Leçon 1

Nombres décimaux relatifs

Situation d'Apprentissage

Faire deux lectures de la situation d'apprentissage par deux apprenants.
Recenser et expliquer les données pertinentes.
Poser les questions suivantes :

Question/Consignes pour dérouler la situation	Réponse attendue
Comment détermine-t-on la masse volumique ?	$\text{masse volumique} = \dfrac{masse}{volume}$
Comment détermine-t-on le volume de la terre ?	Volume $=\frac{4}{3}\pi R^3$
Donne la valeur de la masse (en kg), du rayon (en m),et du volume (en m^3) de la Terre	. masse $=$ 5770 000 000 000 000 000 000 t $= 5770000000000000000000000\text{kg}$. Rayon : R= 6 300km = 6 300 000m .Volume $=\frac{4}{3}\pi R^3$, V $=\frac{4}{3}\times 3{,}14\times 6300000^3$, V= $1046863440000000000000 m^3$
Calcule la masse volumique	$\text{M. volumique} = \dfrac{5770000000000000000000000 \text{ kg}}{1046863440000000000000 \ \ m^3}$

Dans cette leçon, nous allons apprendre à identifier les puissances de 10, à étudier les nombres décimaux et puissance de 10 et à effectuer les calculs avec les puissances de 10.
Ce que nous allons apprendre va vous permettre de résoudre beaucoup de problèmes dans la vie. C'est pourquoi je vous demande de bien suivre.

Nous allons travailler ensemble selon le plan suivant :
1) Puissance de 10
2) Nombres décimaux et puissances de 10

Installation des habiletés

Activités 1 **Puissance de 10**

1. Puissance de 10 d'exposant entier positif

Activité

Nombre de bouteilles d'eau : $10\times 1000 \times 100 = 1000000$ bouteilles

Ecriture sous forme d'une puissance de 10 : 10^6

Exercices de fixation

Exercice 1.

Les puissances de 10 sont :

- 10^7
- 10^8
- 10^3

Exercice 2.

Ecriture à l'aide d'une puissance de 10 d'exposant positif.

$100=10^2$; $100\,000=10^5$; $1\,000\,0000= 10^6$; $10\,000\,000\,000 = 10^{10}$.

Exercice 3

Ecriture sous la forme d'une puissance de 10	Ecriture sous forme d'un produit	Ecriture décimale
10^3	**$10 \times 10 \times 10$**	**1000**
10^5	**$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$**	**100 000**
10^8	**$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$**	**100 000 000**

2. Puissance de 10 d'exposant entier négatif

Activité

1. Ecriture décimale : $\frac{1}{10}=\mathbf{0{,}1}$; $\frac{1}{100} = \mathbf{0{,}01}$; $\frac{1}{1000} = \mathbf{0{,}001}$; $\frac{1}{100000} = \mathbf{0{,}00001}$

2. Convention : $\frac{1}{1000}=10^{-3}$; $\frac{1}{100000}=10^{-5}$.

Exercices de fixation

Exercice 1.

a) $\frac{1}{10^2}=10^{-2}$ b) $\frac{1}{10^5}=10^{-5}$ c) $0{,}001=10^{-3}$

Exercice 2.

Recopie et complète le tableau ci-dessous :

Ecriture sous la forme d'une puissance de 10	Ecriture sous forme d'un produit	Ecriture décimale
10^{-3}	$\mathbf{\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}}$	**0,001**
10^{-5}	$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$	**0,00001**
10^{-4}	$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$	**0,0001**

3. Propriétés

Activité

1.a)

- $10^3 \times 10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^7$
- $10^{3+4} = 10^7$

b) On $10^3 \times 10^4 = 10^{3+4}$

2.a)

- $(10^2)^3 = (10 \times 10)^3 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$
- $10^{2\times3} = 10^6$

  b) $(10^2)^3 = 10^{2\times3}$

3.a)

- $\frac{10^7}{10^5} = \frac{10\times10\times10\times10\times10\times10\times10}{10\times10\times10\times10\times10} = 10 \times 10 = 10^2$
- $10^{7-5} = 10^2$

b) $\frac{10^7}{10^5} = 10^{7-5}$

Exercices de fixation

Exercice 1.

1-C 2-B 3-A

Exercice 2.

$10^5 \times 10^9 = 10^{14}$;$10^{10} \times 10^{-9} = 10$;$10^{-7} \times 10^7 = 1$

$10^{-21} \times 10^{-15} = 10^{-36}$;$10^7 \times 10^{-13} = 10^{-6}$

Exercice 3.

$(10^8)^3 = 10^{24}$; $(10^{2023})^{-1} = 10^{-2023}$; $(10^{-5})^{11} = 10^{-55}$; $(10^{-6})^{-7} = 10^{42}$.

Exercice 4.

$\frac{10^{33}}{10^{20}} = 10^{13}$; $\frac{10^{17}}{10^{50}} = 10^{-33}$; $\frac{10^6}{10^{-4}} = 10^{10}$;$\frac{10^{-2}}{10^7} = 10^{-9}$; ;$\frac{10^{-9}}{10^{-10}} = 10$

Activités 2 Nombres décimaux et puissances de 10

1 . Ecriture sous la forme $d \times 10^n$

Activité

Age de la Terre : 4,54 milliards = $4,54 \times 10^9 = 454 \times 10^7 = 0,00454 \times 10^{12}$.

Exercices de fixation

Exercice 1

75,8 est égal à

e) $0,758 \times 10^2$

Exercice 2

$6105,33 = 6,10533 \times 10^3 = 0,0610533 \times 10^5 = 61053300 \times 10^{-4}$

Exercice 3 $-75009 = -7,5009 \times 10^4 = -750,09 \times 10^2 = -0,00075009 \times 10^8$

2-Produit

Activité

a) $(5 \times 10^2) \times (3 \times 10^5) = 15 \times 10^7$

b) $(0,2 \times 10^{-3}) \times (3 \times 10^4) = 0,6 \times 10^1$

c) $(0,5 \times 10^{-1}) \times (3 \times 10^{-3}) = 1,5 \times 10^{-4}$

Exercices de fixation

Exercice 1

$(3 \times 10^4) \times (7 \times 10^5) = 21 \times 10^9$; $(-2 \times 10^6) \times (5 \times 10^3) = -10^{10}$

$(-7 \times 10^6) \times (-5 \times 10^3) = 35 \times 10^9$

Exercice 2

$(2 \times 10^{-6}) \times (-3 \times 10^{-3}) = -6 \times 10^{-9}$; $(0,5 \times 10^{-4}) \times (4 \times 10^{-4}) = 2 \times 10^{-8}$

Exercice 3

$(9 \times 10^{-4}) \times (-2 \times 10^5) = -18 \times 10$; $-10^6 \times (4 \times 10^{-3}) \times 10^{-2} = -40$

3-Nombre décimal d'ordre *n*

Activité

- $91,05 = 9105 \times 10^{-2}$
- $-0,072 = -72 \times 10^{-3}$
- $-2,731 = -2731 \times 10^{-3}$
- $13 = 13 \times 10^0$

Exercices de fixation

Exercice 1

- $-0,0011$ est un nombre décimal ordre 4
- 7,072 est un nombre décimal ordre 3
- 31 est un nombre décimal ordre 0
- 0,1003 est un nombre décimal ordre 4

Exercice 2

a- 52 est un nombre décimal d'ordre 0.

b- 6,03271 est un nombre décimal d'ordre 5.

Exercice 3

Les nombres décimaux d'ordre 2 sont : $-7,21$; $70,20$; $-3,14$

4-Notation scientifique

Activité

1)

a) $300\,000 = 3 \times 10^5$; b) $4498000000 = 4,498 \times 10^9$; c) $21,75 = 2,175 \times 10^1$

2) a) $142300000000 = 1,423 \times 10^{11}$ b) $0,0095 = 9,5 \times 10^{-3}$

Exercices de fixation

Exercice 1
La notation scientifique du nombre 98000000 est $9,8\times 10^{7}$.

Exercice 2
Ecriture en notation scientifique :
$7510000 = 7,51 \times 10^{6}$; $5789,4 = 5,7894 \times 10^{3}$; $0,5\,04 = 5,04 \times 10^{-1}$;
$281678 = 2,81678 \times 10^{5}$.

Exercice 3
a$= 8,357$ et p $= -2$.

5-Comparaison de nombres décimaux relatifs

Activité
1.En notation scientifique :A$=3,1\times 10^{-3}$; B$=3,21\times 10^{-1}$
2. $A < B$

Exercices de fixation

Exercice 1:
A$=3,6\times 10^{-2}$ et B$=3,6\times 10^{-5}$ donc $A > B$

Exercice 2
Comparaison : A$=4,5136\times 10^{2}$ et B$=4,5136\times 10$ donc $A > B$

Exercice 3
Comparaison : A$=2,3\times 10^{8}$ et B$=2,6\times 10^{9}$ donc $A < B$.

Exercices de renforcement

1

Cent :10^{2} ; mille :10^{3} ; cent mille :10^{5} ; un million :10^{6}

2

a) 1km$=10^{3}$m ; 1m$=10^{2}$cm ; 1km $= 10^{5}$cm ;
b) 1kg $=10^{3}$g ; 1 tonne$= 10^{3}$kg ; 1 tonne$= 10^{6}$g

3

- .100=10^2 ; .1000 =10^3 ;.100000 =10^5
- .0,1=10^{-1} ; .0,01 =10^{-2} ; .0,000001 =10^{-6}

4

Ecriture décimale

$10^0 = 1$;$10^6 = 1\,000\,000$; $10^{10} = 10\,000\,000\,000$;$10^8 = 100\,000\,000$

5

Ecriture décimale

. 10^{-1}=0,1 .$10^{-3} = 0{,}001$.$10^{-6} = 0{,}000\,001$

6

1. Faux ; 2. Vrai ; 3. Faux ; 4bVrai

7

1. Vrai ; 2. Faux ; 3. Vrai 4.Faux 5. Faux 6. Vrai

8

0,5142 est d'ordre 4 ; 0,007005 est d'ordre 6 et 13,35 est d'ordre 2.

9

−0,173 est d'ordre 3 ; 5721 est d'ordre 0 ; 2,6666 est d'ordre 4 ;
−0,755771 est d'ordre 6 ; 0,707722968 est d'ordre 9 ; −4024,4697 est d'ordre 4.

10

$3{,}7\times 10^{-5}$ est d'ordre 6 ;
$0{,}37\times 10^{-2}$ est d'ordre 4 ;
$7\times 10^{-1} \times 3 \times 10^{-4}$est d'ordre 5.

11

Nombres	Notation scientifique
0,037	$3{,}7\times 10^{-4}$
0,000037	$3{,}7\times 10^{-3}$
0,00037	$3{,}7\times 10^{-2}$
	$3{,}7\times 10^{-1}$
	$3{,}7\times 10^{-5}$

12

Notation scientifique :

a) 36 000 0000= $3{,}6\times 10^8$; 1983 000 000 000=$1{,}983\times 10^{12}$
b) 0,00675=$6{,}75\times 10^{-3}$; 0,000 32=$3{,}2\times 10^{-4}$; 0,125 125=$1{,}25125 \times 10^{-1}$

13

Nombre décimal	Notation scientifique
0,0472	$\mathbf{4{,}72 \times 10^{-2}}$
$\mathbf{-0,003}$	-3×10^{-3}
0,10851	$\mathbf{1{,}0851 \times 10^{-1}}$
0,00535	$5{,}35 \times 10^{-3}$

14

a. Vrai b.Faux c.Vrai d.Vrai e. Vrai

15

$10^{-2} \times 10^{2} = 1$ $10^{-3} \times 10^{-4} = 10^{-7}$ $10^{3} \times 10^{-4} = 10^{-1}$

$10^{5} \times 10^{4} = 10^{9}$ $10^{-2} \times 10^{-1} = 10^{-3}$ $10^{2} \times 10^{-1} = 10$

$10^{3} \times 10 = 10^{4}$ $10^{-5} \times 10^{-4} = 10^{-9}$ $10^{5} \times 10^{-4} = 10$

16

. $10^{3} \times 10^{-4} \times 10^{-2} = 10^{-3}$. $10^{-5} \times 10^{-2} \times 10^{-6} = 10^{-13}$

. $10^{-5} \times 10^{7} \times 10^{-3} \times 10^{11} \times 10^{-7} = 10^{3}$

17

a. Faux c.Vrai

b.Faux D.Vrai

18

- $\frac{10^{2}}{10^{4}} = 10^{-2}$
- $\frac{10^{-5}}{10^{-2}} = 10^{-3}$
- $\frac{10^{-2}}{10^{4}} = 10^{-6}$
- $\frac{10^{-1}}{10^{-1}} = 10^{0}$
- $\frac{10^{-2}}{10^{-4}} = 10^{2}$
- $\frac{10^{4}}{10^{-2}} = 10^{6}$

19

Nombre décimal	Ecriture	Ordre du nombre décimal
152,86	15286×10^{-2}	2
$-0{,}1087$	-1087×10^{-4}	4
$-16{,}017$	-16017×10^{-3}	3
$-0{,}000\,003$	3×10^{-6}	6
7312,0024	73120024×10^{-4}	4

20

Notation scientifique

$854732,42 = 8,5473242 \times 10^{-5}$;$0,001375 = 1,375\times 10^{-3}$;$13,5\times 10^{-4} = 1,35 \times 10^{-3}$;
$8000000=8\times 10^{6}$; $0,517 \times 10^{4} =5,17 \times 10^{3}$;$5 \times 10^{-4} \times 0,3 = 1,5 \times 10^{-4}$

21

22

Nombre	Notation scientifique
322000	$3,22 \times 10^{5}$
0,1258	$1,258 \times 10^{-1}$
125×10^{-5}	$1,25 \times 10^{-3}$
241×10^{-3}	$2,41 \times 10^{-1}$
0,33333	$3,3333 \times 10^{-4}$
$0,1 \times 10^{-3} \times 21 \times 10^{-3}$	$2,1 \times 10^{-6}$
$0,581\times 10^{-3}$	$5,81 \times 10^{-4}$

a) $A> B$ b)$A> B$

c) $A< B$.

23

Rangement dans l'ordre croissant

On a : $0,0013=1,3 \times 10^{-3}$; $13\times 10^{-3} =1,3 \times 10^{-2}$; $0,00013=1,3 \times 10^{-4}$;
$13 \times 10^{-2} =1,3 \times 10^{-3}$Ainsi on a :
$1,3 \times 10^{-5} < 0,00013 < 0,0013 < 13 \times 10^{-3} < 13 \times 10^{-2}$

Exercices de renforcement

24

1. $n = 3$ 2.$n = 2$ 3.$n = 1$

25

$\frac{10^{3}}{10^{-2}} = 10^{5}$; $0,001\times 10^{-2}=10^{-5}$; $(10000)^{3} =10^{12}$;
$10,001\times 10^{-1}=10^{0}+10^{-4}$; $103\times 10^{-2} \times 10^{4}=103 \times 10^{2}$
$\frac{1}{0,001} \times \frac{100}{0,1} = 10^{6}$; $(0,001)^{2} = 10^{-6}$

26

$\frac{10^{5}}{10^{-11}} \times \frac{10^{-3}}{10^{2}} \times \frac{10^{-9}}{10^{4}} = 10^{-2}$; $\frac{10^{-1}}{10^{-3}} \times \frac{10^{-5}}{10^{-5}} \times \frac{10^{-17}}{10^{-15}} = 10^{0}$

27

a) n=5 b) n=1 c) n=11

28

a) A+B = $6{,}53\times 10^{5}$ b) A×B = $1{,}95\times 10^{9}$

29

1. A = $1{,}375\times 10^{-3}$; B = $2{,}8\times 10^{-1}$

2. A×B = $3{,}85\times 10^{-4}$ et $\frac{A}{B}=4{,}91\times 10^{-5}$

30

1. $A\times B=10^{-3}$; $A\times C=3{,}125\times 10^{-5}$; $B\times C=16{,}04\times 10^{-3}$

2. $A\times B=10^{-3}$; $A\times C=3{,}125\times 10^{-5}$; $B\times C=1{,}604\times 10^{-4}$

31

Comparaison :

1. X < Y ; 2. X < Y

32

$10^{-3}\times$ A=10^{0} ; $A^{2}=10^{6}$; $(A^{2})^{3}=10^{18}$

33

$$2^{10}\approx 10^{3}$$

34

A=$1{,}05\times 10^{-4}$; B=4×10^{-2}

35

$A^{-1}=5\times 10$; $A^{2}=4\times 10^{-4}$

36

En 60 minutes, on a 10^{4} bactéries et en 24heures on a $(10^{4})^{24}$.

37

Nombre de protons : $\frac{10^{-2}}{10^{-5}\times 10^{-10}}$ soit 10^{13} protons.

Situations d' évaluation

38

Temps $= \frac{Distance}{Vitesse}$; Temps $= \frac{1,5\times10^8}{10^4}$, soit $1,5 \times 10^4$ heures.
Le temps mis par la sonde est de $1,5 \times 10^4$ heures

39

1.Tailles des différents fichiers F1 : 0,156 Mo ; F2 : 0,45 Mo ; F3 : 0,98 Mo
2-Taille du dossier : 1,586 Mo
3. Capacité de la disquette : 1,44 Mo et Capacité CD Rom : 0,006955 Mo
Le dossier ne peut être enregistré sur aucun de ces deux supports.

40

1. Volume de la plage : V= L$\times$ $l \times h$; V= $2\times 10^3 \times 50 \times 10^3 \times 10^3$ en mm^3 soit V=$10^{11} mm^3$.
2. Nombre de grains de sable : N= $10\times 10^{11} mm^3$=10^{12} grains.

Leçon 2

Nombres rationnels

Situation d'Apprentissage

Faire deux lectures de la situation d'apprentissage par deux apprenants.
Recenser et expliquer les données pertinentes.
Poser les questions suivantes :

Question/Consignes pour dérouler la situation	Réponse attendue
Comment sont repartit les élèves de la classe ?	Les élèves sont repartis par groupe de 4, de 5 ou de 12
Combien d'élèves reste-il après la répartition ?	Il reste à chaque fois 3 élèves
Quel est l'effectif de cette classe ?	L'effectif de la classe est d'au moins 100 élèves
Qu'est-ce que les élèves décident -ils de faire ?	Ils décident de faire des calculs
Pourquoi décident-ils de faire des calculs	Parce qu'à chaque répartition il reste toujours 3 élèves

Dans cette leçon, nous allons apprendre à déterminer le PGCD et le PPCM de deux nombres, à étudier l'ensemble des nombres rationnels et à effectuer les calculs avec les nombres rationnels.
Ce que nous allons apprendre va vous permettre de résoudre beaucoup de problèmes dans la vie. C'est pourquoi je vous demande de bien suivre.

Nous allons travailler ensemble selon le plan suivant :
1) Notions de PGCD et PPCM
2) Ensemble des nombres rationnels
3) Opération sur les nombres rationnels
4) Approximations décimales d'un nombre rationnel

Installation des habiletés

Activités 1 **Notions de PGCD et PPCM**

1. PGCD de deux nombres entiers naturels

Activité

1. L'ensemble des diviseurs de 56 est $\{1; 2; 4; 7; 8; 14; 28; 56\}$.
   L'ensemble des diviseurs de 70 est $\{1; 2; 5; 7; 10; 14; 35; 70\}$.
2. a) 56 et 70 ont des diviseurs communs
   b) Ce sont les nombres : 1 ; 2 ; 7 et 14
   Le plus grand est 14
3. a)
   $56 = 2^3 \times 7$ $\quad$ $70 = 2 \times 5 \times 7$ $\quad$ $14 = 2 \times 7$

b) $d = 2 \times 7 = 14$
c) $d = 14$
d) L'ensemble des diviseurs de 14 est $\{1; 2; 7; 14\}$
e) L'ensemble des diviseurs communs à 56 et 70 est l'ensemble des diviseurs de 14

4. 45 et 56 ont un seul diviseur commun qui est 1
5. 12 et 17 ont un seul diviseur commun qui est 1

Exercices de fixation

Exercice 1

Nombre a	Nombre b	PGCD(a ;b)
$2^2 \times 3 \times 5$	$2^2 \times 3^2$	$2^2 \times 3$
$2 \times 3^5 \times 7$	$2^2 \times 3^4 \times 5 \times 7^2$	$2 \times 3^4 \times 7$
$2^4 \times 3^2 \times 11^2$	$2^3 \times 3^3 \times 5 \times 11$	$2^3 \times 3^2 \times 11$
$2^2 \times 3 \times 5 \times 7^3 \times 11$	$2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11^2$	$2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$

Exercice 2.

a) $15 = 3 \times 5$; $25 = 5^2$; $\text{PGCD}(15\,;\ 25) = 5$
b) $80 = 2^4 \times 5$; $16 = 2^4$; $\text{PGCD}(80\,;\ 16) = 2^4$
c) $57 = 3 \times 19$; $36 = 2^2 \times 3^2$; $\text{PGCD}(57\,;\ 36) = 3$
d) $96 = 2^5 \times 3$; $108 = 2^2 \times 3^3$; $\text{PGCD}(96\,;\ 108) = 2^2 \times 3 = 12$
e) $588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$; $490 = 2 \times 5 \times 7^2$; $\text{PGCD}(588\,;\ 490) = 2 \times 7^2 = 98$
f) $5460 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13$; $4950 = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 11$; $\text{PGCD}(5460\,;\ 4950) = 2 \times 3 \times 5 = 30$

2. Utilisation du PGCD

Activité

1. $\frac{735}{1050} = \frac{3\times5\times7^2}{2\times3\times5^2\times7} = \frac{7}{2\times5} = \frac{7}{10}$

2. a) $\text{PGCD}(735\,;\ 1050) = 3 \times 5 \times 7 = 105$
   b) $\frac{735}{1050} = \frac{105\times7}{105\times10} = \frac{7}{10}$
   c) On retrouve les mêmes résultats.

3. L'ensemble des diviseurs communs de 735 et 1050 est l'ensemble des diviseurs de 105 ; c'est l'ensemble : $\{1; 3; 5; 7; 15\,; 21;\ 35; 105\}$.

Exercices de fixation

Exercice 1-

$\frac{600}{666}$	$\frac{648}{720}$	$\frac{2275}{2695}$
$\text{PGCD}(600; 666) = 6$	$\text{PGCD}(648; 720) = 72$	$\text{PGCD}(2275; 2695) = 35$

$\frac{600}{666} = \frac{100}{111}$	$\frac{648}{720} = \frac{9}{10}$	$\frac{2275}{2695} = \frac{65}{77}$

Exercice 2-

PGCD(1260 ;1134) = 126

L'ensemble des diviseurs communs à 1260 et 1134 est l'ensemble des diviseurs de leur PGCD, c'est-à-dire l'ensemble des diviseurs de 126 qui est : $\{1; 2; 3; 6; 7; 9; 14; 18; 21; 42; 63; 126\}$

3. PPCM de deux nombres entiers naturels

Activité

1. Les dix premiers multiples de 35 sont : 0 ; 35 ; 70 ; 105 ; 140 ; 175 ; 210 ; 245 ; 280 ; 315
   Les dix premiers multiples de 28 sont : 0 ; 28 ; 56 ; 84 ; 112 ; 140 ; 168 ; 196 ; 224 ; 252
2. a) Le seul nombre apparaissant dans les deux listes est 140
   b) Le plus petit multiple non nul commun à 35 et 28 est 140

3. a) $28 = 2^2 \times 735 = 7 \times 514 = 2 \times 7$
   b) $m = 2^2 \times 5 \times 7 = 140$
   c) $m = 140$

Exercices de fixation

1.

Nombre a	Nombre b	PPCM(a ;b)
$2^2 \times 3^2 \times 5$	2×3^2	$2^2 \times 3^2 \times 5$
$2 \times 3^3 \times 7^2$	$2^2 \times 3 \times 5 \times 7$	$2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7^2$
$2^2 \times 3^3 \times 5 \times 11$	$2^3 \times 3^2 \times 5^2$	$2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 11$
$2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$	$2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11$	$2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2 \times 11$

2.

a) $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ $250 = 2 \times 5^3$ $\text{PPCM}(150\,;\,250) = 2 \times 3 \times 5^3$

b) $720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ $504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ $\text{PPCM}(720\,;\,504) = 2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7$

c) $900 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$ $840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ $\text{PPCM}(15\,;\,25) = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$

d) $135 = 3^3 \times 5$ $405 = 3^4 \times 5$ $\text{PPCM}(15\,;\,25) = 3^4 \times 5$

e) $588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$ $490 = 2 \times 5 \times 7^2$ $\text{PPCM}(588\,;\,490) = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

f) $5460 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 134950 = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 11$

$\text{PPCM}(5460\,;\,4950) = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13$

4-Utilisation du PPCM

Activité

1. On a : $12 = 2^2 \times 3$ et $18 = 2 \times 3^2$ donc $\text{PPCM}(12\,;\,18) = 2^2 \times 3^2 = 36$
2. $\text{PPCM}(12\,;\,18) = 36$; or $36 = 12 \times 3$ et $36 = 18 \times 2$ donc $a = 3$ et $b = 2$

$\frac{5}{18} = \frac{5\times2}{18\times2} = \frac{10}{36}$ et $\frac{7}{12} = \frac{7\times3}{12\times3} = \frac{21}{36}$.

Exercices de fixation

Exercice

a) $\frac{7}{20}$ et $\frac{8}{45}$	b) $\frac{13}{270}$ et $\frac{4}{175}$	c) $\frac{15}{96}$ et $\frac{11}{108}$
$\text{PPCM}(20; 45) = 180$	$\text{PPCM}(270; 175) = 9450$	$\text{PPCM}(96; 108) = 864$
$\frac{7}{20} = \frac{63}{180}$ et $\frac{8}{45} = \frac{32}{180}$	$\frac{13}{270} = \frac{455}{9450}$ et $\frac{4}{175} = \frac{216}{9450}$	$\frac{15}{96} = \frac{135}{864}$ et $\frac{11}{108} = \frac{88}{864}$

Activités 2 Ensemble des nombres rationnels

1. Définition d'un nombre rationnel

Activité

1. $60 \div 12 = 5$; $45 \div 99 = 0{,}4545454545$; $58 \div 15 = 3{,}8666666666$; $100 \div 125 = 0{,}8$
$22 \div 7 = 0{,}1428571428$
2. Les quotients exacts sont 5 et 0,8 c'est-à-dire $60 \div 12$ et $100 \div 125$
3. L'opposé de 5 est -5 et l'opposé de 0,8 est $-0{,}8$.
4. a) $60 \div 12 = \frac{5}{1}$; $45 \div 99 = \frac{5}{11}$; $58 \div 15 = \frac{58}{15}$; $100 \div 125 = \frac{4}{5}$; $22 \div 7 = \frac{22}{7}$

b) $-5 = -\frac{5}{1}$ et $-0{,}8 = -\frac{4}{5}$

c) L'écriture fractionnaire de l'opposé de $\frac{5}{11}$ est $-\frac{5}{11}$

L'écriture fractionnaire de l'opposé de $\frac{58}{15}$ est $-\frac{58}{15}$

L'écriture fractionnaire de l'opposé de $\frac{22}{7}$ est $-\frac{22}{7}$.

Exercices de fixation

Exercice 1. Les nombres rationnels sont : 6,55 ; $-\frac{3}{8}$; 7 ; -9 ; 0 et $-3{,}81$

Exercice 2.

	est un nombre entier naturel	est un nombre décimal relatif	est un nombre rationnel
0,5	Faux	Vrai	vrai

$\frac{40}{8}$	Vrai	Vrai	Vrai
$-7,335$	Faux	Vrai	Vrai
$-\frac{40}{8}$	Faux	Vrai	Vrai
4444	Vrai	Vrai	Vrai
-116	Faux	Vrai	Vrai

Exercice 3.

$-5,3 \notin \mathbb{N}$; $3 \in \mathbb{N}$; $\frac{13}{7} \notin \mathbb{N}$; $-\frac{11}{4} \notin \mathbb{N}$

$-5,3 \notin \mathbb{Z}$; $3 \in \mathbb{Z}$; $\frac{13}{7} \notin \mathbb{Z}$; $-\frac{11}{4} \notin \mathbb{Z}$

$-5,3 \in \mathbb{D}$; $3 \in \mathbb{D}$; $\frac{13}{7} \notin \mathbb{D}$; $-\frac{11}{4} \in \mathbb{D}$

$-5,3 \in \mathbb{Q}$; $3 \in \mathbb{Q}$; $\frac{13}{7} \in \mathbb{Q}$; $-\frac{11}{4} \in \mathbb{Q}$

Exercice 4. $\frac{2}{7}$ est un nombre rationnel positif qui n'est pas un nombre décimal relatif

$-\frac{19}{17}$ est un nombre rationnel négatif qui n'est pas un nombre décimal relatif

2. Écriture d'un nombre rationnel

Activité

1. a) $p = -2,4$
   b) $p = \frac{-12}{5}$

2. a) $t = -2,4$
   b) $t = \frac{12}{-5}$

3. $p = t$

Exercices de fixation

Exercie 1.

$x = \frac{4}{7}$ $\quad x = -\frac{3}{8}$ $\quad x = -\frac{6}{5}$ $\quad x = \frac{2}{11}$ $\quad x = \frac{36}{27}$

Exercice 2-

$-4 = -\frac{4}{1}$	$1,8 = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$	$-0,75 = -\frac{75}{100} = -\frac{3}{4}$	$3,82 = \frac{382}{100} = \frac{191}{50}$	$-0,06 = -\frac{6}{100} = -\frac{3}{50}$

3.

$\frac{-0,4}{2,1} = -\frac{4}{21}$ $\quad \frac{56}{196} = \frac{2}{7}$ $\quad \frac{-3}{8,1} = -\frac{10}{27}$ $\quad \frac{3,2}{-4} = -\frac{4}{5}$ $\quad -\frac{90}{705} = \frac{6}{47}$

Activités 3

Opérations sur les nombres rationnels

1. Somme et différence de deux nombres rationnels

Activité

1. Pour calculer la somme (ou la différence) de deux fractions, il faut les réduire au même dénominateur, puis calculer :
   - la somme des numérateurs des fractions obtenues quand c'est une somme
   - la différence des numérateurs des fractions obtenues quand c'est une différence

2. Pour calculer la somme (ou la différence) de deux nombres rationnels écris sous forme de fractions ou opposé d'une fraction, il faut les réduire au même dénominateur positif, puis calculer :
   - la somme des numérateurs des fractions obtenues quand c'est une somme
   - la différence des numérateurs des fractions obtenues quand c'est une différence

Exercices de fixation

Exercice 1. Il faut réécrire tous les nombres avec des dénominateurs positifs avant les calculs

$\frac{4}{9}+\frac{1}{5}=\frac{29}{45}$	$\frac{3}{4}+\frac{5}{-12}=\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}+\frac{-7}{10}=-\frac{1}{10}$	$\frac{6}{-7}+\frac{4}{5}=-\frac{2}{35}$	$\frac{12}{25}+\frac{-8}{15}=-\frac{4}{75}$

Exercice 2. Il faut réécrire tous les nombres avec des dénominateurs positifsavant les calculs

$3+\frac{1}{5}=\frac{16}{5}$	$-2+\frac{5}{-6}=-\frac{17}{6}$	$\frac{7}{9}+(-7)=-\frac{56}{9}$

Exercice 3. Il faut réécrire tous les nombres avec des dénominateurs positifsavant les calculs

$\frac{3}{10}-\frac{7}{12}=-\frac{17}{60}$	$\frac{4}{9}-\frac{5}{12}=\frac{1}{36}$	$\frac{3}{5}-\frac{-7}{10}=\frac{13}{10}$	$\frac{6}{-7}-\frac{4}{5}=-\frac{58}{35}$	$\frac{-12}{25}-\frac{8}{15}=-\frac{76}{75}$

Exercice 4. Il faut réécrire tous les nombres avec des dénominateurs positifsavant les calculs

$1-\frac{1}{11}=\frac{10}{11}$	$-5-\frac{5}{-4}=-\frac{15}{4}$	$\frac{7}{6}-2=-\frac{5}{6}$

2. Produit de deux nombres rationnels

Activité

1. Pour calculer le produit de deux fractions on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

2. Pour calculer le produit de deux nombres rationnels écris sous forme de fractions ou l'opposé d'une fraction, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exercices de fixation

Exercice 1. Il faut réécrire tous les nombres avec des dénominateurs positifsavant les calculs

$\frac{3}{2}\times\frac{5}{7}=\frac{15}{14}$	$\frac{6}{10}\times\frac{15}{24}=\frac{3}{8}$	$\frac{-3}{5}\times\frac{8}{21}=-\frac{8}{35}$	$\frac{7}{-12}\times\frac{-8}{14}=\frac{1}{3}$	$\frac{21}{40}\times\frac{-12}{28}=-\frac{9}{40}$

Exercice 2. Il faut réécrire tous les nombres avec des dénominateurs positifs avant les calculs

$10\times\frac{3}{4}=\frac{15}{2}$	$(-2)\times\frac{5}{-6}=\frac{5}{3}$	$\frac{7}{9}\times(-9)=-7$

3. Inverse d'un nombre rationnel

Activité

1. On trouve 1 dans chaque cas

2. $\frac{x}{y}\times\frac{y}{x}=1$

Exercices de fixation

Exercice

L'inverse de $\frac{8}{15}$ est $\frac{15}{8}$; L'inverse de $-\frac{13}{7}$ est $-\frac{7}{13}$; L'inverse de $\frac{-9}{5}$ est $-\frac{5}{9}$;

L'inverse de $\frac{5}{-3}$ est $-\frac{3}{5}$; L'inverse de 8 est $\frac{1}{8}$.

4. Quotient de deux nombres rationnels

Activité

Exercice 1.

$2\div5=0{,}4$; $2\times\frac{1}{5}=\frac{2}{5}=0{,}4$; $125\div16=7{,}8125$; $125\times\frac{1}{16}=\frac{125}{16}=7{,}8125$

Exercice 2.

- On trouve le même résultat en divisant 2 par 5 que lorsqu'on multiplie 2 par l'inverse de 5.
- De même, on trouve le même résultat en divisant 125 par 16 que lorsqu'on multiplie 125 par l'inverse de 16.

Exercice 3.

a) $\frac{9}{2}\div\frac{15}{2}=\frac{3}{5}$

b) $\frac{9}{2}\times\frac{2}{15}=\frac{9\times2}{2\times15}=\frac{3\times3\times2}{2\times3\times5}=\frac{3}{5}$

c) $\frac{9}{2}\div\frac{15}{2}=\frac{9}{2}\times\frac{2}{15}$

Exercice 4.Pour calculer le quotient de deux nombres rationnels écrits sous forme de fractions on multiplie le dividende par l'inverse du diviseur.

Exercices de fixation

Exercice 1.

$9 \div \frac{3}{4} = 12$	$\frac{9}{7} \div 6 = \frac{3}{14}$	$\frac{-6}{7} \div (-2) = \frac{3}{7}$

Exercice 2.

$\frac{3}{2} \div \frac{5}{7} = \frac{21}{10}$	$\frac{6}{10} \div \frac{15}{24} = \frac{24}{25}$	$\frac{-3}{14} \div \frac{4}{21} = -\frac{9}{8}$	$\frac{33}{-12} \div \frac{-22}{14} = \frac{7}{4}$	$\frac{21}{40} \div \frac{-12}{28} = -\frac{49}{40}$

Activités 4 Approximations décimales d'un

1. Troncature d'ordre$n$ d'un nombre rationnel

Activité

1. $\frac{60}{13}$
2. $60 \div 13 \approx 4{,}6153846153$
3. L'écriture décimale de $\frac{60}{13}$ avec 4 chiffres après la virgule est 4,6153.
4. Non parce que le quotient de 60 par 13 n'est pas exact.

Exercices de fixation

Exercice 1. La troncature d'ordre 2 de $\frac{60}{13}$ est 4,61

La troncature d'ordre 7 de $\frac{60}{13}$est4,6153846

Exercice 2. La troncature d'ordre 3 de$\frac{43}{7}$est 6,142

La troncature d'ordre 6 de $\frac{43}{7}$est 6,142857

2. Approximations décimales d'ordre n d'un nombre rationnel

Activité

1.$4{,}615 < \frac{60}{13} < 4{,}616$

2. Le plus petit est 4,615 et le plus grand est 4,616

Exercices de fixation

1. L'approximation décimale d'ordre 7 par excès de $\frac{60}{13}$ est 4,6153847

L'approximation décimale d'ordre 7 par défaut de $\frac{60}{13}$ est 4,6153846

2. L'approximation décimale d'ordre 6 par défaut de $\frac{43}{7}$ est 6,142857

L'approximation décimale d'ordre 6 par excès de $\frac{43}{7}$ est 6,142858

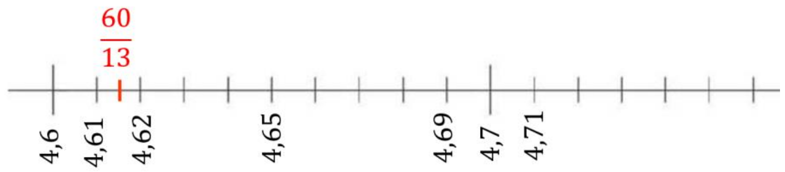
3. Arrondi d'ordre n d'un nombre rationnel

Activité

a) $4{,}6 < \frac{60}{13} < 4{,}7$

b) $4{,}61 < \frac{60}{13} < 4{,}62$

c)



C'est 4,6 qui est le plus proche de $\frac{60}{13}$.

Exercices de fixation

Exercice 1. L'arrondi d'ordre 7de $\frac{60}{13}$ est 4,6153846

Exercice 2. L'arrondi d'ordre 4 de $\frac{43}{7}$ est 6,1429. L'arrondi d'ordre 9 de $\frac{43}{7}$ est 6,142857143.

Exercices de renforcement

1

a) PGCD(36 ; 96) = 12 b) PGCD(180 ; 300) = 60

2

a) PGCD(15 ; 28) = 1 b) PGCD(90 ;130) = 10 c) PGCD(506 ; 1771) = 253

3

On a :$27 = 3^3$ et $9 = 3^2$
Comme le PGCD de deux nombres entiers naturels est le produit des nombres premiers communs aux deux décompositions, affectés de leurs plus petits exposants alors 3 est le seul nombre premier commun à toutes les décompositions et 2 est son plus petit exposant apparu dans les dits décompositions.
Les nombres répondants à la question sont des multiples de 3^2 c'est-à-dire 9 ; donc 36, 45, 54, 90, etc… sont des nombres entiers naturels qui répondent à la question.

4

Le diviseur d'un nombre entier naturel est aussi diviseur de tout multiple de ce nombre, donc le PGCD de deux nombre entiers naturels (qui est diviseur de ces deux nombres) divise aussi les multiples de chacun de ces deux nombres donc aussi leur PPCM.

5

$\frac{35}{49} = \frac{5}{7}$donc les nombres rationnels demandés sont$\frac{-5}{-7}$ et $\frac{15}{21}$

6

a) $\text{PPCM}(48\,;108) = 2^4 \times 3^3 = 432$
b) $\frac{47}{48} = \frac{423}{432}$ et $\frac{107}{108} = \frac{428}{432}$ donc $\frac{47}{48} < \frac{107}{108}$

7

a) $\text{PGCD}(48\,;\ 108) = 2^2 \times 3 = 12$
b) $\frac{108}{-48} = -\frac{9}{4}$

8

$\frac{-1{,}8}{2{,}16} = \frac{-180}{216}$or $\text{PGCD}(180\,;\ 216) = 36$ donc$\frac{-1{,}8}{2{,}16} = \frac{-180}{216} = -\frac{180 \div 36}{216 \div 36} = -\frac{5}{6}$

$$\frac{-1{,}8}{2{,}16} = -\frac{5}{6}$$

9

a)$126 = 2 \times 3^2 \times 7$ et $504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ donc $\text{PGCD}(126\,;\ 504) = 2 \times 3^2 \times 7 = 126$

b) $\frac{126}{504} = \frac{126 \div 126}{504 \div 126} = \frac{1}{4}$. On a donc$\frac{126}{504} = \frac{1}{4}$

10

1.$368 = 2^4 \times 23$ et $628 = 2^2 \times 157$

2.$\text{PGCD}(368\,;\,628) = 2^2 = 4$ donc l'ensemble 368 et 628 est l'ensemble des diviseurs de 4 c'est-à-dire l'ensemble $\{1, 2, 4\}$.

11

1.$128 = 2^7$ et $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

2. $\text{PPCM}(128\,;\,180) = 2^7 \times 3^2 \times 5 = 5760$

3. $\frac{127}{128} - \frac{151}{180} = \frac{127\times45}{128\times45} - \frac{151\times32}{180\times32} = \frac{5715}{5760} - \frac{4832}{5760} = \frac{883}{5760}$. On a donc $\frac{127}{128} - \frac{151}{180} = \frac{883}{5760}$

12

1.$225 = 3^2 \times 5^2$ et $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$

2. $\text{PPCM}(225\,;\,300) = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = 900$

3. $\frac{113}{225} + \frac{197}{300} = \frac{113\times4}{225\times4} + \frac{197\times3}{300\times3} = \frac{452}{900} + \frac{591}{900} = \frac{1043}{900}$. On a donc $\frac{113}{225} + \frac{197}{300} = \frac{1043}{900}$

13

1. $4752 = 2^4 \times 3^3 \times 11$ et $3024 = 2^4 \times 3^3 \times 7$

2. $\text{PPCM}(4752\,;\,3024) = 2^4 \times 3^3 \times 7 \times 11 = 33264$ et $\text{PGCD}(4752\,;\,3024) = 2^4 \times 3^3 = 432$

3. $\frac{4752}{3024} = \frac{4752\div432}{3024\div432} = \frac{11}{7}$

4. $\frac{4752}{3024} + \frac{1}{6} = \frac{11}{7} + \frac{1}{6} = \frac{11\times6}{7\times6} + \frac{1\times7}{6\times7} = \frac{66}{42} + \frac{7}{42} = \frac{73}{42}$. On a donc $\frac{4752}{3024} + \frac{1}{6} = \frac{73}{42}$

5. $4752 \times 3024 = 14\,370\,048$

$33264 \times 432 = 14\,370\,048$

On a donc $4752 \times 3024 = \text{PPCM}(4752\,;\,3024) \times \text{PGCD}(4752\,;3024)$

14

1. $\frac{27}{13} = 2{,}076\,923\,076\,92\ldots$

$2{,}076 < \frac{27}{13} < 2{,}077$ et $2{,}07692 < \frac{27}{13} < 2{,}07693$

L'approximation décimale d'ordre 3 par excès de $\frac{27}{13}$ est $2{,}077$

L'approximation décimale d'ordre 5 par défaut de $\frac{27}{13}$ est $2{,}07692$

2. L'arrondi d'ordre 3 de $\frac{27}{13}$ est $2{,}077$

L'arrondi d'ordre 7 de $\frac{27}{13}$ est $2{,}0769231$

3. La troncature d'ordre 2 de $\frac{27}{13}$ est $2{,}07$

15

1. $\frac{37}{7} = 5{,}285\ 714\ 285\ 71\ \ldots$

$5{,}28 < \frac{27}{13} < 5{,}29$ et $5{,}285\ 7 < \frac{27}{13} < 5{,}285\ 8$

L'approximation décimale d'ordre 2 par excès de $\frac{37}{7}$ est 5,29

L'approximation décimale d'ordre 4 par défaut de $\frac{37}{7}$ est 5,2857

2. L'arrondi d'ordre 3 de $\frac{37}{7}$ est 5,286

L'arrondi d'ordre 5de $\frac{37}{7}$ est 5,285 71

3. La troncature d'ordre 5de $\frac{37}{7}$ est 5,28571

16

$$r = \frac{41}{29} = 1{,}413\ 793\ 103\ 44\ \ldots$$

1. $1 < r < 2$
2. $1{,}413 < r < 1{,}414$

17

$p = -\frac{29}{17} = -1{,}705\ 882\ 352\ 94\ \ldots$

1. $-2 < p < -1$
2. $-1{,}706 < p < -1{,}705$

18 $q = \frac{17}{29} = 0{,}586\ 206\ 896\ 55\ \ldots$

1. $0{,}58 < q < 0{,}59$
2. $0{,}586\ 20 < r < 0{,}586\ 21$

19

1. La troncature d'ordre 3 de x est 6,743

2. L'arrondi d'ordre 3 de x est 6,743

3. L'approximation décimale d'ordre 4 par excès de x est 6,7433

20

1. La troncature d'ordre 2 de x est 16,70
2. L'arrondi d'ordre 2 de x est 16,70
3. L'approximation décimale d'ordre 1 par défaut de x est 16,7

21

1.b ; 2.c ; 3.a ; 4.c

22

$\frac{4}{9}+\frac{-3}{10}-\frac{2}{5}=-\frac{23}{90}$ $\quad\frac{-5}{6}+\frac{7}{4}-\frac{2}{-3}=\frac{19}{12}$ $\quad\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{-1}{5}=\frac{47}{60}$

23

$3-\frac{-3}{10}-\frac{5}{4}=\frac{41}{20}$	$-6-\frac{-5}{6}+\frac{7}{4}=-\frac{41}{12}$	$\frac{1}{3}-12-\frac{4}{-6}=-11$

24

$$\left(\frac{7}{5}+\frac{3}{2}\right)-\left(2-\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{3}{5}-\frac{4}{7}\right)=\frac{47}{28}\qquad\left(9-\frac{1}{2}+\frac{4}{5}\right)-\left(1-\frac{4}{7}-\frac{3}{8}\right)=\frac{2589}{280}$$

$$\left(\frac{-1}{5}+\frac{2}{97}-\frac{4}{-3}\right)+\frac{-13}{97}-\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}-\frac{11}{97}\right)=1$$

25

$$\left(5\times\frac{-5}{35}\right)+\frac{7}{4}=\frac{29}{28}\qquad\frac{2}{5}\left(\frac{4}{9}+\frac{3}{4}\right)=\frac{43}{90}\qquad-\frac{2}{3}\left(\frac{3}{5}-\frac{6}{7}\right)=\frac{6}{35}$$

$$\left(\frac{3}{4}+\frac{4}{5}\right)\left(\frac{7}{8}-\frac{1}{2}\right)=\frac{93}{160}\qquad-2\times\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{8}\right)-\left(\frac{-3}{10}\times\frac{5}{-6}\right)=\frac{1}{2}\qquad\frac{-4}{18}\times\frac{7}{20}\times\frac{9}{11}=-\frac{7}{110}$$

26

$$\frac{17}{25}\div\frac{34}{35}=\frac{7}{10}\qquad4{,}9\div\frac{14}{22}=\frac{77}{10}\qquad4\div\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{3}\right)=\frac{60}{19}\qquad-5\div\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)=-12$$

Exercices d'approfondissement

27

$\left(\frac{3}{4}+\frac{4}{5}\right) \div \left(\frac{7}{8}-\frac{1}{2}\right) = \frac{62}{15}$ $\qquad$ $\frac{2+\frac{4}{9}-\frac{1}{6}}{-2-\frac{5}{6}+\frac{1}{4}} = -\frac{82}{93}$ $\qquad$ $-2+\frac{1}{1+\frac{1}{2}} = -\frac{4}{3}$

28

$A = \frac{1264}{1683}$ et $B = -\frac{17}{2}$

29

$\frac{2^5 \times 3^2 \times 7^3}{2^3 \times 3^2 \times 7^5} = \frac{2^2}{7^2} = \frac{4}{49}$ ‖ $\frac{2^4 \times 3^2 \times 5^3 \times 7}{2 \times 3^2 \times 5^4} = \frac{2^3 \times 7}{5} = \frac{56}{5}$ ‖ $\frac{2^3 \times 3^2 \times 7 \times 11}{2 \times 3^2 \times 7 \times 13} = \frac{2^2 \times 11}{13} = \frac{44}{13}$

30

On a : $\frac{5}{7} \approx 0{,}714\,28 \ldots$ et $\frac{2}{3} \approx 0{,}666\,66$

$0{,}66 < \frac{2}{3} < 0{,}67$ et $0{,}71 < \frac{5}{7} < 0{,}72$ et $0{,}67 < 0{,}68 < 0{,}71$

Or $0{,}68 = \frac{68}{100} = \frac{17}{25}$ par conséquent $\frac{2}{3} < \frac{17}{25} < \frac{5}{7}$

NB : On peut prendre tout nombre décimal compris entre 0,67 et 0,71 et l'écrire sous forme de fraction décimale (on pourra éventuellement le simplifier).

31

Pour trouver les trois quarts de $\frac{4}{5}$ on multiplie trois quarts par $\frac{4}{5}$: $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$

Lorsqu'on multiplie la somme cherchée par $\frac{3}{5}$ on obtient 1080, donc pour la retrouver on divise 1080 par $\frac{3}{5}$.

$$1080 \div \frac{3}{5} = 1080 \times \frac{5}{3} = 1800$$

La somme cherchée est 1800 F

32

Calculons la somme des deux fractions du nombre cherché : $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}=\frac{23}{20}$

Le produit du nombre cherché par $\frac{23}{20}$est égal à 46 ; donc pour retrouver ce nombre il faut diviser 16 par $\frac{23}{20}$: $46 \div \frac{23}{20} = 46 \times \frac{20}{23} = 40$

Le nombre cherché est 40

33

a) $108 \div \frac{90}{60} = 108 \times \frac{60}{90} = 72$

La vitesse moyenne sur la 1ère partie du trajet: est de 72 km/h

$$72 \div \frac{54}{60} = 72 \times \frac{60}{54} = 80$$

La vitesse moyenne sur la 2ème partie du trajet est de 80 km/h

b) $(108+72) \div \frac{(90+54)}{60} = 180 \div \frac{144}{60} = 180 \times \frac{60}{144} = 75$

La vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet est de 75 km/h

34

On a : $1{,}76\ m = 176\ cm$

$$\frac{176 \times 7}{\frac{11}{14}} = 176 \times 7 \times \frac{14}{11} = 16 \times 7 \times 14 = 1568$$

Le microbe mettra 1568 minutes soit 26 heures 8 minutes (1 jour 2 heures 8 minutes) pour parcourir $1{,}76\ m$

35

Calculons la longueur de "bazin" restant, après la vente de $\frac{5}{7}$ de la longueur totale : $1-\frac{5}{7}=\frac{2}{7}$

Déterminons la fraction représentant le quart du reste :$\frac{2}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{14}$

Déterminons la longueur en m de "bazin" ayant rapporté 153 000 F :$\frac{153\ 000}{1260} = \frac{850}{7}\ m$

$\frac{1}{14}$de la longueur du reste de "bazin" vaut $\frac{850}{7}\ m$, donc la longueur totale de "bazin" est : $\frac{850}{7} \div \frac{1}{14}$

$$\frac{850}{7} \div \frac{1}{14} = \frac{850}{7} \times 14 = 1700$$

La longueur de "bazin" au départ est $1700\ m$

36

$$24 \times \frac{3}{4} = 18$$

Il a parcouru 18 km avant la pause.

37

Lucien et Pierre ont ensemble 20 ans (12+8) et doivent se partager les 100 bonbons proportionnellement à leurs âges.

Si 20 ans donnent 100 bonbons alors 1 an donne $\frac{100}{20}$ bonbons soit 5 bonbons.

On a : $12 \times 5 = 60$ et $8 \times 5 = 40$

Donc Lucien qui a 8ans aura 40 bonbons et Pierre qui a 12 ans aura 60 bonbons.

38

1. $45 \times \frac{2}{9} = 10$

   Au bout de 45 toursla vis avance de 10mm.

2. $2\ cm\ =\ 20\ mm$

$$20 \div \frac{2}{9} = 20 \times \frac{9}{2} = 90$$

   Il faudra 90 tours pour que la vis avance de 20 mm.

NB : On peut aussi remarquer au bout de 45 tours la vis avance de 10 mm, donc pour 20 mm (2×10) il faut 2 fois 45 tours soit 90 tours.

39

Ce nombre moins 7 donne un nombre qui est à la fois multiple de 12, 15 et 16. Comme il est le plus petit, c'est donc la somme de 7 et du PPCM des trois nombres 12,15 et 16.

$\text{PPCM}(12\ ;\ 15\ ;16) = 2^4 \times 3 \times 5 =\ 240$ et $240 + 7 = 247$.

Le nombre cherché est 247

40

a) La fraction représentant la part du 2ème par rapport à celle du 1er est $\frac{5}{6}$

La fraction représentant la part du 3ème par rapport à celle du 1er est : $\frac{5}{6} \times \frac{1}{3}$ soit $\frac{5}{18}$

b) La fraction représentant la part des trois associés par rapport à celle du 1er est :

$$1 + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} = \frac{18 + 15 + 5}{18} = \frac{38}{18} = \frac{19}{9}$$

Pour trouver la part du 1eron divise les 133 000 F par $\frac{19}{9}$ ce qui revient à le multiplier par $\frac{9}{19}$;donc sa part représente bien $\frac{9}{19}$ des 133 000 F.

c)

- La part du premier : $133000 \times \frac{9}{19} = 63000$
  La part du 1er est de 63 000 F
- La part du 2ème ($\frac{5}{6}$ de la part du 1er) : $63000 \times \frac{5}{6} = 52\,500$
  La part du 2ème est de 52 500 F
- La part du 3ème :
  1ère méthode(le tiers de la part du 2ème) : $52500 \times \frac{1}{3} = 17500$
  2ème méthode ($\frac{5}{18}$ de la part du 1er) : $63000 \times \frac{5}{18} = 17500$
  3ème méthode (la somme totale moins les parts des deux autres) :
  $$133000 - (63000 + 52500) = 17500$$
  La part du 3ème est de 17 500 F

41

1. Comme c'est le tiers des 561 élèves étudient l'allemand, alors ce sont les deux tiers restants qui n'étudient pas l'allemand.
La fraction d'élèves qui n'étudient pas l'allemand est $\frac{2}{3}$.

2. Calculons le tiers de 561 : $561 \times \frac{1}{3} = 187$
Calculons maintenant 17% de 187 : $187 \times \frac{17}{100} \approx 31{,}72$
En arrondissant, il y environs 32 élèves qui étudient l'allemand et les arts plastiques.

42

1. Le "réservoir" plein est représenté par 1.
$$1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$
La fraction d'essence qui reste dans le réservoir est $\frac{1}{6}$.
2.
$$21525 \div 650 = \frac{21525}{650} = \frac{861}{26} \approx 33{,}11$$
Le conducteur a acheté 33,11 litres d'essence.

3. la fraction qui représente la quantité d'essence achetée est : $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{7}{12}$
4.
33,11 litres d'essence représentent $\frac{7}{12}$ de la capacité du réservoir, donc la capacité du réservoir est :
$33{,}11 \times \frac{12}{7} = 56{,}76$
Le réservoir a une capacité de 56,76 litres.

43

1. L'opération est : $\frac{3}{5} \times (1 - \frac{1}{3})$
2. $\frac{1}{3} + \left[\frac{3}{5} \times (1 - \frac{1}{3})\right] = \frac{11}{15}$
3. $1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$
   $\frac{4}{15}$ est la fraction représentant la somme qui reste à madame Akolet.
   Comparons $\frac{1}{10}$ et $\frac{4}{15}$: $\frac{1}{10} = \frac{3}{30}$ et $\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$ donc $\frac{1}{10} < \frac{4}{15}$
   Elle pourra acheter l'article car son prix est inférieur à la somme qui lui reste.

44

a) Lago ne veut pas couper un seul carreau donc la mesure du côté d'un carreau doit un diviseur commun aux dimensions du plancher. Cette mesure étant la plus grande possible(maximale), on peut conclure que c'est le PGCD des dimensions en centimètres (cm) du plancher.
   - $12{,}6\ m = 1260\ cm$ et $11{,}4\ m = 1140\ cm$
   - $\text{PGCD}(1260\ ;\ 1140) = 60$

   La mesure maximale en centimètres du côté d'un carreau est 60

b) Le nombre carreaux nécessaire :
   $1260 = 60 \times 21$et $1140 = 60 \times 19$; donc le nombre de carreaux est : $21 \times 19 = 399$
   Il faut 399 carreaux

45

La longueur de l'arête de ce cube doit être un multiple commun à 7, 15 et 12. En plus il doit être le plus petit possible (minimale) donc c'est le PPCM(7 ;15 ;12).
PPCM(7 ;15 ;12) = 420
La mesure minimale de l'arête de ce cube est de 420 cm

Situations d' évaluation

46

a) Le PPCM(8 ; 15 ; 10) = 120
b) Le nombre de jours qu'ils mettront pour la prochaine arrivée simultanée doit être un multiple commun à 8, 15 et 10. Comme c'est l'arrivée simultanée la plus proche, c'est le PPCM(8 ; 15 ; 10).
   Ils mettront donc 120 jours.

c) Du 15 au 30 septembre les bateaux auront mis 16 jours, en octobre ils auront mis encore 31 jours, de novembre à décembre 61 jours et en janvier 12 jours pour faire les 120 jours : la prochaine arrivée simultanée aura donc lieu le 12 janvier.

47

a) $\frac{2}{3}+\left(\frac{3}{10}\times\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}+\frac{2}{10}=\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=\frac{13}{15}$

b) $30\times\left[\frac{13}{15}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}\right]=29$
Blénio a passé 29 jours de congé, avant d'envisager d'aller au Ghana

c) Il ne reste que 1 jour $(30-29)$ de congé à Blénio donc il ne peut aller au Ghana pour deux jours.

ERRATUM

Page 25
Exercice de fixation 2, il faut remplacer l'un des « $\frac{13}{7}\dots.\mathbb{Q}$ » par « $\frac{13}{7}\dots.\mathbb{N}$ »

Page 35
Exercice 12 :
3. La somme c'est plutôt $\frac{\mathbf{113}}{\mathbf{225}}+\frac{\mathbf{197}}{\mathbf{300}}$ et non $\frac{113}{225}-\frac{197}{300}$

Page 36
Exercice 21 :
Dans la 3ème ligne du tableau le nombre proposé est $\frac{\mathbf{-11}}{\mathbf{7}}$ au lieu de $\frac{-11}{2}$

Page 37
Exercice 41 :
2. Le nombre d'élèves que l'on trouve n'est pas un nombre exact.

Propositions :

- Remplacer le nombre 561 par **540**
- Remplacer 17% par **15 %**

Page 38
Coup de pouce de l'exercice 43 :

Remplacer $\frac{3}{4}$ par $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10}}$

Leçon 3

Calcul littéral

Situation d'Apprentissage

Faire lire la situation d'apprentissage à haute voix une ou deux fois par un bon lecteur.
On peut expliquer par exemple le mot pertinent.
Pertinent veut dire : juste ; approprié, bien-fondé.

Poser oralement les questions suivantes :

Question/Consignes pour dérouler la situation	Réponses attendues
Où se passe la situation ?	La situation se passe dans un lycée.
De quoi s'agit-il dans ce texte ?	Il s'agit du partage d'un terrain rectangulaire en trois parcelles rectangulaires (P_1, P_2 et P_3) de même aire.
Tous les membres du bureau de la coopérative sont-ils d'accord avec le travail du professeur ? Justifie ta réponse.	Non, car un membre du bureau de la coopérative affirme que la parcelle P_1, ne peut avoir la même aire que les deux autres parcelles.
Que décide de faire les autres membres de la coopérative ?	Ils décident d'effectuer les calculs.
Pour résoudre cette situation, nous allons calculer avec les dimensions sur la figure. Cite les dimensions sur la figure.	$2x + 1$; $4x + 2$; $6x + 4$; $9x + 6$

$2x + 1$; $4x + 2$; $6x + 4$ et $9x + 6$sont des expressions littérales. Dans cette leçon CALCUL LITTERAL, nous allons effectuer des calculs avec les expressions littérales et à la fin de cette étude vous aurez les moyens de répondre à la préoccupation des membres du bureau de la coopérative. Ce que nous allons apprendre va vous permettre de résoudre beaucoup de problèmes dans la vie. C'est pourquoi je vous demande de bien suivre.

Nous allons travailler ensemble selon le plan suivant.

1) Expressions littérales

2) Développement et réduction d'un produit

3) Factorisation

Installation des habiletés

Activités 1 Expression littérale

1.Définition d'une expression littérale

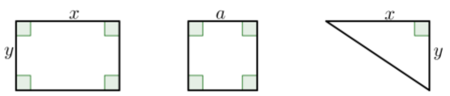
Activité

Le périmètre du rectangle ABCD est : $2(l + \mathrm{L})$.

Exercices de fixation

Exercice 1. $-x$; $4 - y$; $0{,}5x^2 + 1$; $2(x + y)$

Exercice 2.



$Aire = xy$	$Aire = a^2$	$Aire = \dfrac{x \times y}{2}$

2- Calcule d'une valeur d'une expression littérale

Activité

Expression littérale	Valeur prise par x	Résultat
$x - 7$	3	-4
$5 + x$	-1	4
$x + 2$	10	12

Exercices de fixation

Exercice 1 . $\boldsymbol{a + 1}$: $\boldsymbol{B}$; $\boldsymbol{a - 7}$: **A** ; $\boldsymbol{3(a + 2)}$: $\boldsymbol{C}$

Exercice 2. $\mathrm{A} = 2$;$\mathrm{B} = -5$; $\mathrm{C} = 0$; $\mathrm{D} = 10$

Activités 2 Développement et réduction d'un produit

1. Réduction d'une expression littérale

Activité

1) $\mathrm{A} = a + 5 + 4a - 2\mathrm{B} = 7x + 8 - 2y + 2x - y - 5$

$\mathrm{A} = a + 4a + 5 - 2\ \mathrm{B} = 7x + 2x - 2y - y + 8 - 5$

$$C = 10 + 3b - 6 - a + 3a - b \; D = 4x^2 - 2a - 7 + 6a - 3x^2 - 4$$
$$C = 3a - a + 3b - b + 10 - 6D = 4x^2 - 3x^2 - 2a + 6a - 7 - 4$$

2) $A = a + 4a + 5 - 2B = 7x + 2x - 2y - y + 8 - 5$

$A = 5a + 3 \; B = 9x - 3y + 3$

$$C = 3a - a + 3b - b + 10 - 6 \; D = 4x^2 - 3x^2 - 2a + 6a - 7 - 4$$

$$C = 2a + 2b + 4D = \; x^2 + 4a - 11$$

Exercices de fixation

Exercice 1.

$-3x + x$	$5x - 7$
$7x \times x - x^2$	$-x$
$5x - 7$	$6x^2$
$4x - 5x$	$-2x$

Exercice 2.

$A = 4x + 3 + 4x - 1$
$A = 4x + 4x - 1 + 3$
$A = 8x + 2$

$B = 3 + 2x - 5 - x + 2$
$B = 2x - x - 5 + 3 + 2$
$B = x$

$C = 5x^2 - 11 - 8x - 2x^2 + 6x + 4$
$C = 5x^2 - 2x^2 - 8x + 6x + 4 - 11$
$C = 3x^2 - 2x - 7$

2.Développement de $k(a + b)$

Activité

Soit $\mathcal{A}$ l'aire du rectangle ABCD.

Méthode 1 :

$\mathcal{A} = AB \times BC$
$\mathcal{A} = a(x + y)$

Méthode 2 :

$\mathcal{A} = \text{Aire de ABEF} + \text{Aire de ECDF}$
$\mathcal{A} = AB \times BE + EC \times CD$
$\mathcal{A} = ay + ax$
$\mathcal{A} = ax + ay$

Des méthodes 1 et 2, on a : $a(x + y) = ax + ay$

Exercices de fixation

Exercice 1.

$a(x + y)$	$-5x + 15$
$x(y - t)$	$4x^2 + 4x$
$5(3 - x)$	$ax + ay$
$4x(x + 1)$	$-xt + xy$

Exercice 2.

$A = 3(b - 4) = 3 \times \boldsymbol{b} - 3 \times 4 = \boldsymbol{3b - 12}$

$B = 2a(x + \boldsymbol{5}) = 2\boldsymbol{ax} + 10a$

$C = \boldsymbol{b}(\boldsymbol{-7} + x) = -7b + bx$

$\mathrm{D} = -4(y + 2x) = \boldsymbol{-4y - 8x}$

Exercice 3.

a) $-4(x + 7) = -4x - 28$
b) $8(x - 6) = 8x - 48$
c) $2(1{,}5 + 3y) = 3 + 6y$
d) $x(4x - 0{,}75) = 4x^2 - 0{,}75x$
e) $-3x(-7x + y) = 21x^2 - 3xy$
f) $-5(2x - 4y) = -10x + 20y$

3.Développement de $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y})$

Activité

1. Aire du rectangle ABCD= AD×CD $= (d + \mathbf{c})(\boldsymbol{b} + \boldsymbol{a})$.
2.
   a- l'aire du rectangle vert est :$\boldsymbol{bd}$.
   b- l'aire du rectangle bleu est :$\boldsymbol{ad}$.
   c- l'aire du rectangle jaune est : $\boldsymbol{ac}$.
   d- l'aire du rectangle rouge est : $\boldsymbol{bc}$.
3. L'aire du rectangle ABCD à partir des rectangles en couleurs :
   Aire du rectangle ABDC = aire du rectangle vert + aire du rectangle bleu
   + aire du rectangle jaune + aire du rectangle
   Aire du rectangle ABDC = $ad + bd + ac + bc$.
4. De 1. et 3. , on a bien $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$).

Exercices de fixation

Exercice 1.

$(y - t)(a + b)$

$(z + x)(d + c)$

$zc - zd + dx + cx$

$dz + cz + dx + cx$

$ta - ay + by - tb$

$ay - at + by - bt$

Exercice 2.

$\mathrm{A} = (a + 3)(b\ -\ 4) = a \times \boldsymbol{b} - 4 \times \boldsymbol{a} + \boldsymbol{3} \times b - 3 \times \boldsymbol{4}$
$\mathrm{A} = ab - \boldsymbol{4a} + \boldsymbol{3b} - 12$
$\mathrm{B} = (x + 5)(6 + y) = \boldsymbol{x} \times 6 + x \times \boldsymbol{y} + 5 \times \boldsymbol{6} + \boldsymbol{5} \times y$
$\mathrm{B} = \boldsymbol{6x} + xy + 30 + \boldsymbol{5y}$

Exercice 3.

a) $(x + 7)(y - 6) = xy - 6x + 7y - 42$
b) $(3x + 1)(2y + 4) = 6xy + 12x + 2y + 4$
c) $(-x - 5)(8 - 3y) = -8x + 3xy - 40 + 15y$
d) $(x - 2)(4x - 9) = 4x^2 - 17x + 18$
e) $(4 + 3x)(-7x + 2) = -21x^2 - 22x + 8$
f) $(2x + 5)(2x - 7) = 4x^2 - 4x - 35$

4. Produits remarquables

Activité

1-

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$; $(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$

$(a+b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - ab - ba + b^2$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

2- $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Exercices de fixation

Exercice 1.

1. faux
2. vrai
3. vrai
4. vrai
5. faux
6. vrai

Exercice 2.

a)$(3a+2)^2 = 9a^2 + 12a + 4$

b)$(12+a)^2 = a^2 + 24a + 144$

c) $(4a+1)^2 = 16a^2 + 8a + 1$

d) $(7-2y)^2 = 4y^2 - 28y + 49$

e) $(5a-3)^2 = 25a^2 - 30a + 9$

f) $(x-11)^2 = x^2 - 22a + 121$

g) $(x-4)(x+4) = x^2 - 16$

i)$(10-6y)(10+6y) = 100 - 36y^2$

Activités 3 **Factorisation**

1. Factorisation par la mise en évidence d'un facteur commun

Activité

1. On a :A $= 7x + 7y + 7z$
   a) Le chiffre commun aux trois termes de A est : 7.
   b) A $= 7(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} + \boldsymbol{z})$
2. D'après 1. ,on a :
   a) $15x - 15y = 15(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y})$
   b) $3a\ + ab = a(\boldsymbol{3} + \boldsymbol{b})$

Exercices de fixation

Exercice 1.

$ax + ay$	$x(4x-1)$
$-3a - 12t$	$5(x+2)$
$10 + 5x$	$a(y+x)$
$4x^2 - x$	$-3(a+4t)$

Exercice 2.

a) $17x - 17 = 17(x-1)$

b) $7 + 7x = 7(1 + x)$
c) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(x - 1)$
d) $8x + 24 = 8(x + 3)$
e) $4 - 20x = 4(1 - 5x)$
f) $6by - 12bx = 6b(y - 2x)$
g) $30 + 40x = 10(3 + 4x)$
i) $16a - 4x = 4(4a - x)$

2. Factorisation à l'aide de produits remarquables

Activité

On a : $A = x^2 - 6x + 9$ et $B = x^2 - 81$

1. a) $A = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2$ et $B = x^2 - 9^2$
   b) A est de la forme $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$, donc $A = (x - 3)^2$
   B est de la forme $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, donc $B = (x - 9)(x + 9)$
2. a) $x^2 + 14x + 49 = (\boldsymbol{x} - \mathbf{7})^2$
   c) $x^2 - 36 = (x - \mathbf{6})(x + \mathbf{6})$

Exercices de fixation

Exercice 1.

1. vrai
2. faux
3. faux
4. vrai
5. vrai
6. faux

Exercice 2.

a) $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$
b) $9a^2 - 6a + 1 = (3x - 1)^2$
c) $t^2 + 16t + 64 = (t + 8)^2$
d) $4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$
e) $81 - x^2 = (9 - x)(9 + x)$
f) $16a^2 - 121 = (4a + 11)(4a - 11)$
g) $1 - x^2 = (1 + x)(1 - x)$

Exercices de renforcement

1

a) $A = -4 \times 3 + 17$
$A = 5$

b) $B = (-3)^2 - 5 \times (-3) + 11$
$B = 35$

c) $C = 8(7 \times (-2) + 6) + 64$
$C = 0$

2

$A = 3^2 + 3 \times 3 - 6$
$A = 9 + 9 - 6$
$A = 12$

$B = -5 \times 3^2 - 3 + 2$
$B = -5 \times 9 - 1$
$B = -46$

$C = (3 \times 3 - 2)(4 - 3)C = (9 - 2) \times 1$

$D = -3(2 \times 3 + 6)(7 \times 3 - 1)$

$C = 7$

$D = -3(6+6)(21-1)$

$D = -720$

3

$A = -7 - 5 - 2y$
$A = -12 - 2y$

$C = -y - 4 + 6$
$C = -y + 2$

$E = 9x + 2 + x - 3$
$E = 9x + x + 2 - 3$
$E = 10x - 1$

$B = 3y - 5 + 4y$
$B = 3y + 4y - 5$
$B = 7y - 5$

$D = 4x - 3 + 6x - 10$
$D = 4x + 6x - 3 - 10$
$D = 10x - 13$

$F = 8x - 5x - 2 + 4 - 6x$
$F = 8x - 5x - 6x - 2 + 4$
$F = -3x + 2$

4

$A = 4x^2 - 7x^2 - 5x - 3x + 9 - 2$;
$A = -3x^2 - 8x + 7$

$C = x - 9 - 2 - x + 11 - x$
$C = x - x - x - 9 - 2 + 11$
$C = -x$

$B = (2x)^2 - 4x^2 + 13x - 6x + 12 - 4$;
$B = 4x^2 - 4x^2 + 7x + 8$
$B = 7x + 8$

$D = x^2 + 5x - 4 + 2x^2 - 9x + 7$
$D = x^2 + 2x^2 + 5x - 9x - 4 + 7$
$D = 3x^2 - 4x + 3$

5

$a = 2x + \frac{2}{3} - 5x + \frac{1}{3}$

$a = 2x - 5x + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$

$a = -3x + 1$

$b = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

$b = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

$b = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} - \frac{2}{4}$

$b = 2x + \frac{1}{4}$

$c = -\frac{4}{5} + 7x + x - 2$

$c = 7x + x - 2 - \frac{4}{5}$

$c = 7x + x - \frac{10}{5} - \frac{4}{5}$

$c = 8x - \frac{14}{5}$

6

$a)\ 3(t + 6) = 3 \times t + 3 \times 6$
$= 3t + 18$

$b)\ 6(5 - y) = 6 \times 5 - 6 \times y$
$= 30 - 5y$

$c)\ -7(2x - 3) = -7 \times 2x - 7 \times (-3)$
$= -14x + 21$

$d)\ -8(-3 - 5y) = -8 \times (-3) - 8 \times (5y)$
$= -24 + 40y$

$e)\ 2(4x - 9) = 2 \times 4x - 2 \times 9$
$= 8x - 18$

$f)\ -12(-5 + 3t) = -12 \times (-5) - 12 \times 3t$
$= 60 - 36t$

7

$$
\begin{aligned}
A &= 2\left(x - \frac{2}{5}\right) + \frac{3}{5}\\
A &= 2 \times x + 2 \times \left(-\frac{2}{5}\right) + \frac{3}{5}\\
A &= 2x - \frac{4}{5} + \frac{3}{5}\\
A &= 2x + \frac{-4+3}{5}\\
A &= 2x - \frac{1}{5}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
B &= \frac{4}{3}(y + 1) - \frac{1}{3}\\
B &= \frac{4}{3} \times y + \frac{4}{3} \times 1 - \frac{1}{3}\\
B &= \frac{4}{3}y + \frac{4}{3} - \frac{1}{3}\\
B &= \frac{4}{3}y + \frac{4-1}{3}\\
B &= \frac{4}{3}y + \frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
C &= 6x - 5\left(\frac{1}{2}x - \frac{3}{10}\right)\\
C &= 6x - 5 \times \frac{1}{2}x - 5 \times \left(-\frac{3}{10}\right)\\
C &= 6x - \frac{5}{2}x + \frac{5 \times 3}{10}\\
C &= \left(6 - \frac{5}{2}\right)x + \frac{5 \times 3}{5 \times 2}\\
C &= \left(\frac{6 \times 2 - 5}{2}\right)x + \frac{3}{2}\\
C &= \frac{7}{2}x + \frac{3}{2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
D &= -2 - 3\left(\frac{1}{6}y - \frac{1}{3}\right)\\
D &= -2 - 3 \times \frac{1}{6}y - 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)\\
D &= -2 - \frac{3}{6}y + \frac{3}{3}\\
D &= -\frac{3}{6}y + \frac{3}{3} - 2\\
D &= -\frac{1}{2}y + 1 - 2\\
D &= -\frac{1}{2}y - 1
\end{aligned}
$$

8

$A = 2(x - 6) - 11x$ $A = 2 \times x - 2 \times 6 - 11x$ $A = 2x - 12 - 11x$ $A = 2x - 11x - 12$ $A = -9x - 12$	$B = 4y - 3(2y - 5)$ $B = 4y - 3 \times 2y - 3 \times (-5)$ $B = 4y - 6y + 15$ $B = -2y + 15$	$C = 16 + 4(6 + 2a) - 7a$ $C = 16 + 4 \times 6 + 4 \times 2a - 7a$ $C = 16 + 24 + 8a - 7a$ $C = 40 + a$
$D = -15 - 5(-9 + 3b)$ $D = -15 - 5 \times (-9) - 5 \times (3b)$ $D = -15 + 45 - 15b$ $D = 30 - 15b$	$E = -5(6 - 3z) - 9 + z$ $E = -5 \times 6 - 5 \times (-3z) - 9 + z$ $E = -30 + 15z - 9 + z$ $E = 15z + z - 30 - 9$ $E = 16z - 39$	$E = -5(6 - 3z) - 9 + z$ $E = -5 \times 6 - 5 \times (-3z) - 9 + z$ $E = -30 + 15z - 9 + z$ $E = 15z + z - 30 - 9$ $E = 16z - 39$

9

$$E = (2x + 3)(5x - 8) - (2x - 4)(5x - 1)$$
$E = 2x \times 5x + 2x \times (-8) + 3 \times 5x + 3 \times (-8) - [2x \times 5x + 2x \times (-1) - 4 \times 5x - 4 \times (-1)]$
$E = 10x^2 - 16x + 15x - 24 - (10x^2 - 2x - 20x + 4)$
$E = 10x^2 - x - 24 - 10x^2 + 22x - 4$
$E = 10x^2 - 10x^2 + 22x - x - 24 - 4$
$E = 21x - 28$

$$F = (5x - 2)(5x - 8) - (3x - 5)(x + 7)$$
$$F = 5x \times 5x + 5x \times (-8) - 2 \times 5x - 2 \times (-8) - (3x \times x + 3x \times 7 - 5 \times x - 5 \times 7)$$
$$F = 25x^2 - 40x - 10x + 16 - (3x^2 + 21x - 5x - 35)$$
$$F = 25x^2 - 50x + 16 - 3x^2 - 16x + 35$$
$F = 25x^2 - 3x^2 - 50x - 16x + 16 + 35$
$F = 22x^2 - 66x + 51$

$$G = 2(x + 7)(3 - 2x) + (5x - 2)(4x + 1)$$
$G = 2(x \times 3 - x \times 2x + 7 \times 3 - 7 \times 2x) + 5x \times 4x + 5x \times 1 - 2 \times 4x - 2 \times 1$
$G = 2(3x - 2x^2 + 21 - 14x) + 20x^2 + 5x - 8x - 2$
$G = 2(-2x^2 - 11x + 21) + 20x^2 - 3x - 2$
$G = -2 \times 2x^2 - 2 \times 11x + 2 \times 21 + 20x^2 - 3x - 2$
$G = -4x^2 - 22x + 42 + 20x^2 - 3x - 2$
$G = 20x^2 - 4x^2 - 22x - 3x + 42 - 2$
$G = 16x^2 - 25x + 40$

10

$A = (x + 4)^2$
$A = x^2 + 2 \times 4 \times x + 4^2$
$A = x^2 + 8x + 16$

$B = (y - 1)^2$
$B = y^2 - 2 \times 1 \times y + 1^2$
$B = y^2 - 2y + 1$

$C = (x - 9)^2$
$C = x^2 - 2 \times 9 \times x + 9^2$
$C = x^2 - 18x + 81$

$D = (x + 11)^2$
$D = x^2 + 2 \times 11 \times x + 11^2$
$D = x^2 + 22x + 121$

$E = (7 - x)^2$
$E = 7^2 - 2 \times 7 \times x + x^2$
$E = x^2 - 14x + 49$

$F = (-4 + t)^2$
$F = (-4)^2 + 2 \times (-4) \times t + t^2$
$F = t^2 - 8t + 16$

11

$A = (-2x + 3)^2$
$A = (-2x)^2 + 2 \times 3 \times (-2x) + 3^2$
$A = 4x^2 - 12x + 9$

$B = (3y + 4)^2$
$B = (3y)^2 + 2 \times 4 \times 3y + 4^2$
$B = 9y^2 + 24y + 16$

$C = (-5x-9)^2$
$C = (-5x)^2 - 2\times 9\times(-5x) + 9^2$
$C = 25x^2 + 90x + 81$

$D = (4a+11)^2$
$D = (4a)^2 + 2\times 11\times 4a + 11^2$
$D = 16a^2 + 88a + 121$

$E = (12-x)^2$
$E = 12^2 - 2\times 12\times x + x^2$
$E = x^2 - 24x + 144$

$F = (-4-7t)^2$
$F = (-4)^2 - 2\times(-4)\times 7t + (7t)^2$
$F = 49t^2 + 56t + 16$

12

$A = (x+3)(x-3)$
$A = x^2 - 3^2$
$A = x^2 - 9$

$B = (t-10)(t+10)$
$B = t^2 - 10^2$
$B = t^2 - 100$

$C = (11+x)(11-x)$
$C = 11^2 - x^2$
$C = 121 - x^2$

$D = (1-a)(1-a)$
$D = 1^2 - a^2$

13

a) $3x - 12 = 3\times x - 3\times 4$
$3x - 12 = 3(x-4)$

d)
$10t - 10a = 10\times t - 10\times a$
$10t - 10a = 10(t-a)$

b) $7t - 14 = 7\times t - 7\times 2$
$7t - 14 = 7(t-2)$

e) $7a^2 + 3ya^2 = 7\times a^2 + 3y\times a^2$
$7a^2 + 3ya^2 = a^2(7+3y)$

c) $4a + 8 = 4\times a + 4\times 2$
$4a + 8 = 4(a+2)$

$f)$
$-5ax - 5x = -5x\times a - 5x\times 1$
$-5ax - 5x = -5x(a+1)$

14

a) $7(x-1) - x(x-1) = 7(\boldsymbol{x-1}) - x(\boldsymbol{x-1})$
$= (\boldsymbol{x-1})(7-x)$

$b)$ $(a+4)(2a-3) + 10(a+4) = (\boldsymbol{a+4})(2a-3) + 10(\boldsymbol{a+4})$
$= (\boldsymbol{a+4})[(2a-3)+10]$
$= (\boldsymbol{a+4})(2a-3+10)$
$= (\boldsymbol{a+4})(2a+7)$

$c)$ $5(a-8) + 7x(a-8) = 5(\boldsymbol{a-8}) + 7x(\boldsymbol{a-8})$
$= (\boldsymbol{a-8})(5+7x)$

d) $(7-x)(-4x-1) + (7-x)(x+6) = (\boldsymbol{7-x})(-4x-1) + (\boldsymbol{7-x})(x+6)$
$= (\boldsymbol{7-x})[(-4x-1)+(x+6)]$
$= (\boldsymbol{7-x})(-4x-1+x+6)$
$= (\boldsymbol{7-x})(-3x+5)$

$e)$ $(2x-3)(x-8) + (2x-3)(4x+1) = (\boldsymbol{2x-3})(x-8) + (\boldsymbol{2x-3})(4x+1)$
$= (\boldsymbol{2x-3})[(x-8)+(4x+1)]$
$= (\boldsymbol{2x-3})(x-8+4x+1)$
$= (\boldsymbol{2x-3})(5x-7)$

f) $(t+1)(9t-5) - 2(t+1) = (\boldsymbol{t+1})(9t-5) - 2(\boldsymbol{t+1})$

$$= (\mathbf{t+1})[(9t-5)-2]$$
$$= (\mathbf{t+1})(9t-5-2)$$
$$= (\mathbf{t+1})(9t-7)$$

15

$A = 36x^2 - 12x$
$A = \mathbf{12x} \times 3x - \mathbf{12x} \times 1$
$A = \mathbf{12x}(3x-1)$

$B = 36b^2 - 9b$
$B = \mathbf{9b} \times 4b - \mathbf{9b} \times 1$
$B = \mathbf{9b}(4b-1)$

$C = 48x^2 - 16ax^2$
$C = 3 \times \mathbf{16x^2} - a \times \mathbf{16x^2}$
$C = \mathbf{16x^2}(3-a)$

$D = (2x-3)(x-8) + (3-2x)(4x+1)$
$D = (\mathbf{2x-3})(x-8) - (\mathbf{2x-3})(4x+1)$
$D = (\mathbf{2x-3})[(x-8)-(4x+1)]$
$D = (\mathbf{2x-3})(x-8-4x-1)$
$D = (\mathbf{2x-3})(-3x-9)$
$D = (2x-3)(\mathbf{-3} \times x - \mathbf{3} \times 3)$
$D = (2x-3)[\mathbf{-3}(x+3)]$
$D = -3(2x-3)(x+3)$

$E = -5(8-a) + x(a-8)$
$E = 5(\mathbf{a-8}) + x(\mathbf{a-8})$
$E = (\mathbf{a-8})(5+x)$

16

$A = x^2 + 4x + 4$
$A = x^2 + 2 \times 2 \times x + 2^2$
$A = (x+2)^2$

$B = 25 + 60x + 36x^2$
$B = 5^2 + 2 \times 5 \times 6x + (6x)^2$
$B = (5+6x)^2$

$C = x^2 - 10x + 25$
$C = x^2 - 2 \times 5 \times x + 5^2$
$C = (x-5)^2$

$D = 4x^2 - 40x + 100$
$D = (2x)^2 - 2 \times 10 \times x + 10^2$
$D = (2x-10)^2$

$E = x^2 - 2x + 1$
$E = x^2 - 2 \times x \times 1 + 1$
$E = (x-1)^2$

$F = 49 + 14x + x^2$
$F = 7^2 + 2 \times 7 \times x + x^2$
$F = (7+x)^2$

$G = 16x^2 - 8x + 1$
$G = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2$
$G = (4x-1)^2$

17

$A = x^2 - 4$
$A = x^2 - 2^2$
$A = (x+2)(x-2)$

$B = 25 - 36x^2$
$B = 5^2 - (6x)^2$
$B = (5+6x)(5-6x)$

$C = 49x^2 - 100$
$C = (7x)^2 - 10^2$
$C = (7x+10)(7x-10)$

$\mathrm{D} = 9x^2 - 169$
$\mathrm{D} = (3x)^2 - 13^2$
$\mathrm{D} = (3x + 13)(3x - 13)$

$\mathrm{E} = 25x^2 - (3x + 1)^2$
$\mathrm{E} = (5x)^2 - (3x + 1)^2$
$\mathrm{E} = [5x + (3x + 1)][5x - (3x + 1)]$
$\mathrm{E} = (5x + 3x + 1)(5x - 3x - 1)$
$\mathrm{E} = (8x + 1)(2x - 1)$

$\mathrm{G} = -16x^2 + 64$
$\mathrm{G} = 64 - 16x^2$
$\mathrm{G} = 8^2 - (4x)^2$
$\mathrm{G} = (8 + 4x)(8 - 4x)$

$\mathrm{F} = -49 + (x - 2)^2$
$\mathrm{F} = (x - 2)^2 - 49$
$\mathrm{F} = (x - 2)^2 - 7^2$
$\mathrm{F} = (x - 2 + 7)(x - 2 - 7)$
$\mathrm{F} = (x + 5)(x - 9)$

18

$\mathrm{M} = (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3)$
$\mathrm{M} = (\mathbf{2x + 3})(2x + 3) + (x - 2)(\mathbf{2x + 3})$
$\mathrm{M} = (\mathbf{2x + 3})[(2x + 3) + (x - 2)]$
$\mathrm{M} = (\mathbf{2x + 3})(2x + 3 + x - 2)$
$\mathrm{M} = (\mathbf{2x + 3})(3x + 1)$

$\mathrm{P} = 2y^2 - y(4y - 7)$
$\mathrm{P} = 2y \times \mathbf{y} - \mathbf{y}(4y - 7)$
$\mathrm{P} = \mathbf{y}[2y - (4y - 7)]$
$\mathrm{P} = \mathbf{y}(2y - 4y + 7)$
$\mathrm{P} = y(7 - 2y)$

$\mathrm{N} = (2t - 7)^2 - (5t + 1)(2t - 7)$
$\mathrm{N} = (\mathbf{2t - 7})(2t - 7) - (5t + 1)(\mathbf{2t - 7})$
$\mathrm{N} = (\mathbf{2t - 7})[(2t - 7) - (5t + 1)]$
$\mathrm{N} = (\mathbf{2t - 7})(2t - 7 - 5t - 1)$
$\mathrm{N} = (\mathbf{2t - 7})(-3t - 8)$
$\mathrm{N} = (\mathbf{2t - 7})(-\mathbf{1} \times 3t - \mathbf{1} \times 8)$
$\mathrm{N} = (\mathbf{2t - 7})[-1(3t + 8)]$
$\mathrm{N} = -(2t - 7)(3t + 8)$

$\mathrm{Q} = (2t - 5)^2 + (2t - 5)(t - 1) + 2t - 5$
$\mathrm{Q} = (\mathbf{2t - 5})(2t - 5) + (\mathbf{2t - 5})(t - 1) + (\mathbf{2t - 5}) \times 1$
$\mathrm{Q} = (\mathbf{2t - 5})[(2t - 5) + (t - 1) + 1]$
$\mathrm{Q} = (2t - 5)(2t - 5 + t - 1 + 1)$
$\mathrm{Q} = (2t - 5)(3t - 5)$

19

On a $A = (3 - x)^2 - (3 - x)(9 + x) + 5(9 - x^2)$

1- Développons A.

$A = (3 - x)^2 - (3 - x)(9 + x) + 5(9 - x^2)$
$A = 3^2 - 2 \times 3 \times x + x^2 - (3 \times 9 + 3 \times x - x \times 9 - x \times x) + 5 \times 9 - 5 \times x^2$
$A = 9 - 6x + x^2 - (27 + 3x - 9x - x^2) + 45 - 5x^2$
$A = x^2 - 5x^2 - 6x + 9 + 45 - (-x^2 - 6x + 27)$
$A = -4x^2 - 6x + 54 + x^2 + 6x - 27$
$A = -4x^2 + x^2 - 6x + 6x + 54 - 27$
$A = -3x^2 + 27$

2- Factorisons A.

$A = (3 - x)^2 - (3 - x)(9 + x) + 5(9 - x^2)$
$A = (3 - x)^2 - (3 - x)(9 + x) + 5(3^2 - x^2)$

$A = (\mathbf{3} - \boldsymbol{x})(3 - x) - (\mathbf{3} - \boldsymbol{x})(9 + x) + 5(\mathbf{3} - \boldsymbol{x})(3 + x)$
$A = (\mathbf{3} - \boldsymbol{x})[(3 - x) - (9 + x) + 5(3 + x)]$
$A = (\mathbf{3} - \boldsymbol{x})(3 - x - 9 - x + 5 \times 3 + 5 \times x)$
$A = (\mathbf{3} - \boldsymbol{x})(-2\,x + 5x + 15 + 3 - 9)$
$A = (3 - x)(3x + 9)$
$A = (3 - x)(3 \times x + 3 \times 3)$
$A = (3 - x)[3(x + 3)]$
$A = 3(3 - x)(x + 3)$

3- Valeur numérique de A pour :

a) $x = 3$
On a $A = 3(3 - x)(x + 3)$
$A = 3(3 - 3)(3 + 3)$
Donc $A = 0$

b) $x = -\frac{1}{2}$
On a $A = -3x^2 + 27$
$$A = -3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 27$$
$$A = -3 \times \frac{1}{4} + 27$$
$$A = \frac{-3}{4} + 27$$
$$A = \frac{-3 + 4 \times 27}{4}$$
Donc $A = \frac{105}{4}$

Exercices d'approfondissement

20

y est un nombre rationnel.

1- Montrons que $(10y + 5)^2 = 100y(y + 1) + 25$.

- Première méthode

$(10y + 5)^2 = (10y)^2 + 2 \times 5 \times 10y + 5^2$

$(10y + 5)^2 = 100y^2 + 100y + 25$

$(10y + 5)^2 = \mathbf{100}\boldsymbol{y} \times y + \mathbf{100}\boldsymbol{y} \times 1 + 25$

$(10y + 5)^2 = 100y(y + 1) + 25$

- Deuxième méthode

On a :

$(10y+5)^2 = (10y)^2 + 2\times 5\times 10y + 5^2et100y(y+1)+25 = 100y\times y + 100y\times 1 + 25$

$$(10y+5)^2 = 100y^2 + 100y + 25100y(y+1)+25 = 100y^2 + 100y + 25$$

Donc $(10y+5)^2 = 100y(y+1)+25$

- Troisième méthode

$$(10y+5)^2 - [100y(y+1)+25] = (10y)^2 + 2\times 5\times 10y + 5^2 - (100y\times y + 100y\times 1 + 25)$$
$$= 100y^2 + 100y + 25 - (100y^2 + 100y + 25)$$
$$= 0$$

Donc $(10y+5)^2 = 100y(y+1)+25$

2- Déduisons sans calculatrice, les valeurs de : 25^2 ; 55^2 ; 85^2 ;105^2 et115^2

$25^2 = (10\times 2+5)^2$

$25^2 = 100\times 2(2+1)+25$

$25^2 = 200\times 3+25$

$25^2 = 600+25$

$25^2 = 625$

$55^2 = (10\times 5+5)^2$

$55^2 = 100\times 5(5+1)+25$

$55^2 = 500\times 6+25$

$55^2 = 3000+25$

$55^2 = 3025$

$85^2 = (10\times 8+5)^2$

$85^2 = 100\times 8(8+1)+25$

$85^2 = 800\times 9+25$

$85^2 = 7200+25$

$85^2 = 7225$

$105^2 = (10\times 10+5)^2$

$105^2 = 100\times 10(10+1)+25$

$105^2 = 1000\times 11+25$

$105^2 = 11000+25$

$105^2 = 11025$

$115^2 = (10\times 11+5)^2$

$115^2 = 100\times 11(11+1)+25$

$115^2 = 1100\times 12+25$

$115^2 = 13200+25$

$115^2 = 13225$

21

Exprimons l'aire $\mathcal{A}$ de la bande grise en fonction de x.

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}ire_{\text{ABCD}} - \mathcal{A}ire_{\text{Petit carré}}$$

$\mathcal{A} = (2x+3)(2x+3) - [2x+3-(2+2)][2x+3-(2+2)]$

$\mathcal{A} = (2x+3)(2x+3) - (2x-1)(2x-1)$

$\mathcal{A} = (2x+3)^2 - (2x-1)^2$

$\mathcal{A} = (2x)^2 + 2\times 3\times 2x + 3^2 - [(2x)^2 - 2\times 1\times 2x + 1^2]$

$\mathcal{A} = 4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 - 4x + 1)$

$\mathcal{A} = 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 + 4x - 1$

$\mathcal{A} = 4x^2 - 4x^2 + 12x + 4x + 9 - 1$

$$\mathcal{A} = 16x + 8\ cm^2$$

22

$x$est un nombre rationnel.

1- Développons puis réduis l'expression $(x+1)(x-1) - x^2$.

$(x+1)(x-1) - x^2 = x^2 - 1^2 - x^2$

$(x+1)(x-1) - x^2 = x^2 - x^2 - 1$

$(x+1)(x-1) - x^2 = -1$

2- a) Utilisation du résultat précédent

$21 \times 19 - 20^2 = (20+1)(20-1) - 20^2$

$21 \times 19 - 20^2 = 20^2 - 1^2 - 20^2$

$21 \times 19 - 20^2 = 20^2 - 20^2 - 1$

$21 \times 19 - 20^2 = -1$

$75 \times 73 - 74^2 = (74+1)(74-1) - 74^2$

$75 \times 73 - 74^2 = 74^2 - 1^2 - 74^2$

$75 \times 73 - 74^2 = 74^2 - 74^2 - 1$

$75 \times 73 - 74^2 = -1$

$2021 \times 2019 - 2020^2 = (2020+1)(2020-1) - 2020^2$

$2021 \times 2019 - 2020^2 = 2020^2 - 1^2 - 2020^2$

$2021 \times 2019 - 2020^2 = 2020^2 - 2020^2 - 1$

$2021 \times 2019 - 2020^2 = -1$

b) Écrivons d'autres expressions du même style et donnons leurs résultats sans poser d'opération.

$8 \times 6 - 7^2 = -1$; $99 \times 97 - 98^2 = -1$; $13 \times 11 - 12^2 = -1$; $10000 \times 9998 - 9999^2 = -1$

23

1- a) Développonset réduisons A.

$\mathrm{A} = (x+1)^2 - (x-1)^2$

$\mathrm{A} = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 - (x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2)$

$\mathrm{A} = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 - (x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2)$

$\mathrm{A} = x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1)$

$\mathrm{A} = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1$

$A = 4x$

b)Déduisons le résultat de $10001^2 - 9999^2$.

$$10001^2 - 9999^2 = (10000 + 1)^2 - (10000 - 1)^2$$
$$10001^2 - 9999^2 = 4 \times 10000$$
$$10001^2 - 9999^2 = 40000$$

2-Un moyen permettant de calculer $9997^2 - 9999 \times 9998$ sans avoir à poser d'opération.

$$9997^2 - 9999 \times 9998 = (10000 - 3)^2 - (10000 - 1)(10000 - 2)$$

Soit a un nombre rationnel .

On a:

$$(a-3)^2 - (a-1)(a-2) = a^2 - 2 \times a \times 3 + 3^2 - (a \times a - 2 \times a - 1 \times a + 1 \times 2)$$
$$(a-3)^2 - (a-1)(a-2) = a^2 - 6a + 9 - (a^2 - 3a + 2)$$
$$(a-3)^2 - (a-1)(a-2) = a^2 - 6a + 9 - a^2 + 3a - 2$$
$$(a-3)^2 - (a-1)(a-2) = a^2 - a^2 + 3a - 6a + 9 - 2$$
$$(a-3)^2 - (a-1)(a-2) = -3a + 7$$

Donc $9997^2 - 9999 \times 9998 = -3 \times 10000 + 7$

$$9997^2 - 9999 \times 9998 = -30000 + 7$$
$$9997^2 - 9999 \times 9998 = -29993$$

24

On considère les figures ci-dessus.

1- Exprimons l'aire de chaque figure en fonction de x.

- L'aire du trapèze vaut $\frac{somme\ des\ bases \times hauteur}{2}$

  Soit $\frac{(3\,x+x)\times(x+1)}{2} = \frac{4\,x\times(x+1)}{2}$

  $$\frac{(3\,x + x) \times (x + 1)}{2} = 2x(x + 1).$$

- L'aire du triangle vaut $\frac{base \times hauteur}{2}$

Soit $\frac{(4+x)\times 2\,x}{2} = x(x\ +\ 4)$

- L'aire du rectangle vaut $largeur \times longueur$.

  Soit $3x(x\ +\ 2)$.

2- La somme des aires de ces trois figures

$$2x(x\ +\ 1)\ +\ x(x\ +\ 4)\ +\ 3x(x\ +\ 2)\ =\ 2x^2\ +\ 2x\ +\ x^2\ +\ 4x\ +\ 3x^2\ +\ 6x$$
$$=\ 2x^2 +\ \ x^2 +\ 3x^2 + 2x\ +\ 4x\ +\ 6x$$
$$=\ 6x^2 + 12x$$
$$=\ 3x \times 2x + 3x \times 4$$
$$=\ 3x(2x + 4)$$

Par conséquent, la somme des aires des trois figures est la même que l'aire d'un rectangle dont les côtés mesurent $3x$ et $2x\ + 4$.

25

On considère la figure ci-dessus. x désigne un nombre supérieur à 2.

1-a) Exprimons en fonction de x les aires A_1 et A_2.

$A_1 = (8x - 4)(2x - 3)$
$A_1 = 8x \times 2x - 8x \times 3 - 4 \times 2x + 4 \times 3$
$A_1 = 16x^2 - 24x - 8x + 12$
$A_1 = 16x^2 - 32x + 12$

$A_2 = (8x - 4)(x + 5)$
$A_2 = 8x \times x + 8x \times 5 - 4 \times x - 4 \times 5$
$A_2 = 8x^2 + 40x - 4x - 20$
$A_2 = 8x^2 + 36x - 20$

b)Déduisons une expression de l'aire totale **A** de la figure.

$A = A_1 + A_2$
$A = 16x^2 - 32x + 12 + 8x^2 + 36x - 20$
$A = 16x^2 + 8x^2 + -32x + 36x + 12 - 20$
$A = 24x^2 + 4x - 8$

2)Pour $x = 10$, on a :

$A_1 = 16 \times 10^2 - 32 \times 10 + 12$	$A_2 = 8 \times 10^2 + 36 \times 10 - 20$	$A = 24 \times 10^2 + 4 \times 10 - 8$
$A_1 = 16 \times 100 - 320 + 12$	$A_2 = 8 \times 100 + 360 - 20$	$A = 2400 + 32$
$A_1 = 1600 - 308$	$A_2 = 800 + 340$	$A = 2432$
$A_1 = 1292$	$A_2 = 1140$	

26

On donne les expressions littérales $A = 100x^2 - 100x + 25$ et $B = 5x(5x + 1) - 5x$.

1- a) Développons et réduisons B.

$$B = 5x(5x + 1) - 5x$$

$B = 5x \times 5x + 5x \times 1 - 5x$

$B = 25x^2$

b) Factorisons A.

$$A = 100x^2 - 100x + 25$$
$$A = (10x)^2 - 2 \times 10x \times 5 + 5^2$$
$$A = (10x - 5)^2$$
$$A = [5(2x - 1)]^2$$
$$A = 25(2x - 1)^2$$

2- Utilisons les résultats de 1-a) et 1-b) pour factoriser$A - B$.

$A - B = 25(2x - 1)^2 - 25x^2$

$A - B = 25[(2x - 1)^2 - x^2]$

$A - B = 25(2x - 1 + x)(2x - 1 - x)$

$A - B = 25(3x - 1)(x - 1)$

27

1- Justifions que, quelle que soit la valeur de x, les deux rectangles ABCD et EFGH ont la même aire.

Soient$\mathcal{A}$ l'aire du rectangle ABCD et Δ l'aire du rectangle EFGH.

On a : $\mathcal{A} = (6x + 4)(4x + 2)$ et $\Delta = (8x + 4)(3x + 2)$.

$\mathcal{A} = 2(3x + 2)[2(2x + 1)]et\Delta = 4(2x + 1)(3x + 2)$.

$\mathcal{A} = 4(3x+2)(2x+1)et\Delta = 4(2x+1)(3x+2)$

Donc $\mathcal{A} = \Delta$.

2- Calculons l'aire du rectangle EFGH pour$x = 2$.

Pour $x = 2, \Delta = (4 \times 2 + 2)(6 \times 2 + 4)$

$$\Delta = (8+2)(12+4)$$

$$\Delta = 10 \times 16$$

$$\Delta = 160$$

28

On donne l'expression littérale M, telle que : $M = (x+2)(x-3) + (x^2-9) + 2(2x+1)(3-x)$.

1- Développons et réduisons M.

$M = (x+2)(x-3) + (x^2-9) + 2(2x+1)(3-x)$

$M = x^2 - 3x + 2x - 6 + x^2 - 9 + 2(6x - 2x^2 + 3 - x)$

$M = 2x^2 - x - 15 + 12x - 4x^2 + 6 - 2x$

$M = 2x^2 - 4x^2 - x - 2x + 12x - 15 + 6$

$M = -2x^2 + 9x - 9$

2- Justifions que$M = (x-3)(3-2x)$.

$M = (x+2)(x-3) + (x^2-9) + 2(2x+1)(3-x)$

$M = (x+2)(x-3) + (x-3)(x+3) - 2(2x+1)(x-3)$

$M = (x-3)[(x+2) + (x+3) - 2(2x+1)]$

$M = (x-3)[(x+2) + (x+3) - 2(2x+1)]$

$M = (x-3)(x + 2 + x + 3 - 4x - 2)$

$M = (x-3)(3-2x)$

3- Calculons la valeur de M pour $x = -1$.

On a : $M = (x-3)(3-2x)$.

Donc $M = (-1-3)(3-2(-1))$

$$M = -4(3+2)$$

$$M = -4 \times 5$$

$$M = -20$$

29

1- Exprimons, en fonction de x, l'aire du bassin EFGH.
Soit $\mathcal{A}$ l'aire du bassin EFGH.

$\mathcal{A} = (7-2x)(10-2x)$

$\mathcal{A} = 70 - 14x - 20x + 4x^2$

$\mathcal{A} = 4x^2 - 34x + 70$

2- Déduisons l'aire du bassin EFGH lorsque la bordure a une largeur de 0,5 mètre.

On a :$\mathcal{A} = 4x^2 - 34x + 70.$

Donc$\mathcal{A} = 4 \times (0{,}5)^2 - 34 \times 0{,}5 + 70$

$$\mathcal{A} = 4 \times 0{,}25 - 17 + 70$$

$$\mathcal{A} = 54 \text{ m}^2$$

30

1- a) L'expression $600 - x$ représente le nombre de places debout.

b) L'expression $2500x$ représente la recette pour les places assises.

c) L'expression $1500(600 - x)$ représente la recette pour les places debout.

2- Exprimons, en fonction de x la recette totale en francs CFA si toutes les places sont occupées.

Soit R la recette totale.

$$\text{R} = 1500(600 - x) + 2500x$$

$$\text{R} = 1500 \times 600 - 1500x + 2500x$$

$$\text{R} = 1000x + 900000$$

3- Calculons cette recette pour $x = 150$.

On a :$\text{R} = 1000x + 900000$.

$$\text{R} = 1000 \times 150 + 900000$$

$$\text{R} = 1\,050\,000 \text{ FCFA}$$

31

Méthode 1 : Déterminons P – Q.Erratum $Q = 4 - 3x(2 - 5x)$

P – Q = $(3x+4)(5x-2) - (20x-12)$– $[4 - 3x(2-5x)]$

P – Q $= 15x^2 - 6x + 20x - 8 - 20x + 12 - (4 - 6x + 15x^2)$

P – Q $= 15x^2 - 6x + 4 - 4 + 6x - 15x^2$

P – Q $= 15x^2 - 15x^2 - 6x + 6x + 4 - 4$

P – Q $= 0$

Donc P = Q.

<u>Méthode 2</u> : Transformons P.

$P = (3x + 4)(5x - 2) - (20x - 12)$
$P = 3x(5x - 2) + 4(5x - 2) - 20x + 12$
$P = 3x(5x - 2) + 20x - 8 - 20x + 12$
$P = -3x(2 - 5x) + 20x - 20x - 8 + 12$
$P = -3x(2 - 5x) + 4$
$P = 4 - 3x(2 - 5x)$
Donc P = Q.

<u>Méthode 3</u> : Développons P et Q.

$P = (3x + 4)(5x - 2) - (20x - 12)$ et $Q = 4 - 3x(2 - 5x)$
$P = 15x^2 - 6x + 20x - 8 - 20x + 12$ et $Q = 4 - 6x + 15x^2$
$P = 15x^2 - 6x + 4$et $Q = 15x^2 - 6x + 4$
Donc P = Q.

32

1) Développons $(2x - 3)^2 - 4$
$(2x - 3)^2 - 4 = (2x)^2 - 2 \times 3 \times 2x + 3^2 - 4$
$(2x - 3)^2 - 4 = 4x^2 - 12x + 9 - 4$
$(2x - 3)^2 - 4 = 4x^2 - 12x + 5$

2) Factorisons$(2x - 3)^2 - 4$.
$(2x - 3)^2 - 4 = (2x - 3)^2 - 2^2$
$(2x - 3)^2 - 4 = (2x - 3 + 2)(2x - 3 - 2)$
$(2x - 3)^2 - 4 = (2x - 1)(2x - 5)$<u>i</u>

3) Déduisons une factorisation de $4x^2 - 12\,x + 5$.

De 1) et 2), on déduis que $4x^2 - 12\,x + 5 = (2x - 1)(2x - 5)$

33

Déterminons où l'on doit placer le point Msur [CD] pour que l'aire du trapèze BEMCcouvre les deux tiers du rectangle ABCD.

- L'aire du rectangle ABCD

  $\mathcal{A}ire_{\text{ABCD}} = 6 \times 20$

  $\mathcal{A}ire_{\text{ABCD}} = 120\text{cm}^2$

- L'aire du trapèze BEMC

  Soit la x longueur CM.

  $\mathcal{A}ire_{\text{BEMC}} = \dfrac{\text{la somme des bases} \times \text{hauteur}}{2}$

  $\mathcal{A}ire_{\text{BEMC}} = \dfrac{(\,x + 9) \times 6}{2}$

  $\mathcal{A}ire_{\text{BEMC}} = 3(x + 9)$

  $\mathcal{A}ire_{\text{BEMC}} = 3x + 27\text{cm}^2$

- L'aire du trapèze BEMCcouvre les deux tiers du rectangle ABCD, donc

  $\mathcal{A}ire_{\text{BEMC}} = \dfrac{2}{3}\mathcal{A}ire_{\text{ABCD}}$

$$3x + 27 = \frac{2}{3} \times 120$$

$$3x + 27 = 80$$

$$3x = 80 - 27$$

$$3x = 53$$

$$x = \frac{53}{3}$$

Pour que l'aire du trapèze couvre les deux tiers du rectangle, on doit placer le point M sur [CD] à environ 17,7 cm de C.

34

1- Ecrivons en fonction de « R » la longueur « L» des côtés du carré.

Un cercle inscrit dans un carré a pour diamètre le côté de ce carré.

Or le cercle ici, a pour rayon « R ».

Donc $\mathrm{L} = 2\,\mathrm{R}$.

2- Justifions que $\mathcal{A} = 4\mathrm{R}^2 - \pi\mathrm{R}^2$.

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{Carré} - \mathcal{A}_{Disque}$$

$$\mathcal{A} = \mathrm{L}^2 - \pi \times \mathrm{R} \times R$$

$$\mathcal{A} = (2\mathrm{R})^2 - \pi \times \mathrm{R} \times R$$

$$\mathcal{A} = 4\mathrm{R}^2 - \pi\mathrm{R}^2$$

3- <u>Factorisons l'expression de $\mathcal{A}$.</u>

$$\mathcal{A} = 4\mathrm{R}^2 - \pi\mathrm{R}^2$$

$$\mathcal{A} = \mathrm{R}^2(4 - \pi)$$

4- Calculons la valeur exacte en cm^2 de l'aire $\mathcal{A}$ de la partie grisée pour $\mathrm{R} = 5$ cm .
(on prendra $\pi = 3$.)

On a : $\mathcal{A} = \mathrm{R}^2(4 - \pi)$.

Donc $\mathcal{A} = 5^2(4 - 3)$.

$$\mathcal{A} = 25\ \mathrm{cm}^2$$

35

1- Soit x le nombre de billes noires.

Le sac contient donc $(x + 18)$ billes rouges et comme il contient, en tout, 250 billes, alors, on a :

$$x + (x + 18) = 250$$

$$2x + 18 = 250$$

$$2x = 250 - 18$$

$$2x = 232$$

$$x = \frac{232}{2}$$

$$x = 116$$

Il y a donc 116 billes noires et $116 + 18 = 134$ billes rouges dans le sac.

2- Avec 115 billes au total au lieu de 250, l'équation devient :

$$x + (x + 18) = 115$$
$$2x + 18 = 115$$
$$2x = 115 - 18$$
$$2x = 97$$
$$x = \frac{97}{2}$$
$$x = 48{,}5$$

Comme le nombre de billes noires est un entier, alors le problème n'a pas de solution, même si l'équation en a une.

36

1) Soit m la masse d'un tube en grammes.
L'équilibre de la balance se traduit par l'équation suivante :

$$3m + 70 = 200 + 50 + m.$$
$$3m + 70 = 250 + m$$

2) Déterminons la masse d'un tube.
Résolvons l'équation : $3m + 70 = 250 + m$.
$3m + 70 = 250 + m$
$3m - m = 250 - 70$

$$2m = 180$$
$$m = \frac{180}{2}$$
$$m = 90$$

La masse d'un tube est 90g.

Situations d' évaluation

37

On désigne par x l'âge de sa fille LYNE.

1-

	KOUADIO	LYNE

L'âge actuel	$x + 35$	x
L'âge dans cinq ans	$(x + 35) + 5$	$x + 5$

2- Le problème se traduit par l'équation suivante, que l'on résout : $(x + 35) + 5 = 2(x + 5)$.

$$(x + 35) + 5 = 2(x + 5)$$
$$x + 35 + 5 = 2x + 10$$
$$x + 40 = 2x + 10$$
$$x - 2x = 10 - 40$$
$$-x = -30$$
$$x = 30$$

LYNE a 30 ans et l'oncle KOUADIO a 30+35 = 65 ans.

38

1) Montrons que $\mathcal{A} = a^2 - (a - 30)^2$.

$\mathcal{A} = \mathcal{A}\text{ire}_{\text{champ}} - \mathcal{A}\text{ire}_{\text{hangar}}$

Or, le champ est de forme carré de côté a et le hangar de forme carré de côté $a - 30$.

$$\mathcal{A} = a \times a - (a - 30)(a - 30).$$

D'où, $\mathcal{A} = a^2 - (a - 30)^2$.

2) Factorisons $\mathcal{A} = a^2 - (a - 30)^2$.

$$\mathcal{A} = a^2 - (a - 30)^2$$
$$\mathcal{A} = [a + (a - 30)][a - (a - 30)]$$
$$\mathcal{A} = (a + a - 30)(a - a + 30)$$
$$\mathcal{A} = 30(2a - 30)$$

3) L'aire de ce champ de maïs lorsque $a = 50$.

On a : $\mathcal{A} = 60a - 900$.

Donc, $\mathcal{A} = 60 \times 50 - 900$

$$\mathcal{A} = 3000 - 900$$
$$\mathcal{A} = 2100\ m^2$$

39

1- Justifions que l'aire totale A_T du jardin est : $A_T = 9x^2 + 6x + 1$.

Le jardin est de forme carrée de côté $3x + 1$.

Donc $A_T = (3x + 1)(3x + 1)$

$$A_T = (3x + 1)^2$$

$$A_T = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 1 + 1^2$$

$$A_T = 9x^2 + 6x + 1$$

2- Justifions que l'aire A_S de la partie qui servira à mettre du piment est : $A_S = 6x^2 + 2x$.

$$A_S = A_T - A_{DCEF}$$
$$A_S = 9x^2 + 6x + 1 - (x + 1)(3x + 1)$$
$$A_S = 9x^2 + 6x + 1 - (x \times 3x + x \times 1 + 1 \times 3x + 1 \times 1)$$
$$A_S = 9x^2 + 6x + 1 - (3x^2 + 4x + 1)$$
$$A_S = 9x^2 + 6x + 1 - 3x^2 - 4x - 1$$
$$A_S = 9x^2 - 3x^2 + 6x - 4x + 1 - 1$$
$$A_S = 6x^2 + 2x$$

3- Pour $x = 10\ m$, on a :

$$A_S = 6 \times 10^2 + 2 \times 10$$

$$A_S = 6 \times 100 + 20$$

$$A_S = 620 m^2$$

Le mètre carré étant à 60 FCFA, on a :
$620 \times 60 = 37200$ FCFA
Or, la coopérative ne dispose que de 35000 FCFA .
Donc, elle ne pourra pas bénéficier des services de ce spécialiste en jardin.

Leçon 4

Équations et inéquations dans $\mathbb{Q}$

Situation d'Apprentissage

Faire deux lectures de la situation d'apprentissage par deux apprenants.
Recenser et expliquer les données pertinentes.
Poser les questions suivantes :

Question/Consignes pour dérouler la situation	Réponse attendue
De quoi s'agit -il dans ce texte ?	Une cérémonie de récompense dans établissement
Qui est primé dans cet établissement ?	C'est Mlle Fidèle qui est primé
Comment a-elle repartie son prix ?	Après s'être acheté un dictionnaire à 15 500F, deux robes de 6 500F chacun et une chaussure à 9 500F, elle décide d'encourager toute sa classe au travail en offrant à chacun des 23 élèves un livre dont elle ne connait pas le coût.
Que fait-elle pour encourager toute sa classe au travail ?	Elle décide de leur offrir à chacun un livre dont elle ne connait pas le coût
Qu'est-ce ses camarades décident de faire pour l'aider.	Ses camarades décident de traduire cette situation par un calcul afin de vérifier que le projet de leur copine est réalisable avec ce qu'elle a reçu.
Que cherche -elle à faire ?	Elle cherche à connaitre le coût du livre
Que décide de faire le groupe de copines	Le groupe de copine décide donc d'en savoir plus en s'informant auprès de leur professeur.

Dans cette leçon, nous allons apprendre à identifier équation du premier degré dans $\mathbb{Q}$, à les résoudre et à traduire une situation donnée par une équation dans $\mathbb{Q}$. Nous allons aussi apprendre à identifier inéquation du premier degré dans $\mathbb{Q}$, à les résoudre et à traduire une situation donnée par une inéquation dans $\mathbb{Q}$.
Ce que nous allons apprendre va vous permettre de résoudre beaucoup de problèmes dans la vie. C'est pourquoi je vous demande de bien suivre.

Nous allons travailler ensemble selon le plan suivant :
1) Equation du premier degré dans $\mathbb{Q}$
2) Inéquation du premier degré dans $\mathbb{Q}$

Installation des habiletés

Activités 1 **Équation du premier degré dans $\mathbb{Q}$**

1. Notion d'équation

Activité

1. $x + 10 + 20 = 200 + 10$;
2. $x = 180$ g.

Exercices de fixation

Exercice 1. $x + 4 = 1$; $6 = 2x + 3$.

Exercice 2.

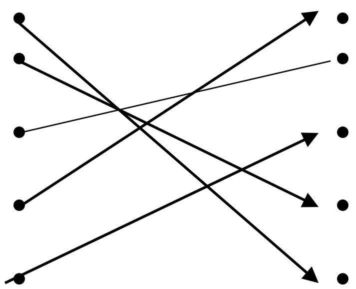
	Inconnu	1[er]membre	2d membre
a)	x	$12 - 3x$	$7x + 10$
b)	n	$3n + 6$	16
c)	p	132	$\frac{5}{7}p - 3$
d)	y	$y + \frac{17}{9}$	0

Exercice 3.

3 est solution de $7 - 5x = -8$.

Exercice 4.

$3x + 1 = -2$
$3x - 1 = -2$
$3x = 2$
$x + 1 = 2$
$3x + 1 = 2$



1
$\frac{2}{3}$
$\frac{1}{3}$
$-\frac{1}{3}$
-1

2. Egalité et opérations

Activité

$1. a)\ 14 - 5 = 9\ (1)$
$14 - 5 + \frac{3}{2} = 9 + \frac{3}{2}$
$b) 14 - \frac{7}{2} = 9 + \frac{3}{2}$
$\frac{21}{2} = \frac{21}{2}$

$2. a)\ 14 - 5 = 9\ (1)$
$(14 - 5) \times \frac{2}{3} = 9 \times \frac{2}{3}$
$b)(14 - 5) \times \frac{2}{3} = 6$
$9 \times \frac{2}{3} = 6$
$6 = 6$

Exercices de fixation

1-a) $x - 4 + 4 = 7 + 4$; b) $x - 4 - 3 = 7 - 3$ .Cite la première synthèse.
2-a) $4\times(\frac{4}{5}x) = 4\times2$; b)$(-\frac{1}{5})\times(\frac{4}{5}x) = (-\frac{1}{5})\times2$. cite la deuxième synthèse .

3. Résolution d'équations

Activité

I. a) $x + a = b$ $x + a + (-a) = b + (-a)$ $x = b - a$ La solution de l'équation est $b - a$	II. a) $ax = b$ $ax \times \frac{1}{a} = b \times \frac{1}{a}$ $z = \frac{b}{a}$ La solution de l'équation est $\frac{b}{a}$.	III. a) $ax + b = c$ $ax = c + (-b)$ $ax = c - b$ $ax \times \frac{1}{a} = (c - b) \times \frac{1}{a}$ $x = \frac{c-b}{a}$ La solution de l'équation est $\frac{c-b}{a}$

Exercices de fixation

Exercice

1-a) $x - 2 = 5$
$x = 7$
b) $x + 3 = -1$
$x = 4$

2.a) $4x = 3$
$x = \frac{3}{4}$
b) $-\frac{3}{2}x = 7$
$x = -\frac{14}{3}$

3.a) $-9x + 7 = -5$
$x = \frac{4}{3}$
b) $\frac{1}{6}x - 3 = 11$
$x = 84$.

4. Situation se traduisant par une équation du premier degré dans Q

1) Soit x le prix d'un stylo

2) Marie reçoit un montant de 1000 F pour sa journée d'école. Elle empreinte le woro-woro à 500f ; elle prend un petit déjeuné 125F ; elle paye deux stylos de même valeur et il lui reste 75F.
3) $2x + 500 + 125 = 1000 - 75$.

4) Résolution de l'équation

$2x + 500 + 125 = 1000 - 75$ équivaut à $2x + 625 = 925$

Équivaut à $2x = 300$

Équivaut à $x = 150$

Exercices de fixation

Exercice 1.
$3x = 28 - 1$
$x = 9\ filles$

Exercice 2.
$3x + 3 = 513$
Les trois nombres sont :
170 ; 171 ; 172

Exercice 3.
$3x - 5 = 19$
$\boldsymbol{x = 8}$

Activités 2 Inéquation du premier degré dans $\mathbb{Q}$

1. Notion d'inéquation

Activité

Nombre x de magazines achetés	4	6	8	9	11
Cout total en F	1660	2490	3320	3735	4565

b) l'abonnement 12 numéro est de 3700 F

Yao dépensera moins pour moins de 8 numéros.

c) $415x < 3700$.

Exercices de fixation

Exercice 1. les inéquations : $19 - 8x = 11$ et $6 > 2x + 3$

Exercice 2.

	inconnu	1er membre	2d membre
a	x	$x - 17$	-10
b	t	$3t$	16
c	k	$\frac{1}{4}$	$5k - 3$
d	y	$8y + \frac{17}{9}$	0

2. Inégalités et opérations

Activité

a	4	3	-7	-5
b	6	-4	-3	7
c	3	3	-4	-4
Compare a et b	$a < b$	$a > b$	$a < b$	$a < b$
Compare a+c et b+c	$a + c < b + c$	$a + c > b + c$	$a + c < b + c$	$a + c < b + c$
Compare c×a et c×b	c×a < c×b	c×a > c×b	c×a > c×b	c×a > c×b

2-) cite les synthèses.

Soit les nombres rationnels a, b et c
Les nombres $a + c$ et $b + c$ sont rangés dans le même ordre que les nombres a et b.
Si $c > 0$, alors $a \times c$ et $b \times c$ sont rangés dans le même ordre que les nombres a et b.
Si $c < 0$, alors $a \times c$ et $b \times c$ sont rangés dans l'ordre contraire des nombres a et b

Exercices de fixation

Exercice 1. $x < -5$ équivaut à $x + 3 < -2$; 2) $2x > -1$ équivaut à $2x - 5 > -6$.

Exercice 2.

$x < -5$ équivaut à $(\frac{1}{2})x < \frac{1}{2} \times (-5)$; $\frac{1}{3}x > -1$ équivaut à $(-4)\frac{1}{2}x < (-4) \times (-1)$

3. Justifier qu'un nombre rationnel est solution d'une inéquation.

Activité

1)	$2x - 3 > 5$(I)					
Si remplace x par :	2	-3	6	4	10	5
L'inégalité trouvée	$1 > 5$	$-9 > 5$	$9 > 5$	$5 > 5$	$17 > 5$	$7 > 5$
L'inégalité est :	Faux	Faux	Vraie	Faux	Vraie	Vraie

2) les valeurs pour lesquelles l'inégalité est vraie : 6 ;10 ; 5.

Exercices de fixation

Exercice 1. 3 est solution de l'inéquation $-5t < -11$

Exercice 2. 3 ; 87 ; 1250 sont trois solutions de l'inéquation$2x > 5$

4- Résoudre une inéquation

Activité

1. Résolution d'inéquation du type : $x + a > b$ ou $x + a < b$	
a) $x + a > b$	b) $x + a < b$
$x + a + (-a) > b + (-a)$	$x + a + (-a) < b + (-a)$
$x > b - a$	$x < b - a$
On peut trouver deux nombres vérifiant chacune des inégalités	

2. Résolution d'inéquation du type : $ax > b$ ou $ax < b$, si $a > 0$	
a) $3x < 4$; $ici\ a = 3\ et\ b = 4$	b) $\frac{1}{3}x > 5$;$ici\ a = \frac{1}{3}\ et\ b = 5$
$\frac{1}{3} \times (3x) < \frac{1}{3} \times 4$	$3 \times \frac{1}{3}x > 5 \times 3$
$x < \frac{4}{3}$	$x > 15$
On peut trouver deux nombres vérifiant chacune des inégalités	

3. Résolution d'inéquation du type : $ax > b$ ou $ax < b$, si $a < 0$	
a) $-4x < 1$; $ici\ a = -4\ et\ b = 1$	b) $-\frac{1}{2}x > 4$;$ici\ a = -\frac{1}{3}\ et\ b = 4$
$-\frac{1}{4} \times (-4x) > -\frac{1}{4} \times 1$	$-2 \times -\frac{1}{2}x < -2 \times 4$
$x > -\frac{1}{4}$	$x < -8$
On peut trouver deux nombres vérifiant chacune des inégalités	

4. Résolution d'inéquation du type : $ax + b > c$ ou $ax + b < c$	
a) $-5x + 3 < -2$; $ici\ a = -5\ et$ $b = 3; c = -2$	b) $4x + 6 > 10$;$ici\ a = 4\ et\ b = 6; c = 10$
$-5x < -3 - 2$	$4x > 10 - 6$
$-5x < -5$	$4x > 4$
$-\frac{1}{5} \times (-5x) > -\frac{1}{5} \times (-5)$	$\frac{1}{4} \times 4x > \frac{1}{4} \times 4$
$x > -1$	$x > 1$
On peut trouver deux nombres vérifiant chacune des inégalités	

Exercices de fixation

Exercice 1

a) Si $x - 12 < -10$, alors $x < 2$;
b) Si $x + 7 > -1$, alors $x > -8$;
c) Si $2x > 4$, alors $x > 2$;
d) Si $5x < -15$, alors $x < -3$;
e) Si $-x > 4$, alors $x < -4$;
f) Si $-3x < 6$, alors $x > -2$.

Exercice 2

a) $x + 2 > 4$équivaut à$x > 2$; b) $x - 6 < 4$ s équivaut à $x < 10$;

c) $2x > -4$équivaut à$x > -2$; d) $-2x < -4$équivaut à $x > 2$;
e) $-2x + \frac{1}{2} > 0$équivaut à $x < -\frac{1}{4}$.

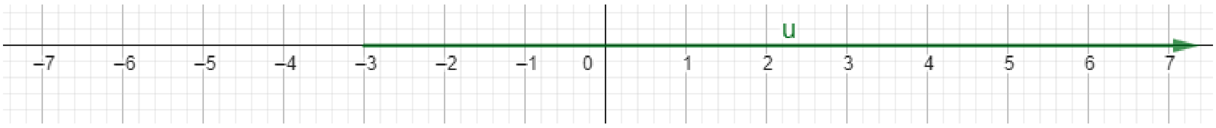
Exercice 3

a) $2x - 5 < 6$ équivaut à$x < \frac{11}{2}$; b) $-6x + 2 > -4$ équivaut à $x < 1$.

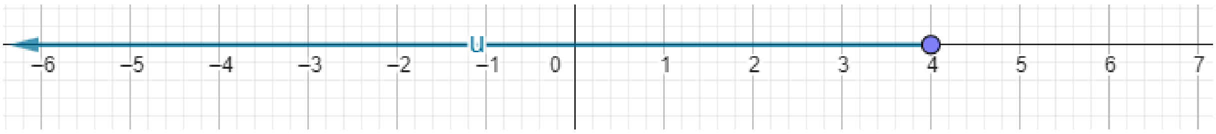
5. Représentation graphique.

Activité

a)



b)

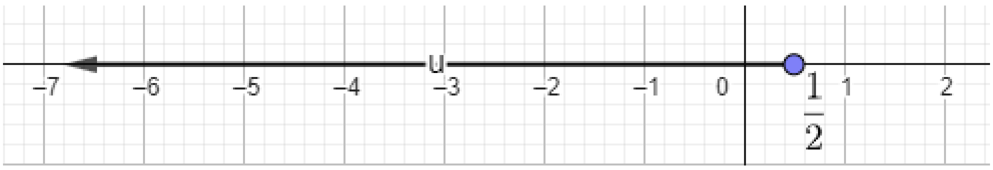


Exercices de fixation

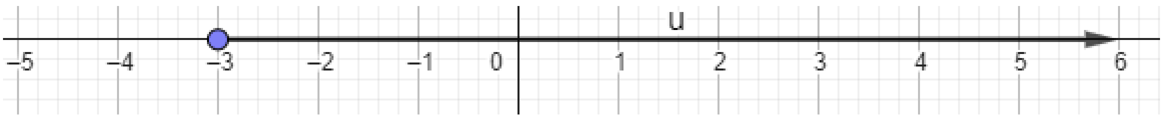
Exercice 1. Association : 1.c ; 2.d ; 3.a ; 4.b

Exercice 2. Représentation

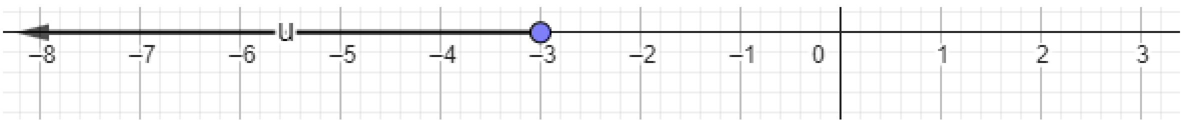
a)



b)



c)



6. Traduire une situation donnée par une inéquation du premier degré

Activité

1. Soit x le prix possible d'une rose

2. Exprimons les données de l'énoncé en fonction de l'inconnue

Le prix des trois grosses marguerites à 1800 chacune est :3×1800
Le prix des 4 roses est : $4x$
Le prix de toutes les fleurs est : $4x + 3 \times 1800$

3. **Mettons en inéquation cette situation**

On veut déterminer le prix possible d'une rose peut acheter pour ne pas dépasser son budget de 13 800 F est : $4x + 3 \times 1800 < 13\,800$

4. Résolution de l'inéquation : $\mathbf{4x + 3 \times 1800} < 13\,800$

$4x + 3 \times 1800 < 13\,800$ Équivaut à $4x + 5.400 < 13\,800$

Équivaut à $4x < 8400$

Équivaut à $4x < 8400$

Équivaut à $x < 2\,100$

Le prix d'une rose est moins de $2\,100$

5. Vérification

$4 \times 2100 + 3 \times 1800 = 13800$

En achetant une rose à 2100 F, la dépense pour les fleurs ne dépasse pas les 13 800 F.

Exercices de fixation

Exercice

a) Choix de l'inconnue :

Soit $x$le nombre de films à partir duquel la tarif B est le plus intéressant.

b) Traduisons les données de l'enoncé

Tarif A est 19 000 F

Tarif B : $2000x + 3000$

c) Mise en inéquation du problème :$2000x + 3000 > 19\,000$

d) Résolution de l'inéquation

$2000x + 3000 < 19\,000$ Équivaut à $2000x > 16\,000$

Équivaut à $x > 8$

Pour 8 films le tarif B est avantageux

En effet $2000 \times 8 + 3000 = 19\,000$

Exercices de renforcement

1

a) 5 est solution de 2(x-5) = 0.

b) l'équation $3(y-2) = 2y + 5$ a pour solution 11

c) l'équation $3(x-2) = 3x - 5$ n'a pas de solution

d) L'équation qui a la même solution que $2(x-7)+9=11$
est :2x = 16 ;
e) Le premier membre de l'équation $5(t-4)=2t+7$est :5(t – 4) ;
f) En retranchant 8 à chaque membre de l'égalité : $7x+8=10$, on obtient :

$$7x = 2 ;$$

g) En divisant par 3 chaque membre de l'égalité : $3x - 12 = 6$, on obtient :

$$x - 4 = 2$$

2

On obtient :

a) $a+2<b+2$b) $a-4<b-4$; c) $a+\frac{1}{2}<b+\frac{1}{2}$; d) $a-\pi<b-\pi$.

3

Le nombre qui est solution de l'équation :$2x-3=x+8$ est : 11

4

a)$x + 1 = 0$ équivaut à : $x=-1$; b) $x - 3 = 0$ équivaut à : $x=3$;
c) $x + 2 = 5$ équivaut à$x=3$;d) $x - 1 = 3$ équivaut à$x=4.$;
e) $x + 3 = -1$ équivaut à$x=-4$;f) $-5+ x = -2$équivaut à$x=3$.

5

a) $\frac{x}{5}-9=2$ a pour solution 55; b) $6x+(x-4)=17$ a pour solution 3;

c) $3(2x-1)-4(3-x)=-15$a pour solution 0;d) $\frac{4x}{7}=24$ a pour solution 42.

6

a)$2x + 6 = 0$ a pour solution -3 ;b)$3x - 12 = 0$ a pour solution 4;c)$-x + 4 = 0$ a pour solution 4 ;d)$-3-2x = 3$ a pour solution -3 ;e)$5x - 1 = 19$ a pour solution 4 ;
f)$-4x + 5 = -7$a pour solution 3.

7

a) $\frac{x}{2}-\frac{x}{4}=3$a pour solution 12 ; b) $\frac{x}{8}-0{,}25x=17$a pour solution -136.

8

a) $2x + 3 - x =- 1$ a pour solution -4; b)$- 5 = 3x-x-1$ a pour solution -2 ;
c)$-4x - 7 - 2x = -9$a pour solution $\frac{-1}{3}$; d)$3(1-2x)+5x+1 = +3$ a pour solution

-1 ;;e)$2x + 1 - 2x = +1$a pour solutionTout élément de$\mathbb{Q}$

9

a) $\frac{5}{3}x = 125$ a pour solution75 ; b)$\frac{4}{3}x = \frac{5}{3}$ a pour solution$\frac{5}{4}$;c)$-\frac{5}{2}x = \frac{7}{6}$ a pour solution $\frac{-7}{15}$; d)$\frac{1}{3}x + \frac{2}{7}x - \frac{8}{5} = \frac{5}{3}$a pour solution$\frac{1029}{195}$; e)$-\frac{8}{7} = \frac{5}{3} + \frac{1}{2}x + \frac{12}{5}x$a pour solution$-\frac{590}{609}$.

10

1) Pour le tarif A :le prix à payer pour 8 séances est 33 000 F

Pour le tarif B ; le prix à payer pour 8 séances est 40 000F

2) Exprimons en fonction de x le prix payé avec le tarif A est $21\,000 + 1500x$

Exprimons en fonction de x le prix payé avec le tarif B est $5000x$.

3) Déterminons le nombre de séances pour lequel le tarif A est égal au tarif B : on a :
$21\,000 + 1500x = 5000x$.
Le nombre de séances est : 6

11

Le périmètre du nouveau rectangle est :$2(3 + x) + 2(5 + x)$
Déterminons la valeur de x pour que le périmètre du nouveaurectanglesoit de 28 cm.
$x = 3$

12

a) On sait que : $3x + x + 2x = 180$, ainsi $x = 30°$
b) On a : mes $\hat{A} = 90°$; mes $\hat{B} = 30°$ et mes $\hat{C} = 60°$

13

a) On sait que : $x + 15 + x + 10 + x + 5 = 180$,ainsi $x = 50°$
b) On a : : mes $\widehat{M} = 65°$; mes $\widehat{N} = 60°$ et mes $\hat{E} = 55°$

14

a) On sait que : $105 + 0{,}5x + 2x = 180$,ainsi $x = 30°$
b) On a : mes $\hat{B} = 15°$, mes $\hat{C} = 60°$.

15

a) On sait que : $20x + 40x + 90 = 180$,ainsi $x = 1{,}5$

b) On a : mes $\hat{I} = 30°$, mes $\widehat{K} = 60°$.

16

Soit x le nombre auquel pense Lynka.
Ainsi $3(x+11)-3=61$
le nombre de départ de Lynka est 7.

17

Soit x le montant du plus petit
$x+x+1000+x+1000+1500=10500$
On a $3x+3500=10500$ équivaut à $x=\frac{7000}{3}$
Le plus petit a $\frac{7000}{3}F$; le second a $\frac{10000}{3}$ F ;le plus grand a $\frac{14\,500}{3}$ F

18

Soit xl'âge auquel l'âge du père sera le double de l'âge de Yao
$46+x=2(x+18)$Équivaut à $x=10$
Dans 10 ans l'âge du père sera le double de l'âge de Yao

19

Soit x monâge aujourd'hui, l'âge de mon père est $x+23$
$x+23+15=3x$équivaut à $2x=38$
Équivaut à $x=19$
Mon âge est 19 ans

20

Soit $x$le nombre d'année cherché
On a :$5+7+11+13+4x=39+x$ équivaut à $3x=3$
équivaut à $x=1$
Dans 1 ans la somme des âges des filles sera égale à l'âge du père

21

Soit L la longueur du rectangle
On a :$2(L+13)=56$
Donc $L=15\ m$

22

On a $L=2l$, on sait aussi que $2(l+2l)=69$
Ainsi $l=\frac{23}{2}$. Donc $L=23\ cm$

23

Soit n le nombre cherché
On a $n + n + 1 + n + 2 = 513$, ainsi $n = 170$
Les trois nombres sont : 170 ;171 et 172

24

Trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 200 sont tels que :
$n + n + 1 + n + 2 = 200$,Ainsi$3n = 197$, ce nombre est $\frac{197}{3}$ qui n'est pas un entier naturel.
On ne peut pas trouver ce nombre car la somme de ces trois nombres entiersconsécutifs est impaire.

25

La somme des 4 nombres entiers naturels sont tels que : $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 = 1254$,
On a : $4n + 6 = 1254$, on a : $n = 312$
Les quatre nombres entiers naturels consécutifs sont :312 ; ; 313 ; 314 ; 315

26

Les trois nombres entiers naturels impairs consécutifs dont la somme est égale à 495 sont tels que : $n + 1 + n + 3 + n + 5 = 495$, on a $3n = 486$, ainsi $n = 162$
Les trois nombres entiers naturels impairs consécutifs recherchés sont :163 ; 165 et 167 ;

27

Soit x le nombre affiché par Harrison et Fadi
Pour Harrison on a : $3x + 4$
Pour Fadi : on a : $2x + 7$
ils s'aperçoivent que leurs calculatrices affichent exactement le même résultat. On a
$3x + 4 = 2x + 7$, ainsi le nombre de départ affiché est 3.

28

Soit x le nombre choisi par Olivier et Charlotte
Pour Olivier on a : $10x - 2$
Pour Charlotte : on a : $8x + 7$
ilsobtiennent tous exactement le même résultat. On a
$10x - 2 = 8x + 7$.
Ainsi le nombre de départ choisi par les deux est 4,5.

29

a) 12 est une solution de :$-5 - x < 0$ *et* $-2 - x > -2x + 3$.
b) -10est solution de l'inéquation y< *5*.
c) 1 et 2 sont des solutions de l'inéquation $x - 5 < 3x - 5$.
d) Le deuxième membre de l'inéquation $5(t - 4) < 2t + 7$est $2t + 7$.
e) En divisantchaque membre de l'inégalité $-3x + 12 < 6$ par -3on obtient $x - 4 > -2$.

30

Attention : Numéroter chaque ligne : a) ; b) ; c) ; d) ; e) et g)

a) vrai ; b) vrai ; c) faux ; d) faux ; e) faux ; f) vrai ; g) vrai.

31

a. Si $2x > 4$ alors $x > 2$ .. ;b. Si $-x > 4$ alors x <-4. c. Si $5x > 5$ alors $x > 1$; d. Si $-2x > 6$ alors $x < -3$.

32

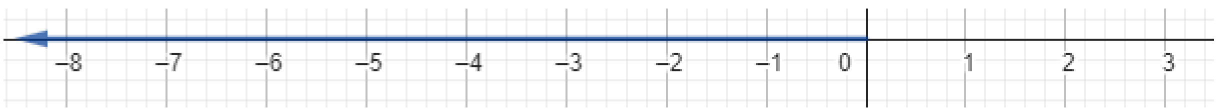
Le nombre 2 est solution des inéquations a) et c)

33

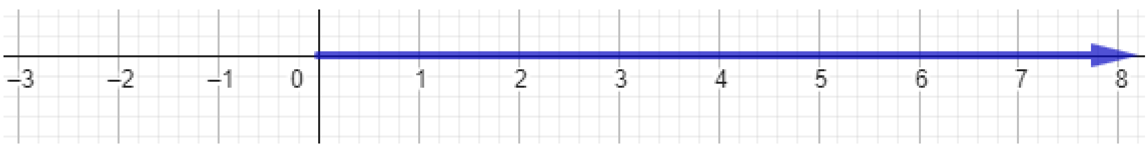
Les nombres -2 ; 1 et -4vérifient l'inégalité$\frac{5x}{4} < \frac{3}{2}$

34

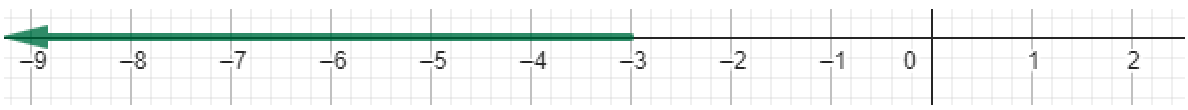
a) $x < 0$



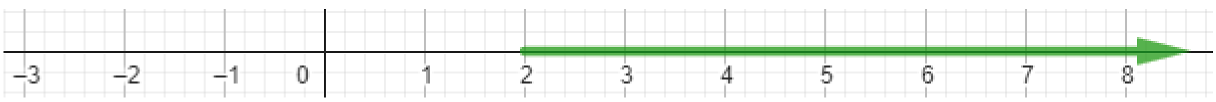
b)$x > 0$



c)$x < -3$



d) $x > 2$



35

a) Les nombres -5 ; 4sont des solutions de l'inéquation$2x < 10$
Les nombres 5 ; 9 nesont pas des solutions de l'inéquation$2x < 10$
b) Les nombres 0 ; -3sont des solutions de l'inéquation$-3x < 30$
Les nombres -20 ; -45ne sont pas des solutions de l'inéquation$-3x < 30$
c)Les nombres12 ;25sont des solutions de l'inéquation$5x > 51$
Les nombres 0 ; -2ne sont pas des solutions de l'inéquation$5x > 51$
d)Les nombres-5 ; 5sont des solutions de l'inéquation$4x > -25$
Les nombres -6 ; -12ne sont pas des solutions de l'inéquation$4x > -25$
e)Les nombres3 ; 10sont des solutions de l'inéquation$-2x < -3$
Les nombres 0 ; -1 ne sont pas des solutions de l'inéquation$-2x < -3$
f)Les nombres-12 ; -20sont des solutions de l'inéquation$-\frac{5}{6}x > 7$.
Les nombres 0 ; 2 ne sont pas des solutions de l'inéquation$-\frac{5}{6}x > 7$.

36

a)$x - 11 < 4$ équivaut à $x < 15$, les solutions sont les nombres rationnels plus petits que 15.

b) $x + 3 > -1$équivaut à $x > -4$, les solutions sont les nombres rationnels plus grands que -4..

c) $5x - 3 > -1$ équivaut à $x > \frac{2}{5}$, les solutions sont les nombres rationnels plus grands que $\frac{2}{5}$.

d) $-4x < 7$équivaut à $x > -\frac{7}{4}$, les solutions sont les nombres rationnels plus grands que $-\frac{7}{4}$

37

a) $-3x + 4 < -7$ équivaut à $x > \frac{11}{3}$, les solutions sont les nombres rationnels plus grands que $\frac{11}{3}$.
b) $1 < -2x - 5$;équivaut à $x < -3$, les solutions sont les nombres rationnels plus petits que -3.
c) $3x - 1 < 4$ équivaut à $x < \frac{5}{3}$., les solutions sont les nombres rationnels plus petits que $\frac{5}{3}$.
d) $2x + 2 < 2$équivaut à $x < 0$., les solutions sont les nombres rationnels plus petits que 0.

38

a) $\frac{1}{2}x + 7 < 0$ équivaut à $x < -14$., les solutions sont les nombres rationnels plus petit que -14.
b) $-2x + 6 > 0$ équivaut à $x < 3$., les solutions sont les nombres rationnels plus petits que 3.
c) $\frac{1}{2}x + \frac{5}{3} < \frac{7}{6}$équivaut à $x < -1$., les solutions sont les nombres rationnels plus petits que -1.

39

a)$2x - 4 < 12$ équivaut à $x < 8$., les solutions sont les nombres rationnels plus petits que 8.
b)$-3x + 27 < 35$équivaut à $x > -\frac{8}{3}$., les solutions sont les nombres rationnels plus grands que $-\frac{8}{3}$.

c)$5x + 12 > 11$ équivaut à $x > -\frac{1}{5}$., les solutions sont les nombres rationnels plus grands que $-\frac{1}{5}$.
d)$-2x - \frac{5}{6} < -3$ équivaut à $x > \frac{13}{12}$., les solutions sont les nombres rationnels plus grands que $\frac{13}{12}$
e)$-\frac{5}{6}x + 5 > \frac{7}{3}$ équivaut à $x < -\frac{16}{5}$.,les solutions sont les nombres rationnels plus petits que $-\frac{16}{5}$

40

a)$2x + 3 < 5$ équivaut à $x < 1$., les solutions sont les nombres rationnels plus petits que 1.
b)$-2x + 3 > -5$ équivaut à $x < 4$., les solutions sont les nombres rationnels plus petits que 4.

c)$x - 4 < -17$ équivaut à $x < -13$, les solutions sont les nombres rationnels plus petits que -13.

d)$-x - \frac{5}{6} < -3$ équivaut à $x > \frac{13}{6}$, les solutions sont les nombres rationnels plus grands que $\frac{13}{6}$.

e)$-x + 5 > \frac{7}{3}$équivaut à $x < \frac{13}{6}$, les solutions sont les nombres rationnels plus petits que $\frac{13}{6}$

41

a) $5(x-1) + 3x - 4(x - \frac{2}{3}) < 0$,équivaut à $x < \frac{7}{12}$, les solutions sont les nombres rationnels plus petits que $\frac{7}{12}$.
b) $\frac{x+1}{2} - \frac{x}{3} < -\frac{2}{3}$,équivaut à $x < -1$, les solutions sont les nombres rationnels plus petits que -1..
c) $\frac{1}{2} - x - \frac{x}{3} > 2$,équivaut à $x < -\frac{9}{8}$, les solutions sont les nombres rationnels plus petits que $-\frac{9}{8}$..
d) $3x - (x-1) - \frac{1}{3}(6x+5) > 0$équivaut à $0x > \frac{2}{3}$

Équivaut à $0 > \frac{2}{3}$,impossible

L'équation pas de solutions

42

La somme de trois entiers consécutifs est inferieur 27 signifie que :
$n + n + 1 + n + 2 < 27$Ainsi 3n+3<27, on a $n < 8$
Les valeurs possibles du plus grand sont : 3 ;4 ;5 ;6 ;7

43

Soit x le nombre de séances.

a) Tarif 1 : $P1 = 750x$;, Tarif 2 : $P2 = 525x + 2700$
b) Déterminons à partir de combien de séanceon a intérêt à s'abonner.
$P1 >: P2$équivaut à$750x > 525x + 2700$
Equivaut à $x > 12$

A partir de 12 séances l'abonnement est avantageux, mais comme l'abonnement est pour un an alors il n'y a pas d'intérêt.

44

Soit x le nombre de Km parcouru
L'entreprise Road-US : $320x$
L'entreprise Road-AF : $18\,000 + 200x$
a) Pour 100km ,L'entreprise Road-US propose 32 000 F et L'entreprise Road-AF propose 38 000F, Road-US est moins chère
b) Déterminons à partir de quel kilométrage l'entreprise Road-AF est la plus intéressante à choisir.
On a :$18\,000 + 200x < 320x$ équivaut à $x < 150$
A partir de 151 kmRoad-AF est moins chère.

Exercice d'approfondissement

45

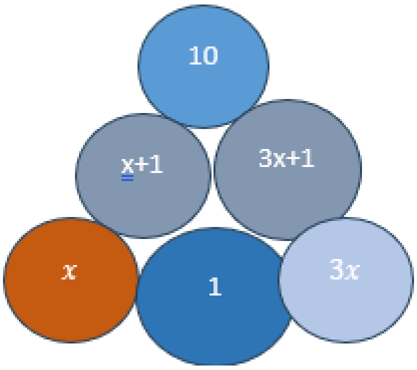
a) on a $\frac{1}{4}x=\frac{1}{5}y = \frac{1}{6}z$,ainsi on a :$y = \frac{5}{4}x$;$z = \frac{6}{4}x$
b) on sait que $x + \frac{5}{4}x + \frac{6}{4}x = 600$, ainsi $x = 160$, puis $y = 200$ et $z = 240$

46

1ère Offre$2500x$; 2ème Offre $8000 + 1500x$
$8000 + 1500x < 2500x$ Équivaut à $x > 8$
Il faut fréquenter au moins9 foispar mois la piscine pour que la carte soit intéressante.

47

1.



2. Ainsi, $x + 1 + 3x + 1 = 10$, donc $x = 2$

48

1. Le résultat de Mariam est : $4(x - 6)$
2. Le résultat de Koudou est $3x - 10$

3.a) les valeurs de Mariam -44 ; 20 ;32 ;44 ;76.

b) les valeurs de Koudou : -25 ;23 ;32 :41 ;65.

c) le programme de Mariam donne un résultat inférieur à celui de Koudou pour les cas où $x = -5$et $x = 11$.
d) le nombres que peut choisir Mariam pour que son programme donne à chaque fois un résultat supérieur à celui de Koudou pour $x > 14$,donc à partir de 15.

49

1. Calculons le nombre total d'appartements de l'immeuble
On a $\frac{2}{5}x + \frac{1}{5}x + 8 + 16 = x$ équivaut à $\frac{2}{5}x = 24$
Équivaut à $x = 60$
Le nombre total d'appartements est 60.
2. le premier a travaillé dans 24 appartements ; le deuxième a travaillé dans 20 appartements, dernier a travaillé dans 16 appartements
49-1) (le nombre total d'appartements est 60) ; 49-2) { 24 ; 20 ; 16 }

50

Le périmètre d'un triangle isocèle est égal à 35mm dont la base mesure 7mm.

Soit l la longueur du coté autre la base :

On a : $2l + 7 = 35$, ainsi $l = 14$mm

Donc les côtés mesures 14 mm et la base 7 mm

51

Soit x le nombre de CD que peut acheter le professeur :
On a :$4 \times 520 + 850x = 6500$, ainsi $x = 5{,}2$
Le nombre de CD que peut acheter le professeur est 5.

52

1. soit x le prix d'un cahier
Les achats de charlotte sont : $20\,000 - 6\,000 = 3\,500 + 2\,800 + 2 \times 2\,200 + 5x$
2.Lecoût de la liste de fourniture de Charlotte
$20\,000 - 6\,000 = 14000\ F$
3. Déterminons le prix d'un cahier de 100 pages
$3\,500 + 2\,800 + 1800 + 2 \times 2\,200 + 5x = 14000$équivaut à $12500 + 5x = 14000$
Equivaut à $5x = 1500$
Ainsi $x = 300$
Le prix d'un cahier de 100 pages est à 300 F

Situations d' évaluation

53

a) Détermine le prix du véhicule neuf.
Soit x le prix du véhicule neuf
$3\,790\,000 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x = x$équivaut à$\frac{1}{4}x = 3\,790\,000$
Ainsi $x = 15\,160\,000$
Le prix véhicule neuf est à 15 160 000 F
b) Déterminons le montant de la somme empruntée
Compléter par un emprunt égal à la moitié du prix du véhicule neuf.
Le montant de la somme empruntée est : $15\,160\,000 \times \frac{1}{2} = 7\,580\,000\ F$

54

Soit x le prix d'une entrée
1. Exprimons, en fonction de y, le coût à l'année avec la formule A
$y = 5500 + 2000x$
2. Exprimons, en fonction de y, le coût à l'année avec la formule B
$y = 8000 + 1500x$
3. Déterminons à partir de combien d'entrées dans l'année, la formule B se révèle la moins chère.
$8000 + 1500x < 5500 + 2000x$équivaut à $2500 > 500x$
équivaut à $x > 5$
À partir de 6 entrées dans l'année, la formule B se révèlela moins chère.

55

Soit x le prix initial de la chemise.

1. Exprimons en fonction de x le prix de vente des 43 chemises

On a : $y = 43x$

2. justifions que le problème se traduit par l'équation suivante :

$1\,243\,000 = 43x + 17(x - 1000) + 40 \times 1500$ équivaut à $60x + 43\,000 = 1243000$

Erreur !!! une erreur s'est glissée dans l'équation précédente

L'équation est $60x + 43\,000 = 1243\,000$ au lieu de $60x + 43\,000 = 124\,300$

3. Déterminons le prix initial d'une chemise

$6x + 43\,000 = 1243\,000$ équivaut à $60x = 1\,200\,000$

équivaut à $x = 20\,000\ F$

Le prix initial d'une chemise est 20 000 F

Leçon 5

Statistique

Situation d'Apprentissage

Faire deux lectures de la situation d'apprentissage par deux apprenants.
Recenser et expliquer les données pertinentes.

Poser oralement les questions suivantes :

Question/Consignes pour dérouler la situation	Réponses attendues
Cite les modalités de cette série statistique	Les modalités sont : 4èA ; 4èB ;4èC ; 4è D et 4è E.
Détermine l'effectif total des classes de 4è .	Effectif des classes de 4è : 65+71+75+58+58 = 325
Qu'est-ce que l'élève de la 4èA a affirmé ?	Il affirme que la mesure ne touche pas sa classe
Qu'est-ce que l'élève décide de faire pour se justifier	Il décide de représenter les donnés à l'aide d'un diagramme semi-circulaire et dedéterminer l'effectif recommandé par la Direction Régionale
Que cherche à faire tous les élèves de la classe ?	Les élèves de la classe cherchent à comprendre la méthode de construction de ce diagramme et la méthode de calcul de l'effectif moyen

Exploitation de la situation d'apprentissage:
Dans cette leçon, nous allons chercher à déterminer le mode d'une série statistique, à calculer la moyenne d'une série statistique, à construire un diagramme semi-circulaire et l'interpréter. Enfin nous allons dresser un tableau à partir d'un diagramme semi-circulaire.
Ce que nous allons apprendre va vous permettre de résoudre beaucoup de problèmes dans la vie. C'est pourquoi je vous demande de bien suivre.

Nous allons travailler ensemble selon le plan suivant.

1) Mode d'une série statistique

2) Moyenne d'une série statistique

3) Diagramme semi-circulaire

Installation des habiletés

Activités 1 Mode d'une série statistique

Activité

1.a) Les modalités sont : 5 - 7 - 8 - 10 - 12 - 14 - 15 - 18 - 20 .

b) Tableau des effectifs :

Modalités	5	7	8	10	12	14	15	18	20
Effectifs	28	22	12	2	26	1	8	6	6

c) Tableau des fréquences :

Effectif total : 111 ; fréquence$=\frac{effectif}{effectif\ total}$

Modalités	5	7	8	10	12	14	15	18	20
Fréquence (%)	25,22	19,81	10,81	1,80	23,42	0,9	7,2	5,4	5,4

2-Note obtenue par le plus grand nombre d'élèves : 5

Exercices de fixation

Exercice 1 Mode de cette série statistique : 2
Exercice 2. Mode de cette série statistique : 2
Exercice 3. Mode de cette série statistique est Bleu

Activités 2 Moyenne d'une série statistique

Activité

1-a)Caractère étudié : Caractère quantitatif
b) Effectif total de cette série statistique : 34
2-a)Somme des âges relevés : 471
Divisons cette somme par l'effectif total, on obtient :13,85
3-a)

Ages (en années)	12	13	14	15	16	Total
Effectif	4	8	13	7	2	34
Age×Effectif	48	104	182	105	32	471

b) Quotient : $\frac{471}{34} = 13,85$

4. Les questions 2-a) et 3-b) ont le même résultat :

Exercices de fixation

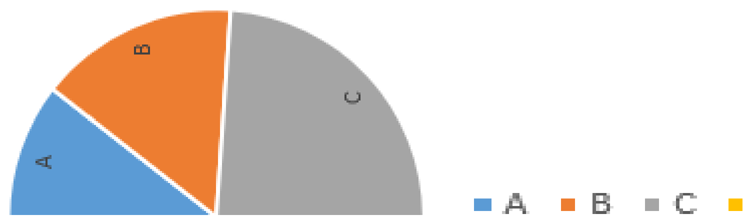
Exercice 1
a)moyenne de la série statistique :11,42 b) moyenne de la série statistique :1,66
Exercice 2
a)moyenne de la série statistique :2,05 b) Température moyenne:-5

Activités 3 Diagramme semi-circulaire

Activité
1.

Réponses	A	B	C	Total
Effectifs	19	28	43	90
Mesure de l'angle au centre associé	38°	**56°**	**86°**	180°

2-**Diagramme semi-circulaire**

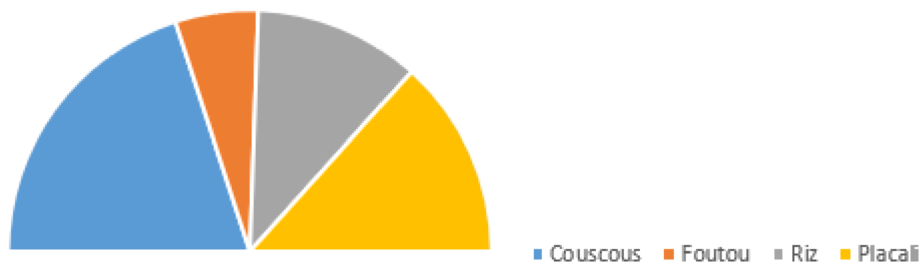


Exercices de fixation

Exercice 1

Modalités	Couscous	Foutou	Riz	Placali
Effectifs	18	5	10	12

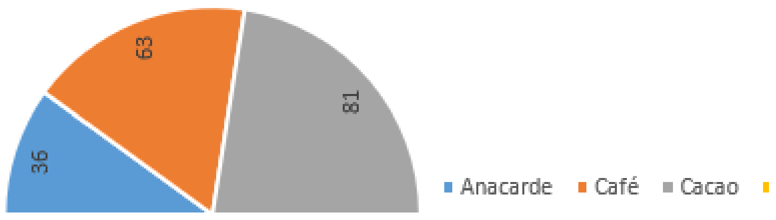
***Diagramme semi-circulaire :** (Construction à faire)



Exercice 2

Cultures	Anacarde	Café	cacao
Nombre de planteurs recensés	36	63	81

***Diagramme semi-circulaire :**



Activités 4 **Dresser un tableau à partir à partir d'un diagramme semi-circulaire**

Activité

1. Effectif de chaque modalité

Age	12	13	14	15
Angle (°)	38	78	52	12
Effectifs	**19**	**39**	**26**	**6**

2.

Age	12	13	14	15
Effectifs	19	39	26	6
Fréquences (%)	**21,1**	**43,3**	**28,8**	**6,6**

Exercices de fixation

Exercice

Erratum : l'effectif total du collège est 720 élèves

1)Tableau des effectifs de chaque candidat

Modalité	S	D	M	F	A	Total
Effectif	180	120	108	240	72	720
Angle (°)	45	30	27	60	18	180

2)Tableau des fréquences :

Modalité	S	D	M	F	A
Angle (°)	45	30	27	60	18
Fréquence	**0.25**	**0 ,16**	**0,15**	**0,33**	**0,1**

Exercices de renforcement

1

1.Réponse A 2. Réponse B 3.RéponseB

2

L'effectif de la modalité 9 est	•		• a)5
L'effectif total de cette série statistique est	•		• b)9
Le mode de cette série statistique est	•		• c)11
La moyenne de cette série statistique est	•		• d)2

3

1.Faux 2. Vrai 3. Vrai

4

Salaire moyen des employés : $\frac{65000+700000+75000+100000}{4} = 77\ 500$

5

Taille (en cm)	80	83	85	88	90	110	120
Effectif	4	7	5	6	8	7	3
Taille× Effectif	320	581	425	528	720	770	360

Taille moyenne des majorettes : $\frac{320+581+425+528+720+770+360}{40}$ =92,6

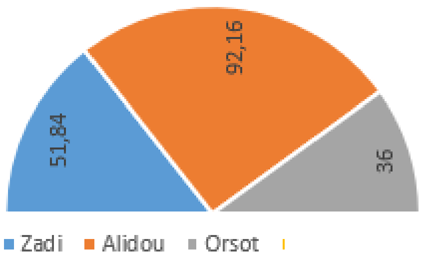
6

Moyenne sur 20	6	8	9	10	11	13	14	15	16	17
Nombre d'élèves	2	5	7	15	9	5	12	3	2	1
Moyenne× Nombre d'élèves	12	40	63	150	99	65	168	45	32	17

Moyenne de la classe :$\frac{12+40+63+150+99+65+168+45+32+17}{2+5+7+15+9+5+12+3+2+1} = \frac{691}{61}$=11 ,32

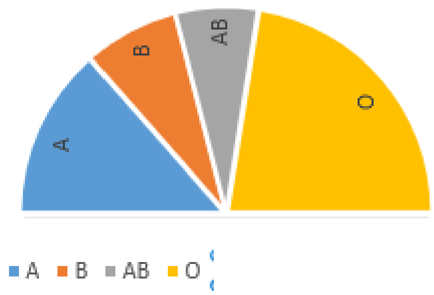
7

Candidats	Zadi	Alidou	Orsot	Total
Nombre de voix	72	128	50	250
Angle	51,84°	92,16°	36°	180°



8

Groupe sanguin	A	B	AB	O	Total
Effectif	27	15	13	45	100
Angle	48,6°	27°	23 ,4°	81°	180°



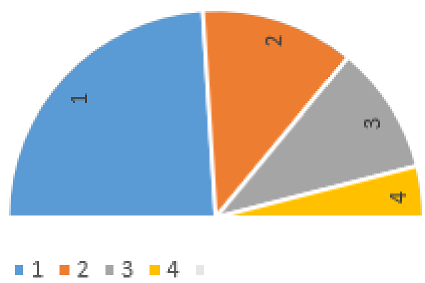
9 Mode série élève A : 9 ; Mode série élève B : 2

10

1.Tableau des fréquences

Modalités	1	2	3	4	Total
Effectifs	12	6	5	2	25
Fréquences	0,48	0,24	0,2	0,08	1

2.Diagramme semi-circulaire



11

1.Tableau des effectifs

Ages	11	12	13	14	15	17	18	19	20	Total
Effectifs	2	3	2	5	2	3	1	1	1	20

2. Age moyen : $\frac{292}{20} = 14{,}6$

12

Quantité d'eau consommée (en m^3)	0,5	1	2	3
Nombre de jours	8	15	5	2
Produit	4	15	10	6

Quantité d'eau consommée en moyenne par cette famille : $\frac{35}{30} = 1{,}17\ m^3$

13

. Moyenne Elève A : $\frac{11+12+9+9+15}{5} = 11{,}2$

. Moyenne Elève B: $\frac{8+9+15+13+9}{5} = 10{,}8$

14

Temps mis	5	10	15	20	25	30	Total
Effectifs	18	15	4	6	5	2	50
Effectifs $\times$Temps mis	90	150	60	120	125	60	605

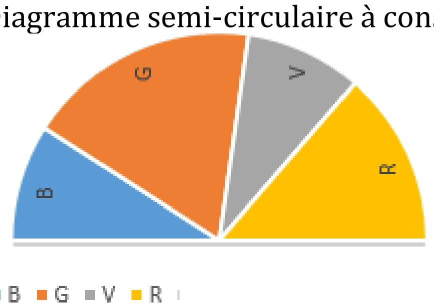
Temps moyen: $\frac{605}{50} = 12{,}1$

15

Tableau des effectifs

Couleurs	B	G	V	R	total
Effectifs	6	12	6	9	33
Angles	32,7°	65,45°	32,7°	49,1°	180°

Diagramme semi-circulaire à construire (prendre rayon =2cm)



16

Les Modes sont :5 et 10

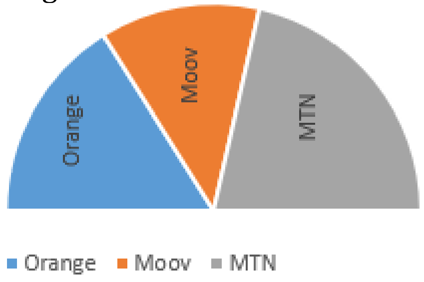
17

Mesures des angles associés

Maisons de téléphonie mobile	Orange	MOOV	MTN	Total

Nombre de SMS reçus	45	35	60	140
Angles	57,8°	45°	77,1°	180°

Diagramme semi-circulaire à construire (prendre rayon =2cm)



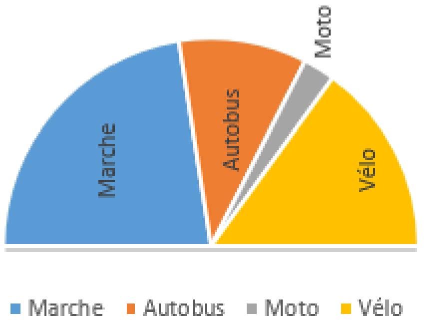
Exercices d'approfondissement

18

Mesures des angles associés

Moyen de transport utilisé	Marche	Autobus	Moto	Vélo	Total
Effectif	27	12	3	18	60
Angle	81°	26°	9°	54°	180°

Diagramme semi-circulaire



19

Tableau des effectifs à partir du diagramme en bâtons

Modalité	1	2	3	4	5	Total
Effectif	5	10	7	5	3	30
Produit	5	20	21	20	15	81

Moyenne : $\frac{81}{30} = 2,7$

20

Tableau des effectifs

	Jan	Fév	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil	Août	Sept	Oct	Nov	Déc
Effectif	4	**3**	**4**	**4**	**5**	**4**	**4**	**8**	**4**	**3**	**2**	**4**

Mode : août

21

1. Vainqueur : Jean
2. Tableau des effectifs

Candidat	Didier	Jean	Olivier	Sylvie
Effectif	149	1135	740	347

22

1-Les âges sont exprimés par des nombres d'où le caractère quantitatif

2-

âges	13	14	15	16	17
Effectif	**4**	**7**	**9**	**5**	**2**
Produit	52	98	135	80	34

3.Age moyen : $\frac{399}{27} = 14,7$

23

1- Tableau des effectifs

Notes	5	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17
Effectif	**2**	**3**	**2**	**2**	**4**	**3**	**4**	**1**	**1**	**4**	**1**
Produit	10	21	16	18	40	33	48	13	15	64	17

2.Modes :10 ; 12 ; 16.

3.Moyenne : $\frac{295}{27} = 10,92$ Moyenne =11

24

a)

Ages en années	13	14	15	16	17	18	Total
Effectif	**5**	**6**	**7**	**5**	**6**	**3**	**32**
Produit	**65**	**84**	**105**	**80**	**102**	**54**	**490**

b) Age moyen : $\frac{490}{32} = 15,3$

25

Résolution d'équation : $\frac{43+x}{6} = 10$,x =17

26

a) Tableau des effectifs

Poids	51	52	53	54	Total
Effectif	**6**	**2**	**5**	**7**	20
Produit	306	104	265	378	1053

b)Mode : 54 kg

c)Poids moyen : $\frac{1053}{20} = 52,65$

27

a) Tableau des effectifs

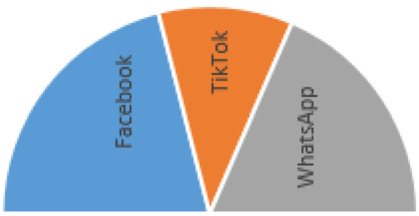
Distances(en cm)	0	1	2	4	Total
Effectifs	**2**	**4**	**6**	**3**	15

b)Mode : 2cm

28

Réseaux sociaux	Facebook	Tik Tok	WhatsApp
Résultats (en %)	42	21	37
Angles associés	75,6°	37,8°	66,6°

Diagramme semi-circulaire



29

a) Tableau des effectifs

âges	12	13	14	15	16	17	Total
Effectifs	6	6	14	19	4	3	52
Produit	72	78	196	285	64	51	746

b) Mode : 15 ans

c) Moyenne : $\frac{746}{52}$ =14,3

En moyenne, les élèves de cette classe de 4è ont 14ans 10mois.

30

Tableau des effectifs :

Nombre de personnes	2	3	4	5	6	8	10	Total
Effectifs	5	7	10	3	7	4	2	38
Produit	10	21	40	15	42	32	20	180

Moyenne : $\frac{180}{38} = 4{,}7$

Dans chacune des familles recensées, il y a en moyenne 5 personnes.

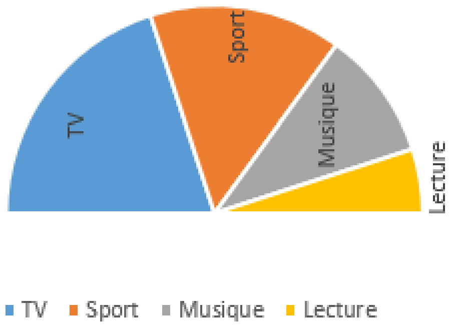
31

1. 2. Pourcentages correspondants$=\frac{Effectif}{Effectif\ total}$

2.

Loisir	TV	Sport	Musique	Lecture	Total
Effectif	12	9	6	3	30
Pourcentage	**40%**	**30%**	**20%**	**10%**	**100%**
Secteur angulaire	**72°**	**54°**	**36°**	**18°**	180°

3. Diagramme semi-circulaire à construire



32

Institutions	Conseillers économiques	Sénateurs	Députés	Total
Secteur angulaire	82,3°	51,4°	46, 3°	180°
Effectif associé	32	20	18	70

33

1.Copie E : Note moyenne $=\frac{10+9+11}{3} = 10$

2. Correcteur 1 : Note moyenne $=\frac{10+6+13+5+10}{4} = 11$

Correcteur 2 : Note moyenne $=\frac{9+8+14+6+9}{4} =11{,}5$

Correcteur 3: Note moyenne $=\frac{11+7+11+7+11}{4} = 11{,}75$

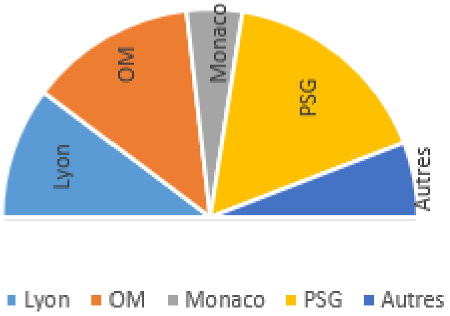
Plus faiblenote moyenne : Correcteur 1

34

1.

	Lyon	OM	Monaco	PSG	Autres	Total
Club préféré	123	155	52	200	70	600
Angle	36,9°	46,5°	15,6°	30°	21°	180°

2.Diagramme semi-circulaire



35

Taille	175	176	178	180	182	183	185	188	Total
Effectif	1	1	1	3	1	1	1	1	10
Produit	175	176	178	540	182	183	185	188	1807

1. Mode de la série : 180 cm
2. Moyenne : 182

   Résolution de l'équation $\frac{1807+x}{11} = 182$; $x = 195$ cm,Gardien : Taille =195 cm

36

1. Mode de la série : Foot

2.

Activité	Foot	Basket	Handball	Danse	Total
Effectif	100	50	30	20	200

37

1. Valeurs prises par les caractères : 0 -1-2-3-4
2. Mode de la série : 1 voyage
3. Tableau

Nombre de voyage	0	1	2	3	4	Total
Effectif	8	10	5	2	1	26
Produit	0	10	10	6	4	30

Effectif total : 26

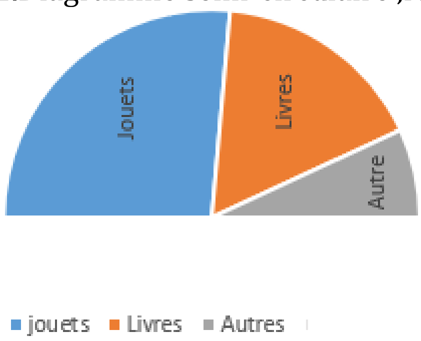
4. Moyenne $= \frac{30}{26}$ =1,5

   Interprétation : En moyenne chaque élève est parti une fois en voyage.

38

1.	Jouets	Livres	Autres	Total
Club préféré	634	400	166	1200
Angle	95,1°	60°	24,9°	180°

2.Diagramme semi-circulaire ,rayon =4cm .



39

Erratum 6è : 55° ; 5è :40° ; 4è :50° et 3è :35°

1-

Niveau	6è	5è	4è	3è	Total
Angle associé	55°	40°	50°	35°	180°
Nombre d'élèves	**220**	**160**	**200**	**140**	720

2- Tableau des fréquences

Niveau	6è	5è	4è	3è	Total
Nombre d'élèves	**220**	**160**	**200**	**140**	720
Fréquences(%)	**30,6**	**22,2**	**27,8**	**19,4**	**100**

40

1. Equipe A, Moyenne : $\frac{3+4+3+4+3+2+4+3+4}{10}=3$

   Equipe B, Moyenne : $\frac{5+5+3+2+3+5+0+2+5+0}{10}=3$

2-Mode série A : 4, Mode série B : 5

3- Série A : mode × effectif :4 ×4 =16 Série B : mode × effectif : 5 ×4 =20

Equipe B : meilleure équipe

41

Nombre de kilomètres	15	20	25	30	Total
Effectif	9	6	10	15	40
Produit	135	120	250	450	955

Distance moyenne parcourue : $\frac{955}{40}=23,87$ Km.

Situations d' évaluation

42

Série des dépôts :

Montant (en milliers de francs)	5	10	11	15	20	30	50	100	150	Total
Effectif	3	4	1	2	1	1	1	1	1	15
Produit(en milliers de francs)	15	40	11	30	20	30	50	100	150	446

Moyenne des dépôts: $\frac{446000}{15}$ =29733

Série des retraits :

Montant (en milliers de francs)	5	10	15	20	40	100	Total
Effectif	2	4	2	2	1	1	12
Produit (en milliers de francs)	10	40	30	40	40	100	260

Moyenne des retraits : $\frac{260}{12}$ =21 666

La moyenne des dépôts est supérieure à la moyenne des retraits, c'est le fils qui a raison.

Leçon 6

Distances

Situation d'Apprentissage

Faire deux lectures de la situation d'apprentissage par deux apprenants.
Recenser et expliquer les données pertinentes.
Poser les questions suivantes :

Question/Consignes pour dérouler la situation	Réponse attendue
Comment sont repartit les élèves de la classe ?	Les élèves sont repartis par groupe de 4, de 5 ou de 12
Combien d'élèves reste-il après la répartition ?	Il reste à chaque fois 3 élèves
Quel est l'effectif de cette classe ?	L'effectif de la classe est d'au moins 100 élèves
Qu'est-ce que les élèves décident -ils de faire ?	Ils décident de faire des calculs
Pourquoi décident-ils de faire des calculs	Parce qu'à chaque répartition il reste toujours 3 élèves

Dans cette leçon, nous allons apprendre à déterminer le PGCD et le PPCM de deux nombres, à étudier l'ensemble des nombres rationnels et à effectuer les calculs avec les nombres rationnels.
Ce que nous allons apprendre va vous permettre de résoudre beaucoup de problèmes dans la vie. C'est pourquoi je vous demande de bien suivre.

Nous allons travailler ensemble selon le plan suivant :
1) Notions de distance d'un point à une droite
2) Notions de distance de deux droites parallèles
3) Caractérisation de la bissectrice d'un angle

Installation des habiletés

Activités 1 — Notions de distance d'un point à une droite

1. Définition de la distance d'un point à une droite

Activité

1. Les triangles MAC, MBC, MDC et MEC sont rectangles en M.
2. Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté le plus long.

$[AC]$est le coté le plus long du triangle MAC.
$[DC]$est le coté le plus long du triangle MDC.
$[EC]$est le coté le plus long du triangle MEC.

3. Comparaison
   $MC < AC$
   $MC < DC$
   $$MC < EC$$
   Le point C est le point de (D) qui le plus proche de M.

Exercices de fixation

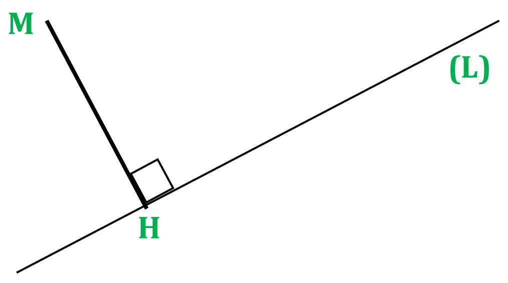
Exercice 1.
1. la distance du point C à la droite (AB) est 8ncm
2. la distance du point B à la droite (AB) est 0 cm
3. la distance du point B à la droite (AC) est 6 cm

Exercice 2.
1- Faux
2- Faux
3- Vrai

2. Détermination de la distance d'un point à une droite et construction

Activité

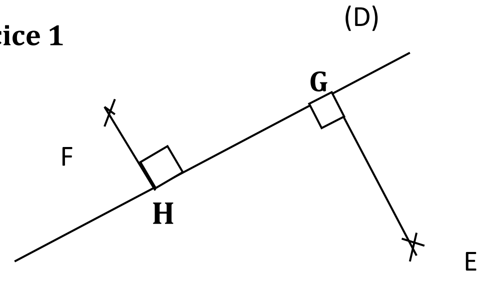
1. On trace la perpendiculaire à (L) passant par M et elle coupe (L) en H



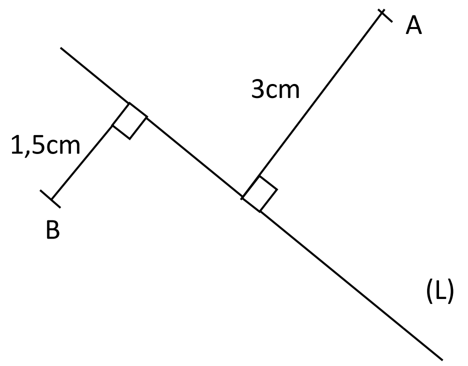
2. La distance MH est la distance de M à (L).

Exercices de fixation

Exercice 1



Exercice 2.



2 Notions de distance de deux droites

Activité

1- AB
2- EF
3- $(L_1) // (L_2)$ et $(AB) \perp (L_1)$ donc $(AB) \perp (L_2)$. Le quadrilatère ABEF admet un angle droit au sommet A.
ABEF admet donc trois angles droits donc c'est un rectangle. Ses côtés [AB] et [EF] sont opposés donc ils ont la même longueur. D'où AB= EF
La distance AB représente la distance des droites parallèles (L_1) et (L_2)

Exercices de fixation

Exercice 1 : La distance des droites (AB) et (DC) est **BC**

Exercice 2.

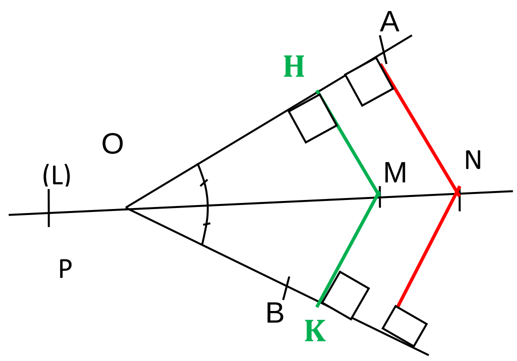
1- b
2- c

Activités 3 Caractérisation de la Bissectrice d'un angle

1. Propriété directe

Activité

1-
2-



3- Avec le compas, on vérifie que : MH = MK
4- Avec le compas, on vérifie que distance de N à (OA) égale à la distance de N à (OB).
Le point M appartient à la bissectrice de $\widehat{AOB}$ et on vérifie que le point M est équidistant des supports des côtés de l'angle $\widehat{AOB}$.
Il en est de même pour le point N.
5- Avec le compas, on vérifie que la distance de P à (OA) est égale à distance de P à (OB).

Exercices de fixation

Exercice 1.

la distance de C à (AE)=3,8 cm

En effet C appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{BAE}$ donc

Distance de C à (AE) égale à la distance de C à (AB) .

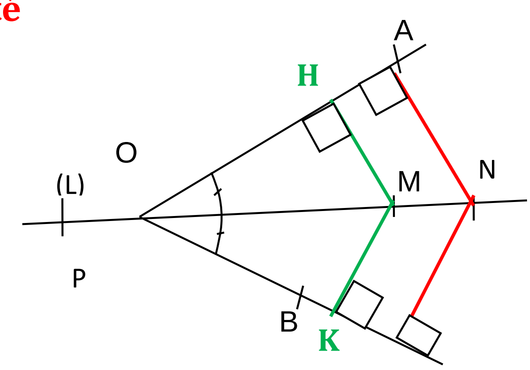
Or distance de C à (AB) égale à CH=3,8cm donc **distance de C à (AE) =3,8cm**.

Exercice 2.

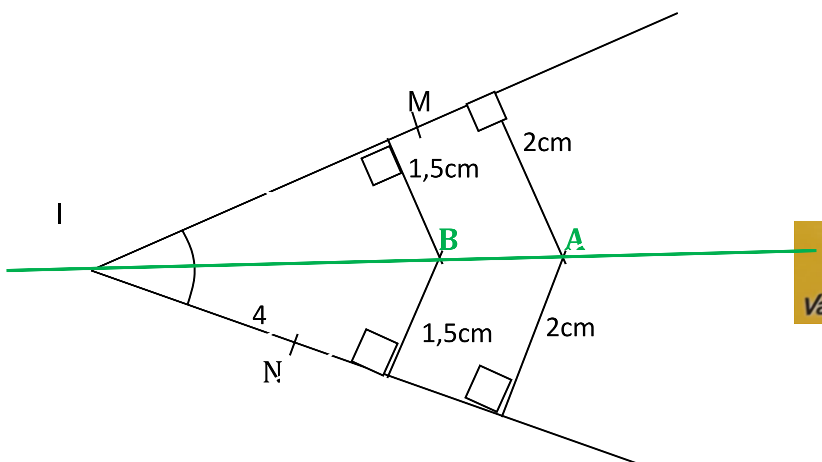
1- **Faux**
2- **Vrai**
3- **vrai**

2. Propriété réciproque

Activité



1, 2 et 3 -



4- la droite (AB) passe par le sommet I de l'angle $\widehat{MIN}$.
Et on vérifie avec le rapporteur que $mes\widehat{MIA}$ =$mes\widehat{AIN}$.
Conclusion : la droite (AB) est la bissectrice de l'angle $\widehat{MIN}$.
Le point A est équidistant des supports des côtés de l'angle$\widehat{MIN}$ et on vérifie que le point A est sur la bissectrice de $\widehat{MIN}$.
Il en est de même pour le point B.

Exercices de fixation

Exercice 1.

Réponds par Vrai ou Faux

Point	M	N	P	Q	R
appartient à la bissectrice de l'angle de $\widehat{OMI}$	**Vrai**	**Faux**	**Vrai**	**Faux**	**Faux**

Exercice 2.

1- Détermine la distance de I à la droite (LM).
La distance de I à la droite (LM)est égale à IM
or[IM] est un côté du carré dont les coté mesurent 3,2 cm donc
La distance de I à la droite (LM)=3,2 cm

2- Détermine la distance de I à la droite (LE).
La distance de I à la droite (LE)= IE
or [IE] est un côté du carré dont les coté mesurent 3,2 cm donc
La distance de I à la droite (LE)= 3,2 cm

3- Justifie que le point I appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{MLE}$.
distance de I à la droite (LM)=3,2 cm et distance de I à la droite (LE)= 3,2 cm
distance de I à la droite (LM)=distance de I à la droite (LE)
I est équidistant des droites (LM) et (LE).
Or (LM) et (LE) sont les supports des côtés de l'angle $\widehat{MLE}$
Donc I appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{MLE}$

Exercices de renforcement

1

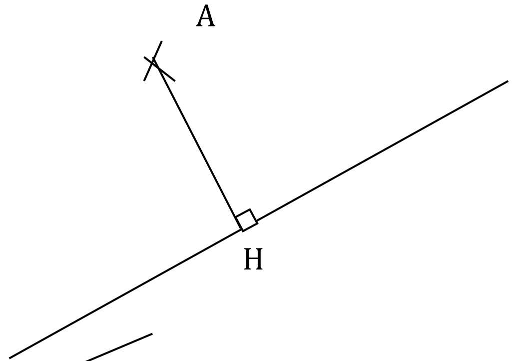
	Affirmations	Réponse
1	La distance du point M à la droite (NQ) est MN	**Faux**
2	La distance du point N à la droite (MQ) est NQ	**Vrai**
3	La distance du point P à la droite (MN) est PN	**Vrai**
4	La distance des droites parallèles (PQ) et (MN) est NQ	**Faux**
5	La distance du point Q à la droite (NQ) est QN	**Faux**
6	La distance du point M à la droite (PN) est MN	**Vrai**
7	La distance des droites parallèles (MN) et (PQ) est PN	**Vrai**
8	La distance du point M à la droite (NQ) est QM	**Vrai**

2

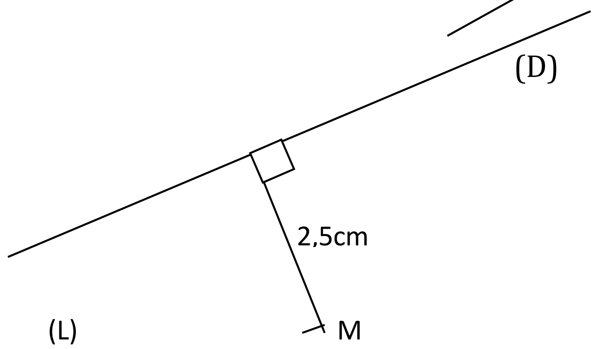
a- Faux b- Vrai c- Faux

3

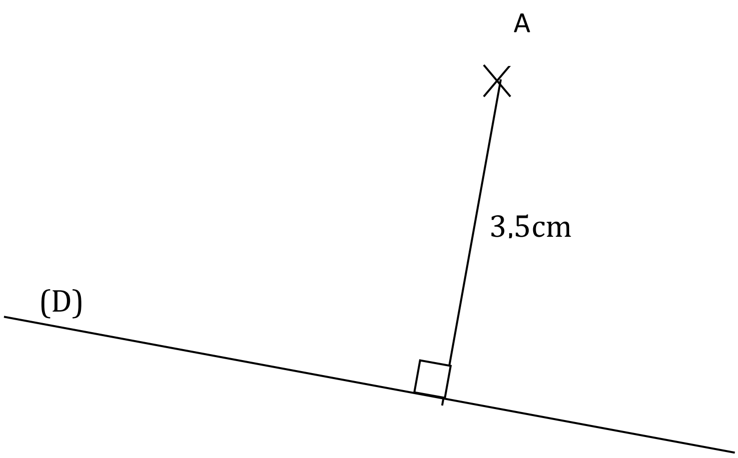
Avec une règle graduée mesure le segment [AH].
La distance de Aà (D)= AH



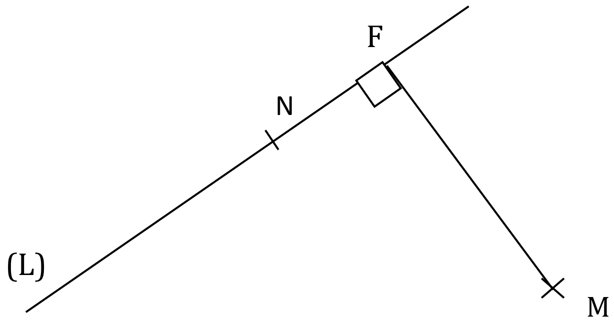
4



5



6

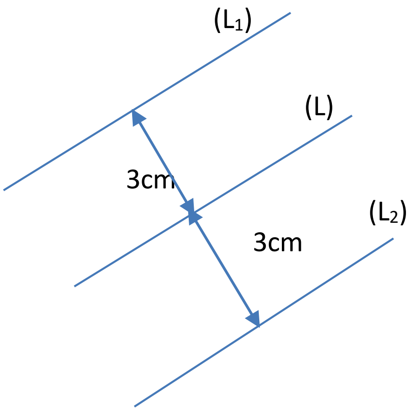


a- la distance de M à (L) = MF
b- la distance de N à (L) = 0

7

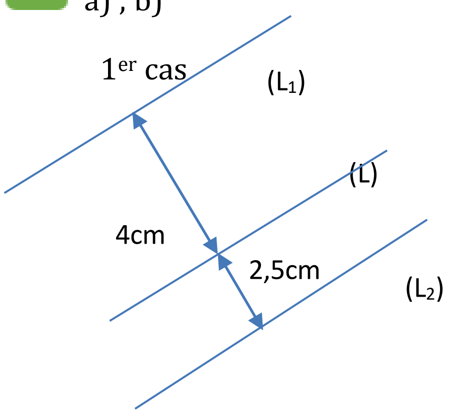
1- Distance de M à (NP) = MN
2- Distance de M à (PQ) = MQ
3- MNPQ est un carré donc MN = MQ
Distance de M à (NP) = Distance de M à (PQ) donc M est équidistant des droites (NP) et (PQ) qui sont les supports des côtés de l'angle $\widehat{NPQ}$.
D'où M appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{NPQ}$.

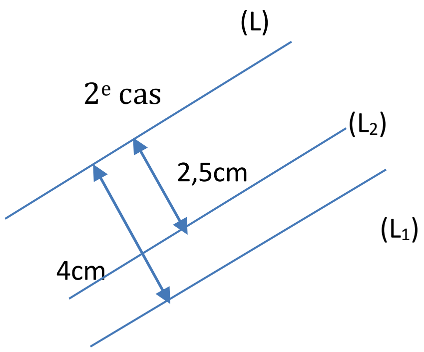
8



c.Distance de (L_1) et (L_2) est de 6cm.

9 a) ; b)

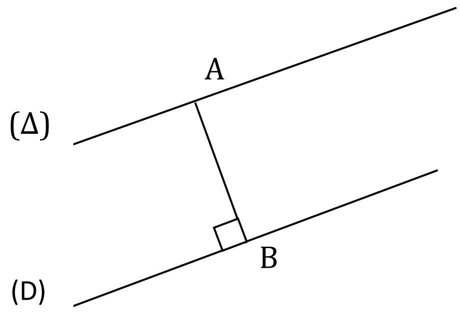




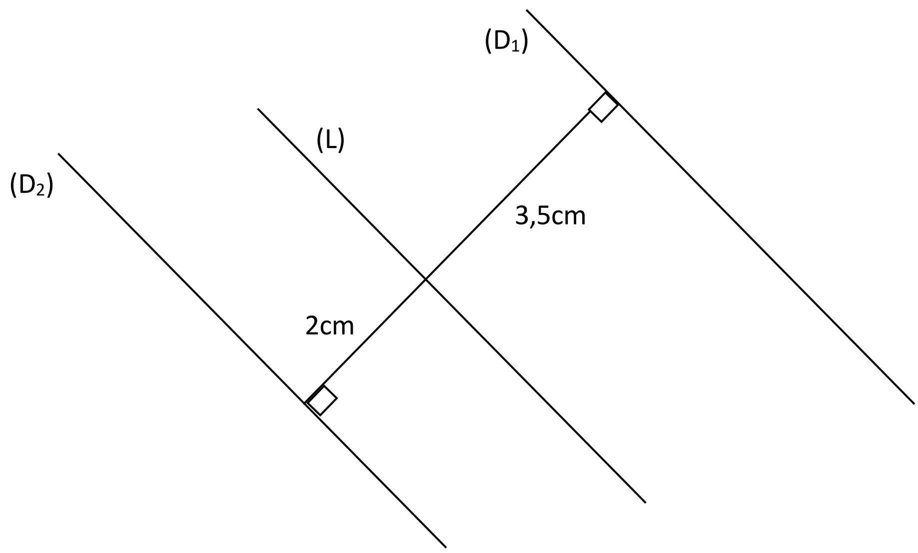
d) Distance de (L_1) et (L_2) = 4 + 2,5 = 6,5cm Distance de (L_1) et (L_2) = 4 – 2,5 = 1,5cm

10

La distance des droites (Δ) et (D) = AB

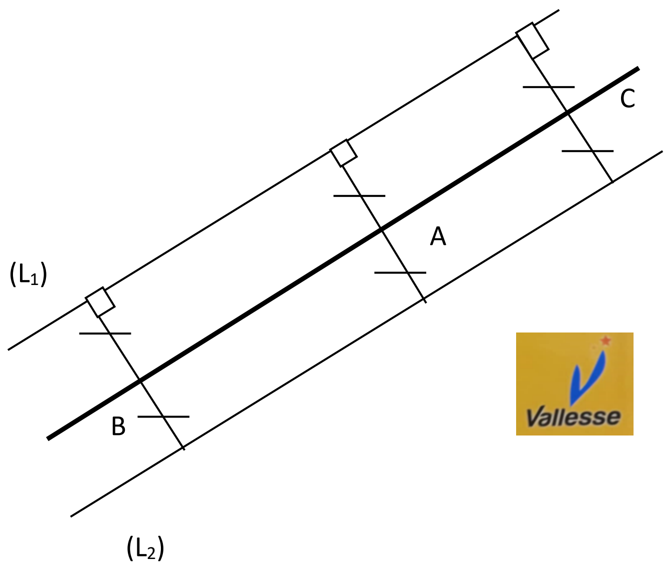


11



12

1. Voir la figure ci-contre.
2. Voir la figure ci-contre.
3. Les points A, B et C sont alignés.
4. La droite (AB) est l'ensemble de tous les points équidistants des droites (L_1) et (L_2)

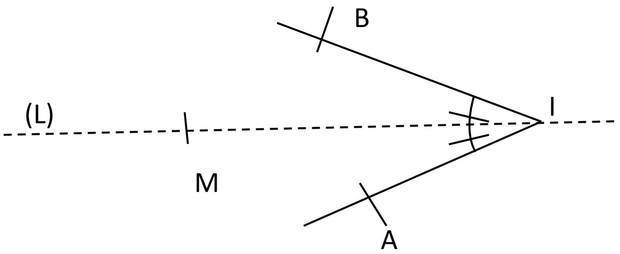


13 13

13

M est un point de (L)

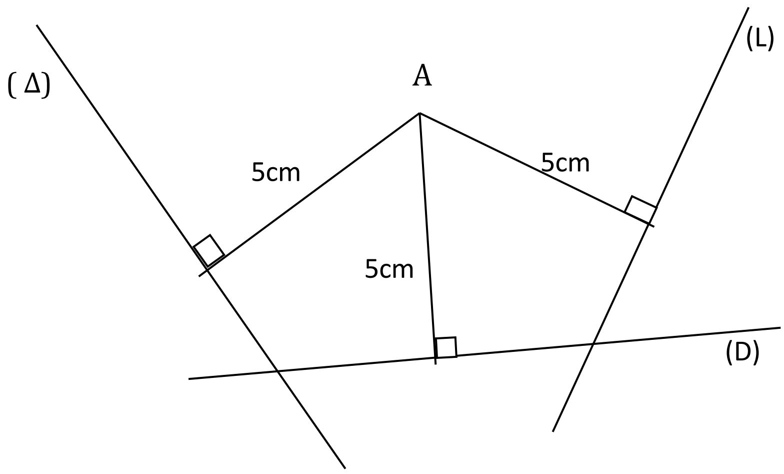
bissectrice de $\widehat{BAI}$



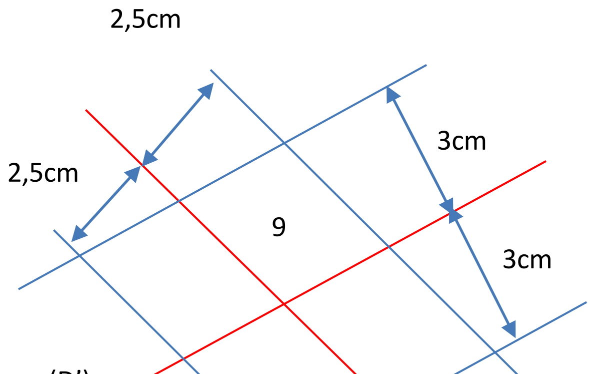
14

1- Distance du point A à la droite (D)= 0 car A∈ (D), (D) est la droite (AM)
2- Distance du point A à la droite (D')= AO
Distance du point A à la droite (D') = $\frac{AM}{2}$ car les diagonales [AM] et [BN] du losange ABMN se coupent en leur milieu O et sont de supports perpendiculaires
Distance du point A à la droite (D') = $\frac{8}{2}$
Donc la distance du point A à la droite (D') = 4cm
3- Distance du point N à la droite (BN)= 0 car N∈ (BN).
4- Distance du point N à la droite (AM)= NO
Distance du point N à la droite (AM) = $\frac{BN}{2}$
Distance du point N à la droite (AM) = $\frac{6}{2}$
Donc distance du point N à la droite (AM) = 3 cm

15



16



17

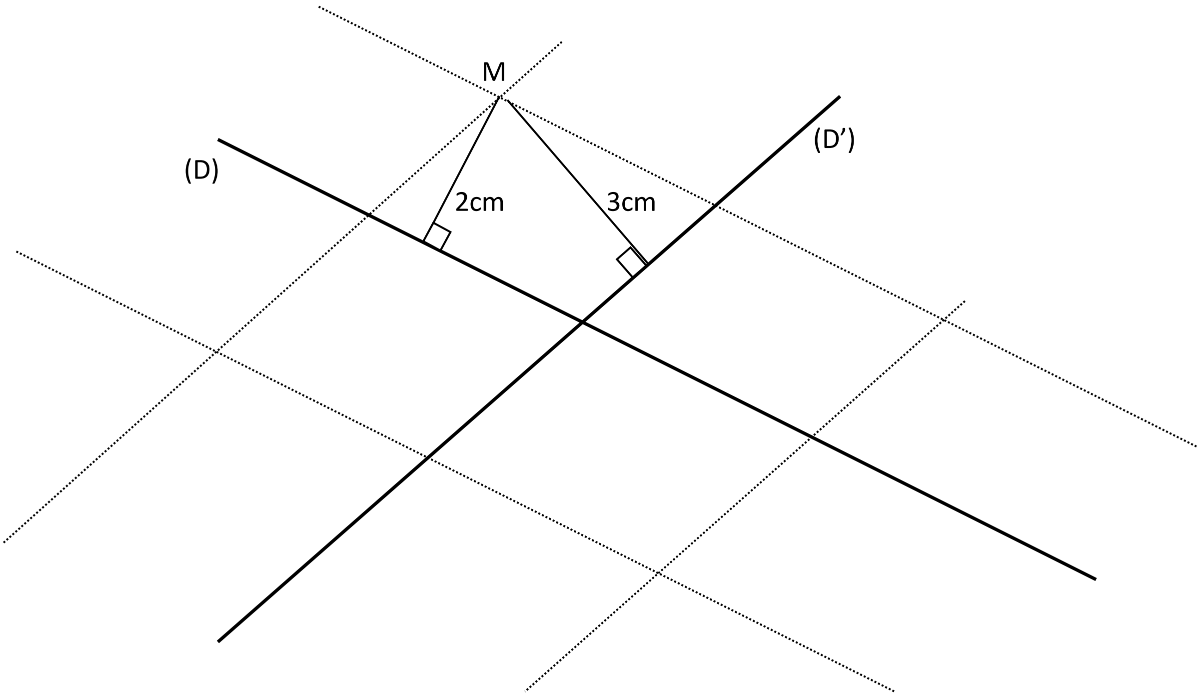
1- Distance du point B à la droite (AC) = BA
Distance du point B à la droite (AC)= 8 cm

2- Distance du point C à la droite (AB) = CA
Distance du point C à la droite (AB) = 6 cm

18

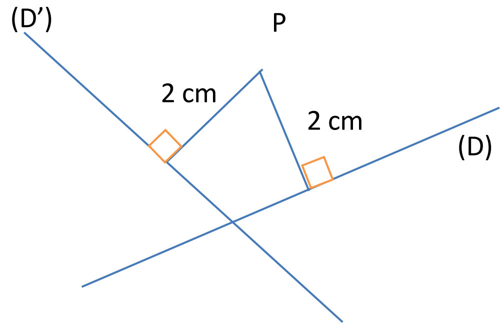
1- Distance de M à (PN) = 12 cm
2- Distance de N à (MP) = 5 cm
3- Distance de M à (MN) = 0

19



Il y a 4 possibilités de placer le point M.

20



21

a- Distance de A à (CD)= AJ
 Distance de A à (CD)= 4cm
b- Distance de A à (AD)= 0 car A∈ (AD)
c- Distance de C à (AJ)= CJ or CJ= AI
 Distance de C à (AJ)= 6cm
d- Distance de D à (IC) = DC
 Distance de D à (IC) =DJ + JC
 Distance de D à (IC) = 3cm + 6cm
 Distance de D à (IC) = 9cm

e- Distance de D à (DC) = 0 car D∈ (DC)
f- Distance de B à (JC) = AJ
 Distance de B à (JC) = 4cm

22

Déterminons :

a- Distance des droites (AB) et (DC)= AJ
Distance des droites (AB) et (DC)= 4cm
b- Distance des droites (JA) et (IC) = AI
Distance des droites (JA) et (IC) = 6cm

23

Déterminons $mes\widehat{NMQ}$
$mes\widehat{NMQ} = 36°$
En effet PQ = distance de Q à (MP)
QN = distance de Q à (MN)
PQ = QN
D'où distance de Q à (MP) = distance de Q à (MN)

Donc Q est équidistant des droites (MP) et (MN) supports des côtés de l'angles $\widehat{PMN}$.
Par conséquent Q appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{PMN}$
La droite (MQ) est la bissectrice de $\widehat{PMN}$ donc $mes\widehat{NMQ} = mes\widehat{PMQ}$
$mes\widehat{NMQ} = 36°$

24

Déterminons RK
$mes\widehat{JIR} = mes\widehat{RIK}$ donc R appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{JIK}$. Par conséquent R est équidistant des supports des cotés de l'angle $\widehat{JIK}$.
Distance de R à (IJ) = distance de R à (IK)
Or Distance de R à (IJ) = RJ et distance de R à (IK) = RK
D'où RK = RJ
RK = 5cm.

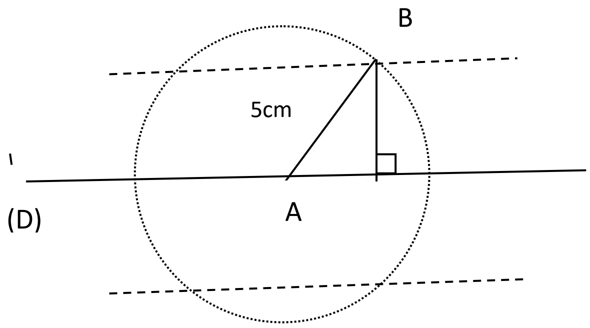
25

Démontrons que le point I est équidistant des droites (RS) et (RT).
I appartient à la bissectrice de $\widehat{TSR}$doncdistance de I à (ST) = distance de I à (RS)(1).
I appartient à la bissectrice de $\widehat{STR}$doncdistance de I à (ST) = distance de I à (RT)(2).
D'après les égalités (1) et (2) on a Distance de I à (RS) = Distance de I à (RT).
Conclusion le point I est équidistant des droites (RS) et (RT).

Exercices d'approfondissement

26

Il ya quatre emplacements possibles du point B.



27

Démontrons que le triangle *MON* est isocèle en *O*.

Pour cela prouvons que OM = ON
O appartient à (OP) bissectrice de $\widehat{MPN}$
doncDistance de O à (PM) = Distance de O à (PN).
or Distance de O à (PM) = OM et Distance de O à (PN)= ON, d'où OM = ON

Par conséquent le triangle MON est isocèle en O.

28

Calculons la distance du point A à la droite (BC).
Soit a l'aire du triangle ABC isocèle en A
$a = \frac{BC \times h}{2}$,h est la hauteur issue du sommet A. h représente la distance du point A à (BC).
$8{,}75 = \frac{7 \times h}{2}$,on a : $h = \frac{8{,}75 \times 2}{7}$; Ainsi :$h = 2{,}5cm$
La distance du point A à la droite (BC) est égale 2,5cm.

29

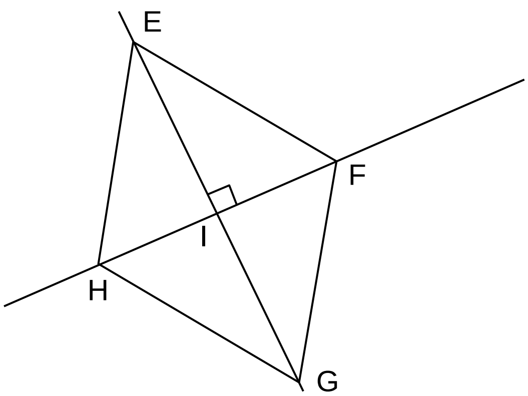
Démontrons que le point O appartient à la bissectrice del'angle $\widehat{AMB}$.
•Pour cela prouvons que distance de O à (MA) = distance de O à (MB)
distance de O à (MA) =distance de O à (L)
distance de O à (MA)= OA

•distance de O à (MB) =distance de O à (D)
La distance de O à (MB)= OB

• OA = OB car [OA] et [OB] sont des rayons du cercle (C)
doncladistance de O à (MA) = distance de O à (MB)
Par conséquent le point O appartient à la bissectrice del'angle $\widehat{AMB}$.

30

Considérons le losange EFGH de centre I.

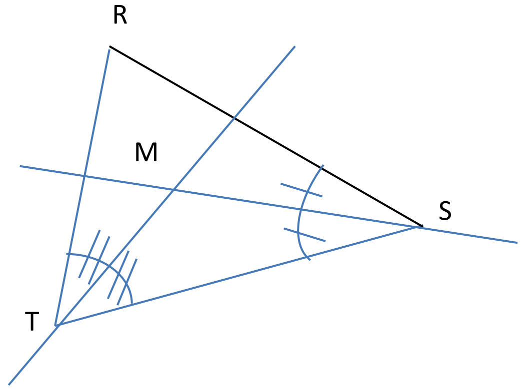


Démontrons que dans un losange la somme des mesures des diagonalesest inférieure au périmètre.
Somme des mesures des diagonales = EG + HF
Somme des mesures des diagonales = EI + IG + HI +IF car I est le milieu des diagonales [EG] et [HF]

Périmètre = EF + FG + GH + HE
Les supports des diagonales [EG] et [HF] sont perpendiculaires en I
I est le point de la droite (HF) le plus proche de E donc EI< EF
Iest le point de la droite (EG) le plus proche de F donc FI< FG
Iest le point de la droite (HF) le plus proche de G donc GI< GH
Iest le point de la droite (EG) le plus proche de H donc HI< HE
EI + FI + GI + HI < EF + FG + GH + HE
(EI + GI) + (FI + HI) < EF + FG + GH + HE
EG + FH < EF + FG + GH + HE donc dans un losange la somme des mesures des diagonalesest inférieure au périmètre.

31

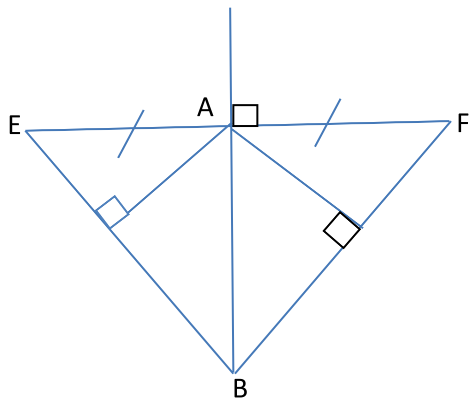
1- Le point M est équidistant des supports des côtés de l'angle $\widehat{RST}$ donc M appartient à la bissectrice de $\widehat{RST}$ un angle du triangle RST.
2- Je construis (D) bissectrice de $\widehat{STR}$ et (L) bissectrice de $\widehat{SRT}$.
   (D) et (L) se coupent au point M.
3-



4- On peut construire au total 4 points.

32

1- Figure



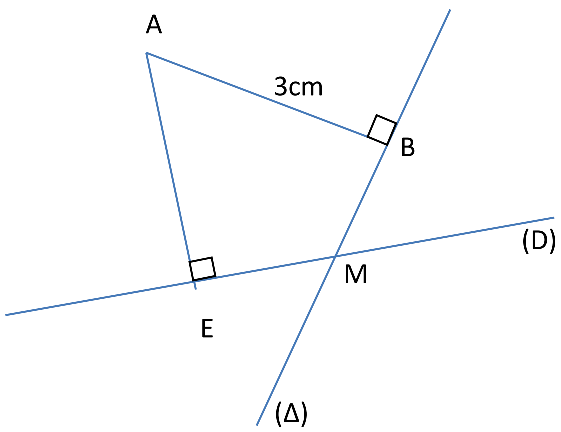
2- Démontrons que A est équidistant de (BE) et (BF)
   B appartient à la médiatrice de $[EF]$ donc BE = BF d'où Le triangle BEF est isocèle en B.

(AB) médiatrice du segment $[EF]$, est médiatrice du triangle EBF isocèle en B est aussi bissectrice de l'angle de l'angle au sommet principal B, c'est-à-dire l'angle $\widehat{EBF}$
A appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{EBF}$ donc il est équidistant des supports de ses cotés $[BE)$ et $[BF)$

Conclusion : A est équidistant des droites (BE) et (BF).

33

1-



2- Distance de A à (Δ) = 3 cm
BЄ (Δ) et AB = 3
3- Distance de A à (Δ) = Distance de A à (D) = 3 cm.
(Δ) et(D) sont les supports respectifs des cotés de l'angle $\widehat{BME}$.
Le point A étant équidistant de l'angle.

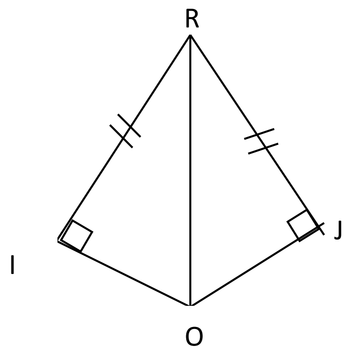
34

Attention erratum $mes\ \widehat{\mathrm{GKH}} = 40°$ $et\ \ non\ \ 20°$

$mes\widehat{HGO} = 180° - (40° + 40 + 40 + 30) = 30°= mes\widehat{KGO}$donc (OG) est la bissectrice de $\widehat{KGH}$.
O appartient à la bissectrice de $\widehat{KGH}$ d'où Distance de O à (KG) = Distance de O à (GH)
Or Distance de O à (GH) = OI et Distance de O à (KG) = OJ
Conclusion OI = OJ

35

Attention ! la figure n'est pas correctement reproduite dans le manuel



La figure

Démontrons que (OR) est la bissectrice de l'angle $\widehat{IOJ}$.
Distance de R à (OI) = IR
Distance de R à (OJ) = JR
IR = JR donc Distance de R à (OI) = Distance de R à (OJ)
R est équidistant des droites de (OI) et (OJ) supports des côtés de l'angle $\widehat{IOJ}$ donc R appartient à la bissectrice de $\widehat{IOJ}$ de sommet O. D'où (OR) est la bissectrice de $\widehat{IOJ}$.

36

Démontrons que (TR) est la bissectrice de $\widehat{PTE}$.

Pour cela prouvons que Distance de R à (TP) = Distance de R à (TE)
Distance de R à (TP) = RP
Distance de R à (TE) = PT
Soit une droite (D) passant par R et perpendiculaire à (TE) en H.
Distance de R à (TE) = RH = PT
Or PT = RP donc Distance de R à (TP) = Distance de R à (TE)
Par conséquent (TR) est la bissectrice de $\widehat{PTE}$.

37

1- Figure
2- Démontrons que (Δ) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AMB}$.
   MA = MB = MK = KA = KB
   AMBK est un losange donc (MK) est la médiatrice de $[AB]$.
   AMB est un triangle isocèle en M donc (MK) est aussi la bissectrice de $\widehat{AMB}$
   M et K sont des points de (Δ) donc (Δ) = (MK).

Conclusion : (Δ) est la bissectrice de $\widehat{AMB}$

38

Justifions que P appartient à la bissectrice de $\widehat{EAF}$
Distance de P à (EA) = PE

Distance de P à (FA) = PF
Les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu et elles ont la même longueur.
P milieu des diagonales $[HF]$.et $[GE]$.
PE = PG = PH = PF
PE = PF
Distance de P à (EA) = Distance de P à (FA) donc P est équidistant des supports des côtés de l'angle$\widehat{EAF}$. Par conséquent P appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{EAF}$

39

Justifions que E , A et U sont alignés

- Distance de A à (EO) = AO
  Distance de A à (EZ) = AZ
  Or AO = AZ donc Distance de A à (EO) = Distance de A à (EZ) d'où A appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{OEZ}$
- (MU) // (AZ) et (AZ) ⊥ (EZ) donc (NU) ⊥ (EZ)
  D'où distance de U à (EZ) = UM
  Distance de U à (EO) = UN (car (UN) ⊥ (OA))
  UM = UN donc distance de U à (EZ) = distance U à (EO) d'où U appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{OEZ}$
  La bissectrice de $\widehat{OEZ}$ passe par E , U et A donc les points E , U et A sont alignés.

40

Démontrons que (MK) est la bissectrice de$\widehat{OMN}$.
Prouvons pour cela que Distance de K à (MO) = Distance de K à (MN)

- K appartient à la bissectrice de $\widehat{OAB}$
  donc distance de K à (OA) = distance de K à (AB).
  M∈ (OA) donc (OA) = (MO)
  Distance de K à (MO) = distance de K à (AB) (1)

- K appartient à la bissectrice de $\widehat{ABN}$ donc distance de K à (BN) = distance de K à (AB).

  M∈ (BN) donc (BN) = (MN)
  Distance de K à (MN) = Distance de K à (AB). (2)
  D'après les égalités **1** et **2**on a :
  Distance de K à (MO) = Distance de K à (MN).
  Par conséquent K appartient à la bissectrice de $\widehat{OMN}$.

Situations d' évaluation

41

Déterminons l'emplacement de l'université.
1. L'emplacement de l'université est M le point commun aux droites (L) et (L_1)
En effet :

- M appartient à (L) médiatrice de [AB] donc MA=MB.

L'université en M est donc équidistante de Alphaville (A) et Bêtacité (B).

1. M appartient à (L_1) et distance de (L_1) et (D) est 2cm donc distance de M à (D) est 2cm.

L'université en M se trouve donc à 2km de l'autoroute (D).

Leçon 7

Angles

Situation d'Apprentissage

Faire deux lectures de la situation d'apprentissage par deux apprenants.
Recenser et expliquer les données pertinentes.
Poser les questions suivantes :

Question/Consignes pour dérouler la situation	Réponse attendue
De qui parle ce texte ?	Deux amis de classe
De quel événement s'agit-il dans ce texte ?	Deux amis chez le mécanicien de vélo
Qu' est ce que le réparateur à fait savoir ?	IL a fait savoir que les différentes parties du pneu peuvent être assimilés à des éléments d'un cercle.
Quels sont ces éléments dont parle le réparateurs ?	Le centre, les rayons
Quel est le nom de l'angle formé par deux rayons de la partie défaillante du pneu qui est marqué en vert ?	Un angle au centre

Dans cette leçon, nous allons apprendre àidentifier deux angles alternes-internes, deux angles correspondants et un angle au centre, à justifier l'égalité des mesures de deux angles, le parallélisme de deux droites, l'égalité des mesures de deux angles, l'égalité de longueur de deux segments et à déterminer la mesure d'un angle, la longueur d'un arc de cercle.

Ce que nous allons apprendre va vous permettre de résoudre beaucoup de problèmes dans la vie. C'est pourquoi je vous demande de bien suivre.

Nous allons travailler ensemble selon le plan suivant :
1) Angles alternes-internes
2) Angles correspondants
3) Angles au centre

Installation des habiletés

Activités 1 **Angles alternes-internes**

1. Présentation

Activité

1- **$\widehat{FAP}$et$\widehat{NBG}$ sont de part et d'autre de la droite (AB) et sont situé dans une même partie du plan formée par les droites (EF) et (MN)**
2- **$\widehat{EAB}$et$\widehat{ABM}$**
$\widehat{EAB}$et$\widehat{ABM}$ sont alternes internes

Exercices de fixation

Exercice 1.

a- F
b- V

Exercice 2.

c- $\widehat{BIO}$et$\widehat{TOI}$ sont deux angles alternes-internes.
d- $\widehat{CIO}$et$\widehat{ROI}$ sont aussi deux angles alternes-internes.

2-Deux angles alternes-internes formés par deux droites parallèles et une sécante

Activité

1. a) C'est (BN)

b) (AM) // (BN) car elles sont symétriques par rapport au point O.

2. $mes\widehat{ABN} = mes\widehat{BAM}$ car les angles $\widehat{ABN}$ et $\widehat{BAM}$sont symétriques par rapport au point O.

3. a) les angles $\widehat{\text{ABN}}$ et $\widehat{\text{BAM}}$ sont alternes-internes et sont formés par deux droites parallèles (AM) et (BN) et la sécante (AB).

b) En conclusion ils ont la même mesure.

Exercices de fixation

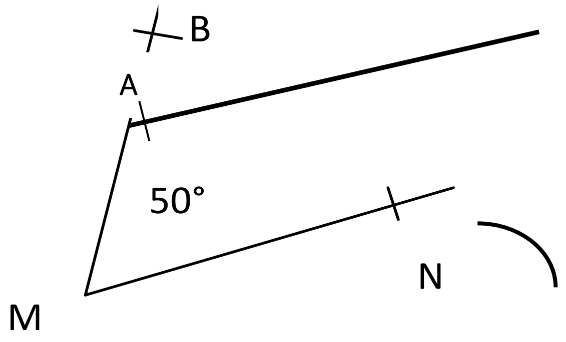
Exercice

$mes\widehat{KIJ} = 126°$

En effet $\widehat{KIJ}$ et $\widehat{HKI}$ sont deux angles alternes-internes formés par les droites (D_1) et (D_2) parallèles avec une sécante commune (IK) donc ils ont la même mesure.
Or $\widehat{HKI}$ mesure 126° donc $mes\widehat{KIJ} = 126°$

3- Deux droites formant avec sécante commune deux angles alternes-internes de même mesure

Activité



On vérifie avec la règle et l'équerre que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

Les angles $\widehat{\mathrm{ABM}}$ et $\widehat{\mathrm{BMN}}$ sont alternes-internes et ils ont la même mesure.

Ils sont formés par les droites (AB) et (MN) avec la sécante commune (MB).

En conclusion les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

Exercices de fixation

Exercice 1.

Figure 1 : (L_1) et (L_2) sont parallèles car elles forment avec une sécante commune (L) deux angles alternes –internes de même mesure 58°.

Figure2 : (L_1) et (L_2) ne sont pas parallèles car elles forment avec une sécante commune (L) deux angles alternes –internes de mesures différentes 121° et 120°.

Exercice 2.

Justifions que les droites (AO) et (BI) sont parallèles.

Les angles $\widehat{BOA}$ et $\widehat{ABI}$sont alternes-internes et ils ont la même mesure. Comme ils sont formés par les droites (AO) et (BI) avec une sécante commune (OA) donc (AO) et (BI) sont parallèles.

Activités 2 **Angles correspondants**

1-Présentation

Activité

1- $\widehat{NBA}$ et $\widehat{EAG}$
2- **4 exemples possibles d'angles correspondants :**
$\widehat{EAB}$ et $\widehat{NBP}$; $\widehat{GAF}$ et $\widehat{ABM}$; $\widehat{FAB}$ et $\widehat{MBP}$; $\widehat{NBA}$ et $\widehat{EAG}$

Exercices de fixation

Exercice 1.

a- F
b- V

Exercice 2.

1er Exemple : $\widehat{BIA}$ et $\widehat{ROI}$ sont deux angles correspondants
2e Exemple : $\widehat{BIO}$ et $\widehat{ROS}$ sont deux angles correspondants
3e Exemple : $\widehat{AIC}$ et $\widehat{IOT}$ sont deux angles correspondants
4e Exemple : $\widehat{OIC}$ et $\widehat{TOS}$ sont deux angles correspondants

2. Deux angles correspondants formés par deux droites parallèles et une sécante

Activité

1- $mes\widehat{TAB}$ = mes$\widehat{ABN}$ car $\widehat{TAB}$ et $\widehat{ABN}$ sont deux alternes-internes formés par **deux** droites parallèles (AM) et (BN) et la sécante (SB).
2- $mes\widehat{TAB}$ = mes$\widehat{SAM}$ car $\widehat{TAB}$ et $\widehat{SAM}$ sont deux angles opposés par le sommet.
3- $mes\widehat{ABN}$ = mes$\widehat{SAM}$
4- a) Les angles $\widehat{ABN}$ et $\widehat{SAM}$sont correspondants et sont formés par deux droitesparallèles (AM) et (BN) et la sécante (AB).
b) En conclusion ils ont la même mesure

Exercices de fixation

Exercice 1.

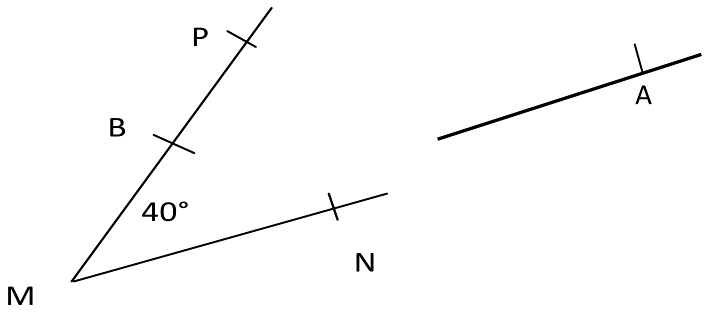
$mes\widehat{GIJ} = 57°$
En effet $\widehat{GIJ}$ et $\widehat{HKI}$ sont deux angles correspondants formés par les droites (D_1) et (D_2) parallèles avec une sécante commune (IK) donc ils ont la même mesure.
Or $\widehat{HKI}$ mesure 57° donc $\boldsymbol{mes\widehat{GIJ} = 57°}$

Exercice 2.

L'angle $\boldsymbol{\widehat{MPN}}$ a la même mesure que l'angle $\widehat{BAP}$.
En effet $\widehat{MPN}$ et $\widehat{BAP}$ sont deux angles correspondants formés par les droites (NP) et (AB) parallèles avec une sécante commune (AP) donc ils ont la même mesure.

3. Deux droites formant avec sécante commune deux angles correspondants de même mesure

Activité



On vérifie avec la règle et l'équerre que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

Les angles $\widehat{PBA}$ et $\widehat{NMB}$ sont correspondants et ils ont la même mesure.

Ils sont formés par les droites (AB) et (MN) avec la sécante commune (MB).

En conclusion les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

Exercices de fixation

Exercice 1.

Figure 1 : (L_1) et (L_2) ne sont pas parallèles car elles forment avec une sécante commune (L) deux angles correspondants de mesures différentes 61° et 62°.

Figure2 : (L_1) et (L_2) sont parallèles car elles forment avec une sécante commune (L) deux angles correspondants de même mesure 62°.

Exercice 2.

Justifie que les droites (TS) et (QP) sont parallèles.

Les angles $\widehat{TSR}$ et $\widehat{QPS}$ sont correspondants et ils ont la même mesure. Comme ils sont formés par les droites (TS) et (QP) avec une sécante commune (SP) donc (TS) et (QP) sont parallèles.

Activités 3 Angles au centre

1. Définition

Activité

1. le point O

2. Le point O est le sommet de l'angle $\widehat{AOB}$.

$\widehat{AOB}$ est un angle au centre.

Exercices de fixation

Exercice 1.

On a : Figure 1 ; Figure 3 ; Figure 5

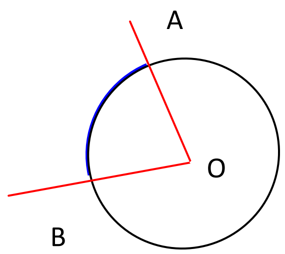
Exercice 2

1- Faux
2- Vrai
3- Vrai

2. Angle au centre et arcs de cercle

Activité

1.a) voir figure
b) Une portion de cercle est appelée arc de cercle.
2) La partie en bleu du cercle est notée $\overset{\frown}{AB}$.
3.a) La partie en noir du cercle est notée $\overset{\frown}{AB}$.
La partie qui semble la plus courte est celle en bleu : $\overset{\frown}{AB}$.
b) La partie qui semble la plus courte celle en bleu ($\overset{\frown}{AB}$) rencontre l'angle $\widehat{AOB}$



Exercices de fixation

1.

1- **L'angle au centre $\boldsymbol{\widehat{GEF}}$** intercepte l'arc $\overset{\frown}{FG}$.
2- L'angle au centre $\widehat{GEH}$ intercepte **l'arc $\overset{\frown}{GH}$**
3- L'angle au centre $\widehat{HEF}$ **intercepte** l'arc $\overset{\frown}{HF}$

2.

1- L'angle au centre qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{PN}$ est $\boldsymbol{\widehat{PIN}}$ **.**
2- L'arc intercepté par l'angle au centre $\widehat{MIP}$ est **$\overset{\frown}{MP}$** .
3- L'arc d'extrémités N et M contenant le point P est $\boldsymbol{\overset{\frown}{NM}}$**.**

3- Cordes et arcs de cercle

Activité

1- $[AB]$est une corde pour le cercle (C).

2- A et B
3- $\widehat{AB}$ et $\overset{\frown}{AB}$

Exercices de fixation

Exercice 1.

1- Faux
2- Faux
3- Vrai

Exercice 2.

1- C'est l'angle $\widehat{PIN}$.
2- Le petit arc $\widehat{MP}$ et le grand arc $\overset{\smile}{MP}$.
3- C'est la corde [NM] .

4- -longueur d'un arc de cercle

Activité

1- $P = 2 \times \pi \times r$
$P = 2 \times \pi \times 1{,}5$
$P = 3 \times \pi\text{cm}$

2- A la longueur de l'arc $\widehat{AB}$ on fait correspondre 60°

longueur de l'arc $\widehat{AB}$ $\longrightarrow$ **60°**
$3 \times \pi$ $\longrightarrow$ **360°**

Longueur de l'arc $\widehat{AB}$	**2πR**
60°	**360°**

On a :

Longueur de l'arc $\widehat{AB} = \frac{2\times\pi\times1{,}5\times60°}{360°}$

Longueur de l'arc $\widehat{AB} = \frac{\pi\times180°}{360°}$

Longueur de l'arc $\widehat{AB}$ = $\frac{\pi}{2}$ cm

Exercices de fixation

Exercice 1.

$$c - longueur\ \widehat{EF} = \pi \times 5cm \times \frac{30°}{180°}$$

Exercice 2.

Calcule une valeur approchée de la longueur en centimètres de l'arc $\widehat{MN}$.

Longueur $\widehat{MN} = \pi\times r \times \frac{\text{mes}\widehat{\text{MIN}}}{180°}$

Longueur $\widehat{MN} \approx 3{,}14 \times 3 \times \frac{120}{180}$

Longueur $\widehat{MN} \approx 3{,}14 \times 3 \times \frac{2}{3}$

Longueur $\widehat{MN} \approx 6{,}28\ cm$

5- Angles au centre et arc d'un cercle : Propriétés

Activité

1.a) $longueur\ \widehat{AB} = \pi \times r \times \frac{mes\widehat{AOB}}{180°}$ et $longueur\ \widehat{MN} = \pi \times r \times \frac{mes\widehat{MON}}{180°}$

b) $mes\widehat{AOB} = mes\widehat{MON}$ donc $longueur\ \widehat{AB} = longueur\ \widehat{MN}$

c) Dans le cercle (C) , les deux angles au centre $\widehat{AOB}$ et $\widehat{MON}$ont la même mesure. Ilsinterceptent respectivement les arcs $\widehat{AB}$ et $\widehat{MN}$. En conclusion deux arcs $\widehat{AB}$ et $\widehat{MN}$ont **la** même longueur.

2.

Justifions que $mes\widehat{AOB} = mes\widehat{MON}$

$longueur\ \widehat{AB} = \pi \times r \times \frac{mes\widehat{AOB}}{180°}$ donc $mes\widehat{AOB} = \frac{180° \times longueur\ \widehat{AB}}{\pi \times r}$

$longueur\ \widehat{MN} = \pi \times r \times \frac{mes\widehat{MON}}{180°}$ donc $mes\widehat{MON} = \frac{180° \times longueur\ \widehat{MN}}{\pi \times r}$

Comme $longueur\widehat{AB} = longueur\widehat{MN}$ donc $mes\widehat{AOB} = mes\widehat{MON}$

Dans le cercle (C), deux arcs $\widehat{AB}$ et $\widehat{MN}$ ont la même longueur . Ils sont respectivement interceptés par les angles au centre $\widehat{AOB}$ et $\widehat{MON}$la même mesure.

Exercices de fixation

Exercice 1.

1- Faux
2- Faux
3- Vrai

Exercice 2.

Justifions que les arcs $\widehat{RS}$ et $\widehat{EF}$ ont la même longueur.

Dans le cercle (C), $\widehat{ROS}$ et $\widehat{EOF}$ sont des angles au centre qui interceptent respectivement les arcs $\widehat{RS}$ et $\widehat{EF}$.

Comme les angles $\widehat{ROS}$ et $\widehat{EOF}$ ont la même mesure donc arcs $\widehat{RS}$ et $\widehat{EF}$ ont la même longueur.

Exercice 3.

Justifie que les angles $\widehat{RFQ}$ et $\widehat{PFQ}$ ont la même mesure.

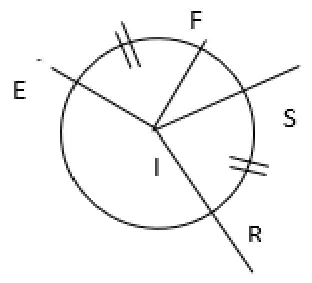
Dans le cercle (C) les arcs $\widehat{RQ}$ et $\widehat{PQ}$ sont interceptés respectivement par les angles au centre $\widehat{RFQ}$ et $\widehat{PFQ}$.
Les arcs $\widehat{RQ}$ et $\widehat{PQ}$ ont la même longueur donc les angles $\widehat{RFQ}$ et $\widehat{PFQ}$ ont la même mesure.

6- Cordes et arcs d'un cercle : Propriétés

Activité

1.

Attention ! erratum correction de la figure

<table>
<tr>
<td>a) $[\boldsymbol{EF}]$
b) $[\boldsymbol{RS}]$
c) EF = RS</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Dans le cercle (C), les arcs $\widehat{EF}$ et $\widehat{RS}$ ont la même longueur. Ils sont respectivement sous tendus par les cordes $[EF]$ et $[RS]$. En conclusion les cordes $[EF]$ et $[RS]$ ont la même longueur.</td>
</tr>
</table>

2.

a- $\widehat{EF}$
b- $\widehat{RS}$
c- Longueur$\widehat{EF}$ = longueur$\widehat{RS}$
d- Longueur $\overset{\smile}{EF}$ = P$-$ longueur$\widehat{EF}$ et longueur $\overset{\smile}{RS}$= P$-$ longueur$\widehat{RS}$
P étant le périmètre du cercle (C).
Comme longueur$\widehat{EF}$ = longueur$\widehat{RS}$
donc longueur $\overset{\smile}{EF}$ = longueur $\overset{\smile}{RS}$

Dans le cercle (C), les cordes $[EF]$ et $[RS]$ ont la même longueur. Ils sous- tendent respectivement les petits arcs $\widehat{EF}$ et $\widehat{RS}$. En conclusion les arcs $\widehat{EF}$ et $\widehat{RS}$ ont la même longueur.

Exercices de fixation

Exercice 1.

Dans le cercle (C), $\widehat{MN}$ et $\widehat{NP}$ sont les petits arcs respectivement sous-tendus par les cordes [MN] et [NP] .

Les arcs $\widehat{MN}$ et $\widehat{NP}$ ont la même longueur donc les cordes [MN] et [NP] ont la même longueur. Conclusion MN = NP

Exercice 2.

1- Faux
2- Faux
3- Faux
4- Vrai

Exercice 3.

Dans le cercle (C), les segments [IJ] et [KL] sont des cordes qui sous-tendent respectivement les petits arcs $\widehat{IJ}$ et $\widehat{KL}$.

Comme les cordes [IJ] et [KL] ont la même longueur donc les arcs $\widehat{IJ}$ et $\widehat{KL}$ ont la même longueur.

Exercices de renforcement

1

Cite tous les pairs d'angles alternes - internes	Cite tous les pairs d'angles correspondants
- $\widehat{A_2}$et$\widehat{B_4}$ - $\widehat{A_3}$et$\widehat{B_3}$	- $\widehat{A_1}$et$\widehat{B_3}$ - $\widehat{A_2}$et$\widehat{B_1}$ - $\widehat{A_3}$et$\widehat{B_2}$ - $\widehat{A_4}$et$\widehat{B_4}$

2

	Questions	**Réponse 1**	**Réponse 2**
1	Cite deux angles alternes – internes à $\widehat{B_1}$	$\widehat{A_4}$	$\widehat{N_1}$
2	Cite deux angles correspondants à $\widehat{A_1}$	$\widehat{B_3}$	$\widehat{M_1}$
3	Cite deux angles alternes – internes à $\widehat{M_3}$	$\widehat{A_2}$	$\widehat{N_2}$
4	Cite deux angles correspondants à $\widehat{N_1}$	$\widehat{M_4}$	$\widehat{B_2}$

3

1- Deux angles correspondants : $\widehat{MAB}$ et $\widehat{NQA}$
2- Deux angles alternes internes $\widehat{NQA}$ et $\widehat{ACQ}$

4

Déterminons mes$\widehat{AOE}$

$\widehat{AOE}$et$\widehat{OAB}$ sont angles alternes-internes formés par les droites parallèles (L_1) et (L_2) avec la sécante commune (AO) donc ils ont la même mesure.

mes$\widehat{AOE}$ = mes$\widehat{OAB}$

mes$\widehat{AOE}$ = 45°

5

Déterminons mes$\widehat{CAB}$
$\widehat{CAB}$et$\widehat{AOI}$ sont angles correspondants formés par les droites parallèles (L_1) et (L_2) avec la sécante commune (AO) donc ils ont la même mesure.
mes$\widehat{CAB}$ = mes$\widehat{AOI}$
mes$\widehat{CAB}$ = 135°

6

Justifions que mes$\widehat{KET}$ = mes$\widehat{POE}$
Les angles $\widehat{KET}$ et $\widehat{POE}$ sont correspondants et sont formés par les droites (KI) et (PR) sont parallèles avec la sécante commune (OE) donc ils ont la même mesure.
Conclusion : mes$\widehat{KET}$ = mes$\widehat{POE}$

7

Justifionsque (AI) //(FG)
Les angles $\widehat{AEB}$ et $\widehat{GBH}$ sont correspondants et formés par les droites (AI) et (FG) avec la sécante commune (CH). Comme les angles $\widehat{AEB}$ et $\widehat{GBH}$ ont la même mesure donc les droites (AI) et (FG) sont parallèles.
Conclusion : (AI) //(FG) .

8

Justifions que mes$\widehat{IEO}$ = mes$\widehat{POE}$
Les angles$\widehat{IEO}$ et $\widehat{POE}$sont alternes-internes et sont formés par les droites (KI) et (PR) sont parallèles avec la sécante commune (OE) donc ils ont la même mesure.

Conclusion : mes$\widehat{IEO}$ = mes$\widehat{POE}$

9

Justifions que :(AI) //(FG)

Les angles $\widehat{AEB}$ et $\widehat{FBE}$sont alternes-internes et formés par les droites (AI) et (FG) avec la sécante commune (CH). Comme les angles $\widehat{AEB}$ et $\widehat{GBH}$ ont la même mesure donc les droites (AI) et (FG) sont parallèles.

Conclusion : (AI) //(FG) .

10

Deux angles de même mesure que $\widehat{JQM}$:

- $\widehat{IMO}$car$\widehat{IMO}$ *et* $\widehat{JQM}$ sont correspondants et formés par deux droites parallèles et une sécante.
- $\widehat{QMN}$car$\widehat{QMN}$ *et* $\widehat{JQM}$ sont alternes internes formés par deux droites parallèles et une sécante

11

1- a) $mes\widehat{AED} = mes\ \widehat{BAE}$
   $mes\widehat{AED} = 25°$
   b) $\widehat{AED}$ *et* $\widehat{AEF}$ sont supplémentaires
   c) $mes\widehat{AEF} = 180° - mes\widehat{AEF}$ = 180°- 25°= 155°
2- a) $mes\widehat{CBE} = 180° - mes\widehat{ABE}$ = 180°- 87°= 93°
   b) $mes\widehat{FET} = mes\ \widehat{CBE} = 93°$

12

Figure 1 : Les droites (D_1) et (D_2) forment avec la sécante commune (D) deux angles alternes-internes de même mesure donc elles sont parallèles.

Figure 1 : Les droites (D_1) et (D_2) forment avec la sécante commune (D) deux angles correspondants de même mesure donc elles sont parallèles.

13

Déterminons la mesure de $\widehat{EDA}$

$\widehat{EDA}$et$\widehat{CBD}$ sont deux angles alternes-internes formés par les droites (CB) et (AD) avec la sécante (BD). On sait aussi que les droites (CB) et (AD) sont parallèles car elles sont les supports des côtés opposés [CB] et [AD] du parallélogramme ABCD.

$\widehat{EDA}$et$\widehat{CBD}$ sont alternes-internes formés par deux droites parallèles donc ils ont la même mesure. Comme mes$\widehat{CBD}$=13° donc **mes$\widehat{EDA}$=13°.**

Déterminons la mesure de $\widehat{BDC}$.

$\widehat{BDC}$et$\widehat{DBA}$ sont deux angles alternes-internes formés par les droites (CB) et (AD) avec la sécante (BD). Les droites (CB) et (AD) sont parallèles donc

mes$\widehat{BDC}$ = mes$\widehat{DBA}$

mes$\widehat{BDC}$ = mes$\widehat{CBA}$ - mes mes$\widehat{CBD}$

mes$\widehat{BDC}$ = 33° − 13°

mes$\widehat{BDC}$ = 20°

14

1- Calculons$mes\widehat{BAM}$

$$mes\widehat{BAM} = 180° - mes\widehat{BAC} = 180° - 141° = 39°$$

2- Justifions que (BF) et (EN) sont parallèles.
$mes\widehat{BAM} = mes\widehat{AME}et\widehat{BAM}$ et $\widehat{AME}$ sont alternes internes
Les droites (BF) et (EN) forment avec la sécante (CM) les deux angles $\widehat{BAM}$ et $\widehat{AME}$ alternes internes de même mesure donc (BF) // (EN).

15

1- Calculons$mes\widehat{SIK}$
$mes\widehat{SIK} = 180° - mes\widehat{MIS} = 180° - 128° = 52°$
2- Justifie que (RS) // (PQ)
$mes\widehat{QKJ} = 128° = mes\widehat{SIK}$
$\widehat{QKJ}$ et $\widehat{SIK}$sont alternes internes de même mesure
Les droites (RS) et (PQ) forment avec la sécante (MJ) les angles $\widehat{QKJ}$ et $\widehat{SIK}$ alternes internes de même mesure donc (RS) // (PQ).

16

(MN) et (UV) sont parallèles.
Le complémentaire de l'angle marqué en rose mesure 90°− 48° soit 42°. Ce complémentaire et l'angle marqué en vert sont alternes-internes.
Ces deux angles alternes-internes de même mesure sont formés par les droites (MN) et (UV) avec la sécante (AB) donc (MN) et (UV) sont parallèles.

17

1- $L_1 = \pi \times 3cm \times \frac{40°}{180°}$
$L_1 = \pi \times 3cm \times \frac{2}{9}$
$L_1 = \frac{2\pi}{3}$ cm
2- $L_2 = \frac{2\times\pi\times5cm}{2}$

$L_2 = 5\pi$ cm

3- $L_3 = \frac{2\times\pi\times2cm}{4}$

$L_3 = \pi$ cm

4- $L_4 = \pi \times 1cm \times \frac{120°}{180°}$

$L_4 = \pi \times 1cm \times \frac{2}{3}$

$L_4 = \frac{2\pi}{3}$ cm

18

1- Calculons la longueur en centimètres de l'arc $\widehat{EF}$.

Longueur $\widehat{EF} = \pi \times 2cm \times \frac{75°}{180°}$

Longueur $\widehat{EF} = \pi \times 2cm \times \frac{5}{12}$

Longueur $\widehat{EF} = \frac{5\pi}{6}$ cm

Longueur $\widehat{EF} = \frac{5\times3,1}{6}$ cm donc Longueur $\widehat{EF}$ = 2,58 cm

2- a- Calculons le périmètre P du cercle (C).

$P = 2\times\ \pi \times 2cm$

$P = 2\times\ 3,1 \times 2cm$

P = 12,4 cm

b) Déduisons des questions précédentes la longueur du grand arc $\breve{EF}$

Longueur $\breve{EF}$ = P - Longueur $\widehat{EF}$

Longueur $\breve{EF}$ = 12,4 cm - 2,58 cm

Longueur $\breve{EF}$ =9,82 cm.

19

1- Calculons la longueur en centimètres de l'arc $\widehat{AB}$.

Longueur $\widehat{AB} = \pi \times 3cm \times \frac{150°}{180°}$

Longueur $\widehat{AB} = \pi \times 3cm \times \frac{5}{6}$

Longueur $\widehat{AB} = \frac{5\pi}{2}$ cm

Longueur $\widehat{AB} = \frac{5\times3,1}{2}$ cm donc Longueur $\widehat{AB}$ =7,75 cm

2 .a- Calculons le périmètre P du cercle (C).

$P = 2\times\ \pi \times 3cm$

$P = 2\times\ 3,1 \times 3cm$

P = 18,6 cm

b) Déduisons des questions précédentes la longueur du grand arc $\overset{\frown}{AB}$

Longueur $\overset{\frown}{AB}$ = P - Longueur $\widehat{AB}$

Longueur $\overset{\frown}{AB}$ = 18,6 cm - 7,75 cm

Longueur $\overset{\frown}{AB}$ =10,85 cm.

20

1- Justifions que $mes\widehat{IAK} = mes\widehat{JAL}$

$\widehat{IAK}$ et $\widehat{JAL}$ sont deux angles opposés par le sommet A donc ils ont la même mesure.

$conclusion$: $mes\widehat{IAK} = mes\widehat{JAL}$.

2- Justifions que les arcs $\widehat{IK}$ et $\widehat{JL}$ ont la même longueur

Dans le cercle (C) les angles $\widehat{IAK}$ et $\widehat{JAL}$ sont des angles au centre qui interceptent respectivement les arcs $\widehat{IK}$ et $\widehat{JL}$.

Comme $\widehat{IAK}$ et $\widehat{JAL}$ ont la même mesure donc les arcs $\widehat{IK}$ et $\widehat{JL}$ ont la même longueur

21

Démontrons que la droite (OI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{FOE}$.

Pour cela prouvons que mes$\widehat{IOF}$ = mes$\widehat{IOE}$

Dans le cercle (C) , les cordes [IF] et [IE] sous-tendent respectivement les petits arcs $\widehat{IF}$ et $\widehat{IE}$. IF = IE donc longueur $\widehat{IF}$ = longueur $\widehat{IE}$.

Dans le cercle (C) , les arcs $\widehat{IF}$ et $\widehat{IE}$ sont interceptés respectivement par les angles au centre $\widehat{IOF}$ et $\widehat{IOE}$. longueur$\widehat{IF}$ = longueur $\widehat{IE}$ donc mes$\widehat{IOF}$ = mes$\widehat{IOE}$.

Par conséquent la droite (OI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{FOE}$.

22

1- Dans le cercle (C), les angles $\widehat{FOI} et \widehat{GOE}$ sont deux angles au centre qui interceptent des arcs de même mesure donc ils ont la même mesure donc $mes\widehat{FOI} = mes\widehat{GOE}$

2- Dans le cercle (C) , les cordes $[FI]\ et\ [GE]$sous-tendent deux arcs de même mesure donc elles ont la même longueur d'où $FI = GE$

23

Justifions que les arcs $\widehat{BU}$ et $\widehat{BT}$ ont la même longueur.
On sait que le triangle UTB est isocèle en B donc BU = BT.

Dans le cercle (C), [BU] et [BT] sont des cordes qui sous-tendent respectivement les petits arcs $\widehat{BU}$ et $\widehat{BT}$.
BU = BT donc les arcs $\widehat{BU}$ et $\widehat{BT}$ ont la même longueur.

24

On sait que MATH est un rectangle donc les côtés opposés [MA] et [HT] ont la même longueur. Dans le cercle (C) , [MA] et [HT] sont des cordes qui sous-tendent respectivement les petits arcs $\widehat{MA}$ et $\widehat{HT}$.
[MA] et [HT] ont la même longueur donc les arcs $\widehat{MA}$ et $\widehat{HT}$ ont la même longueur.

25

Justifions que les arcs $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$,$\widehat{CD}$ et $\widehat{AD}$ ont la même longueur.
Dans (C) ,$[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$ son des cordes et sous-tendent respectivement les arcs $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$,$\widehat{CD}$ et $\widehat{AD}$
ABCD est un carré donc AB = BC = CD = AD.
Dans le cercle (C) les cordes $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$ ont la même longueur donc elles sous-tendent des arcs de même longueur.
Conclusion les arcs $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$,$\widehat{CD}$ et $\widehat{AD}$ ont la même longueur.

26

1- Justifions que $mes\widehat{FOI} = mes\ \widehat{EOI}$
Dans le cercle (C) les angles $\widehat{FOI} et\ \widehat{EOI}$ sont des angles au centre qui interceptent respectivement les arcs $\widehat{FI}\ et\ \widehat{IE}$ de même longueur donc $mes\widehat{FOI} = mes\ \widehat{EOI}$

2- Justifions que FOE est un triangle équilatéral
$$mes\widehat{FOE} = mes\widehat{FOI} + mes\widehat{EOI} = 30° + 30° = 60°$$
OF = OE donc FOE est un triangle isocèle.
FOE est un triangle isocèle qui admet un angle de 60° donc il est équilatéral.

27

Attention ! le corrigé de l'exercice27fais intervenir des notions de 3ème

Démontrons que $mes\widehat{AIR} = mes\ \widehat{LIN}$
RLNA est quadrilatère dont les diagonales $[RN]$ et $[AL]$ sont des diamètres de (C).
$[RN]$ et $[AL]$ se coupent en leur milieu et ont la même longueur donc RLNA est un rectangle. Ses côtés opposés $[RA]$ et $[LN]$ qui sont des cordes de (C) ont la même longueur . Ils sous-tendent donc les arcs $\widehat{RA}$ et $\widehat{LN}$ de même longueur.
Dans le cercle (C), les angles inscrits $\widehat{AIR}\ et\ \widehat{LIN}$ interceptent respectivement les arcs $\widehat{RA}$ et $\widehat{LN}$ de même longueur donc $mes\widehat{AIR} = mes\ \widehat{LIN}$

Exercices d'approfondissement

28

1- Calculons la $mes\widehat{ABM}$

$\widehat{ABM}$ et $\widehat{NBM}$ sont deux angles supplémentaires

donc $mes\widehat{ABM}$ = 180°- $mes\widehat{NBM}$

$mes\widehat{ABM}$ = 180°- 138°

$mes\widehat{ABM}$ = 42°

2- Justifions que les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles

Les droites (D_1) et (D_2) forment avec la sécante (L) les angles $\widehat{FAB}$ et $\widehat{ABM}$ qui sont alternes-internes. $mes\widehat{FAB} = 42°$ et $mes\widehat{ABM}$ = 42° .

$mes\widehat{FAB} = mes\widehat{ABM}$ donc les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles.

29

- $mes\widehat{KIJ} = mes\ \widehat{IGH} = 68{,}6°$
- $mes\widehat{KIG} = 180° - mes\ \widehat{KIJ} = 180° - 68{,}6° = 111{,}4°$
- $mes\widehat{IKJ} = mes\ \widehat{KHG} = 38{,}2°$
- $mes\widehat{JKL} = 180° - mes\ \widehat{IKJ} = 180° - 38{,}2° = 141{,}8°$
- $mes\widehat{IKH} = mes\ \widehat{JKL} = 141{,}8°$
- $mes\widehat{LKH} = mes\ \widehat{KHG} = 38{,}2°$

30

Justifions que les segments [AB] et [MN] sont de supports parallèles.
Les supports des segments [AB] et [MN] forment avec la sécante commune (IA) deux angles alternes-internes $\widehat{IMN}$ et $\widehat{JAE}$

Prouvons que $mes\widehat{IMN} = mes\widehat{JAE}$

Le triangle JAE est rectangle en J donc les angles $\widehat{JAE}$ et $\widehat{JEA}$ sont complémentaires.

$mes\widehat{JAE}$= 90°- $mes\widehat{JEA}$

Par ailleurs les angles $\widehat{JEA}$ et $\widehat{AEK}$ sont supplémentaires

donc $mes\widehat{JEA}$= 180°- $mes\widehat{AEK}$

$mes\widehat{JEA}$= 180°- 128° d'où $mes\widehat{JEA}$ = 52°

On a donc $mes\widehat{JAE}$= 90°- 52°

$mes\widehat{JAE}$= 38°

$mes\widehat{JAE}$= $mes\widehat{IMN}$= 38°.

Conclusion. Les supports des segments [AB] et [MN] forment avec la sécante commune (IA) deux angles $\widehat{JAE}$et $\widehat{IMN}$ alternes-internes de même mesure donc ils sont parallèles.

31

1. Démontrons que $mes\widehat{NAM} = 47°$

Les angles $\widehat{PBA}$ et $\widehat{BAE}$ sont alternes-internes formés par les droites parallèles (D_1) et (D_2) et la sécante (L) donc $mes\widehat{PBA} = mes\widehat{BAE}$
On sait aussi que $\widehat{PBA}$ et $\widehat{NBM}$ sont opposés par le sommet donc $mes\widehat{PBA} = mes\widehat{NBM}$
or$mes\widehat{NBM} = 133°$ donc $mes\widehat{PBA} = 133°$ et $mes\widehat{BAE} = 133°$
Les angles $\widehat{NAM}$ et $\widehat{MAE}$ sont adjacents donc
$mes\widehat{NAM} + mes\widehat{MAE} = mes\widehat{BAE}$
$mes\widehat{NAM} = mes\widehat{BAE} - mes\widehat{MAE}$
$mes\widehat{NAM} = 133° - 86°$ d'où $mes\widehat{NAM}$ =47°

2. Démontrons que : MA= MB

Prouvons que le triangle MAB est isocèle en M. Justifions pour cela que mes$\widehat{BAM}$ =$\widehat{ABM}$
$\widehat{BAM}$et$\widehat{NAM}$ désignent le même angle donc mes$\widehat{BAM}$ = mes$\widehat{NAM}$= 47°
$\widehat{ABM}$et$\widehat{NBM}$ sont deux angles supplémentaires
donc $mes\widehat{ABM}$ = 180- $mes\widehat{NBM}$
$mes\widehat{ABM}$ = 180- 133° donc $mes\widehat{ABM}$ = 47°.
mes$\widehat{BAM}$ =$\widehat{ABM}$ = 47° donc le triangle MAB est isocèle en M .
Par conséquent : MA= MB

32

1- Justifions que $mes\widehat{RQT} = mes\widehat{STP}$

$\widehat{RQT}$et$\widehat{STP}$ sont deux angles correspondants formés par les droites (RS) et (QT) avec la sécante (ST). On sait aussi que les droites (RS) et (QT) sont parallèles car elles sont les supports des côtés opposés [RS] et [QT] du parallélogramme RSTQ.

(RS) et (QT) sont parallèles donc $mes\widehat{RQT} = mes\widehat{STP}$

2- Justifions que $mes\widehat{STP} = mes\widehat{RST}$

$\widehat{STP}$et$\widehat{RST}$ et sont deux angles alternes-internes formés par les droites (RS) et (QT) avec la sécante (ST) .

(RS) et (QT) sont parallèles donc $mes\widehat{STP} = mes\widehat{RST}$

33

Démontrons que (AC) // (BD)
Prouvons pour cela que les angles alternes-internes $\widehat{CAB}$ *et* $\widehat{DBA}$ ont la même mesure.

- $mes\widehat{CAB} = 90° - mes\widehat{BCA} = 90° - 55° = 35°$
- BED est un triangle isocèle en B donc $mes\widehat{DEB} = mes\widehat{EDB} = \frac{180°-40°}{2} = 70°$

  $mes\widehat{ADB} = 180° - mes\widehat{EDB} = 180° - 70° = 110°$

  DBA est isocèle en D donc $mes\widehat{DBA} = mes\widehat{DAB} = \frac{180°-110°}{2} = \frac{70°}{2} = 35°$

  $mes\widehat{CAB} = 35°$ *et* $mes\widehat{DBA} = 35°$ *donc* $mes\widehat{CAB} = mes\widehat{DBA}$

  Les droites (AC) et (BD) forment avec la sécante (AB) les angles $\widehat{CAB}$ *et* $\widehat{DBA}$ alternes-internes de même mesure donc (AC)//(BD).

34

1- Justifions que $mes\widehat{CAB} = mes\widehat{ECA}$

$\widehat{CAB}$et$\widehat{ECA}$ sont deux angles alternes-internes formés par les droites (AB) et (EF) avec la sécante (AC).

(AB) // (EF) donc $mes\widehat{CAB} = mes\widehat{ECA}$

2- Justifions que $mes\widehat{ABC} = mes\widehat{BCF}$

$\widehat{ABC}$et$\widehat{BCF}$ sont deux angles alternes-internes formés par les droites (AB) et (EF) avec la sécante (BC).

(AB) // (EF) donc $mes\widehat{ABC} = mes\widehat{BCF}$

3- Déduisons des questions précédentes que $mes\widehat{CAB} + mes\widehat{ACB} + mes\widehat{ABC} = 180°$

$mes\widehat{CAB} + mes\widehat{ACB} + mes\widehat{ABC} = mes\widehat{ECA} + mes\widehat{ACB} + mes\widehat{BCF}$

$mes\widehat{CAB} + mes\widehat{ACB} + mes\widehat{ABC} = mes\widehat{ECF}$

or$\widehat{ECF}$ est un angle plat donc il mesure 180°.

Donc $mes\widehat{CAB} + mes\widehat{ACB} + mes\widehat{ABC} = 180$

35

1- Calculons la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$

$\widehat{CBG}$et$\widehat{ABC}$ sont deux angles supplémentaires

donc $mes\ \widehat{ABC} = 180° - mes\widehat{CBG}$

$mes\ \widehat{ABC} = 180° - 97°$

$mes\ \widehat{ABC}$=83°

2- En déduis que les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles

$\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAF}$ sont deux angles alternes-internes formés par les droites (D_1) et (D_2) avec la sécante (L).

$mes\widehat{BAF}$=83° et $mes\ \widehat{ABC}$=83°

$mes\widehat{BAF}$= $mes\ \widehat{ABC}$ donc les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles

36

1.a) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$

$\widehat{AOB}$et$\widehat{COB}$ sont deux angles supplémentaires

$donc\ mes\widehat{AOB}$ = 180° - $mes\widehat{COB}$

$mes\widehat{AOB}$ = 180° - 127°

$mes\widehat{AOB}$ = 53°

b) Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{OBA}$.

On sait que dans un triangle la somme des mesures des angles est égale à 180°.

Dans le triangle AOB, $mes\widehat{OBA}$ + $mes\widehat{AOB}$ + $mes\widehat{OAB}$ =180°

$mes\widehat{OBA}$= 180°- ($mes\widehat{AOB}$ + $mes\widehat{OAB}$)

$mes\widehat{OBA}$= 180°- (53° + 44°)

$mes\widehat{OBA}$= 180°- 97°

$mes\widehat{OBA}$= 83°

c) Justifie que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Les droites (AB) et (CD) forment avec la sécante (BD) les angles $\widehat{DBA}$ et $\widehat{CDB}$ alternes-internes.

$mes\widehat{DBA}$ = $mes\widehat{OBA}$= 83° et $mes\widehat{CDB}$ = 83°

$mes\widehat{DBA}$ = $mes\widehat{CDB}$ donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2. Sachant que les segments [AB] et [CD] ont la même longueur, détermine la nature du quadrilatère ABCD. Justifie ta réponse.

ABCD est parallélogramme

En effet les [AB] et [CD] sont deux côtés opposés du quadrilatère ABCD qui ont la même longueur et sont des supports parallèles donc ABCD est un parallélogramme.

37

1.$mes\widehat{AMN} = 90° - mes\widehat{MAN} = 90° - 22° = 68°$

2.Justifions que (MN) // (BC).

$mes\widehat{ACB} = mes\widehat{AMN} = 68°et\widehat{ACB}\ et\ \widehat{AMN}$ sont alternes-internes.

Les droites (MN) et (BC) forment avec la sécante (AC) les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{AMN}$ alternes-internes de même mesure donc (MN)//(BC).

38

1. $mes\widehat{\mathrm{NMP}} = 180° - (\, mes\widehat{NPM} + mes\widehat{PNM})$

$mes\widehat{\mathrm{NMP}} = 180° - (\, 53° + 77°)$
$mes\widehat{\mathrm{NMP}} = 180° - 130°$
$mes\widehat{\mathrm{NMP}} = 50°$

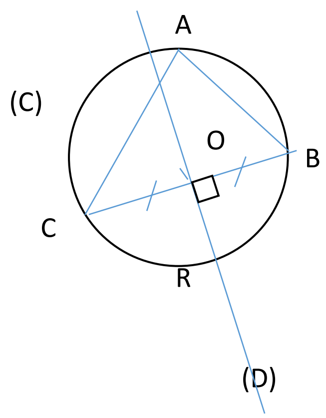
2. Les droites (NM) et (AB) ne sont pas parallèles.
Vérifions que les angles correspondants $\widehat{\mathrm{NMP}}$ et $\widehat{\mathrm{ABP}}$ formés par les droites (NM) et (AB) n'ont pas la même mesure.

$$mes\widehat{\mathrm{NMP}} = 50° \; et \; mes\widehat{\mathrm{ABP}} = 180° - 131° = 49°$$

$mes\widehat{\mathrm{ABP}} \neq mes\widehat{\mathrm{NMP}}$. Donc les droites (NM) et (AB) ne sont pas parallèles.

39

1. Figure



2. Justifie que $mes\widehat{BOR} = mes\widehat{ROC}$
Le point R appartient à la médiatrice de [BC] donc RC = RB
Dans le cercle (C) [RC] et [RB] sont des cordes de même longueur donc ils sous-tendent les arcs $\widehat{RC}$ et $\widehat{RB}$ de même longueur
Dans le cercle (C) les angles $\widehat{BOR}$ et $\widehat{ROC}$ interceptent les arcs $\widehat{RC}$ et $\widehat{RB}$ de même longueur donc $mes\widehat{BOR} = mes\widehat{ROC}$.
3. Démontre que (AR) est la bissectrice de $\widehat{BAC}$
(La réponse à cette question fait intervenir la notion d'angles inscrits à voir en 3ème)

40

Justifie que (MA) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BMC}$
(La réponse à cette question fait intervenir la notion d'angles inscrits à voir en 3ème)

41

1.

(La réponse à cette question 1 fait intervenir la notion d'angles inscrits à voir en 3ème)

2. les triangles EAU et JUS ont deux angles de même mesure, donc ils sont isocèles

3. On sait que AU=UE et US =UJ ainsi AU+US=UE+UJ et de pus A ;U, S sont alignés et E, U et J sont alignés donc AS=JE

.

42

1 .a- Justifions que les arcs $\widehat{PQ}$, $\widehat{RQ}$ et $\widehat{PR}$ont la même longueur.

PQR est un triangle équilatéral donc PQ = QR = RP.

PQR est inscrit dans le cercle (C) donc [PQ] , [RQ] et [PR] sont des cordes de (C) qui sous-tendent respectivement les petits arcs $\widehat{PQ}$, $\widehat{RQ}$ et $\widehat{PR}$.

Les cordes [PQ] , [RQ] et [PR] ont la même longueur donc les arcs $\widehat{PQ}$, $\widehat{RQ}$ et $\widehat{PR}$ont la même longueur.

b-Comparons les angles au centre $\widehat{POQ}$,$\widehat{QOR}$ et $\widehat{ROP}$. Justifie ta réponse.

$mes\widehat{POQ} = mes\widehat{QOR} = mes\widehat{ROP}$

En effet les angles au centre $\widehat{POQ}$,$\widehat{QOR}$ et $\widehat{ROP}$ interceptent respectivement les arcs $\widehat{PQ}$, $\widehat{RQ}$ et $\widehat{PR}$.

Les arcs $\widehat{PQ}$, $\widehat{RQ}$ et $\widehat{PR}$ ont la même longueur donc les angles $\widehat{POQ}$,$\widehat{QOR}$ et $\widehat{ROP}$ ont la même mesure.

c) Déduisons la mesure de l'angle $\widehat{POQ}$

$mes\widehat{POQ} + mes\widehat{QOR} + mes\widehat{ROP} = 360°$ or$mes\widehat{POQ} = mes\widehat{QOR} = mes\widehat{ROP}$

$3\times\ mes\widehat{POQ} = 360°$

$mes\widehat{POQ} = 360° : 3$

$mes\widehat{POQ} = 120°$

2. Calcule la longueur de l'arc $\widehat{PQ}$

Longueur $\widehat{PQ} = \pi \times r \times \frac{mes\widehat{POQ}}{180°}$

Longueur $\widehat{PQ} = 3{,}14 \times 5cm \times \frac{120°}{180°}$

Longueur $\widehat{PQ}$ = 10,47 cm

Situations d' évaluation

43

Déterminons la position des rues Jeunesse et Princesse.

La rue Princesse et la rue Jeunesse forment avec la rue marché deux angles alternes-internes dont une mesure est 40° et l'autre est supplémentaire à un angle de 140°.

Ce second angle mesure 180°-140° soit 40°. Donc les angles alternes-internes mesurent 40°.

Les deux rues forment avec la rue Marché deux angles alternes-internes de même mesure donc elles sont parallèles.
Conclusion : La rue Princesse et La rue Jeunesse ne se croisent pas.

44

1. Justifions que $mes\widehat{TAC} = 40°$

   (SB) et (TA) sont parallèles et elles forment avec la sécante (BA) les angles correspondants $\widehat{SBA}$ et $\widehat{TAC}$. Donc $mes\widehat{TAC} = mes\widehat{SBA}$

   Or $mes\widehat{SBA} = 40°$ donc $mes\widehat{TAC} = 40°$

2. Calculons$mes\widehat{SAB}$

   $mes\widehat{SAB} = 180° - \left(mes\widehat{SAT} + mes\widehat{TAC}\right) = 180° - (108° + 40°) = 32°$

3. Déduis-en $mes\widehat{TCA}$

   $\widehat{TCA}$ et $\widehat{SAB}$sont deux angles correspondants formés par les droites parallèles (SA) et (TC) avec la sécante (BC) donc $mes\ \widehat{TCA} = mes\widehat{SAB}$

   Or $mes\widehat{SAB} = 32°$ donc $mes\widehat{TCA} = 32°$

   $mes\widehat{TCA} = 32°$et 32° est comprise entre 30° et 35°.

   $mes\widehat{TCA}$représentant la pente du toit est comprise entre 30° et 35° donc l'installation des panneaux solaires est bonne.

Leçon 8

Cercles et triangles

Situation d'Apprentissage

Faire deux lectures de la situation d'apprentissage par deux apprenants.
Recenser et expliquer les données pertinentes.
Poser les questions suivantes :

Question/Consignes pour dérouler la situation	Réponse attendue
De quoi parle ce texte ?	Le texte nous parle d'activité extra-scolaire dans une école.
Qu'est ce que la coopérative veut créer ?	Elle décide de créer un jardin potager
Quelle est la forme du terrain ?	Le terrain est triangulaire.
Qu'est ce que la président de la coopérative veut faire ?	Il veut repartir le terrain en deux espaces de même aire
De quelle difficulté est-il confronté ?	Il ne sait pas s'y prendre
Qu'est ce que son trésorier lui propose de faire pour l'aider ?	Le trésorier se propose de l'aider en lui proposant une maquette

Dans cette leçon, nous allons apprendre à identifier une tangente à un cercle, des points remarquable d'un triangle, à connaitre les propriétés des droites des milieux, des droites particulaires d'un triangle, de déterminer les positions relatives d'une droite et un cercle, de construire des droites particulières d'un triangle et calculer les longueurs.

Ce que nous allons apprendre va vous permettre de résoudre beaucoup de problèmes dans la vie. C'est pourquoi je vous demande de bien suivre.

Nous allons travailler ensemble selon le plan suivant :
1) Cercle et droite
2) Triangles

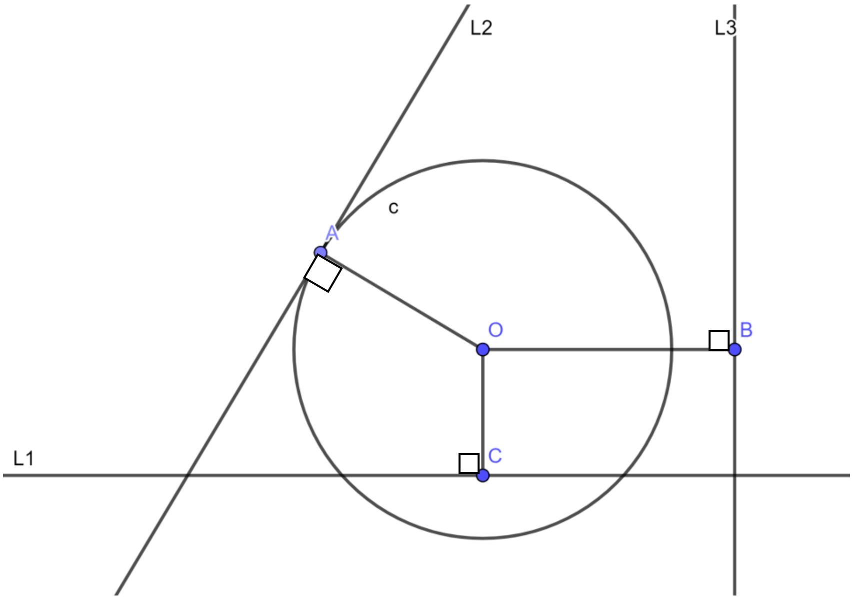
Installation des habiletés

Activités 1 **Cercles et droites**

1. Positions relatives d'une droite et d'un cercle

Activité

1. Et 2.



3) Le cercle (C) et la droite (L1) ont deux points communs.

Le cercle (C) et la droite (L2) ont un seul point commun.

Le cercle (C) et la droite (L3) n'ont aucun point commun.

4) Dans le premier cas, la distance du point O à la droite (L1) est plus petite que le rayon.
Dans le second cas, la distance du point O à la droite (L2) est égale au rayon.
Dans le troisième cas, la distance du point O à la droite (L3) est plus grande que le rayon.

Exercices de fixation

Exercice 1

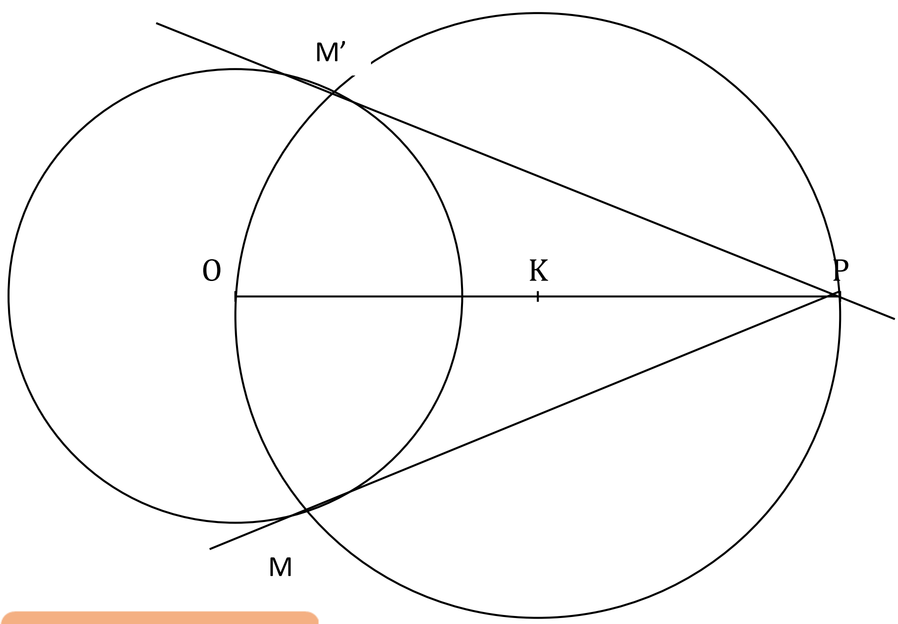
(C) est un cercle de centre K et de rayon 2 cm. (L) est une droite située à 1.5 cm de K et (D), une droite située à 2cm de K.
(D) et (C) sont tangents car la distance entre K et (D) est égale au rayon du cercle.

Exercice 2.
Si (C) et (L) n'ont aucun point commun ; on dit qu'ils sont **disjoints** et OH>r
Si $\boldsymbol{OH} < r$, alors (C) et (L) ont deux points communs. Ils sont **sécants.**
Si $\boldsymbol{OH} = \boldsymbol{r}$, alors (C) et (L) ont un point commun. Ils sont tangents.

2. Tangentes à un cercle passant par un point extérieur à un cercle

Activité

1. Justifions que Mappartient au cercle de diamètre [OP].
La droite (PM) est la tangente au cercle © de centre O, en M ; alors la droite (OM) est perpendiculaire à la droite (PM). Le triangle OMP est par conséquent un triangle rectangle en M ; d'où M appartient au cercle de diamètre [OP].
2.Programme de construction d'une tangente à un cercle passant par un point extérieur à ce cercle
Pour construire une tangente à un cercle (C) de centre O passant par le point P extérieur à ce cercle, on peut procéder comme suit :
-Marquer le point K milieu du segment [OP]
-Construire le cercle de diamètre [OP]
-Marquer le point M qui est l'un des points communs de (C) avec le cercle de diamètre [OP]
-Tracer la droite (PM) ; elleest une tangente à (C) passant par le point P.
3. On peut obtenir deux tangentes.

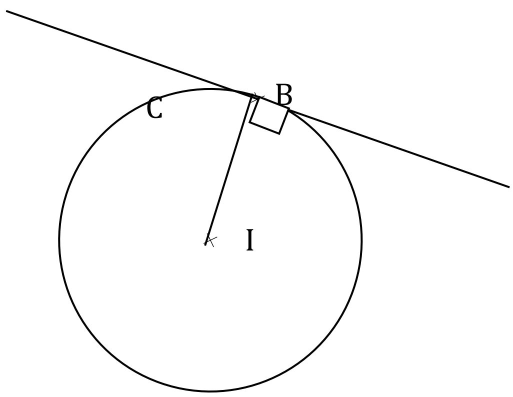


Exercices de fixation

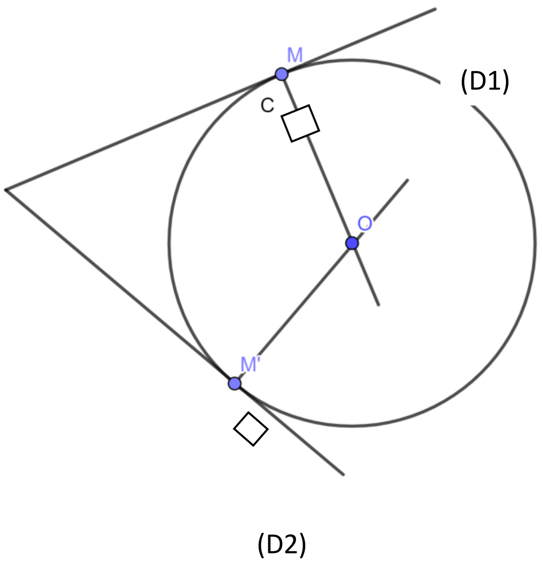
Exercice 1.

Dans le cas 1, la droite (PG) est la tangente en G au cercle.

Exercice 2.

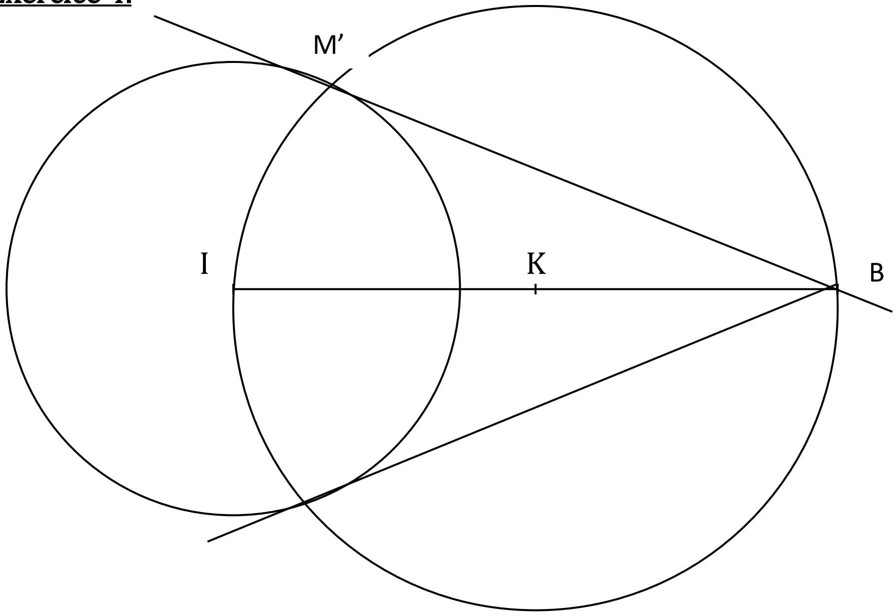


Exercice 3.



Méthode : Tracer la droite perpendiculaire à (D1) passant par M et la droite perpendiculaire à (D2) passant par M'. Le centre du cercle est le point commun à ces deux droites.

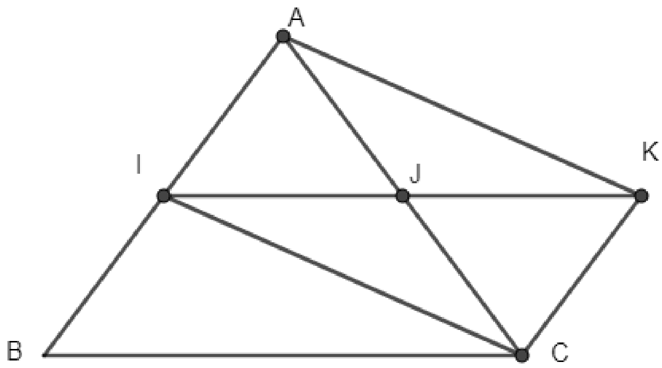
Exercice 4.



Activités 2 **Triangles**

1. Droite des milieux

Activité



3) Dans le quadrilatère AKCI, J est milieu de [AC] et J est milieu de [IK] car K est le symétrique de I par rapport à J. AKCI est un quadrilatèredont les diagonales se coupent en leur milieu. Donc AKCI est un parallélogramme car un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

4) Les droites (KC) et (AI) sont les supports de deux côtés opposés du parallélogramme AKCI ; donc (KC)//(AI). En plus KC=AI car les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

5) Démontrons que IBCK est un parallélogramme.

D'après la question précédente, (KC)//(AI) et KC = AI. B∈ (AI) alors (KC)//(IB) (1) et comme I est milieu de [AB], AI=IB ; ainsi KC = IB(2)

De (1) et (2) ondéduit que IBCK est un quadrilatère ayant les deux côtés opposésdeux à deux de même longueur et dont les supports sont parallèles.D'où IBCK est un parallélogramme.

6) On déduit que les droites (BC) et (IJ) sont parallèles et que IJ= ½ BC.
Comme IBCK est un parallélogramme, (BC)//(IK) et BC= IK ;
J∈ (IK) donc (BC)//(IJ)
Aussi J est milieu de [IK] ; ainsi IJ $= \frac{1}{2}$ IK $= \frac{1}{2}$ BC

Exercices de fixation

Exercice 1.

On sait que si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.

a) BC = 2 IJ = 2x 3 = 6 ; b) $BC = \frac{1}{2}\ IJ = \frac{1}{2} x\ 5 = 2{,}5$

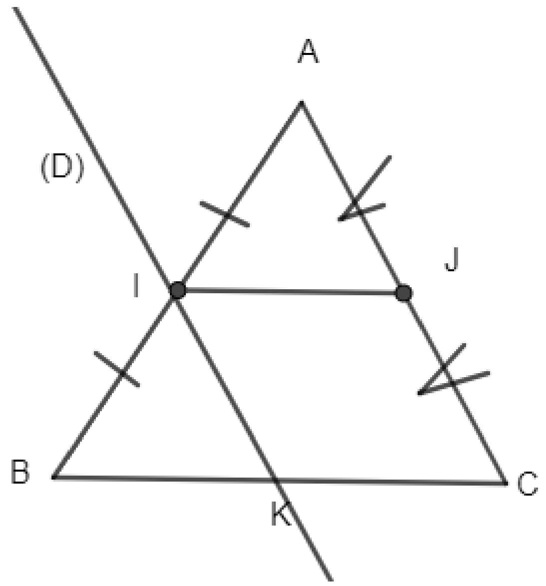
Exercice 2.

On sait que si dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au support du troisième côté. Alors :

a) (IK) // (EG) b) (IJ) // (FG) c) (EF)// (JK)

2. Droite passant par le milieu d'un côté et parallèle à un autre côté d'un triangle

Activité



3) Je démontre que les droites (BC) et (IJ) sont parallèles et que $IJ = \frac{1}{2}BC$.

Dans le triangle ABC, I est milieu de [AB] et le point J est milieu de [AC] ; ainsi les droites (BC) et (IJ) sont parallèles et $IJ = \frac{1}{2}BC$ car :

-Si dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au support du troisième côté.

-Si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.

4) Démontrons que IJCK est un parallélogramme.

Je sais que (IJ)//(BC) et K∈(BC) donc (IJ)//(KC) (1) ; Aussi, (D)//(AC) or K ∈ (D) et I∈ (D) alors (IK)//(AC) (2)

De (1) et (2) je déduis que les côtés opposés du quadrilatère IJCK sont parallèles ; d'où que IJCK est un parallélogramme.

5) Déduisons que IJ=KC et que K est milieu du segment [BC]
Comme IJCK est un parallélogramme, IJ=KC ; or IJ $= \frac{1}{2}$BC alors KC $= \frac{1}{2}$ BC . B, K et C étant alignés, K est milieu du segment [BC]

Exercices de fixation

Exercice 1.

5. Je considère le triangle IJA,2. Je sais que E est milieu du segment [IJ] .

3. On a :F Є [JA] et (EF)//(IA). 1. Donc F est milieu de [JA], 4.car Si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

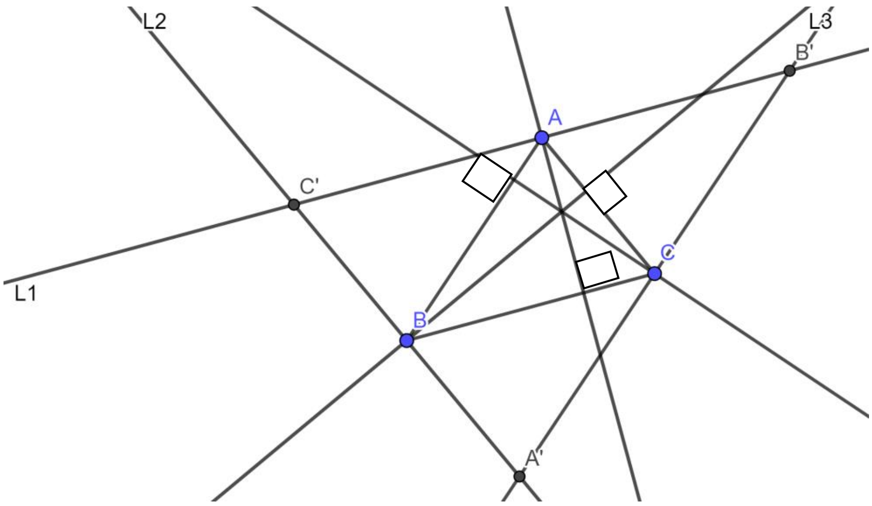
Exercice 2.

On considère le triangle EGH. On sait que I est le centre du parallélogramme EFGH donc I est milieu de [EH]. AЄ[EG] et (AI)//(GH) car (EF)// (AI) et (EF)//(GH), alors A est milieu de [EG] car si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

3. Hauteurs et orthocentre d'un triangle

Activité

1)



2) Les trois hauteurs sont concourantes.
3)

4) Démontrons que les hauteurs du triangle ABC sont aussi les médiatrices du triangle A'B'C'.
Démontrons d'abord que B, C et A sont les milieux respectifs des cotés [A'C'], [A'B'] et [B'C']
On démontre que le quadrilatère ACBC' et le quadrilatère ABA'C sont des parallélogrammes. Ainsi AC= BC' et AC= BA' ; alors BC'= BA' et comme C', B et A' sont alignés, B est milieu de [A'C'].

On procède de même pour prouver que Cest milieu [A'B'] et A milieu de [B'C']
Aussi dans le triangle A'B'C', la droite (AC) passe par les milieux de deux cotés ; elle est donc parallèle à (A'C'). La hauteur du triangle ABC relative au côté [AC] est par conséquent perpendiculaire à (A'C') car lorsque deux droites sont parallèles toute droiteperpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. Comme le milieu B de [A'C'] appartient à cette hauteur, alors elle représente la médiatrice du segment [A'C'].

On montre de même que la hauteur relative au côté [BC] est la médiatrice du segment [B'C'] et la hauteur relative au côté [AB] est la médiatrice du segment [A'B'].
Finalement, les hauteurs du triangle ABC sont aussi les médiatrices du triangle A'B'C' ;
5) On peut conclure quelles sont concourantes

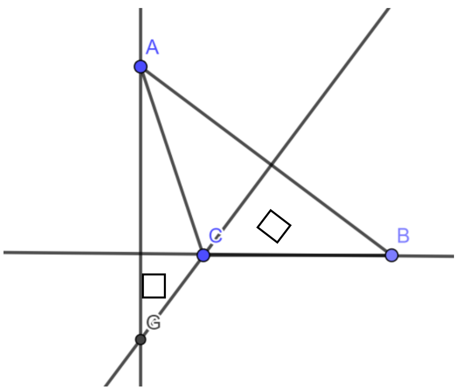
Exercices de fixation

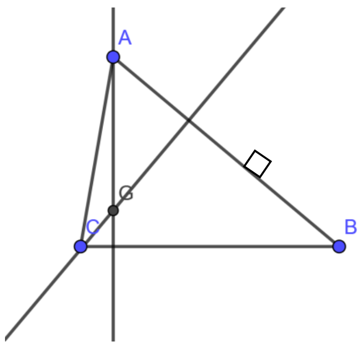
Exercice 1.

La hauteur issue de C est la droite (CK).

Exercice 2.

Il suffit de construire deux hauteurs pour chacun des triangles.

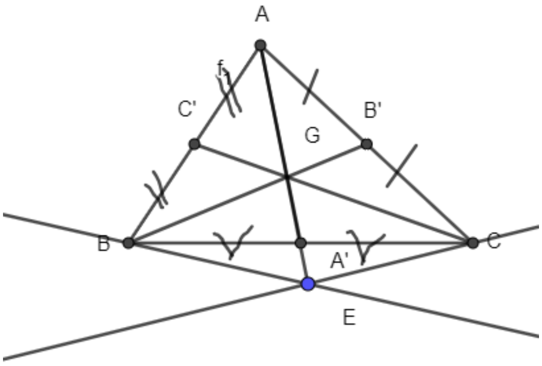




4. Médiane et centre de gravité d'un triangle

Activité

G



2) Les trois médianes sont concourantes

3) b) Je justifie que(BE)// (CC') et (CE)// (BB')

Dans le triangle ABE, C' est milieu de [AB] et G milieu de [AE] ; alors (C'G)//(BE) d'après la propriété de la droite des milieux. Comme C∈(C'G), (BE)//(CC').

On montre de même dans le triangle AEC que (B'G)//(EC) et comme B ∈ (B'G), (BB')//(CE).

c)Je sais que (BE)// (CC') et (CE)// (BB'). Comme G∈ (CC') et G ∈ (BB') alors (BE)//(GC) et (CE)//(BG). Ainsi GBEC est un parallélogramme car les supports de ses côtés opposés sont parallèles.

d) D'après la question précédenteGBEC est un parallélogramme.

Je sais que dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leur milieu ; alors la droite (AG) passe par le milieu A' de [BC] qui est une diagonale du parallélogramme GBEC.

4) Je justifie que les triangles ABA' et AA'C ont même aire.
Soit H le point de la droite (BC) tel que (AH) et (BC) sont perpendiculaires.

(AH) est une hauteur du triangle ABA' relative au côté [BA'], mais aussi une hauteur du triangle AA'C relative au côté [A'C].

Ainsi, $Aire\ (ABA') = \frac{AH\ x\ BA'}{2}$ et $Aire\ (AA'C) = \frac{AH\ x\ A'C}{2}$. Comme BA' = A'C
Aire (ABA')= Aire (AA'C)

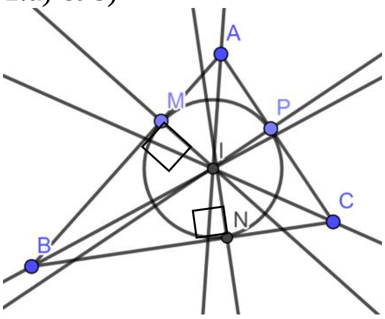
Exercices de fixation

Exercice 1.
G est le centre de gravité du triangle ABC.
Exercice 2.
Le point G est le point d'intersection de deux médianes, il est alors le centre de gravité du triangle ABC.K étant milieu de [BA], la droite (CK) est aussi une médiane du triangle. D'où les points C, G et K sont alignés.

5. Bissectrices et centre de cercle inscrit

Activité

1.a) et b)



c) On remarque que les bissectrices sont concourantes.

2) Justifions que : IM=IN.

On sait que la perpendiculaire à (AB) passant par I coupe (AB) en M ; alors la distance du point I à la droite (AB) est égale à IM

On sait aussi que la perpendiculaire à (BC) passant par I coupe (BC) en N ; alors la distance du point I à la droite (BC) est égale à IN.

Comme I est un point de la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$, il est équidistant des supports des côtés de cet angle ; ce qui signifie que IM=IN.

3. a) Justifions que : IM=IP.

On sait que la perpendiculaire à (AC) passant par I coupe (AC) en P ; alors la distance du point I à la droite (AC) est égale à IP.

Comme I est un point de la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$, il est équidistant des supports des côtés de cet angle ; ce qui signifie que IM=IP.

b) Déduisons de ce qui précède que I appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$

De 2) et 3)a) on a IM=IN et IM=IP ; donc IN = IP. Ainsi, I est équidistant des supports des côtés de l'angle$\widehat{BAC}$. D'où I appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.

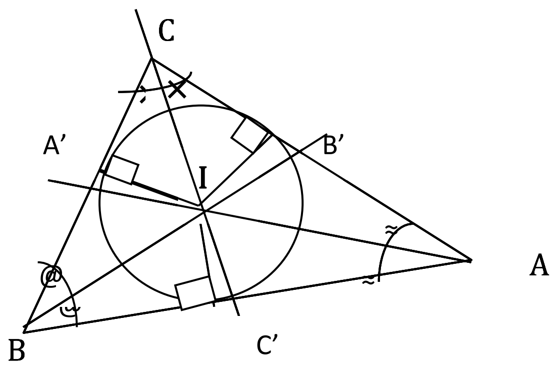
4) voir figure

5)Justifions que le cercle (C) est tangent aux droites(AB), (AC), et (BC)

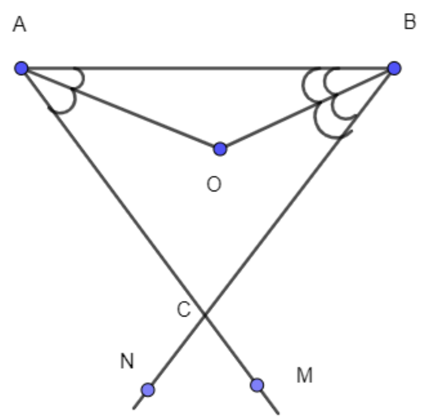
on sait que : IM=IN=IP ; le point I est alors équidistant des (AB), (AC), et (BC) ; par conséquent le cercle de centre I et de rayon IM est tangent aux droites(AB), (AC), et (BC).

Exercices de fixation

Exercice 1.



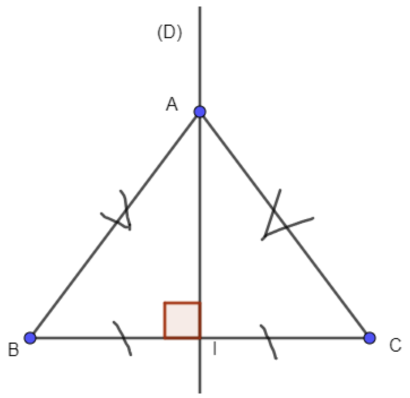
Exercice 2.



Méthode : on sait que le centre du cercle inscrit dans un triangle est le point de concours des bissectrices.
-On trace les segments$[AB], [AO]$ et $[BO]$
-A l'aide du compas, on construit l'angle $\widehat{OAM}$ de même mesure que l'angle $\widehat{BAO}$.
- A l'aide du compas, on construit l'angle $\widehat{OBN}$ de même mesure que l'angle $\widehat{ABO}$.
-on marque le point C, le point d'intersection des droites (AM) et (BN).

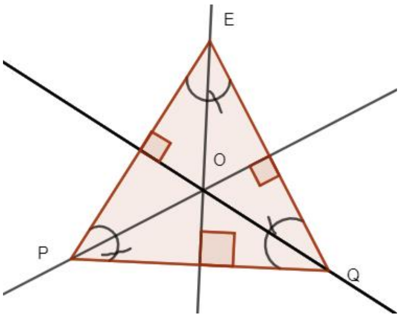
6. Droites particulières d'un triangle isocèle et d'un triangle équilatéral

Activité



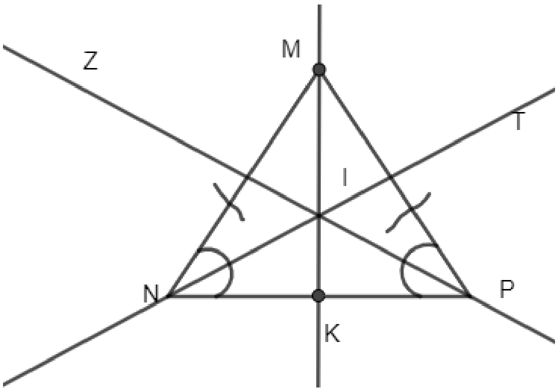
3) Dans ce triangle isocèle, la droite (D) représente aussi une hauteur, une médiane et une bissectrice.

5) Dans un triangle équilatéral, le centre du cercle inscrit, le centre du cercle circonscrit, l'orthocentre, le centre de gravité sont confondus.



Exercices de fixation

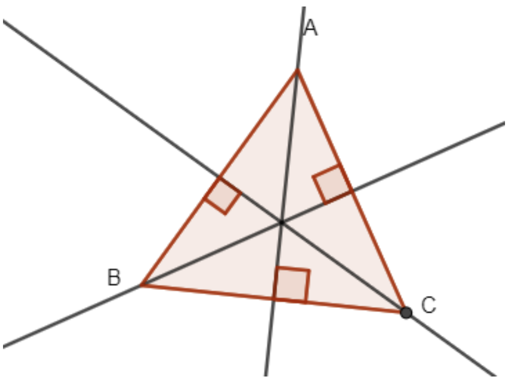
Exercice 1



Comme le triangle MNP est isocèle en M et K est milieu de$[NP]$, la droite (MK) est à la fois médiatrice de la base, médiane et bissectrice de l'angle passant par le sommet principal.Les bissectrices des angles $\widehat{MPN}\ et\ \widehat{MNP}$se coupent en I. Donc I appartient à la droite (MK) car les bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes.

I est le centre du cercle inscrit dans le triangle MNP.

Exercice 2.

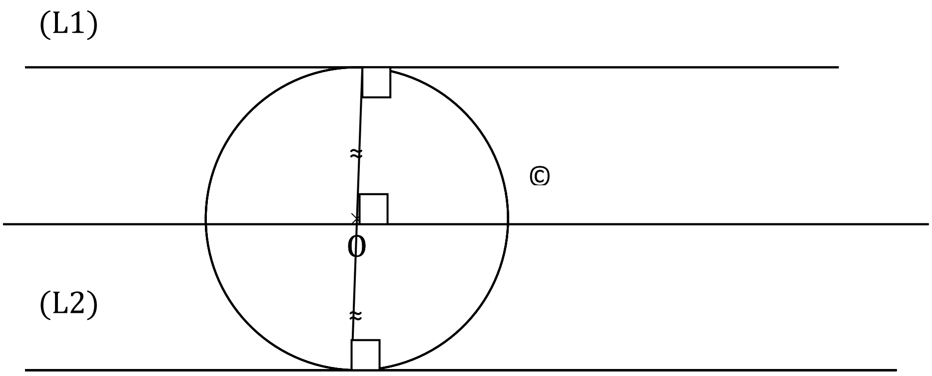


Dans le triangle ABC, le centre de gravité est à la fois orthocentre et centre du cercle inscrit dans le triangle ABC.

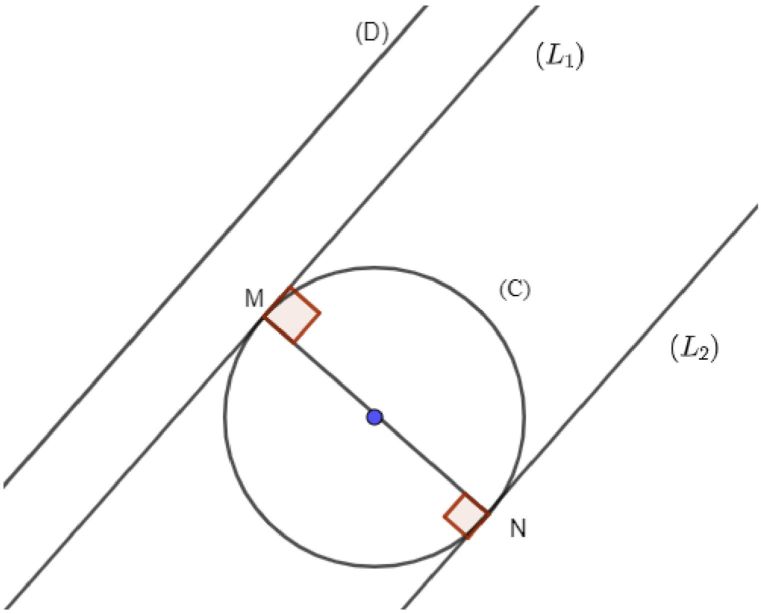
Exercices de renforcement

1

(L1) et (L2) parallèles sont deux droites parallèles. Le cercle © étant tangent à ces deux droites, son centre est situé à égale distance de ces deux droites ; tout point de la droite équidistante des droites(L1) et (L2) parallèles peut être le centre de ©.



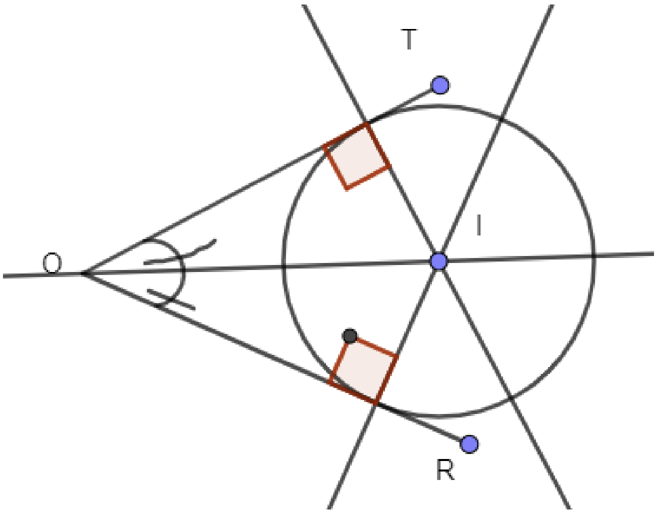
2



Pour l'obtenir, on construit une droite (L) perpendiculaire à (D) et passant par le centre du cercle (C). Elle coupe le cercle en deux points M et N. Les droites recherchées sont les tangentes à (C) en M et en N.

3

Je sais que tout point de la bissectrice d'un angle est équidistant des supports des côtés de cet angle. Je construis alors la bissectrice de l'angle $\widehat{TOR}$; je choisis un point I sur cette bissectrice et je construis les droites perpendiculaires aux supports des côtés de cet angle passant par ce point. Je construis le cercle de centre I et qui est tangent aux côtés de l'angle $\widehat{TOR}$.



4

Démontrons que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme

Considérons le triangle ABC.

I est milieu de[AB] ; J est milieu de[BC], alors la droite (IJ) est parallèle à la droite (AC) d'après la propriété de la droite des milieux.

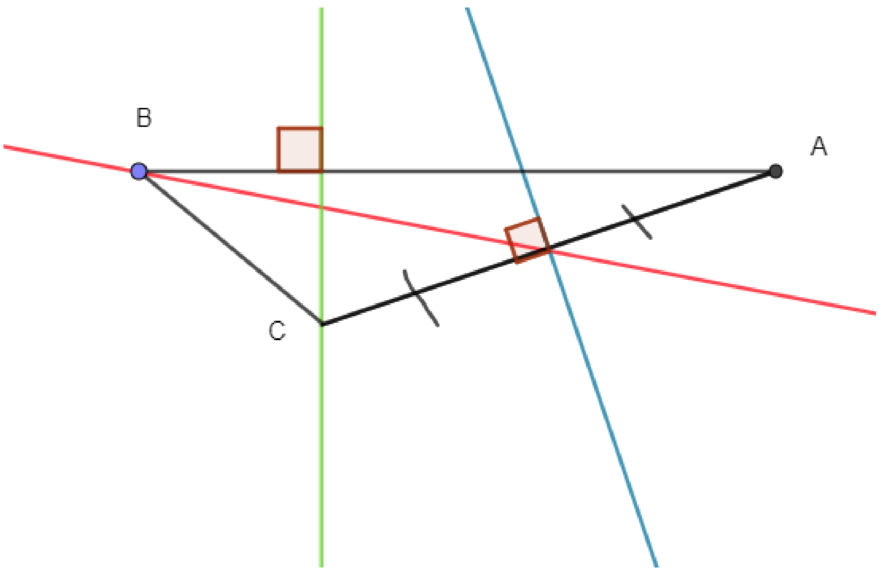
Considérons le triangle ADC

L est milieu de [DA] et K milieu de [CD], alors la droite (AC) est parallèle à la droite (LK) d'après la propriété de la droite des milieux.

Comme la droite (IJ) est parallèle à la droite (AC) et la droite (AC) est parallèle à la droite (LK) ainsi les droites (IJ) et (LK) sont parallèles car lorsque deux droites sont parallèles, toute droite parallèle à l'une est aussi parallèle à l'autre.

En considérant respectivement les triangles ADB et BDC,on démontre de même que (IL)//(DB) et (JK)//(DB) ainsi donc (IL) //(JK) or (IJ)//(LK). Par conséquent IJKL est un parallélogramme car ses côtés opposés sont parallèles.

5



6

Dans le triangle IJA car dans ce triangle la droite(EF) passe par les milieux de deux côtés.

7

Dans le triangle ABC, le segment [IJ] **joint les milieux de deux côtés ; alors**

IJ = $\frac{1}{2}$ BC= $\frac{1}{2}$ x 4 = 2.

Dans le triangle ABI le segment [IK] **joint aussi les milieux de deux côtés, alors**

IK= $\frac{1}{2}$ BJ. Donc BJ = 2 x IK = 2 x 1,7 = 3.4 .

On sait que si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.

8

Démontrons que les droites(EG) et (AC) sont parallèles.

Dans le triangle ABC I est milieu de [AB] et J celui de[BC], d'après la propriété de la droite des milieux (IJ)//(AC).

Dans le triangle IFJ, E est milieu de[JF] et G celui de [IF], d'après la propriété de la droite des milieux, (IJ)//(EG).

Comme (IJ)//(AC) et (IJ)//(EG) alors les droites(EG) et (AC) sont parallèles.

Car lorsque deux droites sont parallèles toute droite parallèle à l'une est aussi parallèle à l'autre.

9

1-a ; 2-c ; 3-c

10

Comme I est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC, la droite (IB) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$; mes $\widehat{ABC}$ = 2 x mes $\widehat{ABI}$= 70°.
Le triangle ABC étant isocèle en B, mes $\widehat{BAC}$ = mes $\widehat{BCA}$ = (180°-70°)/2 =55°

11

Justifions que la droite (CC') est la médiane du triangle A'B'C' relative au sommet C'.

Dans le triangle ABC, (B'C') et (A'C') sont des droites des milieux ; d'après la propriété de la droite des milieux , (A'C')//((AC) et (B'C')//(BC) et comme A'Є(BC) et B'Є (AC)alors (A'C')//(B'C) et (B'C')//(A'C). D'où A'CB'C' est un parallélogramme. Ses diagonales se coupent donc en leur milieu. Ainsi la droite (CC') passe par le milieu du segment [A'B'] et est par conséquentla médiane du triangle A'B'C' relative au sommet C'.

12

1)Démontrons que la droite (KI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AIC}$.

Dans le triangle ABC, K est milieu de [AC] et I celui de [AB]. D'après la propriété de la droite des milieux, (KI)//(BC) ; or (AC)⊥(BC) (le triangle ABC étant rectangle en C) alors (KI)⊥(AC) (lorsque deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.)

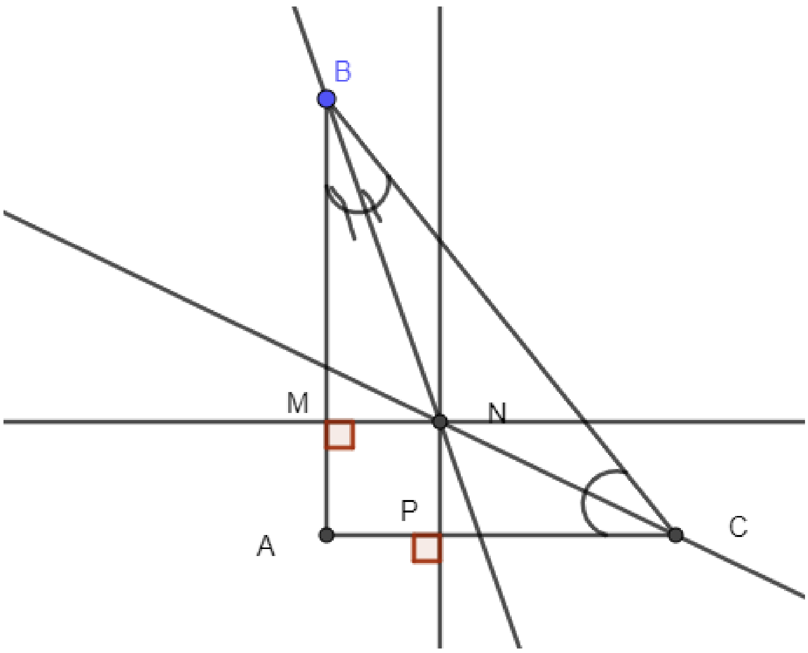
(KI)⊥(AC) et K milieu de [AC], alors (IK) est la médiatrice du segment [AC]. Par suite, les angles $\widehat{AIK}$ et $\widehat{KIC}$ sont symétriques par rapport à (KI), donc de même mesure. D'où (KI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AIC}$.

2) Démontrons que la droite (AJ) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CAI}$.

On sait que La bissectrice de l'angle $\widehat{KCI}$coupe la droite (KI) en J ; alors la droite (CJ) est une bissectrice d'un angle du triangle ACI. Aussi, d'après la question 1) la droite (KI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AIC}$.. Les deux droites se coupent en J ; J est alors le centre du cercle inscrit dans le triangle ACI. Par conséquent, (AJ) est la troisième bissectrice du triangle ACI sachant que les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes.

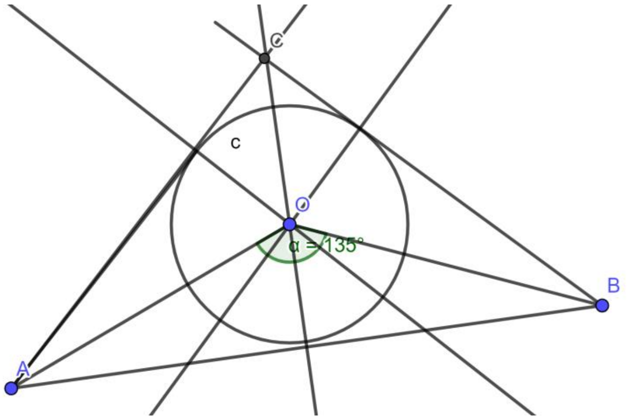
13

1)



2) Le quadrilatère MNPA est un carré.
En effet, Le quadrilatère MNPA est d'abord un parallélogramme ; dans le triangle rectangle ABC, (MN)//(AP) car les deux droites sont perpendiculaires à (AB) et (AM)//(NP) car les deux droites sont perpendiculaires à (AC).
Le point N est le point d'intersection de deux bissectrices du triangle ABC ; alors N est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC. Aussi M Є [AB] et (MN)⊥(AB) ; PЄ [AC] et (NP)⊥(AC), alors le cercle inscrit est tangent aux cotés [AB] et [AC] respectivement en M et P. Ainsi NP=NM.
Par ailleurs le quadrilatère MNPA a trois angles droits ; c'est donc un rectangle ; Comme NP=NM le quadrilatère MNPA est un carré.

14



Les droites (AO) et (OB) sont les bissectrices des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$; alors dans le triangle OAB, $\frac{1}{2}$ mes $\widehat{BAC}$ + $\frac{1}{2}$ mes $\widehat{ABC}$ + mes $\widehat{AOB}$ = 180° car la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

$\frac{1}{2}$ mes $\widehat{BAC}$ + $\frac{1}{2}$ mes $\widehat{ABC}$ =180°- mes $\widehat{AOB}$= 180°-135°=45°

Donc mes $\widehat{BAC}$ + mes $\widehat{ABC}$ = 2 x 45° = 90°. Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$ étant complémentaires, le triangle ABC est un triangle rectangle en C.

15

Démontrons que la droite (DI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{JDO}$.

Je sais que la bissectrice de l'angle $\widehat{JAO}$coupe le segment [JO] en I. Donc (AI) est une bissectrice du triangle ADO. Je vais prouver que (OJ) est aussi une bissectrice du triangle ADO.

ABCD est un carré de centre O. Ses diagonales ont alors la même longueur. Ainsi le triangle ADO est isocèle en O. J étant milieu de [AD], la droite (OJ) est la médiatrice de la base et aussi bissectrice de l'angle du sommet principal.

I est alors centre du cercle inscrit étant le point commun de deux bissectrices ; D'où la droite (DI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{JDO}$.

Exercice 16

16

1) H est l'orthocentre du triangle ABC car ses trois hauteurs se coupent en H.
2) A est l'orthocentre du triangle CHB car les hauteurs (A'H) et (BC') se coupent en ce point.
3) B est l'orthocentre du triangle AHC car les hauteurs (B'H) et (AC') se coupent en ce point.
4) C est l'orthocentre du triangle AHB car les hauteurs (C'H), (BA') et (AB') se coupent en ce point.

17

Le triangle ABC est rectangle en C ; alors (BC) ⊥(AC) or E ϵ (AC) donc (BC) ⊥(AE) ; d'où (BC) est la hauteur du triangle AEB passant par le sommet B.

Le triangle AFE est aussi rectangle. On montre comme précédemment que (EF) est la hauteur du triangle AEB passant par le sommet E.

Ces deux hauteurs se coupent en K . K étant l'orthocentre du triangle AEB, (AK) est la troisième hauteur du triangle AEB. Par conséquent les droites (AK) et (EB) sont perpendiculaires.

18

Considérons le triangle BFC

Dans ce triangle, (EF) ⊥(BC) et (AC) ⊥(FB) (le triangle ABC étant rectangle en A et F, appartenant à (AB)). G es est alors l'orthocentre du triangle CFB car les droites (EF) et (AC) qui sont deux hauteurs du triangle BFC se coupent en G. (GB) est la troisième hauteur du triangle. D'où (CF) ⊥ (BG).

19

1) G représente le centre de gravité du triangle AEC car il est le point d'intersection des droites (AB) et (EO) qui sont des médianes de ce triangle.
2) La droite (CG) est la troisième médiane du triangle AEC ; la droite (CG) coupe donc le segment [AE] en son milieu.

20

Démontrons que la droite (AH) est perpendiculaire à la droite (DB).

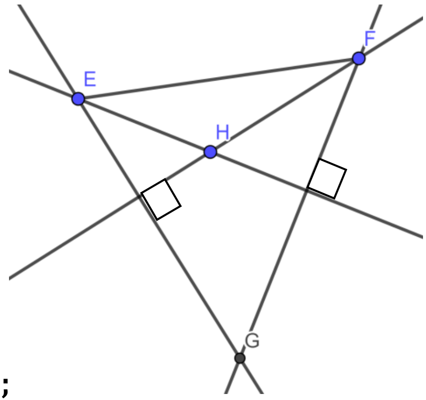
On considère le triangle ABD

(DI) est la hauteur passant par le sommet D car (ID) ⊥(AB)

(BJ) est la hauteur passant par le sommet B car (BJ) ⊥ (AD) ; H est alors l'orthocentre du triangle ABD. Par conséquent sa troisième hauteur (AH) est perpendiculaire à la droite (DB).

21

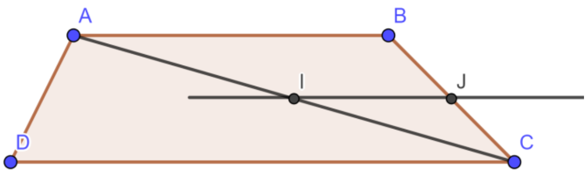
1.



2 ;

Programme de construction du triangle EFG.
-Tracer les droites (EF), (EH) et (FH) ;
-Tracer la droite passant par F et perpendiculaires à (EH) ;
-Tracer la droite passant par E et perpendiculaire à (FH)
-Marquer le point G, le point d'intersection de ses deux droites.

22



1) **Démontrons que les droites (AB) et (IJ) sont parallèles.**

Dans le triangle ABC,I et J sont les milieux respectifs des segments [AC] et [BC].

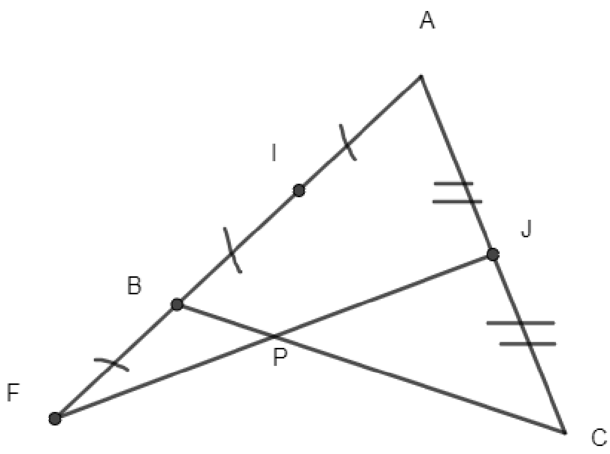
La propriété de la droite des milieux permet de dire que les droites(AB) et (IJ) sontparallèles.

2) **Démontrons que les droites (IJ) et (CD) sont parallèles.**

Comme ABCD est un trapèze tel que (AB) et (CD) soient parallèles ; or (IJ)//(AB) alors les droites (IJ) et (CD) sont parallèles car lorsque deux droites sont parallèles, toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

Exercices d'approfondissement

23



1) Démontrons que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

Dans le triangle ABC, la propriété de la droite des milieux permet de dire que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

2) Dans le triangle IJF, B est milieu de [IF] et P€[FJ],ainsi (IJ)//(BP) (car (IJ)//(BC) et P€[BC] ; alors P est milieu de [JF] car si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

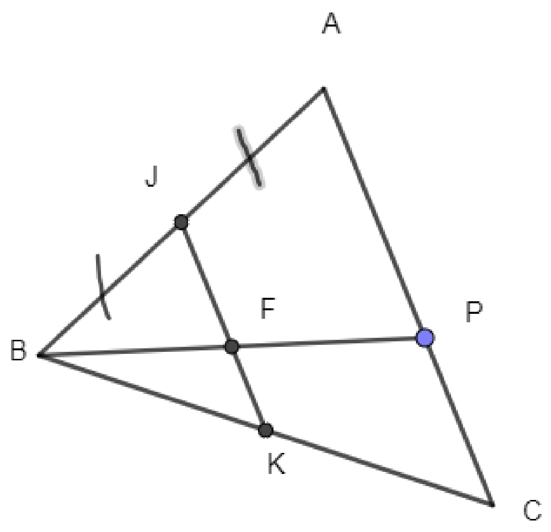
3) Démontrons que BP = $\frac{1}{4}$ BC

Je sais que si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.

Dans le triangle ABC, IJ = $\frac{1}{2}$ BC ; Dans le triangle IJF, BP = $\frac{1}{2}$IJ. Alors BP = $\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{2}$ BC

BP = $\frac{1}{4}$BC

24



1) Démontrons que les droites ((JK) et (AC) sont parallèles.

Dans le triangle ABC, J et K sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [BC]. La propriété de la droite des milieux permet de dire que les droites (JK) et (AC) sont parallèles.

2)Démontrons que F est milieu de du segment [BP].

Dans le triangle ABP, J est milieu de [AB], F∈ [BP] et (JF)//(AP) car (JK)//(AC) et P∈(AC) ; F∈(JK), alors F est milieu de du segment [BP]car si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

25

Démontrons que F est milieu du segment [EH] .

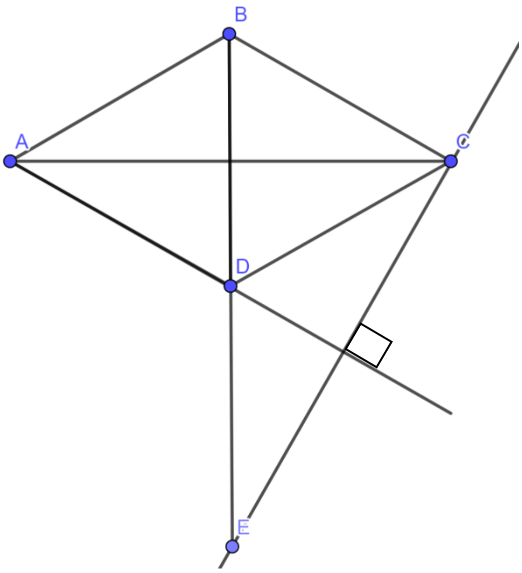
On considère le triangle QFK ; I est milieu de [QF] et P celui de [QK]. Alors (IP)//(FK) d'après la propriété de la droite des milieux.

Dans le triangle EPH, K est milieu de [EP],

F ∈ [EH] et (PH)//(FK) car (IP)//(FK) et H∈ (IP) ; alors F est milieu de [EH]

Car si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

26



1) La droite (EC) est une hauteur du triangle ACD car (AD) ⊥ (EC) ; la droite (BD) est aussi une hauteur du triangle ACD car (BD) ⊥ (AC) ;
2) Le point E représente l'orthocentre du triangle car le point E est commun à deux hauteurs.
3) justifie que les droites (AE) et (CD) sont perpendiculaires.

Comme le point E représente l'orthocentre du triangle ADC, la droite (AE) est la troisième hauteur du triangle ADC passant par le sommet A ; alors les droites (AE) et (CD) sont perpendiculaires.

27

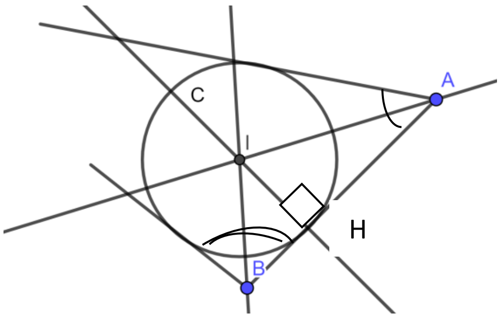
Démontre que le centre O du cercle circonscrit au triangle EFG est aussi l'orthocentre du triangle IJK.

Le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle EFG ; donc aussi le point de concours des médiatrices. I, J, K sont les milieux respectifs des segments [EF] , [EG] et[FG] .alors (IO)⊥(EF) or (JK)//(EF) d'après la propriété de la droite des milieux ; Ainsi (IO)⊥(JK) car lorsque deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

On montre de même que (OJ) ⊥(IK).

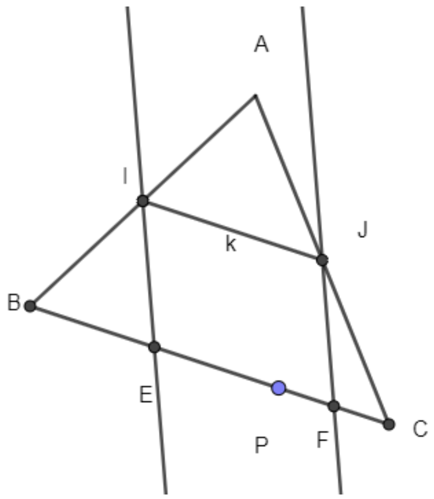
(IO) et (OJ) sont deux hauteurs du triangle IJK passant par les sommets I et J et ayant le point O en commun. Par conséquent O est l'orthocentre du triangle IJK.

28



Pour construire le cercle inscrit dans le triangle ABC, je procède comme suit :
-Je construis la bissectrice de l'angle $\hat{A}$
-Je construis la bissectrice de l'angle $\hat{B}$
-Je marque le point I, point d'intersection de deux bissectrices.
-Je trace la droite (D) perpendiculaire à la droite(BC) en H.
-Je construis le cercle de centre I et de rayon IH

29



1) Démontrons que les droites (FJ) et (IE) sont parallèles.

Dans le triangle ABP, la propriété de la droite des milieux permet de justifier que les droites (IE) et (AP) sont parallèles.

Cette même propriété permet aussi de justifier que les droites (AP) et (JF) sont parallèles dans le triangle APC.

Comme (IE) // (AP) et (AP) // (JF), alors les droites (FJ) et (IE) sont parallèles.

2) Démontrons que le quadrilatère IJFE est un parallélogramme.

Dans le triangle ABC, la propriété de la droite des milieux permet de justifier que (IJ)//(BC) or E € [BC] et F € [BC] donc (IJ)//(EF) : d'après la question 1)

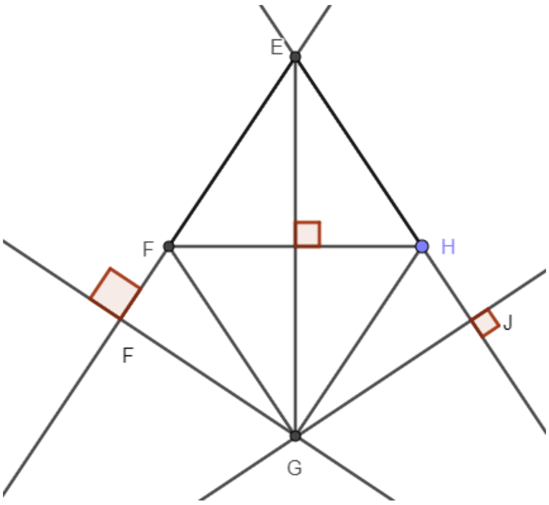
(FJ) //(IE). Alors IJFE est un parallélogramme car ses côtés opposés sont parallèles.

30

Démontrons que les droites (BC) et (ID) sont perpendiculaires.
Le point A appartient au cercle de diamètre [BC] ; donc (AC) ⊥ (AB)
Alors la droite (AC) est une hauteur du triangle BDC.
Aussi, le point E appartient au cercle de diamètre [BC] ; donc (EB) ⊥ (EC).
Alors la droite (EB) est une hauteur du triangle BDC.
Les deux auteurs (AC) et (EB) du triangle BDC se coupent en I ; donc le point I est l'orthocentre du triangle BDC ; alors la droite (ID) est la troisième hauteur du triangle BDC.
Par conséquent (ID) ⊥ (BC).

31

1. 2. 3.



4. Démontrons que le triangle GKJ est isocèle en G

EFGH est un losange ; ses diagonales sont alors ses axes de symétrie. Par conséquent, la droite (EG) est la bissectrice de l'angle $\widehat{HEF}$ car elle partage cet angle en deux angles de même mesure.

Comme (GJ) ⊥(EH) et J∈(EH), la distance du point G à la droite (EH) est égale à GJ.

On montre de même que la distance de G à la droite (EF) est égale à GK.

G étant un point de la bissectrice de l'angle $\widehat{HEF}$, il est équidistant des supports des côtés de cet angle ; donc GK=GJ. On en déduit que le triangle GKJ est isocèle en G.

32

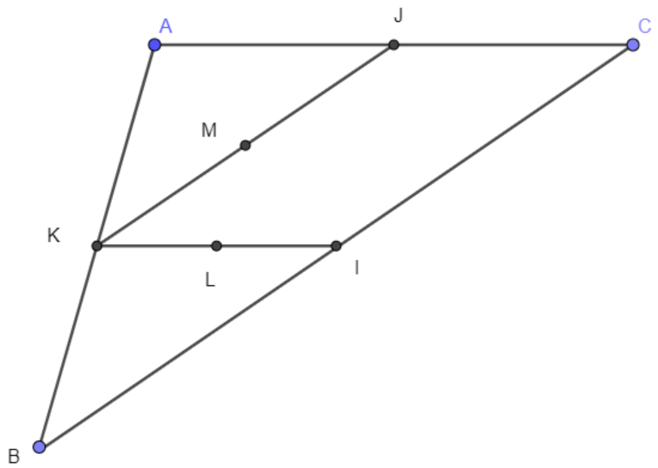
Calculons la surface du triangle IKF

Comme mes$\widehat{JIK}$ =mes$\widehat{KIF}$, la droite (IK) est la bissectrice de l'angle $\widehat{JIF}$.

Tout point de la bissectrice d'un angle étant équidistant des supports des côtés de l'angle, la hauteur du triangle IKF passant par le sommet K est égale à JK. Soit A l'aire du triangle IKF

A $=\frac{3\times5}{2} = 7{,}5$ cm^2

33



1) Démontrons que la droite (LM) est parallèle à la droite (AB).

Dans le triangle ABC, la droite (IJ) est une droite des milieux ; donc (IJ)//(AB).

Dans le triangle IJK, (LM) est aussi une droite des milieux ; donc (IJ)//(LM). Par conséquent (LM)//(AB) car lorsque deux droites sont parallèles, toute droite parallèle à l'une est aussi parallèle à l'autre.

2) Calculons le périmètre du triangle KLM.

On sait que la longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Les points I, J et K étant les milieux respectifs des côtés du triangle ABC alors le périmètre du triangle IJK est la moitié de celui du triangle ABC.

De même, on montre que le périmètre du triangle KLM est la moitié de celui du triangle IJK ; ce qui signifie que le périmètre du triangle KLM sera le quart de celui du triangle ABC.

Soit P, ce périmètre. P= ¼(AB+BC+CA)

$P = \frac{1}{4} \times 27$ cm

P=6,75cm

34

1) Démontrons que les droites (CE) et (DF) sont parallèles.

On sait que ABCD et ABEF sont des parallélogrammes de centres respectifs I et J. Dans le triangle ACE , I et J sont les milieux respectifs des segments [AC] et [AE]. D'après la propriété de la droite des milieux (IJ)//(CE).

On montre de même dans le triangle DBF que les droites (IJ) et (DF) sont parallèles.

Par conséquent que les droites (CE) et (DF) sont parallèles car deux droites étant parallèles, toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

2)Le quadrilatère DFEC est un parallélogramme.

En effet, (DC)//(FE) car (DC)//(AB) et (AB)//(FE) ; or (CE)//(DF).

35

Démontrons que CF= $\frac{1}{3}CD$
Comme ABCD est un parallélogramme, (AB)//(DC).
Dans le triangle D'DF, A est milieu de [DD'] E∈[D'F] et (AE)//(DF) (en effet (AB)//(DC) et E∈(AB).

Alors le point E est milieu du segment [D'F] car dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au support d'un autre côté passe par le milieu du troisième côté.

Ainsi DF =2AE car la longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

DF = 2 AE = 2 x 1/3 AB= 2/3 AB = 2/3 CD , AB=CD , ABCD étant un parallélogramme)

Comme DF = 2/3 CD et que F∊ [DC]   DF+FC=DC ;FC =DC-DF=DC-2/3DC=1/3DC

36

1) Démontrons que le point S est le milieu du segment [EG]
Dans le triangle EFG, le points R est milieu du côté [EF]
S∊ [EG] et (RS)//(FG) alors
le point S est le milieu du segment [EG] car dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au support d'un autre côté passe par le milieu du troisième côté.

2) Démontrons que T est le milieu du segment [EH]
On montre de même que dans le 1) que T est le milieu du segment [EH]dans le triangle EGH.

3) Démontrons que les droites (RT) et (FH) sont parallèles.
Dans le triangle EFH, la droite (RT) est la droite des milieux ; alors les droites (RT) et (FH) sont parallèles.

4) Déterminons FH
FH = 2RT = 8cm, car dans un triangle, la longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

37

Démontrons que P est le milieu du segment [AC].

On sait que la droite parallèle à (AB) passant par I et la droite parallèle à (AD) passant par J se coupent en P.

P ∈ (AB) car la droite (AB) estla droite commune aux plans des triangles CAD et CBA

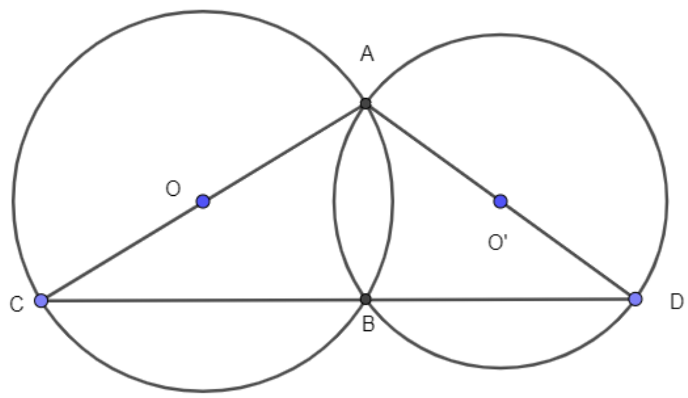
Dans le triangle ABC, I est milieu de [BC], P∊ [AC] et (IP)//(AB) alors P est le milieu du segment [AC] car dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au support d'un autre côté passe par le milieu du troisième côté.

38

1) Dans le triangle ABC, (IJ) est la droite des milieux. Alors les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.
2) Démontrons que K est le milieu du segment [AF].
Dans le triangle ABF, I est milieu du segment [AB].
K∊[AF] (IK)//(BF) (car (IJ)//(BC) ; K∊(IJ)et F∊(BC)
Alors K est le milieu du segment [AF] car dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au support d'un autre côté passe par le milieu du troisième côté.

39

1)

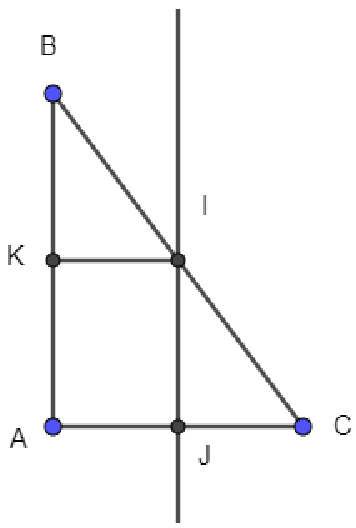


2) Justifions que : CD = 2 OO'.

Dans le triangle ACD, O est milieu du segment [AC] et O' est milieu est milieu [AD],alors CD = 2 OO' car dans un triangle, la longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

40

1)



2) Les droites (IJ) et (AB) sont parallèles car la droite (IJ) est une droite des milieux dans le triangle ABC.

(IJ)⊥ (AC) car (IJ) // (AB) or (AB) ⊥ (AC)

3) Le quadrilatère AJIK est un rectangle

En effet, dans le triangle ABC la droite (IK) est aussi une droite des milieux. Donc (IK)//(AC) et comme J∈ [AC], (IK)//(AJ) ; or (IJ)//(AK) car (IJ)//(AB) et K∈[AB] .

Finalement AJIK est un parallélogramme ayant un angle droit (le triangle ABC étant rectangle en A)

41

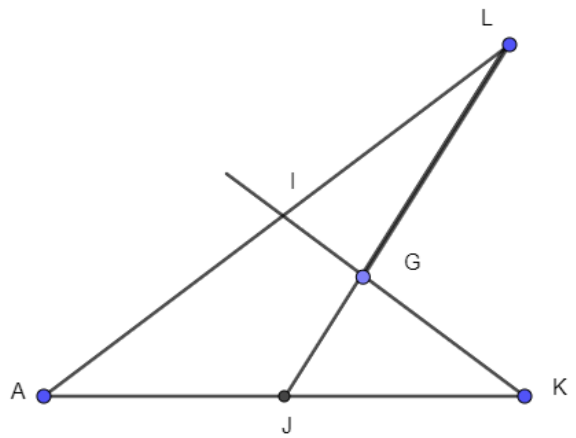
1. La droite (BO) représente une médiane pour le triangle ABC car elle passe par le sommet B et par le milieu du côté [AC].

2. Le point K représente le centre de gravité du triangle ABC car il est le point commun aux médianes (BO) et (EC) du triangle ABC.

3. Démontrons que la droite (AK) coupe le segment [BC] en son milieu.

Comme le point K représente le centre de gravité du triangle ABC, alors la droite (AK) est la troisième médiane du triangle ABC ; d'où la droite (AK) coupe le segment [BC] en son milieu.

42



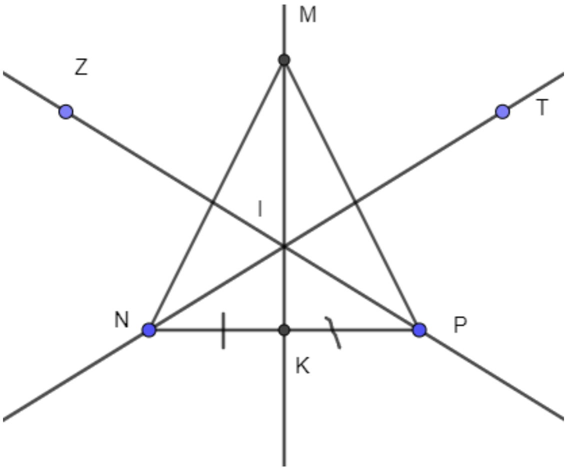
Démontrons que I est le milieu de [AL].

Dans le triangle ALK, comme J est milieu du côté [AK]; alors la droite (JL) est une médiane du triangle.

On sait aussi que JL = 6 cm et LG = 4 cm. Donc G est le point de la médiane (JL) tel que :$LG = \frac{2}{3}$ JL . G est alors le centre de gravité du triangle ALK.

(KG) coupe (AL) en I. Par conséquent (KG) est une médiane du triangle ALK qui passe par le point I. D'où I est le milieu de [AL].

43

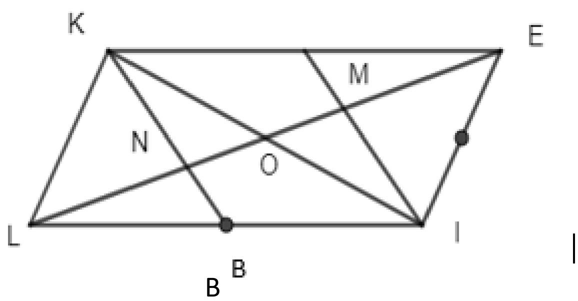


Démontrons que (MK) passe par I.

Comme les bissectrices (PZ) et (NT) des angles $\widehat{MPN}$ et $\widehat{MNP}$ se coupent en I, alors le point I représente le centre du cercle inscrit dans le triangle MNP.

Le triangle MNP est isocèle en M et K est le milieu de [NP]. Dans un triangle isocèle, la médiane passant par le sommet principal est aussi bissectrice de l'angle de ce sommet. (MK) est aussi une bissectrice de l'angle $\widehat{MNP}$, donc elle passe par I.

44

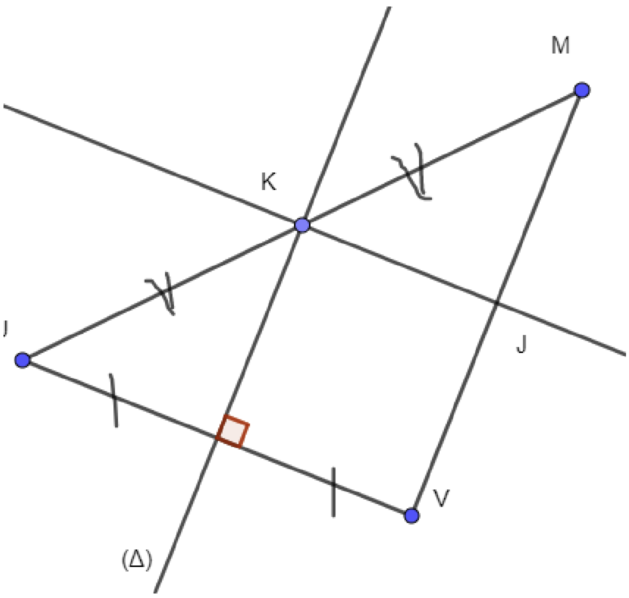


2. Démontrons que les points L, M, N, E et O sont alignés.
Comme le point M est centre de gravité du triangle KEI et (OE) une médiane alors les points E, M et O sont alignés.
Aussi le point N centre de gravité du triangle KLI et (LO) une médiane alors les points L, O et N sont alignés.
En plus les points E, L et O sont alignés puisque O est le centre du parallélogramme KEIL.
Par conséquent les points L, M, N, E et O sont alignés.

3. Démontrons que LN = NM = ME.
Le point M centre de gravité du triangle KEI alors EM=2/3EO et OM=1/3 EO
le point N centre de gravité du triangle KLI alors LN =2/3LO et ON = 1/3 LO
OE= LO comme O est le centre du parallélogramme KELI.
Alors EM=LN. Aussi MN= MO+ON= 1/3EO +1/3LO=2/3 EO car EO=LO. Par conséquent :EM = LN = NM

45

1)



2. Démontrons que K est le centre du cercle circonscrit au triangle MUV.

K est un point de la médiatrice du segment, alors KU=KV. Aussi, et le point M est le symétrique de U par rapport à K. Donc KU=KM. On a finalement KU=KM=KV ; d'où K est le centre du centre du cercle circonscrit au triangle MUV.

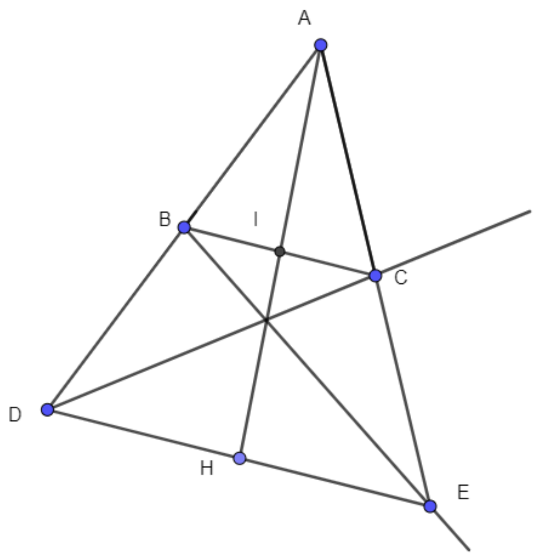
3. Démontrons que (KJ) est la médiatrice du segment [MV].

MUV est un triangle qui a l'un de ses côtés qui est un diamètre du cercle ; il est alors un triangle rectangle en V.

On sait que dans le triangle MUV, K est milieu de [UM]. J∊ [MV]. et (KJ)//(UV) alors J est milieu de [MV] car dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au support d'un autre côté passe par le milieu du troisième côté.

Le triangle MUV étant rectangle en V, les droites (UV) et (MV) sont perpendiculaires ; or (KJ)//(UV) donc (MV) et (KJ) sont perpendiculaires car lorsque deux droites sont perpendiculaires, toute droite perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire aussi à l'autre. Comme en plus J est milieu de [MV] alors (KJ) est la médiatrice du segment [MV].

46



1. Démontrons que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Les points B et C sont les milieux respectifs des segments [AD] et [AE] car D est le symétrique de A par rapport à B et E, le symétrique de A par rapport à C.

Dans le triangle ADE, (BC) est la droite des milieux, alors les droites (BC) et (DE) sont parallèles

2. Démontrons que I est le milieu du segment [AH].

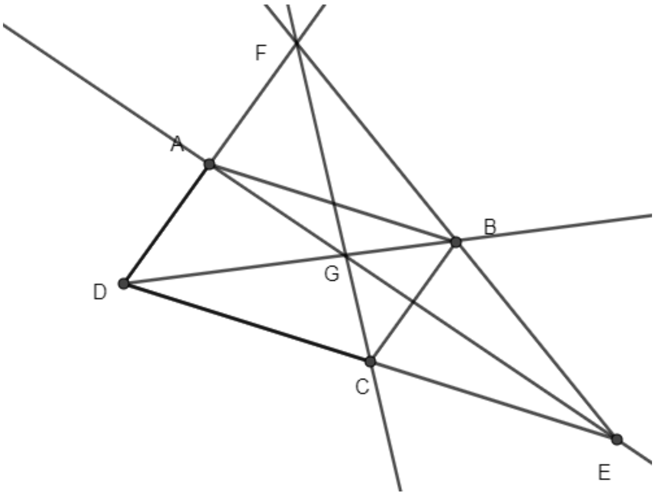
Dans le triangle ADH, B est milieu de [AD] , I∈ (AH) et (BI)//(AH)(car (BC)//(DE) et I∈(BC) , H∈(DE)).

Alors I est le milieu du segment [AH] car dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au support d'un autre côté passe par le milieu du troisième côté

3. Démontrons que les droites (DC), (AH) et (BE) sont concourantes.

Les droites (DC), (AH) et (BE) sont les médianes du triangle ADE ; comme les médianes d'un triangle sont concourantes alors ces droites sont concourantes.

47



1. Montrons que B est le milieu de [EF].

Dans le triangle FDE, C est le milieu du segment[DE] car E est le symétrique de D par rapport à C. (BC)//(FD) car ABCD est un parallélogramme et F∈(AD) ; alors B est le milieu de [EF] car dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au support d'un autre côté passe par le milieu du troisième côté.

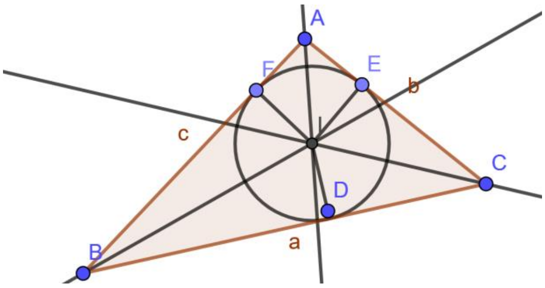
2. Montrons que A est le milieu de [DF].

Comme dans le triangle FDE, B est le milieu de [EF]et (AB)//(DC)(ABCD étant un parallélogramme) , on montre comme dans la question 1) que A est le milieu de [DF].

3. Démontrons que les points E, G et A sont alignés.

Les droites (DB) et (FC) se coupent en G ; le point G est alors le centre de gravité du triangle FDE car les droites (DB) et (FC) sont des médianes de ce triangle. Comme A est le milieu de [DF], la droite (EA) est la troisième médiane du triangle FDE. D'où les points E, G et A sont alignés.

48



On construit les trois points de contacts du triangle avec le cercle. On partage le triangle ABC en trois triangles ; les trois triangles sont BIC, AIC et AIB. Soit I le centre du cercle inscrit. ; la hauteur de chacun des triangles correspond au rayon du cercle inscrit. On calcule d'abord l'aire de chaque triangle avant de faire la somme.

$$S = BC \times \frac{r}{2} + AC \times \frac{r}{2} + AB \times \frac{r}{2} = (BC+AC+AB) \times \frac{r}{2} = p \times \frac{r}{2}$$

Situations d' évaluation

49

Calculons la longueur minimale de fer nécessaire pour constituer les tiges [IJ], [JK] et [KL].

Considérons le triangle ABE
I est milieu de [AB]
J€ [EB] et (IJ)//(AE)
Alors J est milieu [EB] car si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté. (1)
I et J étant les milieux des cotés [AB] et [EB] du triangle AEB, IJ = ½ AE car si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.(2)

$$IJ = \frac{1}{2} AE = \frac{1}{2} x2 = 1m$$

EFKJ est un parallélogramme car (EF)//(JK) et (EJ)//(FK) ; alors JK=EF=5
Aussi $EJ = KF$; Comme FC= EB (EBCF étant un parallélogramme) K est donc milieu de [FC].

Dans le triangle CDF, K est milieu de[FC], L Є [FC] et (KL)//(DF) alors L est milieu de [FC] d'après la propriété (1)

Par conséquent LK= ½ DF= 1m d'après la propriété (2)

Il faut $1m + 5m + 1m = 7m$ au minimum pour constituer les trois tiges.

Leçon 9

VECTEURS

Situation d'Apprentissage

Faire deux lectures de la situation d'apprentissage par deux apprenants.
Recenser et expliquer les données pertinentes.
Poser les questions suivantes :

Question/Consignes pour dérouler la situation	Réponse attendue
De quoi parle ce texte ?	Le texte nous parle de réparation de dégâts causés par le vent au sommet d'un immeuble
Qu'est-ce que les ouvriers ont fait ?	Ils ont accroché des briques à un câble métallique à l'aide d'un crochetet les faire monter jusqu'au sommet
Qu'est-ce qu'un professeur d'art plastique à fait ?	Le professeur d'art plastique a schématisé le système.
Qu'est-ce que le professeurd'arts plastique a demandé à ses élèves de faire lors d'un devoir ?	Il demande à ses élèves de dessiner la brique lorsqu'elle arrivera suspendue au point M.
Qu'est ce que les élèves décident de faire pour pouvoir résoudre le problème ?	Ces derniers décident de s'informer sur les vecteurs pour pouvoir résoudre le problème

Dans cette leçon, nous allons apprendre à identifierdes droites de même direction, des couples de points de même sens, un vecteur. Reconnaitre des droites de même direction,Placer des couples de points de même sens,Construire une droite de même direction qu'une droite donnée. Identifier deux vecteurs égaux. Construire des vecteurs égaux et Déterminer : la somme de deux vecteurs en utilisant l'égalité de Chasles

Ce que nous allons apprendre va vous permettre de résoudre beaucoup de problèmes dans la vie. C'est pourquoi je vous demande de bien suivre.

Nous allons travailler ensemble selon le plan suivant :

1) Notion de vecteur
2) Egalité de vecteurs
3) Somme de deux vecteurs

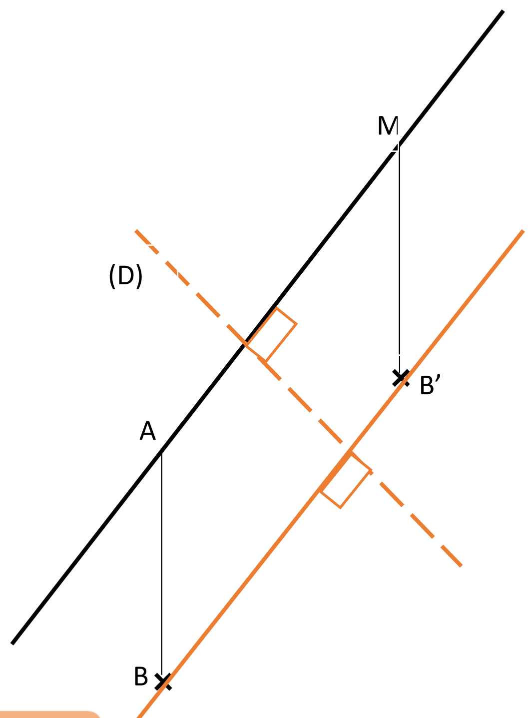
Installation des habiletés

Activités 1 **Notion de vecteur**

1. Droites de même direction et couples de points de même sens

Activité

1. 2. 3.a) : Voir figure ci-Dessous
3. b) Les droites (AM) et (BB’) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la droite (D)
4. Les deux sens de parcours sont le mêmes



Exercices de fixation

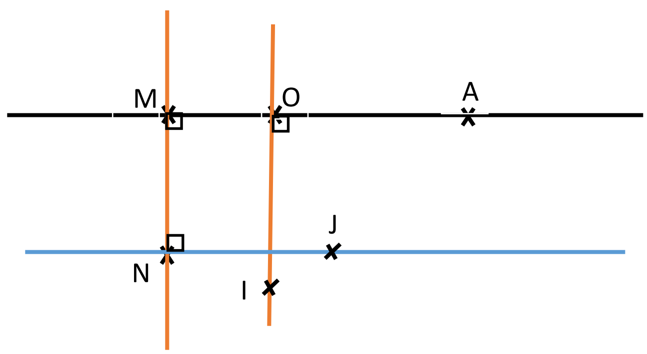
Exercice 1-

a) La droite (BC) a la même direction que la droite (GA)
b) Les droites (EB), (FC) et (HK) ont la même direction
c) (E, F), (E, G) et (B, H) sont des couples de points de même sens que le couple (F, G)
d) (E, B), (A, B), (F, C), (F, D), (D, C) et (K, H) sont des couples de points de même sens que le couple (E, A)
e) Les droites (EF) et (GA) n’ont pas la même direction
Les droites (EF) et (EB) n’ont pas la même direction

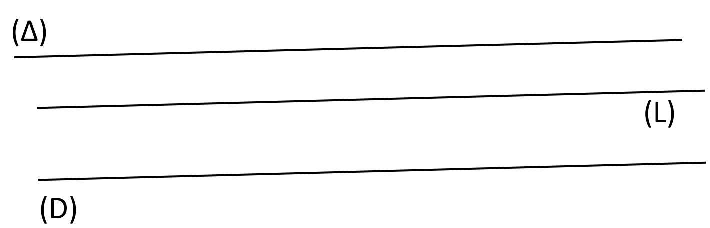
Les droites (BC) et (BH) n'ont pas la même direction
Les droites (FC) et (AD) n'ont pas la même direction

Exercice 2-

- Pour placer le point I, on trace une parallèle à la droite (MN) passant par le point O, sur laquelle on marque le point I de sorte que le sens de O vers I soit le même que celui de M vers N
- Pour placer le point J, on trace une parallèle à la droite (MA) passant par le point N, sur laquelle on marque le point J de sorte que le sens de N vers J soit le même que celui de M vers A



Exercice 3- Cela revient à tracer deux droites (D) et (L) parallèles à la droite (Δ).

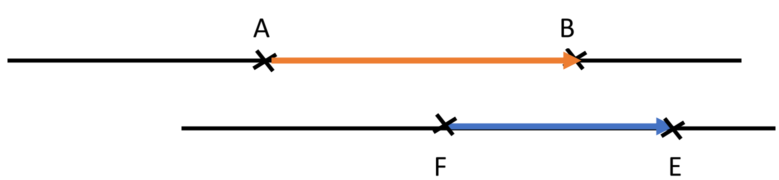


2. Notion de vecteur

Activité

1. Les droites (AB) et (EF) sont parallèles

2.



Exercices de fixation

Exercice 1-

a) Caractéristiques du vecteur $\overrightarrow{QP}$:

- ✓ direction : celle de la droite (PQ)
- ✓ sens : de Q vers P
- ✓ longueur : 6 cm

b) Son origine est le point Q et son extrémité est le point P

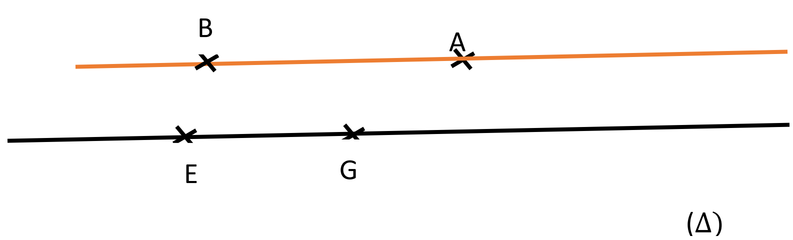
Exercice 2- Donne la notation de chacun des vecteurs cités ci-dessous :

a) Le vecteur d'origine A et d'extrémité R : $\overrightarrow{AR}$

b) Le vecteur d'extrémité E et d'origine O : $\overrightarrow{OE}$

Exercice 3-

a) On trace la droite parallèle à (EG) passant par A, sur laquelle on marque le point B de sorte que le sens de A vers B soit le même que celui de G vers E



b) Non, les couples (G, E) et (A, B) n'ont pas le même sens.

Exercice 4-

a) $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{FE}$ et $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$

b) $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{CB}$;

c) $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{EF}$

Activités Activités 2 **Égalité de vecteurs**Notion de vecteur

1. Vecteurs égaux

Activité

$\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{FE}$ sont deux vecteurs ayant la même direction et le même sens et la même longueur que le vecteur $\overrightarrow{CD}$.

Exercices de fixation

Exercice 1-

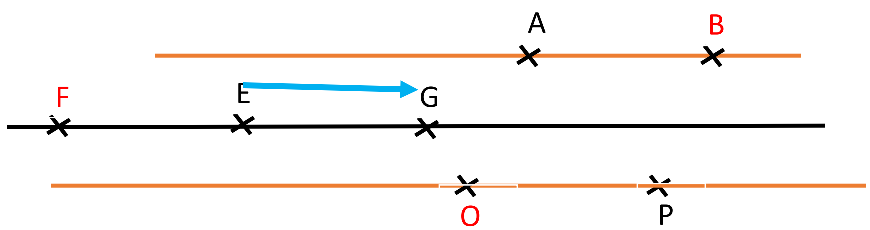
a) Les vecteurs égaux au vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ sont les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{PU}}$et $\overrightarrow{\mathrm{ME}}$

b) On a $\overrightarrow{\mathrm{PA}} = \overrightarrow{\mathrm{UM}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{PM}} = \overrightarrow{\mathrm{UE}}$

Exorcice 2-

N°	Affirmations	« *Vrai* » ou « *Faux* »
1	Les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ sont égaux	***Faux***
2	Les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{KL}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{NM}}$ sont de même longueur	***Vrai***
3	Les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{GH}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{RT}}$ sont de même direction	***Vrai***
4	Les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{NM}$ sont de même sens	***Faux***
4	Les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{KL}}$ sont opposés	***Vrai***
5	Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont égaux	***Faux***

-



Exercice 4

$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{CE}}$ donc les droites (AB) et (CE) ont la même direction, ce qui veut dire que les droites (AB) et (CE) sont parallèles

Exercice 5

-$\overrightarrow{\mathrm{RS}} = \overrightarrow{\mathrm{TS}}$ donc les droites (RS) et (TS)sont parallèles.

Les droites (RS)et (TS)sont parallèles et ont le point S en commun donc elles sont confondues, c'est-à-dire que les trois points R, S et T appartiennent à la même droite donc ils sont alignés.

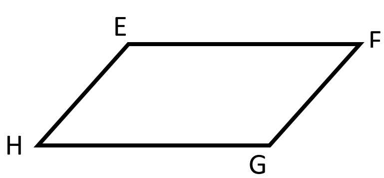
2. Caractérisation vectorielle d'un parallélogramme

Activité

1) EFGH est un parallélogramme donc on a : (EF)//(HG) et EF = HG

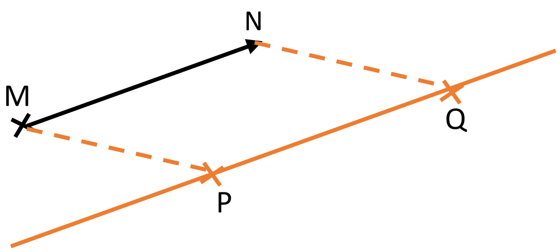
Comme (EF)//(HG) et EF = HG on peut conclure que $\overrightarrow{\mathrm{EF}} = \overrightarrow{\mathrm{HG}}$

Utiliser la même méthode pour justifier que $\overrightarrow{\mathrm{EH}} = \overrightarrow{\mathrm{FG}}$



2) Sur la figure ci-dessous :

a) On trace une droite parallèle à la droite (MN) sur laquelle on marque les points P et Q $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$



b) $\overrightarrow{\mathrm{MN}} = \overrightarrow{\mathrm{PQ}}$donc on a (MN)//(PQ) et MN =PQ.
Le quadrilatère MNQP a deux côtés de supports parallèles de même longueur donc c'est un parallélogramme

Exercices de fixation

Exercice 1-

- AEBF est un parallélogramme donc $\overrightarrow{\mathbf{AF}} = \overrightarrow{\mathbf{EB}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{FB}} = \overrightarrow{\mathbf{AE}}$
- $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{EF}}$ donc AB**FE** est un parallélogramme.

Exercice 2-

a) Le quadrilatère IJLK est un parallélogramme d'après la caractérisation vectorielle d'un parallélogramme

b) IJLK est un parallélogrammedonc (IL) et (JK) sont parallèles car les côtés opposés d'un parallélogramme ont des supports parallèles

c) IJLK est un parallélogrammedonc IK = JL, parce que les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur

Exercice 3-

a) Le quadrilatère MNQP est un parallélogramme d'après la caractérisation vectorielle d'un parallélogramme

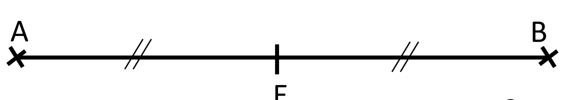
b) Les segments[MQ] et [NP] ont le même milieu car les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu

d) PM = QN car les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur

3. Caractérisation vectorielle du milieu d'un segment

Activité

1) a)

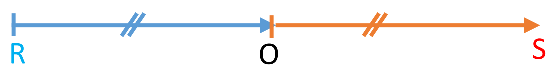


b-

- ✓ E est le milieu du segment [AB] donc on a $AE = EB$
- ✓ A, E et B sont alignés donc les droites (AE) et (EB) ont la même direction (celle de la droite (AB)) ;
- ✓ de plus les couples de points (A, E) et (E, B) ont le même sens.

  De tous ce qui précède on déduit que : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$

2) a-



b- $\overrightarrow{RO} = \overrightarrow{OS}$ donc les droites (RO) et (OS) ont la même direction c'est-à-dire qu'elles sont parallèles.
Les droites (RO) et (OS) sont parallèles et ont le point O en commun donc elles sont confondues et par conséquent les points R, S et O sont alignés.
c- $\overrightarrow{RO} = \overrightarrow{OS}$donc on a : $RO = OS$; or les points R, S et O sont alignés donc le point O est le milieu du segment [RS].

Exercices de fixation

Exercice 1.$\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{FE}$ donc $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{EG}$ d'où E est le milieu dule segment [FG]

Exercice 2.Le point I est le symétrique du point A par rapport au point 0, donc O est le milieu du segment [IA] et par conséquent $\overrightarrow{IO} = \overrightarrow{OA}$

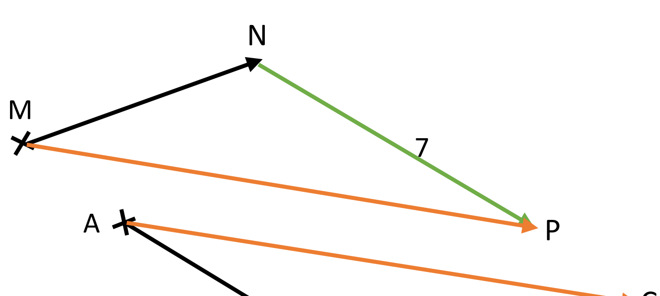
Exercice 3. Le point M étant le milieu du segment [ST], donc $\overrightarrow{SM} = \overrightarrow{MT}$; or les vecteurs $\overrightarrow{SM}$et $\overrightarrow{MS}$ sont opposés par conséquent $\overrightarrow{MS}$ et $\overrightarrow{MT}$ sont opposés

Activités 3 **Somme de deux vecteurs**

1. Somme de deux vecteurs – Egalité de Chasles

Activité :

1. 2.



3.

a) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{MN}$ donc le quadrilatère BCNM est un parallélogramme, et par conséquent ses diagonales [BN] et [CM] ont le même milieu.

b) On justifie de la même façon que les segments [BN] et [AP] ont le même milieu

c) Les segments [BN] et [CM] ont le même milieu et les segments [BN] et [AP] ont le même milieu donc les segments [AP] et [CM] ont le même milieu.
Les [AP] et [CM] ont le même milieu donc le quadrilatère ACPM est un parallélogramme

d) Le quadrilatère ACPM est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{MP}$

Exercices de fixation

Exercice 1-

$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$ $\quad$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}$ $\quad$ $\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{CP}$

$\overrightarrow{HI} = \overrightarrow{HK} + \overrightarrow{KI}$ $\quad$ $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{TS}$ $\quad$ $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AG}$

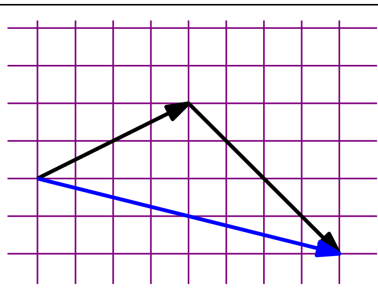
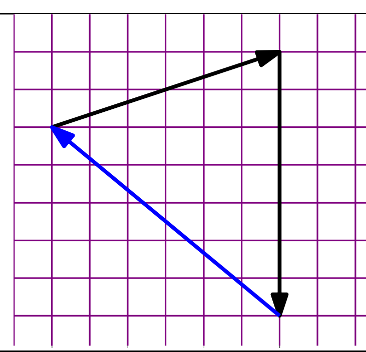
Exercice 2-

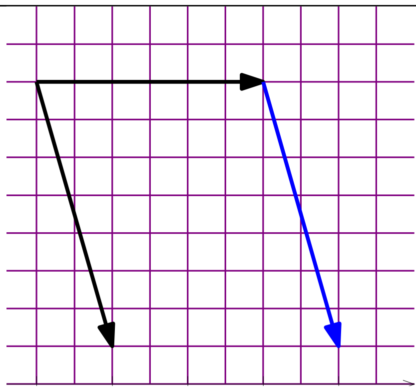
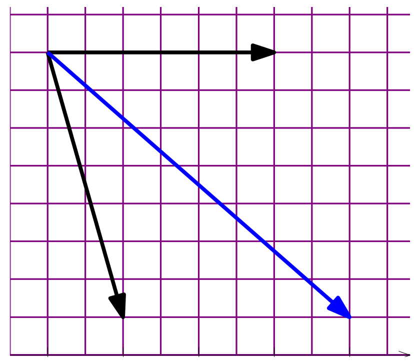
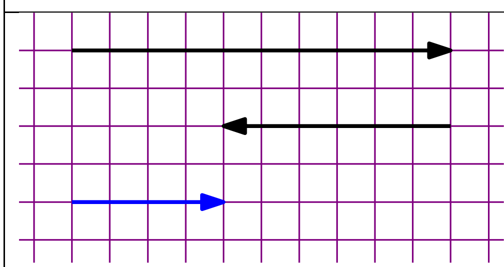
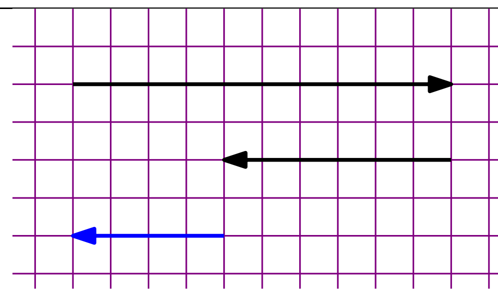
$\overrightarrow{RH} + \overrightarrow{HU} = \overrightarrow{RU}$ $\quad$ $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RH} = \overrightarrow{RU}$ car $\overrightarrow{RH} = \overrightarrow{AU}$

$\overrightarrow{RH} + \overrightarrow{HA} = \overrightarrow{RA}$ $\quad$ $\overrightarrow{TA} + \overrightarrow{RH} = \overrightarrow{TU}$ car $\overrightarrow{RH} = \overrightarrow{AU}$

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{HO} = \overrightarrow{HO} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{HA}$ $\quad$ $\overrightarrow{RO} + \overrightarrow{HO} = \overrightarrow{RA}$ car $\overrightarrow{HO} = \overrightarrow{OA}$

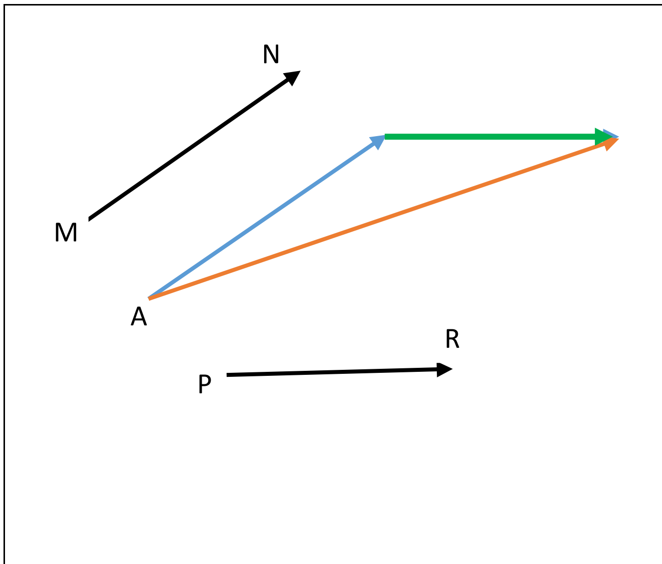
Exercice 3-

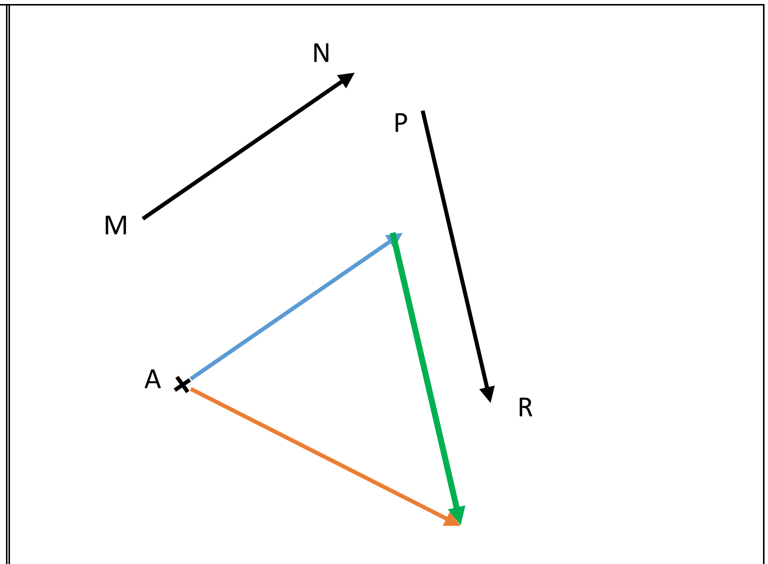
Cas 1	*Vrai* ou *Faux*	Cas 2	*Vrai* ou *Faux*
	*Vrai*		*Faux*

Cas 3	*Vrai* ou *Faux*	Cas 4	*Vrai* ou *Faux*
	*Faux*		*Vrai*
Cas 5	*Vrai* ou *Faux*	Cas 6	*Vrai* ou *Faux*
	*Vrai*		*Faux*

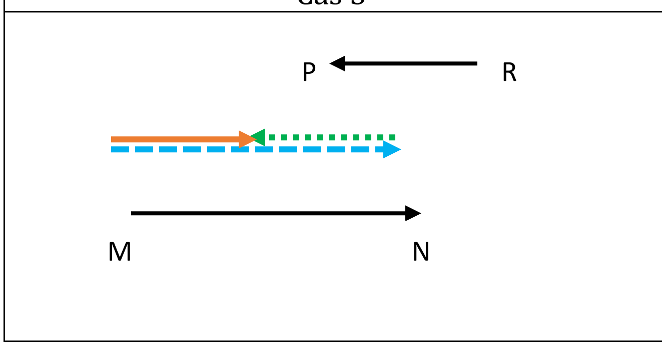
4

Cas 1 : à partir du point A	Cas 2: à partir du point A
Dans chaque cas le vecteur $\overrightarrow{MN}$ est représenté en bleu ; le vecteur $\overrightarrow{PR}$ est représenté en vert la somme des deux vecteurs est représentée en rouge	

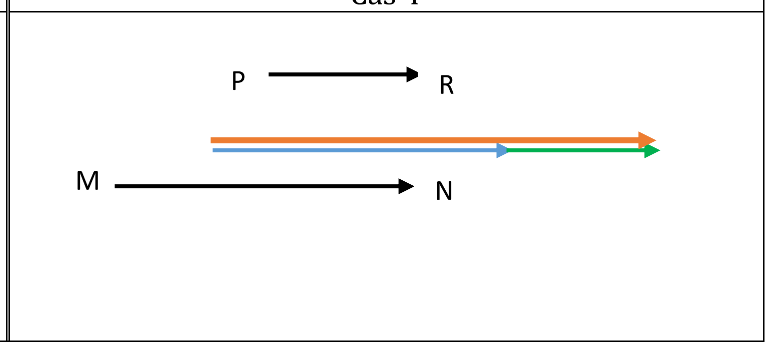




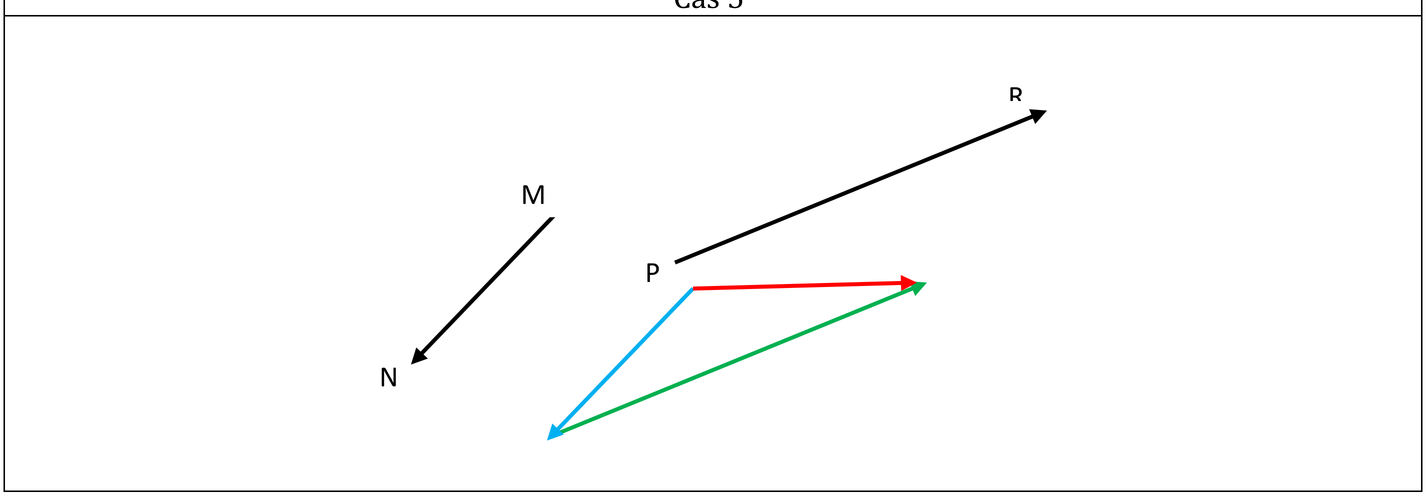
Cas 3



Cas 4



Cas 5



2. Opposé d'un vecteur – Vecteur nul

Activité

1.

a) Oui le vecteur $\overrightarrow{CD}$ a la même direction que le vecteur$\overrightarrow{AB}$

b) Oui le vecteur $\overrightarrow{CD}$ n'a le même sens que le vecteur $\overrightarrow{AB}$

c) Oui le vecteur $\overrightarrow{CD}$ a la même longueur que le vecteur $\overrightarrow{AB}$

2. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AABC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BBCD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CCDA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DD}$

Exercices de fixation

Exercice 1- a) Faux b) Vrai c) Faux d) Vrai

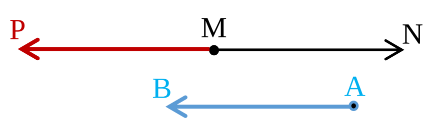
Exercice 2. a) $\overrightarrow{OD}$ et $\overrightarrow{BO}$ b) $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ c) $\overrightarrow{CO}$ et $\overrightarrow{OA}$

Exercice 3. $\overrightarrow{CC}$ et $\overrightarrow{EE}$

Exercice 4.

Il y a deux possibilités :

- Le vecteur $\overrightarrow{MP}$ avec le point P tel que M est le milieu du segment [PN]
- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ tel que (MN)//(AB) et AB = MN

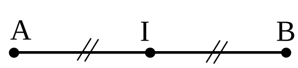


3. Autre caractérisation du milieu d'un vecteur

Activité

1.

a)



b) Le point I est le milieu du segment [AB] donc $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$;

donc : $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{II} = \vec{0}$

2. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ donc $\overrightarrow{IB} = -\overrightarrow{IA}$ d'où $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AI}$ c'est-à-dire $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ et par conséquent I est le milieu du segment [AB].

Exercices de fixation

Exercice 1 ; b)

Exercice 2 ; b)

Exercice 3 1. $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NB}$ 2. $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{XM} = \overrightarrow{MN}$

Exercices de renforcement

1

1.	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$	Vrai
2.	$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$	Faux
3.	$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$	Faux
4.	$\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{BD}$	Faux
5.	$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BF}$	Vrai
6.	$\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{DC}$	Vrai

2

Calcule les sommes de vecteurs suivants

$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AG}$

$\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{MN}$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{DK} + \overrightarrow{HK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HK} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DK} = \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HK} + \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{CK}$

3

$$\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{MI} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{FD}$$

En utilisant l'égalité de Chasles on a : $\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{FE}$

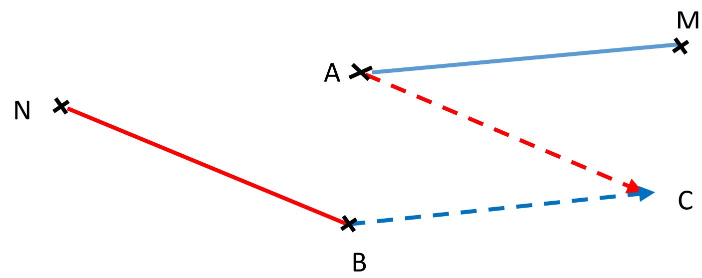
On a ainsi, en considérant l'égalité donnée, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{FE}$

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{FE}$, donc le quadrilatère MNEF est un parallélogramme.

4

Soit A, B et C trois points non alignés.

1.



2.

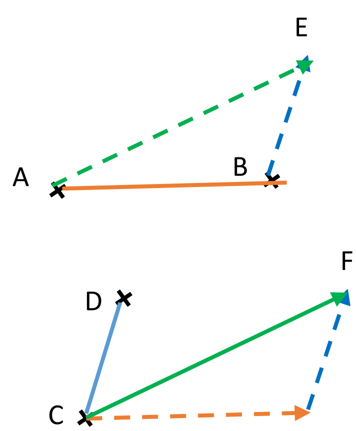
$\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{AC}$ donc le quadrilatère NBCA est un parallélogramme.

NBCA est un parallélogramme donc on a $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{BC}$; or on sait que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$par conséquent $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AM}$

Comme $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AM}$ alors le point A est bien le milieu du segment [MN

5

1.



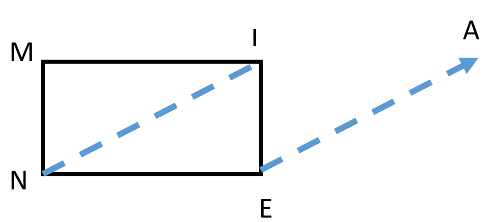
2.

On sait que $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CD}$ donc on a $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$

En appliquant l'égalité de Chasles on obtient bien $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE}$.

6

1.



2.

On sait que $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{NI}$ donc le parallélogramme EAIN est un parallégramme et par conséquent $\overrightarrow{NE} = \overrightarrow{IA}$

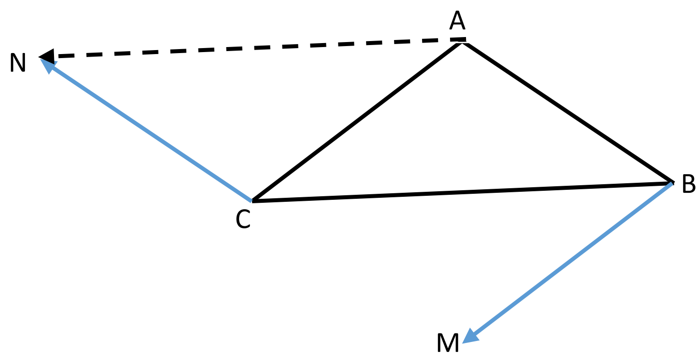
Or MIEN étant un rectangle on a $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{NE}$

Ainsi $\overrightarrow{NE} = \overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{NE}$ donc $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{IA}$

On a $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{IA}$ donc I est le milieu de [MA].

7

1.



2.

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ d'après l'égalité de Chasles, et par conséquent $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{BA}$ donc CNAB est un parallélogramme d'où $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BC}$

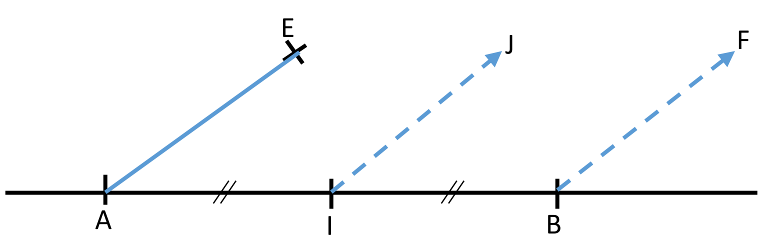
8

$\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{IL} + \overrightarrow{LJ} + \overrightarrow{KJ} + \overrightarrow{JL}$D'après l'égalité de Chasles

On a donc $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{IL} + \overrightarrow{KJ} + \overrightarrow{JL} + \overrightarrow{LJ}$ or $\overrightarrow{JL} + \overrightarrow{LJ} = \vec{0}$ d'où $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{IL} + \overrightarrow{KJ}$

9

1.



2.

$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AE}$ donc IJEA est un parallélogramme et par conséquent $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{EJ}$

De même $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{IJ}$ donc BFJI est un parallélogramme d'où $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{JF}$

3.

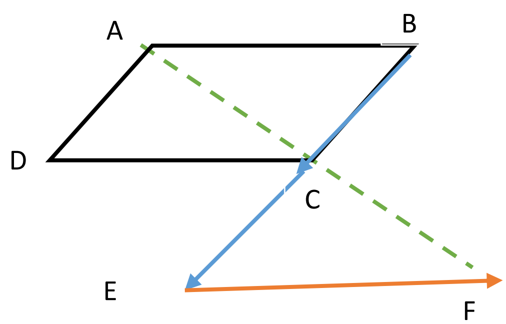
I est le milieu de [AB] donc $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ or $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{EJ}$, $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{JF}$ d'après la question 2,
donc on a $\overrightarrow{EJ} = \overrightarrow{JF}$ ce qui veut dire que J est le milieu de [EF] d'où les points E, J et F sont alignés

10

$\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{FE}$ donc $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EG}$ d'où $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FG}$ et par conséquent le quadrilatère EHGF est un parallélogramme.
EHGF est un parallélogramme donc les droites (EF) et (GH) supports de deux de ses côtés opposés sont parallèles.

11

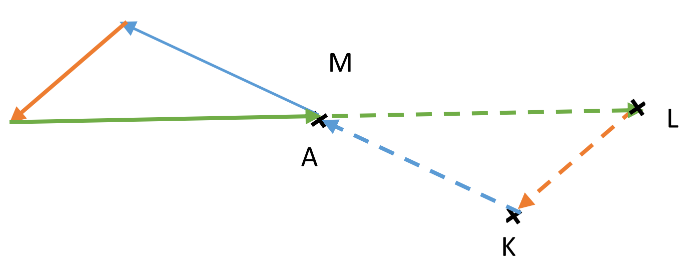
1.



2.
$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC}$ or $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ car ABCD est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AD}$
$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AD}$ donc CEDA est un parallélogramme et par conséquent $AC = DE$ car les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur

2.
$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB}$ doncEFBA est un parallélogramme, et par conséquent ses diagonales [AF] et [BE] ont le même milieu.
On sait que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC}$ donc C est le milieu de [BE] et par conséquent C est aussi le milieu de [AF].
Le point C est le milieu de [AF] donc les points A, C et F sont alignés.

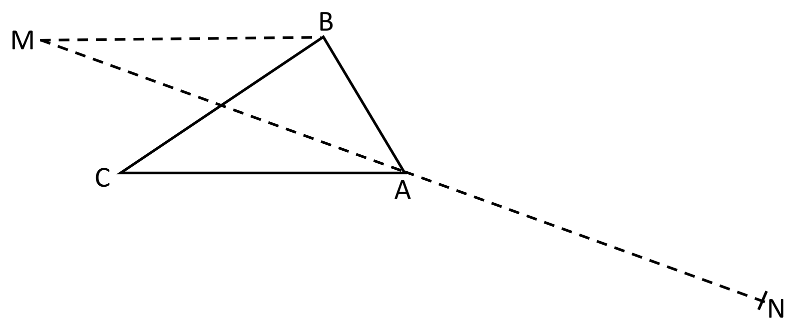
12



1. Le point M est confondu au point A
2. $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{LK} + \overrightarrow{AL} = \overrightarrow{LK} + \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AL} = \vec{0}$ donc $\overrightarrow{AM} = \vec{0}$ et par conséquent $M = A$

13

1.



2.
On a $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{NA}$ donc $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AM}$ et par conséquent A est le milieu du segment [MN]

14

1. Le quadrilatère EFBA est un parallélogramme d'où $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{FB}$
   Le quadrilatère EFGH est un rectangle donc un parallélogramme d'où $\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{GF}$
2. On sait que $\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{GF}$ donc (en utilisant l'égalité de Chasles) on a $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{GF}$
   Ainsi on déduit que $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{GF} - \overrightarrow{AE}$ or $-\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EA}$ donc $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{EA}$.
   On sait aussi $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{FB}$ d'où $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FB}$ c'est-à-dire $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{GB}$

   <u>Autre méthode</u> :
   En additionnant membre à membre les deux égalités obtenues à la question 1, on obtient
   $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FB}$ donc (d'après l'égalité de Chasles) on a bien $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{GB}$

15

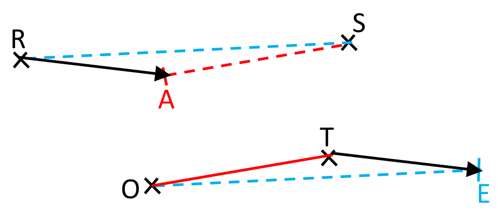
1. On sait que $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{AC}$ car $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

   $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{AK}$ donc on a bien $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AK}$

2. MABC est un parallélogramme donc $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CB}$, or $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AK}$ par conséquent $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AK}$
$\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AK}$ donc A est bien le milieu de [MK].

16

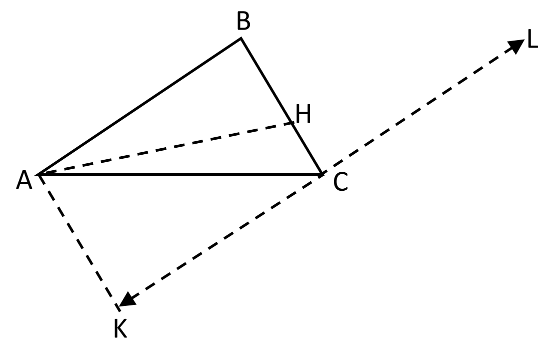
1.



2.
On a $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{TO} + \overrightarrow{RS}$ or $\overrightarrow{SA} = \overrightarrow{TO}$ donc $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{RS}$c'est-à-dire $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{SA}$ d'où $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{RA}$ (d'après l'égalité de Chasles)

17

1.

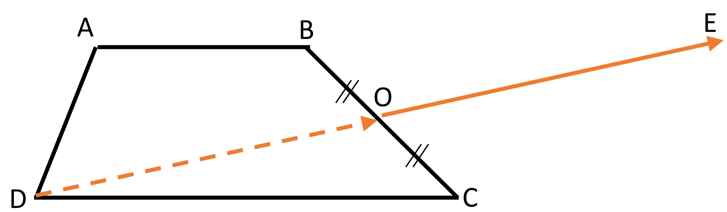


2.
On a $\overrightarrow{HK} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{BC}$(en utilisant l'égalité de Chasles) . Ainsi en ajoutant le vecteur $-\overrightarrow{HA}$ à chaque membre de l'égalité on obtient bien $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BC}$
3. On a $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BC}$ donc le quadrilatère AKCB est un parallélogramme.
AKCB est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KC}$ or $\overrightarrow{CL} = \overrightarrow{AB}$ donc $\overrightarrow{KC} = \overrightarrow{CL}$ c'est-à-dire $-\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CL}$, ce qui signifie que les vecteurs $\overrightarrow{CL}$ or $\overrightarrow{CK}$ sont opposés.

Exercices d'approfondissement

18

1.

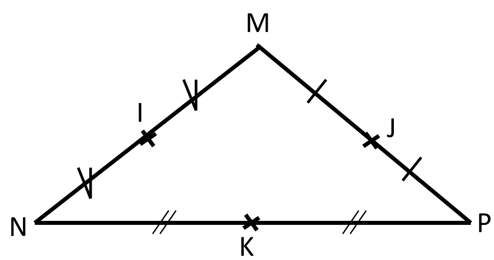


2. $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OE}$ donc O est le milieu de [DE] or le point O est aussi le milieu de [BC], d'où le quadrilatère BDCE qui a ses diagonales [BC] et [DE] de même milieu est un parallélogramme

3. BDCE est un parallélogramme donc les droites (BE) et (DC) supports de deux de ses côtés opposés sont parallèles.
On sait que ABCD est un trapèze dont les côtés parallèles sont [AB] et [DC] donc les droites (AB) et (DC) sont parallèles.
Ainsi on a : (BE) // (DC) et (AB) // (DC) et donc (BE) // (AB)
(BE) // (AB) donc les points A, B et E sont alignés

19

1.



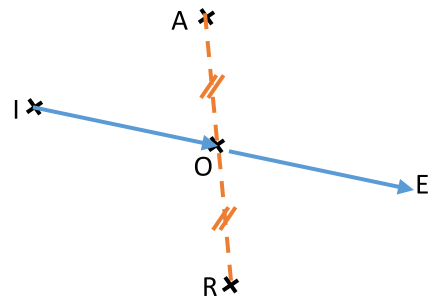
2. Dans le triangle MNP la droite (IJ) passe par le milieu I de [MN] et le milieu J de [MP] donc elle est parallèle à la droite (NP) support du côté [NP] et IJ= $\frac{1}{2}$NP.

Or K est le milieu de [NP] donc $NK = KP = \frac{1}{2}NP$; par conséquent on a $IJ = KP$

Ainsi on a $IJ = KP$, $(IJ) // (KP)$ et les couples (I, J) et (K, P) ont le même sens donc $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{KP}$

20

1.



2.

$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{IO}$ donc O est le milieu de [IE]

R est le symétrique de A par rapport à O donc O est le milieu de [AR]

Les segments [AR] et [IE] ont le même milieu O donc le quadrilatère AIRE est un parallélogramme,

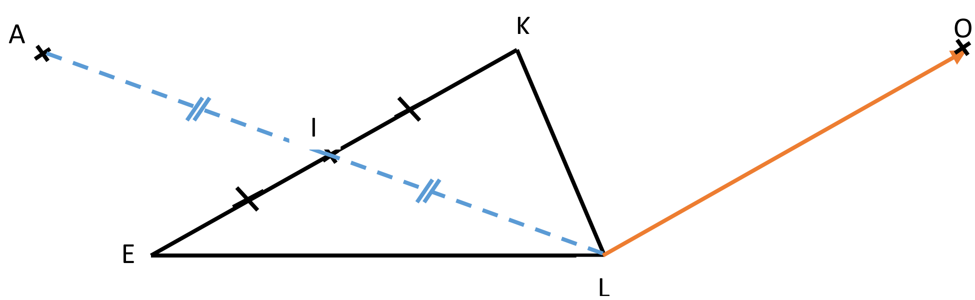
AIRE est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{IR}$

3.

AIRE est un parallélogramme donc $AI = ER$ car les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur

21

1.2.



3.

A est le symétrique de L par rapport à I donc I est le milieu de [AL] ; or I est le milieu de [KE] d'où le quadrilatère AKLE est un parallélogramme car ses diagonales ont le même milieu I.

Les vecteurs $\overrightarrow{OL}$ et $\overrightarrow{EK}$ sont opposés donc $\overrightarrow{OL} = -\overrightarrow{EK}$ or $-\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{KE}$ d'où $\overrightarrow{OL} = \overrightarrow{KE}$ et par conséquent OLEK est un parallélogramme.

AKLE est un parallélogramme donc (AK) // (EL) et OLEK est un parallélogramme donc (KO) //(EL)
On a (AK) // (EL) et (KO) //(EL) donc (KO) //(AK) par conséquent les points A, K et O sont alignés.
(AK) // (EL) et les points A, K et O sont alignés donc (AO) //(EL)
(AO) //(EL) donc le quadrilatère AOLE est un trapèze.

22

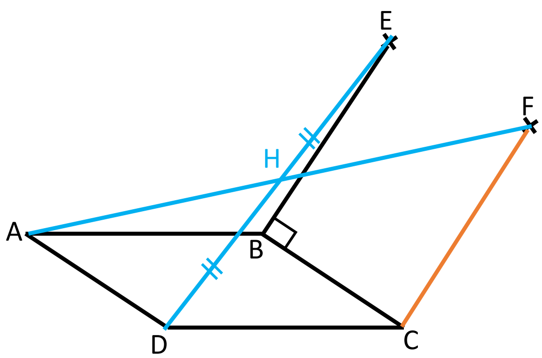
1. $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BE}$ donc $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BE}$ d'après l'égalité de Chasles

$\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BE}$ d'où $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BE}$

$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BE}$ donc BCFE est un parallélogramme ; or (BE)⊥(BC) donc BCFE est un rectangle

2. $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$ or $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ parce que ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BE}$
   On sait aussi que $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BE}$ par conséquent $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DF}$

3. $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DF}$ donc AEFD est un parallélogramme et par conséquent ses diagonales [AF] et [DE] ont le même milieu.
   $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{HE}$ donc H est le milieu de [DE] or [AF] et [DE] ont le même milieu donc H est le milieu de [AF]

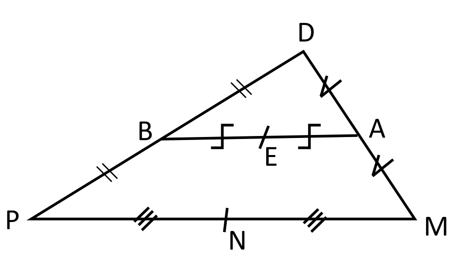


23

1. On a $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NP}$ donc N est le milieu de [MP].
2. On a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$ donc $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN}$ (en utilisant l'égalité de Chasles) . Ainsi en ajoutant le vecteur $-\overrightarrow{MB}$ à chaque membre de l'égalité on obtient bien $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN}$

24

1.



2. Démontrons que (BN)// (DM)
Dans le triangle DMP, le point B est le milieu du côté [DP] et le point N est le milieu du côté [PM], donc les droites (BN) et (DM) sont parallèles d'après la propriété de la droites des milieux dans un triangle.

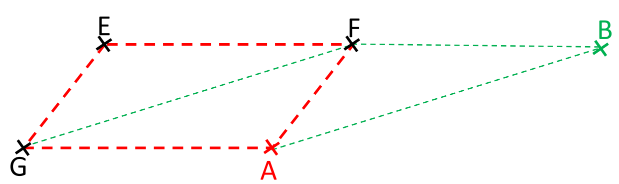
Démontrons que (AN)// (BD)
Comme précédement on démontre que les droites (AN) et (DP) sont parallèles. On sait aussi que les points D, P et B sont alignés parce que le point B est le milieu du segment [DP], donc (DP) = (BD) et par conséquent (AN) et (BD) sont parallèles.

3.Dans le triangle DMP, le point B est le milieu du côté [DP] et le point N est le milieu du côté [PM] donc $\mathrm{BN} = \frac{1}{2}\mathrm{DM}$ d'après la propriété de la droites des milieux dans un triangle.
On sait aussi que A est le milieu de [DM] donc $\mathrm{DA} = \mathrm{AM} = \frac{1}{2}\mathrm{DM}$.
On peut donc conclure que $\mathrm{DA} = \mathrm{AM} = \frac{1}{2}\mathrm{DM} = \mathrm{BN}$c'est-à-dire $\mathrm{DA} = \mathrm{AM} = \mathrm{BN}$

4. On a (BN)//(DM) et $A \in (DM)$ donc (BN)//(DA), or $\mathrm{BN} = \mathrm{DA}$, par conséquent $\overrightarrow{\mathrm{BN}} = \overrightarrow{\mathrm{DA}}$ et donc le quadrilatère BNAD est un parallélogramme.
Les diagonales du parallélogramme BNAD ont le même milieu, or E est le milieu de la diagonale [BA] donc E est aussi le milieu de la daigonale [DN].
E est le milieu de [DN] donc les points D, E et N sont alignés.

25

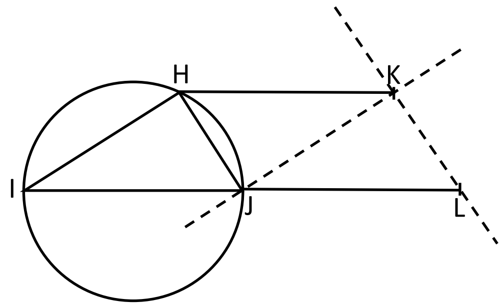
1.



2. Le quadrilatère EFAG est un parallélogramme donc $\overrightarrow{\mathrm{EF}} = \overrightarrow{\mathrm{GA}}$
Le quadrilatère FGAB est un parallélogramme donc $\overrightarrow{\mathrm{FB}} = \overrightarrow{\mathrm{GA}}$
Ainsi on a $\overrightarrow{\mathrm{EF}} = \overrightarrow{\mathrm{GA}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{FB}} = \overrightarrow{\mathrm{GA}}$ donc $\overrightarrow{\mathrm{EF}} = \overrightarrow{\mathrm{FB}}$.
$\overrightarrow{\mathrm{EF}} = \overrightarrow{\mathrm{FB}}$ donc F est le milieu du segment [EB] d'où les points E, F et B sont alignés.

26

1.

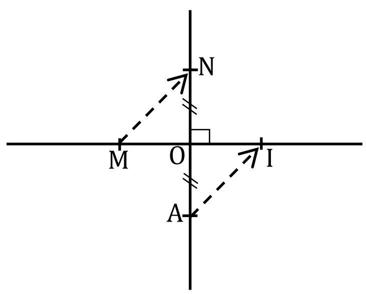


2.
Le triangle HIJ est inscrit dans le cercle de diamètre [IJ] donc le triangle HIJ est rectangle en H, par conséquent les droites (HI) et (HJ) sont perpendiculaire en H.

3.
On sait que $\overrightarrow{HK} = \overrightarrow{IJ}$ donc le quadrilatère HKJI est un parallélogramme, d'où les droites (HI) et (KJ) sont parallèles, car les supports des côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles.
Or (HI) ⊥ (HJ) d'après la question 2, donc (HJ) ⊥ (KJ).
On sait que $\overrightarrow{HK} = \overrightarrow{JL}$ donc le quadrilatère HKLJ est un parallélogramme, d'où les droites (HJ) et (KL) sont parallèles, car les supports des côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles.
Or (HJ) ⊥ (KJ) d'après la question 3, donc (KJ) ⊥ (KL).

27

1.

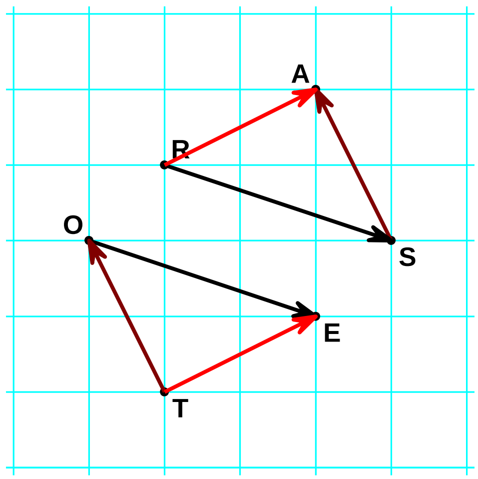


2. On a $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AI}$ donc le quadrilatère MNIA (ou MAIN) est un parallélogramme. Or O est le milieu de la diagonale [AN] donc O est aussi le milieu de la diagonale [MI] car les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu.

3. Le quadrilatère MAIN est un losange.
Justification :
Les droite (MI) et (AN) qui sont les supports des diagonales [MI] et [AN] sont perpendiculaires. Le quadrilatère MAIN est donc un parallélogramme (voir question 2.) dont les diagonales sont perpendiculaires par conséquent c'est un losange.

28

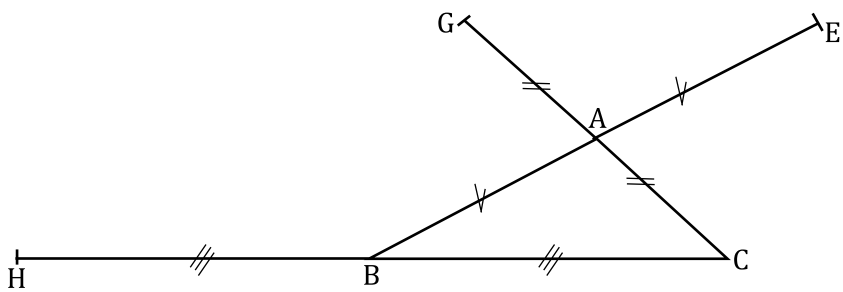
1.



2.
On a $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{TO} + \overrightarrow{RS}$ or $\overrightarrow{SA} = \overrightarrow{TO}$ donc $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{RS}$c'est-à-dire $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{SA}$ d'où, en appliquant l'égalité de Chasles, on a bien $\overrightarrow{TE} = \overrightarrow{RA}$

29

1.



2.
E est le symétrique de B par rapport au point A, donc A est le milieu du segment [BE]
De même A est le milieu du segment [CG] ;
Les segments [BE] et [CG] ont le même milieu donc le quadrilatère BCEG est un parallélogramme, car un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu est un parallélogramme.
Le quadrilatère BCEG est un parallélogramme donc $\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{BC}$.

3.
H est le symétrique de C par rapport au point B, donc B est le milieu du segment [HC] et par conséquent $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{BC}$. Or $\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{BC}$ (d'après la question 2) donc on peut conclure que $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{GE}$.

30

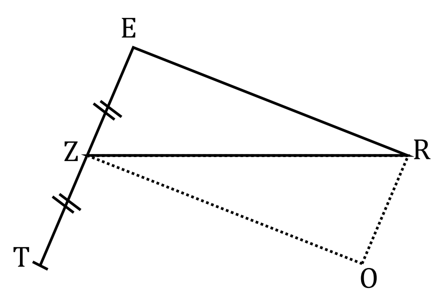
1. Les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{EF}$ sont : $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CD}$.
2. Il y a un seul vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{AD}$, c'est le vecteur $\overrightarrow{BC}$
3. Il y a un seul vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{AF}$, c'est le vecteur $\overrightarrow{BE}$

31

1. Les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{EF}$ sont : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{HG}$.
2. Les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{AD}$ sont : $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{EH}$.
3. Il y a un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{AF}$; c'est le vecteur $\overrightarrow{DG}$
4. Il y a un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{HC}$; c'est le vecteur $\overrightarrow{EB}$

32

1.



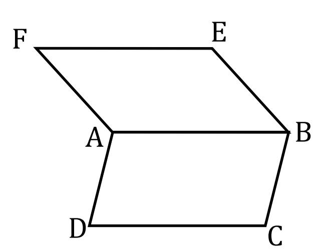
2.

- ZERO est un parallélogramme : $\overrightarrow{ZE} = \overrightarrow{OR}$; $\overrightarrow{ZO} = \overrightarrow{ER}$.
- Z est le milieu du segment [ET] : $\overrightarrow{TZ} = \overrightarrow{ZE}$ ou $\overrightarrow{EZ} = \overrightarrow{ZT}$.

3. ZERO est un parallélogramme donc $\overrightarrow{EZ} = \overrightarrow{RO}$, or $\overrightarrow{EZ} = \overrightarrow{ZT}$ car Z est le milieu du segment [ET], donc on a bien $\overrightarrow{ZT} = \overrightarrow{RO}$

33

1.



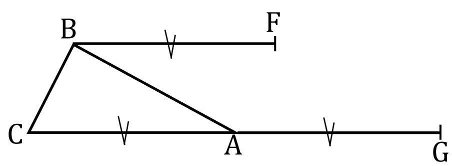
2.

a) ABCD est un parallélogramme donc on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$; or ABEF est aussi un parallélogramme donc on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FE}$ par conséquent on a bien $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{DC}$.

b) On a $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{DC}$ donc DCFE est un parallélogramme.

34

1.

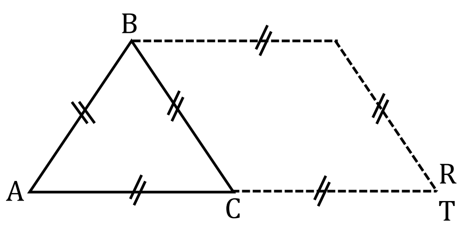


2. On a $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CA}$ donc le quadrilatère BFAC est un parallélogramme.

3. On a $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{BF}$ donc $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AG}$ et par conséquent le point A est le milieu du segment [CG]

35

1. 2.



3. a) $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$

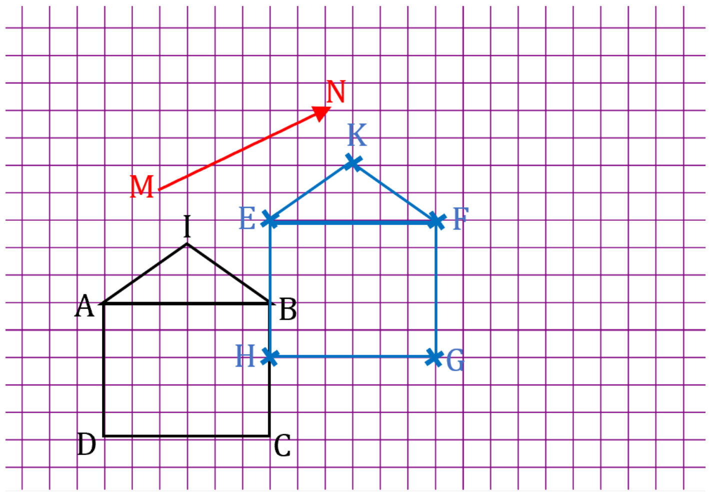
or $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ d'après l'égalité de Chasles

d'où $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}$

b) On a $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}$ or $\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AT}$ et par conséquent R et T sont confondus (deux vecteurs égaux qui ont la même origine ont aussi le même extrémité).

36 -

1.2.



3. Les figures AIBCD et EKFGH sont superposables (elles ont exactement les mêmes dimensions)

Situations d' évaluation

37

1.$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN}$ donc AMNB est un parallélogramme et par conséquent $AB = MN$ car les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{MP}$ donc $AC = MP$ par définition de l'égalité de deux vecteurs

2.$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{MP}$ donc ACPM est un parallélogramme et par conséquent nous avons $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CP}$

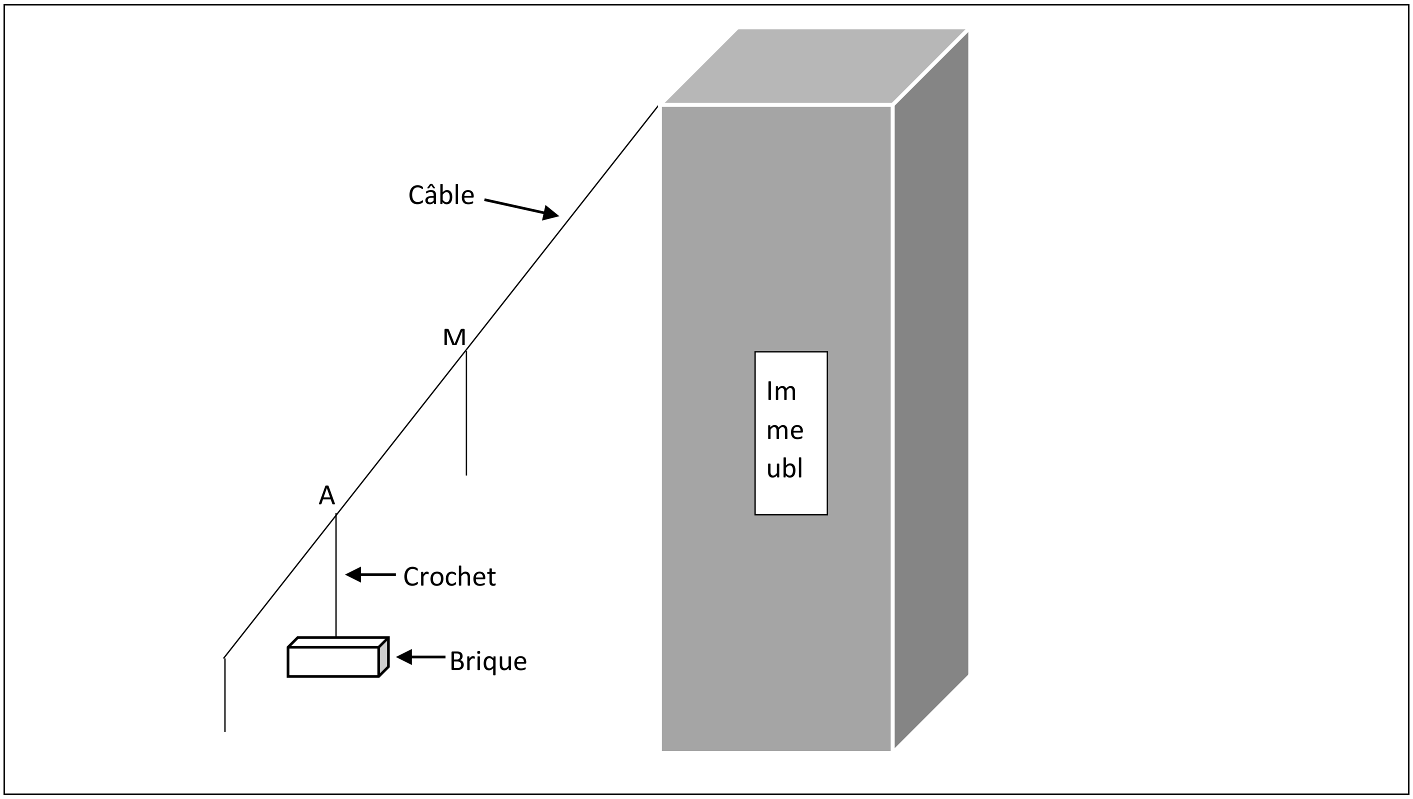
3. Nous avons $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN}$ et $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CP}$ donc $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CP}$ et par conséquent BNPC est un parallélogramme
   BNPC est un parallélogramme donc $BC = MP$

Les deux triangles sont bien superposables

ERRATUM

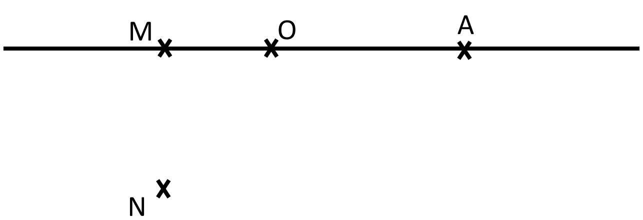
Page 147

Le segment (représentant le crochet) reliant le point A à la brique a été effacé sur la figure.
Ci-dessous la bonne figure.



<u>Page 149</u>

<u>Exercice de fixation</u> :
Le point N manque sur la figure.
La bonne figure est celle-ci-dessous.



Page 156

Corrigé de l'exercice 3 (question 2) :

La flèche sur KJ (Or, $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{KI} = \overrightarrow{KI} + \overrightarrow{IJ} = KJ$). Il faut donc écrire $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{KI} = \overrightarrow{KI} + \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{\mathbf{KJ}}$

Page 160

Exercice 17 :

La question 2 c'est plutôt « Démontre que $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BC}$ » et non $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB}$

Page 161

Exercice 30 :

Dans la question 3 il faut remplacer le vecteur $\overrightarrow{AD}$par le vecteur $\overrightarrow{AF}$. La question 3 devient donc :
« *Y a-t-il un vecteur égal au vecteur*$\overrightarrow{\mathbf{AF}}$? *Si oui nomme le*. »

Page 162

Exercice 32 :

- ✓ Dans l'énoncé il y a une erreur. Ecrire plutôt :
  « *Le point* T *est tel que* Z *est le milieu du segment* **[ET]**. »
- ✓ Dans la question 2, la deuxième phrase doit être remplacer par :
  « Z *est le milieu du segment* **[ET]**. »

Leçon 10

Symétries et translations

Situation d'Apprentissage

Faire deux lectures de la situation d'apprentissage par deux apprenants.
Recenser et expliquer les données pertinentes.
Poser les questions suivantes :

Question/Consignes pour dérouler la situation	Réponse attendue
De quoi parle ce texte ?	Le texte nous parle de réparation de dégâts causés par le vent au sommet d'un immeuble
Qu'est-ce que les ouvriers ont fait ?	Ils ont accroché des briques à un câble métallique à l'aide d'un crochetet les faire monter jusqu'au sommet
Qu'est-ce qu'un professeur d'art plastique à fait ?	Le professeur d'art plastique a schématisé le système.
Qu'est-ce que le professeur d'arts plastique a demandé à ses élèves de faire lors d'un devoir ?	Il demande à ses élèves de dessiner la brique lorsqu'elle arrivera suspendue au point M.
Qu'est ce que les élèves décident de faire pour pouvoir résoudre le problème ?	Ces derniers décident de s'informer sur les vecteurs pour pouvoir résoudre le problème

Dans cette leçon, nous allons apprendre à identifier des droites de même direction, des couples de points de même sens, un vecteur. Reconnaitre des droites de même direction,Placer des couples de points de même sens,Construire une droite de même direction qu'une droite donnée. Identifier deux vecteurs égaux. Construire des vecteurs égaux et Déterminer : la somme de deux vecteurs en utilisant l'égalité de Chasles

Ce que nous allons apprendre va vous permettre de résoudre beaucoup de problèmes dans la vie. C'est pourquoi je vous demande de bien suivre.

Nous allons travailler ensemble selon le plan suivant :

1) Application du plan
2) Symétrie centrale

3) Symétrie orthogonale
4) Translation

Installation des habiletés

Activités 1 Application du plan

Activité

1.

Point	Symétrique par rapport à O
A	A’
B	B’
C	C’
D	D’
E	E’

2. Chacun des points A, B, C, D et E possède un seul symétrique par rapport au point O.

3. Tous les points de la figure ont un symétrique par rapport à O.

Exercices de fixation

Exercice 1.

Le Tableau 1n’est pas un tableau de correspondance d’une application car le point Ypossède deux images.

Le Tableau 2 est un tableau de correspondance d’une application car à chaque point du plan correspond un unique point.

Le Tableau 3est un tableau de correspondance d’une application car à chaque point du plan correspond un unique point.

Exercice 2.

- Toute correspondance qui, à tout point du plan associe deux points du plan est une application. FAUX

- Toute correspondance qui à tout point du plan associe un unique point du plan est une application du plan dans lui-même. VRAIE

-Toute correspondance du plan dans le plan est une application. FAUX

Activités 2 **Symétrie centrale**

1. Définition et notation

Activité

1.

S_O	
A	A'
B	B'
C	C'

2- Cette correspondance est une application car à chaque point du plan correspond un unique point.

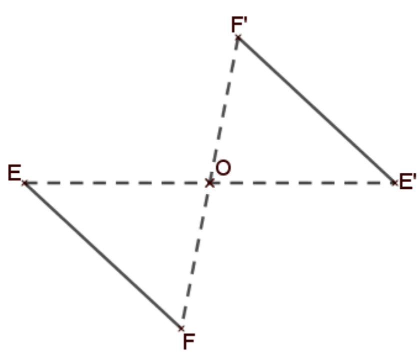
3- $AB = A'B'$.

4- $AO = A'O,\ \ BO = B'O\ \ et\ CO = C'O'$

5- Le point O est le milieu des segments $[AA'], [BB'], [CC']$.

Exercices de fixation

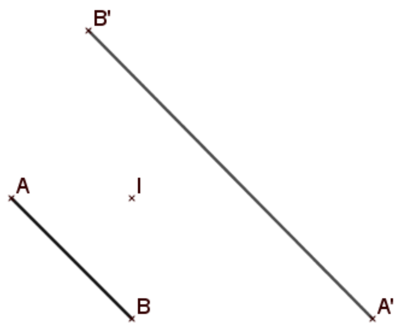
Exercice 1



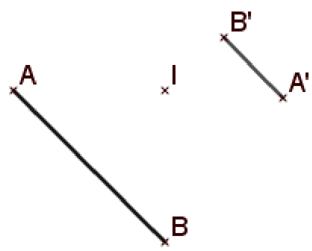
Exercice 2

La longueur du segment $[EF]$ est de 2 cm car Par la symétrie centrale ,le symetrique d'un segment de longueur donné est un segment de même longueur or le segment $[EF]$ est l'image du segment $[ST]$ par la symétrie centrale de centre H .

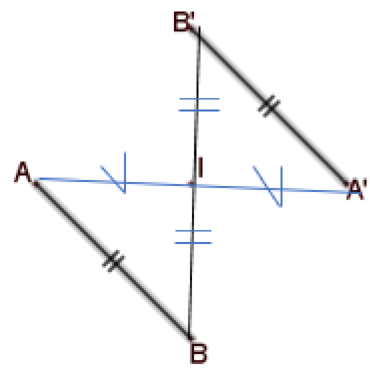
Exercice 3



OUI ☐ NON ☒

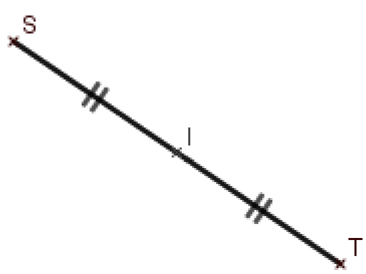


OUI ☐ NON ☒



OUI ☒ NON ☐

Exercice 4



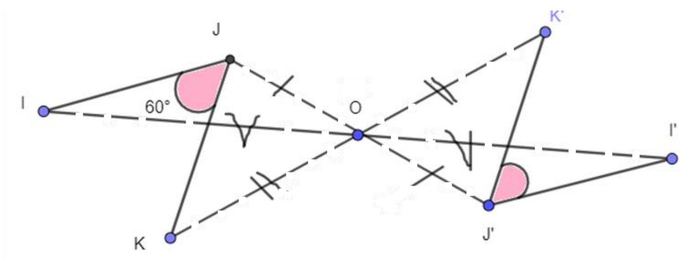
Exercice 5

S_O	
T	R
S	U
O	O
[SR]	$[TU]$

2. Image d'un angle par une symétrie centrale

Activité

1- Voir figure



2- Mes $\widehat{I'J'K'}$.=60°

Donc $mes\ \widehat{IJK} = mes\ \widehat{I'J'K'}$.

Exercices de fixation

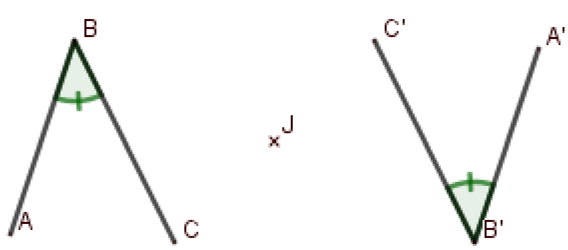
Exercice 1

On sait que (Etiquète 2) or (Etiquète 3) donc (Etiquète 1).

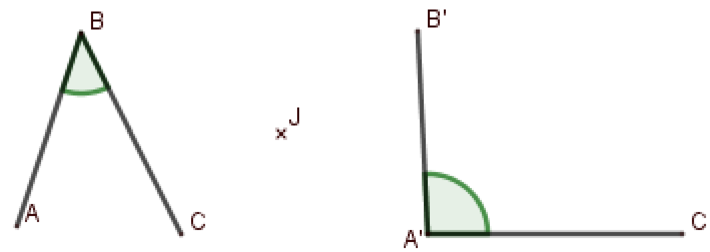
Exercice 2

$mes\widehat{STU} = mes\ \widehat{EFG} = 40°$carPar la symétrie centrale l'image d'un angle est un angle de même mesure.

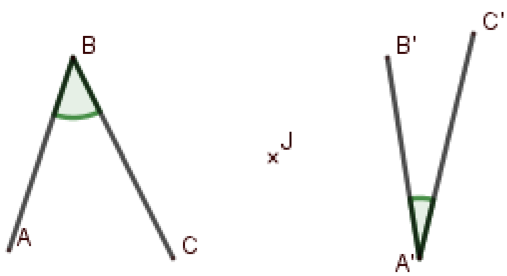
Exercice 3



OUI ☒ NON ☐



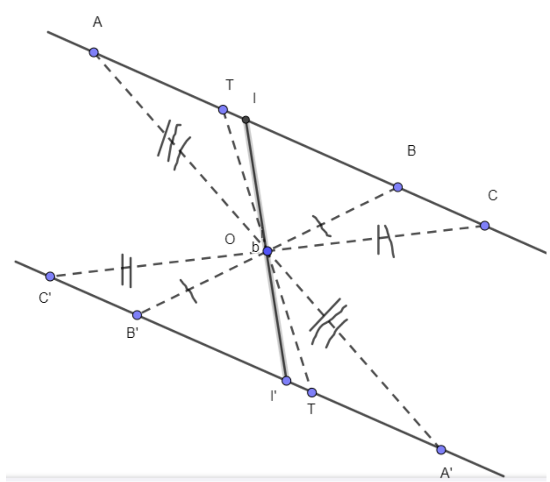
OUI ☐ ☒ NON



OUI ☐ NON ☒

3. Images de points alignés par une symétrie centrale

Activité



2. Les points A’, B’ et C’ sont alignés car ils appartiennent à une même droite

3. L’image de la droite (AB) par la symétrie centrale de centre O est la droite (A’B’)

4. les droites (AB) et (A’B’) sont parallèles car le symétrique d’une droite par rapport à un point est une droite que lui est parallèle.

5. I’ est le milieu du segment $[A'B']$

Exercices de fixation

Exercice 1

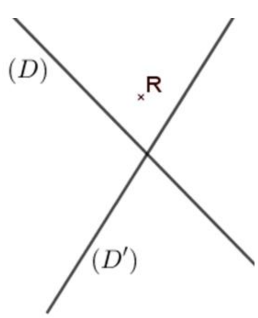
Les points A, C et O sont trois alignés.

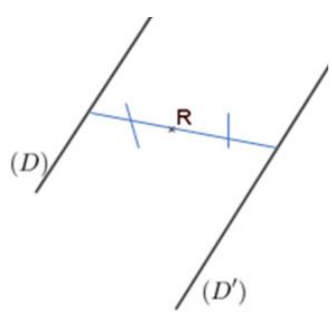
Les points I, K et L étant les symétriques respectifs des pointsA, C et O par rapport la au point D par conséquent les points I, K et L sont alignés car par symétrie centrale des points alignés ont pour image des points alignés.

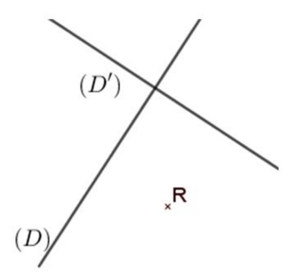
Exercice 2

$[CD]$est le symétrique de $[AB]$ par rapport au point O or E est le milieu de $[AB]$ par conséquent F est le milieu de $[CD]$ car par une symétrie centrale Le symétrique du milieu d’un segment est le milieu du segment symétrique.

Exercice 3



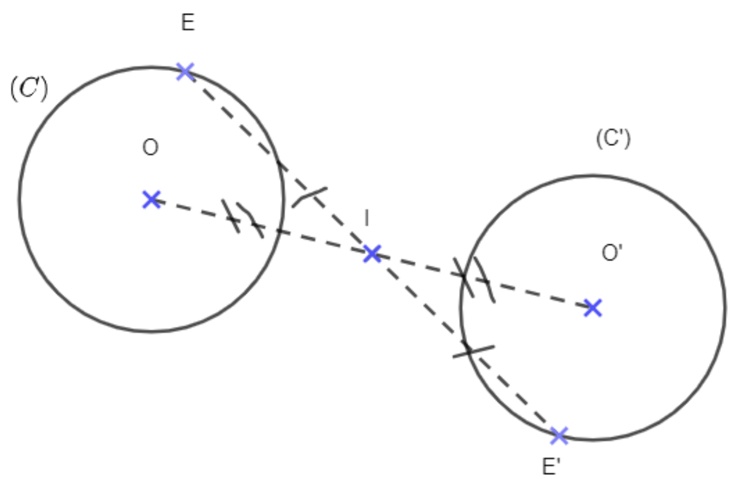




Oui ☐ Non ☒ Oui ☒ Non ☐ Oui ☐ Non ☒

4. Image d'un cercle par une symétrie centrale

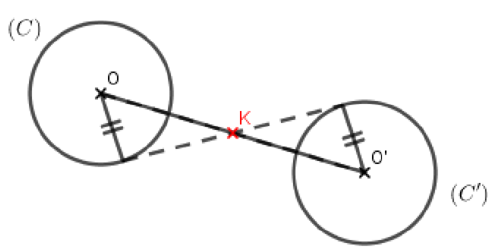
Activité



1- Voir figure
2- Voir figure
3-
4- OE=O'E'

Exercices de fixation

Exercice 1



Exercice 2.

Le rayon du cercle (C') est de1,5cm car par la symétrie centrale l'image d'un cercle par rapport à un point est un cercle de même rayon.

Exercice 3.

Cas 1 : Oui

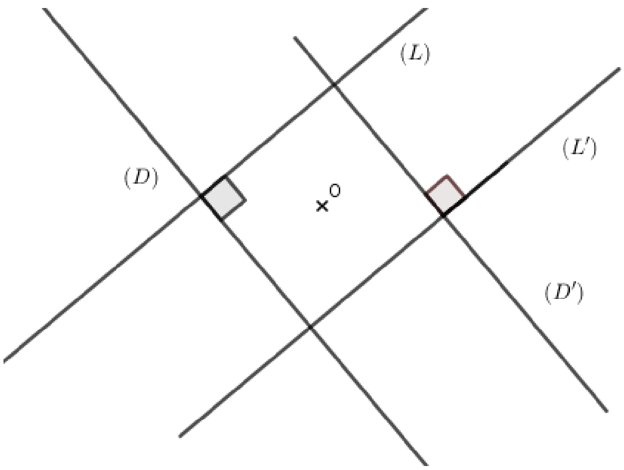
Cas 2 : Oui

Cas 3 : Non

5. Images de deux droites perpendiculaires par une symétrie centrale

Activité

1. Voir figure



2. (D')et(L') sont perpendiculaires.

Exercices de fixation

Exercice 1

ABCest un triangle rectangle en A donc $(AB) \perp (AC)$.

S_D	
A	I
B	J
C	K

Le symétrique de la droite (AB) par rapport au point D est la droite (IJ).
Le symétrique de la droite (AC) par rapport au point D est la droite (IK).
$(AB) \perp (AC)$,Donc leurs symétriques respectives par rapport à D sont deux droites perpendiculaires d'où $(IJ) \perp (IK)$.

Exercice 2.
(AH)est une hauteur du triangle ABC donc $(AH) \perp (BC)$.
Le symétrique du triangle ABC par la symétrie centrale de centre D est le triangle $A'B'C$.

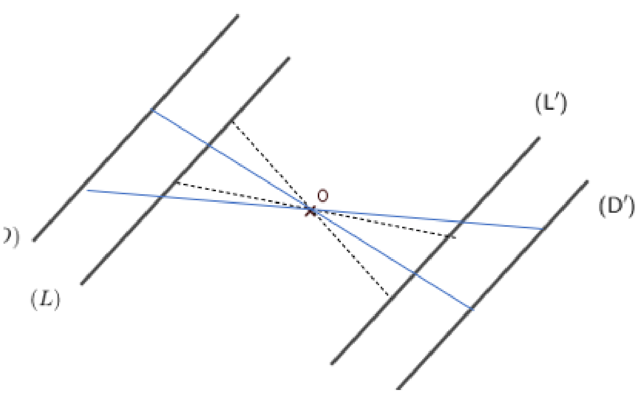
S_C	
A	A’
B	B’
C	C
H	H’

Le symétrique de la droite (AH) par rapport au point C est la droite $(A'H')$.
Le symétrique de la droite (BC) par rapport au point C est la droite $(B'C)$.
$(AH) \perp (BC)$donc leur images respectives par la symétrie centrale de centre C sont deux droites perpendiculaires d'où $(A'H') \perp (B'C)$ par conséquent $(A'H')$ est une hauteur du triangle $A'B'C$.

6. Image de deux droites parallèles par une symétrie centrale

Activité

1. Voir figure

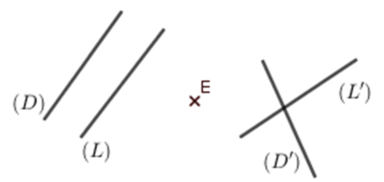


2.

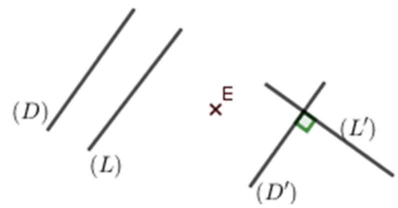
Les droites (D') et (L') sont parallèles.

Exercices de fixation

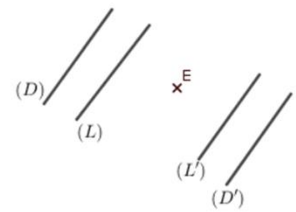
Exercice 1.



Oui ☐ non ☒



Oui ☐ Non☒



Oui ☒ Non ☐

Exercice 2

S_A	
E	M
D	N
O	P
U	Q
(ED)	(MN)
(OU)	(PQ)

$(ED)\ //\ (OU)$ donc (MN) //(PQ).

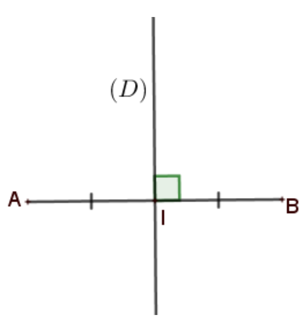
Activités 3 Symétrie orthogonale

1. Définition et notation

Activité

1. Voir figure

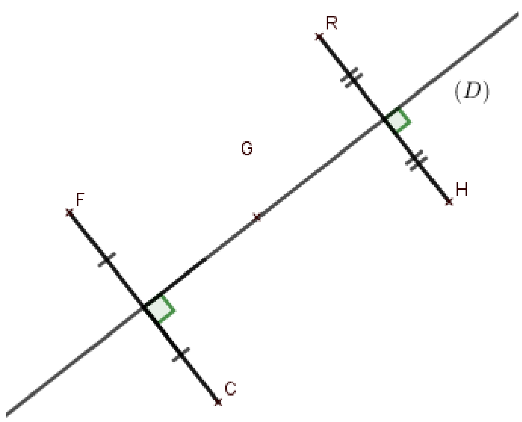
1. Voir figure



2. $AI = IB$car$A$ est le symetrique de B par rapport à I.
3. La droite (D) représente la médiatrice du segment [AB].
4. Le point B est le symétrique du point A par rapport à la droite (D).
5. Deux points A et B sont symétriques par rapport à une droite (D) signifie que (D) est la médiatrice du segment [AB].

Exercices de fixation

Exercice 1



Le point G et le point B sont confondus car G appartient à la droite (D).

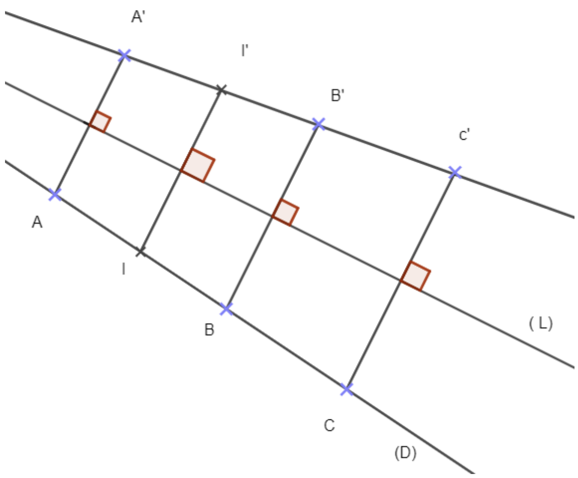
Exercice 2

N°	Affirmations	VRAI ou FAUX
1	L'image du point B par la symétrie orthogonale d'axe (AC) est le point O	Faux
2	L'image du point A par la symétrie orthogonale d'axe (BD) est le point C	Vrai
3	L'image du point D par la symétrie orthogonale d'axe (AC) est le point B	Vrai
4	L'image du point C par la symétrie orthogonale d'axe (AC) est le point A	Faux

2. Images des points alignés par une symétrie orthogonale

Activité

1.



1. Voir figure
2. Voir figure
3. Voir figure
4. Voir figure
5. $AB = A'B'$

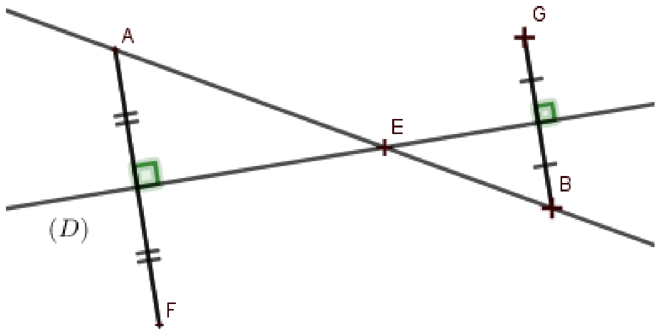
6. Voir figure. Le point I' represente le milieu du segment $[A'B']$.

Exercices de fixation

Exercice 1

N°	Affirmations	VRAI ou FAUX
1	L'image du segment $[DC]$ par la symétrie orthogonale d'axe (L) est le segment $[AB]$	FAUX
2	La droite (L) est la médiatrice du segment $[IJ]$.	VRAI
3	L'image de la droite (BC) par la symétrie orthogonale d'axe (L) la droite (DC)	FAUX
4	L'image du segment $[AD]$ par la symétrie orthogonale d'axe (L) le segment $[BC]$	VRAI
5	I et$J$ sont symétriques par rapport à la droite (L)	VRAI
6	Le segment $[AD]$ et le segement $[BC]$ ont la même longueur	vrai

Exercice 2.



A, E et B sont alignés.

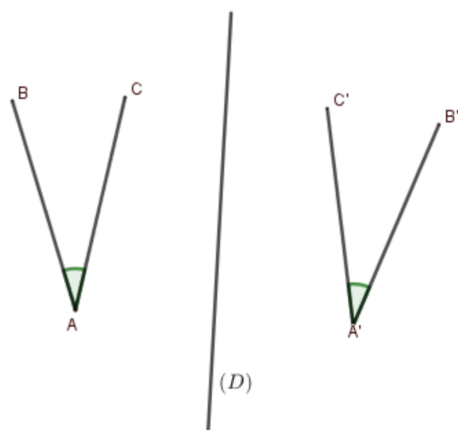
Les points F, E et G sont les images respectives de A, E, B par la symétrie orthogonale d'axe (D).

Donc F, E et G sont alignes car image par une symétrie orthogonale d'axe (D) de points alignés.

3. Images d'un angle par une symétrie orthogonale

Activité

1 et 2. Voir figure



3. On obtient un angle.

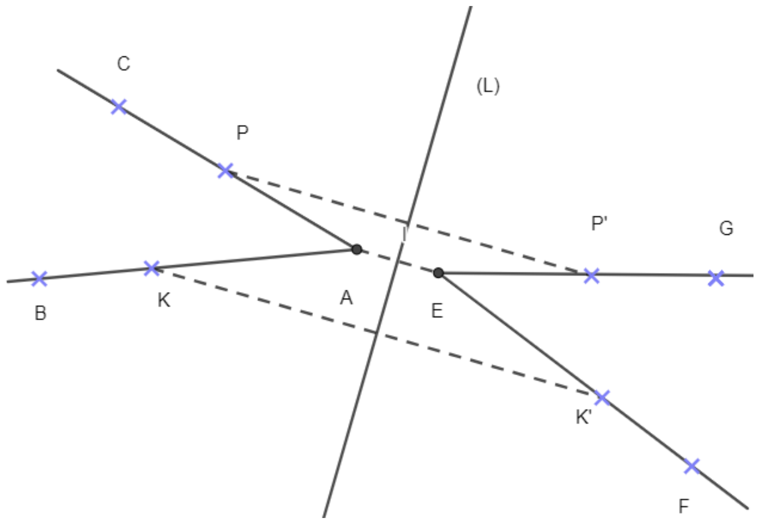
4. $mes\widehat{A'B'C'} = 30°$donc $mes\ \widehat{ABC} = mes\widehat{A'B'C'}$

Exercices de fixation

Exercice 1

$mes\ \widehat{ABC} = mes\widehat{A'B'C'} = 58°$, l'image de l'angle $\widehat{ABC}$ est l'angle $\widehat{A'B'C'}$ car deux angles symétriques par rapport à une droite ont la même mesure.

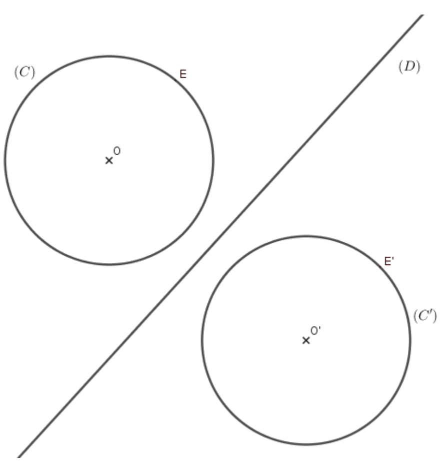
Exercice 2



4. Images d'un cercle par une symétrie orthogonale

Activité

1. Voir figure
2. Voir figure



3. $OE = O'E'$

4. L'image du cercle (C) par la symétrie orthogonale d'axe (D) est un cercle (C') de meme rayon que le cercle (C) .

Exercices de fixation

Exercice 1

$JB' = IB = 3\ cm$ car L'image d'un cercle par une symétrie orthogonale est un cercle de même rayon d'où (C) et (C') ont le même rayon.

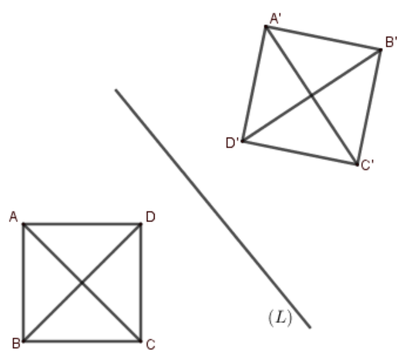
Exercice 2
1er cas : non
2ieme cas : oui
3ieme cas : non

5. Images de deux droites parallèles ou perpendiculaires par une symétrie orthogonale

Activité

Erratum : Dans l'énoncé de l'activité à la page 174, c'est plutôt : ABCD est un carré au lieu de (C) est un cercle de centre O.

1. Voir figure



2.

$AB = A'B'$car les segments $[AB]$ et $[A'B']$ sont symetriques par rapport à la droite (L).

De même$BC = B'C'$, $CD = C'D'$ et $AD = A'D'$ donc $A'B'C'D'$ est donc un carré.

3.

$S_{(L)}$	
A	A’
B	B’
C	C’
D	D’
(AD)	(A’D’)
(BC)	(B’C’)
(AC)	(A’C’)
(BD)	(B’D’)

4. A’B’C’D’ est un carré

5. (AD) et (BC) sont parallèles, leurs images respectives (A’D’) et (B’C’) sont également parallèle car $A'B'C'D'$ est un carré.

6. (AC) et (BD) sont perpendiculaires, leurs images respectives (A’C’) et (B’D’) sont perpendiculaires car $A'B'C'D'$ est un carré.

Exercices de fixation

Exercice 1

$S_{(\Delta)}$	
A	I
B	J
E	K
F	M
(AB)	(IJ)
(EF)	(MK)

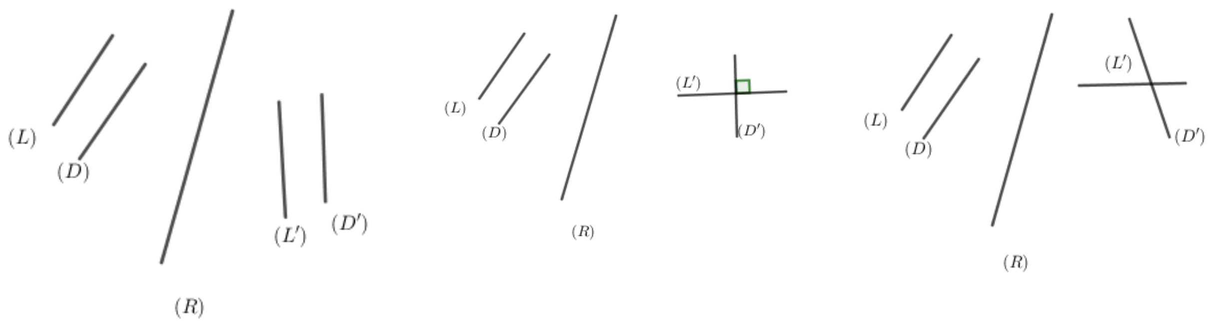
1) On sait que (AB) // (EF) donc

(IJ)//(MK) parce que par une symétrie orthogonale, deux droites parallèles ont pour image deux droites parallèles.

2) On sait que (AB) ⊥ (AF) donc

(IJ) ⊥ (MI) parce que par une symétrie orthogonale, deux droites perpendiculaires ont pour image deux droites perpendiculaires.

Exercice 2



Oui ☒ Non☐ Oui ☐ Non☒ oui ☐ non☒

Activités 4 Translation

1. Définition et notation

Activité

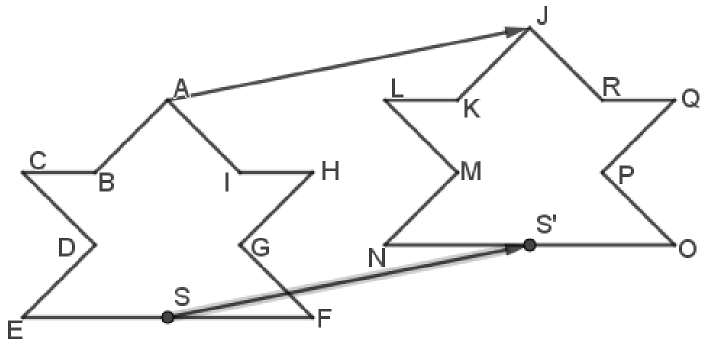
1. Voir figure

2.

$t_{\overrightarrow{AJ}}$	
B	K
C	L
D	M
E	N

3. A chaque point du plan correspond une unique image par conséquent cette correspondance est une application.

3. Voir figure



Exercices de fixation

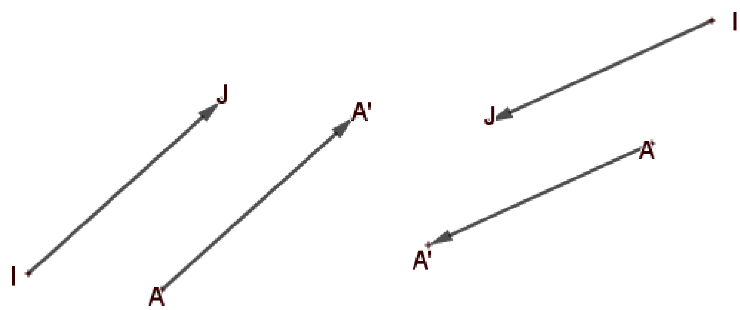
Exercice 1

1B

2C

3C

Exercice 2



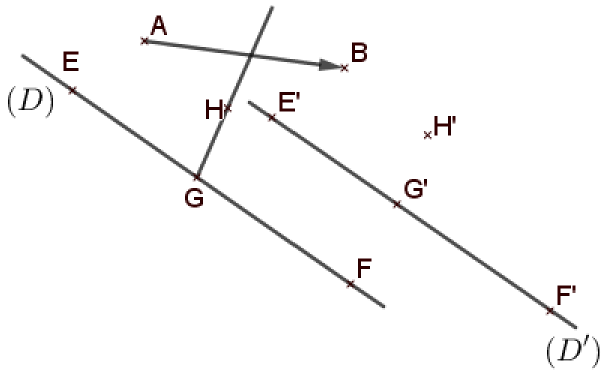
Exercice 3

$t_{\overrightarrow{AJ}}$	
A	J
C	L
F	O
H	Q

E	N
G	P

2. Images de figures simples (droite, segment, angle, point) par une translation

Activité



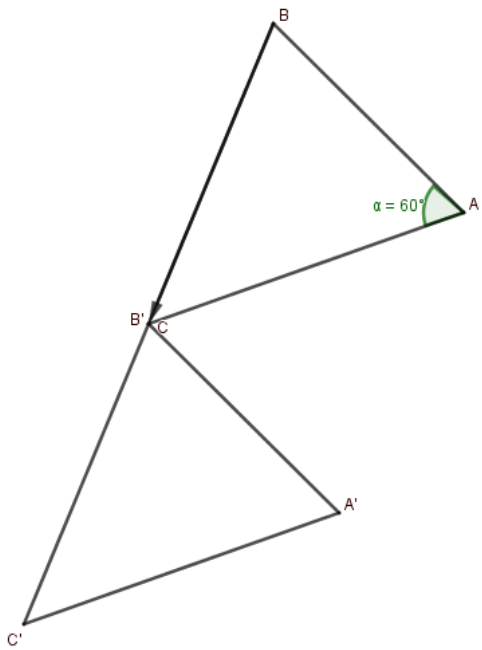
1et 2. Voir figure
3. Les points E', G', F sont alignés. L'image de la droite (D) est la droite (D')
4. (D)et(D') sont paralleles
5. L'image du segment $[EF]$ par la translation t de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le segment $[E'F']$.
6. $EF = E'F'$.
7. Le point I' est le milieu du segment $[E'F']$.
8. L'image de l'angle $\widehat{EGH}$ par la translation t est l'angle $\widehat{E'G'H'}$
9. $mes\ \widehat{EGH} = mes\ \widehat{E'G'H'}$.

Exercices de fixation

Exercice 1

A ∈ (BC) donc les points A, B et C sont alignés.
D, E et F sont les images respectives des points A, B et C par une translation de vecteur $\overrightarrow{IJ}$ par consequent D, E et F sont également alignes car par une translation Des points alignés ont pour images des points alignés.

Exercice 2

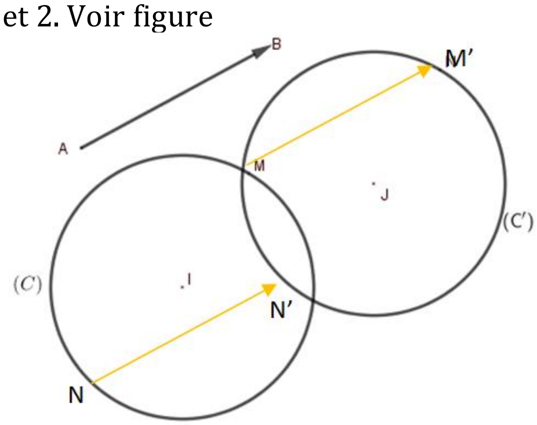


$mes\ \widehat{B'A'C'} = mes\ \widehat{BAC} = 60°$car par une translation Un angle a pour image un angle de même mesure.

3. Image d'un cercle par une translation

Activité

1 et 2. Voir figure



3. $JN = 3$car le segment $[JN]$ est l'image du segment $[IM]$ pae la translation de vceteur $\overrightarrow{AB}$donc$JN = IM = 3$.
4. Voir figure.
5. a) Voir figure
   b) M' ∈ (C ').

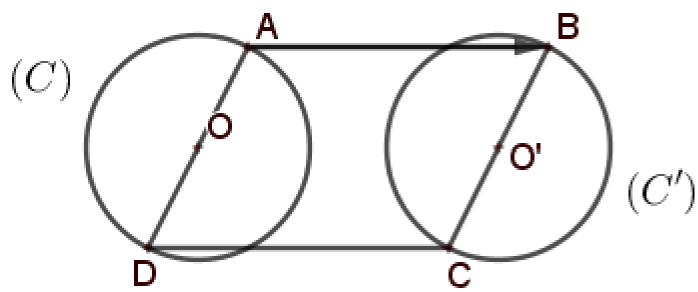
$IM = 3$

$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{II'} = \overrightarrow{AB}$ donc $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{II'}$ ainsi

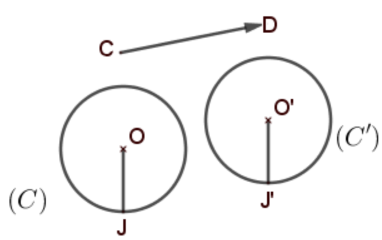
$\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IM'} = \overrightarrow{II'}$ et $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{M'I} + \overrightarrow{II'} = \overrightarrow{M'I'}$
Enfin MI = MI' = 3
6. a) Voir figure
b)N'∈ (C '). De $\overrightarrow{NN'} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{II'} = \overrightarrow{AB}$ on a : $\overrightarrow{NN'} = \overrightarrow{II'}$
$\overrightarrow{NI} + \overrightarrow{IN'} = \overrightarrow{II'}$; $\overrightarrow{NI} = \overrightarrow{N'I} + \overrightarrow{II'} = \overrightarrow{NI'}$ soit NI = N'I'
7. L'image du cercle (C) par la translation par t du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le cercle (C') de rayon 3.

Exercices de fixation

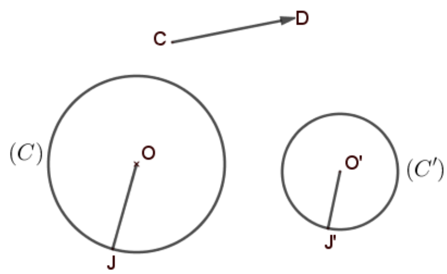
Exercice 1



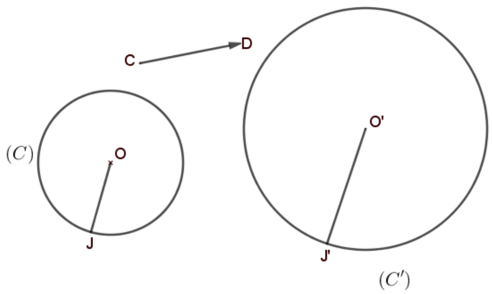
Exercice 2



Vrai ☒ faux ☐



Vrai ☐ Faux ☒



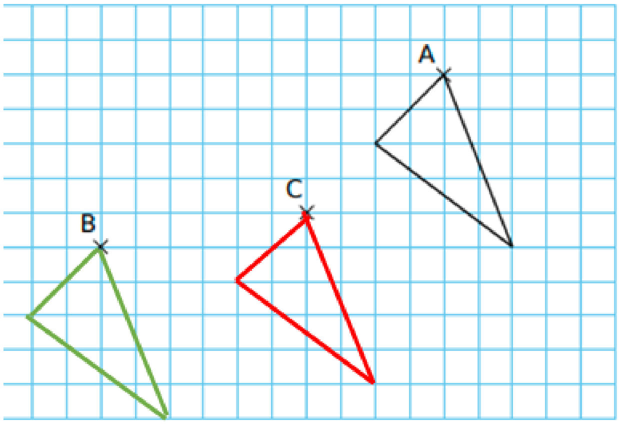
Vrai ☐ Faux ☒

Exercice 3

(C')est u cercle de rayon 3 cm car Par une translation, Un cercle a pour image un cercle de même rayon or (C') image du cercle (C) par la translation de vecteur $\overrightarrow{EF}$.

Exercices de renforcement

1



2

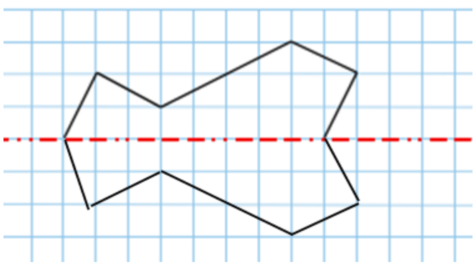
1.

SM = RE et SP = RV

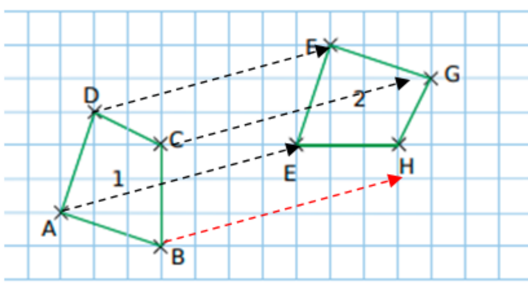
2. SM et RE ont même milieu.

3. l'image des point P, A et G sont respectivement V, B et Z donc mes $\widehat{VBZ}$ =45°.

3



4



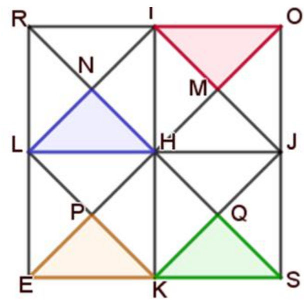
1. Non car $\overrightarrow{AE} \neq \overrightarrow{BH}$

2. Non car Les segments [AE] et [BH] n'ont pas le même milieu

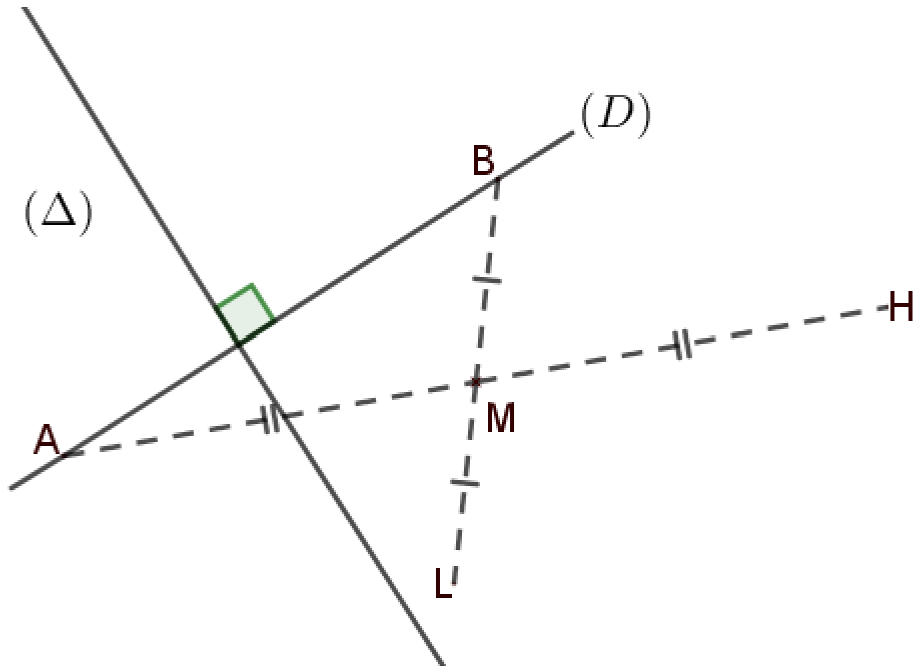
5

On a : mes $\widehat{EFD} = 110°$; mes $\widehat{FED}$ = mes $\widehat{FDE} = \frac{180-110}{2} = 35° =$

6



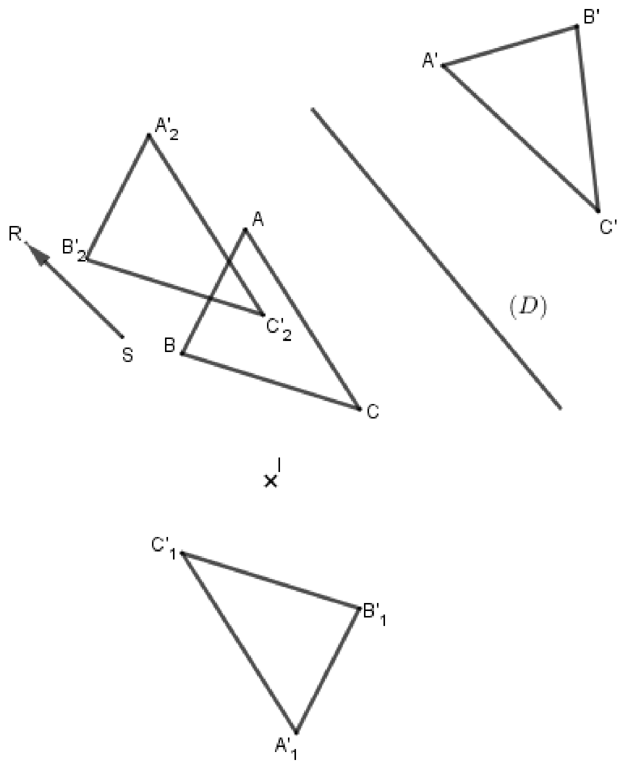
7



1. L'image de la droite (AB) par la symetie centrale de centre M est la droite (HL) par conséquent (AB) et (HL) sont paralleles car deux droites symetriques par rapport à un point sonr paralleles.

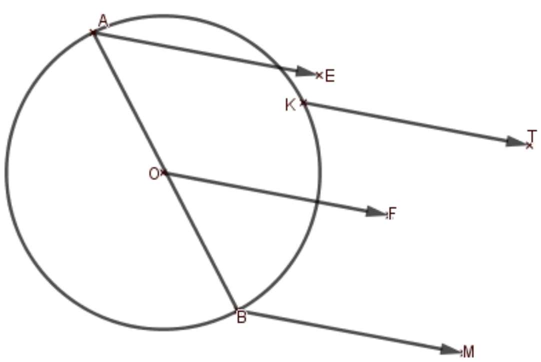
2. (Δ)est perpendiculaire à (AB) or(AB) et (HL) sont paralleles par conséquent (HL) et (Δ) sont perpendiculaires car deux droites etant paralleles toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

8



9

1.



2.

$t_{\overrightarrow{OF}}$	
A	E
O	O
B	M

A,O et B sont alignés par conséquent leurs images respectives E,F et M par la translation de vecteur $\overrightarrow{OF}$ sont alignés.

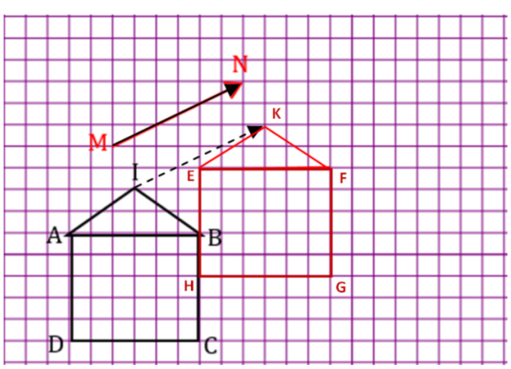
3.

$(KB) \perp (AK)$car le triangle AKB est rectangle en K.

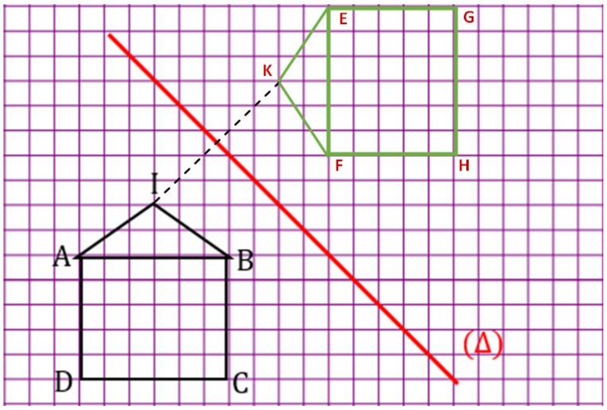
$t_{\overrightarrow{OF}}$	
K	T
B	M
(KB)	(TM)
(AK)	(ET)

$(KB) \perp (AK)$donc(TM)$\perp$ (ET) car par la translation deux droites perpendiculaires ont pour image deux droites perpendiculaires.

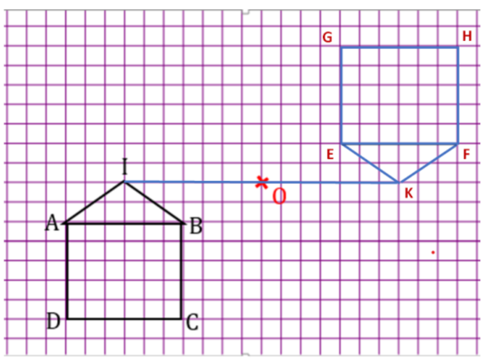
10



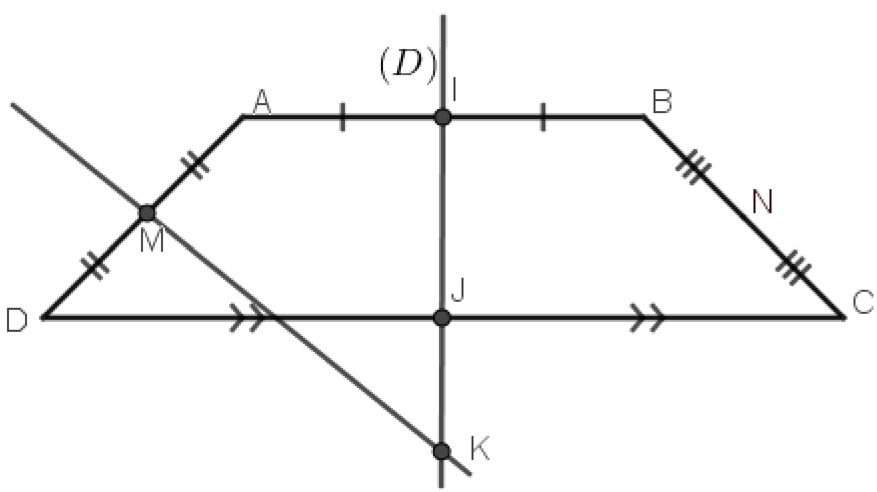
11



12



13



On peut remplacer la droite (D) par la droite (L) pour ne pas confondre la droite (D) et le point D.

1) Comme (L) est la médiatrice de [AB] et [DC] alors on a :

$S_{(L)}$	
A	B
D	C
[AD]	[BC]

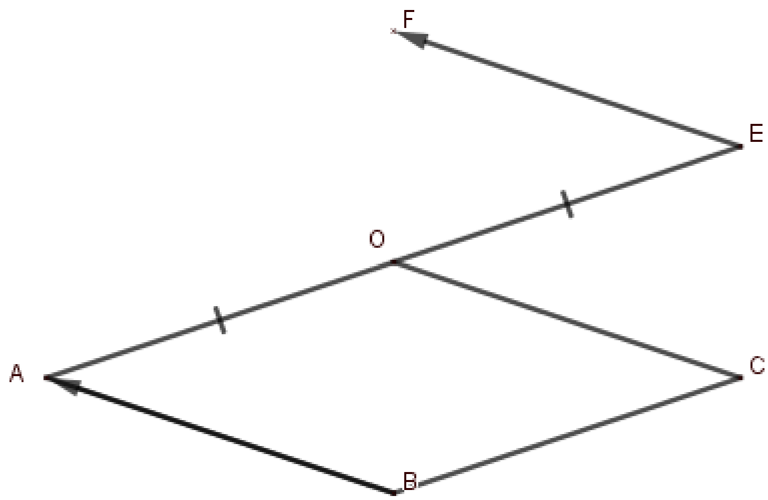
Donc l'image du milieu de [AD] par $S_{(L)}$ est le milieu de l'mage de [AD].
Comme N est le milieu de [BC] alors
L'image de M par la symétrie orthogonale d'axe (L) est le point N.
2)

$S_{(L)}$	
A	B
B	A
C	D
D	C
K	K
M	N
(BC)	(AD)
(MK)	(NK)

Je sais que (BC) // (MK) donc (AD) // (NK) parce que par une symétrie orthogonale, deux droites parallèles ont pour image deux droites parallèles.

14

1. Voir figure



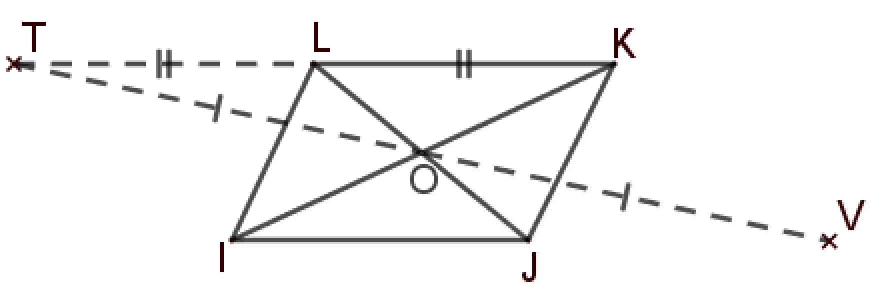
2. L'image de B par O est le point F donc les points B, O et F sont alignés. ABCO est un losange donc $(AC) \perp (OB)$ par conséquent $(AC) \perp (OF)$.

Exercice 2

1. Voir figure

Exercice 3

1. Voir figure
2. Voir figure



3.

Exercice 4

Exercice 5

1. Voir figure

Exercice7

3.

Exercice 8

1. Voir figure.
2.

$S_{(AC)}$	
A	A
B	I
D	J
(AB)	(AI)
(CD)	(CJ)
$\widehat{CBA}$	$\widehat{CIA}$

3.

$\widehat{CIA}$est l'image de $\widehat{CBA}$ par la symétrie orthogonale d'axe (AC)par conséquent $mes\ \widehat{CIA} = mes\ \widehat{CBA} = 100°$.

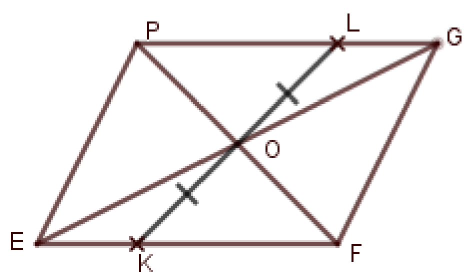
4.

$ABCD$est un parallelogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

L'image du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par la symétrie orthogonale d'axe (AC) est le vecteur $\overrightarrow{AI}$.
L'image du vecteur $\overrightarrow{DC}$ par la symétrie orthogonale d'axe (AC) est le vecteur $\overrightarrow{JC}$.
$ABCD$est un parallelogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{JC}$.
D'où $AICJ$ est un parallelogramme.

Exercice 9

1. Voir figure.
2. Voir figure.



3.

S_O	
K	L
E	G
F	P

4.

Kest un point de la droite (EF) donc K,E et F sont alignés.

L, P et G sont alignés car images respectives de K, E et F par la symétrie centrale de centre O.

Exercice 10

1. Voir figure.
2.

$S_{(D)}$	
A	A
B	E
C	H

Les images respectives de (AB) et (AC) par la symétrie orthogonale d'axe (D) sont (AE) et (HE) or $(AB) \perp (AC)$ par conséquent $(AE) \perp (HE)$.

3.

$S_{(D)}$	
M	M
B	E
C	H

Mest un point de la droite (BC) donc M,B et C sont alignés.

M,E et H sont alignés car images respectives de M,Bet C par la symétrieorthogonale d'axe (D).

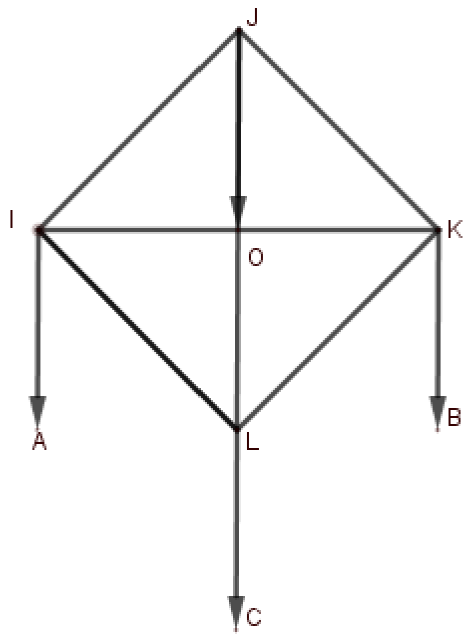
4.

$S_{(D)}$	
A	A
C	H

$AC = AH$

Exercice 11

1.



2.

L'image de J par $t_{\overrightarrow{JO}}$ est le point O.

3.

AOBC est carrée car image du carré IJKL par la translation du vecteur $\overrightarrow{JO}$.

Exercice 12

1. le centre de symétrie de cette figure est le point S.
2. $AC = ZD = 5{,}1cm$car les deux segments sont symétriques par rapport au point S.
3.

Point	R	S	A
Symétrique	I	S	Z

Le triangle ISZ car image du triangle équilatéral RSA par la symétrie centrale de centre S.

4.

ETR est un triangle isocele car image du triangle isocèle VJI par la symetrie centrale de centre S.

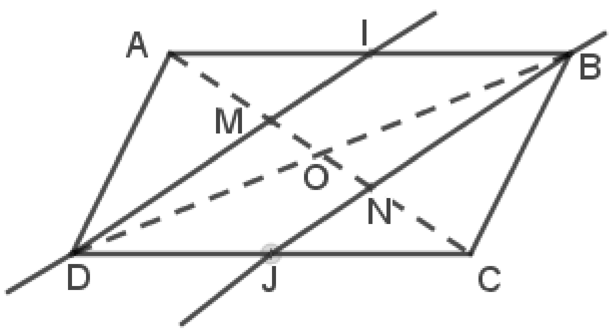
5. $mes\ \widehat{ERT} = mes\ \widehat{VIJ} = 70°$.

Exercice 13

Voir exo 10

Exercice 14

1.



$S_{(D)}$	
A	C
B	D
I	J

2.

S_O	
(AC)	(AC)
(DI)	(BJ)

M est le point d'intersection des droites (AC) et (DI) parconséquent son image le point N est le point d'intersection des droites (AC) et (BJ) donc $S_O(M) = N$.

3.

S_O	
A	C
M	N

On en déduis du tableau de correspondance suivant $\begin{cases} S_O([AM]) = [NC] \\ AM = NC \end{cases}$ (*)

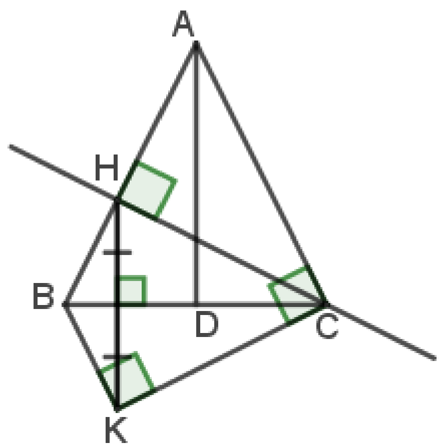
On considère le triangle ANB. Dans ce triangle $M \in (AN)$, I milieu de $[AB]$ et $(ID) // (BN)$ (IBJD est un paralelogramme et $N \in BJ$) donc M est le milieu de $[AN]$ (DROITE DES MILIEUX)

$AM = MN$ (**).

De (*) et (**) on en déduit que $AM = MN = NC$.

Exercice 15

1. Voir figure



2. ABC est un triangle isocèle en A donc la droite (AI) est la mediatrice du segement $[BC]$.

De plus $IB = IC$ donc $S_{(AI)}(C) = B$.

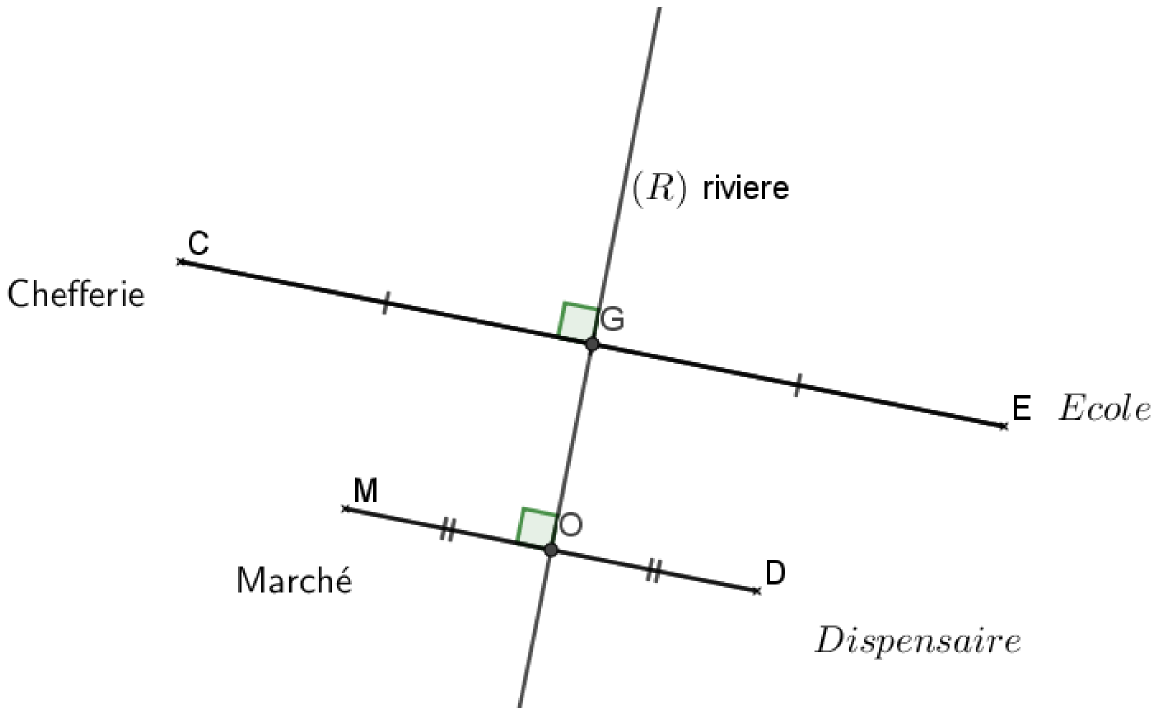
$J \in (AI)$Donc$S_{(AI)}(J) = J$.

On en déduit alors que le symétrique de (JC) par rapport à (AI) est (JB).

3. Voir figure
4. (CH)et(BH) sont perpendiculaires donc leur symetriques respectives (CK) et (BK) par rapport à (BC)sont perpendiculaires.

<u>Situation D'évaluation</u>

1. Le segment $[DE]$ est l'image du segment $[CM]$ par la symétrie orthogonale d'axe (R) par conséquent$DE = CM = 4km$.
2. Voir figure
3. Voir figure


(R) riviere
C
Chefferie
G
E Ecole
M
O
Marché
D
Dispensaire

Leçon 8

Perspective cavalière

Situation d'Apprentissage

Faire deux lectures de la situation d'apprentissage par deux apprenants.
Recenser et expliquer les données pertinentes.
Poser les questions suivantes :

Question/Consignes pour dérouler la situation	Réponse attendue
De quoi parle ce texte ?	De la fascination de Yao pour un immeuble
Que veut faire Yao	Représenter un des immeubles
De quelle difficulté est-il confronté ?	Il ne sait pas comment s'y prendre
Qu'est ce qu'il décide de faire ?	S'informer sur la perspective cavalière

Pour nous informer sur la perspective cavalière, nous allons travailler ensemble selon le plan suivant :
1) Présentation et vocabulaire
2) Règles de la perspective cavalière
3) Représentation des solides en perspective cavalière

Installation des habiletés

Activités 1 **Présentation et vocabulaire**

Activité

1. Les rectangles qui ne sont pas déformés sont ABCD et EFGH.

2. les rectangles DCGH, BFGC, AEHD et ABFE sont déformés

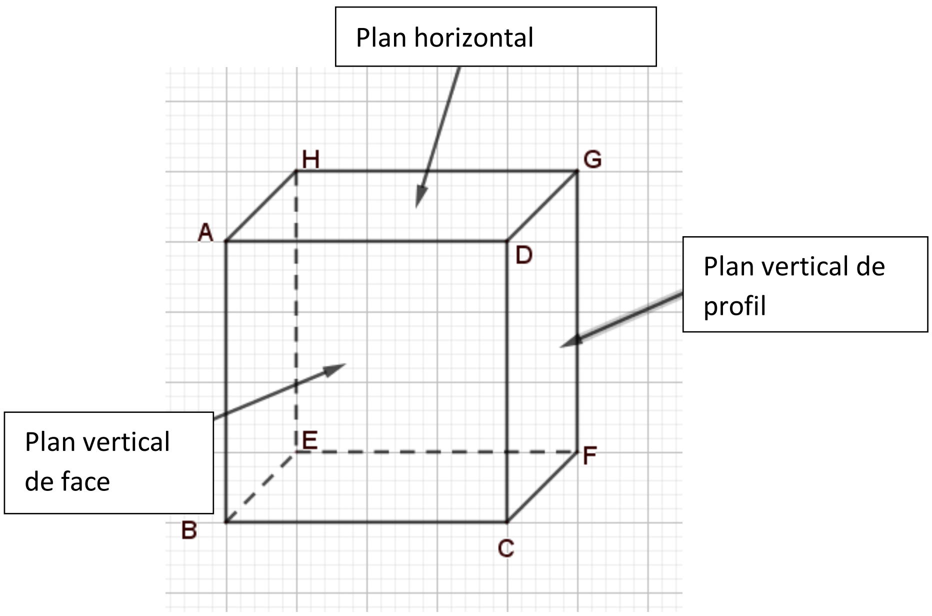
3. Le parallélogramme ABFE.

Exercices de fixation

Exercice 1

	Figure 1	Figure 2	Figure 3
Plan vertical de face	ABCD EFGH	ABC EDF	ABCD EHGF
Plan vertical de profil	CFGD ABEH	BCFE ADFC	CEFB DHGA
Plan horizontal	ADGH BCFE	ABED	ABFG DCEH

Exercice 2



Activités 2 Règles de la perspective cavalière

Activité

1- Le solide sur la figure 2 est un cube.

2-

a. Le savon a 6 faces (ici il s'agit de la description pas les élèves et du nombre de faces. Le professeur doit envoyer un savon de forme cubique)

b. Elle représente des carrés.

3-

a. ABCD, EFGH, AHBE, CDGF, BEFC, AHGD.

b. Carré : ABCD, EFGH ; parallélogramme : AHBE, CDGF, BEFC, AHGD.

4- Celles qui sont déformées : AHBE ,CDGF ,BEFC ,AHGD. Elles se trouvent dans le plan vertical de profil et dans le plan horizontal.
5- Celles qui n'ont pas subi de déformation : ABCD, EFGH. Elles se trouvent dans le plan vertical de face.
6- Elle ne sont pas visible et sur la photo on ne les voit pas.
7- Les arêtes ont la même longueur.
8- Les arêtes perpendiculaires au plan de face verticale de la figure 1 ont été réduites sur la figure 2 et ne sont plus perpendiculières.
9- L'angle sur la figure 1 qui était un angle droit ne l'est plus sur la figure 2.

Exercices de fixation

Exercice 1

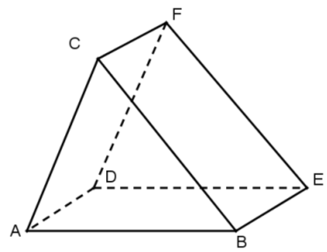
1. Les arêtes à support parallèles sur l'objet sont représentées par des supports à segments perpendiculaires sur le dessin (Faux)

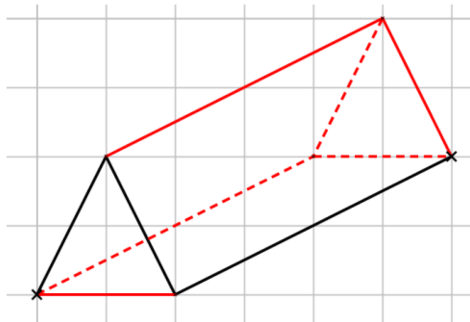
2. Les arêtes cachées sont représentées par des traits plein sur le dessin (Faux)

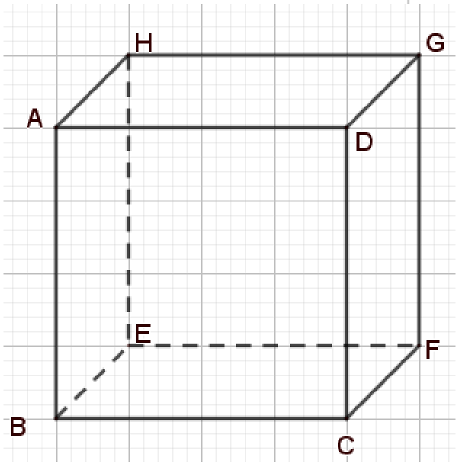
3. Toute face de l'objet située dans un plan vertical de face est représentée sans déformation (Vrai)

4. Le coefficient de réduction est un nombre réel plus grand que 1 (Faux)

Exercice 2







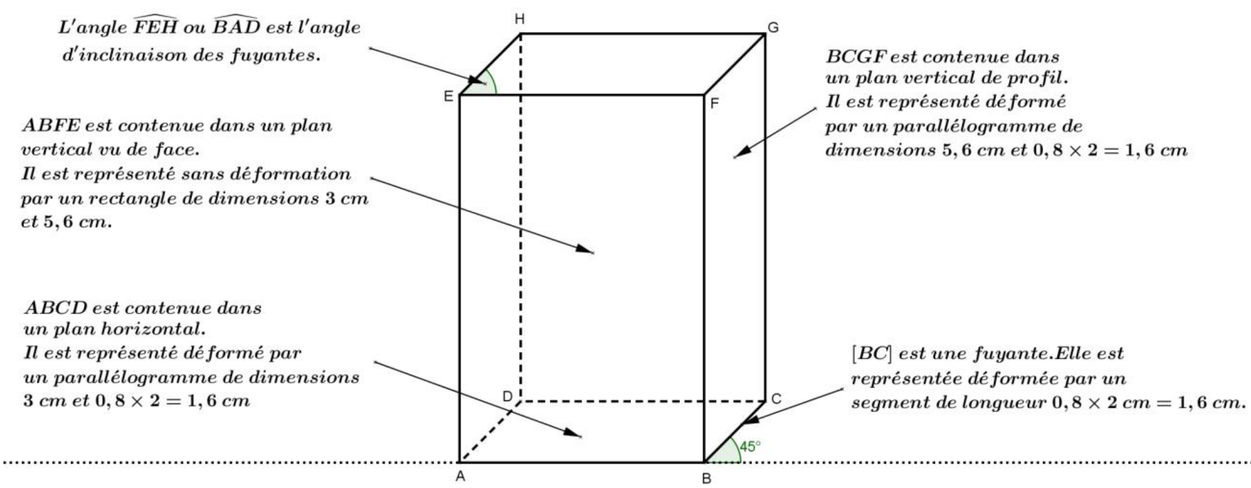
Exercice 3

Fuyante		Coefficient de reduction
Longueur réelle	Longueur sur le schema	
8cm	4,8 cm	0.6
30 cm	15 cm	0.5
20 cm	10cm	0.5

Activités 3 **Représentation de solides usuels en perspective cavalière**

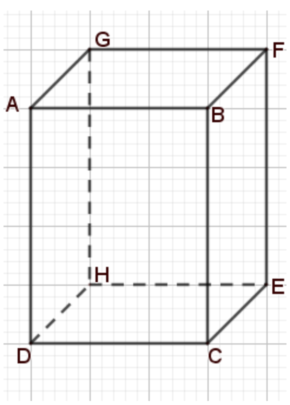
3.1 Représentation d'un pavé droit en perspective cavalière

Activité

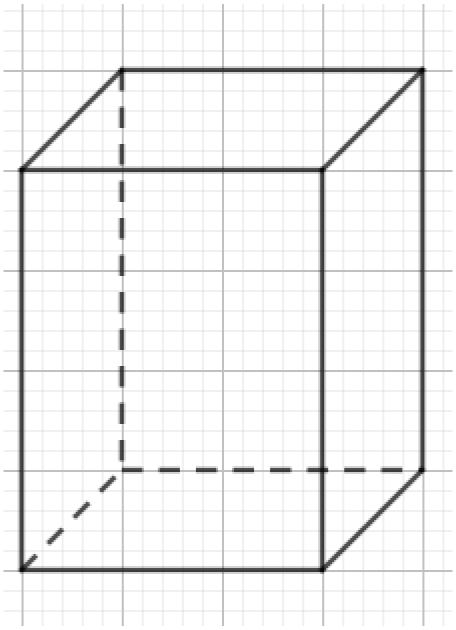


Exercices de fixation

Exercice 1

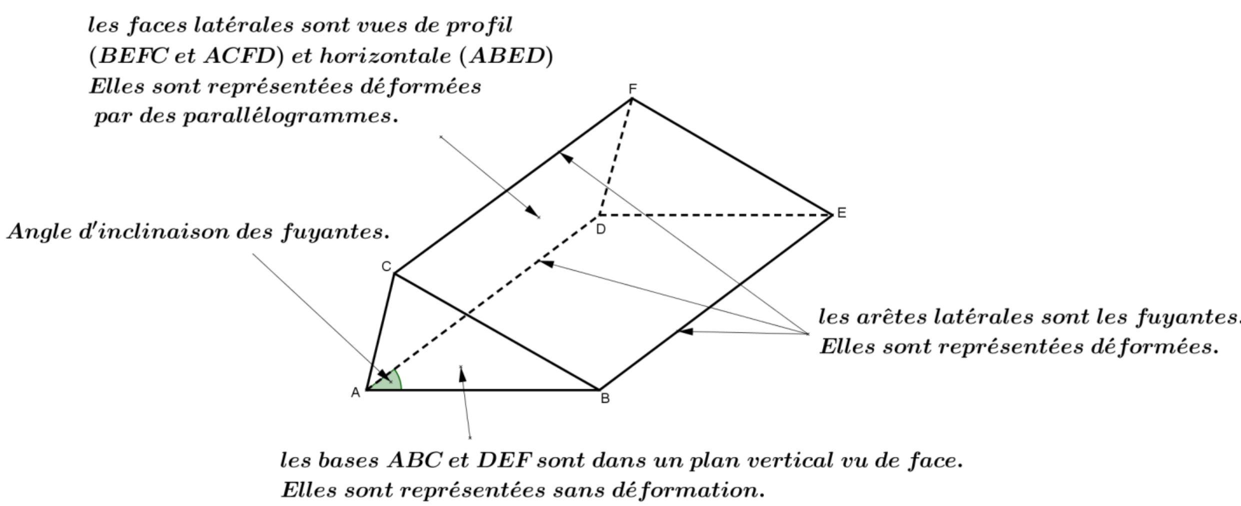


Exercice 2



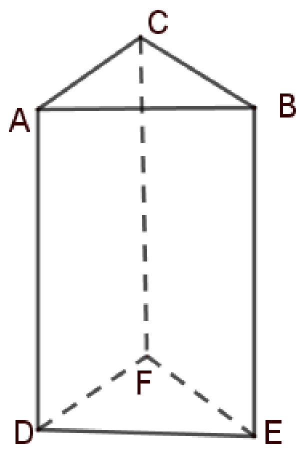
3.2 Représentation d'un prisme droit en perspective cavalière

Activité



Exercices de fixation

Exercice 1



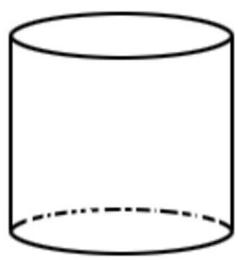
Exercice 2

Voir exercice précédent

3.1 Représentation d'un cylindre droit en perspective cavalière

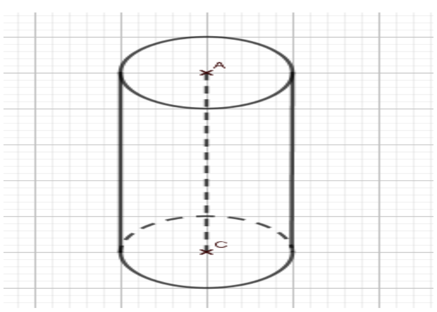
Activité

1. Ce sont des disques
2. Cylindrique (On peut accepter : rectangulaire lorsqu'il est déroulé).
3. Voir figure

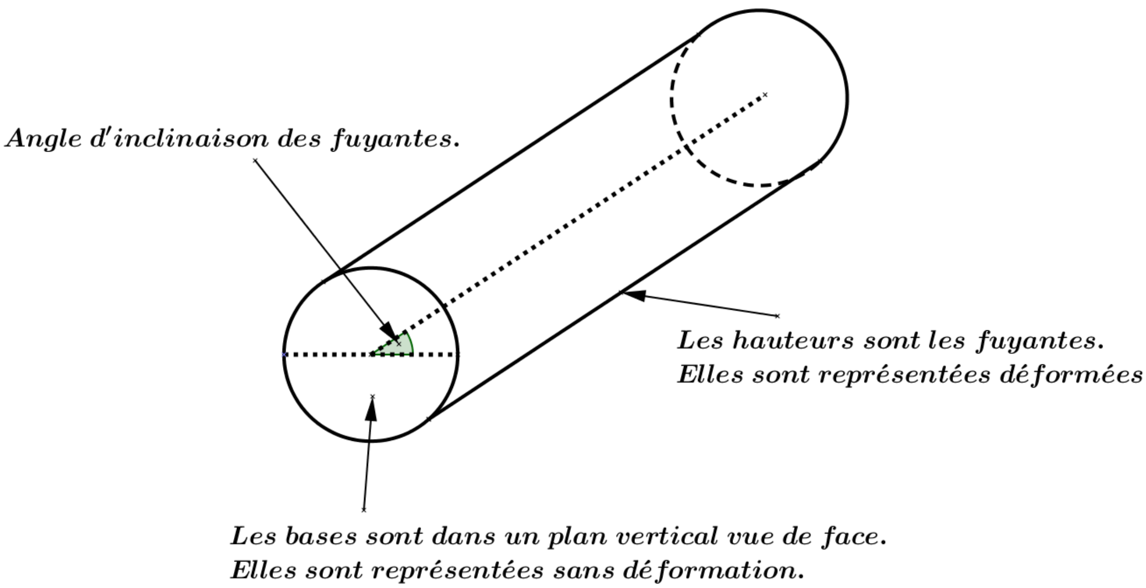


Exercices de fixation

Exercice 1



Exercice 2



Exercices de renforcement

1

- La représentation ci-dessus est une représentation en perspective cavalière
- Le parallélépipède rectangle possède 6 faces qui sont toutes des rectangles (exemple ABCD)
- Il possède 12 arêtes (exemple d'arête [AB])
- Les arêtes en pointillés sont les arêtes non visibles [EH], [HD], [HG] et les arêtes en traits continus sont les arêtes visibles
- Il possède 8 sommets (exemple de sommet A)
- La mesure réelle de l'angle $\widehat{EHG}$ est égale à 90°
- La face ADHE est opposé à la face BCGF

2

1. [AB] est un arête
2. HEFG est une face

3. H est un sommet

3

1. Deux faces AEHD et BFGC
2. Deux faces AEFB et DHGC
3. Deux faces EFGH et ABCD.

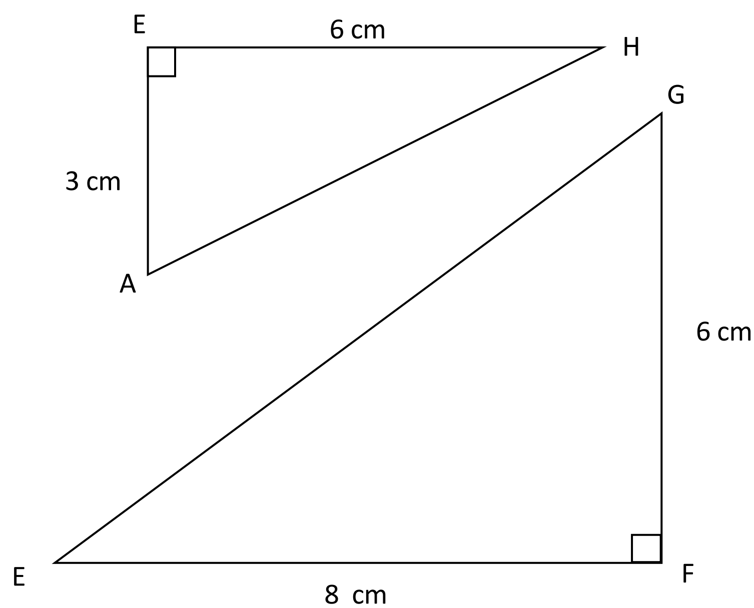
4

1. [HE] ; [HG] et [HD]
2. [EF] ; [AB] et [DC]
3. BCGF et ABCD.

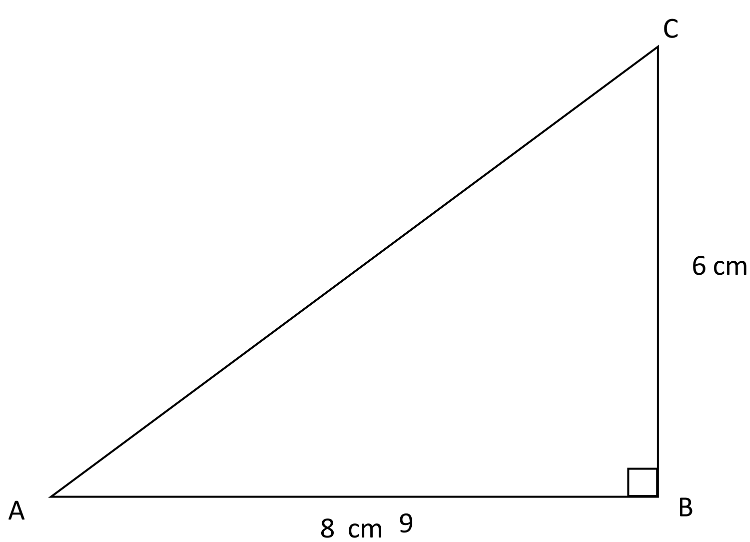
5

1.

2.



3.



6

1. Le solide ABCDEF est un prisme droit il est représenté en perspective cavalière.

2. Les triangles ABC et DEF sont les bases du prisme droit. Elles sont parallèles.

3. Les segments [CF], [AD] et [BE] sont les arêtes latérales de ce solide.

4. Les quadrilatères BEDA, ADFC et BEFC sont les faces latérales de ce prisme droit.

7

La figure ci-dessous représente un cylindre, il est représenté en perspective cavalière.

Il possède deux bases qui sont des disques.

8

1. vrai
2. Faux
3. Faux
4. vrai
5. Vrai
6. vrai

9

1. ABFE et DCGH
2. ABFE
3. EFGH
4. ABFE et DCGH
   ADHE et BCGF
   ABCD et EFGH
5. 45°
6. 60%
7. [BC], [AD] et [FG]
8. (AE) et (BF)

10

1- $AD = 2cm$

$\frac{AD}{AB} = \frac{2}{4} = 0.5$

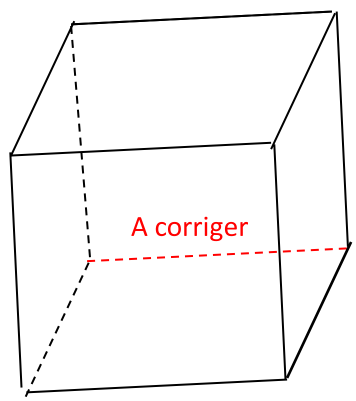
2-

$\alpha = mes\ \widehat{BAD} = 45°$.

3-

$ABFE$ est un carré de coté 4 cm : VRAIE
Certaines arêtes ne sont pas visibles : VRAIE
(EH) et (FG) sont parallèles : VRAIE
$\widehat{BAD}$ est un angle droit et $AD = AB$: FAUX ($mes\widehat{BAD} = \alpha\ et\ AD = kAB$

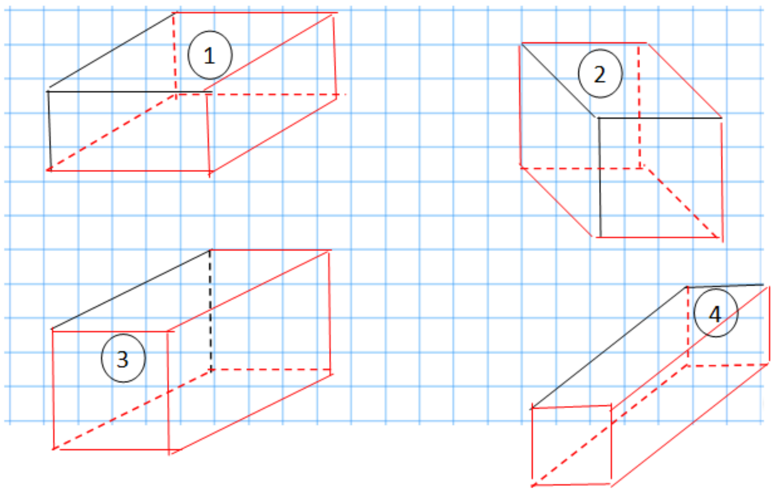
11



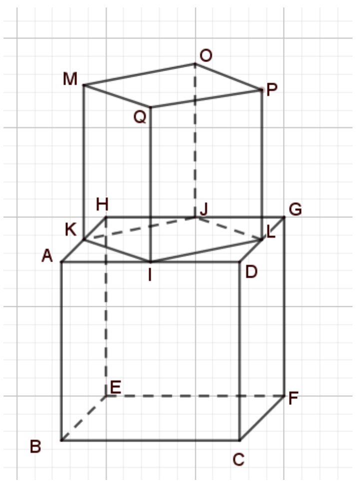
12

3

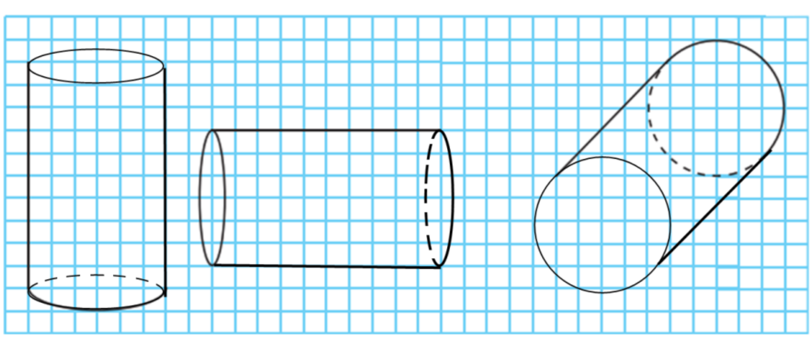
4



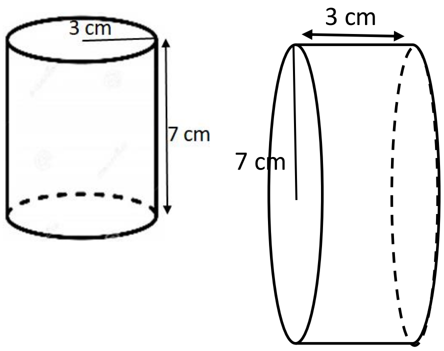
13



14



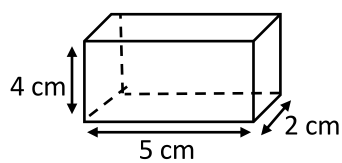
15



16

1- $mes\ \widehat{BAE} = 40°$.
2- Réalité $= 4.5$
Sur le dessin $=1.5$
Coefficient de réduction $k = 0.3$

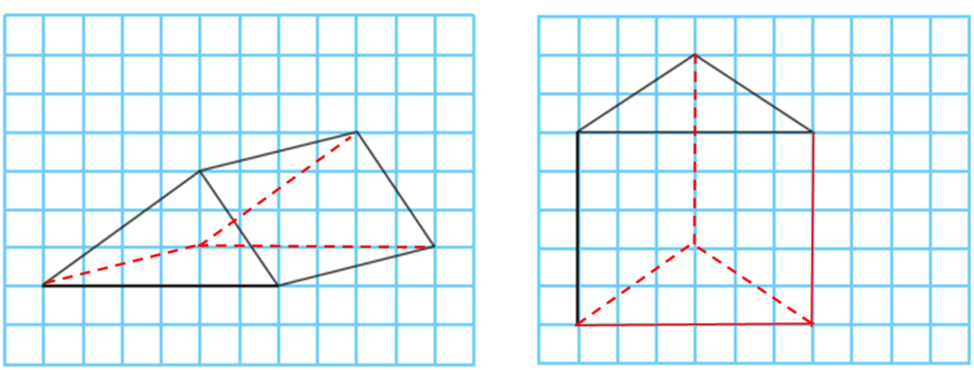
17



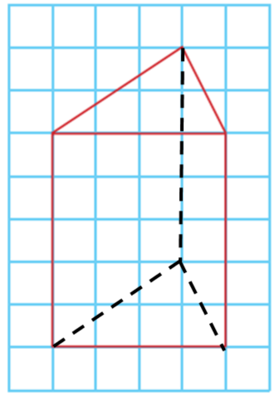
18

- Le solide ABCDEF est un prisme droit
- ses bases sont les deux triangles superposables ABC et DEF.
- ses faces latérales sont les trois rectangles **ABED, ACFD et CBEF**.
- Sa hauteur est le longueur AD et aussi BE et CF.

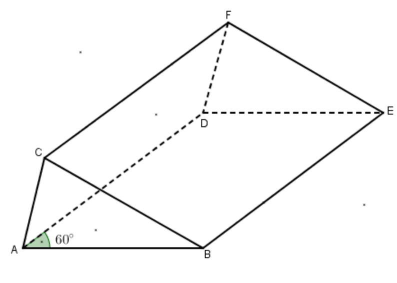
19



20



21



22

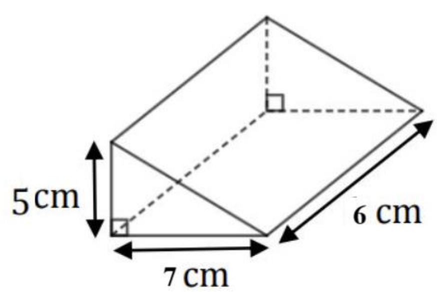
1.

Plan frontal : ADFC
Plan horizontal : ABC et DEF
Plan de profil : ABDE

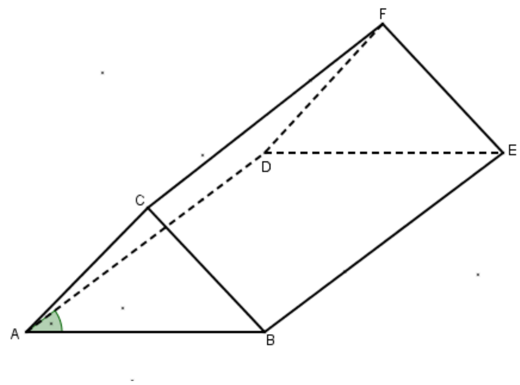
2.

Mesure réelle de l'arête fuyante $=\frac{mesure\ sur\ la\ representation}{coefficient\ de\ reduction}=\frac{2}{0.4}=5cm$

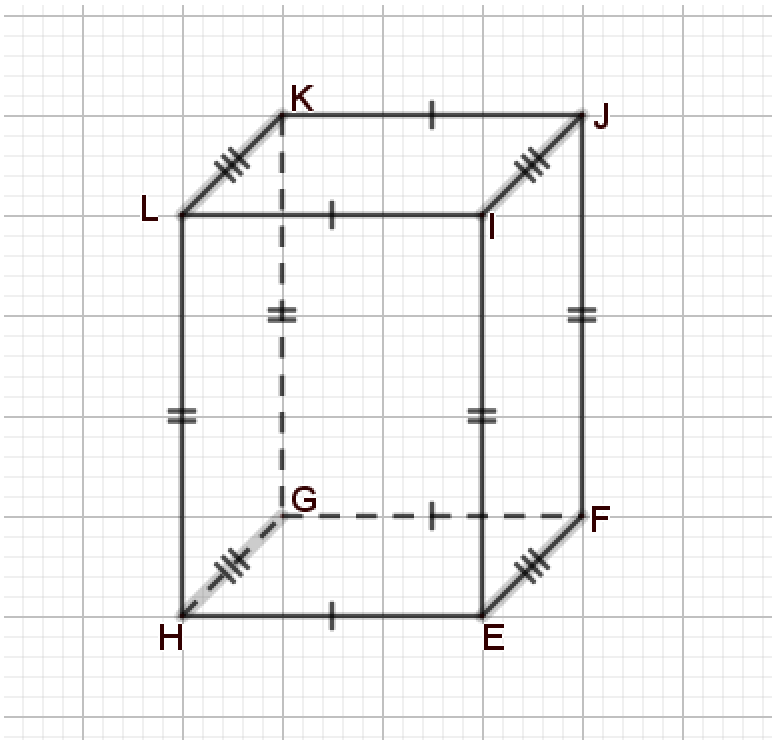
23



24



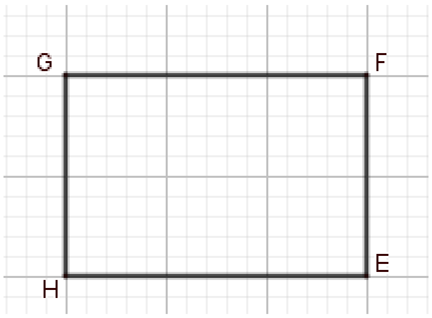
25

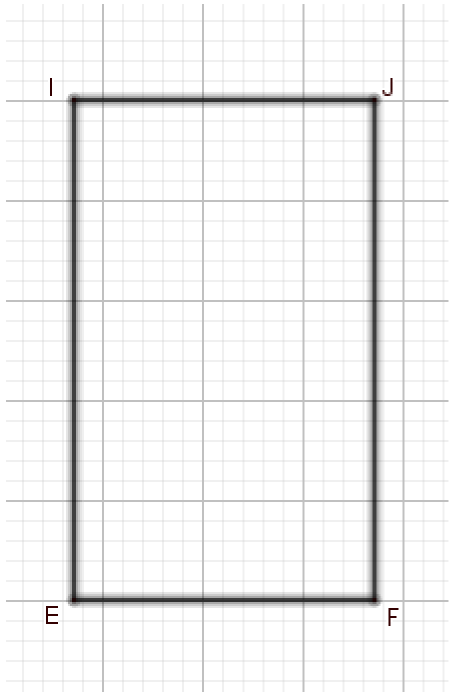


1-

Arete	$[HG]$	$[FJ]$	$[IL]$	$[GK]$	$[IJ]$	$[JK]$
Longueur en cm	3	6	4	6	3	4

2-





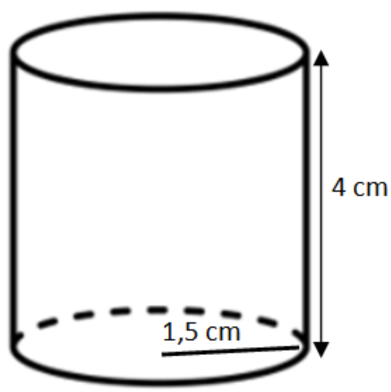
3- EFI est un triangle rectangle en E donc d'après la propriété de Pythagore on a :

$IF = 6{,}7$

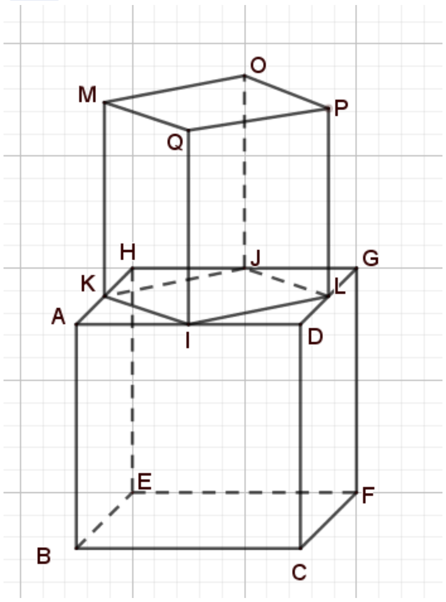
26

Faire la figure

27

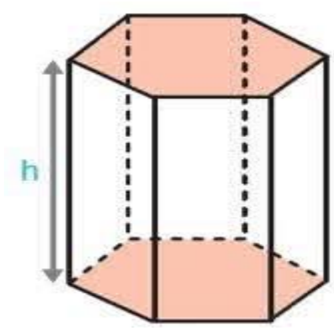


28

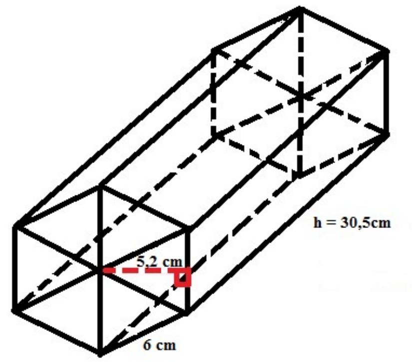


29

1-



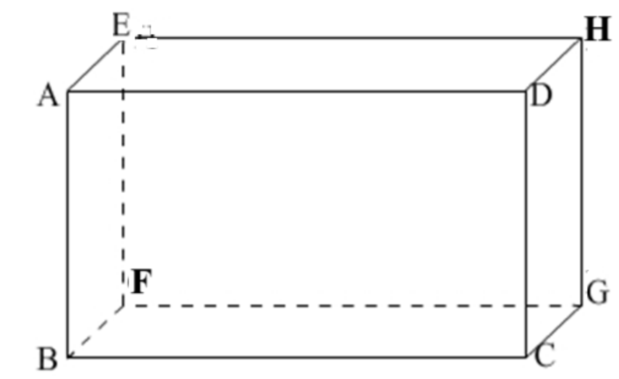
2-



30

1. Coefficient de réduction $\frac{3}{4} = 0{,}75$

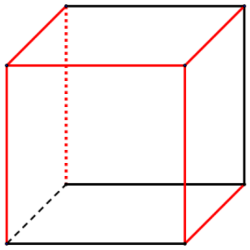
2. L'angle de fuite $35°$



Situations d' évaluation

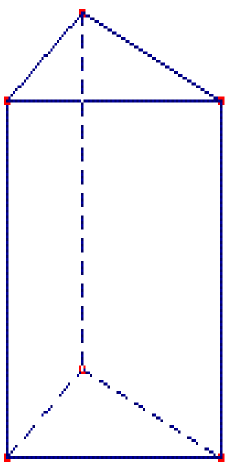
31

1. **$0{,}5 \times 6 = 3$ Donc le rapporteur a raison.**
2.



32

1-



2-

$Aire\ laterale = perimetre\ d'une\ base \times hauteur$

$Aire\ laterale = 80(23 + 48 + 53)$

$Aire\ laterale = 9920\ m^2$.

3-

Déterminons le nombre de carreaux qu'il lui faut : 9920/2=4960 carreaux

Prix total : 4960× 1000 = 4.960.000 FCFA.

Monsieur N'guessan aura suffisament d'argent pour embelir son immeuble car il possede 5.000.000 FCFA qui est superieur au prix d'achat des carreaux.