) $f(2) = -3$; 2) L'antécédent de 17 par f est -3 .

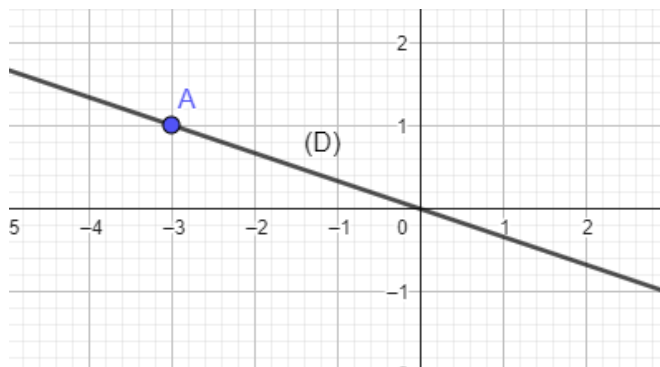
3) Le nombre qui a pour image 4 par f . $f(x) = 4$ équivaut à $x = \frac{1}{4}$.

4) $f\left(\frac{7}{20}\right) = \frac{18}{5}$ et $f(720) = -2875$

5

$h(-6) = 2$

- 1) Le coefficient de cette application linéaire est : $-\frac{1}{3}$
- 2) $h(-3) = 1$
- 3) l'antécédent de 9 par h est : -27



6

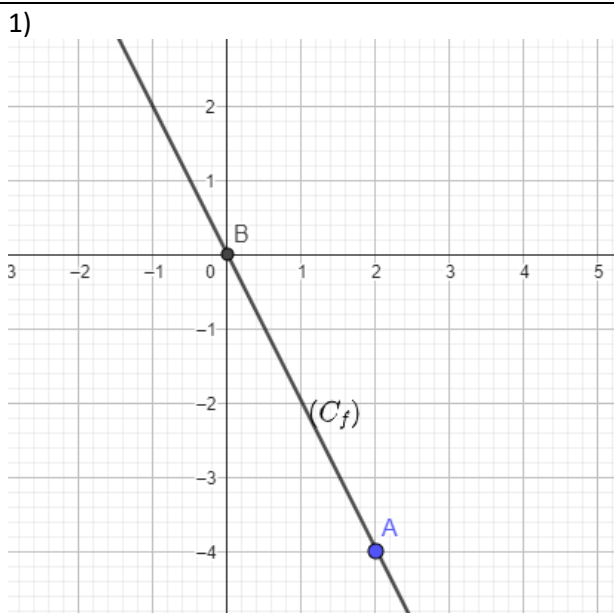
L'application affine f	Le coefficient directeur de f	L'ordonnée à l'origine de f	Le sens de variation de f
1. $f(x) = 3x + 5$	3	5	f est croissante
2. $f(x) = -2x - 7,5$	-2	-7,5	f est décroissante
3. $f(x) = -\frac{5}{7}x + 0,9$	$-\frac{5}{7}$	0,9	f est décroissante
4. $f(x) = 2 - 3x$	-3	2	f est décroissante

7

1)

2) L'expression de f est $f(x) = 2x - 1$

8



2) $f(x) = -2x$

3) L'antécédent de 8 par f est -4

9

a) Le coefficient est : $\frac{2}{3}$; b) Le coefficient est : $\frac{4}{3}$; c) Le coefficient est : $-\frac{1}{2}$; d) Le coefficient est : $-\frac{2}{3}$.

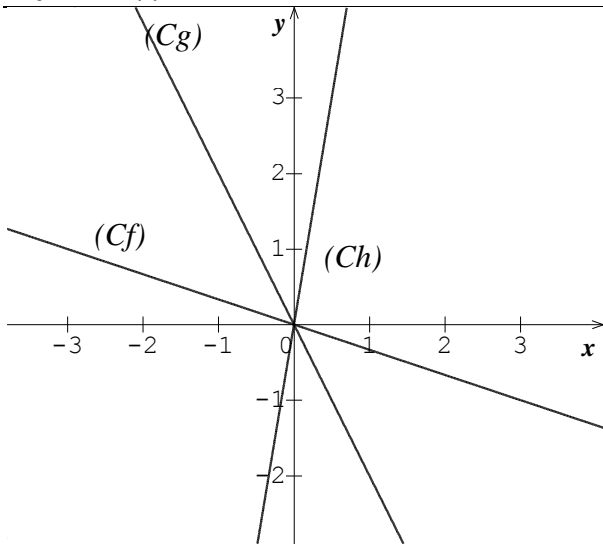
10

- 1) $g(6) = 1$; $g(-4) = -4$;
2. a) $g(x) = -3$ équivaut à $x = -2$
- b) $g(x) = -5$ équivaut à $x = -6$
- 3) L'antécédent de 0 est : -2 .
- 4) l'expression de $g(x) = \frac{1}{2}x - 2$

11

On sait que $9 \leq 18$ et $f(9) \geq f(18)$; donc f est décroissante.

12



13

Le coefficient directeur de l'application affine f est $\frac{1}{2}$; donc $f(x) = \frac{1}{2}x$.

14

- 1) Yao a raison car chacune des applications est de la forme $ax + b$.
- 2) Koné n'a pas raison car $f(11) = 39$; $g(11) = -11$ et $h(11) = -1$

15

- 1) a) $f(2) = 1$ b) $f(-4) = -\frac{13}{5}$; c) $f\left(-\frac{4}{3}\right) = -1$; d) $f\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{17}{20}$
- 2) a) l'antécédent de 0 est $:\frac{1}{3}$; b) l'antécédent de 4 est :7 ; c) l'antécédent de $-\frac{4}{3}$ est $:-\frac{17}{9}$;

16

1. a) Le coefficient directeur de f est : -2 . Son ordonné à l'origine est 3;
- b) Le coefficient directeur de g est : 1. Son ordonné à l'origine est 1;
2. a) l'expression de f est : $f(x) = -2x + 3$.
- b) l'expression de g est : $g(x) = x + 1$

17

On sait que $a = \frac{-1-5}{4-0} = -\frac{3}{2}$, on a $h(x) = -\frac{3}{2}x + b$ et $b = 5$, donc $h(x) = -\frac{3}{2}x + 5$

18

- 1) On sait que $a = \frac{70-20}{10-5} = 10$; $f(x) = 10x + b$ et $b = -30$, donc $f(x) = 10x - 30$.
- 2) $f(-6) = -90$

19

- a) J est une application linéaire telle que : $j(4) = 3$
 $j(-8) \neq -5$, car $j(-8) = j(-2 \times 4) = -2 \times 3 = -6$
- b) $j(24) = j(6 \times 4) = 6 \times j(4) = 6 \times 3 = 18$
 $j(4) = 3$ Équivaut à $j(-2 \times -2) = 3$, on a $-2j(-2) = 3$, donc $j(-2) = -\frac{3}{2}$
- c) Le coefficient de j est $\frac{3}{4}$

20

a) $h(1) = -4$; $h(4) = h(4 \times 1) = 4h(1) = 4 \times (-4) = -16$

$h(1) = -4$; $h(5) = h(5 \times 1) = 5h(1) = 5 \times (-4) = -20$

$h(-2,5) = h\left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{1}{2}h(5) = -\frac{1}{2} \times (-20) = 10$

b) le coefficient de h est -4

21

Les applications f ; g et h sont de la forme $ax + b$, donc elles sont des applications affines.

22

Coefficient directeur	L'ordonnée à l'origine	Expression de l'application
$a = 2$	$b = 2$	$f(x) = 2x + 2$
$a = -1$	$b = 3$	$g = -x + 3$
$a = \frac{1}{2}$	$b = 0$	$h(x) = \frac{1}{2}x$

23

Application linéaire	g	k	l	n
Coefficient	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3}$	1,8	-3

24

a) $k(7) = 2$ équivaut à $k(21) = k(3 \times 7) = 3h(7) = 3 \times 2 = 6$

$k(-3,5) = h\left(-\frac{7}{2}\right)$, on a $h\left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{1}{2}k(7) = -\frac{1}{2} \times 2 = -1$

b) le coefficient de k est $\frac{2}{7}$.

25

On sait que $5 \geq -2$ et $g(5) = g(-2)$, donc g est constante.

26

On sait que $-2 \geq -5$ et $h(-2) \geq h(-5)$, donc h est croissante.

27

Coefficient de l'application linéaire f		
1) $a = -2$	2) $a = -\frac{1}{3}$	3) $a = \frac{7}{2}$

28

1) f est une application linéaire telle que $f(3) = -6$ équivaut à $f(x) = -2x$

g est une application affine telle que $g(5) = -2$ et $g(-3) = 4$ équivaut à $\begin{cases} 5a + b = -2 \\ -3a + b = 4 \end{cases}$

équivalent à $\begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = \frac{7}{4} \end{cases}$, donc $g(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$

: $f(x) = \frac{15}{100}x$ f est décroissante car $a = -2$ est négatif ; g est décroissante car $a = -\frac{3}{4}$ est négatif.

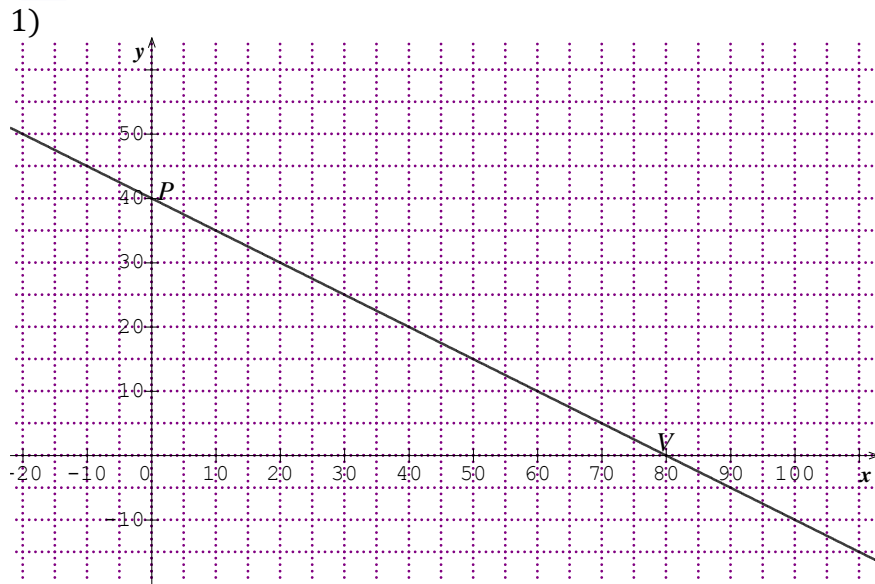
29

- a) « Prendre 15 % de x » : $f(x) = \frac{15}{100}x$
- b) « Augmenter x de 5 % » : $g(x) = 1,05x$
- c) « Prendre 20 % de x » : $h(x) = \frac{20}{100}x$
- d) « Diminue x de 20 % » : $k(x) = 0,80x$
- e) « Augmente x de 45 % » : $i(x) = 1,45x$

30

- 1. $M(-2, y) \in (D)$, donc $y = 3$;
- 2.) $g(-2) = 3$
- 3) $g(x) = -\frac{3}{2}x$
- 4) $y = -\frac{3}{2}x$

31



- 2.a) $V(80; 0)$ et $P(0; 40)$
- b) V c'est la quantité de carburant à 0 km

32

$f(9) = 3f(3) = 30$,
 $f(11) = f(9 + 2) = f(9) + f(2) = f(9) + f\left(3 \times \frac{2}{3}\right) = f(9) + \frac{2}{3}f(3) = 30 + \frac{2}{3} \times 10 = \frac{110}{3}$
 $f\left(\frac{6}{5}\right) = f\left(\frac{2}{5} \times 3\right) = \frac{2}{5} \times f(3) = \frac{2}{5} \times 10 = 4$

33

- 1) $-1 < 2$ et $4 > -2$, c'est-à-dire $-1 < 2$ et $f(-1) \geq f(2)$, f est décroissante.
 - 2) $a = \frac{4 - (-2)}{-1 - 2} = -\frac{6}{3} = -2$ et $b = 4 - 2 = 2$
- Donc $f(x) = -2x + 2$

14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28

34

Pour déterminer le sens de variation de h et suffit d'étudier le signe de $2 - \sqrt{7}$
 Or on sait $2^2 < (\sqrt{7})^2$, on a : $2 - \sqrt{7} < 0$, ainsi h est décroissante.

35

$\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$ et $\frac{5}{7} = \frac{25}{35}$, ainsi $\frac{4}{5} \geq \frac{5}{7}$ et $g(\frac{4}{5}) \leq g(\frac{5}{7})$, g est décroissante.
 On sait que : $3\sqrt{5} \leq 7$ et g est décroissante on a $g(3\sqrt{5}) \geq g(7)$.

36

1) $a = \frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} = \frac{-10-2}{-3-3} = \frac{-12}{-6} = 2$.
 2) $f(x) = 2x + b$ or $f(3) = 2$, on a : $2 \times 3 + b = 2$, ainsi $b = -4$, Donc $f(x) = 2x - 4$.

37

1.a) $a = \frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} = \frac{5-2}{-1-2} = \frac{3}{-3} = -1$
 $a < 0$, donc f est décroissante ;
 b) on sait que : $-\frac{\sqrt{5}}{3} < \frac{\sqrt{5}}{2} < \sqrt{5}$ et comme f est décroissante on a : $f(-\frac{\sqrt{5}}{3}) > f(\frac{\sqrt{5}}{2}) > f(\sqrt{5})$.
 2) $f(x) = -x + b$, or $f(2) = 2$, $b = 4$, donc $f(x) = -x + 4$.

38

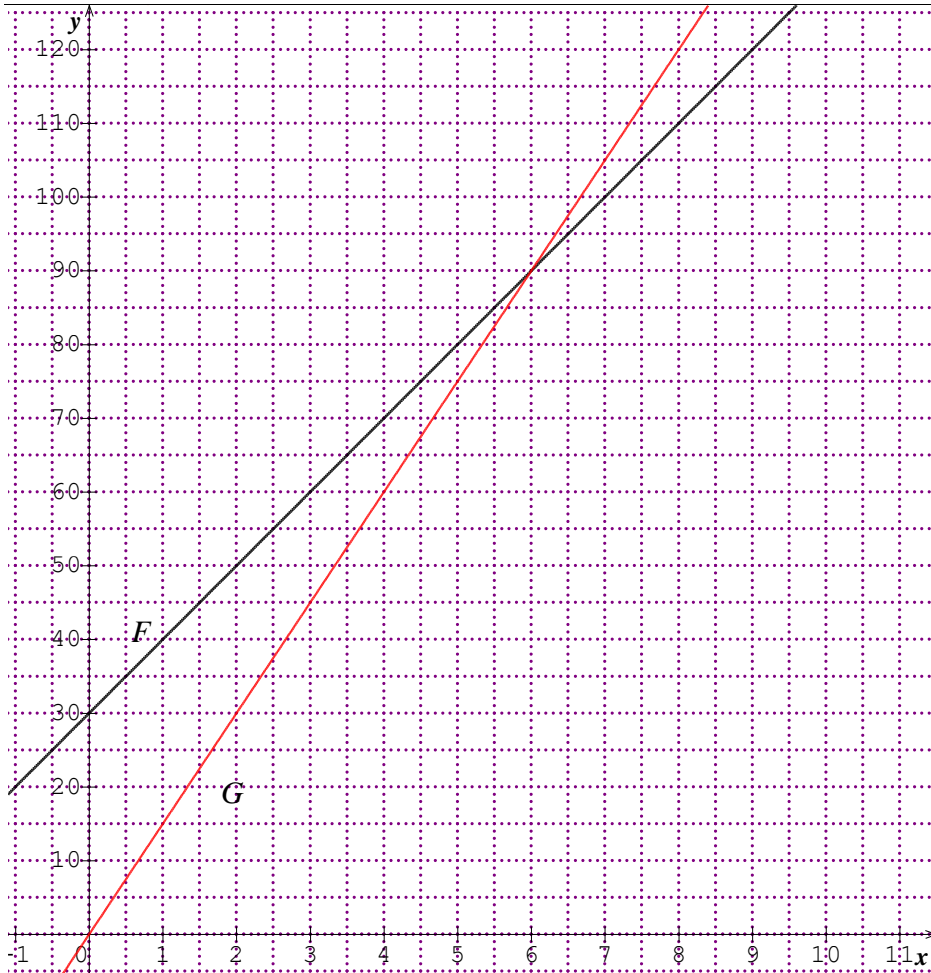
1) Le prix de 540 km de parcours est $700 \times 540 + 10\,000 = 38\,800 F$
 2) Avec 27 500F on a 25 km.
 3) $f(d) = 10000 + 700d$
 f est une application affine.

39

1) x représente le nombre de mois d'abonnements.
 l'application F est telle que : $F(x) = 30\,000 + 10\,000x$
 L'application G est telle que : $G(x) = 15\,000x$
 F l'application est une application affine et G est une application linéaire.
 2.a) et b)

Formule	Pour 3 mois	Pour 6 mois
Option A	60 000 f	90 000
Option B	45 000	90 000

Pour un abonnement de 3 mois c'est l'Option B qui est avantageuse
 Pour un abonnement de 6 mois chacune des Options A et Best avantageuse
 3)

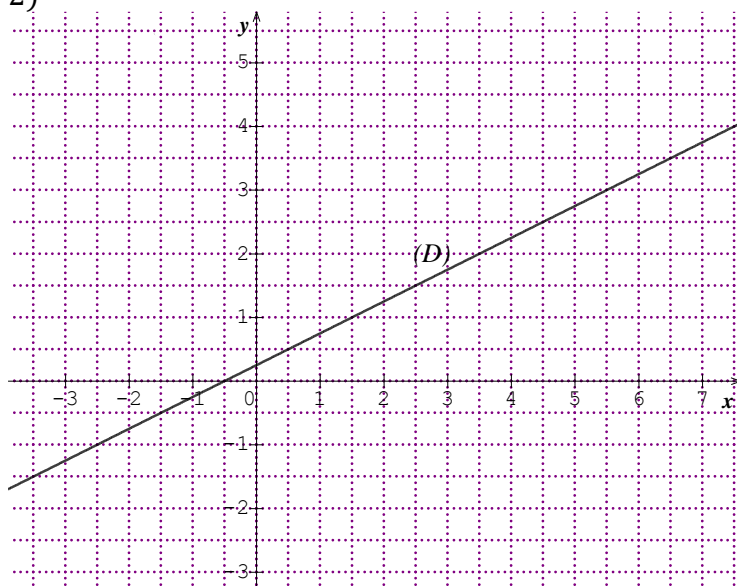


- b) Le nombre de mois pour lequel les deux options sont équivalentes sont le 6^{ème} mois.
 c) Le nombre de mois à partir duquel l'option A est plus avantageuse après le 6^{ème} mois

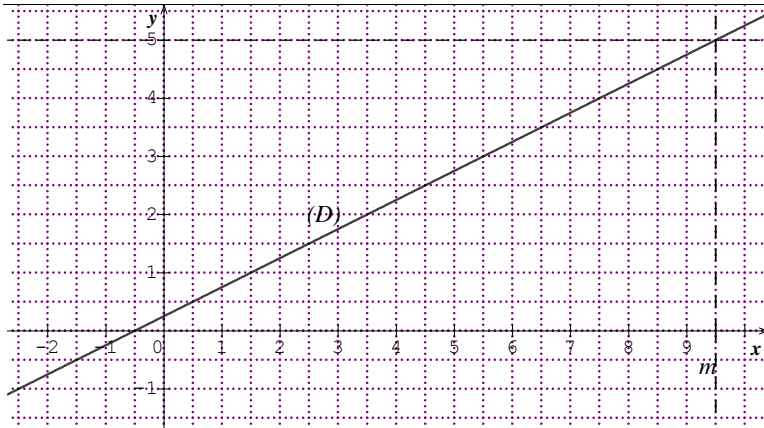
40

1. $f(0) = \frac{1}{4}$; $f(-2) = -\frac{3}{4}$; $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$; $f(4) = \frac{9}{4}$

2)



3)



M=9,5

41

1) Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système d'équation suivant : $\begin{cases} 6x + y - 440 = 0 \\ 17x + 2y - 1080 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} 6x + y - 440 = 0 \\ 17x + 2y - 1080 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 200 \\ 6x + y - 440 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 200 \end{cases}$$

La solution du système est $\{(40; 200)\}$

2) Le prix à payer sur le réseau téléphonique "EXPRESSO" comprend une somme forfaitaire et un prix
 a) Déterminons le prix d'une minute de communication et la somme forfaitaire sur le réseau "EXPRESSO"

Soit s la somme forfaitaire et x le prix d'une minute de communication

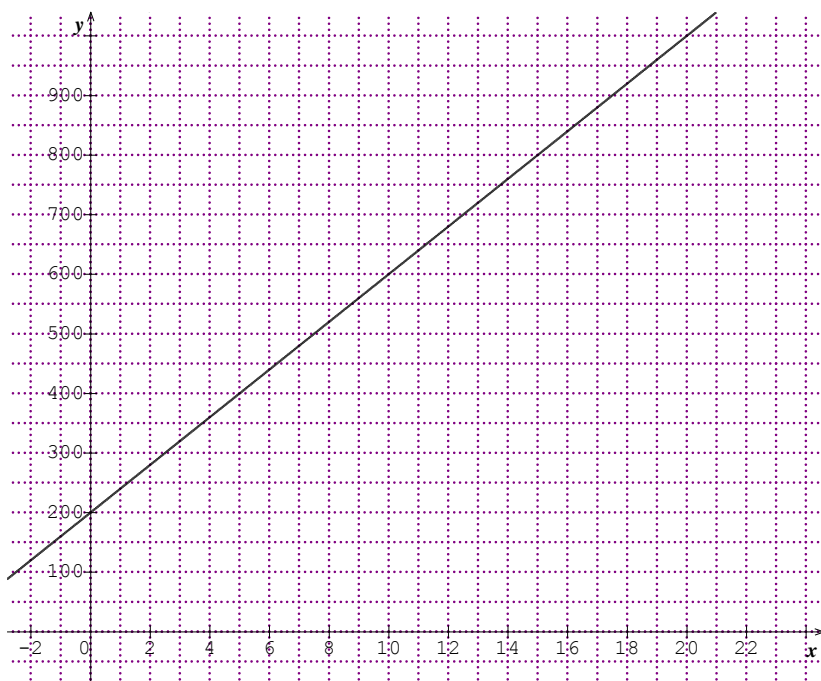
Le prix a payé par Alioune : $440 = s + 6x$ et $540 = s + 8,5x$

On a le système suivant : $\begin{cases} 6x + s - 440 = 0 \\ 8,5x + s - 540 = 0 \end{cases}$ ainsi $s = 200$, la somme forfaitaire sur le réseau est 40 F

b) Déterminons l'application affine qui définit la somme à payer en fonction du nombre de minute de communication.

Cette somme est : $f(x) = 40x + 200$

c) Représentation graphique de cette application dans un repère orthonormé.



d) La somme à payer pour 10 minutes de communication est : 600 F.

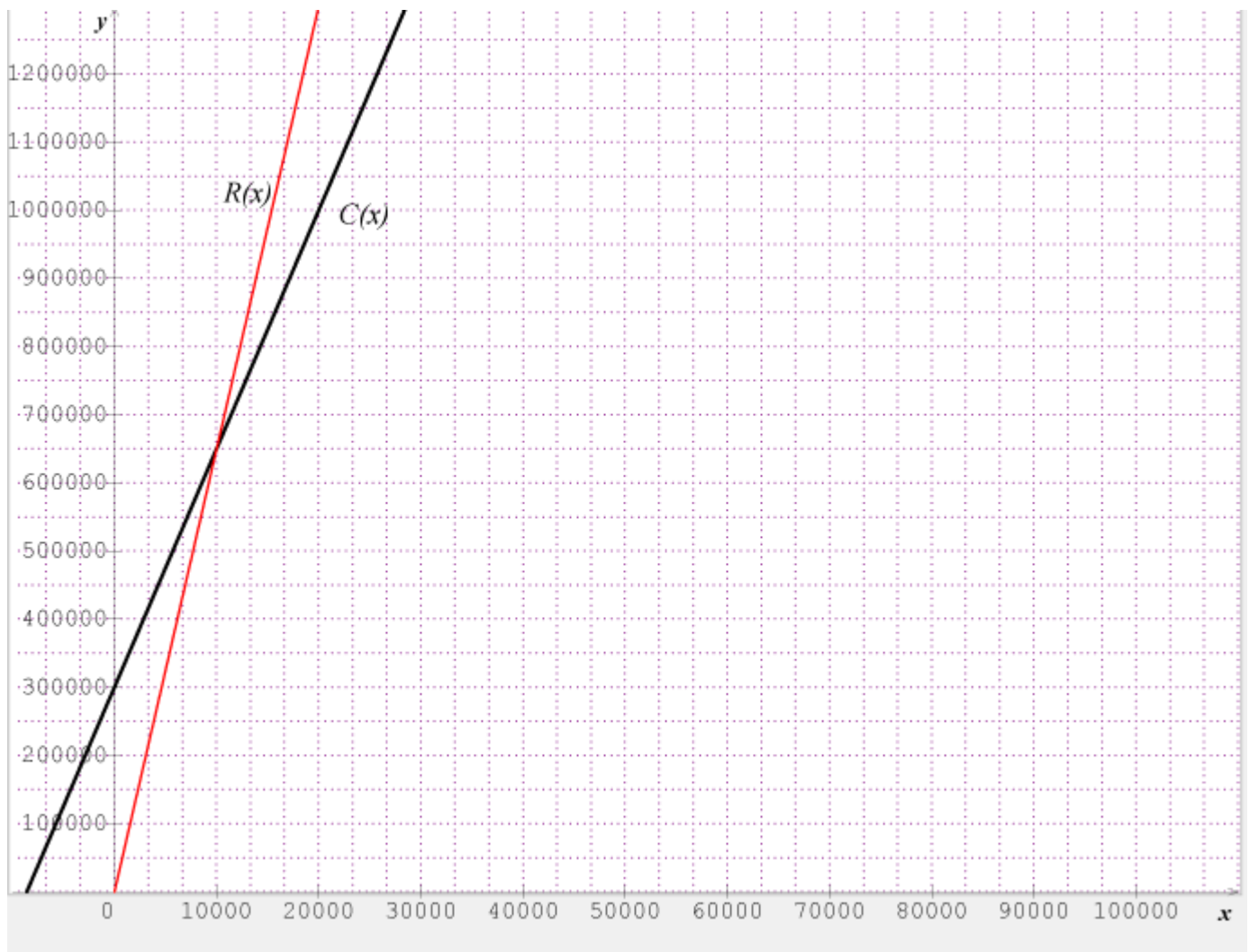
42

Une maison d'édition veut publier un manuel de mathématiques. Les frais de création s'élèvent à 300 000 FCFA et l'impression de chaque livre coûte ensuite 35 F.

1. Déterminons le coût de production, $C(n)$ de n formulaires.
Pour tout nombre entier n on a donc : $C(n)=300\,000+35n$.

2) Pour tout nombre entier n , la recette est donc : $R(n)=65n$.

3) La fonction C définie sur $[0;+\infty[$ par $C(x) = 300\,000 + 35x$ est affine et $R(x) = 65x$ est une fonction linéaire.



4—La maison d'édition réalise un bénéfice si $C(x) < R(x)$

Soit $300\,000 + 35x < 65x \Leftrightarrow 300\,000 < 30x \Leftrightarrow 10\,000 < x$.

La maison d'édition réalise donc un bénéfice si elle vend plus de 10 000 livres.

Situations d'évaluation

43

Pour répondre aux préoccupations des deux camarades de classe, je vais utiliser ma leçon sur les applications affines. Pour cela, je vais d'abord exprimer $P_1(x)$ de l'option 1 et $P_2(x)$ pour l'option 2 et enfin déterminer l'heure d'utilisation.

1) x est le nombre d'heures de navigation

Pour l'option 1 :

On a un abonnement et 150 F par heures. Ainsi : $P_1(x) = 150x + 3000$.

Pour l'option 2 :

On a 350 F par heures. Ainsi pour x heures on a : $P_2(x) = 350x$

2) Cherchons le nombre d'heures de navigations pour que chacun paye la même somme.

$$P_1(x) = P_2(x) \text{ Équivaut à } 150x + 3000 = 350x$$

$$\text{Équivaut à } (150 - 350)x = -3000$$

$$\text{Équivaut à } -200x = -3000$$

$$\text{Équivaut à } x = \frac{3000}{200}$$

$$\text{Équivaut à } x = 15h$$

Chacun des deux camarades doit avoir 15h de navigation pour pouvoir payer la même somme.



Leçon 7 STATISTIQUE

Situation d'Apprentissage

Questions	Réponses attendues
Pourquoi les 50 volontaires sont-ils présentés ?	Il se sont présentés pour tester un médicament contre l'hypertension chez les jeunes adultes.
Parmi eux qui sont ceux qui seront sélectionnés pour le test ?	Ce sont les hypertendus qui seront sélectionnés.
Quelle tension faut-il avoir pour être déclaré hypertendu ?	Il faut avoir une tension comprise supérieure à 14,8.
Quels chiffres l'infirmière doit-elle communiquer à son chef ?	Le nombre de volontaires sélectionnés.
Que veulent faire, la fille de l'infirmière et ses camarades de classe ?	Ils veulent s'informer sur les regroupements en classes et les effectifs cumulés en statistique.

Comme la fille de l'infirmière et ses camarades de classe, nous allons étudier de nouvelles notions en statistique et en particulier les séries statistiques regroupées en classes.

Nous allons travailler selon le plan suivant :

1. Effectifs cumulés croissants et fréquences cumulées croissantes.
2. Médiane d'une série statistique.
3. Regroupement en classes de même amplitude.
4. Polygone des effectifs cumulés croissants.
5. Diagramme circulaire.

Installation des habiletés

Activités

1

Effectifs cumulés croissants, fréquences cumulées croissantes

1. Effectifs cumulés croissants

Activité

1. Le nombre de patients ayant une tension inférieure ou égale à 15 est : $m = 8 + 9 = 17$.
2. Le nombre de patients ayant une tension inférieure ou égale à 15,7 est : $n = 8 + 9 + 10 = 27$.
3. Le nombre de patients ayant une tension inférieure ou égale à 16,5 est : $p = 8 + 9 + 10 + 16 = 43$.
4. « Les 50 patients ont tous une tension inférieure ou égale à **18**. »

5. Tableau :

Tensions	14,8	15	15,7	16,5	18
Effectifs	8	9	10	16	7
	8	17	27	43	50

Exercices de fixation

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4
Nombre de familles	17	21	15	16	6
Effectif cumulés croissants	17	38	53	69	75

2. Fréquences cumulées croissantes

Activité

1. Tableau des fréquences :

Tensions	14,8	15	15,7	16,5	18
Effectifs	8	9	10	16	7
Fréquences	0,16	0,18	0,2	0,32	0,14

2. a) Le pourcentage de patients inférieure ou égale à 15 est : $(0,16 + 0,18) \times 100 = 34 \%$.

b) Le pourcentage de patients inférieure ou égale à 16,5 est : $(0,16 + 0,18 + 0,2 + 0,32) \times 100 = 86 \%$.

3. Tableau des fréquences cumulées croissantes :

Tensions	14,8	15	15,7	16,5	18
Effectifs	8	9	10	16	7
Fréquences	0,16	0,18	0,2	0,32	0,14
Fréquences cumulées croissantes	0,16	0,34	0,54	0,86	1

Exercice de fixation

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4
Nombre de familles	17	21	15	16	6
Fréquence	0,23	0,28	0,2	0,21	0,08
Fréquence cumulée croissante	0,23	0,51	0,71	0,92	1

Activités **2** Médiane d'une série statistique

1. Médiane d'une série statistique

Activité

1. En Mathématiques :

a) Les notes de Koffi rangées dans l'ordre croissant : 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15.

- b) Koffi a 7 notes.
 c) La note m est 12 car il y a 3 notes inférieures à 12 et 3 notes supérieures à 12.
2. En Français :
- a) Les notes de Koffi rangées dans l'ordre croissant : 10 ; 11 ; 11 ; 12 ; 12 ; 13.
 b) Koffi a 6 notes.
 c) Non, il n'y a pas une note de Koffi qui a autant de notes qui lui sont inférieures que de notes qui lui sont supérieures.
 d) $n_1 = 11$ car il y a 2 notes inférieures ou égales à 11 et $n_2 = 12$ car il y a 2 notes supérieures ou égales à 12.
 e) $m_e = 11,5$
 Les notes de Koffi : 10 ; 11 ; 11 ; **11,5** ; 12 ; 12 ; 13.
 f) Il y a 3 notes inférieures à m_e et 3 notes supérieures à m_e .

Exercice de fixation

1. Faux 2. Vrai 3. Faux 4. Vrai 5. Vrai

2. Détermination de la médiane d'une série statistique à caractère discret

Activité

Voir synthèse.

Exercice de fixation

Série 1 :

- Rangeons les données dans l'ordre croissant : 5 ; 6 ; 7 ; 11 ; 11 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14
- Il y a 9 données, 9 est un nombre impair, donc la médiane est la 5^{ème} modalité qui est 11.
- La **médiane de la série 1 est 11.**

Série 2 :

- Rangeons les données dans l'ordre croissant : 6 ; 8 ; 8 ; 9 ; 11 ; 13 ; 15 ; 15.
- Il y a 89 données, 8 est un nombre impair, donc la médiane est la demi somme de la 4^{ème} et de la 5^{ème} modalité. C'est-à-dire la demi somme de 9 et 11 ; soit : $\frac{9+11}{2} = 10$
- La **médiane de la série 2 est 10.**

Activités

3

Regroupement en classes de même amplitude

1. Classe et classe modale d'une série statistique

Activité

1. Nombre de patients hypotendus : **5** (dans le tableau on compte le nombre de modalités supérieures ou égales à 8,8 et strictement inférieures à 10,8).

2. Nombres de patients hypertendus : **29**(dans le tableau on compte le nombre de modalités supérieures ou égales à 14,8 et strictement inférieures à 16,8).
3. Tableau :

Tensions t	[8,8 ; 10,8[[10,8 ; 12,8[[12,8 ; 14,8[[14,8 ; 16,8[
Effectifs	5	4	12	29

4. Chacun des intervalles du tableau a une amplitude de **2**.
5. L'intervalle qui a le plus grand effectif est l'intervalle [14,8 ; 16,8[.

Exercice de fixation

ERRATUM : Remplacer la question 3 par : « **Détermine la classe modale de cette série statistique.** »

1. La taille la plus petite est 151 et la plus grande est 188.
Les classes peuvent être : [150 ; 160 [; [160 ; 170 [; [170 ; 180 [et [180 ; 190 [
(on peut aussi choisir de commencer par [151 ; 161 [et aller jusqu'à la classe [181 ; 191 [
- 2.

Taille (en cm)	[150 ; 160 [[160 ; 170[[170; 180[[180 ; 190[
Effectifs	13	14	13	10

3. La classe modale est l'intervalle [160 ; 170[.

2. Centre d'une classe et moyenne d'une série statistique regroupée en classes

Activité

1. Le nombre total de villes : $13 + 24 + 17 + 11 + 5 = 70$
2. Calcule :

$$c_1 = 5 \qquad c_2 = 15 \qquad c_3 = 25 \qquad c_4 = 35 \qquad c_5 = 45$$

- 3.

$$m = \frac{(13 \times 5) + (24 \times 15) + (17 \times 25) + (11 \times 35) + (5 \times 45)}{70}$$

$$= \frac{65 + 360 + 425 + 385 + 225}{70} \approx 28,86$$

Exercice de fixation

1. L'effectif total des élèves : $154 + 195 + 32 + 9 = 390$
2. Centre de chaque classe :

Durée (en min)	[0 ; 15 [[15 ; 30[[30 ; 45[[45 ; 60[
Nombre d'élèves	154	195	32	9
Centre de la classe	7,5	22,5	37,5	52,5

3. La moyenne :



$$m = \frac{(154 \times 7,5) + (195 \times 22,5) + (32 \times 37,5) + (9 \times 52,5)}{390}$$

$$= \frac{1155 + 4387,5 + 1200 + 472,5}{390} = 18,5$$

La durée moyenne des trajets de ces élèves est 18,5 *min* soit 18 *min* 30 *s*.

3. Méthode de détermination de la médiane d'une série statistique regroupée en classes

Activité

ERRATUM : Remplacer la question 4.b) par « **Justifie que** $\frac{f(m)-f(10)}{m-10} = \frac{f(20)-f(10)}{20-10}$. »

1. Le nombre total de villes est : $13 + 24 + 17 + 11 + 5 = 70$.
2. La moitié de 70 est **35**.
3. Tableau des effectifs cumulés croissants :

Hauteurs de pluie (en <i>mm</i>)	[0 ; 10[[10 ; 20[[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[
Nombre de ville	13	24	17	11	5
Effectif cumulé croissant	13	37	54	65	70

4. La classe qui contient la médiane m est la classe [10 ; 20[.
5. a) $f(10) = 13$; $f(20) = 37$ et $f(m) = 35$.
b) $\frac{f(m)-f(10)}{m-10}$ et $\frac{f(20)-f(10)}{20-10}$ car ce sont deux façons de calculer le coefficient directeur de la droite représentant l'application affine f .
6. Résolvons l'équation :
 $\frac{m-10}{35-13} = \frac{20-10}{37-13}$ équivaut à $\frac{m-10}{22} = \frac{10}{24}$ d'où $m - 10 = \frac{22 \times 10}{24}$ ce qui équivaut à

$$m = \frac{22 \times 10}{24} + 10 \approx 19,16$$

Exercice de fixation

1. Tableau des effectifs cumulés croissants :

Durée (en <i>min</i>)	[0 ; 15 [[15 ; 30[[30 ; 45[[45 ; 60[
Nombre d'élèves	154	195	32	9
Effectif cumulé croissant	154	349	381	390

2. La moitié de 390 est 195 donc la médiane m_e est dans l'intervalle [15 ; 30[.
 m_e est donc la solution de l'équation $\frac{m_e-15}{195-154} = \frac{30-15}{349-154}$;

On a ainsi : $\frac{m_e-15}{41} = \frac{15}{195}$ d'où $m_e = \frac{15 \times 41}{195} + 15 \approx 18,15$;

La durée médiane des trajets de ces élèves est 18,15 *min* soit 18 *min* 9 *s*

Activités

4

Polygone des effectifs cumulés croissants

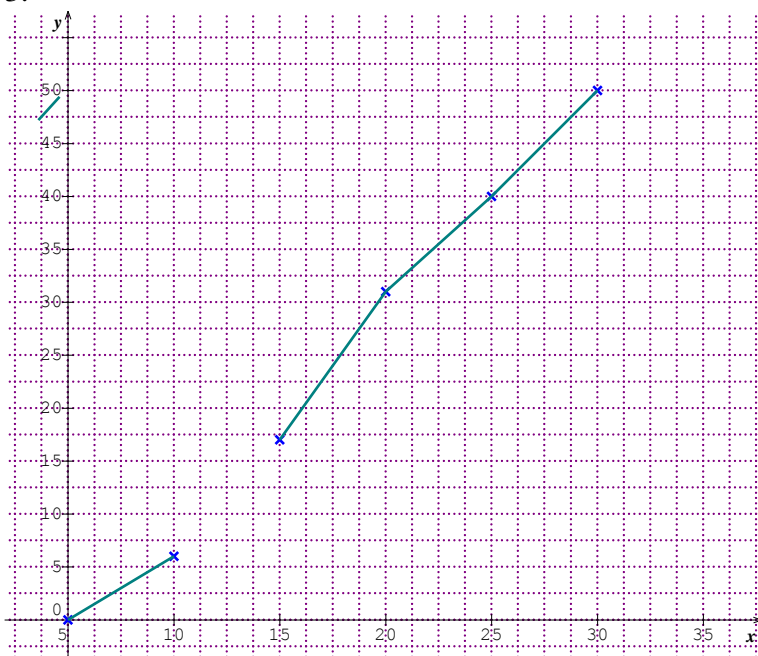
1. Cas d'une série statistique regroupée en classes

Activité

1. Tableau des effectifs cumulés croissants (ECC)

Classes	[5 ; 10[[10 ; 15[[15 ; 20[[20 ; 25[[25 ; 30[
Effectifs	6	11	14	9	10
ECC	6	17	31	40	50

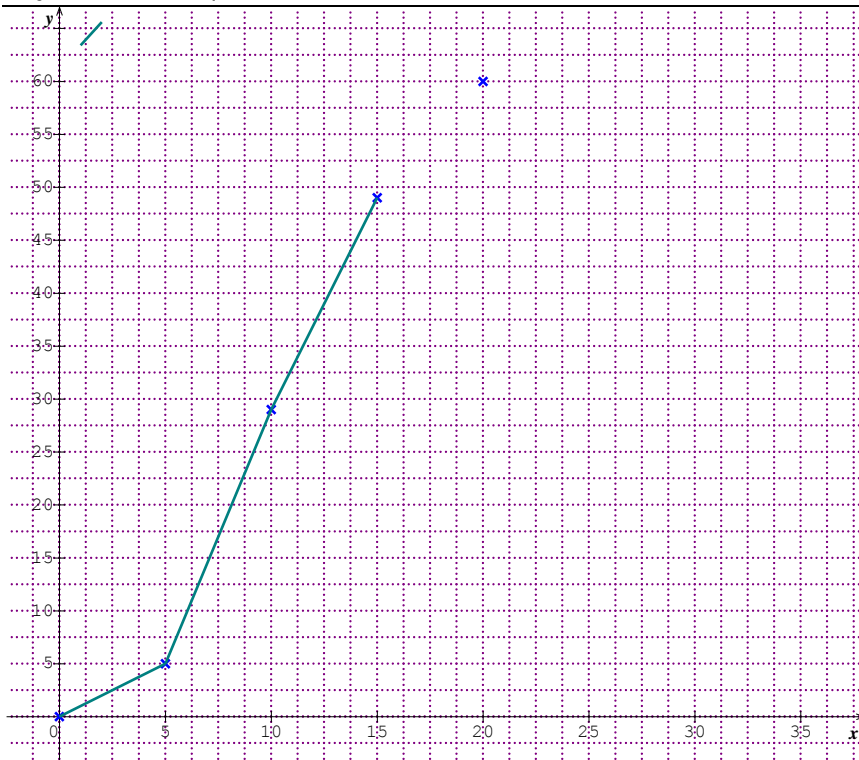
2. 3.



Exercice de fixation

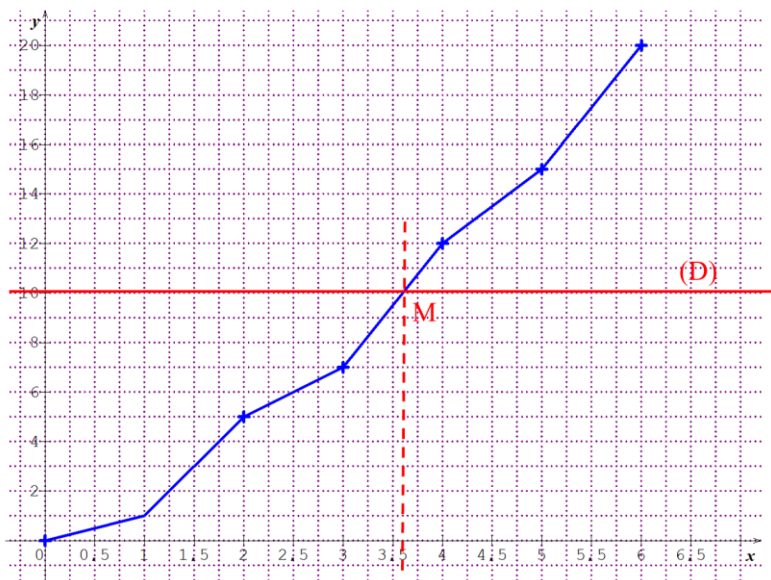
On dresse d'abord le tableau des effectifs cumulés croissants (ECC) :

Classes	[0 ; 5[[5 ; 10[[10 ; 15[[15 ; 20[
Effectifs	5	24	20	11
ECC	5	29	49	60



3. Détermination graphique de la médiane d'une série statistique :

1. L'effectif total est $N = 20$
2. La moitié de l'effectif total est $\frac{N}{2} = 10$
- 3.

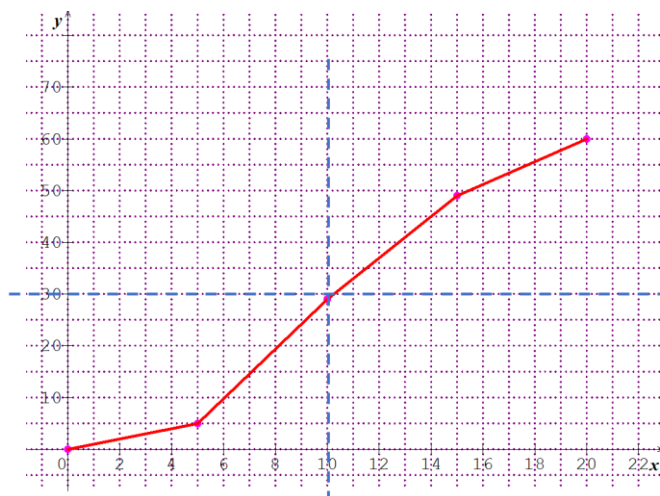


L'abscisse de M est $m = 3,6$.

4. M est la médiane de la série parce qu'une moitié de l'effectif total a une valeur inférieure à 3,6 et l'autre moitié a une valeur supérieure à 3,6.

Exercice de fixation

1.



2. L'effectif total est 60.
 Donc la médiane est l'abscisse du point du polygone qui a pour ordonnée 30.
 On lit 10.
 La médiane ici est 10.

Activités

5

Diagramme circulaire

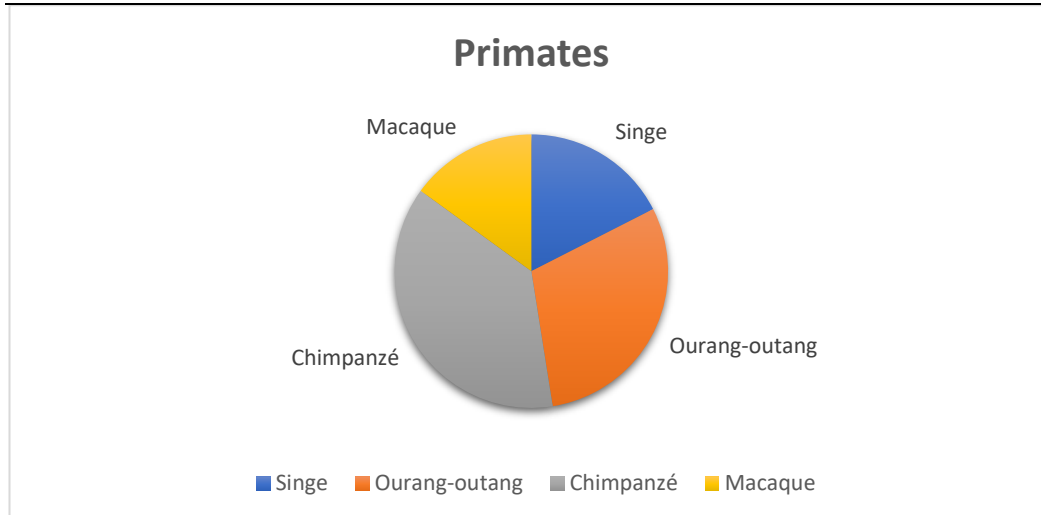
1. Construction d'un diagramme circulaire

Activité

1. a) $N = 7 + 12 + 15 + 6 = 40$. Il y a 40 primates recensés.
 b)

Espèces de primate	Singe	Orang-outang	Chimpanzé	Macaque	
Nombre d'individus	7	12	15	6	40
Mesures d'angles	63°	108°	135°	54°	360°

2. 3. 4.



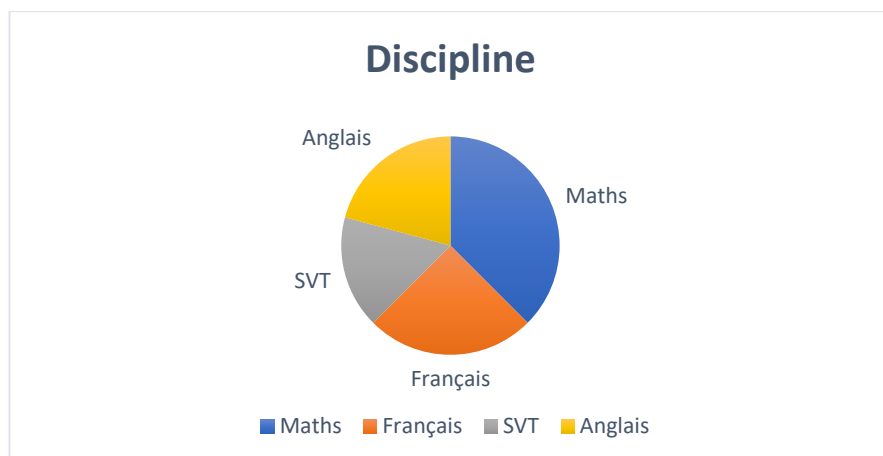
5. Pour construire le diagramme circulaire correspondant à une série statistique d'effectif total N :
- On calcule la mesure a° du secteur angulaire correspondant à chaque modalité avec la formule :

$$a = \frac{360}{N} \times \text{effectif de la modalité}$$

- On dessine ensuite les secteurs angulaires correspondants dans un cercle

Exercice de fixation

Disciplines	Maths	Français	SVT	Anglais	
Nombre de devoirs	9	6	4	5	24
Mesure d'angle	135	90	60	75	360°



2. Tableau des effectifs cumulés ou des fréquences cumulées à partir d'un diagramme circulaire

Activité

ERRATUM :

Dans l'énoncé de l'activité il remplacer **50** élèves par **72** élèves

1. Tableau

Groupes	Petits	Moyens	Grands	
Mesures d'angles	90°	100°	170°	360°
Effectifs	18	20	34	72
Fréquences	25	27,8	47,2	100

NB : Les fréquences ont été arrondies au 10^{ème} près.

2. Tableau des des effectifs cumulés croissants (ECC) :

Groupe	Petits	Moyens	Grands
Taille	[1,5 ; 1,6[[1,6 ; 1,7[[1,7 ; 1,8[
Effectifs	18	20	34
ECC	18	38	72

Exercice de fixation

Trimestre	1 ^{er} trimestre	2 ^{ème} trimestre	3 ^{ème} trimestre	4 ^{ème} trimestre	
Mesures d'angles	108°	90°	135°	27°	360°
Effectifs	1500	1250	1875	375	5000
Fréquences (%)	30	25	37,5	7,5	100

EXERCICES DE RENFORCEMENT

1

1. Tableau des effectifs

Note	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	17	18	19
Effectif	1	3	2	2	2	2	2	1	2	2	4	1	1	2	1
ECC	1	4	6	8	10	12	14	15	17	19	23	24	25	27	28

La moyenne est :

$$\frac{2 + 12 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 10 + 22 + 24 + 52 + 15 + 17 + 36 + 19}{28} = 9,96$$

La moyenne est 9,96.

2. La médiane :

La moitié de l'effectif total est 14 ; comme 28 est un nombre pair la note médiane est la demi-somme de la 14^{ème} note qui est 9 et de la 15^{ème} note qui est 10 :

$$\frac{9 + 10}{2} = 9,5$$

La note médiane est 9,5.

2

$$1. \quad m = \frac{8+9+19+17+6+18+18+8+14+12+9+10+11}{13} = \frac{159}{13} = 12,23$$

m = 12,23

2. Les notes supérieures à la moyenne sont celle qui sont supérieures à 12. Il y en a 5.

La fréquence de de ces notes est : $\frac{5}{13}$.

Cela signifie que 5 élèves sur 13 ont une note supérieure à la moyenne de la classe.

3. Rangeons les notes dans l'ordre croissant :

6 – 8 – 8 – 9 – 9 – 10 – 11 – 12 – 14 – 17 – 18 – 18 – 19

13 étant un nombre impair, la médiane est la 7^{ème} modalité qui est 11.

La note médiane est 11.

3

$$1. \quad \text{La moyenne est : } \frac{60 \times 4 + 15 \times 8 + 50 \times 16 + 25 \times 32}{60 + 15 + 50 + 25} = \frac{1960}{150} = \mathbf{13,06}$$

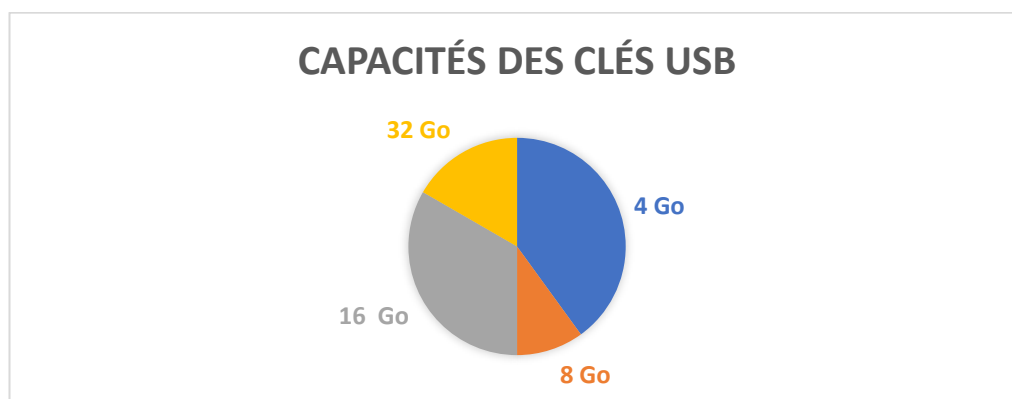
2. L'effectif total est 150 donc la médiane de la série est la demi-somme de la 75^{ème} et de 76^{ème} modalité. Or la 75^{ème} modalité est 8 et la 76^{ème} 16 (l'effectif cumulé croissant de 8 est 75 et celui de 15 est 125) :

$$\frac{8+16}{2} = 12 .$$

La médiane est 12.

3.

Capacité (en Go)	4	8	16	32	Total
Nombre	60	15	50	25	150
Mesure d'angle (en °)	144	36	120	60	360



4

$$1. \quad \text{La moyenne de la classe est : } \frac{6 \times 3 + 8 \times 5 + 6 \times 10 + 7 \times 13 + 5 \times 14 + 1 \times 17}{3 + 5 + 6 + 7 + 5 + 1} = \frac{296}{27} = \mathbf{10,96} .$$

2. Tableaux effectifs cumulés croissants (ECC) et des fréquences cumulées croissantes (FCC) :



Notes	6	8	10	13	14	17
Effectifs	3	5	6	7	5	1
ECC	3	8	14	21	26	27
FCC	$\frac{1}{9}$	$\frac{8}{27}$	$\frac{14}{27}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{26}{27}$	1

3. Le pourcentage des élèves ayant obtenu une note strictement inférieure à 13 :

$$\frac{14}{27} \times 100 = 51,85 \%$$

Le pourcentage des élèves ayant obtenu une note strictement inférieure à 13 est de **51,85 %**.

5

1. Le nombre moyen de livres empruntés est : $\frac{1 \times 1 + 4 \times 2 + 8 \times 3 + 5 \times 6 + 3 \times 7}{3 + 5 + 6 + 7 + 5 + 1} = \frac{84}{21} = 4$.

2. Tableau des effectifs cumulés croissants (ECC) et des fréquences cumulées croissantes (FCC) :

Nombre de livres	1	2	3	6	7
Nombre d'élèves	1	4	8	5	3
ECC	1	5	13	18	21
FCC	$\frac{1}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{13}{21}$	$\frac{6}{7}$	1

3. a- **Il y a 13 élèves** ayant emprunté moins de 6 livres (1+4+8).

b- **Il y a 3 élèves** ayant emprunté plus de 6 livres.

6

1. Tableau des effectifs cumulés croissants (ECC) et des fréquences cumulées croissantes (FCC) :

Masses des œufs (en g)	[45 ; 50[[50 ; 55[[55 ; 60[[60 ; 65[
Nombre d'œufs	60	70	30	40
ECC	60	130	160	200
FCC	0,3	0,65	0,8	1

2. Polygone des effectifs cumulés croissants :



6

1. Masse moyenne des œufs :

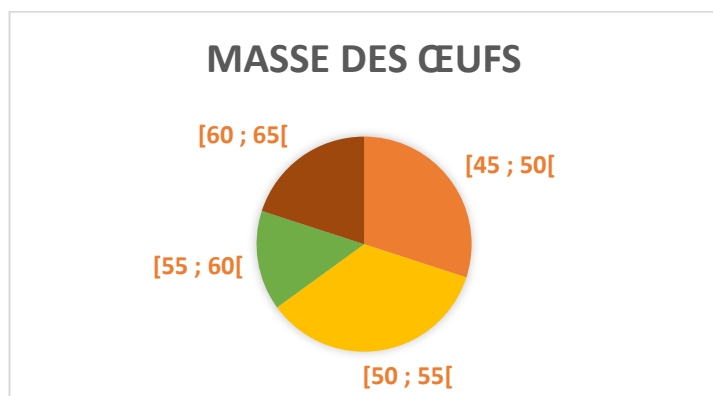
Masses des œufs (en g)	[45 ; 50[[50 ; 55[[55 ; 60[[60 ; 65[
Nombre d'œufs	60	70	30	40
Centre de la classe	47,5	52,5	57,5	62,5

$$\frac{60 \times 47,5 + 70 \times 52,5 + 30 \times 57,5 + 40 \times 62,5}{200} = \frac{10750}{200} = 53,75 .$$

La masse moyenne des œufs est 53,75.

2. Diagramme circulaire :

Masses des œufs (en g)	[45 ; 50[[50 ; 55[[55 ; 60[[60 ; 65[
Nombre d'œufs	60	70	30	40
Mesure de l'angle	108°	126°	54°	72°

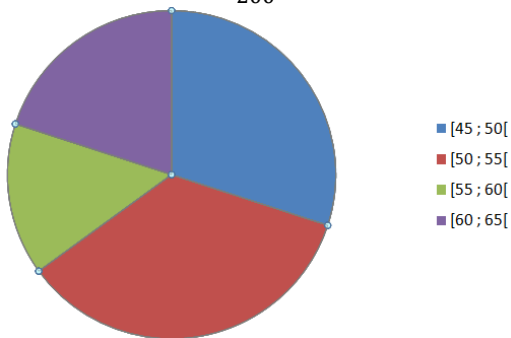


7

Masses des œufs (en g)	[45 ; 50[[50 ; 55[[55 ; 60[[60 ; 65[
Nombre d'œufs (e)	60	70	30	40

Centre (c)	47,5	52,5	57,5	62,5
$c \times e$	2 850	3 675	1 725	2 500
Angles	108	126	54	72

$$M = \frac{60 \times 47,5 + 70 \times 52,5 + 30 \times 57,5 + 40 \times 62,5}{200} = \frac{10\,750}{200} = 53,75$$



8

Tranches d'âge	[10 ; 12[[12 ; 14[[14 ; 16[[16 ; 18[
Effectifs	52	45	32	11

ECC

Tranches d'âge	10	12	14	16	18
Effectifs	0	52	97	129	140

2. L'effectif cumulé croissant de 14 est 97.
97 personnes ont moins de 14 ans.

9

- Le centre de [10;12[est $(10+12)/2=11$
- Le centre de [12;14[est $(12+14)/2=13$
- Le centre de [14;16[est $(14+16)/2=15$
- Le centre de [16;18[est $(16+18)/2=17$

Somme des produits = $11 \times 52 + 13 \times 45 + 15 \times 32 + 17 \times 11 = 1824$

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{somme des produits}}{\text{effectif total}}$$

$$M = \frac{1\,824}{140} = 13,03$$

10

1.

[0 ; 5[[5 ; 10[[10 ; 15[[15 ; 20[
36	50,4	201,6	72

$$\text{Effectif} = \frac{\text{angle} \times \text{Effectif total}}{360}$$

11

Âges	[20 ; 24[[24 ; 28[[28 ; 32[[32 ; 36[[36 ; 40[[40 ; 44[
Effectifs	12	30	45	36	21	6
Centre de la classe	22	26	30	34	38	42
Fréquences (en %)	8%	20%	30%	34%	14%	4%
Fréquences cumulées croissantes	8%	28%	58%	82%	96%	100%

12

1. La moyenne est 1496
2. La médiane des données est 1490.
- 3.

Classe	Effectif (n _i)	Fréquence (f _i)	Fréquence Cumulée (F _i)
[1000 ; 1200[12	0.12	0.12
[1200 ; 1400[20	0.20	0.32
[1400 ; 1600[40	0.40	0.72
[1600 ; 1800[18	0.18	0.90
[1800 ; 2000[6	0.06	0.96
[2000 ; 2200[4	0.04	1.00

13

1. **Moyenne** : 30
2. **Médiane** : 29
3. 50% sont supérieurs à la médiane donc 50% sont supérieurs à 29. Mais par rapport à la moyenne qui est 30 on ne peut rien affirmer.

14

1. Lucien appartient à la classe [15;20[signifie qu'il a entre 15 et 20 ans d'ancienneté.
2. Le tableau des fréquences et des fréquences cumulées croissantes est complété ci-dessus.

Classe	Effectif (n _i)	Fréquence (f _i)	Fréquence Cumulée (F _i)
[0 ; 5[20	0.2857	0.2857
[5 ; 10[24	0.3429	0.6286
[10 ; 15[14	0.2000	0.8286
[15 ; 20[10	0.1429	0.9714
[20 ; 25[8	0.1143	1.0857 (1.0000)
[25 ; 30[2	0.0286	1.1143 (1.0000)

3. Le pourcentage d'employés ayant strictement moins de 15 ans d'ancienneté est d'environ 82.86%.
4. Le pourcentage d'employés ayant une ancienneté de 15 ans et plus est d'environ 28.57%.

15

1. L'effectif total est 60

2. Tableau des effectifs cumulés

Taille(cm)	49	50	51	52	53	54	55
ECC	0	5	25	40	50	55	60

3.

La médiane est 51

16

1.

Modalité	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	2	4	2	7	5	4	6
Effectif Cumulé Croissant	2	6	8	15	20	24	30

2. La moyenne de cette série statistique est 4.5.

3. La médiane de cette série est 444

17

1. L'effectif total est 200

2) Détermine la médiane de cette série.

La médiane se trouve donc dans la classe [50 ; 55[.

3)

Classe	[49 ; 50[[50 ; 55[[55 ; 60[[60 ; 65[
ECC	60	130	160	200

4. Sachant que l'effectif de [50 ; 55[est 70, dresse le tableau des effectifs de cette série.

Classe	Effectif cumulé (ECC)	Effectif individuel (E)
[49 ; 50[60	60
[50 ; 55[130	70
[55 ; 60[160	160 - 130 = 30
[60 ; 65[200	200 - 160 = 40

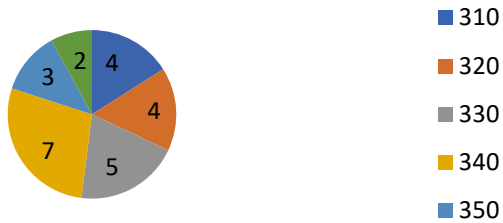
18

Nombre de tours	310	320	330	340	350	360
Effectifs	4	4	5	7	3	2
ECC						

2. la moyenne des tours effectués est 333

3. La médiane est 330

Nbre de tours/nbre de voitures



19

La moyenne de la classe n'est pas exactement 10,4, mais c'est probablement dû à une approximation dans les valeurs données. Cependant, le calcul montre que $nf=8$ est bien cohérent avec les données initiales. Le nombre de fille est 8.

20

On constate que les employés sont en moyenne mieux payés dans l'entreprise **Akolet**.

21

1.

Notes	[5 ; 10[[10 ; 15[[15 ; 20[
3 ^e A	9	5	3
3 ^e B	6	8	4

2.

La moyenne de la 3^e A est 11,06

La moyenne de la 3^e B est 11,67

3.

La médiane de la 3^e A est 9

La médiane de la 3^e B est 11

4. Le graphique 1 correspond à la classe de 3^e A.

Le graphique 2 correspond à la classe de 3^e B.

22

$$\frac{3x+2 \times 7+2 \times 11}{7} = 12$$

$$\frac{3x+36}{7} = 12$$

$$3x + 36 = 84$$

$$x = 16$$

23

1.

$$m = \frac{3 \times 10 + 14}{4} = 11$$

Puisque sa moyenne générale est de 11, qui est inférieure à 12, Nissan n'est pas admis.

2.

$$\frac{3x+8}{4} = 12$$

$$3x + 8 = 48$$

$$x = \frac{40}{3} = 13,33$$

Koigni doit avoir une moyenne minimum de ≈13,33 à l'écrit pour être admis.

3. On a : $\frac{3 \times 15 + y}{4} = 13$

$$y = 7$$

Caufi a eu une moyenne de 7 à l'oral.

4.

On a : $\frac{3x+y}{4} \geq 12$, ce qui donne $3x + y \geq 48$

5.

Les couples (14, 6) et (12, 12) permettent à un candidat d'être admis dans cette école.

24

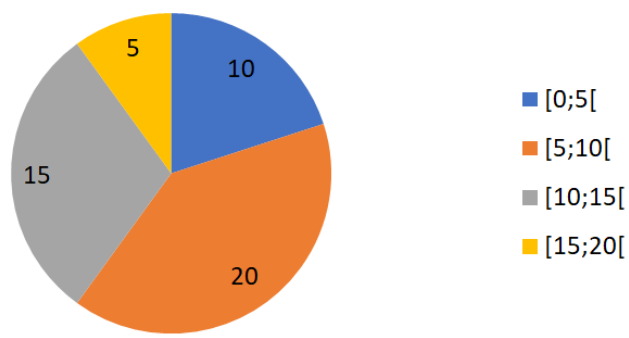
Nbre de fruits vendus	[0 ; 5[[5 ; 10[[10 ; 15[[15 ; 20[
Effectif	10	20	15	5

On trouve :

Moyenne = 9

Médiane = 7,5

Nbre de fruits vendus	[0 ; 5[[5 ; 10[[10 ; 15[[15 ; 20[
Effectif	10	20	15	5
Angles	72°	144°	108°	36°



Situations d'évaluation

25

1. a) Le poids moyen des filles est de 55 kg, donc si x est le nombre de filles, la somme des poids des filles est : 55x
 Le poids moyen des garçons est de 45 kg, donc si y est le nombre de garçons, la somme des poids des garçons est : 45y

b)
 La somme totale des poids des élèves de la classe est 51×30=1530 kg. Donc nous pouvons écrire :



$$\frac{45x + 55y}{30} = 51$$

2. On a :

$$\frac{45x + 55y}{30} = 51$$

$$45x + 55y = 1530 \text{ soit } 9x + 11y = 306$$

$$9x + 11y = 306 \text{ et } x + y = 30 \text{ d'où le système}$$

$$\begin{cases} 9x + 11y = 306 \\ x + y = 30 \end{cases}$$

3.

Par résolution on trouve

$$x = 12 \text{ et } y = 18.$$

26

1.

Taille moyenne des plants supérieure ou égale à 14 cm.

2.

Taille (en cm)	Effectif	Effectif cumulé
0	30	30
8	40	70
12	70	140
14	50	190
16	60	250
17	50	300
18	50	350
19	30	380
20	50	430
21	40	470
22	30	500

3.

La médiane est 16 cm.

4. Vérification du protocole

•Taille moyenne

La taille moyenne est 15.28 cm, ce qui est supérieur à 14 cm. **Le critère est satisfait.**

•Taille médiane

La taille médiane est 16 cm, ce qui est supérieur à 15 cm. **Le critère est satisfait.**

Proportion de plants ayant une taille inférieure à 12 cm

Nous devons déterminer la proportion des plants dont la taille est inférieure à 12 cm.

Nombre de plants ayant une taille inférieure à 12 cm : 30(pour 0 cm)+40(pour 8 cm)=70

Proportion :

$$\frac{70}{500} = 0,14 \text{ soit } 14\%$$

14% des plants ont une taille inférieure à 12 cm, ce qui est inférieur à 25%. **Le critère est satisfait.**

Conclusion

Le paysan a bien suivi le protocole de germination selon les critères spécifiés :

PROPRIETES DE THALES DANS UN TRIANGLE

Leçon

8

Situation d'Apprentissage

Faire lire la situation d'apprentissage à haute voix une ou deux fois par un ou deux bon(s) lecteur(s).

Expliquer les mots difficiles à la demande des apprenants.

Ici par exemple : Pertinent signifie juste, approprié, bien-fondé

Poser oralement les questions/consignes suivantes :

Questions/consignes	Réponses attendues
De quoi parle le texte	Du toit d'une salle de classe
Quels sont les acteurs de cet évènement ?	Le charpentier et des élèves d'une classe de 3 ^e
Où se passe la situation	Dans une école
Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans ce texte?	Un côté du toit d'une salle de classe est défectueux
Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ?	Déterminer le longueur de la deuxième barre verticale
Que décident de faire les acteurs ?	Les élèves décident d'aider le charpentier en calculant la longueur de cette barre

Pour calculer certaines longueurs, on a besoin de propriétés. La propriété qui nous intéresse a été trouvée par un mathématicien appelé Thalès. Nous étudierons les propriété selon le plan suivant :

- 1) Propriétés de Thalès
- 2) Partage d'un segment en des segments de même longueur

Installation des habiletés

Activités

1

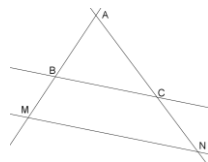
Propriété de Thalès dans un triangle

1. Propriété de Thalès

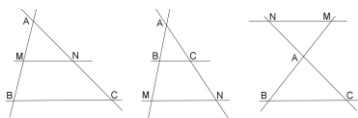
Activité

1)

a.



b.



2) Dans chaque cas de figure, on obtient : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

Exercices de fixation

Exercice 1

Les trois cas de figure dans lesquels la propriété de Thalès peut être appliquée sont : Figure 1 , Figure 3 et Figure 5.

Exercice 2

Les rapports de longueurs égaux sont :

Figure 1	Figure 3
$\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC}$	$\frac{FK}{FG} = \frac{FH}{FE}$

Exercice 3

Calculons GR.

Considérons le triangle EFG. On a : $R \in (GE), S \in (GF)$ et $(FE) \parallel (RS)$.

D'après la propriété de Thalès, $\frac{GR}{GE} = \frac{GS}{GF}$.

$$GR = \frac{GS \times GE}{GF}$$

$$GR = \frac{5 \times 7}{8}$$

$$\underline{GR = 4,375 \text{ cm}}$$

2. Conséquence de la propriété de Thalès

Activité

1) Justifions que N est le milieu de [AC] en utilisant la propriété de la droite des milieux.

Considérons le triangle ABC. On a M milieu du segment [AB] et la droite passant par le point M coupe le segment [AC] en N. D'après la propriété de la droite des milieux, N est le milieu du segment [AC].

2) Comparons les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

On a :

- N milieu de [AC] donc $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}$;

- M milieu de [AB] donc $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$.

Donc $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$.

3) Déterminons $\frac{MN}{BC}$.

Considérons le triangle ABC. On a M milieu du segment [AB] et N milieu du segment [AC]. D'après la propriété de la droite des milieux, $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$.

4) Comparons $\frac{AM}{AB}$; $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$.

De 2) et 3), on a : $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$.

Exercices de fixation

Exercice 1

1- V

2- V

3- F

Exercice 2

Sur la figure ci-contre, on a : $\frac{AB}{AS} = \frac{AC}{AI} = \frac{BC}{SI}$.

Exercice 3

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, $\frac{AH}{AM} = \frac{AS}{AP} = \frac{HS}{MP}$.

$$\frac{HS}{MP} = \frac{AS}{AP} \text{ équivaut à } SH = \frac{MP \times AS}{AP}$$

$$SH = \frac{9 \times 4}{7}$$

$$\underline{SH = 5,143 \text{ cm}}$$

3. Réciproque de la propriété de Thalès

Activité

1) Pour chaque figure, comparons $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

Figure 1

$$\text{On a : } \frac{AM}{AB} = \frac{2}{4} \text{ et } \frac{AN}{AC} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{AM}{AB} = 0,5 \text{ et } \frac{AN}{AC} = 0,5$$

$$\text{Donc } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

Figure 2

$$\text{On a : } \frac{AM}{AB} = \frac{2}{4} \text{ et } \frac{AN}{AC} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{AM}{AB} = 0,5 \text{ et } \frac{AN}{AC} = 0,5$$

$$\text{Donc } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

2) Il s'agit de la Figure 1.

3) Non l'égalité des quotients $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ ne suffit pas pour avoir $(MN) // (BC)$.

Exercices de fixation

Exercice 1

1. Mets une croix dans la case correspondante.

	Vrai	Faux
Si ABC est un triangle, M est un point de la droite (AB) et N un point de (AC) tels que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors $(MN) // (BC)$		×
Si ABC est un triangle, M est un point de la droite (AB) et N un point de la droite (AC) tels que les points A,B et M d'une part et les points A, C et N d'autre part, soient alignés dans le même ordre et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors $(MN) // (BC)$.	×	
Si ABC est un triangle, M est un point de la droite (AB) et N un point de la droite (AC) tels que la position de M par rapport à A et B est la même que celle de N par rapport à A et C et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors $(MN) // (BC)$.	×	

Exercice 2

Recopions et complétons la démonstration suivante.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} ; \frac{AN}{AC} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

On constate que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$; de plus, La position du point M par rapport à A et B est la même que celle de N par rapport à A et C.

Donc d'après la **réci-proque de la propriété de Thalès**, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Exercice 3

Considérons le triangle ABC.

D est un point de la droite (AC) et E un point de la droite (BC).

$$\text{On a : } \frac{CD}{CA} = \frac{2,6}{3,9} = 0,67 \text{ et } \frac{CE}{CB} = \frac{2}{3} = 0,67 .$$

$$\text{Donc } \frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} .$$

De plus, la position du point D par rapport à C et A est la même que celle de E par rapport à C et B.

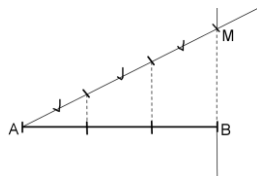
D'après la réci-proque de la propriété de Thalès, les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Activités

2

Partage d'un segment en des segments de mêmes longueurs

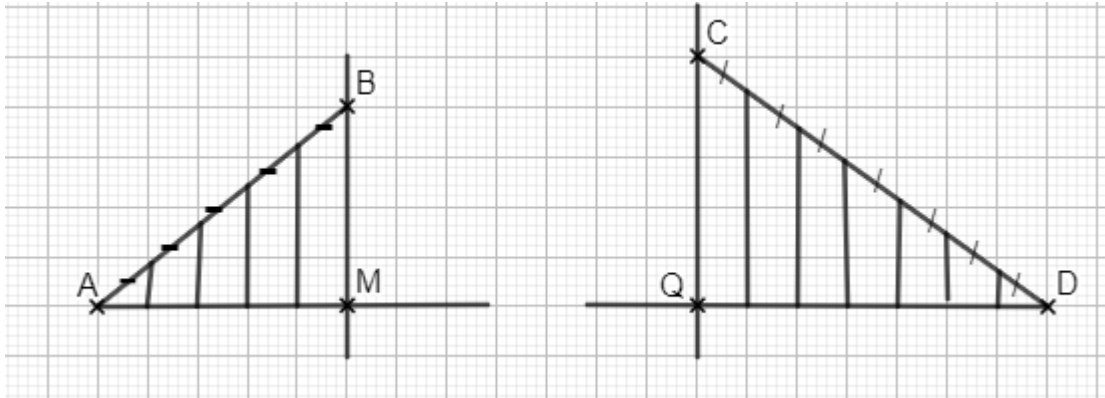
Activité



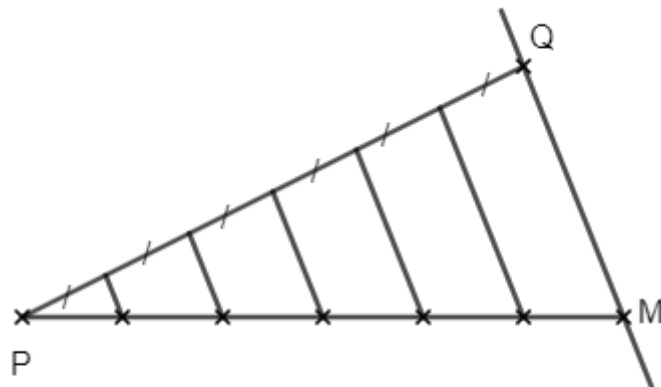
Exercices de fixation

Exercice 1

En te servant du quadrillage et d'une règle non graduée, partage le segment $[AB]$ en 5 segments de même longueur et le segment $[CD]$ en 7 segments de même longueur.



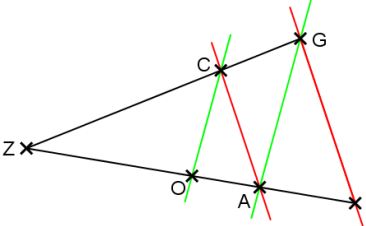
Exercice 2



Exercices de renforcement

1

a) Les deux configurations de Thalès présentes dans cette figure sont :



<p>Configuration 1 :</p> <ul style="list-style-type: none"> - ZGA et ZCO sont deux triangles ; - $C \in (ZG)$; - $O \in (ZA)$; - C et O sont du même côté de la droite (GA). <p style="text-align: center;">Ou</p> <ul style="list-style-type: none"> - ZCO et ZGA sont deux triangles ; - $G \in (ZC)$; - $A \in (ZO)$; - G et A sont du même côté de la droite (CO). 	<p>Configuration 2 :</p> <ul style="list-style-type: none"> - ZGI et ZCA sont deux triangles ; - $C \in (ZG)$; - $A \in (ZI)$; - C et A sont du même côté de la droite (GI). <p style="text-align: center;">Ou</p> <ul style="list-style-type: none"> - ZCA et ZGI sont deux triangles ; - $G \in (ZC)$; - $I \in (ZA)$; - G et I sont du même côté de la droite (CA).
--	--

b) Ecrivons tous les rapports de longueurs égaux à $\frac{ZC}{ZG}$.

<ul style="list-style-type: none"> • (OC)//(AG).On a : - $\frac{ZC}{ZG} = \frac{ZO}{ZA}$ - $\frac{ZC}{ZG} = \frac{OC}{AG}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • (AC)//(IG).On a : - $\frac{ZC}{ZG} = \frac{ZA}{ZI}$ - $\frac{ZC}{ZG} = \frac{AC}{IG}$
---	---

2

Au niveau de la première figure, on a : (FG)//(HT) car nous sommes dans une configuration de Thalès.

On a : $\frac{x}{3} = \frac{3}{2}$ donc $x = \frac{9}{2}$

Au niveau de la deuxième figure, on a : (RS)//(IV) car nous sommes dans une configuration de Thalès.

On a : $\frac{3}{x} = \frac{5}{2}$ donc $x = \frac{6}{5}$

3

1^{er} cas

$\frac{EA}{EC} = \frac{12}{23}$; $\frac{EB}{ED} = \frac{3}{4}$

2^e cas

$\frac{EA}{EC} = \frac{2}{3,2} = \frac{4}{6,4}$; $\frac{EB}{ED} = \frac{4}{6}$

Dans les deux cas $\frac{EA}{EC} \neq \frac{EB}{ED}$ donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles

4

$\frac{KD}{6,3} = \frac{4}{7}$; $KD = \frac{4 \times 6,3}{7} = 3,6$

$\frac{6}{DM} = \frac{4}{7}$; $DM = \frac{42}{4} = 10,5$

5

1. Calculer MN

Il faut corriger. Il faut dire plutôt M est un point du segment [AB] et non du segment [AC].

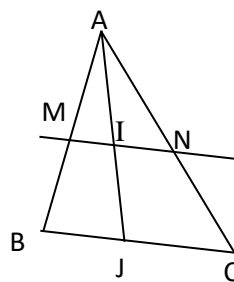
$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$
 $MN = \frac{AM}{AB} \times BC$

$MN = \frac{4}{5,2} \times 3,9 = 3$

MN = 3

2. Calculer AI/AJ

$\frac{AI}{AJ} = \frac{AM}{AB}$
 $\frac{AI}{AJ} = \frac{4}{5,2} = \frac{10}{13}$



6

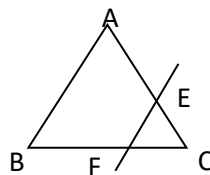
$\frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CA}$; $CF = \frac{CE}{CA} \times CB$

$CE = \frac{3 \times 6}{4} = 4,5$

$\frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{EF}{AB}$

$EF = \frac{CE}{CA} \times AB$

$EF = \frac{3}{4} \times 7 = 5,25$



7

1. La figure est une configuration de Thalès. Vérifions les rapports :

$$\frac{OR}{OV} = \frac{3,6}{18} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{Os}{OM} = \frac{1,5}{7,5} = \frac{1}{5}$$

$\frac{Os}{OM} = \frac{OR}{OV}$ donc les droites (MV) et (RS) sont parallèles.

$$2. \frac{MV}{RS} = \frac{OR}{OV} = \frac{1}{5}$$

$$MV = \frac{1}{5} \times RS$$

$$MV = \frac{3}{5}$$

8

a) Calculons $\frac{GP}{GL}$ et $\frac{GN}{GU}$.

$$\frac{GP}{GL} = \frac{2,5}{7,5} = 0,33 \text{ et } \frac{GN}{GU} = \frac{3}{9} = 0,33$$

b) Je ne peux pas utiliser ici la réciproque de la propriété de Thalès car les points G, P et L d'une part et G, N et U d'autre part ne sont pas alignés dans le même ordre.

9

1. Nous sommes dans une configuration de Thalès donc :

$$\frac{EA}{EB} = \frac{EC}{ED} ; EA = \frac{EC}{ED} \times EB$$

$$EA = \frac{6}{6} \times 5 = 5$$

$$2. \frac{EG}{EF} = \frac{EC}{ED} ; EG = \frac{EC}{ED} \times EF$$

$$EG = \frac{6}{6} \times 5 = 5$$

3. Les diagonales du parallélogramme ADBC se coupent en leur milieu donc (BC) et (AD) sont parallèles.

10

a) Calculons le rapport $\frac{ER}{EI}$.

Considérons le triangle ERS.

On a : I est un point de la droite (ER), T un point de la droite (ES) et (RS)//(IT).

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :

$$\frac{ER}{EI} = \frac{ES}{ET} = \frac{RS}{IT}$$

$$\frac{ER}{EI} = \frac{RS}{IT} = \frac{2,8}{4,4}$$

$$\frac{ER}{EI} = 0,64$$

b) Démontrons que les droites (FR) et (AI) sont parallèles.

Considérons le triangle EAI.

F est un point de la droite (EA) et R un point de la droite (EI).

On a :

$$\frac{EF}{EA} = \frac{2,1}{3,3} = 0,64 \text{ et } \frac{ER}{EI} = 0,64$$

Donc $\frac{ER}{EI} = \frac{EF}{EA}$.

De plus, la position du point F par rapport à E et A est la même que celle de R par rapport à E et I.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, les droites (FR) et (AI) sont parallèles.

11

1) Démontrons que $\frac{AD}{AG} = \frac{AB}{AE}$.

- Considérons le triangle ADC.

F est un point de la droite (AC), G un point de la droite (AD) et (FG) // (CD).

D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{AD}{AG} = \frac{AC}{AF}$ (1)

- Considérons le triangle ABC.

E est un point de la droite (AB), F un point de la droite (AC) et (EF) // (BC).

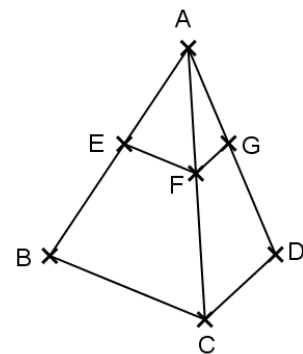
D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{AC}{AF} = \frac{AB}{AE}$ (2)

De (1) et (2), on a : $\frac{AD}{AG} = \frac{AB}{AE}$.

2) Déduisons que les droites (EG) et (BD) sont parallèles.

De (1), on a $\frac{AD}{AG} = \frac{AB}{AE}$; de plus, La position du point E par rapport à A et B est la même que celle de G par rapport à A et D.

Donc d'après la réciproque de la propriété de Thalès, les droites (EG) et (BD) sont parallèles.



12

a) Calculons les distances RB et RE.

Calculons RB

Considérons le triangle AEG.

R est un point de la droite (EG), B un point de la droite (EA) et $(AG) \parallel (RB)$.

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{RB}{AG} = \frac{EB}{EA} = \frac{ER}{EG}$.

$$\text{On a : } \frac{RB}{AG} = \frac{EB}{EA}$$

$$\text{Donc } RB = \frac{EB \times AG}{EA}$$

$$RB = \frac{3 \times 10}{5}$$

$$\underline{RB = 6 \text{ cm}}$$

Calculons RE

Considérons le triangle AEG.

R est un point de la droite (EG), B un point de la droite (EA) et $(AG) \parallel (RB)$.

D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{EB}{EA} = \frac{ER}{EG}$.

$$\text{On a : } \frac{EB}{EA} = \frac{ER}{EG}$$

$$\text{Donc } RE = \frac{EB \times EG}{EA}$$

$$RE = \frac{3 \times 8}{5}$$

$$\underline{RE = 4,8 \text{ cm}}$$

b) Démontrons que les droites (ZK) et (AE) sont parallèles.

Considérons le triangle AEG.

K est un point de la droite (EG) et Z un point de la droite (AG).

$$\text{On a : } \frac{GK}{GE} = \frac{6,4}{8} = 0,8 \text{ et } \frac{GZ}{GA} = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$\text{Donc } \frac{GK}{GE} = \frac{GZ}{GA}$$

De plus, la position du point K par rapport à G et E est la même que celle de Z par rapport à G et A.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, les droites (ZK) et (AE) sont parallèles.

13

Nous sommes dans une configuration de Thalès et $(AC) \parallel (BD)$.

$$1. \frac{EC}{ED} = \frac{EA}{EB} ; EC = \frac{EA}{EB} \times ED$$

$$EC = \frac{5}{4} \times 6 = \frac{15}{2}$$

$$2. \frac{EA}{EF} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\frac{EC}{EG} = \frac{15}{2 \times 8} = \frac{15}{16}$$

$\frac{EA}{EF} \neq \frac{EC}{EG}$ donc les droites (AC) et (FG) ne sont pas parallèles.

14

b)- g)-d)-a) -i)-c)-f)-h)-e)

15

1. A partir des hypothèses, on peut affirmer que $\frac{CF}{CB} = \frac{CO}{CA}$

$$CF = \frac{CO}{CA} \times CB$$

$$CF = \frac{3}{5} \times 8$$

$$CF = \frac{24}{5} = 4,8$$

$$2. \frac{CF}{CB} = \frac{CO}{CA} = \frac{FO}{BA}$$

$$FO = \frac{CO}{CA} \times AB$$

$$FO = \frac{3}{5} \times 6$$

$$FO = \frac{18}{5}$$

$$FO = 3,6$$

16

Programme

-Trace un segment [AB] de longueur 8 cm

- Trace une demi-droite passant par A de support sécant à de la droite (AB) ;
- Choisis un écartement de compas et sur cette demi-droite, en partant du point A place huit traits de graduation puis marque le point M sur le dernier trait de graduation ;
- Trace la droite (MB) puis toutes les parallèles à cette droite qui passent par les traits de graduation;
- Ces parallèles coupent le segment [AB] en huit segments de même longueur.

17

Nous avons une configuration de Thalès et les droites (BO) et (IS) sont parallèles.

$$\text{On a : } \frac{EI}{EB} = \frac{ES}{EO} = \frac{IS}{BO}$$

$$EB = \frac{BO}{IS} \times EI$$

$$EB = \frac{10}{3} \times 2 = \frac{20}{3}$$

18

Nous avons une configuration de Thalès et les droites (SR) et (BC) sont parallèles.

$$\text{On a : } \frac{AS}{AB} = \frac{AR}{AC}$$

$$AS = \frac{AR}{AC} \times AB$$

$$AS = \frac{5}{12} \times 8 = \frac{40}{12} = \frac{10}{3}$$

19

$$\text{a) } \frac{AB}{AD} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

b) Nous sommes dans une configuration de Thalès et de plus $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

2. Déterminons DE.

D'après la conséquence de la propriété de Thalès

$$\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$$

$$DE = \frac{AE}{AC} \times BC = \frac{5}{3} \times 6 = 10$$

3.

$$\frac{AF}{AC} = \frac{AG}{AB} = \frac{FG}{BC} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{AF}{AC} = \frac{5}{6}$$

$$AF = \frac{5}{6} \times 6 = 5$$

$$\frac{AG}{AB} = \frac{5}{6}$$

$$AG = \frac{5}{6} \times 9 = \frac{15}{2}$$

20

$$1. \frac{LR}{LT} = \frac{LA}{LC}$$

$$LR = \frac{LA}{LC} \times LT = \frac{4,8}{6} \times 9 = \frac{4,8 \times 3}{2} = 2,4 \times 3 = 7,2.$$

$$2. \frac{LE}{LT} = \frac{LB}{LC} ?$$

$$\frac{LE}{LT} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{LB}{LC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{LE}{LT} = \frac{LB}{LC} \text{ donc les droites (EB) et (CT).}$$

21

Nous avons une configuration de Thalès et les droites (AC) et (ED) sont parallèles

$$\text{On a : } \frac{BA}{BE} = \frac{BC}{BD}$$

$$BE = \frac{BD}{BC} \times BA$$

$$BE = \frac{270}{250} \times 360 = 388,8$$

$$AE = BE - BA = 388,8 - 250 = 138,8$$

Calculons ED

$$\frac{BA}{BE} = \frac{BC}{BD} = \frac{AC}{DE} \text{ d'après la conséquence de la propriété de Thalès}$$

$$AC = \frac{BC}{BD} \times DE$$

$$AC = \frac{250}{270} \times 450 = \frac{25 \times 9 \times 5 \times 10}{9 \times 3} = \frac{1250}{3} = 416,7$$

22

1. Il faut ajouter dans l'énoncé que (FE)//(GH).

$$\frac{AF}{AG} = \frac{AE}{AH} = \frac{FE}{GH}$$

$$AG = \frac{AF \times AH}{AE}$$

$$AG = \frac{4 \times 7}{3} = \frac{28}{3}$$

$$GH = \frac{AH \times FE}{AE}$$

$$GH = \frac{7 \times 6}{3} = \frac{42}{3}$$

2.

$$\frac{AE}{AJ} = \frac{3}{4,5} = \frac{30}{45} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AF}{AI} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$\frac{AE}{AJ} = \frac{AF}{AI}$ et la position de J par rapport à A et E est la même que celle I par rapport à A et

F. Donc les droites (IJ) et (EF) sont parallèles.

23

1. Nous avons une configuration de Thalès.

$$\frac{OJ}{OK} = \frac{5,2}{7,8} = \frac{52}{78} = \frac{26}{39} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{OI}{OL} = \frac{2,4}{3,6} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

$\frac{OJ}{OK} = \frac{OI}{OL}$ et la position de J par rapport à O et L est la même que celle J par rapport à O et

K. Donc les droites (KL) et (IJ) sont parallèles.

2.

$$\frac{OJ}{OK} = \frac{OI}{OL} = \frac{IJ}{KL}$$

$$IJ = \frac{OI}{OL} \times KL$$

$$IJ = \frac{2,4}{3,6} \times 9 = 6$$

24

$$1. \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$$

$$OB = \frac{OA}{OC} \times OD$$

$$OB = \frac{2,4}{6} \times 5 = 2$$

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$$

$$CD = \frac{OC}{OA} \times AB = \frac{6}{2,4} \times 1,5 = 3,75$$

2.

$$\frac{OE}{OC} = \frac{1,8}{6} = 0,3$$

$$\frac{OF}{OD} = \frac{1,5}{5} = 0,3$$

$\frac{OE}{OC} = \frac{OF}{OD}$ et la position de E par rapport à O et C est la même que celle F par rapport à O et D. Donc les droites (EF) et (CD) sont parallèles.

25

1) AOC est un triangle , E ∈ (OC) et BE ∈ (OA).

On a : $\frac{OA}{OB} = \frac{5}{6}$ et $\frac{OC}{OE} = \frac{5}{6}$, donc $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OE}$.

De plus, la position de E par rapport à O et C est la même que celle de B par rapport à O et A.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, (AC) // (EB).

2) AOC est un triangle , E ∈ (OC) , BE ∈ (OA) et (AC) // (EB).

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OE} = \frac{AC}{EB}$.

$\frac{OA}{OB} = \frac{AC}{EB}$ équivaut à : $EB = \frac{OB \times AC}{OA} = 120 \text{ cm}$.

26

1) ABC est un triangle, E ∈ (AC) , DE ∈ (AB) et (DE) // (BC).

D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$.

Donc : $AD = \frac{AB \times AE}{AC} = \frac{16}{3} \approx 5,3 \text{ cm}$.

2) a- ABC est un triangle, E ∈ (AC) , FE ∈ (BC).

On a : $\frac{CA}{CE} = \frac{3}{5}$ et $\frac{CB}{CF} = \frac{3}{5}$, donc $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF}$.

De plus, la position de E par rapport à A et C est la même que celle de F par rapport à B et C.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, (EF) // (AB).

b- ABC est un triangle, E ∈ (AC) , FE ∈ (BC) et (EF) // (AB).

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF} = \frac{AB}{EF}$.

$\frac{CA}{CE} = \frac{AB}{EF}$ équivaut à : $EF = \frac{CE \times AB}{CA} = \frac{10 \times 8}{6} = \frac{40}{3}$.

27

1) Calculons OE.

OBD est un triangle, $C \in (OB)$, $E \in (OD)$ et $(BD) \parallel (CE)$.

D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{OB}{OC} = \frac{OD}{OE}$.

$$\text{Donc : } OE = \frac{OC \times OD}{OB} = 9 \text{ cm.}$$

Calculons BD.

OBD est un triangle, $C \in (OB)$, $E \in (OD)$ et $(BD) \parallel (CE)$.

D'après conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{OB}{OC} = \frac{OD}{OE} = \frac{BD}{CE}$.

$$\frac{OB}{OC} = \frac{BD}{CE} \text{ équivaut à : } BD = \frac{OB \times CE}{OC} = 3,4 \text{ cm.}$$

2) OBD est un triangle, $F \in (OD)$ et $G \in (OB)$.

$$\text{On a : } \frac{OD}{OF} = 2 \text{ et } \frac{OB}{OG} = 3, \text{ donc } \frac{OD}{OF} = \frac{OB}{OG}.$$

De plus, la position de F par rapport à O et D est la même que celle de G par rapport à O et B.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, $(GF) \parallel (BD)$.

28

1) ABC est un triangle, $E \in (AB)$, $F \in (AC)$ et $(EF) \parallel (BC)$.

D'après conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$.

$$\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \text{ équivaut à : } BC = \frac{AB \times EF}{AE} = 8.$$

2) ABC est un triangle, $G \in (AB)$, $K \in (AC)$.

$$\text{On a : } \frac{AB}{AG} = 2,5 \text{ et } \frac{AC}{AK} = 2,5, \text{ donc } \frac{AB}{AG} = \frac{AC}{AK}.$$

De plus, la position de G par rapport à A et B est la même que celle de K par rapport à A et C.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, $(KG) \parallel (BC)$.

29

1) Calculons AM

AMN est un triangle, $B \in (AM)$, $C \in (AN)$ et $(BC) \parallel (MN)$.

D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$.

$$\text{Donc : } AM = \frac{AB \times AN}{AC} = 7,2 \text{ cm.}$$

Calculons BC

AMN est un triangle, $B \in (AM)$, $C \in (AN)$ et $(BC) \parallel (MN)$.

D'après conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$.

$$\frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN} \text{ équivaut à : } BC = \frac{AC \times MN}{AN} = 4 \text{ cm.}$$

2) ABC est un triangle, $F \in (AB)$, $E \in (AC)$.

On a : $\frac{AB}{AF} = 0,6$ et $\frac{AC}{AE} = 0,6$, donc $\frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AE}$.

De plus, la position de F par rapport à A et B est la même que celle de E par rapport à A et C.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, $(EF) \parallel (BC)$.

Exercices d'approfondissement

30

a) Calculons MN.

Considérons le triangle ABC.

M est un point de la droite (AB), N un point de la droite (AC) et $(MN) \parallel (BC)$.

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

$$\text{On a : } \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}.$$

$$\text{Donc } MN = \frac{AM \times BC}{AB}$$

$$MN = \frac{2 \times 9}{6}$$

$$\underline{MN = 3 \text{ cm}}$$

b) Calculons la valeur exacte de $\frac{AN}{AC}$.

Considérons le triangle ABC.

M est un point de la droite (AB), N un point de la droite (AC) et $(MN) \parallel (BC)$.

D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

$$\text{Donc } \frac{AN}{AC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

c) Calculons AN et AC.

Calculons AC

On a : $AN = AC - NC$

$$\text{Donc } \frac{AN}{AC} = \frac{AC-NC}{AC}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{AC}{AC} - \frac{NC}{AC}$$

$$\frac{AN}{AC} = 1 - \frac{NC}{AC}$$

$$\text{Or } \frac{AN}{AC} = \frac{1}{3} \text{ donc } 1 - \frac{NC}{AC} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{NC}{AC} = 1 - \frac{1}{3}$$

$$\frac{NC}{AC} = \frac{2}{3}$$

$$AC = \frac{4,4}{\frac{2}{3}}$$

$$AC = \frac{4,4 \times 3}{2}$$

$$\underline{AC = 6,6 \text{ cm}}$$

Calculons AN

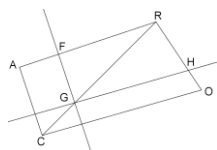
On a : $AN = AC - NC$

$$\text{Donc } AN = 6,6 - 4,4$$

$$\underline{AN = 2,2 \text{ cm}}$$

31

a. Voir figure ci-dessous.



b. Voir figure ci-dessus.

c. Montrons que $\frac{RF}{RA} = \frac{RG}{RC}$ et $\frac{RG}{RC} = \frac{RH}{RO}$.

- Montrons que $\frac{RF}{RA} = \frac{RG}{RC}$.

Considérons le triangle ARC.

F est un point de la droite (RA), G un point de la droite (RC) et $(FG) \parallel (AC)$.

D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{RF}{RA} = \frac{RG}{RC}$.

- Montrons que $\frac{RG}{RC} = \frac{RH}{RO}$.

Considérons le triangle ARC.

G est un point de la droite (RC), H un point de la droite (RO) et $(GH) \parallel (OC)$.

D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{RG}{RC} = \frac{RH}{RO}$.

d) Démontrons que les droites (FH) et (OA) sont parallèles.

De c. , on a : $\frac{RF}{RA} = \frac{RG}{RC}$ et $\frac{RG}{RC} = \frac{RH}{RO}$.

Donc $\frac{RF}{RA} = \frac{RH}{RO}$.

De plus, la position du point F par rapport à R et A est la même que celle de H par rapport à R et O.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, les droites (FH) et (AO) sont parallèles.

32

1) Justifions que les droites (AM) et (DC) sont parallèles.

ABCD étant un parallélogramme, alors on a : $(AB) \parallel (DC)$.

Or $M \in (AB)$, donc $(AM) \parallel (DC)$.

2) Calculons AM.

Considérons le triangle DEC.

M est un point de la droite (EC), A un point de la droite (ED) et $(AM) \parallel (DC)$.

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{AM}{DC} = \frac{EA}{ED} = \frac{EM}{EC}$.

On a : $\frac{AM}{DC} = \frac{EA}{ED}$.

Donc $AM = \frac{EA \times DC}{ED}$

$AM = \frac{1,5 \times 8}{6}$ car $ED = EA + AD = 4,5 + 1,5 = 6$

$$\underline{AM = 2 \text{ cm}}$$

33

a. Démontrons que les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.

En observant la figure, on a : (AB) \perp (AA') et (A'B') \perp (AA') donc (AB) // (A'B').

b. Démontrons l'égalité : $\frac{d}{d'} = \frac{AB}{A'B'}$.

Considérons le triangle OA'B'.

B est un point de la droite (OB'), A un point de la droite (OA') et (AB)//(A'B').

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{AB}{A'B'} = \frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'}$.

On a donc $\frac{OA}{OA'} = \frac{AB}{A'B'}$.

D'où $\frac{d}{d'} = \frac{AB}{A'B'}$ car OA' = d et OA' = d'.

c. La hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule.

De b. on a : $\frac{d}{d'} = \frac{AB}{A'B'}$.

Donc $A'B' = \frac{AB \times d'}{d}$

$$A'B' = \frac{12 \times 0,05}{15}$$

$$\underline{A'B' = 0,04\text{m}}$$

34

a. Exprime MP et MQ en fonction de x .

- Exprime MP en fonction de x .

Considérons le triangle ABC.

M est un point de la droite (BC), P un point de la droite (BA) et (MP)//(AC).

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{MP}{AC} = \frac{BM}{BC} = \frac{BP}{BA}$.

On a : $\frac{MP}{AC} = \frac{BM}{BC}$.

$$MP = \frac{BM \times AC}{BC}$$

$$MP = \frac{11}{8}x$$

- Exprime MQ en fonction de x .

Considérons le triangle ABC.

M est un point de la droite (CB), Q un point de la droite (CA) et (AB) // (MQ).

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{MQ}{AB} = \frac{CQ}{CA} = \frac{CM}{CB}$.

On a : $\frac{MQ}{AB} = \frac{CM}{CB}$.

$$MQ = \frac{CM \times AB}{CB}$$

$$MQ = \frac{7(8-x)}{8}$$

b. Déterminons la position du point M sur le segment [BC] à l'aide d'une résolution d'équation.

De a. on a : $MQ = \frac{7(8-x)}{8}$ et $MP = \frac{11}{8}x$.

Donc $MP + MQ = \frac{11}{8}x + \frac{7(8-x)}{8}$

$$MP + MQ = \frac{11}{8}x + \frac{56-7x}{8}$$

$$MP + MQ = \frac{11}{8}x + \frac{56}{8} - \frac{7}{8}x$$

$$MP + MQ = \frac{11}{8}x - \frac{7}{8}x + \frac{56}{8}$$

$$\underline{MP + MQ = 0,5x + 7}$$

Le but de l'exercice étant de déterminer la position du point M pour que

$MP + MQ = 9$ cm, alors $0,5x + 7 = 9$.

$$0,5x = 9 - 7$$

$$x = \frac{2}{0,5}$$

$$\underline{x = 4 \text{ cm}}$$

35

a. Démontrons que les droites (DC) et (EY) sont parallèles.

- Le point C étant à la verticale du point D, les droites (CD) et (AD) sont perpendiculaires ;
- De plus, sur la figure, on a : $(EY) \perp (AD)$.

Donc, $(EY) // (DC)$.

b. Calculons DC, la profondeur du puits.

Considérons le triangle ACD.

E est un point de la droite (AD), Y un point de la droite (AC) et $(EY) \parallel (DC)$.

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{EY}{DC} = \frac{AE}{AD} = \frac{AY}{AC}$.

On a : $\frac{EY}{DC} = \frac{AE}{AD}$.

Donc $DC = \frac{EY \times AD}{AE}$

$$DC = \frac{1,7 \times 1,5}{0,6}$$

$$\underline{DC = 4,25 \text{ cm}}$$

36

- Calculons AE.

Considérons le triangle RGN.

E est le milieu du segment [RG] et A est le milieu du segment [RN]. D'après la propriété de la droite des milieux, les droites (AE) et (GN) sont parallèles.

Et d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{RA}{RN} = \frac{AE}{GN} = \frac{RE}{RG}$.

$\frac{AE}{GN} = \frac{RE}{RG}$ donc $AE = \frac{RE}{RG} \times GN$

$$AE = \frac{1}{2} \times 5$$

$$\underline{AE = 2,5 \text{ cm}}$$

- Calculons RS.

Considérons le triangle RAE.

O est un point de la droite (RA) et S un point de la droite (RE). De plus, les droites (OS) et (AE) forment avec la sécante (ES) deux angles alternes-internes de même mesure.

D'après la réciproque de la propriété des angles alternes-internes, les droites (OS) et (AE) sont parallèles.

Et d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{RS}{RE} = \frac{RO}{RA} = \frac{AE}{OS}$.

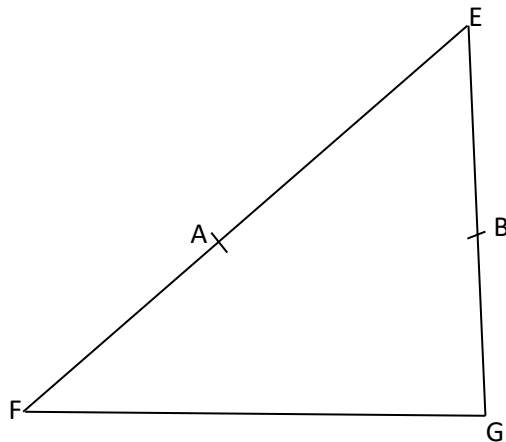
$\frac{RS}{RE} = \frac{AE}{OS}$ donc $RS = \frac{AE}{OS} \times RE$

$$RS = \frac{2,5}{3,2} \times 5$$

$$\underline{RS = 3,9 \text{ cm}}$$

37

1.



$$2. \frac{EA}{EF} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{EB}{EG} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$\frac{EA}{EF} = \frac{EB}{EG}$ et la position de A par rapport à E et F est la même que celle B par rapport à E et G. Donc les droites (AB) et (FG) sont parallèles.

38

Soit P la profondeur du puits

On a : D'après le conséquence de Thalès avec les parallélismes respectés,

$$\frac{1}{1,20} = \frac{1,5}{P}$$

$$P = \frac{1,5 \times 1,2}{1} = 1,8$$

$$P = 1,80 \text{ m}$$

39

1. Les deux droites (AB) et (DE) sont perpendiculaire à la même droite

$$2. \frac{EC}{BE+EC} = \frac{30}{200}$$

$$\frac{EC}{800+EC} = \frac{30}{200}$$

$$\frac{x}{800+x} = \frac{3}{20}$$

$$20x = 3x + 2400$$

$$x = \frac{2400}{17}$$

40

Le point C est mal placé sur la figure

1. Les droites (MC) et (BT) sont perpendiculaires à (AB) donc elles sont parallèles.

$$2. \frac{OT}{OC} = \frac{OM}{OB} = \frac{1}{2}$$

$$OT = \frac{OC}{2} = 1,5$$

41

1. Les droites (IP) et (NO) sont perpendiculaires à (MO) donc elles sont parallèles.

$$2. \frac{MI}{MN} = \frac{MP}{MO} = \frac{IP}{NO}$$

$$MN = \frac{MI \times NO}{IP}$$

$$MN = \frac{6 \times 5,4}{3,6} = 9$$

$$MN = 9 \text{ m}$$

42

$$1. BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{12,8^2 + 9,6^2}$$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{12,8^2 + 9,6^2}$$

$$BC = \sqrt{256}$$

$$BC = 16.$$

2. BF = 6,25 et non 6. Une partie du nombre est cachée

$$\frac{BA}{BE} = \frac{12,8}{5} = \frac{128}{50} = \frac{64}{25}$$

$$\frac{BC}{BF} = \frac{16}{6,25} = \frac{1600}{625} = \frac{64}{25}$$

$\frac{BA}{BE} = \frac{BC}{BF}$ et la position de E par rapport à B et A est la même que celle F par rapport à B et

C. Donc les droites (AC) et (EF) sont parallèles.

3. les droites (AC) et (EF) sont parallèles et (AC) perpendiculaire à (AE) donc (EF) perpendiculaire à (AE). Ainsi le triangle BEF est rectangle en E.

43

1. Dans le triangle BUT, Les droites (SV) et (BT) sont parallèles comme des angles correspondant de même mesure coupées par une même sécante.

2. $\frac{SU}{TU} = \frac{SV}{BT}$ après le parallélisme obtenu à la première question.

$$BT = \frac{9 \times 20}{12} = 15$$

44

La hauteur de l'arbre est $1,6 + h$ où h est à déterminer.

$$\frac{0,4}{h} = \frac{1,2}{12} = \frac{1}{10}$$

$$h = 4$$

La hauteur de l'arbre est 5,6 m.

45

1. Les triangle IKL est rectangle en L car un côté du triangle est un diamètre du cercle contenant tous les points du triangle.

$$2. \frac{EI}{IJ} = \frac{IH}{IK}$$

$$EI = \frac{IJ \times IH}{IK}$$

$$EI = \frac{6 \times 7,5}{10} = 4,5$$

$$3. \frac{IF}{IL} = \frac{IH}{IK}$$

$$IF = \frac{IL \times IH}{IK}$$

$$IF = \frac{9 \times 7,5}{10} = 6,75$$

4.

$$\frac{IE}{IJ} = \frac{4,5}{6} = 0,75$$

$$\frac{IF}{IL} = \frac{6,75}{9} = 0,75$$

$\frac{IE}{IJ} = \frac{IF}{IL}$ et la position de E par rapport à I et J est la même que celle F par rapport à I et L.

Donc les droites (EF) et (JL) sont parallèles.

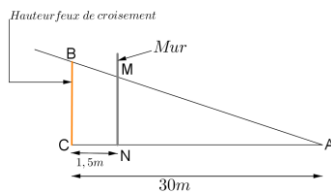
5. $\frac{EF}{JL} = \frac{IE}{IJ} = 0,75$ d'après la conséquence de la propriété de Thalès.

$$EF = 0,75 \times 10 = 7,5.$$

Situations d'évaluation

46

Faisons un schéma de la situation.



Considérons le triangle ABC.

M est un point de la droite (AB), N un point de la droite (AC) et $(MN) \parallel (BC)$.

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

$$\text{Donc } \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

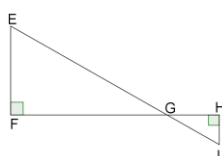
$$MN = \frac{AN \times BC}{AC}$$

$$MN = \frac{(30 - 1,5) \times 0,6}{30}$$

$$\underline{MN = 0,57 \text{ m}}$$

47

Ajoutons au schéma des points indiquant les différents sommets.



- a. La largeur de la rivière qu'obtient approximativement Hervé en nombre de pas.

Considérons le triangle EFG.

H est un point de la droite (GF), I un point de la droite (GE) et (HI) // (EF).

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{GH}{GF} = \frac{GI}{GE} = \frac{HI}{EF}$.

On a : $\frac{GH}{GF} = \frac{HI}{EF}$.

Donc $EF = \frac{HI \times GF}{GH}$

$$EF = \frac{1 \times 20}{5}$$

$EF = 4$ pas

- b. Donnons une valeur approximative de la largeur de cette rivière, au centimètre près, sachant qu'Hervé estime la longueur de son pas à 65 cm.

On a : $EF = 4$ pas.

Donc $EF = 4 \times 65$

$EF = 260$ cm

48

- 1) $(ST) \perp (TB)$ et $(AB) \perp (TB)$, donc $(ST) \perp (AB)$.
- 2) $ST = SD + DT = SD + 1,6$ m.

Calculons SD

OSD est un triangle , A ∈ (OS) , C ∈ (OD) et (AC) // (SD).

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{OA}{OS} = \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{SD}$.

$\frac{OC}{OD} = \frac{AC}{SD}$ équivaut à : $SD = \frac{OD \times AC}{OC}$. Or $AC = AB - BC = 2,5 - 1,6 = 0,9$ m .

Donc $SD = \frac{2,5 \times 0,9}{3,5} = \frac{45}{7} \approx 6,4$ m.

Par conséquent : $ST = 6,4 + 1,6 = 8$ m.

La hauteur de l'arbre est de 8m.

49

NB : les questions 1 et 2 doivent être interverties ou supprimer la question 2 simplement.

- 1) $(AE) \perp (AC)$ et $(DC) \perp (AC)$, donc $(AE) // (DC)$.
- 2) un triangle, C ∈ (AB) , D ∈ (EB) et $(AE) // (DC)$.

D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{BE}{BD} = \frac{BA}{BC}$.

Donc $BE = BD \times \frac{BA}{BC}$. Or $BE = DE - DB$, alors $DE - DB = BD \times \frac{BA}{BC}$

D'où : $DE = BD \times \frac{BA}{BC} + DB = 160 \times \frac{800}{200} + 160 = 800 \text{ m}$.

3) ABE est un triangle , C ∈ (AB) , D ∈ (EB) et (AE) // (DC).

D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{BE}{BD} = \frac{BA}{BC} = \frac{EA}{DC}$.

$\frac{BA}{BC} = \frac{EA}{DC}$ équivaut à : $DC = \frac{BC \times EA}{BA} = 150 \text{ m}$.

4) La distance $L = AC + CD + DE + EA = 1000 + 150 + 800 + 600 = 2\,550 \text{ m}$.



Triangle rectangle

Situation d'Apprentissage

Faire lire la situation d'apprentissage à haute voix une ou deux fois par un ou deux bon(s) lecteur(s).

Expliquer les mots difficiles à la demande des apprenants.

Ici par exemple : Pertinent signifie juste, approprié, bien-fondé

Poser oralement les questions/consignes suivantes :

Questions/consignes	Réponses attendues
De quoi parle le texte	Il s'agit de Tchemangon et du grenier de riz
Quels sont les acteurs de cet évènement ?	Tchemangon et Ses camarades de classe
Où se passe la situation	Dans un village au nord de la Côte d'Ivoire
Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans ce texte?	Tchemangon veut trouver la hauteur du grenier mais a des difficultés
Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ?	trouver la hauteur du grenier
Que décident de faire les acteurs ?	Travailler ensemble pour déterminer la hauteur du grenier

Dans cette situation, pour déterminer la hauteur du grenier nous aurons besoin d'une propriété appelée propriété de Pythagore dans un triangle. Nous allons profiter pour apprendre des notions pour déterminer des distances dans un triangle rectangle. Nous étudierons ces propriétés selon le plan suivant :

- 1) Propriété de Pythagore
- 2) Propriété métriques déduite de l'aire
- 3) Cosinus et sinus d'un angle aigu
- 4) Tangente d'un angle aigu
- 5) Utilisation de la calculatrice ou de la table trigonométrique

Installation des habiletés

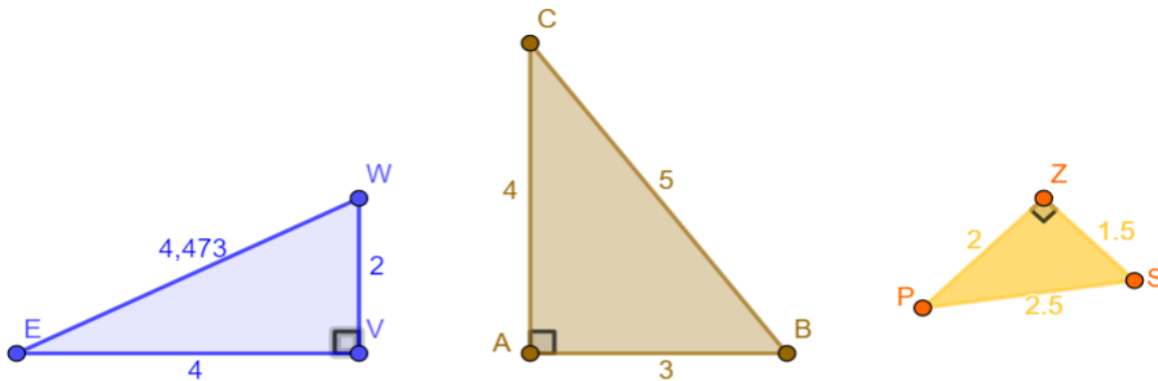
Activités

1

Propriété de Pythagore

1. Propriété de Pythagore

Activité



Les triangles EVW, ACB et PSZ sont des triangles rectangles.

- 1) $EW^2 = 20$, $BC^2 = 25$ et $PS^2 = 6.25$.
- 2) $EV^2 + VW^2 = 16 + 4 = 20$, $AC^2 + AB^2 = 16 + 9 = 25$ et $PZ^2 + ZS^2 = 4 + 2.25 = 6.25$.
- 3) $EW^2 = EV^2 + VW^2$
 $BC^2 = AB^2 + AC^2$
 $PS^2 = PZ^2 + ZS^2$.

Exercices de fixation

Exercice 1

Celle qui traduit la propriété de Pythagore est $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Exercice 2

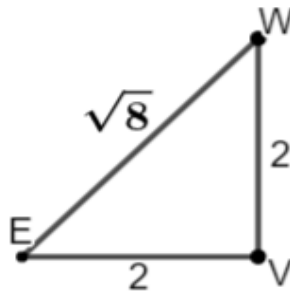
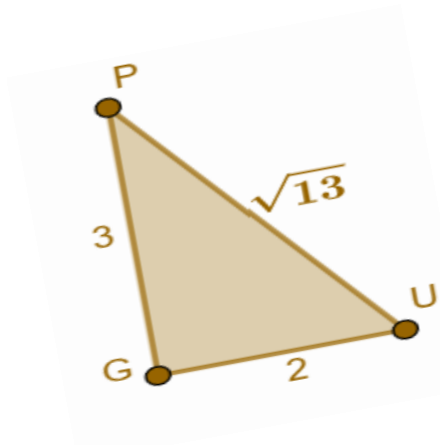
$$FG^2 = GE^2 + EF^2$$

Exercice 3

$$FE^2 = FG^2 + EG^2 = 4^2 + 3^2 = 25. \quad FE = \sqrt{25} = 5$$

2- La propriété réciproque de la propriété de Pythagore

Activité



- $EW^2=8$ et $PU^2=13$
- $EV^2+WV^2=4+4=8=EW^2$ et $GP^2+GU^2=9+4=13=PU^2$
- Vérification
- EWV et PGU sont des triangles rectangles.

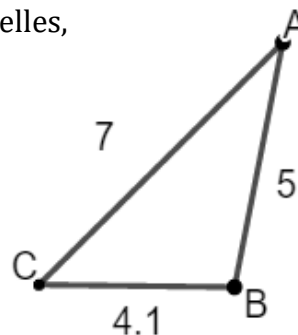
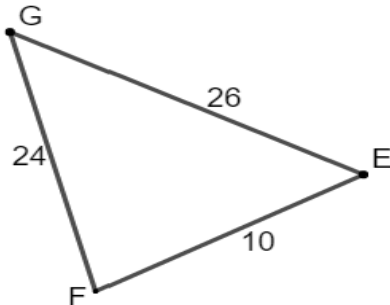
Exercices de fixation

Exercice 1

- La réciproque de la propriété de Pythagore permet de trouver la longueur d'un segment (Faux)
- La réciproque de la propriété de Pythagore permet de montrer qu'un triangle est rectangle (Vrai)

Exercice 2

On donne les triangles suivants en dimensions non réelles,



- a. $GE^2=676$, $FE^2=100$, $FG^2=576$; $AB^2=25$, $BC^2=16,81$ et $AC^2=49$
- b. $676=100+576$ donc $GE^2=FE^2+GF^2$. ainsi le triangle GEF est rectangle en F

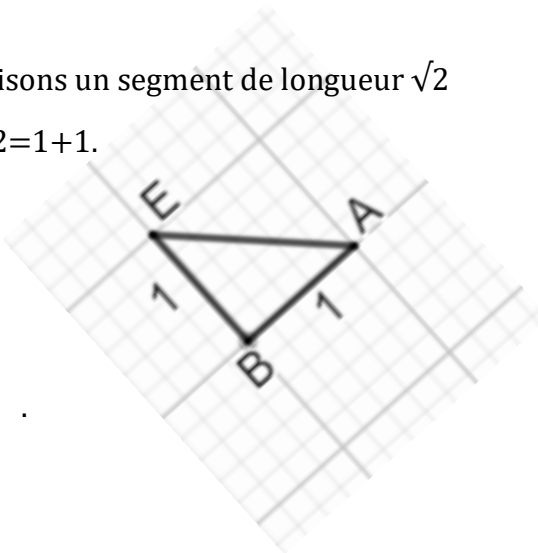
3. Construction un segment de longueur \sqrt{a} , $a > 0$

Activité

Construisons un segment de longueur $\sqrt{2}$

1. a) $2=1+1$.

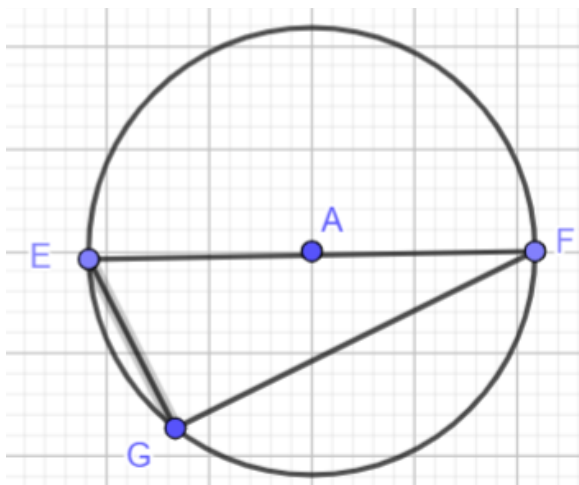
b)



c) ABE est un triangle rectangle en B, d'après la propriété de Pythagore on a

$$AB^2 + BE^2 = AE^2 \text{ soit } AE = \sqrt{2}$$

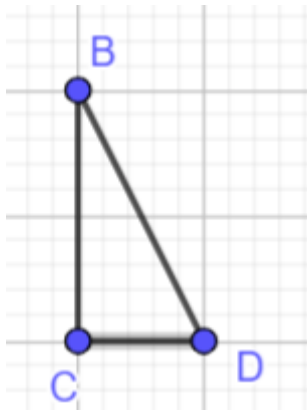
2. a) $(\sqrt{3})^2 = 3$ et $2^2 - 1^2 = 3$



$$FG^2 = EF^2 - EG^2 = 2^2 - 1^2 = 3, \quad FG = \sqrt{3}$$

Exercices de fixation

Exercice 1



Le triangle BCD est rectangle en C.

$$BC = 2 ; CD = 1$$

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \text{ donc } BD = \sqrt{5}$$

Exercice 2

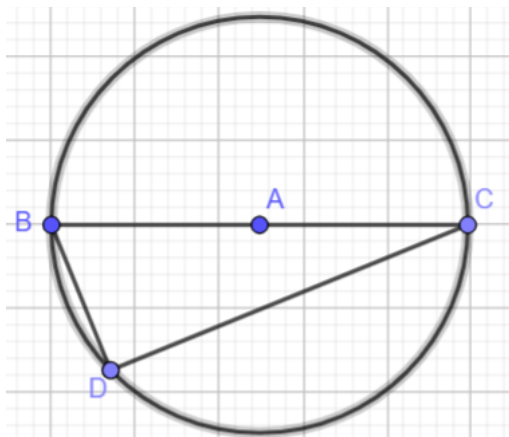
$$21 = 25 - 4$$

On construit un cercle de diamètre $BC = 5$. On place le point D tel que $BD = 2$.

Le triangle BCD est rectangle en D.

$$DC^2 = BC^2 - BD^2 = 5^2 - 2^2 = 25 - 4 = 21.$$

$$DC = \sqrt{21}$$



Activités

2

La propriété métrique déduite de l'aire

Activité

L'aire du triangle ABC est égale à $\frac{BE \times AB}{2}$ ou à $\frac{BH \times AE}{2}$
 Ainsi : $AB \times BE = BH \times AE$

Exercices de fixation

Exercice 1

1. D'après la propriété métrique déduite de l'aire $EF \times EG = EH \times FG$

$$2. EH = \frac{EF \times EG}{FG}$$

$$EH = \frac{8 \times 6}{10} = 4,6$$

Exercice 2

D'après la propriété métrique déduite de l'aire

$$SU \times RT = RS \times ST$$

$$SU = \frac{RS \times ST}{RT}$$

$$SU = \frac{9 \times 12}{15} = 7,2$$

Activités

3

Cosinus et sinus d'un angle aigu

1. Définition

Activité

Reformulation de l'activité.

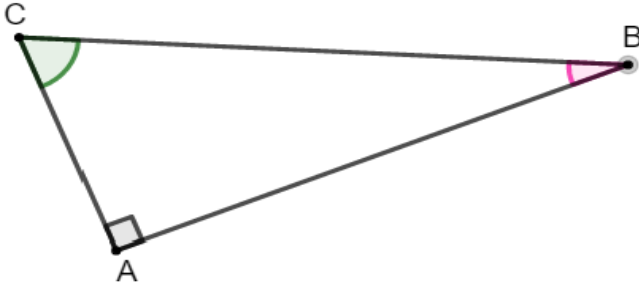
Dans un triangle rectangle :

- Le côté du triangle adjacent à un angle aigu est le côté de l'angle qui n'est pas l'hypothénuse
- Le côté du triangle opposé à un angle est le côté « situé en face de l'angle ».

1. On donne le triangle ABC rectangle en A.

a) Cite le côté du triangle adjacent à l'angle \widehat{CBA}

- b) Cite le côté du triangle opposé à l'angle \widehat{CBA}
 c) Cite le côté du triangle adjacent à l'angle \widehat{BCA}
 d) Cite le côté du triangle opposé à l'angle \widehat{BCA}



2. Calcule le rapport

a) $\frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{BCA}}{\text{hypothénuse}}$

a) $\frac{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{BCA}}{\text{hypothénuse}}$

Corrigé de l'activité

- a) Le côté du triangle adjacent à l'angle \widehat{CBA} est [BA]
 b) Le côté du triangle opposé à l'angle \widehat{CBA} est [AC]
 c) Le côté du triangle adjacent à l'angle \widehat{BCA} est [CA] ou [CA]
 d) Cite le côté du triangle opposé à l'angle \widehat{BCA} est [AB]

2. Calculons le rapport

a) $\frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{BCA}}{\text{hypothénuse}} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$ ce nombre est appelé Sinus de l'angle \widehat{BCA} et on note :
 $\sin \widehat{BCA} = \frac{AB}{BC}$

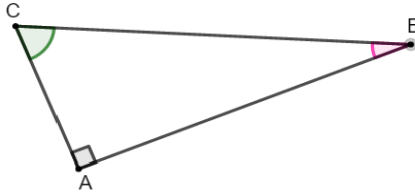
a) $\frac{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{BCA}}{\text{hypothénuse}} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}$ ce nombre est appelé Cosinus de l'angle \widehat{BCA} et on
 note : $\cos \widehat{BCA} = \frac{AC}{BC}$

Exercices de fixation

Exercice 1

Enoncé

On donne le triangle ABC rectangle en A ci-contre :



Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule réponse est juste. Ecris le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne permettant d'obtenir l'affirmation vraie.

N°	ÉNONCÉS	REPONSE A	REPONSE B	REPONSE C
1	l'hypoténuse de ce triangle ABC est	[AC]	[AB]	[BC]
2	Le côté opposé à l'angle \widehat{ABC} est	[AC]	[AB]	[BC]
3	Le côté opposé à l'angle \widehat{BCA} est	[AC]	[AB]	[BC]
4	Le côté opposé à l'angle \widehat{BAC} est	[AC]	[AB]	[BC]
5	Le côté adjacent à l'angle \widehat{BCA} est	[AC]	[AB]	[BC]
6	Le côté adjacent à l'angle \widehat{CBA} est	[AC]	[AB]	[BC]

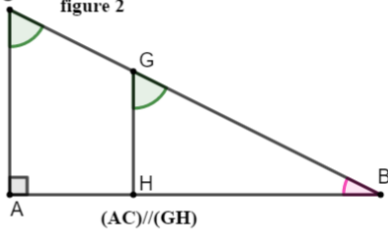
Solution

1. Réponse c
2. Réponse a
3. Réponse b
4. Réponse c
5. Réponse a
6. Réponse b

Exercice 2

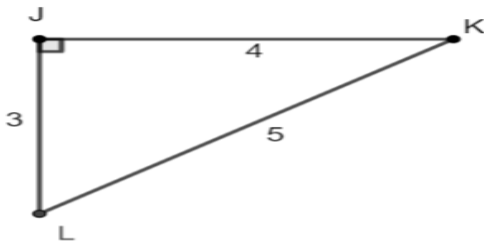
Colonne A		Colonne B	
$\cos \widehat{ABC}$	●	●	$\frac{AH}{AB}$
$\cos \widehat{ACB}$	●	●	$\frac{AC}{BC}$
$\cos \widehat{HAB}$	●	●	$\frac{AH}{CA}$
$\cos \widehat{HAC}$	●	●	$\frac{AB}{BC}$

Exercice 3
figure 2



Sinus de l'angle	$\sin \widehat{ACB}$	$\sin \widehat{HGB}$	$\sin \widehat{ABC}$
Réponse	$\frac{AB}{BC}$	$\frac{HB}{BG}$	$\frac{AC}{BC}$

Exercice 4



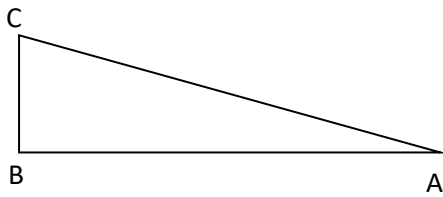
Réponds par vrai (V) ou par Faux (F) à chacune des propositions.

PROPOSITION	$\cos \widehat{K} = \frac{4}{3}$	$\cos \widehat{K} = \frac{4}{5}$	$\cos \widehat{K} = \frac{3}{5}$	$\cos \widehat{K} = \frac{3}{4}$
REPONSE	F	V	F	F

2. Somme des carrés du cosinus et du sinus d'un angle.

Activité

Le triangle ABC est rectangle en B.



1. $\cos \hat{C} = \frac{BC}{AC}$ et $\sin \hat{C} = \frac{AB}{AC}$ comme les distances sont positives alors $\cos \hat{C}$ et $\sin \hat{C}$ sont des nombres positifs.

2. **Attention !!! ici les inégalités sont larges**

$CA > BC$ et $CA > AB$ donc $0 \leq \cos \hat{C} \leq 1$ et $0 \leq \sin \hat{C} \leq 1$

3. $\cos^2 \hat{C} = \frac{BC^2}{AC^2}$ et $\sin^2 \hat{C} = \frac{AB^2}{AC^2}$

4. $\cos^2 \hat{C} + \sin^2 \hat{C} = \frac{BC^2}{AC^2} + \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BC^2 + AB^2}{AC^2}$ or $BC^2 + AB^2 = AC^2$

$$\cos^2 \hat{C} + \sin^2 \hat{C} = 1$$

Exercices de fixation

Exercice 1

Enoncé	Réponse
$\cos^2 60^\circ + \sin^2 30^\circ = 1$	F
$\cos^2 49^\circ + \sin^2 49^\circ = 1$	V
$\cos^2 50^\circ + \cos^2 50^\circ = 0,5$	F

Exercice 2

$$\sin^2 30^\circ = 1 - \cos^2 30^\circ = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\sin 30^\circ = \sqrt{\frac{1}{4}}; \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

3. Cosinus et sinus de deux angles complémentaires

Activité

1. Justifions que les angles \hat{G} et \hat{B} sont complémentaires dans le triangle BGH rectangle en H.

$$\text{mes } \hat{G} + \text{mes } \hat{H} + \text{mes } \hat{B} = 180^\circ \text{ et } \text{mes } \hat{H} = 90^\circ \text{ donc } \text{mes } \hat{G} + \text{mes } \hat{B} = 90^\circ$$

2. $\sin \hat{G} = \frac{HB}{BG}$ $\cos \hat{B} = \frac{HB}{BG}$ donc $\sin \hat{G} = \cos \hat{B}$

On peut vérifier aussi que : $\cos \hat{G} = \sin \hat{B}$

Exercices de fixation

Exercice 1

$$\sin(90^\circ - a^\circ) = \cos a^\circ = 0,3$$

Exercice 2

$$\cos 25^\circ = \sin (90^\circ - 25^\circ) = \sin 75^\circ$$

Exercice 3

$$\cos 27^\circ = \sin(90^\circ - 27^\circ) = \sin 63^\circ$$

$$\sin 48^\circ = \cos (90^\circ - 48^\circ) = \cos 42^\circ$$

Activités

4

Tangente d'un angle aigu

Activité

1. D'après la conséquence de la propriété de Thalès : $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EF}$ donc $\frac{BC}{AB} = \frac{EF}{AE}$

$$2. \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}} = \frac{BC}{AC} \div \frac{AB}{AC} = \frac{BC}{AC} \times \frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AB}$$

Exercices de fixation

Exercice 1

1. F

2. F

2. V

Exercice 2

$$\tan \hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}$$

Exercice 3

$$\tan a^\circ = \frac{0,6}{0,8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Activités

4

Utilisation de la calculatrice ou de la table trigonométrique

1. Utilisation de la calculatrice

Activité

$$\cos 30^\circ = 0,86602540378443864676372317075294$$

$$\cos 30^\circ = 0,87$$

$$2. \sin 30^\circ = 0,5$$

$$3. \text{ On obtient } 29,934 \text{ soit } 30^\circ$$

$$4. \text{ on obtient } 59,997 \text{ soit } 60^\circ$$

$$5. \tan 60^\circ = 1,73$$

Exercices de fixation

Exercice 1

Mesure d'angle en degrés	30	40	60	72,5
Cosinus de l'angle	0,9	0,8	0,5	0,3

Exercice 2

Mesure d'angle en degrés	60	45	30	0
Sinus de l'angle	0,9	0,7	0,5	0

1. Utilisation de la calculatrice

Activité

Il n'y a pas de consigne. Faire avec les élèves et proposer d'autres éléments à lire sur la table trigonométrique.

Exercices de fixation

Exercice 1

Mesure d'angle en degrés	10	79	60	66
Cosinus de l'angle	0,98	0,19	0,5	0,407

Exercice 2

Mesure d'angle en degrés	60	45	30	24
Sinus de l'angle	0,9	0,7	0,5	0,407

Exercice 3

$$\cos 7^\circ = 0,99$$

$$\sin 10^\circ = 0,17$$

$$7^\circ < a^\circ < 8^\circ$$

Exercice 4

$$\sin \beta = 0,3 \text{ et } \cos \alpha = 0,65$$

Exercices de renforcement

1

$$(4,3)^2 = 18,49 ; (3,5)^2 = 12,25 ; (2,5)^2 = 6,25$$

$$12,25 + 6,25 = 18,5$$

$$18,49 \neq 18,5$$

Le triangle n'est pas rectangle.

2

$$3^2 = 9 ; 6^2 = 36 ; 5^2 = 25 ; 9 + 36 = 45$$

$$45 \neq 25$$

[AH] n'est pas la hauteur du triangle

3

$$RA^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

$$CR^2 = 1^2 + 3^2 = 10$$

$$CA^2 = 2^2 + 6^2 = 40$$

$RA^2 = CR^2 + CA^2$ donc le triangle CAR est rectangle en C.

4

$$AC = 1 ; AB = 1$$

$$\text{On a ; } BC = \sqrt{2} \text{ et } CD = \sqrt{2}$$

$$\text{Donc } BD = 2$$

5

a. ABC est un triangle rectangle en B donc $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 29$ soit $AC = \sqrt{29}$.

$$\text{b. } \cos \hat{A} = \frac{5}{\sqrt{29}} \text{ et } \sin \hat{B} = \frac{2}{\sqrt{29}}$$

6

ABC est un triangle rectangle en C.

a. $AC = \sqrt{100 - 64} = 6$ $AC = 6$.

b. $\cos \hat{A} = \frac{3}{5}$, $\sin \hat{B} = \frac{4}{5}$ et $\tan \hat{A} = \frac{4}{3}$

c. $\text{mes} \hat{A} = 53^\circ$

10

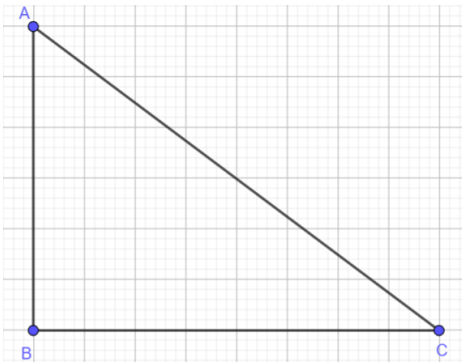
1. $PN = 4\sqrt{3}$

2. Calcule $PM = 2\sqrt{3}$

3. Calcule $\tan \hat{N} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

11

1.



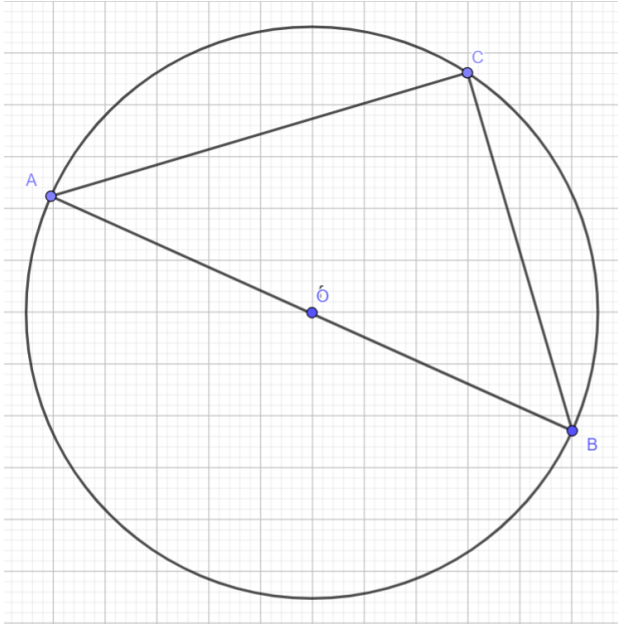
À l'échelle $\frac{1}{2}$, chaque distance est construite à moitié.

2. $AC^2 = AB^2 + BC^2$

3. $BH = 9.6$

12

1.



2.

A, B et C sont des points du cercle et $[AB]$ est un diamètre du cercle donc ABC est rectangle en C.

$$3. AC = \sqrt{AB^2 - BC^2}$$

$$AC = \sqrt{11^2 - (6,6)^2}$$

$$AC = \sqrt{77,44}$$

$$AC = 8,8$$

13

$$AH = \sqrt{(5,6)^2 - (4,5)^2}$$

$$AH = \sqrt{11,11}$$

$$AH \approx 3,3$$

14

$$AE^2 = 58^2 = 3364$$

$$AT^2 + TE^2 = 42^2 + 40^2 = 3364$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AET est rectangle en T !

L'étagère est donc horizontale car l'angle qui la sépare de la verticale est de 90° .

15

$$CF = \sqrt{10^2 - 6^2}$$

$$CF = 8$$

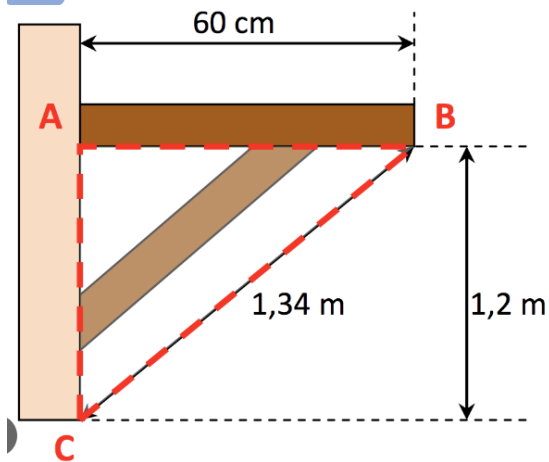
$$h = 8$$

$$\text{Aire (ABCD)} = CD \times h$$

$$\text{Aire (ABCD)} = 15 \times 8 = 120$$

Exercices d'approfondissement

16



Corriger sur la figure.

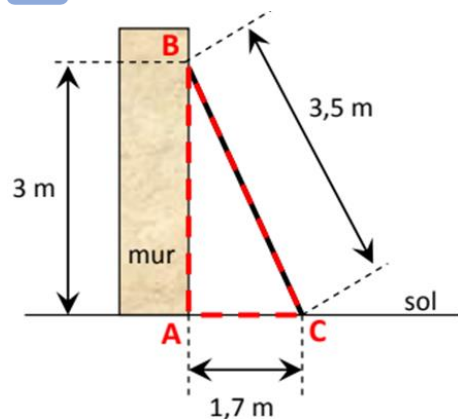
Convertir tout en metre

$$1,34^2 = 1,7956$$

$$1,2^2 + 0,6^2 = 1,8$$

L'égalité n'est pas vérifiée donc l'étagère n'est pas perpendiculaire au mur.

17



Il s'agit de tester l'égalité de Pythagore : $BC^2 = BA^2 + AC^2$

$$\text{D'une part, } BC^2 = 3,5^2 = 12,25$$

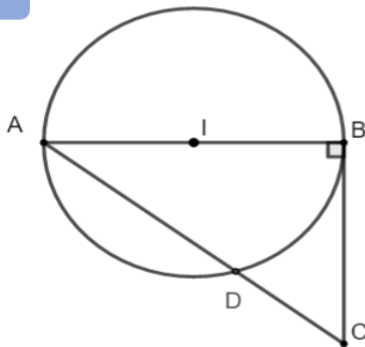
$$\text{D'autre part, } BA^2 + AC^2 = 3^2 + 1,7^2 = 11,89$$

On constate que l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle ABC n'est pas rectangle en A.

Finalement, le mur n'est pas perpendiculaire au sol.

18

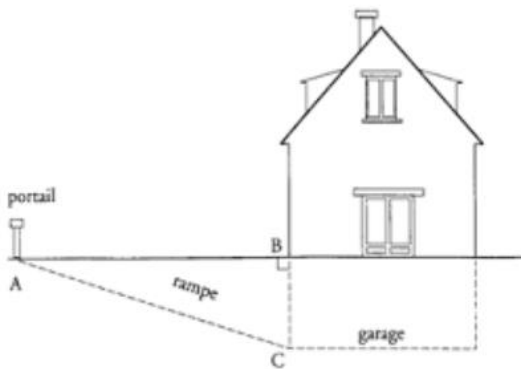
1.



1. $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 25$ donc $AC = 5$

2. a) le triangle ADB est inscrit dans le cercle de diamètre AB donc il est rectangle en D.
 b) propriété métrique déduite de l'aire.

19



Le triangle ABC est rectangle B. $AB^2 = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{(10,25)^2 - (2,25)^2}$
 $AB^2 = 10$.

20

a) $AC = \sqrt{9,7^2 - 7,2^2} = 6,5$

$AE = \sqrt{5,6^2 + 3,3^2} = 6,5$

- b) $AC = AE$ donc A appartient à la médiatrice de [CE].

21

le triangle WPT est inscrit dans le cercle de diamètre [TW] donc il est rectangle en P.

$$TW = \sqrt{4,8^2 + 5,5^2} = 7,3$$

22

1. D'une part, $BC^2 = 49$

D'autre part, $AC^2 + AB^2 = 4,2^2 + 5,6^2 = 49$

D'après le réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

2. a) Thalès

$$\frac{CA}{CD} = \frac{CI}{CB}$$

$$CD = \frac{CA \times CB}{CI} = \frac{4,2 \times 7}{3} = 9,8$$

b) $AD = CD - CA = 9,8 - 4,2 = 5,6$

(AB) est perpendiculaire à (CD) et A appartient à (CD) donc à (AD).

$$c) \tan \widehat{DBA} = \frac{AD}{AB} = \frac{5,6}{5,6} = 1$$

mes $\widehat{DBA} = 45^\circ$

23

$$1. AC = \sqrt{AD^2 + DC^2}$$

$$AC = \sqrt{8,6^2 + 15,3^2} \approx 17,5$$

$$2. \frac{l}{l} = \frac{15,3}{8,6} \approx 1,779 \text{ et } \frac{16}{9} = 1,777$$

Les rapports ne sont pas égaux donc l'écran n'est pas 16/9 ème.

24

1.

$$ND = 5 - 3 = 2$$

$$DC = 3 + 5 = 8$$

2.

$$MN = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

$$MC = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

Dans le triangle NDC rectangle en D, On a :

$$NC^2 = 2^2 + 8^2$$

$$NC^2 = 4 + 64$$

$$NC^2 = 68$$

$$NC = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

3.

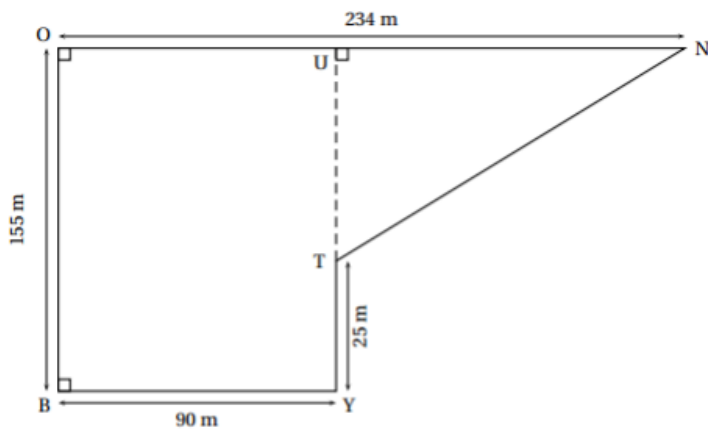
D'une part, $NC^2 = 68$

D'autre part, $NM^2 + MC^2 = (3\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2 = 18 + 50 = 68$

$$NC^2 = MN^2 + MC^2$$

Le triangle NMC est rectangle en M. donc les droites (MN) et (MC) sont perpendiculaires.

25



$$1. \quad UN = 234 - 90 = 144$$

$$TU = 155 - 25 = 130$$

$$TN = \sqrt{UN^2 + TU^2} = \sqrt{144^2 + 130^2} = 194$$

2.

$$234 + 194 + 25 + 90 + 155 = 698$$

Soit 698 m.

$$3. \quad 4 \times 698 = 2\,792$$

la longueur totale de leur course est 2 792 m

$$4. \quad 10\text{m}40\text{s} = 10 \times 60 + 42 = 642 \text{ s}$$

$$\text{Vitesse (m/s)} = \frac{2\,792}{642} \approx 4,35 \text{ m/s}$$

5.

$$55\text{min} + 11\text{s} = 55 \times 60 + 11 = 3311\text{s}$$

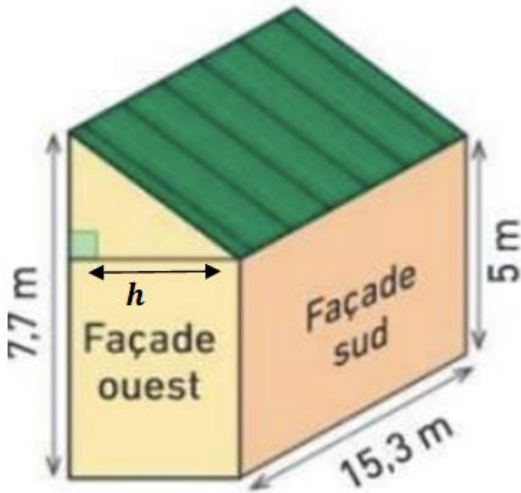
Distance parcouru à la vitesse de 4,35 m/s : $4,35 \times 3311 = 14\,402,85$ soit environ 14,4 km

14,4 km < 15 km.

La réponse est non. Il ne pourra pas battre le champion Georges Richmond.

26

Revoir les dimensions comme suit.



$$\text{Aire de la facade Ouest} : 5 \times h + \frac{2,7 \times h}{2} = \frac{5 \times 2 \times h + 2,7h}{2} = \frac{12,7h}{2} = 22,86$$

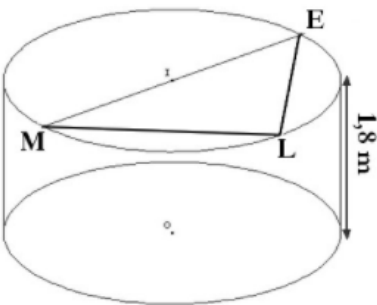
$$h = \frac{2 \times 22,86}{12,7} = 3,6$$

Largeur du toit

$$\ell = \sqrt{2,7^2 + 3,6^2} = 4,5$$

Les dimensions du toit sont : 4,5 m et 15,3 m.

27



Le triangle MEL est rectangle en L car un côté est un diamètre du cercle.

$$ME = \sqrt{ML^2 + EL^2}$$

$$ME = \sqrt{ML^2 + EL^2}$$

$$ML = 10 \text{ m}$$

$$EL = 10 \text{ m} + 14 \text{ m} = 24 \text{ m}$$

$$ME = \sqrt{10^2 + 24^2} = 26.$$

$$ME = 26 \text{ m}$$

$$ME = \sqrt{ML^2 + EL^2}$$

Volume d'un cylindre

$$V = \text{base} \times \text{hauteur}$$

$$V = \pi(13)^2 \times 1,8 \approx 955,67 \text{ m}^3.$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$$

$$V = 955,67 \times 1000 \text{ L} = 955670 \text{ L}$$

28

$$\tan 35^\circ = \frac{SO}{OF}$$

$$SO = OF \tan 35^\circ$$

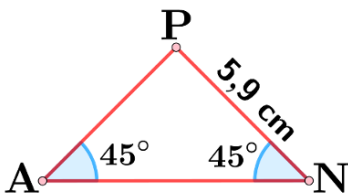
$$SO = 50 \times 0,7 \approx 3,5$$

$$SO = 3,5 \text{ m.}$$

$$SO = 350 \text{ cm}$$

29

Le triangle PAN est bien rectangle en P. $\text{mes } \hat{P} = 180 - 45 - 45 = 90$



$$\sin \hat{A} = \frac{PN}{AN}$$

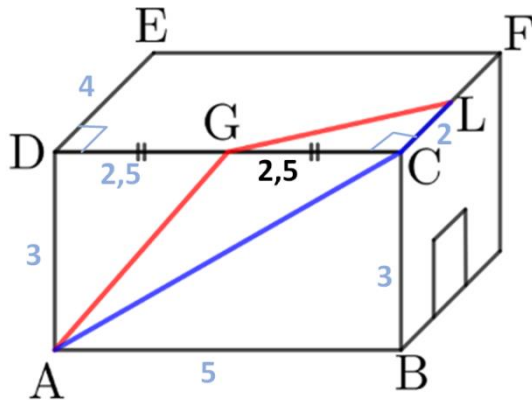
$$AN = \frac{PN}{\sin \hat{A}} = 8,34$$

$$AN = 8,3 \text{ cm}$$

Le triangle PAN est isocèle et rectangle. On peut aussi utiliser Pythagore

$$AN = \sqrt{5,9^2 + 5,9^2} = 5,9\sqrt{2} = 8,34$$

30



- Trajet en Violet

Dans le triangle rectangle ADC
J'utilise le théorème de Pythagore

$$AC = \sqrt{5^2 + 3^2} = 5,8$$

Dans le triangle rectangle CGL
J'utilise le théorème de Pythagore

$$CL = 2$$

$$\text{Donc } AC + CL = 5,8 + 2 = 7,8$$

- Trajet en rouge

$$AG = \sqrt{3^2 + 2,5^2} = 3,9$$

$$GL = \sqrt{2^2 + 2,5^2} = 3,2$$

$$AG + GL = 3,9 + 3,2 = 7,1$$

Le chemin le plus court est AG+GL, en rouge.

31

1. C est équidistant des points A et B.
E est équidistant des points A et B.
Donc (CE) est la médiatrice de [AB]
2. $AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
3. Conséquence de Thalès $FG = 1,05\text{m}$
4. OUI car $CS^2 = CA^2 + AS^2$

32

Dans le triangle BCD rectangle en C,
D'après le théorème de Pythagore on a :

$$BD = \sqrt{CD^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 1,5^2} = 2,5$$

Le triangle BCD est rectangle en C donc (BC) est perpendiculaire à (CD).

Le triangle DEF est rectangle en E donc (EF) est perpendiculaire à (ED).

Comme les points C, D et E sont alignés, les droites (CD) et (ED) sont identiques.

Or on sait que Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors les droites sont parallèles.

Les droites (BF) et (CE) sont sécantes en D, les droites (BC) et (EF) sont parallèles,

D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{DB}{DF} = \frac{DC}{DE}$$

$$DF = \frac{DB \times DE}{DC}$$

$$DF = \frac{2,5 \times 5}{2} = 6,25$$

$$AB + BD + DF + FG = 7 + 2,5 + 6,25 + 3,5 = 19,25$$

19,25 km.

33

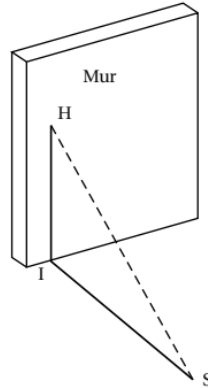
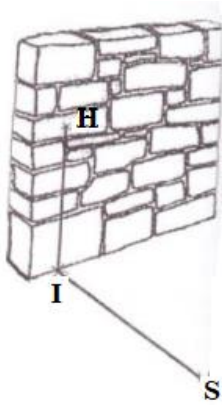
Énoncé (C'est plutôt HS qu'il mesure.)

Au lycée professionnel, Jacques et Patrick, futurs maçons, s'entraînent en construisant un mur chacun. Leur professeur M. Koffi vient vérifier si chaque mur est bien droit (c'est-à-dire perpendiculaire au sol). Ayant oublié sa caisse à outils dans son atelier, il ne possède que le mètre son ruban qu'il avait dans sa poche. Pour chacun des murs, M. Koffi place au pied un point I puis un point H à 60 cm de hauteur sur le mur et un point S à 80 cm de I, puis il mesure la longueur HS.

Pour le mur de Patrick, il trouve 1 m et pour celui de Jacques 95 cm.

1. Le mur de Jacques est-il droit ? Justifier
2. Et celui de Patrick ? Justifier.

Corrigé



1. Le mur de Patrick est-t-il « droit » ?

On commence d'abord par convertir les longueurs à la même unité, le cm semble adapté puisque seule une longueur reste à convertir et on a :

$$HS = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm.}$$

Dans le triangle H I S, on calcule :

– le carré du plus long côté :

$$HS^2 = 100^2 = 10\,000.$$

– la somme des carrés des deux autres côtés :

$$HI^2 + IS^2 = 60^2 + 80^2 = 3\,600 + 6\,400 = 10\,000$$

On constate alors que $HS^2 = HI^2 + IS^2$ et par conséquent, le triangle H I S est rectangle en I d'après la réciproque du théorème de Pythagore. Le mur de Patrick est droit.

2.

Et celui de Jacques ? Justifier.

Dans le triangle H I S, on calcule :

– le carré du plus long côté :

$$HS^2 = 95^2 = 9\,025.$$

– la somme des carrés des deux autres côtés :

$$HI^2 + IS^2 = 10\,000 \text{ (voir question 1).}$$

On constate alors que $HS^2 \neq HI^2 + IS^2$ et par conséquent, le triangle H I S n'est pas rectangle d'après la contraposée du théorème de Pythagore.

Le mur de Jacques n'est pas droit.

34

1.

Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [AC] :

$$AC^2 = 3^2 = 9$$

$$AB^2 + BC^2 = 1,80^2 + 2,40^2 = 3,24 + 5,76 = 9$$

$$\text{Donc } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle ABC est rectangle en B d'après le théorème réciproque de Pythagore.

2.

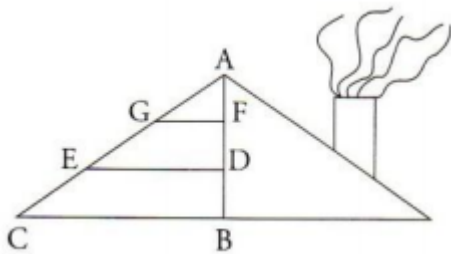
$$\text{Dans le triangle ABC rectangle en B : } \cos(\widehat{ACB}) = \frac{2,4}{3} = 0,8$$

$$\text{Mes}(\widehat{ACB}) = 36,9^\circ$$

3.

$$AD = 1,80 - 0,60 = 1,20$$

Les droites (CE) et (BD) sont sécantes en A. Les droites (ED) et (CB) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a :



$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{ED}{BC}$$

$$ED = \frac{AD \times BC}{AB}$$

$$ED = \frac{1,2 \times 2,4}{1,8} = 1,6$$

$$ED = 1,6 \text{ m}$$

4. Les droites (CG) et (BF) sont sécantes en A.

$$\frac{AG}{AC} = \frac{1,2}{3} ; \frac{AF}{AB} = \frac{0,72}{1,80}$$

$$1,2 \times 1,80 = 2,16 \text{ et } 3 \times 0,72 = 2,16$$

4) Les droites (CG) et (BF) sont sécantes en A.

Les produits en croix sont égaux donc les fractions sont égales : $\frac{AG}{AC} = \frac{AF}{AB}$

Donc les droites (GF) et (CB) sont parallèles d'après le théorème de Thalès, donc l'étagère [GF] est parallèle au plancher [BC].

35

$$1. BC = CD = 3$$

$$AC^2 = 25$$

$$AB^2 + BC^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

Donc le triangle ABC est rectangle en B.

2. Comme A, B et E sont alignés ; B, C et D sont alignés en plus $(AB) \perp (BC)$, on en déduit que le triangle BDE est rectangle en B.

$$3. ED = \sqrt{6^2 + 7^2} \approx 9,2$$

36

1. Justifions que l'aire du terrain est égale à 400 m².

$$A = 15 \times 20 + \frac{(25-15) \times 20}{2} = 400$$

$$A = 400 \text{ m}^2$$

$$2. BC = \sqrt{10^2 + 20^2} = 10\sqrt{5}$$

3.

$$AB + BC + CD + DA = 15 + 10\sqrt{5} + 25 + 20 = 60 + 10\sqrt{5} = 82,4$$

$$82,4 < 90$$

Mathi aura bien assez de grillage pour clôturer son terrain.

37

a été sauté

38

$$FH = \sqrt{60^2 + 25^2} = 65$$

$$FE = \sqrt{65^2 - 52^2} = 39$$

$$\text{Aire (EFGH)} = \frac{39 \times 52}{2} + \frac{25 \times 60}{2} = 1\,764$$

$$\text{On a : } x^2 = 1\,764$$

$$x = \sqrt{1\,764} = 42$$

Le terrain B est un carré de 42 m de côté.

Situations d'évaluation

39

$$1) CB = 85 \times \tan 59^\circ = 141 \text{ m}$$

$$2) \text{ la hauteur est égale à } 141 + 1,5 = 143 \text{ m}$$

$$3) OC = 201 \text{ m.}$$



Angles inscrits

Situation d'Apprentissage

Faire lire la situation d'apprentissage à haute voix une ou deux fois par un ou deux bon(s) lecteur(s).

Expliquer les mots difficiles à la demande des apprenants.

Ici par exemple : Pertinent signifie juste, approprié, bien-fondé

Poser oralement les questions/consignes suivantes :

Questions/consignes	Réponses attendues
De quoi parle le texte	Des élèves qui observent un toile d'araignée
Quels sont les acteurs de cet évènement ?	Des élèves de 3 ^e
Où se passe la situation	De retour de l'école le lieu n'est pas précisé
Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans ce texte?	Reproduire la toile
Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ?	Déterminer les mesures des angles
Que décident de faire les acteurs ?	Reproduire la toile

Dans la toile présentée on remarque des angles dans un cercle. Dans un cercle les dits inscrits ont des propriétés que nous allons découvrir selon le plan suivant :

- 1) Angle inscrit
- 2) Angle inscrit et angle au centre associé
- 3) Angles inscrits interceptant le même arc

Installation des habiletés

Activité

1

Angle inscrit

Activité

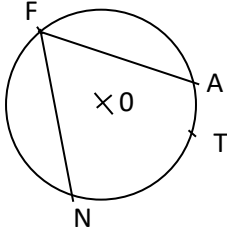
La figure 1 et 3

Exercices de fixation

Exercice 1

Figure 2 et 4

Exercice 2



Activité

2

Angle inscrit et angle au centre associé

Activité

1. Les angles \widehat{AMB} et \widehat{AOB}

2. a) $\text{mes } \widehat{AOI} + \text{mes } \widehat{OIA} + \text{mes } \widehat{OAI} = 180^\circ$

Comme le triangle AOI est un triangle isocèle en O. Ainsi $\text{mes } \widehat{OIA} = \text{mes } \widehat{OAI}$

On en déduit que : $\text{mes } \widehat{AOI} + 2 \text{mes } \widehat{OAI} = 180^\circ$

b) Le triangle AMO est isocèle en O et le MAO est rectangle en A. Donc $\text{mes } \widehat{AMI} + \text{mes } \widehat{OAI} = 90^\circ$
ainsi $2 \text{mes } \widehat{AMI} + 2 \text{mes } \widehat{OAI} = 180^\circ$ en multipliant les deux membres par 2.

c) on :

$$\text{mes } \widehat{AOI} + 2 \text{mes } \widehat{OAI} = 180^\circ$$

$$2 \text{mes } \widehat{AMI} + 2 \text{mes } \widehat{OAI} = 180^\circ$$

$$\text{mes } \widehat{AOI} - 2 \text{mes } \widehat{AMI} = 0$$

$$\text{donc } \text{mes } \widehat{AMI} = \frac{\text{mes } \widehat{AOI}}{2}$$

Autre méthode

Le triangle AMO est isocèle en O donc $2 \text{mes } \widehat{AMI} + \text{mes } \widehat{AOM} = 180$ or $\text{mes } \widehat{AOM} = 180 - \text{mes } \widehat{AOI}$

$$2 \text{mes } \widehat{AMI} + 180 - \text{mes } \widehat{AOI} = 180$$

$$\text{Donc } 2 \text{mes } \widehat{AMI} = \text{mes } \widehat{AOI} \text{ et } \text{mes } \widehat{AMI} = \frac{\text{mes } \widehat{AOI}}{2}$$

3. Les angles \widehat{AMI} et \widehat{IMB} sont adjacents ainsi que les angles \widehat{AOI} et \widehat{IOB}

$$\text{mes } \widehat{AMI} = \frac{\text{mes } \widehat{AOI}}{2} \text{ et } \text{mes } \widehat{IMB} = \frac{\text{mes } \widehat{IOB}}{2}$$

$$\text{mes } \widehat{AMI} + \text{mes } \widehat{IMB} = \frac{\text{mes } \widehat{AOI} + \text{mes } \widehat{IOB}}{2}$$

$$\text{mes } \widehat{AMB} = \frac{\text{mes } \widehat{AOB}}{2}$$

Exercices de fixation

Exercice 1

1. L'angle au centre associé à l'angle \widehat{AIJ} est l'angle \widehat{AOJ} .
2. a) L'angle au centre associé à l'angle \widehat{IAJ} est l'angle \widehat{IOJ} .
- b) $\text{mes } \widehat{IAJ} = \frac{\text{mes } \widehat{IOJ}}{2} = 40^\circ$

Exercice 2

$\text{mes } \widehat{FOE} = 2 \text{ mes } \widehat{FME} = 50^\circ$ car l'angle au centre associé à l'angle \widehat{FME} est l'angle \widehat{FOE} .

Activité

3

Angles inscrits interceptant le même arc

Activité

1. Les angles inscrits qui interceptent l'arc \widehat{AB} sont \widehat{ACB} et \widehat{ADB} .
2. $\text{mes } \widehat{ACB} = \frac{\text{mes } \widehat{AOB}}{2}$ qui est la relation entre un angle inscrit et son angle au centre associé
3. $\text{mes } \widehat{ADB} = \frac{\text{mes } \widehat{AOB}}{2}$ qui est la relation entre un angle inscrit et son angle au centre associé
4. On a : $\text{mes } \widehat{ACB} = \frac{\text{mes } \widehat{AOB}}{2}$ et $\text{mes } \widehat{ADB} = \frac{\text{mes } \widehat{AOB}}{2}$ donc $\text{mes } \widehat{ACB} = \text{mes } \widehat{ADB}$.

Exercices de fixation

Exercice 1

Dans ce cercle, les angles \widehat{BGE} et \widehat{BAE} interceptent le même arc.
Donc $\text{mes } \widehat{BGE} = \text{mes } \widehat{BAE} = 40^\circ$

Exercice 2

1. $\text{mes } \widehat{ABD} = \text{mes } \widehat{ACD} = 82^\circ$ car les angles \widehat{ABD} et \widehat{ACD} interceptent le même arc.
2. $\text{mes } \widehat{CBD} = \text{mes } \widehat{CAD} = 27^\circ$ car les angles \widehat{CBD} et \widehat{CAD} interceptent le même arc.

Exercices de renforcement

1

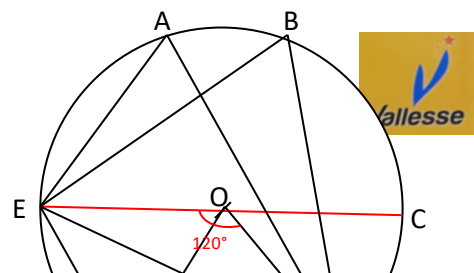
- 1) V ; 2) F ; 3) F ; 4) V ; 5) F ; 6) F ; 7) V ; 8) F

2

- a) \widehat{DFG} et \widehat{DGE} interceptent le même arc.
- c) \widehat{FDG} et \widehat{FEG} interceptent le même arc.
- g) $\text{mes } \widehat{FDG} \neq \text{mes } \widehat{FEG}$.

3

- 1) \widehat{EAF} ; \widehat{EBF} ; \widehat{ECF} et \widehat{ENF}
- 2) $\text{mes } \widehat{EAF} = 60^\circ$
- 3) Déterminons $\text{mes } \widehat{ENA}$



Le triangle OEN est isocèle en O. Donc $\widehat{O}_1 + 2\widehat{N}_1 = 180^\circ$
 Le triangle OFN est isocèle en O. Donc $\widehat{O}_2 + 2\widehat{N}_2 = 180^\circ$
 $\widehat{O}_1 + 2\widehat{N}_1 + 2\widehat{N}_2 = 360^\circ$
 $\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 + 2(\widehat{N}_1 + \widehat{N}_2) = 360^\circ$
 $\widehat{O} + 2\widehat{N} = 360^\circ$
 $2\widehat{N} = 360^\circ - \widehat{O}$
 $2\widehat{N} = 360^\circ - 120^\circ$
 $2\widehat{N} = 240^\circ$
 $\widehat{N} = 120^\circ$

4. a) Vrai ; b) Faux ; c) Vrai ; d) Faux

4

	Inscrit Oui/non	Arc intercepté	Angle au centre
\widehat{DEF}	Oui	\widehat{DF}	\widehat{DOF}
\widehat{MDE}	Non		
\widehat{BFM}	Non		
\widehat{DMF}	Non		
\widehat{EDF}	Oui	\widehat{EF}	\widehat{EOF}
\widehat{FNE}	Non		
\widehat{CDE}	Oui	\widehat{CE}	\widehat{COE}

5

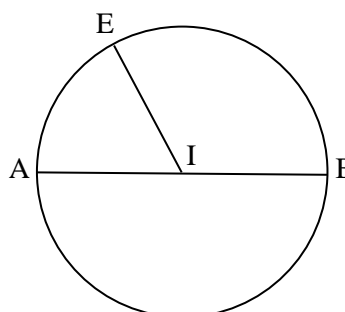
a) Les angles inscrits qui interceptent l'arc \widehat{AF} sont : \widehat{AKF} ; \widehat{AEF} ; \widehat{ABF} et \widehat{ADF} .
 b) Les angles inscrits qui interceptent l'arc \widehat{KB} sont : \widehat{KFB} ; \widehat{KAB} ; \widehat{KDB} .
 c) Les angles inscrits de sommet K sont : \widehat{FKD} ; \widehat{FKA} ; \widehat{AKD} ; \widehat{AKB} ; \widehat{DKB} ; \widehat{FKD} ; \widehat{FKB} ; \widehat{FKE} , \widehat{BKE} .

6

1) Les angles \widehat{AFE} et \widehat{ABE} intercepte le même arc que l'angle au centre \widehat{AOE} .
 2) $\text{mes } \widehat{AOE} = 180^\circ - 110^\circ - 45^\circ = 25^\circ$
 3) $\text{mes } \widehat{ABE} = 2 \text{ mes } \widehat{AOE}$
 $= 2 \times 25$
 $= 50^\circ$

7

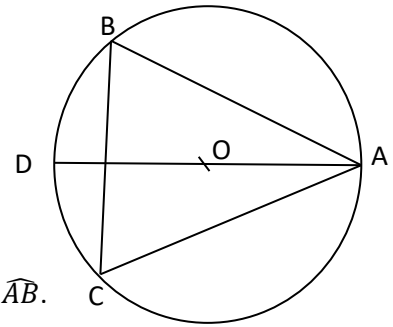
1)
 2) ABE est un triangle rectangle en E car [AB] est un diamètre du cercle et AEI est un triangle équilatéral. AE = AI = IE = 3 cm.



3) $\text{mes } \widehat{EAB} = \text{mes } \widehat{EAI} = 60^\circ$ car le triangle AEI est équilatéral.
 $\text{mes } \widehat{BIE} = 180 - 60 = 120^\circ$

8

$\text{mes } \widehat{BOC} = 2 \text{ mes } \widehat{BAC} = 100^\circ$
 $\text{mes } \widehat{BOC} = \frac{1}{2} \text{ mes } \widehat{MIK} = 65^\circ$
 $\text{mes } \widehat{USW} = 180 - (180 - 80) = 80^\circ$

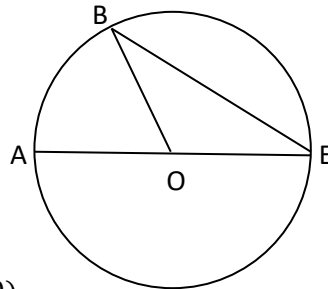


9

1. Voir figure
 2. $\text{mes } \widehat{ADB} = \text{mes } \widehat{ABC}$ car ces deux angles interceptent le même arc \widehat{AB} .
 Or le triangle ABC est isocèle en A. donc $\text{mes } \widehat{ACB} = \text{mes } \widehat{ABC}$
 Enfin on :
 $\text{mes } \widehat{ADB} = \text{mes } \widehat{ACB} = \text{mes } \widehat{ABC}$.

10

$\text{mes } \widehat{COB} = 180^\circ - 2 \times 68^\circ$
 $= 44^\circ$
 $\text{Mes } \widehat{CAB} = \frac{1}{2} \text{ mes } \widehat{COB}$
 $= \frac{1}{2} \times 44$
 $= 22^\circ$



11

1)

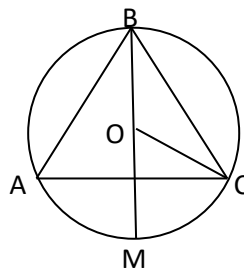
2) $\text{mes } \widehat{CAB} = 180 - (180 - 30 - 30)$
 $\text{mes } \widehat{CAB} = 60^\circ$

3) Le triangle AOB est isocèle (OA = OB) et possède un angle de 60° donc c'est un triangle équilatéral.

12

1.
 $\text{Mes } \widehat{F} = 65^\circ$;

2. a) $\text{mes } \widehat{MBC} = \frac{1}{2} \text{ mes } \widehat{MOC}$



b) $\text{mes } \widehat{AMB} = \frac{1}{2} \text{mes } \widehat{AOB}$

c) $\text{mes } \widehat{AMB} = \frac{1}{2} \text{mes } \widehat{AOB}$

3. Les deux angles interceptent le même arc.

$\text{mes } \widehat{ACB} = \text{mes } \widehat{AMB}$

4. AMB est un triangle rectangle en A.

13

$\text{mes } \widehat{HBA} = \frac{1}{2} \text{mes } \widehat{HOA}$
 $= 70^\circ$

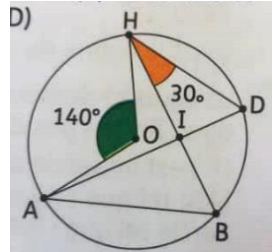
Dans le triangle HDI, $\text{mes } \widehat{HDA} = 70^\circ$
 car il intercepte le même arc que \widehat{HBA}

En plus $\text{mes } \widehat{IHD} = 30^\circ$

Ainsi, $\text{mes } \widehat{HID} = 180 - 70 - 30 = 80$

Mes $\widehat{ATB} = 80$ car des angles opposés par le sommet ont la même mesure.

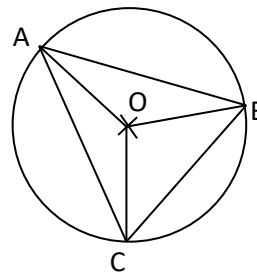
Mes $\widehat{IAB} = 180 - 80 - 70 = 30^\circ$.



14

Utiliser le même principe que précédemment

Mes $\widehat{F} = 65^\circ$; Mes $\widehat{I} = 75^\circ$; Mes $\widehat{A} = 40^\circ$;



15

Mes $\widehat{ACB} = \frac{1}{2} \text{mes } \widehat{AOB} = 30^\circ$

Mes $\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \text{mes } \widehat{BOC} = 50^\circ$

Mes $\widehat{AOC} = 360 - 100 - 60 = 200$

Mes $\widehat{ABC} = \frac{1}{2} \text{mes } \widehat{AOC} = 100^\circ$

16

$\text{mes } \widehat{BOC} = 2 \text{mes } \widehat{BAC} = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$

$\text{mes } \widehat{AOC} = 2 \text{mes } \widehat{ABC} = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$

Mes $\widehat{AKC} = \frac{1}{2} \text{mes } \widehat{AOC} = 60^\circ$

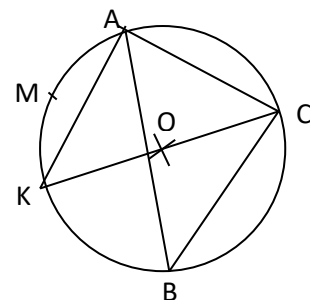
Mes $\widehat{KAC} = 90^\circ$ car le triangle KAC est rectangle en A.

Mes $\widehat{CAB} = 45^\circ$ donc mes $\widehat{KAB} = 45^\circ$

On en déduit que la droite (AB) est la bissectrice de l'angle \widehat{CAK}

4. a) L'angle au centre associé à \widehat{CMB} est l'angle \widehat{COB} .

b) Mes $\widehat{CMB} = \frac{1}{2} \text{mes } \widehat{COB} = 45^\circ$



Exercices d'approfondissement

17

Mes $\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \text{mes } \widehat{BOC} = \frac{1}{2} \times 42^\circ = 21^\circ$

Mes $\widehat{EOD} = 2\text{mes } \widehat{EFD} = 64^\circ$

18

- a) Le triangle AMB est rectangle en M car M appartient au cercle de diamètre [AB].
 b) $\cos \widehat{ABM} = \frac{MB}{AB} = \frac{4,8}{6} = 0,8$ donc $\text{mes } \widehat{ABM} = 37^\circ$
 c) $\text{Mes } \widehat{AOM} = 2\text{mes } \widehat{ABM} = 74^\circ$

19

- a) $OM = ON$ donc le triangle OMN est isocèle en O.
 b) $\text{mes } \widehat{OMN} = \frac{1}{2}(180 - 70) = 55^\circ$
 c) $\text{Mes } \widehat{MPN} = \frac{1}{2}\text{mes } \widehat{MON} = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$

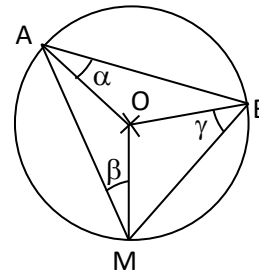
20

- 1) Le triangle ABC est rectangle en B car B appartient au cercle de diamètre [AC].
 2) $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 10^2 - 5^2 = 75$
 $BC = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$
 3) $\text{mes } \widehat{HOC} = \text{mes } \widehat{BAC}$
 $\sin \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{10} = 0,5$
 $\text{mes } \widehat{BAC} = 30^\circ$
 $\text{mes } \widehat{HOC} = 30^\circ$

$\text{mes } \widehat{DEC} = \frac{1}{2}\text{mes } \widehat{HOC} = 15^\circ$
 $\text{mes } \widehat{DEA} = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

21

1. $OA = OB$ donc le triangle OAB est isocèle en O.
 De même les triangles AOM et BOM sont isocèles en O.
 2. on a $\text{mes } \widehat{AOB} + 2\text{mes } \widehat{OAB} = 180$
 $\text{mes } \widehat{AOB} = 180 - 2\text{mes } \widehat{OAB}$
 3. $\text{mes } \widehat{AOB} = 180 - 2\alpha$
 a) $2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 180$
 b) $2\alpha = 180 - (2\beta + 2\gamma)$
 c) $\text{mes } \widehat{AOB} = 180 - 180 + (2\beta + 2\gamma)$
 $\text{mes } \widehat{AOB} = 2(\beta + \gamma)$
 d) $\text{mes } \widehat{AMB} = \frac{1}{2}\text{mes } \widehat{AOB} = \beta + \gamma$



22

- Les angles \widehat{AEC} et \widehat{ABC} interceptent le même arc.
 Donc $\text{mes } \widehat{ABC} = \text{mes } \widehat{AEC} = 50^\circ$
 Dans le triangle ABC, $\text{mes } \widehat{B} = 50^\circ$, $\text{mes } \widehat{C} = 40^\circ$ donc $\text{mes } \widehat{A} = 180 - 50^\circ - 40^\circ = 90^\circ$.
 Donc le triangle ABC est rectangle en A.

23

- a) Le triangle ABD est rectangle en A car A appartient au cercle de diamètre [BD].

b) $\text{mes } \widehat{AOB} = 120^\circ$ car le triangle ABC est équilatéral.

$$\text{mes } \widehat{ADB} = \frac{1}{2} \text{mes } \widehat{AOB} = 60^\circ$$

$$\text{mes } \widehat{ABD} = 180 - 90 - 60 = 30^\circ$$

24

a) M appartient au cercle de diamètre [AH].

$$\text{b) } \sin \widehat{MAH} = \frac{5,3}{9} = 0,58 \quad \text{mes } \widehat{MAH} = 36$$

c) Le triangle HOM est isocèle $\text{mes } \widehat{HOM} = \text{mes } \widehat{HMO} = 180 - 36 - 90 = 54$

25

Dans cet exercice il faut considérer que E est le centre du cercle même si l'énoncé le signale.

$$\text{mes } \widehat{REU} = 180 - 32 = 148$$

$$\text{mes } \widehat{RMU} = \frac{1}{2} \text{mes } \widehat{REU} = 74^\circ$$

26

MOK il suffit de démontrer que le triangle MOK est isocèle en O. et $\text{mes } \widehat{MOK} = 2 \text{mes } \widehat{MPK} = 60^\circ$

27

$$\text{mes } \widehat{AOT} = 2 \text{mes } \widehat{AKT} = 80^\circ$$

Le triangle BOT est isocèle en O.

$$\text{mes } \widehat{OTB} = \text{mes } \widehat{OBT}$$

$$\text{mes } \widehat{TOB} = 180 - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\text{mes } \widehat{AOB} = \text{mes } \widehat{AOT} + \text{mes } \widehat{TOB} = 80^\circ + 100^\circ = 180^\circ$$

Donc les point A, O et T sont alignés.

28

L'angle inscrit associé à l'angle au centre \widehat{BOC} est l'angle \widehat{BAC}

$$\text{Mes } \widehat{BOC} = 140^\circ$$

29

1. Les deux angles interceptent le même arc dans le cercle (C_1).

2. Les deux angles interceptent le même arc dans le cercle (C_2).

3. Dans le triangle AIB

$$\text{Mes } \widehat{AIB} = 180 - \text{mes } \widehat{IAJ} - \text{mes } \widehat{IBJ}$$

Dans le triangle AIB

$$\text{Mes } \widehat{MIN} = 180 - \text{mes } \widehat{IMJ} - \text{mes } \widehat{INJ}$$

En utilisant la question 1 et 2, on a : $\text{mes } \widehat{AIB} = \text{mes } \widehat{MIN}$.

30

1. On a : \widehat{AME} et \widehat{ADE}

2. On a : \widehat{BMD} et \widehat{BED}

3. $\text{mes } \widehat{AME} = \text{mes } \widehat{ADE}$ et $\text{mes } \widehat{BMD} = \text{mes } \widehat{BED}$ or $\text{mes } \widehat{ADE} = \text{mes } \widehat{BED}$

On en déduit que $\text{mes } \widehat{BMD} = \text{mes } \widehat{AME}$

4. $\text{mes}\widehat{BMD} = \text{mes}\widehat{BMA} + \text{mes}\widehat{AMD}$

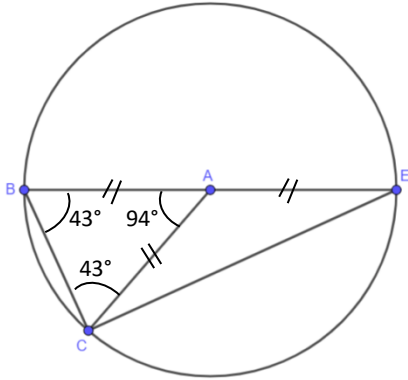
$\text{mes}\widehat{AME} = \text{mes}\widehat{AMB} + \text{mes}\widehat{BME}$

on a : $\text{mes}\widehat{BMA} + \text{mes}\widehat{AMD} = \text{mes}\widehat{AMB} + \text{mes}\widehat{BME}$ d'après la question précédente donc $\text{mes}\widehat{AMD} = \text{mes}\widehat{BME}$

31

Partie 1

1.



2. Le triangle BCE est rectangle en C car C appartient au cercle de diamètre [BE].

3.

Mes $\widehat{BAC} = 94^\circ$ car le triangle BAC est isocèle et les angles à la base mesure 43° .

Les angles \widehat{BAC} et \widehat{CAE} sont supplémentaires.

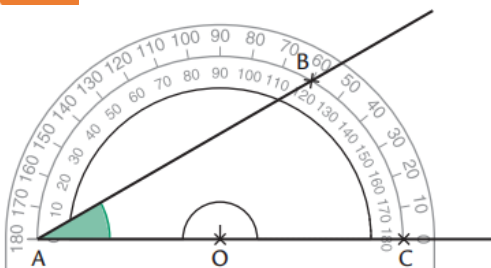
On a : $\text{mes}\widehat{BAC} + \text{mes}\widehat{CAE} = 180^\circ$ donc $\text{mes}\widehat{CAE} = 86^\circ$

Partie 2

\widehat{CAE} est l'angle au centre associé à l'angle inscrit \widehat{CBE}

Situations d'évaluation

32



ABC appartiennent à un même cercle.

L'angle \widehat{BAC} est un angle inscrit et a pour angle au centre l'angle \widehat{BOC} .

Sur la figure, $\text{mes}\widehat{BOC} = 20^\circ$

Donc $\text{mes}\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \text{mes}\widehat{BOC} = 10^\circ$



Leçon 11 Vecteurs

Situation d'Apprentissage

Faire lire la situation d'apprentissage à haute voix une ou deux fois par un ou deux bon(s) lecteur(s).

Expliquer les mots difficiles à la demande des apprenants.

Ici par exemple : Pertinent signifie juste, approprié, bien-fondé

Poser oralement les questions/consignes suivantes :

Questions/consignes	Réponses attendues
De quoi parle le texte	Il s'agit d'un jeu
Quels sont les acteurs de cet évènement ?	Des élèves
Où se passe la situation	Lycée Moderne de Cocody
Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans ce texte?	Gagner des bonus au jeu
Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ?	Placer des points sur un quadrillage
Que décident de faire les acteurs ?	Les élèves apprennent à placer un point sur un quadrillage

Dans cette leçon, nous allons apprendre à travailler dans un quadrillage. C'est le prolongement de la notion de vecteur vu en classe de 4^e. le plan de la leçon sera le suivant :

- 1) rappels
- 2) Différence de deux vecteurs
- 3) Produit d'un vecteur par un nombre réel
- 4) vecteurs et configurations

Installation des habiletés

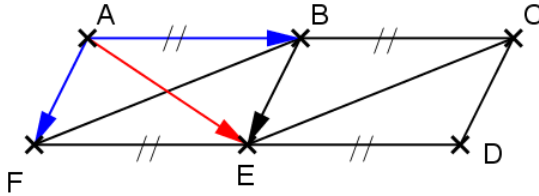
Activités

1

Rappels

Activité

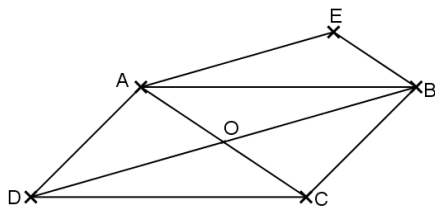
- 1) Des vecteurs égaux : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{ED}$.
- 2) La somme de vecteurs $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EC}$.
- 3) On a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}$. On obtient la figure ci-dessous :



$$4) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AD}.$$

Exercices de fixation

Exercice



1. Les vecteurs égaux au vecteur \overrightarrow{AO} sont \overrightarrow{EB} et \overrightarrow{OC}
2. Simplifie la somme $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{DE}$

Activités

2

Différence de deux vecteurs

- 1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- 2) L'opposé du vecteur \overrightarrow{AC} est \overrightarrow{CA} ou encore $-\overrightarrow{AC}$
- 3) Complète les égalités suivantes.

$$\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + (-\overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$$

Exercices de fixation

Exercice 1

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} &= \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA} \\ &= \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB} \\ \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} &= \overrightarrow{CB}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}\end{aligned}$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AD}$$

Exercice 2

a. $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AB}$

b. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

c. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}$

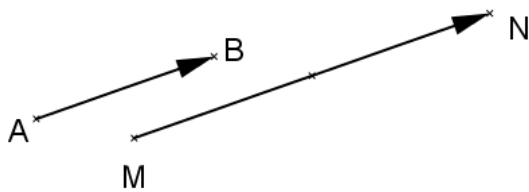
Activités

3

Produit d'un vecteur par un nombre réel

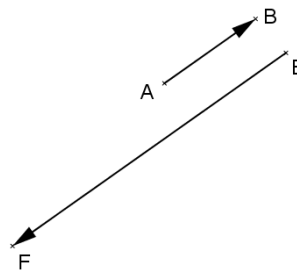
Activité

Cas 1



$$\overrightarrow{MN} = 2 \overrightarrow{AB}$$

Cas 2



$$\overrightarrow{EF} = -3 \overrightarrow{AB}$$

Exercices de fixation

Exercice 1-

Les égalités qui sont vraies, parmi celles proposées sont.

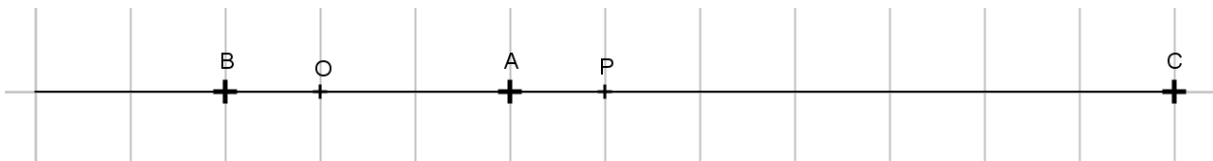
$$\vec{AF} = \frac{1}{2} \vec{AB}$$

$$\vec{PK} = -4 \vec{QF}$$

$$\vec{AB} = 3 \vec{AE}$$

Exercice 2- Sur la figure ci-dessous, place les points A, B et C tels que :

$$\vec{OA} = \frac{2}{3} \vec{OP}; \quad \vec{OB} = -\frac{1}{3} \vec{OP} \quad \text{et} \quad \vec{PC} = 2 \vec{OP}.$$



Activités

4

Vecteurs et configurations

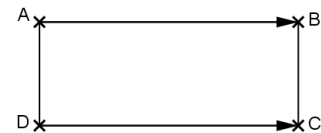
1- Vecteurs de même direction

Activité

Le vecteur \vec{AB} a pour support la droite (AB)

Le vecteur \vec{DC} a pour support la droite (DC)

Les droites (AB) et (DC) sont **parallèles**



Exercices de fixation

Exercice 1

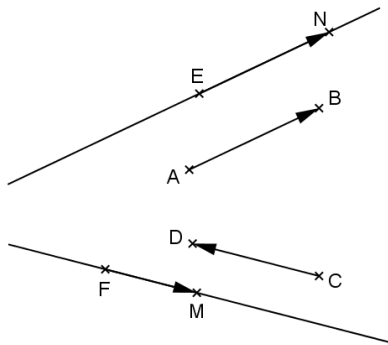
1) $\vec{AC} : \vec{BD}$ et \vec{CA}

NB : Tout vecteur colinéaire au vecteur \vec{AC} est également de même direction que \vec{AC}

2) $\vec{BC} : \vec{FA}$ et \vec{BG} .

NB : Tout vecteur colinéaire au vecteur \overrightarrow{BC} est également de même direction que \overrightarrow{BC}

Exercice 2



NB : Tout vecteur de support parallèle ou confondu à la droite (AB) est également de même direction que \overrightarrow{AB} .

Tout vecteur de support parallèle ou confondu à la droite (CD) est également de même direction que \overrightarrow{CD}

2- Vecteurs colinéaires

Activité

a. Des vecteurs de mêmes directions :

\overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} ; \overrightarrow{AD} et \overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{BA} et \overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{DA} et \overrightarrow{CB} .

b. F est le milieu de [AB] équivaut à $AF = FB$; d'où $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FB}$.

Comme ABCD est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.

Or $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AF}$, donc $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AF}$.

Exercices de fixation

Exercice 1

- 1. F
- 2. F
- 3. V

Exercice 2

a. \overrightarrow{AS} ; \overrightarrow{SB} et \overrightarrow{AB}

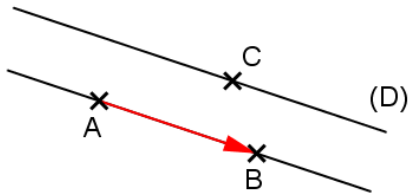
Tout vecteur de même direction que \overrightarrow{CD} est également colinéaire au vecteur \overrightarrow{CD} .

b. \overrightarrow{AF} ; \overrightarrow{RF} et \overrightarrow{AC}

Tout vecteur de même direction que \overrightarrow{RA} est également colinéaire au vecteur \overrightarrow{RA} .

3. Vecteurs directeur d'une droite

Activité



Exercices de fixation

1-)

1- Réponds par **vrai** au **faux** aux affirmations contenues dans le tableau ci-dessous :

\vec{OP} est un vecteur directeur de la droite (OQ)	Faux
\vec{OP} est un vecteur directeur de la droite (RQ)	Vrai
\vec{OP} est un vecteur directeur de la droite (RP)	Faux

2- \vec{OR} et \vec{PQ} .

NB : Tout vecteur de support parallèle ou confondu à la droite (PQ) est un vecteur directeur de la droite (PQ).

2-)

- $(AB) // (D)$ donc le vecteur \vec{AB} est un vecteur directeur de la droite (D) .
- $(BA) // (L)$ donc le vecteur \vec{BA} est un vecteur directeur de la droite (L)
- $(AC) // (D)$ et $(AC) // (L)$ donc le vecteur \vec{AC} est un vecteur directeur de la droite (D) et de la droite (L).

En conclusion, ces affirmations sont correctes.

4. Vecteurs orthogonaux

Activité

Le vecteur \vec{PC} a pour support la droite (PC).

Le vecteur \vec{DG} a pour support la droite (DG).

La droite (PC) et (DG) sont **perpendiculaires**.

Exercices de fixation

Exercice 1

1. Le vecteur \vec{AF} est orthogonal au vecteur : \vec{DE} et \vec{DF}

2. a) Faux

b) Faux

c) Vrai

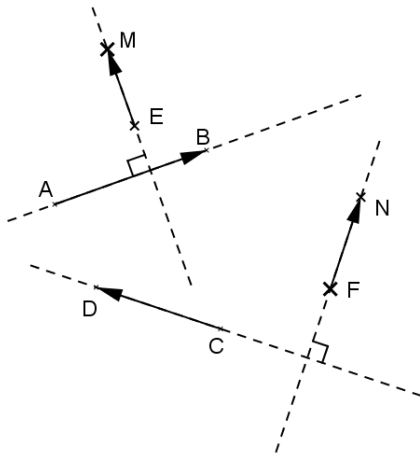
Exercice 2

a) Vrai

b) Vrai

c) Faux

Exercice 3



NB : Il y a plusieurs emplacements possibles des points M et N respectivement sur la droite (EM) et (FN).

5. Langage géométrique-langage vectoriel

Activité

1. ABCD est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
 $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FB}$; $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{BF}$.
2. F est le milieu de [AB] équivaut à $AF = FB$; d'où $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AF}$.
3. Comme $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$, alors $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AF}$.

Exercices de fixation

Exercice 1

1.a

2.b

Exercice 2

$$\begin{aligned} \overrightarrow{EF} &= \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} \\ &= -\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} \\ &= -\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} \\ &= -\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BC} \end{aligned}$$

$$= -2 \overrightarrow{BC}$$

$$= 2 \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{EF} = 2 \overrightarrow{AF}$$

Donc les points A, E et F sont alignés.

Exercices de renforcement

1

- 1) L'égalité $\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3} \overrightarrow{CD}$ signifie que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ont la **même direction** et sont deux vecteurs **colinéaires**.
- 2) Un vecteur non nul dont le support est parallèle à une droite donnée est un **vecteur directeur** de cette droite.
- 3) Deux vecteurs sont dits **colinéaires** lorsqu'ils sont des **vecteurs directeurs** de cette droite.

2

I est le milieu du segment [AB], donc

$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}. \text{ Ainsi}$$

$$\bullet \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AI}$$

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$$

$$\bullet 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB}$$

$$2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$$

$$2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AB}$$

$$\bullet \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{NA} - \overrightarrow{BI} + 2\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IA}$$

$$\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{NA} - \overrightarrow{BI} + 2\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{AN} + (\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA}) + \overrightarrow{IA}$$

$$\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{NA} - \overrightarrow{BI} + 2\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AN}$$

$$\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{NA} - \overrightarrow{BI} + 2\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$$

$$\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{NA} - \overrightarrow{BI} + 2\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{MN}$$

3

Réduis les sommes vectorielles suivantes.

- a) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$
 b) $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{FG} - \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FH} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FH} = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FH} + 2\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH} + 2\overrightarrow{EF}$
 c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$
 d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{DF} - \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AC}$

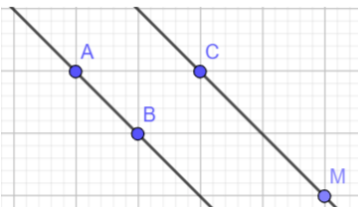
4

En utilisant les propriétés relatives au produit d'un vecteur par un nombre réel, simplifie les écritures suivantes :

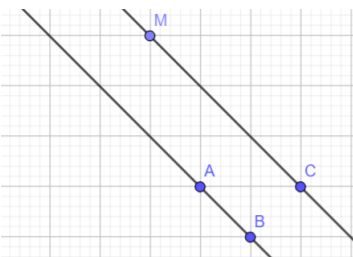
- a) $2\overrightarrow{AB} - 5\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AB}$
 b) $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$
 c) $\frac{1}{3}(-12\overrightarrow{AB}) = -4\overrightarrow{AB}$
 d) $\frac{5}{7}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{7}\overrightarrow{CB} = \frac{5}{7}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \frac{5}{7}\overrightarrow{AC}$
 e) $10\left(\overrightarrow{AB} + \frac{3}{10}\overrightarrow{CD}\right) - 5\left(2\overrightarrow{AB} - \frac{2}{5}\overrightarrow{CD}\right) = 5\overrightarrow{CD}$

5

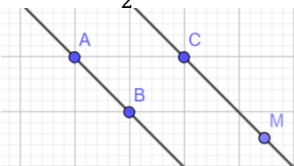
a) $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB}$.



b) $\overrightarrow{CM} = (-3)\overrightarrow{AB}$.



c) $\overrightarrow{CM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.



6

Langage géométrique	Langage vectoriel
A est milieu du segment [IJ].	$\vec{IA} = \vec{AJ}$ ou $\vec{IJ} = 2\vec{AI}$
Les points A, B et C sont alignés	$\vec{AC} = \frac{3}{8}\vec{AB}$
Les droites (EF) et (HK) sont parallèles	$\vec{EF} = \frac{-4}{7}\vec{HK}$
EFGH est un parallélogramme.	$\vec{EF} = \vec{HG}$

7



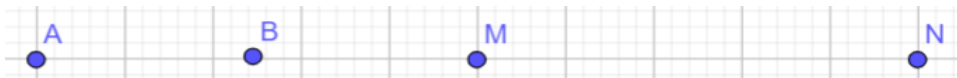
- a) $\vec{DF} = 2\vec{AC}$
- b) $\vec{OC} = -\frac{1}{2}\vec{AB}$
- c) $\vec{AD} = -4\vec{OE}$
- d) $\vec{CD} = \frac{1}{2}\vec{EB}$
- e) $\vec{EO} = \frac{1}{4}\vec{DF}$

8

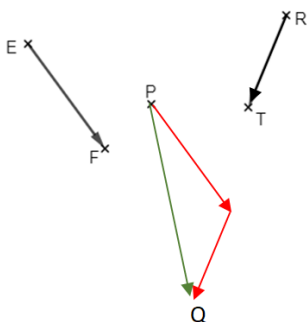
1) $\vec{MN} = -3\vec{BA} + \frac{4}{5}\vec{CA} = 3\vec{AB} - \frac{4}{5}\vec{AC}$
 2) $\vec{MN} = -2\vec{AD} + \frac{3}{4}\vec{AD} - 2\vec{DC} + \frac{3}{4}\vec{DB}$.
 $\vec{MN} = -2\vec{AD} + \frac{3}{4}\vec{AD} - 2\vec{DA} - 2\vec{AC} + \frac{3}{4}\vec{DA} + \frac{3}{4}\vec{AB}$.
 $\vec{MN} = \frac{3}{4}\vec{AB} - 2\vec{AC}$.

9

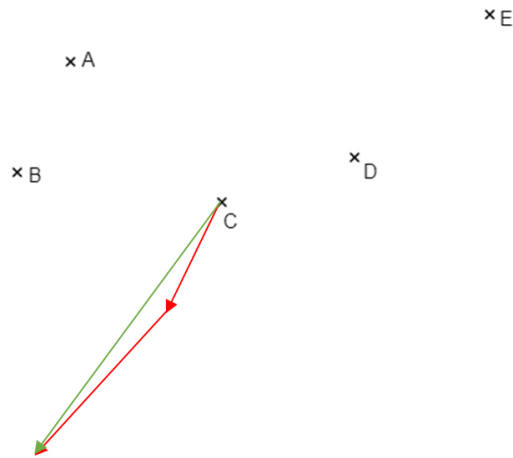
$\vec{AM} = 2\vec{AB}$ et $\vec{BN} = 3\vec{AB}$.



10



11



12

- a) Trace un segment [CK]. (voir figure)
- b) Construis le point O tel que $\vec{CO} = -\frac{3}{4}\vec{KC}$. (voir figure)



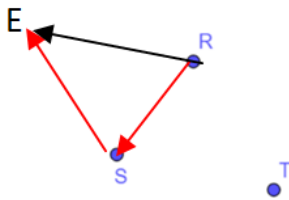
- c) Donne ton programme de construction.

$$\vec{CO} = -\frac{3}{4}\vec{KC} = \frac{3}{4}\vec{CK}$$

On divise le segment [CK] en 4 parties et on prend 3 parties et on place le point O.

13

- 1) Construis le point E tel que $\vec{RE} = \vec{RS} + \vec{TR}$.



- 2) Justifie que le quadrilatère RTSE est un parallélogramme.

$$\vec{RE} = \vec{RS} + \vec{TR}$$

$$\vec{RE} = \vec{RS} + \vec{TS} + \vec{SR}$$

$$\vec{RE} = \vec{TS}$$

Donc le quadrilatère RTSE est un parallélogramme.

14

L, M, N et O sont des points du plan tels que

$$\overrightarrow{LM} = 2\overrightarrow{LE} \text{ et } \overrightarrow{LO} = 6\overrightarrow{LE}.$$

$$\overrightarrow{LO} = 3(2\overrightarrow{LE})$$

$$\overrightarrow{LO} = 3\overrightarrow{LM}$$

Donc les points L, M et O sont alignés.

15

H, I et J sont des points non alignés. E et F sont deux points tels que $\overrightarrow{HE} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{HJ}$ et

$$\overrightarrow{FH} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{HI}.$$

Justifie que les vecteurs \overrightarrow{FE} et \overrightarrow{IJ} sont colinéaire.

$$\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EH} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{HJ}.$$

$$\overrightarrow{FE} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{HI} + \overrightarrow{HE}.$$

$$\overrightarrow{FE} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{HI} - \frac{2}{5}\overrightarrow{HJ} = -\frac{4}{5}(\overrightarrow{HI} + \overrightarrow{HJ}).$$

$$\text{Par contre pour : } \overrightarrow{HE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{HJ} \text{ et } \overrightarrow{FH} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{HI}.$$

On a :

$$\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EH} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{HJ}.$$

$$\overrightarrow{FE} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{HJ} + \overrightarrow{HE}.$$

$$\overrightarrow{FE} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{HI} + \frac{2}{5}\overrightarrow{HJ} = -\frac{2}{5}(\overrightarrow{HI} - \overrightarrow{HJ})$$

$$\overrightarrow{FE} = -\frac{2}{5}(\overrightarrow{HI} + \overrightarrow{JH})$$

$$\overrightarrow{FE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{IJ}$$

les vecteurs \overrightarrow{FE} et \overrightarrow{IJ} sont colinéaires.

16

DEF est un triangle.

$$\text{On donne : } \overrightarrow{DP} = -3\overrightarrow{EF} \text{ et } \overrightarrow{DQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EF}.$$

$$\overrightarrow{DP} = x \times \frac{2}{3}\overrightarrow{EF} = -3\overrightarrow{EF} \text{ donc } x \times \frac{2}{3} = -3$$

$$x = -\frac{9}{2}.$$

$$\text{Ainsi } \overrightarrow{DP} = -\frac{9}{2} \times \frac{2}{3}\overrightarrow{EF}$$

$$\overrightarrow{DP} = -\frac{9}{2}\overrightarrow{DQ}$$

D'où les points D, P et Q sont alignés.

17

ABCD est un parallélogramme de centre I.

1) Simplifie : $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IB} + \vec{ID} = \vec{IA} + \vec{IB}$. Car $\vec{IB} + \vec{ID} = \vec{0}$

Il serait intéressant de demander de simplifier : $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID}$

On trouve : $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$ qui est la propriété du barycentre.

2) $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AI} + \vec{IB} + \vec{BI} + \vec{IC}$.

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AI} + \vec{IC}.$$

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AI} + \vec{AI} \text{ Car } \vec{AI} = \vec{IC}$$

$$\vec{AB} + \vec{BC} = 2\vec{AI}$$

18

On donne les égalités vectorielles suivantes :

$$\vec{AB} = 2\vec{CD} \text{ et } \vec{CD} = \frac{3}{4}\vec{BN}.$$

$$\vec{AB} = 2\left(\frac{3}{4}\vec{BN}\right)$$

$$\vec{AB} = \frac{3}{2}\vec{BN}.$$

Les points A, B et N sont alignés.

19

[MN] est un segment de longueur 3 cm et T est un point du plan tel que :

$$2\vec{TM} - 3\vec{TN} = \vec{0}.$$

1) $2\vec{TM} - 3\vec{TN} = \vec{0}$.

$$2\vec{TM} - 2\vec{TN} + \vec{TN} = \vec{0}.$$

$$2(\vec{TM} - \vec{TN}) + \vec{TN} = \vec{0}.$$

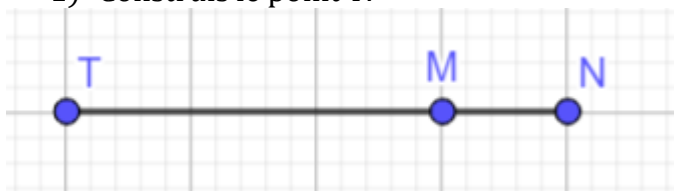
$$2(\vec{NT} + \vec{TM}) + \vec{TN} = \vec{0}.$$

$$2\vec{NM} + \vec{TM} + \vec{MN} = \vec{0}.$$

$$3\vec{NM} + \vec{TM} = \vec{0}.$$

$$\vec{TM} = -3\vec{MN}.$$

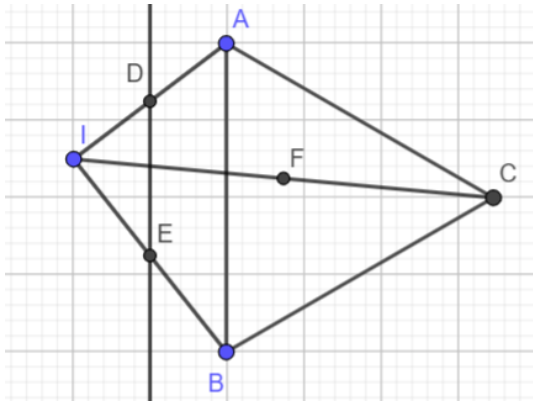
1) Construis le point T.



20

ABC est un triangle équilatéral et I est un point extérieur à ce triangle.

1) Construis les points D, E et F tels que : $\vec{ID} = \frac{1}{2}\vec{IA}$; $\vec{IE} = \frac{1}{2}\vec{IB}$ et $\vec{IF} = \frac{1}{2}\vec{IC}$.



2) Démontrons que les droites (DE) et (AB) sont parallèles.
En utilisant la droite des milieux on a le résultat.

3) Démontre que le triangle DEF est équilatéral.

$$\overrightarrow{ID} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IA} ; \overrightarrow{IE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IB} \text{ et } \overrightarrow{IF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IC}.$$

$$\overrightarrow{IE} - \overrightarrow{ID} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{IA}$$

$$\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

De même on obtient les égalités suivantes

$$\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{FD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$$

Comme $AB = BC = CA$, On a : $DE=EF=FD$;
le triangle DEF est équilatéral.

21

ABC est un triangle.

On donne : $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ et

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}.$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$$

$$= 3\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$$

$$= 3\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$$

$$= 4\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC}$$

$$= -4\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}$$

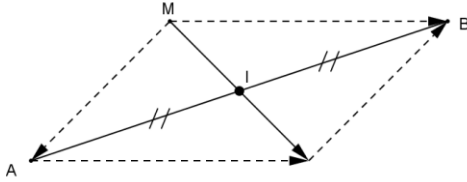
$$\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{AC}$$

Donc les droites (MN) et (AC) sont parallèles.

22

I est le milieu du segment [AB],
donc $\vec{AI} = \vec{IB}$ et $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$.

$$\begin{aligned}\vec{MA} + \vec{MB} &= \vec{MI} + \vec{IA} + \vec{MI} + \vec{IB} \\ &= 2\vec{MI} + \vec{IA} + \vec{IB} \\ \vec{MA} + \vec{MB} &= 2\vec{MI}\end{aligned}$$



23

1) Construisons la figure

$$\vec{BD} = -2\vec{BA} \text{ donc}$$

- D appartient à la droite (AB) ;
- \vec{BD} et \vec{BA} sont de sens contraire ;
- $BD = 2BA$

$$\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AC} \text{ donc}$$

- E appartient à la droite (AC) ;
- \vec{AE} et \vec{AC} sont de même sens ;
- $AE = \frac{1}{3}AC$

2

Exprimons \vec{AB} en fonction de \vec{AD} .

De l'égalité $\vec{BD} = -2\vec{BA}$, on déduit que $\vec{BA} + \vec{AD} = -2\vec{BA}$

$$\vec{BA} + 2\vec{BA} = -\vec{AD}$$

$$3\vec{BA} = -\vec{AD}$$

$$-3\vec{AB} = -\vec{AD}$$

$$3\vec{AB} = \vec{AD}$$

$$\vec{AB} = \frac{1}{3}\vec{AD}$$

3

a- On vient d'établir que $\vec{AB} = \frac{1}{3}\vec{AD}$ et on sait que $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AC}$.

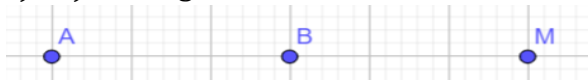
$$\text{Or } \vec{BE} = \vec{BA} + \vec{AE} = \vec{AE} - \vec{AB} = \frac{1}{3}\vec{AC} - \frac{1}{3}\vec{AD} = \frac{1}{3}(\vec{AC} - \vec{AD}) = \frac{1}{3}(\vec{AC} + \vec{DA}) = \frac{1}{3}\vec{DC}$$

Donc les vecteurs \vec{BE} et \vec{DC} sont colinéaires.

b- Comme $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$, on peut déduire que les droites (BE) et (DC) sont parallèles

24

1) ; 2) Voir figure



2)

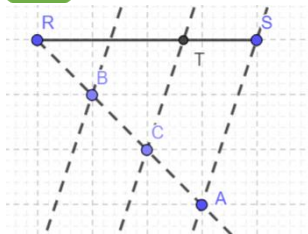
On peut utiliser le compas pour reporter 2 fois la distance AB pour placer M sur la droite (AB)

25



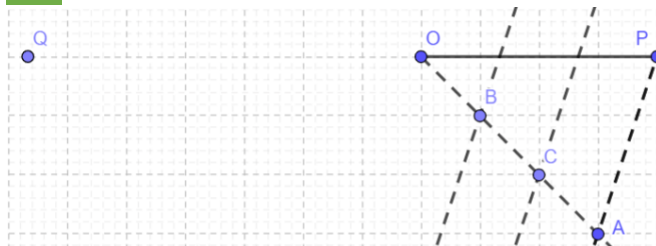
On peut utiliser le compas pour reporter 2 fois la distance EF pour placer N sur la droite (EF) dans le sens de F vers E.

26



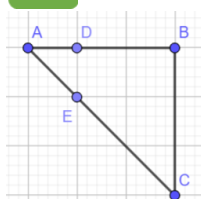
On divise le segment [RS] en 3 parties en on en prend 2 pour placer T.

27



On divise le segment [OP] en 3 parties en on en prend 5 dans le sens P vers O pour placer Q.

28



$$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

$$\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{ED} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$$

On en déduit que $(DE) \parallel (BC)$.

29

A, B, C, D et E sont des points du plan tels que : $\vec{AD} = \vec{AC} + \vec{AB}$ et $\vec{AE} = \vec{AC} - \vec{AB}$.

1) $\vec{AD} - \vec{AE} = \vec{AC} + \vec{AB} - \vec{AC} + \vec{AB}$

$$\vec{ED} = 2\vec{AB}$$

2) $\vec{ED} = 2\vec{AB}$ donc $(ED) \parallel (AB)$.

30

Trois points A, B et C sont tels que : $3\vec{AB} - 2\vec{AC} = \vec{0}$.

1) Justifions que \vec{AB} et \vec{AC} sont colinéaires.

$3\vec{AB} = 2\vec{AC}$ donc \vec{AB} et \vec{AC} sont colinéaires.

2) Après avoir placé deux points A et B, construis le point C.

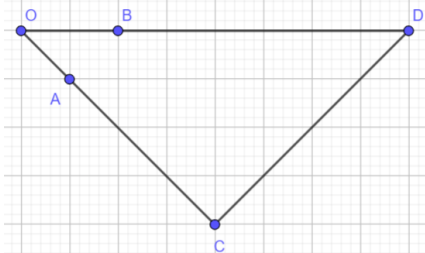
$$\vec{AC} = \frac{3}{2}\vec{AB}$$



31

Soit OAB un triangle.

1) Construis les points C et D tels que : $\vec{OC} = 4\vec{OA}$ et $\vec{CD} = 4\vec{AB}$.



2) Justifie que les points O, B et D sont alignés.

$$\vec{OC} = 4\vec{OA} \text{ et } \vec{CD} = 4\vec{AB}$$

$$\vec{OD} + \vec{DC} = 4\vec{OA}$$

$$\vec{OD} = 4\vec{OA} + \vec{CD}$$

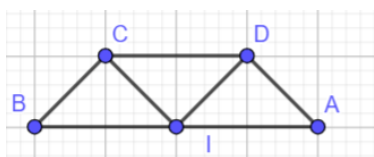
$$\vec{OD} = 4\vec{OA} + 4\vec{AB}$$

$$\vec{OD} = 4\vec{OB}$$

32

Soit CID un triangle.

1) Construis les points A et B tels que : $\vec{CI} = \vec{DA}$ et $\vec{CB} = \vec{DI}$.



1) Justifie que I est le milieu de [AB].

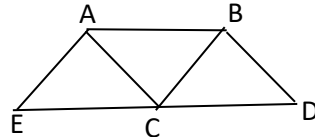
$$\vec{CI} - \vec{CB} = \vec{DA} - \vec{DI}$$

$$\vec{BI} = \vec{IA} \text{ donc I est le milieu de [AB].}$$

33

Soit ABC un triangle.

1) Construis les points D et E tels que : $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC}$ et $\vec{BE} = \vec{BA} + \vec{BC}$.



2) Justifie que C est le milieu du segment [DE].

$$\vec{BC} + \vec{CE} = \vec{BA} + \vec{BC}.$$

$$\vec{CE} = \vec{BA}.$$

$$\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC}$$

$$\vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AB} + \vec{AC}$$

$$\vec{CD} = \vec{AB}$$

$$\vec{CE} = \vec{BA} \text{ et } \vec{CD} = \vec{AB} \text{ donne } \vec{EC} = \vec{CD} \text{ donc C est le milieu du segment [DE].}$$

34

Les points A, B, C, D et O ne sont pas tous alignés tels que : $\vec{AO} = \vec{OC}$ et $\vec{DO} = \vec{OB}$.
Justifions que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

$$\vec{AO} = \vec{OC} \text{ et } \vec{DO} = \vec{OB}.$$

$$\vec{AO} + \vec{OB} = \vec{DO} + \vec{OC}$$

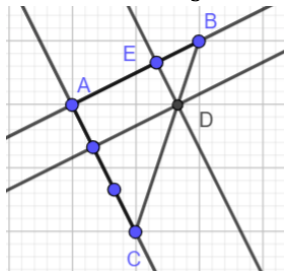
$$\vec{AB} = \vec{DC} \text{ le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.}$$

35

L'unité de mesure est le centimètre.

ABC est un triangle isocèle en A tel que AB=7 et BC=3.

1) a) et b) $\vec{AE} = \frac{2}{3}\vec{AB}$ et $\vec{ED} = \frac{1}{3}\vec{AC}$ voir figure.



2) a) Démontre que $\vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$.

$$\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{ED} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

b) Exprime \overrightarrow{BD} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{BD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

c) Démontre que les points B, D et C sont alignés.

$$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

Donc les points B, D et C sont alignés.

36

A, B, C, R et S sont des points du plan tels que : $\overrightarrow{AR} = -3\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AS} = -3\overrightarrow{AB}$.

1) Justifions que : $\overrightarrow{SR} = 3\overrightarrow{CB}$.

$$\overrightarrow{AR} = -3\overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{AS} = -3\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AR} - \overrightarrow{AS} = -3\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{SR} = 3\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{SR} = 3(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB})$$

$$\overrightarrow{SR} = 3\overrightarrow{CB}$$

2) Déduis-en que (RS)//(BC).

$$\overrightarrow{SR} = 3\overrightarrow{CB}, \text{ donc } (RS) \parallel (BC).$$

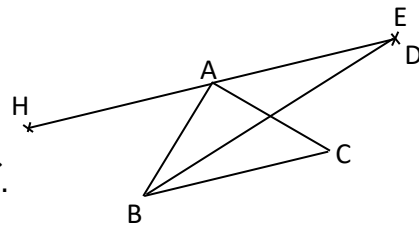
37

Trace un triangle ABC.

1) Construis le point E tel que : $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{BC}$.

2) Construis le point D tel que : $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$.

3) Construis le point H tel que : $\overrightarrow{AH} = -\overrightarrow{BC}$.



Exercices d'approfondissement

38

On donne les égalités vectorielles suivantes :

$$\overrightarrow{FA} = 3(\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{ED}) \text{ et } \overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{CN} + 6\overrightarrow{DE}.$$

1) Exprime le vecteur \overrightarrow{FG} en fonction du vecteur \overrightarrow{MN} .

$$\overrightarrow{FA} = 3(\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{ED}) \text{ et } \overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{CN} + 6\overrightarrow{DE}.$$

$$\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AG} = 3(\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{ED}) + 3\overrightarrow{CN} + 6\overrightarrow{DE}.$$

$$\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{MC} + 6\overrightarrow{ED} + 3\overrightarrow{CN} + 6\overrightarrow{DE}.$$

$$\overrightarrow{FG} = 3\overrightarrow{MN}$$

2) Justifions que les vecteurs \overrightarrow{FG} et \overrightarrow{MN} sont colinéaires.

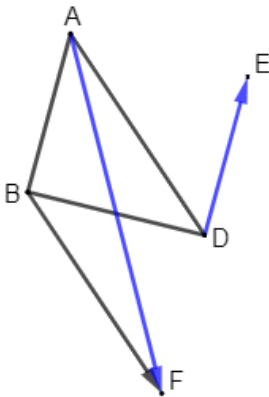
$$\overrightarrow{FG} = 3\overrightarrow{MN} \text{ donc les vecteurs } \overrightarrow{FG} \text{ et } \overrightarrow{MN} \text{ sont colinéaires.}$$

3) Que peux-tu en déduire pour les droites (FG) et (MN) ?

Les vecteurs \overrightarrow{FG} et \overrightarrow{MN} sont colinéaires donc les droites (FG) et (MN) sont parallèles.

39

1)



$$2) \text{ a- } \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \text{ équivaut à } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AD}$$

$$\text{équivaut à } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{DA}$$

$$\text{équivaut à } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AF}$$

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \text{ équivaut à } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DF}$$

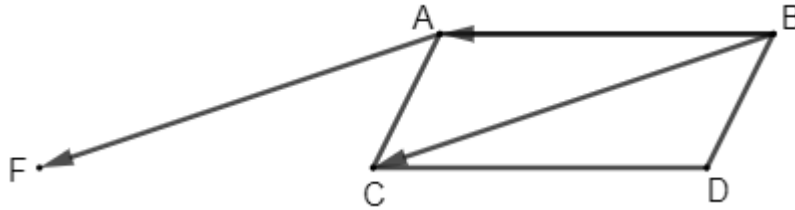
b- Comme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DF}$, alors le quadrilatère ABFD est un parallélogramme.

$$3) \text{ On a : } \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BA} \text{ donc } \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DF}, \text{ d'où } \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DF}$$

Par conséquent D est le milieu du segment [EF].

40

1) a-



$$\begin{aligned} \text{b- } \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} &\text{ équivaut à } \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{BC} \\ &\text{équivaut à } \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CB} \\ &\text{équivaut à } \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BF} \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \text{ équivaut à } \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CF}$$

Donc le quadrilatère ABCF est un parallélogramme.

- 2) a- ABDC est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
 De plus $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CF}$ équivaut à $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FC}$. par conséquent $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CD}$.
 b- Comme $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CD}$, alors C est le milieu du segment [CD].

41

- 1) ABC est un triangle, E est le milieu du segment [AB] et F est le milieu du segment [AC].

D'après la propriété de la droite des milieux, la droite (EF) est parallèle à la droite (CB).

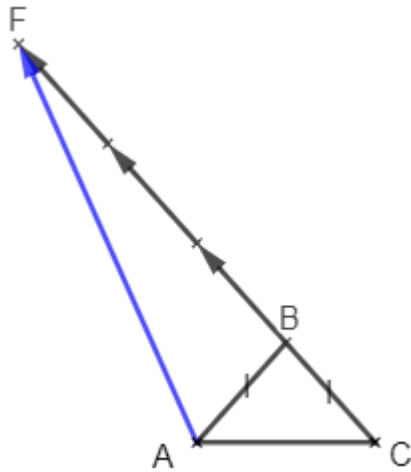
Par conséquent les vecteurs \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{CB} sont colinéaires.

- 2) ABC est un triangle, E est le milieu du segment [AB] et F est le milieu du segment [AC]. Donc $EF = \frac{1}{2}BC$. Ainsi $BC = 2EF$.

Comme les vecteurs \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{CB} sont colinéaires et de même sens, alors $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{EF}$.

42

- 1) Prendre $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}$.

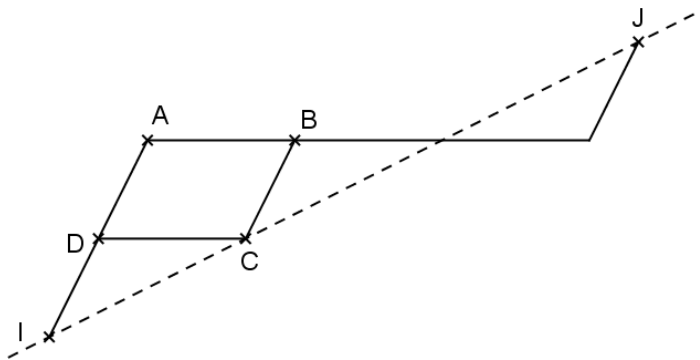


$$\begin{aligned}
 2) \quad \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{AC} - 3\vec{AC} &= \vec{AB} + \vec{BC} - 2\vec{AC} \\
 &= \vec{AB} + \vec{BC} - \vec{AC} - \vec{AC} \\
 &= \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} + \vec{CA} \\
 &= \vec{AB} + \vec{BA} + \vec{CA} \\
 &= \vec{AA} + \vec{CA}
 \end{aligned}$$

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{AC} - 3\vec{AC} = \vec{CA}$$

43

1



2)

$$\begin{aligned}
 \text{a. } \vec{CI} &= \vec{CB} + \vec{BA} + \vec{AI} \\
 &= \vec{DA} + \vec{BA} + 2\vec{AD} \\
 &= -\vec{DA} + \vec{BA} + 2\vec{AD} \\
 &= \vec{BA} + \vec{AD} \\
 \vec{CI} &= \vec{BD}
 \end{aligned}$$

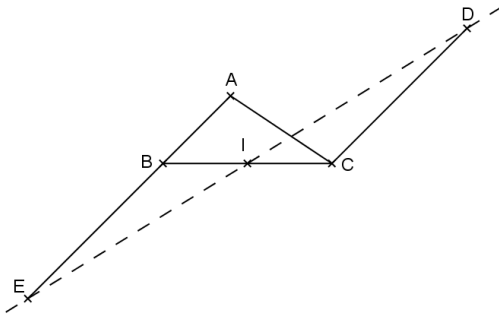
b)

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{CJ} &= \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BJ} \\
 &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} \\
 &= -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} \\
 &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DA} \\
 &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DB} \\
 &= \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DB} \\
 &= 2\overrightarrow{DB}
 \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{CJ} = -2\overrightarrow{BD}$$

3. $\overrightarrow{CJ} = -2\overrightarrow{BD}$ Or $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{BD}$ donc $\overrightarrow{CJ} = -2\overrightarrow{CI}$. D'où les points C, I et J sont alignés.

44



1)

Je peux conjecturer que les points D, I et E sont alignés.

2. a)

- $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BA}$;
- $\overrightarrow{BE} = -2\overrightarrow{BA}$;

Démontrons que

- $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BA}$;
- $\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BI}$;
- $\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$; car $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$
- $\overrightarrow{ID} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BA}$;

$$\overrightarrow{BE} = -2\overrightarrow{BA};$$

$$\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IE} = -2\overrightarrow{BA};$$

$$\overrightarrow{IE} = -\overrightarrow{BI} - 2\overrightarrow{BA}; \text{ or } \overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{IE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{BA};$$

$$3. \overrightarrow{ID} + \overrightarrow{IE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{BA}$$

$$\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{IE} = \vec{0}$$

Donc I est le milieu du segment [DE].

45

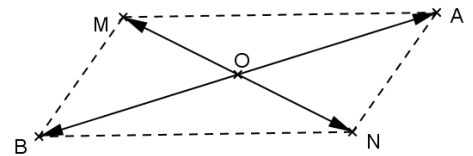
Démontrons que AMBN est un parallélogramme.

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} \text{ équivaut à } \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OB}$$

$$\text{équivaut à } \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{ON}$$

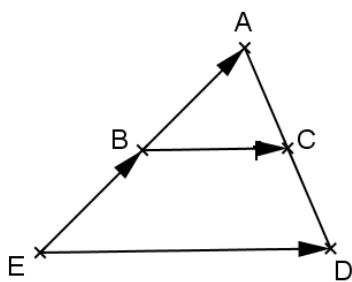
$$\text{équivaut à } \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BN}$$

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$ équivaut à AMBN est un parallélogramme.



46

1) Construction des points D et E.



2) Démontre que le point C est le milieu du segment [AD].

$$\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{BA} \text{ équivaut à } \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$$

$$\text{équivaut à } \overrightarrow{EC} = -\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$$

$$\text{équivaut à } \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$$

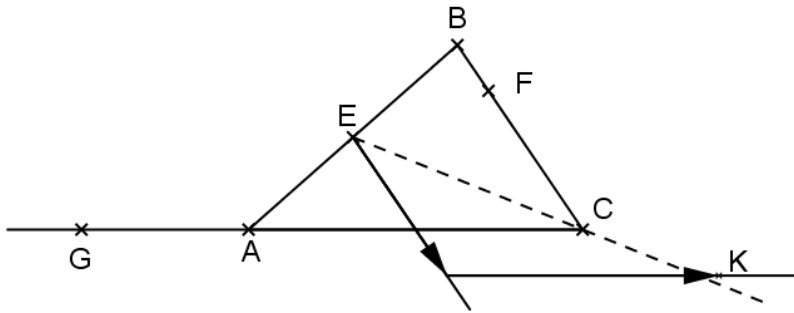
$$\text{équivaut à } \overrightarrow{EC} = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$$

$$\text{Par ailleurs } \overrightarrow{ED} = 2\overrightarrow{BC} \text{ équivaut à } \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{BC}$$

$$\text{Donc } (2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{BC}, \text{ d'où } \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$$

Par conséquent le point C est le milieu du segment [AD].

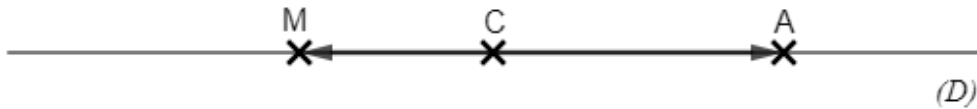
47



Situations d' évaluation

48

1)

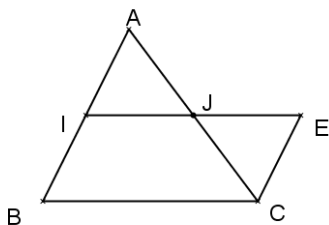


2) Oui la réponse de Max à Alice est juste car M, C et A sont alignés.

3) Alice devrait dire : «Dans quel sens vas-tu ?»

49

Démontre que la droite (IJ) est parallèle à la droite (BC) et $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{BC}$.



On obtient :

De l'hypothèse AICE est un parallélogramme, on déduit que J est le milieu de [IE] donc $\vec{IE} = 2\vec{IJ}$;

Par hypothèse on a :

D'une part AICE est un parallélogramme donc $\vec{AI} = \vec{EC}$

d'autre part I est le milieu de [AB], donc

De (I) et (II), on déduit que $\vec{EC} = \vec{IB}$, on en déduit que IECB est un parallélogramme et

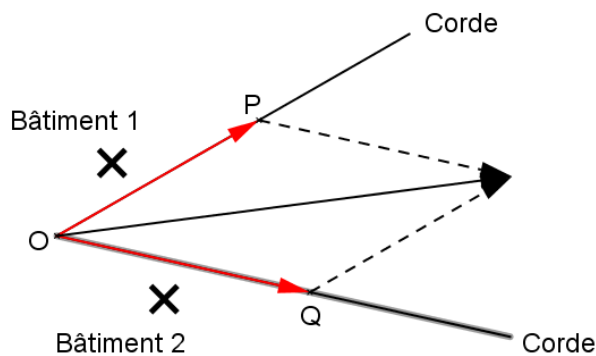
Comme $\vec{IE} = \vec{BC}$, alors $\vec{BC} = 2\vec{IJ}$, donc $BC = 2 IJ$.

On a montré que $\vec{IE} = \vec{BC}$ donc $(IE) \parallel (BC)$ et comme $J \in (IE)$ donc $(IJ) \parallel (BC)$.

Finalement nous avons montré que $(IJ) \parallel (BC)$ et $IJ = \frac{1}{2} BC$

50

- 1) la direction et le sens suivis par cet arbre dans sa chute.



- 2) Les bâtiments ne seront donc pas atteints.



Coordonnées de vecteurs

Situation d'Apprentissage

Faire lire la situation d'apprentissage à haute voix une ou deux fois par un ou deux bon(s) lecteur(s).
 Expliquer les mots difficiles à la demande des apprenants.
 Ici par exemple : Pertinent signifie juste, approprié, bien-fondé
 Poser oralement les questions/consignes suivantes :

Questions/consignes	Réponses attendues
De quoi parle le texte	Le texte parle de la détermination de la distance parcourue entre deux villes.
Quels sont les acteurs de cet évènement ?	Les acteurs sont les élèves de niveau 3 ^{ème} , Monsieur Koffi, un chauffeur et un géographe.
Où se passe la situation ?	L'évènement se déroule dans la ville B.
Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans ce texte?	Le problème qui se pose est de : savoir la distance exacte parcourue par M. Koffi entre deux villes A et B.
Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ?	M. Koffi ne sait pas comment déterminer la distance exacte qu'il a parcourue entre les villes A et B, il se confie à son fils qui à son tour collabore avec ses amis de classe.
Que décident de faire les acteurs ?	Les élèves décident d'effectuer des calculs.

Tout comme ces élèves, nous allons découvrir à travers cette situation une nouvelle leçon intitulée « **COORDONNEES DE VECTEURS** », des propriétés et règles de calcul qui vous permettront de régler ce genre de problème qui se pose dans la situation d'apprentissage selon le plan suivant :

- 1) Coordonnées d'un vecteur
- 2) Vecteurs égaux
- 3) Coordonnées d'une somme de deux vecteurs
- 4) Coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre réel
- 5) Vecteurs colinéaires
- 6) Distance de deux points

7) Vecteurs orthogonaux

8) Coordonnées du milieu d'un segment.

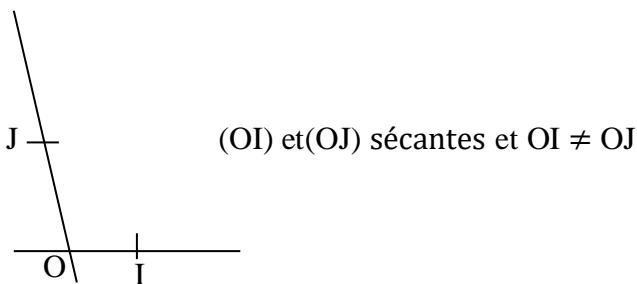
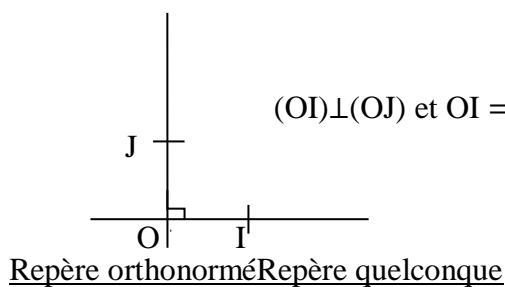
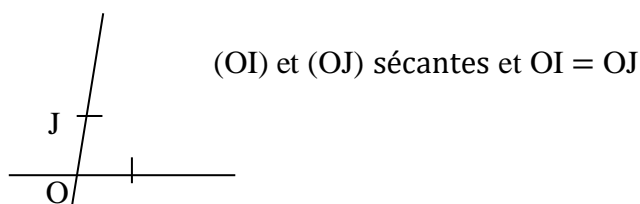
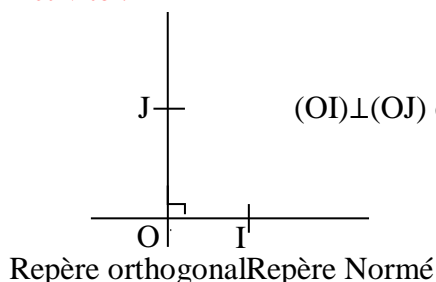
Installation des habiletés

Activités **1**

Coordonnées d'un vecteur

1. Les repères du plan

Activité :



Exercice de fixation

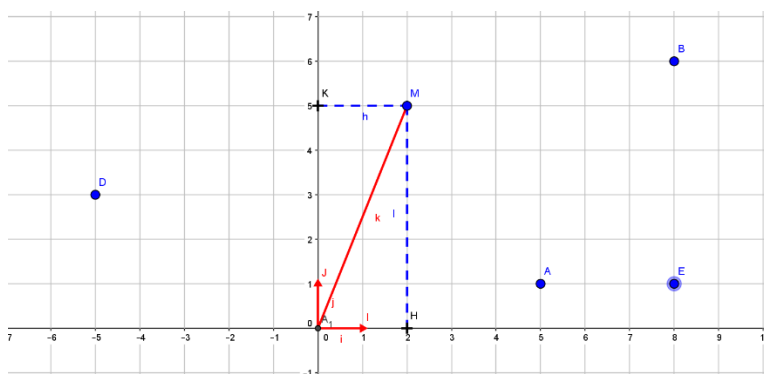
Exercice

- Sur la figure 1 le repère (A, B, C) est orthogonal
- Sur la figure 2 le repère (A, B, C) est normé
- Sur la figure 3 le repère (A, B, C) est orthonormé
- Sur la figure 4 le repère (A, B, C) est quelconque

2. Couple de coordonnées d'un point

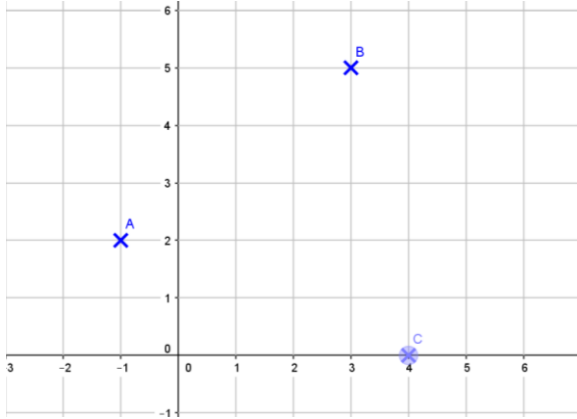
Activité :

- $\vec{OH} = 2\vec{OI} ; \vec{OK} = 5\vec{OJ}$
- $\vec{OM} = \vec{OH} + \vec{OK}$ donc $\vec{OM} = 2\vec{OI} + 5\vec{OJ}$
- A(5 ;1) , B(8 ;6) et E(8 ;1)



Exercice de fixation

1.



2. $\vec{OA} = -\vec{OI} + 2\vec{OJ}$, $\vec{OC} = 4\vec{OI} + 0\vec{OJ}$;

3. $\vec{AB} = 4\vec{OI} + 3\vec{OJ}$ et $\vec{CA} = -5\vec{OI} + 2\vec{OJ}$

3. Couple de coordonnées d'un vecteur

Activité

1. $\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB} = -\vec{OA} + \vec{OB}$

$\vec{AB} = -x_A\vec{OI} - y_A\vec{OJ} + x_B\vec{OI} + y_B\vec{OJ} = (x_B - x_A)\vec{OI} + (y_B - y_A)\vec{OJ}$

2. On en déduit que $\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

Exercice de fixation

$\vec{EF} \begin{pmatrix} -12 \\ 21 \end{pmatrix}$; $\vec{EG} \begin{pmatrix} -19 \\ 16 \end{pmatrix}$ et $\vec{FG} \begin{pmatrix} -7 \\ -5 \end{pmatrix}$

Activité

2

Vecteurs égaux

ACTIVITÉ

1. ABCD est un parallélogramme donc $(AB) \parallel (DC)$ et $AB = DC$ d'où $\vec{AB} = \vec{DC}$

2.a) $A(-6 ; -2)$, $B(2 ; 1)$, $C(6 ; -2)$ et $D(-2 ; -5)$

b) $\vec{AB} \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{DC} \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$

c) les deux vecteurs ont les mêmes coordonnées.

3. Pour $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ équivaut à $x = x'$ et $y = y'$.

Exercices de fixation

Exercice1

- Deux vecteurs sont **égaux** lorsqu'ils ont les mêmes **cordonnées**
- Étant donné deux vecteurs $\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{KP} \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \end{pmatrix}$.
 $\alpha = -5$ et $\beta = 8$ équivaut à $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{KP}$

Exercice2

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et comme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$ on a : $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

Exercice3

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PQ}$ donc $\begin{cases} x - 1 = 3 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$

Activité

3

Coordonnées d'une somme de deux vecteurs

Activité

- $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$; $\overrightarrow{A'B'} = x'\overrightarrow{OI} + y'\overrightarrow{OJ}$
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'} = (x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}) + (x'\overrightarrow{OI} + y'\overrightarrow{OJ}) = (x + x')\overrightarrow{OI} + (y + y')\overrightarrow{OJ}$
- $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'}) \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$

Exercices de fixation

Exercice1

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Exercice2

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -13 \\ 4 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -11 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Activité

4

Coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre réel

Activité

1. On a $k\overrightarrow{AB} = kx\overrightarrow{OI} + ky\overrightarrow{OJ}$ donc le vecteur $k\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$
2. $-1 \times \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$
3. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} x - x' \\ y - y' \end{pmatrix}$

Exercices de fixation

Exercice 1

- Si $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ alors $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$
- Si $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ alors $-5\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -5 \\ 15 \end{pmatrix}$
- Si $-6\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ 18 \end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -36 \\ -108 \end{pmatrix}$
- Si $5\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} \frac{2}{5} \\ -2 \end{pmatrix}$

Exercice 2

$-\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}; 5\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -15 \\ 30 \end{pmatrix}; \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

Exercice 3

$\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$

Activité

5

Vecteur colinéaires

Activité

- Si \overrightarrow{AB} et $\overrightarrow{A'B'}$ sont colinéaires alors les droites (AB) et (A'B') sont parallèles donc il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB}$. Ainsi $x' = kx$ et $y' = ky$
 - On a : $x'y = kxy$ et $y'x = kxy$ d'où $x'y = xy'$ soit $x'y - xy' = 0$
- si $x'y - xy' = 0$ alors il existe un nombre réel k tel que $k = \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$ soit $x' = kx$ et $y' = ky$
d'où $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB}$ d'où les vecteurs \overrightarrow{AB} et $\overrightarrow{A'B'}$ sont colinéaires.
 - Le vecteur nul est colinéaire à tous les vecteurs donc si \overrightarrow{AB} est nul alors \overrightarrow{AB} est colinéaire à $\overrightarrow{A'B'}$
 - pour $x \neq 0$ et $y \neq 0$, on a : $k = \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$ d'où $x'y - xy' = 0$. Ainsi les vecteurs \overrightarrow{AB} et $\overrightarrow{A'B'}$ sont colinéaires.
- Les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{A'B'} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires équivaut à $x'y - xy' = 0$

Exercices de fixation

Exercice 1

AFFIRMATIONS	V ou F
Les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ sont colinéaires	F
Les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ sont colinéaires	V

Les vecteurs $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OI} - 5\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \end{pmatrix}$ sont colinéaires	V
Les vecteurs $\overrightarrow{AB} = -8\overrightarrow{OI} - 7\overrightarrow{OJ}$ et $3\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires	F

Exercice 2

1. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -10 \\ 12 \end{pmatrix}$. On a : $5 \times 12 - (-6)(-10) = 60 - 60 = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires

2. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 6 \\ 21 \end{pmatrix}$. On a : $-2 \times 21 - (-7) \times 6 = -42 + 42 = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires

3. $\overrightarrow{RB} = 8\overrightarrow{OI} - 12\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{PK} = -2\overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{OJ}$. On a : $8 \times 3 - (-12) \times 2 = 24 - 24 = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{RB} et \overrightarrow{PK} sont colinéaires

Activité

6

Distance de deux points

1. a) $AC = 8 - 3 = 5$; $BC = 7 - 2 = 5$

b) Le triangle ABC est rectangle en C, d'après la propriété de Pythagore on a :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \text{ donc } AB = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

2. a) A(3 ; 2) , B(8 ; 7) et C(8 ; 2)

b) $a = AB$; $b = AC$ etc = BC

Exercice de fixation

Exercice 1

$$EF = \sqrt{(-9 + 5)^2 + (-1 - 8)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-9)^2} = \sqrt{16 + 81} = \sqrt{97}$$

Exercice 2.

$$AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Exercice 3

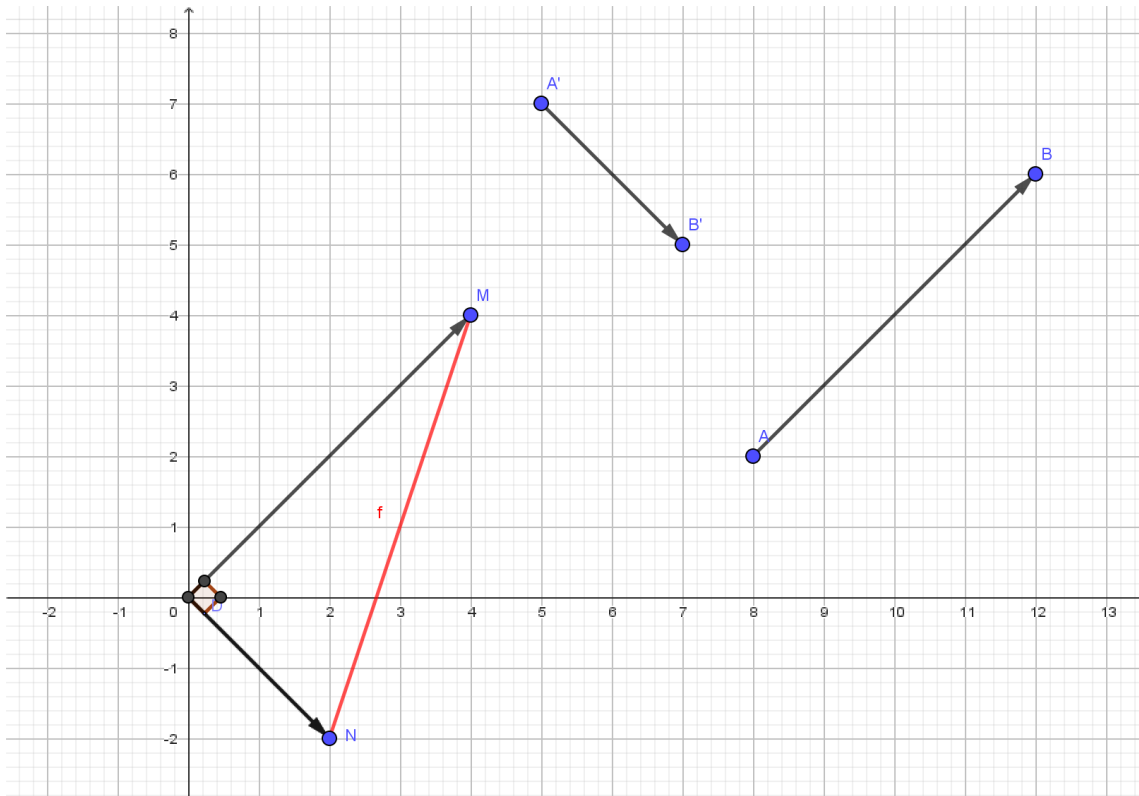
$$BC = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Activité

7

Vecteurs orthogonaux

ACTIVITÉ



1. voir figure

2. $\overrightarrow{OM} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{ON} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} x' - x \\ y' - y \end{pmatrix}$

3. Le triangle OMN est rectangle en O, d'après la propriété de Pythagore on a :

$$MN^2 = OM^2 + ON^2 \text{ donc } MN^2 = x^2 + y^2 + x'^2 + y'^2 \quad (1)$$

$$\text{On sait } MN^2 = \overrightarrow{MN}^2 = x^2 - 2xx' + y^2 + x'^2 - 2yy' + y'^2 \quad (2)$$

$$\text{D'après (1) et (2) on a : } -2xx' - 2yy' = 0 \text{ donc } xx' + yy' = 0$$

4. De tout ce qui précède on retient que : Les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{A'B'} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont orthogonaux équivaut à $xx' + yy' = 0$.

Exercices de fixation

Exercice 1

AFFIRMATIONS	V ou F
Les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$ sont orthogonaux	V
Les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ sont orthogonaux	F
Les vecteurs $\overrightarrow{AB} = 7\vec{O}\vec{I} - 5\vec{O}\vec{J}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ sont orthogonaux	V
Les vecteurs $\overrightarrow{AB} = 2\vec{O}\vec{I} + 11\vec{O}\vec{J}$ et $-13\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux	F

Exercice 2

on a : $-2 \times 6 + 3 \times 3 = -12 + 12 = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{PB} et \overrightarrow{AQ} sont orthogonaux

Activité

7

Coordonnées du milieu d'un segment

Activité

K est le milieu du segment [AB] si et seulement si $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} = \vec{0}$:

$$\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{KA} = -\overrightarrow{KB} \Leftrightarrow \overrightarrow{KA} = \overrightarrow{BK}$$

$$\Leftrightarrow x_A - x_K = x_K - x_B \quad \text{et} \quad y_A - y_K = y_K - y_B$$

$$\Leftrightarrow x_K = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{et} \quad y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Exercices de fixation

Exercice 1

Le milieu I du segment [EF] a pour coordonnées $x_I = \frac{-1+5}{2}$ et $y_I = \frac{7-2}{2}$ donc $I(2; \frac{5}{2})$.

Exercice 2

Soit P le milieu de [AB]

On a ; $x_P = \frac{-19+9}{2} = -5$ et $y_P = \frac{4+2}{2} = 3$ et on constate que $P = K$ donc le point $K(-5 ; 3)$ est le milieu du segment [AB]

Exercices de renforcement

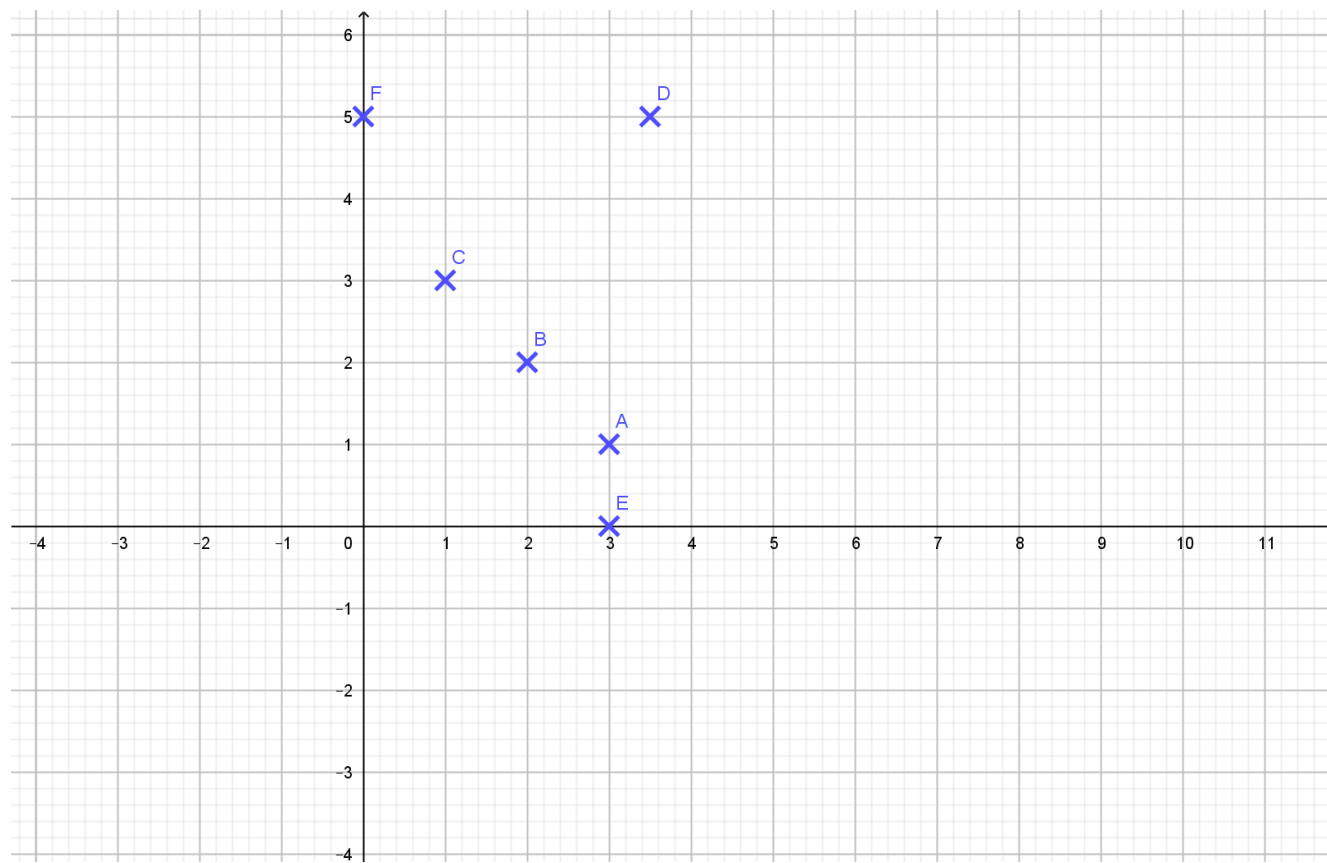
1

$A(-2 ; 2)$ $B(2 ; 5)$ $C(4 ; -1)$ $D(-5 ; -3)$ $E(7 ; 3)$ $F(-4 ; 5)$

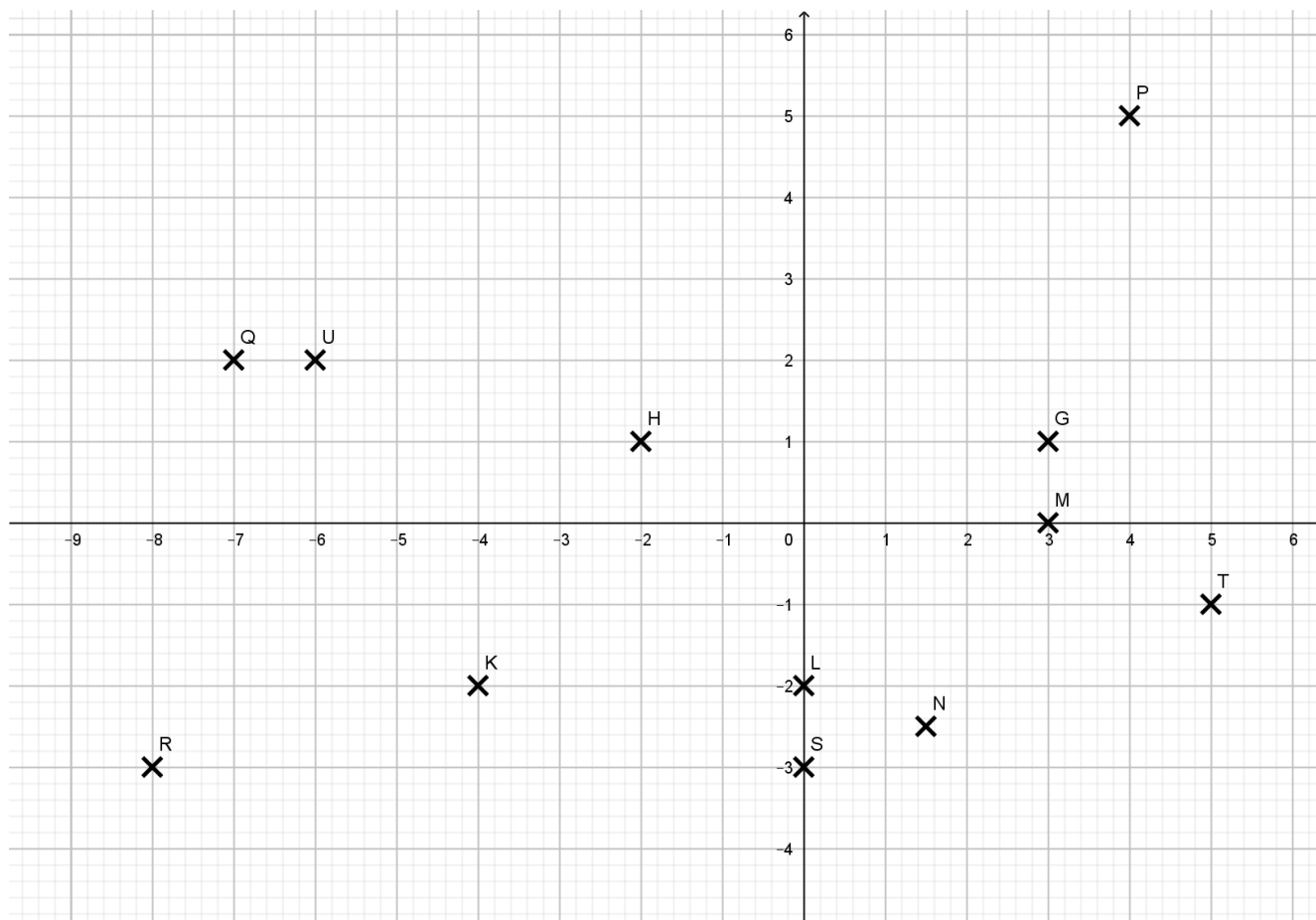
2

$G(-3 ; 0)$ $H(6 ; 0)$ $K(0 ; 2)$ $L(0 ; -1)$ $M(5 ; -3)$ $N(-1 ; -2)$

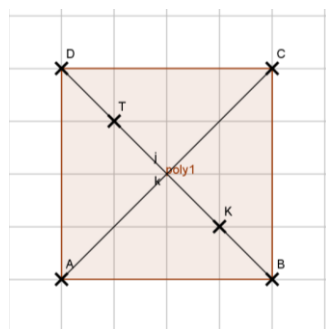
3



4



5



a. $A(0 ; 0)$, $B(1 ; 0)$, $D(0 ; 1)$ et $O(\frac{1}{2} ; \frac{1}{2})$

b. K milieu de $[OB]$: $K(\frac{3}{4} ; \frac{1}{4})$

c. T milieu de $[OD]$: $T(\frac{1}{4} ; \frac{3}{4})$

6

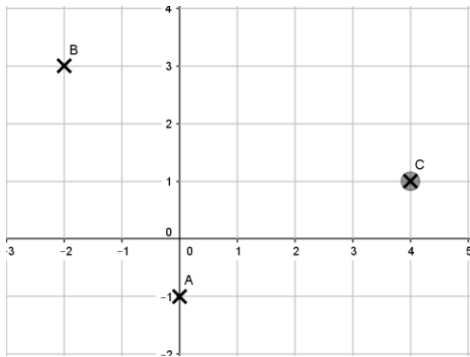
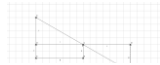
1. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -11 \\ 2 \end{pmatrix}$

2. $\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{NL} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{GH} \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{KL} \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{HK} \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$

7

- a) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- b) $E(3; 0)$
- c) $F(2; -1)$

8



- a) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x-0 \\ y+1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ donc $\begin{cases} x = -2 \\ y + 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$ d'où $B(-2; 3)$
- b) $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x-0 \\ y+1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $\begin{cases} x = 4 \\ y + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$ d'où $C(4; 1)$

9

$$\overrightarrow{OC} \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \end{pmatrix}; \overrightarrow{IA} \begin{pmatrix} 1-1 \\ 3,5-0 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{IA} \begin{pmatrix} 0 \\ 3,5 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5-1 \\ 1-3,5 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -2,5 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 7-5 \\ -4-1 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

10

On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1-(-2) \\ 3-5 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -3-1 \\ 3-3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CA} \begin{pmatrix} -2-(-3) \\ 5-3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{CA} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

11

$$\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ} \begin{pmatrix} 1-0 \\ 0-1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \begin{pmatrix} -5+6 \\ 2+8 \end{pmatrix}; \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OJ} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \begin{pmatrix} 1+0-5+6 \\ 0+1+2+6 \end{pmatrix}; \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OJ} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

12

$$\text{On a } (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) \begin{pmatrix} 2-6 \\ 5+\frac{1}{2} \end{pmatrix}; (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) \begin{pmatrix} -4 \\ \frac{11}{2} \end{pmatrix}$$

$$(\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{AB}) \begin{pmatrix} -5-2 \\ 1-5 \end{pmatrix}; (\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{AB}) \begin{pmatrix} -7 \\ -4 \end{pmatrix}$$

13

$$5\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 5 \times 1 \\ 5 \times (-2) \end{pmatrix}; \quad : \quad 5\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$-\frac{3}{2}\overrightarrow{GH} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \times (-4) \\ -\frac{3}{2} \times 0 \end{pmatrix}; \quad -\frac{3}{2}\overrightarrow{GH} \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$4\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} 4 \times 1 - (-6) \\ 4 \times (-2) - (-5) \end{pmatrix}; \quad 4\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$-\overrightarrow{GH} + 2\overrightarrow{EF} - 3\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} 4 + 2 \times 1 - 3(-6) \\ 0 + 2(-2) - 3(-5) \end{pmatrix}; \quad -\overrightarrow{GH} + 2\overrightarrow{EF} - 3\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} 24 \\ 11 \end{pmatrix}$$

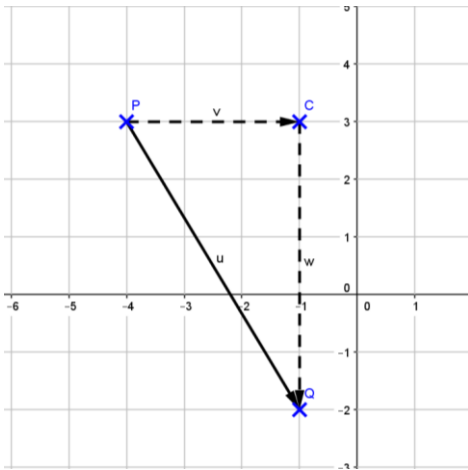
14

$$\text{On a } : 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} \begin{pmatrix} 2(-11) - 5 \\ 2(2) - 8 \end{pmatrix}; \quad 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} \begin{pmatrix} -27 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 + 11 \\ 8 - 2 \end{pmatrix}; \quad \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 16 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} 0 - 1 \\ 1 - 0 \end{pmatrix}; \quad \overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc } -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} -\frac{3}{4} \times 16 - 1 \\ -\frac{3}{4} \times 6 + 1 \end{pmatrix}$$

$$-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} -12 - 1 \\ -\frac{9}{2} + 1 \end{pmatrix}; \quad -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} -13 \\ -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

15



- 1) Voir figure
- 2) Posons $Q(x; y)$. on a $\overrightarrow{PQ} \begin{pmatrix} x + 4 \\ y - 3 \end{pmatrix}$
 et $\begin{pmatrix} x + 4 \\ y - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 = 3 \\ y - 3 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$
 donc $Q(-1; -2)$

16

$$\overrightarrow{PR} \text{ et } \overrightarrow{ST} \text{ sont égaux} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - y = 1 \\ x + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 1 \\ x = 3 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

17

1. ABCD soit un parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ 2 - 3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}. \text{ En posant } D(x; y) \text{ on a } \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 6 - x \\ 3 - y \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - x = 3 \\ 3 - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - 3 \\ y = 3 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases} \text{ donc } D(3; 4)$$

2. ABCD soit un parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 + 2 \\ 0 - 1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}. \text{ En posant } D(x; y) \text{ on a } \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 1 - x \\ -2 - y \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x = 4 \\ -2 - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 4 \\ y = -2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases} \text{ donc } D(-3; -1)$$

18

1) $S_p(A) = C \Leftrightarrow P$ est le milieu de $[AC]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_c - 1}{2} = 3 \\ \frac{y_c + 2}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_c = 6 + 1 \\ y_c = -4 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_c = 7 \\ y_c = -6 \end{cases} \text{ donc } C(7; -6)$$

2) ABCD est un parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\text{Soit } D(x; y). \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -7 + 1 \\ -4 - 2 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 7 - x \\ -6 - y \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - x = -6 \\ -6 - y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13 \\ y = 0 \end{cases} \text{ donc } D(13; 0)$$



19

- $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3-1 \\ -2-2 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1-1 \\ 6-2 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$
- On a $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AC}$ donc \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires et $(AB) = (AC)$ d'où le point C appartient à la droite (AB)

20

- On a : $2 \times 1 - 3 \times \frac{2}{3} = 2 - 2 = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires
- $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3-1 \\ 5-4 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 4+2 \\ 2+1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$. On a : $2 \times 3 - 1 \times 6 = 6 - 6 = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires
- $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1+2 \\ 3-5 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 3+1 \\ -1+1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$. On a : $0 \times 3 + 1 \times 4 = 0 + 4 = 4 \neq 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ne sont pas colinéaires

21

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2-2 \\ -3+4 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} 2-2 \\ 3+3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$. On a : $0 \times 6 - 3 \times 0 = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BD} sont colinéaires d'où ils ont la même direction.

22

- On a : $\overrightarrow{OA} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $-1 \times 6 + 3 \times 2 = -6 + 6 = 0$ donc $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$
- On a $3 \times 5 - 5 \times 4 = 15 - 20 = -5 \neq 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{GH} ne sont pas orthogonaux
- $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2-1 \\ 6-1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} -4-2 \\ 2-6 \end{pmatrix}; \overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}$ on a $1 \times (-6) + (-4) \times 5 = -6 - 20 \neq 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{CB} ne sont pas orthogonaux
 $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4-1 \\ 2-1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 3-2 \\ -2-6 \end{pmatrix}; \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \end{pmatrix}$ on a $1 \times (-5) + (-8) \times 1 = -5 - 8 \neq 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ne sont pas orthogonaux

23

\overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont orthogonaux équivaut à $-1(x-5) - 2(2x) = 0$

équivaut à $-x + 5 - 4x = 0$

équivaut à $5x = 5 = 0$

\overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont orthogonaux équivaut à $x = 1$

24

- (AG) et (EF) sont parallèles $\Leftrightarrow \overrightarrow{AG}$ et \overrightarrow{EF} sont colinéaires
 $\Leftrightarrow 9 \times 2 + 3(1-x) = 0$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 18 + 3 - 3x &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{21}{3} \\ \Leftrightarrow x &= 7 \end{aligned}$$

2. (AG) et (EF) sont perpendiculaires $\Leftrightarrow \vec{AG}$ et \vec{EF} sont orthogonaux

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 9 \times (-3) + 2(1 - x) &= 0 \\ \Leftrightarrow -27 + 2 - 2x &= 0 \\ \Leftrightarrow -25 &= 2x \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{25}{2} \end{aligned}$$

25

- 1. E Milieu de [AB] $\Leftrightarrow x_E = \frac{3+1}{2} = 2$ et $y_E = \frac{2+4}{2} = 3$ donc E (2 ; 3)
- F Milieu de [AC] $\Leftrightarrow x_F = \frac{3-1}{2} = 1$ et $y_F = \frac{2-3}{2} = -\frac{3}{2}$ donc F (1 ; $-\frac{3}{2}$)
- G Milieu de [BC] $\Leftrightarrow x_G = \frac{1-1}{2} = 0$ et $y_G = \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2}$ donc G (0 ; $\frac{1}{2}$)
- 2. L Milieu de [CD] $\Leftrightarrow x_L = \frac{-4-5}{2} = -\frac{9}{2}$ et $y_L = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}$ donc L ($-\frac{9}{2}$; $\frac{5}{2}$)
- M Milieu de [CE] $\Leftrightarrow x_M = \frac{-4-3}{2} = -\frac{7}{2}$ et $y_M = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}$ donc M ($-\frac{7}{2}$; $\frac{5}{2}$)
- N Milieu de [ED] $\Leftrightarrow x_N = \frac{-3-5}{2} = -4$ et $y_N = \frac{2+2}{2} = 2$ donc N (-4 ; 2)

26

- 1. Soit K milieu de [EG] et L milieu de [FH]
- On a K Milieu de [EG] $\Leftrightarrow x_K = \frac{2+12}{2} = 7$ et $y_K = \frac{3-1}{2} = 1$ donc K(7 ; 1)
- et L Milieu de [FH] $\Leftrightarrow x_L = \frac{8+6}{2} = 7$ et $y_L = \frac{5-3}{2} = 1$ donc L (7 ; 1)
- On constate que K = L donc les segments [EG] et [FH] ont le même milieu.
- 2. Le quadrilatère EFGH est un parallélogramme car ses diagonales ont le même milieu

27

On a : $\vec{OA} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $OA = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} \Rightarrow OA = \sqrt{5}$.

$$\vec{OB} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \text{ donc } OB = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} \Rightarrow OB = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} + 1 \\ -\frac{1}{2} - 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{AB} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{5}{2} \end{pmatrix} \text{ donc } AB = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

28

- 1. $\vec{AB} \begin{pmatrix} -4-2 \\ -1-3 \end{pmatrix}$; $\vec{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\vec{CD} \begin{pmatrix} -5-2 \\ 1-4 \end{pmatrix}$; $\vec{CD} \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\vec{AC} \begin{pmatrix} 2-2 \\ 4-3 \end{pmatrix}$; $\vec{AC} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{BD} \begin{pmatrix} -5+4 \\ 1+1 \end{pmatrix}$; $\vec{BD} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$



$$2. \quad AB = \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \quad .$$

$$CD = \sqrt{(-7)^2 + (-3)^2} = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58} = \sqrt{58} \quad .$$

$$AC = \sqrt{0^2 + 1^2} = \sqrt{1} = 1 \quad .$$

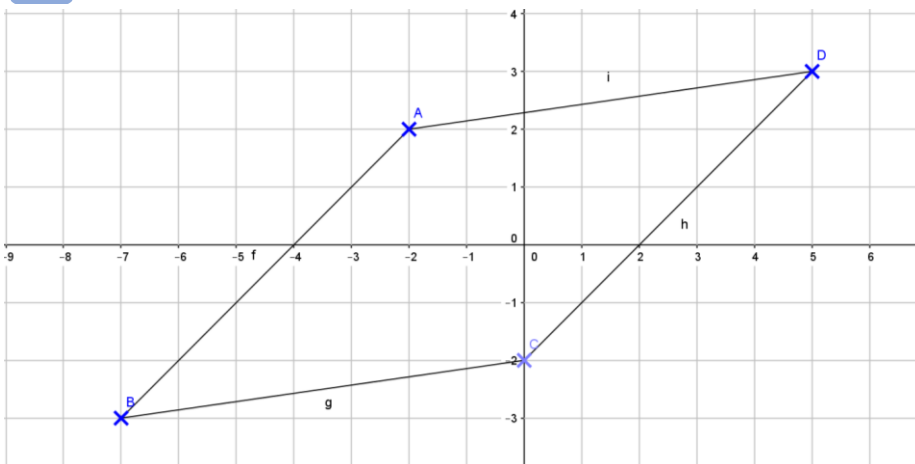
$$BD = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5} \quad .$$

29

1. $\vec{AB} \begin{pmatrix} 7-4 \\ -1-2 \end{pmatrix}; \vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{AC} \begin{pmatrix} 12-4 \\ 4-2 \end{pmatrix}; \vec{AC} \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{BC} \begin{pmatrix} 12-7 \\ 4+1 \end{pmatrix}; \vec{BC} \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$
2. $AB = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$
 $AC = \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$
 $BC = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
3. On a $18 + 50 = 68$ c'est-à-dire $AB^2 + BC^2 = AC^2$, d'après la réciproque de la propriété de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B.

Exercices d'approfondissement

30



2. Justifions que ABCD est un parallélogramme
 Soit K milieu de [AC] et L milieu de [BD]

On a K Milieu de [AC] $\Leftrightarrow x_K = \frac{-2+0}{2} = -1$ et $y_K = \frac{2-2}{2} = 0$ donc K (-1 ; 0)

et L Milieu de [BD] $\Leftrightarrow x_L = \frac{-7+5}{2} = -1$ et $y_L = \frac{-3+3}{2} = 0$ donc L (-1 ; 0)

On constate que K = L donc les segments [AC] et [BD] ont le même milieu.

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu

3. Justifions que le triangle CBD est isocèle en C

On a $\overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} -7-0 \\ -3+2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} -7 \\ -1 \end{pmatrix}$; $CB = \sqrt{(-7)^2 + (-1)^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 5-0 \\ 3+2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$; $CD = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

On constate que CB = CD donc le triangle CBD est isocèle en C

4. Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme qui deux côtés consécutifs de même longueur donc c'est un losange.

31

1. Démontrons que le triangle RST est rectangle

$\overrightarrow{SR} \begin{pmatrix} -6+1 \\ 3-5 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{SR} \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$; et $\overrightarrow{ST} \begin{pmatrix} 3+1 \\ -5-5 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{ST} \begin{pmatrix} 4 \\ -10 \end{pmatrix}$;

on a : $-5 \times 4 - 2 \times (-10) = -20 + 20 = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{SR} et \overrightarrow{ST} sont orthogonaux donc le triangle RST est rectangle en S.

2. Le milieu P de l'hypoténuse [RT] est le centre du cercle circonscrit au triangle RST

On a P Milieu de [RT] $\Leftrightarrow x_P = \frac{-6+3}{2} = -\frac{3}{2}$ et $y_P = \frac{3-5}{2} = -1$ donc P ($-\frac{3}{2}$; -1), on

constate que P = K donc K est le centre du cercle circonscrit au triangle RST

3. $S_K(S) = U$ donc K est le milieu de [SU]

K est le milieu de [SU] $\Leftrightarrow -\frac{3}{2} = \frac{-1 + x_U}{2}$ et $-1 = \frac{5 + y_U}{2}$

$\Leftrightarrow x_U - 1 = -3$ et $y_U + 5 = -2$

$\Leftrightarrow x_U = -2$ et $y_U = -7$ donc U(-2; -7)

4. Justifions que $U \in (C)$ (plusieurs méthodes possibles)

K est le milieu de [SU] $\Leftrightarrow KU = KS$ or $S \in C(K; KS)$ donc $U \in \mathcal{C}(K; KS)$

32

1. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4-2 \\ 4-6 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} 4-2 \\ 0-6 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$

on a $-6 \times 2 - 2 \times (-6) = -12 + 12 = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AE} sont orthogonaux

2. $AB = \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$AE = \sqrt{2^2 + (-6)^2} = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$, il vient que $AB = AE$.

3. \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AE} sont orthogonaux et $AB = AE$ donc le triangle ABE est rectangle et isocèle en A

4. $\overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} 4+4 \\ 0-4 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BM} \begin{pmatrix} -2+4 \\ 3-4 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BM} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

on a $-1 \times 8 - 2 \times (-4) = -8 + 8 = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{BE} et \overrightarrow{BM} sont colinéaires d'où les points B , E et M sont alignés



33

1. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$

R milieu de [AB] $\Leftrightarrow x_R = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}$ et $y_R = \frac{\frac{3}{2}-2}{2} = -\frac{1}{4}$ donc R $(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4})$

2. D appartient à la médiatrice de [AB] $\Leftrightarrow \overrightarrow{RD}$ et \overrightarrow{AB} sont orthogonaux. On a $\overrightarrow{RD} \begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ -x & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$

\overrightarrow{RD} et \overrightarrow{AB} sont orthogonaux $\Leftrightarrow \frac{3}{2} \times (-1) - \frac{7}{2}(-x + \frac{1}{4}) = 0$

$\Leftrightarrow -\frac{3}{2} + \frac{7}{2}x - \frac{7}{8} = 0$

$\Leftrightarrow -12 + 28x - 7 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{19}{28}$

3. $t_{\overrightarrow{AJ}}(B) = F \Leftrightarrow \overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{BF}$. On a $\overrightarrow{AJ} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AJ} \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BF} \begin{pmatrix} x \\ y+2 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y+2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -\frac{1}{2} - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases}$ donc $F(-1; -\frac{5}{2})$

34

1. Soit P le milieu de [AB]. C appartient à la médiatrice de [AB] $\Leftrightarrow \overrightarrow{PC}$ et \overrightarrow{AB} sont orthogonaux.

On a : P le milieu de [AB] $\Leftrightarrow x_P = \frac{-2+2}{2} = 0$ et $y_P = \frac{2+0}{2} = 1$ donc $P(0; 1)$

$\overrightarrow{PC} \begin{pmatrix} 1 & -0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{PC} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$

On a : $4 \times 1 - 2 \times 2 = 4 - 4 = 0$ donc \overrightarrow{PC} et \overrightarrow{AB} sont orthogonaux. Ainsi C appartient à la médiatrice de [AB].

2. a) $C \in \text{med}[AB] \Leftrightarrow CA = CB$ et comme C est le centre de (\mathcal{C}) on a $r = CA$

$r = CA = \sqrt{(-2-1)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

a) A et A' sont diamétralement opposés signifie que C est le milieu de [AA']

C est le milieu de [AA'] $\Leftrightarrow 1 = \frac{-2+x_{A'}}{2}$ et $3 = \frac{2+y_{A'}}{2}$
 $\Leftrightarrow 2 = -2 + x_{A'}$ et $6 = 2 + y_{A'}$

$\Leftrightarrow 4 = x_{A'}$ et $4 = y_{A'}$, donc $A'(4; 4)$

B et B' sont diamétralement opposés signifie que C est le milieu de [BB']

C est le milieu de [BB'] $\Leftrightarrow 1 = \frac{2+x_{B'}}{2}$ et $3 = \frac{0+y_{B'}}{2}$
 $\Leftrightarrow 2 = 2 + x_{B'}$ et $6 = 0 + y_{B'}$

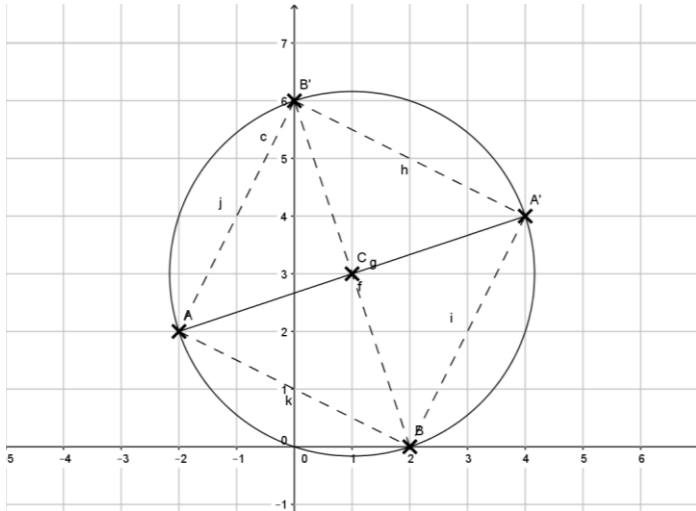
$\Leftrightarrow 0 = x_{B'}$ et $6 = y_{B'}$, donc $B'(0; 6)$

b) Démontrons que ABC est rectangle et isocèle.



$\vec{CA} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} ; \vec{CB} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{CB} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} ; \vec{CB} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ on a $-3 \times 1 - 1 \times (-3) = -3 + 3 = 0$

Donc \vec{CA} et \vec{CB} sont orthogonaux et comme $CA = CB$, le triangle ABC rectangle et isocèle en C. le quadrilatère ABA'B' est un carré les diagonales ont la même longueur et sont perpendiculaires en leur milieu.



35

1. I appartient à (BC) si et seulement si \vec{IB} et \vec{IC} sont colinéaires

On a $\vec{IB} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} ; \vec{IB} \begin{pmatrix} -3 \\ -0 \end{pmatrix}$; et $\vec{IC} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} ; \vec{IC} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$; et $-3 \times 2 + 2 \times 3 = -6 + 6 = 0$

donc les vecteurs \vec{IB} et \vec{IC} sont colinéaires d'où le point C appartient à la droite (BC)

2. Justifions que les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires

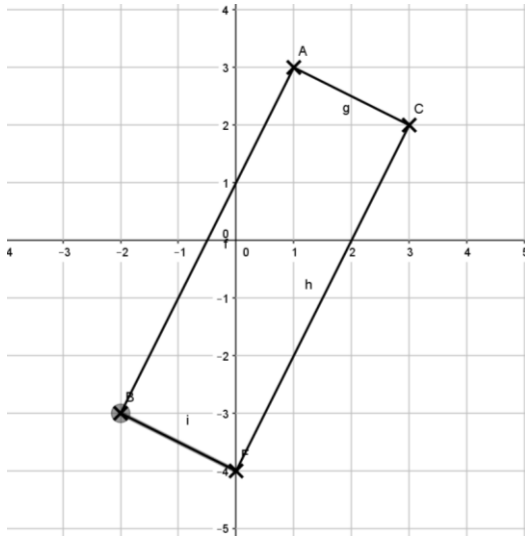
$\vec{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} ; \vec{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$; et $\vec{AC} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} ; \vec{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; et $-3 \times 2 + (-6)(-1) = -6 + 6 = 0$

donc les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires

3. a) ACFB soit un parallélogramme $\Leftrightarrow \vec{AC} = \vec{BF}$ soit F(x ; y)

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = 2 \\ y + 3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -4 \end{cases}$ donc F(0 ; -4)

b) ACFB est un parallélogramme qui possède un angle droit en A donc c'est un rectangle.



36

1. C appartient au cercle de diamètre [AB] \Leftrightarrow ABC est rectangle en C

On a $\vec{CA} \begin{pmatrix} -3-2 \\ -3-2 \end{pmatrix}$; $\vec{CA} \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\vec{CB} \begin{pmatrix} 0-2 \\ 4-2 \end{pmatrix}$; $\vec{CB} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $-5(-2) + (-5) \times 2 = 10 - 10 = 0$
 donc le triangle ABC est rectangle en C d'où le point C appartient au cercle de diamètre [AB]

2. a) Soit D(x ; y) . $\vec{CD} \begin{pmatrix} x-2 \\ y-2 \end{pmatrix}$ et $\vec{BC} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$2\vec{CD} = 5\vec{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-2) = 10 \\ 2(y-2) = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 5 \\ y-2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = -3 \end{cases} \text{ donc } D(7 ; -3)$$

b) $\vec{AB} \begin{pmatrix} 0+3 \\ 4+3 \end{pmatrix}$; $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$; $\vec{OD} \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$. On a $3 \times 7 + (-3) \times 7 = 21 - 21 = 0$ donc les vecteurs \vec{AB} et \vec{OD} sont orthogonaux.

3. $S_I(C) = Q \Leftrightarrow I$ est le milieu de [CQ]

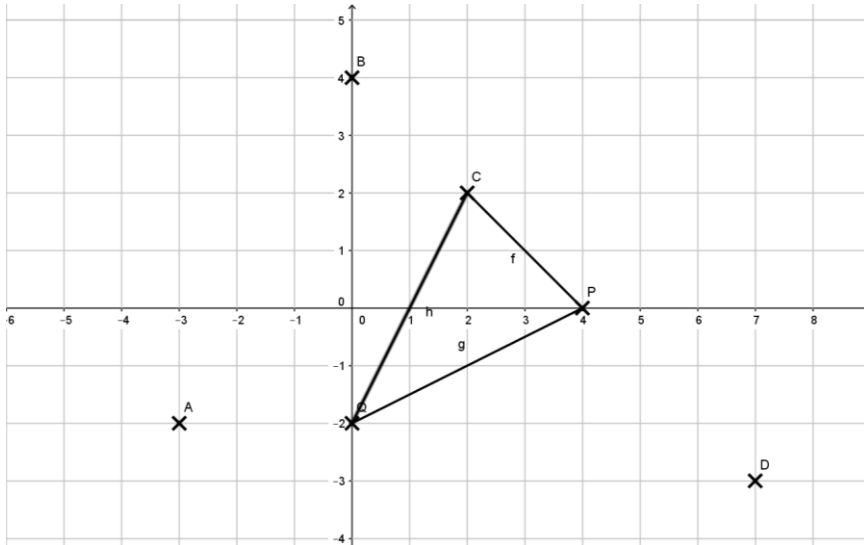
$$\Leftrightarrow 1 = \frac{2+x_Q}{2} \text{ et } 0 = \frac{2+x_Q}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2 = 2+x_Q \text{ et } 0 = 2+x_Q$$

$$\Leftrightarrow 0 = x_Q \text{ et } -2 = x_Q \text{ donc } Q(0; -2)$$

4. $\vec{QC} \begin{pmatrix} 2-0 \\ 2+2 \end{pmatrix}$; $\vec{QC} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{QP} \begin{pmatrix} 4-0 \\ 0+2 \end{pmatrix}$; $\vec{QP} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $QC = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$ et

$QP = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$. On remarque $QC = QP$ donc le triangle QCP est isocèle en Q.



37

1. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $-1 \times 3 + 1 \times 3 = -3 + 3 = 0$ donc le triangle ABC est rectangle en A
2. E milieu de [BC] $\Leftrightarrow x_E = \frac{1-3}{2} = -1$ et $y_E = \frac{2+3}{2} = 3$ donc E (-1 ; 3)
3. E milieu de [AP] $\Leftrightarrow -1 = \frac{-2+x_P}{2}$ et $3 = \frac{1+x_P}{2}$
 $\Leftrightarrow -2 = -2 + x_P$ et $6 = 1 + x_P$
 $\Leftrightarrow 0 = x_P$ et $5 = y_P$ donc P (0 ; 5)
4. a) ABC est rectangle en A donc les points A, B et C appartiennent au cercle (C) de diamètre [BC]. E étant le milieu de [BC], est le centre de (C). De plus P est le symétrique de A par rapport à E donc P appartient à (C). Ainsi les points A, B, C et P appartiennent au cercle (C) de centre E et de rayon $EA = \sqrt{(-2+1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$
- b) EJ $\sqrt{(0+1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$, EJ est un rayon de (C) donc J ∈ (C)

38

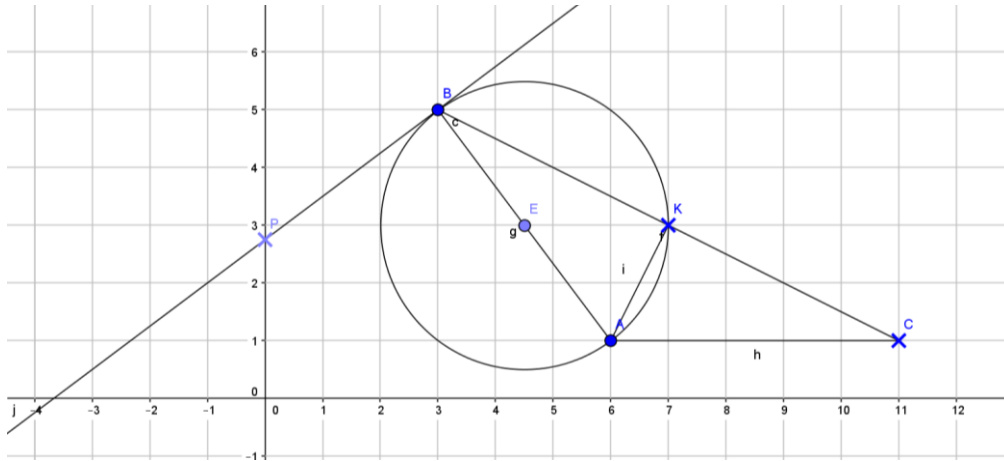
1. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CA} \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 11 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$, $AB = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = 5$
 et $AC = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5$, on a $AC = AB$ donc le triangle ABC est isocèle en A
2. K milieu de [BC] $\Leftrightarrow x_K = \frac{3+11}{2} = 7$ et $y_K = \frac{5+1}{2} = 3$ donc K (7 ; 3)
3. ABC est isocèle en A et K est le milieu de [BC] donc (AK) est une hauteur de ABC d'où (AK) est perpendiculaire à (BC) donc le triangle ABK est rectangle en K. Le point E centre du cercle circonscrit au triangle ABK est le milieu de l'hypoténuse [AB]
 E milieu de [AB] $\Leftrightarrow x_E = \frac{6+3}{2} = \frac{9}{2}$ et $y_E = \frac{5+1}{2} = 3$ donc E ($\frac{9}{2}$; 3)
4. la droite (PB) est tangente en B au cercle (C) ssi (PB) est perpendiculaire à (EB)



$\overrightarrow{PB} \begin{pmatrix} 3-0 \\ 5-\frac{11}{4} \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{PB} \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{9}{4} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EB} \begin{pmatrix} 3-\frac{9}{2} \\ 5-3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{EB} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 2 \end{pmatrix}$ on a : $-\frac{3}{2} \times 3 + 2 \times \frac{9}{4} = -\frac{9}{2} + \frac{9}{2} = 0$ donc (PB) et (EB) sont perpendiculaires, ainsi la droite (PB) est tangente en B au cercle (C).

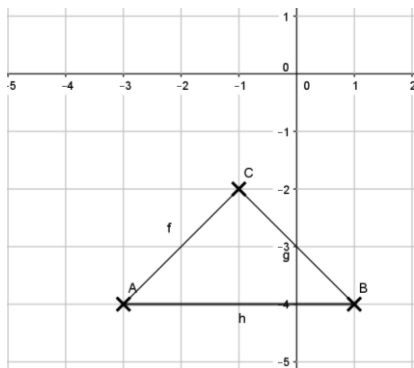
5. S est un élément de la droite (PB) ssi \overrightarrow{SP} et \overrightarrow{SB} sont colinéaires.

$\overrightarrow{SP} \begin{pmatrix} 0+\frac{7}{3} \\ \frac{11}{4}-1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{SP} \begin{pmatrix} \frac{7}{3} \\ \frac{7}{4} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{SB} \begin{pmatrix} 3+\frac{7}{3} \\ 5-1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{SB} \begin{pmatrix} \frac{16}{3} \\ 4 \end{pmatrix}$ on a : $\frac{7}{3} \times 2 - \frac{16}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{14}{3} - \frac{14}{3} = 0$ donc \overrightarrow{SP} et \overrightarrow{SB} sont colinéaires, ainsi le point S est un élément de la droite (PB)



39

1.



2. $AB = \sqrt{(1+3)^2 + (-4+4)^2} = \sqrt{16} = 4$;
 $AC = \sqrt{(-1+3)^2 + (-2+4)^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$
 $BC = \sqrt{(-1-1)^2 + (-2+4)^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$
 On a $4 + 4 = 8$ c'est-à-dire $CB^2 + CA^2 = AB^2$, d'après la réciproque de la propriété de Pythagore le triangle ABC est rectangle en C, de plus $CA = CB$ donc ABC est aussi isocèle en C.
 Finalement, le triangle ABC est rectangle et isocèle en C (on peut utiliser les vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC} orthogonaux et de même longueur)

40



$$1. AB = \sqrt{(-3 - 3\sqrt{3})^2 + (-3 + 3\sqrt{3})^2} = \sqrt{9 + 27 + 9 + 27} = \sqrt{18 + 54} = 6\sqrt{2};$$

$$AC = \sqrt{(3 - 3\sqrt{3})^2 + (3 + 3\sqrt{3})^2} = 6\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(3 + 3)^2 + (2 + 4)^2} = \sqrt{36 + 36} = 6\sqrt{2}$$

On a $AB = AC = BC$ donc le triangle ABC est équilatéral.

$$2.a) E \text{ milieu de } [BC] \Leftrightarrow x_E = \frac{-3+3}{2} = 0 \text{ et } y_E = \frac{-4+2}{2} = -1 \text{ donc } E(0; -1)$$

b) ABCD est un losange implique que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Soit $D(x; y)$

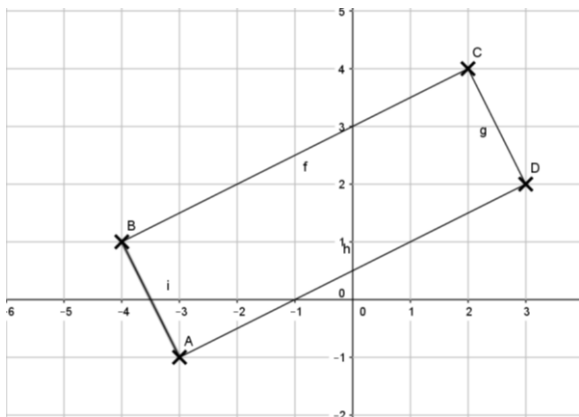
$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 - 3\sqrt{3} \\ -3 + 3\sqrt{3} \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 3 - x \\ 2 - y \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x = -3 - 3\sqrt{3} \\ 2 - y = -3 + 3\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + 3 + 3\sqrt{3} \\ y = 2 + 3 - 3\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 + 3\sqrt{3} \\ y = 5 - 3\sqrt{3} \end{cases}$$

Donc $D(6 + 3\sqrt{3}; 5 - 3\sqrt{3})$

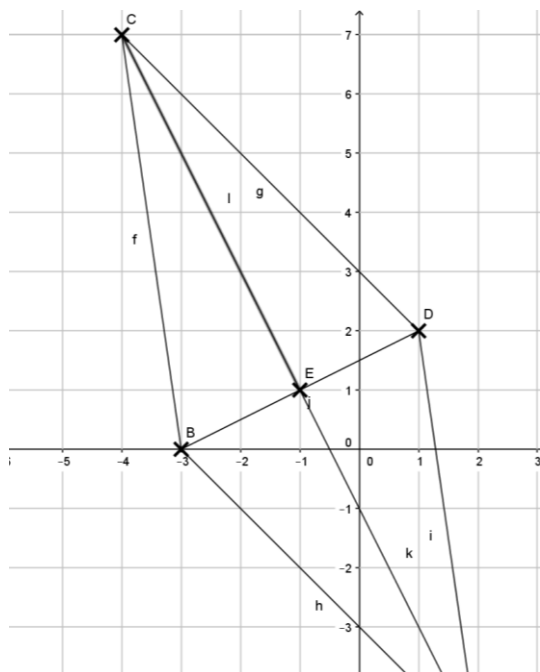
41

1.



2. on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme, de plus $AC = BD$ donc ABCD est rectangle car un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur est un losange

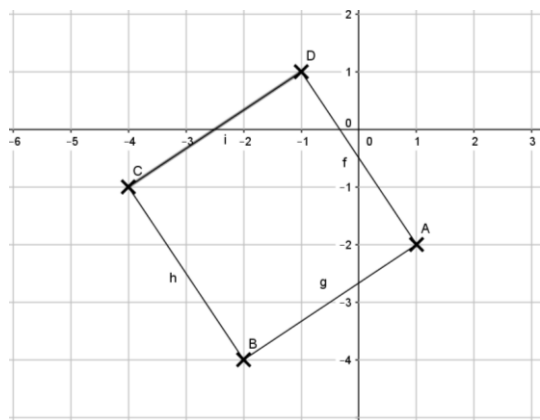
42



2. Plusieurs méthodes

- On démontre que les diagonales [BD] et [AC] sont perpendiculaires en leur milieu
- On peut aussi démontrer que $AB = BC = CD = DA$
- ABCD est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur

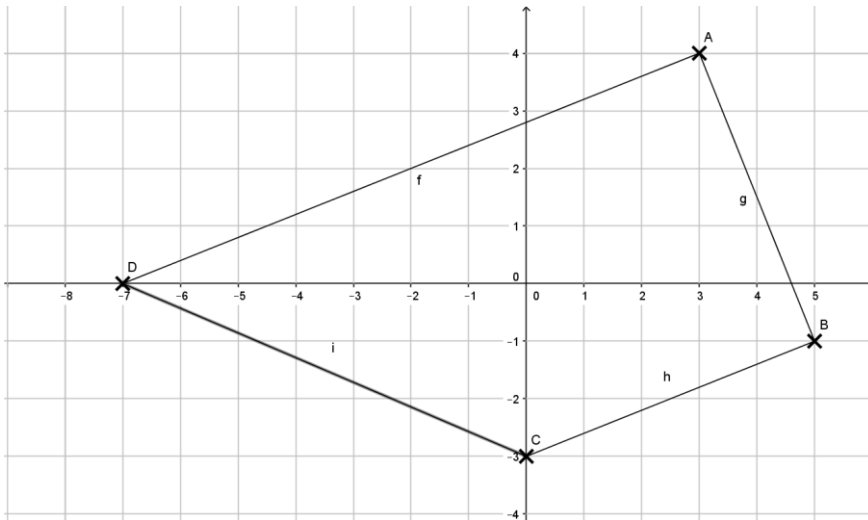
43



44

2. Plusieurs méthodes

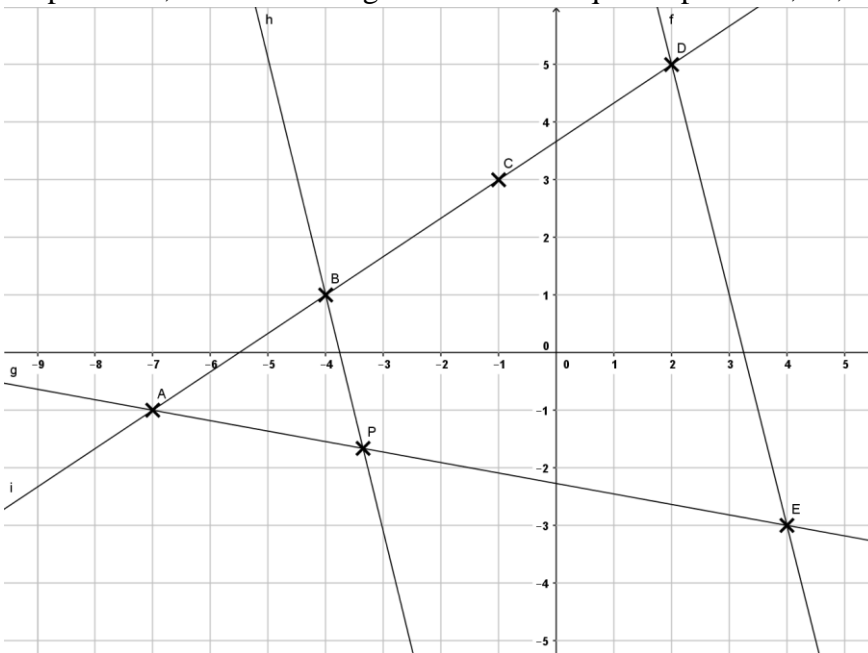
- On démontre que ABCD est un rectangle qui a ses diagonales perpendiculaires
- On démontre que ABCD est un losange qui a ses diagonales de même longueur
- On démontre que ABCD possède quatre côtés de même longueur et a un angle droit



2. On démontre que (BC) et (AD) sont parallèles, puis les droites (CD) et (AB) sont sécantes (ne sont pas parallèles)

45

2.b) C est le symétrique de A par rapport à B donc A, B et C sont alignés. C est le milieu de [BD] donc les points C, B et D sont alignés. On obtient que les points A, B, C et D sont tous alignés.



2. On considère le triangle ADE. On a $B \in (AD)$, $P \in (AE)$ tel que $(PB) \parallel (DE)$.

• D'après le propriété de Thalès on a $\frac{AB}{AD} = \frac{AP}{AE}$ donc $AP = \frac{AB \times AE}{AD}$; $AB = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$;

$$AE = \sqrt{11^2 + (-2)^2} = 5\sqrt{5} \quad ; \quad AD = \sqrt{9^2 + 6^2} = 3\sqrt{13} \text{ soit } AP = \frac{\sqrt{13} \times 5\sqrt{5}}{3\sqrt{13}} = \frac{5\sqrt{5}}{3}$$

• D'après la conséquence de Thalès on a : $\frac{AB}{AD} = \frac{PB}{DE}$ donc $PB = \frac{AB \times DE}{AD}$

$$\text{On a } DE = \sqrt{1^2 + 8^2} = \sqrt{65} = \text{d'où } PB = \frac{\sqrt{13} \times \sqrt{65}}{3\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{65}}{3}$$

46

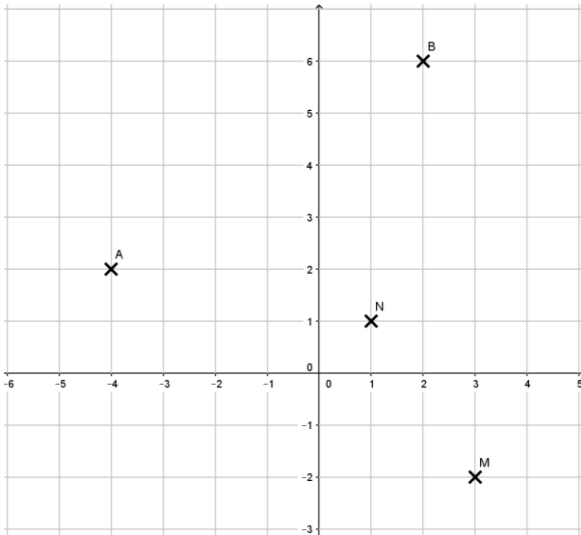
1. $AB = \sqrt{(-3 + 6)^2 + (1 - 0)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$;

$BC = \sqrt{(6 + 3)^2 + (4 - 1)^2} = \sqrt{81 + 9} = 3\sqrt{10}$

$$AC = \sqrt{(6+6)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{144+16} = 4\sqrt{10}$$

On a $AB + BC = AC$ donc $B \in [AC]$ d'où les points A, B et C sont alignés.

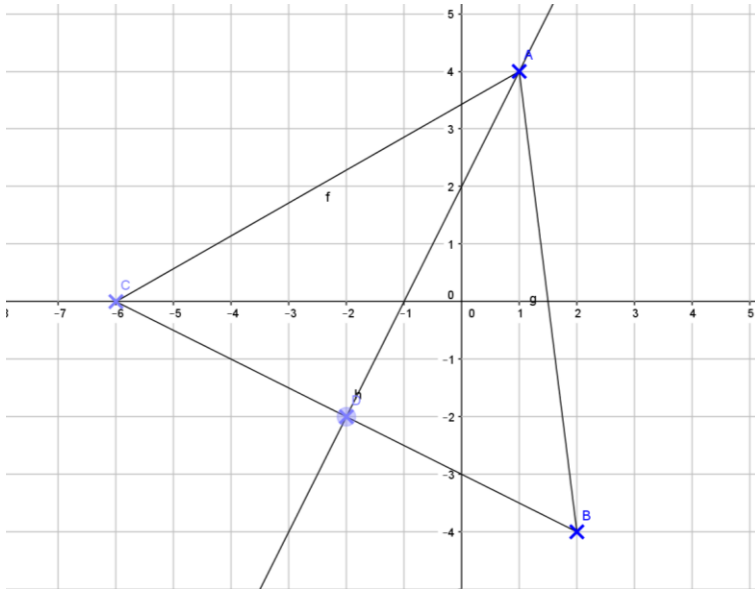
48



1. $A(-4; 2)$; $B(2; 6)$, $M(3; -2)$, $N(1; 1)$
2. $NB = \sqrt{(2-1)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26}$;
 $MB = \sqrt{(2-3)^2 + (6+2)^2} = \sqrt{1+64} = \sqrt{65}$
3. a. on a $NA = NB$ et $MA = MB$ donc les points N et M appartiennent à la médiatrice de $[AB]$ d'où la droite (MN) est la médiatrice du segment $[AB]$
- a. B est le symétrique de A par rapport à (MN) car (MN) est la médiatrice du segment $[AB]$

49

1.



$$2. AB = \sqrt{(2 - 1)^2 + (-4 - 4)^2} = \sqrt{1 + 64} = \sqrt{65}$$

$$AC = \sqrt{(-6 - 1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65}$$

$$BC = \sqrt{(-6 - 2)^2 + (0 + 4)^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

On remarque que $AB = AC$ donc le triangle ABC est isocèle en A.

$$3. H \text{ milieu de } [BC] \Leftrightarrow x_H = \frac{2-6}{2} = -2 \text{ et } y_H = \frac{-4+0}{2} = -2 \text{ donc } H(-2; -2)$$

$$\text{D'où } AH = \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{9 + 36} = 3\sqrt{5}$$

$$\text{Aire}(ABC) = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{3\sqrt{5} \times 4\sqrt{5}}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

50

$$1. \text{ Soit } H \text{ milieu de } [AC] \Leftrightarrow x_H = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2} \text{ et } y_H = \frac{3-3}{2} = 0 \text{ donc } H\left(\frac{1}{2}; 0\right)$$

$$\text{Et } K \text{ milieu de } [BD] \Leftrightarrow x_K = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2} \text{ et } y_K = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{3}}{2} = 0 \text{ donc } K\left(\frac{1}{2}; 0\right)$$

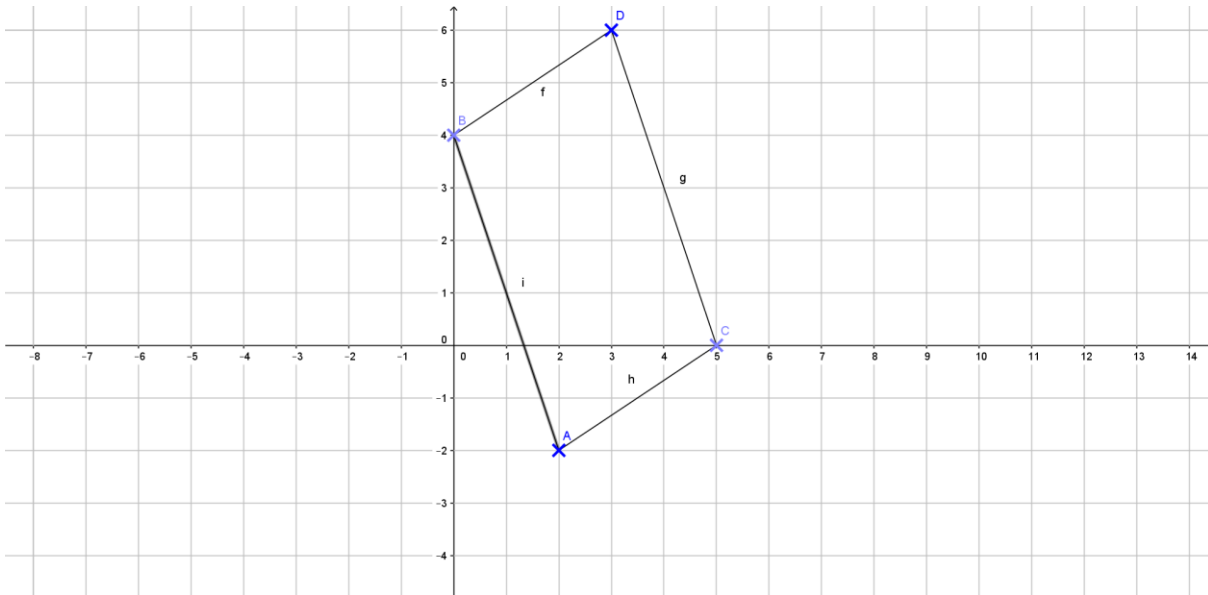
On remarque que les segments [AC] et [BD] ont le même milieu.

$$2. AC = \sqrt{(2 + 1)^2 + (-3 - 3)^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{37}$$

$$BD = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (-\sqrt{3} - \sqrt{3})^2} = \sqrt{25 + 12} = \sqrt{37} \text{ d'où } AC = BD$$

On a aussi $\vec{AC} \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$; $\vec{BD} \begin{pmatrix} -5 \\ -2\sqrt{3} \end{pmatrix}$ et $-5 \times 3 - 6(-2\sqrt{3}) \neq 0$ donc le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et ont la même longueur donc c'est un rectangle.

51



- 1.
2. $\vec{OA} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{OB} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$
3. $\vec{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$
4. ACDB est un parallélogramme car $\vec{AC} = \vec{BD}$

Situations d' évaluation

52

$$\begin{aligned}
 1. \quad & 500 \vec{GA} + 950 \vec{GB} + 350 \vec{GC} = \vec{0} \\
 & \Leftrightarrow 500 \vec{GO} + 500 \vec{OA} + 950 \vec{GO} + 950 \vec{OB} + 350 \vec{GO} + 350 \vec{OC} = \vec{0} \\
 \Leftrightarrow & 1800 \vec{GO} + 500 \vec{OA} + 950 \vec{OB} + 350 \vec{OC} = \vec{0} \\
 & \Leftrightarrow 1800 \vec{OG} = 500 \vec{OA} + 950 \vec{OB} + 350 \vec{OC} \\
 & \Leftrightarrow \vec{OG} = \frac{500}{1800} \vec{OA} + \frac{950}{1800} \vec{OB} + \frac{350}{1800} \vec{OC} \\
 \Leftrightarrow & x_G = \frac{500}{1800} x_A + \frac{950}{1800} x_B + \frac{350}{1800} x_C \quad \text{et} \quad y_G = \frac{500}{1800} y_A + \frac{950}{1800} y_B + \frac{350}{1800} y_C \\
 & \Leftrightarrow x_G = \frac{500}{1800} (-500) + \frac{950}{1800} (100) + \frac{350}{1800} (2500) = 400 \\
 y_G = & \frac{500}{1800} (300) + \frac{950}{1800} (600) + \frac{350}{1800} (0) = 400 \text{ donc l'emplacement du château est au point} \\
 & G(400 ; 400)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & AG = \sqrt{(400 + 500)^2 + (400 - 300)^2} = 100\sqrt{82} \\
 & BG = \sqrt{(400 - 100)^2 + (400 - 600)^2} = 100\sqrt{13} \\
 & CG = \sqrt{(400 - 2500)^2 + (400 - 0)^2} = 100\sqrt{457}
 \end{aligned}$$





Équation de droite

Situation d'Apprentissage

Faire lire la situation d'apprentissage à haute voix une ou deux fois par un ou deux bon(s) lecteur(s).

Expliquer les mots difficiles à la demande des apprenants.

Ici par exemple : Pertinent signifie juste, approprié, bien-fondé

Poser oralement les questions/consignes suivantes :

Questions/consignes	Réponses attendues
De quoi parle le texte	S'agit de la vente de mil et d'arachide par Massiata
Quels sont les acteurs de cet évènement ?	Massiata et sa petite sœur
Où se passe la situation	Elle veut acheter du mil et des arachides pour les revendre
Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans ce texte?	Elle dispose de 50 000 F CFA qu'elle veut dépenser entièrement pour ces achats
Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ?	Elle ne sait pas la quantité de mil et d'arachide à déterminer
Que décident de faire les acteurs ?	Sa sœur et ses camarades veulent l'aider

Dans cette situation on a : $300x + 200y = 50\,000$ Où x est la quantité d'arachide et y la quantité de mil. Cette équation est appelé aussi équation de droite. Nous allons étudier les équations de droites selon le plan suivant ;

- 1) Equations de droite
- 2) Coefficient directeur d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées
- 3) Positions relatives de deux droites

Installation des habiletés

Activités

1

Equation de droite

1. Définition

Activité

1. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

2. a) $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-6 \end{pmatrix}$

b) Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AM} sont colinéaires donc : $-2(x-1) - 3(y-6) = 0$
On trouve $2x + 3y - 20 = 0$

c)

3. a) Vérifions que les coordonnées du point C(7 ; 2) vérifie l'équation

$$2(7) + 3(2) - 20 = 14 + 6 - 20 = 0$$

Les coordonnées de C vérifient l'équation. On dit que C appartient à la droite (AB).

b) **Vérifions avec les coordonnées de D(10 ; 1) ne vérifient pas l'équation.**

Corriger ici c'est D et non C.

$$2(10) + 3(1) - 20 = 20 + 3 - 20 = 3 \text{ et } 3 \text{ différent de zéro.}$$

On dit que le point D n'appartient pas à la droite (AB).

Exercices de fixation

Exercice 1

a) Vrai

b) Faux

c) Vrai

Exercice 2

1.C

2.C

Exercice 3

$$-2x - y + 3 = 0$$

• $-2 \times 1 - 1 + 3 = 0$ donc $M \in (D)$.

• $-2(4) - (-3) + 3 = -2$ donc $M \notin (D)$.

2. Équation d'une droite passant par deux points

Activité

$$1. \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

2. $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ sont colinéaires car M appartient à la droite (AB) d'après l'énoncé.

$$3. -2(x-1) - (y-2) = 0 \\ -2x - y + 4 = 0$$

4. Voir synthèse de l'activité.

Exercices de fixation

Exercice 1

A(1; -2) et B(0; -1)

Soit $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (AB)$ on a :

$$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y+2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ sont colinéaires équivaut à} \\ (x-1) + (y+2) = 0$$

Soit $x + y + 1 = 0$ est une équation de la droite (AB).

Exercice 2

E(1; -1) ; F(-1; 1)

$$\overrightarrow{EM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y+1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ sont colinéaires équivaut à}$$

$$(x-1) + (y+1) = 0$$

Soit $x + y = 0$ est une équation de la droite (EF).

3. Equation d'une droite passant par un point et parallèle à une droite donnée

Activité

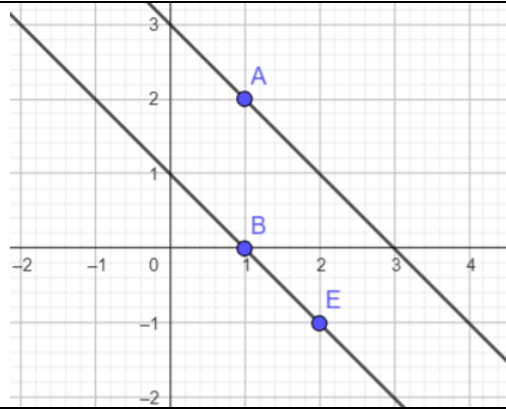
$$1) \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

2) \overrightarrow{AM} et \overrightarrow{BE} sont colinéaires car $(AM) \parallel (BE)$.

$$3) -(x-1) - (y-2) = 0 \text{ équivaut à } -x - y + 3 = 0$$

4) L'équation $x + y - 3 = 0$ représente l'équation de la droite passant par A et parallèle à (BE).

- La droite (BE) a pour équation $x + y - 1 = 0$
- La droite passant par A et parallèle à (BE) a pour équation $x + y - 3 = 0$.



Exercices de fixation

Exercice

$\overrightarrow{AB}(4; 6)$ et $\overrightarrow{CM}(x - 6; y - 4)$ sont colinéaires

$$6(x - 6) - 4(y - 4) = 0$$

On trouve $3x - 2y - 10 = 0$.

4. Equation d'une droite passant par un point et de vecteur directeur donné

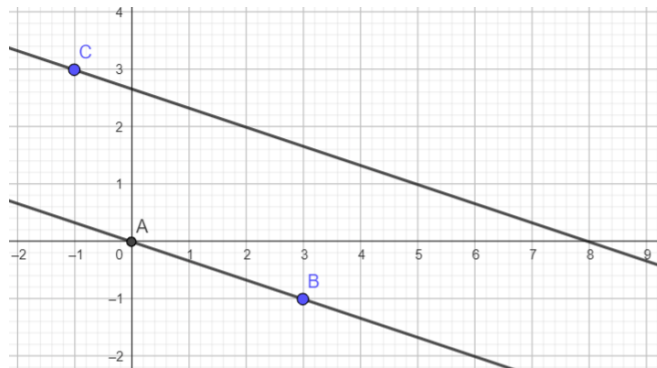
Activité

1) $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x + 1 \\ y - 3 \end{pmatrix}$

2) \overrightarrow{AM} et \vec{u} sont colinéaires car \vec{u} est un vecteur directeur de (AM)

3) $-1(x + 1) - 3(y - 3) = 0$ équivaut à $-x - 3y + 8 = 0$

L'équation $x + 3y - 8 = 0$ représente l'équation de la droite passant par A et de vecteur directeur \vec{u} .

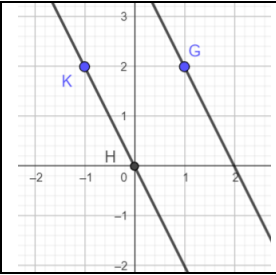


4) Voir synthèse de l'activité.

Exercices de fixation

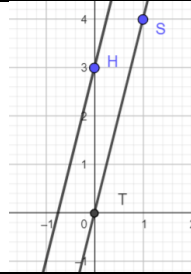
Exercice 1

L'équation de la droite passant par G et parallèle à \overrightarrow{HK} est :
 $2x + y = 4$



Exercice 2

L'équation de la droite passant par H et parallèle à \overrightarrow{TS} est :
 $4x - y = -3$



5. Equation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée dans un repère orthonormé.

Activité

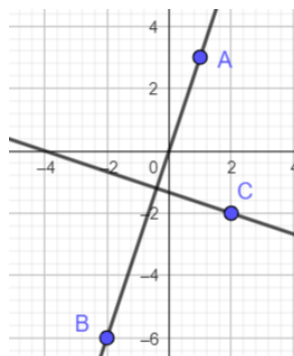
1) $\overrightarrow{CM} \begin{pmatrix} x - 2 \\ y + 2 \end{pmatrix}$

2) \overrightarrow{CM} et \overrightarrow{AB} sont orthogonaux car M appartient à la droite passant par C et perpendiculaire à (AB).

3) $\overrightarrow{CM} \begin{pmatrix} x - 2 \\ y + 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ -9 \end{pmatrix}$ sont orthogonaux équivaut à

$$-3(x - 2) - 9(y + 2) = 0 \text{ soit } x + 3y + 4 = 0$$

L'équation $x + 3y + 4 = 0$ représente l'équation de la droite passant par C et perpendiculaire à (AB).



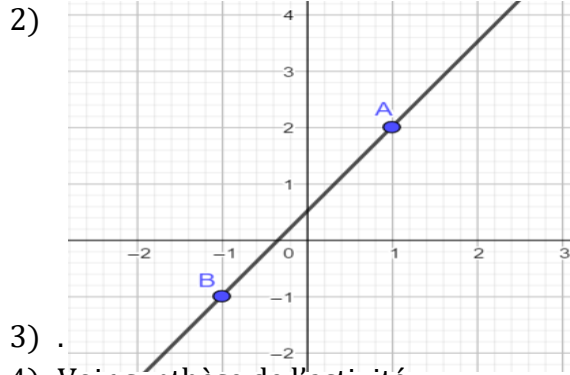
4) Voir synthèse de l'activité.

Exercices de fixation

4. Construction d'une droite dont on connaît son équation.

Activité

- 1) $-3 \times 1 + 2 \times 2 - 1 = -4 + 4 = 0$ donc $A \in (D)$
 et $-3 \times -1 + 2 \times -1 - 1 = 3 - 3 = 0$



- 4) Voir synthèse de l'activité

Activités

2

Equation de droite et coefficient directeur d'une droite

1. Equation d'une droite parallèle à l'axe des ordonnées

Activité

- 1) $A(a; y_A)$ et $B(a; y_B)$
 2) $\overrightarrow{AB}(0; y_B - y_A)$
 3) On trouve : $x = a$

Exercice de fixation

De gauche à droite

1er cas : $x = 2$; 2e cas : $x = -3$ et 3e cas : $x = 4$

2. Equation réduite d'une droite

Activité

- 1) $ax + by + C = 0$; $by = -ax - c$ et $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$
 2) $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-\frac{a}{b}x_B - \frac{c}{b} - (-\frac{a}{b}x_A - \frac{c}{b})}{x_B - x_A} = \frac{-\frac{a}{b}x_B - \frac{c}{b} + \frac{a}{b}x_A + \frac{c}{b}}{x_B - x_A} = \frac{-\frac{a}{b}(x_B - x_A)}{x_B - x_A}$; $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\frac{a}{b}$

Exercices de fixation

Exercice 1

• $2x + 3y + 1 = 0$; $y = \frac{-2x-1}{3}$; $y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$; le coefficient directeur est $a = -\frac{2}{3}$ et l'ordonnée à l'origine est $-\frac{1}{3}$

• $x - 3y - 7 = 0$; $y = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}$; le coefficient directeur est $a = \frac{1}{3}$ et l'ordonnée à l'origine est $-\frac{7}{3}$

Exercice 2

$y = \frac{1}{2}x + 3$ et $x - 2y + 6 = 0$

Exercice 3

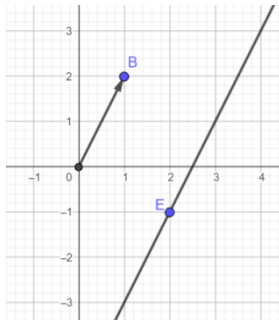
1-Faux ; 2-Faux ; 3-Faux ; 4-Vrai ; 5-Vrai

Exercice 4

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1 - 2}{3 - 1} = -\frac{3}{2}$$

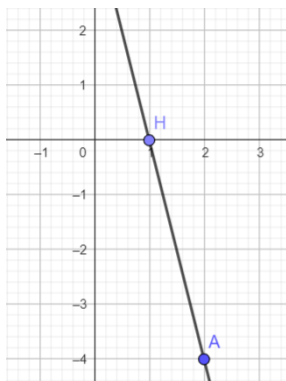
3. Construire une droite passant par un point et connaissant son coefficient directeur

Activité

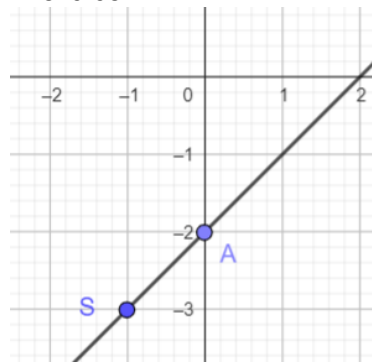


Exercices de fixation

Exercice 1



Exercice 2



Activités

3

Positions relatives de deux droites

1. Droites parallèles

Activité

- $\overrightarrow{AB}(1; a)$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $y = ax + b$
 - $\overrightarrow{CD}(1; a')$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $y = a'x + b'$
- (D) // (D') équivaut à : les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires donc $1 \times a' - 1 \times a = 0$
Enfin $a' = a$

Exercices de fixation

Exercice 1

Dans les trois cas, les droites (D) et (D') ne sont pas parallèles car ils n'ont pas le même coefficient directeur.

Exercice 2

- $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-3}{5+1} = 0$; $\frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{1-0}{4+2} = \frac{1}{6}$ les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles
- $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-3-3}{4+2} = -1$; $\frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{17-5}{7-1} = \frac{12}{6} = 2$ les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles

2. Droites perpendiculaires

Activité

- $\overrightarrow{AB}(1; a)$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $y = ax + b$
 - $\overrightarrow{CD}(1; a')$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $y = a'x + b'$
- (D) \perp (D') équivaut à : les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont orthogonaux donc $1 \times 1 + aa' = 0$
Enfin $aa' = -1$

Exercices de fixation

Exercice 1

(T) : $y = -x + 10$ et (D) : $y = x + 4$

$1 \times (-1) = -1$ donc les deux droites sont perpendiculaires

Exercice 2

$$(L) : y = \frac{2}{5}x \text{ et } (D') : y = -\frac{10}{4}x + 5$$

$$\frac{2}{5} \times \left(-\frac{10}{4}\right) = -1 \text{ donc les deux droites sont perpendiculaires.}$$

Exercices de renforcement

1

Complète le tableau suivant :

Représentation graphique	Equation cartésienne	Équation réduite $y = ax + b$	a	A	B
(D1)	$x + y - 5 = 0$	$y = -x + 5$	-1	(-2 ; 7)	(4 ; 1)
(D2)	$3x - y - 4 = 0$	$y = 3x - 4$	3	(2 ; 2)	(1 ; -1)
(D3)	$2x - y - 11 = 0$	$y = -2x + 11$	-2	(5 ; 1)	(6 ; -1)

2

1. \overrightarrow{AB} (3; 2) est un vecteur directeur de (D).

2. \overrightarrow{AB} (0; 1) est un vecteur directeur de (D).

3. \overrightarrow{AB} (1; 7) est un vecteur directeur de (D).

3

1. $8 \times 5 + 5 \times 7 = 75$ donc le couple (5 ; 7) n'est pas solution .
 $8 \times 10 + 5 \times 4 = 100$ donc le couple (10 ; 4) est solution .

2.

a) $y = -3$ et $x = -\frac{2}{5}$

$$\text{b) } \left(1; -\frac{1}{2}\right); (-2; -8); \left(3; \frac{9}{2}\right); \left(\frac{1}{5}; -2\right)$$

4

$$(D_1): a = -5 \text{ et } b = 2; (D_2): a = \frac{3}{2} \text{ et } b = \frac{1}{2}; (D_3): a \text{ n'existe pas, } b \text{ n'existe pas};$$

$$(D_4): a = 3 \text{ et } b = 0$$

5

$$1) x = 0$$

$$2) -2x + y - 9 = 0$$

6

$$1) \overrightarrow{PL} \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{LK} \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{PL} = -\frac{5}{4} \overrightarrow{LK}$$

$$2) x = -4.$$

7

$$1) (D): a = \frac{1}{4} \text{ et } (L): -x + 4y + 9 = 0$$

$$2) (D): a = 1 \text{ et } (L): x - y + 7 = 0$$

$$3) (D): a = -1 \text{ et } (L): x + y + 2 = 0$$

$$4) (D): a \text{ n'existe pas et } (L): x = 3$$

$$5) (D): a = 0 \text{ et } (L): y = -4$$

8

$$(AB): -4x + 7y = -6$$

$$(AC): 2x + 7y = -18$$

$$(BC): x = 5$$

9

$$1. aa' = \frac{1}{2} \times \frac{-6}{3} = -1 \text{ donc } (D_1) \perp (D_2)$$

$$2. aa' = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \text{ donc } (D_1) \text{ et } (D_2) \text{ ne sont pas perpendiculaires}$$

$$3. aa' = -(1 + \sqrt{2}) \times (1 - \sqrt{2}) = 1 \text{ donc } (D_1) \text{ et } (D_2) \text{ ne sont pas perpendiculaires}$$

10

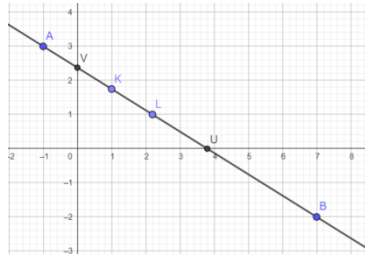
$$1. (AB): y = -2x + 4$$

$$2. \text{ La droite passant par C et parallèle à } (AB): y = -2x - 7$$

3. La droite passant par C et perpendiculaire à (AB) : $y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$

11

1.



2. $y = \frac{-5}{8}x + \frac{19}{8}$

3. Si $x = 1$; $y = \frac{7}{4}$

4. si $y = 1$; $x = \frac{11}{5}$

5. $U(0 ; \frac{19}{8})$ et $V(\frac{19}{5} ; 0)$

12

(D1)//(D3) ; (D1)//(D4) ; (D3)//(D4)

(D2)//(D6)

13

• (D1) : $y = -2x$

• (D2) : $y = -2$

• (D3) : $y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$

• (D4) : $y = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}$

14

1. Ces points appartiennent à la droite d'équation $y = x$

2. Tous ces points appartiennent à la droite d'équation $y = -x + 8$

15

(D1)⊥(D4) ; (D2)⊥(D5)

16

• (D1) : $-x + 2y = 5$

- (D₂) : $x - \frac{1}{2}y = 0$
- (D₃) : $-3x + 7y = 15$

17

- 1) $a = -2$
- 2) $a = 1$
- 3) $a = 3$

Exercices d'approfondissement

18

- 1) $p = 1$ et (D): $y = 0$
- 2) $p = 0$ et (D): $x = 1$
- 3) $p = -1$ et (D): $y = -2x$

19

- 1) $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$; (D) a pour équation, $y = -2x + 1$;
(D') a pour équation $2x + y + \sqrt{2} = 0$
- 2) $k = \frac{1}{8}$; (D) a pour équation, $y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$;
(D') a pour équation $y = -\frac{1}{4}x + 2$
- 3) $k = 4$; (D) a pour équation, $y = -2x + 5$;
(D') a pour équation $2x + y = 0$.

20

- 1) $n = \frac{-1}{3}$; (D) a pour équation, $y = 3x + 2$;
(D') a pour équation $y = -\frac{1}{3}x - 3$
- 2) $n = \frac{1}{2}$; (D) a pour équation, $y = -\frac{1}{2}x + 2$;
(D') a pour équation $y = 2x - 10$
-
- 3) $n = 10$; (D) a pour équation, $y = -\frac{1}{2}x + 3$;
(D') a pour équation $y = 2x + 4$

21

(D) : $-2x - y - 3 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 3$ et (D') : $y = \frac{3}{2}x - 2$

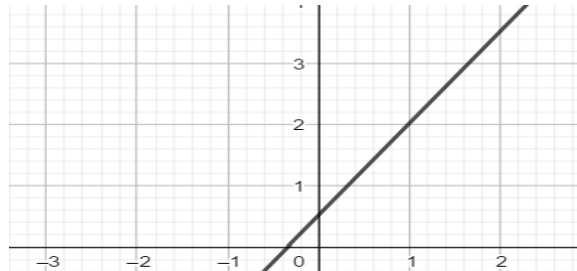
$2 \neq \frac{3}{2}$ donc les droites (D) et (D') ne sont pas parallèles .Elles sont donc sécantes .

Leur point d'intersection a pour coordonnées $(-\frac{2}{7}; -\frac{17}{7})$

22

Le couple de coordonnées de l'orthocentre H du triangle EBD est $(-\frac{23}{7}; 2)$.

23



1) .

2) Une équation de la droite (D'), image de (D) par la symétrie de centre A (0 ; -2) est $-3x + 2y + 9 = 0$.

1) (ME) : $y = \frac{1}{3}x + 3$ et (ER) : $y = \frac{1}{2}x + 2$ les deux droites ne sont pas parallèles avec un point en commun donc les points M ,E et R ne sont pas alignés.

2) une équation de la hauteur du triangle MER qui passe par M est :

$$2x + y + 4 = 0$$

3) le couple de coordonnées du milieu A de [ER] est (4 ;4).

4) Une équation de la médiatrice (D) de [ER] est $2x + y - 12 = 0$

25

1. A(-2; 3) et (D₁) : $y = -x + 1$; $-x + 1 = -(-2) + 1 = 3$; A ∈ (D₁)

2. B(√2; √6) et (D₂) : $y = \sqrt{3}x + \sqrt{6}$; $\sqrt{3}x + \sqrt{6} = \sqrt{3} \times \sqrt{2} + \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$; B ∉ (D₂)

3. C(2; 1) et (D₃) : $y = 2$; C ∉ (D₃)

26

1. (D1) et (D2) ne sont pas parallèles

2. (D1) et (D2) ne sont pas parallèles

3. (D1) et (D2) sont parallèles

4. (D1) et (D2) ne sont pas parallèles

27

(D1) : $y = -x + 1$

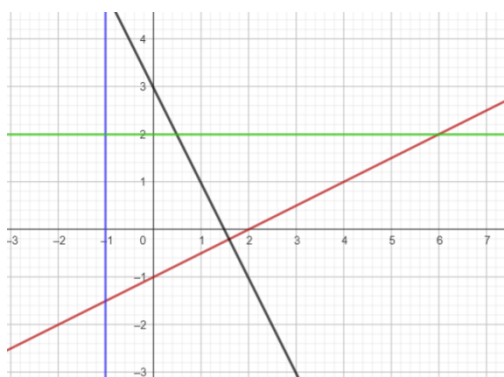
(D1) : $y = 2x + 3$

(D3) : $x = 2$

(D4) : $y = 3$

(D5) : $\frac{1}{3}x - 1$

28



29

$3x + y - 5 = 0$

1. $A(1 ; 2) \in (D)$ car $3(1) + (2) - 5 = 0$

$B(-1 ; 8) \in (D)$ car $3(-1) + (8) - 5 = 0$

$C(-2 ; 10) \in (D)$ car $3(-2) + (10) - 5 = -1$

$E(0 ; 6) \in (D)$ car $3(0) + (6) - 5 = 1$

2. $F(5 ; -10)$

3. $G(-\frac{1}{3} ; 6)$

30

1. $y = 2x - 7$

• $A(-1 ; 9) \notin (D)$

• $B(2 ; -3) \in (D)$

- $C(3 ; 0) \notin (D)$

- $E(3 ; 1) \notin (D)$

2. $F(-2; -11)$

3. $G(7 ; 7)$

31

1. $(AB) : y = \frac{1}{2}x - 1$

2. $(AB) : y = -4x - 7$

2. $(AB) : y = \frac{7}{5}x - \frac{1}{30}$

4. $(AB) : y = 5$

32

1. $y = -x + 5$

2. $y = -5x - 3$

3. $y = 3x - 1$

33

1. $(AB) : y = -2x + 11$

$(AC) : y = \frac{1}{5}x - \frac{11}{5}$

$(CB) : y = \frac{5}{3}x + \frac{11}{3}$

2. $G(\frac{4}{3}; 1)$

34

1. Les points A, B et C sont alignés car les vecteurs $\overrightarrow{AB}(3; 2)$ et $\overrightarrow{BC}(6; 4)$ sont colinéaires

$$2. y = -\frac{4}{3}x + \frac{16}{3}$$

$$3. AD = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (2 + 2)^2} = 5$$

$$4. BE = 2\sqrt{2} \text{ avec } E(2; \frac{8}{3}).$$

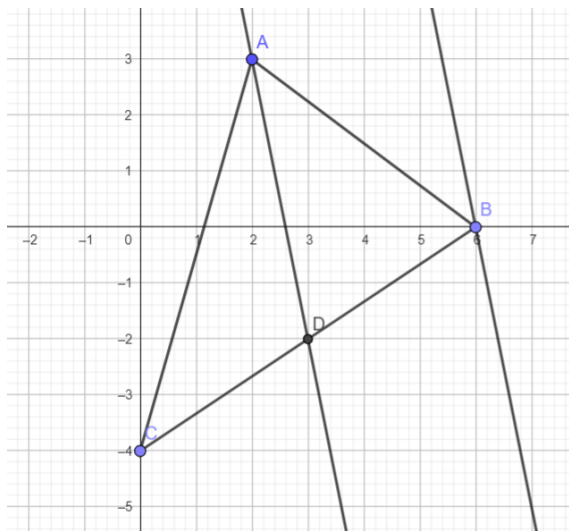
35

1. $\overrightarrow{AB}(4; -3)$ et $\overrightarrow{BC}(-6; -4)$ ne sont pas colinéaires

2. $I(3; -2)$

3. (D) : $y = -5x + 30$

4.



36

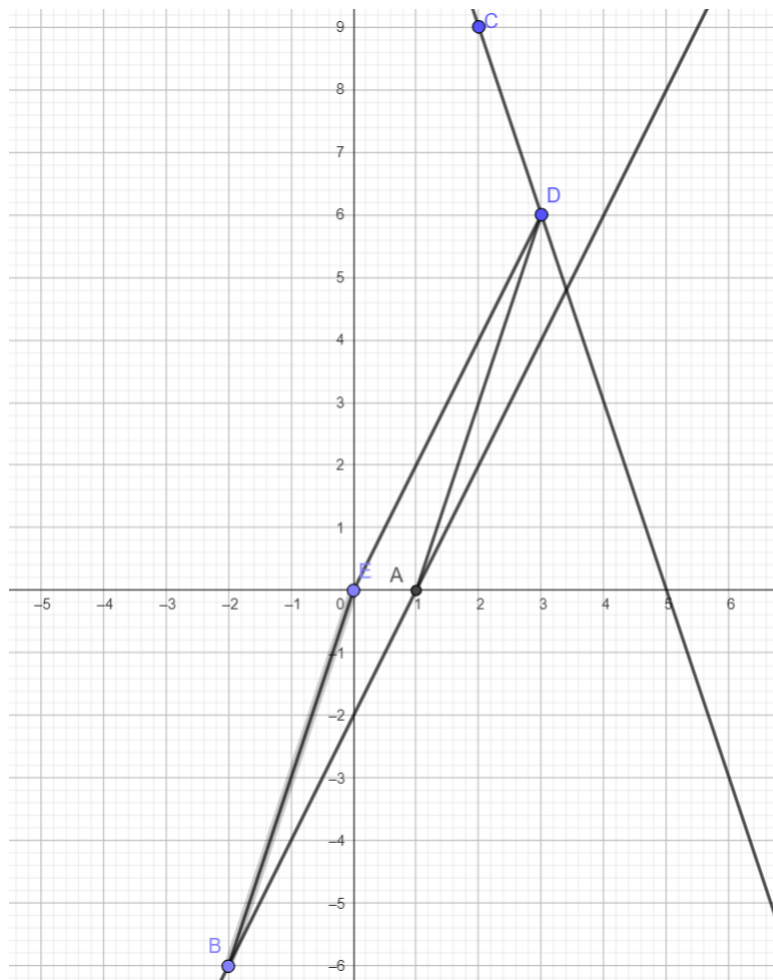
L'équation réduite de (CR) est $y = -3x + 3$, le coefficient directeur est $a = -3$

L'équation réduite de (CA) est $y = \frac{1}{3}x + 3$, le coefficient directeur est $a' = \frac{1}{3}$

$aa' = -1$ donc les droites (CR) et (CA) sont perpendiculaires

37

1. Voir figure



2. A(1; 0) et B(-2; -6)

3. a) Voir figure

b) $y = -3x + 15$

4. D(3 ; 6)

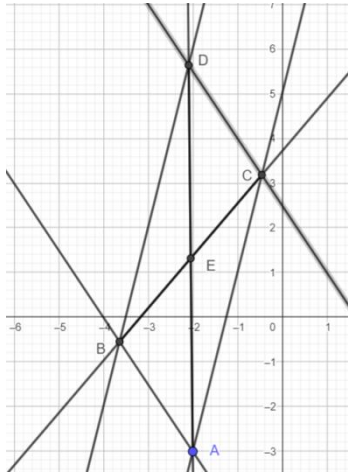
5. $\overrightarrow{AB}(-3; -6)$; $\overrightarrow{DO}(-3; -6)$. on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DO}$ donc ABOD est un parallélogramme.

38

1. $(D_1): y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$ et $(D_2) : y = 4x + 14$.

A(-2; 2) On a : $-\frac{3}{2}(-2) + \frac{5}{2} = \frac{11}{2}$ et $4(-2) + 14 = 6$. Donc A n'appartient ni à (D1) ni à (D2)

2.



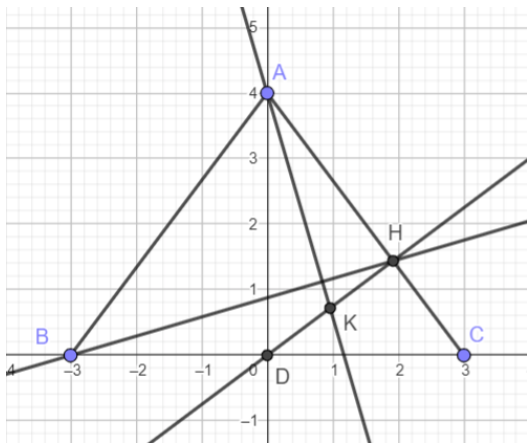
3.

$$(D'1) : y = -\frac{2}{3}x - 6$$

$$(D'2) : y = 4x + 5$$

4. E(-2,05 ; 1,32)

39



A(0; 4) ; B(-3; 0) ; C(3; 0) et D(0; 0)

$$(DH) : -3x + 4y = 0$$

$$(AC) : 4x + 3y = 12$$

$$H\left(\frac{48}{25}; \frac{36}{25}\right)$$

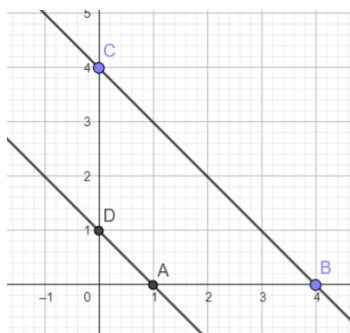
$$K\left(\frac{24}{25}; \frac{18}{25}\right)$$

$$\overrightarrow{AK}\left(\frac{24}{25}; \frac{-82}{25}\right); \overrightarrow{BH}\left(\frac{123}{25}; \frac{36}{25}\right)$$

$$\frac{24}{25} \times \frac{123}{25} - \frac{-82}{25} \times \frac{36}{25} = \frac{24 \times 123 - 82 \times 36}{625} = \frac{29616 - 29616}{625} = 0$$

Donc les droites (AK) et (BH) sont perpendiculaires.

40

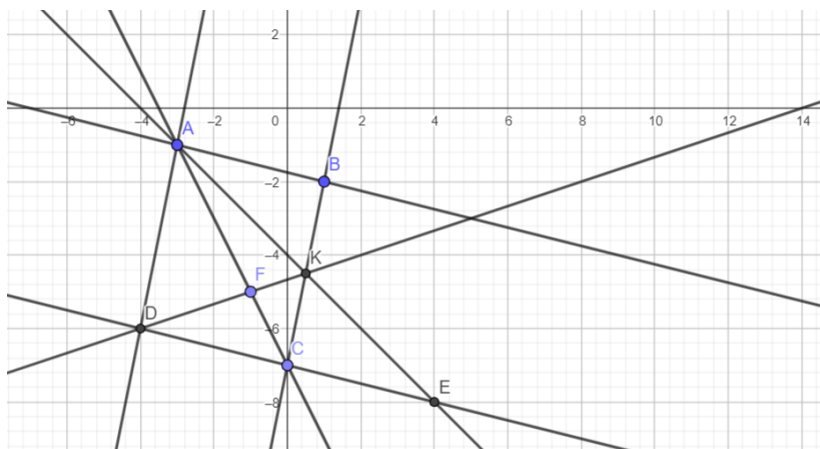


L'aire du quadrilatère ABCD est égale à l'aire du triangle OBC moins l'aire du triangle OAD.

$$\text{Aire (BOC)} - \text{Aire (ADO)} = \frac{4 \times 4}{2} - \frac{1 \times 1}{2} = 8 - \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$$

41

1.



2. D(-4; -6)

3. (AC) : $y = -2x - 7$

4. E(4; -8)

5. F(-1; -5)

6. $K(\frac{1}{2}; -\frac{9}{2})$

7. $\overrightarrow{DF}(3; 1)$ et $\overrightarrow{FK}(\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$ sont colinéaires donc D ; F et K sont alignés.

K est le milieu de [AE], C est le milieu de [DE] donc F est le centre de gravité du triangle ADE.

8. (DF) : $y = \frac{1}{3}x - \frac{14}{3}$

9. Oui G(14 ; 0).

Situations d'évaluation

42

A(0 ; 0) ; B(4 ; 3) et C(12 ; 5) ; $x_C = 4 + 4 + 4 = 12$ $\overrightarrow{AB}(4; 3)$ et $\overrightarrow{BC}(8; 2)$ ne sont pas colinéaire don A, B et C ne sont pas alignés. La sœur de Koffi a raison.

43

1. (D) : $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ et (D') : $y = -x + 10$ car A(10 ; 0) selon le repère.

2. Coordonnées de H.

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x = -x + 10 ; x = 20(2 - \sqrt{3})$$

$$H(20(2 - \sqrt{3}) ; 10\sqrt{3}(2 - \sqrt{3}))$$

$$OH = (2 - \sqrt{3}) \sqrt{20^2 + (10\sqrt{3})^2}$$

$$OH = 10\sqrt{7}(2 - \sqrt{3})$$

$$AH(10\sqrt{3}(\sqrt{3} - 2) ; 10\sqrt{3}(2 - \sqrt{3}))$$

$$AH = 10\sqrt{6}(2 - \sqrt{3})$$

3. $v = \frac{OH}{t}$ donc $t = \frac{OH}{v} = \frac{AH}{v'}$

$$\frac{v}{v'} = \frac{OH}{AH} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{42}}{6}$$

44

1. A(1995 ; 360) et B(2005 ; 380) on lit sur la figure.

$$\overrightarrow{AB}(10; 20)$$

$$\overrightarrow{AM}(x - 1995; y - 360)$$

$$20(x - 1995) - 10(y - 360) = 0$$

$$20x - 10y - 36\,300 = 0$$

2. Pour $y = 450$, on a : $x = 2040$

Le seuil sera atteint en 2040.

3.

$$20x - 10y - 36\,300 = 0$$

$$2x - y - 3630 = 0 \text{ soit } y = 2x - 3630$$

Koffi a raison



Pyramides et cônes

Situation d'Apprentissage

A corriger : **Il veut le faire remplir d'eau.**

Faire lire la situation d'apprentissage à haute voix une ou deux fois par un ou deux bon(s) lecteur(s).

Expliquer les mots difficiles à la demande des apprenants.

Ici par exemple : Pertinent signifie juste, approprié, bien-fondé

Poser oralement les questions/consignes suivantes :

Questions/consignes	Réponses attendues
De quoi parle le texte	D'un père qui veut faire remplir un réservoir
Quels sont les acteurs de cet évènement ?	Un père, son fils et une agence
Où se passe la situation	Le lieu n'est pas indiqué
Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans ce texte?	Il veut connaître la capacité de la citerne pour la communiquer à l'agence
Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ?	Il ne sait pas comment déterminer la capacité du réservoir
Que décident de faire les acteurs ?	Son fils et ses camarades décident de faire des calculs

Le réservoir a une forme particulière que nous allons étudier selon le programme suivant :

- 1) Pyramide régulière
- 2) Cône de révolution
- 3) Section plane

Installation des habiletés

Activités

1

Pyramide régulière

1. Présentation

Activité

- Chaque figure comporte
 - Un sommet
 - Une base
 - Des faces
- La figure 1 est posée sur le triangle ACD
La figure 2 est posée sur BCDE
La figure 3 est posée sur BCDEF
- La figure 1 est posée sur le triangle ACD équilatéral
La figure 2 est posée sur le losange BCDE

Exercices de fixation

Exercice 1

La figure 1 et la figure 5

Exercice 2

Le sommet est S ;

La base est ABCD

Les faces latérales sont SAB ; SBC ; SDC ; SCD.

AD = CD = 8 ; SA = SB = SD = 13.

2. Hauteur et apothème d'une pyramide

Activité

- Dans le triangle SAC, isocèle en S, O est le milieu du segment [AC], donc (SO) est perpendiculaire à (AC).
 - De même (SO) est perpendiculaire à (BD).
- (SH) est la hauteur issue du sommet S du triangle SBC.

Exercices de fixation

Exercice 1

[SH] ; [OU] sont les hauteurs.

Exercice 2

1. [EF]

2. [EI]

3. Aires d'une pyramide régulière

Activité

1. a) Aire (BDE) = $\frac{6 \times 6\sqrt{2}}{2} = 18\sqrt{2}$

b) 3 Aire (BDE) = $54\sqrt{2}$

c) $\frac{p \times ID}{2} = \frac{3 \times 6 \times 6\sqrt{2}}{2} = 54\sqrt{2}$

2. AI = $\sqrt{6^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

Aire (ABC) = $\frac{6 \times 3\sqrt{5}}{2} = 9\sqrt{5}$

(Aire totale) = $9\sqrt{5} + 54\sqrt{2}$

Exercices de fixation

Exercice 1

Aire (ABC) = $\left(\frac{4 \times 2\sqrt{3}}{2} + 11\right) \text{cm}^2 = (4\sqrt{3} + 11) \text{cm}^2$

Exercice 2

1. Aire latérale = $\frac{4 \times 4 \times 3\sqrt{5}}{2} = 24\sqrt{5}$
2. Aire de base : 4^2
3. Aire totale : $4^2 + 24\sqrt{5}$

4. Volume d'une pyramide régulière

Activité

1. $V = \frac{\text{Aire de base} \times \text{hauteur}}{3}$
2. $V = \frac{4^2 \times 7}{3} = \frac{112}{3}$

Exercices de fixation

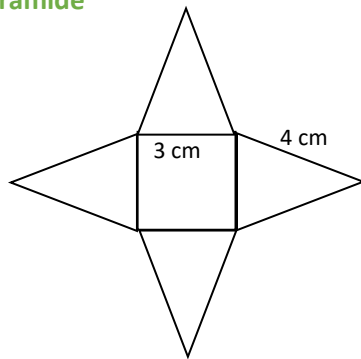
Exercice

$$V = \frac{4^2 \times 12}{3} = 64$$

$$V = 64 \text{ cm}^3$$

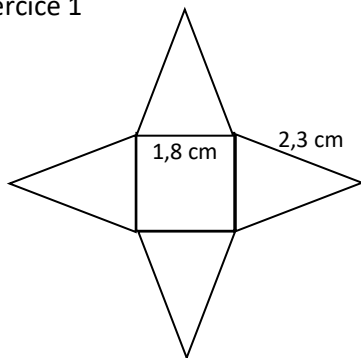
5. Patron d'une pyramide

Activité

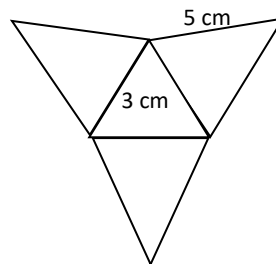


Exercices de fixation

Exercice 1



Exercice 2



Activités

2

Cône de révolution

1. Présentation

Activité

On observe une figure à base un disque et ayant un sommet.

Exercices de fixation

Exercice 1

Figure 5

Exercice 2

Ecrire plutôt « un diamètre de la base »

1. Sommet : S ; Centre de base : O ; Diamètre : [AB]
2. Sommet : P ; Centre de base : F ; Diamètre : [SR]

Exercice 3

1. Hauteur : SO ; Génératrice : SA
2. Hauteur : PF ; Génératrice : PC

Exercice 4

On a : $h = SO = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$

2. Aires d'un cône de révolution

Activité

1. $S_1 = \frac{p \times a}{2} = \frac{\pi \times 3 \times 5}{2} = \frac{15}{2} \pi = 23,55$
2. $S_2 = \pi \times (1,5)^2 = 7,065$
3. $s = S_1 + S_2 = 23,55 + 7,065 = 30,615$

Exercice de fixation

Exercice

1. $S_1 = \frac{2\pi \times 3 \times 7}{2} = 21\pi$
 2. $S_2 = \pi \times 3^2 = 9\pi$
- $s = S_1 + S_2 = 21\pi + 9\pi = 30\pi$

3. Volume d'un cône de révolution

Activité

1. $V = \frac{\text{Volume du cylindre}}{3} = \frac{(\text{Aire de base}) \times \text{hauteur}}{3} = \frac{B \times h}{3}$
2. $B = \pi \times 3^2 = 9\pi$
3. $V = \frac{9\pi \times 5}{3} = 15\pi$

Exercice de fixation

Exercice

$B = \pi \times 4^2 = 16\pi$

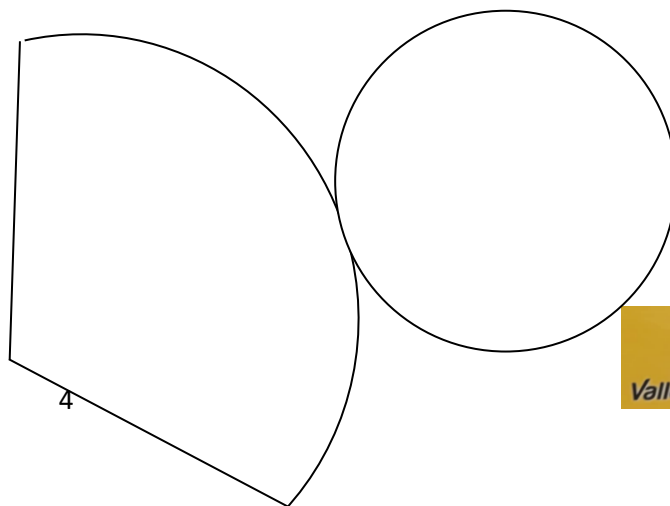
3. $V = \frac{B \times h}{3} = \frac{16\pi \times 7}{3} = \frac{112\pi}{3}$

3. Patron d'un cône de révolution

Activité

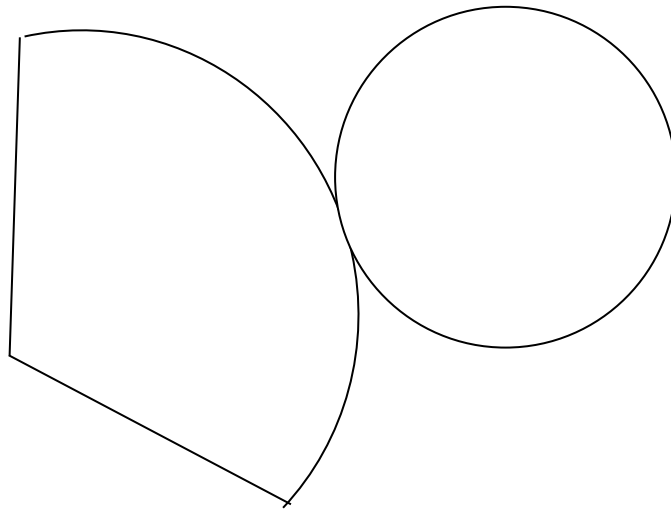
1. Le patron est formé d'un disque et d'une partie d'un disque.
2. a) $g = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$
- b) $a = \frac{360^\circ \times r}{g}$
- c) $a = \frac{360^\circ \times 3}{5} = 216^\circ$

3.



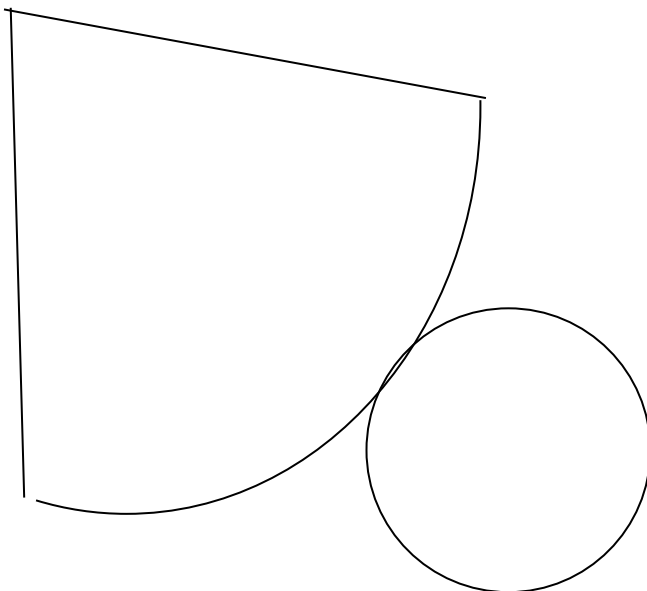
Exercices de fixation

Exercice 1



Exercice 2

$$a = \frac{360^\circ \times 2}{7} = 102^\circ$$



Exercice 3

$$a = \frac{360^\circ \times r}{g}$$

$$r = \frac{a \times g}{360^\circ}$$

$$P = 2 \times \pi \times r = 2\pi \times \frac{a \times g}{360^\circ}$$

$$P = 2 \times \pi \times \frac{130^\circ \times 3}{360^\circ}$$

$$P = 6,80$$

Activités

3

Section plane
1. Section plane d'une pyramide régulière par un plan parallèle au plan de base.
Activité

1. SA'B'C'D' est une pyramide régulière

2. D'après la propriété de Thalès dans le triangle SOA.

$$A' \in [SA] \text{ et } O \in [SO] \text{ et } (A'O') \parallel (AO) \text{ ainsi : } \frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA}$$

D'après la conséquence de la propriété de Thalès dans le triangle SAB.

$$\frac{SA'}{SA} = \frac{A'B'}{AB}$$

$$\text{Enfin } \frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{A'B'}{AB}$$

$$3. a) \text{ Aire}(ABCD) = AB^2$$

$$b) \text{ Aire}(A'B'C'D') = A'B'^2$$

$$4. a) v = \frac{\text{Aire}(ABCD) \times SO}{3}$$

$$b) v' = \frac{\text{Aire}(A'B'C'D') \times SO'}{3}$$

$$\frac{v'}{v} = \frac{\text{Aire}(A'B'C'D') \times SO'}{\text{Aire}(ABCD) \times SO} = \frac{A'B'^2 \times SO'}{AB^2 \times SO} = \left(\frac{A'B'}{AB}\right)^2 \times \left(\frac{SO'}{SO}\right) = k^2 \times k = k^3$$

$$v' = k^3 v$$

$$5. v_1 = v - v' = v - k^3 v = v(1 - k^3)$$

Exercices de fixation
Exercice 1

Les longueurs sont multipliés par k

Les aires sont multipliées par k^2

Les volumes sont multipliés par k^3

Exercice 2

$$1. v = \frac{(6\sqrt{2})^2 \times 8}{3} = \frac{72 \times 8}{3} = 192 ; v = 192 \text{ cm}^3$$

$$2. a) \text{ Le coefficient de réduction est } k = \frac{3}{4}$$

$$\frac{SE}{SA} = \frac{EF}{AB} = k \text{ donc } EF = kAB = \frac{3}{4} \times 6\sqrt{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{b) Aire (EFGH)} = \left(\frac{9\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{81}{2} \text{ on peut faire } (6\sqrt{2})^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{81}{2}$$

$$\text{c) } v' = v \times k^3 = 192 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 = 81$$

2. Section plane d'un cône de révolution par un plan parallèle au plan de base.

Activité

1. SMM' est un triangle isocèle.
2. C'est la conséquence de Thalès dans le triangle SAA'
- 3.

$$\text{3. a) Aire de base } \pi R^2 = A_B$$

$$\text{b) Aire de base cône réduit } \pi r^2 = A_{B'}$$

$$\frac{A_{B'}}{A_B} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \left(\frac{OM'}{OA}\right)^2 = k^2$$

$$A_{B'} = A_B \times k^2$$

$$\text{4. a) } v = \frac{\pi R^2 \times SO}{3}$$

$$\text{b) } v' = \frac{\pi r^2 \times SO'}{3}$$

$$\frac{v'}{v} = \frac{\pi r^2 \times SO'}{\pi R^2 \times SO} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \times \frac{SO'}{SO} = \left(\frac{OM'}{OA}\right)^2 \times \frac{SO'}{SO} = k^3$$

$$v' = k^3 v$$

$$\text{5. } v_1 = v - v' = v(1 - k^3)$$

Exercices de fixation

Exercice 1

$$\text{1. } v = \frac{\pi \times 4^2 \times 6}{3} = 32 ; v = 32 \text{ cm}^3$$

$$\text{2. } k = \frac{1}{2} \text{ le coefficient de réduction}$$

$$\text{a) Le diamètre du cône réduit est le diamètre du cône multiplié par le coefficient. } 8 \times k = 4$$

$$\text{b) } v' = 32 \text{ cm}^3 \times k^3 = 4 \text{ cm}^3 \quad v' = 4 \text{ cm}^3$$

$$\text{3. } v_1 = v - v' = 32 - 4 = 28$$

$$v_1 = 28 \text{ cm}^3$$

Exercices de renforcement

1

$$1. SI = \sqrt{SA^2 - IA^2} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2})^2} = 8$$

$$2. v = \frac{AB^2 \times SI}{3} = \frac{4^2 \times 8}{3} = \frac{128}{3}$$

$$3. A_L = 4 \times \frac{4 \times \sqrt{4^2 - 2^2}}{2} = 16\sqrt{3}$$

2

$$1. A_L = \pi AB \times g = 20\pi$$

$$2. A_T = A_L + A_{\text{Base}} = 20\pi + 4\pi = 24\pi$$

$$3. v = \frac{4\pi \times SI}{3} = \frac{4\pi \times \sqrt{5^2 - 2^2}}{3} = \frac{4\sqrt{21}}{3} \pi$$

3

1. Soit I le milieu de [AB]

$$SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{13 - 4} = \sqrt{9} = 3$$

$$2. S = 4 \left(\frac{AB \times SI}{2} \right) = 4 \times 2\sqrt{13} = 8\sqrt{13} \approx 28,8$$

$$\text{Nombre } n \text{ de tôles : } n = \frac{28,8}{2} \approx 14,4$$

Elle a besoin de 15 tôles

4

$$1. v = \frac{\pi \times OM^2 \times OS}{3} = \frac{3,14 \times 36 \times 10}{3} \approx 376,8 \text{ soit } v \approx 377$$

$$2. v_1 = v - v' = v - k^3 v = (1 - k^3)v = (1 - \frac{1}{8}) \times 377$$

$$v_1 = 327$$

5

$$1. \frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{1}{3} ; SO' = \frac{SO}{3} = 20$$

$$2. v_1 = v - v' = v - k^3 v = (1 - k^3)v = (1 - \frac{1}{27}) \times \frac{3,1 \times 45^2 \times 60}{3}$$

$$v_1 = 120\,900 \text{ cm}^3$$

6

$$1) v = \frac{\pi(4,5)^2 \times 18}{3} = 381,51$$

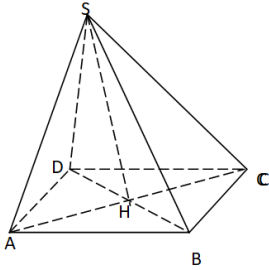
2) a) $v' = k^3 v$ où k est le coefficient de réduction.

$$v' = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 381,51 = 47,68875$$

$$\text{b) } v_1 = v - v' = 381,51 - 47,68875 = 333,82125$$

7

1.



$$2. AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 6\sqrt{2}$$

3.

$$a) SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{9^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{7}$$

$$b) v = \frac{\pi \times AH^2 \times SH}{3} = \frac{\pi \times 18 \times 3\sqrt{7}}{3} = 18\pi\sqrt{7}$$

8

$$1. A_L = \frac{P \times a}{2} = \frac{2\pi R \times 4}{2} = 4\pi R = 12\pi$$

$$2. a) h = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$$

$$b) v = \frac{\pi \times 3^2 \times \sqrt{7}}{3} = 3\pi\sqrt{7}$$

9

$$1. k = \frac{SK}{SA} = \frac{1}{2}$$

$$2. KL = \frac{AB}{2} = 6$$

$$3. \text{Aire (KLMN)} = 36$$

$$4. v' = \frac{6^2 \times 9}{3} = 108$$

$$5. v = \frac{12^2 \times 18}{3} = 864$$

$$5. v_1 = 864 - 108 = 756$$

10

$$1. v = \frac{Bh}{3} \text{ donc } h = \frac{3v}{B} = \frac{3 \times 339,12}{113,04} = 9$$

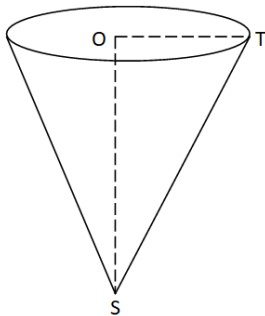
$$2. B = \pi R^2 ; R = \sqrt{\frac{B}{\pi}} = 6$$

$$3. g = \sqrt{h^2 + R^2} = \sqrt{9^2 + 6^2} = 3\sqrt{13}$$

11

$$1. v = \frac{\pi R^2 h}{3} ; R = \sqrt{\frac{3v}{\pi h}} = \sqrt{\frac{3 \times \frac{400\pi}{3}}{8\pi}} = 5\sqrt{2}$$

2.



12

$$1. \text{L'arc } C = 2\pi r = \frac{2\pi R}{4} \text{ Donc } r = \frac{R}{4} = 2$$

$$2. a) OS = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{8^2 - 2^2} = 2\sqrt{15}$$

$$b) v = \frac{\pi \times OB^2 \times SO}{3} = \frac{\pi \times 4 \times 2\sqrt{15}}{3} = \frac{8\pi\sqrt{15}}{3}$$

13

$$1) a) HH' = (SH - SH') = (SH - \text{Error! } SH) = 0,6$$

$$SH \times \frac{2}{3} = 0,6$$

$$SH = \frac{0,6 \times 3}{2} = 0,9$$

$$b) v = \frac{\pi \times 3^2 \times 0,9}{3} = \pi \times 3 \times 0,9 = 8,37$$

$$2) v_1 = v - v' = v - k^3 v = (1 - k^3)v = \left(1 - \frac{1}{27}\right) 8,37 = \frac{26 \times 8,37}{27} = 8,06$$

14

$$1. \frac{SB}{SA} = \frac{OB}{OA} \text{ donc } SB = \frac{SA \times OB}{OA} = \frac{13 \times 10}{3 \times 5} = \frac{26}{3}$$

$$2. A_L = A_{\text{Lat Total}} - A_{\text{Lat réduit}} = A_{\text{Lat Total}} - k^2 A_{\text{Lat Total}} = (1 - k^2) A_{\text{Lat Total}}$$

$$A_L = \left(1 - \left(\frac{26}{3 \times 13}\right)^2\right) A_{\text{Lat Total}}$$

$$= \left(1 - \frac{4}{9}\right) 201,5$$

$$= \frac{5 \times 201,5}{9} = 111,94$$

15

$$1. SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{15^2 - 5^2} = 10\sqrt{2}$$

$$2. v = \frac{\pi \times OA^2 \times SO}{3} = \frac{\pi \times 5^2 \times 10\sqrt{2}}{3} = \frac{250\pi\sqrt{2}}{3}$$

16

$$1. SO = \sqrt{30^2 + 10^2} = 10\sqrt{10}$$

$$2. v = \frac{\pi \times PH^2 \times SH}{3} = \frac{\pi \times 10^2 \times 30}{3} = 1000\pi$$

17

$$1. \frac{SA'}{SA} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{3}; SA' = \frac{1}{3}SA = 2$$

$$2. \text{Aire}(SA'B'C'D') = \frac{P \times a'}{2} = \frac{4 \times 2 \times 2}{2} = 8$$

$$3. A_{TC} = \text{Aire}(SABCD) - \text{Aire}(SA'B'C'D') = \frac{P \times a}{2} - \frac{P \times a'}{2} = \frac{6 \times 4 \times 6}{2} - 8 = 72 - 8 = 64$$

18

$$1. \frac{SB'}{SB} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{2} \text{ donc } SB' = 3$$

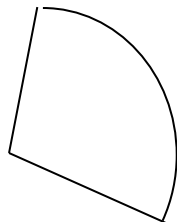
$$2. A_L = \frac{P \times a}{2} = \frac{4 \times 4 \times 4\sqrt{2}}{2} = 32\sqrt{2}$$

$$3. A_{LTC} = A_L - \left(\frac{1}{2}\right)^2 A_L = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times 32\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

19

$$1. \alpha = \frac{360^\circ \times r}{g} = 120^\circ = \frac{360^\circ \times r}{6} \quad r = \frac{6 \times 120}{360} = 2$$

2.



20

1. b) $\frac{SO'}{SO} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{2}$

$SO = 2SO' = 15$

b) $v = \frac{\pi OB^2 \times SO}{3} = \frac{\pi \times 4^2 \times 15}{3} = 80\pi = 240$

3. $v' = v - v_R = (1 - k^3)v = \left(1 - \frac{1}{8}\right) \times 240 = 210$

21

1. a) $h' = \sqrt{AC^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$

b) $B = \frac{AC \times h'}{2} = \frac{6 \times 3\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$

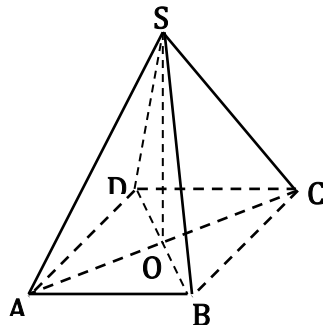
2. $v = \frac{B \times H}{2} = 24\sqrt{3}$; $H = \frac{48\sqrt{3}}{B} = \frac{48\sqrt{3}}{9\sqrt{3}} = \frac{48}{9} = \frac{16}{3}$

$H = OE = \frac{16}{3}$

22

1. $v = \frac{B \times h}{3} = \frac{6^2 \times 12}{3} = 144$

2.



23

1. $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$

2. $A_L = \frac{P \times a}{2} = \frac{6 \times 3 \times \sqrt{10^2 - 6^2}}{2} = 72$; $a = SH = \sqrt{SC^2 - HC^2}$

24

1. (SO) est perpendiculaire au plan de base.

2. $IO = \sqrt{IJ^2 - JO^2} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2})^2} = 8$

3. $v = \frac{Bh}{3} = \frac{4^2 \times 8}{3} = \frac{128}{3}$

25

1. a) (SO) est perpendiculaire au plan de base.

$$b) SB = \sqrt{SO^2 + OB^2} = \sqrt{12^2 + 2^2} = 2\sqrt{37}$$

$$2. v = \frac{Bh}{3} = \frac{\pi(OB)^2 \times SO}{3} = \frac{\pi \times 4 \times 12}{3} = 16\pi \approx 50,24$$

26

$$1. JO = \frac{\sqrt{JK^2 + KL^2}}{2} = \frac{\sqrt{10^2 + 10^2}}{2} = 5\sqrt{2}$$

$$2. v = \frac{Bh}{3} = \frac{10^2 \times 15}{3} = 500$$

27

$$1. AS = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$$

$$2. a) \tan \widehat{ASO} = \frac{AO}{SO} = \frac{5\sqrt{2}}{2 \times 5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$b) \text{mes } \widehat{ASO} \approx 35,3 \text{ donc } 35 < \text{mes } \widehat{ASO} < 36$$

28

$$1. v_1 = \frac{Bh}{3} = \frac{\pi(OA)^2 \times 10}{3} = \frac{\pi \times 3^2 \times 10}{3} = 30\pi$$

$$2. v_2 = k^3 v_1 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times 30\pi = \frac{80}{9}\pi$$

29

1.a) SO est la hauteur de la pyramide donc (SO) est perpendiculaire au plan de base. Donc le triangle ASO est rectangle en O.

$$b) SA = \sqrt{SO^2 + AO^2} = \sqrt{6^2 + (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{11}$$

$$2. v = \frac{Bh}{3} = \frac{4^2 \times 6}{3} = 32$$

30

$$1. SI = \sqrt{SO^2 + IO^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

$$2. AL = \frac{P \times g}{2} = \frac{\pi \times 10 \times 13}{2} = 65\pi$$

31

1. Justifions que l'aire de la base est $77,5\text{cm}^2$

$$v = \frac{Bh}{3} = 310 ; B = \frac{3 \times 310}{h} = \frac{3 \times 310}{12} = 77,5$$

$$2. a) 77,5 = \pi R^2 \text{ donc } r=IA = \sqrt{\frac{77,5}{\pi}} = 5$$

$$b) SA = \sqrt{AI^2 + SI^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

32

Les numéros sont à corriger 1) et 2) et non 3) et 4).

$$1. SR = \sqrt{SM^2 - \left(\frac{MP}{2}\right)^2} = \sqrt{336 - (2\sqrt{2})^2} = 5$$

$$2. v = \frac{Bh}{3} = \frac{MN^2 \times SR}{3} = \frac{16 \times 5}{3} = \frac{80}{3}$$

Exercices d'approfondissement

33

1. a) SH est la hauteur de la pyramide donc (SH) est perpendiculaire au plan de base. Donc le triangle SAH est rectangle en H.

$$b) SA = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{9^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{7}$$

$$2. v = \frac{Bh}{3} = \frac{6^2 \times 3\sqrt{7}}{3} = 36\sqrt{7}$$

34

1. a) Les triangle SBC est isocèle et I milieu [BC], donc (SI) est perpendiculaire à (BC).

$$b) SI = \sqrt{SB^2 - BI^2} = \sqrt{9^2 - 3^2} = 6\sqrt{2}$$

$$2. AL = \frac{P \times a}{2} = \frac{6 \times 3 \times 6\sqrt{2}}{2} = 54\sqrt{2}$$

35

1. a) Le coefficient de réduction est k tel que $k = \frac{CD}{AB} = \frac{1}{2}$

$$b) \text{ Soit } S \text{ le sommet du cône. On a : } k = \frac{SD}{SA} = \frac{SD}{h} = \frac{h-DA}{h} = \frac{1}{2}$$

$$2h - 2DA = h \text{ donc } h = 2DA = 90$$

$$2. V_1 = V - V' = \frac{\pi(20)^2 \times 90}{3} - \frac{\pi(10)^2 \times 45}{3} = 10\,500\pi$$

36

1. $v = \frac{B \times h}{3} = \frac{\pi \times 4^2 \times 9}{3} = 48\pi$

2. a) $\frac{v_1}{v} = \frac{8}{27} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$ donc $k = \frac{2}{3}$

b) $\frac{h_1}{h} = \frac{2}{3}$; $h_1 = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3} \times 9 = 6$

37

1. $\frac{SO'}{SO} = \frac{1}{3}$; $SO' = \frac{1}{3}SO = 20$

2. $v_1 = v - v' = \frac{\pi(45)^2 \times 60}{3} \left(1 - \frac{1}{27}\right) = 39000\pi$

38

1. a) $h' = \sqrt{AC^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$

b) $B = \frac{AC \times h'}{2} = \frac{6 \times 3\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$

2. $v = \frac{B \times H}{2} = 24\sqrt{3}$; $H = \frac{48\sqrt{3}}{B} = \frac{48\sqrt{3}}{9\sqrt{3}} = \frac{48}{9} = \frac{16}{3}$

$H = OE = \frac{16}{3}$

39

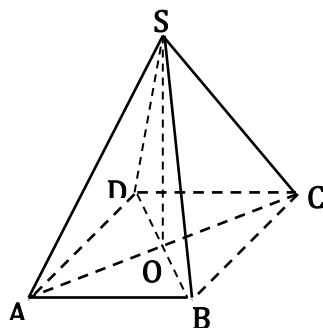
1. $v = \frac{Bh}{3} = \frac{7^2 \times 12}{3} = 196$

2. $v' = v \times k^3 = 196 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{196}{27} \approx 7,3$

40

1. $v = \frac{B \times h}{3} = \frac{6^2 \times 12}{3} = 144$

2.

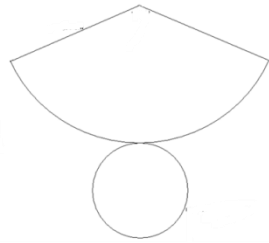


Situations d' évaluation

41

$$1. v = \frac{\pi(1,5)^2 \times 3}{3} = 2,25\pi$$

2.



$$3. AL = \frac{P \times g}{2} = \frac{\pi d \times \sqrt{3^2 + (1,5)^2}}{2} = \frac{\pi \times 3 \times \sqrt{3^2 + (1,5)^2}}{2} \approx 15,8$$