

Leçon
8

PROBABILITÉ



SITUATION D'APPRENTISSAGE

DEROULEMENT DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Où et quand se déroule la situation ? : **Dans un lycée lors d'une kermesse organisée par les élèves de la promotion terminale.**
- Quel jeu est proposé à l'un des stands de cette kermesse ? « **si le joueur tire..., il perd 1500.** »
- Qu'affirme le chef de classe ? : **il affirme que le jeu n'est pas favorable au joueur.**
- Que décident de faire les élèves de la classe qui veulent participer à ce jeu ? **ils décident d'effectuer des calculs pour infirmer ou confirmer les propos du chef de classe.**

INSTALLATION DES HABILITÉS

Activité 1 Expérience aléatoire, univers et évènement

1.1. Notion d'expérience aléatoire, d'univers et d'évènement

1-1 Notion d'expérience aléatoire, d'univers et d'évènements

1. On ne peut pas prévoir le résultat qu'il va obtenir.
2. Les résultats du jeu dépendent du hasard.
3. L'ensemble Ω de tous les résultats possibles est : $\Omega = \{R_1R_2; R_1R_3; R_2R_3; R_1B_1; R_1B_2; R_2B_1; R_2B_2; R_3B_1; R_3B_2; B_1B_2; R_1V; R_2V; R_3V; B_1V; B_2V\}$
4. $E = \{R_1B_1; R_1B_2; R_2B_1; R_2B_2; R_3B_1; R_3B_2\}$
5. $F = \{R_1R_2; R_1R_3; R_2R_3; B_1B_2\}$

Exercices de fixation

Exercice 1-1-1

1. Soit Ω l'univers de cette expérience. On a : $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
2. $A = \{1; 3; 5\}$; $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$; $C = \{6\}$ et $D = \{1; 2; 3\}$.
3. E : « obtenir un nombre pair » et F : « obtenir un nombre plus grand que 3 ».

Exercice 1-1-2

1. Tous les résultats possibles sont : PPP-PPF-PFP-PFF-FPP-FPF-FFP-FFF.
- 2.a) $A = \{PPP\}$
b) $B = \{PPF; PFP; PFF; FPP; FPF; FFP; FFF\}$

1.2. Vocabulaire des évènements

1. $A = \{4\}$
2. $B = \emptyset$
3. $C = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
- 4.a) $A \cup E = \{1; 3; 4; 5\}$ b) $C \cap D = \{2; 4; 6\}$.
5. $A \cap E = \emptyset$

6. $D \cap E = \emptyset$ et $A \cup E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Exercices de fixation

Exercice 1-2-1

1-B ; 2-C ; 3-A ; 4-A

Exercice 1-2-2

- 1- A : « obtenir un nombre pair », donc , $A = \{2 ; 4 ; 6\}$;
B : « obtenir un nombre plus grand que 2 », donc , $B = \{3 ; 4 ; 5; 6\}$;
C : « obtenir la face 5 », donc , $C = \{5\}$.
- 2- $A \cap B = \{4 ; 6\}$
- 3- $A \cup B = \{2; 3 ; 4 ; 5; 6\}$
- 4- $A \cap C = \emptyset$, donc les évènements A et C sont incompatibles.

Exercice 1-2-3

Cas 1 : L'évènement $M \cap B$ peut s'énoncer : C : « la voiture à l'option M et l'option B ».

Cas 2 : L'évènement $M \cup B$ peut s'énoncer : A : « la voiture a au moins une option ».

Exercice 1-2-4

L'évènement contraire de l'évènement A est « ne pas tirer la boule noire »

Activité 2 Probabilité d'un évènement

2.1. Définition - propriétés

1. Soit Ω l'univers de cette expérience. On a : $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
2. L'évènement $\{1\}$ a une chance sur 6 d'apparaître.
3. L'évènement $\{3; 4\}$ a deux chances sur 6 d'apparaître.
4. L'évènement « obtenir un nombre pair » a trois chances sur 6 d'apparaître.
5. L'évènement « obtenir un nombre plus petit ou égal à 6 » a six chances sur 6 d'apparaître.
6. L'évènement « obtenir un nombre supérieur à 6 » n' a aucune chance d'apparaître.

Exercices de fixation

Exercice 2-1-1

a) faux b) faux c) vrai

Exercice 2-1-2

les chiffres paires supérieurs à 3 sont 4 et 6, donc : $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Exercice 2-1-3

La probabilité de l'évènement A « tirer un livre d'Histoire et Géographie » est : $P = \frac{7}{12}$

Exercice 2-1-4

Les multiples de trois sont 3 et 6, donc : $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

2.2. Probabilité d'évènements contraires – Probabilité de la réunion de deux évènements

1. Si le numéro de la boule tirée n'est pas pair alors elle est impair d'où $C = \bar{A}$.

2. a) $P(A) = \frac{1}{2}$ et $P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$.

b) $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.

3.a) $P(B) = \frac{1}{3}$; $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ et ; $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

b) $P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3} = P(A \cup B)$

4.a) $P(C) = \frac{1}{2}$

b) $A \cap C = \emptyset$ donc les évènements A et C sont incompatibles.

c) $P(A) + P(C) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 = P(A \cup C)$

Exercices de fixation

Exercice 2-2-1

a) faux b) faux c) vrai

Exercice 2-2-2 :

Solution b)

Exercice 2-2-3

La probabilité de tirer une boule bleue est égale à $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.

Exercice 2-2-4

$$(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F) = 0,25 + 0,35 - 0,125 = 0,475$$

Exercice 2-2-5

$$P(C \cap D) = P(C) + P(D) - P(C \cup D) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$$

Activité**3****Variables aléatoires****3.1. Définition**

1.

Eléments de Ω	$(P; P)$	$(P; F)$	$(F; P)$	$(F; F)$
Gains algébriques du joueur en francs	400	100	100	-200

2. Les valeurs prises par X sont : -200; 100 et 400**Exercices de fixation**Exercice 3-1-1L'ensemble des valeurs prises par X est : {2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12}Exercice 3-1-2L'ensemble des valeurs prises par Z est : {0; 1; 2}.Exercice 3-1-3

$$Y(\Omega) = \{150; 300; 450; 600\}$$

3.2. Loi de probabilité d'une variable aléatoire

1. $\text{card}(\Omega) = 4$

2.a) $P(X = -200) = \frac{1}{4}$

b) $P(X = 100) = \frac{1}{2}$

c) $P(X = 400) = \frac{1}{4}$

3.a)

Valeur x_i de X	-200	100	400
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

b) $P(X = -200) + P(X = 100) + P(X = 400) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1$

Exercices de fixationExercice 3-2-11-Valeurs prises par X

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$X = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$$

2- Détermine la loi de probabilité de X .

Loi de probabilité de X .

$X = x_i$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

Exercice 3-2-2

1- On peut tirer soit 0 boule rouge ; soit 1 boule rouge ; soit deux boules rouges.

$$\text{donc : } Z = \{0; 1; 2; \}$$

2- Loi de probabilité de Z

le nombre total de tirages possibles est $C_8^2 = 28$

$Z = z_i$	0	1	2
$P(Z = z_i)$	$\frac{3}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{10}{28}$

$$P(Z = 0) = \frac{C_3^2}{C_8^2};$$

$$P(Z = 1) = \frac{C_3^1 \times C_5^1}{C_8^2}; \quad P(Z = 2) = \frac{C_5^2}{C_8^2}$$

Exercice 3-2-2

1- On peut tirer :

soit trois pièces de 50 et $y_1 = 150$;

soit deux pièces de 50 et une pièce de 200 et $y_2 = 300$;

soit une pièce de 50 et deux pièces de 200 et $y_3 = 450$;

soit trois pièces de 200 et $y_4 = 600$

$$\text{donc : } Y = \{150; 300; 450; 600\}$$

2- Loi de probabilité de Y

le nombre total de tirages possibles est $C_8^3 = 56$

$Y = y_i$	150	300	450	600
$P(Y = y_i)$	$\frac{1}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{30}{56}$	$\frac{10}{56}$

$$P(Y = 150) = \frac{C_3^3}{C_8^3}; \quad P(Y = 300) = \frac{C_3^2 \times C_5^1}{C_8^3};$$

$$P(Y = 450) = \frac{C_3^1 \times C_5^2}{C_8^3}; \quad P(Y = 600) = \frac{C_5^3}{C_8^3}$$

3.3. Espérance mathématique d'une variable aléatoire

1. a) Les valeurs prises par X sont : -3000 ; -1500 ; 500 et 2000 .

b) Loi de probabilité

$X = x_i$	-3000	-1500	500	2000
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

2. Le gain moyen du joueur est : $-3000 \times \frac{1}{6} + (-1500) \times \frac{1}{3} + 500 \times \frac{1}{3} + 2000 \times \frac{1}{6} = -500$

Le joueur perd en moyenne 500.

Exercices de fixation

Exercice 3-3-1

Loi de probabilité de X

$X = x_i$	-1	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$

$$E(X) = -1 \times \frac{2}{7} + 0 \times \frac{1}{7} + 1 \times \frac{3}{7} + 2 \times \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$$

Exercice 3-3-2

- Espérance mathématique de l'exercice 3-2-1

Loi de probabilité de X

$X = x_i$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$E(X) = 2 \times \frac{1}{36} + 3 \times \frac{2}{36} + 4 \times \frac{3}{36} + 5 \times \frac{4}{36} + 6 \times \frac{5}{36} + 7 \times \frac{6}{36} + 8 \times \frac{5}{36} + 9 \times \frac{4}{36} + 10 \times \frac{3}{36} + 11 \times \frac{2}{36} + 12 \times \frac{1}{36} = 7.$$

- Espérance mathématique de l'exercice 3-2-2

Loi de probabilité de Z

$Z = z_i$	0	1	2
$P(Z = z_i)$	$\frac{3}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{10}{28}$

$$E(X) = 0 \times \frac{3}{28} + 1 \times \frac{15}{28} + 2 \times \frac{10}{28} = \frac{35}{28}$$

• **Espérance mathématique de l'exercice 3-2-3**

Loi de probabilité de Y

$Y = y_i$	150	300	450	600
$P(Y = y_i)$	$\frac{1}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{30}{56}$	$\frac{10}{56}$

$$E(X) = 150 \times \frac{1}{56} + 300 \times \frac{15}{56} + 450 \times \frac{30}{56} + 600 \times \frac{10}{56} = \frac{1725}{4} = 431,25$$

3.4. Variance d'une variable aléatoire et écart-type

$$1. (-3000)^2 \times \frac{1}{6} + (-1500)^2 \times \frac{1}{3} + 500^2 \times \frac{1}{3} + 2000^2 \times \frac{1}{6} = 3000000$$

$$2. E(X^2) - (E(X))^2 = 3000000 - (-500)^2 = 3000000 - 250000 = 2750000$$

$$3. \sqrt{V(X)} = 1658,3$$

EXERCICES DE FIXATION

Exercice 3-4-1

La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau suivant :

$X = x_i$	-3	1	3	5
$P(X = x_i)$	0,3	0,2	0,1	0,4

$$1- E(X) = -3 \times 0,3 + 1 \times 0,2 + 3 \times 0,1 + 5 \times 0,4 = 1,6$$

$$2- V(X) = (-3)^2 \times 0,3 + 1^2 \times 0,2 + 3^2 \times 0,1 + 5^2 \times 0,4 - (1,6)^2 = 11,24$$

$$\text{et } \sigma(X) = \sqrt{11,24} \approx 3,35.$$

Exercice 3-4-2

$$1- X(\Omega) = \{0 ; 1 ; 2 ; 3\}$$

Loi de probabilité de X.

Le tirage simultané se fait parmi 7 boules dont 3 sont rouges et 4 sont vertes.

le nombre total de tirages possibles est $C_7^3 = 35$

$X = x_i$	0	1	2	3
-----------	---	---	---	---

$$P(X = 0) = \frac{C_4^3}{C_7^3} = \frac{4}{35} ; P(X = 1) = \frac{C_3^1 \times C_4^2}{C_7^3} = \frac{18}{35}$$

$P(X = x_i)$	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$
--------------	----------------	-----------------	-----------------	----------------

$$P(X = 2) = \frac{C_3^2 \times C_4^1}{C_7^3} = \frac{12}{35}; \quad P(X = 3) = \frac{C_3^3}{C_{12}^3} = \frac{1}{35}.$$

$$2- E(X) = 0 \times \frac{4}{35} + 1 \times \frac{18}{35} + 2 \times \frac{12}{35} + 3 \times \frac{1}{35} = \frac{43}{35}$$

$$V(X) = 0^2 \times \frac{4}{35} + 1^2 \times \frac{18}{35} + 2^2 \times \frac{12}{35} + 3^2 \times \frac{1}{35} - \left(\frac{43}{35}\right)^2 = \frac{776}{1225} \approx 0,633$$

$$\text{et } \sigma(X) = \sqrt{0,633} \approx 0,795.$$

Exercices de renforcement

1

Soit U l'univers des tirages simultanés de quatre boules parmi 12.

Un tirage est donc **une combinaison de trois 4 parmi 12** et l'ensemble de toutes les combinaisons de 4 parmi 12 est : $\text{card}(U) = C_{12}^4 = 495$. Donc il y a 495 tirages possibles.

Dans le cas d'une équiprobabilité ;

1- Soit l'évènement E_1 : « obtenir 4 boules rouges ». On a : $\text{card}(E_1) = C_5^4 = 5$.

$$\text{Donc : } P(E_1) = \frac{C_5^4}{C_{12}^4} = \frac{5}{495} = \frac{1}{99}$$

2- Soit l'évènement E_2 : « obtenir aucune boule rouge ». On a : $\text{card}(E_2) = C_7^4 = 35$

$$\text{Donc : } P(E_2) = \frac{C_7^4}{C_{12}^4} = \frac{35}{495} = \frac{7}{99}$$

3- Soit l'évènement E_3 : « obtenir au moins une boule rouge ».

$$\text{On a } E_3 \text{ est l'évènement contraire de } E_2. \text{ Donc : } P(E_3) = 1 - P(E_2) = 1 - \frac{7}{99} = \frac{92}{99}$$

4- Soit l'évènement E_4 : « obtenir une boule rouge, une blanche et deux noires ».

$$\text{On a : } \text{card}(E_4) = C_5^1 \times C_4^1 \times C_3^2 = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

$$\text{Donc : } P(E_4) = \frac{C_5^1 \times C_4^1 \times C_3^2}{C_{12}^4} = \frac{60}{495} = \frac{12}{99}.$$

2

Épreuve 1 :

Les boules sont indiscernables au toucher donc on est dans un cas d'équiprobabilité.

Soit Ω l'univers des **tirages simultanés de trois boules parmi 10**.

Un tirage est donc **une combinaison de 3 parmi 10** et l'ensemble de toutes les combinaison de 3 parmi 10 est : $\text{card}(\Omega) = C_{10}^3 = 120$. Donc il y a 120 tirages possibles.

A : « obtenir un tirage unicolore ». Le tirage donne trois boules blanches ou trois boules noires.

$$\text{On a : } \text{card}(A) = C_5^3 + C_3^3 = 11. \text{ Donc : } P(A) = \frac{C_5^3 + C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{11}{120}.$$

B : « obtenir exactement 2 boules blanches ».

Le tirage donne deux boules blanches et une boule d'une autre couleur.

$$\text{On a : } \text{card}(B) = C_5^2 \times C_5^1 = 50. \text{ Donc : } P(B) = \frac{C_5^2 \times C_5^1}{C_{10}^3} = \frac{50}{120} = \frac{5}{12}$$

C : « Ne pas obtenir de boule noire ». Le tirage se fait parmi les 7 autres boules.

On a : $card(C) = C_7^3 = 35$

Donc : $P(C) = \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{35}{120} = \frac{7}{12}$.

Épreuve 2 :

Les boules sont indiscernables au toucher donc on est dans un cas d'équiprobabilité.

Soit Ω l'univers des **tirages successifs sans remise de trois boules parmi 10**.

Un tirage est donc **un arrangement de 3 parmi 10** et l'ensemble de tous les arrangements de 3 parmi 10 est : $card(\Omega) = A_{10}^3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$. Donc il y a 720 tirages possibles

D : « Obtenir 2 boules blanches suivies d'une boule rouge ».

On a : au premier tirage une boule blanche et au deuxième tirage une boule blanche et au troisième tirage une boule rouge.

Donc : $card(D) = A_5^1 \times A_4^1 \times A_2^1 = 5 \times 4 \times 2 = 40$ et $P(D) = \frac{A_5^2 \times A_2^1}{A_{10}^3} = \frac{40}{720} = \frac{1}{18}$.

E : « obtenir 2 boules blanches et une boule rouge ». On a :

soit au premier tirage une boule blanche et au deuxième tirage une boule blanche et au troisième tirage une boule rouge : le nombre de tirages est : $A_5^1 \times A_4^1 \times A_2^1 = 5 \times 4 \times 2 = 40$

soit au premier tirage une boule blanche et au deuxième tirage une boule rouge et au troisième tirage une boule blanche : le nombre de tirages est : $A_5^1 \times A_4^1 \times A_2^1 = 5 \times 4 \times 2 = 40$

soit au premier tirage une boule rouge et au deuxième tirage une boule blanche et au troisième tirage une boule blanche : le nombre de tirages est : $A_5^1 \times A_4^1 \times A_2^1 = 5 \times 4 \times 2 = 40$.

Donc : $card(E) = 3 \times A_5^1 \times A_4^1 \times A_2^1 = 120$ et $P(E) = \frac{3 \times A_5^1 \times A_4^1 \times A_2^1}{A_{10}^3} = \frac{120}{720} = \frac{1}{6}$

3

Les boules sont indiscernables au toucher donc on est dans un cas d'équiprobabilité.

Soit Ω l'univers des **tirages simultanés de trois boules parmi 15**.

Un tirage est donc **une combinaison de 3 parmi 15** et l'ensemble de toutes les combinaisons de 3 parmi 15 est : $card(\Omega) = C_{15}^3 = 455$. Donc il y a 455 tirages possibles.

A : « n'obtenir aucune boule marquée 10 » ; Le tirage se fait parmi les 7 autres boules.

On a : $card(A) = C_7^3 = 35$. Donc : $P(A) = \frac{C_7^3}{C_{15}^3} = \frac{35}{455} = \frac{1}{13}$.

B : « Obtenir au moins une boule marquée 15 ». B est l'évènement contraire de \bar{B} : « n'obtenir aucune boule marquée 15 » et $card(\bar{B}) = C_{11}^3 = 165$

Donc : $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{165}{455} = \frac{58}{91}$.

C : « Obtenir une boule de chaque type »

On a : $card(C) = C_8^1 \times C_4^1 \times C_3^1 = 96$. Donc : $P(C) = \frac{C_8^1 \times C_4^1 \times C_3^1}{C_{15}^3} = \frac{96}{455}$

D : « Obtenir un total de 50 points » ; revient à tirer :

Soit une boule marquée 10 et deux boules marquées 20, soit une boule marquée 20 et deux boules marquées 15.

On a : $card(D) = C_8^1 \times C_3^2 + C_3^1 \times C_4^2 = 42$

Donc : $P(D) = \frac{C_8^1 \times C_3^2 + C_3^1 \times C_4^2}{C_{15}^3} = \frac{42}{455}$

4

Soit Ω l'univers associé à l'expérience qui consiste à tirer une carte dans un jeu de 32 cartes.
On a : $\text{card}(\Omega) = 32$.

$$1. P(A) = \frac{1}{32} \quad 2. P(B) = \frac{1}{8} \quad 3. P(C) = \frac{3}{8} \quad 4. P(D) = \frac{1}{4} \quad 5. P(E) = \frac{5}{8} \quad 6. P(F) = \frac{9}{32}$$

$$7. P(G) = \frac{1}{16} \quad 8. P(H) = \frac{1}{2}$$

5

$$1. P_1 = \frac{1}{8} \quad 2. P_2 = \frac{3}{8} \quad 3. P_3 = \frac{5}{8}$$

6

$$1. P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_6 = \frac{1}{7} \text{ et } P_5 = \frac{2}{7}$$

2-A : « Obtenir un nombre pair » ; revient à obtenir soit 2, soit 4 soit 6.

$$\text{Donc : } P(A) = P_2 + P_4 + P_6 = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$$

B : « Obtenir un nombre impair » ; revient à obtenir soit 1, soit 3 soit 5.

$$\text{Donc : } P(B) = P_1 + P_3 + P_5 = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$$

7

$$1. P_1 = P_2 = \frac{1}{6} \text{ et } P_3 = P_4 = \frac{1}{3}$$

$$2. P_1 + P_3 = \frac{1}{2}$$

8

$$1. P(A) = \frac{3}{7}; P(B) = \frac{4}{7}; P(C) = \frac{2}{7}; P(A \cap B) = \frac{2}{7}; P(A \cup C) = \frac{5}{7}; P(\bar{A}) = \frac{4}{7}; P(\bar{B}) = \frac{3}{7}$$

$$2. A \cup B = \{2; 3; 4; 5; 7\} \text{ donc } P(A \cup B) = \frac{5}{7}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{7} + \frac{4}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

9

1- Le jeu consiste à tirer 2 enveloppes parmi 5: il y a $C_5^2 = 10$ tirages possibles.

2- a) Le tirage se fait parmi les deux billets vides : $C_2^2 = 1$ tirage ;

b) On tire un billet de 500 et un billet vide : $C_2^1 \times C_2^1 = 4$ tirages;

c) On tire le billet de 1000 et un billet vide ou deux billets de 500 : $C_1^1 \times C_2^1 + C_2^2 = 3$ tirages;

d) On tire le billet de 1000 et un billet de 500 : $C_1^1 \times C_2^1 = 2$ tirages;

e) On tire le billet de 1000 et un billet vide ou deux billets de 500 ou le billet de 1000 et un billet de 500 : $C_1^1 \times C_2^1 + C_2^2 + C_1^1 \times C_2^1 = 5$ tirages.

10

1) Tirages successifs avec remise :

a- On tire 3 boules parmi 10 avec remise. Donc $\text{card}(\Omega) = 10^3 = 1000$.

b- A : « On tire deux boules blanches et une boule noire » ;

Si **B** désigne une boule blanche et **N** désigne une boule noire, alors réaliser A revient à obtenir :
soit **BBN** ; soit **BNB** ; soit **NBB**

$$\text{d'où : card}(\mathbf{BBN}) = \text{card}(\mathbf{BNB}) = \text{card}(\mathbf{NBB}) = 4^2 \times 6^1.$$

$$\text{Donc card}(A) = \text{card}(\mathbf{BBN}) + \text{card}(\mathbf{BNB}) + \text{card}(\mathbf{NBB}) = 3 \times 4^2 \times 6^1 = 288$$

$$\text{et } P(A) = \frac{3 \times 4^2 \times 6^1}{10^3} = \frac{36}{125}.$$

2) Tirages successifs sans remise

a- On tire 3 boules parmi 10 sans remise. Donc $\text{card}(\Omega) = A_{10}^3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$

b- A : « On tire deux boules blanches et une boule noire » ;

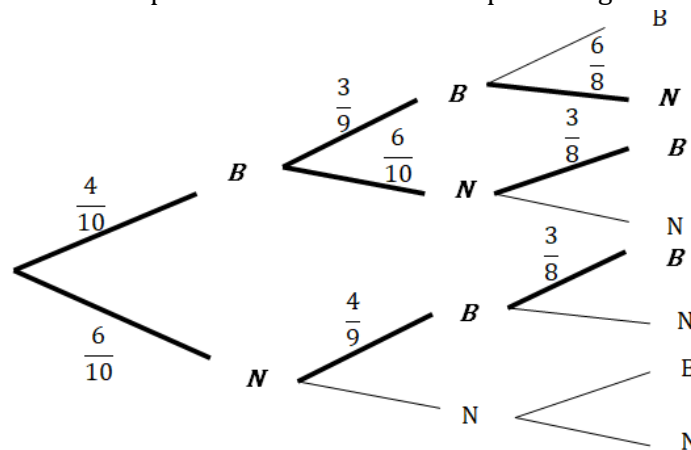
Si **B** désigne une boule blanche et **N** désigne une boule noire, alors réaliser A revient à obtenir : soit **BBN** ; soit **BNB** ; soit **NBB**.

$$\text{d'où : card}(\mathbf{BBN}) = \text{card}(\mathbf{BNB}) = \text{card}(\mathbf{NBB}) = A_4^2 \times A_6^1 = 4 \times 3 \times 6 = 72$$

$$\text{Donc card}(A) = \text{card}(\mathbf{BBN}) + \text{card}(\mathbf{BNB}) + \text{card}(\mathbf{NBB}) = 3 \times A_4^2 \times A_6^1 = 216$$

$$\text{et } P(A) = \frac{3 \times A_4^2 \times A_6^1}{A_{10}^3} = \frac{216}{720} = \frac{3}{10}.$$

Autre Méthode : utilisation d'un arbre pondéré ou arbre de choix pour tirage sans remise.



$$\text{Donc : } P(A) = 3 \times \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} = \frac{3}{10}$$

3) Les boules sont tirées par paquets de 3:

a- On tire simultanément 3 boules parmi 10. Donc : $\text{card}(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

b- A : « On tire deux boules blanches et une boule noire » ;

$$P(A) = \frac{C_4^2 \times C_6^1}{C_{10}^3} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}.$$

11

Soit Ω l'univers associé à l'expérience qui consiste à prendre 4 bijoux parmi 10. On a :

$$\text{card}(\Omega) = C_{10}^4 = 210.$$

$$1. P(A) = \frac{C_3^3 \times C_7^1}{C_{10}^4} = \frac{1}{30}$$

$$2. P(B) = 1 - \frac{C_8^4}{C_{10}^4} = 1 - \frac{70}{210} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$3. P(C) = \frac{C_5^2 \times C_5^2}{C_{10}^4} = \frac{10}{21}$$

12

$$P(N) = \frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{1}{7}; P(B) = \frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{6}{7} \text{ ou } P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - P(N) = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7};$$

$$\text{et } P(D) = \frac{C_3^1 \times C_4^1}{C_7^2} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

13

1- Calcule la probabilité des évènements

$$\text{card}(\Omega) = 14$$

$$P(B) = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}; P(G) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}; P(F) = \frac{7}{14} = \frac{1}{2} \text{ et } P(M) = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}.$$

$$2\text{- a) } P(M \cap B) = \frac{3}{14}.$$

$$\text{b) } P(M \cup B) = P(M) + P(B) - P(M \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{4}{7} - \frac{3}{14} = \frac{6}{7}.$$

14

Soit **M** les élèves qui aiment les mathématiques, **F** les élèves qui aiment la philosophie et **P** les élèves paresseux.

$$1\text{- } P(\mathbf{M} \cup \mathbf{F}) = P(\mathbf{M}) + P(\mathbf{F}) - P(\mathbf{M} \cap \mathbf{F}) = \frac{20}{100} + \frac{70}{100} - \frac{15}{100} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$2\text{- } P(\mathbf{M} \cup \mathbf{P}) = P(\mathbf{M}) + P(\mathbf{P}) = \frac{20}{100} + \frac{10}{100} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} \text{ car } P(\mathbf{M} \cap \mathbf{P}) = 0$$

$$3\text{- } P(\overline{\mathbf{M} \cup \mathbf{F}}) = 1 - P(\mathbf{M} \cup \mathbf{F}) = 1 - \frac{75}{100} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$$

15

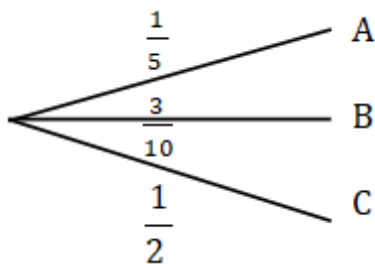
$$1\text{- a) } P(C \cup V) = P(C) + P(V) - P(C \cap V) = \frac{60}{100} + \frac{45}{100} - \frac{10}{100} = \frac{19}{20}$$

$$\text{b) Soit } A: \text{"l'élève pratique un et un seul instrument"}. \text{ On a : } P(A) = \frac{17}{20}$$

2- HORS PROGRAMME**16**1. La probabilité qu'elle s'intéresse à l'une au moins des activités est $\frac{3}{4}$ 2. La probabilité qu'elle s'intéresse aux deux activités est $\frac{3}{20}$ 3. La probabilité qu'elle s'intéresse seulement à la lecture est $\frac{1}{4}$ **17**

$$1. P(A) = \frac{1}{5}P(B) = \frac{3}{10}P(C) = \frac{1}{2}$$

2. Arbre pondéré



18

Soit F l'évènement elle commet une double faute.

$$P(F) = \frac{35}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{7}{100}$$

19

1. $P(A) = 0,17 + 0,22 + 0,28 = 0,67$

2. $P(B) = 0,1 + 0,17 + 0,28 = 0,55$

20

x	1	2	3	4	5	6
$P(x)$	0,11	0,07	0,34	0,2	0,15	0,13

21

X	A	B	C
$P(X)$	0,48	0,2	0,32

22

1. Loi de probabilité de X

X	1	2	3	4	5	6
$P(X)$	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{6}{21}$

2. $E(X) = \frac{91}{21}$

23

1. Loi de probabilité de X

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X)$	$\frac{1}{385}$	$\frac{4}{385}$	$\frac{9}{385}$	$\frac{16}{385}$	$\frac{25}{385}$	$\frac{36}{385}$	$\frac{49}{385}$	$\frac{64}{385}$	$\frac{81}{385}$	$\frac{100}{385}$

2. Le gain moyen du joueur est : $-20 \times \frac{55}{385} + 10 \times \frac{330}{385} = 5,7$.

Le jeu est donc favorable au joueur.

24

Valeurs prises par X

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	2	3	4	5	6
3	3	3	3	4	5	6
4	4	4	4	4	5	6
5	5	5	5	5	5	6
6	6	6	6	6	6	6

$$X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

Loi de probabilité de X

$X = x_i$	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$

25

1- il y a $C_{12}^3 = 220$ choix possibles.

2-a) $X(\Omega) = \{1; 2; 3\}$

b) Loi de probabilité de X

le nombre total de tirages possibles est $C_{12}^3 = 220$

$X = x_i$	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{27}{55}$	$\frac{27}{55}$

$$P(X = 1) = \frac{4 \times C_3^3}{C_{12}^3};$$

$$P(X = 2) = \frac{4 \times C_3^2 \times C_9^1}{C_{12}^3}$$

$$P(X = 3) = \frac{4 \times C_3^1 \times C_3^1 \times C_3^1}{C_{12}^3}$$

c) $E(X) = 1 \times \frac{1}{55} + 2 \times \frac{27}{55} + 3 \times \frac{27}{55} = \frac{136}{55}$.

d) $V(X) = (1^2 \times \frac{1}{55} + 2^2 \times \frac{27}{55} + 3^2 \times \frac{27}{55}) - (\frac{136}{55})^2 \approx 0,2856$ et l'écart type $\sigma(X) = \sqrt{0,2856} \approx 0,5244$.

Exercices d'approfondissement

26

1. Complète le tableau

	Femmes	Hommes	Total
Moins de 25 ans	75	54	129
Entre 25 et 40 ans	171	170	341
Entre 40 et 60 ans	310	270	580
Plus de 60 ans	284	166	450
Total	840	660	1500

$$2. P(A) = \frac{75}{1500} = \frac{1}{20} \quad P(A) = \frac{166}{1500} = \frac{83}{750} \quad P(C) = \frac{341}{1500} \quad P(D) = \frac{765}{1500} = \frac{153}{300} \quad P(E) = \frac{494}{1500} = \frac{247}{750}$$

$$P(F) = \frac{840}{1500} = \frac{42}{75}$$

$$3. P = \frac{284}{840} = \frac{71}{210}$$

$$4. P = \frac{218}{1030} = \frac{218}{515}$$

27

1. Soit Ω l'univers associé à l'expérience qui consiste à tirer successivement et au hasard 3 jetons du sac.

On a : $card(\Omega) = A_9^3 = 504$.

$$a) P = \frac{A_5^3}{A_9^3} \quad b) P = \frac{A_4^3}{A_9^3} \quad c) P = \frac{A_4^3}{A_9^3} + 5 \times 3 \times \frac{A_4^2}{A_9^3} + 10 \times 3 \times \frac{A_4^1}{A_9^3} \quad d) P = 5 \times 3 \times \frac{A_4^2}{A_9^3}$$

2. Soit Ω l'univers associé à l'expérience qui consiste à tirer simultanément et au hasard 3 jetons du sac.

On a : $card(\Omega) = C_9^3 = 84$.

$$a) P = \frac{C_5^3}{C_9^3} \quad b) P = \frac{C_4^3}{C_9^3} \quad c) P = \frac{C_4^3}{C_9^3} + C_5^1 \times \frac{C_4^2}{C_9^3} + C_5^2 \times \frac{C_4^1}{C_9^3} \quad d) P = C_5^1 \times \frac{C_4^2}{C_9^3}$$

28

1. L'ensemble des éventualités est l'ensemble formé par les 20 boules.

La probabilité de chacune de ces éventualités est $\frac{1}{20}$.

$$2. A \ll \text{la boule tirée est jaune} \gg. P(A) = \frac{2}{5}$$

$$B \ll \text{la boule tirée est rouge ou verte} \gg. P(B) = \frac{1}{2}$$

$$C \ll \text{la boule tirée n'est pas bleue} \gg. P(C) = \frac{9}{10}$$

29

$$1- X = \{-200; 200; 600\}$$

2- Loi de probabilité de X.

le nombre total de tirages possibles est $C_7^2 = 21$

$X = x_i$	-200	200	600
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

$$P(X = -200) = \frac{C_4^2}{C_7^2}; P(X = 200) = \frac{C_4^1 \times C_3^1}{C_7^2}$$

$$P(X = 600) = \frac{C_3^2}{C_7^2}$$

30

Solution : d)

31

Soit Ω l'univers associé à l'expérience qui consiste à tirer simultanément et au hasard 3 boules de l'urne.

On a : $\text{card}(\Omega) = C_9^3 = 84$.

$$1. P(A) = \frac{C_2^1 \times C_3^1 \times C_4^1}{C_9^3} = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$$

$$2. P(B) = \frac{C_3^3 + C_4^3}{C_9^3} = \frac{5}{84}$$

$$3. P(C) = 1 - \frac{C_7^3}{C_9^3} = \frac{49}{84}$$

32

1. Soit Ω l'univers associé à l'expérience qui consiste à tirer simultanément et au hasard 2 boules de l'urne.

On a : $\text{card}(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

$$a) P_1 = \frac{C_4^1 \times C_6^1}{C_{10}^2} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$$

$$b) P_2 = \frac{C_4^2 + C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$

$$c) P_3 = \frac{C_4^0 \times C_6^2 + C_4^1 \times C_6^1}{C_{10}^2} = \frac{39}{45} = \frac{13}{15}$$

2. Soit Ω l'univers associé à l'expérience qui consiste à tirer simultanément et au hasard 2 boules de l'urne.

On a : $\text{card}(\Omega) = A_{10}^2 = 90$.

$$a) P_4 = \frac{2 \times A_4^1 \times A_6^1}{A_{10}^2} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15}$$

$$b) P_5 = \frac{A_4^1 \times A_6^1}{A_{10}^2} = \frac{36}{90} = \frac{6}{15}$$

33

1. Le nombre de tirages possibles est : $5^2 = 25$

2. a) $P(E) = \frac{12}{25}$

b) $P(F) = \frac{9}{25}$

c) $P(G) = \frac{9}{25}$

34

1. Le nombre de façons de les primer est : $A_{10}^3 = 720$

2. $P(A) = \frac{6 \times A_9^2}{A_{10}^3}$ $P(B) = \frac{A_4^2}{A_{10}^3}$ $P(C) = \frac{A_6^2 \times 4}{A_{10}^3}$ $P(D) = \frac{A_6^2 \times 4 \times 3}{A_{10}^3}$

35

a). Le nombre de tirages possibles est : $C_8^3 = 56$

b). La probabilité de tirer deux consonnes et une voyelle est : $P_1 = \frac{C_4^2 \times C_4^1}{C_8^3}$

c). La probabilité d'obtenir au moins une voyelle est : $P_2 = 1 - \frac{C_4^3}{C_8^3}$

36

1.

Pièces tirées	100F CFA et 100F CFA	100F CFA et 50F CFA	100F CFA et 25F CFA	50F CFA et 50F CFA	50F CFA et 25F CFA
Gains obtenus en F CFA	200	150	125	100	75

2. $P(A) = \frac{C_3^2}{C_6^3}$ $P(B) = \frac{C_3^2 + C_2^2}{C_6^3}$ $P(C) = \frac{C_3^2 + C_3^1 \times C_2^1}{C_6^3}$ $P(D) = \frac{C_3^1 \times C_2^1}{C_6^3} + \frac{C_3^1 \times C_1^1}{C_6^3} + \frac{C_2^1 \times C_2^1}{C_6^3} + \frac{C_2^1 \times C_1^1}{C_6^3}$

37

1.a) Le nombre de gouvernements possibles est : $A_{15}^5 = 360360$

b) $P(A) = \frac{A_{15}^4}{A_{15}^5}$ $P(B) = \frac{A_8^2 \times A_{13}^3}{A_{15}^5}$ $P(C) = \frac{28 \times A_9^2 \times 35 \times A_3^3}{A_{15}^5}$

2.a) Le nombre de délégations possibles est : $C_{15}^5 = 3003$

b) $P(D) = \frac{C_8^2 \times C_7^3}{C_{15}^5}$ $P(E) = 1 - \frac{C_7^5}{C_{15}^5}$

38

1.a) Salif a : $C_{10}^3 = 120$ choix possibles.

b) $P(A) = \frac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{C_{10}^3} = \frac{30}{120} = \frac{1}{4}$ $P(B) = \frac{C_5^2 + C_3^2}{C_{10}^3} = \frac{11}{120}$ $P(C) = \frac{C_5^2 \times C_3^1}{C_{10}^3} = \frac{30}{120} = \frac{1}{4}$

2.a) Salif a : $A_{10}^3 = 720$ choix possibles.

$$b) P_1 = \frac{6 \times A_5^1 \times A_3^1}{A_{10}^3} \times A_2^1 = \frac{180}{720} = \frac{1}{4}$$

$$c) P_2 = \frac{A_5^3 + A_3^3}{A_{10}^3} = \frac{66}{120} = \frac{11}{20}$$

39

a) La probabilité qu'il soit du groupe A est : 0,4

b) La probabilité qu'il soit du rhésus + est : 0,8105

c) La probabilité qu'il soit du groupe A ou qu'il ait un rhésus + est : $0,4 + 0,8105 - 0,328 = 0,8825$

40

$$1. P_1 = \frac{C_6^2 \times C_2^1}{C_8^3}$$

$$2. P_2 = \frac{C_6^2 \times C_2^1}{C_8^3} + \frac{C_6^3}{C_8^3}$$

$$3. P_1 = \frac{C_6^1}{C_8^3}$$

41

Partie A

- 1- Le nombre de façons différentes dont les 5 élèves peuvent occuper les 5 cabines au même moment est : $5 \times 5 = 25$.
- 2- Le nombre de façons différentes dont 3 élèves peuvent s'installer pour téléphoner au même moment est : $3 \times 5 = 15$.

Partie B

- 1- Il y a $C_5^2 = 2 \times 5 = 10$ façons différentes de choisir deux élèves parmi 5 pour téléphoner au même moment dans deux cabines téléphoniques.
- 2- $P(P) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$ et $P(R) = \frac{C_2^2 + C_3^2}{C_5^2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.
- 3- $P(\bar{S}) = P(P) = \frac{1}{10}$. Donc $P(S) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$.
- 4- a) \bar{R} : les élèves qui téléphonent sont de sexes différents.
b) $P(\bar{R}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.

42*

- 1- $\text{card}(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$. Donc il y a 1140 tirages possibles.

$$2- a) P = \frac{C_{17}^3}{C_{20}^3} = \frac{680}{1140} = \frac{34}{57} ; b) P = \frac{C_3^3}{C_{20}^3} = \frac{1}{1140}.$$

43*

Partie A

- 1- C'est un choix avec répétition de 10 parmi 10. donc on peut établir 10^{10} .
- 2- a) C'est un choix sans répétition de 10 parmi 10. Donc il y a $10!$ cartes dont le numéro est composé de 10 chiffres distincts.
- b) Le nombre de cartes dont le numéro ne contient pas de chiffre 5 est 9^{10} .
Donc Le nombre de cartes dont le numéro contient au moins une fois le chiffre 5 est $10^{10} - 9^{10}$.

Partie B

- 1- Le nombre cartes dont le numéro est à 7 chiffres est : $10^7 = 10\,000\,000$.
Donc un numéro à 7 chiffres aurait été suffisant pour établir une carte à chacun des 4 millions d'étrangers.

$$2- P = \frac{2 \times 6 \times 7 \times 5^5}{10^7} = \frac{21}{800}.$$

44*

(supprimer la question 3 de l'exercice 44)

A) choisir simultanément 3 gâteaux revient à choisir simultanément 3 gâteaux parmi 12.

- 1- il y a $C_{12}^3 = 220$ choix possibles.

$$2- a) \text{ un gâteau de chaque sorte : } P = \frac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_4^1}{C_{12}^3} = \frac{3}{11}.$$

$$b) \text{ exactement deux variété de gâteaux : } P = \frac{C_5^2 \times C_7^1 + C_4^2 \times C_8^1 + C_3^2 \times C_9^1}{C_{12}^3} = \frac{145}{220} = \frac{29}{44}.$$

B) manger un gâteau le matin, un gâteau à midi et un gâteau le soir revient à choisir successivement sans remise 3 gâteaux parmi 12.

- 1- il y a $A_{12}^3 = 1320$ choix possibles.

- 2- a) Un gâteau à la vanille le matin, un gâteau au chocolat à midi, un gâteau à la banane le soir revient à choisir successivement sans remise dans l'ordre vanille ; chocolat ; banane :

$$\text{Donc : } P = \frac{A_5^1 \times A_3^1 \times A_4^1}{A_{12}^3} = \frac{1}{22}.$$

- b) Un gâteau de chaque sorte revient à une permutation des 3 sortes de gâteaux choisis successivement matin, midi et soir :

$$\text{Donc : } P = \frac{3! \times (A_5^1 \times A_3^1 \times A_4^1)}{A_{12}^3} = \frac{3}{11}$$

$$c) \text{ Deux gâteau à la banane et un au chocolat : } P = \frac{A_3^2 \times A_4^1}{A_{12}^3} = \frac{1}{55}.$$

45

1. Le nombre de bureaux possibles est : $A_{20}^3 = 6840$

2. $P(A) = \frac{A_{16}^3}{A_{20}^3} = 0,491$

3.a) $P(B) = \frac{3 \times 4 \times A_{16}^2}{A_{20}^3} = 0,421$

b) $P(C) = \frac{4 \times A_{16}^2}{A_{20}^3} = 0,140$

4. a) $P(X = 3) = \frac{A_4^3}{A_{20}^3} = 0,004$

b) Les valeurs prises par X sont : 0,1,2 et 3

$P(X = 0) = \frac{A_{16}^3}{A_{20}^3} = 0,491$; $P(X = 1) = \frac{3 \times 4 \times A_{16}^2}{A_{20}^3} = 0,421$; $P(X = 2) = \frac{6 \times 16 \times A_3^2}{A_{20}^3} = 0,084$ et $P(X = 3) = \frac{A_4^3}{A_{20}^3} = 0,004$

Loi de probabilité

$X = x_i$	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,491	0,421	0,084	0,004

c) $E(X) = 0 \times 0,491 + 1 \times 0,421 + 2 \times 0,084 + 3 \times 0,004 = 0,601$

46

1. Le nombre de façons de composer le groupe de trois élèves est : $C_{14}^3 = 364$.

2. $P(A) = \frac{C_9^3}{C_{14}^3} = \frac{84}{364} = \frac{42}{182}$

3. $P(B) = \frac{C_5^2 \times C_9^1}{C_{14}^3} = \frac{10 \times 9}{364} = \frac{45}{182}$

4. $P(C) = 1 - \frac{C_9^3}{C_{14}^3} = 1 - \frac{84}{364} = 1 - \frac{42}{182} = \frac{140}{182}$

5. $P(D) = \frac{C_5^3}{C_{14}^3} = \frac{10}{364} = \frac{5}{182}$

6.a) Loi de probabilité

$X = x_i$	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{42}{182}$	$\frac{90}{182}$	$\frac{45}{182}$	$\frac{5}{182}$

b) $E(X) = 0 \times \frac{42}{182} + 1 \times \frac{90}{182} + 2 \times \frac{45}{182} + 3 \times \frac{5}{182} = \frac{195}{182}$

47*

(revoir la numérotation)

1. Le nombre d tirages possibles est : $C_7^4 = 35$.

2.a) $P(A) = \frac{C_4^2 \times C_3^2}{C_7^4} = \frac{18}{35}$

b) $P(B) = \frac{C_3^2 \times C_4^2 + C_3^3 \times C_4^1}{C_7^4} = \frac{22}{35}$

c) $P(C) = \frac{1}{35}$

3. a) Les valeurs prises par X sont : -100; 0; 100

b)

$X = x_i$	-100	0	100
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{35}$	$\frac{19}{35}$	$\frac{12}{35}$

c) $E(X) = \frac{-400+1200}{35} = \frac{800}{35}$

d) Le jeu est favorable pour le joueur

48*

1. Le nombre de possibilités de choisir les tablettes est : $C_{16}^3 = 560$

2. $P(A) = \frac{C_5^3 + C_4^3 + C_4^3 + C_3^3}{C_{16}^3} = \frac{19}{560}$ $P(B) = \frac{C_{13}^3}{C_{16}^3} = \frac{286}{560} = \frac{143}{280}$

3. $P(C) = \frac{C_3^1 \times C_{13}^2}{C_{16}^3} = \frac{234}{560} = \frac{117}{280}$

4.a) les valeurs prises par X sont : 0; 1; 2; 3

b) Loi de probabilité

$X = x_i$	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{143}{280}$	$\frac{117}{280}$	$\frac{39}{560}$	$\frac{1}{560}$

c) La probabilité pour que KOFFI tire au moins une tablette de chocolat grise est : $\frac{137}{280}$

Situation complexe

Pour traiter le problème, nous allons utiliser l'outil de combinaison pour calculer les probabilités ;

Ensuite nous calculerons le nombre total de tirages possibles, tous les gains possibles et leurs probabilités respectives ;

Puis la probabilité de réaliser un gain et le comparer à 60% pour confirmer ou infirmer l'affirmation du chef de classe ;

Enfin déterminer l'espérance mathématiques pour la confirmation de l'affirmation de son voisin.

1- Le nombre total de tirages possibles est :

Le jeu consiste à tirer 2 enveloppes parmi 5: il y a $C_5^2 = 10$ tirages possibles.

2- Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de deux enveloppes associe le gain du joueur, on a quatre gains relatives aux tirages suivants :

- tirage de deux enveloppes vides fait gagner 0F;

- tirage d'une enveloppe de 1000F et d'une enveloppe vide fait gagner 1000F ;

-tirage des deux enveloppes de 1000F ou celui de l'enveloppe de 2000F et d'une

enveloppe vide fait gagner 2000F;
 - tirage d'une enveloppe de 1000F et de l'enveloppe de 2000F fait gagner 3000F.
 Donc : $X = \{0 ; 1000 ; 2000 ; 3000\}$.

a) Loi de probabilité de X

le nombre total de tirages possibles
 est $C_5^2 = 10$

$X = x_i$	0	1000	2000	3000
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$

$$P(X = 0) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}; \quad P(X = 1000) = \frac{C_2^1 \times C_2^1}{C_5^2} = \frac{4}{10};$$

$$P(X = 2000) = \frac{C_2^2 + C_1^1 \times C_2^1}{C_5^2} = \frac{3}{10};$$

$$P(X = 3000) = \frac{C_2^1 \times C_1^1}{C_5^2} = \frac{2}{10}.$$

b) La probabilité de réaliser un gain est $P(G) = P(X \geq 1000)$.

$$P(G) = P(X \geq 1000) = P(X = 1000) + P(X = 2000) + P(X = 3000)$$

$$P(G) = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} + \frac{2}{10} = 90\%.$$

Comme $90\% > 60\%$ alors l'affirmation du chef de classe est fausse.

3- Le gain moyen est l'espérance mathématiques $E(X)$.

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{10} + 1000 \times \frac{4}{10} + 2000 \times \frac{3}{10} + 3000 \times \frac{2}{10} = 1600.$$

Ainsi chaque joueur peut gagner en moyenne plus de 1500FCFA donc le voisin du chef de classe à raison.