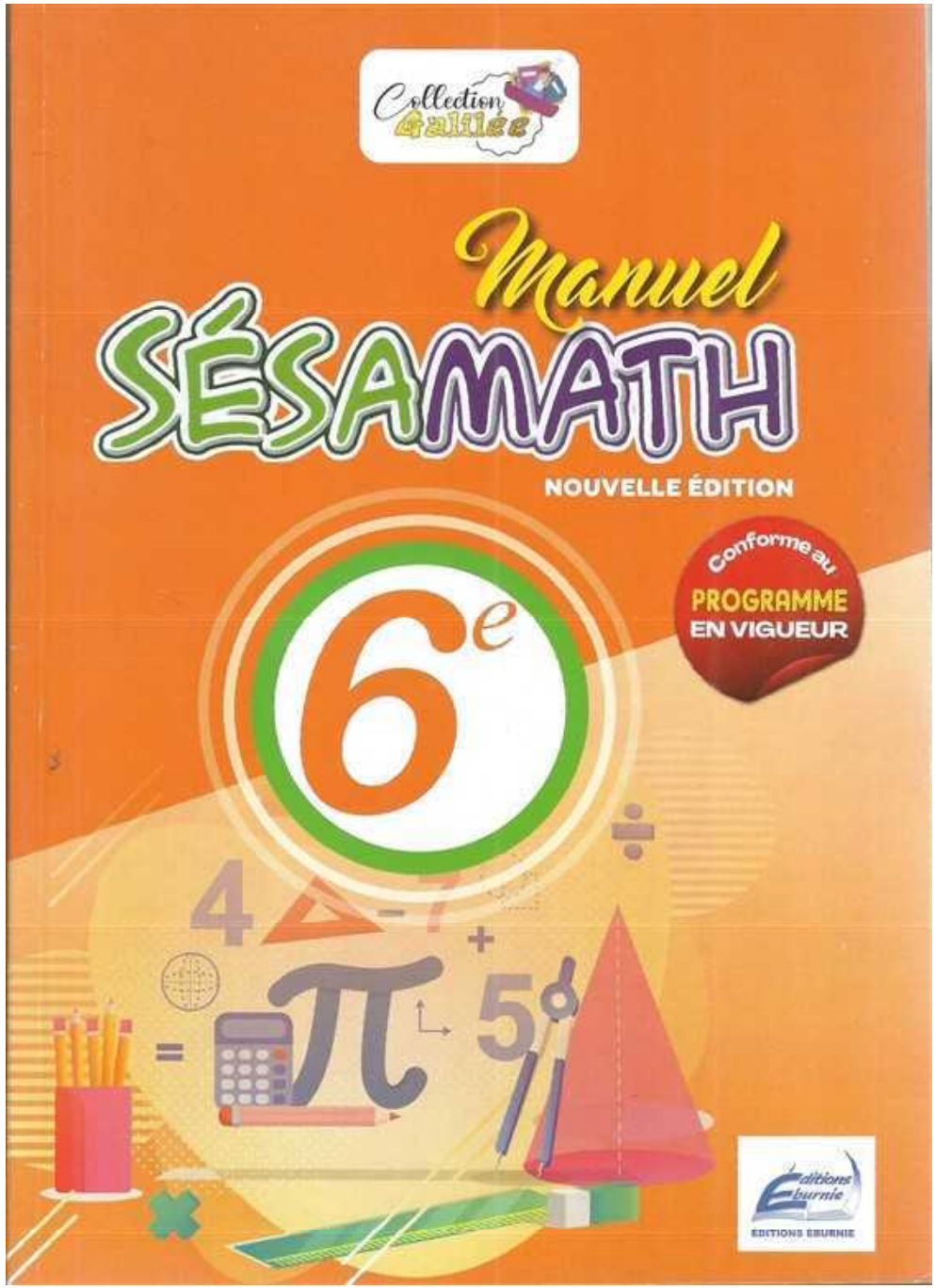


Collection Galilée

Manuel MATHÉMATIQUES

6e

Auteurs

KOUASSI Martial

Inspecteur Pédagogique du Secondaire

ABOUA Estelle

Professeur de lycée

Editions Eburnie

ÉDITIONS ÉBURNIE

01 BP. 1984 Abidjan 01

eburnie@aviso.ci

www.editionseburnie.com

© ÉDITIONS ÉBURNIE, Abidjan, aout 2026.
ISBN : 978-2-84770- 246-0

Tous droits de traduction et d'adaptation réservés pour tous pays.
Toute reproduction interdite sous peine de poursuites judiciaires.

Avant-propos

Ce manuel de mathématiques de la collection « Galilée » de la classe de Sixième est conforme au programme éducatif en vigueur et à son guide d'exécution. Ses objectifs sont, entre autres, d'entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique, de développer leur capacité de raisonnement et de résolution de problèmes.
Il comporte treize (13) leçons ayant la même structure :

Le titre
Une image suivie d'un petit commentaire.
Une image pour donner du sens à la leçon et pour susciter la curiosité de l'élève.

Objectifs de la leçon
Ce sont les habiletés et contenus résumés à l'essentiel.

Connaissances essentielles pour cette leçon
Ce sont les prérequis nécessaires sous forme d'exercices pour bien mener les activités permettant de découvrir les nouvelles notions.

Situation d'apprentissage
C'est un exercice de vie courante pour donner du sens aux notions à développer dans la leçon.

Activités d'approche
Chaque activité a pour but de découvrir progressivement, à travers un exercice guidé, une notion de la leçon.

Cours-Méthodes
Il donne les notions et outils essentiels que l'élève doit absolument connaître et savoir utiliser.

Travaux pratiques
Ce sont des exemples d'exercices types. Certains sont corrigés avec des détails et des points méthodes.

Exercices
Nombreux, variés et de difficulté croissante, les exercices permettent aux élèves de consolider leurs connaissances de base et de résoudre des problèmes exigeant parfois des recherches.

Récréation mathématique
C'est une partie qui a pour objet de donner une culture mathématique aux élèves à travers des notes historiques et des énigmes.

Nous espérons, par ce manuel, contribuer à rendre les Mathématiques aisées à comprendre par les élèves et fournir aux collègues un instrument de travail sûr et efficace. C'est avec gratitude que nous accueillerons les remarques et suggestions susceptibles d'améliorer son contenu.

Les auteurs

Sommaire

TITRE	PAGE
Avant-propos	3
Mode d'emploi	7
Leçon 1 : Nombres entiers naturels	**9**
Objectifs de la leçon / Connaissances essentielles	9
Situation d'apprentissage /Activités d'approche	10
Cours-Méthodes	13
Travaux pratiques	15
Exercices	17
Récréation mathématique	22
Leçon 2 : Nombres décimaux relatifs	**23**
Objectifs de la leçon / Connaissances essentielles	23
Situation d'apprentissage /Activités d'approche	24
Cours-Méthodes	27
Travaux pratiques	29
Exercices	31
Récréation mathématique	38
Leçon 3 : Fractions	**39**
Objectifs de la leçon / Connaissances essentielles	39
Situation d'apprentissage /Activités d'approche	40
Cours-Méthodes	43
Travaux pratiques	46
Exercices	48
Récréation mathématique	52
Leçon 4 : Proportionnalité	**53**
Objectifs de la leçon / Connaissances essentielles	53
Situation d'apprentissage /Activités d'approche	54
Cours-Méthodes	57
Travaux pratiques	59
Exercices	61
Récréation mathématique	66
Leçon 5 : Statistique	**67**
Objectifs de la leçon / Connaissances essentielles	67
Situation d'apprentissage /Activités d'approche	68
Cours-Méthodes	70
Travaux pratiques	71
Exercices	73
Récréation mathématique	78
Leçon 6 : Droites et points	**79**
Objectifs de la leçon / Connaissances essentielles	79
Situation d'apprentissage /Activités d'approche	80
Cours-Méthodes	84
Travaux pratiques	88
Exercices	89
Récréation mathématique	96

Leçon 7 : Segments	**97**
Objectifs de la leçon / Connaissances essentielles	97
Situation d'apprentissage /Activités d'approche	98
Cours-Méthodes	100
Travaux pratiques	102
Exercices	103
Récréation mathématique	108
Leçon 8 : Cercles et disques	**109**
Objectifs de la leçon / Connaissances essentielles	109
Situation d'apprentissage /Activités d'approche	110
Cours-Méthodes	111
Travaux pratiques	113
Exercices	114
Récréation mathématique	120
Leçon 9 : Angles	**121**
Objectifs de la leçon / Connaissances essentielles	121
Situation d'apprentissage /Activités d'approche	122
Cours-Méthodes	125
Travaux pratiques	127
Exercices	129
Récréation mathématique	134
Leçon 10 : Triangles	**135**
Objectifs de la leçon / Connaissances essentielles	135
Situation d'apprentissage /Activités d'approche	136
Cours-Méthodes	138
Travaux pratiques	141
Exercices	142
Récréation mathématique	148
Leçon 11 : Parallélogramme	**149**
Objectifs de la leçon / Connaissances essentielles	149
Situation d'apprentissage /Activités d'approche	150
Cours-Méthodes	154
Travaux pratiques	156
Exercices	157
Récréation mathématique	164
Leçon 12 : Pavés droits et cylindres droits	**165**
Objectifs de la leçon / Connaissances essentielles	165
Situation d'apprentissage /Activités d'approche	166
Cours-Méthodes	169
Travaux pratiques	172
Exercices	173
Récréation mathématique	178
Leçon 13 : Figures symétriques par rapport à un point	**179**
Objectifs de la leçon / Connaissances essentielles	179
Situation d'apprentissage /Activités d'approche	180/181
Cours-Méthodes	184
Travaux pratiques	188
Exercices	189
Récréation mathématique	194

Mode d'emploi

A. Structure du manuel

Le manuel est organisé en plusieurs leçons regroupées selon les compétences conformément au programme officiel.

Chaque leçon suit une progression pédagogique identique, facilitant aussi bien le travail de l'enseignant que celui de l'élève.

Cette organisation permet une découverte progressive des notions, une construction méthodique des connaissances, un entraînement régulier, une évaluation continue des acquis.

B. Structure d'une leçon

Chaque leçon est organisée selon les rubriques suivantes :

Objectifs de la leçon
Présentation des habiletés et contenus.

Connaissances essentielles pour cette leçon
Mobilisation des prérequis nécessaires.

Situation d'apprentissage
Mise en contexte et découverte de la notion.

Activités d'approche
Observation, recherche, manipulation et construction des savoirs.

Cours – Méthodes
Formalisation des connaissances, définitions, propriétés, méthodes et exemples.

Travaux pratiques
Exercices corrigés favorisant l'acquisition des techniques et méthodes de résolution ainsi que des exercices non corrigés.

Exercices
Exercices de fixation, de renforcement et d'approfondissement permettant de développer les compétences mathématiques attendues.

Récréation mathématique
Exercices pour susciter la curiosité et donner une culture mathématique.

C. Méthode d'enseignement de la discipline

Chaque leçon est construite autour d'un ensemble d'objectifs d'apprentissage permettant à l'élève d'acquérir progressivement les connaissances, les méthodes et les compétences mathématiques prévues par le programme.

La démarche pédagogique adoptée est conforme à l'Approche Par Compétences (APC). Elle privilégie la recherche, la résolution de problèmes, la construction des savoirs et leur réinvestissement dans des contextes variés.

La progression de chaque leçon s'organise selon les étapes suivantes :

Objectif de la leçon
Cette rubrique présente les habiletés et contenus que l'élève devra maîtriser à l'issue de la leçon. Elle constitue le fil conducteur de toutes les activités proposées.

1. Connaissances essentielles
Cette partie permet de mobiliser les acquis indispensables à la compréhension des nouvelles notions. Elle favorise le rappel des prérequis et prépare efficace-

2. Situation d'apprentissage
Chaque leçon débute par une situation concrète, proche du vécu des élèves, qui suscite le questionnement et fait émerger le besoin d'apprendre de nouvelles notions mathématiques.

3. Activités d'approche
À travers des observations, manipulations, recherches et échanges, les élèves découvrent progressivement les concepts mathématiques et élaborent les premières conjectures qui conduisent à la formalisation des savoirs.

4. Cours – Méthodes
Cette rubrique présente les définitions, propriétés, règles, méthodes de résolution et exemples indispensables à la maîtrise des notions étudiées.
Elle constitue le référentiel scientifique de la leçon.

5. Travaux pratiques
Les travaux pratiques proposent des exercices entièrement corrigés permettant à l'élève de comprendre les méthodes de résolution, d'acquérir des automatismes et de développer des stratégies de calcul et de raisonnement.

Cette rubrique comporte aussi des exercices non corrigés qui offrent à l'élève l'occasion de s'entraîner de manière autonome, de consolider les acquis et de vérifier progressivement son niveau de maîtrise.

6. Exercices
Cette dernière partie rassemble des exercices variés et progressifs permettant :

- la fixation des connaissances ;
- l'application des notions étudiées ;
- le renforcement des acquis ;
- l'approfondissement de ces acquis ;
- le développement du raisonnement mathématique et de la résolution de problèmes.



1 Leçon

Nombres entiers naturels

En fonction du nombre d'œufs d'une plaquette et du nombre de plaquettes, comment déterminer le nombre d'œufs d'un poulailler ?

Objectifs de la leçon

- **Noter l'ensemble des nombres entiers naturels.**
- **Connaître les caractères de divisibilité par 2 ; 3 ; 5 ; 9 ; 10 ; 100 ; 1000 ; ...**
- **Utiliser les symboles ∈ et ∉.**
- **Déterminer des nombres entiers naturels consécutifs ; des multiples d'un nombre entier naturel donné ; tous les diviseurs d'un nombre entier naturel plus petit que 1000.**
- **Reconnaître un nombre entier naturel divisible par 2 ; 3 ; 5 ; 9 ; 10 ; 100 ; 1000 ; ...**
- **Justifier qu'un nombre entier naturel :**
  - **est multiple d'un nombre entier naturel donné ;**
  - **est divisible par un nombre entier naturel donné ;**
  - **non nul est diviseur d'un nombre entier naturel non nul donné.**

1 Connaissances essentielles pour cette leçon

Reconnaître un nombre entier.

Exercices

1. On donne la liste de nombres ci-dessous :
   2454 ; 45,68 ; 107,25 ; 4 001 ; 1 047 ; 258,01 ; 147 000 ; 789 ; 178,27 ; 231,14
   Recopie les nombres entiers.

2. On donne la liste de nombres ci-dessous :
   4,54 ; 458 ; 1 025 ; 40,00 ; 1,47 ; 2 581 ; 14,79 ; 78 ; 18,27 ; 2 314
   Recopie les nombres qui ne sont pas des nombres entiers.

Reconnaître des nombres entiers qui se suivent

On propose des groupes composés chacun de trois nombres entiers ci-dessous:

Groupe A : 125 ; 126 ; 127
Groupe B : 478 ; 558 ; 697
Groupe C : 157 ; 158 ; 159
Groupe D : 350 ; 351 ; 159
Groupe E : 112 ; 113 ; 154

Recopie les groupes qui présentent des nombres entiers qui se suivent.

2 Situation d'apprentissage

L'OISSU (Office Ivoirien des Sports Scolaires et Universitaires) organise à Divo, pendant l'année scolaire, un tournoi de football opposant quatre associations d'enseignants de la ville et doté de la coupe du conseil régional. Les différentes équipes de ces associations portent les noms suivants : GLOIRE, COURAGE, PAIX et JOIE.

Les résultats des éliminatoires en aller-retour sont enregistrés dans le tableau ci-dessous.

Équipes	Points
Paix	12
Courage	12
Gloire	4
Joie	7

Koffi, l'un de tes camarades ayant assisté à tous les matchs, regarde ce tableau et décide de chercher comment les calculs ont été effectués pour trouver le nombre de points.

Avec ses camarades de classe, ils décident de faire des calculs pour répondre à sa préoccupation.

3 Activités d'approche

1 Nombres entiers naturels

On donne la liste de nombres suivants :

47 ; 48 ; 14,8 ; 0 ; 7 897 ; $\frac{3}{2}$; 1,087 ; 46 et 754 280.

1. Recopie les nombres entiers de cette liste.
2. Cite quatre autres nombres entiers.
3. Peux-tu citer tous les nombres entiers ?

Synthèse

- 47 ; 48 ; 0 ; 7 897 ; 46 et 754 280 sont des nombres entiers.
- Les nombres entiers sont encore appelés nombres entiers naturels et l'ensemble des nombres entiers naturels est noté $\mathbb{N}$.
- 48 est un nombre entier naturel : on note $48 \in \mathbb{N}$.
- 14,8 n'est pas un nombre entier naturel : on note $14{,}8 \notin \mathbb{N}$.

2 Nombres entiers naturels consécutifs

1. Peux-tu écrire un nombre entier naturel compris entre 2024 et 2025 ?
2. Écris le nombre entier naturel qui suit 2024.
3. Écris le nombre entier naturel qui précède 2024.

Synthèse

2023, 2024 et 2025 se suivent l'un après l'autre :
on dit que ce sont des nombres entiers naturels consécutifs.

3 Nombre d'entiers naturels consécutifs d'un nombre naturel donné à un autre nombre naturel donné

1. Écris tous les nombres entiers naturels de 5 à 13.
2. Compte tous les nombres entiers naturels trouvés.
3. Calcule $13 - 5 + 1$.
   Que constates-tu ?

Synthèse

Le nombre d'entiers naturels, consécutifs de 5 à 13 est $13 - 5 + 1$.

4 Multiples d'un nombre entier naturel

Une plaquette d'œufs contient 30 œufs.
Le père de Bouba veut acheter 270 œufs.
On donne le tableau ci-dessous :

Nombre de plaquettes d'œufs	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre d'œufs	0	30										

1. Recopie puis complète le tableau ci-dessus.
2. Comment obtient-on un nombre de la 2e ligne à partir de celui qui lui correspond dans la 1re ligne ?

Synthèse

- Pour obtenir les nombres de la seconde ligne, on multiplie ceux de la première ligne par 30.
- Les nombres de la seconde ligne sont des multiples de 30.

5 Nombres pairs, nombres impairs

- Écris les dix premiers multiples de 2.
- Recopie les dix premiers nombres entiers naturels qui ne sont pas multiples de 2.

Synthèse

- Un nombre entier naturel qui est multiple de 2 est appelé nombre pair.
- Un nombre entier naturel qui n'est pas multiple de 2 est appelé nombre impair.

6 Diviseurs d'un nombre entier naturel

Mademoiselle Koala possède 45 biscuits qu'elle doit partager à 9 camarades de classe.

1. Son souhait que chaque camarade ait le même nombre de biscuits peut-il se réaliser ?
2. Si oui, quel sera le nombre de biscuits que chaque camarade recevra ?

Synthèse

- L'égalité $45 = 9 \times 5$ prouve que 45 est un multiple de 9 et de 5.
- L'égalité $45 = 9 \times 5$ traduit également que 45 est divisible par 9 ou encore que 9 est un diviseur de 45.
- 45 est divisible par 5 et 5 est un diviseur de 45

⑦ Caractère de divisibilité par 2, par 5

On donne la liste de nombres entiers naturels suivants : 144 ; 1226 ; 70 ; 493 ; 505 ; 786 ; 0 ; 122 ; 575.

Recopie et complète :

1. Les nombres entiers naturels divisibles par 2 présents dans la liste ci-dessus sont :
   .....
2. Les nombres entiers naturels divisibles par 5 présents dans la liste ci-dessus sont :
   .....
   Ces nombres se terminent par .....

Synthèse

- Un nombre entier naturel est divisible par 2 lorsqu'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre entier naturel est divisible par 5 lorsqu'il se termine par 0 ou 5.

⑧ Caractère de divisibilité par 3, par 9

On donne la liste de nombres entiers naturels suivants : 144 ; 1827 ; 90 ; 181 ; 507 ; 189 ; 0 ; 123 ; 975.

1. Les nombres entiers naturels divisibles par 3 présents dans la liste ci-dessus sont :
   .....
   Fais la somme des chiffres de chacun de ces nombres et divise le résultat par 3.
2. Les nombres entiers naturels divisibles par 9 présents dans la liste ci-dessus sont :
   .....
   Fais la somme des chiffres de chacun de ces nombres et divise le résultat par 9.

Synthèse

- Un nombre entier naturel est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- Un nombre entier naturel est divisible par 9 lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

⑨ Caractère de divisibilité par 10, 100, 1000, ...

On donne la liste de nombres entiers naturels suivants : 140 ; 12 ; 7000 ; 4900 ; 500 ; 7800 ; 0 ; 120 ; 578.

1. Les nombres entiers naturels divisibles par 10 présents dans la liste ci-dessus sont : .....
   Ils se terminent tous par.....
2. Les nombres entiers naturels divisibles par 100 présents dans la liste ci-dessus sont : .....
   Les deux derniers chiffres de chacun d'eux sont ....
3. Les nombres entiers naturels divisibles par 1000 présents dans la liste ci-dessus sont : .....
   Les trois derniers chiffres de chacun d'eux sont ....

Synthèse

Un nombre entier naturel est divisible par 10 ; 100 ; 1000 ; ... lorsqu'il se termine respectivement par 0 ; 00 ; 000 ; ...

⑩ Détermination tous les diviseurs d'un nombre entier naturel

1. Recopie et complète les égalités suivantes :
   $18 = 1 \times \ldots$; $18 = 2 \times \ldots$;
   $18 = 3 \times \ldots$; $8 = 6 \times \ldots$
2. Déduis-en les diviseurs de 18.
3. Remplace les pointillés par les nombres qui conviennent.
   L'ensemble des diviseurs de 18 est :
   $E = \{ \ldots ; \ldots ; \ldots ; \ldots ; \ldots ; \ldots \}$

Synthèse

Pour déterminer tous les diviseurs d'un nombre entier naturel, on peut diviser ce nombre par 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; ...

Quand le reste de la division est égal à 0, le diviseur et le quotient sont des diviseurs.

L'ensemble de la question est l'ensemble des diviseurs de 18 écrit en extension.

4 Cours – Méthodes

1. Nombres entiers naturels

1.1. Présentation

Les nombres 0 ; 1 ; 87 ; 90 ; 2025 ; ... sont des nombres entiers naturels.

1.2. Vocabulaire et notation

- L'ensemble des nombres entiers naturels se note $\mathbb{N}$.
- Pour exprimer que 2025 est un nombre entier naturel, on écrit : $2025 \in \mathbb{N}$ et on lit « 2025 **appartient à** l'ensemble $\mathbb{N}$ ».
- Pour exprimer que 79,7 n'est pas un nombre entier naturel, on écrit $79{,}7 \notin \mathbb{N}$ et on lit « 79,7 **n'appartient pas à** l'ensemble $\mathbb{N}$ ».

2. Nombres entiers naturels consécutifs

2.1. Présentation

Des nombres entiers naturels consécutifs sont des nombres entiers qui se suivent directement, sans interruption.

Exemples :

- 21 et 22 sont deux nombres entiers naturels consécutifs.
- 12 ; 13 et 14 sont trois nombres entiers naturels consécutifs.

2.2. Détermination du nombre d'entiers naturels consécutifs de a à b, $(a < b)$

a et b sont deux nombres entiers naturels tels que a est le plus petit.

Le nombre de nombres entiers naturels consécutifs de a à b est $b - a + 1$.

Exemple :

Le nombre d'entiers naturels de 5 à 12 est : $12 - 5 + 1 = 8$.

3. Multiples d'un nombre entier naturel

3.1. Définition

Un multiple d'un nombre entier naturel est le produit de ce nombre par un nombre entier naturel.

Remarque

- L'égalité $45 = 3 \times 15$ traduit que 45 est un multiple de 3 ou de 15.
- Chaque nombre entier naturel est multiple de 1 et de lui-même. ($a = 1 \times a$).

3.2. Nombre pair - Nombre impair

Définition

- Un **nombre pair** est un nombre entier naturel qui est multiple de 2.
- Un **nombre impair** est un nombre entier naturel qui n'est pas multiple de 2.

Remarque

- Les nombres pairs se terminent par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; et 8.
- Les nombres impairs se terminent par 1 ; 3 ; 5 ; 7; et 9.

4. Diviseurs d'un nombre entier naturel

4.1. Définition

Un nombre entier naturel non nul b est un diviseur d'un nombre entier a s'il existe un nombre entier k tel que : $a = b \times k$.

4.2. Vocabulaire

On dit aussi que a est divisible par b.

Exemple : 8 est un diviseur de 24 car : $24 = 8 \times 3$.

Remarque

- Tout nombre entier naturel non nul est divisible par 1 et par lui-même.
- Le nombre entier naturel 0 n'est diviseur d'aucun nombre entier naturel.
- Un nombre b est un diviseur d'un nombre a si, lorsqu'on effectue la division de a par b, on obtient un entier et le reste est 0.

4.3. Écriture en extension d'un ensemble

Écrire en extension un ensemble, c'est citer tous les éléments de cet ensemble dans des accolades.

Exemple : E = {3 ; 6 ; 9}

4.4. Caractères de divisibilité

a) Caractère de divisibilité par 2, par 5.

Règle 1 : Un nombre entier naturel est divisible par 2 lorsqu'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.

Règle 2 : Un nombre entier naturel est divisible par 5 lorsqu'il se termine par 0 ou 5.

b) Caractère de divisibilité par 3, par 9.

Règle 1 : Un nombre entier naturel est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

Règle 2 : Un nombre entier naturel est divisible par 9 lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

c) Caractère de divisibilité par 10 ; 100 ; 1000 ; ...

Règle : Un nombre entier naturel est divisible par 10, 100, 1000, ... lorsqu'il se termine respectivement par 0 ; 00, 000, ...

5 Travaux pratiques

Exercices corrigés

1 Utiliser les symboles ∈ et ∉

Pour chacune des affirmations suivantes, mets une croix dans la case qui correspond à la bonne réponse.

AFFIRMATION	VRAI	FAUX
$780{,}25 \in \mathbb{N}$		
$3\,474 \notin \mathbb{N}$		
$20\,878 \in \mathbb{N}$		
$0 \notin \mathbb{N}$		

Corrigé

AFFIRMATION	VRAI	FAUX
$780{,}25 \in \mathbb{N}$		×
$3\,474 \notin \mathbb{N}$		×
$20\,878 \in \mathbb{N}$	×	
$0 \notin \mathbb{N}$		×

2 Reconnaître des nombres entiers naturels consécutifs

Parmi les listes suivantes de nombres, écris celles qui sont composées de nombres entiers naturels consécutifs.

a) 1 ; 2 ; 3 ; 5
b) 47 ; 48 ; 49
c) 18 ; 19 ; 20 ; 21
d) 2 023 ; 2 024 ; 2 026

Corrigé

b) 47 ; 48 ; 49
c) 18 ; 19 ; 20 ; 21

3 Déterminer des multiples d'un nombre entier naturel donné

1. Parmi les nombres entiers naturels suivants, écris les multiples de 3.
0, 1, 3, 10, 12, 257, 25, 63, 75, 58, 210, 182, 300

2. Justifie que 57 est un multiple de 3.

Corrigé

1. 0, 3, 12, 63, 75, 210, 300
2. $57 = 19 \times 3$

4 Déterminer tous les diviseurs d'un nombre entier naturel

1. Détermine tous les nombres entiers naturels a et b tels que : $a \times b = 72$.
2. Déduis-en tous les diviseurs de 72.
3. Écris en extension l'ensemble E des diviseurs de 72.

Corrigé

1. On a :
$72 = 1 \times 72$
$72 = 2 \times 36$
$72 = 3 \times 24$
$72 = 4 \times 18$
$72 = 6 \times 12$
$72 = 8 \times 9$

2. Les diviseurs de 72 sont :
1 ; 72 ; 2 ; 36 ; 3 ; 24 ; 4 ; 18 ; 6 ; 12 ; 8 ; 9.

3. L'ensemble E est :
E = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 ; 72}

Méthode

Pour déterminer tous les diviseurs d'un nombre entier naturel a donné, on peut procéder comme suit :

- commencer par : $a = 1 \times a$ (ainsi 1 et a sont des diviseurs) ;
- diviser a par 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; ... ;
- chaque fois que le reste de la division est égal à 0, le diviseur et le quotient sont des diviseurs de a ;
- s'arrêter lorsque le quotient est un nombre entier égal au diviseur (exemple : $36 = 6 \times 6$) ou inférieur au diviseur (exemple : $72 = 9 \times 8$).

Exercices non corrigés

1. **1.** Détermine tous les nombres pairs compris entre 33 et 46.
   2. Cite les nombres impairs plus petits que 17.

2. On donne l'égalité : $306 = 34 \times 9$.
   1. Complète les phrases par les nombres entiers 9 ; 34 et 306 qui conviennent :
   ... est divisible par 34
   ... est un diviseur de 306.
   2. Justifie que 306 est divisible par 18.

6 Exercices

Exercices de fixation

Nombres entiers naturels

1. Complète avec ∈ ou ∉.
25 ... N ; 28,58 .... N ; 587 .... N ;
0 ... N ; 74,87 .... N ; $\frac{35}{6}$ .... N ;
405 ..... N ; 12,004 ..... N.

2. Parmi les notations ci-dessous, recopie celles qui sont vraies :
2,5 ∈ N ; 19,00 ∈ N ; 0 ∈ N ;
470 ∉ N ; $\frac{47}{5}$ ∈ N ; 786 ∈ N ;
69,01 ∈ N ; 12,087 ∉ N ; 2025 ∈ N ;

3. 1. Écris la liste des chiffres utilisés pour écrire le nombre entier naturel 927 723.
   2. Écris un nombre entier naturel de quatre chiffres avec les chiffres du nombre 927 723.

Nombres entiers naturels consécutifs

4. On donne ci-dessous six listes de nombres entiers naturels. Écris celles qui présentent des nombres entiers naturels consécutifs.
Liste 1 : 9, 10, 11, 12.
Liste 2 : 14, 15, 19, 21.
Liste 3 : 18, 19, 21, 22.
Liste 4 : 17, 18, 19, 20.
Liste 5 : 179, 180, 181, 182.
Liste 6 : 2021, 2022, 2023, 2025.

5. Complète les listes ci-dessous pour qu'elles soient des listes de nombres entiers naturels consécutifs.
Liste 1 : ....., 724, ...
Liste 2 : ....., ..., 25, ...
Liste 3 : 18, ..., ...
Liste 4 : ....., ..., ..., 2025.

6. Écris trois nombres entiers naturels consécutifs dont le plus petit est 58.

Nombre d'entiers naturels consécutifs d'un nombre naturel donné à un autre nombre naturel donné

7. Détermine le nombre d'entiers naturels consécutifs :
a) de 2 à 89 ;
b) de 42 à 210 ;
c) de 1998 à 2025.

8. Sur la liste des élèves d'une classe de sixième d'effectif 45, Bamba Victoire est au numéro 9 et Zadi Aristide est au numéro 45.
Détermine le nombre d'élèves de Bamba Victoire à Zadi Aristide, en comptant Bamba et Zadi.

Multiples d'un nombre entier naturel

9. Écris les quatre premiers multiples de 8.

10. Recopie les multiples de 5 présents dans cette liste.
25 ; 35 ; 47 ; 49 ; 55 ; 78 ; 0 ; 125 ; 578.

11. Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations.
1. Tout entier naturel est multiple de 1.
2. Tout nombre entier naturel est multiple de lui-même.
3. Tout entier naturel est multiple de 0.

Nombres pairs, nombres impairs

12. Écris les dix premiers nombres pairs.

13 Écris l'ensemble A des nombres pairs et l'ensemble B des nombres impairs présents dans cette liste.
24 ; 78 ; 79 ; 19 ; 85 ; 78 ; 0 ; 145 ; 508.

14 Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations.
1. 47 est un nombre pair
2. 793 est un nombre impair

Diviseurs d'un nombre entier naturel

15 Recopie puis complète chaque proposition avec l'un des mots suivants : divisible, diviseur, multiple.
75 est un ..... de 15.
64 est .....par 8.
9 est un .....de 819.

16 On donne l'égalité suivante :
$918 = 9 \times 102$.
Complète les quatre phrases ci-dessous en utilisant cette égalité :
« ..... est un diviseur de ..... »
« ..... est divisible par ..... »
« ..... est un diviseur de ..... »
« ..... est divisible par ..... »

Caractères de divisibilité par 2, par 5

17 Sans faire de calcul, justifie que :
a) 572 est divisible par 2.
b) 210 est divisible par 5.
c) 320 est divisible par 2 et par 5.
d) 473 n'est divisible ni par 2 ni par 5.

18 Mets une croix dans la case qui convient :

	470	257	425	210	2025	213	412	220
... est divisible par 2								
... est divisible par 5								

Caractères de divisibilité par 3, par 9

19 Justifie que :
a) 372 est divisible par 3 ;
b) 270 est divisible par 9.

20 Mets une croix dans la case qui convient :

	441	414	257	210	2025	378	1223	32733
... est divisible par 3								
... est divisible par 9								

Caractères de divisibilité par 10 ; 100 ; 1000...

21 Sans faire de calculs, justifie que :
1. 5700 est divisible par 100
2. 210 est divisible par 10
3. 32000 est divisible par 1000

22 Mets une croix dans la case qui convient :

	1570	257	1400	217	2025	21000	10000	210
... est divisible par 10								
... est divisible par 100								
... est divisible par 1000								

Exercices de renforcement

23 Pour chacune des affirmations suivantes, mets une croix dans la case qui correspond à la bonne réponse.

Affirmation	Vrai	Faux
$7802 \in \mathbb{N}$		
$3{,}74 \notin \mathbb{N}$		
$20{,}7 \in \mathbb{N}$		
$0{,}84 \notin \mathbb{N}$		

24 Dans chacun des cas ci-dessous, les trois nombres sont consécutifs. Écris les deux autres sachant que l'un est connu.
a) 614 ; ..... ; .....
b)..... ; 447 ; .....
c) ..... ; ..... ; 5020

25 Complète par les mots suivants : pair ; divisible ; multiple.
372 est un nombre entier naturel ..... mais ..... par 3. 372 est aussi un ..... de 2, il est donc un nombre entier naturel ..... .

26 Parmi les listes suivantes de nombres, recopie celles qui sont composées de nombres entiers naturels consécutifs.
a) 3 ; 4 ; 5 ; 6 b) 175 ; 176 ; 177
c) 10 ; 18 ; 20 ; 23
d) 2022, 2023 ; 2024 ; 2025

27 1. Écris quatre nombres entiers naturels consécutifs.
2. Écris trois nombres entiers naturels consécutifs dont le plus petit est 52.

28 Détermine le nombre d'entiers naturels consécutifs :
a) de 1 à 163 ;
b) de 0 à 75 ;
c) de 42 à 88.

29 Parmi les nombres entiers naturels ci-dessous, recopie ceux qui sont multiples de 8 en justifiant ta réponse :
8 ; 204 ; 0 ; 124 ; 4000 ; 64 ; 72.

30 1. Détermine tous les nombres pairs compris entre 22 et 45.
2. Cite les nombres impairs plus petits que 23.

31 On donne l'égalité : $567 = 81 \times 7$.
1. Complète chaque phrase par le nombre entier 7 ou 567 qui convient :
a) ... est divisible par 81.
b) ... est un diviseur de 567.
2. Justifie que 567 est un multiple de 21.

32 Écris en extension l'ensemble E des diviseurs de 18.

33 Complète le tableau ci-dessous en marquant une croix dans la case qui convient.

	74	630	600	782	2113	410	270	216
... est divisible par 2								
... est divisible par 5								
... est divisible par 3								
... est divisible par 10								

34 Écris trois nombres entiers naturels de trois chiffres différents.

35 Trouve tous les nombres entiers naturels de trois chiffres différents que l'on peut écrire avec 8, 6 et 3.

36 Un gratte-ciel est composé de 65 étages.
Le bureau de monsieur Yao est au 11e étage et celui de madame Bamba au 52e étage.
De combien d'étages faut-il monter pour passer du 11e au 52e ?

37 Écris la liste des 5 plus petits multiples de 5.
Écris la liste des 6 plus petits multiples de 7.
Écris la liste des 6 plus petits multiples de 10.

38 Quels sont les multiples de 5 compris entre 403 et 507 ?

39
1. Écris tous les multiples de 3 plus petits que 49.
2. Écris tous les multiples de 7 plus petits que 49.
3. Écris les entiers naturels communs aux deux listes.

40
1. Justifie par une égalité que 56 est un multiple de 7.
2. Justifie par une égalité que 405 est un multiple de 45.

41
1. Justifie par une égalité que 1836 est un multiple de 18.
2. Quel est le multiple de 18 qui précède 1836 ?
3. Quel est le multiple de 18 qui suit 1836 ?

42 252 est un multiple de 14.
257 est-il un multiple de 14 ?
Justifie ta réponse.

43
1. Cite les dix premiers multiples de 6.
2. Cite les dix premiers multiples de 9.
3. Quel est le plus petit multiple commun non nul de 6 et de 9 ?

44
1. Détermine le plus petit nombre non nul, multiple commun de 9 et de 15.
2. Trouve les trois nombres de 3 chiffres, compris entre 100 et 250, multiples à la fois de 9 et de 15.

45 Les multiples de 4 sont des nombres entiers naturels dont la moitié est un nombre pair.
Recopie les multiples de 4 parmi ces nombres :
350 ; 720 ; 64 ; 320 ; 126 ; 348 ; 450 ; 536 et 390.

46
1. Justifie que 1342 et 495 sont deux multiples de 11.
2. Calcule la somme : 1342 + 495, puis vérifie que le résultat obtenu est un multiple de 11.
3. Calcule la différence : 1342 – 495, puis vérifie que le résultat est un multiple de 11.

47 Recopie et complète les phases suivantes avec les mots qui conviennent :
1. 442 est un..... de 13 et de 17.
2. 1 ; 2 ; 3 et 6 sont les seuls ..... de 6.
3. 4585 est .....par 5 car 5 est le chiffre des unités.
4. 456 est divisible par 19, donc 19 est un .....de 456 et 456 est un ..... de 19.

48 Voici une liste de nombres entiers naturels : 15 ; 20 ; 25 ; 50 ; 154 ; 378 ; 5007 ; 3076 ; 50500 ; 702 ; 9108 ; 18900.
Parmi ces nombres entiers, lesquels sont :
1. divisibles par 2 ?
2. divisibles par 3 ?
3. multiples de 5 ?
4. divisibles par 9 ?
5. divisibles par 10 ?
6. des diviseurs de 100 ?

49 Détermine tous les diviseurs de 504.

50 Recopie, puis complète les propriétés suivantes :
- Un nombre entier naturel est un multiple de 2 si son chiffre des unités est .....
- Un nombre entier naturel est divisible par ..... si la ..... des chiffres qui le composent est un ..... de 3.
- Un nombre entier naturel est divisible par 5 si son dernier chiffre est ..... ou .....

51 Avec les chiffres 4 ; 5 et 9, écris tous les nombres de trois chiffres différents divisibles par :
a) 2 b) 3
c) 5 d) 3 et 5.

52 En utilisant une seule fois chacun des chiffres 2 ; 3 ; 4, donne un nombre de trois chiffres divisible par 2 et par 9.

Exercices d'approfondissement

53 Une classe de 6e du Lycée Moderne 3 de DIVO compte 5 rangées de tables-bancs.
Dans chaque rangée sont disposées 6 tables-bancs.
Chaque table-banc pouvant recevoir chacune 2 élèves.
Détermine l'effectif de la classe.

54 Gago a planté des piquets pour soutenir ses plants de manguier.
Il les a numérotés de 1 à 200.
Quelques jours plus tard, il constate que les piquets portant les numéros 95 à 136 ont été détruits par les termites.

1. Détermine le nombre de piquets plantés par Gago.
2. Détermine le nombre de piquets détruits par les termites.



55 Des paysans doivent traverser une rivière. Ils ont à leur disposition deux barques. L'une ne peut embarquer que 14 personnes à la fois et l'autre 21 personnes à la fois.



On sait que, quelle que soit la pirogue choisie, elle fera un nombre exact de traversées avec le maximum possible de personnes à chaque traversée.

Détermine le nombre des paysans, sachant qu'ils sont moins de 80.

56 À l'occasion de la fête de Noël, la cellule "ENTRAIDE" de votre établissement souhaite faire une surprise aux enfants d'un orphelinat.
Il a été rapporté à la cellule qu'une autre structure a pu partager équitablement 84 habits et 126 cahiers aux élèves les plus méritants de cet orphelinat.
Curieux, le responsable de votre cellule veut savoir les nombres possibles d'enfants qui ont pu bénéficier des cadeaux de cette structure.
Il te demande de l'aider.

1. Écris en extension l'ensemble des diviseurs de 84.
2. Justifie que l'ensemble des diviseurs de 126 est : {1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 9 ; 14 ; 18 ; 21 ; 42 ; 63 ; 126}.
3. Donne la réponse que le responsable de la cellule attend.



7 Récréation mathématique

Défi

$66 \times 67 =$
$666 \times 667 =$
$6\,666 \times 6\,667 =$
$666\,666 \times 666\,667 =$
Devinez le résultat de
$666\,666\,666 \times 666\,666\,667.$





② Leçon

Nombres décimaux relatifs

Objectifs de la leçon

- Identifier des nombres entiers relatifs et des nombres décimaux relatifs.
- Reconnaître parmi des nombres donnés : un nombre entier naturel, un nombre entier relatif, un nombre entier relatif positif, un nombre entier relatif négatif, un nombre décimal, un nombre décimal relatif positif, un nombre décimal relatif négatif.
- Trouver l'opposé d'un nombre décimal relatif.
- Connaître les règles relatives à la comparaison de deux nombres décimaux relatifs ; les règles relatives à l'addition de deux nombres décimaux relatifs.
- Lire l'abscisse d'un point marqué sur une droite régulièrement graduée par des nombres décimaux relatifs.
- Graduer régulièrement une droite avec des nombres décimaux relatifs.
- Placer un point d'abscisse donnée sur une droite régulièrement graduée par des nombres décimaux relatifs.
- Calculer la somme de deux nombres décimaux relatifs.
- Comparer deux nombres décimaux relatifs.

1 Connaissances essentielles pour cette leçon

Reconnaître un nombre entier naturel

Exercice

Parmi les nombres suivants : 2 ; $\frac{5}{2}$; $\frac{6}{2}$; 13,4 ; 0 ; 2024 ; 187,28
cite ceux qui sont des nombres entiers naturels.

2 Situation d'apprentissage

Deux élèves d'une classe de 6e, Max et Christ, jouent au jeu de billes lors d'une journée culturelle organisée par leur établissement.

À chaque partie de jeu, chacun mise une bille et celui qui gagne obtient une bille du perdant.

Max et Christ effectuent cinq parties avant de se séparer, les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

	Nombre de billes avant le jeu	Nombre de billes gagnées	Nombre de billes perdues
Max	10	1	4
Christ	5	4	1

Leurs camarades de classe, informés des résultats ci-dessus, voudraient savoir le nombre de billes restantes pour chacun d'eux. Pour cela, ils décident de faire des calculs.

3 Activités d'approche

1 Nombres entiers relatifs et nombres décimaux relatifs

Lors d'une émission à la télé, un présentateur météo fait le point suivant :

- La température la plus élevée en Europe : (+48,8°C) enregistrée en Italie en 2021.
- La température la plus basse en Europe : (−42,1°C) enregistrée en Finlande.
- La température la plus basse en Amérique : (−51°C) enregistrée au Canada.
- La température la plus élevée en Afrique : (+55°C) enregistrée en Tunisie, précisément à Kebili en 1931.
- La température la plus basse en Afrique : (−23,9°C) a été enregistrée au Maroc, précisément à Ifrane en 1935.

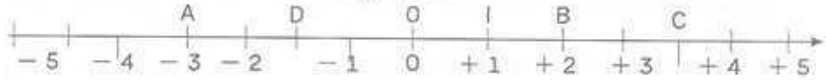
1. Donne une remarque concernant les températures des pays où il fait plus chaud.
2. Donne une remarque concernant les températures des pays où il fait plus froid.

Synthèse

- (−51) et (+55) sont des nombres entiers relatifs ;
- (−51) est un nombre entier relatif négatif, les nombres entiers relatifs négatifs s'écrivent avec le signe « − ».
- (+55) est un nombre entier relatif positif, les nombres entiers relatifs positifs s'écrivent avec le signe « + ».
- L'ensemble des nombres entiers relatifs se note : $\mathbb{Z}$.
- (−51), (+55), (+48,8), (−42,1) et (−23,9) sont des nombres décimaux relatifs constitués de nombres décimaux relatifs négatifs et de nombres décimaux relatifs positifs.
- L'ensemble des nombres décimaux relatifs se note : $\mathbb{D}$.

2 Abscisse d'un point sur une droite graduée

La droite représentée ci-dessous est graduée régulièrement par des nombres décimaux relatifs : c'est une droite graduée.



Donne le nombre décimal relatif correspondant à chacun des points A, O, I, B, C et D sur la droite graduée.

Synthèse

- L'abscisse d'un point sur une droite graduée est le nombre décimal relatif qui permet de repérer ce point sur cette droite.
- L'origine d'une droite graduée est le point de cette droite d'abscisse 0.

3 Distance à zéro

Reprenons la droite graduée de l'activité précédente.

Donne la distance du point O à chacun des points A, I, B, C, et D.

Synthèse

La distance à zéro d'un nombre décimal relatif est la distance de l'origine O au point dont il est l'abscisse.

4 Opposé d'un nombre décimal relatif

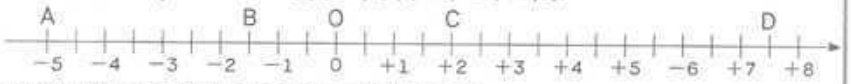
1. a) Donne la distance à zéro de (−3) et la distance à zéro de (+3).
   b) Précise le signe de chacun des nombres décimaux relatifs (−3) et (+3).
2. a) Donne la distance à zéro de (−38,7) et la distance à zéro de (+38,7).
   b) Précise le signe de chacun des nombres décimaux relatifs (−38,7) et (+38,7).

Synthèse

Deux nombres décimaux relatifs opposés sont deux nombres décimaux relatifs de signes contraires ayant la même distance à zéro.

5 Comparaison de deux nombres décimaux relatifs

Sur la droite graduée ci-dessous d'origine O, sont placés les points A, B, C et D d'abscisses respectives (−5) ; (−1,5) ; (+2) et (+7,5).



1. Recopie et complète la phrase suivante par :
« de la plus grande à la plus petite » ou par « de la plus petite à la plus grande ».
Lorsque l'on parcourt cette droite graduée dans le sens de la gauche vers la droite, les abscisses des points sont rangées .....
2. a) Observe la droite graduée et remplace les pointillés par le symbole < ou >.
(−5) ..... (−1,5) (+2) ..... (+7,5) (−5) ..... (+2)
b) Compare les distances à zéro de (−5) et (−1,5) et de (+2) et (+7,5)

3. a) Complète chacune des phrases suivantes par « plus petite » ou « plus grande ».

- Si deux nombres décimaux relatifs sont négatifs, le plus petit est celui qui a la ..... distance à zéro.
- Si deux nombres décimaux relatifs sont positifs, le plus petit est celui qui a la ..... distance à zéro.

b) Complète la phrase suivante par « négatif » ou « positif ».

Si deux nombres décimaux relatifs sont de signes contraires, le plus petit est le nombre .....

Synthèse

- Si deux nombres décimaux relatifs sont négatifs, le plus petit est celui qui a la plus grande distance à zéro.
- Si deux nombres décimaux relatifs sont positifs, le plus petit est celui qui a la plus petite distance à zéro.
- Si deux nombres décimaux relatifs sont de signes contraires, le plus petit est le nombre négatif.

6 Somme de deux nombres décimaux relatifs

À la kermesse, Mamadou, un élève de 6e, a choisi un jeu comportant cinq parties. Chaque partie du jeu se déroule en deux manches à l'issue desquelles il peut gagner ou perdre de l'argent.

Un gain de 30 francs est noté (+30), tandis qu'une perte de 70 francs est notée (−70).

Mamadou a obtenu les résultats suivants consignés dans le tableau ci-dessous.

	1re manche	2e manche	Bilan
Partie n°1	(+30)	(+70)	
Partie n°2	(+80)	(−50)	
Partie n°3	(−40)	(−60)	
Partie n°4	(−90)	(+20)	
Partie n°5	(−100)	(+100)	

1. Reproduis le tableau et complète-le.
2. Traduis par une somme de deux nombres décimaux relatifs, le bilan de Mamadou par partie.

Synthèse

- La somme de deux nombres décimaux relatifs de même signe est égale à la somme de leurs distances à zéro affectée du signe de ces nombres.
- La somme de deux nombres décimaux relatifs de signes contraires est égale à la différence de la plus grande distance à zéro et de la plus petite distance à zéro affectée du signe du nombre ayant la plus grande distance à zéro.
- La somme de deux nombres décimaux relatifs opposés est égale à 0.

4 Cours – Méthodes

1. Nombres entiers relatifs

1.1. Présentation des nombres entiers relatifs

Présentation

(−8), (+17), 0, (−52), (−31), (+1) et 48 sont des nombres entiers relatifs.

Dans cette liste d'entiers relatifs :

- (−8), (−52), (−31) et 0 sont des nombres positifs
- (+17), (+1), 48 et 0 sont des nombres entiers relatifs.

Remarque

- 0 est l'unique nombre entier relatif négatif et positif.
- Chaque nombre entier relatif négatif non nul est précédé du signe « − » et chaque nombre entier relatif positif est précédé du signe « + » ou n'est précédé d'aucun signe.
- Chaque nombre entier naturel est un nombre entier relatif.

1.2. Notation de l'ensemble des nombres entiers relatifs

Notation

- L'ensemble des nombres entiers relatifs se note $\mathbb{Z}$.
- L'ensemble des nombres entiers relatifs négatifs se note $\mathbb{Z}^-$.
- L'ensemble des nombres entiers relatifs positifs se note $\mathbb{Z}^+$.

2. Nombres décimaux relatifs

2.1. Présentation des nombres décimaux relatifs

Présentation

(−7,8), (+13), 0, (−29), (−13,8), (+5,4) et 214,21 sont des nombres décimaux relatifs.

Dans cette liste de nombres décimaux relatifs :

(−7,8), (−29), (−13,8) et 0 sont des nombres décimaux relatifs négatifs ;

(+13), (+5,4), 0 et 214,21 sont des nombres décimaux relatifs positifs.

Remarque

- 0 est l'unique nombre décimal relatif négatif et positif.
- Chaque nombre entier relatif est un nombre décimal relatif.

2.2. Notation de l'ensemble des nombres décimaux relatifs

Notation

- L'ensemble des nombres décimaux relatifs se note $\mathbb{D}$.
- L'ensemble des nombres décimaux relatifs négatifs se note $\mathbb{D}^-$.
- L'ensemble des nombres décimaux relatifs positifs se note $\mathbb{D}^+$.

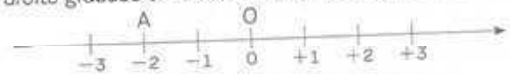
3. Droite graduée par des nombres décimaux relatifs

3.1. Abscisse d'un point sur une droite graduée

Présentation

- Tout point d'une droite graduée est repéré par un nombre décimal relatif appelé **abscisse** de ce point.
- L'origine d'une droite graduée est le point de cette droite d'abscisse 0.

Sur la droite graduée ci-dessous d'origine le point O, l'abscisse du point A est : −2.

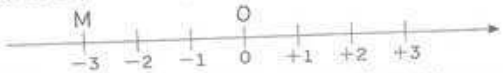


3.2. Distance à zéro d'un nombre décimal relatif

Définition

(D) est une droite graduée d'origine le point O et A le point d'abscisse a.
On appelle **distance à zéro** de a la distance du point O au point A.

Sur la droite graduée ci-dessous d'origine le point O, le point M a pour abscisse −3.
La distance du point O au point M est 3, donc la distance à O de −3 est égale à 3.



Exemples :
- La distance à zéro de (−9,1) est 9,1.
- La distance à zéro de (+24,27) est 24,27.

3.3. Opposé d'un nombre décimal relatif

Définition

Deux nombres **décimaux relatifs opposés** sont deux nombres relatifs de signes contraires ayant la même distance à zéro.

Exemple

Les nombres décimaux relatifs (+27,31) et (−27,31) sont de signes contraires et ont la même distance à zéro, ainsi (+27,31) et (−27,31) sont deux nombres décimaux relatifs **opposés**.

4. Comparaison de deux nombres décimaux relatifs

4.1. Comparaison de deux nombres décimaux relatifs de signes contraires

Propriété

Si deux nombres décimaux sont de signes contraires, alors le plus petit est celui qui est négatif.

4.2. Comparaison de deux nombres décimaux relatifs de même signe

Propriété

Si deux nombres décimaux relatifs sont positifs, alors le plus petit est celui qui a la plus petite distance à zéro.

Exemples : (+2,9) < (+9,47) (+103,4) > (+17)

Propriété

Si deux nombres décimaux relatifs sont négatifs, alors le plus petit est celui qui a la plus grande distance à zéro.

Exemples : (−32,5) < (−13,47) −3,4 > −17,32

5. Somme de deux nombres décimaux relatifs

5.1. Somme de deux nombres décimaux relatifs de même signe

Règle

La somme de deux nombres décimaux relatifs de même signe est égale à la somme de leurs distances à zéro affectée du signe de ces nombres.

Exemples : (−25) + (−4,3) = (−29,3) (+5,12) + (+3,07) = (+8,19)

5.2. Comparaison de deux nombres décimaux relatifs de signes contraires

Règle

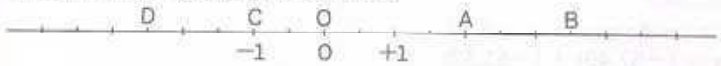
- La somme de deux nombres décimaux relatifs de signes contraires est égale à la différence de la plus grande distance à zéro et de la plus petite distance à zéro affectée du signe du nombre ayant la plus grande distance à zéro.
- La somme de deux nombres décimaux relatifs opposés est égale à 0.

5 Travaux pratiques

Exercices corrigés

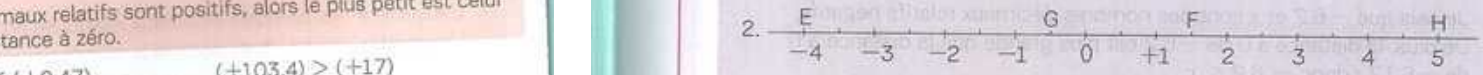
1 Placer un point d'abscisse donnée sur une droite graduée

On donne la droite graduée ci-dessous.



1. Détermine les abscisses des points A, B, C et D.
2. Reproduis la droite et place les points : E(−4) ; F(1,5) ; G(−0,5) ; H(5).

Corrigé

1. A(2) ; B(3,5) ; C(−1) ; D(−2,5).
2. 

2 Comparer des nombres décimaux relatifs

Compare les nombres suivants en utilisant les symboles $<$; $>$ ou $=$.

a) (-5) ..... (-9) ; c) $(+7)$ ..... $(-7{,}81)$

b) $(+3{,}6)$ ..... $(+6{,}3)$; d) $(-4{,}2)$ ..... $(-4{,}02)$.

Corrigé

a) $(-5) > (-9)$; c) $(+7) > (-7{,}81)$

b) $(+3{,}6) < (+6{,}3)$; d) $(-4{,}2) < (-4{,}02)$.

3 Trouver l'opposé d'un nombre décimal relatif

Donne l'opposé de chacun des nombres décimaux relatifs suivants :

$(+15{,}2)$; $(-0{,}27)$; $(-33{,}9)$; $(+8)$

Corrigé

L'opposé de $(+15{,}2)$ est $(-15{,}2)$; L'opposé de $(-33{,}9)$ est $(+33{,}9)$;

L'opposé de $(-0{,}27)$ est $(+0{,}27)$; L'opposé de $(+8)$ est (-8).

4 Calculer une somme de nombres décimaux relatifs et comparer deux nombres décimaux relatifs

On désire comparer les nombres décimaux relatifs $-6{,}2$ et x tels que :

$x = (-57{,}49) + (+51{,}32)$.

1. Justifie que : $x = -6{,}17$.
2. a) Compare la distance à 0 de $-6{,}17$ et la distance à 0 de x.
   b) Déduis de ce qui précède, la comparaison de $-6{,}17$ et x.

Corrigé

1. Je justifie que : $x = -6{,}17$.
   $x = (-57{,}49) + (+51{,}32)$
   $x = -6{,}17$
2. a) Je compare la distance à 0 de $-6{,}2$ et la distance à 0 de x.
   La distance à 0 de $-6{,}2$ est 6,2 ; La distance à 0 de x est 6,17
   Comme $6{,}2 > 6{,}17$ alors la distance à 0 de $-6{,}2$ est plus grande que la distance à 0 de x.
   b) J'en déduis la comparaison de $-6{,}2$ et x.

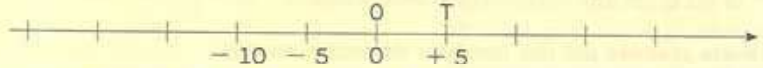
Je sais que $-6{,}2$ et x sont des nombres décimaux relatifs négatifs.
De plus, la distance à 0 de $-6{,}2$ est plus grande que la distance à 0 de $-6{,}17$; donc $-6{,}2 < x$.

Exercices non corrigés

1 Le tableau ci-dessous donne les températures enregistrées dans certaines villes du monde au cours d'une même journée.

Villes	Tallinn	Moscou	Sarajevo	Hamilton	Lisbonne	Bouaké
Température (en °C)	+5	−5	+10	−10	+15	+25

1. Reproduis la droite graduée ci-dessous en prenant 1 cm pour 5 °C.



Sur cette droite graduée, est placé le point T repéré par le nombre décimal (+5).

2. Place les points M, S, H, L et B représentant respectivement Moscou, Sarajevo, Hamilton, Lisbonne et Bouaké.
3. Donne la distance du point O à H.

6 Exercices

Exercices de fixation

Nombres entiers relatifs, nombres décimaux relatifs

1 Écris le numéro de chaque affirmation, suivi de Vrai si l'affirmation est vraie ou de Faux si l'affirmation est fausse.

1) $(-4) \in \mathbb{D}$ 2) $(-12{,}3) \in \mathbb{D}$ 3) $(+38{,}5) \notin \mathbb{Z}$ 4) $(+51{,}24) \in \mathbb{D}$

5) $(+1{,}5) \notin \mathbb{D}$ 6) $(-54) \notin \mathbb{Z}$ 7) $(-87{,}21) \in \mathbb{Z}$ 8) $(-9{,}2) \in \mathbb{Z}$

2 Recopie en remplaçant les pointillés par le symbole $\in$ ou $\notin$.

1. (-13) .... $\mathbb{Z}$ 2. $(-3{,}14) \in \mathbb{Z}^-$ 3. $(+38{,}5)$ .... $\mathbb{Z}^-$ 4. $(+21) \in \mathbb{Z}^-$
5. (-31) .... $\mathbb{Z}^+$ 6. $(-24{,}42) \in \mathbb{Z}^+$ 7. $(+89{,}1)$ .... $\mathbb{Z}^+$ 8. $(+47)$ .... $\mathbb{Z}^+$
9. (-17) .... $\mathbb{D}^-$ 10. $(-3{,}5)$ .... $\mathbb{D}^-$ 11. $(+18{,}2)$ .... $\mathbb{D}^+$ 12. $(+85)$ .... $\mathbb{D}^+$
13. (-29) .... $\mathbb{D}^+$ 14. $(-51{,}13)$ .... $\mathbb{D}^+$ 15. $(+97{,}2)$ .... $\mathbb{D}^+$ 16. $(+78)$ .... $\mathbb{D}^+$

3 Relie chaque nombre de la première colonne à un élément de la deuxième colonne pour obtenir une affirmation correcte.

$(+51{,}8)$ •	• est un nombre décimal relatif positif.
$-18{,}4$ •	
(-13) •	
0 •	• est un nombre décimal relatif négatif.
2025 •	

4 On donne la liste de nombres suivants :

2025 ; $(+8{,}3)$; $(-0{,}64)$; 0 ; $(+123)$; $(-14{,}51)$; 0,0001

1. Classe-les dans le tableau ci-dessous.

Ensembles	$\mathbb{Z}^-$	$\mathbb{Z}^+$	$\mathbb{D}^-$	$\mathbb{D}^+$
Nombres				

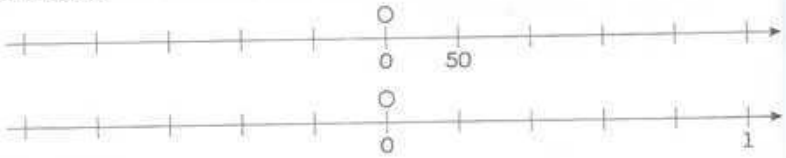
2. Quelle remarque peux-tu faire pour le nombre 0 ?

5 Écris le numéro de chaque affirmation, suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si l'affirmation est fausse.

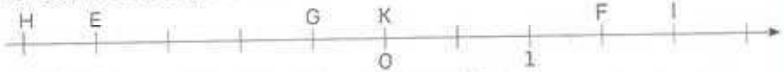
1. Chaque nombre entier relatif est un nombre entier naturel.
2. Chaque nombre entier naturel est un nombre entier relatif.
3. L'écriture simplifiée de (−2024) est 2024.
4. L'écriture simplifiée de (+2025) est 2025.
5. $\mathbb{Z}$ est la notation des nombres entiers relatifs.

Droite graduée par des nombres décimaux relatifs

6 Recopie et complète toutes les graduations des droites régulièrement graduées ci-dessous.

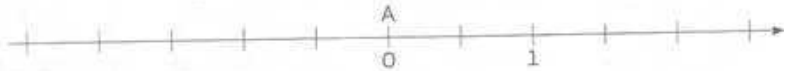


7 On donne la droite graduée ci-dessous.



1. Donne l'origine de cette droite graduée. Justifie ta réponse.
2. Donne l'abscisse de chacun des points H, E, G, F et I.

8 On donne la droite graduée ci-dessous d'origine le point A.



Place sur cette droite, les points H, E, G, F et I d'abscisses respectives −2,5 ; −1 ; 1,5 ; 2 et 2,5.

9 Place les points M, N, P, S et R d'abscisses respectives −0,2 ; −0,5 ; 0,4 ; 0,7 et 0,9 sur une droite graduée.

Distance à zéro d'un nombre décimal relatif

10 Donne la distance à zéro des nombres suivants : 5,7 ; −5,8 ; +64,78 et −123,4.

11 Réponds par vrai ou par faux :

1. La distance à zéro de −2,5 est −2,5.
2. La distance à zéro de 0 est 0
3. La distance à zéro de +18,3 est 18,3.
4. La distance à zéro de 7 est −7.

Opposé d'un nombre décimal relatif

12 Recopie le tableau ci-dessous et complète-le.

Nombres	Opposés
17	
	0
(−4,13)	
	+0,004
	−849
2024	

13 Écris le numéro de chaque proposition, suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

1. Si deux nombres décimaux relatifs ont la même distance à zéro, alors ils sont opposés.
2. Si deux nombres décimaux relatifs non nuls sont opposés, alors ils ont la même distance à zéro.
3. Si deux nombres décimaux relatifs non nuls sont opposés, alors ils sont de signes contraires.
4. Si deux nombres décimaux relatifs ont la même distance à zéro, alors ils sont égaux ou opposés.

Comparaison de deux nombres décimaux

14 Écris le numéro de chaque affirmation, suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si l'affirmation est fausse.

1. Si deux nombres décimaux relatifs sont positifs, alors le plus grand est celui qui a la plus petite distance à zéro.
2. Si deux nombres décimaux relatifs sont négatifs, alors le plus grand est celui qui a la plus petite distance à zéro.
3. Tout nombre décimal relatif positif non nul est plus grand que tout nombre décimal relatif négatif.

15 Compare les nombres suivants.

a) −1 et 3
b) +4 et +6
c) −6 et −2
d) −2 et −4
e) −0 et +8
f) +3 et −4
g) +4 et −14
h) −12 et −18

16 Compare les nombres suivants.

a) +5 et +9
b) −3 et +8
c) −6 et −12
d) −5 et −9
e) +5,1 et −5,3
f) −6,2 et −6,4

17 Compare les nombres suivants.

a) −2,4 et −2,3
b) + 3,6 et −6,3
c) 0 et +3,9
d) −5,6 et −5,60
e) +32,57 et +32,507
f) −125,64 et −125,064

18 Complète par le symbole < ou >.

(−8,17) .... (+1,02) ;
(+24,28) .... (+37,1) ;
(−81,31) .... (−108,98) ;
80,13 .... −80,94 ;
(+0,992) .... (+27,01) ;
(−2025) .... (−1,3)

Somme de deux nombres décimaux

19 Effectue les additions suivantes :

a) (+2) + (+7)
b) (−4) + (+ 5)
c) (−8) + (−14)
d) (+9) + (−9)
e) (−20) + (−12)
f) (+40) + (−60)
g) (−36) + (+18)

20 Effectue les additions suivantes.

C = (−11) + (−9) ; E = (+1) + (+3) + (−2) ; G = (+25,2) + (−15,3)

D = (+12) + (−15) ; F = (−10,8) + (+2,5) ; H = (−21,15) + (+21,15)

21 Effectue les additions suivantes :

a) (−2,3) + (−4,7) ; d) (−2,51) + (−0,4) ; g) (−10,8) + (+11,2)

b) (+6,8) + (−9,9) ; e) (−7,8) + (−2,1)

c) (−3,5) + (+1,8) ; f) (+13,4) + (−20,7)

22 Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, trois réponses sont proposées dont une seule est correcte. Écris le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.

1. La somme (−42,47) + (+42,48) est :
   a) égale à 0 ; b) un nombre négatif ; c) un nombre positif
2. La somme (−39,51) + 50,5 est :
   a) −10,99 ; b) 10,99 ; c) 90,01
3. La somme de 2,4 + (−3,6) est égale à : a) 0,2 ; b) 6 ; c) −1,2

23 Chaque somme de la colonne A correspond à un résultat de la colonne B.

Écris le numéro de chaque somme, suivi de la lettre permettant d'obtenir le résultat exact de cette somme.

N°	Colonne A
1	(+5) + (+1)
2	(+2,4) + (+8,1)
3	(−12) + (−8)
4	(−5,2) + (−7,56)
5	(+18) + (−24)
6	(−8,24) + (+13,8)

Lettre	Colonne B
a	(−6)
b	(−20)
c	(+5,56)
d	(+6)
e	(+10,5)
f	(−12,76)

24 Calcule chacune des sommes suivantes :

(+1998) + (+26) ; (−87,07) + (−512,3) ; (−241) + (+507) ;

(+48,24) + (+57,81) ; (+64) + (−87) ; (−78,94) + (+38,31)

(−201) + (−97) ; (+204,8) + (−201,12) ;

Exercices de renforcement

25 1. a) Trace une droite graduée d'origine O en prenant pour unité 2 cm.

b) Sur cette droite graduée, place les points A, B, C et D d'abscisses respectives +3 ; −1,5 ; +2,5 et −3.

2. a) Donne deux points dont les abscisses ont la même distance à zéro.

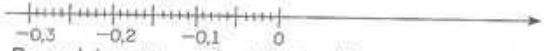
b) Justifie que les nombres décimaux relatifs +3 et −3 sont opposés.

26 On donne la graduation régulière suivante.



1. Reproduis cette graduation régulière sur une droite. Prolonge cette graduation vers la gauche.
2. Place sur cette droite les points A, B, C et D d' abscisses respectives. 1,9 ; −0,5 ; −1,7 et −2,1.

27 On donne la graduation régulière suivante.



1. Reproduis cette graduation régulière sur une droite. Prolonge cette graduation à droite de zéro.
2. A, B, C et D sont les points dont les abscisses respectives sont les opposés de : 0,06 ; −0,05 ; −0,17 et −0,24.

   Place les points A, B, C et D sur cette droite.
3. Range dans l'ordre croissant les abscisses des points A, B, C et D.

28 Un nombre décimal relatif x est compris entre (−3) et (+2).

1. Trace une droite graduée et colorie en bleu la partie où peut se trouver x.
2. Donne quatre valeurs possibles de x.

29 Un nombre décimal relatif x est compris entre (−4) et (+2).

1. Trace une droite graduée et colorie en bleu la partie où peut se trouver x.
2. Donne quatre valeurs négatives possibles de x.
3. Donne quatre valeurs positives possibles de x.

Exercices d'approfondissement

30 Remplace les pointillés par le nombre décimal qui convient pour obtenir une égalité vraie dans chaque cas.

a) (+2) + (...) = (+ 7)

b) (...) + (+15) = 11

c) (−5) + (...) = (−7)

d) (+8) + (...) = (+ 2)

e) (...) + (+1) = 0

f) (...) + (+15) = 11

g) (+3) + (...) = (−9)

h) (...) + (−3) = −6

31 Remplace les pointillés par le signe + ou − pour obtenir une égalité vraie dans chaque cas.

a) ... 7 ... 3 = −4

b) ... 13 ... 8 = −21

c) ... 3,7 ... 8,4 = 4,7

d) ... 45 ... 72 = −27

e) ... 2 ... 7 ... 13 = −8

f) ... 1,5 ... 2,3 ... 4,9 = −5,7

g) ... 8 ... 5 ... 12 ...2 = 13

h) ... 12 ... 1...10 ...4 = 1

32 Calcule chacune des sommes suivantes.

a) $(+12) + (-3) + (-8)$

b) $(-9) + (-14) + (+25) + (-3)$

c) $(+3) + (-7) + (-8) + (+2)$

d) $(+2) + (-5) + (-3) + (+8)$

e) $(+5) + (-7) + (-3) + (+5)$

33 Un professeur donne à ses élèves un questionnaire à choix multiples (Q.C.M.) comportant huit questions. Il note de la façon suivante :

- Réponse fausse (F) : -3 points
- Sans réponse (S) : -1 point
- Réponse bonne (B) : $+4$ points

1. Calcule la note de GUEBO dont les résultats aux questions sont : F ; B ; S ; F ; F ; B ; B ; S.
2. Détermine la plus faible ainsi que la plus forte note qu'un élève peut obtenir.
3. Donne trois résultats possibles pour Didier qui a obtenu une note $+4$.

34 Jonathan et Landry vont à la fête foraine. Ils misent la même somme d'argent au départ. Jonathan perd 2 300 F CFA puis gagne 7 100 F CFA. Landry gagne 6 000 F CFA puis perd 1 300 F CFA. Lequel des deux frères a remporté le plus d'argent à la fin du jeu ? Justifie ta réponse.

35 1. Cicéron est né en l'an -23 et est mort en l'an 38.
Combien de temps a-t-il vécu ?
2. Antoine est né en l'an -35 et est mort à l'âge de 57 ans.
En quelle année est-il mort ?
3. L'empire de Césarius a été créé en -330 et s'est terminé en 213.
Combien de temps a-t-il duré ?
4. Antonionus est mort en l'an -158 à l'âge de 63 ans.
En quelle année est-il né ?

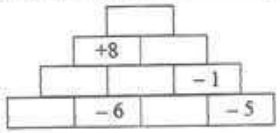
36 Un carré est dit magique lorsque les sommes des nombres de chaque colonne, de chaque ligne et de chaque diagonale sont égales.

Recopie et complète le tableau suivant pour qu'il soit un carré magique.

		$-1,5$
$-4,5$	$-0,5$	
$0,5$		

37 Dans la pyramide ci-dessous, le nombre figurant dans chaque rectangle est égal à la somme des nombres écrits dans les deux rectangles en-dessous.

Reproduis la pyramide et complète ses rectangles.



38 Au cours d'un devoir, le professeur de Mathématiques surprend Koné regardant sur la copie de son voisin et lui dit : « Koné, ta note note sera diminuée de 3 points ».

Le lendemain après le cours, il lui dit : « Ta note de devoir sera augmentée de 2 points, car tu as bien participé ».

Koné ne sait pas si finalement le professeur retranchera ou ajoutera des points à sa note.

Aide Koné.

39 1. Monsieur Redon est météorologue. Il a relevé une température dans une région à minuit, elle est de $-22,4$ °C. Il note qu'à midi la température est remontée de 8,7 °C.
Détermine la température à midi dans cette région.
2. Un autre jour, Monsieur Redon a relevé une température à midi, elle est de -14 °C.
Il note qu'à minuit la température est descendue de 8,2 °C.
Quelle est la température à minuit ?

40 Pendant des vacances scolaires, Aya, une élève de 6e au lycée moderne GKR de Sassandra décide de faire de la vente en ligne.

Ses cinq premiers jours de travail, elle livre les informations suivantes à sa tante : les lundi, mardi, mercredi, jeudi et vendredi, Aya a respectivement dépensé 15000 F, 20000 F, 25000 F, 22000 F et 21000 F, et elle a obtenu respectivement 19000 F, 20000 F, 24000 F, 18000 F et 25000 F.

Sa tante décide de la récompenser à la seule condition que son bénéfice après ces cinq jours de travail soit supérieur à 5000 F.

1. Calcule le bénéfice réalisé par Aya après ces cinq jours de travail.
2. Dis, en justifiant la réponse, si elle recevra la récompense de sa tante.



41 Le père d'un élève de 6e au lycée moderne BDE de Lakota vit en Italie. Ce dernier décide de fêter l'anniversaire de son fils dans l'une des villes suivantes qu'il lui communique en précisant la température de chacune d'elles :

Ville	Température
Turin	0 °C
Vérone	13,2 °C
Florence	7 °C
Rome	$-4,5$ °C
Milan	2 °C
Bruneck-Brunico	-5 °C

Son père l'informe par ailleurs qu'ils fêteront son anniversaire dans la ville où la température est la plus basse.

Pour ne pas prendre du retard dans les préparatifs du voyage, la mère de l'élève lui demande le nom de la ville en question.

1. Range les nombres décimaux relatifs 0 ; 13,2 ; 7 ; $-4,5$; 2 et -5 dans l'ordre croissant.
2. Réponds à la préoccupation de sa mère.



42 Suite à une pénurie de carburant, le prix du litre de l'essence a subi diverses variations.

Un mois avant, il était à 600 F avant de baisser de 5 F, puis d'augmenter de 10 F et de baisser après de 15 F.

Après cette dernière baisse, M. Cissé, revendeur de carburant doit recevoir 100 litres d'essence pour sa livraison, le transporteur facture en plus 50 F par litre.

M. Cissé désire connaître la somme qu'il doit débourser pour avoir son carburant.

Pour cela, il sollicite ton aide.



1. Traduis les différentes variations du prix du litre d'essence par des nombres décimaux relatifs.
2. Calcule le prix du litre d'essence suite à la dernière baisse.
3. Calcule la somme d'argent que doit débourser M. Cissé.

7 Récréation mathématique

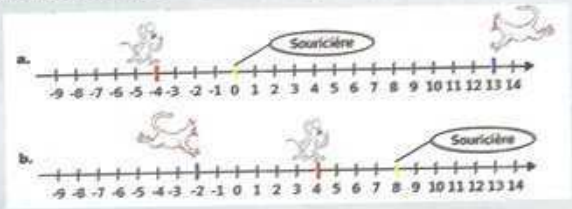
Au chat et à la souris

Une souris en promenade vient d'être aperçue à 4 m de son trou par un chat très menaçant. Une course poursuite s'engage entre les deux.

À chaque même unité de temps, le chat et la souris effectuent simultanément un bond.

La souris peut faire un bond de 1 m tandis que le chat peut en faire 3.

Dans laquelle des positions ci-dessous, la souris pourra-t-elle atteindre sa souricière afin d'éviter d'être rattrapée ? Justifie ta réponse dans les deux cas.





Objectifs de la leçon

- Reconnaître une fraction ; une fraction décimale.
- Écrire un nombre décimal sous forme de fraction décimale.
- Déterminer des fractions égales à une fraction donnée.
  une fraction d'une quantité donnée.
- Exprimer, à l'aide d'une fraction, une distance sur un segment gradué dont la longueur est prise comme unité.
- Réduire deux fractions au même dénominateur.
- Connaître les règles relatives à la comparaison de deux fractions ; les règles relatives à l'addition de deux fractions.
- Calculer la somme de deux fractions.
- Simplifier une fraction.
- Comparer deux fractions ; une fraction au nombre 1.

1 Connaissances essentielles pour cette leçon

Exercices

1 **Reconnaître un nombre entier naturel**

Réponds par vrai ou par faux.

$0 \in \mathbb{N}$	
$5{,}3 \notin \mathbb{N}$	
$2025 \notin \mathbb{N}$	
$0{,}11 \in \mathbb{N}$	

2 **Effectuer une division**

- Effectue la division de 7 par 5.
- Effectue la division de 3 par 8.
- Effectue la division de 4 par 4.

2 Situation d'apprentissage

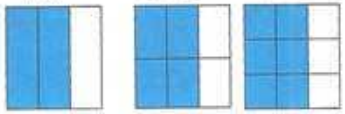
À l'anniversaire de TAMA Batou, sa mère lui offre un gâteau de forme circulaire.
Il décide de partager ce gâteau en parts égales avec ses trois amis de classe venus à son anniversaire.
Il se demande quelle sera la part de chacun. Il en parle à ses amis et ensemble, ils font des recherches.

3 Activités d'approche

1 Fraction

Koffi, Mambé et Fatou ont colorié la même surface d'un carré, puis l'ont découpé en parts égales de manières différentes.

Koffi Mambé Fatou



Complète les phrases suivantes :

1. Koffi a partagé le carré en ... parts égales. Il a colorié ... cases sur ... . On dit donc qu'il a colorié « deux tiers » de l'unité. Cela se note $\frac{2}{3}$.
2. Mambé a partagé le carré en ... parts égales. Il a colorié ... cases sur ... . On dit donc qu'il a colorié « ..... » de l'unité. Cela se note $\frac{\ldots}{\ldots}$.
3. Fatou a partagé le carré en ... parts égales. Elle a colorié ... cases sur ... . On dit donc qu'elle a colorié « ..... » de l'unité. Cela se note $\frac{\ldots}{\ldots}$.

Synthèse

$\frac{2}{3}$; $\frac{4}{6}$ et $\frac{6}{9}$ sont des fractions.

2 Fraction décimale

Écris sous forme de fraction les nombres décimaux suivants : 23,4 ; 7 ; 0,05.

Synthèse

Une fraction dont le dénominateur est soit : 1, 10, 100, 1000, 10000, ...

3 Fractions égales-Simplification

Reprenons les figures de l'activité 1.

1. Sachant que Koffi, Mambé et Fatou ont colorié la même surface d'un carré, compare les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{6}$, $\frac{4}{6}$ et $\frac{6}{9}$.
2. Complète :

$\frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{\ldots}{\ldots}$; $\frac{2 \times \ldots}{3 \times \ldots} = \frac{6}{9}$; $\frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{\ldots}{\ldots}$

Synthèse

On dit que les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{6}{9}$ sont égales.
Lorsqu'on multiplie ou divise le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre, on obtient une fraction qui lui est égale.

4 Somme de deux fractions

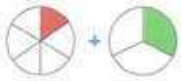
1. On donne les cercles suivants subdivisés en parts égales :



a) À l'aide des parties coloriées de ces cercles, complète : $\frac{\ldots}{\ldots} + \frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$

b) Énonce une règle pour calculer la somme de deux fractions de même dénominateur.

2. On donne les cercles suivants subdivisés en parts égales.
   a) À l'aide des parties coloriées de ces cercles, complète les fractions par les nombres qui conviennent.



$\frac{\ldots}{\ldots} + \frac{\ldots}{\ldots}$



$\frac{\ldots}{\ldots} + \frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$

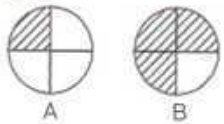
   b) Énonce une règle pour calculer la somme de deux fractions de dénominateurs différents.

Synthèse

- Pour calculer la somme de deux fractions de même dénominateur, il faut additionner les numérateurs et garder le dénominateur commun.
- Pour calculer la somme de deux fractions de dénominateurs différents, il faut les réduire au même dénominateur, puis additionner les numérateurs et garder le dénominateur commun.

5 Comparaison de deux fractions

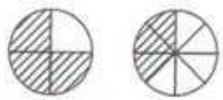
1. On a tracé ci-dessous deux cercles de même aire et subdivisés en parts égales.



A B

   a) Donne la fraction du cercle correspondant à la partie hachurée dans chaque cas.
   b) À l'aide du graphique, compare les deux fractions obtenues.
   c) Compare les dénominateurs et les numérateurs des deux fractions.

2. On a tracé ci-dessous deux cercles de même aire et subdivisés en parts égales.



E F

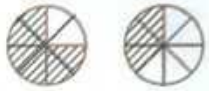
   a) Donne la fraction du cercle correspondant à la partie hachurée dans chaque cas.

Synthèse

Lorsque deux fractions ont le même dénominateur, le plus grand est celui qui a le plus grand numérateur.

b) À l'aide du graphique, compare les deux fractions obtenues.

3. Reprends les questions a et b précédentes avec la configuration ci-dessous.



Lorsque deux fractions n'ont pas le même dénominateur, il faut les rendre au même dénominateur et utiliser la règle ci-avant.

B Comparaison d'une fraction à l'unité

1. Écris chacune des fractions sous forme d'un nombre décimal :
$\frac{6}{6}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{9}{4}$
2. Compare chaque résultat obtenu à 1.
3. Compare le numérateur de chacune de ces fractions à son dénominateur.

Synthèse

- Si le numérateur est égal au dénominateur, alors la fraction est égale à 1.
- Si le numérateur est plus petit que le dénominateur, alors la fraction est plus petite que 1.
- Si le numérateur est plus grand que le dénominateur, alors la fraction est plus grande que 1.

7 Détermination une fraction d'une quantité donnée

Lors du partage d'un morceau de viande de 4 kg, le père d'Ali en prend les $\frac{7}{10}$.

Quelle est la masse de viande que le père rapporte à la maison ?

Synthèse

Prendre une fraction d'une quantité donnée revient à multiplier cette quantité par la fraction.

B Expression d'une distance à l'aide de fraction

Sur la figure ci-dessous, la longueur AB est prise comme unité.



1. Combien de parties égales composent le segment [AB] ?
2. Quelle fraction de l'unité représente une seule petite partie ?
3. Combien de petites parties faut-il parcourir pour aller de A à E ?
4. Déduis-en la distance AM sous forme de fraction de l'unité.
5. Combien de petites parties faut-il parcourir pour aller de A à F ? Exprimer AF sous forme de fraction.

Synthèse

Le segment [AB] est partagé en 8 parts égales et E est sur la 6e part : on dit que la distance de A à E est $\frac{6}{8}$.
De même, la distance de A à F est $\frac{11}{8}$.

1. Fraction

1.1 Définition

Définition

On appelle **fraction** un nombre écrit sous la forme $\frac{a}{b}$, avec a un nombre entier naturel et b un nombre entier naturel différent de 0.
a est appelé **numérateur** de la fraction et b **dénominateur** de la fraction.
$\frac{a}{b}$ se lit "a sur b".

1.2 Fraction décimale

Présentation

Une **fraction décimale** est une fraction dont le dénominateur est l'un des nombres 1, 10, 100, 1000, ...

1.3. Fractions égales-Simplification

Propriété

On obtient une fraction égale à une fraction donnée en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur de cette fraction par un même nombre entier naturel non nul.

Vocabulaire

- Simplifier une fraction, c'est diviser son numérateur et son dénominateur par un même nombre entier naturel non nul.
- Lorsqu'on ne peut pas simplifier une fraction, on dit qu'elle est **irréductible.**

2. Somme de deux fractions

2.1. Somme de deux fractions de même dénominateur

Règle

Pour additionner deux fractions de même dénominateur, on conserve le dénominateur et on additionne les numérateurs.

Illustration :

a, b, c et d sont des nombres entiers naturels tels que $c \neq 0$.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Exemple : $\frac{17}{13} + \frac{55}{13} = \frac{17+55}{13} = \frac{72}{13}$

2.2. Somme de deux fractions de dénominateurs différents

Règle

Pour additionner deux fractions ayant des dénominateurs différents, on les réduit au même dénominateur, puis on calcule la somme des deux fractions de même dénominateur obtenues.

Illustration :

a, b, c et d sont des nombres entiers naturels tels que $c \neq 0$ et $d \neq 0$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad}{cd} + \frac{bc}{cd} = \frac{ad + bc}{cd}$$

Exemple :

- $\frac{4}{3} + \frac{5}{9} = \frac{4 \times 3}{3 \times 3} + \frac{5}{9} = \frac{12}{9} + \frac{5}{9} = \frac{17}{9}$
- $\frac{11}{4} + \frac{13}{5} = \frac{11 \times 5}{4 \times 5} + \frac{13 \times 4}{5 \times 4} = \frac{55}{20} + \frac{52}{20} = \frac{55 + 52}{20} = \frac{3}{20}$

Méthode

Réduire deux fractions au même dénominateur

Pour réduire deux fractions au même dénominateur, on peut multiplier le numérateur et le dénominateur de chaque fraction par le dénominateur de l'autre.

3. Comparaison de deux fractions

Propriété

Deux fractions de même dénominateur se rangent dans le même ordre que leurs numérateurs.

Règle

Pour comparer deux fractions de dénominateurs différents, je les réduis au même dénominateur, puis je compare les fractions de même dénominateur.

Remarque

Lorsque deux fractions ont le même numérateur, la plus petite est celle qui a le plus grand dénominateur.

4. Comparaison d'une fraction à l'unité

Propriété

- Si le numérateur est égal au dénominateur, alors la fraction est égale à 1.
- Si le numérateur est plus petit que le dénominateur, alors la fraction est plus petite que 1.
- Si le numérateur est plus grand que le dénominateur, alors la fraction est plus grande que 1.

5. Fraction d'une quantité donnée

Propriété

Déterminer une fraction d'une quantité donnée revient à multiplier cette quantité par la fraction.

Méthode

Pour multiplier une fraction par un nombre, on multiplie ce nombre par le numérateur de la fraction et on conserve le dénominateur.

6. Expression d'une distance à l'aide de fraction

Méthode

Pour placer une fraction sur une demi-droite graduée, on peut procéder comme suit :
- identifier l'unité
- identifier le partage de l'unité
- placer la fraction sur la demi-droite graduée.

Exemple 1 :

On veut placer le point d'abscisse $\frac{3}{4}$.
- On partage l'unité en 4 parts identiques.
- À partir de l'origine, on compte 3 parts.



Exemple 2 :

On veut placer le point d'abscisse $\frac{4}{3}$.
- On partage l'unité en 3 parts identiques, on continue au-delà de l'unité.
- À partir de l'origine, on compte 4 parts.



5 Travaux pratiques

Exercices corrigés

1 Écrire un nombre sous forme d'une fraction décimale

Écris les nombres suivants sous la forme d'une fraction décimale

5,21 ; 9,5 ; 32 ; 0,215 ; 2,7 ; 1,52 ; 0,005

Corrigé

$\frac{521}{100}$; $\frac{95}{10}$; $\frac{32}{1}$; $\frac{215}{1000}$; $\frac{27}{10}$; $\frac{152}{100}$; $\frac{5}{1000}$

2 Déterminer des fractions égales à une fraction donnée et simplification

1. Détermine une fraction égale à la fraction $\frac{15}{12}$ en multipliant le numérateur et le dénominateur par un même nombre.
2. Détermine une fraction égale à la fraction $\frac{15}{12}$ en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

Corrigé

$\frac{15}{12} = \frac{15 \times 3}{12 \times 3} = \frac{45}{36}$ $\qquad$ $\frac{15}{12} = \frac{15 : 3}{12 : 3} = \frac{5}{4}$

3 Calculer la somme de deux fractions

Réponds par V si l'égalité est juste et par F si elle est fausse.

a) $\frac{11}{14} + \frac{4}{14} = \frac{15}{14}$; c) $\frac{11}{35} + \frac{2}{7} = \frac{21}{35}$

b) $\frac{4}{5} + \frac{9}{3} = \frac{13}{7}$; d) $\frac{27}{100} + \frac{3}{100} = \frac{3}{10}$

Corrigé

a) V c) V

b) F d) V

4 Comparer deux fractions

À la finale inter-établissements, le gardien de but du Lycée Moderne Yapo Ahouchi dit Pergaud de Montezo a arrêté 16 tirs sur 25 tandis que celui du Collège moderne d'Oglowhapo a arrêté 13 tirs sur 20.

Selon toi, lequel des gardiens est le plus efficace en arrêt de tirs au but ?

Corrigé

Il s'agit de comparer les fractions $\frac{16}{25}$ et $\frac{13}{20}$

$\frac{16}{25} = \frac{16 \times 20}{25 \times 20} = \frac{320}{500}$

$\frac{13}{20} = \frac{13 \times 25}{20 \times 25} = \frac{325}{500}$

$\frac{320}{500} < \frac{325}{500}$ donc le gardien de but du Collège moderne Oglowhapo est le plus efficace en arrêt de tirs au but.

5 Déterminer une fraction d'une quantité donnée

Que vaut $\frac{3}{4}$ de 40 litres ?

Corrigé

$\frac{3}{4} \times 40 = \frac{3 \times 40}{4}$

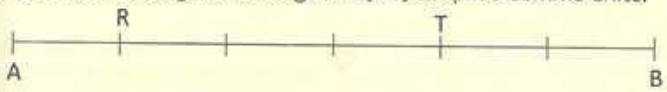
$\frac{3}{4} \times 40 = \frac{120 : 4}{4 : 4}$

$\frac{3}{4} \times 40 = 30$

Donc $\frac{3}{4}$ de 40 litres vaut 30 litres.

Exercices non corrigés

1 Le segment [AB] est partagé en 6 parties égales comme le montre la figure ci-dessous. La longueur du segment [AB] est prise comme unité.



1. Quelle fraction de AB représente la longueur ?

   a) AR b) RT

2. Place le point S pour que la longueur AS soit les $\frac{2}{6}$ de la longueur AB.

2 La leçon de natation de Tivoli dure $\frac{2}{3}$ d'heure. Calcule cette durée en minutes.

6 Exercices

Exercices de fixation

Fraction

1 Réponds par vrai ou par faux :

a) $\frac{6}{11}$ est une fraction ;

b) $\frac{0}{9}$ est une fraction ;

c) $\frac{2}{0}$ est une fraction.

2 Parmi les écritures suivantes, recopie celles qui sont des fractions.

a) $\frac{135}{211}$ d. $\frac{0,01}{0,001}$ g) $\frac{14}{1,5}$

b) 2 016,3 e) $\frac{15}{100}$ h) 108

c) $\frac{11}{12}$ f) $\frac{1}{4}$ i) $\frac{0,2}{5}$

3 Donne une écriture sous forme de fraction des nombres suivants.

a) quatre dixièmes ;

b) vingt-cinq douzièmes ;

c) deux tiers ;

d) trois demis.

4 Pour chacune des figures suivantes, écris la fraction que représente la partie hachurée ou noircie.



figure 1



figure 2

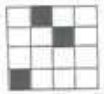


figure 3

Fraction décimale

5 Parmi les fractions suivantes, recopie celles qui sont des fractions décimales :

$\frac{7}{3}$; $\frac{9}{110}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{16}{14}$; $\frac{28}{1000}$; $\frac{10}{12}$; $\frac{100}{10000}$;

6 Écris les nombres décimaux ci-dessous sous forme d'une fraction décimale. Donne l'écriture ayant le plus petit dénominateur possible.

75,21 ; 5,9 ; 18 ; 0,2025 ; 0

Fractions égales Simplification de fraction

7 Complète les pointillés dans les égalités ci-dessous :

$\frac{2}{3} = \frac{14}{\ldots}$; $\frac{\ldots}{2} = \frac{18}{4}$

8 1. Simplifie la fraction $\frac{10}{8}$.

2. Détermine une autre fraction égale à $\frac{10}{8}$.

9 1. Détermine deux fractions égales à $\frac{3}{7}$.

2. Simplifie si possible les fractions suivantes : $\frac{78}{21}$; $\frac{9}{120}$; $\frac{36}{5}$

Somme de deux fractions

10 Rends les fractions suivantes au même dénominateur.

a) $\frac{12}{15}$ et $\frac{3}{5}$; c) $\frac{7}{8}$ et $\frac{1}{12}$

b) $\frac{23}{7}$ et 3 ; d) $\frac{5}{6}$ et $\frac{11}{7}$

11 Associe chaque opération à gauche à son résultat à droite.

$\frac{1}{10} + \frac{3}{8} =$ • • $\frac{5}{2}$

$\frac{3}{2} + \frac{5}{6} =$ • • $\frac{19}{40}$

$\frac{3}{4} + \frac{7}{4} =$ • • $\frac{7}{3}$

12 Calcule les sommes ci-dessous :

a) $\frac{8}{3} + \frac{8}{5}$; b) $2 + \frac{6}{7}$; c) $\frac{11}{2} + 5$

Comparaison de deux fractions

13 Compare $\frac{2025}{99}$ et $\frac{2030}{99}$; $\frac{13}{6}$ et $\frac{13}{5}$

14 Deux gâteaux identiques sont posés sur la table. Ali découpe un des gâteaux en 5 parts égales et en prend 2. Yacé découpe l'autre gâteau en 10 parts égales et en prend 3.

Lequel des deux a pris le plus de gâteau ?

15 Range dans l'ordre croissant les fractions suivantes :

$\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{18}$; $\frac{4}{3}$ et $\frac{6}{5}$

Comparaison d'une fraction à l'unité

16 Complète les pointillés :

$\frac{\ldots}{57} = 1$; $\frac{71}{\ldots} = 1$

17 Compare chacune des fractions à 1 :

$\frac{897}{879}$; $\frac{36}{36}$; $\frac{10000}{100000}$

Fraction d'une quantité donnée

18 Un match de tennis a duré $\frac{7}{6}$ d'heure.

Calcule cette durée en minutes.

19 Calcule les produits suivants, puis simplifie si possible :

$31 \times \frac{7}{8}$; $19 \times \frac{3}{57}$; $65 \times \frac{2}{25}$

Expression d'une distance à l'aide d'une fraction

20 On donne la figure ci-dessous sur laquelle BE est prise comme unité



Exprime BF en fonction de BE.

21 Le segment [OP] ci-dessous est partagé en des parties égales et OF est prise comme unité.



Exprime à l'aide d'une fraction chacune des mesures des segments [OC] ; [OD] ; [FD] ; [OB] et [OP] notées respectivement OC ; OD ; FD ; OB et OP.

Exercices de renforcement

22 1. Réduis les fractions suivantes au même dénominateur :

$\frac{7}{6}$ et $\frac{8}{5}$

2. Compare.

$\frac{7}{6}$ et $\frac{8}{5}$

23 Calcule $\frac{7}{6} + \frac{8}{5} + \frac{5}{7}$

24 Ziao remplit deux verres identiques, l'un aux $\frac{2}{5}$ et l'autre aux $\frac{4}{7}$.

Elle renverse le contenu d'un verre dans l'autre.

Obtient-elle un verre entièrement rempli ? Justifie ta réponse.

25 Akassi et Amenan sont deux voisines de cour. Chaque matin, Akassi met un quart d'heure pour balayer sa cour, un quart d'heure pour puiser l'eau et trois quarts d'heure pour faire la vaisselle et la lessive. Amenan, quant à elle, met une heure pour les mêmes travaux ménagers.

Laquelle des deux femmes met plus de temps pour accomplir ses tâches ?

26 On donne la figure ci-dessous sur laquelle la longueur du segment [AB] est prise comme unité.



1. Donne la fraction du segment [AB] représentant le segment [AE].
2. Place le point F sur ce segment [AB] tel que [AF] représente les $\frac{2}{5}$ du segment [AB].
3. Donne la fraction du segment [AB] représentant le segment [FE].

27 Apo et Mariam vendent les marchandises de leur magasin.

À la fin de la journée, Apo a vendu les $\frac{3}{7}$ du stock initial, et Mariam $\frac{4}{9}$ du stock initial.

1. Ont-elles vendu toutes les marchandises du magasin ? Justifie ta réponse.
2. Laquelle des deux a plus vendu ?

28
a) $\frac{5}{6} + \frac{5}{12} + \frac{5}{4}$

b) $\frac{3}{20} + \frac{2}{15} + \frac{2}{10}$

c) $\frac{5}{6} + \frac{5}{24} + \frac{5}{12}$

d) $\frac{5}{18} + \frac{7}{24} + \frac{11}{36}$

Exercices d'approfondissement

29 a) Exprime la durée 43 min sous forme d'une fraction d'heure avec 60 pour dénominateur.

b) Procède de la même façon pour 1 h 12 min et 2 h 05 min.

c) Additionne les trois fractions ainsi obtenues.

30



Koudou, Digbeu et Zoua souhaitent acheter un cadeau pour l'offrir à leur maman le jour de son anniversaire. Koudou paye le tiers du prix, Digbeu les deux neuvièmes et Zoua le reste.

a) Fais un schéma pour illustrer le partage du prix du cadeau.

b) Déduis-en la fraction de la somme que donnera Zoua.

31 ABC est un triangle isocèle en A tel que : $AB = \frac{7}{7}$ BC

Quelle fraction de BC représente le périmètre du triangle ABC ?

32 Une route reliant deux villages mesure 8 km.



- 3/8 de la route est bitumée ;
- 1/4 est en cours de réparation ;
- le reste est une route en terre ;
- les 3 protions sont distinctes.

1. Représente la route par un segment partagé en huit parties égales.
2. Exprime sous forme d'une fraction la partie en terre.
3. Calcule la longueur de la partie bitumée, de la partie en réparation et de la partie en terre.
4. Compare la longueur bitumée à la longueur en terre.

33 Une mosaïque est formée de 24 carreaux identiques : 3/8 sont rouges, 1/4 sont jaunes et les autres sont bleus.

1. Calcule le nombre de carreaux rouges et de carreaux jaunes.
2. Détermine la fraction de carreaux bleus.
3. Calcule le nombre de carreaux bleus.
4. Compare la fraction de carreaux rouges à celle de carreaux jaunes.
5. Dessine un rectangle composé de 24 cases et représente la mosaïque.



34 Au cours d'une campagne de salubrité, les élèves ramassent 240 kg de déchets : 5/12 sont des dechets plastiques, 1/4 des papiers et cartons, 1/5 des métaux et le reste des déchets organiques.

1. Réduis les trois fractions au même dénominateur.
2. Calcule la fraction correspondant aux plastiques, papiers et métaux réunis.
3. Détermine la fraction des déchets organiques.
4. Calcule la masse de chaque catégorie.
5. Range les catégories selon leur masse décroissante.
6. Les élèves recyclent 3/4 des déchets plastiques.

Calcule la masse recyclée et la masse non recyclée.



35 Une enquête sur le paludisme réalisée dans deux départements dans la région de la Mé a donné les résultats suivants :

– À Memni, 7 habitants sur 150 sont atteints.

– À Danguira, 4 habitants sur 75 sont atteints.

Le préfet décide d'apporter des médicaments au département le plus atteint du paludisme.

Yapi, élève de 6e et originaire de Danguira, souhaite savoir si les médicaments seront destinés à son département. Il te sollicite.



1. Écris sous forme de fraction la proportion de personnes atteintes du paludisme dans chacune des deux localités.
2. Compare les fractions.
   $\frac{7}{150}$ et $\frac{4}{75}$.
3. Réponds à la préoccupation de Yapi.

7 Récréation mathématique

Farandole de fractions

On considère les fractions suivantes :

$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$;

a) Complète cette suite logique par les trois fractions suivantes.

b) Ces fractions sont-elles plus petites ou plus grandes que 1 ? Justifie.

c) À l'aide de ta calculatrice, indique si ces fractions sont rangées dans l'ordre croissant ou décroissant.

On considère maintenant les fractions :

$\frac{3}{2}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{6}{5}$;

d) Réponds aux questions a., b. et c. pour cette nouvelle suite.

e) En écrivant les fractions de ces deux suites sous forme décimale, que remarques-tu ?

(On arrondira au centième quand c'est nécessaire.)



4 Leçon

Proportionnalité 8

Au saut à la perche, la taille et les dimensions de la perche sont réglementées pour garantir des conditions de compétition équitables et sécuritaires.

Objectifs de la leçon

- Reconnaître des grandeurs proportionnelles ; des coefficients de proportionnalité.
- Écrire un pourcentage sous forme de nombre décimal ; fraction décimale.
- Calculer un coefficient de proportionnalité dans un tableau de proportionnalité ; des grandeurs à l'aide d'une échelle ; des grandeurs à l'aide d'un pourcentage.
- Connaître les propriétés de linéarité.
- Utiliser un coefficient de proportionnalité pour compléter un tableau de proportionnalité ; les propriétés de linéarité pour compléter un tableau de proportionnalité ; une échelle pour reproduire un dessin.

1 Connaissances essentielles pour cette leçon

Calculer le périmètre et l'aire d'une figure

Exercices

1 L'unité est le centimètre (cm).

On donne deux cercles $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ de diamètres respectifs 6 et 10.

1. Calcule le périmètre de chacun de ces deux cercles.
2. Calcule l'aire de chacun de ces deux cercles.
   Tu prendras 3,1 comme valeur de π.

2 L'unité est le centimètre (cm).

On donne deux carrés de côtés respectifs 2,5 et 7.

1. Calcule le périmètre de chacun de ces deux carrés.
2. Calcule l'aire de chacun de ces deux carrés.

2 Situation d'apprentissage

Le père de Paul est peintre.

Le lundi, il a acheté un pot de peinture pour plafond de 3 litres de la marque « Tassoua » avec lequel il a peint un plafond de 15 m². Le jeudi, il en a acheté un pot de 8 litres et a peint 40 m² de plafond. Un autre jour, il en a acheté un pot de 11 litres et a pu peindre 55 m² de plafond.

Avec ces constats, le père de Paul se demande s'il n'y a pas un moyen de prévoir la quantité de peinture de la marque « Tassoua » en fonction de l'aire du plafond à peindre.

Paul soumet la question à ses camarades de classe, et ensemble ils décident de regrouper ces données dans un tableau pour pouvoir chercher la réponse à la préoccupation du père de Paul.

3 Activités d'approche

1 Grandeurs proportionnelles

Situation 1 :

À 6 ans, Tatou mesurait 120 cm.

a) Calcule, si possible, sa taille à 18 ans.

b) Calcule, si possible, son âge lorsqu'il mesurait 100 cm.

Situation 2 :

L'an passé, Zaoubi a planté 8 pieds de tomates et a récolté 14 kg de tomates.
Cette année, il en a planté 12 pieds et a récolté 18 kg.
L'année prochaine, il en plantera 10 pieds et espère récolter 16 kg de tomates.

a) Dis comment on peut déterminer la masse en kg de tomates récoltées, connaissant le nombre de pieds de tomates.

b) Si une année il récolte 20 kg, combien pieds de tomates aura-t-il plantés ?

Situation 3 :

Djénéba achète 2 mètres de corde qui coûte 250 francs le mètre.

a) Calcule le prix qu'elle va payer.

b) Calcule si possible le prix qu'elle aurait payé si elle en avait acheté 5 mètres.

c) Calcule la longueur de corde qu'elle peut acheter avec 1250 francs.

Situation 4 :

Un loueur de DVD propose la formule d'abonnement suivant :

- 2 500 francs pour l'abonnement annuel.
- 500 francs pour chaque DVD loué.

a) Calcule ce que Yao payera en un an s'il loue 1 seul DVD.

b) Calcule ce que Yao payera en un an s'il loue 4 DVD.

Parmi les 4 situations ci-dessus, cite celle où on passe d'une grandeur à l'autre en faisant uniquement une multiplication ou bien une division.

Synthèse

Dans la situation où l'on passe d'une grandeur à l'autre en effectuant uniquement une multiplication ou une division, on dit que les deux grandeurs sont des grandeurs proportionnelles.

Le nombre par lequel on multiplie (ou divise) est appelé coefficient de proportionnalité.

2 Tableau de proportionnalité et coefficient de proportionnalité

Djénéba achète 2 mètres de corde qui coûte 250 francs CFA le mètre.

1. Calcule le prix qu'elle va payer.
2. Le prix de la corde et sa longueur sont-elles des grandeurs proportionnelles ?
3. Recopie et complète le tableau ci-dessous :

Longueur de corde (en mètre)	2	3			10
Prix (en francs CFA)			1250	1000	

4. Divise chaque nombre de la 2e ligne par son correspondant de la 1re ligne.

   Que constates-tu ?

Synthèse

- Le tableau que tu viens de compléter contient des grandeurs proportionnelles : on dit que c'est un tableau de proportionnalité.
- Pour justifier qu'un tableau est un tableau de proportionnalité, on divise chaque nombre d'une ligne par son correspondant de l'autre ligne :
  - Si on trouve le même quotient alors le tableau est un tableau de proportionnalité et ce quotient est un coefficient de proportionnalité du tableau.
  - S'il y a deux quotients qui sont différents alors le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

3 Propriétés de linéarité

1. Le périmètre d'un cercle est-il proportionnel à son diamètre ? Justifie ta réponse.
2. Si oui, que représente le coefficient de proportionnalité ?
3. On donne le tableau suivant :

Rayon du cercle (en cm)	4	5	9	18
Périmètre du cercle (en cm)	12,4	15,5	27,9	55,8

4. Observe le tableau :

   $4 + 5 = 9$ et $12,4 + 15,5 = 27,9$

   $9 \times 2 = 18$ et $27,9 \times 2 = 55,8$

En suivant ces remarques, calcule :

a) Le périmètre d'un cercle de rayon $(9+4)$ cm.

b) Le périmètre d'un cercle de rayon (4×3) cm.

Synthèse

Dans un tableau de proportionnalité, on peut :

- Multiplier les nombres correspondants d'une même colonne par un nombre non nul pour obtenir une nouvelle colonne.
- Additionner les nombres correspondants de deux colonnes pour obtenir une nouvelle colonne.

④ Pourcentage

Situation 1 :

Dans un collège, 72 % des élèves sont demi-pensionnaires.

a) Recopie et complète la phrase.
Sur 100 élèves du collège, ... sont demi-pensionnaires.

b) Dans ce collège, il y a 675 élèves. Combien d'élèves mangent à la cantine ?

Situation 2 :

Un magasin liquide la collection de la saison précédente en faisant une remise de 15 % sur tous les articles du magasin.

a) Recopie et complète le tableau suivant.

Prix affiché (en FCFA)	20 000		70 000	
Remise (en FCFA)	3 000	6 750		17 250

b) Une veste coûte 68 000 FCFA avant remise.
À combien la paiera-t-on pendant la liquidation ?

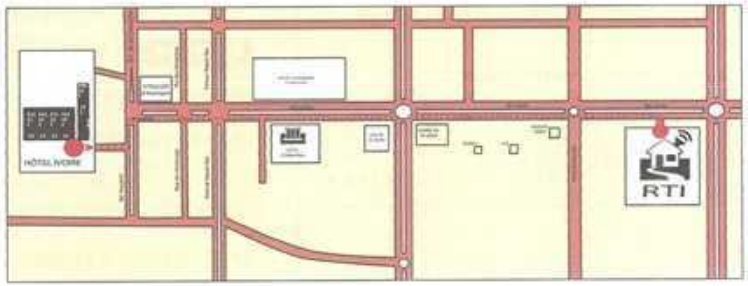
c) Quel est le prix à payer pour un pantalon coûtant 25 000 FCFA avant remise ?

d) Un article coûte 8 500 francs après remise. Quel est son prix initial ?

Synthèse

Un pourcentage est un coefficient de proportionnalité qui permet de calculer des portions d'une quantité donnée.

⑤ Échelle



1. Sachant que 2,5 cm sur la carte représente 0,3 km en réalité, recopie et complète le tableau suivant.

Distance sur la carte (en cm)	2,5	5	7,5	10
Distance réelle (en cm)				

2. Détermine le coefficient de coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la deuxième ligne à la première.

3. La distance entre la RTI et le Sofitel Hôtel Ivoire est d'environ 11,3 cm sur la carte.
Calcule la distance réelle entre ces deux lieux.

Synthèse

L'échelle est le coefficient de proportionnalité qui permet de passer des distances réelles aux distances du plan.

4 Cours - Méthodes

1. Grandeurs proportionnelles

Définition

Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant (ou en divisant) les valeurs de l'autre par un même nombre non nul. Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.

2. Tableau de proportionnalité

Définition

Un tableau de proportionnalité est un tableau dans lequel les nombres de la 2e ligne sont obtenus en multipliant (ou en divisant) les nombres de la 1re ligne par un même nombre non nul.

Exemples :

Pour chaque tableau, indique si les deux grandeurs considérées sont proportionnelles ou non. Justifie tes réponses.

Prix pratiqué par un vidéo-club

Prix à payer (en F)	1	4	14
Distance réelle (en cm)	800	3200	12600

Le prix à payer et le nombre de séances ne sont pas proportionnels car on ne peut pas trouver un même nombre non nul multipliant (ou divisant) chaque valeur de la première ligne pour obtenir la valeur correspondante de la deuxième ligne.

Périmètre de plusieurs carrés

Côté (cm)	2	5	10
Périmètre (cm)	8	20	40

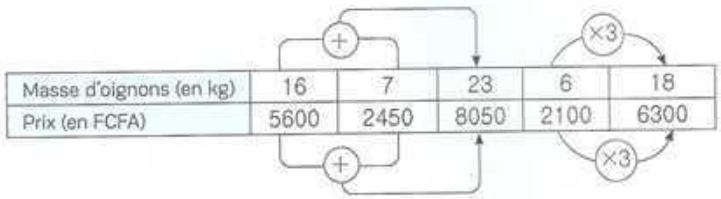
Chaque valeur de la seconde ligne est obtenue en multipliant par 4 la valeur de la première ligne lui correspondant. Donc les deux grandeurs sont proportionnelles. 4 est un coefficient de proportionnalité.

3. Propriétés de linéarité

Propriété

Dans un tableau de proportionnalité, on peut :
- additionner (ou soustraire) les nombres correspondants de deux colonnes pour avoir les nombres d'une nouvelle colonne ;
- multiplier les nombres d'une colonne par un même nombre non nul pour avoir les nombres d'une nouvelle colonne.

Exemple : Le tableau suivant est un tableau de proportionnalité.



Masse d'oignons (en kg)	16	7	23	6	18
Prix (en FCFA)	5600	2450	8050	2100	6300

4.Exemples de coefficient de proportionnalité

4.1. Pourcentage

Définition

Un pourcentage traduit une situation de proportionnalité où la quantité totale est ramenée à 100.

Exemple

Dans un collège, trois élèves sur cinq possèdent un vélo. Quel est le pourcentage des élèves du collège possédant un vélo ?

Cette situation revient à déterminer le nombre t dans le tableau de proportionnalité.

Élèves ayant un vélo	3	t
Élèves du collège	5	100

Il y a donc 60 % des élèves qui ont un vélo dans ce collège.

Remarque : On peut aussi déterminer t en utilisant les propriétés sur les colonnes, en remarquant que $100 = 5 \times 20$ donc $t = 3 \times 20 = 60$.

4.2. Échelle

Définition

Quand on fait un plan à l'échelle, il y a proportionnalité entre les longueurs réelles et les longueurs mesurées sur le plan. Le coefficient de proportionnalité est l'échelle de la carte.

Exemple :

Massé veut réaliser le plan de sa chambre à l'échelle $\frac{1}{50}$

La longueur de la maison est 450 cm et la largeur 380 cm.

On obtient le tableau de proportionnalité suivant :

	Échelle	Longueur	Largeur
Dimensions sur le plan (en cm)	1	9	7,6
Dimensions réelles (en cm)	50	450	380

La largeur d'une porte est de 1,8 cm sur le plan.

La largeur de la porte en réalité est : $1,8 \times 50 = 90$ cm

5 Travaux pratiques

Exercices corrigés

1 Justifier que deux grandeurs sont proportionnelles

Pour faire son gâteau, Aya a utilisé 130 g de sucre et 169 g de farine.

Mariame a utilisé 50 g de sucre et 65 g de farine pour faire le sien.

Quant à Sabrina, elle a utilisé 120 g de sucre et 156 g de farine.

1. Les masses de sucre et de farine sont-elles proportionnelles ?
   Justifie ta réponse.
2. Rose veut faire un gâteau qui est deux fois moins gros que celui d'Aya.
   Quant à la maman de Mariame, elle dispose de 250 g de sucre et veut savoir la masse de farine qu'il lui faut pour faire un gâteau.
   a) Calcule les masses de sucre et de farine qu'il faut à Rose.
   b) Calcule la masse de farine dont a besoin la maman de Mariame.

Corrigé

1. Ici, il est judicieux d'utiliser un tableau

Masse de sucre (en g)	130	50	120
Masse de farine (en g)	169	65	156

On a : $\frac{169}{130} = \frac{65}{50} = \frac{156}{120} = 1,3$;

donc les masses de sucre et de farine sont proportionnelles.

2. **Méthode : Utilisation des propriétés de linéarité**

   a) Comme les deux grandeurs sont proportionnelles, on divise les quantités d'Aya pour trouver celles de Rose.

   $\frac{169}{130} \div 2 = 65$ et $169 \div 2 = 84,5$

   Il faut 65 g de sucre et 84,5 g de farine à Rose pour faire son gâteau.

   b) On remarque que : $250 = 130 + 120$
   Comme les deux grandeurs étant proportionnelles, on peut additionner les masses de farine correspondantes à 130 et 120 pour trouver la masse de farine cherchée : $169 + 156 = 325$
   Il faut 325 g de farine à la maman de Mariame.

Autre méthode pour la question

2. b) **Utilisation d'un coefficient de proportionnalité**

   Dans le tableau, on remarque qu'il faut multiplier les nombres de la 1re ligne par **1,3** pour obtenir ceux de la 2e ligne.

   1,3 est donc le coefficient de proportionnalité qui fait passer de la 1re à la 2e ligne.

   $250 \times 1,3 = 325$.

   Il faut **325 g** de farine à la maman de Mariame.

2 Utiliser une échelle / Déterminer un pourcentage

Sur une maquette d'un terrain de football à l'échelle $\frac{1}{300}$ sa longueur est de 40 cm.
La largeur réelle du terrain est de 90 m.

1. Calcule la longueur réelle de ce terrain.
2. Calcule, en cm, la largeur du terrain sur la maquette.
3. Lors de la construction du stade, sa largeur est passée de 90 m à 72 m.
Calcule le pourcentage de cette diminution.

Corrigé

1. La longueur réelle du terrain :
$40 \times 300 = 1200$
1 200 cm = 120 m
La longueur réelle du terrain est de **120 m**.
2. La largeur sur la maquette :
$90 \times \frac{1}{300} = 0{,}3$
0,3 m = 30 cm
La largeur réelle du terrain sur la maquette est de **30 cm**.
3. Calculons d'abord la diminution :
90 − 72 = 18
La largeur a été diminuée de 18 m
Calculons maintenant le pourcentage de cette diminution :
$\frac{18}{90} \times 100 = 20$
La largeur du terrain a été diminuée de **20 %**.

Exercices non corrigés

1 Dans une classe de 65 élèves, il y a 25 filles. 15 % des garçons ont été sélectionnés pour participer à un concours de Mathématiques.

1. Calcule le pourcentage de filles dans cette classe.
2. Calcule le nombre de garçons qui participent au concours.

Sur le plan de la maison des Nako, l'échelle est de $\frac{1}{50}$.

2 La largeur de la maison sur le plan est de 30 cm.
On sait que la longueur représente les $\frac{3}{4}$ de la largeur.

1. Calcule la longueur de la maison sur le plan.
2. Calcule les dimensions réelles de la maison.
3. Monsieur Nako se rend compte que la largeur de la maison a en réalité 10 cm de moins sur le plan.
Calcule l'échelle du plan dans ce cas.

6 Exercices

Exercices de fixation

Grandeurs proportionnelles – Tableaux de proportionnalité

1 Écris le numéro de chacune des affirmations suivantes, suivi de Vrai si elle est vraie ou de Faux si elle est fausse :

1. Le poids et l'âge d'un être humain sont des grandeurs proportionnelles.
2. Le périmètre et le rayon d'un cercle sont des grandeurs proportionnelles.
3. À la boutique du quartier, une quantité de riz et son prix sont des grandeurs proportionnelles.
4. L'aire et la longueur du côté d'un carré sont des grandeurs proportionnelles.

2 **Chez la marchande**

a) Pour les oignons, il est affiché « 350 F le kg ». Le prix des oignons est-il proportionnel à la quantité achetée ? Justifie ta réponse.
b) Pour les pamplemousses, il est affiché « 250 F l'unité, 400 F les deux ».
Le prix des pamplemousses est-il proportionnel à la quantité achetée ? Pourquoi ?

3 Les tableaux de nombres suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Justifie.

a)

3,4	7,5	9	11,6	13,2
6,8	15	18	23,2	26,4

b)

3,4	7,5	9	11,6	13,2
6,8	15	18	23,2	26,4

4 Pour chaque tableau, indique si les deux grandeurs considérées sont proportionnelles ou non. Justifie tes réponses.

a) Prix des stylos.

Nombre de stylos	3	5	7
Prix payé (en F)	300	500	700

b) Prix des photos de classe.

Nombre de photos	3	5	10
Prix payé (en F)	1000	2500	4500

c) Quantité de ciment nécessaire à la fabrication de béton.

Quantité de béton (en m³)	1	4	6
Quantité de ciment (en kg)	350	1400	2100

d) Distance parcourue en fonction de la durée du parcours.

Durée en (min)	7	4	6
Distance (en km)	12,25	10,5	7

5 Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Justifie.

a)

2	3	7
8	12	28

b)

2	4	5
7	14	17,8

c)

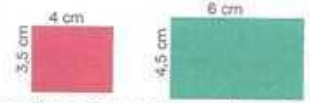
2	3	4
15	21	28

d)

2	5	9
3,2	8	15

6 Sur un parc d'attraction, on peut lire : « 4 tickets pour 2000 F, 10 tickets pour 3000 F ».
Les prix sont-ils proportionnels au nombre de tickets achetés ?
Justifie ta réponse.

7 **Des rectangles**



Les dimensions du premier rectangle sont-elles proportionnelles aux dimensions correspondantes du deuxième rectangle ?
Justifie ta réponse.

8 **Carré**

a) Calcule le périmètre d'un carré de côté 3 cm.

b) Le périmètre d'un carré est-il proportionnel à la longueur du côté de ce carré ? Explique.

9 **Au cinéma**

Un vidéo-club propose les tarifs suivants :

Nombre de séances	1	4	12
Prix (en FCFA)	500	2000	5100

Le prix est-il proportionnel au nombre de séances ? Justifie ta réponse.

10 **Le journal**

Un journal, paraissant tous les jours sauf le dimanche, est proposé à l'essai avec plusieurs formules d'abonnement :

- 25 jours de parution consécutifs pour 5 000 FCFA ;
- 8 semaines pour 9 000 FCFA.

Le prix est-il proportionnel au nombre de journaux reçus ?

Propriétés de linéarité

11 Recopie et complète les tableaux de proportionnalité ci-dessous.

a) (×6)

3	4	7,5	
			54

b) (×1,2)

4	5,6		15
		12	

c) (×…)

	6	7	12,5
45		35	

d) (×…)

6	5		8,5
1,8		1,2	

12 Recopie et complète les tableaux de proportionnalité suivants en effectuant des calculs sur les colonnes.

a)

0,2	0,4	0,6	0,8	6	14
6,5		19,5			

b)

4	2	1,8	5,8	0,4	6,2
9		4,05			

c)

3	6	1,5	4,5	18	22,5
4					

d)

0,4	4	0,2	4,2	1,2	14
17					

Pourcentage

13 Entoure la bonne réponse.

11 % de 66, c'est : 72,6 6,6 7,2 7,26

14 Entoure la bonne réponse.

Sur 300 élèves de 6e d'un collège, 15 habitent le même quartier, soit.....

10 % 5 % 20 % 15 %

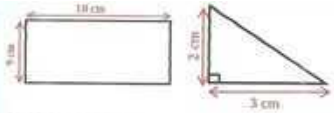
Échelle

15 Un plan est à l'échelle $\frac{1}{50}$.

Cela signifie que ..... représentent ..... dans la réalité.

Complète la phrase suivante avec deux des mesures suivantes : 1 cm ; 10 cm ; 100 000 cm ; 1 m ; 100 m ; 1 km.

16 On donne les figures codées suivantes qui ne sont pas en dimensions réelles.



1. Reproduis chacune d'elles en dimensions réelles.
2. Reproduis le rectangle à l'échelle $\frac{1}{3}$.
3. Reproduis le triangle à l'échelle $\frac{3}{2}$.

Exercices de renforcement

17 Le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité.

5	9	10
35		

Recopie-le et complète les cases vides.

18 Recopie et complète le tableau de proportionnalité suivant.

Nombres de personnes	7	13	5		
Prix payé pour entrer dans un vidéo-club (en FCFA)	1050			1200	2250

19 Lors d'une braderie, un disquaire vend tous les CD au même prix. Pour deux CD, Adou a payé 500 F.

a) Quel prix Ama va-t-elle payer si elle achète quatre CD ?

b) Quel prix Assi va-t-il payer s'il achète trois CD ?

c) Awa a déboursé 5 500F pour payer ses CD. Combien de CD a-t-elle achetés ?

20 Pour fabriquer 6 L de jus d'ananas, on utilise 10 kg d'ananas. Recopie et complète le tableau.

Quantité d'ananas (en kg)	10	7	
Quantité de jus d'ananas (en L)			3

21 Dans une cantine scolaire, la masse de viande utilisée chaque jour est proportionnelle au nombre de repas préparés.

Pour la préparation de 20 repas, 4 kg de viande sont utilisés. Recopie et complète le tableau.

Nombre de repas	20	150	
Quantité de viande (en kg)			10

Exercices d'approfondissement

22 Le week-end dernier, les trois enfants de Komlan, que sont Adjoba, Bolet et Kolou ont loué ensemble un vélo.

Adjoba l'a utilisé 1 heure 30 minutes, Bolet pendant 2 heures et Kolou 30 minutes. Au moment de payer, le loueur de vélo leur dit qu'ils doivent ensemble 40 000 Fcfa.



Les enfants lui répondent que chacun paye sa part et lui demande de leur dire ce que chacun d'eux doit.

Le loueur leur dit que le prix à payer est proportionnel au temps d'utilisation calculé en minutes.

Devant cette réponse du loueur, les enfants ne savent pas comment répartir les 40 000 Fcfa entre eux. Aide-les.

1. Justifie que les enfants ont loué le vélo pendant 240 minutes.
2. Détermine, sous forme de fraction, le prix de la minute de location.
3. Détermine la somme que doit payer chacun des enfants.

23



Dans la ferme de Komlan, il y 12 600 poulets. Parmi ces poulets :

- 15% sont des coquelets ;
- 3410 sont des pondeuses ;
- Les autres sont des poulets de chair.

Pour les fêtes de fin d'année, il veut vendre ces poulets aux prix suivants :

- Un coquelet à 4 000 Fcfa.
- Une pondeuse à 3 500 Fcfa
- Un poulet de chair à 3 000 Fcfa

Mais un jour avant de commencer la vente, 2 % des poulets de chair sont morts.

Son fils Kolou veut avoir une idée des recettes de son père, dans le cas où celui-ci vendrait la totalité des poulets qui restent, mais il ne sait pas comment faire. Il te sollicite.

1. Calcule le nombre de coquelets.
2. Calcule le nombre de poulets de chair après la mort de 2 % d'entre eux.
3. Calcule la recette après la vente de la totalité des poulets.

24 Une famille consomme habituellement 600 litres d'eau par jour. Elle décide de réduire sa consommation de 20 %.



1. Calcule la quantité d'eau économisée chaque jour.
2. Calcule la nouvelle consommation quotidienne.
3. Calcule la quantité d'eau économisée en 7 jours.
4. Calcule la quantité d'eau économisée en 30 jours.

25 Un dessin rectangulaire mesure 8 cm sur 5 cm. On l'agrandit avec un coefficient de proportionnalité égal à 2,5.

1. Calcule les dimensions du dessin agrandi.
2. Reproduis le dessin agrandi sur papier quadrillé.
3. Calcule le périmètre du dessin initial.
4. Calcule le périmètre du dessin agrandi.
5. Le périmètre a-t-il été multiplié par le même coefficient ?

26 Pour fertiliser un champ de 600 m², un cultivateur utilise 18 kg d'engrais.

1. Calcule la quantité d'engrais nécessaire pour 100 m².
2. Complète le tableau.

Aire du champ (m^2)	100	300	600	900	1200
Quantité d'engrais (kg)			18		

3. Détermine le coefficient permettant de passer de l'aire à la quantité d'engrais.
4. Quelle aire peut-on fertiliser avec 24 kg d'engrais ?



27 Un téléphone coûte 150 000 F CFA. Trois magasins proposent les offres suivantes :



- Magasin A : réduction de 18 % ;
- Magasin B : réduction de 20 000 F CFA ;
- Magasin C : réduction de 10 %, puis remise supplémentaire de 12 000 F CFA.

1. Calcule le prix à payer dans chaque magasin.
2. Classe les offres de la plus avantageuse à la moins avantageuse.
3. Exprime la réduction du magasin B sous forme de pourcentage.
4. Exprime la réduction totale du magasin C sous forme de pourcentage du prix initial.
5. Justifie le choix du (ou des) magasin(s) le(s) plus avantageux.

28 Deux commerçants vendent le même produit.

- Le commerçant A vend 3 kg à 2 250 F CFA.
- Le commerçant B vend 5 kg à 3 600 F CFA.

1. Détermine le commerçant qui propose le prix le plus avantageux.
2. Calcule la différence de prix pour un achat de 15 kg.
3. Le commerçant A accorde une réduction de 8 % à partir de 20 kg.
   Le commerçant B accorde une réduction de 5 % à partir de 20 kg.
   Après application des remises à partir de 20 kg, quelle offre est la plus intéressante ?
   Le classement change-t-il ?

29 Sur le plan de son village, une longueur de 35 m est représentée par 4,2 cm.
Komlan mesure les dimensions de son terrain rectangulaire sur la carte et trouve 9 cm comme longueur et 4,5 cm comme largeur. Or en réalité, le terrain a 80 m de long et 45 m de large.
Komlan se demande si les mesures qu'il a prélevées sont compatibles avec l'échelle du plan.



1. Détermine l'échelle de ce plan.
2. Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Longueur réelle (en m)	35	45	80
Longueur surle plan (en cm)	4,2		

3. Réponds à la préoccupation de Komlan.

7 Récréation mathématique

Nous sommes en 2100.

1. La population des grenouilles de la Mare Enchantée était de 3 300 grenouilles en 2050 et est aujourd'hui de 3 993. Coa, crapaud de son état et brouillé avec les mathématiques, se demande de quel pourcentage la population des grenouilles a augmenté. Peux-tu l'aider ?
2. Un nénuphar double de surface tous les jours. En quarante jours, il recouvre un lac. Parmi les propositions suivantes, écris celles qui sont correctes. Justifie tes réponses.
   a) Le lac était recouvert à moitié le vingtième jour.
   b) Le quatre-vingtième jour, le nénuphar couvrira deux lacs de même surface.
   c) Un quart du lac était recouvert le trente-huitième jour.
   d) La situation présentée est proportionnelle.





Objectifs de la leçon

- **Connaître la définition de l'effectif d'une donnée ; l'effectif total. la fréquence d'une donnée ; la fréquence en pourcentage d'une donnée.**
- **Traduire des données statistiques à l'aide de tableaux ; un tableau d'effectifs en tableau de fréquences ; un tableau de fréquences en tableau d'effectifs.**
- **Interpréter un effectif ; l'effectif total ; une fréquence.**
- **Exprimer une fréquence en pourcentage.**
- **Calculer des effectifs ; des fréquences ; l'effectif total.**

1 Connaissances essentielles pour cette leçon

Déterminer des pourcentages.

Exercices

1 Dans une classe de 27 élèves, 15 ont eu la moyenne en Mathématiques. On veut déterminer le pourcentage d'élèves qui ont eu la moyenne en Mathématiques.
On admet que le nombre d'élèves qui ont eu la moyenne en Mathématiques est proportionnel au nombre d'élèves de la classe.
Détermine le nombre d'élèves qui auraient eu la moyenne en Mathématiques dans une classe de 100 élèves. (Ce nombre est le pourcentage d'élèves qui ont eu la moyenne en Mathématiques).

2 Un élève a obtenu 18 bonnes réponses sur un total de 20 questions dans un test.
Détermine son pourcentage de réussite à ce test.

Écrire un pourcentage sous différentes formes

Exercices

3 Écris chaque pourcentage sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est 100, sous la forme d'une fraction irréductible puis transforme la fraction obtenue en un nombre décimal : 15 % ; 35 % ; 120 % ; 2,7 %.

Écris sous forme de pourcentage chacun des nombres suivants :

4 $\frac{1}{8}$; $\frac{100}{35}$; $\frac{3776}{8312}$

2 Situation d'apprentissage

Une enquête réalisée auprès d'élèves de 6e d'un collège sur leur sport préféré a donné les réponses suivantes :

F – H – F – B – B – F – F – N – H – F – N – B – H – H – N – N – F – N – H – B – F – B – H – N – N – T – K – F – B – K – K – F – H – B – K – F – N – B – K – F.

Pour ces réponses : F désigne football, H désigne handball, B désigne basketball, N désigne natation, T désigne tennis et K désigne karaté.

Afin de savoir la proportion d'élèves pour chaque sport, les élèves de la 6e 1 décident d'organiser ces données.



3 Activités d'approche

1 Effectif

Dans un immeuble, on a demandé aux familles le nombre d'enfants qu'elles avaient à charge. Les valeurs ci-dessous récapitulent les réponses de chaque foyer.

2 ; 3 ; 0 ; 1 ; 0 ; 1 ; 4 ; 2 ; 2 ; 0 ; 1 ; 6 ; 2 ; 3 ; 0 ; 7 ; 1 ; 0 ; 3 ; 2 ; 1 ; 3 ; 1

3 ; 1 ; 1 ; 0 ; 7 ; 2 ; 1 ; 5 ; 0 ; 3 ; 2 ; 2 ; 6 ; 1 ; 1 ; 0 ; 2 ; 1 ; 2 ; 1 ; 2 ; 4 ; 1

1. Recopie et complète le tableau suivant.

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5	6	7	total
Nombre de familles									

2. Combien de familles ont été interrogées ?
3. Combien de familles ont quatre enfants ? Six enfants ? Aucun enfant ?

Synthèse

- Le nombre de familles interrogées s'appelle l'effectif total.
- Le nombre de familles qui ont 4 enfants s'appelle l'effectif de 4.
- Le tableau obtenu s'appelle le tableau des effectifs.

2 Fréquence

On considère le tableau des effectifs suivant :

Couleur	Bleu	Jaune	Vert	Rouge	Gris
Effectif	36	18	12	9	15

1. Recopie et complète.

Couleur	Bleu	Jaune	Vert	Rouge	Gris	Total
Effectif	36	18	13	9	15	
$\frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}$						
$\frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}} \times 100$						

2. Compare chacun des nombres de la 3e ligne à 0 et à 1.

Synthèse

- Le quotient de l'effectif d'une donnée par l'effectif total s'appelle la fréquence de cette donnée.
- La fréquence d'une donnée multipliée par 100 s'appelle la fréquence en pourcentage de cette donnée.
- La fréquence d'une donnée est comprise entre 0 et 1.
- La somme des fréquences de toutes les données est égale à 1.
- La somme des fréquences en pourcentage de toutes les données est égale à 100.
- Le tableau obtenu en prenant la 1re ligne et la 3e ligne (ou la 1re ligne et la 4e ligne) s'appelle tableau des fréquences.

3 De la fréquence à l'effectif

On a demandé à 200 élèves de 6e d'un collège le moyen de transport utilisé pour se rendre à l'école. Les réponses ont permis de construire le tableau suivant.

Moyen de transport	Bus	Taxi	Moto	À pied
Fréquence	0,4	0,205	0,12	0,275

1. Quel est l'effectif total ?
2. Recopie et complète le tableau suivant.

Moyen de transport	Bus	Taxi	Moto	À pied	Total
Fréquence	0,4	0,205	0,12	0,275	
Fréquence × Effectif total					

Synthèse

- L'effectif d'une donnée est égal au produit de sa fréquence par l'effectif total.

4 Cours - Méthodes

La statistique est la branche de la mathématique qui a pour objet la collecte, le classement, l'analyse et l'interprétation de données afin d'en tirer des conclusions et de faire des prévisions.

1. Effectif

Définition

L'effectif d'une donnée est le nombre de fois que cette donnée apparaît dans une étude statistique.
L'effectif total est la somme des effectifs de toutes les données apparues.

Exemples :

Marie a lancé 25 fois un dé à six faces. Voici les nombres qui sont apparus :
5 – 2 – 6 – 5 – 3 – 2 – 4 – 2 – 1 – 6 – 2 – 1 – 6 – 4 – 2 – 1 – 6 – 4 – 5 – 6 – 3 – 2 – 1 – 2 – 4.
On résume ces résultats dans un tableau appelé tableau d'effectifs en regroupant les numéros de dés :

Numéro	1	2	3	4	5	6	Total
Effectif	4	7	2	4	3	5	25

Par exemple, l'effectif de la valeur « 2 » est de 6. Cela signifie que le numéro 2 est apparu 6 fois.
L'effectif total est de 25 lancers.

2. Fréquence

Définition

La fréquence d'une donnée est le quotient de l'effectif de cette donnée par l'effectif total.

On a : fréquence d'une donnée $= \dfrac{\text{effectif de la donnée}}{\text{effectif total}}$

- Cette fréquence se présente sous la forme d'une fraction ou d'un nombre décimal.
- La fréquence en pourcentage d'une donnée s'obtient en multipliant la fréquence par 100.

On a : Fréquence en pourcentage = fréquence × 100

$$\text{Fréquence en pourcentage} = \frac{\text{effectif de la donnée}}{\text{effectif total}} \times 100$$

Exemples :

En reprenant l'exemple précédent, la fréquence du numéro 3 est :

$\dfrac{3}{25} = \dfrac{12}{100} = 12\%$ ou $\dfrac{3}{25} = 0{,}12$

Les fréquences se résument dans un tableau appelé tableau de fréquences

Numéro	1	2	3	4	5	6	Total
Fréquence	$\frac{4}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{5}{25}$	1
Fréquence (en %)	16	28	8	16	12	20	100

Propriétés

- La fréquence d'une donnée est comprise entre 0 et 1.
- La somme des fréquences de toutes les données est égale à 1.
- La somme des fréquences en pourcentage de toutes les données est égale à 100.

3. De la fréquence à l'effectif

L'effectif d'une donnée est égal au produit de sa fréquence par l'effectif total.

Exemple :

Répartition des 600 élèves d'un collège par niveau.

Niveau	6e	5e	4e	3e
Fréquence	0,25	0,24	0,2	0,31
Effectif	150	144	120	186

× 600

Si les fréquences sont en pourcentage, l'effectif s'obtient en multipliant la fréquence par l'effectif total et en divisant le résultat obtenu par 100.

5 Travaux pratiques

1 Construire un tableau des effectifs – Construire un tableau des fréquences

Voici les âges des élèves d'une classe de 6e.

12 11 13 12 11 12 12 11 14 12 13 12 14 13 12 13 13
12 11 13 13 12 13 11 12 14 12 14 11 13 12 11 12 14
11 13 11 13 14 12

1. Recopie et complète le tableau ci-dessous :

Âge	11	12	13	14
Effectif				

2. a) Détermine l'effectif total.
   b) Donne une interprétation de ce résultat.

3. Dresse le tableau des fréquences.
(Fais apparaître les fréquences sous forme de fraction, sous forme d'un nombre décimal, et sous forme de pourcentage)

Corrigé

1.

Âge	11	12	13	14
Effectif	9	14	11	6

2. a) L'effectif total est : 9 + 14 + 11 + 6, soit 40.
b) Interprétation : Dans cette classe, il y a 40 élèves.

3. Tableau des fréquences.

Âge	11	12	13	14
Fréquence (fraction)	$\frac{9}{40}$	$\frac{14}{40}$	$\frac{11}{40}$	$\frac{6}{40}$
Fréquence (décimal)	0,225	0,35	0,275	0,15
Fréquence (en %)	22,5	35	27,5	15

2 Dresser un tableau des effectifs à partir d'un tableau des fréquences

Les desserts pris par 20 personnes dans un restaurant ont permis de dresser le tableau des fréquences ci-dessous.

Dessert	Yaourt	Orange	Banane	Papaye
Effectif	0,15	0,35	0,3	0,2

Dresse le tableau d'effectifs.

Corrigé

L'effectif de chaque dessert est obtenu en multipliant sa fréquence par l'effectif total qui est 20.

Dessert	Yaourt	Orange	Banane	Papaye
Effectif	3	7	6	4

Exercice non corrigé

Les 120 élèves de 6e d'un collège doivent choisir entre quatre villes pour leur colonie de vacances. Le tableau ci-dessous donne quelques éléments de leurs réponses.

Villes	Man	Grand-Bassam	Yamoussoukro	Korhogo	Total
Effectif		21			120
Fréquence (en %)	20			35	100

1. Détermine le nombre d'élèves qui souhaitent aller à Man.
2. Reproduis et complète le tableau.
3. Quelle est la destination choisie par le plus grand nombre d'élèves ?

6 Exercices

Exercices de fixation

Effectif – Effectif total

1 Réordonne les groupes de mots suivants pour avoir une définition correcte :
d'une donnée / apparaît /est le nombre de fois / l'effectif/que cette donnée

2 Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations suivantes.
L'effectif total est :
a) le nombre total de données observées dans une étude ;
b) la somme des effectifs des différentes données ;
c) la moyenne des effectifs par catégorie ;
d) le plus grand des effectifs observés.

3 Dans une forêt, j'ai fait le relevé suivant : trois-cent-vingt arbres sont des Tecks, cent-vingt arbres sont des Acacias et j'ai compté quarante Irokos.
Recopie et complète le tableau.

Essence	Effectif
Tecks	
Acacias	
Irokos	
Total	

4 Le tableau ci-dessous montre les ventes de différents types de fruits sur une journée :

Fruit	Oranges	Pommes	Bananes	Raisins
Nombre vendu	55	32	45	18

1. Quel est l'effectif de la donnée « bananes » ?
2. Détermine l'effectif total.

5 Un club de tennis a établi un tableau récapitulatif de ses membres selon leur catégorie.

Catégorie	Benjamins	Pupilles	Minimes	Juniors
Effectif	67	88	110	129

a) Quel est l'effectif des benjamins ?
b) Quel est l'effectif total ?
c) Quel est l'effectif de ceux qui ne jouent pas dans la catégorie pupilles ?

6 Voici les notes obtenues à un devoir de mathématiques noté sur 20 : 12 ; 10 ; 11 ; 12 ; 14 ; 19 ; 10 ; 15 ; 20 ; 09; 18 ; 14 ; 12 ; 11 ; 12 ; 11 ; 11 ; 08 ; 10 ; 14.
Recopie puis complète le tableau ci-dessous.

Nombre d'élèves ayant eu 10 ou moins	
Nombre d'élèves ayant eu entre 11 et 15	
Nombre d'élèves ayant 16 ou plus	

Fréquence

7 On donne les mots et groupes de mots suivants : produit ; quotient ; fréquence ; effectif ; effectif total ; pourcentage.

Remplace les pointillés par le mot ou groupe de mots qui convient.

1. La ..... d'une donnée est le ..... de l' ..... de cette donnée par l' .....
2. La ..... en ..... d'une donnée est le ..... de sa ..... par 100.

8 Vrai ou faux ?

1. La fréquence d'une donnée peut être supérieure à 11.
2. La fréquence d'une donnée est comprise entre 0 et 1.
3. La somme des fréquences de toutes les données est égale à 100.
4. La somme des fréquences en pourcentage de toutes les données est égale à 100.

9 À l'école maternelle « **La Pépinière** », il y a 120 enfants, à savoir 36 en grande section, 54 en moyenne section et 30 en petite section. À l'école maternelle, **Alphonse Daudet**, il y a 63 enfants en grande section, 72 en moyenne section et 45 en petite section.

Calcule, pour chacune des écoles, la fréquence en pourcentage de chaque catégorie d'enfants.

10 Deux cinquièmes des légumes produits par un maraîcher sont des carottes.

Exprime cette fréquence sous forme d'un nombre puis en pourcentage.

11 Alice, François et Abdel travaillent sur des exercices de calcul de fréquences.

a) Lors d'un exercice, Abdel trouve une fréquence de $\frac{1}{4}$ et Alice trouve 0,25.
Ont-ils bien obtenu le même résultat ?

b) Pour un autre exercice, les trois élèves calculent chacun une fréquence qu'ils doivent ensuite comparer. Abdel trouve une fréquence de $\frac{1}{5}$, tandis qu'Alice obtient 0,1 et François 17 %.

Propose plusieurs méthodes pour comparer ces trois fréquences.

12 Ce tableau présente la répartition des élèves de 4e d'un collège selon leur activité sportive préférée.

Complète-le. (Arrondis les fréquences au millimètre)

Activité	Football	Danse	Tennis	Natation	Total
Effectif	89	35	10	16	
Fréquence					

De la fréquence à l'effectif

13 Recopie et complète le tableau suivant :

Couleur	Rose	Gris	Vert	Bleu	Total
Fréquence	0,04	0,2	0,36	0,4	
Effectif					25

14 Recopie et complète le tableau suivant :

Ville	Bouaké	Daloa	Man	Bonoua	Ferké	Total
Fréquence (en %)	47	25	17	9	2	
Effectif						500

Exercices de renforcement

15 Le chef du rayon peinture d'un magasin de bricolage a fait un inventaire de ses pots de peinture blanche pour boiseries et a constaté qu'il lui restait 221 pots de 0,5 L, 272 pots de 1 L, 170 pots de 2 L et 187 pots de 5 L.

a) Récapitule ces informations dans le tableau :

Pots	0,5 L	1 L	2 L	5 L	Total
Effectif					
Fréquence					1
Fréquence (en %)					100

b) Combien lui reste-t-il de pots finalement ?

c) Complète la ligne « fréquence ».

d) Complète la ligne « fréquence en % ».

e) Est-il exact de dire que moins de 50 % des pots restants ont un volume supérieur ou égal à 2 L ?

16 Lors d'un stage, l'éducatrice a mesuré la taille des jeunes majorettes du collège. Elle a obtenu les résultats en cm : 160 170 173 160 175 185 175 180 170 173 185 175 180 175 170 180 175 173 180 185 160 173 175 180 175

Recopie et complète le tableau suivant :

Taille							Total
Effectif							
Fréquence (en %)							

17 Lors d'un test de 100 mètres, le professeur d'EPS relève le temps mis (en secondes) de 20 élèves d'une classe de 6e. Il obtient les résultats suivants :
15 15 16 16 14 16 15 16 12 16 16 15 13 16 15 15 16 16 17 18
Construis un tableau donnant les temps mis, les effectifs et les fréquences.

18 Un centre de recherche réalise une étude sur la catégorie d'âge des visiteurs sur un mois.

1. Complète l'étude du centre de recherche.

Catégorie	Collégiens	Lycéens	Étudiants	Travailleurs	Total
Effectif	60	165	250	325	
Fréquence décimale					
Fréquence (en %)					

2. Est-il vrai que les étudiants représentent plus de 60 % des visiteurs ?

19 On a interrogé 40 élèves sur leur sport préféré. Voici les résultats :

- Football : 15 élèves
- Basket-ball : 11 élèves
- Natation : 8 élèves
- Tennis : 4 élèves
- Autres : 2 élèves

Construis le tableau des effectifs et des fréquences (en pourcentage).

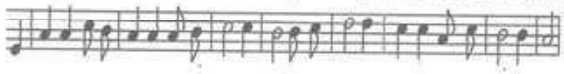
20 Pour embellir la cour d'un collège, les élèves ont planté 80 arbustes dont on a mesuré la taille.

Complète le tableau en indiquant l'effectif manquant et les fréquences.

Taille (en m)	1,3	1,4	1,5	1,6
Effectif	12	32		9
Fréquence (en %)				

Exercices d'approfondissement

21 « Se Canto » est une chanson provençale dont voici la partition.



Pour chaque hauteur de note, calcule sa fréquence d'apparition, arrondie au dixième.

22 La madeleine est un petit gâteau en forme de coquille bombée constituée d'une pâte à base d'œuf battu, de sucre, de farine, de beurre fondu parfumé au citron. Voici les doses pour 2 recettes de « madeleines ».

Ingrédients	Farine	Sucre	Beurre	Œufs
Recette 1	135 g	135 g	150 g	4
Recette 2	150 g	110 g	130 g	3

Chaque recette comprend également une part très faible de levure et de sel que nous négligerons.

a) Compare les quantités de beurre puis de sucre utilisées dans les deux recettes.

b) Pour chaque recette, calcule la proportion de la masse totale représentée par chaque ingrédient, en considérant qu'un œuf pèse en moyenne 60 grammes.

c) Quelle recette contient la plus faible proportion de beurre ?

d) Quelle recette contient la plus faible proportion de sucre ?

e) Compare les résultats obtenus aux questions a) et c). Que peux-tu en déduire ?



23 Sur une autoroute, les véhicules qui passent au poste de péage sont répartis en cinq classes selon leur catégorie. Le montant du péage dépend de la classe du véhicule.

1. Pendant une journée, on a relevé les effectifs suivants :

Classe	Effectif
1	125
2	215
3	340
4	260
5	60

a) Combien de véhicules sont passés au poste de péage pendant cette journée ?

b) Calcule, en pourcentage, la fréquence de passage des véhicules de chaque classe.

c) Interprète la fréquence obtenue pour les véhicules de classe 3.

2. Un autre jour, 1 200 véhicules sont passés au même poste de péage. Leur répartition est donnée dans le tableau suivant :

Classe	Fréquence
1	50 %
2	20 %
3	15 %
4	10 %
5	5 %

a) Vérifie que les pourcentages du tableau sont cohérents.

b) Détermine le nombre de véhicules de classe 1.

3. Lequel des deux jours a-t-on enregistré le plus grand nombre de véhicule de la classe 3 ?

4. On choisit au hasard un véhicule parmi les 1 200 véhicules de la deuxième journée.

A-t-on plus de chances d'observer un véhicule de classe 1 ou un véhicule de classe 2 ? Justifie.

24 Lors d'une élection, 380 personnes votent pour une liste A, B ou C. La liste A obtient 15 % des voix, la liste B obtient 209 voix et le reste des voix va à la liste C.

1. Complète le tableau suivant.

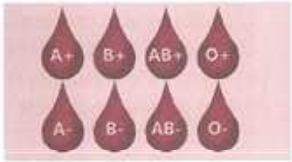
Liste	Effectif	Fréquence (en %)
A		15
B	209	
C		
D		
Total		

2. Quelle est la liste qui est élue ? Justifie.



25 Au cours d'une visite dans l'infirmerie du collège, des élèves en classe de 6e ont vu le tableau ci-dessous portant sur le groupe sanguin des élèves de l'établissement.

Groupe sanguin	Effectif	Fréquence (en%)
A	265	
B	64	
AB		4,25
O		
Total	400	



L'infirmier leur demande de déterminer les nombres qui manquent dans ce tableau pour faire des prévisions. L'un de ces élèves te sollicite pour les aider.

Complète le tableau en donnant les détails des calculs.

26 Un agent de l'agriculture a établi le tableau suivant qui donne une répartition des exploitations agricoles de sa zone en fonction de leur superficie (en ha). Il promet de donner de l'engrais aux agriculteurs si, d'après ce tableau, le nombre d'exploitations de plus de 10 ha est supérieur à 15. La zone compte 300 exploitations.

Superficie (en ha)	Fréquence (en%)
4	68
7	17
8	9
12	5
15	1

Ton oncle qui est l'un de ces agriculteurs te sollicite pour savoir s'ils bénéficieront de cet engrais.

1. Dresse le tableau des effectifs.
2. Réponds à ton oncle.

7 Récréation mathématique

Les mystères du nombre pi

Voici les 60 premières décimales de :

$\frac{22}{7}$ = 3,142857142857142857142857142857142857142857142857142857142857

π = 3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582097 4944

a) Que dire des parties décimales de chacun de ces deux nombres ?

b) Pour chacun d'eux, calcule la fréquence d'apparitions de chaque chiffre pour les soixante premières décimales.

Que remarques-tu ?

c) Combien connaît-on de décimales de n à l'heure actuelle ?





6 Leçon

Droites et points

Les routes de Côte d'Ivoire sont très nombreuses. Les routes sont des lignes souvent droites.

Objectifs de la leçon

- Noter une droite ; une demi-droite.
- Noter deux droites perpendiculaires ; deux droites parallèles.
- Nommer une droite ; une demi-droite.
- Construire deux droites parallèles.
- Construire la droite passant par un point donné et parallèle à une droite donnée.
- Construire deux droites perpendiculaires.
- Construire la droite passant par un point donné et perpendiculaire à une droite donnée.
- Justifier que deux droites sont parallèles.
- Justifier que deux droites sont perpendiculaires.

1 Connaissances essentielles pour cette leçon

Reconnaître deux droites sécantes et perpendiculaires.

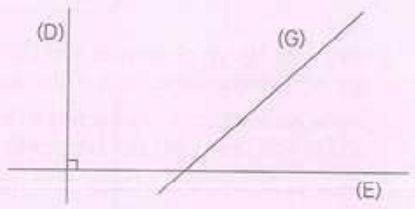
Exercice

Soit la figure ci-dessous :

Complète par sécantes ou perpendiculaires.

Les droites (E) et (G) sont .....

Les droites (D) et (E) sont .....



Reconnaître deux droites parallèles.

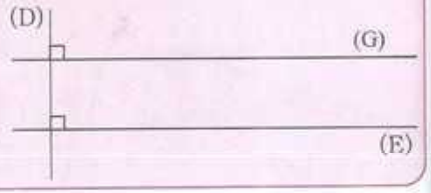
Exercice

Soit la figure ci-contre :

Complète par parallèles ou perpendiculaires

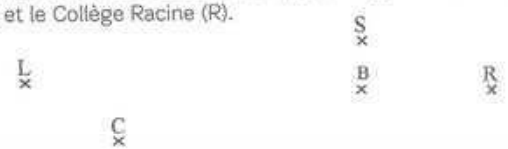
Les droites (E) et G) sont .....

Les droites (D) et (E) sont .....



2 Situation d'apprentissage

Un professeur de MATHÉMATIQUES d'une classe de 6e du Lycée Moderne 3 dresse une esquisse de la cartographie du quartier Boudoukou sur laquelle sont mentionnés : le Lycée Moderne 3 (L), l'EPP Boudoukou (B), le siège de la Chefferie (S), l'EPP Commerce (C) et le Collège Racine (R).



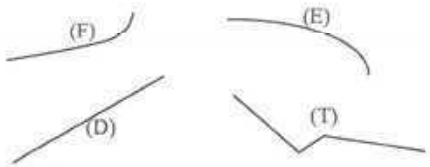
Le chef de classe prétend que le Lycée Moderne 3 (L), l'EPP Boudoukou (B) et le siège de la Chefferie (S) sont alignés.

Pour vérifier cette affirmation, les élèves décident de tracer des lignes droites joignant ces points deux à deux.

3 Activités d'approche

1 Droites et points

Soient les figures ci-dessous.



1. Parmi les figures ci-dessus, cite celles qui ont été tracées à l'aide d'une règle.
2. Parmi celles qui ont été tracées à l'aide d'une règle, cite celle qui est rectiligne.
3. Peux-tu la prolonger à l'aide de ta règle ? Aussi loin que tu veux ?

Synthèse

- Une ligne rectiligne que l'on peut prolonger à chaque extrémité autant qu'on veut, avec la règle, est appelée droite.
- Une droite n'a pas de limite.
- On la note avec une lettre majuscule mise entre parenthèses : par exemple (D), (T) ou (P) et on lit « droite D », « droite T » ou « droite P ».

2 Droite(s) passant par un point, par deux points

a) Marque sur ta feuille un point E.

b) Trace une droite (D) passant par le point E.

c) Combien peux-tu tracer de droites passant par le point E ?

d) Marque, sur la figure que tu viens de faire, un point F qui n'est pas sur la droite (D).

e) Trace une droite passant par les points E et F.

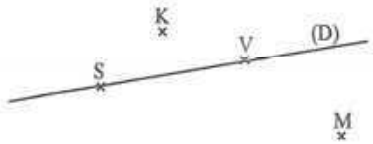
f) Combien peux-tu tracer de droites passant par les points E et F ?

Synthèse

- Par un point donné, il passe autant de droites qu'on veut.
- Par deux points distincts, il passe une droite et une seule.
- La droite passant par les points P et R est notée (PR) ou (RP).
  (PR) se lit « droite PR » et (RP) se lit « droite RP ».

3 Points appartenant à une droite – Points n'appartenant pas à une droite

Remplace les pointillés par ∈ si le point est sur la droite (D), par ∉ si le point n'appartient pas à la droite (D).



V.....(D) ; S.....(D) ; K..... (D) ; M..... (D).

Synthèse

- Pour dire qu'un point M appartient à une droite (D), on écrit : M ∈ (D) et on lit « M appartient à (D) ».
- Pour dire qu'un point M n'appartient pas à une droite (D), on écrit : M ∉ (D) et on lit « M n'appartient pas à (D) ».

4 Points alignés

Observe la figure ci-dessous :



1. Cite les points appartenant à la droite (D).
2. Cite le point n'appartenant pas à la droite (D).

Synthèse

- Des points alignés sont des points qui appartiennent à une même droite.
- Pour parler de points alignés, il faut au moins trois points.

5 Demi-droite

Sur la figure ci-dessous, A, M et E sont des points de la droite (L).



Synthèse

- La partie de la droite (L) qui part du point A et passe par le point M est la demi-droite notée [AM) et on lit « demi-droite AM ».

1. En combien de parties le point A partage-t-il la droite (L) ?
2. Trace en BLEU la partie de la droite (L) qui part du point A et passe par le point M.
3. Cette partie est-elle limitée ?
   Si oui, par quel point ?

- Le point A est l'origine de chacune des deux demi-droites [AM) et [AE).
- [AM) et [AE) sont deux demi-droites opposées.

6 Droites sécantes ; droites perpendiculaires

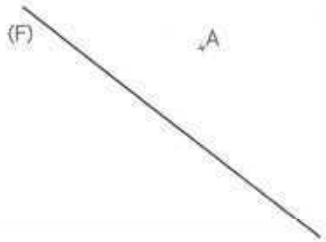
1. Trace une droite (L) et marque un point O sur la droite (L)
2. Trace une droite (Δ) passant par O et distincte de (L).
3. Combien de points les droites (L) et (Δ) ont-elles en commun ?
4. En utilisant une équerre, construis une droite (D) telle qu'elle coupe (L) en un point R en formant un angle droit.

Synthèse

- Deux droites ayant un seul point en commun sont deux droites sécantes.
- Leur point commun est appelé point d'intersection.
- Lorsque deux droites se coupent en formant un angle droit, ont dit qu'elles sont perpendiculaires.

7 Droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée

Reproduis la droite (F) ci-dessous et le point A.



a) Pose ton équerre sur la droite (F) de sorte que le petit côté de l'angle droit coïncide avec la droite et le segment représenté par le grand côté de l'angle droit passe par le point A.

b) Trace la demi-droite passant par A représenté par le grand côté de l'angle droit.

c) Prolonge la demi-droite que tu viens de tracer de sorte à obtenir une droite (G) qui coupe la droite (F) et passant par le point A.

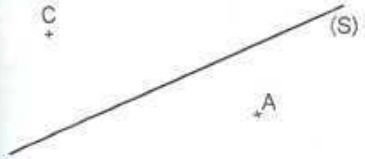
d) Combien de droites perpendiculaires à (F) et passant par le point A peut-on tracer ?

Synthèse

Par un point donné, on ne peut tracer qu'une droite et une seule perpendiculaire à une droite donnée.

8 Droites parallèles

Reproduis la figure ci-dessous et trace :

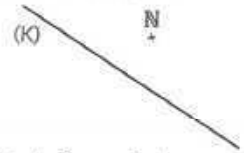


- La droite (H) passant par le point A et perpendiculaire à la droite (S) ;
- La droite (R) passant par le point C et perpendiculaire à la droite (S).

Synthèse

- Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.
- Les droites (H) et (R) sont parallèles.
- On note : (H) // (R) et on lit « la droite (H) est parallèle à la droite (R) ».

9 Droite passant par un point et parallèle à une droite donnée



Reproduis la figure ci-dessus et complète-la en suivant les instructions données.

a) Pose un côté de l'angle droit de ton équerre sur la droite (K).

b) Place ta règle contre l'autre côté de l'angle droit de l'équerre.

c) Fais coulisser l'équerre le long de la règle, sans faire bouger la règle, jusqu'à ce que son côté qui n'est pas en contact avec la règle arrive au point N.

d) Trace la demi-droite représentée par le côté de l'angle droit qui n'est pas en contact avec la règle.

e) Prolonge la demi-droite que tu viens de tracer de sorte à obtenir une droite (H).

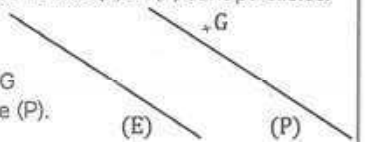
Synthèse

Par un point donné, on ne peut tracer qu'une droite et une seule parallèle à une droite donnée.

10 Droite parallèle ou perpendiculaire à deux droites parallèles

Sur la figure ci-dessus, les droites (E) et (P) sont parallèles.

1. Reproduis la figure et trace la droite (D) passant par le point G et parallèle à la droite (P).



Synthèse

- Deux droites étant parallèles, lorsqu'une droite est parallèle à l'une, elle est parallèle à l'autre.

2. Trace la droite (V) passant par le point B et perpendiculaire à la droite (P).
3. Vérifie que la droite (V) est perpendiculaire à la droite (E) et que (D) est parallèle à (E).
4. Trace une droite (S) qui coupe la droite (P) puis prolonge la droite (S).

- Deux droites étant parallèles, lorsqu'une droite est perpendiculaire à l'une, elle est perpendiculaire à l'autre.
- Deux droites étant parallèles, lorsqu'une droite est sécante à l'une, elle est sécante à l'autre.

4 Cours – Méthodes

1. Droites et points

1.1. Présentation et notation

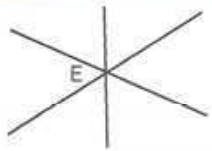
- Une droite est une ligne rectiligne constituée de points. Elle est illimitée des deux côtés.
- Une droite se note par une lettre majuscule entre parenthèses, par exemple (D), on lit « la droite D ».

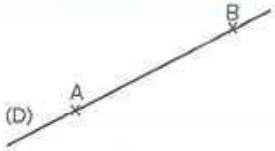


1.2. Droite(s) passant par un point, par deux points

Propriété

- Par un point donné, il passe autant de droites que l'on veut.
- Par deux points donnés, il passe une et une seule droite.





1.3. Appartenance ou non d'un point à une droite

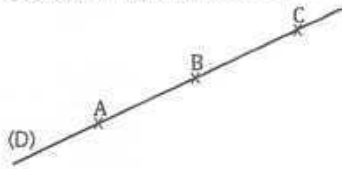
M est sur la droite (D), on écrit : $M \in (D)$ et on lit « M appartient à (D) ».

N n'est pas sur la droite (D), on écrit : $N \notin (D)$ et on lit « N n'appartient pas à (D) ».



1.4. Points alignés

Des points sont alignés lorsqu'ils appartiennent à une même droite.



1.5. Demi-droite

Présentation

Une demi-droite est une portion de droite limitée d'un seul côté par un point appelé origine.

Exemple :

La demi-droite [AB] est la portion de la droite (AB) qui a pour origine A et qui passe par B.



Remarque

Sur une droite, tout point détermine deux demi-droites, appelées demi-droites opposées.



[EN) et [ET) sont des demi-droites opposées.

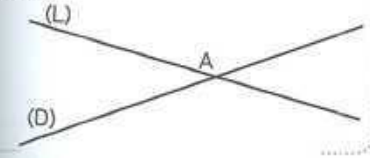
2. Droites sécantes – Droites perpendiculaires

2.1. Droites sécantes

Définition

Deux droites sécantes sont des droites qui ont un seul point en commun.

Les droites (D) et (L) sont sécantes en A.

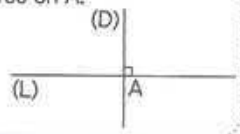


2.2. Droites perpendiculaires

Définition

Lorsque deux droites se coupent en formant un angle droit, on dit qu'elles sont perpendiculaires.

Les droites (D) et (L) sont perpendiculaires en A.



Notion

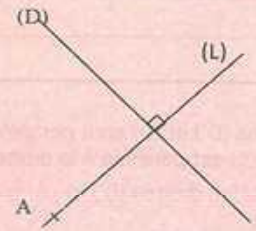
On note : $(D) \perp (L)$.

2.3. Droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée

Propriété

Par un point, il passe une seule droite perpendiculaire à une droite donnée.

La droite (L) est la droite passant par le point A et perpendiculaire à la droite (D).



3. Droites parallèles

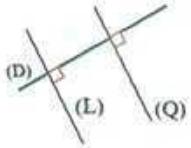
3.1. Présentation et notation

Définition

Deux droites sont parallèles lorsqu'elles sont perpendiculaires à une même droite.

Les droites (Q) et (L) sont perpendiculaires à la droite (D).

On dit que les droites (Q) et (L) sont parallèles et on note (Q) // (L) ou (L) // (Q).



Organigramme

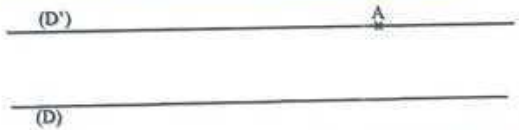
Données : (L) ⊥ (D) ; (Q) ⊥ (D)

Conclusion : (Q) // (L)

3.2. Droite passant par un point et parallèle à une droite donnée

Propriété

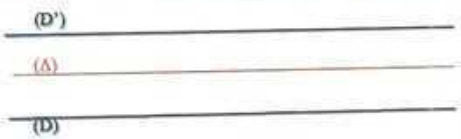
Par un point donné, il passe une seule droite parallèle à une droite donnée.



3.3. Droites parallèles ou perpendiculaires à deux droites parallèles

Propriété 1

Lorsque deux droites sont parallèles, toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.



Les droites (D') et (D) sont parallèles, et la droite (Δ) est parallèle à la droite (D).

On a donc les droites (D') et (Δ) qui sont parallèles.

Organigramme

Données : (D') // (D) ; (Δ) // (D)

Conclusion : (Δ) // (D')

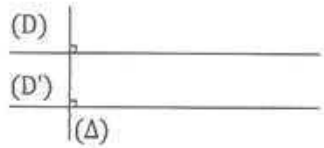
Propriété 2

Lorsque deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Organigramme

Données : (D) // (D') ; (Δ) ⊥ (D)

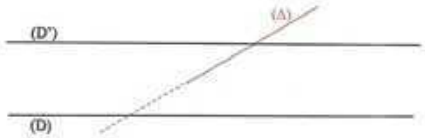
Conclusion : (Δ) ⊥ (D')



Les droites (D) et (D') sont parallèles et la droite (Δ) est perpendiculaire à (D), donc (Δ) est perpendiculaire à (D').

Propriété 3

Deux droites étant parallèles, toute droite sécante à l'une est sécante à l'autre.



Organigramme

(D)//(D') ; (Δ) est sécante à (D)

(Δ) est sécante à (D')

Les droites (D') et (D) sont parallèles, et la droite (Δ) est sécante à la droite (D).

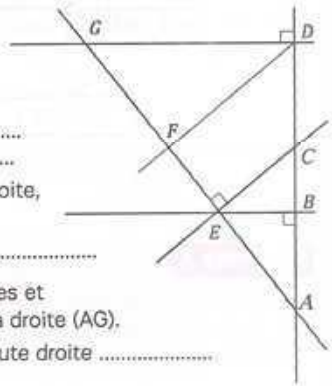
On a donc les droites (D') et (Δ) qui sont sécantes.

5 Travaux pratiques

Exercices corrigés

1 Apprendre à raisonner

Sur la figure codée ci-contre, les droites (CE) et (DF) sont parallèles.



Complète les raisonnements suivants :

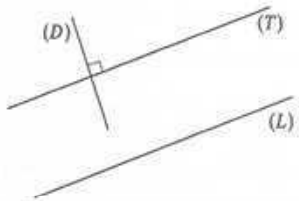
1. Les droites (BE) et (AD) sont ..... de même que les droites (DG) et .....
   Or si deux droites sont ..... à une droite, alors elles sont .....
   Donc les droites (BE) et ..... sont .....
2. Les droites ..... et (DF) sont parallèles et la droite ..... est perpendiculaire à la droite (AG).
   Or si deux droites sont ....., alors toute droite ..... à l'une est ..... à l'autre.
   Donc les droites ..... et (AG) sont .....

Corrigé

1. Les droites (BE) et (AD) sont perpendiculaires de même que les droites (DG) et (AD).
   Or si deux droites sont perpendiculaires à une droite, alors elles sont parallèles.
   Donc les droites (BE) et (DG) sont parallèles.
2. Les droites (CE) et (DF) sont parallèles et la droite (CE) est perpendiculaire à la droite (AG).
   Or si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
   Donc les droites (DF) et (AG) sont perpendiculaires.

2 Justifier que deux droites sont perpendiculaires

Sur la figure ci-dessous, les droites (T) et (L) sont parallèles.
Justifie que les droites (D) et (L) sont perpendiculaires.

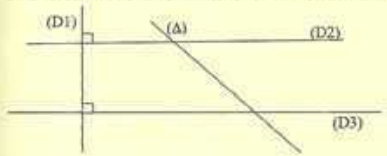


Corrigé

D'après l'énoncé, on a : (T) // (L) et (T) ⊥ (D).
Or, lorsque deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
Donc les droites (D) et (L) sont perpendiculaires.

Exercices non corrigés

1 On considère la figure codée ci-dessous :



Justifie que les droites (L) et (T) sont parallèles.

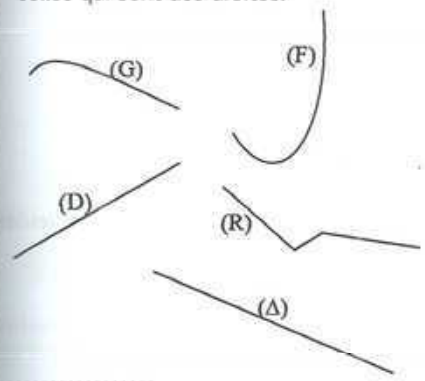
2
1. Trace une droite puis nomme-la (T).
2. Place deux points F et G sur cette droite, puis deux points E et M n'appartenant pas à cette droite.
3. Complète avec ∈ ou ∉.
   F.....(T) ; E.....(T) ;
   G.....(T) ; M.....(T).

6 Exercices

Exercices de fixation

Droites et points

1 Parmi les figures ci-dessous, cite celles qui sont des droites.

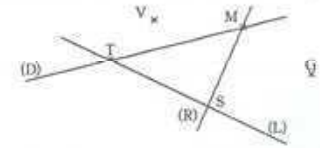


Droite(s) passant par un point, par deux points

2
1. Marque deux points E et M.
2. Trace deux droites qui passent par le point E.
3. Trace deux droites qui passent par le point M.
4. Combien peux-tu tracer de droites passant par les points E et M ?
5. Trace-la (ou les) et nomme-la (ou les).

Points appartenant à une droite – Points n'appartenant pas à une droite

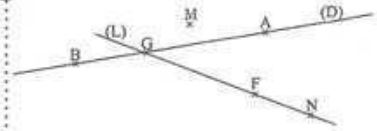
3 Observe la figure puis complète le tableau ci-dessous avec ∈ ou ∉



V...(D)	M...(L)	S...(D)	T...(L)
T...(D)	V...(R)	S...(R)	V...(R)
M...(R)	G...(L)	G...(R)	M...(D)

Points alignés

4 Sur la figure ci-dessous :



1. Cite les goupes de trois points alignés.
2. Donne trois noms de la droite (D) en n'utilisant pas les deux mêmes points pour deux noms différents.

Demi-droite

5 On donne la figure ci-dessous :

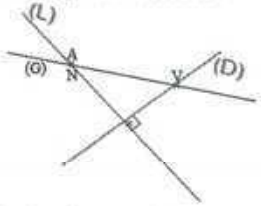


1. Écris deux demi-droites d'origine A.
2. Complète avec ∈ ou ∉ .

V.....[AB) ; G.....[AT) ; T.....[GB) ;
A.....[TB) ; G.....(AB)

Droites sécantes
Droites perpendiculaires

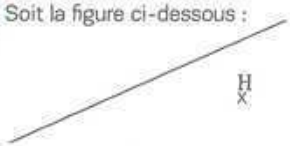
6 On donne la figure ci-dessous :



Complète les phrases suivantes par sécantes, perpendiculaires, le point d'intersection.
Les droites (G) et (L) se coupent en A donc A est .....
Les droites (G) et (L) sont .....
Les droites (D) et (L) sont .....

Droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée

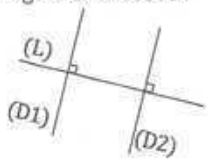
7 Soit la figure ci-dessous :



Reproduis la figure ci-dessus puis trace la droite (D) passant par le point H perpendiculaire à la droite (V) donnée.

Droites parallèles

8 Soit la figure ci-dessous :



1. Cite deux droites parallèles.
2. En utilisant la règle et l'équerre, construis une droite (G) parallèle à la droite (L).

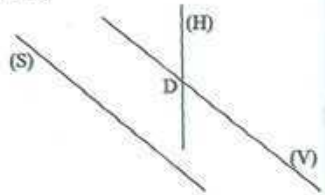
9 Reproduis la figure ci-dessous et trace la droite passant par le point V et parallèle à la droite (S).

Combien peux-tu tracer de droites passant par V et parallèles à (S) ?



Droite parallèle ou perpendiculaire à deux droites parallèles

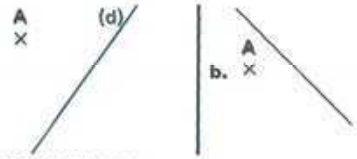
10 Sur la figure ci-dessous :
- Les droites (V) et (S) sont parallèles.
- Les droites (H) et (V) sont sécantes en D.



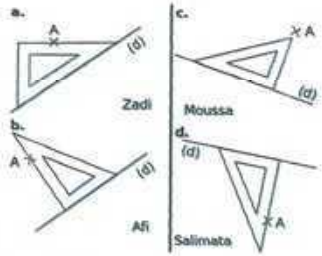
Que peut-on dire des droites (H) et (S) ?

Droites perpendiculaires-Droites parallèles

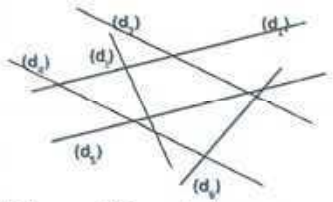
11 Dans chaque cas, reproduis la figure et trace, à main levée, la droite perpendiculaire à la droite (d) passant par le point A.



12 Les élèves tracent la droite perpendiculaire à la droite (d) passant par le point A. Entoure le nom des élèves qui ont placé correctement l'équerre.



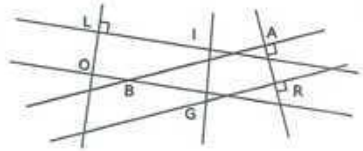
13



a) Observe la figure ci-dessus et note :
- Le nom des droites qui te semblent perpendiculaires ;
- Le nom des droites qui sont sécantes mais non perpendiculaires ;
- Le nom des droites qui te semblent parallèles.

b) Vérifie tes réponses à l'aide d'instruments de géométrie.

14

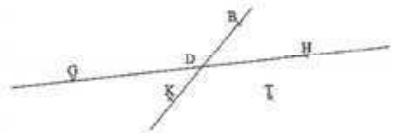


a) Quelles sont les droites qui sont perpendiculaires ?
b) Quelle est la position relative des droites (AB) et (GR) ? Justifie ta réponse.

Exercices de renforcement

15 Réponds par vrai ou faux à chacune des affirmations suivantes.
1. Par un point donné, il ne passe qu'une seule droite.
2. Une demi-droite n'a pas d'origine.
3. Deux points distincts déterminent une droite.
4. Par deux points distincts donnés, il ne passe qu'une seule droite.

16 Sur la figure ci-dessous, les droites (GH) et (KB) sont sécantes en D.



Réponds par vrai ou faux à chacune des affirmations suivantes.
1. Les points D, G et H sont alignés.
2. T ∈ (DG)
3. H ∈ [GD)
4. Les points H, D et T sont alignés.

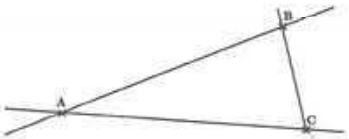
17 A, B et G sont trois points distincts du plan.

1. Trace en rouge les droites (AB), (AG) et (BG).
2. Trace en vert les demi-droites [AB), [GA) et [BG).

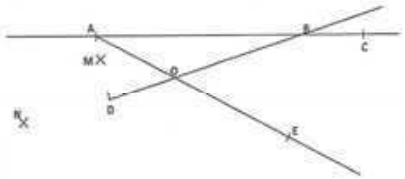
A B G

18 A, B et C sont trois points non alignés.

1. Trace la droite (D1) perpendiculaire à (BC) passant par A.
2. Trace la droite (D2) perpendiculaire à (AC) passant par B.
3. Trace la droite (D3) perpendiculaire à (AB) passant par C.



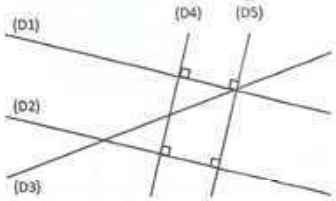
19 Complète les pointillés du tableau par le signe « ∈ » ou le signe « ∉ ».



1. M ... (AD)	2. M ..... [AD)	3. M ..... [AD)
4. A ..... (OE)	5. A ..... [OE)	6. A ..... [OE)
7. B ..... [AC)	8. C ..... [AB)	9. A ..... [BC)

10. N ..... [DB)	11. N ..... (BD)	12. N ..... [OD)
13. A ..... [EO)	14. O ..... [DB)	15. D ..... [BO)
16. B ..... (AC)	17. C ..... (AB)	18. A ..... (BC)

20 Classe les droites (deux par deux) dans le tableau :



Droites sécantes	Droites parallèles
perpendiculaire	

21 Construis la droite perpendiculaire à (D) passant par M et celle passant par N.

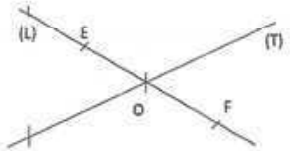
M

(D)

N

22 Observe la figure ci-dessous, puis complète les phrases suivantes par les mots :

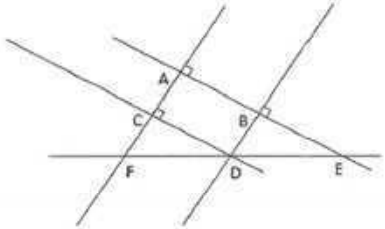
alignés – sécantes – demi-droite – se coupent – d'intersection.



Les droites (L) et (T) ..... au point O. O et leur point .....

On dit que les droites (L) et (T) sont ..... Les points E, O et F sont ..... La ..... d'origine O passant par F se note [OF).

23 Observe la figure ci-dessous, puis complète à l'aide du symbole // ou ⊥.

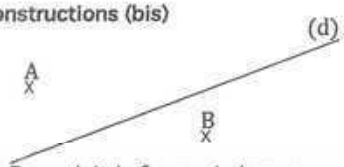


(AB)..... (AC) ; (EA) ..... (CD) ;
(CD)..... (AB) ; (FA) ..... (BE).

24 Complète les phrases suivantes par ce qui convient :

1. La droite passant par les points M et N se note : .....
2. La demi-droite d'origine A passant par le point C se note : .....
3. La droite (D) parallèle à la droite (L) est notée : .....
4. La droite (D) perpendiculaire à la droite (L) est notée : .....

25 **Constructions (bis)**



a) Reproduis la figure ci-dessus.
b) Trace (d'), la parallèle à (d) passant par A.
c) Trace (d''), la parallèle à (d) passant par B.
d) Quelle est la position relative des droites (d') et (d'') ?

26 **Position relative**

a) Trace une droite (d) et place un point A n'appartenant pas à cette droite.
b) Trace (d'), la parallèle à (d) passant A.
c) Trace une droite (d''), perpendiculaire à (d).
d) Quelle est la position relative des droites (d') et (d'') ?

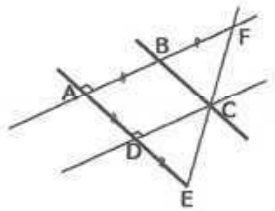
27 **Programme de construction**

Remets les consignes du programme de construction dans l'ordre.

a) Trace (d'), parallèle à (BC) passant par A.
b) Nomme O le point d'intersection des droites (d) et (d').
c) Trace un triangle ABC rectangle en A.
d) Trace la droite (d) perpendiculaire à (d') et passant par B.

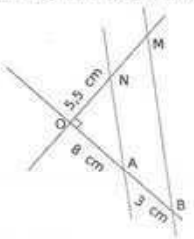
28 Sur cette figure, les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

On donne : AB = 4cm

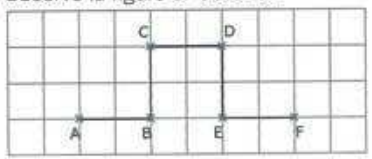


a) Écris un programme de construction permettant d'obtenir cette figure.
b) Construis cette figure en vraie grandeur.

29 Reproduis la figure ci-dessous en vraie grandeur, sachant que (BM) // (AN).



30 Observe la figure ci-dessous



Recopie et complète ce tableau avec les symboles // et ⊥.

(AB) ... (BC)	(BC) ... (DE)	(EF) ... (CD)
(AB) ... (DE)	(BD) ... (DF)	(DF) ... (CE)

31 **Programme de construction**

a) Place deux points A et B.

b) Les points C et D sont tels que A, B et C sont alignés tandis que A, B et D ne sont pas alignés.
Place les points C et D.

c) Trace la droite (d) perpendiculaire à (CD) passant par A. On nomme I le point d'intersection de (d) et de (CD). Place I.

d) Réponds par vrai ou faux à chacune des affirmations suivantes :

- C ∈ (DI) ; A∈ (BC) ; I ∈ (CD) ;
- (CD) et (d) sont sécantes.

32 ABC est un triangle.

a) Trace la droite (d) passant par A et perpendiculaire à (BC).

b) Trace la droite (d') passant par B et perpendiculaire à (AC).

c) Place H, point d'intersection de (d) et (d').Que semblent être les droites (CH) et (AB) ?

Exercices d'approfondissement

33

1. Marque trois points G, F, R non alignés.
2. Construis la droite (L) passant par R et parallèle à (GF).
3. Construis la droite (T) passant par G et perpendiculaire à (GF).
4. Justifie que les droites (L) et (T) sont perpendiculaires.

34 Sur la figure ci-dessous :

- (Q) et (D) sont deux droites perpendiculaires ;
- S appartient à la droite (Q) ;
- T est un point qui n'appartient ni à la droite (Q) ni à la droite (D).



1. Construis la droite (E) passant par T et parallèle à (Q).
2. Justifie que (E) est perpendiculaire à (D).
3. Construis la droite (G) passant par S et parallèle à (D).
4. Justifie que (E) est pperpendiculaire à (G).

35

1. Marque trois points F, O, R non alignés.
2. Construis la droite (K) passant par R et parallèles à (FO).
3. Construis la droite (S) passant par R et perpendiculaire à (FO).
4. Justifie que les droites (K) et (S) sont perpendiculaires.

36 On considère deux droites sécantes et un cercle.

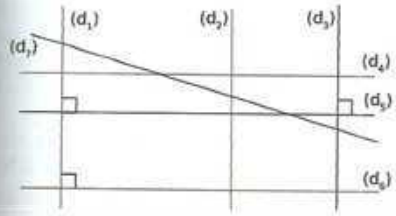
a) Trace deux droites (d) et (d') sécantes en O sans qu'elles soient perpendiculaires. Place un point A sur (d). Trace le cercle de centre O, de rayon OA. Ce cercle recoupe (d) en A' et (d') en B et B'.

b) Quelle est la nature du quadrilatère ABA'B' ?
Justifie ta réponse.

c) Justifie que le quadrilatère ABA'B' est un carré si (d) et (d') sont perpendiculaires.

37 **À partir d'une figure**

On considère la figure codée suivante.



On donne de plus : (d_1) // (d_2) et (d_4) // (d_6).

a) Détermine toutes les droites perpendiculaires à (d_4). Justifie ta réponse.

b) Détermine toutes les droites parallèles à (d_2).

c) Justifie que les droites (d_2) et (d_5) sont perpendiculaires.

d) Cite toutes les droites sécantes à la droite (d_7).

38 **Position relative de deux droites**

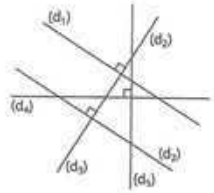
On considère la figure codée ci-contre.

Quelles sont les droites qui sont :

a) parallèles ?

b) perpendiculaires ?

Justifie tes réponses.



39 **Construction**

a) Construis deux droites (d_1) et (d_2) perpendiculaires au point Z.

b) Place un point A distinct de Z sur la droite (d_1).

c) Trace la droite (d_3) passant par A et perpendiculaire à la droite (d_1).
Que peux-tu dire des droites (d_2) et (d_3) ?

d) Place un point D distinct de A sur la droite (d_3).

e) Trace la droite (d_4) passant par D et perpendiculaire à la droite (d_3).

f) Place le point I, intersection de (d_4) et (d_2).

g) Quelle est la position de (d_4) par rapport (d_2) ?

40 **Avec des symboles**

a) Place deux points A et B tels que : AB = 8 cm.

b) Place le point L sur [AB] tel que : AL = 3 cm.

c) Trace la droite (d) telle que : L ∈ (d) et (AB) ⊥ (d).

d) Place un point C telle que : C ∈ (d) et LC = 2 cm.

e) Trace la droite (d') telle que : (d') // (AB) et C ∈ (d').

f) Sur la demi-droite [BC), place le point I tel que BI = 7 cm.

g) Trace la droite (d'') telle que : I ∈ (d'') et (d'') // (AC).

41 Le professeur de géographie a donné à ses élèves de la classe de 6e 2 une carte d… quartier où est situé le collège pour un travail à faire à la maison.



Le chef de classe prétend que sur cette carte, trois sites sont alignés et que la voie rectiligne passant par le marché et la mairie est perpendiculaire à la voie rectiligne joignant le collège et la supérette. Certains élèves de la classe ne sont pas de cet avis et te sollicitent. Réponds à ces élèves en justifiant les réponses.

7 Récréation mathématique

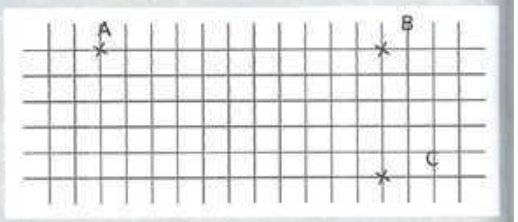
Curiosité !

a) Reproduis la figure ci-dessous.

b) Trace.

- en rouge la médiatrice de [AB].
- en bleu la médiatrice de [AC].
- en vert la médiatrice de [BC].

c) Que constates-tu ?





7 Leçon

SEGMENTS

Objectifs de la leçon

- Reconnaître un segment dans une configuration.
- Noter un segment.
- Mesurer un segment.
- Comparer des longueurs de segments à l'aide d'un compas.
- Construire un segment.
- Construire le milieu d'un segment.
- Construire la médiatrice d'un segment.

1 Connaissances essentielles pour cette leçon

Exercices

1 **Construire une droite passant par deux points**

Marque deux points distincts A et B.

Construis la droite passant par les points A et B.

2 **Construire une droite perpendiculaire à une droite donnée.**

1. Trace une droite (D) et marque un point A sur la droite (D).
2. Construis la droite (L) passant par A et perpendiculaire à (D).

2 Situation d'apprentissage

Niazaroko et Djimon sont deux villages situés dans la région du LÔH-DJIBOUA, et distants de six kilomètres sur une route rectiligne.

Pour soutenir la politique de scolarisation de l'État de Côte d'Ivoire, le conseil général décide de construire une école primaire sur cet axe et située à égale distance des deux villages.

Les villages Niazaroko et Djimon sont respectivement représentés par les points N et D sur la figure ci-dessous extraite d'une carte.

Des élèves de sixième veulent savoir la position exacte de l'école sur cette carte.

Ils s'organisent pour déterminer cette position.



3 Activités d'approche

❶ Notion de segment

1. Marque deux points A et B puis construis la droite (AB).
2. Trace en rouge la partie de la droite (AB) comprise entre A et B.

Synthèse

- La partie de la droite (AB) comprise entre les points A et B est appelée segment AB.
- On le note [AB] ou [BA].
- Les points A et B sont appelés extrémités du segment [AB].
- La droite (AB) est le support du segment [AB].

❷ Mesure d'un segment

On donne [AB] le segment ci-dessous.



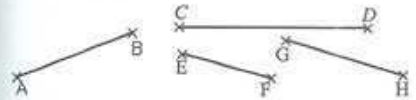
1. À l'aide de la règle graduée, donne la longueur du segment [AB] en centimètre puis en millimètre.
2. Construis un segment [CD] de longueur 5 cm.
3. Compare les longueurs des segments [AB] et [CD].

Synthèse

- On écrit : AB = 5 cm ou AB = 50 mm, et on lit la distance AB est égale à 5 cm ou la distance AB est égale à 50 mm.
- Lorsque deux segments ont la même longueur, on les code par un même signe.

❸ Comparaison des longueurs de segments

Utilise le compas pour comparer les longueurs les segments ci-dessous :

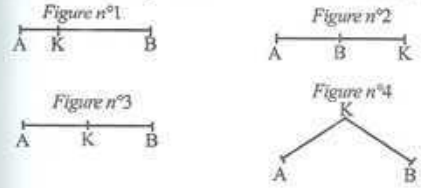


Synthèse

Pour comparer ou reporter des longueurs de segments, on peut utiliser un compas.

❹ Milieu d'un segment

Observe les figures numérotées ci-dessous :



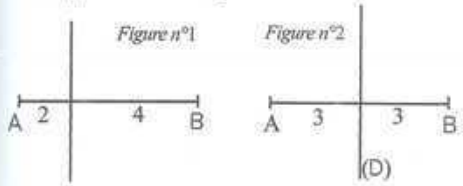
Indique le numéro de la figure où le point K est sur le segment [AB] et situé à égale distance des extrémités A et B de ce segment.

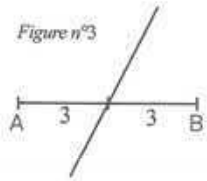
Synthèse

Sur la figure n° 3, le point K appartient au segment [AB] et est situé à distance égale des extrémités A et B du segment [AB] : on dit alors que sur la figure n° 3, le point K est le milieu du segment [AB].

❺ Médiatrice d'un segment

Observe les figures numérotées ci-dessous, et identifie celle où la droite (D) passe par le milieu du segment [AB] et est perpendiculaire au support de ce segment.





Synthèse

La droite passant pour le milieu d'un segment et perpendiculaire à son support, est appelée la médiatrice de ce segment.

1. Segment

1.1. Notion de segment

Définition

Un **segment** est une portion de droite délimitée par deux points appelés extrémités.

- Le segment d'extrémités A et B se note [AB] ou [BA].
- Le support du segment [AB] est la droite (AB).

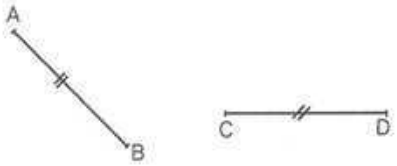


1.2. Mesure d'un segment

Présentation

Pour mesurer la longueur d'un segment, on peut utiliser une règle graduée.
La **longueur** du segment [AB] est notée **AB**.
Deux segments de même longueur sont codés par un même signe.

Exemple

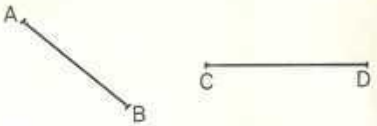


Les segments [AB] et [CD] ont la même longueur égale à 3 cm. On écrit :
AB = CD = 3 cm

1.3. Comparaison des longueurs de segments

Méthode

Pour comparer des longueurs de segments, on peut utiliser un compas.



La longueur du segment [AB] est inférieure à celle du segment [CD], on écrit :
AB < CD.

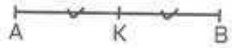
2. Milieu et médiatrice d'un segment

2.1. Milieu d'un segment

Définition

On appelle milieu d'un segment, le point de ce segment, équidistant de ses extrémités.

- Sur la figure ci-dessous, K∈ [AB] et AK = KB.
- Donc le point K est le milieu du segment [AB].



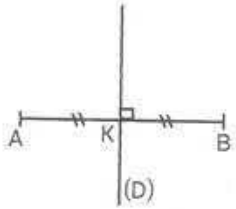
2.2. Médiatrice d'un segment

Définition

On appelle médiatrice d'un segment, la droite qui passe par le milieu de ce segment et qui est perpendiculaire au support de ce segment.

Sur la figure ci-dessous, la droite (D) passe par le milieu K du segment [AB], et est perpendiculaire au support (AB) de ce segment.

La droite (D) est donc le point de la médiatrice du segment [AB].



5 Travaux pratiques

Exercices corrigés

1 Calculer les longueurs de segments

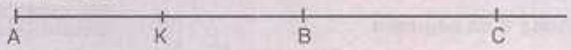
[AB] est un segment de milieu le point K tel que : AB = 6 cm.

C est un point appartenant à la demi-droite [KB) tel que : BC = 4 cm.

1. Fais une figure.
2. Justifie que : KB = 3 cm.
3. Calcule la distance KC.

Corrigé

1. Je fais une figure



Je justifie que : KB = 3 cm.

K est le milieu du segment [AB] donc $KB = \frac{AB}{2}$

$KB = \frac{6}{2}$ cm

KB = 3 cm.

Je justifie que : KB = 3 cm.

B étant un point du segment [KC], on a : KC = KB + BC

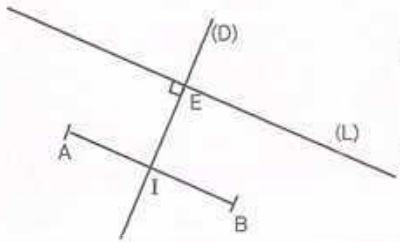
Ainsi KC = 3 cm + 4 cm

Soit KC = 7 cm

2 Utiliser la notion de médiatrice pour justifier le parallélisme de droites

Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeur réelle :

- [AB] est un segment de médiatrice la droite (D) ;
- I est le point d'intersection des droites (AB) et (D) tel que IB = 2,5 cm ;
- E est le point de la droite (D) tel que IE = 3 cm ;
- (L) est la droite passant par E et perpendiculaire à (D).



1. a) Justifie que le point I est le milieu du segment [AB].
   b) Calcule la distance AB.
2. Justifie que les droites (AB) et (L) sont parallèles.

Corrigé

1. a) Je justifie que le point I est le milieu du segment [AB].
   I est le milieu du segment [AB] car c'est le point d'intersection de la médiatrice (D) du segment [AB] et de la droite (AB).
   b) Je calcule la distance AB.
   I est le milieu du segment [AB] donc AB = 2 × IB , où IB = 2,5 cm
   Donc AB = 2 × 2,5 cm
   Soit AB = 5 cm.
2. Je justifie que les droites (AB) et (L) sont parallèles.
   La droite (D) est la médiatrice du segment [AB], donc les droites (D) et (AB) sont perpendiculaires.
   Ainsi les droites (AB) et (L) sont perpendiculaires à la droite (D),
   Par conséquent, les droites (AB) et (L) sont parallèles.

6 Exercices

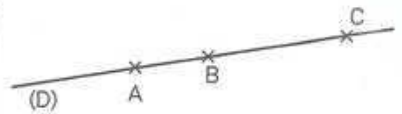
Exercices de fixation

Notion de segment

1 Écris le numéro de chacun des énoncés ci-dessous, suivi de la lettre qui permet d'obtenir l'affirmation vraie.

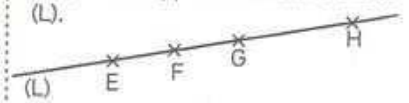
1. Les extrémités d'un segment sont des ...
   a) droites
   b) segments
   c) des points
2. Le segment d'extrémités M et N se note ...
   a) (MN)
   b) [MN)
   c) [NM]
3. Le support du segment [EF] est ...
   a) la droite (EF)
   b) le segment [EF]
   c) la demi-droite [EF)

2 Sur la figure ci-dessous, les points A, B et C appartiennent à la droite (D).



Nomme les trois segments de cette figure.

3 Sur la figure ci-dessous, les points E, F, G et H appartiennent à la droite (L).

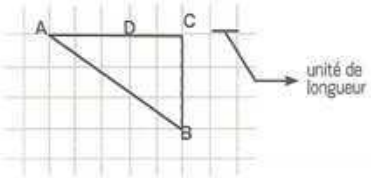


Observe cette figure et remplace les pointillés par le symbole ∈ ou ∉.

a) E ...[FG] *b)* G ... [FH]
c) H ... [GH] *d)* G ... [EF]
e) E ... [EG]

Mesure d'un segment

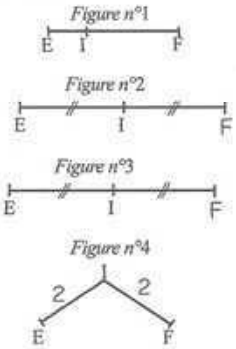
4 On donne la figure ci-dessous formée de petits carrés identiques.



Complète les égalités suivantes.
DC = ... AC = ... BC = ...

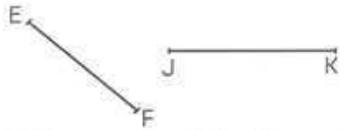
Milieu d'un segment

5 Observe les figures numérotées ci-dessous



Indique la figure où le point I est le milieu du segment [EF].

6 Observe les segments ci-dessous.

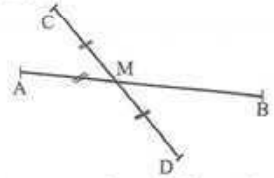


1. Mesure en centimètre chacun des segments ci-dessus.
2. Compare les mesures de ces segments.

7 Écris le numéro de chaque proposition du tableau ci-dessous, suivi de VRAI si la proposition est vraie ou de FAUX si la proposition est fausse.

1. Le milieu d'un segment est une extrémité de ce segment.
2. Le milieu d'un segment est équidistant des extrémités de ce segment.
3. Si un point est équidistant de deux points A et B alors il est le milieu du segment [AB].
4. Si un point appartient à un segment alors il est le milieu de ce segment.
5. Si un point est milieu d'un segment alors il appartient à ce segment.

8 Sur la figure codée ci-dessous, les segments [AB] et [CD] ont en commun le point M.



Indique pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse.

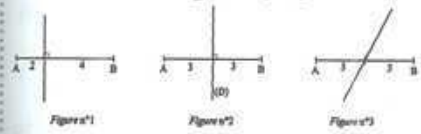
1. Les points C, D et M sont alignés.
2. M est le point commun aux segments [AB] et [CD].
3. M est le milieu du segment [AC].
4. M est un point du segment [CD].
5. A appartient au segment [MB].
6. M est le milieu du segment [CD].

9 [AB] est un segment de longueur 5 cm et de milieu le point I. Calcule la distance AI.

10 1. Trace un segment [MN] de longueur 6 cm.
2. Place le point J milieu du segment [MN].
3. Construis le point P tel que N soit le milieu du segment [JP].

Médiatrice d'un segment

11 Parmi les figures ci-dessous, identifie celle où la droite (D) est la médiatrice du segment [AB].



12 Ordonne les groupes de mots ci-dessous pour obtenir une phrase correcte

au support de ce segment **la médiatrice** **d'un segment** **par le milieu de** **et perpendiculaire** **est la droite passant**

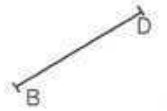
13 1. Trace un segment [AB] de longueur 5,2 cm.
2. Construis la médiatrice (D) du segment [AB].

14 [LG] est un segment de longueur 4,8 cm, I est le point de ce segment tel que LI = 2,4 cm.
1. Fais une figure.
2. Justifie que I est le milieu du segment [LG].

15 Recopie chaque phrase en la complétant par la réponse correcte parmi les trois réponses proposées.

1. Le milieu d'un segment est ...
   a) une droite ;
   b) un point ;
   c) un segment.
2. La médiatrice d'un segment est ...
   a) une droite ; b) un point ;
   c) un segment

16 1. Reproduis le segment ci-dessous dans ton cahier de recherches.



2. Construis la médiatrice (L) de ce segment en utilisant uniquement la règle graduée et l'équerre.

Exercices de renforcement

17 1. Construis un segment d'extrémités A et B tel que la distance AB soit égale à 4 cm.
2. Utilise ta règle graduée pour construire :
   a) un segment [AM] de support la droite (AB) tel que la longueur du segment [AM] soit le double de celle du segment [AB].
   b) un segment [AN] de support différent de la droite (AB) tel que la longueur du segment [AN] soit le quart de celle du segment [AB].

18 L'unité de longueur est le centimètre. On considère trois points A, B et C alignés dans cet ordre, tels que AB = 4,2 et BC = 6,8. M est le milieu du segment [AB] et P celui du segment [BC].
1. Fais une figure.
2. Calcule la distance MP.

19
1. Trace un segment [JB] de longueur 5,4 cm.
2. Construis la droite (L), médiatrice du segment [JB].
3. Marque I le point d'intersection des droites (JB) et (L).
4. Place les points E et F sur la droite (L) tels que la droite (JB) soit la médiatrice de [EF].
5. En utilisant le compas, compare les côtés du quadrilatère FBEJ.

20 Observe la figure ci-dessous :



1. En utilisant ton compas, compare les longueurs des segments [LC] et [SD].
2. En utilisant uniquement une règle non graduée et un compas, construis un segment [EF] dont la longueur est égale à la somme des longueurs des segments [LC] et [SD].
3. Construis un segment [MN] dont la longueur est le double de la longueur du segment [SD].

21 [SR] est un segment de longueur 5 cm, J est le point de ce segment tel que JS = 2,5 cm.
(L) est la droite passant par J et perpendiculaire à la droite (SR).
1. Fais une figure.
2. Justifie que la droite (L) est la médiatrice du segment [SR].

22
1. Trace un segment [RS] de longueur 5 cm et place son milieu T.
2. Place un point U tel que les points U, R et S ne soient pas alignés.
3. Place le point V tel que T soit le milieu du segment [UV].

23 On donne une droite (D). [AB] est un segment de support la droite (D) tel que la distance AB soit égale à 5 cm. K est un point n'appartenant pas à la droite (D) tel que la distance AK soit égale à 4 cm.
1. Fais une figure.
2. M est un point de la droite (D) n'appartenant pas à la demi-droite [AB) tel que : AM = 3 cm.
3. Place le point M sur la figure.

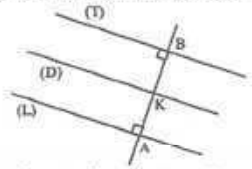
24 [AB] et [AC] sont de segments de longueur 5 cm tels que les demi-droites [AB) et [AC) ne soient pas opposées.
On note I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [AC].
1. Fais une figure.
2. Mesure les segments [AI], [AB], [AJ], [AC], [IJ] et [BC] et indique la longueur de chacun d'eux.
3. Justifie que : $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$

25 Sur la figure ci-dessous, les points F, G, H, I, J et K sont alignés.



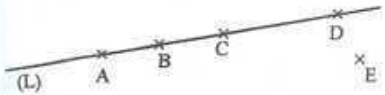
Parmi les points nommés sur la figure, indique ceux qui appartiennent à :
a) [FI]
b) [HJ]
c) [FI] et à [HJ]
d) [GJ] mais pas à [HJ]
e) [FG] ou à [IJ]
f) [FH] et à [JK].

26 Sur la figure codée ci-dessous, les droites (L) et (D) sont parallèles, et K est le point d'intersection des droites (AB) et (D) tel que KA = KB.



1. Justifie que les droites (L) et (T) sont parallèles.
2. a) Justifie que les droites (D) et (AB) sont perpendiculaires.
b) Justifie que K est le milieu du segment [AB].
c) Justifie que la droite (D) est la médiatrice du segment [AB].

27 Sur la figure ci-dessous, les points A, B, C et D appartiennent à la droite (L). E n'appartient pas à la droite (L).



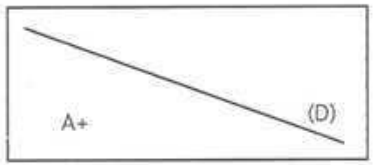
Observe cette figure et remplace les pointillés par le symbole ∈ ou ∉.
a) B ... [AC]
b) E ... [AD]
c) D ... [CA)
d) D ... [AB]
e) A ... [CB)
f) E ... [CE]

28 [AB] est un segment de longueur 7 cm, et I est le milieu du segment [AB].
C est un point tel que les droites (AB) et (AC) soient perpendiculaires.
On note (L) la droite passant par I et parallèle à la droite (AC), E est le point d'intersection des droites (L) et (BC).
1. Fais une figure.
2. *a)* Justifie que les droites (L) et (AB) sont perpendiculaires.
b) Déduis de la question 2.a) que la droite (L) est la médiatrice du segment [AB].
3. À l'aide du compas, compare EA et EB.

29 Deux maisons sont représentées par deux points A et B. La mairie veut installer un lampadaire à égale distance des deux maisons.
1. Trace un segment [AB] de 9 cm.
2. Construis la médiatrice de [AB].
3. Place trois points L, M et N sur la médiatrice.
4. Compare : LA et LB, MA et MB, NA et NB.
5. Explique pourquoi ces trois points de la médiatrice conviennent pour installer le lampadaire.



30 Landry, un élève d'une classe de 6e est retenu à un concours de mathématiques organisé par l'antenne pédagogique de sa région.
Lors de sa préparation, en faisant ses recherches, il est amené à construire la médiatrice (D) d'un segment [AB] de longueur inconnue, et à coder la figure obtenue.
Il a réalisé la figure mais en son absence, son petit frère Mathys a effacé une partie de sa figure comme l'indique le cadre ci-après.



1. Reproduis la figure ci-dessus dans ton cahier de recherches.
2. Aide Landry à retrouver sa figure initiale.

31 Pour permettre aux élèves de se laver les mains sans se bousculer après les récréations, le principal du Collège Moderne de Thiès décide de placer deux lavabos devant les bâtiments abritant les salles de classe. Le plombier propose d'ajouter un troisième lavabo réservé au personnel. Ce dernier lavabo devra être à égale distance des deux autres.

Dans le schéma ci-après, les points E et F représentent les deux lavabos placés devant les bâtiments. Ils sont distants de 20 mètres et reliés par une bande rectangulaire contenant des fleurs.



Sarr, élève en classe de 6e 1, affirme qu'il y a deux dispositions possibles pour le troisième lavabo.

Les autres élèves de la classe veulent vérifier cette affirmation. Le principal avertit que le lavabo ne doit pas être placé dans la bande contenant les fleurs.

On prendra 1 cm pour 4 m.

1. Place le point I milieu du segment [EF].
2. Construis la droite (L), médiatrice du segment [EF].
3. a) Place sur la droite (L) un point J tel que : EJ = 5 cm.
   b) Donne la mesure du segment [JF].



7 Récréation mathématique

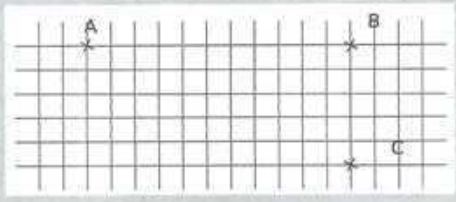
Curiosité !

Curiosité !

a) Reproduis la figure ci-contre.

b) Trace
- en rouge la médiatrice de [AB].
- en bleu la médiatrice de [AC].
- en vert la médiatrice de [BC].

c) Que constates-tu ?





8 Leçon

Cercles et disques

Beaucoup d'objets de la vie quotidienne ont des formes particulières : c'est le cas des cerceaux !

Objectifs de la leçon

- Identifier une corde d'un cercle, d'un disque.
- Noter un cercle « $C(A, r)$ », un disque « $D(A, r)$ ».
- Connaître la définition d'un cercle ; la propriété de caractérisation d'un point appartenant à un cercle.
- Connaître la formule du périmètre d'un cercle ; la formule de l'aire d'un disque.
- Traduire l'appartenance d'un point M au cercle $C(A, r)$ par l'égalité : $AM = r$.
- Traduire l'égalité $AM = r$ par l'appartenance du point M au cercle $C(A, r)$.
- Calculer le périmètre d'un cercle ou l'aire d'un disque connaissant son rayon ou son diamètre en fonction de π.
- Calculer une valeur approchée du périmètre d'un cercle ou de l'aire d'un disque connaissant une valeur approchée de π et son rayon ou son diamètre.

1 Connaissances essentielles pour cette leçon

Exercices

1 Construire un segment de longueur donnée et son milieu.

1. Construis un segment [FG] de longueur 5 cm.
2. Construis le milieu I du segment [FG].

2 Construire un cercle

1. Trace un cercle de centre B et de rayon quelconque.
2. Trace un cercle de centre E et de rayon 1,5 cm.

2 Situation d'apprentissage

Dans la cour du Lycée Moderne de M'batto, se trouve un mât qui porte le drapeau. Pour embellir le jardin contenant le mât, un éducateur demande à des élèves de sixième de planter des fleurs autour du mât. Chaque fleur doit être placée à 2 m du pied du mât.

Avant de planter ces fleurs, les élèves décident d'en déterminer les positions possibles. À cet effet, ils se servent de la figure ci-contre où le point M désigne la position du mât.

Ils représentent différents emplacements des fleurs.

(Pour réaliser la figure, on prendra 1 cm pour 1 m.)



3 Activités d'approche

❶ Cercle

1. Place un point O.
2. Construis les points $A, B, C, D, E, F, G, H, J, K$ situés chacun à la même distance du point O.

Synthèse

L'ensemble des points situés à la même distance r d'un point O est le cercle de centre O et de rayon r.

❷ Vocabulaire

1. Construis un cercle de centre E et rayon quelconque.
2. Place sur ce cercle trois points M, Q et N et trace le segment $[MQ]$.
3. Place également sur ce cercle les points I et S de sorte que $E \in [IS]$.

Synthèse

- Le point E est le centre du cercle.
- Le segment $[EN]$ est un rayon du cercle.
- La distance EN est le rayon du cercle.
- Le segment $[IS]$ est un diamètre du cercle.
- La distance IS est le diamètre du cercle.
- Le segment $[MQ]$ est une corde du cercle.

❸ Caractérisation d'un point appartenant à un cercle

1. Trace un cercle de centre A et de rayon 3 cm.
2. Place un point N sur ce cercle puis compare AN et 3.
3. Place un point S tel que : AS = 3 cm.

   Justifie que S appartient au cercle

Synthèse

(C) est un cercle de centre A et de rayon r.

Si M ∈ (C), alors AM = r.

Si AM = r, alors M ∈ (C).

❹ Périmètre d'un cercle

Koné veut clôturer son enclos circulaire de grillage afin d'éviter la perte de ses animaux. Il souhaite connaître la longueur du grillage à acheter, sachant que l'un des pieds de l'apatam planté au centre de l'enclos est à 5 m de l'emplacement de la clôture.

Détermine en fonction de π la longueur du grillage à acheter.

Synthèse

Le périmètre P d'un cercle de rayon r et de diamètre d est $P = 2 \times r \times \pi$ ou $P = d \times \pi$.

❺ Disque

À l'occasion de la fête de Tabaski, M. Abou attache son mouton dans sa cour avec une corde de 2 m qu'il fixe à un piquet solidement planté sur sa pelouse.

Le point P représente le piquet sur la figure ci-contre.

Colorie sur cette figure la surface d'herbe que le mouton peut brouter.



Synthèse

La partie du plan intérieur à un cercle, y compris le cercle lui-même est appelée disque.

❻ Aire d'un disque

Selon l'activité 5, calcule en fonction de n la surface de terre occupée par l'enclos de Koné.

Synthèse

L'aire A d'un disque de rayon r est $A = \pi \times r \times r$

4 Cours - Méthodes

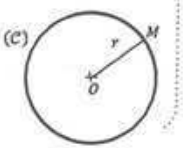
1. Cercle

1.1. Définition

Définition

Un cercle est l'ensemble des points situés à une même distance d'un point donné.

Ce point est appelé centre de ce cercle et cette distance est appelée le rayon de ce cercle.



Notation

Le cercle (C) de centre O et de rayon r se note : $C(O, r)$.

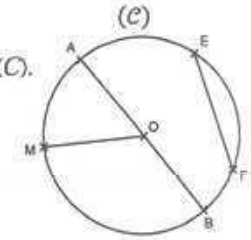
Lorsqu'un point M est situé sur le cercle (C), on note M ∈ (C) et on lit : "M appartient au cercle (C)."

1.2. Vocabulaire

(C) est un cercle de centre O.

A, B, E, F et M sont des points quelconques du cercle (C).

- Le segment [OM] est un rayon du cercle.
- La distance OM est le rayon du cercle.
- Le segment [EF] est une corde du cercle.
- Le segment [AB] est un diamètre du cercle.
- La distance AB est le diamètre du cercle.



1.3. Caractérisation d'un point appartenant à un cercle

- Si M est un point du cercle $C(O, r)$, alors : $OM = r$.
- Si $OM = r$, alors M est un point du cercle $C(O, r)$.

1.4. Périmètre d'un cercle

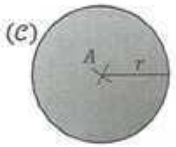
Le périmètre du cercle est la longueur du contour de ce cercle.
Le périmètre P du cercle est égal à $D \times \pi$. On note $P = D \times \pi$.
D est le diamètre du cercle.
$D = 2 \times$ rayon $= 2 \times r$
$P = 2 \times r \times \pi$

2. Disque

2.1. Présentation

Présentation

(C) est un cercle de centre A et de rayon r. Le disque de centre A et de rayon r est la surface délimitée par le cercle (C) qui contient le point A.



Notation

Le disque de centre A et de rayon r se note $D(A, r)$.

Remarque

Le vocabulaire donné pour le cercle est le même pour le disque.

2.2. Aire d'un disque

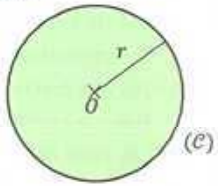
L'aire A d'un disque de rayon r est $A = \pi \times r \times r$.

5 Travaux pratiques

Exercices corrigés

1 Identifier un disque, identifier le centre d'un disque, noter un disque

Complète les pointillés par les mots et groupe de mots qui conviennent dans le texte suivant :
Le cercle (C) de centre O et de rayon r et son intérieur colorié forment ..... On le note ..... et on lit .....

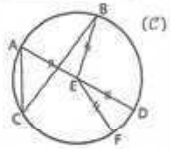


Corrigé

Le cercle (C) de centre O et de rayon r et son intérieur colorié forment le disque.
On le note $D(O, r)$ et on lit disque de centre O et de rayon r.

2 Identifier un rayon, un diamètre, une corde et le centre d'un cercle

Sur la figure ci-contre, (C) est un cercle.
Cite une corde, un diamètre, un rayon et le centre de ce cercle.



Corrigé

Le segment $[AC]$ est une corde du cercle.
Le segment $[AD]$ est un diamètre du cercle.
Le segment $[EF]$ est un rayon du cercle.
Le point E est le centre du cercle.

3 Calculer le périmètre d'un cercle

1. Calcule en fonction de n le périmètre P d'un cercle de rayon 3,5 cm.
2. Calcule une valeur approchée du périmètre de ce cercle pour $\pi = 3{,}14$.

Corrigé

1. $P = 2 \times r \times \pi$
   $P = 2 \times 3{,}5 \times \pi$
   $P = 7\pi$ cm
2. $P = 7 \times 3{,}14$
   $P = 21{,}98$ cm

4 Calculer l'aire d'un disque

1. Calcule en fonction de π l'aire d'un disque de diamètre 10 cm.
2. Calcule l'aire de ce disque en prenant $\pi = 3{,}14$.

Corrigé

1. On a : $\mathcal{A} = \pi \times r \times r$.
   Or $r = \frac{d}{2} = \frac{10}{2} = 5$
   Donc $\mathcal{A} = \pi \times 5 \times 5$
   $\mathcal{A} = 25\pi$ cm².
2. En prenant $\pi = 3{,}14$,
   on a $\mathcal{A} = 25 \times 3{,}14$
   $\mathcal{A} = 78{,}5$ cm².

Exercices non corrigés

1 1. Calcule l'aire A d'un disque de rayon 4 cm en fonction de π.
2. Calcule une valeur approchée de l'aire A pour $\pi = 3{,}1$

2 L'unité de longueur est le centimètre.
1. Construis deux points A et B tels que : AB = 2,5.
2. Trace le cercle (C_1) de centre A et de rayon 1,5.
Trace le cercle (C_2) de centre B et de rayon 1.
Les deux cercles se coupent au point E.
3. a) Trace la droite (AB).
La droite (AB) coupe le cercle (C_1) en G et E ;
elle coupe le cercle (C_2) en E et (H).
b) Construis le cercle (C) de diamètre [GH].
4. Hachure les disques D(A ; 1,5) et D(B ; 1).

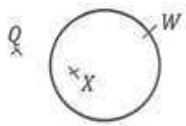
6 Exercices

Exercices de fixation

Définition d'un cercle

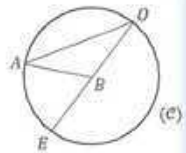
1 Réordonne les mots et groupes de mots ci-dessous, afin d'avoir la définition d'un cercle :
« l'ensemble » ; « d'un point donné » ; « est » ; « des points du plan situés » ; « un cercle » ; « à une même distance »

2 À travers la figure ci-dessous, complète les pointillés par "appartient au" ou "n'appartient pas au".
X ..... cercle.
Q.....cercle.
W.....cercle.



Rayon, diamètre, corde et centre d'un cercle

3 En observant la figure ci-contre.
Complète les pointillés dans les phrases ci-dessous en utilisant les mots suivants : le centre, un rayon, une corde, un diamètre



Le segment [AO] est ..... de ce cercle.
Le segment [OE] est ..... de ce cercle.
Le segment [BA] est ..... de ce cercle.
Le point B est ..... de ce cercle.

4 Trace un cercle de centre O et de rayon 4 cm, puis un cercle de rayon 4 cm et passant par O.

5 1. Calcule en fonction de π le périmètre P d'un cercle de rayon 3,5 cm.
2. Soit A et B deux points du plan. AB = 5 cm.
a) Trace le cercle de diamètre [AB].
b) Quelle est la mesure du rayon de ce cercle ?

6 1. Trace un cercle de centre O et de diamètre 8,4 cm.
2. Place deux points A et B sur ce cercle tels que : AB = 5 cm.
3. Trace une corde [CD] telle que : CD = 3,8 cm.

7 Deux cercles concentriques (c'est-à-dire de même centre) (C) et (C') ont pour centre O et pour rayons respectifs 3 cm et 5 cm. [GH] est un diamètre du cercle (C). La droite (GH) coupe le cercle (C') en deux points I et J, avec I étant le point le plus proche de G.
1. Fais une figure.
2. Calcule les longueurs GI et JG.

Traduire l'égalité AM = r par l'appartenance du point M au cercle C(A, r)

8 Complète les pointillés dans les expressions de la colonne de droite du tableau de manière à traduire chacune des égalités par l'appartenance d'un point à un cercle.

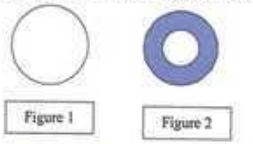
SK = 2,3	K appartient au.....
ID = 7	I appartient au.....
OM = OG	M appartient au.....

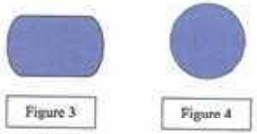
Traduire l'appartenant d'un point M au cercle C(A, r) par l'égalité AM = r

9 Réponds par vrai ou faux.

V ∈ C (L, 6)	LV < 6	
	LV < 6	
	LV = 6	

10 Quelle(s) figure(s) représente(nt) un disque parmi les figures ci-dessous ?





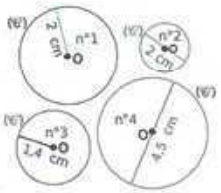
Périmètre d'un cercle

11 Relie chaque formule à son expression sachant que r est le rayon et d est le diamètre.
Le périmètre d'un cercle • • $d \times \pi$
L'aire d'un disque • • $r \times r \times \pi$
Le périmètre d'un cercle • • $2 \times \pi \times r$

12 Calcule le périmètre des cercles suivants. Tu donneras la valeur exacte.
a) Rayon : 3 cm
b) Rayon : 4,5 cm
c) Diamètre : 25 mm
d) Rayon : 7 cm
e) Rayon : 5 dm
f) Diamètre : 15 dm

13 On considère que l'équateur est un cercle de rayon 6 400 km. Calcule la longueur de l'équateur.
Tu prendras : $\pi = 3{,}14$

14 (c) est un cercle de centre O. Calcule dans chaque cas la longueur de (c). Tu donneras la valeur exacte, puis une valeur approchée au centième près.
(Tu prendras $\pi = 3{,}14$).



Aire d'un disque

15 En prenant 3,141 pour valeur approchée de π, calcule l'aire d'un disque de rayon 10 cm.

16 Calcule l'aire des disques suivants. Tu donneras la valeur exacte, puis une valeur approchée au dixième.
a) Rayon : 6 cm
b) Rayon : 1,5 cm
c) Diamètre : 10 dm
e) Rayon : 4 m

17 Effectue les calculs suivants :
(Tu prendras $\pi = 3{,}14$).
a) L'aire exacte d'un disque de rayon 3 cm.
b) Une valeur approchée au dixième près de l'aire d'un disque de rayon 35 mm.
c) L'aire exacte d'un disque de diamètre 8 cm.

18 Complète le tableau suivant :
(Tu prendras : $\pi = 3{,}14$).cm.

Rayon	Diamètre	Périmètre	Aire
5 cm			
	2,4 dm	0,75 m	
			50,24 m²

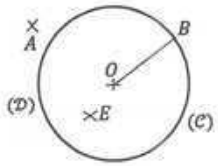
19 M. Koffi dispose dans sa cour d'un puits de contour circulaire de rayon 3,5 m.
1. Calcule en fonction de π la superficie sur laquelle est creusé ce puits.
2. Calcule une valeur approchée au centième près de la superficie sur laquelle est creusé ce puits en prenant $\pi = 3{,}1$

Exercices de renforcement

20 a) Trace un segment [ST] de longueur 6 cm.
b) Sur ce segment, marque le point U tel que SU = 3,2 cm. Trace le cercle (c) de centre T et qui passe par U.
c) Calcule le diamètre du cercle (c).
d) Sur le segment [UT], place le point V tel que UV = 1,2 cm. Quel est le rayon du cercle de diamètre [SV] ?

21 Réponds par Vrai ou Faux.
1. Le rayon d'un cercle est le double de son diamètre.
2. Le centre d'un cercle n'appartient pas à ce cercle.
3. AB = 4 signifie que B appartient au cercle de centre A et de rayon 4.
4. L'aire d'un disque de rayon r est égale à $r \times r \times \pi$.
5. O appartient au cercle de centre I et de rayon 3,5 signifie que OI = 5,3.

22 Observe bien la figure ci-dessous.



(C) est le cercle de centre O et de rayon OB = 1,9 cm.
(D) est le disque de centre O.
1. Complète les pointillés par le symbole ∈ ou ∉.
A....(D) ; B...(D) ; E...(C)
2. Calcule le périmètre du cercle en prenant : $\pi = 3$.

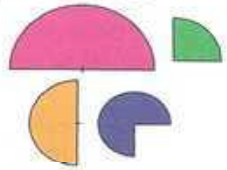
23 1. Calcule en fonction de π le périmètre P d'un cercle de rayon 5 cm.
2. Calcule une valeur approchée du périmètre de ce cercle pour $\pi = 3{,}14$.

24 Pour cet exercice, tu prendras : $\pi = 3$.
On considère un segment [AB] de longueur 5 cm et E un point du plan tel que : OE = 3 cm.
1. a) Marque le point O milieu de [AB]
b) Trace le cercle C(O ; 2,5)
2. Complète par ∈ ou ∉.
a) A.....C(O ; 2,5)
b) E.....C(O ; 2,5)
c) Que représente le segment [AB] pour le cercle ?
3. a) Calcule le périmètre P de ce cercle.
b) Calcule l'aire A du disque délimité par le cercle (C).

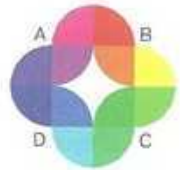


25 a) Calcule l'aire d'un demi-disque de rayon 5,2 cm. Donne la valeur exacte en cm², puis une valeur approchée au mm² près.
b) Calcule l'aire d'un quart de disque de rayon 16,4 cm. Donne la valeur exacte en cm², puis une valeur approchée au mm² près.

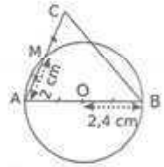
26 Réalise les mesures nécessaires et calcule l'aire des portions de disques ci-dessous :



27 Calcule l'aire de cette figure, sachant que le carré $ABCD$ a pour côté 6,4 cm dans la réalité.



28 Recopie et complète le programme de construction de la figure ci-dessous.
- Trace un cercle de ... O et de ... 2,4 cm.
- Trace un ... [AB] de ce cercle
- Trace une ... [AM] telle que AM = ...
- Place le point C tel que M est le ... de [AC].
- Trace le ... [CB]
- Trace le ... [MC].



29 a) Trace un segment [AB] de longueur 6 cm.
b) Marque le point O, milieu du segment [AB].
c) Trace le cercle de centre O et de rayon 3 cm.
d) Trace les cercles de diamètres [AO] et [OB].

30 a) Trace un segment [AB] de longueur 9 cm.

b) Trace le cercle de centre A et de rayon 3 cm. On appelle C le point d'intersection de ce cercle et du segment [AB].

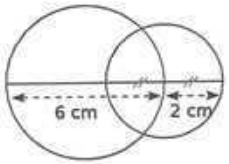
c) Trace le cercle de centre B et de rayon 3 cm. Il coupe le segment [AB] en D.

d) Trace un demi-cercle de diamètre [CD].

Exercices d'approfondissement

31 Reproduis chaque figure en vraie grandeur, puis propose un programme de construction.

a)



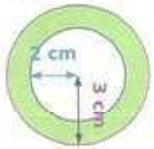
32 **La galette**

Un pâtissier doit confectionner une galette recouverte de glaçage. Il sait qu'avec 100 g de sucre glace, il fabrique du glaçage pour une surface de 5 dm². Il dispose de moules à galette circulaires de diamètres 22 cm, 26 cm ou 28 cm.

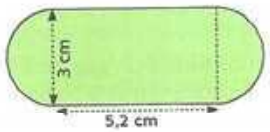
Quel moule peut-il utiliser pour 100 g de sucre en supposant une épaisseur de glaçage identique ?

33 **Une couronne pour un roi**

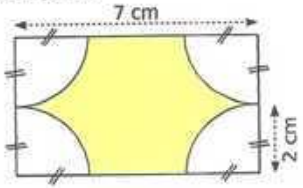
Calcule l'aire de la couronne circulaire ci-dessous en arrondissant le résultat au mm² le plus proche.



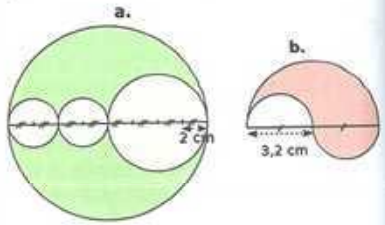
34 Donne une valeur approchée au dixième du périmètre et de l'aire de la figure coloriée.



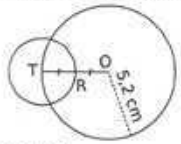
35 Donne une valeur approchée par excès à l'unité du périmètre et de l'aire de la partie jaune.



36 Écris un programme de construction pour chacune des figures ci-dessous.



37 Écris un programme de construction pour la figure ci-dessous.



38 La grande aiguille de l'horloge d'une classe de 6e qui mesure 15 cm, balaie une surface plane donnée lorsqu'elle fait le tour du cadran. Tu prendras 3,14 comme valeur de π.

1. Calcule une valeur approchée du périmètre du cercle délimitant cette surface.
2. Calcule une valeur approchée de l'aire du disque balayée par l'aiguille.

39 Un rond-point circulaire a un rayon de 12 m.



1. Calcule la longueur du tour du rond-point en fonction de π.
2. Donne une valeur approchée au centième de mètre près de cette longueur.
3. Un agent effectue 5 tours complets du rond-point. Quelle distance parcourt-il ?
4. Calcule l'aire de l'espace intérieur du rond-point.
5. On aménage 25% de cette aire en espace fleuri. Calcule l'aire fleurie.

40 Une piste d'entraînement est circulaire. Son rayon mesure 25 m. Prends $\pi = 3,14$.

1. Calcule la longueur d'un tour de piste.
2. Un élève effectue 8 tours. Quelle distance parcourt-il ?
3. Combien de tours doit-il effectuer pour parcourir environ 3 140 m ?
4. L'intérieur de la piste est recouvert de gazon. Calcule l'aire gazonnée.
5. Le mètre carré de gazon coûte 2 500 F CFA. Calcule le coût total du gazon.

41 L'ouverture d'un puits est circulaire et a un diamètre de 1,40 m.

1. Calcule le rayon de l'ouverture.
2. Calcule le périmètre de l'ouverture.
3. Une grille circulaire doit recouvrir toute l'ouverture. Calcule l'aire de cette grille.
4. Le grillage coûte 8 000 F CFA par mètre carré. Estime le coût à 100 F. CFA près de la grille.
5. On ajoute un câble métallique tout autour de la grille. Quelle longueur de câble faut-il prévoir ?



42 Une bâche circulaire utilisée pour couvrir un réservoir a un rayon de 2,5 m. Prends : $\pi = 3,14$.

1. Calcule son diamètre.
2. Calcule son périmètre en fonction de π.
3. Donner une valeur approchée de son périmètre.
4. Calcule son aire en fonction de π.

5. Donne une valeur approchée de son aire.
6. Le fabricant prévoit 10 % de surface supplémentaire pour les coutures. Calcule l'aire totale de tissu nécessaire.

43 Une roue de bicyclette a un rayon de 35 cm.

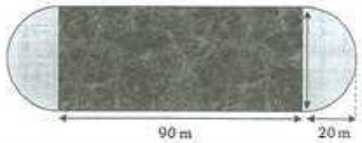
1. Calcule son diamètre.
2. Calcule la distance parcourue par la bicyclette lorsque la roue effectue un tour complet.
3. Calcule la distance parcourue pour 100 tours de roue.
4. Exprime cette distance en mètres.
5. Combien de tours environ la roue doit-elle effectuer pour parcourir 1 km ?

44 La rizière de M. Amani a une forme circulaire de rayon 100 m. La variété de riz qu'il cultive a un rendement de 3 tonnes à l'hectare. Cette année, le riz non décortiqué se vend à 180 francs le kilogramme.
M. Amani veut déterminer la somme d'argent qu'il obtiendra après la vente de sa récolte. (prendre $\pi = 3{,}14$)



1. Détermine la surface de cette rizière en hectare.
2. Calcule la production de cette rizière.
3. Calcule la recette obtenue après la vente de toute la récolte.

45 Le nouveau terrain d'athlétisme offert par la municipalité de Bouna est représenté par la figure ci-dessous.



Ce terrain servira aux compétitions scolaires et il sera recouvert de tapis synthétique.

Curieux, les élèves veulent déterminer le périmètre et l'aire du tapis.

1. Calcule le périmètre de ce terrain d'athlétisme.
2. Calcule son aire. On prendra $\pi = 3$.

7 Récréation mathématique

Belle figure

a) Au centre d'une feuille de papier A4, trace un segment [AB] de longueur 1 cm.
b) Trace le cercle de centre A et de rayon AB.
c) Trace le cercle de centre B et de rayon 2 × AB.
d) Trace le cercle de centre A et de rayon 3 × AB.
e) Trace le cercle de centre B et de rayon 4 × AB.
f) Continue ainsi jusqu'au cercle de centre B et de rayon 10 × AB.
g) Colorie la figure.





9 Leçon

Angles

La nature regorge d'objets géométriques : les points, les segments, les angles, ...

Objectifs de la leçon

- **Noter l'ensemble des nombres entiers naturels.**
- **Identifier un angle ; le sommet d'un angle ; les côtés d'un angle et la bissectrice d'un angle.**
- **Noter un angle.**
- **Nommer un angle.**
- **Reconnaître un angle nul ; un angle droit ; un angle aigu ; un ange obtus et un angle plat.**
- **Mesurer un angle (en degré).**
- **Reproduire un angle donné en utilisant le rapporteur et la règle ; un angle donné en utilisant le compas et la règle.**
- **Construire un angle de mesure donnée ; la bissectrice d'un angle donné en utilisant le rapporteur et la règle.**

1 Connaissances essentielles pour cette leçon

Tracer une demi-droite.

Exercice

Place deux points distincts A et B.
Trace une demi-droite [AT).
Trace une demi-droite [BU).
Trace une demi-droite [AS) différente de [AT).

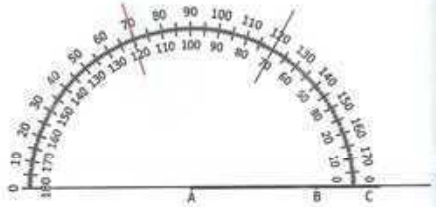
2 Situation d'apprentissage

Pendant leur activité de construction au Club MATH-TICE, des élèves doivent construire un angle de mesure 70° à partir de la demi-droite [AB).

Une discussion entre les élèves vient pour le choix du trait entre le trait en rouge et le trait en vert.

Pour savoir lequel des traits choisir, les élèves exposent le problème à leurs camarades de classe de 6e.

Ensemble, ils cherchent à construire cet angle.



3 Activités d'approche

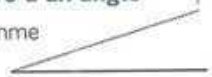
1 Notion d'angle

1. Place un point A.
2. Trace deux demi-droites distinctes [AB) et [AC).
3. En combien de parties ces deux demi-droites partagent-elles le plan ?
4. Colorie en bleu la partie contenant le segment [AB].

Synthèse

- Les deux demi-droites partagent le plan en deux parties ou régions ou secteurs.
- Un angle est une partie du plan formée par deux demi-droites ayant même origine.
- L'origine commune représente le sommet de l'angle.
- Les deux demi-droites sont les côtés de l'angle.
- L'angle formé par les demi-droites distinctes [AB) et [AC) se note $\widehat{BAC}$ ou $\widehat{CAB}$.

2 Première approche de la mesure d'un angle



1. Construis un gabarit d'angle comme celui ci-contre et découpe-le.
2. Utilise ton gabarit pour construire un angle deux fois plus grand que celui représenté sur la figure ci-dessus.

   On dira que ce nouvel angle a une mesure de deux unités.
3. Construis un angle trois fois plus grand : quatre fois plus grand.
4. Détermine, en unités, la mesure de chacun des angles ci-dessous.



5. Compare tes résultats précédents avec ton voisin. Que constates-tu ?
6. Que proposes-tu pour avoir les mêmes résultats ?

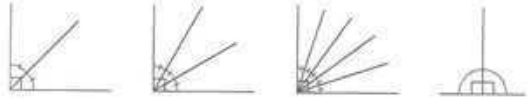
Synthèse

- L'unité de mesure d'un angle est le degré qui correspond à 1 degré noté 1°.
- Un angle droit mesure 90 fois l'unité de la mesure d'un angle, ce qui correspond à 90°.

3 Deuxième approche de la mesure d'un angle

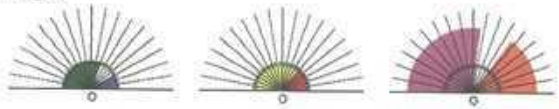
Le degré est une unité d'angle plus pratique que la précédente. Voici un angle dont la mesure est 1°. Cette mesure a été choisie de telle manière qu'un angle droit mesure 90°.

1. Parmi les nombres entre 2 et 10, trouve ceux qui sont des diviseurs de 90.
2. Si on coupe un angle droit (90°) en deux angles de même mesure, quelle est alors la mesure de chacun des angles ? Même question si on le coupe en trois, puis en cinq angles de même mesure. (Voir les trois premières figures ci-dessous.)



3. Quelle est la mesure en degrés d'un angle plat (angle violet, dernière figure ci-dessus) qui est formé de deux angles droits ?
4. On partage un angle plat en 18 angles de même mesure. Quelle est la mesure de chaque angle ?
5. Détermine la mesure des angles marqués en bleu, vert, rouge et jaune.

   Donne un encadrement des angles marqués en violet et orange.



Synthèse

Pour construire avec précision un angle dont on connaît la mesure, on peut utiliser un rapporteur.

4 Reproduire un angle

Étant donné un angle ABC, comment le reproduire en utilisant le compas et la règle ?

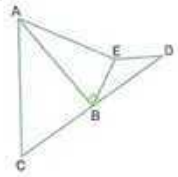
1. – Trace un angle $\widehat{ABC}$.
   – Trace une demi-droite [EM).
   – Trace un arc de cercle de centre B.
   – Il coupe la demi-droite [BA) en I et la demi-droite [BC) en J.
   – Avec la même ouverture de compas, trace un arc de cercle de centre E.
   – Il coupe la demi-droite [EM) en F.
   – Avec le compas, prends la longueur du segment [IJ].
   – Avec la même ouverture de compas, trace un arc de cercle de centre F.
   – Il coupe l'arc de cercle de centre E en G.
   – Trace la demi-droite [EG).
2. Mesure les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{EFG}$. Que constates-tu ?

Synthèse

Pour reproduire un angle donné en utilisant le compas et la règle, on peut suivre les étapes de cette activité.

5 Les types d'angles

On donne la figure ci-dessous.



1. À l'aide du rapporteur, donne les mesures des angles suivants :
$\widehat{ABC}$; $\widehat{BED}$; $\widehat{BAE}$; $\widehat{CAE}$; $\widehat{BCD}$; $\widehat{AED}$; $\widehat{CBD}$; $\widehat{AED}$.
2. Recopie et complète le tableau suivant en utilisant les angles de la question 1 :

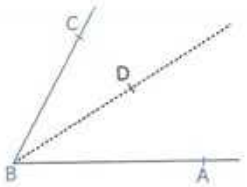
	Angle(s)
Mesure égale à 0°.	
Mesure comprise entre 0° et 90.	
Mesure égale à 90.	
Mesure comprise entre 90 et 180.	
Mesure égale à 180.	

Synthèse

- Un angle dont la mesure est égale à 0° s'appelle angle nul.
- Un angle dont la mesure est comprise entre 0° et 90° s'appelle angle aigu.
- Un angle dont la mesure est égale à 90° s'appelle angle droit.
- Un angle dont la mesure est comprise entre 90° et 180° s'appelle angle obtus.
- Un angle dont la mesure est égale à 180° s'appelle angle plat.

6 Bissectrice d'un angle

1. Sur une feuille blanche, trace un angle $\widehat{ABC}$.
2. Plie cette feuille de façon à superposer les deux côtés de l'angle $\widehat{ABC}$.
Trace en couleur l'axe de pliage. Place un point D sur cet axe.
3. Cet axe fait apparaître deux nouveaux angles. Nomme-les.
4. Que peut-on dire de la mesure de ces deux angles ? Justifie ta réponse.



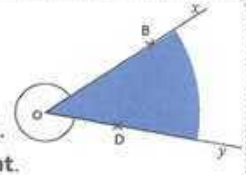
Synthèse

La droite qui passe par le sommet d'un angle et qui le partage en deux angles de même mesure est appelé bissectrice de cet angle.

1. Angle

Définition

Un **angle** est une portion de plan délimitée par deux demi-droites ayant la même origine.



- Le point O est le **sommet** de l'angle.
- Les demi-droites [Ox) et [Oy) sont les **côtés** de l'angle.
- La portion du plan coloriée en bleu est un angle **saillant**.
- La portion du plan non coloriée est un angle **rentrant**.
- L'angle en bleu peut être noté $\widehat{BOD}$ ou $\widehat{DOB}$.

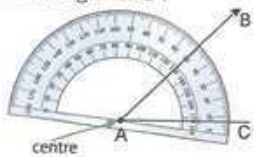
Exemple

L'angle bleu peut se nommer de différentes manières (le plus souvent avec trois lettres, celle du milieu étant toujours le sommet de l'angle) : $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{yOx}$ ou $\widehat{BOy}$ ou $\widehat{yOB}$ ou $\widehat{DOx}$ ou $\widehat{xOD}$.

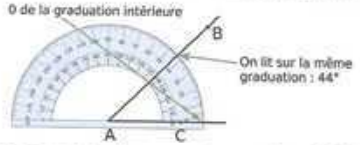
2. Mesure d'un angle

Méthode

Mesure l'angle $\widehat{CAB}$.



On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle.



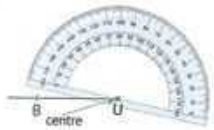
On place un zéro du rapporteur sur le côté [AC). Si besoin est, on prolonge la demi-droite [AC). La mesure de l'angle est donnée par l'autre côté de l'angle sur la même échelle de graduation.

3. Construction d'un angle

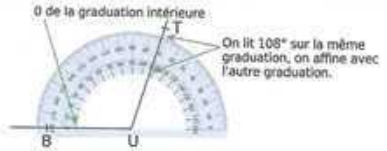
3.1 Construction d'un angle à l'aide du rapporteur

Méthode

Construis un angle $\widehat{BUT}$ de 108°.



On trace [UB), premier côté de l'angle. On place le centre du rapporteur sur le point U.

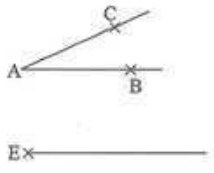


On place un zéro du rapporteur sur le côté [UB). On marque, d'un petit trait-repère, 108° avec la graduation qui commence par 0° sur [BU). On trace la demi-droite d'origine U passant par le repère. On place un point T sur cette demi-droite.

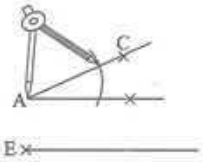
3.2. Reproduction d'un angle

Méthode

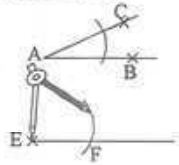
1 Tracer une demi-droite d'origine E.



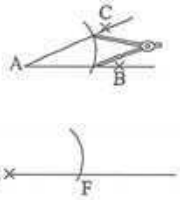
2 Tracer un arc de cercle de centre le sommet A coupant les côtés de l'angle $\widehat{ABC}$.



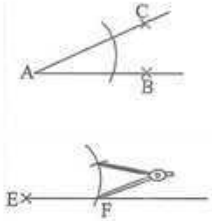
3 Tracer un arc de cercle de même rayon et de centre E. Il coupe la demi-droite d'origine E en F.



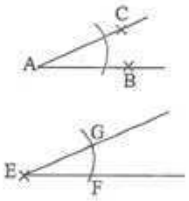
4 Prendre avec le compas la distance entre les deux points obtenus sur les côtés de l'angle $\widehat{ABC}$.



5 Tracer avec la même ouverture de compas un arc de cercle de centre F. Il coupe l'arc de cercle obtenu à la 3 étape en G.

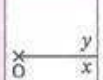
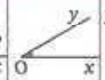
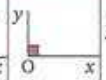
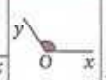
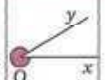
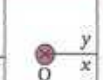


6 Tracer la demi-droite [EG).



4. Différents types d'angles

On classe les angles par catégories selon leur mesure.

Angle	Nul	Aigu	Droit	Obtus	Plat	Rentrant	Plein
Figure							
Mesure	0°	entre 0° et 90° (non compris)	90°	entre 90° et 180° (non compris)	180°	entre 180° et 360° (non compris)	360°

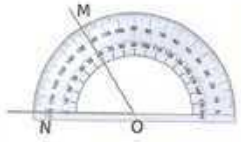
5. Bissectrice d'un angle

Définition

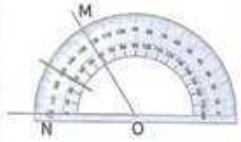
La bissectrice d'un angle est la droite ou la demi-droite qui passe par le sommet de cet angle et qui le partage en deux angles de même mesure.

Construction au rapporteur

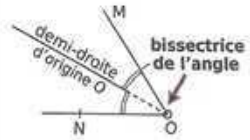
Construis la bissectrice de l'angle $\widehat{MON}$ avec un rapporteur.



Pour construire la **bissectrice** de l'angle $\widehat{MON}$, on commence par le mesurer à l'aide du rapporteur.
On trouve **58°**.



On calcule la moitié de cette mesure, on trouve **29°**.
On trace un **trait-repère**.



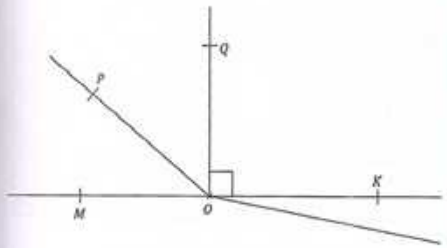
On trace la demi-droite d'origine O passant par ce **trait-repère**.
Cette demi-droite est la **bissectrice de l'angle $\widehat{MON}$**.

5 Travaux pratiques

Exercices corrigés

1 **Déterminer la nature d'un angle.**

On donne la figure ci-dessous :



Complète le tableau suivant en donnant le nom d'un angle de nature correspondante.

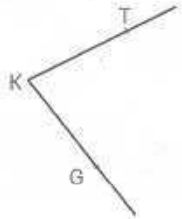
Nature de l'angle	Nom de l'angle
Angle nul	
Angle aigu	
Angle droit	
Angle plat	
Angle obtus	

Corrigé

Nature de l'angle	Nom de l'angle
Angle nul	$\widehat{OMK}$
Angle aigu	$\widehat{POM}$
Angle droit	$\widehat{QOK}$
Angle plat	$\widehat{KOM}$
Angle obtus	$\widehat{POK}$

2 Construire un angle de même mesure qu'un angle donné.

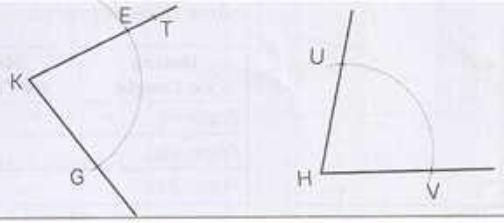
À l'aide de la règle et du compas, construis un angle $\widehat{VHU}$ ayant même mesure que l'angle $\widehat{TKG}$.



Corrigé

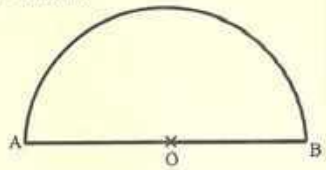
Programme de construction

- Je trace une demi-droite d'origine H.
- Je trace un arc de cercle de centre K et de rayon KG ; il coupe [KT] en E.
- Je garde le même écartement de compas et je trace un arc de cercle de centre H ; il coupe la demi-droite d'origine H en V.
- Je mesure la longueur du segment [GE] avec le compas.
- Je garde le même écartement de compas et je trace un arc de cercle de centre V ; il coupe l'arc de cercle de centre H en U.
- Je trace la demi-droite [HU).



Exercices non corrigés

Lors de son anniversaire, Ernestine reçoit une moitié d'un gâteau de la part de son oncle. Cette moitié est représentée par la figure ci-contre.



Elle décide de partager cette moitié de la manière suivante :

Une moitié à la table d'honneur et le reste à ses deux amis en parts égales.

1. Construis la bissectrice (L) de l'angle $\widehat{AOB}$. Elle coupe l'arc (AB) en K.
2. Mets en pointillé la part de gâteau de la table d'honneur.
3. Construis la bissectrice de l'angle $\widehat{KOB}$.
4. Quelle est la mesure de l'angle de la part des deux amis ?

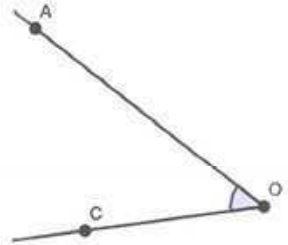
6 Exercices

Exercices de fixation

Angle

1 On considère la figure ci-dessous
Réponds par vrai ou par faux :

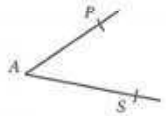
1. le point O est le sommet de l'angle $\widehat{AOC}$.
2. la demi-droite [AO) est un côté de l'angle $\widehat{AOC}$.
3. la demi-droite [OA) est un côté de l'angle $\widehat{COA}$.



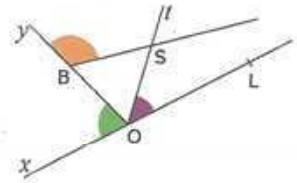
2 Complète les phrases suivantes
Sur la figure ci-dessous, on a tracé l'angle....

A est le ... de l'angle.

Les demi-droites [AP) et [AS) sont les ... de l'angle.

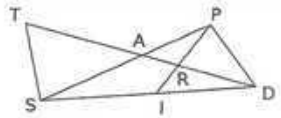


3 Nomme les angles marqués sur la figure.



4 Les segments [TD] et [PS] sont sécants en A et les segments [PI] et [TD] se coupent en R.
Trouve toutes les autres façons de nommer chacun des angles :

- l'angle $\widehat{APR}$;
- l'angle $\widehat{RDI}$;
- l'angle $\widehat{PDA}$.



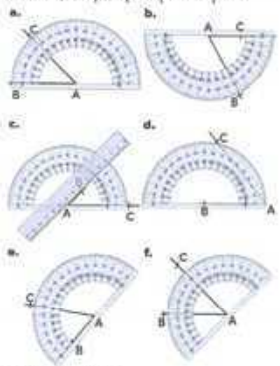
5 Soit la figure ci-dessous.
Réponds par VRAI ou par FAUX à chacune des affirmations suivantes :
L'angle codé sur la figure se note :

1. $\widehat{JIK}$; 2. $\widehat{JKI}$; 3. $\widehat{IJK}$
4. $\widehat{IKJ}$; 5. $\widehat{KIJ}$; 6. $\widehat{KJI}$

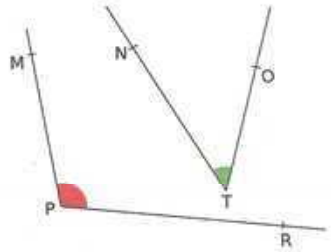


Mesure d'un angle

6 Dans chacun des cas suivants, Adjovi souhaite mesurer l'angle BAC.
Peut-il effectuer une mesure correcte ? Si oui, indique la mesure de l'angle et si non, explique pourquoi.

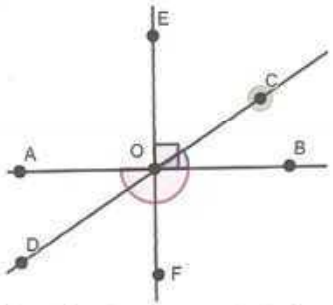


7 Mesure les angles ci-dessous avec ton rapporteur.



Nature d'un angle

8 On considère la figure ci-dessous :



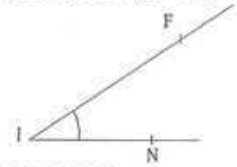
Une seule des réponses A, B, C correspond à chacune des affirmations numérotées de 1 à 4.
Écris le numéro de l'affirmation, suivi de la lettre qui correspond à la bonne réponse.

N°	Affirmations	Réponses		
		A	B	C
1	L'angle (AOB) est un angle.	plat	Obtus	droit
2	L'angle (BOC) est un angle.	nul	droit	aigu
3	L'angle (EOB) est un angle.	droit	aigu	obtus
4	L'angle (COF) est un angle.	plat	obtus	aigu

Construction d'un angle

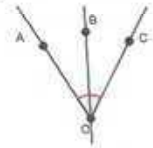
9 Construis les angles suivants :
a) mes $\widehat{MOT} = 27°$
b) mes $\widehat{SUD} = 151°$
c) mes $\widehat{FIN} = 47°$
d) mes $\widehat{PRE} = 110°$

10 Construis un angle $\widehat{SAT}$ de même mesure que l'angle $\widehat{FIN}$.



Bissectrice d'un angle

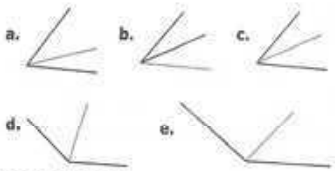
11 Soit la figure ci-dessous.



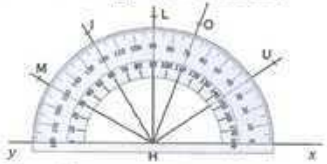
Réponds par VRAI ou FAUX à chacune des affirmations suivantes

1. La bissectrice de l'angle $\widehat{AOC}$ est la droite [AO).
2. La bissectrice de l'angle $\widehat{AOC}$ est la droite [OB).
3. La bissectrice de l'angle $\widehat{AOC}$ est la droite (OC).

12 Pour quelle(s) figure(s) la demi-droite rouge semble être la bissectrice de l'angle ?



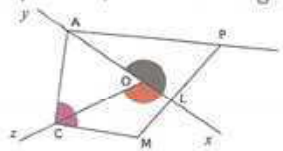
13 Observe la figure ci-dessous.



Réponds aux questions en justifiant chaque réponse.
Quelle est la bissectrice de l'angle :
a) $\widehat{OHx}$? b) $\widehat{MHL}$? c) $\widehat{yHi}$?
d) $\widehat{xHy}$?

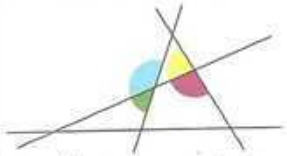
Exercices de renforcement

14 Les points A, O et L sont alignés.



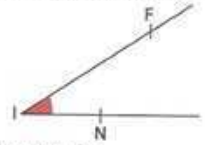
a) Nomme les angles marqués en couleur dans la figure de toutes les façons possibles.
b) Reproduis la figure, puis marque en bleu l'angle $\widehat{yOz}$, en rouge l'angle $\widehat{PMC}$ et en vert l'angle $\widehat{PAL}$.

15 Louise a recopié la figure ci-dessous qui était au tableau mais elle a oublié de noter les noms des points d'intersection des droites.



Elle appelle son camarade Ahmed qui lui dit que les angles en couleur se nomment $\widehat{ABC}$, $\widehat{DBA}$, $\widehat{FAC}$ et $\widehat{PAL}$.
Reproduis la figure et nomme les points grâce à ces indications.

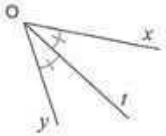
16 Construis un angle $\widehat{SAT}$ de même mesure que l'angle $\widehat{FIN}$.



17 Dans chaque cas, trace un angle dont la mesure est donnée, puis construis sa bissectrice.
a) *mes* $\widehat{ABC} = 32°$;
b) *mes* $\widehat{UST} = 180°$;
c) *mes* $\widehat{ZXY} = 67°$;
d) *mes* $\widehat{WZD} = 90°$;
e) *mes* $\widehat{PRT} = 127°$;
f) *mes* $\widehat{LKI} = 154°$.

18 a) Construis un angle $\widehat{BIS}$ mesurant 82° et trace sa bissectrice [IT) à l'aide de ton rapporteur.
b) Sur la même figure, trace la demi-droite [IM), bissectrice de l'angle $\widehat{TIS}$.
c) Combien mesure l'angle $\widehat{MIS}$? Justifie ta réponse.

19 Sur la figure ci-dessous, la demi-droite [Ot) est la bissectrice de l'angle xOy.

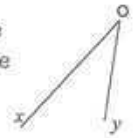


Reproduis le tableau puis complète-le.

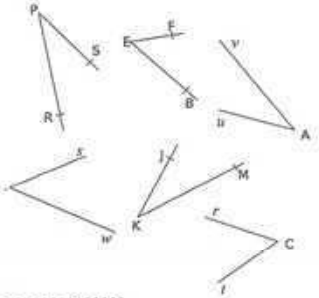
mes $\widehat{xOy}$		85°		150°	
mes $\widehat{xOt}$	43°		57°		22°

Exercices d'approfondissement

20 a) Reproduis et découpe l'angle $\widehat{xOy}$ ci-contre sur du papier.



b) À l'aide du gabarit ainsi réalisé, indique parmi les angles ci-dessous ceux qui ont une mesure plus petite, plus grande ou égale à celle de l'angle $\widehat{xOy}$.



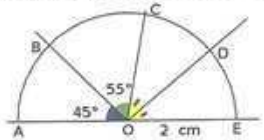
21 a) Trace [AC] tel que AC = 3 cm. Construis un ange $\widehat{ACx}$ mesurant 60°. Place un point B sur [Cx) tel que CB = 5,6 cm.

b) Place D sur [AB] tel que mes $\widehat{DCB}$ = 25°.

c) Place E sur [AD] tel que mes $\widehat{DCE}$ = 25°.

d) Que peut-on dire de la demi-droite [CD) ?

22 Voici une figure construite par Soutcho.



a) Reproduis la figure sur ton cahier.

b) Écris un programme de construction de cette figure.

23 a) Construis un rectangle ABCD tel que : AB = 7 cm et mes $\widehat{BAC}$ = 38°.

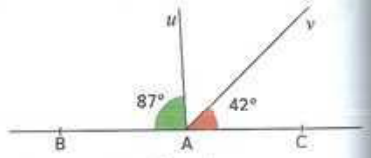
b) La diagonale [AC] est-elle la bissectrice de l'angle $\widehat{BAD}$? Justifie ta réponse.

c) Sinon, construis la bissectrice de $\widehat{BAD}$.

d) Reprends les questions a., b. et c. avec mes $\widehat{BAC}$ = 45°.

Quelle est la nature particulière du rectangle ABCD ?

24 Les points B, A et C sont alignés.



Calcule, en justifiant, la mesure des angles $\widehat{uAv}$; $\widehat{BAv}$; $\widehat{uAC}$.

25 Une porte peut prendre les positions suivantes :

- position A : la porte est complètement fermée ;
- position B : elle forme un angle de 40° avec le mur ;
- position C : elle forme un angle de 90° avec le mur ;
- position D : elle forme un angle de 125° avec le mur ;
- position E : elle est complètement rabattue contre le mur et forme un angle de 180°.

Pour chaque position, indique s'il s'agit :

- d'un angle nul ;
- d'un angle aigu ;
- d'un angle droit ;
- d'un angle obtus ;
- d'un angle plat.

26 On considère que l'angle entre deux graduations consécutives de l'horloge mesure 30°. On observe une horloge à différentes heures entières.

1. À 3 h, quelle est la nature de l'angle formé par les aiguilles ?
2. À 6 h, quelle est la nature de l'angle formé par les aiguilles ?
3. À 2 h, estime la mesure du plus petit angle formé par les aiguilles.
4. À 4 h, estime la mesure du plus petit angle formé par les aiguilles.
5. À quelle heure entière les aiguilles forment-elles un angle nul ?



27 Un menuisier fabrique une étagère. Il doit vérifier que deux planches forment un angle droit.

1. Quel instrument peut-il utiliser pour vérifier cet angle ?
2. Quelle doit être la mesure de l'angle ?
3. a) Si l'angle mesuré vaut 87°, est-il droit ?

   b) L'angle de 87° est-il aigu ou obtus ?

   c) De combien de degrés faut-il augmenter cet angle pour obtenir un angle droit ?



28 Un lampadaire éclaire une zone délimitée par deux rayons lumineux formant un angle de 120°.

Pour mieux répartir la lumière, on place un troisième rayon suivant la bissectrice de l'angle.

1. Construis un angle $\widehat{MON}$ de mesure 120°.
2. Construis sa bissectrice [OP).
3. Détermine la mesure de chacun des angles $\widehat{MOP}$ et $\widehat{PON}$.
4. Quelle est la nature de chacun des deux angles obtenus ?
5. Explique pourquoi la bissectrice permet de partager la zone éclairée en deux angles de même mesure.



29 Soma prépare un exposé sur la constellation d'Orion.

Il l'observe donc au télescope et réalise quelques mesures qu'il reporte à main levée ci-dessous.

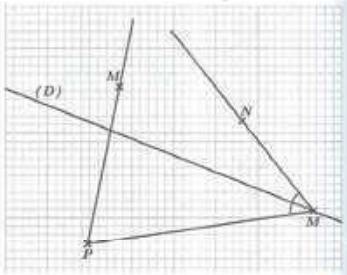
Aide Soma à reproduire correctement la constellation d'Orion.



30 Monsieur SORO qui habite à Korhogo voudrait déterminer la distance réelle en mètre entre sa maison représentée par le point S et la piscine municipale représentée par le point P.

Son ami géomètre lui donne la figure ci-dessous :

Le point M est la position de la maire. La droite (D) est la bissectrice de l'angle $\widehat{NMP}$. Son ami géomètre lui dit que le point S est le point d'intersection des bissectrices des angles $\widehat{MPN}$ et $\widehat{NMP}$.



SORO sait que pour déterminer la distance réelle SP en mètre entre sa maison et la piscine municipale, il doit effectuer le produit de la longueur SP sur la figure par 350.

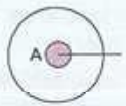
Étant l'ami de SORO, il sollicite ton aide.

1. Construis la droite (L), bissectrice de l'angle $\widehat{MPN}$.
2. Place le point d'intersection S des bissectrices (L) et (D).
3. Détermine la distance réelle entre la piscine municipale et la maison de SORO.

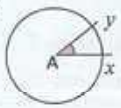
7 Récréation mathématique

Acte 1 : Entraînement

a) Trace un cercle de centre A. Quelle est la mesure de l'angle de sommet A marqué sur la figure ?



b) L'angle xAy s'appelle un angle au centre ; quelle mesure doit avoir cet angle si on veut partager le cercle en 10 arcs de même longueur ?

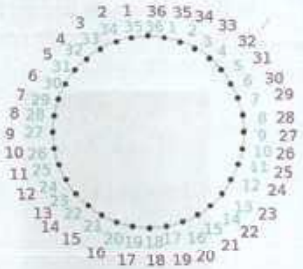


c) Place les 10 points sur le cercle à l'aide du rapporteur comme ci-dessous.



Acte 2 : Enveloppe de cardioïde

- Trace un cercle de 16 cm de diamètre, puis partage-le en 36 arcs de cercle de même longueur.
- Numérote les points comme sur la figure ci-contre.
- Joins le point 1 au point 2, le point 2 au point 4, le point 3 au point 6, etc. (On double le numéro.)
- Recommence avec les numéros violets. On joint le point 1 au point 2, le point 2 au point 4, etc.
- Tu vois apparaître l'enveloppe d'une courbe appelée cardioïde.





Objectifs de la leçon

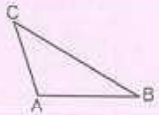
- **Connaître la définition d'un triangle rectangle ; d'un triangle isocèle ; d'un triangle équilatéral ; d'une hauteur d'un triangle ; d'une médiane d'un triangle ; de la médiatrice d'un côté d'un triangle.**
- **Connaître la formule du périmètre d'un triangle ; de l'aire d'un triangle.**
- **Construire un triangle connaissant les longueurs de ses côtés en utilisant le compas et la règle graduée ; un triangle rectangle ; un triangle isocèle ; un triangle équilatéral ; une hauteur d'un triangle ; une médiane d'un triangle ; la médiatrice d'un côté d'un triangle.**
- **Reconnaître les axes de symétrie des triangles particuliers ; les droites particulières des triangles particuliers ; des triangles particuliers à partir des axes de symétrie, des mesures des angles, des droites particulières.**
- **Calculer le périmètre d'un triangle ; l'aire d'un triangle.**

1 Connaissances essentielles pour cette leçon

Exercice

1 Connaître le vocabulaire associé au triangle

On donne la figure ci-contre.



Complète les phrases suivantes :

- les points A, B et C sont les trois ..... du triangle
- les segments [AB], [AC] et [BC] sont les trois ..... du triangle
- A , B et C sont les trois ..... du triangle.
- le côté [BC] est le ..... au sommet .....
- le côté [AC] est le ..... au sommet .....
- le côté [AB] est le ..... au sommet .....

2 Construire la perpendiculaire à une droite passant par un point.

Reproduis la figure ci-contre, puis construis la perpendiculaire à (D) passant par M.



3 Construire la médiatrice d'un segment

Trace un segment [BA], puis construis la médiatrice de ce segment.

2 Situation d'apprentissage



Akissi a acheté un tipi de base carrée de 500 cm de côté pour le mettre dans son jardin. Chacune des quatre faces latérales du tipi a la forme d'un triangle isocèle de hauteur 210 cm. Elle veut imperméabiliser (rendre imperméable) la toile de ce tipi et a besoin de connaître la surface totale de celle-ci.

Elle demande à son fils en classe de 6e de trouver l'aire totale en m². Ce dernier, aidé de ses camarades, cherche la solution au problème de sa maman.

3 Activités d'approche

1 Présentation

- Place trois points non alignés E, U et S.
- Trace les segments [EU], [SE] et [SU].
- Nomme les angles de cette figure.

Synthèse

La figure obtenue est constituée de trois points reliés par trois segments : c'est un triangle nommé EUS.
Il possède trois angles.

2 Construction d'un triangle

- Trace un segment [AB] de longueur 5 cm.
- Trace un arc de cercle de centre A et de rayon 4 cm.
- Trace un arc de cercle de centre B et de rayon 6 cm, du même côté de la droite (AB). Note C le point d'intersection des deux arcs.
- Trace les segments [AC] et [BC].

Synthèse

Pour construire un triangle connaissant les longueurs des côtés, on peut suivre les étapes de cette activités.

3 Triangles particuliers

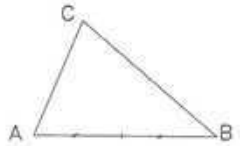
1. Trace un segment [AI] de longueur 5 cm.
   Trace une demi-droite [AP) telle que : (AP) ⊥ (AI) et AP = 3,5 cm.
   Trace le segment [PI].
2. Construis le triangle SUR tel que : SU = RU = 6 cm et RS = 4 cm.
3. Construis le triangle TOP tel que : TP = TO = PO = 7 cm.

Synthèse

- Le triangle AMI a deux côtés de support perpendiculaires : on dit que c'est un triangle rectangle. Le troisième côté s'appelle l'hypoténuse.
- Le triangle SUR a deux côtés de même longueur : on dit que c'est un triangle isocèle.
  Le sommet commun aux deux côtés de même longueur s'appelle le sommet principal.
- Le triangle TOP a trois côtés de même longueur : on dit que c'est un triangle équilatéral.

4 Droites particulières d'un triangle

Reproduis la figure codée ci-dessous à l'aide du compas et de la règle.



Trace la droite qui passe par le sommet C et par le milieu du côté opposé à C.

Trace la droite qui passe par le sommet C et qui est perpendiculaire au support du côté opposé à C.

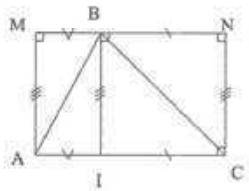
Trace la médiatrice du côté [AB].

Synthèse

- La droite qui passe par le sommet C et par le milieu du côté opposé à C s'appelle une médiane du triangle BAC.
- La droite qui passe par le sommet C et par le milieu du côté opposé à C s'appelle une médiane du triangle BAC.
- La médiatrice du côté [AB] s'appelle une médiatrice du triangle BAC.

5 Périmètre et aire d'un triangle

Observe la figure codée ci-dessous où MNCA est un rectangle.



1. a) Compare les aires des triangles BIC et BNC.
   b) Compare les aires des triangles AMB et AIB.
2. Exprime l'aire du rectangle MNCA en fonction des longueurs IB et AC.
3. En utilisant les questions 1. et 2. , donne la formule de l'aire du triangle ABC en fonction des longueurs IB et AC.
4. Écris la somme des longueurs des côtés du triangle ABC.

Synthèse

Le périmètre d'un triangle est la somme des longueurs des trois côtés.

L'aire d'un triangle est égale au produit de la longueur d'un côté du triangle (base) par sa hauteur relative à ce côté divisé par 2.

1. Présentation et construction

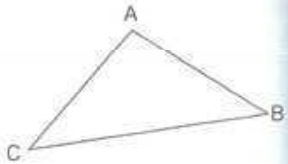
1.1. Présentation

Présentation

Un triangle est une figure géométrique formé par trois points non alignés reliés par trois segments.

Exemple et vocabulaire :

La figure ci-contre est un triangle noté ABC.



- les points A, B et C sont les sommets
- les segments [AB], [AC] ET [BC] sont les côtés
- le côté [AB] est le côté opposé au sommet C
  le côté [AC] est le côté opposé au sommet B
  le côté [BC] est le côté opposé au sommet A
- $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BAC}$ sont les angles du triangle.

1.2. Construction d'un triangle connaissant les longueurs des côtés

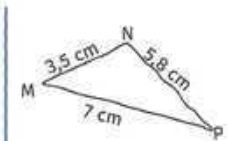
Méthode

Pour construire un triangle ABC connaissait les longueurs de ses côtés, on peut procéder comme suit :

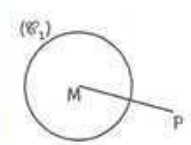
- Tracer un côté à l'aide de la règle graduée (par exemple [AB])
- Tracer un arc de cercle de centre A et de rayon AC.
- Tracer un arc de cercle de centre B et de rayon BC du même côté de la droite (AB).
- Nommer C le point d'intersection des deux arcs et tracer les segments [AC] et [BC].

Exemple :

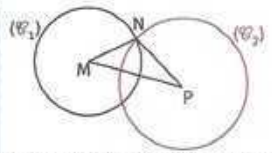
Construction d'un triangle MNP tel que : MN = 3,5 ; NP = 5,8 et MP = 7 cm.



On effectue une figure à main levée.



On construit un segment [MP] de longueur 7 cm puis le cercle $(\mathscr{C}_1)$ de centre M et de rayon 3,5 cm.



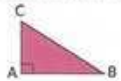
On construit le cercle $(\mathscr{C}_2)$ de centre P et de rayon 5,8 cm.
Le point N est l'un des deux points communs à $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$.

2. Triangles particuliers

2.1 Triangle rectangle

Définition

Un triangle rectangle est un triangle qui a deux côtés dont les supports sont perpendiculaires.



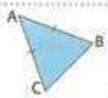
Exemple :

Le triangle ABC est rectangle en B car (AB) est perpendiculaire à (BC).

2.2 Triangle isocèle

Définition

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.



Exemple :

ABC est un triangle isocèle car AB = AC.

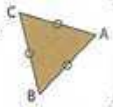
Vocabulaire

Le point A s'appelle le sommet principal du triangle isocèle ABC.
Le côté [BC] s'appelle la base du triangle isocèle ABC.

2.2 Triangle équilatéral

Définition

Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses côtés de même longueur.



Exemple : Le triangle ABC est équilatéral car AB = BC = AC.

Vocabulaire

- Un triangle rectangle isocèle est un triangle qui est rectangle et isocèle (les deux côtés à supports perpendiculaires ont la même longueur)
- Un triangle quelconque ou scalène est un triangle qui n'est ni rectangle ni isocèle ni équilatéral.

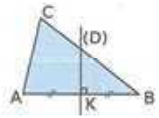
3. Droites particulières d'un triangle

Définition

- Une médiatrice dans un triangle est la droite qui coupe un de ses côtés perpendiculairement en son milieu.

Exemple :

(D) est la médiatrice de [AB].



- Une médiane d'un triangle est la droite issue d'un sommet et qui passe par le milieu du côté opposé à ce sommet.

Exemple :

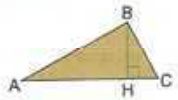
(CI) est la médiane issue de C, ou la médiane relative à [AB].



- Une hauteur d'un triangle est la droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au support du côté opposé à ce sommet.

Exemple :

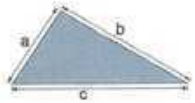
(BH) est la hauteur issue de B, ou la hauteur relative à [AC].



4. Périmètre et aire d'un triangle

Pour calculer le périmètre d'un triangle, on fait la somme des longueurs des côtés de ce triangle.

$P = a + b + c$

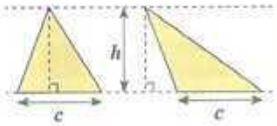


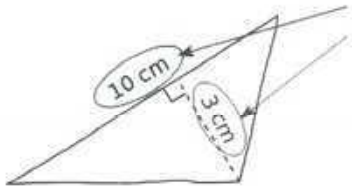
Exemple :

Calcule le périmètre du triangle ABC tel que : AB = 5 cm ; BC = 9 cm et AC = 10 cm.

Périmètre : AB + BC + AC = 5 + 9 + 10 = 24 cm.

Pour calculer l'aire d'un triangle, on multiplie la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté, puis on divise le résultat par 2 : $\mathcal{A} = \frac{c \times h}{2}$





Calcule l'aire du triangle suivant (figure à main levée).
On repère la longueur d'un côté.
On repère la hauteur relative à ce côté.
On multiplie la longueur du côté repéré par la hauteur relative à ce côté puis on divise le résultat par 2 :

$\mathcal{A} = \frac{c \times h}{2} = \frac{10 \times 3}{2} = 15\,\text{cm}^2$

5 Travaux pratiques

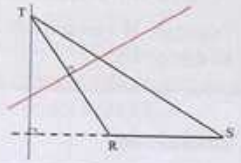
Exercices corrigés

1 Construire un triangle – Construire une droite particulière dans un triangle

1. Construis un triangle RST tel que : RS = 3,6 cm, ST = 7 cm et RT = 4,8 cm.
   Donne ton programme de construction.
2. Trace dans ce triangle :
   a) en bleu, la hauteur issue de T ;
   b) en rouge, la médiatrice du segment [RT] ;
   c) en vert, la médiane issue de S.

Corrigé

1. Programme de construction :
   - je trace le segment [RS] de longueur 3,6 cm.
   - je trace un arc de cercle de centre R et de rayon 4,8 cm.
   - je trace un arc de cercle de centre S et de rayon 7 cm.
   - je note T le point d'intersection des deux arcs.
   - je trace les segments [ST] et [RS].



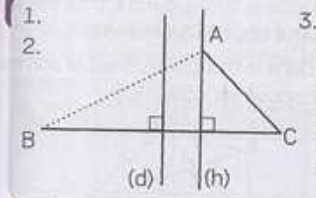
2. a) Voir figure
   b) Voir figure
   c) Voir figure

2 Démontrer que deux droites sont parallèles

1. Construis un triangle ABC tel que : BC = 8 cm AB = 6 cm et AC = 4 cm.
2. Trace la médiatrice (d) de [BC].
   Trace la hauteur (h) issue de A.
3. Démontre que les droites (d) et (h) sont parallèles.

Corrigé

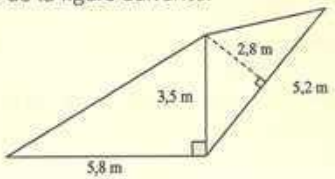
1.
2.



3. (d) est la médiatrice de [BC], donc (d) ⊥ (BC),
(h) est la hauteur issue de A, donc (h) ⊥ (BC).
Je sais que si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors les deux droites sont parallèles.
On a : (d) ⊥ (BC) et (h) ⊥ (BC), donc (d) ⊥ (h).

Exercices non corrigés

1 Calcule l'aire de la figure suivante.



2 1. Construis un triangle ABC isocèle en A tel que : BC = 6 et AB = 8 cm et AC = 8 cm. Construis la médiatrice (D) de [BC].

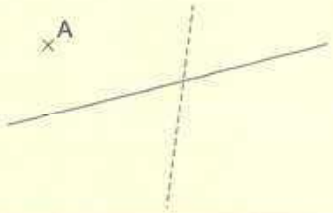
2. Justifie que le point A appartient à la droite (D).

3. Justifie que la droite (D) est aussi la médiane issue de A du triangle ABC.

4. Justifie que la droite (D) est aussi la hauteur issue de A du triangle ABC.

3 Assamoi avait tracé un triangle AIR au crayon et les médiatrices de deux des côtés au stylo. Son voisin Yapi a effacé le triangle mais a laissé le point A et les deux médiatrices.

Construis le triangle AIR en expliquant ta démarche.



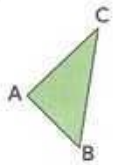
6 Exercices

Exercices de fixation

Vocabulaire et construction d'un triangle

1 Recopie et complète les phrases en utilisant les mots « côté », « sommet », « triangle » et « opposé ».

Un même mot peut-être utilisé plusieurs fois.



a) ABC est un ... .

b) [BC] est ... au sommet A.

c) [AB] est un ... .

d) B est le ... ... au ... [AC].

e) C est un ...

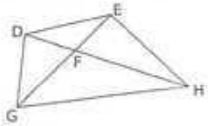
2 Recopie et complète les phrases suivantes.

a) Dans le triangle GFH, ... est le côté opposé au sommet F.

b) Dans le triangle DHE, ... est le sommet opposé au côté [EH].

c) Dans le triangle FEH, [FE] est le côté opposé au sommet .... .

d) Dans le triangle ... , E est le sommet opposé au côté [GD].

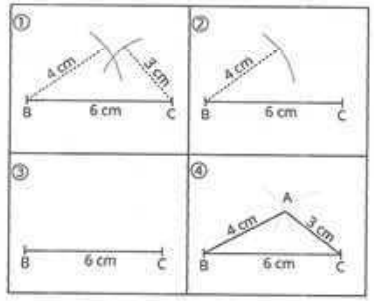


3 Chronologie d'une construction

a) Range les images dans l'ordre de la construction.

b) Décris la construction effectuée pour chaque image.

c) Construis ce triangle.



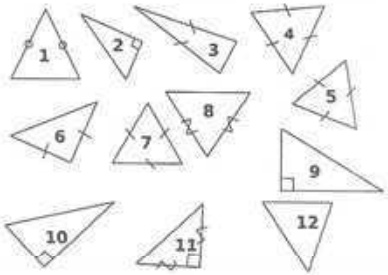
4 Les triangles sont tracés à main levée. En utilisant les instruments de géométrie, construis-les en vraie grandeur.



5 Construis un triangle LET, tel que mes $\widehat{ETL} = 55°$; ET = 5 cm et TL = 4,3 cm

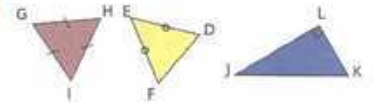
Triangles particuliers

6 Reproduis le tableau ci-dessous et classe les triangles suivants dans le tableau.



quelconque	isocèle	rectangle	équilatéral

7



Quelle est la nature du triangle GHI ? Du triangle DEF ?

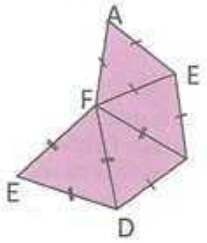
Justifie tes réponses.

b) Quel est le sommet principal du triangle DEF ? Quel côté est sa base ? Justifie tes réponses.

c) Dans le triangle JKL, comment s'appelle le côté [JK] ?

8 a) Nomme les triangles isocèles non équilatéraux tracés sur la figure. Précise, pour chacun, son sommet principal.

b) Nomme les triangles équilatéraux tracés sur la figure.



Droites particulières d'un triangle

9 On donne les mots suivants : médiane ; hauteur ; médiatrice.

Recopie et remplace les pointillés par l'un de ces mots dans chaque cas :

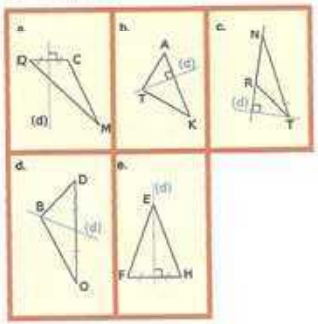
La ..... d'un côté est la perpendiculaire à ce côté en son milieu.

Une ..... est une droite passant par un sommet perpendiculaire au support du côté opposé.

Une.....est une droite qui joint un sommet au milieu du côté opposé.

10 ***Identification***

Dans chaque cas, décris précisément la droite (d) en utilisant le bon vocabulaire.



11 a) Construis un triangle BOA.
Trace la droite (d_1) perpendiculaire à (BO) et passant par A.

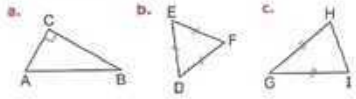
b) Trace la droite (d_2) perpendiculaire à (OA) et passant par le milieu de [OA].

c) Trace la droite (d_3) qui passe par O et partage l'angle BOA en deux angles de même mesure.

d) Trace la droite (d_4) qui passe par O et par le milieu de [BA].

e) Reformule les questions précédentes en utilisant le bon vocabulaire.

12 On donne les figures ci-dessous.



Recopie et complète chaque phrase.

1. Le triangle ABC est ..... en C.
2. Le segment [AB] est appelé ... du triangle ABC
3. Le triangle GHI est ..... en G.
4. Le segment [HI] est appelé ..... du triangle GHI
5. Le triangle DEF est .....

Périmètre et aire d'un triangle

13 Calcule le périmètre de chaque figure.
(Attention, les figures ne sont pas dessinées en vraie grandeur.)

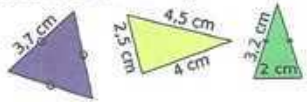
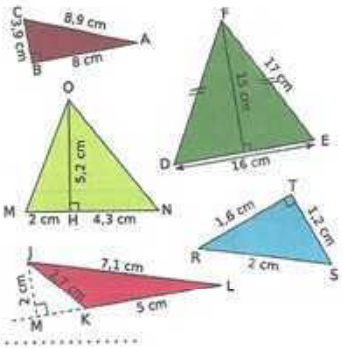


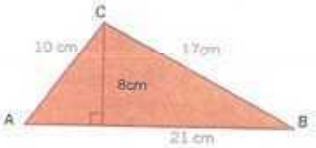
Fig. a Fig. b Fig. c

14 Calcule l'aire de chaque triangle.
(Attention, les triangles ne sont pas dessinés en vraie grandeur.)

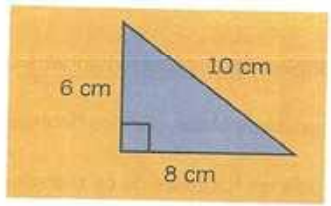


15 Pour chaque question, une seule des 4 réponses proposées est correcte. Écris le numéro de la question et la lettre de la bonne réponse.

1. La formule de l'aire d'un triangle quelconque ABC est :
   a) (Base + Hauteur) ÷ 2 ;
   b) AB + AC + BC
   c) (Base × Hauteur) ÷ 2 ;
   d) (Base × Hauteur) × 2
2. La formule de l'aire d'un triangle ABC rectangle en C est :
   a) (AB × AC) ÷ 2 ;
   b) (AB × BC) ÷ 2
   c) (AC × BC) × 2 ;
   d) (BC × AC) ÷ 2
3. On donne la figure ci-dessous.



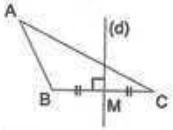
L'aire du triangle ABC est :
   a) (10 × 8) ÷ 2 ;
   b) (21 × 8) ÷ 2;
   c) (10 × 17) ÷ 2 ;
   d) (21 × 17) ÷ 2



4. On donne la figure ci-dessous.
   L'aire du triangle ABC est :
   a) 48 cm² ;
   b) 24 cm² ;
   c) 60 cm² ;
   d) 30 cm²

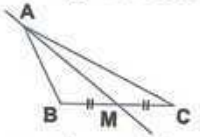
Exercices de renforcement

16 On donne la figure ci-dessous.



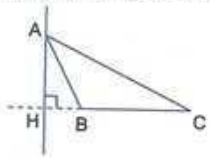
Justifier avec rigueur l'affirmation suivante : La droite (d) est la médiatrice du segment [BC].

17 On donne la figure ci-dessous.



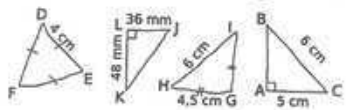
Justifie avec rigueur l'affirmation suivante :
La droite (AK) est la médiane issue de A du triangle ABC.

18 On donne la figure ci-dessous.



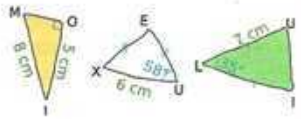
Justifie avec rigueur l'affirmation suivante : La droite (AH) est la hauteur issue de A du triangle ABC.

19 Les triangles sont tracés à main levée. En utilisant les instruments de géométrie, construis-les en vraie grandeur.



20 ***Construire à partir d'un schéma (bis)***

En utilisant les instruments de géométrie, reproduis en vraie grandeur les triangles suivants.



21 ***Un schéma pour une figure***

Trace une figure à main levée puis construis, en vraie grandeur, les triangles suivants :

a) Le triangle VUZ isocèle en U tel que VU = 6,5 cm et VZ = 4,5 cm.

b) Le triangle KGB équilatéral tel que : KG = 6 cm.

c) Le triangle CIA rectangle en C, tel que : mes $\widehat{CIA}$ = 37° et CI = 5,5 cm.

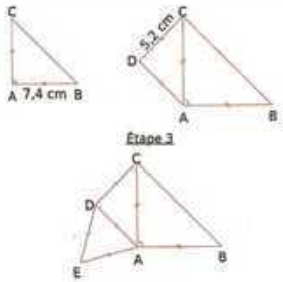
d) Le triangle RTL isocèle en T, tel que : RT = 8 cm et mes $\widehat{TRL}$ = 48.

22 a) Construis un triangle MNO équilatéral de côté 5 cm.

b) Construis un triangle isocèle STU isocèle en S tel que ST = 58 mm et TU = 32 mm.

c) Construis un triangle ABC tel que AB = 6 cm ; BC = 5,2 cm et CA = 42 mm.

23 Écris un texte pour décrire les différentes étapes de cette construction.



a) Construis un triangle MDR rectangle en D, tel que MD = 4,2 cm et DR = 7,1 cm.

b) Construis un triangle ILE rectangle en E, tel que EL = 6,4 cm et LI = 9,3 cm

c) Construis un triangle isocèle NOM isocèle en O tel que MN = 3,2 cm ; NO = 4 cm.

24 a) Construis un triangle DER ayant tous ses angles aigus, puis les hauteurs de ce triangle.

b) Construis un triangle NRV tel que NRV soit un angle obtus, puis les hauteurs de ce triangle.

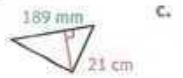
c Construis un triangle GHT rectangle en T, puis les hauteurs de ce triangle.

d Observe les trois figures.
Donne la position du point d'intersection des hauteurs dans chaque cas.

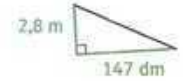
Exercices d'approfondissement

25 Calcule l'aire de chaque triangle.

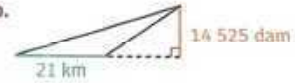
a.



c.



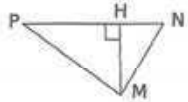
b.



26 a) Trace un triangle OIL rectangle en O d'aire 15 cm².

b) Trace un triangle isocèle EAU d'aire 12 cm².

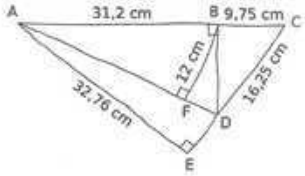
27 MNP est un triangle de hauteur [MH].



Recopie et complète ce tableau.

NP	MH	Aire du triangle MNP
7,2 cm	4,8 cm	
	3,5 m	5,6 m²
16 cm		0,5 dm²

28 On considère la figure suivante.



a) Nomme la hauteur relative au côté [CD] dans le triangle ACD.

b) Déduis de la question a. l'aire du triangle ACD et la longueur BD.

c) À l'aide d'un raisonnement semblable pour le triangle ABD, calcule AD.

29 Après avoir effectué les calculs nécessaires, trace chacun des triangles suivants en vraie grandeur.

a) Le triangle PLM équilatéral de périmètre 15 cm.

b) Construis :

- un triangle ABC tel que AB = 8 cm ; AC = 4 cm et BC = 6 cm ;
- la médiatrice (d1) de [AB] et la médiatrice (d2) de [BC].

  Les droites (d1) et (d2) sont sécantes en O ;
- la parallèle (d3) à (BC) qui passe par O.

c) Quelle est la position relative des droites (d2) et (d3) ? Justifie ta réponse.

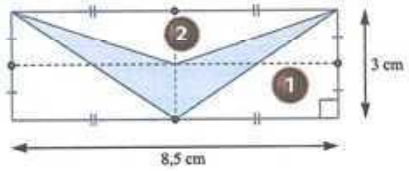
30 Monsieur Sia fabrique une petite table en forme de triangle rectangle pour occuper un coin de sa salle de séjour. Les deux côtés de l'angle droit mesurent chacun 0,6 m.

Il recouvre cette table d'une plaque de verre valant 15 000 F le mètre carré.

Détermine le prix de la plaque de verre.



51 Pour sensibiliser les élèves à la préservation de l'environnement, les élèves d'une classe de 6e décident de faire confectionner des T-shirts avec un logo représenté par la partie en bleu sur la figure ci-dessous. L'entreprise chargée de produire les T-shirts précise que le coût de production des T-shirts augmente en fonction de l'aire du logo. Avant de passer des commandes, les élèves décident de calculer cette aire et te sollicitent.

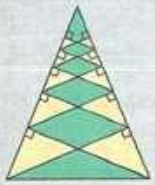


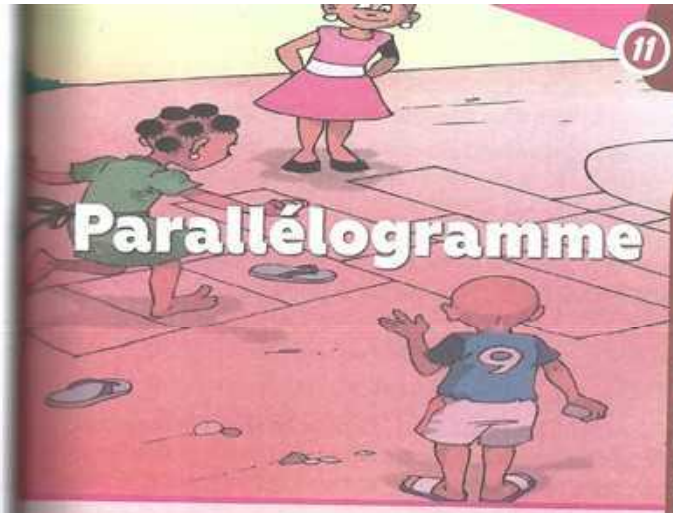
1. Calcule l'aire du triangle qui porte le numéro 1.
2. Calcule l'aire du triangle qui porte le numéro 2.
3. Propose à ces élèves la solution à leur problème.

7 Récréation mathématique

Belle figure

Construis une figure analogue à partir d'un triangle ABC isocèle de sommet principal A tel que BC = 10 cm et AC = 14 cm.





11 Leçon

Parallélogramme

Les parallélogrammes interviennent dans plusieurs domaines de la vie active. Les enfants les utilisent déjà à l'école primaire, pour des jeux, notamment le jeu de marelle. En classe de sixième, les apprenants pourront accroître leur intérêt pour les parallélogrammes en découvrant les propriétés relatives aux diagonales et aux longueurs des côtés opposés et aussi les formules de l'aire et du périmètre. Ils verront les parallélogrammes particuliers tels que le rectangle, le carré et le losange en classe de cinquième.

Objectifs de la leçon

- **Connaître la définition d'un parallélogramme.**
- **Connaître les propriétés directes et réciproques liées au parallélogramme.**
- **Construire un parallélogramme.**
- **Justifier qu'un point est le milieu d'un segment ; que deux segments ont la même longueur ; qu'un quadrilatère est un parallélogramme ; que des droites sont parallèles.**
- **Calculer le périmètre et l'aire d'un parallélogramme.**

1 Connaissances essentielles

Exercices

1 **Construire des droites parallèles**

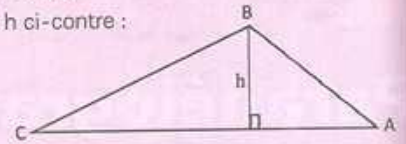
Sur la figure suivante, on donne la droite (D) et le point A.



Construis la droite (L) passant par le point A et parallèle à la droite (D).

2 Calculer le périmètre et l'aire d'un triangle

On donne le triangle ABC de hauteur h ci-contre :



Complète :

Le périmètre du triangle ABC est :

..... + ... + ...

L'aire du triangle ABC est : $\frac{\ldots \times h}{2}$.

2 Situation d'apprentissage

Dans le cadre de ses activités extrascolaires, la coopérative d'un établissement de Duékoué souhaite acquérir un espace d'une superficie d'au moins 800 m² pour faire un potager. Pour ce faire, le bureau sollicite la mairie qui lui montre le plan ci-dessous d'un terrain disponible pour le projet.

Le plan est accompagné des informations suivantes :

- le terrain a la forme d'un quadrilatère ;
- les côtés opposés ont la même longueur ;
- le plus long côté mesure 40 mètres ;
- la hauteur h est 30 mètres.

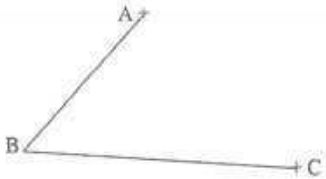


Ayant reçu le plan et ces informations, des élèves de sixième, membres du bureau, décident de s'informer sur ce genre de quadrilatère et vérifier si cet espace répond à leur aspiration.

3 Activités d'approche

1 Définition et construction d'un parallélogramme

Reproduis la figure suivante :



a) Trace la droite (L) parallèle à la droite (AB) et passant par le point C, ensuite la droite (D) parallèle à la droite (BC) et passant par le point A.

Les droites (L) et (D) sont sécantes en un point D. Place le point D.

b) Complète le texte suivant par : [CD] ; parallèles ; [BC] ou [AD].

Les droites parallèles (BC) et (D) sont respectivement les supports des côtés opposés .... et ..... du quadrilatère ABCD.

Les côtés opposés [AB] et ..... du quadrilatère ABCD ont aussi des supports .....

c) Donne la nature du quadrilatère ABCD.

d) Donne un programme de construction du quadrilatère ABCD.

Synthèse

- Le polygone ABCD a quatre côtés donc c'est un quadrilatère.
- Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés ont des supports parallèles.

Synthèse

Pour construire le parallélogramme ABCD, on construit deux côtés consécutifs, par exemple [AB] et [BC] sécantes en B ; on construit la droite parallèle à la droite (AB) et passant par C ; on construit la droite parallèle à la droite (BC) et passant par A ; on marque le point D, point d'intersection des deux nouvelles droites.

2 Propriétés directes

1. On donne le quadrilatère suivant :



a) À l'aide de la règle et de l'équerre, vérifie que ce quadrilatère est un parallélogramme ;

b) Construis les deux diagonales de ce parallélogramme et marque O, le point de leur intersection ;

c) À l'aide du compas, vérifie que O est le milieu des deux diagonales ;

d) Compare les longueurs des côtés opposés de ce parallélogramme.

2. Construis un parallélogramme ABCD et réponds aux questions 1.b, 1.c et 1.d.

3. Donne des propriétés d'un parallélogramme.

Synthèse

- Les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu.
- Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

3 Propriétés réciproques

1. Construis un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu en suivant les étapes suivantes :
   - place trois points non alignés A, B et I ;
   - construis le point C, symétrique du point A par rapport au point I ;
   - construis le point D, symétrique du point B par rapport au point I ;
   - construis le quadrilatère ABCD.

   Vérifie ou justifie que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

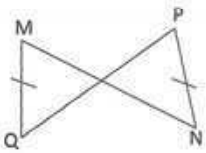
2. a) Construis un quadrilatère dont les côtés opposés ont la même longueur en suivant les étapes suivantes :
   - place trois points non alignés M, N et P ;
   - construis le cercle de centre M et de rayon NP ;
   - construis le cercle de centre P et de rayon MN.

   Ces deux cercles se coupent en deux points.
   - Marque Q l'un de ces deux points, tel que MNPQ soit un quadrilatère ;

   Construis le quadrilatère MNPQ et vérifie que c'est un parallélogramme.

2. b) Le quadrilatère croisé MNPQ ci-dessous est tel que : MN = PQ et MQ = PN.

   En se servant de la définition d'un parallélogramme, dis si oui ou non MNPQ est un parallélogramme.



Synthèse

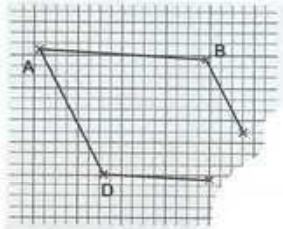
- Un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu est un parallélogramme.
- On peut construire un parallélogramme en construisant deux segments différents de même milieu.
- Un quadrilatère non croisé dont les côtés opposés ont la même longueur est un parallélogramme.
- On peut construire un parallélogramme en construisant un quadrilatère non croisé dont les côtés opposés ont la même longueur.

4 Périmètre du parallélogramme

N'Diaye a retrouvé sa construction du parallélogramme ABCD mais est très embêté car sa feuille est déchirée et il doit mesurer les côtés pour déterminer son périmètre.

Thérèse le rassure et lui dit que le plus important est encore présent sur sa feuille.

Explique comment N'Diaye peut tout de même déterminer le périmètre du parallélogramme ABCD.

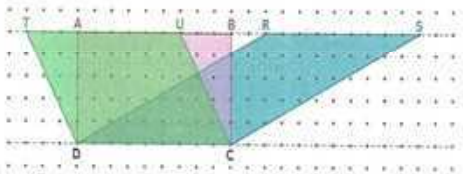


Synthèse

Le périmètre d'un parallélogramme est égal au double de la somme des longueurs de ses côtés.

5 Aire du parallélogramme

1. Séry affirme : « Sur la figure suivante, les quadrilatères TUCD, ABCD et RSCD ont la même aire ». A-t-il raison ?



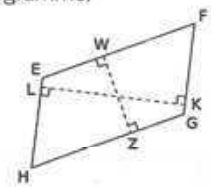
2. Justification

   a) Donne la nature des quadrilatères TUCD ; DCSR et ABCD.

   b) Reproduis sur ton cahier le rectangle ABCD ci-dessus puis prolonge en pointillés les droites (BC) et (AD). Place deux points E et F sur la droite (AD) pour que le parallélogramme EFBC ait la même aire que le rectangle ABCD.

   c) À l'aide des questions précédentes, propose une ou plusieurs formules qui permettent de calculer l'aire du parallélogramme EFGH ci-dessous.

   d) Rédige une phrase pour expliquer la formule de l'aire d'un parallélogramme.



Synthèse

L'aire d'un parallélogramme est égale au produit de la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté.

1. Définition

Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les supports des côtés opposés sont parallèles.

2. Propriétés

Propriété

a) Propriétés directes

- Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.
- Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés ont la même longueur.

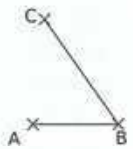
b) Propriétés réciproques

- Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

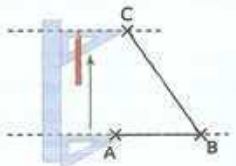
3. Construction d'un parallélogramme

Méthode 1 :

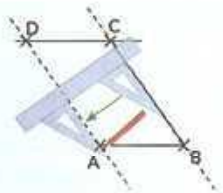
En utilisant une propriété des côtés d'un parallélogramme



On trace les côtés [AB] et [BC] du quadrilatère ABCD. Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc ses côtés opposés ont des supports parallèles deux à deux : soit (AB)//(CD) et (BC)//(AD).



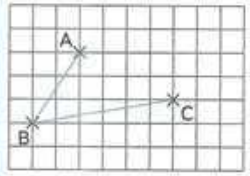
On trace la parallèle à (AB) passant par C.



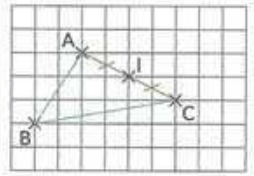
On trace la parallèle à (BC) passant par A. Ces deux droites sont sécantes en D. Ainsi ABCD a ses côtés opposés de supports parallèles deux à deux, c'est bien un parallélogramme.

Méthode 2 :

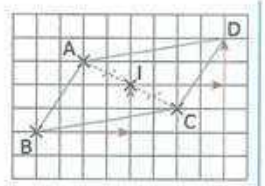
En utilisant la propriété des diagonales d'un parallélogramme



On trace les côtés [AB] et [BC] du quadrilatère ABCD. Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc ses diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu qu'on appelle I.



On trace le segment [AC] et on place son milieu I. C'est également le milieu du segment [BD].



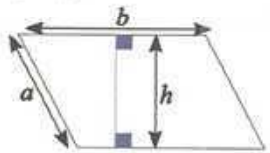
On place D tel que I soit le milieu du segment [BD] en comptant les carreaux. Ainsi ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, c'est donc bien un parallélogramme.

4. Périmètre et aire d'un parallélogramme

Formules

Périmètre : $P = 2 \times (a + b)$

Aire : $A = b \times h$



5 Travaux pratiques

Exercice corrigé

Justifier qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Dans chacun des cas de figure ci-dessous, justifie que le quadrilatère est un parallélogramme.

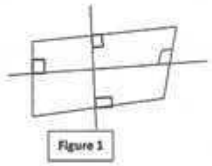


Figure 1

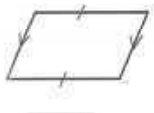


Figure 2


Figure 3

Corrigé

Figure 1 :
Le quadrilatère est un parallélogramme car ses côtés opposés ont des supports parallèles.

Figure 2 :
Le quadrilatère n'est pas croisé et ses côtés opposés ont la même longueur, donc c'est un parallélogramme.

Figure 3 :
Les diagonales de ce quadrilatère ont le même milieu donc c'est un parallélogramme.

Exercices non corrigés

1 Construction de parallélogramme

Construis un parallélogramme RSTU tel que RS = 4 cm, RU = 5 cm et mes $\widehat{SRU} = 110°$.

Donne ton programme de construction.

2 ABCD est un parallélogramme tel que AB = 7cm et AD = 5 cm.
I est le milieu du segment [AC]. Fais une figure.
Cite tous les segments de même longueur.

3 Périmètre et aire d'un parallélogramme

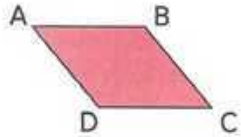
Un parallélogramme a pour périmètre 16 cm et un côté de longueur 5 cm.
Détermine la longueur d'un côté consécutif au côté de 5 cm.
Fais une figure.
Représente sur la figure, la hauteur correspondant au côté de 5 cm.
À l'aide de la règle graduée, mesure cette hauteur, puis, calcule l'aire du parallélogramme.

6 Exercices

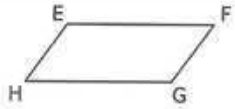
Exercices de fixation

Définition

1 Parmi tous ces noms, relève ceux qui correspondent au parallélogramme ci-dessous.
ABCD ; BDAC ; ACDB ; BADC
BDCA ; DABC ; CBAD ; CABD
BCDA ; ABDC ; DBAC ; ADCB
BACD ; DACB ; CDBA ; DCBA.

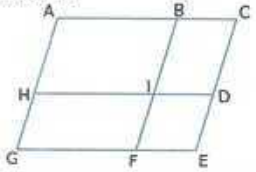


2 a) Trouve tous les noms possibles du parallélogramme ci-dessous.



b) Trouve quatre noms utilisant les lettres E, F,G et H qui ne correspondent pas à ce parallélogramme.

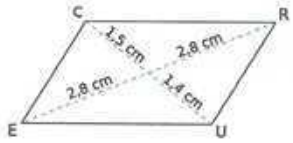
3 Cite tous les parallélogrammes que tu vois sur le dessin ci-dessous (un seul nom par parallélogramme).
Les droites (AC), (HD) et (GE) sont parallèles.
Les droites (AG), (BF) et (CE) sont parallèles.



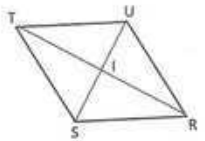
4 Réponds à chacune des affirmations par vrai ou faux en écrivant le numéro de l'affirmation, suivi de la lettre V si l'affirmation est Vraie et de F si non.

1. Tout quadrilatère est un parallélogramme.
2. Un parallélogramme peut être un quadrilatère croisé.
3. Les côtés consécutifs d'un parallélogramme ont toujours la même longueur.
4. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

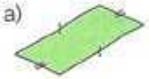
5 Le quadrilatère CRUE ci-dessous est-il un parallélogramme ? Explique pourquoi.



6 Sur la figure ci-dessous, RSTU est un parallélogramme de centre I. Cite tous les segments qui ont la même longueur. Justifie tes réponses.



7 Dans chaque cas, indique si les codages permettent ou non de prouver que le quadrilatère est un parallélogramme. Justifie ta réponse.

a) 

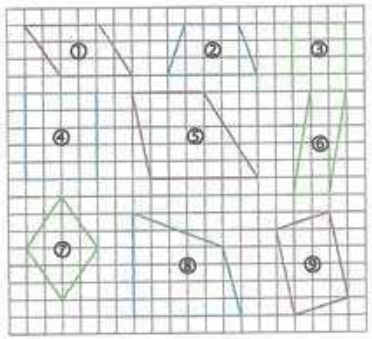
b) 

c) 

d) 

8 ***Parallélogramme ou pas ?***

Observe tous les quadrilatères ci-dessous et cite tous ceux qui sont des parallélogrammes en justifiant ta réponse.



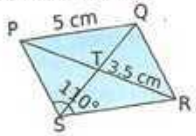
Reproduis les parallélogrammes sur ton cahier et code-les.

9 STUV est un parallélogramme de centre O.

a) Fais deux phrases utilisant le mot « milieu ».

b) Sachant que OV = 3 cm et SU = 8 cm, indique la longueur de quatre autres segments. Justifie ta réponse.

10 PQRS est un parallélogramme de centre T.



a) Quelle est la mesure du segment [TP] ? Justifie ta réponse.

b) Peut-on déterminer la longueur [SP] ?

Construction

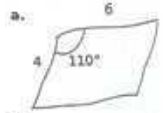
11 1. Place trois points non alignés M, N et P.
2. Construis le point Q tel que MNPQ soit un parallélogramme.

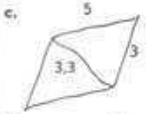
12 Construis un parallélogramme EFGH tel que EG = 3 cm et FH = 2 cm.

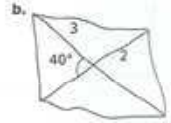
13 Construis seulement à l'aide de ton compas et de ta règle graduée un parallélogramme ABCD tel que : AB = 3 cm et BC = 4 cm.
Donne ton programme de construction.

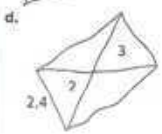
14 Trace un segment [GR] de longueur 7 cm. Construis un parallélogramme dont [GR] est un côté puis un autre dont [GR] est une diagonale.

15 Construis en vraie grandeur les parallélogrammes schématisés ci-dessous en utilisant les instruments de ton choix. (Les longueurs sont exprimées en centimètres.)

a. 

c. 

b. 

d. 

16 Dans chaque cas, construis un parallélogramme en respectant les contraintes données.

a) Lise tel que LI = 5 cm et IS = 2,5 cm en utilisant l'équerre et la règle graduée.

b) MARC tel que MR = 7 cm et AC = 6 cm en utilisant la règle graduée.

c) NOAH tel que NO = 3 cm et NA = 8 cm en utilisant le compas et la règle graduée.

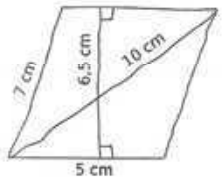
d) Les parallélogrammes tracés sont-ils les mêmes pour tous les élèves de la classe ?

Périmètre et aire

17 Calcule le périmètre d'un parallélogramme EFGH tel que EF = 2,5 cm et FG = 3 cm.

18 Détermine l'aire d'un parallélogramme dont un côté mesure 3,5 mètres et la hauteur correspondant à ce côté est 2 mètres.

19 Calcule l'aire et le périmètre de ce parallélogramme tracé à main levée.



20 Calcule l'aire de chaque parallélogramme dont les dimensions sont données ci-dessous.

a) Un côté mesure 6 cm et la hauteur relative à ce côté mesure 4 cm.

b) Un côté mesure 4,7 dm et la hauteur relative à ce côté mesure 7,2 cm.

c) Un côté mesure 2 cm et la hauteur relative à ce côté mesure 6,4 cm.

Exercices de renforcement

21 Est-il possible de construire un parallélogramme ABCD tel que.

- AD = 4 cm ;
- AB = 2,8 cm ;
- BD = 7 cm.

Pourquoi ?

22 Calcule la longueur demandée.

a) L'aire d'un parallélogramme est 36 cm² et l'un de ses côtés mesure 6 cm. Combien mesure la hauteur relative à ce côté ?

b) L'aire d'un parallélogramme est 15,12 cm² et l'une de ses hauteurs mesure 3,6 cm. Combien mesure le côté associé à cette hauteur ?

23 IJKL est un parallélogramme.

a) Fais un dessin à main levée et code les longueurs et les angles de même mesure.

b) Écris les égalités de longueurs et les égalités d'angles.

24 a) Construis trois segments [AB], [CD] et [EF] ayant le même milieu O.

b) Construis trois parallélogrammes dont les sommets sont parmi les points A, B, C, D, E et F.

c) Nomme chacun des trois parallélogrammes.

Propriétés du parallélogramme

25 Pour chaque énoncé, trace une figure à main levée puis justifie tes réponses.

a) Le quadrilatère NOIR est un parallélogramme tel que RN = 4 cm. Donne la longueur OI.

b) Le quadrilatère BLEU est un parallélogramme de centre S tel que sa diagonale [BE] a pour longueur 8 cm. Donne la longueur BS.

26 Construis les parallélogrammes ABCD,EFGH et IJKL de centre M respectant les conditions suivantes.

a) AB = 5 cm, AD = 3, 5 cm et BD = 7 cm.

b) EF = 2 cm, EH = 4,5 cm et EG = 3,5 cm.

c) IJ = 6 cm, JM = 5 cm et IM = 4 cm.

27 Après avoir tracé une figure à main levée, construis en vraie grandeur :

a) un parallélogramme VERT tel que VT = 5 cm, mes ERT = 125° et VE = 4 cm ;

b) un parallélogramme BLEU de centre I tel que BL = 6 cm, UI = 3 cm et IE = 4 cm ;

c) un parallélogramme NOIR tel que NI = 62 mm, mes NIR = 40° et mes RNI = 30°.

28 a) Trace deux cercles concentriques de centre O.

b) En te servant uniquement d'une règle non graduée, trace un parallélogramme de centre O dont deux sommets appartiennent à l'un des cercles et les deux autres à l'autre cercle.

29 a) Trace un parallélogramme BLEU d'aire 27 cm².

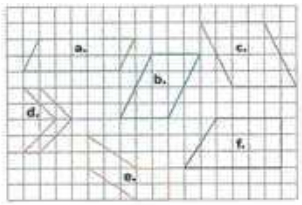
b) Trace un parallélogramme NOIR d'aire 11 cm².

c) Trace trois parallélogrammes non superposables d'aire 36 cm.

d) L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifie ta réponse.
« Si deux parallélogrammes ont la même aire, alors ils ont le même périmètre. »



30 Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire de chaque figure suivante en utilisant des aires de parallélogramme.



31 a) En prenant comme unité d'aire un carreau de ton cahier, réalise trois figures différentes de cinq unités d'aire.

b) Ces figures ont-elles le même périmètre ?

32 a) En prenant comme unité de longueur la longueur d'un carreau de ton cahier, réalise trois figures différentes qui ont un périmètre de douze unités.

b) Ces figures ont-elles la même aire ?

33 Recopie et complète le tableau suivant où C est la longueur du côté du carré, P son périmètre et A son aire.

C	4 cm	7 cm	9 dm		
P				35 mm	
A					36 m²

34 Les mesures de cinq rectangles sont données en centimètres.

	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5
Longueur	3	5	8	9	8
Largeur	2	3	6	7	1,5

a) Calcule le périmètre de chaque rectangle.

b) Calcule l'aire de chaque rectangle.

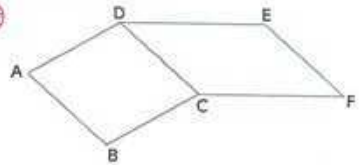
Exercices d'approfondissement

35 a) Construis un rectangle de dimensions 5,1 cm et 3,3 cm.

b) Construis un carré ayant le même périmètre que ce rectangle.

c) Le rectangle et le carré ont-ils la même aire ?
Explique.

36



a) ABCD et CDEF sont deux parallélogrammes. Justifie que ABFE est un parallélogramme.

b) Déduis-en que AE = BF.

37 Pour chaque énoncé, trace une figure à main levée et justifie tes réponses.

a) Le quadrilatère CRUE est un rectangle de centre O, tel que CU = 5,5 cm.
Donne la longueur RE.

b) Le quadrilatère BALI est un rectangle de centre M. Justifie que le triangle BAM est isocèle.

c) Le quadrilatère TORE est un carré de centre D tel que TO = 3,7 cm.
Donne la longueur OR.

38 a) Place trois points R, S et T non alignés et trace la droite (d) parallèle à la droite (RS) passant par le point T.

b) Trace le cercle de centre T et de rayon RS. Il coupe la droite (d) en deux points U et V.

c) Nomme les deux quadrilatères dont trois des sommets sont R, S et T. Justifie que ce sont des parallélogrammes.

39 Un rectangle a pour dimensions 4,3 m et 7,8 m.
On double sa largeur et sa longueur.

a) Que se passe-t-il pour son périmètre ?

b) Que se passe-t-il pour son aire ?

40 Construis un parallélogramme qui a un côté de 6 cm de longueur, un périmètre de 20 cm et une aire de 18 cm². Justifie ta construction en indiquant tes calculs.

41 a) ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD]. La perpendiculaire à (AC) passant par D coupe (AB) en I et la perpendiculaire à (AC) passant par B coupe (DC) en J.
Construis la figure.

b) Justifie que le quadrilatère IBJD est un parallélogramme.

42 Construis un carré, un rectangle et un triangle rectangle ayant chacun pour aire 16 cm².

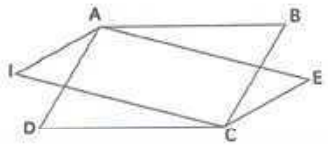
43 a) Soit ABCD un parallélogramme. Les droites (AC) et (BD) se coupent en O. Fais une figure.

b) Démontre que O est le milieu de [AC].

c) Soit E le milieu de [DO] et F le milieu de [BO]. Explique pourquoi O est le milieu de [EF].

b) Démontre que AECF est un parallélogramme.

44 Sur la figure ci-dessous, ABCD et AECI sont des parallélogrammes.



Justifie que IBED est un parallélogramme.

45 Dans chaque cas, trace une figure codée à main levée puis explique pourquoi le quadrilatère est un parallélogramme.

a) JEUX est un quadrilatère de centre K tel que KJ = KU et KX = KE.

b) GARS est un quadrilatère tel que (GA) est parallèle à (SR) et (GS) est parallèle à (RA).

c) VERS est un quadrilatère non croisé tel que (VE) est parallèle à (SR) et VE = SR.

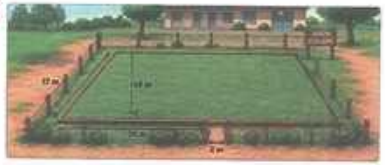
46



Un couturier découpe une bande de tissu en forme de parallélogramme. La base mesure 2,4 m et la hauteur correspondante mesure 0,75 m.

1. Calcule l'aire de la bande de tissu.
2. Il découpe dans cette bande six morceaux identiques de 0,25 m² chacun. Calcule l'aire de tissu restante.
3. Un mètre carré de tissu coûte 3 500 F CFA. Calcule la valeur de toute la bande.

47



Un jardin scolaire a la forme d'un parallélogramme. Sa base mesure 25 m, sa hauteur 14 m et son autre côté 17 m.

1. Calcule l'aire du jardin.
2. Calcule son périmètre.
3. Les élèves utilisent 3 kg d'engrais pour 50 m2. Quelle masse d'engrais faut-il pour tout le jardin ?
4. Le jardin est clôturé en laissant une ouverture de 2 m pour le portail. Quelle longueur de grillage faut-il acheter ?

48 Une partie de la cour d'un collège doit être pavée. Elle a la forme d'un parallélogramme dont les côtés mesurent 32 m et 20 m.

La hauteur relative au côté de 32 m est 15 m.

Les pavés sont vendus à 8 000 F CFA le mètre carré. Une bordure doit également être posée tout autour de la surface, à raison de 3 500 F CFA le mètre.



1. Réalise un schéma codé de la cour.
2. Calcule son aire.
3. Calcule le coût des pavés.
4. Calcule le périmètre de la cour.
5. Calcule le coût de la bordure.
6. Détermine le coût total de l'aménagement.
7. Le collège dispose de 4 100 000 F CFA. Cette somme est-elle suffisante ? Justifie.

49 Pour payer leur droit de participation au tournoi du village organisé pendant les grandes vacances scolaires, un groupe de jeunes décident de défricher la parcelle proposée par monsieur Lago, un cultivateur dudit village. Un hectare de parcelle est défriché au prix de 25 000 F CFA.

Monsieur Lago présente la parcelle qui, selon lui, fait un hectare, tout en donnant un plan et les informations suivantes au groupe :

- La parcelle a la forme d'un quadrilatère ;
- Les côtés opposés de la parcelle ont la même longueur ;
- Le tour de la parcelle fait 600 mètres.

Plan détaillé de la parcelle



Les membres du groupe ne voulant pas défricher plus d'un hectare pour le prix d'un, décident de se faire aider par leurs camarades de 5e pour vérifier la superficie donnée par monsieur Lago.

1. Justifie que la parcelle a la forme d'un parallélogramme.
2. Justifie que les longueurs des côtés de la parcelle sont 100 mètres et 200 mètres.
3. Calcule l'aire de la parcelle et prononce-toi sur la superficie donnée par monsieur Lago.

7 Récréation mathématique

Énigmes !

Dans chaque cas, construis tous les quadrilatères qui satisfont aux énigmes suivantes.

a) Je suis un quadrilatère dont les angles opposés sont égaux deux à deux.
Mon aire vaut 28 cm² et mon périmètre 24 cm. Mes côtés ont des mesures entières.

b) Je suis un parallélogramme dont les diagonales sont de même longueur.
La connaissance soit de la longueur d'une diagonale, soit d'un de mes côtés suffit pour que l'on puisse calculer mon aire qui est égale à 8 cm².

c) Je suis un quadrilatère non croisé qui a deux côtés consécutifs égaux et qui possède ses diagonales perpendiculaires.
Mon aire vaut 24 cm².
Mes diagonales ont des mesures entières et mon centre se trouve au quart de la plus grande diagonale.



12 Leçon

Pavés droits et cylindres droits

Plusieurs objets de la vie courante ont la forme d'un pavé droit ou d'un cylindre droit : la boîte renfermant la pâte dentifrice, le seau d'eau, etc. Ces formes sont aussi couramment utilisées en architecture.

Objectifs de la leçon

- Identifier un pavé droit ; un cylindre droit ainsi que leurs patrons.
- Décrire un pavé droit, un cylindre droit.
- Dénombrer les sommets d'un pavé droit, les arêtes d'un pavé droit et les faces d'un pavé droit.
- Connaître les formules d'aires et de volume d'un pavé droit et d'un cylindre droit.
- Calculer les aires relatives à un pavé droit ; l'aire latérale d'un cylindre droit ; le volume d'un cylindre droit ; le volume d'un pavé droit.
- Construire un patron de pavé droit ; de cylindre droit.
- Réaliser un pavé droit ; un cylindre droit, à partir d'un patron.

1 Connaissances essentielles pour cette leçon

Exercice

1. **Calculer l'aire d'un rectangle.**
Calcule l'aire d'un rectangle de longueur 5 cm et de largeur 4 cm.

2. **Calculer le périmètre d'un cercle, l'aire d'un disque.**
Calcule le périmètre d'un cercle de rayon 3 cm et l'aire d'un disque de rayon 3 cm.

2 Situation d'apprentissage

Yapo, propriétaire d'une villa à Bouaké, constate que la fosse septique de sa maison est pleine. Il fait appel à un entrepreneur, spécialiste de la vidange qui dispose d'un camion-citerne. À l'arrivée du camion, Yapo se demande si la citerne pourra vider entièrement sa fosse septique en un seul tour.





Disposant des dimensions de la citerne et de la fosse septique ainsi que de leurs formes géométriques, le fils de Yapo, élève en classe de sixième, cherche à déterminer le nombre de tours que l'entrepreneur fera.

Pour cela, il décide d'identifier les différents solides et leurs caractéristiques et de calculer leurs volumes.

3 Activités d'approche

❶ Pavé droit

1. Mory dispose d'un jeu de cubes tels que celui-ci :

   En assemblant six de ces cubes, il obtient un solide vert :

   a) Comment s'appelle ce solide ?

   b) Combien a-t-il de faces ?

   Donne la nature de chaque face ;

   Combien y en a-t-il de différentes tailles ? dessine chacune d'elles en vraie grandeur sachant que l'arête du petit cube est 1 cm la boîte.

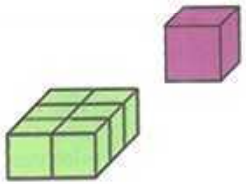
2. Pour aller plus loin...

   a) Donne le nombre de pavés droits différents que tu peux construire à l'aide de huit cubes identiques.

   b) Détermine dans chaque cas le nombre de faces, d'arêtes et de sommets du pavé droit.

   c) Quel(s) est (sont) celui (ceux) qui a (ont) la plus grande arête ? La plus petite arête ?

   d) Quel(s) est (sont) celui (ceux) qui a (ont) la plus grande face ? La plus petite face ?



Synthèse

- Le solide vert obtenu est un pavé droit (ou un parallélépipède rectangle). Il est constitué de 6 faces, toutes rectangulaires ; deux sont les bases et les quatre autres, les faces latérales.
- Un pavé droit possède 12 arêtes qui sont les côtés des faces et 8 sommets.
- Sur une même face, les supports des arêtes sont perpendiculaires ou parallèles.
- Trois dimensions la définissent : longueur, largeur et hauteur.
- Un cube est un pavé droit dont les arêtes ont la même longueur.

❷ Patron d'un pavé droit

1. Dimensions de la boîte.

   Mel a sous les yeux une boîte qu'il voudrait reconstruire à l'identique, en papier.

   Cette boîte a la forme d'un pavé droit.

   a) Il mesure les côtés d'une face et trouve 2,5 cm et 3,5 cm.
   Reproduis cette face en grandeur réelle sur ton cahier.

   b) Il mesure une autre face et constate qu'elle a la même largeur que la première et qu'elle est deux fois plus longue. Reproduis cette seconde face.

   c) Malheureusement, il n'a pas le temps de prendre d'autres mesures et doit rentrer chez lui. Avec ce qu'il a pu mesurer, a-t-il toutes les informations pour construire la boîte ? Si oui, donne les dimensions de la troisième face et reproduis-la.

2. Construis un patron possible de ce pavé droit.

   Y a-t-il plusieurs possibilités ?
   Découpe et assemble le patron.

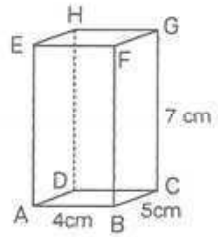


Synthèse

- Un patron ou développement d'un pavé droit est une figure plane qui permet par pliage d'obtenir le pavé droit.
- Un pavé droit peut avoir plusieurs patrons.

❸ Aire d'un pavé droit

1 On considère le pavé droit ci-dessous.



   a) Calcule l'aire de chacune de ses 4 faces latérales.

   b) Calcule la somme de ces aires.

2. Calcule l'aire de chacune des bases.

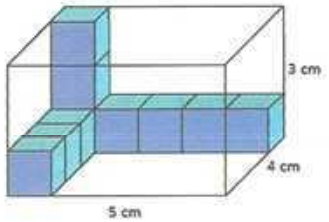
3. Déduis-en la somme des aires de toutes les faces de ce pavé.

Synthèse

- La somme des aires des 4 faces latérales s'appelle l'aire latérale du pavé droit.
- La somme des aires des 4 faces latérales et des 2 bases s'appelle l'aire totale du pavé droit.

❹ Volume d'un pavé droit

1. On souhaite remplir la boîte ci-dessous en forme de parallélépipède rectangle avec des cubes d'un centimètre d'arête.



On rappelle qu'un cube de 1 cm d'arête a un volume de 1 cm^3.

a) Combien de cubes faut-il pour remplir le fond de la boîte ?

b) Combien de couches faut-il pour remplir la boîte ?

c) Combien de cubes faut-il au total pour remplir toute la boîte ?

d) Déduis-en le volume de cette boîte.

2. Reprends les questions précédentes avec une boîte de dimensions 9 cm, 10 cm, 12 cm.

3. Quelles dimensions doit-on connaître pour calculer le volume d'un parallélépipède rectangle ?
Déduis-en une formule permettant de le calculer.

Synthèse

- Le volume d'un pavé droit de dimensions L, l et h est :
$V = L \times l \times h$, avec L, l et h exprimées avec la même unité.
- Dans le cas particulier du cube, $V = a \times a \times a$.

❺ Cylindre droit



Observe l'objet ci-contre.

1. Combien de faces planes possède-t-il ?
2. Quelle est la forme de ces faces ?
3. Ces deux faces ont-elles les mêmes dimensions ?
4. Sont-elles parallèles ?
5. L'objet possède-t-il des sommets ?
6. Possède-t-il des arêtes droites ?
7. Que se passe-t-il lorsque vous le posez sur sa surface courbe et que vous le poussez ?

Synthèse

Cet objet est un cylindre droit

- Un cylindre droit possède 2 bases qui sont des disques de même rayon
- La surface qui relie les deux bases est appelée face latérale
- La distance entre les deux bases est appelée hauteur.

❻ Patron d'un cylindre droit

1. Enroule une feuille autour de la boîte cylindrique et marque la longueur nécessaire pour faire exactement un tour.
2. Retire la feuille et étale-la. Quelle figure géométrique obtiens-tu ?
3. Pose chaque base sur une feuille et trace son contour. Quelles figures obtiens-tu ?
4. Dessinez les figures nécessaires pour reconstituer toute la surface de la boîte.

Synthèse

Lorsque la surface latérale est déroulée, elle forme un rectangle.
Un patron du cylindre droit est constitué d'un rectangle et de deux cercles.

❼ Aires et volume d'un cylindre droit

Considérons un cylindre droit de rayon r et de hauteur h.

1. Calcule l'aire de sa surface latérale (Rectangle de dimensions la hauteur et le périmètre de la base).
2. Calcule l'aire de sa base (Disque de rayon r).
3. Le cylindre peut être considéré comme un empilement de disques identiques sur une hauteur h.
Propose une formule pour calculer son volume.

Synthèse

- L'aire de la surface latérale est appelée aire latérale du cylindre.
- La somme de l'aire latérale et des aires des 2 bases est appelée aire totale du cylindre.
- Le volume d'un cylindre droit est le produit de l'aire de la base circulaire par sa hauteur.

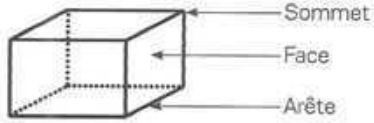
4 Cours - Méthodes

1. Pavé droit

1.1 Définition

Définition

Un **pavé droit** est un solide qui possède six faces qui sont des rectangles.



Un **cube** est un pavé droit dont les faces sont des carrés.



Vocabulaire

Le pavé droit se nomme aussi parallélépipède rectangle.

Propriété

Un pavé droit possède 6 faces (des rectangles), 12 arêtes et 8 sommets.

1.2. Patron d'un pavé droit

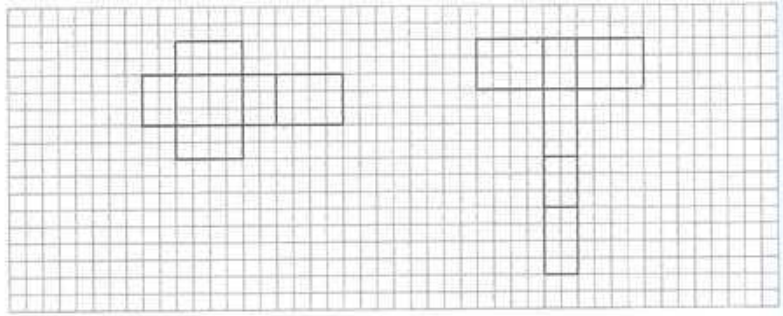
Un patron d'un solide est une figure obtenue en « découpant » ce solide le long de certaines arêtes et en l'aplatissant.

Remarque

- Un patron d'un pavé droit est composé de 6 rectangles.
- Un pavé droit donné a plusieurs patrons possibles.

Exemple :

Voici deux patrons d'un pavé droit de longueur 4 cm, de largeur 3 cm et de hauteur 2 cm.



1.3. Aire latérale et aire totale d'un pavé droit

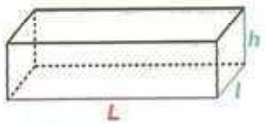
Définition

- L'aire latérale d'un pavé droit est la somme des aires de ses faces latérales.
- L'aire totale d'un pavé droit est la somme des aires de toutes ses faces.

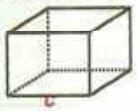
1.4. Volume d'un pavé droit et d'un cube

Formule

Volume du pavé droit : $V = L \times l \times h$.



Volume du cube : $V = c \times c \times c$.



Les dimensions doivent être exprimées dans la même unité.

Exemple :

Calcule le volume d'un pavé droit de longueur 32 mm, de largeur 2,5 cm et de hauteur 0,4 dm.

$V = L \times l \times h$ → On écrit la formule.

On choisit une unité commune, ici le cm.

$V = 3{,}2\text{ cm} \times 2{,}5\text{ cm} \times 4\text{ cm}$. → On remplace par les données numériques exprimées dans la même unité : 32 mm = 3,2 cm et 0,4 dm = 4 cm.

$V = 32\text{ cm}^3$.

Le volume du pavé droit est 32 cm^3.

2. Cylindre droit

2.1 Définition

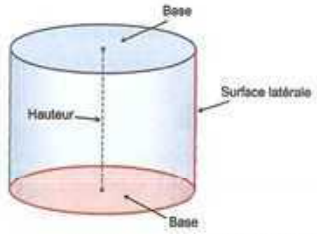
Définition

Un cylindre droit est un solide qui possède deux bases en forme de disques, identiques et parallèles.

La surface qui relie les deux bases est appelée surface latérale.

La hauteur du cylindre droit est la distance entre les deux bases.

Le cylindre droit ne possède aucun sommet.

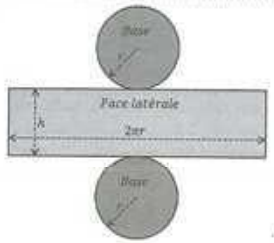


2.2. Patron d'un cylindre droit

Définition

Le patron d'un cylindre droit est formé de deux disques identiques et d'un rectangle.

La longueur du rectangle correspond au périmètre d'une base.



2.3. Aires et volume d'un cylindre droit

Formule

- **L'aire latérale** d'un cylindre droit de rayon r et de hauteur h est égale au produit du périmètre de la base par la hauteur du : $A_{latérale} = P_{base} \times h = 2 \times \pi \times r \times h$.
- **L'aire totale** d'un cylindre est égale à la somme de son aire latérale et des aires de ses deux bases.
- **Le volume** d'un cylindre droit de rayon r et de hauteur h est égale au produit de l'aire de la base par la hauteur du : $V = A_{base} \times h = \pi \times r \times r \times h$.

Exemple :

Détermine le volume d'un cylindre droit de rayon 5 cm et de hauteur 12 cm.

On calcule l'aire d'une base qui est un disque de rayon 5 cm :

$A_{base} = \pi \times 5\text{ cm} \times 5\text{ cm} = 25\pi\text{ cm}^2$.

On multiplie l'aire d'une base par la hauteur :

$V = A_{base} \times h = 25\pi\text{ cm}^2 = 300\pi\text{ cm}^3$

Une valeur approchée du volume de ce cylindre est 942 cm^3.

5 Travaux pratiques

1 Construire un patron d'un cylindre doit.

Construis le patron d'un cylindre droit de rayon de base 1 cm et de hauteur 7cm.

Corrigé

Construisons le patron d'un cylindre droit de rayon de base 1 cm et de hauteur 7 cm.

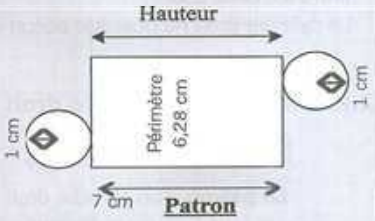
Calcul du périmètre du cercle ;

Soit p ce périmètre :

$P = 2 \times \pi \times r$

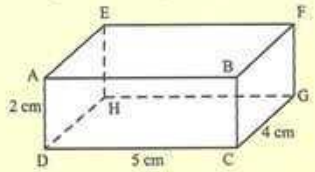
$P = 2 \times \pi \times 1$

$P = 6{,}28$ cm en prenant $\pi = 3{,}14$



Exercices non corrigés

1 Construis un patron du pavé droit ci-dessous :



2 Calcule l'aire latérale et l'aire totale du pavé droit de l'exrcice 1.

6 Exercices

Exercices de fixation

Description d'un pavé droit

1 Parmi les figures ci-dessous, quelles sont celles qui représentent un pavé droit ? Relève les numéros de ces figures.

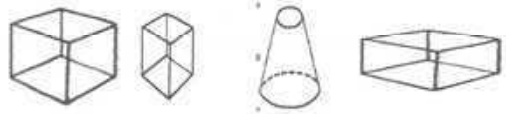


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

2 Pour chacune des lignes du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.
Écris le numéro de la ligne suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

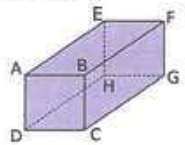
N°	Enoncés	A	B	C
1.	Les faces latérales d'un pavé droit sont des :	triangles	parallélogrammes	rectangles
2.	Un pavé droit a exactement :	8 sommets	6 sommets	4 sommets
3.	Un pavé droit a exactement :	8 faces latérales	6 faces latérales	4 faces latérales

3 ABCDEFGH est un pavé droit.
Complète chacune des phrases ci-dessous par l'un des mots suivants : sommet, arête, perpendiculaires, parallèles, face.
Le segment $[BC]$ est une ..... du pavé droit ABCDEFGH.
Le quadrilatère BFGC est une ... de ce pavé droit. Le point D est un .....du pavé droit. Les supports des arêtes $[AB]$ et $[BF]$ sont ..... Les supports des arêtes $[CG]$ et $[BF]$ sont .....

4 Ordonne les mots ou groupes de mots qui suivent pour obtenir une définition correcte.
toutes les arêtes – un pavé droit – est un cube – ont la même longueur – dont.

5 Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations suivantes
1. Les arêtes d'une même face d'un pavé droit ont des supports parallèles ou perpendiculaires.
2. Les faces latérales d'un pavé droit sont des carrés.
3. Tout pavé droit a un seul patron.

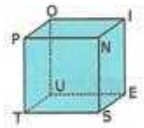
Définition – Propriétés

6 

Voici une représentation d'un parallélépipède rectangle ABCDEFGH.

a) Donne deux autres noms possibles pour ce pavé droit.
b) Combien a-t-il de sommets ? Nomme-les.
c) Donne le nombre de faces puis nomme-les.
d) Combien d'arêtes a-t-il ? Nomme-les.
e) Nomme les arêtes qui ne sont pas visibles.

7 Soit le cube POINTUES représenté ci-contre.

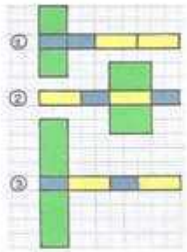


a) En les nommant, donne le nombre de sommets, le nombre d'arêtes et le nombre de faces de ce cube.
b) Quelle est la nature de la face PNST ?
c) Quelle est la nature de la face POIN ?
d) Quelles sont les faces cachées du cube?

8 On empile deux cubes identiques d'arête 2 cm l'un sur l'autre.
a) Décris le solide obtenu et donne ses dimensions.
b) Représente ce solide sur papier quadrillé.

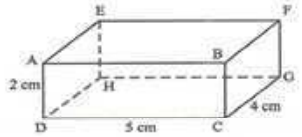
Patron de pavé droit

9 Identifie le patron qui permet de construire un pavé droit.



Aire et volume

10 Calcule le volume du parallélépipède rectangle ci-dessous :



11 Calcule le volume d'un cube de 4 cm d'arête.

Description d'un cylindre droit

12 Parmi les solides ci-dessous, quel(s) est (sont) celui(ceux) qui correspond(ent) à un cylindre droit ?

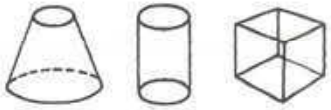


Figure 1

Figure 2

Figure 3

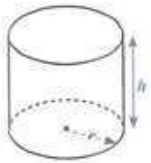

Figure 4


Figure 5

Patron, aire et volume d'un cylindre droit

13 On a représenté sur la figure ci-dessous un cylindre droit de hauteur h dont le rayon de la base est r.

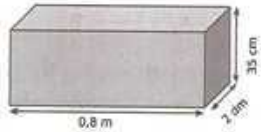
Calcule le volume exact en cm³ d'un cylindre droit de hauteur 15 cm dont le rayon de la base est 10 cm.



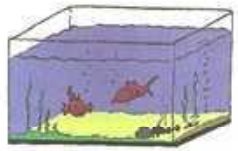
Donne une valeur approchée du résultat en litres au dixième.

Exercices de renforcement

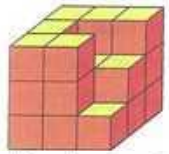
14 Calcule en litres la capacité de ce pavé droit.



15 Alex possède un aquarium qui a la forme d'un pavé droit dont les dimensions sont les suivantes : L = 60 cm, l = 40 cm et h = 50 cm.
Combien de litres peut contenir son aquarium au maximum ?



16 Le solide ci-dessous est composé de cubes ayant pour arête 3 cm.
La face du bas, la face arrière et la face de gauche sont des carrés.

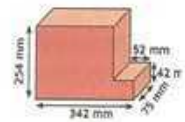


a) Combien de cubes faudrait-il ajouter pour obtenir un cube d'arête 9 cm ?
b) Combien de cubes contient ce solide ?
c) Dessine en vraie grandeur la face de dessus et la face de droite.

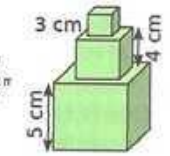
17 a) Calcule l'aire latérale du solide de l'exercice 14.
b) Calcule le volume du solide de l'exercice 16.

18 Calcule le volume de chaque solide.

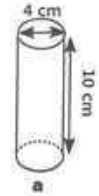
a)

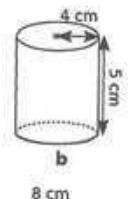


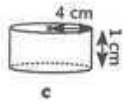
b)

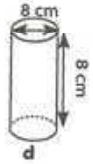


19 Range les cylindres droits dans l'ordre croissant de leur volume.
Explique ta réponse.









Exercices d'approfondissement

20 Trois cylindres droits ont pour hauteur 20 cm et pour rayon de la base respectivement 2 cm, 5 cm et 8 cm.
a) Construis un tableau faisant apparaître le rayon et l'aire latérale de chaque cylindre droit.
Obtiens-tu un tableau de proportionnalité ?
b) Deux cylindres droits ont pour hauteur 20 cm et pour rayon de base 80 cm et 22 cm.
Utilise la question précédente pour calculer mentalement l'aire latérale de ces cylindres.

21 Un coffre ancien est composé d'un pavé droit surmonté d'un demi-cylindre. (L'unité est le centimètre.)

a) Quel est le rayon du demi-cylindre ?

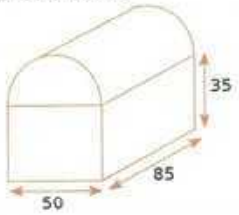
b) Dessine un patron du coffre.

c) Calcule l'aire latérale du coffre.

d) Calcule le volume occupé par le couvercle du coffre. Donne la valeur arrondie au cm^3.

e) Calcule le volume maximal du trésor.

f) Calcule le volume de ce coffre arrondi au cm^3.



22 Une table est composée d'un plateau rectangulaire de 3 cm d'épaisseur qui mesure 1,3 m de long et 0,8 m de large. Les pieds ont une base carrée de 9 cm de côté et une hauteur de 72 cm.

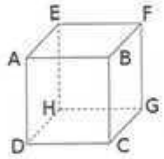


a) Calcule le volume de bois nécessaire pour fabriquer cette table.

b) Le bois qui constitue cette table une densité d'environ 0,7, ce qui signifie qu'un mètre cube de ce bois pèse 700 kg.

Combien pèse cette table si on la construit en bois ?

23 On a représenté ci-dessous un cube d'arête 4,5 cm.



a) Quelle est dans la réalité la nature du triangle BFG ? Justifie.

b) Quelle est dans la réalité la nature du triangle GBD ? Justifie.

c) Construis ces deux triangles en vraie grandeur.

24 Une boîte de médicaments a la forme d'un pavé droit de dimensions :

8 cm × 5 cm × 3 cm.

1. Indique le nombre de rectangles nécessaires pour réaliser son patron.
2. Donne les dimensions :
   - des deux grandes faces ;
   - des deux faces latérales ;
   - des deux faces restantes.
3. Construis un patron de cette boîte à l'échelle réelle.
4. Ajoute des languettes de collage.
5. Découpe, plie puis colle le patron pour obtenir la boîte.



25 Une boîte de conserve cylindrique a un rayon de 4 cm et une hauteur de 10 cm. On veut fabriquer une étiquette qui recouvre exactement sa surface latérale.

1. Quelle est la forme de l'étiquette une fois déroulée ?
2. Quelle est sa largeur ?
3. Quelle est sa longueur ?
4. Calcule l'aire minimale de papier nécessaire.
5. On ajoute une marge de 1 cm à la longueur de l'étiquette pour effectuer le collage. Quelles seront les dimensions finales de l'étiquette ?

26 Un commerçant hésite entre deux emballages pour conditionner un produit.

(Tu prendras : $\pi = 3{,}14$)

Emballage A : pavé droit

$L = 20$ cm, $l = 10$ cm, $h = 8$ cm.

Emballage B : cylindre droit

$r = 6$ cm, $h = 14$ cm.

1. Calcule le volume de l'emballage A.
2. Calcule le volume de l'emballage B.
3. Quel emballage peut contenir la plus grande quantité de produit ?
4. Calcule la différence entre les deux volumes.
5. Le commerçant doit conditionner 1 550 cm^3 de produit. Les deux emballages conviennent-ils ? Justifie.



27 Lors d'un voyage pour son commerce à Akowuebo, KONDON se rend à un entrepôt de grossistes. Elle souhaite acheter des boîtes de lait en poudre de forme cylindrique (rayon 5 cm, hauteur 10 cm) pour son magasin. Elle transporte ses achats dans un grand carton en forme de pavé droit (longueur 60 cm, largeur 40 cm, hauteur 50 cm). KONDON aimerait maximiser ses achats, mais elle veut aussi s'assurer que toutes les boîtes rentreront dans le carton sans espace pour une boîte supplémentaire.

Elle demande à sa fille en classe de 6e de l'aider à résoudre ce problème.

1. Calcule le volume d'une boîte de lait en poudre.
2. Calcule le volume du carton de transport.
3. En supposant que les boîtes doivent être disposées verticalement et serrées sans espace vide entre elles, détermine combien de boîtes KONDON peut acheter.

(Tu prendras : $\pi = 3{,}14$)

28 Un opérateur économique de la ville d'Adzopé achète deux fûts pour recueillir de l'eau dans son réceptif hôtelier. Quelques jours après cet achat, la SODECI annonce une interruption de la fourniture d'eau de 72 heures suite à un incident technique sur le réseau.

Inquiet, car ne sachant pas si la réserve d'eau pourra suffire pendant cette longue période, il te sollicite toi, élève en classe de 6e pour le situer.

Les dimensions des fûts sont données dans les figures ci-dessous ; la consommation journalière d'eau est en moyenne de 0,750 m³.

(Tu prendras : $\pi = 3{,}14$)

1. Calcule le volume du fût en forme de pavé droit.
2. Calcule le volume du fût en forme de cylindre droit.
3. Dis si la réserve d'eau pourra suffire pendant les 3 jours.



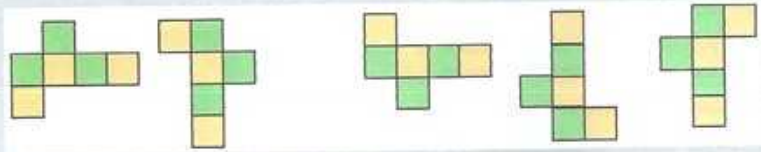
7 Récréation mathématique

Patrons du cube

Dessine tous les différents patrons d'un cube. Combien y en a-t-il ?

Attention : Deux patrons superposables ne comptent que pour un seul.

Exemple :





13 Leçon

Figures symétriques par rapport à un point

Le diamant est une pierre précieuse reconnaissable par sa brillance, sa couleur blanche, sa transparence et sa dureté. Cette photo révèle une symétrie entre la forme et son image.

Objectifs de la leçon

- Connaître les propriétés relatives aux symétriques par rapport à un point : de points alignés, d'une droite ; d'un segment, du milieu d'un segment, d'un cercle, d'un angle, de deux droites parallèles, de deux droites perpendiculaires.
- Construire le symétrique par rapport à un point : d'un point ; d'une droite, d'un segment, du milieu d'un segment ; d'un angle, d'un cercle.
- Construire les symétriques par rapport à un point : de deux droites parallèles, de deux droites perpendiculaires.
- Justifier que deux segments sont symétriques par rapport à un point ; que des points sont alignés ; qu'une droite donnée est son propre symétrique par rapport à un point ; qu'un point est milieu d'un segment ; qu'un point appartient à un segment, une demi-droite, une droite, un cercle ; qu'une droite donnée est son propre symétrique ; qu'un point appartient à un segment, une demi-droite, une droite, un cercle ; que deux segments ont la même longueur ; que deux angles ont la même mesure ; qu'un point est élément d'une figure donnée en utilisant un centre de symétrie de cette figure ; que deux cercles sont symétriques par rapport à un point ; qu'un point est centre de symétrie d'une figure ; que deux droites sont parallèles ; que deux droites sont perpendiculaires.
- Identifier un centre de symétrie d'une figure ; une figure admettant un centre de symétrie.

1 Connaissances essentielles

Exercice 1

1 Connaître les propriétés relatives au milieu d'un segment.

Relève les numéros des propositions justes.

1. Si $OA = OB$, alors O est le milieu du segment $[AB]$.

2. Si $M \in [PQ]$ et si $MP = MQ$, alors M est le milieu du segment $[PQ]$.

3. Si E est le milieu du segment $[UV]$, alors $EU = EV$.

4. Si les points O, A et B sont alignés, alors O est le milieu du segment $[AB]$.

5. Si E est le milieu du segment $[UV]$, alors points E, U et V sont alignés.

2 Reconnaître le milieu d'un segment

Parmi les figures ci-dessous, relève les numéros de celles où un point est milieu d'un segment.



Figure 1



Figure 2



Figure 4



Figure 3

3 Placer le milieu d'un segment

Trace un segment $[NM]$ de longueur 7 cm puis place son milieu A.

4 Reproduis la figure ci-dessous, puis place le point S de sorte que B soit le milieu du segment $[AS]$.



2 Situation d'apprentissage

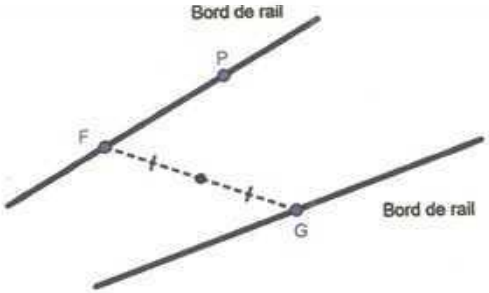


Dans la pose de rails de train, il est très important que les bords de ceux-ci soient parallèles pour ne pas endommager les trains et éviter ainsi de graves accidents.

Sur le schéma ci-dessous, on assimile les deux bords d'un rail de train à deux droites (FP) et (GS).

Un ingénieur présente ce schéma à des élèves de 6e venus visiter son chantier.

Il leur demande où placer le point S pour que les deux bords du rail soient parallèles.



3 Activités d'approche

1 Symétrique d'un point

Marque un point O.

- Place un point M à 2 cm de O, puis sur la droite (OM), place un point N à 2 cm de O.
- Place un point F à 5 cm de O, puis sur la droite (OF), place un point G à 5 cm de O.
- Place un point H. En utilisant le compas, place le point T de sorte que le point O soit le milieu du segment $[HT]$.

Synthèse

- Le point O est le milieu du segment [MN]. On dit que le point N est le symétrique de M par rapport à O.
- N est le symétrique de M par rapport à O signifie que O est le milieu du segment [MN].
- Si N est le symétrique de M par rapport au point O, alors M est le symétrique de N par rapport à O. On dit que les points M et N sont symétriques par rapport à O.

2 Symétrique d'une droite

- Trace une droite (L) puis marque le point I en dehors de (L).
- Marque trois points K, H et E sur la droite (L) : on dit que les points K, H et E sont alignés.
- Construis les points K′, H′ et E′, les symétriques respectifs de K, H et E par rapport à I.
- Trace la droite (K′H′).

  Quelle est la position du point E′ par rapport à la droite (K′H′) ?

Synthèse

- Les points K, H et E sont alignés. Leurs symétriques par rapport à I sont alignés.
- Si des points sont alignés, alors leurs symétriques par rapport à un point sont alignés.
- Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite.

3 Propriété du symétrique d'une droite

- Trace une droite (D) puis marque un point J n'appartenant pas à (D).
- Construis la droite (D′), symétrique de (D) par rapport à J.
- À l'aide d'instruments de géométrie, vérifie que la droite (D′) est parallèle à la droite (D).
- Trace une autre droite (D) et marque J sur (D), puis construis de nouveau la droite (D′). Que constates-tu ?

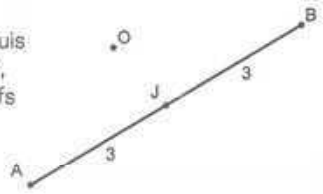
Synthèse

- Le symétrique d'une droite (D) par rapport à un point est une droite parallèle à (D).
- Si un point est sur une droite (D), alors le symétrique de (D) par rapport à ce point est la droite (D).

4 Symétriques d'un segment, du milieu d'un segment

L'unité est le centimètre.

1. a) Reproduis la figure ci-contre, puis construis les points A', B' et J', symétriques respectifs des points A, B et J par rapport à O.



   b) Compare la mesure du segment [A'B'] à celle du segment [AB].

2. Justifie que les points A', B' et J' sont alignés.

3. Compare les longueurs des segments [J'A'] et [J'B']. Que représente le point J' pour le segment [A'B'] ?

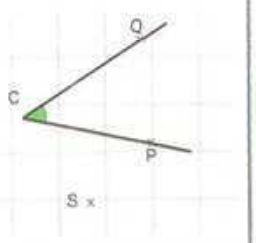
Synthèse

- Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment. De plus, les deux segments ont la même longueur.
- Le symétrique du milieu d'un segment est le milieu du symétrique de ce segment.

5 Symétrique d'un angle

1. Reproduis la figure ci-contre, puis construis les symétriques C', P' et Q' des points C, P et Q par rapport au point S.

2. Compare la mesure de l'angle obtenu à celle de l'angle $\widehat{QCP}$.



Synthèse

Le symétrique d'un angle par rapport à un point est un angle de même mesure.

6 Symétriques de droites parallèles, de droites perpendiculaires

- Place un point J.
- Trace deux parallèles (D) et (L) et construis leurs symétriques par rapport à J.
- Vérifie que les deux droites obtenues sont parallèles.
- Trace deux droites (UH) et (SH) perpendiculaires en H et construis leurs symétriques par rapport à J.
- Vérifie que les deux droites obtenues sont perpendiculaires.

Synthèse

- Si deux droites sont parallèles, alors leurs symétriques par rapport à un point sont des droites parallèles.
- Si deux droites sont perpendiculaires, alors leurs symétriques par rapport à un point sont des droites perpendiculaires.

7 Symétrique d'un cercle

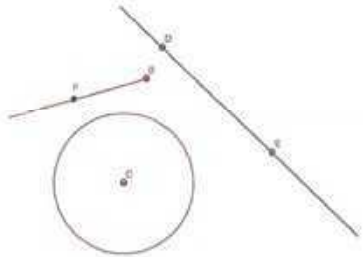
- Place deux points G et I.
- Trace le cercle de centre I et de rayon 5 cm et marque un point T sur ce cercle.
- Construis le symétrique I' de I par rapport à G et le symétrique T' de T par rapport à G.
- Trace le cercle de centre I' et passant par T'.
- Compare son rayon au rayon du premier cercle.

Synthèse

- Le symétrique d'un cercle par rapport à un point est un cercle.
- Un cercle et son symétrique par rapport à un point ont le même rayon.

8 Centre de symétrie d'une figure

Sur la figure ci-dessous, on a un segment [AB] de milieu F, une droite (DE) et un cercle de centre C.



1. Reproduis cette figure, puis :
   - Construis le symétrique du cercle par rapport à son centre.
   - Construis le symétrique du segment par rapport à son milieu.
   - Construis le symétrique de la droite par rapport à E.

2. Quelles remarques peux-tu faire à propos de chaque figure et son symétrique ?

Synthèse

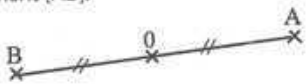
- Certaines figures sont leurs propres symétriques par rapport à un point.
- Lorsqu'une figure est son propre symétrique par rapport à un point, alors ce point est le centre de symétrie de cette figure. On dit aussi que cette figure admet un centre de symétrie.
- Un cercle admet un centre de symétrie qui est son centre.
- Un segment admet un centre de symétrie qui est son milieu.
- Une droite admet un centre de symétrie qui est un point quelconque de cette droite.

4 Cours - Méthodes

1. Symétrique d'un point

Définition

A et O sont deux sont deux points distincts du plan.
On appelle symétrique du point A par rapport au point O, le point B tel que O est le milieu du segment [AB].

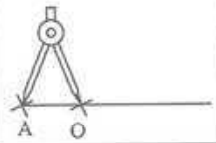
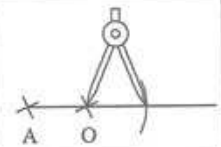
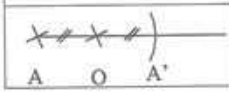


Remarques

- Si le point B est le symétrique du point A par rapport au point O, alors A est le symétrique de B par rapport à O : on dit que les points A et B sont symétriques par rapport à O.
- Le symétrique du point O, par rapport à O, est le point O lui-même.

Point méthode

Pour construire le symétrique d'un point par rapport à un point, on peut procéder comme suit :

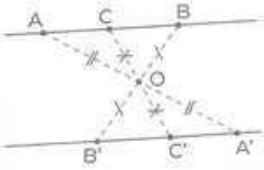
	
	Tracer la demi-droite [AO).
	Avec le compas, prendre l'écartement correspondant à la longueur OA.
	Reporter la longueur AO à partir de O.
	A' est le symétrique de A par rapport au point O.

2. Propriétés

2.1. Symétriques de points alignés – Symétrique d'une droite

Propriété

- Si des points sont alignés, alors leurs symétriques par rapport à un point sont des points alignés.
- Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite qui lui est parallèle.



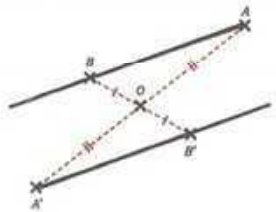
Méthode

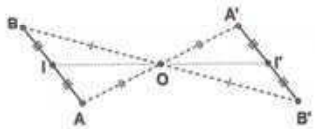
- Pour construire le symétrique d'une droite par rapport à un point, il suffit de construire les symétriques de deux points de cette droite.
- Pour justifier que des points sont alignés, on peut justifier qu'ils sont les symétriques par rapport à un point de points qui sont alignés.
- Pour justifier que deux droites sont parallèles, on peut justifier que l'une est le symétrique de l'autre par rapport à un point.

2.2. Symétrique d'une demi-droite – Symétrique d'un segment

Propriété

- Le symétrique d'une demi-droite par rapport à un point est une demi-droite. Leurs supports sont parallèles.
- Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur. Leurs supports sont parallèles.
- Le symétrique du milieu d'un segment par rapport à un point est le milieu du segment symétrique.





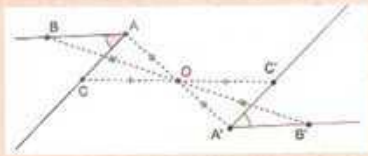
Méthode

- Pour construire le symétrique d'un segment par rapport à un point, il suffit de construire les symétriques de ses extrémités par rapport à ce point.
- Pour justifier que deux segments ont la même longueur, on peut justifier que l'un est le symétrique de l'autre par rapport à un point.

2.3. Symétrique d'un angle

Propriété

Le symétrique d'un angle par rapport à un point est un angle de même mesure.



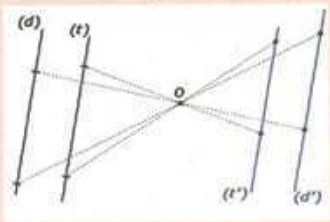
Méthode

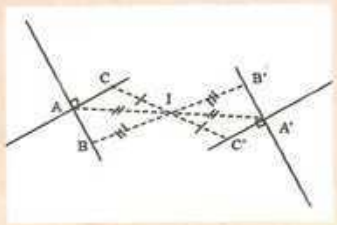
- Pour construire le symétrique d'un angle $\widehat{ABC}$ par rapport à un point, il suffit de construire les symétriques des points A, B et C par rapport à ce point.
- Pour justifier que deux angles ont la même mesure, on peut justifier que l'un est le symétrique de l'autre par rapport à un point.

2.4. Symétriques de deux droites parallèles ; de deux droites perpendiculaires

Propriété

- Les symétriques par rapport à un point de deux droites parallèles sont deux droites parallèles.
- Les symétriques par rapport à un point de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires.





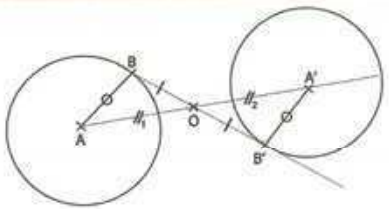
2.5. Symétrique d'un cercle

Propriété

Le symétrique d'un cercle par rapport à un point est un cercle de même rayon.

Méthode

Pour construire le symétrique d'un cercle par rapport à un point, il suffit de construire le symétrique de son centre.



3. Centre de symétrie

Définition

On appelle centre de symétrie d'une figure (F) le point A tel que le symétrique de la figure (F) par rapport au point A est la figure (F) elle-même.

Exemples :

Le segment

Le milieu d'un segment est son centre de symétrie.

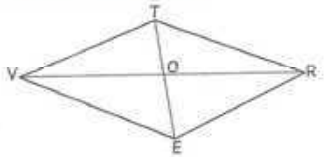


Le cercle

Le centre d'un cercle est son centre de symétrie.

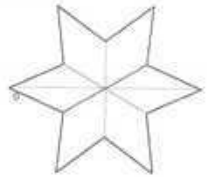


Le parallélogramme



Le point d'intersection des diagonales d'un parallélogramme est son centre de symétrie.

Une étoile

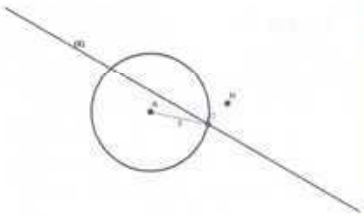


O est le centre de symétrie.

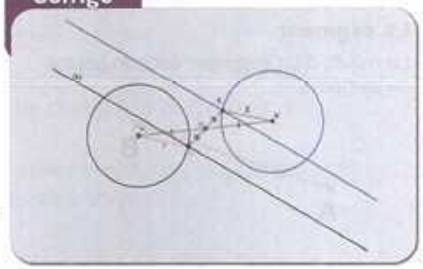
5 Travaux pratiques

1 Construire le symétrique d'un cercle par rapport à un point.

Reproduis la figure ci-dessous, puis construis le symétrique de la droite et du cercle par rapport à H.



Corrigé



2 Utiliser les propriétés

1. Reproduis et complète le tableau à l'aide de la figure codée ci-dessous.

Ce tableau s'appelle un tableau de correspondance.

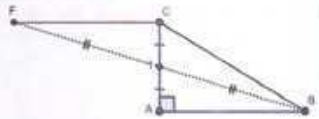
Points	A	B	C	I	F	$[FC]$	(AB)
Symétries par rapport à I							

2. Justifie que :

a) les segments $[FC]$ et $[AB]$ ont la même longueur.

b) la droite (AB) est parallèle à la droite (FC).

c) le symétrique de la droite (AF) par rapport à I est la droite (BC).



Corrigé

1. On obtient :

Points	A	B	C	I	F	$[FC]$	(AB)
Symétries par rapport à I							

2. D'après le tableau de correspondance ci-dessus et les propriétés de figures symétriques par rapport à un point :

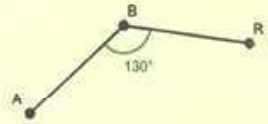
a) Le symétrique de $[AB]$ est $[FC]$. Donc les deux segments ont la même longueur.

b) Le symétrique de la droite (AB) est la droite (FC). Donc les deux droites sont parallèles.

c) Le symétrique de A est C et le symétrique de F est B. Donc le symétrique de la droite (AF) est la droite (CB).

Exercices non corrigés

1 1. Reproduis l'angle ci-dessous, puis construis le symétrique de cet angle par rapport au point A.



2. Donne la mesure de l'angle obtenu.

2 1. Construis un triangle quelconque ABC. Marque un point M sur le segment [BC].

2. Construis les symétriques H, N et S respectifs des points B, M et C par rapport au point A.

3. Justifie que les points H, N et S sont alignés.

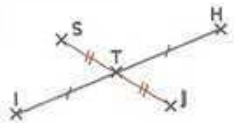
6 Exercices

Exercices de fixation

Symétrique d'un point

1 Remplace les pointillés par la lettre ou le groupe de mots qui convient parmi : le milieu ; D ; le symétrique.
I est .....de P par rapport ..... signifie que D est ..... du segment [IP].

2



Construis deux phrases qui utilisent le mot « symétrique » en rapport avec cette figure.

3 S et K sont symétriques par rapport à U, J et V sont symétriques par rapport à T.
Construis deux phrases qui utilisent le mot « milieu » en rapport avec cet énoncé.

Symétrie d'un segment

4 Les segments [AF] et [BG] sont symétriques par rapport au point E. Construis à main levée une figure codée qui illustre cet énoncé.

5 Marque un point K et trace un segment [SR] de mesure 6 cm. Construis le symétrique de ce segment par rapport à K.

6 Soit [EF] le symétrique par rapport à un point d'un segment [GH].
Si GH = 5 cm, alors EF est égale à :
a) 2,5 cm
b) 5 cm
c) 10 cm
d) 50 cm

Symétrique d'une droite – Symétriques de points alignés

7 Réponds par vrai ou par faux à chaque affirmation.
1. Le symétrique d'une droite par rapport à un point est un cercle.
2. Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite.

3. Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une demi-droite.
4. Les symétriques de points alignés par rapport à un point sont des points alignés.
5. Les symétriques de points alignés par rapport à un point sont des points non alignés.

8 Reproduis la figure ci-dessous puis construis le symétrique de la droite (D) par rapport au point K.



9 Reproduis la figure ci-dessous puis construis le symétrique de la demi-droite [PI) par rapport au point C.



Symétrique d'un angle

10 Marque un point I et trace un angle $\widehat{POF}$ de mesure 75°.
Construis le symétrique de cet angle par rapport à I.

11 Soit $\widehat{POIQ}$ le symétrique par rapport à un point de $\widehat{GOIM}$.
Si mes $\widehat{GOIM}$ = 30°,
alors mes $\widehat{GOIM}$ est égale à :
a) 15° ; b) 30° ; c) 60° ; d)150°
Recopie la bonne réponse.

Symétriques de deux droites parallèles ; de deux droites perpendiculaires

12 Réponds par vrai ou par faux à chaque affirmation

1. Si deux droites sont parallèles, alors leurs symétriques par rapport à un point sont des droites perpendiculaires.
2. Si deux droites sont parallèles, alors leurs symétriques par rapport à un point sont des droites parallèles.
3. Si deux droites sont perpendiculaires, alors leurs symétriques par rapport à un point sont des droites perpendiculaires.
4. Si deux droites sont perpendiculaires, alors leurs symétriques par rapport à un point sont des droites parallèles.

13 (D) et (Δ) sont deux droites parallèles.
P est un point du plan.
(D') est le symétrique de (D) par rapport à P et (Δ') est le symétrique de (Δ) par rapport à P.
Justifie que (D') et (Δ') sont parallèles.

14 (D) et (Δ) sont deux droites perpendiculaires.
P est un point du plan.
(D') est le symétrique de (D) par rapport à P et (Δ') est le symétrique de (Δ) par rapport à P.
Justifie que (D') et (Δ') sont perpendiculaires.

Symétrique d'un cercle

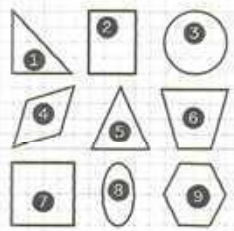
15 Réponds par vrai ou par faux à chaque affirmation.

1. L'image d'un cercle par rapport à un point est un cercle.
2. L'image d'un cercle par rapport à un point est une droite.
3. L'image d'un cercle par rapport à un point est un cercle dont le rayon est la moitié du rayon du premier cercle.
4. L'image d'un cercle par rapport à un point est un cercle de même rayon.

16 Marque deux points I et O.
Trace le cercle de centre O et de rayon 4,5 cm.
Construis le symétrique de ce cercle par rapport à I.

Centre de symétrie

17 Parmi les figures ci-dessous, écris les numéros de celles qui ont un centre de symétrie.



Exercices de renforcement

18 Soient A, B et H trois points non alignés.
Justifie que si A' est le symétrique de A par rapport à H et si B'est le symétrique de B par rapport à H, alors :
a) La droite (A'B') est parallèle à la droite (AB)
b) La droite (A'B) est parallèle à la droite (AB').

19 Relève le numéro de chaque proposition, suivi de vrai si la proposition est vraie ou de faux si elle est fausse.

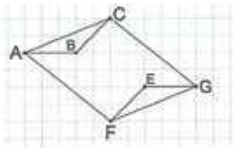
1. Si des points sont alignés, alors leurs symétriques par rapport à un point sont alignés.
2. Si des droites sont parallèles, alors leurs symétriques par rapport à un point sont des droites parallèles.
3. Un segment n'a pas de centre symétrie.
4. Le centre d'un cercle est un centre de symétrie de ce cercle.
5. Une droite n'a pas de centre de symétrie.

20 Pour chaque proposition, note le numéro suivi de vrai si la proposition est vraie ou de faux si elle est fausse.

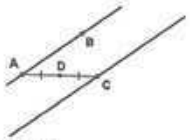
1. Tout point d'une droite est un centre de symétrie de cette droite.
2. Un cercle admet un centre de symétrie qui est son centre.
3. Si un point O est centre de symétrie d'une figure F, alors tout point de F est son propre symétrique par rapport à O.
4. Un segment admet un centre de symétrie qui est son milieu.
5. Si M' est le symétrique de M par rapport à un point I, alors les points M, I et M' sont alignés.

21 Construis un triangle quelconque EFG.
Construis le symétrique de ce triangle par rapport à G.

22 Construis le centre de symétrie de la figure ci-dessous.

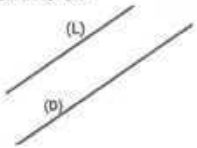


23 Construis le centre de symétrie de la figure ci-dessous.



24 Reproduis la figure ci-dessous.
Les droites (D) et (L) sont parallèles et symétriques par rapport à un point O qui n'apparaît pas sur la figure.

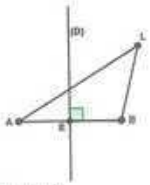
1. Construis le point O.
2. Donne un programme de construction.



25 Trace un cercle de centre I et de rayon 5 cm, puis marque un point F sur le cercle.
Construis le symétrique du cercle par rapport à F.
Justifie que le cercle obtenu a pour rayon 5 cm.

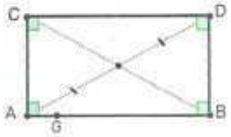
26 Reproduis la figure ci-dessous.

1. Construis les symétriques C et K des points A et B par rapport au point L.
   Construis la droite (D') symétrique de (D) par rapport à L.
2. Justifie que la droite (D') est perpendiculaire à la droite (CK).



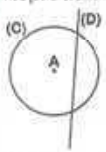
Exercices d'approfondissement

27
1. Reproduis la figure codée ci-dessous et construis le point E, symétrie de G par rapport à F.
2. Justifie que les points D, C, E sont alignés.



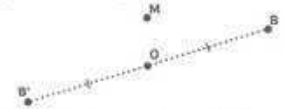
28
1. Construis un triangle équilatéral RSP. Construis les trois médiatrices de RSP qui se coupent en O. Construis les points E, F, A symétriques de R, S, P par rapport à O.
2. Justifie que le triangle EFA est équilatéral.

29 Reproduis la figure ci-dessous.



1. En utilisant uniquement une règle non graduée, construis la droite (D') symétrique de la droite (D) par rapport au point A.
2. Donne un programme de construction.
3. Construis un triangle LOI, rectangle en O, puis construis H, le milieu du segment [IL] et construis le point R, symétrique de O par rapport au point H.
4. Quelle la nature du triangle LIR ? Justifie ta réponse.

30 Reproduis la figure codée ci-dessous.



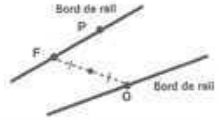
1. À l'aide des points B et B', construis le point M' symétrique du point M par rapport à O.
2. Donne un programme de construction.

31 Soit ABC un triangle tel que :
AB = 5 cm ; AC = 4,5 cm et BC = 5,5 cm.
Soit A' le symétrique de A par rapport à C et B' le symétrique de B par rapport à C.

1. Fais une figure.
2. Sans mesurer les côtés du triangle A'B'C, calcule en centimètre le périmètre de ce triangle.

32 Dans la pose de rails de train, il est très important que les bords de ceux-ci soient parallèles afin de ne pas endommager les trains et éviter ainsi de graves accidents.
Sur le schéma ci-après, on assimile les deux bords d'un rail de train à deux droites (FP) et (GS).
Un ingénieur présente ce schéma à des élèves de 6e venus visiter son chantier.
Il leur demande de savoir où placer le point P pour que les deux bords du rail soient parallèles.

1. Trace la droite (D) parallèle à (FP) passant par G.
2. Marque H le milieu du segment [FG], puis construis le symétrique S de P par rapport à H.
3. Justifie que le point S appartient à cette parallèle.





33 La façade d'un bâtiment comporte deux fenêtres identiques placées de part et d'autre du point O. Les sommets de la première fenêtre sont A, B, C et D. Ceux de la seconde sont A', B', C' et D'.



On sait que O est le milieu de chacun des segments : [AA'], [BB'], [CC'] et [DD'].

1. Justifie que A', B', C' et D' sont les symétriques respectifs de A, B, C et D.
2. Compare les dimensions des deux fenêtres.
3. Compare les angles correspondants.
4. Justifie que les deux fenêtres sont symétriques par rapport à O.
5. Le point O est-il nécessairement un centre de symétrie de toute la façade ? Explique.

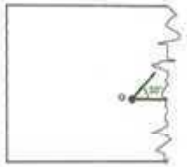
34 Une partie d'une clôture est représentée par le segment [AB] de longueur 2,8 m. Le segment [A'B'] est son symétrique par rapport au point O.

1. Construis les points A' et B'.
2. Justifie que les supports des segments [AB] et [A'B'] sont parallèles.
3. Justifie que ces deux segments ont la même longueur.
4. Si M est le milieu de [AB], construis son symétrique M'.
5. Que représente M' pour le segment [A'B'] ?

35 Yann est un élève en classe de 6e. Il doit faire à la maison la construction du symétrique d'un angle PQR par rapport au sommet Q. Au moment où il apprête son matériel de géométrie, son petit frère déchire une partie de sa feuille. Les points P et R ne sont plus visibles sur la feuille. (Voir ci-dessous.)

Yann ne sait pas comment s'y prendre maintenant pour faire cette construction.

1. Reproduis la figure ci-dessous, puis propose une construction du symétrique de l'angle PRQ par rapport à Q avec ce qui reste sur la feuille.
2. Donne un programme de construction.



7 Récréation mathématique

Pavage rectangulaire.

« Un pavage est une méthode de remplissage d'un espace à l'aide d'un motif répétitif, sans trou ni débordement. »

a) À partir d'une feuille au format A4, effectue deux pliages pour obtenir quatre rectangles de même taille comme sur le schéma ci-contre.

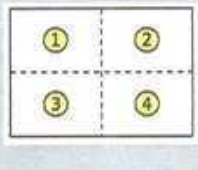
b) Sur ta feuille, construis dans le rectangle 1, la figure ci-dessous (O est le centre de l'arc de cercle).

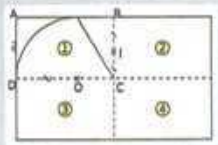
c) Construis le symétrique par rapport à I de la figure tracée dans le rectangle 1.
Dans quelle partie de la feuille va-t-il se situer ?

d) Construis le symétrique par rapport à C de la figure dans le rectangle 1.
Dans quelle partie de la feuille va-t-il se situer ?

e) Construis le symétrique par rapport à C de la figure tracé dans le rectangle 2.
Dans quelle partie de la feuille va-t-il se situer ?

f) Rassemble toutes les feuilles du groupe que tu placeras les unes à côté des autres pour former un grand rectangle.
C'est un pavage rectangulaire.







ISBN : 978-2-84770-246-0

246

Maquette et Mise en page: Service Production
Achevé d'imprimer pour le compte
des ÉDITIONS ÉBURNIE
Aout 2026
Dépôt légal n° 10658 – 2e Trimestre 2013