Leçon 4

SUITES NUMÉRIQUES

SITUATION D'APPRENTISSAGE

DEROULEMENT DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE

- A quel moment se déroule la situation ? : En 2022 pendant la recherche de fonds pour organiser la fête de leur promotion.
- Que font les élèves de seconde après avoir obtenu la somme de 300 000 f ? ils envisagent placer cette somme dans une banque.
- Que font-ils pour savoir l'option la plus avantageuse parmi les deux options que le banquier leur propose ? ils sollicitent l'aide des élèves en classe de terminale.
- Que décident de faire les élèves de terminale ? ces élèves décident d'utiliser des outils mathématiques à leur programme pour fournir cette aide.

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Suite arithmétique

1.1. Définition

1. Il gagne 3 points supplémentaires à chaque repas.
2. $u_0 = 5$; $u_1 = 8$; $u_2 = 11$; $u_3 = 14$; $u_4 = 17$; $u_5 = 20$; $u_6 = 23$; $u_7 = 26$; $u_8 = 29$
3. $u_1 = u_0 + r$
4. $u_{n+1} = u_n + r$

Exercices de fixation

Exercice 1-1-1

a) 21 b) 23 c) 9 d) 100

Exercice 1-1-2

1. (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $r = -5$.
2. (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -3$ et de raison $r = 7$.

Exercice 1-1-3

1. Faux 2. Vrai 3. Faux 4. Vrai

Exercice 1-1-4

$u_{n+1} - u_n = 5$ donc (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -4$ et de raison $r = 5$.

1.2. Expression du terme général en fonction de n

1.a) $u_1 = u_0 + r$
b) $u_2 = u_0 + 2r$
c) $u_3 = u_0 + 3r$
d) $u_n = u_0 + nr$
2.a) $u_4 = u_3 + r$
b) $u_4 = u_2 + 2r$
c) $u_4 = u_1 + 3r$
d) $u_n = u_p + (n-p)r$

Exercices de fixation

Exercice 1-2-1

$$u_{25} = u_0 + 25r = 2 + 25 \times 3 = 77$$

Exercice 1-2-2

$$u_n = u_6 + (n-6)r = 12 + (n-6) \times \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}n + \frac{21}{2}$$

Exercice 1-2-3

a) $u_n = -5n + 12$ b) $u_n = 0{,}5n - 6$ c) $u_n = -4n + \frac{26}{3}$ d) $u_n = 1{,}5n + 1{,}5$

1.3. Sens de variation

1.

	$r = 0$	$r < 0$	$r > 0$
u_n	a	$a + r \times n$	$a + r \times n$
u_{n+1}	a	$a + r \times (n+1)$	$a + r \times (n+1)$
Comparaison des termes u_n et u_{n+1}	$u_n = u_{n+1}$	$u_n > u_{n+1}$	$u_n < u_{n+1}$

2. Si $r > 0$, alors la suite (u_n) est croissante.
Si $r < 0$, alors la suite (u_n) est décroissante.
Si $r = 0$, alors la suite (u_n) est constante

Exercices de fixation

Exercice 1-3-1

a) La suite (u_n) est décroissante.
b) La suite (u_n) est croissante.
c) La suite (u_n) est constante .

Exercice 1-3-2

a) La suite (u_n) est décroissante.
b) La suite (u_n) est croissante.

1.4. Somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique

1.

Jour	$1^{er} jour$	$2^{ème} jour$	$3^{ème} jour$	$4^{ème} jour$	$5^{ème} jour$	$6^{ème} jour$	$Total$
Terme	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	$u_1 + \cdots + u_6$
Valeur	25	45	65	85	105	125	450

2. La suite (u_n) est une suite arithmétique car pour avoir le terme u_{n+1} on ajoute 25 au terme u_n. La raison de la suite (u_n) est 20. On a : $u_n = 5 + 20n$.

3.a) On a : $u_1 + \cdots + u_6 = 450$. Le nombre total de boîtes vendues au cours de cette période est 450.

b) $S = 6 \times \frac{u_1+u_6}{2} = 450$. S est le nombre de boîtes vendues durant les 6 jours.

4.a) On a : $u_1 + \cdots + u_3 = 135$

b) $S' = 3 \times \frac{u_1+u_3}{2} = 135$. S' est le nombre de boîtes vendues durant les 3 premiers jours.

5. $S_n = n \times \frac{u_1+u_n}{2}$

Exercices de fixation

Exercice 1-4-1

1. $S = 11 \times \frac{u_0+u_{10}}{2} = 308$
2. $T = 26 \times \frac{u_5+u_{30}}{2} = 2353$

Exercice 1-4-2

1. $S = 36 \times \frac{u_5+u_{40}}{2} = 2268$
2. $T = (n - 5 + 1) \times \frac{u_5+u_n}{2} = (n - 4) \times (2n - 17)$

Exercice 1-4-3

a) $S = 26 \times \frac{u_0+u_{25}}{2} = -962$

b) $S' = 96 \times \frac{u_5+u_{100}}{2} = -15024$

Activité 2 Suite géométrique

2.1. Définition

1.a) Pour passer d'un terme au suivant on le multiplie par 2.

b)

1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048

2.a) 16 et 32 sont deux termes consécutifs de cette suite.

b) $32 = 2\times 16$

3. $v_9 = 256$

4. $v_{n+1} = 2 \times v_n$

Exercices de fixation

Exercice 2-1-1

a) 243 b) 8 c) 7,59375 d) $-\frac{25}{4}$

Exercice 2-1-2

a) et d).

Exercice 2-1-3

On a : $\forall n \in \mathbb{N}, \frac{v_{n+1}}{v_n} = 2$ donc la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $v_0 = 1$.

Exercice 2-1-4

On a : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{1}{5}$ donc la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$ et de premier terme $v_1 = \frac{1}{5}$.

2.2. Expression du terme général en fonction de n

1.a) $u_1 = qu_0$	2.a) $u_4 = qu_3$
b) $u_2 = q^2u_0$	b) $u_4 = q^2u_2$
c) $u_3 = q^3u_0$	c) $u_4 = q^3u_1$
d) $u_n = q^nu_0$	d) $u_n = q^{(n-p)}u_p$

Exercices de fixation

Exercice 2-2-1

$v_n = (\frac{1}{2})^n \times 6$.

$$v_5 = (\frac{1}{2})^5 \times 6 = \frac{3}{16}$$

Exercice 2-2-2 : revois la consigne : Calcule w_8

$$w_8 = 3^{8-2} \times w_2 = 5832$$

Exercice 2-2-3

a) $v_n = (\frac{1}{2})^n \times 10$ b) $v_n = (5)^{(n-2)} \times 12$c) $v_n = (-\frac{3}{4})^{(n-1)} \times \frac{7}{3}$ d) $v_n = (0{,}4)^{(n-11)} \times 0{,}7$

2.3. Sens de variation

	$q > 1$	$0 < q < 1$	$q = 1$	$q \leq 0$
$a > 0$				
u_n	$u_n = a \times q^n$	$u_n = a \times q^n$	$u_n = a$	$u_n = a \times q^n$
u_{n+1}	$u_{n+1} = a \times q^{n+1}$	$u_{n+1} = a \times q^{n+1}$	$u_{n+1} = a$	$u_{n+1} = a \times q^{n+1}$
Comparaison des termes u_n et u_{n+1}	$u_{n+1} - u_n > 0$	$u_{n+1} - u_n < 0$	$u_{n+1} - u_n = 0$	Si n est pair $u_{n+1} - u_n < 0$ Si n est impair $u_{n+1} - u_n > 0$
$a < 0$				
u_n	$u_n = a \times q^n$	$u_n = a \times q^n$	$u_n = a$	$u_n = a \times q^n$
u_{n+1}	$u_{n+1} = a \times q^{n+1}$	$u_{n+1} = a \times q^{n+1}$	$u_{n+1} = a$	$u_{n+1} = a \times q^{n+1}$
Comparaison des termes u_n et u_{n+1}	$u_{n+1} - u_n < 0$	$u_{n+1} - u_n > 0$	$u_{n+1} - u_n = 0$	Si n est pair $u_{n+1} - u_n > 0$ Si n est impair $u_{n+1} - u_n < 0$

Exercices de fixation

Exercice 2-3-1

1. La suite (v_n) est croissante.
2. La suite (v_n) est décroissante.
3. La suite (v_n) est constante.
4. La suite (v_n) est n'est ni croissante, ni décroissante.
5. La suite (v_n) est décroissante.
6. La suite (v_n) est décroissante.
7. La suite (v_n) est croissante.

Exercice 2-3-2

a) La suite (v_n) est croissante.
b) La suite (w_n) est décroissante.
c) La suite (t_n) est décroissante.
d) La suite (r_n) est constante.

Exercice 2-3-3

a) La suite (u_n) est décroissante.
b) La suite (v_n) est décroissante.
c) La suite (w_n) est décroissante.

2.4. Somme des termes consécutifs d'une suite géométrique

1.

Jour	$1^{er} jour$	$2^{ème} jour$	$3^{ème} jour$	$4^{ème} jour$	$5^{ème} jour$	$6^{ème} jour$	$Total$
Terme	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	$u_1 + \cdots + u_6$
Valeur	5	10	20	40	80	160	315

2. La suite (u_n) est une suite géométrique car pour avoir le terme u_{n+1} on multiplie le terme u_n par 2. La raison de la suite (u_n) est 2. On a : $u_n = 5 \times 2^n$.
3.a) On a : $u_1 + \cdots + u_6 = 315$. Le nombre total de colliers vendus au cours de cette période est 315.
b) $S = u_1 \times \frac{1-2^6}{1-2} = 315$. S est le nombre de colliers vendus durant les 6 jours.
4.a) $u_1 + u_2 + u_3 = 35$.
b) $S' = u_1 \times \frac{1-2^3}{1-2} = 35$. S' est le nombre de colliers vendus durant les 3 premiers jours.
5. $S_n = u_1 \times \frac{1-2^n}{1-2}$

Exercices de fixation

Exercice 2-4-1

a) $S = v_0 \times \frac{1-3^{21}}{1-3} = 3^{21} - 1$.

$$b)\ S' = v_0 \times \frac{1-3^{n+1}}{1-3} = 3^{n+1} - 1$$

Exercice 2-4-2

a) $S = v_0 \times \frac{1-(\frac{2}{3})^{20}}{1-\frac{2}{3}} = 6((\frac{2}{3})^{20} - 1)$

$$b)\ S' = v_5 \times \frac{1-(\frac{2}{3})^{82}}{1-\frac{2}{3}} = 6 \times (\frac{2}{3})^5((\frac{2}{3})^{82} - 1)$$

Exercices de renforcement

1

a) Les nombres donnés sont les termes d'une suite arithmétique de raison 5.
b) Les nombres donnés sont les termes d'une suite géométrique de raison 3.
c) Les nombres donnés sont les termes d'une suite arithmétique de raison -10.
d) Les nombres donnés ne sont ni les termes d'une suite arithmétique, ni les termes d'une suite géométrique.
e) Les nombres donnés sont les termes d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$.

2

1. $u_{n+1} - u_n = 2$. La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme -3.
2. La suite (v_n) n'est pas une suite arithmétique.
3. $w_{n+1} - w_n = 4$. La suite (w_n) est une suite arithmétique de raison 4 et de premier terme 7.
4. La suite (w_n) n'est pas une suite arithmétique.

3

1. $u_{n+1} - u_n = 3$. La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 3et de premier terme -2.
2.$u_{n+1} = u_n + 3$.
3. La suite (u_n) est croissante.
4. a) $S = 10 \times \frac{u_0+u_9}{2} = 115$

   b) $S = 16 \times \frac{u_0+u_{15}}{2} = 328$

   c) $S = 40 \times \frac{u_3+u_{42}}{2} = 2800$

4

1. La suite (u_n) n'est pas une suite géométrique.
2. $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 7$ donc la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 7 et de premier terme 1.
3. $\frac{w_{n+1}}{w_n} = 8$ donc la suite (w_n) est une suite géométrique de raison 8 et de premier terme -2.
4. La suite (x_n) n'est pas une suite géométrique.

5

1. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 2$ donc la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 2 et de premier terme 3.
2. $u_{n+1} = 2u_n$
3. La suite (u_n) est croissante.
4. a) $S = u_0 \times \frac{1-2^{10}}{1-2} = 3(2^{10} - 1)$.

   b) $S = u_0 \times \frac{1-2^{16}}{1-2} = 3(2^{16} - 1)$.

   c) $S = u_3 \times \frac{1-2^{20}}{1-2} = 24(2^{20} - 1)$.

6

1. La suite (u_n) est une suite arithmétique. On a :$u_n = 2 + 0{,}3n$.
2. La suite (u_n) est une suite géométrique. On a :$u_n = 150000 \times (0{,}93)^n$
3. La suite (u_n) est une suite géométrique. On a :$u_n = 2^{n-1}$
4. La suite (u_n) est une suite arithmétique. On a :$u_n = 500000 + 30000n$
5. La suite (u_n) est une suite géométrique. On a :$u_n = 500000 \times (1{,}06)^n$

7

L'affirmation est fausse car $\frac{u_{50}+u_{100}}{2} = \frac{u_1+u_2+\cdots+u_{75}+\cdots+u_{100}}{51}$

8

1. On a : $3{,}1 - 2{,}8 = 0{,}1$; $3{,}4 - 3{,}1 = 0{,}3$ *et* $3{,}7 - 3{,}4 = 0{,}3$
2. a) La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 0,3 et de premier terme 2,8.
Donc $u_n = 2{,}8 + 0{,}3n$.
   b) (i) La production de cacao de Monsieur Sanoé en 2020 est 4 tonnes.
   (ii) La production de cacao de Monsieur Sanoé en 2023 est 4,9 tonnes.

9

1. $I_1 = 14cm$ et $I_1 = 19{,}6cm$
2.a) $I_{n+1} = 1{,}4I_n$
   b) $\frac{I_{n+1}}{I_n} = 1{,}4$ donc la suite (I_n) est une suite géométrique de raison 1,4.
3. $I_{10} = 289{,}25cm$
4. Il aura dépassé 1mètre à partir de 7 ans.

10

1. $u_1 = 3;\ u_2 = \frac{9}{2}\ et\ u_3 = \frac{21}{4}$

2. a) $v_1 = 3\ ; v_2 = \frac{3}{2}\ et\ v_3 = \frac{3}{4}$

b) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{1}{2}$ donc la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme 3.

3. $v_n = 3 \times (\frac{1}{2})^{n-1}$ et $u_n = 6 - 3 \times (\frac{1}{2})^{n-1}$

11

$v_0 = \frac{2}{9}\ et\ q = 3$

12

1. $r = 5\ et\ u_0 = -21$
2. $u_n = 5n - 21$

13

Revoir les données. Prendre $u_3 = 216$

1. La raison est $\frac{3}{2}$ et le premier terme est $u_0 = 64$.
2. $u_n = 64 \times (\frac{3}{2})^n$
3. $S = u_0 \times \frac{1-(\frac{3}{2})^{21}}{1-\frac{3}{2}} = 128((\frac{3}{2})^{21} - 1)$.

14

1. $u_n = \frac{5}{4}n + \frac{3}{4}$
2. $u_{40} = \frac{203}{4}$
3. $n = 617$

15

1. $u_0 = 1;\ u_1 = \frac{5}{3}\ et\ u_2 = \frac{7}{3}$
2. $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3}$ donc la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison $\frac{2}{3}$

16

1. $u_0 = 7;\ u_1 = 4\ et\ u_2 = 6$
2. $u_{n+1} - u_n = -3$ donc la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison -3.
3. $u_{50} = -143$
4. $S = 51 \times \frac{u_0 + u_{51}}{2} = -3468$

17

1. $u_0 = 250;\ u_1 = 280\ et\ u_2 = 313{,}6$
2. $u_n = 250 \times (1{,}12)^n$
3. $S = u_0 \times \frac{1-(1{,}12)^{10}}{1-1{,}12} = \frac{6250}{3}((1{,}12)^{10} - 1)$.
4. $S_n = u_0 \times \frac{1-(1{,}12)^{n+1}}{1-1{,}12} = \frac{6250}{3}((1{,}12)^{n+1} - 1)$.

18

1. La suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme 64.
2. $v_n = 64 \times (\frac{1}{2})^n$
3. $v_6 = 1$

19

1. $q = \frac{1}{4}$
2. $v_0 = 131072$
3. $v_n = 131072 \times (\frac{1}{4})^n$

20

1. $u_n = 3 \times (-3)^{n-1}$
2. $S = u_3 \times \frac{1-(-3)^{10}}{1-(-3)} = \frac{27}{4}(1-(-3)^{10})$.

21

1. $u_{14} = -12$
2. $S = 8 \times \frac{u_7+u_{14}}{2} = -12$

22

1. $r = 3$
2. $u_n = 3n + 2$
3. $n = 21$

23

a) $v_1 = 21000$ et $v_2 = 22050$
b) $v_{n+1} = 1{,}05 v_n$
c)) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 1{,}05$ donc la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et de premier terme 20000.
d) $S = v_0 \times \frac{1-(1{,}05)^7}{1-(1{,}05)} = 400000((1{,}05)^7 - 1) = 162840$.
La somme remboursée si la commerçante souscrivait le prêt auprès de la banque serai 162840.

24

1. $S = a_1 \times \frac{1-(0{,}1)^{10}}{1-(0{,}1)} = \frac{0{,}7}{0{,}9}(1-(0{,}1)^{10}) = 0{,}777777777$
2. $T = a_1 \times \frac{1-(0{,}1)^n}{1-(0{,}1)} = \frac{0{,}7}{0{,}9}(1-(0{,}1)^n) = \frac{7}{9}(1-10^{-n})$

Exercices d'approfondissement

25

Le nombre total de places assises est 890.

26

La valeur de la plus petite des récompenses est 80000F.

27

1. La suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,98 et de premier terme 1000.
2. La masse de l'iceberg après 10h est : 817,07 tonnes.
La masse de l'iceberg après 3jours est : 233,49 tonnes.
La masse de l'iceberg après une semaine est : 33,57 tonnes.
3. $u_n = 1000 \times (0{,}98)^n$
4. La mase de l'iceberg passe sous les 600 tonnes dans 26h c'est-à-dire 1 jour et 2h.

28*

Exercice 28

1. L'effectif du personnel en 2014 est 2125 et celui de 2015 est 1806.
2. a) Vérification évidente
 b) $P_{n+1} = 0{,}85 \times P_n$. On a : $\frac{P_{n+1}}{P_n} = 0{,}85$ donc la suite (P_n) est une suite géométrique de raison 0,85 et de premier terme 2500.
 c) $P_n = 2500 \times (0{,}85)^n$

29*

$u_0 = -37$ et $r = 2$

30*

$11{,}17 \ et\ 23$

31*

$u_1 = -17 \ et\ r = 3$

32*

$n = 11$

33

$x = \frac{2}{9}; y = \frac{2}{3} \ et\ z = 2$

34

$S = u_0 \times \frac{1-(2)^{11}}{1-2} = \frac{1}{3}(2^{11} - 1) = \frac{2047}{3}$

35*

$S = 1 \times \frac{1-(\frac{1}{3})^{11}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}(1 - (\frac{1}{3})^{11})$

$R = 1 \times \frac{1-(2)^{15}}{1-2} = 2^{15} - 1$

36

1. Le prix après un an est 102000.
Le prix après 4 ans est 62640
Le prix après 5 ans est 53245.
2. Le prix de ce matériel sera inférieur à 30000F au bout de 9 ans

37*

1. $\frac{S_{n+1}}{S_n}$ =1,1 donc la suite (S_n) est une suite géométrique de raison 1,1 .

$$2. S_6 = 2657$$

3. Au bout de 8 années le stock dépassera le double du stock initial.

38

1. Au bout de 5 ans la valeur du véhicule sera 9830400F.
2.a) La somme à prévoir pour remplacer un véhicule de ce type au bout de 5 ans est : 38288447F
b) Le prix du véhicule doublera en 2029.

39*

1. a) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = -\frac{1}{2}$donc la suite (v_n) est une suite géométrique de raison$-\frac{1}{2}$.
b) $v_n = \frac{2}{5} \times (-\frac{1}{2})^n$

2. $u_n = \frac{1+2v_n}{1-v_n} = \frac{1+\frac{4}{5}\times(-\frac{1}{2})^n}{1-\frac{2}{5}\times(-\frac{1}{2})^n}$

40*

1. $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{2}$donc la suite (v_n) est une suite arithmétique de raison$\frac{1}{2}$.
2. $v_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}n = \frac{n+1}{2}$.

$$u_n = \frac{1}{v_n} - 2 = \frac{2}{n+1} - 2$$

41

1. $u_2 = 2 \ et\ u_3 = \frac{4}{3}$

2. $a)\ \frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{1}{3}$donc la suite (v_n) est une suite géométrique de raison$\frac{1}{3}$ de premier terme 3.

b) $v_n = 3 \times (\frac{1}{3})^{n-1}$

c) $u_n = v_n + 1 = 3 \times (\frac{1}{3})^{n-1} + 1$

3. La suite (v_n) est décroissante.

4. $S_n = \frac{9}{2}(1 - (\frac{1}{3})^n)$ et $S'_n = \frac{9}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right) + n$

42

a)$C_0 = 500000\ ;\ C_1 = 540000\ et\ C_2 = 583200$
b) $C_{n+1} = 1{,}08 \times C_n$
c) $C_n = 500000 \times (1{,}08)^n$
d) Le capital doublera en 2009.

43

1. Soit u_n le coût de creusement du nième mètre par le groupe A et v_n le coût du creusement du nième mètre par le groupe B.

$$u_3 = 6200; u_4 = 6800; u_5 = 7400$$
$$v_3 = 6050; v_4 = 6655; v_5 = 7321$$

2. Si le jardinier à un puits de 3m il choisira le groupe B car $6050 < 6200$.
3. A partir de 6 mètres.
4. Le coût total de creusement de 5m avec le groupe A est 31000F.

Le coût total de creusement de 5m avec le groupe B est 30526F.

44

1. $P_2 = 240\ et\ P_3 = 280$
2. $P_{n+1} = P_n + 40$
3. $P_n = 40n + 160$
4. L'artisan fabriquera 640 jouets le mois de décembre.
5. L'artisan pourra honorer cette commande car au mois de décembre il aura fabriqué au total 5040 jouets.

45

1. Le 1er Février 2016 Aly aura dans son compte 51000F.
2. Au bout de 9 mois de placement Aly aura un intérêt de 8000F donc il aura dans son compte 58000.
3. Soit M_n le montant qu'Aly aura dans son compte au nième mois.

$M_n = 1000n + 49000$.

4. Au bout de 26 mois.

46

1.a) $u_1 = 435000$ et $u_2 = 450000$

b) $u_{n+1} = u_n + 15000$

c) (u_n) est une suite arithmétique de premier terme 420000 et de raison 15000 d'où $u_n = 420000 + 15000n$.

2.a) $v_1 = 432600$ et $u_2 = 445578$

b) (v_n) est une suite géométrique.

c) $v_n = 420000 \times (1{,}03)^n$

3. Le salaire annuel pour l'année 2035 avec le premier type est :7740000 FCFA.

Le salaire annuel pour l'année 2035 avec le deuxième type est :7852156 FCFA

b) Le contrat le plus avantageux pour l'année 2035 est le deuxième type.

47

1. $u_1 = 6000 \times 0{,}8 + 2000 = 6800$
2. $u_2 = 6800 \times 0{,}8 + 2000 = 7740$

3.a) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 0{,}8$donc la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,8 de premier terme $v_0 = -4000$.

b) $v_n = -4000 \times (0{,}8)^n$

c) $u_n = v_n + 10000 = 10000 = -4000 \times (0{,}8)^n$

48

1. a) Le bénéfice de la deuxième année est :

$$b_2 = 2000000 + 2000000 \times 0{,}1 = 2200000FCFA$$

b) $b_3 = 2200000 + 2200000 \times 0{,}1 = 2420000FCFA$

2.a) $\frac{b_{n+1}}{b_n} = 1{,}1$donc la suite (b_n) est une suite géométrique de raison 1,1 de premier terme $b_0 = 2000000$.

b) $b_n = 2000000 \times (1{,}1)^n$

3.a) le plus petit entier naturel pour lequel b_n est supérieur ou égal à 3000000 est 5.

b) Le bénéfice réalisé permettra à la coopérative d'acquérir son unité de production en 2021.

49

1.$u_1 = 7 \ et \ u_2 = 4{,}9$.

2. (u_n) est une suite géométrique de raison 0,7

3. (u_n) est une suite géométrique de raison 0,7 et de premier ter 10 donc $u_n = 10 \times (0{,}7)^n$

4. $S = u_0 \times \frac{1-(0{,}7)^{2021}}{1-0{,}7} = \frac{100}{3}(1 - (0{,}7)^{2021})$

Situations complexes

50*

Soit u_n le loyer mensuel avec le premier contrat et v_n celui avec le deuxième contrat.

$u_n = 500n + 14500$ et $v_n = 15000 \times (1{,}02)^{n-1}$.

La somme déboursée pour le loyer au bout de 3 ans avec le contrat 1 est : 855 000 f cfa.

La somme déboursée pour le loyer au bout de 3 ans avec le contrat 2 est :779915 fcfa.

Le contrat le plus avantageux est le contrat 2.

51

Soit e_n l'épaisseur du métal après la nième seconde.

On a : $e_n = (0{,}99)^n$

Résolvons l'équation $e_n = 0{,}5$.

On obtient $n = 69$.

La machine met donc 1minute et 9 secondes pour finir avec chaque fer à cheval.

L'affirmation du chef de classe est donc incorrecte

52

Son père devrait lui donner 1 048 575 FCFA en cas de succès au BAC.