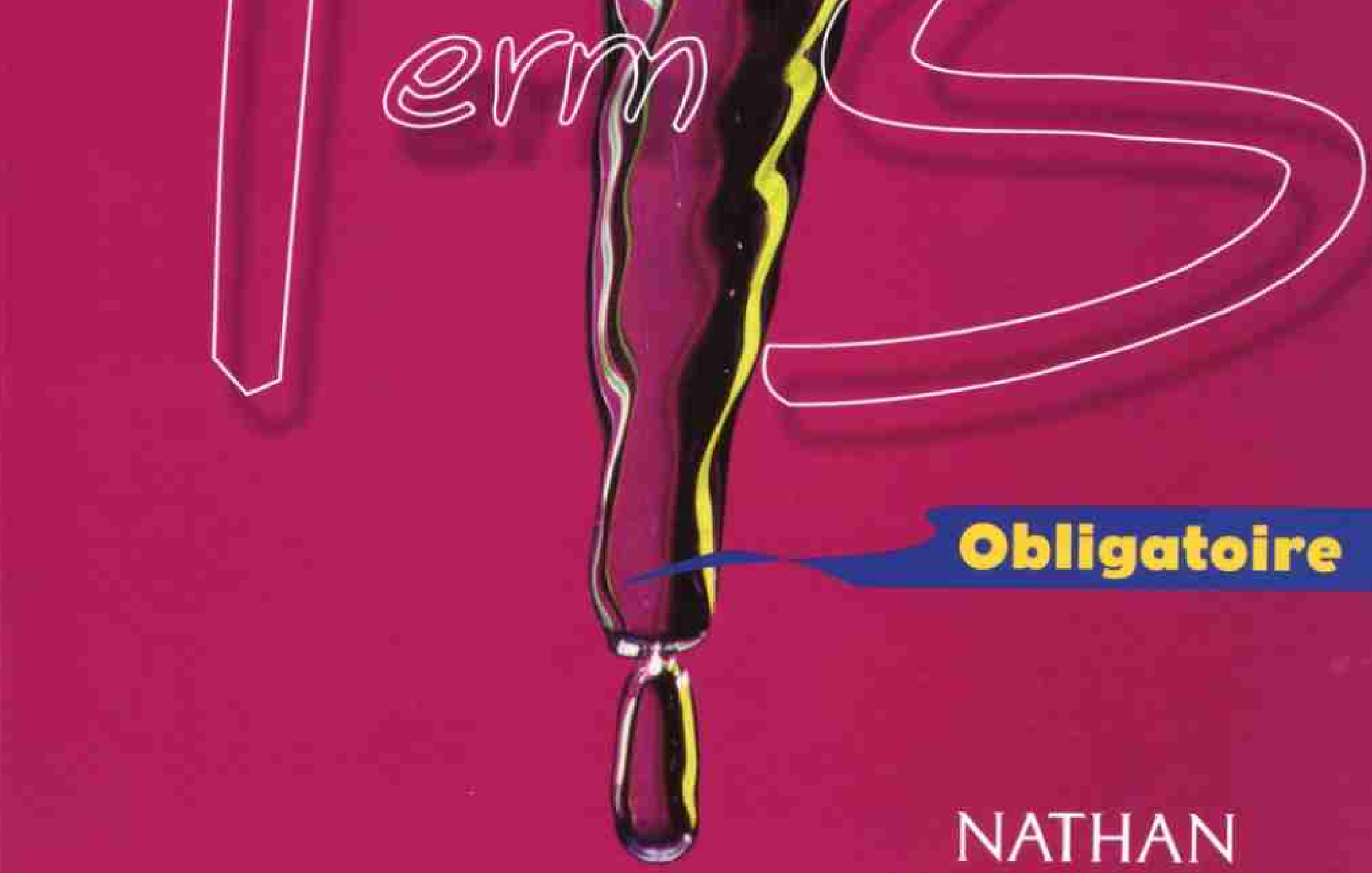
Collection Tomasino

Physique

Terminale

Obligatoire



NATHAN

Collection Tomasino

Physique

Term S

Obligatoire

Proétudes.blogspot.com
PROÉTUDES
Surfer en toute confiance

Programme 2002

sous la direction d'**Adolphe Tomasino**

Georges Chappuis
professeur au lycée Mas de Tesse, à Montpellier

Hélène Combel
professeur au lycée Jean Zay, à Orléans

Bernard Gendreau
professeur à l'ENCPB, à Paris

Guy Martin
professeur au lycée René Cassin, à Gonesse

Daniel Meur
professeur au lycée André Malraux, à Montereau-Fault-Yonne

Michel Montangerand
professeur au lycée Européen, à Villers-Cotterêts

Céline Rousseau
professeur au lycée Jean Zay, à Aulnay-sous-bois

NATHAN

Crédits photographiques

Couverture : Cosmos – **9** : Cosmos – **10** (H) Vandystadt/Revel – **10** : (HG) Vandystadt – **10** : (MD) Getty Images France – 11 : (HD) Ciel et espace – **11** : (HG) Ciel et espace – **13** : (H) Hans Michel – **13** : (B) Hans Michel – **18** : (B) Vandystadt – **19** : Cosmos – **21** : AKG Paris – **23** : Vandystadt – **24** : (B) Hanoteau Frédéric – **24** : (HD) Cosmos – **24** : (HG) Cosmos – **25** : (H) Hanoteau Frédéric – **26** : (H) Hanoteau Frédéric **27** : (B) Cosmos – **27** : (HG) Cosmos – **27** : (HD) Hanoteau Frédéric – **33** : (HD) Cosmos – **38** : Cosmos – **39** : Enguerand – **40** : (H) Archives Nathan – **40** : (M) Cosmos – **42** : (B) Archives Nathan – **43** : (H) Hanoteau Frédéric – **45** : (H) Hanoteau Frédéric – **46** : (H) Hanoteau Frédéric – **47** : Hanoteau Frédéric – **49** : Hanoteau Frédéric – **51** : Hoa-qui – **54** : (M) Cosmos – **57** : Hoa-qui – **58** : Cosmos – **59** : (BG) Hanoteau Frédéric – **59** : (HDM) Hanoteau Frédéric – **60** : (HG) Hanoteau Frédéric – **60** : (MD) Hanoteau Frédéric – **60** : (BD) Chapelet Marc – **63** : (BD) Cosmos – **64** : (H) Hanoteau Frédéric – **65** : Hanoteau Frédéric – **67** : (BG) Roger Viollet – **67** : (MD) Giraudon – **67** : (MG) AKG Paris – **74** : (D) CEA/DTA – **76** : (G) RMN/Lewandoski – **77** : Bernand L – **78** : (HD) Cosmos – **78** : (HG) Cosmos – **78** : (M) Cosmos – **78** : (BD) BSIP – **79** : (HD) Jeulin – **84** : (MD) Cosmos – **88** : Cosmos – **92** : Cosmos – **93** : Cosmos – **95** : AKG Paris – **97** : CEA/GONIN – **102** : (B) Cosmos – **102** : (HD) BSIP – **103** : AKG Paris – **106** : (HD) CEA/Faure – **106** : (HG) SCOPE /Barde – **109** : (HD) Cosmos – **111** : Cosmos – **113** : Cosmos – **114** : (M) REA – **114** : (MD) Getty Images France – **114** : (MG) Cosmos – **114** : (MM) Cosmos – **115** : Cosmos – **118** : AKG Paris – **119** : Cosmos – **121** : (B) Cosmos – **121** : (HD) Cosmos – **122** : (HD) Cosmos – **122** : (HG) Cosmos – **124** : REA – **128** : Cosmos – **129** : Ciel et espace – **134** : Sipa Press – **137** : Cosmos - **139** : Archives Nathan – **146** : Archives Nathan – **155** : Ernoult Alain – **156** : REA – **157** : Archives Nathan – **163** : Archives Nathan – **173** : Ciel et espace – **174** : (HD) Keystone – **174** : (HG) Cosmos – **194** : AFP/G BOUYS – **197** : Vandystadt – **198** : (B) Jerrican – **198** : (HD) AKG Paris – **198** : (HG) AKG Paris – **200** : (B) Archives Nathan/Hans Michel – **202** : (H) Archives Nathan/Hans Michel – **203** : (M) Hanoteau Frédéric – **204** : (HD) Hanoteau Frédéric – **208** : (MG) Hanoteau Frédéric – **208** : (BD) Vandystadt – **211** : (B) Vandystadt – **211** : (H) Jerrican – **213** : (HG) Jerrican – **215** : Archives Nathan/Hans Michel – **217** : Vandystadt – **218** : AKG Paris – **218** : (HG) AKG Paris – **221** : (B) Vandystadt – **221** : (H) Vandystadt – **223** : AKG Paris – **224** : (H) Hans Michel – **225** : AKG Paris – **229** : AKG Paris – **232** : (B) Cosmos – **233** : Vandystadt – **235** : Vandystadt – **236** : (HG) Dagli Orti G. – **236** : (HD) AKG Paris – **237** : (B) Archives Nathan/Hans Michel – **237** : (H) Archives Nathan/Hans Michel – **240** : Hoa-qui – 242 : DR – **245** : Vandystadt – **249** Ciel et espace/NASA – **250** : (B) Artephot – **250** : (G) AKG Paris – **250** : (HD) Artephot – **251** : (B) Ciel et espace – **252** : AKG Paris – **257** : Ciel et espace – **261** : Ciel et espace – **263** : (HD) Ciel et espace – **263** : (HG) Ciel et espace – **264** : Ciel et espace – **267** : Getty Images France – **268** : (HD) AKG Paris – **268** : (HG) SCALA – **269** : (H) Hanoteau Frédéric – **269** : (M) Hanoteau Frédéric – **270** : (HD) TOP – **270** (MD) Hanoteau Frédéric – **270** : (MG) Archives Nathan – **271** : Hanoteau Frédéric – **272** : (H) Hanoteau Frédéric – **277** : (B) Roger Viollet – **277** : (H) Roger Viollet – **285** : Ciel et espace/NASA – **286** : Jerrican – **288** : (MD) Hanoteau Frédéric – **288** : b Hanoteau Frédéric – **292** : (H) Hanoteau Frédéric **301** : Enguerand – **302** : (B) Rue des archives – **302** : (H) Roger Viollet – **304** : (H) Archives Nathan – **304** : (B) Archives Nathan **306** : (BD) Enguerand – **306** : (BG) Enguerand – **306** : (HD) Palais de la découverte – **308** : (M) Rue des archives – **313** : Vandystadt – **314** : (HD) Roger Viollet – **314** : (HG) Roger Viollet – **315** : Vandystadt – **324** : AFP/Pressen BILD – **331** : CNRS/LPS – **332** : (B) Cosmos – **332** : (HD) Ciel et espace – **332** : (HG) Ciel et espace – **333** : (B) Ciel et espace – **335** : (G) Frédéric Hanoteau – **335** : (D) Chapelet Marc – **336** : AKG Paris – **336** : (B) AKG Paris – **337** : Chapelet Marc – **338** : Chapelet Marc – **351** : Jacana/Hoa-qui – **352** : (B) Dagli Orti G. – **352** : (HD) AKG Paris – **352** : (M) Dagli Orti G. – **353** : (B) Swatch France – **353** : (HD) Cosmos – **353** : (HG) Roger Viollet – **354** : (M) Ciel et espace – **355** : (B) Cosmos – **355** : (M) Cosmos – **356** : (B) Ciel et espace – **356** : (M) BSIP – **358** : (BD) Palais de la découverte – **358** : (BG) DR – **358** : (HD) AKG Paris – **358** : (HG) AKG Paris – **362** : Palais de la découverte – **367** : (B) Ciel et espace – **373** : Vandystadt.

Édition : Karine Routier

Conception graphique et couverture : Marc & Yvette

Mise en pages : Alinéa/MCP

Schémas : Laurent Blondel

Photographies d'expérience : Frédéric Hanoteau

Iconographie : Martine Perrin-Jacquet

Photocomposition - photogravure : MCP - Groupe Jouve

Avec la collaboration de Madame Nicole Dussieux
et Monsieur Jean-Louis Jamot

© Nathan/VUEF, 2002
9, rue Méchain 75014 Paris
ISBN 209-172064-X

Les photographies de ce livre
ont été réalisées dans les laboratoires
du Lycée Fénelon à Paris
dont nous tenons à remercier
le proviseur, Madame Valette.



Le photocopillage est devenu chose courante et menace de mettre en péril l'édition sous sa forme actuelle. Les auteurs et les éditeurs français, qui ont toujours bénéficié d'une législation parmi les plus avancées du monde, voient aujourd'hui leurs droits bafoués dans l'indifférence générale. Il est ainsi devenu facile de photocopier un livre entier, alors que le droit de copie ne concerne que quelques pages. Si rien ne change rapidement, ce sont des pans entiers de notre culture écrite qui risquent de disparaître, faute de moyens pour les financer. Nous sommes tous concernés.

Le fait de photocopier un livre sans autorisation est passible de poursuites. Les auteurs et les éditeurs font appel à la responsabilité de chacun pour que vive la liberté de création et de publication sous toutes ses formes.

Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite et constitue une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

Avant-propos

Ce manuel de physique est conforme à la lettre et à l'esprit des nouveaux programmes de la classe de Terminale S entrant en vigueur à la rentrée de septembre 2002 (*BO* hors série n° 4 du 30 août 2001).

Le projet mis en œuvre est différent de ceux de Seconde et de Première S : « En classe de Terminale est mise en place une compréhension plus fine de l'évolution des systèmes, en étudiant celle-ci quantitativement, tant sur le plan expérimental que théorique ».

Conception du manuel

Une rubrique Découvrir et Réfléchir

Elle présente les phénomènes, décrit l'évolution historique des connaissances, conduit à une recherche sur Internet, propose quelques activités expérimentales simples…

Un cours simple mais complet

Dans la rédaction de ce manuel, les auteurs se sont « concentrés » sur les **contenus** du programme et ils ont présenté toutes les notions nécessaires aux **compétences** et **savoir-faire exigibles**.
Tout le programme est donc traité, mais sans dépasser les notions qui peuvent être exigées.

Un livre à caractère expérimental

À chaque fois que cela est possible, les notions fondamentales du cours sont introduites à partir d'une **Expérience** (expérience de cours qui pourra être réalisée par le professeur ou expérience délicate à mener présentée sous forme de photographies). L'étude de cette expérience doit amener les élèves à mettre en évidence les paramètres à considérer ou les relations qui les lient…
Le travail expérimental des élèves a été largement pris en compte : chaque chapitre comporte au moins une page d'**Activité expérimentale** où sont présentées des manipulations originales et d'autres plus classiques, sous une forme directement utilisable par les élèves en séance de TP.

Un livre pour l'élève

Ce livre a été conçu pour apporter à l'élève de Terminale S une aide dans son travail de préparation au baccalauréat.
Il y trouvera un cours simple et structuré lui permettant de faire le point sur les connaissances à acquérir. Il pourra s'aider des **Exercices résolus** placés dans le cours ou avant les pages **Exercices** qui sont conçus pour lui apprendre les méthodes de raisonnement et de calcul utilisées en physique.
Enfin, l'élève dispose, pour s'entraîner, d'un large choix d'exercices dont il trouvera les résultats en fin d'ouvrage pour une sélection de ceux qui ont une difficulté moyenne.

Structure d'un chapitre

• Une page d'ouverture avec photo d'appel, destinée à éveiller la curiosité, liste des **objectifs** et plan du chapitre.
• Une ou deux pages de la rubrique **Découvrir et réfléchir** servant d'introduction au chapitre.
• Un **cours simple et concis** se terminant par la rubrique **L'essentiel** qui regroupe en une page les résultats fondamentaux exigibles.
• Une page **Activité expérimentale**, présentant des réflexions préalables et un protocole pour les manipulations à réaliser ainsi que des questions d'analyse et de synthèse.
• Une ou deux pages d'**Étude de documents** présentant des articles historiques ou d'actualité, là encore, pour éveiller la curiosité. Une série de questions peut être utilisée pour contrôler la compréhension du texte.
• Une page **Exercice résolu** et commenté comportant, souvent, une **Méthode**, destinée à faire acquérir les modes de réflexion et de résolution des Sciences Physiques.
• Des **exercices** nombreux, classés par difficulté (, , ou) et répartis en quatre catégories :
– **Contrôle des connaissances** : exercices simples essentiellement destinés à l'élève pour le contrôle immédiat de ses connaissances ;
– **Application des connaissances** : exercices en relation directe avec le cours pouvant être utilisés comme exercices en classe ou exercices à chercher à la maison ;
– **Problèmes de synthèse** : problèmes plus complexes nécessitant une bonne connaissance du cours et des qualités de réflexion. Les problèmes posés au baccalauréat ou de type baccalauréat sont indiqués par un logo.
– **Pour aller plus loin** : problèmes nécessitant une réflexion plus élaborée.

Outils complémentaires

• Les résultats des exercices de la première rubrique figurent dans le manuel, à la fin du livre, ainsi que les résultats des exercices de la deuxième rubrique marqués d'un numéro sur fond vert.
• Des pages de **Savoir-faire** présentent, à la fin du livre, un bilan à propos de notions fondamentales utilisées dans une partie ou dans la totalité du livre.
• Un **Lexique** permet de retrouver rapidement la signification des **Mots-clés**.

Nous souhaitons que ce livre, conçu pour l'élève de Terminale S, constitue également un outil de travail efficace pour nos collègues professeurs. Les remarques et critiques que ceux-ci voudront nous faire parvenir seront toujours accueillies avec intérêt.

LES AUTEURS

Sommaire

1. Évolution temporelle des systèmes 9

EXP Réalisation de modèles expérimentaux de quelques activités sportives 14

DOC Décollage d'une fusée et mise en orbite d'un satellite 15

RESOLU Le vase de Tantale 16

Exercices 17



Partie 1

Propagation d'une onde; ondes progressives

2. Les ondes mécaniques progressives 23

EXP Mesurer un retard grâce à un oscilloscope 32

DOC Les tsunamis 33

RESOLU Propagation d'une perturbation sur une corde .. 34

Exercices 35

3. Les ondes mécaniques progressives périodiques 39

EXP Mesurer la célérité des ultrasons dans l'air 50

DOC Comment les éléphants communiquent entre eux 51

RESOLU Onde sur la cuve à ondes 52

Exercices 53

4. Modèle ondulatoire de la lumière 58

EXP Étude de la diffraction de la lumière 66

DOC Histoire partielle de l'optique : des origines à l'optique ondulatoire 67

RESOLU Diffraction par une fente 68

Exercices 69

BAC **Problèmes de fin de partie** 73



Partie 2

Transformations nucléaires

5. La radioactivité 77

EXP Caractère aléatoire de la désintégration radioactive 86

DOC Des rayons uraniques à la radioactivité artificielle 88

RESOLU Détecteur à scintillation 90

Exercices 91

6. Décroissance radioactive 95

EXP La décroissance radioactive du radon 105

DOC Le ribidium du granit breton 106

RESOLU L'iode et la thyroïde 107

Exercices 108

7. Masse et énergie. Réactions nucléaires 113

DOC Projet ITER 124

RESOLU La fission nucléaire dans un réacteur de 900MW 126

Exercices 127

BAC **Problèmes de fin de partie** 132



Partie 3

Évolution des systèmes électriques

8. Dipôle *RC* 137

EXP Charge et décharge d'un condensateur à travers un conducteur ohmique 148

RESOLU Décharge d'un condensateur 149

Exercices 150

9. Dipôle *RL* 155

EXP Établissement et interruption du courant dans une bobine 165

RESOLU Étude d'une bobine 166

Exercices 167

10. Oscillations libres dans un circuit *RLC* série 173

EXP Décharge d'un condensateur dans une bobine .. 183

RÉSOLU Période des oscillations. Période propre 184

Exercices 185

BAC **Problèmes de fin de partie** 190



PARTIE 4

Évolution temporelle des systèmes mécaniques

11. La mécanique de Newton 197

EXP Étude de la chute verticale d'un solide 208

RÉSOLU Mouvement d'un mobile autoporteur sur un plan incliné 209

Exercices 211

12. Chute verticale d'un solide 217

EXP Résoudre une équation différentielle par une méthode numérique itérative 228

DOC L'expérience idéale imaginée par Galilée 229

RÉSOLU Chute libre avec vitesse initiale 230

Exercices 231

13. Mouvement de projectiles 235

EXP Étude du mouvement d'un projectile 242

DOC La découverte de la trajectoire parabolique 243

RÉSOLU Mouvement parabolique du centre d'inertie d'une boule de pétanque 244

Exercices 245

14. Satellites et planètes 249

EXP Simulation sur ordinateur d'une satellisation 259

DOC Des satellites pour observer la Terre 260

RÉSOLU Satellite géostationnaire 261

Exercices 262

15. Présentation de systèmes oscillants 267

EXP Période des oscillations d'un pendule simple 276

DOC « Vous êtes invités à voir tourner la Terre » 277

RÉSOLU Pendule cerceau 278

Exercices 279

16. Le dispositif solide-ressort 285

EXP Mesure de la raideur d'un ressort 294

EXP Oscillations d'un pendule élastique 295

RÉSOLU Étude d'un mouvement sinusoïdal 296

Exercices 297

17. Le phénomène de résonance 301

DOC La résonance en automobile 308

RÉSOLU Oscillations forcées. Résonance 309

Exercices 310

18. Aspects énergétiques des systèmes mécaniques 313

EXP Aspects énergétiques de mouvements 323

DOC Conservation de l'énergie 324

RÉSOLU Lanceur à ressort 325

Exercices 326

19. L'atome et la mécanique de Newton 331

DOC Comment immobiliser les atomes ? 339

RÉSOLU Atome de mercure 340

Exercices 341

BAC **Problèmes de fin de partie** 346

20. La mesure du temps 351

EXP Mesurer une distance ou une vitesse en mesurant une durée 360

DOC L'horloge atomique 361

RÉSOLU Mesure de la célérité de la lumière 362

Exercices 363

Savoir-faire 368

- Utilisation de l'oscilloscope 368
- Les chiffres significatifs 370
- Mettre des résultats en commun 371
- Exploiter une représentation graphique 372
- Objets en interaction -Forces extérieures agissant sur un système 373
- Opérations sur les vecteurs 374
- Projection de vecteurs sur un système d'axes orientés 375

Réponses aux exercices 376

Lexique 380

Index 384

Programme officiel de Terminale S

D'après le BO Hors Série n° 4 du 30 août 2001

Introduction à l'évolution temporelle des systèmes

(1 TP)

Un questionnement adapté aux exemples choisis doit faire comprendre progressivement comment se développe l'approche du (de la) physicien(ne) sur la réalité.
Parmi les questions possibles, citons par exemple :
– Quelles sont les grandeurs pertinentes dont les variations témoignent de l'évolution du système ?
– Quels sont les paramètres extérieurs qui pilotent cette évolution ?
– L'évolution peut-elle être caractérisée par un ou plusieurs temps caractéristiques ?
– Quel est le rôle des conditions initiales dans l'évolution du système ?
– L'évolution est-elle lente, rapide, monotone, variée, oscillante, oscillante amortie ?

A. Propagation d'une onde; ondes progressives

(2 TP, 9 HCE)

1. Les ondes mécaniques progressives

1.1. Introduction

À partir des exemples donnés en activité dégager la définition suivante d'une onde mécanique : « on appelle onde mécanique le phénomène de propagation d'une perturbation dans un milieu sans transport de matière ».
Célérité.
Ondes longitudinales, transversales.
Ondes sonores comme ondes longitudinales de compression-dilatation.
Propriétés générales des ondes :
– une onde se propage, à partir de la source, dans toutes les directions qui lui sont offertes ;
– la perturbation se transmet de proche en proche ; transfert d'énergie sans transport de matière ;
– la vitesse de propagation d'une onde est une propriété du milieu ;
– deux ondes peuvent se croiser sans se perturber.

1.2. Onde progressive à une dimension

Notion d'onde progressive à une dimension.
Notion de retard : la perturbation au point M à l'instant t est celle qui existait auparavant en un point M' à l'instant $t' = t - \tau$: avec $\tau = \dfrac{M'M}{v}$,
τ étant le retard et v la célérité (pour les milieux non dispersifs).

2. Ondes progressives mécaniques périodiques

Notion d'onde progressive périodique.
Périodicité temporelle, période ; périodicité spatiale.
Onde progressive sinusoïdale, période, fréquence, longueur d'onde ; relation $\lambda = vT = \dfrac{v}{\nu}$.

La diffraction dans le cas d'ondes progressives sinusoïdales : mise en évidence expérimentale.
Influence de la dimension de l'ouverture ou de l'obstacle sur le phénomène observé.
La dispersion : mise en évidence de l'influence de la fréquence sur la célérité de l'onde à la surface de l'eau ; notion de milieu dispersif.

3. La lumière, modèle ondulatoire

Observation expérimentale de la diffraction en lumière monochromatique et en lumière blanche (irisation).
Propagation de la lumière dans le vide.
Modèle ondulatoire de la lumière : célérité, longueur d'onde dans le vide, fréquence, $\lambda = cT = \dfrac{c}{\nu}$.

Influence de la dimension de l'ouverture ou de l'obstacle sur le phénomène observé ; écart angulaire du faisceau diffracté par une fente ou un fil rectilignes de largeur a :

$$\theta \text{ (rad)} = \frac{\lambda}{a}.$$

Lumière monochromatique, lumière polychromatique : fréquence et couleur.
Propagation de la lumière dans les milieux transparents ; indice du milieu.
Mise en évidence du phénomène de dispersion de la lumière blanche par un prisme : l'indice d'un milieu transparent dépend de la fréquence de la lumière.

B. Transformations nucléaires

(2 TP, 7 HCE)

1. Décroissance radioactive

1.1. Stabilité et instabilité des noyaux

Composition ; isotopie ; notation ${}^{A}_{Z}X$.
Diagramme *(N, Z)*.

1.2. La radioactivité

La radioactivité α, β^-, β^+, émission γ.
Lois de conservation de la charge électrique et du nombre de nucléons.

1.3. Loi de décroissance

Évolution de la population moyenne d'un ensemble de noyaux radioactifs

$$\Delta N = -\lambda N \Delta t ; \quad N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

Importance de l'activité $\frac{|\Delta N|}{\Delta t}$; le becquerel.

Constante de temps $\tau = \frac{1}{\lambda}$.

Demi-vie $t_{1/2} = \tau \ln 2$.
Application à la datation.

2. Noyaux, masse, énergie

2.1. Équivalence masse-énergie

Défaut de masse ; énergie de liaison $\Delta E = \Delta m c^2$; unités : eV, keV, MeV.
Énergie de liaison par nucléon.
Équivalence masse-énergie.
Courbe d'Aston $-\frac{E_l}{A} = f(A)$.

2.2. Fission et fusion

Exploitation de la courbe d'Aston ; domaines de la fission et de la fusion.

2.3. Bilan de masse et d'énergie d'une réaction nucléaire

Exemples pour la radioactivité, pour la fission et la fusion.
Existence de conditions à réaliser pour obtenir l'amorçage de réactions de fission et de fusion.

C. Évolution des systèmes électriques

(3 TP, 10 HCE)

1. Cas d'un dipôle *RC*

1.1. Le condensateur

Description sommaire, symbole.
Charges des armatures.
Intensité : débit de charges.
Algébrisation en convention récepteur i, u, q.
Relation charge-intensité pour un condensateur $i = \frac{dq}{dt}$, q charge condensateur en convention récepteur.
Relation charge-tension $q = Cu$; capacité, son unité le farad (F).

1.2. Dipôle *RC*

Réponse d'un dipôle *RC* à un échelon de tension : tension aux bornes du condensateur, intensité du courant : étude expérimentale et étude théorique (résolution analytique).
Énergie emmagasinée dans un condensateur.
Continuité de la tension aux bornes du condensateur.
Connaître la représentation symbolique d'un condensateur.

2. Cas du dipôle *RL*

2.1. La bobine

Description sommaire d'une bobine, symbole.
Tension aux bornes d'une bobine en convention récepteur : $u = ri + L\frac{di}{dt}$
Inductance : son unité le henry (H).

2.2. Dipôle *RL*

Réponse en courant d'une bobine à un échelon de tension : étude expérimentale et étude théorique (résolution analytique).
Énergie emmagasinée dans une bobine.
Continuité de l'intensité du courant dans un circuit qui contient une bobine.

3. Oscillations libres dans un circuit *RLC* série

Décharge oscillante d'un condensateur dans une bobine.
Influence de l'amortissement : régimes périodique, pseudo-périodique, apériodique.
Période propre et pseudo-période.
Interprétation énergétique : transfert d'énergie entre le condensateur et la bobine, effet Joule.
Résolution analytique dans le cas d'un amortissement négligeable.
Expression de la période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.
Entretien des oscillations.

D. Évolution temporelle des systèmes mécaniques

(5 TP, 22 HCE)

1. La mécanique de Newton

Lien qualitatif entre $\vec{F}_{ext}$ et $\Delta\vec{v}_G$ (rappels).
Comparaison de $\Delta\vec{v}_G$ correspondant à des intervalles de temps égaux pour des forces de valeurs différentes (résultat de l'activité).
Introduction de $\frac{\Delta\vec{v}_G}{\Delta t}$;
Accélération :
$\vec{a}_G = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\vec{v}_G}{\Delta t}\right) = \frac{d\vec{v}_G}{dt}$;
vecteur accélération (direction, sens, valeur).
Rôle de la masse.
Deuxième loi de Newton appliquée au centre d'inertie.
Importance du choix du référentiel dans l'étude du mouvement du centre d'inertie d'un solide : référentiels galiléens.
Troisième loi de Newton : loi des actions réciproques (rappel).

2. Étude de cas

2.1. Chute verticale d'un solide

Force de pesanteur, notion de champ de pesanteur uniforme.

– Chute verticale avec frottement
Application de la deuxième loi de Newton à un mouvement de chute verticale : forces appliquées au solide (poids, poussée d'Archimède, force de frottement fluide) ; équation différentielle du mouvement ; résolution par une méthode numérique itérative, régime initial et régime asymptotique (dit « permanent »), vitesse limite ; notion de temps caractéristique.
– Chute verticale libre
Mouvement rectiligne uniformément accéléré ; accélération indépendante de la masse de l'objet.
Résolution analytique de l'équation différentielle du mouvement ; importance des conditions initiales.

2.2. Mouvements plans

– Mouvement de projectiles dans un champ de pesanteur uniforme
Application de la deuxième loi de Newton au mouvement du centre d'inertie d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme dans le cas où les frottements peuvent être négligés.
Équations horaires paramétriques.
Équation de la trajectoire.
Importance des conditions initiales.
– Satellites et planètes
Lois de Kepler (trajectoire circulaire ou elliptique).
Référentiels héliocentrique et géocentrique.
Étude d'un mouvement circulaire uniforme ; vitesse, vecteur accélération ; accélération normale.
Énoncé de la loi de gravitation universelle pour des corps dont la répartition des masses est à symétrie sphérique et la distance grande devant leur taille (rappel).
Application de la deuxième loi de Newton au centre d'inertie d'un satellite ou d'une planète : force centripète, accélération radiale, modélisation du mouvement des centres d'inertie des satellites et des planètes par un mouvement circulaire et uniforme, applications (période de révolution, vitesse, altitude, satellite géostationnaire).
Interprétation qualitative de l'impesanteur dans le cas d'un satellite en mouvement circulaire uniforme.

3. Systèmes oscillants

3.1. Présentation de divers systèmes oscillants mécaniques

Pendule pesant, pendule simple et système solide-ressort en oscillation libre : position d'équilibre, écart à l'équilibre, abscisse angulaire, amplitude, amortissement (régime pseudo-périodique, régime apériodique), pseudo-période et isochronisme des petites oscillations, période propre.
Expression de la période propre d'un pendule simple : justification de la forme de l'expression par analyse dimensionnelle.

3.2. Le dispositif solide-ressort

Force de rappel exercée par un ressort.
Étude dynamique du système « solide » : choix du référentiel, bilan des forces, application de la 2e loi de Newton, équation différentielle, solution analytique dans le cas d'un frottement nul.
Période propre.

3.3. Le phénomène de résonance

Présentation expérimentale du phénomène : excitateur, résonateur, amplitude et période des oscillations, influence de l'amortissement.
Exemples de résonances mécaniques.

4. Aspects énergétiques

Travail élémentaire d'une force.
Travail d'une force extérieure appliquée à l'extrémité d'un ressort, l'autre extrémité étant fixe.
Énergie potentielle élastique du ressort.
Énergie mécanique du système solide-ressort.
Énergie mécanique d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme.

5. L'atome et la mécanique de Newton : ouverture au monde quantique

Limites de la mécanique de Newton.
Quantification des échanges d'énergie.
Quantification des niveaux d'énergie d'un atome, d'une molécule, d'un noyau.
Application aux spectres, constante de Planck, $\Delta E = h\nu$.

E. L'évolution temporelle des systèmes et la mesure du temps

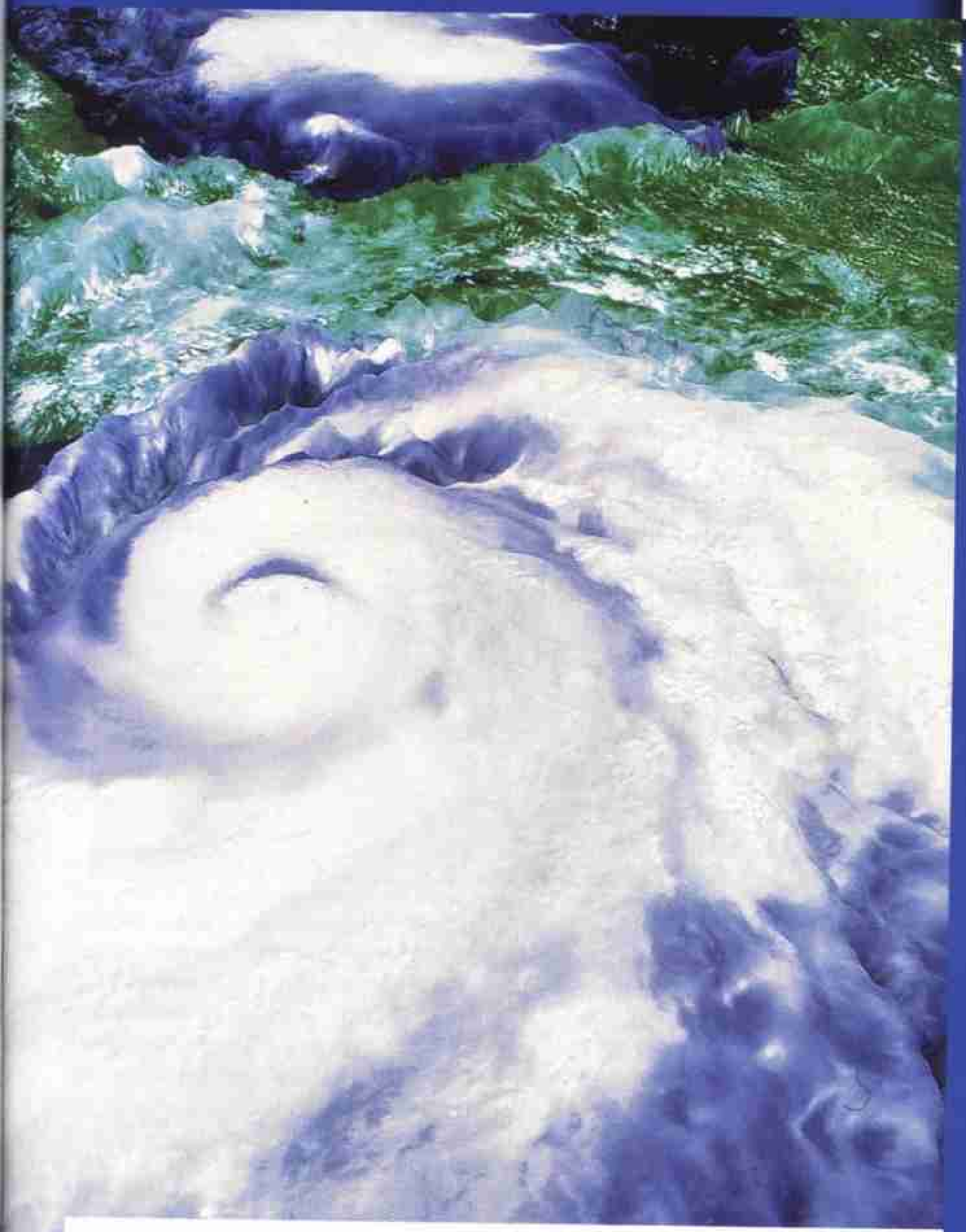
(2 HCE)

Cette partie est considérée comme une révision de fin d'année, autour de la mesure du temps. Elle ne comporte aucune connaissance théorique ou compétence exigible nouvelle. Les exemples cités ne sont pas limitatifs et le professeur est libre de les enrichir.

- Comment mesurer une durée ?
– À partir d'une décroissance radioactive (âge de la Terre, âge de peintures rupestres…).
– À partir de phénomènes périodiques
  - oscillateur électrique entretenu (oscillateur *LC*) ;
  - mouvements des astres ;
  - rotation de la Terre ;
  - horloges à balancier ;
  - horloges atomiques : définition de la seconde.
- Mesurer une durée pour déterminer une longueur
– À partir de la propagation d'une onde mécanique (télémètre ultrasonore, échographie, sonar…).
– À partir de la propagation d'une onde lumineuse (télémétrie laser, distance Terre-Lune…).
– Le mètre défini à partir de la seconde et de la célérité de la lumière.
– Le mètre et le pendule battant la seconde.
– Histoire de la mesure des longitudes.
- Mesurer une durée pour déterminer une vitesse.
– Mesure de la célérité du son.
– Mesure de la célérité de la lumière.

CHAPITRE 1

Évolution temporelle des systèmes



Vue satellite de l'ouragan Pauline au-dessus des côtes du Mexique. Pour mettre les populations à l'abri des effets dévastateurs des cyclones, il faut réaliser des modèles efficaces pour prévoir leurs évolutions.

▶ **Comment un cyclone, un phénomène météorologique, … évoluent-ils dans le temps ?**

Objectifs

- Présenter des documents ou des situations où l'évolution temporelle est d'une importance particulière.
- Par un questionnement, faire comprendre comment se développe l'approche du physicien sur la réalité.
- Faire réfléchir un effectif restreint d'élèves sur des situations réelles.

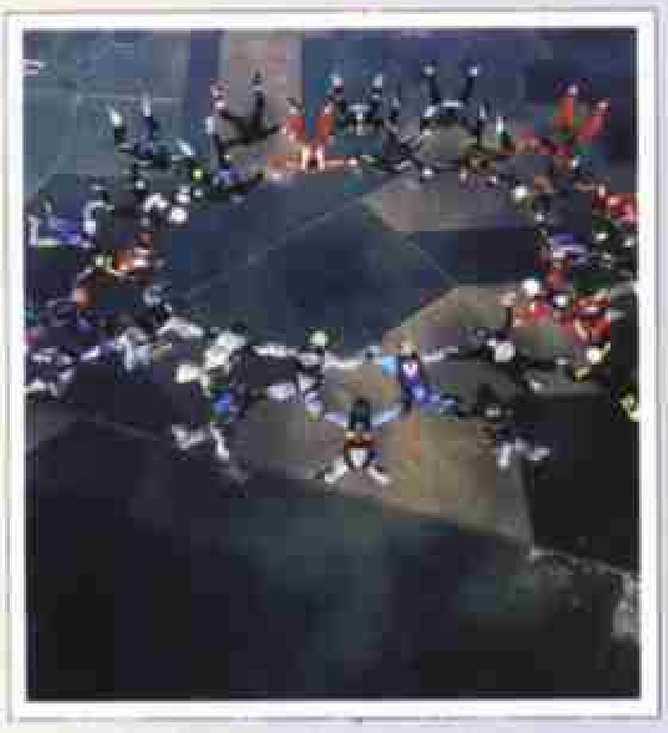
Le travail du scientifique est de questionner la nature.

Toutes les situations présentées ci-dessous évoluent au cours du temps. Décrire puis prévoir l'évolution d'un système est la tâche essentielle du physicien.

ACTIVITÉ 1

Sensations douces, sensations fortes

Saut en parachute



Le parcours de parachutistes sautant d'un avion se divise en plusieurs zones. Les parachutistes se laissent d'abord chuter, leur parachute restant fermé. Leur vitesse augmente rapidement et finit par se stabiliser autour d'une valeur de 180 $km \cdot h^{-1}$ environ. L'ouverture de leur parachute est alors déclenchée : la chute se ralentit et la vitesse passe en deux ou trois secondes à une valeur de 25 à 18 $km \cdot h^{-1}$. La vitesse reste ensuite constante. Le choc à l'arrivée au sol correspond à un saut d'une hauteur de 2 m environ.

Si la zone d'atterrissage se situe en altitude, il faut tenir compte de la diminution de la densité de l'air. Pour un atterrissage à 4000 m d'altitude, un parachutiste qui conserverait le même équipement qu'au niveau de la mer, arriverait au sol à 40 ou 50 $km \cdot h^{-1}$. Pour diminuer cette vitesse, il faut augmenter la voilure du parachute.

▶ **1. Trouver quelques grandeurs dont les variations peuvent caractériser l'évolution de la situation.**

▶ **2. Décrire comment évoluent ces grandeurs au cours du saut.**

Saut à l'élastique

Pour effectuer un saut à l'élastique, le sauteur s'élance d'un pont ou d'une grue. Il tombe d'abord en « chute libre ». Puis l'élastique se tend et le sauteur effectue quelques allers et retours avant de s'immobiliser.

L'élastique est fait d'un grand nombre de brins assemblés (comme les tendeurs de bicyclettes). La longueur et la grosseur de l'élastique sont choisies en fonction de la hauteur disponible et du poids à supporter.



▶ **1. Donner la signification du mot « paramètre ».**

▶ **2. Trouver quelques paramètres dont dépend l'évolution de la situation décrite.**

Balançoire



Le rythme régulier de la balançoire procure une sensation de bien-être. Cependant, pour que ce mouvement persiste, l'enfant doit y mettre du sien : après s'être élancé, instinctivement, il se dresse lorsque la balançoire passe par la verticale et il s'accroupit lorsqu'elle arrive en bout de course. À moins qu'une autre personne ne donne une impulsion à chaque aller et retour.

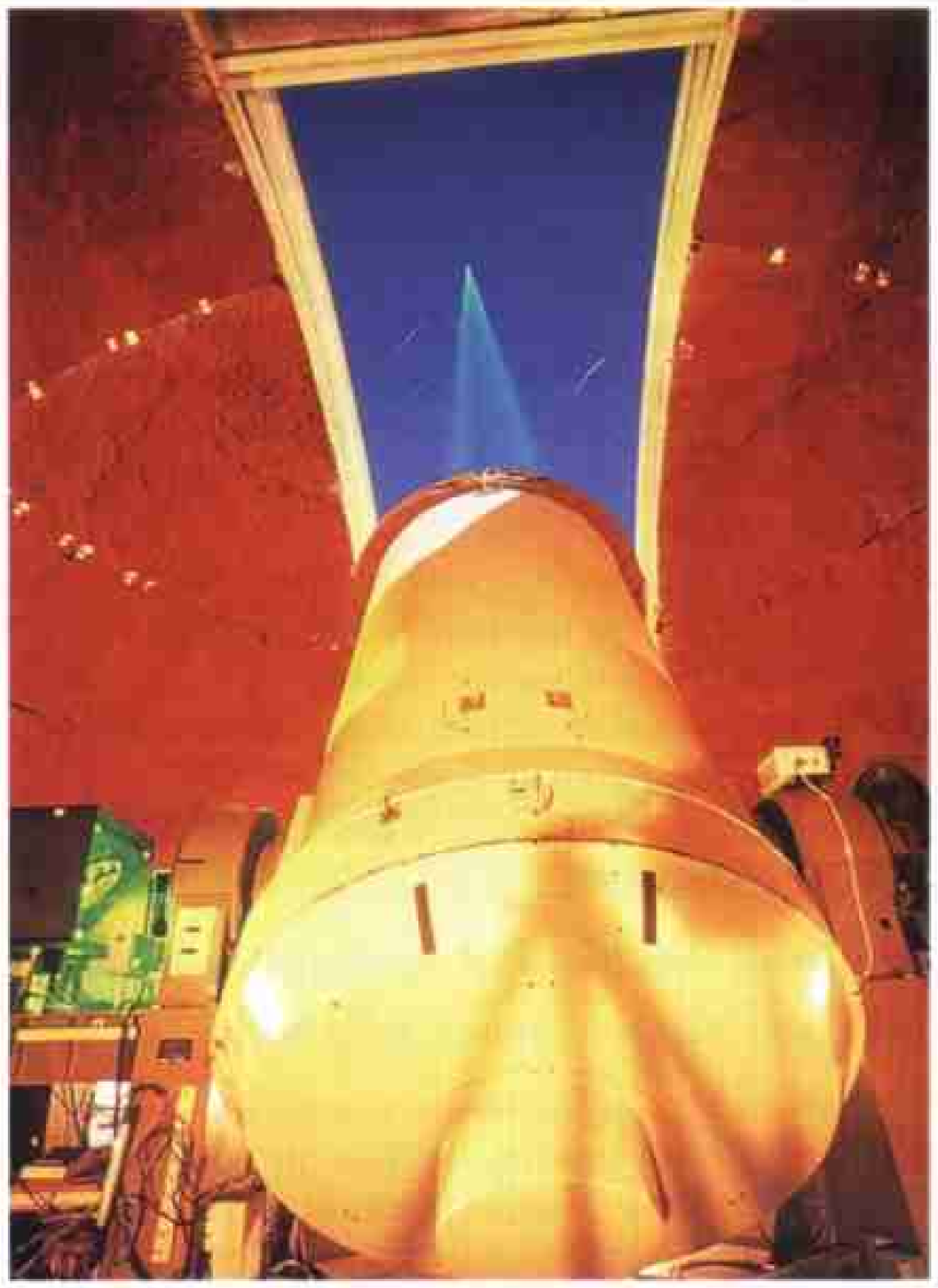
▶ **1. Comparer les évolutions des trois situations précédentes. Quels qualificatifs pourrait-on utiliser pour caractériser chaque type d'évolution ?**

▶ **2. Pour chacune de ces situations, définir une ou plusieurs durées particulières que nous appellerons « temps caractéristiques » qui rendent bien compte de certaines étapes de l'évolution.**

ACTIVITÉ 2

Des mouvements dans le ciel

La Lune s'en va !



Pour mesurer avec précision la distance Terre-Lune, on émet depuis le sol terrestre de puissantes impulsions de lumière laser. Le faisceau est dirigé vers un réflecteur placé sur la Lune (soit par des astronautes américains soit par des sondes soviétiques).
On mesure la durée séparant l'instant du tir et l'arrivée sur Terre de l'impulsion réfléchie soit environ 2,5 s.
La mesure est assez précise pour déceler une variation de la distance Terre-Lune de quelques centimètres.
On a pu ainsi déterminer que la Lune s'éloigne actuellement de la Terre avec une vitesse de 3,8 cm par an. Ce déplacement est dû aux phénomènes de marées. Il devrait se poursuivre et au bout de quelques milliards d'années, la Lune sera libérée de l'attraction terrestre !

▶ 1. Définir au moins deux temps caractéristiques pour rendre compte de l'évolution du mouvement de la Lune.

▶ 2. Lorsque nous étudions le mouvement de la Lune pendant quelques mois ou années, nous n'avons pas besoin de tenir compte de l'un des temps caractéristiques suggérés par le texte ci-dessus. Pourquoi ?

La fin d'une station spatiale



Seize ans après sa mise en orbite (février 1986), la destruction de la station orbitale Mir par désintégration dans l'atmosphère terrestre a été programmée.

Un vaisseau est amarré à la station, un mois avant la date prévue pour le désorbitage. La station est alors sur une orbite d'environ 300 km d'altitude à une vitesse voisine de 8 $km \cdot s^{-1}$.

Deux jours avant la chute, le vaisseau donne une première poussée qui fait perdre de l'altitude à la station. L'opération est renouvelée jusqu'à ce que la station entre dans l'atmosphère. 45 minutes après le dernier freinage, Mir se consume dans l'atmosphère (voir dessin d'artiste ci-dessus).
Les plus gros morceaux, non désintégrés tombent dans l'océan Pacifique dans une zone de 5000 km de long soigneusement surveillée. La pente d'entrée dans l'atmosphère devait être respectée avec une grande précision. Si elle avait été trop faible, la station aurait rebondi sur l'atmosphère.

▶ 1. Quelles étaient les évolutions possibles du mouvement de la station Mir à partir de son entrée dans l'atmosphère ?

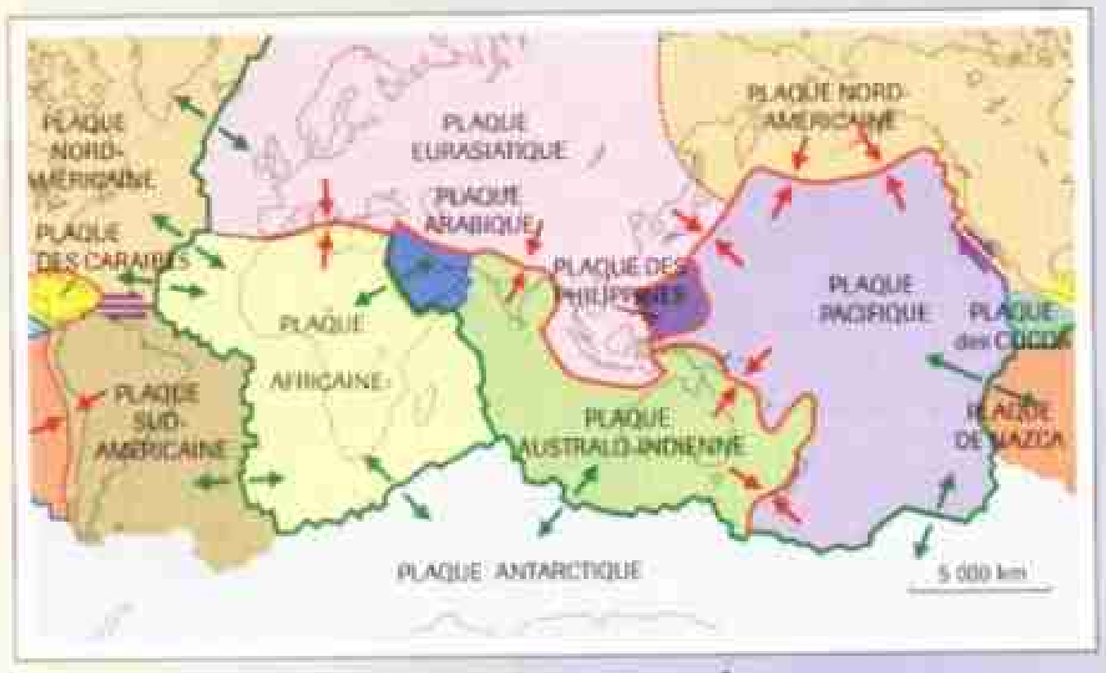
▶ 2. De quelles conditions, appelées conditions initiales, dépendait, au moment de l'entrée dans l'atmosphère, la suite des événements ?

ACTIVITÉ 3

La Terre, une planète vivante

La tectonique des plaques

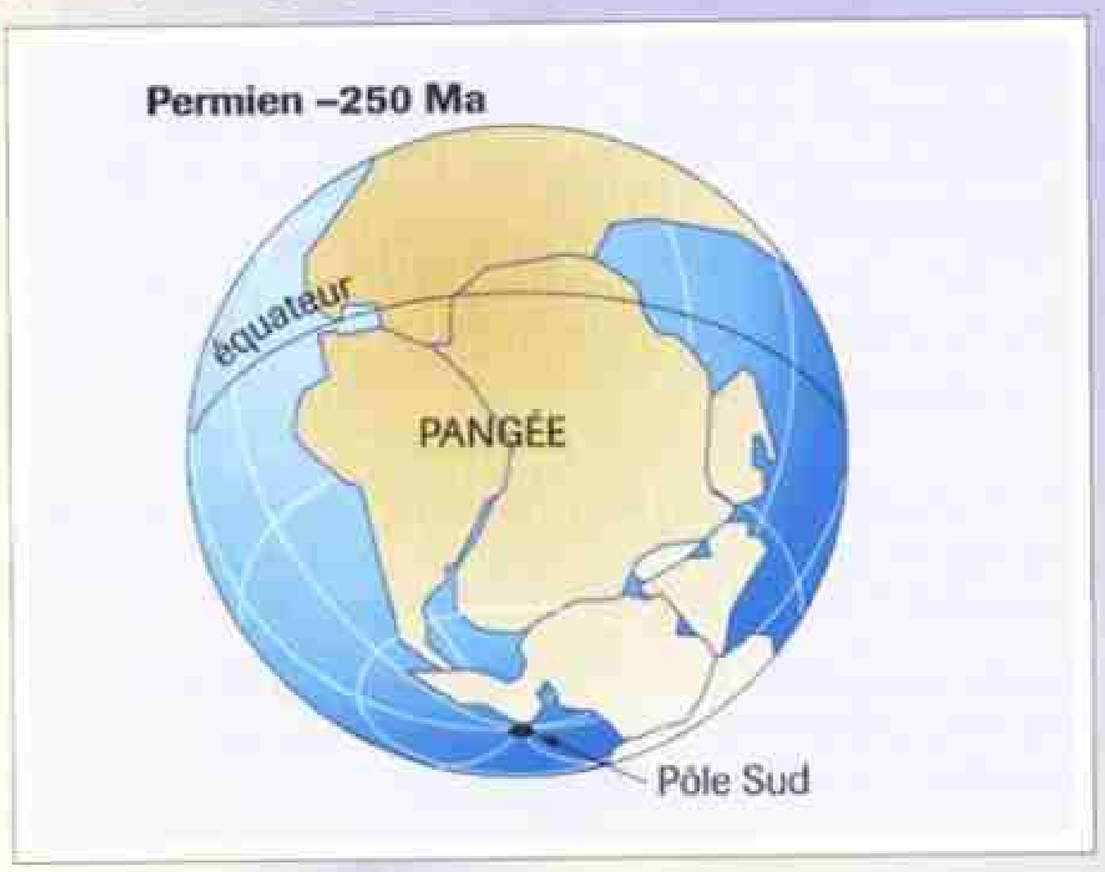
Selon la théorie de la tectonique des plaques, la couche supérieure du globe terrestre est composée de plaques rigides, d'une centaine de km de profondeur.



Ces plaques prennent naissance grâce au magma que déversent les dorsales océaniques. Elles progressent à raison de 2 à 18 cm par an et sont détruites en s'enfonçant dans le manteau dans les zones de subduction. Le renouvellement complet d'une plaque se produit en 200 millions d'années.

La dérive des continents

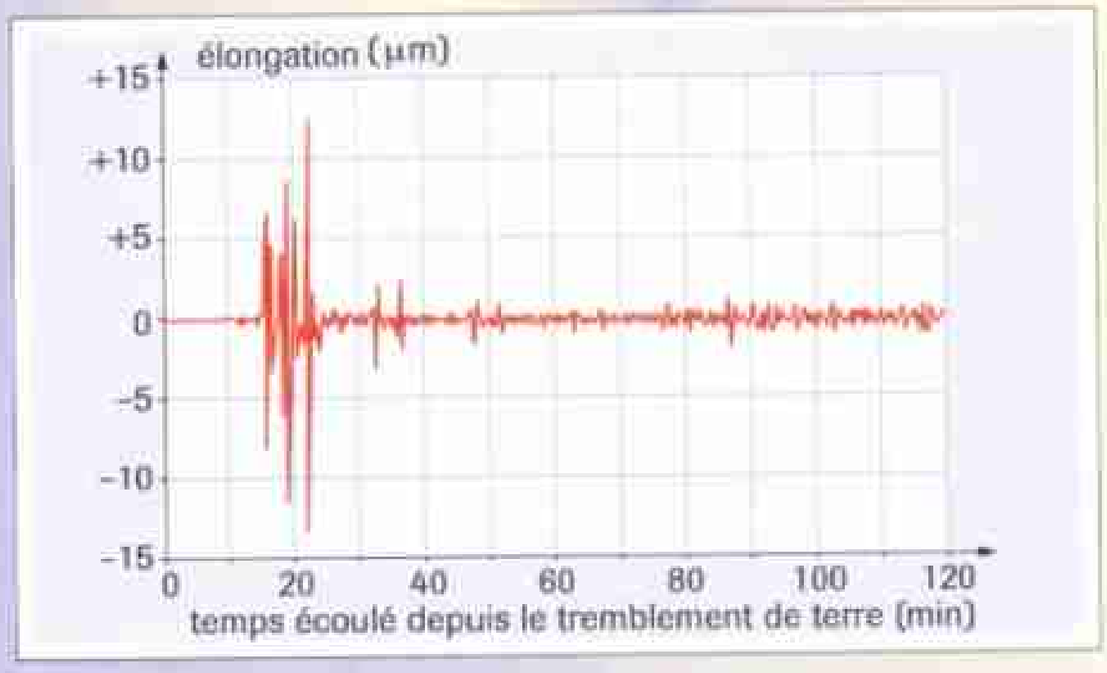
Les continents, dont la matière est de faible densité, sont portés par les plaques, comme des radeaux.



Ils se déplacent donc aussi à raison de quelques centimètres par an : c'est la dérive des continents.
À certaines périodes de l'évolution de la Terre, tous les continents ont été regroupés en un seul : il y a 250 millions d'années, la Terre ne comportait qu'un seul continent appelé la Pangée. Ce fut aussi le cas il y a 530 millions d'années, 700 millions d'années et 1 milliard d'années.

Les séismes

Le lent mouvement de l'écorce terrestre s'accompagne de phénomènes brefs et extrêmement violents prenant le plus souvent naissance près de la frontière entre deux plaques tectoniques : des zones de blocage se forment entre deux plaques et de l'énergie s'accumule sous l'effet de la compression. Cette compression finit par atteindre un point de rupture et une énergie considérable est brutalement libérée.
Il se produit alors une succession de rebonds élastiques créant des vibrations qui se propagent à partir de l'épicentre et atteignent la surface terrestre.
Les vibrations sismiques sont enregistrées par des sismographes (voir figure ci-dessous).



▶ 1. Pour chacun des trois phénomènes décrits.

a. Dire quel type d'évolution on peut lui associer.

b. Trouver une ou plusieurs grandeurs caractéristiques permettant de décrire cette évolution.

c. Trouver un ou plusieurs temps caractéristiques.

▶ 2. Comparer ces temps caractéristiques entre eux.

L'ÉNIGME DU CHAPITRE

Si le temps caractéristique de ce système matériel existe, il n'en est pas de plus grand. Quel est ce système matériel ?

PHYSIQUE ET VOCABULAIRE

- **Paramètre** n.m. (du grec *para*, près de et *metron*, mesure) Élément important à prendre en compte pour évaluer une situation, comprendre un phénomène.
- **Modèle** n.m. Représentation schématique d'un processus. Dans un modèle mathématique, les relations entre les grandeurs caractéristiques et les paramètres sont exprimées sous forme mathématique.
- **Temporel** adj. Qui est du domaine du temps.

Des questions que le physicien se pose

L'essentiel du travail scientifique consiste à **décrire** puis à **prévoir** l'évolution de systèmes au cours du temps. Quelle va être la trajectoire d'un satellite ? Quel sera le mouvement d'un skieur ? Quelle va être l'évolution du climat ou de l'Univers... ?
Pour cela, il faut élaborer un **modèle** théorique ou expérimental, c'est-à-dire une représentation *idéalisée*, assez *simple* pour être analysée mais assez *complète* pour rester en accord avec la réalité. Il faut donc sélectionner les caractéristiques essentielles du phénomène étudié.
Considérons quelques questions courantes à résoudre pour effectuer cette sélection. Prenons l'exemple du mouvement d'une balle de ping-pong (fig. 1 et 2).



Fig. 1 Mouvement de lancer d'une balle de ping-pong vu en éclairage stroboscopique (chronophotographie).



Fig. 2 Rebonds d'une balle de ping-pong vus en éclairage stroboscopique (chronophotographie).
Quelle est la trajectoire du centre de la balle entre deux rebonds ?

• Il faut décrire l'évolution de la balle.

Quelles grandeurs caractérisent l'évolution du système ?

■ **Exemples :** la vitesse de la balle ; l'altitude de la balle et la distance parcourue suivant l'horizontale (coordonnées).

• Le mouvement est influencé par différents facteurs appelés des **paramètres**.

Quels paramètres influent sur l'évolution du système ?

■ **Exemples :** le coefficient de frottement dans l'air, la vitesse du vent, la masse de la balle.

• Le mouvement dépend de la façon dont la balle a été lancée.

Quel rôle jouent les conditions initiales dans l'évolution du système ?

■ **Exemples :** quelle est l'influence de l'angle de tir ? Comment le point de chute dépend-il de la vitesse de tir ? Comment est modifiée la trajectoire si la balle est mise en rotation (balle liftée ou brossée) ?

• On peut comparer l'évolution étudiée avec d'autres types connus.

À quel type peut-on associer l'évolution étudiée ?

■ **Exemples :** la vitesse diminue lorsque la balle s'élève et augmente lorsque la balle descend : le mouvement de la balle est varié.
Si l'on jongle en faisant rebondir la balle sur une raquette ; on peut obtenir une évolution oscillante non amortie.
Si on laisse rebondir la balle sur la table, on obtient aussi des oscillations mais qui vont en s'atténuant : c'est une évolution oscillante amortie.

• On peut repérer, dans l'évolution, certaines étapes que l'on peut caractériser par leur durée.

Peut-on associer un ou plusieurs temps caractéristiques à l'évolution étudiée ?

■ **Exemple :** lorsqu'on laisse rebondir la balle sur la table, on peut caractériser le mouvement par la durée entre deux rebonds ou par la durée nécessaire pour que la balle s'immobilise.

Mots-clés

- **Système**
- **Modèle**
- **Paramètre**
- **Conditions initiales**
- **Oscillant**
- **Amorti**

▶ *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Réalisation de modèles expérimentaux de quelques activités sportives

Pour certaines activités sportives à haut risque, l'expérience peut être extrêmement malheureuse si une étude technique n'a pas prévu correctement son déroulement.

Matériel

- Chronomètre manuel ou chronomètre électronique relié à des capteurs; facultatif : caméscope et téléviseur.
- Pour simuler les sportifs : boite de masses marquées; capuchon de stylo à bille percé.
- Support vertical gradué; fil de nylon; fil élastique souple; fil souple.

Manipulation 1

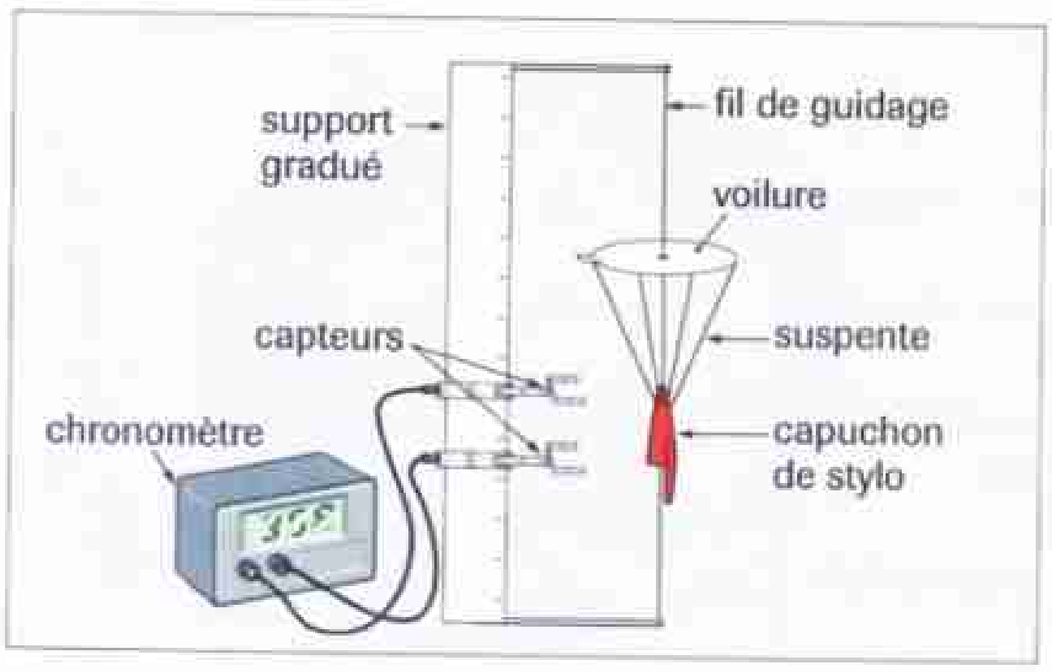
Objectif : Réaliser un modèle expérimental d'un saut en parachute.

1. Réaliser le montage de la figure ci-dessous.

■ Le parachute est modélisé par un disque de papier d'une dizaine de centimètres de diamètre; percer un trou de quelques millimètres de diamètre au centre du disque.

■ Le parachutiste est modélisé par un capuchon de stylo à bille dont le sommet est percé; le «parachutiste» est attaché au «parachute» par quelques fils souples représentant les suspentes.

■ Une languette de papier collée sur le parachute permet de déclencher les capteurs.



2. Réaliser les mesures nécessaires pour répondre aux questions ou bien réaliser un enregistrement vidéo.

Manipulation 2

Objectif : Réaliser un modèle expérimental d'un saut à l'élastique.

1. Réaliser un dispositif modélisant un saut à l'élastique. Le sauteur sera représenté par une masse marquée. Éviter le plus possible le balancement du sauteur.
2. Réaliser les observations et les mesures nécessaires pour répondre aux questions.

Manipulation 3

Objectif : Réaliser un modèle expérimental d'un trapéziste en train de se balancer.

1. Réaliser un dispositif modélisant un trapéziste en train de se balancer autour d'une barre horizontale avec un mouvement périodique; si nécessaire, entretenir la périodicité par des petites impulsions données avec la main.
2. Réaliser les observations et les mesures nécessaires pour répondre aux questions.

▶ Questions

Pour chacune des situations étudiées :

1. Quelles grandeurs caractérisent l'évolution du système?

2. Comment évoluent ces grandeurs au cours du temps?

3. Quels paramètres pourrait-on modifier?

4. Définir un ou plusieurs temps caractéristiques pour chacune des situations étudiées. Les mesurer.

5. Quelles conditions initiales pourrait-on modifier?

BAC

Décollage d'une fusée et mise sur orbite d'un satellite

La mise en orbite d'un satellite terrestre s'effectue avec une fusée Ariane 5 en trois étapes. Il est possible d'analyser les différentes phases de l'opération.

DOC

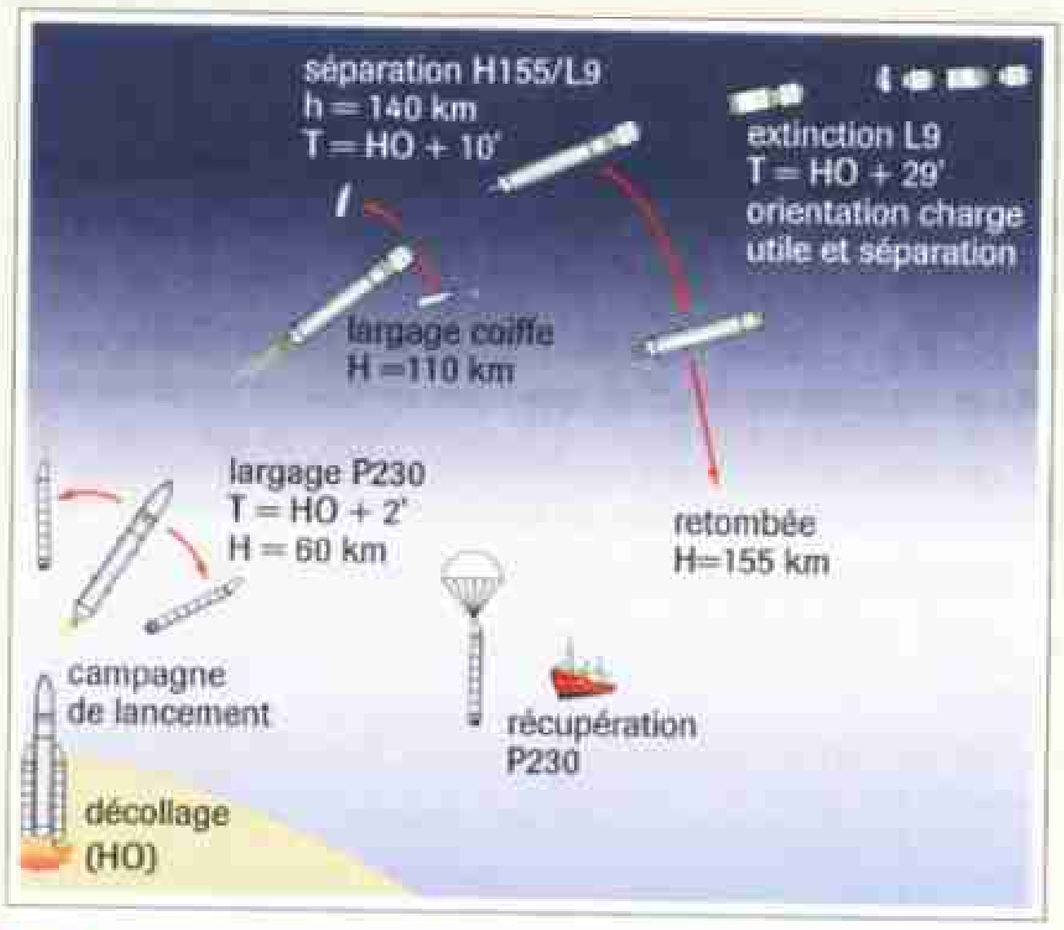


Fig. 1 Les différentes phases du tir d'une fusée Ariane 5.

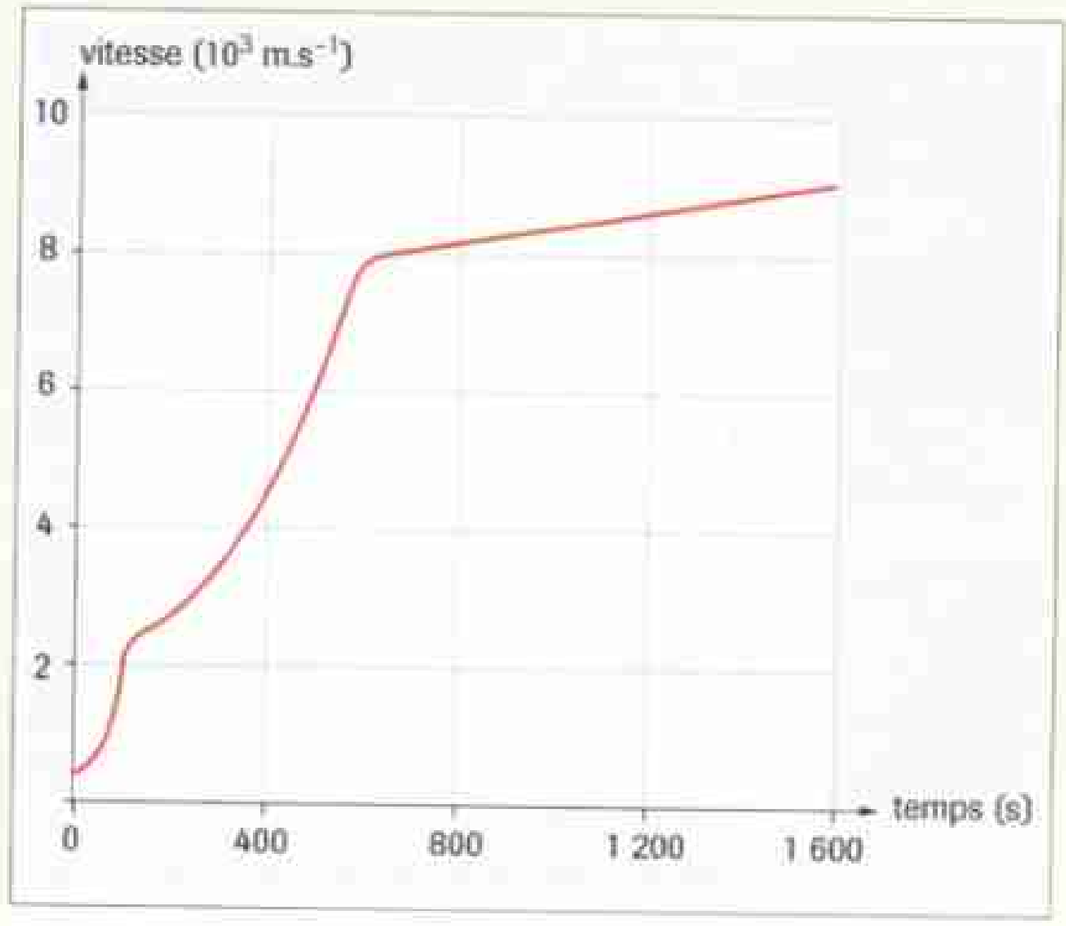


Fig. 2 Graphique donnant la vitesse de la fusée (dans le référentiel géocentrique) en fonction du temps.

Le lancement d'Ariane 5 commence avec l'allumage du moteur de l'étage principal cryotechnique (EPC), à hydrogène et oxygène liquides. Après constatation de son bon fonctionnement, les deux étages d'accélération à poudre (EAP) sont à leur tour allumés, permettant ainsi le décollage du lanceur (fig. 1).

Ces deux étages à poudre sont largués après leur fin de propulsion. La mission se poursuit avec la propulsion de l'EPC seul. Le largage de la coiffe s'effectue dès que la protection de la charge utile n'est plus nécessaire. Dès la fin de la propulsion de l'EPC, celui-ci est immédiatement rendu inerte. La trajectoire de lancement est déterminée pour assurer une retombée sûre de cet étage dans l'océan Pacifique, à environ 1 200 km des côtes de la Colombie.

L'étage à propergols stockables (EPS) assure ensuite la mise sur orbite des satellites géostationnaires. La phase de séparation et d'orientation des charges utiles commence dès que la partie haute du lanceur atteint une orbite de 600 km de périgée et 36 000 km d'apogée.

Quarante minutes après le premier ordre d'allumage, la mission d'Ariane 5 est achevée.

Lors du premier vol d'Ariane 5, le 4 juin 1996, une défaillance des logiciels a provoqué un brusque basculement du lanceur au bout de 39 secondes, le déclenchement du système d'autodestruction a provoqué sa désintégration à une hauteur d'environ 4 000 m.

▶ Questions

1. Citer les variables permettant de décrire l'évolution du mouvement du lanceur.

2. Trouver quelques paramètres pouvant influer sur le mouvement du lanceur.

3. Quelles sont les conditions initiales du mouvement du lanceur ? Peut-on les modifier ?

4. Quelles sont les conditions initiales du mouvement du satellite après séparation ? Peut-on les modifier ?

5. Donner la signification de la phrase : « l'EPC est rendu inerte ».

6. Quelle serait l'influence d'une erreur sur la trajectoire du lanceur ou de son inclinaison au moment du largage des étages EAP puis du largage des satellites ?

7. Lecture du graphique (fig. 2).

a. Donner une estimation de la vitesse initiale du lanceur. Pourquoi n'est-elle pas nulle ?

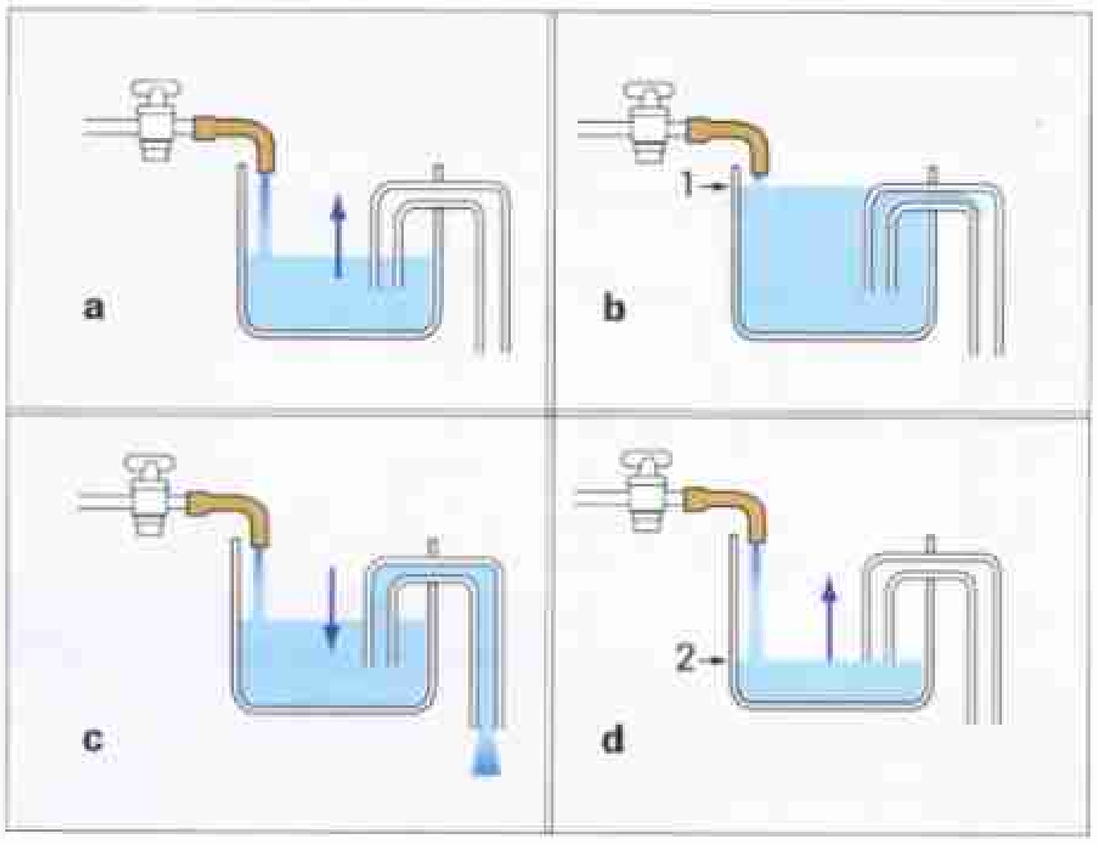
b. À quelle altitude se produit l'arrêt des étages EAP ? Quelle est alors la vitesse du lanceur ? Comment évolue cette vitesse juste après l'arrêt des moteurs EAP ? Comment peut-on expliquer cette évolution ?

EXERCICE RÉSOLU

Énoncé

Le vase de Tantale

Le vase de Tantale est un vase dont la paroi est traversée par un tube en U renversé qui fait office de siphon.



Le vase et le siphon se remplissent (figure a) et le siphon s'amorce lorsque le niveau atteint le col du siphon (figure b). Le vase se vide alors par le tube (figure c) à condition que le débit du tube soit supérieur à celui du robinet. Quand le niveau arrive au bas du tube intérieur, le siphon se désamorce (figure d) et l'ensemble des opérations se reproduit.

Le nom provient de la mythologie grecque : Tantale, condamné par Jupiter, est plongé jusqu'à la bouche dans l'eau du fleuve Tartare, le niveau s'abaissait dès qu'il voulait boire.

Le vase de Tantale modélise assez bien le principe de certaines sources naturelles appelées fontaines intermittentes.

1. Quelles grandeurs caractéristiques peut-on utiliser pour décrire l'évolution du vase de Tantale?

2. Quels paramètres influent sur l'évolution de ce système?

3. Dans quel type d'évolution peut-on classer le phénomène décrit?

4. Définir un temps caractéristique; discuter l'influence des paramètres.

Solution

1. On peut choisir la hauteur de l'eau contenue dans le vase ainsi que le débit du siphon.

2. On peut modifier le débit du robinet d'alimentation ; on peut agir sur les caractéristiques du vase : diamètre du vase; diamètre du siphon.

3. Il s'agit d'une évolution oscillante puisque le même phénomène se reproduit identiquement à lui-même.

4. Le temps caractéristique est la période des oscillations c'est-à-dire la durée séparant, par exemple, deux déclenchements successifs de l'écoulement du siphon.
Une augmentation du débit d'alimentation raccourcit la durée du remplissage mais rallonge la durée de l'écoulement par le siphon. Si le débit d'alimentation est supérieur au débit du siphon, le niveau de l'eau s'élève jusqu'au débordement.
Une augmentation du diamètre du vase augmente la durée du remplissage et de l'écoulement : la période augmente.
L'augmentation du diamètre du siphon a l'effet inverse : la période diminue.

Commentaires

Les grandeurs caractéristiques sont les grandeurs qui permettent de décrire le système.

Les paramètres sont les grandeurs dont les variations modifient l'évolution du système.

Les prévisions, aussi certaines soient-elles, doivent être confirmées par l'expérience.

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. Un phénomène réel est toujours complexe. Pour l'étudier, il faut concevoir un … qui en est une représentation simplifiée.
b. L'évolution temporelle d'un système est décrite à l'aide de certaines … caractéristiques. Cette évolution dépend de différents … ainsi que des … … .
c. Dans certains cas, le système retrouve le même état à intervalles de temps égaux ; il s'agit alors d'une évolution … ; si le phénomène se reproduit mais en s'atténuant, il s'agit d'une évolution … … .
d. On peut très souvent associer un … … qui représente la durée de certaines étapes de l'évolution.

2 Vrai ou faux ?

a. Les grandeurs caractéristiques sont des paramètres.
b. Au cours d'une séance d'essais, les paramètres restent constants lorsqu'on modifie les conditions de freinage d'un véhicule.
c. On doit veiller à conserver les mêmes paramètres lorsqu'on veut reproduire la même expérience.
d. On ne peut attribuer de temps caractéristique qu'aux phénomènes oscillants.
e. Les conditions initiales n'ont d'influence qu'au début de l'évolution d'un système.

3 QCM

a. Comment nomme-t-on une représentation simplifiée permettant d'étudier un phénomène ?
- ❑ un schéma ;
- ❑ un modèle ;
- ❑ une théorie ;
- ❑ une hypothèse.

b. À quel type de grandeur appartient la vitesse du vent pendant une course de 100 m ?
- ❑ une grandeur caractéristique ;
- ❑ une grandeur initiale ;
- ❑ un paramètre.

c. Pour une évolution oscillante amortie, combien de temps caractéristiques peut-on définir utilement ?
- ❑ au moins deux ;
- ❑ un seul ;
- ❑ aucun.

4 Apprendre à rédiger

On se propose de modéliser, à l'aide d'un logiciel de simulation, le mouvement d'un satellite autour d'un astre.
Préparer une liste de choix des conditions de la simulation en distinguant les paramètres et les conditions initiales. Définir deux grandeurs caractéristiques utiles pour tracer point par point la trajectoire du satellite.

Application des connaissances

5 Freinage

a. Quels paramètres peuvent être pris en compte pour étudier l'efficacité du freinage d'une automobile ?
b. Quelles grandeurs caractéristiques peuvent être analysées ?

6 Essais comparatifs

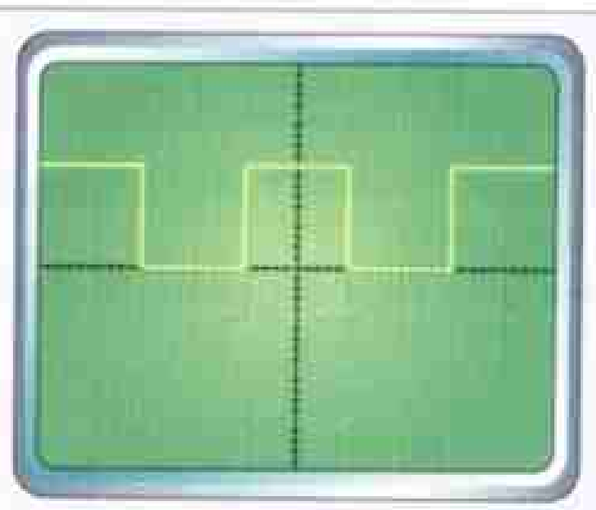
On veut comparer l'efficacité de différentes cuisinières. Pour cela, on fait chauffer de l'eau dans une casserole jusqu'à ébullition.
a. Quelle(s) grandeur(s) peuvent caractériser l'évolution de la situation ?
b. Est-il important de définir des conditions initiales ? Lesquelles ?
c. Quels paramètres doit-on fixer pour effectuer la comparaison ?
d. Peut-on définir un temps caractéristique ? Lequel ?

7 Les marées

Cet exercice peut nécessiter une recherche de documentation dans une encyclopédie ou sur Internet.
a. À quoi est dû le phénomène des marées ?
b. Quelle(s) grandeur(s) peut-on choisir pour caractériser l'évolution du phénomène ?
c. Dans quel type peut être classée cette évolution ?
d. Peut-on définir un temps caractéristique ? Quelle est sa valeur ?

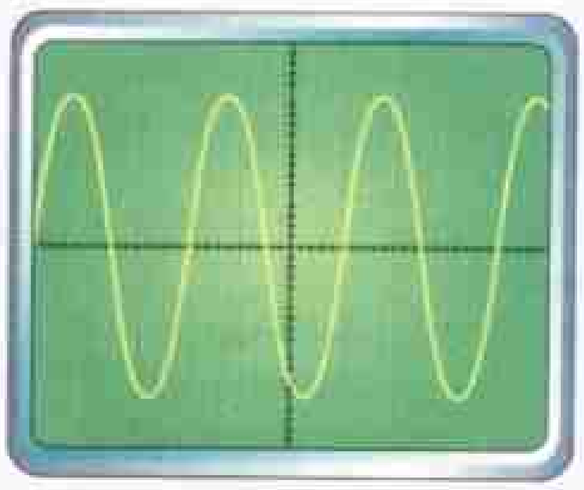
8 Signaux électriques

a. Déterminer la période de la tension en créneaux visualisée sur l'écran d'un oscilloscope.



rapidité de balayage : 2 ms · div^{-1}

b. Déterminer la fréquence et la valeur maximale de la tension sinusoïdale visualisée ci-dessous.



sensibilité verticale : 0,2 V · div^{-1}

rapidité de balayage : 0,5 ms · div^{-1}

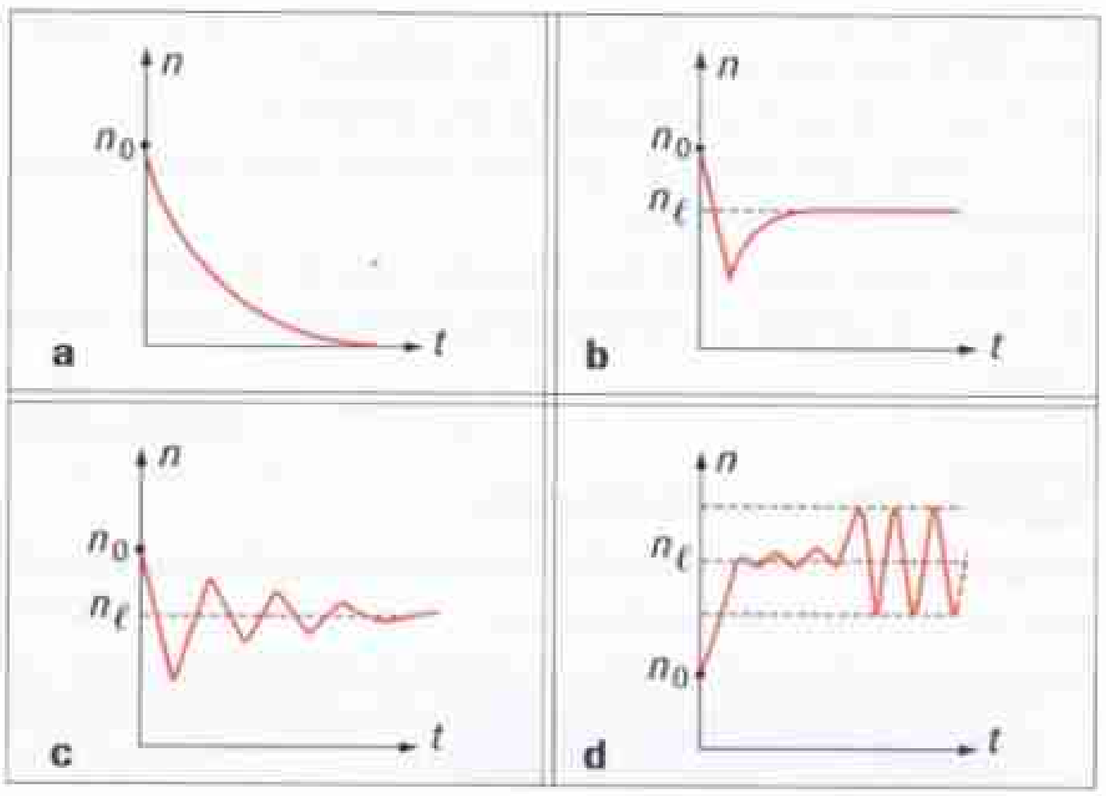
PROBLÈMES DE SYNTHÈSE

9 • Évolution d'une population

Lire le texte suivant avant de répondre aux questions.

On a étudié les variations de la population d'une colonie d'insectes sur une île.
Si l'île est inhospitalière, le nombre n d'individus diminue régulièrement et s'annule (fig. a).
Si l'île est hospitalière, la population tend vers une limite finie n_ℓ ; cette limite peut être atteinte de deux façons représentées sur les graphiques b et c.
Enfin, la population peut osciller en permanence autour d'une valeur moyenne (fig. d). Ces oscillations s'expliquent : une année, la population, trop nombreuse, est mal nourrie, se reproduit mal et décroît ; l'année suivante, elle est moins nombreuse et mieux nourrie et elle se reproduit suffisamment pour croître.

a. Définir chacune des évolutions présentées avec les qualificatifs « monotone », « variée », « oscillante », « oscillante amortie ».

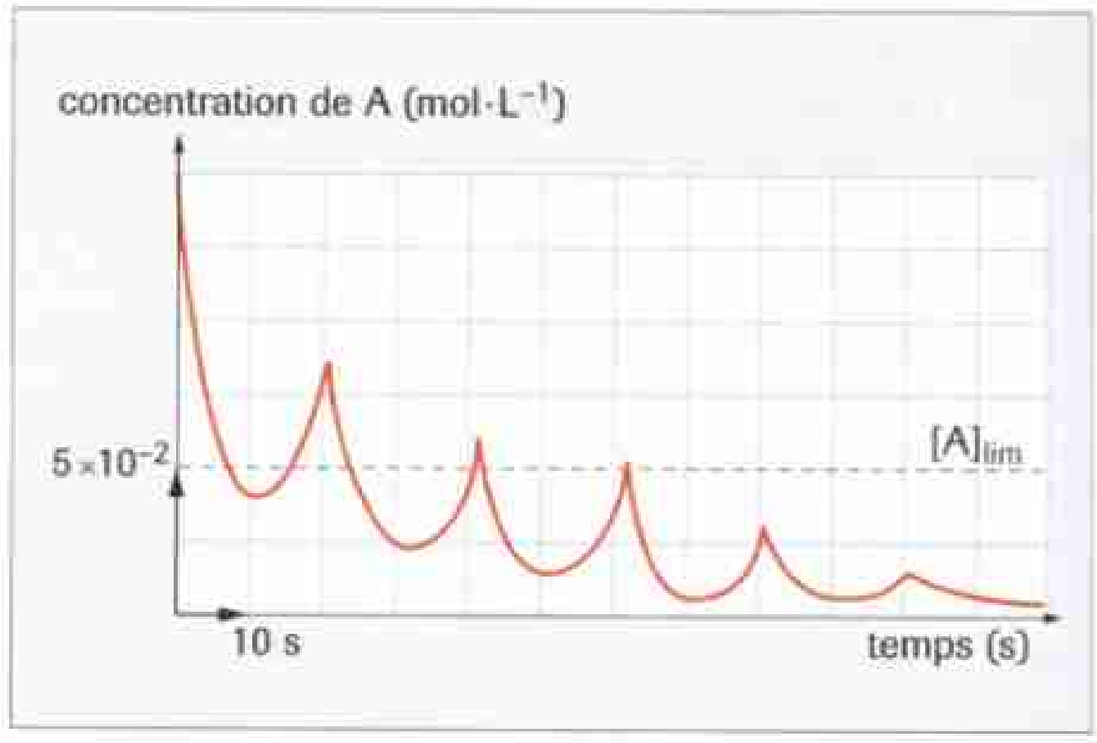


b. Pour chacun des cas, peut-on définir un ou plusieurs temps caractéristiques ? Lesquels ?
c. Trouver des paramètres dont peut dépendre l'évolution d'une population d'insectes.

10 •• Réaction chimique oscillante

Lire le texte suivant avant de répondre aux questions.

Dans le domaine de la chimie, on connaît un certain nombre de réactions oscillantes. On étudie une de ces réactions. Au cours du temps, on a pu mettre en évidence l'évolution de la concentration d'une des espèces chimiques A, de couleur bleue.



a. Quelle grandeur caractéristique a été choisie pour étudier l'évolution du phénomène ?
b. Comment peut-on qualifier cette évolution ?
c. Définir et mesurer les temps caractéristiques.
d. Citer une condition initiale pouvant être modifiée.
e. Citer un paramètre pouvant être modifié.
f. Pour $[A] < 5{,}0 \times 10^{-2}\,mol \cdot L^{-1}$, la couleur bleue n'est plus visible. Décrire l'évolution de l'apparence du mélange au cours du temps.

11 •• Le geste du sportif

Lire le texte suivant avant de répondre aux questions.

En laboratoire, on peut reconstituer les conditions réelles d'un geste sportif. Pour étudier le départ d'un sprint, le coureur est placé sur un plateau qui offre la possibilité de mesurer les forces exercées par les appuis au sol ; les starting-blocks sont reliés à des capteurs qui mesurent la poussée des pieds. Un calculateur permet de déterminer la position du centre d'inertie du sujet avant le départ. Des mires sont placées aux articulations du coureur pour l'enregistrement du déplacement de ses segments corporels. La mise en relation entre les mesures cinématiques (c'est-à-dire relatives aux mouvements) et dynamiques (relatives aux forces) permet ensuite de modéliser le geste du sportif. Des études de ce type permettent de choisir les positions les plus efficaces. Elles font partie de la préparation des athlètes de haut niveau.



a. Quelles grandeurs caractéristiques peuvent être mesurées avec le dispositif décrit ?
b. Quelles conditions initiales peuvent être modifiées d'un essai à l'autre ?
c. Trouver quelques paramètres pouvant agir sur la performance d'un sprinter.
d. Quelle est l'utilité de modéliser l'action du sportif ?

12 Les geysers

Lire le texte suivant avant de répondre aux questions.

L'eau expulsée par les geysers provient essentiellement de l'eau de pluie qui s'est infiltrée dans le sol à proximité des zones d'activité volcanique. Pour qu'un geyser se forme, il faut que cette eau s'accumule et que la réserve qui se forme soit connectée à l'air libre par des conduits souterrains.
En profondeur, l'eau supporte tout le poids de la colonne d'eau située au-dessus d'elle. Or la température d'ébullition de l'eau augmente avec la pression. Dans les geysers les plus profonds, la température atteint 300 °C sans qu'il y ait ébullition.
La température de la colonne d'eau chauffée par le magma environnant atteint, en certains points, sa température d'ébullition. Des bulles de vapeurs se forment alors, soulèvent la partie supérieure de la colonne d'eau et du liquide est expulsé. La pression diminue alors dans la partie inférieure qui se met elle aussi à bouillir, accentuant encore le phénomène. Cette réaction en chaîne se traduit par la brutale projection d'eau et de vapeur. Ce phénomène s'arrête lorsque la température du liquide restant n'est plus assez élevée ou lorsqu'il ne reste plus assez d'eau dans les conduits. Ainsi, les explosions sont intermittentes.
Il faut que les conduits se remplissent à nouveau pour que l'ébullition et la propulsion recommencent. Les vitesses de remplissage et de réchauffement imposent le rythme des pulsations du geyser.
Le geyser « Old Faithful » aux États-Unis entre en éruption en moyenne toutes les 65 min produisant un jet de 60 m de haut expulsant 45 000 L d'eau.



Le « vieux fidèle » dans le parc de Yellowstone aux États-Unis.

a. Quels sont les deux principaux paramètres dont la variation produit la brusque montée de l'eau ? Comment varient-ils l'un en fonction de l'autre ?
b. Peut-on attribuer un temps caractéristique au phénomène ? Lequel ? Comment peut-on qualifier l'évolution temporelle du phénomène ?
c. Quels paramètres influent sur le temps caractéristique des différents geysers ?

CHAPITRE 2

Les ondes mécaniques progressives



La hola dans un stade ; est-ce une onde qui se propage ?

▶ **Quelles sont les propriétés des ondes ?**

Objectifs

- Définir une onde mécanique et sa célérité.
- Définir et reconnaître une onde transversale et une onde longitudinale.
- Définir une onde progressive à une dimension et savoir que la perturbation en un point du milieu, à la date t, est celle qu'avait la source à la date $t' = t - \tau$, τ étant le retard.
- Savoir utiliser un dispositif pour mesurer un retard lors de la propagation d'une onde.

Plan du cours

1 Exemples d'ondes

2 Définitions

3 Propriétés générales des ondes

4 Ondes progressives à une dimension

Une onde mécanique progressive prend naissance quand on crée une perturbation dans un milieu élastique ; puis elle se propage.

ACTIVITÉ 1

Qu'est-ce qu'une onde ?

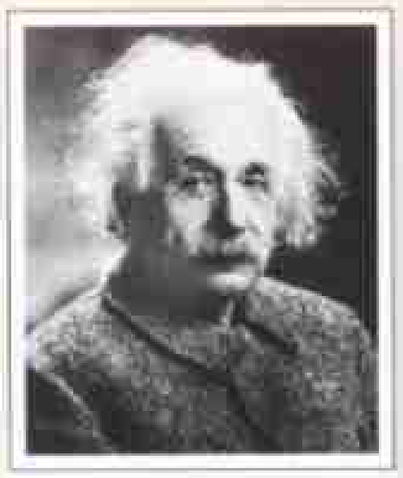


FIG. 1 Albert Einstein.

« Une nouvelle part de Washington et arrive très rapidement à New York, bien que pas un des individus qui prennent part à sa propagation ne fasse le voyage d'une cité à l'autre. Il y a là deux mouvements tout à fait différents, celui de la nouvelle, qui part de Washington à New York, et celui des personnes qui l'ont répandue. Le vent qui passe sur un champ de blé fait naître une onde qui se propage à travers tout le champ. Ici (…) nous devons distinguer le mouvement de l'onde et le mouvement des épis séparés, qui ne subissent que de petites oscillations. Nous avons tous vu des ondes qui se répandent en cercles de plus en plus larges quand on jette une pierre dans un lac. Le mouvement de l'onde est très différent de celui des particules d'eau. Les particules se relèvent et s'abaissent. Un bouchon de liège flottant sur l'onde le montre clairement, car il se relève et s'abaisse à l'imitation du mouvement réel de l'eau, au lieu d'être emporté par l'onde. »



FIG. 2 Quand on jette une pierre dans l'eau, on voit des rides circulaires qui se propagent.

L'évolution des idées en physique
Albert Einstein et Léopold Infeld, © Flammarion.

▶ **1. Décrire rapidement le mouvement de l'onde qui se propage dans le champ de blé et le mouvement d'un épi du champ.**

▶ **2. Quelle différence peut-on faire entre l'onde qui se propage dans le champ de blé et celle qui se propage dans l'eau d'un lac ?**

▶ **3. Répondre à la question : qu'est-ce qu'une onde ?**

ACTIVITÉ 2

Propagation d'une déformation

- Un **ondoscope** est un appareil permettant d'étudier la propagation d'une onde (ici une perturbation) dans un milieu élastique à une dimension.
- Chaque lame de l'ondoscope porte un numéro. Repérer une lame (aux alentours du n° 25).
- Écarter la lame initiale de sa position d'équilibre et la lâcher (fig. 3).

▶ **Décrire le mouvement des lames qui sont successivement atteintes par la perturbation.**

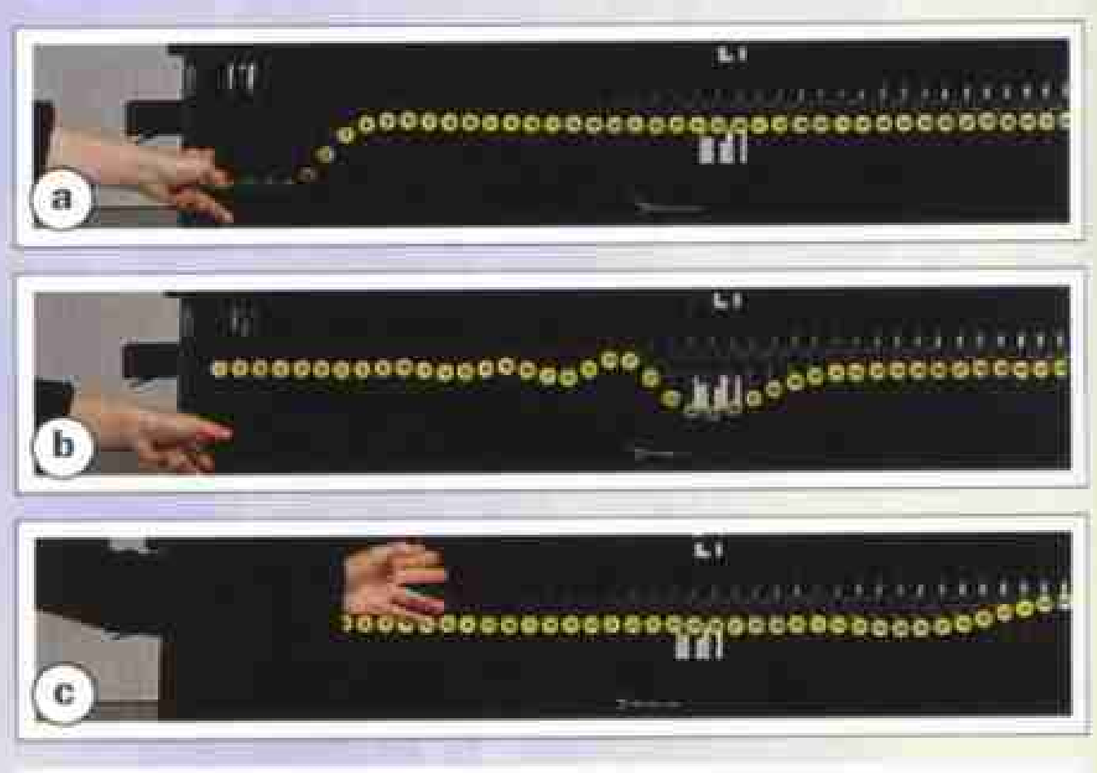


FIG. 3 Ondoscope.
a. On écarte la première lame.
b. La lame considérée subit la perturbation.
c. La lame est revenue à sa position d'équilibre.

L'ÉNIGME DU CHAPITRE

On dit qu'un mobile se déplace et qu'une onde se propage.
Pourquoi cette différence de vocabulaire ?

PHYSIQUE ET VOCABULAIRE

- **Progressive** adj. Qui se développe et progresse.
- **Mécanique** adj. Qui concerne le mouvement des corps.

1 Exemples d'ondes

1. 1. Propagation d'une perturbation dans un milieu à une dimension

A Propagation d'une perturbation le long d'une corde

EXPÉRIENCE

- Attacher une extrémité d'une corde élastique à un support fixe. Tendre la corde et tenir l'autre extrémité à la main. (Prévoir un dispositif qui empêche la réflexion.)
- Imposer une perturbation du côté de l'extrémité tenue à la main (fig. 1 a).
- Lâcher et observer l'aspect de la corde (fig. 1 b).

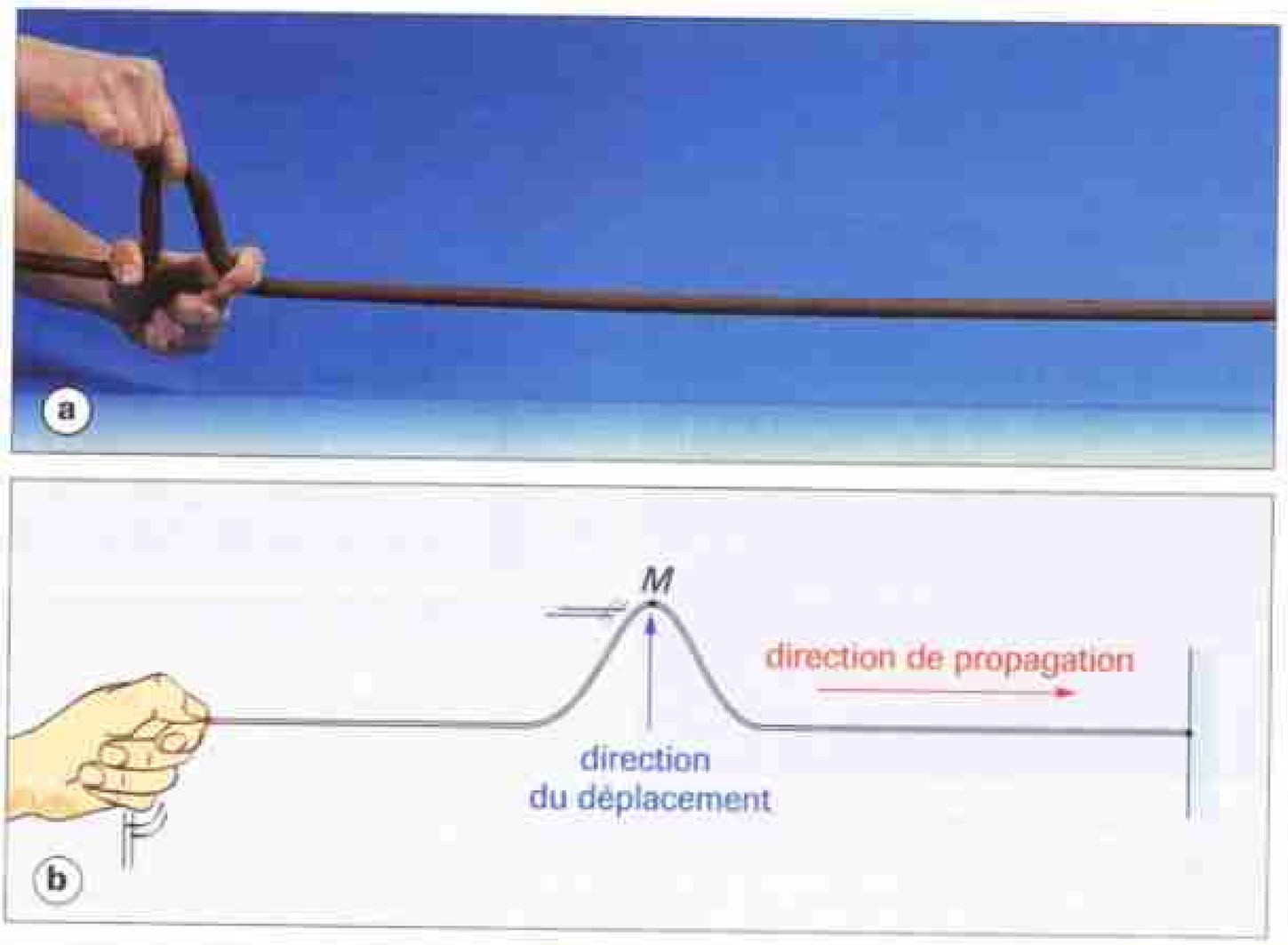


FIG. 1 Propagation d'une perturbation le long d'une corde élastique.
a. La perturbation initiale.
b. La perturbation qui se propage.

OBSERVATION

La perturbation se propage le long de la corde, d'une extrémité à l'autre sans transport de matière.

INTERPRÉTATION

On dit qu'**une onde mécanique** a été transmise le long de la corde.
Le **milieu de propagation** est la corde. On dit qu'il s'agit d'un milieu à une dimension ou **milieu unidimensionnel**. Ce milieu est **élastique** parce qu'il retrouve son état initial après avoir été temporairement déformé. La **direction de propagation** de l'onde est celle de la corde.
Le point M du milieu se déplace perpendiculairement à la corde avant de retrouver son état d'équilibre. On dit que **l'onde est transversale**.

DÉFINITION

Une onde est transversale lorsque le déplacement des points du milieu de propagation s'effectue perpendiculairement à sa direction de propagation.

■ **EXEMPLE :** on observe une vague en coupe (fig. 2). Le bateau subit la perturbation et, finalement ne s'est pas déplacé par rapport à la surface de l'eau.

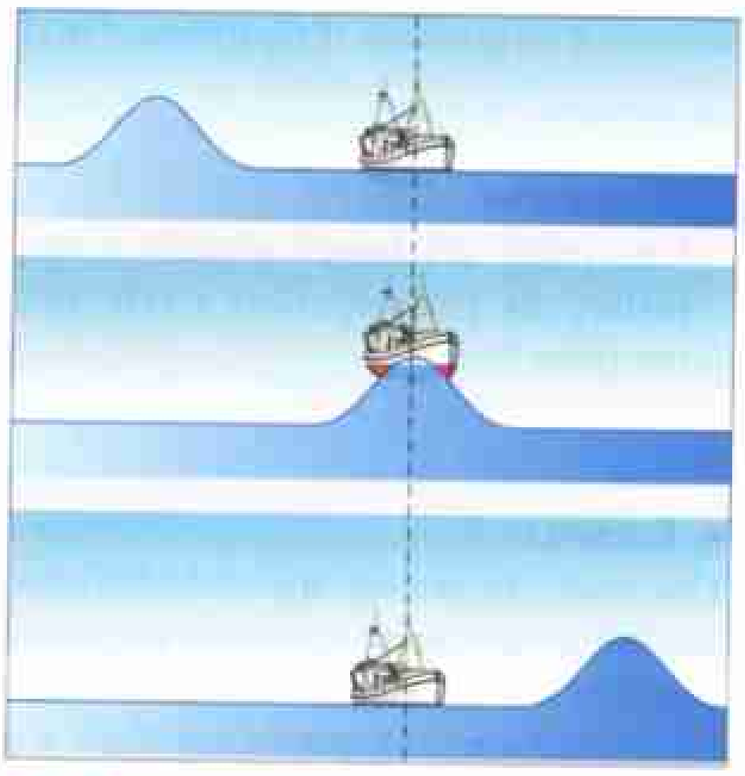


FIG. 2 Le bateau se déplace verticalement au passage de la vague et revient à sa position initiale.

LE COURS

B Propagation d'une perturbation le long d'un ressort

Expérience

- Tendre un long ressort sur une table horizontale.
- Avec la main, comprimer quelques spires à l'une des extrémités (fig. 3a).
- Lâcher et observer l'aspect du ressort (fig. 3b).

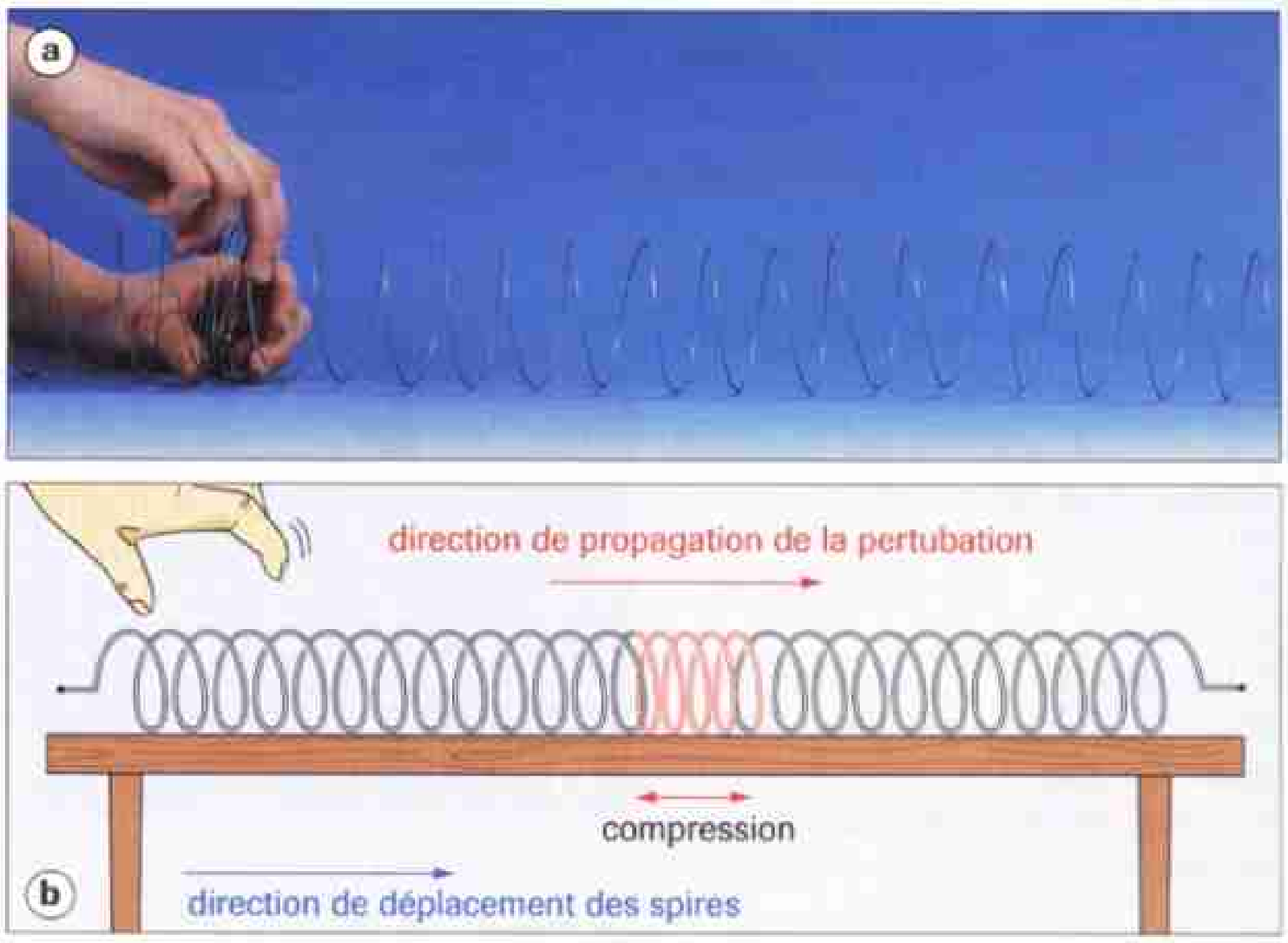


Fig. 3 Propagation d'une perturbation le long d'un ressort.
a. La perturbation initiale (quelques spires comprimées).
b. La perturbation qui se propage.

Observation

La perturbation se propage le long du ressort, d'une extrémité à l'autre sans transport de matière.

Interprétation

Une onde mécanique a été transmise le long du ressort.
Le **milieu de propagation** est unidimensionnel, la direction de propagation est l'axe du ressort.
Une spire du ressort se déplace parallèlement à l'axe du ressort avant de revenir à sa position d'équilibre. On dit que **l'onde est longitudinale.**

Définition

Une onde est longitudinale lorsque le déplacement des points du milieu de propagation s'effectue parallèlement à sa direction de propagation.

Exemple

Une onde sonore est une onde longitudinale : une couche d'air subit un petit déplacement qui se transmet progressivement aux couches voisines car les couches « se poussent » les unes les autres dans la direction de propagation. Ce déplacement des couches d'air s'accompagne d'une variation locale de la pression et une zone de compression de l'air se déplace dans le milieu (fig. 4). À cette compression succède une dilatation et c'est une zone de compression-dilatation qui se propage.

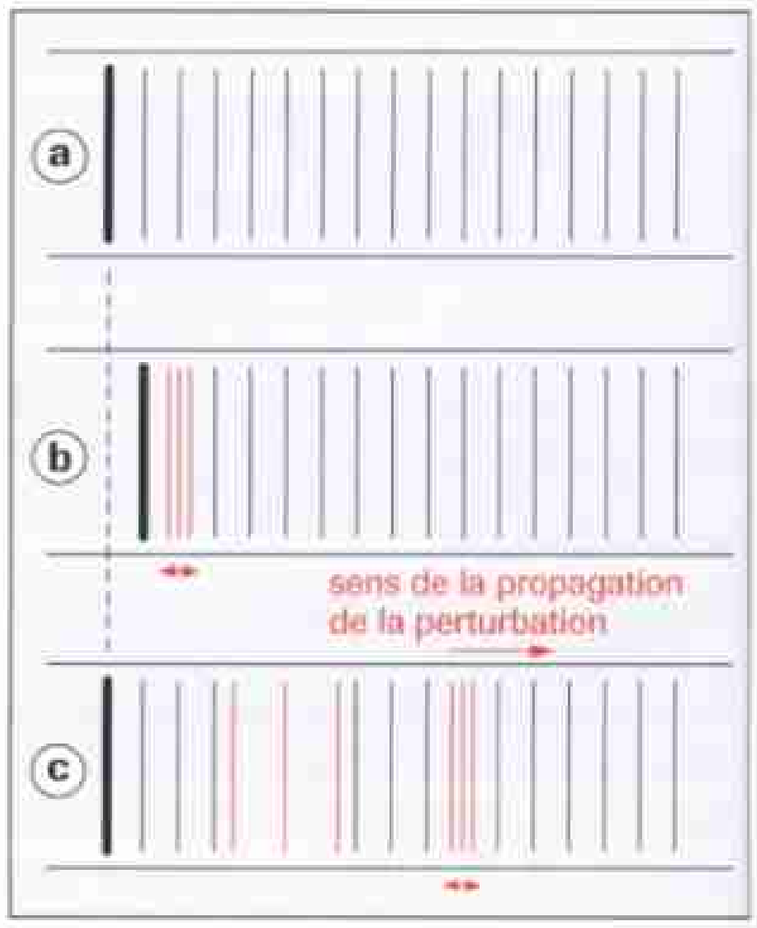


Fig. 4 Onde sonore se déplaçant dans l'air.
a. Symbolisation des couches d'air dans l'état d'équilibre.
b. Un bruit est produit. Les couches d'air se rapprochent dans la partie gauche. Une zone de compression est créée.
c. La zone de compression se déplace dans la colonne d'air. Elle est suivie d'une zone de dilatation.

1. 2. Propagation d'une perturbation dans un milieu à deux dimensions

Lorsqu'on jette une pierre dans l'eau d'un étang, une perturbation se propage, à partir du point de chute, sous forme d'une ride circulaire. Son rayon croît au fur et à mesure que la perturbation s'éloigne du point-source.
Le milieu de propagation de la perturbation est le plan de l'eau ; c'est un milieu à deux dimensions. Une perturbation se propage dans toute direction issue du point-source *S* et contenue dans le plan de l'eau (fig. 5).

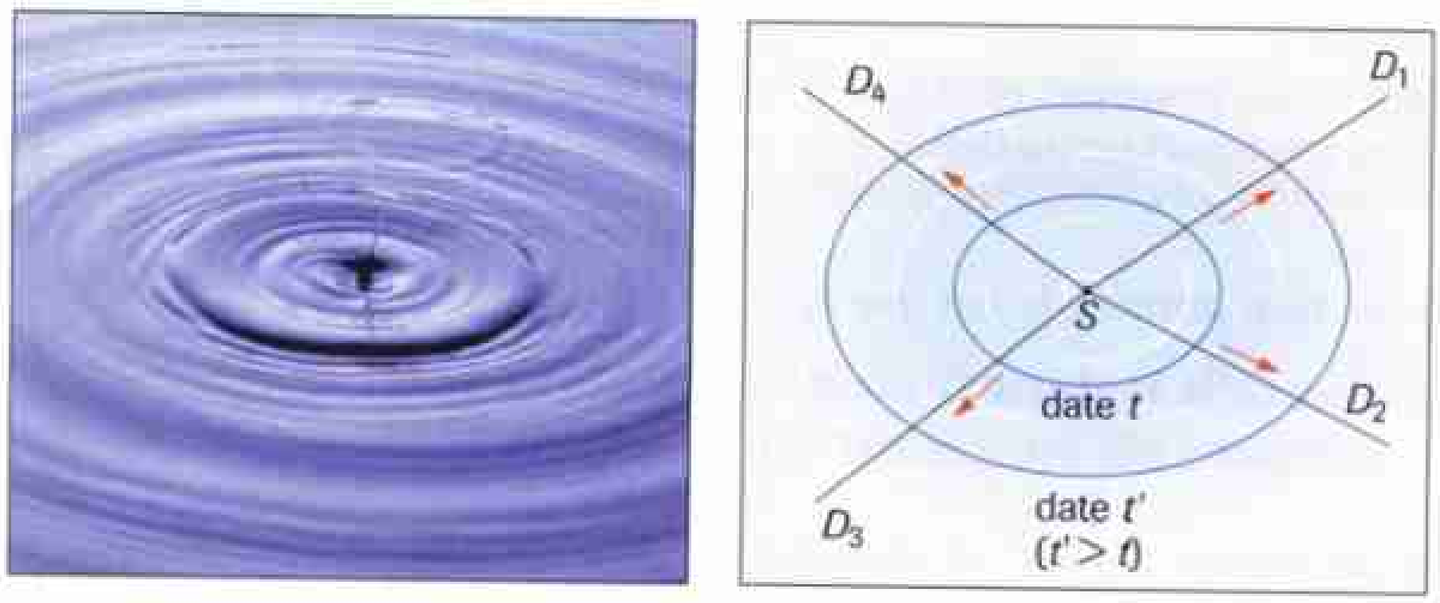


Fig. 5 Propagation d'une perturbation à la surface d'une eau tranquille.
La perturbation se propage dans les directions D_1, D_2, D_3, D_4...

On peut effectuer une expérience similaire, au laboratoire, en produisant une perturbation à la surface de l'eau, dans un récipient contenant une lame d'eau peu profonde (fig. 6). Une ride circulaire prend naissance et se propage très vite. Si l'on place un morceau de liège sur le trajet de l'onde, on constate qu'il subit la perturbation et, après le passage de l'onde, se retrouve dans sa position initiale. On dit que l'onde se propage **sans transport de matière.**



Fig. 6 Rides circulaires à la surface de l'eau.
Une perturbation se propage à la surface de l'eau.

1. 3. Propagation d'un son dans un milieu à trois dimensions

Quand on produit un bruit (perturbation sonore de courte durée), celui-ci se propage, à partir du point-source *S*, dans toutes les directions de l'espace (fig. 7). Une perturbation de nature sonore se propage dans un milieu à 3 dimensions.

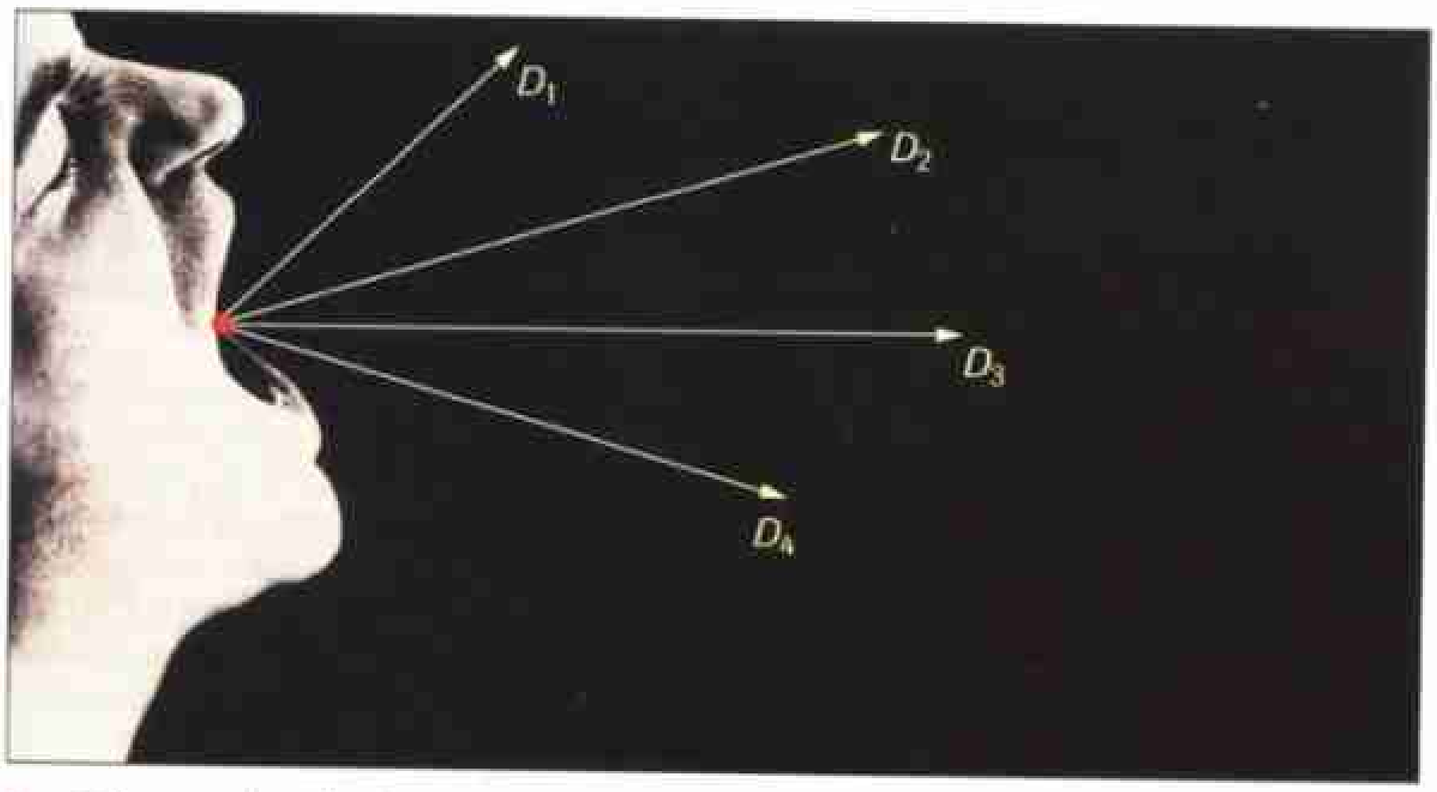


Fig. 7 Propagation d'un bruit dans toutes les directions de l'espace (D_1, D_2, D_3, D_4... sont des droites quelconques issues du point-source *S*).

LE COURS

2 Définitions

2. 1. Définition d'une onde mécanique

Dans tous les exemples précédents, un point du milieu matériel atteint par la perturbation subit un déplacement et revient à sa position initiale. La perturbation se propage donc sans transport de matière.

On appelle onde mécanique le phénomène de propagation d'une perturbation dans un milieu matériel sans transport de matière.

On utilise l'expression *onde progressive* pour bien marquer le fait que la perturbation progresse dans un milieu élastique.

2. 2. Célérité d'une onde

A Définition de la célérité

La propagation d'une perturbation dans un milieu s'effectue avec une certaine « vitesse ». Mais, puisque la propagation s'effectue sans transport de matière, on préfère utiliser le mot **célérité**.

La célérité v d'une onde est le rapport entre la distance d parcourue par l'onde et la durée Δt du parcours.

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

v : célérité de l'onde ($m \cdot s^{-1}$)
d : distance parcourue par l'onde (m)
Δt : durée du parcours (s)

La célérité est numériquement égale à la distance parcourue par l'onde en 1,0 s.
Par exemple, les célérités d'une onde le long d'une corde élastique ou à la surface de l'eau peuvent aller de 1 $m \cdot s^{-1}$ à quelques dizaines de $m \cdot s^{-1}$.

B Mesure de la célérité d'une onde

Pour mesurer la célérité d'une onde le long d'une corde élastique, on utilise le dispositif de la figure 8.
Pour un état donné de la corde, **la célérité est constante :** la propagation de la perturbation s'effectue à « vitesse » constante.
La célérité est indépendante de la forme de la perturbation et de son amplitude à condition que celle-ci ne soit pas trop grande.
La célérité dépend de la tension de la corde et de sa masse linéique (masse par unité de longueur).

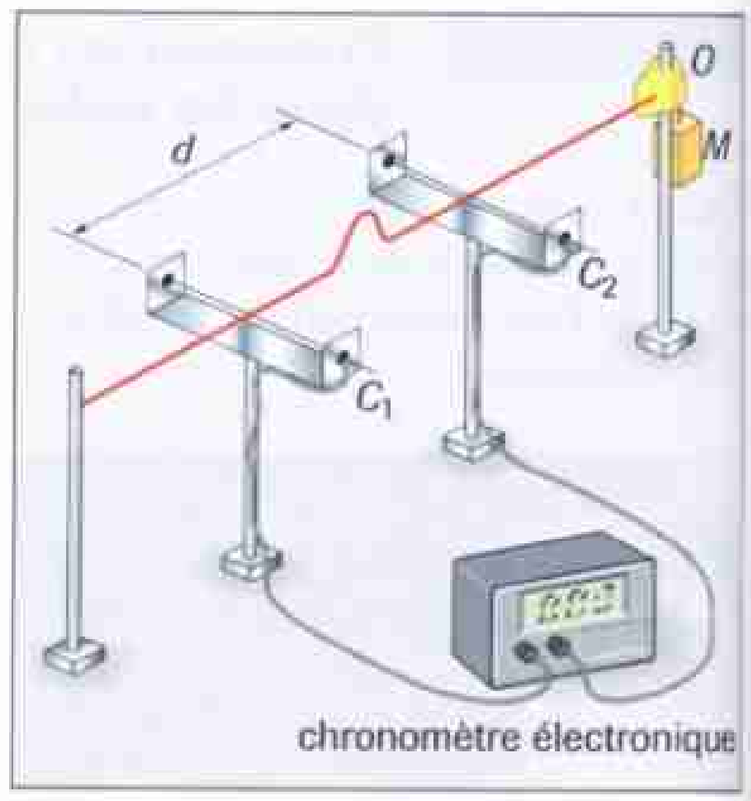


Fig. 8 Le passage de la perturbation devant la cellule photoélectrique C_1 déclenche le chronomètre ; il l'arrête lorsque la perturbation atteint la cellule C_2. La corde est tendue par le poids de la masse M ; on peut faire varier la tension pour étudier son influence sur la célérité. La corde aboutit sur un matériau absorbant pour éviter le *retour* de la perturbation.

▶ *Voir exercices n°s 6 et 7, page 35*

3 Propriétés générales des ondes

3. 1. Une onde se propage dans toutes les directions qui lui sont offertes

Dans un milieu à une dimension, il n'existe qu'une seule direction de propagation.
Dans un milieu à deux dimensions, un plan par exemple, l'onde se déplace dans toutes les directions contenues dans ce plan à partir de la source (fig. 9).
Dans un milieu à trois dimensions, l'onde progresse dans toutes les directions de l'espace issues du point source.

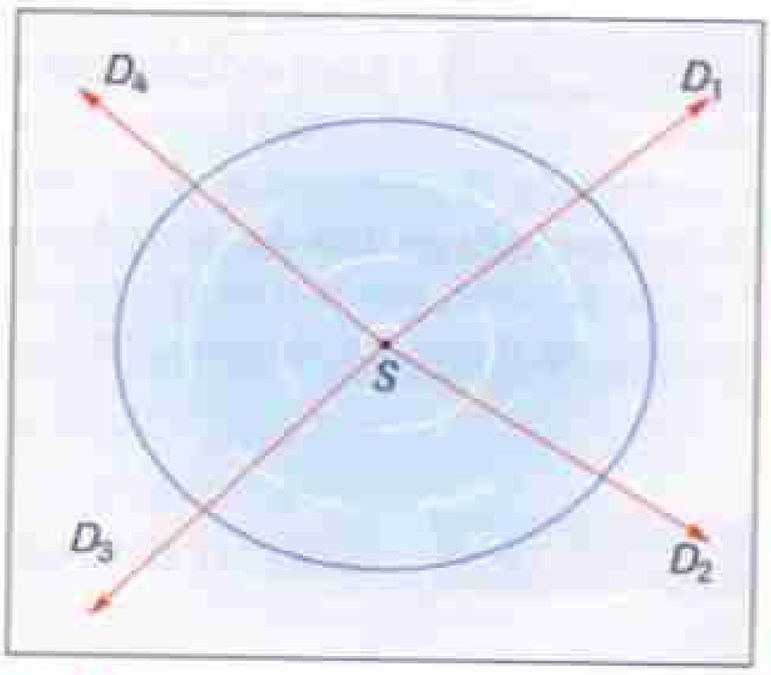


Fig. 9 Onde mécanique à la surface de l'eau. L'onde se propage dans toutes les directions du plan.

3. 2. Une onde réalise un transfert d'énergie mécanique sans transport de matière

Pour produire la perturbation en *A*, il faut fournir de l'énergie mécanique. La perturbation se propage, chaque point de la corde revenant à sa position initiale après le passage de l'onde. Celle-ci parvient en *B* où elle projette un corps léger comme une balle de ping-pong (fig. 10) ; de l'énergie mécanique a donc été transférée de *A* à *B* sans transport de matière.

■ **Remarque**
De l'énergie est transférée de l'extrémité *A* à l'extrémité *B* mais il n'y a pas conservation de l'énergie lors du trajet *AB*. À cause de frottements divers, l'énergie transportée diminue ; cela se traduit par une diminution de l'amplitude au cours de la progression de l'onde.

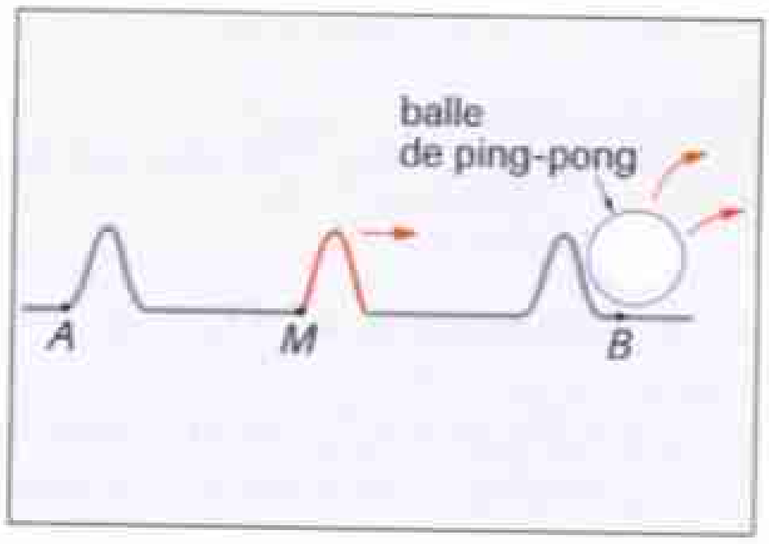


Fig. 10 Le long d'une corde, il y a transfert d'énergie mécanique sans transport de matière.

3. 3. La célérité d'une onde est une propriété du milieu de propagation

Dans un milieu élastique déterminé, la célérité d'une onde est constante. Par exemple, la célérité de son dans l'air, à 15 °C et sous la pression de 1,0 bar, est voisine de 340 $m \cdot s^{-1}$.
La célérité d'une onde dépend des propriétés du milieu. Par exemple, la célérité du son dans l'air dépend de sa température.

3. 4. Deux ondes peuvent se croiser

Deux ondes peuvent se croiser sans se perturber (fig. 11).

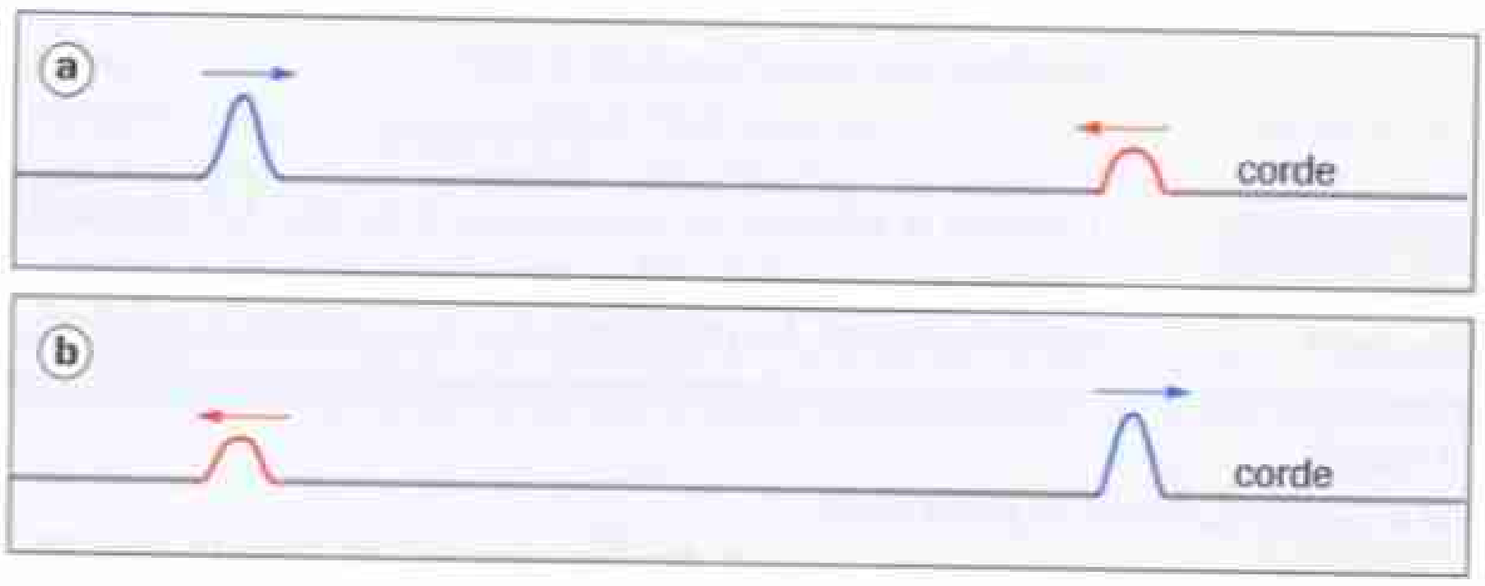


Fig. 11 Croisement de deux ondes ayant la même direction de propagation.
a. Avant le croisement.
b. Après le croisement : il n'y a pas eu de perturbation.

LE COURS

4 Ondes progressives à une dimension

4. 1. Le problème à résoudre

Considérons la propagation d'une onde le long d'une corde (milieu à une dimension). On produit une perturbation au point S (source) qui se propage le long de la corde, parvient en M' puis en M (fig. 12). La perturbation en S étant connue, est-il possible de connaître la perturbation produite en M' ou en M ?

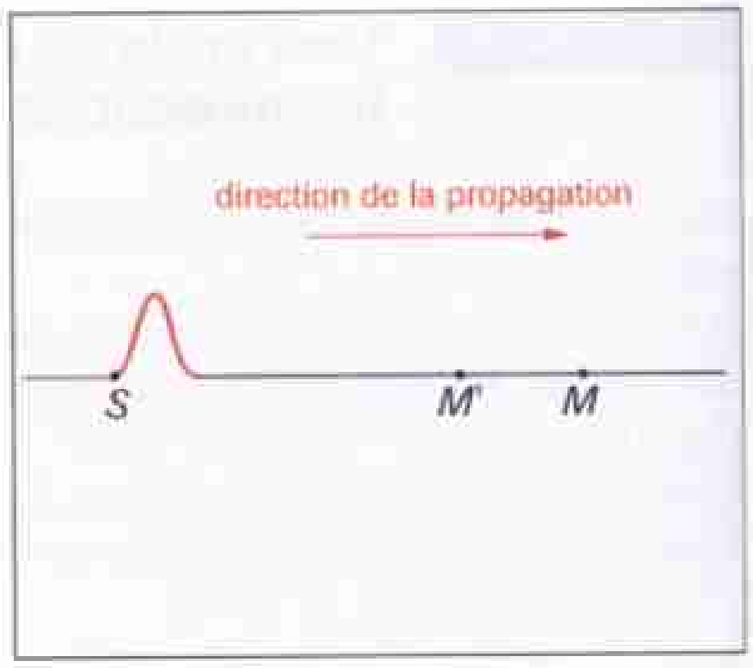


Fig. 12 L'onde issue de S parvient en M' puis en M.

4. 2. Notion de retard

On suppose que la perturbation se propage sans amortissement.
- Tout point du milieu reproduit la perturbation créée au niveau de la source S.
- La perturbation au point M' reproduit la perturbation de la source S mais avec un **retard** ; en effet, la perturbation met une certaine durée pour progresser de S à M'.

Le retard τ est la durée mise par la perturbation pour aller de S à M' :

$$\tau = \frac{SM'}{v}$$ **où v est la célérité de l'onde.**

- La perturbation en M' à la date t est celle qu'avait la source à la date antérieure : $t' = t - \tau$.
- La perturbation au point M reproduit la perturbation au point M'.
- La perturbation au point M à la date t est la perturbation qui existait en M' à la date antérieure $t' = t - \tau'$, τ' étant le retard entre les positions M' et M :

$$\tau' = \frac{M'M}{v}$$

Conclusion

Dans une onde mécanique, tout point du milieu subit la même perturbation que la source avec un retard.

Exercice résolu — **Onde mécanique progressive**

Énoncé

On crée une onde mécanique progressive sur une corde en produisant, à son extrémité S, une perturbation très brève à la date $t = 0$. L'onde se propage sur la corde avec la célérité $v = 5{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

1. Le point M situé à 10 m de S est-il en mouvement à la date $t = 2{,}5$ s ? Justifier la réponse.

2. Même question pour le point N placé à 15 m de S.

Solution

Chaque point de la corde reproduit la pertubation créée en S avec un retard τ.

1. Pour le point M, le retard est :

$$\tau = \frac{SM}{v} = \frac{10}{5{,}0} = 2{,}0\ \text{s}.$$

Le point M effectue un mouvement à la date 2,0 s et, par conséquent, à la date 2,5 s, son mouvement est terminé. La perturbation a dépassé le point M.

2. Pour le point N, le retard vaut :

$$\tau = \frac{SN}{v} = \frac{15}{5{,}0} = 3{,}0\ \text{s}.$$

Le point N effectue un mouvement à la date 3,0 s et, par conséquent, à la date 2,5 s, son mouvement ne s'est pas encore effectué. La perturbation n'a pas atteint le point N.

■ **Remarque :** le point qui est en mouvement à la date 2,5 s est le point situé à 12,5 m de S.

▶ *Voir exercices n°s 15, 16 et 17, page 37*

1 Exemples d'ondes

■ Une perturbation peut se propager dans un milieu unidimensionnel (par exemple le long d'une corde élastique ou le long d'un ressort), dans un milieu à deux dimensions (par exemple à la surface d'une eau tranquille) ou dans le milieu à trois dimensions (par exemple un bruit se propageant dans l'air).

Dans tous ces cas, on dit qu'**une onde se propage** dans le milieu.

■ Une onde mécanique peut être **transversale** ou **longitudinale**.

• Une onde est **transversale** lorsque le déplacement des points du milieu s'effectue perpendiculairement à la direction de propagation.

• Une onde est **longitudinale** lorsque le déplacement des points du milieu s'effectue parallèlement à la direction de propagation. Les ondes sonores sont des ondes longitudinales correspondant à la propagation d'une zone de compression-dilatation des couches d'air.



Onde transversale.



Onde longitudinale.

■ Une onde mécanique se propage dans toutes les directions qui lui sont offertes.

2 Définitions

■ Une **onde mécanique** désigne la propagation d'une perturbation dans un milieu matériel **sans transport de matière**. Elle réalise **un transfert d'énergie**. Cependant, il n'y a pas conservation de cette énergie au cours du transfert.

■ Une onde mécanique se propage dans un milieu avec une **célérité** déterminée et constante. La célérité est le quotient de la distance parcourue par la durée du parcours :

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

3 Propriétés générales des ondes

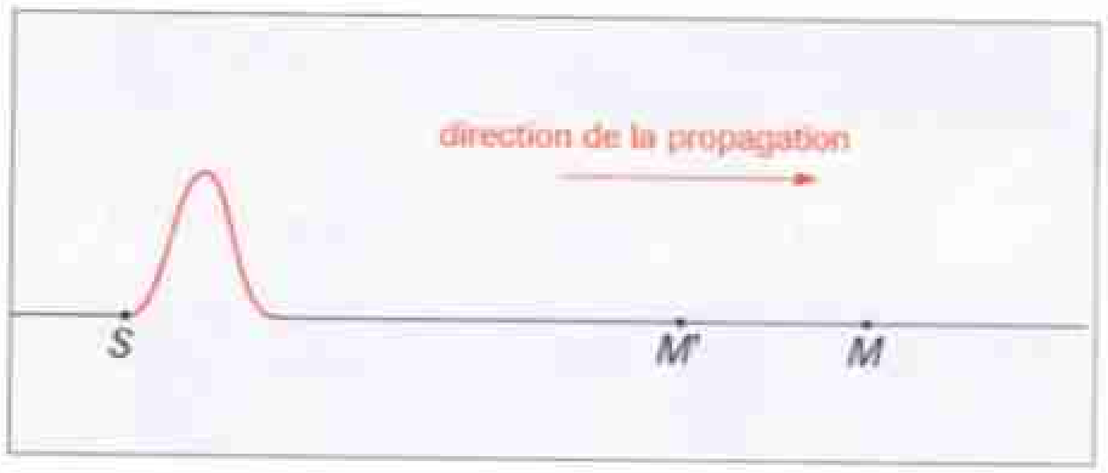
■ Une onde se propage dans toutes les directions qui lui sont offertes.

■ Une onde réalise un transfert d'énergie mécanique sans transport de matière.

■ La célérité d'une onde est une caractéristique du milieu de propagation.

■ Deux ondes peuvent se croiser.

4 Ondes progressives à une dimension



La perturbation issue de S va se propager jusqu'en M' puis en M...

■ En l'absence d'amortissement, tout point du milieu reproduit la perturbation créée à la source S.

■ Le point M' reproduit la perturbation de S avec un **retard** τ égal à la durée mise par la perturbation pour aller de S à M' :

$$\tau' = \frac{SM'}{v}$$

En conséquence : la perturbation en M' à la date t est celle qu'avait la source à la date $t - \tau$.

■ La perturbation en M à la date t est celle qu'avait le point M' à la date $t - \tau$ avec :

$$\tau' = \frac{M'M}{v}$$

Mots-clés

- **Perturbation**
- **Onde transversale**
- **Onde longitudinale**
- **Célérité**
- **Retard**

▶ *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Mesurer un retard grâce à un oscilloscope

Avec un oscilloscope, on peut mesurer le retard d'une salve d'ultrasons entre deux positions d'un milieu de propagation. On en déduit alors la célérité des ultrasons dans l'air.

Matériel

- générateur ultrasonore fournissant des impulsions (mode SALVE) et le récepteur correspondant.
- oscilloscope.
- règle graduée.

Manipulation

Objectifs : Mesurer le retard d'une salve d'ultrasons.
En déduire la célérité des ultrasons dans l'air.

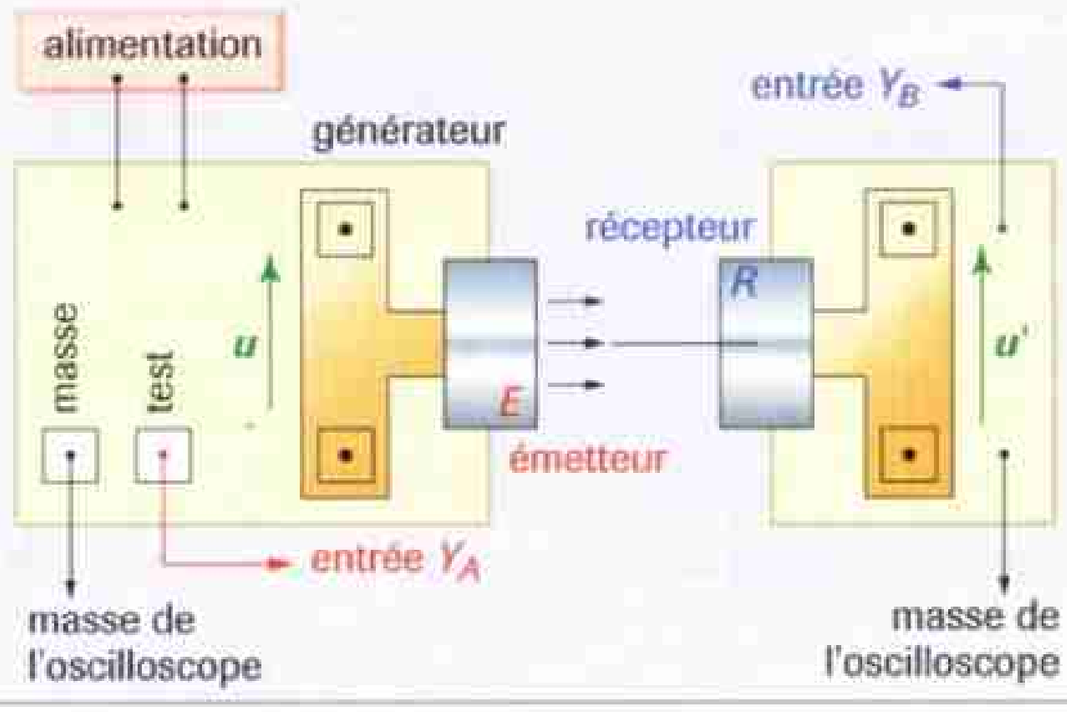


Fig. 1 Production et réception des ultrasons : l'émetteur et le récepteur sont placés face à face.

1. Mettre en place l'émetteur ultrasonore et le récepteur. Faire les branchements sur l'oscilloscope (fig. 1) pour observer la perturbation émise (semblable à la tension u) et la perturbation reçue (semblable à la tension u').

2. Observer l'écran de l'oscilloscope lorsque l'émetteur est en mode SALVE.

Une salve d'ultrasons est une perturbation sonore (de fréquence 40 kHz) séparés par une durée réglable (tension u; voie Y_A).

3. Fixer la règle et déplacer le récepteur R pour obtenir sur l'écran de l'oscilloscope la disposition de la figure 2 : les courbes relatives à l'émetteur et au récepteur «démarrent» simultanément (position 1 : le récepteur est à l'abscisse d_1 sur la règle).

4. Déplacer lentement le récepteur en observant la courbe relative au récepteur.

5. Lorsque le récepteur est dans la position 2 (abscisse d_2), la déformation reçue a un retard τ par rapport à la déformation reçue dans la position 1 (fig. 3).

Comment peut-on évaluer τ? Quelle grandeur faut-il connaître?

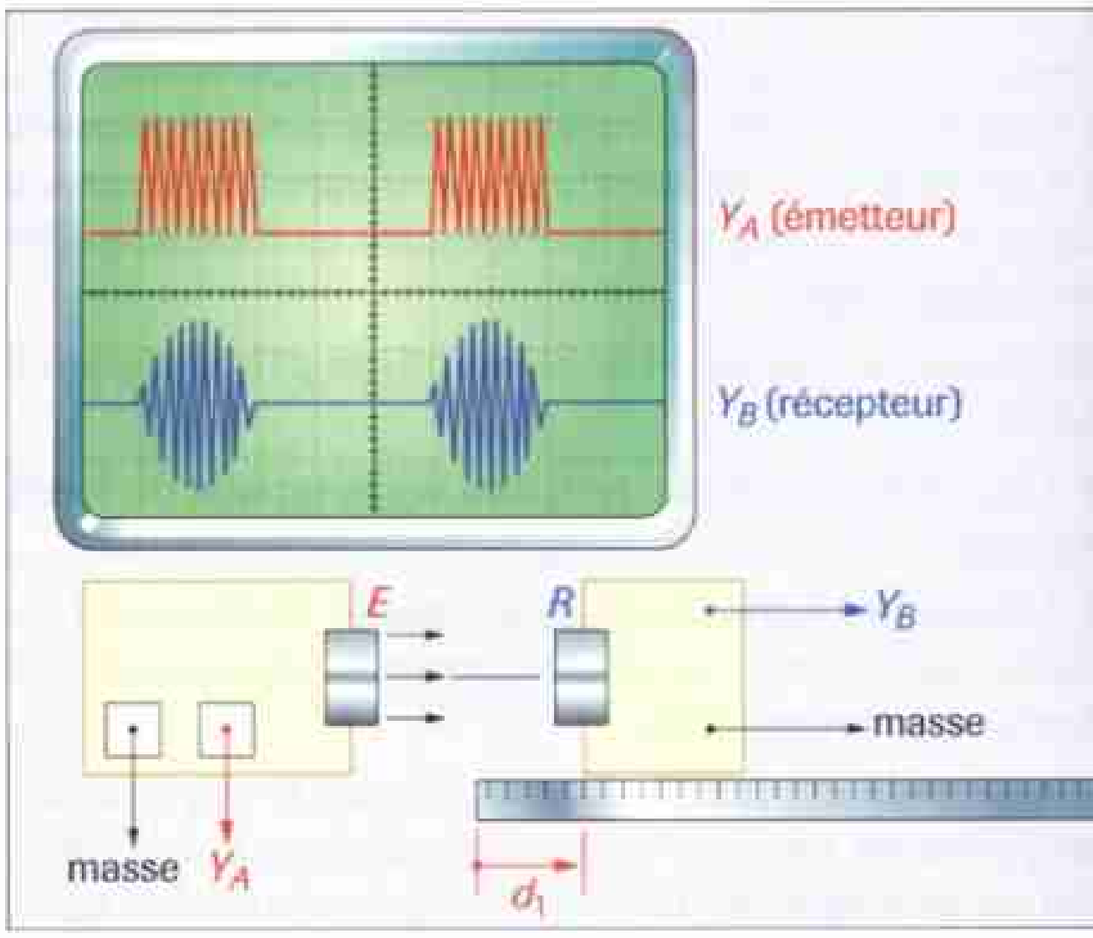


Fig. 2 Position 1 : démarrage des courbes au même instant

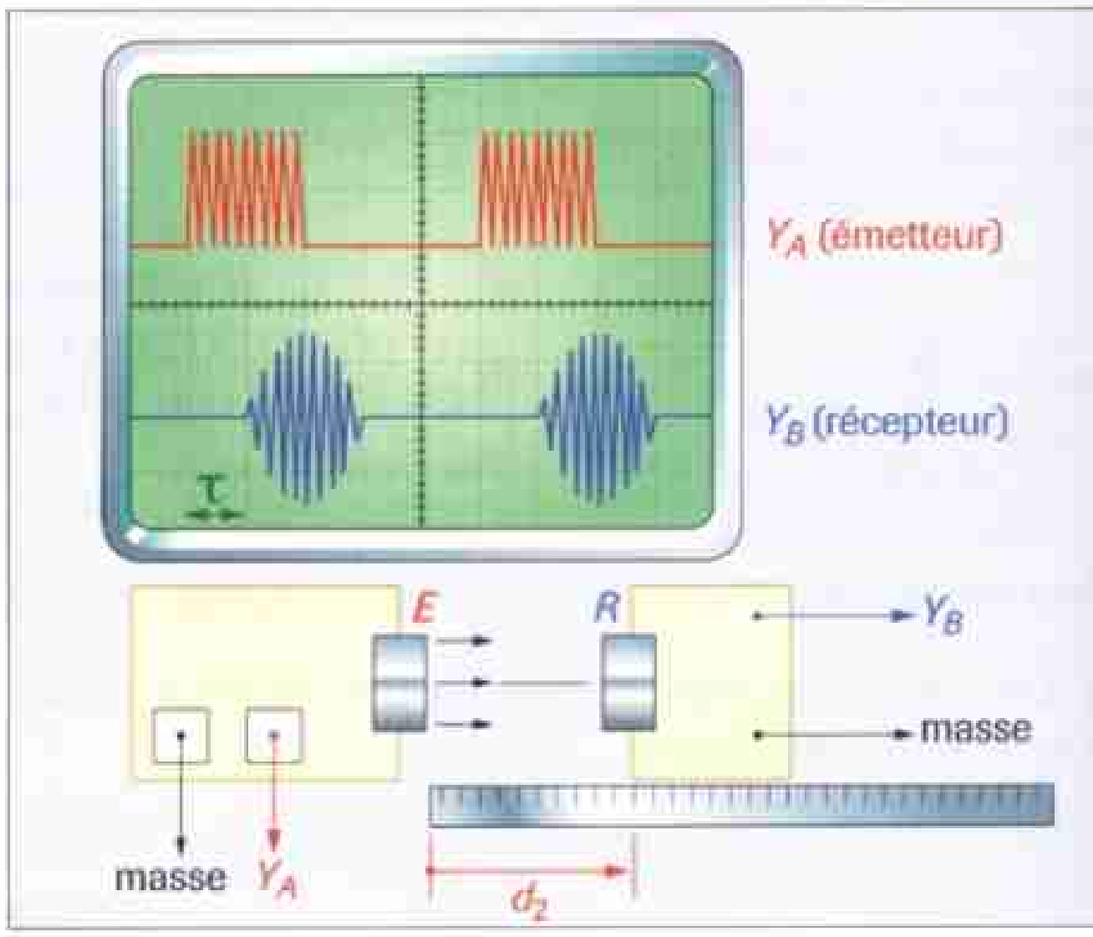


Fig. 3 Position 2 : il y a un retard τ entre les deux courbes.

▶ Questions

1. La perturbation reçue a-t-elle la même forme que perturbation émise? Commenter.

2. La perturbation reçue dans la position 2 (courbe bleu décalée de τ) correspond-elle à la perturbation émi observée à l'oscilloscope (première courbe rouge)? Ce a-t-il une importance?

3. Déterminer la durée du balayage de l'oscilloscope en déduire le retard τ.

4. À quel parcours des ultrasons le retard τ correspond-i

5. En déduire la célérité v des ultrasons dans l'air.

BAC

Les tsunamis

Les tsunamis sont des raz-de-marée qui, brusquement et sans que rien ne les laisse prévoir, déferlent sur certaines côtes…

DOC

L'origine du tsunami

L'effondrement d'un fond marin ou un tremblement de terre sous-marin sont capables de créer une perturbation des eaux de surface sur le lieu de ces séismes. Il en résulte une vague (ou un train de vagues) qui prend naissance et se propage sur l'océan.

La progression du tsunami

Les tsunamis se propagent bien sur les océans profonds, en particulier sur l'océan Pacifique. Leur célérité est très grande, de l'ordre de 700 à 800 $km \cdot h^{-1}$.
Ils peuvent se propager sur des distances considérables, par exemple sur plus de 15000km. Des tsunamis engendrés au Japon ou en Alaska peuvent se faire sentir jusqu'au Chili.
En haute mer, un tsunami se présente comme une vague de faible amplitude (fig. 1) et à peine perceptible ; un navire qui la croise ne se rend pratiquement pas compte de son existence.



Fig. 1 Le tsunami se propage sous forme d'une petite vague, imperceptible pour le navire.

L'arrivée à la côte

À la côte, le fond de la mer s'élève : le tsunami se transforme en une vague déferlante de 20 à 30 m de haut (fig. 2 et 3). Un tsunami nous apparaît donc comme une onde se propageant à la surface de l'océan et transportant une énergie considérable, énergie qui apparaît lorsque l'onde atteint une terre, extrémité de son milieu de propagation.
Les tsunamis frappent assez fréquemment les côtes japonaises où elles provoquent des ravages considérables. Depuis quelques années, un réseau d'alerte a été mis en place (il détecte les séismes susceptibles de déclencher les tsunamis) et des protections sont construites le long des rivages les plus exposés. On s'efforce ainsi de minimiser les pertes en vies humaines mais les dégâts matériels ne peuvent guère être évités.



Fig. 2 Déferlement du tsunami sur une côte sous forme d'une énorme vague.

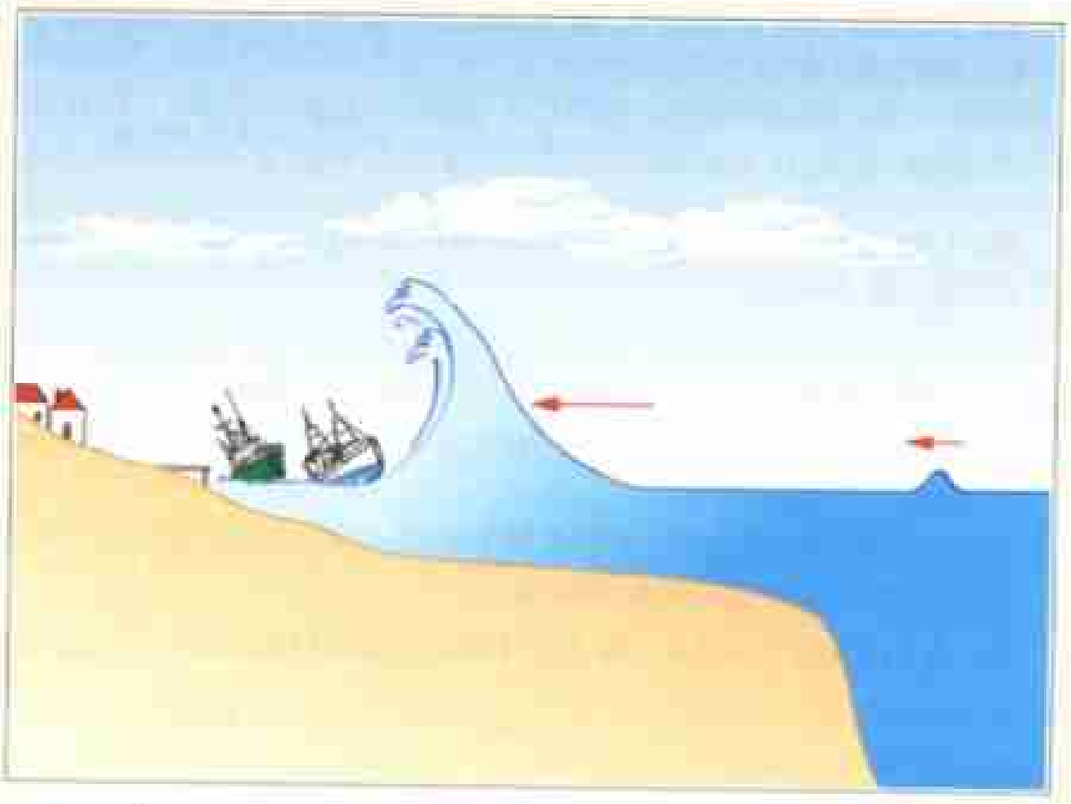


Fig. 3 Lorsque le fond de la mer s'élève, une vague de 20 à 30 m de haut apparaît.

▶ Questions

1. Recherchez l'origine du mot *tsunami*.

2. Calculer la célérité d'un tsunami en unité S.I.

3. Sachant que le périmètre de la Terre est d'environ 40000 km, calculer l'ordre de grandeur de la durée mise par un tsunami pour se propager des côtes de l'Alaska jusqu'à celles du Chili.

4. Quel phénomène permet d'affirmer qu'un tsunami, comme une onde quelconque, transporte de l'énergie ?

5. Que peut-on dire de cette énergie transportée à l'échelle humaine ?

6. On dit souvent qu'un tsunami apparaît comme un raz-de-marée. Le phénomène est-il en relation avec la marée ?

EXERCICE RÉSOLU

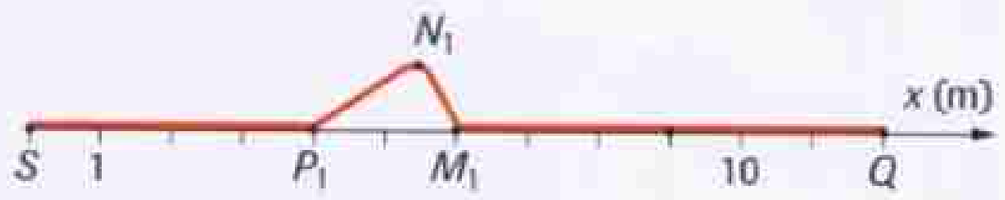
ÉNONCÉ

Propagation d'une perturbation sur une corde

On étudie la propagation d'une perturbation le long d'une corde élastique.

À la date $t = 0$, le front de la perturbation quitte l'extrémité S de la corde.

À la date $t_1 = 2{,}4$ s, on prend une photographie instantanée de la corde ; la figure ci-dessous reproduit le cliché obtenu avec une échelle des longueurs.



M_1 est la position du front de l'onde à la date t_1, N_1 celle de la crête et P_1 celle de la queue de l'onde.

1. L'onde qui se propage le long de la corde est-elle transversale ou longitudinale ?

2. Calculer la célérité de l'onde le long de la corde.

3. Quelle est la durée du mouvement d'un point de la corde au passage de l'onde ?

4. À la date t_1, quels sont les points de la corde qui s'élèvent et ceux qui descendent ?

5. Dessiner l'aspect de la corde à la date $t_2 = 3{,}6$ s.

6. Soit le point Q de la corde situé à 12,0 m de S.

a. À quelle date le point Q commence-t-il à bouger ?

b. À quelle date le point Q cesse-t-il de bouger ?

c. Décrire le mouvement du point Q.

SOLUTION

1. L'onde est transversale car le mouvement des points de la corde s'effectue perpendiculairement à la direction de la propagation.

2. Pendant la durée t_1, le front de l'onde progresse de S à M_1 avec $SM_1 = 6{,}0$ m. On en déduit la célérité :

$$v = \frac{SM_1}{t_1} = \frac{6{,}0}{2{,}4} = \mathbf{2{,}5\ m \cdot s^{-1}}.$$

3. La perturbation s'étend sur une longueur de 2,0 m ; sa durée de passage en un point est donc :

$$\Delta t = \frac{P_1M_1}{v} = \frac{2{,}0}{2{,}5} = 0{,}80\ \text{s}.$$

4. Quand il est atteint par l'onde, un point s'élève puis descend pour retrouver sa position d'équilibre.
Les points du segment (M_1N_1) sont donc en train de monter et ceux du segment (N_1P_1) en train de descendre.

5. À la date $t_2 = 3{,}6$ s, le front de la perturbation atteint la point R tel que :

$$SR = vt_2 = 2{,}5 \times 3{,}6 = 9{,}0\ \text{m}.$$

On obtient l'aspect de la corde en reproduisant la perturbation de manière que son front soit au point R (figure ci-dessous).



6. a. Le point Q commence à bouger à la date t_3 :

$$t_3 = \frac{SQ}{v} = \frac{12}{2{,}5} = 4{,}8\ \text{s}.$$

b. Il cesse de bouger à la date :

$$t_4 = t_3 + \Delta t = 4{,}8 + 0{,}80 = 5{,}6\ \text{s}.$$

c. Le point Q s'élève puis descend et retrouve sa position d'équilibre.

COMMENTAIRES

Reconnaître une onde transversale ou longitudinale fait partie des savoir-faire exigibles.

L'observation de la figure fournit la valeur de la célérité.

L'observation de la figure fournit la durée de la perturbation.

Raisonnez en déterminant le mouvement d'un point quelconque de la corde au passage de l'onde.

Tout point de la corde reproduit la perturbation initiale avec un retard.

Le point Q reproduit le mouvement de S.

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. Lorsqu'une perturbation se propage dans un milieu, on dit qu'une ... ... se propage dans le milieu.

b. Pour que la propagation puisse s'effectuer, le milieu doit être ... .

c. La ... de l'onde est la vitesse avec laquelle elle se ... dans le milieu.

d. Une onde peut être ... ou ... selon que la perturbation est ... ou ... à la direction de propagation.

2 Vrai ou faux ?

a. Au cours de la propagation d'une onde, il n'y a pas de transport de matière.

b. Au cours de la propagation d'une onde, il n'y a pas de transfert d'énergie.

c. La célérité d'une onde a une valeur déterminée dans un milieu de propagation déterminé.

d. La célérité du son dans l'air a la même valeur dans toutes les directions.

3 QCM

a. Dans le système international, la célérité d'une onde s'exprime en :

❑ mètres (m) ; ❑ $m \cdot s^{-1}$; ❑ $s \cdot m^{-1}$.

b. Le long d'une corde tendue, il peut se propager une onde

❑ transversale ; ❑ longitudinale.

c. La célérité du son dans l'air est voisine de :

❑ $340\ m \cdot s^{-1}$; ❑ $340\ km \cdot s^{-1}$; ❑ $340\ km \cdot h^{-1}$.

d. La perturbation en un point M du milieu est celle de la source un certain temps :

❑ avant ; ❑ après.

e. Le retard de la perturbation au point M par rapport à la source S vaut :

❑ $\frac{v}{SM}$; ❑ $v \times SM$; ❑ $\frac{SM}{v}$.

4 Apprendre à rédiger

En utilisant des phrases simples, définir une *onde progressive*, une *onde transversale*, une *onde longitudinale*, la *célérité d'une onde*, le *retard de la déformation* en un point M du milieu par rapport à la source.
Résumer les propriétés générales des ondes progressives.

5 Savoir-faire expérimental

On dispose d'une large cuve à eau et d'une burette munie d'un robinet.
Comment peut-on procéder pour déterminer un ordre de grandeur de la célérité des ondes à la surface de l'eau ? Pourquoi la mesure est-elle difficile ?

Application des connaissances

Célérité d'une onde

6 • Le long d'une corde

Pierre se propose de mesurer la célérité des ondes le long d'une corde élastique. Il attache l'une des extrémités de la corde à un mur puis il tend la corde et saisit la seconde extrémité à la main. La longueur de la corde est $\ell = 8{,}5$ m. Pierre est aidé dans les mesures par sa camarade Louise qui dispose d'un chronomètre.

a. Louise se place près du mur. Pierre produit alors une brève secousse à l'extrémité de la corde qu'il tient tout en émettant un *top* ; Louise déclenche alors le chronomètre puis elle l'arrête quand elle voit la perturbation parvenir au mur.

Calculer la célérité v de l'onde le long de la corde sachant que le chronomètre indique $\Delta t = 5{,}3$ s.

Quelle est l'approximation faite dans cette mesure ? Est-elle justifiée ?

b. Pierre se rend compte que l'onde se réfléchit à l'extrémité de la corde fixée au mur et lui revient.
Louise étant maintenant près de Pierre, celui-ci émet un premier *top* quand il produit la secousse et un second *top* quand l'onde lui revient. Louise déclenche et stoppe le chronomètre à ces deux *tops*. On admet que la célérité de l'onde a même valeur à l'aller et au retour.

Quelle est la valeur de la célérité de l'onde si le chronomètre indique $\Delta t = 10{,}7$ s ?

Que pensez-vous du second processus de mesure par rapport au premier ?

7 •• Célérité du son

Cyril et Margot désirent mesurer la vitesse des ondes sonores dans l'air. Ils utilisent la réflexion du son sur un grand immeuble.

Ils choisissent une position devant l'immeuble et mesurent, en comptant leurs pas, la distance à l'immeuble ; ils trouvent $\ell = 523$ m, valeur que l'on considérera comme exacte.
Cyril produit un bruit en faisant exploser un pétard ; Margot déclenche le chronomètre à la production du bruit et l'arrête lorsqu'elle perçoit son retour. Elle mesure ainsi une durée $\Delta t = 3{,}1$ s.

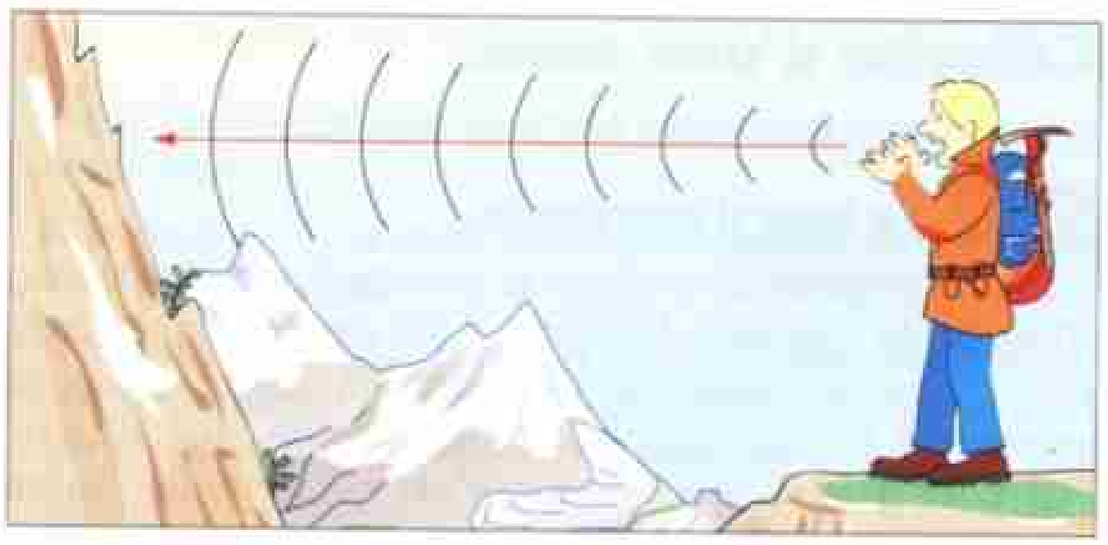
a. Calculer la célérité du son dans l'air d'après cette expérience.

b. L'incertitude sur la mesure de Δt est 0,05 s ; cela signifie que Δt est compris entre 3,05 s et 3,15 s.
Entre quelles limites la célérité du son se situe-t-elle ? On donnera 3 chiffres significatifs.

c. Quelle serait la durée Δt mesurée si Cyril s'était placé à 847 m de l'immeuble ?

8 • Écho

L'écho est la réflexion des bruits qui s'observe facilement en montagne, au voisinage d'une paroi rocheuse.



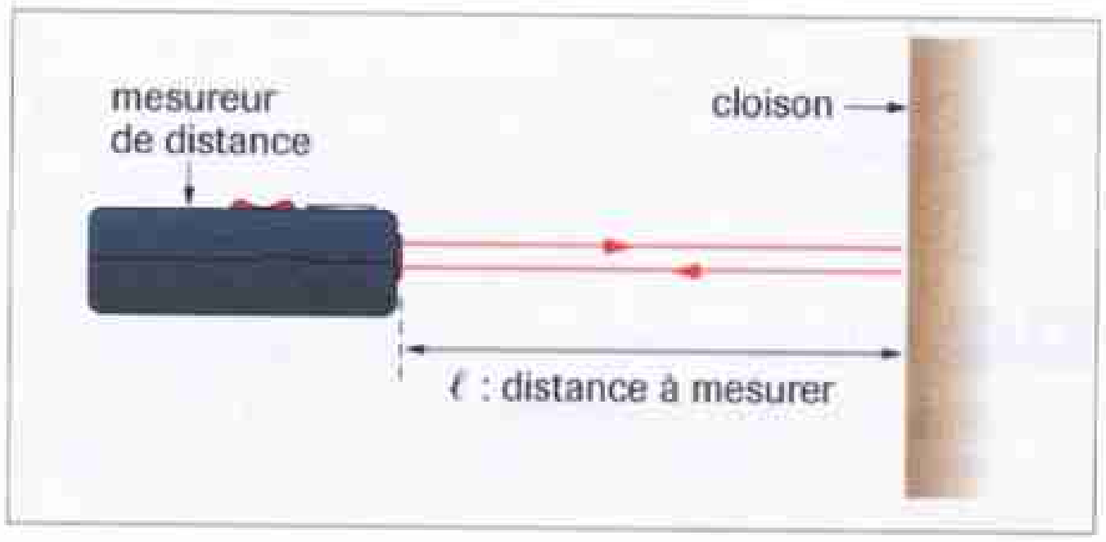
Le randonneur mesure la durée séparant l'émission d'un bruit de la réception de son écho ; il trouve $\Delta t = 3{,}5$ s.
Calculer la distance du randonneur à la paroi rocheuse sachant que la célérité du son dans l'air vaut $v = 330 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

9 •• Ultrasons

Pour repérer les obstacles et les proies, les dauphins émettent des *clics* ultrasonores qui se propagent dans l'eau de mer avec une célérité $v = 1\,500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
À quelle distance du dauphin se trouve une épave si le *clic* lui fait retour après une durée $\Delta t = 6{,}2$ s ?

10 •• Mesureur de distances

Pour mesurer les longueurs dans un appartement, les architectes d'intérieur utilisent un mesureur de distance à ultrasons.



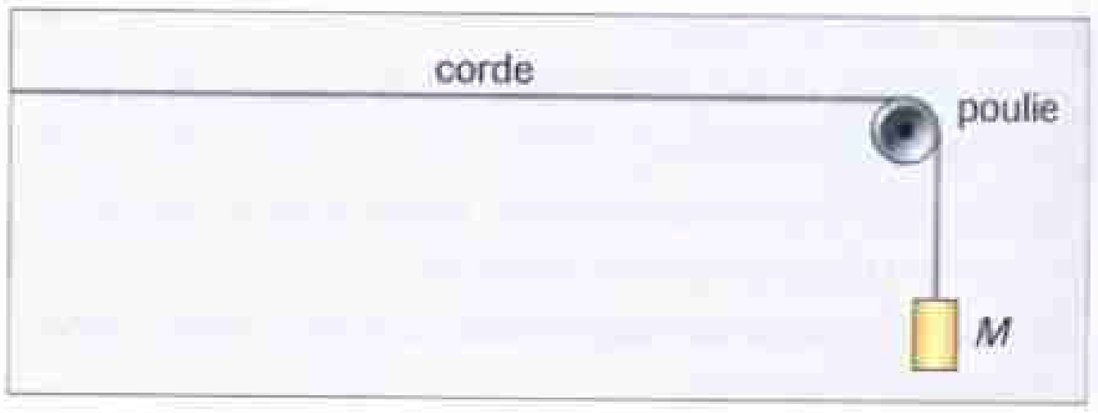
L'appareil fonctionne selon le principe suivant : une salve d'ultrasons est envoyée sur la cloison considérée et l'appareil mesure la durée Δt mise par les ultrasons pour effectuer l'aller et retour. Pour obtenir la distance ℓ de l'appareil à la cloison, l'appareil multiplie la durée Δt par un nombre k et le résultat est affiché sur un écran à cristaux liquides.
a. Calculer la valeur de k si, à la température considérée, la célérité des ultrasons dans l'air a la même valeur que la célérité des sons : $v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
b. En fait, un bouton permet d'ajuster la valeur de k en effectuant une mesure préalable : on mesure une longueur connue.
Pourquoi la valeur de k n'est-elle pas déterminée de manière définitive ?
c. La plus petite durée mesurable par l'appareil est égale à 0,5 ms. Quelle est la plus petite distance mesurable dans les conditions de la question **a** ?

11 ∴ Célérité des ondes

La célérité d'une onde le long d'une corde élastique dépend de sa tension F (en newtons N) et de sa masse linéique μ (masse par unité de longueur en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$).

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

a. Calculer la célérité v pour une corde de longueur $\ell = 10$ m dont la masse est de 1,0 kg, tendue avec une force de 2,5 N.
b. Comment varie cette célérité si :
• avec la même corde, on multiplie la tension par 4 ?
• avec la même tension, on forme une tresse avec quatre cordes identiques ?
c. La corde de la question **a** est maintenant tendue par le poids d'une masse M comme le montre le schéma ci-dessous.



Calculer la célérité des ondes le long de la corde avec les valeurs : $M = 160$ g et $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

12 ∴ Célérité du son

La célérité v du son dans l'air est proportionnelle à la racine carrée de la température absolue T.
a. Exprimer mathématiquement cette propriété.
b. On donne la célérité du son dans l'air à 15 °C :

$$v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Calculer la célérité du son dans l'air à 0 °C puis à 25 °C.

13 •• Échelle de perroquet

Une échelle de perroquet est constituée de 41 barreaux distants entre eux de 5,0 cm.
On écarte le premier barreau de sa position d'équilibre, on le lâche et on déclenche un chronomètre ; le dernier barreau se met en mouvement après une durée de 6,2 s.

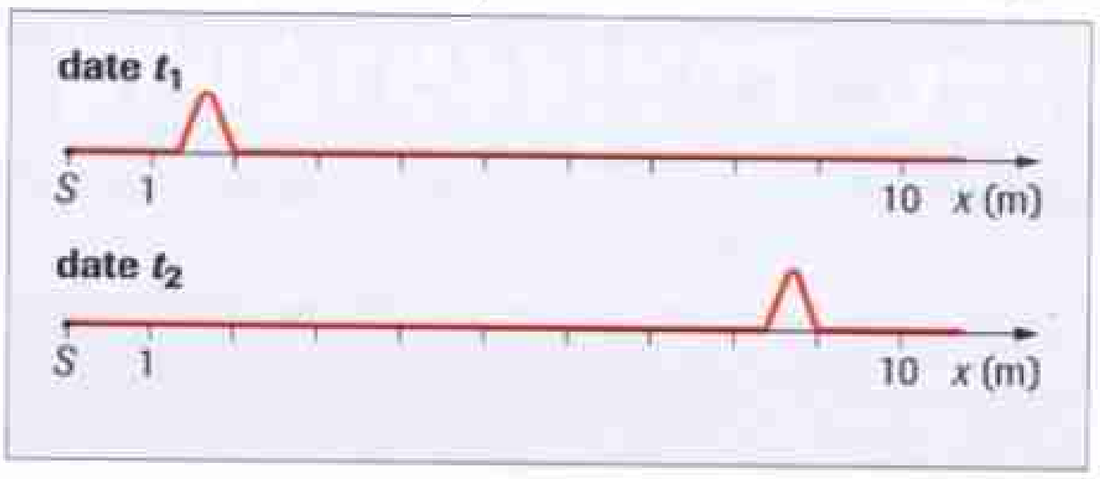


Calculer la célérité des ondes le long de l'échelle de perroquet.

Propagation d'une perturbation

14 • Célérité d'une onde

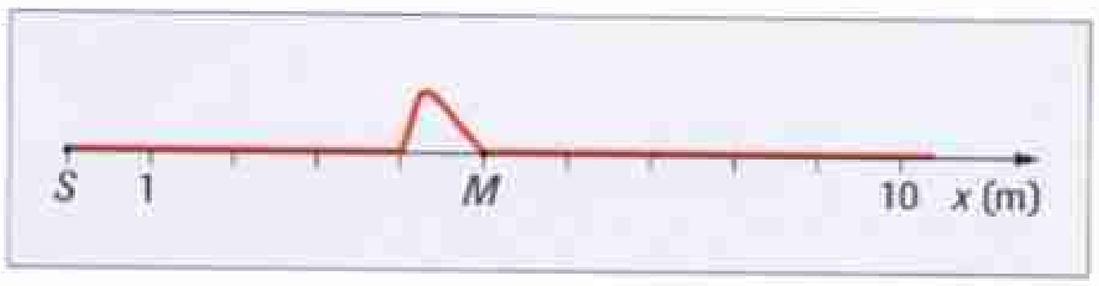
La figure ci-dessous représente deux aspects d'une corde sur laquelle une perturbation se propage à partir de la source S. La perturbation part de S à une date inconnue.



Les dates considérées ont pour valeurs $t_1 = 5{,}0$ s et $t_2 = 7{,}8$ s. Calculer la célérité de l'onde qui se propage sur la corde.

15 •• Mouvement d'un point d'une corde

Le schéma ci-dessous représente une corde sur laquelle une perturbation se propage, à partir de la source S, avec la célérité $v = 4{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.



La perturbation quitte le point S à la date $t = 0$.

a. À quelle date le point M commence-t-il à bouger ?

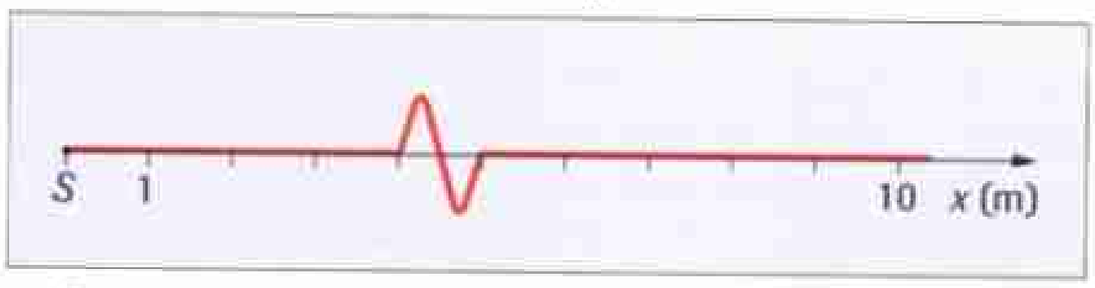
b. Décrire le mouvement d'un point de la corde.

c. Quelle est la durée du mouvement d'un point de la corde ?

d. Dessiner l'aspect de la corde à la date $t = 2{,}5$ s.

16 •• Onde le long d'une corde élastique

Une perturbation se propage le long d'une corde élastique avec la célérité $v = 3{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. La figure ci-dessous présente l'aspect de la corde à une date t_0.



a. L'onde est-elle longitudinale ou transversale ?

b. Dessiner l'aspect de la corde aux deux dates :

$$t_1 = t_0 + 0{,}50\ \text{s} \quad \text{et} \quad t_2 = t_0 + 1{,}5\ \text{s}.$$

Pendant quelle durée un point de la corde est-il affecté par le passage de la perturbation ?

17 •• Onde à la surface d'un lac

La célérité des ondes sur l'eau d'un lac est de $0{,}50\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. On produit une perturbation de l'eau en laissant tomber une pierre au bord S du bassin à une date t_0 prise comme origine des dates.

a. À quelle date t_1 la perturbation atteint-elle un point M situé à 5,0 m du point S ?

b. Dessiner l'aspect de la surface liquide à la date t_1 puis à la date $2t_1$.

18 Exercice de correction

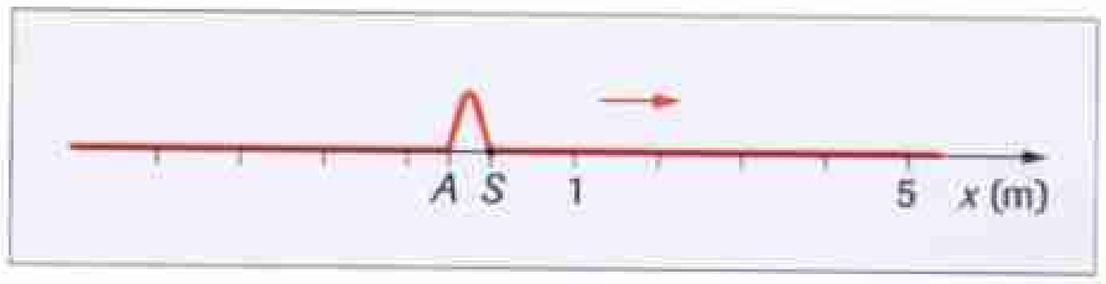
Lire l'énoncé, puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

Énoncé

On étudie la propagation d'une onde mécanique le long d'une corde élastique ; la célérité de l'onde vaut $v = 2{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. La figure ci-dessous donne l'allure de la perturbation qui se propage.

La perturbation part de S à la date $t = 0$. Quel est l'état de mouvement du point M situé à 5,0 m de S :

- à la date $t = 2{,}0$ s ?
- à la date $t = 4{,}0$ s ?



Solution annotée d'un élève

Un point M reproduit le mouvement de la source. Vous ne décrivez pas le mouvement du point M ou de la source.

• À la date $t = 2{,}0$ s, la déformation a parcouru la distance $2{,}0 \times 2{,}0 = 4{,}0$ m. Elle n'a pas atteint le point M.

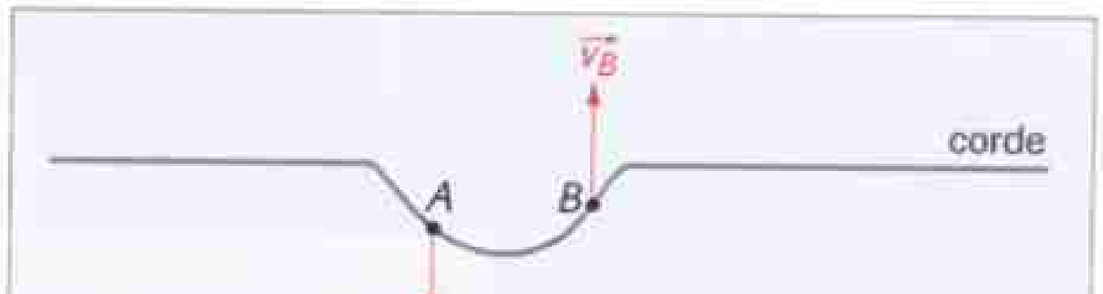
• À la date $t = 4{,}0$ s, la déformation a parcouru 8,0 m. Elle a dépassé le point M.

Exact, dites que le point M est immobile.

Problèmes de synthèse

19 •• Perturbation d'une corde

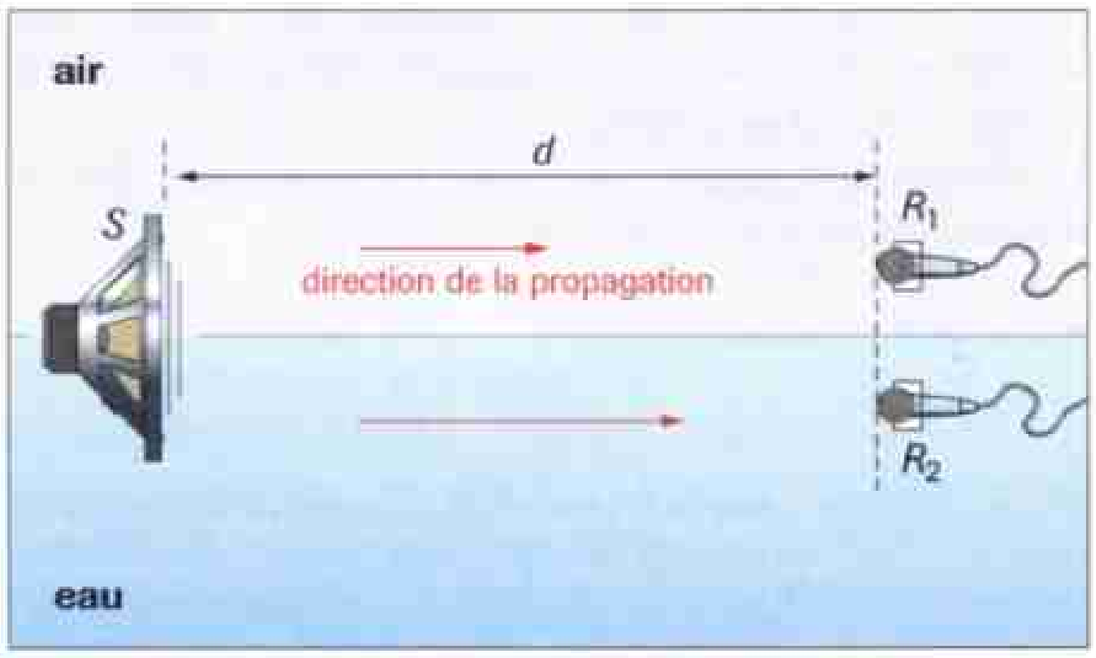
BAC On étudie la propagation d'une perturbation le long d'une corde élastique. La figure ci-dessous indique la forme de la perturbation qui se propage et les vecteurs vitesse $\vec{v}_A$ et $\vec{v}_B$ de deux points A et B de la corde à une date déterminée.



Quel est le sens de propagation de la perturbation ? Justifier la réponse.

20 ●● Ondes sonores

Dans un bassin d'essais, une source sonore S émet un bruit intense qui se propage dans l'air et dans l'eau. Le bruit est reçu par deux récepteurs sonores : R_1 placé dans l'air et R_2 situé dans l'eau.



a. Quel est le récepteur qui, le premier, détecte le bruit produit par la source ?

b. On note Δt la durée séparant la détection du bruit par les récepteurs R_2 et R_1.

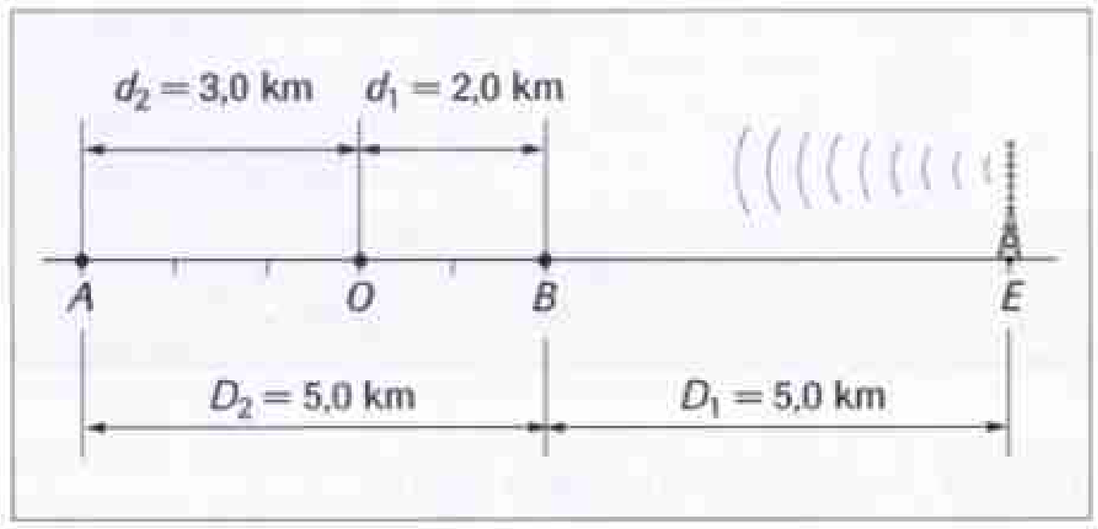
Exprimer la distance d séparant la source des récepteurs en fonction de la durée Δt et des célérités v_a et v_e.

c. Calculer la valeur de d pour $\Delta t = 0{,}50$ s.

DONNÉES *Célérité du son*
- *dans l'air* : $v_a = 340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
- *dans l'eau* : $v_e = 1\,500\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

21 ●● Ondes sonores et ondes radio

BAC On étudie la mise à feu de deux charges explosives situées en deux points A et B par un signal radio émis par un émetteur E. L'observateur est situé au point O (la figure ci-dessous donne les positions des différents points).



L'observateur en O perçoit deux explosions. Quelle est la durée qui les sépare si :

a. on suppose la propagation du signal radio quasi instantanée ?

b. on tient compte de la célérité du signal radio ?

DONNÉES
- *Célérité du signal radio dans l'air* : $c = 300\,000\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$
- *Célérité du son dans l'air* : $v = 330\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

POUR ALLER PLUS LOIN

22 ●● Ondes sonores et lumineuses

La foudre est une décharge électrique frappant la Terre qui s'accompagne d'une émission lumineuse (l'éclair) et d'une émission sonore (le tonnerre).

Soit d la distance séparant le lieu de l'orage de l'observateur ; on note Δt la durée séparant la perception du tonnerre de celle de l'éclair.



a. Exprimer la distance d en fonction de v et de Δt si on considère la propagation de la lumière comme pratiquement instantanée.

b. Sans faire aucune simplification, exprimer la distance d en fonction de c, v et Δt.

c. Mettre l'expression de d sous la forme :

$$d = \frac{v\Delta t}{1 - \frac{v}{c}}$$

d. Montrer que le rapport $\frac{v}{c}$ est nettement plus petit que 1 ; simplifier l'expression obtenue à la question **c** pour retrouver le résultat de la question **a**.

e. Calculer la valeur de d pour $\Delta t = 5{,}2$ s.

DONNÉES
- *Célérité de la lumière dans l'air* : $c = 300\,000\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$
- *Célérité du son dans l'air* : $v = 340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

CHAPITRE 3

Les ondes mécaniques progressives périodiques



Les cordes vocales de la cantatrice (ici Nathalie Dessay jouant les *Contes d'Hoffman* à l'Opéra Bastille de Paris) sont des sources d'ondes sonores périodiques se propageant jusqu'aux oreilles des spectateurs.

Comment peut-on étudier la propagation d'une onde périodique ?

Objectifs

- Définir une onde progressive sinusoïdale, la période, la fréquence, la longueur d'onde.
- Connaître la signification et savoir déterminer la longueur d'onde.
- Connaître le phénomène de dispersion.
- Reconnaître, sur un document, un phénomène de diffraction. Savoir que le phénomène de diffraction est d'autant plus marqué que la dimension de l'ouverture et de l'obstacle est plus petite.

Plan du cours

1 Exemples d'ondes progressives périodiques

2 Dispersion et diffraction des ondes

La propagation d'une onde progressive périodique peut s'observer dans différents milieux.

ACTIVITÉ 1

Onde progressive périodique le long d'une échelle de perroquet

Avec un vibreur, on impose des oscillations périodiques à l'un des barreaux situés à une extrémité de l'échelle.

- Observer le mouvement d'un barreau déterminé de l'échelle (marqué d'un repère).
- Rechercher un ou d'autres barreau(x) qui vibre(nt) de la même manière que le barreau marqué d'un repère.

▶ **1. Quel est le mouvement d'un barreau quelconque de l'échelle?**

▶ **2. Quel type de périodicité apparaît sur l'échelle, siège d'une onde progressive périodique?**

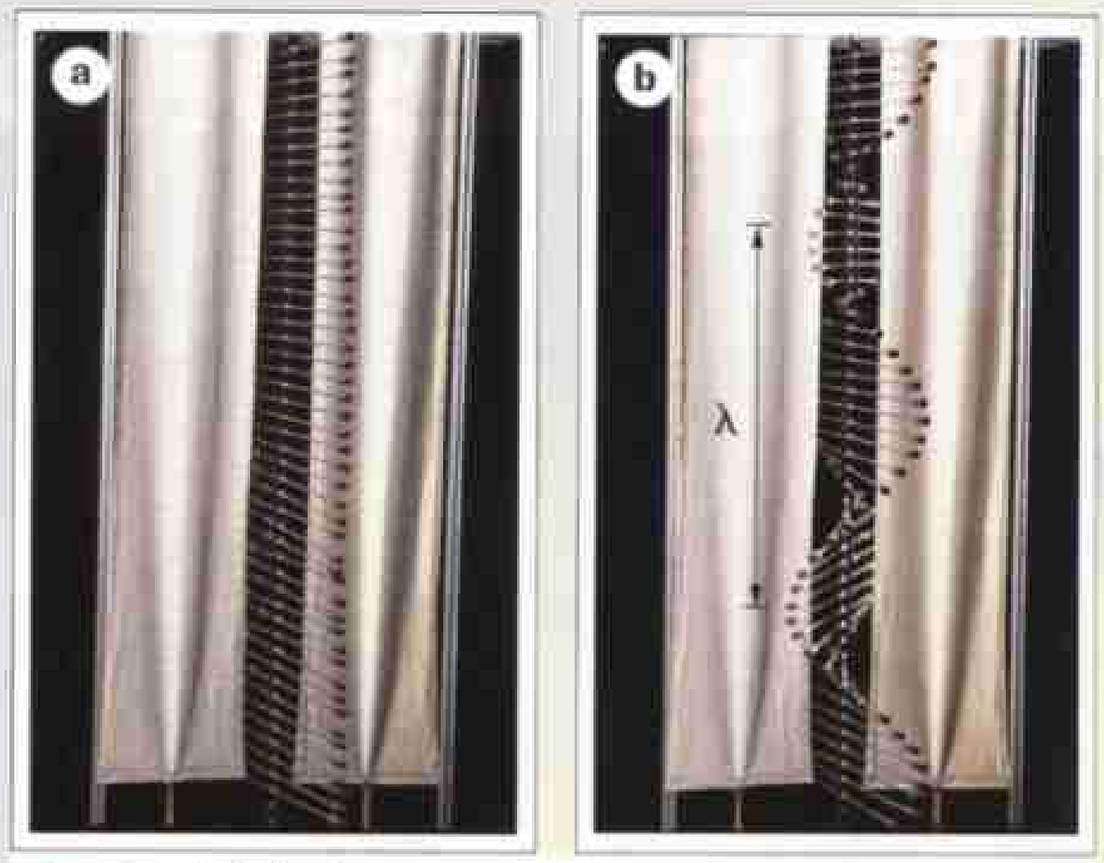


FIG. 1 a. Échelle de perroquet.
b. Onde progressive périodique se propageant le long d'une échelle de perroquet.

ACTIVITÉ 2

Explication de la progression d'une onde périodique

Dans un livre de vulgarisation scientifique, Albert Einstein et Léopold Infeld s'efforcent d'expliquer les phénomènes physiques en particulier la progression d'une onde périodique.

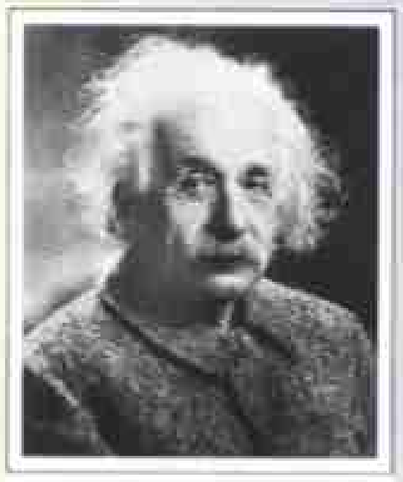


FIG. 2 Albert Einstein

«Afin de mieux comprendre le mécanisme de l'onde, considérons de nouveau une expérience idéalisée. Supposons un grand espace uniformément rempli d'eau, d'air ou de quelque autre «milieu». Quelque part au centre se trouve une sphère. Au début de l'expérience il n'y a aucun mouvement. Soudainement la sphère commence à «respirer» rythmiquement, elle se dilate et se contracte tout en gardant sa forme sphérique. Mais que se passera-t-il dans le milieu? Commençons l'observation au moment où la sphère commence à se dilater. Les particules du milieu qui se trouvent dans le voisinage immédiat de la sphère, sont poussées dehors, de sorte que la densité d'une sphérule d'eau ou d'air, selon le cas, croît au-dessus de sa valeur normale. De même, quand la sphère se contracte, la densité de cette partie du milieu qui la touche directement décroît. Ces changements de densité se propagent à travers tout le milieu. Les particules constituant le milieu n'exécutent que de petites vibrations, mais le mouvement dans son ensemble est celui d'une onde qui progresse. Ce qui est essentiellement nouveau ici, c'est que, pour la première fois, nous constatons le mouvement de quelque chose qui n'est pas matière, mais de l'énergie qui se propage à travers la matière.

En nous servant de l'exemple de la sphère pulsante nous pouvons introduire deux concepts physiques généraux, qui sont importants pour caractériser les ondes. Le premier, c'est la **vitesse** avec laquelle l'onde se propage. Ceci dépendra du milieu, qui est différent, selon qu'il est formé d'eau, par exemple, ou d'air. Le second, c'est celui de **longueur d'onde**. Dans le cas d'ondes de la mer ou d'un fleuve, c'est la distance qui sépare le creux d'une onde du creux de l'onde suivante, ou la crête d'une onde de la crête de l'onde suivante. [...] Dans le cas de nos ondes produites par une sphère pulsante, la longueur d'onde est, à un instant déterminé, la distance entre deux



FIG. 3 Schéma de l'expérience idéalisée décrite par Einstein.

sphérules voisines qui montrent une densité maximum ou minimum. Il est évident que cette distance ne dépendra pas uniquement du milieu. Le rythme de pulsation de la sphère aura certainement un grand effet, la longueur d'onde devenant plus courte si la pulsation devient plus rapide, et plus longue si la pulsation est plus lente. »

L'évolution des idées en physique,
Albert Einstein et Léopold Infeld, © Flammarion.

▶ 1. Dans quel type de milieu, l'onde créée par la « sphère pulsante » se propage-t-elle ?

▶ 2. L'onde est-elle transversale ou longitudinale ?

▶ 3. Quelle est la « densité » dont parlent les auteurs ? De quelle grandeur s'agit-il en fait ?

▶ 4. Dans une onde, y a-t-il :
– transport de matière ?
– transport d'énergie ?

▶ 5. Quelle est la grandeur désignée par le terme « vitesse » dans le texte ?

▶ 6. Qu'est-ce que la longueur d'onde de l'onde créée par la « sphère pulsante » ?

▶ 7. Quelles sont les deux grandeurs dont dépend cette longueur d'onde ?

Activité 3

Une hola progresse sur les gradins du stade. Que se passe-t-il si on la relance périodiquement ?

Une hola simulée

Un logiciel permet de simuler le départ d'une hola, de suivre sa propagation et de faire des arrêts sur images.
Les réglages sont les suivants :
– dans les gradins, les milieux de chaque siège sont distants de un mètre.
– la hola progresse à la célérité de $1{,}0\ m \cdot s^{-1}$.

Simulation 1

À la date $t = 0$ s, le personnage en 0 déclenche la hola. À la date $t = 2$ s, elle a parcouru 2 m et on obtient, l'arrêt sur image du schéma suivant.

▶ 1. Avec quel retard le personnage placé en $x = 3$ m va-t-il reproduire le mouvement du personnage placé en 0 ?

▶ 2. Quelle sera l'aspect de l'image à cette date ?

Simulation 2

Toutes les trois secondes, le personnage en 0 déclenche le départ d'une nouvelle hola.
En utilisant les lois de la propagation des ondes vues au chapitre précédent :

▶ 1. Décrire le mouvement du personnage placé en $x = 3$ m au cours du temps ? Que constatez-vous ?

▶ 2. Donner l'aspect observé lors des arrêts sur image aux dates 3 s, 6 s, 7 s et 11 s. Que constatez-vous ?

▶ 3. Quelle est la valeur de la distance qui sépare deux personnages qui sont debout ensemble ?

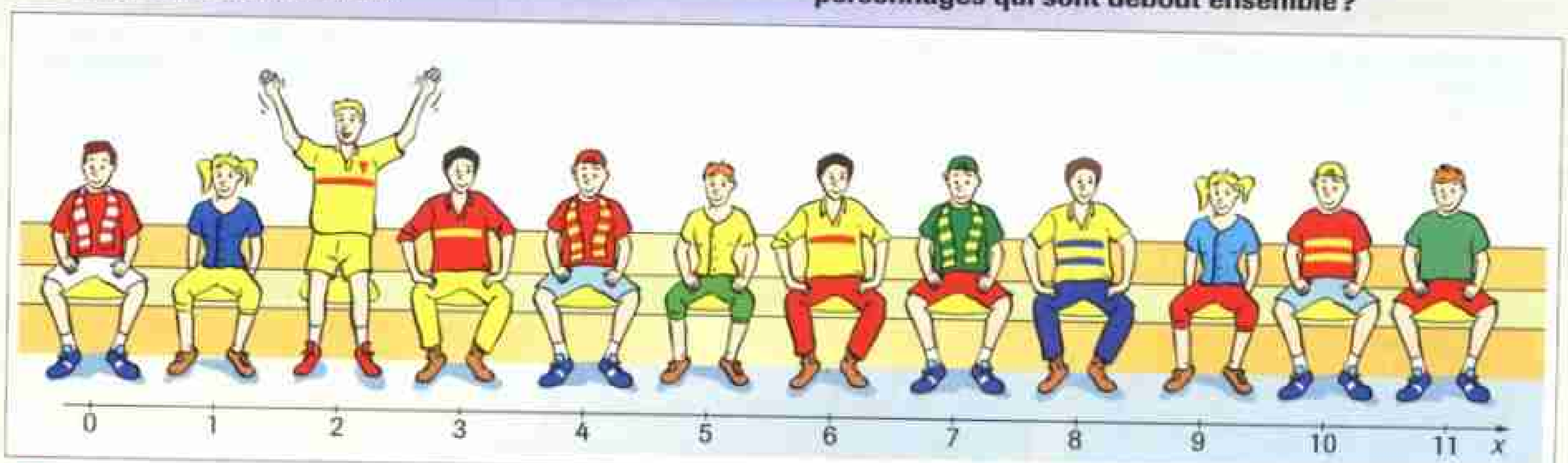


Fig. 4 Image obtenue à la date $t = 2$s, le personnage en $x = 2$m est debout.

Physique et vocabulaire

- **Sinusoïdal** adj. Relatif à la courbe représentative de la fonction sinus ou cosinus.
- **Fréquence** n. f. Caractère de ce qui arrive plusieurs fois et de ce qui se reproduit périodiquement, à intervalles rapprochés.

L'énigme du chapitre

Au même endroit d'une eau tranquille, on jette des pierres à des intervalles de temps égaux. L'onde créée par une pierre peut-elle rattraper l'onde créée par la précédente ?

LE COURS

1 Exemples d'ondes progressives périodiques

1. 1. Onde progressive périodique le long d'une corde

A La source : le vibreur

Un vibreur est constitué d'une lame élastique dont l'une des extrémités est fixe et dont l'autre est placée devant un électroaimant alimenté en courant alternatif (fig. 1 a).

Lorsque l'électroaimant fonctionne, l'extrémité S de la lame vibre ; elle effectue des **oscillations périodiques** autour de sa position d'équilibre (fig. 1 b).

La **période** T des oscillations est la durée d'une oscillation complète ; elle s'exprime en secondes dans le système international.

La **fréquence** f des oscillations est l'inverse de la période. Elle est numériquement égale au nombre d'oscillations complètes effectuées en 1,0 s ; l'unité SI de fréquence est le hertz (Hz). On utilise également le kilohertz (kHz), le mégahertz (MHz)…

$$f = \frac{1}{T} \quad \left| \begin{array}{l} T : \text{période en secondes (s)} \\ f : \text{fréquence en hertz (Hz)} \end{array} \right.$$

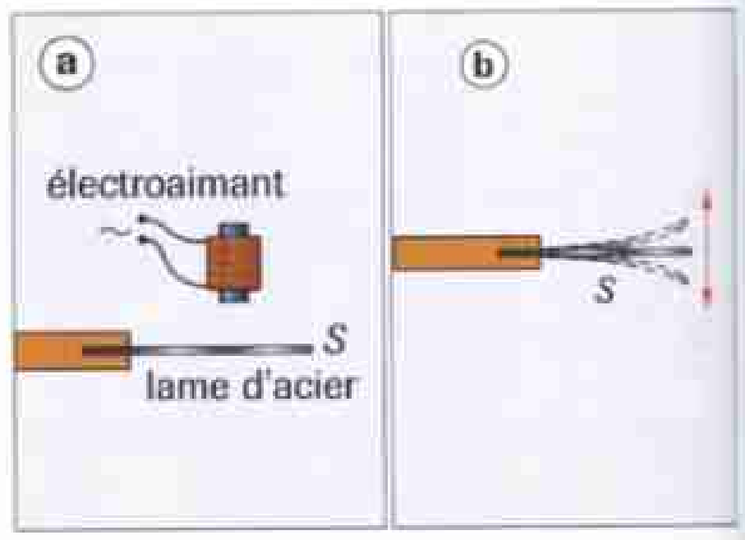


Fig. 1 Vibreur.
a. La lame d'acier est placée au voisinage de l'électroaimant parcouru par le courant alternatif du secteur (50 Hz).
b. Mouvement de l'extrémité S de la lame.

▶ *Voir exercice n° 6, page 53*

B L'onde progressive périodique

Attachons l'extrémité S de la lame à une corde élastique et faisons vibrer le point S. La perturbation périodique du point S se propage le long de la corde jusqu'à son extrémité B (fig. 2).

On dit qu'une onde se propage le long de la corde ; cette onde est **progressive** parce qu'elle progresse le long de la corde et elle est **périodique** parce que la source S a un mouvement périodique. Si, de plus, le mouvement de S est sinusoïdal (fig. 3), l'onde est qualifiée de **sinusoïdale**.

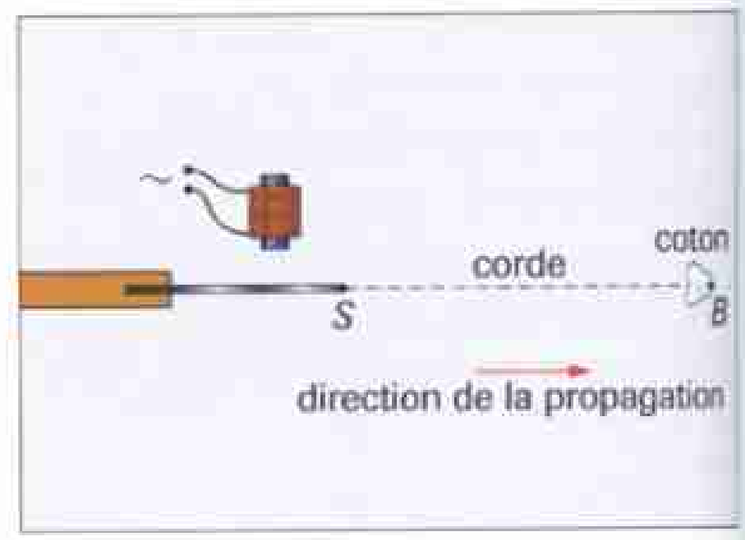


Fig. 2 L'onde progressive périodique se propage le long de la corde.
Le coton au voisinage de B permet d'éviter la réflexion de l'onde.

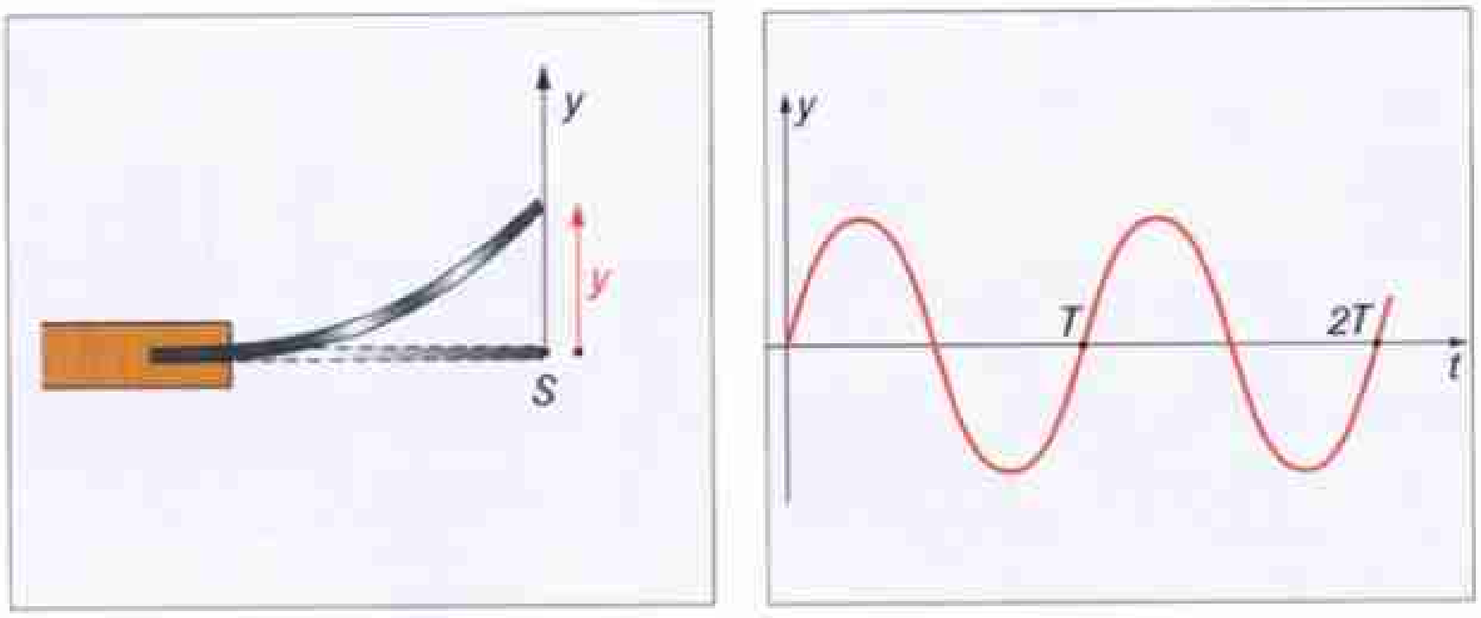


Fig. 3 L'extrémité S de la lame du vibreur a un mouvement sinusoïdal. La courbe $y(t)$ est une sinusoïde.

C Mouvement d'un point de la corde

Les points de la corde ont un mouvement rapide ; on peut étudier ce mouvement de deux manières :

- en effectuant un enregistrement vidéo que l'on observe ensuite au ralenti ;
- en utilisant un stroboscope (fig. 4). Cet appareil délivre des éclairs très brefs séparés par une durée constante et réglable ; il permet d'immobiliser un phénomène vibratoire ou de le ralentir.



Fig. 4 Stroboscope électronique utilisé au lycée.

Expérience

- Tendre une corde et mettre en place un dispositif empêchant la réflexion de l'onde.
- Faire vibrer une extrémité de la corde et observer.
- Éclairer la corde avec un stroboscope électronique et régler la fréquence des éclairs pour observer une corde immobile (fig. 5).
- Augmenter légèrement la fréquence et observer le mouvement d'un point de la corde marqué d'un repère.

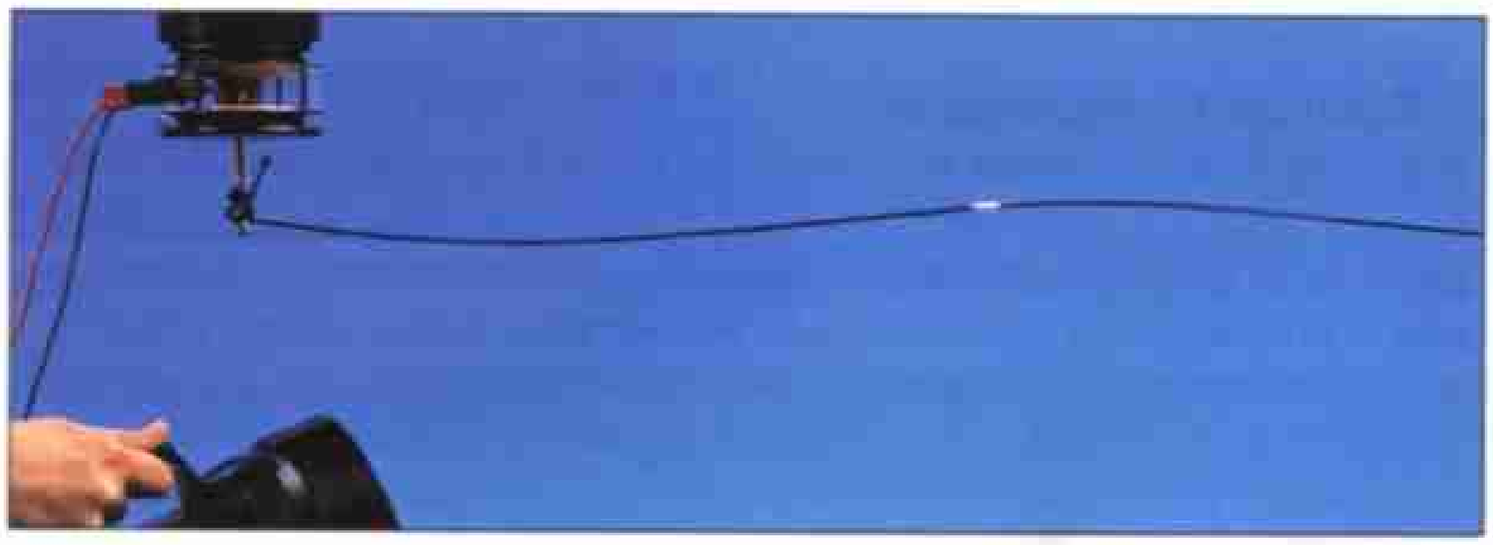


Fig. 5 Onde progressive périodique le long d'une corde. En éclairage stroboscopique à une fréquence convenable, on peut immobiliser le phénomène.

Observations

- Il est possible d'observer, en éclairage stroboscopique, l'ensemble des points de la corde immobiles. Et l'aspect de la corde est celui d'une sinusoïde.
- Dans l'observation au ralenti, le point marqué effectue des oscillations dans la direction verticale avec une amplitude constante.

Interprétation

Lorsqu'on observe la corde immobile, tous ses points effectuent, entre deux éclairs consécutifs, une ou plusieurs oscillations complètes et ils apparaissent toujours dans la même position. En conséquence :

Tous les points de la corde vibrent avec la même fréquence que la source.

On peut dire également qu'il apparaît une première périodicité : la **périodicité temporelle** ; la source et les points atteints par l'onde vibrent avec la même période T.

D Longueur d'onde

En utilisant l'éclairage stroboscopique fournissant un mouvement au ralenti, comparons le mouvement d'un point M_1 de la corde au mouvement de certains autres points.

Certains points : M_2, M_3… ont exactement le même mouvement que le point M_1 : ils passent à leur position d'équilibre ou à leur écartement maximal aux mêmes instants.

On dit qu'**ils vibrent en phase** avec M_1. Ils sont régulièrement répartis sur la corde ; on note λ et on appelle **longueur d'onde** la distance séparant deux points consécutifs vibrant en phase avec M_1 (fig. 6).

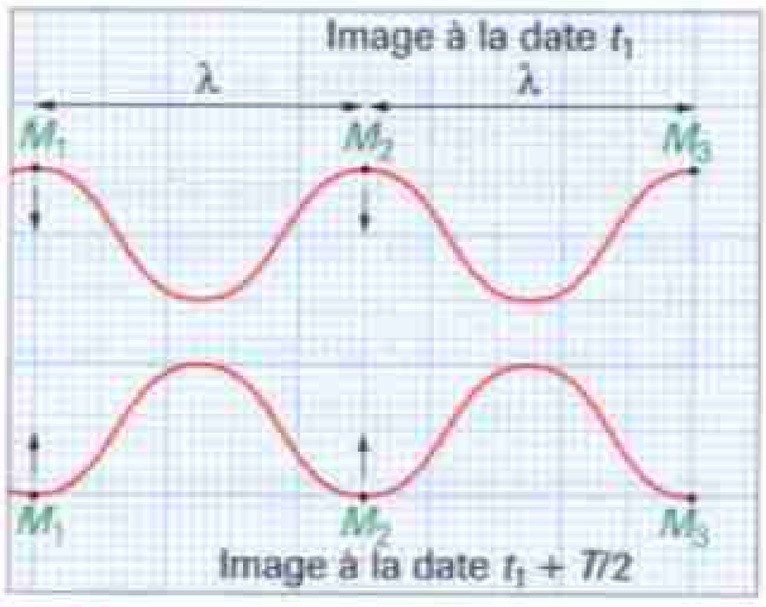


Fig. 6 États de la corde aux dates :
t_1 et $t_1 + \frac{T}{2}$.
Les points M_2, M_3… vibrent en phase avec M_1.

Définition

La longueur d'onde λ est la distance séparant deux points consécutifs du milieu qui vibrent en phase.

On peut également exprimer le résultat de la façon suivante :

Deux points séparés par une distance multiple de la longueur d'onde vibrent en phase :
vibrations en phase si $d = k\lambda$ avec $k \in \mathbb{N}^*$.

▶ *Voir exercices n°s 19 et 21, page 55*

La corde immobilisée par effet stroboscopique a l'allure d'une **sinusoïde** (fig. 5 et 6) ; il apparaît donc une deuxième périodicité : la **périodicité spatiale** ; le milieu élastique a l'aspect d'une sinusoïde de période λ.

E Relation fondamentale

À la date t_1, l'onde a atteint le point F qui porte le nom de front de l'onde (fig. 7a).

À partir de la date t_1, le point F commence à vibrer (comme la source) et l'onde se propage. À la date $t_1 + T$ (une période plus tard), l'onde a atteint le point F' qui commence à vibrer comme la source (fig. 7b). Les points F et F' vibrent donc en phase ; leur distance est égale à une longueur d'onde λ.

La distance parcourue par l'onde est le produit de la célérité par la durée : $FF' = vT$ et $FF' = \lambda$. Donc :

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

λ : longueur d'onde en mètres (m)
v : célérité en m · s^{-1}
T : période en secondes (s)
f : fréquence en hertz (Hz)

La longueur d'onde λ est la distance parcourue par l'onde durant une période T.

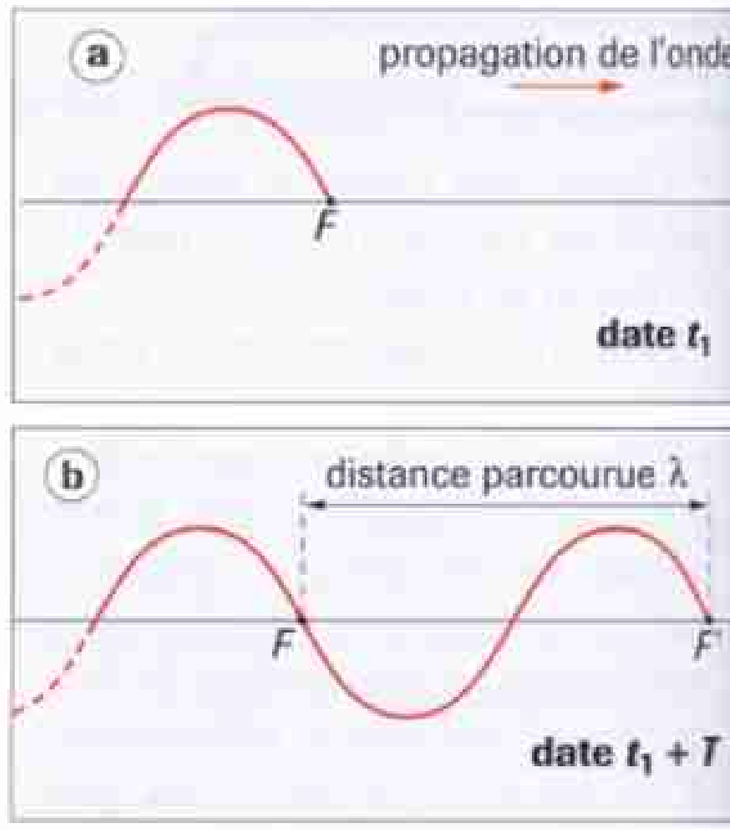


Fig. 7 Pendant la durée T, l'onde a progressé de λ et les points F et F' vibrent en phase.
a. Observation à la date t_1.
b. Observation à la date $t_1 + T$.

▶ *Voir exercices n°s 7, 8, 9, 10, 11, p. 53*

EXERCICE RÉSOLU — Longueur d'onde sonore

Énoncé

Un diapason produit la note la_3 en vibrant à la fréquence de 440 Hz.

1. Quelle est la longueur d'onde de l'onde sonore produite dans l'air où la vitesse du son est égale à 340 m · s^{-1} ?

2. Quelles sont les distances séparant deux couches d'air vibrant en phase ?

Solution

1. La longueur d'onde est donnée par la formule :

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{440} \approx 0{,}77\,\text{m} = 77\,\text{cm}.$$

2. Deux couches d'air vibrant en phase sont distantes de $k\lambda$, soit : 77 cm ; 155 cm ; 232 cm…

F Analyse dimensionnelle

Une célérité et une vitesse s'obtiennent en divisant une longueur (symbolisée par L) par une durée (symbolisée par T) ; on dit qu'elles ont une dimension égale à $\frac{L}{T}$ ou $L \times T^{-1}$.

La dimension de la longueur d'onde, déduite de la formule $\lambda = vT$, est celle d'une célérité multipliée par une durée ; on écrit :

$$\text{dimension de } \lambda : [\lambda] = L \times T^{-1} \times T = L.$$

Une longueur d'onde a la dimension d'une longueur.

1. 2. Onde progressive périodique à la surface de l'eau

La **cuve à ondes** permet de visualiser la propagation des ondes à la surface de l'eau.

Expérience

• Mettre en place la pointe d'un vibreur sur l'eau d'une cuve à ondes.
• Animer cette pointe d'un mouvement périodique grâce au vibreur.
• Observer en éclairage normal puis en éclairage stroboscopique de manière à immobiliser le phénomène (fig. 8).

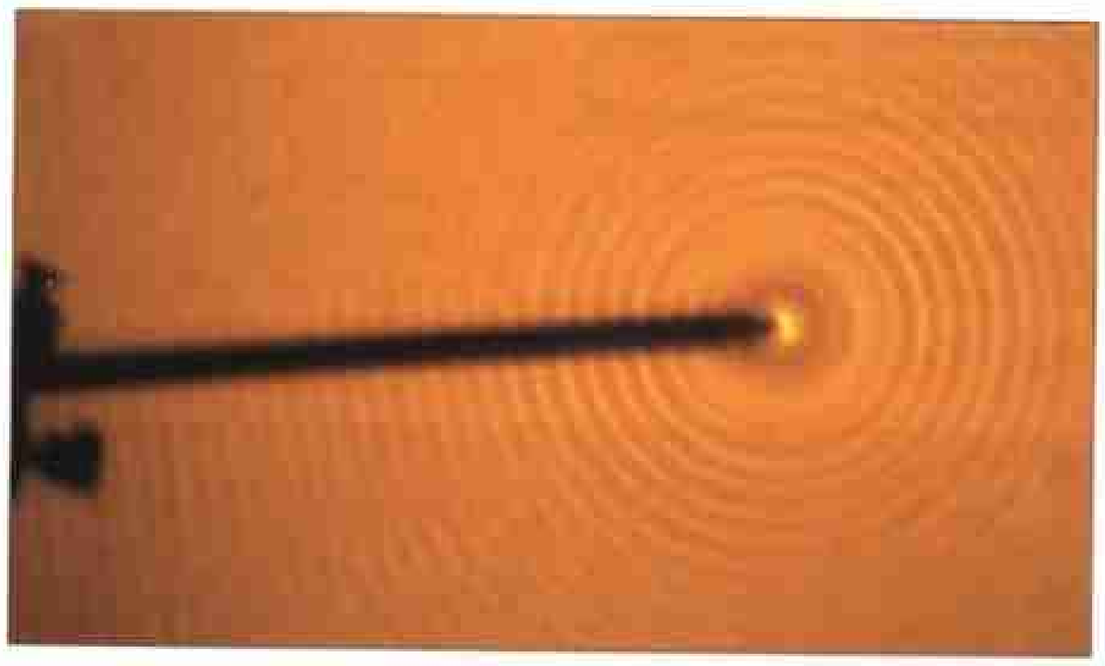


Fig. 8 Onde périodique circulaire à la surface de l'eau en éclairage stroboscopique.

Observations

• En éclairage normal, on observe des rides circulaires claires et sombres qui se propagent à partir de la pointe.
• En éclairage stroboscopique à une fréquence convenable, on voit des rides circulaires concentriques immobiles (fig. 8). Certaines sont blanches (elles correspondent à des creux), d'autres sont sombres (elles correspondent à des crêtes).

Interprétation

La photographie met en évidence la **périodicité spatiale** ; celle-ci est expliquée grâce à la figure 9.
Tous les points situés sur une ride vibrent en phase. Les points situés sur deux rides claires (ou sombres) vibrent en phase et deux rides claires (ou deux rides sombres) consécutives sont distantes d'une longueur d'onde λ.

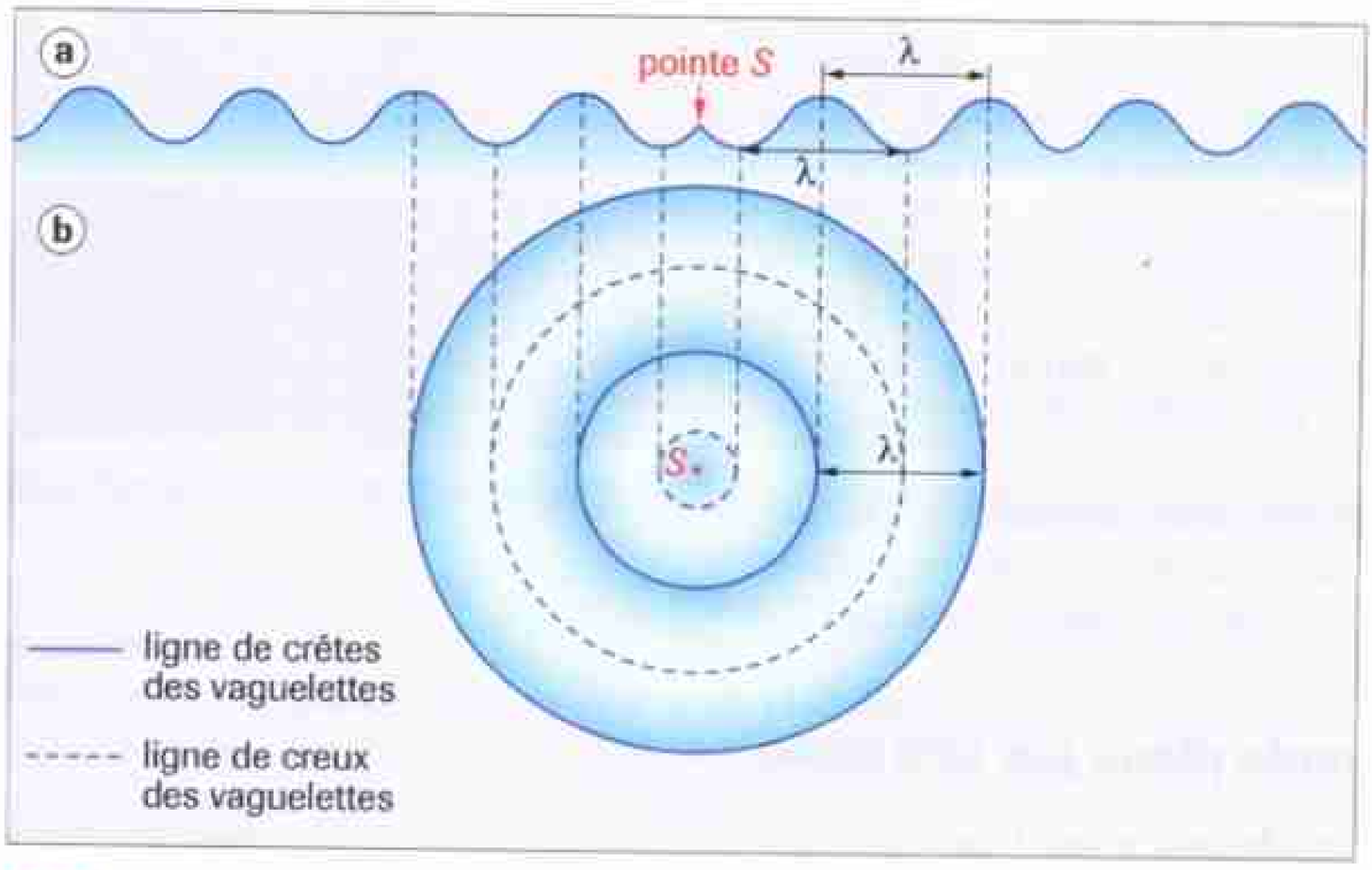


Fig. 9 Onde progressive circulaire à la surface de l'eau, observée à une date déterminée.
a. Vue en coupe à une date où la pointe du vibreur passe à sa position d'équilibre.
b. Vue de dessus ; apparition de la longueur d'onde λ.

LE COURS

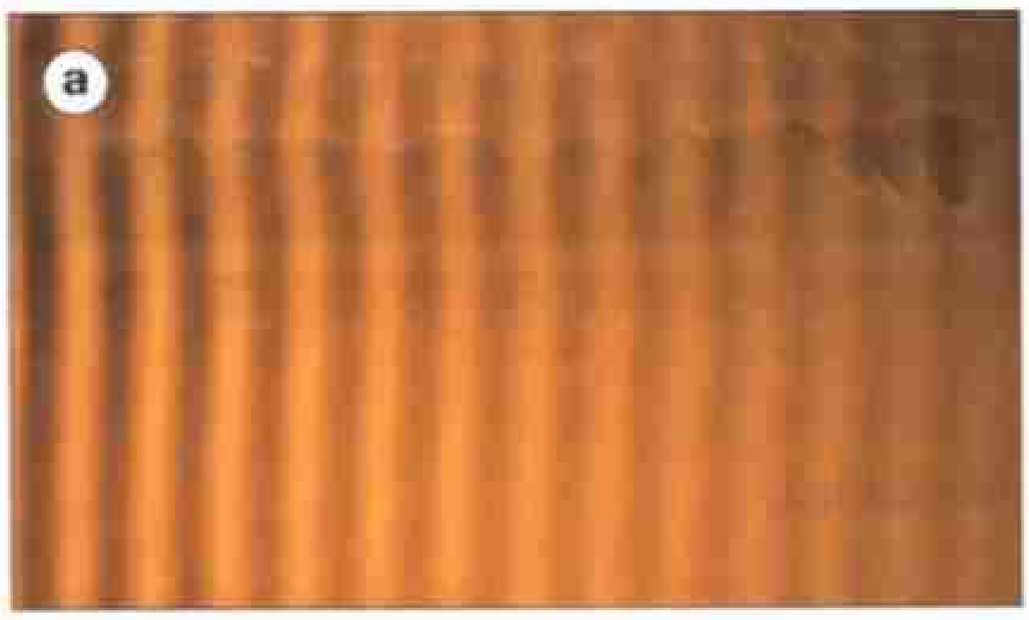
2 Dispersion et diffraction des ondes

2. 1. Dispersion des ondes

A Onde progressive plane à la surface de l'eau

EXPÉRIENCE

• Relier le vibreur de la cuve à ondes à une lame plane qui frappe l'eau de manière périodique.
• Observer l'onde en éclairage normal puis en éclairage stroboscopique (fig. 10 a).



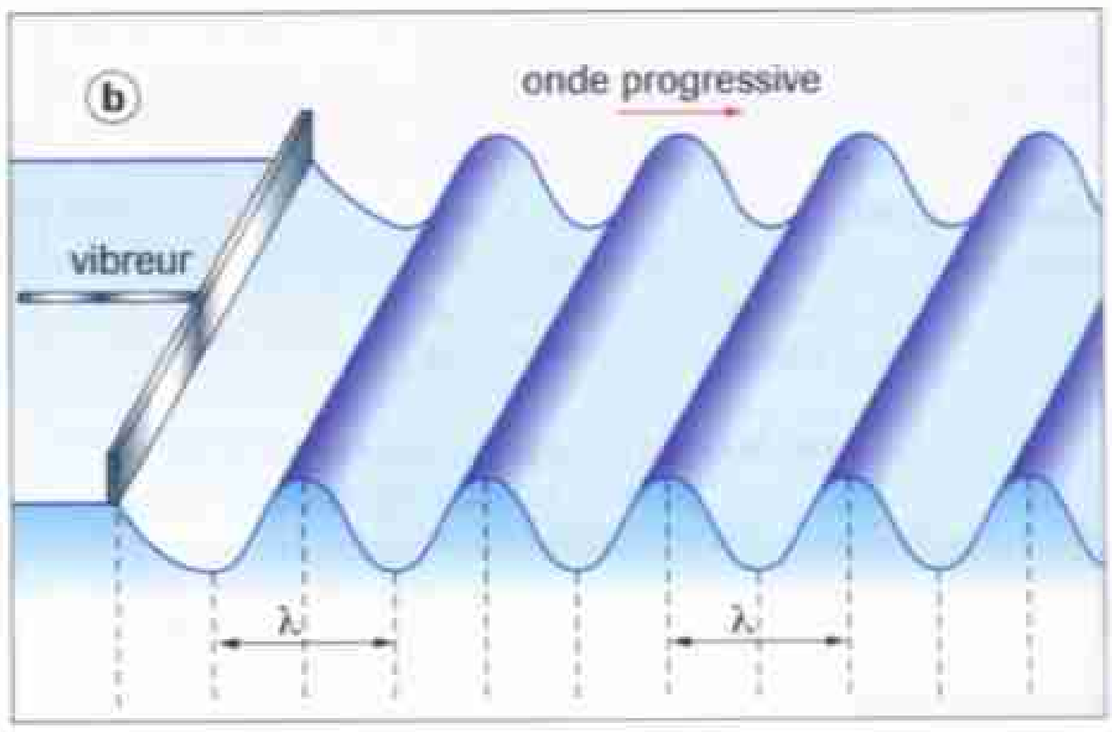


FIG. 10 Onde progressive plane.
a. Photographie de la cuve à ondes (éclairage stroboscopique).
b. Vue de l'onde en coupe. La période spatiale λ apparaît.

OBSERVATION

En éclairage normal, on observe la progression de rides rectilignes claires et sombres. En éclairage stroboscopique, on immobilise ces rides (fig. 10 a).

INTERPRÉTATION

On a maintenant une onde progressive périodique **plane** se propageant à la surface de l'eau. On retrouve la **périodicité spatiale** λ d'une onde (fig. 10 b).

B La dispersion

Dans une onde progressive comme l'onde plane à la surface de l'eau, tous les points du milieu vibrent parce que le mouvement de la source leur est transmis de proche en proche. La propagation de ce mouvement s'effectue avec une célérité v qui est constante dans des conditions déterminées (en particulier, pour une profondeur d'eau déterminée).
Cependant, si l'on mesure cette célérité pour différentes valeurs de la fréquence de la source, on constate que la célérité de l'onde dépend de cette fréquence. On dit alors que le milieu de propagation est **dispersif**.
Un milieu est **non dispersif** si la célérité des ondes dans ce milieu ne dépend pas de leur fréquence.
Par exemple, sur la cuve à ondes, la célérité des ondes dépend de la profondeur de l'eau. Pour une profondeur de 3 mm, on observe une importante dispersion alors que celle-ci est minimale pour une profondeur de 6 mm.

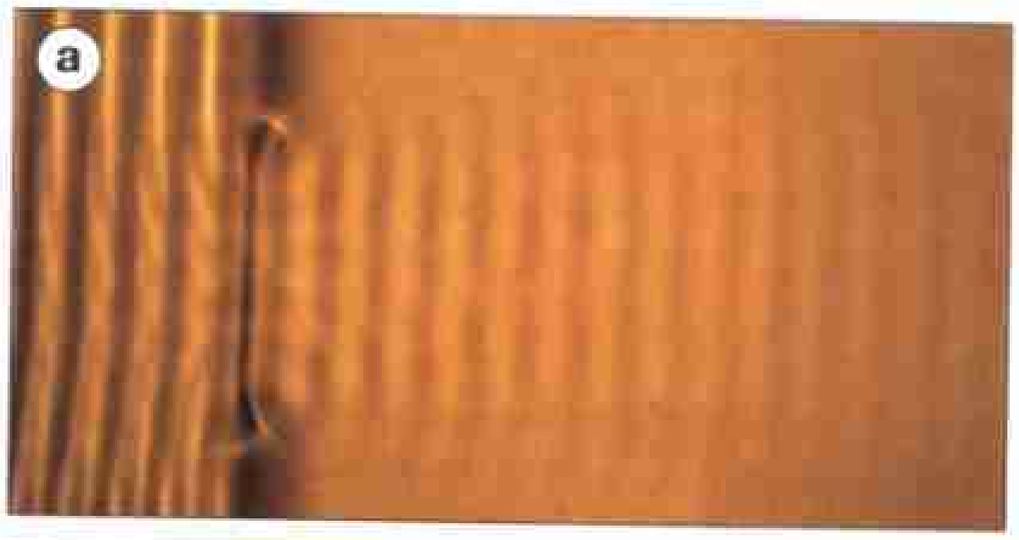
2. 2. Diffraction d'une onde plane par une fente

Sur la surface d'une cuve à ondes, plaçons un obstacle muni d'une ouverture (fente) de largeur ℓ et envoyons une onde progressive plane de longueur d'onde λ, la lame vibrante étant parallèle à l'ouverture (cette onde est dénommée *onde incidente*).

Expérience

Premier cas : la largeur ℓ de la fente est grande par rapport à la longueur d'onde λ de l'onde ($\ell \gg \lambda$).

- Envoyer l'onde rectiligne sur la fente.
- Observer en éclairage stroboscopique (fig. 11 a).



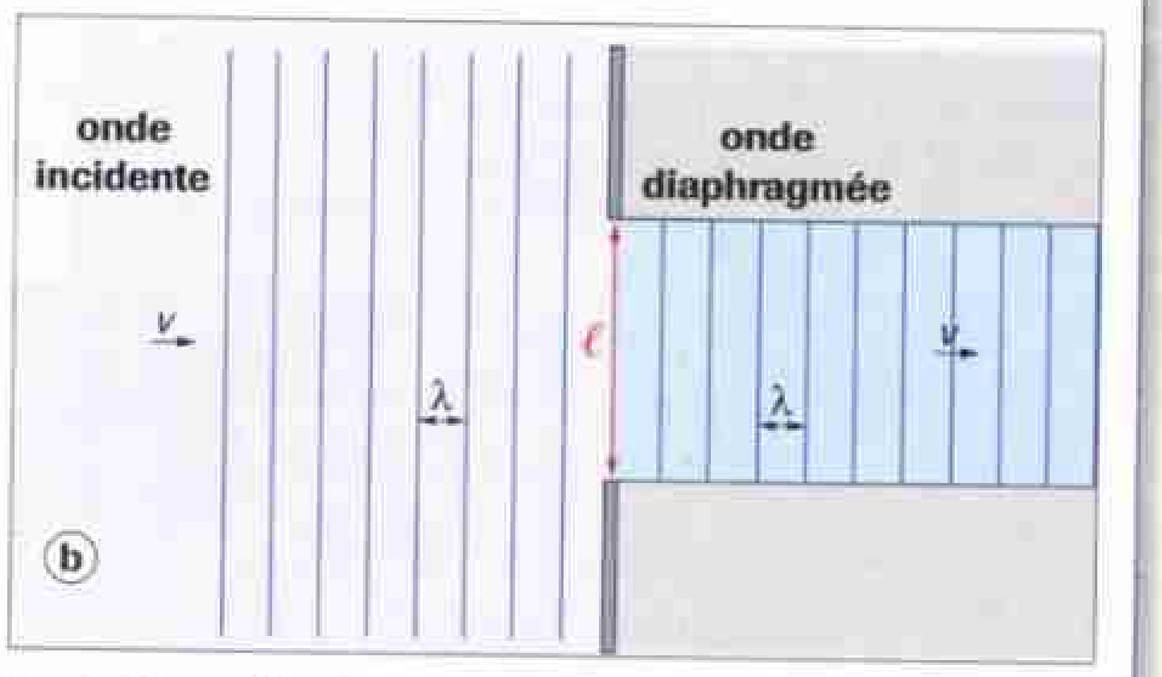


Fig. 11 $\ell \gg \lambda$. L'onde est diaphragmée par la fente.
a. Photographie de la cuve à ondes.
b. Schéma de l'expérience.

Observation

L'onde est arrêtée par l'obstacle et se propage sans modification à travers la fente (fig. 11 a).

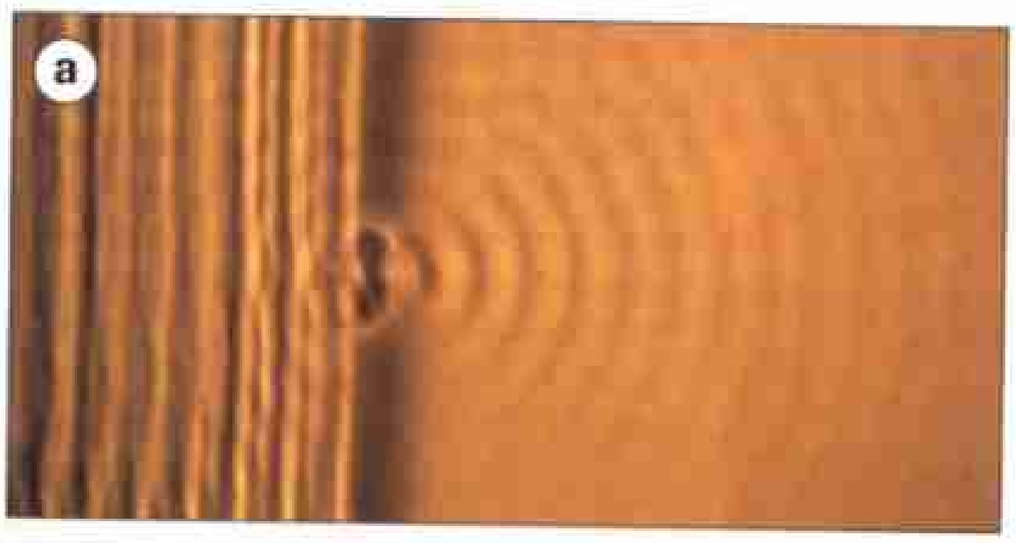
Interprétation

L'onde est diaphragmée par la fente.

Expérience

Deuxième cas : la largeur ℓ de la fente est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde λ de l'onde ($\ell \approx \lambda$).

- Envoyer l'onde rectiligne sur la fente.
- Observer en éclairage stroboscopique (fig. 12 a).



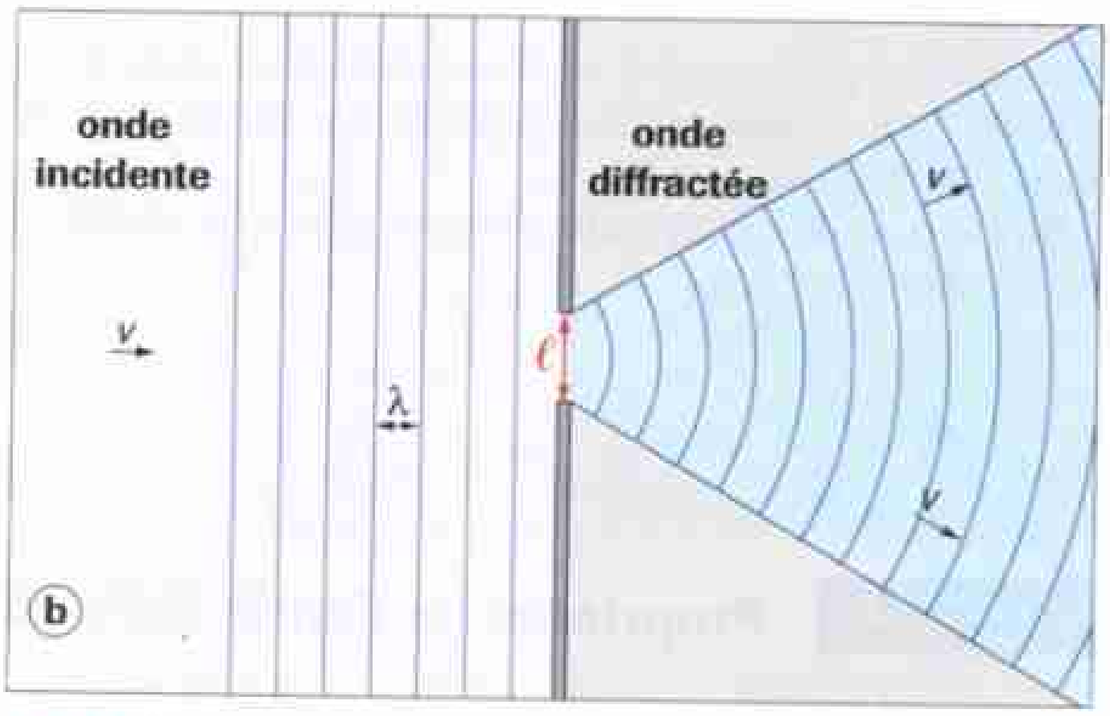


Fig. 12 $\ell \approx \lambda$ (ou $\ell < \lambda$). L'onde est diffractée par la fente.
a. Photographie de la cuve à ondes.
b. Schéma de l'expérience.

Observation

L'onde plane est transformée en une **onde circulaire** qui se propage dans une large partie du milieu au-delà de la fente (fig. 12 a).

Interprétation

L'onde est diffractée par la fente.

2. 3. *Diffraction des ondes sonores et ultrasonores

Comme les ondes progressives à la surface de l'eau, les ondes sonores se diffractent. Ainsi, une personne située dans une pièce entend les appels même si elle n'est pas en face d'une ouverture (fig. 13).

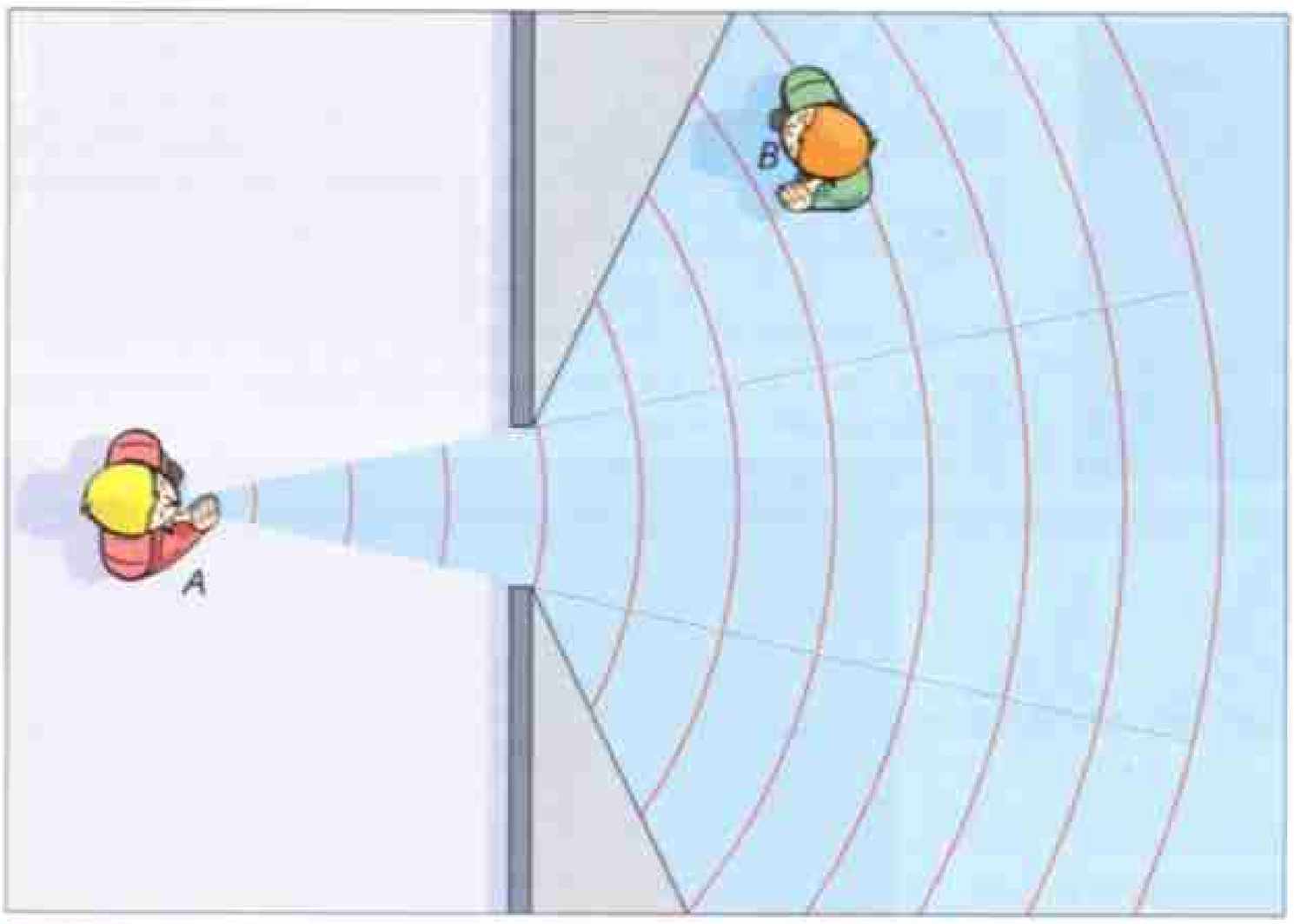


Fig. 13 Diffraction des ondes sonores à travers une porte. L'onde produite en A parvient à la personne située en B.

Les sons graves ont une longueur d'onde de l'ordre de quelques mètres ; à travers une ouverture de l'ordre du mètre, ils se diffractent de manière importante.
En revanche, les sons aigus ont une longueur d'onde de l'ordre du centimètre et ils sont seulement diaphragmés par l'ouverture précédente ; on dit qu'ils sont directifs.
La diffraction des ondes ultrasonores peut être étudiée par l'expérience schématisée à la figure 14.

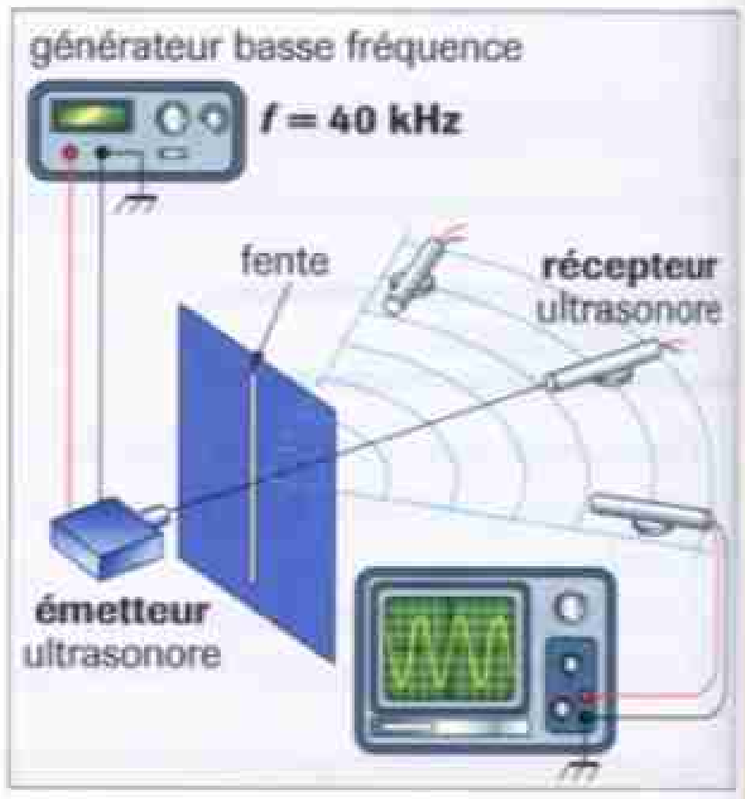


Fig. 14 Diffraction des ondes ultrasonores. La longueur d'onde est de 8,5 mm ; la fente doit avoir une largeur de quelques millimètres. Le récepteur, branché sur l'oscilloscope, détecte des ondes dans un large cône.
On observe en fait des maxima et des minima quand on se déplace dans ce cône : ce sont des « franges » de diffraction.

2. 4. Propriétés de l'onde diffractée

Définition

Il y a diffraction d'une onde lorsqu'elle traverse une ouverture dont la largeur est du même ordre de grandeur ou inférieure à sa longueur d'onde.

- La diffraction est d'autant plus marquée (pour une longueur d'onde donnée) que l'ouverture est plus petite.
- La diffraction se produit lorsqu'une onde traverse une ouverture ou lorsqu'elle rencontre un obstacle de petite dimension. Dans ce dernier cas, les bords de l'obstacle diffractent l'onde et tout se passe comme si l'onde contournait l'obstacle (il n'y a plus de « zone d'ombre » derrière l'obstacle).
- L'onde incidente et l'onde diffractée ont même fréquence et même célérité et, par conséquent, **même longueur d'onde**.

1 Exemples d'ondes progressives périodiques

■ Le long d'une corde

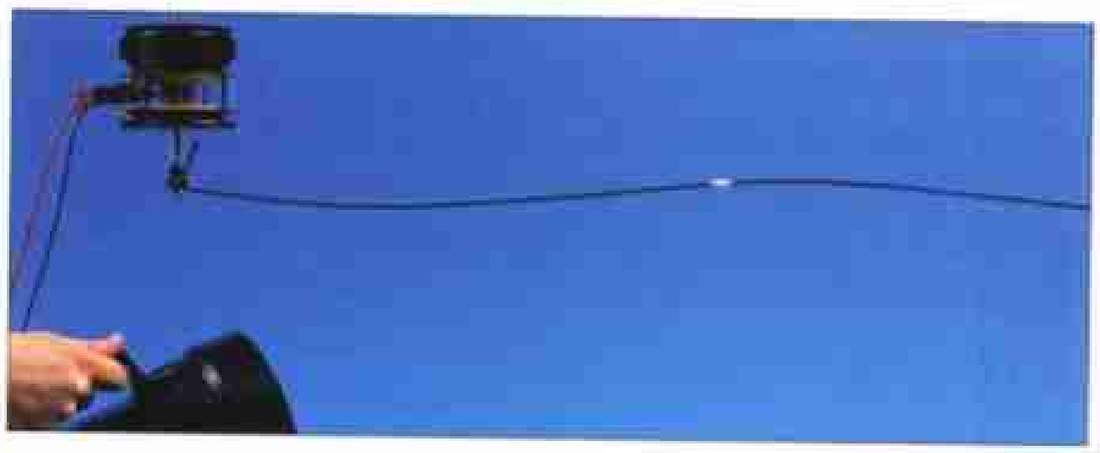
• La période T des oscillations est la durée d'une oscillation complète ; la fréquence f est numériquement égale au nombre d'oscillations par seconde.

La fréquence est l'inverse de la période :

$$f = \frac{1}{T} \quad \left| \begin{array}{l} f \text{ en hertz (Hz)} \\ T \text{ en secondes (s)} \end{array} \right.$$

• Lorsqu'une **onde progressive périodique** se propage le long d'une corde élastique, tous les points de la corde vibrent avec la même période T (**périodicité temporelle**).

• La stroboscopie permet de mettre en évidence la **périodicité spatiale λ**.



• La **longueur d'onde** λ est la distance séparant deux points consécutifs qui vibrent en phase.

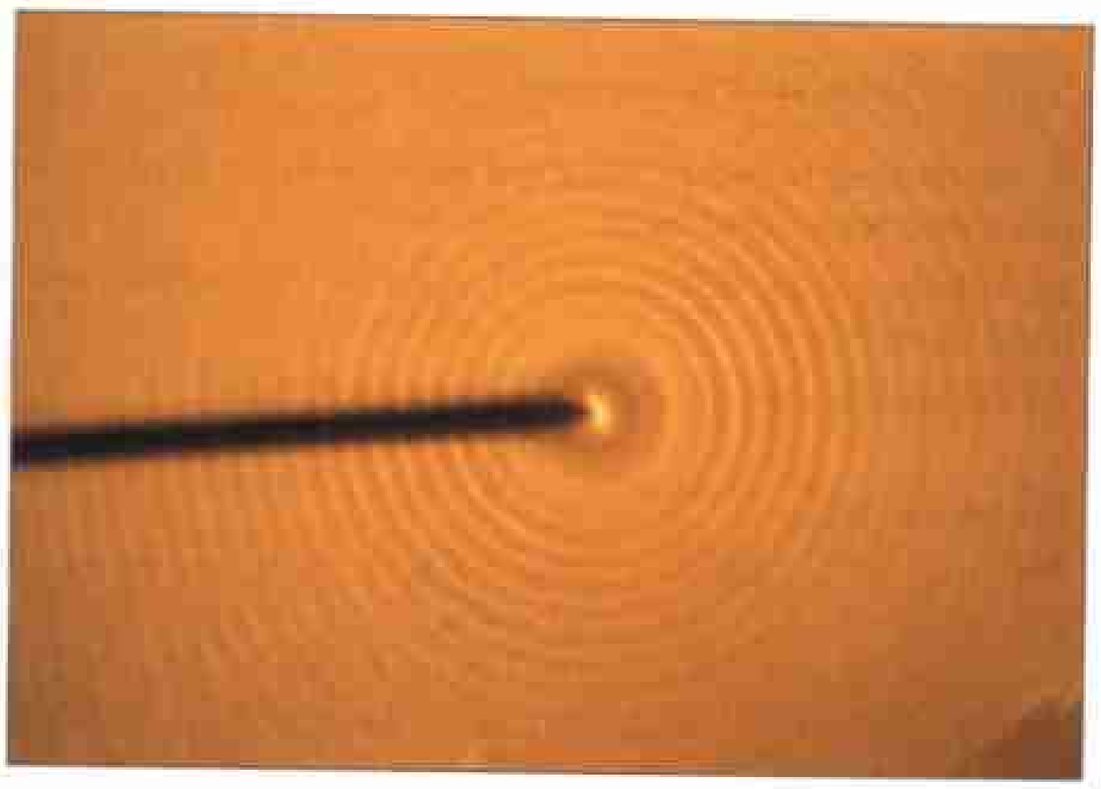
Pour deux points distants de d : si $d = k\lambda$ avec $k \in \mathbb{N}^*$, les deux points vibrent en phase.

La longueur d'onde λ est égale à la distance parcourue par l'onde en une période T :

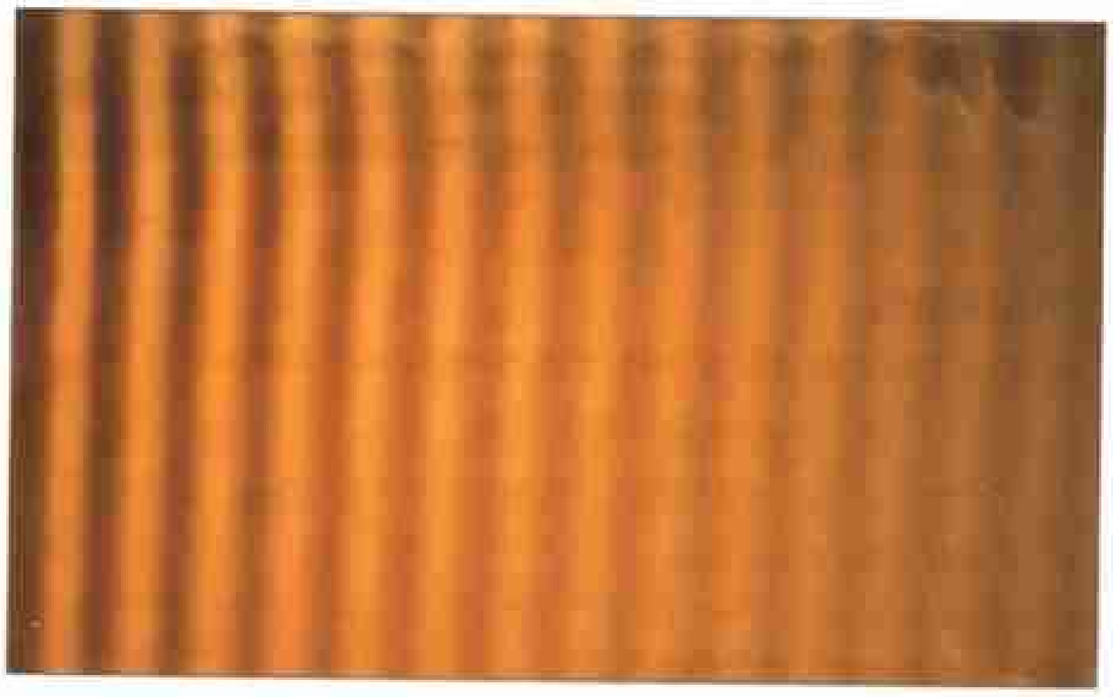
$$\lambda = vT = \frac{v}{f} \quad \left| \begin{array}{l} \lambda \text{ s'exprime en mètres} \\ \text{dans le système international.} \end{array} \right.$$

■ À la surface de l'eau

La périodicité spatiale apparaît sur ces photographies.



Onde périodique **circulaire**.



Onde périodique **plane**.

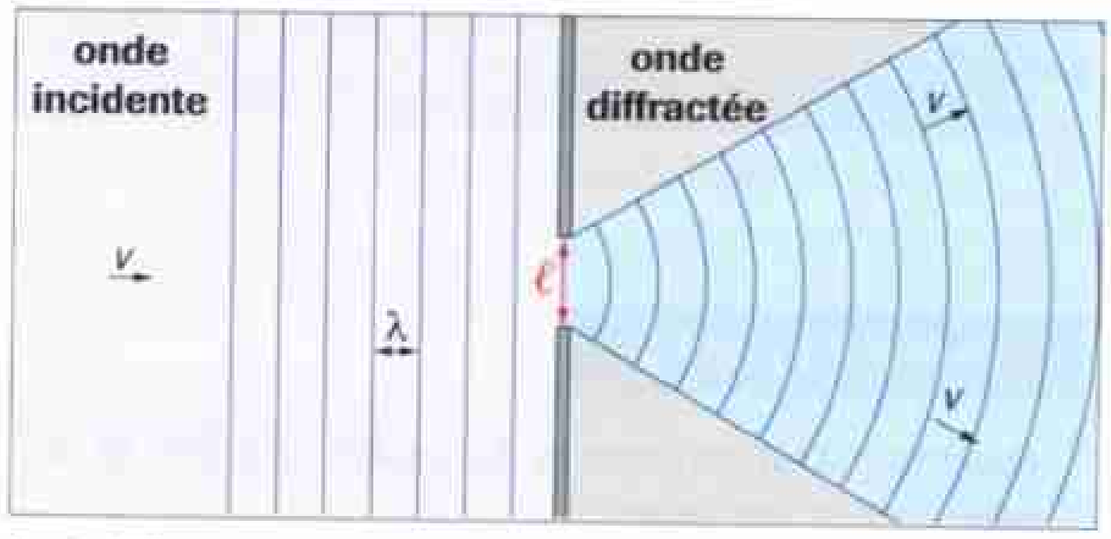
2 Dispersion et diffraction des ondes

■ Un milieu est **dispersif** si la célérité des ondes dans ce milieu dépend de leur fréquence.

■ Une onde mécanique progressive périodique de longueur d'onde λ est :

• **diaphragmée** si la largeur de l'ouverture est grande par rapport à la longueur d'onde λ ;

• **diffractée** si la largeur de l'ouverture est du même ordre de grandeur ou plus petite que la longueur d'onde λ.



Onde diffractée.

■ La diffraction est d'autant plus marquée que l'ouverture est petite.

■ l'onde diffractée et l'onde incidente ont la même fréquence, même célérité et même longueur d'onde.

Mots-clés

- Période
- Fréquence
- Longueur d'onde
- Vibrations en phase
- Onde circulaire
- Onde plane
- Dispersion
- Onde diffractée
- Diffraction

► *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Mesurer la célérité des ultrasons dans l'air

En utilisant les propriétés d'une onde progressive, vous pourrez déterminer la longueur d'onde et la célérité des ultrasons dans l'air (dans l'air, les sons et les ultrasons se propagent avec la même célérité).

Matériel

- un émetteur ultrasonore et son alimentation.
- deux récepteurs ultrasonores.
- un oscilloscope et des fils de connexion.
- une règle graduée.

Manipulation 1

Objectif : Déterminer la fréquence des ultrasons.

1. Alimenter l'émetteur ultrasonore et choisir le mode correspondant à une émission d'ultrasons en continu (mode *Permanent*).
2. Disposer un récepteur en face de l'émetteur.
3. Relier l'émetteur à la voie Y_A de l'oscilloscope et le récepteur à la voie Y_B.

▶ Questions

1. Faire un schéma des courbes obtenues sur l'écran de l'oscilloscope. Commenter.

2. Quelle est la rapidité du balayage?

3. Combien valent la période et la fréquence des ultrasons?

Manipulation 2

Objectif : Déterminer la longueur d'onde et la célérité des ultrasons.

1. Disposer l'émetteur et les récepteurs comme l'indique le schéma ci-dessous (l'émetteur étant à une trentaine de centimètres des récepteurs).

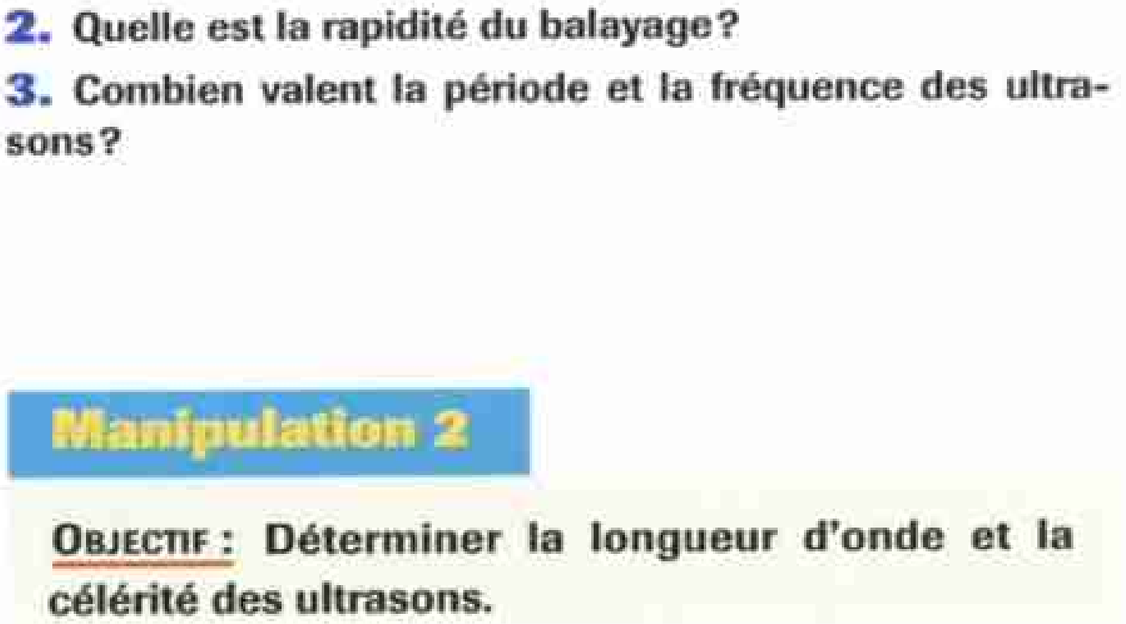


Schéma du montage de la manipulation 2.

2. Relier le récepteur 1 à la voie Y_A de l'oscilloscope et le récepteur 2 à la voie Y_B.
3. Observer l'écran et régler la rapidité de balayage pour avoir deux arches de sinusoïde (environ) sur l'écran.
4. Qu'observe-t-on si les deux récepteurs sont à la même distance de l'émetteur?

Comment qualifie-t-on les vibrations ultrasonores reçues par les deux récepteurs?

5. Laisser le récepteur 1 en place et observer l'écran lorsqu'on éloigne lentement le récepteur 2 de l'émetteur.
6. Ramener le récepteur 2 à sa position initiale.

Déplacer les courbes sur l'écran de manière à faire coïncider les deux lignes 0V : le décalage entre les deux sinusoïdes est alors nul.

7. Déplacer le récepteur 2 de manière à retrouver un décalage nul pour la 1ère fois (déplacement d_1), puis pour la 2ème fois (déplacement d_2)..., pour la k ème fois (déplacement d_k).
8. Compléter le tableau suivant :

k (nombre de décalages nuls)	1	5	10	15	20	25	30
d_k							
$\frac{d_k}{k}$							

▶ Questions

1. Pourquoi la sinusoïde correspondant au récepteur 2 se décale-t-elle par rapport à celle qui correspond au récepteur 1?

2. De combien le récepteur 2 se déplace-t-il lorsqu'on passe d'une position de décalage nul à la suivante?

3. Que représente la quantité $\frac{d_k}{k}$?

4. Quelle est la valeur de k qui correspond à la meilleure précision expérimentale?

5. Quelle est la valeur de la longueur d'onde des ultrasons dans l'air?

En déduire la célérité des ultrasons dans l'air.

Remarque

On peut effectuer la même mesure avec un émetteur ultrasonore et un seul récepteur. On reprend alors le montage de la manipulation 1 et on utilise la courbe de la voie Y_A (émetteur) pour mettre en évidence les positions où la courbe de la voie Y_B (récepteur) est en phase avec la courbe de la position initiale.

BAC

Comment les éléphants communiquent entre eux !

Dans la savane africaine, les éléphants sont capables de communiquer sur des distances de plusieurs kilomètres. Et pourtant, les observateurs ne perçoivent aucun signe de communication... C'est à la fin des années 1970 que l'énigme a été résolue.

DOC

Quelques mystères

Il est fréquent de voir des groupes d'éléphants se déplaçant de manière synchronisée alors qu'ils se trouvent à plusieurs kilomètres l'un de l'autre.
Dans la progression d'un groupe, la femelle dominante s'arrête et tout le groupe s'arrête de manière instantanée comme s'il avait été prévenu.
Les éléphants mâles sont capables de se diriger vers une femelle sexuellement disponible à plusieurs kilomètres de distance…

L'observation décisive

C'est la biologiste Kathy Pane qui va interpréter ces phénomènes grâce à une observation fortuite :

- au zoo de Portland, dans l'Oregon, près du domaine réservé aux éléphants, elle perçoit une vibration alors que son oreille n'entend rien ;
- elle se rappelle alors qu'à l'âge de 13 ans, à la chorale, lorsqu'elle interprétait *la Passion selon Saint Mathieu* de J. S. Bach, elle ressentait la même impression. Or, ce morceau comporte des passages avec des « basses » particulièrement graves ; ces sons, joués à l'orgue, n'étaient pas audibles mais elle en ressentait les vibrations ;
- avec un magnétophone, elle effectue un enregistrement sonore au voisinage des éléphants. Dans l'écoute à vitesse normale, l'oreille ne perçoit rien. Mais en écoutant la bande à une vitesse 10 fois plus grande, la tonalité se déplace vers les aigus et l'oreille perçoit alors de nombreux sons correspondant à une sorte de conversation.

L'explication : les infrasons

La conclusion apparaît de manière évidente : les éléphants émettent et perçoivent des **infrasons** : sons inaudibles par l'homme et dont la fréquence est comprise entre 10 et 30 Hz. Ainsi, on a montré que, dans le parc national d'Amboseli au Kenya, les femelles en chaleur et les mâles en *musth* (mot indien désignant un état d'intense excitation sexuelle) communiquent par des barrissements infrasonores très intenses puisque leur niveau sonore est supérieur à 80 dB.
Avec ces infrasons, les éléphants peuvent communiquer à grande distance : 5 km dans les conditions usuelles et jusqu'à 20 km en cas d'urgence ou de danger. En effet, les sons audibles sont des ondes « courtes » et qui se « dispersent » en rencontrant des obstacles ; au contraire, les infrasons sont des ondes « longues » qui passent les obstacles sans beaucoup de déperdition et s'amortissent peu. Les infrasons « voyagent » beaucoup mieux que les sons.
Sera-t-il possible de déchiffrer le langage des éléphants ? On cherche à le faire. Ce qui, écouté au magnétophone, passe pour une cacophonie est en fait une vraie conversation. On a déjà identifié 33 appels différents ayant une signification bien déterminée. On avance maintenant l'idée que les éléphants pourraient avoir le même niveau de conscience que les humains.



Troupeau d'éléphants dans le parc d'Amboseli au Kenya.

▶ Questions

1. **Expliquer par quel phénomène il est possible de percevoir un son inaudible.**

2. **Expliquer pourquoi un son de très basse fréquence peut devenir audible lorsqu'on écoute son enregistrement à grande vitesse (on pourra utiliser le fait que, sur la bande, une oscillation complète du son enregistré occupe une longueur déterminée).**

3. **80 dB est le niveau sonore observé au voisinage d'un aspirateur en fonctionnement.**

Que pensez-vous des barrissements infrasonores de communication entre mâle et femelle éléphant ?

4. **Du point de vue de la diffraction, comparer les sons audibles et les infrasons émis par les éléphants.**

Conclure quant à leur transmission dans un milieu comportant des obstacles (reliefs, arbres, arbustes...).

5. **Que pensez-vous de la vie sociale des éléphants de la savane africaine ?**

EXERCICE RÉSOLU

Énoncé

Onde sur la cuve à ondes

On utilise une cuve à ondes. La pointe *S* frappe la surface de l'eau, de profondeur constante, à la fréquence $f = 20\,\text{Hz}$.

Grâce à la stroboscopie, on immobilise le phénomène observé sur le verre dépoli de la cuve.

On voit alors des cercles clairs et noirs. On mesure la distance séparant, sur un rayon, le cercle noir de rang *n* et le cercle noir de rang $n + 4$; on trouve $d = 18\,\text{cm}$.

1. Comment peut-on qualifier l'onde obtenue ?

2. L'onde est-elle transversale ou longitudinale ? Justifier la réponse.

3. Calculer la longueur d'onde des ondes se propageant à la surface de l'eau sachant que le grandissement du système optique fournissant l'image sur le verre dépoli est de 2,25.

4. Calculer la célérité des ondes.

5. Sur un rayon, on dispose trois petits morceaux de liège en des points *M* et *N* tels que :

$$SM = 1{,}5\ \text{cm} \text{ et } SN = 3{,}5\ \text{cm}.$$

Que peut-on dire des mouvements des points *M* et *N* et des mouvements des deux bouchons ?

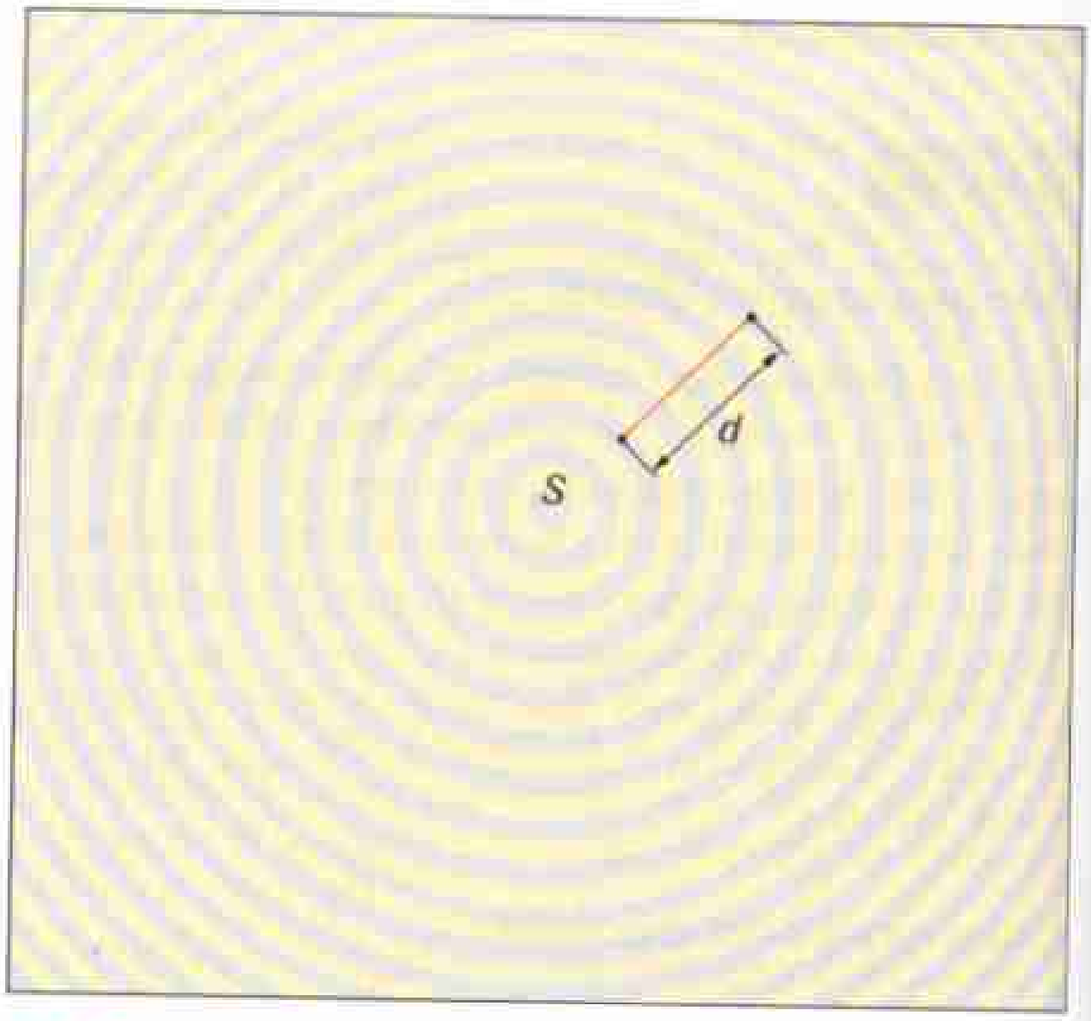


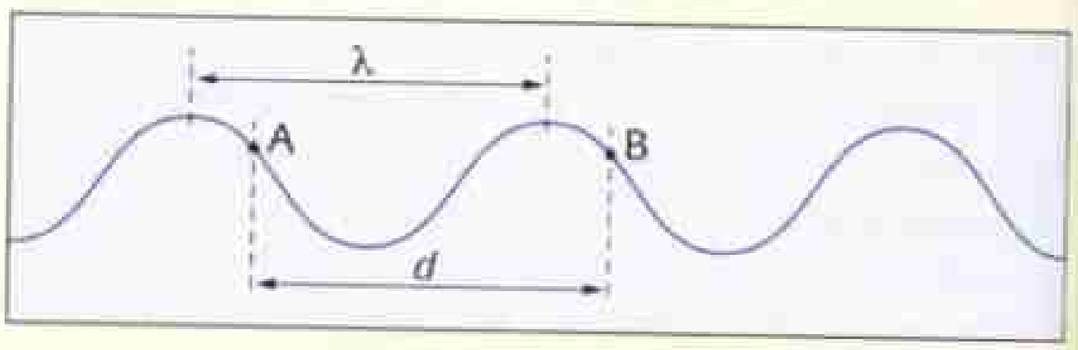
Fig. 1. Observation de la cuve à ondes.

Méthode

Mouvements de certains points du milieu

Sur une direction de propagation de l'onde, on considère deux points *A* et *B* tels que leur distance soit $AB = d$.

- On compare *d* à la longueur d'onde λ de l'onde.
- Si $\frac{d}{\lambda} = k \in \mathbb{N}^*$: les points *A* et *B* vibrent en phase.



Solution

1. L'onde est périodique, progressive et circulaire car elle se propage dans toutes les directions à la surface de l'eau.

2. L'onde est transversale car les points vibrent perpendiculairement à la direction de propagation.

3. La longueur vraie correspondant à la longueur *d* sur le verre dépoli est *d'* telle que :

$$d' = \frac{d}{\gamma} = \frac{18}{2{,}25} = 8{,}0\ \text{cm}.$$

Cette longueur *d'* représente 4 longueurs d'onde :

$$\lambda = \frac{d'}{4} = \frac{8{,}0}{4} = \mathbf{2{,}0\ cm}.$$

4. La longueur d'onde conduit à la célérité *v* :

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \boldsymbol{v = \lambda f}$$

$$v = 2{,}0 \times 10^{-2} \times 20 = \mathbf{0{,}40\ m \cdot s^{-1}}.$$

5. $MN = 3{,}5 - 1{,}5 = 2{,}0\ \text{cm} = k\lambda$ avec $k = 1$: les points *M* et *N* vibrent en phase.

Les deux bouchons ont des oscillations identiques.

Commentaires

À la surface de l'eau, une onde progressive peut être circulaire ou plane.

Le grandissement est égal à la longueur de l'image *d* divisée par la longueur de l'objet *d'* :

$$\gamma = \frac{d}{d'}$$

Attention : calculez dans le système international.

On applique la Méthode ci-dessus.

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. Lorsqu'on fait vibrer l'extrémité *S* d'une corde élastique, une ... ... se propage le long de cette corde.
b. Tous les points de la corde vibrent avec la même ...que la source *S*; certains points vibrent ... ... avec la source.
c. La longueur d'onde λ est la distance séparant deux points ... vibrant ... . C'est aussi la distance parcourue par l'onde en une ... .

2 Vrai ou faux ?

a. Sur une corde, deux points dont la distance est multiple de λ vibrent en phase.
b. Si la largeur d'une ouverture est grande par rapport à la longueur d'onde, l'onde est diaphragmée.
c. Si la largeur d'une ouverture est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde, l'onde est diffractée.

3 QCM

a. La formule liant la longueur d'onde λ à sa fréquence *f* et à la célérité *c* des ondes est :
❑ $f = c\lambda$;
❑ $\lambda = cf$;
❑ $c = \lambda f$.
b. Une onde sonore de fréquence $f = 1000$ Hz se propageant dans l'air à la célérité $v = 340\ m \cdot s^{-1}$ a pour longueur d'onde λ :
❑ 3,4 cm ;
❑ 34 cm ;
❑ 3,4 m.
c. À travers une ouverture de largeur 10 cm, une onde de longueur d'onde 1,0 cm est :
❑ diaphragmée ;
❑ diffractée.

4 Apprendre à rédiger

Définir en une phrase les expressions suivantes : *onde progressive* ; *onde progressive périodique* ; *onde progressive sinusoïdale* ; *longueur d'onde d'une onde progressive périodique* ; *vibrations en phase.*

5 Savoir-faire expérimental

On se propose de créer une onde progressive sinusoïdale le long d'une corde élastique.
De quel matériel doit-on disposer et comment doit-on le mettre en œuvre ?
Comment peut-on ensuite mettre en évidence sa longueur d'onde λ et la mesurer ?

Application des connaissances

Longueur d'onde

6 • Onde sonore

La célérité du son dans l'air étant égale à $340\ m \cdot s^{-1}$, calculer la fréquence d'une onde sonore dont la longueur d'onde est égale à 1,70 m.

7 • Sons audibles dans l'air

Les ondes sonores audibles ont, dans l'air, une fréquence comprise entre 20 Hz et 20 kHz. Entre quelles valeurs sont comprises les longueurs d'onde correspondantes si la célérité de ces ondes vaut $340\ m \cdot s^{-1}$?

8 • Sons audibles dans l'eau

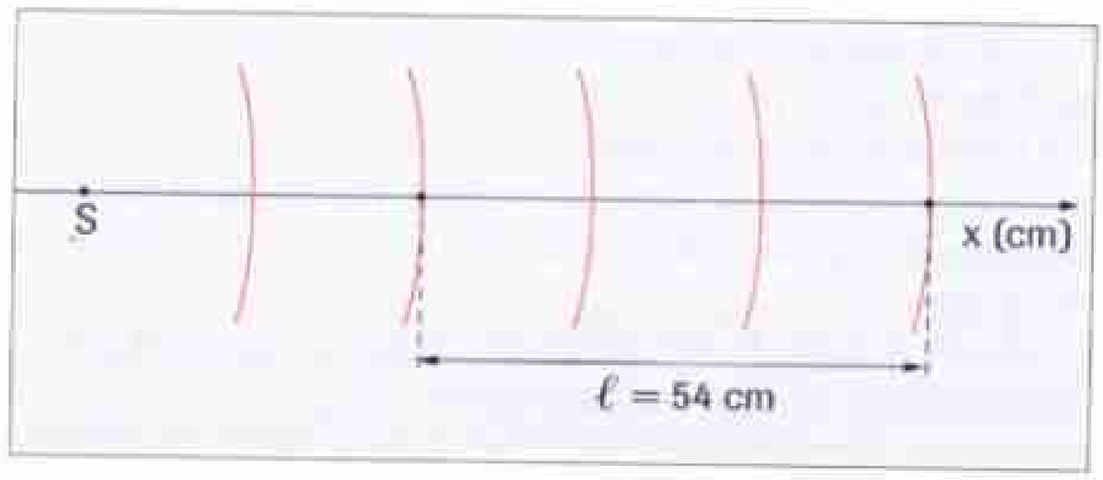
Reprendre l'exercice n° 7 si les ondes sonores considérées se propagent dans l'eau où la célérité des ondes sonores est égale à $1\,500\ m \cdot s^{-1}$.

9 • Écholocation (dauphin)

Pour se situer par rapport à d'éventuels obstacles (écholocation), un dauphin produit une salve d'ultrasons de fréquence $f = 40$ kHz.
Calculer la longueur d'onde de cette salve ultrasonore sachant que les ultrasons se propagent dans l'eau de mer avec la célérité $v = 1\,500\ m \cdot s^{-1}$.

10 •• Ondes circulaires

On étudie la propagation des ondes à la surface de l'eau avec une cuve à ondes.
On crée des ondes circulaires grâce à une pointe animée par un vibreur de fréquence $f = 15$ Hz.
On observe des rides circulaires qui se propagent ; la figure ci-dessous est la photographie instantanée de la surface de l'eau.

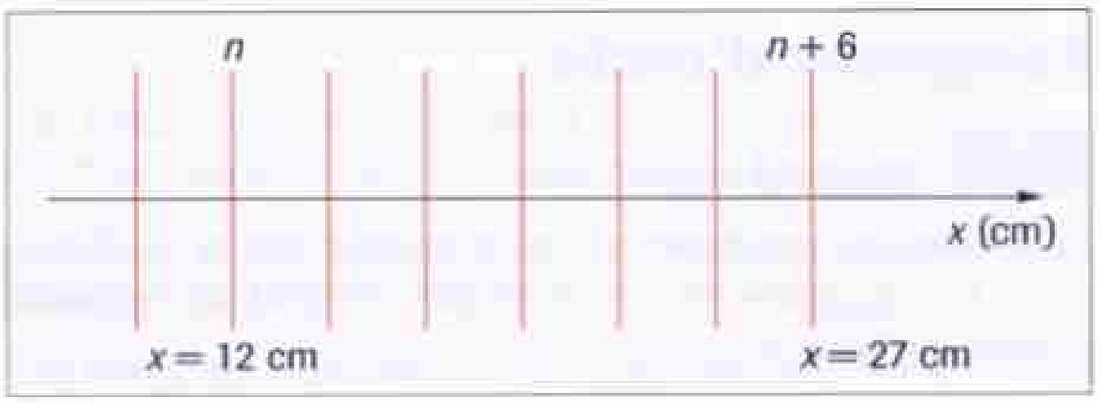


a. Le grandissement du système optique formant l'image sur le verre dépoli de la cuve à ondes est égal à 1,8.
Quelle est la valeur de la longueur d'onde des ondes se propageant à la surface de l'eau ?
b. Calculer la célérité de ces ondes.

11 • Ondes rectilignes

Sur une cuve à ondes, on crée des ondes rectilignes grâce à une réglette plane qui frappe l'eau à la fréquence $f = 20$ Hz.

En éclairage stroboscopique immobilisant le phénomène, l'aspect de la surface de l'eau sur le verre dépoli de la cuve à ondes est constitué de rides rectilignes et parallèles, comme le montre le schéma ci-dessous.



a. Calculer la longueur d'onde des ondes se propageant à la surface de l'eau sachant que le grandissement du système optique fournissant l'image sur le verre dépoli est égal à 1,25.
b. Calculer la célérité des ondes.

12 •• Étude d'un tsunami

Un tsunami est constitué d'une série de vagues équidistantes se propageant sur un océan à la vitesse de 800 $km \cdot h^{-1}$.
On lit dans une encyclopédie que la longueur d'onde de ce phénomène est de 200 km.
a. Quelles sont la fréquence et la période de passage des vagues ?
b. Quelle est la distance séparant deux vagues consécutives ?
c. Quel sera l'effet du phénomène sur une côte ?



13 • Fréquence d'un vibreur

a. Faire le schéma d'un vibreur (fig. 1 page 42).
b. L'électroaimant est parcouru par le courant du secteur de fréquence 50 Hz.
Sachant que la lame élastique est attirée par l'électroaimant quel que soit le sens du courant, pourvu qu'il soit suffisamment intense, calculer la fréquence f des oscillations de la lame.
c. Avec ce vibreur, on produit une onde progressive périodique le long d'une corde élastique.
Quelle est la longueur d'onde de cette onde si sa célérité est de 4,0 $m \cdot s^{-1}$.

Propagation d'une onde périodique

14 •• Onde le long d'une corde

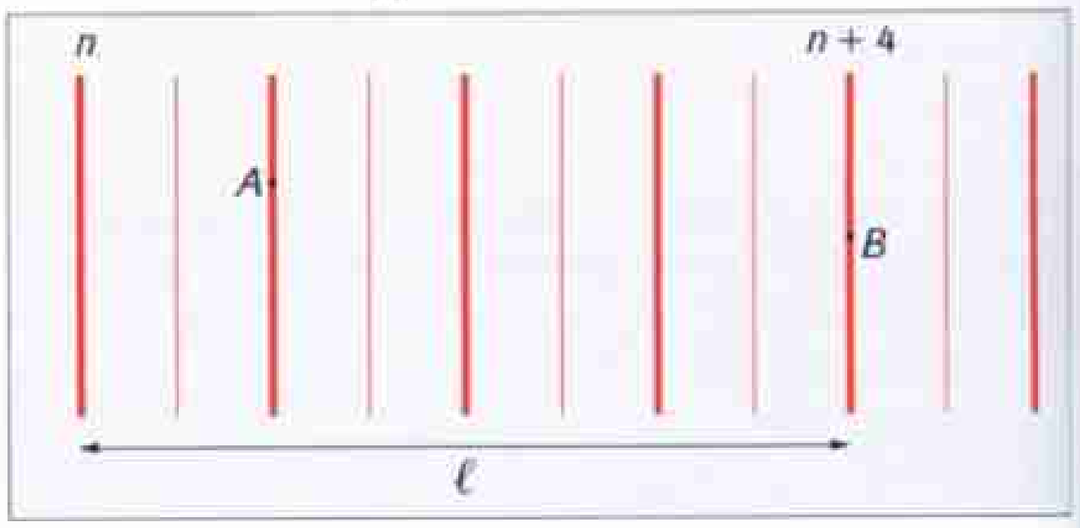
Une fillette produit une onde périodique le long d'une corde de longueur 5,0 m attachée à un mur. Elle agite régulièrement l'extrémité libre de la corde, de bas en haut, en effectuant 5 vibrations complètes par seconde.
a. La première vibration atteint l'extrémité de la corde 2,5 s après avoir été produite.
Quelle est la célérité des ondes le long de la corde ?
b. À quelle date, après le début des vibrations ($t = 0$), l'onde atteint-elle un point P de la corde situé à 4,0 m de l'extrémité agitée ?
c. Décrire le mouvement du point P à partir de la date $t = 0$.
d. Quels sont les points de la corde qui vibrent en phase avec le point P ?

15 •• Onde le long d'une corde

Un vibreur est le siège d'un mouvement vibratoire périodique de fréquence $f = 100$ Hz. Les vibrations qu'il crée se propagent le long d'une corde élastique, à partir de son extrémité S, avec la célérité $v = 8{,}0\ m \cdot s^{-1}$.
a. Calculer la longueur d'onde de l'onde se propageant le long de la corde.
b. Comparer au mouvement de la source vibratoire le mouvement d'un point A situé à 32 cm de S et celui d'un point B placé à 40 cm de S.

16 •• Ondes sur la cuve à ondes

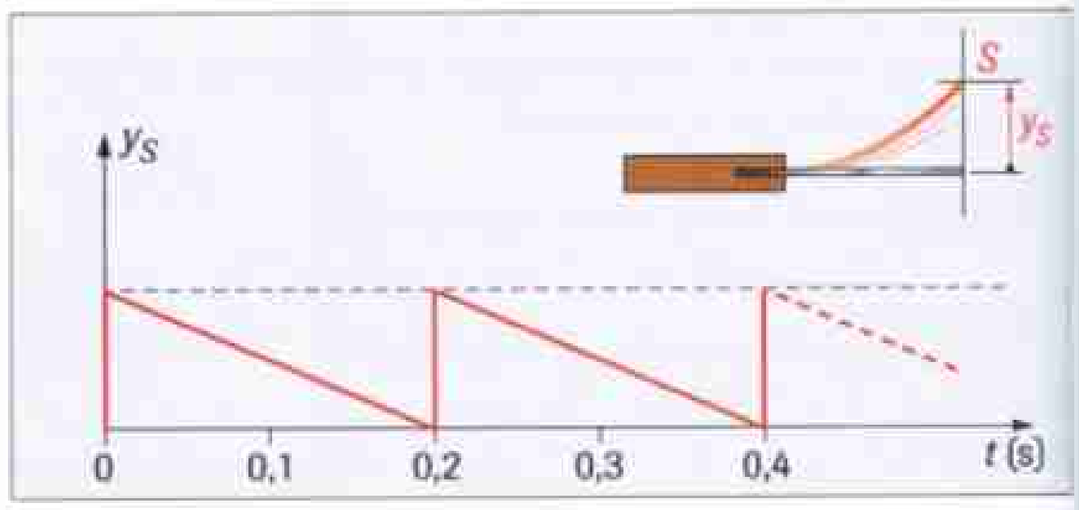
On crée des ondes rectilignes sur l'eau d'une cuve à ondes. La fréquence de vibration de la réglette est de 50 Hz. On mesure la distance entre la crête de rang n et la crête de même nature de rang $n + 4$; on trouve $\ell = 16{,}0$ cm.



a. Quelle est la valeur de la longueur d'onde de l'onde se propageant à la surface de l'eau ?
b. Quelle est la célérité de cette onde ?
c. Représenter l'aspect de la surface de l'eau à une date t sachant qu'il a la forme d'une sinusoïde.
Représenter ensuite cet aspect aux dates $t + 0{,}04$ s, $t + 0{,}05$ s, $t + 0{,}065$ s.
d. Soient les points A et B de la figure ci-dessus.
Comparer les mouvements des points A et B. Justifier la réponse.

17 •• Vibreur et onde progressive

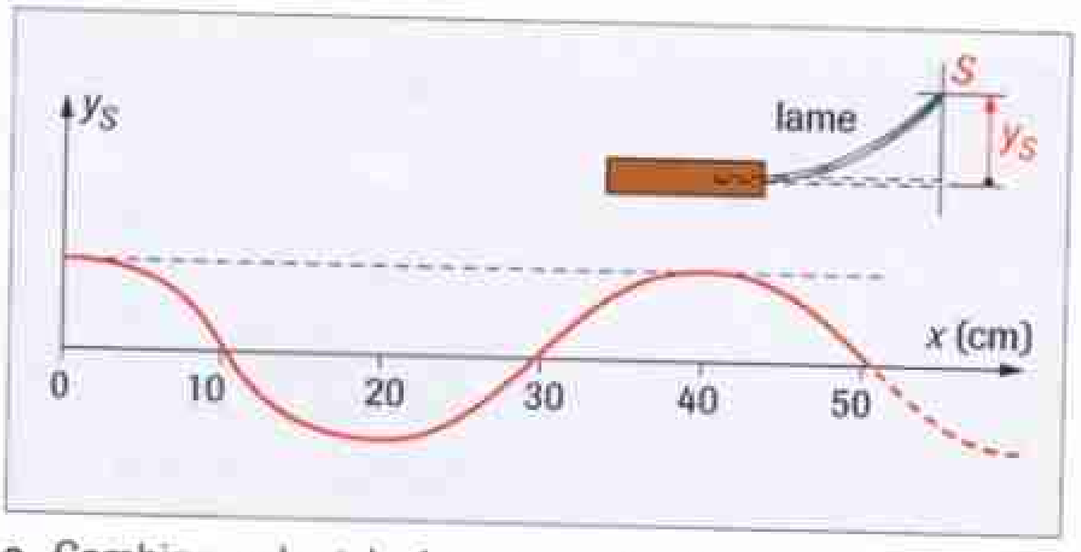
Un vibreur produit un mouvement périodique de la pointe S d'une lame ; on suppose que l'abscisse y_S de cette pointe varie, en fonction du temps t selon la courbe ci-dessous.



a. Décrire le mouvement de la pointe S.
Quelles sont les valeurs de sa période T et de sa fréquence f?
b. On relie S à l'une des extrémités d'une corde élastique dont l'autre extrémité est fixe.
Quelle est la longueur d'onde de l'onde qui se propage le long de la corde sachant que sa célérité est égale à $4{,}0\,m \cdot s^{-1}$?
c. Représenter l'aspect de la corde à la date $t = 1{,}5$ s (on choisira une échelle appropriée).

18 Onde le long d'une corde

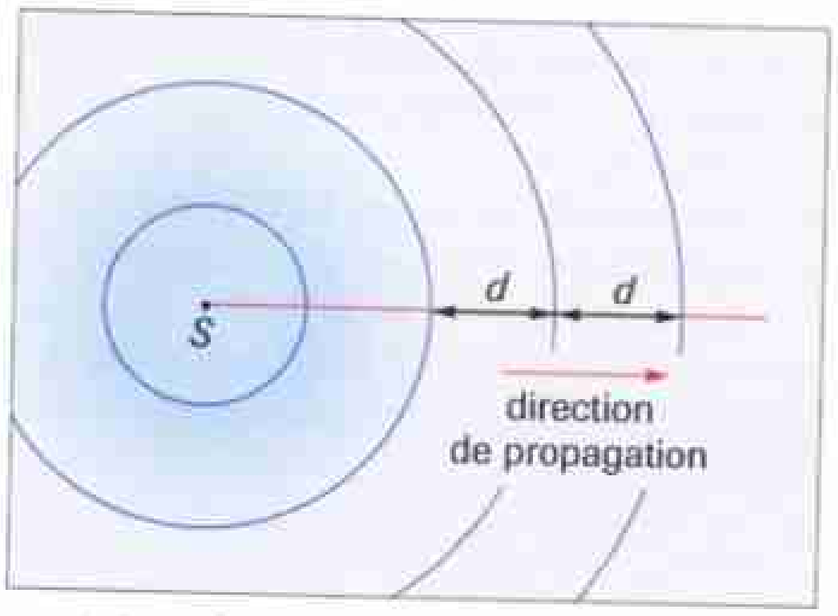
Un vibreur de fréquence $f = 100$ Hz met en vibration l'extrémité d'une corde élastique. La figure ci-dessous représente l'aspect de la corde à une date t (obtenu par photographie instantanée).



a. Combien valent la longueur d'onde et la célérité de l'onde périodique se propageant le long de la corde?
b. À la date t, l'extrémité de la lame est à sa position la plus haute.
Représenter l'aspect de la corde aux dates:
$t + 0{,}0025$ s; $t + 0{,}0050$ s; $t + 0{,}0075$ s; $t + 0{,}01$ s.

19 Onde à la surface de l'eau

Une pointe S crée une onde progressive périodique à la surface d'une nappe d'eau (cuve à ondes).
La nappe a une épaisseur constante et la fréquence de vibration de la pointe est $f = 10$ Hz.
a. Grâce à la stroboscopie, on immobilise le phénomène et on mesure la distance séparant deux rides circulaires consécutives. On trouve $d = 8{,}0$ cm.



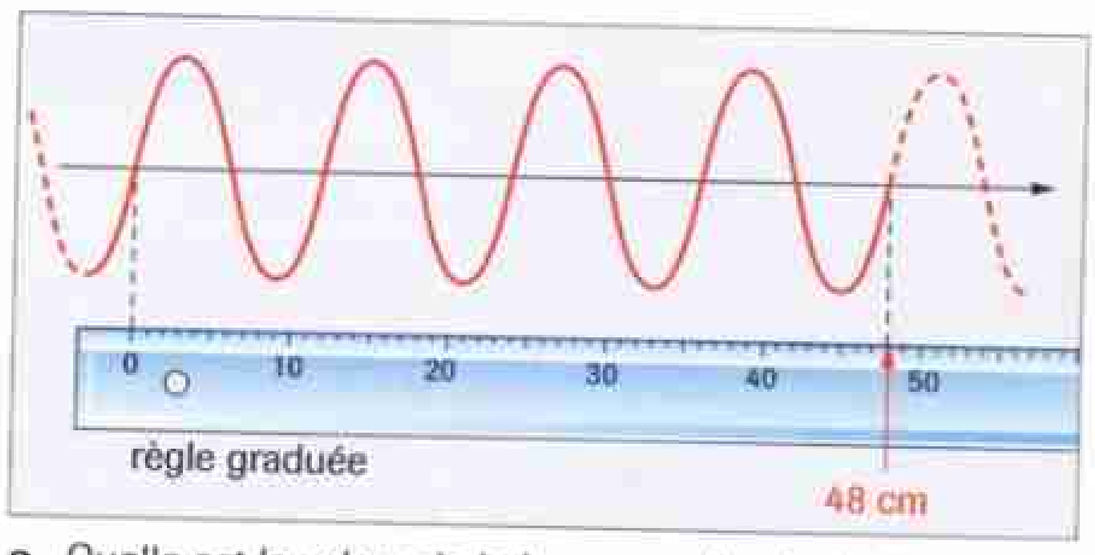
Quelles sont les valeurs de la longueur d'onde λ des ondes se propageant à la surface de l'eau et de la célérité de ces ondes ? Justifier les réponses.
b. On jette à la surface de l'eau quatre petits morceaux de liège en des points A, B, C, D tels que :
$SA = 16$ cm; $SB = 20$ cm; $SC = 24$ cm; $SD = 36$ cm.
Parmi les quatre points A, B, C, D:
- quels sont les points qui vibrent en phase avec la source S?
- quels sont les points dont les vibrations sont en phase?
Décrire les mouvements des morceaux de liège.

20 Exercice de correction

Lire l'énoncé, puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

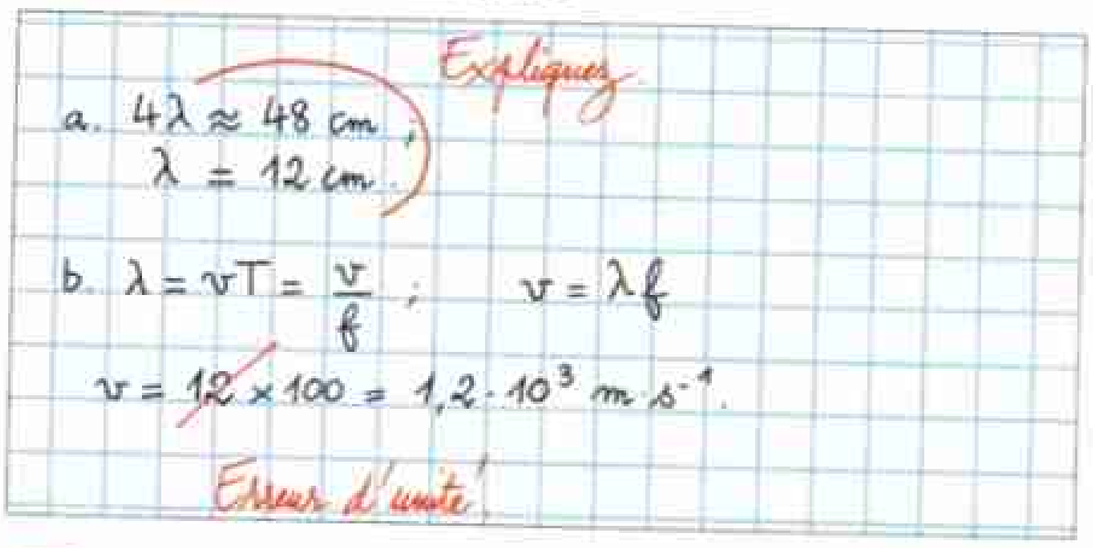
Énoncé

Un vibreur crée à l'extrémité d'une corde une onde progressive sinusoïdale de fréquence $f = 100$ Hz.
On immobilise le phénomène grâce à un stroboscope et on observe.



a. Quelle est la valeur de la longueur d'onde de l'onde?
b. En déduire la valeur de sa célérité.

Solution annotée d'un élève



21 Onde sonore

Une onde sonore périodique, de fréquence $f = 1500$ Hz, se propage dans l'air où sa célérité vaut $v = 340\,m \cdot s^{-1}$.
a. Calculer sa longueur d'onde.
b. Sur une droite passant par la source S, quelle est la distance minimale où les vibrations de la pression sont en phase?

PROBLÈMES DE SYNTHÈSE

22 Simulation d'une hola

La hola dans un stade peut être assimilée à une onde.
Dans une classe, on effectue une simulation de hola.
- Un chemin a été défini pour la propagation de la hola.
- Chaque élève atteint par la hola effectue les opérations suivantes (soit d la distance entre deux élèves consécutifs) :
a : il se lève; b : il reste debout quelques instants; c : il s'assoit.
- Un élève marque le rythme en prononçant fortement et régulièrement les lettres a, b, c.
- Quelques élèves observent et notent leurs commentaires.

EXERCICES

1. Propagation d'une hola unique.

À l'énoncé des lettres *a*, *b*, *c*, le premier élève effectue la suite des opérations, puis le deuxième...

a. Chaque élève a-t-il un mouvement périodique?

b. Que peut-on dire du mouvement d'un élève déterminé par rapport au mouvement du premier élève?

2. Propagation d'une hola périodique

L'élève continue à énoncer les lettres *a*, *b*, *c* mais à intervalles réguliers (*abc*, *abc*, *abc*, *abc*...), un signal est donné (par exemple par un coup de règle sur une table) et la hola repart du premier élève. Attention, chaque participant doit faire preuve de concentration et éviter de se tromper.

On laisse progresser cette «hola périodique» et on l'arrête sur un *b* (marqué par un autre coup de règle), date où certains élèves sont debout (et restent debout).

a. Chaque élève a-t-il un mouvement périodique?

Si oui, évaluer cette période T en fonction de la durée t_a séparant deux *a* consécutifs.

b. Lors de l'arrêt, observe-t-on une périodicité spatiale? Justifier la réponse.

c. Lors de l'arrêt, quelle est la distance séparant deux élèves consécutifs qui sont debout? Évaluer cette distance en fonction de l'intervalle entre deux élèves.

Quelle grandeur mesure-t-on ainsi?

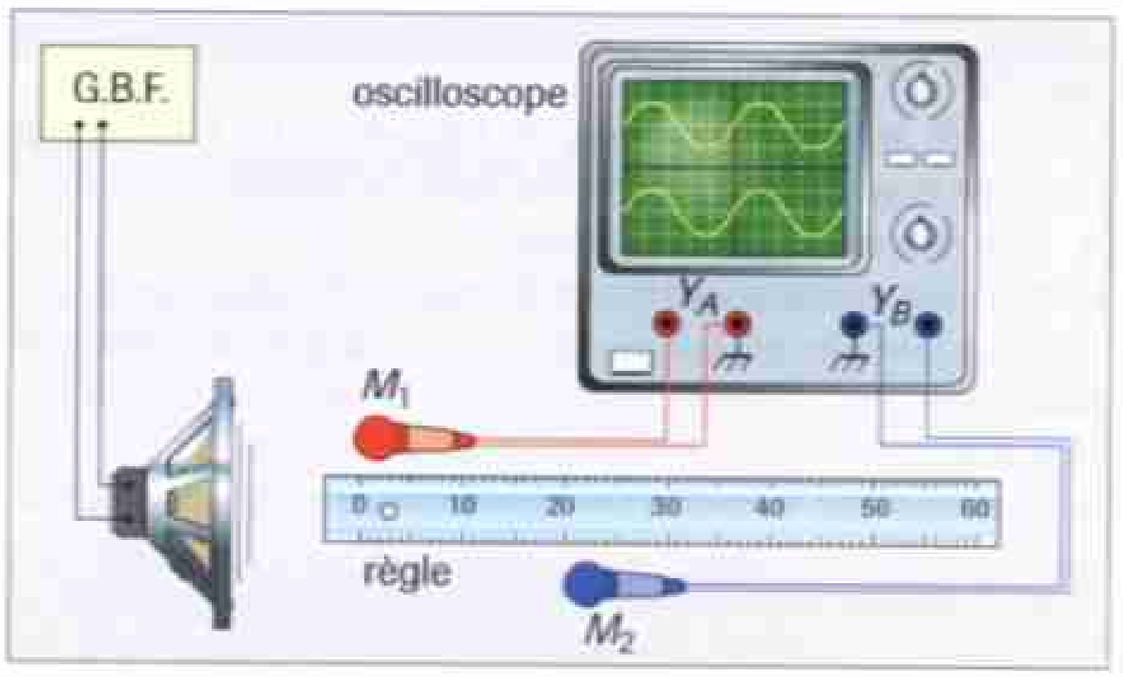
d. Quel temps met la hola pour parcourir la distance séparant deux élèves consécutifs qui sont debout? Conclure.

23 Mesure de la vitesse du son dans l'air par la méthode des deux microphones.

Le son émis par le haut-parleur est capté par les deux microphones M_1 et M_2 branchés sur les voies Y_A et Y_B de l'oscilloscope.

a. Calculer la fréquence du son capté par les microphones sachant que la rapidité de balayage est de 0,1 ms · cm^{-1}.

b. Les abscisses x_1 et x_2 des deux microphones sont repérées sur la règle.



Lorsque $x_1 = x_2 = 0$, les courbes observées sur l'oscilloscope sont en phase (voir la figure).

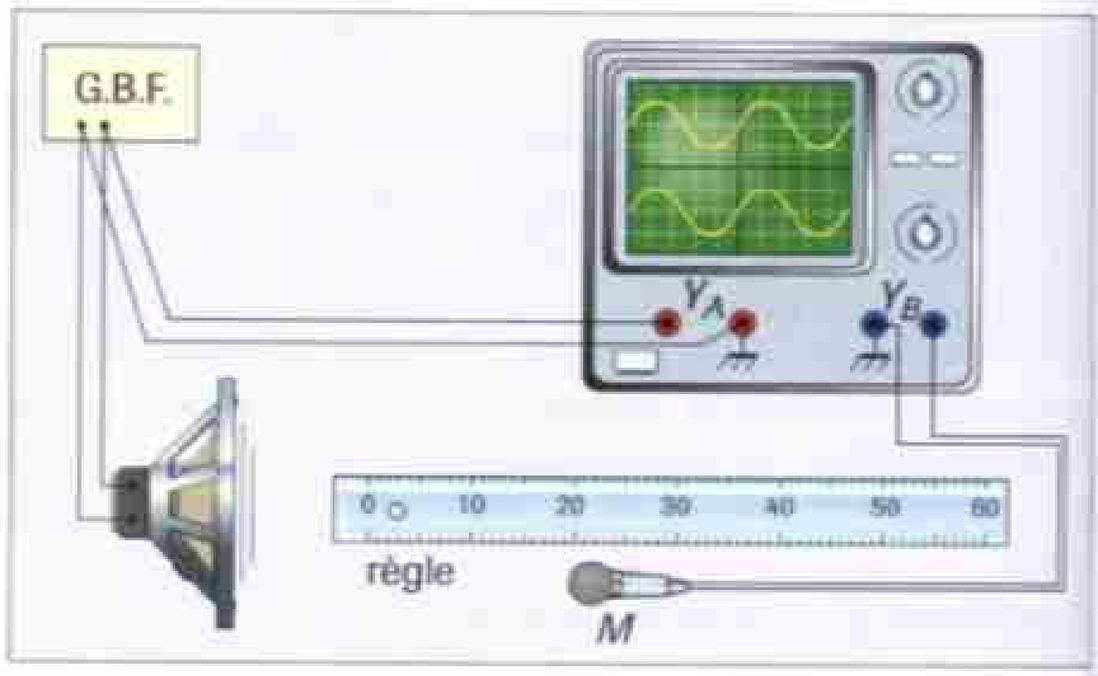
On laisse le microphone M_1 en place et on déplace lentement le microphone M_2. On relève l'abscisse x_2 de ce microphone à chaque fois que les courbes sur l'oscilloscope sont de nouveau en phase. Les positions correspondantes sont données dans le tableau ci-dessous.

positions n°	1	2	3	4	5
abscisse x_2 (cm)	17,0	34,0	51,0	68,0	85,0

Quelle valeur de la longueur d'onde de l'onde sonore peut-on déduire de ces mesures?

c. Quelle est la célérité du son dans l'air à la température où sont effectuées les mesures?

24 Mesure de la vitesse du son dans l'air avec un microphone.



Le son émis par le haut-parleur est capté par le microphone *M*. On réalise les deux branchements sur l'oscilloscope schématisés sur la figure ci-dessus.

a. Quelles sont les deux tensions visualisées sur l'oscilloscope?

b. Quelle est la fréquence du son sachant que la rapidité de balayage est de 0,2 ms · cm^{-1}?

c. On déplace le microphone *M* jusqu'à obtenir, sur l'écran de l'oscilloscope, deux sinusoïdes en phase (voir la figure). L'abscisse sur la règle est alors $x_1 = 4{,}5$ cm.

Puis on déplace le microphone le long de la règle; la sinusoïde de la voie Y_B se décale alors progressivement par rapport à celle de la voie Y_A.

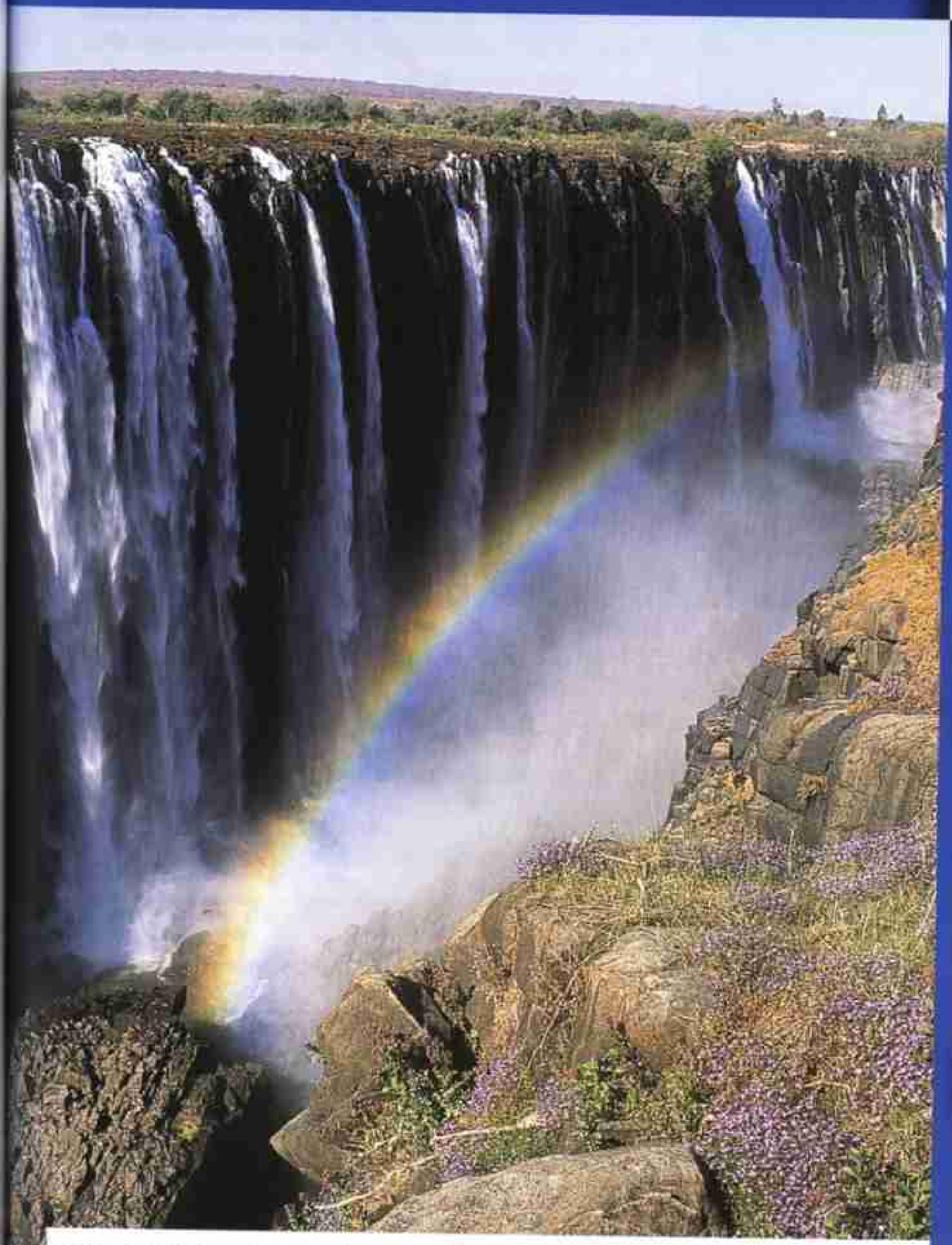
Lorsque le microphone se trouve à l'abscisse $x_2 = 38{,}5$ cm, les deux sinusoïdes se retrouvent de nouveau en phase.

Quelle est la valeur de la longueur d'onde de l'onde sonore dans l'air dans ces conditions? Justifier la méthode.

d. En déduire la célérité des ondes sonores dans l'air.

CHAPITRE 4

Modèle ondulatoire de la lumière



L'arc-en-ciel (observé ici près des chutes Victoria au Zimbabwe), une des manifestations les plus connues de la dispersion de la lumière solaire.

▶ **Quelle est la raison de la dispersion de la lumière blanche par les gouttelettes d'eau ?**

Objectifs

- Savoir que la lumière peut être considérée comme une onde.
- Exploiter des figures de diffraction dans le cas des ondes lumineuses.
- Connaître les relations :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \text{ et } \theta\,(\text{rad}) = \frac{\lambda}{a}$$

- Connaître le spectre visible et les rayonnements UV et IR.
- Savoir que la fréquence d'une radiation monochromatique ne change pas lorsqu'elle passe d'un milieu transparent à un autre.
- Connaître l'indice d'un milieu transparent.

Plan du cours

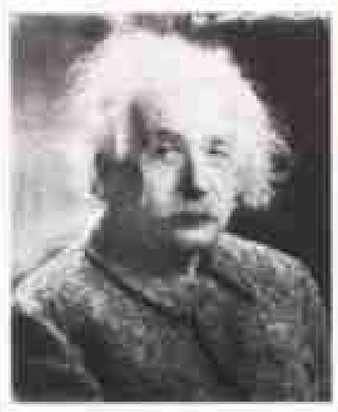
1 Diffraction de la lumière

2 Propagation de la lumière dans le vide

3 Propagation de la lumière dans les milieux transparents

La diffraction de la lumière conduit à des expériences curieuses et permet d'affirmer que la lumière se comporte comme une onde.

ACTIVITÉ 1



Albert Einstein.

Une expérience décisive

« On a déjà discuté l'expérience très simple où un écran, percé d'un trou et placé devant une source lumineuse punctiforme, projetait une ombre sur le mur. Nous allons encore simplifier l'expérience en supposant que la source émet une lumière homogène (lire *monochromatique*). Pour obtenir les meilleurs résultats, la source doit être intense.
Imaginons que le trou dans l'écran devienne de plus en plus petit. Si nous employons une source intense et réussissons à faire le trou de l'écran assez petit, un phénomène nouveau et surprenant apparaît (…). Il n'y a plus de distinction tranchée entre le clair et l'obscur. La lumière s'affaiblit graduellement en passant par une série d'anneaux alternativement lumineux et sombres et se confond finalement avec le fond noir. »

L'évolution des idées en Physique.
Albert Einstein et Léopold Infeld, © Flammarion.

▶ **1. Connaissez-vous l'expérience décrite par Einstein et Infeld ? Qu'observe-t-on sur l'écran ?**

▶ **2. Quel est le phénomène qui apparaît ?**

ACTIVITÉ 2

La diffraction

■ **Expérience A**

Joindre l'index et le majeur de la main. Les écarter légèrement pour former une fente étroite.
Observer à travers cette fente, la lumière entrant par une fenêtre.

▶ **Décrire la figure observée.**

■ **Expérience B**

Vous disposez :
– d'un trou éclairé par une lampe à vapeur de sodium ou par une source lumineuse blanche.
– d'une plaque percée d'une série de trous bien circulaires (trous faits au poinçon dans une plaque d'aluminium ou mieux, trous faits à l'emporte-pièce bien affûté et fin dans du clinquant d'aluminium, de laiton ou de fer ou dans de l'aluminium ménager épais).
Observer le trou lumineux à travers un trou de la plaque.

▶ **1. Décrire le phénomène lumineux observé.**

▶ **2. Que se passe-t-il lorsque le diamètre du trou d'observation diminue ?**

PHYSIQUE ET VOCABULAIRE

■ **Monochromatique** adj. (du grec *monokhrômos*). Qui est d'une seule couleur.

■ **Expérience C**

Se procurer un petit carré de tissu servant à confectionner des voilages (tissu en tergal).
Observer le trou éclairé par la lampe spectrale (puis la source de lumière blanche) à travers le voile de tergal.

▶ **1. Décrire la figure observée.**

▶ **2. Êtes-vous étonné d'obtenir une telle figure ?**

L'ÉNIGME DU CHAPITRE

Une chambre noire est constituée d'un trou dans une face d'une boîte et d'un verre dépoli sur la face opposée.

L'image d'un objet ponctuel *A* sur le verre dépoli est une petite tache lumineuse *A'*.

Quand on diminue le diamètre du trou, l'image obtenue est plus nette (mais moins lumineuse).

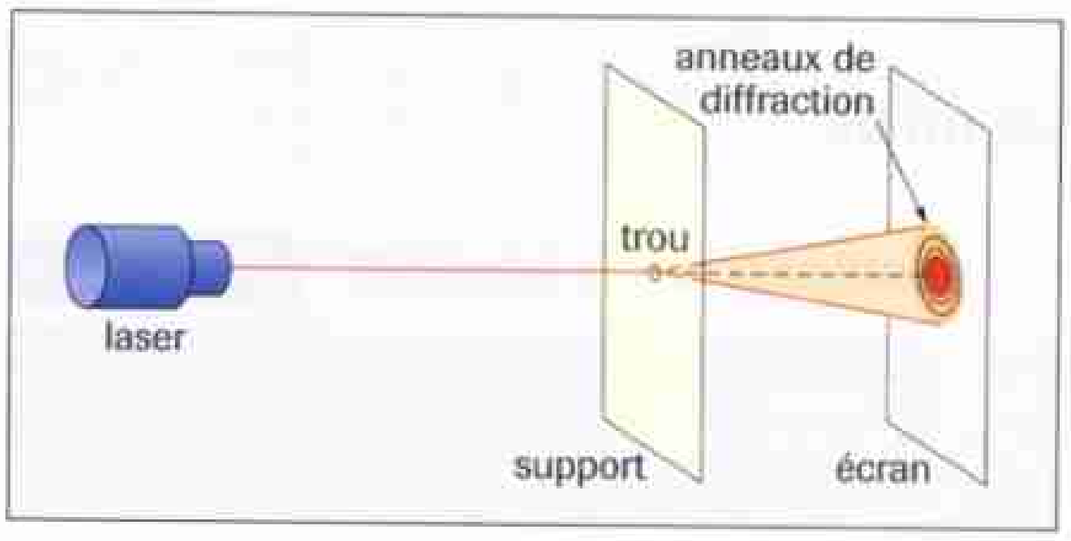
Mais si l'on diminue trop ce diamètre, l'image redevient floue. Pourquoi ?

1 Diffraction de la lumière

1. 1. Diffraction de la lumière par une ouverture circulaire

Expérience

• Diriger le faisceau laser sur une ouverture circulaire (trou) dont le diamètre est de l'ordre du dixième de millimètre.
• Observer sur un écran placé à environ 1 m (fig. 1).



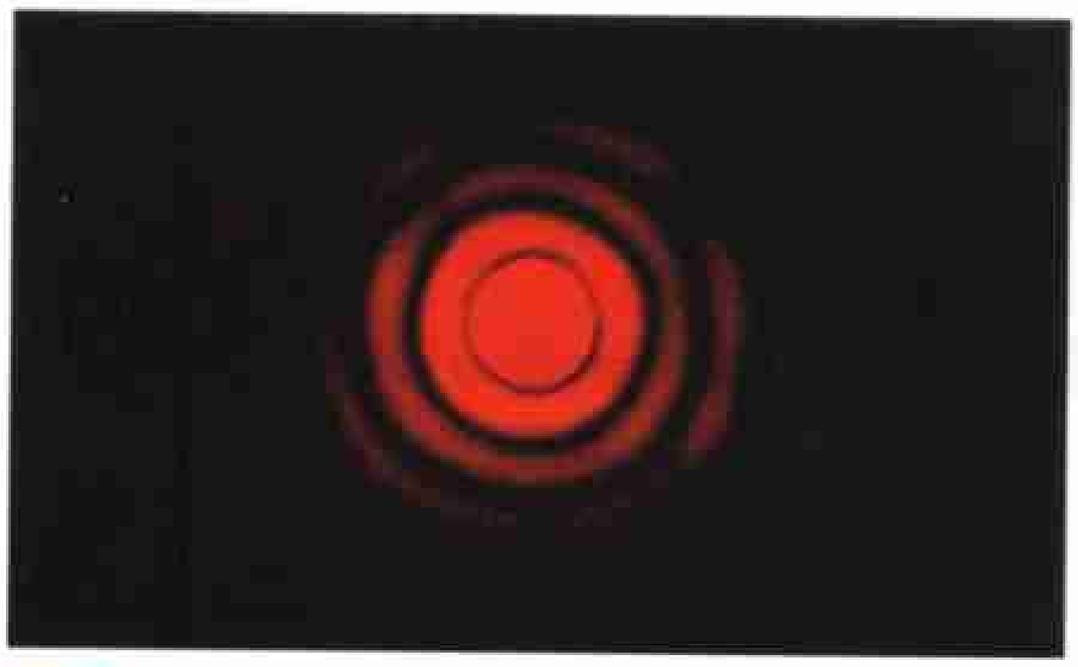


Fig. 1 Photographie de la figure de diffraction de la lumière du laser rouge par une ouverture circulaire.

Observation

La figure de diffraction est formée d'une **tache circulaire** très éclairée (appelée tache de diffraction) entourée d'anneaux alternativement noirs et éclairés (l'intensité des anneaux éclairés diminuant rapidement quand on s'éloigne du centre).

Interprétation

L'ouverture circulaire a diffracté la lumière. La tache de diffraction présente l'éclairement le plus grand et elle est la seule à prendre en compte.
Le rayon r de la tache de diffraction est d'autant plus grand que le diamètre a de l'ouverture circulaire est plus petit (fig. 2).

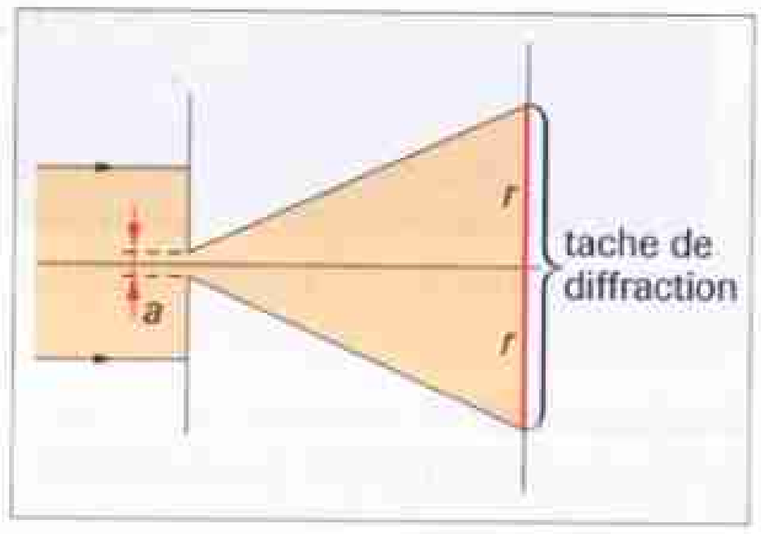


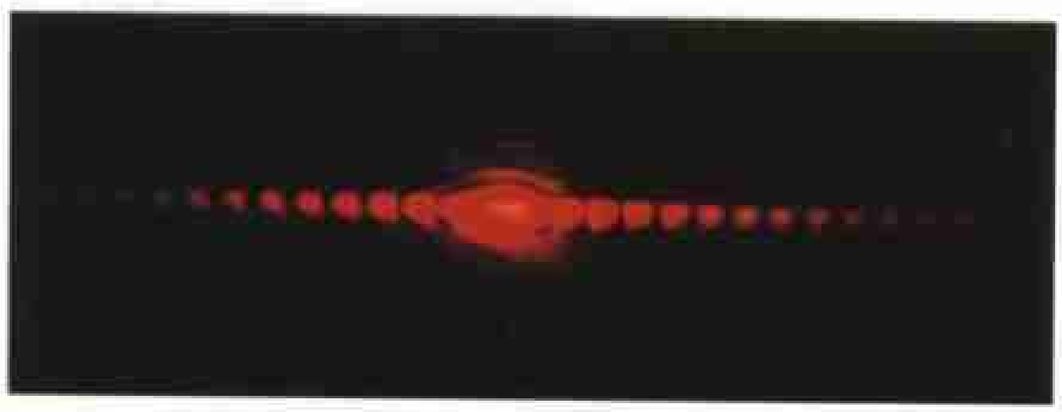
Fig. 2 Diffraction de la lumière par une ouverture circulaire : la tache de diffraction.

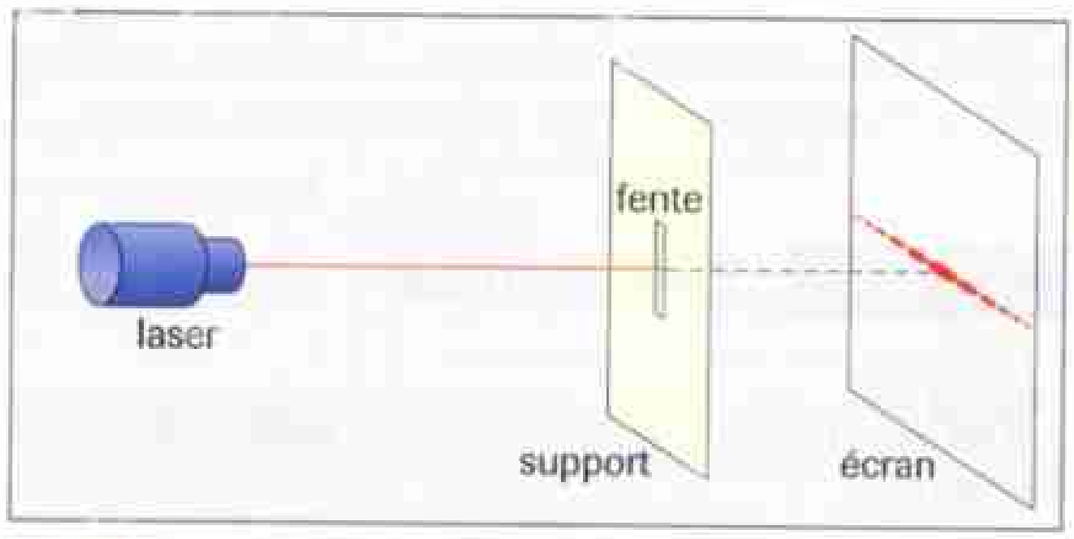
1. 2. Expériences de diffraction

A Diffraction du faisceau laser par une fente

Expérience

• Diriger le faisceau laser sur une fente dont la largeur est de quelques dixièmes de millimètre.
• Observer sur un écran placé à environ 1 m (fig. 3).





◀ **Fig. 3** Figure de diffraction du faisceau laser par une fente.

Observation

La figure de diffraction est constituée d'une tache centrale brillante étalée, dans une direction perpendiculaire à la fente et, dans la même direction, de taches brillantes, plus petites et moins lumineuses (fig. 3).

Interprétation

La fente a diffracté la lumière dans une direction perpendiculaire à cette fente.

B Influence de la largeur de la fente

Si l'on diminue la largeur de la fente, les taches deviennent plus larges, en particulier la tache centrale (fig. 4).

La diffraction est d'autant plus marquée que la largeur de la fente est plus petite.

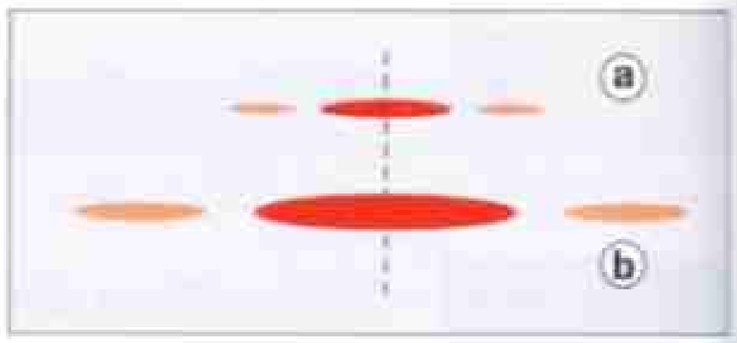


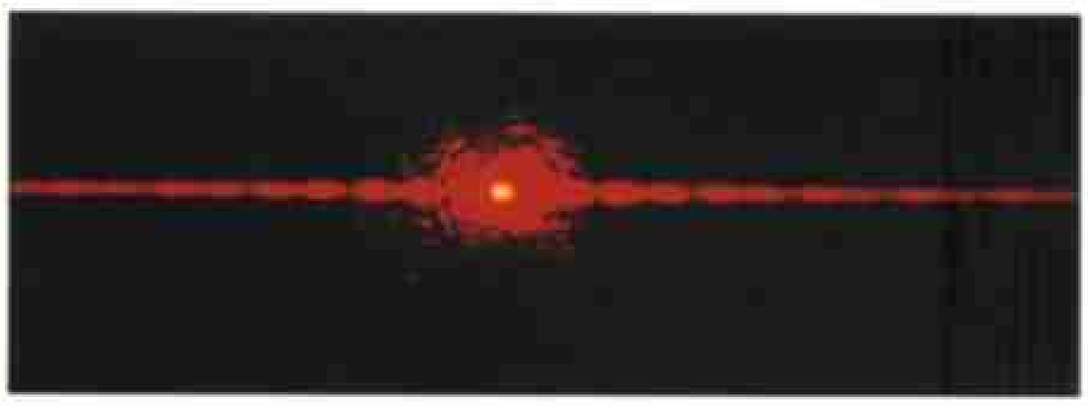
Fig. 4 Influence de la largeur de la fente.
a. Fente fine.
b. Fente très fine : la diffraction est plus marquée.

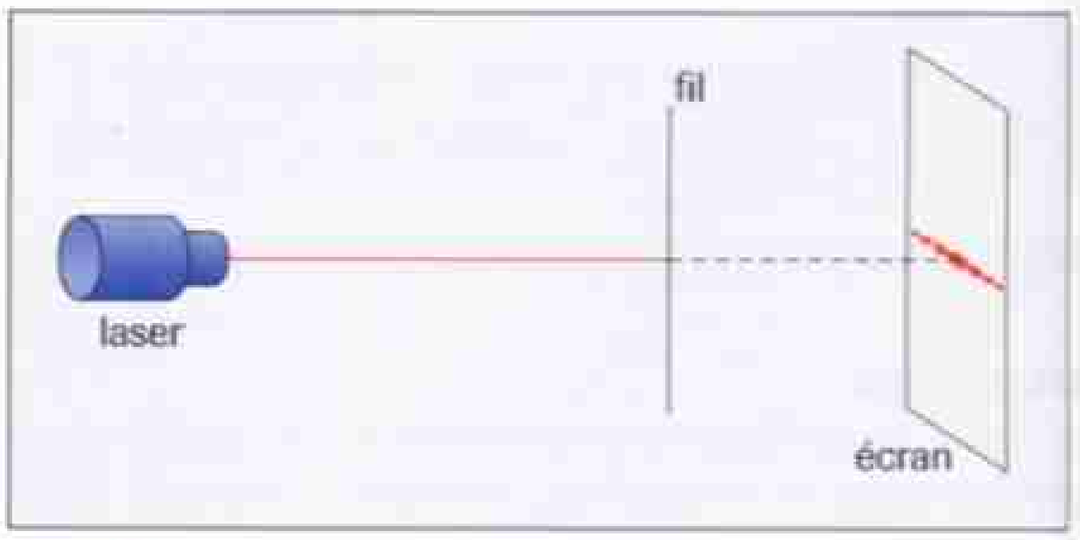
▶ *Voir exercices n°s 11 et 12, page 70*

1. 3. Diffraction du faisceau laser par un fil

Expérience

- Diriger le faisceau laser sur un fil très fin, perpendiculairement à ce fil.
- Observer sur un écran placé à environ 1 m (fig. 5).





◀ **Fig. 5** Figure de diffraction du faisceau laser par un fil.

Observation

La figure de diffraction est semblable à celle du faisceau laser par une fente.

Interprétation

Le fil a diffracté la lumière dans une direction perpendiculaire au fil.

1. 4. Diffraction en lumière blanche

Les figures ci-contre vous présentent les figures de diffraction par un voile de tergal :
- d'un faisceau laser (fig. 6) ;
- d'un faisceau de lumière blanche (fig. 7). On voit qu'en lumière blanche, il apparaît des **irisations**, les taches observées sont bordées d'un côté de rouge, de l'autre de violet. Ce phénomène est général.

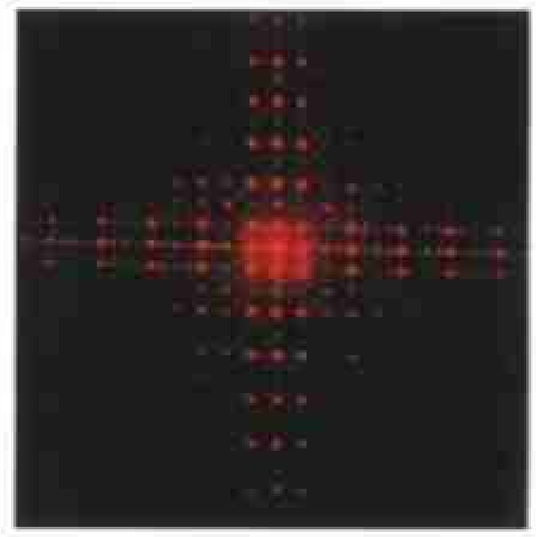


Fig. 6 Diffraction du faisceau laser par un voile de tergal.

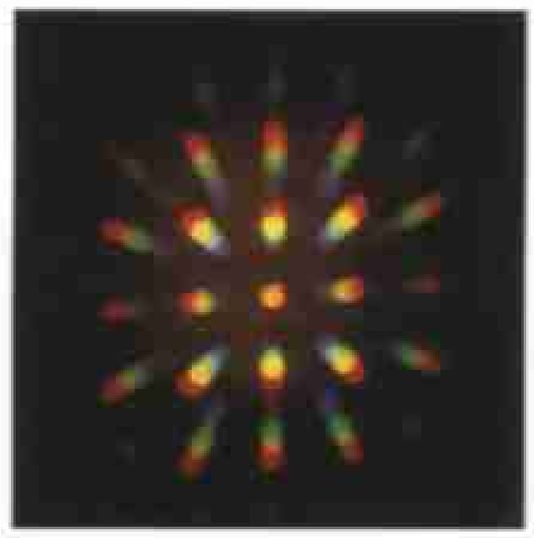


Fig. 7 Diffraction d'un faisceau de lumière blanche par un voile de tergal.

1. 5. Conclusions

- **Les ouvertures et les obstacles de petites dimensions diffractent la lumière.**
- **Les phénomènes de diffraction sont d'autant plus marqués que les ouvertures ou les obstacles diffractants sont plus petits.**

2 Propagation de la lumière dans le vide

2.1. Nature ondulatoire de la lumière

Les ondes mécaniques se diffractent (chapitre 3). La lumière subit également la diffraction par des ouvertures ou des obstacles.
Il est donc logique de penser que la lumière se comporte, dans certaines conditions, comme **une onde**.

La lumière a une nature ondulatoire.

2.2. Célérité de la lumière

Dans le vide et dans l'air, la lumière se propage en ligne droite et à une vitesse extrêmement grande.

Dans le vide (et, pratiquement, dans l'air), toutes les ondes lumineuses se propagent avec une célérité constante :

$$c = 2{,}997 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 3{,}00 \times 10^5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Selon l'usage, c représente la célérité de la lumière dans le vide.
Cette grandeur est une grandeur fondamentale (elle permet de définir le mètre) et une vitesse limite (aucun corps ne peut dépasser cette vitesse).

2.3. Longueur d'onde et fréquence

A Longueurs d'ondes lumineuses

Une onde lumineuse ou radiation lumineuse est caractérisée par sa longueur d'onde dans le vide λ.

$$\lambda = cT = \frac{c}{\nu}$$

λ : longueur d'onde en mètres (m)
c : célérité en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
T : période en secondes (s)
ν : fréquence en hertz (Hz)

où ν (lire *nu*) représente la fréquence de l'onde et T la période.
L'œil humain n'est sensible qu'à certaines radiations lumineuses.
Le domaine des radiations lumineuses **visibles** s'étend approximativement de **400 nm** (radiations violettes) à **800 nm** (radiations rouges).
La figure 8 indique les couleurs des différentes radiations visibles suivant leur longueur d'onde dans le vide.
De part et d'autre de la lumière visible, on trouve des radiations lumineuses invisibles : les **ultraviolets** et les **infrarouges**.

$$400 \text{ nm} < \lambda_{\text{visible}} < 800 \text{ nm} \qquad 1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$$

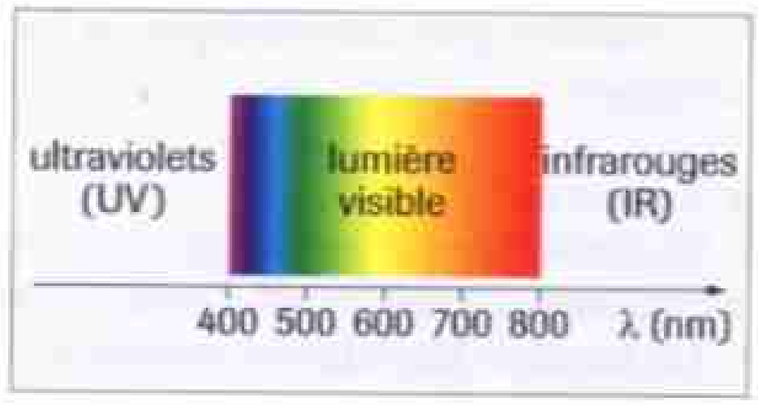


Fig. 8 Les longueurs d'onde des radiations lumineuses visibles s'étendent de 400 nm (violet) à 800 nm (rouge). Les radiations jaunes ont une longueur d'onde voisine de 600 nm.

Physique et vie quotidienne

Les radiations invisibles

En dehors du domaine visible (400 nm-800 nm), il existe des radiations auxquelles l'œil humain n'est pas sensible :

- **les radiations ultraviolettes** ($\lambda < 400$ nm) : elles sont connues pour leurs effets sur la peau : bronzage, coups de soleil, cancers de la peau ;
- **les radiations infrarouges** ($\lambda > 800$ nm) : elles sont émises par les corps chauffés, par exemple une plaque de cuisson ; une télécommande utilise un faisceau de radiations infrarouges.

▶ *Voir exercice n°s 7 à 9, page 69*

B Fréquence des ondes lumineuses

La valeur des fréquences des ondes lumineuses se calcule par la formule $\nu = \frac{c}{\lambda}$. On trouve :

- radiation rouge $\lambda_r = 4{,}0 \times 10^{-7}$ m : $\nu_r = 7{,}5 \times 10^{14}$ Hz ;
- radiation violette $\lambda_v = 8{,}0 \times 10^{-7}$ m : $\nu_v = 3{,}8 \times 10^{14}$ Hz.

Ce sont des fréquences extrêmement grandes. On peut utiliser le terahertz (THz) pour les exprimer.

La fréquence des ondes lumineuses est de l'ordre de 100 THz.

$1\ \text{THz} = 10^{12}\ \text{Hz}$

La fréquence d'une onde lumineuse ne change pas lorsqu'elle passe d'un milieu transparent à un autre.

2. 4. Lumière monochromatique et lumière polychromatique

À une lumière de longueur d'onde déterminée dans le vide correspond une lumière élémentaire de couleur bien déterminée. Cette lumière porte le nom de **lumière monochromatique**.
Par exemple, le laser rouge utilisé dans les lycées émet une lumière monochromatique de longueur d'onde 632,8 nm.
Une **lumière polychromatique** est formée de plusieurs lumières monochromatiques.

■ **Exemples**

- La lumière émise par une lampe à vapeur de mercure contient des lumières monochromatiques rouges, jaunes, vertes, bleues et violettes.
- **La lumière blanche** est constituée d'une infinité de lumières monochromatiques.

2. 5. Retour sur la diffraction

La figure de diffraction de la lumière laser par une fente ou un fil est essentiellement formée d'une tache centrale brillante de largeur d, observée sur un écran placé à la distance D de la fente (fig. 9).
L'écart angulaire entre le milieu de la tache centrale et la première extinction est l'angle θ. Celui-ci peut être déterminé par la relation :

$$\theta\ (\text{rad}) \approx \tan\theta \approx \frac{d/2}{D} = \frac{d}{2D}$$

D'autre part, l'étude théorique montre, et nous pourrons le vérifier en Activité expérimentale, que cet angle s'exprime en fonction de la longueur d'onde λ de la radiation lumineuse et de la largeur a de la fente par la formule suivante :

$$\boldsymbol{\theta\ (\text{rad}) = \frac{\lambda}{a}}$$

Cette formule confirme que la diffraction est d'autant plus marquée (θ plus grand) que la largeur de la fente a est plus petite.

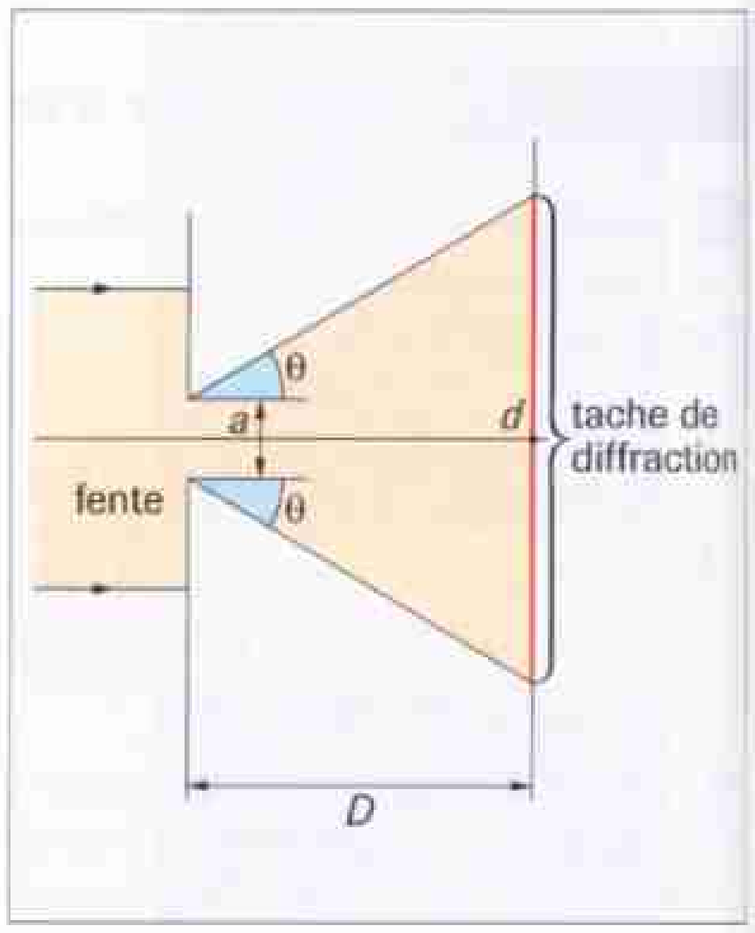


Fig. 9 Figure de diffraction de la lumière laser par une fente de largeur a : on s'intéresse à la tache centrale de largeur d.

► *Voir exercice n° 13, page 70*

3 Propagation de la lumière dans les milieux transparents

3. 1. Indice d'un milieu

La lumière se propage dans les milieux transparents comme l'eau, le verre, le Plexiglas…
Soit v la célérité d'une radiation lumineuse monochromatique dans le milieu considéré ; l'indice de réfraction ou **indice** (tout court) de ce milieu pour la radiation considérée est défini par la relation :

$$n = \frac{c}{v}$$

Dans cette formule, c et v s'expriment avec la même unité et n est un nombre sans unité. L'indice du vide (ou, pratiquement, de l'air) est égal à l'unité et les indices des autres milieux sont tous supérieurs à 1 (fig. 10).

milieu	indice n
eau	1,33
verre et Plexiglas	1,50
cristal	1,60
diamant	2,42

Fig. 10 Valeur de l'indice de quelques milieux pour une lumière monochromatique visible.

3. 2. Dispersion de la lumière blanche

Newton fut le premier, en 1666, à réaliser une expérience de **dispersion de la lumière blanche** en faisant traverser un prisme par cette lumière.
On réalise très facilement une expérience semblable au laboratoire.

Expérience

- Éclairer une fente avec de la lumière blanche.
- Envoyer la lumière issue de la fente sur un prisme de verre posé sur une feuille de papier blanc.
- Observer la lumière sur le papier blanc (fig. 11).

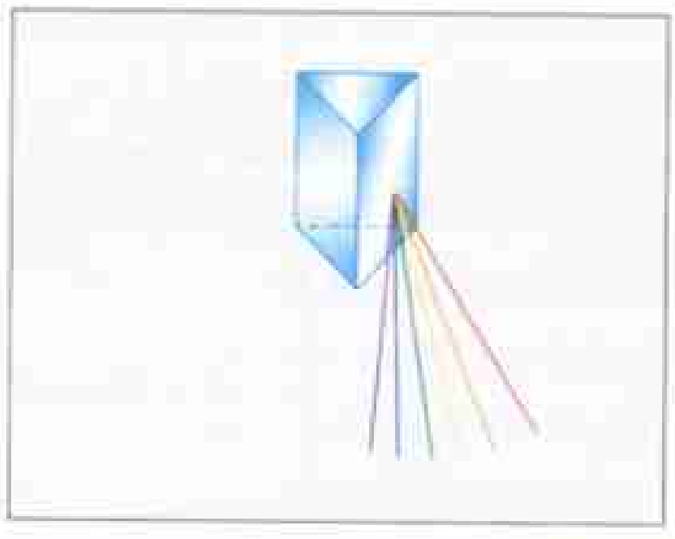




Fig. 11 Le prisme de verre décompose la lumière blanche.

Observation

La lumière est déviée et, en plus, le faisceau est étalé et présente les différentes couleurs de l'arc-en-ciel (rouge, orangé, jaune, vert, bleu, violet).

INTERPRÉTATION

La lumière blanche est un « mélange » de toutes les lumières monochromatiques visibles. Le prisme décompose cette lumière et fait apparaître toutes les lumières monochromatiques qu'elle contient.

La dispersion de la lumière blanche par un prisme est sa décomposition en lumières monochromatiques.

Une lumière monochromatique nous apparaît alors comme une lumière qui ne peut être décomposée par un prisme (fig. 12).



FIG. 12 La lumière rouge du laser est une lumière monochromatique ; elle ne peut être décomposée par le prisme.

3. 3. Interprétation de la dispersion de la lumière blanche par un prisme

Lorsqu'une lumière monochromatique arrive sur un prisme, elle subit deux réfractions : une sur la face d'entrée et une autre sur la face de sortie (fig. 13).
L'expérience de dispersion de la lumière (fig. 11) nous montre que le trajet d'une lumière dans le prisme dépend de sa couleur c'est-à-dire de sa fréquence. Or ce trajet dépend de l'indice du verre pour cette lumière.
On en déduit que l'indice du verre dépend de la fréquence (ou de la longueur d'onde dans le vide) de la lumière ou encore de sa couleur.

▶ *Voir exercices n°s 16 à 18, page 71*

L'indice d'un milieu (comme le verre) dépend de la fréquence de la lumière qui s'y propage.

On dit alors que le verre est un **milieu dispersif** : $n = n(\nu)$ ou $n = n(\lambda)$. Dans ce cas, on doit préciser la valeur de l'indice pour les lumières de chaque couleur.

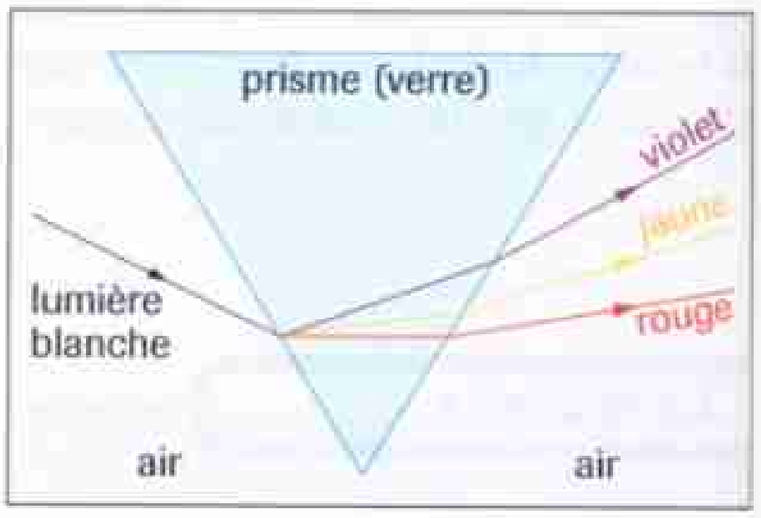


FIG. 13 Décomposition de la lumière blanche par le prisme. Les lumières rouge, jaune et violette ont des trajets différents.

■ **EXEMPLE**

Pour un verre ordinaire, les indices sont :

$$n_{\text{rouge}} = 1{,}510 ; n_{\text{orangé}} = 1{,}515 ; n_{\text{violet}} = 1{,}520.$$

Un milieu est d'autant plus dispersif que l'indice dépend plus fortement de la fréquence de la lumière qui s'y propage. On dit, par exemple, que le verre *flint* (verre au plomb) est plus dispersif que le verre *crown* (verre optique ordinaire).

1 Diffraction de la lumière

■ **La lumière est diffractée** par des ouvertures ou par des obstacles de petites dimensions.

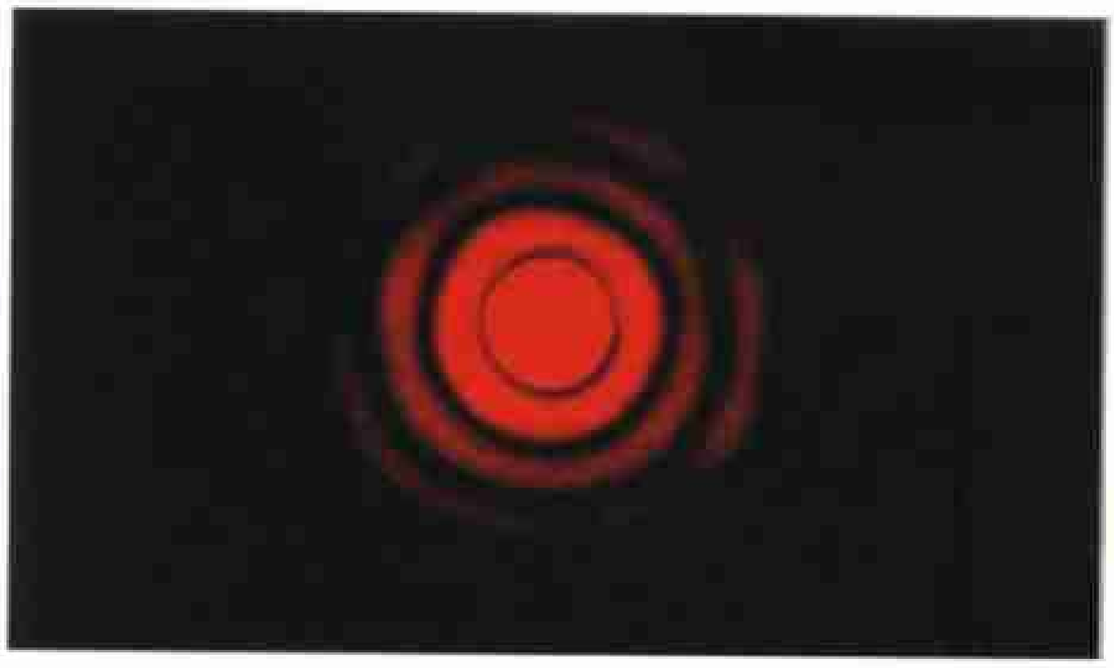


Figure de diffraction de la lumière laser par un trou.

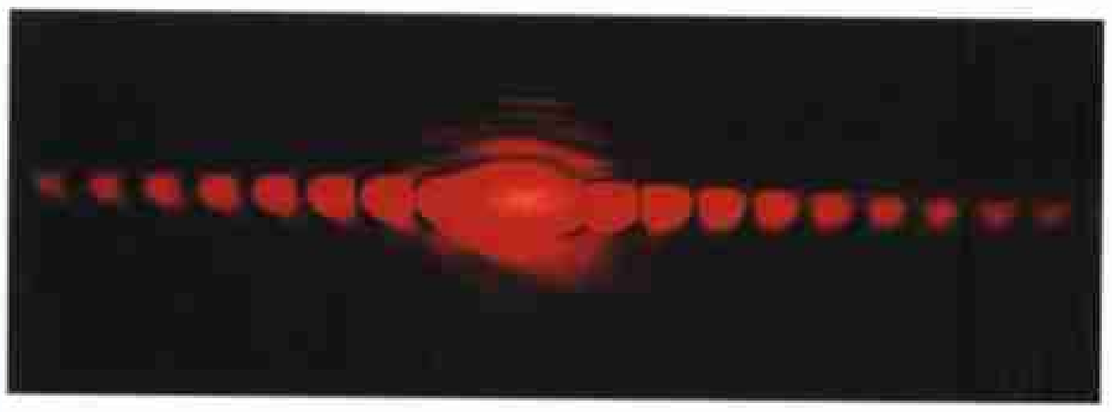


Figure de diffraction de la lumière laser par une fente.

■ La diffraction est d'autant plus marquée que la dimension de l'ouverture ou de l'obstacle est plus petite.

2 Propagation de la lumière dans le vide

■ Puisque la lumière se diffracte (comme les ondes mécaniques à la surface de l'eau), **la lumière a une nature ondulatoire**.

■ Dans le vide (ou dans l'air), les ondes lumineuses se propagent avec une très grande célérité :

$$c = 3 \times 10^5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} = 3{,}00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

■ La longueur d'onde dans le vide λ d'une onde lumineuse s'obtient par la formule :

$$\lambda = cT = \frac{c}{\nu}$$

λ : longueur d'onde en mètres (m)
c : célérité de la lumière ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
T : période en secondes (s)
ν : fréquence en hertz (Hz)

Les longueurs d'onde des radiations lumineuses **visibles** s'étendent de 400 nm (radiations violettes) à 800 nm (radiations rouges). À retenir : $\mathbf{1\,nm = 10^{-9}\,m}$.

■ Les fréquences des ondes lumineuses sont extrêmement grandes, de l'ordre de 100 THz.

La fréquence d'une onde ne change pas lorsqu'elle passe d'un milieu dans un autre.

■ Une **lumière monochromatique** est caractérisée par une longueur d'onde dans le vide λ de valeur déterminée.

■ L'écart angulaire θ pour la tache de diffraction par une fente est proportionnel à λ et inversement proportionnel à la largeur a de la fente diffractante :

$$\theta \text{ (rad)} = \frac{\lambda}{a}$$

3 Propagation de la lumière dans les milieux transparents

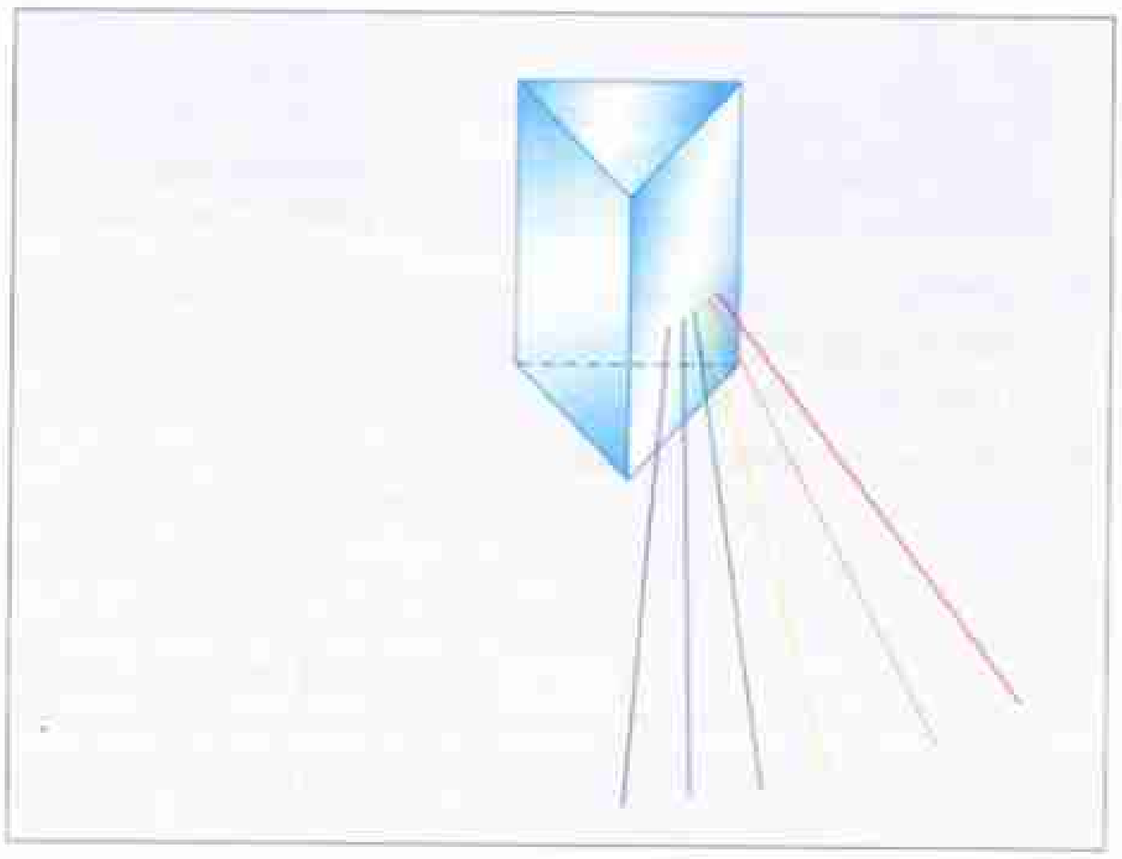
■ Soit v la célérité de la radiation lumineuse dans un milieu, l'indice n du milieu pour cette radiation est :

$$n = \frac{c}{v} \quad (n \text{ s'exprime sans unité}).$$

■ La **dispersion de la lumière blanche** par un prisme est sa décomposition en lumières monochromatiques.

■ La dispersion s'explique en considérant que l'indice d'un **milieu dispersif**, comme le verre, dépend de la fréquence de la radiation lumineuse qui s'y propage :

$$n = n(\nu).$$



Dispersion de la lumière blanche par un prisme de verre.

Mots-clés

- Diffraction
- Tache de diffraction
- Ondulatoire
- Célérité
- Longueur d'onde
- Fréquence
- Monochromatique
- Polychromatique
- Lumière blanche
- Indice
- Dispersion
- Milieu dispersif

▶ *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Étude de la diffraction de la lumière

Si l'on dispose d'un laser, on peut réaliser facilement des expériences de diffraction et montrer que la largeur de la figure centrale est d'autant plus grande que la dimension de l'objet diffractant est plus petite.

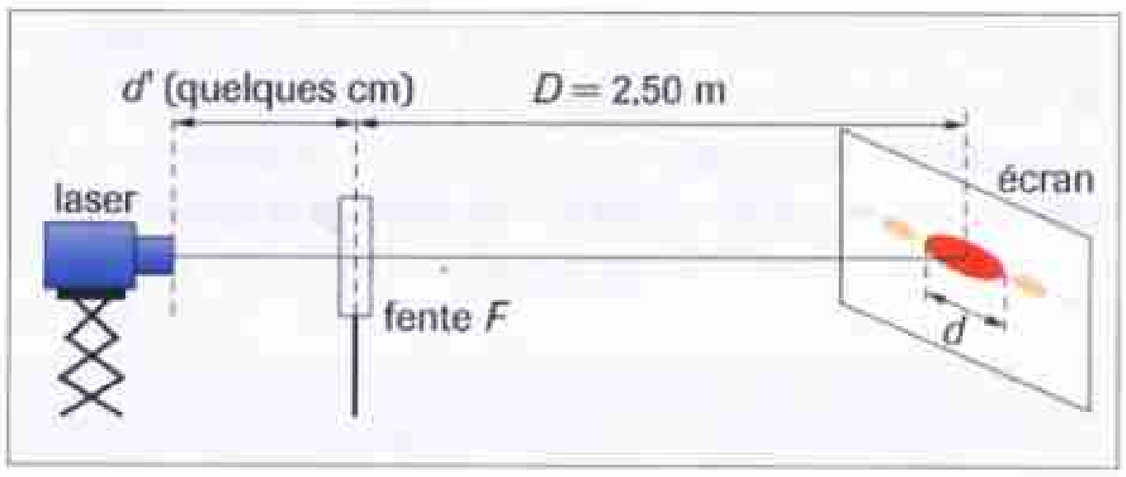
Matériel

- Laser He-Ne (λ = 633 nm), écran, double-décimètre.
- Fentes de largeur connue et de largeur inconnue avec leur support, support pour placer un cheveu (ou un fil de pêche sombre).
- Épingle, feuille d'aluminium, palmer.

Manipulation 1

Objectifs : Observer la diffraction par une fente et mesurer la largeur d'un objet.

1. Réaliser le montage ci-dessous avec une fente de largeur connue, de manière à obtenir une figure de diffraction nette.



2. Pour chaque fente de largeur a connue, mesurer la largeur d de la tache centrale de diffraction.

3. Effectuer la même opération pour la fente de largeur inconnue puis pour le cheveu tendu sur le support grâce au ruban adhésif.

4. Dresser le tableau suivant :

a (mm)	0,02	0,05	0,10	...	fente inconnue	cheveu
d (mm)	...	...	...	...	...	...

5. Sur papier millimétré, tracer la courbe donnant les variations de la largeur d en fonction de $\frac{1}{a}$.

▶ Questions

1. Décrire la figure de diffraction d'une fente.

2. Comparer la figure de diffraction d'une fente et d'un cheveu.

3. Comment varie la largeur d en fonction de la largeur de la fente a?

Quelle relation peut-on écrire entre d et a?

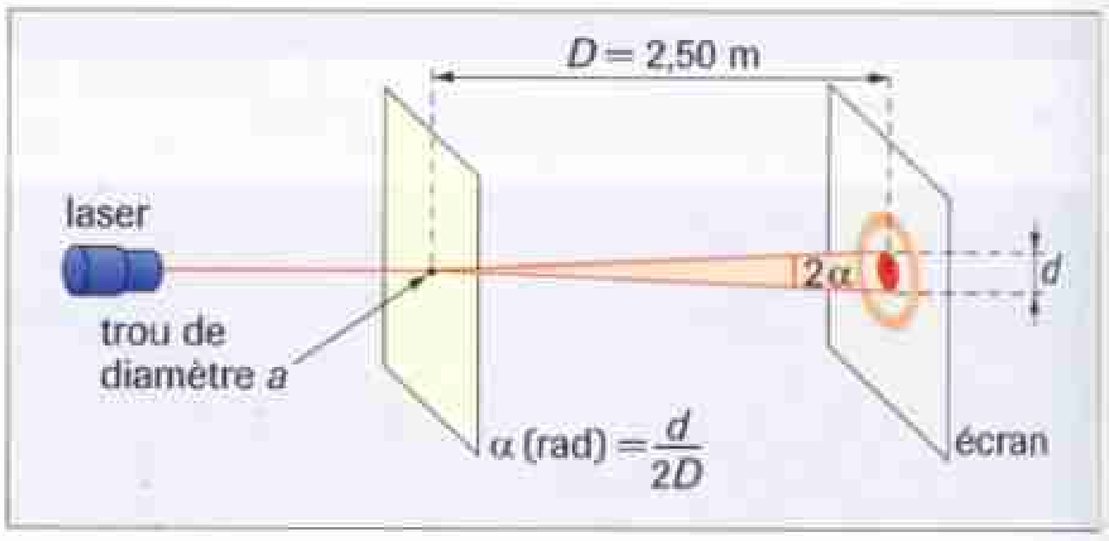
4. Calculer la largeur de la fente inconnue et le diamètre du cheveu.

Manipulation 2

Objectifs : Observer la tache de diffraction par un trou et mesurer son diamètre.

1. Avec l'épingle, perforer soigneusement un morceau de feuille d'aluminium et le placer sur son support (pour obtenir un bon résultat, le trou doit être bien *rond*).

2. Réaliser le montage ci-dessous de manière à obtenir une figure de diffraction nette. Mesurer le diamètre d de la tache centrale.



3. Mesurer le diamètre a de l'épingle avec le palmer.

▶ Questions

1. Décrire la figure de diffraction d'un trou.

2. De la valeur de d, déduire celle de la largeur angulaire 2α de la tache centrale :

$$2\alpha \text{ (rad)} = \frac{d}{D} \Rightarrow \alpha \text{ (rad)} = \frac{d}{2D}$$

3. En utilisant la formule :

$$\alpha \text{ (rad)} = 1{,}22\ \frac{\lambda}{a}$$

déterminer la valeur du diamètre a du trou.

4. Le résultat de la mesure est-il cohérent avec la mesure au palmer?

BAC

Histoire partielle de l'optique : des origines à l'optique ondulatoire

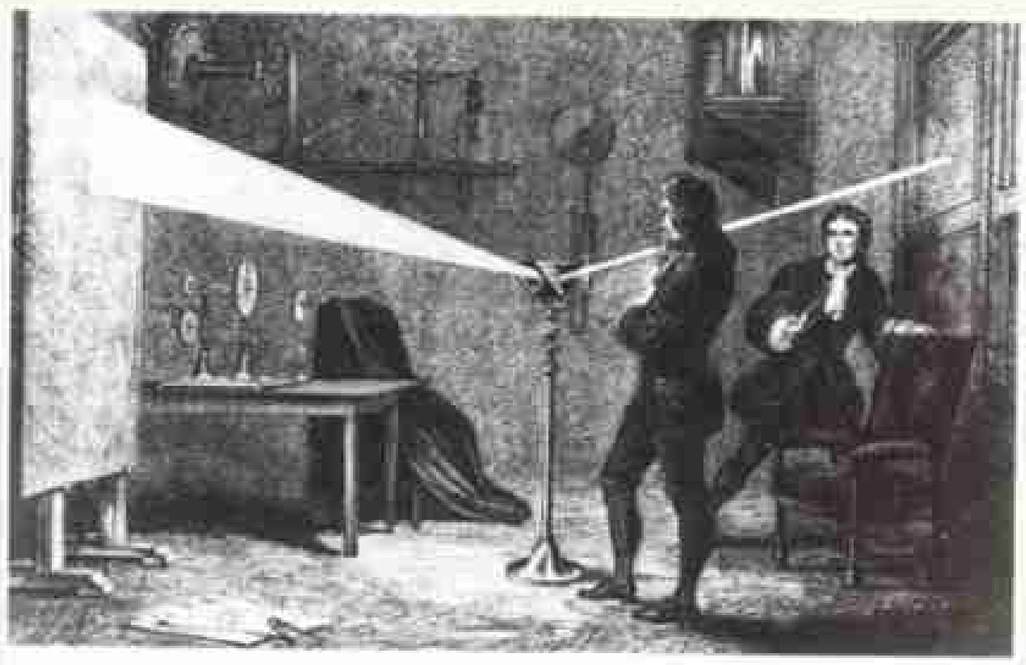
Pourquoi voyons-nous les objets qui nous entourent ? Et quelle est la nature de la lumière ? Les hommes se sont interrogés pendant des siècles pour essayer de répondre à ces questions. Ce n'est qu'au XXe siècle que des réponses satisfaisantes ont pu être apportées.

DOC

De l'Antiquité à Newton

Pour les philosophes grecs, la lumière est le *feu visuel* ; ce qui permet de l'inclure dans les quatre éléments (l'*air*, l'*eau*, la *terre* et le *feu*). Des corpuscules transportés par la lumière sont à l'origine de la vision. Mais, pour certains, ce sont les corps lumineux qui « lancent » ces corpuscules vers nos yeux ; pour d'autres, c'est notre œil qui envoie ces corpuscules vers les objets et pour d'autres encore, les corpuscules sont émis à la fois par les objets et par l'œil et leur rencontre permet la vision.
Et puis, pendant 2 millénaires, on ne s'intéresse plus à l'optique. Il faut attendre le XVIe siècle et surtout le XVIIe siècle (le *siècle de l'optique*) pour voir les choses évoluer de manière décisive.

Galilée (1564–1642) semble être le premier à assembler des lentilles et à fabriquer une lunette astronomique avec laquelle il découvre les satellites de Jupiter. Johannes **Kepler** (1571–1630) étudie la réflexion, la réfraction et le mécanisme de la vision. René **Descartes** (1596–1650) et Willebrord **Snell** (1580-1626) établissent, de manière indépendante, les lois de la réfraction. Isaac **Newton** (1642–1727) réalise la dispersion de la lumière blanche par le prisme.



Newton décomposant la lumière au moyen d'un prisme de verre. Il fut le premier à expliquer la richesse des couleurs.

On pense alors couramment que la lumière se propage avec une célérité infinie. Mais le Danois Ole **Römer** (1644–1710) effectue une mesure astronomique de cette célérité et trouve $c = 212000\,km \cdot s^{-1}$; c'est une célérité très grande mais pas infinie.

La théorie ondulatoire de la lumière

Le caractère ondulatoire de la lumière apparaît avec **Malebranche** (1638-1715) qui associe couleur de la lumière et fréquence de l'onde. Le Père **Grimaldi** (1618-1663) découvre la diffraction et en donne une explication à base ondulatoire. Mais l'apport déterminant est dû à Christiaan **Huygens** avec la *théorie des ondulations* : tout point d'une source lumineuse (par exemple d'une fente) émet une onde et l'onde reçue en un point est la somme des ondes émises par les différents points de la source. Mais, puisque les ondes lumineuses se propagent dans le vide, il faut supposer l'existence d'un mystérieux milieu dénommé *éther*.



Christiaan Huygens (1629–1695)



Augustin Fresnel (1788-1827)

Au XIXe siècle, l'anglais Thomas **Young** (1788-1829) et le Français Augustin **Fresnel** appliquent les idées de Huygens et interprètent les phénomènes de diffraction. Ainsi, au milieu du XIXe siècle, **la théorie ondulatoire de la lumière s'impose**. Mais la question de ce mystérieux *éther* reste posée !

Une autre théorie

Au début du XXe siècle, une autre théorie apparaît : la **théorie corpusculaire** de la lumière pour laquelle un faisceau lumineux est formé de corpuscules transportant de l'énergie : les photons.

▶ Questions

1. Savez-vous pourquoi la découverte des satellites de Jupiter par Galilée a eu une grande importance dans l'établissement de la structure du système solaire ?

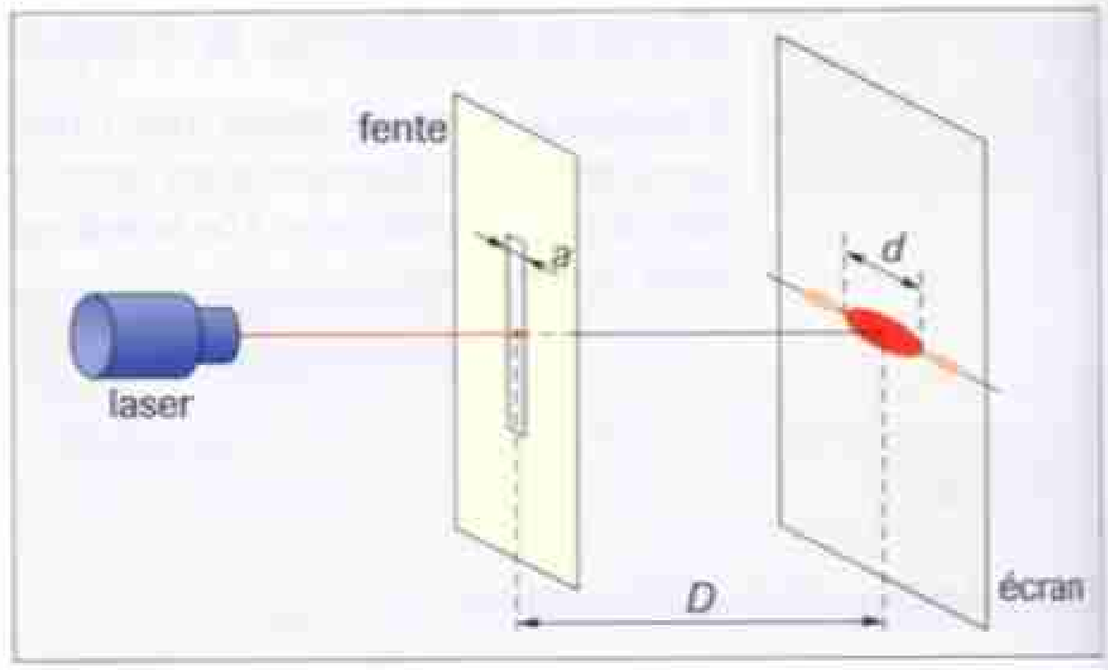
2. Que pensez-vous du résultat de la mesure de c effectuée par Römer ?

3. Connaissant la *théorie des ondulations*, quelles sont les connaissances qui vous manquent pour déterminer la figure de diffraction d'une fente ou d'un trou ?

ÉNONCÉ — Diffraction par une fente

On effectue une expérience de diffraction de la lumière laser, de longueur d'onde $\lambda = 633$ nm, par une fente de largeur *a* selon le montage schématisé ci-contre.
On a mesuré la largeur *d* de la tache centrale de diffraction pour plusieurs valeurs de la largeur *a* de la fente.

a (mm)	0,25	0,20	0,15	0,10
d (mm)	13	16	21	32



1. Comment varie la largeur *d* de la tache de diffraction quand la largeur *a* de la fente diminue ? Conclure.

2. Tracer la courbe donnant les variations de la largeur *d* en fonction de la quantité $1/a$. Conclure.

3. Quelle est la largeur d'une fente inconnue qui forme sur l'écran une tache de diffraction de largeur $d = 18$ mm ?

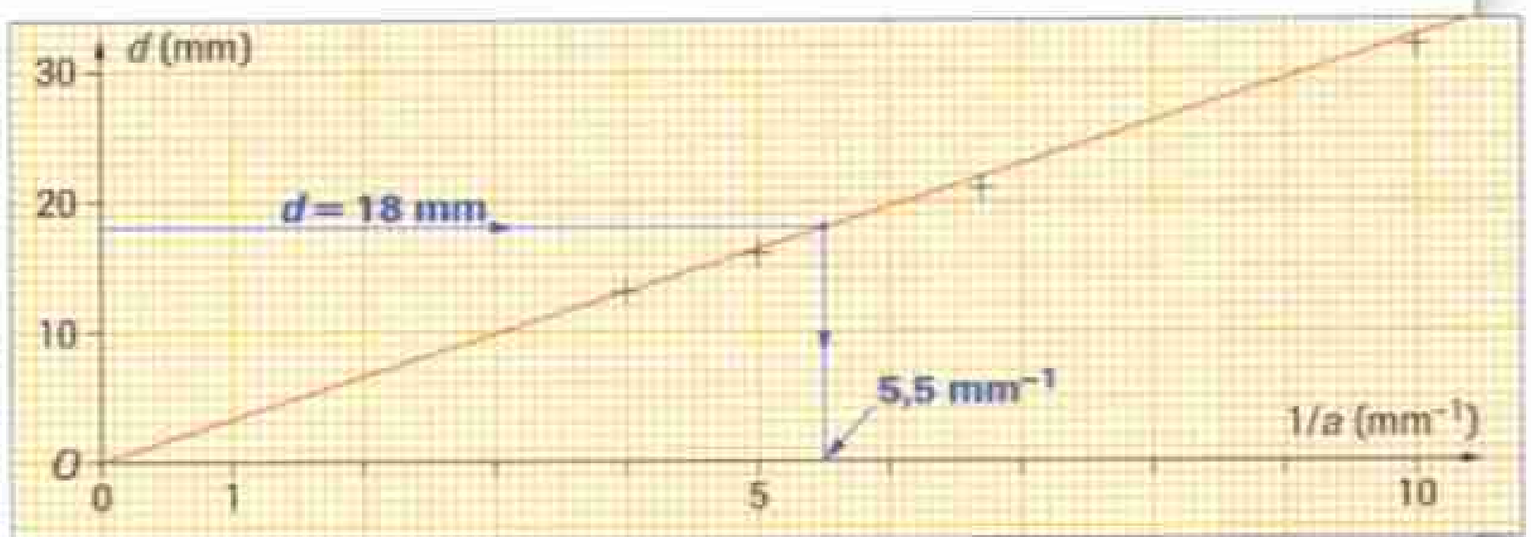
4. En utilisant la première mesure ($a = 0{,}25$ mm), calculer la distance *D* entre la fente et l'écran d'observation.

SOLUTION

1. Le tableau montre que, lorsque la largeur *a* de la fente diminue, la largeur *d* de la tache de diffraction augmente. C'est un résultat général : la diffraction est d'autant plus importante que la dimension de l'ouverture est plus petite.

2. Complétons le tableau et traçons la courbe.

a (mm)	0,25	0,20	0,15	0,10
d (mm)	13	16	21	32
$1/a$ (mm^{-1})	4,00	5,00	6,67	10



Les points se répartissent sur une droite passant par l'origine ; la largeur *d* de la tache centrale est proportionnelle à $1/a$.

3. Pour $d = 18$ mm, on obtient sur la courbe : $1/a = 5{,}5\ mm^{-1}$. D'où : $a = 0{,}18$ mm.

4. L'angle α sous lequel la tache centrale est vue de la fente est $\alpha = 2\theta$, avec :

α (rad) $= \tan\alpha = \dfrac{2d/2}{D} = \dfrac{d}{D}$ et $\boldsymbol{\theta}$ **(rad)** $= \dfrac{\lambda}{a}$ (formule du cours).

D'où : $\dfrac{d}{D} = \dfrac{2\lambda}{a}$ et $\boldsymbol{D = \dfrac{da}{2\lambda}}$.

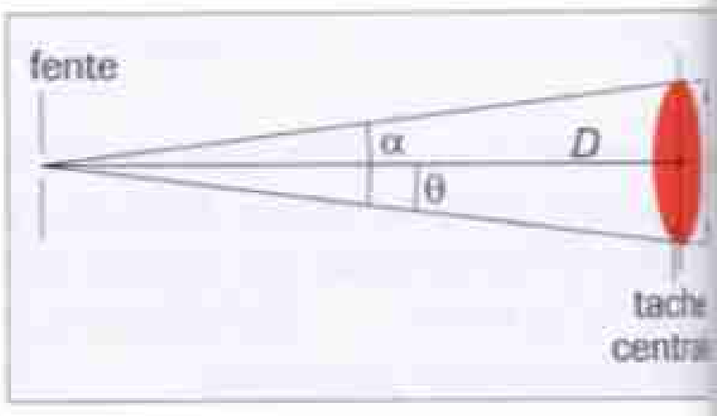
A.N. : $\boldsymbol{D} = \dfrac{13 \times 10^{-3} \times 0{,}25 \times 10^{-3}}{2 \times 633 \times 10^{-9}} = \mathbf{2{,}57\ m}$.

COMMENTAIRES

C'est une propriété générale de la diffraction.

En prenant *a* en mm, on obtient des valeurs simples pour $\dfrac{1}{a}$.

Il faut tracer une droite passant par l'origine et passant au mieux par les points expérimentaux. Si possible, laisser autant de points au-dessus qu'en dessous de la droite.



· Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. La lumière se … à travers les ouvertures de … dimension (trou ou …).

b. En conséquence, la lumière a une nature … . Toutes les ondes lumineuses se propagent dans le vide avec la même … *c*.

c. Les longueurs d'onde des ondes lumineuses visibles s'étendent de … (lumière …) à … (lumière …). Les fréquences de ces ondes sont extrêmement … .

d. La dispersion de la lumière blanche est sa … en lumières … . On la réalise en utilisant un … de … .

e. L'indice d'un milieu dispersif dépend de la … de la lumière qui s'y propage.

2 Vrai ou faux ?

a. La diffraction d'un faisceau laser par un trou fait apparaître des anneaux.

b. La diffraction est la décomposition d'une lumière en lumières monochromatiques.

c. Dans un milieu transparent dispersif, toutes les ondes lumineuses se propagent avec la même célérité.

3 QCM

a. Dans le verre, la lumière se propage :

❑ moins vite ;

❑ plus vite

que dans le vide ou dans l'air.

b. La radiation lumineuse dont la longueur d'onde dans le vide est égale à 600 nm est de couleur :

❑ violette ;

❑ jaune-orangé ;

❑ rouge.

c. La formule donnant l'écart angulaire θ correspondant à la tache de diffraction par une fente de largeur *a* est :

❑ $\theta\ (\text{rad}) = \frac{a}{\lambda}$;

❑ $\theta\ (\text{rad}) = \frac{\lambda}{a}$.

d. Quand une onde lumineuse passe d'un milieu transparent à un autre milieu transparent :

❑ sa longueur d'onde change ;

❑ sa célérité change ;

❑ sa fréquence change ;

❑ sa couleur change.

4 Apprendre à rédiger

En une (ou quelques) phrase(s), définir les mots ou expressions suivants : *diffraction, objet diffractant, nature ondulatoire, longueur d'onde, indice d'un milieu, dispersion, lumière monochromatique, milieu dispersif.*

5 Savoir-faire expérimental

Décrire une expérience permettant de mettre en évidence la diffraction des ondes lumineuses.
Préciser ce que l'on observe sur un écran.

Application des connaissances

Caractère ondulatoire de la lumière

6 • Fréquence et longueur d'onde

a. Calculer la fréquence de l'onde lumineuse émise par le laser rouge hélium-néon, utilisé dans les lycées, dont la longueur d'onde dans le vide vaut : $\lambda = 633$ nm.

b. Quelle est la longueur d'onde de l'onde lumineuse lorsqu'elle se propage dans l'eau dont l'indice de réfraction vaut $n = 1{,}33$?

Donnée

- *Célérité de la lumière dans le vide :* $c = 300\,000\ \text{km·s}^{-1}$.

7 •• Longueur d'onde et fréquence

Une lampe à vapeur de sodium émet une lumière jaune qui est en fait constituée de deux radiations monochromatiques (doublet) dont les longueurs d'onde dans le vide sont très voisines :

$$\lambda_1 = 589{,}0\ \text{nm} \quad \text{et} \quad \lambda_2 = 589{,}6\ \text{nm}.$$

a. Calculer la fréquence et la période des ondes lumineuses correspondantes.

b. Calculer l'écart relatif en fréquence :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_m} = \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_m}$$

où ν_m est la moyenne des deux fréquences.

8 • Radiations lumineuses monochromatiques

Dans le tableau ci-dessous, on a indiqué la fréquence de quatre radiations lumineuses monochromatiques.
Calculer leur longueur d'onde et préciser leur couleur.

ν (Hz)	$7{,}14 \times 10^{14}$	$5{,}45 \times 10^{14}$	$5{,}00 \times 10^{14}$	$4{,}00 \times 10^{14}$
λ (nm)				
couleur				

Donnée

- *Célérité de la lumièree dans le vide :* $c = 300\,000\ \text{km·s}^{-1}$.

9 • Couleurs et fréquence

Dans la lumière émise par une lampe à vapeur de mercure, on trouve quatre radiations lumineuses monochromatiques dont les longueurs d'onde dans le vide sont :

$$\lambda_1 = 610\ \text{nm} ; \quad \lambda_2 = 578\ \text{nm} ;$$
$$\lambda_3 = 546\ \text{nm} ; \quad \lambda_4 = 436\ \text{nm}.$$

a. Quelles sont les couleurs de ces radiations ?

b. Calculer la fréquence des ondes lumineuses correspondantes.

Donnée

- *Célérité de la lumière dans le vide :* $c = 300\,000\ \text{km·s}^{-1}$.

10 • Ondes lumineuses

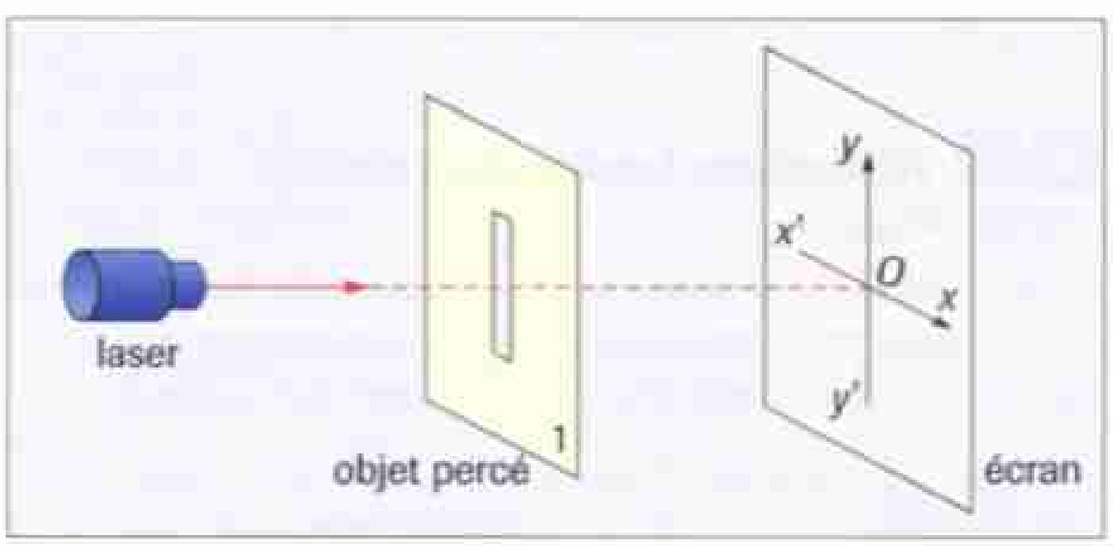
Une onde lumineuse monochromatique peut se propager dans plusieurs milieux transparents d'indice de réfraction n. Compléter le tableau ci-dessous.

	vide	eau	verre
longueur d'onde λ (nm)	550		
indice n		1,33	
célérité v ($m \cdot s^{-1}$)	$3{,}00 \times 10^8$		$2{,}00 \times 10^8$
fréquence ν (Hz)			
couleur			

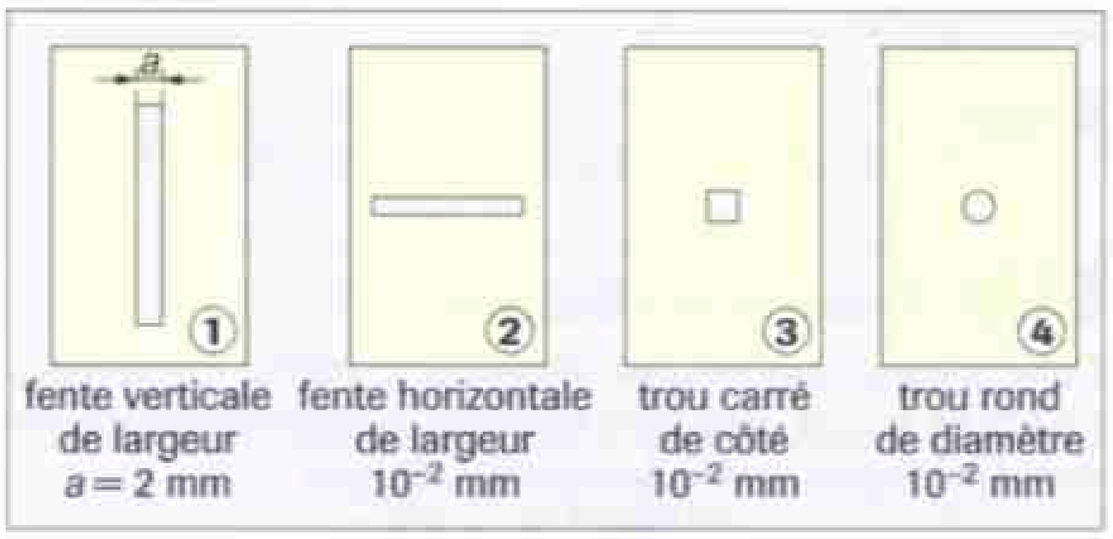
Diffraction de la lumière

11 •• Diffraction par des objets

Un laser émet une lumière rouge de longueur d'onde $\lambda = 633$ nm. Le faisceau produit, très directif, a une section pratiquement constante, de 1 mm de diamètre, et vient frapper un écran en un point O.
On interpose sur le trajet du faisceau des plaques percées de trous ou de fentes de différentes dimensions. On observe l'écran.



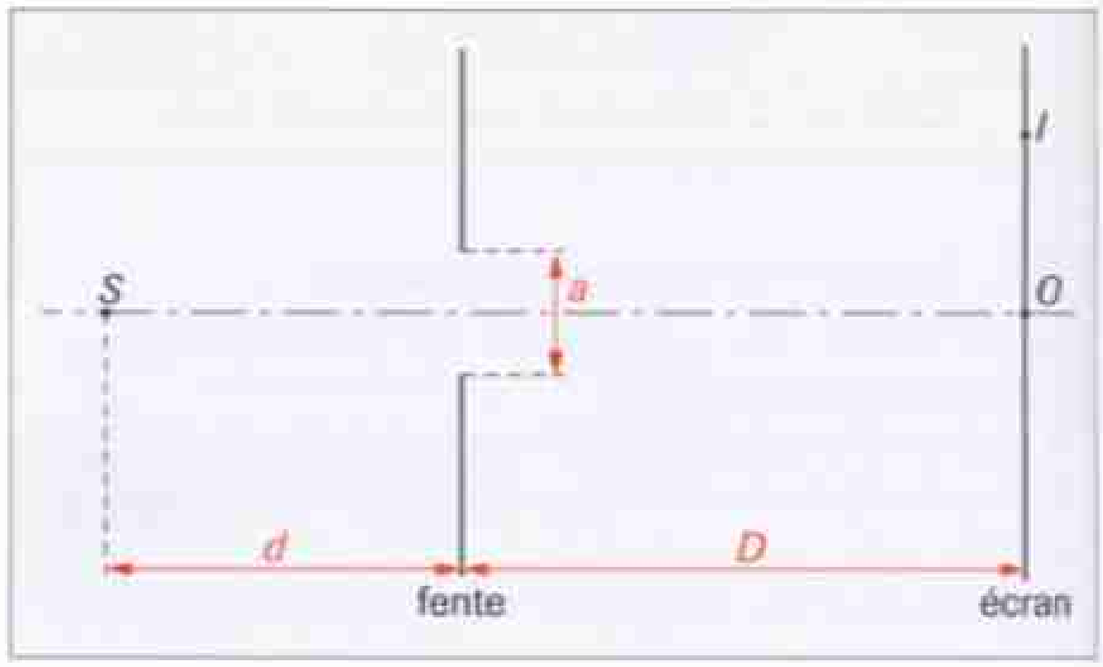
Décrire l'aspect de l'écran lorsque les objets interposés sont les suivants :



①	②	③	④
fente verticale de largeur $a = 2$ mm	fente horizontale de largeur 10^{-2} mm	trou carré de côté 10^{-2} mm	trou rond de diamètre 10^{-2} mm

12 •• Diffraction par une fente

Une source S de lumière blanche, supposée ponctuelle, éclaire une fente de largeur a. Cette source se trouve à la distance d de la fente et un écran, parallèle au plan de la fente, est placé à la distance D de cette fente.

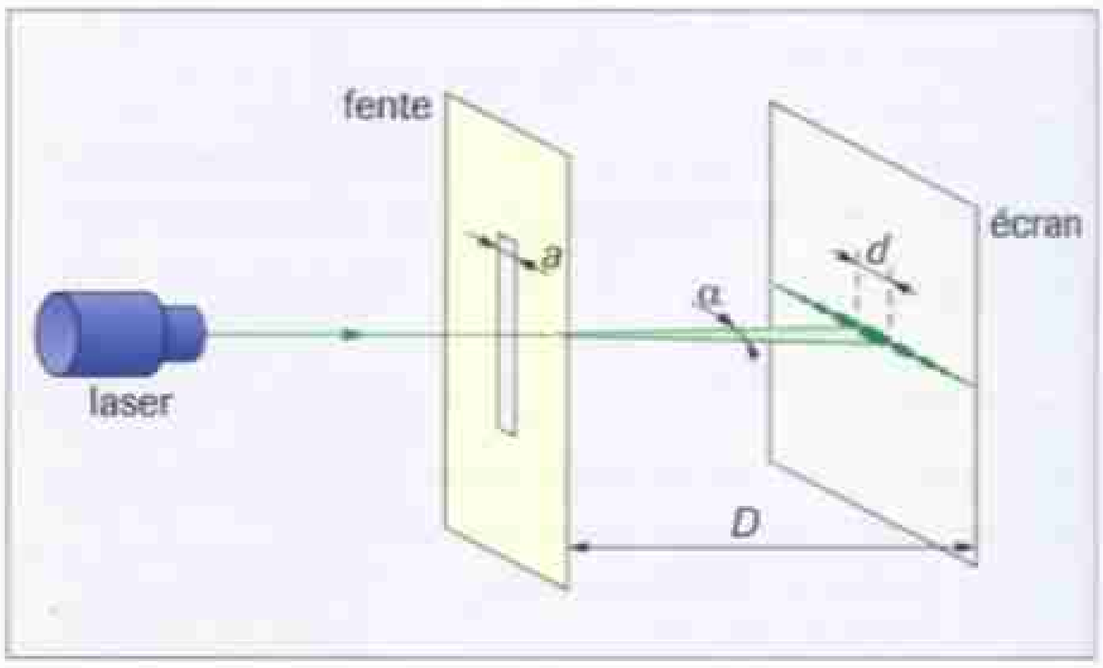


a. Comparer la largeur de la fente aux longueurs d'onde des radiations lumineuses émises par la source S.
Que peut-on en déduire ?
b. Quelle est la demi-largeur OI de la partie de l'écran éclairée par S ?
c. On remplace la fente précédente par une fente destinée aux expériences d'optique dont la largeur peut être réduite à une fraction de millimètre.
Qu'observe-t-on sur l'écran si cette fente est éclairée :
- avec une source de lumière laser ;
- avec une source de lumière blanche ?

Données
- $a = 4{,}0$ cm ; $d = 20$ cm ; $D = 30$ cm.

13 •• Diffraction d'une lumière laser

La lumière issue d'un laser est diffractée par une fente fine de largeur a. La figure de diffraction est observée sur un écran situé à la distance D de la fente.
La largeur de la tache centrale a pour valeur d.
On appelle α l'écart angulaire entre les rayons diffractés extrêmes correspondant à la tache centrale.



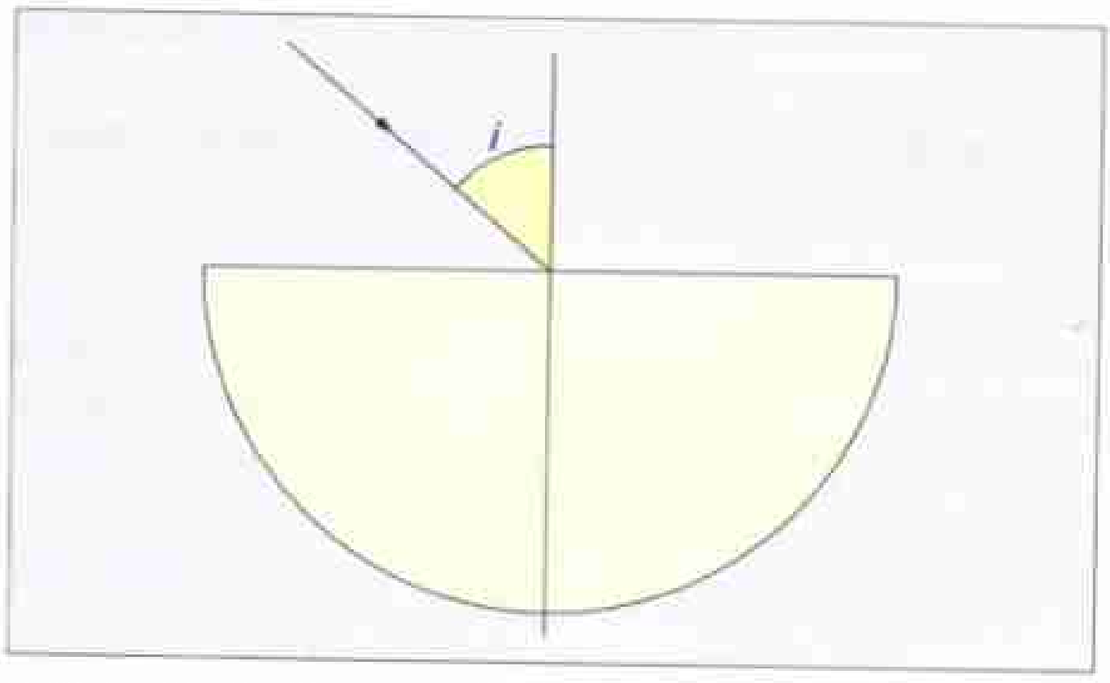
1. L'écran est situé loin de la fente et l'angle α est petit. On peut donc écrire que $\tan \alpha \approx \alpha$ (α étant exprimé en radians). En déduire l'expression de α en fonction de d et D.
2. L'écart angulaire α varie en fonction de la longueur d'onde λ de la radiation utilisée et de la largeur a de la fente suivant la relation : $\alpha = \dfrac{2\lambda}{a}$.

La fente du dispositif décrit précédemment a pour largeur 0,10 mm.
Elle est située à une distance $D = 2{,}0$ m de l'écran, et on observe une tache centrale de largeur $d = 2{,}1$ cm.
a. Déterminer la longueur d'onde de la radiation monochromatique émise par le laser.
b. À quelle couleur correspond-elle ?

Dispersion de la lumière

14 •• Hémi-cylindre

On envoie un mince faisceau de lumière jaune sur la face plane d'un hémi-cylindre de Plexiglas sous l'incidence $i = 75°$.



a. Rappeler la deuxième loi de Descartes pour la réfraction lorsqu'un rayon passe de l'air dans un milieu d'indice n.
b. Calculer l'angle de réfraction pour le faisceau sachant que l'indice du Plexiglas pour la radiation jaune considérée est $n_j = 1{,}485$.
c. Tracer la marche du faisceau à travers l'hémi-cylindre. Justifier toutes les affirmations.
d. On fait maintenant arriver, sur l'hémi-cylindre et dans les mêmes conditions ($i = 75°$), un faisceau de lumière polychromatique contenant la lumière jaune précédente ainsi qu'une lumière monochromatique rouge et une lumière monochromatique violette.
L'indice du Plexiglas pour ces deux radiations est :

$$n_r = 1{,}470 \quad \text{et} \quad n_v = 1{,}500.$$

Calculer les angles de réfraction et dessiner la marche des faisceaux des différentes couleurs.
L'hémi-cylindre provoque-t-il la dispersion de la lumière polychromatique ?
e. Qu'observe-t-on si l'on envoie, sur l'hémi-cylindre et dans les mêmes conditions, un mince faisceau de lumière blanche ?

15 •• Hémi-cylindre

Un mince faisceau de lumière monochromatique bleue vient frapper un hémi-cylindre de Plexiglas comme le montre la figure de l'exercice n° 14.
a. Calculer la valeur de l'indice du Plexiglas pour cette radiation monochromatique sachant que les angles d'incidence et de réfraction valent :

$$i = 65°00' \quad \text{et} \quad r = 37°10'.$$

Donner trois chiffres significatifs.
b. Calculer la valeur de l'angle de réfraction pour une radiation lumineuse jaune qui vient frapper l'hémi-cylindre dans les mêmes conditions que la radiation bleue ($i = 65°00'$) sachant que pour la lumière jaune, l'indice du Plexiglas est égal à 1,48.
c. Tracer la marche des rayons bleu et jaune dans l'hémi-cylindre et conclure.
d. L'hémi-cylindre permet-il de réaliser la dispersion d'une lumière blanche ?

16 • Indice d'un verre

L'indice n d'un verre pour la radiation monochromatique de longueur d'onde λ est donné par la formule (formule de Cauchy) :

$$n = 1{,}619 + \frac{10\,200}{\lambda^2}$$

où λ s'exprime en nanomètres.
Calculer l'indice de ce verre pour la radiation rouge émise par le laser He-Ne dont la longueur d'onde vaut $\lambda = 0{,}633\ \mu m$.

Données
- $1\ \mu m = 10^{-6}\ m$; $1\ nm = 10^{-9}\ m$.

17 •• Indice d'un verre

La formule donnant l'indice d'un verre pour la radiation monochromatique de longueur d'onde λ est du type :

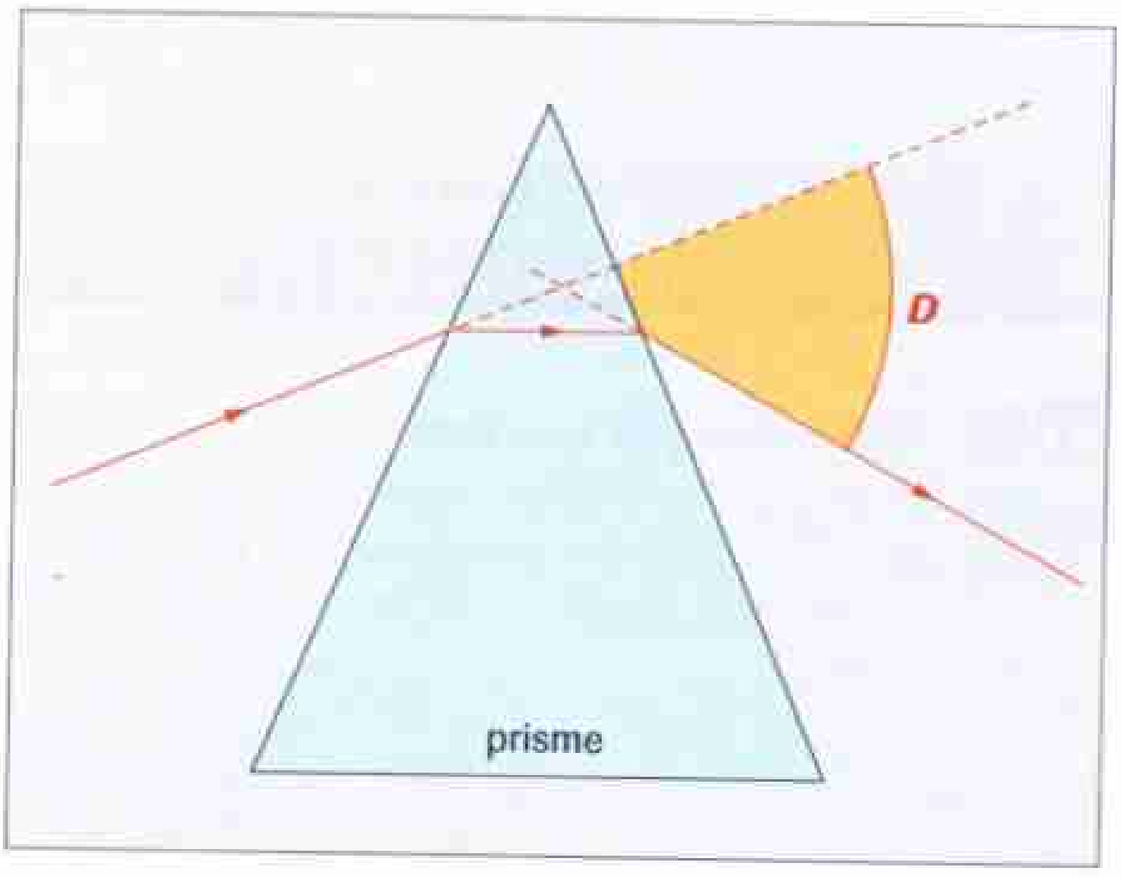
$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

Dans cette formule, A et B sont des constantes.
a. Calculer les valeurs de A et B dans le système international sachant que pour un verre :
- l'indice vaut $n_r = 1{,}618$ pour la radiation rouge de longueur d'onde $\lambda_r = 768\ nm$;
- l'indice vaut $n_v = 1{,}652$ pour la radiation violette de longueur d'onde $\lambda_v = 434\ nm$.

b. Calculer la valeur de l'indice pour la radiation jaune de longueur d'onde $\lambda_j = 589\ nm$.

18 •• Prisme

La déviation de la lumière dans un prisme est l'angle D formé par le rayon pénétrant dans le prisme et le rayon sortant du prisme par sa seconde face.



Un prisme reçoit un faisceau de lumière polychromatique contenant des radiations rouge, orangée et bleue. Pour ces radiations, les valeurs de la déviation sont :

$$D_r = 39{,}0° ; D_0 = 39{,}5° ; D_b = 40{,}0°.$$

a. Tracer les directions des rayons sortant du prisme pour ces trois radiations.
b. Conclure. Y a-t-il dispersion de la lumière par le prisme ?
c. Qu'observe-t-on si on envoie sur le prisme un faisceau de lumière blanche ?

19 Pouvoir dispersif

Le pouvoir dispersif d'un verre se calcule par la formule :

$$k = \frac{n_v - n_r}{n_j - 1}$$

où n_v, n_r et n_j sont les indices du verre pour les radiations violette, rouge et jaune.

Calculer le pouvoir dispersif du verre étudié dans l'exercice n° 14. Préciser l'unité si nécessaire.

20 Exercice de correction

Lire l'énoncé, puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

Énoncé

La longueur d'onde dans le vide d'une radiation monochromatique de couleur jaune est $\lambda = 600$ nm.

Cette onde se diffracte-t-elle de manière notable à travers une ouverture circulaire de diamètre 1,0 mm ?

Donnée

- *Célérité de la lumière :* $c = 300\,000$ km·s^{-1}.

Solution annotée d'un élève

On calcule le rapport du diamètre de l'ouverture à la longueur d'onde :

$d = 1,0$ mm $= 1,0 \times 10^{-3}$ m

600 nm $= 600 \times 10^{-9}$ m $= 6,00 \times 10^{-7}$ m

$\frac{d}{\lambda} = \frac{1,0 \times 10^{-3}}{6,0 \times 10^{-7}} \approx 1,7 \times 10^{3}$ Non, c'est l'inverse

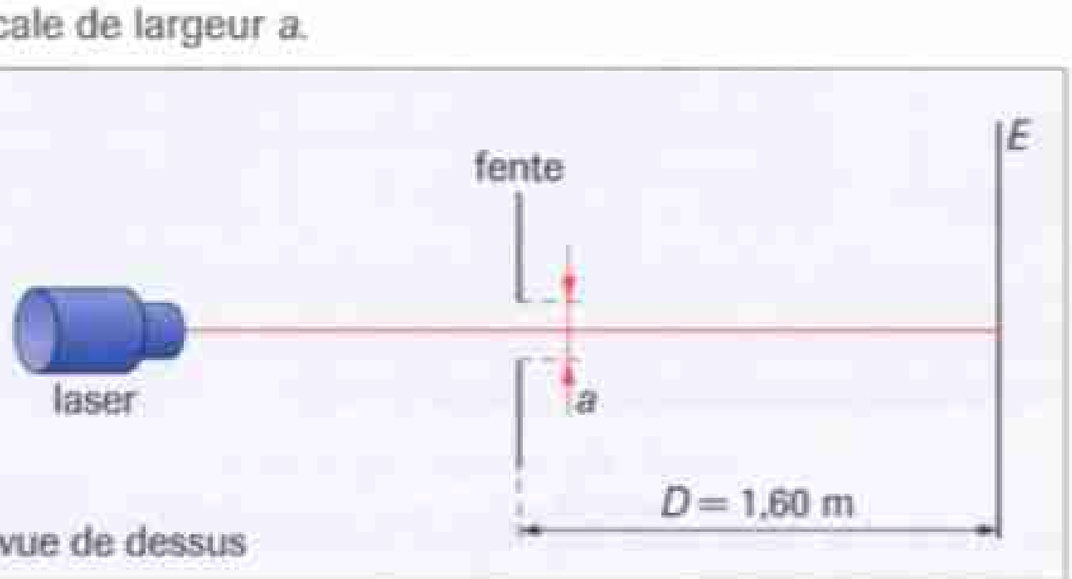
$d > \lambda$: l'onde se diffracte donc de manière notable à travers cette ouverture.

PROBLÈMES DE SYNTHÈSE

21 Diffraction par une fente

BAC On dispose d'un laser hélium-néon de longueur d'onde $\lambda = 632,8$ nm et de puissance $P = 2$ mW.

1. On interpose, entre le laser et un écran E, une fente verticale de largeur a.



Sur l'écran, on observe, dans la direction perpendiculaire à la fente, une tache lumineuse centrale de largeur d nettement supérieure à la largeur a de la fente ainsi qu'une série de taches lumineuses plus petites de part et d'autre de la tache centrale.

a. Nommer le phénomène observé lors de cette expérience.

b. On réalise l'expérience avec :

- une fente de largeur $a' = 0,040$ mm, on mesure pour la tache centrale $d' = 5,0$ cm ;
- une fente de largeur $a'' = 0,10$ mm, on mesure pour la tache centrale $d'' = 2,0$ cm.

Montrer que ces résultats sont en accord avec la relation :

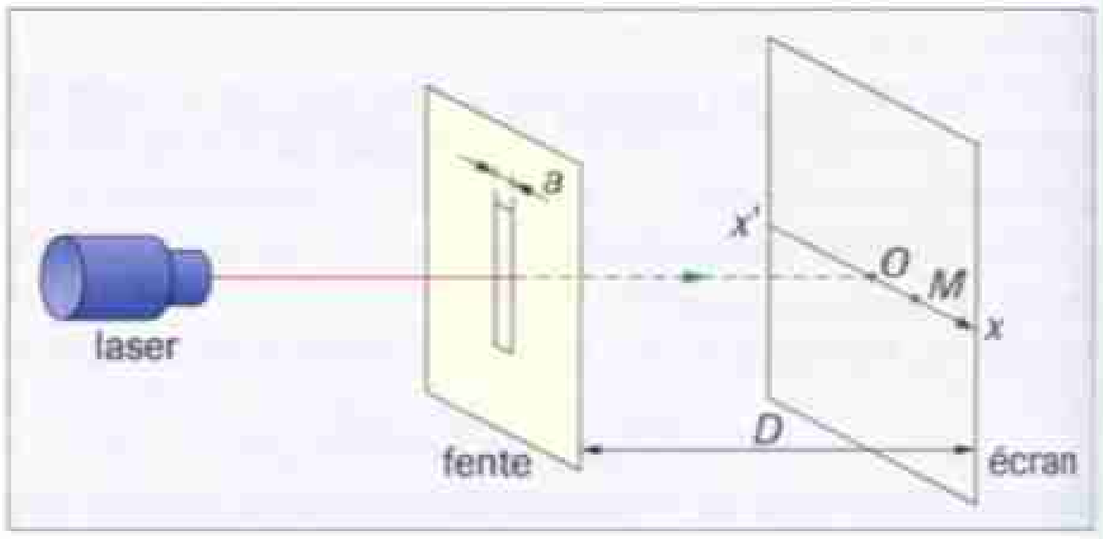
$$d = \frac{2\lambda D}{a}$$

2. On remplace la fente par un cheveu d'épaisseur a, fixé verticalement sur le support. On garde la même distance d. On observe, sur l'écran, une figure analogue à celle décrite à la question 1. Et on mesure la largeur d de la tache lumineuse centrale : $d = 2,6$ cm.

En admettant que la relation $d = \frac{2\lambda D}{a}$ reste vérifiée dans ce cas, calculer le diamètre a du cheveu.

22 Diffraction par une fente

BAC Le laser hélium-néon émet une lumière rouge pratiquement monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 633$ nm.



Une fente de largeur a est placée sur le trajet du faisceau lumineux produit par le laser.

Un écran est placé à la distance $D = 2,50$ m de la fente.

On déplace une cellule photoélectrique le long de l'axe $x'x$ (O est le point d'incidence du faisceau en l'absence de fente). Cette cellule est alors une source de tension u proportionnelle à l'intensité lumineuse en chaque point M de l'axe $x'x$, d'abscisse $\overline{OM} = x$.

On obtient les résultats suivants :

x (mm)	± 26	± 24	± 22	± 20	± 18	± 16	± 15	± 14	± 13
u (V)	0,18	0,12	0,00	0,24	0,60	0,72	0,66	0,48	0,24

x (mm)	± 12	± 11	± 10	± 9	± 8	± 7	± 6	± 5	± 4	± 2	0
u (V)	0	0,24	0,72	1,32	1,92	2,4	3,36	3,84	4,32	4,68	4,8

a. Tracer la courbe représentant les variations de la fonction $u = f(x)$, pour les valeurs de x comprises entre – 26 mm et + 26 mm.

b. Interpréter l'allure de la courbe précédente.

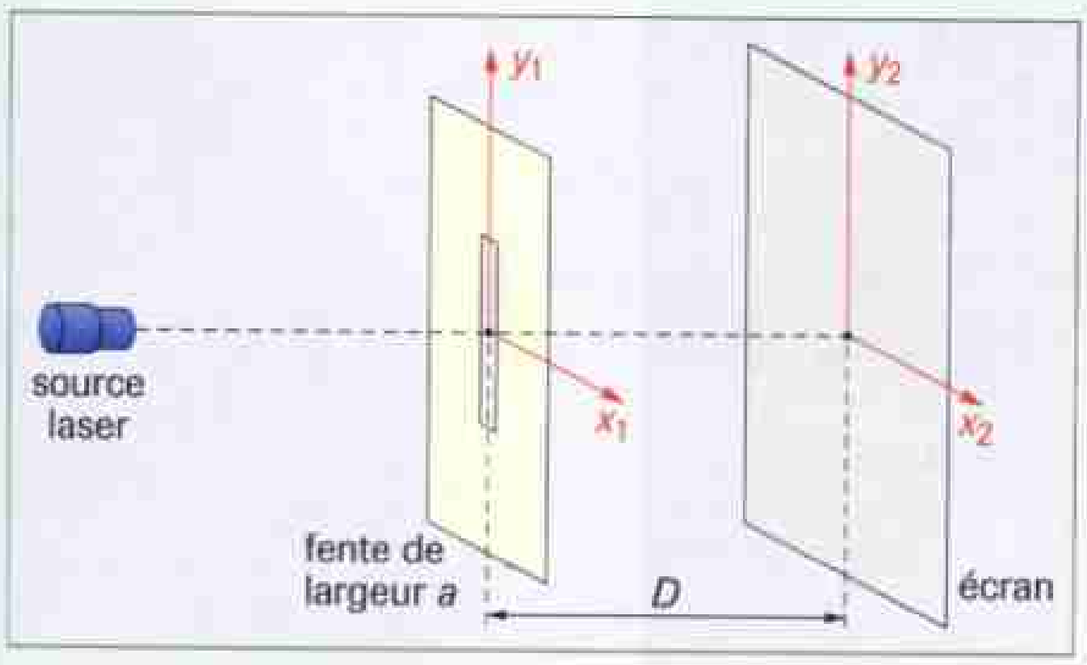
c. La largeur ℓ de la tache centrale de la figure de diffraction observée sur l'écran est :

$$\ell = \frac{2\lambda D}{a}$$

Évaluer alors la largeur a de la fente.

1 Pointeur optique à laser

Un pointeur optique à laser a la forme et la taille d'un gros stylo. Le faisceau lumineux qui en sort, lorsqu'il est dirigé en direction d'un tableau, donne un point d'impact rouge très lumineux et de petites dimensions.
Il permet à un conférencier, même lorsqu'il se trouve très loin du tableau, de pointer un endroit précis d'un document projeté.
On veut retrouver expérimentalement l'ordre de grandeur de la longueur d'onde λ_0 de la lumière émise par le pointeur optique à laser (longueur d'onde indiquée dans la fiche technique : λ_0 comprise entre 660 et 680 nm).
On utilise le montage suivant: une fente verticale, de largeur a très petite, est placée sur le trajet du faisceau lumineux produit par le laser et un écran est placé à la distance D de la fente.



1. Recopier la phrase suivante en la complétant : « Le phénomène qui se manifeste s'appelle … ; son importance est liée au rapport de la largeur a de la fente à … ».

2. On propose quatre expressions pour la largeur ℓ de la tache centrale :

$$\text{(a)} : \ell = \frac{2\lambda D}{a} \quad \text{(b)} : \ell = \frac{2aD}{\lambda}$$

$$\text{(c)} : \ell = \frac{2D^2}{\lambda a} \quad \text{(d)} : \ell = \frac{2\lambda a}{D}$$

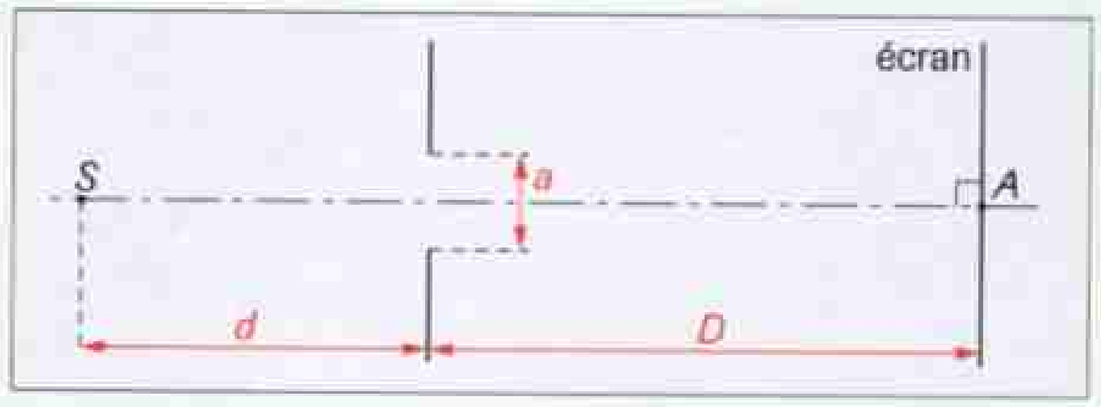
et on réalise trois expériences :

expérience	source	distance D	largeur a	largeur de la tache centrale (ℓ)
expérience 1	source de longueur d'onde $\lambda_1 = 543$ nm	D	a	$\ell_1 = 3{,}2$ cm
expérience 2	pointeur de longueur d'onde λ_0	D	a	$\ell_2 = 4{,}0$ cm
expérience 3	source de longueur d'onde $\lambda_1 = 543$ nm	D	$a_3 < a$	$\ell_3 > \ell_1$

a. Par une analyse dimensionnelle, montrer qu'une des expressions est manifestement fausse.
b. À partir des expériences, déterminer les autres expressions que l'on doit éliminer (on précisera à chaque fois les expériences prises en compte).
En déduire l'expression de la largeur ℓ de la tache centrale.
3. Établir la relation entre ℓ_1, ℓ_2, λ_1 et λ_0. Calculer, avec le bon nombre de chiffres significatifs, la valeur numérique de λ_0. Ce résultat est-il en accord avec la notice technique du pointeur optique à laser ?

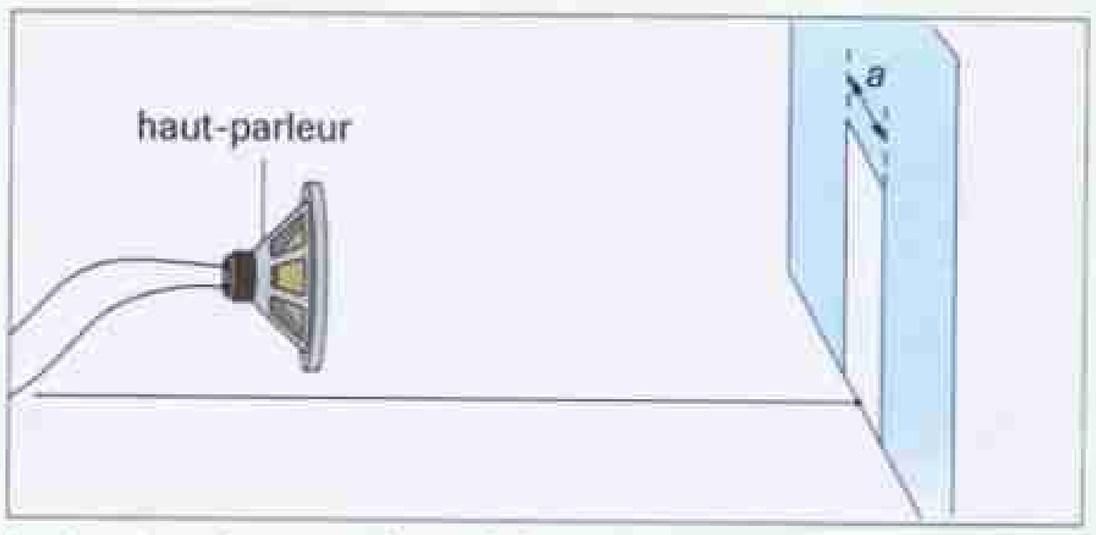
2 Diffraction d'ondes

1. Une source lumineuse monochromatique, de longueur d'onde λ, et ponctuelle est placée devant une fente de largeur a, sur l'axe de cette fente, à la distance $d = 20$ cm de la fente.



Un écran se trouve à la distance $D = 50$ cm derrière la fente. Déterminer la largeur de la zone éclairée de l'écran (dans la direction perpendiculaire à SA) dans les deux cas suivants :
$\lambda = 600$ nm et $a = 4{,}0$ cm
$\lambda = 600$ nm et $a = 0{,}10$ mm.

2. Un haut-parleur est placé devant une large planche percée d'une fente de largeur $a = 3{,}0$ cm, dans l'axe de la fente.



Le haut-parleur est branché sur un générateur basse fréquence réglé sur la fréquence $f = 500$ Hz.
a. Y a-t-il diffraction des ondes sonores à la traversée de la fente ? Justifier la réponse.
b. Si oui, comment le phénomène se manifeste-t-il ?
c. Derrière la fente, on place un microphone dont on relie les bornes à l'entrée Y_A d'un oscilloscope réglé sur la rapidité de balayage 1 ms·div^{-1}.
Faire le schéma de l'écran de l'oscilloscope sachant que, horizontalement, il comporte 10 divisions.
On justifiera tous les points du raisonnement.
d. Qu'observe-t-on en déplaçant le microphone :
- en restant à la même distance de la fente ?
- en s'éloignant de la fente ?

Donnée
- *Célérité des ondes sonores dans l'air :* $v = 340$ m·s^{-1}.

CHAPITRE 5

La radioactivité



Pierre Curie (1859-1906) épouse en 1895 Marie Slodowska (1867-1934). Ensemble, ils isolent le radium et le polonium. Leur vie a inspiré des cinéastes et metteurs en scène, ci-dessus la pièce *Les palmes de M. Schutz* donne sur un ton humoristique, un aperçu de leurs recherches scientifiques.

▶ **Que signifie le terme radioactivité ?**

Objectifs

- Connaître et utiliser le symbole $^{A}_{Z}X$.
- Reconnaître les domaines de stabilité et d'instabilité sur un diagramme (N, Z).
- Définir la radioactivité α, β^- et β^+.
- Connaître et utiliser les lois de conservation des réactions nucléaires.
- Connaître le caractère aléatoire de la désintégration radioactive.

Plan du cours

1 Détection des noyaux radioactifs

2 Stabilité et instabilité des noyaux

3 Radioactivités α, β^- et β^+

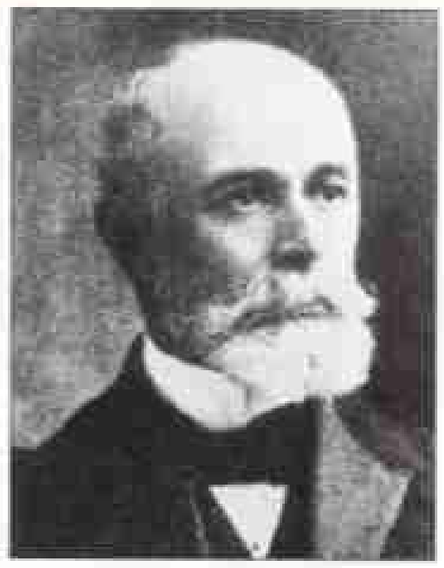
4 La radioactivité dans notre environnement

DÉCOUVRIR ET RÉFLÉCHIR

La radioactivité, de sa découverte à nos jours.

Un peu d'histoire

■ **1896** : **Henri Becquerel** s'aperçoit que des produits de son laboratoire émettent, sans exposition préalable au Soleil, un rayonnement invisible qui impressionne les plaques photographiques et ionise l'air.



Henri Becquerel (1852-1908)

■ **1934** : **Irène et Frédéric Joliot-Curie** découvrent la radioactivité artificielle.



Irène (1897-1956) et Frédéric (1900-1958) Joliot-Curie ont commencé leur travail sur la radioactivité en 1931.

■ **1990** : Une caméra sensible à l'émission radioactive d'éléments injectés dans le corps permet de localiser les zones de fonctionnement du cerveau.

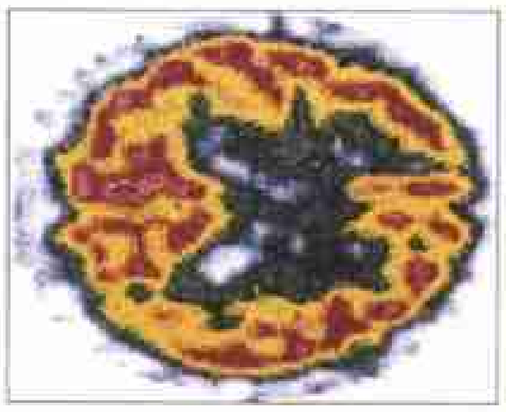


Image du débit sanguin cérébral obtenue par scintigraphie.

– 1900

–

–

– 1925

–

–

– 1950

–

–

–

– 1990

■ **1898** : **Pierre et Marie Curie** montrent que le phénomène n'est pas uniquement lié à l'uranium. Marie Curie invente le terme de radioactivité.



Pierre (1859-1906) et Marie (1867-1934) Curie quelques jours après leur mariage à Paris en 1895.

■ **1986** : Explosion à la centrale soviétique de Tchernobyl. Un nuage radioactif survole l'Europe.

■ **1999** : Des chercheurs américains ont réussi à produire pour la première fois des noyaux des éléments 116 et 118.

▶ **Compléter la frise historique en recherchant des informations dans une encyclopédie ou sur les sites Internet du musée Curie http://musee.curie.fr/ et celui du centenaire de la radioactivité http://www.ccr.jussieu.fr/radioactivite/**

▶ **Préparer quatre questions sur une information concernant le nucléaire. Poser-les ensuite à vos camarades.**

Physique et vocabulaire

■ **Spontané, e** adj. (lat. *sponte*, de son plein gré) Qui agit, se produit de soi-même, sans intervention extérieure.

■ **Aléatoire** adj. Qui relève du hasard ; qui dépend d'un événement incertain, hasardeux, problématique.

L'énigme du chapitre

Peut-on se protéger des rayonnements d'une source radioactive en effectuant une transformation chimique ?

1 Détection des noyaux radioactifs

1. 1. Détection à l'aide d'un compteur de la radioactivité

Expérience

• Placer une source radioactive à quelques centimètres de la fenêtre d'un compteur Geiger (fig. 1).
• Envoyer les impulsions électriques produites par le détecteur vers un amplificateur relié à un haut-parleur et à un compteur d'impulsions.

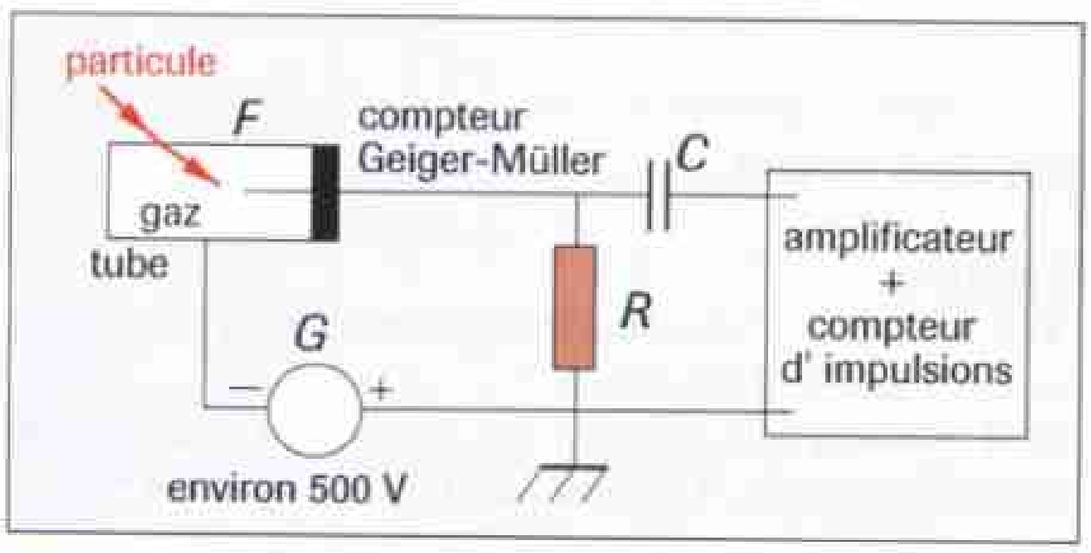




Fig. 1 Montage de détection utilisant un compteur Geiger-Müller. Chaque particule émise par un noyau radioactif qui traverse la fenêtre du tube provoque une ionisation du gaz. Un micro-courant apparaît. Il est amplifié et permet de compter les particules.

Observation

On entend des bips sonores qui se produisent au hasard. L'histogramme comptage-fréquence a l'allure caractéristique dessinée à la fig. 2 : les comptages se distribuent autour d'une valeur moyenne.

Interprétation

Dans certains cas, l'interaction forte est insuffisante pour assurer la cohésion d'un noyau. Celui-ci se transforme alors **spontanément** en un autre noyau en émettant un rayonnement appelé **rayonnement radioactif**. On dit alors que **le noyau s'est désintégré,** et les désintégrations s'effectuent de manière **aléatoire**.

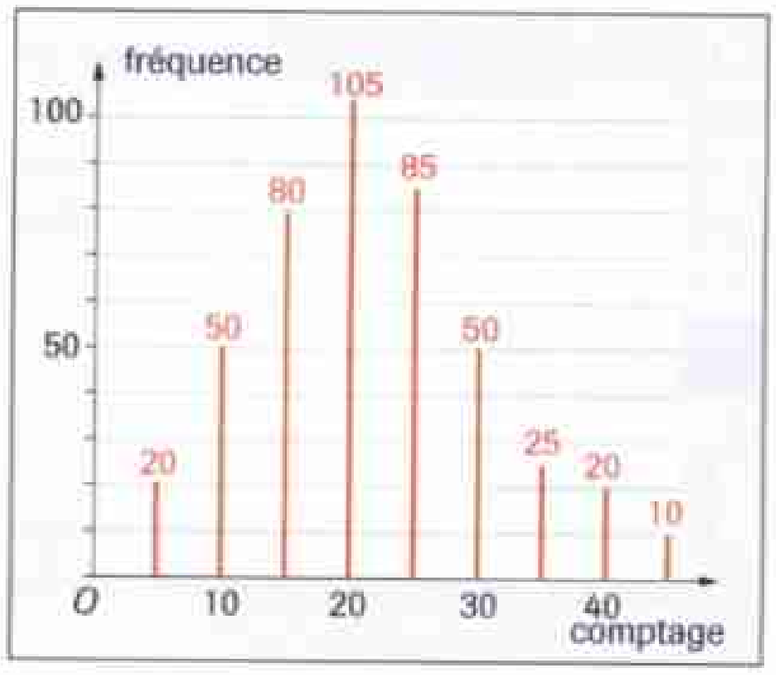


Fig. 2 Histogramme comptage-fréquence. On porte en ordonnée la fréquence c'est-à-dire le nombre de fois où l'on a obtenu le comptage indiqué en abscisse. Par exemple, pendant une durée déterminée, le compteur a donné 50 fois comme résultat : 30 impulsions.

1. 2. Définitions

• Un noyau radioactif est un noyau instable dont la désintégration est aléatoire et au cours de laquelle il se transforme en un autre noyau.
• Une transformation qui met en jeu des noyaux est appelée réaction nucléaire.
• La radioactivité correspond à une réaction nucléaire spontanée avec émission de rayonnement.

1. 3. Propriétés des désintégrations

Les désintégrations radioactives sont :
• **aléatoires**. Il est impossible de prévoir l'instant de la désintégration.
• **spontanées**. Elles se déclenchent sans aucune intervention extérieure.
• **inéluctables**. Un noyau instable se désintégrera tôt ou tard.
• **indépendantes de la combinaison chimique** dans laquelle est engagé le noyau radioactif.
• **indépendantes des paramètres de pression et de température** contrairement aux réactions chimiques.

LE COURS

2 Stabilité et instabilité des noyaux

2. 1. Caractéristiques d'un noyau

Le noyau est composé de nucléons, sa stabilité est assurée par l'interaction forte qui compense la répulsion électrique entre les protons.

La représentation symbolique du noyau d'un atome est $^{A}_{Z}X$.
- **X est le symbole de l'élément chimique de numéro atomique Z.**
- **Z est le nombre de protons (appelé aussi nombre de charge).**
- **A est le nombre de nucléons (appelé aussi nombre de masse).**
- **$N = A - Z$ donne le nombre de neutrons présents dans le noyau.**

EXERCICE RÉSOLU — **Déterminer la composition d'un noyau**

Énoncé

1. Donner la composition du noyau d'uranium $^{238}_{92}U$.

2. Donner le symbole d'un noyau comportant 4 nucléons dont deux neutrons.

Solution

1. Le noyau d'uranium comporte $Z = 92$ protons et $N = A - Z = 146$ neutrons.

2. $A = 4$ et $A - Z = 2$ donc $Z = 2$, numéro atomique de l'élément hélium. Le symbole de son noyau est $^{4}_{2}He$.

■ **REMARQUES**
- On appelle nucléide l'ensemble des noyaux ayant le même nombre de nucléons A et le même nombre de charge Z.
- Rappelons qu'un élément chimique est l'ensemble des particules (atome ou ion) ayant le même nombre de charge ou numéro atomique Z.

2. 2. Isotopes

DÉFINITION

Des noyaux sont appelés isotopes s'ils ont le même nombre de charge Z mais des nombres de nucléons A différents.

Les tableaux ci-contre donnent pour l'hydrogène (fig. 3) et l'uranium (fig. 4) la composition des noyaux et le pourcentage des isotopes dans la nature.
- Des noyaux isotopes ne diffèrent que par leur nombre de neutrons.
- Le pourcentage des isotopes d'un élément dans la nature est, à quelques exceptions près, constant au cours du temps.

symbole	$^{1}_{1}H$	$^{2}_{1}H$	$^{3}_{1}H$
p	1	1	1
n	0	1	2
proportion	99,985 %	0,015 %	traces

FIG. 3 Isotopes de l'hydrogène.

symbole	$^{235}_{92}U$	$^{238}_{92}U$
p	92	92
n	143	146
proportion	0,7 %	99,3 %

FIG. 4 Isotopes de l'uranium.

2. 3. Vallée de stabilité des noyaux

Pour la centaine d'éléments existant, on connaît environ 350 noyaux naturels dont une soixantaine sont instables et plus de 1 500 noyaux artificiels, tous instables. L'ensemble des noyaux stables forme sur la représentation graphique (fig. 5) ce qu'on appelle la **vallée de stabilité**.

L'observation du diagramme (Z, N) dans lequel chaque point représente un noyau montre que :

a) Pour les noyaux stables (en rouge sur la figure 5)
- Les noyaux légers $A < 50$ se répartissent au voisinage de la première bissectrice.
- Les noyaux plus lourds s'écartent de la première bissectrice. Ces noyaux stables comportent plus de neutrons que de protons.

▶ *Voir exercices n° 9 et 13, pages 91 et 92*

b) Pour les noyaux instables, on peut distinguer trois catégories suivant leur position par rapport à la vallée de stabilité.

- **En bout de vallée de stabilité :** ce sont les noyaux instables les plus lourds, ils se désintègrent et rejoignent le domaine de stabilité en émettant des particules appelées α identifiées à des noyaux d'hélium. On dit qu'ils sont **radioactifs α**.
- **Au-dessus du domaine de stabilité :** les noyaux instables sont dits **radioactifs β^-**. Ils émettent des particules β^- identifiées à des électrons.
- **En dessous du domaine de stabilité :** les noyaux instables sont dits **radioactifs β^+**. Ils émettent des particules β^+ identifiées à des positons.

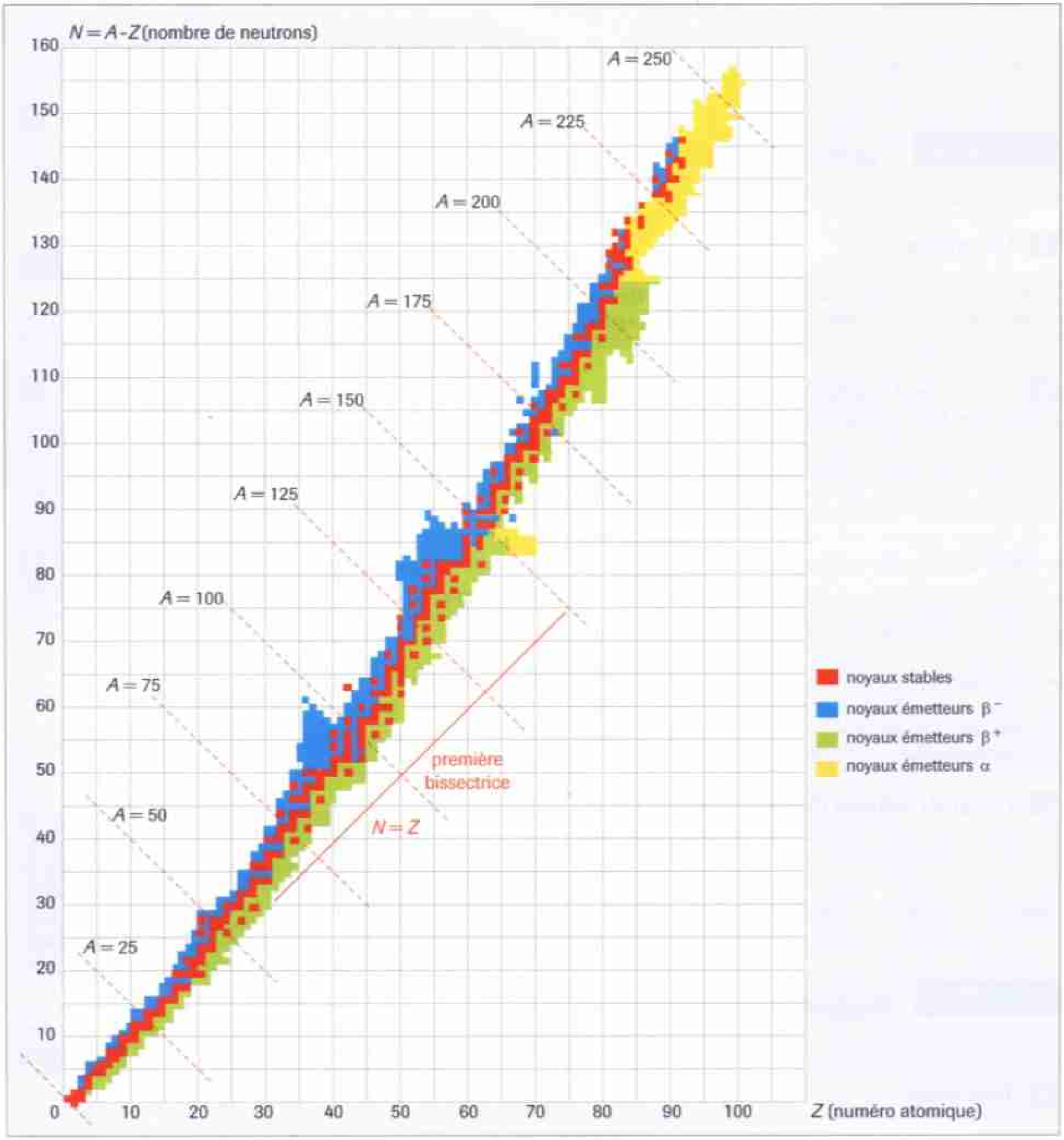


Fig. 5 Diagramme N en fonction de Z pour tous les noyaux. L'ensemble des noyaux stables (en rouge) forme la vallée de stabilité.

LE COURS

3 Radioactivités α, β^- et β^+

3. 1. Lois de conservation

Lois de Soddy
Lors d'une réaction nucléaire, il y a conservation du nombre de nucléons A et du nombre de charge Z.

Lors d'une désintégration radioactive α ou β, un noyau X (noyau père) donne un noyau Y (noyau fils) avec émission d'un particule chargée P :

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A_1}_{Z_1}Y + {}^{A_2}_{Z_2}P$$

Les lois de conservation s'écrivent : $A = A_1 + A_2$ et $Z = Z_1 + Z_2$.

3. 2. Radioactivité α

Elle est caractéristique des éléments lourds : $A > 200$ (fig. 6).

A Définition

Des noyaux sont dits radioactif α s'ils émettent des noyaux d'hélium $^{4}_{2}He$. Ce sont des particules positives appelées aussi particules α.

B Équation de la réaction nucléaire

D'après les lois de conservation, le noyau fils a un nombre de masse qui diminue de 4 unités et un nombre de charge qui diminue de 2 unités. Le noyau fils appartient à l'élément qui se trouve deux cases avant dans la classification périodique. On écrit l'équation de la désintégration α :

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He.$$

■ **Exemple :** le radon est émetteur α :

$$^{222}_{86}Rn \rightarrow {}^{218}_{84}Po + {}^{4}_{2}He.$$

On obtient l'élément qui correspond à $Z = 84$ le polonium (fig. 7).

■ **Remarque :** le polonium est lui-même radioactif et se décompose, le processus se reproduit dans le cas présent jusqu'à obtenir un noyau stable : le plomb 208. On dit que l'ensemble de ces noyaux appartiennent à une **famille radioactive**, ici celle de l'uranium.

C Caractéristiques du rayonnement α

Les particules α sont arrêtées par quelques centimètres d'air ou une feuille de papier. Le rayonnement α est peu pénétrant mais il est très ionisant ; il est de ce fait particulièrement dangereux si des poussières radioactives α sont inhalées, ingérées ou si elles sont en contact direct avec la peau.

3. 3. Radioactivité β^-

Elle est caractéristique des éléments ayant trop de neutrons.

A Définition

Des noyaux sont dits radioactifs β^- s'ils émettent des électrons $^{0}_{-1}e$.

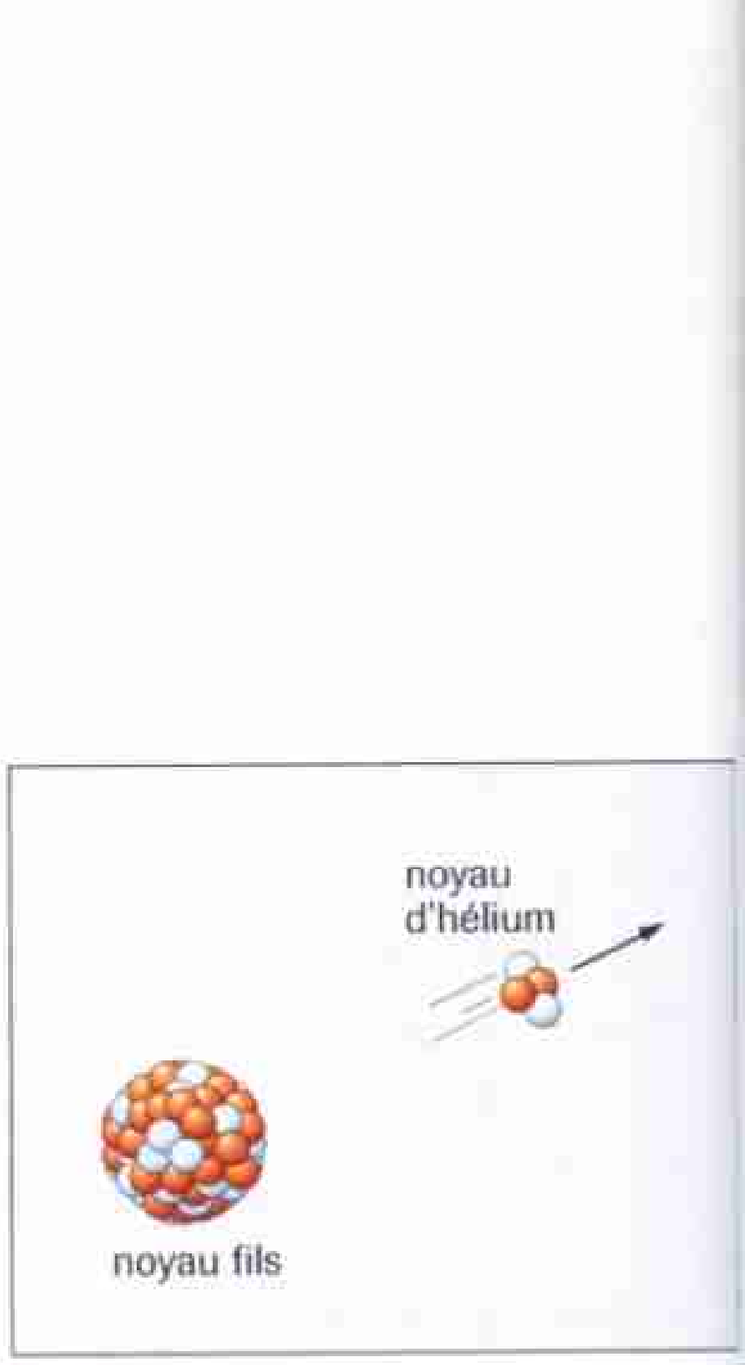


Fig. 6 Radioactivité α : émission d'un noyau d'hélium.

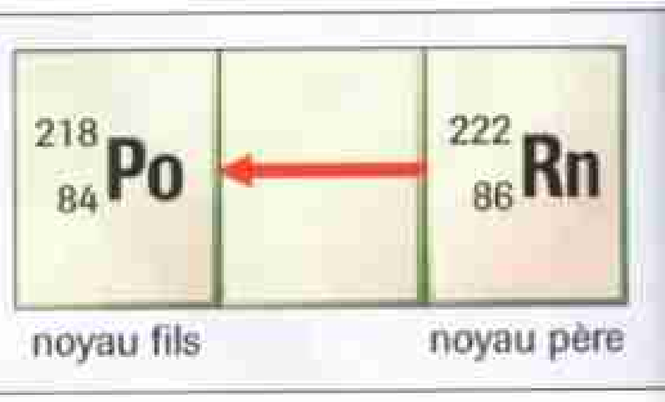


Fig. 7 Radioactivité α : on obtient un noyau fils qui se trouve 2 cases avant dans la classification périodique.

▶ *Voir exercice n° 11, page 91*

B Équation de la réaction nucléaire

D'après les lois de conservation, l'équation générale s'écrit :

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+1}{}^{A}Y + {}^{0}_{-1}e.$$

Le noyau fils appartient à l'élément qui se trouve une case après le noyau père dans la classification périodique (fig. 8 et 9).

■ **Exemple :** le cobalt 60 est émetteur β^- : $^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + {}^{0}_{-1}e$

■ **Remarque :** l'électron ne provient pas du cortège électronique. Il est expulsé du noyau lors de la réaction nucléaire. La réaction se fait à nombre de nucléons constant A = Cte. Si le nombre de protons augmente d'une unité, le nombre de neutrons diminue d'une unité. Ce qui peut s'écrire en appliquant les lois de conservation : $^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e$.
Un électron est produit lors de la transformation d'un neutron du noyau en un proton.

C Caractéristiques du rayonnement β^-

Les particules β^- sont assez pénétrantes, elles sont arrêtées par quelques millimètres d'aluminium.

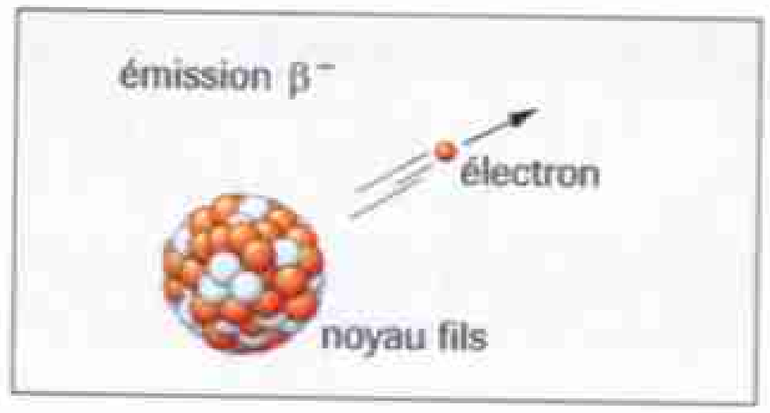


Fig. 8 Radioactivité β^- : émission d'un électron.

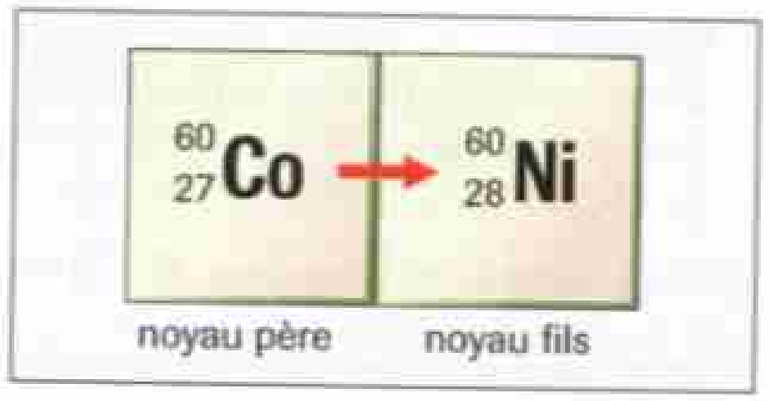


Fig. 9 Désintégration β^- : le noyau fils suit le noyau père.

3. 4. Radioactivité β^+

Elle est caractéristique des éléments possédant trop de protons. Elle n'existe que pour des noyaux « artificiels » c'est-à-dire préparés par l'homme.

A Définition

Des noyaux sont dits radioactifs β^+ s'ils émettent des positons $^{0}_{+1}e$. Ce sont des particules chargées positivement appelées aussi particules β^+. Elles portent une charge $+e$.

B Équation de la réaction nucléaire

D'après les lois de conservations, l'équation générale s'écrit :

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+1}{}^{A}Y + {}^{0}_{1}e$$

Le noyau fils appartient à l'élément qui se trouve une case avant dans la classification périodique (fig. 10 et 11).

■ **Exemple :** le phosphore 30, obtenu pour la première fois par Irène et Frédéric Joliot-Curie en 1934 est émetteur β^+ : $^{30}_{15}P \rightarrow {}^{30}_{14}Si + {}^{0}_{1}e$.

C Caractéristiques du rayonnement β^+

Les particules β^+ ont des durées de vie très courtes dans la matière car lorsqu'elles rencontrent un électron, les deux particules s'annihilent et donnent un rayonnement γ : $^{0}_{1}e + {}^{0}_{-1}e \rightarrow \gamma$.
Cette propriété est utilisée en médecine dans les examens de tomographie à émission de positon. Une gammacaméra placée près du patient détecte le rayonnement émis par la réaction positon-électron.

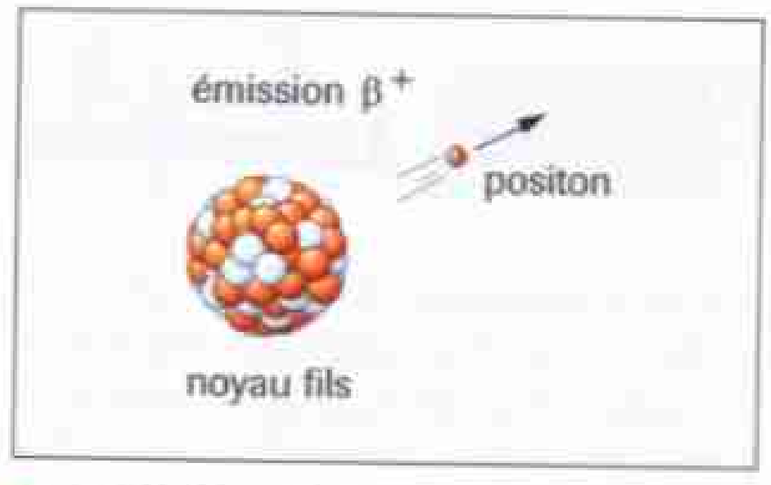


Fig. 10 Radioactivité β^+ : émission d'un positon.

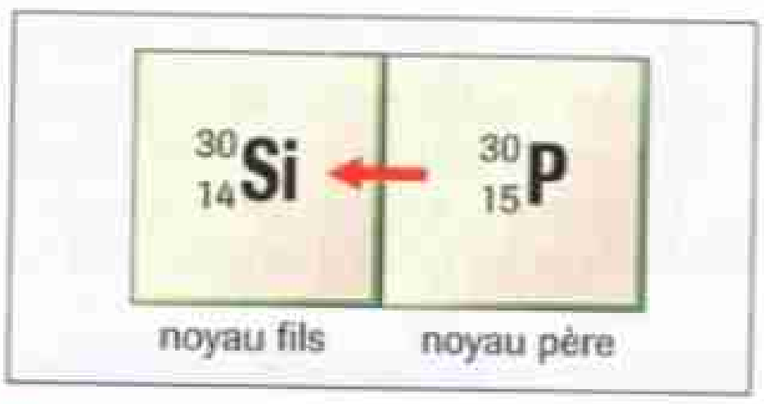


Fig. 11 Désintégration β^+ : le noyau fils précède le noyau père.

3. 5. Désexcitation γ

Un rayonnement non chargé, de même nature que la lumière accompagne chacun des trois types de radioactivité. On l'appelle **rayonnement γ**.
Le noyau fils est généralement obtenu dans un état excité noté Y^* (fig. 12).

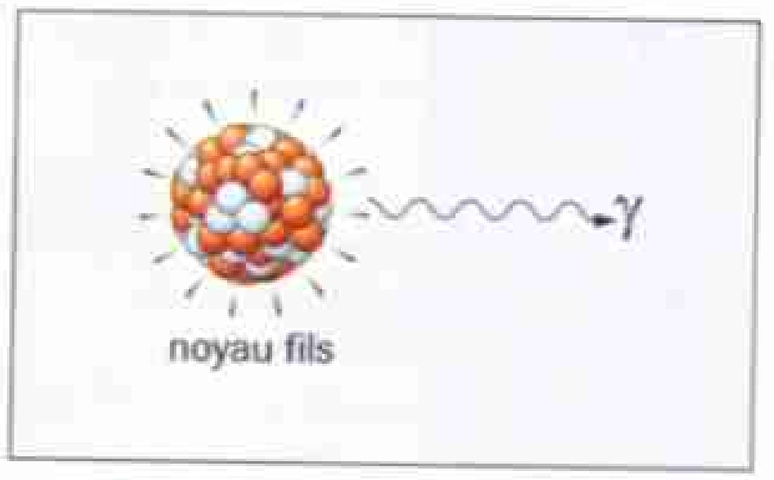


Fig. 12 Désexcitation γ : émission d'un rayonnement γ.

C'est la désexcitation du noyau fils Y* qui produit le rayonnement γ :

$$Y^* \rightarrow Y + \gamma$$

Le rayonnement γ est très pénétrant. Il est très difficile à arrêter, il faut une vingtaine de centimètres de plomb pour s'en protéger.

▶ *Voir exercice n° 12, page 92*

EXERCICE RÉSOLU **Appliquer les lois de conservation**

Énoncé

Compléter des réactions nucléaires ci-dessous et indiquer leur nature.

a. ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}_{7}N + \ldots$

b. ${}^{80}_{35}\ldots \rightarrow \ldots + {}^{0}_{1}e$

c. $Po^* \rightarrow Po + \ldots$

d. ${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{\ldots}Pb + \ldots$

Solution

a. ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}_{-}{}^{0}_{1}e$; radioactivité β^-.

b. ${}^{80}_{35}Br \rightarrow {}^{80}_{34}Se + {}^{0}_{1}e$; radioactivité β^+.

c. $Po^* \rightarrow Po + \gamma$; désexcitation γ.

d. ${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$; radioactivité α.

4 La radioactivité dans notre environnement

On peut distinguer deux types d'exposition à la radioactivité :

- une exposition extérieure due aux rayons cosmiques provenant des étoiles ou à des éléments radioactifs présents dans la croûte terrestre ;
- une exposition intérieure due à l'inhalation ou à l'ingestion d'éléments radioactifs.

On distingue souvent radioactivité naturelle (fig. 13) et radioactivité artificielle. Il s'agit du même phénomène, seule l'origine des noyaux radioactifs diffère :

- les sources artificielles sont fabriquées par l'homme dans des réacteurs nucléaires ou des accélérateurs de particules ;
- les sources naturelles ne sont généralement pas très actives.

Le tableau de la figure 14 donne des exemples de sources de radioactivité naturelle et les types d'exposition à laquelle l'homme est soumis.



FIG. 13 Détection de la radioactivité naturelle avec un compteur Geiger-Müller.

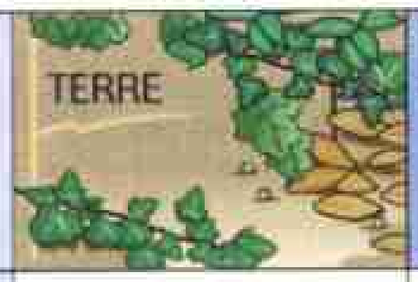
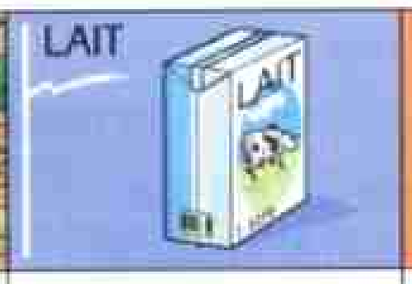
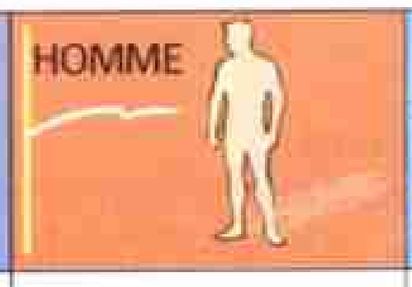
nature	 TERRE	 LAIT	 HOMME	 AIR	 CHAMPIGNONS contaminés
nombre moyen de désintégrations par seconde	500 et 5 000 désintégrations par seconde et par kg selon les terrains.	80 désintégrations/s/L.	130 désintégrations par seconde et par kg.	La CEE recommande de ne pas dépasser une concentration de 400 désintégrations/s/m^3 dans les habitations.	De 4 200 à 190 000 désintégration/s/kg. La norme européenne est de 600 désintégrations/s/kg.
origine	Uranium, thorium et leurs descendants, potassium 40.	Potassium 40.	Potassium 40, carbone 14.	Le radon est un gaz issu de la désintégration de l'uranium.	Césium 137 et 134.

FIG. 14 La radioactivité n'a pas été inventée par l'homme. Elle existe depuis l'origine des temps. L'homme est soumis à une radioactivité naturelle et est lui-même radioactif.

1 Détection des noyaux radioactifs

■ La radioactivité correspond à une réaction nucléaire spontanée avec émission de rayonnement. C'est un phénomène aléatoire et inéluctable.

2 Stabilité et instabilité des noyaux

■ Le symbole d'un noyau atomique est ${}^{A}_{Z}X$:

• A est le nombre de masse ou le nombre de **nucléons** dans le noyau ;

• Z est le nombre de charge ou le nombre de **protons** dans le noyau.

■ Des isotopes sont des noyaux qui ont le même numéro atomique et des nombres de masse différents. Ils diffèrent par le nombre de neutrons.

■ Les noyaux stables forment dans le diagramme (N, Z) ce qu'on appelle la vallée de stabilité.

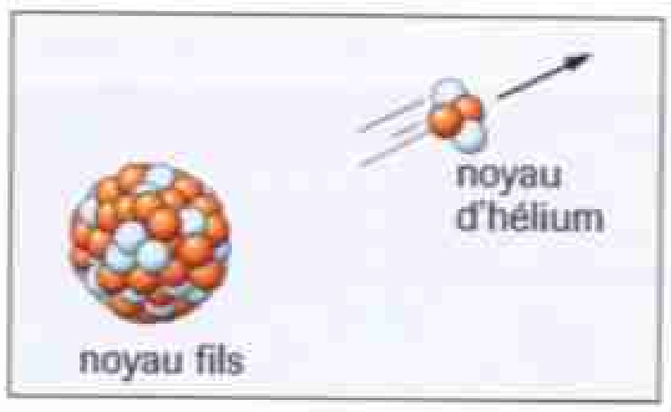
3 Radioactivités α, β^- et β^+

■ **Lois de Soddy**

Lors d'une réaction nucléaire, il y a conservation du nombre de charge Z et du nombre de masse A.

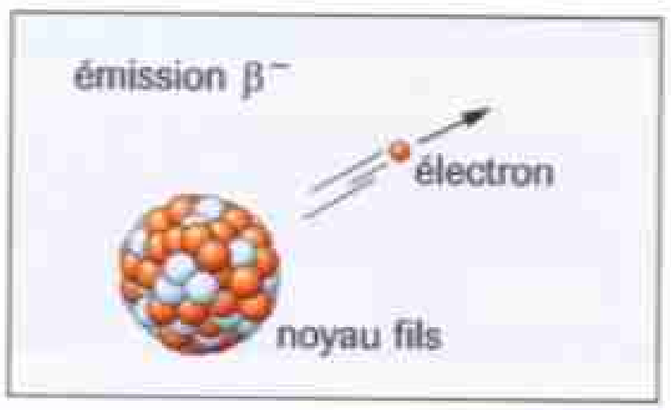
■ **Radioactivité α** : ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$.

Il y a émission d'un noyau d'hélium ${}^{4}_{2}He$ (particule α). Le noyau fils se place deux cases avant le noyau père dans la classification.



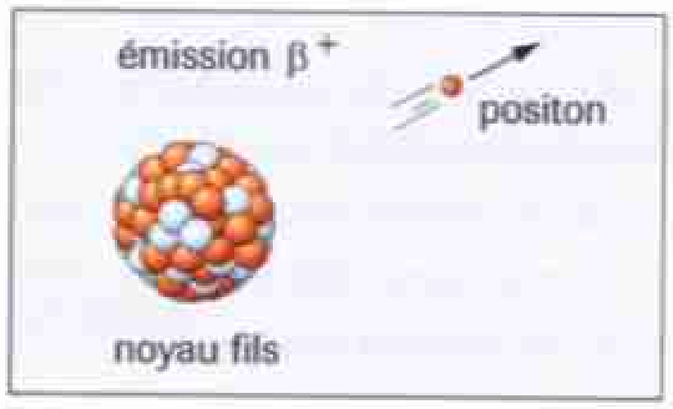
■ **Radioactivité β^-** : ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e$.

Il y a émission d'un électron ${}^{0}_{-1}e$ (particule β^-). Le noyau fils se place dans la case qui suit celle du noyau père.

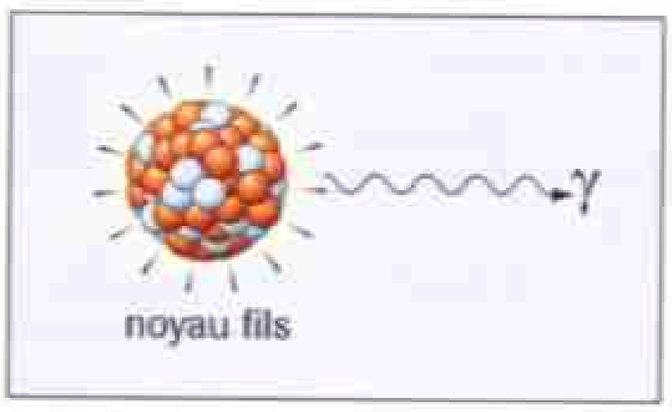


■ **Radioactivité β^+** : ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e$.

Il y a émission d'un positon ${}^{0}_{1}e$ (particule β^+). Le noyau fils se trouve dans la case qui précède celle du noyau père.



■ Le rayonnement γ accompagne chaque type de désintégration. Il correspond à la désexcitation du noyau fils Y obtenu : $Y^* \rightarrow Y + \gamma$.



4 La radioactivité dans notre environnement

■ L'homme est soumis à une radioactivité naturelle et est lui-même radioactif.

■ On distingue deux types d'exposition à la radioactivité :

• une exposition extérieure due aux rayons cosmiques provenant des étoiles ou aux éléments radioactifs se trouvant dans la croûte terrestre.

• une exposition intérieure due à l'inhalation ou à l'ingestion d'éléments radioactifs.

Mots-clés

- **Noyau**
- **Isotope**
- **Radioactivité**
- **Aléatoire**
- **Particules α, β^-, β^+**
- **Rayonnement γ**

▶ *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

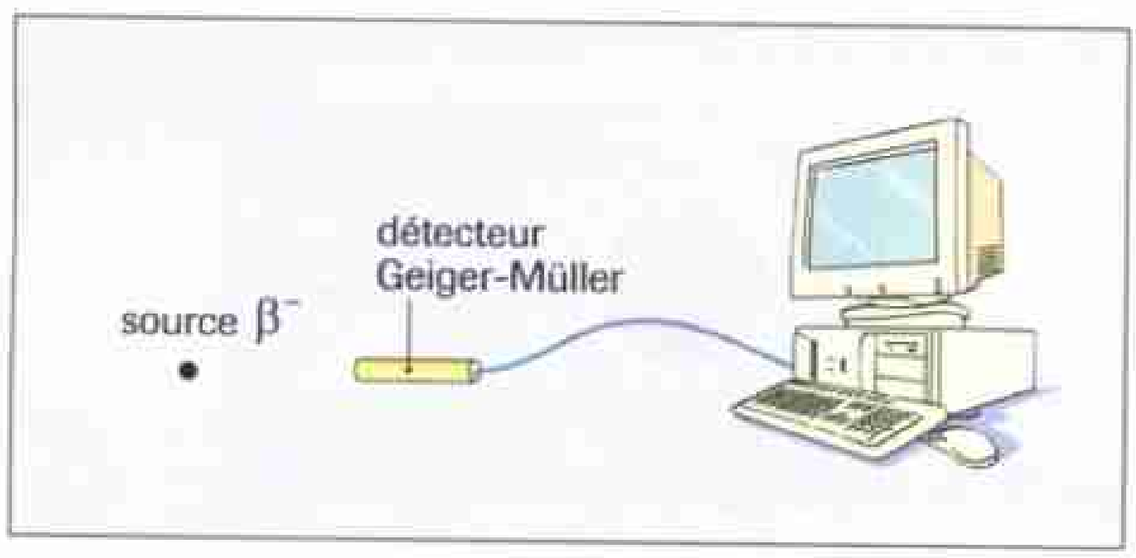
Caractère aléatoire de la désintégration radioactive

Un noyau instable se désintègre de manière inéluctable sans qu'on puisse en prévoir la date et aucun paramètre ne nous permet d'en modifier le cours. Comment dans ces conditions, peut-on étudier un tel phénomène ?

Matériel

- source β^- de césium 137 donnant 3×10^5 désintégrations par seconde à sa fabrication;
- détecteur Geiger-Müller sensible aux rayons β^- et γ;
- compteur d'impulsions relié à un ordinateur;
- logiciel aléacrab version windows;
- écran d'aluminium de 2 mm.

Schéma du montage



Dispositif expérimental.

Un compteur d'impulsions associé à un détecteur Geiger-Müller permet de connaître le nombre de particules reçues pendant une durée Δt donnée. L'option Crépite dans le menu comptage du logiciel permet de vérifier que les connexions sont correctes.

Réflexions préalables

- Écrire les équations des réactions nucléaires qui permettent de justifier l'émission des rayonnements β^- et γ lors de la désintégration du césium $^{137}_{55}Cs$.
- Préciser ce que compte exactement le détecteur en faisant la distinction entre le nombre X de particules reçues et le nombre de désintégrations dans la source.
- Pour une source donnée, quels sont les paramètres que l'expérimentateur peut modifier et qui influent sur le comptage dans cette expérience ?

Manipulation 1

Objectifs : Mettre en évidence le caractère aléatoire des désintégrations et en faire un traitement statistique.

1. Pour une distance source-détecteur constante, réaliser une série de comptages de même durée et en faire l'histogramme comptage-fréquence. Noter la distance et la durée choisie.

2. Expliquer ce que représentent les grandeurs mises en abscisses et ordonnées dans l'histogramme.

3. Refaire l'expérience et cliquer sur «voir les statistiques». On observe qu'à partir d'un certain nombre de comptages, la moyenne et l'écart-type ne fluctuent pratiquement plus. L'échantillon est dit alors échantillon représentatif.

▶ Questions

1. Rappeler vos conditions expérimentales et donner la taille, la valeur moyenne et l'écart-type de l'échantillon représentatif du comptage étudié.

2. En déduire son intervalle de confiance à 95 % en s'aidant du point mathématiques.

3. Que faut-il faire si on veut améliorer la précision sur le comptage ? Argumenter votre réponse en vous appuyant sur de nouvelles observations expérimentales.

Physique et mathématiques

Soit un échantillon dont la valeur moyenne de la variable étudiée est X_{moy} et l'écart-type σ.

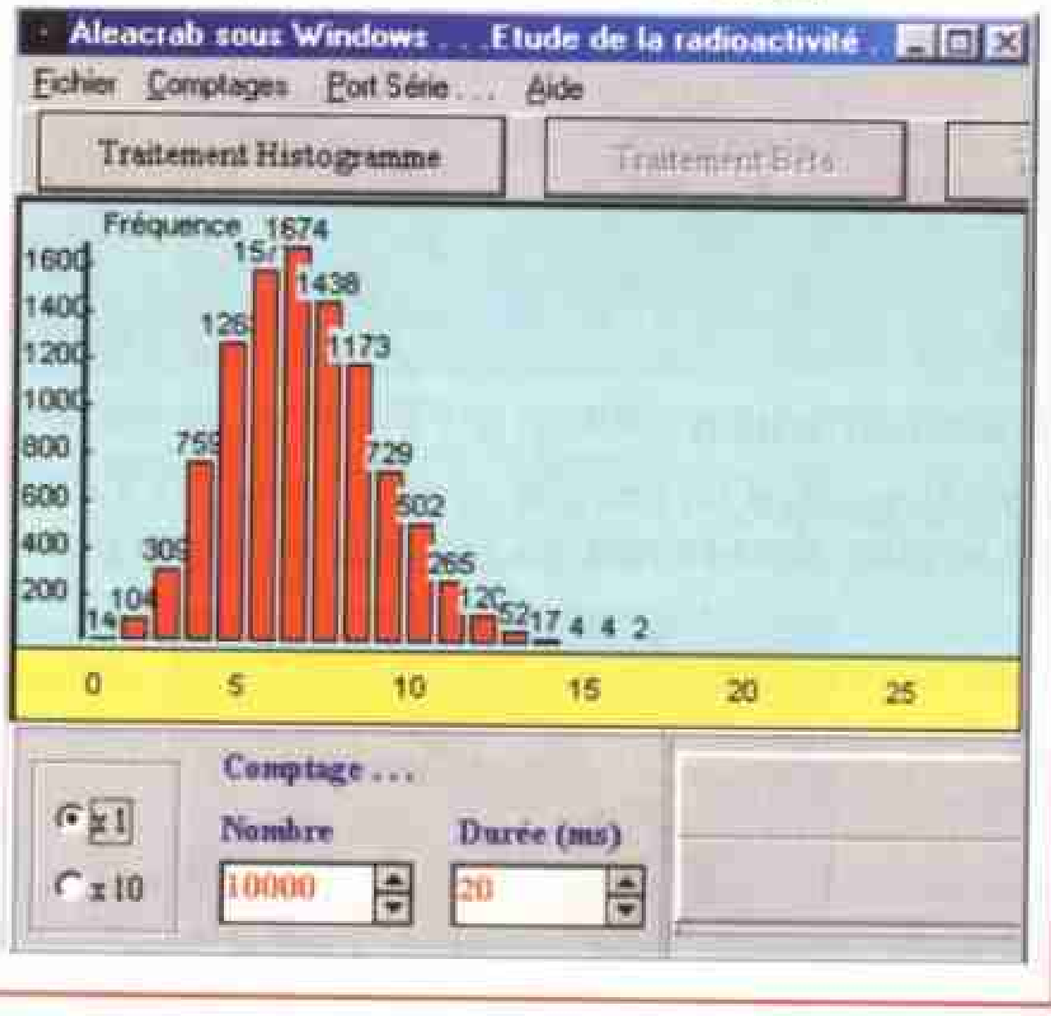
La probabilité pour qu'une variable aléatoire X appartienne à un intervalle donné est de:

68 % pour l'intervalle $X_{moy} - \sigma < X < X_{moy} + \sigma$

95 % pour l'intervalle $X_{moy} - 2\sigma < X < X_{moy} + 2\sigma$

99,7 % pour l'intervalle $X_{moy} - 3\sigma < X < X_{moy} + 3\sigma$

Le résultat peut s'écrire sous la forme : $X_{moy} \pm \Delta X$. L'incertitude ΔX dépend du taux de confiance choisi.



Manipulation 2

OBJECTIF : Influence de la durée Δt des comptages sur la valeur moyenne X_{moy} du nombre de particules détectées.

• Pour une distance constante, réaliser des échantillons représentatifs de comptage pour cinq séries de 20 comptages de durées Δt différentes comprises entre 20 ms et 1 000 ms.

▶ QUESTIONS

1. Tracer la représentation graphique $X_{moy} = f(\Delta t)$.

2. Comment évolue le nombre moyen de particules détectées en fonction de la durée des comptages ?

Manipulation 3

OBJECTIFS : Émettre une hypothèse et argumenter un protocole pour la valider ou l'infirmer.

1. Comment, à votre avis, le nombre moyen de particules détectées pendant une durée donnée évolue-t-il en fonction de la distance source-détecteur ?

2. Élaborer un protocole pour valider ou infirmer votre hypothèse.

▶ QUESTIONS

1. Vos résultats corroborent-ils votre hypothèse ? Argumenter.

2. Préciser les paramètres dont vous êtes maître ; lesquels avez-vous gardés constants, lesquels avez-vous fait varier ?

Manipulation 4

OBJECTIF : Évaluer le nombre de désintégrations par seconde des noyaux de la source à partir du nombre de particules détectées.

1. Fixer des paramètres expérimentaux pour déterminer avec une bonne précision la valeur moyenne X_{moy} du nombre de particules détectées par seconde.

2. Noter le diamètre de la fenêtre du détecteur.

▶ QUESTIONS

1. Indiquer et justifier les paramètres expérimentaux choisis.

2. Déterminer le nombre moyen ΔN de désintégrations de noyaux dans la source pendant une seconde en fonction de X_{moy} en admettant les deux hypothèses suivantes :

- chaque particule détectée correspond à la désintégration d'un noyau ;

- la source émet de manière semblable dans toutes les directions.

3. D'après le fabricant, en moyenne 3×10^5 noyaux par seconde se désintégreraient dans la source au moment de sa réalisation.

Comparer cette valeur à votre résultat et conclure.

DONNÉES

- Surface S d'une sphère de rayon R : $S = 4\pi R^2$
- Surface s d'un disque de rayon r : $s = \pi r^2$.

ÉTUDE DE DOCUMENTS

BAC

Des rayons uraniques à la radioactivité artificielle

Des découvertes majeures sont à la base de la compréhension de la structure de la matière.

DOC 1

Un manque de Soleil lumineux

Note de Henri Becquerel.

« Les expériences que je rapporterai ont été faites avec des radiations émises par des lamelles cristallines de sulfate double d'uranyle et de potassium dont la phosphorescence est très vive et la durée de persistance lumineuse inférieure à 1/100 de seconde.

On peut vérifier très simplement que les radiations émises par cette substance, quand elle est exposée au soleil ou à la lumière diffuse du jour traverse non seulement des feuilles de papier noir, mais encore divers métaux, par exemple une plaque d'aluminium et une feuille de cuivre. J'ai fait notamment l'expérience suivante.

Une plaque Lumière, au gélatino-bromure d'argent, a été enfermée dans un châssis opaque en toile noire, fermé d'un côté par une plaque d'aluminium : si l'on exposait le châssis en plein soleil, même pendant une journée entière, la plaque ne serait pas voilée ; mais si l'on vient à fixer sur la plaque d'aliminium à l'extérieur une lamelle de sel d'uranium que l'on peut assujettir avec des bandes de papier, et si l'on expose le tout pendant plusieurs heures au Soleil, on reconnaît, lorsqu'on développe ensuite la plaque par des procédés ordinaires, que la silhouette de la lamelle cristalline apparaît en noir sur la plaque sensible et que le sel d'argent a été réduit en face de la lamelle phosphorescente ; si la lame d'aluminium est un peu épaisse, l'intensité de l'action est moindre qu'au travers de deux feuilles de papier noir.

(…) J'insisterai particulièrement sur le fait suivant, qui me paraît tout à fait important et en dehors des phénomènes que l'on pouvait s'attendre à observer : les mêmes lamelles cristallines, placées au regard de plaques photographiques, dans les mêmes conditions et au travers des mêmes écrans, mais à l'abri de l'excitation des radiations incidentes et maintenues à l'obscurité produisent encore les mêmes impressions photographiques. Voici comment j'ai été conduit à faire cette observation. Parmi les expériences qui précèdent, quelques-unes avaient été préparées le mercredi 26 et le jeudi 27 février et, comme ces jours-là, le Soleil ne s'est montré que d'une manière intermittente, j'ai conservé les expériences toutes préparées et rentré les châssis à l'obscurité dans le tiroir d'un meuble, en laissant en place les lamelles de sel d'uranium. Le Soleil ne s'étant pas montré les jours suivants, j'ai développé les plaques photographiques le 1er mars, en m'attendant à trouver des images très faibles. Les images apparurent au contraire, avec une grande intensité.

Une hypothèse qui se présente assez naturellement à l'esprit serait de supposer que ces radiations, dont les effets ont une grande analogie avec les effets produits par les radiations étudiées par MM. Lénard et Röntgen, seraient des radiations invisibles émises par phosphorescence, et dont la durée de persistance serait infiniment plus grande que la durée de persistance des radiations lumineuses émises par ces corps. Toutefois les expériences présentes, sans être contraires à cette hypothèse, n'autorisent pas à la formuler… »

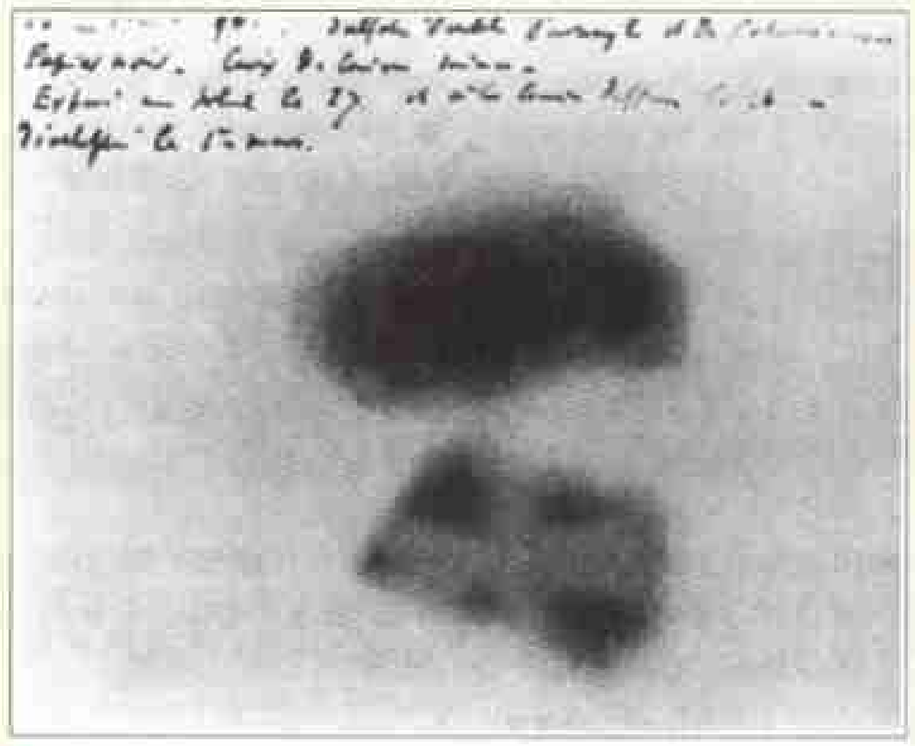


Fig. 1 Vue des plaques photographiques de Henri Becquerel développées le 1er mars 1896.

▶ Questions

1. Schématiser la première expérience décrite par Henri Becquerel.

2. Quel est le fait qui lui paraît particulièrement important ? Préciser les paramètres constants et les paramètres variables par rapport à l'expérience décrite précédemment.

3. Quelle hypothèse Becquerel émet-il ? En a-t-il la preuve expérimentale ?

4. On sait de nos jours qu'il s'agit du phénomène de radioactivité.

a. Ce phénomène dépend-il du sel d'uranium choisi ?

b. L'uranium $^{238}_{92}U$ est radioactif α. Écrire l'équation de sa désintégration.

c. Est-ce que ce sont les particules α qui sont responsables de l'impression de la plaque photographique dans l'expérience de M. Becquerel ? Justifier votre réponse.

d. Donner la composition du noyau fils obtenu.

e. Le noyau fils obtenu est radioactif β^-. Écrire l'équation nucléaire de désintégration.

Quels éléments beaucoup plus radioactifs que l'uranium Pierre et Marie Curie mettront-ils en évidence dans le minerai d'uranium ?

DOC 2

Les premiers β^+

En 1934, Irène et Frédéric Joliot-Curie découvraient le phénomène de la radioactivité artificielle. Cette découverte leur valut, l'année suivante, le prix Nobel de Chimie. Voici un extrait de la Conférence Nobel, prononcée, à cette occasion, le 12-12-1935.

«En étudiant les transmutations avec émission de neutrons produites dans les éléments légers irradiés par les rayons α, nous avons remarqué certaines difficultés d'interprétation pour l'émission de neutrons par le fluor, le sodium et l'aluminium. L'aluminium peut se transformer par capture d'une particule α et expulsion d'un proton en un atome stable de silicium.

Au contraire, s'il y a émission d'un neutron, le produit de la réaction n'est pas un atome connu.

Reprenant notre hypothèse de la transformation du noyau d'aluminium en noyau de silicium, nous avons supposé que le phénomène se produit en deux temps : il y a d'abord capture de la particule α et expulsion instantanée du neutron, avec formation d'un atome radioactif qui est un isotope du phosphore de masse 30, alors que l'atome stable de phosphore a une masse égale à 31. Ensuite cet atome instable, ce radioélément nouveau, que nous avons appelé radiophosphore, se désintègre… ».

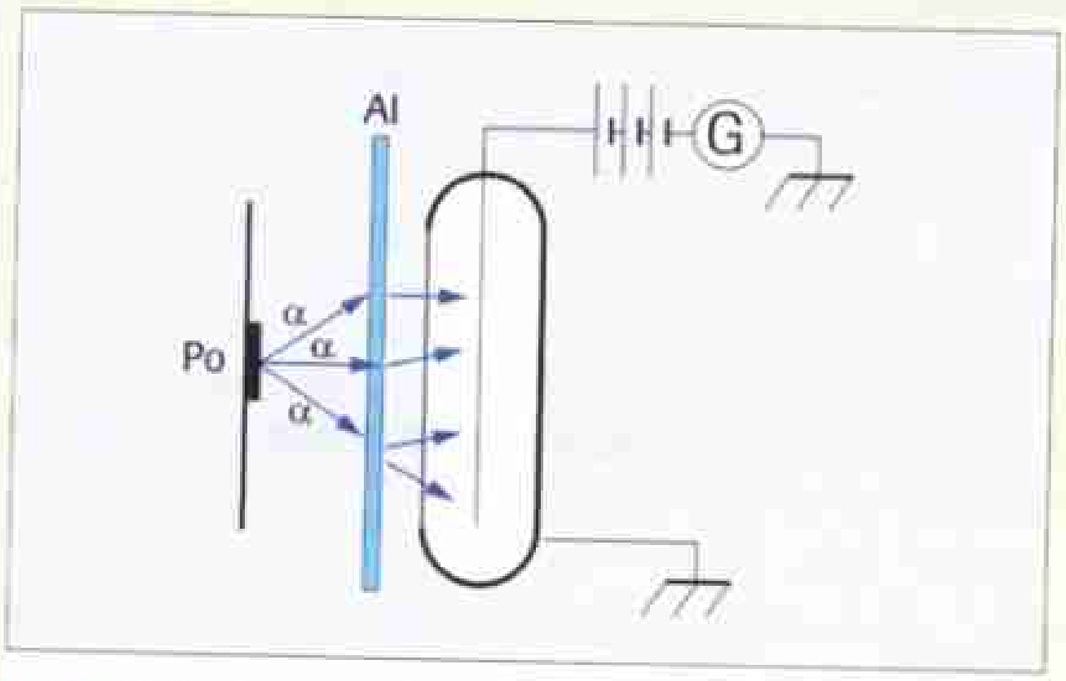


Fig. 2 L'aluminium irradié par des particules α devient lui-même radioactif. Un élément radioactif nouveau a été créé.

▶ Questions

1. Donner, à partir du texte, une définition d'une transmutation.

2. La première étape de la transformation supposée s'écrit : $^{27}_{13}Al + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{30}_{15}P + ^{1}_{0}n$.

Quelle est la différence avec une désintégration radioactive ?

Les lois de conservation de Soddy sont-elles vérifiées ?

3. Le phosphore 30 est radioactif, il se désintègre en silicium 30 stable.

Écrire l'équation de la réaction nucléaire de sa désintégration. Quelle est son type de radioactivité ?

DOC 3

Isolement chimique du phosphore 30

C'est par un procédé chimique qu'Irène et Frédéric Joliot-Curie ont identifié le phosphore 30.

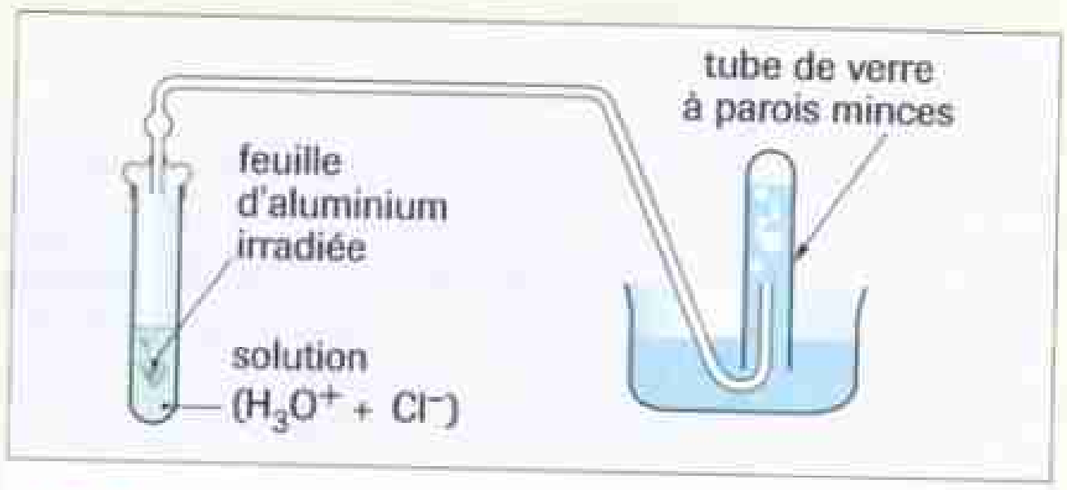


Fig. 3 Schéma de l'expérience.

L'action de l'acide chlorhydrique sur la feuille d'aluminium irradiée ne donne pas du dihydrogène pur comme c'est le cas avec une feuille d'aluminium pure et non irradiée. On décèle dans le dégagement gazeux des traces de phosphine PH_3 radioactif (fig. 2).

▶ Questions

1. Quelle est la nature de la transformation entre l'aluminium et l'acide chlorhydrique ? Écrire l'équation de la réaction nucléaire.

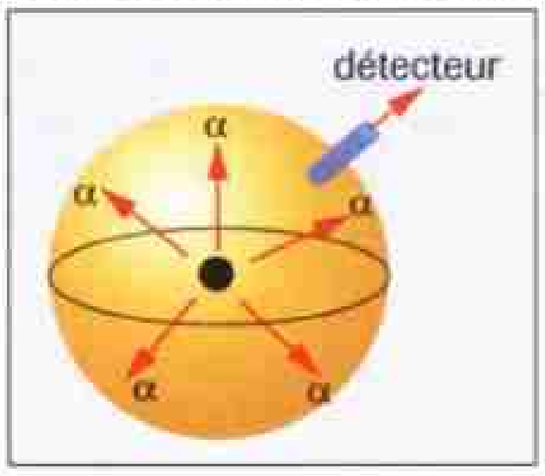
2. Quelle est la nature du rayonnement que l'on peut détecter dans le gaz recueilli ? Justifier votre réponse.

EXERCICE RÉSOLU

Énoncé

Détecteur à scintillation

Une source α de radium $^{226}_{88}$Ra de masse $m = 0{,}01$ mg est au centre d'une ampoule sphérique sous vide. On a placé un détecteur à scintillation à 5,0 cm. L'écran du détecteur en sulfure de zinc scintille quand il est atteint par une particule α. Les signaux lumineux émis sont comptés à l'aide d'un photomultiplicateur.



1. Donner la composition du noyau de radium.

2. Énoncer les lois de conservation lors d'une réaction nucléaire. Écrire l'équation de la désintégration du radium.

3. Le noyau fils obtenu est radioactif α et un certain nombre des noyaux sont obtenus dans un état excité. Quelles autres réactions peut-on écrire ?

4. Sur chaque élément de surface $s = 0{,}02$ mm^2, on observe en moyenne 14 scintillations en une minute. En admettant que la seule source de particules α soit l'échantillon de radium et qu'il émette de manière identique dans toutes les directions, déterminer le nombre moyen de particules α émises par l'échantillon de radium en une minute.

5. Évaluer la masse de radium restant au bout d'une minute. Commenter ?

6. Combien de désintégrations par seconde a-t-on en moyenne dans 1 g de radium ?

Données

- *Surface de la sphère de rayon R :* $S = 4\pi R^2$;
- *Masse molaire atomique du radium :* 226 g·mol^{-1} ;
- *Nombre d'Avogadro* $\mathcal{N}_A$: $6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1}.

Solution

1. Composition du noyau $^{226}_{88}$Ra :
$A = 226$, $Z = 88$: le noyau contient 88 protons et 138 neutrons ($A - Z$).

2. Il y a conservation des nombres de charge et de nucléons :

$$^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^{4}_{2}\text{He}.$$

3. Le radon est lui-même radioactif α et un certain nombre de noyaux sont dans un état excité. On a donc une nouvelle source de rayonnement α et une émission de rayonnement γ :

$$^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow {}^{218}_{84}\text{Po} + {}^{4}_{2}\text{He}; \quad \text{Rn}^* \rightarrow \text{Rn} + \gamma.$$

4. Seule une petite fraction du nombre N des particules α émises passe par la fenêtre du détecteur.
Considérons la surface S de la sphère de rayon $R = 5{,}0$ cm. Toutes les particules N émises traversent cette surface mais seulement une petite fraction de ces particules traversent la surface s du détecteur. Notons n le nombre de particules traversant la surface s.
Le nombre de particules qui traversent est proportionnel à la surface :

$$\frac{N}{S} = \frac{n}{s}$$

Le nombre de particules émises vaut $N = \frac{S}{s} \times n$ avec $S = 4\pi R^2$.

Application numérique :

$$N = \frac{4 \times \pi \times (5 \times 10^{-2})^2}{0{,}02 \times 10^{-6}} \times 14 = \mathbf{2{,}2 \times 10^7\ désintégrations \cdot min^{-1}}.$$

5. Masse m_1 de radium restant au bout d'une minute :

$$m_1 = m_0 - m_{\text{désintégrée}} \quad \text{avec} \quad m_{\text{désintégrée}} = \frac{M}{\mathcal{N}_A} \times N$$

Application numérique :

$m_1 = 0{,}01 - \frac{2{,}2 \times 10^7}{6{,}02 \times 10^{23}} \times 226 \times 10^3 = 0{,}01 - 8 \times 10^{-12} = 0{,}01$ mg ; la variation de masse n'est pas mesurable.

6. Nombre moyen de désintégrations par seconde dans un gramme de radium :

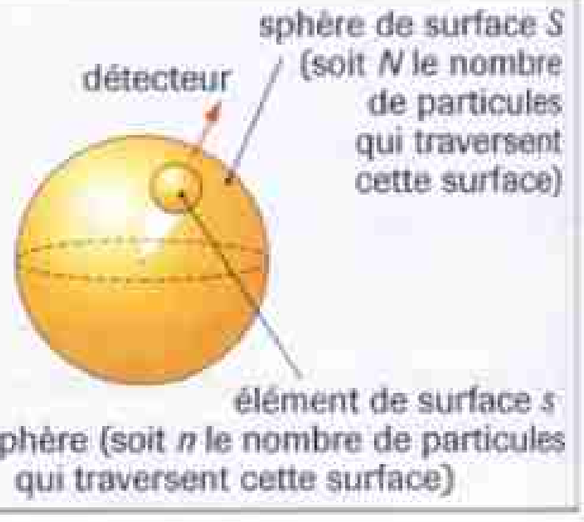
$N = \frac{2{,}2 \times 10^7 \times 1 \times 10^5}{60} = 3{,}7 \times 10^{10}$ désintégrations par seconde et par gramme de radium.

Commentaires

On obtient l'élément correspondant à $Z = 86$ qui est deux cases avant le radium dans la classification périodique : le radon.

On néglige le nombre de particules α produites par les descendants du radium : radon, polonium etc...

À une distance donnée, la probabilité pour une particule de passer par la fenêtre du détecteur est proportionnelle à la surface de sa fenêtre.



Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. Un noyau de symbole ${}^{A}_{Z}X$ est constitué de $A - Z$ ... et de Z ... .
b. Des ... diffèrent uniquement par leur nombre de neutrons.
c. La radioactivité est un phénomène concernant exclusivement le .... On ne peut pas prévoir l'instant de sa désintégration, on dit que c'est un phénomène ... .
d. Lors d'une réaction nucléaire, il y a conservation des nombres de ... et de ... .

2 Vrai ou faux ?

a. Un élément chimique est caractérisé par son nombre de charge Z et un noyau par son nombre de nucléons A.
b. Lors d'une désintégration α, il y a émission d'un noyau d'hélium et d'un rayonnement γ.
c. On peut arrêter la désintégration radioactive d'un échantillon en le refroidissant très fortement.
d. La radioactivité β^+ est due à l'instabilité des noyaux possédant trop de protons.

3 QCM

a. Lors d'une désintégration β^-, il y a émission de :
❑ ${}^{4}_{2}He$;
❑ ${}^{0}_{1}e$;
❑ ${}^{0}_{-1}e$;
❑ rayonnement γ.
b. L'émission de particules ${}^{0}_{1}e$ correspond à la radioactivité de type
❑ α ;
❑ β^- ;
❑ β^+.
c. L'émission γ est due à la désexcitation
❑ du noyau père ;
❑ du noyau fils ;
❑ de la particule émise.
d. Lors d'une réaction nucléaire, il y a conservation :
❑ de la masse ;
❑ du nombre de nucléons ;
❑ de Z.

4 Apprendre à rédiger

Expliquer la phrase : « la radioactivité est indépendante de la combinaison chimique dans laquelle est engagé le noyau ».

5 Savoir-faire expérimental

Comment mettre en évidence le caractère ionisant du rayonnement radioactif ?

Application des connaissances

Le noyau atomique

6 • Composition des noyaux

a. Donner la composition du noyau ${}^{15}_{7}N$.
Combien l'atome correspondant possède-t-il d'électrons dans le cortège électronique ? Quel est le nom de l'élément ?
b. Même question avec le noyau ${}^{59}_{27}Co$.

7 • Symbole des noyaux

Compléter le tableau suivant :

élément		H		
noyau	${}^{1}_{1}H$			
Z			6	
A				40
nombre de neutrons		1	6	21

8 • Isotopie

On considère les noyaux suivants :
${}^{30}_{15}P$; ${}^{32}_{15}P$; ${}^{58}_{27}Co$; ${}^{58}_{28}Ni$.
a. Déterminer la composition de ces noyaux.
b. Quels sont les noyaux isotopes ?

9 • Élément et isotope

La liste des couples de nombres suivants correspond aux valeurs (Z, A) d'un certain nombre de noyaux.
(26 ; 53) ; (26 ; 59) ; (27 ; 55) ;
(27 ; 61) ; (28 ; 59) ; (28 ; 64).
a. Quels sont les noms des éléments des différents noyaux de la liste ?
b. Donner les isotopes de chaque élément.

10 •• L'eau lourde

Une des variétés de l'eau lourde a pour formule D_2O. Les noyaux de deutérium D ont pour symbole ${}^{2}_{1}H$. L'eau « normale » est formée avec des noyaux ${}^{1}_{1}H$.
a. Qu'est-ce qui différencie ces deux noyaux ? Comment les appelle-t-on ?
b. Justifier le terme *eau lourde*.
c. Il existe plus d'une dizaine de variétés d'eau lourde. À votre avis pourquoi ? Donner la formule d'une autre variété d'*eau lourde* possible.

Transformations radioactives

11 • Équations des désintégrations

a. Écrire l'équation de la désintégration α du radon ${}^{222}_{86}Ra$ et du polonium ${}^{210}_{84}Po$.
b. Écrire l'équation de la désintégration β^- du potassium ${}^{40}_{19}K$ et du césium ${}^{137}_{55}Cs$.
c. Écrire l'équation de la désintégration β^+ du phosphore ${}^{30}_{15}P$ et du cobalt ${}^{53}_{27}Co$.

12 Utiliser les lois de conservation

Compléter les équations des désintégrations. Indiquer la nature de la transformation.

a. $^{\dots}_{\dots}\text{Th} \rightarrow {}^{219}_{\dots}\text{Ra} + \dots$;

b. $^{218}_{85}\dots \rightarrow {}^{\dots}_{83}\dots + \dots$;

c. $^{131}_{\dots}\text{I} \rightarrow {}^{\dots}_{\dots}\dots + {}^{0}_{-1}e$;

d. $^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{\dots}_{\dots}\dots + \gamma$;

e. $^{90}_{\dots}\text{Sr} \rightarrow {}^{0}_{-1}\dots + \dots$;

f. $^{\dots}_{10}\dots \rightarrow {}^{19}_{\dots}\dots + {}^{0}_{+1}\dots$;

g. $^{80}_{\dots}\text{Br} \rightarrow {}^{80}_{\dots}\text{Se} + {}^{\dots}_{+1}\dots$

13 Masse molaire et isotopie

L'élément chlore est constitué des isotopes $^{35}_{17}\text{Cl}$ et $^{37}_{17}\text{Cl}$ dans les proportions respectives de 75,8 % et 24,2 %.

a. Rappeler la définition de la masse molaire atomique ?

b. Déterminer la masse molaire « atomique » de l'élément chlore dans les proportions du mélange naturel.

Données

- *Masse molaire du chlore 35 :* $M_{35} = 34{,}97\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- *Masse molaire du chlore 37 :* $M_{37} = 36{,}97\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

La radioactivité artificielle

14 Tomographie par émission de positons

L'eau marquée par l'oxygène 15 permet de visualiser l'irrigation sanguine du cerveau suivant une technique appelée tomographie par émission de positons.

a. Qu'appelle-t-on de l'eau marquée à l'oxygène 15 ?

b. L'oxygène 15 est radioactif β^+. Écrire son équation de désintégration.



c. Quand un positon rencontre un électron, les deux s'annihilent en produisant deux rayons γ qui partent dans des directions opposées.
Schématiser cette information. Comment doit-on placer les caméras pour détecter les coïncidences des émissions.

15 Le lait de Tchernobyl

Lors de la catastrophe de Tchernobyl, l'augmentation de la radioactivité s'est manifestée par des effets externes et internes dus entre autres à la formation d'iode 131 et de césium 137. Le lait est un bon indicateur de pollution.

a. Préciser les expressions contamination externe et contamination interne.

b. Écrire les équations des désintégrations β^- de l'iode 131 et du césium 137.

c. Expliquer pourquoi on observe aussi une émission de rayonnement γ. Écrire les réactions nucléaires correspondantes.

16 Vous avez dit technétium !

Lire l'extrait suivant d'une revue médicale et répondre aux questions.

> En radiothérapie locale où l'objectif est de détruire des cellules malignes, on injecte des radioisotopes β^- en solution comme le phosphore 32 en hématologie. En revanche, l'imagerie médicale consiste à vérifier le fonctionnement d'un organe par une détection externe d'un produit radioactif injecté. On utilise des radioisotopes émetteur de γ ou des émetteurs de positons comme le technétium 99.

a. Pourquoi préfère-t-on détecter des rayons γ plutôt que des rayons β^- en imagerie médicale ?

b. Les hôpitaux reçoivent des générateurs de technétium 99. C'est en fait son précurseur radioactif : le molybdène 99 qui se désintègre. Écrire l'équation de la désintégration qui produit le technétium. Le molybdène 99 est-il un noyau naturel ?

c. Écrire l'équation de la désintégration du technétium 99. Pourquoi ne détecte-t-on que des rayonnements γ à l'extérieur du corps ?

17 Activité Recherche sur Internet

Rechercher les informations suivantes sur les sites Internet du musée Curie http://musee.curie.fr/ ou sur le site du centenaire de la radioactivité http://www.ccr.jussieu.fr/radioactivite/

a. Combien d'éléments comptait la classification périodique à la fin du XIXe siècle ? Combien étaient radioactifs sans qu'on le sache ?

b. Par quel type de procédé P. et M. Curie isolent-ils le radium ? Pour quel travail Marie Curie obtient-elle un deuxième prix Nobel ?

c. Comment Rutherford montre-t-il l'existence d'un noyau au centre de l'atome ?

d. Sur quelle propriété du rayonnement vont reposer les premiers appareils de mesure de la radioactivité ?

e. Quels effets biologiques ont constaté les savants qui étaient exposés aux rayonnements radioactifs ?

f. Quelles ont-été les premières applications de ce rayonnement en médecine ?

g. Préparer quatre questions sur une information concernant le nucléaire qui vous a interpellé au cours de cette recherche. Poser les ensuite à vos camarades.

Problèmes de synthèse

18 Proportions isotopiques

La masse molaire « atomique » de l'uranium (dans les proportions naturelles) vaut $238{,}030\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

L'élément uranium est constitué essentiellement d'un mélange des deux isotopes $^{238}_{92}U$ et $^{235}_{92}U$ dont les masses molaires «atomiques» sont respectivement :

$238{,}050\,8\ g\cdot mol^{-1}$ et $235{,}043\,9\ g\cdot mol^{-1}$.

L'élément uranium contient-il :

a. 38 % d'uranium 238 ?

b. $2 \times 38 = 76$ % d'uranium 238 ?

c. 3 % d'uranium 235 ?

d. 0,7 % d'uranium 235 ?

Conseils

- *Il faut retenir une des quatre hypothèses de manière raisonnée et non au hasard.*
- *Appeler x le pourcentage massique inconnu d'un des deux isotopes.*
- *Exprimer la masse molaire atomique de l'uranium naturel en fonction de x.*
- *Calculer x et choisir la bonne proposition.*

19 Vallée de stabilité

Le diagramme ci-dessous donne les noyaux stables des éléments tels que $1 \leqslant Z \leqslant 8$.

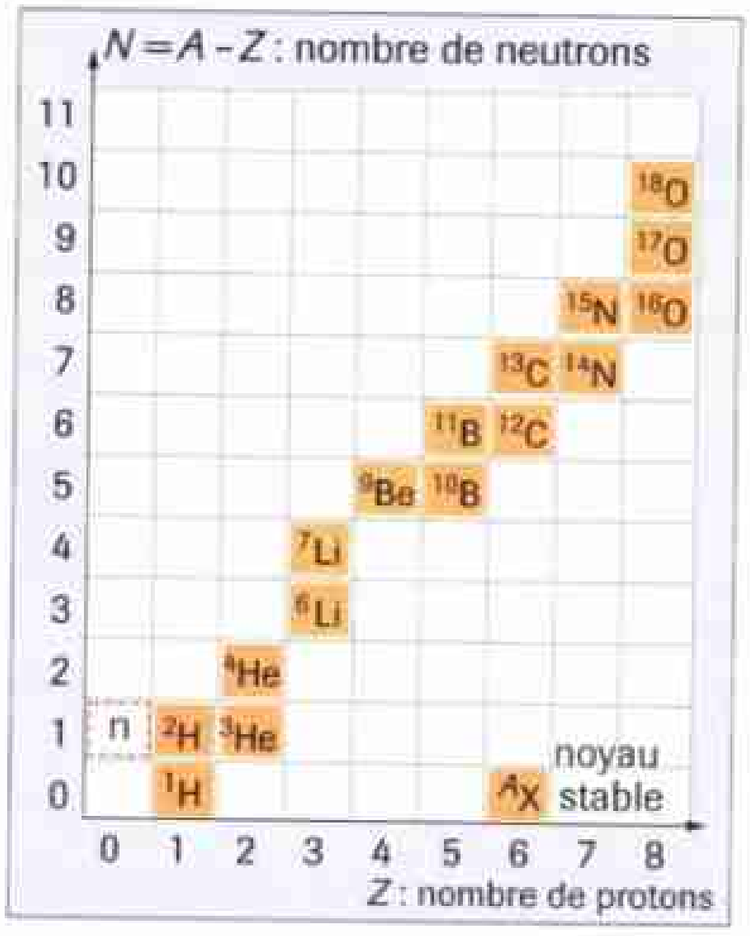
a. Comment sont-ils disposés ?

b. Placer dans ce diagramme les isotopes 11 et 14 du carbone ; 13, 16 et 17 de l'azote ; 15 et 19 de l'oxygène.

c. Quels sont les noyaux radioactifs β^- ? Quels sont les noyaux radioactifs β^+ ? Qu'est-ce qui caractérise chacune des deux catégories ?

d. Écrire l'équation de la désintégration du carbone 14. Sur le diagramme, tracer une flèche symbolisant la transformation. Comment rejoint-on la vallée de stabilité ?

e. Écrire l'équation de la désintégration de l'azote 12. Sur le diagramme, tracer une flèche symbolisant la transformation. Comment rejoint-on la vallée de stabilité ?



20 Famille radioactive

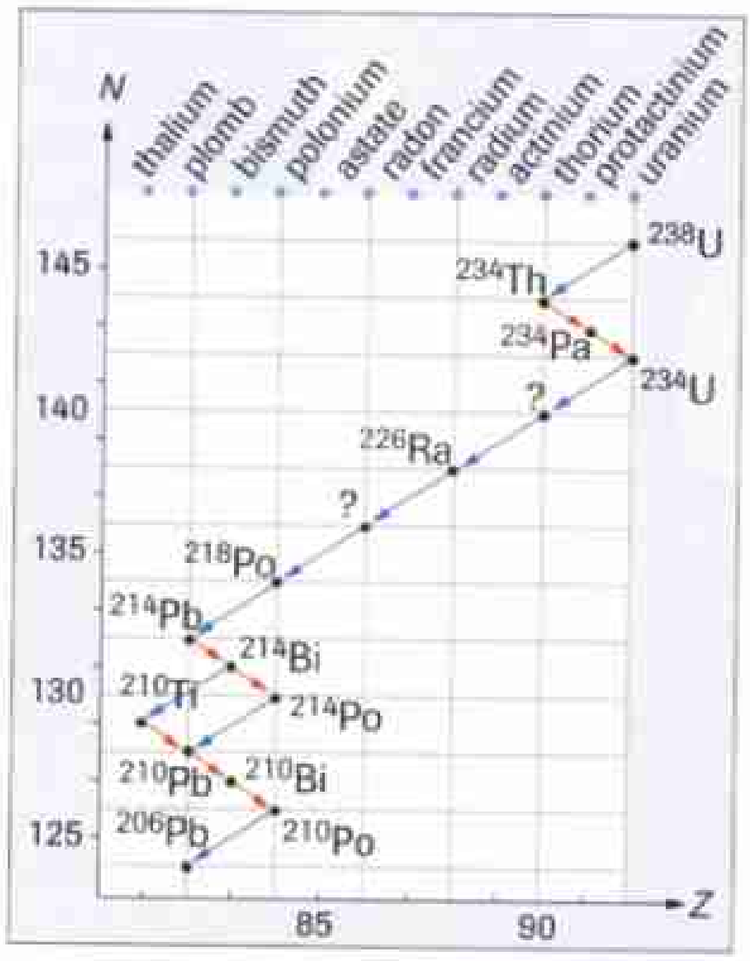
La figure ci-après donne la famille radioactive de l'uranium.

a. Donner la nature des désintégrations successives qui conduisent de l'uranium 238 à l'uranium 234.

b. Trouver le symbole des noyaux manquants.

c. Quel noyau atomique de la famille peut subir deux types de désintégrations radioactives. Écrire les équations des transformations radioactives correspondantes.

d. Pourquoi la famille s'arrête-t-elle au plomb 206 ?



21 Du radon dans les maisons

Le radon de symbole $^{222}_{86}Rn$ est un gaz incolore et inodore issu de la désintégration de l'uranium et du thorium contenus dans l'écorce terrestre. Sa concentration est plus importante si les sous-sols sont granitiques ou schisteux. La CEE recommande de ne pas dépasser une concentration de 400 désintégrations par seconde et par m^3 dans les habitations.



a. À quelle famille chimique appartient le radon ? Qualifier sa réactivité chimique.

b. Donner les deux premiers descendants du radon par radioactivité α.

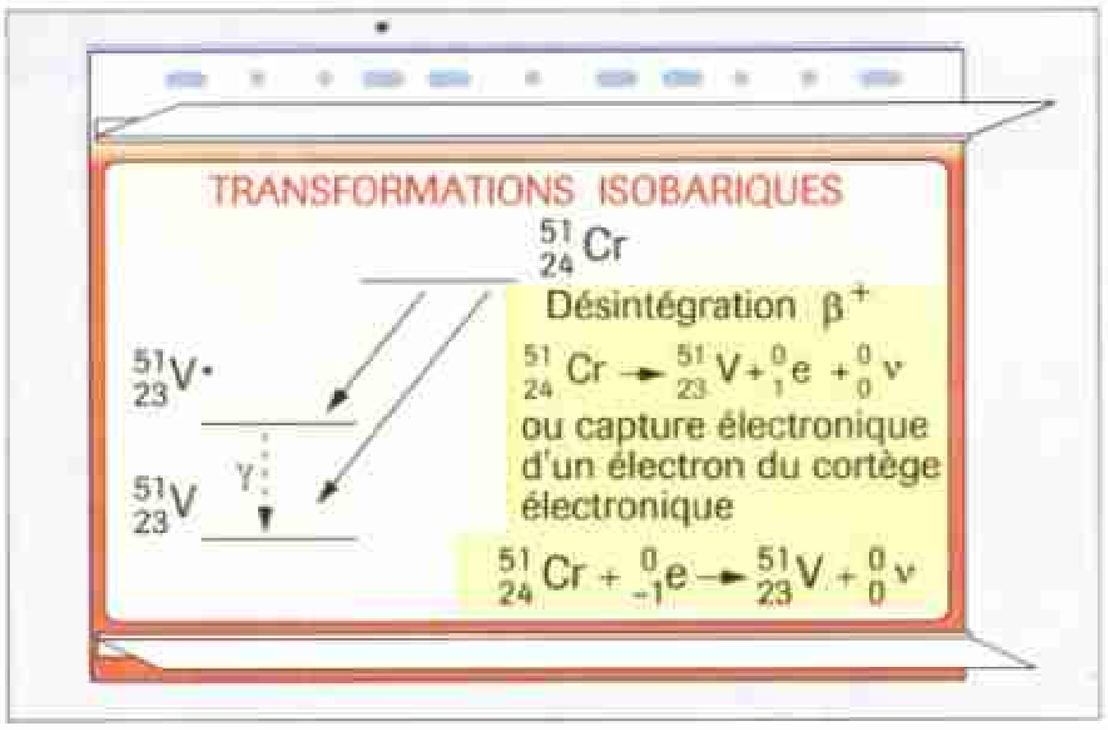
c. Quels sont les modes de contaminations possibles dus au radon et à ses descendants ?

d. Si la limite recommandée par la CEE est atteinte, donner l'ordre de grandeur de la masse de plomb que l'on pourrait obtenir par seconde et par m^3 ?

e. Quelle recommandation élémentaire feriez-vous pour diminuer la radioactivité due au radon dans une maison ?

22 Conversions isobariques

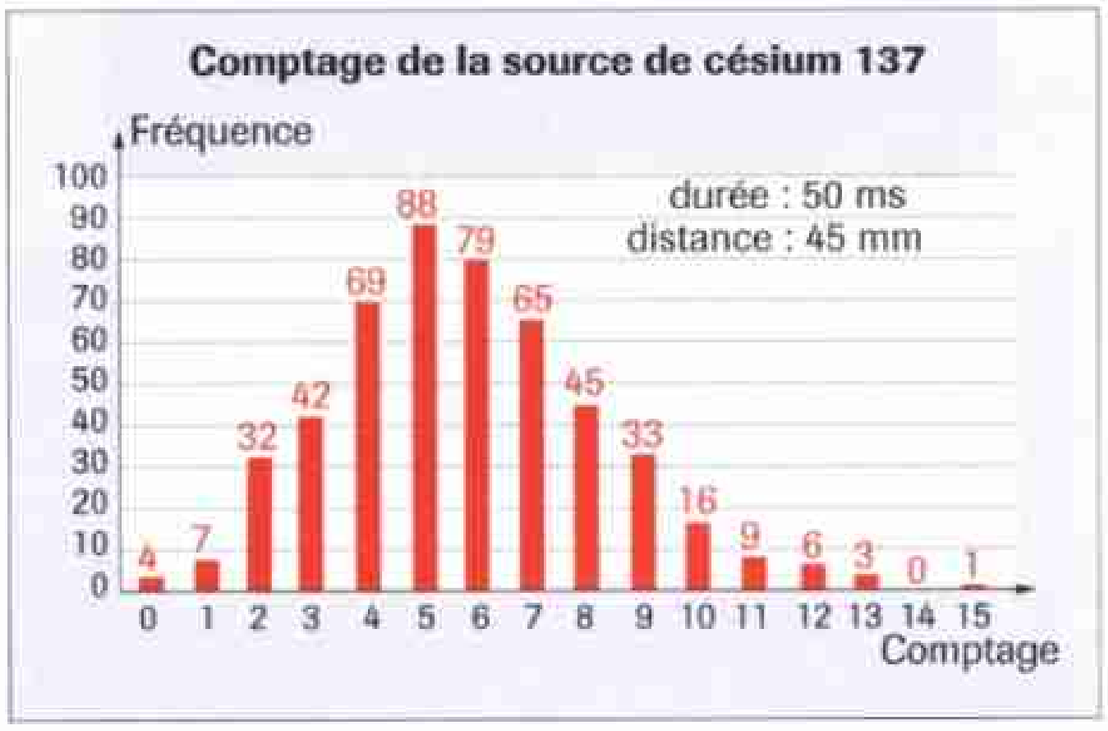
Lors de la présentation orale d'un TPE dont le sujet était en relation avec le comptage des neutrinos provenant du Soleil, des élèves ont eu besoin d'expliquer la capture électronique qui est une réaction nucléaire conduisant au même noyau qu'une désintégration β^+. Ils ont réalisés le transparent suivant. Répondre aux questions que le jury leur a posé au sujet du transparent.



a. Que signifie le mot isobarique?
b. On retrouve le préfixe *iso* dans de nombreux mots comme isotope ou isomère. Pourriez-vous donner la définition de ces mots?
c. Dans la désintégration β^+, le positon est expulsé du noyau. Tout se passe comme si un proton était transformé en neutron dans le noyau. Pourriez-vous écrire cette transformation?

23 Exploitation d'un histogramme de comptage

Lors d'une séance de travaux pratiques, on a réalisé l'histogramme ci-après à partir du nombre de particules détectées pendant des durées de 50 ms par un compteur de radioactivité placé à 45 mm d'une source de césium 137.



a. Quelles sont les particules détectées par le compteur qui proviennent de la source?
b. Quelles sont les valeurs minimales et maximales du nombre de particules détectées?
Quelle est la valeur plus fréquente?
c. Si on effectue une mesure supplémentaire peut-on prévoir sa valeur? Pourquoi?
d. Déterminer la valeur moyenne du nombre de particules détectées et l'écart-type de la série de mesures.
e. Pourquoi a-t-on l'intérêt à faire un grand nombre de comptages?

POUR ALLER PLUS LOIN

24 L'écart à la moyenne à l'aide d'un tableur

On a placé un compteur de désintégration radioactive à 65 mm d'une source. On a réalisé des comptages de durées égales à 1000 ms. Les nombres X_i de particules détectées lors des 35 mesures sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

X_i	110	127	108	102	128	104	109	107	87	116	109	119
X_i	85	104	113	116	113	129	115	101	118	109	135	102
X_i	127	129	122	104	142	102	105	103	111	107	114	...

a. Quelle propriété de la radioactivité met en évidence ce tableau?
b. Peut-on dire que la radioactivité de la source a diminué entre la première et la dernière mesure?
c. Dans un tableur, entrer dans la colonne A les 35 valeurs et déterminer la valeur de la moyenne X_{moy}.
Dans Excel, on peut utiliser la fonction moyenne.
Cliquer dans la cellule A37 et taper = moyenne(A2. A36).

Écart à la moyenne

	A	B	C
1	xi	xmoy-xi	(xmoy-xi)^2
2	110	2,34	5,49
3	127	-14,66	214,83
4	108	4,34	18,86
5	102	10,34	106,97
6	128	-15,66	245,15
34	118	-5,66	32,00
35	109	3,34	11,17
36	135	-22,66	513,35
37	112,34	0,00	146,74

d. Avec la colonne B, déterminer l'écart à la moyenne de chaque mesure.
Dans Excel, cellule B2 taper = A37 – A2 et recopier vers le bas.
Le signe $ indique une référence absolue de cellule, celle où se trouve la moyenne, lors de la recopie vers le bas elle ne sera pas incrémentée comme A2 qui va devenir successivement A3, A4... jusqu'à A36.
e. Calculer en B37, la moyenne de ces écarts. Que constatez-vous? Comment l'expliquez vous?
f. Avec la colonne C, calculer le carré de ces écarts à la moyenne.
Dans Excel, en C2, taper B2^2 et recopier vers le bas.
g. Calculer en C37, la moyenne de ces écarts au carré. Quel est l'intérêt d'élever les écarts au carré? Que faut-il faire pour trouver l'écart-type σ?
h. Donner, avec un nombre de chiffres significatifs cohérents, l'intervalle de confiance à 95 % d'une nouvelle mesure du nombre des désintégrations X_i en admettant qu'il est donné par $X_{moy} \pm 2\sigma$.

CHAPITRE 6

Décroissance radioactive



Une des applications importantes de la radioactivité est la datation. Le carbone 14 permet de dater des événements jusqu'à des milliers d'années dans le passé. Ici les peintures rupestres de la grotte de Lascaux sont datées d'environ 15 000 années.

▶ **Comment les éléments radioactifs nous servent-ils d'horloge ?**

Objectifs

- Connaître la loi de décroissance radioactive.
- Connaître la définition de la demi-vie radioactive.
- Savoir qu'un becquerel représente une désintégration par seconde.
- Expliquer la signification et l'importance de l'activité $\left|\frac{\Delta N}{\Delta t}\right|$ dans le cadre des effets biologiques.
- Expliquer le principe de datation, le choix du radioélément et savoir dater un événement.

Plan du cours

1 Loi de décroissance radioactive

2 Demi-vie radioactive

3 Activité d'une source et effet biologique

4 Datation

Un noyau radioactif est représenté par un dé à jouer. Étudions le comportement macroscopique d'une population de noyaux radioactifs dont le comportement de chacun de ses membres est aléatoire.

Activité

Simulation

Réaliser votre propre simulation, comparer-la à la simulation 1 donnée ci-contre.

- Chaque élève d'une classe se procure 4 à 5 dés à jouer de telle sorte qu'au total, on dispose de cent dés qui vont représenter chacun un noyau radioactif.
- On admet que si un dé donne un 6, cela correspond à la désintégration d'un noyau. Il est alors retiré du lot pour le prochain lancer car il ne peut plus donner la même désintégration.
- Tous les dés sont lancés ensemble, chaque lancer correspondra à une même durée de comptage.
- Pour chaque lancer, noter le nombre de 6 obtenus et retirer les dés correspondants du lot. Calculer le nombre de dés restants (noyaux non désintégrés).
- Compléter un tableau analogue au tableau de la figure 2 et tracer la courbe $N(t)$ correspondant à votre simulation.

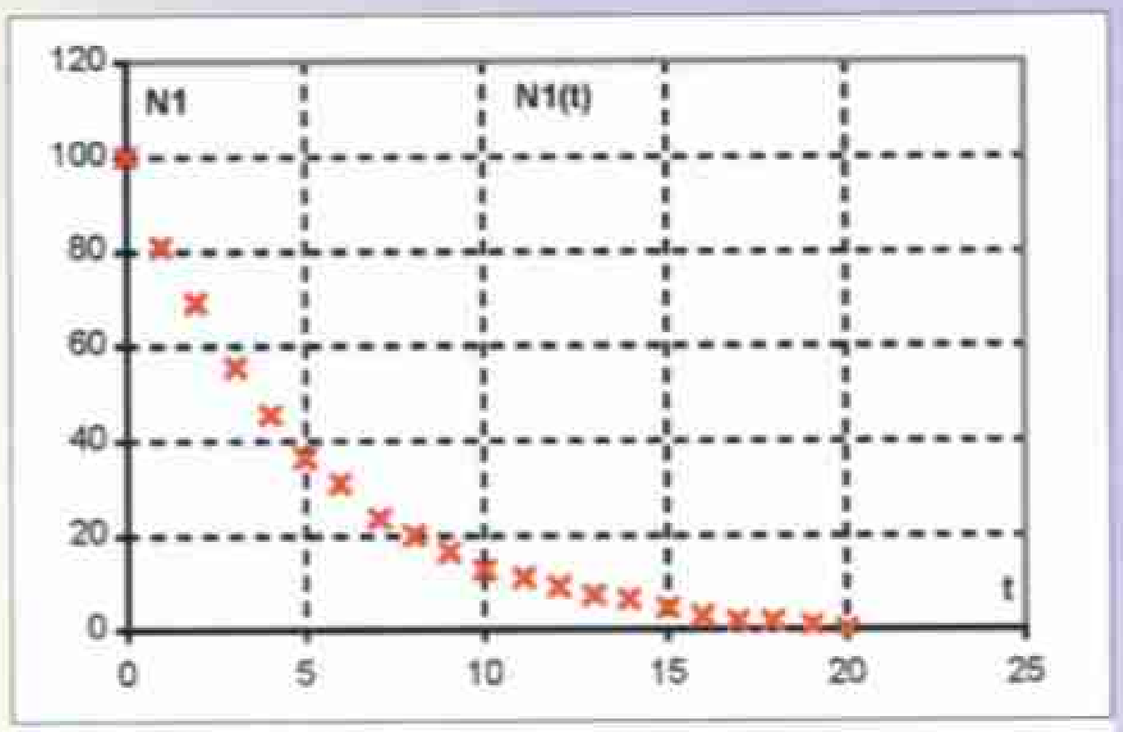


Fig. 1 Courbe $N(t)$ représentant l'évolution de la population pour la simulation 1.



t	Nombre de 6 sortis	Nombre de dés restants
0		100
1	19	81
2	12	69
3	14	55
4	10	45
5	9	36
6	5	31
7	7	24
8	5	20
9	4	16
10	3	13
11	2	11
12	2	9
13	2	7
14	1	6
15	1	5
16	2	3
17	1	2
18	0	2
19	1	1
20	1	0

Fig. 2 Simulation 1 avec $N_0 = 100$.

▶ 1. Questions préalables

a. Est-ce que le hasard régit la sortie des 6?

b. La sortie d'un 6 affecte-t-elle le résultat du dé voisin?

c. Les dés ont-ils la même probabilité de donner un 6?

▶ 2. Exploitation

a. Comparer l'allure des courbes $N(t)$ des deux simulations. Qu'y a-t-il de surprenant?

b. Déterminer graphiquement le temps nécessaire pour passer d'une population de 100 individus à 50, de 80 à 40, de 60 à 30... de N à $\frac{N}{2}$. Que constatez-vous?

c. Quel temps est caractéristique de la décroissance?

Physique et vocabulaire

- **Scintillation** n. f. Lumière brève émise par une substance sous l'effet d'un phénomène ionisant. Certains cristaux produisent une scintillation sous l'action d'un rayonnement radioacif.

L'énigme du chapitre

Est-ce que je pourrais connaître mon âge grâce à la radioactivité?

1 Loi de décroissance radioactive

1. 1. Nombre de désintégrations pendant une durée Δt

Soit un échantillon de noyaux radioactifs. On note comme l'illustre la figure 1 :

- N_0 le nombre de noyaux présents à une date choisie comme date initiale ($t = 0$) ;
- N le nombre de noyaux présents (non désintégrés) à la date t ;
- $N + \Delta N$ le nombre de noyaux présents à la date $t + \Delta t$ (avec $\Delta N < 0$ car N diminue).

Le nombre de noyaux qui se désintègrent entre les dates t et $t + \Delta t$ est donc :

$$N_i - N_f = N - (N + \Delta N) = - \Delta N.$$

Ce nombre est proportionnel :

- au nombre N de noyaux présents (pendant une même durée, le nombre de désintégrations est double dans un échantillon deux fois plus important) ;
- à la durée Δt (pour un même échantillon, le nombre de désintégrations est double pendant une durée double, à condition que Δt soit petit par rapport à t).

On écrit alors :

$- \Delta N = \lambda N \Delta t$	**Le nombre de désintégrations $- \Delta N$ pendant la durée Δt est proportionnel à la durée Δt et au nombre de noyaux présents N.**

λ est la constante radioactive, elle dépend de la nature du noyau radioactif.

Puisque $\frac{- \Delta N}{N} = \lambda \Delta t$, le produit $\lambda \Delta t$ est sans dimension. Si la durée Δt est exprimée en secondes, la constante radioactive est alors en s^{-1}.

Mais on peut aussi exprimer λ en min^{-1}, h^{-1}, $jour^{-1}$ ou an^{-1} (fig. 2).

■ **Remarque**

On peut caractériser un noyau radioactif soit par sa constante radioactive λ, homogène à T^{-1} (temps à la puissance $- 1$), soit par son inverse $\tau = \frac{1}{\lambda}$ appelé **constante de temps**, homogène à un temps.

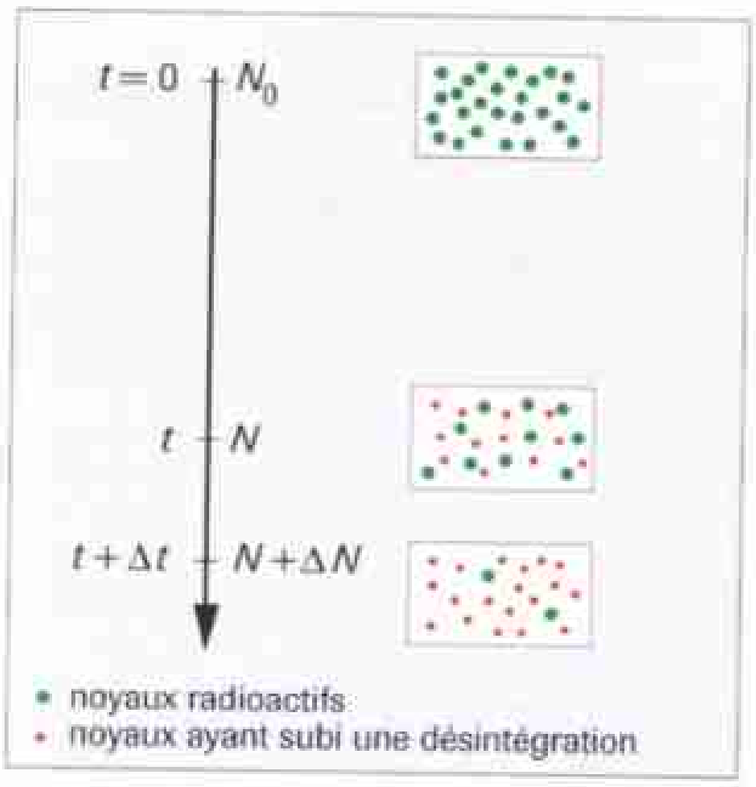


Fig. 1 Le nombre de désintégrations pendant une durée Δt vaut $- \Delta N$.

noyau radioactif	constante radioactive λ
uranium 238	$1,5 \times 10^{-10}\ an^{-1}$
carbone 14	$1,2 \times 10^{-4}\ an^{-1}$
radium	$4,3 \times 10^{-4}\ an^{-1}$
césium 137	$2,3 \times 10^{-2}\ an^{-1}$
iode 131	$8,5 \times 10^{-2}\ jour^{-1}$
polonium 212	$2,3 \times 10^{6}\ s^{-1}$

Fig. 2 Valeurs de la constante radioactive λ pour différents noyaux radioactifs.

1. 2. Que mesurent les compteurs ?

Il existe différents types de détecteurs de radioactivité, on peut citer :

- les tubes compteurs à gaz (le rayonnement radioactif ionise un gaz contenu dans une ampoule comme dans le compteur Geiger-Müller) ;
- les scintillateurs couplés à des photomultiplicateurs (le rayonnement radioactif provoque une brève émission de lumière par certains corps comme le sulfure de zinc). Un photomultiplicateur permet de détecter et de compter les émissions de lumière.

Quelle que soit leur technologie, ils ne comptent pas le nombre de désintégrations dans une source mais le nombre de particules qui arrivent sur le détecteur et qui sont décelées pendant une durée Δt à l'endroit où ils sont placés (fig. 3).

Le nombre moyen de particules comptées pendant une durée Δt est, dans la plupart des cas, proportionnel au nombre moyen de désintégrations dans une source pendant la même durée.

C'est le cas dans l'expérience suivante où on utilise une fiole à scintillation au sulfure de zinc pour mesurer la radioactivité due au radon contenu dans un échantillon d'air.



Fig. 3 Employé d'une centrale portant un film dosimétrique permettant de mesurer la dose radioactive reçue pendant une certaine durée.

1. 3. Étude expérimentale

Expérience

• Faire le vide dans une fiole à scintillation recouverte intérieurement de sulfure de zinc.
• Enfoncer le manchon qui la coiffe dans la terre sur environ 20 cm.
• Ouvrir le robinet et laisser la fiole se remplir d'air provenant du sol (fig. 4).
• Placer la fiole dans le compteur et relever le nombre de scintillations comptées, par minute, à des intervalles de temps régulièrement espacés sur quelques jours (fig. 5).

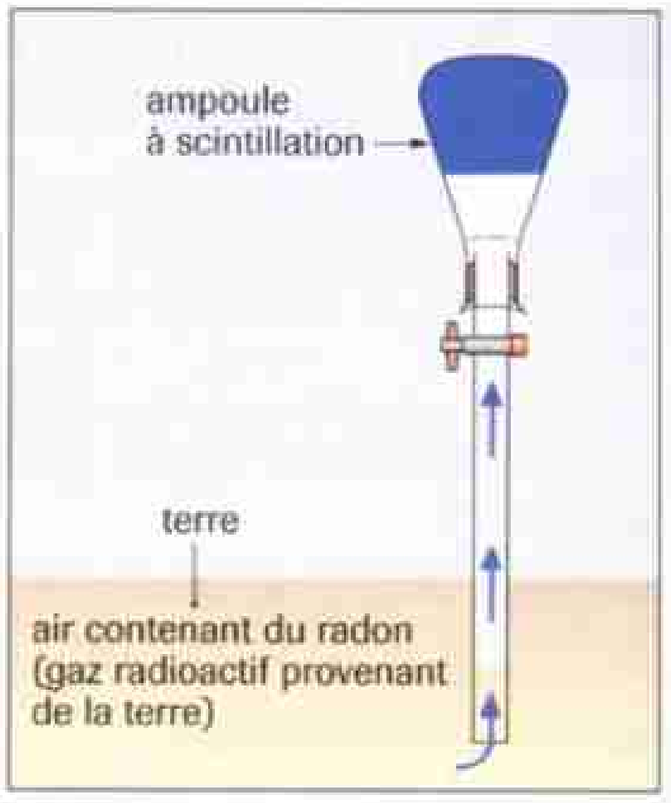


Fig. 4 Prélèvement du radon.

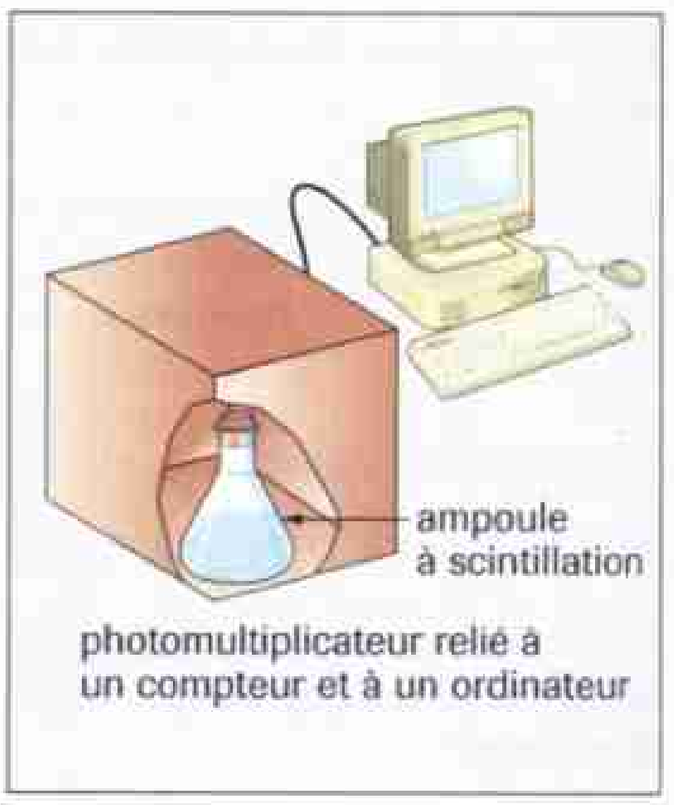


Fig. 5 Comptage du nombre de scintillations par minute, grâce à un photomultiplicateur et un compteur.

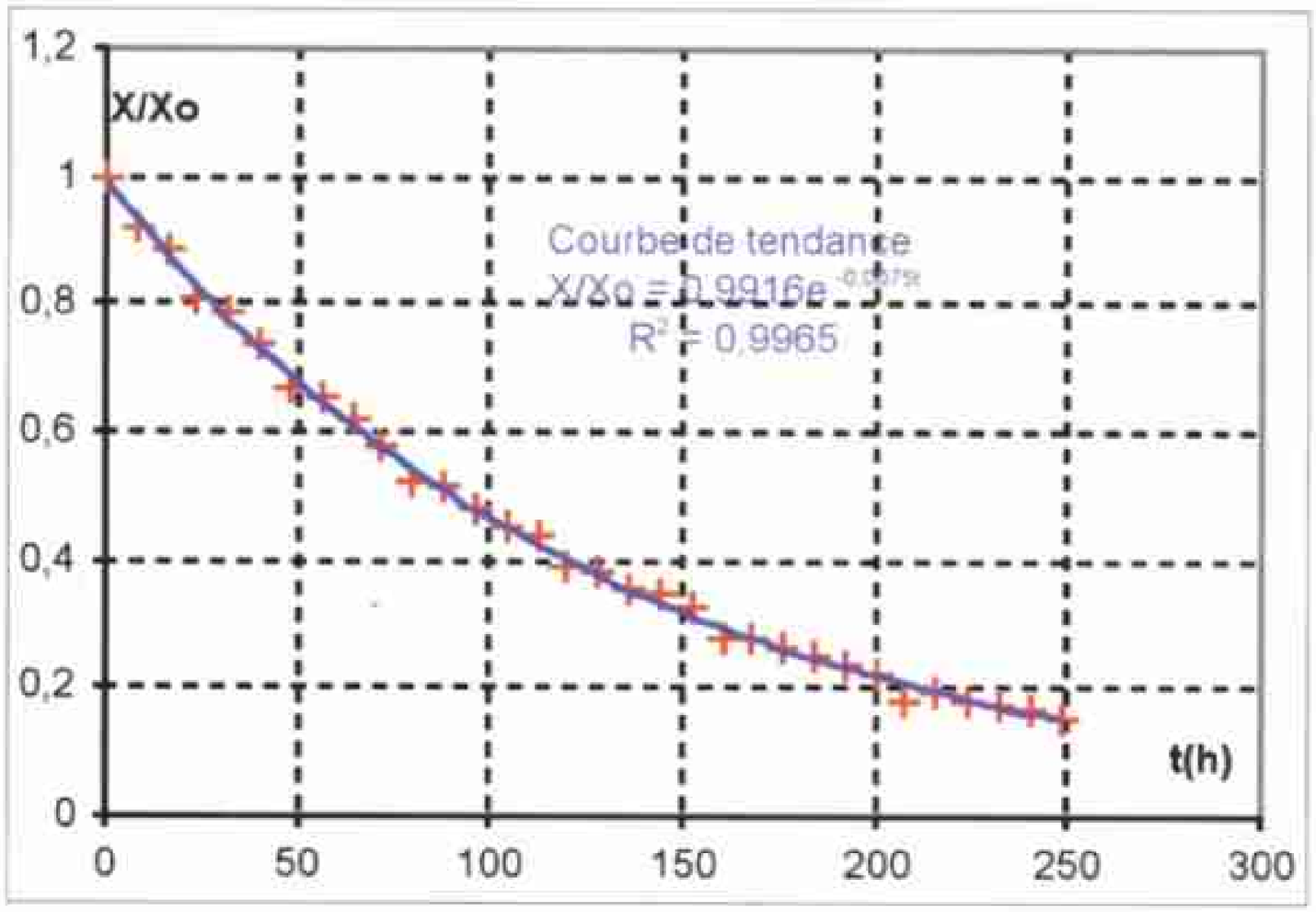


Fig. 6 Courbe donnant les variations relatives X/Xo du nombre de scintillations détectées par minute en fonction du temps. On observe une décroissance modélisable par une fonction exponentielle.

Observation

Le nombre de scintillations détectées par minute décroît de manière exponentielle au cours des quatre jours de l'expérience (courbe de la fig. 6).

Interprétation

La décroissance du nombre moyen X de scintillations détectées par minute est due à la diminution du nombre N de noyaux radioactifs de radon 222 dans l'échantillon.
Le nombre moyen X de scintillations par minute est, dans les conditions de l'expérience, proportionnel au nombre moyen de désintégrations par minute dans l'échantillon, noté $-\frac{\Delta N}{\Delta t}$ et exprimé en désintégrations par minute.

Le nombre moyen de noyaux radioactifs $-\frac{\Delta N}{\Delta t}$ qui se désintègrent pendant une durée Δt décroît de manière exponentielle au cours du temps.

1. 4. Décroissance exponentielle

D'après l'expression $-\Delta N = \lambda N \Delta t$, le nombre moyen N de noyaux radioactifs à un instant est donc donné par l'expression :

$$N = \frac{-\Delta N}{\lambda \times \Delta t}$$

Le nombre moyen N de noyaux radioactifs présents est proportionnel à sa propre variation moyenne $\frac{-\Delta N}{\Delta t}$ pendant la durée Δt.

La fonction mathématique qui a cette propriété est la fonction exponentielle ; ce qui est en accord avec la modélisation de la courbe de la figure 6 obtenue lors de l'étude de la décroissance du radon.

Loi de décroissance radioactive

La désintégration des noyaux radioactifs au niveau microscopique est aléatoire mais au niveau macroscopique le nombre moyen N de noyaux restant dans l'échantillon suit une loi déterminée : la décroissance radioactive est exponentielle.

$$N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

D'après les propriétés de la fonction exponentielle (fig. 7), la durée de désintégration totale d'un échantillon radioactif est infinie quelle que soit la nature de l'échantillon.

Les décroissances peuvent être plus ou moins rapides suivant la nature des noyaux radioactifs. On peut les comparer en utilisant la notion de temps caractéristique pour passer d'une population N à une population $\frac{N}{2}$.

Physique et mathématiques

Par définition, la dérivée de la fonction $N(t)$ par rapport au temps est :

$$N'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

La fonction exponentielle est une fonction telle que :

$$N'(t) = N(t).$$

La dérivée de la fonction e^t vaut $(e^t)' = e^t$.

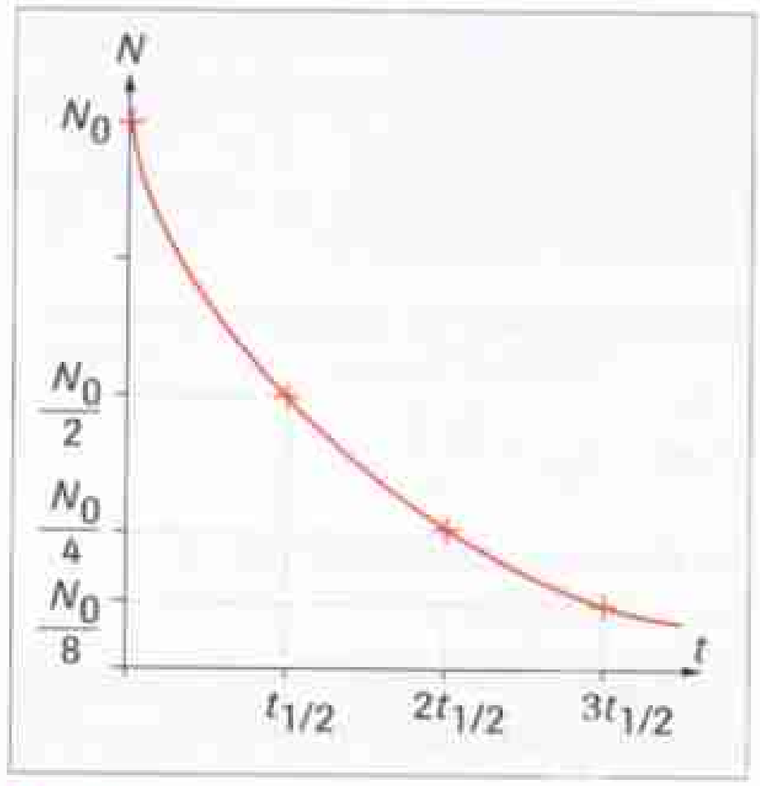


Fig. 7 Décroissance exponentielle du nombre de noyaux d'un échantillon radioactif. Statistiquement, la population est divisée par 2 durant une demi-vie $t_{1/2}$.

2 Demi-vie radioactive

2. 1. Définition

La demi-vie $t_{1/2}$ d'un échantillon de noyaux radioactifs est égale à la durée nécessaire pour que statistiquement la moitié des noyaux de l'échantillon présents à la date t soient désintégrés à la date $t + t_{1/2}$:

$$N(t + t_{1/2}) = \frac{N(t)}{2}$$

Soit, si on dresse un tableau de valeurs à partir d'une date t quelconque on obtient les valeurs du tableau suivant :

t	$t_{1/2}$	$2t_{1/2}$	$3t_{1/2}$	$4t_{1/2}$
N	$\frac{N}{2}$	$\frac{N}{4}$	$\frac{N}{8}$	$\frac{N}{16}$

Au bout de la durée $n\,t_{1/2}$, la valeur du nombre de noyaux présents est égale à $\frac{N_0}{2^n}$.

Il faut une durée infinie pour que l'échantillon soit désintégré. La demi-vie ne correspond pas à la moitié de la durée de vie de l'échantillon (fig. 8).

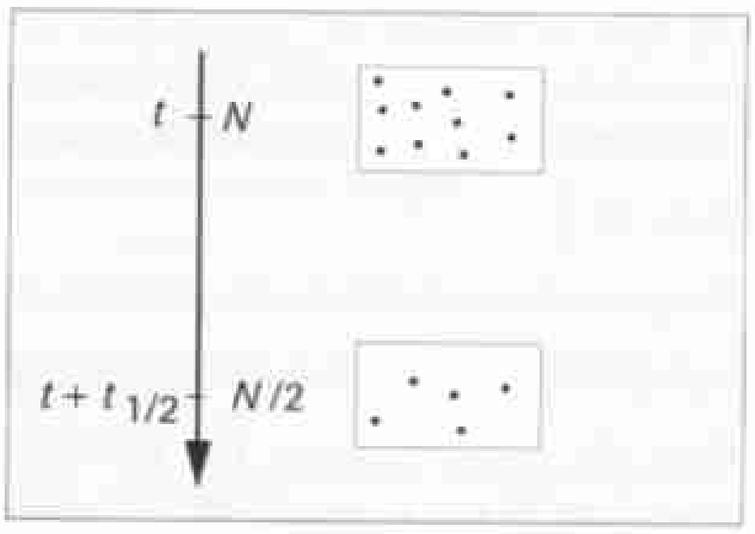


Fig. 8 À la date $t + t_{1/2}$, la moitié des noyaux N présents à la date t se sont désintégrés.

2. 2. Expression de la demi-vie $t_{1/2}$

- À la date t, le nombre moyen de noyaux radioactifs est $N(t)$.
- À la date $t + t_{1/2}$, ce nombre est, par définition, divisé par 2 :

$$N(t + t_{1/2}) = \frac{N(t)}{2}$$

Or d'après la loi de décroissance, on peut écrire :

- à la date t : $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$;
- à la date $t + t_{1/2}$: $N(t + t_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda(t + t_{1/2})}$.

En remplaçant les nombres moyens de noyaux aux instants considérés par leurs expressions exponentielles, on obtient :

$$N_0 e^{-\lambda(t + t_{1/2})} = \frac{N_0 e^{-\lambda t}}{2}$$

En simplifiant, on obtient : $e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$;

d'où : $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

La demi-vie ne dépend que de λ.

La demi-vie radioactive $t_{1/2}$ est une caractéristique de chaque type de noyau radioactif. Elle ne dépend que de la constante radioactive λ :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Le tableau de la figure 9 donne la demi-vie de quelques noyaux radioactifs. Les demi-vies peuvent avoir des valeurs très différentes : de quelques fractions de seconde à quelques milliards d'années.

noyau radioactif	demi-vie $t_{1/2}$
uranium 238	$4{,}5 \times 10^9$ ans
carbone 14	5 600 ans
radium	1 620 ans
césium 137	30 ans
iode 131	8,1 jours
polonium 212	3×10^{-7} s

Fig. 9 La durée de la demi-vie radioactive est très différente d'un noyau radioactif à l'autre.

▶ *Voir exercice n° 9, page 108*

■ **Remarque**

Les noyaux instables dont la demi-vie est de l'ordre de grandeur de l'âge de la Terre (c'est le cas de l'uranium) n'ont pas eu le temps de tous disparaître depuis leur formation.

2. 3. Pourquoi dit-on qu'un noyau radioactif ne vieillit pas ?

Considérons un échantillon de N_0 noyaux de césium 137 dont la demi-vie est de 30 ans.

Au bout de 30 ans, si l'échantillon est suffisamment grand, statistiquement la moitié de l'échantillon s'est désintégrée.

Pour un noyau donné, la probabilité de se désintégrer pendant ces 30 ans est donc de $\frac{1}{2}$.

Supposons que le noyau en question existe toujours à l'issue de ces 30 ans, la probabilité pour qu'il se désintègre dans les 30 ans à venir est toujours de $\frac{1}{2}$.

Bien sûr, pour l'homme, il n'en est pas de même, la probabilité de mourir entre 0 et 30 ans n'est pas la même qu'entre 30 et 60 ans.

C'est pour cette raison qu'on dit souvent qu'**un noyau radioactif ne vieillit pas**.

3 Activité d'une source et effet biologique

Les effets biologiques du rayonnement radioactif sur un organisme dépendent de nombreux paramètres comme par exemple l'activité de la source.

3. 1. Activité d'une source

DÉFINITION

L'activité A d'une source est égale au nombre moyen de désintégrations par seconde dans l'échantillon :

$$A = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$$

Elle s'exprime en becquerels dont le symbole est Bq.
1 Bq = 1 désintégration par seconde.

Pratiquement, on utilise les multiples du becquerel (fig. 10 et 11).

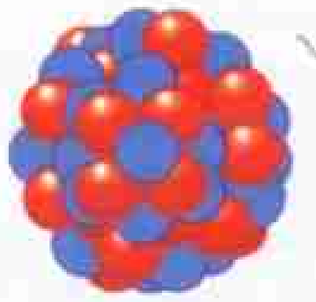


FIG. 10 Le becquerel correspond à la désintégration d'un noyau par seconde.

MULTIPLES DU BECQUEREL

- le mégabecquerel :
  1 MBq = 1×10^6 Bq
- le gigabecquerel :
  1 GBq = 1×10^9 Bq
- le terabecquerel :
  1 TBq = 1×10^{12} Bq

soit 1 000 milliards de Bq.

FIG. 11 Le becquerel est une unité petite ; on utilise le plus souvent les multiples du becquerel.

3. 2. Activité d'une source et dangerosité

Plus l'activité d'une source est grande et plus elle est potentiellement dangereuse (fig. 12).
D'après la relation $-\Delta N = \lambda N \Delta t$, l'activité $A = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$ peut s'écrire :

$$A = \lambda N$$

De cette relation, deux observations peuvent être tirées.

A L'activité suit une loi de décroissance exponentielle

L'activité A et le nombre N de noyaux sont proportionnels à chaque instant.
Comme $N = N_0 e^{-\lambda t}$, on peut écrire en posant $A_0 = \lambda N_0$:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}.$$

L'activité décroît de moitié à chaque demi-vie $t_{1/2}$.

B Dangerosité et demi-vie

En introduisant la demi-vie $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$, on obtient l'expression de l'activité : $A = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \times N$.

À un instant donné, l'activité d'une source dépend de la demi-vie et dépend aussi du nombre de noyaux radioactifs présents. On peut dire que :
• une source de demi-vie courte n'est pas très active à condition qu'elle soit peu abondante.
• une source de très grande demi-vie peut être très active si elle est très abondante.

source	activité
1 litre d'eau minérale	10
1 kg de granit	1 000
1 homme de 70 kg	10 000
50 kg d'engrais phosphaté	100 000
scintigraphie thyroïdienne	$3,7 \times 10^7$
1 g de plutonium	2×10^9

FIG. 12 Ordre de grandeur de l'activité de quelques sources (en Bq).

REMARQUE

L'activité de 1 g de radium de demi-vie 1 620 ans vaut :

$$A = \frac{\ln 2}{1\,620 \times 365 \times 24 \times 3\,600} \times \frac{1}{226} \times 6,02 \times 10^{23} = 3,7 \times 10^{10} \text{ Bq}.$$

L'ancienne unité d'activité : le curie (Ci) correspond à l'activité de 1 g de radium soit 1 Ci = $3,7 \times 10^{10}$ Bq.

▶ *Voir exercice n°8, page 108*

3. 3. Effets biologiques et rayonnement

L'action sur les tissus dépend de plusieurs paramètres :
- du nombre de particules reçues par seconde qui est fonction de l'activité *A* de la source, de la distance à la source et du milieu plus ou moins absorbant de propagation du rayonnement ;
- de l'énergie et de la nature de chaque particule ;
- du fractionnement de la dose reçue ;
- de la nature des tissus touchés.

Le rayonnement radioactif est un rayonnement ionisant qui lors de sa pénétration dans les tissus vivants peut arracher des électrons aux atomes qui constituent les cellules. Les ions ou les radicaux libres créés sont souvent très réactifs et peuvent entraîner des réactions chimiques avec d'autres molécules dont l'ADN.
En médecine, la maîtrise de la zone exposée peut permettre de détruire de manière sélective des cellules cancéreuses (radiothérapie).
Les radioéléments sont utilisés comme traceurs pour étudier le fonctionnement d'un organe (scintigraphie, fig. 13).

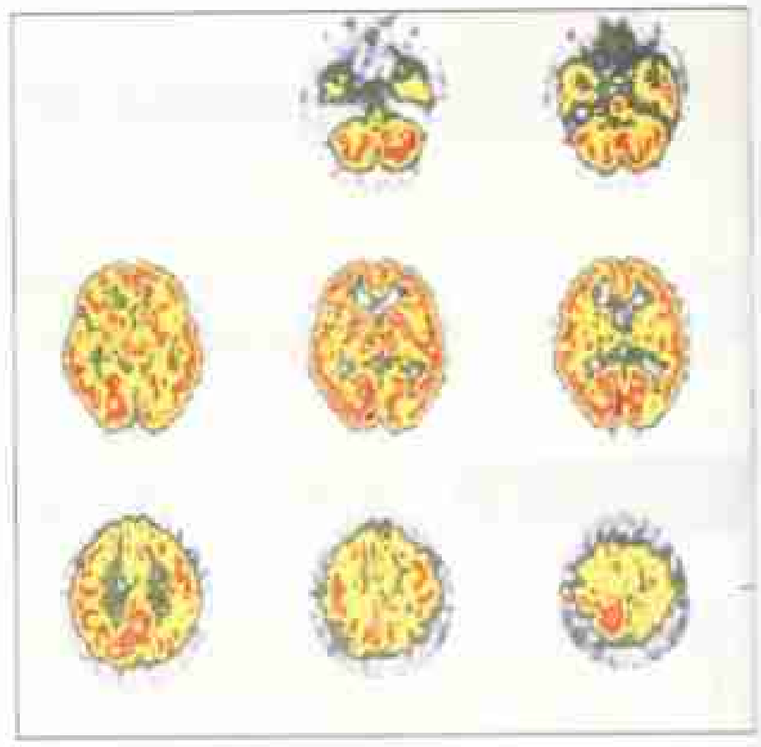


Fig. 13 La scintigraphie peut, par exemple, permettre d'étudier le débit sanguin du cerveau en analysant différentes coupes transversales du cerveau.

4 Datation

4. 1. Principe

Le comportement statistiquement déterminé d'un échantillon de matière radioactive nous a conduit à écrire une loi de décroissance qui est universelle : $N = N_0 e^{-\lambda t}$.
Utiliser un échantillon radioactif en tant qu'horloge, c'est lui demander de nous donner une date *t*.

Mathématiquement, une date *t* est donnée par : $t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{N}{N_0}$.

La détermination de la valeur de la date nécessite :
- un échantillon de noyaux radioactif de constante radioactive λ connue ;
- un moyen de détermination du nombre de noyaux à la date *t* ;
- la connaissance de la population initiale N_0 à la date $t = 0$.

4. 2. Domaine d'utilisation de quelques radioéléments

L'âge estimé de l'échantillon à dater doit être en rapport avec le temps de demi-vie du noyau radioactif ; en effet, au-delà de $10\,t_{1/2}$, on peut considérer que les noyaux radioactifs sont tous désintégrés.
Pour la datation des vieilles roches, plusieurs méthodes reposent sur des isotopes radioactifs (ou radioéléments) dont la demi-vie s'exprime en milliards d'années. On détermine la proportion du couple noyau père / noyau fils comme par exemple : 238 U / Pb 206, 87 Rb / 87 Sr…
L'âge de la Terre a été évalué à 4,5 milliards d'années avec le couple 238 U / 206 Pb de demi-vie $t_{1/2} = 4{,}47$ milliards d'années. Cette méthode peut avoir aussi des applications pratiques (fig. 14).
Pour la datation de matériaux anciennement en équilibre avec l'atmosphère et jusqu'à environ 50 000 ans, on utilise le carbone 14, isotope de courte demi-vie : environ 5 600 ans.



Fig. 14 Le couple radium/thorium, de demi-vie 1 600 ans, permet de déterminer l'âge des homards pour établir les quotas de pêche.

4. 3. Datation au carbone 14

La méthode repose sur deux hypothèses :

- la teneur en carbone 14 des matières carbonées actuelles est très proche de celle des matières carbonées qui constituaient les organismes vivants autrefois.
- la répartition du carbone 14 est homogène dans l'atmosphère.

Dans ces conditions, tout organisme vivant a la même composition isotopique en carbone 14 que l'atmosphère. La composition initiale est donc connue.

À la mort de l'échantillon, le carbone 14 n'est plus renouvelé car les échanges avec l'atmosphère cessent. La teneur en carbone 14 décroît de manière exponentielle, elle est divisée par 2 tous les 5 570 ans. La mesure de l'activité du carbone 14 dans l'échantillon mort permet alors de le dater (fig. 15).



Fig. 15 Momie de Hathon-tsen datée par le carbone 14 à 100 ans avant Jésus-Christ.

Remarques

- De récentes études ont montré que les deux hypothèses n'étaient pas totalement fondées et que certaines corrections doivent être apportées.
- Si la composition initiale n'est pas connue, il faut avoir recours à d'autres méthodes.

Exercice résolu — **Datation d'une éruption volcanique**

Énoncé

La mesure de la radioactivité du carbone 14 dans des bois carbonisés lors d'une éruption volcanique dans le Massif Central donne en moyenne 4,8 désintégrations par gramme et par minute (dpm) alors qu'un bois vivant donne 13,5 dpm en moyenne.

Évaluer la date de l'éruption volcanique.

Donnée

- *Constante radioactive du ^{14}C :* $\lambda = 1{,}24 \times 10^{-4}$ année^{-1}.

Solution

L'éruption volcanique coïncide avec la mort du bois. Sa teneur en ^{14}C décroît suivant la loi de décroissance : $N = N_0 e^{-\lambda t}$, de même que son activité A.

On a donc $A = A_0 e^{-\lambda t}$ avec A en dpm et t en années :

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{A}{A_0}.$$

Application numérique :

$$t = -\frac{1}{1{,}24 \times 10^{-4}} \ln \frac{4{,}8}{13{,}5} \approx \mathbf{8{,}3 \times 10^3 \text{ années}}.$$

L'ESSENTIEL

1 Loi de décroissance radioactive

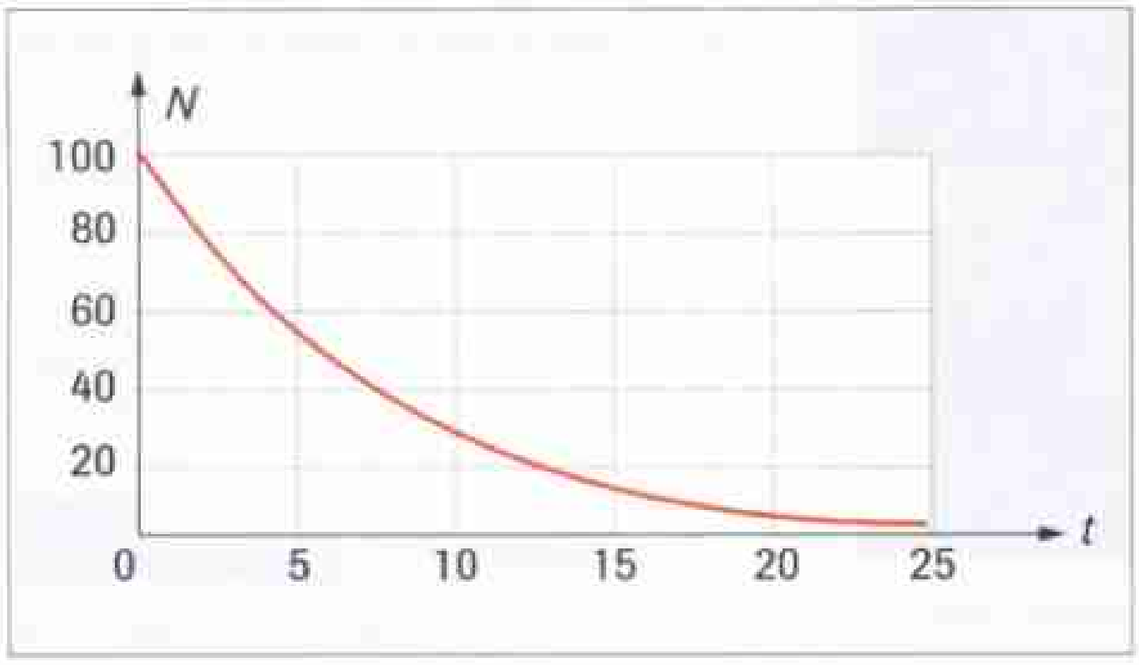
■ Le nombre moyen de désintégrations dans un échantillon est proportionnel au nombre de noyaux dans l'échantillon et à la durée du comptage :

– $\Delta N = \lambda N \Delta t$ λ est la constante radioactive (en s^{-1}).

■ Le nombre moyen de noyaux radioactifs dans un échantillon décroit de manière exponentielle au cours du temps :

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Elle permet de faire des datations.



2 Demi-vie radioactive

■ La demi-vie est la durée nécessaire pour que la moitié de l'échantillon soit statistiquement désintégrée. La demi-vie radioactive est un temps caractéristique de chaque noyau radioactif. Elle ne dépend que de la constante radioactive λ :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

3 Activité d'une source et effet biologique

■ L'activité A d'un échantillon est égale au nombre moyen de désintégrations par seconde :

$$A = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$$

Elle se mesure en becquerels (Bq).

1 Bq = 1 désintégration par seconde

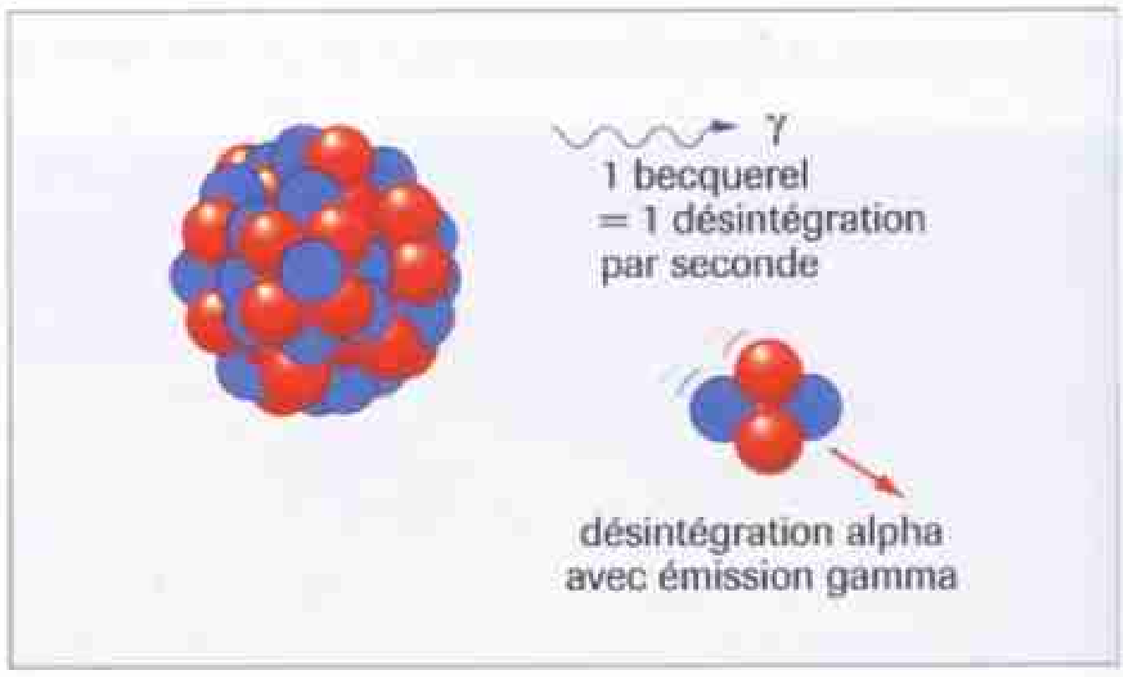
■ L'activité est proportionnelle au nombre de noyaux et inversement proportionnelle à la demi-vie :

$$A = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \times N$$

■ L'activité A suit la même loi de décroissance exponentielle que le nombre de noyaux radioactifs.

Elle est divisée par deux au bout d'une durée égale à la demi-vie.

■ L'action biologique du rayonnement radioactif dépend de l'activité A de la source, de l'énergie du rayonnement et de la manière dont le rayonnement est absorbé.



Le becquerel correspond à la désintégration d'un noyau par seconde.

4 Datation

■ La datation nécessite :

• de connaître la constante radioactive de l'échantillon radioactif utilisé ;

• d'avoir un moyen de détermination du nombre de noyaux radioactifs à la date t ;

• de connaître la valeur N_0 de la population initiale à $t = 0$.

■ La date est donnée mathématiquement par :

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{N}{N_0}$$

Mots-clés

- **Décroissance exponentielle**
- **Demi-vie**
- **Constante radioactive**
- **Becquerel**

▶ *Voir lexique page 380*

La décroissance radioactive du radon

Le radon est un gaz radioactif provenant de la terre, il fait partie de la famille de l'uranium. Combien de temps met-il pour se désintégrer ?

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Manipulation 1

OBJECTIF : Mettre en évidence la loi de décroissance exponentielle à partir du radon radioactif présent dans l'air.

MATÉRIEL

- fiole à scintillation,
- photomultiplicateur relié à un ordinateur.

SCHÉMA DU MONTAGE

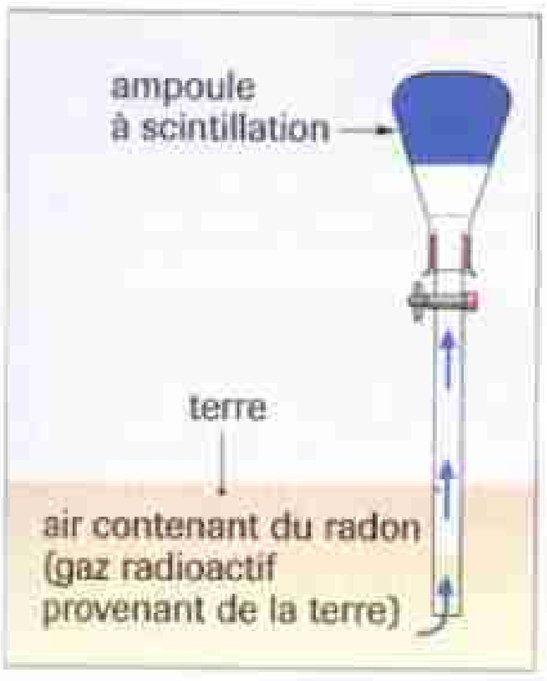


FIG. 1 Étapes 1, 2 et 3.

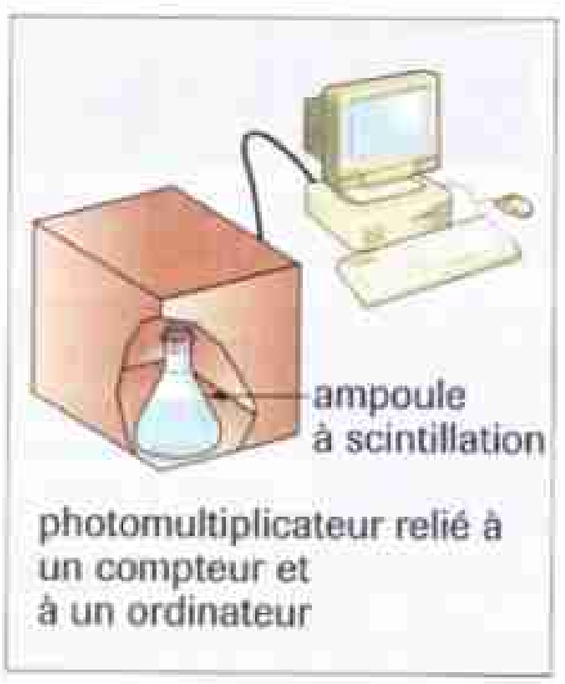


FIG. 2 Étape 4.

1. Faire le vide dans une fiole à scintillation recouverte intérieurement de sulfure de zinc.
2. Enfoncer le manchon qui la coiffe dans la terre sur une longueur d'environ 20 cm.
3. Ouvrir le robinet et laisser la fiole se remplir d'air provenant du sol (fig. 1).
4. Placer ensuite la fiole dans le système de comptage et relever le nombre de scintillations comptées par minute à des intervalles de temps régulièrement espacés sur quelques jours (fig. 2).
5. Tracer la courbe représentant les variations du nombre X de scintillations détectées par minute au cours du temps.

▶ QUESTIONS

1. Écrire l'équation de désintégration α du radon.

2. Expliquer sommairement le principe du détecteur à scintillations utilisé.

3. Modéliser la courbe $X = f(t)$ obtenue grâce à un tableur.

4. Déterminer le temps au bout duquel le nombre moyen X de scintillations détectées est divisé par 2, par 4 et par 8. Que constatez-vous ?

5. On admet qu'à chaque désintégration d'un noyau correspond une scintillation détectée. On note $-\frac{\Delta N}{\Delta t}$ le nombre moyen de noyaux radioactifs qui se désintègrent pendant une durée Δt.

Tracer la courbe $-\frac{\Delta N}{\Delta t} = f(t)$.

6. Montrer que l'aire sous la courbe permet de trouver l'allure de la courbe $N = f(t)$ si on fixe une valeur N_0 initiale.

7. Déterminer le temps de demi-vie du radon, durée nécessaire, statistiquement, pour que la moitié d'un échantillon se désintègre.

Manipulation 2

OBJECTIF : Exploiter des courbes de décroissance radioactive obtenues par simulation.

Pour simuler la décroissance de quelques radioéléments, comme par exemple le béryllium 11 ci-dessous, utiliser un logiciel de simulation sur CD-Rom ou sur Internet à l'adresse : http://www.colorado.edu/physics/2000/isotopes/radioactive_decay3.html.

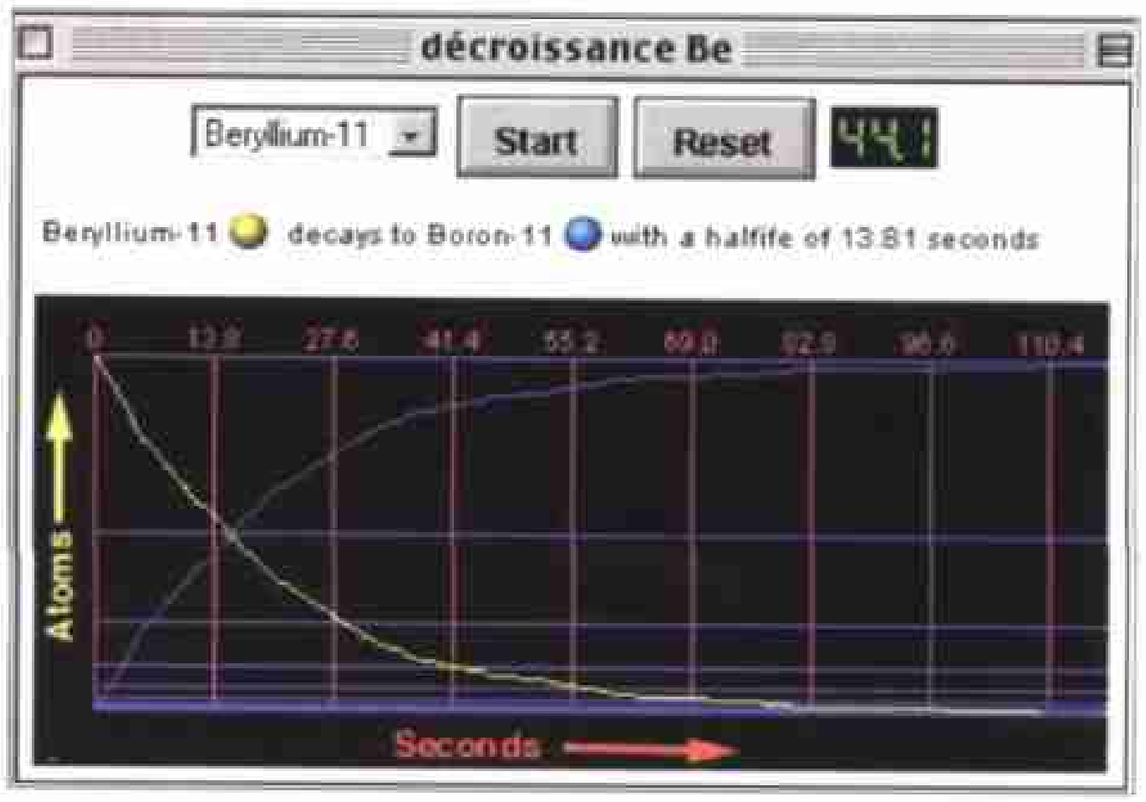


FIG. 3 Décroissance radioactive observée grâce à un logiciel de simulation.

▶ QUESTIONS

1. Réaliser une simulation d'un radioélément dans laquelle le noyau fils n'est pas, lui aussi, radioactif.

Justifier l'allure des courbes donnant les variations des quantités de matière des noyaux père et fils.

2. Faire apparaître la demi-vie radioactive sur ces courbes. Puis déterminer la constante radioactive et la constante de temps du noyau père utilisé.

3. Réaliser une simulation dans laquelle le noyau fils est lui aussi radioactif et expliquer l'allure des courbes obtenues.

BAC

Le rubidium du granit breton

La datation radioactive classique nécessite de connaître les conditions dans lesquelles se trouvait initialement l'échantillon. Ceci oblige à faire des hypothèses qui peuvent être plus ou moins valables. Quand les conditions initiales sont inconnues, quelques méthodes existent.

DOC 1

Le granit du Trégor (Côte d'Armor)

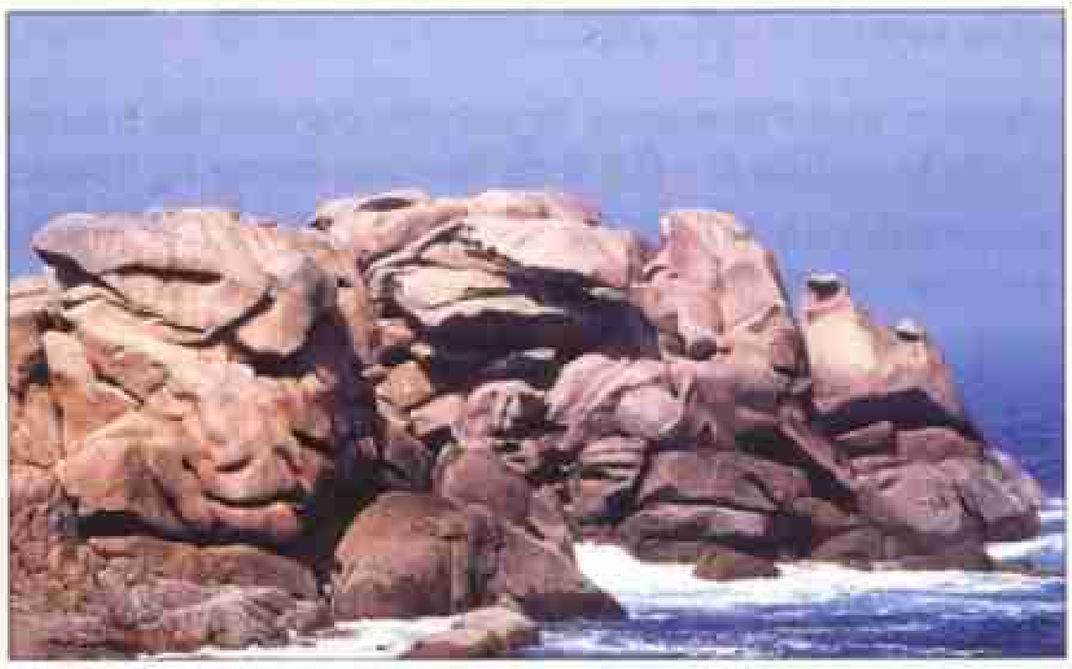


Fig. 1 La côte de granit rose ; celui-ci a été daté grâce à l'utilisation de radioéléments.

Ce granit a été daté à 330 millions d'années, grâce à l'étude des teneurs en rubidium et en strontium.
Lors de sa formation, des noyaux $^{87}_{37}Rb$, $^{87}_{38}Sr$ et $^{86}_{38}Sr$ ont été piégés dans le magma granitique.
Le rubidium est radioactif β^- et donne du strontium $^{87}_{38}Sr$.
Si le système est clos et donc s'il n'y a pas d'échange avec l'extérieur, la teneur isotopique en rubidium diminue et celle en strontium 87 augmente alors que celle du strontium 86 reste stable.
On a d'après la loi de décroissance :

$N_{(^{87}Rb)} = N_{0(^{87}Rb)} e^{-\lambda t}$

$N_{(^{87}Sr)} = N_{0(^{87}Sr)} + N_{(^{87}Sr\ formé)}$

D'un site à un autre, les quantités initiales de rubidium 87 et strontium 87 changent et ne permettent pas l'utilisation directe de la loi de décroissance mais des spécialistes ont établi la relation suivante :

$$\frac{N_{(^{87}Sr)}}{N_{(^{86}Sr)}} = a \times \frac{N_{(^{87}Rb)}}{N_{(^{86}Sr)}} + \frac{N_{0(^{87}Sr)}}{N_{(^{86}Sr)}} \text{ avec } a = e^{\lambda t} - 1.$$

Le tracé de la courbe dite courbe isochrone à partir des mesures des rapports isotopiques effectuées sur un certain nombre d'échantillons permet d'en déterminer la date.

▶ Questions

1. Écrire l'équation de la désintégration du rubidium 87.

2. Exprimer la quantité de strontium 87 formé $N_{(^{87}Sr\ formé)}$ en fonction de $N_{(^{87}Rb)}$ et $N_{0(^{87}Rb)}$.

3. En déduire l'expression établie par les spécialistes.

DOC 2

La courbe isochrone, les résultats

Les rapports des compositions isotopiques sont obtenus directement avec un spectromètre de masse.



Fig. 2 Laboratoire de spectroscopie du Comissariat de l'Énergie Atomique (C.E.A.).

Valeurs obtenues pour 6 échantillons :

$^{87}Rb/^{86}Sr$	2,47	0,209	4,81	4,52	3,38	1,54
$^{87}Sr/^{86}Sr$	0,7167	0,7066	0,7278	0,7267	0,7229	0,7129

Conformément à la relation, les points sont alignés. La pente permet de faire la datation connaissant la valeur de la constante de radioactivité du rubidium 87 ($\lambda = 1{,}42 \times 10^{-11}$ année^{-1}) sans connaître la composition initiale.

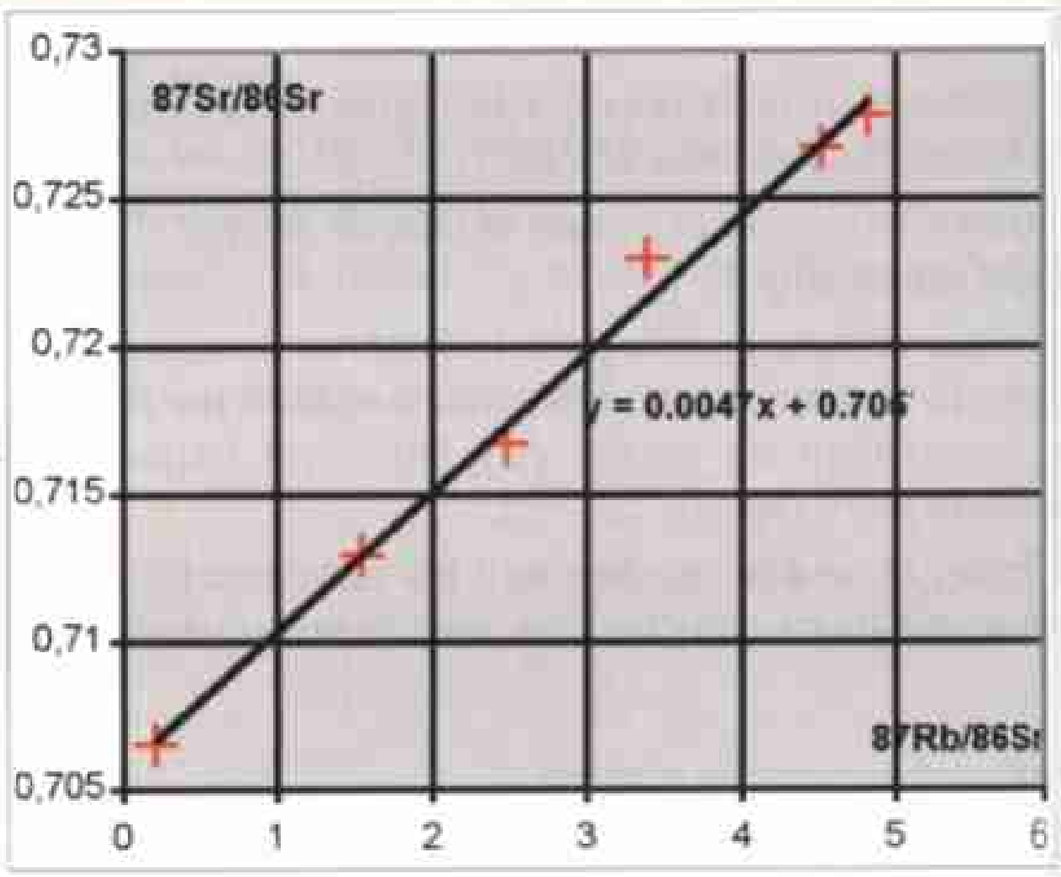


Fig. 3 Courbe isochrone.

▶ Questions

1. Vérifier que l'âge des granits est bien de 330 Mannées.

2. Déterminer la composition initiale $^{87}Sr/^{86}Sr$.

ÉNONCÉ

L'iode et la thyroïde

« L'iode participe à la synthèse des hormones thyroïdiennes comme la tri-iodothyromine. (…) L'apport d'iode est essentiel à l'organisme humain, la captation se fait sous forme d'ions iodure au niveau de la glande thyroïde.

L'iode ne possède qu'un seul isotope naturel : l'iode $^{127}_{53}I$ qui est non radioactif. Par contre, son isotope artificiel l'iode 131 est radioactif β^-. Il est présent lors de tout incident nucléaire et il sert aussi dans de nombreux examens en médecine. Sa demi-vie est de 8,1 jours. »

1. Écrire l'équation de la désintégration de l'iode 131.

2. Quelle glande fixe l'iode dans le corps humain ? S'agit-il d'une transformation nucléaire ou chimique ?

3. La population française vivant dans les environs d'une centrale nucléaire, a reçu des comprimés d'iode 127 (sous forme d'iodure de potassium) à prendre en cas de fuite radioactive d'iode 131. Justifier cette mesure.

4. Définir la demi-vie d'un noyau. De quel(s) paramètre(s) dépend-elle ?

5. Calculer l'activité d'un gramme d'iode 131. Sachant que la scintigraphie des glandes surrénales nécessite une solution d'iode 131 à 37 MBq, quelle masse d'iode 131 est injectée ?

6. À partir de points judicieusement choisis, tracer la courbe donnant la décroissance de l'activité du produit injecté au cours du temps. En déduire graphiquement la date t où l'activité sera divisée par dix.

DONNÉES

- *Masse molaire « atomique » de l'iode 131 :* $M_I = 131\ g \cdot mol^{-1}$.
- *Constante d'Avogadro :* $\mathcal{N}_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$.

SOLUTION

1. $^{131}_{53}I \rightarrow {}^{131}_{54}Xe + {}^{0}_{-1}e$.

2. La glande thyroïde fixe l'iode, il s'agit d'une transformation chimique.

3. L'iode 131 se fixe de la même manière que l'iode 127 sur la thyroïde. La prise de comprimés d'iode 127, selon la posologie indiquée par les médecins, permet de saturer la thyroïde en isotope non radioactif et, donc, d'éviter la fixation d'iode radioactif.

4. La demi-vie radioactive est la durée nécessaire pour que l'activité ou la population d'un échantillon soient statistiquement divisée par 2.

La demi-vie d'un échantillon vaut $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$. Elle ne dépend que de la constante radioactive λ qui est une caractéristique du noyau.

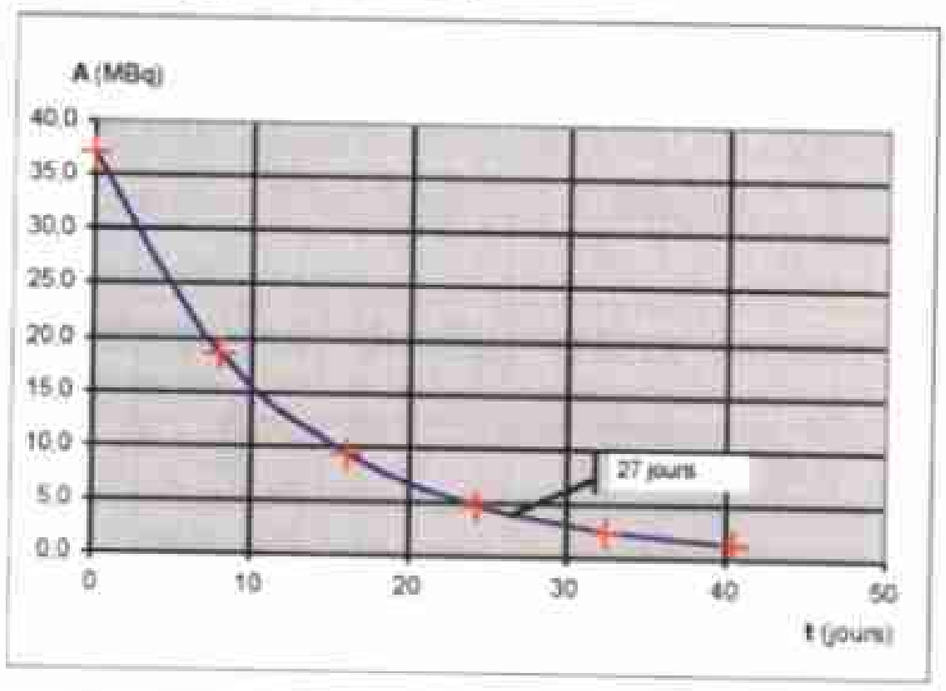
5. L'activité est proportionnelle au nombre N de noyaux radioactifs : $A = \lambda N$ avec N nombre de noyaux d'iode 131 dans $m = 1{,}0$ g et $N = \dfrac{m}{M} \times \mathcal{N}_A$; $A = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}} \times \dfrac{m}{M} \times \mathcal{N}_A$

A.N. : $\boldsymbol{A = \dfrac{0{,}69}{8{,}1 \times 24 \times 3\,600} \times \dfrac{1{,}0}{131} \times 6{,}02 \times 10^{23} = 4{,}5 \times 10^{15}\ Bq.}$

Si l'activité de 1,0 g est de $4{,}5 \times 10^{15}$ Bq, la masse d'iode 131 dans un échantillon d'activité 37 MBq est $m_0 = 1{,}0 \times \dfrac{37 \times 10^6}{4{,}5 \times 10^{15}} = 8{,}1 \times 10^{-9}$ g.

6. Pour tracer la courbe, on choisit les points suivants :

- pour $t = 0$, l'activité A vaut 37 MBq ;
- pour $t_{1/2}$: $A = 18{,}5$ MBq ;
- pour $2t_{1/2}$: $A = 9{,}3$ MBq ;
- pour $3t_{1/2}$: $A = 4{,}6$ MBq ;
- pour $4t_{1/2}$: $A = 2{,}3$ MBq.



On lit graphiquement que A est divisée par 10 et vaut 3,7 MBq au bout de 27 jours.

COMMENTAIRES

La radioactivité est indépendante de la combinaison chimique dans laquelle est engagé le noyau radioactif.

Attention, cela ne correspond pas à la moitié de sa vie.

Exprimer la demi-vie en secondes pour obtenir l'activité en Bq.

Les quantités injectées sont infimes.

On utilise la propriété de la demi-vie.

L'activité est divisée par deux à chaque demi-vie.

On peut raisonner et tracer le graphique en jours et MBq.

EXERCICES

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. La désintégration des noyaux au niveau microscopique est ... mais la décroissance du nombre de noyaux radioactifs dans un échantillon suit une loi ....
b. La ... est la durée nécessaire pour que la moitié de l'échantillon se soit désintégrée.
c. Un ... correspond à une désintégration par seconde. Le nombre moyen de désintégrations par seconde dans une source radioactive s'appelle son ....

2 Vrai ou faux ?

a. Dans un échantillon radioactif, le nombre moyen de désintégrations par seconde est indépendant de la taille de l'échantillon.
b. L'activité d'un échantillon se mesure en secondes.
c. La demi-vie est une durée caractéristique propre à chaque échantillon de noyau radioactif.
d. Les effets biologiques du rayonnement sur l'homme ne dépendent que du nombre de particules reçues.

3 QCM

a. Le nombre moyen de noyaux radioactifs à un instant t est donné par :

❑ $N = N_0 e^{\lambda t}$; ❑ $N = -N_0 e^{\lambda t}$;

❑ $N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; ❑ $N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}$

b. Quelles sont les expressions de τ correctes ?

❑ $\tau = t_{1/2}$; ❑ $\tau = \frac{1}{\lambda}$;

❑ $\tau = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$; ❑ $\tau = \frac{\ln 2}{\lambda}$;

❑ $\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$; ❑ $\tau = \frac{1}{t_{1/2}}$

c. Par définition, l'activité d'une source est égale à :

❑ $-\frac{\Delta N}{\Delta t}$; ❑ $-\frac{\Delta t}{\Delta N}$; ❑ $-N\Delta t$.

d. Une source est d'autant plus active que :
❑ $t_{1/2}$ est plus petit ;
❑ $t_{1/2}$ est plus grand ;
❑ l'échantillon est de plus petite taille ;
❑ l'échantillon est de plus grande taille.

4 Apprendre à rédiger

Expliquer pourquoi on dit qu'un noyau meurt sans vieillir et que la désintégration d'un noyau n'affecte pas celle d'un noyau voisin.

5 Savoir-faire expérimental

Quels sont les trois paramètres dont un opérateur est maître pour se protéger et limiter le rayonnement qu'il pourrait recevoir d'une source radioactive ? Les professionnels désignent ces consignes sous le principe T.E.D.

Application des connaissances

Décroissance radioactive

6 • Comprendre une relation

La loi de décroissance radioactive est donnée par l'expression : $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.
a. Donner la signification des termes $N(t)$, N_0, λ et t.
b. Préciser les unités de chacune de ces grandeurs.
c. Que traduit le signe – dans la relation ?
d. Faire une phrase donnant tous les renseignements contenus dans l'expression mathématique de la loi.
e. Donner l'allure de la courbe $N = f(t)$.

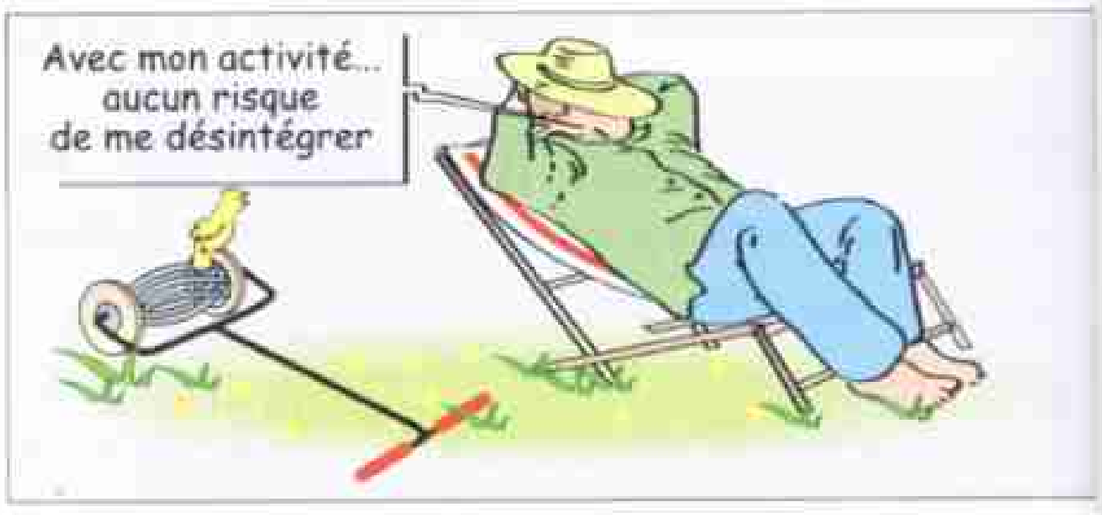
Demi-vie

7 • Demi-vie et constante de temps

La constante radioactive du sodium ^{24}Na est :
$\lambda = 1{,}3 \times 10^{-5}\,s^{-1}$.
a. Calculer la demi-vie radioactive du sodium ^{24}Na.
b. Calculer sa constante de temps.
c. Expliquer la différence entre les deux grandeurs.

8 •• Activité

La constante radioactive λ du phosphore 32 a pour valeur :
$\lambda = 5{,}6 \times 10^{-7}\,s^{-1}$.
a. Donner la définition de l'activité d'un échantillon.
b. Calculer l'activité A_0 d'un l'échantillon de phosphore 32 à la date $t = 0$ si le nombre de noyaux initialement présents vaut $N_0 = 10^{24}$.
c. Déterminer son activité au bout d'une demi-vie $t_{1/2}$ puis de deux demi-vies $2t_{1/2}$.



9 •• Détermination graphique de $t_{1/2}$

On considère une population initiale (à $t = 0$) de $1{,}00 \times 10^{20}$ noyaux de néon 19. Le nombre de noyaux N qui restent à une date t est donné par le tableau suivant :

t (s)	0	5	10	15	20
N	$1{,}00\times10^{20}$	$8{,}25\times10^{19}$	$6{,}80\times10^{19}$	$5{,}61\times10^{19}$	$4{,}63\times10^{19}$

t (s)	25	30	35	40
N	$3{,}82\times10^{19}$	$3{,}15\times10^{19}$	$2{,}60\times10^{19}$	$2{,}14\times10^{19}$

a. Le néon 19 est radioactif émetteur β^-. Écrire l'équation de sa désintégration.

b. Tracer le graphique représentant l'évolution du nombre N de noyaux non désintégrés en fonction du temps. Échelle :

- axe des abscisses : 2 cm ≙ 5 s ;
- axe des ordonnées : 1 cm ≙ 10^{19} noyaux.

c. Déterminer le nombre N de noyaux :

- qui restent à la date $t = 12$ s ;
- désintégrés entre $t = 0$ et $t = 12$ s ;
- désintégrés entre $t = 12$ s et $t = 24$ s.

d. Déterminer la demi-vie radioactive du néon 19.

10 •• Lequel est le plus dangereux ?



On dispose de deux échantillons qui contiennent initialement ($t = 0$) le même nombre de noyaux N_0. Le premier est formé d'iode 131 de demi-vie radioactive $t_{1/2} = 8{,}0$ jours, l'autre est formé de césium 137 de demi-vie $t_{1/2} = 30$ ans.

a. Définir la demi-vie radioactive $t_{1/2}$.

b. Exprimer, en fonction de N_0, le nombre N des noyaux présents dans chaque échantillon aux dates t indiquées dans le tableau.

date t	0	8 jours	1 an	30 ans	300 ans
$N(^{131}I)$	N_0				
$N(^{137}Cs)$	N_0				

c. Lors d'incidents radioactifs, de l'iode 131 et du césium 137 peuvent être rejetés dans l'atmosphère. Lequel de ces deux échantillons vous semble-t-il, à terme, le plus dangereux pour l'homme ?

d. À un instant donné, quel doit être le rapport des deux populations radioactives pour que les deux échantillons aient la même activité ?

11 Exercice de correction

Lire l'énoncé, puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

Énoncé

La quille d'un voilier de course est faite d'uranium 238. Elle a une masse de 6,0 t.

L'uranium 238 est radioactif α, sa demi-vie vaut $t_{1/2} = 4{,}5 \times 10^9$ ans.

a. Rappeler la définition du becquerel.

b. Calculer l'activité de la quille en becquerels. Cette activité est-elle dangereuse ?

Solution annotée d'un élève

a) Un becquerel correspond à la désintégration radioactive d'un noyau par seconde. Bien

b) $A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$ car $N = N_0 e^{-\lambda t}$

soit $A = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \frac{m}{M} \Rightarrow A \approx \frac{\ln 2}{4{,}5 \cdot 10^9} \times \frac{6 \cdot 10^6}{238}$ Non.

$A = 3{,}8\ 10^{-6}$ Bq Appliquez avec rigueur la définition que vous donnez au a)

Cette activité n'est pas dangereuse.

Application de la radioactivité

12 •• Noyaux radioactifs en médecine

Le tableau ci-dessous indique les valeurs de la demi-vie de quelques noyaux radioactifs utilisés en médecine nucléaire.

^{99}Mo	^{99}Tc	^{51}Cr	^{131}I	^{132}I
66 h	6 h	28 j	8 j	140 min

a. Le technétium 99 est obtenu à partir du molybdène 99. Il est utilisé par exemple pour obtenir des images de la ventilation des poumons.

Pourquoi est-il préférable de disposer d'une réserve de ^{99}Mo dans un service médical utilisant le noyau ^{99}Tc ?

b. La durée de vie moyenne des globules rouges dans le sang est de l'ordre de 4 mois. Dans certaines formes d'anémie, elle est divisée par deux. Un prélèvement sanguin effectué sur un patient est marqué avec du chrome 51 qui a la propriété de se fixer sur les globules rouges. Il est ensuite réinjecté, son activité moyenne est de $3{,}7 \times 10^7$ Bq.

Donner l'ordre de grandeur de l'activité d'un échantillon de sang de même volume prélevé chez ce patient deux mois après s'il est atteint ou non d'anémie.



c. Pourquoi utilise-t-on l'iode 131 et non l'iode 132 pour détecter une anomalie de fonctionnement de la thyroïde ?

13 •• Évolution de la masse d'une source radioactive

Une source radioactive de bismuth 210 a une masse égale à 15 µg à la date $t = 0$. La demi-vie de ce noyau radioactif est égale à 5,0 jours.

a. Calculer le nombre N_0 de noyaux de bismuth 210 présents dans la source à la date $t = 0$.

b. Calculer le nombre N de noyaux de bismuth 210 présents aux dates $t_1 = 5{,}0$ jours et $t_2 = 10$ jours.

c. Calculer le nombre N de noyaux de bismuth 210 présents aux dates $t_3 = 50$ jours et $t_4 = 100$ jours.

d. À quelles dates t_5 et t_6, le nombre de noyaux de bismuth 210 présents est-il voisin de $4{,}3 \times 10^{14}$ noyaux et de $4{,}3 \times 10^{13}$ noyaux ?

Données

- *Masse molaire atomique du bismuth 210 :* $M_{Bi} = 210$ g·mol^{-1} ;
- *Constante d'Avogadro :* $\mathcal{N}_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1}.

14 •• Autour du plomb

Le plomb $^{212}_{82}Pb$ se désintègre en émettant une particule β^-.

a. Qu'est-ce qu'une particule β^- ?

b. Écrire l'équation de la désintégration en indiquant les lois de conservation à respecter.

c. La demi-vie de ce noyau radioactif est $t_{1/2} = 10{,}6$ heures. Que signifie cette affirmation ?

d. Calculer la masse de plomb 212 restant, au bout de 31,8 heures, dans un échantillon qui en contenait initialement 10 g.

15 Thorium présent dans l'écorce terrestre

Le thorium $^{237}_{90}Th$ est radioactif et émetteur α. La période radioactive (ou demi-vie) du thorium 237 est égale à 18 jours. On dispose initialement ($t = 0$) d'une source radioactive de thorium de masse $m_0 = 1\ \mu g$.

a. Écrire l'équation de sa désintégration sachant qu'elle produit du radium Ra.

Calculer la masse de thorium 237 restante aux deux dates $t_1 = 36$ jours et $t_2 = 6$ mois.

b. À quelles dates la masse de thorium 237 restante est-elle de 0,0156 µg et de 0,0039 µg ?

c. À quelle date la masse de thorium 237 restante est-elle voisine de 1 ng ?

PROBLÈMES DE SYNTHÈSE

16 Thérapeutique mais pour combien de temps ?

Un malade a ingéré une dose de 1 µg d'iode 131 dont la demi-vie $t_{1/2}$ est égale à 8,0 jours.

a. Déterminer l'expression de la masse d'iode 131 restante après une durée $\Delta t = n t_{1/2}$.

b. En déduire, avec un chiffre significatif, la masse d'iode 131 encore présente dans le corps du patient au bout de deux semaines et au bout de trois mois.

c. Montrer qu'à la date $t = n t_{1/2}$, la fraction de la masse initiale restante vaut $\frac{m}{m_0} = \frac{1}{2^n}$.

d. En déduire la durée approximative au bout de laquelle la masse restante de l'iode 131 est de 0,4 % de sa masse initiale puis de 0,1 % de sa masse initiale.

Données

- *Valeurs de 2^n :*

n	6	8	10	12
2^n	64	256	1024	4096

17 Noyaux désintégrés et restants !

Le tritium ^3_1H, de demi-vie 12 ans, est radioactif β^-.

a. Combien d'erreurs dénombrez-vous dans l'équation de sa désintégration ?

$$^3_1H \rightarrow {}^3_0H + {}^0_1e$$

❑ 0 ; ❑ 1 ; ❑ 2 ; ❑ 3 ; ❑ 4.

b. On dispose d'un échantillon de 1,0 g. Combien de noyaux se désintègrent en deux ans ?

❑ $2{,}2 \times 10^{22}$; ❑ $3{,}1 \times 10^{22}$; ❑ $1{,}8 \times 10^{23}$; ❑ $1{,}8 \times 10^{26}$.

Donnée

- *Masse d'un noyau de tritium :* $5{,}0 \times 10^{-27}$ kg.

Conseil

Attention aux pièges, il faut faire preuve de rigueur. Pour la question b, menez les applications numériques à leurs termes et ne confondez pas le nombre de noyaux restants avec le nombre de noyaux désintégrés.

18 Exploitation des courbes $A = f(t)$

On étudie la désintégration d'un échantillon de noyaux de xénon $^{135}_{54}Xe$, noyaux radioactifs du type β^-. Le noyau fils Cs est radioactif de demi-vie très grande.

a. Écrire l'équation de la désintégration.

b. Soient N_0 et N les nombres de noyaux aux dates $t_0 = 0$ et t. Exprimer N en fonction de t et de la constante radioactive.

c. À l'aide d'un compteur, on détermine le nombre A de désintégrations par seconde. Les mesures sont faites toutes les heures ; soit t la date moyenne d'une mesure. On obtient les résultats suivants :

t(h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A (Bq)	560	520	482	445	414	384	356	330	308	284	267

Construire la courbe représentative de A en fonction de t.

d. Montrer que $A = \lambda N$ et en déduire que $A = A_0 e^{-\lambda t}$.

e. En déduire les valeurs de λ et de la demi-vie radioactive $t_{1/2}$.

19 Datation par le carbone 14

BAC

Principe de la datation

Dans la haute atmosphère, les rayons cosmiques provoquent des réactions nucléaires qui libèrent des neutrons.

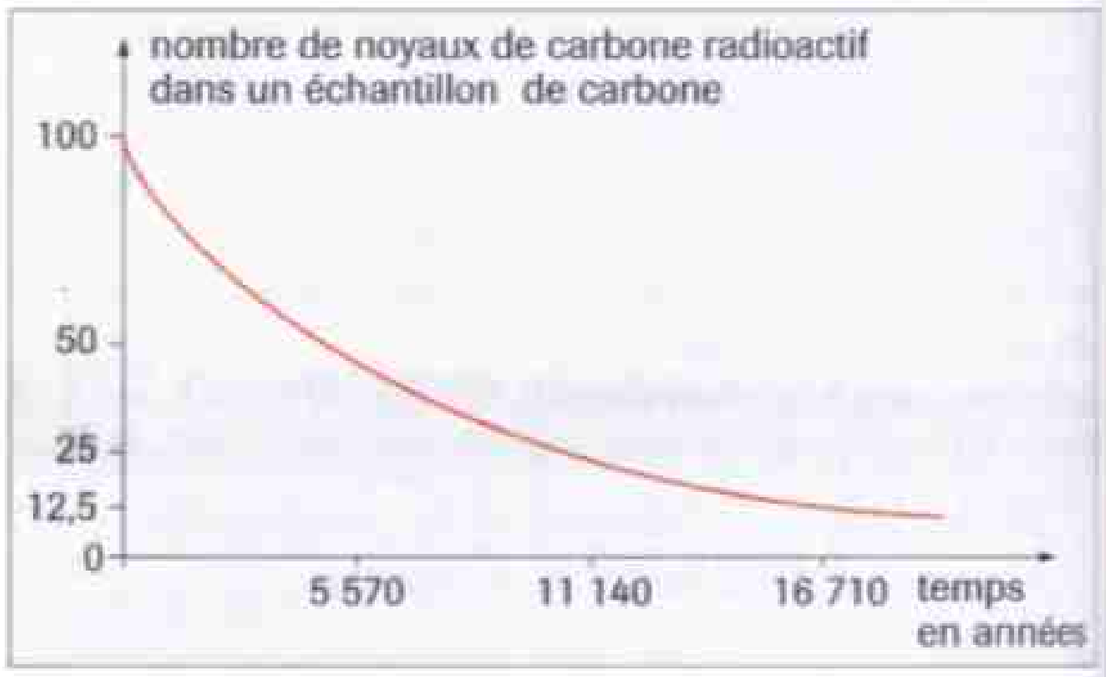
Ces neutrons, une fois ralentis, sont absorbés par des noyaux d'azote $^{14}_7N$ au cours d'une réaction qui donne naissance à du carbone $^{14}_6C$ et à une autre particule.

Le carbone 14 ainsi créé est radioactif.

Le carbone 14 est alors assimilé comme le carbone stable ($^{12}_6C$) par les plantes au cours de la synthèse chlorophyllienne. Pendant toute leur vie, la proportion de carbone 14 reste très stable dans les plantes.

À leur mort, la quantité de carbone 14 décroît par radioactivité. Il suffit donc de mesurer la proportion de carbone 14 restante dans l'échantillon étudié pour dater sa mort.

En s'aidant éventuellement des documents ci-dessous, répondre aux questions suivantes.



13	14	15	16	17	18
					4 He hélium 4,0
11 B bore 10,8	12 C carbone 12,0	14 N azote 14,0	16 O oxygène 16,0	19 F fluor 19,0	20 Ne néon 20,2

a. Donner la composition des noyaux $^{14}_{6}C$ et $^{12}_{6}C$.
Comment appelle-t-on de tels noyaux ?
b. Après avoir rappelé les lois de conservation, écrire l'équation de la réaction nucléaire relative au deuxième paragraphe du texte (réaction d'un neutron sur un atome d'azote).
Quelle est la particule apparue en plus du carbone 14 ?
c. Le carbone 14 est radioactif β^-. Quelle est la nature de ce rayonnement ? Écrire l'équation de la réaction nucléaire relative à la désintégration radioactive du carbone 14.
d. Qu'appelle-t-on demi-vie d'un noyau radioactif ?
Quelle est la demi-vie du carbone 14 ?
e. Dans un échantillon de bois vivant, on détecte un atome de carbone 14 pour 10^{12} atomes de carbone 12.
Dans un morceau de bois ancien, mort, on constate qu'il n'y a plus qu'un atome de carbone 14 pour 8×10^{12} atomes de carbone 12. Quel est l'âge de ce morceau de bois ?

20 Quel est l'âge de la momie ?

BAC En effectuant des fouilles, on a découvert une momie. Pour déterminer son âge, on utilise la méthode de datation dite au carbone 14. Cet isotope du carbone est constamment produit lors du bombardement de l'azote atmosphérique par les neutrons cosmiques. Le carbone 14 assimilé par les organismes vivants, se trouve donc présent en très faible quantité dans ces organismes. L'expérience montre que les proportions des deux isotopes ^{14}C et ^{12}C sont les mêmes dans le dioxyde de carbone atmosphérique et dans tous les organismes actuellement vivants : 1 atome ^{14}C pour 10^6 atomes ^{12}C. On fait donc l'hypothèse qu'il en a toujours été ainsi (tout au moins au cours des derniers millénaires).
Après la mort, la proportion de carbone 14 diminue car le carbone 14 est radioactif β^-, de période 5 570 années.
a. Écrire l'équation de la désintégration du carbone 14.
b. Calculer la constante radioactive λ.
c. Dans un prélèvement de 1 dg de matières organiques sur la momie, on constate qu'il y a 10 % en masse de carbone. Cet échantillon présente une activité de 1 180 désintégrations par seconde.
Évaluer le nombre d'atomes de l'isotope ^{14}C lors de l'ensevelissement de la momie sachant que la masse de carbone 14 est négligeable par rapport à la masse totale de carbone.
d. Quelle est l'activité A_0 de cet échantillon au moment de la mort et quel est l'âge approximatif de la momie ?

Données
- *Le nombre de désintégrations par seconde ou activité :*

$$A(t) = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$$

est égal au produit de la constante radioactive λ par le nombre $N(t)$ d'atomes radioactifs présents dans l'échantillon à l'instant t.
- *Masse molaire du carbone :* $M_C = 12\,g \cdot mol^{-1}$;
- *Constante d'Avogadro :* $\mathcal{N}_A = 6 \times 10^{23}\,mol^{-1}$;
- *Deuxième ligne du tableau périodique :* Li ; Be ; B ; C ; N ; O ; F ; Ne.

21 Le potassium K 40 des cailloux lunaires

BAC **a.** En radioactivité, on observe en particulier les rayonnements α, β^-, β^+ et γ. Quelle est la nature de chacun de ces rayonnements ?



b. L'isotope du potassium $^{40}_{19}K$ est radioactif. Il se désintègre pour donner de l'argon $^{40}_{18}Ar$. Écrire l'équation de sa désintégration.
c. La demi-vie du noyau $^{40}_{19}K$ est $t_{1/2} = 1{,}5 \times 10^9$ ans.
Calculer la constante radioactive.
d. Pour déterminer l'âge de cailloux lunaires rapportés par les astronautes d'Apollo XI, on mesure les quantités relatives de potassium 40 (radioactif) et de son produit de décomposition l'argon 40 qui est en général retenu par la roche. Un échantillon de 1 g contient 82×10^{-4} cm^3 d'argon 40 et $1{,}66 \times 10^{-6}$ g de potassium 40. Les volumes de gaz sont mesurés dans les conditions normales et on rappelle que l'argon est un gaz monoatomique.
Quel est l'âge de ces cailloux ?

Données
- *Constante d'Avogadro :* $\mathcal{N}_A = 6 \times 10^{23}\,mol^{-1}$;
- *Volume molaire normal :* $V_m = 22{,}4\,L \cdot mol^{-1}$;
- *Masse molaire atomique du potassium 40 :* $M_K = 39{,}96\,g \cdot mol^{-1}$.

22 Datation par la méthode potassium-argon

Le potassium $^{40}_{19}K$ est radioactif et se désintègre en donnant de l'argon $^{40}_{18}Ar$.
a. Écrire l'équation de cette réaction nucléaire. De quel type de désintégration s'agit-il ?
b. Exprimer, en fonction du temps, les nombres n_K d'atomes de potassium 40 et n_{Ar} d'argon 40 présents à une date t dans un échantillon contenant initialement n_0 noyaux de potassium 40.
c. Représenter sur un même graphique les deux fonctions $n_K = f(t)$ et $n_{Ar} = g(t)$.
d. Certaines roches volcaniques comme l'obsidienne contiennent du potassium dont une partie est du potassium 40.
Au moment de sa formation, cette roche ne contient pas d'argon. Un géologue analyse un échantillon d'obsidienne et constate que les atomes d'argon 40 y sont deux fois moins nombreux que les atomes de potassium 40. Quel est l'âge de cette roche ?

Donnée
- *Demi-vie du potassium 40 :* $t_{1/2} = 1{,}5 \times 10^9$ ans.

EXERCICES

23 Probabilité de désintégration et décroissance

Lors d'un TPE sur le thème de la croissance, un groupe d'élèves a émis l'hypothèse que la demi-vie radioactive d'un échantillon devait dépendre de la probabilité de désintégration des noyaux de l'échantillon. Ils ont réalisé un programme permettant de simuler le comportement de trois échantillons notés B (bleu), R (rouge) et V (vert). Ils ont fixé une probabilité de désintégration des noyaux B à 10 %, celle des noyaux R à 20 % et celle des noyaux V à 40 %.

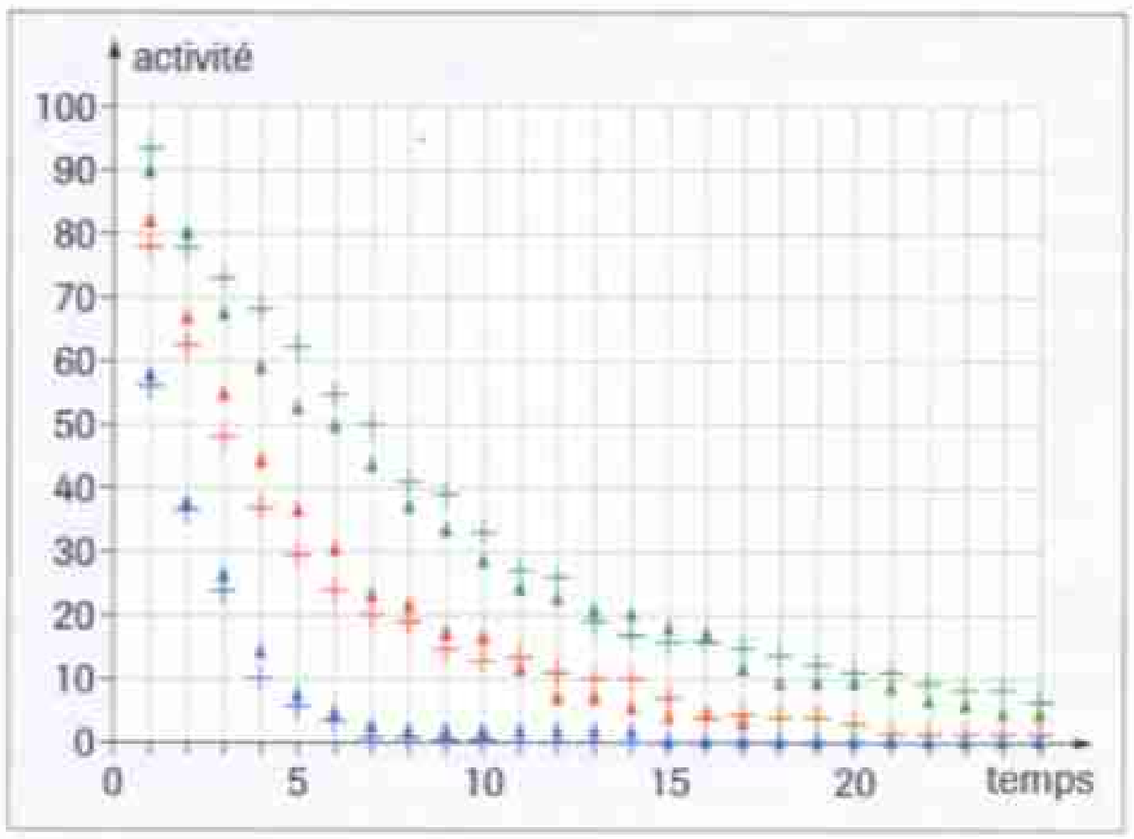
Pour chaque échantillon, ils ont réalisé deux simulations. Les résultats sont rassemblés dans le graphique suivant. Dans chaque cas, le nombre initial de noyaux a été fixé à 100.

a. Le programme que le groupe d'élèves a écrit utilise une fonction qui tire un chiffre aléatoire compris entre 0 et 9. Dans une des simulations réalisées, ils ont considéré que si le chiffre sorti est 8 ou 9, le noyau se désintègre. Quelle est la probabilité simulée de désintégration des noyaux dans ce cas?

b. Pour chaque échantillon B, R et V, on peut définir une durée caractéristique de demi-vie. Déterminer sa valeur avec un nombre de chiffres significatifs cohérent.

c. Les résultats obtenus confirment-ils l'hypothèse des élèves?

d. Lors de la soutenance, le jury a demandé si les mêmes résultats sont obtenus avec un nombre de noyaux à l'instant initial égal à 200, égal à 10. Quel est votre avis? Justifier.



Pour chaque échantillon, les croix représentent la première simulation et les triangles la deuxième simulation.

POUR ALLER PLUS LOIN

24 Un état stationnaire

Le thorium 234 $^{234}_{90}\text{Th}$ présent dans l'écorce terrestre provient de la désintégration de l'uranium 238 : $^{238}_{92}\text{U}$. Il se désintègre lui-même en protactinium 234 : $^{234}_{91}\text{Pa}$:

$$^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{234}_{91}\text{Pa}$$

Les demi-vies sont très différentes puisque celle de l'uranium vaut $t_{1/2\,U} = 4{,}5 \times 10^9$ ans alors que celle du thorium vaut $t_{1/2\,Th} = 24$ jours. Le but de l'exercice est de montrer que la quantité de thorium va tendre vers une valeur constante.

On notera λ_U et λ_{Th} les constantes radioactives de l'uranium et du thorium.

a. Écrire l'équation de la réaction nucléaire qui produit du thorium.

b. Exprimer le nombre de noyaux d'uranium $N_U(t + \Delta t)$ restant à une date $t + \Delta t$ en fonction du nombre $N_U(t)$ à la date t.

c. Montrer que le nombre moyen de noyaux de thorium ΔN_{1Th} qui se forment par cette réaction entre les dates t et $t + \Delta t$ (avec $\Delta t \ll t_{1/2\,U}$) est donné par la relation :

$$\Delta N_{1Th} = \lambda_U \times N_U(t) \times \Delta t$$

On utilisera l'approximation suivante quand x est petit : $e^x = 1 + x$.

d. Écrire l'équation de la réaction nucléaire qui consomme le thorium.

e. Exprimer le nombre moyen de noyaux de thorium ΔN_{2Th} qui sont désintégrés par cette deuxième réaction pendant une durée Δt.

f. Montrer que les nombres de noyaux de thorium aux dates t et $t + \Delta t$ sont reliés par la relation suivante :

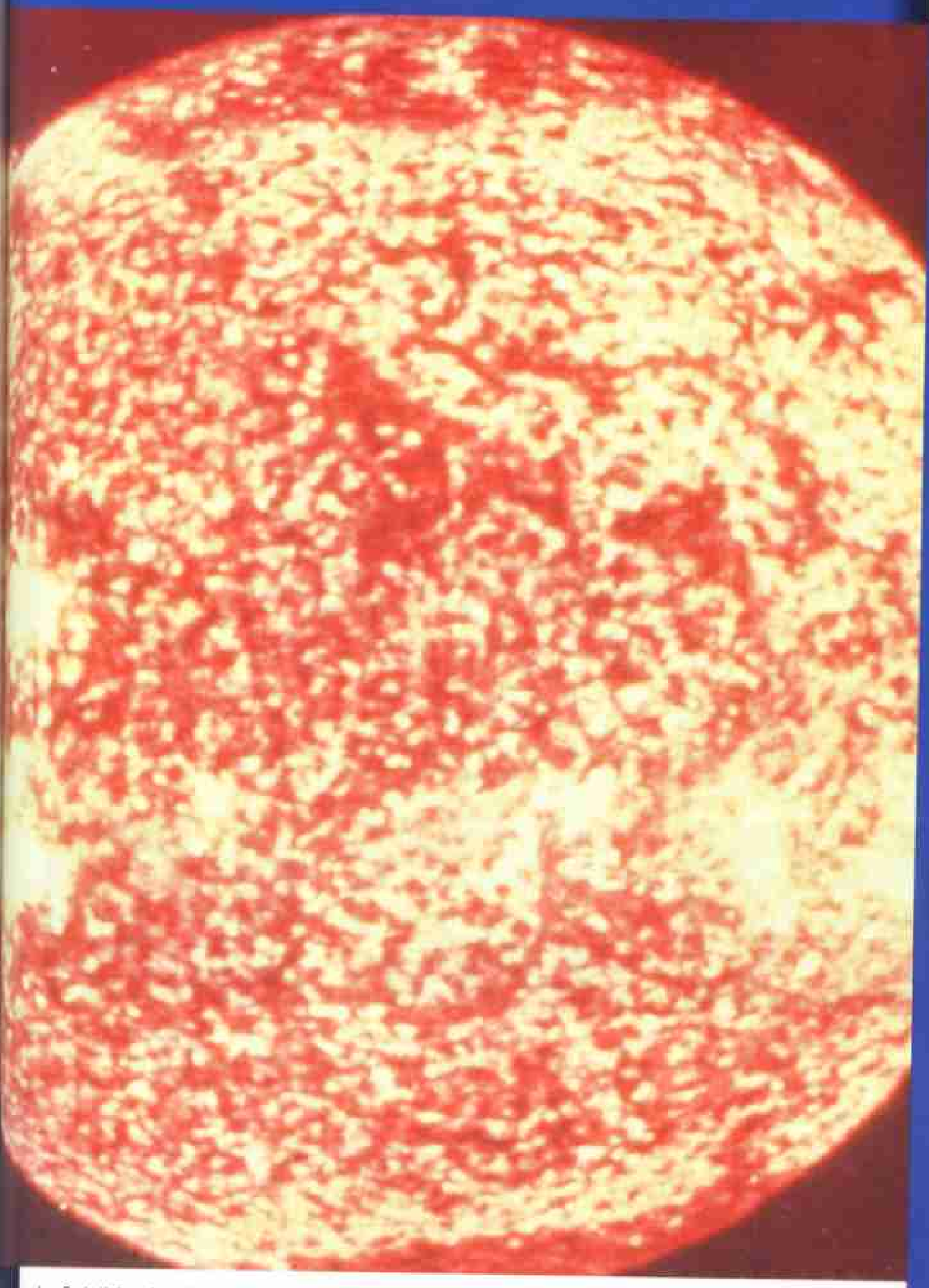
$$N_{Th}(t + \Delta t) = N_{Th}(t) + [\lambda_U \times N_U(t) \times \Delta t] - [\lambda_{Th} \times N_{Th}(t) \times \Delta t]$$

g. On dispose d'un échantillon pur d'uranium 238 contenant initialement $N_0 = 6{,}02 \times 10^{23}$ noyaux. Faire un programme permettant de calculer le nombre moyen de noyaux de thorium aux dates $t = k \times \Delta t$ avec $k \in \mathbb{N}$.

Au bout de combien de jours, le nombre moyen de noyaux de thorium est-il stationnaire? Comparer cette valeur aux demi-vies radioactives et conclure.

Masse et énergie. Réactions nucléaires

CHAPITRE **7**



Le Soleil (ou les étoiles) brillent parce que des réactions de fusion nucléaire s'y produisent.

▶ **Quelle est l'origine de l'énergie produite dans le Soleil (ou dans les étoiles) ?**

Objectifs

- Connaître la relation d'équivalence masse-énergie.
- Calculer un défaut de masse et une énergie de liaison.
- Convertir les énergies en joules ou en électron-volts.
- Définir les réactions nucléaires de fusion et de fission.
- Faire le bilan énergétique d'une réaction nucléaire.

Plan du cours

1 Équivalence masse-énergie

2 Énergie de liaison

3 Fission et fusion nucléaires

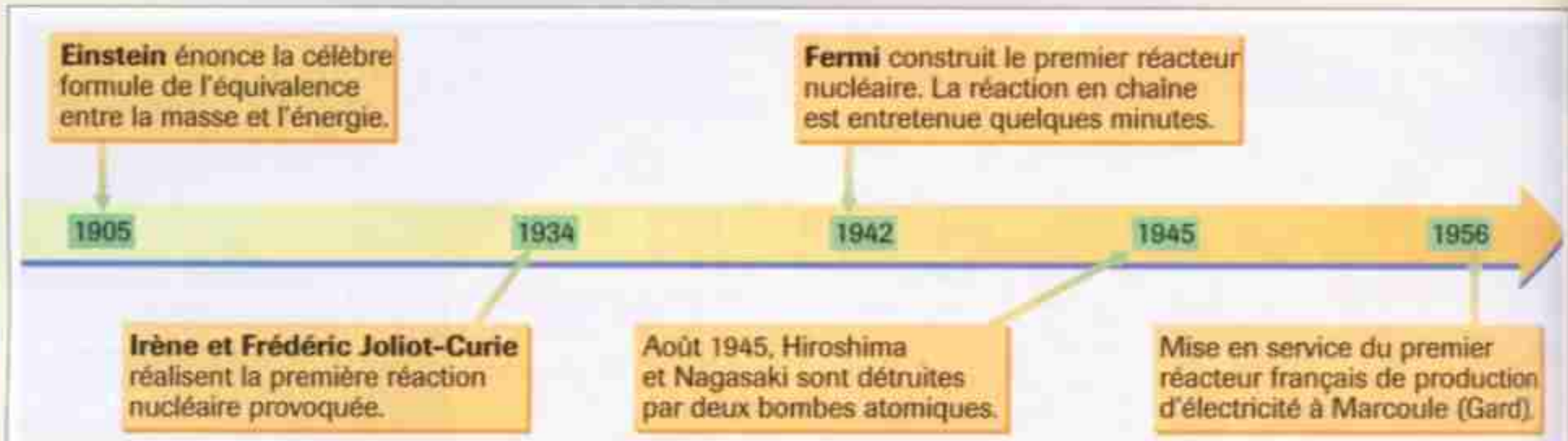
4 Bilan énergétique d'une réaction nucléaire

L'énergie nucléaire est exploitée depuis seulement un demi-siècle et elle produit en France les trois quarts de notre énergie électrique.

Un peu d'histoire

Quelques dates marquantes

La physique nucléaire du début du XXe siècle a profondément marqué l'histoire de l'humanité comme en témoignent les quelques dates rappelées ci-dessous.



Activité

Une analyse de données

Les ordres de grandeur des énergies mises en jeu dans les exemples suivants sont très différents.
Par ailleurs, les indications données ne permettent pas une comparaison aisée. Réaliser les calculs demandés pour mieux analyser et comparer.



▶ 1. **De quelle hauteur les 3,67 tonnes d'eau doivent-elles tomber pour produire une énergie de 1 kWh ? Un habitant consomme 1 000 kWh par mois. Quelle masse d'eau est nécessaire par habitant ?**

▶ 2. **Déterminer les masses de pétrole, d'uranium enrichi et d'hydrogène nécessaires pour subvenir au besoin de l'habitant précédent. Commenter les résultats.**



Fig. 1 Pour produire 1 kWh dans une centrale hydraulique, il faut en moyenne 3,67 tonnes d'eau.



Fig. 2 Une centrale thermique au fuel de 1 000 MW utilise 1,6 million de tonnes de pétrole par an.

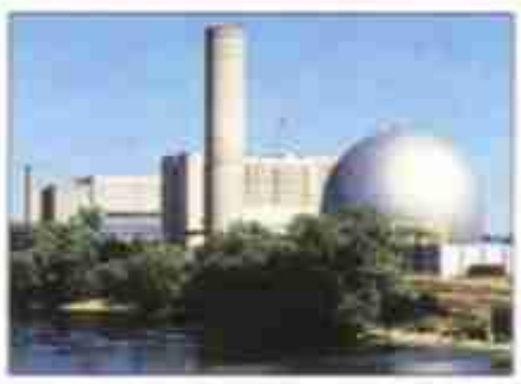


Fig. 3 Une centrale nucléaire de 1 000 MW utilise 27 tonnes d'uranium enrichi par an.



Fig. 4 Dans le Soleil, 1 kilogramme d'hydrogène produit 180 millions de kWh.

Physique et vocabulaire

- **Équivalence** n. f. Qualité de ce qui est équivalent c'est-à-dire qui a la même valeur ou qui est égal.
- **Réacteur nucléaire** Installation dans laquelle est produite et dirigée une réaction de fission.

L'énigme du chapitre

Est-il théoriquement possible de transformer le plomb en or ?

1 Équivalence masse-énergie

1. 1. L'hypothèse d'Einstein

En 1905, Albert Einstein postule que la masse est une des formes que peut prendre l'énergie.

Un système au repos, de masse m, possède une énergie de masse E donnée par la relation d'Einstein :

$$E = mc^2$$

E : énergie en joules (J)
m : masse en kilogrammes (kg)
c : vitesse de la lumière dans le vide ($m \cdot s^{-1}$)
$c = 3{,}0 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}$

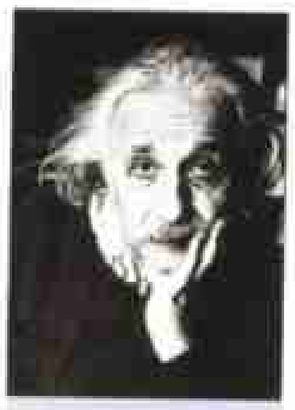
Cette relation est appelée relation d'équivalence entre la masse et l'énergie. Elle entraîne que toute variation de masse Δm d'un système au repos correspond à une variation de son énergie de masse ΔE telle que :

$$\Delta E = \Delta m \times c^2$$

- Si la masse d'un système au repos diminue ($\Delta m < 0$), son énergie de masse diminue aussi ($\Delta E < 0$). L'énergie ΔE est libérée par le système et fournie au milieu extérieur.
- Si la masse d'un système au repos augmente ($\Delta m > 0$), son énergie de masse augmente également ($\Delta E > 0$). L'énergie ΔE est alors fournie au système par le milieu extérieur.

POINT HISTOIRE

Albert Einstein



Albert Einstein (1879-1955)

Physicien allemand, naturalisé suisse en 1900, puis américain en 1940. En effet, devant la montée du nazisme entre les deux guerres, il s'établit à Princeton aux États-Unis. Prix Nobel de physique en 1921, auteur de la théorie de la relativité, il postule l'équivalence masse-énergie. Ses travaux sont à la base du développement de la physique nucléaire. Humaniste, il fut très préoccupé par le développement des armes nucléaires.

1. 2. Une unité d'énergie : l'électron-volt

Le joule est une unité d'énergie inadaptée aux échanges d'énergie à l'échelle microscopique. On lui préfère alors l'électronvolt et ses multiples (fig. 1).

À l'échelle microscopique, on utilise, comme unité d'énergie, l'électron-volt de symbole eV :

$$1\ eV = 1{,}6 \times 10^{-19}\ J.$$

1 keV = 10^3 eV
1 MeV = 10^6 eV
1 GeV = 10^9 eV

FIG. 1 Multiples de l'électron-volt (eV).

REMARQUE

Le produit d'une charge par une tension est homogène à une énergie.

EXERCICE RÉSOLU — Énergie de masse d'un proton

Énoncé

1. Déterminer l'énergie de masse d'un proton en joules et en électronvolts.

2. L'énergie de masse d'un électron vaut 0,511 MeV. En déduire la valeur du rapport $\frac{m_p}{m_e}$.

DONNÉES

$m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ; $c = 3{,}00 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}$.

Solution

1. Énergie de masse du proton :

$$E_{proton} = m_p c^2$$

$$E_{proton} = 1{,}67 \times 10^{-27} \times (3{,}00 \times 10^8)^2 = 1{,}50 \times 10^{-10}\ J$$

soit 939 MeV.

2. Le rapport des énergies de masse donne le rapport des masses. En effet,

$$\frac{E_{proton}}{E_{électron}} = \frac{m_p c^2}{m_e c^2} = \frac{m_p}{m_e}$$

D'où : $\frac{m_p}{m_e} = \frac{939}{0{,}511} = 1838.$

2 Énergie de liaison

2. 1. Défaut de masse d'un noyau

On a constaté, en mesurant la masse des noyaux, que **la masse d'un noyau atomique au repos est toujours inférieure à la somme des masses des nucléons qui le constituent pris séparément au repos.**
Pour le noyau ${}^{A}_{Z}X$, on a, quel que soit le noyau :

$$m_{\text{noyau}} < Zm_{\text{p}} + (A - Z)m_{\text{n}}.$$

La quantité : $Z\,m_{\text{p}} + (A - Z)m_{\text{n}} - m_{\text{noyau}}$
est le défaut de masse du noyau. Elle est toujours positive.

particule	masse (kg)
proton	$1{,}67265 \times 10^{-27}$
neutron	$1{,}67496 \times 10^{-27}$
noyau d'hélium	$6{,}6447 \times 10^{-27}$

Fig. 2 Masse au repos des particules.

■ **Exemple**

Prenons le cas du noyau d'hélium ${}^{4}_{2}\text{He}$ qui se forme à partir de 2 protons et 2 neutrons pris séparément :

$$2p + 2n \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He}.$$

Au cours de cette transformation, il existe une variation de masse Δm (masse finale – masse initiale) [fig. 2] :

$$\Delta m = m_{\text{He}} - (2m_{\text{p}} + 2m_{\text{n}}) = 6{,}6447 \times 10^{-27} - 2(1{,}67265 + 1{,}67496) \times 10^{-27}$$
$$\Delta m = -5{,}0520 \times 10^{-29}\ \text{kg}.$$

Le défaut de masse du noyau d'hélium est :

$$|\Delta m| = 5{,}0520 \times 10^{-29}\ \text{kg}.$$

2. 2. Énergie de liaison

D'après la relation d'Einstein, l'énergie de masse des nucléons dans le noyau est inférieure à l'énergie de masse de ces mêmes nucléons libres et au repos (fig. 3). Le noyau est donc situé plus bas dans le diagramme énergétique : **le noyau est plus stable que les nucléons libres et au repos.**

A Briser un noyau

Quand un noyau se brise et libère ses nucléons (par exemple ${}^{4}_{2}\text{He} \rightarrow 2p + 2n$), la masse du système augmente de $|\Delta m|$ et son énergie de masse augmente de $|\Delta m| \times c^2$.
Cela ne peut se réaliser que si le milieu extérieur fournit l'énergie

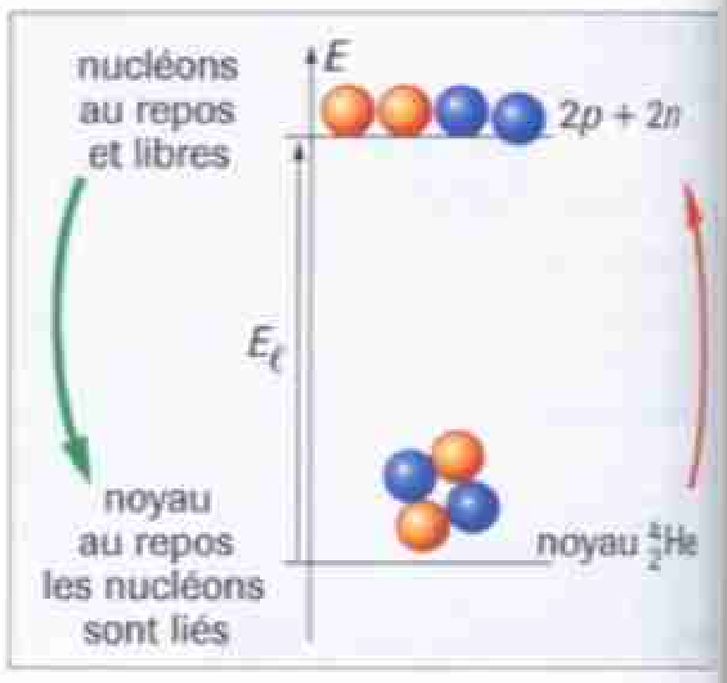


Fig. 3 Diagramme énergétique, cas du noyau ${}^{4}_{2}$He. L'énergie augmente quand on s'élève.
La formation d'un noyau à partir de ses nucléons se fait avec une diminution de l'énergie de masse : $\Delta E < 0$ correspondant à la perte de masse (flèche verte). Inversement, il faut fournir l'énergie – $\Delta E > 0$ pour briser le noyau en tous ses nucléons (flèche rouge).

Définition
L'énergie de liaison $E_\ell = |\Delta m| c^2$ est l'énergie que le milieu extérieur doit fournir pour briser un noyau au repos en ses nucléons libres et au repos.

Par exemple, l'énergie de liaison de l'hélium ${}^{4}_{2}\text{He}$ vaut :

$$E_\ell = |\Delta m| \times c^2 = 5{,}0520 \times 10^{-29}\,(3{,}00 \times 10^{8})^2 \approx 4{,}55 \times 10^{-12}\ \text{J}$$

ou
$$E_\ell = \frac{4{,}55 \times 10^{-12}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 2{,}84 \times 10^{7}\ \text{eV} = 28{,}4\ \text{MeV}.$$

B Former un noyau

Inversement, quand un noyau se forme à partir de ses nucléons libres et au repos (par exemple : $2p + 2n \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He}$), la masse du système diminue de $|\Delta m|$ et son énergie de masse diminue de $|\Delta m| \times c^2$. Le milieu extérieur reçoit donc l'énergie $E_\ell = |\Delta m| \times c^2$.

2. 3. Énergie de liaison par nucléon

L'énergie de liaison E_ℓ augmente avec le nombre de nucléons contenus dans le noyau. Pour comparer la stabilité des noyaux, on évalue l'énergie de liaison par nucléon (fig. 4).

DÉFINITION

L'énergie de liaison par nucléon dans un noyau est le quotient de l'énergie de liaison par le nombre de nucléons du noyau : $\frac{E_\ell}{A}$.

On l'exprime en général en MeV par nucléon. Pour le plus grand nombre de noyaux, l'énergie de liaison par nucléon est de l'ordre de 8 MeV/nucléon. Un noyau est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est plus grande.

noyau	E_ℓ en MeV	$\frac{E_\ell}{A}$ en MeV
$^{2}_{1}H$	2,2	1,1
$^{4}_{2}He$	28	7,1
$^{56}_{26}Fe$	$4,9 \times 10^{2}$	8,8
$^{238}_{92}U$	$1,8 \times 10^{3}$	7,6

FIG. 4 Énergie de liaison par nucléon de quelques noyaux.

2. 4. La courbe d'Aston

La courbe d'Aston est la représentation de la quantité $-\frac{E_\ell}{A}$ en fonction de A ; on a choisi cette fonction pour que, comme dans le diagramme énergétique, les noyaux les plus stables (c'est-à-dire qui ont les plus grandes valeurs de $\frac{E_\ell}{A}$) apparaissent dans la partie la plus basse de la courbe.

• Les **noyaux stables** sont ceux qui ont une énergie de liaison par nucléon d'environ 8 MeV/nucléon. Leur nombre de masse A est tel que $20 < A < 195$.
À la figure 5, ils apparaissent autour du minimum de la courbe.

• Les **noyaux instables** peuvent évoluer de deux manières (fig. 6).
Les noyaux lourds ($A > 195$) (par exemple ^{235}U) peuvent se briser en deux noyaux légers appartenant au domaine de stabilité. Ils subissent alors une réaction nucléaire de **fission**.

Certains noyaux légers (par exemple $^{1}_{1}H$, $^{2}_{1}H$, $^{3}_{1}H$ ...) peuvent « fusionner » pour former un noyau placé plus bas dans le diagramme. Ce sont les réactions nucléaires de **fusion**.

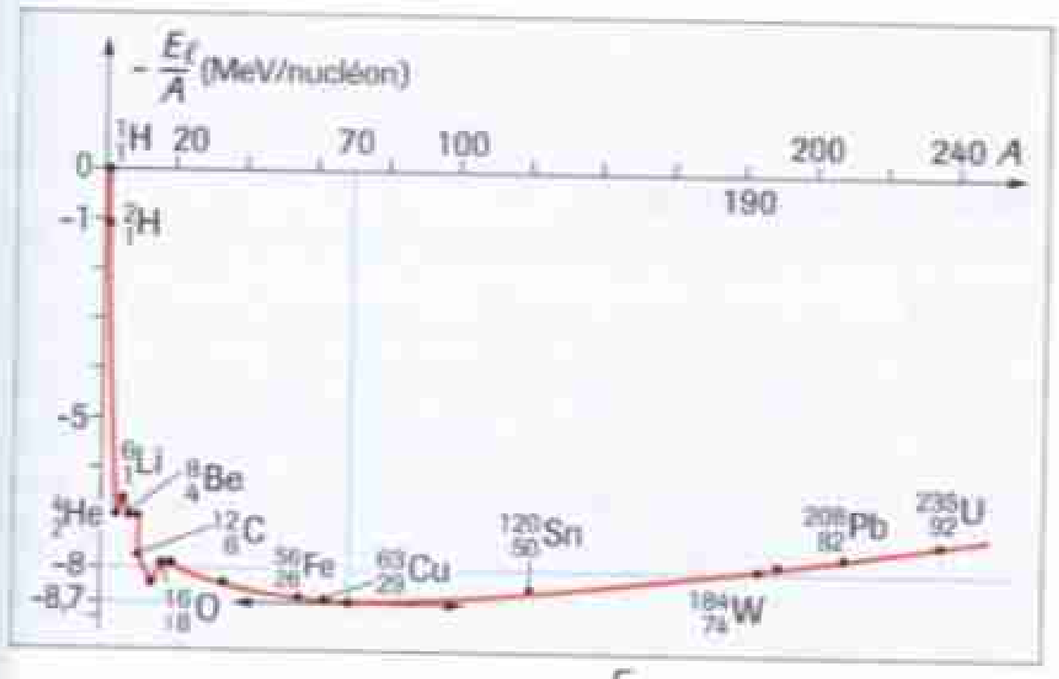


FIG. 5 Courbe d'Aston. Valeurs de $-\frac{E_\ell}{A}$ en fonction de A pour l'ensemble des noyaux. Le minimum se situe à – 8,7 MeV par nucléon pour $A = 70$.
Les noyaux stables sont dans la partie basse de la courbe.

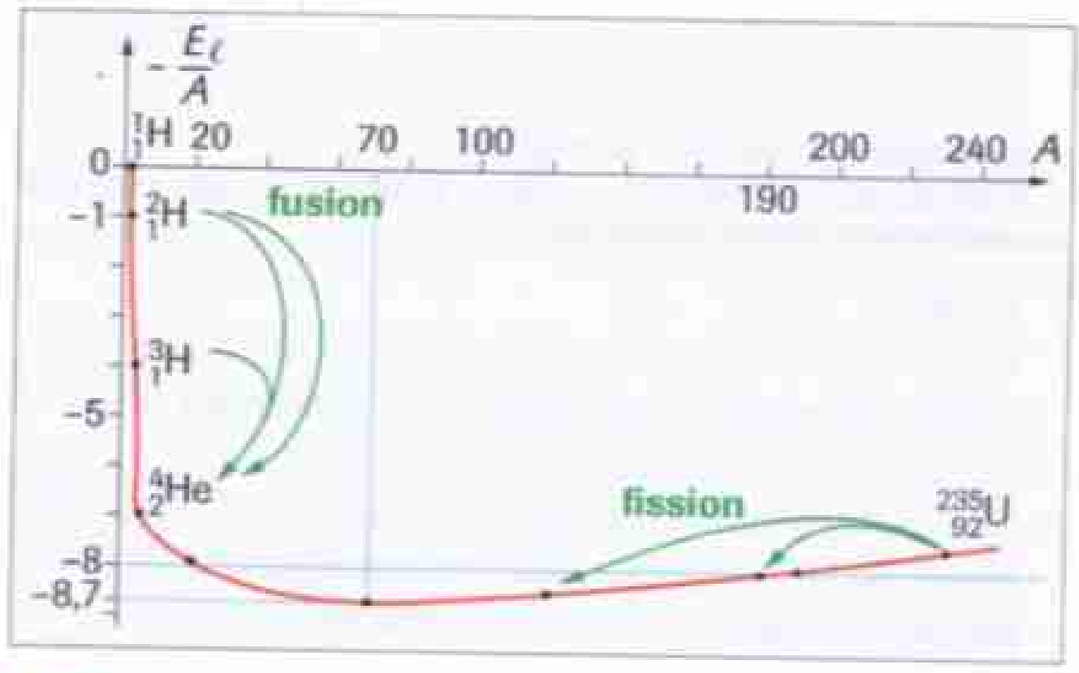


FIG. 6 Les noyaux instables vont évoluer soit par fission (pour les noyaux lourds) soit par fusion (pour les noyaux légers).

LE COURS

3 Fission et fusion nucléaires

3. 1. Réaction nucléaire provoquée

On a vu que la radioactivité est un phénomène au cours duquel une réaction nucléaire se produit spontanément. On peut aussi provoquer des réactions nucléaires en réalisant des chocs entre noyaux.
En 1919, Rutherford réalise la première réaction nucléaire provoquée en bombardant des noyaux d'azote avec des particules α provenant d'une source radioactive de polonium. C'est le premier exemple de **transmutation** (transformation d'un élément en un autre) réalisée par l'homme : de l'azote avait été transformé en oxygène (fig. 7).

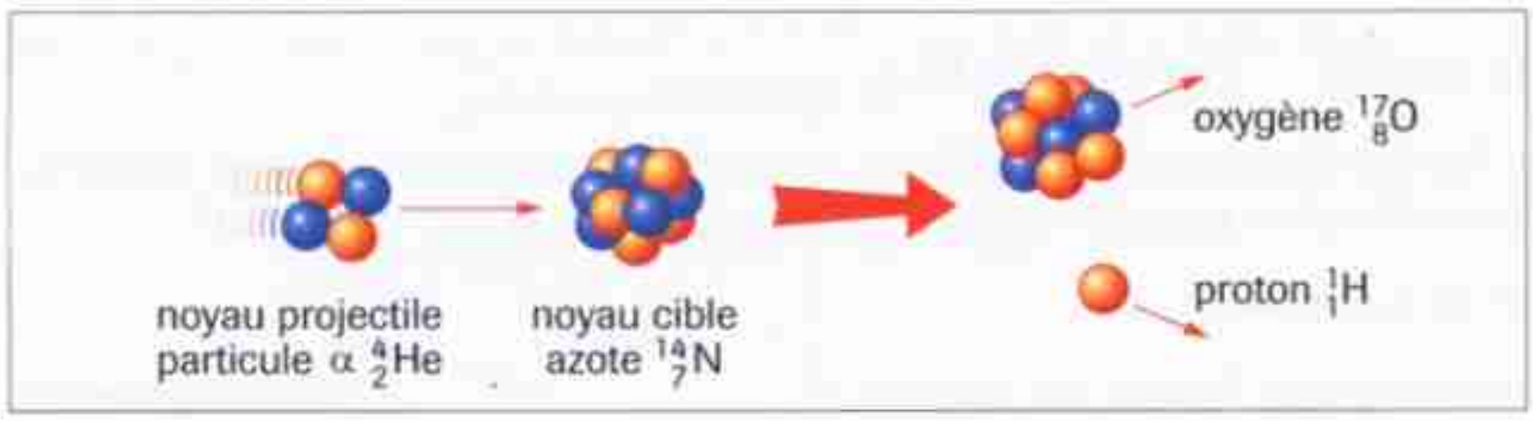


FIG. 7 Le rêve impossible des alchimistes : obtenir, par une transformation chimique, de l'or à partir du plomb.
La transmutation (transformation d'un élément en un autre) nécessite de modifier le noyau, c'est une transformation nucléaire.

A Définition

Il y a réaction nucléaire provoquée lorsqu'un noyau projectile frappe un noyau cible et donne naissance à de nouveaux noyaux.

La transmutation de l'azote en oxygène par Rutherford peut être schématisée ainsi :



B Lois de conservation

Les **lois de Soddy** de conservation des nombres de masse A et de charge Z s'appliquent à toutes les réactions nucléaires qu'elles soient spontanées ou provoquées.

Pour la réaction nucléaire : $^{A_1}_{Z_1}X_1 + {}^{A_2}_{Z_2}X_2 \rightarrow {}^{A_3}_{Z_3}X_3 + {}^{A_4}_{Z_4}X_4$
les lois de conservation s'écrivent :

$$A_1 + A_2 = A_3 + A_4 \quad \text{et} \quad Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4.$$

EXERCICE RÉSOLU — **Équation de réactions nucléaires provoquées**

Énoncé
Équilibrer les équations des réactions nucléaires provoquées suivantes, déterminer et nommer les particules expulsées dans chaque cas.
1. La transmutation de l'aluminium 27 en phosphore 30 (1er radionucléide radioactif artificiel obtenu) par bombardement avec des particules α.
2. La formation de l'isotope 265 de l'élément 108 qui a été observée après un choc entre du fer 58 et du plomb 208 dans un accélérateur de particules.

Solution
1. $^{4}_{2}He + {}^{27}_{13}Al \rightarrow {}^{30}_{15}P + {}^{1}_{0}n$
D'après les lois de conservation, un neutron est expulsé. Cette réaction a été réalisée par Irène et Frédéric Joliot Curie en 1934.

2. $^{58}_{26}Fe + {}^{208}_{82}Pb \rightarrow {}^{265}_{108}X + {}^{1}_{0}n$
Là aussi, un neutron est expulsé.
Cette réaction a été observée à Darmstad en 1984.

3. 2. Fission nucléaire

A Définition

Quelques noyaux lourds (uranium 235, plutonium 239 ; appelé *noyaux fissiles*), frappés par un neutron lent (neutron d'énergie cinétique inférieure à 0,1 MeV appelé *neutron thermique*) ont la propriété de subir une **fission** en deux noyaux plus légers avec émission d'autres neutrons (fig. 8).

La fission est une réaction nucléaire dans laquelle un noyau lourd, comme celui d'uranium 235, donne naissance à deux noyaux plus légers sous l'effet d'un choc avec un neutron.

Ce sont Irène et Frédéric Joliot Curie qui montrèrent que, sous l'impact d'un neutron, un noyau d'uranium 235 peut se briser en deux noyaux plus légers. Plus de 80 noyaux différents, généralement radioactifs, peuvent se former. La réaction produit d'autres neutrons qui pourront donner d'autres fissions comme le montrent les équations des deux réactions nucléaires de fission :

$$^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{94}_{38}\mathrm{Sr} + {}^{140}_{54}\mathrm{Xe} + 2\,{}^{1}_{0}n ;$$

$$^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{91}_{36}\mathrm{Kr} + {}^{142}_{56}\mathrm{Ba} + 3\,{}^{1}_{0}n .$$

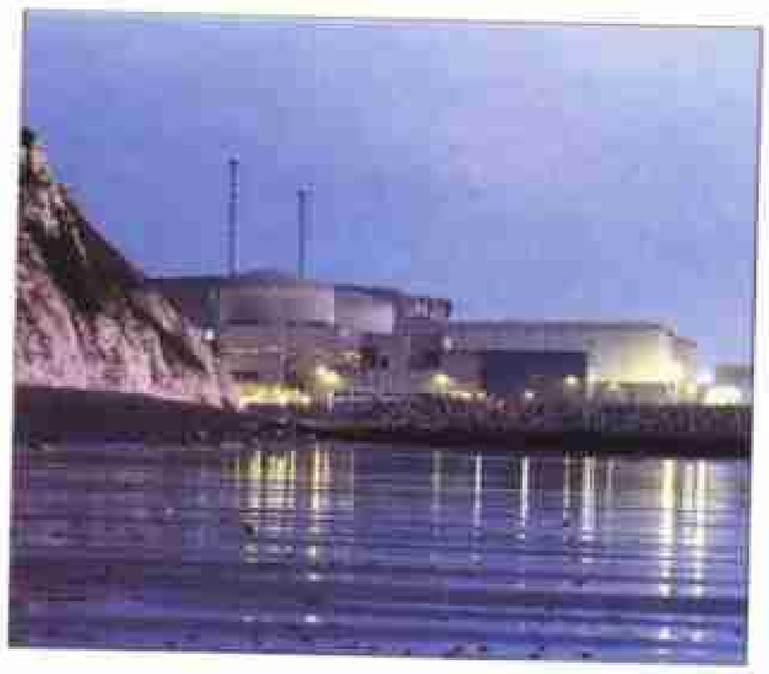


Fig. 8 Centrale nucléaire de Penly (près de Dieppe). La fission nucléaire est à l'origine de l'énergie électrique produite dans les centrales nucléaires.

B Conditions de réalisation

• Le **bombardement neutronique** permet de ne pas avoir à vaincre de répulsion électrique noyau-noyau lors du choc car les neutrons ne portent pas de charge électrique.

• La **réaction en chaîne** produit des neutrons qui peuvent provoquer de nouvelles fissions (fig. 9). Ils sont ralentis par un modérateur (eau, eau lourde, graphite…).

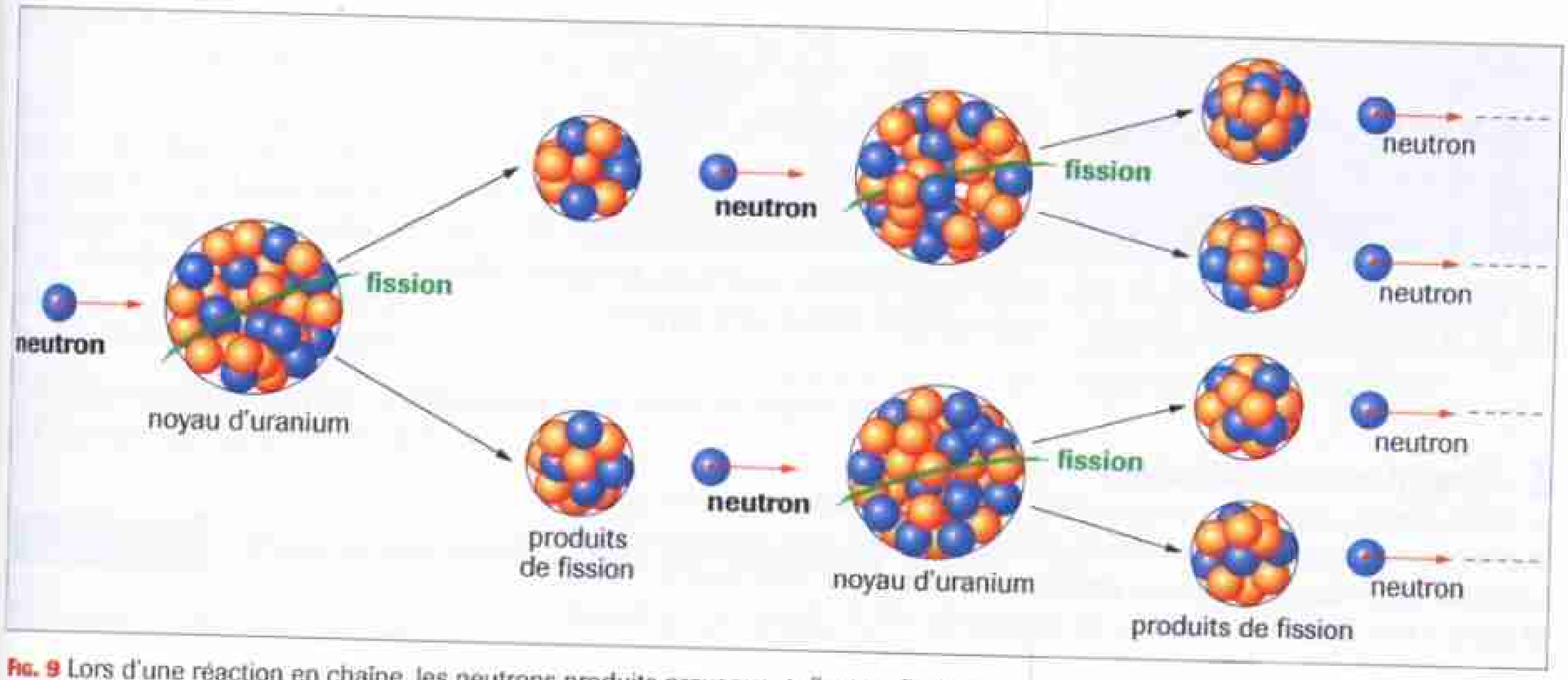


Fig. 9 Lors d'une réaction en chaîne, les neutrons produits provoquent d'autres fissions.

La réaction en chaîne est **auto-entretenue** quand le nombre moyen de neutrons produits par une fission peut, compte tenu des pertes, provoquer en moyenne une autre fission.

• La réaction en chaîne peut devenir explosive quand elle **diverge** c'est-à-dire quand les neutrons provoquent de plus en plus de fissions. C'est ce qui se passe dans les bombes atomiques de type A.

• La fission doit être amorcée avec une source de neutrons. Dans les centrales nucléaires, on utilise un mélange américium-béryllium.

• Elle doit ensuite être **contrôlée** pour éviter qu'elle évolue vers une transformation explosive. On utilise pour cela des barres de contrôle en bore ou cadmium que l'on introduit plus ou moins dans le réacteur.

▶ *Voir exercice n° 10, page 128*

C Réacteur nucléaire à eau pressurisée : la filière REP

Un réacteur nucléaire produit de l'énergie électrique qui est fournie au réseau EDF (fig. 10).

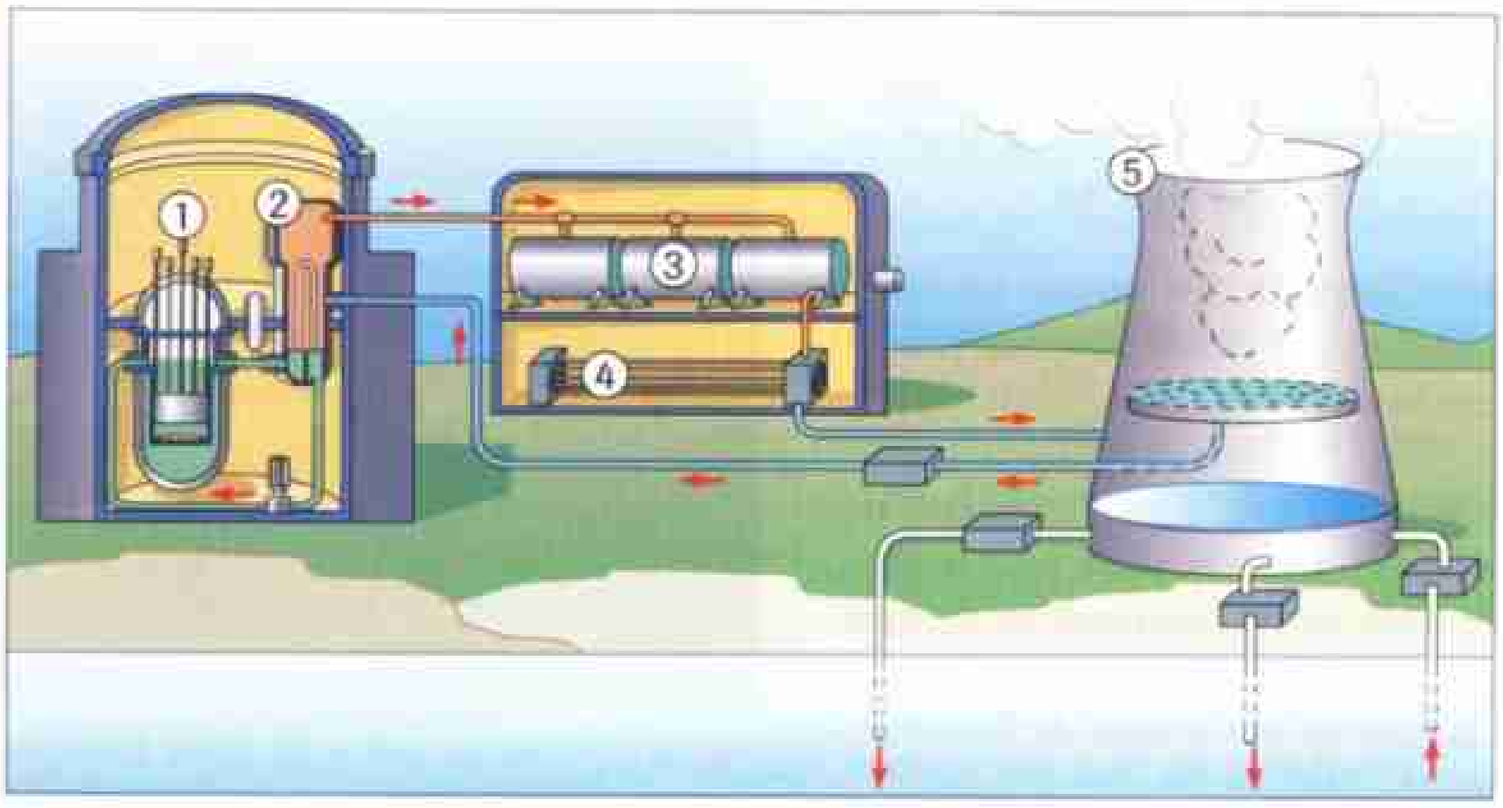


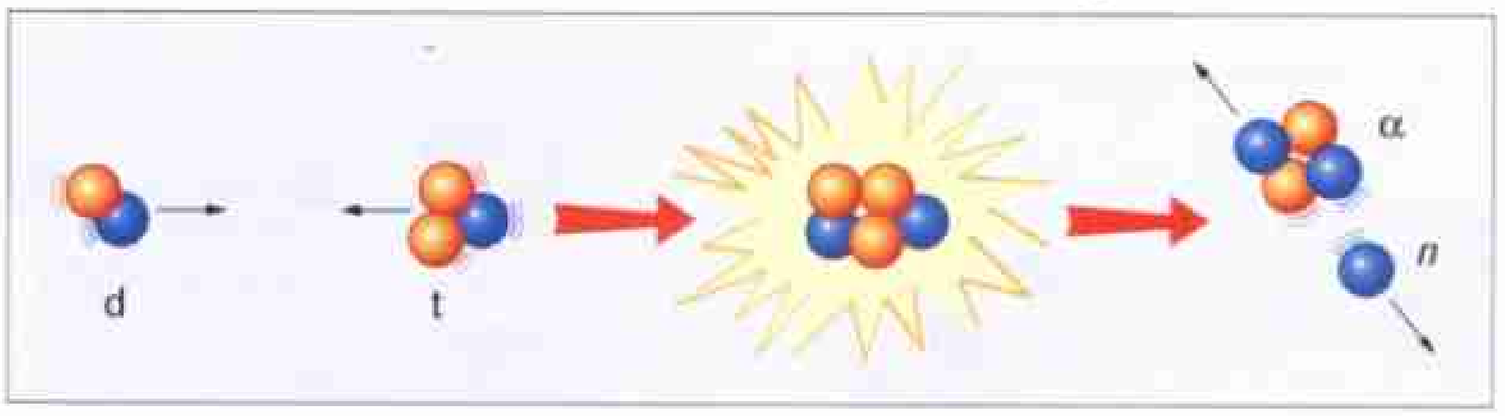
Fig. 10 Réacteur nucléaire à eau pressurisée.
Le cœur (1) contient comme combustible des barres d'uranium enrichi à 3 % en uranium 235. Des barres de contrôle règlent le flux de neutrons afin de maîtriser la chaîne.
Le générateur de vapeur (2) produit de la vapeur d'eau. L'eau du circuit primaire en ver (345 °C, 155 bars) vaporise l'eau du circuit secondaire (en rouge). On obtient de la vapeur d'eau à la température de 271 °C et à la pression de 56 bars qui va produire la rotation du **groupe turbo-alternateur (3)**.
Le circuit de refroidissement (en bleu) contient le **condenseur (4)** et la **tour de réfrigération (5)**. Il assure le refroidissement de l'eau du secondaire et son retour dans le générateur de vapeur.

3. 3. Fusion nucléaire

A Définition

Il y a fusion nucléaire lorsque deux noyaux légers s'unissent au cours d'un choc pour former un noyau plus lourd.

■ **Exemple :** fusion d'un noyau de deutérium et d'un noyau de tritium.



Lors du choc, un noyau d'hélium plus lourd et un neutron sont formés. Le bilan de la fusion respecte les lois de conservation de Soddy et s'écrit :

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{1}_{0}n \quad \text{ou} \quad \mathrm{d} + \mathrm{t} \rightarrow \alpha + n.$$

B Conditions de réalisation

Les deux noyaux chargés positivement doivent posséder une très grande énergie pour vaincre les forces de répulsion électrique et se rapprocher suffisamment pour que la fusion se produise. Il faut, pour cela, que le milieu soit porté à très haute température, de l'ordre de 10^8 K. Ainsi, la réaction de fusion nucléaire est appelée **réaction thermonucléaire**. À ces très hautes températures, la matière est à l'état de plasma (le 4e état de la matière).

• **Dans les étoiles**

La fusion nucléaire se fait naturellement dans les étoiles. Dans le Soleil, la fusion des noyaux d'hydrogène, à une température voisine de $1{,}5 \times 10^7$ K, donne des noyaux d'hélium après plusieurs réactions de fusion :

• $^{1}_{1}\mathrm{H} + ^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{0}_{1}e$: on obtient un noyau de deutérium ou deuton qui peut fusionner avec un autre proton ;

• $^{1}_{1}\mathrm{H} + ^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{3}_{2}\mathrm{He}$: on obtient un noyau d'hélium 3 dont la fusion donne de l'hélium 4 :

• $^{3}_{2}\mathrm{He} + ^{3}_{2}\mathrm{He} \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + 2\,^{1}_{1}\mathrm{H}$.

Bilan : $4\,^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + 2\,^{0}_{1}e$ ($^{0}_{1}e$ est un positon).

• **Dans les bombes thermonucléaires**

Dans la bombe thermonucléaire, appelée bombe H, la fusion nucléaire est incontrôlée et explosive (fig. 11). La très haute température est obtenue grâce à une bombe A (« allumette »), la réaction de fission sert à amorcer la fusion.

• **Recherche sur la fusion contrôlée**

On s'efforce, depuis plus de cinquante ans, de contrôler la fusion nucléaire. La difficulté réside dans le confinement de la matière aux températures extrêmement élevées où se déroule la fusion. Dans les étoiles, la gravitation assure le confinement du plasma. Sur Terre, cela est impossible. Les deux axes de recherche principaux sont un confinement magnétique (projet Tokamak, fig. 12) et un confinement dit inertiel par faisceaux LASER ou rayons X.
La fusion des noyaux de deutérium et de tritium semble être la réaction qui pourrait être utilisable dans un réacteur thermonucléaire :

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{1}_{0}n$$

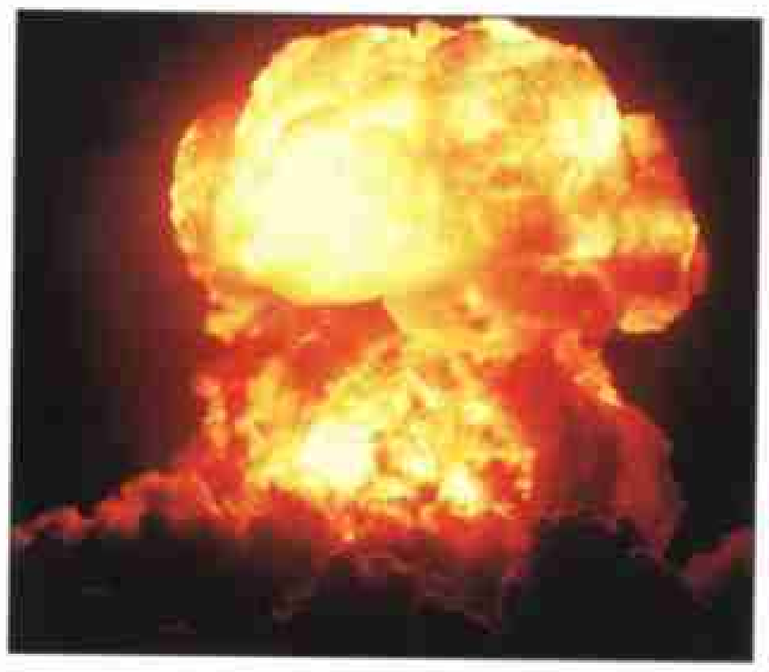


Fig. 11 Champignon atomique observé lors de l'explosion d'une bombe thermonucléaire appelée aussi bombe H.

4 Bilan énergétique d'une réaction nucléaire

4. 1. Perte de masse et énergie libérée

On a vu que la masse est une forme de l'énergie ; si le noyau est en mouvement par rapport à un référentiel, il possède aussi une énergie cinétique E_c. On admettra que son énergie totale est la somme $E + E_c$ de ces deux énergies.
Considérons un système isolé formé par des noyaux participant à la réaction nucléaire :

$$^{A_1}_{Z_1}\mathrm{X}_1 + ^{A_2}_{Z_2}\mathrm{X}_2 \rightarrow ^{A_3}_{Z_3}\mathrm{X}_3 + ^{A_4}_{Z_4}\mathrm{X}_4$$

Le système est isolé ; donc, son énergie totale se conserve :

$$(E_1 + E_{c1}) + (E_2 + E_{c2}) = (E_3 + E_{c3}) + (E_4 + E_{c4})$$

donc : $0 = (E_4 + E_3 - E_1 - E_2) + (E_{c4} + E_{c3} - E_{c1} - E_{c2})$

soit : $0 = \Delta E + \Delta E_c$ ou $\boldsymbol{\Delta E_c = -\Delta E}$.

Une réaction nucléaire qui se fait avec une perte de masse ($\Delta E < 0$) libère de l'énergie sous forme cinétique ($\Delta E_c > 0$). C'est cette énergie cinétique que l'on cherche à utiliser. Par exemple, dans les centrales nucléaires, on la transfère sous forme thermique vers le générateur de vapeur pour obtenir de la vapeur d'eau sous pression.

Toute réaction nucléaire s'effectuant avec perte de masse fournit de l'énergie au milieu extérieur.



Fig. 12 Enceinte de confinement (ou tokamak) de Culham (Angleterre) où l'on a réalisé une réaction de fusion contrôlée pendant environ 2 secondes en 1991.

4. 2. Réactions nucléaires spontanées

Cherchons l'énergie libérée par la désintégration β^- du césium 137 :

$$^{137}_{55}\mathrm{Cs} \rightarrow ^{137}_{56}\mathrm{Ba} + ^{0}_{-1}e$$

Les masses des noyaux s'expriment habituellement en unités de masse atomique (voir ci-contre) :
$m_{Cs} = 136{,}877\,3\,\mathrm{u}$; $m_{Ba} = 136{,}875\,6\,\mathrm{u}$; $m_e = 5{,}5 \times 10^{-4}\,\mathrm{u}$
La variation de masse du système est $\Delta m = (m_{Ba} + m_e) - m_{Cs}$; elle vaut :

$$\Delta m = -1{,}15 \times 10^{-3}\,\mathrm{u}.$$

La réaction se fait avec une perte de masse. La perte d'énergie de masse correspondante se retrouve sous forme d'énergie cinétique des particules du système (en l'absence de rayonnement γ).
L'énergie libérée $\Delta E_c = -\Delta E$ vaut :

$$\Delta E_c = -\Delta m \times c^2 = -(-1{,}15 \times 10^{-3}) \times 1{,}66 \times 10^{-27} \times (3{,}0 \times 10^8)^2$$
$$= 1{,}7 \times 10^{-13}\,\mathrm{J} \text{ soit } 1{,}1\ \mathrm{MeV}.$$

Unité de masse atomique (symbole u)

C'est une unité de masse mieux adaptée au domaine de l'infiniment petit.
Par définition, une unité de masse atomique est égale à 1/12 de la masse de l'atome de carbone 12.

$$\mathbf{1\,u = 1{,}660\,54 \times 10^{-27}\,kg.}$$

LE COURS

4. 3. Réactions nucléaires provoquées

A Énergie libérée par une réaction de fission nucléaire

Cherchons l'ordre de grandeur de l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235 en noyaux d'iode et d'yttrium selon la réaction d'équation :

$$^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{94}_{39}\mathrm{Y} + {}^{139}_{53}\mathrm{I} + 3\,{}^{1}_{0}n$$

Les masses des noyaux valent :

^{235}U	^{94}Y	^{139}I	n
235,044 u	93,906 u	138,905 u	1,009 u

La variation de masse du système a pour valeur :
$\Delta m = (m_Y + m_I + 3m_n) - (m_n + m_U)$
$\Delta m = -0{,}215\,\mathrm{u} < 0.$
En l'absence de rayonnement γ l'augmentation de l'énergie cinétique microscopique des particules du système correspond à l'énergie qui est libérée du fait de la perte d'énergie de masse du système : $\Delta E_c = -\Delta mc^2$.
$\Delta E_c = -(-0{,}215) \times 1{,}66 \times 10^{-27} \times (3{,}0 \times 10^8)^2 \approx 3{,}2 \times 10^{-11}$ J soit 201 MeV.
La fission d'un noyau d'uranium 235 libère une énergie d'environ 200 MeV soit environ 1 MeV/nucléon (fig. 13).





Fig. 13 Un kilogramme d'uranium 235 (a ; bloc d'uranium métal) libère $8{,}2 \times 10^{13}$ J, soit autant que la combustion d'environ 2 000 tonnes de pétrole (b).

B Énergie libérée par une réaction de fusion nucléaire

La fusion d'un deuton et d'un triton produit de l'hélium, plus stable (fig. 14).
On peut dresser le bilan énergétique :

	$^{2}_{1}$H +	$^{3}_{1}$H →	$^{4}_{2}$He +	$^{1}_{0}n$
nombre de nucléons	2	3	4	1
$\frac{E_\ell}{A}$ (en MeV)	1,112	2,827	7,073	0
E_ℓ (en MeV)	2,224	8,481	28,29	0

Cette fusion se fait avec une perte d'énergie de masse ΔE qui vaut :
$\Delta E = -\Delta E_\ell = -[28{,}29 - (8{,}481 + 2{,}224)] = -17{,}585$ MeV (pour 5 nucléons).
Par nucléon, cette fusion libère donc environ 4 MeV/nucléon.
Par nucléon, la fusion libère plus d'énergie que la fission.
Sachant que l'eau est une source d'hydrogène abondante et que la fusion ne produit pas de déchets radioactifs, les recherches sur la maîtrise de la fusion nucléaire sont d'un enjeu considérable : elle pourrait permettre au monde de résoudre son problème d'approvisionnement en énergie.

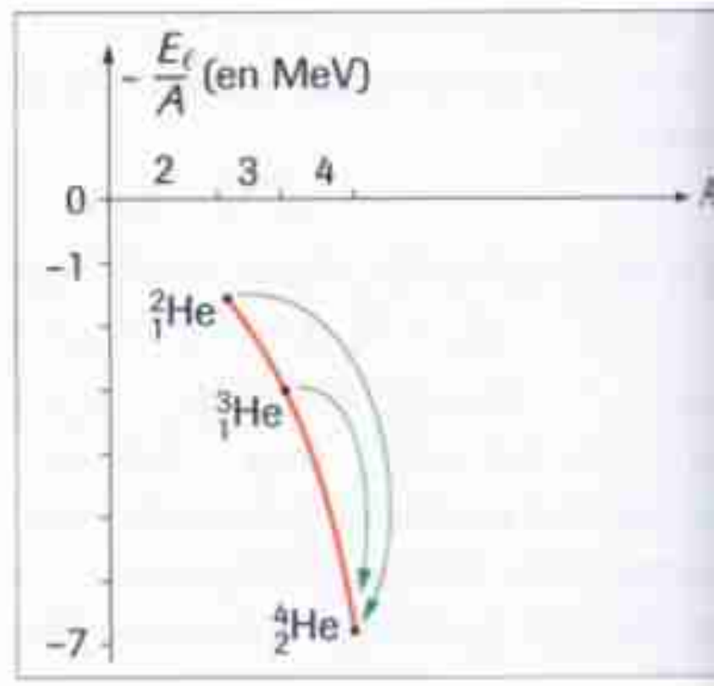


Fig. 14 Les énergies de liaison par nucléon de quelques noyaux légers.

EXERCICE RÉSOLU **Énergie libérée par la fusion**

Énoncé
Déterminer l'énergie libérée par nucléon par les réactions de fusion dans le Soleil :

$$4\,{}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2\,{}^{0}_{1}e$$

DONNÉES
Masses des noyaux :
H : 1,007 28 u ; He : 4,002 60 u ; positon : 0,000 55 u.

Solution
Il y a une perte de masse et donc perte d'énergie de masse du système lors de la fusion :
$\Delta m = (m_{He} + 2m_e) - 4m_H = -0{,}025\,42$ u
$\Delta E = -3{,}8 \times 10^{-12}$ J soit $-23{,}7$ MeV.
L'énergie libérée par la fusion de 4 noyaux d'hydrogène est de l'ordre de 24 MeV soit 6 MeV par nucléon

1 Équivalence masse-énergie

■ Un système au repos, de masse m, possède une énergie de masse E donnée par la **relation d'Einstein** :

$$E = mc^2$$

avec E en joules (J) et m en kilogrammes (kg).

c est la vitesse de la lumière dans le vide ($3{,}0 \times 10^8$ m·s^{-1}).

■ L'électron-volt, symbole eV, est une unité d'énergie adaptée à l'échelle microscopique :

$$1\,\text{eV} = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{J}.$$

2 Énergie de liaison

■ Le **défaut de masse** d'un noyau est la différence entre la masse de ses nucléons pris séparément et la masse du noyau :

$$|\Delta m| = Z \times m_p + (A - Z)m_n - m_X > 0$$

■ L'énergie de liaison E_ℓ d'un noyau est l'énergie qu'il faut fournir pour dissocier le noyau au repos en ses nucléons libres et au repos :

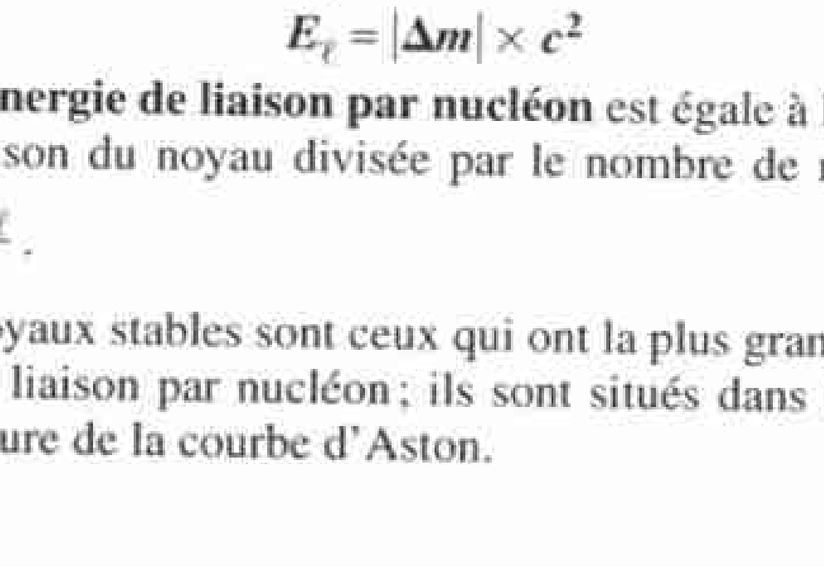
$$E_\ell = |\Delta m| \times c^2$$

■ **L'énergie de liaison par nucléon** est égale à l'énergie de liaison du noyau divisée par le nombre de nucléons soit $\frac{E_\ell}{A}$.

Les noyaux stables sont ceux qui ont la plus grande énergie de liaison par nucléon ; ils sont situés dans la partie inférieure de la courbe d'Aston.

3 Fission et fusion nucléaires

■ **La fission nucléaire** est une réaction nucléaire au cours de laquelle un noyau lourd ($A > 200$) donne deux noyaux plus légers sous l'effet d'un choc avec un neutron.

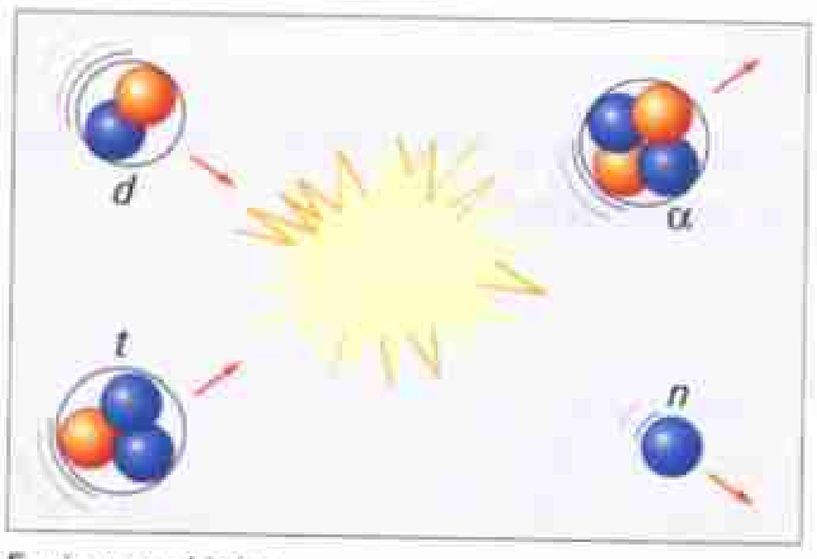


Fission nucléaire.

■ La réaction de fission libère des neutrons et le processus peut se poursuivre : c'est une **réaction en chaîne**.

■ **La fusion nucléaire** est une réaction nucléaire au cours de laquelle deux noyaux légers forment un noyau plus lourd au cours d'un choc :

$$\text{d} + \text{t} \rightarrow \alpha + n.$$



Fusion nucléaire.

4 Bilan énergétique d'une réaction nucléaire

■ La variation d'énergie cinétique des noyaux est égale à l'opposé de la variation de l'énergie de masse du système (en l'absence de rayonnement γ).

Soit Δm la variation de masse au cours de la réaction nucléaire :

$$\Delta E_c = -\Delta m c^2$$

■ Une réaction nucléaire qui se fait avec une perte de masse libère de l'énergie sous forme d'énergie cinétique des particules du système.

■ La fission d'un noyau d'uranium 235 libère une énergie d'environ 200 MeV soit environ 1 MeV/nucléon.

Par nucléon, la fusion libère plus d'énergie que la fission.

Mots-clés

- Équivalence masse-énergie
- Énergie de masse
- Défaut de masse
- Énergie de liaison par nucléon
- Électronvolt
- Fission
- Fusion
- Unité de masse atomique

► *Voir lexique page 380*

BAC

Projet ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor)

L'évolution des besoins énergétiques a conduit à rechercher des sources énergétiques pouvant fournir une plus grande quantité d'énergie pour une masse de matière donnée. Les physiciens savent qu'un dé à coudre d'hydrogène lourd liquide engendre, par fusion, autant d'énergie que 20 tonnes de charbon. La difficulté est la récupération de cette énergie de manière maîtrisée.

DOC 1

Annonce de la première fusion contrôlée dans la machine JET

« At 7.44 pm today, Saturday 9th November 1991, between 1,500.000 and 2,000,000 watts of power from nuclear fusion reactions were generated at the JET (Joint European Torus) collaborative European Community project based at Abingdon, Oxfordshire, UK.

The Director of JET, Dr Paul-Henri Rebut, announcing the successful experiment said « this is the first time that a significant amount of power has been obtained from controled nuclear fusion reactions. It is clearly a major step forward in the development of fusion as a new source of energy ».

In today's experiment the deuterium and tritium gas was heated to temperatures of around 200 million degrees Celsius – nearly more than 10 times hoter than the temperature in the centre of the sun. The peak fusion power generated reached almost 2.000,000 watts (2MW) in a pulse lasting for two seconds and giving a total energy release equivalent to a megawalt for two seconds. At lower power in deuterium JET has already maintained stable conditions in the apparatus for periods up to 1 minute. »

Site JET.Page JETachieves fusion power
http://www.JET.efda.org/pages/content/press.release - 1991.html

▶ QUESTIONS

1. Dans quelle ville se trouve le réacteur JET ?

2. La fusion de quels noyaux a été réalisée dans le JET ?

3. Quelle température a été atteinte ?

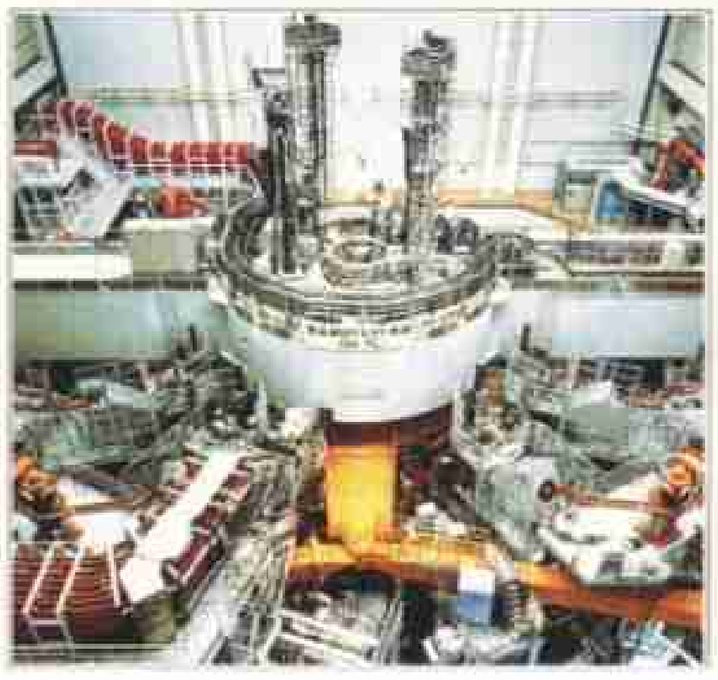
4. Pendant combien de secondes la puissance de 2 MW a-t-elle été atteinte ?

DOC 2

de JET à ITER...

ITER (International Thermonuclear Experiment Reactor) est un projet international visant à obtenir la maîtrise de la combustion entretenue d'un plasma deutérium-tritium sur des durées longues. ITER sera un Tokamak supraconducteur de taille sans précédent.

Paramètres	JET	ITER
Grand rayon du plasma (m)	3	6.21
Petit rayon du plasma (m)	1	2.0
Volume du plasma (m^3)	100	837
Courant plasma (MA)	5-7	15
Champ magnétique (T)	3.4	5.3
Puissance thermonucléaire (Pth)	50 kW/10 MW	500 MW
Q = Pth/puissance de chauffage	~ 1	> 10



Aux très hautes températures nécessaires pour obtenir la fusion nucléaire, la matière est à l'état gazeux et les molécules sont ionisées : on dit que la matière est à l'état de plasma dans un Tokamak. Ci-dessus, photo de l'intérieur du Tokamak de Tsukuba au Japon.

Pour que le combustible, à l'état de plasma, puisse produire suffisamment de réactions thermonucléaires, il faut le maintenir dans un volume limité et l'éloigner de toute paroi matérielle afin de maintenir sa température élevée : c'est le confinement.

Les grands principes de réalisation d'un réacteur fusion à confinement magnétique (tokamak) sont connus depuis les années 70.
À cette époque, on pensait que l'application commerciale de ce type de réacteur serait pour les années 1990.
Aujourd'hui on envisage cette commercialisation pour au mieux 2050, à condition que la faisabilité de ce type de réacteur ait été démontrée.

▶ Questions

1. Expliquer brièvement ce qu'est un plasma.

2. Quelle est la nature du champ qui permet de confiner la matière en fusion dans un réacteur de type tokamak? Que pensez-vous de la valeur de ce champ indiquée dans le tableau?

3. Analyser les données du tableau. Que pouvez-vous en tirer comme informations?

DOC 3

Projet centrale 500 MW

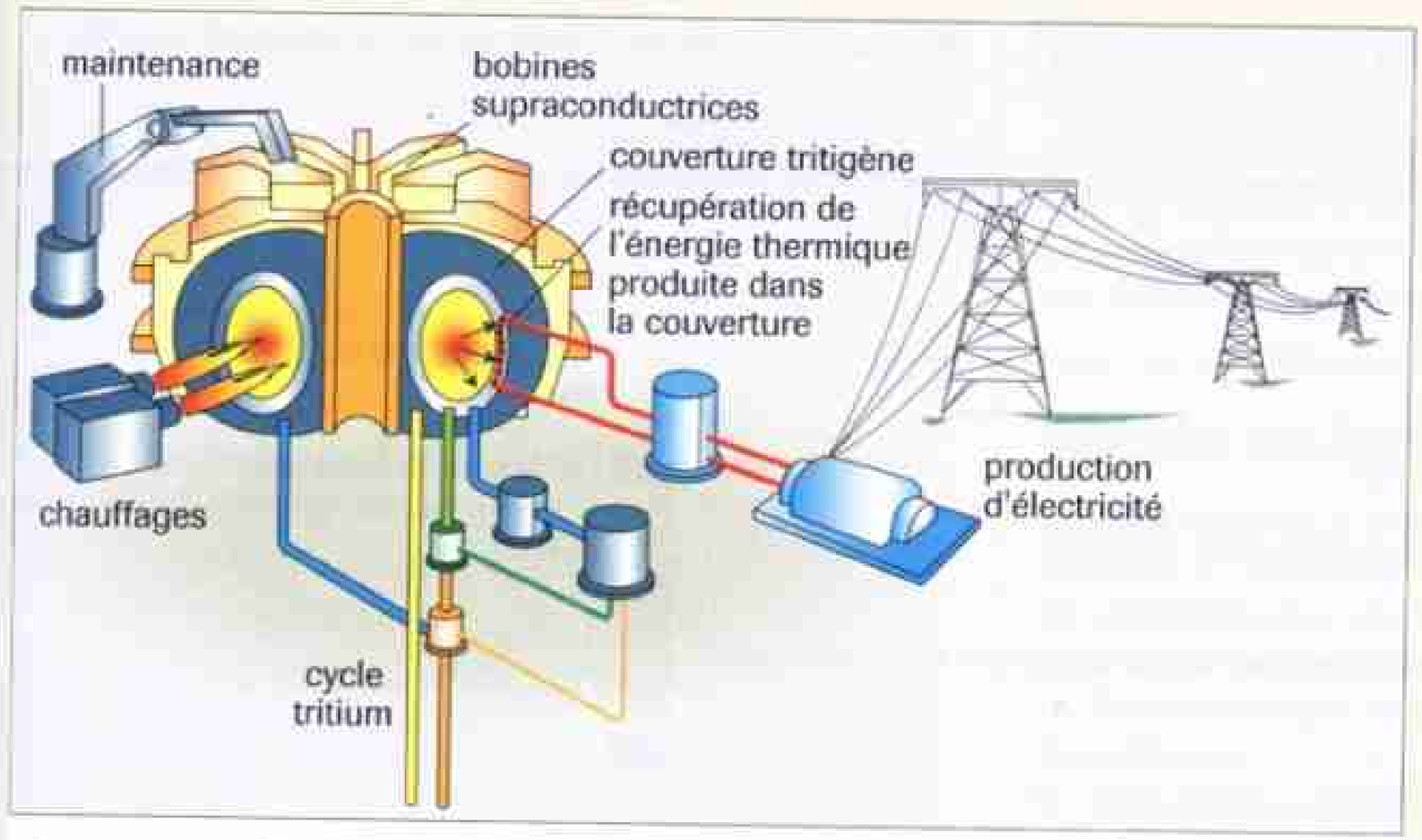
La fusion des noyaux de deutérium et de tritium semble être la réaction qui pourrait être utilisable dans un réacteur thermonucléaire.

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{1}_{0}n + 17{,}6\ \mathrm{MeV}.$$

Le neutron emporte 14 MeV. Il interagit avec l'environnement du plasma, les chocs successifs le ralentissent et il finit par être capturé par un noyau. En particulier, on cherche à ce que les neutrons ralentis soient capturés par un noyau $^{6}_{3}\mathrm{Li}$ qui, par la réaction suivante régénère le tritium.

$$^{6}_{3}\mathrm{Li} + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{3}_{1}\mathrm{H} + 4{,}8\ \mathrm{MeV}.$$

On peut alors calculer que la fusion d'un kilogramme d'un mélange homogène *deutérium-tritium* fournit, en incluant l'énergie produite par la réaction de régénération du tritium, 430 terajoules (TJ).
Une centrale de 500 MW thermique telle que celle proposée comme première étape vers la fusion contrôlée par confinement magnétique consommerait donc environ 15 milligrammes de mélange deutérium-tritium par seconde, soit une consommation annuelle de 470 kg.



La couverture tritigène aurait les principales fonctions suivantes :
1. protéger les aimants et la chambre à vide des rayonnements neutroniques et gamma ;
2. produire le tritium nécessaire à la réaction de fusion ;
3. convertir l'énergie des neutrons en énergie thermique et l'évacuer afin d'engendrer un cycle capable de fournir de l'électricité.

Les difficultés techniques sont importantes :
- le flux de neutrons produit pose des problèmes de résistance de matériaux et nécessite un blindage très efficace des éléments supraconducteurs situés autour de la chambre à plasma ;
- la nécessité de disposer de tritium $^{3}_{1}\mathrm{H}$ a des conséquences sérieuses car :
  – c'est un gaz très diffusant et radioactif de demi-vie 12,33 ans. L'activité de 1 kilogramme de tritium est de 350 000 terabecquerels (TBq).
  – il faut le régénérer en faisant réagir les neutrons produits avec des noyaux de litium $^{6}_{3}\mathrm{Li}$ par la réaction $^{6}_{3}\mathrm{Li} + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{3}_{1}\mathrm{H}$ dans la couverture tritigène.

▶ Questions

1. Pourquoi la couverture extérieure s'appelle-t-elle une couverture tritigène?

2. D'après le texte, une centrale de ce type produirait une énergie de 430 TJ/kg et aurait une consommation annuelle de 470 kg de mélange deutérium-tritium.
Vérifier ces valeurs avec les renseignements donnés.

3. Les produits de la fusion ne sont pas radioactifs contrairement à la fission, par contre elle utilise du tritium radioactif dont un kilogramme a une activité de 350 000 TBq. Pourquoi le texte précise-t-il la masse?
Vérifier la valeur annoncée pour l'activité.

EXERCICE RÉSOLU

ÉNONCÉ

La fission nucléaire dans un réacteur de 900 MW

Dans une centrale nucléaire à uranium enrichi en isotope $^{235}_{92}U$, une des réactions possibles est représentée par la réaction d'équation :

$$^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{94}_{38}Sr + {}^{139}_{x}Xe + y\,{}^{1}_{0}n$$

1. Déterminer les valeurs de x et y dans l'équation de cette réaction nucléaire.

2. Calculer en MeV l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235.

3. Quelle est, en joules, l'énergie libérée par la fission d'un gramme d'uranium 235 en admettant que toutes les réactions qui se produisent au sein du réacteur sont du même type que la précédente.

4. La centrale de puissance électrique 900 MW consomme chaque année environ une tonne d'uranium 235. Déterminer son rendement.

DONNÉES

noyau	^{235}U	^{94}Sr	^{139}Xe	n
masse (u)	235,0134	93,8946	138,8882	1,0087

- $1\,u = 1{,}66 \times 10^{-27}$ kg ;
- $1\,eV = 1{,}6 \times 10^{-19}$ J ;
- Constante d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$.

MÉTHODE

Calculer l'énergie libérée par une réaction nucléaire

L'énergie est libérée sous forme d'énergie cinétique, elle est égale à l'opposé de la variation d'énergie de masse (en l'absence de rayonnement γ).

- Calculer d'abord la variation de masse Δm soit en u ou en kg :

$$\Delta m = (\Sigma m_{\text{noyaux formés}}) - (\Sigma m_{\text{noyaux de départ}})$$

- Si $\Delta m < 0$, la réaction libère de l'énergie.

Calculer :

$$\Delta E = \Delta m c^2 \text{ avec } c = 3{,}0 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}.$$

Attention aux unités, convertir Δm, si nécessaire, en kg l'énergie est obtenue en joules.

- L'énergie libérée vaut $-\Delta E$.

SOLUTION

1. Détermination des valeurs de x et y.
D'après les lois de conservation de A et Z, on peut écrire :
$1 + 235 = 94 + 139 + y \times 1$ soit $y = 3$
$0 + 92 = 38 + x + 0$ soit $x = 54$.

2. Énergie libérée $E_{\text{libérée}}$ par la fission : elle est égale à l'opposé de la perte d'énergie de masse ΔE.

Calcul de la perte de masse :
$\Delta m = (m_{Sr} + m_{Xe} + y m_n) - (m_n + m_U)$
$\Delta m = (93{,}8946 + 138{,}8882 + 3 \times 1{,}0087) - (235{,}0134 + 1{,}0087) = -0{,}21320$ u
soit : $\Delta m = -0{,}21320 \times 1{,}66 \times 10^{-27} = -3{,}54 \times 10^{-28}$ kg.

Calcul de la perte d'énergie de masse :
$\Delta E = -3{,}54 \times 10^{-28} \times (3{,}0 \times 10^8)^2 = -3{,}18 \times 10^{-11}$ J soit environ $-$ **199 MeV**.
L'énergie libérée par la réaction de fusion vaut environ 200 MeV.

3. Énergie libérée par 1 g d'uranium 235 : $E_{\text{libérée pour 1 g}} = -\Delta E \times N$

N étant le nombre de noyaux dans 1 g :

$$N = \frac{1{,}0 \times 6{,}02 \times 10^{23}}{235} = 2{,}56 \times 10^{21} \text{ noyaux}$$

$$E_{\text{libérée pour 1 g}} = 3{,}18 \times 10^{-11} \times 2{,}56 \times 10^{21} = \mathbf{8{,}16 \times 10^{10}\ J.}$$

4. Rendement de la centrale : $\eta = E_{\text{électrique fournie}} / E_{\text{thermique libérée durant le même temps}}$

Sur un an, on obtient : $\eta = \dfrac{900 \times 10^6 \times 365 \times 24 \times 3600}{8{,}16 \times 10^{10} \times 1 \times 10^6} = 0{,}35$ ou 35 %.

COMMENTAIRES

Les lois de Soddy s'appliquent à toutes les réactions nucléaires, provoquées ou spontanées.

Il ne faut pas oublier de multiplier par le nombre y de neutrons.

Elle est libérée sous forme d'énergie cinétique des particules du système (en l'absence de rayonnement γ) :
$\Delta E_c = -\Delta E$

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. Einstein postule en 1905 que la masse est une forme de l'....
b. Pour briser un noyau, il faut ... de l'énergie.
c. Une réaction qui se fait avec une ... de masse libère de l'énergie.
d. Lors d'une ..., un noyau lourd se brise en noyaux plus légers.
e. Lors d'une ..., deux noyaux légers forment un noyau plus lourd.

2 Vrai ou faux ?

a. Une réaction nucléaire provoquée suit les mêmes lois de conservation qu'une réaction nucléaire spontanée.
b. Une réaction nucléaire spontanée se fait avec une augmentation de l'énergie de masse du système.
c. Lors d'une réaction nucléaire, la libération d'énergie se fait sous forme d'énergie cinétique des particules.
d. Une réaction de fission en chaine produit des neutrons qui peuvent provoquer d'autres fissions.

3 QCM

a. L'électron-volt est une unité de :
❑ charge électrique ;
❑ masse ;
❑ énergie ;
❑ tension électrique.

b. L'énergie de masse vaut :
❑ $E = \frac{m}{c^2}$;
❑ $E = c^2 m$;
❑ $E = m + c^2$.

c. Le nombre de neutrons (y) produits par la réaction en chaine suivante vaut :

$$^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \rightarrow ^{90}_{36}Kr + ^{142}_{56}Ba + y \times ^{1}_{0}n$$

❑ 1 ; ❑ 2 ; ❑ 3 ; ❑ 4.

d. Donner tous les qualificatifs qui s'appliquent à chacune des réactions nucléaires suivantes :
❑ provoquée ;
❑ spontanée ;
❑ radioactive ;
❑ fusion ;
❑ fission ;
❑ en chaine.

$^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \rightarrow ^{94}_{38}Sr + ^{140}_{54}Xe + 2^{1}_{0}n$ (1)
$^{4}_{2}He + ^{27}_{13}Al \rightarrow ^{30}_{15}P + ^{1}_{0}n$ (2)
$^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He + ^{1}_{0}n$ (3)
$^{58}_{26}Fe + ^{208}_{82}Pb \rightarrow ^{265}_{108}Hs + ^{1}_{0}n$ (4)
$^{236}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{239}_{92}U$ (5)
$^{239}_{92}U \rightarrow ^{239}_{93}Np + ^{0}_{-1}e$. (6)

4 Apprendre à rédiger

Expliquer le principe de l'équivalence masse-énergie.

Application des connaissances

Données générales pour tous les exercices
- $1\,eV = 1{,}6 \times 10^{-19}$ J ;
- $1\,u = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg.

particule	$^{0}_{-1}e$ et $^{0}_{+1}e$	$^{1}_{1}H = p$	$^{1}_{0}n$	$^{4}_{2}He$
masse (u)	0,00055	1,0073	1,0087	4,0026

Énergie de liaison

5 • Énergie de liaison par nucléon

On donne la masse du noyau d'oxygène $^{16}_{8}O$:
15,995 u.
Calculer l'énergie de liaison par nucléon pour ce noyau.

6 • Énergie de liaison du noyau d'hélium

Calculer l'énergie de liaison du noyau d'hélium 4.

Données
- *Masse du noyau* $^{4}_{2}He$: 4,0026 u.

7 • Stabilité de deux noyaux

On donne les énergies de liaison par nucléon du deutérium $D = ^{2}_{1}H$: 1,1 MeV/nucléon et de l'hélium $^{4}_{2}He$:
7,0 MeV/nucléon.
Lequel de ces deux noyaux est le plus stable ? Pouvez-vous les situer sur la courbe d'Aston ?

Masse et énergie

8 •• Désintégration α et perte de masse

La désintégration d'un noyau de radium 226 noté $^{226}_{88}Ra$ donne une particule α et un noyau de radon (symbole : Rn).
a. Écrire l'équation de la réaction nucléaire en précisant les lois utilisées.
b. Calculer la perte de masse lors de la désintégration.
c. Calculer en MeV et en joules l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau de radium.

Données
- *Masse du noyau de radium* 226 : 225,977 12 u ;
- *Masse de noyau de radon* : 221,970 32 u.

9 •• Énergie libérée par désintégration

L'isotope 198 de l'or Au est radioactif β^-.
a. Écrire l'équation de la désintégration.
b. Calculer, en MeV, l'énergie libérée par cette réaction.
Que devient cette énergie libérée ?

Données
- *Masse du noyau père* : 197,924 93 u ;
- *Masse du noyau fils* : 197,922 91 u.

10 ·· Énergie libérée par la fission

Une centrale nucléaire utilise la fission de l'uranium 235.

a. Une réaction de fission peut s'écrire :

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{139}_{53}\mathrm{I} + ^{94}_{x}\mathrm{Y} + y\,^{1}_{0}n.$$

Déterminer x et y.

b. Calculer la perte de masse accompagnant la réaction précédente. On donne les masses des atomes et particules (en unité de masse atomique u).

^{235}U	^{139}I	^{94}Y	n
235,044 u	138,905 u	93,906 u	1,009 u

c. Si l'on admet que la fission d'un atome d'uranium ^{235}U s'accompagne en moyenne d'une telle diminution de masse, trouver, en joules, l'énergie libérée par la fission d'une mole d'uranium ^{235}U.

11 ·· Énergie libérée par la fusion

Des noyaux de deutérium d produisent, lorsqu'ils frappent une cible de cuivre contenant du tritium t une réaction de fusion selon le schéma : $d + t \rightarrow \alpha + n$.

On utilisera les valeurs rassemblées dans le tableau suivant :

neutron n	deutérium d	tritium t	hélium α
$^{0}_{1}n$	$^{2}_{1}$H	$^{3}_{1}$H	$^{2}_{4}$He
1,008 66 u	2,013 55 u	3,015 50 u	4,001 50 u

a. Vérifier que les lois de Soddy sont respectées.

b. Calculer, en unité de masse atomique u la diminution de masse au cours de la réaction. En déduire l'énergie libérée par la fusion, exprimée en MeV.

12 ·· Énergie libérée et énergie de liaison

a. Exprimer en fonction des énergies de liaison par nucléon l'énergie libérée par cette fission d'un noyau d'uranium 235 :

$$^{1}_{0}n + ^{235}_{92}\mathrm{U} \rightarrow ^{94}_{38}\mathrm{Sr} + ^{140}_{54}\mathrm{Xe} + 2\,^{1}_{0}n$$

b. La calculer sachant que les énergies moyennes de liaison par nucléon valent E = 8,50 MeV/nucléon pour les noyaux $^{94}_{38}$Sr et $^{140}_{54}$Xe et 7,6 MeV/nucléon pour les noyaux $^{235}_{92}$U.

Fission. Fusion

13 ·· La fission

Un réacteur d'une centrale nucléaire fonctionne à l'uranium enrichi (3 % d'uranium 235 fissile et 97 % d'uranium 238 non fissile).

Par capture d'un neutron lent $^{235}_{92}$U, le noyau, subit la fission :

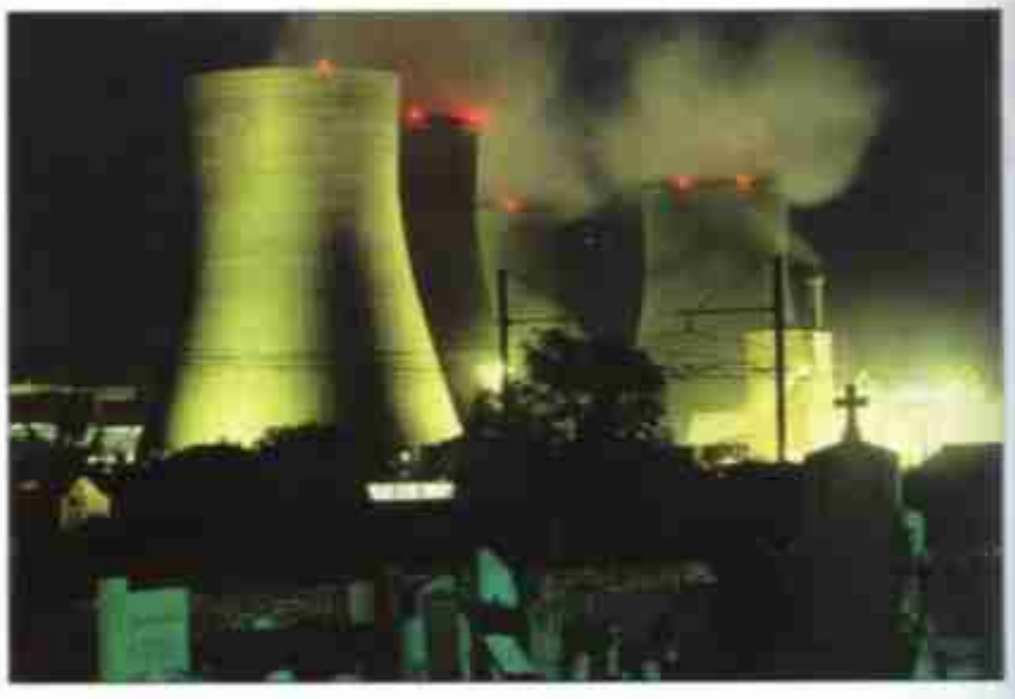
$$^{1}_{0}n + ^{235}_{92}\mathrm{U} \rightarrow ^{94}_{x}\mathrm{Sr} + ^{139}_{54}\mathrm{Xe} + z\,^{1}_{0}n$$

a. Calculer x et z pour ajuster les coefficients de cette équation de réaction nucléaire.

b. Calculer l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235. L'exprimer en joules et en MeV.

Quelle serait l'énergie fournie par la fission d'une mole de noyaux d'uranium 235?

L'exprimer en T.E.P. (tonne équivalent pétrole).



Données

- $c = 3{,}0 \times 10^{8}$ m·s^{-1} ; • 1 T.E.P. $= 4{,}2 \times 10^{10}$ J ;
- *Constante d'avogadro :* $\mathcal{N}_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1} ;
- *Masse des noyaux participant à la réaction (en unité de masse atomique) :*

	^{139}Xe	^{94}Sr	^{235}U
masse (u)	138,888 2	93,894 6	235,013 4

14 ·· Énergie de liaison de l'uranium

a. Définir l'énergie de liaison de l'uranium 235.

b. Calculer sa valeur en MeV.

c. En déduire l'énergie moyenne de liaison par nucléon du noyau d'uranium 235.

d. Un neutron d'énergie cinétique convenable rencontre un noyau d'uranium 235 au repos peut entraîner plusieurs types de fission ; nous ne considérerons dans cet exercice que celle qui produit un noyau de lanthane $^{148}_{57}$La et un noyau de brome $^{85}_{35}$Br ainsi que des neutrons.

Écrire l'équation de cette fission.

e. Exprimer en fonction des énergies de liaison par nucléon l'énergie libérée par cette fission d'un noyau d'uranium 235 et la calculer.

Données

- *Masse du noyau d'uranium* $^{235}_{92}$U : $m = 234{,}994\,2$ u ;
- *Énergie moyenne de liaison par nucléon pour les noyaux* $^{148}_{57}$La et $^{85}_{35}$Br : $E = 8{,}50$ MeV.

15 ·· La fusion dans les étoiles

Les étoiles sont en permanence le siège de réactions de fusion nucléaire. Voici les équations de certaines réactions susceptibles de se produire.

$$^{1}_{1}\mathrm{H} + ^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{A_1}_{Z_1}\mathrm{X}_1 + ^{0}_{-1}e$$

$$^{A_1}_{Z_1}\mathrm{X}_1 + ^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{3}_{2}\mathrm{He}$$

$$^{3}_{2}\mathrm{He} + ^{3}_{2}\mathrm{He} \rightarrow ^{A_2}_{Z_2}\mathrm{X}_2 + ^{1}_{1}\mathrm{H} + ^{1}_{1}\mathrm{H}$$

a. Qu'appelle-t-on réaction de fusion nucléaire?

b. Donner les lois de conservation permettant le calcul de Z_1, Z_2, A_1 et A_2. En déduire leurs valeurs.

c. Identifier l'élément chimique X_1 ainsi que le nucléide $^{A_1}_{Z_1}X_1$.

d. Déterminer l'équation de la réaction équivalente à ces trois réactions nucléaires.

e. Déterminer, en unité de masse atomique, la masse transformée en énergie lors de la fusion. Calculer cette énergie en joules puis en MeV.

Donnée

- *Masse du noyau* $^{3}_{2}He$: 3,016 029 u.

16 •• La perte de masse du Soleil

La fusion thermonucléaire des protons dans le Soleil produit des noyaux d'hélium. La réaction libère 24 MeV.



a. Calculer la perte de masse correspondante.
b. On suppose que toute l'énergie produite est rayonnée par le Soleil. La puissance rayonnée, supposée constante, vaut $3{,}9 \times 10^{26}$ W. Calculer la perte de masse par seconde.
c. La masse du Soleil est de l'ordre de $1{,}99 \times 10^{30}$ kg. Son âge est évalué à 4,6 milliards d'années.
Quelle masse a-t-il perdue depuis qu'il rayonne ? Quel pourcentage de sa masse actuelle cela représente-t-il ?

Bilan énergétique

17 •• Noyaux de lithium

On considère le noyau de lithium $^{7}_{3}\text{Li}$.

a. Définir l'énergie de liaison de ce noyau, puis déterminer sa valeur en MeV.
b. En bombardant des noyaux de lithium $^{7}_{3}\text{Li}$ par des protons $^{1}_{1}\text{H}$, il se produit une réaction nucléaire avec formation uniquement de noyaux d'hélium $^{4}_{2}\text{He}$ (particules α).
Écrire l'équation de la réaction nucléaire.
On détecte, en plus des particules α, un rayonnement γ. Expliquer l'origine de ce rayonnement.
c. Déterminer l'énergie libérée par la réaction nucléaire, en précisant sous quelle forme apparaît cette énergie. On exprimera le résultat en joules puis en MeV.
d. Les particules α précédentes sont utilisées pour transformer des noyaux d'azote $^{14}_{7}\text{N}$ immobiles en des noyaux d'oxygène $^{17}_{8}\text{O}$.
Écrire l'équation de cette réaction, en précisant quel autre noyau apparaît.
Déterminer la variation de masse au cours de cette réaction.
Conclure quant au bilan énergétique de cette réaction.

Données

noyau	$^{7}_{3}\text{Li}$	$^{14}_{7}\text{N}$	$^{17}_{8}\text{O}$
masse (u)	7,0158	14,0031	16,9991

18 •• Consommation d'uranium dans un REP

Dans une centrale nucléaire, les noyaux d'uranium ^{235}U subissent la fission sous le choc d'un neutron lent. L'un des processus possibles conduit à la formation d'un noyau de césium $^{137}_{55}\text{Cs}$, d'un noyau de zirconium $^{97}_{40}\text{Zr}$, de neutrons et d'électrons.

a. Écrire l'équation de cette fission.
b. L'énergie E_0 libérée lors de la fission d'un noyau d'uranium ^{235}U vaut $E_0 = 200$ MeV. Exprimer E_0 en joules.
c. Calculer l'énergie E libérée par la fission d'un gramme d'uranium 235.
d. Le rendement de la centrale (rapport de l'énergie électrique à l'énergie nucléaire), étant de 30 %, calculer la consommation journalière en uranium 235 de la centrale, pour une puissance électrique de 900 MW.

Donnée
- *Masse du noyau d'uranium* : 235 u.

19 •• Énergie pour obtenir le combustible

Dans une centrale nucléaire à « uranium enrichi » en isotope ^{235}U, une des réactions nucléaires les plus fréquentes est représentée par l'équation :

$$^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{x}_{38}\text{Sr} + {}^{140}_{y}\text{Xe} + 2\,{}^{1}_{0}n \qquad (1)$$

a. Ajuster les coefficients de cette équation en précisant à quelles lois vous vous référez.
b. L'isotope $^{238}_{92}\text{U}$ peut capter des neutrons pour former du plutonium selon les équations :

$$^{1}_{0}n + {}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{239}_{92}\text{U} \qquad (2)$$

$$^{239}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{239}_{93}\text{Np} \qquad (3)$$

$$^{239}_{93}\text{Np} \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{239}_{94}\text{Pu} \qquad (4)$$

Ce plutonium donne une réaction du même type que celle décrite par l'équation (1).
Quelle est la propriété des noyaux $^{239}_{92}\text{U}$ et $^{239}_{93}\text{Np}$? Définir une grandeur permettant de caractériser cette propriété.
c. D'où provient l'énergie dégagée par les réactions du type (1) ?
d. Une centrale nucléaire consomme chaque année 23,2 tonnes d'uranium enrichi. Pour obtenir 1 kg d'uranium enrichi, on consomme $3{,}1 \times 10^{10}$ J. La centrale fournit annuellement $2{,}5 \times 10^{16}$ J. Quel est le pourcentage de la production de la centrale nécessaire à l'obtention du combustible nucléaire qu'elle utilise ?

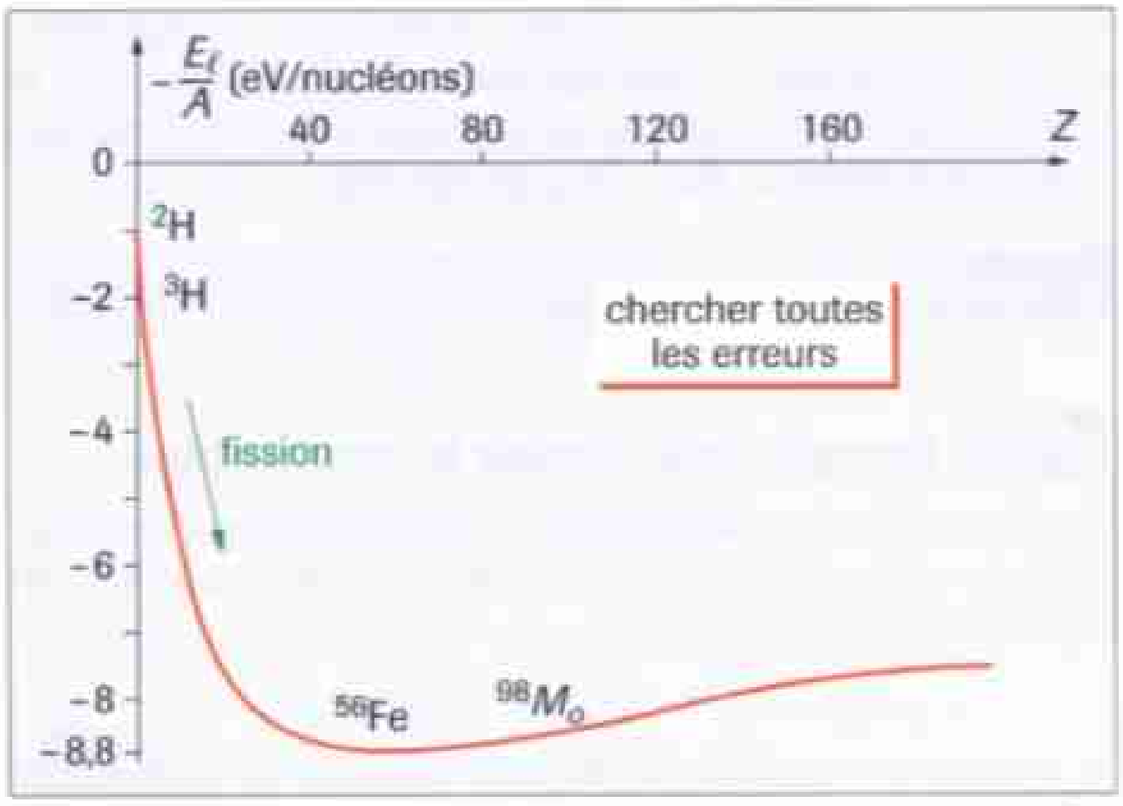
Problèmes de synthèse

20 •• Dimension de l'électron-volt

a. Donner l'expression de l'énergie électrique reçue par un élément d'un circuit électrique soumis à une tension U et traversé par un courant d'intensité I pendant une durée Δt.
b. Sachant que l'intensité électrique I est un débit de charges à travers une section d'un conducteur $I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$, montrer que l'énergie électrique est homogène au produit d'une tension par une charge.
c. Une charge élémentaire e initialement immobile est soumise à une différence de potentiel de 1 volt, déterminer son énergie.

21 QCM

a. Combien d'erreurs relevez-vous dans le graphe ci-dessous donnant l'allure des variations de l'énergie moyenne de liaison par nucléon en fonction du nombre de masse A ?

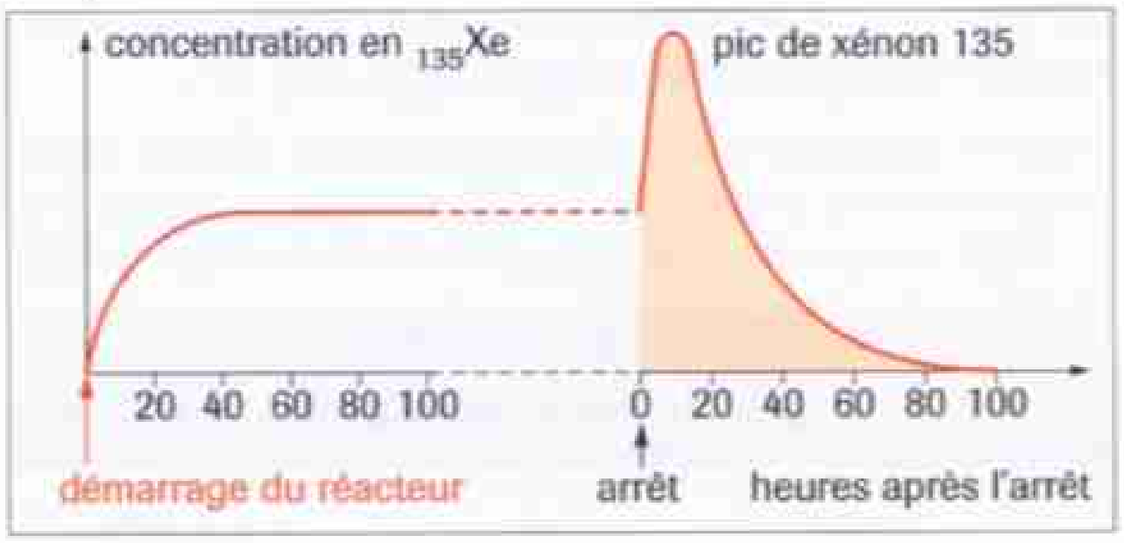


b. Choisissez parmi les réactions nucléaires provoquées suivantes celles qui vous paraissent possibles :

- ❑ $^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{239}_{92}U$;
- ❑ $^{239}_{92}U \rightarrow ^{239}_{93}Np + \beta^- + \gamma$;
- ❑ $^{239}_{92}Np \rightarrow ^{239}_{95}Pu + \beta^- + \gamma$;
- ❑ $^{27}_{13}Al + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{30}_{15}P + ^{0}_{-1}e$.

22 Le xénon 135, un neutrophile poison des réacteurs

À l'occasion d'un TPE sur les risques technologiques, des élèves se sont intéressés à l'empoisonnement du cœur d'un réacteur nucléaire par le xénon 135 qui capte les neutrons et empêche, de ce fait, la fission de l'uranium 235. En s'aidant du document suivant donnant la courbe de la concentration du xénon 135 au cours du temps et les principales réactions nucléaires, ils ont expliqué les conséquences de l'empoisonnement lors de l'arrêt du réacteur.



Réactions nucléaires

- 3 fissions sur 1 000 donnent du Xe 135
- 6 fissions sur 100 donnent du tellure 135

$$^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \rightarrow ^{A}_{Z}X + ^{135}_{52}Te + z\,^{1}_{0}n \qquad (2)$$

- le tellure est radioactif

$$^{135}_{52}Te \xrightarrow{t_{1/2} = 2\ min} ^{135}_{53}I \xrightarrow{t_{1/2} = 6{,}7\ h} ^{135}_{54}Xe \xrightarrow{t_{1/2} = 9{,}2\ h} ^{135}_{55}Cs \qquad (3)$$

- le Xe 135 est neutrophile

$$^{1}_{0}n + ^{135}_{54}Xe \rightarrow ^{136}_{54}Xe \qquad (4)$$

a. Dans la phase de démarrage, quelles sont les réactions qui expliquent l'augmentation de la concentration du ^{135}Xe ?

b. Quelles réactions permettent d'expliquer le palier dans la concentration de ^{135}Xe en fonctionnant à puissance constante ?

c. À l'arrêt du réacteur, les barres de contrôle absorbent le flux de neutrons. Quelles sont les réactions qui ne se font plus ? Justifier le pic dans la concentration de ^{135}Xe en exploitant les valeurs des demi-vies $t_{1/2}$ des noyaux radioactifs.

d. Le redémarrage d'un réacteur ne peut se faire que quand la concentration en ^{135}Xe est devenue très faible. Donner un ordre de grandeur de la durée nécessaire avant le redémarrage.

23 Plutonium fissile et énergie libérée

Le plutonium $^{241}_{94}Pu$ est un noyau fissile produit dans les réacteurs nucléaires. Il peut donner de multiples fissions sous l'action d'un bombardement neutronique.
Par ailleurs, le plutonium 241 est radioactif β^- et sa période est 13,2 ans.

a. Combien de neutrons sont produits par la fission du plutonium en noyaux d'yttrium 98 et de césium 141 ?

b. Évaluer l'énergie libérée par cette fission à partir des énergies de liaison par nucléon des noyaux données ci-après.

$^{241}_{94}Pu$	$^{98}_{39}Y$	$^{141}_{55}Cs$
7 546 keV	8 499 keV	8 294 keV

c. Écrire l'équation de désintégration radioactive du plutonium 241 et calculer en MeV l'énergie libérée par sa désintégration.

	plutonium 241	américium 241
masse (u)	241,0582	241,0567

d. De la charge de combustible irradié extrait d'un réacteur nucléaire, on prélève un échantillon contenant une masse de 1 kg de plutonium 241 qui n'a pas subi de fission.
Calculer l'activité de cet échantillon due au plutonium.
Au bout de combien de temps l'activité est-elle divisée par 1 000 ?

24 Cycle thermonucléaire de Bethe

Après avoir lu le texte de Gamow ci-après, répondre aux questions qui suivent.

« ... On a trouvé que le processus thermonucléaire responsable de la production de l'énergie solaire n'était pas limité à une seule transformation nucléaire, mais qu'il consistait en une suite de transformations formant ce que l'on appelle une chaîne de réactions....
Partons par exemple du carbone ordinaire (^{12}C) ; nous voyons qu'une collision avec un proton conduit à la formation de l'isotope léger de l'azote (^{13}N) et à la libération d'énergie nucléaire sous forme de rayonnement γ...
Le noyau ^{13}N est instable ; il se transforme en un noyau stable de l'isotope lourd (^{13}C) que l'on sait être présent en petites quantités dans le carbone ordinaire.

Frappé par un autre proton, cet isotope du carbone se transforme en azote ordinaire (^{14}N), accompagné d'un intense rayonnement γ.
Puis le noyau ^{14}N entrant en collision avec un autre proton (le troisième) donne naissance à un isotope instable de l'oxygène (^{15}O), qui très rapidement se transforme en ^{15}N, stable, par émission d'un positon.
Finalement, ^{15}N, absorbant un quatrième proton, se scinde en deux parties inégales dont l'une est le noyau ^{12}C dont nous sommes partis et l'autre un noyau d'hélium, ou particule α.
Ainsi donc dans notre réaction cyclique, les noyaux de carbone et d'azote sont indéfiniment régénérés... »

Naissance et mort du soleil de Gamow,
© éditions Dunod (1960).

a. Écrire les six équations des réactions nucléaires constituant le cycle de Bethe.
b. Préciser la nature de chacune des réactions nucléaires.
c. Établir l'équation globale du cycle de Bethe. De quel type de réaction nucléaire s'agit-il ?

POUR ALLER PLUS LOIN

25 Démarrage d'un réacteur

Pour le démarrage d'un réacteur nucléaire à fission, on peut utiliser une source d'américium-beryllium. L'américium 241 radioactif est émetteur α. Une particule α peut réagir avec un noyau $^{9}_{4}Be$ pour produire un neutron n et un noyau de carbone $^{12}_{6}C$.

a. Rappeler les lois utilisées pour ajuster les coefficients d'une équation de réaction nucléaire.
b. Écrire avec les symboles nucléaires les équations :
- de la désintégration de l'américium 241 ;
- de la transmutation du beryllium 9.

c. Une fission possible de l'uranium 235, sous l'impact d'un neutron, produit les noyaux $^{144}_{w}La$ et $^{88}_{35}Br$ et k neutrons.
Écrire l'équation de la réaction. En déduire les valeurs w et k.
d. Pourquoi la source de neutrons « américium-beryllium » est-elle seulement utile au démarrage du réacteur nucléaire ?
e. Lors du démarrage d'un réacteur nucléaire, on peut utiliser un compteur à trifluorure de bore pour mesurer les faibles flux de neutrons.
Les neutrons produits réagissent avec le bore 10 selon l'équation nucléaire suivante :

neutron + bore 10 → lithium 7 + particule α

Calculer, en MeV, l'énergie libérée E par la transmutation du bore 10.
f. On observe que les énergies cinétiques des particules α prennent soit la valeur E calculée précédemment, soit la valeur $E = 2{,}32$ MeV, et qu'il y a simultanément l'émission d'un rayonnement γ. Quelle est l'origine du rayonnement γ ? (On néglige les énergies cinétiques des noyaux de lithium et des neutrons incidents.)

Données
• *Masse de quelques noyaux ou particules :*

nom	particules α	lithium 7	bore 10	neutron
masse (u)	4,00150	7,01435	10,01020	1,00866

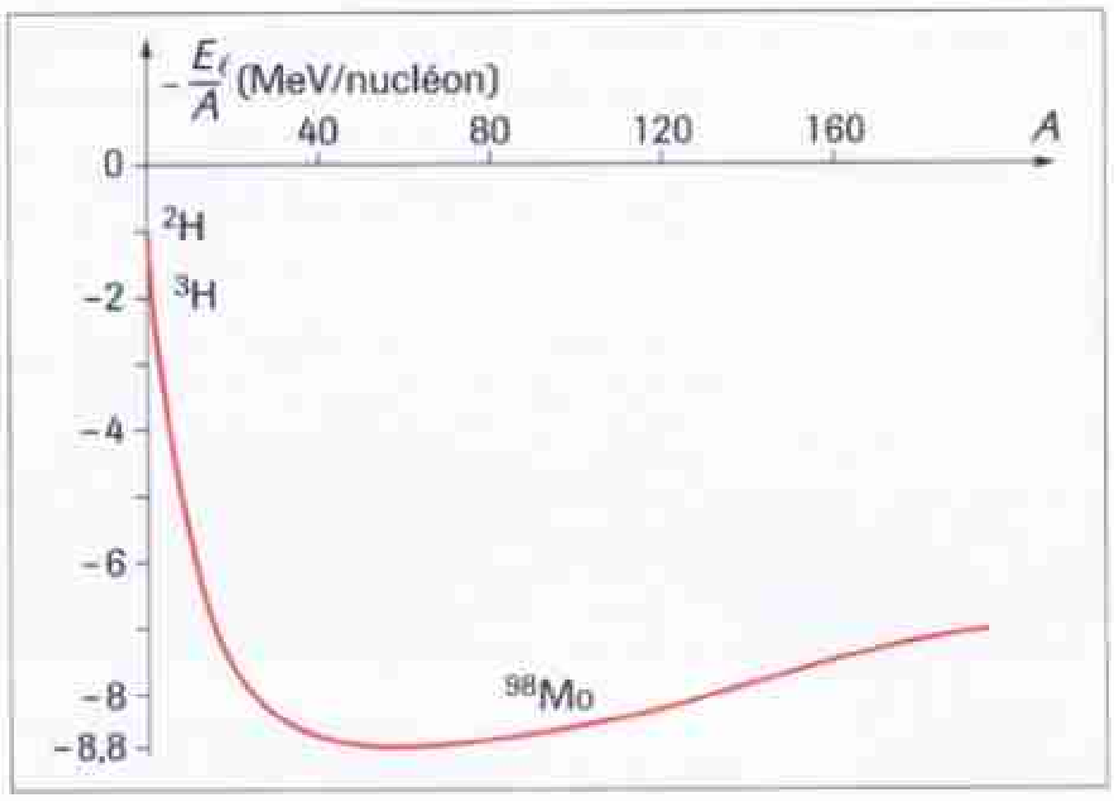
1 Big Bang

On peut expliquer la formation des éléments chimiques dans l'Univers par le schéma suivant :
– l'hydrogène et l'hélium se sont formés dans les premiers instants qui ont suivi le Big Bang ;
– les éléments plus lourds (C, N, O, Ne, S, Mg, Fe) se forment dans le cœur des étoiles par réactions thermonucléaires de fusion ;
– les éléments plus lourds que le fer sont synthétisés dans les étoiles, mais demandent un apport d'énergie ;
– les éléments légers plus lourds que l'hélium (Li, Be, B) sont formés par fracture de certains noyaux sous l'impact de projectiles de grande énergie du rayonnement cosmique.
On s'intéresse à la deuxième étape.
À une température de l'ordre de 7×10^8 K, le choc de deux noyaux de carbone $^{12}_{6}C$ peut produire soit du néon $^{20}_{10}Ne$, soit du sodium $^{23}_{11}Na$, soit du magnésium $^{24}_{12}Mg$, chaque réaction libérant au maximum une seule autre particule.

a. Après avoir défini une réaction de fusion, écrire les équations de ces trois réactions nucléaires en précisant les règles utilisées. Nommer les particules formées en plus de ces noyaux.

b. À une température de l'ordre de 3×10^9 K, il se forme le dernier élément, le fer.
Le noyau $^{56}_{26}Fe$ provient de la désintégration β^+ d'un noyau de cobalt $^{A}_{27}Co$.
Écrire l'équation de cette réaction. Déterminer A.

c. Définir l'énergie de liaison E_l d'un noyau.
Déterminer celle du noyau $^{56}_{26}Fe$, en déduire son énergie de liaison par nucléon.
Placer le fer sur la courbe d'Aston ci-dessous. Conclure quant à la stabilité du noyau $^{56}_{26}Fe$.



Donnée
• *Masse d'un noyau de fer* : 55,91 u ;

2 Comment a été obtenu l'élément 101 ?

Nous l'avons obtenu en bombardant de l'einsteinium avec des noyaux d'hélium. La cible était un rond minuscule découpé dans une feuille d'or au dos de laquelle on avait fixé une couche d'einsteinium, mince au point d'être invisible : pas plus de quelques milliards d'atomes… Quant au jet de noyaux d'hélium, on pouvait le voir sous l'apparence d'un mince faisceau de lumière bleue quand on le laissait s'échapper dans l'air autour de la cible…
La première expérience devait fournir quelques atomes de mendélévium 101, qu'il fallait séparer des milliards d'atomes d'einsteinium. Nous devions à tout prix les isoler et les identifier avant qu'ils fussent tous désintégrés. En effet, la moitié d'un échantillon de mendélévium se désintègre en une demi-heure environ, devenant un isotope du fermium suivant une réaction de désintégration spontanée. S'il y avait du mendélévium, la désintégration devait le révéler. Chaque fois qu'un atome du nouvel élément se désintégrerait, les fragments de fission successifs provoqueraient une gerbe explosive d'ionisation et cette impulsion de courant s'inscrirait sur la bande enregistreuse, sous forme d'une discontinuité…

a. Donner la représentation symbolique du noyau d'hélium formé de deux protons et deux neutrons.

b. Écrire l'équation de la réaction nucléaire provoquée aboutissant à la formation de mendélévium 256.
Citer les lois appliquées.

c. L'isotope 256 du mendélévium est radioactif. Que vaut sa demi-vie ? Quelle est la nature du rayonnement qu'il émet ?

d. Les noyaux donnant ce type d'émission possèdent-ils un excès de neutrons ou de protons ? Justifier.
Existent-ils dans la nature ?

e. Les tables, pour le mendélévium 101, donnent une énergie de liaison par nucléon de 7431 keV.
Déterminer l'énergie de liaison de cet isotope et expliquer ce qu'elle représente.

3 Analyse par activation neutronique

Pour déterminer la provenance d'une céramique archéologique, il est nécessaire de chercher à identifier un certain nombre d'éléments traces qui permettent de caractériser la composition des pâtes, de déterminer l'origine des gisements d'argiles… Dans une revue de vulgarisation, la méthode utilisée est ainsi décrite.

Dans un réacteur nucléaire, les noyaux d'uranium 235 après leur fission se retrouvent fractionnés en deux noyaux plus petits et des neutrons excédentaires… Ces neutrons vont irradier des objets pour y introduire une radioactivité artificielle, qui est différente pour chaque type de noyau. Le dosage de ces radioactivités permet de doser les éléments contenus dans l'échantillon. Par exemple, le césium (élément de la famille des alcalins) a une seule sorte de noyau stable à l'état naturel, le $^{133}_{55}Cs_{78}$. Par capture d'un neutron, il devient du césium 134 radioactif β^- dont le noyau fils émet des rayons γ caractéristiques. Le nombre de ces rayons γ permet de calculer le nombre d'atomes de césium présents dans l'échantillon.

a. Un noyau d'uranium ^{235}U bombardé par un neutron donne un noyau de xénon ^{140}Xe et un noyau de strontium ^{94}Sr.
Déterminer le nombre de neutrons « excédentaires » formés lors de cette fission.

b. L'énergie fournie par la réaction nucléaire est de l'ordre de 200 MeV. Les neutrons formés emportent environ 3 % de cette énergie. Calculer l'énergie cinétique de chaque neutron en supposant qu'elle se répartit également entre les neutrons formés.

c. Ces neutrons vont activer les noyaux de césium $^{133}_{55}Cs$ de la céramique. Quels sont les nombres de nucléons, protons et neutrons présents dans l'atome de césium $^{133}_{55}Cs$?
L'écriture $^{133}_{55}Cs_{78}$ de l'auteur se justifie-t-elle ?

d. Écrire les équations des réactions nucléaires de la capture du neutron jusqu'à l'émission des rayons γ. Cette émission γ change-t-elle le nombre de charge Z du noyau ? Son nombre de masse A ?

4 Noyaux d'argent

On soumet à une irradiation par neutrons lents un échantillon d'argent ne contenant que l'isotope 107. Il se forme des noyaux d'argent 108.

a. Écrire l'équation de capture d'un neutron par un noyau d'argent.

b. Le noyau formé est radioactif. Il se désintègre suivant plusieurs processus compétitifs dont la radioactivité β^- et la radioactivité β^+. Écrire les équations correspondant à chacune de ces 2 possibilités.

c. On considère un échantillon contenant N_0 noyaux radioactifs à la date $t = 0$. Soit $N(t)$ le nombre de noyaux restant à la date t.
Rappeler l'expression de $N(t)$ en fonction de N_0, de t et de la constante radioactive λ.

d. Rappeler la définition de la demi-vie $t_{1/2}$ d'un noyau radioactif et établir la relation existant entre λ et $t_{1/2}$.

e. L'activité à la date t d'un échantillon est définie par la relation $A(t) = -\frac{dN}{dt}$. Elle représente le nombre de désintégrations qui ont lieu par seconde.
On détermine l'activité en mesurant le nombre n_1 de désintégrations qui se produisent pendant une durée t_1 supposée très petite devant la demi-vie $t_{1/2}$.
Exprimer $\ln [n_1]$ en fonction de t_1, N_0, t et λ, le symbole ln représentant la fonction logarithme népérien.

f. On se propose de déterminer expérimentalement la période de l'isotope 108 de l'argent.
On s'inspire des résultats théoriques de la question précédente et on mesure le nombre n_1 de désintégrations de tous types obtenues pendant la durée $t_1 = 0{,}5$ s.
Cette mesure se répète toutes les 20 s. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

t (s)	20	40	60	80	100	120
n_1	542	498	462	419	390	353

t (s)	140	160	180	200	220	240
n_1	327	301	273	256	230	216

Tracer le graphe exprimant les variations de $\ln [n_1]$ en fonction du temps t.
On utilisera l'échelle :
1 cm $\triangleq$ 10 secondes en abscisses,
1 cm $\triangleq$ 0,1 unité de logarithme népérien en ordonnées.

g. Déterminer N_0, λ et $t_{1/2}$.

5 Deux isotopes de l'uranium

Le combustible d'une centrale nucléaire est constitué par de l'uranium « enrichi », mélange de deux isotopes de l'uranium : $^{238}_{92}U$ et $^{235}_{92}U$.

1. L'uranium 235 est dit « fissile » car, sous le choc d'un neutron, son noyau peut se scinder en deux noyaux plus légers en émettant d'autres neutrons. Parmi les diverses réactions possibles il y en a une qui donne les deux noyaux :

$$^{95}_{38}Sr \text{ et } ^{139}_{54}Xe$$

a. Écrire l'équation de la réaction nucléaire résultant du choc d'un neutron sur le noyau de l'uranium 235.
Préciser le nombre de neutrons émis.

b. En utilisant les données du tableau ci-dessous expliquer pourquoi cette réaction est exoénergétique et calculer en MeV l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235.

$_ZX$	$^{235}_{92}U$	$^{95}_{38}Sr$	$^{139}_{54}Xe$	^1_0n
m (u)	235,12	94,945	138,955	1,0087

Les masses sont exprimées en unité de masse atomique : u.

2. L'uranium 238 peut capter un neutron rapide, donnant naissance à un nouvel isotope de l'uranium. Ce noyau ainsi formé est radioactif et par suite de deux émissions β^- successives se transforme en plutonium $_{94}Pu$.
Écrire les trois réactions nucléaires successives qui conduisent ainsi de $^{238}_{92}U$ au plutonium $_{94}Pu$.

Donnée
- *L'élément de numéro atomique 93 est le Neptunium* : Np.

6 Uranium 235

Le réacteur d'un sous-marin nucléaire fonctionne à l'aide d'uranium enrichi en isotope $^{235}_{92}U$ (l'isotope $^{238}_{92}U$ n'étant pas fissile).

a. Quelle est la structure des noyaux cités ?

b. Les noyaux d'uranium 235 subissent différentes fissions parmi lesquelles l'une des plus fréquentes est la suivante :

$$^{235}_{92}U + ^1_0n \rightarrow ^{94}_{38}Sr + ^{140}_{54}Xe + 2\,^1_0n$$

En supposant que toutes les fissions soient identiques à celle qui est indiquée, calculer la masse d'uranium enrichi consommé en 30 jours par le sous-marin dont le réacteur fournit une puissance moyenne de 25 MW (25×10^6 W).

Données
- *Masse d'un noyau d'uranium* $^{235}_{92}U = 235{,}0439$ u ;
- *Masse d'un neutron isolé* = 1,0086652 u ;
- *Masse d'un noyau de strontium* $^{94}_{38}Sr = 93{,}9154$ u ;
- *Masse d'un noyau de xénon* $^{140}_{54}Xe = 139{,}9252$ u.

CHAPITRE 8

Dipôle *RC*



Les éclairs sont la manifestation de courants électriques qui circulent entre la surface de la Terre et les nuages.

▶ **Peut-on modéliser l'atmosphère terrestre comme un gigantesque condensateur ?**

Objectifs

- **Connaître les relations charge-intensité et charge-tension pour un condensateur en convention récepteur.**
- **Connaître la tension aux bornes du condensateur, l'intensité dans le circuit lorsque le dipôle *RC* est soumis à un échelon de tension.**
- **Connaître l'expression de l'énergie emmagasinée dans un condensateur.**

Plan du cours

1 Description d'un condensateur

2 Relation entre charge et intensité

3 Capacité d'un condensateur

4 Réponse d'un dipôle *RC* à un échelon de tension

5 Énergie emmagasinée dans un condensateur

DÉCOUVRIR ET RÉFLÉCHIR

Un condensateur est un composant électrique capable d'emmagasiner de l'énergie électrique en un temps caractéristique.

ACTIVITÉ 1

Réponse d'un circuit

Le schéma de la figure 1 représente un circuit électrique qui comprend trois branches indépendantes reliées à un même générateur. Les trois lampes sont identiques.

- Dans la première branche, la lampe est en série avec un conducteur ohmique.
- Dans la deuxième branche, la lampe est en série avec une bobine.
- Dans la troisième branche, la lampe est en série avec un condensateur.

Observer les lampes lorsqu'on ferme l'interrupteur.

▶ 1. Que peut-on dire du courant dans chacune des branches ?

▶ 2. Quel est le rôle des deux nouveaux composants que sont la bobine et le condensateur ?

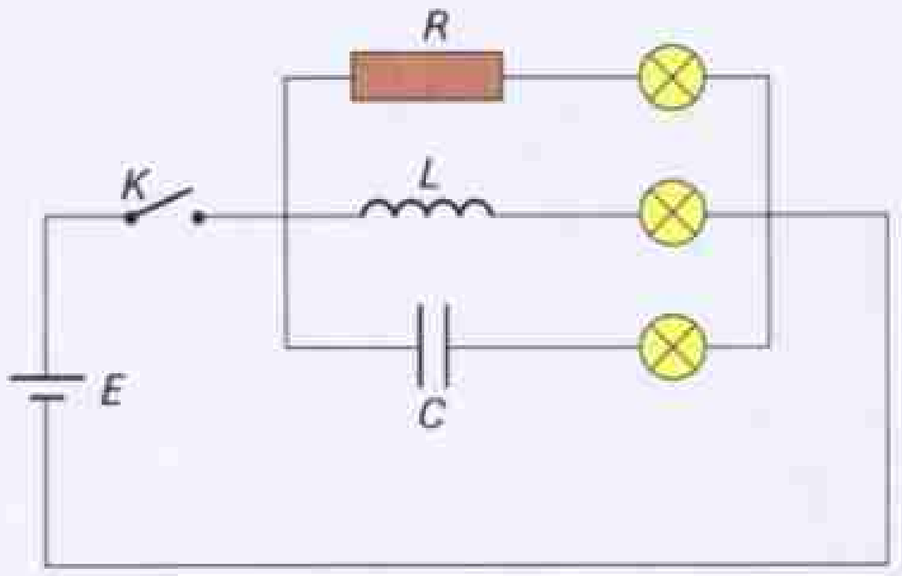


FIG. 1 Circuit électrique comprenant trois branches indépendantes reliées à un même générateur.

ACTIVITÉ 2

Courant électrique dans les fibres nerveuses

Les fibres nerveuses sont le siège de déplacements de charges électriques.

L'influx nerveux est un courant électrique. Lorsqu'on soumet une fibre nerveuse à un stimulus, une tension apparaît entre la membrane (l'enveloppe) et la région centrale. Des électrodes implantées dans ces régions permettent d'étudier la réponse en tension de la fibre (la réaction) dont l'allure est donnée à la figure 2. Le temps de réponse est de l'ordre de la milliseconde. Ce comportement amène les physiciens à associer à la fibre le modèle du dipôle *RC*.

▶ Rechercher dans un ouvrage de SVT la structure d'une fibre nerveuse et déterminer quels sont les porteurs de charges qui créent le courant.

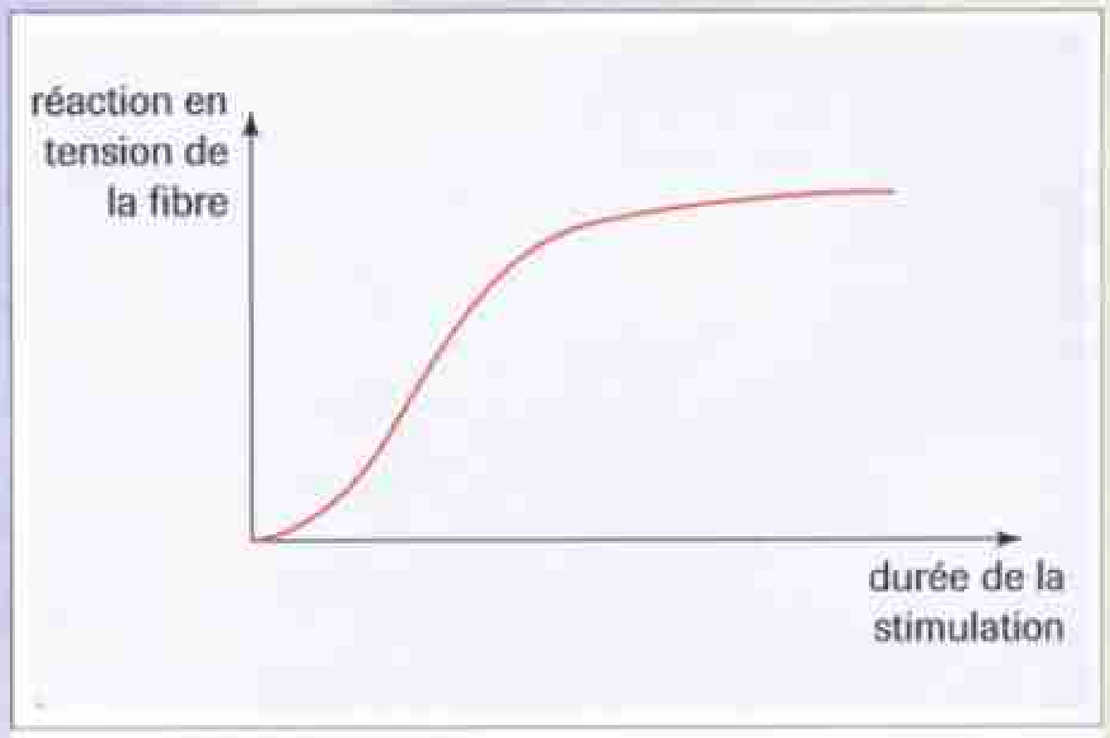


FIG. 2 Étude de la réponse d'une fibre nerveuse à un stimulus.

PHYSIQUE ET VOCABULAIRE

- **Condensateur** n.m. Appareil permettant d'emmagasiner de l'énergie électrique.

L'ÉNIGME DU CHAPITRE

À chaque éclair, le condensateur que constitue l'atmosphère se décharge localement. Pourtant sa charge et la tension sont constantes. Quel autre phénomène permet d'expliquer cet état permanent ?

1 Description d'un condensateur

Un condensateur est constitué de deux conducteurs métalliques (les armatures) séparés par un matériau isolant (le diélectrique).

Les condensateurs ont des constitutions et des formes variées, adaptées à leur utilisation (fig. 1).
La représentation symbolique du condensateur est donnée figure 2 ; les deux traits parallèles représentent les armatures.

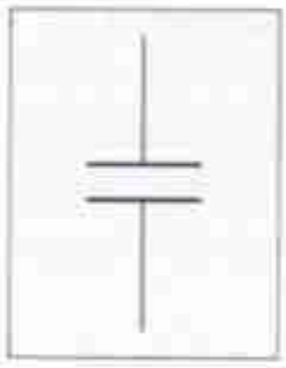


Fig. 2 Représentation symbolique d'un condensateur.



Fig. 1 Diversité des condensateurs.

2 Relation entre charge et intensité

2. 1. L'intensité est une grandeur algébrique

Expérience

- Réaliser le montage schématisé ci-contre (fig. 3).
- Enregistrer, à l'aide d'un système d'acquisition de données, la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique R quand on ferme l'interrupteur sur la position (1) puis sur la position (2).
- Tracer le relevé de points représentant les variations de l'intensité i $\left(\text{donnée par la loi d'Ohm : } i = \frac{u_R}{R}\right)$ en fonction du temps t.



Fig. 3 Montage d'étude de l'intensité du courant qui arrive sur l'armature *A* du condensateur.

Observation

Quand l'interrupteur est sur la position 1, la diode électroluminescente DEL_1 s'allume. Quand l'interrupteur est sur la position 2, la DEL_2 s'allume. L'enregistrement (fig. 4) montre que l'intensité i est positive quand l'interrupteur est sur la position 1, négative quand il est sur la position 2.

Interprétation

La flèche placée sur le fil de jonction (fig. 3) définit un sens positif du courant. L'intensité i est positive quand le courant électrique circule dans le sens de la flèche (interrupteur sur la position 1). L'intensité i est négative quand le courant électrique circule dans le sens opposé à celui de la flèche (interrupteur sur la position 2).

L'intensité est une grandeur algébrique. Elle est positive si le courant circule dans le sens choisi ; elle est négative si le courant circule dans l'autre sens.

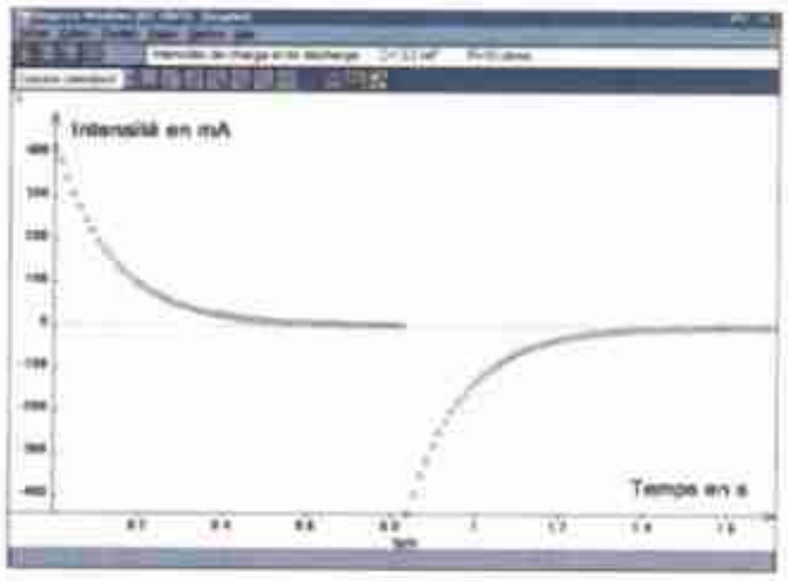


Fig. 4 Intensité du courant qui arrive sur l'armature *A* du condensateur. Elle est positive et décroissante pendant la charge, négative et croissante pendant la décharge.

2. 2. Courant électrique et charges portées par les armatures

A Charge du condensateur

Quand l'interrupteur est dans la position 1, le courant électrique circule dans le sens de la flèche, du générateur vers l'armature *A*.
Rappelons que le courant est un déplacement d'électrons (chargés négativement) qui circulent dans le sens inverse du courant.
Les charges ne peuvent pas passer d'une armature à l'autre à travers l'isolant ; elles s'accumulent sur les armatures.
On dit que **le condensateur se charge** et la circulation des charges se traduit donc par :
• un déficit d'électrons sur l'armature *A* qui se charge positivement ; nous notons q la charge portée par l'armature *A* ;
• un excès d'électrons sur l'armature *B* qui se charge négativement, la charge totale des armatures étant toujours nulle. L'armature *B* porte donc la charge $-q$.

B Décharge du condensateur

Quand l'interrupteur est sur la position 2, les porteurs de charge circulent dans l'autre sens ; on dit que **le condensateur se décharge**. La charge de l'armature *A* diminue et s'annule à la fin de la décharge.

2. 3. Relation entre charge et intensité

A Débit de charges et intensité

Le courant créé par le déplacement des porteurs de charge est d'autant plus intense que la charge électrique qui traverse une section de conducteur pendant une durée déterminée est plus grande. L'intensité du courant électrique apparaît donc comme un débit de charges électriques.

B Définition de l'intensité

Pendant la charge du condensateur, l'intensité est positive ($i > 0$; fig. 5). La charge qui traverse une section de conducteur pendant une durée dt est positive ; elle est aussi égale à la variation dq de la charge portée par l'armature positive *A*. L'intensité est donc définie par la relation : $i = \frac{dq}{dt}$. Appliquons la relation à la décharge du condensateur. L'intensité est négative ($i < 0$). La relation de définition de l'intensité impose donc $dq < 0$. Effectivement la charge portée par *A* diminue au cours du temps.

L'intensité i du courant qui arrive sur l'armature d'un condensateur portant la charge q est égale à la dérivée de la charge par rapport au temps :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

i : intensité en ampères (A)
q : charge de l'armature en coulombs (C)
t : temps en secondes (s)

Cette formule s'applique à condition que le sens positif choisi pour l'intensité i arrive sur l'armature portant la charge q.

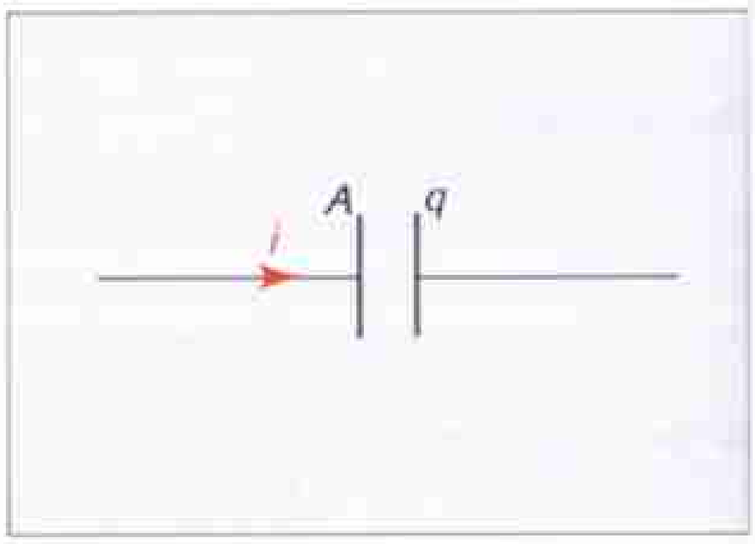


Fig. 5 Le courant circule dans le sens choisi pendant la charge du condensateur. Il augmente la charge q ($dq > 0$).

▶ *Voir exercice n° 6, page 150*

EXERCICE RÉSOLU **Charge et intensité**

Énoncé

1. La charge de l'armature A d'un condensateur augmente régulièrement de $\Delta q = 1{,}0\ \mu C$ pendant une durée $\Delta t = 10$ ms. Quelle est la valeur de l'intensité i du courant électrique qui arrive sur cette armature ?

2. Comment la charge portée par l'autre armature varie-t-elle au cours du temps ?

Solution

1. Sur l'intervalle de temps considéré, la charge de l'armature A augmente, sa variation est positive ; l'intensité est donc positive. La variation est uniforme ; l'intensité du courant est donc constante. La relation $i = \dfrac{dq}{dt}$ $(i > 0)$ s'écrit ici : $i = \dfrac{\Delta q}{\Delta t} = 0{,}10$ mA.

2. La charge portée par l'autre armature est, à chaque instant, opposée à la charge portée par A. Donc elle diminue de $1{,}0\ \mu C$ toutes les 10 ms.

3 Capacité d'un condensateur

3. 1. Charge d'un condensateur à courant constant

EXPÉRIENCE

- Réaliser le montage ci-contre (fig. 6).
- Enregistrer, à l'aide d'un système d'acquisition de données, l'évolution de la tension u aux bornes du condensateur quand on ferme l'interrupteur K (fig. 7).

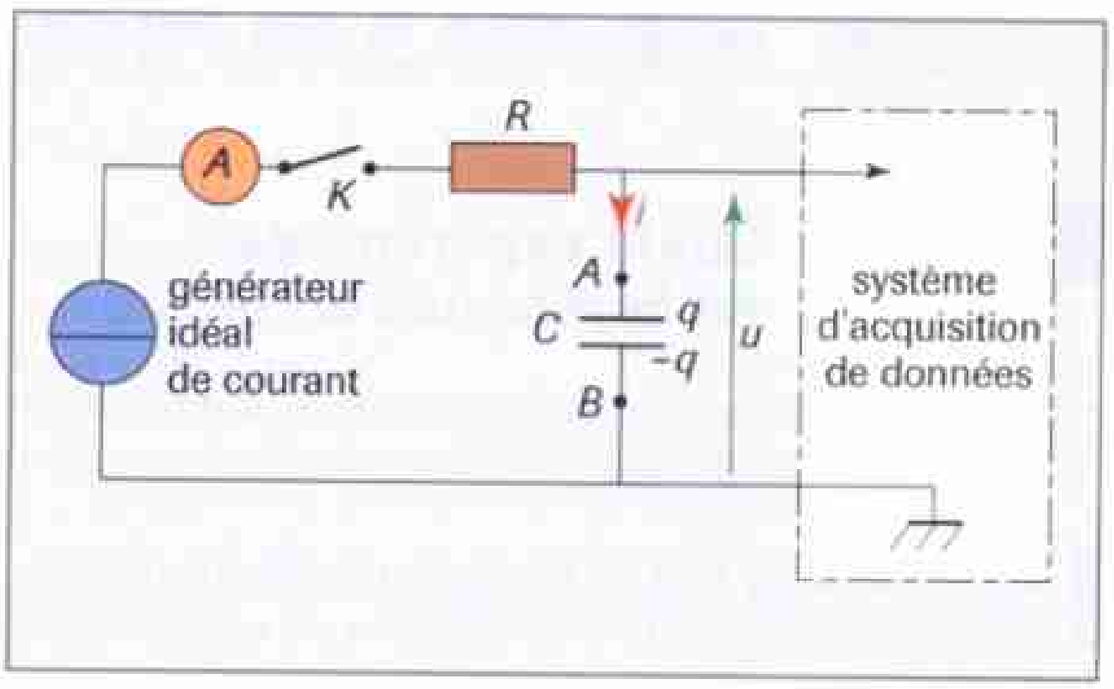


FIG. 6 Montage d'étude de la charge d'un condensateur à courant constant.

OBSERVATION

Nous utilisons la convention récepteur. Le générateur idéal de courant débite un courant d'intensité constante dans le sens positif ; l'intensité i débitée est positive. La charge q de l'armature A est positive ; elle augmente au cours du temps.

INTERPRÉTATION

Soit $t = 0$, la date du début de l'enregistrement.

La courbe (fig. 7) montre que la tension aux bornes du condensateur est positive et que c'est une fonction linéaire du temps. Nous pouvons donc écrire $u = kt$, k étant une constante positive.

L'intensité i est constante au cours de l'enregistrement. La relation entre la charge q portée par l'armature A et l'intensité i à la date t s'écrit donc :

$$i = \frac{q}{t} \text{ ou encore } q = it.$$

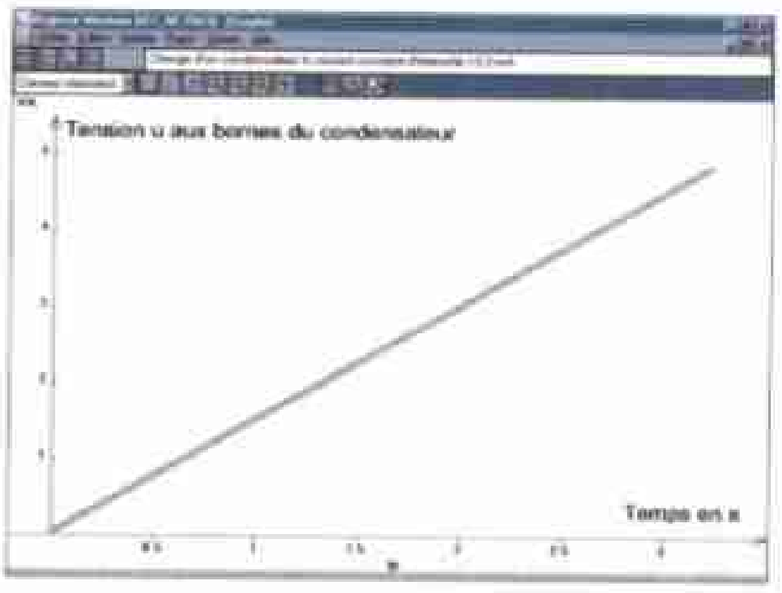


FIG. 7 Charge d'un condensateur à courant constant. La tension est une fonction linéaire du temps.

LE COURS

3. 2. Capacité du condensateur

Nous déduisons des relations précédentes que : $\frac{q}{u} = \frac{i}{k}$ = constante. La charge est donc proportionnelle à la tension ; le coefficient de proportionnalité définit la **capacité *C*** du condensateur.

Dans le système international, la capacité d'un condensateur s'exprime en farads (symbole F). Les valeurs des capacités des condensateurs utilisés habituellement en électronique et en Activités expérimentales vont de 1 pF à 1 mF environ (fig. 8).

millifarad	$1\ mF = 10^{-3}\ F$
microfarad	$1\ \mu F = 10^{-6}\ F$
nanofarad	$1\ nF = 10^{-9}\ F$
picofarad	$1\ pF = 10^{-12}\ F$

Fig. 8 Unités utilisées pour exprimer la capacité des condensateurs usuels.

La capacité *C*, la charge *q* de l'armature positive et la tension positive *u* aux bornes d'un condensateur sont liées par la relation :

$q = Cu$

q : charge de l'armature *A* en coulombs (C)
C : capacité en farads (F)
u : tension en volts (V)

La figure 9 résume la signification des lettres et des conventions.

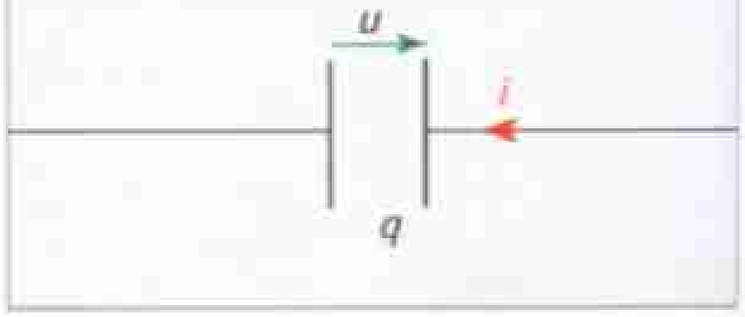


Fig. 9 Charge *q* et tension positive aux bornes du condensateur.

▶ *Voir exercice n° 7, page 150*

4 Réponse d'un dipôle *RC* à un échelon de tension

4. 1. Étude expérimentale de la réponse en tension

Le dipôle constitué par l'association en série d'un condensateur de capacité *C* et d'un conducteur ohmique de résistance *R* est appelé **dipôle *RC***.

A Dispositif et relevé expérimental de points

On soumet un dipôle *RC* à un échelon de tension grâce au montage de la figure 10. La réponse du dipôle correspond au tracé informatique de la figure 11.

On enregistre, à l'aide d'un système d'acquisition de données, les variations de la tension *e* aux bornes de l'ensemble *RC* et les variations de la tension *u* aux bornes du condensateur quand on ferme l'interrupteur *K*.

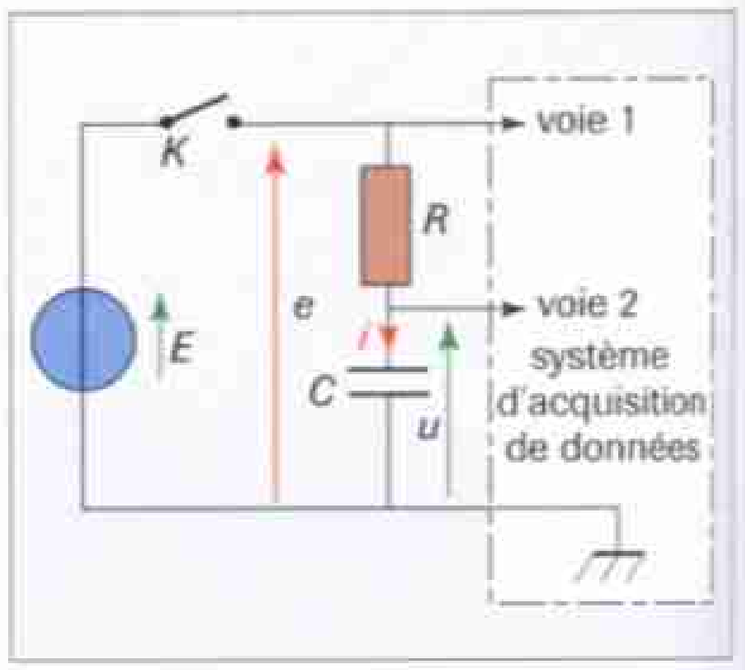


Fig. 10 Dispositif expérimental.

B Échelon de tension

Quand on ferme l'interrupteur, la tension *e* passe brutalement de la valeur nulle à une valeur constante *E*, égale à la fém du générateur (fig. 11). On dit que le dipôle *RC* est soumis à un **échelon de tension**.

Dans un échelon de tension, la tension initialement nulle, prend instantanément une valeur déterminée qu'elle conserve indéfiniment.

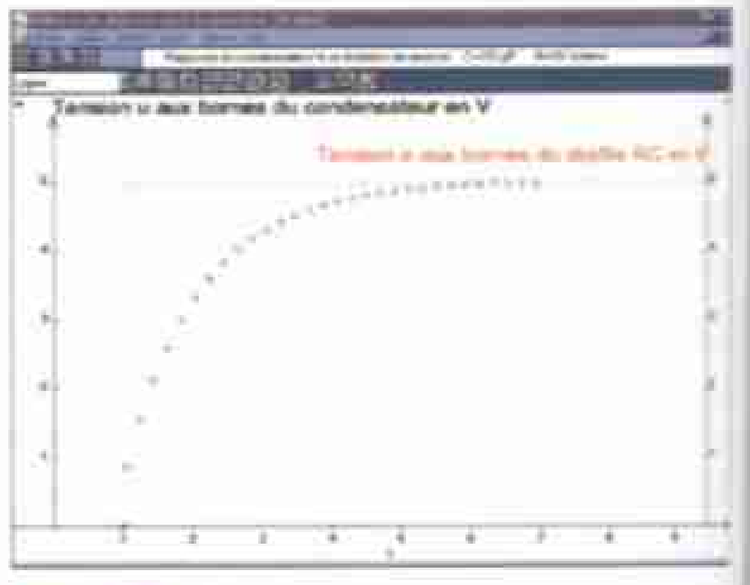


Fig. 11 Échelon de tension en rouge ($E = 5{,}0$ V) et réponse en tension *u* en noir.

C Tension aux bornes du condensateur

Dès que la tension *e* passe à la valeur *E*, la tension *u* aux bornes du condensateur croît jusqu'à atteindre la valeur *E* (fig. 11).

4. 2. Étude théorique de la réponse en tension

A Établissement de l'équation différentielle

Choisissons comme origine des dates ($t = 0$), la date à laquelle on ferme l'interrupteur.

Appliquons la loi d'additivité des tensions à une date $t > 0$:

$$u + Ri = E$$

La tension E aux bornes du dipôle RC est la somme de la tension aux bornes du conducteur ohmique (Ri) et de la tension aux bornes du condensateur (u).

Des relations $q = Cu$ et $i = \frac{dq}{dt}$, nous tirons : $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu)}{dt} = C\frac{du}{dt}$.

En introduisant cette expression dans l'équation précédente, nous obtenons l'équation différentielle : $u + RC\frac{du}{dt} = E$.

L'équation différentielle à laquelle obéit la tension u aux bornes du condensateur d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension E s'écrit :

$$u + RC\frac{du}{dt} = E$$

B Solution de l'équation différentielle

Vérifions que la tension $u = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$ où A, B et τ sont des constantes à déterminer, est solution de cette équation différentielle.

En dérivant l'expression proposée pour la tension, on obtient :

$\frac{du}{dt} = 0 - \frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$, d'où en reportant dans l'équation différentielle

$$u + RC\frac{du}{dt} = A + Be^{-\frac{t}{\tau}} - RC\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = A + B\left(1 - \frac{RC}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} = E.$$

L'équation devant être satisfaite quelle que soit la valeur de t, cela impose de donner la valeur RC à la constante τ et la valeur E à la constante A.

Il reste à déterminer la valeur de la constante B. À la date $t = 0$, la charge est nulle :

$q(0) = 0$ donc la tension est nulle : $u(0) = 0$.

Cela impose : $u(0) = A + B = 0$ d'où : $B = -A = -E$.

Finalement, la solution de l'équation différentielle s'écrit : $u = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec $\tau = RC$.

► *Voir exercices n° 9 et 11, page 151*

C Constante de temps $\tau = RC$

L'exposant $-\frac{t}{RC}$ de l'exponentielle de la solution doit être sans dimension ; le produit RC est donc homogène à une durée. C'est pour cette raison qu'on donne au produit $\tau = RC$ le nom de **constante de temps du dipôle RC**.

Le produit $\tau = RC$ est appelé constante de temps du dipôle RC. Il est homogène à une durée et s'exprime en secondes.

D Comparaison de la courbe théorique et du relevé expérimental de points

Le système d'acquisition de données permet de modéliser le relevé expérimental de points. En choisissant comme modèle l'expression de la tension établie théoriquement, on constate que la courbe théorique est pratiquement confondue avec le relevé expérimental de points (fig. 12). On valide de cette manière le modèle théorique.

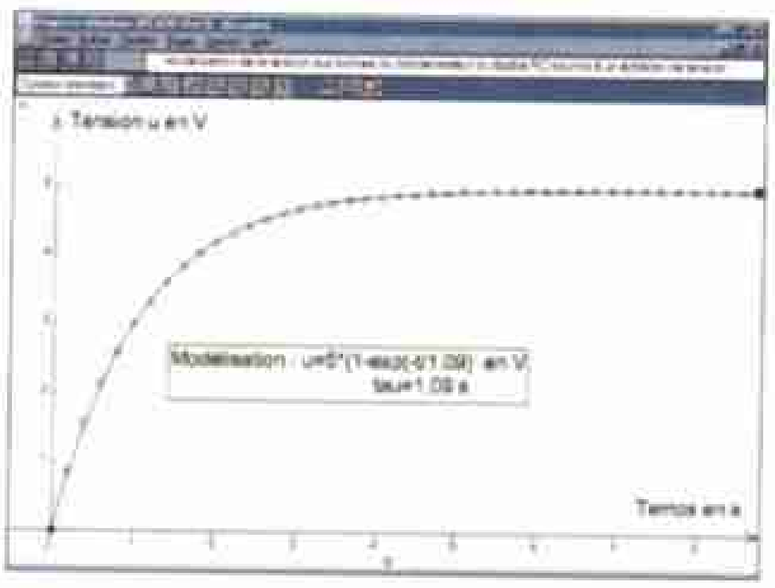


Fig. 12 Modélisation de la tension aux bornes du condensateur d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension. La courbe de modélisation et le relevé expérimental de points sont confondus.

4. 3. Réponse en courant

A Expression de l'intensité *i* à partir de la loi des tensions

La loi des tensions $u + Ri = E$ permet d'écrire $i = \dfrac{E-u}{R}$; soit :

$$i = \frac{1}{R}\left[E - E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right] = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

L'intensité décroît de manière exponentielle depuis la valeur $\dfrac{E}{R}$ car à la date $t = 0$, $i(0) = \dfrac{E}{R}$.

B Expression de l'intensité à partir des relations $q = Cu$ et $i = \dfrac{dq}{dt}$

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du}{dt} = CE\left[0 - \left(-\frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right] = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{d'où :} \quad i = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

On trouve le même résultat qu'en A.

La réponse en courant d'intensité *i* d'un dipôle *RC* soumis à un échelon de tension de valeur constante *E* s'écrit : $i = \dfrac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$.

■ Remarques

• L'intensité est initialement de valeur maximale $\left(\dfrac{E}{R}\right)$, puis elle s'annule progressivement.

• L'expérience étudiée lors de l'activité 1 de ce chapitre illustre ce phénomène ; la lampe en série avec le condensateur brille tant que l'intensité du courant qui la traverse est suffisante.

4. 4. Propriétés de la constante de temps $\tau = RC$

A Vérification de la dimension de la constante de temps par analyse dimensionnelle

• D'après la loi d'Ohm $u = Ri$, la dimension de la résistance est égale au quotient d'une tension par une intensité ; nous écrivons : $[R] = U \times I^{-1}$.

• D'après la relation $i = \dfrac{dq}{dt}$, la dimension de la charge s'écrit : $[q] = I \times T$.

• D'après la relation $q = Cu$, la dimension de la capacité s'écrit : $[C] = [q] \times U^{-1}$.

D'où : $[RC] = [R][C] = U \times I^{-1} \times I \times T \times U^{-1} = T$.

B Influence de la constante de temps

La figure 13 est la superposition des trois enregistrements réalisés avec des dipôles dont les constantes de temps sont différentes. Elle permet de constater que l'évolution de la tension aux bornes du condensateur vers la valeur *E* est d'autant plus lente que le produit *RC* est plus grand.

La constante de temps est une durée caractéristique de l'évolution de la tension.

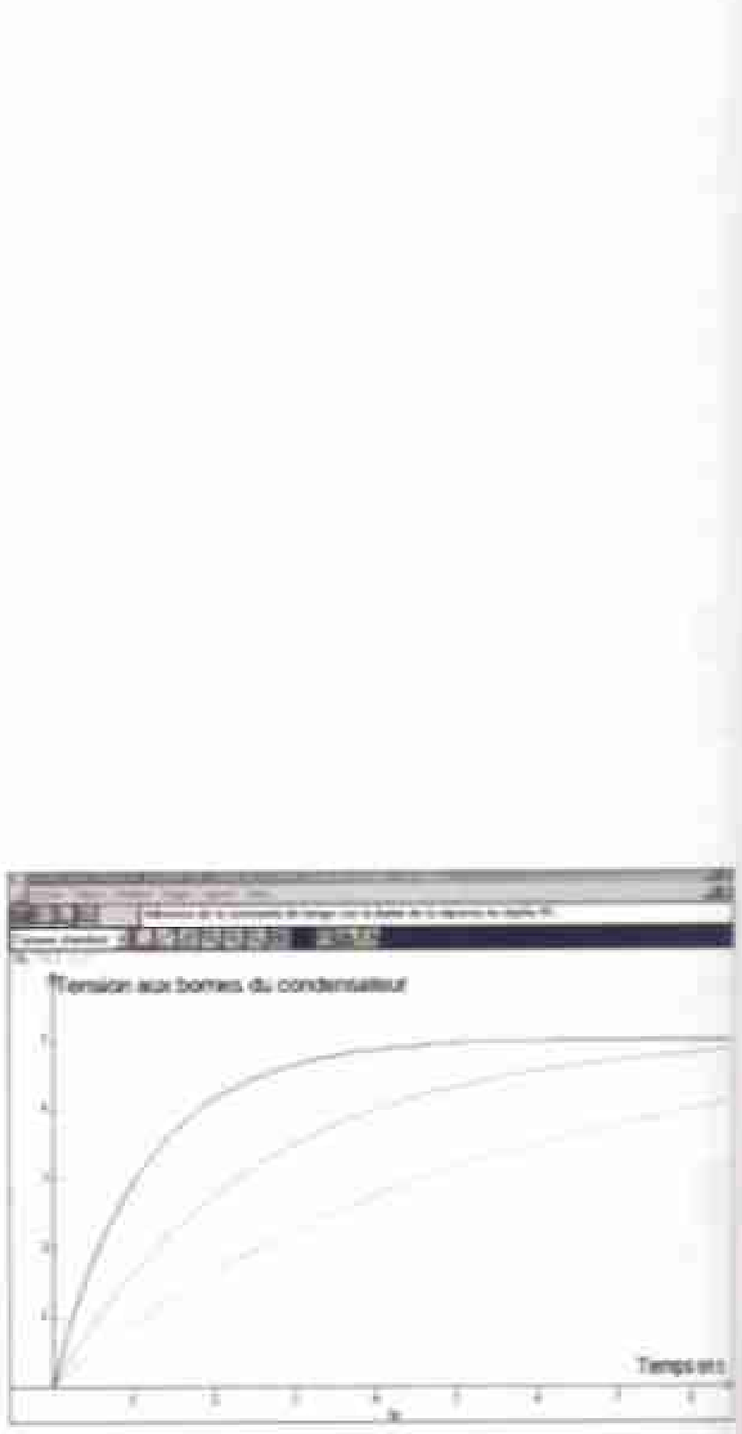


Fig. 13 Influence de la constante de temps sur la durée de la charge d'un condensateur

Ordre de grandeur de la durée de la charge

Calculons le rapport $\frac{u}{E}$ à la date $t = \tau$: $\frac{u}{E} = 1 - e^{-1} = 0{,}63$.

Calculons aussi le rapport $\frac{u}{E}$ à la date $t = 5\tau$: $\frac{u}{E} = 1 - e^{-5} = 0{,}99$.

La valeur de la constante de temps fournit donc un ordre de grandeur du temps de réponse du condensateur. La charge du condensateur est réalisée à 63 % au bout du temps τ et à 99 % au bout du temps 5τ (fig. 14).

La constante de temps τ est une durée caractéristique des évolutions de la tension et de l'intensité.

▶ *Voir exercices n°s 13 et 14, p. 151 et 152*

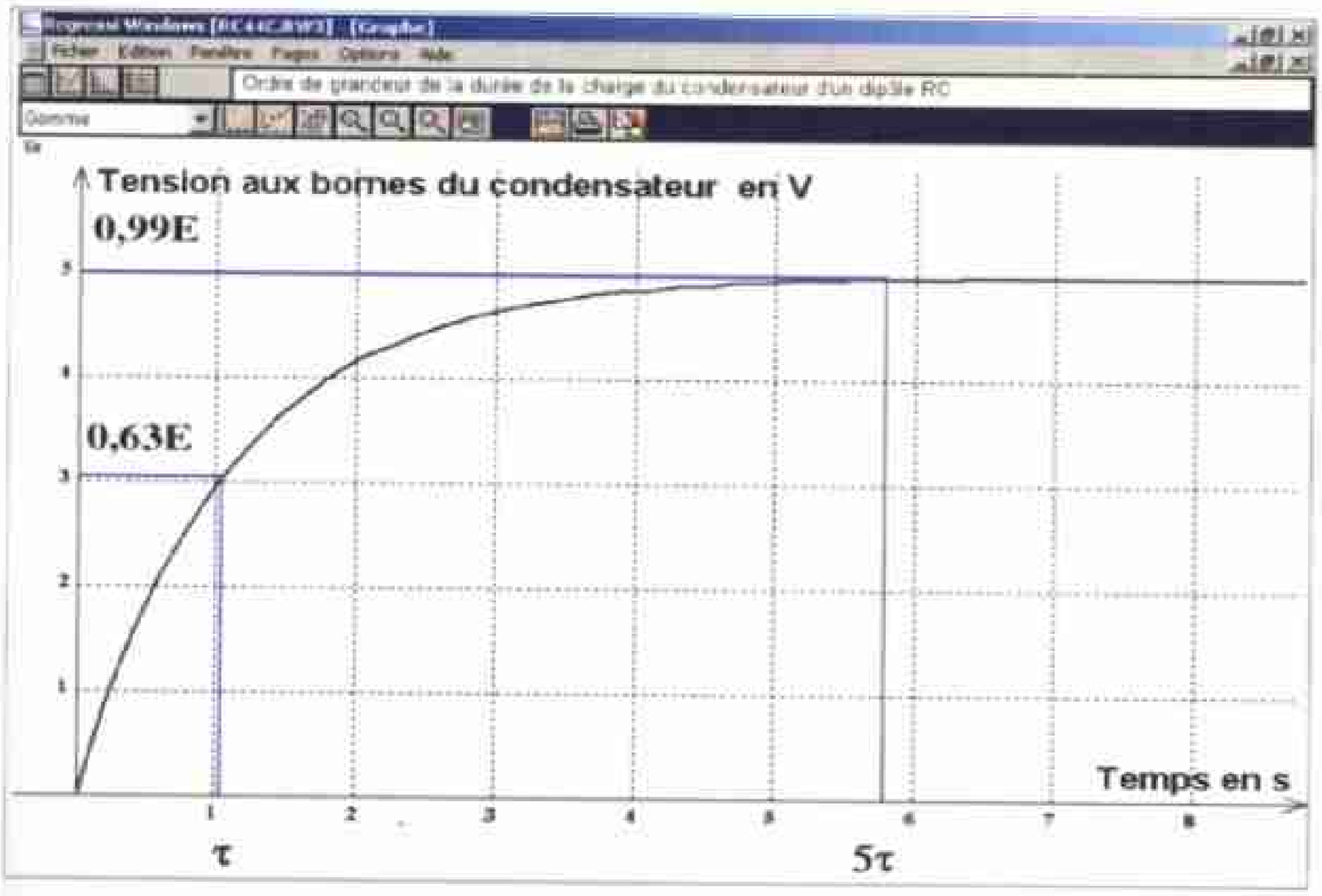


Fig. 14 Évolution de la tension u aux bornes des condensateur (on a indiqué les valeurs pour $t = \tau$ et $t = 5\tau$).

4. 5. Régime asymptotique

Au bout d'un temps de l'ordre de 5τ, la tension a pratiquement atteint sa valeur maximale E (elle atteint la valeur E à 99 %) et l'intensité est pratiquement nulle. On dit que, pratiquement, le régime asymptotique (ou régime permanent) est atteint et que la charge du condensateur est terminée. En fin de charge, l'armature positive d'un condensateur de capacité C soumis à une tension E porte la charge $Q = CE$ et l'intensité est nulle.

EXERCICE RÉSOLU — **Réponse d'un dipôle *RC* à un échelon de tension**

Énoncé

Les acquisitions de la figure 11 ont été réalisées dans les conditions suivantes :

$E = 5{,}0$ V ; $R = 10$ kΩ et $C = 100$ µF.

1. Calculer la constante de temps.

2. Quelles sont les valeurs de la tension et de l'intensité en régime permanent (asymptotique) ? Quelle est la charge portée par chacune des armatures ?

Solution

1. On calcule : $\tau = RC = 10^4 \times 100 \times 10^{-6} = 1{,}0$ s.

2. En régime permanent, la tension u aux bornes du condensateur est égale à la fém du générateur soit $E = 5{,}0$ V et l'intensité est nulle. L'armature positive porte la charge $Q = CE = 1{,}0 \times 10^{-4} \times 5{,}0 = 500$ µC ; l'autre armature porte la charge opposée :

$$Q' = -Q = -500 \text{ µC}.$$

5 Énergie emmagasinée dans un condensateur

5. 1. Mise en évidence

On réalise le montage de la figure 15.
On utilise un condensateur de grande capacité ($C = 0{,}1$ F).
L'interrupteur K_2 étant ouvert, on ferme K_1.
Puis, on ouvre K_1, et on ferme K_2. On observe alors l'élévation de la masselotte (fig. 16). La rotation du moteur nécessite un apport d'énergie ; cette énergie est emmagasinée dans le condensateur pendant la charge.

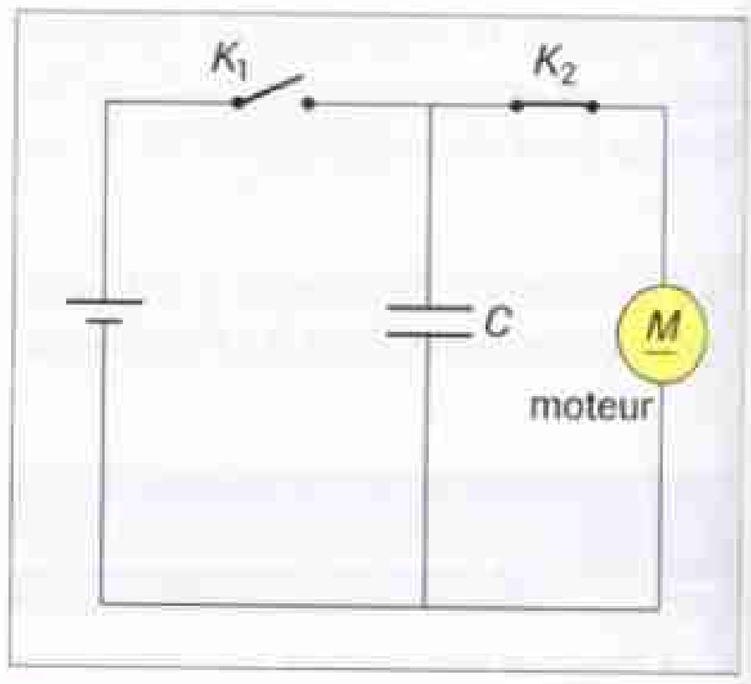


Fig. 15 Quand K_1 est ouvert et K_2 fermé, le moteur tourne en élevant la masselotte.

▶ *Voir exercice n° 10, page 151*

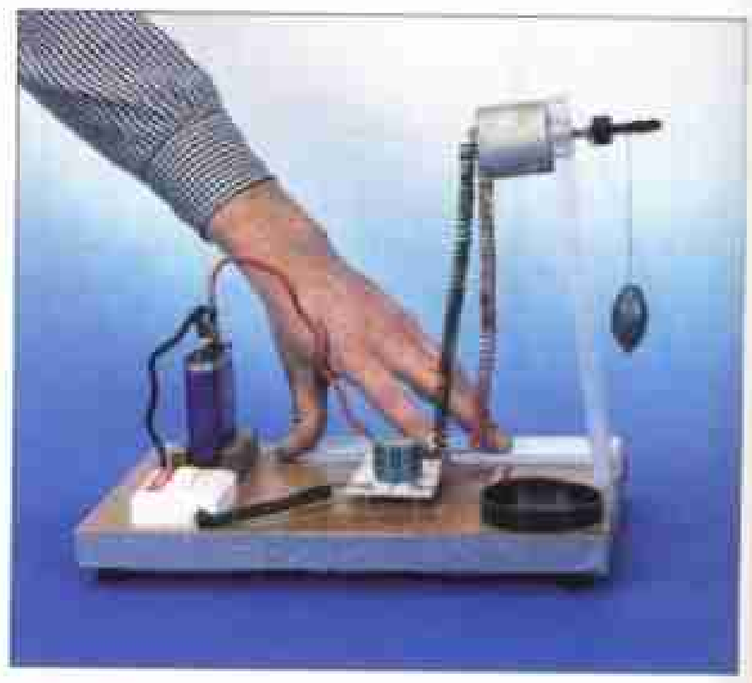


Fig. 16 Mise en évidence de l'énergie emmagasinée par un condensateur. La masselotte, entraînée par le moteur, s'élève.

5. 2. Expression de l'énergie emmagasinée dans un condensateur

Un condensateur de capacité C chargé sous la tension u emmagasine l'énergie :

$$E_C = \frac{1}{2} C u^2$$

E_C : énergie emmagasinée en joules (J)
C : capacité en farads (F)
u : tension aux bornes en volts (V)

L'énergie emmagasinée est positive quel que soit le signe de la tension.

5. 3. Continuité de la tension aux bornes d'un condensateur

Un transfert d'énergie ne peut pas se faire instantanément ; la constante de temps τ donne un ordre de grandeur de sa durée. Lors de la charge du condensateur, la résistance que l'on doit prendre en compte est celle des fils de jonction. Elle est très faible (inférieure à 0,1 Ω), mais non nulle ; la constante de temps est donc non nulle (de l'ordre $\tau = 0{,}1 \times 0{,}1 = 10$ ms).
On peut considérer que le transfert total de l'énergie se fait en environ 5τ (de l'ordre de 50 ms) ; cela montre que l'énergie n'évolue pas brutalement. Il en est de même de la tension puisqu'elle est liée à l'énergie stockée.

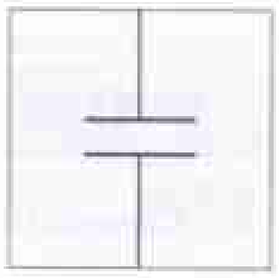
La tension aux bornes d'un condensateur ne subit pas de variation brutale ; c'est une fonction continue du temps.

■ Remarque

L'intensité initiale lors de la décharge par court-circuit des armatures est importante. En effet, pour une tension de charge $E = 50$ V, on calcule :
$i(0) = \frac{E}{R} = \frac{50}{0{,}10} = 0{,}5$ kA.

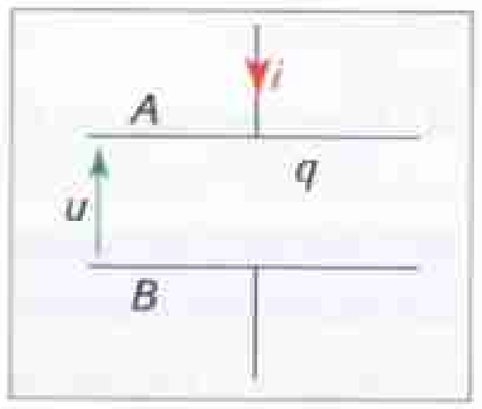
1 Description d'un condensateur

■ Un condensateur est constitué de deux plaques métalliques appelées armatures et séparées par un matériau isolant.



2 Relation entre charge et intensité

■ L'intensité i du courant qui arrive sur l'armature d'un condensateur portant la charge q est égale à la dérivée de la charge par rapport au temps :



$$i = \frac{dq}{dt}$$

i : intensité en ampères (A)
q : charge en coulombs (C)
t : temps en secondes (s)

3 Capacité d'un condensateur

■ La capacité C, la charge q de l'armature A où aboutit le sens positif du courant et la tension u positive aux bornes d'un condensateur sont liées par la relation :

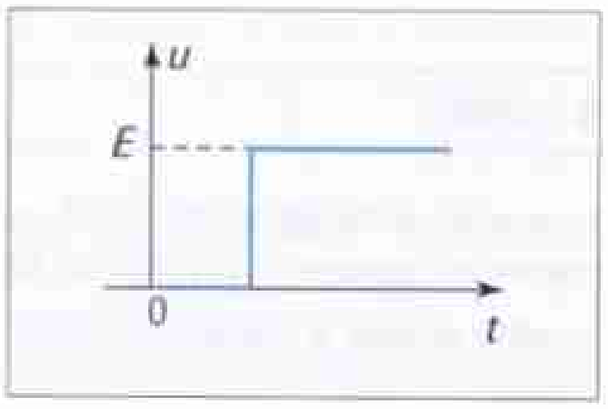
$$q = Cu$$

C : capacité en farads (F)
q : charge de l'armature A en coulombs (C)
u : tension en volts (V)

4 Réponse d'un dipôle *RC* à un échelon de tension

■ Un dipôle RC est constitué par l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C.

■ Un dipôle RC est soumis à un échelon de tension lorsque la tension u à ses bornes passe brutalement d'une valeur nulle à une valeur constante E imposée par un générateur.



■ L'équation différentielle de la tension u aux bornes du condensateur s'écrit :

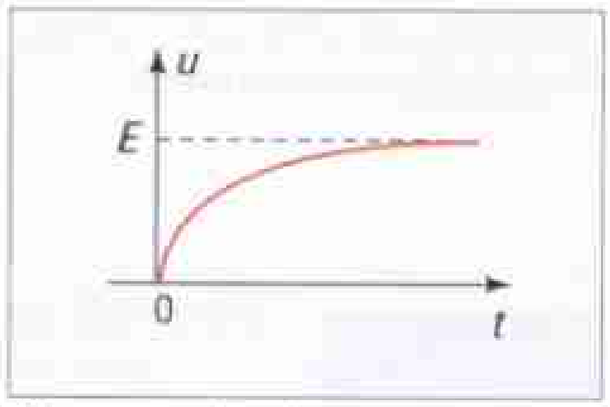
$$u + RC\frac{du}{dt} = E$$

La réponse en tension est la solution de cette équation différentielle.

■ La réponse en tension et en courant d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension de valeur constante E n'est pas instantanée.

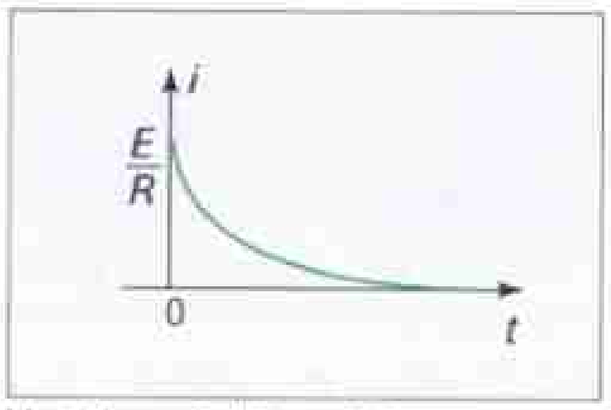
Le produit $\tau = RC$ est appelé **constante de temps du dipôle *RC***. Il est homogène à une durée.

La constante de temps fournit un ordre de grandeur de la durée de la réponse du dipôle ; c'est une durée caractéristique de l'évolution de la tension et de l'intensité.



Réponse en tension.

■ Le courant décroît et s'annule rapidement.



Variations de l'intensité.

5 Énergie emmagasinée dans un condensateur

■ Un condensateur de capacité C chargé sous la tension u emmagasine l'énergie :

$$E_C = \frac{1}{2}Cu^2$$

E_C : énergie en joules (J)
C : capacité en farads (F)
u : tension en volts (V)

■ La tension aux bornes d'un condensateur ne subit pas de variation brutale ; c'est une fonction continue du temps.

Mots-clés

- Débit de charge
- Condensateur
- Dipôle *RC*
- Échelon de tension
- Charge d'une armature

► *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

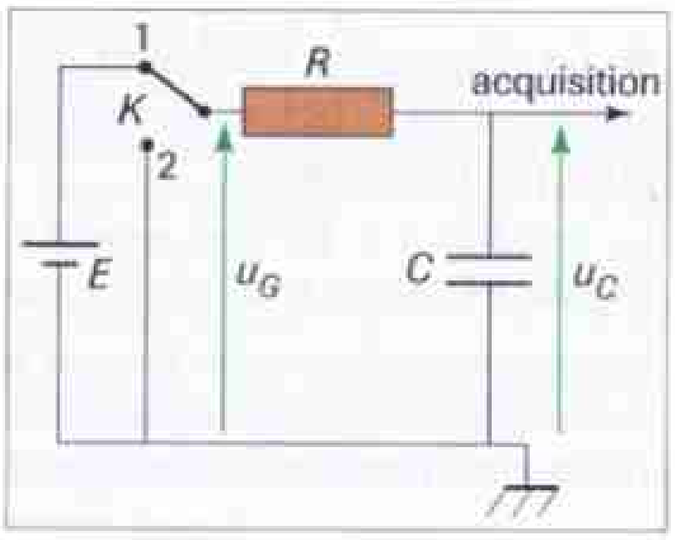
Charge et décharge d'un condensateur à travers un conducteur ohmique

Quelles sont les évolutions de la tension et de l'intensité ?

Quelle est l'influence des différents paramètres sur cette évolution ?

Matériel et schéma du montage

- Générateur de tension continue E réglable.
- Conducteur ohmique de résistance R réglable.
- Condensateurs de capacités 2,2 mF et 1 mF.
- Ordinateur muni d'une carte d'acquisition de données.



Manipulation 1

Objectif : Observer l'évolution de la tension aux bornes d'un condensateur lors de sa charge.

1. Décharger le condensateur de capacité $C = 1$ mF et régler les paramètres à $E = 5$ V et $R = 3$ kΩ.
2. Réaliser le montage.
3. Soit u_G la tension aux bornes du générateur. Lancer l'acquisition.
4. Basculer l'interrupteur en position 1 et tracer les courbes $u_C(t)$ et $u_G(t)$.

▶ Questions

1. Quelle est l'allure de la courbe $u_C(t)$ obtenue ?

2. Modéliser cette courbe. En déduire une expression de $u_C(t)$.

3. Faire tracer par le logiciel la tangente à l'origine et déterminer l'abscisse de son intersection avec la droite d'équation $u = E$.

4. Comparer cette abscisse au produit RC.

Manipulation 2

Objectif : Étudier l'influence des paramètres R et C sur la constante de temps du dipôle RC.

■ Tracer les courbes $u_C(t)$ pour différentes valeurs de R, C et E.

▶ Questions

1. Compléter le tableau suivant :

R (kΩ)	3	6	3	3
C (mF)	1	1	2,2	1
E (V)	5	5	5	2,5
$R \times C$ (s)				

2. Conclure quant à l'influence des paramètres R, C et E.

Manipulation 3

Objectif : Observer l'évolution de l'intensité du courant de charge du condensateur.

1. Modifier le montage afin de visualiser la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique ; $E = 5$ V, $R = 3$ kΩ.
2. Décharger le condensateur de capacité $C = 1$ mF.
3. Lancer une acquisition et tracer la courbe $u_R(t)$.

▶ Questions

1. Exprimer la tension u_R en fonction de l'intensité i.

2. Tracer la tangente à l'origine et déterminer l'abscisse de son intersection avec la droite d'équation $u = 0$.

3. Comparer cette abscisse au produit RC.

Manipulation 4

Objectif : Observer l'évolution de la tension aux bornes du condensateur au cours de la décharge.

1. Revenir au dispositif et aux valeurs des paramètres de la manipulation 1. Décharger le condensateur.
2. Lancer une acquisition pour tracer la courbe $u_C(t)$.
3. Mettre l'interrupteur en position 1 pour charger le condensateur puis, lorsque la charge est complète, basculer l'interrupteur en position 2 pour le décharger.

▶ Questions

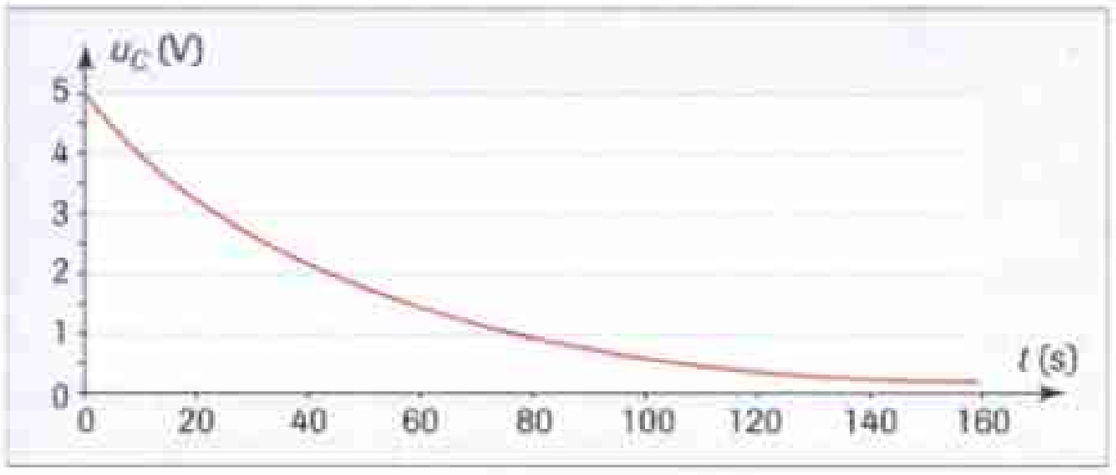
1. Tracer la tangente à l'origine de cette courbe et déterminer la constante de temps τ' du dipôle RC.

2. Comparer cette valeur à celle trouvée lors de la manipulation 1.

ÉNONCÉ

Décharge d'un condensateur

Un condensateur de capacité C, initialement chargé sous une tension $E = 5{,}0$ V, est déchargé à travers un conducteur ohmique de résistance $R = 10^2$ kΩ. On mesure la tension u_C aux bornes du condensateur au cours de la décharge et, d'après ces mesures, on obtient la courbe suivante :



1. En notant u_C la valeur instantanée de la tension aux bornes du condensateur, montrer que l'équation différentielle du circuit de décharge est de la forme :

$$u_C + RC\frac{du_C}{dt} = 0.$$

2. Vérifier que $u_C = U_m e^{-\frac{t}{RC}}$ est solution de l'équation précédente.

3. En déduire la valeur de U_m en admettant que la charge initiale du condensateur est maximale.

4. Déduire de la courbe la valeur de la constante de temps τ du dipôle RC étudié.

5. Quelle est l'expression de τ pour un tel circuit ?

6. En déduire que la capacité du condensateur est voisine de $4{,}7 \times 10^2$ µF.

MÉTHODE

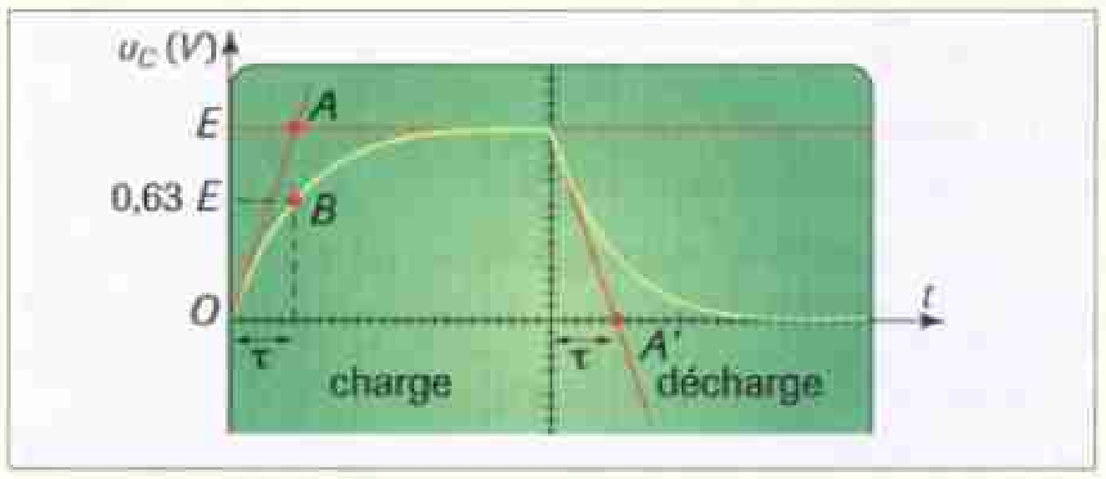
Détermination de la constante de temps d'un dipôle *RC*

• Méthode n° 1

Tracer le segment tangent à la courbe de charge ou de décharge à la date $t = 0$. Soit A le point à l'intersection du segment et de l'asymptote à la courbe $u_C(t)$ ou $i(t)$. L'abscisse de A est égale à la constante de temps τ.

• Méthode n° 2

Le point B de la courbe de charge $u_C(t)$, d'ordonnée $0{,}63 \times E$, a une abscisse égale à la constante de temps τ.



SOLUTION

1. Le circuit de décharge comprend un condensateur et un conducteur ohmique. La loi d'additivité des tensions s'écrit :

$u_C + u_R = 0$. Or, $u_R = R \times i = R \times \frac{dq}{dt} = R \times C \times \frac{du_C}{dt}$. Donc : $u_C + RC\frac{du_C}{dt} = 0$ (1).

2. $u_C = U_m e^{-\frac{t}{RC}}$ donc $\frac{du_C}{dt} = -U_m \times \frac{1}{RC} \times e^{-\frac{t}{RC}}$.

Donc $RC \times \frac{du_C}{dt} = -U_m e^{-\frac{t}{RC}} = -u_C$. L'équation (1) est bien vérifiée.

3. D'après l'expression de la tension u_C : à $t = 0$, $u_C = U_m$.
Or, à $t = 0$, le condensateur avait été complètement chargé sous une tension $E = 5{,}0$ V. Donc, à $t = 0$, $u_C = 5{,}0$ V. Donc $U_m = 5{,}0$ V. Cela est confirmé par la courbe $u_C(t)$ qui indique 5 V à l'intersection avec l'axe des ordonnées.

4. On trace le segment tangent à la courbe à la date $t = 0$. Il coupe l'axe des temps à la date $t = 47$ s. Donc $\tau = 47$ s.

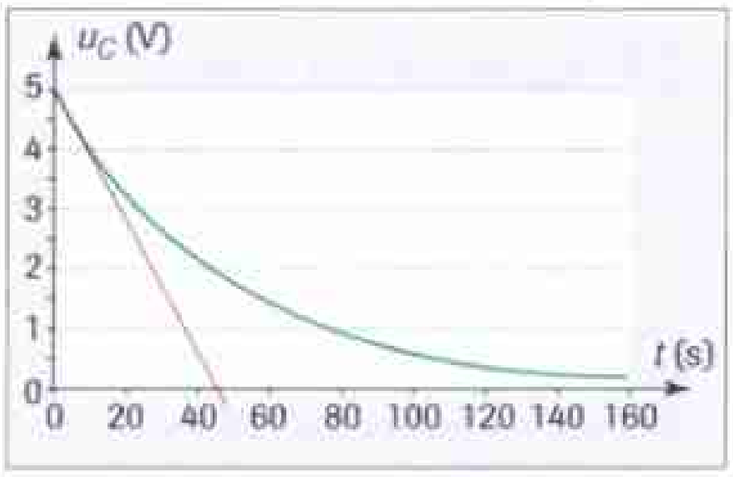
5. Pour un dipôle RC, la constante de temps vaut $\tau = R \times C$.

6. $C = \frac{\tau}{R} = \frac{47}{100 \times 10^3} = 4{,}7 \times 10^{-4}$ F $= 470 \times 10^{-6}$ F $= 4{,}7 \times 10^{-2}$ µF

C'est bien le résultat attendu.

COMMENTAIRES

Indiquer l'armature + du condensateur. Noter le sens de circulation du courant et respecter la convention récepteur.
Exprimer la loi d'additivité des tensions. Exprimer tous les termes en fonction de u_C.



Pour trouver graphiquement la constante de temps d'un dipôle RC, on trace la tangente à la courbe à la date $t = 0$ (voir schéma ci-dessus). τ est la date à laquelle la tangente à l'origine coupe l'asymptote à la courbe.

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. Le courant électrique dans un circuit correspond à un … de charges.
b. Un … est constitué de deux surfaces conductrices appelées … séparées par un isolant.
c. La charge de l'armature *A* d'un condensateur est … à la tension u_{AB} à ses bornes.
d. Le coefficient de proportionnalité est appelé … du condensateur et s'exprime en …, noté … .
e. Le produit $R \times C$ est appelé …… d'un dipôle *RC*. Il est homogène à une … et s'exprime en … .

2 Vrai ou faux ?

a. La charge d'un condensateur est proportionnelle à la tension à ses bornes.
b. Le temps de charge d'un dipôle *RC* est d'autant plus petit que le produit $R \times C$ est plus petit.
c. Lors de la charge d'un condensateur sous une tension *U* donnée, l'énergie emmagasinée par le condensateur est d'autant plus grande que sa capacité est grande.

3 QCM

a. La relation charge-intensité pour un condensateur en convention récepteur s'écrit :

❑ $i = -\frac{dq}{dt}$; ❑ $q = \frac{di}{dt}$; ❑ $i = \frac{dq}{dt}$.

b. Soit un dipôle *RC*. Si on double la résistance du conducteur ohmique, le temps de charge :
❑ est doublé ;
❑ est divisé par deux.
c. Lors de la décharge d'un condensateur dans un conducteur ohmique, la courbe représentant les variations de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps est :
❑ une droite linéaire ;
❑ une droite affine ;
❑ une courbe exponentielle.
d. Un condensateur de capacité $C = 2{,}2\ \mu F$ chargé sous une tension $U = 1{,}5$ V emmagasine une énergie de :
❑ 2,5 µF ; ❑ 2,5 µJ ; ❑ 5,0 µJ ; ❑ 1,7 µJ.

4 Apprendre à rédiger

Expliquer en quelques mots le rôle d'un condensateur dans le fonctionnement du flash d'un appareil photo. Quel est alors le rôle joué par la pile ?

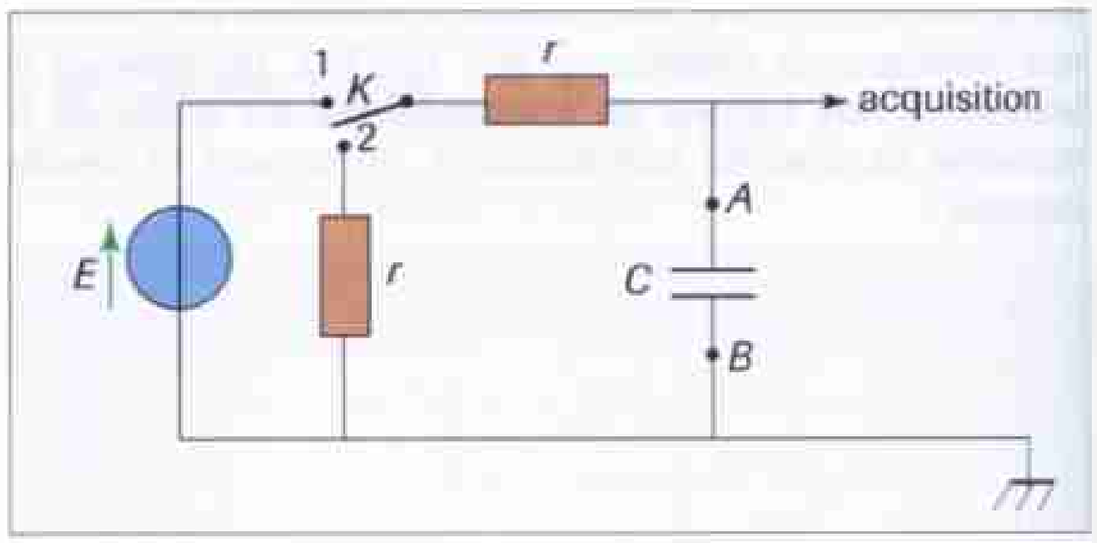
5 Savoir-faire expérimental

Proposer un montage dans lequel seront placés en série : un générateur délivrant un échelon de tension, un conducteur ohmique et un condensateur. Indiquer les branchements d'un oscilloscope permettant de visualiser :
– sur la voie *A*, la tension délivrée par le générateur ;
– sur la voie *B*, l'intensité du courant circulant dans le circuit.

Application des connaissances

6 • Algébrisation du courant

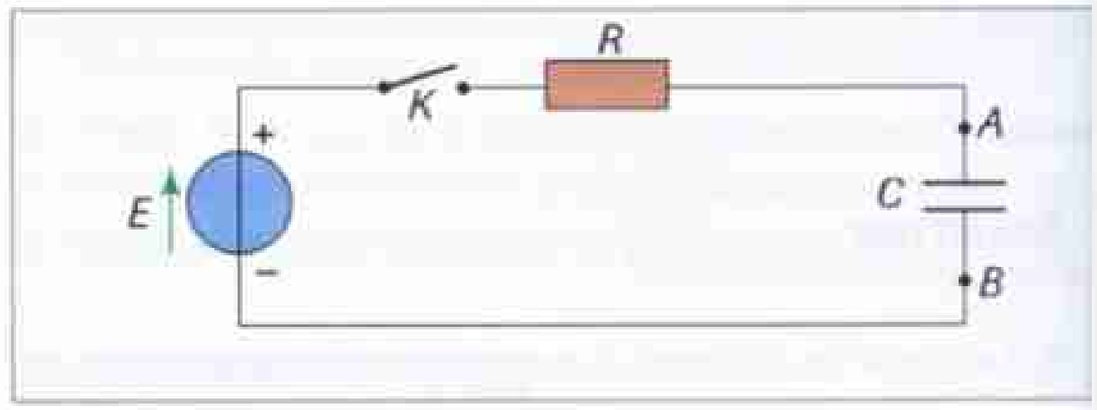
Soit le montage :



1. L'interrupteur est d'abord en position 1.
a. Indiquer sur le schéma le sens de circulation du courant. Ce sens sera considéré comme le sens positif.
b. Identifier l'armature positive du condensateur.
c. En respectant la convention récepteur, représenter par une flèche la tension u_C aux bornes du condensateur.
d. Cette position de l'interrupteur correspond-t-elle à la charge ou à la décharge du condensateur ?
2. L'interrupteur est basculé en position 2.
a. Identifier l'armature positive du condensateur.
b. Indiquer sur le schéma le sens de circulation du courant.
c. Préciser le signe de l'intensité du courant.

7 •• Intensité, tension et charge

Un condensateur initialement déchargé est inséré dans le montage suivant :



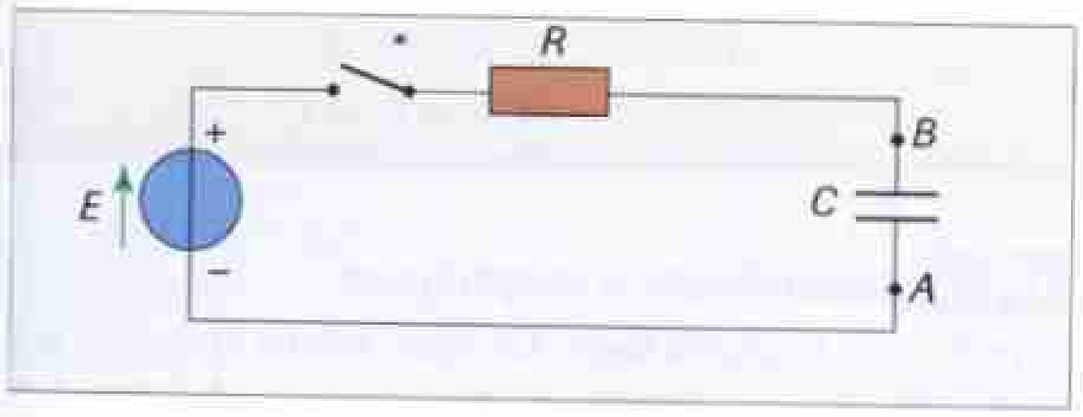
À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur *K*.
a. Donner la relation liant l'intensité *i* du courant traversant le circuit et la charge q_A de l'armature *A*.
b. Représenter par une flèche la tension u_C aux bornes du condensateur en respectant la convention récepteur.
c. Donner la relation liant q_A et u_C.
d. En déduire une relation liant *i* et u_C.

8 • Analyse dimensionnelle

Soit un dipôle *RC*.
a. Donner l'expression de sa constante de temps τ.
b. Par une analyse dimensionnelle, vérifier que cette constante est bien homogène à une durée.

9 •• Charge d'un condensateur. Résolution analytique

Un condensateur initialement déchargé est inséré dans le montage de la page suivante.



À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

1. Représenter par une flèche le sens de circulation du courant d'intensité i dans le circuit. Identifier l'armature positive du condensateur. Représenter par des flèches les tensions u_C aux bornes du condensateur et u_R aux bornes du conducteur ohmique, en respectant la convention récepteur.

2. En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir une relation (1) entre E, u_R et u_C.

3. Exprimer u_R en fonction de i et l'intensité i en fonction de la charge q du condensateur.

4. En déduire l'expression de i en fonction de la capacité C et de la tension u_C.

5. À l'aide de la relation (1), établir l'équation différentielle à laquelle obéit u_C.

6. Une solution de cette équation différentielle est de la forme : $u_C = c + a \times e^{bt}$.

a. En reportant cette expression dans la relation (1), déterminer la valeur des constantes b et c.

b. À $t = 0$, que vaut la tension u_C ? En déduire la valeur du coefficient a.

c. En déduire l'expression de u_C en fonction du temps.

Données

- $R = 10\ \text{k}\Omega$; $C = 2200\ \mu\text{F}$; $E = 6{,}0\ \text{V}$.

10 • Énergie stockée dans un condensateur

Un condensateur de capacité $C = 1{,}0\ \text{F}$ est initialement chargé sous une tension $E = 5{,}0\ \text{V}$.

Ce condensateur sert ensuite à alimenter un moteur qui fait monter verticalement un corps de masse $m = 200\ \text{g}$.

Quand le corps s'arrête, il est monté d'une hauteur $h = 20\ \text{cm}$. La tension aux bornes du condensateur est alors $u_C = 4{,}0\ \text{V}$.

a. Quelle énergie a été reçue par le corps ?

b. Quelle énergie a été cédée au moteur par le condensateur ?

c. En déduire le rendement du dispositif.

11 •• Charge d'un condensateur. Variations de l'intensité du courant

Un condensateur de capacité C, initialement déchargé, est placé dans un montage série comprenant : un générateur de tension continue E, un interrupteur K, un conducteur ohmique de résistance R. À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur K. Les variations de la tension u_C aux bornes du condensateur obéissent alors à la relation :

$$u_C = E \times (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

a. Représenter le schéma du montage. Indiquer par des flèches le sens de circulation du courant et les tensions aux bornes des différents dipôles. On appellera A l'armature positive du condensateur.

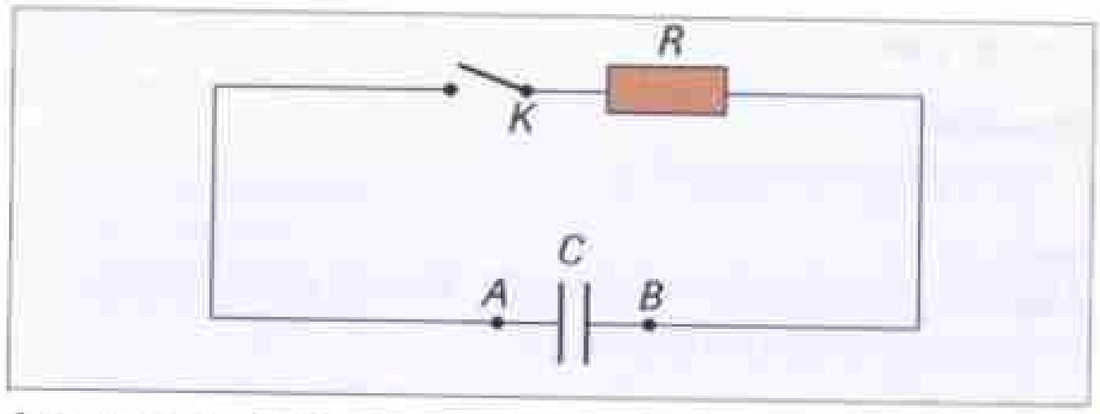
b. Exprimer l'intensité i du courant en fonction de la tension u_C.

c. En déduire l'expression de i en fonction de t.

d. À $t = 0$, cette intensité est-elle maximale ou minimale ? Donner alors son expression en fonction des paramètres du circuit.

12 •• Décharge d'un condensateur. Résolution analytique

Un condensateur initialement chargé est inséré dans le montage suivant :



À la date $t = 0$, la charge du condensateur a pour valeur : $q_A = 0{,}6 \times 10^{-6}\ \text{C}$ et on ferme l'interrupteur K.

a. Représenter par une flèche le sens de circulation du courant d'intensité i dans le circuit.

Représenter par des flèches les tensions u_C aux bornes du condensateur et u_R aux bornes du conducteur ohmique, en respectant la convention récepteur.

b. Établir une relation (1) entre u_R et u_C.

c. À l'aide de la relation (1), établir l'équation différentielle à laquelle obéit u_C.

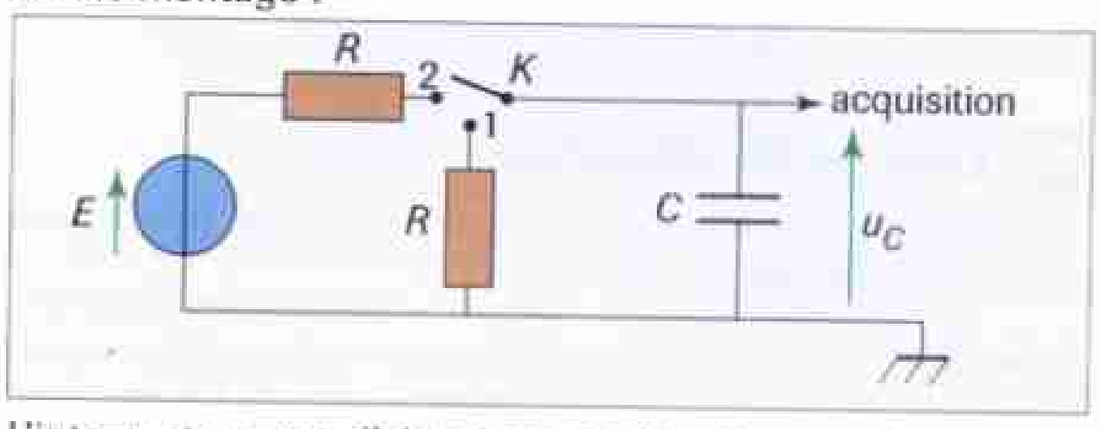
d. Une solution de cette équation différentielle est de la forme : $u_C = a \times e^{bt}$. Déterminer les constantes a et b. En déduire l'expression de u_C en fonction du temps.

Données

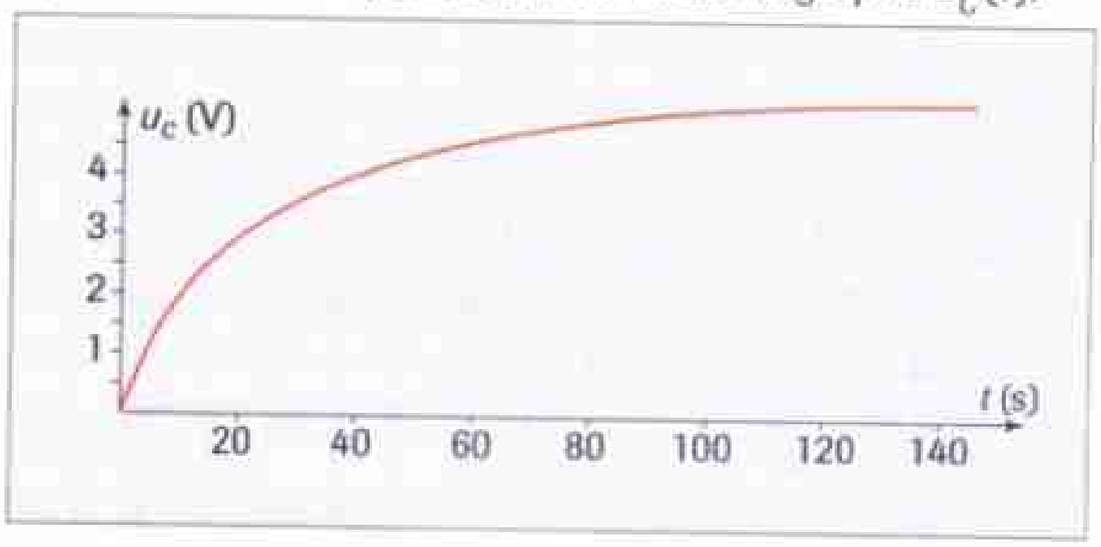
- $R = 15\ \text{k}\Omega$ et $C = 0{,}1\ \mu\text{F}$.

13 •• Temps de charge. Étude graphique. Influence des paramètres

Soit le montage :



L'interrupteur est d'abord en position 1, assez longtemps pour que le courant s'annule, puis il est basculé en position 2 à la date $t = 0$. Un système d'acquisition informatique et un tableur permettent de tracer le graphe $u_C(t)$.

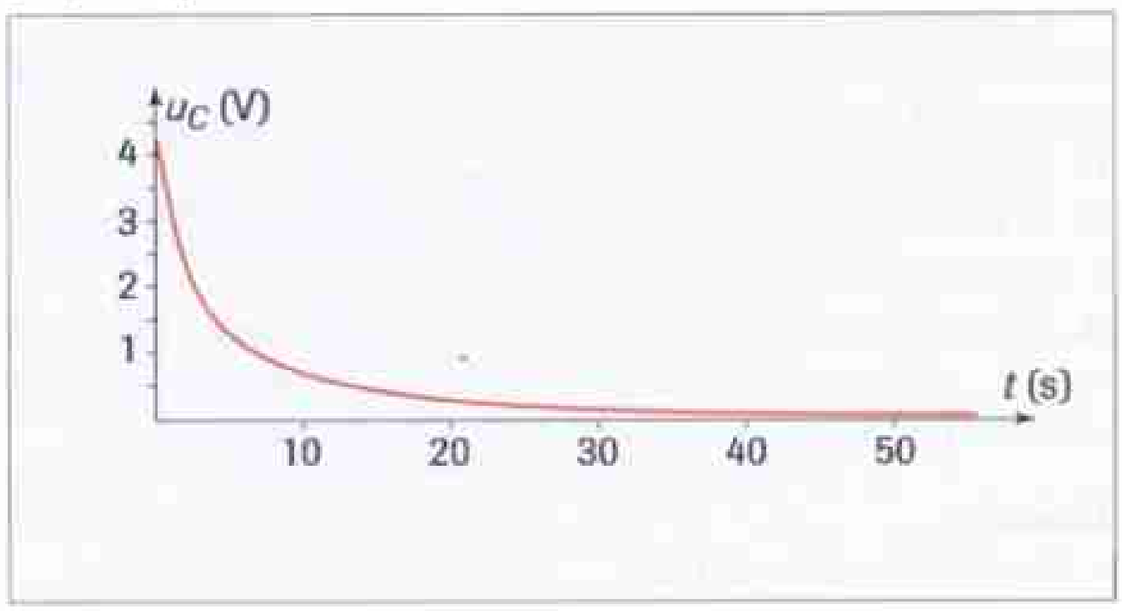


a. Déterminer graphiquement la constante de temps du dipôle *RC*.
b. En déduire une valeur approchée de la capacité *C* du condensateur.
c. Dans le cas où la résistance du conducteur ohmique serait $R' = 2R$, représenter sur le même graphique l'allure des variations de u_C en fonction du temps. On tracera soigneusement la tangente à la courbe à $t = 0$.
d. Dans le cas où la résistance du conducteur ohmique serait *R* et la capacité du condensateur $C' = \frac{C}{2}$, représenter sur le même graphique l'allure des variations de u_C en fonction du temps.

Données
- $R = 10\ \text{k}\Omega$ et $E = 5{,}0$ V.

14 Temps de décharge. Étude graphique. Influence des paramètres

Un condensateur de capacité $C = 2\,200\ \mu\text{F}$ initialement chargé sous une tension $E = 4{,}5$ V est branché aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance *R*. Un système d'acquisition informatique et un tableur permettent de tracer le graphe $u_C(t)$.



a. Déterminer graphiquement la constante de temps du dipôle *RC*.
b. En déduire une valeur approchée de la résistance *R*.
c. Tracer l'allure qu'aurait la courbe si on avait initialement chargé le condensateur sous une tension $E' = 9{,}0$ V.

15 Exercice de correction

Lire l'énoncé, puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

Énoncé
Un dipôle *RC* est chargé sous une tension *E*. Donner l'expression de la constante de temps du dipôle *RC* et vérifier qu'elle est bien homogène à un temps.

Solution annotée d'un élève

$\tau = RC$ Rédaction ?

$[\tau] = R \times C = \frac{U}{I} \times Q \times U$ $Q = CU$ donc $C = \frac{Q}{U}$ et non QU

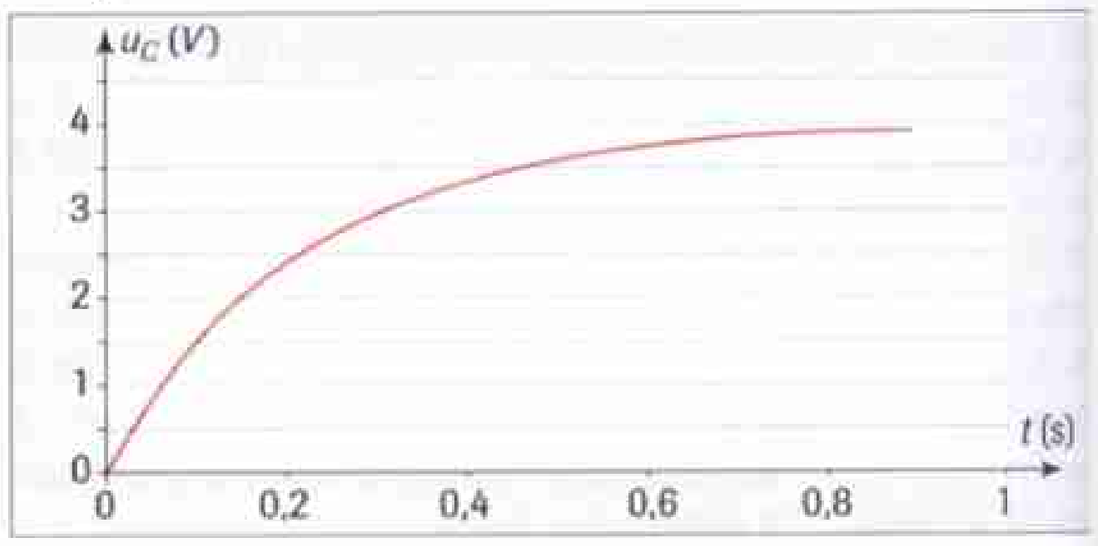
$= \frac{U}{I} \times I \times T \times U$

$= TU^2$ Non

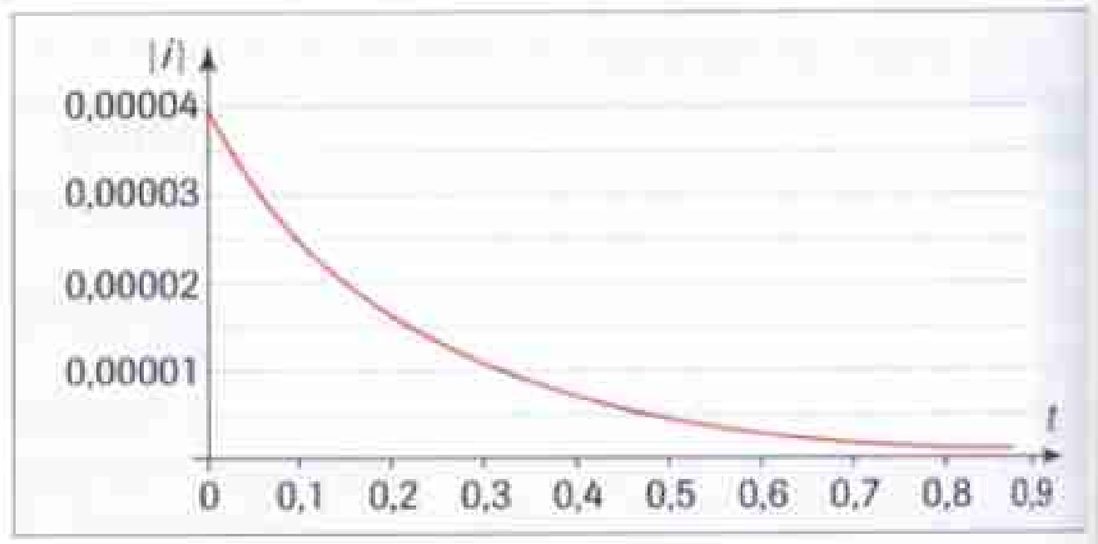
Problèmes de synthèse

16 Identification graphiques

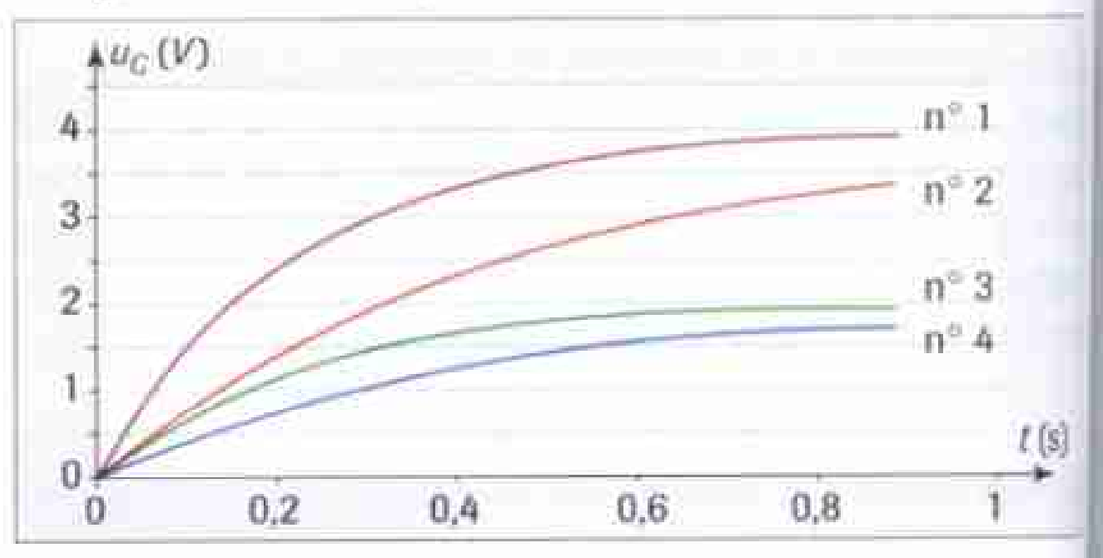
À l'aide d'un logiciel adapté, un élève simule la charge et la décharge d'un condensateur de capacité *C*. Il trace dans chaque cas la courbe représentant les variations de u_C, tension aux bornes du condensateur, en fonction du temps *t* ainsi que les courbes représentant les variations de l'intensité *i* du courant en fonction du temps. Cet élève n'a pas noté sur ses graphiques s'ils concernaient la charge ou la décharge du condensateur.
a. Un de ses graphiques représentant l'allure des variations de u_C en fonction de *t* est le suivant :



Pouvez-vous l'aider à savoir si cette courbe concerne la charge ou la décharge du condensateur ?
Justifiez votre réponse.
b. Un de ses graphiques représentant l'allure des variations de $|i|$ en fonction de *t* a l'allure suivante :



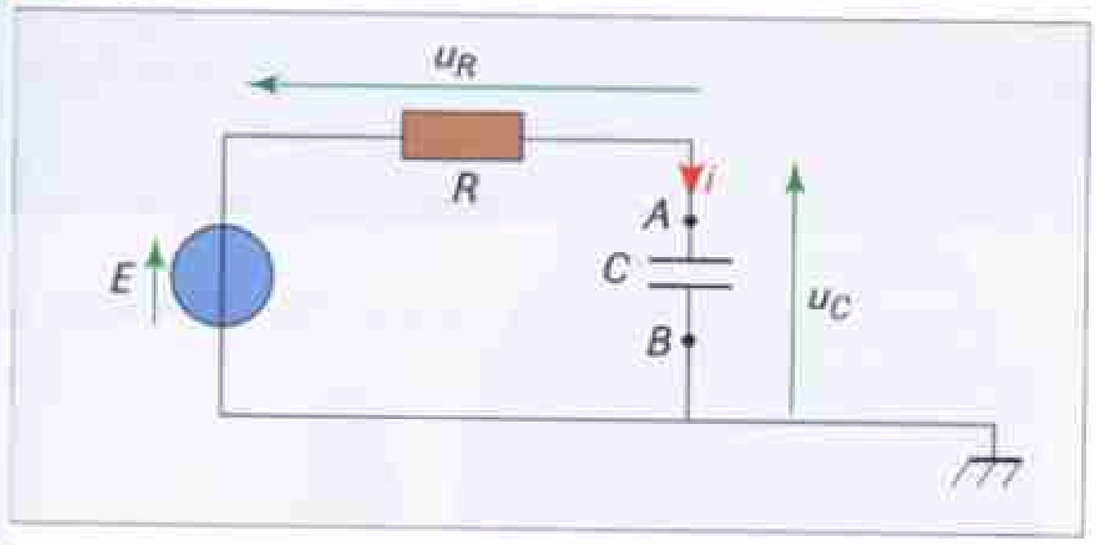
Pouvez-vous l'aider à savoir si cette courbe concerne la charge ou la décharge du condensateur ? Justifiez votre réponse.
c. Il renouvelle le tracé de courbes $u_C(t)$ pour différentes valeurs de *R*, résistance du conducteur ohmique du circuit, de *C* et de *E*, tension sous laquelle le conducteur est chargé. Il obtient les quatre courbes suivantes :



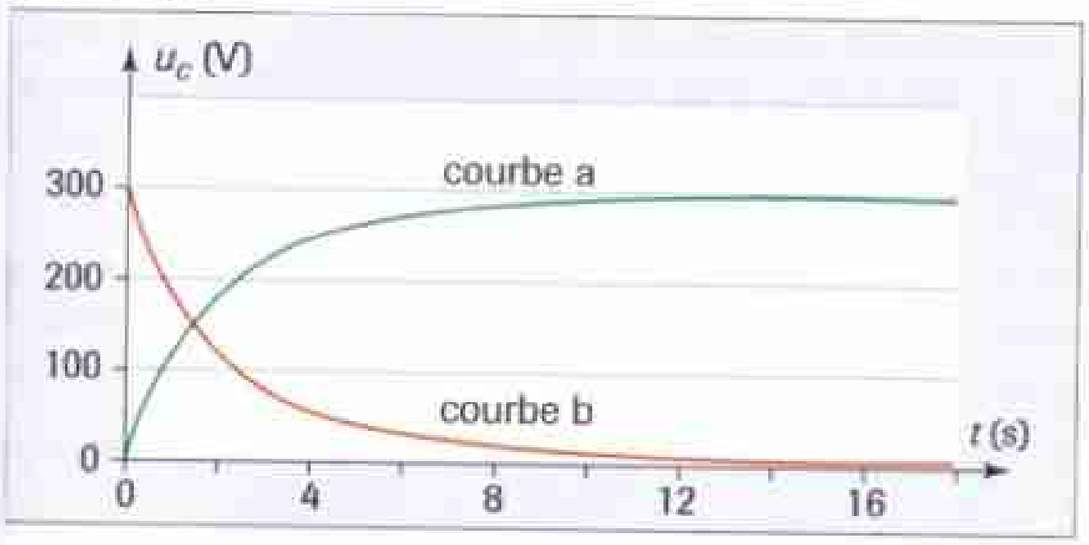
Associer les choix de valeurs **a.**, **b.**, **c.** ou **d.** (tableau de la page suivante) aux courbes n° 1, n° 2, n° 3 ou n° 4.

Cas	a.	b.	c.	d.
R (kΩ)	100	200	100	100
C (µF)	2,2	2,2	2,2	4,7
E (V)	4	2	2	4

17 QCM



En utilisant le montage ci-dessus, un élève obtient les courbes suivantes :



Toutes les réponses doivent être justifiées.

a. Dans le cas de ce montage, le sens de circulation du courant est :

❑ de A vers B ;

❑ de B vers A.

b. On charge le condensateur. La courbe représentant les variations de u_C en fonction de t est :

❑ la courbe a ;

❑ la courbe b.

c. τ, constante de temps du circuit, est la durée au bout de laquelle :

❑ le condensateur est à moitié chargé ;

❑ le condensateur est chargé à 63 % ;

❑ le condensateur est complètement chargé.

d. Une étude des courbes ci-dessus permet de dire que la tension aux bornes du condensateur pendant la charge est de la forme :

❑ $u_C = E\left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ❑ $u_C = E\, e^{+\frac{t}{\tau}}$

❑ $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ❑ $u_C = E\, e^{-\frac{t}{\tau}}$

e. On charge deux condensateurs identiques en série sous une tension U.

❑ L'énergie emmagasinée dans chaque condensateur est le double de ce qu'elle aurait été avec un seul condensateur.

❑ L'énergie emmagasinée dans chaque condensateur n'est pas modifiée par rapport à ce qu'elle aurait été s'il n'y avait eu qu'un condensateur.

❑ L'énergie emmagasinée dans chaque condensateur est le quart de ce qu'elle aurait été avec un condensateur.

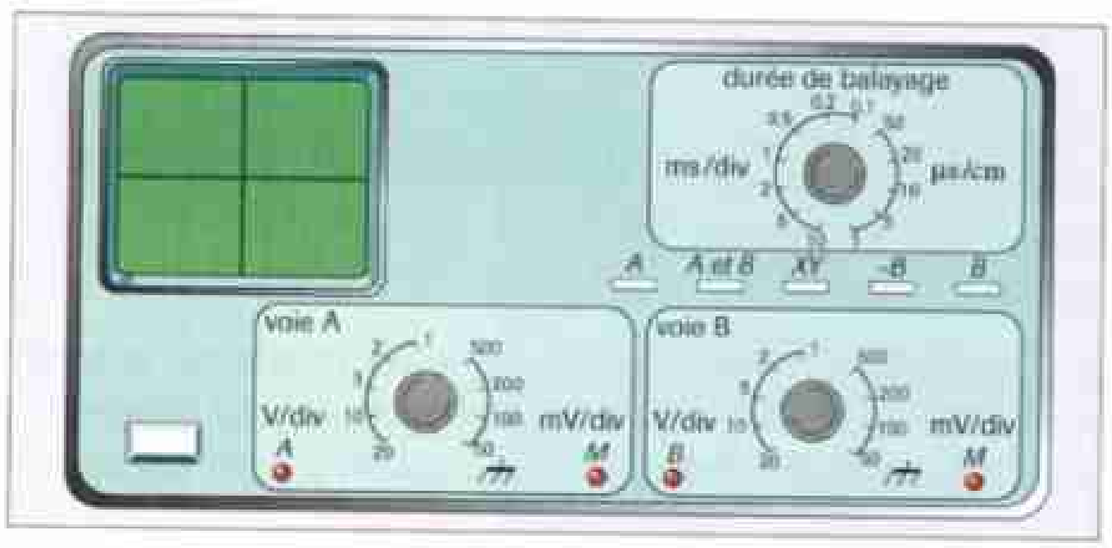
18 Charge et décharge d'un condensateur. Dipôle *RC*

BAC On réalise un circuit comprenant, en série, un générateur basse fréquence, une résistance et un condensateur.

Le générateur délivre une tension u périodique, en créneaux, de fréquence $f = 200$ Hz et qui vaut 0 volt pendant la moitié de la période et $U = 4$ V pendant l'autre moitié ; la résistance vaut $R = 100\ \Omega$; le condensateur a une capacité de valeur C.

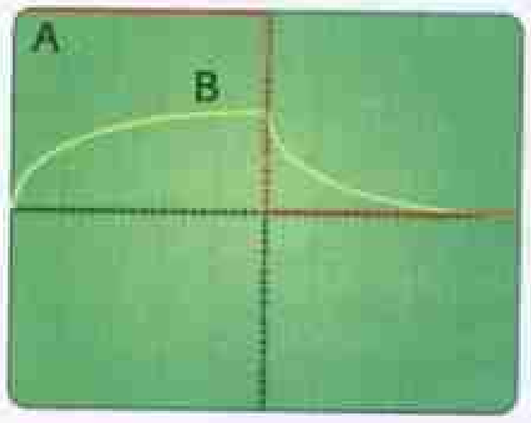
I – Étude de l'oscillogramme 1

L'oscillogramme 1 a été obtenu à l'aide d'un oscilloscope bicourbe dont on a représenté la face avant ci-dessous.



Le réglage est tel qu'une durée de balayage correspond à une période de la tension u : plus précisément, lorsque le spot est à l'extrême gauche ou à l'extrême droite de l'écran, la tension u est en train de passer de 0 à 4 V. Une des courbes correspond à la tension u imposée par le générateur, l'autre est la tension aux bornes d'un des composants R ou C. Pour chaque voie, lorsque le spot est sur la médiane horizontale, la tension vaut zéro.

oscillogramme 1



a. Que représente la courbe B ? Comment appelle-t-on le phénomène observé ?

Faire le schéma du montage qui permet d'obtenir les courbes A et B. Indiquer clairement les connexions vers les entrées A et B de l'oscilloscope ainsi que celle vers la masse M.

b. Quelles sont les valeurs maximales de la tension aux bornes du condensateur et aux bornes de la résistance ?

c. En justifiant votre réponse, préciser les calibres choisis pour la base de temps et pour la déviation verticale de chaque voie. On donnera les réponses en volts par division ou en secondes par division.

d. La capacité C conserve la même valeur.

Indiquer ce que deviennent les courbes si

- on augmente notablement R (par exemple, on multiplie sa valeur par 20) ;
- on diminue notablement R (par exemple, on divise sa valeur par 20).

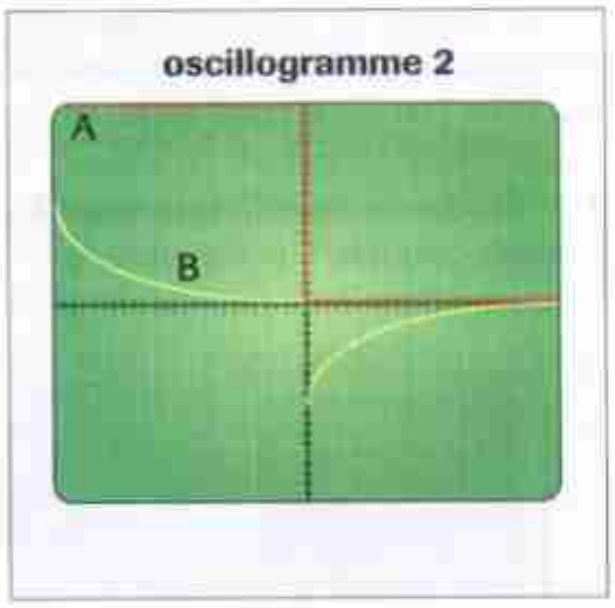
On se contentera d'indiquer l'allure des courbes obtenues.

II – Étude de l'oscillogramme 2

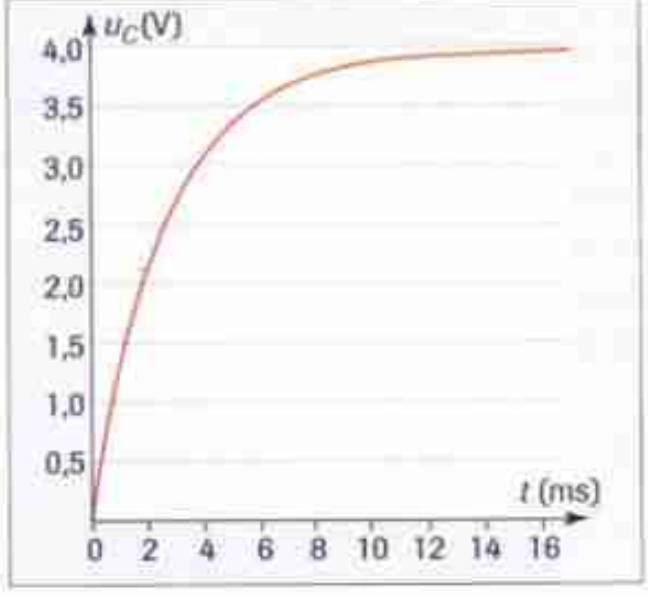
Le circuit reste le même. On ne modifie pas le choix des calibres utilisés pour l'oscilloscope. Mais celui-ci est branché différemment et on obtient l'oscillogramme 2.

1. Faire le schéma du montage correspondant et préciser les connexions réalisées. Que représente la courbe *B*?

2. Indiquer l'allure des courbes obtenues si, la valeur de la résistance *R* restant la même :
– on augmente notablement *C* (par exemple, sa valeur est multipliée par 20) ;
– on diminue notablement *C* (par exemple, sa valeur est divisée par 20).



3. Un dispositif d'interfaçage, qu'il est inutile de préciser ici, permet d'étudier avec précision la charge du condensateur, c'est-à-dire l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur (initialement déchargé) en fonction du temps lorsque, à $t = 0$, la tension u, aux bornes du générateur, passe brutalement de 0 à $U = 4{,}0$ V.



a. Faire le schéma du circuit. Préciser les conventions ou orientations choisies pour u, u_C et pour i, intensité instantanée du courant dans le circuit.

b. Écrire l'équation différentielle de charge, c'est-à-dire la relation existant entre u_C, sa dérivée par rapport au temps et U.

c. Vérifier que : $u_C = U\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ est solution de l'équation précédente et respecte la condition initiale.

d. L'enregistrement de u_C en fonction du temps est fourni sur le schéma précédent.
En utilisant une méthode de votre choix, déterminer la valeur de *C*.

19 ▪▪ Extrait TPE

Au cours de la présentation d'un TPE s'intéressant aux flashes photographiques, des élèves sont amenés à considérer l'évolution de la tension aux bornes d'un condensateur soumis à un échelon de tension. Le jury leur pose à cette occasion quelques questions.

a. Si le condensateur est initialement déchargé et qu'à la date $t = 0$, on le soumet à un échelon de tension constante *E*, quelle est l'énergie stockée alors dans le condensateur?

b. Que devient cette énergie au bout d'un temps très long?

c. Que deviendrait l'énergie stockée dans le condensateur à la fin de la charge si on doublait la capacité du condensateur? Quel est l'intérêt de l'utilisation de condensateurs de grande capacité?

d. Pourquoi un prospectus commercial parle-t-il en termes de puissance et non d'énergie?

CHAPITRE 9

Dipôle *RL*



Pendant longtemps, l'allumage, dans un moteur d'automobile, s'effectuait grâce à une bobine. De nos jours l'allumage utilise des circuits électroniques.

► **Quel est le rôle d'une bobine dans un circuit électrique ?**

Objectifs

- Connaître et savoir exploiter l'expression de la tension aux bornes d'une bobine.
- Effectuer la résolution analytique pour l'intensité du courant dans un dipôle *RL* soumis à un échelon de tension.
- En déduire l'expression de la tension aux bornes de la bobine.
- Connaître l'expression de la constante de temps.
- Connaître l'expression de l'énergie emmagasinée par une bobine.

Plan du cours

1 Description d'une bobine

2 La bobine en convention récepteur

3 Réponse d'un dipôle *RL* à un échelon de tension

4 Énergie emmagasinée dans une bobine

Une bobine, comme un condensateur, emmagasine et restitue de l'énergie en un temps caractéristique.

ACTIVITÉ 1

Papillotement d'une *DEL*

■ Réaliser le circuit schématisé sur la figure 1.
Le générateur est une source de tension en créneau fonctionnant entre 0 et 10 V environ, à une fréquence voisine de 20 Hz.

▶ **1. Quand l'interrupteur est sur la position (1), la DEL papillote. Pourquoi ?**

▶ **2. Quand on bascule l'interrupteur sur la position (2) le papillotement disparaît. Que doit-on en conclure ?**

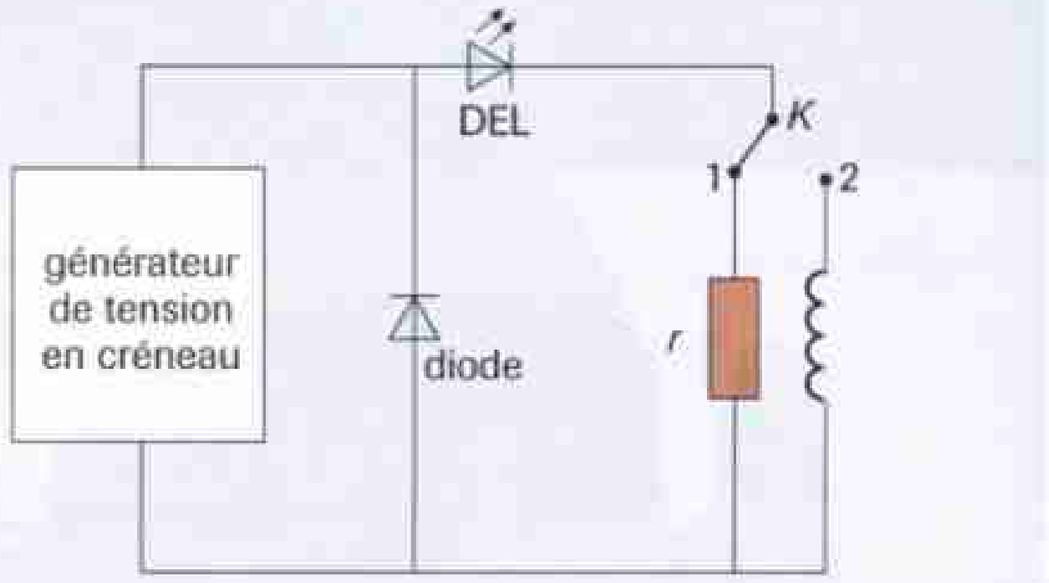


FIG. 1 Circuit à réaliser.

RECHERCHE SUR INTERNET

■ Les recherches sur la fusion nucléaire (voir chapitre 7) ont conduit les physiciens à construire de grandes bobines toriques (de forme semblable à celle d'un pneu) appelées tokamaks.
Leur rayon atteint plusieurs mètres et des courants importants y circulent.
■ Pour bien fonctionner, il faut que la bobine soit supraconductrice.

▶ **1. Rechercher la définition d'un tokamak.**

▶ **2. Qu'est-ce que cela signifie ?**

▶ **3. Rechercher quel est l'effet parasite dans l'utilisation de la bobine et comment on cherche à y remédier.**

Aide possible sur le site : http://www.larecherche.fr

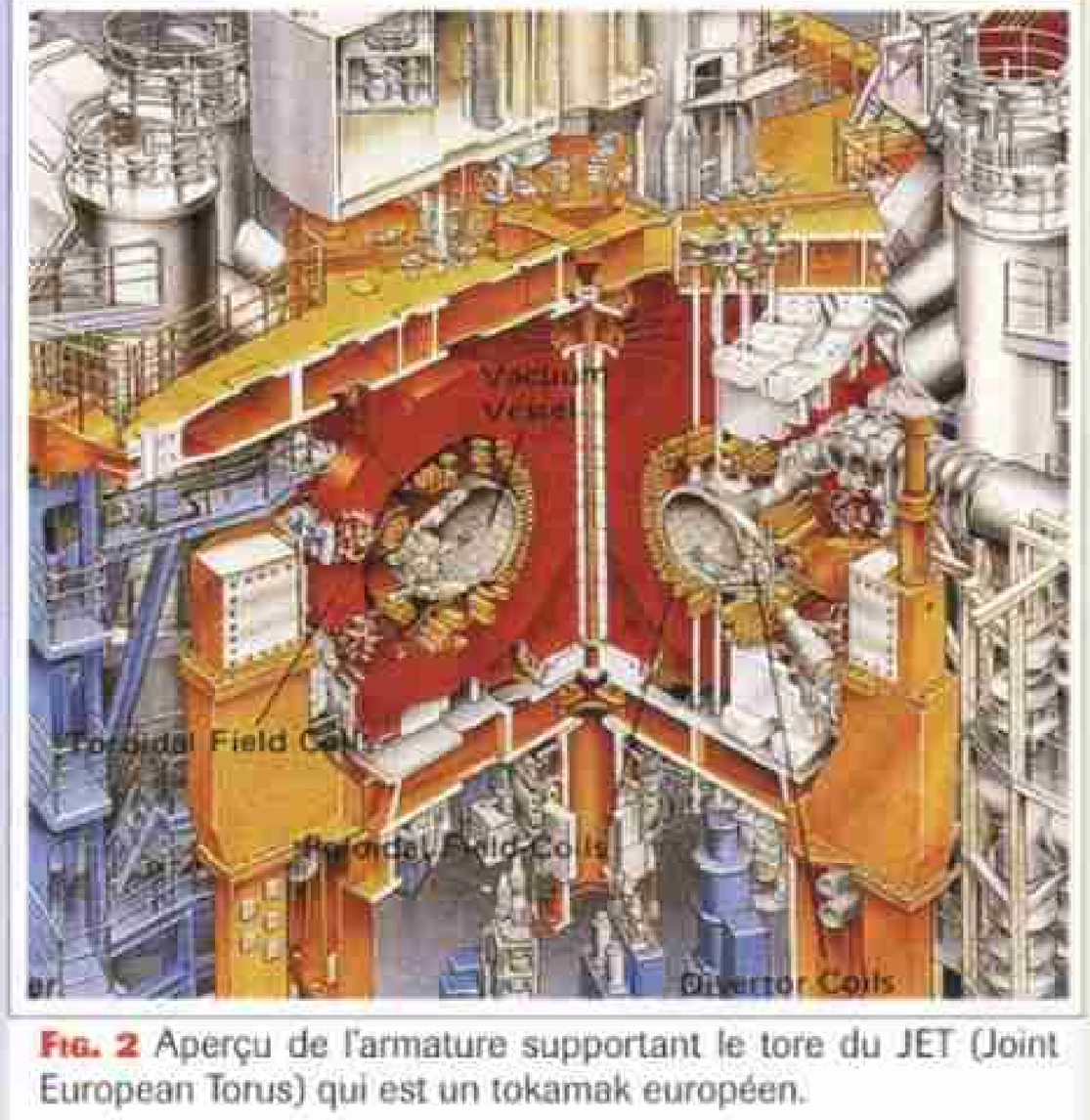


FIG. 2 Aperçu de l'armature supportant le tore du JET (Joint European Torus) qui est un tokamak européen.

PHYSIQUE ET VOCABULAIRE

■ **Bobine** n. f. Petit cylindre à rebords pour enrouler du fil, du ruban.

L'ÉNIGME DU CHAPITRE

Justifier l'affirmation : « à la différence du condensateur, la bobine est un élément de stockage provisoire de l'énergie ».

1 Description d'une bobine

Une bobine est constituée d'un enroulement serré de fil conducteur gainé enrobé dans un matériau isolant de faible épaisseur (fig. 1).
Cet enroulement a une résistance, le plus souvent de faible valeur.
Une bobine de résistance r est équivalente à l'association en série d'une bobine de résistance négligeable et d'un conducteur ohmique de résistance r. La représentation symbolique de la figure 2 en découle.



Fig. 1 Exemples de bobines utilisées au laboratoire.

2 La bobine en convention récepteur

2. 1. Inductance d'une bobine

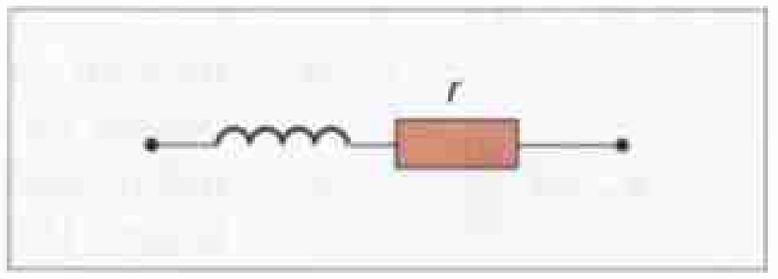


Fig. 2 Représentation symbolique d'une bobine.

A Dispositif d'étude expérimentale

La bobine est étudiée en convention récepteur. Nous choisissons une bobine dont la résistance est suffisamment faible pour qu'elle puisse être considérée comme négligeable.
On réalise le montage de la figure 3.
La source est un générateur de courant en dents de scie. On trace, dans le même système d'axes, les relevés de points représentant les variations de l'intensité i (donnée par la loi d'Ohm : $i = -\frac{u_R}{R}$) et celles de la tension u_L aux bornes de la bobine en fonction du temps t.

B Analyse des relevés expérimentaux de points

L'intensité i du courant qui traverse la bobine varie en dents de scie (fig. 4) : c'est une grandeur périodique qui est une fonction affine croissante du temps pendant une première demi-période puis une fonction affine décroissante du temps pendant la seconde.
La tension u_L aux bornes de la bobine est constante et positive pendant la première demi-période, puis constante et négative pendant la seconde demi-période.

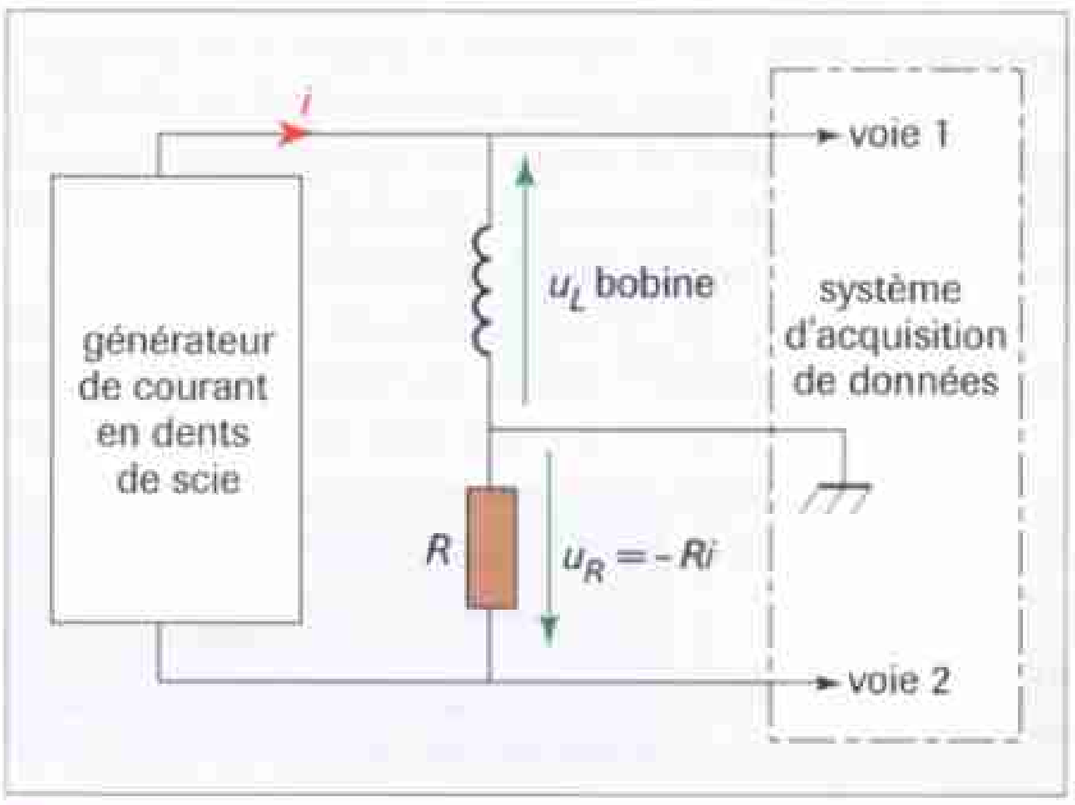


Fig. 3 Dispositif expérimental.

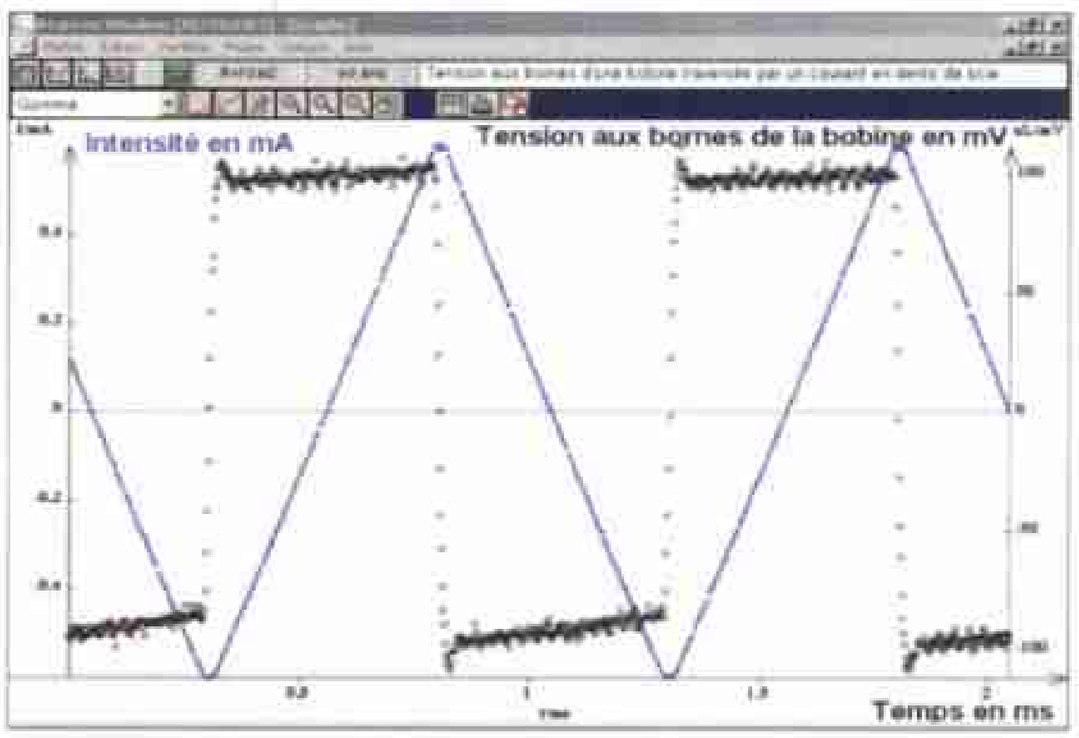


Fig. 4 Intensité i et tension aux bornes d'une bobine traversée par un courant en dents de scie. La tension u_L aux bornes de la bobine est constante et positive pendant la première demi-période, puis constante et négative pendant la seconde demi-période.

C Inductance de la bobine

La figure 5, obtenue à l'aide d'un système de traitement de données, montre que le quotient de la tension u_L aux bornes d'une bobine par la dérivée $\frac{di}{dt}$ de l'intensité qui la traverse a une valeur constante au cours du temps.

La tension u_L est donc proportionnelle à la dérivée de l'intensité par rapport au temps (fig. 5). Le coefficient de proportionnalité,qui est positif, définit l'**inductance** L de la bobine :

$$u_L = L\frac{di}{dt}.$$

L'inductance d'une bobine s'exprime en henrys (symbole H). On utilise également les sous-multiples du henry ; par exemple, le millihenry (mH).

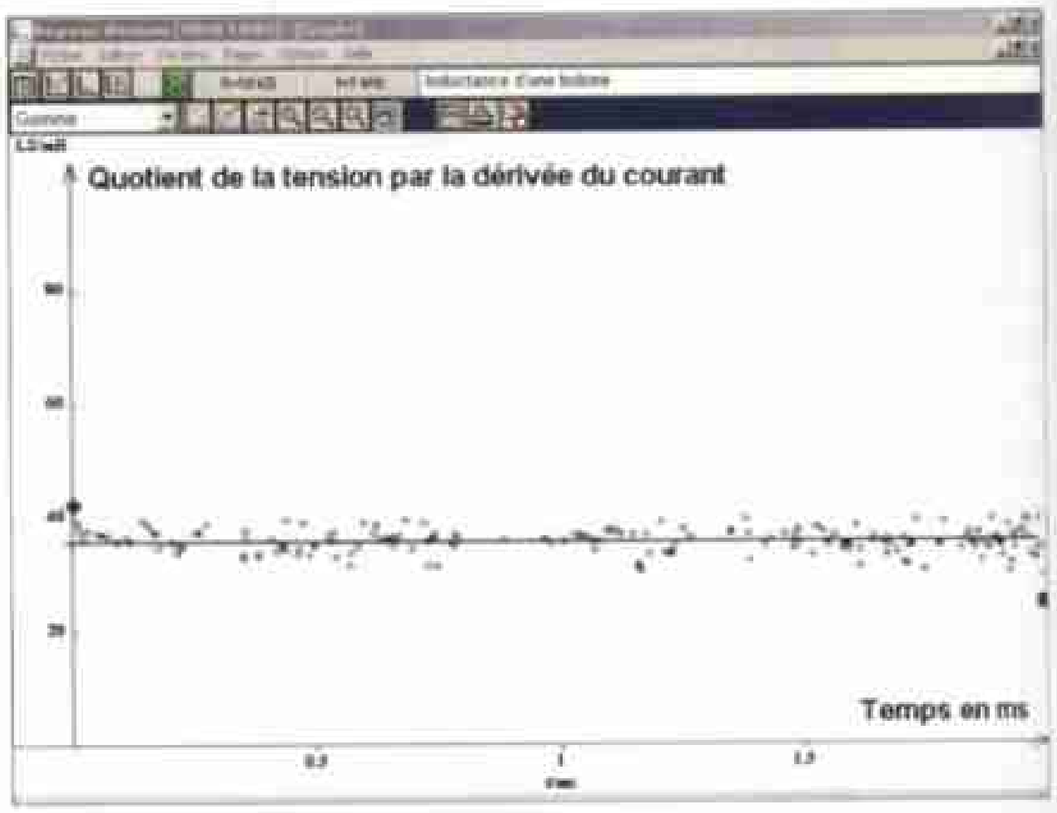


Fig. 5 Détermination de l'inductance d'une bobine.
Le quotient de la tension aux bornes d'une bobine par la dérivée de l'intensité qui la traverse a une valeur constante au cours du temps ; c'est l'inductance de la bobine.
La modélisation conduit à la valeur $L = 36$ mH.

La tension aux bornes d'une bobine de résistance négligeable est proportionnelle à la dérivée de l'intensité par rapport au temps :

$$u_L = L\frac{di}{dt}$$

- u_L : tension aux bornes de la bobine en volts (V)
- L : inductance de la bobine en henrys (H)
- $\frac{di}{dt}$: dérivée de l'intensité en ampères par seconde ($A \cdot s^{-1}$)

D Ordre de grandeur de l'inductance d'une bobine

La valeur de l'inductance d'une bobine est souvent faible, de quelques µH à quelques mH (fig. 6).

En introduisant un noyau de fer dans la bobine, la valeur de l'inductance est multipliée par un facteur de l'ordre de 1 000 mais, dans ce cas, la relation tension-courant n'est plus applicable.

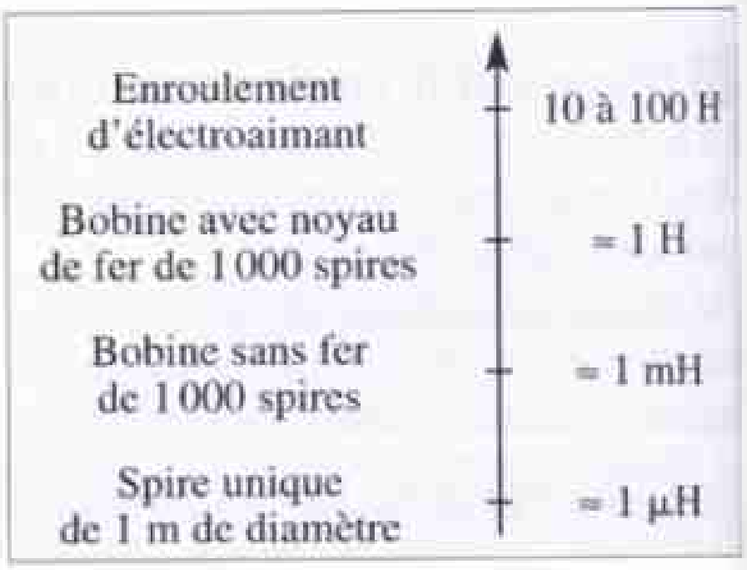


Fig. 6 Quelques exemples de valeurs de l'inductance.

2. 2. Relation entre intensité et tension

La tension u aux bornes d'une bobine de résistance r est la somme (fig. 7) :
- de la tension aux bornes du conducteur ohmique de résistance r, exprimée selon la loi d'Ohm : $u_r = ri$;
- et de la tension u_L.

D'où : $u = u_r + u_L = ri + L\frac{di}{dt}$.

En convention récepteur, la relation entre la tension aux bornes d'une bobine et l'intensité qui la traverse s'écrit :

$$u = ri + L\frac{di}{dt}$$

- L : inductance de la bobine en henrys (H)
- r : résistance de la bobine en ohms (Ω)
- u : tension en volts (V)
- $\frac{di}{dt}$: dérivée de l'intensité par rapport au temps en ampères par seconde ($A \cdot s^{-1}$)

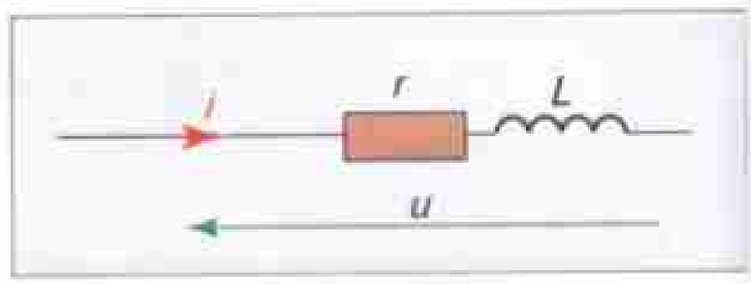


Fig. 7 Représentation symbolique de la bobine en convention récepteur.

▶ *Voir exercice n° 6, page 167*

EXERCICE RÉSOLU **Inductance d'une bobine**

Énoncé

Pendant la première demi-période de l'enregistrement de la figure 4, l'intensité varie de $\Delta i = 1{,}2$ mA pendant la durée $\Delta t = 0{,}50$ ms, la tension aux bornes de la bobine étant égale à $u_L = 90$ mV.

Déterminer la valeur L de l'inductance de la bobine (la résistance de la bobine étant négligeable).

Solution

À chaque instant, la tension aux bornes d'une bobine est liée à l'intensité par la relation :

$$u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

La tension u_L est constante ; elle s'écrit ici :

$$u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = L\frac{\Delta i}{\Delta t};$$

d'où : $$L = \frac{u_L}{\frac{\Delta i}{\Delta t}} = \frac{90 \times 10^{-3}}{\frac{1{,}2 \times 10^{-3}}{0{,}50 \times 10^{-3}}} \approx 37{,}5 \text{ mH}.$$

2. 3. Effet d'une bobine sur un courant

EXPÉRIENCE

- Réaliser le montage de la figure 8. La source est un générateur de tension en créneau.
- Tracer, dans le même système d'axes, les relevés de points représentant les variations de l'intensité i (donnée par la loi d'Ohm : $i = \frac{u}{R}$) en fonction du temps t quand l'interrupteur K est fermé puis ouvert.
- Observer l'influence de la valeur de l'inductance en utilisant différentes bobines.

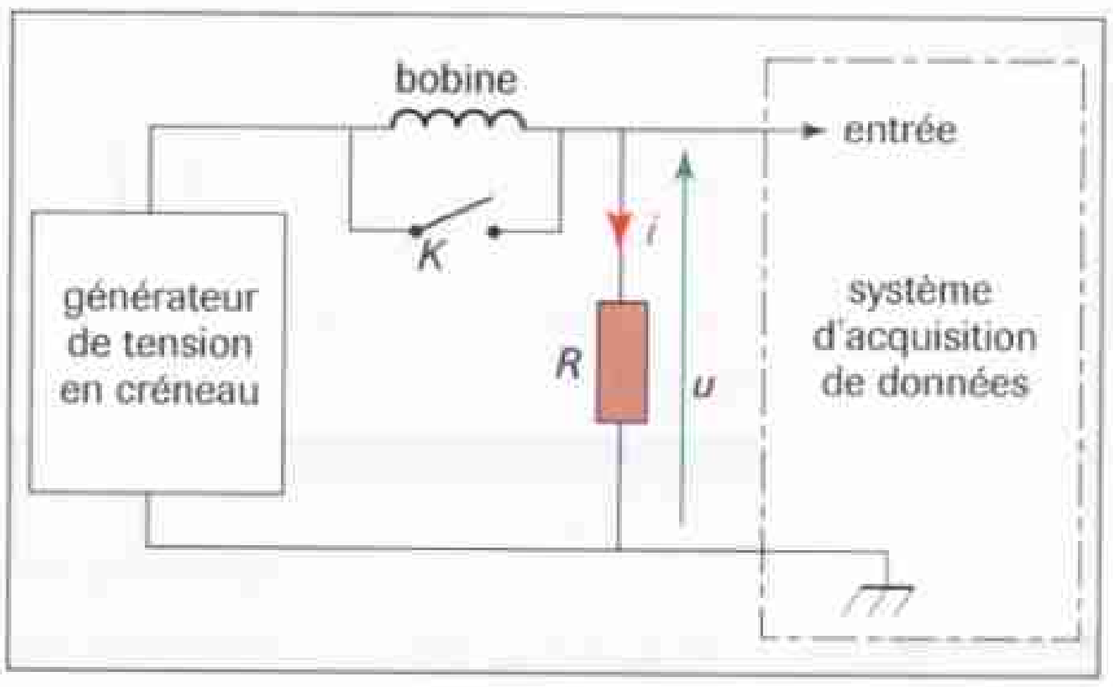


FIG. 8 Observation des variations de l'intensité i du courant.

OBSERVATIONS

Le générateur fournit à ses bornes une tension en créneau, c'est-à-dire une tension périodique prenant la valeur 0 sur une demi-période et la valeur E constante sur l'autre demi-période : l'amplitude de la tension est donc égale à E.

- Lorsque l'interrupteur est fermé, la bobine est hors circuit et l'intensité i évolue comme la tension de sortie du générateur : elle passe brutalement d'une valeur nulle à une valeur maximale (intensité en créneau).
- Lorsque l'interrupteur est ouvert, l'amplitude des variations de l'intensité diminue (fig. 9).
- En remplaçant la bobine par une bobine de plus grande inductance, on constate que l'effet est plus marqué.

INTERPRÉTATION

La présence de la bobine diminue l'amplitude des variations de l'intensité ; on dit que **la bobine lisse le courant**.

Une bobine s'oppose aux variations de l'intensité du courant dans le circuit où elle se trouve.

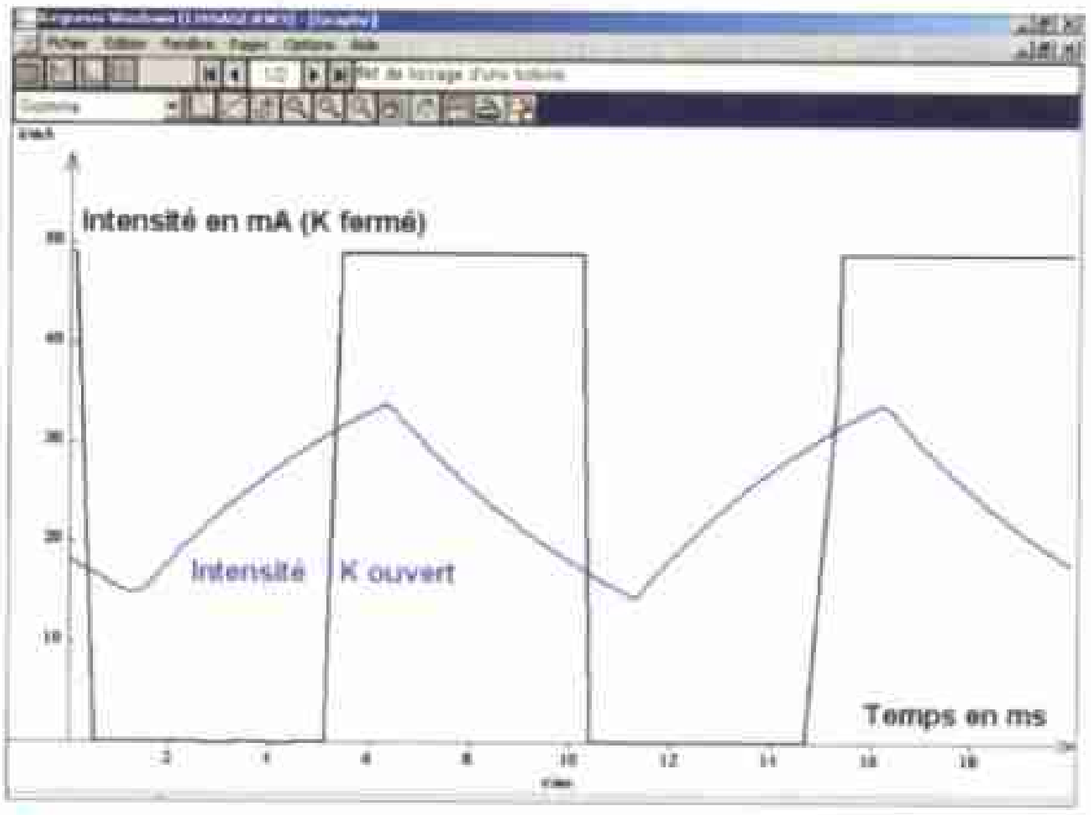


FIG. 9 Effet de la présence d'une bobine dans un circuit.
L'intensité du courant subit des variations brutales quand la bobine n'est pas dans le circuit (interrupteur K fermé). L'amplitude des variations diminue quand la bobine est dans le circuit (interrupteur K ouvert) ; c'est l'effet de lissage du courant.

3 Réponse d'un dipôle *RL* à un échelon de tension

3. 1. Étude expérimentale de la réponse en courant

Un dipôle d'inductance L et de résistance R est appelé dipôle RL.
Nous le réalisons dans la pratique en plaçant en série une bobine d'inductance L et un conducteur ohmique de résistance R ; la résistance de la bobine est négligeable devant R.

Expérience

- Réaliser le montage de la figure 10. La source est un générateur de tension constante de fém E.
- Enregistrer les variations de l'intensité i (donnée par la loi d'Ohm : $i = \frac{u_R}{R}$) qui traverse la bobine en fonction du temps t quand on ferme l'interrupteur.

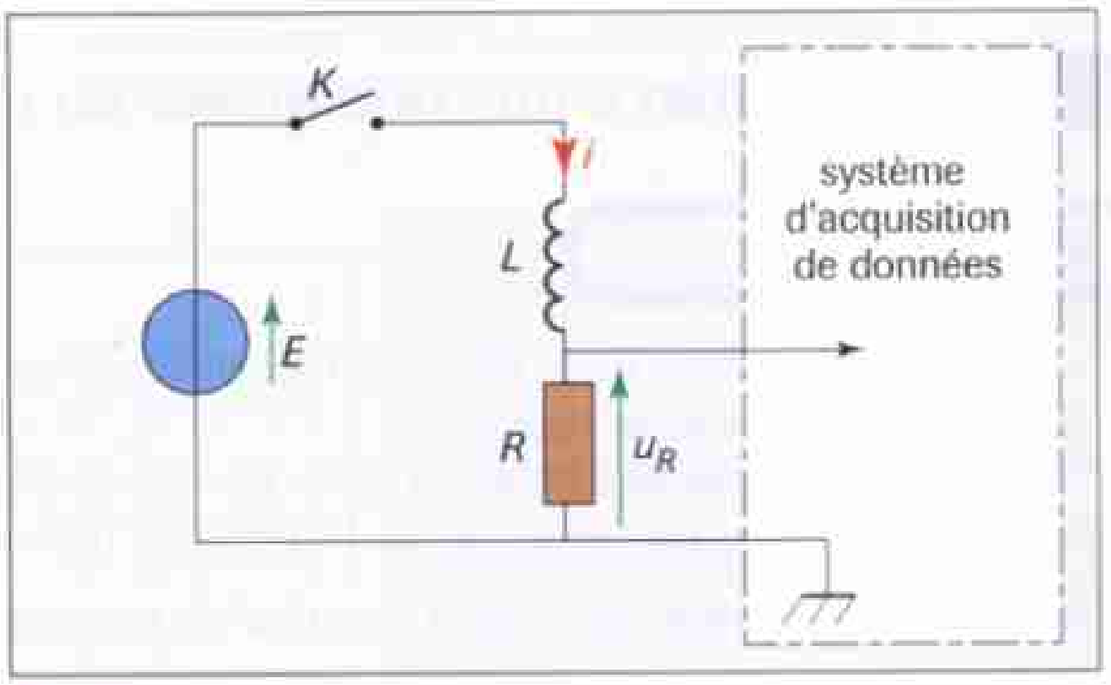


Fig. 10 Étude de la réponse en intensité d'un dipôle *RL*.

Observation

Dès qu'on ferme l'interrupteur, le dipôle RL est soumis à un échelon de tension. L'intensité croît jusqu'à atteindre de manière asymptotique une valeur maximale.

Interprétation

Le courant s'installe progressivement. Le relevé de points obtenu est la **réponse en courant** du dipôle à un échelon de tension (fig. 11).

▶ *Voir exercices n°s 7 et 10, p. 167 et 168*

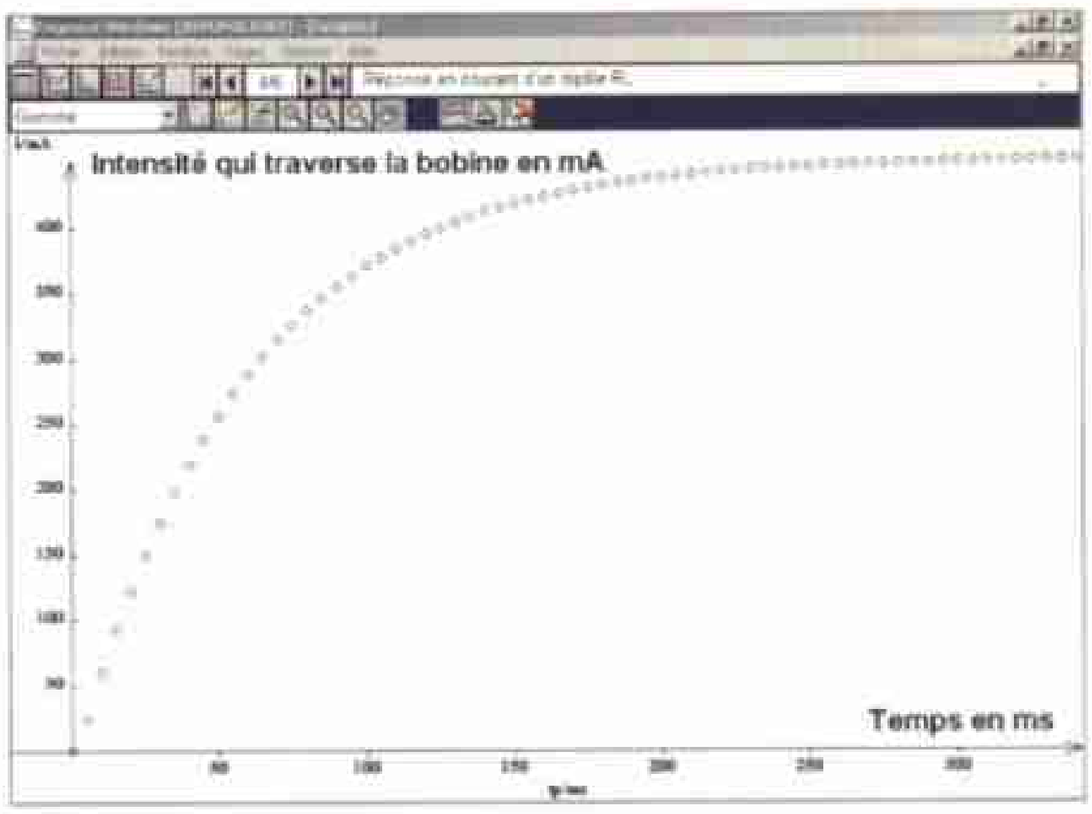


Fig. 11 Réponse en courant d'un dipôle *RL*.
À la date $t = 0$, le dipôle est soumis à un échelon de tension.

3. 2. Étude théorique de la réponse en courant

A Établissement de l'équation différentielle

Choisissons comme origine des dates ($t = 0$), la date à laquelle on ferme l'interrupteur.

Appliquons la loi des tensions à une date $t > 0$. La tension E aux bornes du dipôle RL est la somme de la tension aux bornes de la résistance (u_R) et de la tension aux bornes de la bobine (u_L) (fig. 12) :

$$u_R + u_L = E \quad \text{avec} \quad u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad \text{et} \quad u_R = Ri$$

Nous en déduisons l'équation différentielle :

$$Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = E \quad \text{ou} \quad i + \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}i} = \frac{E}{R}$$

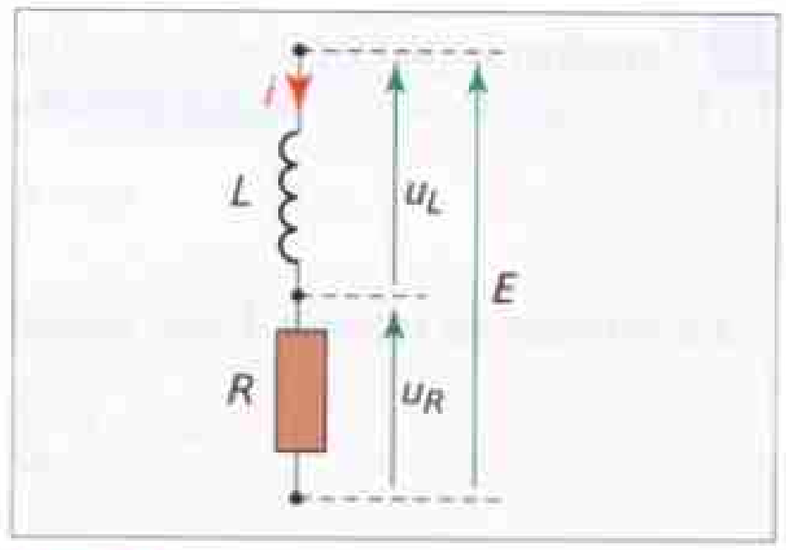


Fig. 12 Loi des tensions aux bornes du dipôle *RL*.

B Solution de l'équation différentielle

La valeur maximale de l'intensité s'observe lorsque cette intensité ne varie plus :

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0 \quad \text{donc} \quad Ri = E \quad \text{ou} \quad i = \frac{E}{R}$$

Vérifions que l'équation $i = \frac{E}{R}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}})$, où τ est une constante à déterminer, est solution de l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{E}{R}\left(0 - \left(-\frac{1}{\tau}\right)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{R}\frac{1}{\tau}\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

En reportant dans l'équation différentielle, on a :

$$i + \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{E}{R}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}) + \frac{L}{R} \times \frac{E}{R}\frac{1}{\tau}\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}\left[1 + \left(\frac{L}{R} \times \frac{1}{\tau} - 1\right)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right] = \frac{E}{R}$$

On est donc conduit à écrire :

$$\frac{L}{R\tau} - 1 = 0 \quad \text{soit} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

L'exposant $\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ du terme en exponentielle de la solution doit être sans dimension ; le quotient $\frac{L}{R}$ est donc homogène à une durée. C'est pour cette raison qu'on donne au quotient $\tau = \frac{L}{R}$ le nom de **constante de temps du dipôle *RL***.

▶ *Voir exercices n°s 11, 12 et 14, p. 168 et 169*

3. 3. Réponse en tension

A Tension aux bornes de la bobine

À partir de $u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, on obtient :

$$u_L = L\frac{E}{R}\left(0 - \left(-\frac{1}{\tau}\right)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right) = E\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

La tension décroît de manière exponentielle depuis la valeur E.

La figure 13 fournit les variations de cette tension (courbe théorique et relevé des valeurs expérimentales).

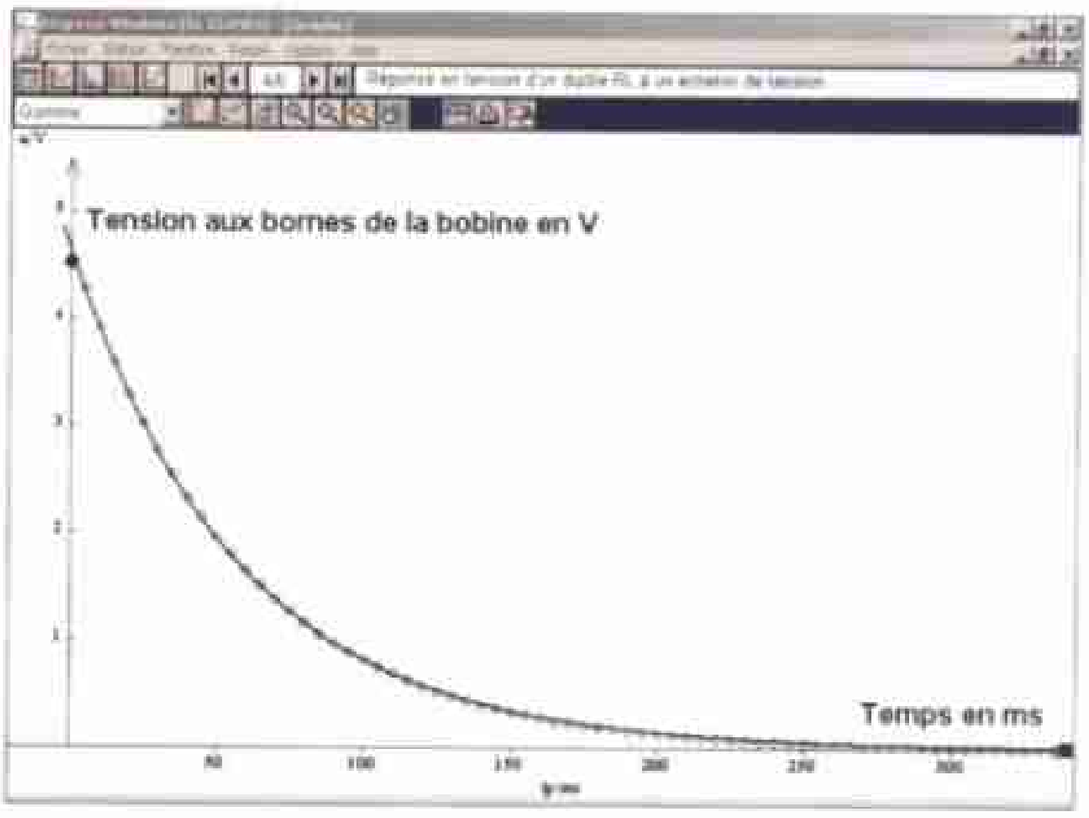


Fig. 13 Réponse en tension d'un dipôle *RL* soumis à un échelon de tension. La courbe issue de l'étude théorique et le relevé expérimental de points sont confondus.

B Tension à partir de la loi des tensions

La loi des tensions $u_L + Ri = E$ permet d'écrire $u_L = E - Ri$; soit :

$$u_L = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

La réponse en tension d'une bobine de résistance négligeable s'écrit :

$$u_L = L\frac{di}{dt} = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

3. 4. Propriétés de la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$

A Vérification de la dimension par analyse dimensionnelle

Vérifions la dimension de la constante de temps en cherchant la dimension du quotient $\frac{L}{R}$.

• D'après la loi d'Ohm $u_R = Ri$, la résistance est homogène au quotient d'une tension par une intensité ; nous écrivons : $[R] = U \times I^{-1}$.

• D'après l'expression $u_L = L\frac{di}{dt}$, la dimension de l'inductance peut s'écrire :

$$[L] = U \times T \times I^{-1}.$$

• D'où : $\left[\frac{L}{R}\right] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{U \times T \times I^{-1}}{U \times I^{-1}} = T.$

B Influence de la constante de temps sur la réponse de la bobine

L'influence de la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$ sur la réponse de la bobine du dipôle *RL* est la même que l'influence de la constante de temps $\tau = RC$ sur la réponse du condensateur du dipôle *RC*.

Sa valeur fournit donc un ordre de grandeur de la réponse de la bobine. L'intensité est égale à 63 % de sa valeur maximale après une durée τ et elle atteint 99 % de cette valeur après une durée 5τ.

▶ *Voir exercices n°s 10, 13 et 15, pages 168 et 169*

La constante de temps fournit un ordre de grandeur de la réponse en courant et en tension d'un dipôle *RL* soumis à un échelon de tension.

3. 5. Régime asymptotique

Au bout d'un temps de l'ordre de 5τ, l'intensité a pratiquement atteint sa valeur maximale et la tension est pratiquement nulle. On dit que **le régime asymptotique** (ou régime permanent) est atteint.

D'après l'expression de l'intensité, lorsque t tend vers l'infini, le terme en exponentielle tend vers zéro ; la valeur maximale de l'intensité est sa valeur asymptotique soit $\frac{E}{R}$.

En régime permanent, l'intensité est constante, sa dérivée par rapport au temps est nulle d'où : $L\frac{di}{dt} = 0$. La tension aux bornes de la bobine se réduit à $E = Ri$. On retrouve bien la valeur asymptotique $\frac{E}{R}$ de l'intensité.

4 Énergie emmagasinée dans une bobine

4. 1. Mise en évidence

Expérience

• Réaliser le montage schématisé ci-dessous. On utilise une bobine de grande inductance ($L > 1$ H).
• Fermer l'interrupteur quelques instants, puis l'ouvrir.

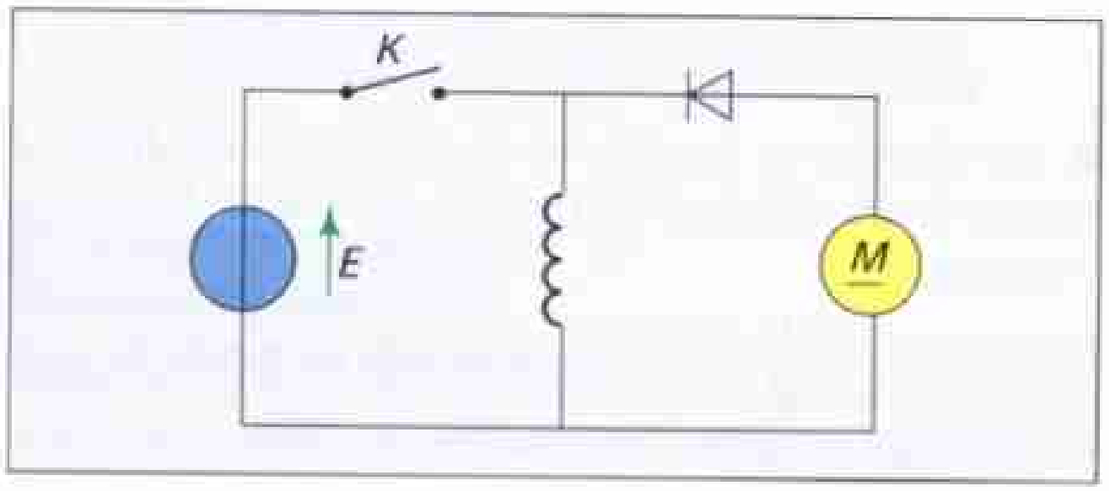




Fig. 14 Mise en évidence de l'énergie emmagasinée dans une bobine.

Observation

Le moteur tourne en élevant une masselotte (fig. 14).

Interprétation

L'élévation de la masselotte et la rotation du moteur nécessitent un apport d'énergie ; **cette énergie a été emmagasinée** dans la bobine.
Après la fermeture de l'interrupteur, un courant circule uniquement dans la bobine (car la diode est non passante) et atteint très rapidement sa valeur permanente ; de l'énergie est transférée du générateur à la bobine qui l'emmagasine.
Quand on ouvre l'interrupteur, un courant circule dans le circuit du moteur (la diode est alors passante) le faisant tourner en élevant une masselotte. L'énergie est transférée de la bobine vers le moteur.
On notera que, dans la bobine, le courant circule dans le même sens au cours des deux phases de l'expérience.

4. 2. Expression de l'énergie emmagasinée dans une bobine

Une bobine d'inductance L traversée par un courant d'intensité i emmagasine l'énergie :

$$E_L = \frac{1}{2} L i^2$$

E_L : énergie emmagasinée en joules (J)
L : inductance en henrys (H)
i : intensité en ampères (A)

L'énergie est positive quel que soit le signe de l'intensité.

4. 3. Continuité de l'intensité qui traverse une bobine

Comme pour le condensateur, les transferts d'énergie du générateur à la bobine, puis de la bobine au moteur, ne peuvent pas se faire instantanément. Nous en déduisons que l'intensité du courant traversant la bobine, qui est liée à l'énergie par la relation précédente, ne peut pas subir de discontinuité.

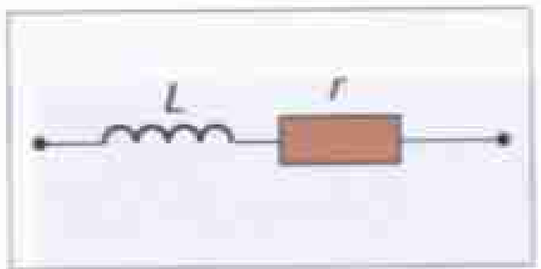
L'intensité dans une bobine ne subit pas de variation brutale.

▶ *Voir exercice n° 8, page 168*

L'ESSENTIEL

1 Description d'une bobine

■ Une bobine est représentée par le symbole suivant :

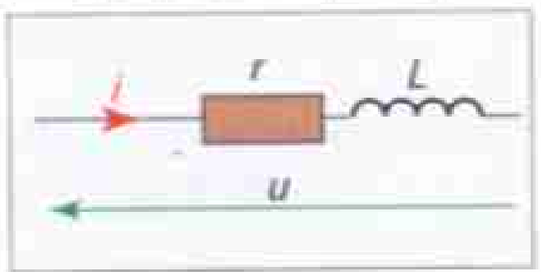


2 La bobine en convention récepteur

■ En convention récepteur, la relation entre la tension aux bornes d'une bobine et l'intensité qui la traverse s'écrit :

$$u = ri + L\frac{di}{dt}$$

L : inductance de la bobine en henrys (H)
R : résistance de la bobine en ohms (Ω)
u : tension en volts (V)
$\frac{di}{dt}$: dérivée de l'intensité par rapport au temps en ampères par seconde ($A \cdot s^{-1}$)



■ Une bobine s'oppose aux variations de l'intensité du courant dans le circuit où elle se trouve.

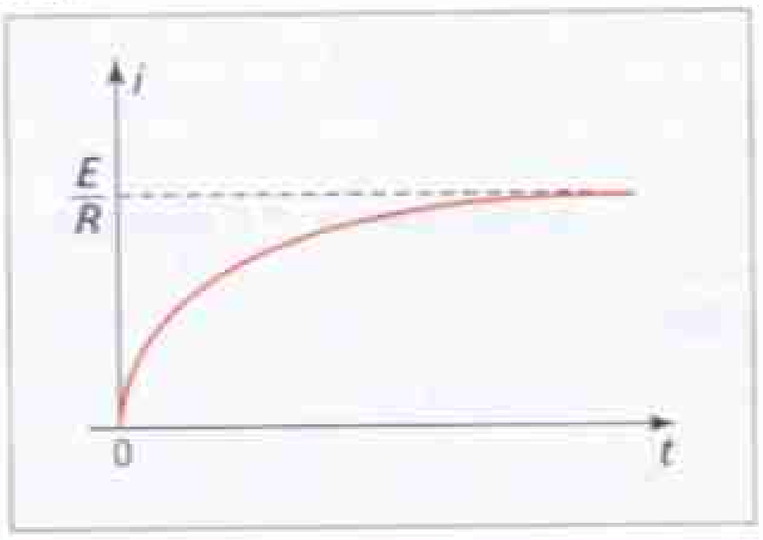
3 Réponse d'un dipôle *RL* à un échelon de tension

■ Un dipôle *RL* est constitué par l'association en série d'une bobine, d'inductance L et de résistance négligeable, et d'un conducteur ohmique de résistance R ; la résistance de la bobine est négligeable devant R.

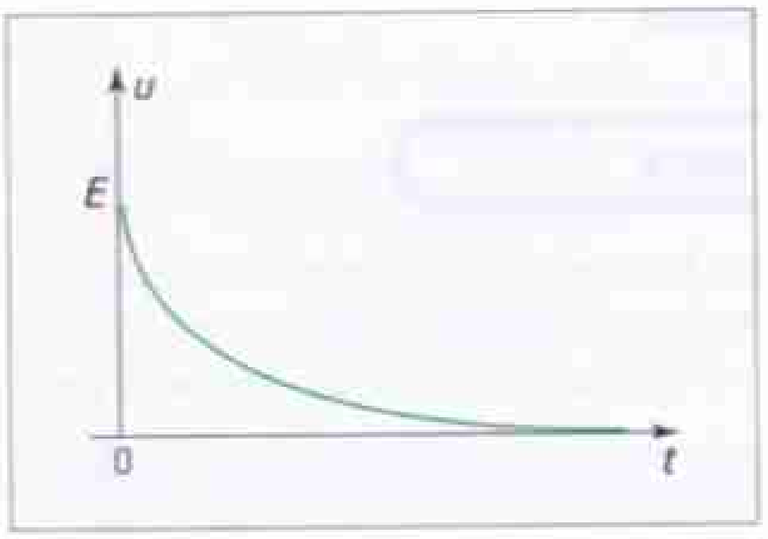
■ L'équation différentielle de l'intensité du courant s'écrit :

$$i + \frac{L}{R}\frac{di}{dt} = \frac{E}{R}$$

La réponse en courant est la solution de cette équation différentielle.



■ Réponse en tension. La tension décroît et s'annule rapidement.



■ La réponse en tension et en courant d'un dipôle *RL* soumis à un échelon de tension de valeur E n'est pas instantanée.

Le quotient $\tau = \frac{L}{R}$ est appelé **constante de temps** du dipôle *RL*. Il est homogène à une durée.

La constante de temps fournit un ordre de grandeur de la réponse du dipôle ; c'est une durée caractéristique de l'évolution de la tension et de l'intensité.

4 Énergie emmagasinée dans une bobine

■ Une bobine d'inductance L traversée par un courant d'intensité i emmagasine l'énergie :

$$E_L = \frac{1}{2}Li^2$$

E_L : énergie emmagasinée en joules (J)
L : inductance en henrys (H)
i : intensité du courant en ampères (A)

■ L'intensité qui traverse une bobine est une fonction continue du temps.

Mots-clés

- Relation tension-intensité
- Inductance
- Énergie
- Continuité de l'intensité
- Dipôle *RL*
- Constante de temps
- Échelon de tension

▶ *Voir lexique page 380*

Établissement et interruption du courant dans une bobine

Comment la tension aux bornes de la bobine et l'intensité du courant qui la traverse évoluent-elles lors de la fermeture et de l'ouverture du circuit ? Quelle est alors l'influence des paramètres du circuit ?

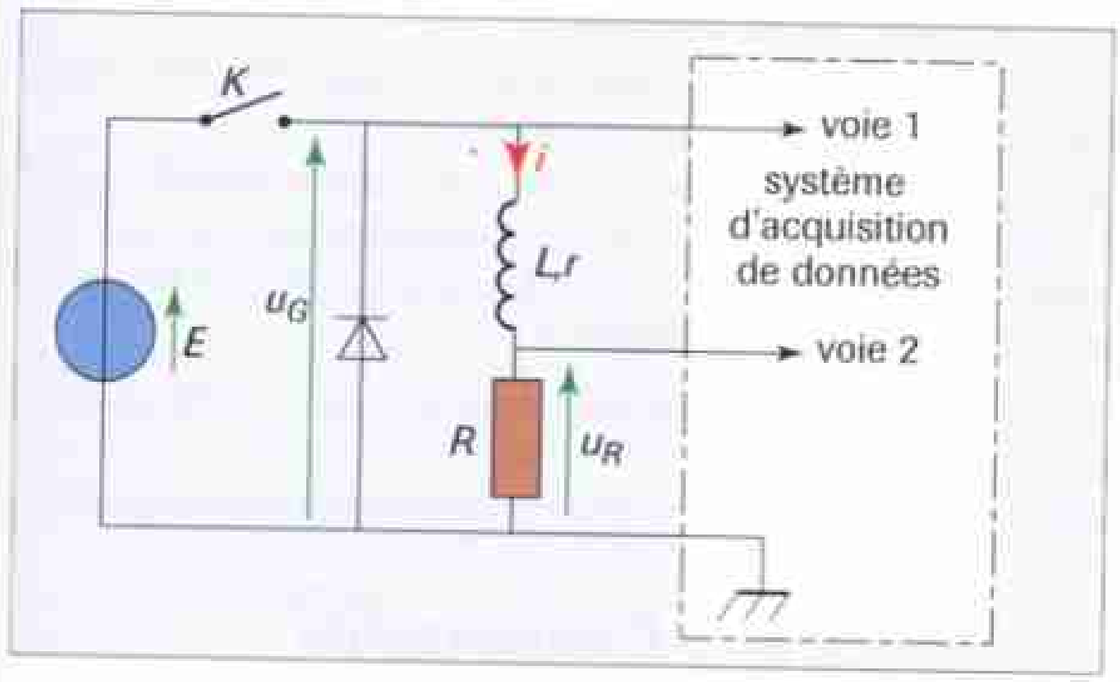
Matériel

- Générateur de tension continue E réglable.
- Conducteur ohmique de résistance R réglable.
- Bobines : $L_1 = 1{,}1$ H, $r_1 = 11{,}6\,\Omega$ et $L_2 = 0{,}5$ H, $r_2 = 11{,}6\,\Omega$.
- Ordinateur muni d'une carte d'acquisition de données.

Manipulation 1

Objectif : Observer l'évolution de l'intensité du courant traversant une bobine lors de la fermeture du circuit.

1. Régler les paramètres à $E = 12$ V et $R = 100\,\Omega$. On négligera r devant R.
2. Réaliser le montage suivant :



3. Lancer l'acquisition de $u_R(t)$ et $u_G(t)$, tension aux bornes du générateur.
4. Fermer l'interrupteur.
5. Tracer les courbes $u_R(t)$ et $u_G(t)$ en prenant comme origine $t = 0$ l'instant du basculement de l'interrupteur.

▶ Questions

1. Quelle est l'allure de la courbe $u_R(t)$ obtenue ?

2. Modéliser cette courbe. En déduire une expression de u_R en fonction de t.

3. Exprimer u_R en fonction de i. En déduire une expression de i en fonction de t.

4. Tracer la tangente à l'origine et déterminer l'abscisse de son intersection avec la droite d'équation $u = E$.

5. Comparer cette abscisse avec le quotient $\frac{L}{R}$.

Manipulation 2

Objectif : Étudier l'influence des paramètres R, L et E sur la constante de temps du dipôle RL.

- Tracer dans un même système d'axes les courbes $u_R(t)$ pour les différentes valeurs de E, R et L indiquées dans le tableau ci-dessous.

▶ Questions

1. Compléter le tableau suivant :

R (Ω)	100	50	100	100
L (H)	1,1	1,1	0,5	0,5
E (V)	12	12	12	6
$\frac{L}{R}$ (s)				

2. Conclure quant à l'influence des paramètres R, L, E sur la valeur de la constante de temps du dipôle RL.

Manipulation 3

Objectif : Étudier l'évolution de l'intensité du courant et de la tension aux bornes de la bobine lors de l'ouverture du circuit.

- Lancer les acquisitions et tracer les courbes $u_R(t)$ et $u_G(t)$ en prenant $t = 0$ à l'ouverture de l'interrupteur.
- Recommencer la manipulation en modifiant le montage de manière à tracer les courbes $u_L(t)$ et $u_G(t)$.

▶ Questions

1. Commenter l'allure des courbes. L'intensité connaît-elle une discontinuité ?

2. Déterminer graphiquement la constante de temps à partir de $u_L(t)$ et de $u_R(t)$.

3. Comparer la constante de temps calculée expérimentalement au quotient $\frac{L}{R}$. Conclure.

EXERCICE RÉSOLU

Étude d'une bobine

Énoncé

Soit le montage schématisé à la figure ci-contre.
On cherche à déterminer expérimentalement une valeur approchée de *L*.
On note $R = r + R'$.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i du courant traversant le circuit.

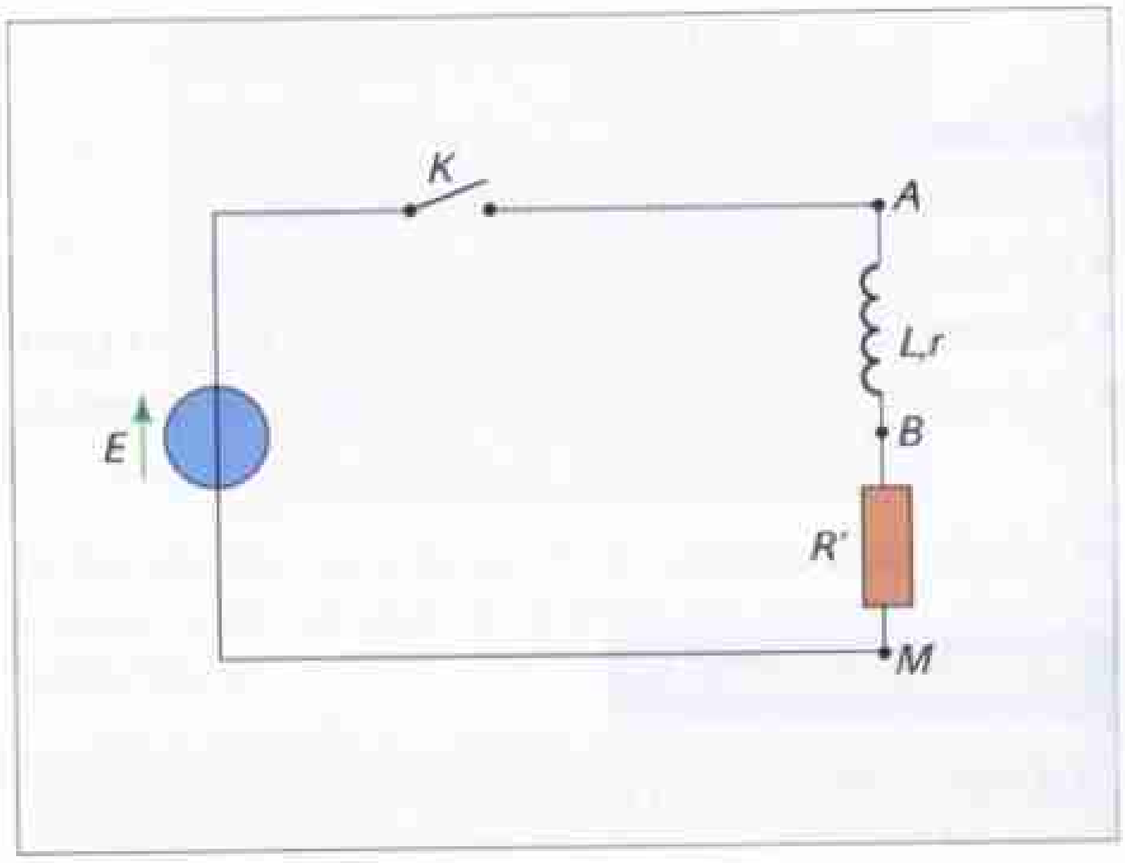
2. Que vaut l'intensité i à la date $t = 0$?

3. La solution de l'équation différentielle à laquelle obéit i est de la forme $i = a + b\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ où a, b et τ sont des constantes.

a. Déterminer a, b et τ en fonction des paramètres du circuit.

b. En déduire l'expression de i en fonction de la date t.

4. Vers quelle valeur l'intensité tend-elle au bout d'un temps très long ?



Données

- $E = 5{,}0$ V ; $L = 47$ mH ; $r = 7\,\Omega$.

Méthode

Vérifier la solution d'une équation différentielle

Soit, par exemple, l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité du courant traversant le circuit :

$$i + \frac{L}{R}\frac{di}{dt} = \frac{E}{R} \qquad (1)$$

i est alors de la forme $i = a + b \times e^{ct}$ a, b et c étant des constantes.

1. Dériver par rapport au temps l'expression générale donnée pour i.

2. Reporter l'expression trouvée pour $\frac{di}{dt}$ et celle donnée pour i dans l'équation différentielle (1) ; on obtient une équation (2).

3. L'expression proposée pour $i(t)$ doit être valable quelle que soit la date t. Donc, dans l'équation (2) :

- tous les termes qui font intervenir le temps doivent s'annuler. On obtient ainsi la constante c ;
- les termes constants doivent aussi respecter l'égalité trouvée. On détermine ainsi la constante a ;
- l'expression donnée pour i doit aussi être valable à $t = 0$. On remplace donc t par 0 dans l'expression de i, et i par sa valeur à $t = 0$. Cela donne une relation entre les constantes a et b. On en déduit la constante b.

4. On reporte les constantes trouvées dans l'expression générale de i.

Solution

1. $u_{AM} = u_{AB} + u_{BM} = L\frac{di}{dt} + ri + R'i = L\frac{di}{dt} + Ri = E$ donc $\boldsymbol{i + \frac{L}{R}\frac{di}{dt} = \frac{E}{R}}$

Appliquer la loi d'additivité des tensions au circuit.

2. La bobine empêche l'établissement immédiat du courant, donc $i(0) = 0$.

3. a. $i(0) = 0 = a + b$, donc $a = -b$.
D'après l'expression proposée pour i, en dérivant, on obtient $\frac{di}{dt} = -\frac{b}{\tau}e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$.
On reporte cette expression dans l'équation différentielle :

$$a + b\,e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} - \frac{L}{R} \times \frac{b}{\tau}e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} = \frac{E}{R}$$

La solution proposée doit vérifier l'équation différentielle quelle que soit la date t.

donc : $a = \frac{E}{R}$; $b = \frac{Lb}{R\tau}$ et $\tau = \frac{L}{R}$.

b. $i = a + b\,e^{-\frac{t}{\tau}}$;

donc $i = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-\frac{tR}{L}}$

et $\boldsymbol{i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{tR}{L}}\right) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$

Reporter dans l'expression générale les expressions de a, b et τ.

4. Dans l'expression ci-dessus, quand t tend vers l'infini, $e^{-\frac{tR}{L}}$ tend vers 0, donc i tend vers $\frac{E}{R}$.

C'est l'expression de l'intensité du régime asymptotique.

Commentaires

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. Une bobine de résistance r est équivalente à l'association ... d'une bobine de résistance négligeable et d'un ....
b. La tension u_L est ... à la ... de l'intensité par rapport au temps.
c. Le coefficient de proportionnalité définit l'... de la bobine et s'exprime en ... (symbole ...).
d. Une bobine ... aux variations de l'intensité du courant dans le circuit où elle se trouve.
e. Le rapport $\tau = \frac{L}{R}$ est appelé ... ...du dipôle *RL*. Il est homogène à un ....

2 Vrai ou faux ?

a. Pour un dipôle *RL* d'inductance *L* donnée, l'établissement du courant est d'autant plus lent que la résistance *R* est petite.
b. L'établissement du courant dans un dipôle *RL* est d'autant plus rapide que le rapport $\frac{R}{L}$ est plus petit.
c. L'énergie stockée dans une bobine est d'autant plus grande que son inductance est plus faible.
d. En régime permanent, une bobine aux bornes de laquelle on applique une tension constante est équivalente à un conducteur ohmique.

3 QCM

a. En convention récepteur, la tension aux bornes d'une bobine s'exprime par :
❑ $u = \frac{di}{dt} + ri$; ❑ $u = ri - L\frac{di}{dt}$; ❑ $u = L\frac{di}{dt} + ri$.
b. Soit un dipôle *RL*. Si on double la résistance du conducteur ohmique, l'établissement du courant est :
❑ deux fois plus rapide ; ❑ deux fois plus lent.
c. Lors de l'établissement du courant dans un dipôle *RL*, la courbe représentant les variations de l'intensité du courant traversant le circuit en fonction du temps est :
❑ une courbe exponentielle ;
❑ une droite linéaire ;
❑ une parabole ;
❑ une droite affine.
d. Une bobine d'inductance *L* traversée par un courant d'intensité *i* emmagasine l'énergie :
❑ $E_L = \frac{1}{2}Li$; ❑ $E_L = \frac{1}{2}Li^2$; ❑ $E_L = \frac{1}{2}Lu^2$.

4 Apprendre à rédiger

Expliquer en quelques mots pourquoi l'intensité du courant d'un circuit qui comporte une bobine ne subit pas de discontinuité.

5 Savoir-faire expérimental

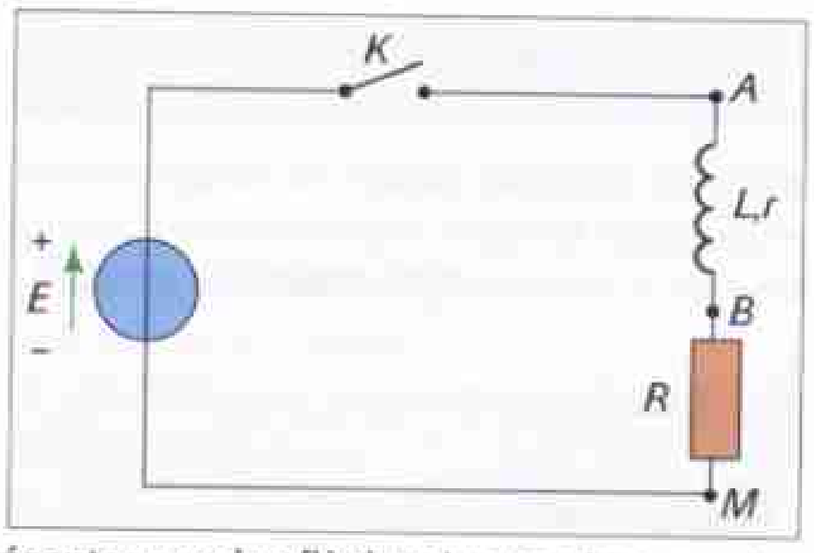
Proposer un montage permettant de visualiser les variations de l'intensité et de la tension aux bornes d'un dipôle *RL* soumis à un échelon de tension.

Application des connaissances

Bobines et dipôle *RL*

6 • Régime permanent

Soit le montage schématisé par le schéma suivant.

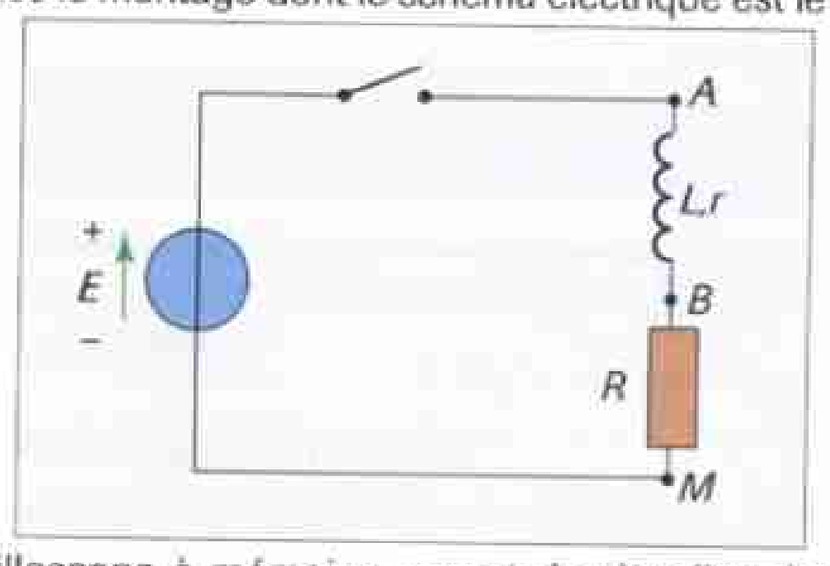


1. Représenter par des flèches les tensions aux bornes des différents éléments du montage en respectant la convention récepteur pour la bobine et le conducteur ohmique.
2. On appelle u_L la tension aux bornes de la bobine.
a. Donner son expression si la convention récepteur est respectée.
b. Que devient cette expression quand le régime permanent est atteint ?
3. En appliquant la loi d'additivité des tensions à ce circuit, exprimer u_G, tension aux bornes du générateur, en fonction de u_R, tension aux bornes du conducteur ohmique, et de u_L.
4. Soit *I* l'intensité du courant en régime permanent traversant le circuit.
a. Déduire son expression de la réponse à la question **3.**
b. Déterminer sa valeur numérique.

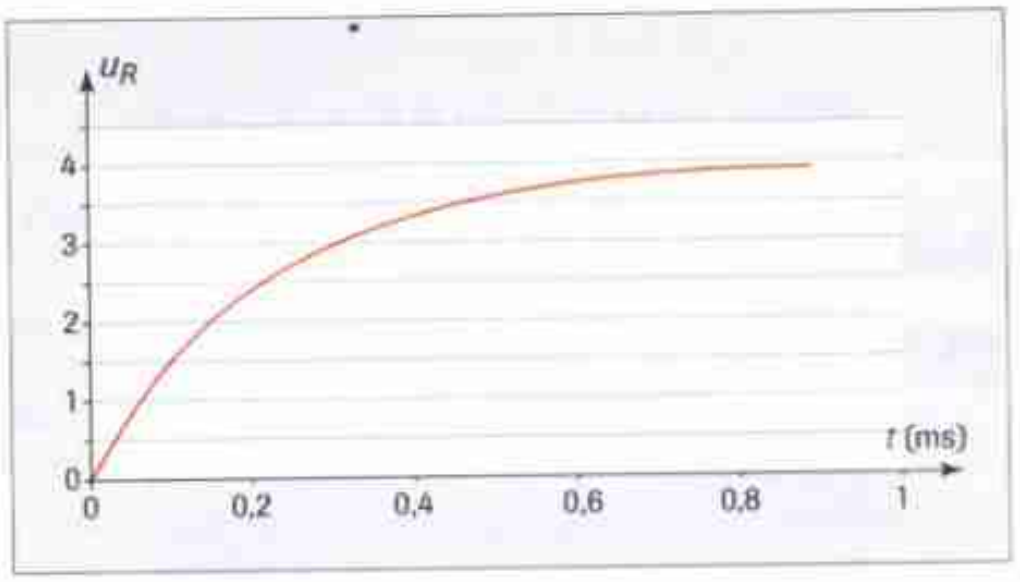
Données
• $E = 6{,}0$ V ; $r = 7\ \Omega$; $L = 47$ mH et $R = 43\ \Omega$.

7 • Constante de temps

On réalise le montage dont le schéma électrique est le suivant.



Un oscilloscope à mémoire permet de visualiser les variations en fonction du temps de la tension aux bornes du générateur sur la voie Y_A et aux bornes du conducteur ohmique sur la voie Y_B. À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur *K*. Cette action déclenche l'acquisition des mesures. On obtient la courbe de la page suivante donnant les variations de u_R en fonction de t :
a. Représenter sur le schéma les branchements à réaliser pour visualiser les tensions à l'oscilloscope.
b. Pourquoi la courbe visualisée sur la voie Y_B permet-elle d'observer les variations de l'intensité du courant traversant le circuit ?



c. L'intensité du courant atteint 63 % de sa valeur maximale I au bout d'un temps τ. À partir de la courbe, déterminer la valeur de τ, constante de temps du circuit.

Données

- $E = 10{,}0$ V ; $r = 7\ \Omega$; $L = 0{,}8$ H et $R = 43\ \Omega$.

8 • Énergie emmagasinée dans une bobine

On réalise un circuit comprenant, placés en série, un générateur de tension constante $U = 4{,}5$ V, une bobine d'inductance 0,5 H et de résistance interne $r = 0{,}5\ \Omega$, et un conducteur ohmique de résistance 45 Ω.

a. Quelle est l'intensité du courant traversant le circuit quand le régime permanent est atteint ?

b. Quelle est alors l'énergie stockée dans la bobine ?

9 • Analyse dimensionnelle

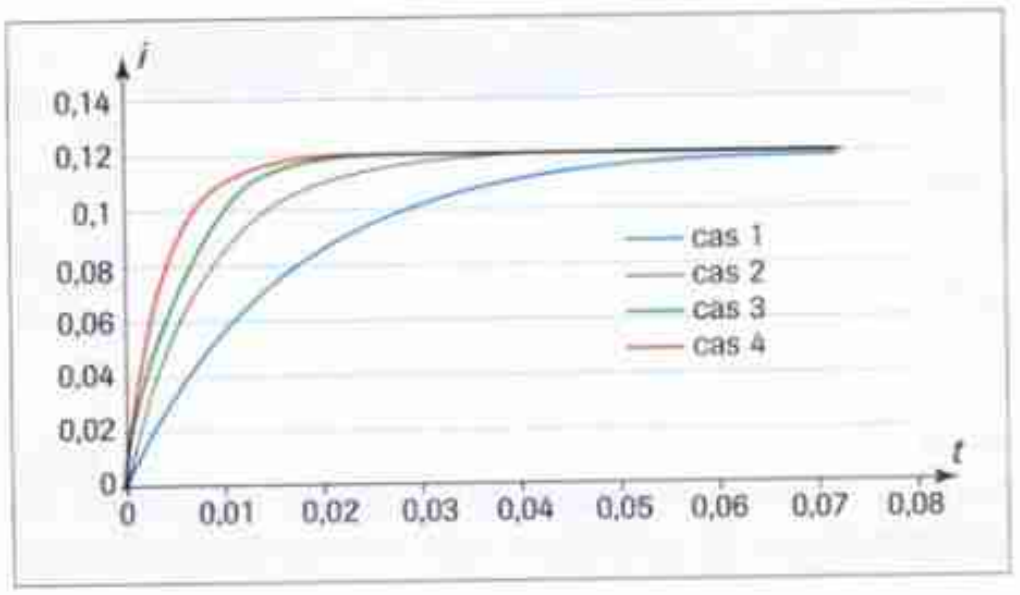
Soit un dipôle *RL*.

a. Donner l'expression de sa constante de temps τ.

b. Par une analyse dimensionnelle, vérifier que cette constante est bien homogène à une durée.

10 Détermination de l'inductance d'une bobine

À l'aide d'un logiciel adapté, on simule, pour différentes valeurs de R, l'établissement du courant dans un dipôle *RL* d'inductance L inconnue et soumis à un échelon de tension $E = 6{,}0$ V. On obtient les courbes *intensité en fonction du temps* suivantes.



1. Dans chaque cas, déterminer la constante de temps τ du dipôle *RL* et compléter le tableau ci-dessous :

Cas n°	1	2	3	4
R (Ω)	50	100	150	200
τ (s)				

2. Donner l'expression de τ en fonction de la résistance R et de l'inductance L de la bobine.

3. À l'aide des valeurs du tableau,

a. représenter les variations de τ en fonction de $\frac{1}{R}$;

b. en déduire une relation numérique entre τ et $\frac{1}{R}$.

4. En déduire la valeur expérimentale de L.

11 •• Rupture du courant. Résolution analytique

Une bobine d'inductance L et de résistance r, placée en série avec un conducteur ohmique de résistance R' est soumise à une tension qui passe d'une valeur $E = 6{,}0$ V à une valeur nulle. On note R la résistance totale du circuit.

1. Faire un schéma du circuit.

2. En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir une relation (1) entre u_R tension aux bornes du conducteur ohmique et u_L tension aux bornes de la bobine.

3. En exprimant u_R et u_L en fonction de i, établir l'équation différentielle à laquelle obéit i.

4. Une solution de cette équation différentielle est de la forme : $i = c + a \times e^{bt}$.

a. Déterminer les constantes a, b et c.

b. En déduire l'expression de l'intensité i en fonction de la date t.

12 •• Établissement du courant. Résolution analytique

Une bobine d'inductance L et de résistance R est placée dans un montage série comprenant : un générateur de tension continue $E = 5{,}0$ V, un interrupteur K, un conducteur ohmique de résistance R'. À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur K. On note $r = R + R'$.

1. Faire un schéma du circuit. Représenter par une flèche le sens conventionnel de circulation du courant d'intensité i. Représenter par des flèches les tensions u_L aux bornes de la bobine et u_R aux bornes du conducteur ohmique, en respectant la convention récepteur.

2. En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir une relation entre E, u_R et u_L.

3. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit i. Cette équation sera notée (1).

4. Une solution de cette équation différentielle est de la forme : $i = c + a \times e^{bt}$.

a. Déterminer la valeur des constantes b et c.

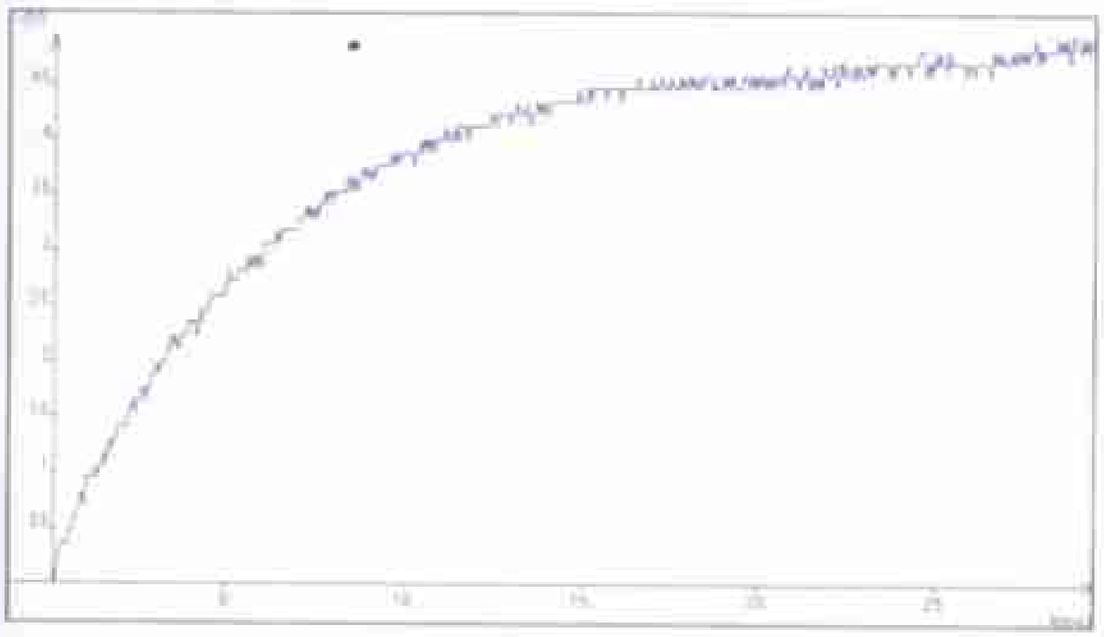
b. Que vaut l'intensité i du courant à $t = 0$? En déduire la valeur du coefficient a.

c. Exprimer la tension i en fonction de la date t.

d. Vers quelle limite l'intensité tend-elle au bout d'un temps très long ?

13 •• Influence des paramètres sur l'établissement du courant

Grâce à un dispositif informatique, on relève les variations de la tension u aux bornes du conducteur ohmique d'un dipôle *RL* soumis à un échelon de tension $E = 5{,}0$ V et $R = 150\ \Omega$. On obtient la courbe donnée ci-après.



a. Déterminer graphiquement la constante de temps du dipôle *RL*.

b. En déduire une valeur approchée de l'inductance *L* de la bobine de résistance négligeable.

c. Dans le cas où on recommence l'opération avec un conducteur ohmique de résistance $R' = 2 \times R$, représenter dans le même système d'axes, l'allure des variations de *u* en fonction du temps.

d. Dans le cas où on recommence l'opération avec une bobine d'inductance $L' = 2 \times L$, en conservant le conducteur ohmique de résistance *R*, ajouter, dans le système d'axes précédent, la courbe donnant l'allure de la variation de *u* en fonction de la date *t*.

14 •• Rupture du courant. Variations de la tension

Soit un dipôle *RL* constitué d'une bobine d'inductance *L*, de résistance négligeable, et d'un conducteur ohmique de résistance *R*. On étudie la rupture du courant à travers ce dipôle lorsqu'il est soumis à une tension qui passe d'une valeur *E* non nulle à 0. Les variations de l'intensité du courant traversant la bobine obéissent alors à la relation :

$$i = \frac{E}{R} \times e^{-\frac{Rt}{L}}$$

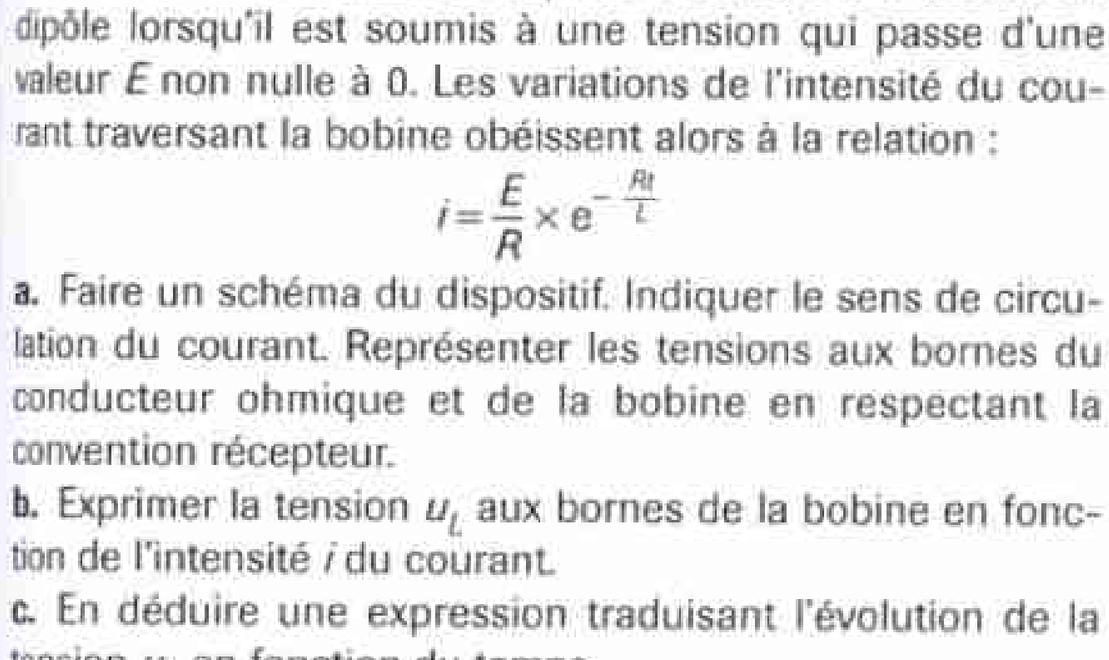
a. Faire un schéma du dispositif. Indiquer le sens de circulation du courant. Représenter les tensions aux bornes du conducteur ohmique et de la bobine en respectant la convention récepteur.

b. Exprimer la tension u_L aux bornes de la bobine en fonction de l'intensité *i* du courant.

c. En déduire une expression traduisant l'évolution de la tension u_L en fonction du temps.

15 •• Influence des paramètres sur l'établissement du courant

On étudie l'établissement du courant dans un circuit comprenant, en série : un générateur de tension constante *E*, une bobine d'inductance *L* et de résistance interne *r* négligeable et un conducteur ohmique de résistance *R*. On relève les variations de la tension aux bornes du conducteur ohmique en fonction de la date *t*.



a. Déterminer graphiquement la constante de temps du dipôle *RL*.

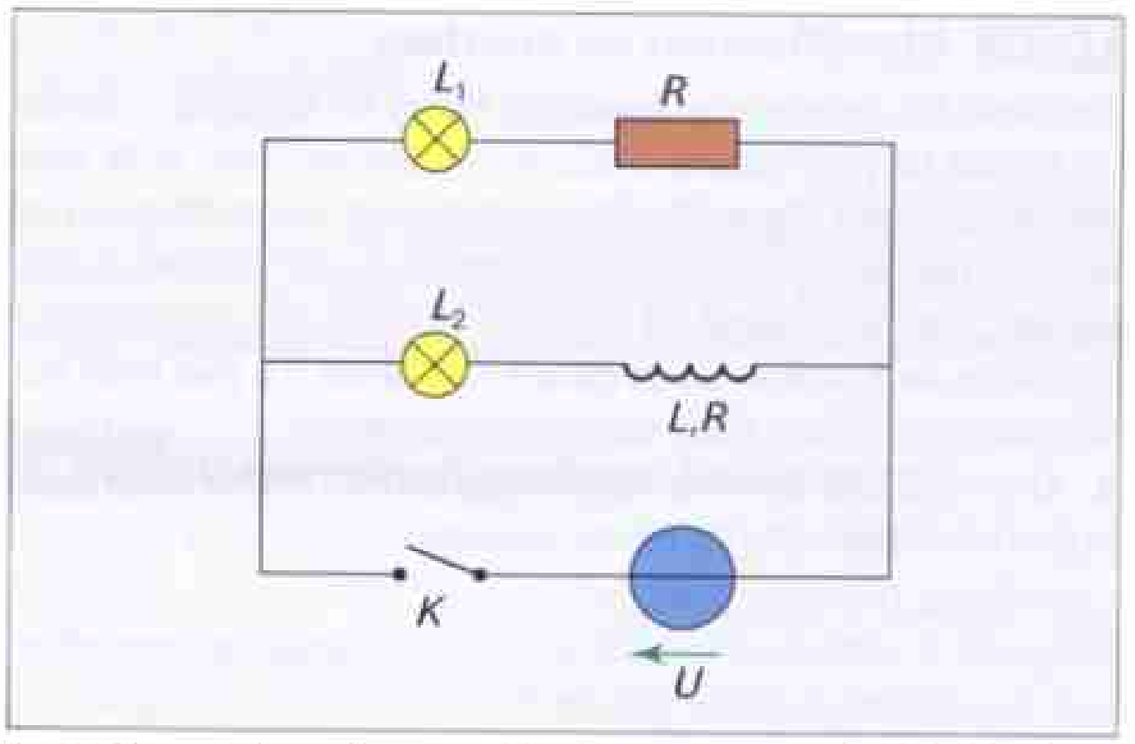
b. En déduire une valeur approchée de la résistance *R* du conducteur ohmique.

c. Tracer l'allure qu'aurait la courbe si on faisait la même manipulation en ayant initialement $E' = 8{,}0$ V. On tracera soigneusement la tangente à la courbe au début de l'établissement du courant.

Données : $L = 1{,}1$ H ; $E = 10{,}0$ V.

16 •• Retard à l'allumage

On réalise le montage suivant.



L_1 et L_2 sont deux lampes identiques portant les indications 6 V, 1 A, traversées par des courants d'intensités respectives i_1 et i_2. La bobine et le conducteur ohmique ont la même résistance *R*, la bobine a une inductance *L*. La tension aux bornes du générateur est *U*. Les deux lampes se comportent comme des conducteurs ohmiques de résistance *r*.

1. À la fermeture de l'interrupteur *K*, on constate que L_2 s'allume après L_1. Interpréter qualitativement ce résultat.

2. Étude analytique

a. Établir les équations reliant la tension *U* à i_1, *R*, *r*, *L* d'une part et à i_2, *r* et *R* d'autre part.

b. Si on se place en régime permanent, que peut-on dire des intensités i_1 et i_2 ?

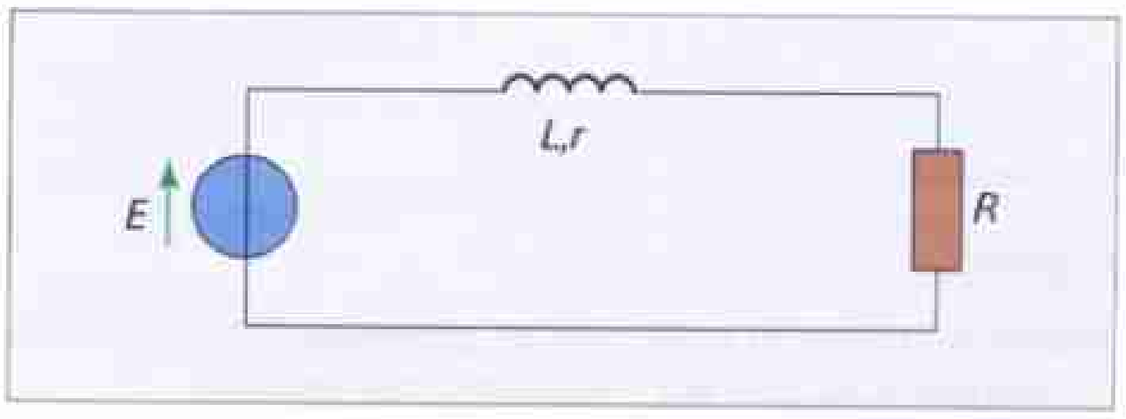
c. Comment vérifier expérimentalement le résultat de la question précédente ?

17 Exercice de correction

Lire l'énoncé, puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

Énoncé

Dans le montage ci-dessous, exprimer l'intensité du courant en régime permanent.



Solution annotée d'un élève

$E + L\frac{di}{dt} + Ri = 0$ La convention récepteur n'est pas respectée pour la bobine et le conducteur ohmique

En régime permanent : Vous oubliez la résistance interne de la bobine.

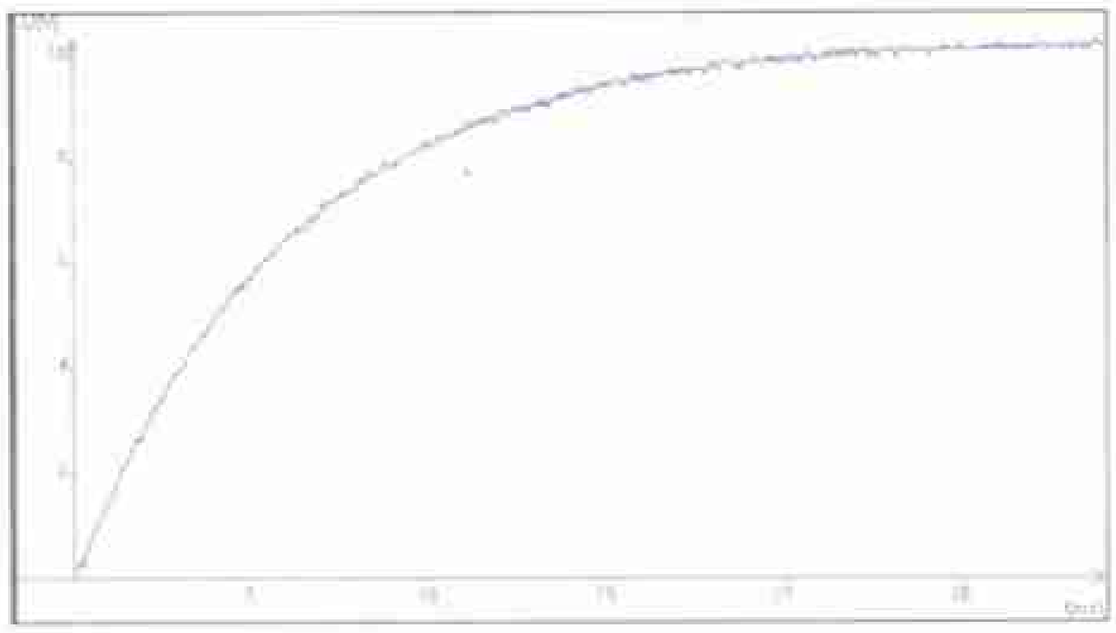
$\frac{di}{dt} = 0$

Donc $i = -\frac{E}{R}$

18 Identification de courbes

Un élève fait une manipulation au cours de laquelle il réalise un circuit lui permettant d'étudier l'établissement et la rupture du courant dans un dipôle *RL*. Il trace dans chaque cas les courbes représentant les variations de la tension u_L aux bornes de la bobine et u_R aux bornes du conducteur ohmique en fonction de la date *t*. Cet élève n'a pas noté sur ses courbes à quoi elles correspondaient.

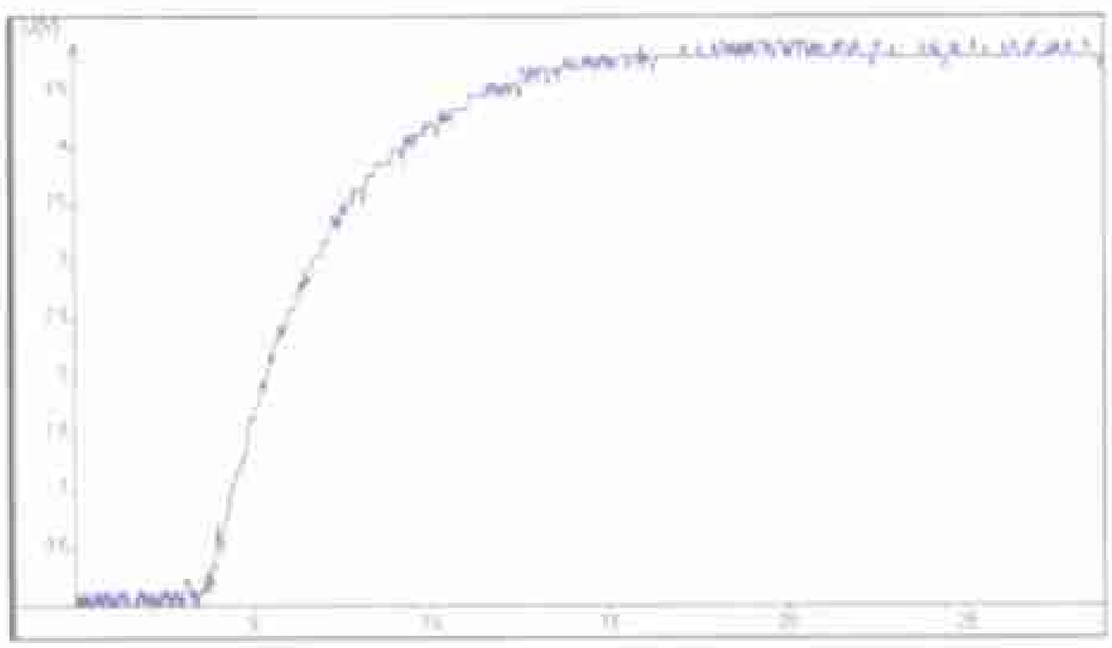
a. Une des courbes représentant l'allure des variations de $|u_R|$ en fonction de *t* a l'allure suivante.



Courbe 1

Cette courbe concerne-t-elle l'établissement ou la rupture du courant ? Justifiez votre réponse.

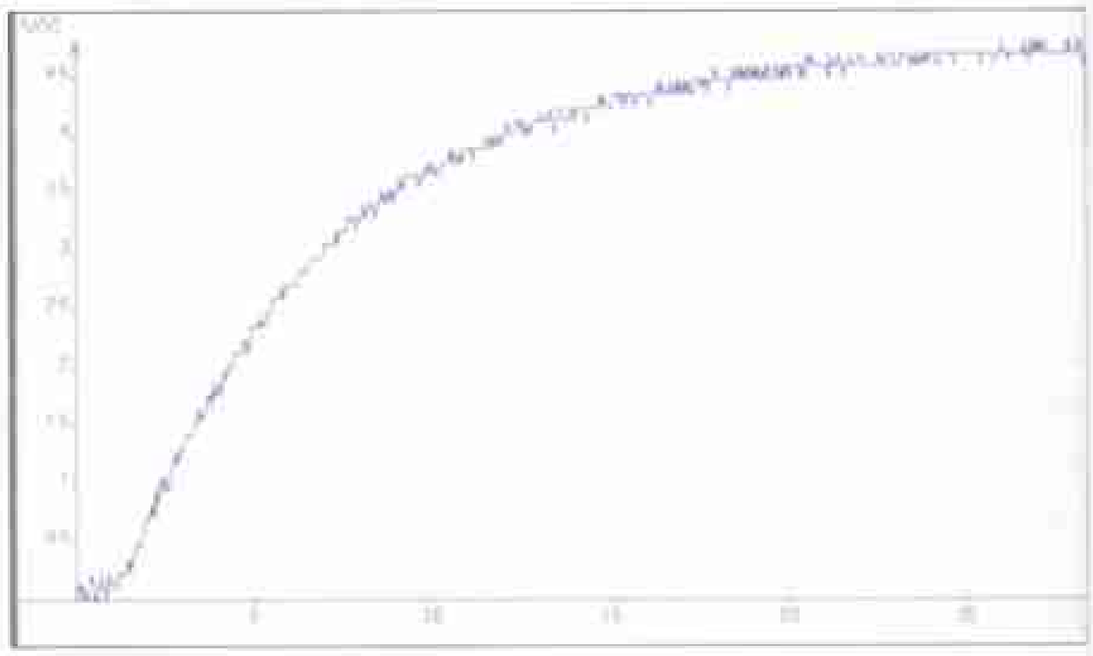
b. Une des courbes représentant l'allure des variations de $|u_L|$ en fonction de *t* a l'allure suivante :



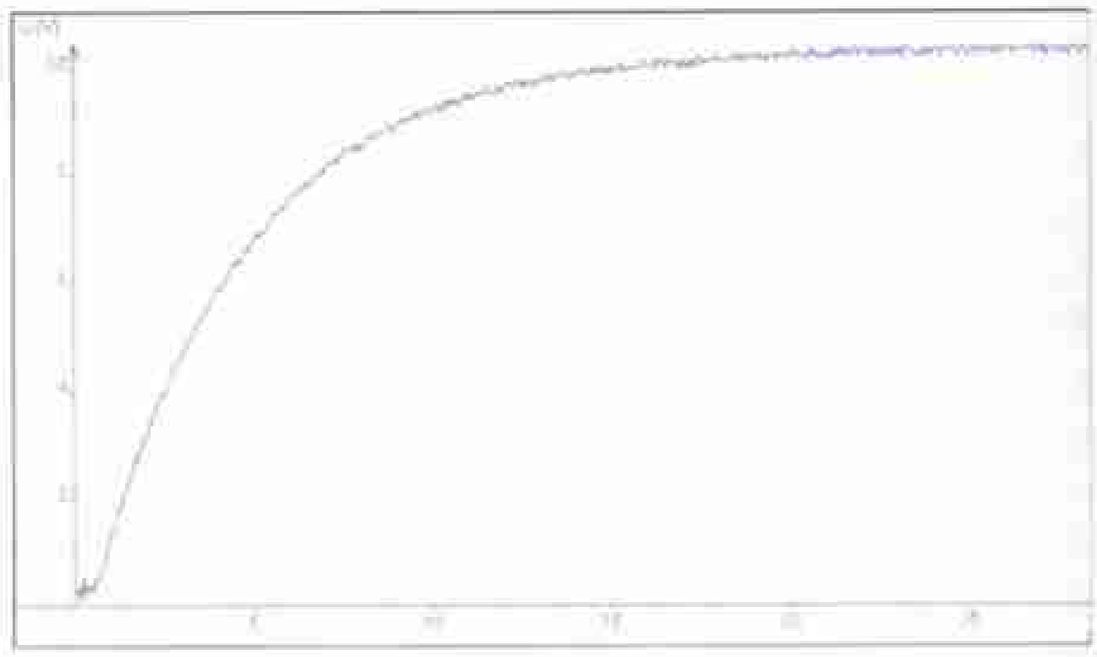
Courbe 2

Pouvez-vous dire si cette courbe concerne l'établissement ou la rupture du courant ? Justifiez votre réponse.

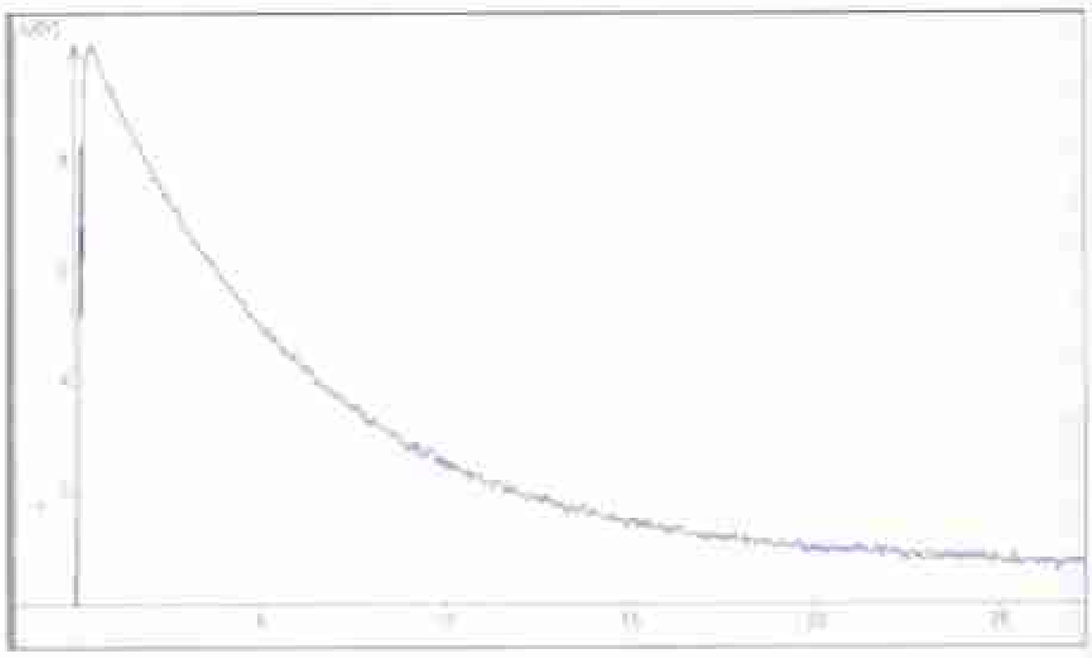
c. L'élève renouvelle le tracé de courbes $u_R(t)$ pour différentes valeurs de *R'*, résistance du conducteur ohmique du circuit, de *L* et de *E*, tension constante délivrée par le générateur. Il obtient les trois courbes suivantes :



Courbe 3



Courbe 4



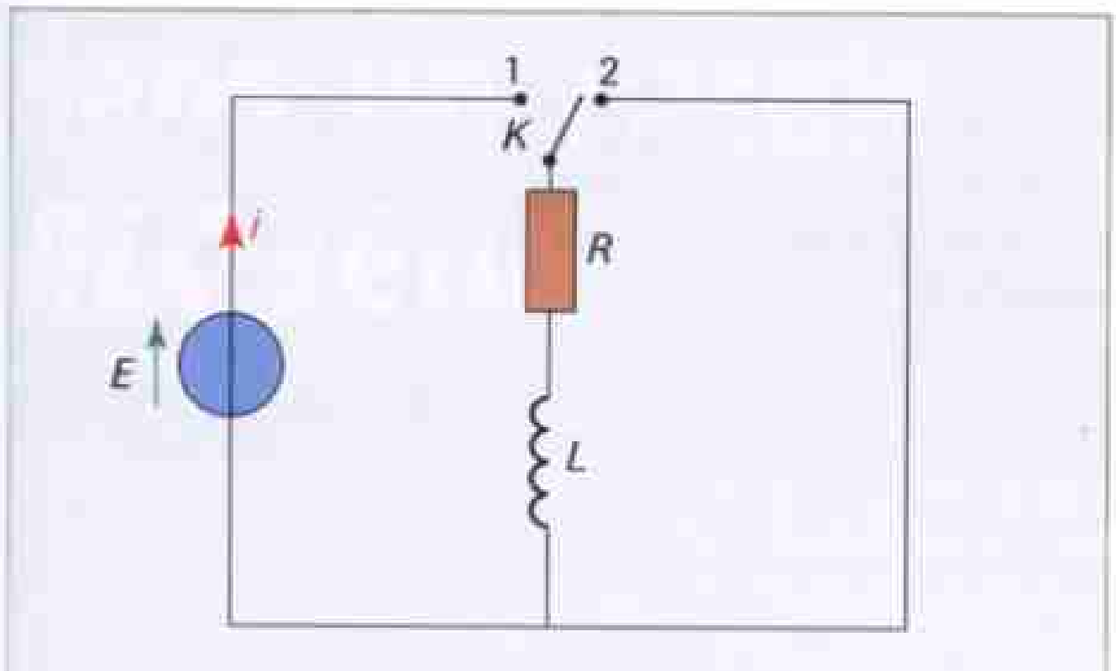
Courbe 5

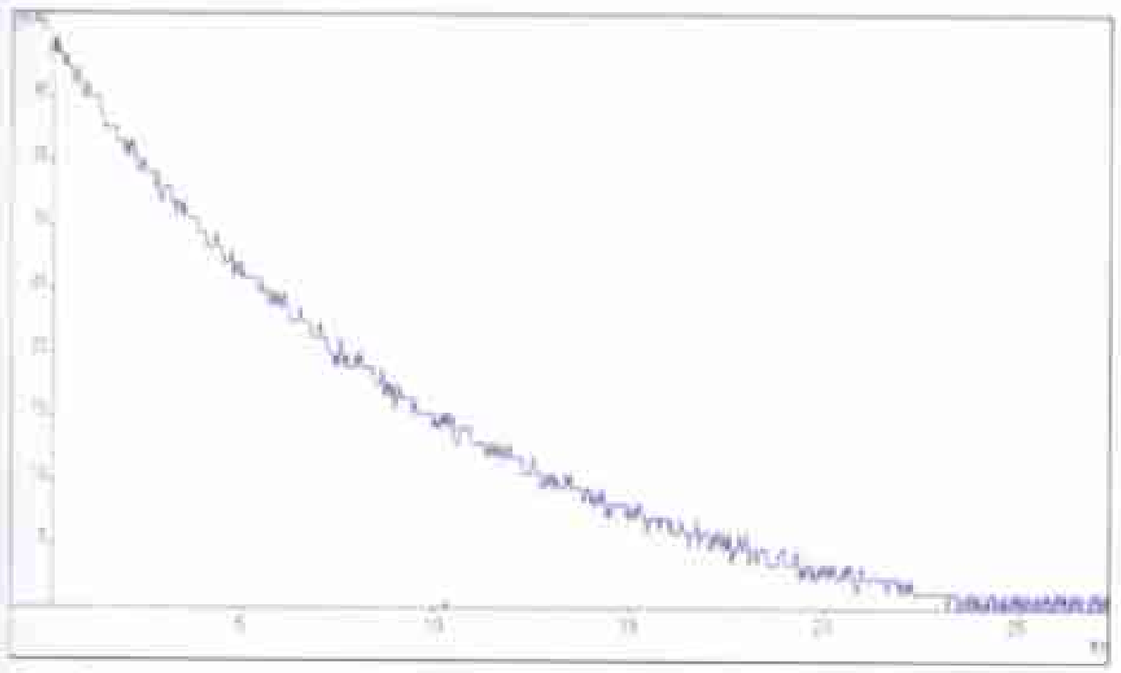
Identifier à quelles valeurs A, B, C, D correspondent les courbes n° 1, n° 3, n° 4 ou n° 5.

Cas	A	B	C	D
R (Ω)	200	250	250	100
L (H)	1,1	1,1	1	0,7
E (V)	10	10	5	5

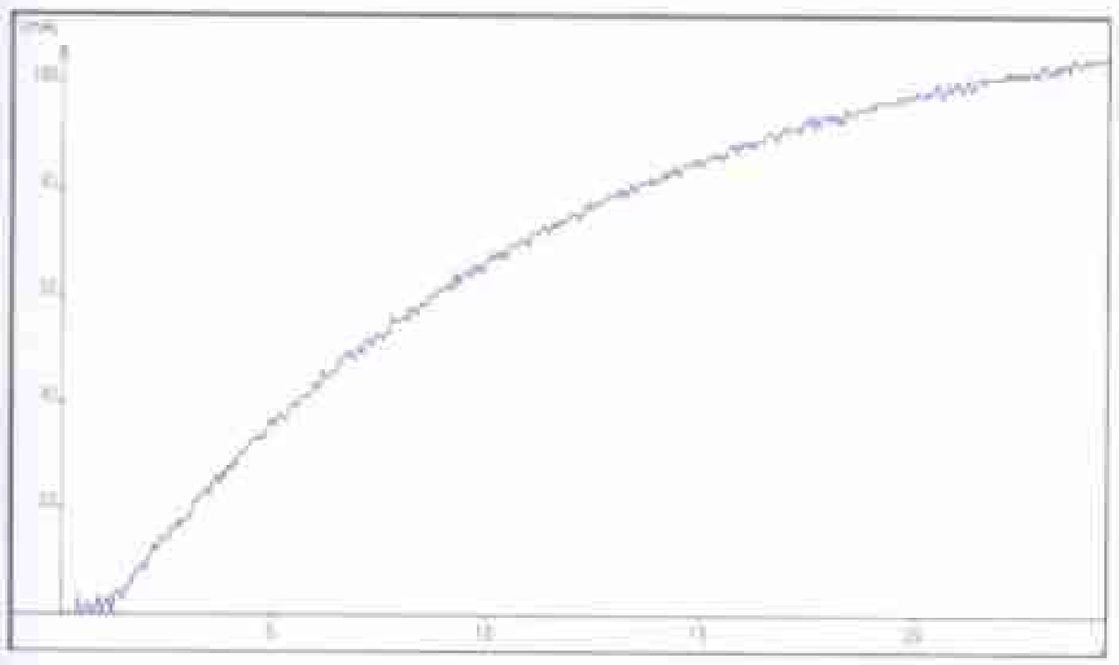
19 QCM

BAC En utilisant le montage suivant, un élève trace à l'aide d'un système d'acquisition informatique les courbes ci-dessous.





Courbe 1



Courbe 2

Toutes les réponses doivent être justifiées.

a. On bascule l'interrupteur K en position 1. La courbe représentant les variations de i en fonction de t est :

❑ la courbe 1 ;

❑ la courbe 2.

b. On bascule l'interrupteur K en position 2. La courbe représentant les variations de i en fonction de t est :

❑ la courbe 1 ;

❑ la courbe 2.

c. τ, constante de temps du dipôle, est la durée au bout de laquelle :

❑ l'intensité du courant a atteint la moitié de sa valeur maximale ;

❑ l'intensité du courant a atteint 63 % de sa valeur maximale ;

❑ l'intensité du courant a atteint sa valeur maximale.

d. Une étude des courbes précédentes permet de dire que l'intensité du courant qui traverse le circuit après le basculement de l'interrupteur K en position 2 est de la forme :

❑ $i = \frac{E}{L}\left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

❑ $i = \frac{E}{R} e^{+\frac{t}{\tau}}$

❑ $i = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

❑ $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

e. En courant continu, la bobine est équivalente à :

❑ un interrupteur ouvert ;

❑ un conducteur ohmique ;

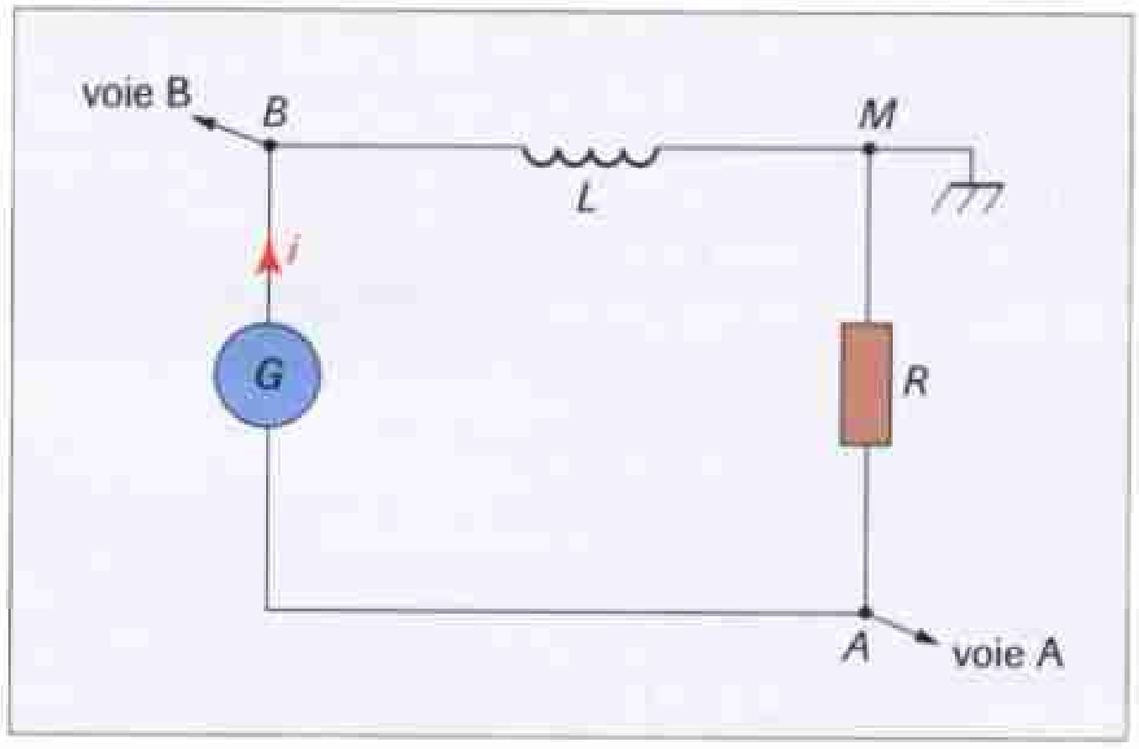
❑ un générateur ;

❑ un condensateur.

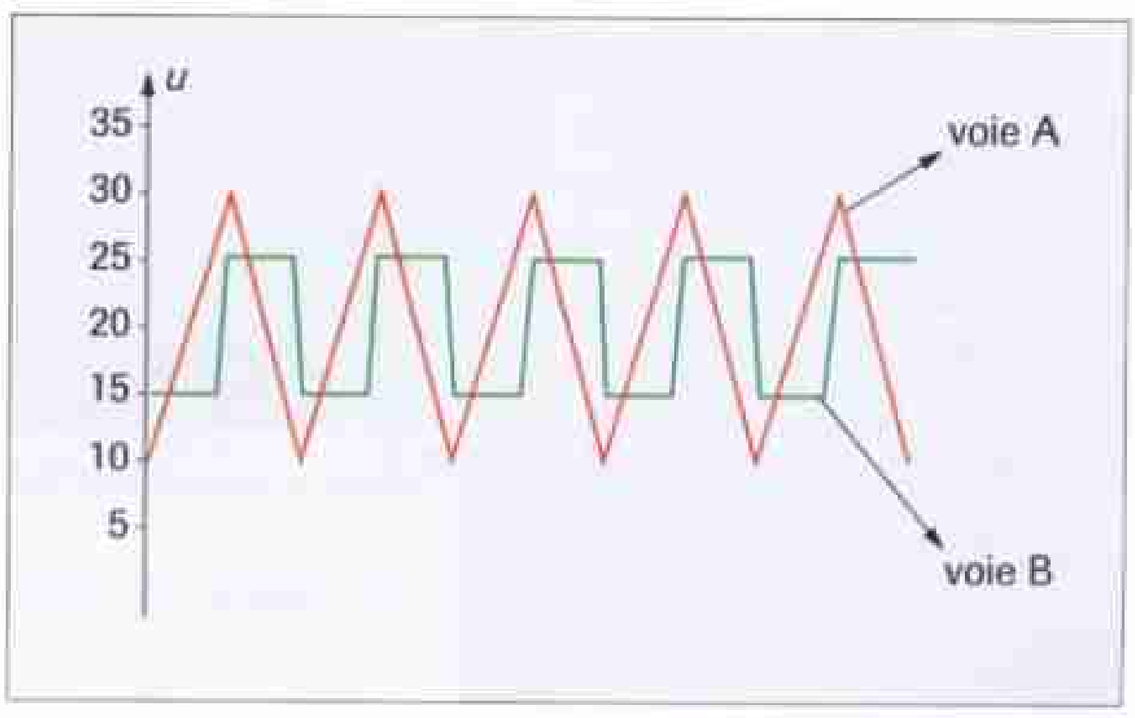
PROBLÈMES DE SYNTHÈSE

20 Détermination d'une inductance

BAC Une bobine de résistance négligeable et d'inductance L est montée en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 10\ k\Omega$ (voir schéma ci-dessous). L'ensemble est alimenté par un générateur de signaux basses fréquences délivrant une tension périodique triangulaire.



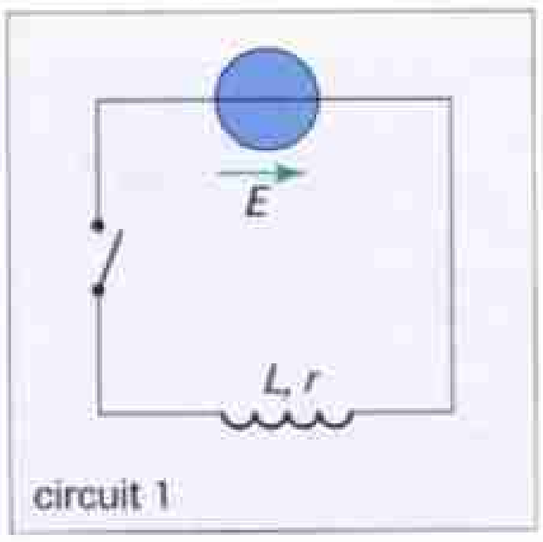
À l'aide d'un oscillographe, on visualise les tensions $u_{AM}(t)$ et $u_{BM}(t)$. On obtient les oscillogrammes suivants.



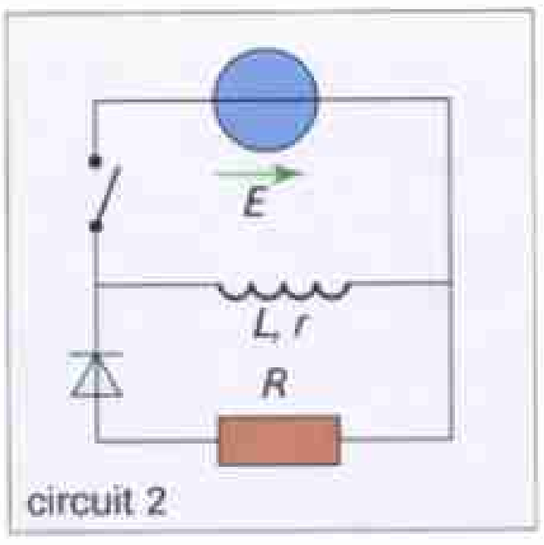
1. On appelle $i(t)$ l'intensité instantanée qui traverse le circuit; son sens positif est indiqué sur le schéma du montage.
a. Exprimer littéralement la tension instantanée $u_{BM}(t)$ en fonction de $i(t)$ et L.
b. À partir du schéma du circuit, montrer que $u_{AM}(t) = -Ri(t)$.
c. Déduire des expressions précédentes de $u_{BM}(t)$ et $u_{AM}(t)$ que $u_{BM}(t) = -\frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}\,u_{AM}(t)}{\mathrm{d}t}$.
d. Justifier la forme de l'oscillogramme de la voie B par rapport à celle de l'oscillogramme de la voie A.
2. Les réglages de l'oscillographe sont : Voie A : 2 V/division ; Voie B : 200 mV/division ; Base de temps : 0,2 ms/div ; la ligne médiane horizontale de l'écran correspond à 0 V. À partir des oscillogrammes.
a. Calculer la période et la fréquence des tensions observées.
b. Calculer les valeurs entre lesquelles varient ces tensions.
c. En justifiant le raisonnement, calculer la valeur de l'inductance L.

21 Extrait TPE

Lors d'une recherche à caractère expérimental en TPE, des élèves rencontrent l'expression «diode de roue libre». Ils en demandent la signification et l'intérêt à leur professeur. Celui-ci leur propose alors deux montages à l'aide des éléments suivants : un générateur de tension constante égale à 10 V, une bobine d'inductance $L = 1{,}0$ H, un interrupteur, un conducteur ohmique de résistance R et une diode. Les élèves mesurent la résistance interne de la bobine, trouvent $r = 10\ \Omega$. Ils réalisent ensuite le circuit n° 1 dont le schéma est donné à la fin de l'exercice.
L'interrupteur est initialement fermé. Lorsque les élèves l'ouvrent, ils ont la surprise de voir une étincelle jaillir. Le professeur leur demande alors de réfléchir aux points suivants :
a. Quelle est l'intensité I_0 du courant traversant le circuit en régime permanent ?
b. Le courant s'annule en un temps très bref que l'on peut considérer de l'ordre de 10 ms. On peut alors considérer que $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{\Delta i}{\Delta t}$ pendant cet intervalle de temps. Quel est l'ordre de grandeur de la tension aux bornes de l'interrupteur pendant le régime transitoire qui fait passer l'intensité i de I_0 à 0 ?
c. En conclusion, pouvait-on s'attendre à observer une étincelle dans ces circonstances ?
d. Le professeur conseille à ses élèves de réaliser le circuit n° 2. Pourquoi l'étincelle sera-t-elle alors évitée ? Comment justifier l'appellation «diode de roue libre» ?



circuit 1



circuit 2

22 Tangente et constante de temps

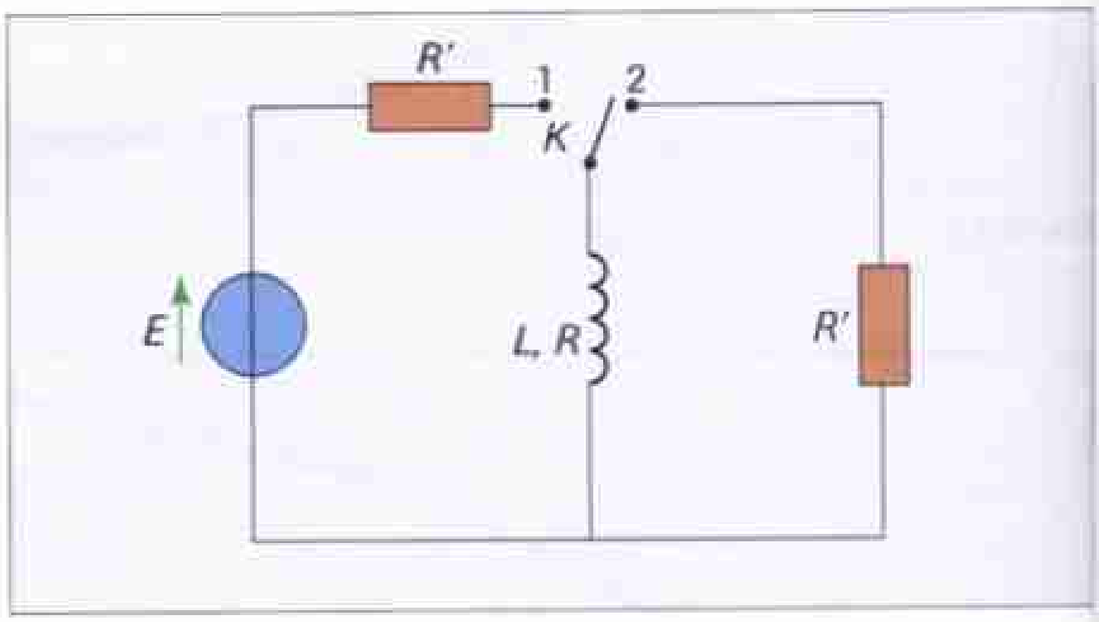
Lors de l'établissement du courant à travers un dipôle RL soumis à un échelon de tension E, les variations de l'intensité i du courant en fonction du temps sont représentées par une courbe d'équation : $i = \frac{E}{R}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

1. Déterminer l'équation de l'asymptote vers laquelle tend i au bout d'un temps très long.
2. Déterminer la pente de la tangente à cette courbe à la date $t = t_0$.
3. On considère la tangente à la courbe à la date $t = 0$.
a. Donner la valeur de la pente de la tangente à cette date.
b. Déterminer l'équation de la tangente à cette date.
c. À quelle date t_1 la tangente à l'origine coupe-t-elle l'asymptote à la courbe d'équation déterminée au 1. ?

POUR ALLER PLUS LOIN

23 Régime permanent et constante de temps

Soit le circuit schématisé ci-dessous :

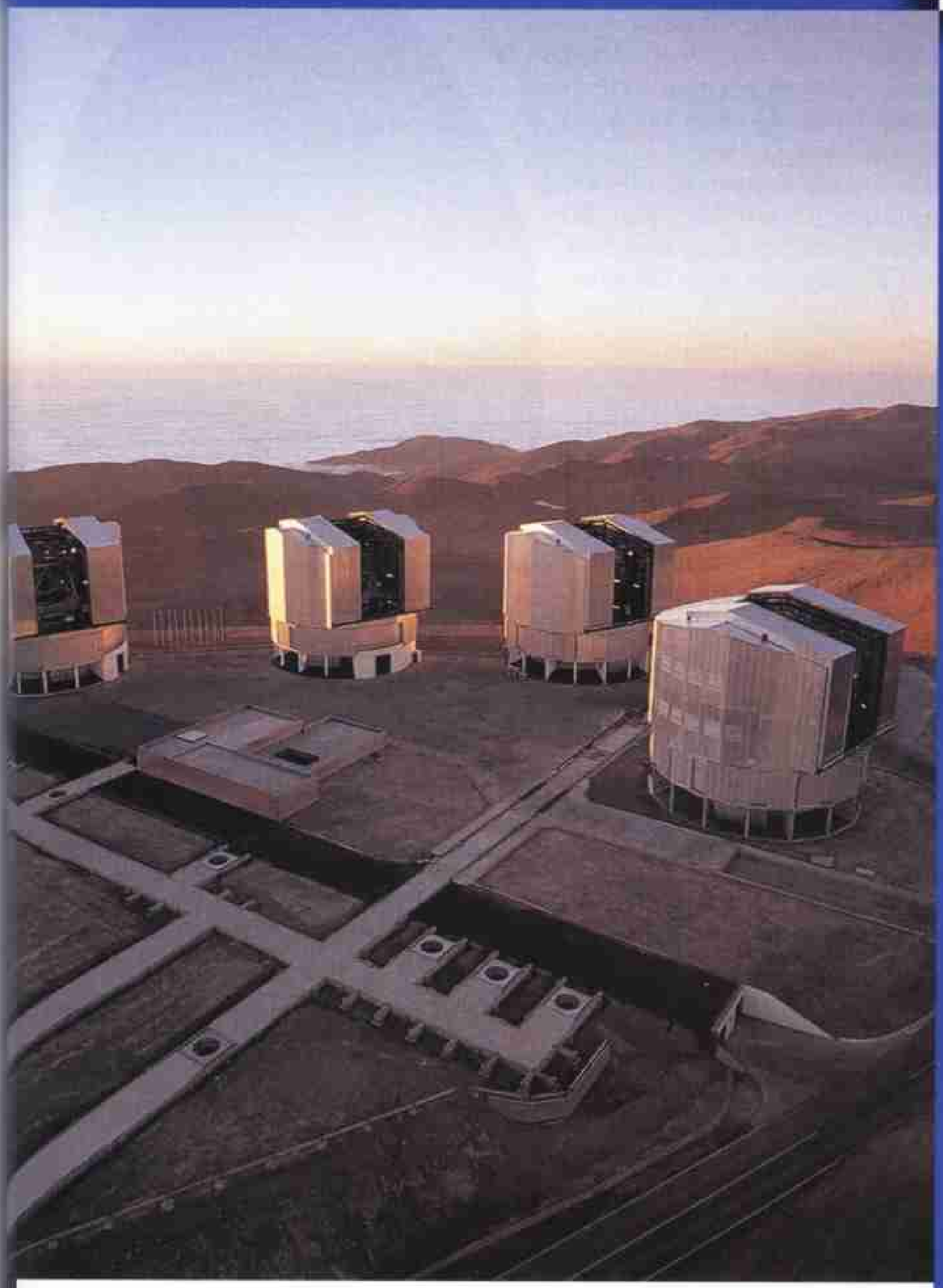


1. À la date $t = 0$ s, on ferme l'interrupteur K en position 1. Soit i l'intensité du courant qui traverse alors la bobine.
a. Exprimer i en fonction de la date t. On notera τ la constante de temps du circuit.
b. À quelle date t_1 le régime permanent est-il atteint à 99 % ? Calculer alors le rapport $\frac{t_1}{\tau}$. Justifier que l'on considère généralement que le régime permanent est atteint.
2. Lorsque le régime permanent est atteint, on bascule l'interrupteur en position 2. On prend cette nouvelle date comme origine des temps. Exprimer alors i en fonction de la date t.
3. L'interrupteur reste maintenant en position 1 et le générateur de tension constante E est maintenant remplacé par un générateur basse fréquence qui délivre une tension en créneaux de période $T = 10\tau$. Donner l'allure des variations de l'intensité i en fonction de la date t.

CHAPITRE

10

Oscillations libres dans un circuit *RLC* série



Le VLT (Very Large Telescope), construit sur un haut plateau du Chili, est utilisé pour analyser les oscillations électromagnétiques provenant de l'espace.

▶ **Quelles sont les propriétés des oscillations électriques dans un circuit *RLC* série ?**

Objectifs

- **Reconnaître et savoir interpréter en terme d'énergie les régimes d'un circuit *RLC*.**
- **Étudier de façon analytique un circuit *RLC* d'amortissement négligeable.**
- **Savoir comment on entretient les oscillations électriques.**
- **Savoir utiliser un oscilloscope pour visualiser des tensions ou mesurer des périodes.**

Plan du cours

1 Décharge du condensateur d'un circuit *RLC* série

2 Oscillations d'un circuit *RLC* série d'amortissement négligeable

3 Entretien des oscillations d'un circuit *RLC* série

Des oscillations électriques peuvent prendre naissance dans un circuit.

UN PEU D'HISTOIRE

Quand la physique faisait des étincelles



FIG. 1 Heinrich Hertz (1857-1894).

La théorie des **oscillations électriques** débute en 1853. Thomson étudie les décharges oscillatoires d'un circuit comprenant une bouteille de Leyde et une bobine. La bouteille de Leyde a la capacité d'accumuler des charges électriques, la bobine possède une «*inertie*» électrique. Thomson montre que le circuit oscille si sa résistance est assez faible.

En 1887, Hertz annonce la réalisation d'un dispositif primaire dont les oscillations très rapides se traduisent par l'émission d'étincelles. Un détecteur placé à proximité émet lui aussi des étincelles… ; la «radio» est née.



ACTIVITÉ

■ Réaliser le circuit dont le schéma est donné ci-dessous. Si la tension u est positive, une des DEL s'allume ; si elle est négative c'est l'autre DEL qui s'allume.

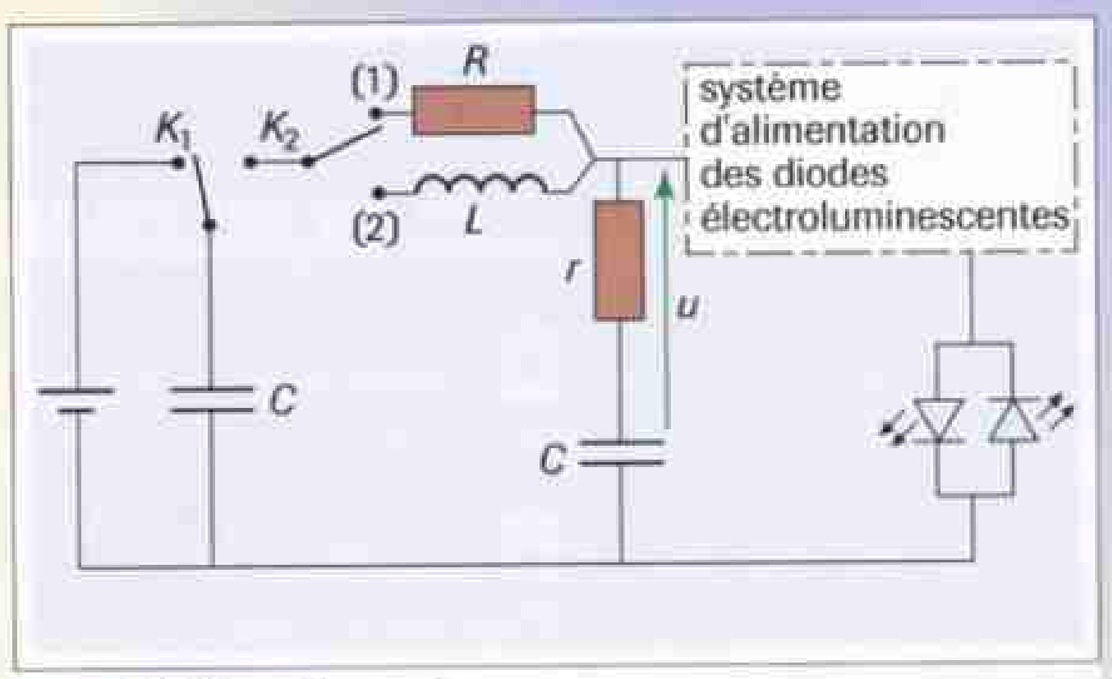


FIG. 2 Schéma du circuit.

■ Le conducteur ohmique R est dans le circuit quand l'interrupteur K_2 est dans la position 1. Charger le premier condensateur en utilisant l'interrupteur K_1, puis le basculer sur la seconde position.

■ Mettre en court-circuit le premier condensateur.

■ Basculer l'interrupteur K_2 sur la position (2) et recommencer les opérations décrites ci-dessus.

▶ 1. Qu'observe-t-on pendant la première manipulation ?

▶ 2. Qu'observe-t-on pendant la deuxième manipulation ?

▶ 3. Que doit-on conclure de cette expérience du point de vue du courant et du point de vue des énergies ?

PHYSIQUE ET VOCABULAIRE

■ **Oscillation** n. f. (lat. *oscillatio*) Toute variation alternative et irrégulière d'une grandeur.

L'ÉNIGME DU CHAPITRE

En 1875, en manipulant son télégraphe, un génial inventeur avait déjà découvert le principe de la radio.

De qui s'agit-il ? Quelles sont les circonstances de cette découverte ?

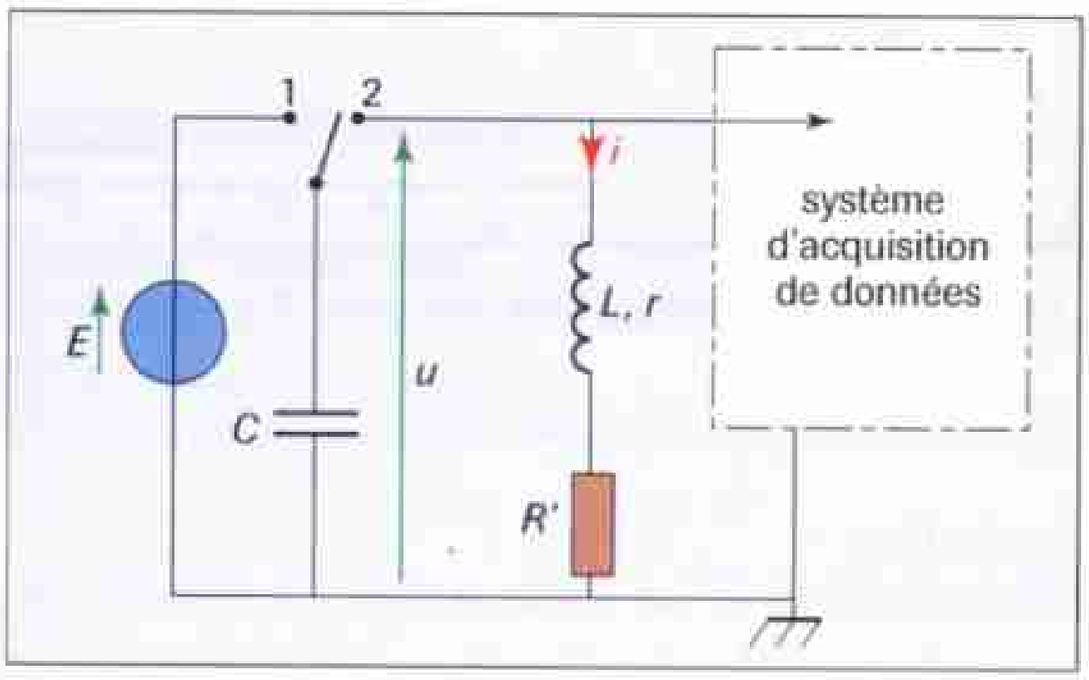
1 Décharge du condensateur d'un circuit *RLC* série

1. 1. Étude expérimentale

A Dispositif expérimental

EXPÉRIENCE

- Réaliser le montage schématisé ci-dessous.
- Charger le condensateur en plaçant l'interrupteur sur la position 1.
- Enregistrer, à l'aide d'un système d'acquisition de données, les évolutions de la tension u aux bornes du condensateur quand on bascule l'interrupteur sur la position 2 (fig. 1).



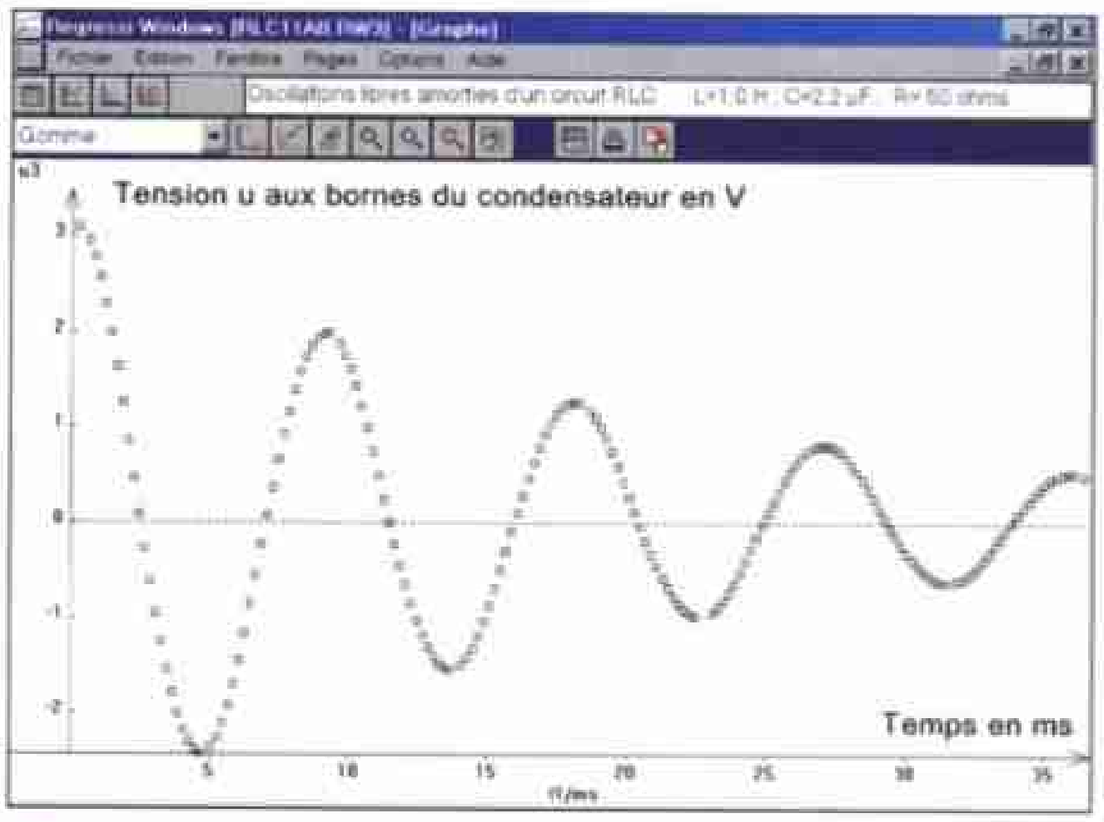


FIG. 1 Enregistrement des variations de la tension u aux bornes du condensateur quand l'interrupteur est en position 2.

OBSERVATION

L'enregistrement de la tension u montre qu'elle prend au cours du temps des valeurs alternativement positives et négatives : la **décharge du condensateur est oscillante**.

INTERPRÉTATION

En basculant l'interrupteur sur la position 2, on constitue un circuit, appelé circuit *RLC*, comprenant trois dipôles en série : le condensateur de capacité C, la bobine d'inductance L et de résistance r, et un conducteur ohmique de résistance R'.

La résistance totale du circuit est $R = r + R'$. Quand l'interrupteur passe en position 2, on constitue un circuit fermé et le condensateur se décharge dans la bobine et le conducteur ohmique.

La valeur maximale de la tension décroît ; on dit que le circuit *RLC* est le siège d'**oscillations libres amorties**.

B Pseudo-période

L'enregistrement montre que la tension u passe par un maximum à intervalles de temps égaux.

La valeur de ce maximum diminue au cours du temps. On dit que le régime des oscillations est **pseudo-périodique.**

La **pseudo-période** T est ou bien la durée séparant, par exemple, deux maxima successifs de la tension u ou bien la durée séparant deux passages par zéro dans le même sens.

Sa valeur demeure constante lorsque le temps s'écoule.

1. 2. Influence de l'amortissement

A Régime pseudo-périodique et apériodique

Les enregistrements des figures 2 et 3 montrent que l'amortissement est lié à la valeur R de la résistance du circuit RLC. L'amortissement devient plus important quand la valeur de la résistance augmente.
Pour de grandes valeurs de la résistance, la décharge du condensateur n'est pas oscillante (fig. 3) ; le régime est alors **apériodique**.

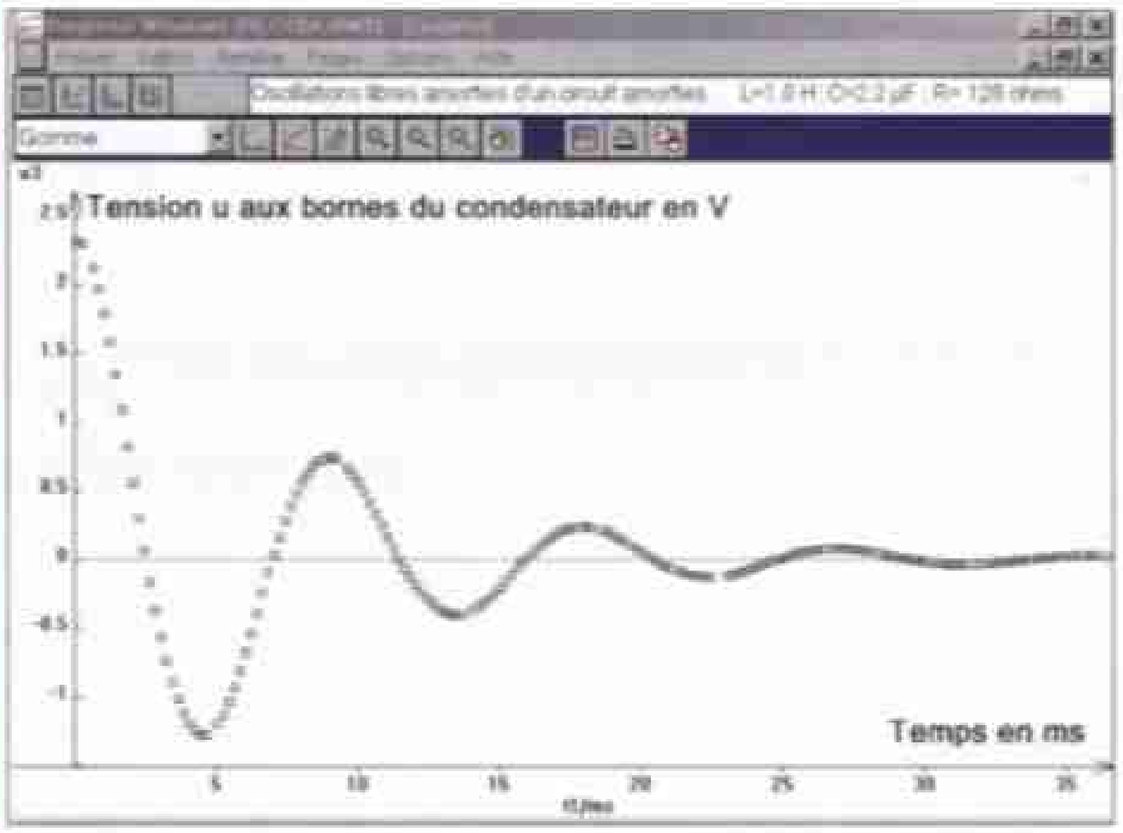


Fig. 2 Régime pseudo-périodique pour une valeur petite de la résistance R.

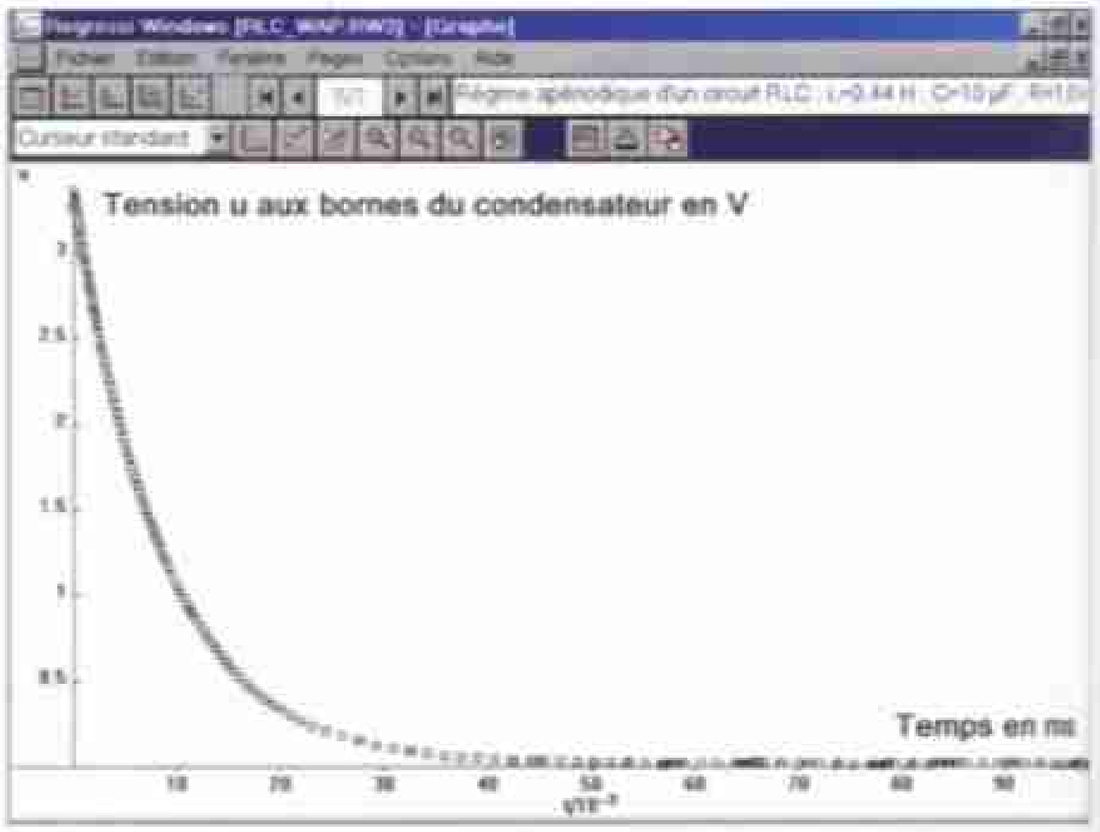


Fig. 3 Régime apériodique pour une valeur grande de la résistance R.

Remarque

Il existe un régime frontière entre les deux régimes pseudo-périodique et apériodique, appelé **régime critique**. La valeur correspondante de la résistance est appelée résistance critique.

B Cas du régime périodique

Le nombre d'oscillations augmente quand l'amortissement diminue, c'est-à-dire quand la résistance diminue. Dans le cas d'un **amortissement négligeable**, les oscillations sont non amorties ; le régime est alors **périodique**.

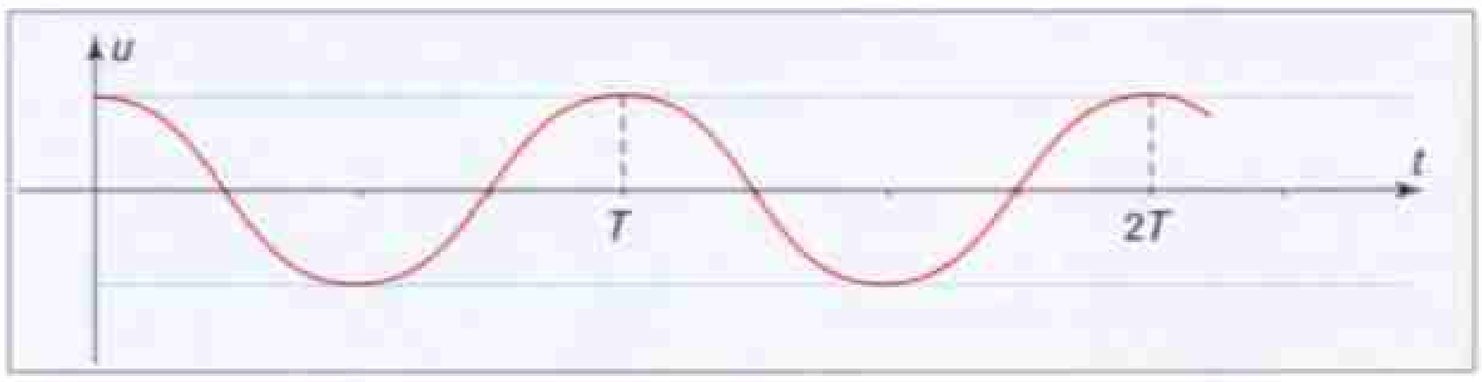


Fig. 4 Régime périodique correspondant au cas où la résistance R est négligeable.

Dans la pratique il n'existe pas de circuit à amortissement négligeable ; même dans le cas d'une résistance très petite, le régime ne peut être considéré comme périodique que sur un nombre limité d'oscillations. Il est caractérisé par une **période** notée T à la figure 4.

• Un circuit *RLC* peut être le siège d'oscillations libres amorties ; le régime est alors pseudo-périodique.

• L'amortissement est d'autant plus important que la résistance R du circuit est plus grande.

• Pour de grandes valeurs de la résistance, il n'y a pas d'oscillations ; le régime est alors apériodique.

• Un circuit *RLC* d'amortissement négligeable est le siège d'oscillations non amorties ; le régime est alors périodique.

▶ *Voir exercices n°s 10 et 11, page 186*

1.3. Interprétation énergétique

A Dispositif expérimental

EXPÉRIENCE

• Reprendre le montage du paragraphe **1.1.A.** en ajoutant une voie d'acquisition (fig. 5).
Voie 1 : enregistrement de la tension u_1 égale à la tension u aux bornes du condensateur.
Voie 2 : enregistrement de la tension u_2 ; l'intensité i est donnée par la relation $i = -\frac{u_2}{r'}$.

• Enregistrer, à l'aide du système d'acquisition de données, les évolutions de la tension u aux bornes du condensateur et de l'intensité qui traverse la bobine.
Le système fournit l'évolution des énergies en fonction du temps (fig. 6).

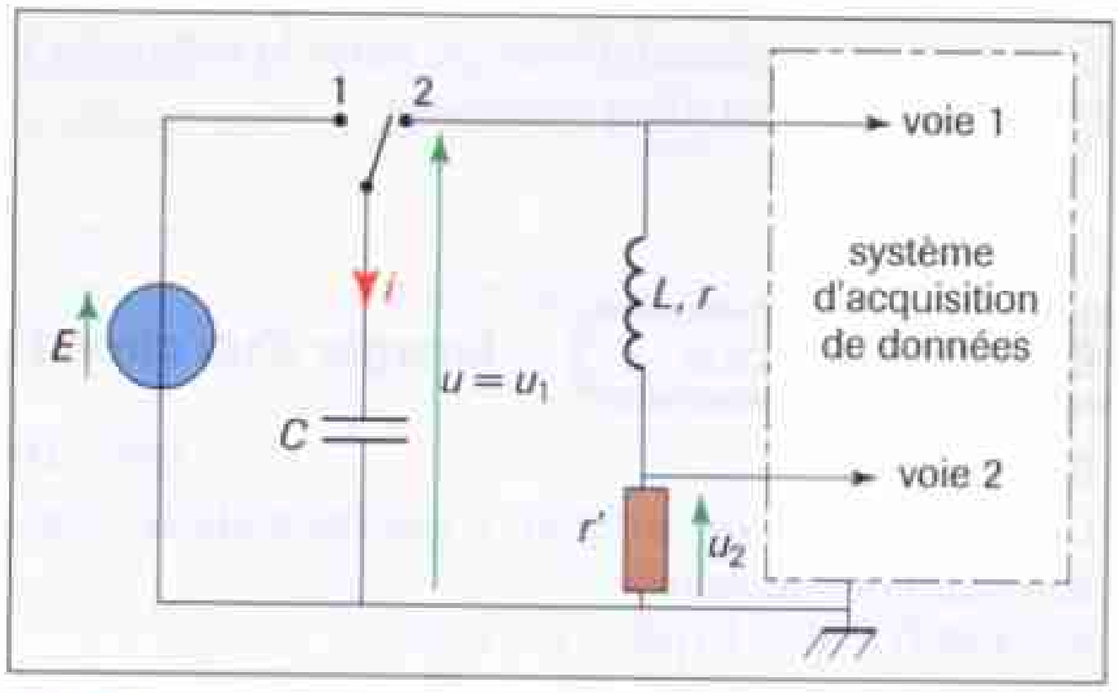


FIG. 5 Montage fournissant les valeurs de la tension u et de l'intensité i.

Traitement des données
Les données u et i enregistrées sont traitées afin de tracer les courbes donnant les évolutions :
• de l'énergie E_L emmagasinée par la bobine, d'expression :

$$E_L = \frac{1}{2} Li^2$$

• de l'énergie E_C emmagasinée par le condensateur, d'expression :

$$E_C = \frac{1}{2} Cu^2$$

• et de l'énergie totale E, d'expression :

$$E = E_L + E_C = \frac{1}{2} Cu^2 + \frac{1}{2} Li^2$$

OBSERVATIONS ET INTERPRÉTATIONS
• L'énergie totale (fig. 6, courbe rouge) décroît au cours du temps ; cette énergie est progressivement dissipée par effet Joule dans le conducteur ohmique.
• En régime pseudo-périodique, la décharge est oscillante : il y a transfert d'énergie du condensateur (courbe noire) vers la bobine puis de la bobine vers le condensateur (courbe bleue) et ainsi de suite.
L'énergie emmagasinée dans le condensateur est maximale quand l'énergie emmagasinée dans la bobine est nulle ; l'énergie emmagasinée dans la bobine est maximale quand l'énergie emmagasinée dans le condensateur est pratiquement nulle.
• En régime apériodique, il y a seulement transfert du condensateur vers la bobine avec dissipation d'énergie par effet Joule dans le conducteur ohmique ; l'énergie du condensateur décroît au cours du temps (fig. 7).

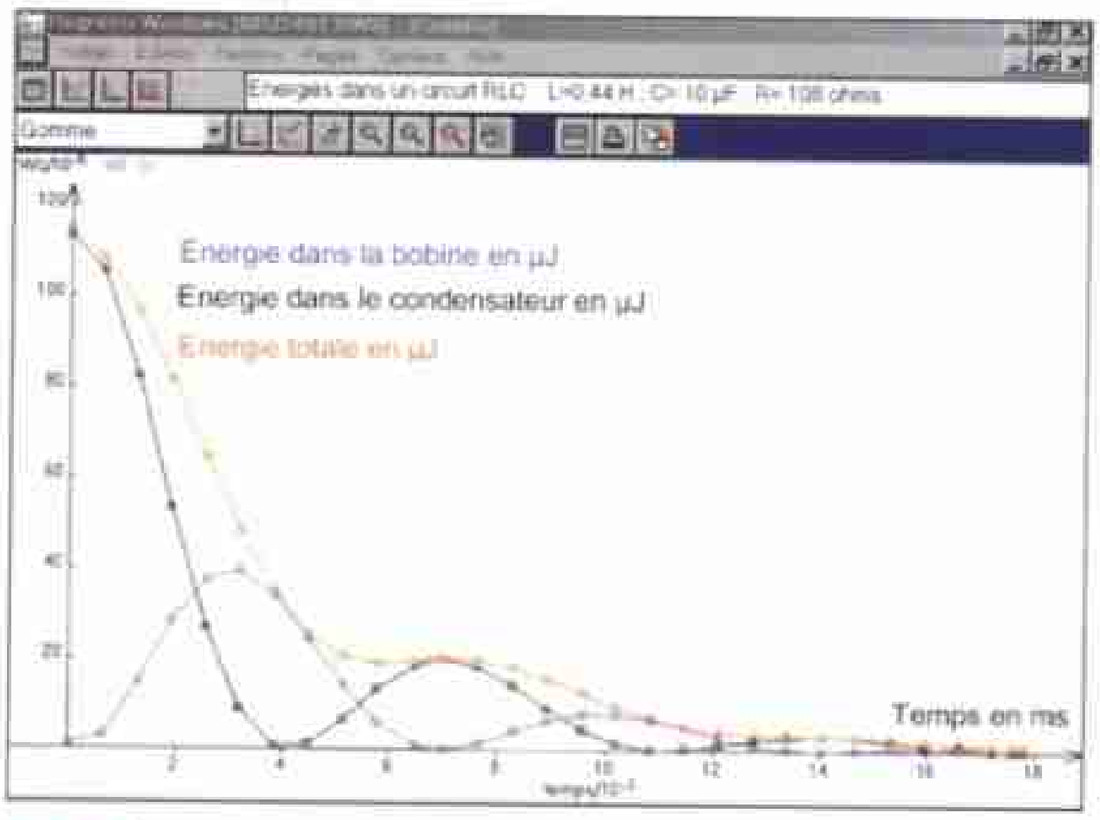


FIG. 6 Évolution des énergies en régime pseudo-périodique :
• énergie emmagasinée dans le condensateur E_C (en noir) ;
• énergie emmagasinée dans la bobine E_L (en bleu) ;
• énergie totale $E = E_C + E_L$ (en rouge).

B Cas limite du régime périodique
Quand l'amortissement est négligeable, la dissipation d'énergie par effet Joule dans le conducteur ohmique est négligeable. Il y a alors transfert continuel d'énergie entre la bobine et le condensateur ; l'énergie totale est constante. On dit qu'elle se conserve.

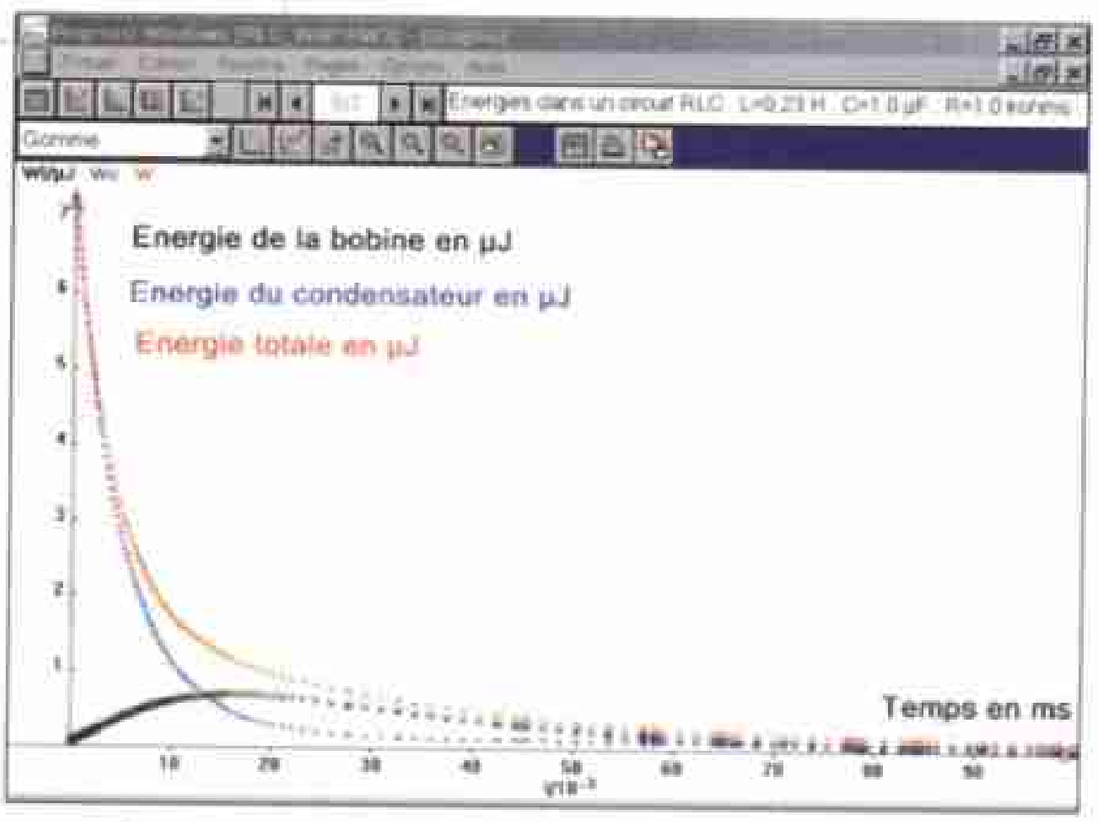


FIG. 7 Évolution des énergies en régime apériodique.

- Dans un circuit *RLC* série, il y a transfert d'énergie entre la bobine et le condensateur. L'énergie totale diminue par effet Joule dans le conducteur ohmique.
- Dans le cas du régime pseudo-périodique, il y a des échanges successifs d'énergie entre le condensateur et la bobine ; le transfert est oscillant.
- Dans le cas limite du circuit *RLC* d'amortissement négligeable, il y a transfert continuel d'énergie entre la bobine et le condensateur ; l'énergie totale est alors constante.

EXERCICE RÉSOLU — **Énergie d'un circuit *RLC***

Énoncé

Les acquisitions de la figure 6 ont été réalisées dans les conditions suivantes :
$R = 108\ \Omega$; $C = 10\ \mu F$; $L = 0{,}44$ H.

1. Déterminer graphiquement l'énergie totale initiale E_0. En déduire la tension initiale u_0 aux bornes du condensateur.

2. Déterminer graphiquement à quelles dates l'énergie emmagasinée dans la bobine est maximale ?

Solution

1. Sur la figure 6, on lit $E_0 = 115\ \mu J$. Or $E_0 = \frac{1}{2} C u_0^2$, l'énergie de la bobine étant pratiquement nulle. On en déduit :

$$u_0 = \sqrt{\frac{2E_0}{C}} = \sqrt{\frac{2 \times 115 \times 10^{-6}}{10^{-5}}} \approx \mathbf{4{,}8\ V.}$$

2. On lit, directement sur la courbe que l'énergie E_L emmagasinée dans la bobine est maximale aux dates 3,0 ms et 10 ms.

2 Oscillations d'un circuit *RLC* série d'amortissement négligeable

2. 1. Expression de la tension aux bornes du condensateur

A Équation différentielle établie à partir de la loi des tensions

Considérons le circuit *LC* de la figure 8. La tension aux bornes de la bobine s'écrit :

$$u_L = L\frac{di}{dt} ; \quad q = Cu_C \quad \text{et} \quad i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$$

La somme des tensions est nulle, ce qui conduit à :

$$u_L + u_C = LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0 \quad \text{ou encore :} \quad \ddot{u}_C + \frac{1}{LC}u_C = 0.$$

B Solution de l'équation différentielle. Pulsation propre

Vérifions que la tension $u_c = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle ; U_m, ω_0 et φ étant des constantes à déterminer. En reportant cette expression de $u_c = u$ dans l'équation différentielle, on obtient :

$$\dot{u} = -\omega_0 U_m \sin(\omega_0 t + \varphi) \text{ puis } \ddot{u} = -\omega_0^2 U_m \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 u ; \quad \text{d'où :}$$

$$\ddot{u} + \frac{1}{LC}u = \left(-\omega_0^2 + \frac{1}{LC}\right) U_m \cos(\omega_0 t + \varphi) = 0.$$

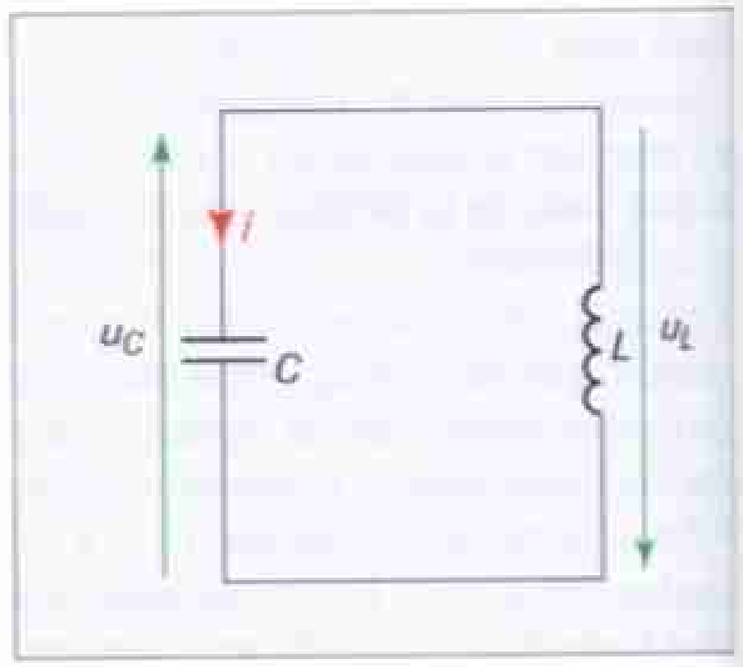


FIG. 8 Le condensateur se décharge dans la bobine (la résistance du circuit est négligeable).

Cette relation, valable à chaque instant, impose que : $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$.

La constante ω_0 est la **pulsation propre** des oscillations électriques ; elle s'exprime en $rad \cdot s^{-1}$.

C Signification et détermination des constantes U_m et φ

Le terme en cosinus prend les valeurs extrêmes 1 et – 1 : donc U_m est la tension maximale aux bornes du condensateur (appelée aussi *amplitude*).
On calcule qu'à la date $t = 0$, $u_C(0) = U_m \cos(\varphi)$; pour cette raison, φ est appelé phase à l'origine des dates ($t = 0$).
Les valeurs des constantes dépendent des conditions initiales imposées au circuit.

▶ *Voir exercice n° 7, page 185*

2. 2. Expression de l'intensité du courant

De la relation $i = \dfrac{dq}{dt} = C\dfrac{du_C}{dt}$ on tire l'expression de l'intensité :

$$i = -\omega_0 CU_m \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

La valeur maximale de l'intensité est : $I_m = \omega_0 CU_m$.

▶ *Voir exercice n° 8, page 185*

2. 3. Période propre T_0 des oscillations

A Expression de la période propre

La période propre des oscillations et la pulsation sont liées par la relation : $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$; d'où :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

La période propre T_0 s'exprime en secondes (s).
Dans le régime pseudo-périodique peu amorti, **la pseudo-période est peu différente de la période propre T_0.**

B Analyse dimensionnelle

Vérifions que le produit $\sqrt{LC}$ est homogène à une durée.

Nous savons que le produit RC et le rapport $\dfrac{L}{R}$ ont les dimensions d'une durée ; ce qui permet d'écrire :

$$[LC] = [RC] \times \left[\frac{L}{R}\right] = T \times T = T^2 \text{ et } [\sqrt{LC}] = T.$$

La grandeur $\sqrt{LC}$ est donc bien homogène à une durée.

La tension aux bornes du condensateur d'un circuit *RLC* série d'amortissement négligeable vérifie l'équation différentielle :

$$\ddot{u} + \frac{1}{LC}u = 0.$$

L'équation $u = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle ; c'est une fonction sinusoïdale de période propre T_0.
L'équation horaire de l'intensité du circuit est alors :

$$i = -I_m \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

ω_0 est la pulsation propre du circuit. La période propre du circuit vaut :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}.$$

3 Entretien des oscillations d'un circuit *RLC* série

3. 1. Nécessité d'une source d'énergie

Pour entretenir les oscillations d'un circuit *RLC* série, il faut insérer dans le circuit une source d'énergie qui compense les pertes par transfert thermique dans le conducteur ohmique (fig. 9).

On peut entretenir les oscillations d'un circuit *RLC* en utilisant un dispositif qui fournit au circuit l'énergie échangée par transfert thermique dans le conducteur.

Déterminons quelle doit être la relation entre la tension u_s aux bornes de la source et l'intensité i du courant.

- La puissance P perdue par effet Joule dans le conducteur quand il est traversé par un courant d'intensité i, a pour expression : $P = Ri^2$.
- La source fournit la puissance $P_s = u_s i$ au circuit.
- Il y a exacte compensation lorsque $P_s = P$, ce qui impose la relation :

$$u_s = Ri.$$

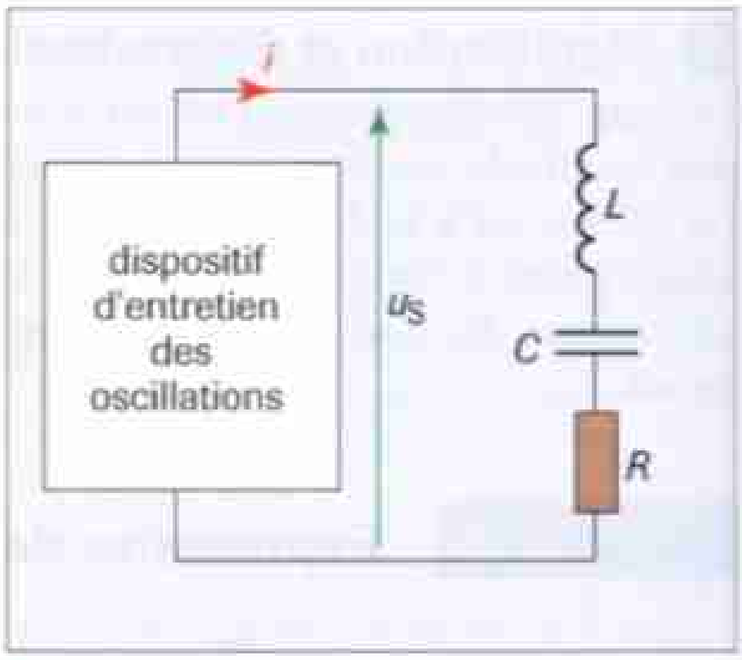


Fig. 9 Entretien des oscillations d'un circuit *RLC* série.

3. 2. Période des oscillations entretenues

On réalise le montage schématisé à la figure 10.
Le dispositif d'entretien des oscillations est adapté pour compenser les pertes par transfert thermique dans le conducteur ohmique.

Voie 1 : enregistrement de la tension u_1 égale à la tension aux bornes du condensateur.

Voie 2 : enregistrement de la tension u_2.

L'intensité i est donnée par la relation $i = \dfrac{(u_2 - u_1)}{r'}$.

▶ *Voir exercice n° 12, page 187*

On enregistre, à l'aide d'un système d'acquisition de données, les évolutions de la tension u_1 aux bornes du condensateur (fig. 11) et de l'intensité i qui traverse la bobine.

La modélisation de l'acquisition obtenue (fig. 12) permet de conclure

- que les oscillations entretenues sont une fonction sinusoïdale du temps ;
- que leur période est égale à la période propre T_0 des oscillations du circuit *LC*.

Les oscillations entretenues sont sinusoïdales. Leur période T est égale à la période propre T_0 des oscillations du circuit *RLC* d'amortissement négligeable :

$$T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

On peut donc créer une tension sinusoïdale de période choisie en entretenant les oscillations d'un circuit *RLC* série.

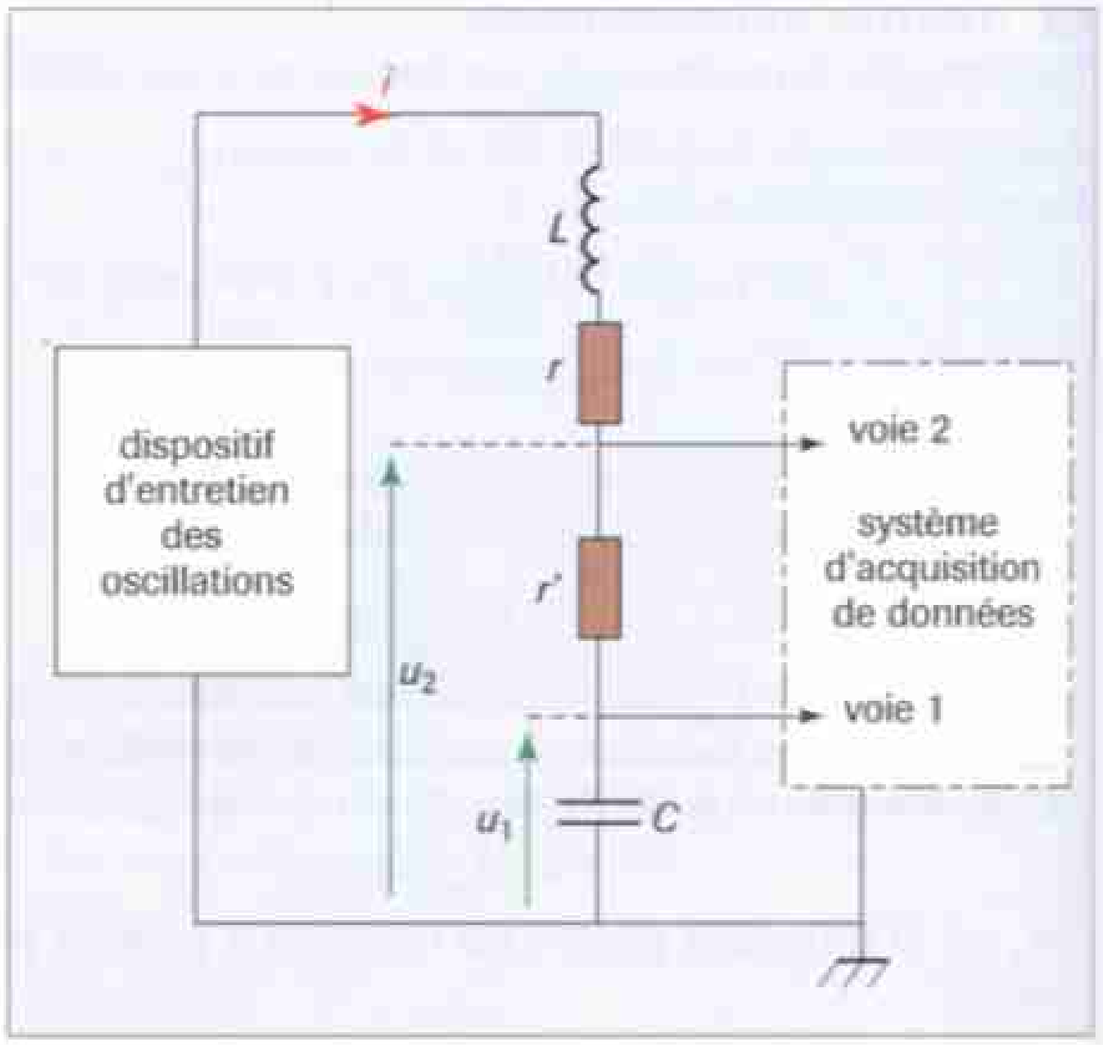


Fig. 10 Montage permettant d'obtenir l'évolution de la tension u_1 aux bornes du condensateur et de l'intensité i.

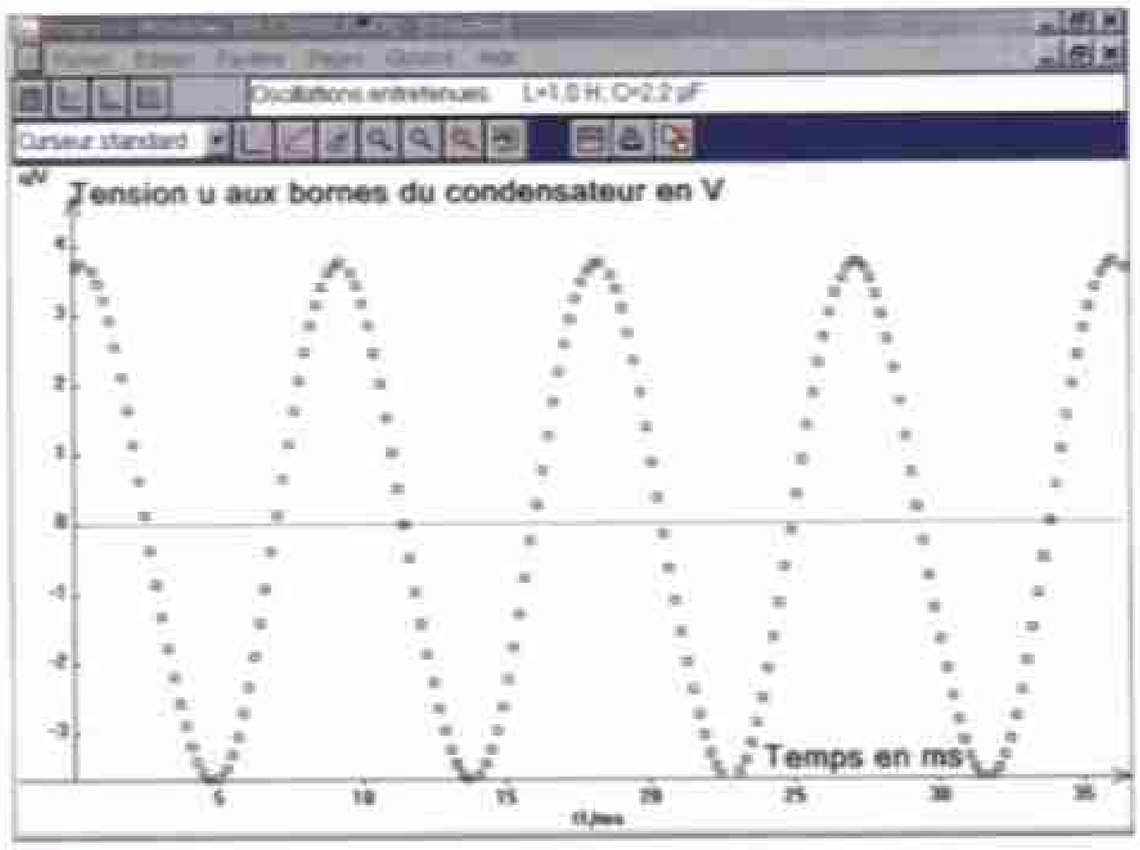


Fig. 11 Variations de la tension u_1 en fonction du temps.
Vue d'écran de l'évolution de la tension u_1 aux bornes du condensateur ; on obtient de même les variations de l'intensité qui traverse la bobine.

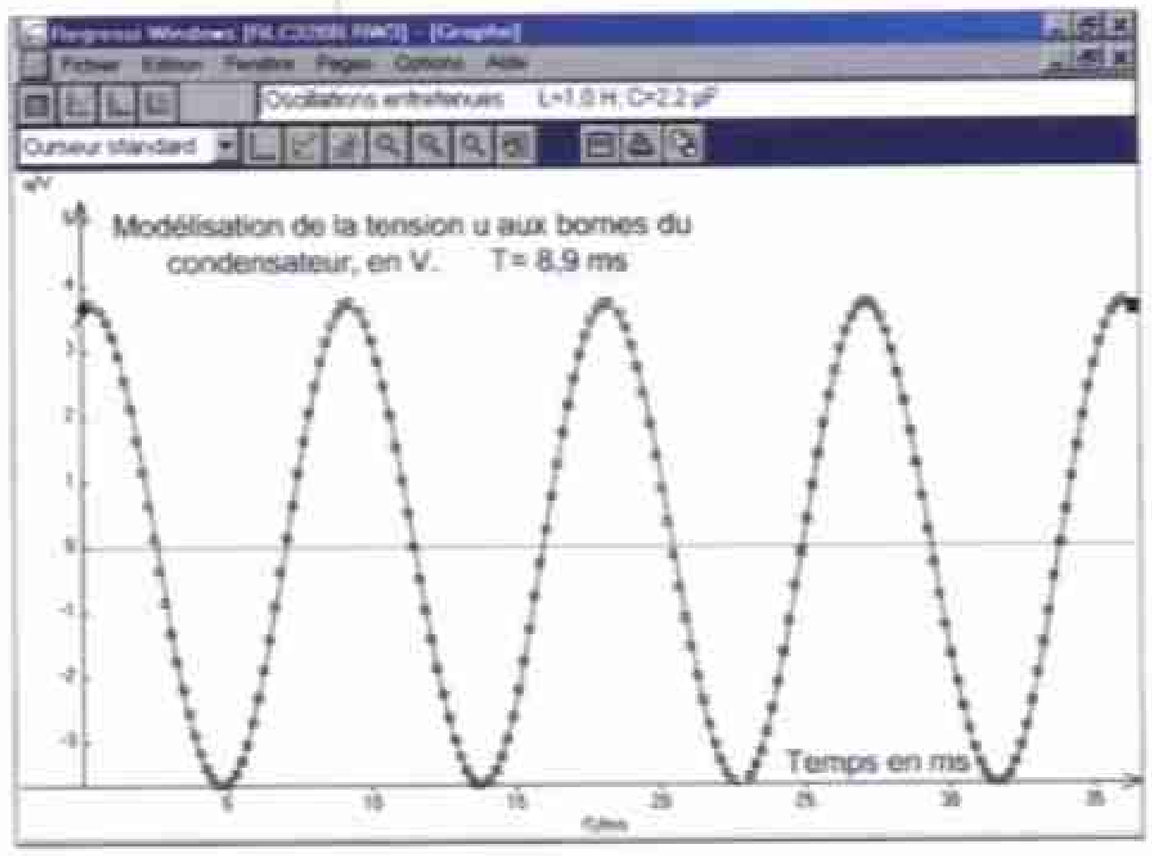


Fig. 12 Modélisation de l'acquisition ; on obtient une fonction sinusoïdale du temps du type $u = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

3. 3. Transfert d'énergie et énergie totale

Au cours des oscillations entretenues :
- il y a échange continuel d'énergie entre le condensateur et la bobine, sans amortissement ; les pertes par effet Joule dans le conducteur ohmique sont intégralement compensées à chaque instant par la source d'énergie ;
- l'énergie totale est constante.

▶ *Voir exercice n° 9, page 186*

Exercice résolu — **Oscillations entretenues**

Énoncé

1. On réalise un dispositif d'entretien des oscillations d'un circuit *RLC*. La bobine a une inductance $L = 1{,}0$ H et le condensateur une capacité de $C = 2{,}2$ µF.
Calculer la période propre T_0 et la pulsation propre ω_0.

2. La tension $u(t)$ aux bornes du condensateur a la valeur maximale $U_m = 3{,}73$ V à la date $t = 0$.
Déterminer l'expression de $u(t)$.

3. Exprimer l'intensité $i(t)$.

Solution

1. La période T_0 des oscillations est égale à celle des oscillations libres :
$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{2{,}2 \times 10^{-6} \times 1{,}0} \approx 9{,}3$ ms.
On en déduit la pulsation propre :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 6{,}7 \times 10^2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

2. L'expression générale de la tension est :

$$u(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

À la date $t = 0$, $u(0) = U_m \cos(\varphi) = U_m$,
donc $\cos(\varphi) = 1$, soit $\varphi = 0$. D'où :

$$u(t) = 3{,}73 \times \cos(6{,}7 \times 10^2\, t) \text{ en V.}$$

3. L'intensité est liée à la charge q d'une armature et à la tension par les relations suivantes :

$$i = \frac{dq}{dt} = C\,\frac{du}{dt} \quad \text{d'où :}$$

$$i(t) = -CU_m\omega_0 \sin(\omega_0 t)$$
$$= -2{,}2 \times 10^{-6} \times 3{,}73 \times 6{,}7 \times 10^2 \sin(6{,}7 \times 10^2\, t),$$

soit :

$$i(t) = -5{,}5 \times 10^{-3} \sin(6{,}7 \times 10^2\, t) \text{ en A.}$$

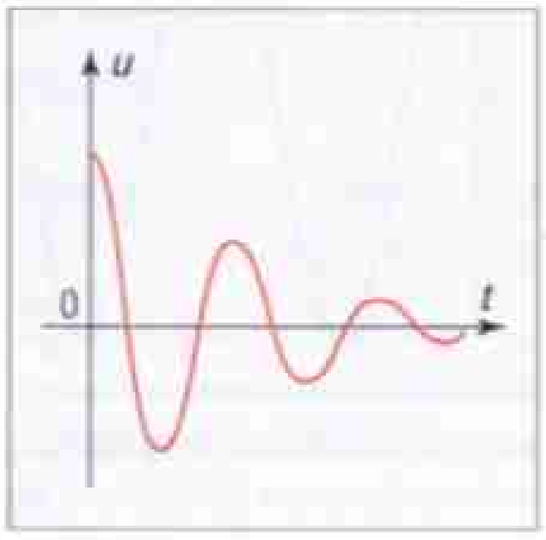
L'ESSENTIEL

1 Décharge du condensateur d'un circuit *RLC* série

■ Variations de la tension aux bornes du condensateur d'un circuit *RLC* série

• Régime pseudo-périodique

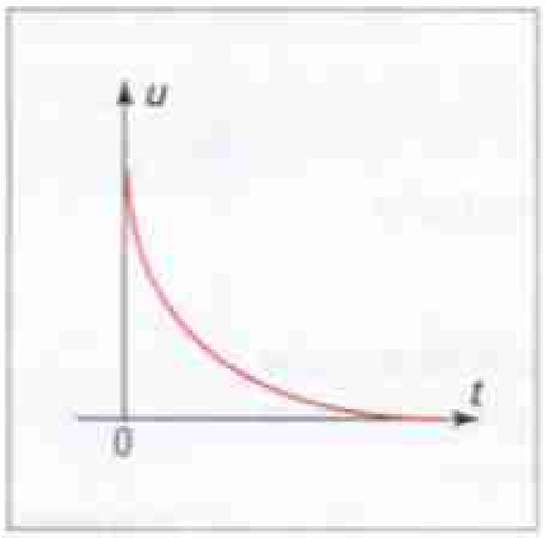
Un circuit *RLC* peut être le siège d'oscillations libres amorties ; le régime est alors **pseudo-périodique**. L'amortissement est d'autant plus important que la résistance *R* du circuit est plus grande.



Régime pseudo-périodique.

• Régime apériodique

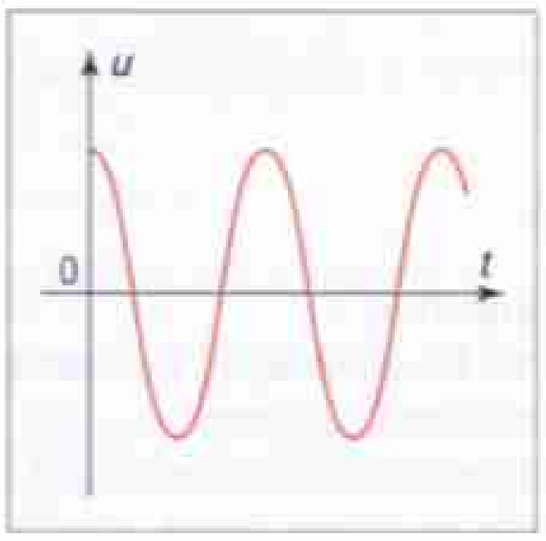
Pour de grandes valeurs de la résistance, il n'y a pas d'oscillations ; le régime est alors **apériodique**.



Régime apériodique.

• Régime périodique

Un circuit *RLC* d'amortissement négligeable est le siège d'oscillations non amorties ; le régime est **périodique**.



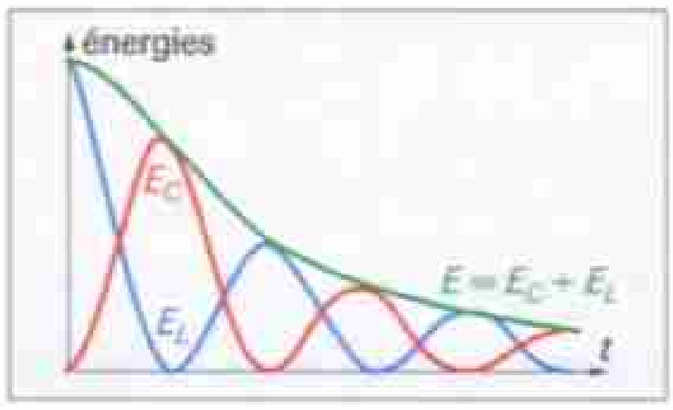
Régime périodique.

■ Transferts d'énergie dans un circuit *RLC* série

Il y a transfert d'énergie entre la bobine et le condensateur. L'énergie totale diminue par effet Joule dans le conducteur.

• Régime pseudo-périodique

Il y a plusieurs échanges d'énergie entre le condensateur et la bobine ; le transfert est oscillant.



Transfert d'énergie : régime pseudo-périodique.

• Régime apériodique

Dans le cas du régime apériodique, l'énergie totale diminue au cours du temps sans oscillation.

• Régime périodique

Dans le cas du circuit *RLC* d'amortissement négligeable il y a transfert continuel d'énergie entre la bobine et le condensateur.

Il n'y a pas d'effet Joule ; l'énergie totale est constante.

2 Oscillations d'un circuit *RLC* d'amortissement négligeable

■ La tension $u = u_C$ aux bornes du condensateur d'un circuit *RLC* d'amortissement négligeable vérifie l'équation différentielle :

$$\ddot{u} + \frac{1}{LC}u = 0$$

L'équation $u = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ de la tension est solution de l'équation différentielle ; c'est une fonction sinusoïdale du temps. L'équation horaire de l'intensité du circuit est alors :

$$i = -I_m \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

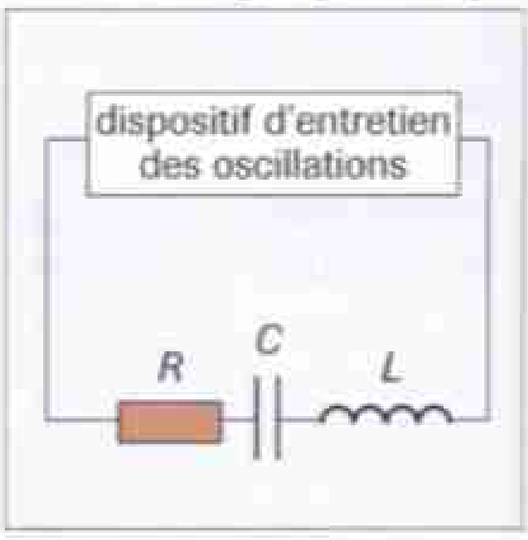
ω_0 est la pulsation propre du circuit. **La période propre** du circuit est :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$$

U_m est l'amplitude de la tension, I_m l'amplitude de l'intensité ($I_m = \omega_0 C U_m$) et φ la phase à l'origine des dates ($t = 0$).

3 Entretien des oscillations d'un circuit *RLC* série

■ On peut entretenir les oscillations d'un circuit *RLC* en utilisant un dispositif qui fournit l'énergie perdue par transfert thermique dans le conducteur ohmique.



■ Les oscillations entretenues sont sinusoïdales. Leur période est égale à la période propre T_0 des oscillations du circuit *RLC* d'amortissement négligeable.

Mots-clés

- **Régime pseudo-périodique, apériodique**
- **Régime périodique**
- **Oscillations sinusoïdales**
- **Période propre**
- **Entretien des oscillations**

▶ *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Décharge d'un condensateur dans une bobine

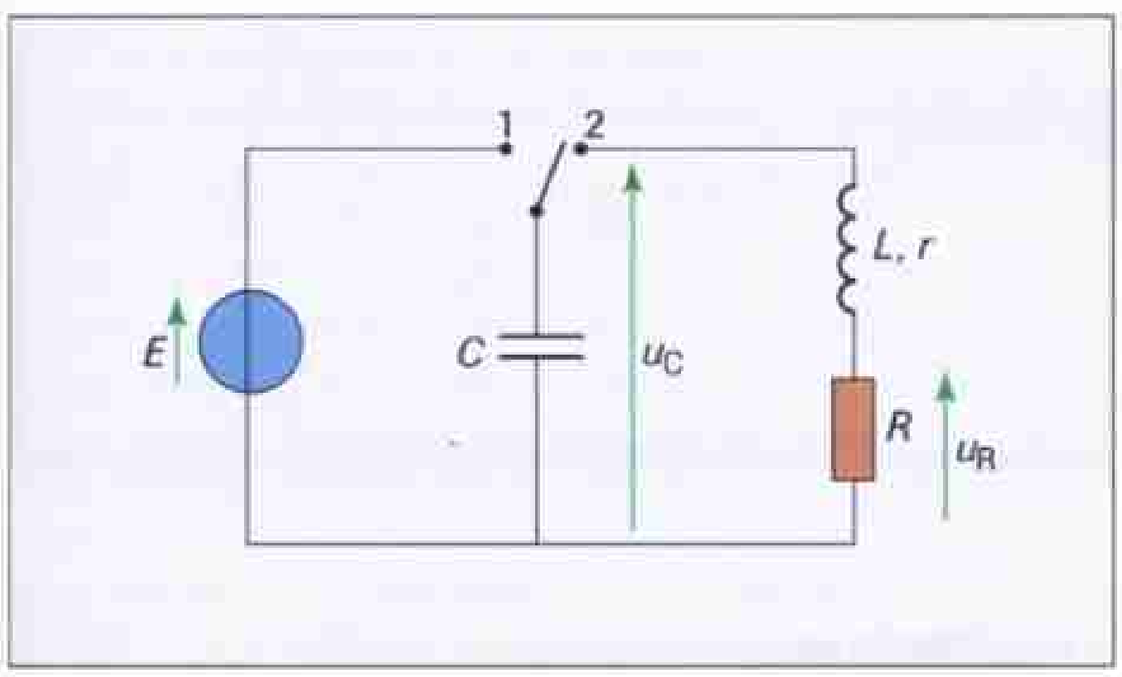
Comment cette décharge se fait-elle ?

Quelle est l'influence des différents paramètres ?

Matériel

- Générateur de tension constante E réglable.
- Conducteur ohmique de résistance R réglable.
- Condensateurs de capacités 0,22 µF, 1 µF et un condensateur de capacité inconnue de l'ordre du µF.
- Bobines d'inductances 11 mH et 2,7 Ω, 44 mH et 8,8 Ω, une bobine d'inductance inconnue de l'ordre de la dizaine de mH.
- Ordinateur.
- Carte d'acquisition de données.

Schéma du montage



Manipulation 1

Objectifs : Observer l'évolution de la tension aux bornes du condensateur et du conducteur ohmique supplémentaire. Étudier l'influence de la résistance R sur le phénomène.

1. Régler la tension délivrée par le générateur à 2,5 V et la résistance R à 0 Ω. On utilise la bobine d'inductance 11 mH et le condensateur de capacité 1 µF.
2. Faire les branchements nécessaires à l'acquisition des tensions.
3. Basculer l'interrupteur en position 1 jusqu'à ce que le condensateur soit complètement chargé. Déclencher une acquisition et basculer l'interrupteur en position 2.
4. Noter l'allure des courbes obtenues et recommencer plusieurs fois en augmentant la valeur de R.

▶ Questions

1. Quelle est l'allure des courbes obtenues ? Que peut-on dire de l'amplitude des oscillations ?

2. Pour quelle valeur R observe-t-on un changement de régime ?

3. Nommer les différents régimes observés.

4. Conclure quant à l'influence de R sur le phénomène observé.

Manipulation 2

Objectifs : Mesurer la pseudo-période. Étudier l'influence de L et de C sur le phénomène.

1. Donner à R une valeur de 5 Ω.
2. Mesurer la pseudo-période des oscillations pour différentes valeurs de L et de C.

▶ Questions

1. Compléter la troisième ligne du tableau ci-dessous à l'aide des mesures :

L (mH)	11	44	11	44
C (µF)	0,22	0,22	1	1
T_0 (s)				
$2\pi\sqrt{LC}$ (s)				

2. Conclure sur l'influence de L et de C sur la pseudo-période des oscillations :

paramètres	L	C
influence sur T_0		

3. Compléter par le calcul la dernière ligne du tableau de la question 1.

Comparer avec les résultats de la manipulation notés en 3e ligne et conclure.

Manipulation 3

Objectif : Déterminer les valeurs d'une inductance et d'une capacité.

■ En utilisant la démarche ci-dessus et les résultats des manipulations, proposer un protocole permettant de déterminer les valeurs de l'inductance et de la capacité inconnues des dipôles mis à disposition.

EXERCICE RÉSOLU

ÉNONCÉ

Période des oscillations. Période propre

On considère le circuit ci-dessous.

On réalise une acquisition des tensions u_L aux bornes de la bobine et u_C aux bornes du condensateur lorsque l'interrupteur bascule de la position 1 à la position 2 à la date $t = 0$.

1. Indiquer les branchements à réaliser afin de visualiser les tensions indiquées.

2. À partir de l'observation de $u_C(t)$ donner le nom du phénomène observé sur la courbe représentant $u_C(t)$.

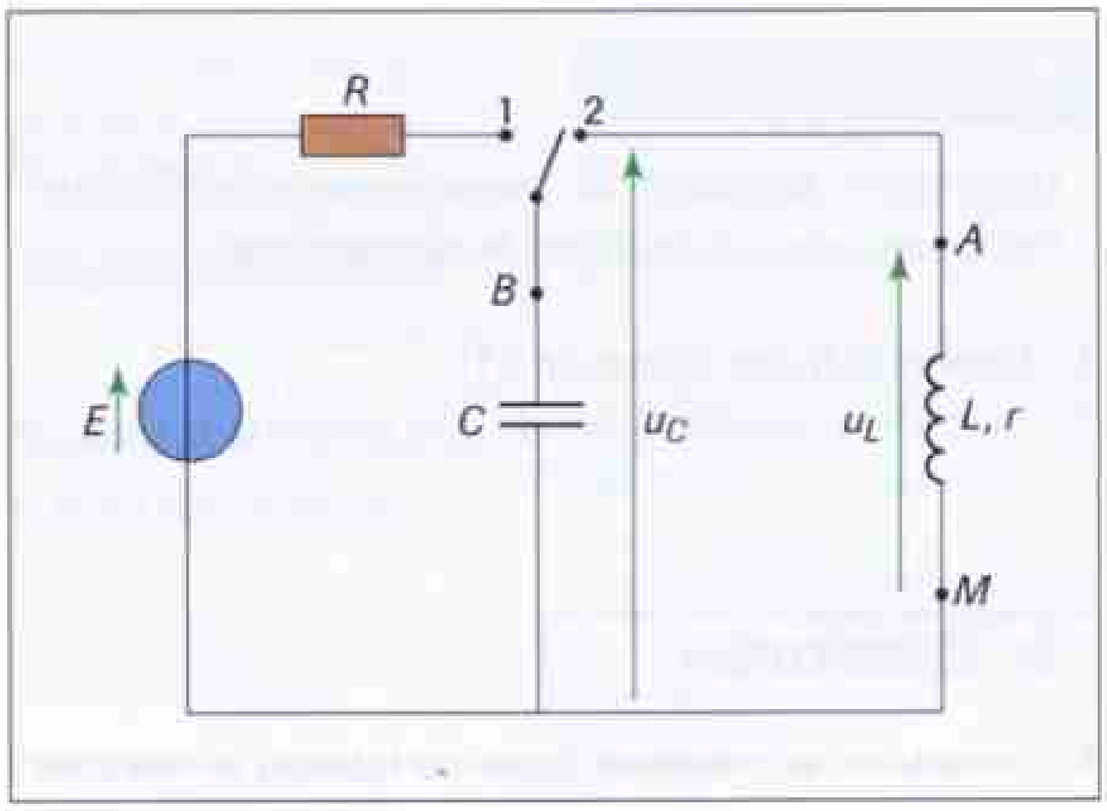
3. À partir de l'oscillogramme ci-dessous, déterminer la valeur de la grandeur temporelle T caractérisant le phénomène. Donner son nom.

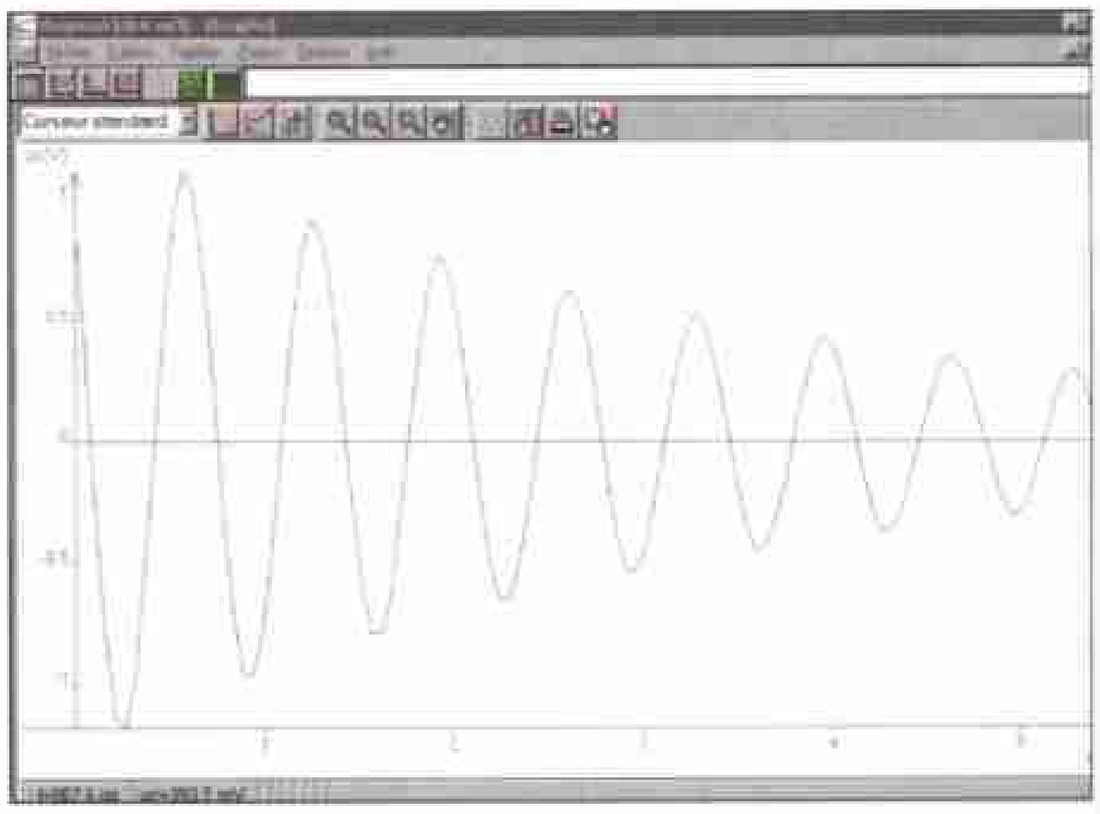
4. Donner l'expression de la période propre T_0 de l'oscillateur en fonction de L et de C.

5. Calculer la valeur numérique de T_0 et la comparer à T.

DONNÉES

- $L = 11$ mH ; $r = 2{,}7\ \Omega$; $R = 5\ \Omega$; $C = 1\ \mu$F.





MÉTHODE

Branchement de l'interface ou de l'oscilloscope

On est obligé de brancher la référence de tension entre les composants aux bornes desquels on veut visualiser la tension.

SOLUTION

1. On relie le point M à la référence de l'acquisition de données, le point A à la voie 1 (u_L) par exemple et le point B à la voie 2 (u_C).

2. Le phénomène observé est une décharge oscillante amortie.

3. T est la pseudo-période des oscillations amorties. C'est la durée séparant deux passages successifs de la tension par un maximum.

On mesure 2,0 ms pour 3 pseudo-périodes. Donc : $T = \frac{2}{3}$ ms = 0,67 ms.

4. La période propre est $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

5. $T_0 = 2\pi\sqrt{[11 \times 10^{-3} \times 1{,}0 \times 10^{-6}]} = 6{,}6 \times 10^{-4}$ s = 0,66 ms. Les deux valeurs sont comparables.

COMMENTAIRES

On observe un phénomène pseudo-périodique, il y a donc des oscillations. Leur amplitude diminue. Il y a donc amortissement.

Donner la définition de la pseudo-période.

Lorsque la durée d'une oscillation est trop courte, on mesure sur la courbe la durée correspondant à plusieurs pseudo-périodes. Dans tous les cas, expliquer comment on détermine graphiquement une valeur.

Lorsque l'amortissement n'est pas trop important, les valeurs de la pseudo-période et de la période propre de l'oscillateur sont proches l'une de l'autre.

· Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. Un circuit *RLC* peut être le siège d'oscillations ...; le régime est alors ...-....
b. L'amortissement est d'autant plus important que la résistance *R* du circuit est plus .... Pour de grandes valeurs de la résistance, le régime est ....
c. Dans un circuit *RLC*, il y a transfert d'énergie entre la ... et le .... L'énergie totale diminue par ... ... dans le conducteur.
d. Dans un circuit idéal *LC*, l'énergie totale est ....

2 Vrai ou faux ?

a. Dans un circuit *RLC*, un régime d'oscillations pseudo-périodiques s'établit toujours.
b. Le dispositif qui entretient les oscillations fournit l'énergie perdue par transfert thermique.
c. La pseudo-période des oscillations dépend de l'inductance *L* de la bobine.
d. La pseudo-période des oscillations est proportionnelle à la capacité *C* du condensateur.

3 QCM

Soit un condensateur de capacité $C = 10\ \mu F$. Il est d'abord chargé sous une tension $U_0 = 6{,}0\ V$, puis branché aux bornes d'un dipôle *RL* pour lequel $R = 50\ \Omega$ et $L = 100\ mH$. Un circuit oscillant *RLC* est ainsi constitué.
a. L'énergie initialement stockée dans le condensateur est :
❑ 30 µJ ; ❑ 0,18 mJ ; ❑ 360 µJ.
b. L'énergie stockée dans le condensateur va être :
❑ intégralement transmise à la bobine ;
❑ partiellement transmise à la bobine ;
❑ la bobine va emmagasiner une énergie supérieure à celle que contenait le condensateur.
c. Lors de la constitution du circuit *RLC*, on observe des pseudo-oscillations de pseudo-période :
❑ 6,3 ms ; ❑ 6,3 µs ; ❑ 1 µs ; ❑ 1 ms.
d. Si on quadruple la valeur de *L*, la pseudo-période des oscillations sera :
❑ multipliée par 4 ;
❑ multipliée par 2 ;
❑ divisée par 4.

4 Apprendre à rédiger

Expliquer les transferts d'énergie entre une bobine d'inductance *L* et de résistance *r* et un condensateur chargé aux bornes duquel elle est branchée.

5 Savoir-faire expérimental

Proposer un montage qui permette de visualiser les variations en fonction du temps de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant traversant un circuit *RLC* série. *L* est de l'ordre de 0,5 H et on souhaite que la période des oscillations soit de l'ordre de 10 ms. On dispose de condensateurs de capacités 4,7 µF ; 2,2 mF et 1 mF. Lequel choisir ?

Application des connaissances

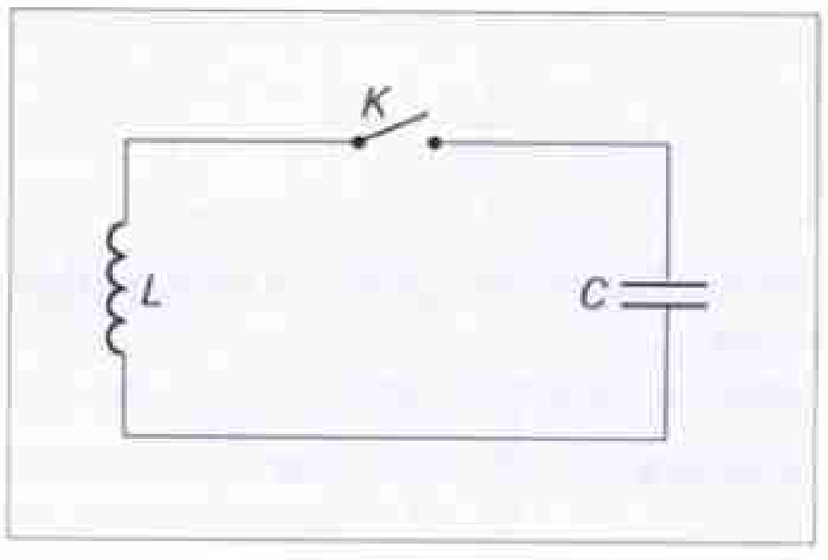
Circuits *RLC* série

6 • Analyse dimensionnelle

Soit un circuit *RLC* dans lequel s'établissent des oscillations libres amorties.
a. Donner l'expression de la pseudo-période des oscillations.
b. Par une analyse dimensionnelle, vérifier que l'expression donnée est bien homogène à un temps.

7 •• Décharge oscillante. Résolution analytique

Un condensateur est initialement chargé sous une tension $E = 6{,}0\ V$ puis inséré dans le montage suivant.



On considère que la bobine a une résistance interne négligeable. À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur *K*.
1. En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir une relation (1) entre u_L, tension aux bornes de la bobine et u_C, tension aux bornes du condensateur.
2. Exprimer u_L en fonction de l'intensité *i*.
3. Exprimer l'intensité *i* en fonction de la capacité *C* et de la tension u_C.
4. À l'aide de la relation (1), établir l'équation différentielle à laquelle obéit u_C.
5. Une solution de cette équation différentielle est de la forme : $u_C = a \times \cos(\omega_0 t + b)$.
a. En reportant cette expression dans la relation (1), déterminer l'expression de ω_0.
b. À la date $t = 0$, quelle particularité la tension u_C présente-t-elle ? Quelle est alors sa valeur ? En déduire les constantes *b* et *a*.
c. En déduire l'expression de u_C en fonction du temps.

Données
• $C = 2200\ \mu F$; $L = 1{,}1\ H$.

8 •• Décharge oscillante. Variations de l'intensité du courant

Un condensateur de capacité *C*, initialement chargé sous une tension *E*, est placé en série avec une bobine d'inductance *L*, de résistance négligeable et avec un interrupteur *K*. À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur *K*. La tension u_C aux bornes du condensateur varie alors selon la relation :

$$u_C = E \times \cos(\omega_0 t).$$

a. Représenter le schéma du montage. Indiquer par des flèches le sens de circulation du courant et les tensions aux

bornes des différents dipôles. On appellera *A* l'armature positive du condensateur à $t = 0$.

b. Exprimer l'intensité *i* du courant en fonction de la tension u_C.

c. En déduire une expression traduisant l'évolution de *i* en fonction du temps.

d. À la date $t = 0$, l'intensité du courant est-elle maximale ou minimale ?

9 Énergie stockée

Soit un dipôle *LC*. La tension aux bornes du condensateur peut s'écrire en fonction du temps :

$$u_C = U_m \times \cos(\omega_0 t).$$

a. En déduire l'expression de l'intensité *i* du courant en fonction du temps.

b. Donner la relation liant T_0 et ω_0.

c. Compléter le tableau suivant :

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0	$\frac{5T_0}{4}$
i						
u_C						

d. Représenter l'allure des variations de u_C et de *i* en fonction du temps.

e. À la date $t = 0$, dans quel dipôle l'énergie est-elle stockée ? Même question à $\frac{T_0}{4}$, $\frac{T_0}{2}$, $\frac{3T_0}{4}$, T_0 et $\frac{5T_0}{4}$.

10 La précision quartz

BAC Le but de cet exercice est d'étudier le mode de fonctionnement d'une montre à quartz fabriquée par une grande marque.

a. Dans un oscillateur électrique formé par un conducteur ohmique, une bobine et un condensateur, indiquer l'(les) élément(s) responsable(s) de l'amortissement des oscillations. Justifier brièvement. Indiquer comment on peut diminuer cet amortissement.

b. Que se passe-t-il si on augmente trop l'amortissement du circuit ?

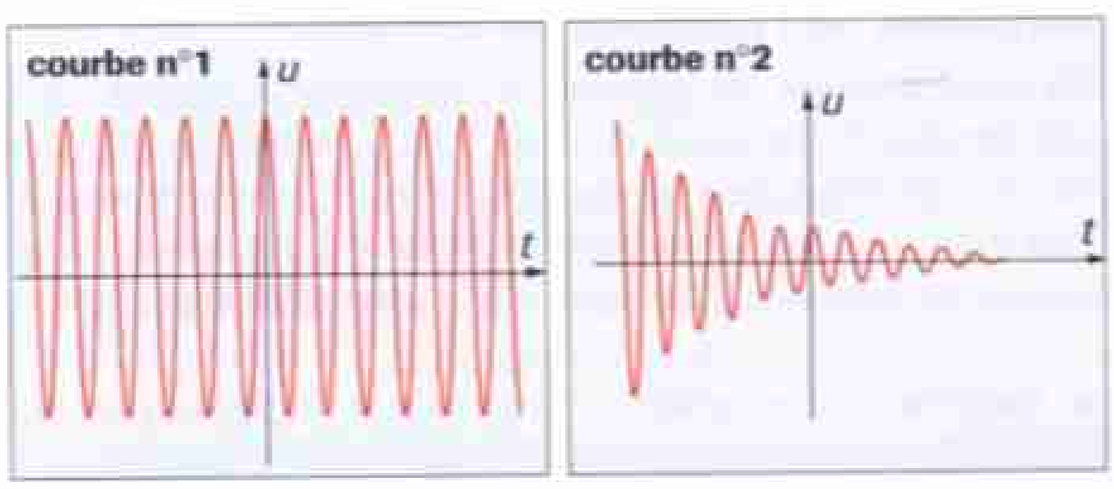
c. On propose trois courbes qui représentent les variations de la tension délivrée par un oscillateur électrique et différentes descriptions d'oscillateurs électriques avec leur mode de fonctionnement notées *A*, *B*, *C*, *D*. Associer à chaque description la (les) courbe(s) qui peut(vent) lui être attribuée(s).

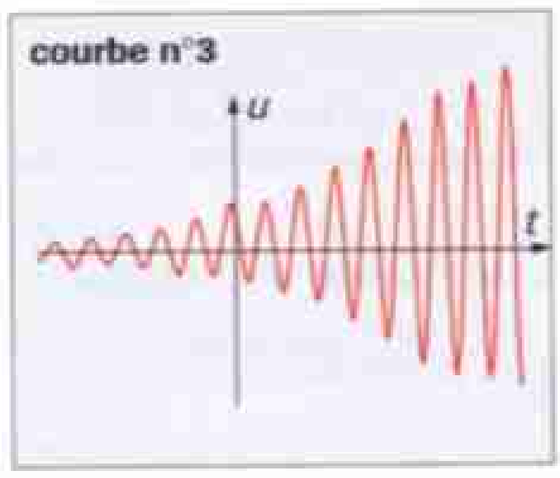
A : oscillateur entretenu, dans son régime transitoire.

B : oscillateur libre, d'amortissement notable.

C : oscillateur libre, d'amortissement négligeable.

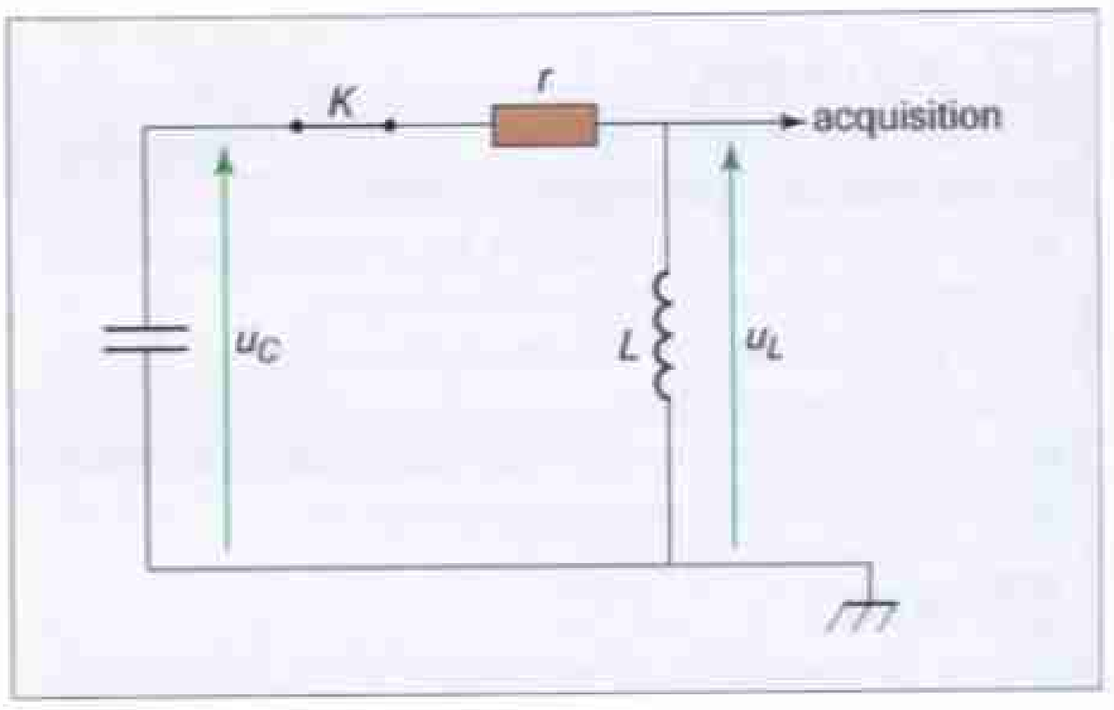
D : oscillateur entretenu en régime permanent.





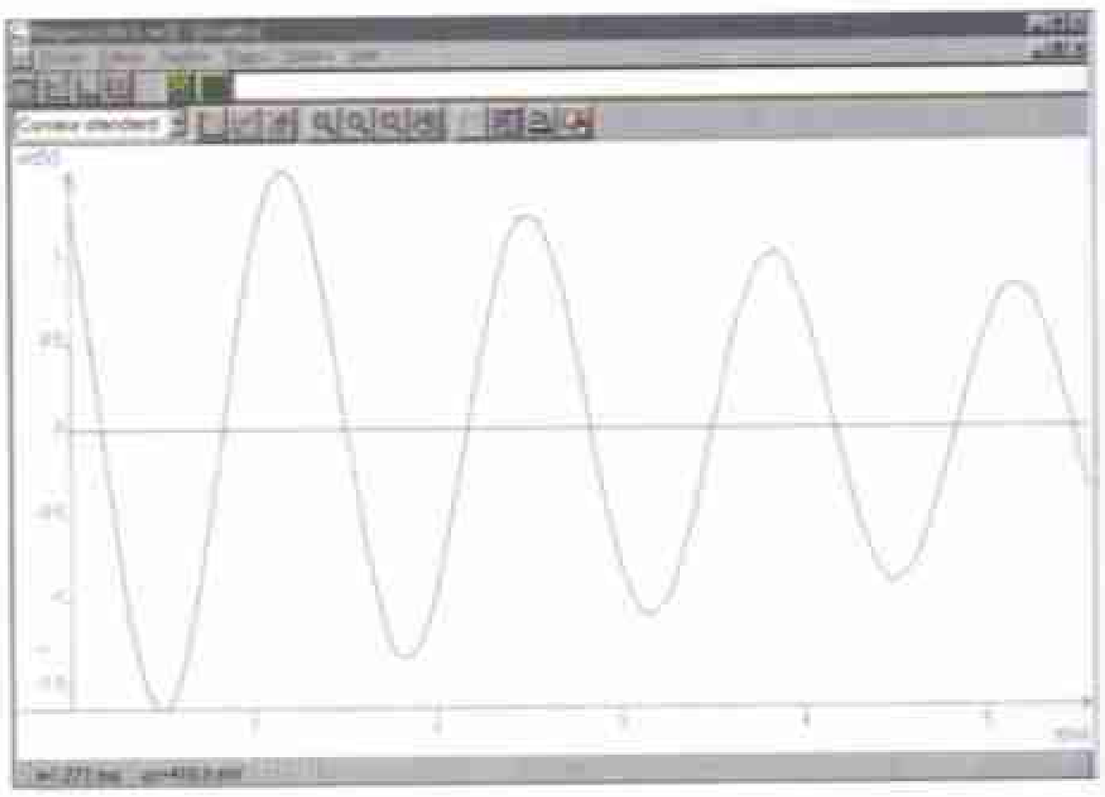
11 Décharge oscillante

Soit le montage :



Le condensateur est initialement chargé. L'interrupteur est fermé à la date $t = 0$. Un système d'acquisition informatique et un tableur permettent de tracer le graphe $u_C(t)$ avec les valeurs suivantes :

$$r = 14\ \Omega ; E = 2{,}5\ \text{V} ; L = 44\ \text{mH}.$$



a. Déterminer graphiquement la pseudo-période des oscillations qui s'établissent dans le circuit.

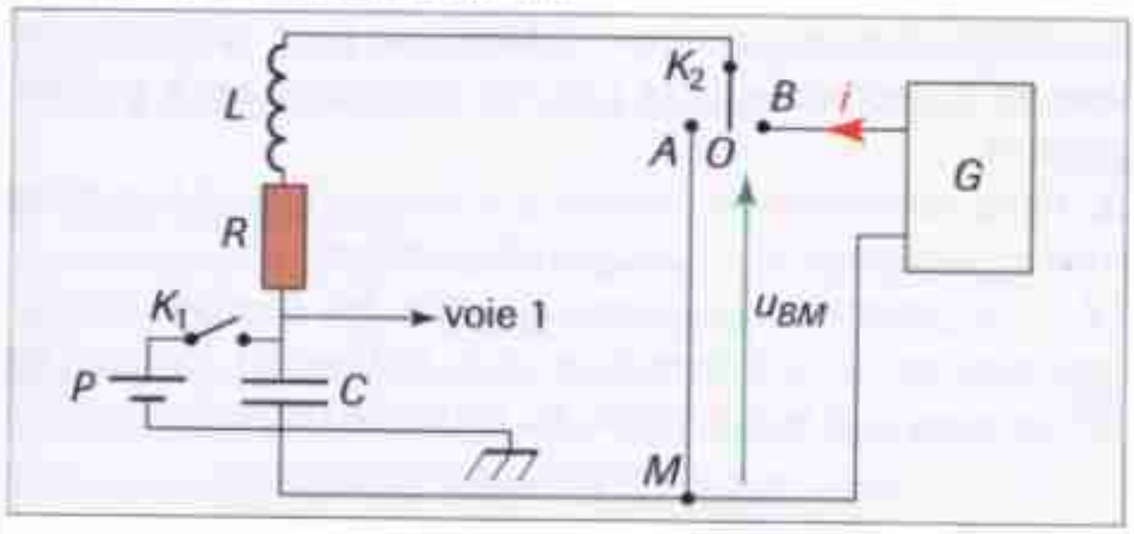
b. En déduire une valeur approchée de la capacité *C* du condensateur.

c. Dans le cas où la résistance du conducteur ohmique serait $R' = 2 \times R$, représenter sur le même graphique l'allure des variations de u_C en fonction du temps.

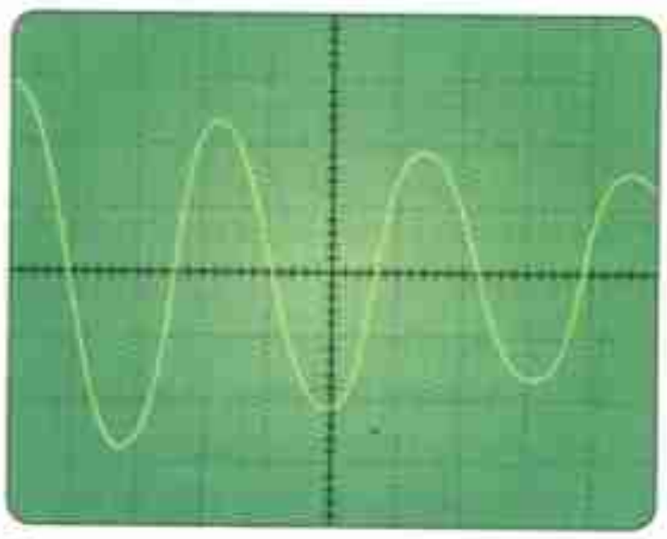
d. Dans le cas où la résistance du conducteur ohmique serait *R*, et la capacité du condensateur $C' = \frac{C}{4}$, représenter sur le même graphique l'allure des variations de u_C en fonction du temps.

12 Entretien des oscillations

BAC On utilise le matériel suivant : une bobine d'inductance L inconnue et de résistance $R = 13\ \Omega$; un condensateur de capacité $C = 0{,}3\ \mu F$; un interrupteur bipolaire K_1 ; un commutateur K_2 ; une pile P de f.é.m. 6 V ; un dispositif G pour l'entretien des oscillations ; un oscilloscope.
On réalise le montage suivant.



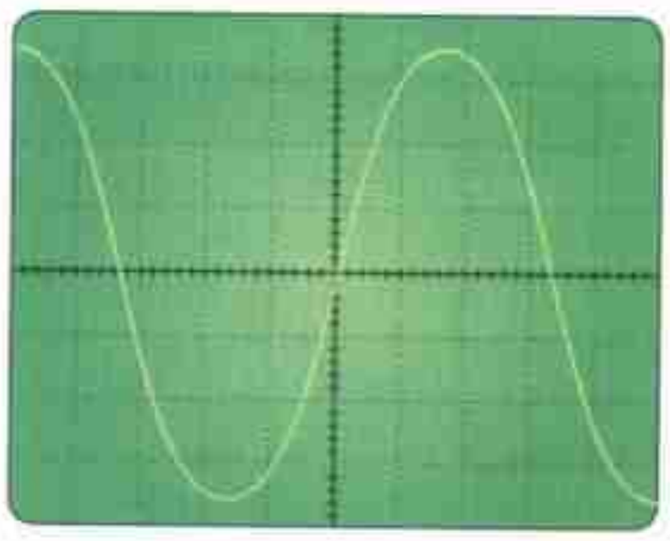
I. On ferme K_1 pendant quelques secondes, K_2 restant ouvert en position O. On règle le balayage sur 0,1 ms/div et la sensibilité verticale de la voie 1 sur 2 V/div. On ouvre K_1 puis on ferme K_2 sur la position A. On obtient l'oscillogramme suivant.



2 V/div ; 0,1 ms/div

a. Pourquoi a-t-on d'abord fermé K_1 ?
b. Quelle est la grandeur visualisée par l'oscillogramme ?
c. De quel phénomène le circuit est-il le siège ?
d. Quelle est la valeur de la pseudo-période T ?
e. Calculer la variation d'énergie de cet oscillateur entre $t = 0$ et $t = 2T$.
Sous quelle forme s'est dissipée cette énergie ?

II. On utilise le dispositif G pour entretenir des oscillations électriques dans le circuit (RLC). G délivre une tension : $u_{BM} = R_0 i$, avec R_0, coefficient positif et de valeur réglable.
Le sens positif de i est indiqué sur le schéma du montage.
On ferme K_2 sur la position B, K_1 restant ouvert.
1. Quelle doit être la valeur théorique de R_0 pour que le circuit ainsi constitué soit le siège d'oscillations électriques sinusoïdales ? Justifier la réponse.
2. L'oscilloscope est maintenant réglé sur 50 µs/div pour le balayage et sur 2 V/div pour la sensibilité de la voie 1. On obtient alors l'oscillogramme suivant.



2 V/div ; 50 µs/div

a. Quelle est la valeur de la période des oscillations ?
En déduire la valeur de l'inductance L.
b. Donner l'allure de l'oscillogramme que l'on obtiendrait si la valeur de R_0 était inférieure à celle calculée à la question **1.** du **II.**

13 QCM

À la date $t = 0$, on branche aux bornes d'un dipôle RL un condensateur de capacité C chargé sous une tension E.
Toutes les réponses doivent être justifiées.

1. T_0, pseudo-période des oscillations, est la durée :
❑ séparant deux dates successives où la tension aux bornes du condensateur est maximale et identique ;
❑ au bout de laquelle le condensateur est chargé à 63 % ;
❑ séparant deux dates où la tension aux bornes du condensateur est nulle ;
❑ séparant deux dates successives où la tension aux bornes du condensateur est maximale.

2. L'amortissement des oscillations dépend :
❑ de L ;
❑ de R ;
❑ de C.

3. À la date $t = 0$, l'énergie de l'oscillateur :
❑ est entièrement stockée dans la bobine ;
❑ est entièrement stockée dans le condensateur ;
❑ est répartie entre la bobine et le condensateur.

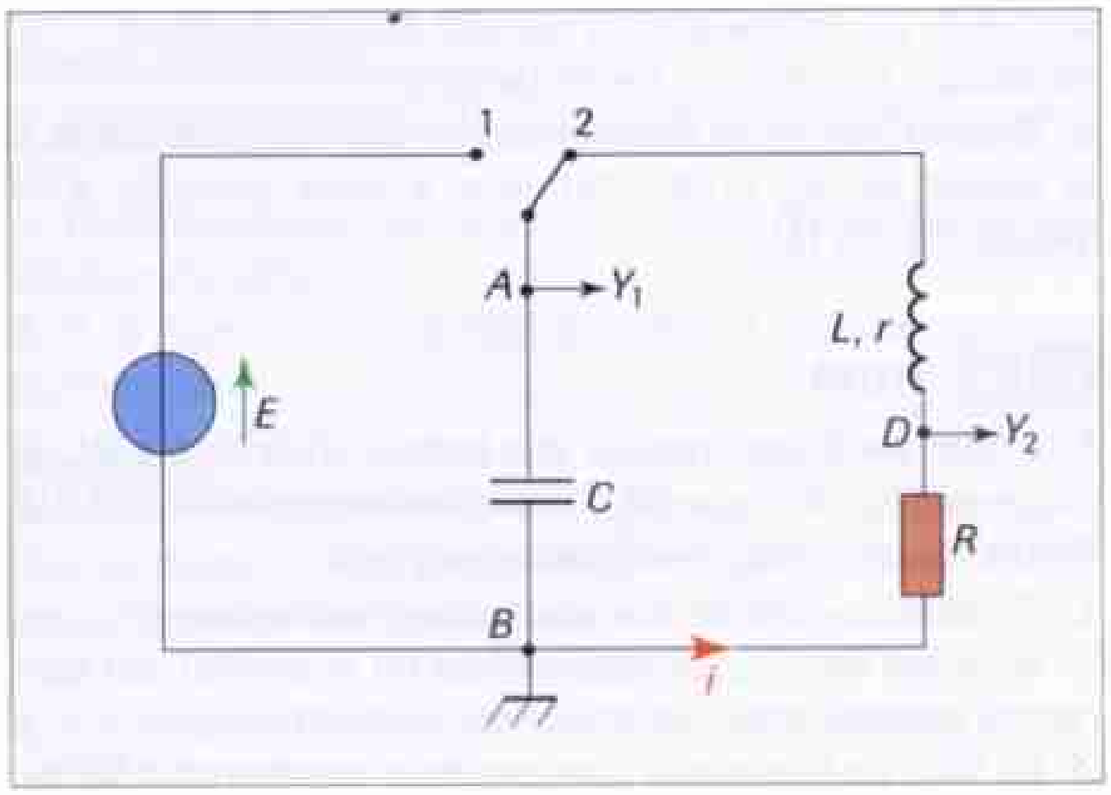
4. Dans le cas où la résistance R est nulle, la tension u_C aux bornes du condensateur,
a. peut se mettre sous la forme :
❑ $u_C = E \times \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$;
❑ $u_C = E \times \sin(\omega_0 t)$;
❑ $u_C = E \times \sin\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$;
❑ $u_C = E \times \cos(\omega_0 t)$;
b. obéit à l'équation différentielle :
❑ $LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$;
❑ $\frac{d^2u_C}{dt^2} + LC\,u_C = 0$;
❑ $L\frac{d^2u_C}{dt^2} + R\,u_C = 0$.

PROBLÈMES DE SYNTHÈSE

14 Étude expérimentale d'oscillations électriques

BAC Le montage suivant permet l'étude expérimentale des oscillations libres d'un circuit RLC.

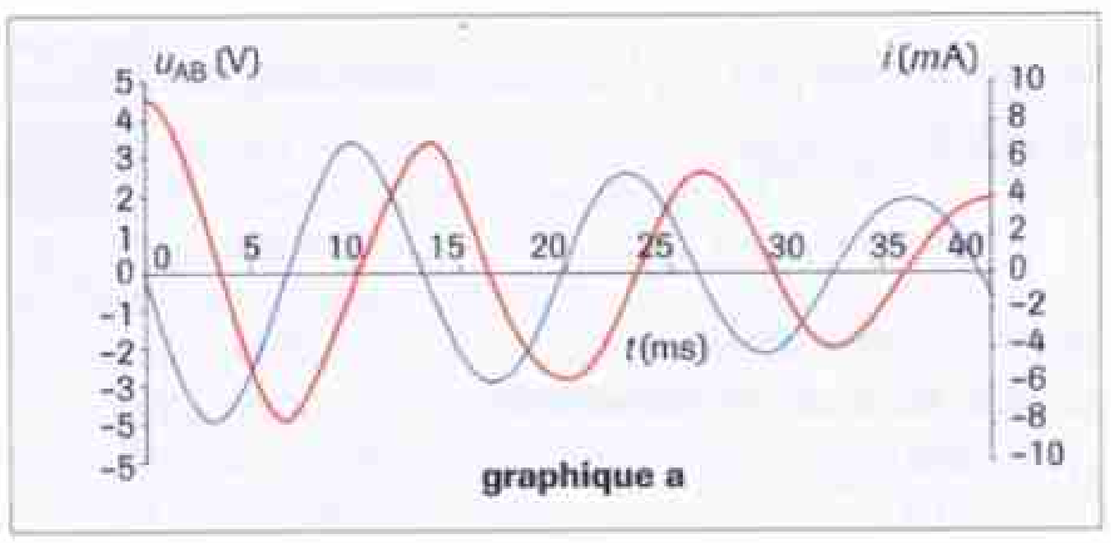
I - Un ordinateur muni d'une carte d'acquisition permet d'enregistrer l'évolution des tensions aux bornes du condensateur C et de la résistance R. Le condensateur étant préalablement chargé sous la tension E, l'interrupteur est basculé en position 2. C'est à cet instant que commence l'acquisition de données.



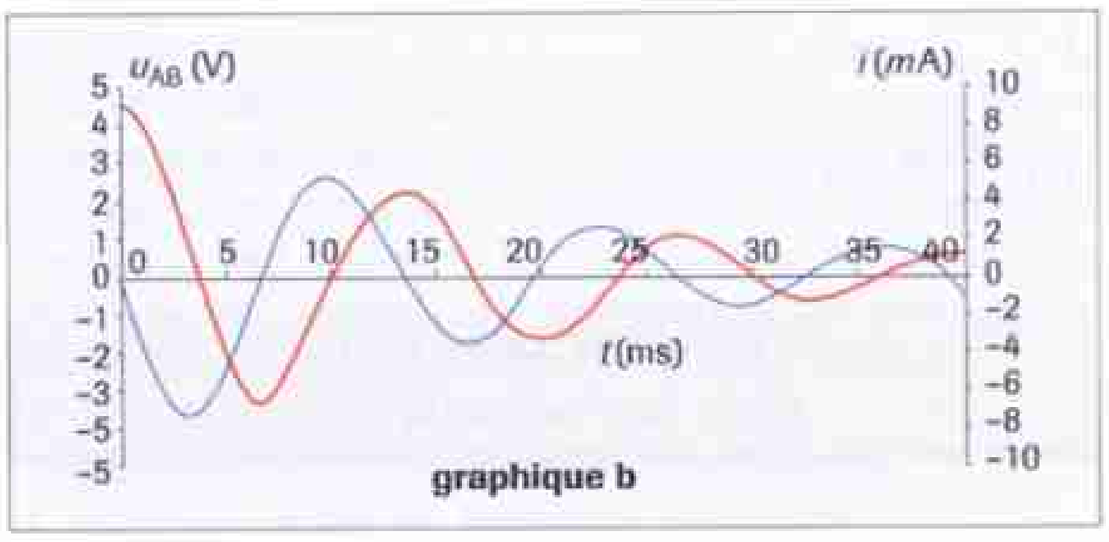
1. Quelle grandeur est visualisée sur la voie 1?
2. Quelle grandeur est visualisée sur la voie 2?

II – On se place dans le cas idéal où la résistance totale de la branche comportant la bobine est nulle.
1. Établir l'équation différentielle vérifiée par q (q est la charge portée par l'armature A du condensateur).
2. En déduire la période propre T_0 des oscillations.

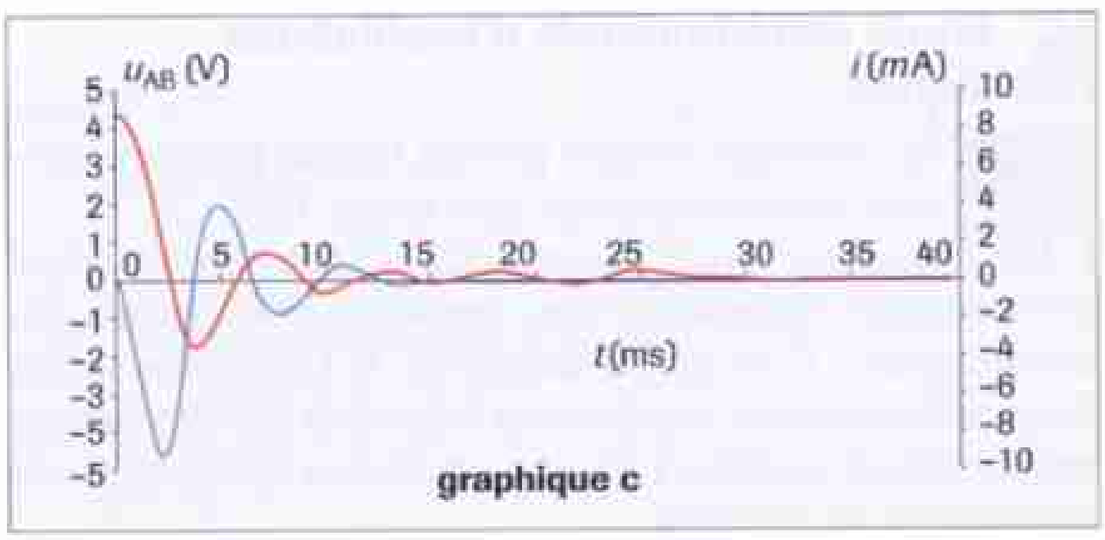
III – Dans la pratique, la résistance totale de la branche comportant la bobine n'est pas négligeable. On réalise trois expériences afin d'étudier l'influence des différents paramètres sur les oscillations.
Les graphiques a, b, et c (ci-après) représentent les variations de la tension u_{AB} et de l'intensité i du courant dans le circuit.



graphique a



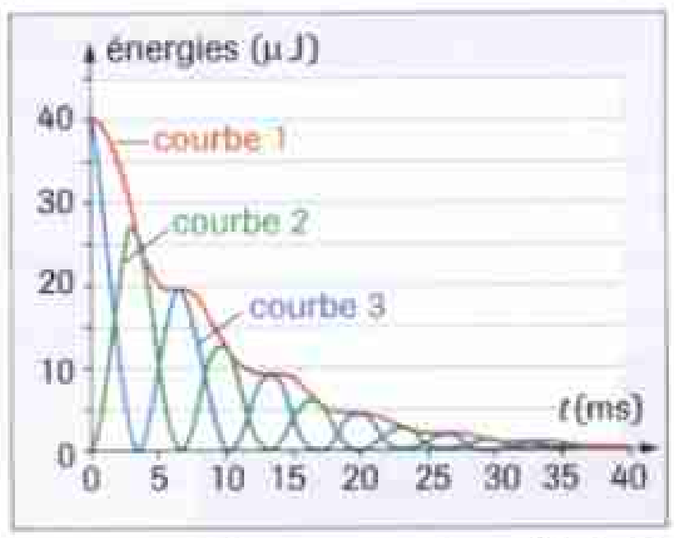
graphique b



graphique c

Pour les trois graphiques : la courbe en rouge correspond à la tension, celle en bleu à l'intensité.
1. Calculer les périodes propres T_{01}, T_{02}, T_{03} correspondant à chaque expérience E_1, E_2, E_3.
2. Mesurer graphiquement la période des oscillations sur les graphiques a, b et c (il s'agit en fait d'une pseudo-période, durée séparant deux passages successifs, dans le même sens, de la tension u_{AB} par la valeur zéro; dans les conditions des expériences réalisées, on peut confondre les valeurs numériques de la pseudo-période et de la période propre).
3. Faire correspondre chaque graphique (a-b-c) à une des trois expériences (E_1-E_2-E_3) en le justifiant.

IV – Le graphique (ci-après) visualise les énergies emmagasinées par le condensateur et la bobine en fonction du temps ainsi que leur somme, au cours de l'expérience E_1.



1. Après avoir rappelé les expressions littérales des énergies emmagasinées par le condensateur E_C et par la bobine E_L, identifier les trois courbes. Justifier votre choix.
2. Pourquoi la somme des énergies emmagasinées par le condensateur et la bobine est-elle décroissante?
3. Évaluer l'énergie dissipée pendant les dix premières millisecondes.

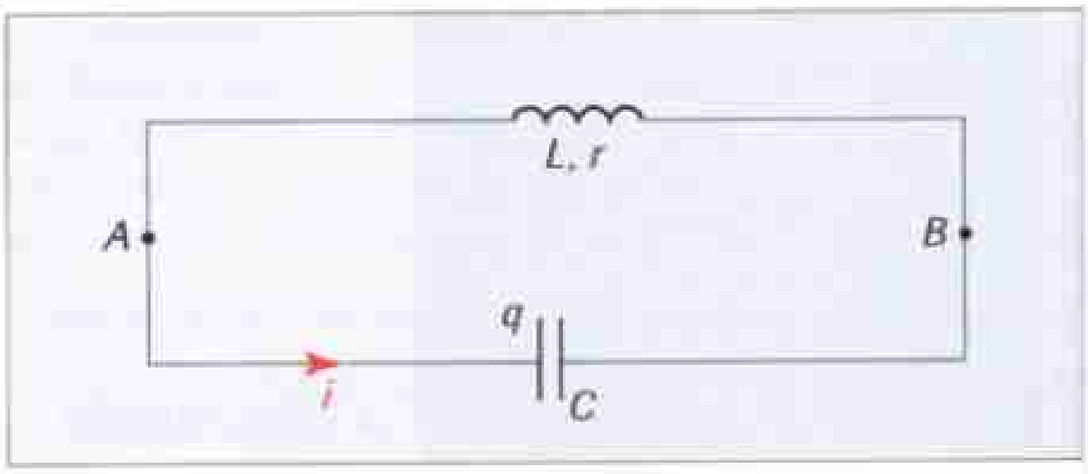
DONNÉES
- $E = 4{,}5$ V; R variable; $r = 14\ \Omega$; C variable; L variable.

Expériences	R (Ω)	L (H)	C (µF)
E_1	100	1,0	4,0
E_2	30	0,2	4,0
E_3	30	1,0	4,0

15 Xylophone électronique

BAC

Par un dispositif approprié, on charge un condensateur de capacité $C = 3{,}29$ µF. On relie ses armatures A et B aux bornes d'une bobine d'inductance $L = 40{,}0$ mH et de résistance $r = 9{,}0\ \Omega$.
Des oscillations électriques s'établissent dans le circuit ainsi formé.



I. Période d'un oscillateur *LC*

1. Choisir parmi les expressions suivantes celle qui convient pour exprimer la période T_0 d'oscillations électriques libres non amorties :

a. $2\pi\sqrt{LC}$ **b.** $2\pi\sqrt{\frac{1}{LC}}$ **c.** $2\pi\sqrt{\frac{L}{LC}}$ **d.** $2\pi\sqrt{\frac{C}{L}}$

2. a. Vérifier par l'analyse dimensionnelle que l'expression choisie a pour unité de mesure la seconde.

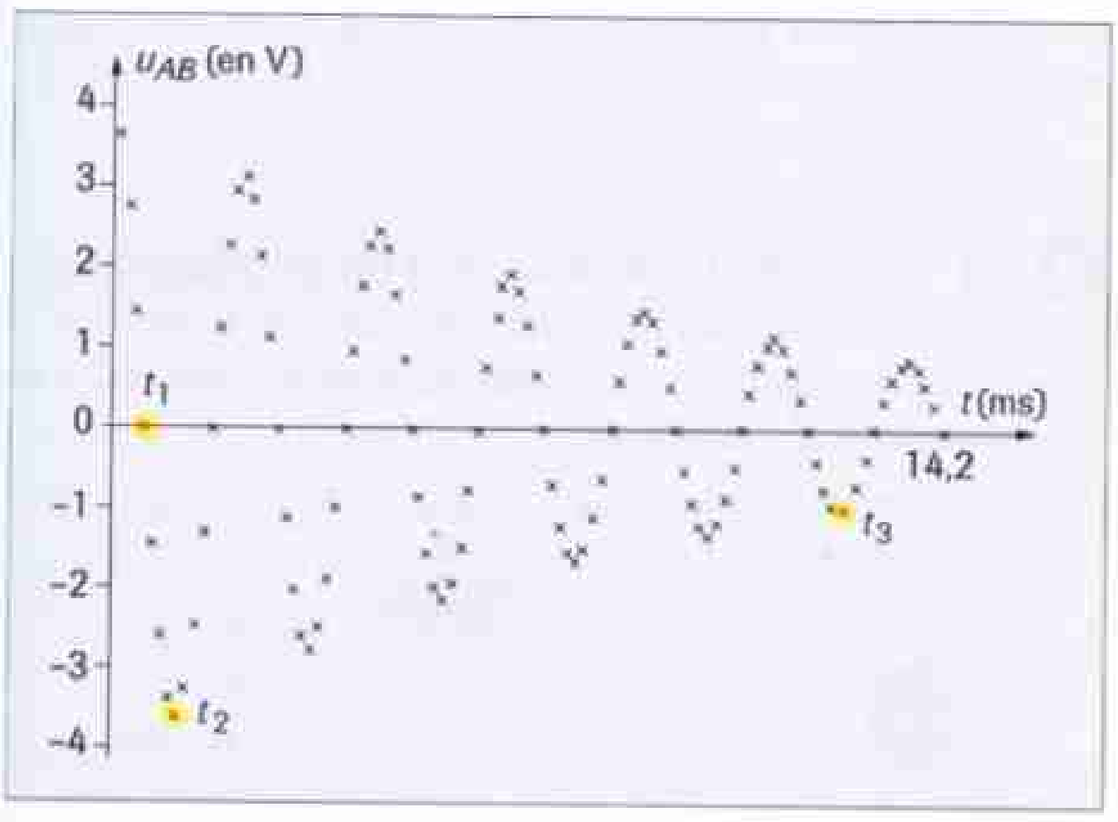
b. Calculer la valeur de T_0 pour des valeurs de L et de C égales à celles du circuit oscillant étudié.

II. Étude graphique

Un ordinateur relié au circuit électrique étudié effectue, par l'intermédiaire d'une interface de prise de données, des mesures à intervalles de temps réguliers de la tension u_{AB} aux bornes du condensateur sur une durée de 14,2 ms.

La durée entre deux mesures est $\theta = 0{,}142$ ms.

Une imprimante associée à l'ordinateur fournit la représentation graphique suivante. On y a repéré trois instants notés t_1, t_2 et t_3.



1. Pourquoi dit-on que les oscillations représentées sur cette figure sont pseudo-périodiques?

2. Mesurer la durée T de la pseudo-période d'une oscillation.

3. Ces oscillations électriques sont transformées à l'aide d'un amplificateur et d'un haut-parleur en un son audible de même fréquence.

a. À une fréquence donnée correspond une hauteur musicale identifiée par une note :

Do_3 : fréquence 262 Hz;

Mi_3 : fréquence 330 Hz;

La_3 : fréquence 440 Hz;

$Ré_4$: fréquence 587 Hz.

Parmi les notes présentées ci-dessus, reconnaître la hauteur musicale du son produit.

b. La mesure de T effectuée dans la partie **II. 2** montre que l'on peut prendre comme expression approchée de la pseudo-période des oscillations celle choisie pour T_0 dans la partie **I. 1.**

Par quel facteur faut-il multiplier ou diviser la capacité du condensateur pour obtenir la note La_4 de fréquence 880 Hz?

c. En admettant que le rapport entre les amplitudes de deux oscillations successives vaut constamment 0,77, calculer le rapport entre les amplitudes aux instants t_3 et t_2 puis vérifier sa valeur sur le graphique.

d. Le son entendu est très bref, rappelant la percussion d'un xylophone en bois. Vérifier que l'amplitude des oscillations est inférieure à 1 % de sa valeur initiale après 0,04 s (le niveau sonore a alors diminué de 40 décibels, ce qui rend le son inaudible).

III. Étude énergétique

Tenant compte de l'orientation du circuit (voir figure ci-avant), l'intensité du courant a pour expression :

$$i = C\frac{du_{AB}}{dt}$$

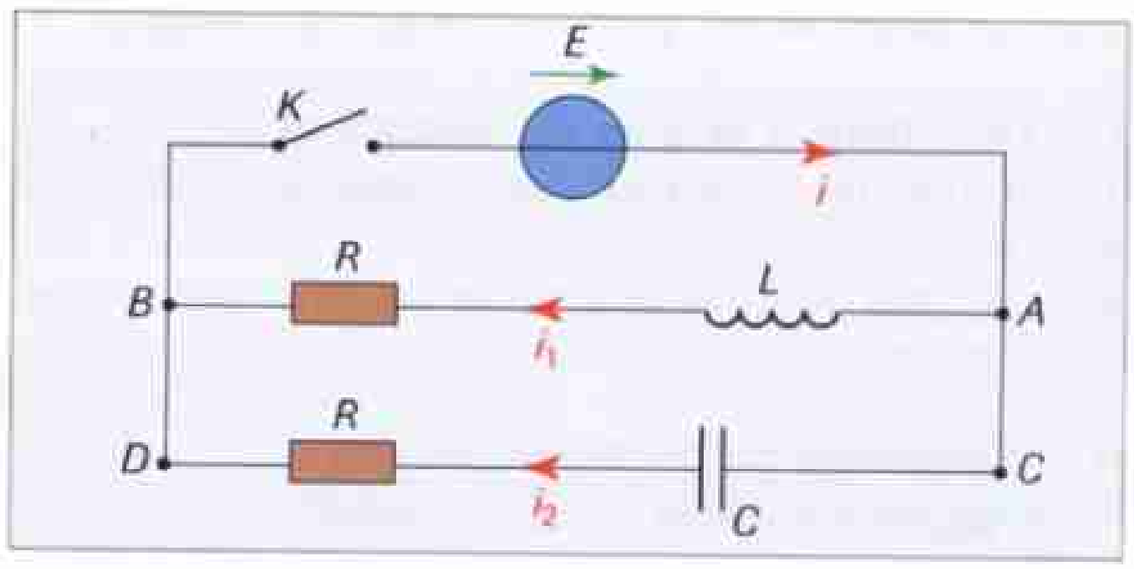
1. Dans quel dipôle est stockée l'énergie E_1 de l'oscillateur à l'instant t_1 ? Justifier votre réponse.

2. Dans quel dipôle est stockée l'énergie E_2 de l'oscillateur à l'instant t_2 ? Justifier votre réponse.

3. Comment évolue l'énergie de l'oscillateur au cours du temps? Pourquoi?

16 Comparaison de dipôles *RL* et *RC*

Soit le montage suivant :



Le condensateur est initialement déchargé. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

1. Dipôle *RL*

a. Que vaut la tension aux bornes du dipôle RL de la branche AB?

b. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité i_1 du courant dans la branche AB.

c. En déduire l'expression de l'intensité i_1 en fonction de la date t.

2. Dipôle *RC*

a. Que vaut la tension aux bornes du dipôle RC de la branche CD?

b. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit la charge q du condensateur.

c. En déduire l'expression de l'intensité i_2 en fonction de la date t.

d. Exprimer E_C, énergie stockée dans le condensateur à la fin de la charge.

3. Lorsque le régime permanent est établi, on ouvre l'interrupteur K à une date qui est choisie comme nouvelle origine des dates.

a. Quel est le sens de circulation du courant immédiatement après l'ouverture de l'interrupteur?

b. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit la charge q.

c. Que devient cette équation différentielle lorsque les résistances R sont négligeables? En donner une solution.

DONNÉES

- $E = 4{,}0$ V ; $L = 1{,}0$ H ; $C = 2{,}2$ µF ; $R = 1{,}0$ kΩ.

1 Flash d'un appareil photographique jetable

On se propose d'expliquer le fonctionnement du flash d'un appareil photographique jetable.

Dans les appareils jetables, une pile de 1,5 V alimente un oscillateur. Un transformateur élève la tension qui est ensuite redressée. On obtient ainsi une tension de quelques centaines de volts qui permet de charger lentement un condensateur. Une lampe témoin s'allume lorsque le flash est prêt à fonctionner. La décharge rapide du condensateur dans une lampe à éclat provoque l'éclair.
Le condensateur porte les indications suivantes :
330 V ; 160 µF ± 15 %
Informations pratiques :
durée minimale séparant deux déclenchements successifs du flash : 10 sec ; portée du flash : 1 à 3 mètres.

I – Questions à propos du document

1. Pourquoi faut-il attendre pour reprendre une photo avec flash ?
2. Comment peut-on vérifier, de façon simple, la première information pratique ?

II – Décharge du condensateur

1. Détermination de la durée de l'éclair.
La durée de l'éclair est brève. Pour la mesurer, on utilise un circuit avec une photodiode (dipôle sensible à la lumière) et un oscilloscope à mémoire. La tension u_E aux bornes de l'oscilloscope est proportionnelle à l'éclairement reçu par la photodiode. Après avoir fait fonctionner une fois le flash devant la photodiode, on obtient l'enregistrement représenté sur la figure ci-dessous.



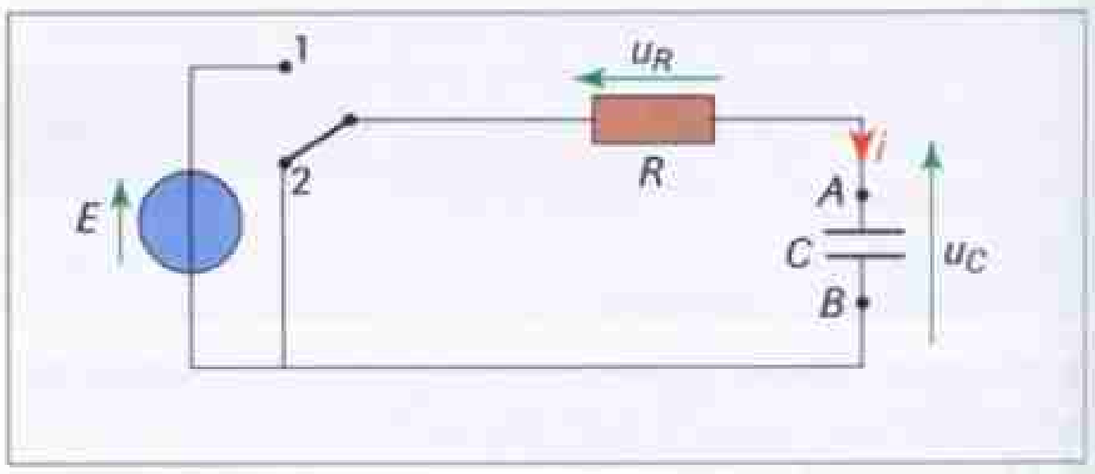
Conventionnellement, on appelle durée de l'éclair, l'intervalle de temps pendant lequel l'éclairement reste supérieur à 50 % de sa valeur maximale. Déterminer graphiquement la durée de l'éclair.

2. Valeur maximale prise par l'intensité du courant de décharge.
Lors de la décharge, on admet que la lampe à éclat peut être assimilée à un conducteur ohmique de résistance r.
a. Dessiner le schéma électrique correspondant à la décharge du condensateur dans la lampe à éclat. Préciser le sens du courant. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit u_C.
b. À partir des grandeurs trouvées, on peut représenter avec une bonne approximation l'intensité du courant lors de la décharge par la loi : $i = 300\ e^{-5\,810t}$ dans laquelle i est exprimée en ampères et t en secondes. Quelle est la valeur maximale prise par l'intensité du courant ? Commenter.
c. Donner l'expression de la constante de temps τ du circuit RC ainsi constitué. En déduire la valeur de résistance r du conducteur ohmique.

3. Puissance du flash.
On considère que le condensateur se décharge complètement en 5τ et que la tension maximale à ses bornes est celle indiquée par le fabricant.
a. Quelle est l'énergie maximale stockée par le flash ?
b. Quelle est la puissance délivrée lors de l'émission du flash ?

2 Étude de la décharge d'un condensateur

Le montage ci-dessous permet d'étudier l'évolution de la tension u_C aux bornes d'un condensateur de capacité C en série avec une résistance R.

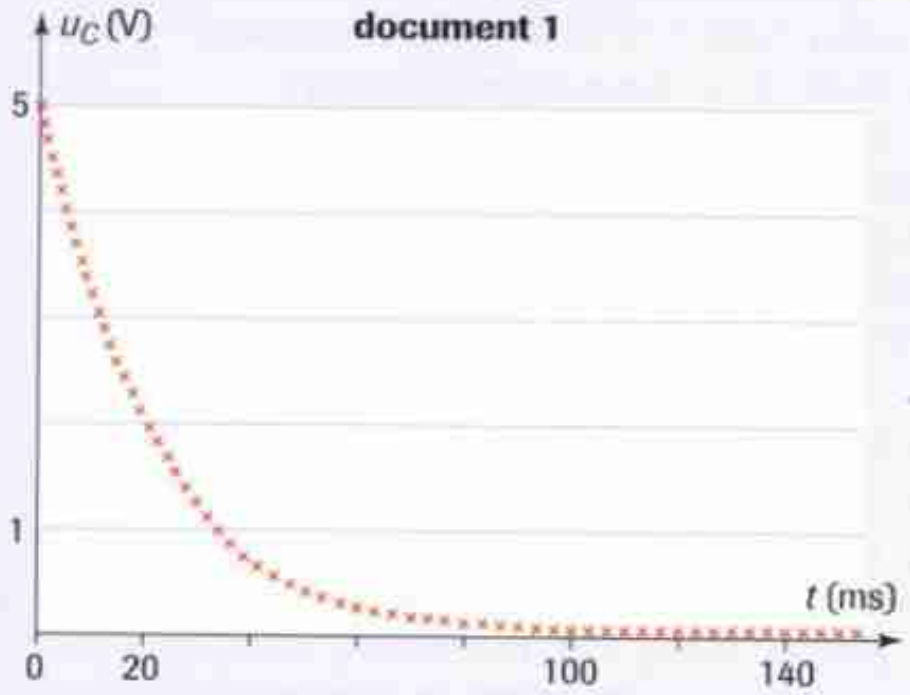


Le commutateur (interrupteur à plusieurs positions) a deux positions possibles repérées par 1 et 2.
Une interface, reliée à un ordinateur, permet de saisir les valeurs instantanées de cette tension u_C.
Initialement, le commutateur est depuis longtemps en position 2 et le condensateur est déchargé.

I – Dès lors, comment faut-il manipuler le commutateur pour obtenir la courbe du document 1 donnant l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps ?

II – 1. En respectant les conventions d'orientation du schéma du circuit :
a. préciser le signe de l'intensité i du courant lors de la décharge ;
b. écrire la relation entre l'intensité i du courant et la tension u_R ;
c. écrire la relation entre la charge q de l'armature A du condensateur et la tension u_C ;
d. écrire la relation entre l'intensité i et la charge q ;
e. écrire la relation entre les tensions u_R et u_C lors de la décharge.

document 1



2. En déduire que, lors de la décharge, l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C est de la forme :

$$u_C + \frac{1}{\alpha} \times \frac{du_C}{dt} = 0$$

3. Identifier le rapport $\frac{1}{\alpha}$.

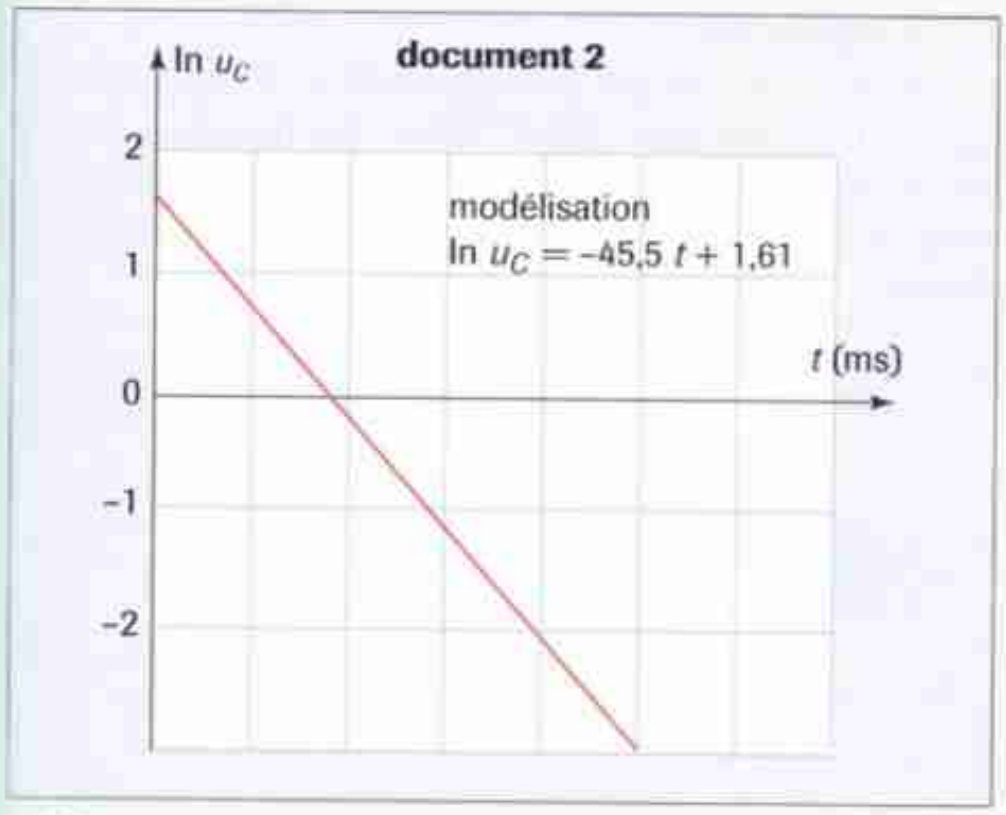
4. Ce rapport est appelé constante de temps τ du dipôle *RC*. En recherchant son unité, justifier cette appellation.

III – La solution de l'équation différentielle précédemment établie est de la forme :

$$u_C = E \times e^{-\alpha t}$$

1. La tension u_C est exprimée en volts. Établir l'expression du logarithme népérien de sa valeur, notée ln u_C.
On rappelle que ln ab = ln a + ln b; ln $a^x = x \times$ ln a; ln e = 1.
2. On a tracé, à l'aide d'un logiciel, la courbe représentant ln u_C en fonction du temps (document 2).

document 2



a. Montrer que l'allure de cette courbe est en accord avec l'expression obtenue en **III.1.**
b. Avec laquelle des trois valeurs proposées pour la constante de temps τ les résultats de la modélisation vous semblent-ils en accord ?

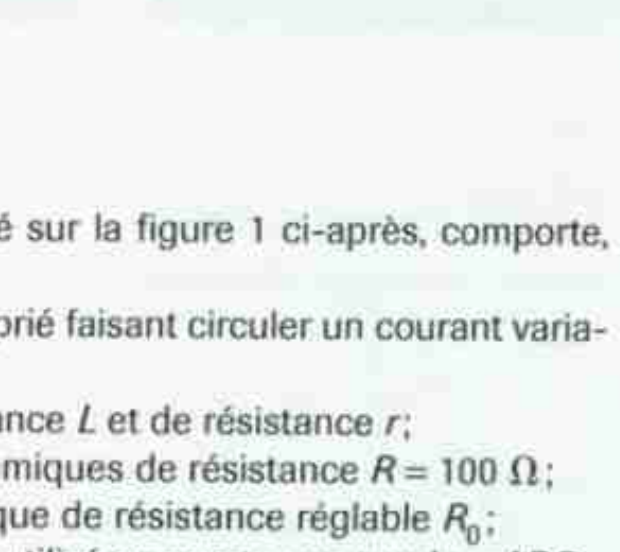
$\tau = 0{,}46$ ms ; $\tau = 2{,}2$ ms ; $\tau = 22$ ms.

IV – Le logiciel permet de créer deux nouvelles grandeurs :

$p = 100\ \frac{u_C}{E}$ représentant le pourcentage de charge restant à la date t et $n = \alpha t = \frac{t}{\tau}$ représentant la durée de la décharge en unités de constante de temps (c'est-à-dire quand $t = \tau$, $n = 1$; $t = 2\tau$, $n = 2$, etc.).
La courbe du document 3 représente p en fonction de n.

1. Pour $n = 1$, déterminer graphiquement le pourcentage de charge restante.
2. Pour quelle valeur de n, la décharge peut-elle être considérée comme terminée ?
3. Quelle est la durée minimale pendant laquelle le commutateur doit rester dans la position convenable pour que la charge du condensateur puisse être considérée comme totale ?

document 3



Donnée
• $E = 5{,}0$ V.

3 Dipôle *RL*

Le montage, représenté sur la figure 1 ci-après, comporte, montés en série :
– un générateur approprié faisant circuler un courant variable $i(t)$ entre P et Q ;
– une bobine d'inductance L et de résistance r ;
– deux conducteurs ohmiques de résistance $R = 100\ \Omega$;
– un conducteur ohmique de résistance réglable R_0 ;
L'oscilloscope bicourbe utilisé comporte une touche «ADD» permettant, lorsqu'elle est actionnée, d'observer sur l'écran la tension, notée u_{ADD}, somme des tensions reçues sur les voies A et B :

$$u_{ADD} = u_{PM} + u_{QM}$$

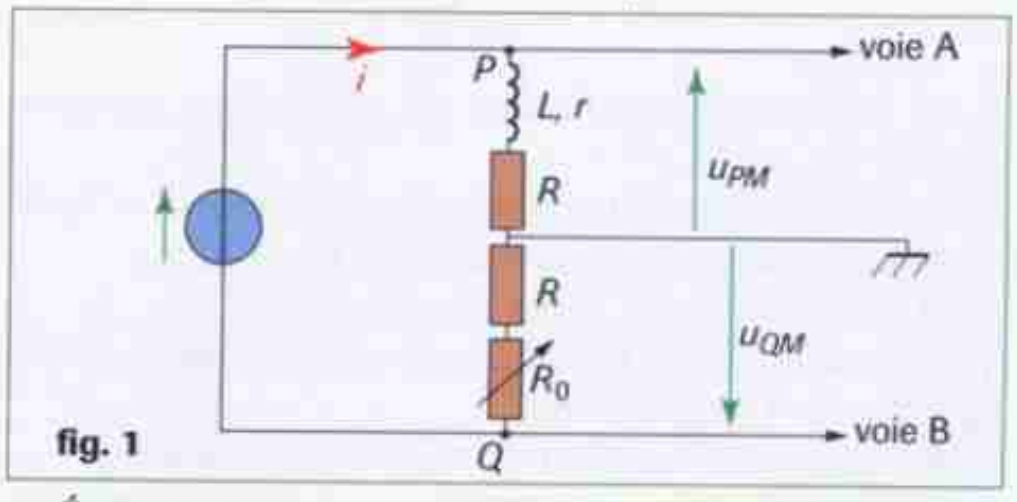


fig. 1

1. Établir les expressions de u_{PM} et u_{QM} en fonction de i et de $\frac{di}{dt}$.

2. En déduire l'expression de u_{ADD} en fonction de i et de $\frac{di}{dt}$.

3. La touche «ADD» étant actionnée, montrer qu'il existe une valeur de R_0 pour laquelle la courbe observée sur l'écran est la représentation de la fonction $L\frac{di}{dt}$.

4. La condition du **3.** étant réalisée, on mesure R_0 avec un ohmmètre et on trouve $R_0 = 9\ \Omega$.
Les figures 2 et 3 représentent respectivement $u_{QM}(t)$ et $u_{ADD}(t)$ observées sur l'écran de l'oscilloscope avec les réglages suivants :
- sensibilité sur les deux voies : 1 V/division ;
- base de temps : 0,2 ms/division ;
- en l'absence de tension sur les deux voies, les traces horizontales sont au centre de l'écran.

a. Justifier, sans calcul, la forme de $u_{ADD}(t)$ à partir de $u_{QM}(t)$.

b. Calculer la période et la fréquence du courant que fait circuler le générateur.

c. Montrer que $u_{ADD} = -\frac{L}{R+R_0} \times \frac{du_{QM}}{dt}$. Calculer L.

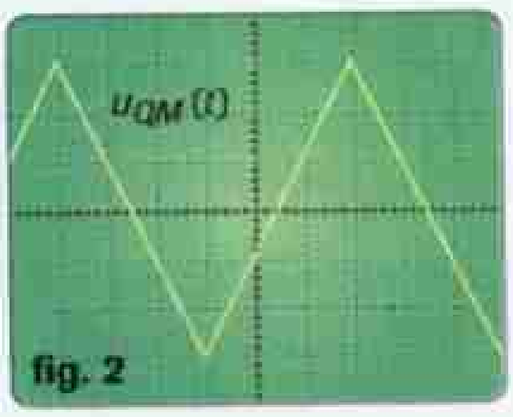


fig. 2

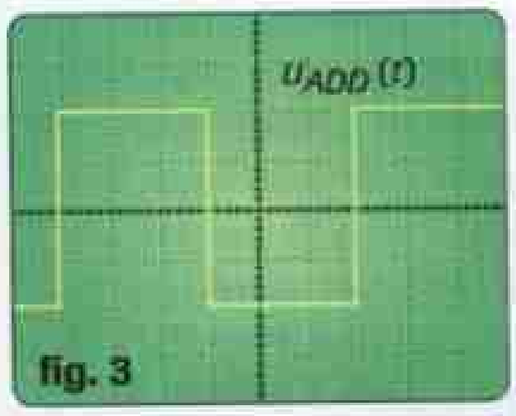
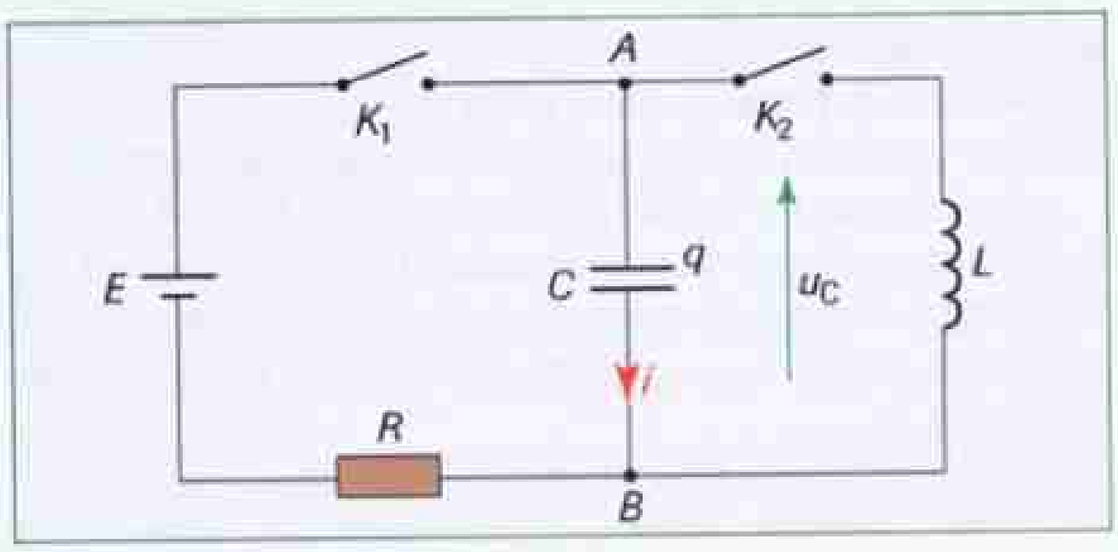


fig. 3

4 Circuit oscillant

Soit le montage électrique ci-dessous :



E est la force électromotrice du générateur supposé parfait ; $E = 6{,}0$ V.
R est la résistance du conducteur ohmique ; $R = 10\ \Omega$.
C est la capacité du condensateur ; $C = 1$ nF.
L est l'inductance de la bobine ; $L = 1$ mH.
q est la charge de l'armature du condensateur située du côté de A (voir figure).
u_C est la tension aux bornes du condensateur.
i est l'intensité du courant circulant dans la bobine dont le sens positif est indiqué sur le schéma.
K_1 et K_2 sont deux interrupteurs.

I. Charge du condensateur

Le condensateur étant initialement déchargé, on abaisse l'interrupteur K_1, K_2 étant ouvert.

1. Quel est le signe de la charge q ?

2. On se place maintenant en fin de charge : la charge du condensateur est alors constante. Indiquer en justifiant les valeurs :

a. l'intensité du courant circulant dans le conducteur ohmique ;

b. la tension aux bornes de ce conducteur ;

c. la tension aux bornes du condensateur ;

d. la charge q.

II. Oscillations libres non amorties

Le condensateur étant chargé, on ouvre l'interrupteur K_1 puis on ferme l'interrupteur K_2.

1. Le choix d'orientation de l'intensité implique que l'on pose $i = +\frac{dq}{dt}$. Justifier le signe +.

2. Établir l'équation différentielle suivante :

$$LC\ddot{u}_C + u_C = 0$$

où $\ddot{u}_C$ représente la dérivée seconde par rapport au temps de u_C.

3. Calculer la période des oscillations qui prennent naissance dans le circuit.

III. Oscillations amorties

En réalité ces oscillations sont amorties.

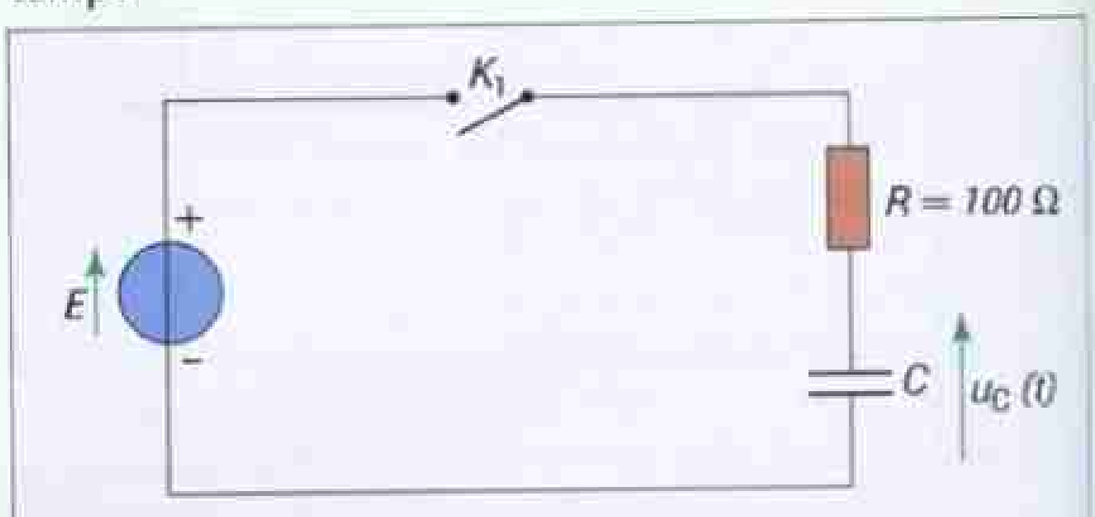
1. Quelle est la raison principale de cet amortissement ?

2. Indiquer alors l'allure de la courbe donnant la tension u_C en fonction du temps.

5 Bobines et condensateurs

I. Le dipôle *RC*

On réalise le circuit correspondant au schéma ci-après. Un dispositif d'acquisition de données relié à un ordinateur permet de suivre l'évolution de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.



On déclenche les acquisitions à la fermeture de l'interrupteur K_1, le condensateur étant préalablement déchargé. L'ordinateur nous donne alors $u_C = f(t)$, courbe 1 ci-après.

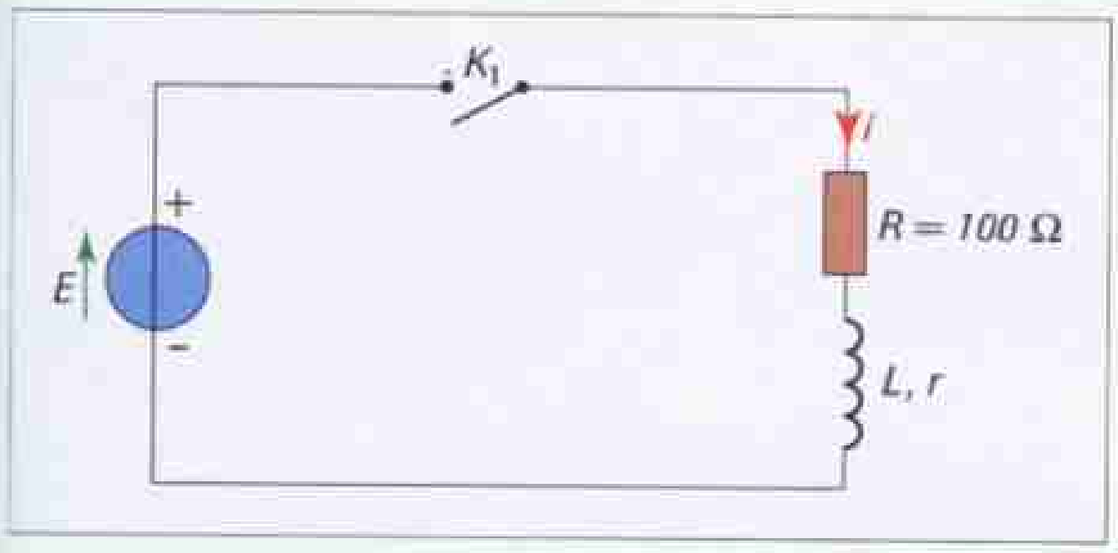
1. À partir de la courbe, indiquer la valeur de E, tension délivrée par le générateur.



2. On montre que la tangente à l'origine de la courbe donnant la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps coupe l'asymptote horizontale en un point d'abscisse τ. Déterminer la valeur de τ.
3. Calculer la valeur de *C*.
4. On remplace la résistance *R* par une résistance $R' = 50\ \Omega$. Tracer sur la courbe 1 l'allure de la courbe $u_1(t)$ obtenue dans ces conditions.

II. Le dipôle *RL*

On remplace le condensateur par une bobine d'inductance *L* et de résistance *r* selon le schéma ci-après. L'ordinateur nous permet de suivre l'évolution de l'intensité *i* du courant en fonction du temps (courbe 2 ci-après).



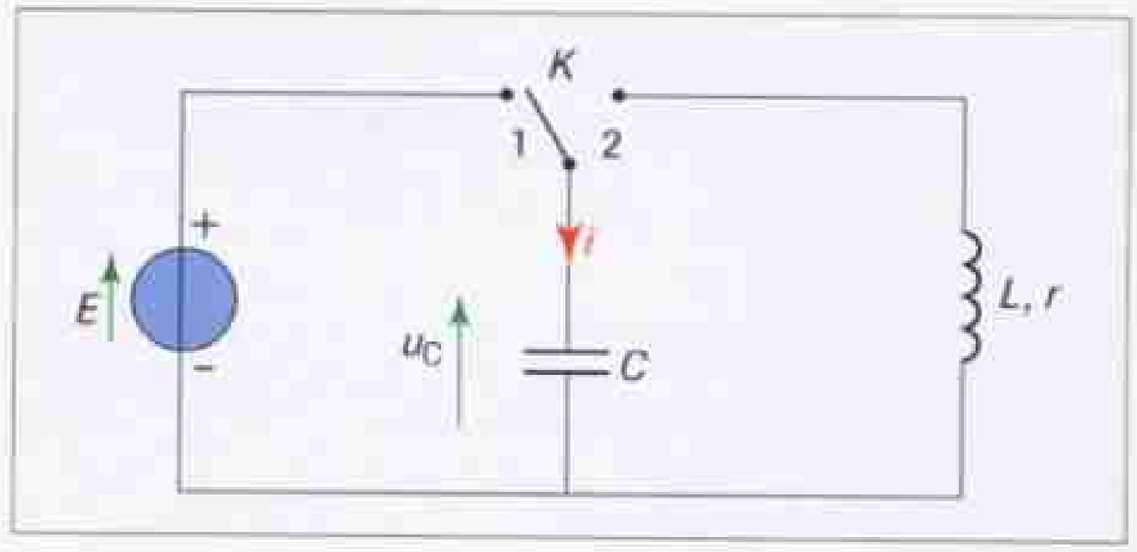
1. Indiquer le phénomène qui est responsable du retard à l'établissement du courant dans le circuit. Quel est l'élément du circuit responsable de ce phénomène ?
2. Déterminer, à partir de la courbe 2, la valeur *i* de l'intensité en régime permanent.



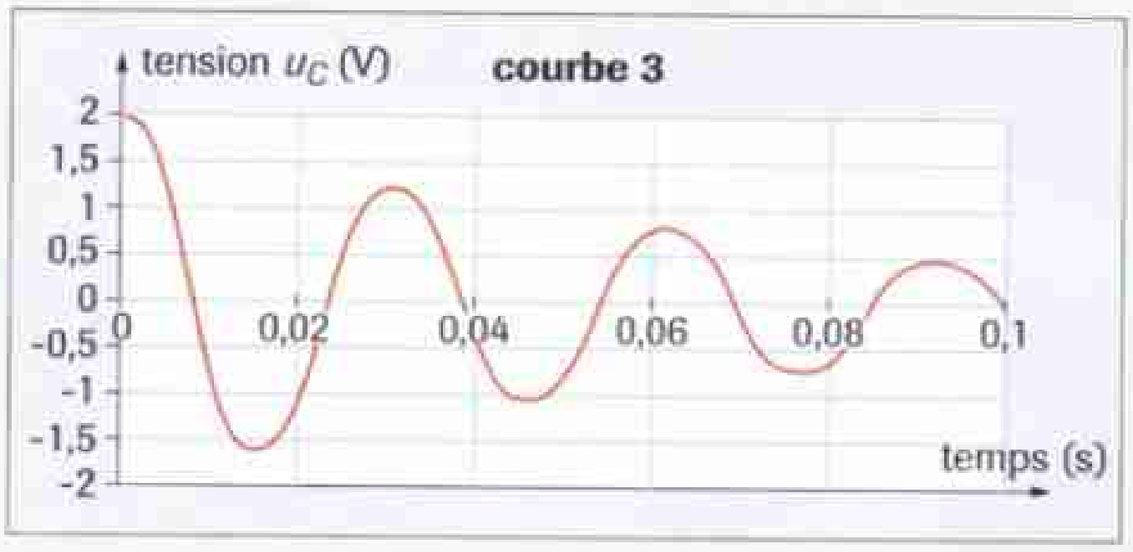
3. Montrer que l'on a l'égalité $E = (R + r)I$ en régime permanent et calculer la valeur de *r*.

III. Le dipôle *RLC* en oscillations libres

On associe un condensateur de capacité $C = 60\ \mu F$ avec une bobine, comme le montre le schéma ci-après.
Le condensateur est préalablement chargé (interrupteur en position 1).
L'enregistrement des variations de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps commence quand on bascule *K* en position 2 (courbe 3 ci-après).



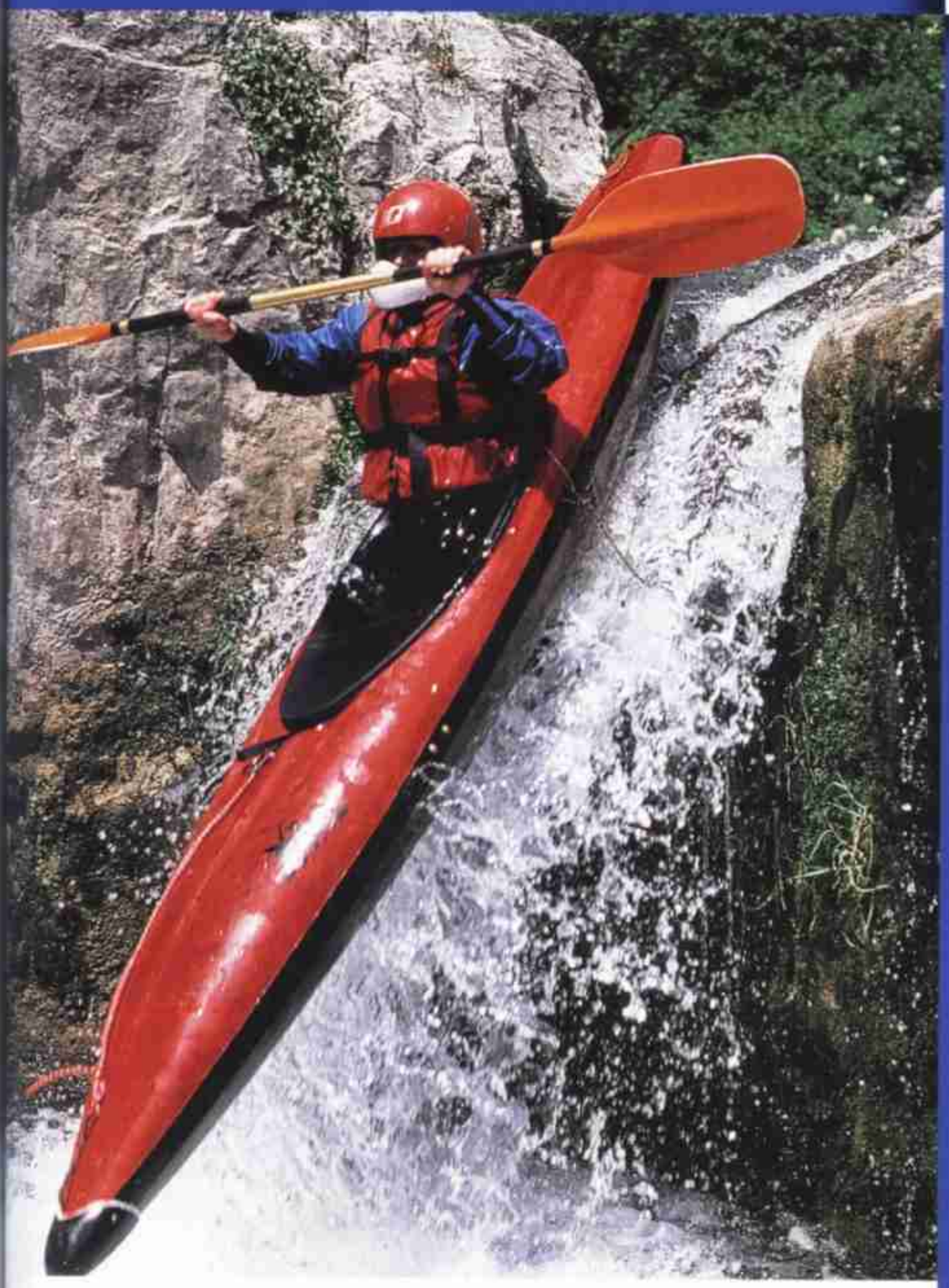
1. La courbe 3 caractérise les oscillations électriques obtenues.



Pourquoi les oscillations qui s'établissent sont-elles amorties ?
2. Mesurer la pseudo-période des oscillations électriques.
3. Calculer la valeur de l'inductance de la bobine en admettant que la pseudo-période est identique à la période.

La mécanique de Newton

CHAPITRE **11**



Dans le tumulte des eaux du torrent, le pagayeur s'efforce de maîtriser les forces qui entraînent son embarcation.

▶ **Par quelles lois physiques, les forces commandent-elles le mouvement d'un solide ?**

Objectifs

- Choisir un système.
- Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées à un système.
- Définir le vecteur accélération et le déterminer sur un enregistrement.
- Énoncer les trois lois de Newton.
- Savoir enregistrer un mouvement de chute dans l'air ou dans un autre fluide.

Plan du cours

1 Les systèmes mécaniques. Forces. Mouvements

2 Première et troisième lois de Newton

3 Relation entre $\Sigma \vec{F}_{ext}$ et $\Delta \vec{v}_G$

4 Le vecteur accélération

5 Deuxième loi de Newton appliquée au mouvement du point G

Envoyer une sonde dans l'espace ou étudier l'efficacité du freinage d'une automobile nécessitent une bonne prévision du mouvement des corps. Quelles lois physiques rendent possibles ces prévisions?

Un peu d'histoire

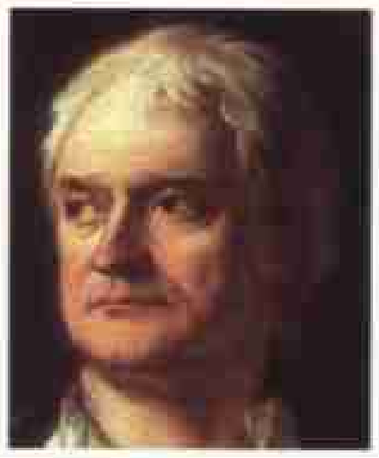


Fig. 1 Isaac Newton (1642-1727).

Isaac Newton (1642-1727) est considéré comme l'esprit le plus brillant et le plus fécond de l'histoire des Sciences. Il a apporté des idées fondamentales aussi bien en mathématiques qu'en physique (optique, mécanique, dynamique des fluides).

L'essentiel de son œuvre est contenu dans les «*Principes mathématiques de la philosophie naturelle*» publiés en 1667. C'est dans cet ouvrage que l'on trouve l'énoncé des trois lois qui sont les fondements de la dynamique, c'est-à-dire de l'étude des mouvements des corps en liaison avec les forces qu'ils subissent.

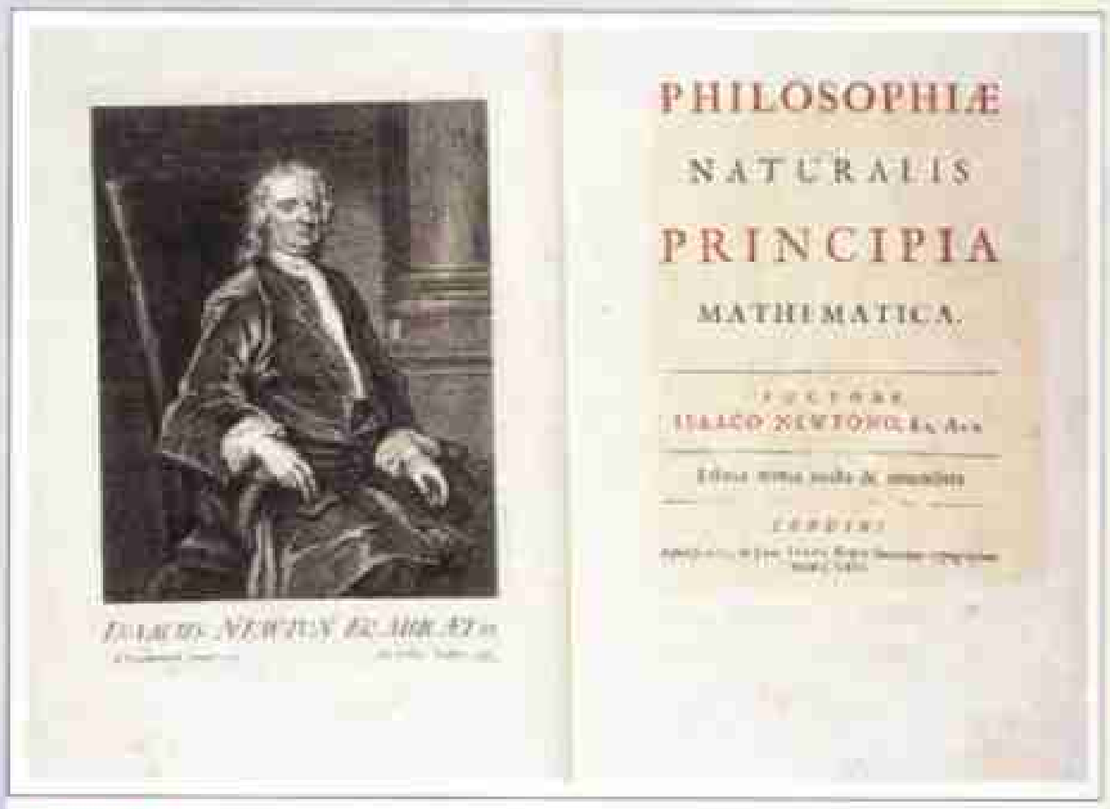


Fig. 2 L'ouvrage fondamental d'Isaac Newton : *Principes mathématiques de la philosophie naturelle* publié en 1667.

Activité

La physique au supermarché

■ Tout en faisant ses courses au supermarché, Jean réalise quelques expériences avec son chariot. Réaliser ces expériences.

■ Le chariot est d'abord immobile. Jean le pousse jusqu'à ce qu'il atteigne sa vitesse habituelle de déplacement (action 1). Il recommence la même action mais il atteint la même vitesse en poussant le chariot plus fortement (action 2).

▶ **1. Quelles grandeurs physiques ont été modifiées entre les deux actions?**

■ Le chariot est alourdi par les achats. Jean tente de mettre en mouvement le chariot à sa vitesse habituelle en exerçant la même force que lors de l'action 1.

▶ **2. Est-ce possible? Si oui, quelle grandeur physique est modifiée?**

■ Jean circule maintenant le long d'une allée du magasin, à vitesse constante.

▶ **3. Doit-il fournir un effort différent suivant que son chariot est plein ou à moitié vide? La réponse est-elle la même lorsque Jean prend un virage entre les rayons? Commenter.**

■ À partir de ces expériences, répertorier les grandeurs qui influent sur l'effet d'une force concernant le mouvement d'un corps.



Fig. 3 Au supermarché.

Physique et vocabulaire

■ **Réciproque** adj. (lat. *reciprocus*) Qui s'exerce à la fois d'un premier terme à un second et du second au premier.

■ **Inertie** n. f. (lat. *inertia*) État de ce qui n'a pas d'activité, ni de mouvement propre.

L'énigme du chapitre

Quelle grandeur est détectée par le capteur d'un système de déclenchement des coussins de sécurité (airbags) d'une voiture?

1 Les systèmes mécaniques. Forces. Mouvements

1. 1. Qu'est-ce qu'un système mécanique ?

Un **système mécanique** est un objet ou un ensemble d'objets considérés du point de vue de leur mouvement et des forces qu'ils subissent.

▪ **Exemple :** pour étudier le mouvement d'un parachutiste (fig. 1), on peut choisir le système mécanique constitué par le parachutiste seul ou bien par l'ensemble {parachutiste ; parachute}.

Les forces à considérer ne sont pas les mêmes dans les deux cas.

Ainsi, le « poids » du système, désigne des forces de valeurs très différentes.

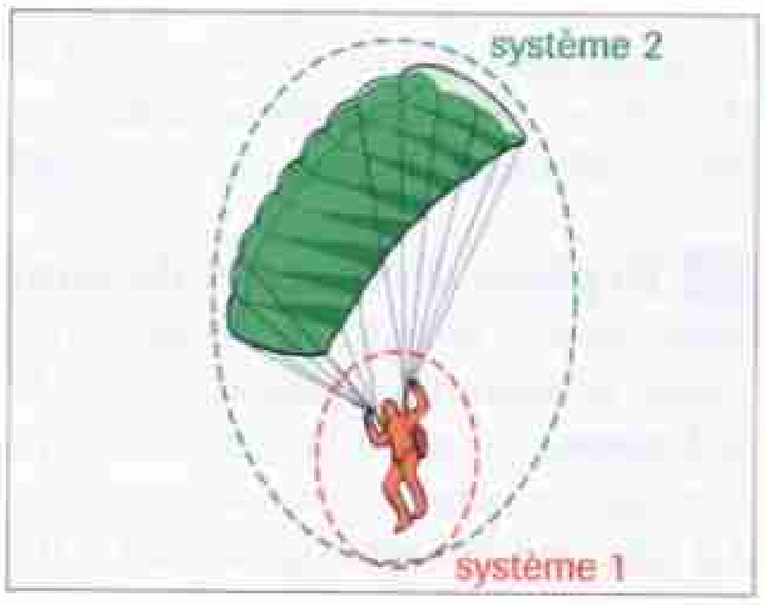


Fig. 1 Les deux systèmes {parachutiste} et {parachutiste + parachute} ne sont pas soumis aux mêmes forces.

1. 2. Le bilan des forces

Définitions

On appelle force extérieure une force exercée sur le système étudié par un objet n'appartenant pas au système.

On appelle force intérieure une force s'exerçant entre deux parties d'un même système.

▪ **Exemple :** considérons le système {parachutiste + parachute}.

La figure 2 représente le « **diagramme objets-interactions** » relatif à ce système : les objets en interaction sont représentés par des cellules. Les flèches doubles symbolisent les interactions. Les interactions de contact sont représentées en trait plein ; les interactions à distance sont représentées en pointillés.

Le poids du système et la résistance de l'air sont des forces extérieures.

Les forces d'interaction entre le parachute et le parachutiste sont des forces intérieures.

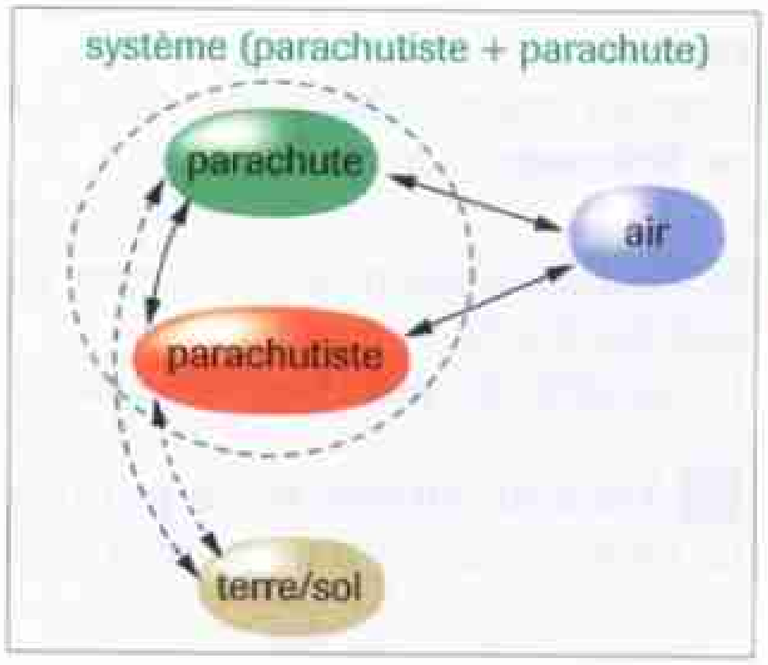


Fig. 2 Diagramme objets-interactions relatif à un saut en parachute.

Exercice résolu — Bilan de forces

Énoncé

Une cage contenant une perruche est posée sur un pèse-personne. La perruche reste sur son perchoir et bat des ailes de temps en temps (fig. 3 a).

1. Quel est le système le mieux adapté pour étudier la force supposée verticale, exercée par l'air, sur les ailes de la perruche d'après les indications du pèse-personne ?

2. Faire le bilan des forces extérieures exercées sur ce système.

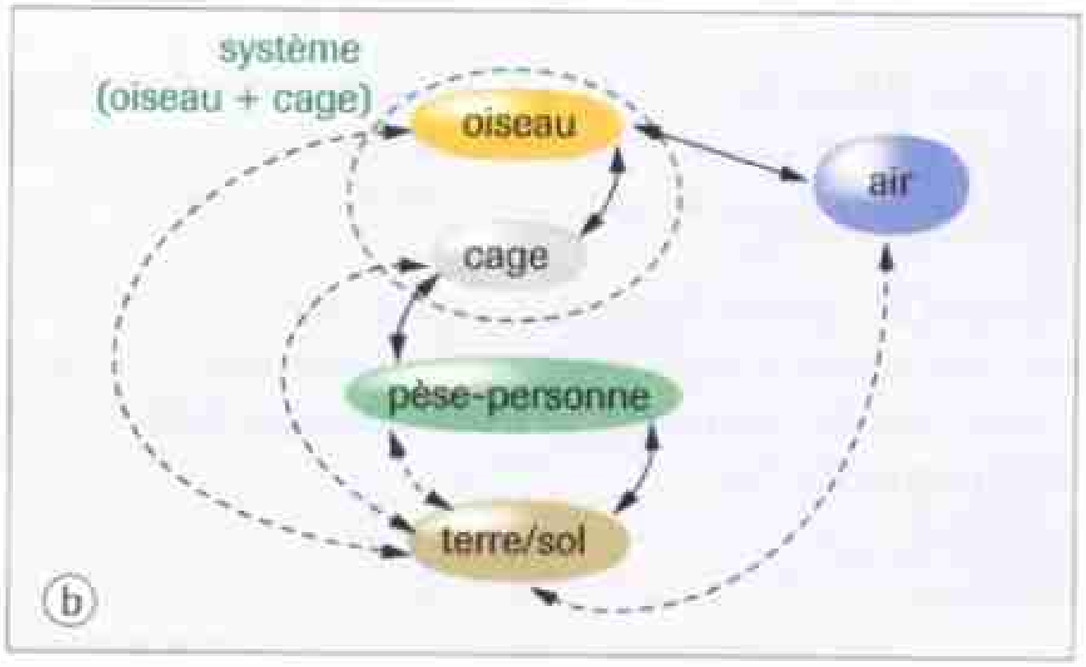
Solution

1. Il faut étudier le système {oiseau + cage} car il fait intervenir l'action de l'air et l'action du pèse-personne.

2. Forces extérieures (fig. 3 b) : poids de la cage et de l'oiseau ; action de l'air sur les ailes de l'oiseau ; réaction du pèse-personne.



Fig. 3 a Schéma du dispositif.



b Diagramme objets-interactions.

1. 3. Décrire les mouvements

A Référentiels

La description d'un mouvement dépend du référentiel choisi.
Un **référentiel** est un solide servant de référence pour décrire le mouvement des objets. Son choix est arbitraire.
Nous utiliserons le plus souvent le **référentiel terrestre**.

B Repères d'espace et de temps

Pour repérer un instant, on lui attribue une **date** t. Pour cela, il faut avoir choisi un **instant origine** et l'unité de temps.

■ **Exemple :** l'instant origine choisi pour suivre le lancement d'une fusée est l'instant de la mise à feu des moteurs.

La date de l'instant origine est $t = 0$; la date d'un instant quelconque est la durée écoulée depuis l'instant origine.
Si $t > 0$: l'instant est **postérieur** à l'instant origine.
Si $t < 0$: l'instant est **antérieur** à l'instant origine.
Pour repérer la position d'un point M dans l'espace, il faut choisir un **repère**.
Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, M est repéré par ses **coordonnées cartésiennes** (x, y, z) (fig. 4) :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

M étant en mouvement, le vecteur $\overrightarrow{OM}$ varie au cours du temps : x, y et z sont des fonctions du temps.
L'ensemble des **positions successives** de M constitue sa **trajectoire**.

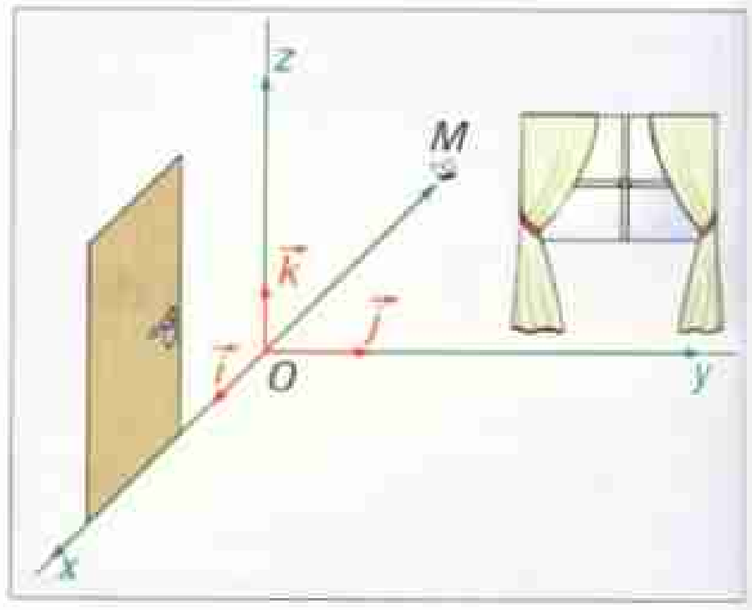


Fig. 4 Repérage d'un point par ses coordonnées cartésiennes.

C Vecteur vitesse d'un point mobile

Le vecteur vitesse $\vec{v}$ d'un point M à une date t a les caractéristiques suivantes (fig. 5) :

- direction : tangente à la trajectoire en M ;
- sens : celui du mouvement ;
- valeur : en désignant par $\Delta\ell$ la distance parcourue par M pendant la durée Δt, $v = \dfrac{\Delta\ell}{\Delta t}$ pour Δt très petit au voisinage de t.

Mathématiquement, cela s'écrit :

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\ell}{\Delta t}$$

Lorsque la valeur v du vecteur vitesse est constante, le mouvement est **uniforme**.
Si le mouvement est **rectiligne et uniforme**, le vecteur $\vec{v}$ est constant.

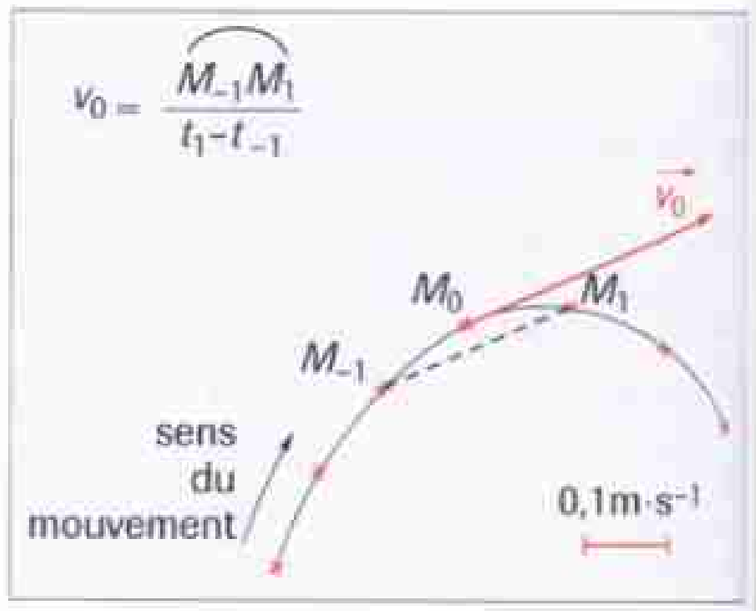


Fig. 5 Construction pratique du vecteur vitesse $\vec{v}_0$ au point M_0.

1. 4. Centre d'inertie d'un système

Le **centre d'inertie**, noté G, est un point particulier d'un système ; son mouvement est généralement plus simple à décrire que celui de n'importe quel autre point du système.

■ **Exemple :** lorsqu'un solide est en mouvement de chute libre, son centre d'inertie est le seul point dont la trajectoire est dans tous les cas rectiligne ou parabolique dans le référentiel terrestre (fig. 6).

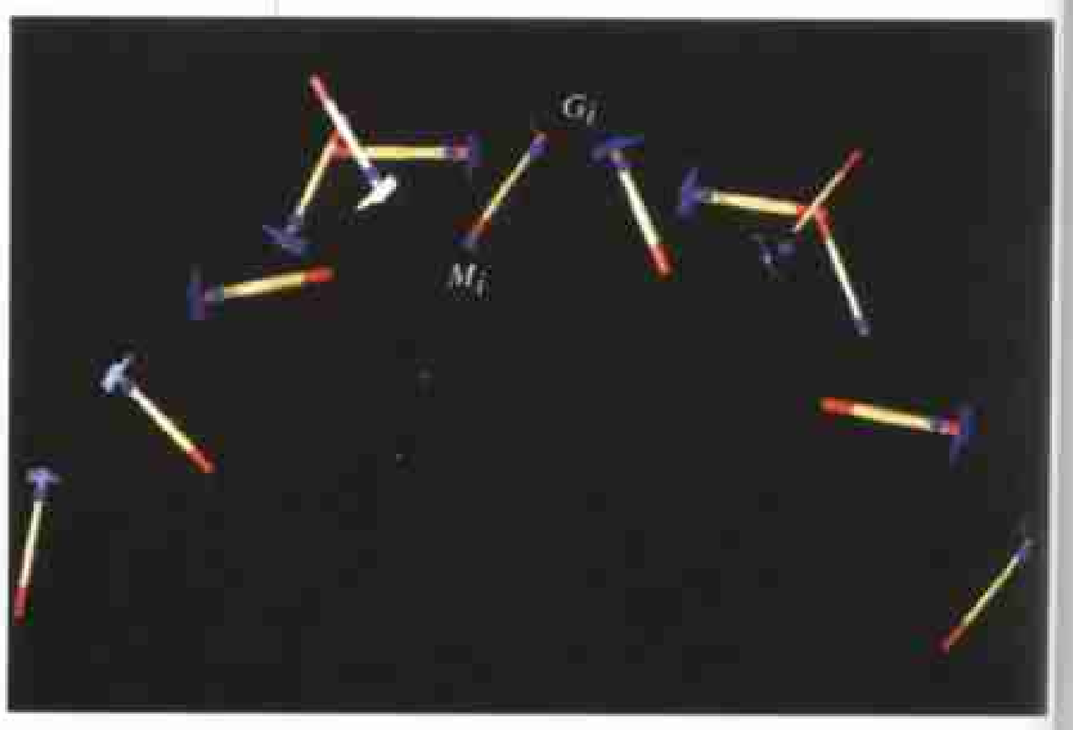


Fig. 6 Chronophotographie de la chute libre d'un marteau. Un point du solide a un mouvement plus simple que celui des autres points : le centre d'inertie G a un mouvement parabolique.

2 Première et troisième lois de Newton

2. 1. Première loi de Newton : le principe d'inertie

On désigne par $\Sigma \vec{F}_{ext}$ la somme des forces extérieures agissant sur le système et par $\vec{v}_G$ la vitesse de son centre d'inertie.

Dans un référentiel galiléen, si la somme des forces extérieures qui s'exercent sur un système est nulle, son centre d'inertie a un mouvement rectiligne uniforme.
Réciproquement, dans un référentiel galiléen, si le centre d'inertie d'un système a un mouvement rectiligne uniforme, la somme des forces extérieures qui s'exercent sur ce système est nulle :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v}_G = \overrightarrow{cte}$$

2. 2. Importance du référentiel

Le principe d'inertie n'est pas applicable dans n'importe quel référentiel (fig. 7). On appelle **référentiels galiléens** les référentiels dans lesquels le principe d'inertie est applicable. Le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen pour des expériences de courte durée devant la période de rotation diurne de la Terre.
Les référentiels géocentrique et héliocentrique se rapprochent des référentiels galiléens avec une bonne précision. Ils seront définis à l'occasion de l'étude des mouvements des satellites et des planètes (chapitre 14).



Fig. 7 Le mouvement du centre d'inertie G du mobile autoporteur sur la table horizontale n'est pas rectiligne uniforme pour l'observateur lié au manège alors que la somme des forces extérieures est nulle. Le référentiel lié au manège n'est pas galiléen.

2. 3. Troisième loi de Newton : principe des actions réciproques

A et B étant deux corps en interaction, la force $\vec{F}_{A/B}$ exercée par A sur B et la force $\vec{F}_{B/A}$ exercée par B sur A ont même direction, même valeur et des sens opposés :

$$\vec{F}_{A/B} + \vec{F}_{B/A} = \vec{0}.$$

Le principe des actions réciproques est vrai dans tout référentiel et quel que soit l'état de mouvement des corps A et B (fig. 8).

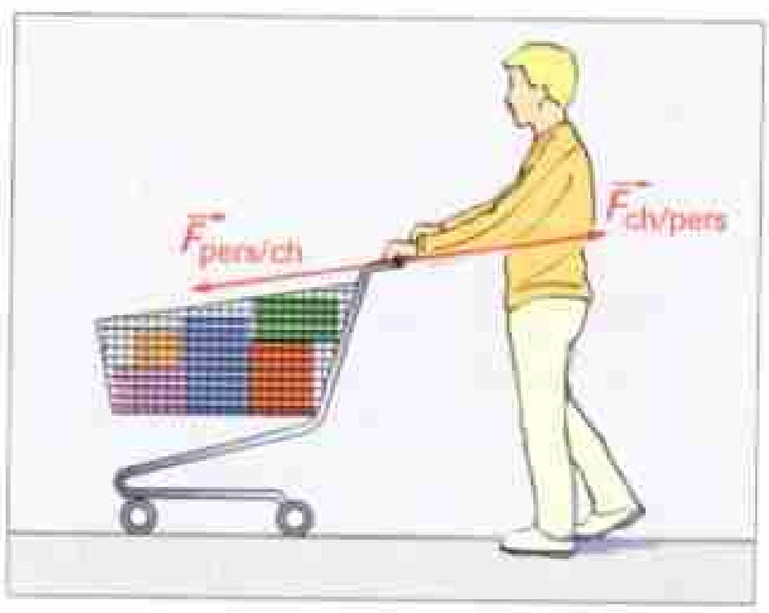


Fig. 8 La force exercée sur le chariot par la personne a même valeur que la force exercée par le chariot sur la personne.

LE COURS

3 Relation entre $\Sigma \vec{F}_{ext}$ et $\Delta \vec{v}_G$

3. 1. Forces extérieures et vitesse du centre d'inertie

Nous avons appris en classe de Première que, lorsqu'un système est soumis à un ensemble de forces extérieures de somme non nulle, le vecteur vitesse $\vec{v}_G$ de son centre d'inertie varie en direction, en sens ou en valeur.

Le vecteur $\Delta\vec{v}_G$, variation du vecteur $\vec{v}_G$ entre deux dates voisines, a même direction et même sens que le vecteur $\Sigma\vec{F}_{ext}$, somme vectorielle des forces extérieures exercées sur le système (fig. 9).

Pour prévoir les mouvements produits par des forces, il faut connaître une relation quantitative entre $\Delta\vec{v}_G$ et $\Sigma\vec{F}_{ext}$.

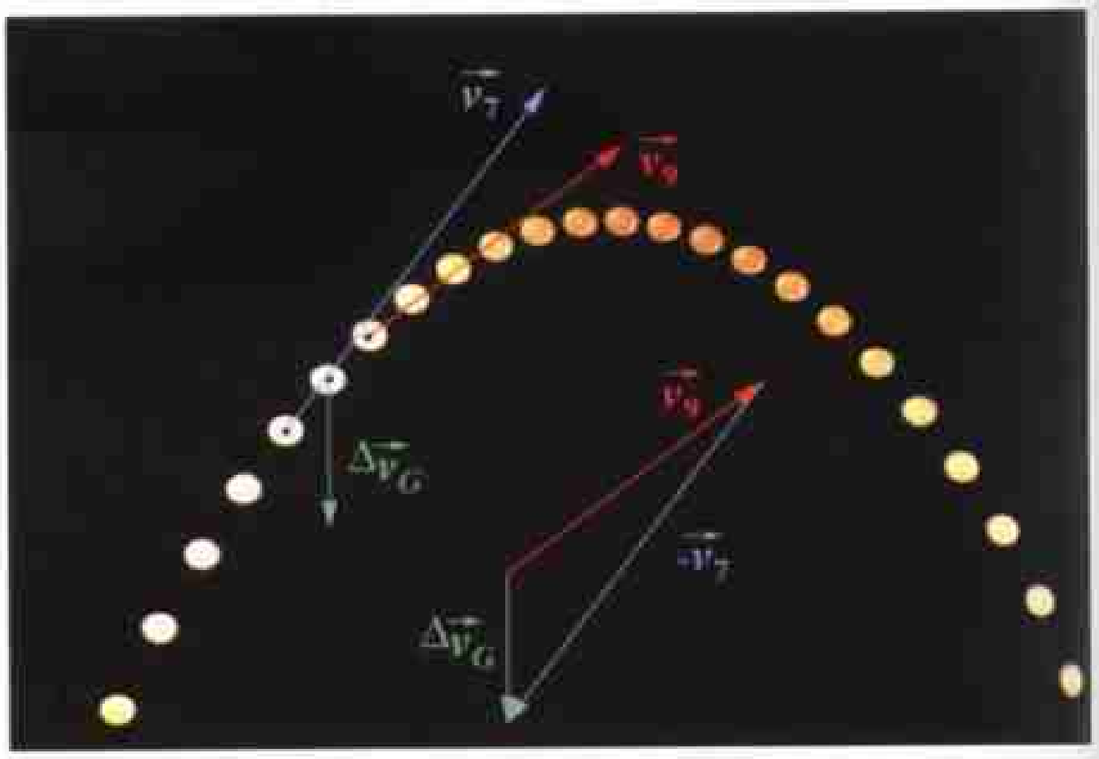


Fig. 9 Au cours d'une chute libre, la variation du vecteur $\vec{v}_G$ a même direction et même sens que le poids $\vec{P}$.

3. 2. Étude expérimentale de la relation entre $\Delta\vec{v}_G$ et $\Sigma\vec{F}_{ext}$

Le système étudié ci-dessous est un mobile autoporteur pouvant glisser sans frottement sur une table horizontale (fig. 10). Il est tiré par un fil horizontal qui exerce sur lui, grâce à un dispositif approprié, une force $\vec{F}$ constante.

Nous étudierons la trace de la pointe centrale du mobile, enregistrée à intervalles de temps égaux : la pointe est à la verticale du centre d'inertie G du mobile ; le mouvement enregistré est identique au mouvement de G.

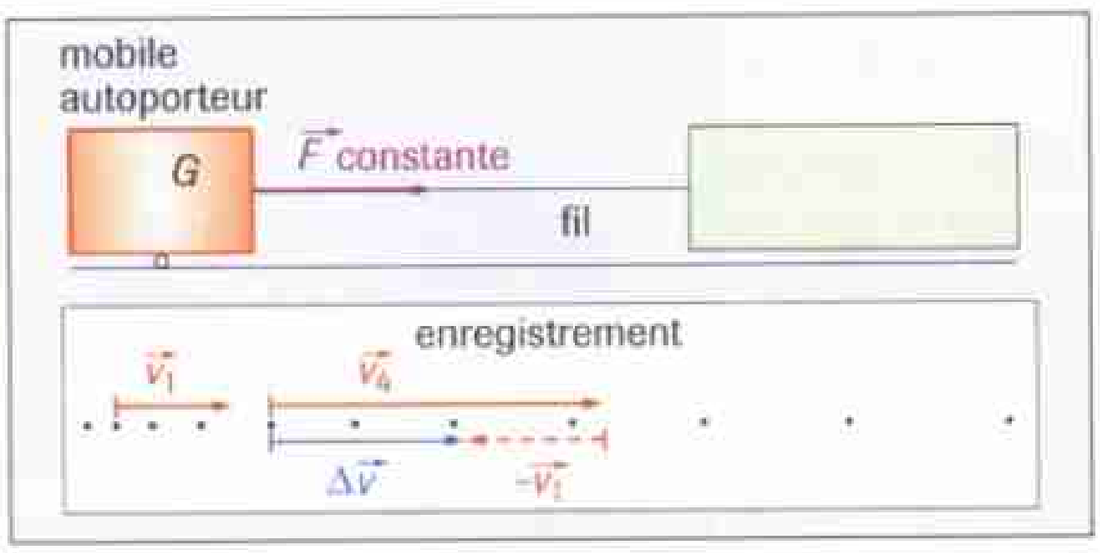
Le poids du mobile et la réaction de la table se compensent.
Seule la force $\vec{F}$ est à prendre en compte.

A Influence de la durée de l'action de $\vec{F}$

EXPÉRIENCE

On utilise l'« appareil à force constante ».

- Libérer le mobile et enregistrer le mouvement.
- Construire, à différentes dates, le vecteur vitesse $\vec{v}_G$.
- Construire le vecteur $\Delta\vec{v}_G$ pour différentes durées Δt et mesurer sa valeur Δv_G.
- Tracer le graphique donnant les variations de Δv_G en fonction de Δt.



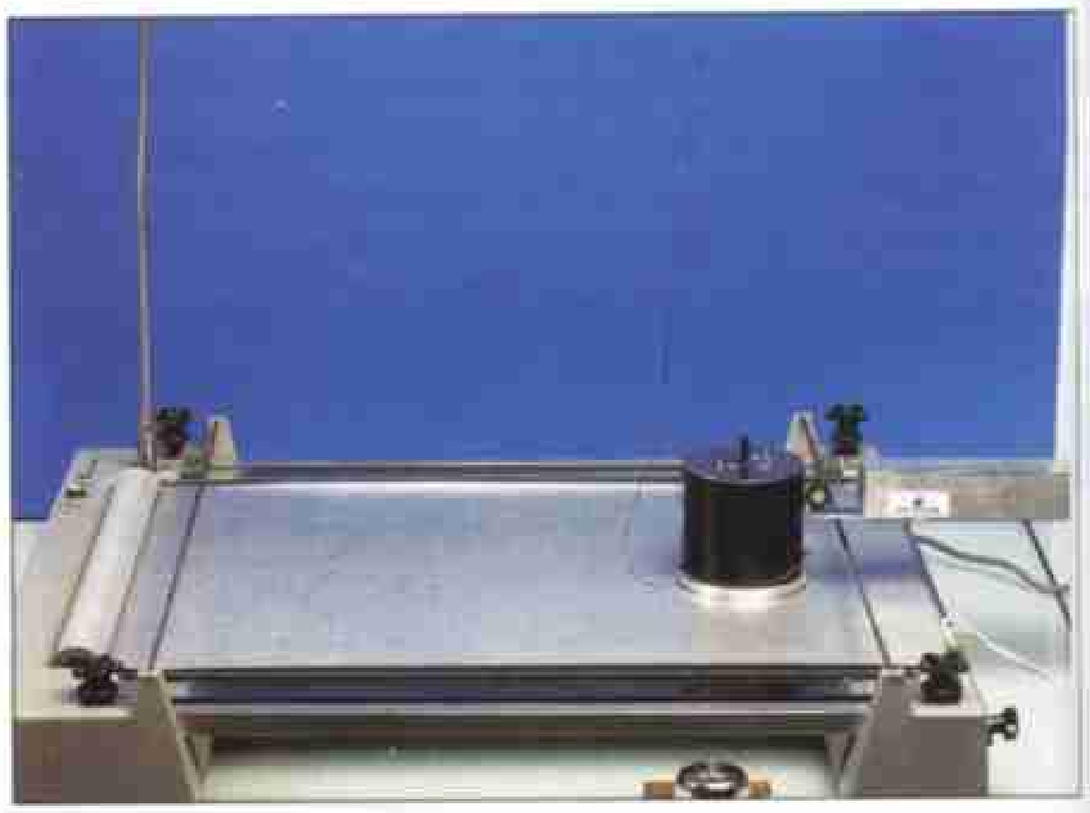


Fig. 10 Le mobile autoporteur est entraîné par un fil qui le soumet à une force constante.

Observation

Le graphique donnant les variations de Δv_G en fonction de Δt (fig. 11) est une droite passant par l'origine.

Interprétation

La valeur du vecteur $\Delta \vec{v}_G$ entre deux dates est proportionnelle à la durée pendant laquelle la force $\vec{F}$ agit.

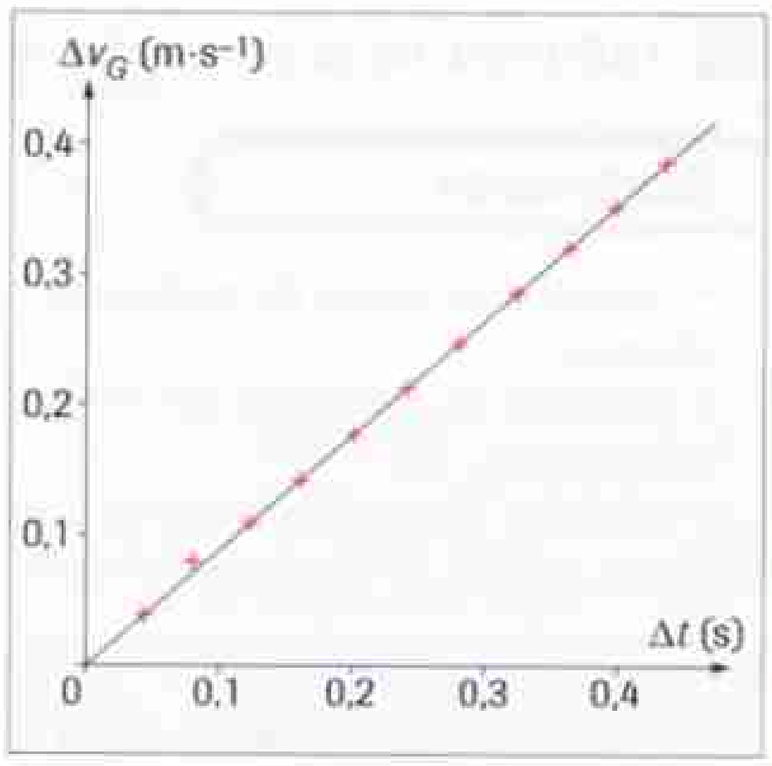


Fig. 11 Représentation graphique des variations de Δv_G en fonction de Δt : F garde la même valeur.

B Influence de la valeur de la force $\vec{F}$

Expérience

- Accrocher le mobile autoporteur à un dynamomètre.
- Agir sur le régulateur de l'aspirateur et lire la valeur de la force $\vec{F}$ sur le dynamomètre (fig. 12a et 13).
- Libérer le mobile et réaliser l'enregistrement (fig. 12b).
- Recommencer pour plusieurs valeurs de F.
- Choisir une durée Δt et construire le vecteur $\Delta \vec{v}_G$ pour chacun des enregistrements.
- Tracer le graphique donnant les variations de Δv_G en fonction de F.

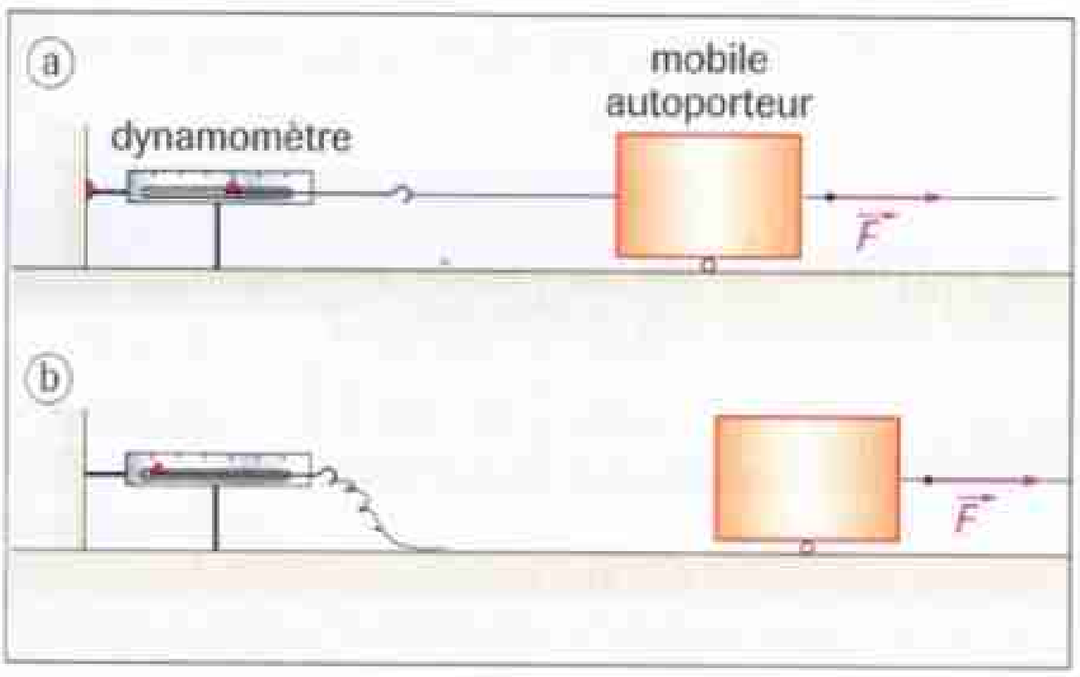


Fig. 12 **a** Mesure de la valeur de $\vec{F}$.
b La force $\vec{F}$ est créée par la soufflerie de l'aspirateur. Le mobile autoporteur se déplace sous l'action de la force constante $\vec{F}$.

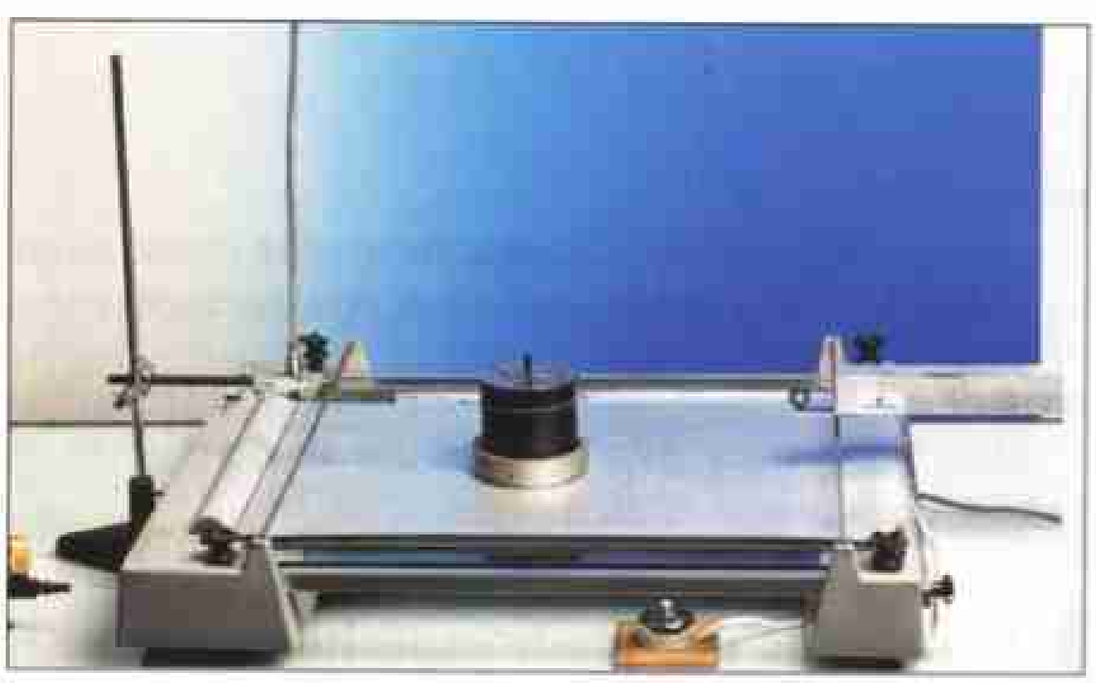


Fig. 13 Mesure de la valeur de la force $\vec{F}$ (le mobile est soumis à deux forces qui se compensent).

Observation

La représentation graphique des variations de Δv_G en fonction de F est une droite passant par l'origine (fig. 14).

Interprétation

La valeur du vecteur $\Delta \vec{v}_G$ pendant une durée donnée est proportionnelle à la valeur de force $\vec{F}$.

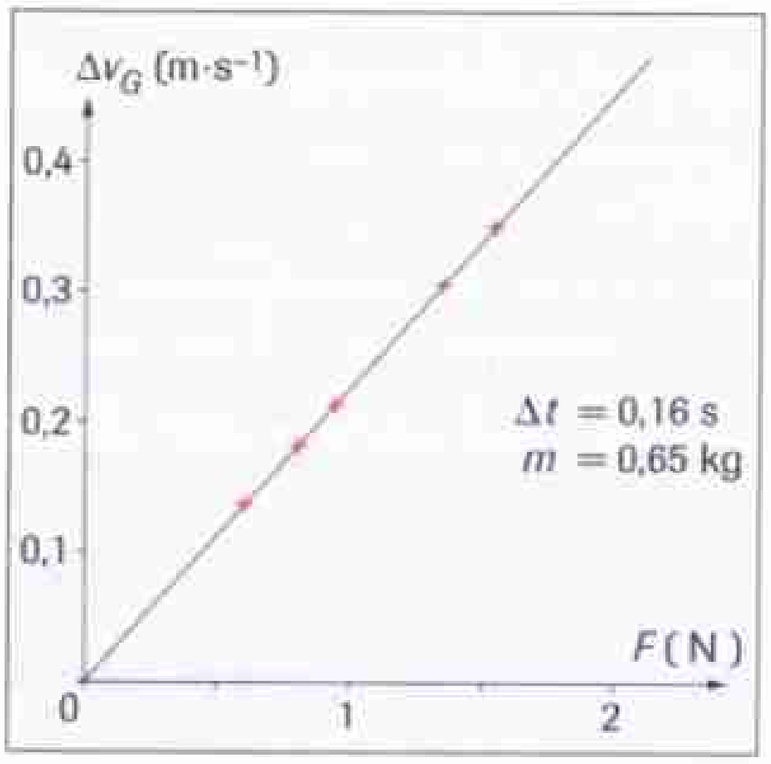
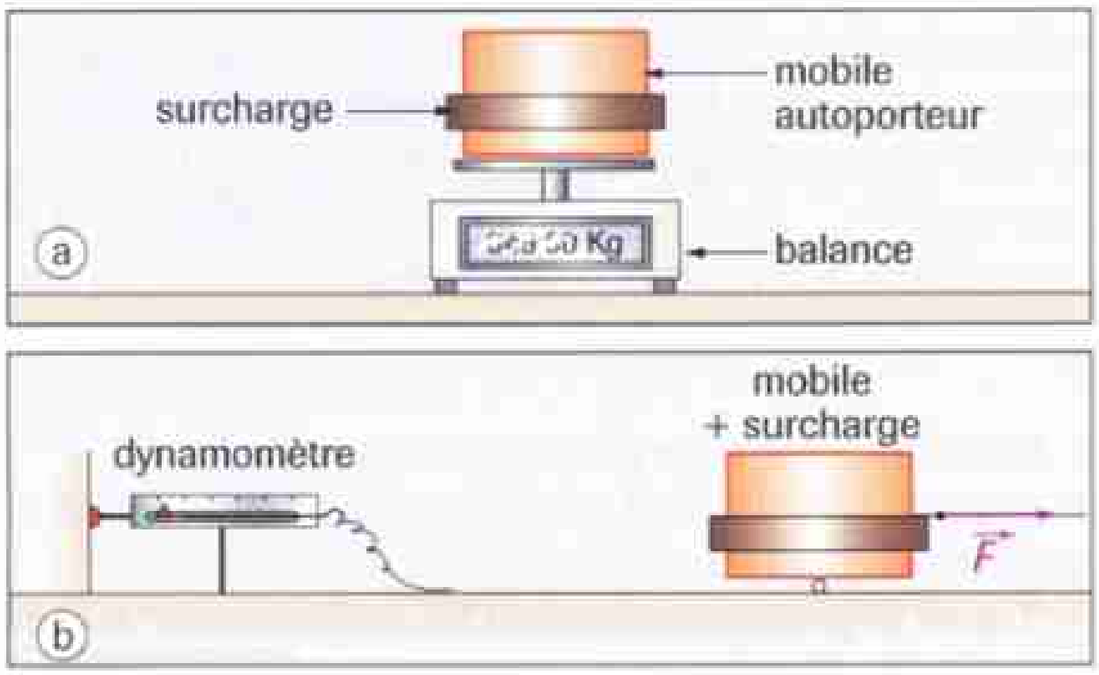


Fig. 14 Représentation graphique des variations de Δv_G en fonction de F ; Δt garde la même valeur.

C Influence de la masse du mobile

Expérience

• Modifier la masse du mobile en lui ajoutant des surcharges.
• Mesurer la masse M du mobile chargé avec une balance (fig. 15).
• Réaliser l'enregistrement du mouvement pour plusieurs valeurs de M et pour la même valeur de $\vec{F}$.



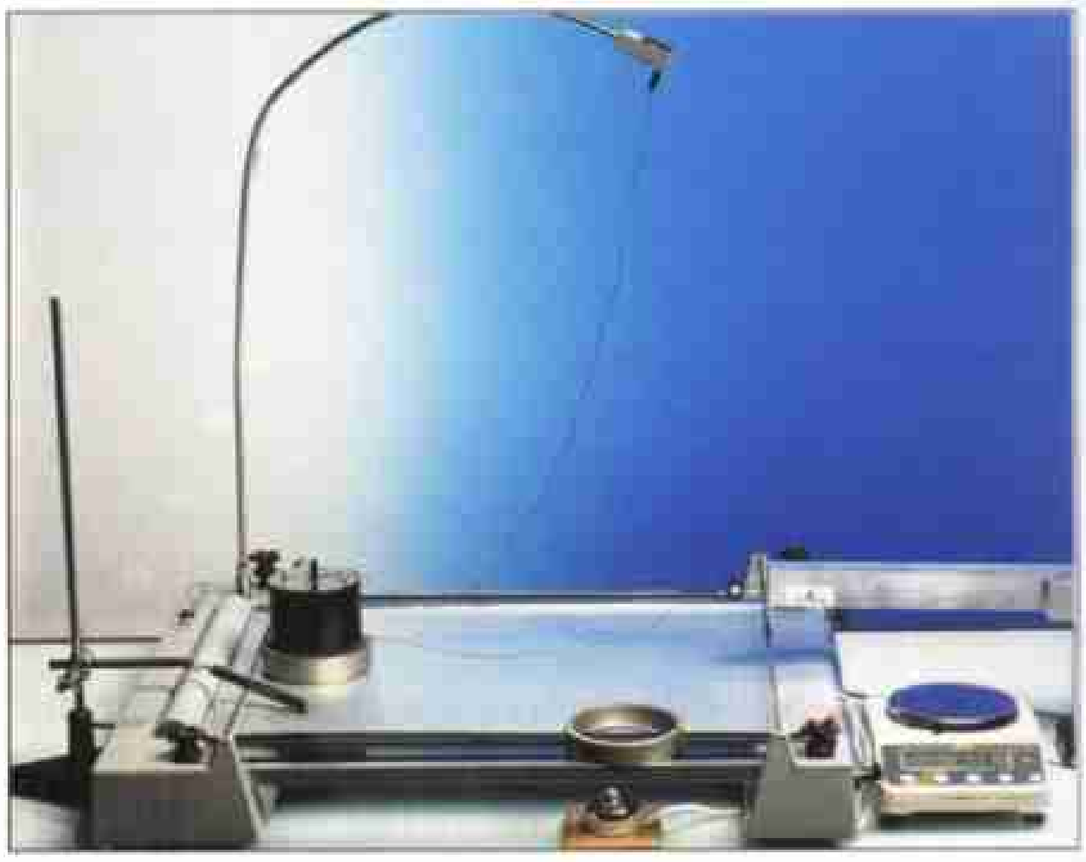


Fig. 15 Étude de l'influence de la masse du mobile.

Observation

La variation de la vitesse diminue lorsque la masse augmente.
Le produit $M \times \Delta v_G$ garde une valeur pratiquement constante (fig. 16).

Interprétation

La valeur du vecteur $\Delta\vec{v}_G$ pendant une durée donnée est proportionnelle à l'inverse de la masse M du mobile.

$\Delta t = 0{,}16\,s$		$F = 0{,}60\,N$
M (kg)	Δv_G ($m \cdot s^{-1}$)	$M \times \Delta v_G$ ($kg \cdot m \cdot s^{-1}$)
0,65	14×10^{-2}	$9{,}1 \times 10^{-2}$
0,85	11×10^{-2}	$9{,}4 \times 10^{-2}$
0,99	$9{,}4 \times 10^{-2}$	$9{,}3 \times 10^{-2}$

Fig. 16 Le mobile de masse M est soumis à la force de valeur $F = 0{,}60$ N pendant la durée $\Delta t = 0{,}16$ s.

D Conclusion de l'étude expérimentale

La valeur de $\Delta\vec{v}_G$ est proportionnelle à Δt, à la valeur de $\vec{F}$ et à $\frac{1}{M}$.
Ainsi, la valeur de $\Delta\vec{v}_G$ est proportionnelle à $F \times \frac{\Delta t}{M}$

ou encore

la valeur de F est proportionnelle à $M \times \frac{\Delta v_G}{\Delta t}$.

Avec les valeurs obtenues dans l'expérience du § 3.2.C (fig. 15) :

$$F = 0{,}60\,N ; \quad M \times \frac{\Delta v_G}{\Delta t} = \frac{9{,}3 \times 10^{-2}}{0{,}16} = 0{,}58\ kg \cdot m \cdot s^{-2}.$$

Les valeurs de $M \times \frac{\Delta v_G}{\Delta t}$ sont voisines de la valeur de $\vec{F}$; cela conduit à une constante de proportionnalité entre ces deux quantités proche de 1 soit :

$$F = M \times \frac{\Delta v_G}{\Delta t}$$

$\Delta\vec{v}_G$ et $\vec{F}$ étant parallèles et de même sens, on peut aussi écrire :

$$\vec{F} = M \times \frac{\Delta\vec{v}_G}{\Delta t}$$

4 Le vecteur accélération

4. 1. Définition

Le résultat précédent montre l'importance du vecteur $\frac{\Delta\vec{v}_G}{\Delta t}$.
Ce vecteur est le taux de variation du vecteur $\vec{v}_G$.

On appelle **vecteur accélération** de G, à la date t, le vecteur $\vec{a}_G = \frac{\Delta\vec{v}_G}{\Delta t}$ lorsque Δt est une durée très petite au voisinage de la date t (fig. 17).

Ceci s'écrit mathématiquement :

$$\vec{a}_G = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}_G}{\Delta t} \quad \text{ou encore} \quad \vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt}$$

• La notation $\frac{d\vec{v}_G}{dt}$ est l'écriture symbolique de la dérivée qui ne doit pas être confondue avec une fraction.
• $\vec{a}_G$ est la dérivée par rapport au temps de la fonction vectorielle $\vec{v}_G$ de t.
• Unité : la valeur de l'accélération est obtenue en divisant une vitesse, en $m \cdot s^{-1}$ dans le système international par une durée en secondes. L'unité SI est donc le mètre par seconde par seconde ou $\mathbf{m \cdot s^{-2}}$.

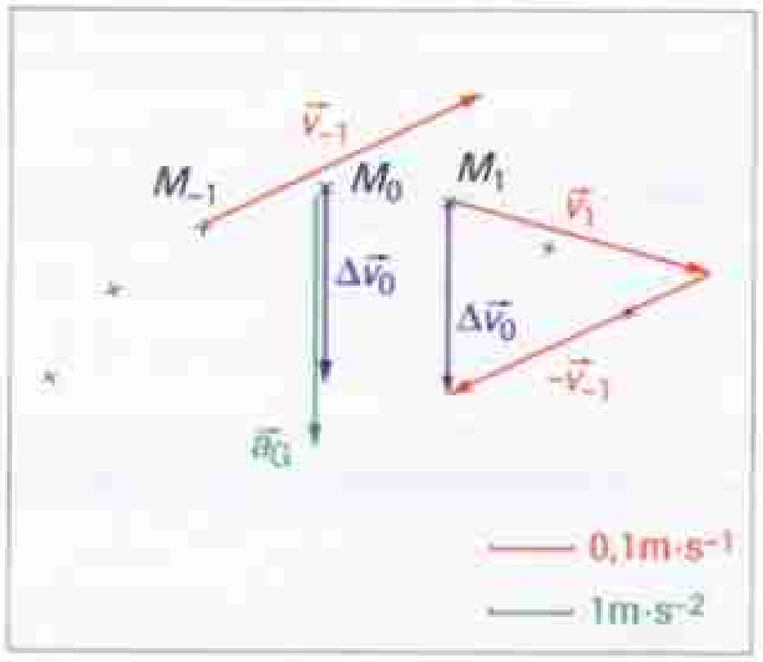


Fig. 17 Le vecteur accélération de G en M_0 est le vecteur $\frac{\Delta\vec{v}_G}{\Delta t}$ $\left(\text{ici } \frac{\Delta\vec{v}_0}{\Delta t}\right)$.

4. 2. Le vecteur accélération et l'évolution du vecteur vitesse

Le vecteur accélération est toujours vers l'intérieur de la courbure de la trajectoire. Il est parallèle à la trajectoire dans le cas d'un mouvement rectiligne (fig. 18 d).
Si la valeur de la vitesse augmente, le vecteur vitesse et la projection de $\vec{a}_G$ sur la tangente sont dans le même sens : le mouvement est accéléré (fig. 18 a).
Si la valeur de la vitesse diminue, le vecteur vitesse et la projection de $\vec{a}_G$ sur la tangente sont dans des sens opposés : le mouvement est ralenti (fig. 18 b).
Si le mouvement est uniforme, $\vec{a}_G$ est normal à la trajectoire.
Si le mouvement est rectiligne et uniforme, $\vec{a}_G$ est nul (fig. 18 c).

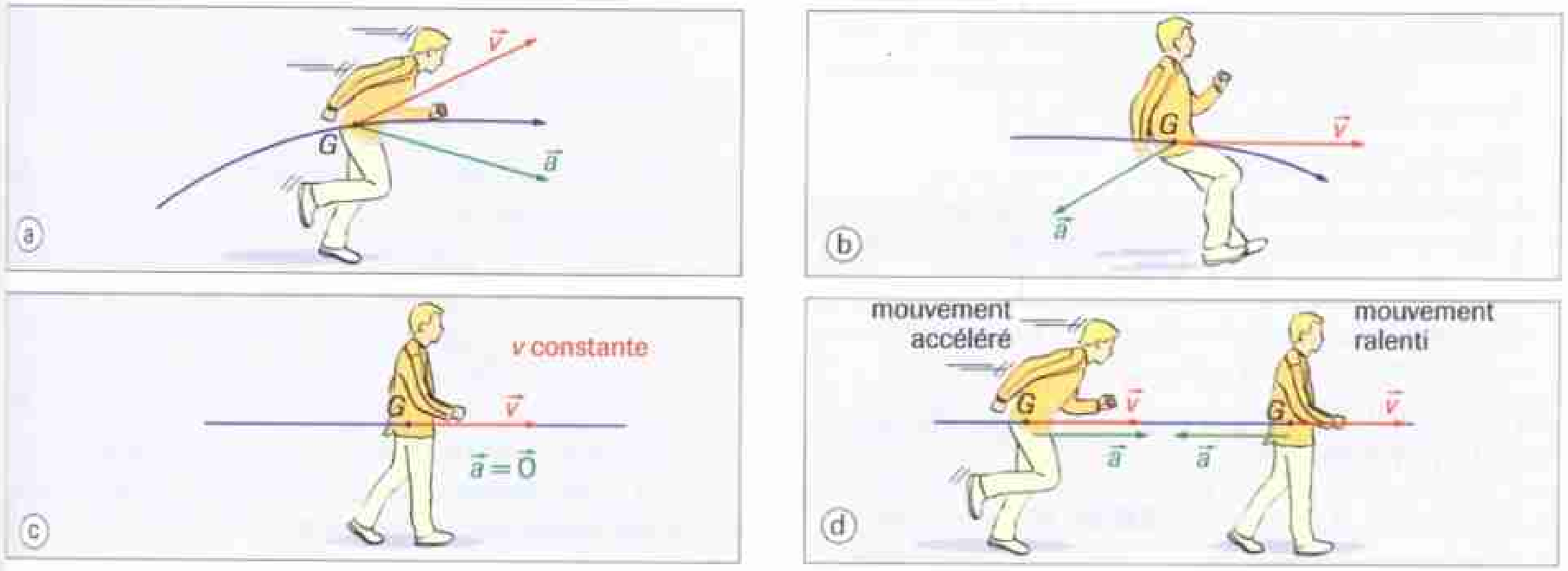


Fig. 18 **a** Mouvement accéléré. **b** Mouvement ralenti. **c** Mouvement rectiligne uniforme. **d** Mouvements rectilignes.

5 Deuxième loi de Newton appliquée au mouvement du point *G*

Les résultats suggérés par l'étude expérimentale du paragraphe 3 se généralisent à un ensemble de forces quelconques.

Dans le cas général
- $\vec{F}$ doit être remplacée par la somme des forces extérieures.
- Δt doit être une durée très petite au voisinage de l'instant étudié : $\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$ est alors le vecteur accélération de G, $\vec{a}_G$.

On obtient alors l'énoncé suivant qui constitue la **deuxième loi de Newton** appliquée au mouvement du centre d'inertie, appelée aussi théorème du centre d'inertie (fig. 19).

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système mécanique est égale au produit de la masse du système par le vecteur accélération de son centre d'inertie :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

Unités : Soit F la valeur du vecteur $\Sigma \vec{F}_{ext}$, la relation entre valeurs s'écrit : $F = ma_G$. Dans le système international, m est en kg, a_G en $m \cdot s^{-2}$ et les forces sont exprimées en newtons (N).
La validité de cette loi se justifie par l'exactitude des prévisions qu'elle permet de faire sur le mouvement des corps.

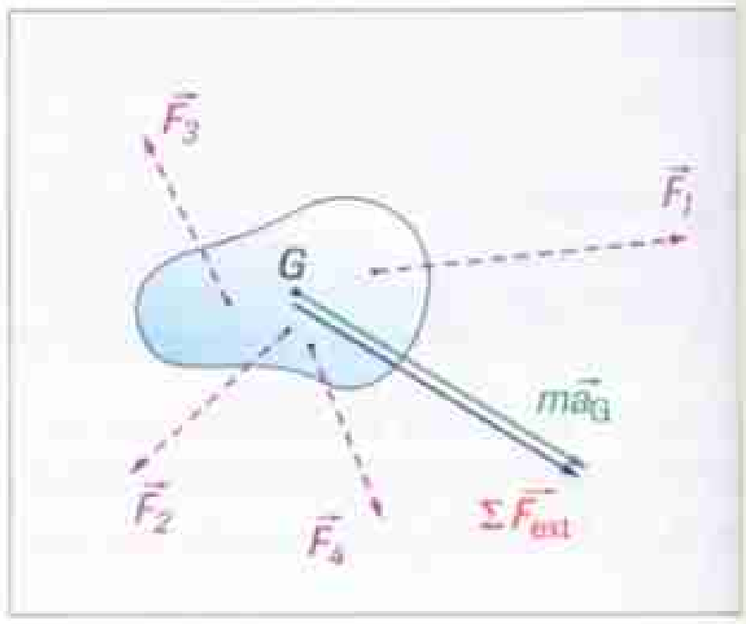


Fig. 19 Deuxième loi de Newton.

Exercice résolu

Énoncé
Jean soulève une valise de masse $m = 25$ kg. Quelle est la valeur de l'accélération du centre d'inertie de la valise si la force exercée sur celle-ci par Jean est verticale et a pour valeur $F = 300$ N ?

Donnée : $g = 10\ N \cdot kg^{-1}$.

Solution
Référentiel : le référentiel terrestre.

Système : la valise.

Bilan des forces extérieures :
- poids de la valise $\vec{P}$: vertical, vers le bas, $P = mg$;
- Force exercée par la main $\vec{F}$: verticale, vers le haut.

Deuxième loi de Newton appliquée au mouvement du centre d'inertie de la valise :

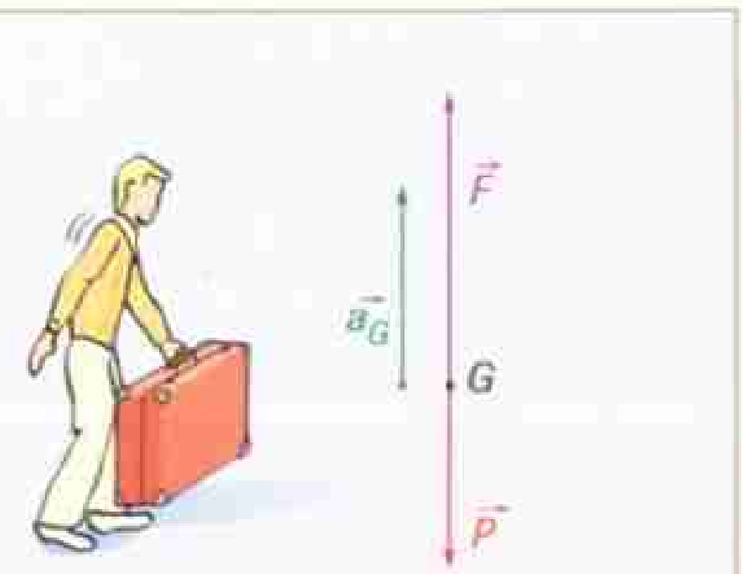
$$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}_G$$

Les vecteurs $\vec{F}$ et $\vec{P}$ étant colinéaires et de sens opposés, on en déduit :

$$a_G = \frac{F - P}{m} = \mathbf{2{,}0\ m \cdot s^{-2}}.$$

Méthode

1. Indiquer le référentiel et vérifier qu'il est galiléen.
2. Indiquer le système choisi.
3. Faire le bilan des forces extérieures en donnant si possible les directions, sens et valeurs.
4. Représenter ces forces sur un schéma.
5. Écrire la deuxième loi de Newton appliquée au mouvement du centre d'inertie.



Application de la deuxième loi de Newton au mouvement du centre d'inertie *G* de la valise.

1 Les systèmes mécaniques. Forces. Mouvements

■ Un **système mécanique** est un objet ou un ensemble d'objets considérés uniquement du point de vue de leur mouvement et des forces qu'ils subissent.

■ Une **force extérieure** est exercée sur le système choisi par un objet qui n'appartient pas au système.
Une **force intérieure** s'exerce entre deux parties d'un même système.

■ Pour décrire un mouvement, il faut choisir un **référentiel** : solide servant de référence pour décrire les mouvements.

• Un **instant** est repéré par sa **date** t.
L'attribution d'une date nécessite le choix arbitraire d'un **instant origine**.
La position d'un point M de l'espace peut être repérée par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$: $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

• Le **vecteur vitesse** $\vec{v}$ d'un point M a pour caractéristiques :
– direction : **tangente à la trajectoire** de M ;
– sens : **sens du mouvement** de M ;
– valeur : $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \ell}{\Delta t}$ où $\Delta \ell$ est la distance parcourue pendant la durée Δt.

• Le **centre d'inertie**, noté G, est un point particulier d'un système ; son mouvement est généralement plus simple à décrire que celui de n'importe quel autre point du système.

2 Première et troisième lois de Newton

■ **Première loi de Newton ou principe d'inertie** :

Dans un **référentiel galiléen**, si la **somme des forces extérieures** qui s'exercent sur un système est **nulle**, son **centre d'inertie a un mouvement rectiligne uniforme** et réciproquement.

■ **Troisième loi de Newton** :

A et B étant deux corps en interaction, la force $\vec{F}_{A/B}$ exercée par A sur B et la force $\vec{F}_{B/A}$ exercée par B sur A ont **même direction**, des **sens opposés** et **même valeur** :

$$\vec{F}_{A/B} + \vec{F}_{B/A} = \vec{0}.$$

3 Relation entre $\Sigma \vec{F}_{ext}$ et $\Delta \vec{v}_G$

■ La valeur de $\Delta \vec{v}_G$ est proportionnelle à Δt, à la valeur de F et à $\dfrac{1}{M}$.

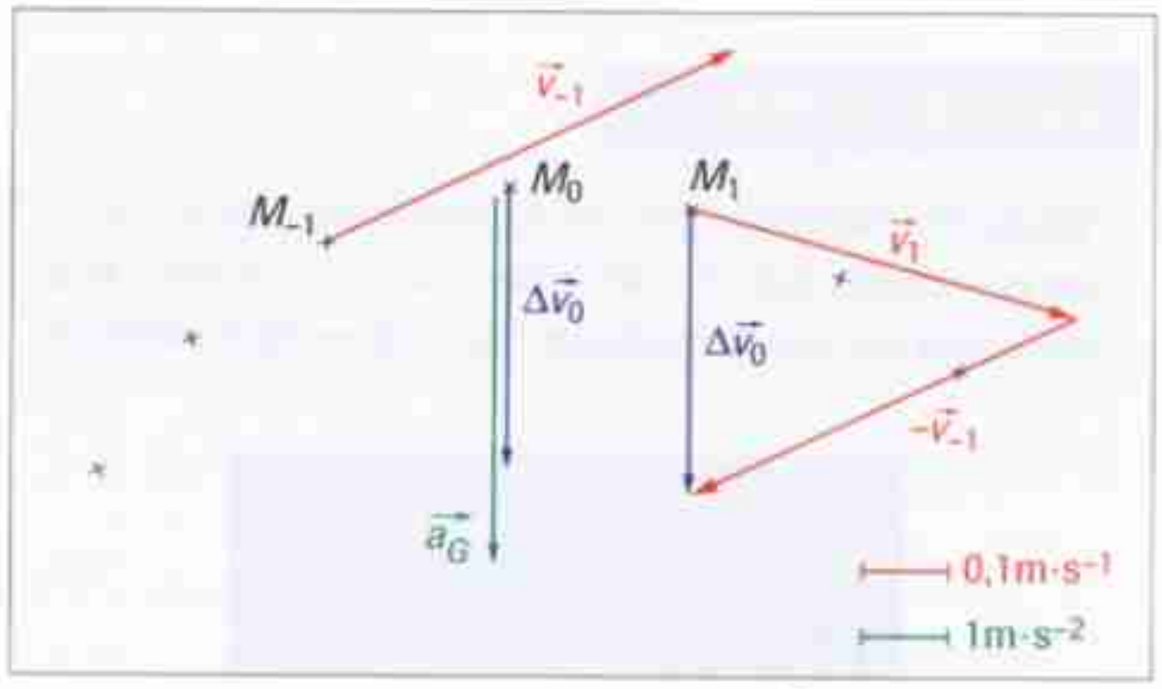
$\Delta \vec{v}_G$ et $\vec{F}$ étant parallèles et de même sens, on peut écrire :

$$\vec{F} = M \times \frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$$

4 Le vecteur accélération

■ Le **vecteur accélération** du point M à l'instant t est défini par :

$$\vec{a}_G = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t} \quad \text{ou encore} \quad \vec{a}_G = \frac{\mathrm{d}\vec{v}_G}{\mathrm{d}t}$$



Le vecteur accélération de M est le vecteur $\dfrac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$.

5 Application de la deuxième loi de Newton

■ Dans un **référentiel galiléen**, la **somme vectorielle des forces extérieures** appliquées à un système mécanique est égale **au produit de la masse** du système par le **vecteur accélération** de son centre d'inertie :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

Mots-clés

- Système
- Référentiel
- Galiléen
- Repère
- Centre d'inertie
- Vecteur vitesse
- Vecteur accélération
- Force intérieure
- Force extérieure
- Principe d'inertie
- Actions réciproques
- Lois de Newton

▶ *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Étude de la chute verticale d'un solide

Le saut en chute «libre» depuis un avion ou un hélicoptère permet à ses adeptes de rencontrer des sensations hors du commun : le corps se déplace dans l'air à une vitesse qui peut atteindre 300 km·h^{-1}.

La vitesse de chute a-t-elle une limite ?

Matériel

- Mélange eau-glycérine à 75 % en volume de glycérine.
- Différentes billes métalliques de masses voisines de 50 g et d'environ 2 cm de diamètre.
- Une balle en mousse et une balle de tennis.
- Une grande règle (1 m).
- Une éprouvette graduée de 1 L dont on protégera le fond à l'aide d'une petite éponge.
- Un système d'acquisition vidéo (caméscope ou web-cam) et ordinateur.

(Un aimant peut être utile pour repêcher les billes en acier.)

Manipulation 1

Objectif : Réaliser des enregistrements de la chute sans vitesse initiale de billes dans un milieu très visqueux en vue d'analyser l'évolution de la vitesse.

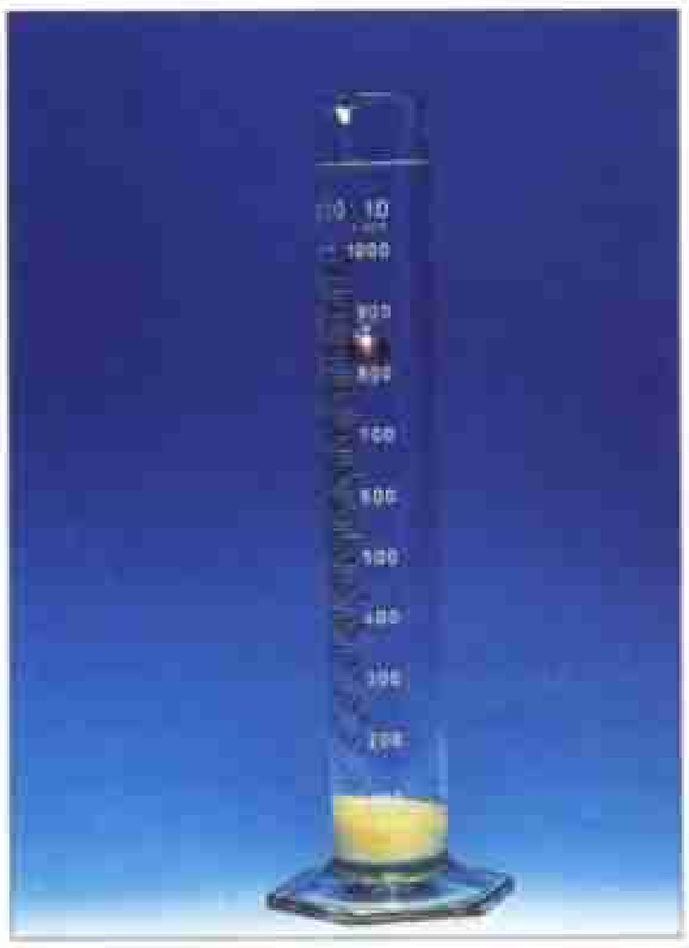


Fig. 1 Chute sans vitesse initiale d'une bille métallique.

1. Les graduations de l'éprouvette seront utilisées comme repère d'espace, elles doivent donc être visibles. Si ce n'est pas le cas, on mesurera la hauteur de l'éprouvette pour connaître le rapport d'échelle de l'image.
2. Réaliser l'enregistrement de façon à obtenir une séquence vidéo d'une vingtaine d'images, puis à l'aide d'un logiciel de pointage, marquer la position du centre de la bille pour chaque image.
3. Par traitement informatique, obtenir le graphique donnant la vitesse en fonction du temps.

Manipulation 2

Objectif : Réaliser des enregistrements de la chute sans vitesse initiale de balles dans l'air en vue d'analyser l'évolution de la vitesse.

- On réalise l'étude en plaçant un repère d'espace contre un mur et en procédant à l'enregistrement de la chute des balles dans le plan de ce repère. La hauteur de chute peut être de 1 m ou plus.
- On réalisera aussi un traitement informatique comme précédemment.

▶ Questions

1. **Dans chacun des cas étudiés, décrire l'évolution de la vitesse. Peut-on reconnaître, chaque fois, plusieurs phases dans cette évolution ? Comparer les différentes situations étudiées.**
2. **Quels paramètres peuvent influer sur l'évolution de la vitesse d'un objet en mouvement de chute verticale dans un liquide ou un gaz ?**
3. **Faire un inventaire des forces exercées sur les objets étudiés pendant leur chute.**
4. **Imaginer ensuite comment évolue la vitesse d'un surfeur qui tombe d'un hélicoptère à haute altitude et se place en position de recherche de vitesse.**



Fig. 2 Compétition de figures par des parachutistes évoluant avec leur parachute fermé.

EXERCICE RÉSOLU

ÉNONCÉ

Mouvement d'un mobile autoporteur sur un plan incliné

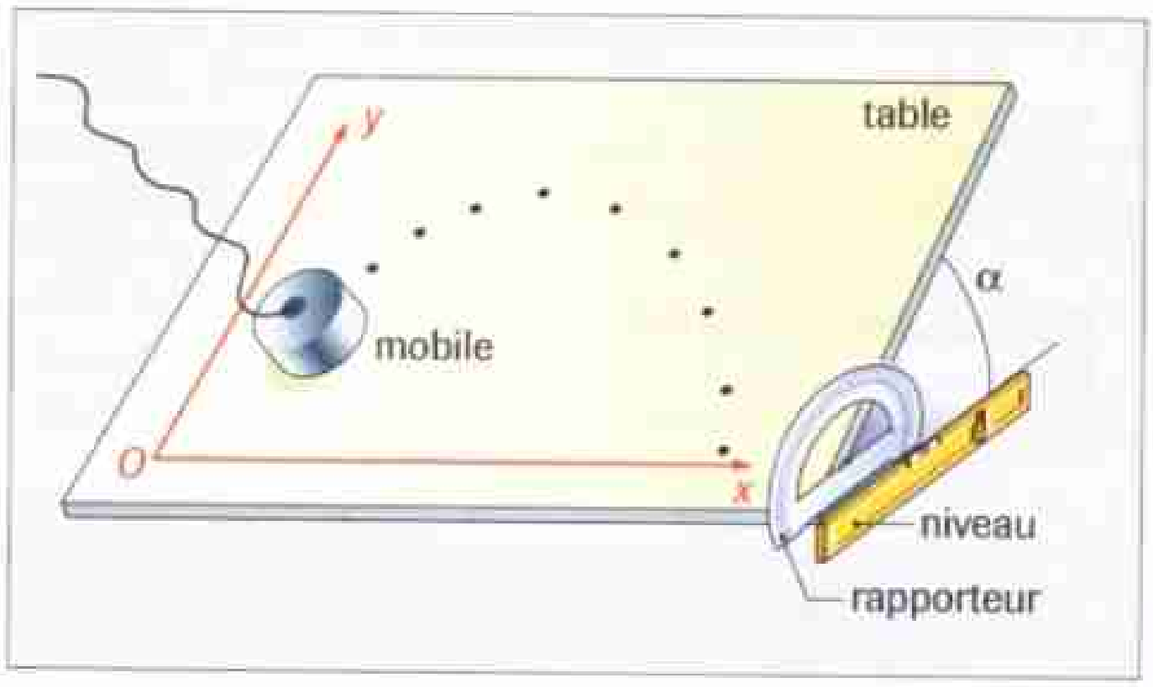
On dispose du matériel suivant :

mobile autoporteur : masse $m = 230$ g ; table plane, inclinée par rapport à l'horizontale ; ordinateur, interface et logiciel de saisie et de traitement des données.

L'angle d'inclinaison α de la table par rapport à l'horizontale est mesuré à l'aide d'un niveau et d'un rapporteur : $\alpha = 10°$.

Le mobile est lancé sur la table. Le tableau ci-dessous reproduit une partie des données enregistrées.

$t(10^{-3}\ s)$	$x(10^{-3}\ m)$	$y(10^{-3}\ m)$
191,5	1,7	8,7
288,9	20,6	34,2
389,1	39,7	43,5
489,9	59,0	35,9
589,4	78,4	10,7



1. Étude expérimentale.

Dessiner, en vraie grandeur, les positions successives de G. Construire le vecteur accélération de G à la date $t_3 = 389{,}1$ s.

2. Application de la deuxième loi de Newton.

Montrer que, d'après la deuxième loi de Newton, la somme des forces extérieures exercées sur le mobile est nécessairement parallèle au plan de la table.

Utiliser alors cette loi pour calculer l'accélération du mobile en négligeant les frottements.

Comparer avec le résultat de la mesure.

DONNÉES

- *Intensité de la pesanteur :* $g = 9{,}8\ N \cdot kg^{-1}$.

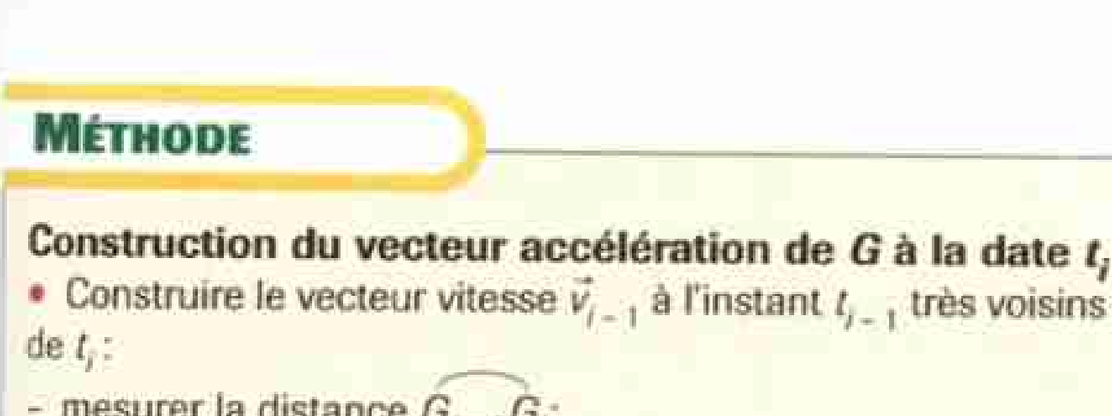
MÉTHODE

Construction du vecteur accélération de G à la date t_i

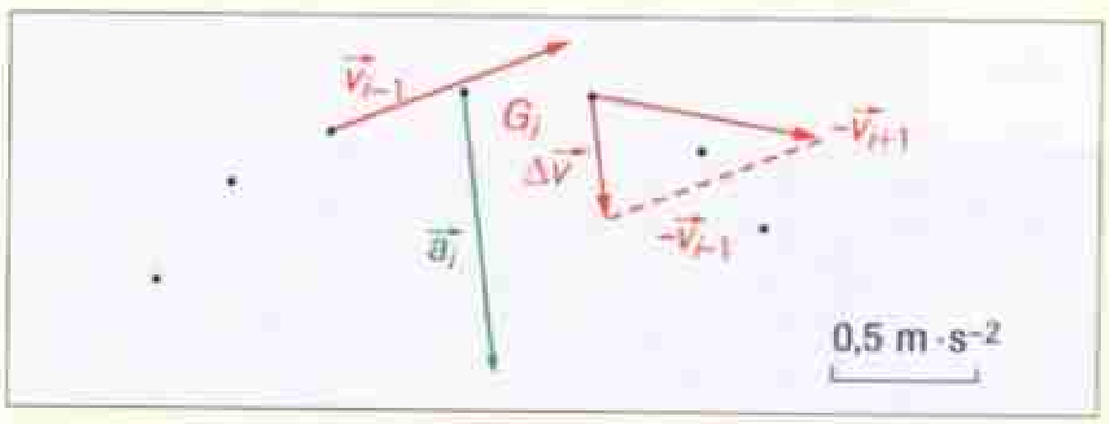
• Construire le vecteur vitesse $\vec{v}_{i-1}$ à l'instant t_{i-1} très voisins de t_i :

- mesurer la distance $\overset{\frown}{G_{i-2}G_i}$;
- calculer $v_{i-1} = \overset{\frown}{G_{i-2}G_i}/(t_i - t_{i-2})$;
- choisir une échelle de représentation pour les vitesses ;
- tracer le vecteur $\vec{v}_{i-1}$: sa direction (tangente à la trajectoire) est donnée en pratique par la direction de la droite $G_{i-2}G_i$; son sens est de G_{i-2} vers G_i.

• Construire de même le vecteur vitesse $\vec{v}_{i+1}$ à l'instant t_{i+1} en conservant la même échelle.



• Construire le vecteur $\Delta\vec{v}_G = \vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1} = \vec{v}_{i+1} + (-\vec{v}_{i-1})$ au point G_i.



• Placer bout à bout les vecteurs $\vec{v}_{i+1}$ et $-\vec{v}_{i-1}$; le vecteur $\Delta\vec{v}_G$ est obtenu en reliant l'origine du premier vecteur à l'extrémité du second.

• Déterminer l'accélération $\vec{a}_{G_i}$ au point G_i. Ce vecteur est assimilé à $\dfrac{\Delta\vec{v}_G}{\Delta t}$ avec $\Delta t = t_{i+1} - t_{i-1}$:

- mesurer Δv_G sur la construction précédente en tenant compte de l'échelle de représentation des vitesses.
- calculer la valeur $a_{G_i} = \dfrac{\Delta v_G}{\Delta t}$;
- choisir une échelle de représentation pour l'accélération ;
- représenter le vecteur $\vec{a}_{G_i}$ en prenant G_i pour origine, dans la direction et dans le sens de $\Delta\vec{v}_G$.

Attention ! Ne pas confondre la valeur de $\Delta\vec{v}_G$ avec la différence des valeurs des vitesses.

EXERCICE RÉSOLU

BAC BAC BAC

Solution

1. Reportez les positions successives de G dans un plan.

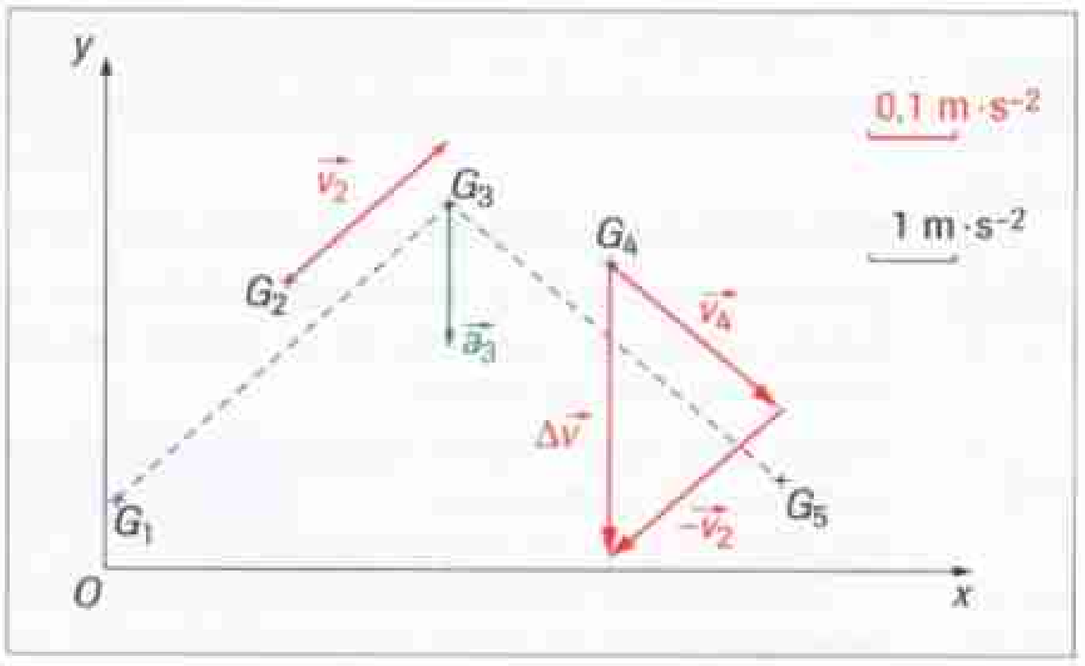
$v_2 = \dfrac{G_1G_3}{t_3 - t_1} = 0{,}26\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

$v_4 = \dfrac{G_3G_5}{t_5 - t_3} = 0{,}25\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Graphiquement on obtient : $\Delta v_G = 0{,}35\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

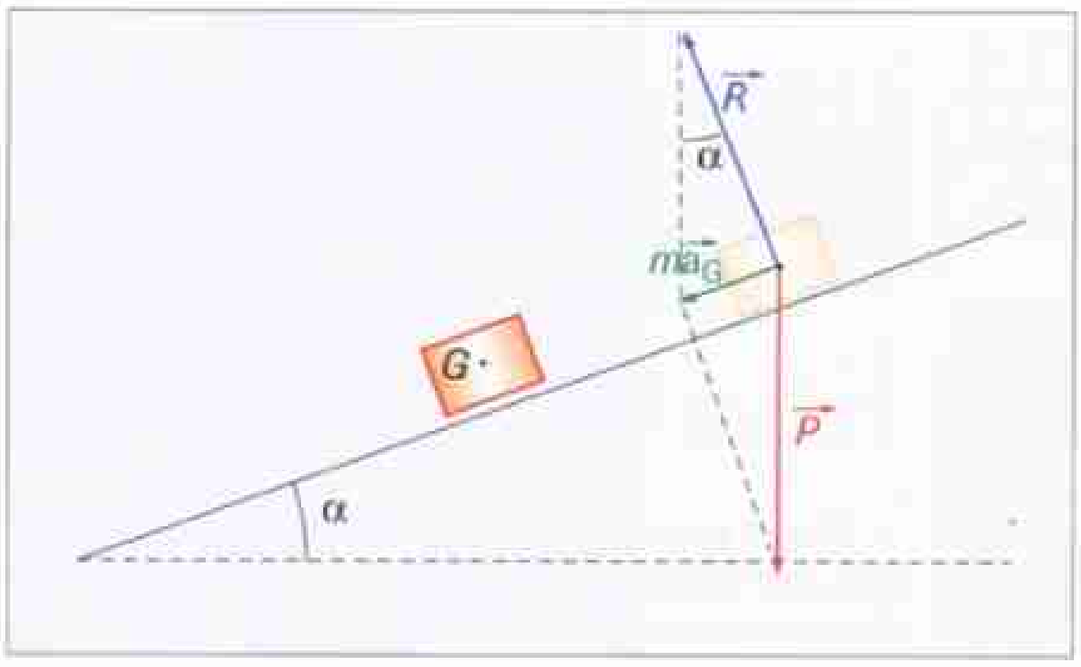
D'où :

$$a_G = \frac{\Delta v_G}{t_4 - t_2} = 1{,}74\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}.$$



2. Le mouvement est étudié dans le référentiel terrestre.

Dans ce référentiel, il n'y a pas de variation de la vitesse du mobile dans une direction perpendiculaire à la table. Donc le vecteur $\vec{a}_{G_i}$ est parallèle au plan de la table. D'après la deuxième loi de Newton, la résultante des forces extérieures exercées sur le mobile est : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_{G_i}$. Donc $\Sigma \vec{F}_{ext}$ est aussi parallèle au plan de la table.



- Système étudié : le mobile.
- Bilan des forces extérieures :

– poids : $\vec{P} = m\vec{g}$;

– réaction de la table $\vec{R}$.

$\vec{R}$ est perpendiculaire à la table s'il n'y a pas de frottements.

D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$.

D'après la figure ci-contre, pour que $\Sigma \vec{F}_{ext}$ soit dans le plan de la table, il faut que : $ma_G = P\sin\alpha$; d'où : $a_G = g\sin\alpha$.

Application numérique : $a_G = 1{,}70\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

L'écart relatif entre cette valeur et la valeur expérimentale est :

$$\frac{(1{,}74 - 1{,}70)}{(1{,}7)} = 3\ \%.$$

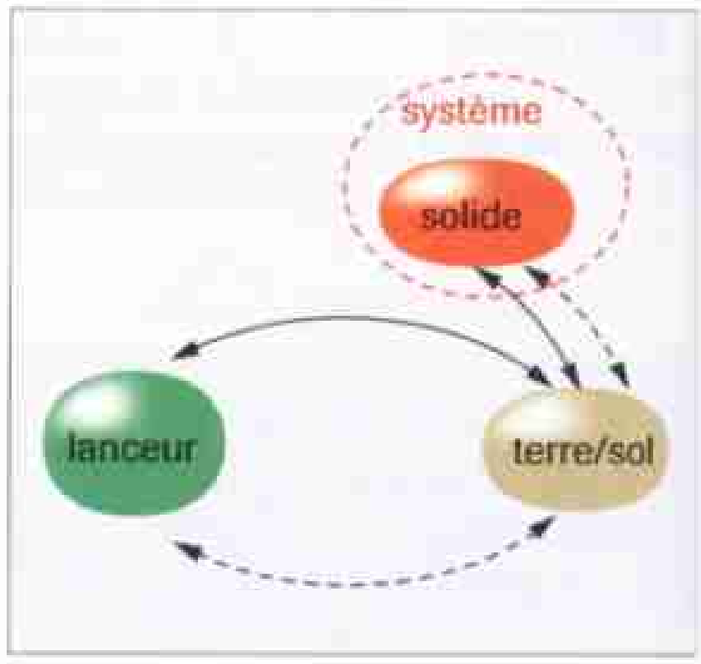
Commentaires

Utiliser le Point méthode

Attention : la valeur de $\vec{v_4} - \vec{v_2}$ n'est pas $v_4 - v_2$.

Bien préciser : le référentiel et le système.

Si le choix du système le mieux adapté à l'étude faite n'est pas évident, faire un diagramme objets-interactions.



Dans le cas contraire, le mobile s'enfoncerait dans la table ou bien décollerait de la table.

Attention aux forces «fantômes» (par exemple : une «force exercée par la main du lanceur» alors que l'objet est lâché ou une force «qui fait monter»). En cas de doute, faire le diagramme objets-interactions.

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. D'après la première loi de Newton, appelée aussi principe d'..., si la somme des forces ... exercées sur un système est ..., son ... d'... a un mouvement ... et ....
b. Le vecteur ... représente le taux de variation du vecteur vitesse pendant une ... durée.
c. La deuxième loi de Newton appliquée au mouvement du centre d'inertie affirme que la ... des forces ... exercées sur un système est égale au produit du vecteur ... du ... d'... par la ... du système.
d. La troisième loi de Newton constitue le ... des ... .

2 Vrai ou faux ?

a. Le vecteur accélération d'un point est toujours tangent à sa trajectoire.
b. Si la valeur de la vitesse d'un point mobile est constante, la valeur du vecteur accélération est nulle.
c. Lorsqu'on ouvre une porte, la force exercée par la main sur la poignée est plus grande que la force exercée par la poignée sur la main.
d. Plus la vitesse d'un solide est grande, plus la résultante des forces extérieures qui s'exercent sur lui est grande.

3 QCM

a. Le centre d'inertie d'un corps est en mouvement rectiligne uniforme si :
❑ il n'est soumis à aucune force ;
❑ il est soumis à une force unique ;
❑ il n'est soumis qu'à son poids.
b. Un solide *A* a une masse deux fois plus grande que celle d'un solide *B*. Les deux solides, initialement immobiles, sont soumis chacun à une force unique constante.
❑ Il faut une force plus grande pour mettre *A* en mouvement.
❑ Il faut une force deux fois plus grande pour que *A* ait le même mouvement que *B*.
❑ Pour des forces égales, *A* atteindra la même vitesse que *B* en une durée double.
c. Un solide est soumis à une force unique $\vec{F}$. Si son centre d'inertie a un mouvement circulaire uniforme :
❑ $\vec{F}$ est nulle ;
❑ $\vec{F}$ a pour direction le rayon de la trajectoire ;
❑ $\vec{F}$ est tangente à la trajectoire.

4 Apprendre à rédiger

Préparer un plan-type pour aborder un exercice nécessitant l'application de la deuxième loi de Newton.

5 Savoir-faire expérimental

On veut étudier, par application de la deuxième loi de Newton, la force exercée par un aimant sur un mobile autoporteur lesté par une bague en acier.
Faire une liste du matériel nécessaire et rédiger un protocole expérimental pour réaliser cette étude.

Application des connaissances

Bilan des forces extérieures

6 • Électrisation

Un petit morceau de papier vient se coller à une règle en matière plastique, tenue en main par un enfant, et qu'il a frottée avec un chiffon.
Faire le bilan des forces extérieures exercées sur chacun des systèmes :
{morceau de papier} ; {règle} ; {morceau de papier + règle}.

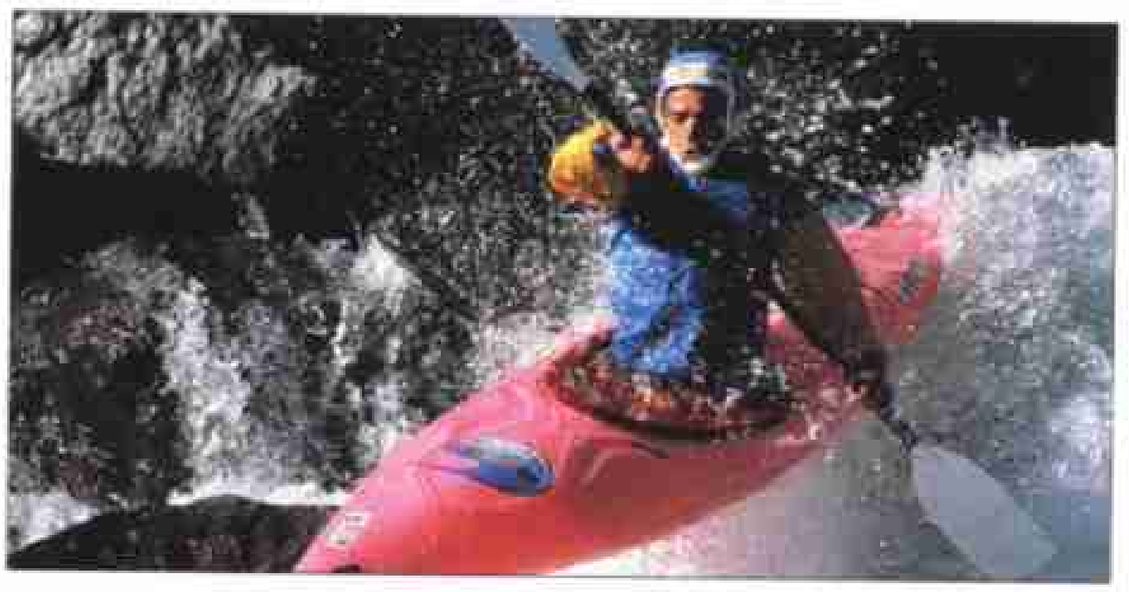
7 • Aquarium

Un poisson nage dans un aquarium posé sur une table.
Faire le bilan des forces extérieures exercées sur chacun des systèmes :
{poisson} ; {aquarium} ; {eau} ; {eau + aquarium} ; {poisson + aquarium + eau}.



8 • Canoë kayak

Jean est un pagayeur de canoë kayak en pleine action.
Faire le bilan des forces extérieures exercées sur chacun des systèmes :
{kayak} ; {pagaie} ; {Jean} ; {kayak + pagaie}.



9 •• Déménagement au zoo

Un singe est enfermé dans une cage. La cage est suspendue à une grue par un filin et elle est soulevée à vitesse constante. On envisage les trois situations suivantes :
1ère situation : le singe est immobile par rapport à la cage.
2ème situation : le singe, effectuant un saut, n'est plus en contact avec la cage.
3ème situation : le singe effectue un saut ; il est encore en contact avec la cage. L'accélération de son centre d'inertie dans le référentiel terrestre est connue.

EXERCICES

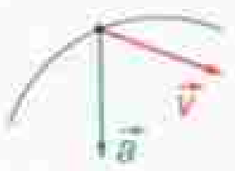
Pour chacune des situations :
a. Dire quel est le choix du système le mieux adapté pour faire l'étude de la tension du filin.
b. Faire le bilan des forces extérieures appliquées au système choisi.

Vecteur accélération

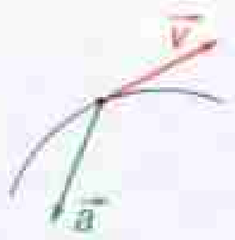
10 • Possible ou impossible ?

Un objet ponctuel se déplace sur la trajectoire représentée sur chaque schéma. Un élève a déterminé les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{v}$ sur un enregistrement.
Dire si les situations décrites sur les schémas sont possibles. Justifier soigneusement les réponses. Lorsqu'elles sont possibles, préciser si le mouvement est accéléré ou retardé.

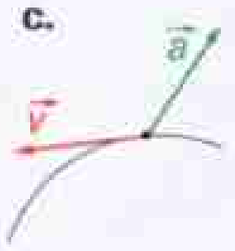
a.



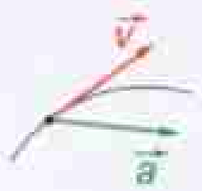
b.



c.

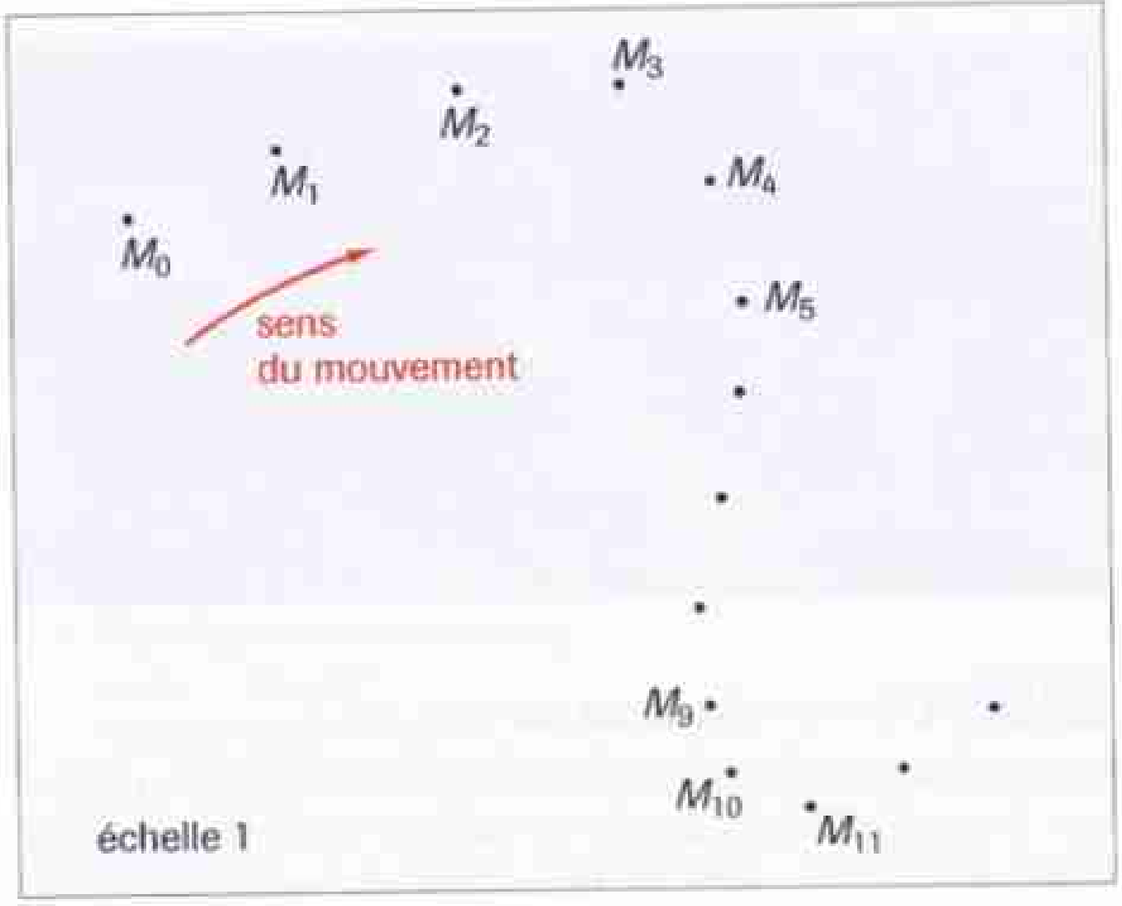


d.



11 •• Construire un vecteur accélération

On déplace un mobile autoporteur sur une table horizontale. Les positions de son centre d'inertie sont repérées à intervalles de temps réguliers égaux $\tau = 60$ ms.



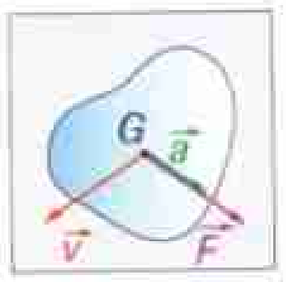
a. Déterminer les caractéristiques des vecteurs vitesse aux points M_2, M_4, M_9, et M_{11}. Représenter ces vecteurs à l'échelle 1 cm $\triangleq$ 0,1 m·s^{-1}.
b. Déterminer les caractéristiques du vecteur accélération aux points M_3 et M_{10}. Représenter ces vecteurs avec une échelle à préciser.

Les lois de Newton

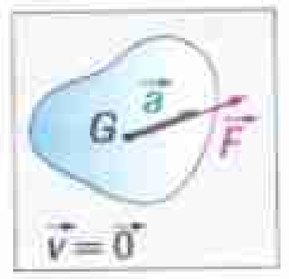
12 • Possible ou impossible ?

Dans un référentiel galiléen, soit $\vec{F}$ la somme des forces exercées sur un solide ; soient $\vec{v}$ et $\vec{a}$ les vecteurs vitesse et accélération de son centre d'inertie G. Pour chacune des situations schématisées ci-dessous, dire si le schéma est cohérent avec la deuxième loi de Newton. Justifier les réponses.

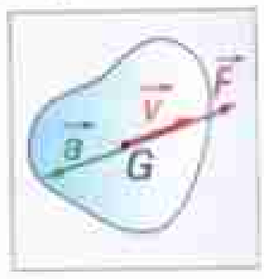
a.



b.

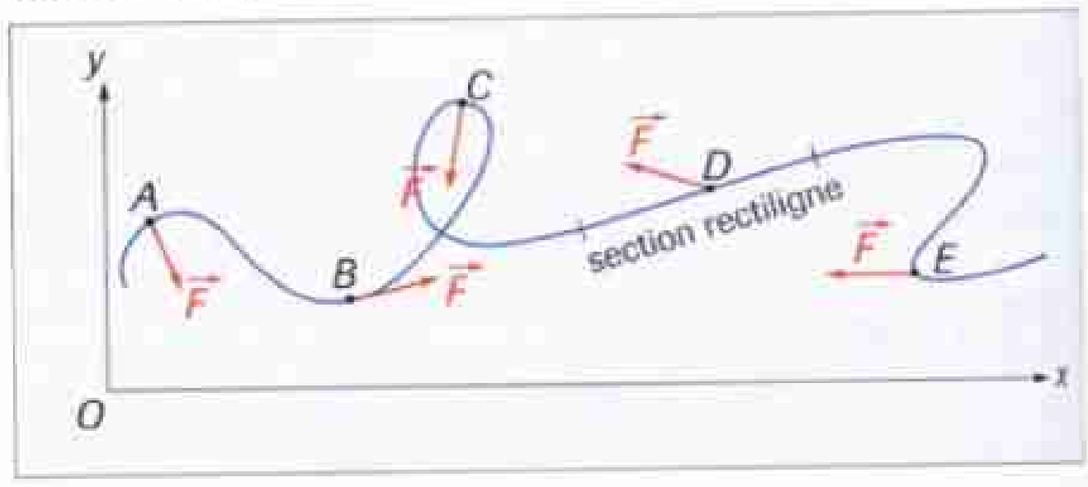


c.



13 • Force et mouvement uniforme

Une particule se déplace à vitesse constante dans un plan sous l'action d'une force unique $\vec{F}$ qui varie. Sa trajectoire est donnée par la figure ci-dessous.
a. Quels sont les points pour lesquels la représentation de la force $\vec{F}$ est manifestement fausse ?
b. Dans quelle partie de la trajectoire la force peut-elle être nulle ? Pourquoi ?



14 • Force constante

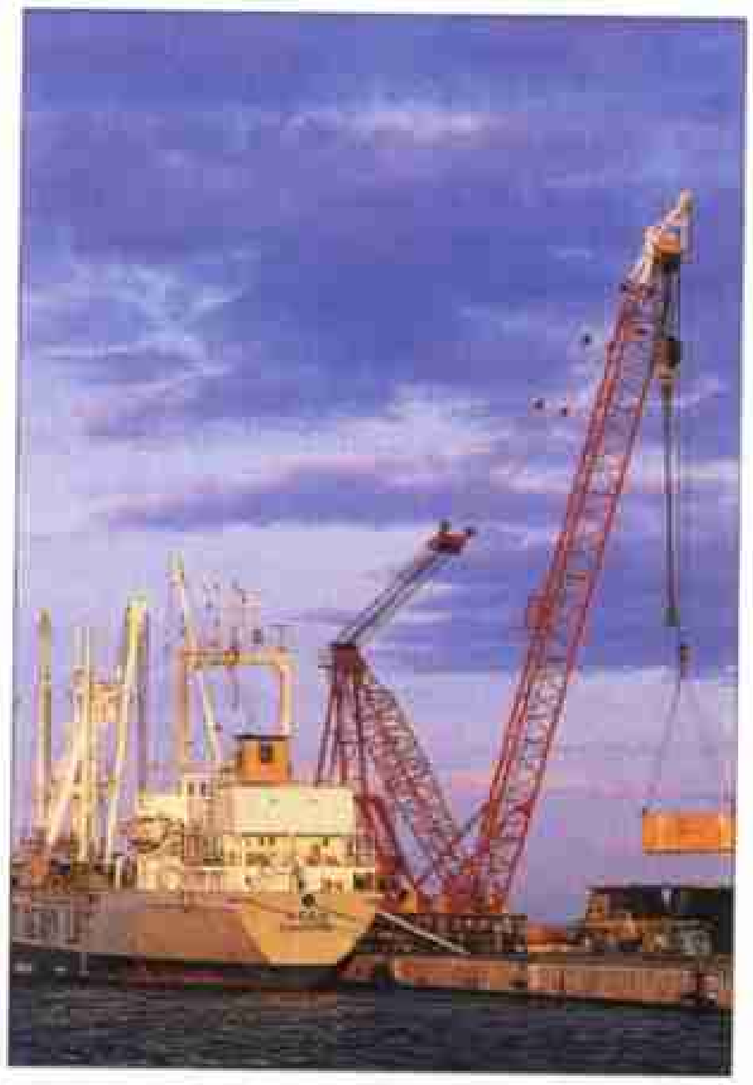
Un mobile autoporteur est placé sur une table horizontale. On peut modifier sa masse en ajoutant des surcharges. Il est soumis à une force $\vec{F}$ horizontale par l'intermédiaire d'un dispositif expérimental permettant de créer une force constante.
On réalise une série d'expériences en modifiant la masse M du mobile, ou la valeur de $\vec{F}$, ou la durée Δt de l'action de $\vec{F}$.
Compléter le tableau suivant en fonction des données de la première ligne.

M_0	F_0	Δt_0	Δv_0
$2M_0$	F_0	Δt_0	...
M_0	$3F_0$	...	Δv_0
M_0	...	$\frac{\Delta t_0}{2}$	$\frac{\Delta v_0}{2}$

15 •• QCM

Une grue soulève une charge de masse $m = 1{,}0 \times 10^3$ kg suspendue par un filin d'acier dont on négligera la masse. On prendra $g = 10\,\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$.
1ère phase : partant du repos, la charge s'élève avec une accélération de valeur $a_1 = 1{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.
2ème phase : la charge a ensuite un mouvement uniforme de vitesse $v = 3{,}6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.
3ème phase : en fin de montée, la charge ralentit avec une accélération de valeur $a_2 = 1{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Pour chacune des questions suivantes, entourer la (les) réponse(s) correcte(s).



a. Pendant la première phase, la force exercée par le filin sur la charge est :
❑ supérieure ;
❑ inférieure ;
❑ égale à la force exercée par la charge sur le filin.

b. Pendant la première phase, la tension du filin a pour valeur :
❑ 0 N ;
❑ $9{,}0\times10^{3}$ N ;
❑ $1{,}0\times10^{4}$ N ;
❑ $1{,}1\times10^{4}$ N.

c. Pendant la deuxième phase, la tension du filin a pour valeur :
❑ 0 N ; ❑ $6{,}4\times10^{3}$ N ; ❑ $1{,}0\times10^{4}$ N ; ❑ $1{,}36\times10^{4}$ N.

d. Pendant la troisième phase, la tension du filin a pour valeur :
❑ 0 N ; ❑ $9{,}0\times10^{3}$ N ; ❑ $1{,}0\times10^{4}$ N ; ❑ $1{,}1\times10^{4}$ N.

16 •• Bille dans un ascenseur

Une petite bille assimilable à un objet ponctuel a une masse de 100 grammes. Elle est suspendue, par un fil inextensible et de masse négligeable, au plafond d'un ascenseur. La bille reste immobile par rapport à l'ascenseur même quand celui-ci est en mouvement. On prendra $g = 10\,\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$.
Les affirmations ci-dessous sont-elles vraies ou fausses ? Justifier les réponses.

a. Dans le référentiel terrestre, l'accélération de la bille est toujours nulle.

b. Quand l'ascenseur ralentit en montée, la tension du fil est inférieure à 1,0 N.

c. Quand l'ascenseur démarre en descente, la tension du fil est inférieure à 1,0 N.

d. Quand la tension du fil vaut 1,0 N, l'ascenseur est soit en mouvement rectiligne uniforme, soit à l'arrêt.

e. Quand l'ascenseur ralentit à la descente, l'accélération est orientée vers le bas.

17 •• Le plancher de l'ascenseur

Une personne de centre d'inertie G et de masse $m = 70$ kg est immobile dans un ascenseur.
Exprimer la réaction $\vec{R}$ de l'ascenseur au point de contact personne/plancher et calculer sa valeur R dans les cas suivants :

a. L'ascenseur est au repos.

b. L'ascenseur démarre en montée avec une accélération $\vec{a}$ de valeur $a = 1{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

c. L'ascenseur s'élève à vitesse constante.

d. L'ascenseur ralentit à la descente avec une décélération de valeur $a = 1{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Donnée : $g = 9{,}8\,\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

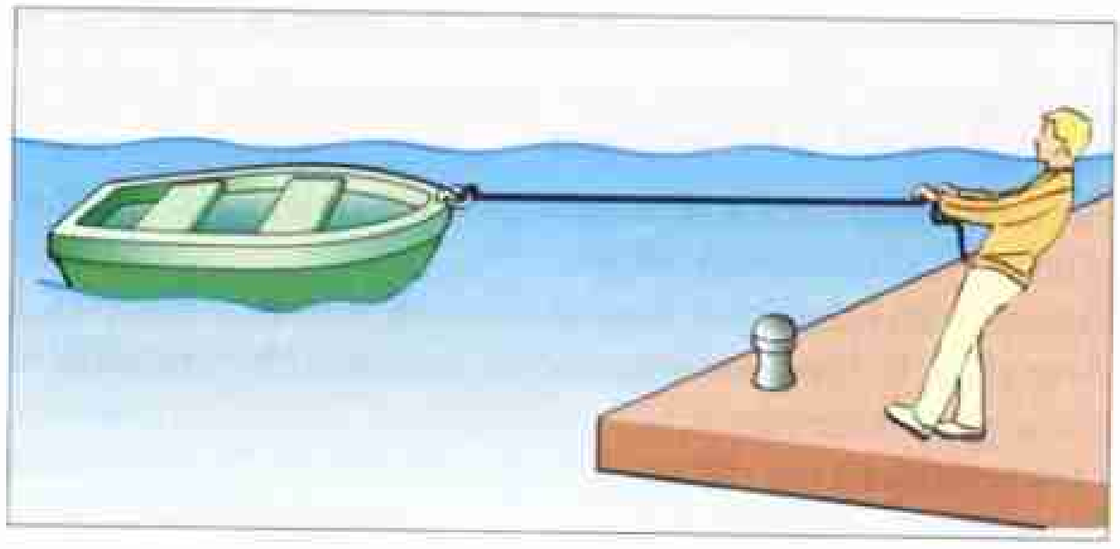
18 •• Amarrage

Jimmy tire vers la rive une barque flottant sur l'eau calme d'un lac, à l'aide d'une corde tendue horizontalement. La barque est initialement immobile. Dans cette étude simplifiée, on ne tient pas compte de la résistance de l'eau.

a. Faire le bilan des forces extérieures exercées sur la barque.

b. La masse de la barque est $m = 100$ kg. Elle atteint en 5 secondes une vitesse d'environ $2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.
Calculer l'accélération de la barque en la supposant constante.
Calculer la tension de la corde.

c. Combien de temps faudrait-il pour obtenir la même vitesse finale et en exerçant la même force dans le cas d'un bateau de masse 1 tonne ?



19 •• Comment prendre 15 kg en une fraction de seconde ?

M. Dupont est immobile sur un pèse-personne. Il lit l'indication 70 kg sur l'afficheur de l'appareil. Il descend ensuite du pèse-personne en effectuant un petit saut. La valeur indiquée par l'afficheur s'élève jusqu'à 85 kg avant de retourner au zéro.

a. Quelle est la grandeur physique à laquelle le pèse-personne est réellement sensible ?

b. Expliquer cette augmentation subite.

20 •• Se peser en soulevant une valise

Jean, qui a une masse de 75 kg, est debout sur un pèse-personne. Il soulève alors une valise de masse 25 kg. On peut considérer que seule la valise est en mouvement.
Au début de l'opération, le pèse-personne donne pour indication 105 kg.
Quelle est alors l'accélération de la valise ?

Donnée : $g = 10\,\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

Courbes $v_G = f(t)$

21 • Enregistrement avec force constante

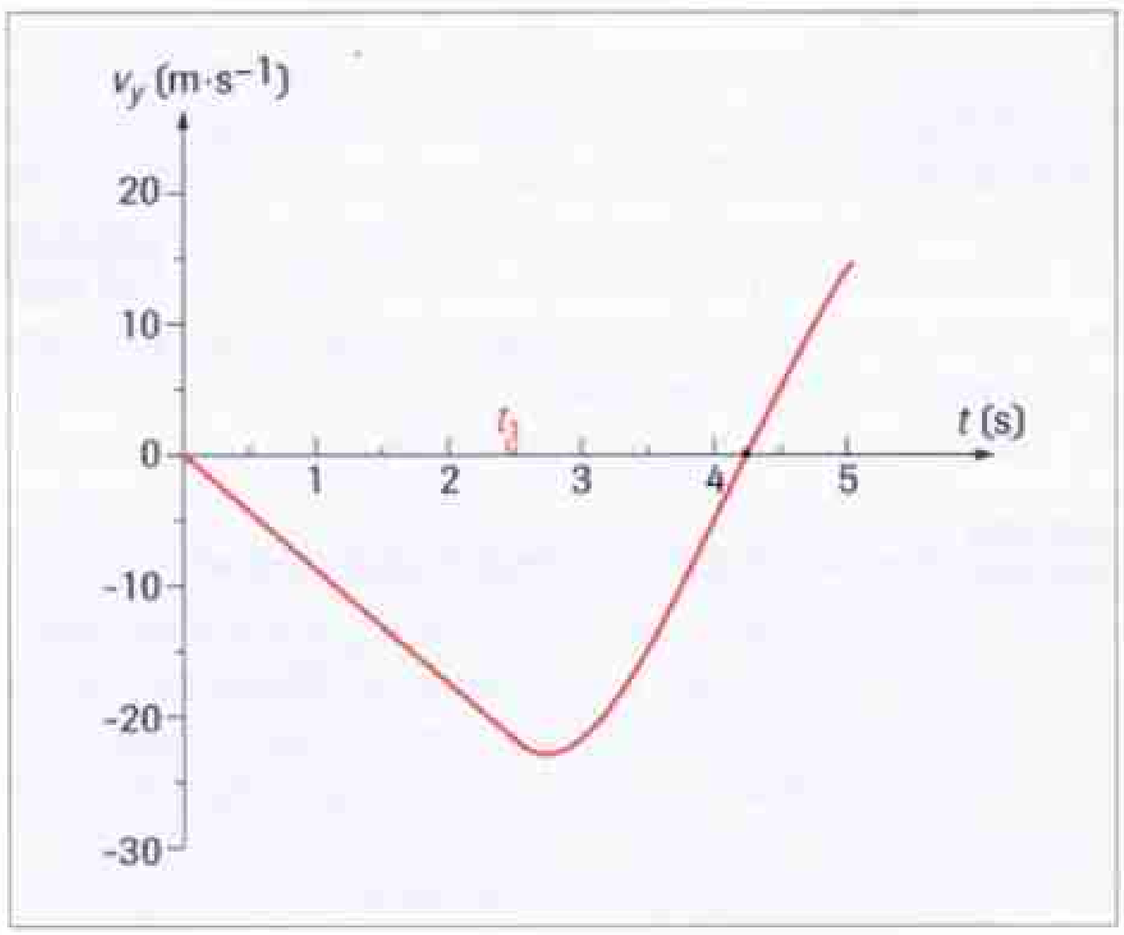
Un mobile autoporteur de masse 230 grammes est placé sur une table horizontale. Il est relié, par l'intermédiaire d'un fil horizontal, à un dispositif créant une force constante $\vec{F}$. Le mobile prend un mouvement rectiligne. Un capteur relié à un ordinateur permet d'enregistrer le mouvement de son centre d'inertie G. Par traitement informatique de ces données, on calcule la vitesse de G à différents instants. Les résultats sont fournis par le tableau de la page suivante.

date t (s)	vitesse v_G (m·s^{-1})
0,174	0,252
0,218	0,314
0,255	0,364
0,315	0,439
0,365	0,513
0,410	0,574
0,444	0,620

a. Tracer la courbe $v_G = f(t)$.
b. Le mouvement est-il accéléré, ralenti ou uniforme ?
c. Que peut-on dire de l'évolution de l'accélération de G au cours du mouvement ? Justifier le résultat en utilisant la deuxième loi de Newton.
d. Faire les calculs nécessaires pour trouver la valeur de $\vec{F}$.

22 ▪▪ Saut à l'élastique

Au cours d'un saut à l'élastique, le sauteur se laisse tomber d'un pont sans vitesse initiale.
À la date t_1, l'élastique commence à se tendre.
À la date t_2, le sauteur arrive au plus bas de sa chute et commence à remonter.
Le mouvement est repéré par un axe vertical $\overrightarrow{Oy}$ dirigé vers le haut.
Le graphique suivant donne une modélisation de l'évolution de la vitesse du sauteur en fonction du temps, obtenue en négligeant les frottements.



a. Comment évolue la valeur de la vitesse entre le début de la chute et la date t_1 ? Que peut-on dire de l'accélération du sauteur pendant cette durée ?
b. À partir de quelle date le mouvement du sauteur commence-t-il à se ralentir ?
c. À quelle date le sauteur atteint-il la position la plus basse ?

23 ▪▪ Chute verticale dans de l'huile

On filme avec un caméscope le mouvement d'une bille de masse 115 g en chute verticale dans de l'huile. Les images successives sont enregistrées à 20 ms d'intervalle.
Après traitement informatique des données on obtient les valeurs de la vitesse v indiquées dans le tableau suivant.

image	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v (m·s^{-1})	0,084	0,125	0,158	0,176	0,186	0,198	0,204	0,208	0,210	0,210

a. Tracer la courbe $v = f(t)$.
b. Décrire l'évolution de la vitesse au cours du temps.
c. Repérer deux phases dans ce mouvement. Pour chaque phase, indiquer si le mouvement est accéléré, ralenti ou uniforme et dire comment évolue l'accélération.
d. Calculer l'accélération de la bille pour la position 3. En déduire la valeur de la somme des forces exercées sur la bille pour cette position.

24 ▪ Exercice de correction

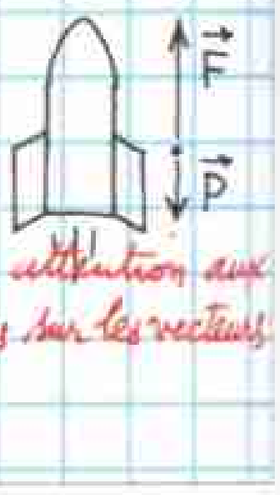
Lire l'énoncé puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

Énoncé

Une fusée a, au décollage, une masse $M = 2{,}0 \times 10^6$ kg. L'éjection des gaz par les moteurs produit le même effet qu'une force extérieure unique, verticale, de valeur $F = 3{,}0 \times 10^7$ N. On prendra $g = 10$ N · kg^{-1}.
Calculer l'accélération au décollage.

Solution annotée d'un élève

Référentiel : terrestre — *Il manque une précision*
Système : la fusée
Inventaire des forces :
Poids de la fusée $\vec{P}$ — *Rédaction*
Poussée des gaz $\vec{F}$ — *insuffisante*
D'après Newton, $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}_G$ — *Non : attention aux*
d'où $a_G = \frac{P+F}{m} = 25\ m \cdot s^{-2}$ — *opérations sur les vecteurs*

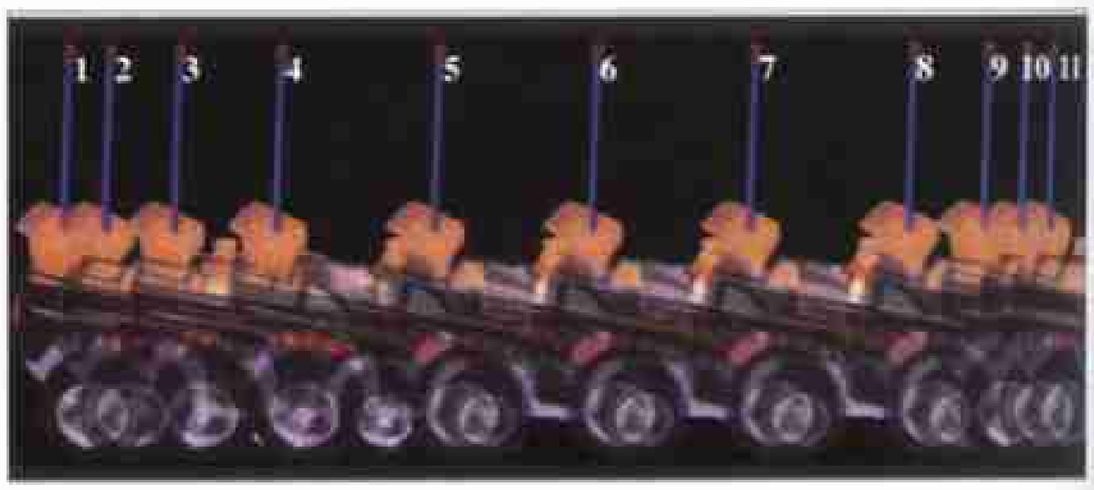


PROBLÈMES DE SYNTHÈSE

25 ▪▪ Accélération d'un mouvement rectiligne

Le document ci-dessous représente la chronophotographie du mouvement d'une voiture téléguidée. La tige bleue a une hauteur de 4,5 cm et les positions successives ont été enregistrées à $\frac{1}{25}$ s d'intervalle.

a. Construire les vecteurs vitesses du véhicule pour les positions notées 2, 4, 5, 7, 8 et 10 en précisant l'échelle choisie.
b. Construire le vecteur accélération du véhicule pour les positions notées 3, 6 et 9 en précisant l'échelle choisie.

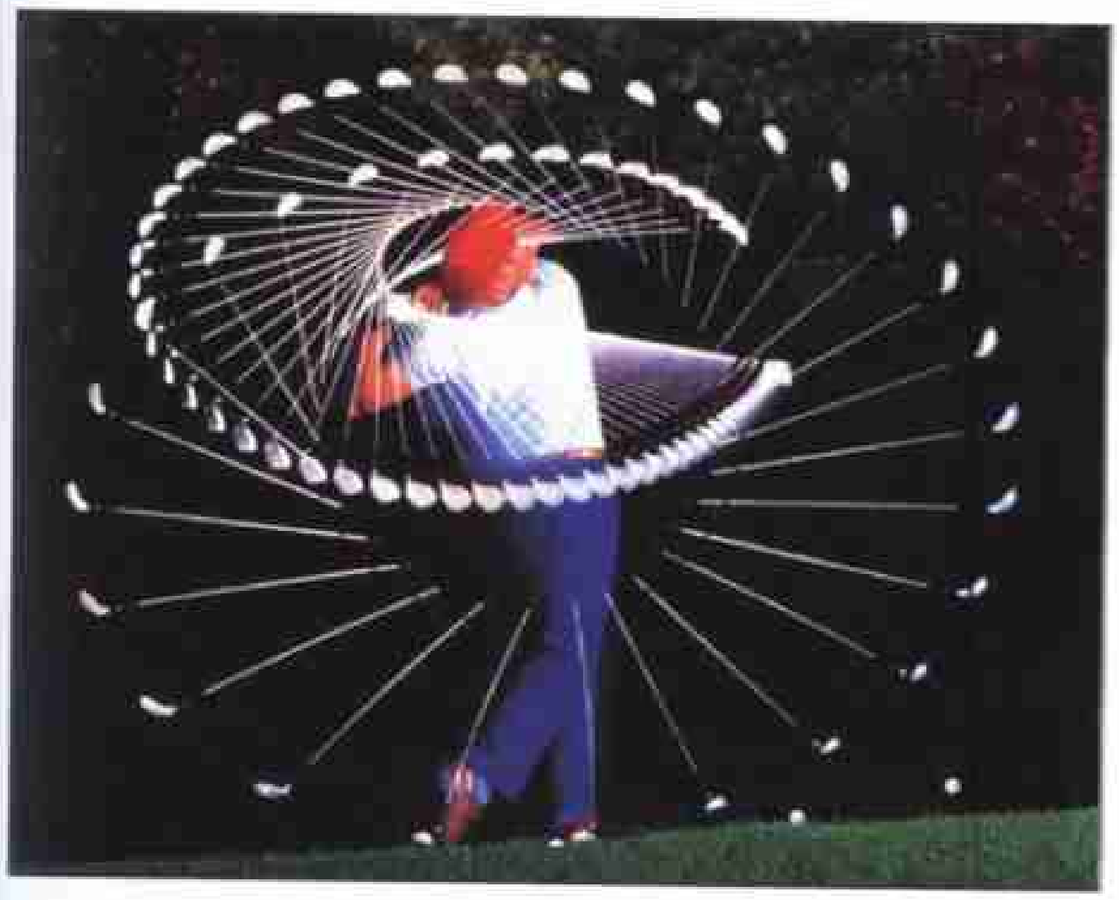


26 Accélération d'un mouvement curviligne

Le document ci-dessous a été obtenu en photographiant un joueur de golf éclairé par une succession de flashs émis à $\frac{1}{50}$ s d'intervalle. On suppose que la taille du joueur est de 1,80 m.

a. Construire les vecteurs vitesse de l'extrémité du club juste avant et juste après la frappe de la balle en précisant l'échelle choisie.

b. Construire le vecteur accélération de l'extrémité du club à l'instant où la balle est frappée.



27 Debout dans un bus

On peut rester debout sans effort dans un véhicule en mouvement lorsque le corps est incliné dans la direction de la réaction du plancher.

a. Faire le bilan des forces exercées sur un passager debout sur le plancher d'un véhicule.

b. Suivant quelle direction doit-on diriger le corps dans un véhicule en mouvement de translation rectiligne uniforme sur une route horizontale ?

c. Dans quel sens faut-il incliner le corps dans un véhicule en mouvement de translation rectiligne en cours de freinage ?

d. En appliquant la deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre, exprimer l'angle α d'inclinaison du corps par rapport à la verticale en fonction de la valeur de l'accélération $\vec{a}$.

28 Coussin de sécurité (airbag)

Le déclenchement d'un airbag au cours d'un choc peut être produit par un interrupteur mécanique. Un cylindre fixé sur l'habitacle du véhicule se décroche lors d'un choc et roule jusqu'à un contact électrique provoquant la fermeture du circuit de commande.

On peut modéliser ce dispositif de la façon suivante : un solide S de masse m est relié, par un fil tendu horizontalement, à l'habitacle du véhicule. Ce solide peut glisser sans frottement sur un support horizontal. Le fil se casse si sa tension est supérieure à une valeur limite T_l.

a. Faire le bilan des forces exercées sur S.

b. Dans quel référentiel S reste-t-il immobile tant que le fil ne se casse pas ? Ce référentiel est-il galiléen ?

c. Écrire la deuxième loi de Newton appliquée à S en précisant le référentiel utilisé.

d. Exprimer la tension du fil en fonction de l'accélération du véhicule. Pourquoi le fil se casse-t-il en cas de choc ?

29 Impact

On laisse tomber verticalement une bille de masse $m = 0{,}20$ kg. La bille heurte le sol avec la vitesse $v_0 = 5{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

L'impact de la bille provoque, sur le revêtement, une petite déformation permanente de profondeur h ce qui permet de mesurer la distance d'arrêt.

On modélise le mouvement après l'impact en considérant que l'accélération de la bille pendant le contact avec le sol est constante jusqu'à son arrêt complet. On admettra que sa valeur est donnée par l'expression : $a = \frac{v_0^2}{2h}$.

a. Vérifier par comparaison des unités que l'expression précédente représente une accélération.

b. Faire le bilan des forces agissant sur la bille pendant l'impact.

c. Le revêtement est d'abord du bois. On trouve $h = 2{,}0$ mm. Calculer la force exercée par le revêtement sur la bille pendant le choc.

Refaire le calcul dans le cas où le revêtement est du sable ; on a alors : $h = 1{,}4$ cm.

d. En s'aidant des résultats précédents, expliquer pourquoi, si la bille présente une fragilité, elle risque plus de se casser si le sol est très rigide.

Donnée : $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

30 Étude d'un document

Le texte ci-dessous est la traduction de l'énoncé original de la deuxième loi de Newton.

Lire le texte et répondre aux questions.

> Les changements qui arrivent dans le mouvement sont proportionnels à la force motrice, et se font dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée. Si une force produit un mouvement quelconque, une force double de cette première produira un mouvement double, et une force triple un mouvement triple … Et ce mouvement, étant déterminé du même côté que la force génératrice, sera ajouté au mouvement que le corps est supposé avoir déjà, s'il conspire avec lui ; ou en sera retranché, s'il lui est contraire ; ou bien sera retranché ou ajouté en partie, s'il lui est oblique.

a. Quel terme pourrait-on utiliser actuellement pour remplacer le mot « mouvement » qui intervient plusieurs fois dans le texte ?

b. Quelle grandeur pourrait être actuellement utilisée pour remplacer l'expression : « Les changements qui arrivent dans le mouvement » ?

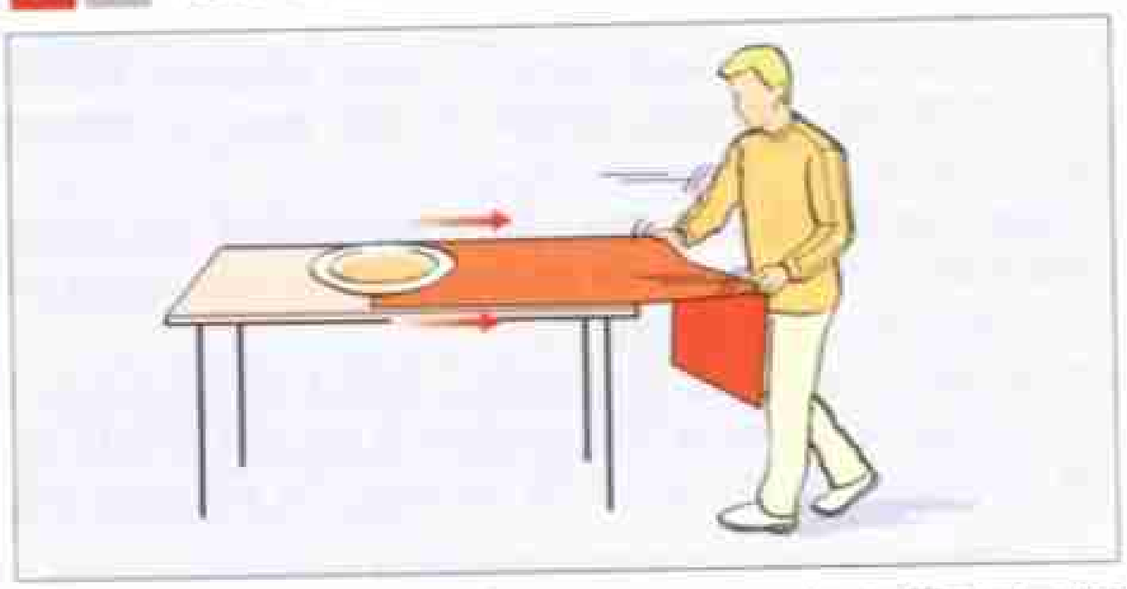
c. Quelle expression pourrait-on utiliser actuellement pour remplacer l'expression : « La ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée » ?

d. Traduire par une expression mathématique la phrase : « Si une force produit … » jusqu'à « … mouvement triple ».

e. Quelle notion mathématique inconnue du temps de Newton aurait permis de simplifier le texte en particulier à partir de « Et ce mouvement, étant toujours déterminé … » ?

POUR ALLER PLUS LOIN ...

31 Tour d'adresse



Il est possible, si on opère avec un geste suffisamment rapide, de retirer une nappe sur laquelle est installé un couvert, sans déplacer celui-ci. On se propose de donner, à l'aide d'un modèle simplifié, une explication physique de ce phénomène.

Dans tout l'exercice, on considère une assiette assimilée à un disque posé sur une nappe recouvrant une table horizontale.

a. On retire lentement la nappe. On constate que l'assiette suit le mouvement de la nappe.

Faire le bilan des forces agissant sur l'assiette. Quelle relation existe-t-il entre l'accélération $\vec{a}$ de l'assiette et la force de frottement $\vec{F}$ exercée sur elle par la nappe ?

b. La valeur de $\vec{F}$ ne peut pas dépasser une valeur limite F_l. Soit a_l la valeur de l'accélération $\vec{a}$ correspondante.

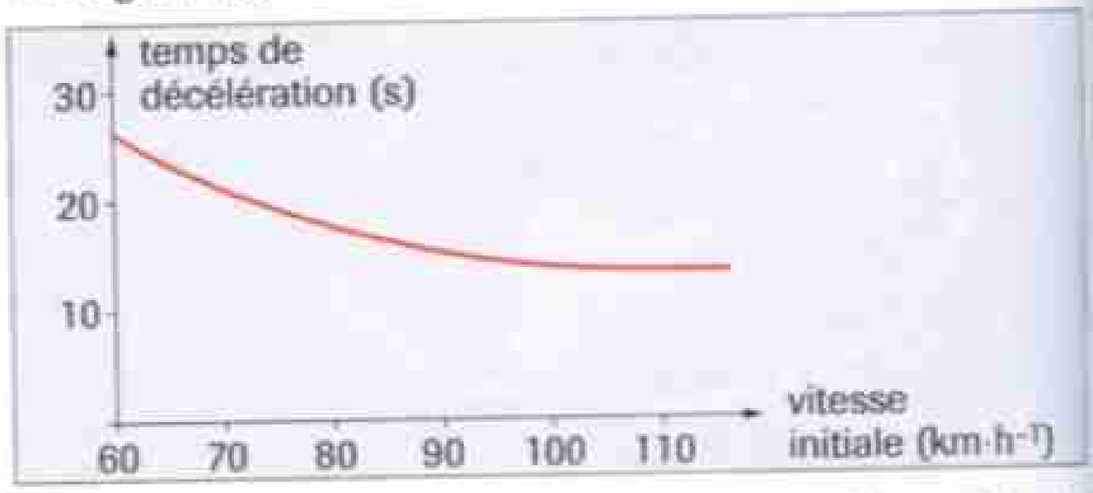
Que se passe-t-il si l'accélération a_s de la surface de la nappe en contact avec l'assiette dépasse la valeur a_l ?

c. On suppose que a_s est supérieure à a_l. On retire la nappe de la table en une durée Δt.

Comment varie la vitesse finale de l'assiette si Δt diminue ? Expliquer alors pourquoi l'assiette reste pratiquement immobile si on retire très rapidement la nappe.

32 Ralentissement d'une voiture

Le graphique suivant donne la durée de décélération d'une voiture, en roue libre, pour une diminution de la vitesse de 16 km · h^{-1} en fonction de la vitesse initiale. Les conditions de la mesure sont des conditions standard (boîte de vitesse au point mort, prise au vent moyenne et pneus correctement gonflés).



a. Pour une vitesse initiale de 100 km · h^{-1}, combien de temps faut-il pour que la vitesse atteigne 84 km · h^{-1} ? Combien de temps faut-il pour qu'elle atteigne 68 km · h^{-1} ?

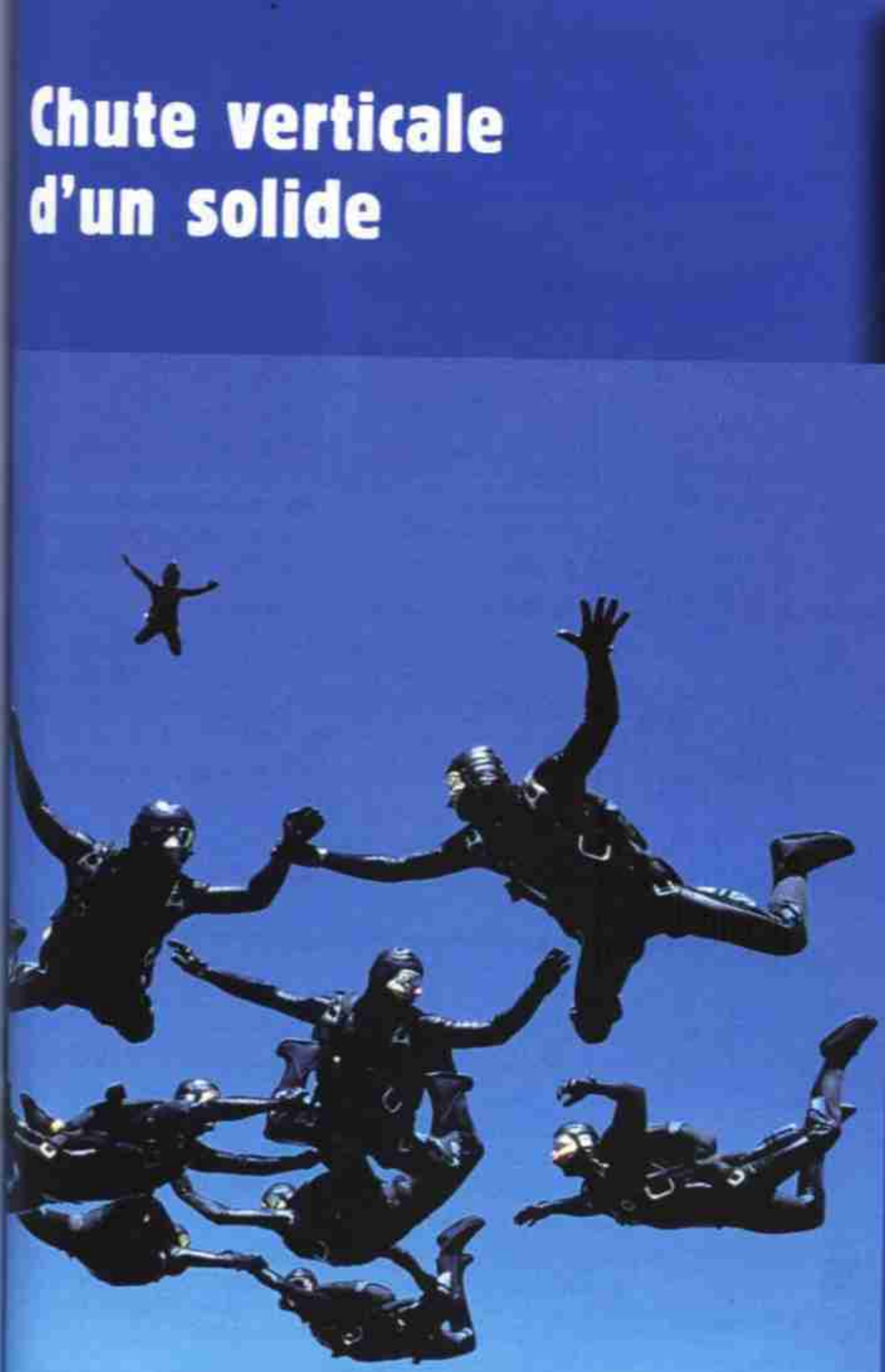
b. L'accélération de la voiture est-elle constante ? Sinon, comment varie-t-elle au cours du temps jusqu'à l'arrêt complet ?

c. Faire le bilan des forces exercées sur la voiture. Que peut-on dire de ces forces d'après le résultat de la question précédente ?

d. Calculer une valeur approchée de l'accélération en début de parcours pour une vitesse initiale de 100 km · h^{-1}.

Chute verticale d'un solide

CHAPITRE 12



Après avoir ouvert leur parachute, ces sportifs atteindront une vitesse limite de quelques mètres par seconde, ce qui leur permettra d'atterrir sans trop de risque...

▶ **La modélisation du mouvement permet-elle de prévoir cette vitesse limite ?**

Objectifs

- Définir un champ de pesanteur uniforme.
- Établir l'équation différentielle du mouvement de chute verticale d'un solide dans un fluide.
- Connaître le principe de la méthode d'Euler et savoir mettre en œuvre cette méthode.
- Savoir ce qu'est une chute libre et établir l'équation différentielle de son mouvement.
- Savoir résoudre analytiquement cette équation différentielle, les conditions initiales étant connues.

Plan du cours

1 Étude d'un solide en chute verticale dans un fluide

2 Étude d'un solide en chute verticale libre

La chute des corps a longtemps été un sujet de questionnement.

- **Tous les corps tombent-ils à la même vitesse ?**
- **Si ce n'est pas le cas, comment peut-on l'expliquer ?**

Un peu d'histoire

■ Pour **Aristote** (384-322 av. J.-C.), chaque corps doit aller vers son « lieu naturel », c'est-à-dire vers le bas pour un objet « pesant ». Un corps tombe d'autant plus vite qu'il est plus pesant.

■ Pour **Galilée** (1564-1642), tous les corps doivent avoir le même mouvement de chute, mais ce mouvement peut être modifié par la nature du milieu dans lequel s'effectue la chute.



Fig. 1 Aristote (tableau du XVe siècle).

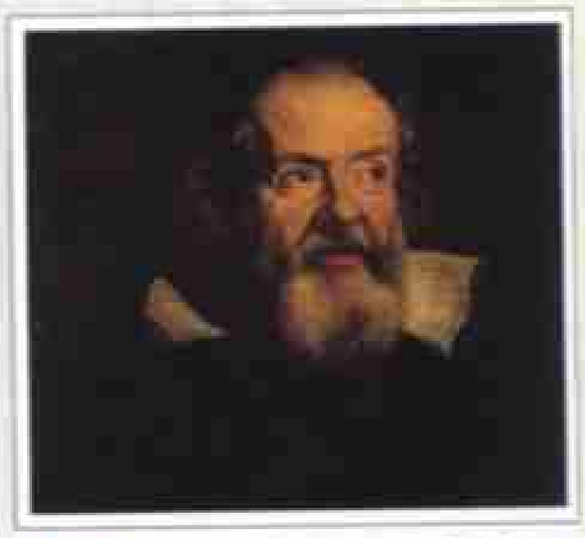


Fig. 2 Galileo Galilei, dit Galilée.

Recherche sur internet

■ Si un corps se trouve dans un fluide (gaz ou liquide), l'une des forces que ce fluide exerce sur lui est la **poussée d'Archimède**.

▶ **Que représente cette force ?**

■ Lors d'un saut en parachute, le parachutiste est brusquement freiné à l'ouverture du parachute.

▶ **Comment peut-on expliquer ce phénomène ?**

Aide possible sur le site :
http://www.infosciences.fr/histoire/

Activité

La poussée d'Archimède

■ **Matériel**

- Un tube à essai contenant du sable.
- Un dynamomètre avec un support.
- Une éprouvette graduée.
- De l'eau, de l'huile.

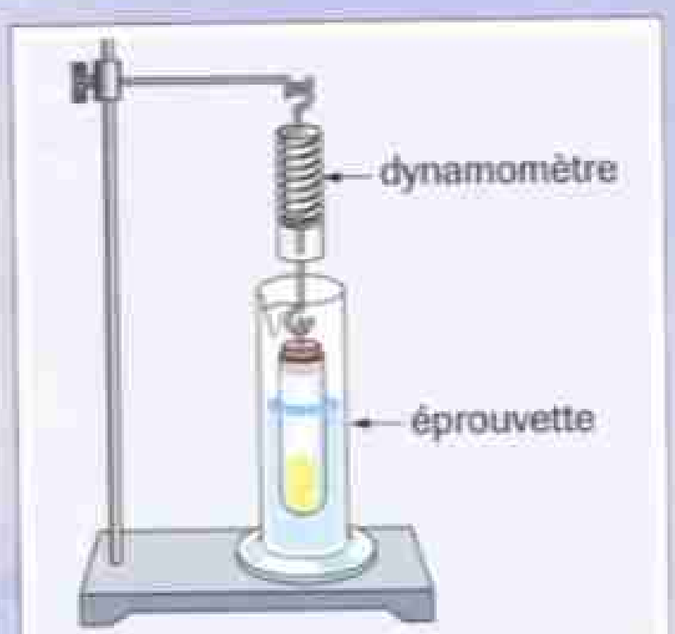


Fig. 3 Dispositif expérimental.

■ **Expérience**

Accrocher le tube à essai au dynamomètre, et mesurer la force indiquée dans les situations suivantes :

1. tube à essai dans l'air ;
2. tube à essai entièrement immergé dans l'eau ;
3. tube à essai entièrement immergé dans l'huile ;
4. tube à essai partiellement immergé dans l'eau.

▶ **1. Montrer que, dans les situations 2, 3 et 4, le tube subit une autre force que son poids.**

▶ **2. Par quoi est exercée cette force ?**

▶ **3. Quels sont le sens et la direction de cette force ?**

▶ **4. De quels paramètres semble dépendre cette force ?**

Physique et vocabulaire

■ **Fluide** adj. (lat. *fluidus*) Qui coule aisément.

■ **Fluide** n. m. Les liquides et les gaz sont des fluides (car les molécules qui les constituent sont peu liées entre elles).

L'énigme du chapitre

Comment peut-on mesurer la profondeur d'un puits avec une pierre et un chronomètre ?

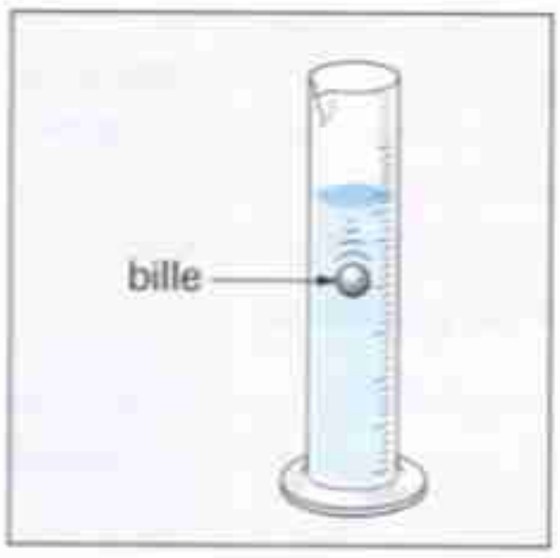
1 Étude d'un solide en chute verticale dans un fluide

1. 1. Étude expérimentale

Une bille a été lâchée sans vitesse initiale dans un liquide. Les mesures permettent d'obtenir les valeurs de la vitesse $\vec{v}_G$ du centre d'inertie de la bille en fonction du temps.

Expérience

- Lâcher une bille sans vitesse initiale à la surface d'un liquide.
- Repérer ses positions à intervalles de temps égaux.
- Déterminer la vitesse aux différentes dates.
- Faire l'étude pour différents liquides (eau et huile).



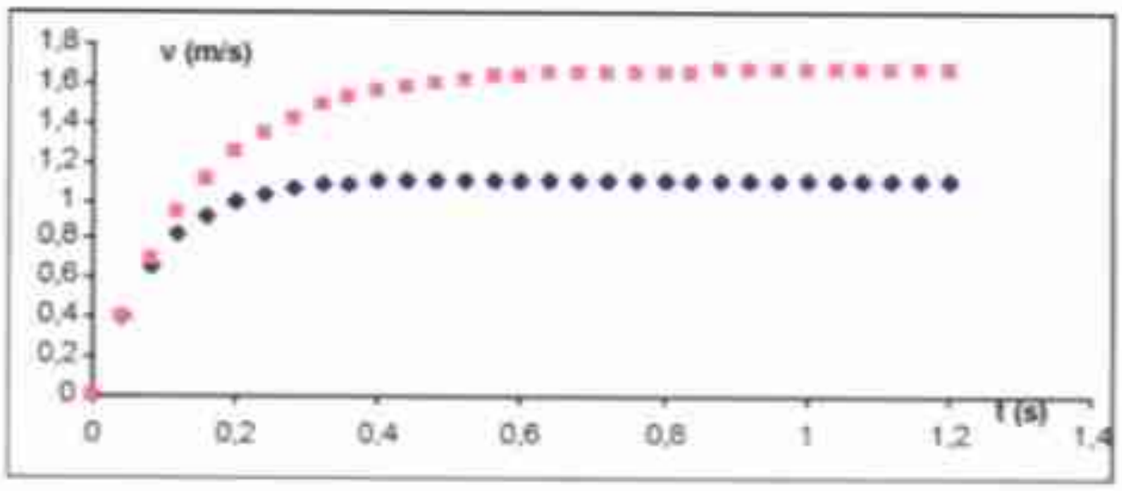


Fig. 1 Tracé à l'ordinateur des courbes $v_G = f(t)$ pour deux liquides de viscosités différentes.

Observation

Les courbes obtenues (fig. 1) montrent que dans une première phase, la valeur de la vitesse augmente : c'est le **régime initial**. Elle atteint ensuite une valeur limite : c'est le régime **asymptotique** (ou régime permanent).
On appelle *temps caractéristique* t_c la date à laquelle la tangente à l'origine ($v_G = 0$) de la courbe $v_G = f(t)$ coupe l'asymptote à la courbe (vitesse limite) (fig. 2).

Interprétation

Pendant le **régime initial**, la valeur de la vitesse varie, donc le vecteur accélération n'est pas nul. D'après la deuxième loi de Newton, la somme vectorielle des forces qui s'exercent sur la bille n'est donc pas nulle.
Une fois que la vitesse limite est atteinte, le vecteur vitesse reste constant, donc la somme vectorielle des forces devient nulle.
On obtiendrait des résultats comparables lors de la chute d'un solide dans un gaz.

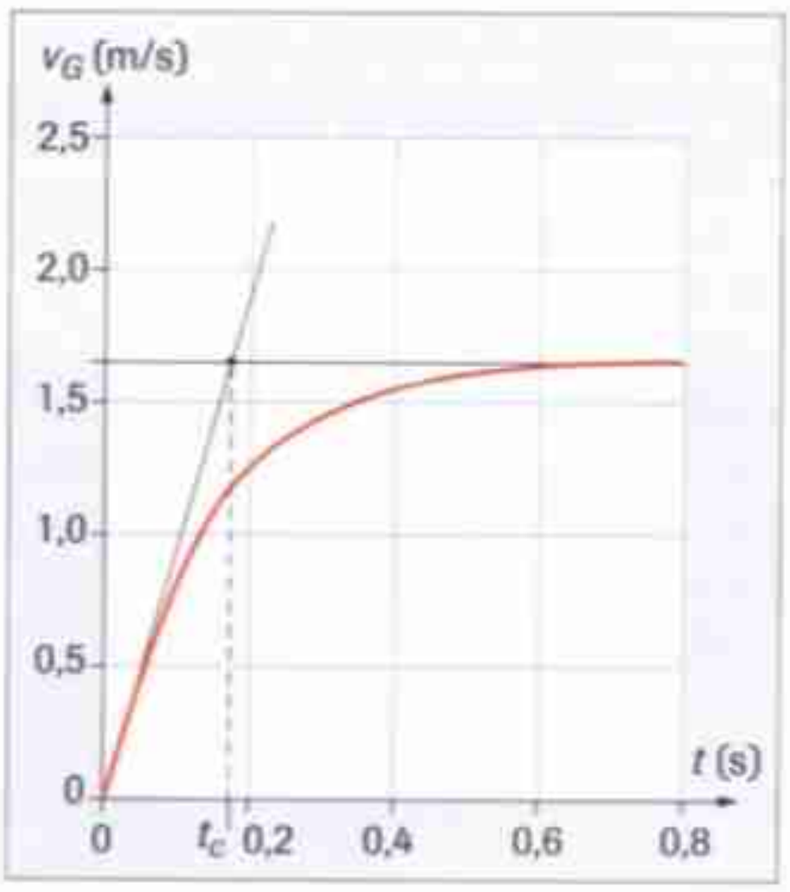


Fig. 2 Mesure du temps caractéristique t_c.

Au cours de la chute verticale d'un solide dans un fluide (gaz ou liquide), on observe deux régimes successifs : la vitesse commence par augmenter, puis elle atteint une valeur limite.

LE COURS

1. 2. Force exercée par la Terre sur le solide en mouvement

A Force de pesanteur

Un objet qui se trouve au voisinage de la Terre subit une force de gravitation $\vec{F}$ qui peut s'identifier à la force de pesanteur $\vec{P}$ (fig. 3).

Cette force de pesanteur $\vec{P}$, appelée aussi poids de l'objet, a les caractéristiques suivantes :

- sa direction est verticale ;
- son sens est vers le bas ;
- sa valeur est donnée par la relation :

$$P = mg \quad \begin{cases} P : \text{valeur du poids en newtons (N)} \\ m : \text{masse en kilogrammes (kg)} \\ g : \text{intensité de la pesanteur (N} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)} \end{cases}$$

On peut mesurer directement la valeur du poids d'un objet en le suspendant à un dynamomètre. Si le solide est homogène et de masse volumique ρ :

$$m = \rho V \quad \text{et} \quad P = mg = \rho V g.$$

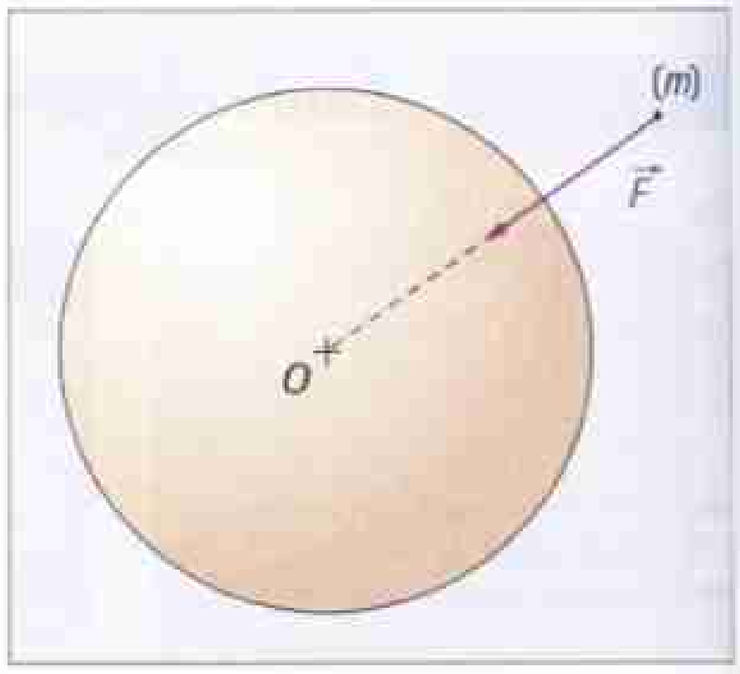


Fig. 3 La Terre exerce sur l'objet une force de gravitation $\vec{F} = \vec{P}$.

B Champ de pesanteur

Au voisinage de la Terre, un objet de masse m subit une force de pesanteur $\vec{P}$: **on dit que la Terre crée un champ de pesanteur.**

DÉFINITION

Chaque point du champ de pesanteur peut être caractérisé par un vecteur $\vec{g}$ appelé vecteur champ de pesanteur qui est défini par la relation : $\vec{g} = \dfrac{\vec{P}}{m}$

Les vecteurs $\vec{P}$ et $\vec{g}$ sont donc colinéaires et de même sens (fig. 4).

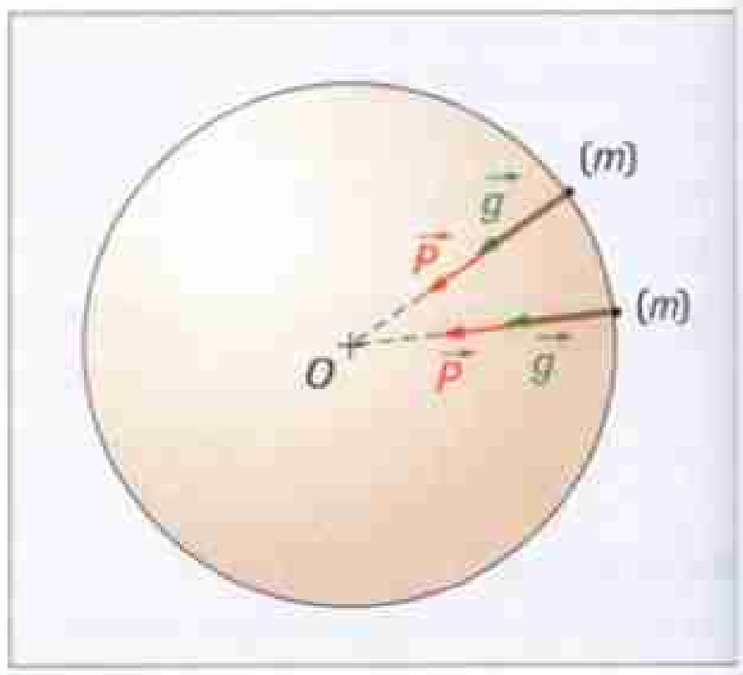


Fig. 4 Le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$ et le vecteur force de pesanteur $\vec{P}$ sont colinéaires et de même sens.

Le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$ dépend du lieu.

- Sa valeur dépend :

– de l'altitude : si on s'élève de 10 km, la valeur de g diminue d'environ 0,3 % ;

– de la latitude : $g = 9{,}83\,\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$ aux pôles, alors que $g = 9{,}78\,\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$ à l'équateur.

- En deux points distincts de la Terre, les vecteurs champ de pesanteur n'ont pas la même direction : pour deux points distants de 1 mille marin (1 852 m) l'angle entre les directions de $\vec{g}$ est de une minute (c'est-à-dire 1/60 de degré).

Ces valeurs montrent que, dans un domaine dont les dimensions ne dépassent pas quelques kilomètres, on peut considérer que le vecteur $\vec{g}$ est pratiquement constant. On dit que le **champ de pesanteur est uniforme** (fig. 5).

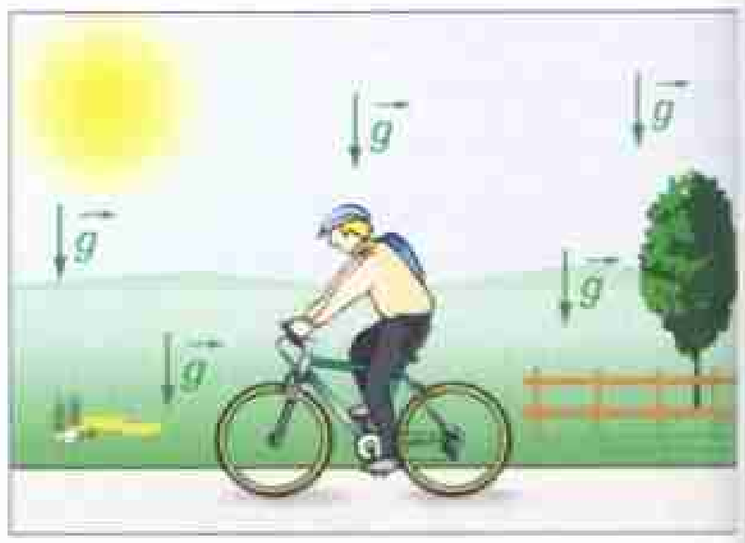


Fig. 5 Au cours de son déplacement, on peut considérer que le cycliste évolue dans un champ de pesanteur uniforme.

DÉFINITION

Le champ de pesanteur est uniforme dans un domaine de l'espace si le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$ est le même en tout point de ce domaine (même direction, même sens et même valeur).

■ REMARQUES

- Le champ de pesanteur en un point au voisinage de la Terre existe même si on ne place pas en ce point une masse m : celle-ci ne sert qu'à détecter le champ qui est créé par la Terre.
- L'intensité de la pesanteur (ou valeur du champ de pesanteur) g s'exprime en $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$ ou, puisqu'elle est homogène à une accélération, en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

▶ *Voir exercice n° 6, page 231*

1. 3. Forces exercées par le fluide sur le solide en mouvement

A La poussée d'Archimède

• Un solide immergé dans un liquide subit de la part de celui-ci une force verticale, dirigée vers le haut appelée **poussée d'Archimède** (fig. 6).

Un corps totalement ou partiellement immergé dans un fluide (liquide ou gaz) subit une force $\vec{F}$ appelée poussée d'Archimède qui a les caractéristiques suivantes :
• sa direction est verticale ;
• son sens est vers le haut ;
• sa valeur F est égale au poids du fluide dont le solide a pris la place (poids du fluide déplacé).

$F = \rho' V g$

F : valeur de la poussée d'Archimède en newtons (N)
ρ' : masse volumique du fluide ($kg \cdot m^{-3}$)
V : volume de la partie immergée du solide (m^3)
g : valeur du champ de pesanteur ($N \cdot kg^{-1}$)

• La poussée d'Archimède a les mêmes caractéristiques si le solide est en mouvement ou immobile par rapport au fluide.

Remarques

• Si le solide flotte sur un liquide, il subit la poussée d'Archimède exercée par le liquide et celle qui est exercée par l'air qui se trouve au-dessus. On peut considérer que dans ce cas, la poussée d'Archimède exercée par l'air est négligeable par rapport à celle qui est exercée par le liquide.
• On peut expliquer l'existence de cette force à partir de l'étude des forces pressantes qu'exerce le fluide sur les parois du solide immergé (fig. 7).



Fig. 6 Le voilier peut flotter grâce à la poussée d'Archimède.

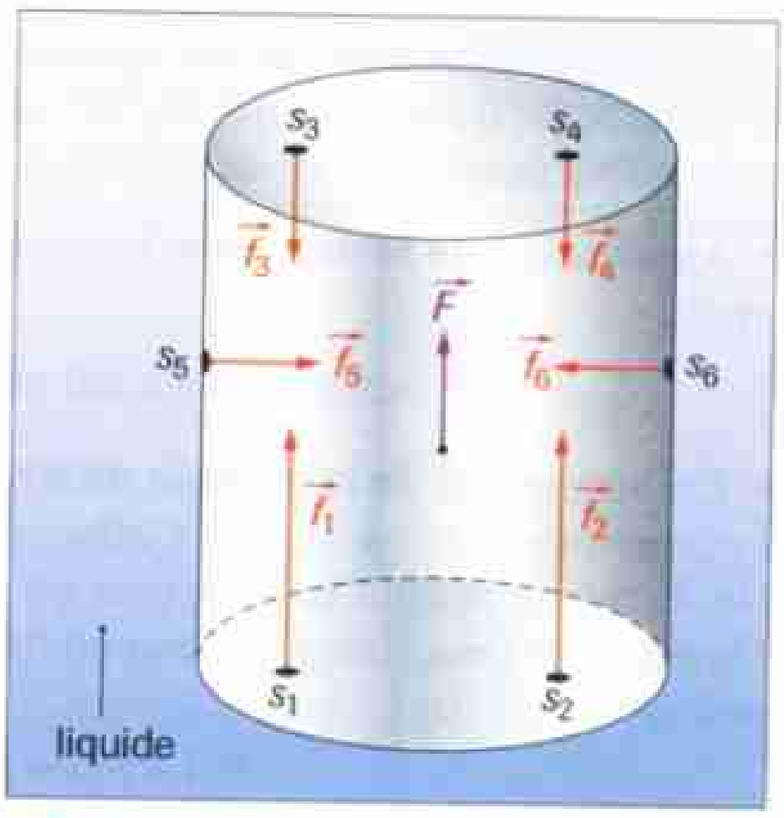


Fig. 7 La poussée d'Archimède $\vec{F}$ est la somme des forces pressantes $\vec{f}_i$ exercées par le fluide sur la surface du solide en contact avec lui.

B La force de frottement exercée par le fluide

Un skieur, une voiture en mouvement dans l'air, un nageur en mouvement dans l'eau subissent des actions mécaniques de contact qui ont tendance à freiner leur mouvement. Ces actions mécaniques peuvent être modélisées par une force appelée **force de frottement** (fig. 8).
De façon générale, si un solide est en mouvement par rapport à un fluide, il subit une force de frottement $\vec{f}$.

Dans le cas d'un solide en chute verticale dans un fluide, la force de frottement $\vec{f}$ a les caractéristiques suivantes :
• elle est colinéaire au vecteur vitesse $\vec{v}$ du solide et de sens contraire ;
• sa valeur dépend de la vitesse du solide, de la nature du liquide, de la forme, des dimensions et de l'état de surface du solide.

On peut montrer que la valeur de la force de frottement est proportionnelle à v^n.
La valeur de n dépend de différents paramètres, en particulier de la valeur de la vitesse.



Fig. 8 Le skieur adopte une position qui lui donne une forme aérodynamique : la force de frottement que l'air exerce sur lui est ainsi réduite.

Exemples

• Pour un solide en mouvement dans un liquide, dont la vitesse ne dépasse pas quelques $cm \cdot s^{-1}$, la valeur de la force de frottement est de la forme :

$$f = kv.$$

• Pour un solide en mouvement dans l'air dont la vitesse est de quelques $m \cdot s^{-1}$, la valeur de la force de frottement est de la forme : $f = k'v^2$.

LE COURS

1.4. Modélisation du mouvement

A Équation différentielle du mouvement

On étudie la chute verticale d'une bille lancée à une vitesse verticale de valeur v_0 dans un liquide. Le but de cette étude est d'établir une équation qui nous permette de prévoir comment varie la vitesse du centre d'inertie de la bille au cours du temps.

- **Système étudié** : la bille, en chute verticale sur la droite $x'Ox$.
- **Référentiel choisi** : le référentiel terrestre, qui peut être considéré comme galiléen (durée de la chute faible par rapport à la durée d'un jour).
- **Forces exercées sur la bille** (fig. 9) :

– la force de pesanteur (ou poids) $\vec{P}$ de valeur $P = mg = \rho Vg$ (ρ est la masse volumique de la bille qui est supposée homogène, V est son volume).
– la poussée d'Archimède $\vec{F}$ de valeur $F = m'g = \rho' Vg$ (ρ' est la masse volumique du liquide ; la bille est totalement immergée, donc V est le volume total de la bille ; m' est la masse de liquide déplacé).
– la force de frottement fluide $\vec{f}$ de valeur $f = kv$ (la vitesse est assez faible pour qu'on puisse utiliser ce modèle de force de frottement).

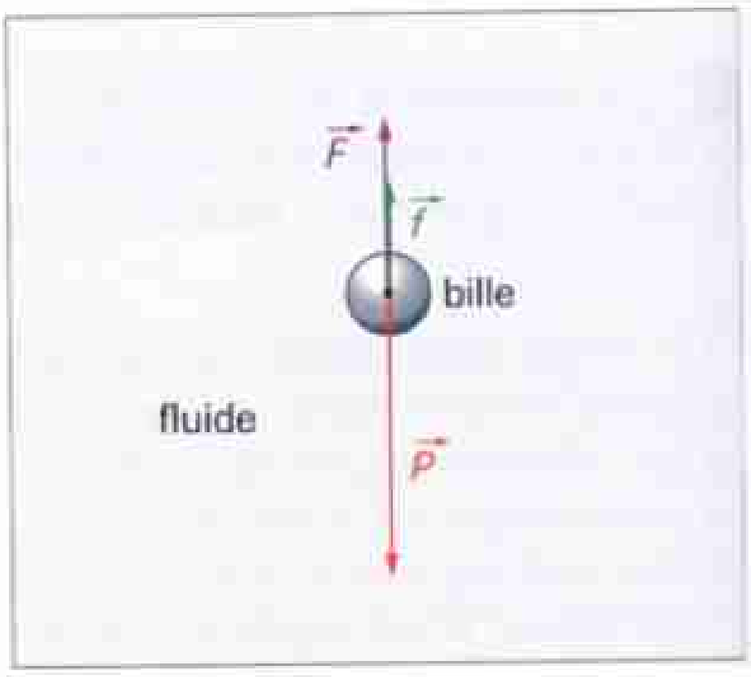


Fig. 9 Représentation des vecteurs forces qui s'exercent sur la bille au cours de sa chute verticale.

- **Application de la deuxième loi de Newton** : $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}_G$

avec :

$\vec{a}_G = \dfrac{d\vec{v}_G}{dt}$: vecteur accélération du centre d'inertie de la bille.

- **Établissement de l'équation différentielle du mouvement**

Le mouvement est vertical et s'effectue sur la droite $x'Ox$.
On définit un vecteur unitaire $\vec{i}$ sur cet axe, et on utilise le repère $(O, \vec{i})$.
On peut exprimer chaque vecteur en fonction de sa coordonnée et du vecteur unitaire $\vec{i}$ (fig. 10) :

$$P_x\vec{i} + F_x\vec{i} + f_x\vec{i} = ma_{G_x}\vec{i}$$

donc : $P_x + F_x + f_x = ma_{G_x} = m\dfrac{dv_x}{dt}$ avec : $P_x = P$; $F_x = -F$; $f_x = -f$

$$(m - m')g - kv_x = m\frac{dv_x}{dt} \quad \text{donc :} \quad \frac{dv_x}{dt} = -\frac{k}{m}v_x + \frac{(m-m')g}{m}$$

Cette équation est de la forme :

$$\frac{dv_x}{dt} = av_x + b$$

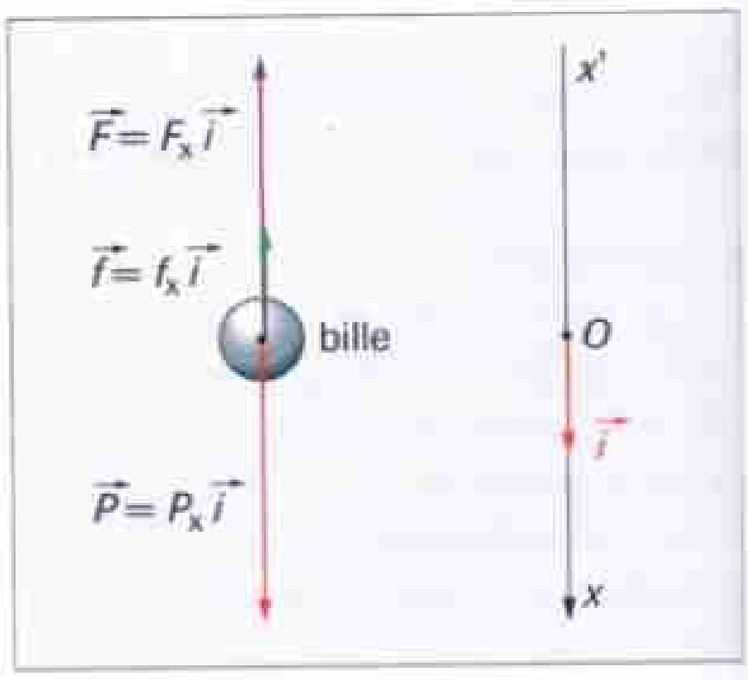


Fig. 10 Chaque vecteur vertical peut s'exprimer en fonction de sa coordonnée sur l'axe $x'Ox$ et du vecteur unitaire $\vec{i}$ choisi sur cet axe.

DÉFINITION

Dans cette équation, v_x est une fonction du temps et $\dfrac{dv_x}{dt}$ est sa fonction dérivée.
On l'appelle équation différentielle du mouvement.

B Vitesse limite

Au début du mouvement, la vitesse augmente, donc la force de frottement augmente aussi. Quand $(m - m')g = kv_x$ alors : $\dfrac{dv_x}{dt} = 0$.

La vitesse atteint la valeur limite :

$$v_{lim} = \frac{(m-m')g}{k} = \frac{(\rho - \rho')Vg}{k}$$

■ **REMARQUE**

Si on devait étudier une chute verticale dans l'air, avec une vitesse de l'ordre de quelques $m \cdot s^{-1}$, le modèle mathématique de la force de frottement fluide à utiliser serait $f = k'v^2$.

C Résolution de l'équation par une méthode numérique itérative : la méthode d'Euler

Plutôt que de rechercher l'expression mathématique de la fonction $v_x = f(t)$, on se propose de résoudre numériquement l'équation différentielle, c'est-à-dire d'utiliser une méthode qui consiste à obtenir les valeurs approchées de cette fonction et d'en déduire la représentation graphique.
On utilise la **méthode d'Euler**.
L'équation différentielle obtenue ici est de la forme :

$$\frac{dv_x}{dt} = av_x + b$$

avec $a = -\frac{k}{m}$ et $b = \frac{(m - m')\,g}{m}$

À condition de choisir δt suffisamment petit, on peut écrire qu'on a pratiquement : $av_x + b = \frac{\delta v_x}{\delta t}$ qu'on écrira pour simplifier :

$$av + b = \frac{\delta v}{\delta t}$$

δv est la variation de la valeur v de la vitesse pendant la durée δt.
Si on connaît les valeurs de a et b et les conditions initiales, on peut trouver de proche en proche les différentes valeurs de v au cours du temps.

- Conditions initiales connues : à la date $t_0 = 0$ on a : $v_x = v_0$.
- On choisit une valeur δt assez petite (c'est le pas du calcul).
- À la date $t_1 = t_0 + \delta t$ la vitesse est devenue :

$$v_1 = v_0 + \delta v_0 = v_0 + (av_0 + b)\,\delta t.$$

On constate que cette nouvelle valeur de la vitesse v_1 est calculable puisque v_0, a, b, et δt ont des valeurs connues.

- On utilise la même méthode pour calculer la vitesse v_2 :

À la date $t_2 = t_1 + \delta t$ la vitesse est devenue :

$$v_2 = v_1 + \delta v_1 = v_1 + (av_1 + b)\delta t\ldots$$

On voit qu'en répétant ce calcul, on pourra connaître les valeurs de la vitesse aux différentes dates séparées de δt, et on pourra ainsi obtenir la représentation graphique de v en fonction du temps.
L'équation différentielle a été résolue numériquement en répétant un calcul : c'est une méthode itérative.

CONCLUSION

Si on connaît les conditions initiales, il est possible de résoudre l'équation différentielle du mouvement par une méthode numérique itérative.

REMARQUE

On peut améliorer la précision des calculs en choisissant un pas δt de plus en plus petit, mais alors on s'impose un plus grand nombre de calculs.
L'utilisation d'une calculatrice ou d'un ordinateur devient alors vite nécessaire. Une activité expérimentale utilisant un tableur est proposée en fin de chapitre.

D Comparaison des résultats expérimentaux et des résultats obtenus par la modélisation du mouvement

On retrouve sur les courbes obtenues par la résolution numérique de l'équation différentielle le **régime initial** (la vitesse augmente) et le **régime asymptotique** (vitesse limite) (fig. 11).
En comparant ces courbes à celles obtenues au cours de l'étude expérimentale, on peut vérifier si le modèle choisi pour l'expression de la force de frottement est correct.

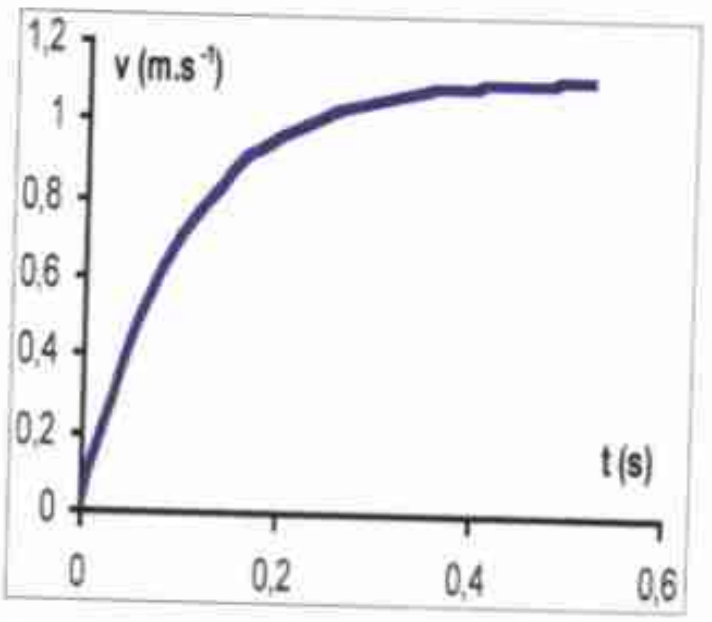


FIG. 11 Courbe obtenue à partir de la résolution numérique de l'équation différentielle.

POINT HISTOIRE

Euler



Euler
1707-1783

Mathématicien et physicien suisse.
On lui doit la première étude générale du mouvement d'un solide, ainsi que les équations de la mécanique des fluides.
Il est l'un des fondateurs de la mécanique analytique.

2 Étude d'un solide en chute verticale libre

2. 1. Qu'est-ce qu'une chute libre?

Définition
On dit qu'un solide est en chute libre si la seule force qui s'exerce sur lui est la force de pesanteur. Cette condition n'est réalisée que dans le vide.

Bien que la chute s'effectue dans un fluide, on peut se rapprocher de cette situation idéale si les forces exercées par ce fluide sur le solide (poussée d'Archimède et force de frottement) sont négligeables devant la force de pesanteur. Pour cela :
• il faut que la masse volumique du solide soit grande devant celle du fluide ;
• il faut aussi que la vitesse du solide, sa forme, ses dimensions, sa surface soient telles que la force de frottement soit la plus faible possible.
En pratique, ces conditions sont réalisées lorsqu'un solide dense et de forme aérodynamique chute dans l'air, sur une hauteur ne dépassant pas quelques mètres (fig. 12).



Fig. 12 On peut considérer que dans l'air, la balle est en chute libre.

2. 2. Étude expérimentale

Dispositif
Une bille d'acier est maintenue en position haute par un électro-aimant. À la date $t = 0$, la bille est lâchée sans vitesse initiale (fig. 13).
Grâce à des capteurs, l'ordinateur enregistre les hauteurs de chute x du centre d'inertie de la bille en fonction du temps.
On utilise un tableur pour traiter les valeurs obtenues : calculs de la valeur de la vitesse v_x et de l'accélération a_x.

Résultats
• La valeur de la vitesse augmente et elle est fonction linéaire du temps. L'accélération a une valeur constante, et est égale à la valeur du champ de pesanteur g, à moins de 2 % près (fig. 14 et 15).
• Si on refait l'expérience avec des billes de masses différentes, on retrouve les mêmes résultats.

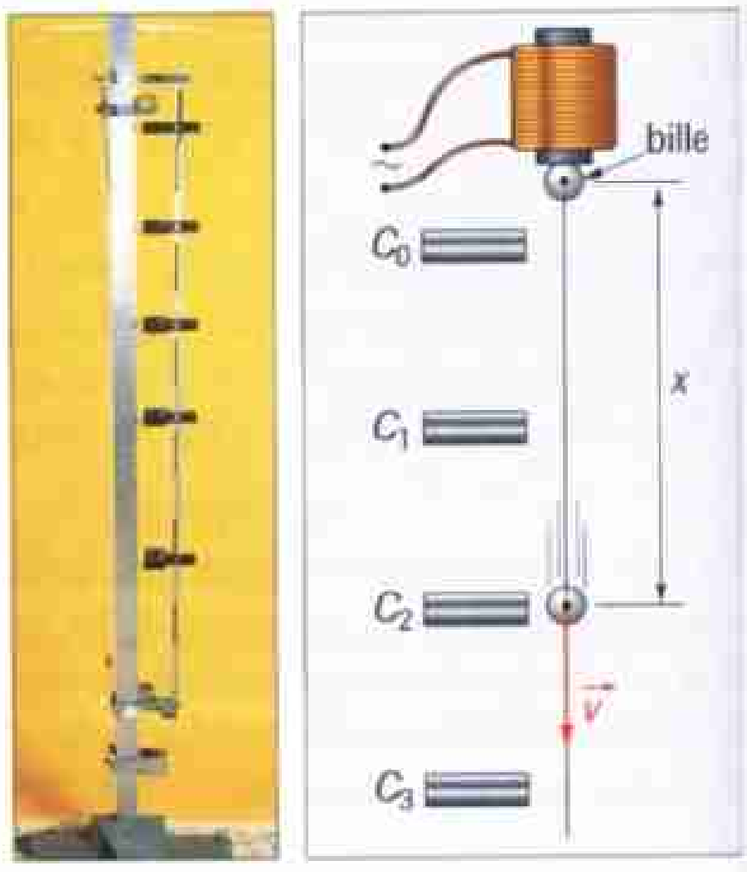


Fig. 13 Étude de la chute d'une bille d'acier. On mesure la valeur v de la vitesse pour une hauteur de chute x.

chute verticale.xls

	A	B	C	D
1	t (s)	x (m)	v_x (m/s)	a_x (m/s²)
2	0	0	0,000	
3	0,202	0,2	1,974	9,76
4	0,226	0,25	2,204	9,77
5	0,247	0,3	2,418	9,92
6	0,267	0,35	2,614	9,89
7	0,286	0,4	2,796	9,87
8	0,303	0,45	2,967	9,86
9	0,319	0,5	3,128	9,85
10	0,335	0,55	3,282	9,84
11	0,350	0,6	3,428	9,84
12	0,364	0,65	3,568	9,83
13	0,378	0,7	3,704	9,83
14	0,391	0,75	3,834	9,83
15	0,404	0,8	3,960	9,82
16	0,416	0,85	4,082	
17	0,428	0,9		

Fig. 14 Les valeurs des hauteurs de chute x en fonction du temps sont utilisées pour calculer la vitesse v_x et l'accélération a_x.

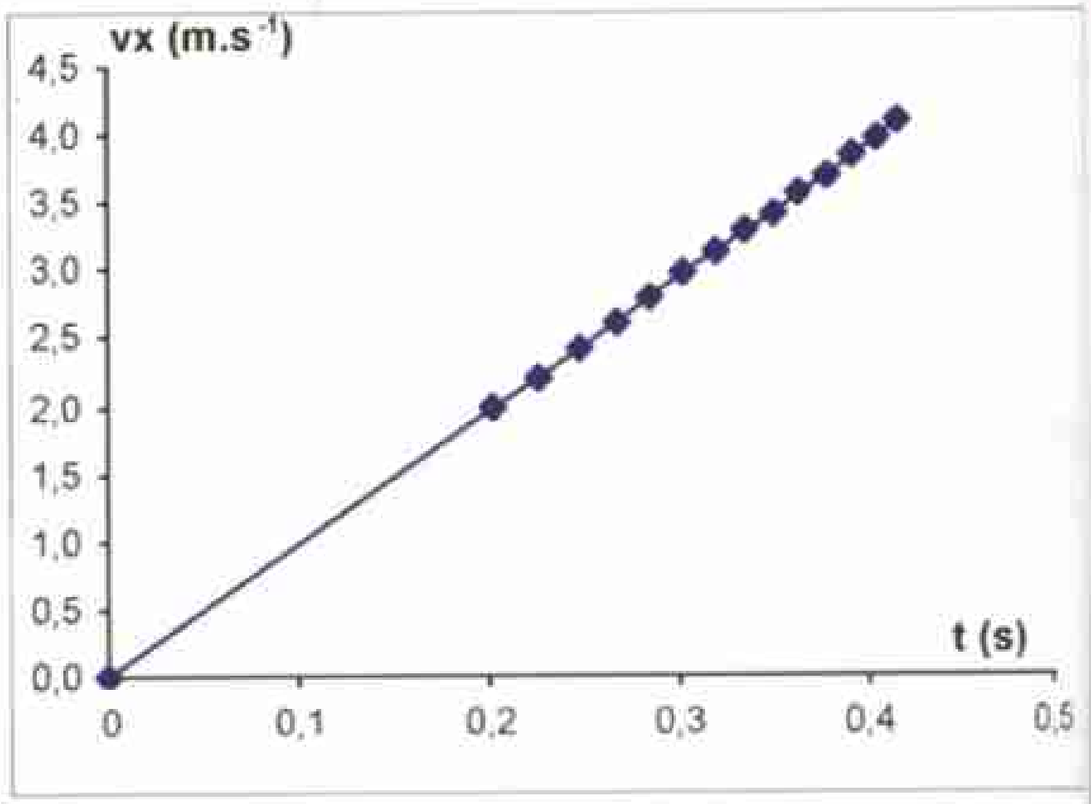


Fig. 15 Au cours de la chute, la vitesse du centre d'inertie de la bille augmente. C'est une fonction linéaire du temps.

2. 3. Modélisation du mouvement

A Équation différentielle du mouvement

On étudie la chute libre verticale d'une bille, qu'on lâche sans vitesse initiale. La hauteur de chute est assez faible (quelques mètres) pour qu'on considère que le champ de pesanteur est uniforme et que la chute est libre.

- **Système étudié** : la bille de masse m, en chute verticale sur la droite $x'Ox$.
- **Référentiel choisi** : le référentiel terrestre, il peut être considéré comme galiléen.
- **Force exercée sur la bille** : la force de pesanteur $\vec{P} = m\vec{g}$ (fig. 16) (les forces exercées par l'air sont négligeables devant $\vec{P}$).
- **Application de la deuxième loi de Newton** :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a}_G ;$$

$$\text{donc : } \vec{a}_G = \vec{g}$$

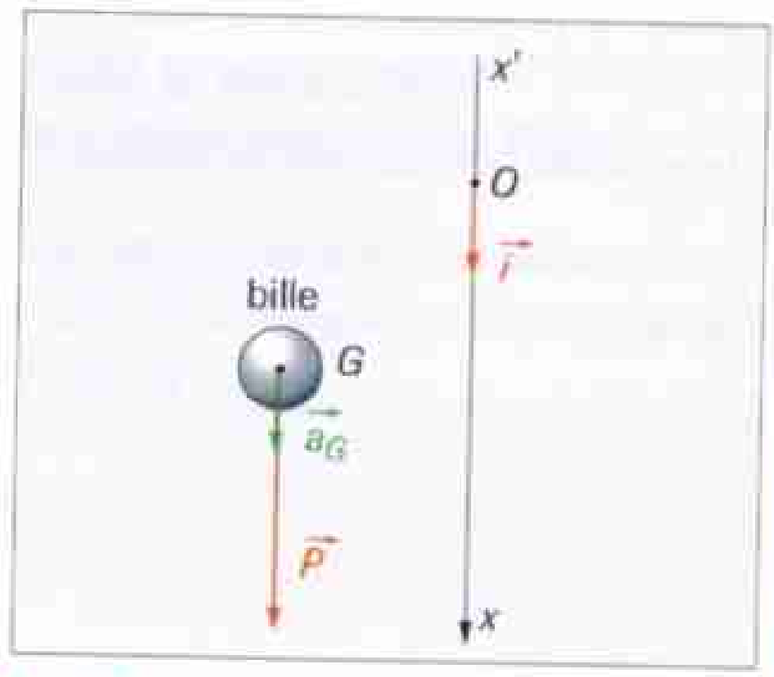


Fig. 16 La seule force qui s'exerce sur la bille est son poids $\vec{P} = m\vec{g}$.

• Le vecteur accélération du centre d'inertie d'un solide en chute libre est égal au vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$.
• La valeur de l'accélération est indépendante de la masse du solide.

- **Établissement de l'équation différentielle du mouvement** :

Le mouvement est vertical. On définit un vecteur unitaire $\vec{i}$ vertical orienté vers le bas, et on utilise le repère $(O, \vec{i})$.

On a alors : $g_x \vec{i} = a_{G_x} \vec{i}$ or $a_{G_x} = \dfrac{dv_x}{dt}$ et $g_x = g$.

Donc : $$\frac{dv_x}{dt} = g$$

Cette équation contient la fonction dérivée de la fonction $v_x(t)$: c'est l'équation différentielle du mouvement.

Remarques

- Dans l'expression de la force de pesanteur $\vec{P} = m\vec{g}$, m représente la grandeur qui intervient dans la force d'interaction gravitationnelle entre la bille et la Terre : c'est la *masse gravitationnelle*.
- Dans la deuxième loi de Newton $\vec{F} = m'\vec{a}_G$, m' représente la grandeur qui caractérise l'inertie de la bille (il est d'autant plus difficile d'accélérer la bille que sa masse est plus grande) : c'est la *masse inertielle*.
- Ces deux grandeurs paraissent donc à priori différentes.
- Or, on constate que tous les corps en chute libre ont le même vecteur accélération $\vec{a}_G = \vec{g}$ et comme, dans ce cas, on a $\vec{F} = \vec{P}$, on est amené à admettre que $m = m'$.

La masse gravitationnelle est donc égale à la masse inertielle.

- Cette identité est à la base de la théorie de la relativité générale d'Einstein.

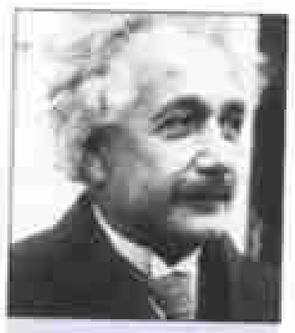
B Résolution analytique de l'équation différentielle

Il s'agit ici de trouver l'expression de la fonction $v_x(t)$ et celle de la coordonnée $x(t) = \overline{OG}$ du centre d'inertie G de la bille à partir :

- de l'équation différentielle du mouvement : $\dfrac{dv_x}{dt} = g$;
- des conditions initiales : la bille est lâchée sans vitesse initiale du point O, à la date $t = 0$. On a donc pour $t = 0$: $v_{x_0} = 0$ et $x_0 = 0$.

Point Histoire

Albert Einstein



Albert Einstein
1896-1955

L'un des plus grands physiciens du XXe siècle. Il publie en 1905 la théorie de la relativité restreinte, qui aboutit à une nouvelle conception de l'espace et du temps.
À partir de 1916, il expose ses idées sur la gravitation et les systèmes accélérés qui vont aboutir à la théorie de la relativité générale.

• **Expression de la fonction $v_x(t)$**

D'après l'équation différentielle, $v_x(t)$ est une fonction primitive de g. Or le champ de pesanteur est uniforme, donc g est un nombre constant.

$v_x(t)$ est de la forme : $v_x(t) = gt + k$ où k est une constante.

On peut vérifier que, par dérivation, on retrouve bien $\frac{dv_x}{dt} = g$.

On détermine la valeur de la constante k en utilisant les conditions initiales :

On sait que si $t = 0$, on a $v_x = v_{x_0} = 0$ et donc $k = v_{x_0} = 0$.

L'expression de la fonction $v_x(t)$ est alors :

$$v_x(t) = gt$$

La valeur de la vitesse augmente proportionnellement au temps : **le mouvement est uniformément accéléré.**

• **Expression de la fonction $x(t)$**

D'après la définition de la vitesse, on peut écrire :

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Donc $x(t)$ est une fonction primitive de la fonction $v_x(t) = gt$.

$x(t)$ est de la forme : $x(t) = \frac{1}{2} gt^2 + k$ où k est une constante.

On peut vérifier que, par dérivation, on retrouve bien $\frac{dx}{dt} = gt$.

On détermine la valeur de la constante k en utilisant les conditions initiales.

On sait que si $t = 0$, on a $x = x_0 = 0$. Donc : $k = x_0 = 0$.

L'expression de la fonction $x(t)$ est donc :

$$x(t) = \frac{1}{2} gt^2$$

C'est l'équation horaire du mouvement. Elle permet de connaître à chaque instant la position de G (fig. 17).

L'équation différentielle du mouvement et les conditions initiales permettent de prévoir comment évoluent, au cours du temps, la vitesse et la position du centre d'inertie du solide étudié.

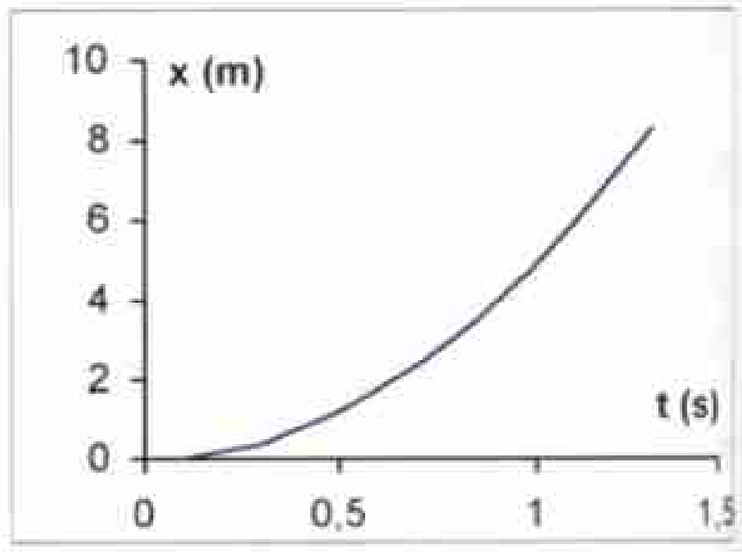


Fig. 17 Représentation graphique de la fonction $x(t)$.

EXERCICE RÉSOLU **Calculer une vitesse**

Énoncé

Une bille a été lâchée sans vitesse initiale. Calculer la vitesse de son centre d'inertie après 2,0 mètres de chute.

DONNÉE

• *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$

Solution

La vitesse du centre d'inertie de la bille à un instant de date t a pour expression : $v = gt$.

L'équation horaire du mouvement est $x = \frac{1}{2} gt^2$.

D'où : $t = \sqrt{\frac{2x}{g}}$ donc $v = \sqrt{2gx}$.

A.N. $v = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 2{,}0} = \mathbf{6{,}3\ m \cdot s^{-1}}$.

1 Étude d'un solide en chute verticale dans un fluide

■ L'étude du mouvement met en évidence deux régimes.

La vitesse commence par augmenter : c'est le **régime initial**. Puis la vitesse devient constante : c'est le **régime asymptotique** (ou permanent).

■ La force de pesanteur, ou poids du solide, est la force qu'exerce la Terre sur le solide :

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

$\vec{g}$ est le vecteur champ de pesanteur.

Dans un domaine de dimensions ne dépassant pas quelques kilomètres, le champ de pesanteur est **uniforme**.

■ **Forces exercées par le fluide sur le solide**

• La **poussée d'Archimède** est une force $\vec{F}$ exercée par le fluide, verticale, vers le haut, de valeur :

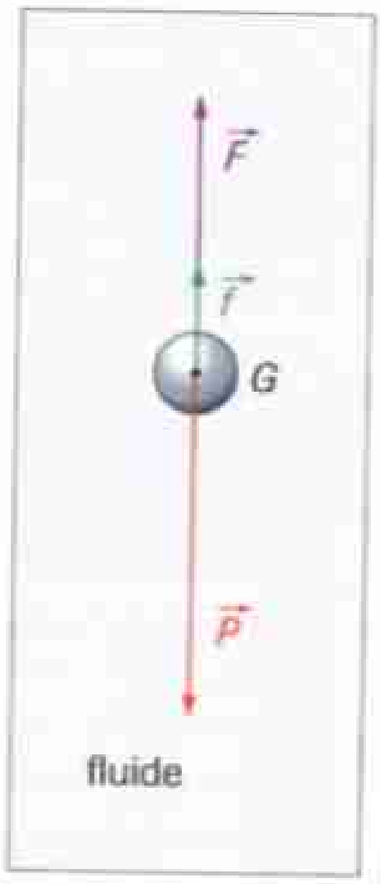
$$F = \rho' V' g$$

V' est le volume de la partie immergée du solide ;

ρ' est la masse volumique du fluide.

• La **force de frottement** est une force $\vec{f}$ de même direction mais de sens contraire à celui de $\vec{v}$.

Sa valeur dépend de la vitesse du solide par rapport au fluide.



Représentation des vecteurs forces qui s'exercent sur la bille au cours de sa chute verticale.

■ **Modélisation du mouvement**

• L'application de la deuxième loi de Newton permet d'obtenir **l'équation différentielle du mouvement**. Dans le cas où $\vec{f} = -k\vec{v}$ on obtient une équation de la forme :

$$\frac{dv_x}{dt} = av_x + b$$

v_x est une fonction du temps et $\frac{dv_x}{dt}$ est sa fonction dérivée.

• Si on connaît les conditions initiales, il est possible de résoudre cette équation par une méthode numérique itérative : la **méthode d'Euler**.

La valeur de la vitesse devient constante lorsque la dérivée $\frac{dv_x}{dt}$ devient nulle.

• La vitesse limite est alors atteinte.

2 Étude d'un solide en chute verticale libre

■ Un solide est en **chute libre** si la seule force qui s'exerce sur lui est la force de pesanteur $\vec{P}$. C'est le cas si la chute a lieu dans le vide.

Dans l'air, on peut se rapprocher de ce cas idéal si la force de frottement et la poussée d'Archimède sont négligeables devant le poids.

■ **Modélisation du mouvement**

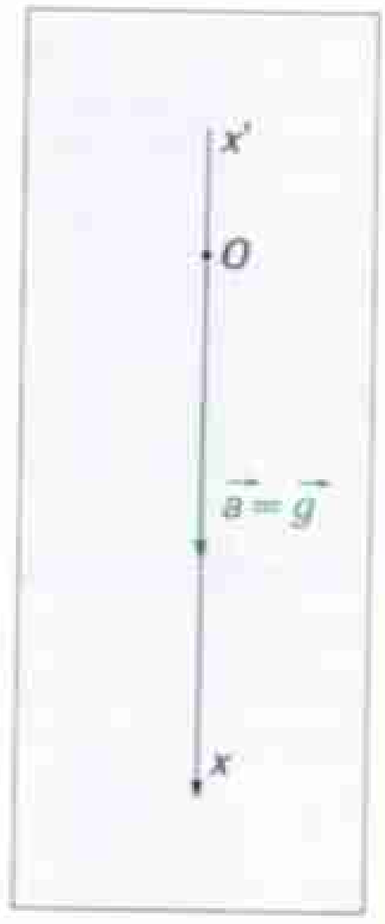
• Le vecteur accélération du centre d'inertie d'un solide en chute libre est égal à $\vec{g}$.

La valeur de l'accélération est indépendante de la masse du solide.

L'équation différentielle du mouvement est alors :

$$\frac{dv_x}{dt} = g$$

• Si on connaît les conditions initiales, on peut résoudre analytiquement cette équation différentielle.



Il y a égalité des deux vecteurs : $\vec{a} = \vec{g}$.

• Si la bille a été lâchée sans vitesse initiale à la date $t = 0$, d'un point O d'abscisse $x = 0$, l'expression de la vitesse du centre d'inertie du solide est :

$$v_x(t) = gt$$

L'équation horaire est alors :

$$x(t) = \frac{1}{2} gt^2$$

Le mouvement est **uniformément accéléré**.

Mots-clés

- Vitesse limite
- Équation différentielle
- Méthode d'Euler
- Chute libre

► *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Résoudre une équation différentielle par une méthode numérique itérative

La modélisation de la chute d'une bille dans un liquide aboutit à une équation différentielle du premier ordre. Si on connaît les conditions initiales, on peut trouver, par des calculs répétitifs, les valeurs approchées de la fonction $v = f(t)$ qui intervient dans cette équation différentielle.

Matériel

- Mélange eau-glycérine à 75 % en volume de glycérine.
- Bille métallique de masse voisine de 50 g et de diamètre 2 cm environ.
- Une balance.
- Un pied à coulisse.
- Une éprouvette graduée de 1 L dont on protégera le fond à l'aide d'une petite éponge.
- Un ordinateur muni d'un tableur.

Réflexions préalables

Montrer que l'équation différentielle du mouvement de chute verticale de la bille, de volume V, de masse m, dans un liquide de masse volumique ρ' est de la forme :

$$av + b = \frac{dv}{dt}$$

On considère que la valeur de la force de frottement exercée par le liquide s'écrit $f = kv$ (k est un coefficient qui dépend entre autre de la viscosité du liquide).

Exprimer a et b en fonction de ρ', m, V et k.

Exprimer a en fonction de b et de la vitesse limite v_{lim}.

Montrer qu'à condition de choisir δt assez petit, on peut écrire que $v(t + \delta t) = v(t) + (av(t) + b)\,\delta t$.

Manipulation

Objectifs : Prévoir l'évolution temporelle d'un système et étudier l'influence des paramètres qui interviennent.

1. Mesure des différents paramètres

- Déterminer la masse de la bille.
- Mesurer son rayon, en déduire son volume.
- Mettre en œuvre une méthode pour déterminer la masse volumique du liquide qui a été utilisé.
- Connaissant la vitesse limite, calculer la valeur du coefficient k.

2. Utilisation du tableur

- Préparer la fenêtre en indiquant :
  - les conditions initiales : $v = 0$ si $t = 0$;
  - les valeurs de a et b ;
  - la valeur du pas δt qui a été choisi.
- Dans la colonne A : valeurs de t (s).
  - première ligne : $t = 0$;
  - deuxième ligne : formule qui permettra, en la recopiant, d'avoir toutes les valeurs de t.
- Dans la colonne B : valeurs de v ($m \cdot s^{-1}$).
  - première ligne : $v = 0$;
  - deuxième ligne : formule qui permettra, en la recopiant, d'avoir toutes les valeurs de v.
- Obtenir la représentation graphique de $v = f(t)$.

B3 = =B2+(D10*B2+E10)*C10

modélisation de la chute

	A	B	C	D	E
1	t (s)	v 1 (m/s)			
2	0	0			
3	0,02	0,20			
4	0,04	0,36	Conditions initiales		
5	0,06	0,50	v = 0 si t = 0		
6	0,08	0,61			
7	0,1	0,70	$v_{i+1} = v_i + (av_i + b)\delta t$		
8	0,12	0,77			
9	0,14	0,83	δt	a	b
10	0,16	0,88	0,02	-9	10
11	0,18	0,92			
12	0,2	0,96			
13	0,22	0,99			
14	0,24	1,01			
15	0,26	1,03			
16	0,28	1,04			
17	0,3	1,05			
18	0,32	1,06			
19	0,34	1,07			
20	0,36	1,08			
21	0,38	1,09			

Copie d'écran du tableur.

▶ Questions

1. Comparer les résultats obtenus à ceux de l'étude expérimentale du chapitre précédent.

2. Mesurer la vitesse limite et le temps caractéristique.

3. Changer la valeur du pas δt. Comment les résultats sont-ils modifiés ?

4. Simuler des variations des paramètres : masse de la bille, masse volumique du liquide, viscosité du liquide. Noter leur influence sur les résultats obtenus.

BAC

L'expérience idéale imaginée par Galilée

Dans l'ouvrage *Discours et démonstrations mathématiques sur deux nouvelles sciences*, publié en 1638, Galilée expose ses idées sur la chute des corps sous la forme d'une conversation entre trois personnages.

DOC

La chute des corps dans différents milieux

Dans l'extrait qui suit, Salviati expose les idées de Galilée, face à Simplicio qui défend celles d'Aristote.

Salviati : Nous avons vu que l'écart des vitesses entre mobiles de poids spécifiques différents augmente avec la densité du milieu. Davantage : dans le vif argent*, l'or non seulement tombe vers le fond […] mais il est le seul à descendre : tous les autres corps, métaux et pierres, montent à la surface pour y flotter, alors que dans l'air des boules d'or, de plomb, de porphyre ou de toute autre substance, auront des vitesses si voisines, qu'une boule d'or, après une chute de cent coudées, ne précédera pas de quatre doigts une boule de cuivre ; c'est alors considérant ces faits qu'il me vint à l'esprit que si l'on supprimait totalement la résistance du milieu, tous les corps descendraient avec la même vitesse.

Simplicio : Voilà une bien grande affirmation, seigneur Salviati. Je ne croirai jamais, pour ma part, que même dans le vide, si le mouvement y était possible, un flocon de laine tomberait aussi vite qu'un morceau de plomb.

Salviati : […] Nous nous proposons de rechercher ce qui arriverait à des mobiles de poids très différents dans un milieu dont la résistance serait nulle, c'est-à-dire tel que l'inégalité constatée entre les vitesses des mobiles devrait être rapportée à l'inégalité des poids ; seul un espace absolument vide d'air et de tout autre corps, si ténu et si aisé à pénétrer soit-il, pourrait nous rendre perceptible ce que nous voulons découvrir : comme un tel espace ne nous est pas donné, nous observerons ce qui se produit dans des milieux plus subtils et moins résistants par comparaison avec des milieux moins subtils et plus résistants […].

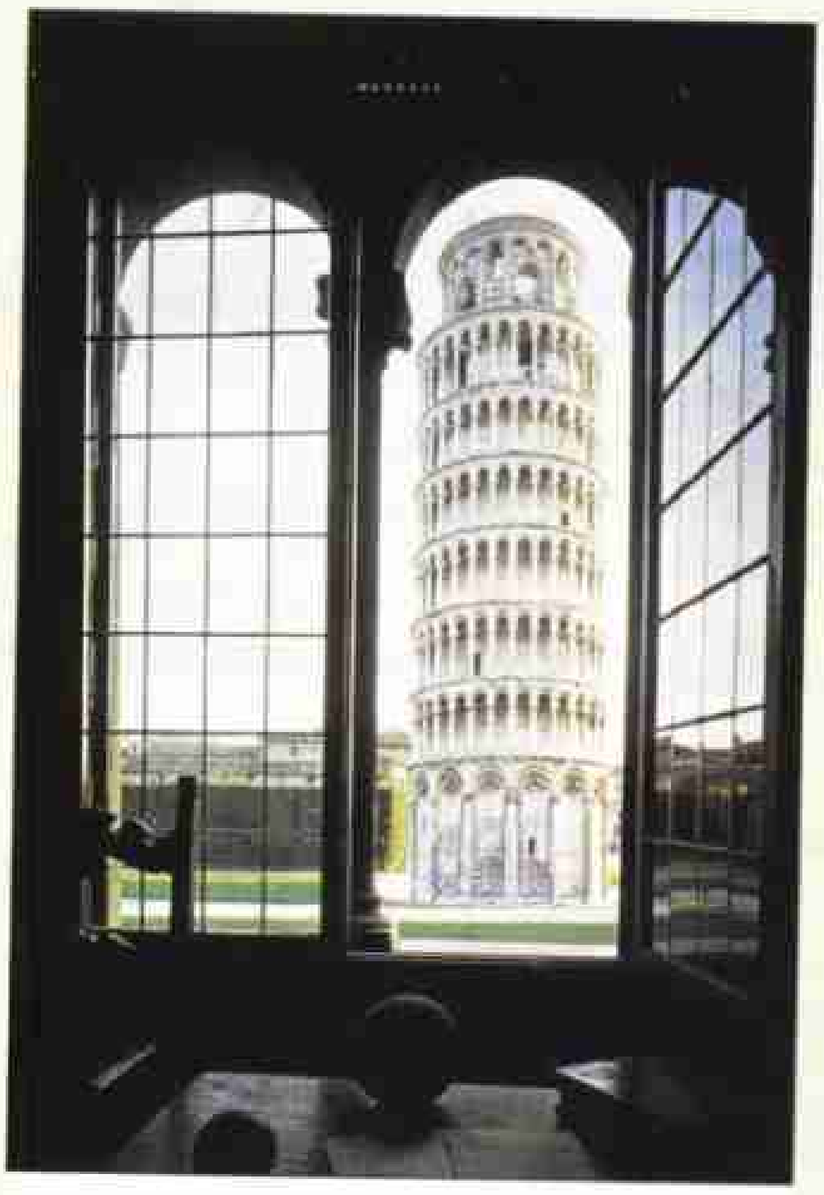
* vif argent : mercure

Discours et démonstrations mathématiques sur deux sciences nouvelles, Galilée, traduction de Maurice Clavelin © éditions Armand Colin.

Données

• *Masses volumiques ρ de différentes substances, en g · cm⁻³ :*

or : 19 ;	mercure (vif argent) : 14 ;	plomb : 11 ;
cuivre : 8,9 ;	roches : 3,0 ;	air : $1{,}3 \times 10^{-3}$.



Né à Pise en 1564, Galilée a étudié la chute des corps. En particulier, il aurait laissé tomber des boules du haut de la célèbre tour penchée.

▶ Questions

1. Dégager en quelques lignes l'idée principale que Salviati (donc Galilée) développe dans ce texte.

2. Lignes 1 à 7 : en utilisant les données et les lois physiques que vous connaissez, justifier les affirmations de Salviati.

3. Ligne 13 : quelles sont les forces que Salviati regroupe sous le nom de « résistance du milieu » ?

4. Établir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie d'un corps de masse m, de volume V, de vitesse v assez faible, en chute verticale dans un fluide de masse volumique ρ.

5. Ligne 21 : quelles simplifications peut-on faire dans cette équation si la chute s'effectuait dans « un milieu dont la résistance serait nulle » ?

Quelle forme simple prend alors l'équation différentielle du mouvement ?

6. Lignes 13, 14 : montrer que dans ces conditions, tous les corps descendraient avec la même vitesse.

EXERCICE RÉSOLU

Énoncé

Chute libre avec vitesse initiale

Un jongleur lance une balle de masse m d'un point O, verticalement vers le haut, avec une vitesse v_0.

On constate que le centre d'inertie G de la balle a un mouvement vertical, qu'il atteint une hauteur maximale $h = 1{,}5$ m au dessus de O puis redescend.

1. Établir l'équation différentielle du mouvement.

2. Résoudre analytiquement cette équation, et montrer que le mouvement de G comporte une phase de montée et une phase de descente.

3. Déterminer l'expression de l'équation horaire $\overline{OG} = x = f(t)$.

4. Calculer la valeur de la vitesse initiale v_0.

Donnée

- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\,\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

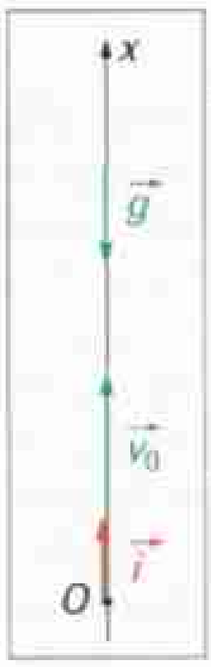
Méthode

Établir l'équation différentielle d'un mouvement

- Préciser le solide étudié.
- Préciser le référentiel d'étude.
- Faire le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur le solide étudié.
- Appliquer la deuxième loi de Newton.
- Définir un repère de coordonnées (un axe suffit si on sait que le mouvement est rectiligne).
- Effectuer une projection des coordonnées sur l'axe ou les axes du repère.

Solution

1. Le système mécanique est la bille, l'étude est faite dans le référentiel terrestre, qu'on peut considérer comme galiléen.
Forces exercées sur la bille :
– son poids $\vec{P} = m\vec{g}$, vertical, vers le bas, de valeur $P = mg$;
– les forces exercées par l'air : poussée d'Archimède et force de frottement qui sont ici négligeables par rapport au poids.



D'après la deuxième loi de Newton : $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a}_G = m\dfrac{d\vec{v}_G}{dt}$

Donc : $\vec{a}_G = \dfrac{d\vec{v}_G}{dt} = \vec{g}$.

Sur un axe vertical $\overrightarrow{Ox}$ orienté vers le haut : $a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = g_x = -g$.

L'équation différentielle du mouvement est donc : $\boldsymbol{\dfrac{dv_x}{dt} = -g}$.

2. Conditions initiales : à la date $t = 0$, on a : $v_x = v_{x_0} = v_0$ et $x = x_0 = 0$.
D'après l'équation différentielle, v_x est une fonction primitive de $-g$ qui est constant puisque le champ de pesanteur peut être considéré comme uniforme.
On a donc : $v_x = -gt + v_{x_0}$ or $v_{x_0} = v_0$ donc $\boldsymbol{v_x = -gt + v_0}$.

Si $t < \dfrac{v_0}{g}$: on a $v_x > 0$, la bille monte. Si $t > \dfrac{v_0}{g}$: on a $v_x < 0$, la bille descend.

Le mouvement comporte bien une phase de montée et une phase de descente.

3. On sait que $v_x = \dfrac{dx}{dt}$ donc x est une fonction primitive de $v_x = -gt + v_0$.

On a donc : $x = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t + x_0$ ou $x = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t$ (puisque $x_0 = 0$).

4. La hauteur maximale est atteinte lorsque la valeur de la vitesse v_x s'annule.

h est donc la valeur de x à la date $t = \dfrac{v_0}{g}$.

On a donc : $h = \dfrac{v_0^2}{2g}$. D'où : $v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 1{,}5}$ et $\boldsymbol{v_0 = 5{,}4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$.

Commentaires

La hauteur est assez faible pour que l'on puisse négliger la force de frottement par rapport au poids.

Attention aux signes des coordonnées : ici $\vec{g}$ est orienté vers le bas, et l'axe $\overrightarrow{Ox}$ vers le haut, donc $g_x = -g$.

Les conditions initiales sont absolument nécessaires pour déterminer les valeurs des constantes.

Le signe de v_x donne le sens du vecteur vitesse, qui donne le sens du mouvement.

Donner le résultat numérique avec un nombre de chiffres significatifs en accord avec les données de l'énoncé.

CONTRÔLE DES CONNAISSANCES

1 Trouver les mots manquants

a. La force de pesanteur qui s'exerce sur un objet est aussi appelée … de l'objet.
b. Si le vecteur champ de pesanteur est le même en tout point d'un domaine d'espace, on dit que ce champ est … .
c. Quand un solide est lâché dans un fluide, il est soumis à une force appelée … ….
d. Cette force est de direction …, son sens est … .
e. Dans une équation différentielle, l'inconnue est une … du temps.
f. Si un solide est en chute libre, la seule force qui s'exerce sur lui est sa … . Dans ce cas, le vecteur accélération de son centre d'inertie est égal à … .

2 Vrai ou Faux ?

a. La force de frottement exercée par un fluide sur un solide existe même si ce solide est immobile par rapport au fluide.
b. La valeur de la poussée d'Archimède est proportionnelle au volume immergé du solide.
c. Une équation différentielle est une équation dans laquelle l'inconnue est une fonction.
d. Il existe une vitesse limite parce que la force de frottement dépend de la vitesse.
e. Au cours d'une chute libre, le vecteur accélération du centre d'inertie du solide dépend des conditions initiales.

3 QCM

a. La poussée d'Archimède s'exerce sur un solide :
❑ s'il est immobile ou en mouvement dans le fluide ;
❑ seulement s'il est en mouvement dans le fluide.
b. La force de frottement exercée par un fluide sur un solide en chute verticale :
❑ a une valeur qui est toujours proportionnelle à la vitesse du solide par rapport au fluide ;
❑ a toujours la même direction que le vecteur vitesse.
c. La vitesse limite d'un solide en chute verticale dans un fluide :
❑ dépend de la nature du fluide ;
❑ dépend de la masse du solide.

4 Apprendre à rédiger

Expliquer comment on peut se rapprocher des conditions d'une chute libre, même si la chute ne s'effectue pas dans le vide.

5 Savoir-faire expérimental

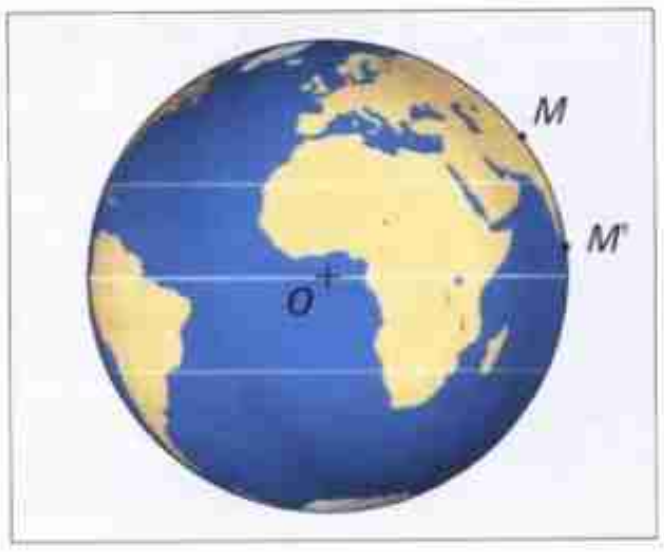
Comment peut-on évaluer la vitesse initiale d'un objet qu'on lance verticalement vers le haut ?

APPLICATION DES CONNAISSANCES

Force de pesanteur et poussée d'Archimède

6 • Champ de pesanteur uniforme

Le but de cet exercice est de préciser les conditions qui permettent d'admettre que le champ de pesanteur terrestre est uniforme dans un domaine d'espace.



a. La valeur du champ de pesanteur dépend de l'altitude.
En un point d'altitude z, on a :

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+z)^2}$$

Calculer la valeur de g en un point situé à une altitude $z = 5{,}00$ km sachant qu'à l'altitude $z = 0$: $g_0 = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Calculer l'écart relatif $\frac{g_0 - g}{g_0}$ et conclure.

b. La valeur de g dépend de la latitude.
Les valeurs extrêmes de g à la surface de la terre sont : $g_P = 9{,}83\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ aux pôles et $g_E = 9{,}78\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ à l'équateur.
Calculer l'écart relatif et conclure.
c. La direction du vecteur $\vec{g}$ dépend du lieu.
Sur le schéma, représenter le vecteur champ de pesanteur aux points M et M'. Calculer la valeur de l'angle que font les directions de ces vecteurs si ces points sont à une distance de 5,0 km l'un de l'autre.
Que peut-on dire de ces directions ?

DONNÉE
• *Rayon de la Terre :* $R = 6{,}38 \times 10^3$ km.

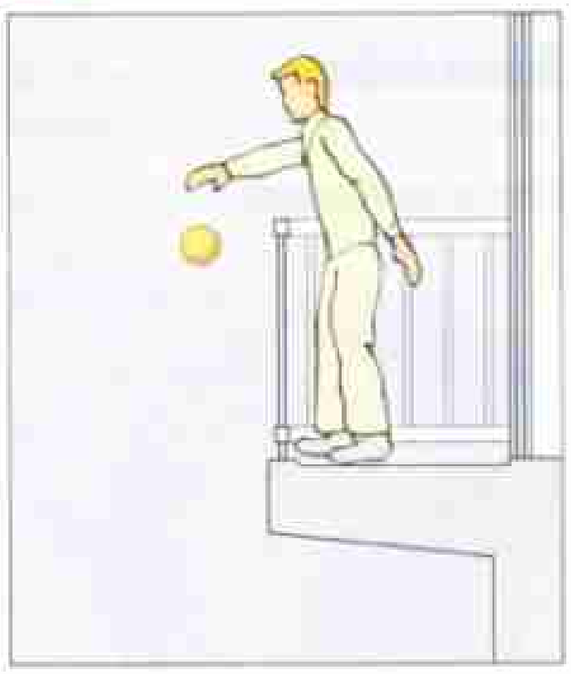
7 • Solide dans un fluide

Un solide de volume $V = 5{,}0\ \text{cm}^3$ et de masse volumique $\rho = 8{,}9\ \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ est entièrement immergé dans un fluide de masse volumique ρ'.
a. Calculer son poids.
b. Calculer la valeur de la poussée d'Archimède dans le cas où le fluide est de l'eau ($\rho' = 1{,}0\ \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$).
c. Calculer la valeur de la poussée d'Archimède dans le cas où le fluide est de l'air ($\rho' = 1{,}3 \times 10^{-3}\ \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$).
d. Si on considère qu'une force est négligeable par rapport à une autre si elle est 1 000 fois plus petite, peut-on considérer que la poussée d'Archimède est négligeable par rapport au poids dans le cas où le fluide est de l'air ?

DONNÉE
• *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

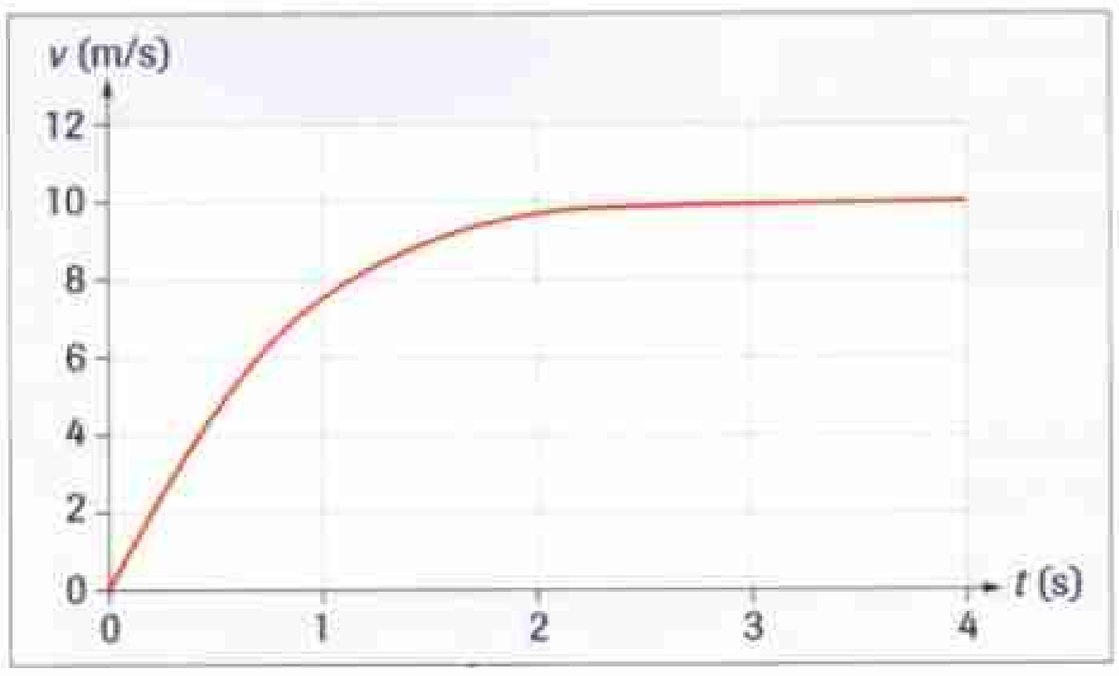
Force de frottement et vitesse limite

8 • Vitesse limite et temps caractéristique



Une balle en caoutchouc mousse a été lâchée dans l'air sans vitesse initiale. L'étude de son mouvement de chute verticale a permis de déterminer les valeurs de la vitesse de son centre d'inertie en fonction du temps.

On obtient la courbe ci-dessous :



a. Comment appelle-t-on les deux régimes d'un tel mouvement ?

b. Déterminer graphiquement :

- la vitesse limite ;
- le temps caractéristique.

9 • Force de frottement fluide

Pour des vitesses dont l'ordre de grandeur est inférieur au $m \cdot s^{-1}$, on peut admettre qu'une sphère de rayon R qui se déplace à une vitesse $\vec{v}$ par rapport à un fluide est soumise à une force de frottement

$$\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}$$

(η est un coefficient appelé viscosité dynamique qui dépend du fluide).

Calculer la valeur de la force de frottement dans chacun des cas proposés dans le tableau :

fluide	eau	eau	glycérine
vitesse ($cm \cdot s^{-1}$)	1,5	15	1,5
force (N)			

Données

- *Viscosité dynamique de l'eau à 20 °C :* $\eta = 1{,}0 \times 10^{-3}\ N \cdot m^{-2} \cdot s$
- *Viscosité dynamique de la glycérine à 20° C :* $\eta = 0{,}85\ N \cdot m^{-2} \cdot s$
- $R = 4{,}0$ cm.

10 •• Établir et exploiter l'équation différentielle du mouvement



Une bille sphérique de rayon $R = 1{,}0$ mm, de masse volumique $\rho = 3{,}2\ g \cdot cm^{-3}$ est lâchée sans vitesse initiale dans un liquide de masse volumique $\rho' = 0{,}80\ g \cdot cm^{-3}$.

On observe qu'elle a un mouvement de chute verticale.

a. Établir l'équation différentielle du mouvement faisant intervenir la fonction $v(t)$ (vitesse du centre d'inertie de la bille), en admettant que la valeur de la force de frottement fluide qu'exerce le liquide pendant la chute est de la forme $f = kv$.

b. Assez rapidement, la vitesse limite est atteinte et a pour valeur $v_{lim} = 3{,}3 \times 10^{-3}\ m \cdot s^{-1}$.

Déterminer l'expression littérale de v_{lim} et en déduire la valeur de la constante k.

Données

- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$;
- *Volume d'une sphère de rayon R :* $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Chute libre

11 • Chute libre sans vitesse initiale

On laisse tomber une balle d'une hauteur $h = 3{,}0$ m.

On considère que la balle tombe en chute libre.

a. Établir l'équation différentielle du mouvement, et en déduire l'expression de la vitesse du centre d'inertie de la balle en fonction du temps.

b. Trouver l'équation horaire du mouvement.

c. En déduire la durée de la chute.

Donnée : *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$.

12 • Chute libre sans vitesse initiale

Claude se trouve sur un balcon au troisième étage d'un immeuble et lâche un ballon qui tombe en chute libre. Sophie se trouve dans la rue et voit le ballon atteindre le sol 1,4 secondes après.

À quelle hauteur se trouvait le balcon ?

Donnée : *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$.

13 • Champ de pesanteur lunaire



Un cosmonaute laisse tomber un objet à la surface de la Lune d'une hauteur de 1,4 m. Il mesure la durée de la chute et trouve 1,3 s.

a. Pourquoi peut-on dire que l'objet tombe en chute libre ?

b. Calculer la valeur du champ de pesanteur lunaire.

14 Mouvement uniformément accéléré

Une bille d'acier a été lâchée sans vitesse initiale d'un point O. Le tableau donne les valeurs de la hauteur de chute $h = OG$ du centre d'inertie de cette bille en fonction du temps.

a. Calculer la vitesse pour chaque valeur de t où ce calcul est possible.

b. Montrer que le mouvement de G est uniformément accéléré (sa vitesse varie selon une équation de la forme : $v = kt$, k étant une constante positive).

c. Déterminer la valeur de l'accélération de G.

t (s)	h (m)
0	0
0,101	0,05
0,143	0,10
0,175	0,15
0,202	0,20
0,226	0,25
0,247	0,30
0,267	0,35
0,286	0,40
0,303	0,45
0,319	0,50
0,335	0,55
0,350	0,60

15 Chute libre avec vitesse initiale

Un jongleur lance verticalement une balle. Elle s'élève de 2,5 m avant de redescendre.

a. Expliquer pourquoi on peut considérer que la balle a un mouvement de chute libre.

b. Établir l'expression de la vitesse du centre d'inertie de la balle en fonction du temps.

c. Calculer la vitesse initiale de la balle.

Donnée

- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

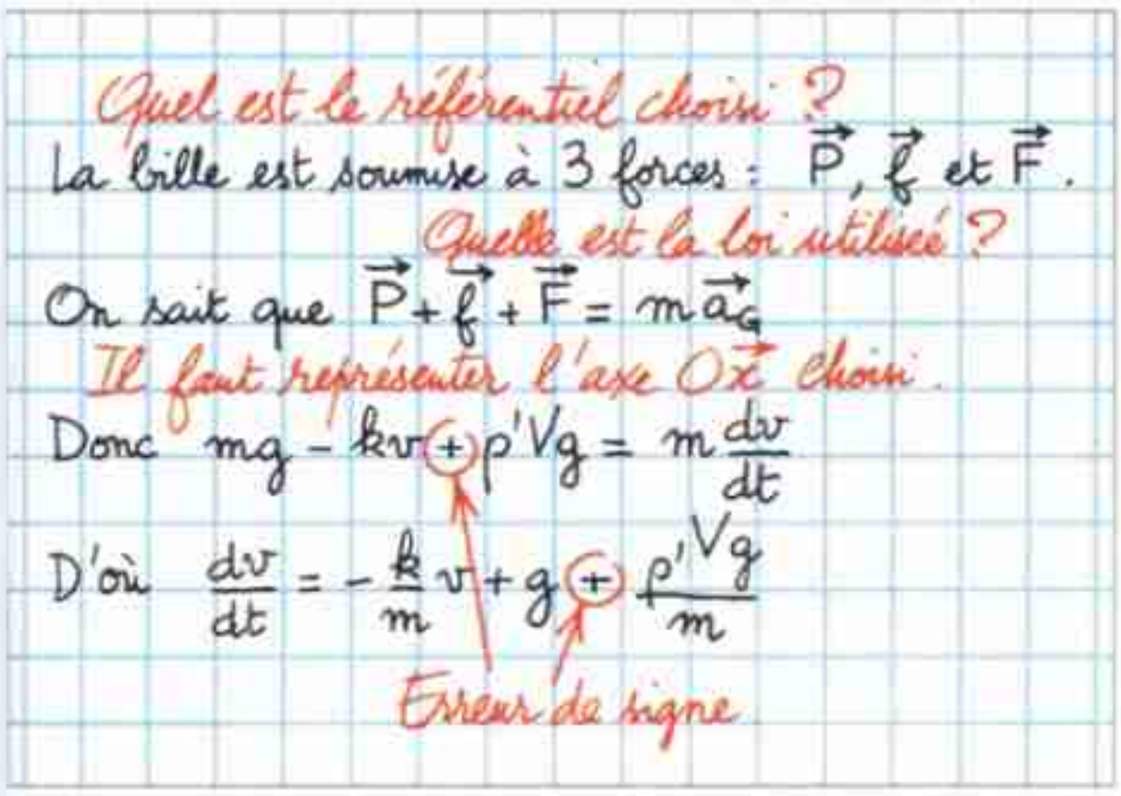
16 Exercice de correction

Lire l'énoncé, puis la solution annotée d'un élève.
Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

Énoncé

Une bille de masse m, de volume V est lâchée sans vitesse initiale dans un liquide de masse volumique ρ' qui exerce sur elle une force de frottement de la forme $\vec{f} = -k\vec{v}$.
Établir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G de cette bille.

Solution annotée d'un élève



Problèmes de synthèse

17 Parachutiste et vitesse limite



Un parachutiste en chute verticale atteint une vitesse constante de 4,5 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Au cours de la chute, on peut négliger la poussée d'Archimède par rapport aux autres forces qui s'exercent sur le parachutiste et son équipement, et on admet que la force de frottement exercée par l'air a une valeur de la forme $f = kv^2$.

a. Établir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie du parachutiste et son équipement.

b. Expliquer pourquoi la vitesse peut devenir constante.

c. Calculer le coefficient k qui intervient dans la force de frottement.

Données

- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
- *Masse du parachutiste équipé :* $m = 1{,}0 \times 10^2$ kg.

18 Étude d'un paramètre dont dépend la force de frottement fluide

Deux balles de tennis de même masse $m = 53$ g et de même volume $V = 1{,}6 \times 10^2\ \text{cm}^3$ sont lâchées sans vitesse initiale dans l'air.
La balle 1 est plus lisse que la balle 2.
Elles ont un mouvement vertical et on suit l'évolution de la vitesse v de leur centre d'inertie en fonction du temps. On obtient les résultats suivants :

t (s)	0,0	0,50	1,0	2,0	3,0	5,0	10	20
v_1 balle 1 ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	0,0	4,9	9,5	18	25	31	35	35
v_2 balle 2 ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	0,0	4,9	9,5	16	22	28	30	30

a. Représenter graphiquement $v_1 = f(t)$ et $v_2 = f(t)$.

b. Déterminer graphiquement la vitesse limite et le temps caractéristique dans chaque cas.

c. Sachant que la masse volumique de l'air est $\rho = 1{,}3 \times 10^{-3}\ \text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$, montrer que la poussée d'Archimède est négligeable devant le poids d'une balle.

d. Établir l'équation différentielle du mouvement, en admettant que la force de frottement exercée par l'air sur une balle a une valeur de la forme $f = kv^2$.

e. On se place dans le cas où la vitesse limite est atteinte. Montrer qu'il existe une relation entre la vitesse limite et la constante k qui intervient dans la force de frottement. Calculer numériquement la valeur de k pour chaque balle. Quelle conclusion peut-on tirer de cette étude ?

Donnée : *valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

19 Méthode d'Euler pour résoudre numériquement l'équation différentielle

Une bille de volume V, de masse volumique ρ a été lâchée sans vitesse initiale dans un liquide de masse volumique ρ'. Elle a un mouvement de chute verticale.

a. Montrer que dans le cas où la force de frottement exercée par le liquide est de la forme $\vec{f} = -k\vec{v}$, l'équation différentielle du mouvement peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} = av + b.$$

b. On veut résoudre cette équation différentielle par une méthode numérique : la méthode d'Euler.
Rappeler le principe de cette méthode.

c. Le tableau de valeurs qui suit est un extrait de feuille de calcul d'un tableur correspondant aux valeurs :

$a = -9{,}0\ s^{-1}$ et $b = 10\ m \cdot s^{-2}$.

t (s)	v ($m \cdot s^{-1}$)
0	0
0,03	0,30
0,06	0,52
0,09	0,68
0,12	0,80
0,15	0,88
0,18	0,94
0,21	
0,24	
0,27	

Compléter le tableau en calculant les trois dernières valeurs de v par la méthode numérique d'Euler.

d. Représenter graphiquement la fonction $v = f(t)$.
En déduire la vitesse limite et le temps caractéristique.

20 QCM

a. Une petite bille d'acier a été lâchée sans vitesse initiale d'un point situé à une hauteur h du sol.
Elle atteint le sol après 0,50 s de chute, avec une vitesse de $4{,}9\ m \cdot s^{-1}$.
La valeur du champ de pesanteur est de $9{,}8\ m \cdot s^{-2}$.

❑ La bille tombe en chute libre.
❑ $h = 1{,}2$ m.
❑ $h = 2{,}4$ m.

b. Une bille de volume $V = 0{,}50\ cm^3$ et de masse $m = 1{,}5$ g a un mouvement de chute verticale dans un liquide de masse volumique $0{,}80\ g \cdot cm^{-3}$.
Ce liquide exerce sur la bille une force de frottement dont la valeur est $f = kv$, avec $k = 8{,}0 \times 10^{-2}$ SI.
La valeur du champ de pesanteur est $9{,}8\ m \cdot s^{-2}$.

❑ On peut négliger la poussée d'Archimède devant le poids de la bille.
❑ La vitesse limite vaut environ $18\ cm \cdot s^{-1}$.
❑ La vitesse limite vaut environ $18\ m \cdot s^{-1}$.
❑ La vitesse limite vaut environ $13\ cm \cdot s^{-1}$.

c. Une balle de golf de masse $m = 46$ g est en chute verticale dans l'air qui exerce sur elle une force de frottement dont la valeur est de la forme $f = kv^2$. Elle atteint une vitesse limite de $35\ m \cdot s^{-1}$. La valeur du champ de pesanteur est $9{,}8\ m \cdot s^{-2}$.

❑ La poussée d'Archimède est négligeable devant le poids de la balle.
❑ $k = 1{,}3 \times 10^{-2}$ SI.
❑ $k = 3{,}7 \times 10^{-4}$ SI.
❑ $k = 0{,}37$ SI.

d. Deux billes B_1 et B_2 sont lancées en même temps, à partir d'un même plan horizontal.
La bille B_1 s'élève de 1,5 m avant de redescendre, alors que la bille B_2 ne s'élève que de 1,2 m.
Les forces exercées par l'air sur chaque bille sont négligeables devant leur poids.
La valeur du champ de pesanteur est $g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$.

❑ La bille B_2 monte moins haut parce qu'elle est plus lourde que B_1.
❑ La bille B_1 a été lancée avec une vitesse initiale de $5{,}4\ m \cdot s^{-1}$.
❑ Les deux billes ont été lancées avec la même vitesse initiale.
❑ La bille B_2 met 0,55 s pour atteindre le point le plus haut de sa trajectoire.

POUR ALLER PLUS LOIN

21 Vitesse limite

Une goutte de brouillard qu'on pourra supposer sphérique, de masse m, de masse volumique $\rho = 1{,}0\ g \cdot cm^{-3}$, de rayon R, tombe verticalement dans l'air. Elle est soumise à une force de frottement de la forme $\vec{f} = -k\vec{v}$.
À l'approche du sol, la vitesse de la goutte est constante et a pour valeur $v = 1{,}5\ cm \cdot s^{-1}$.
On rappelle que le volume d'une sphère s'écrit :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

a. Sachant que l'air a une masse volumique $\rho' = 1{,}3 \times 10^{-3}\ g \cdot cm^{-3}$, montrer que la poussée d'Archimède est négligeable devant le poids de la goutte.

b. Établir l'équation différentielle du mouvement de la goutte.

c. En déduire la condition pour que la vitesse limite soit atteinte. Donner l'expression littérale de cette vitesse limite en fonction de m, g et k.

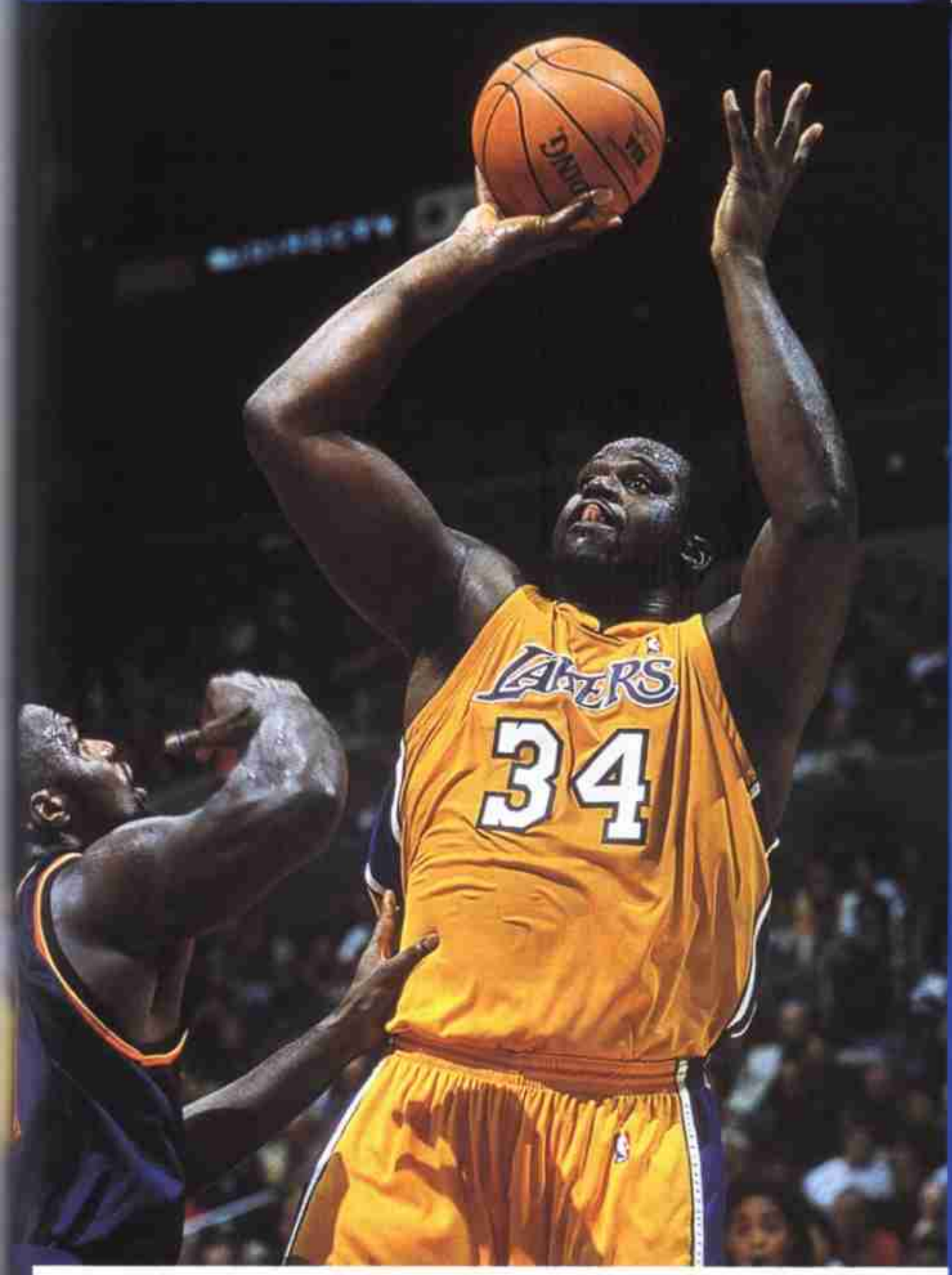
d. Vérifier que $v = v_{lim}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$ est solution de l'équation différentielle.

e. Sachant que le coefficient k qui intervient dans la force de frottement s'écrit $k = 6\pi\eta R$, calculer le rayon R de la goutte.

Données
- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$;
- *Viscosité dynamique de l'air :* $\eta = 1{,}8 \times 10^{-5}\ N \cdot m^{-2} \cdot s$.

CHAPITRE 13

Mouvement de projectiles



Le basketteur (le champion Shaquille O'Neal sur la photo) lance le ballon en lui donnant la vitesse initiale nécessaire pour qu'il pénètre dans le panier.

▶ **À quelles conditions peut-on prévoir le mouvement du centre d'inertie d'un projectile ?**

Objectifs

- **Appliquer la deuxième loi de Newton à un projectile dans un champ de pesanteur uniforme.**
- **Montrer que le mouvement est plan.**
- **Établir les équations horaires paramétriques du mouvement et l'équation de la trajectoire.**
- **Savoir enregistrer et exploiter un document expérimental reproduisant la trajectoire d'un projectile.**

Plan du cours

1 Étude expérimentale de la chute libre

2 Modélisation de la chute libre

Quelle est la forme de la trajectoire d'un projectile qui a été lancé au voisinage de la Terre ?

Un peu d'histoire

■ Pour **Aristote** (384-322 avant J.-C.), un projectile qui a été lancé a un mouvement qui se décompose en deux parties rectilignes : le mouvement « violent » dû à une action extérieure qui fait monter le projectile, puis le mouvement « naturel » au cours duquel le projectile va vers le bas.

■ **Galilée** (1564-1642) fait une étude expérimentale du mouvement d'un corps qui a été lancé et montre géométriquement que la trajectoire est parabolique.

■ C'est grâce aux lois de **Newton** (1642-1727) que la modélisation du mouvement permet d'obtenir l'équation de cette parabole.

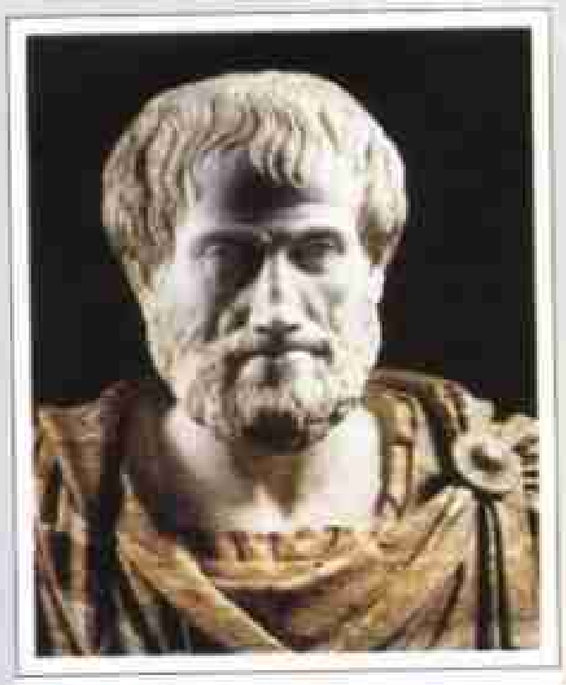


Fig. 1 Aristote (384-322 avant J.-C.).



Fig. 2 Isaac Newton (1642-1727).

Recherche sur Internet

▶ **Rechercher les différentes évolutions de la conception d'Aristote au cours du temps, en particulier la notion *d'impetus* introduite par Jean Buridan au début du XIVe siècle.**

Aide possible sur le site :
http://pages.globetrotter.net/louism/projectile/historique.html

▶ **Montrer l'influence des différents paramètres sur la trajectoire d'un projectile en vous aidant de plusieurs sites Internet qui proposent des simulations de tir.**

Aide possible sur le site :
http://pages.globetrotter.net/louism/projectile/canon.html

Activité

Notion de parabole

▶ **Rechercher des informations sur la notion de parabole : propriétés géométriques, équation…**

▶ **À l'aide d'un tableur, faire la représentation graphique et trouver l'équation $y = f(x)$ de la parabole qui correspond aux valeurs ci-contre.**

x (m)	0	1	2	3	4	5
y (m)	5,5	7,0	8,1	8,8	9,1	9,0

x (m)	6	7	8	9	10	11
y (m)	8,5	7,6	6,3	4,6	2,5	0

Physique et vocabulaire

■ **Projectile** n. m. Corps lancé dans l'espace.
■ **Trajectoire** n. f. Ligne décrite par un point qui se déplace par rapport à un référentiel donné.

L'énigme du chapitre

Au cours d'une épreuve de lancer du poids, dans quelle direction vaut-il mieux lancer pour que le poids aille le plus loin possible ?

1 Étude expérimentale de la chute libre

1. 1. Chute avec une vitesse initiale nulle ou de direction verticale

On lance verticalement ou on laisse tomber sans vitesse initiale un solide dense, de forme aérodynamique comme une bille métallique.
On a vu dans le chapitre précédent que dans ce cas, la trajectoire est une droite verticale (fig. 1).
De plus, le vecteur accélération du centre d'inertie de la bille est constant et égal au vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$.



Fig. 1 Chronophotographie d'une balle lâchée sans vitesse initiale.

1. 2. Vitesse initiale de direction quelconque

Si on lance la même bille dans une direction qui n'est pas verticale, la trajectoire est parabolique (fig. 2).
À partir de la chronophotographie, on peut construire en différents points le vecteur accélération du centre d'inertie de la bille :

$$\text{au point } A_i : \vec{a}_{G_i} = \frac{\vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

On constate que le vecteur accélération du centre d'inertie de la bille est encore constant et égal à $\vec{g}$.

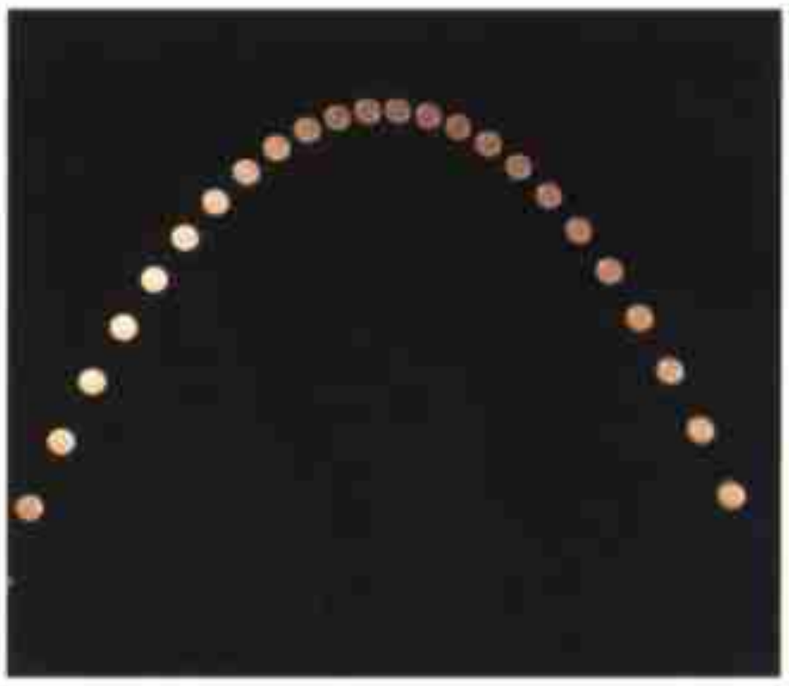


Fig. 2 Chronophotographie d'une balle lancée dans une direction qui n'est pas verticale.

▶ *Voir exercice n° 9, page 246*

1. 3. Conclusion

Ces exemples montrent l'importance des conditions initiales : le vecteur accélération est le même, mais parce que les conditions initiales sont différentes, les mouvements observés sont différents.

2 Modélisation de la chute libre

Comment peut-on, à partir d'un modèle théorique simple, prévoir le mouvement du centre d'inertie d'un projectile ?

2. 1. Éléments de cinématique

A Vecteur position

On veut étudier le mouvement d'un point M par rapport au référentiel que l'on a choisi.
Dans ce référentiel, on définit un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
La position du mobile M à un instant de date t est caractérisée par ses coordonnées (x, y, z) (fig. 3).
Le vecteur $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ est appelé **vecteur position du mobile**.
Au cours du temps, le mobile se déplace : les coordonnées x, y, z sont donc des fonctions du temps.
Les fonctions $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ sont les **équations horaires paramétriques** du mouvement.

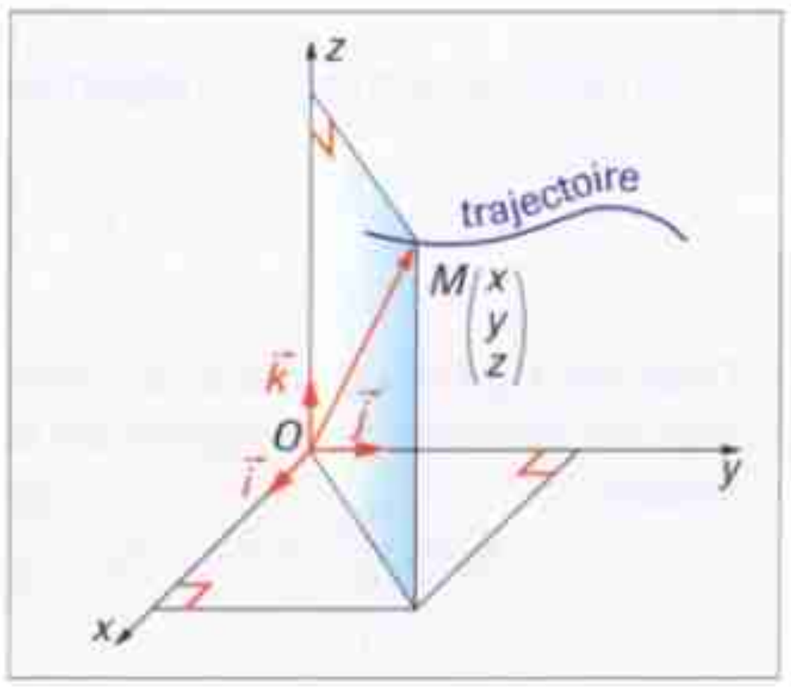


Fig. 3 Trajectoire et vecteur position du mobile M dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

■ **Remarques**

• Pour que la variable t ait une signification, il faut choisir une date origine $t = 0$.

• Dans le système international d'unités, les coordonnées du vecteur position s'expriment en mètres.

• Si on sait que le mouvement étudié est plan, il suffit de choisir un repère à deux axes dans ce plan. Dans ce cas, deux coordonnées suffisent.

B Vecteur vitesse

Si M est la position du mobile à un instant de date t, et M' sa position à l'instant de date $t' = t + \Delta t$, le vecteur vitesse est défini par la relation :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM}}{\Delta t}$$

$\Delta\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM}$ est le vecteur variation du vecteur position (fig. 4).

On a donc : $$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$$

$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$ représente la dérivée par rapport au temps du vecteur position $\overrightarrow{OM}$.

Le vecteur vitesse est le vecteur dérivée par rapport au temps du vecteur position.

On peut calculer les coordonnées du vecteur vitesse :

$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Rightarrow \vec{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$, car $\vec{i}, \vec{j}$ et $\vec{k}$ sont constants.

Dans un repère cartésien, les coordonnées du vecteur vitesse sont les dérivées par rapport au temps des coordonnées du vecteur position :

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \dot{x}\,; \quad v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \dot{y}\,; \quad v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \dot{z}\,.$$

■ **Remarques**

• On sait que le vecteur vitesse est tangent en M à la trajectoire et son sens est celui du mouvement (fig. 5).

• Dans le système international d'unités, les coordonnées du vecteur vitesse et sa valeur s'expriment en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

C Vecteur accélération

Nous savons qu'il est défini par la relation :

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$$

$\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$ représente la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse $\vec{v}$.

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$$

Dans un repère cartésien, les coordonnées du vecteur accélération sont les dérivées par rapport au temps des coordonnées du vecteur vitesse :

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \ddot{x}\,; \quad a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \ddot{y}\,; \quad a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \ddot{z}\,.$$

■ **Remarques**

• Le vecteur accélération est toujours dirigé vers l'intérieur de la courbure de la trajectoire (fig. 6).

• Dans le système international d'unités, les coordonnées du vecteur accélération et sa valeur s'expriment en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

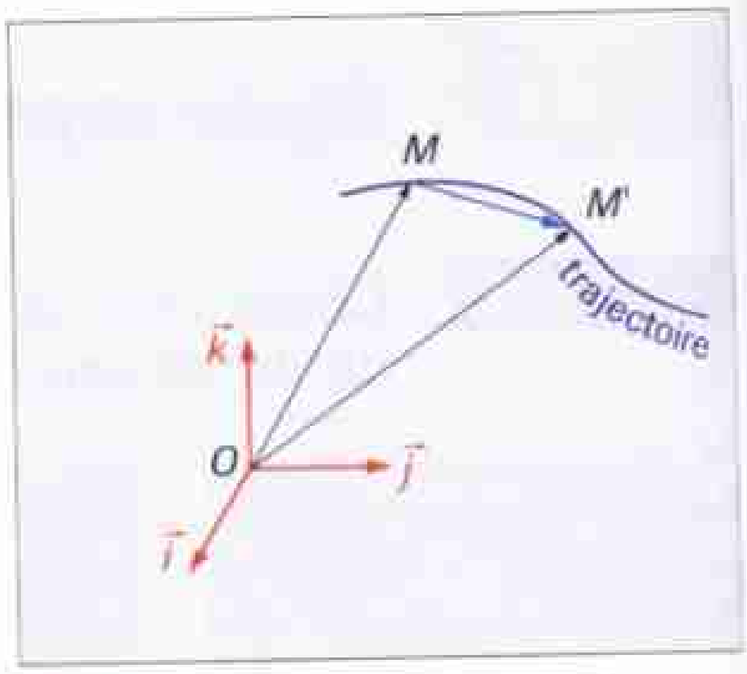


Fig. 4 Construction du vecteur $\overrightarrow{MM'} = \Delta\overrightarrow{OM}$.

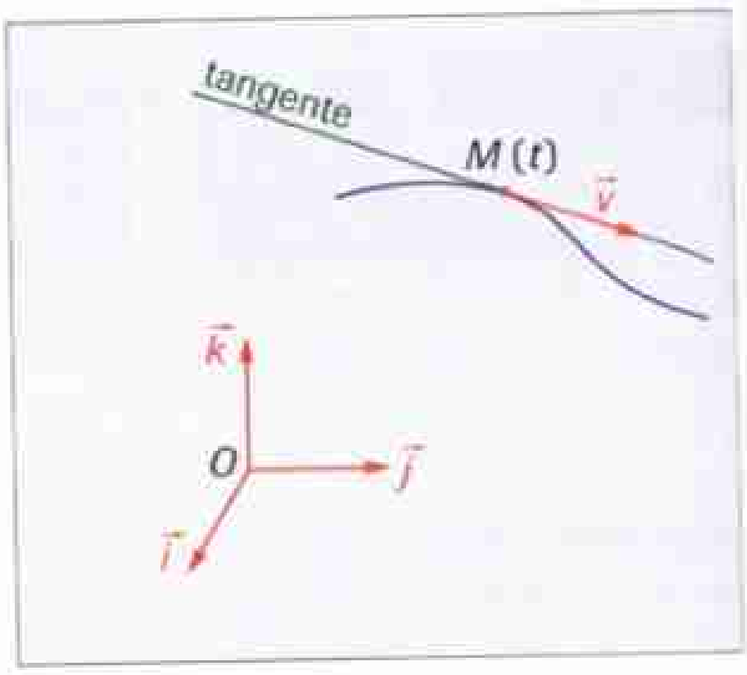


Fig. 5 Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire.

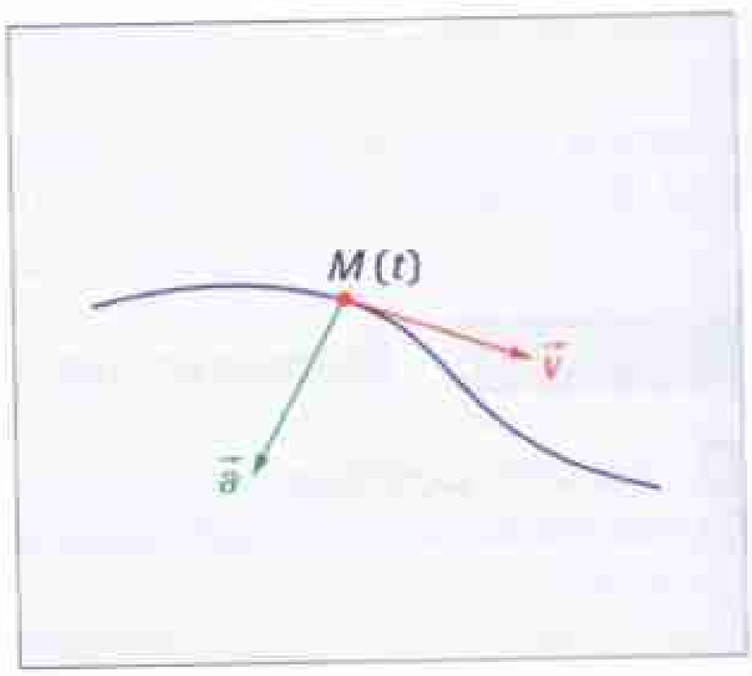


Fig. 6 Le vecteur accélération est dirigé vers l'intérieur de la courbure de la trajectoire.

2. 2. Mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme

A Vecteur accélération

• Conditions de l'étude

On étudie un solide de centre d'inertie G qui a été lancé d'un point O, à un instant de date $t = 0$, avec un vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale.

L'étude est faite dans le référentiel terrestre qui peut être considéré comme galiléen.

On définit dans ce référentiel un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Le plan formé par les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ est horizontal, la direction de $\vec{k}$ est verticale.

Le vecteur $\vec{v}_0$ est dans le plan formé par $\vec{j}$ et $\vec{k}$ (fig. 7).

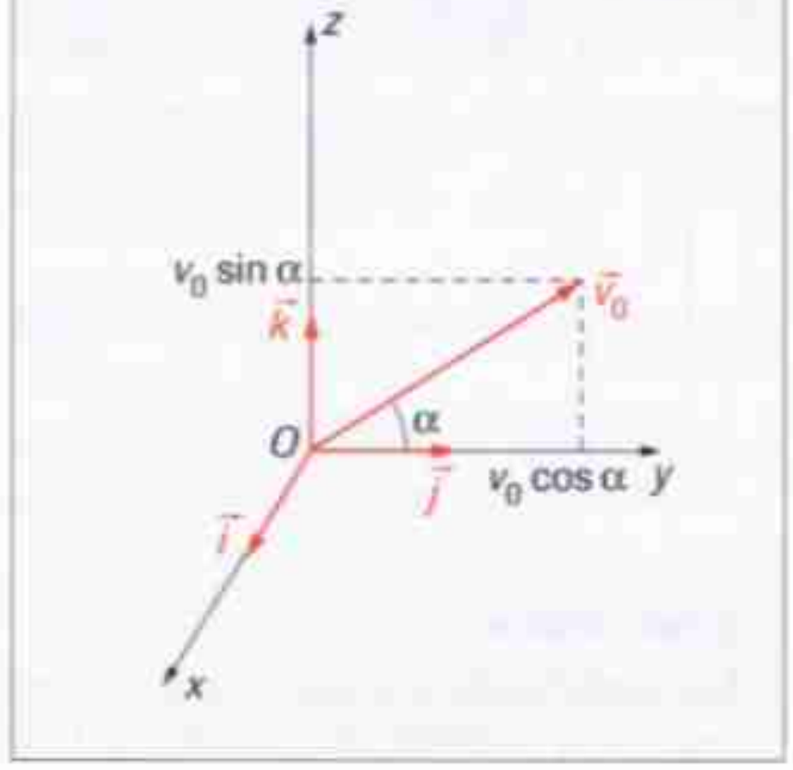


Fig. 7 Le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ fait un angle α avec l'axe horizontal $\overrightarrow{Oy}$.

• Forces exercées sur le solide

On se place dans le cas où les forces exercées par l'air sur le solide (frottements, poussée d'Archimède) sont négligeables devant la force de pesanteur $\vec{P}$.

De plus, dans le domaine d'espace où se déplace le solide, le champ de pesanteur $\vec{g}$ est uniforme.

La seule force qui s'exerce sur le solide est la force de pesanteur $\vec{P} = m\vec{g}$.

Le mouvement étudié peut donc être considéré comme une **chute libre** avec vitesse initiale (fig. 8).

• Application de la deuxième loi de Newton

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_G$$
$$\Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g}.$$

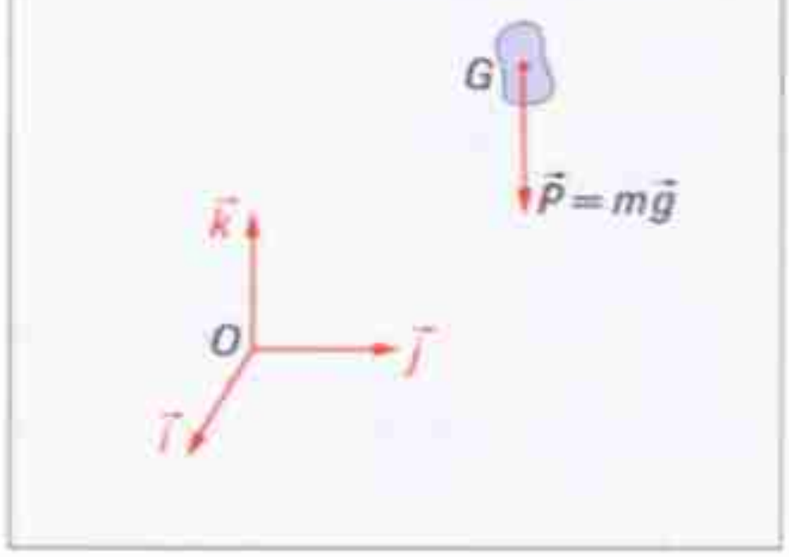


Fig. 8 La seule force qui s'exerce sur le solide est son poids $\vec{P}$.

Conclusion

Le vecteur accélération du centre d'inertie G du solide est égal au vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$.

B Équations horaires paramétriques

• Conditions initiales :

À l'instant de date $t = 0$:

- le centre d'inertie du solide est en O ;
- le vecteur vitesse initiale fait un angle α avec l'axe $\overrightarrow{Oy}$.

$$\overrightarrow{OG} = \vec{0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \qquad \vec{v}_G = \vec{v}_0 \begin{cases} v_{x_0} = 0 \\ v_{y_0} = v_0 \cos \alpha \\ v_{z_0} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

• Coordonnées du vecteur vitesse :

Le vecteur accélération $\vec{a}_G$ est le vecteur dérivée du vecteur vitesse $\vec{v}_G$. Donc les coordonnées de $\vec{v}_G$ sont des fonctions primitives de celles de $\vec{a}_G$:

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_G \begin{cases} v_x = v_{x_0} = 0 \\ v_y = v_{y_0} = v_0 \cos \alpha \\ v_z = -gt + v_{z_0} = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

- Puisque $v_x = 0$, le vecteur vitesse est dans un plan parallèle au plan vertical yOz. Le mouvement de G est donc plan.
- Puisque v_y est constant, le mouvement sur l'axe $\overrightarrow{Oy}$ est uniforme.
- Puisque la coordonnée a_z du vecteur accélération est constante, le mouvement sur l'axe $\overrightarrow{Oz}$ est **uniformément varié**.

• **Coordonnées du vecteur position**

Le vecteur vitesse $\vec{v}_G$ est le vecteur dérivée du vecteur position $\overrightarrow{OG}$. Donc les coordonnées de $\overrightarrow{OG}$ sont des fonctions primitives de celles de $\vec{v}_G$:

$$\vec{v}_G \begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = v_0 \cos\alpha \\ v_z = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = x_0 = 0 \\ y = (v_0 \cos\alpha)t + y_0 = (v_0 \cos\alpha)t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t + z_0 \\ \quad = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t \end{cases}$$

CONCLUSION

La coordonnée x est constamment nulle, donc le mouvement du centre d'inertie du solide a lieu dans le plan vertical yOz qui contient le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$.

Dans ce plan, les équations horaires paramétriques sont :

$$y(t) = (v_0 \cos\alpha)t ;$$

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t.$$

C Équation de la trajectoire

Établir l'équation cartésienne de la trajectoire dans le plan yOz consiste à exprimer z en fonction de y.

Il faut donc éliminer le paramètre t en utilisant les équations horaires $y(t)$ et $z(t)$.

$$t = \frac{y}{v_0 \cos\alpha} \quad \text{donc} \quad z = -\frac{1}{2}g\frac{y^2}{(v_0 \cos\alpha)^2} + \frac{v_0 \sin\alpha}{v_0 \cos\alpha}y ;$$

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}y^2 + (\tan\alpha)y$$

Cette équation, de la forme $z = Ay^2 + By$ est celle d'une parabole (fig. 9).

La trajectoire du centre d'inertie d'un projectile lancé avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0$ de direction quelconque est une parabole située dans le plan vertical qui contient le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$.

■ **REMARQUES**

• On appelle portée du tir la distance entre le point de lancement O et le point d'impact P sur le plan horizontal contenant O (fig. 10). Dans l'équation de la trajectoire, c'est la valeur de y différente de 0 qui annule z :

$$OP = y_P = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

La portée y_P est maximale si : $\sin 2\alpha = 1$ ou si $\alpha = 45°$.

La flèche de la trajectoire est l'altitude maximale atteinte par le point G par rapport au point de lancement.

• Les résultats précédents ne sont valables que si les conditions de l'étude sont respectées (chute libre).

Dans l'air, la vitesse du projectile doit être assez faible pour qu'on puisse considérer que la force de frottement exercée par l'air est négligeable devant le poids du solide.

Ce n'est, par exemple, pas le cas si l'on étudie le mouvement d'une balle de golf qui est lancée à une vitesse v_0 de plusieurs dizaines de $m \cdot s^{-1}$.

Dans ce cas, le modèle de la chute libre n'est plus applicable : la trajectoire réelle n'est plus parabolique.

▶ *Voir exercice n° 6, page 245*



FIG. 9 Au cours d'une éruption volcanique, les bombes éjectées du cratère décrivent des trajectoires paraboliques mises en évidence par une photographie en pose.

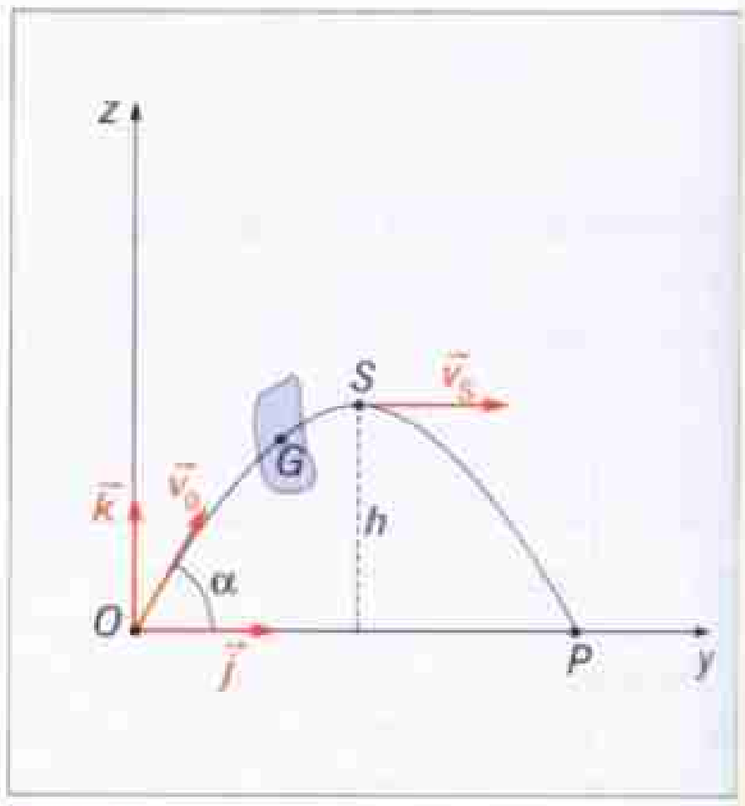


FIG. 10 La distance OP représente la portée, la hauteur h est la flèche.

1 Étude expérimentale de la chute libre

■ Si le vecteur vitesse initiale est nul ou de direction verticale, la trajectoire est une droite verticale.

■ Si le vecteur vitesse initiale n'est pas vertical, la trajectoire est une parabole.

Dans tous les cas, le vecteur accélération est égal à $\vec{g}$.

2 Modélisation de la chute libre

■ On choisit un référentiel.

On définit un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dans ce référentiel.

• Les coordonnées $x(t)$; $y(t)$; $z(t)$ du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ sont les **équations horaires paramétriques du mouvement**.

• Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est le vecteur dérivée du vecteur position.

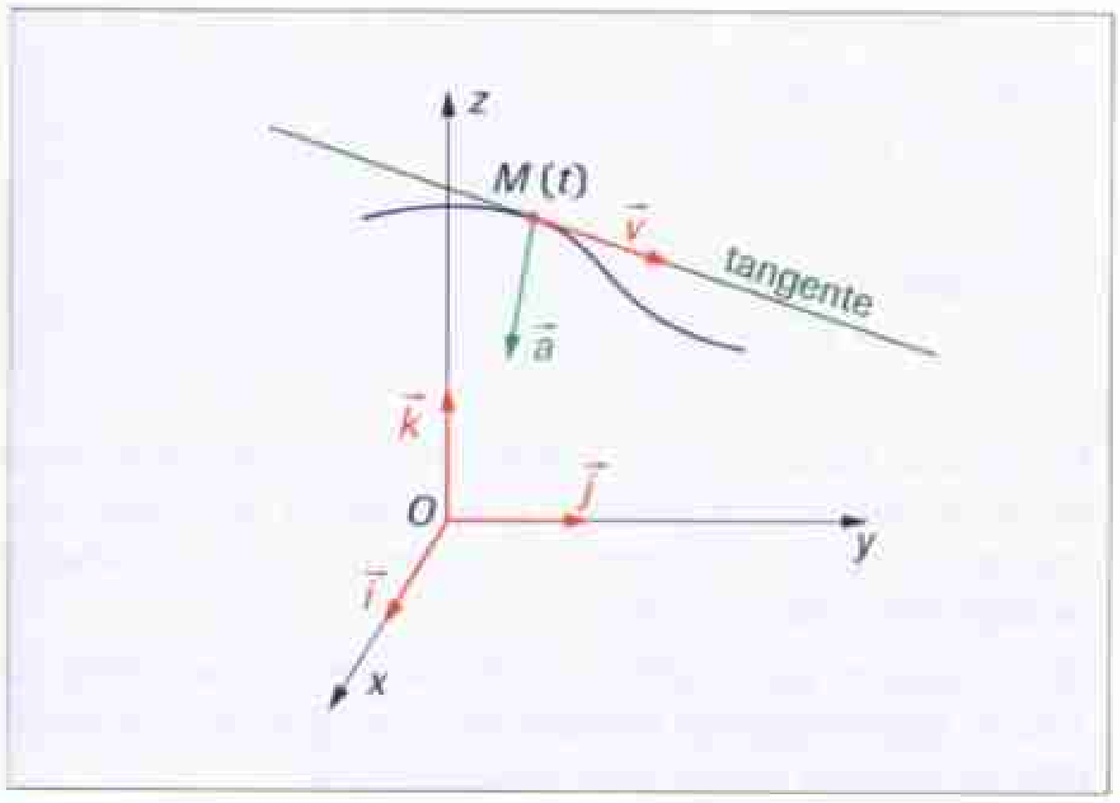
Ses coordonnées sont :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = \dot{y} \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} = \dot{z} \end{cases}$$

• Le vecteur accélération $\vec{a}$ du mobile est le vecteur dérivée du vecteur vitesse $\vec{v}$; il est toujours dirigé vers l'intérieur de la courbure de la trajectoire.

Ses coordonnées sont :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} \\ a_z = \dfrac{dv_z}{dt} \end{cases}$$



■ On étudie, par rapport au référentiel terrestre le mouvement d'un solide qui n'est soumis qu'à la force de pesanteur $\vec{P}$.

Ce solide a été lancé avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0$ qui fait un angle α avec l'horizontale.

• Le vecteur accélération de son centre d'inertie G est égal au vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$.

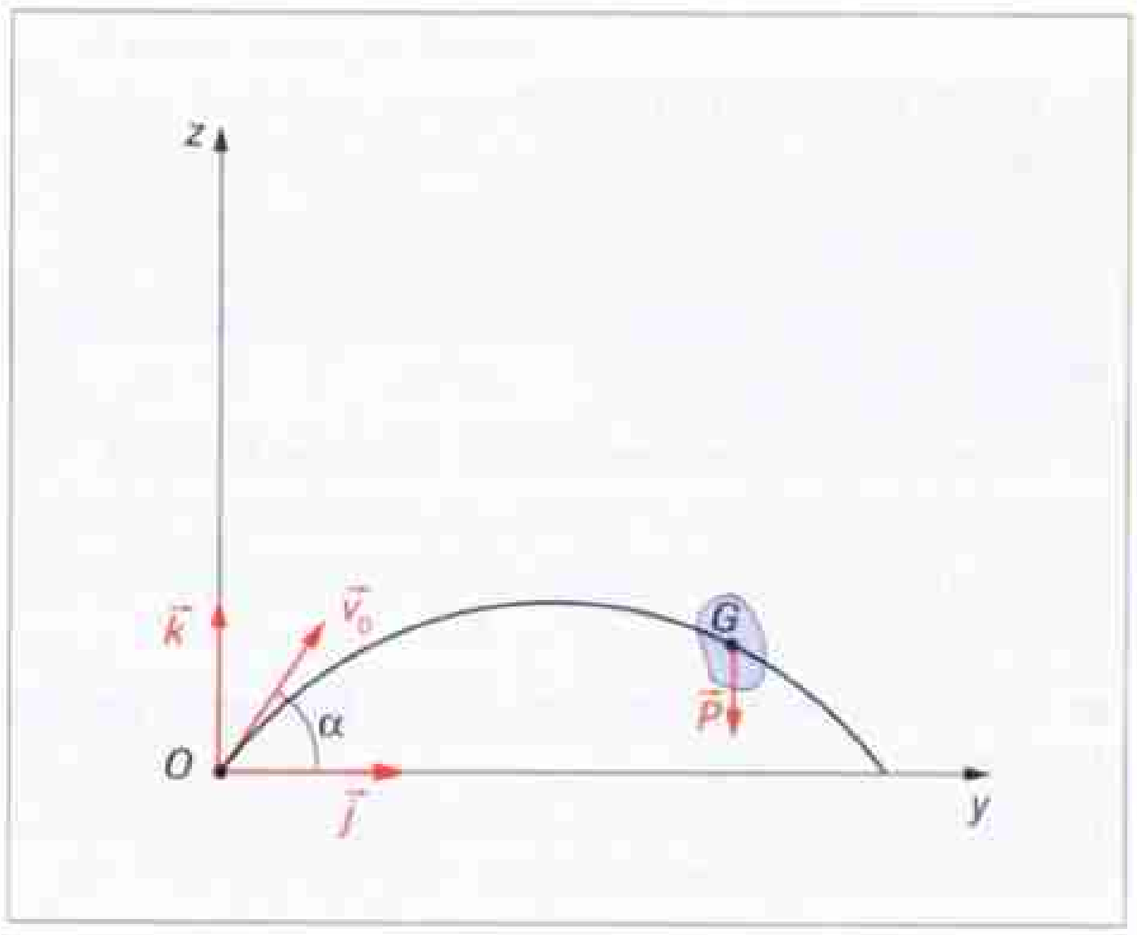
• Le mouvement se fait dans le plan vertical qui contient le vecteur $\vec{v}_0$.

• Dans ce plan, les équations horaires paramétriques du mouvement sont :

$$y(t) = (v_0 \cos \alpha)\, t$$

$$z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin \alpha)\, t$$

• La trajectoire est une courbe dont l'équation est de la forme : $z = Ay^2 + By$; c'est une parabole.



Mots-clés

- Vecteur dérivée d'un vecteur
- Équations horaires paramétriques
- Trajectoire parabolique

▶ *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Étude du mouvement d'un projectile

L'utilisation d'un ordinateur permet d'étudier, à partir d'un document filmé, la trajectoire réelle d'un projectile. Il est alors possible de confronter ce mouvement réel au mouvement modélisé.

Matériel

- Un ordinateur et une imprimante.
- Le logiciel OVNI 2 (Éditions Chrysis) qui propose différentes séquences filmées de mouvements de projectiles. Les images ont été numérisées, ce qui rend possible les mesures directement sur l'écran de l'ordinateur. Autres logiciels utilisables : Cd Movies, Regavi…

Manipulation

Objectifs : Confronter les résultats de l'étude expérimentale du mouvement réel aux résultats obtenus après modélisation.
Discuter la validité du modèle utilisé.

1. Étude du lancer du poids

Étude du mouvement réel :

- Ouvrir le logiciel OVNI 2.
- Dans le menu **Fichier**, choisir **Charger pour traiter, Poids**.
- Dans le menu **Fenêtre**, choisir **Cinéma Normal**.

On peut alors visionner la séquence au ralenti (R) ou en vitesse normale (N). On peut aussi visionner la séquence image par image.

- Dans le menu **Traitements**, choisir **Étalonner les distances**.

Cliquer sur les deux points extrêmes de la règle et entrer au clavier la longueur en mètres.

- Dans le menu **Traitements**, choisir **Fixer l'origine du repère**.

Sélectionner sur l'écran la première position du centre du poids lorsqu'il quitte la main du lanceur.

- Dans le menu **Traitements**, choisir **Prendre comme $t = 0$.**

Sélectionner le point origine du repère.

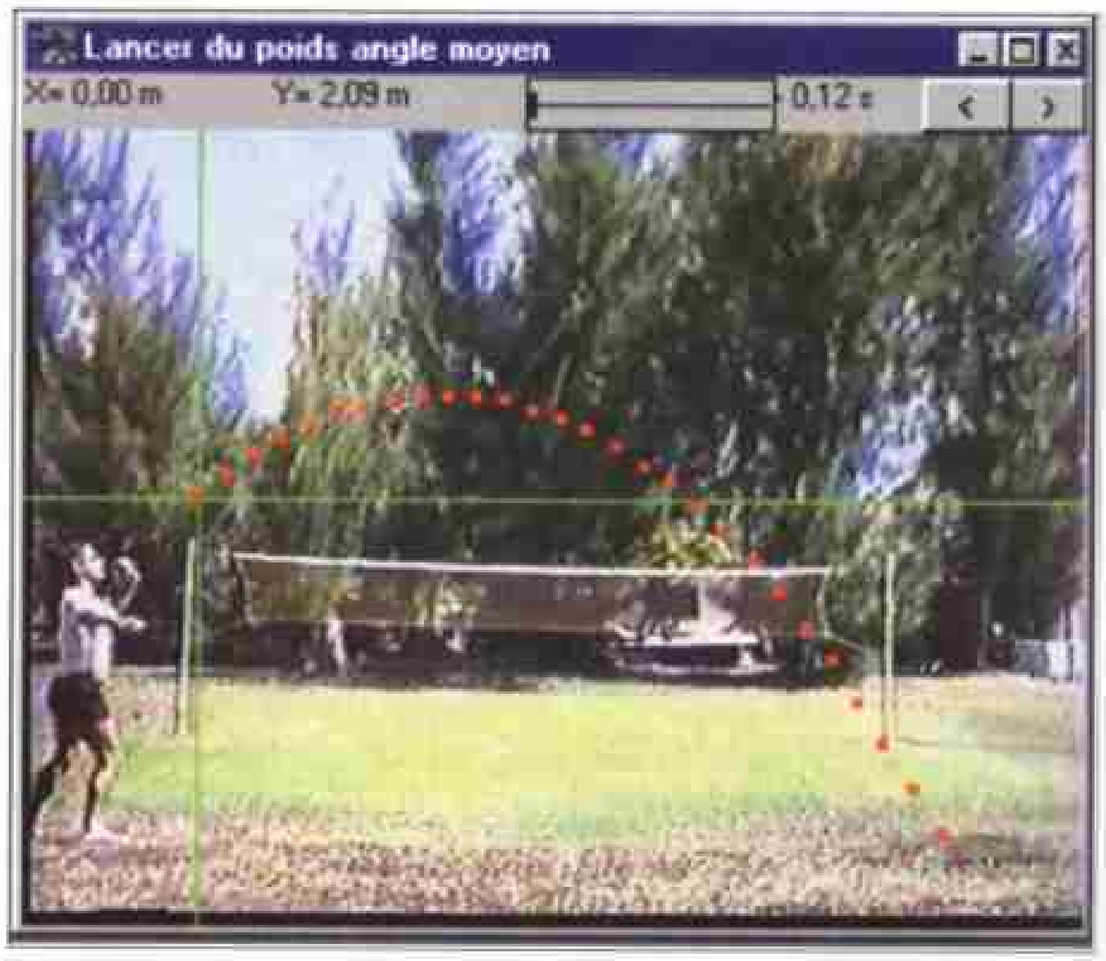
- Dans le menu **Traitements**, choisir **Acquérir tous les points**.

Cliquer sur le centre de la boule pour chaque image.

- Dans le menu **Graphique**, choisir $x = f(t)$; $y = f(t)$; $y = f(x)$.

On obtient ainsi les représentations graphiques et les équations de ces fonctions.

En déduire la nature de la trajectoire et les caractéristiques du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ (valeur de v_0 et angle α entre la direction de $\vec{v}_0$ et l'axe horizontal).



Vue de l'écran (lancer du poids).

2. Étude du mouvement d'une balle de ping-pong

Faire une étude identique à celle du lancer du poids.

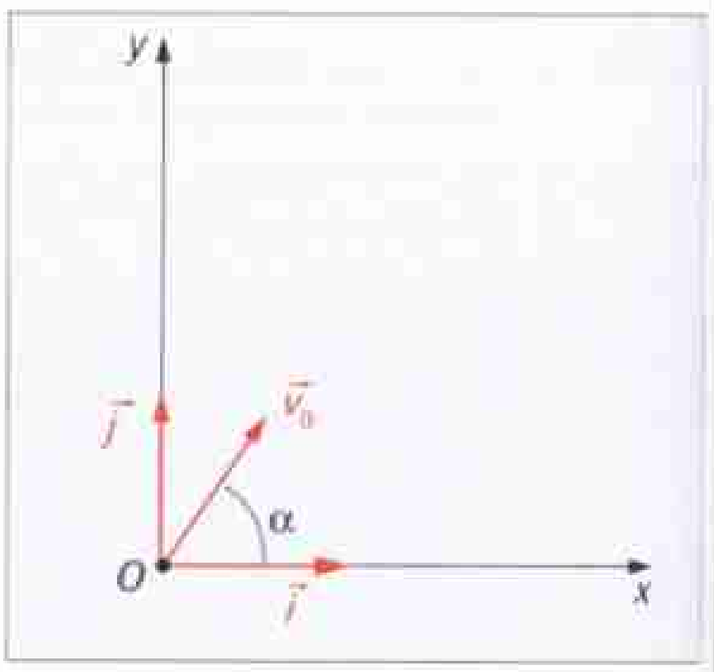
▶ Questions

1. Modélisation du mouvement

On admet que le projectile est une boule de masse m qui n'est soumise qu'à la force de pesanteur.
L'étude est faite par rapport au référentiel terrestre. Le champ de pesanteur est uniforme.

La boule est lancée du point O, origine du repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ à la date $t = 0$.

Le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ est dans le plan vertical $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$ et fait un angle α par rapport à l'axe $\overrightarrow{Ox}$.



En utilisant les conditions initiales déterminées dans l'étude du mouvement réel, donner pour chacun des deux mouvements étudiés l'expression numérique de l'équation de la trajectoire du point G.

2. Comparer les résultats de l'étude du mouvement réel à ceux obtenus après modélisation et conclure sur la validité du modèle utilisé dans les deux cas.

La découverte de la trajectoire parabolique

En 1638, Galilée a pu montrer qu'un projectile lancé au voisinage de la Terre a un mouvement parabolique (selon un article de Stillman Drake paru en 1973).

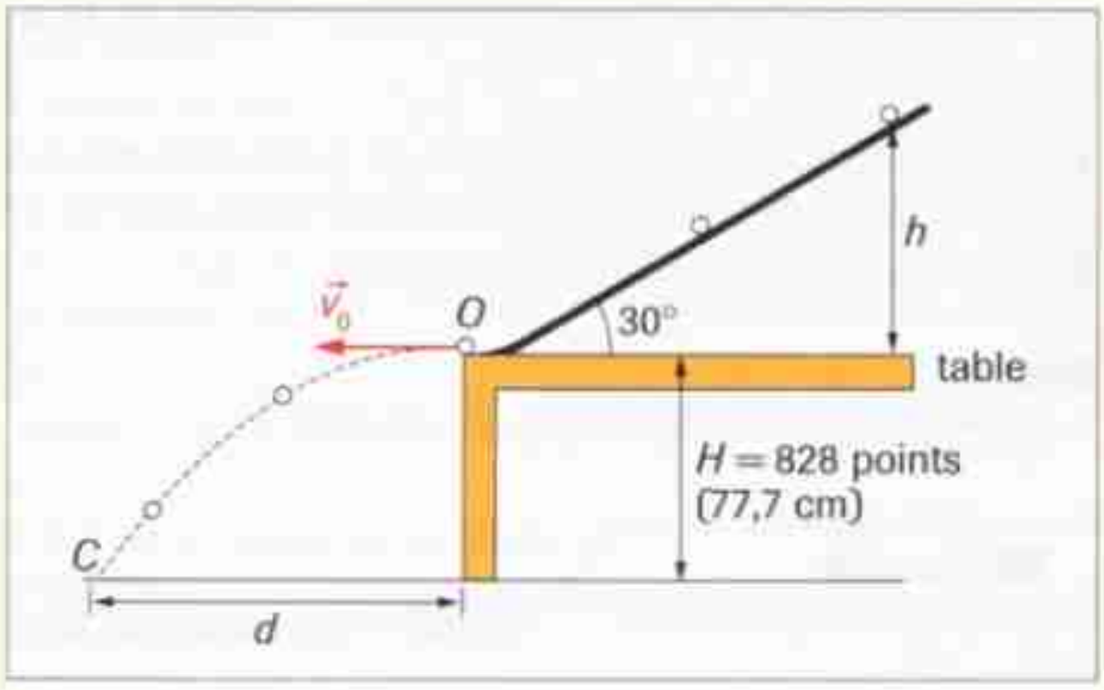
DOC

À cette époque, Galilée disposait d'un théorème qui montrait que si un projectile a un mouvement composé d'un mouvement horizontal uniforme et d'un mouvement uniformément accéléré vers le bas, il décrit au cours de son déplacement une trajectoire parabolique.
Le texte qui suit donne des indications sur la méthode que Galilée aurait utilisée pour vérifier que le mouvement d'un projectile qui a été lancé horizontalement au voisinage de la Terre répond à ces conditions.

« Le plan incliné était posé sur une table. Une boule de bronze, guidée par un « canal » pouvait rouler le long du plan à partir d'un point soigneusement déterminé. En bout de course, sa trajectoire était orientée horizontalement par un déflecteur… La boule partait à l'horizontale avec une certaine vitesse et décrivait une trajectoire « libre » avant de tomber sur le sol. La table avait une hauteur de 828 points (77,7 cm). Pour déterminer la position initiale de la boule, Galilée mesurait une distance verticale que nous appellerons h : c'est la distance qui sépare le point de départ du plan supérieur de la table. Galilée était capable de repérer la position exacte du point de chute. Il était alors aisé de mesurer la distance d parcourue horizontalement par le projectile pendant sa chute libre.
Le but de Galilée était de tester l'énoncé suivant : le mobile continue uniformément son mouvement horizontal s'il ne se heurte à aucune résistance. Le raisonnement de Galilée peut se résumer ainsi : le mobile, projeté horizontalement, mettra toujours le même temps (quelle que soit h) pour aller de la table au sol après avoir quitté le plan incliné (le mouvement vertical, en effet, se réduit à une chute libre simple).
Supposons (c'est l'idée à tester) que le mobile continue uniformément sa course horizontale, alors la longueur d, pour chaque expérience, sera proportionnelle à la vitesse acquise par le mobile à l'instant où il quitte le déflecteur*... ».

D'Archimède à Einstein de Pierre Thuillier,
© Librairie Artheme, Fayard 1988.

* Galilée n'avait pas les moyens de mesurer la vitesse initiale v_0 mais il savait qu'elle était proportionnelle à la racine carrée de h. Il a donc pu calculer ce que devait être la valeur de d pour une valeur de h donnée et confronter cette valeur de d obtenue à celle qu'il pouvait mesurer.



Dispositif utilisé par Galilée.

Hauteur h (m)	Distance horizontale d mesurée par Galilée (m)	Distance horizontale d calculée par Galilée (m)	Écart relatif entre les deux valeurs (%)
0,281	0,750		
0,562	1,10		
0,750	1,25		
0,938	1,41		

Tableau des mesures effectuées par Galilée.

▶ Questions

1. Traduire en termes rigoureux la phrase du texte « le mobile continue (…) aucune résistance ».

2. a. En utilisant le texte et la note (*) en fin de texte, montrer que si l'idée à tester est vérifiée, la distance d doit être proportionnelle à la racine carrée de h ($d = k\sqrt{h}$).

b. Les valeurs de la première ligne du tableau ont permis à Galilée de déterminer k. Calculer numériquement k.

c. En déduire les valeurs calculées de d du tableau, et calculer l'écart relatif entre la valeur calculée et la valeur mesurée.
Conclure quant à la validité de l'idée testée par Galilée.

3. Dans cette question, on veut démontrer le théorème qui a servi de base au raisonnement de Galilée.

a. En supposant que l'action de l'air est négligeable devant le poids de la boule, établir les équations horaires paramétriques du centre d'inertie G de la boule au cours de sa chute entre le point O et le point de contact C avec le sol.

b. Montrer que ces résultats correspondent aux conditions *« si un projectile a un mouvement composé (…) accéléré vers le bas »* du théorème utilisé par Galilée.

EXERCICE RÉSOLU

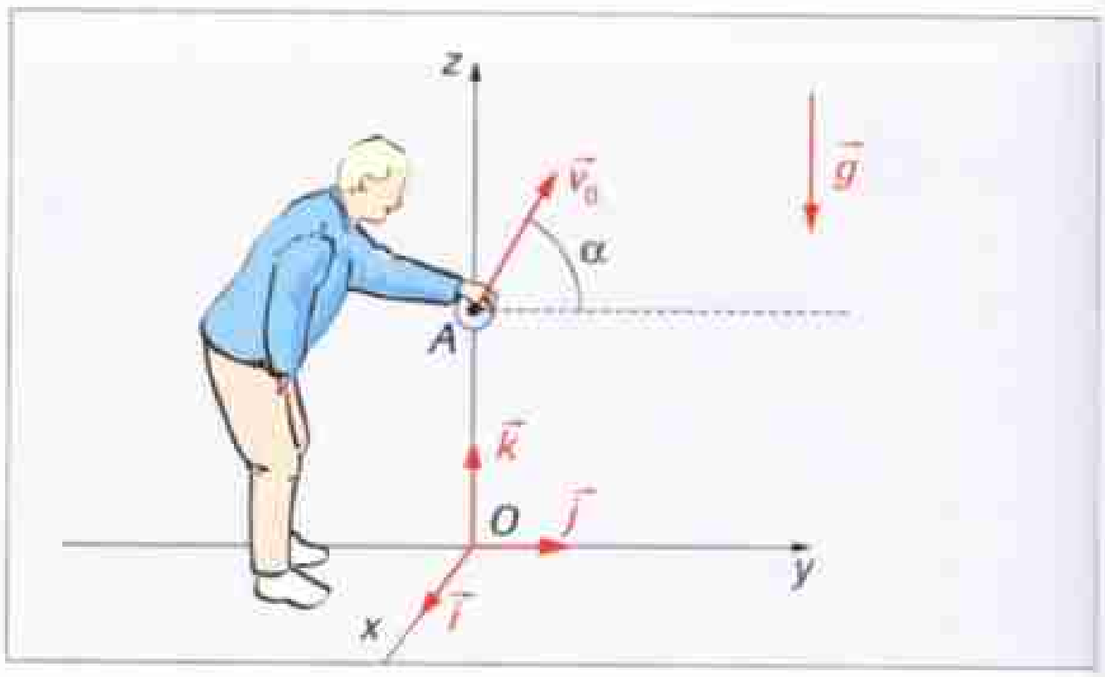
Énoncé

Mouvement parabolique du centre d'inertie d'une boule de pétanque

Un joueur de pétanque lance une boule de masse m d'un point A situé à une hauteur $OA = h = 1{,}5\,\text{m}$ au-dessus du sol.
Le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ de la boule fait un angle $\alpha = 60°$ avec l'horizontale.
La boule atteint le sol à une distance $d = 7{,}2\,\text{m}$ de la verticale du point A.

1. Trouver l'équation de la trajectoire du centre d'inertie G de la boule dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ représenté sur le schéma.

2. Calculer la valeur de la vitesse initiale.



Donnée

- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Méthode

Établir l'équation de la trajectoire d'un mouvement

- Préciser le référentiel et le repère de coordonnées.
- Appliquer la deuxième loi de Newton pour trouver le vecteur $\vec{a}_G$.
- Déterminer, dans le repère, les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}_G$.
- Trouver les équations horaires paramétriques en tenant compte des conditions initiales.
- Éliminer le paramètre temps t pour trouver l'équation de la trajectoire.

Solution

1. Le système mécanique est la boule, l'étude est faite par rapport au référentiel terrestre, que l'on peut considérer comme galiléen.
Forces exercées sur la boule :
– son poids $\vec{P} = m\vec{g}$, vertical, vers le bas, de valeur $P = mg$;
– les forces exercées par l'air : poussée d'Archimède et force de frottement sont ici négligeables par rapport au poids.
D'après la deuxième loi de Newton : $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a}_G$.
($\vec{a}_G$ et $\vec{v}_G$ sont les vecteurs accélération et vitesse du centre d'inertie de la boule)
Donc : $\vec{a}_G = \vec{g}$ de coordonnées : $a_x = 0,\ a_y = 0,\ a_z = -g$.
Conditions initiales :
à l'instant de date $t = 0$ on a,
$\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} \Rightarrow x_0 = 0 ; y_0 = 0 ; z_0 = h$.
$\vec{v}_0$ a pour coordonnées $v_{x_0} = 0$; $v_{y_0} = v_0 \cos\alpha$; $v_{z_0} = v_0 \sin\alpha$.
$\vec{a}_G = \dfrac{d\vec{v}_G}{dt}$ donc les coordonnées de $\vec{v}_G$ sont des fonctions primitives de celles de $\vec{a}_G$:

$$v_x = 0 ; \quad v_y = v_0 \cos\alpha ; \quad v_z = -gt + v_0 \sin\alpha.$$

$\vec{v}_G = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc les coordonnées de $\overrightarrow{OG}$ sont des fonctions primitives de celles de $\vec{v}_G$:

$$x(t) = 0 ; \quad y(t) = (v_0 \cos\alpha)\,t ; \quad z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t + h.$$

Puisque $x = 0$, le mouvement s'effectue dans le plan yOz et l'équation de la trajectoire est :

$$\boldsymbol{z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}\,y^2 + (\tan\alpha)\,y + h.}$$

2. La boule atteint le sol au point de coordonnées : $y = d = 7{,}2\,\text{m}$ et $z = 0$.
À partir de l'équation de la trajectoire, on obtient :

$$v_0 = \sqrt{\frac{gd^2}{2\cos^2\alpha\,(d\tan\alpha + h)}} \quad \text{donc :} \quad \boldsymbol{v_0 = 8{,}5\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}.$$

Commentaires

Comme dans tout exercice de mécanique, il faut préciser le référentiel, le solide étudié, et faire le bilan des forces qui s'exercent sur lui.

Attention aux signes des coordonnées.

Les conditions initiales sont nécessaires pour déterminer les constantes qui interviennent dans les fonctions primitives.

Exprimer t en fonction de y et le remplacer dans l'expression de z.

Donner le résultat numérique avec le même nombre de chiffres significatifs que dans l'énoncé.

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. Dans tous les cas, le vecteur accélération du centre d'inertie d'un solide qui n'est soumis qu'à la force de pesanteur est égal à … .

b. Le vecteur accélération est le vecteur … du vecteur vitesse.

c. Les coordonnées du vecteur position en fonction du temps sont appelées équations … .

d. La trajectoire d'un projectile qui a été lancé avec une vitesse quelconque est … .

2 Vrai ou faux ?

a. Les coordonnées du vecteur vitesse n'ont pas d'unité.

b. Le vecteur vitesse en un point est toujours tangent à la trajectoire en ce point.

c. Le vecteur accélération est toujours dans le sens du mouvement.

d. Il faut connaître les conditions initiales pour pouvoir trouver l'équation de la trajectoire.

3 Q.C.M

a. Une accélération se mesure en :

❑ m ;

❑ $m \cdot s^{-2}$;

❑ $m \cdot s^{-1}$.

b. Le vecteur accélération du centre d'inertie d'un projectile qui a été lancé dans le champ de pesanteur :

❑ dépend des conditions initiales ;

❑ ne dépend pas des conditions initiales ;

❑ est toujours de direction verticale.

c. Les coordonnées du vecteur accélération sont :

❑ les dérivées des coordonnées du vecteur position ;

❑ les dérivées des coordonnées du vecteur vitesse ;

❑ les dérivées secondes des coordonnées du vecteur position.

d. Quand un projectile est lancé avec un vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$:

❑ la trajectoire est toujours parabolique ;

❑ la forme de la trajectoire dépend de la direction du vecteur $\vec{v}_0$.

4 Apprendre à rédiger

Expliquer pourquoi les jets d'eau d'une fontaine ont une forme parabolique.

5 Savoir-faire expérimental

Mettre une bille sur une table horizontale, puis la lancer pour qu'elle tombe sur le sol.

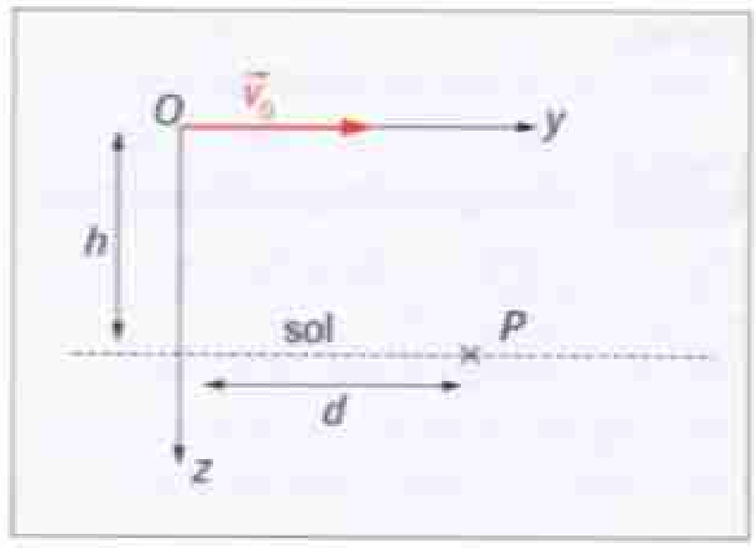
En mesurant simplement des longueurs, déterminer la vitesse de la bille au moment où elle a quitté la table.

Application des connaissances

6 • Vitesse de lancement

Une bille est lancée horizontalement d'un point O situé à une hauteur $h = 5{,}6\,m$ au-dessus du sol.

Elle atteint le sol en un point P situé à une distance $d = 4{,}0\,m$ de la verticale du point O.



On admet que la bille n'est soumise qu'à la force de pesanteur.

a. Calculer la durée de la chute.

b. Calculer la valeur de la vitesse initiale v_0.

Donnée

- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\,m \cdot s^{-2}$.

7 •• Tir au but



Au cours d'une partie de football, un joueur tire un penalty : il frappe le ballon qui est posé au sol.

Celui-ci part avec une vitesse de $25\,m \cdot s^{-1}$ dans une direction qui fait un angle de 17° par rapport au sol horizontal.

a. En supposant que les forces exercées par l'air sur le ballon sont négligeables devant son poids, montrer que la trajectoire du centre d'inertie du ballon est plane et établir son équation.

b. Le point de départ du ballon est situé à 11 m du but dont la hauteur est de 2,4 m.

Le ballon a un diamètre de 22 cm. Passe-t-il sous la barre horizontale du but ?

Donnée

- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\,m \cdot s^{-2}$.

8 • Golf et angle optimal de lancer

Un enfant apprend à jouer au golf. Pour son premier essai, il frappe la balle qui se trouve en un point O sur le sol horizontal et celle-ci part avec une vitesse $\vec{v}_0$ dans une direction qui fait un angle $\alpha = 30°$ par rapport au sol.

La balle s'élève et atterrit 26 m plus loin.

a. En supposant que les forces exercées par l'air sur la balle sont négligeables devant son poids, calculer la valeur de la vitesse initiale v_0.

b. Sans faire plus d'effort, l'enfant aurait pu lancer la balle plus loin en choisissant une autre valeur de l'angle α. Quelle est la valeur de cet angle?

Donnée

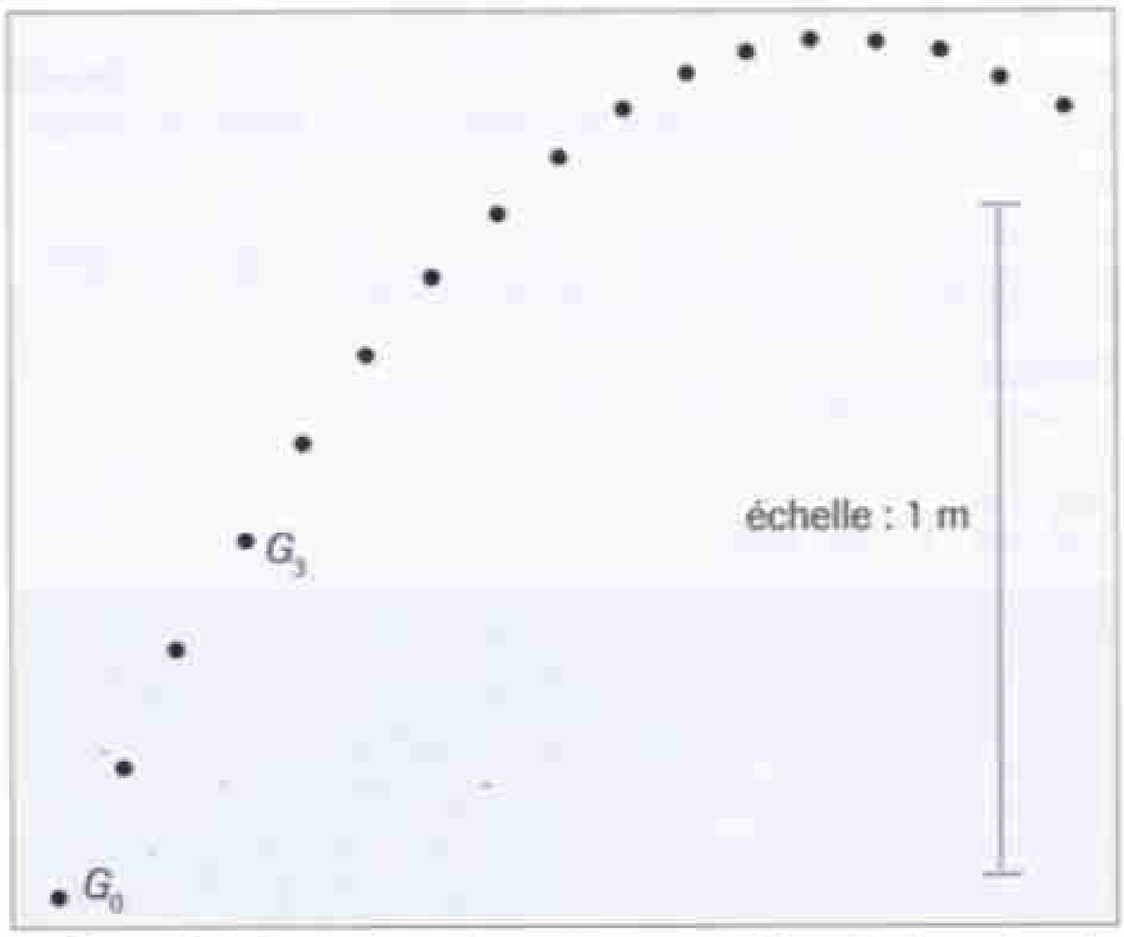
- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

9 ▪▪ Construction du vecteur accélération

Une bille a été lancée avec une vitesse $\vec{v}_0$ qui fait un angle α avec l'horizontale.

Son mouvement a été filmé avec une caméra vidéo avec une fréquence de 25 images par seconde.

On a obtenu la chronophotographie suivante.



a. Rappeler les précautions à prendre lors de la prise de vues pour obtenir un document utilisable.

b. Comment peut-on, à partir de l'enregistrement vidéo, obtenir le document ci-dessus?

c. Sur le document, tracer les vecteurs vitesse aux points G_2 et G_4.

d. Tracer le vecteur accélération au point G_3 et donner ses caractéristiques (direction, sens, valeur).

e. Peut-on considérer qu'à moins de 10 % près, la valeur de l'accélération trouvée est égale à la valeur du champ de pesanteur?

Donnée

- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

10 ▪▪ Étude de texte : quelle est la profondeur du volcan?

Deux étudiants, Éric et Aurélie, qui ont un peu oublié la physique étudiée au lycée, sont au sommet d'un volcan plus ou moins endormi. Son cratère est une sorte de puits. Le dialogue commence. Les répliques sont repérées par une lettre A, B, C...

A – Éric – Fais attention à ne pas tomber. C'est profond.
B – Aurélie – Oui, je me demande combien ça fait.
C – Éric – C'est facile : regarde. Je lance ce caillou dans le trou. Attends ! On va entendre le « toc » qu'il fait quand il arrive au fond. Un, deux, trois, quatre, cinq, six. Il s'est écoulé six secondes. En Terminale, il me semble qu'on a vu la loi $z = \frac{1}{2} gt^2$. Six secondes, cela fait 5 fois trente six, soit 180 mètres. Le trou fait 180 mètres de profondeur.
D – Aurélie – Ton truc ne marche pas. Tous les objets que tu peux lancer auraient le même mouvement? Un caillou plus lourd aura un poids plus important. Il sera attiré plus fort vers le bas. Il doit donc aller plus vite.
E – Éric – Je ne sais plus. Il me semble que, en Terminale, $\frac{1}{2} gt^2$ cela marchait tout le temps.
F – Aurélie – Et puis, il y a l'air qui freine le caillou.
G – Éric – La résistance de l'air, on peut la négliger.
H – Aurélie – Oui ! Mais en plus, il y a le son : il faut du temps pour qu'il remonte.
I – Éric – Le son va vite : 340 mètres par seconde. Un puits de 180 mètres : en gros le son met une demi seconde. Nous avons mesuré le temps au pifomètre, devant 6 secondes, on peut négliger.
J – Aurélie – Ah?
K – Éric – Bon ! Le caillou a mis un peu moins de six secondes. Il a parcouru un peu moins de 180 mètres, peut-être 170 ou 160 mètres.
L – Aurélie – Tu négliges le temps que met le son pour remonter et ensuite tu vérifies que ce temps est négligeable. Tu ne risques pas de te tromper !
M – Éric – Oui, c'est vrai.
N – Aurélie – Tiens, regarde ce beau morceau de pierre ponce*. Comme il est léger ! Je suis sûre qu'il flotte sur l'eau.
O – Éric – Tu vois celui-là, si je le lance dans le trou, je n'aurai pas $z = \frac{1}{2} gt^2$. La pierre ponce est bien trop légère. Elle va faire comme un parachute.
P – Aurélie – De toutes façons, je garde le morceau. Je t'interdis de le balancer !
Q – Éric – Tiens ! Regarde le panneau : profondeur du gouffre 160 mètres. Tu vois : j'avais raison.

* La pierre ponce est une sorte de « mousse de pierre » de très faible densité ; la roche initialement en fusion s'est solidifiée en emprisonnant des bulles d'air.

On demande de commenter le dialogue en répondant aux questions qui suivent. Les indications A, B, C... sont celles des différentes répliques.

a. Proposition C : étudier le problème du lancement du caillou : appliquer soigneusement la deuxième loi de Newton pour déterminer la projection du mouvement sur un axe vertical. Comment Éric doit-il lancer le caillou pour pouvoir utiliser l'équation horaire $z = \frac{1}{2} gt^2$?

b. Proposition D : que pourrait répondre Éric sans calcul pour justifier le fait que le mouvement du caillou est indépendant du fait qu'il est lourd ou non?

c. Proposition I : déterminer la relation qui existe entre la profondeur du trou z et le temps t qui s'est écoulé entre le lancer et la perception du « toc » sans négliger le temps que met le son pour remonter du fond.

Calculer t pour $z = 160$ m, puis pour $z = 180$ m.

d. **Proposition L :** que peut-on penser de l'argument d'Aurélie ?

e. **Proposition O :** le point important est-il réellement le fait que le morceau de pierre ponce soit lourd ou non ?

PROBLÈMES DE SYNTHÈSE

11 Lancer d'un ballon de basket-ball

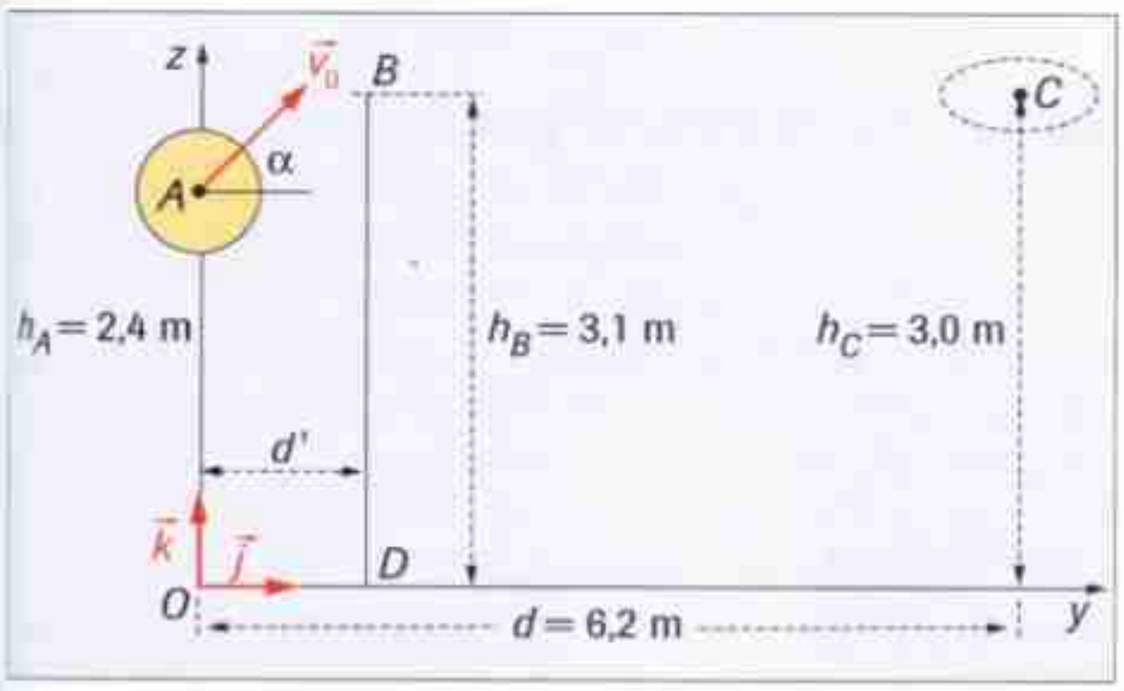
BAC

On étudie la trajectoire du centre d'inertie G d'un ballon de basket-ball lancé vers le cercle du panier de l'équipe adverse par un joueur attaquant.

On ne tiendra pas compte des forces exercées par l'air sur le ballon.

Le lancer est effectué vers le haut ; le ballon est lancé lorsque son centre d'inertie est en A (voir figure).

Sa vitesse initiale est représentée par un vecteur $\vec{v}_0$ situé dans un plan $(O; \vec{j}, \vec{k})$ et faisant un angle α avec l'horizontale.



a. Établir les équations horaires paramétriques du mouvement de G. En déduire l'équation de la trajectoire.

b. Calculer la valeur de la vitesse initiale v_0 du ballon pour que celui-ci passe exactement au centre C du cercle constituant le « panier ».
(Utiliser les valeurs numériques fournies par la figure.)

c. Un défenseur BD, placé entre l'attaquant et le panneau de basket, saute verticalement pour intercepter le ballon ; l'extrémité de sa main se trouve en B à l'altitude $h_B = 3{,}1$ m. À quelle distance horizontale maximale de l'attaquant doit-il se trouver pour toucher le ballon du bout des doigts ?
(La figure n'est pas à l'échelle.)

DONNÉES

- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
- *Diamètre du ballon :* $d = 25$ cm ; $\alpha = 40°$.

12 Relativité du mouvement

Dans le « Dialogue sur les deux systèmes du monde », Galilée (1564-1642) propose à travers le dialogue entre deux personnages, Simplicio et Salviati, l'étude de la chute d'un objet du haut du mât d'un navire à quai, puis en mouvement rectiligne uniforme par rapport au quai.

Simplicio : Laissons tomber une boule de plomb du haut du mât d'un navire au repos et notons l'endroit où elle arrive, tout près du pied du mât ; si du même endroit, on laisse tomber la même boule quand le navire est en mouvement, le lieu de sa percussion sera éloigné de l'autre c'est-à-dire du pied du mât du navire d'une distance égale à celle que le navire aura parcourue pendant le temps de chute, tout simplement parce que le mouvement naturel de la boule, laissée à sa liberté, se fait en ligne droite vers le centre de la terre…

Salviati : Très bien. Avez-vous jamais fait l'expérience du navire ?

Simplicio : Je ne l'ai pas faite, mais je crois vraiment que les auteurs qui la présentent en ont fait soigneusement l'observation…

Salviati : … Que n'importe qui la fasse, et il trouvera en effet que l'expérience montre le contraire de ce qui est écrit : la boule tombe au même endroit du navire, que celui-ci soit à l'arrêt ou avance à n'importe quelle vitesse.

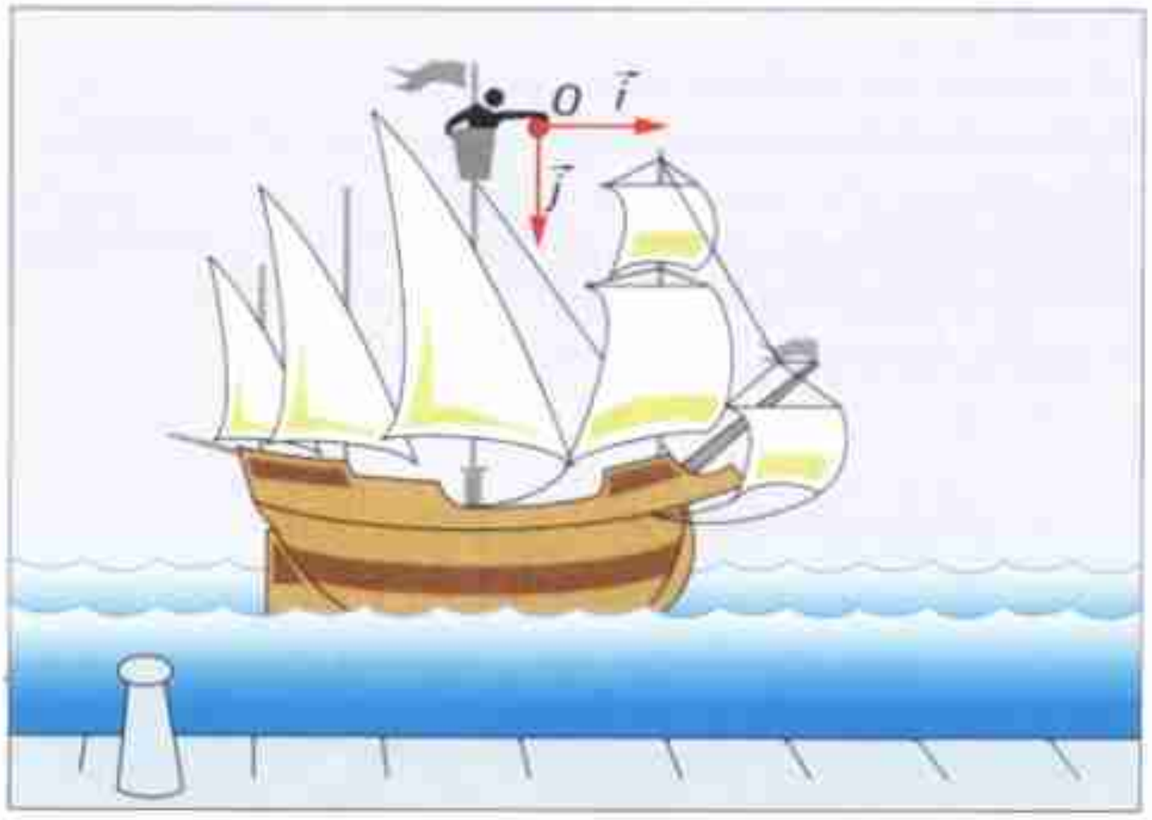
Le but de cet exercice est d'étudier méthodiquement le mouvement de la boule dans le cas où le navire est immobile par rapport au quai, puis dans le cas où le navire est en mouvement rectiligne uniforme par rapport au quai, de façon à savoir qui a raison, de Salviati ou Simplicio.

Dans cette étude, on ne tiendra pas compte des forces exercées par l'air sur la boule.

L'étude sera faite par rapport au référentiel terrestre dans lequel on a défini le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Un marin situé en haut du mât, lâche la boule à la date $t = 0$ d'un point A qui se situe à une hauteur $h = 12$ m au-dessus du pont du navire.

À cette date $t = 0$, le point A coïncide avec le point O, origine du repère (voir ci-dessous).



1. Premier cas : le navire est immobile par rapport au quai.

a. Déterminer dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ lié au référentiel terrestre, la nature de la trajectoire de G.

b. En déduire l'abscisse x_1 du point de chute du centre d'inertie de la boule sur le pont du navire.

2. Deuxième cas : le navire a un mouvement horizontal, rectiligne uniforme de vitesse $v_n = 3{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ par rapport au quai.

a. Établir dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ lié au référentiel terrestre, l'équation de la trajectoire de G.

b. En déduire l'abscisse x_2 du point de chute du centre d'inertie de la boule sur le pont du navire.

c. À quelle date t_c la boule atteint-elle le pont du navire ?

d. Calculer l'abscisse x'_2 du point A dans le même repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ à la date t_c.

3. Conclusion : qui, de Simplicio ou Salviati a raison ?

Donnée

- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

13 Q.C.M

a. Un projectile est lancé d'un point O situé sur le sol horizontal, avec un vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ de direction verticale. Il atteint une hauteur maximale de 2,5 m.

- ❑ $v_0 = 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$;
- ❑ $v_0 = 49\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$;
- ❑ $v_0 = 7{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

b. Un projectile est lancé d'un point O situé sur le sol horizontal, avec une vitesse initiale $v_0 = 5{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ dans une direction qui fait un angle α par rapport au sol.

La portée du tir (distance horizontale) est de 2,0 m.

- ❑ La valeur de l'angle α est environ 26°.
- ❑ La valeur de l'angle α est environ 52°.

c. Une pièce d'artillerie A est orientée à 60° par rapport à l'horizontale. L'objectif B, situé sur la même horizontale, est atteint 20 s après le tir.

La vitesse initiale du projectile est :

- ❑ $113\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$;
- ❑ $196\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$;
- ❑ $226\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Donnée

- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

14 Exercice de correction

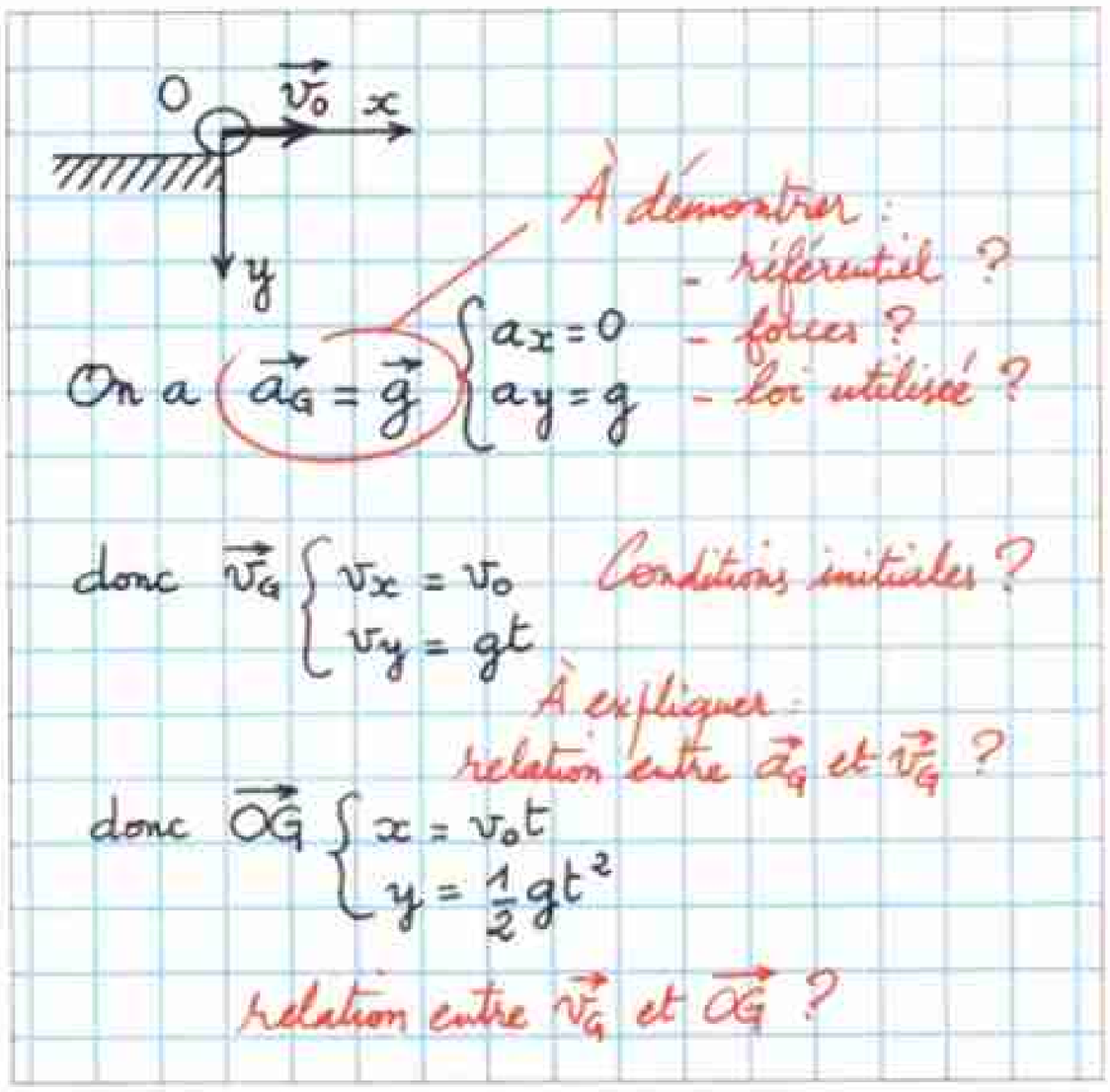
Lire l'énoncé, puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

Énoncé

Un projectile est lancé d'un point O situé au bord d'une table, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ dans une direction horizontale.

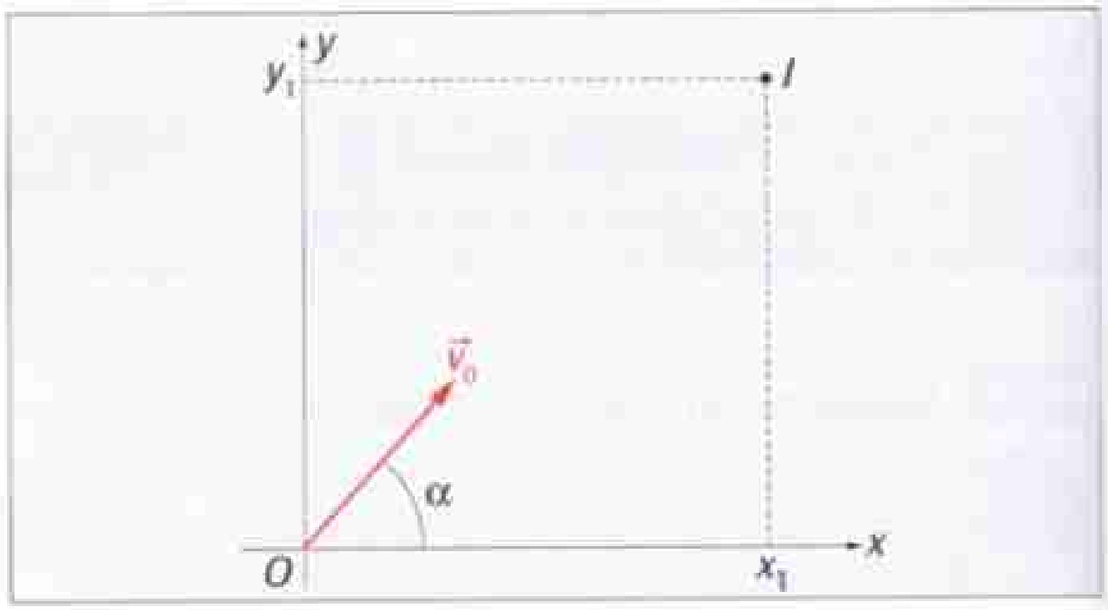
Trouver les équations horaires paramétriques du mouvement du centre d'inertie G de ce projectile.

Solution annotée d'un élève



15 Rencontre de projectiles

À un instant de date $t = 0$, on lance d'un point O, origine du repère $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$, un projectile A avec une vitesse initiale v_0, dans une direction qui fait un angle α avec l'horizontale. Le point O est situé au niveau du sol. Au même instant, on laisse tomber un projectile B d'un point I de coordonnées (x_I, y_I).



On admet que les projectiles A et B ne sont soumis qu'à la force de pesanteur, et que le champ de pesanteur est uniforme.

Quelles sont les conditions sur α et v_0 pour que le projectile A atteigne le projectile B avant que ce dernier touche le sol ?

Donnée

- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

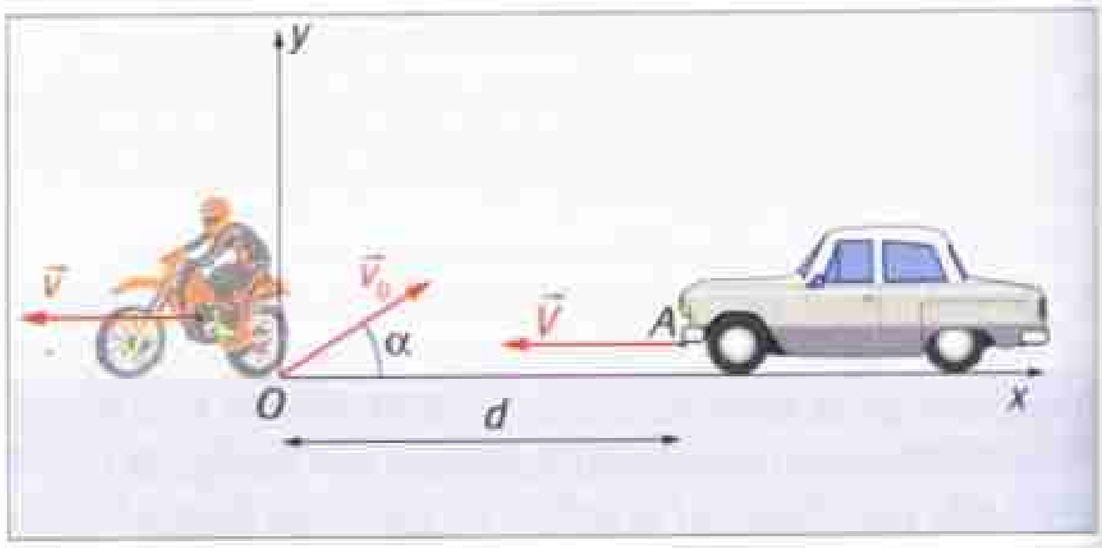
16 Distance de sécurité

Un gravier est projeté par le pneu arrière d'une moto qui roule sur une route horizontale, à la vitesse constante $v = 72\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ par rapport au référentiel terrestre.

Le gravier part avec une vitesse de valeur $v_0 = 20\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ par rapport au même référentiel, dans une direction qui fait un angle $\alpha = 15°$ par rapport à l'horizontale.

On appelle O le point de départ du gravier, le repère $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$ est lié au référentiel terrestre.

La moto est suivie par une voiture qui roule à la vitesse constante $V = 90\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. L'avant de la voiture se trouve à la distance d du point O à l'instant où le gravier quitte le point O.



a. Établir les équations horaires paramétriques $x(t)$ et $y(t)$ du centre d'inertie du gravier, par rapport au référentiel terrestre.

b. Établir les équations horaires paramétriques $x_A(t)$ et $y_A(t)$ d'un point A situé à l'avant de la voiture, par rapport au référentiel terrestre (on considérera que ce point A se trouve pratiquement au niveau du sol).

c. Calculer la valeur minimale de d pour que le gravier retombe sur le sol avant d'atteindre la voiture.

Donnée

- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

CHAPITRE 14

Satellites et planètes



L'observation des satellites tournant autour de la planète Jupiter (en haut à droite) fut l'un des arguments de Galilée pour montrer que la Terre n'est pas le centre de tous les mouvements dans l'Univers. Photo-montage avec 4 satellites; de haut en bas : Io, Europe, Callisto et Ganymède.

▶ **Comment peut-on modéliser le mouvement d'un satellite autour d'une planète ?**

Objectifs

- Connaître les lois de Kepler et savoir les appliquer.
- Connaître les conditions nécessaires pour observer un mouvement circulaire uniforme.
- Connaître les propriétés d'un tel mouvement et savoir les utiliser dans le cas d'une planète ou d'un satellite.
- Connaître la loi de gravitation universelle sous sa forme vectorielle.
- Connaître et justifier les conditions pour qu'un satellite soit géostationnaire.

Plan du cours

1 Le système solaire

2 Propriétés du mouvement d'une planète

3 Application des lois de Newton

La Terre et les planètes tournent autour du Soleil.

Comment les conceptions ont-elles évolué pour que cette idée soit acquise?

UN PEU D'HISTOIRE

■ Dans l'Antiquité, et pendant tout le Moyen Âge, la Terre est considérée comme le *centre du monde*. Les phénomènes observés dans le ciel sont expliqués en plaçant la Terre au centre, et en admettant que le Soleil, la Lune, et les autres planètes sont en mouvement autour d'elle.
C'est cette conception qui est décrite par Ptolémée au deuxième siècle dans l'*Almageste* et qui constitue le **système géocentrique** (fig. 1).



Fig. 1 Le système géocentrique de Ptolémée.



Fig. 3 Nicolas Copernic (1473–1543).

■ Nicolas Copernic, astronome polonais, publie en 1543 son ouvrage *De revolutionibus orbium cœlestium* dans lequel il propose une autre conception : la Terre ainsi que les autres planètes tournent autour du Soleil.
C'est un **système héliocentrique** (fig. 2).
Galilée (1564–1642) réaffirme cette idée, mais il est condamné par le tribunal de l'Inquisition et doit se rétracter.
La conception héliocentrique finira par s'imposer, en particulier grâce à Newton (1642–1727).

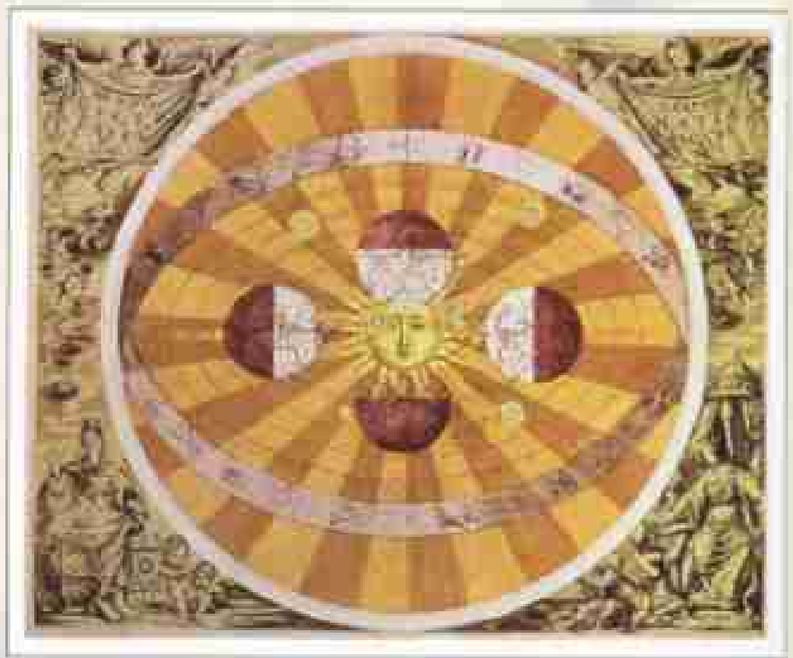


Fig. 2 Le système héliocentrique de Copernic.

ACTIVITÉ

Comment construire une ellipse ?

■ Une ellipse est une courbe telle que, pour tout point P de cette courbe, la somme des distances à deux points fixes F et F' (appelés *foyers*) est constante :

$$FP + F'P = \text{Constante} = 2a.$$

■ Pour construire une ellipse, il suffit de planter deux punaises (les points F et F'), de passer une boucle de ficelle autour de ces punaises, et de faire tourner la boucle avec un crayon en la maintenant tendue (fig. 4).

▶ **Construire plusieurs ellipses avec la même boucle, en rapprochant chaque fois les points F et F'. De quelle courbe simple l'ellipse se rapproche-t-elle?**

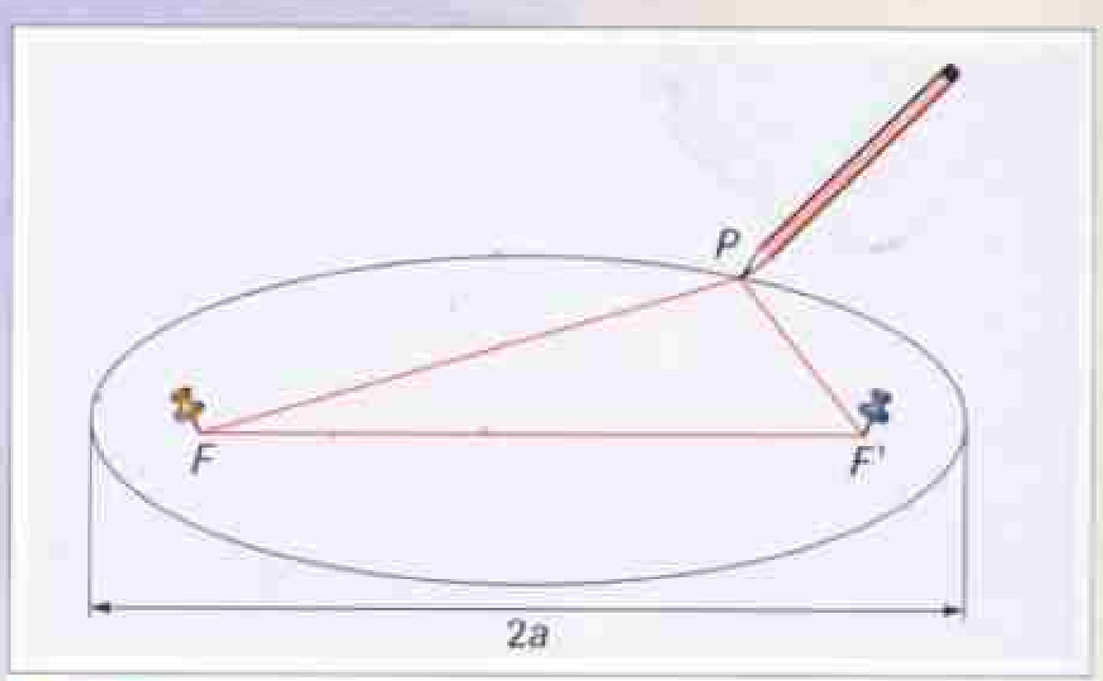


Fig. 4 Construction d'une ellipse.

PHYSIQUE ET VOCABULAIRE

■ **Géocentrique** adj. Qui fait de la Terre le centre de l'Univers.
■ **Héliocentrique** adj. Qui fait du Soleil le centre de l'Univers.

L'ÉNIGME DU CHAPITRE

Comment peut-on déterminer la masse d'une planète?

1 Le système solaire

1. 1. Description et mode d'étude

Le système solaire est formé d'une étoile, le Soleil, et des différents corps qui gravitent autour du Soleil, les neuf planètes et leurs satellites (fig. 1), les comètes, les astéroïdes…

• Le référentiel galiléen adapté pour étudier le mouvement d'une planète est le référentiel héliocentrique.
• Le référentiel héliocentrique est formé par le centre du Soleil et trois directions allant du centre du Soleil à trois étoiles lointaines considérées comme fixes.

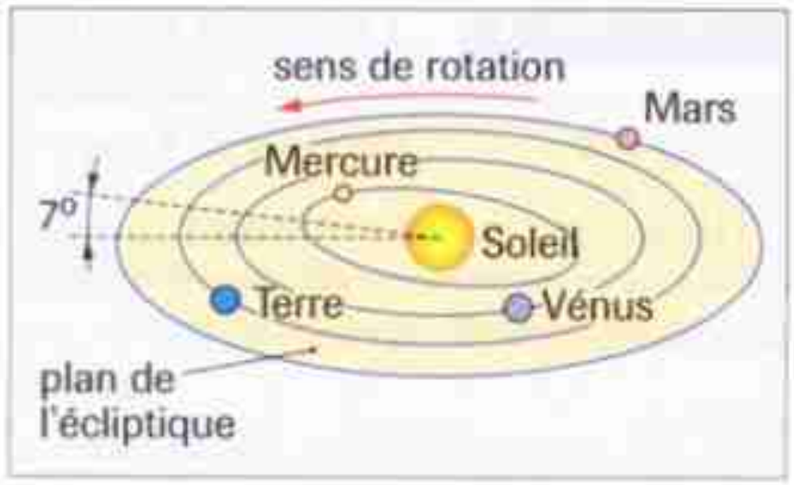


Fig. 1 Le Soleil et quelques planètes. Le plan de l'orbite de Mercure fait un angle de 7° avec le plan de l'écliptique.

Dans le référentiel héliocentrique (fig. 2) :
• le centre de la Terre décrit une trajectoire presque circulaire, qui définit le plan de l'écliptique ;
• le centre de chaque planète décrit une trajectoire autour du Soleil dans un plan qui contient le centre de celui-ci. À l'exception de Mercure et Pluton, ce plan est peu incliné par rapport au plan de l'écliptique.
La durée d'un tour complet d'une planète autour du Soleil est sa période de révolution T ; pour la Terre : $T = 365{,}25$ jours.

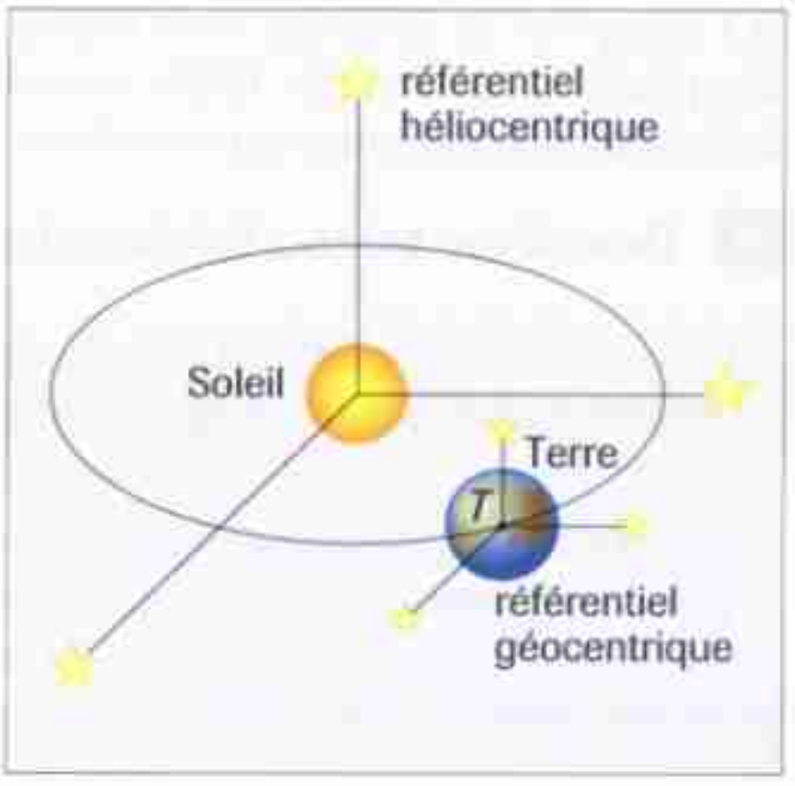


Fig. 2 Le référentiel héliocentrique et le référentiel géocentrique.

1. 2. Les satellites

A Satellites naturels

Le seul satellite naturel de la Terre est la Lune, qui décrit une trajectoire presque circulaire, avec une période de révolution de 27,3 jours.
Certaines planètes ont plusieurs satellites naturels : on en connaît actuellement seize pour Jupiter.

• Le référentiel galiléen adapté pour étudier le mouvement d'un satellite autour d'une planète est constitué par le centre de la planète et trois directions allant du centre de cette planète à trois étoiles considérées comme fixes.
• Dans le cas de la Terre, ce référentiel est appelé référentiel géocentrique.

Par rapport au référentiel géocentrique (fig. 2), la Terre a un mouvement de rotation autour de l'axe des pôles, dont la période, appelée période de rotation propre, est 23 h 56 min.

B Satellites artificiels

C'est en 1957 que le premier satellite artificiel a été placé en orbite autour de la Terre.
Il en existe aujourd'hui plusieurs milliers, utilisés dans différents domaines :
• télécommunication (satellites géostationnaires servant de relais à grande distance, ensembles de satellites en orbite basse ou moyenne pour la téléphonie mobile) ;
• observation (fig. 3) et acquisition de données (secteur militaire, ou civil en météorologie par exemple) ;
• recherche (expériences réalisées en état d'impesanteur, observations astronomiques et terrestres).



Fig. 3 Le satellite d'observation SPOT 4 en orbite autour de la Terre.

LE COURS

2 Propriétés du mouvement d'une planète

2. 1. Lois de Kepler

Point Mathématiques

Qu'est-ce qu'une ellipse ?

F et F' sont les foyers de l'ellipse (fig. 4) ; $AA' = 2a$ est le grand axe et $BB' = 2b$ le petit axe.
Tout point P de l'ellipse vérifie l'égalité :

$$PF + PF' = 2a.$$

$e = \dfrac{FF'}{AA'}$ est l'excentricité de l'ellipse ; si $e = 0$, l'ellipse devient un cercle.

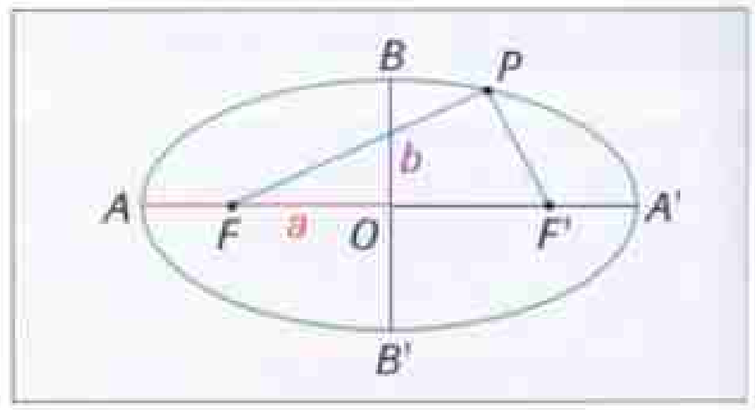


Fig. 4 Ellipse de foyers F et F'.

A Première loi (ou loi des orbites)

Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'une planète est une ellipse dont le centre du Soleil est l'un des foyers.

À l'exception de Mercure et de Pluton, les ellipses que décrivent les centres des planètes ont une très faible excentricité, et on peut considérer que leur trajectoire est pratiquement circulaire.

B Deuxième loi (ou loi des aires)

Le rayon vecteur SP qui relie le centre S du Soleil au centre P de la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.

L'une des conséquences de cette loi est la variation de vitesse du centre P de la planète au cours du mouvement.
Sur la figure 5, les aires $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ balayées par le rayon vecteur SP pendant la même durée Δt sont égales, mais les distances parcourues par P sont différentes : $\ell_1 > \ell_2$.

Or la vitesse moyenne pendant Δt s'écrit : $v = \dfrac{\ell}{\Delta t}$ d'où : $v_1 > v_2$.

La vitesse devient donc plus grande lorsque la planète se rapproche du Soleil :
- la vitesse est maximale en A qui est le plus proche du Soleil (périhélie) ;
- la vitesse est minimale en A' qui est le plus éloigné du Soleil (aphélie).

Point Histoire

Johannes Kepler

Il fut l'assistant de l'astronome danois Tycho Brahe.
Il utilisa les mesures très précises de celui-ci pour trouver, de façon empirique, les trois lois qui décrivent le mouvement des planètes.



Johannes Kepler (1571-1630)

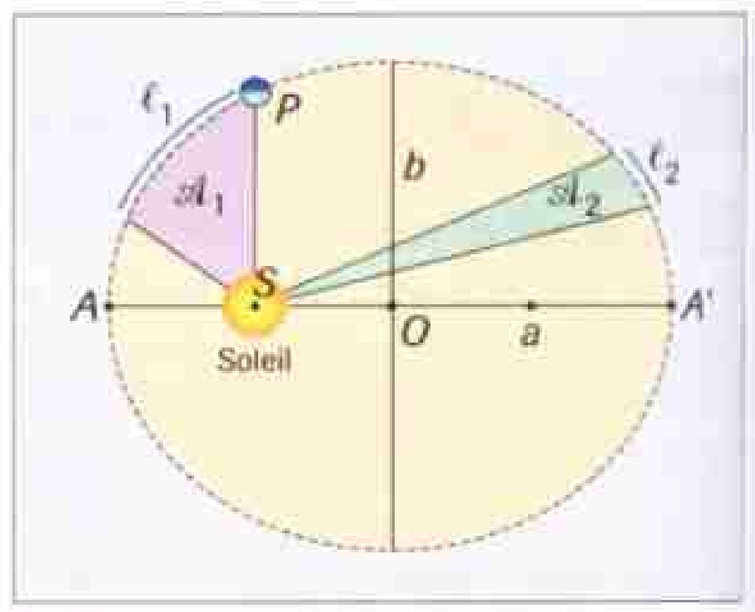
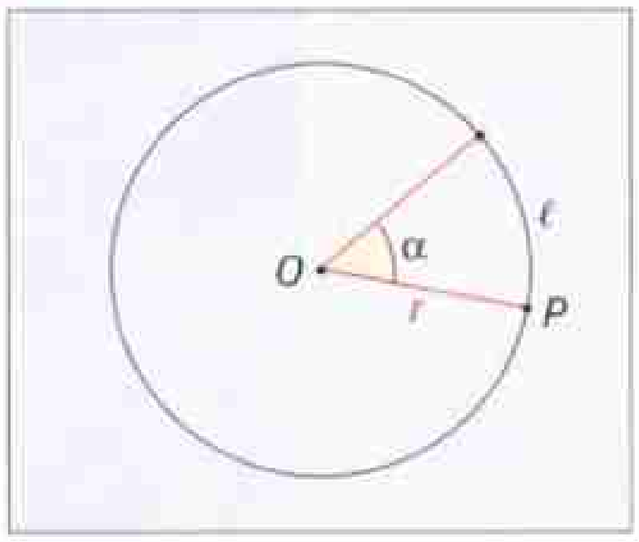


Fig. 5 Les aires $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$ balayées par le rayon vecteur SP pendant des durées Δt égales sont égales.

Exercice résolu — **Mouvement circulaire d'une planète**

Énoncé
Montrer que si la trajectoire du centre d'une planète est un cercle, la valeur de la vitesse est constante au cours du mouvement.



Solution
Le rayon vecteur est, dans ce cas, le rayon $OP = r$ du cercle.
Pendant une durée Δt, P parcourt un arc de cercle de longueur ℓ et le rayon OP tourne d'un angle $\alpha = \dfrac{\ell}{r}$.

L'aire balayée par OP est

$$\mathcal{A} = \pi r^2 \times \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{r\ell}{2}$$

Pour des durées Δt égales, l'égalité des aires implique l'égalité des distances ℓ parcourues par P.
La vitesse de P est donc constante.

C Troisième loi (ou loi des périodes)

Le rapport du carré de la période de révolution T d'une planète autour du Soleil au cube du demi-grand axe a de l'ellipse est constant :

$$\frac{T^2}{a^3} = k\,.$$

La valeur de k est la même pour toutes les planètes du système solaire (fig. 6).

planète	T (10^7 s)	a (10^8 km)	$\frac{T^2}{a^3}$ ($s^2 \cdot m^{-3}$)
Vénus	1,94	1,08	$2{,}99 \times 10^{-19}$
Terre	3,16	1,50	$2{,}96 \times 10^{-19}$
Mars	5,94	2,28	$2{,}98 \times 10^{-19}$
Jupiter	37,4	7,78	$2{,}98 \times 10^{-19}$

Fig. 6 Vérification de la troisième loi de Kepler.

Remarques

• Dans le cas des planètes dont la trajectoire est assimilable à un cercle de rayon r, la troisième loi de Kepler s'écrit : $\frac{T^2}{r^3} = k$.

• Les lois de Kepler s'appliquent aussi à des satellites naturels ou artificiels en orbite autour d'une planète. Dans ce cas, c'est le centre de la planète qui est l'un des foyers de l'ellipse et le rapport $\frac{T^2}{a^3} = k'$ est le même pour tous les satellites en orbite autour d'une même planète. La valeur de k' dépend de la masse de la planète.

2. 2. Le mouvement circulaire uniforme

A Définition

Un mobile a un mouvement circulaire uniforme si sa trajectoire est un cercle et si la valeur de sa vitesse est constante.

Le mobile M décrit un cercle de centre O et de rayon r. Sur ce cercle, on choisit un point origine I et un sens positif qui est le sens du mouvement (fig. 7).

On peut alors repérer la position du point M :

• soit par l'angle orienté : $\theta = (\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM})$ [θ se mesure en radians] ;

• soit par l'abscisse curviligne : $s = \overset{\frown}{IM} = r\theta$ (s se mesure en mètres).

Puisque le mobile se déplace, θ et s sont des fonctions du temps.

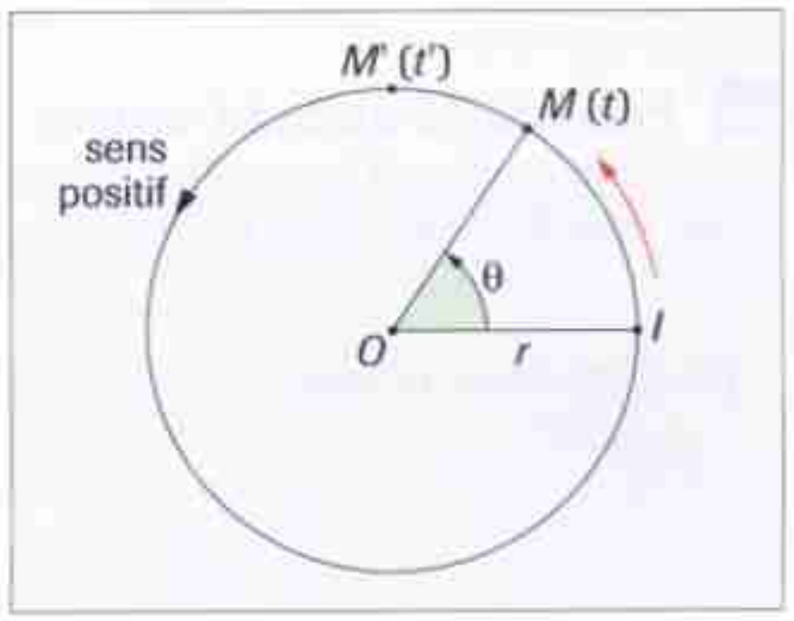


Fig. 7 La position du mobile peut être repérée par son abscisse curviligne $s = \overset{\frown}{IM}$.

B Vecteur vitesse

Entre deux instants de dates t et $t' = t + \Delta t$, le mobile décrit l'arc de cercle :

$$\overset{\frown}{MM'} = \overset{\frown}{IM'} - \overset{\frown}{IM} = s' - s = \Delta s.$$

La valeur de la vitesse est donc :

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

$\frac{ds}{dt}$ représente la dérivée de l'abscisse curviligne s par rapport au temps t.

Le **vecteur vitesse** $\vec{v}$ a pour caractéristiques
- direction : tangente au cercle ;
- sens : celui du mouvement ;
- valeur : $v = \frac{ds}{dt}$ (en $m \cdot s^{-1}$).

Ce **vecteur n'est pas constant** : sa direction varie au cours du temps ; seule sa valeur est constante (fig. 8).

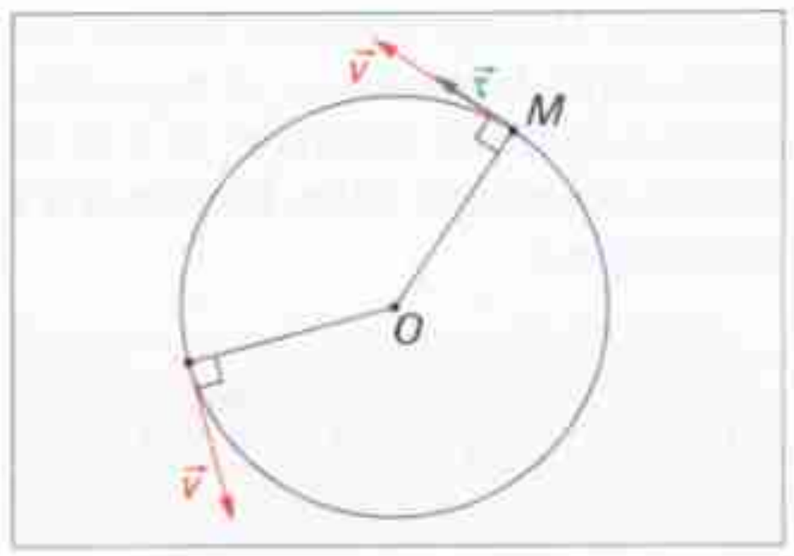


Fig. 8 La valeur de la vitesse est constante, mais la direction du vecteur vitesse varie au cours du mouvement.

Remarques

• Si on définit un vecteur unitaire $\vec{\tau}$ orienté dans le sens positif sur la tangente en M à la trajectoire, le vecteur vitesse s'écrit : $\vec{v} = v_\tau \vec{\tau} = \frac{ds}{dt}\,\vec{\tau}$.

• Comme $s = r\theta$, on a $v = r\frac{d\theta}{dt} = r\omega$ (ω est la vitesse angulaire, en $rad \cdot s^{-1}$).

C Vecteur accélération

Le vecteur accélération est le vecteur dérivée du vecteur vitesse : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$.

On peut démontrer que dans le cas d'un **mouvement circulaire uniforme**, le vecteur accélération $\vec{a}$ a les caractéristiques suivantes (fig. 9) :

- direction : normale à la trajectoire ; $\vec{a}$ est donc dirigé selon un rayon du cercle : **sa direction est radiale** ;
- sens : orienté vers le centre du cercle ; **$\vec{a}$ est centripète** ;
- valeur : $a = \dfrac{v^2}{r}$ (v en $m \cdot s^{-1}$, r en m, a en $m \cdot s^{-2}$).

Dans un mouvement circulaire uniforme, le vecteur accélération est radial, centripète et de valeur : $a = \dfrac{v^2}{r}$

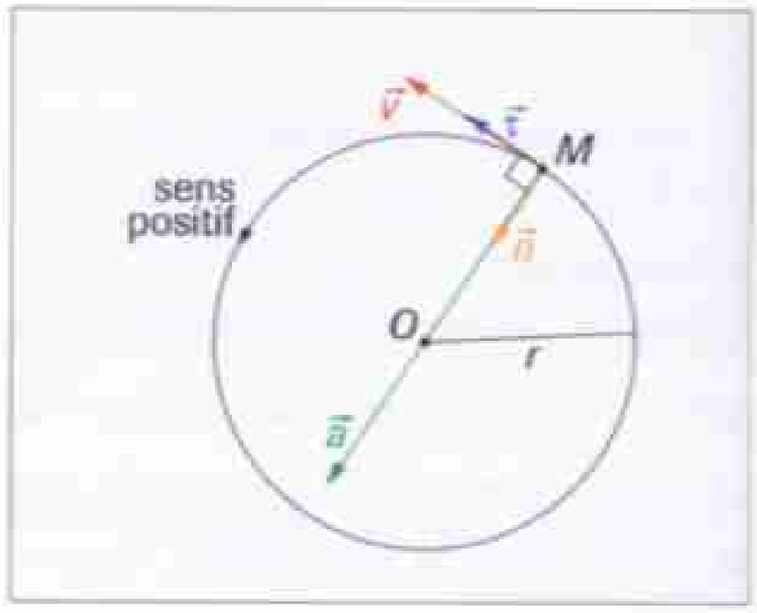


Fig. 9 Dans un mouvement circulaire uniforme, le vecteur accélération $\vec{a}$ est normal à la trajectoire : il est radial.

■ Remarques

- Si on définit un vecteur unitaire $\vec{n}$ sur la normale à la trajectoire, orienté vers le centre O, le vecteur accélération s'écrit : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{r}\vec{n}$.
- Les deux vecteurs unitaires $\vec{n}$ et $\vec{\tau}$ définissent la base de Frenet.
- Dans le cas d'un mouvement circulaire quelconque, le vecteur accélération $\vec{a}$ a pour expression : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{r}\vec{n} + \dfrac{dv_\tau}{dt}\vec{\tau}$.

Si le mouvement n'est pas uniforme, la valeur de la vitesse varie, alors $\dfrac{dv_\tau}{dt}$ n'est pas nul et le vecteur accélération n'est pas radial.

D Périodicité du mouvement

Le mobile repasse à intervalles de temps égaux dans la même position, en allant dans le même sens. Le mouvement est donc périodique.

La période de révolution T est égale à la durée d'un tour : $T = \dfrac{2\pi r}{v}$

3 Application des lois de Newton

3. 1. Loi de gravitation universelle de Newton

Cette loi, énoncée par Isaac Newton en 1687, a déjà été étudiée en classe de Seconde. Il s'agit ici de lui donner une forme vectorielle.
Deux corps de masses m_A et m_B s'attirent. Si ces corps ont une répartition de masse à symétrie sphérique et si la distance r entre leurs centres A et B est grande devant leur taille, les **forces d'interaction gravitationnelle** ont pour expression :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G\,\frac{m_A m_B}{r^2}\,\vec{u}_{AB}$$

m_A et m_B en kilogrammes (kg)
r en mètres (m)
$F_{A/B}$ et $F_{B/A}$ en newtons (N)

G est la constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$ et $\vec{u}_{AB}$ est un vecteur unitaire de direction AB, orienté de A vers B (fig. 10).

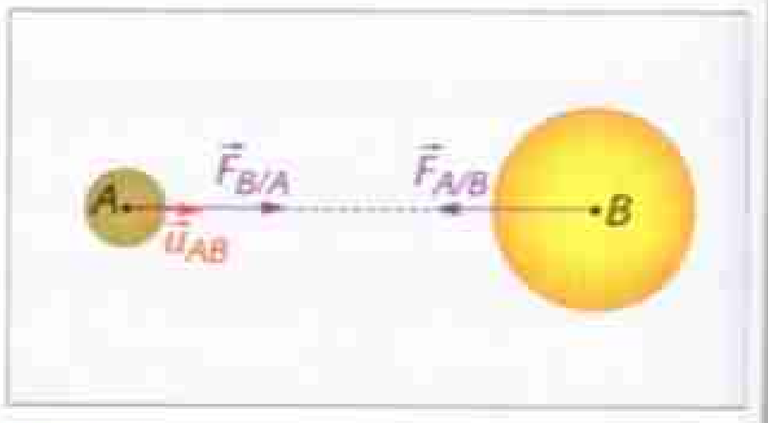


Fig. 10 Forces d'interaction gravitationnelle entre les corps de masses m_A et m_B (à répartition sphérique de masse).

3. 2. Étude du mouvement d'une planète autour du Soleil

A Vecteur accélération

On étudie une planète de centre d'inertie P, de masse m, en mouvement autour du Soleil de masse M_S et de centre S.

On peut considérer que le Soleil et la planète sont des corps à répartition sphérique de masse.

On choisit pour cette étude le **référentiel héliocentrique** qui est galiléen.

La seule force qui s'exerce sur la planète est la force d'**attraction gravitationnelle** exercée par le Soleil (fig. 11) :

$$\vec{F} = -\,G\,\frac{mM_S}{r^2}\,\vec{u}_{SP} \quad \text{où} \quad r \text{ est la distance } SP.$$

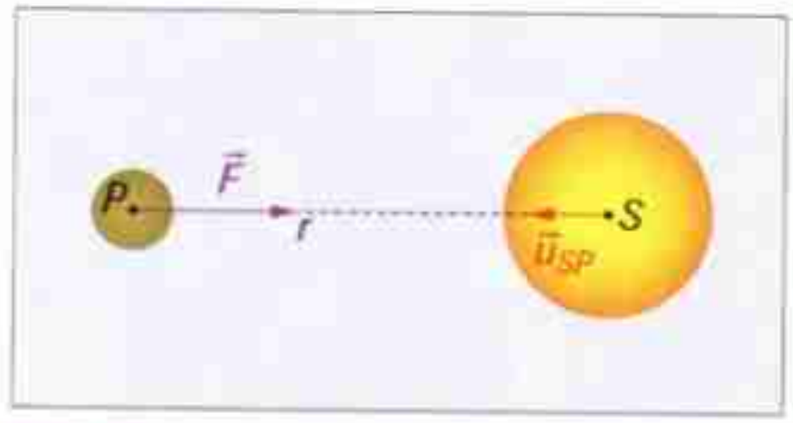


Fig. 11 Le Soleil exerce sur la planète une force $\vec{F}$ constamment dirigée vers son centre S.

On applique la deuxième loi de Newton à cette planète : $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a}_P$.

Le vecteur accélération du centre d'inertie P de la planète est donc :

$$\vec{a}_P = -\,G\,\frac{M_S}{r^2}\,\vec{u}_{SP}$$

Ce vecteur est toujours dirigé de P vers S qui est un point fixe dans le référentiel héliocentrique : le vecteur $\vec{a}_P$ est donc radial.

Une planète est soumise à une force radiale, le vecteur accélération de son centre d'inertie est lui-même radial : il est constamment dirigé vers le centre du Soleil.

B Modélisation du mouvement

Nous avons vu que si un mobile a un mouvement circulaire uniforme, le vecteur accélération est dirigé vers un point fixe qui est le centre du cercle (il est radial). Or, dans le référentiel héliocentrique, le centre d'inertie d'une planète a un mouvement dont le vecteur accélération est constamment dirigé vers le centre du Soleil.

Le mouvement circulaire uniforme apparaît donc comme l'une des solutions possibles des équations qui découlent de l'application des lois de Newton à une planète.

Les observations montrent que, bien que les trajectoires des planètes soient elliptiques, l'excentricité des ellipses est tellement faible pour la plupart d'entre elles que l'ont peut considérer, avec une assez bonne précision, que **leur mouvement est pratiquement circulaire uniforme**.

Considérons une planète de masse m dont le centre P a un mouvement circulaire uniforme autour du centre S du Soleil : le point P décrit un cercle de rayon $SP = r$, à la vitesse de valeur constante v (fig. 12).

D'après l'étude précédente, le vecteur accélération $\vec{a}_P$ du point P s'écrit :

$\vec{a}_P = -\,G\,\frac{M_S}{r^2}\,\vec{u}_{SP}$ ($\vec{u}_{SP}$ est le vecteur unitaire dirigé de S vers P).

Or, pour un mouvement circulaire uniforme, on a :

$$\vec{a}_P = \frac{v^2}{r}\,\vec{u}_{PS} \quad (\vec{u}_{PS} \text{ est le vecteur unitaire, dirigé de } P \text{ vers } S)$$

Comme $\vec{u}_{SP} = -\,\vec{u}_{PS}$, on peut en déduire que : $\frac{v^2}{r} = G\,\frac{M_S}{r^2}$

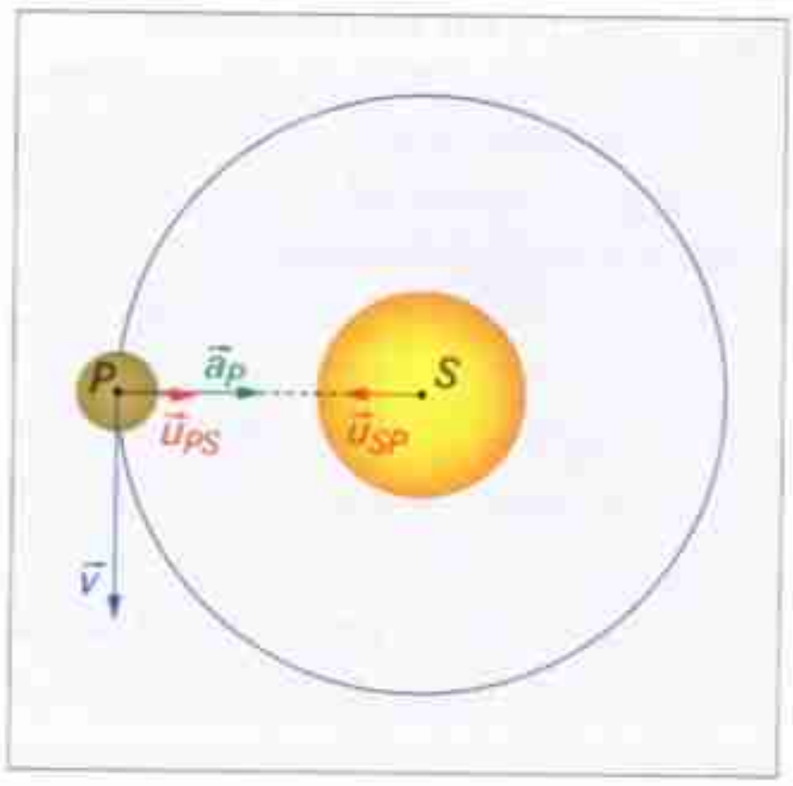


Fig. 12 Planète de centre P en mouvement circulaire uniforme autour du Soleil.

- La vitesse du centre de la planète est alors

$$v = \sqrt{\frac{GM_S}{r}}$$

- Sa période de révolution est

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_S}}$$

- On a donc

$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S} = C^{te}$ qui ne dépend pas de la planète étudiée.

On retrouve ainsi la troisième loi de Kepler dans le cas d'une planète en mouvement circulaire uniforme autour du Soleil.

▶ *Voir exercice n° 9, page 263*

■ **REMARQUE**

Il ne faut pas confondre la **période de révolution d'une planète** : durée d'un tour complet de son centre autour du Soleil dans le référentiel héliocentrique (dans le cas de la Terre, elle vaut 365,25 jours) et la **période de rotation propre d'une planète** : durée d'un tour d'un point de la planète autour de son axe (dans le cas de la Terre, elle vaut 23 h 56 min).

3. 3. Étude du mouvement d'un satellite autour de la Terre

A Nature du mouvement

On étudie un satellite en mouvement autour de la Terre (fig. 13).

Le référentiel choisi est le référentiel géocentrique. L'astre attracteur est la Terre, de masse M_T, qui exerce sur le satellite, de masse m, une force d'attraction gravitationnelle :

$$\vec{F} = G\frac{mM_T}{r^2}\vec{n}$$

$\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal de la base de Frenet.

r est la distance entre le centre T de la Terre et le centre d'inertie S du satellite.

En faisant une étude analogue à celle d'une planète autour du Soleil, on peut vérifier que le **mouvement circulaire uniforme est une solution possible** pour le mouvement du satellite en orbite autour de la Terre.

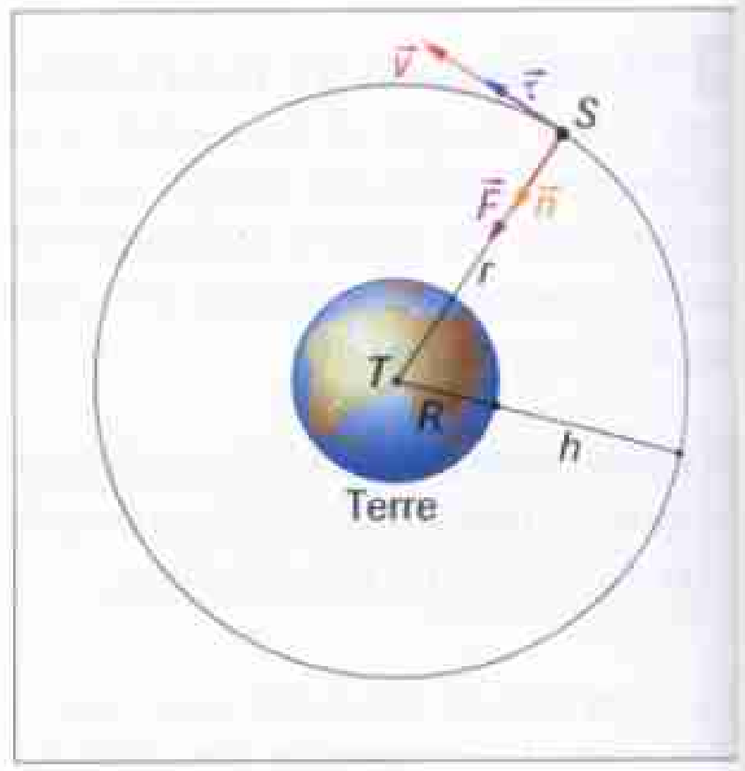


FIG. 13 Satellite en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre.

B Grandeurs caractéristiques du mouvement

Considérons un satellite en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre.

- La vitesse de son centre d'inertie est donnée par la relation :

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{GM_T}{R+h}}$$

où R représente le rayon de la Terre et h l'altitude du satellite.

- Sa période de révolution peut s'exprimer en fonction de l'altitude :

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM_T}}$$

La vitesse et la période de révolution ne dépendent pas de la masse du satellite, elles dépendent de son altitude.

▶ *Voir exercice n° 10, page 264*

Remarques

• Les satellites terrestres obéissent aux lois de Kepler : la plupart d'entre eux ont un mouvement elliptique autour de la Terre.
Le mouvement circulaire uniforme est un cas particulier.

• Dans tous les cas, la trajectoire du satellite est dans un plan qui contient le centre de la Terre.

• Le modèle du mouvement circulaire uniforme peut être appliqué avec une bonne approximation au cas de la Lune en mouvement autour de la Terre.

• Un corps de masse m_A qui se trouve dans un satellite en orbite autour de la Terre est soumis à la force d'attraction gravitationnelle qu'exerce la Terre sur lui :

$\vec{F} = G\dfrac{m_A M_T}{r^2}\vec{n}$ (où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal de la base de Frenet).

Si ce corps n'est pas en contact avec les parois du satellite, $\vec{F}$ est la seule force qui s'exerce sur lui. D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F} = m_A\vec{a}_A$.
Le vecteur accélération $\vec{a}_A$ de ce corps, par rapport au référentiel géocentrique, a donc pour expression : $\vec{a}_A = G\dfrac{M_T}{r^2}\vec{n}$.

C'est le même vecteur accélération que celui du centre d'inertie du satellite.
Ce corps « ne tombe pas » par rapport au satellite : **tout se passe comme s'il n'avait plus de poids. Il est en état d'impesanteur** (fig. 14).



Fig. 14 Astronaute en état d'impesanteur.

C Satellites géostationnaires

Un satellite géostationnaire a une position fixe par rapport au référentiel terrestre : il est en permanence à la verticale au même point de la Terre.

Pour être géostationnaire, un satellite doit satisfaire à plusieurs conditions.
Dans le référentiel géocentrique :

• il doit décrire un cercle dans un plan perpendiculaire à l'axe des pôles. Or le plan de la trajectoire contient le centre de la Terre, donc ce plan est nécessairement celui qui contient l'équateur terrestre (fig. 15) ;

• le sens du mouvement doit être le même que celui de la rotation de la Terre autour de l'axe des pôles ;

• sa période de révolution doit être égale à la période de rotation propre de la Terre : T_0 = 1 jour sidéral = 23 h 56 min = 86 160 s.

Pour que cette dernière condition soit réalisée, il faut que le satellite évolue à une altitude bien déterminée : $h = 3{,}58 \times 10^4$ km $\approx$ 36 000 km.

Les satellites géostationnaires sont surtout utilisés comme relais dans le domaine de la télécommunication ou comme satellites d'observation en météorologie.

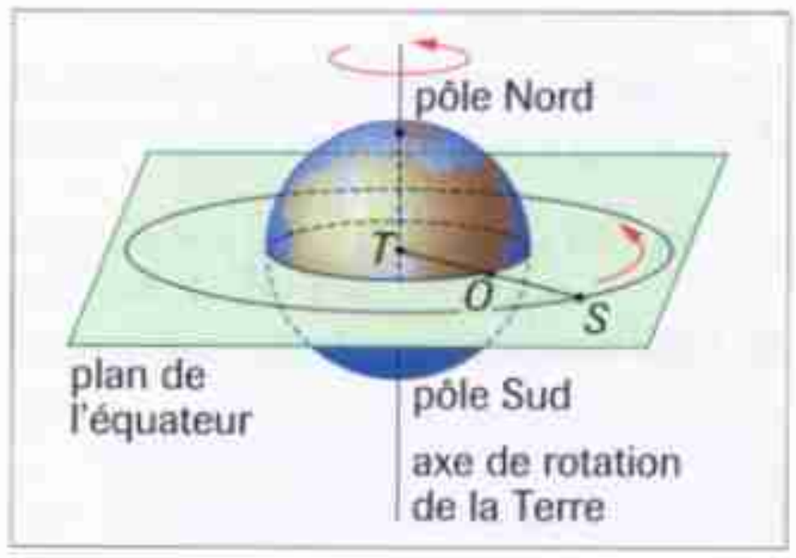


Fig. 15 Pour l'observateur *O* qui est sur Terre, le satellite géostationnaire est immobile. Par rapport au référentiel géocentrique, la trajectoire de *S* est dans le plan de l'équateur.

L'ESSENTIEL

1 Le système solaire

■ Il est formé du Soleil et des différents corps qui gravitent autour de lui, en particulier les planètes.

Pour étudier le mouvement d'une planète autour du Soleil, on utilise le **référentiel héliocentrique**.

■ Les satellites sont des corps qui gravitent autour d'une planète.

Pour étudier le mouvement d'un satellite autour de la Terre, on utilise le **référentiel géocentrique**.

2 Propriétés du mouvement d'une planète

■ Par rapport au référentiel héliocentrique, une planète obéit aux **lois de Kepler**.

• **Première loi**

Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'une planète est une ellipse dont le centre du Soleil est l'un des foyers.

• **Deuxième loi**

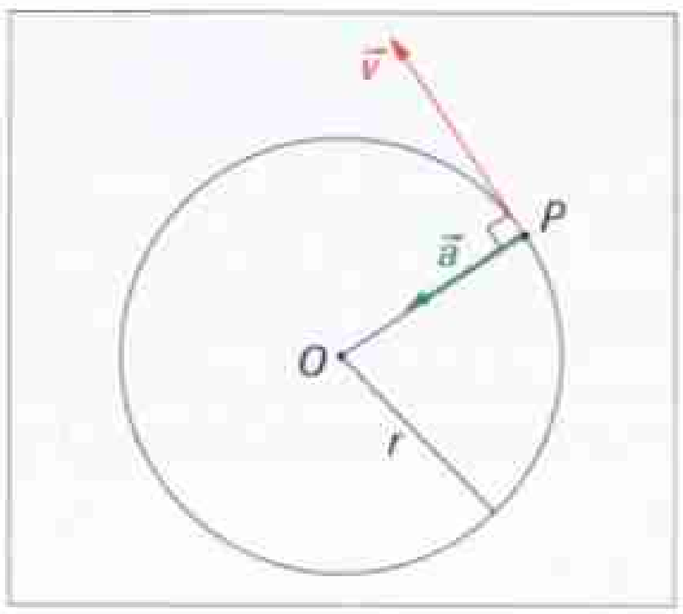
Le rayon vecteur *SP* qui relie le centre du Soleil au centre de la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.

• **Troisième loi**

Le rapport du carré de la période de révolution T au cube du demi-grand axe a de l'ellipse est constant :

$$\frac{T^2}{a^3} = k$$

■ **Mouvement circulaire uniforme**



La trajectoire du mobile est un cercle de rayon r.

La valeur de la vitesse est constante, mais la direction du vecteur vitesse varie.

Pour qu'un mouvement soit circulaire uniforme, il est nécessaire que :

• la vitesse initiale ne soit pas nulle ;

• le vecteur accélération soit radial : c'est-à-dire dirigé vers un point fixe qui est le centre du cercle.

Dans un mouvement circulaire uniforme, le vecteur accélération $\vec{a}$ a pour valeur :

$$a = \frac{v^2}{r}$$

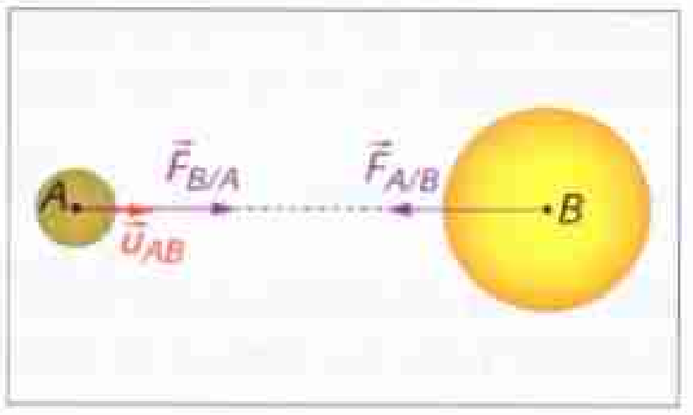
3 Application des lois de Newton

■ Deux corps de masses m_A et m_B s'attirent.

Les forces d'interaction gravitationnelle pour deux objets ponctuels ou à répartition de masse à symétrie sphérique ont pour expression :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G\frac{m_A m_B}{r^2}\vec{u}_{AB}$$

$\vec{u}_{AB}$ est un vecteur unitaire de direction AB, orienté de A vers B.



■ On peut, en général, modéliser le mouvement d'une planète autour du Soleil avec une bonne approximation par un mouvement circulaire uniforme.

Dans le référentiel héliocentrique :

• la vitesse de son centre s'écrit :

$$v = \sqrt{\frac{GM_S}{r}}$$

• sa période de révolution est :

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_S}}$$

■ Le mouvement circulaire uniforme est un mouvement possible d'un satellite autour de la Terre.

Dans le référentiel géocentrique, on retrouve pour v et T les résultats précédents, en remplaçant la masse du Soleil par la masse de la Terre.

Un satellite est **géostationnaire** s'il reste toujours à la verticale d'un même point de la Terre : il a une position fixe dans le référentiel terrestre.

Dans le référentiel géocentrique, il décrit un cercle dans le plan de l'équateur, et sa période de révolution est égale à un jour sidéral, c'est-à-dire 23 h 56 min.

Mots-clés

- **Référentiel géocentrique**
- **Référentiel héliocentrique**
- **Force radiale**
- **Mouvement circulaire uniforme**

▶ *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Simulation sur ordinateur d'une satellisation

La mise en orbite circulaire d'un satellite autour de la Terre, à une altitude donnée, impose des conditions particulières au vecteur vitesse initiale.

Matériel

- Un ordinateur et une imprimante.
- Un logiciel de simulation, par exemple «Dynamic».

Réflexions préalables

On étudie la mise en orbite du satellite SPOT 4.

C'est un satellite d'observation de masse $m = 2{,}8 \times 10^3$ kg, sa trajectoire est circulaire, à une altitude de $8{,}2 \times 10^2$ km.

1. Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ qui permettent cette satellisation.

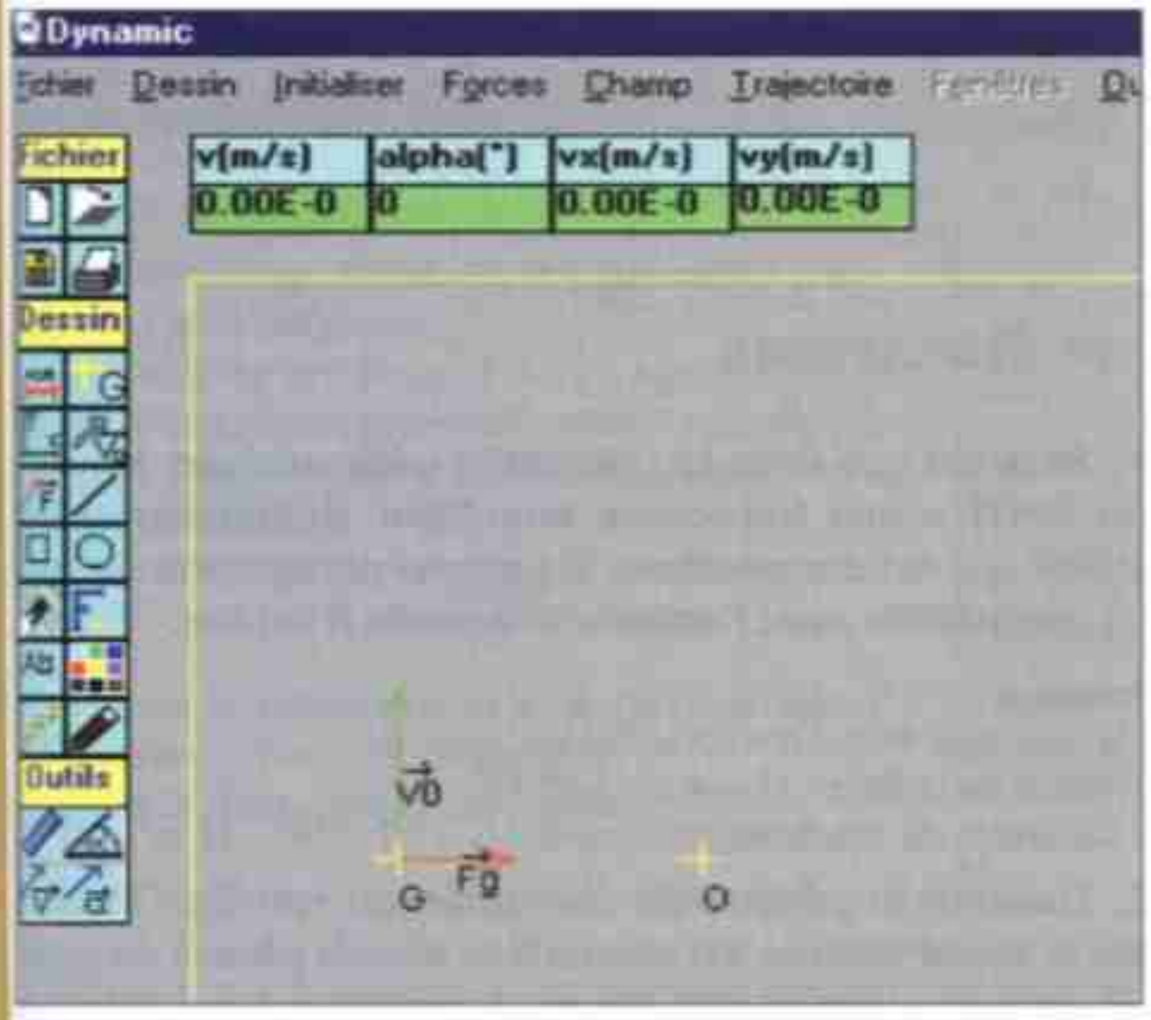
2. Calculer la période de révolution de ce satellite.

Données

- *Masse de la Terre* : $M_T = 6{,}0 \times 10^{24}$ kg
- *Constante de gravitation universelle* : $G = 6{,}7 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$
- *Rayon de la Terre* : $R = 6{,}4 \times 10^3$ km.

Manipulation

Objectifs : Rappeler les conditions d'une mise en orbite circulaire. Effectuer une simulation de satellisation. Modifier certains paramètres et observer leur influence sur l'orbite obtenue.



Partie d'écran montrant les conditions imposées au mouvement du satellite.

1. Tracé de la trajectoire

- Suivre la procédure de mise en route du logiciel jusqu'à l'affichage de la barre de menu en haut de l'écran et de la barre de menu verticale.
- Dans le menu **Fichier**, choisir **Nouveau**.
- Dans le menu **Dessin**, cliquer sur l'icône «Échelle» et saisir 1 cm pour $2{,}00 \times 10^6$ m. Puis cliquer sur l'icône «G» dans la barre d'outils verticale et placer le point *G* qui représente le centre d'inertie du satellite dans le premier tiers de l'écran.
- Dans le menu **Forces**, choisir **Définir** / **Force centrale** / **Newton** puis saisir l'«abscisse du point O central» qui est la valeur de la distance *OG* entre le centre d'inertie du satellite et le centre *O* de la Terre.
- Dans le menu **Initialiser**, sélectionner **Paramètres** et saisir :

«dt» = 6 s (intervalle de temps entre deux positions sur la trajectoire) ;

«m» = (masse du satellite) ;

«q» = 0 ;

«N» = 8 000 (nombre de points affichés).

Puis sélectionner **Vitesse** / **Modifier** et saisir :

«v_x» = 0 et «v_y» = (valeur de v_0 calculée).

Dans le menu **Trajectoire**, sélectionner **Tracer** afin de lancer l'acquisition.

2. Caractéristiques du mouvement

- Dans le menu **Outils**, choisir **Vitesse**, cliquer sur un point de la trajectoire et noter la valeur de $\vec{v}$.
- Dans le menu **Outils**, choisir **Accélération**, cliquer sur un point de la trajectoire et noter la direction et la valeur de $\vec{a}$.

3. Influence des caractéristiques de $\vec{v}_0$

Valeur de $\vec{v}_0$:

- Avec la souris, cliquer sur l'icône «$\vec{v}_0$» pour augmenter légèrement la valeur de v_0. Faire un nouveau tracé de trajectoire.
- Dans le menu **Outils**, aller dans **Distance** et mesurer le grand axe et le petit axe de l'ellipse obtenue.
- De la même façon, augmenter encore la valeur de v_0 et refaire les mesures.

Direction de $\vec{v}_0$:

- À partir de l'icône «$\vec{v}_0$», modifier la direction de $\vec{v}_0$. Faire un nouveau tracé de trajectoire, et noter le résultat.

4. Influence de l'altitude

- Reprendre la valeur de v_0 qui permettait d'obtenir un mouvement circulaire.
- Dans le menu **Forces**, modifier l'«abscisse du point O central», donc la distance *OG*, et faire un nouveau tracé de trajectoire. Noter le résultat.

▶ Questions

1. Quelles sont les conditions sur le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ pour que la trajectoire soit circulaire ?

2. Dans le cas d'une trajectoire circulaire, que peut-on dire :

– de la valeur de la vitesse en différents points de la trajectoire ?

– de la direction du vecteur accélération ?

3. Mêmes questions dans le cas d'une trajectoire elliptique.

Des satellites pour observer la Terre.

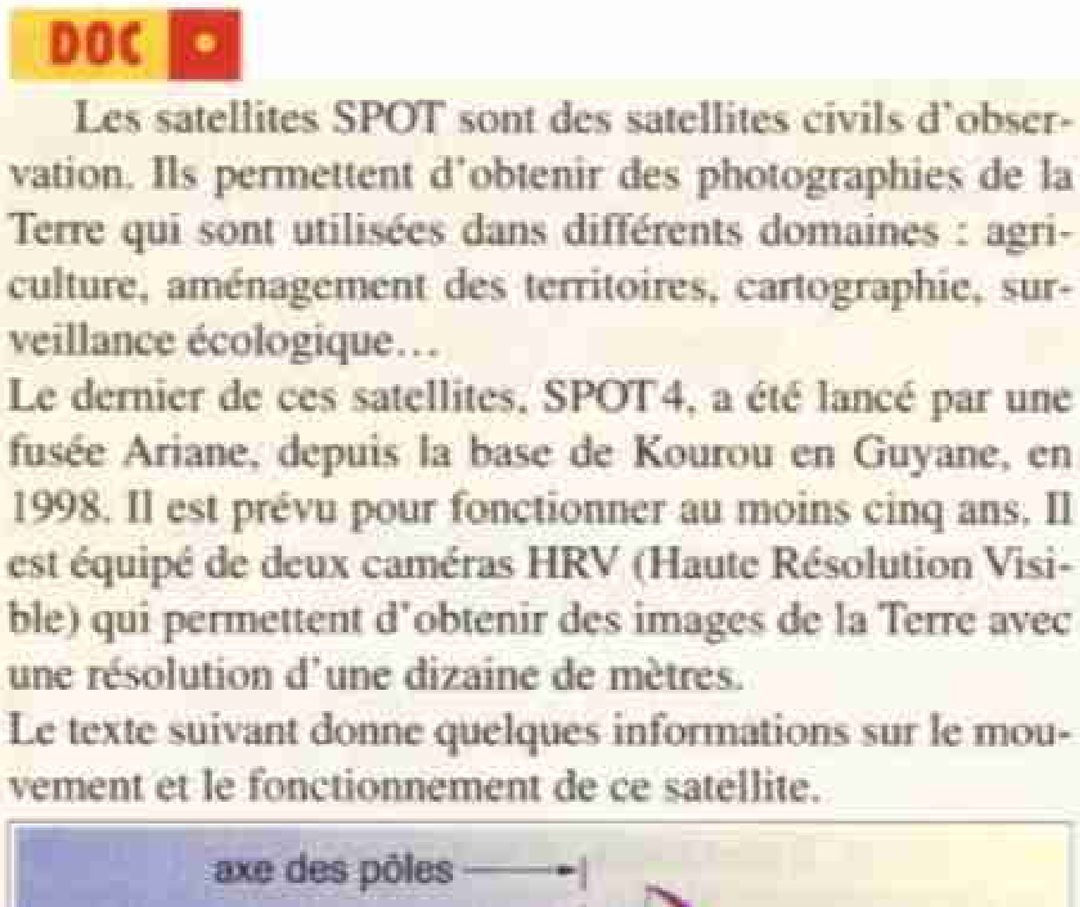
Équipés d'appareils de prise de vues à haute résolution, les satellites SPOT permettent d'obtenir des images de toutes les régions de la Terre avec une précision d'environ 10 mètres !

DOC

Les satellites SPOT sont des satellites civils d'observation. Ils permettent d'obtenir des photographies de la Terre qui sont utilisées dans différents domaines : agriculture, aménagement des territoires, cartographie, surveillance écologique…

Le dernier de ces satellites, SPOT 4, a été lancé par une fusée Ariane, depuis la base de Kourou en Guyane, en 1998. Il est prévu pour fonctionner au moins cinq ans. Il est équipé de deux caméras HRV (Haute Résolution Visible) qui permettent d'obtenir des images de la Terre avec une résolution d'une dizaine de mètres.

Le texte suivant donne quelques informations sur le mouvement et le fonctionnement de ce satellite.



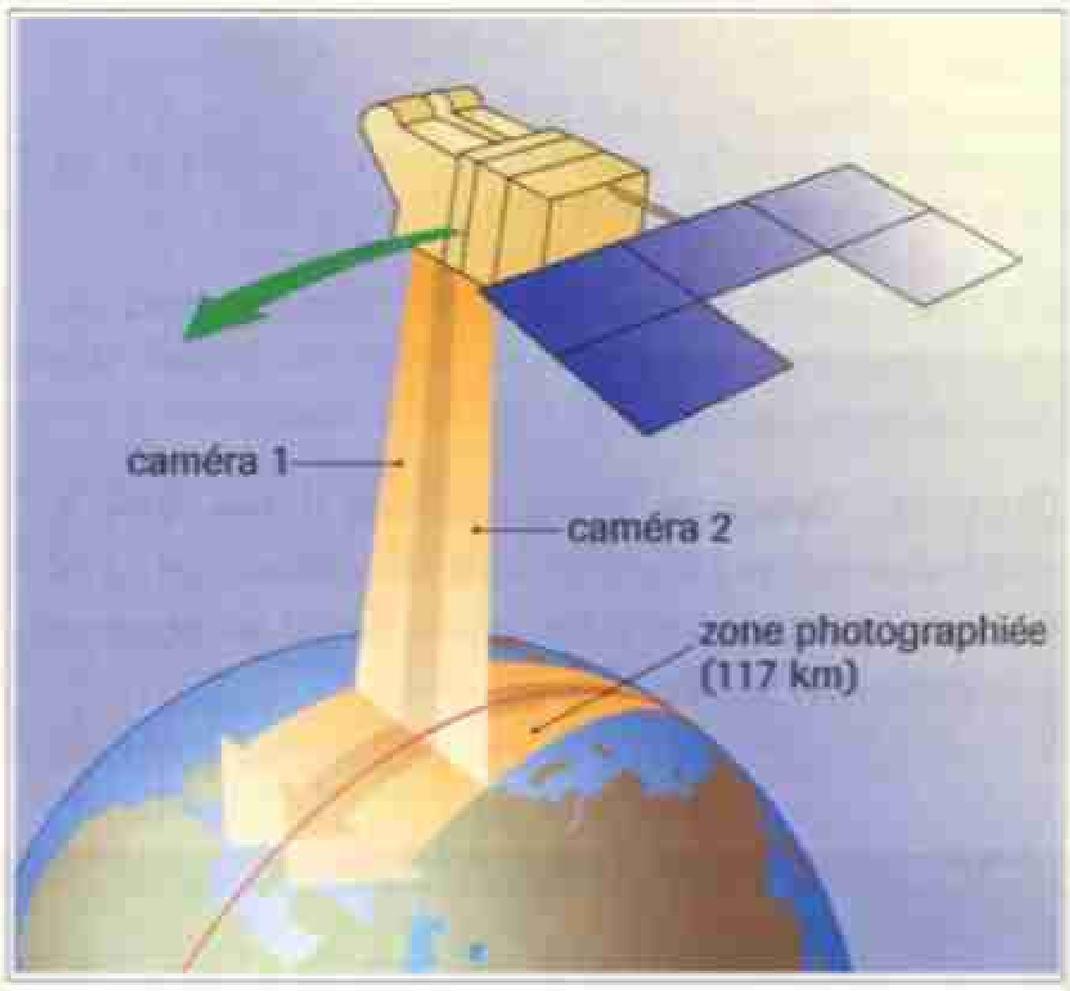
Orbites polaires de SPOT.

La danse de SPOT

« SPOT tournicote à 822 km d'altitude sur une orbite dite polaire. C'est pile la bonne distance pour que à, 26 800 km/h, le satellite puisse voir la zone survolée suffisamment longtemps. Plus haut ou plus bas, ses capteurs ne recevraient pas la bonne quantité de lumière. Quant à l'orbite polaire, elle est la seule qui permette de voir toutes les régions. La ligne rouge est la trace au sol du satellite décrite par la rotation de la Terre. Il faut à SPOT 26 jours pour se retrouver dans sa position initiale par rapport à la Terre. Pendant ce temps, le satellite aura parcouru 369 orbites.

SPOT avance de côté, comme les crabes. Ses deux caméras regardent chacune une bande de sol de 60 km de large, qui se recouvrent légèrement. En un seul passage, SPOT peut tirer le portrait d'une bande de 117 km. Cela représente une masse d'informations que le satellite évacue toutes les 40 minutes vers les stations de réception au sol. En déplaçant les visées de ses caméras, SPOT peut aussi regarder ce qui se passe sous lui à l'intérieur d'une bande de 950 km de large. »

Des yeux en orbite, extrait : « *La danse de SPOT* » p. 97
© Pierre Lefevre / *Sciences et Vie Junior*, Hors série n° 45.



Zones observées par les caméras de SPOT.

▶ Questions

1. Sachant que dans le référentiel géocentrique, le satellite SPOT a une trajectoire circulaire, démontrer que la vitesse qui est donnée dans le premier paragraphe du texte est compatible avec l'altitude à laquelle il évolue.

Données

- *Rayon de la Terre* : $R = 6{,}4 \times 10^3$ km ;
- *Masse de la Terre* : $M_T = 6{,}0 \times 10^{24}$ kg ;
- *Constante de gravitation universelle* : $G = 6{,}7 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.

2. Calculer la période de révolution du satellite. Montrer que la valeur trouvée est compatible avec la phrase du texte : « Pendant ce temps (26 jours), le satellite aura parcouru 369 orbites ».

3. Calculer l'angle de rotation de la Terre par rapport au référentiel géocentrique, pendant la durée d'une révolution du satellite.

4. Le satellite passe à la verticale d'un point *A* de l'équateur. Lorsqu'il repasse, après une révolution, au-dessus de l'équateur, il est à la verticale du point *A'*. Calculer la distance qui sépare ces deux points *A* et *A'* en admettant que la trajectoire du satellite est vraiment polaire.

EXERCICE RÉSOLU

Énoncé

Satellite géostationnaire

Les satellites MÉTÉOSAT sont des satellites utilisés pour recueillir des données utilisées pour les prévisions météorologiques.
Ce sont des satellites géostationnaires en orbite circulaire autour de la Terre.

1. Donner les conditions pour qu'un satellite soit géostationnaire.

2. Calculer l'altitude d'un satellite géostationnaire.

Données
- *Rayon de la Terre* : $R = 6{,}38 \times 10^3$ km
- *Masse de la Terre* : $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg
- *Constante de gravitation universelle* : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$
- *Période de rotation propre de la Terre* : $T = 8{,}62 \times 10^4$ s.



Photographie de la Terre prise d'un satellite géostationnaire.

Méthode

Étudier un satellite géostationnaire

1. Préciser le référentiel choisi.
2. Faire un schéma qui montre le vecteur représentant la force d'attraction gravitationnelle qui s'exerce sur le satellite.
3. Appliquer la deuxième loi de Newton.
4. À partir de l'expression du vecteur accélération, trouver l'expression de la période de révolution du satellite et en déduire son altitude.

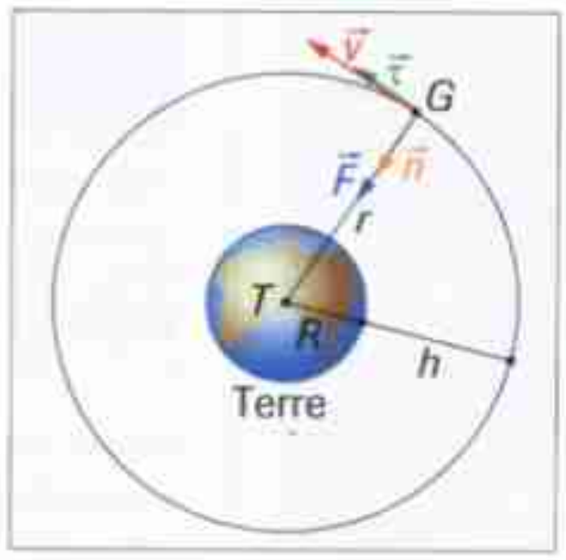
Solution

1. Pour que le satellite soit géostationnaire, il faut que, par rapport au référentiel géocentrique, sa période de révolution soit égale à la période de rotation propre de la Terre. Sa trajectoire circulaire se situe dans le plan de l'équateur terrestre.

2. Le référentiel choisi est le **référentiel géocentrique**, galiléen.
La seule force qui s'exerce sur le satellite est la **force d'attraction gravitationnelle** exercée par la Terre. Dans le repère de Frenet, cette force a pour expression :

$$\vec{F} = G\,\frac{mM_T}{r^2}\,\vec{n}$$

($r = TG$ est la distance entre le centre de la Terre T et le centre d'inertie G du satellite).
D'après la deuxième loi de Newton :



$$\Sigma\vec{F}_{ext} = \vec{F} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = G\,\frac{M_T}{r^2}\,\vec{n}.$$

Le vecteur accélération est normal à la trajectoire circulaire du satellite, le mouvement est donc **circulaire uniforme**. Le vecteur accélération s'écrit :

$\vec{a} = \dfrac{v^2}{r}\,\vec{n}$. On a donc : $\dfrac{v^2}{r} = G\,\dfrac{M_T}{r^2} \Rightarrow v^2 = G\,\dfrac{M_T}{r} = G\,\dfrac{M_T}{R+h}$

La période de révolution T est la durée d'un tour :

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM_T} \Rightarrow (R+h)^3 = \frac{GM_TT^2}{4\pi^2}$$

L'altitude h du satellite est donc :

$$h = \sqrt[3]{\frac{GM_TT^2}{4\pi^2}} - R \Rightarrow \boldsymbol{h = 3{,}58 \times 10^7\ m = 3{,}58 \times 10^4\ km}.$$

Commentaires

Indiquer les conditions imposées au satellite pour qu'il soit géostationnaire.

Faire un schéma qui montre les différents vecteurs.

Donner l'expression vectorielle de la force.

L'énoncé précise que la trajectoire est circulaire. Comme le vecteur accélération est normal, on en déduit que le mouvement est uniforme.

La distance $r = TG$ est égale à $R + h$.

Donner le résultat numérique avec le même nombre de chiffres significatifs que l'énoncé.

EXERCICES

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. Le référentiel qui est défini par le centre du Soleil et trois étoiles fixes est appelé ....
b. Dans ce référentiel, la trajectoire du centre d'une planète est une ....
c. Dans un mouvement circulaire uniforme, le vecteur accélération est ....
d. Le rapport du ... de la période de révolution d'une planète au ... du demi-grand axe de l'ellipse est constant.
e. Un satellite qui est fixe par rapport au référentiel terrestre est appelé satellite ....

2 Vrai ou faux ?

a. La période de révolution de la Terre est égale à un jour.
b. Si une planète a une trajectoire elliptique, sa vitesse est constante.
c. Dans un mouvement circulaire uniforme, l'accélération est nulle.
d. La trajectoire de la plupart des planètes est pratiquement circulaire.
e. La trajectoire d'un satellite géostationnaire est obligatoirement dans le plan de l'équateur.

3 QCM

a. Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme :
- ❑ la valeur de la vitesse est constante ;
- ❑ le vecteur vitesse est constant ;
- ❑ le vecteur accélération est constant ;
- ❑ le vecteur accélération est nul.

b. La durée d'un tour complet d'une planète autour du Soleil est appelée :
- ❑ période de rotation ;
- ❑ période de révolution.

c. On considère deux satellites S_1 et S_2 en orbite circulaire autour de la Terre. Si la vitesse de S_1 est supérieure à celle de S_2 :
- ❑ l'altitude de S_1 est supérieure à celle de S_2 ;
- ❑ l'altitude de S_1 est inférieure à celle de S_2 ;
- ❑ ils peuvent avoir la même altitude.

4 Apprendre à rédiger

Expliquer ce qu'est un satellite géostationnaire, et donner les conditions qu'il doit vérifier.

5 Savoir-faire expérimental

En utilisant une éphéméride, essayer de localiser dans le ciel la planète Jupiter, à un moment de l'année où elle est facilement visible.
Avec une lunette astronomique ou des jumelles assez puissantes, observer les satellites de Jupiter plusieurs soirs, et noter leurs positions. Sont-ils toujours à la même place par rapport à Jupiter ?

Application des connaissances

Lois de Kepler

6 • Satellites de Jupiter

Le tableau ci-dessous donne le rayon r de l'orbite, considérée comme circulaire, et la période de révolution T de quelques satellites de la planète Jupiter.

satellite	R ($\times 10^5$ km)	T (jours)
Amalthée	1,81	0,498
Thébé	2,21	
Io		1,77
Europe	6,71	
Ganymède	10,7	7,15

a. Rappeler la troisième loi de Kepler.
b. Compléter le tableau.

7 • Mars et la Terre

La période de révolution de la Terre autour du Soleil est de 365,26 jours. Celle de la planète Mars est de 686,26 jours. Calculer la distance entre le centre de Mars et le centre du Soleil.

Donnée
• *Distance entre le centre de la Terre et le centre du Soleil* : $d = 1{,}50 \times 10^8$ km.

8 •• Satellites d'Uranus

La planète Uranus a été découverte par William Herschel en 1781. Cinq satellites de cette planète ont été découverts depuis la Terre, dix autres l'ont été grâce à la sonde spatiale Voyager 2 en 1986.
Le tableau qui suit donne la période de révolution T et le rayon r de l'orbite considérée comme circulaire de cinq de ces satellites :

satellite	période T ($\times 10^5$ s)	rayon r ($\times 10^6$ m)
Miranda	1,22	1,30
Ariel	2,18	1,92
Umbiel	3,58	2,67
Titania	7,53	4,38
Obéron	11,7	5,86

a. Faire la représentation graphique de T^2 en fonction de r^3.
b. Quelle loi retrouve-t-on ?
c. Démontrer que $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_U}$
(M_U est la masse d'Uranus)
d. Calculer la masse de la planète Uranus.

Donnée
• *Constante de gravitation universelle* : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.

9 • Masse de la Terre

La période de révolution d'un satellite en orbite circulaire autour de la Terre à une altitude de 500 km est : $T = 5{,}68 \times 10^3$ s.
Calculer la masse de la Terre.

Données

- *Constante de gravitation universelle :*
$$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$$
- *Rayon de la Terre :* $R = 6{,}38 \times 10^6$ m.

10 • Masse du Soleil

La période de révolution de la Terre autour du Soleil est $T_T = 3{,}16 \times 10^7$ s et la distance entre son centre et le centre du Soleil est $r_T = 1{,}50 \times 10^{11}$ m.
On considère que sa trajectoire est pratiquement circulaire.
a. Dans quel référentiel cette trajectoire est-elle décrite ?
b. Rappeler la troisième loi de Kepler.
c. Calculer la masse du Soleil.

Donnée

- *Constante de gravitation universelle :*
$$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}.$$

Force d'attraction gravitationnelle

11 •• Jupiter et Ganymède

L'un des satellites de Jupiter, Ganymède, décrit une orbite pratiquement circulaire, à une distance $r = 1{,}07 \times 10^9$ m du centre de Jupiter.



Ganymède (satellite de Jupiter).

a. Faire un schéma qui montre les forces d'interaction gravitationnelle entre la planète et son satellite.
Calculer la valeur de ces forces.
b. La sonde Voyager est passée entre Jupiter et Ganymède, à une distance $d = 1{,}15 \times 10^8$ m de Ganymède.
Calculer le rapport entre la force d'attraction gravitationnelle exercée par Jupiter sur la sonde Voyager et la force d'attraction gravitationnelle exercée par Ganymède sur cette sonde.

Données

- *Constante de gravitation universelle :*
$$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$$
- *Masse de Ganymède :* $M_G = 1{,}49 \times 10^{23}$ kg
- *Masse de Jupiter :* $M_J = 1{,}90 \times 10^{27}$ kg.

12 •• Actions de la Lune et du Soleil sur la Terre

La Terre tourne autour du Soleil à une distance r_S de celui-ci ; de même la Lune tourne autour de la Terre à une distance r_L de celle-ci.
Dans cet exercice, on admet que la Terre, la Lune et le Soleil ont une répartition de masse à symétrie sphérique.

1. a. Donner l'expression de la valeur de la force exercée par le Soleil sur la Terre, puis la calculer.
b. Donner l'expression de la valeur de la force exercée par la Lune sur la Terre, puis la calculer.
2. Comment doivent être placés la Terre, la Lune, et le Soleil pour que la force résultante exercée par ces deux astres sur la Terre soit maximale ?
Faire un schéma et calculer sa valeur.
3. Même question pour que la force soit minimale.
4. Citer un effet observable sur la Terre, de cette variation de force.

Données

- *Constante de gravitation universelle :*
$$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$$
- $r_S = 1{,}50 \times 10^8$ km ; $r_L = 3{,}80 \times 10^5$ km
- *Masse du Soleil :* $M_S = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg
- *Masse de la Lune :* $M_L = 7{,}34 \times 10^{22}$ kg
- *Masse de la Terre :* $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg.

Mouvement circulaire uniforme

13 • Satellite de Saturne



Saturne et ses anneaux.

On étudie le mouvement d'un satellite de la planète Saturne.
L'étude est faite par rapport à un référentiel ayant son origine au centre O de Saturne, et qui est considéré comme galiléen. On admet que la planète Saturne, de masse M, et son satellite, de masse m, ont une distribution de masse à symétrie sphérique et que l'orbite du satellite est un cercle de centre O et de rayon r.
a. Indiquer les caractéristiques de la force d'attraction gravitationnelle exercée par Saturne sur son satellite.
b. Démontrer que le mouvement du satellite est uniforme.
c. Exprimer la vitesse v et la période T du satellite en fonction de G, r et M.
d. Montrer que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est constant. Quel est le nom de la loi que ce résultat confirme ?
e. Les observations permettent de mesurer la période de révolution T du satellite. On a trouvé $T = 22{,}6$ heures. Sachant que le rayon de l'orbite est $r = 1{,}86 \times 10^5$ km, calculer la masse M de Saturne.

Donnée

- *Constante de gravitation universelle :*
$$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}.$$

14 ●● Satellite autour de la Terre

Jason-I est le premier d'une série de satellites altimétriques de nouvelle génération ; grâce à lui, il sera possible de mesurer avec une grande précision la distance entre le satellite et la surface des océans.
Les informations obtenues sont importantes dans plusieurs domaines : mieux comprendre le climat sur Terre, réaliser des prévisions en météorologie marine, mieux situer les zones de pêche favorables…
Son lancement était prévu en décembre 2001 depuis la base de Vandenberg en Californie.
Il évoluera autour de la Terre en orbite circulaire, à une altitude de $1{,}33 \times 10^3$ km.

a. Faire un schéma montrant la Terre, le satellite sur son orbite, et indiquer la force qu'exerce la Terre sur ce satellite. Donner l'expression vectorielle de cette force.

b. Définir le référentiel galiléen choisi pour cette étude, et démontrer que, par rapport à ce référentiel, le mouvement circulaire de ce satellite est uniforme.

c. Calculer la vitesse du centre d'inertie de ce satellite.

d. Calculer sa période de révolution.

Données

- *Constante de gravitation universelle* :
$$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$$
- *Masse de la Terre* : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg
- *Rayon de la Terre* : $R_T = 6{,}38 \times 10^3$ km.

15 ●● Satellite géostationnaire



Vue d'artiste d'un satellite géostationnaire en orbite autour de la Terre.

Un satellite de télécommunication a été placé en orbite autour de la Terre. Ce satellite est géostationnaire.

a. Donner les conditions pour qu'un satellite soit géostationnaire.

b. Représenter sur un schéma le satellite sur son orbite, le vecteur vitesse de son centre d'inertie, et la force que la Terre exerce sur lui.

c. Donner l'expression vectorielle de cette force.

d. Calculer l'altitude du centre d'inertie du satellite.

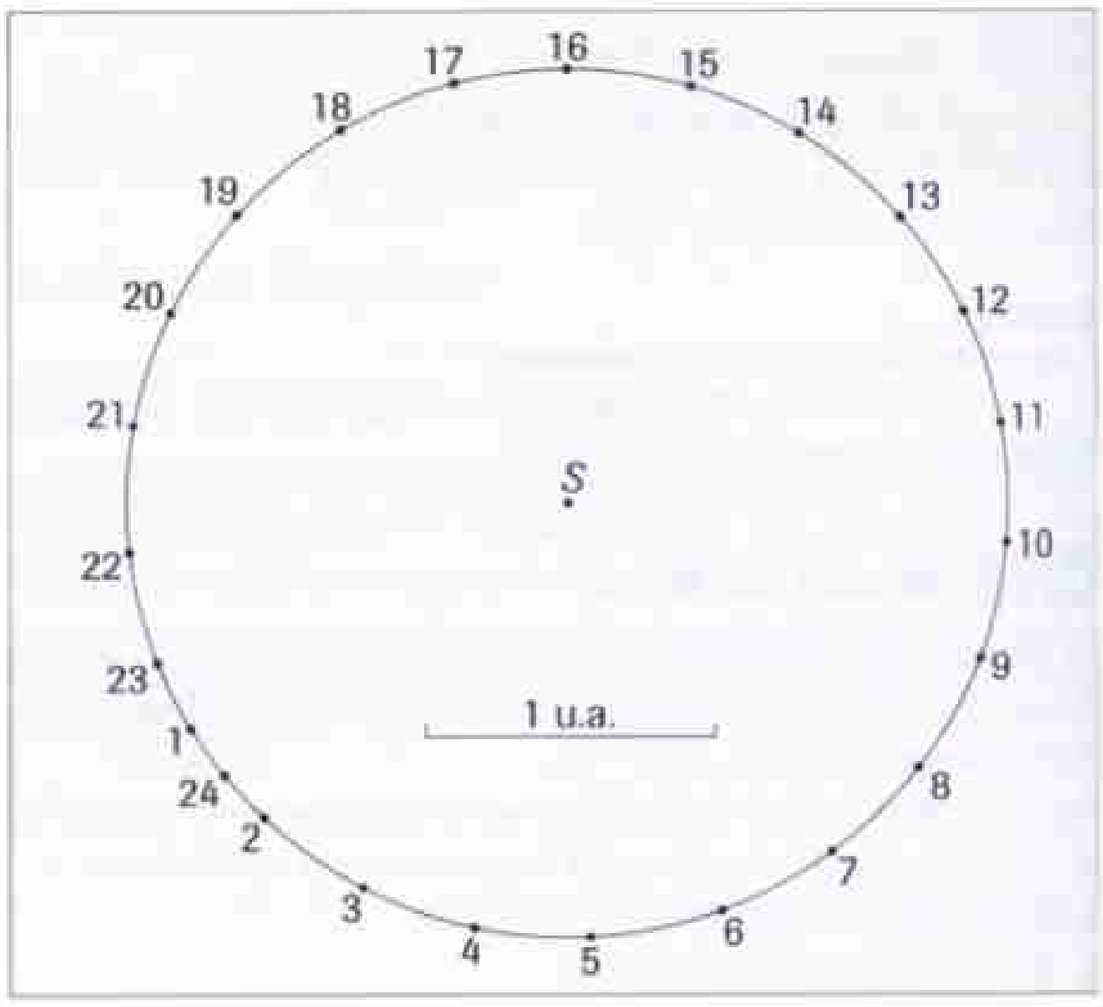
e. Calculer la vitesse du centre d'inertie du satellite.

Données

- *Constante de gravitation universelle* :
$$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$$
- *Masse de la Terre* : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg
- *Rayon de la Terre* : $R_T = 6{,}38 \times 10^3$ km
- *Période de rotation propre de la Terre* :
$$T = 8{,}62 \times 10^4\ s.$$

16 ●● Mouvement de la planète Mars

Le document qui suit reproduit les positions du centre de Mars par rapport au référentiel héliocentrique.
L'intervalle de temps qui sépare deux positions successives est de un mois.
Sur le document, l'échelle est indiquée en unité astronomique : 1 u.a. = $1{,}5 \times 10^{11}$ m (c'est la distance entre le centre de la Terre et le centre du Soleil).



La position du centre de Mars numérotée 1 est arbitraire, S représente le centre du Soleil.

a. Déterminer le rayon de l'orbite de Mars, en mètres.

b. Déterminer une valeur approchée de la période de révolution de Mars.

c. Déterminer la valeur de la vitesse, en mètres par seconde, aux points 14 et 20. Quelle est la nature du mouvement du centre de Mars ?

d. Représenter, en précisant l'échelle choisie, les vecteurs vitesses aux points 12 et 14.

e. Représenter au point 13, en précisant l'échelle choisie, le vecteur $\vec{a}_{13} = \dfrac{\vec{v}_{14} - \vec{v}_{12}}{t_{14} - t_{12}}$. Que représente ce vecteur ? Quelle caractéristique du mouvement retrouve-t-on ?

17 Exercice de correction

Lire l'énoncé, puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

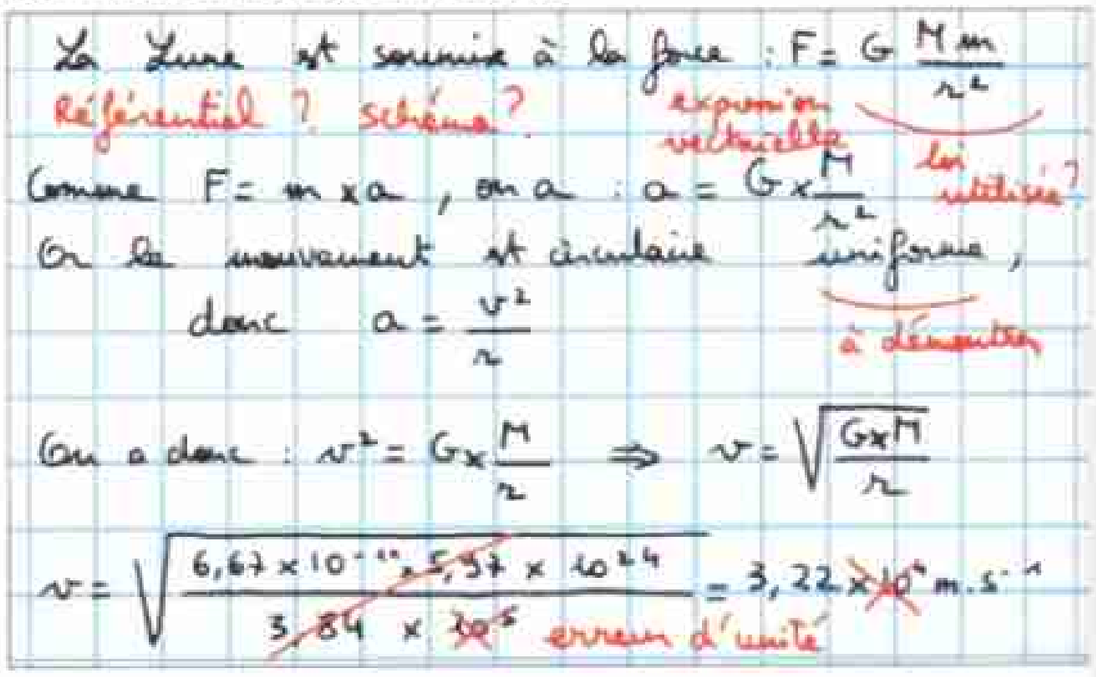
Énoncé

On considère que la trajectoire de la Lune autour de la Terre est un cercle de rayon $r = 3{,}84 \times 10^5$ km.
Calculer la vitesse du centre d'inertie de la Lune.

Données

- *Constante de gravitation universelle* :
$$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$$
- *Masse de la Terre* : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg.

Solution annotée de l'élève



PROBLÈMES DE SYNTHÈSE

18 Détermination approchée de la distance Terre-Lune

BAC

1. On suppose que la Terre de centre O et la Lune de centre L ont une distribution de masse à symétrie sphérique.

Dans le référentiel géocentrique, la Lune n'est soumise, en première approximation, qu'à la force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre et son centre décrit une trajectoire circulaire de centre O.

Soit $r = OL$ la distance du centre de la Terre au centre de la Lune.

a. Montrer que le mouvement circulaire du centre de la Lune est uniforme.

b. Exprimer la vitesse v_L du centre de la Lune en fonction de la constante de gravitation universelle G, de la distance r et de la masse M_T de la Terre.

c. En déduire la période de révolution de la Lune en fonction de G, r et M_T.

d. Montrer que la troisième loi de Kepler (loi des périodes) $\frac{T_L^2}{r^3} = C^{te}$ est bien vérifiée dans ce cas.

Exprimer cette constante en fonction de G et M_T.

Calculer sa valeur numérique.

e. Sachant que la période de révolution de la Lune T_L vaut 27 jours 7 h 30 min, en déduire une valeur approchée de la distance du centre de la Lune au centre de la Terre.

2. On se propose de déterminer la distance du centre de la Terre au centre de la Lune à l'aide d'un laser.

Le laser émet de la Terre un faisceau de lumière très étroit qui se propage jusqu'à la Lune, où il est réfléchi par un miroir vers la station émettrice terrestre.

Sachant que la durée entre l'émission et la réception du faisceau est $\Delta t = 2{,}563$ s, en déduire une valeur approchée de la distance du centre de la Lune au centre de la Terre.

Comparer ce résultat à celui qui a été trouvé dans la question 1.

DONNÉES

- *Constante de gravitation universelle* : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$
- *Masse de la Terre* : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg
- *Rayon de la Terre* : $R_T = 6{,}38 \times 10^3$ km
- *Rayon de la Lune* : $R_L = 1{,}74 \times 10^3$ km
- *Vitesse de propagation de la lumière dans le vide* : $c = 3{,}00 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}$.

19 La comète de Halley

BAC

Lire l'extrait d'une revue scientifique :

En 1682, le passage d'une comète donne l'occasion à Edmund Halley, avec l'appui de Newton, de démontrer que la trajectoire de la dite comète est une ellipse.
Comme les planètes, cette comète est soumise à la loi de la gravitation universelle. Il en déduit que la comète de 1682 doit donc repasser au voisinage du Soleil. Ce retour s'effectue régulièrement tous les 76 ans. Le dernier passage remonte à 1986.

Chaque comète est identifiée par sa trajectoire et sa période de révolution.

- La trajectoire se caractérise par le point de passage au plus près du Soleil (périhélie) et le point de passage au plus loin (aphélie).
- La période de révolution est le temps mis par la comète pour faire un tour dans le système solaire.

DONNÉES

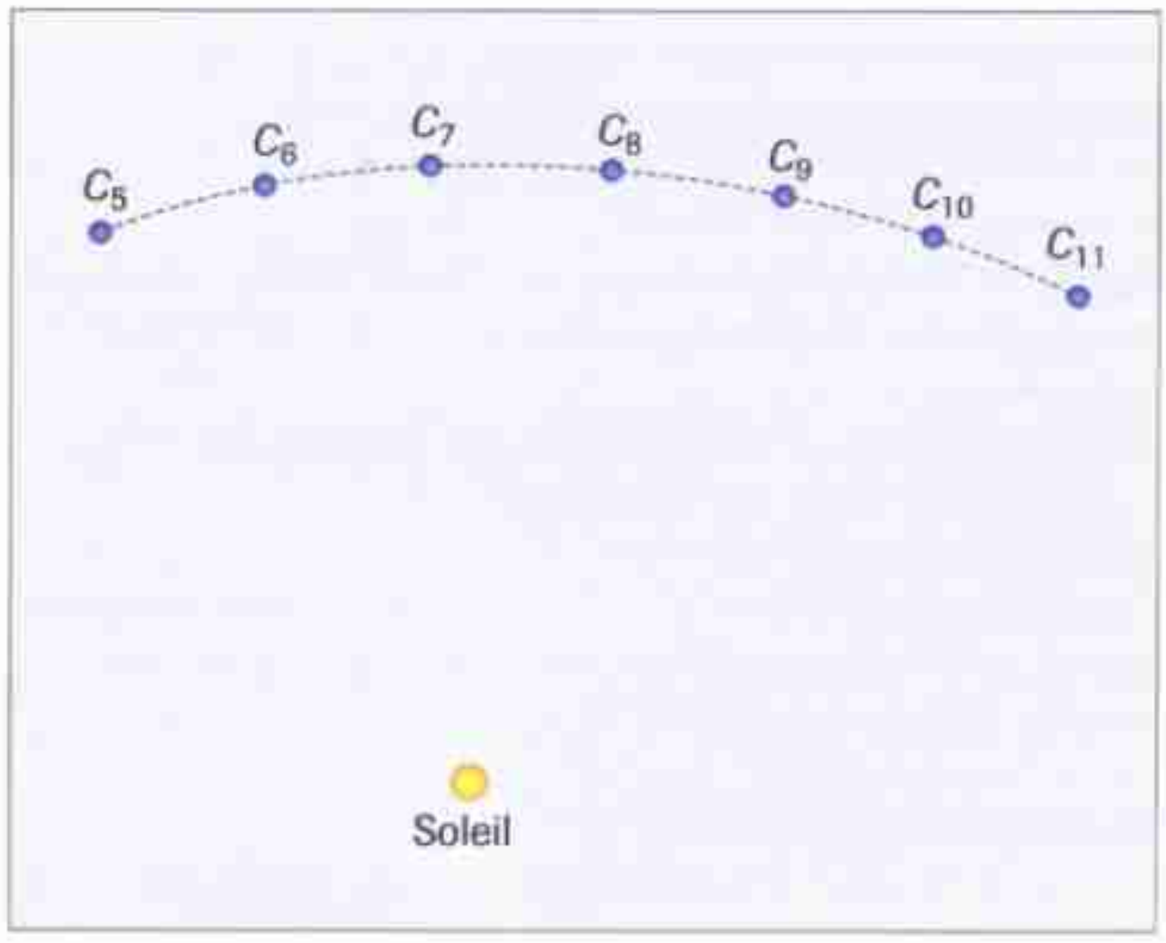
- *Masse du Soleil* : $M_S = 2{,}0 \times 10^{30}$ kg
- *Constante de gravitation universelle* : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$
- 1 jour = 24 h ; 1 an = 365,25 jours.
- *Le Soleil est considéré comme un système à répartition de masse à symétrie sphérique.*
- *La comète de Halley est considérée comme un objet quasi ponctuel C de masse m.*
- *Soit r la distance entre le centre d'inertie S du Soleil et le point C.*

On se propose d'étudier quelques caractéristiques du mouvement de la comète lors de son dernier passage.

I. Loi de gravitation universelle

1. Étude de la trajectoire

À partir des relevés réalisés entre le 10 janvier 1986 et le 7 mars 1986, et effectués à la même heure, une partie de la trajectoire héliocentrique de la comète a été tracée au voisinage du périhélie (voir figure ci-dessous).



Extrait des positions de la comète.

Ces relevés sont donnés dans le tableau de la page suivante (v est la vitesse de la comète et a est son accélération) :

a. Quelles sont les dates les plus proches encadrant la date de passage de la comète au périhélie ?

b. En utilisant les valeurs du tableau, représenter, sur la figure 1, les vecteurs vitesse $\vec{v}_6$ et $\vec{v}_8$ correspondant aux positions C_6 et C_8 de la comète. L'intervalle de temps qui sépare les dates de passage t_6 et t_8 est de 10 jours. (Échelle : 1 cm $\triangleq 10^4\ m \cdot s^{-1}$.)

c. Le vecteur accélération moyenne est donné par l'expression : $\vec{a}_m = \dfrac{\vec{v}_8 - \vec{v}_6}{t_8 - t_6}$.

Construire ce vecteur à la position C_7 sur la figure précédente. (Échelle : 1 cm $\triangleq 0{,}5 \times 10^{-2}\ m \cdot s^{-2}$.)

dates	position de C	$1/r^2$ ($\times 10^{-23}\,m^{-2}$)	v ($\times 10^{4}\,m\cdot s^{-1}$)	a ($\times 10^{-3}\,m\cdot s^{-2}$)
10.01.86	C_1	5,81	4,451	
15.01.86	C_2	6,88	4,649	
20.01.86	C_3	8,18	4,857	11,6
25.01.86	C_4	9,64	5,066	
31.01.86	C_5	11,4	5,287	15,6
05.02.86	C_6	12,5	5,413	
10.02.86	C_7	12,9	5,455	
15.02.86	C_8	12,4	5,401	16,5
20.02.86	C_9	11,2	5,265	
25.02.86	C_{10}	9,74	5,079	12,7
02.03.86	C_{11}	8,27	4,871	
07.03.86	C_{12}	6,96	4,662	9,25

2. Approche théorique

Dans le référentiel héliocentrique, on considère que pendant la durée de l'étude, la seule force déterminant le mouvement de la comète autour du Soleil est la force de gravitation $\vec{F}$ exercée par le Soleil.

Les expressions littérales demandées font intervenir les grandeurs définies dans le tableau de données.

a. Donner l'expression vectorielle de la force $\vec{F}$. Faire un schéma.

b. Établir l'expression littérale du vecteur accélération $\vec{a}$ de la comète. En déduire l'expression littérale de la valeur de l'accélération a.

c. Montrer que a peut être mis sous la forme : $a = K\dfrac{1}{r^2}$. Donner l'expression littérale de K.

3. Confirmation des résultats

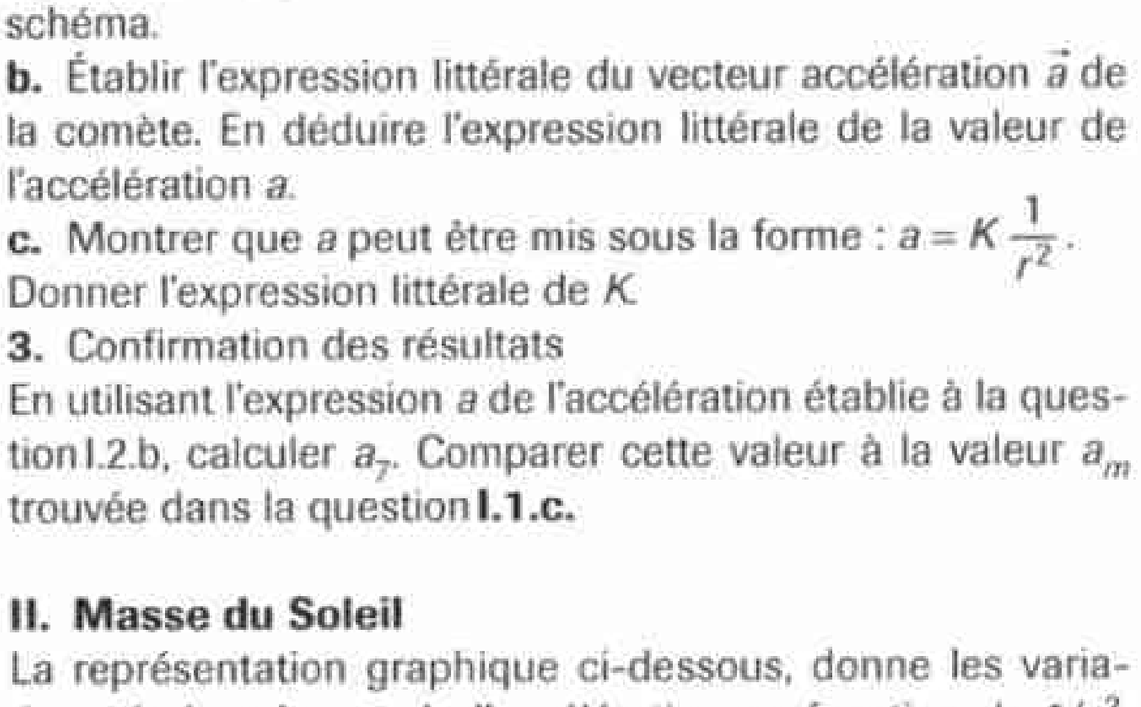
En utilisant l'expression a de l'accélération établie à la question I.2.b, calculer a_7. Comparer cette valeur à la valeur a_m trouvée dans la question **I.1.c.**

II. Masse du Soleil

La représentation graphique ci-dessous, donne les variations de la valeur a de l'accélération en fonction de $1/r^2$.

1. Calculer le coefficient directeur de la droite tracée.

2. Vérifier que la valeur de la masse du Soleil, déduite de ce coefficient directeur, est en accord avec les données.



20 QCM

1. On considère deux satellites S_1 et S_2 en orbite circulaire autour de la Terre. L'altitude de S_1 est $h_1 = 3{,}6 \times 10^4$ km. Il est géostationnaire.

La période de révolution de S_2 est $T_2 = 12$ h.

Le rayon de la Terre est $R_T = 6{,}4 \times 10^3$ km.

- ❑ La période de révolution de S_1 est $T_1 = 24$ h.
- ❑ Les deux satellites ont un mouvement uniforme.
- ❑ La vitesse d'un satellite dépend de sa masse.
- ❑ L'altitude de S_2 est $h_2 = 2{,}7 \times 10^7$ m.
- ❑ L'altitude de S_2 est $h_2 = 2{,}0 \times 10^7$ m.

2. On considère un satellite de masse m en mouvement circulaire autour de la Terre à une altitude h.

M représente la masse de la Terre, R son rayon. G est la constante de gravitation universelle.

- ❑ L'étude du mouvement du satellite doit se faire dans le référentiel terrestre.
- ❑ Le satellite subit une force de valeur :

$$F = G\frac{mM}{(R+h)^2}$$

- ❑ Les périodes de révolution T_1 et T_2 de deux satellites en orbites circulaires autour de la Terre à des altitudes h_1 et h_2 sont liées par la relation $\dfrac{T_1^2}{h_1^3} = \dfrac{T_2^2}{h_2^3}$.

POUR ALLER PLUS LOIN

21 Perte d'altitude d'un satellite

1. Un satellite S est en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre, dans le plan de l'équateur, à une altitude $h = 400$ km.

a. Déterminer la vitesse v du centre d'inertie du satellite.

b. Déterminer sa période de révolution T_S.

c. Le satellite se déplace vers l'est. Déterminer l'intervalle de temps qui sépare deux passages successifs du satellite à la verticale d'un point donné de l'équateur.

2. On considère maintenant que le satellite à l'altitude initiale $h_0 = 400$ km, perd de l'altitude à chaque tour sous l'influence d'actions diverses. La réduction d'altitude à la fin de chaque tour est supposée égale au millième de l'altitude en début de tour.

a. Établir la relation entre l'altitude h_{n+1} en début du $(n+1)^{ème}$ tour et l'altitude h_n en début du $n^{ème}$ tour.

b. En déduire la relation entre h_n et h_0.

c. En déduire la valeur n du nombre de tours effectués par le satellite quand il atteint l'altitude de 100 km.

Données

- *Constante de gravitation universelle :* $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$
- *Masse de la Terre :* $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg
- *Rayon de la Terre :* $R_T = 6{,}38 \times 10^3$ km
- *Période de rotation propre de la Terre autour de l'axe des pôles :* $T_T = 24$ h.

CHAPITRE 15

Présentation de systèmes oscillants



La balançoire : un jeu d'enfant !
Petit, on se laisse pousser. Plus grand, on sait très vite se balancer seul, bien avant de connaître les lois qui régissent le mouvement du pendule…

▶ **La période des oscillations de la balançoire dépend-elle :**
– de la masse du sujet ?
– de sa position sur la balançoire ?

Objectifs

- Définir un pendule pesant et les grandeurs caractéristiques de son mouvement (abscisse angulaire, amplitude, pseudo-période…).
- Connaître la loi d'isochronisme des petites oscillations.
- Connaître l'expression de la période propre d'un pendule simple et savoir la justifier par analyse dimensionnelle.

Plan du cours

1 Les systèmes oscillants

2 Étude du pendule pesant

3 Période propre d'un pendule simple

La balançoire est un pendule, comme le balancier d'une horloge comtoise ou le battant d'une cloche.

La période d'un pendule dépend-elle de l'amplitude de ses oscillations? Quels sont les autres facteurs qui peuvent influer sur la valeur de la période?

Un peu d'histoire



Galilée observant les oscillations d'un lustre.

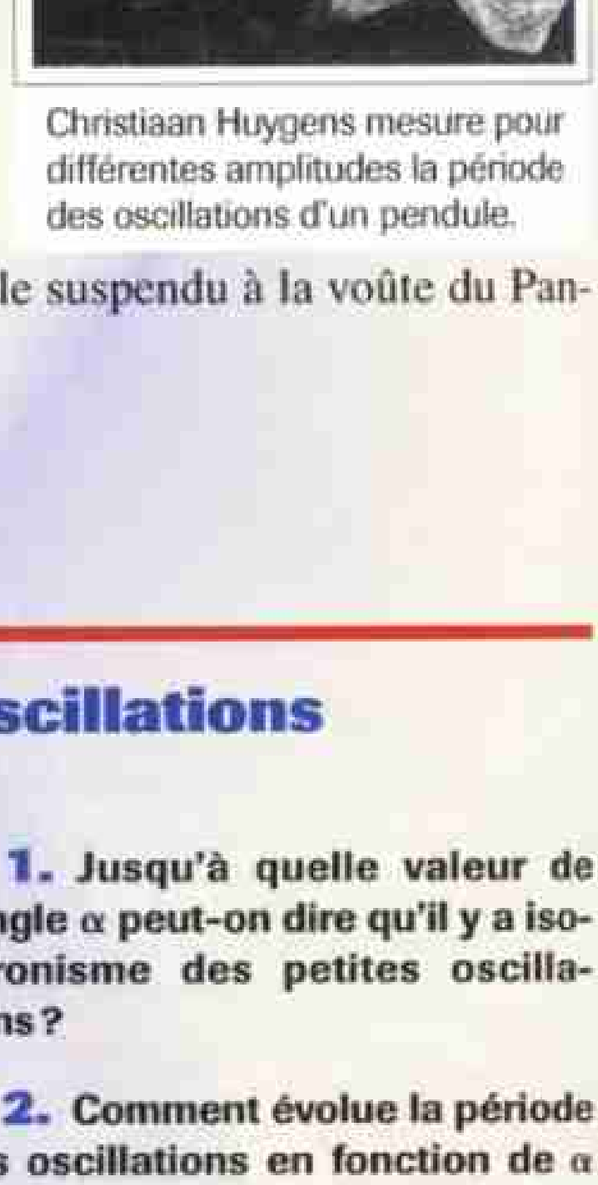
■ Au cours des siècles, de nombreux scientifiques se sont intéressés au mouvement du pendule. En voici quelques exemples.

■ À 19 ans, en 1583, en observant le mouvement d'un lustre de la cathédrale de Pise, **Galilée** découvre l'isochronisme des petites oscillations. En 1637, vers la fin de sa vie, alors qu'il est en résidence surveillée à Florence, il découvre la loi de variation de la période en fonction de la longueur du fil.

■ En 1656, **Huygens** utilise l'isochronisme des petites oscillations d'un pendule pour réguler le mouvement des horloges.

■ En 1671, **Richer**, astronome français en voyage en Guyane pour effectuer une mesure de la distance Terre-Mars, découvre que le pendule bat moins vite à Cayenne qu'à Paris. **Halley**, astronome anglais, fait la même observation.

■ En 1851, au cours d'une expérience restée célèbre, **Foucault** montre expérimentalement la rotation de la Terre à l'aide d'un pendule suspendu à la voûte du Panthéon à Paris.

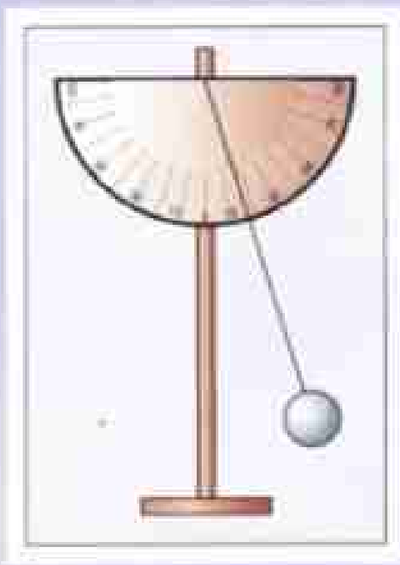


Christiaan Huygens mesure pour différentes amplitudes la période des oscillations d'un pendule.

Activité — Isochronisme des petites oscillations

■ Réaliser un pendule en accrochant une masse marquée ou un petit objet à l'extrémité d'un fil. Accrocher l'autre extrémité du fil à un axe horizontal de petit diamètre (clou par exemple). Suspendre à cet axe un rapporteur (ou la photocopie d'un rapporteur collée sur une feuille de carton).

■ Pour différentes amplitudes α_m, mesurer la durée de 10 oscillations complètes. Compléter le tableau ci-dessous, T étant la période.



▶ **1.** Jusqu'à quelle valeur de l'angle α peut-on dire qu'il y a isochronisme des petites oscillations?

▶ **2.** Comment évolue la période des oscillations en fonction de α quand l'amplitude devient grande?

α_m (°)	5	10	15	20	30	50	70
T (s)							

Physique et vocabulaire

■ **Isochrone** adj. (grec *isos* égal et *khronos* temps) Dont la durée est constante.

L'énigme du chapitre

Pourquoi les oscillations d'un pendule permettent-elles d'affirmer que la Terre tourne sur elle-même?

1 Les systèmes oscillants

1. 1. Quelques exemples

Une balançoire, la caisse d'une voiture couplée à sa suspension, un immeuble de grande hauteur, une masse accrochée à un ressort (fig. 1) sont des **systèmes oscillants mécaniques**.

Écartés de leur position d'équilibre par une action extérieure, comme par exemple un trou dans la chaussée pour une voiture ou une rafale de vent pour un immeuble, ils y retournent plus ou moins rapidement en oscillant de part et d'autre de cette position d'équilibre.

Une corde de guitare, un sauteur à l'élastique en fin de mouvement, le battant d'une cloche constituent également des **systèmes oscillants mécaniques** (ou oscillateurs mécaniques).



Fig. 1 Oscillations d'une masse suspendue à un ressort.

1. 2. Systèmes oscillants mécaniques

A Le pendule pesant

Un pendule pesant est un système oscillant en rotation autour d'un axe horizontal (fig. 2). Écarté de sa position d'équilibre, il oscille sous la seule action de son poids.

La balançoire, le balancier d'une horloge sont des pendules pesants, de même que tout objet mobile autour d'un axe horizontal ne passant pas par son centre d'inertie.

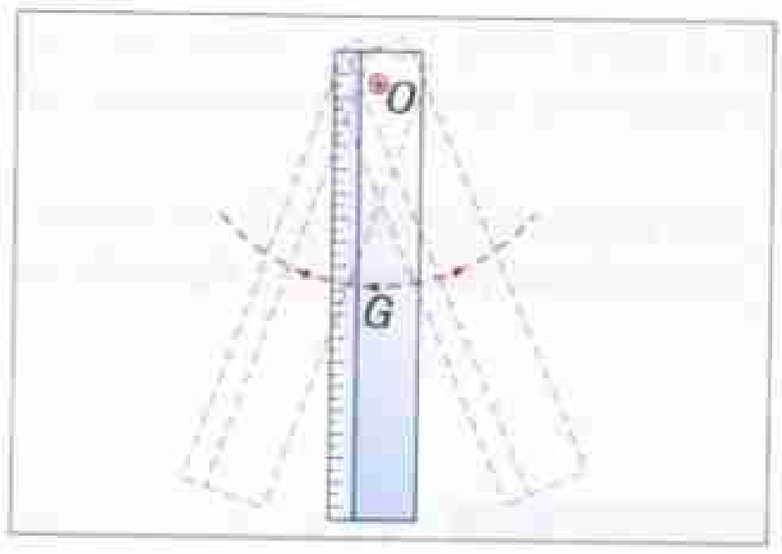


Fig. 2 Une règle accrochée à un clou constitue un pendule pesant si le clou ne passe pas par le centre d'inertie *G*.

B Le pendule élastique

Un mobile, soumis à l'action de deux ressorts, décrit un mouvement de va-et-vient rectiligne sur un banc à coussin d'air horizontal (fig. 3).

L'ensemble solide-ressorts constitue un **pendule élastique**.

La suspension d'une voiture ou d'une moto, les séismographes constituent également des pendules élastiques.

Ce type de pendule sera étudié dans le prochain chapitre.

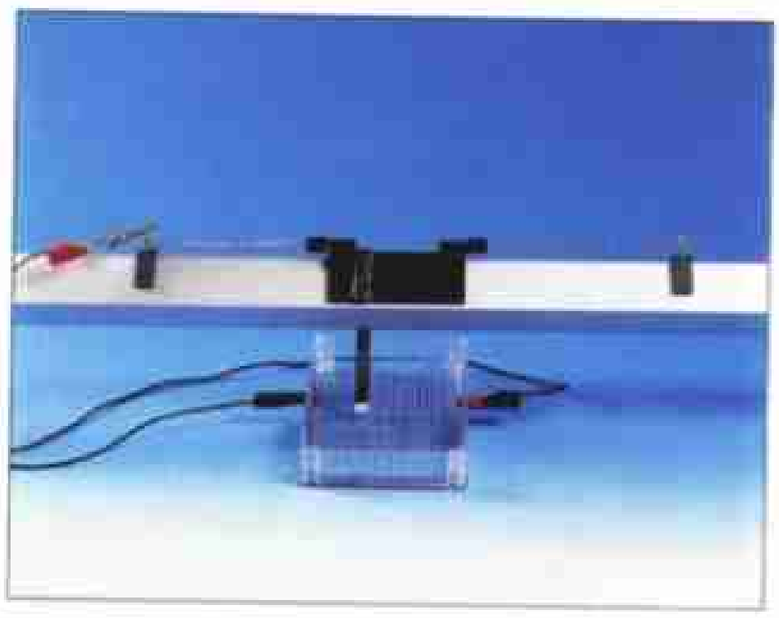


Fig. 3 Pendule élastique : le mobile oscille sur le banc sous l'action des deux ressorts.

2 Étude du pendule pesant

2. 1. Équilibre du pendule pesant

A Action d'une force agissant sur un solide mobile autour d'un axe

Nous avons établi en classe de Première qu'une force appliquée à un solide mobile autour d'un axe fixe n'a pas d'effet sur son mouvement dans les deux cas suivants (fig. 4) :

- sa ligne d'action coupe l'axe de rotation Δ (cas de la force $\vec{F}_1$) ;
- sa ligne d'action est parallèle à cet axe (cas de la force $\vec{F}_2$).

Sur la figure 4, seule la force $\vec{F}_3$, orthogonale à Δ, modifie le mouvement de rotation du solide autour de l'axe.

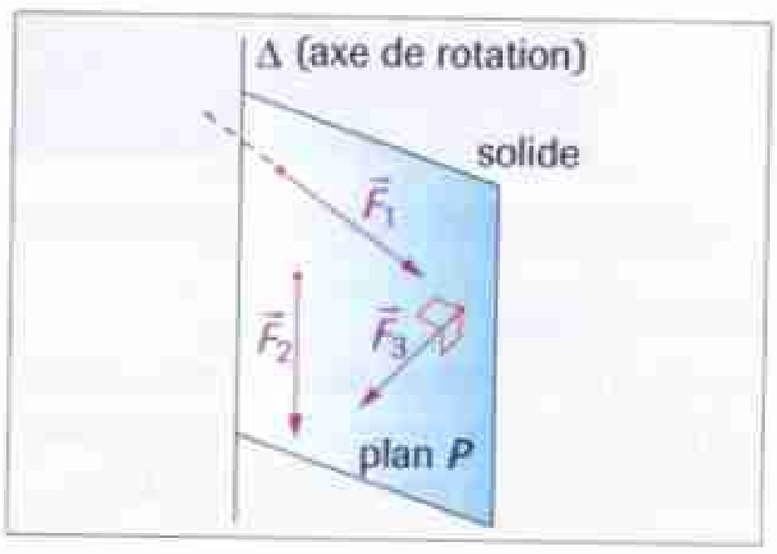


Fig. 4 Les forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$ sont appliquées à un solide mobile autour de l'axe Δ.

LE COURS

B Cas du pendule pesant

Considérons un pendule constitué d'un disque de masse m surmonté d'une tige de masse négligeable devant celle du disque.
L'ensemble peut pivoter librement autour d'un axe horizontal perpendiculaire en O au plan de la figure et situé à l'extrémité supérieure de la tige (balancier d'une horloge par exemple ; fig. 5).
En première approximation, on néglige l'action de l'air (poussée d'Archimède, frottements) et le pendule est soumis à deux forces (fig. 6) :
- son poids $\vec{P}$ appliqué au centre d'inertie G du système ;
- la force $\vec{F}$ exercée par l'axe de rotation. Quelle que soit la position du pendule, elle n'a pas d'effet sur le mouvement du pendule.

Quand le pendule est dans une position verticale (fig. 6a), la ligne d'action du poids passe par l'axe de rotation. Le poids n'a alors pas d'effet sur la rotation. Si le pendule est immobile dans cette position, il y reste : c'est la **position d'équilibre**.
Quand le pendule est placé dans une position inclinée (fig. 6b), la ligne d'action du poids ne passe plus par l'axe. Le poids ramène le pendule vers sa position d'équilibre. Quand un système, légèrement écarté de sa position d'équilibre y revient spontanément, on dit que l'équilibre est stable.

Un pendule est en équilibre stable quand son centre d'inertie est sur la verticale passant par l'axe de rotation et en dessous de ce dernier.



Fig. 5 Le balancier d'une horloge est un système oscillant (pendule pesant).

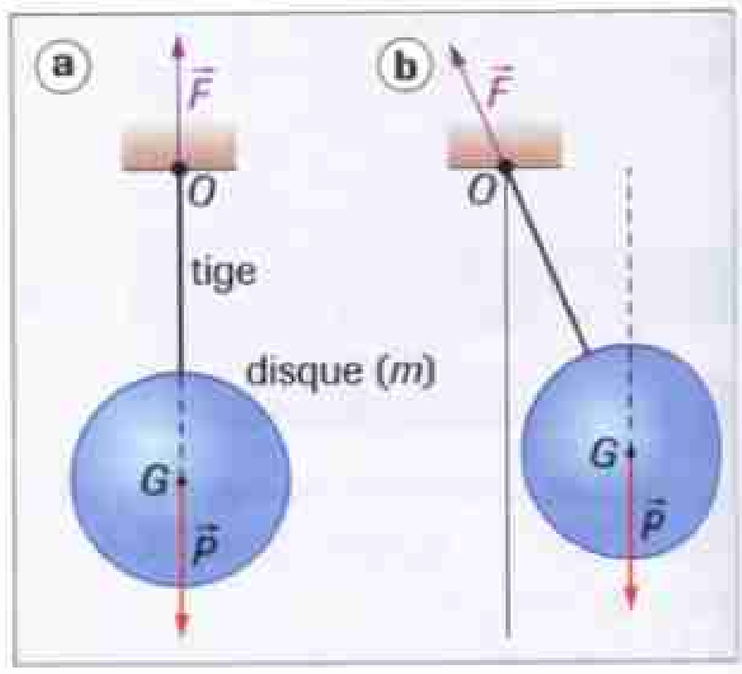


Fig. 6 Le pendule est soumis à deux forces : son poids et la force exercée par l'axe.

2. 2. Grandeurs physiques caractéristiques d'un pendule pesant

A Étude expérimentale

Expérience

- À l'aide d'un dispositif approprié : oscilloscope à mémoire ou système d'acquisition, enregistrer les oscillations d'un pendule pesant (fig. 7 et 8).

Quand le pendule est immobile en position d'équilibre, le spot est au centre de l'écran.

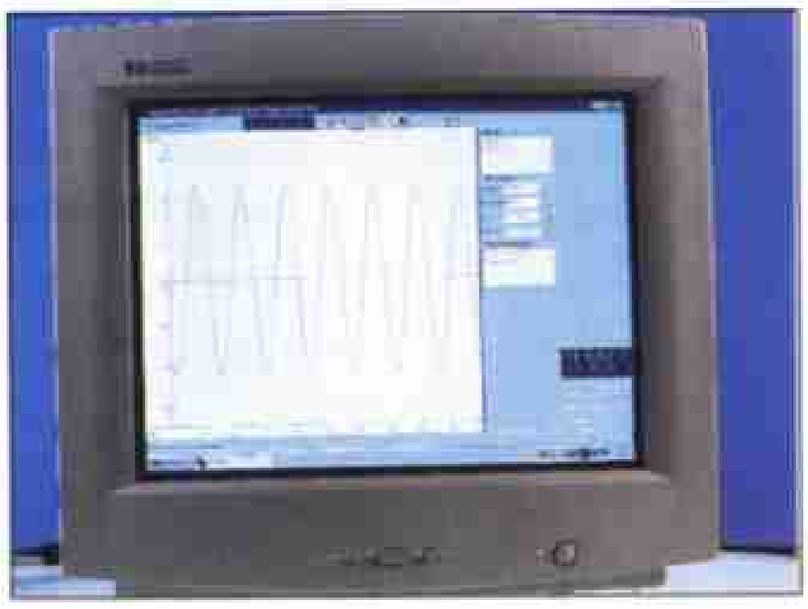




Fig. 7 Enregistrement des oscillations d'un pendule pesant.

◀ **Fig. 8** Le mouvement du pendule pesant est périodique.

Observation

La courbe obtenue sur l'écran est périodique (fig. 8) : le pendule oscille périodiquement entre deux positions extrêmes, symétriques l'une de l'autre par rapport à la position d'équilibre.

Interprétation

Le mouvement d'un pendule pesant est périodique.

B Grandeurs caractéristiques

• Abscisse angulaire et amplitude

On appelle abscisse angulaire $\theta(t)$, l'angle formé par le pendule à la date t et le pendule à l'équilibre.

L'abscisse angulaire est une grandeur algébrique.

L'amplitude θ_m est la valeur absolue de l'abscisse angulaire maximale. C'est une grandeur positive (fig. 9).

• Période et fréquence

La **période** T d'un phénomène périodique est la plus petite durée au bout de laquelle le phénomène se reproduit identique à lui-même.

Pour un pendule, la période mesure la durée d'une oscillation complète, c'est-à-dire le temps qui sépare deux passages consécutifs par la position d'équilibre avec le même sens de déplacement.

Dans le système international d'unités, la période s'exprime en secondes.

La **fréquence** f est l'inverse de la période :

$$f = \frac{1}{T}$$

La fréquence s'exprime en hertz (Hz).

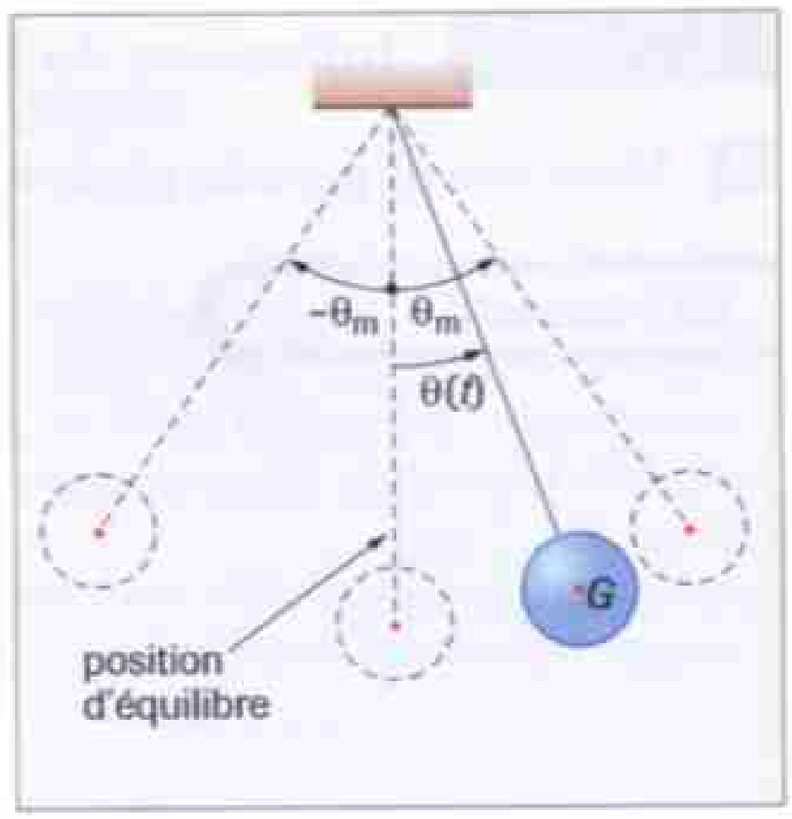


Fig. 9 Abscisse angulaire et amplitude du mouvement d'un pendule.

2. 3. Isochronisme des petites oscillations d'un pendule pesant

Expérience

• Le pendule pesant déclenche un chronomètre quand il passe par sa position d'équilibre en coupant le faisceau d'une barrière photoélectrique (fig. 10).

• On peut déplacer les deux barrières. Compter dix oscillations complètes puis mettre la barrière d'arrêt en place. Le pendule arrête alors le chronomètre, ce qui permet de calculer la période des oscillations. On mesure ainsi la période des oscillations du pendule pour différentes amplitudes.



Fig. 10 Mesure de la période des oscillations d'un pendule pesant.

Observations

• Les résultats des mesures de période sont rassemblés dans le tableau de la figure 11.

• Pour une amplitude inférieure à 20°, la période du pendule est pratiquement constante. Elle augmente de moins de 1 % de sa valeur lorsque θ_m varie de 0 à 20°.

Pour des amplitudes plus grandes, la période augmente plus nettement.

La période d'un pendule pesant ne dépend pas de l'amplitude θ_m des oscillations si celle-ci reste petite (inférieure à 20°) ; c'est l'isochronisme des petites oscillations.

Cette période porte le nom de **période propre** T_0 du pendule pesant.

θ_m (°)	T (s)
5	1,60
10	1,60
15	1,61
20	1,61
30	1,63
45	1,66
60	1,71

Fig. 11 Résultats des mesures.

▶ *Voir exercice n° 14, page 280*

2. 4. Influence de l'amortissement

A Mouvement pseudo-périodique

EXPÉRIENCE

• Reprendre le dispositif utilisé au paragraphe 2.2 et équiper le pendule d'une palette métallique plongeant dans l'eau.
• Enregistrer les oscillations lorsque la palette plonge légèrement dans l'eau (fig. 12).



FIG. 12 Enregistrement des oscillations lorsque le pendule est amorti.

OBSERVATION

L'abscisse angulaire maximale du pendule n'est plus constante : le mouvement du pendule n'est plus périodique mais **pseudo-périodique** (courbe sur l'écran de l'ordinateur à la figure 12).
L'enregistrement permet de vérifier que la pseudo-période est sensiblement égale à la période propre du pendule.

INTERPRÉTATION

En équipant le pendule d'une palette oscillant dans l'eau, on augmente les forces de frottement de l'eau sur le pendule, ce qui a pour effet d'amortir le mouvement.

Les forces de frottement qui s'exercent sur le pendule provoquent une diminution de l'abscisse angulaire maximale au cours des oscillations : le mouvement est amorti.
Quand l'amortissement est faible, la pseudo-période est voisine de la période propre du pendule.

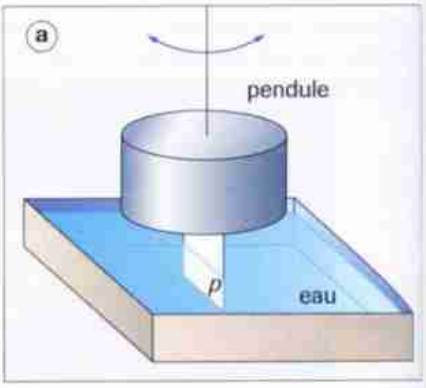
■ **REMARQUE**

Un mouvement sans amortissement n'existe pas. Pour obtenir un mouvement périodique du pendule, il faut entretenir les oscillations en fournissant au pendule l'énergie qu'il perd à cause des frottements (le phénomène est identique à celui des oscillations d'un circuit *RLC*).

B Mouvement apériodique

Reprenons l'expérience précédente en augmentant considérablement les forces de frottement. On peut, pour cela, fixer une palette sur le pendule et l'immerger profondément dans l'eau.
Pour une immersion profonde (fig. 13a), le pendule revient à sa position d'équilibre sans osciller : le mouvement est dit apériodique (fig. 13b).

Quand on augmente l'amortissement, le pendule passe d'un régime pseudo-périodique à un régime apériodique.



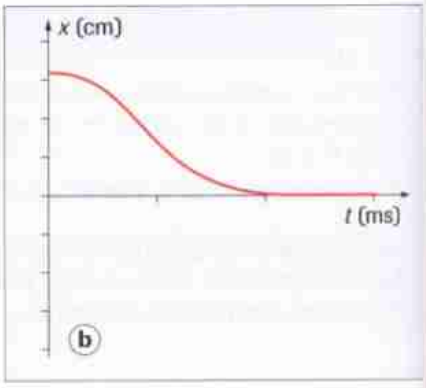


FIG. 13 a. Le rôle des frottements est important quand la palette *p* plonge dans l'eau. **b.** régime apériodique.

3 Période propre d'un pendule simple

3. 1. Modèle du pendule simple

La période d'un pendule pesant dépend de la forme du pendule c'est-à-dire de la façon dont la masse se répartit autour de l'axe de rotation.
Dans de très nombreux cas : balancier d'une horloge, balançoire, charge suspendue à l'extrémité d'un câble…, le pendule pesant se réduit à un objet de petite dimension attaché à l'extrémité d'un fil de masse négligeable. Pour étudier tous ces pendules, il est intéressant de construire un modèle appelé **pendule simple** (fig. 14).

Un pendule simple est constitué d'un objet ponctuel attaché à l'extrémité d'un fil inextensible et de masse négligeable.

Ce modèle est applicable à tous les pendules constitués d'un objet suspendu à un fil de masse négligeable et de longueur très supérieure aux dimensions de l'objet.

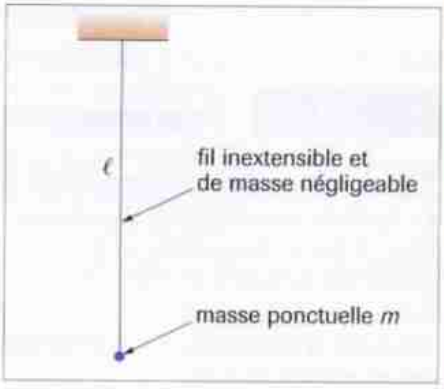


Fig. 14 Modèle du pendule simple.

▶ *Voir exercice n° 16, page 281*

3. 2. Étude expérimentale de la période

A Paramètres pouvant influer sur la période

Si l'on se limite aux petites oscillations, la période d'un pendule simple peut dépendre :
- de la masse m du pendule ;
- de la longueur ℓ du fil ;
- du lieu où se trouve le pendule (valeur du champ de pesanteur g).

Étudions expérimentalement ces différents paramètres.

PHYSIQUE ET VOCABULAIRE

En physique, on appelle *modèle* une simplification de la réalité permettant d'expliquer certaines propriétés.
Le modèle du rayon lumineux par exemple permet d'expliquer la formation des images.

B Influence de la masse

Accrochons, à l'extrémité d'un fil, des masses à crochet de même hauteur mais de diamètres différents (pour ne pas modifier la longueur du pendule) et mesurons la période propre des pendules ainsi constitués (fig. 15).
Le tableau ci-dessous donne les résultats obtenus pour un pendule de longueur $\ell = 80\,\text{cm}$ (il faut choisir une longueur suffisante pour que les dimensions de la masse soient négligeables).

m (g)	50	100	200
T_0 (s)	1,8	1,8	1,8

La période propre d'un pendule simple ne dépend pas de la masse du pendule.

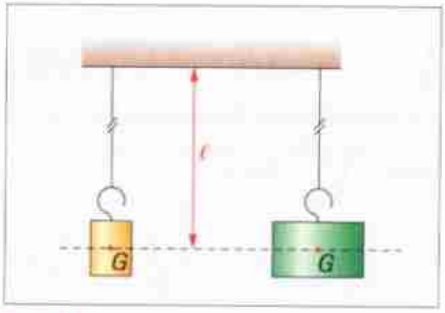


Fig. 15 Pendules de même longueur ℓ et de masses différentes.

C Influence de la longueur

En mesurant la période de pendules simples de différentes longueurs (fig. 16), on constate expérimentalement que la période varie dans le même sens que la longueur mais il n'y a pas proportionnalité entre période et longueur : quand la longueur est doublée, la période n'est pas multipliée par deux.

ℓ (m)	T_0 (s)
0,60	1,6
0,80	1,8
1,0	2,0
1,2	2,2
1,4	2,4

Fig. 16 Expérimentalement, on constate que la période augmente avec la longueur de façon non proportionnelle.

D Influence de la valeur du champ de pesanteur g

Les expériences réalisées en différents points du globe montrent que la période et le champ de pesanteur g varient en sens inverse.

E Conclusion

La période propre T_0 d'un pendule simple est indépendante de sa masse. Elle varie dans le même sens que la longueur du fil et en sens inverse de la valeur du champ de pesanteur.

3. 3. Expression de la période propre

A Analyse dimensionnelle d'une grandeur

Le système international d'unités est construit autour de sept grandeurs de base, à partir desquelles on peut exprimer toutes les autres. Trois de ces grandeurs de base sont nécessaires en mécanique : ce sont la longueur L, la masse M et le temps T.

Chercher la dimension d'une grandeur, c'est exprimer cette grandeur à partir des grandeurs de base.

Une vitesse par exemple est le quotient d'une longueur par un temps. On peut donc écrire :

$$[v] = \frac{L}{T} = LT^{-1} \quad \text{où} \quad [v] \text{ signifie dimension de } v.$$

De même, une accélération est le quotient d'une vitesse par un temps :

$$[a] = \frac{[v]}{T} = \frac{L \times T^{-1}}{T} = LT^{-2}.$$

L'accélération de la pesanteur a donc pour dimension : $[g] = LT^{-2}$. On dit aussi qu'une accélération est homogène au produit $L \times T^{-2}$.

▶ *Voir exercice n° 15, page 281*

B Expression de la période

Puisque la période augmente avec la longueur du pendule et diminue quand l'accélération de la pesanteur augmente, dans l'expression de la période, la longueur doit intervenir au numérateur et g au dénominateur.

Cherchons la dimension de $\frac{\ell}{g}$. On a : $\left[\frac{\ell}{g}\right] = \frac{L}{LT^{-2}} = T^2$.

$\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ a donc la dimension d'un temps.

La période étant homogène à un temps, elle est nécessairement proportionnelle à $\sqrt{\frac{\ell}{g}}$. On a :

$$T_0 = C\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

où C est une constante sans dimension. Nous admettrons que : $C = 2\pi$ S.I.

La période propre d'un pendule simple s'exprime par la relation :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

▶ *Voir exercice n° 16, page 281*

EXERCICE RÉSOLU — **Période propre d'un pendule**

Énoncé

Calculer la période propre du pendule simple de 1,0 m de longueur.

Solution

En prenant $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, on trouve :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{9{,}8}} = 2{,}0\ \text{s}.$$

1 Les systèmes oscillants

Écarté de sa position d'équilibre :

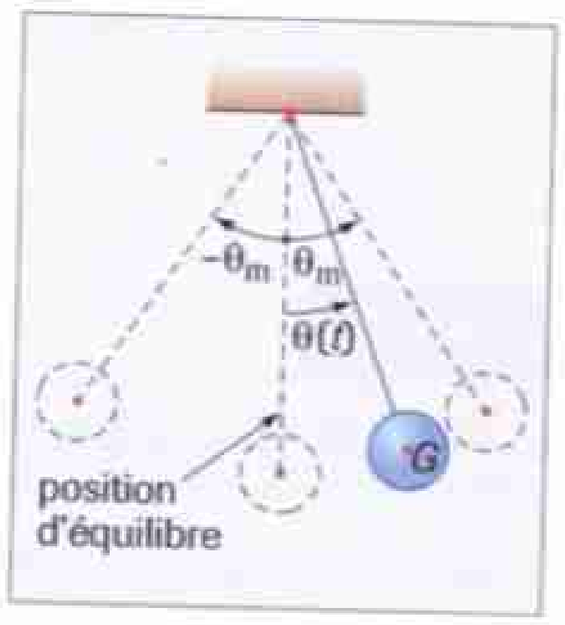
- **un pendule pesant** oscille autour d'un axe sous la seule action de son poids ;
- **un pendule élastique** oscille sous l'action de forces autres que le poids comme celle exercée par un ressort.

2 Étude du pendule pesant

■ Un pendule est en équilibre stable quand son centre d'inertie est sur la verticale passant par l'axe de rotation et en dessous de ce dernier.

■ Les grandeurs physiques caractéristiques d'un pendule sont :

- **l'abscisse angulaire** $\theta(t)$: angle formé par le pendule à la date t et le pendule à l'équilibre.
- **l'amplitude** θ_m est la valeur absolue de l'abscisse angulaire maximale. C'est une grandeur positive.



- la **période** mesure la durée d'une oscillation complète c'est-à-dire le temps qui sépare deux passages consécutifs par la position d'équilibre avec le même sens de déplacement.

■ La période d'un pendule ne dépend pas de l'amplitude si celle-ci reste faible (inférieure à 20°) : c'est **l'isochronisme des petites oscillations**.

■ Les forces de frottement qui s'exercent sur le pendule diminuent l'abscisse angulaire maximale des oscillations : le mouvement est amorti.

Quand l'amortissement est faible, le mouvement est **pseudo-périodique** ; la pseudo-période est voisine de la période propre du pendule non amorti.

Quand l'amortissement augmente, le régime devient **apériodique**.

3 Période propre d'un pendule simple

■ Un pendule simple est constitué d'une masse ponctuelle attachée à l'extrémité d'un fil inextensible et de masse négligeable.

■ La période propre T_0 d'un pendule simple est indépendante de la masse attachée au fil. Elle varie dans le même sens que la longueur du fil et en sens inverse de la valeur du champ de pesanteur.

■ Expression de la période propre

- Chercher la dimension d'une grandeur, c'est exprimer cette grandeur à partir des grandeurs de base que sont la longueur L, la masse M et le temps T.

Par analyse dimensionnelle, on montre que $\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ a la dimension d'un temps. On a $\left[\frac{\ell}{g}\right] = \frac{L}{LT^{-2}} = T^2$.

- La période propre d'un pendule simple s'exprime par la relation :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Mots-clés

- Pendule pesant
- Pendule simple
- Abscisse angulaire
- Amplitude
- Période propre
- Pseudo-période
- Isochronisme
- Amortissement
- Régime apériodique
- Analyse dimensionnelle

► *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Période des oscillations d'un pendule simple

Un pendule simple de 1,0 m de longueur bat la seconde. Que devient la période si on change la longueur du pendule ? Quels sont les autres paramètres qui peuvent influer sur la période ?

Matériel

- Masses cylindriques à crochet de même hauteur mais de diamètres différents.
- Fils de différentes longueurs munis d'un anneau à chaque extrémité.
- Support, chronomètre, règle graduée en mm, mobile autoporteur attaché par un fil en un point fixe et placé sur une table inclinée.

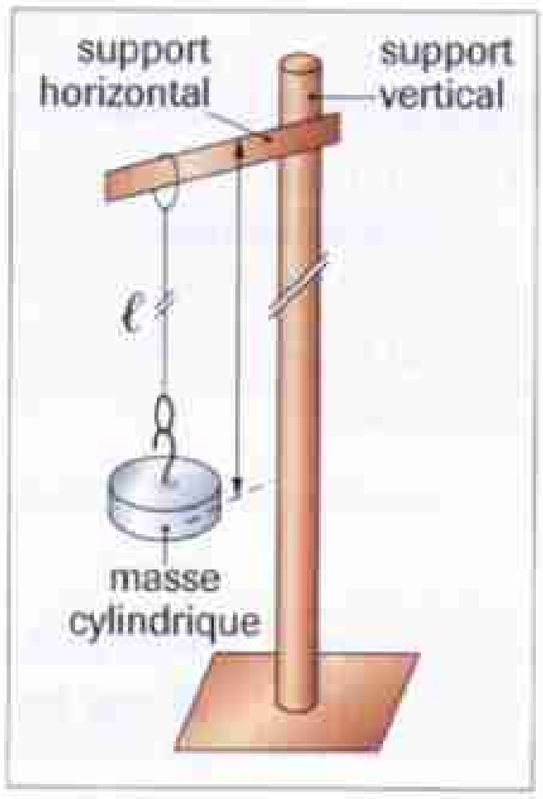


Schéma du montage

■ La longueur du pendule ℓ se mesure entre le haut du support horizontal et le milieu de la masse cylindrique.

■ Choisir des fils de longueurs suffisantes pour que le pendule puisse être assimilé à un pendule simple.

Réflexions préalables

■ La mesure de la période (durée d'une oscillation complète) se fait à l'aide d'un chronomètre déclenché et arrêté manuellement.

Expliquer pourquoi il est préférable de mesurer la durée de 10 oscillations plutôt que celle d'une seule oscillation.

■ Doit-on déclencher le chronomètre quand le pendule passe par sa position d'équilibre ou quand il passe par une position extrême ? Justifier.

■ Pourquoi faut-il que le pendule décrive des oscillations de faible amplitude ?

Manipulation 1

Objectif : Étudier l'influence de la masse du pendule sur la période propre T_0.

1. Accrocher successivement à l'extrémité du même fil les différentes masses à crochet.
2. Mesurer, pour chacune des masses, la période propre du pendule et dresser un tableau des résultats.

▶ Questions

1. Quelle est l'influence de la masse sur la période ?

2. L'amortissement étant négligeable, ce résultat était-il prévisible ?

Manipulation 2

Objectif : Étudier l'influence de la longueur du pendule sur la période.

1. Accrocher successivement la même masse à l'extrémité des différents fils.
2. Pour chaque fil, mesurer la période propre du pendule.
3. Dresser un tableau de résultats.
4. Tracer, en utilisant les moyens informatiques du lycée, la courbe représentative des variations de T_0 en fonction de $\sqrt{\ell}$.

▶ Questions

1. Quelle est l'allure de la représentation graphique obtenue ?

2. En déduire l'expression de la période en fonction de ℓ.

3. Calculer le coefficient directeur de la droite.

Manipulation 3

Objectif : Étudier l'influence de g sur la période.

1. Il n'est pas possible de changer la valeur de g mais on peut la modifier artificiellement en faisant osciller le pendule sur un plan incliné. Dans ce cas, tout se passe comme si le pendule était vertical et placé dans un champ de pesanteur de valeur $g' = g \sin \alpha$, α étant l'angle formé par la table et l'horizontale.
2. Pour différentes valeurs de α, mesurer la période des oscillations du mobile autoporteur et dresser un tableau de résultats.

▶ Questions

1. Tracer sur papier millimétré la représentation graphique $T_0 = f\left(\frac{1}{\sqrt{g'}}\right)$.

2. Quelle est l'allure de la courbe obtenue ?

3. En déduire l'expression de la période du pendule simple en fonction de ℓ et g.

BAC

«Vous êtes invités à venir voir tourner la Terre»

(Léon Foucault, 1851).

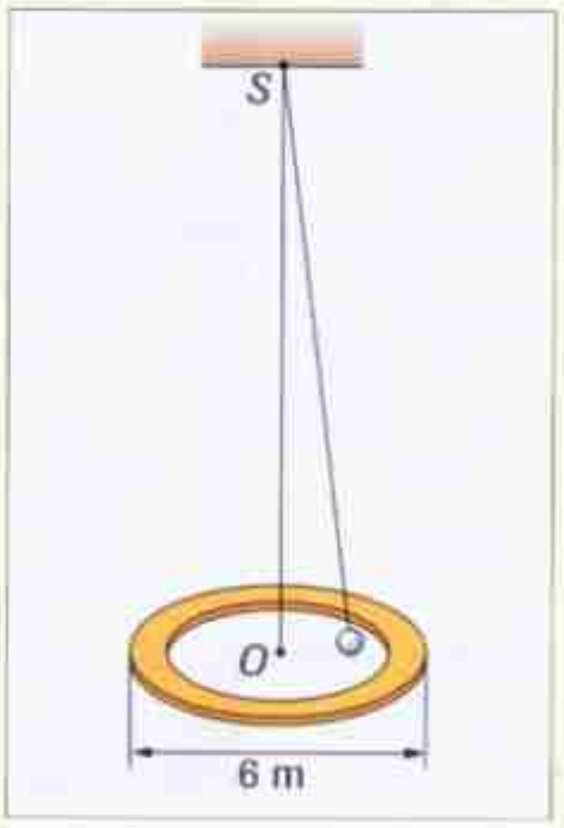
«Le pendule suspendu par la main experte de M. Froment à la coupole de Souflot manifeste à tous les yeux le mouvement rotatif de notre planète»
(M. Terrien, chroniqueur scientifique au journal *Le National*, le 26 mars 1852).

DOC

Le mouvement de la Terre sur elle-même est ici rendu évident au moyen d'un grand pendule, dont le fil attaché au sommet de la coupole descend jusqu'au niveau de la rampe et porte à son extrémité inférieure une boule formée d'une enveloppe de cuivre renfermant une masse de plomb qui la remplit complètement. Le fil a 67 mètres de long (…) ; la boule a une masse de 28 kilogrammes (…). Quand il est au repos, le pendule marque le point de centre commun à la table et au grand cercle de bois (la rampe) qui l'entoure. Ce cercle (…) a (…) 6 mètres de diamètre (…) (voir figure ci-dessous).

Si (…) on éloigne de sa position d'équilibre la masse du pendule et si on l'abandonne à l'action de la pesanteur sans lui communiquer aucune impulsion latérale, son centre de gravité repassera par la verticale, et, en vertu de la vitesse acquise, il s'élèvera de l'autre côté de la verticale à une hauteur presque égale à celle d'où il est parti. Parvenu à ce point, sa vitesse expire, change de signe, et le ramène, en le faisant encore passer par la verticale, un peu au-dessous de son point de départ. Ainsi l'on provoque un mouvement oscillatoire de la masse pendulaire suivant un arc de cercle dont le plan est nettement déterminé et auquel l'inertie de la masse assure une position invariable dans l'espace. Ce pendule, le plus grand qui ait été construit jusqu'ici, donne une oscillation de huit secondes ; il lui faut seize secondes pour aller et venir. Quoique ces oscillations diminuent d'amplitude assez rapidement, au bout de cinq ou six heures elles sont encore assez grandes…

Pour lancer le pendule on écarte la boule jusqu'au bord du grand cercle en bois et on la lâche sans vitesse initiale (…) et, pour voir comment il marche, on place sur le rebord du cercle de bois deux bancs (tas) de sable humide, fraîchement moulés. Ils sont alignés selon la courbe du pendule. Celui-ci pratique, en passant sur chacun d'eux, une petite brèche qui s'agrandit de plus en plus tant que les oscillations dépassent le cercle de bois. L'agrandissement de la brèche a toujours lieu vers la gauche de la personne qui regarde vers le centre, comme si le plan d'oscillation tournait de droite à gauche.



Principe de l'expérience du pendule de Foucault.

Extrait du texte de la communication de Foucault à l'Académie en 1851.


Reconstitution de l'expérience de Foucault au Panthéon à l'occasion de son cinquantenaire en 1902. Sur la photo, on y voit M. Chaumié qui brûle le fil de retenue pour mettre en marche le pendule.


Léon Foucault (1819-1868). Il a inventé le gyroscope, démontré le mouvement de rotation de la Terre et découvert les courants induits dans les masses métalliques. On lui doit également des mesures de la célérité de la lumière dans l'air et dans l'eau.

▶ Questions

1. **La boule du pendule a un diamètre de 19 cm. Avec la longueur du fil indiquée dans le texte, peut-on assimiler le pendule à un pendule simple ?**

2. **Calculer l'amplitude des oscillations. Y a-t-il isochronisme des oscillations pour le pendule de Foucault ?**

3. **Calculer la période de ce pendule (on prendra $g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$). Le mot oscillation utilisé par Foucault dans le texte «donne une oscillation de huit secondes» est-il correct ?**

4. **D'après la phrase du texte «Ainsi l'on provoque … dans l'espace», que peut-on dire du plan vertical dans lequel se déplace le pendule ?**

5. **Pourquoi dans ces conditions l'agrandissement de la brèche a toujours lieu vers la gauche (dernière phrase) ?**

EXERCICE RÉSOLU

Énoncé

Pendule cerceau

Un cerceau de rayon $R = 40$ cm, de masse m et d'épaisseur négligeable par rapport à son rayon est placé sur un support horizontal de section triangulaire comme le montre le schéma ci-contre.
On l'écarte de sa position d'équilibre et on le laisse osciller librement. La mesure au chronomètre de la durée de 10 oscillations donne $\Delta t = 18{,}0$ s.

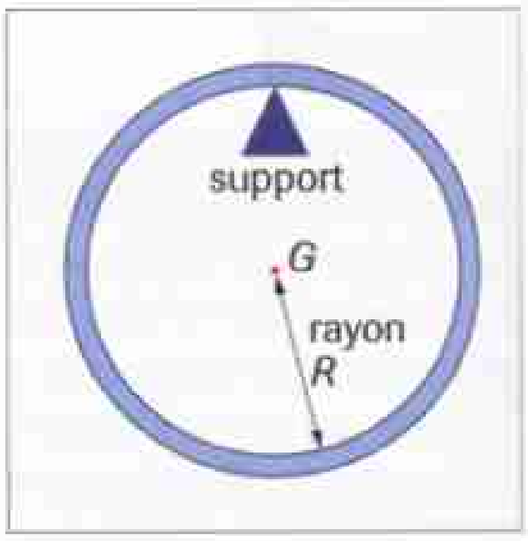
1. Le cerceau constitue-t-il un pendule pesant ?

2. Peut-on l'assimiler à un pendule simple ?

3. La période des oscillations du cerceau se calcule par la relation $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{mgR}}$ dans laquelle J est une grandeur qui s'exprime en $kg \cdot m^2$.
Vérifier par analyse dimensionnelle que $\sqrt{\dfrac{J}{mgR}}$ a la dimension d'une durée.

4. Calculer la longueur ℓ du pendule simple qui oscille avec la même période que le cerceau (pendule synchrone). Quelle relation simple lie R et ℓ ?

5. En comparant l'expression de T avec celle du pendule simple synchrone, exprimer J en fonction de m et R.



Donnée
- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}8\,N \cdot kg^{-1}$.

Méthode

Déterminer la dimension d'une grandeur ou vérifier l'homogénéité d'une relation

Déterminer la dimension d'une grandeur, c'est donner son expression en fonction des grandeurs fondamentales.

Une formule est homogène si ses deux membres ont la même dimension.

Il faut exprimer chaque grandeur intervenant dans la relation en fonction des grandeurs de base L, M et T.

On peut pour cela :

- soit utiliser des relations établies en cours. Par exemple : $\vec{a} = \vec{g}$ en chute libre montre que g a la dimension d'une accélération ; d'où : $[g] = LT^{-2}$;
- soit utiliser l'unité de cette grandeur si celle-ci est écrite en fonction des unités des grandeurs de base. Par exemple :

$$g = 9{,}8\,m \cdot s^{-2} \Rightarrow [g] = LT^{-2}.$$

Solution

1. Le cerceau est un pendule pesant puisqu'il peut osciller sur son support quand on l'écarte de sa position d'équilibre sous la seule action de son poids.

2. On ne peut pas l'assimiler à un pendule simple car dans un pendule simple la masse est ponctuelle ou de dimension très inférieure à celle du pendule, ce qui n'est pas le cas ici.

3. J est une grandeur qui s'exprime en $kg \cdot m^2$. On peut donc écrire $[J] = ML^2$.
g a la dimension d'une accélération : $[g] = LT^{-2}$. Cherchons la dimension de $\dfrac{J}{mgR}$

$$\left[\frac{J}{mgR}\right] = \frac{ML^2}{M \times LT^{-2} \times L} = T^2.$$

$\sqrt{\dfrac{J}{mgR}}$ a donc bien la dimension d'une durée.

4. Le pendule simple qui oscille avec la même période que le cerceau a une période de 1,8 s.

De la relation $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$ on tire : $\ell = \dfrac{T_0^2 g}{4\pi^2} = \dfrac{1{,}8^2 \times 9{,}8}{4\pi^2} = \mathbf{0{,}80\ m}$.

On trouve donc : $\ell = \mathbf{2R}$.

5. Le pendule simple synchrone a pour période $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{2R}{g}}$
En identifiant les deux valeurs de la période, on obtient :

$$\frac{J}{mgR} = \frac{2R}{g} \Rightarrow J = 2mR^2.$$

Commentaires

On utilise ici le procédé qui est indiqué dans la méthode.

On suppose qu'il s'agit de petites oscillations.

On vérifie que notre résultat est homogène : $[2mR^2] = ML^2$.

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. Pour les petites oscillations, la période d'un pendule simple est … de l'amplitude.
C'est l'… des petites oscillations.
b. La période propre d'un pendule simple est … à la racine carrée de la longueur du fil.
c. Quand l'… est faible, la pseudo-période d'un pendule simple est pratiquement … à la période propre.
d. L'amplitude est la valeur absolue de l'… ….

2 Vrai ou faux ?

a. Deux pendules simples de même longueur, placés au même endroit ont la même période.
b. Sur la Lune, un pendule oscille plus lentement que sur la Terre.
c. Quand on double la longueur d'un pendule simple, on double sa période propre.
d. Quand le pendule simple passe par sa position d'équilibre, l'accélération de la masse est nulle.

3 Q.C.M.

a. Quand on double la masse d'un pendule simple, sa période :
- ❑ ne change pas ;
- ❑ est multipliée par deux ;
- ❑ est divisée par deux.

b. La période propre d'un pendule simple a pour expression :
- ❑ $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{g}}$;
- ❑ $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$;
- ❑ $T_0 = 2\pi\sqrt{\ell g}$.

c. Quand on double l'amplitude des oscillations d'un pendule simple, la période :
- ❑ est multipliée par deux ;
- ❑ ne change pas ;
- ❑ ne change pas si l'amplitude reste petite.

4 Apprendre à rédiger

Expliquer en une phrase ce qu'est l'isochronisme des petites oscillations.

5 Savoir-faire expérimental

Décrire un protocole expérimental permettant de montrer l'influence de la longueur du fil sur la période propre d'un pendule simple.

Application des connaissances

Donnée pour tous les exercices : $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

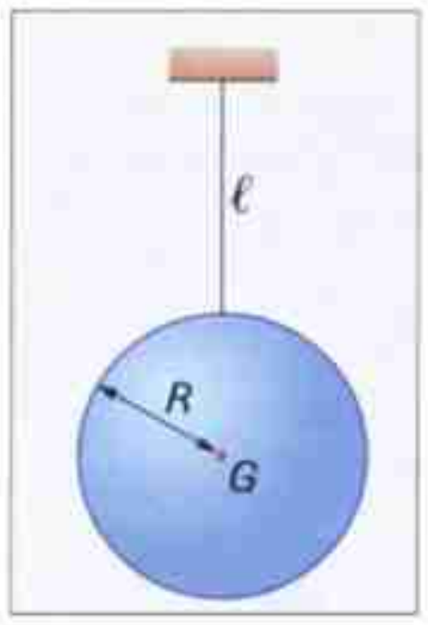
Pendules divers

6 • Équilibre d'un pendule

Un pendule est constitué d'un disque fixé à l'extrémité d'une tige rigide de masse négligeable par rapport à celle du disque. L'extrémité supérieure de la tige est percée d'un trou circulaire dans lequel passe l'axe de rotation Δ.
a. Montrer qu'il existe deux positions d'équilibre pour ce pendule.
b. Discuter la stabilité de ces équilibres.

7 •• Analyse dimensionnelle

Un pendule est constitué d'un disque de rayon $R = 10$ cm et de masse m suspendu par un fil de masse négligeable et de longueur $\ell = 15\,\text{cm}$.



1. Peut-on assimiler ce pendule à un pendule simple ?
2. La période propre de ce pendule se calcule par la relation :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{R^2/2 + (R+\ell)^2}{g(R+\ell)}}$$

a. Vérifier par analyse dimensionnelle que T_0 a la dimension d'un temps.
b. Calculer la période des petites oscillations.
c. Quelle est la longueur du pendule simple qui oscille avec la même période (pendule synchrone) ?

8 •• Tournesol sur la Lune

Le professeur Tournesol est aussi célèbre par son pendule que par sa surdité. Ce fameux pendule oscille, à Moulinsart, où $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, avec une période $T_0 = 0{,}90$ s.
1. Calculer la longueur du pendule en admettant qu'il est assimilable à un pendule simple.
2. Tournesol accompagne Tintin sur la Lune (dans l'album *On a marché sur la Lune*). Il constate que son pendule bat beaucoup moins vite que sur la Terre.
a. Que peut-il en déduire quant à la valeur du champ de pesanteur g_L ?
b. Il mesure la durée de 10 oscillations et trouve $\Delta t = 22{,}2$ s. En déduire la valeur du champ de pesanteur sur la Lune g_L.

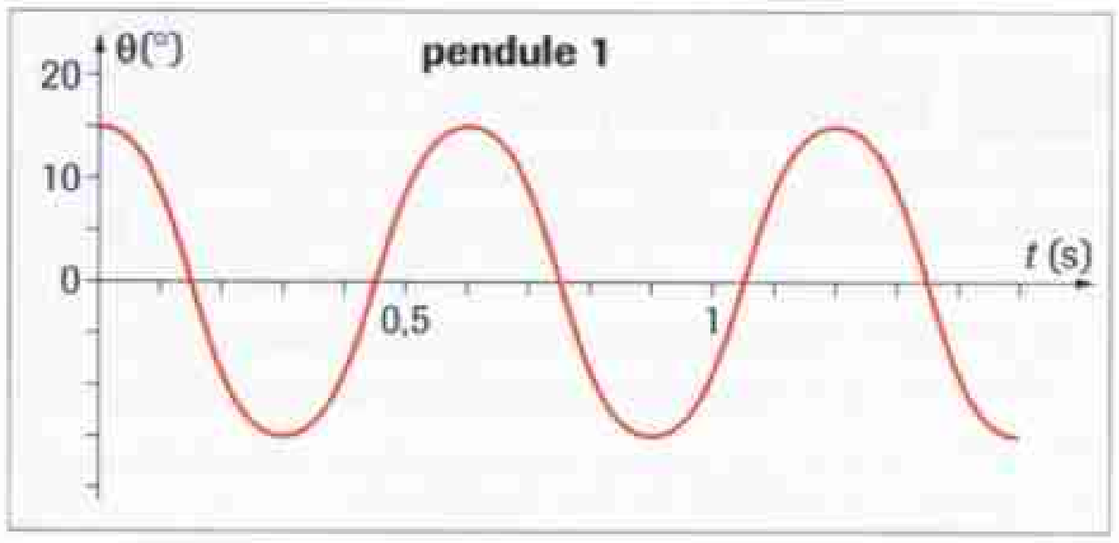
9 •• Retard d'une horloge

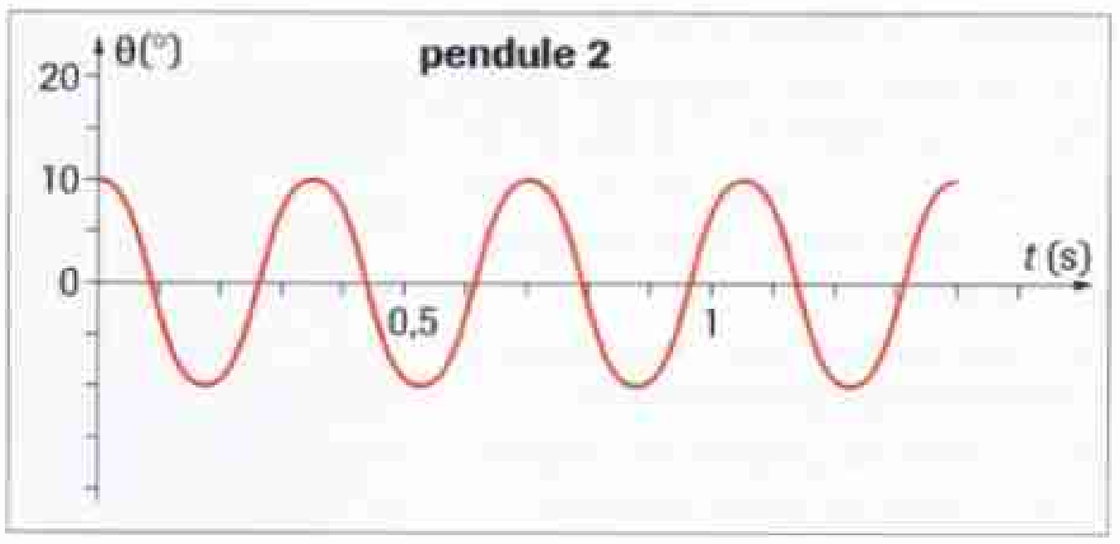
Le balancier d'une horloge peut être assimilé à un pendule simple de période $T = 2{,}00$ s.
1. Quelle est la longueur de ce pendule ?
2. Une élévation de température provoque un allongement du pendule de 3 mm.
a. L'horloge va-t-elle avancer ou retarder ?
b. Calculer l'écart entre l'heure « juste » et l'heure indiquée par l'horloge au bout de 24 h.
c. Dans la pratique, sur les horloges de précision, comment fait-on pour limiter l'influence de la température ?

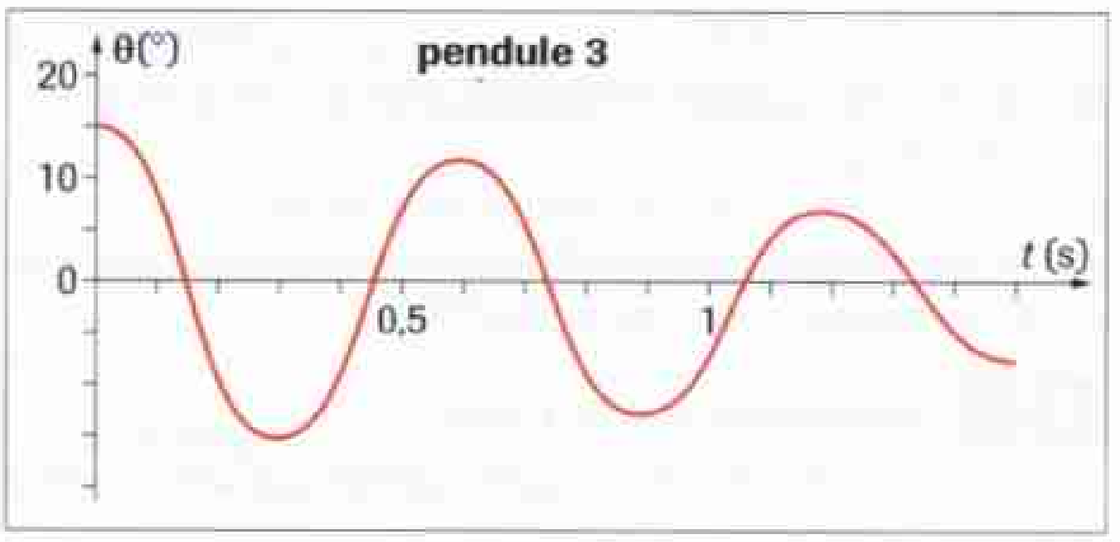
10 Étude d'enregistrements

À l'aide d'un dispositif approprié, on enregistre les variations en fonction du temps de l'élongation θ de trois pendules simples.

Les courbes représentatives de la fonction $\theta = f(t)$ sont données ci-dessous pour chacun des pendules.







1. Indiquer pour chaque pendule.

a. L'amplitude du mouvement.

b. La position initiale du pendule.

c. La période des oscillations.

2. En déduire la longueur des pendules. On prendra $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ et on admettra que l'amortissement du pendule 3 ne modifie pas sa période.

3. L'un des deux pendules de même longueur est constitué d'une boule de plomb et l'autre d'une boule de liège de même diamètre. Peut-on identifier ces deux pendules en observant les courbes ?

11 Comparaison de deux pendules

Deux pendules simples P_1 et P_2, de longueurs différentes, sont mis en mouvement côte à côte : ils oscillent dans des plans parallèles.

On constate expérimentalement que 9 périodes du pendule P_1 ont la même durée que 4 périodes du pendule P_2.

a. Lequel des deux pendules a la longueur la plus grande ?

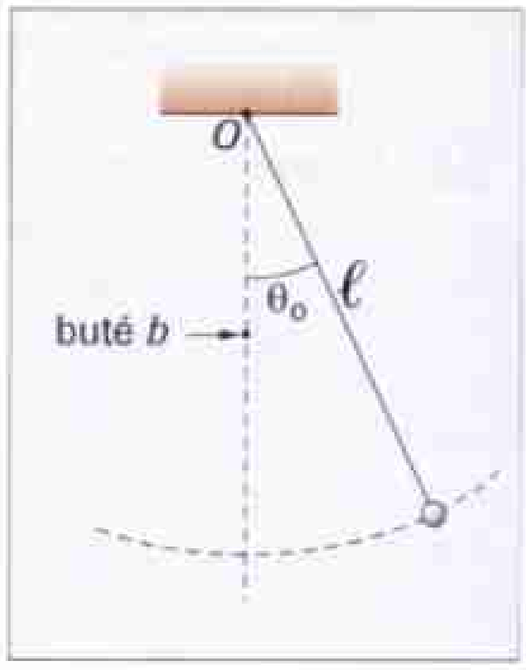
b. Sachant que $\ell_1 = 32$ cm, calculer la longueur du pendule P_2.

12 Un pendule un peu particulier

Un pendule simple est constitué d'une masse ponctuelle suspendue à un point fixe O par un fil inextensible et sans masse de longueur $\ell = 60$ cm.

À mi-hauteur du pendule et à la verticale du point O se trouve une butée fixe b ($Ob = 30$ cm).

On incline le pendule d'un angle $\theta_0 = 10°$ puis on le lâche sans vitesse initiale.



1. Calculer.

a. La durée Δt_1 mise par le pendule pour passer de sa position initiale à la position d'équilibre.

b. La durée Δt_2 mise par le pendule pour passer de la position d'équilibre à la position extrémale à gauche.

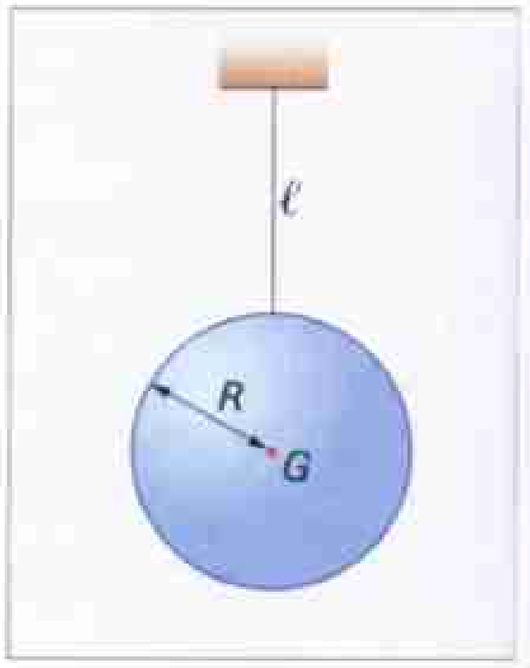
2. En déduire la période de ce pendule.

13 Pendule pesant ou pendule simple ?

Un pendule est constitué d'un disque de rayon R et de masse m suspendu par un fil de masse négligeable et de longueur ℓ.

La période propre de ce pendule pesant se calcule par la relation :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{R^2/2 + (R+\ell)^2}{g(R+\ell)}}$$



1. Quelle est l'expression de la période propre T_0 d'un pendule simple de longueur $R + \ell$?

2. On admet qu'un pendule pesant est assimilable à un pendule simple si l'écart relatif des deux périodes est inférieur au centième : $\dfrac{\Delta T}{T} = \dfrac{T - T_0}{T_0} < 10^{-2}$.

a. Exprimer $\dfrac{\Delta T}{T}$ en fonction de R et de ℓ.

b. En utilisant l'approximation $(1+\varepsilon)^{\frac{1}{2}} = 1 + \dfrac{\varepsilon}{2}$ pour ε petit devant 1, montrer que le pendule est assimilable à un pendule simple si $R < \dfrac{\ell}{4}$.

Pendules simples

14 Oscillations de grande amplitude

On dispose d'un pendule simple de longueur $\ell = 50$ cm.

1. Rappeler l'expression de la période d'un pendule simple en fonction de sa longueur.

2. Quelle condition doit vérifier l'amplitude des oscillations pour que cette relation soit applicable ?

3. En admettant que cette condition est vérifiée, calculer la période propre de ce pendule en un lieu où $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

4. Quand l'amplitude des oscillations est grande, il n'y a plus isochronisme des oscillations. La période du pendule dépend alors de l'amplitude.
La relation approchée :

$$T = T_0\left(1 + \frac{\theta_m^2}{16}\right)$$

permet de déterminer la période connaissant l'amplitude θ_m (exprimée en radians) et la période des petites oscillations T_0.
a. Exprimer la variation relative de la période :

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{T - T_0}{T_0} \text{ en fonction de } \theta_m.$$

b. Quelle amplitude maximale faut-il donner au pendule pour que la variation de la période soit inférieure au centième de sa valeur ?

15 Exercice de correction

Lire l'énoncé, puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

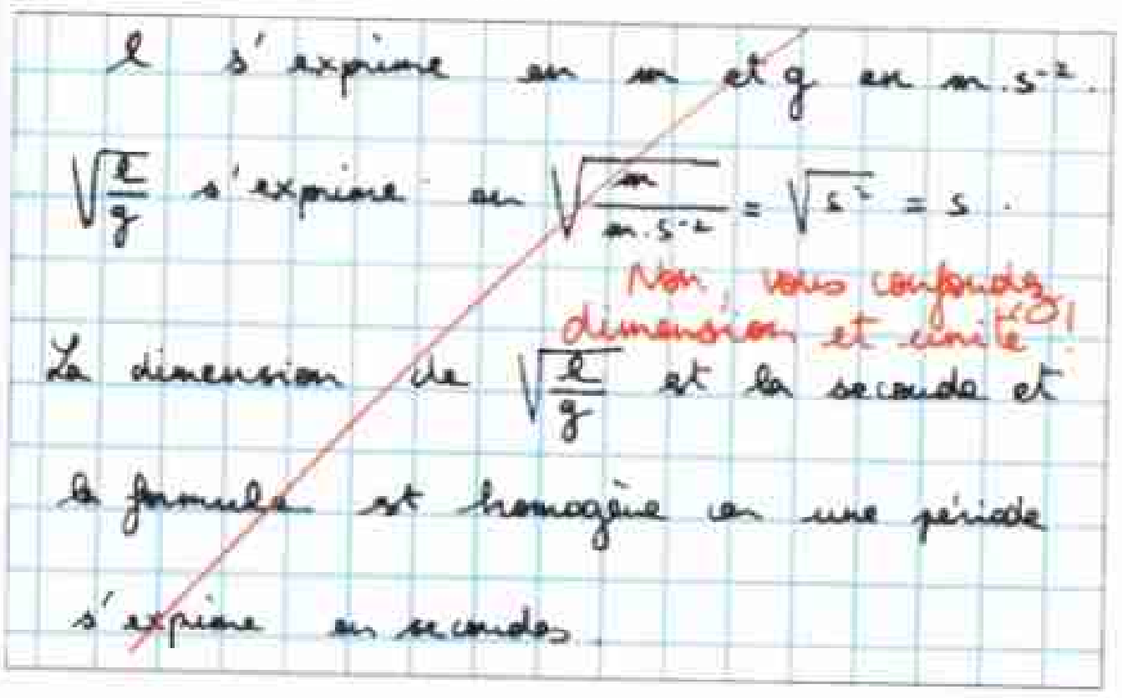
Énoncé

La période propre d'un pendule simple a pour expression :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Déterminer la dimension de $\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ et vérifier l'homogénéité de l'expression.

Solution annotée de l'élève



PROBLÈMES DE SYNTHÈSE

16 Étude du pendule simple

BAC Lire attentivement le texte suivant. Il décrit une de ses deux premières expériences sur l'étude des oscillations pendulaires.

> J'ai pris deux boules, l'une de plomb et l'autre de liège, celle-la au moins cent fois plus lourde que celle-ci, puis j'ai attaché chacune d'elles à deux fils très fins, longs tous deux de quatre coudées ; les écartant alors de la position perpendiculaire, je les lâchais en même temps (…) ; une bonne centaine d'allées et venues, accomplies par les boules elles-mêmes, m'ont clairement montré qu'entre la période du corps pesant et celle du corps léger, la coïncidence est telle que sur mille vibrations comme sur cent, le premier n'acquiert sur le second aucune avance, fût-ce la plus minime, mais que tous deux ont un rythme de mouvement rigoureusement identique. On observe également l'action du milieu qui, en gênant le mouvement, ralentit bien davantage les vibrations du liège que celles du plomb, sans toutefois modifier leur fréquence ; même si les arcs décrits par le liège n'ont plus que cinq ou six degrés, contre cinquante ou soixante pour le plomb, ils sont en effet traversés en des temps égaux.
>
> Galilée, *Discours concernant deux sciences nouvelles* (1638).

Les pendules utilisés par Galilée peuvent être assimilés à des pendules simples.
1. Dans le cas du pendule simple, qu'appelle-t-on oscillation ? Quelles sont les deux expressions employées dans le texte pour désigner une oscillation ?
2. Un pendule simple présente une position d'équilibre. Comment Galilée la désigne-t-il dans le texte ?
3. Le texte permet-il de montrer que la période T du pendule dépend ou non de :
a. la masse m de la boule ?
b. la longueur ℓ du fil ? Justifier les réponses. Si le texte ne permet pas de répondre, proposer une expérience permettant de montrer l'influence de l'une ou l'autre des grandeurs précédentes.
4. On propose les expressions suivantes de la période :

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\ell}} \qquad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{mg}}$$

$$T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \qquad T_4 = 2\pi\sqrt{\ell}$$

où g est l'accélération de la pesanteur.
a. À partir du texte, quelles expressions de la période doit-on éliminer ?
b. Par analyse dimensionnelle, choisir l'expression correcte de la période.
c. Calculer la période des pendules utilisés par Galilée. La coudée sera prise égale à 50 cm et g à 9,8 $m \cdot s^{-2}$.

17 Découverte de l'aplatissement de la Terre

BAC Étude d'un texte d'histoire des sciences.

> En 1671, Richer, un astronome français, part pour Cayenne en Guyane, pour effectuer un pointé précis de la planète Mars et déterminer ainsi la distance Terre-Mars. Mais en réalisant ses expériences, Richer fait une découverte inattendue : en réglant ses horloges, il constate en effet que le même pendule bat plus lentement à Cayenne qu'à Paris. Halley, astronome anglais, fit la même constatation à Sainte-Hélène : le pendule battait moins vite qu'à Londres. Il remarque de plus que le même pendule battait encore moins vite en haut d'une montagne que sur la plage. Et si le pendule bat moins vite, tout le monde en est d'accord, c'est que la pesanteur est moins forte. Newton démontre que cela vient en partie du fait qu'un point de l'Équateur est plus loin du centre de la Terre que ne l'est Paris ou Londres, c'est-à-dire que la Terre n'est pas une boule parfaite, mais une boule un peu aplatie comme une mandarine.
> Si on parvenait à le vérifier, cet aplatissement serait un argument décisif en faveur de la théorie de Newton.

Or si la Terre est effectivement plus «bossue» à l'Équateur qu'au Pôle, la distance à parcourir le long d'un méridien pour que la verticale tourne de un degré doit être plus faible à l'Équateur : sur une bosse, la verticale tourne plus vite.
Il faudrait donc refaire la mesure du «degré de méridien» déjà effectuée en France par Picard : si la longueur mesurée à l'Équateur est plus faible, c'est que la Terre est aplatie et que donc Newton a raison.
Après des difficultés auxquelles se heurte une expédition envoyée au Pérou, c'est vers le nord, en Laponie, qu'une autre expédition, partie de Paris le 20 avril 1736, ira mesurer le «degré méridien». Le 20 décembre toute l'équipe part en traîneau vers la base à mesurer. En une semaine la mesure est effectuée deux fois et il n'y a, entre les deux mesures, qu'une différence de quelques centimètres. En quelques jours, les calculs sont achevés : pour tourner de un degré en Laponie, il faut parcourir, le long du méridien, 57 395 toises. En France, Picard en avait trouvé 57 060 : la Terre est bien aplatie au Pôle.

Jean-Pierre Maury, *Newton et la mécanique céleste*,
© Éditions Gallimard.

Données

- $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ S.I. et $M_T = 6{,}0 \times 10^{24}$ kg.
- Les latitudes de Cayenne et de Paris sont approximativement de 5° Nord et 45° Nord respectivement.

- Un pendule «bat» la seconde si sa période est égale à deux secondes.
- La période d'un pendule simple, de longueur ℓ, pour les petites oscillations, vaut $2\pi\left(\frac{\ell}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$ où g représente l'intensité du champ de pesanteur.
- On admettra que, même si la Terre n'est pas sphérique, l'expression approchée du champ de pesanteur en un point situé à la distance d du centre de la Terre est donnée par la relation : $g = \frac{GM_T}{d^2}$ où G représente une constante universelle et M_T la masse de la Terre.

1. Justifier, par une analyse des unités, que l'expression $\left(\frac{\ell}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$ a la dimension d'une durée.

2. a. Traduire, en utilisant le mot *période*, l'extrait du texte suivant : «... le même pendule bat plus lentement à Cayenne qu'à Paris».
b. En déduire que le champ de pesanteur est plus fort à Paris qu'à Cayenne.
c. Citer la phrase du texte confirmant la réponse à la question précédente.
d. Déduire de la comparaison des champs de pesanteur à Paris et à Cayenne laquelle de ces deux villes est la plus éloignée du centre de la Terre.
3. Les arcs des figures 1 et 2 ci-après représentent une coupe de la surface de la Terre à différentes latitudes.

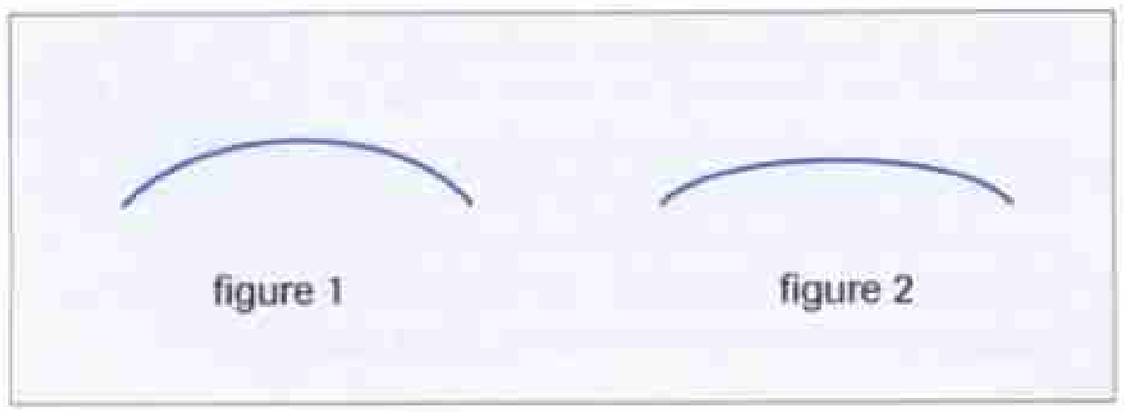


figure 1

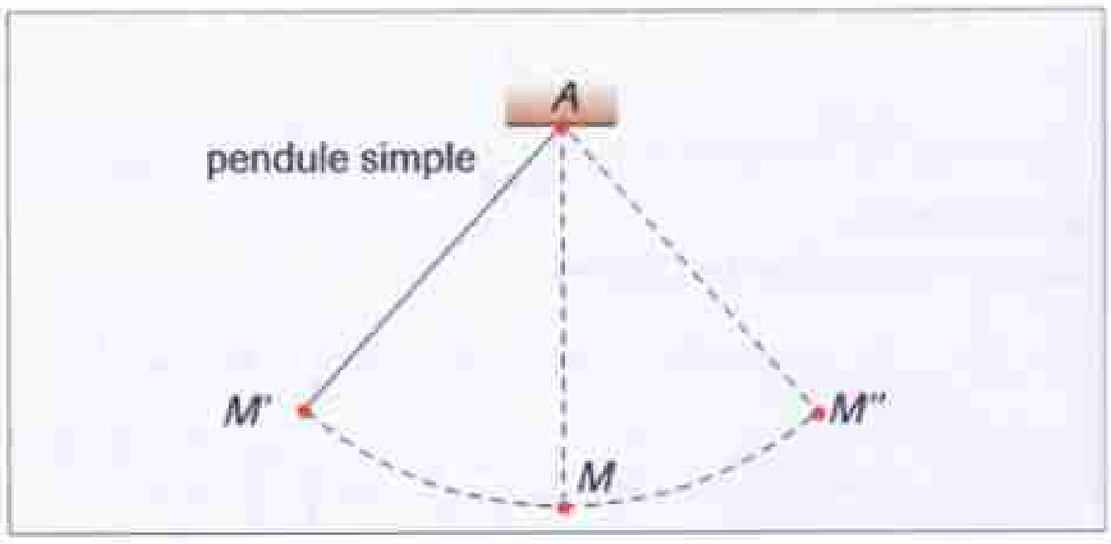
figure 2

a. Quel est de ces deux arcs celui paraissant le plus «bossu»?
b. Lequel de ces deux arcs est susceptible de représenter la surface de la Terre au Pôle?
c. En traçant sur chaque arc deux verticales (définies comme les perpendiculaires au sol) faisant entre elles le même angle, comparer les distances parcourues sur chaque arc entre ces deux verticales.
d. À quelle expérience, citée dans le texte, se rapporte la comparaison précédente?
4. Pour un pendule simple de longueur $\ell = 1{,}00$ m, calculer l'écart (en ms) entre les périodes du pendule à Paris et à Cayenne sachant que le champ de pesanteur vaut en chacun de ces lieux respectivement : 9,81 $m \cdot s^{-2}$ et 9,78 $m \cdot s^{-2}$.

18 Étude d'un texte ancien

BAC

Extraits d'un traité de physique élémentaire.
Avertissement : ce livre date de 1885; les sciences physiques n'utilisaient pas à l'époque toutes les ressources des mathématiques, le système d'unités internationales n'était pas en vigueur, certaines définitions différaient des nôtres.



On donne le nom de pendule simple à un instrument idéal pratiquement irréalisable qui se composerait d'un point matériel (petite sphère pesante M) suspendu à l'extrémité d'un fil sans poids, parfaitement flexible et inextensible, fixé par son autre extrémité en A. Si on abandonne l'instrument dans la position AM' l'équilibre n'existe plus, en effet le poids P de la sphère peut se décomposer en deux forces : l'une Q dirigée suivant le prolongement du fil, l'autre R perpendiculaire à cette direction.

Durée des oscillations du pendule simple
La théorie montre qu'un pendule simple partant d'une position AM' doit parvenir jusqu'à la position symétrique AM'', il en résulte que partant de AM'' il doit revenir en AM' et ainsi de suite.
En soumettant la question au calcul et considérant seulement le cas où l'amplitude des oscillations est très petite on trouve que la durée constante d'une oscillation est donnée par la formule $t = \pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ (ℓ et g doivent être exprimées au moyen d'une même unité de longueur). C'est cette loi qui a été découverte par Galilée en observant les mouvements d'une lampe suspendue à la voûte de la cathédrale de Pise.

Conséquences diverses de la formule du pendule
– L'accélération g imprimée par la pesanteur à divers corps en un même lieu est la même.
– En un même lieu, les durées des oscillations de deux pendules de longueurs différentes sont proportionnelles aux racines carrées des longueurs.

– En deux lieux différents du globe, les accélérations dues à la pesanteur sont inversement proportionnelles aux carrés des durées des oscillations d'un même pendule.

I. Étude critique et contemporaine du texte

1. Quelle représentation n'était pas utilisée dans cette rédaction pour exprimer l'action mécanique ?
La sphère est-elle soumise à une autre action mécanique que son poids ?

2. Actuellement, une oscillation correspond au déplacement $M'MM''MM'$ et a une durée $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ appelée période propre. Donner la définition de l'oscillation en 1885.

3. a. Que représentent ℓ et g dans le texte ? Quelle est l'unité de chaque grandeur ?

b. Montrer que le rapport $\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ est homogène à une durée.

c. Critiquer la phrase : « ℓ et g doivent être exprimées au moyen d'une même unité de longueur ».

II. Conséquence de la formule du pendule

Deux pendules situés en un même lieu, de longueurs respectives ℓ_1 et ℓ_2, ont pour période propre T_1 et T_2.

1. Exprimer le rapport des périodes en fonction des longueurs.

2. À laquelle des « conséquences diverses de la formule du pendule » se réfère ce résultat ?

19 Histoire de pendules

BAC On appelle pendule simple un système constitué d'un objet dense, de masse m, suspendu par un fil inextensible, de longueur ℓ et de masse négligeable devant m, accroché à une extrémité fixe ; la taille de l'objet est négligeable devant ℓ.
On se propose dans cet exercice d'étudier différents aspects de ce modèle physique.

I. Aspect historique

Extrait de « Discours et démonstrations » de Galilée (1564-1642). Il s'agit d'une discussion entre Salviati (Galilée) et Sagrédo (l'un de ses élèves).

Salviati : Pour obtenir un premier pendule dont la durée d'oscillation soit le double de celui d'un second pendule, il convient de donner au premier une longueur quadruple de celle du second.
Sagrédo : Si j'ai bien compris, je pourrais donc aisément connaître la longueur d'une corde, quand bien même son point de suspension serait invisible et que l'on apercevrait seulement son extrémité inférieure. Si en effet j'attache en cette partie de la corde, une « masse » fort lourde, à laquelle je communique un mouvement de va-et-vient, et si un ami compte le nombre de ses oscillations pendant que moi-même je compte les oscillations effectuées par un autre pendule suspendu à un fil mesurant exactement une coudée, alors grâce au nombre des oscillations de ces deux pendules pendant une même durée, je trouverai la longueur de la corde : supposons par exemple que mon ami ait compté vingt oscillations de la grande corde, dans la même durée où j'en comptais deux cent quarante pour mon fil long d'une coudée…

Galilée, Discours et démonstrations.

1. L'affirmation de Salviati
On considère qu'une oscillation correspond à un mouvement d'aller et retour du pendule.

a. Quelle grandeur physique est désignée par l'expression « la durée d'une oscillation » ?

b. Montrer qu'une seule des propositions suivantes satisfait à l'affirmation de Salviati :

proposition n°	1	2	3
la durée d'oscillation est proportionnelle à…	$\frac{1}{\ell}$	$\sqrt{\ell}$	ℓ^2

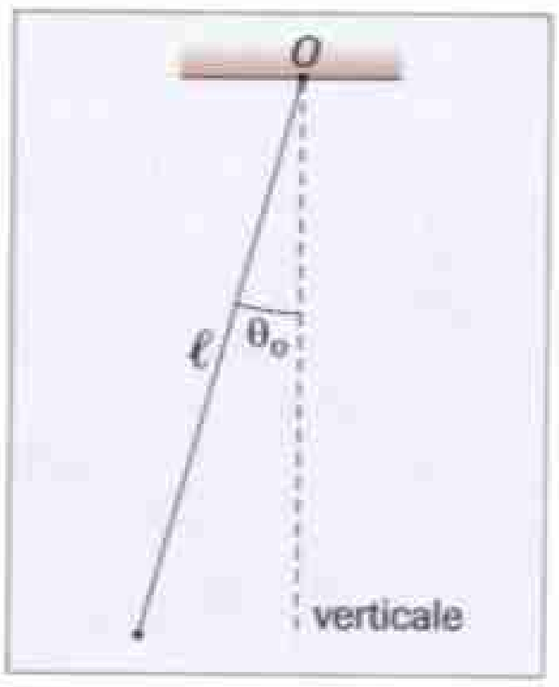
2. La réponse de Sagrédo
On note respectivement ℓ_1 et T_1 la longueur et la durée d'une oscillation du pendule de Sagrédo, ℓ_2 et T_2 la longueur et la durée d'une oscillation du pendule de l'ami de Sagrédo.
On admet qu'une coudée équivaut à 50 cm : $\ell_1 = 50$ cm.

a. En utilisant la réponse de Sagrédo, déterminer la valeur numérique du rapport $\frac{T_2}{T_1}$.

b. Calculer la longueur ℓ_2 à partir des réponses aux questions **I. 1. b.** et **I. 2. a**.

II. Étude expérimentale

On se propose maintenant d'étudier expérimentalement l'influence de différents paramètres sur la durée d'une oscillation d'un pendule simple. Pour cela, on utilise un fil inextensible de longueur ℓ et de masse considérée comme nulle. Les objets denses de masse m, suspendus au fil, sont suffisamment petits pour que leurs tailles soient négligeables devant ℓ.



Le pendule ainsi constitué est écarté de sa position d'équilibre d'un angle θ_0 petit (inférieur à 10°) puis lâché sans vitesse initiale.
On obtient alors des oscillations libres amorties dont la durée d'une oscillation ou pseudo-période est notée T. On mesure à l'aide d'un chronomètre la durée Δt nécessaire au pendule pour réaliser 20 oscillations.

1. Influence de la masse
On réalise une série de mesures de Δt avec un fil de longueur $\ell = 24{,}4$ cm et différents objets de masse m. On obtient les mesures suivantes :

m (g)	60	125	160	200
Δt (s)	19,9	19,8	19,9	19,9

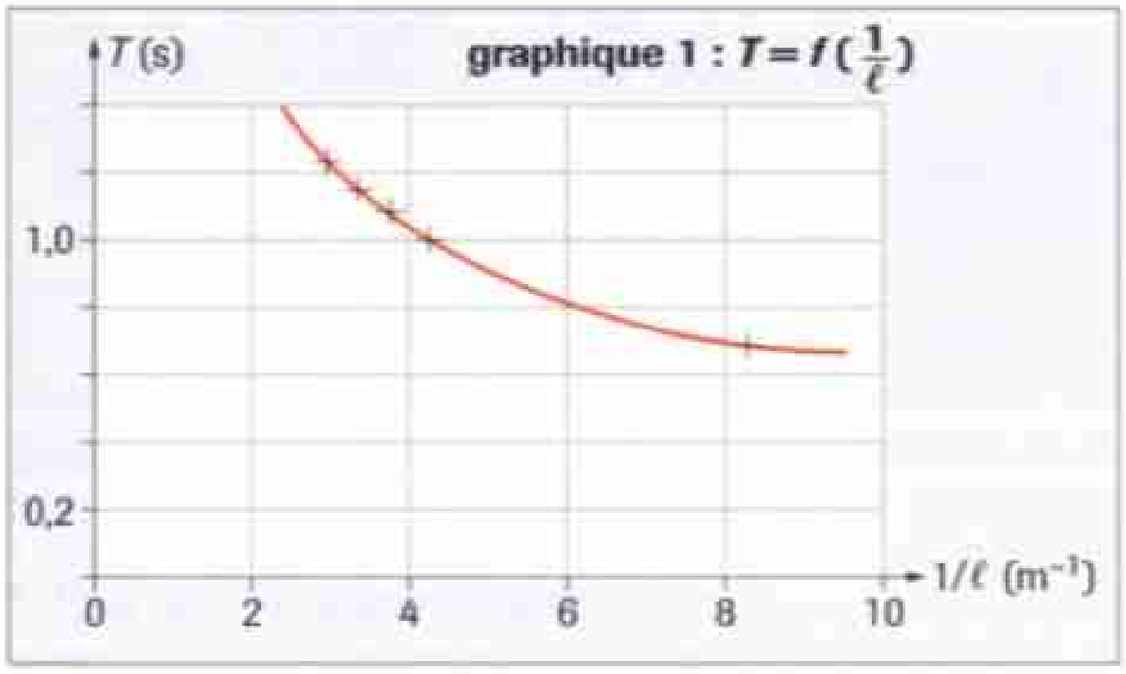
Que peut-on en déduire quant à l'influence de la masse sur la pseudo-période du pendule ?

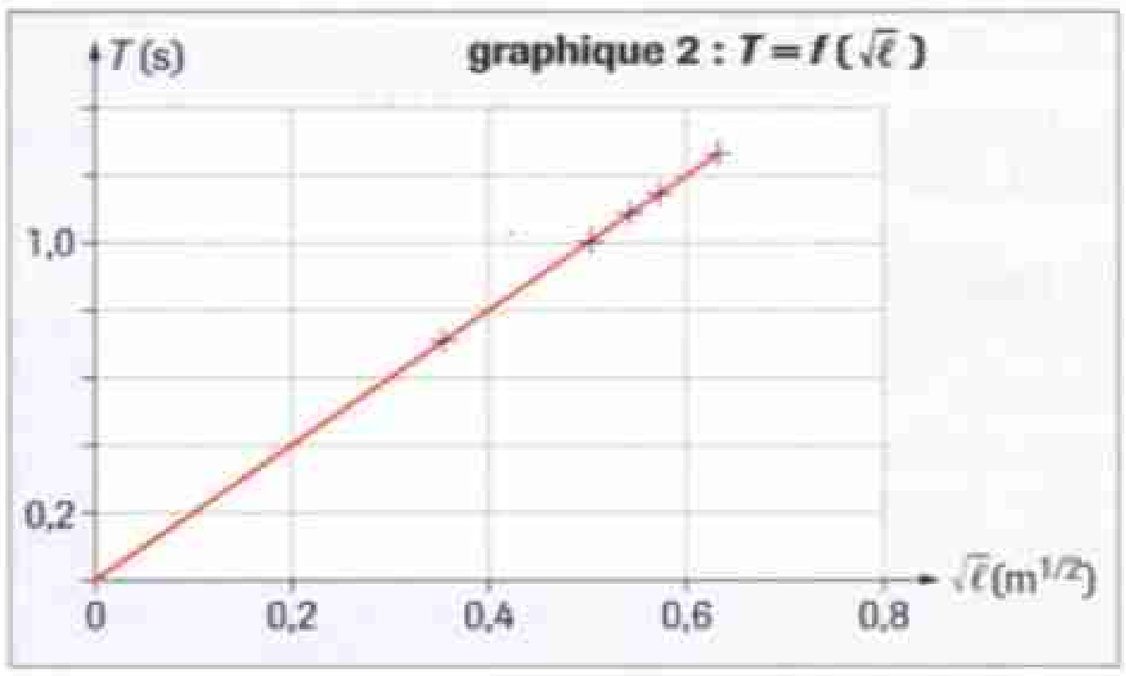
2. Influence de la longueur

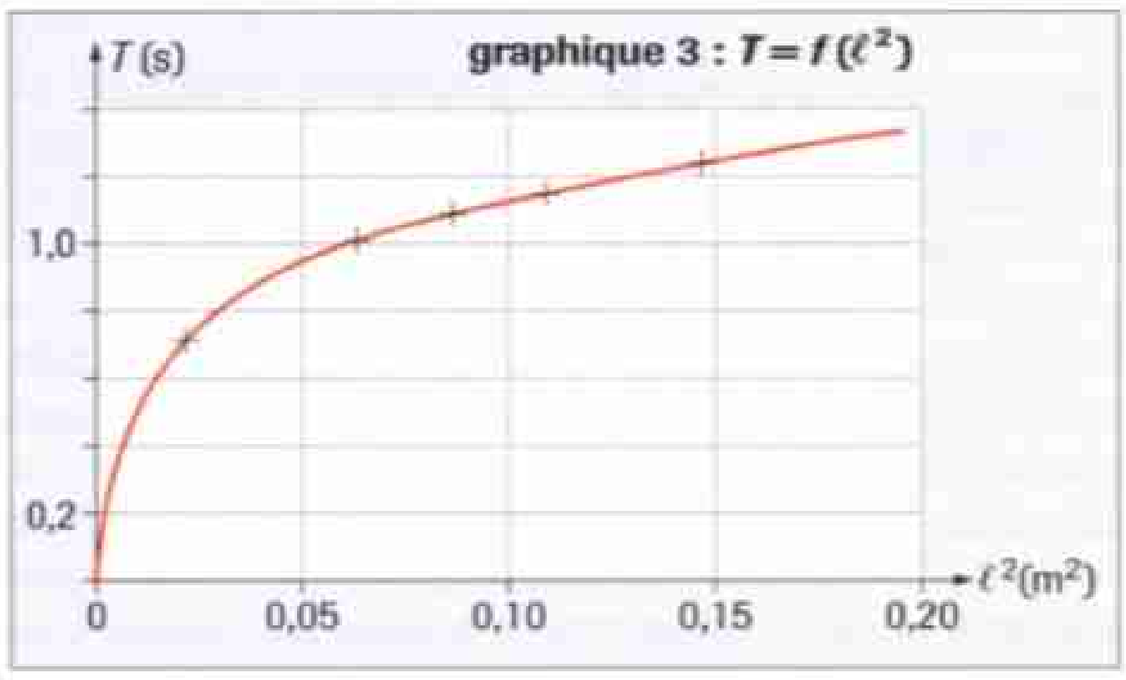
On suspend maintenant un objet de masse $m = 125\,g$ et on fait varier la longueur du fil. On obtient les mesures suivantes :

ℓ (cm)	12,3	24,4	28,6	32,4	38,5
Δt (s)	14,1	19,8	21,4	22,8	24,9

On trace les trois graphiques suivants :







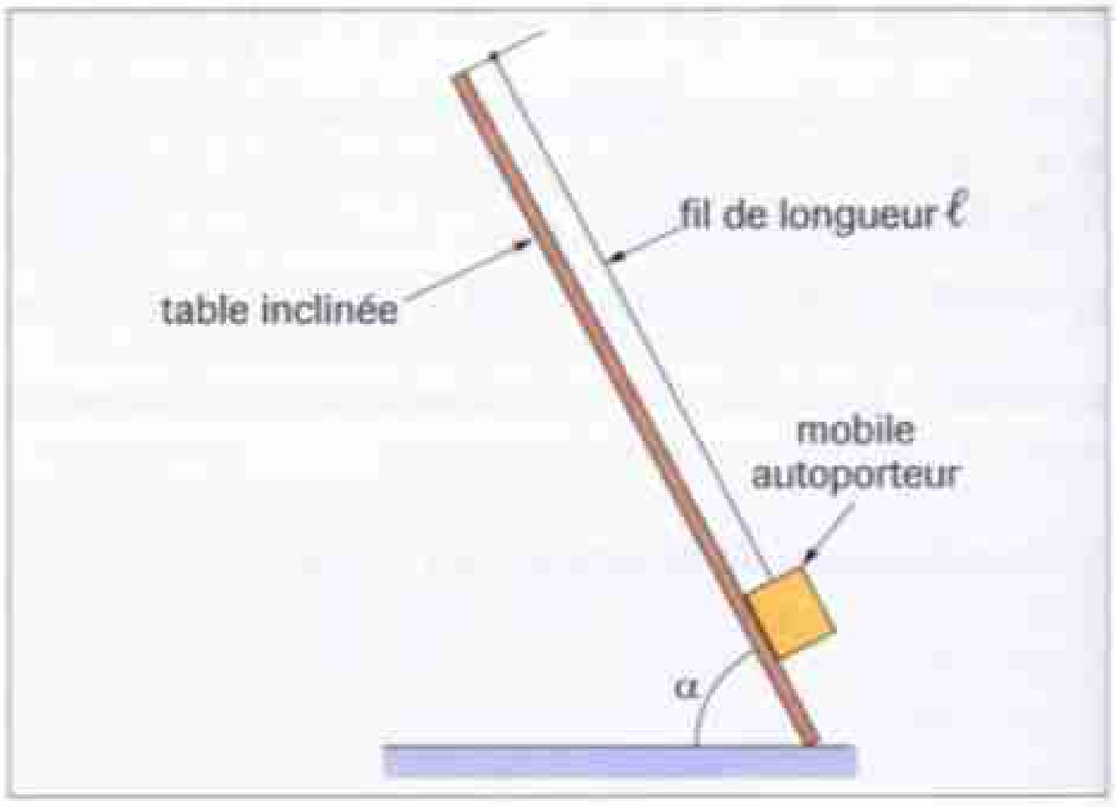
a. Quel est le graphique le plus simple à exploiter ?

b. La relation littérale entre T et ℓ peut alors s'écrire $T = k\ell^a$. Donner les valeurs de a et k.

3. Influence de la valeur du champ de pesanteur

On ne peut pas modifier la valeur du champ de pesanteur. Toutefois, grâce au dispositif représenté ci-dessous, tout se passe comme si le pendule était vertical et placé dans un champ de pesanteur de valeur g' tel que : $g' = g \sin \alpha$ avec $g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$.

Description du dispositif : sur une table inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale, un petit mobile autoporteur de masse $m = 125$ g est suspendu à un point fixe, par un fil de longueur $\ell = 24{,}4$ cm.



Pour différentes valeurs de α (on modifie alors la valeur de g'), on mesure la durée Δt de 20 oscillations de faible amplitude. On obtient les mesures suivantes :

α (°)	90	70	50	30	20	10
Δt (s)	19,9	20,6	22,6	28,2	33,9	46,5
$\frac{1}{\sqrt{g'}}$ ($m^{-1/2} \cdot s$)	0,32	0,33	0,36	0,45	0,55	0,77

a. Tracer, sur papier millimétré, la courbe représentative des variations de T en fonction de $\left(\frac{1}{\sqrt{g'}}\right)$.

(Échelles : en abscisses 1 cm ≙ 0,05 $m^{-1/2} \cdot s$ et en ordonnées 1 cm ≙ 0,2 s).

b. Donner, sous forme littérale, l'équation de cette courbe.

III. Conclusion

1. La pseudo-période peut se mettre sous la forme :

$$T = C\sqrt{\frac{\ell}{g}} \text{ où } C \text{ est une constante.}$$

Montrer que C est une grandeur sans dimension.

2. Déterminer la valeur de C à partir de la valeur de k obtenue à la question **II. 2. b**.

CHAPITRE 16

Le dispositif solide-ressort



Comment peser les astronautes lorsqu'ils évoluent en état d'impesanteur? On utilise un instrument monté sur ressorts sur lequel l'astronaute prend place. Puis on mesure la période des oscillations du système solide-ressort ainsi constitué.

▶ **De quelles grandeurs physiques dépend la période des oscillations?**

Objectifs

- Connaître les caractéristiques de la force de rappel exercée par un ressort.
- Savoir établir l'équation différentielle et déterminer l'équation horaire du mouvement du pendule élastique horizontal.
- Connaître et savoir exploiter l'expression de la période propre d'un pendule élastique. Savoir vérifier son homogénéité.

Plan du cours

1 Force de rappel exercée par un ressort

2 Étude dynamique du système solide-ressort

3 Amortissement des oscillations

Grâce à des ressorts, on constitue des systèmes oscillants dont on étudie la période.

Un peu d'histoire

■ Les ressorts furent d'abord utilisés comme moteur : un ressort comprimé possède de l'énergie qu'il restitue en se détendant. C'est ainsi qu'en 1502, Peter Henlein, serrurier allemand de Nuremberg, en remplaçant les poids des horloges par des ressorts, fabriqua les premières montres.

■ Les ressorts en spirale ont été utilisés très longtemps dans les montres, jusqu'à l'apparition de l'électronique dans les années 1960.

Il y avait en réalité deux ressorts en spirale par montre : l'un servait de moteur et fournissait l'énergie nécessaire à l'avancement des aiguilles, l'autre associé à un balancier permettait de réguler le mouvement. De nombreux réveils fonctionnent encore de cette façon.



Certaines montres fonctionnent encore avec 2 ressorts en spirale.

Activité 1

Influence de la masse du solide sur la période des oscillations

■ Accrocher une première masse marquée à l'extrémité d'un ressort dont l'autre extrémité est fixée à un support. Mettre cette masse en mouvement et mesurer la durée de 10 oscillations complètes. Accrocher ensuite une deuxième masse marquée puis une troisième... Noter à chaque fois la période dans le tableau suivant.

m (g)	20	40	60	80
T (s)				

▶ **1.** Pourquoi mesure-t-on la durée de 10 oscillations?

▶ **2.** Est-il préférable de déclencher le chronomètre quand le solide passe par la position d'équilibre ou par une position extrême?

▶ **3.** Quelle est l'influence de la masse sur la période des oscillations? Comparer en particulier les périodes pour les masses de 20 g et 80 g.

Activité 2

Influence de la raideur du ressort sur la période des oscillations

■ Quand on accroche bout à bout deux ressorts identiques, on obtient un ressort deux fois plus long, dont la raideur est égale à la moitié de celle des ressorts utilisés. Accrocher une masse à l'extrémité d'un ressort. Mettre la masse en mouvement et mesurer la durée de 10 oscillations complètes. Accrocher ensuite la même masse à l'extrémité de deux ressorts mis bout à bout.

▶ **1.** Pourquoi faut-il à chaque fois utiliser la même masse?

▶ **2.** Comment évolue la période des oscillations quand la raideur du ressort diminue?



Physique et vocabulaire

■ **Spirale** n.f. Courbe plane qui décrit des révolutions autour d'un point fixe en s'écartant de plus en plus.

■ **Hélice** n. f. Courbe engendrée par le déplacement régulier d'un point sur la surface libre d'un cylindre de révolution.

L'énigme du chapitre

Comment modifier la période des oscillations d'un système solide-ressort en gardant le même ressort, le même solide et sans changer l'amortissement?

1 Force de rappel exercée par un ressort

1. 1. Mise en évidence

Une boule est accrochée à un ressort vertical (fig. 1).
Si on néglige la poussée d'Archimède exercée par l'air, la boule en équilibre est soumise à deux forces qui se compensent :
- son poids $\vec{P}$;
- la force $\vec{F}$ exercée par le ressort, verticale, dirigée vers le haut.

Cette force $\vec{F}$, exercée par le ressort allongé ou comprimé sur l'objet accroché à son extrémité libre, est appelée **force de rappel** du ressort.

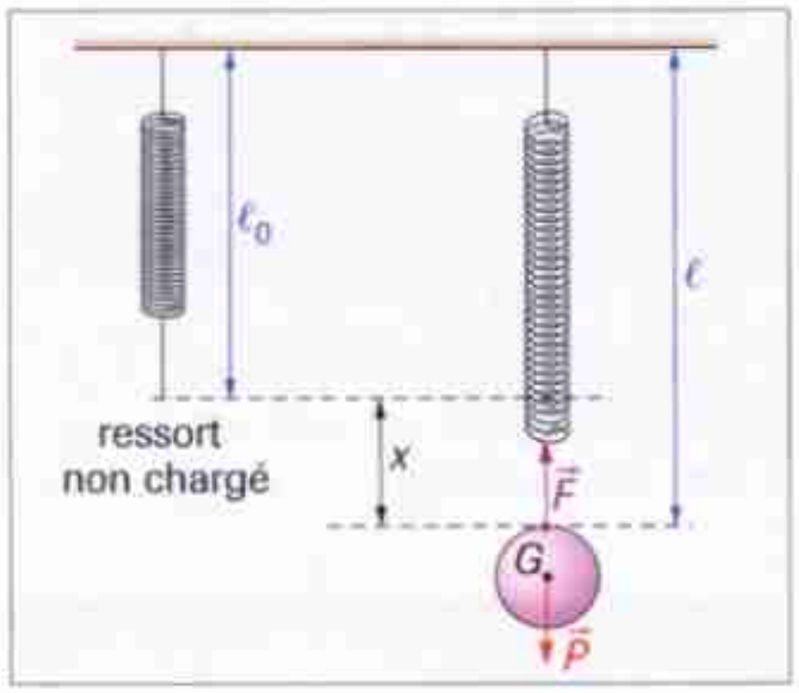


Fig. 1 La boule accrochée au ressort est soumise à 2 forces. La force $\vec{F}$ est la force de rappel du ressort.

1. 2. Caractéristiques de la force de rappel

Dans le cas d'un ressort à spires non jointives, la valeur de la force de rappel exercée par le ressort étiré ou comprimé est proportionnelle à la valeur absolue de la variation de longueur du ressort ou **allongement algébrique** x :

$$F = k|\ell - \ell_0| = k|x|$$

Le coefficient k est appelé constante de raideur ou, plus simplement, **raideur du ressort**. Il s'exprime en $N \cdot m^{-1}$.
Orientons l'axe du ressort grâce au vecteur unitaire $\vec{i}$ et choisissons pour origine l'extrémité libre du ressort au repos O.

- Si le ressort est comprimé (fig. 2), la force qu'il exerce est dirigée dans le sens du vecteur $\vec{i}$. Dans ce cas $x < 0 \Rightarrow -kx > 0$.

La force de rappel s'exprime par la relation :

$$\vec{F} = -kx\vec{i}$$

- Si le ressort est allongé (fig. 3), la force qu'il exerce est dirigée dans le sens opposé au vecteur $\vec{i}$.

Cette fois, x est positif mais la force étant opposée à $\vec{i}$, elle s'exprime encore par la relation :

$$\vec{F} = -kx\vec{i}$$

La force de rappel d'un ressort est la force exercée par le ressort sur le corps en contact avec son extrémité libre.

Cette force est dirigée suivant l'axe du ressort et a pour expression vectorielle :

$$\vec{F} = -kx\vec{i}$$

dans laquelle k est la raideur du ressort, exprimée en $N \cdot m^{-1}$ et x la valeur algébrique de l'allongement du ressort exprimée en mètres.

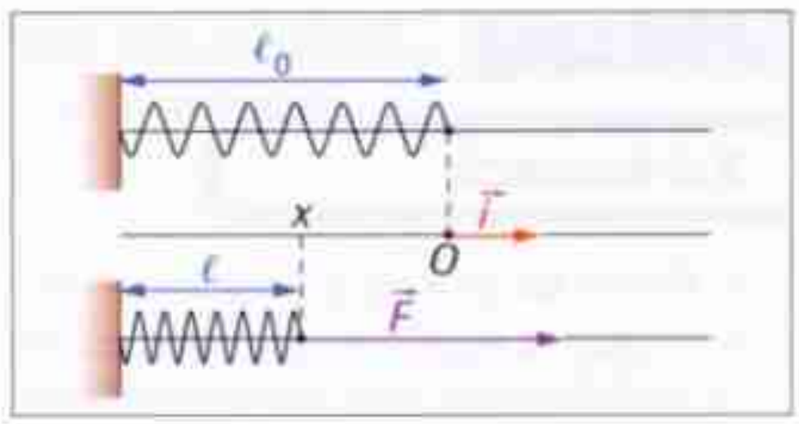


Fig. 2 Quand le ressort est comprimé, la force de rappel $\vec{F}$ est dans le sens de $\vec{i}$ et x est négatif.

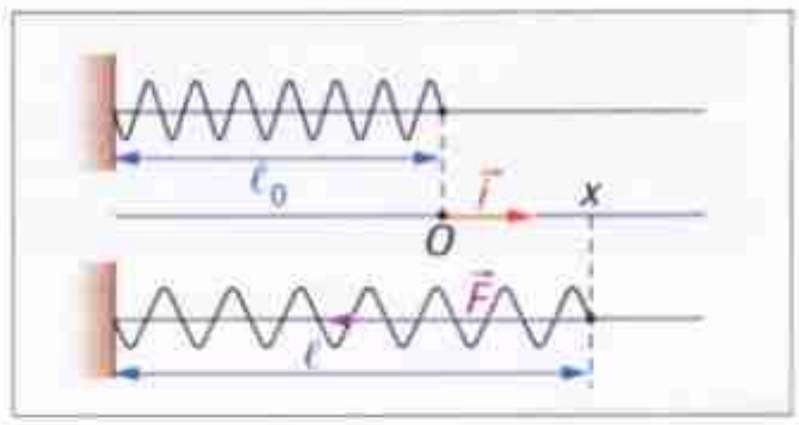


Fig. 3 Quand le ressort est allongé, la force de rappel $\vec{F}$ est dans le sens inverse de $\vec{i}$ et x est positif.

Remarques

- En physique, on appelle force de rappel toute force qui tend à ramener un système vers sa position d'équilibre stable. Vérifier, aux figures 2 et 3, que l'effet de la force $\vec{F}$ est de ramener l'extrémité libre du ressort au point O.
- La proportionnalité entre l'allongement et la valeur de la force n'est vraie que si on ne dépasse pas la limite d'élasticité du ressort c'est-à-dire si le ressort reprend sa longueur initiale quand la déformation cesse.

▶ *Voir exercices n°s 6 et 7, page 297*

EXERCICE RÉSOLU **Déterminer la force de rappel d'un ressort**

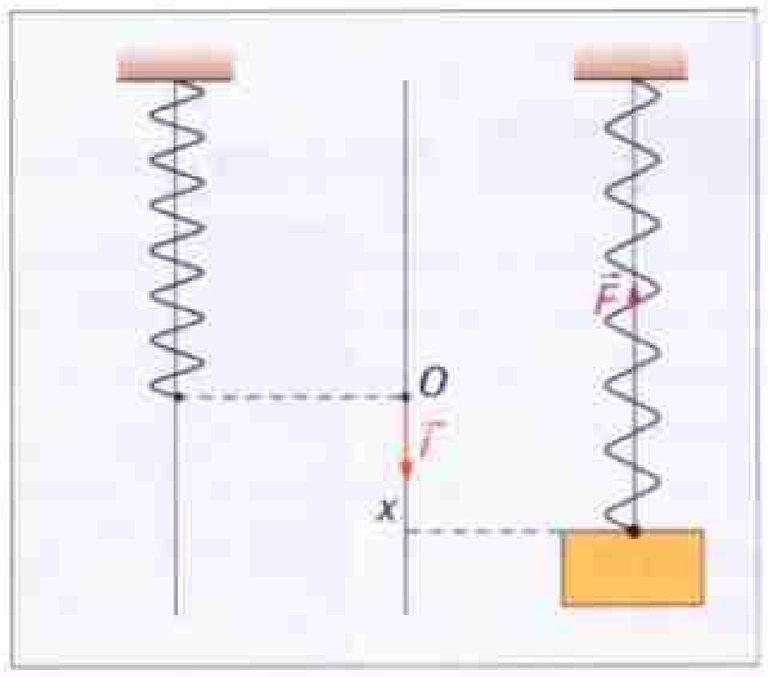
Énoncé

On accroche une charge à l'extrémité d'un ressort vertical à spires non jointives, de longueur initiale $\ell_0 = 20$ cm et de constante de raideur $k = 50\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$.
Le ressort prend alors une longueur $\ell = 24$ cm.
Donner les caractéristiques de la force de rappel exercée par le ressort sur la charge.

Solution

Orientons l'axe du ressort vers le bas. Sous l'effet de la charge, le ressort s'allonge : $x > 0$.
La force de rappel est donc verticale et dirigée vers le haut.
($-kx < 0 \Rightarrow \vec{F}$ est de sens opposé à $\vec{i}$).
Pour calculer sa valeur, il ne faut pas oublier d'exprimer les longueurs en mètres :

$F = 50 \times (0{,}24 - 0{,}20) = \mathbf{2{,}0\ N}$.

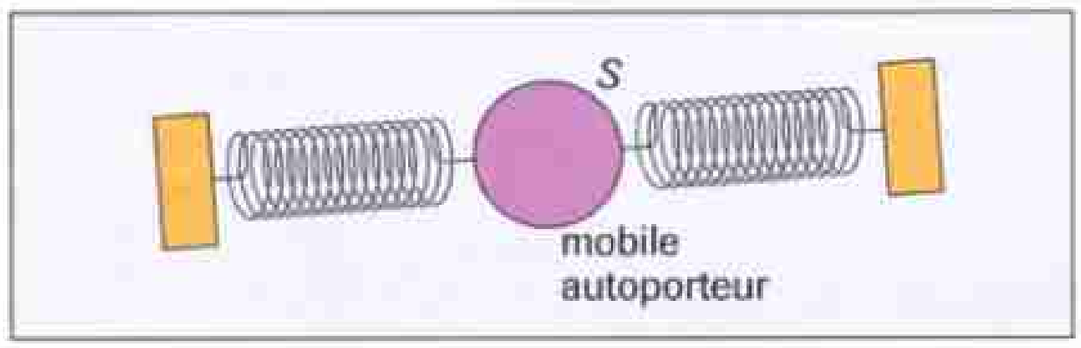


2 Étude dynamique du système solide-ressort

2. 1. Nature du mouvement

EXPÉRIENCE

- Relier un mobile à deux ressorts.
- Mettre la soufflerie du banc en marche puis déplacer le mobile de sa position d'équilibre.
- Lâcher le mobile sans vitesse initiale puis faire apparaître l'enregistrement du mouvement.



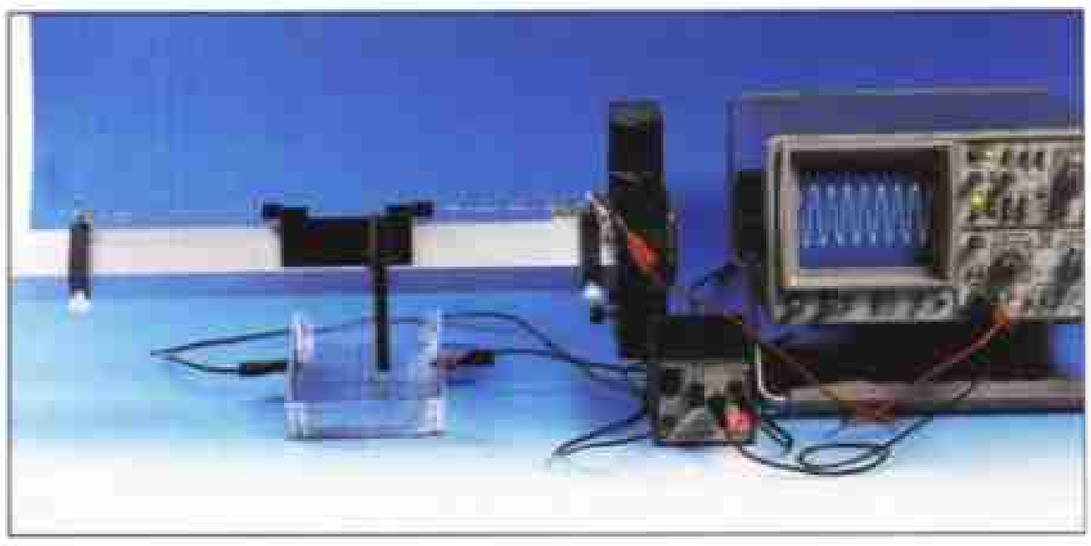


FIG. 4 Montage expérimental pour étudier le mouvement d'un mobile autoporteur relié à deux ressorts.

OBSERVATION

La courbe obtenue sur l'écran de l'oscilloscope à mémoire, pour une observation de très courte durée, est périodique (c'est une sinusoïde) (fig. 5).

INTERPRÉTATION

Le mouvement du mobile est **périodique**.
Nous retrouverons ce résultat à partir de la deuxième loi de Newton.

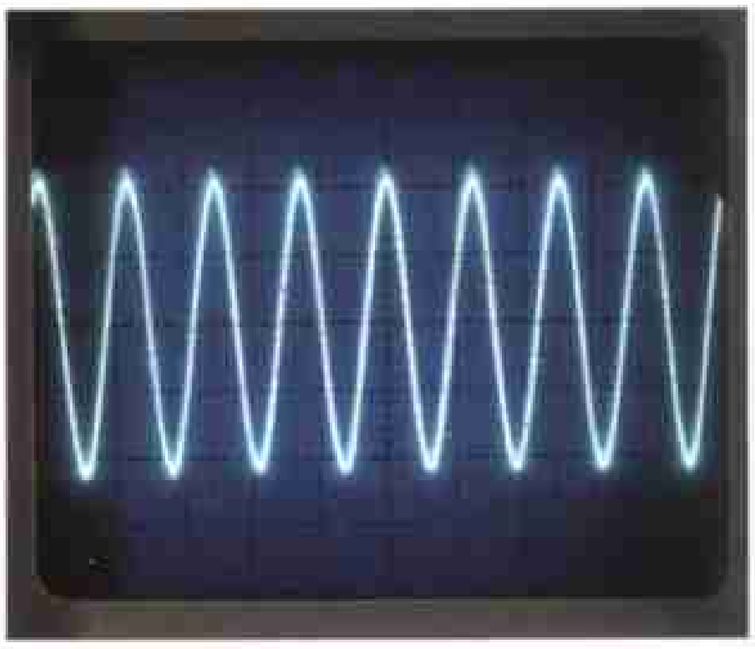


FIG. 5 Écran de l'oscilloscope à mémoire montrant la représentation graphique $x = f(t)$ du mouvement du mobile autoporteur.

2. 2. · Bilan des forces

Choisissons le mobile comme système et étudions son mouvement dans le référentiel terrestre galiléen.
Nous admettrons que l'ensemble des deux ressorts de raideur k' est équivalent à un ressort unique de raideur k (fig. 6).
Écarté de sa position d'équilibre, le mobile est soumis à quatre forces (la poussée d'Archimède est négligeable) :
- son poids $\vec{P}$ vertical et dirigé vers le bas ;
- la réaction normale du support $\vec{R}_N$ verticale et dirigée vers le haut ;
- la force de rappel du ressort : $\vec{F} = -kx\vec{i}$;
- une force de frottement $\vec{f}$ s'opposant au mouvement et représentant l'ensemble des frottements qui s'exercent sur le mobile. Dans le cas d'un frottement fluide, pour les faibles vitesses, cette force est proportionnelle à la vitesse : $\vec{f} = -\mu\vec{v} = -\mu v_x\vec{i}$.

Représentons ces forces sur un schéma sur lequel le mobile sera assimilé à son centre d'inertie G (fig. 7).

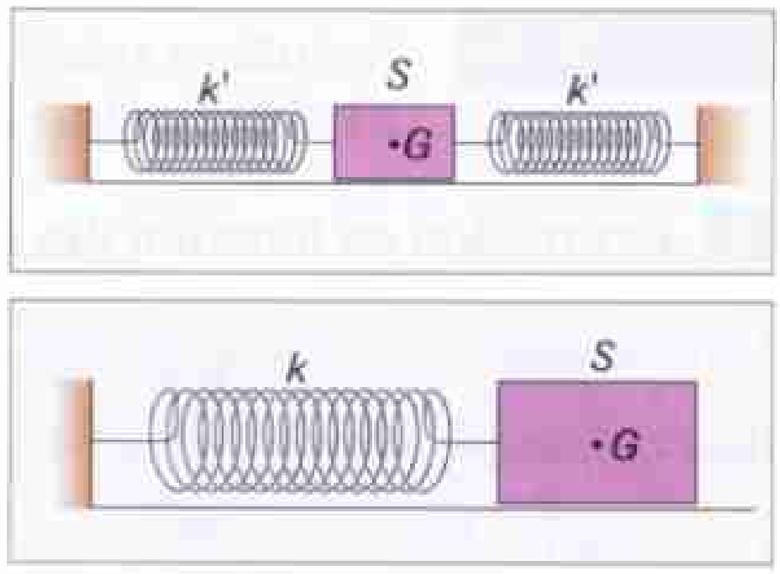


Fig. 6 On utilise un ensemble de deux ressorts équivalent à un ressort unique de raideur $k = 2k'$ pour que le mouvement de S soit rectiligne.

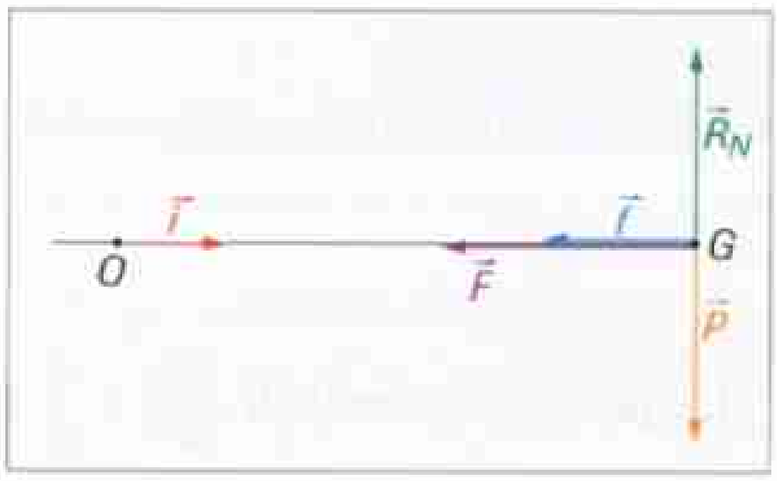


Fig. 7 Les forces s'exerçant sur le solide S sont représentées avec le point G comme point d'application.

2. 3. Équation différentielle du mouvement

Appliquons la deuxième loi de Newton au mobile S :

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_N - kx\vec{i} - \mu v_x\vec{i} = m\vec{a}_G$$

Projetons cette égalité vectorielle sur l'axe $\overrightarrow{Ox}$: $0 + 0 - kx - \mu v_x = ma_{G_x}$.
Avec $v_x = \dfrac{dx}{dt}$ et $a_x = \dfrac{d^2x}{dt^2}$, cette équation se met sous la forme :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \mu\frac{dx}{dt} + kx = 0 \text{ ou encore, après division par } m :$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\mu}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0.$$

Le mouvement d'un pendule élastique oscillant suivant l'axe $\overrightarrow{Ox}$ est caractérisé par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\mu}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0 \quad \text{ou} \quad \ddot{x} + \frac{\mu}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

dans laquelle $\dfrac{\mu}{m}$ caractérise l'amortissement (c'est le terme associé aux frottements).

Si les frottements sont négligeables devant les autres forces, ce que nous admettrons dans la suite du cours, l'équation différentielle devient :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad \text{ou} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

On appelle oscillateurs harmoniques les systèmes oscillants qui vérifient cette équation différentielle.

Remarque
Le mouvement étant rectiligne suivant l'axe $\overrightarrow{Ox}$, il n'est pas utile de projeter l'égalité vectorielle suivant l'autre axe. En effet, la vitesse étant constamment nulle sur l'axe vertical, il en est de même de l'accélération (la dérivée d'une constante est nulle) : le poids et la réaction normale se compensent.

Physique et Mathématiques

On appelle **équation différentielle** une relation entre une fonction et ses dérivées. L'équation différentielle est du premier ordre si elle ne fait intervenir que la dérivée première et du second ordre si elle fait intervenir la dérivée seconde.

▶ *Voir exercices n°s 11 et 12, page 298*

2. 4. Solution générale de l'équation différentielle

A Expression en fonction des caractéristiques du système

Vérifions que $x = x_m \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + \varphi_0\right)$ est solution de l'équation différentielle quelles que soient les valeurs de x_m et φ_0 (constantes).

$$x = x_m \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + \varphi_0\right) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = -\sqrt{\frac{k}{m}}\, x_m \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + \varphi_0\right)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right)^2 x_m \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + \varphi_0\right) = -\frac{k}{m}x.$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = -\frac{k}{m}x + \frac{k}{m}x = 0.$$

L'équation différentielle est bien vérifiée.

L'équation différentielle $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$ admet pour solution générale $x = x_m \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + \varphi_0\right)$ dans laquelle x_m et φ_0 sont des constantes.

B Période des oscillations

Soit T_0 la période propre des oscillations : quand t augmente de T_0, x reprend la même valeur avec le même sens de variation. La fonction cosinus étant une fonction périodique de période 2π, cela signifie que $\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + \varphi_0\right)$ augmente de 2π quand t augmente de T_0. Donc :

$$\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,(t + T_0) + \varphi_0\right) - \left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + \varphi_0\right) = 2\pi$$

$$\sqrt{\frac{k}{m}}\, T_0 = 2\pi \Rightarrow \boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Vérifions par analyse dimensionnelle, l'homogénéité de cette expression.
T_0 a la dimension d'un temps T, 2π est sans dimension et m a la dimension d'une masse M.

Pour trouver la dimension de k, utilisons les relations que nous connaissons :

$$F = k|x| \text{ et } F = ma \Rightarrow k = \frac{ma}{|x|} \Rightarrow [k] = \frac{M \times LT^{-2}}{L} = MT^{-2};$$

$$\left[\sqrt{\frac{m}{k}}\right] = \left(\frac{M}{MT^{-2}}\right)^{\frac{1}{2}} = (T^2)^{\frac{1}{2}} = T.$$

La relation est bien homogène.

Un pendule élastique horizontal formé d'une masse m accrochée à un ressort de raideur k oscille avec une période propre :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

PHYSIQUE ET MATHÉMATIQUES

- Attention, la variable est le temps t x est donc une fonction composée.
- Ne pas oublier que :
$(\cos u)' = -(\sin u) \times u'$
$(\sin u)' = (\cos u) \times u'$.

▶ *Voir exercices n° 14 et 15, page 299*

C Expression de la solution en fonction de la période

De l'expression de la période, on tire : $\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T_0}$

$$x = x_m \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + \varphi_0\right) \Leftrightarrow x = x_m \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0} + \varphi_0\right).$$

La solution générale de l'équation différentielle du mouvement d'un pendule élastique peut se mettre sous la forme :

$$x = x_m \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0} + \varphi_0\right)$$

dans laquelle T_0 est la période propre des oscillations.

x_m est la plus grande valeur que peut prendre x ; il représente l'amplitude du mouvement (fig. 8).

$2\pi \frac{t}{T_0} + \varphi_0$ est la phase à la date t. φ_0 est une constante qui dépend des conditions initiales du mouvement. Elle est appelée phase à l'origine des temps ($t = 0$) et s'exprime en radians.

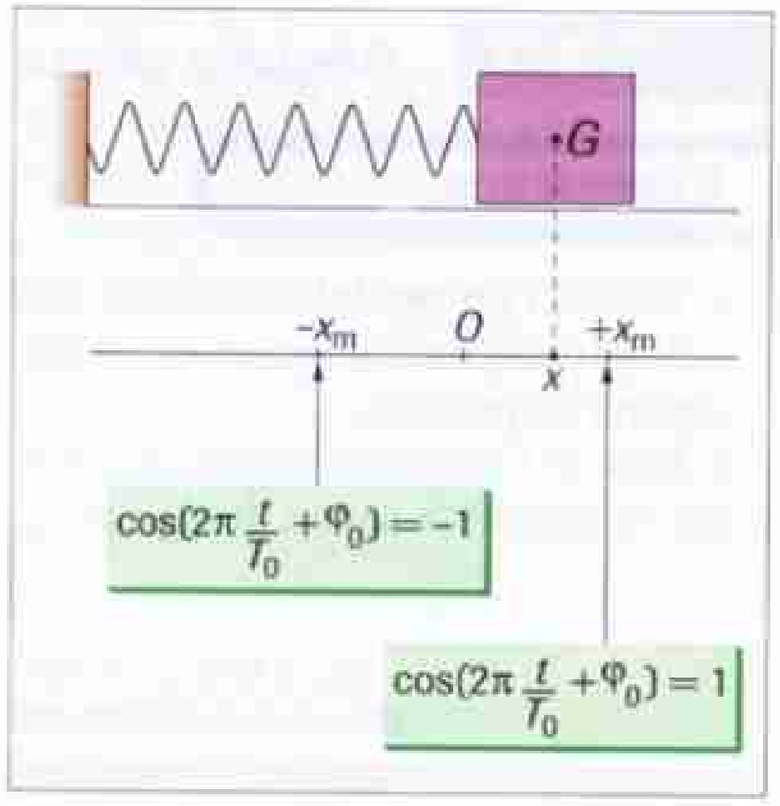


Fig. 8 Oscillations de G entre $x = +x_m$ et $x = -x_m$.

2. 5. Équation horaire du mouvement

La solution générale vérifie l'équation différentielle du mouvement quelles que soient les valeurs de x_m et φ_0 mais, à chaque mouvement correspond une solution particulière et une seule qui dépend des conditions initiales.
Déterminer l'équation horaire du mouvement, c'est déterminer les valeurs des constantes x_m et φ_0.

▪ Exemple

Supposons qu'à la date $t = 0$, on lâche le solide sans vitesse initiale d'une position $x = a > 0$.
Calculons x_m et φ_0.

La solution générale indique que, pour $t = 0$: $x = x_m \cos \varphi_0$.
Comme nous savons qu'à cet instant $x = a$, nous obtenons une première condition :

$$a = x_m \cos \varphi_0. \qquad (1)$$

Il nous faut une deuxième relation puisque nous avons deux inconnues. Elle nous est fournie par la condition initiale sur la vitesse : à la date $t = 0$, $v_x = 0$.

Exprimons la vitesse du solide : $v_x = \frac{dx}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} x_m \sin\left(2\pi \frac{t}{T_0} + \varphi_0\right)$

À la date $t = 0$: $v_x = 0 = -\frac{2\pi}{T_0} x_m \sin \varphi_0$.

On en déduit $\sin \varphi_0 = 0$; d'où les deux valeurs pour φ_0 : $\varphi_0 = 0$ ou $\varphi_0 = \pi$.

Reportons ces valeurs dans la condition (1) :
• $\varphi_0 = 0 \Rightarrow \cos \varphi_0 = 1 \Rightarrow x_m = a$
• $\varphi_0 = \pi \Rightarrow \cos \varphi_0 = -1 \Rightarrow x_m = -a$. Cette solution est impossible puisque a et x_m sont des grandeurs positives.

On obtient finalement, pour ce mouvement, l'équation :

$$x = a \cos 2\pi \frac{t}{T_0}$$

3 Amortissement des oscillations

3. 1. Régime pseudo-périodique

Expérience

• Réaliser un pendule élastique vertical et immerger le solide dans une solution conductrice qui permet de repérer sa position.
• Lancer l'acquisition puis recommencer l'expérience en changeant la nature du liquide (fig. 9).



Fig. 9 Mise en évidence de l'amortissement des oscillations d'un pendule.

Observations

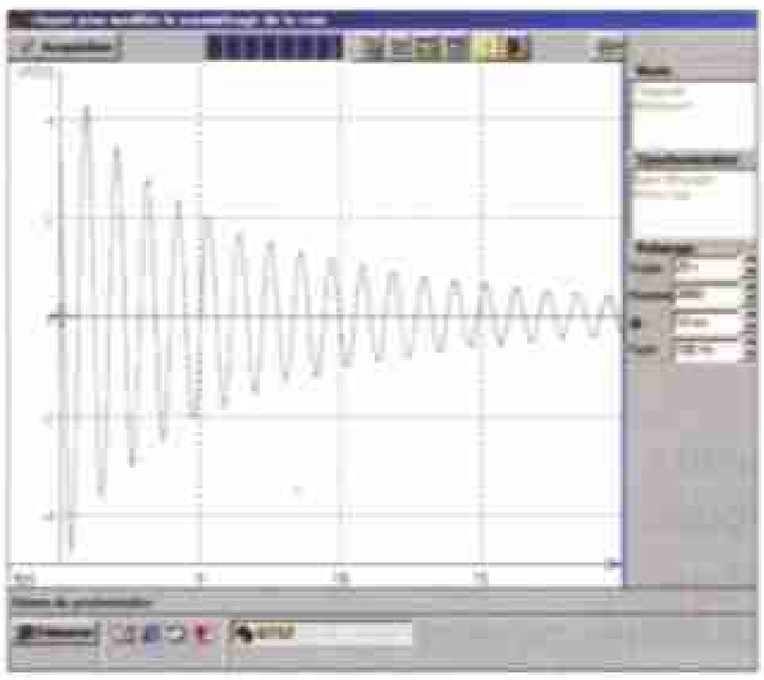


Fig. 10 Oscillations peu amorties (liquide peu visqueux).

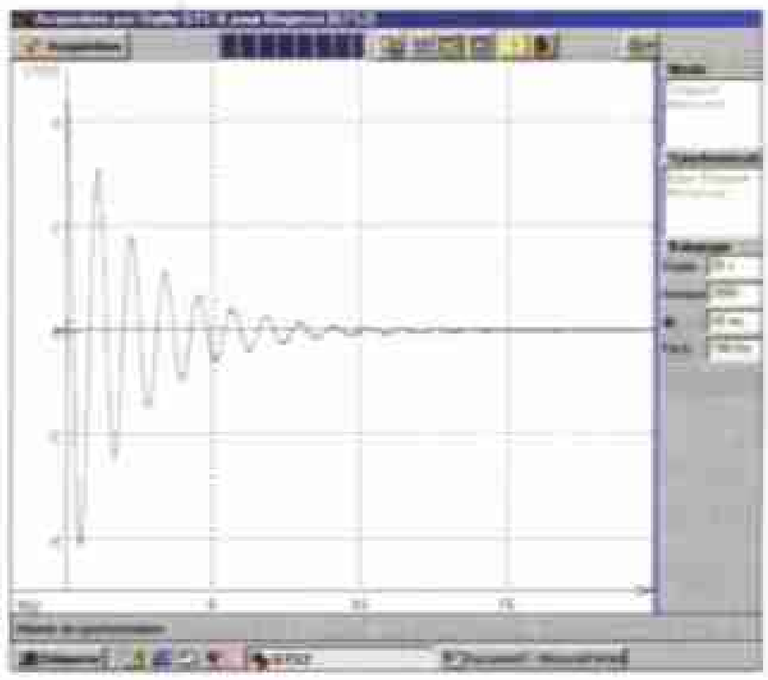


Fig. 11 Oscillations très amorties (liquide visqueux).

Le régime des oscillations est dit **pseudo-périodique** ; si le liquide est peu visqueux, les oscillations s'amortissent lentement (fig. 10) et si le liquide est visqueux, elles s'amortissent plus rapidement (fig. 11).
Donc, plus le liquide est visqueux, plus les oscillations sont amorties.
Les mesures réalisées sur les enregistrements ci-dessus montrent en outre que la pseudo-période n'est pratiquement pas modifiée.

Interprétation

Les frottements exercés par la solution sur le solide immergé augmentent avec la viscosité. **Les oscillations sont d'autant plus amorties que les frottements sont plus importants.** On retrouve un phénomène analogue à celui observé avec le pendule pesant.

3. 2. Régime apériodique

Quand la viscosité de la solution devient importante, le solide écarté de sa position d'équilibre y retourne sans osciller : c'est le **régime apériodique** (fig. 12)

Quand on augmente les frottements, l'amplitude et le nombre des oscillations du solide diminuent rapidement. Tant que l'amortissement est assez faible, la pseudo-période est pratiquement égale à la période propre T_0 du système non amorti.
Quand les frottements deviennent trop importants, le solide n'oscille plus. C'est le régime apériodique.

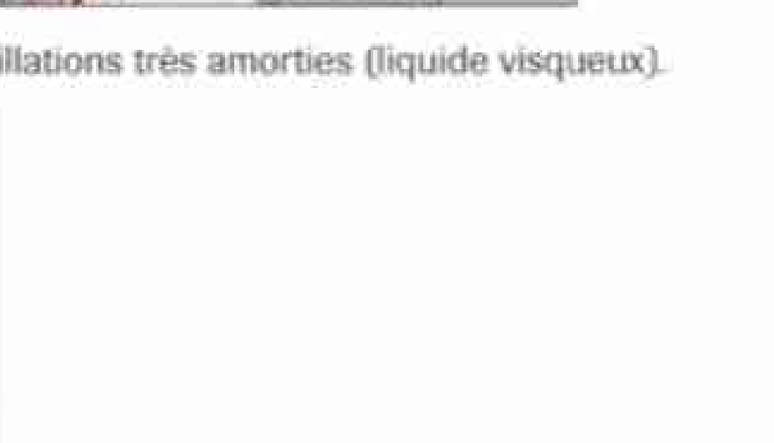


Fig. 12 Régime apériodique pour un amortissement très important.

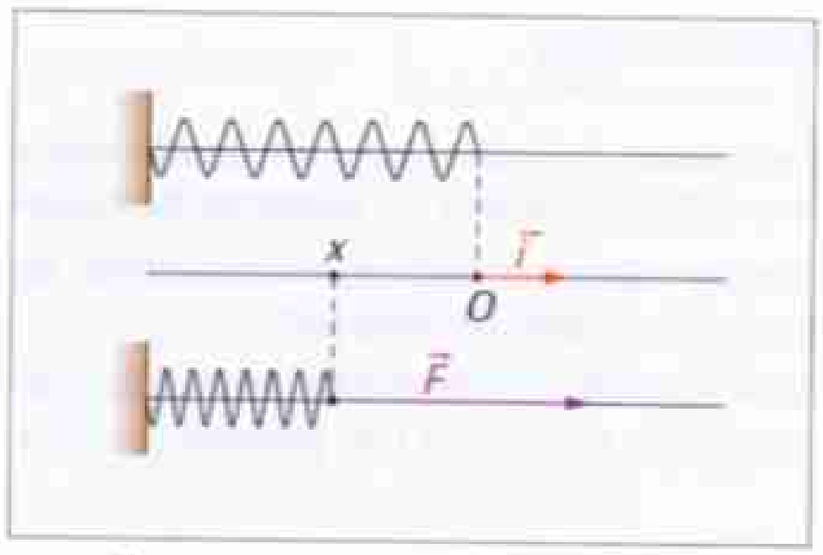
1 Force de rappel exercée par un ressort

■ La force de rappel d'un ressort est la force exercée par le ressort sur le corps en contact avec son extrémité libre.

■ Cette force est dirigée suivant l'axe du ressort. Que le ressort soit comprimé ou allongé, elle a pour expression vectorielle :

$$\vec{F} = -kx\vec{i}$$

dans laquelle k est la raideur du ressort, exprimée en $N \cdot m^{-1}$ et x la valeur algébrique de la variation de longueur du ressort (ou allongement algébrique), exprimée en mètres.



$x<0$: $\vec{F}$ est dans le sens de $\vec{i}$.

2 Étude dynamique du système solide-ressort

■ Le mouvement du solide d'un pendule élastique s'étudie dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

La projection, sur l'axe du mouvement, de la deuxième loi de Newton appliquée au solide, permet d'établir, dans le cas d'un mouvement sans frottement, l'équation différentielle :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad \text{ou} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

■ Cette équation différentielle admet pour solution :

$$x = x_m \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + \varphi_0\right)$$

dans laquelle x_m et φ_0 sont des constantes.

x_m est l'amplitude du mouvement, exprimée en mètres, φ_0 est la phase à l'origine exprimée en radians.

On peut également exprimer la solution générale en fonction de la **période propre T_0** :

$$x = x_m \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0} + \varphi_0\right)$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

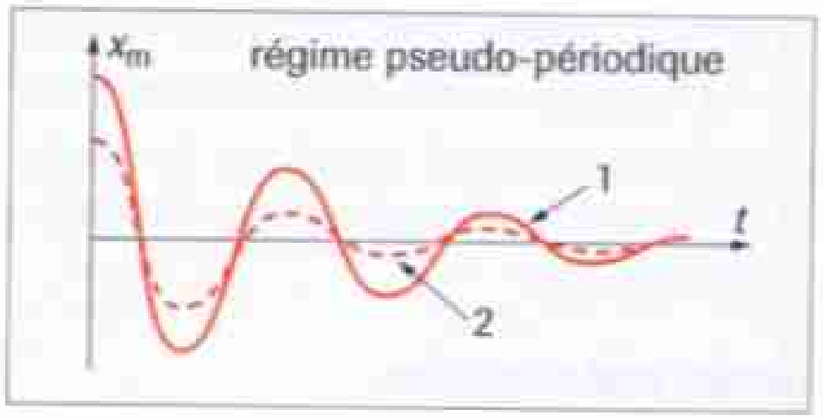
Cette formule est homogène ; $\sqrt{\frac{m}{k}}$ a la dimension d'un temps.

■ Établir l'équation horaire du mouvement, c'est déterminer les valeurs de x_m et φ_0 qui correspondent au mouvement étudié. On utilise pour cela les conditions initiales (position et vitesse du solide à la date $t = 0$) qui nous donnent les deux équations nécessaires.

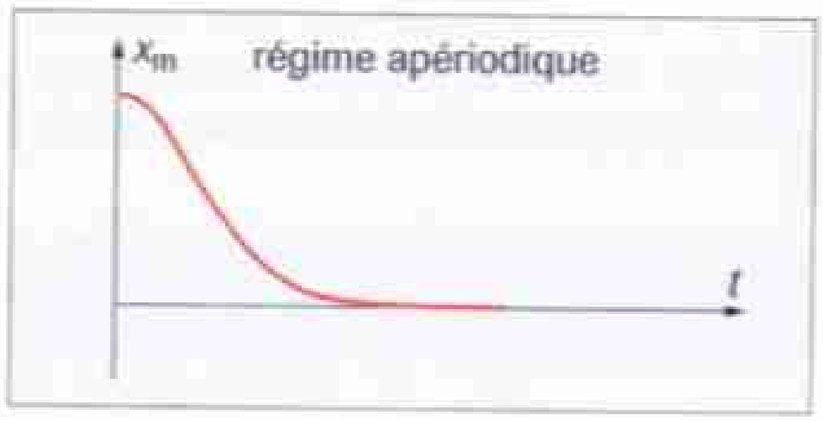
3 Amortissement des oscillations

■ Quand l'amortissement est faible, le solide revient en position d'équilibre en oscillant : c'est le **régime pseudo-périodique**. La pseudo-période est voisine de la période propre du pendule.

Quand l'amortissement augmente, l'amplitude et le nombre des oscillations diminuent rapidement.



■ Pour un amortissement plus important, il n'y a plus d'oscillations : c'est le **régime apériodique**.



Mots-clés

- Force de rappel
- Raideur d'un ressort
- Amplitude
- Phase à l'origine
- Période propre
- Pseudo-période
- Amortissement
- Régime pseudo-périodique
- Régime apériodique

▶ *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

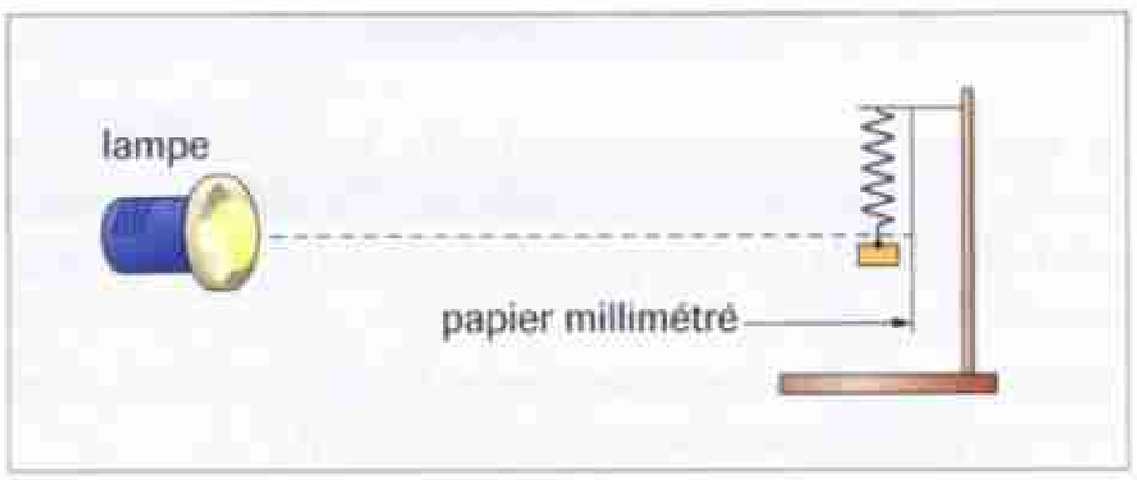
Mesure de la raideur d'un ressort

La raideur d'un ressort est le coefficient de proportionnalité entre la valeur de la force de rappel et l'allongement : $F = k|x|$. Vous pouvez utiliser deux méthodes pour déterminer la raideur k.

Matériel

- Un ressort vertical monté sur une potence.
- Une boîte de masses à crochet.
- Une feuille de papier millimétré fixée sur un support (carton).
- Une lampe de bureau à verre non dépoli.
- Un chronomètre.

Schéma du montage



- Fixer le papier millimétré le plus près possible du ressort. Placer la lampe à l'autre extrémité de la paillasse.
- Avec un fil, faire un petit nœud sur le crochet du ressort. C'est l'ombre de ce nœud qui va permettre de mesurer l'allongement.

Réflexions préalables

- Pourquoi faut-il utiliser une lampe à verre clair ?
- Pourquoi faut-il placer la lampe très loin et le papier millimétré très près du ressort ?
- Montrer, à l'aide d'un schéma, que si la lampe est à deux mètres du ressort et le papier millimétré à moins de 2 cm, l'erreur systématique sur la mesure est inférieure à 1 %.
- Montrer à l'aide du même schéma que si les conditions précédentes ne sont pas réalisées, on peut toujours déduire l'allongement réel du ressort de la mesure sur papier.

Manipulation 1

Objectif : Mesurer la raideur d'un ressort par une méthode statique.

1. Accrocher successivement à l'extrémité du même ressort les différentes masses à crochet.
2. Marquer sur le papier millimétré, pour chacune des masses, l'ombre du nœud.
3. Mesurer pour chacune des masses l'allongement du ressort et compléter le tableau suivant.

m (g)	20	50	70	100
x (m)				

4. Tracer sur papier millimétré la représentation graphique de la fonction $m = f(x)$.

▶ Questions

1. Quelle relation théorique peut-on établir entre la masse suspendue et l'allongement du ressort à l'équilibre ?

2. La courbe obtenue expérimentalement est-elle en accord avec ce résultat théorique ?

3. Calculer le coeficient directeur de la droite obtenue. En déduire la raideur du ressort (on prendra $g = 9{,}81\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$).

Manipulation 2

Objectif : Mesurer la raideur du même ressort par une méthode dynamique.

1. Accrocher successivement à l'extrémité du même ressort les différentes masses à crochet.
2. Mesurer pour chacune des masses la durée de 10 oscillations complètes ; en déduire la période propre T_0 des oscillations et compléter le tableau ci-dessous.

m (g)	20	50	70	100
T_0 (s)				

3. Tracer la représentation graphique de la fonction $m = f(T_0^2)$.

▶ Questions

1. Pourquoi tracer $m = f(T_0^2)$ et non $m = g(T_0)$?

2. Calculer la valeur du coefficient directeur de la droite obtenue et en déduire la raideur du ressort.

3. Comparer les résultats obtenus par les deux méthodes et conclure.

4. Laquelle des deux méthodes donne la raideur avec la meilleure précision ?

5. Comment procéder pour améliorer cette précision ?

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Oscillations d'un pendule élastique

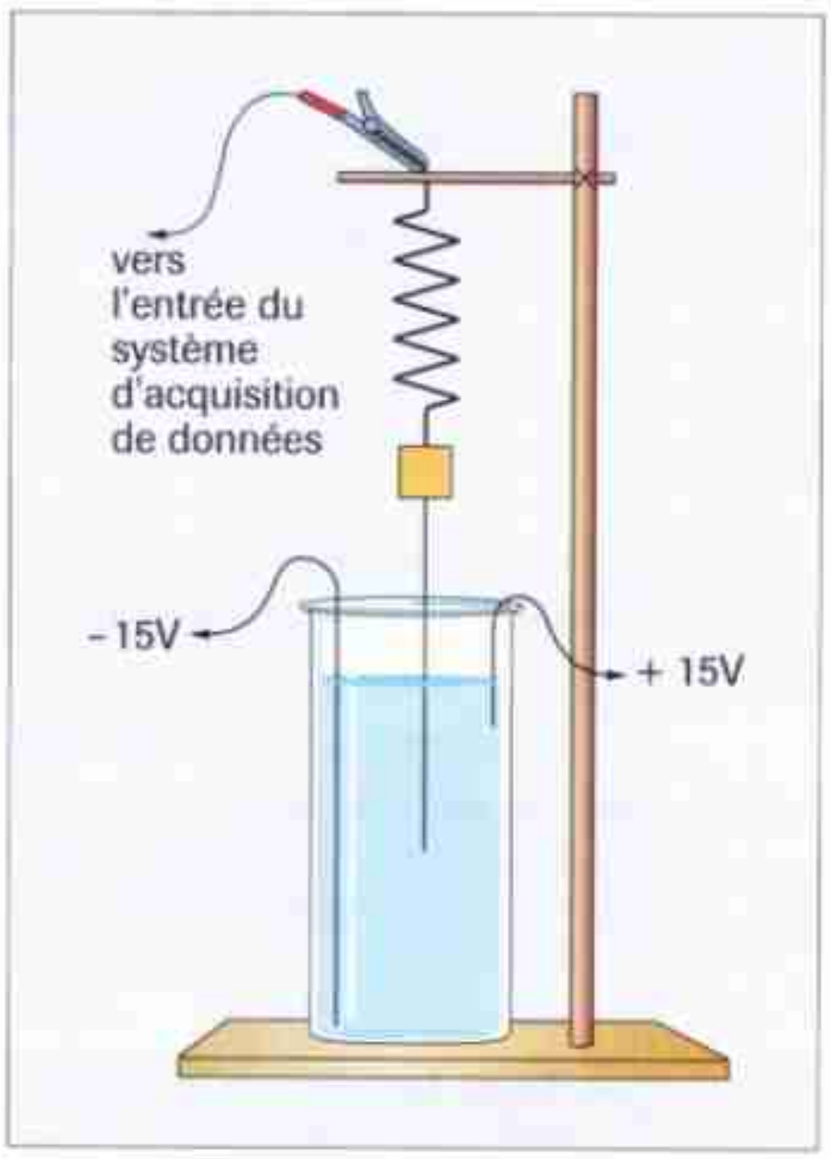
Étude des oscillations plus ou moins amorties d'un pendule élastique vertical

Matériel

- Une alimentation – 15 V, 0 V, + 15 V ou deux piles.
- Un pendule constitué d'une masse pouvant coulisser sur un fil électrique rigide dénudé aux deux extrémités. L'une des extrémités est fixée au ressort.
- Un récipient assez haut (éprouvette à pied).
- Des solutions de saccharose de différentes concentrations dont une saturée.
- Un dispositif d'acquisition + ordinateur + imprimante.
- Des fils de connexion.

Schéma du montage

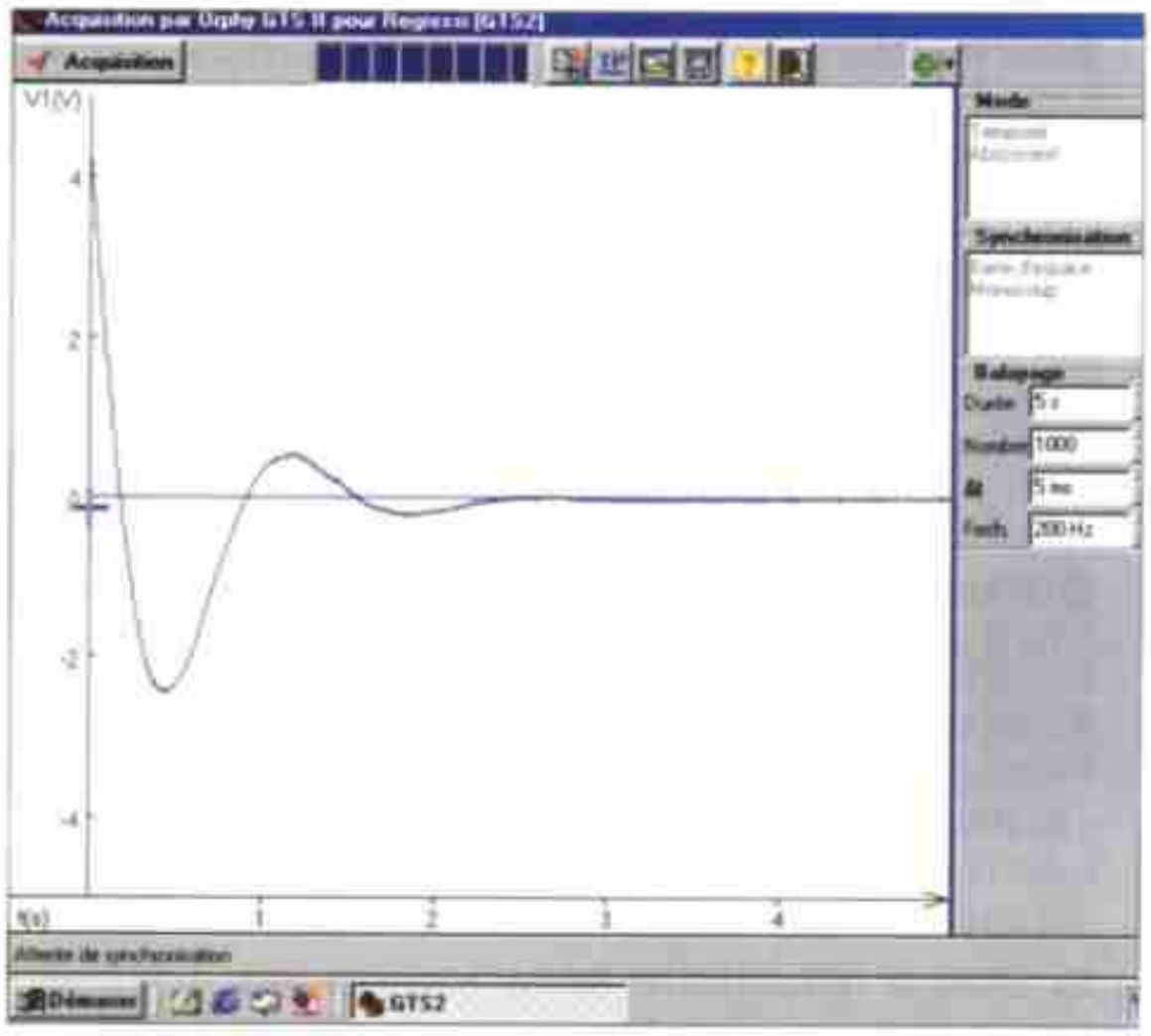
1. Plonger un fil de telle sorte que son extrémité dénudée soit au fond du récipient. Brancher l'autre extrémité sur la sortie – 15 V de l'alimentation.
2. Plonger un deuxième fil à la surface de la solution. Le relier à la borne + 15 V de l'alimentation.
3. Relier la masse de l'alimentation à la masse du système d'acquisition et l'extrémité supérieure du ressort à l'entrée de ce même système.
4. Régler la hauteur de la potence de telle sorte que l'extrémité du pendule soit au potentiel 0 V quand la masse est en équilibre.



Manipulation

Objectifs : Étudier l'influence de l'amortissement sur la pseudo-période.
Réaliser un régime apériodique.

1. Réaliser un premier enregistrement en remplissant le récipient avec de l'eau du robinet.
2. Faire coulisser la masse sur le fil de telle sorte qu'elle plonge dans la solution puis régler la hauteur de la potence pour remettre l'extrémité du fil au potentiel 0 V.
3. Faire plusieurs enregistrements en changeant de solution à chaque fois (de la moins concentrée à la plus concentrée).
4. Faire un dernier enregistrement avec la solution saturée.



Influence de l'amortissement : le nombre de pseudo-oscillations diminue quand l'amortissement augmente.

▶ Questions

1. Pourquoi l'extrémité du fil ne reste-t-elle pas au potentiel 0 V quand on change de solution ?

2. Mesurer la pseudo-période sur les divers enregistrements. Comment évolue-t-elle quand l'amortissement augmente ?

3. Calculer la variation relative d'amplitude $\frac{\Delta a}{a}$ sur une période dans les différents cas. Comment évolue-t-elle ?

EXERCICE RÉSOLU

Énoncé

Étude d'un mouvement sinusoïdal

Un cylindre de masse m = 200 g, percé suivant son axe peut coulisser sans frottement sur une tige métallique horizontale. Ce cylindre est attaché par un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur k à l'extrémité A de la tige. Lorsque le cylindre est en équilibre, son centre d'inertie G coïncide avec l'origine O de l'axe $x'x$ (fig. 1). On déplace le cylindre puis on le lâche sans vitesse initiale à l'instant choisi comme origine des dates ($t = 0$).
Un dispositif d'acquisition permet d'obtenir la représentation graphique $x = f(t)$ de l'abscisse du centre d'inertie de la masse en fonction du temps (fig. 2).

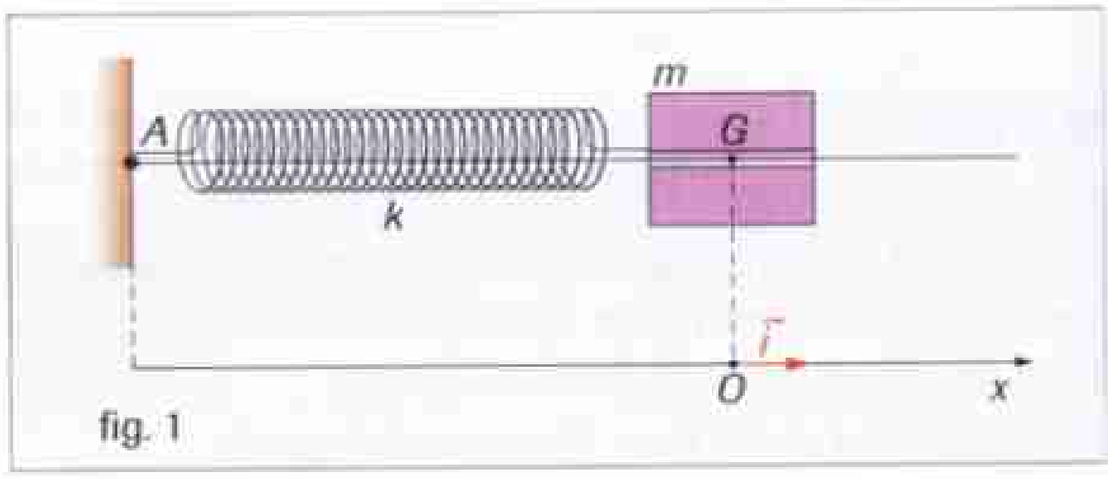


fig. 1

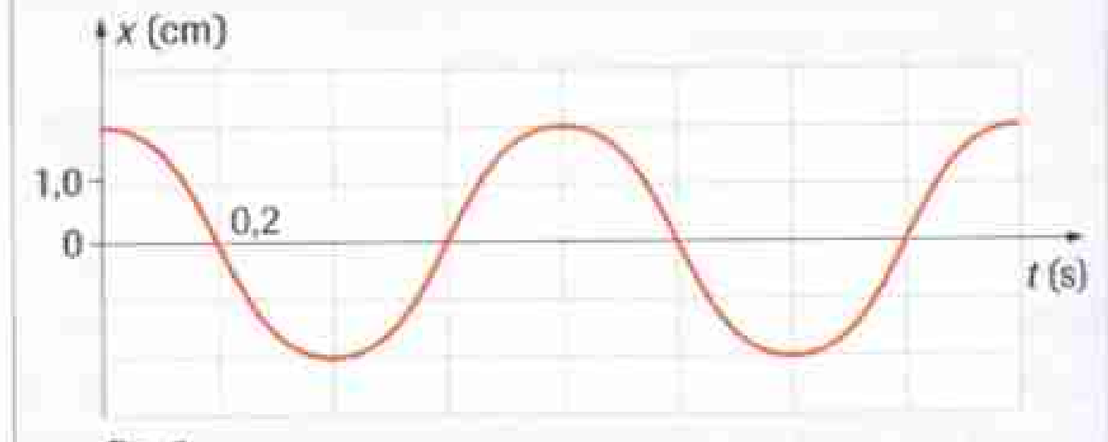


fig. 2

1. Faire le bilan des forces exercées sur le cylindre choisi comme système. On négligera toutes les forces de frottements et on assimilera le cylindre à son centre d'inertie.

2. En appliquant la deuxième loi de Newton au système, établir l'équation différentielle du mouvement.

3. Indiquer la solution générale de cette équation.

4. En utilisant la figure 2, donner l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie du cylindre.

Méthode

Déterminer l'équation horaire d'un mouvement sinusoïdal

Il faut utiliser les deux conditions initiales du mouvement :
- la position du mobile à la date $t = 0$;
- la vitesse initiale qui se calcule à partir de la position x par une dérivation :

$x = x_m \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0} + \varphi_0\right) \Rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} x_m \sin\left(2\pi \frac{t}{T_0} + \varphi_0\right)$.

À la date $t = 0$, $v_{x_0} = -\frac{2\pi}{T_0} x_m \sin(\varphi_0)$.

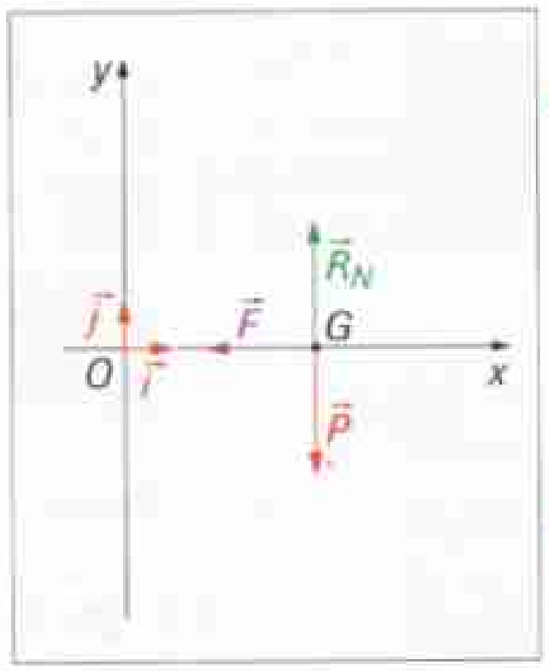
Si l'amplitude est connue, une seule condition est nécessaire.

Solution

1. Le cylindre est soumis à trois forces :
- son poids $\vec{P}$;
- la réaction de la tige $\vec{R}_N$, perpendiculaire à celle-ci car il n'y a pas de frottements ;
- la force de rappel du ressort : $\vec{F} = -kx\vec{i}$.

2. Dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, la deuxième loi de Newton s'écrit :
$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R}_N = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} - kx\vec{i} + \vec{R}_N = m\vec{a}$.
Projetons cette égalité vectorielle sur l'axe $(O, \vec{i})$:

$$0 - kx + 0 = ma_x \Leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0.$$



3. Cette équation admet comme solution générale :

$$x = x_m \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0} + \varphi_0\right)$$

x_m et φ_0 sont des constantes qui dépendent des conditions initiales du mouvement, T_0 est la période propre du pendule élastique.

4. Utilisons la représentation graphique pour déterminer x_m et φ_0 (fig. 2).
L'abscisse du solide oscille entre + 2 cm et – 2 cm. Donc : $x_m = 2{,}0$ cm.
À la date $t = 0$, $x = x_m$. En remplaçant dans la solution générale, on obtient :
$x = x_m \cos(\varphi_0) = x_m \Rightarrow \cos(\varphi_0) = 1 \Rightarrow \varphi_0 = 0$.
La période peut également se lire directement sur la courbe : $T_0 = 0{,}80$ s.
L'équation horaire du mouvement du cylindre est donc :

$$x = 2{,}0 \times 10^{-2} \cos(2{,}5\pi t)$$

Commentaires

Ne pas hésiter à faire un schéma clair des différentes forces appliquées même si ce n'est pas explicitement demandé dans l'énoncé.

Il n'est pas utile de projeter sur l'autre axe : la réaction normale et le poids se compensent.

Il est plus intéressant d'exprimer x en fonction de T_0 qu'en fonction de m et k car T_0 est directement accessible par la représentation graphique.

Quand, à la date $t = 0$, le mobile occupe une position extrémale comme c'est le cas ici, φ_0 est facile à déterminer. C'est un peu plus délicat quand le mobile passe par la position d'équilibre à la date $t = 0$ car φ_0 dépend alors du sens de passage.

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. La force de rappel d'un ressort est la force exercée … le ressort … le solide accroché à son extrémité libre.
b. Dans la solution générale de l'équation différentielle, φ_0 représente la … à … et x_m l'… du mouvement.
c. Quand l'amortissement est faible, la …-… d'un pendule élastique est pratiquement égale à sa … ….
d. La période propre d'un pendule élastique dépend de la … du solide et de la … du ressort.

2 Vrai ou faux ?

a. La période d'un pendule élastique est proportionnelle à la masse du solide.
b. Sur la Lune, un pendule élastique oscille plus vite que sur la Terre.
c. La force de rappel exercée par un ressort dépend de la longueur du ressort.
d. Quand le mobile d'un pendule élastique passe par sa position d'équilibre, son accélération est nulle.

3 QCM

a. Un dispositif solide-ressort a une période propre T_0 quand il oscille dans un plan horizontal. On fait osciller ce dispositif dans un plan vertical. La période propre des oscillations :
❑ ne change pas ;
❑ est plus grande ;
❑ est plus petite.
b. La période propre d'un pendule élastique a pour expression :
❑ $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{g}}$; ❑ $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; ❑ $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$
c. Quand on double l'amplitude des oscillations d'un pendule élastique, la vitesse de passage par la position d'équilibre :
❑ est multipliée par deux ;
❑ ne change pas ;
❑ est divisée par deux.
d. La phase à l'origine de la solution de l'équation différentielle d'un dispositif solide-ressort dépend :
❑ de la raideur du ressort ;
❑ de la masse du solide ;
❑ de la vitesse initiale et de la position initiale du solide.

4 Apprendre à rédiger

Expliquer en une phrase pourquoi on peut observer deux régimes différents pour l'évolution au cours du temps du dispositif solide-ressort et comment on passe d'un régime à l'autre.

5 Savoir-faire expérimental

Décrire un protocole expérimental permettant de montrer l'influence de l'amortissement sur la pseudo-période et l'amplitude du mouvement d'un pendule élastique.

Application des connaissances

Ressorts

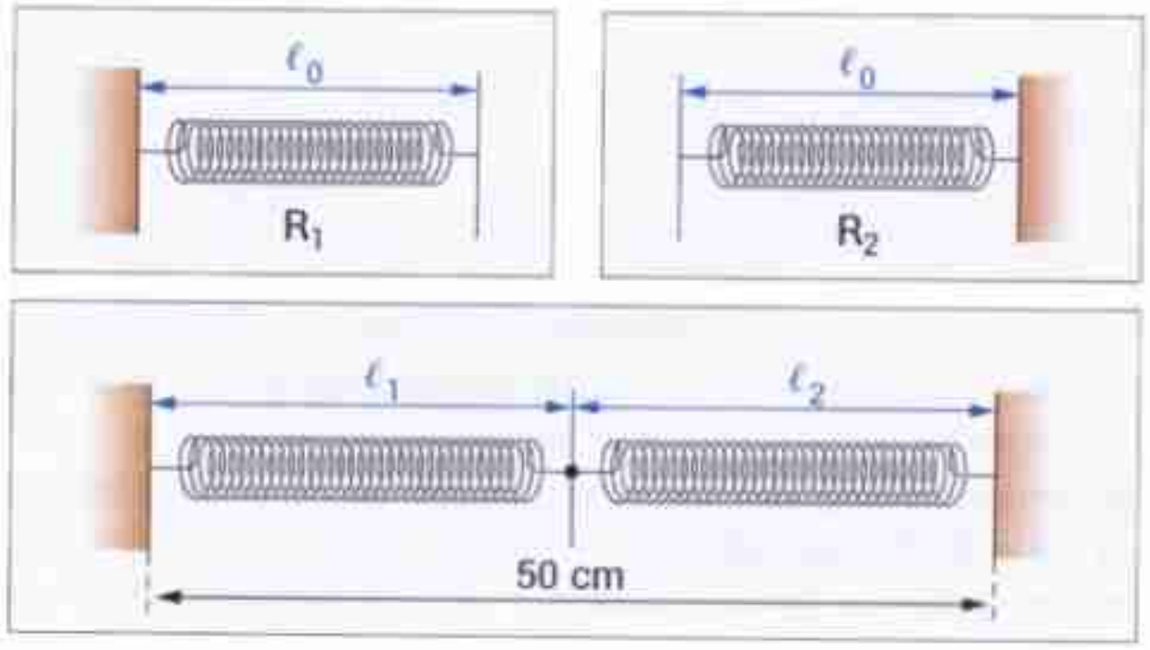
6 • Équilibre d'un dispositif solide-ressort vertical

On dispose d'un ressort de masse négligeable, de raideur k et de longueur à vide ℓ_0.
Quand on suspend à son extrémité libre une charge de masse $m_1 = 200$ g, le ressort prend une longueur $\ell_1 = 25$ cm. Quand on suspend à son extrémité libre une charge de masse $m_2 = 300$ g, le ressort prend une longueur $\ell_2 = 27$ cm.
En déduire la raideur du ressort et sa longueur initiale ℓ_0.

Donnée : $g = 10\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

7 • Force de rappel

Deux ressorts de longueur initiale identique $\ell_0 = 20$ cm mais de raideurs différentes sont accrochés l'un à l'autre entre deux murs distants de 50 cm.
Le poids des ressorts est négligeable devant les forces exercées par les ressorts.
Calculer les longueurs ℓ_1 et ℓ_2 des deux ressorts quand ils sont tendus et la force de rappel qu'ils exercent l'un sur l'autre.



Données
• $k_1 = 80\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$; $k_2 = 120\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$.

8 • Analyse dimensionnelle

L'équation différentielle du mouvement du dispositif solide-ressort s'écrit :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

Vérifier par analyse dimensionnelle que $\frac{k}{m}x$ a bien la dimension d'une accélération.

9 •• Association de ressorts

On dispose de deux ressorts identiques de longueur initiale ℓ_0 et de raideur k. On les attache bout à bout pour former un ressort de longueur $2\ell_0$.
a. Montrer que le ressort obtenu a une raideur $k' = \frac{k}{2}$.
b. En déduire ce que devient la raideur d'un ressort quand on le coupe en deux.

10 ·· Détermination de la raideur d'un ressort

On souhaite déterminer la raideur d'un ressort en mesurant la période du pendule élastique vertical obtenu en accrochant un solide de masse m au bout de ce ressort.
Comme on ne dispose pas de chronomètre pour mesurer la période, on utilise un deuxième pendule élastique formé d'un solide de masse identique à la première et d'un ressort de raideur $k = 40\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$.

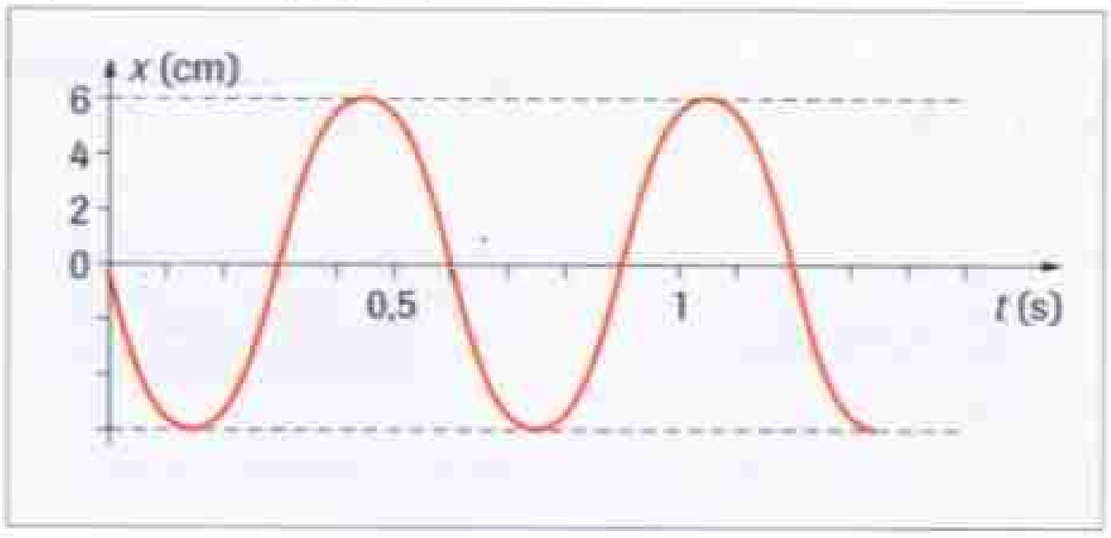
a. Décrire un protocole expérimental permettant de mesurer la raideur inconnue sans autre matériel que celui indiqué dans le texte.

b. Sachant que 11 périodes du pendule inconnu ont la même durée que 12 périodes du deuxième pendule, calculer la raideur du ressort.

Dispositif solide-ressort

11 ·· Étude d'une courbe

Un dispositif d'acquisition permet d'enregistrer la position, en fonction du temps, du centre d'inertie G d'un pendule élastique vertical. L'axe $x'x$ permettant de repérer la position de G est orienté vers le haut.
Après modélisation par une fonction sinus, on obtient la représentation graphique suivante.



a. Où se trouve le centre d'inertie du mobile au début de l'enregistrement et dans quel sens se déplace-t-il?

b. Déterminer graphiquement l'amplitude du mouvement et la période des oscillations.

c. Rappeler la forme générale de l'équation horaire du mouvement d'un pendule élastique et déduire des résultats précédents l'équation horaire du mouvement enregistré.

d. Donner l'expression de la valeur algébrique v_x de la vitesse et calculer sa valeur à la date $t = 0$.

e. Le signe de cette valeur est-il en accord avec les résultats de la première question?

f. Comment peut-on déterminer graphiquement la vitesse?

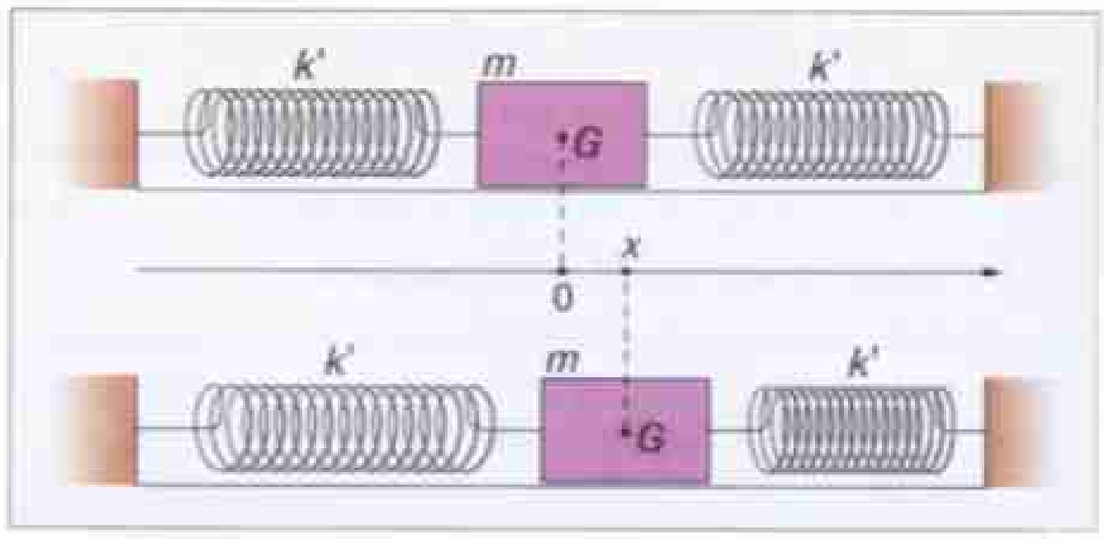
g. En déduire graphiquement l'instant où le mobile s'arrête pour la première fois.

h. Tracer sur la figure la représentation graphique de la fonction $v_x = f(t)$. Préciser l'échelle utilisée sur l'axe vertical.

i. Que peut-on dire de ces deux courbes?

12 ·· Mobile sur banc à coussin d'air

Un mobile placé sur un banc à coussin d'air est attaché à deux ressorts identiques de masses négligeables et de raideur k'. Les autres extrémités des ressorts sont fixées sur le banc de telle sorte que les ressorts soient toujours tendus au cours du mouvement du mobile. À l'équilibre, le centre d'inertie du mobile coïncide avec la graduation 0 du banc.



1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le mobile lorsqu'il est dans la position d'équilibre.
On appellera x_0 l'allongement commun des ressorts.

2. On écarte le mobile de telle sorte que le centre d'inertie soit au point d'abscisse $x > 0$ et $x < x_0$.

a. Pourquoi faut-il que x soit inférieur à x_0?

b. Montrer que les deux ressorts sont équivalents à un ressort unique de raideur $k = 2k'$.

3. En appliquant la deuxième loi de Newton au mobile choisi comme système, établir l'équation différentielle du mouvement.

4. En déduire l'équation horaire sachant qu'à la date $t = 0$, le mobile est lâché sans vitesse initiale d'un point d'abscisse $x = 3\,\text{cm}$.

5. Calculer la période propre des oscillations.

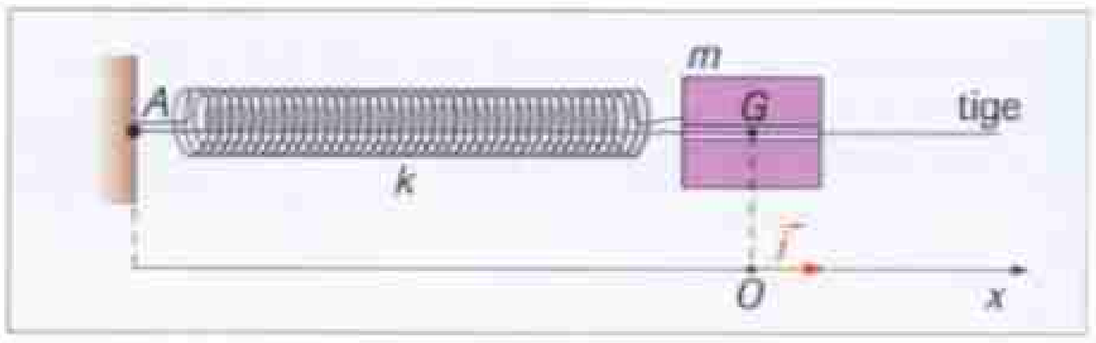
6. On place une surcharge de masse $m' = m$. La période propre est-elle modifiée? Si oui, comment?

Données

- $m = 200\ \text{g}$; $k' = 60\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$.

13 ·· Pendule élastique horizontal

Un pendule élastique est constitué d'un cylindre de masse $m = 200\ \text{g}$ attaché à un ressort de masse négligeable et de raideur $k = 20\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$. L'ensemble peut coulisser sans frottement sur une tige horizontale. Quand le cylindre est en équilibre, son centre d'inertie coïncide avec la graduation 0 de l'axe.



a. Calculer la période des oscillations de ce pendule élastique.

b. La solution générale de l'équation différentielle du mouvement peut se mettre sous la forme :

$$x = x_m \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0} + \varphi_0\right)$$

Rappeler la signification et l'unité de chacune des lettres de cette expression.

c. On écarte le solide de sa position d'équilibre d'une longueur telle que $x = 2{,}0$ cm puis on le lance avec une vitesse de composante $v_{x_0} = 0{,}20\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Déterminer l'équation horaire du mouvement.

d. À quel instant le mobile s'arrête-t-il pour la première fois?

e. Quelle est sa vitesse quand il repasse par la position d'équilibre?

14 Modifications des conditions initiales

Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable a une longueur au repos $\ell_0 = 15$ cm. Pour déterminer la raideur de ce ressort, on le suspend verticalement et on accroche une masse $m = 200$ g. Le ressort prend alors une longueur $\ell = 25$ cm.

1. Calculer la raideur du ressort.

2. Le ressort est maintenant placé horizontalement et attaché à un mobile de masse $m = 100$ g pouvant se déplacer sans frottement sur un banc à coussin d'air. À l'équilibre, le centre d'inertie G du mobile coïncide avec l'origine du repère $(O; \vec{i})$.

a. Calculer la période T_0 des oscillations.

b. La période dépend-elle de l'amplitude des oscillations ?

3. Le mobile est écarté de 6 cm de sa position d'équilibre dans le sens des x positifs ($x = + 6{,}0$ cm) puis il est lâché sans vitesse initiale.

Déterminer l'équation horaire du mouvement dans les trois cas suivants.

a. Le chronomètre est déclenché ($t = 0$) à l'instant où on lâche le mobile.

b. Le chronomètre est déclenché quand le mobile passe pour la première fois par sa position d'équilibre.

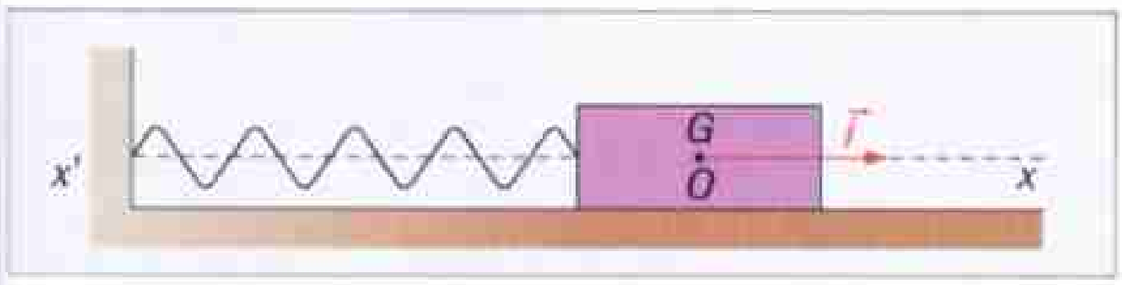
c. Le chronomètre est déclenché quand le mobile passe pour la deuxième fois par sa position d'équilibre.

Donnée

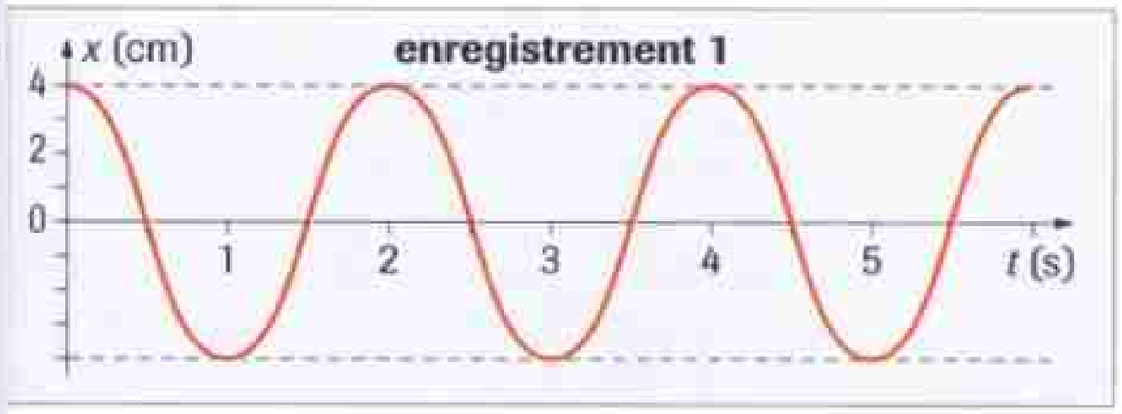
- $g = 9{,}8$ N·kg^{-1}.

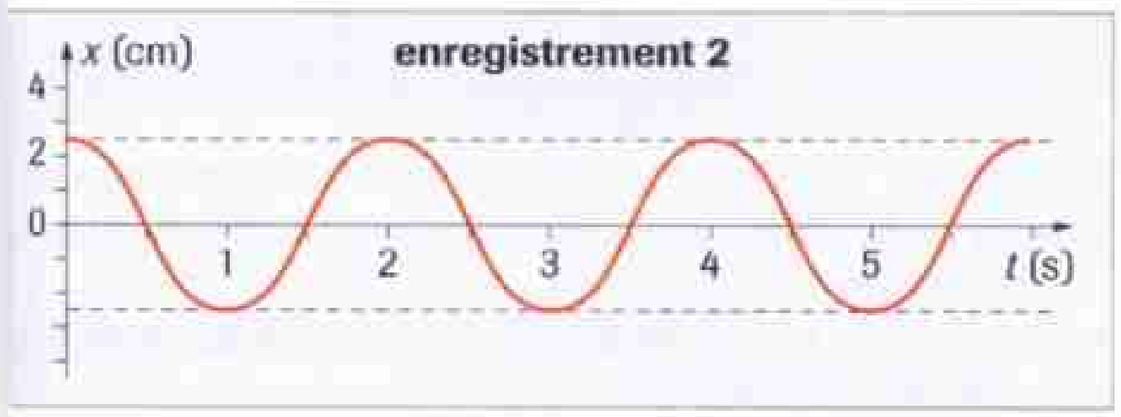
15 Étude expérimentale d'un pendule élastique

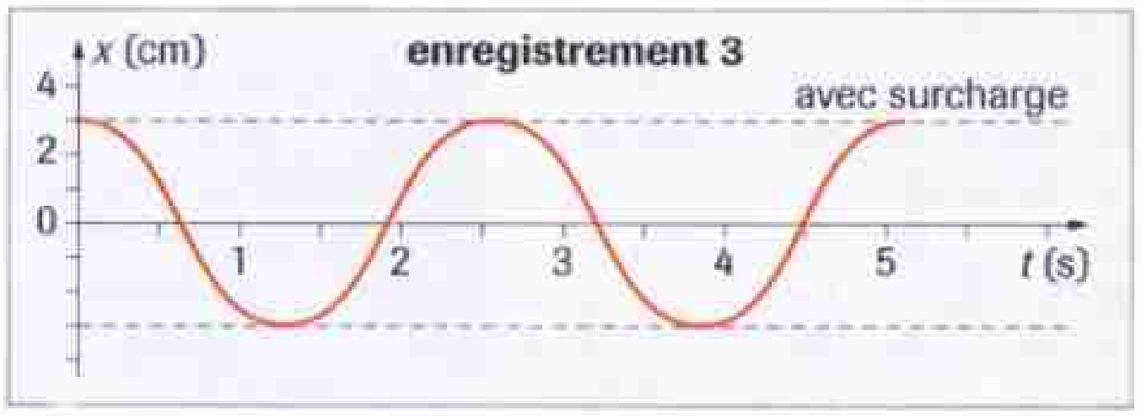
On dispose d'un pendule élastique constitué d'un mobile de masse m pouvant se déplacer sans frottement sur un banc à coussin d'air horizontal, attaché à un point fixe par un ressort de raideur k. On peut adapter une surcharge de masse m' sur le mobile.

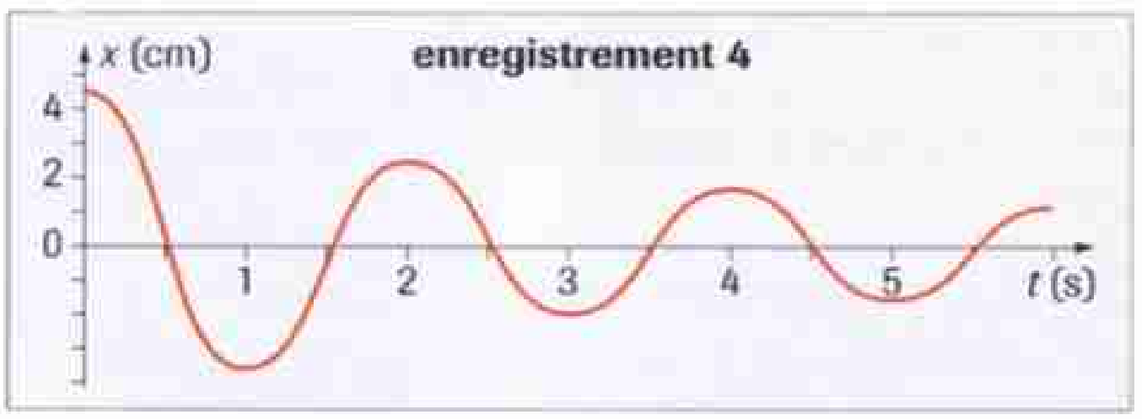


On réalise une série d'expériences. Les enregistrements, obtenus à l'aide d'un dispositif d'acquisition sont fournis ci-dessous.









1. Quelle grandeur a été modifiée entre les enregistrements 1 et 2 ?

2. L'amplitude du mouvement a-t-elle une influence sur la période du mouvement ?

3. Quelles grandeurs ont été modifiées entre les enregistrements 1 et 3 ?

4. Pourquoi se permet-on de modifier deux facteurs en même temps ?

5. Quelle est l'influence de la masse sur la période des oscillations ?

6. Ces enregistrements permettent-ils de dire si la raideur du ressort a une influence sur la période ?

Proposer une expérience supplémentaire permettant de conclure.

7. On propose trois expressions pour la période :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}} ; T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} ; T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{x_m m}{k\ell_0}} ;$$

ℓ_0 étant la longueur du ressort non tendu.

a. Montrer par analyse dimensionnelle que deux expressions ont la dimension d'un temps.

b. En utilisant les résultats expérimentaux, éliminer une des deux expressions restantes.

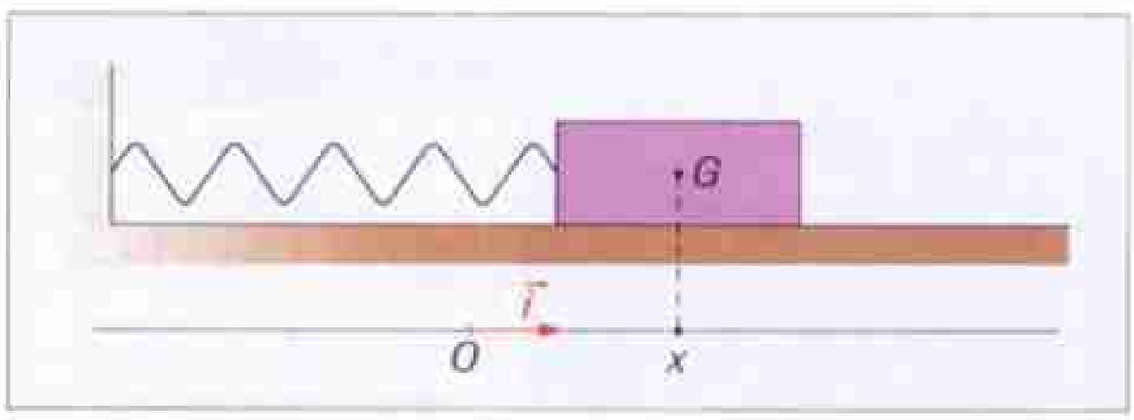
c. Le mobile a une masse $m = 0{,}50$ kg. En déduire la raideur du ressort et la masse de la surcharge.

8. L'enregistrement n° 4 a-t-il été réalisé avec ou sans la surcharge ? Justifier.

9. Quelle différence présente cet enregistrement par rapport aux trois autres ? Comment a-t-on fait concrètement pour le réaliser ?

16 Pendule élastique avec frottements

Un pendule élastique est constitué d'un mobile de masse m pouvant se déplacer sur un banc à coussin d'air horizontal. Ce mobile est attaché à un point fixe par un ressort à spires non jointives de raideur k. À l'équilibre, la position du centre d'inertie coïncide avec le point O, origine des abscisses.



Les frottements de l'air peuvent être modélisés par une force proportionnelle à la valeur de la vitesse et de sens opposé à celui du mouvement : $\vec{f} = -\mu\vec{v}$.

a. Indiquer l'expression de la force de rappel du ressort en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie du mobile.

b. Représenter cette force sans souci d'échelle sur le schéma précédent.

c. Exprimer la force de frottement en fonction de v_x : composante de la vitesse sur l'axe horizontal.

d. Représenter cette force, sans souci d'échelle, sur deux schémas différents représentant le mobile dans la même position :

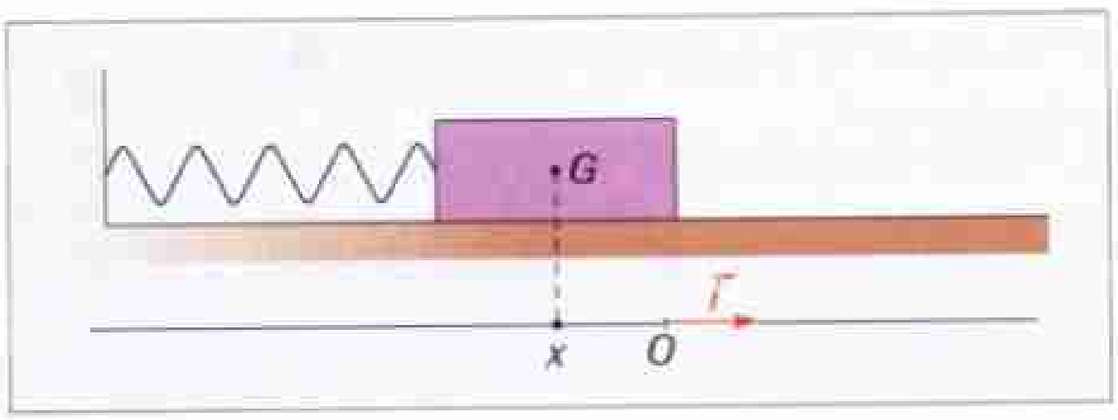
- quand il s'éloigne de la position d'équilibre ;
- quand il s'approche de la position d'équilibre.

e. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le mobile.

f. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle du mouvement.

17 Exercice de correction

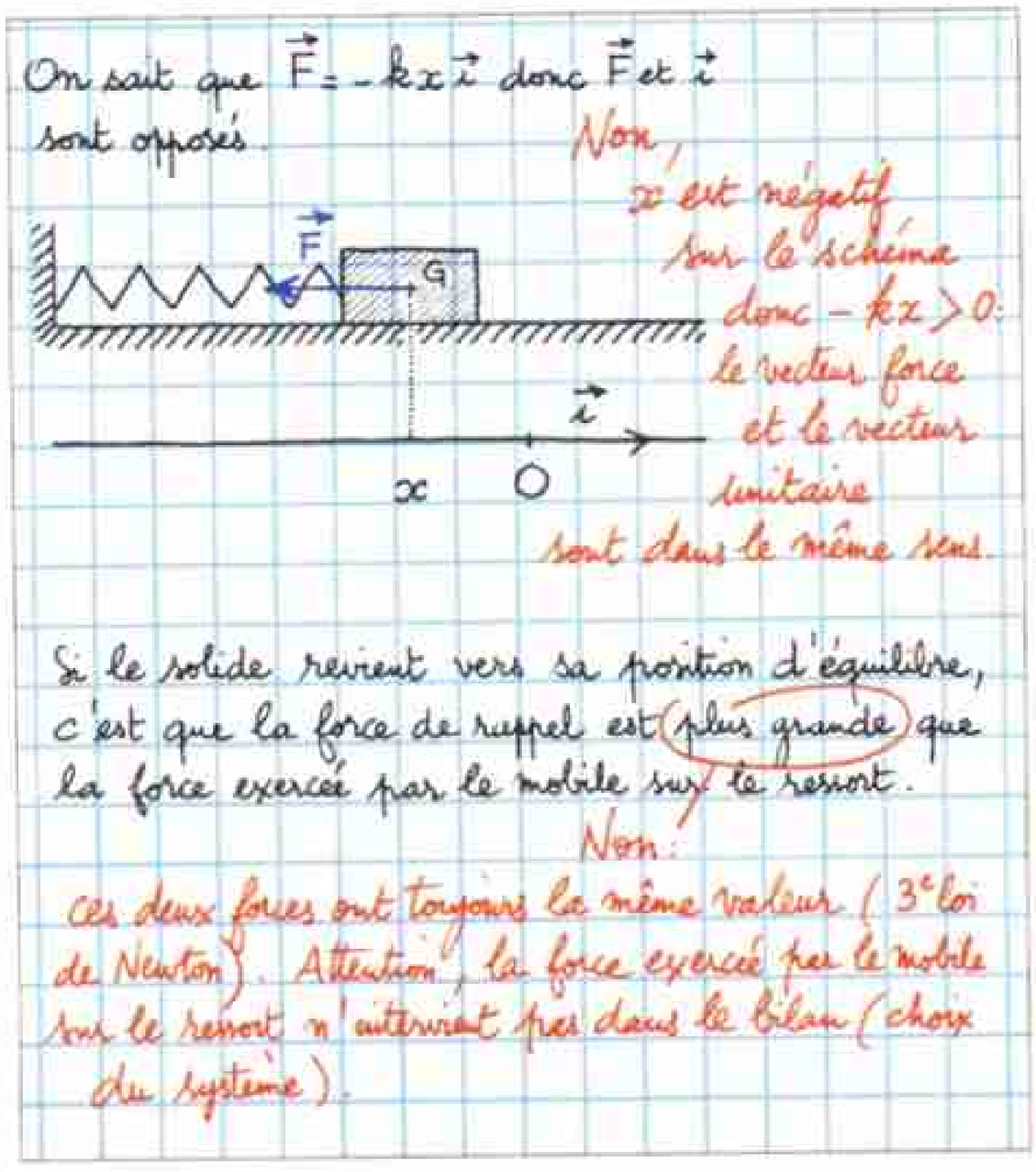
Lire l'énoncé, puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.



Énoncé

Représenter sur le schéma ci-dessus, sans souci d'échelle, la force de rappel exercée par le ressort sur le solide et comparer la valeur de cette force à celle de la force exercée par le mobile sur le ressort quand le mobile revient dans sa position d'équilibre.

Solution annotée d'un élève



PROBLÈME DE SYNTHÈSE

18 Détermination expérimentale de g_0

BAC

Un ressort à spires non jointives, de constante de raideur k, de masse négligeable est suspendu à un support vertical par l'une de ses extrémités. Un solide S, de masse m est accroché à l'autre extrémité du ressort.

Le ressort s'allonge alors de x_0 et une position d'équilibre est atteinte : c'est la phase statique.

À partir de sa position d'équilibre, on étire le ressort en faisant descendre le solide verticalement puis on le lâche : c'est la phase dynamique.

On constate que le solide S effectue des oscillations de part et d'autre de sa position d'équilibre d'amplitude a et de période T_0.

On déclenche le chronomètre lors du passage du solide par sa position d'équilibre en repérant s'il monte ou descend.

On arrête le chronomètre au bout de 20 oscillations complètes.

Les résultats expérimentaux sont rassemblés dans le tableau suivant :

durée de 20 oscillations	8,12	11,50	13,90	16,06	17,91
m (g)	20	40	60	80	100
x_0 (cm)	4,0	8,1	12,2	16,2	20,2

Partie I

1. Pourquoi mesure-t-on la durée de 20 oscillations plutôt que d'une seule ?

2. Le repérage dans le temps s'effectue par le passage par la position d'équilibre. Expliquer la raison de ce choix.

3. L'amplitude du mouvement ne reste, en fait, pas constante au cours du temps. Pourquoi ?

Partie II

1. À partir de l'étude statique, établir la relation liant x_0, g_0, m et k (g_0 représente la valeur du champ de pesanteur).

2. Étude dynamique : détermination de g_0

On établit théoriquement la formule donnant la période propre :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

a. Vérifier par analyse dimensionnelle, l'homogénéité de cette formule.

b. Exposer succinctement, sans la justifier, une démarche graphique qui, à partir des résultats expérimentaux rassemblés dans le tableau ci-dessus, permettrait de déterminer la valeur k de la constante de raideur du ressort.

c. En utilisant la relation trouvée en partie I.1, établir celle donnant T_0 en fonction de x_0 et g_0.

d. Calculer T_0^2 pour chaque situation correspondant aux valeurs de x_0. Présenter les résultats sous forme de tableau.

e. Tracer la courbe donnant x_0 en fonction de T_{0x}^2.

f. Déduire de la courbe la valeur du champ de pesanteur g_0 sur le lieu de l'expérience.

CHAPITRE 17

Le phénomène de résonance



Dans un trombone à coulisse, une note est produite lorsque la colonne d'air contenue dans l'instrument entre en résonance. Le musicien doit donc régler la longueur de cette colonne à chaque note.

▶ **Qu'est-ce que la résonance ?**

Objectifs

- Savoir que la résonance mécanique se produit lorsque la période de l'excitateur est voisine de la période propre du résonateur.
- Savoir que l'augmentation de l'amortissement provoque une diminution de l'amplitude.
- Connaître des exemples de résonance mécanique.

Plan du cours

1 Oscillations forcées d'un système oscillant

2 Étude expérimentale de la résonance

3 Exemples de résonance

La résonance, c'est très souvent de petites causes ayant de grands effets (c'est le cas, par exemple, dans l'écroulement de certains ponts).

Un peu d'histoire

■ En 1850, le pont sur la Maine à Angers a cédé au passage d'une troupe avançant au pas cadencé (200 noyés).
On a expliqué le phénomène en disant que le pont est entré **en résonance** au passage de la troupe, qu'il s'est alors mis à osciller avec une grande amplitude avant de rompre ses attaches.
Depuis cet événement, il est interdit, dans l'armée, de faire franchir un pont au pas cadencé.

■ C'est également la résonance qui explique l'effondrement du pont de Tacoma Narrows, dans l'état de Washington, en 1940.
Le tablier du pont a commencé à se tordre (oscillations de torsion) sous l'effet de bourrasques de vent périodiques. Il est entré **en résonance** et le mouvement de torsion de grande amplitude a brisé le tablier.
Les ingénieurs ont démontré que la catastrophe était principalement due aux parapets qui présentaient une prise au vent trop importante.
Le pont de Tacoma a été reconstruit en tenant compte de cette observation et il est toujours en place.

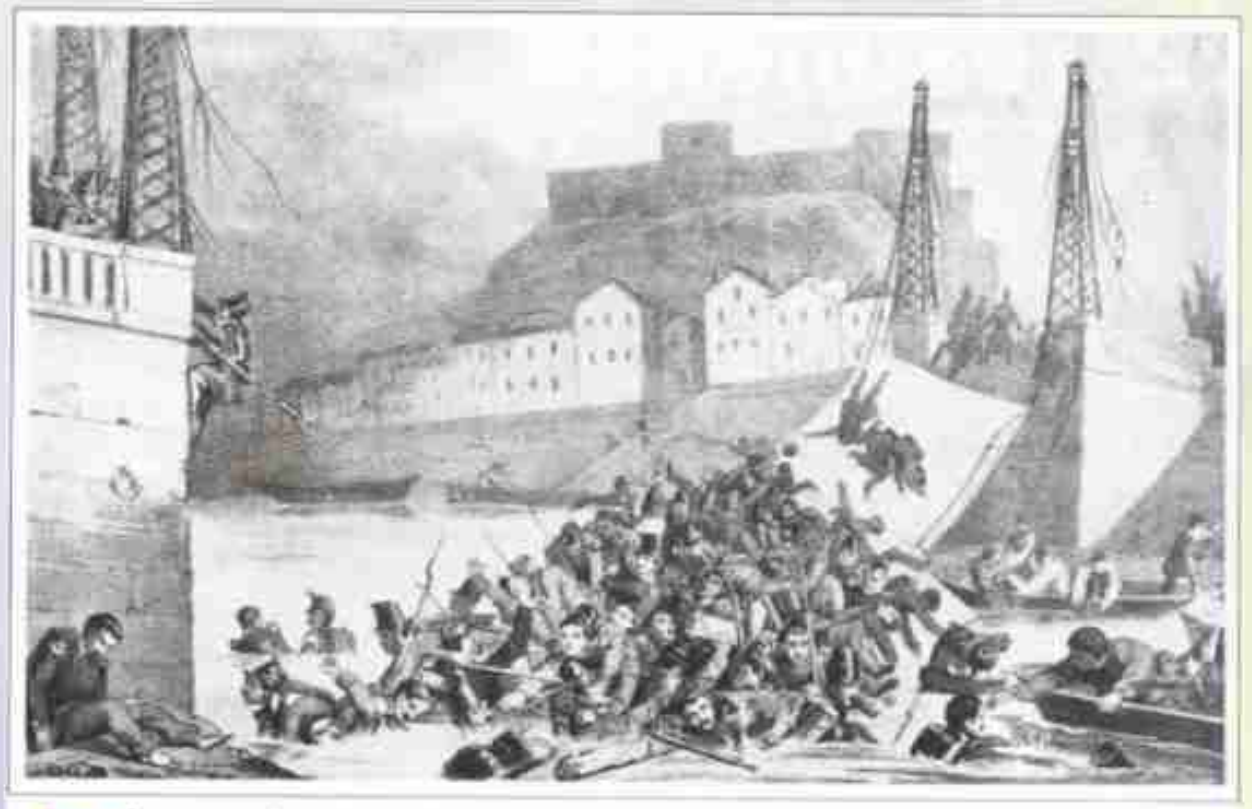


Fig. 1 Le pont s'est écroulé parce que la troupe avançait au pas cadencé.



Fig. 2 Rupture du pont de Tacoma. Le phénomène de résonance a augmenté l'amplitude des oscillations et le pont a cédé.

L'énigme du chapitre

Dans une voiture, en particulier dans une voiture neuve, on est parfois agacé par de petits bruits qui se déclenchent à une certaine vitesse puis cessent.

Sauriez-vous expliquer ces phénomènes mystérieux ?

Physique et vocabulaire

■ **Amortissement** n. m. Diminution progressive de l'amplitude du mouvement d'un système oscillant.
■ **Résonance** n. f. Phénomène par lequel le mouvement d'un système oscillant peut atteindre une grande amplitude.

1 Oscillations forcées d'un système oscillant

1. 1. Définition

Le système oscillant étudié a une fréquence propre f_0 ; on lui donne le nom de **résonateur**. Il subit une excitation périodique à la fréquence f de la part d'un dispositif extérieur dénommé **excitateur** (fig. 1). Il peut vibrer à la fréquence f_0 (oscillations libres) ou à la fréquence f (oscillations forcées).

Un système oscillant de fréquence propre f_0 (résonateur) subit des oscillations forcées s'il oscille à la fréquence f imposée par l'excitateur.

L'excitateur fournit de l'énergie au résonateur et celui-ci peut osciller avec une amplitude constante. Dans le cas des oscillations forcées, l'énergie est fournie au résonateur à la fréquence f de l'excitateur.

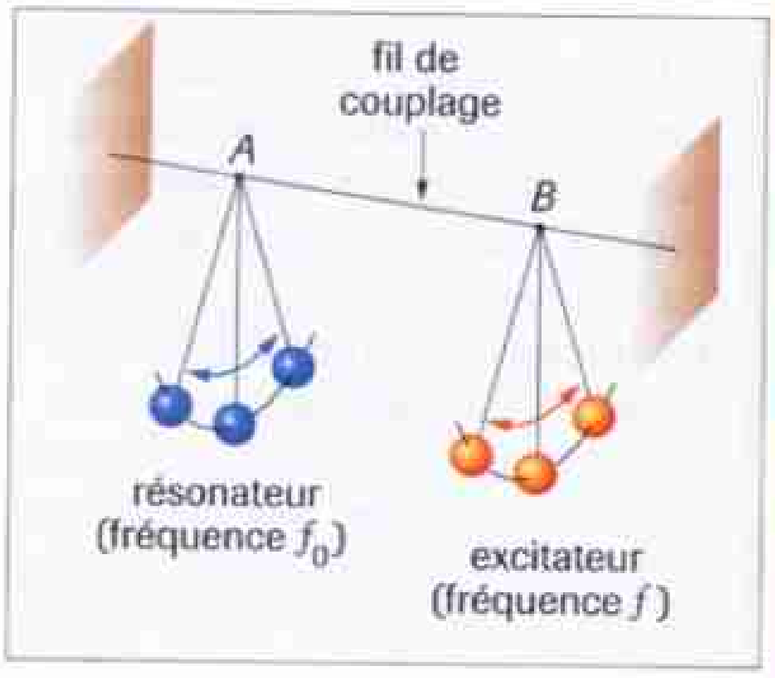


Fig. 1 Exemple de résonateur et d'excitateur : les pendules couplés. Un gros fil élastique tendu entre *A* et *B* assure un couplage entre l'excitateur et le résonateur. Celui-ci est excité à la fréquence *f* de l'excitateur.

1. 2. Exemple d'oscillations forcées

Le haut-parleur nous fournit un exemple d'oscillations forcées (fig. 2). Quand la membrane du haut-parleur vibre, elle produit un son qui se propage dans l'air. La membrane est mise en vibration par une force qui a la même fréquence f que le courant délivré par le générateur basse fréquence. La membrane du haut-parleur est donc un système oscillant en oscillations forcées.

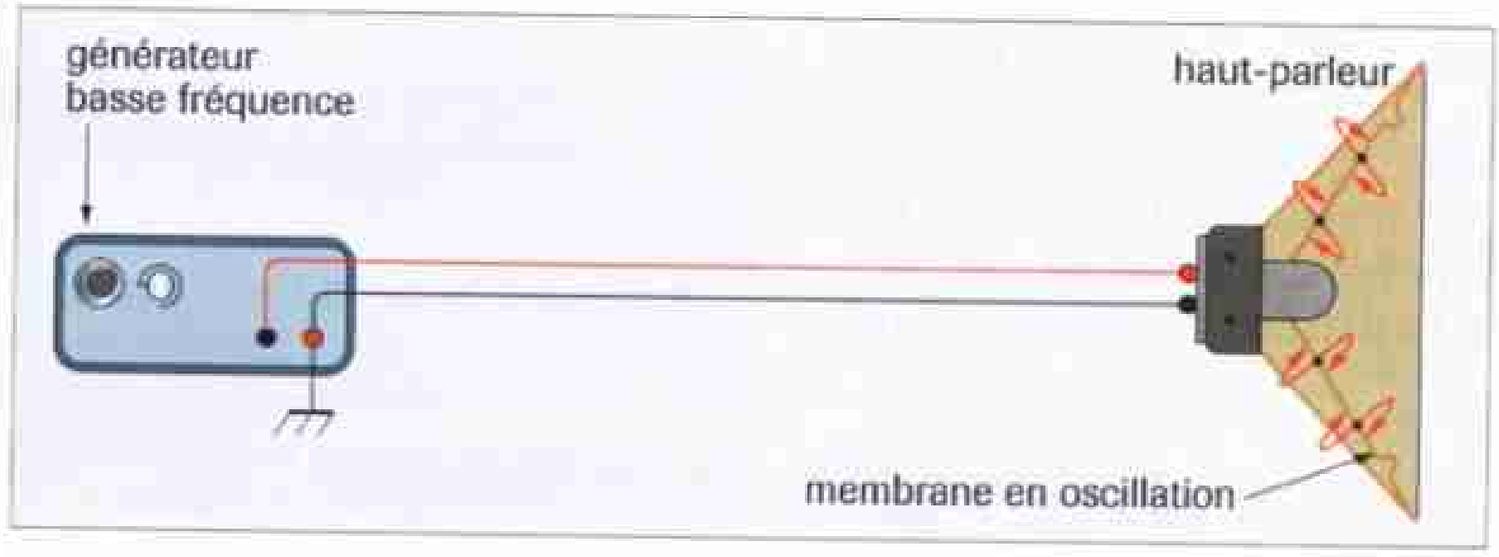


Fig. 2 La membrane du haut-parleur vibre à la fréquence *f* du courant fourni par le générateur basse fréquence. Elle est donc en oscillations forcées.

2 Étude expérimentale de la résonance

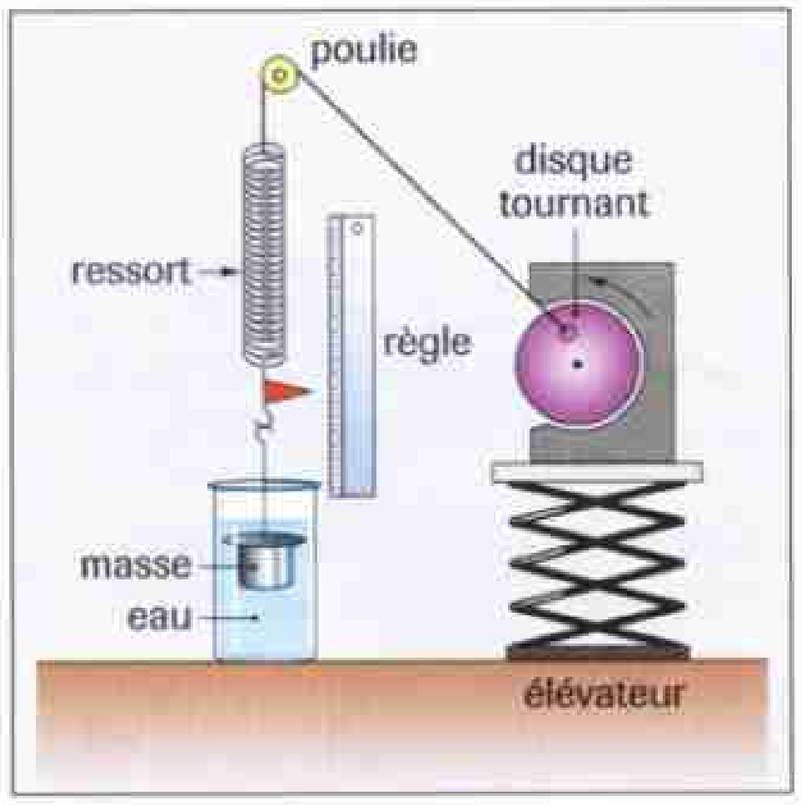
2. 1. Mise en évidence de la résonance

Le résonateur étudié est un pendule élastique vertical (masse accrochée à l'extrémité d'un ressort vertical) et l'excitateur un disque tournant qui exerce sur le résonateur une excitation verticale périodique dont la fréquence f est égale à la fréquence de rotation du disque (fig. 3). Un disque métallique solidaire du solide permet de modifier l'amortissement du résonateur.

L'excitateur est un excentrique ; son mouvement circulaire permet d'exercer sur le ressort une excitation périodique sous forme d'un mouvement de va-et-vient. La période de cette excitation est égale à la période de la rotation du disque tournant.

Expérience

- Mesurer la période propre des oscillations du pendule élastique ; en déduire sa fréquence propre f_0.
- Faire tourner le disque (fréquence f) et mesurer la période des oscillations de la masse ; en déduire la fréquence de ces oscillations.
- Mesurer l'amplitude des oscillations de la masse quand on fait varier la fréquence f du disque tournant. Se placer aux alentours de $f = f_0$.



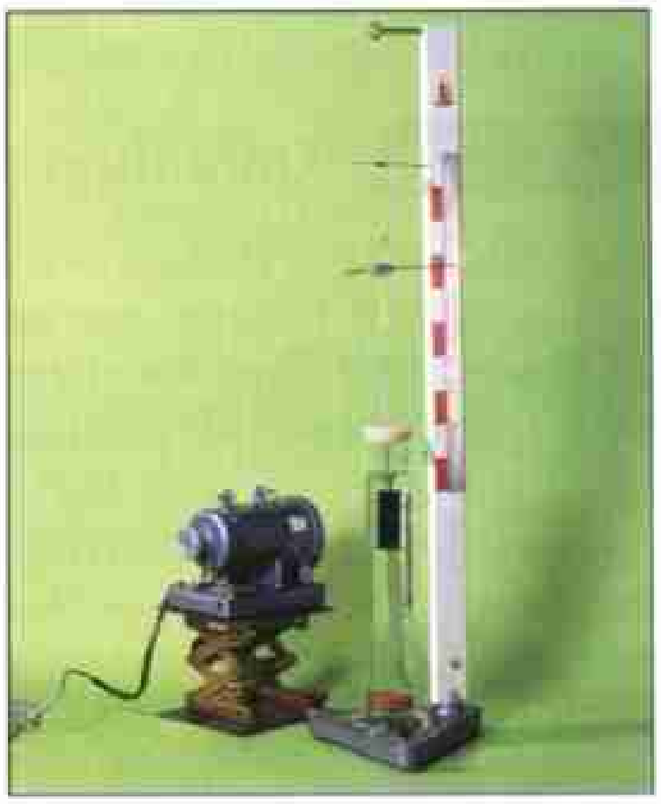


Fig. 3 Dispositif permettant d'étudier le phénomène de résonance.

Observations

- La fréquence des oscillations de la masse est égale à la fréquence f du disque tournant.
- L'amplitude X_m des oscillations est maximale lorsque la fréquence f de l'excitateur est voisine de la fréquence propre f_0 du résonateur.

Interprétation

- Puisque le résonateur oscille à la fréquence de l'excitateur, il effectue des **oscillations forcées**.
- Pour obtenir l'amplitude maximale du résonateur, il faut l'exciter avec une fréquence voisine de sa fréquence propre, c'est le phénomène de **résonance**.

La courbe de la figure 4 confirme ce résultat. Cette courbe, donnant les variations de l'amplitude du résonateur X_m en fonction de la fréquence f de l'excitateur, porte le nom de **courbe de réponse** du résonateur. Elle présente un maximum lorsque la fréquence de l'excitateur f est égale à la fréquence propre du résonateur f_0.

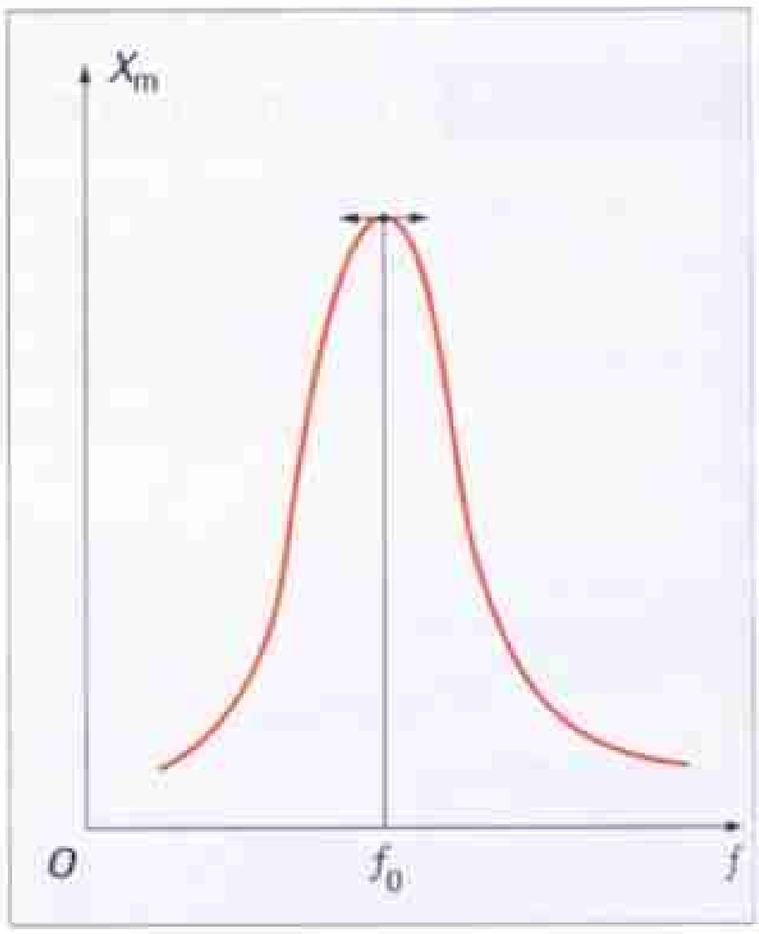


Fig. 4 Courbe de réponse du résonateur en fonction de la fréquence f de l'excitateur.

Un système oscillant entre en résonance lorsqu'il est excité à une fréquence voisine de sa fréquence propre f_0.
À la résonance, l'amplitude des oscillations est maximale.

L'entrée en résonance de lames métalliques peut facilement être mise en évidence par l'expérience du fréquencemètre à lames (fig. 5).



Fig. 5 Expérience du fréquencemètre à lames.
L'appareil est constitué de plusieurs lames de longueurs différentes et, donc, de fréquences propres f_0 différentes. On lance le gyroscope : celui-ci est légèrement déséquilibré et il est à l'origine d'excitations périodiques des lames, à la fréquence f. Cette fréquence diminue progressivement et une lame entre en vibration quand la fréquence f est égale à sa fréquence propre f_0. Les lames vibrent successivement et avec une grande amplitude.

2. 3. Influence de l'amortissement

raçons les courbes de réponse du résonateur : urbes donnant les variations de l'amplitude s oscillations du résonateur en fonction de la équence f de l'excitateur, pour trois valeurs de amortissement. On obtient les courbes de la gure 6.

amortissement du résonateur est d'autant plus portant qu'il est soumis à davantage de frotments.

hacune des courbes a un maximum pour $f = f_0$ $f \approx f_0$ (et légèrement inférieur) ; donc on obrve toujours une résonance.

La courbe 1 correspond à un amortissement ible ; elle présente un maximum très accusé our $f = f_0$).

n dit que **la résonance est aiguë** ; le résonaur oscille alors avec une grande amplitude.

Dans le cas de la courbe 2, le résonateur est us amorti et le maximum est beaucoup moins t que pour la courbe 1 (et pour $f = f_0$).

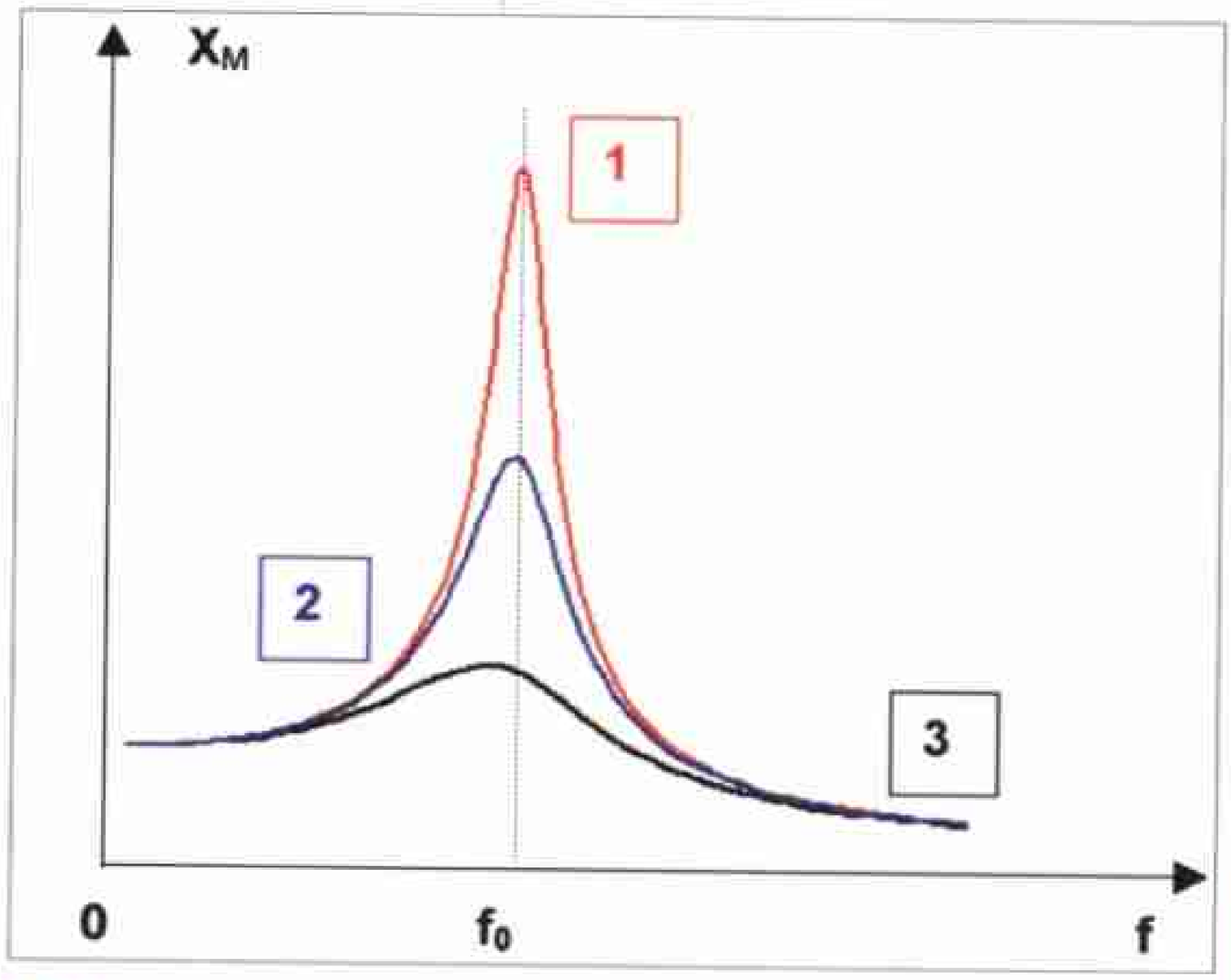


Fig. 6 Les courbes de réponse (simulation) dépendent de l'amortissement. Les courbes 1, 2 et 3 correspondent à un amortissement de plus en plus important et l'acuité de la résonance diminue.

Pour la courbe 3, l'amortissement est encore plus important et le maxium est peu accentué. On dit que **la résonance est floue** ; l'amplitude du sonateur varie peu quand la fréquence f varie.

Pour un amortissement très important, la courbe n'a pas de maximum et la sonance disparaît.

La résonance se manifeste de manière importante lorsque le système oscillant est peu amorti.

3 Exemples de résonance

3. 1. La résonance en mécanique

ns un atelier de mécanique et dans les travaux publics, on doit toujours ndre garde à la résonance.

Prenons le cas d'une machine tournante imparfaitement équilibrée ; quand le tourne, elle joue le rôle d'excitateur (fréquence f) vis-à-vis d'autres pièes métalliques avec lesquelles elle est en contact ou en relation. Ces pièces nstituent des résonateurs ayant une fréquence propre f_0.
rsque la fréquence f prend une valeur égale à f_0 ou voisine, la pièce corspondante entre en résonance et il y a alors possibilité de destruction de la achine avec projection de pièces métalliques dangereuses.

L'Activité de la page 302 vous montre que le phénomène de résonance ut amener la destruction d'ouvrages importants comme des ponts.

En mécanique automobile, on équilibre les roues d'une voiture avec de tites surcharges métalliques pour éviter des vibrations dans la direction es à la résonance à certaines vitesses.

3. 2. La résonance en acoustique

A Mise en évidence

EXPÉRIENCE

• Faire vibrer un diapason en le frappant avec le marteau en caoutchouc.
• Poser le pied du diapason sur sa caisse de résonance (fig. 7).

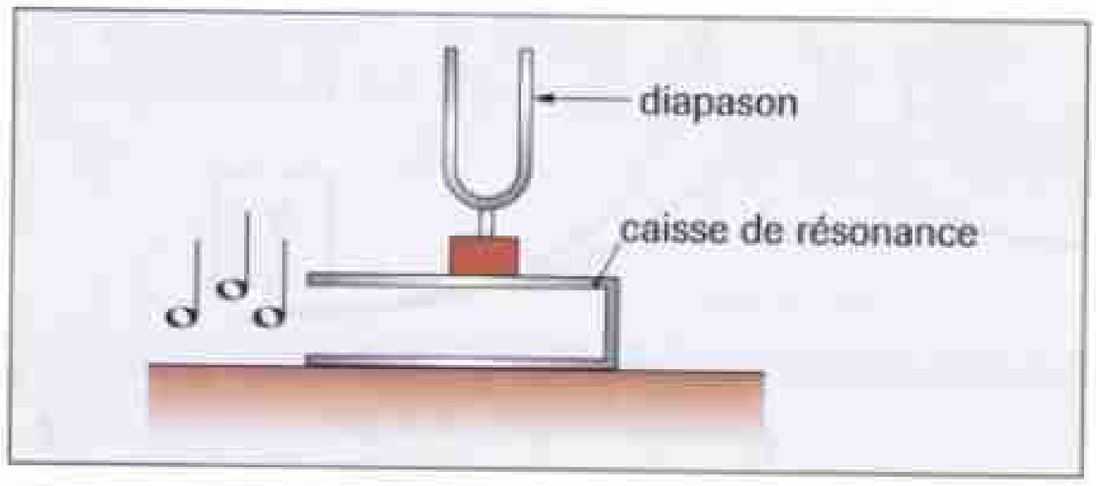




FIG. 7 Un diapason et sa caisse de résonance.

OBSERVATION

Le diapason, détaché de sa caisse de résonance, émet un son peu intense (mais qui peut être de longue durée). Quand on le met en contact avec sa caisse de résonance, le son devient nettement plus intense (mais de plus courte durée).

INTERPRÉTATION

La caisse de résonance a des dimensions déterminées pour que la couche d'air qu'elle contient entre en résonance lorsqu'elle est excitée par le diapason.

B Autres exemples

• Les instruments de musique à vent (trombone à coulisse, trompette, tuyaux d'orgue...) sont des résonateurs entrant en résonance pour des fréquences bien déterminées (fig. 8).
• Les instruments de musique à cordes (violon, violoncelle, guitare sèche...) contiennent une caisse de résonance de forme telle que toutes les fréquences sonores sont également renforcées (fig. 9).



FIG. 8 Trompettiste de jazz (Winton Marsalis) en concert.



FIG. 9 Concert du chanteur guitariste Willy De Ville.

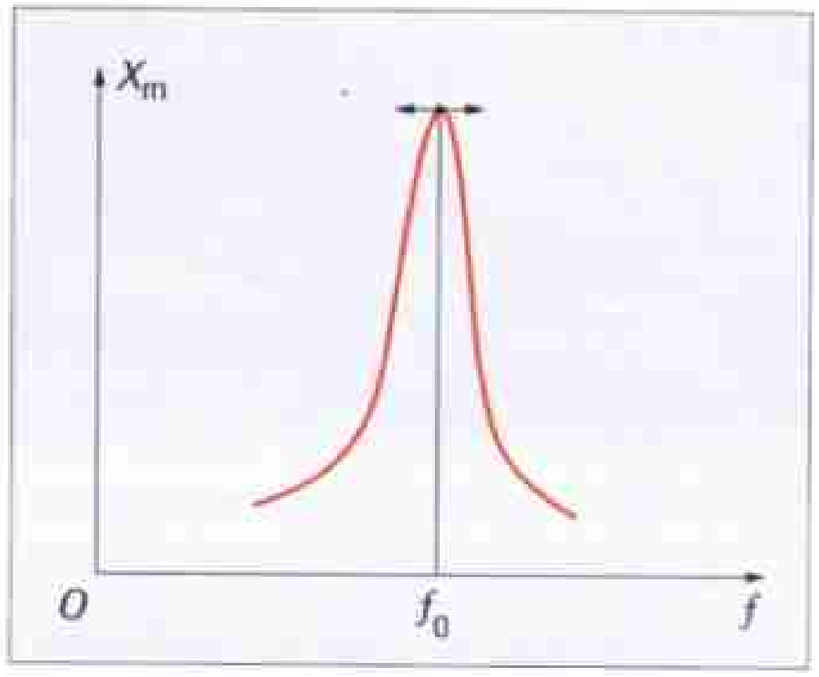
1 Oscillations forcées d'un système oscillant

■ Un système oscillant (de fréquence propre f_0) portant le nom de **résonateur** est excité par un dispositif extérieur appelé **excitateur** à la fréquence f. Il subit des **oscillations forcées** s'il oscille à la fréquence f de l'excitateur.

■ Un haut-parleur produisant un son effectue des oscillations forcées.

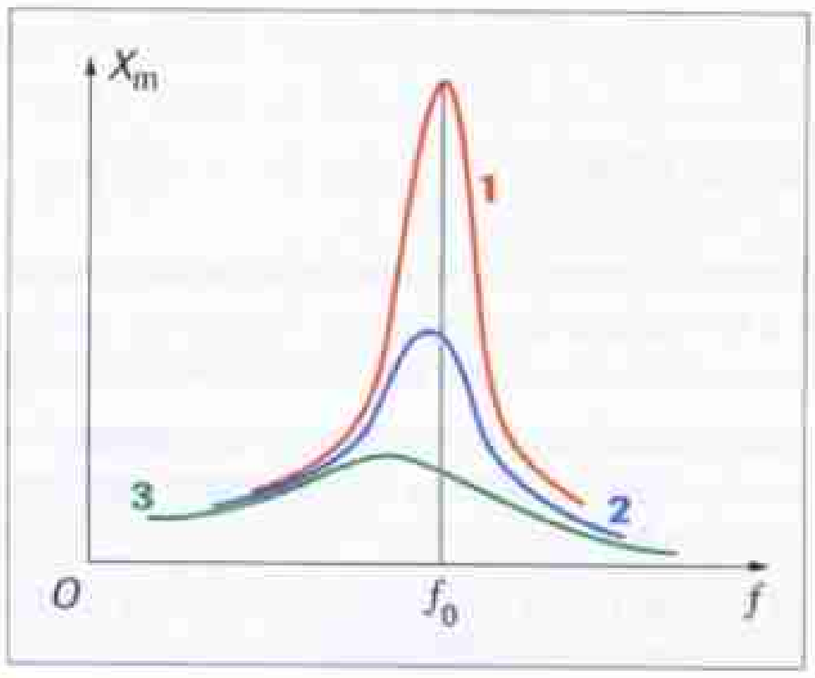
2 Étude expérimentale de la résonance

■ La **courbe de réponse** d'un résonateur donne les variations de l'amplitude des oscillations du résonateur quand on fait varier la fréquence f de l'excitateur.



L'amplitude du résonateur est maximale lorsque la fréquence de l'excitateur est égale à la fréquence propre f_0 du résonateur ; c'est la **résonance**.

■ Les courbes de réponse du résonateur dépendent de son amortissement.



• Pour la courbe 1, l'amortissement est faible et **la résonance est aiguë**.

• Pour la courbe 2, l'amortissement est plus important et le maximum est moins net.

• Pour la courbe 3, l'amortissement est important et **la résonance est floue**.

La résonance se manifeste de manière importante si l'amortissement du résonateur est faible.

3 Exemples de résonance

■ Un système mécanique peut entrer en résonance s'il est excité à une fréquence égale ou voisine de sa fréquence propre.

La résonance peut avoir des conséquences importantes puisque des ponts (pont sur la Maine à Angers et pont de Tacoma aux USA) sont entrés en résonance et se sont écroulés.

■ La résonance intervient dans la production des sons en musique.

Dans un instrument à vent, une colonne d'air entre en résonance et produit un son.

Dans un instrument à cordes, la caisse de résonance amplifie de manière identique tous les sons produits par la vibration des cordes.

Mots-clés

- Résonateur
- Excitateur
- Fréquence propre
- Oscillations forcées
- Résonance
- Amortissement

▶ *Voir lexique page 380*

ÉTUDE DE DOCUMENTS

La résonance en automobile

Une cause apparemment minime mais qui se reproduit de manière périodique peut avoir des conséquences importantes si une résonance peut s'installer. Cela se constate dans le domaine de l'automobile.

DOC

Une automobile constitue un système oscillant

Une automobile est constituée, d'une part, du châssis supportant la caisse et le moteur et, d'autre part, des essieux sur lesquels les roues sont fixées. Entre ces deux parties, on trouve la **suspension** formée de **ressorts** (ou de lames métalliques dans les camions) et d'**amortisseurs** (fig. 1 et 2).

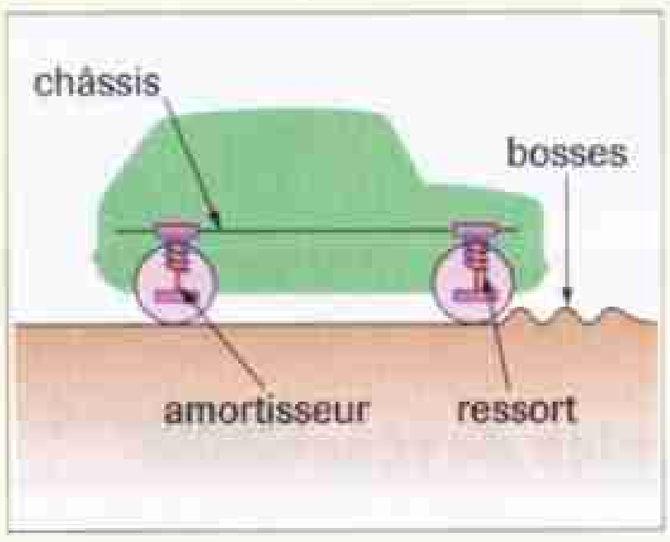


Fig. 1 Schéma simplifié d'une automobile.

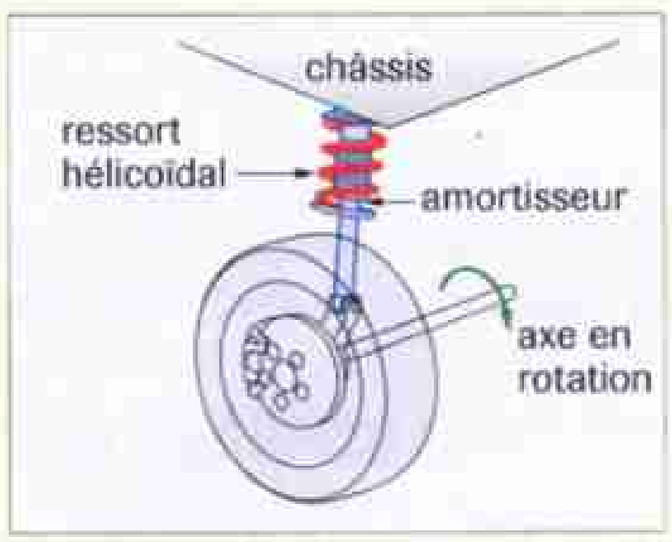


Fig. 2 Suspension à roues indépendantes.

L'ensemble châssis + caisse + moteur constitue donc un système oscillant (pendule élastique vertical) dont la fréquence propre f_0 est de l'ordre de quelques hertz. Que peut-il advenir lorsque ce système oscillant est excité ?

Mouvement de l'automobile lors d'une excitation unique

Lorsqu'une roue de l'automobile rencontre une bosse ou passe dans un trou, le système oscillant entre en oscillation. Mais ce système est amorti par les amortisseurs.

– Si les amortisseurs sont en bon état, l'automobile prend un mouvement pseudo-périodique : elle effectue une ou deux pseudo-oscillations et se retrouve rapidement dans sa position normale. Le confort des passagers et la tenue de route de la voiture sont convenables.

– Si les amortisseurs sont en mauvais état, c'est encore un régime pseudo-périodique qui s'installe mais la voiture ne reprend sa position normale qu'après 10, 20, ... pseudo-oscillations. Les passagers oscillent pendant une durée importante ; c'est inconfortable et la tenue de route est mauvaise.

L'automobile en résonance

Lorsque l'automobile roule sur une série de bosses ou passe dans des trous régulièrement répartis, elle reçoit des impulsions périodiques dont la fréquence f dépend de sa vitesse.

Si cette fréquence f est voisine de la fréquence propre f_0, l'automobile entre en résonance. Si la suspension est molle (amortissement faible), cela se traduit par des oscillations lentes et de grande amplitude. Cela est désagréable pour les passagers, certains pouvant même en être incommodés. La 2CV Citroën (fig. 3) avait, à ses débuts, ce type de comportement ; on a pallié ce défaut en modifiant les amortisseurs pour augmenter l'amortissement.



Fig. 3 La 2CV Citroën ; une voiture restée célèbre.

Le problème de la «tôle ondulée»

Certaines pistes africaines ont un aspect de « tôle ondulée » : elles comportent une succession régulière de bosses distantes de quelques dizaines de cm.

Pour rouler confortablement sur une piste en « tôle ondulée », le conducteur se lance à assez grande vitesse et maintient celle-ci sur toute la longueur de la piste.

▶ Questions

1. La fréquence propre f_0 d'une automobile est de 5,0 Hz ; elle roule à la vitesse de 36 km·h^{-1} sur une route comportant des trous distants de 80 cm. Entre-t-elle en résonance ?

2. Pour cette automobile, quelle est la vitesse à éviter sur une piste «en tôle ondulée» comportant des bosses distantes de 80 cm ?

3. Que se passe-t-il si l'automobile roule à cette vitesse ? À une vitesse nettement différente ?

EXERCICE RÉSOLU

Énoncé

Oscillations forcées. Résonance

On étudie les oscillations d'un pendule élastique vertical subissant des excitations périodiques selon le dispositif décrit à la figure 3 du cours. On mesure la valeur X_m de l'amplitude des oscillations pour plusieurs valeurs de la fréquence f des excitations. Les résultats des mesures sont portés dans le tableau ci-dessous.

f (Hz)	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
X_m (cm)	1,0	2,0	4,0	8,0	12,0

f (Hz)	3,5	4,0	4,5	5,0
X_m (cm)	4,0	2,0	1,2	1,0

Par ailleurs, on a cherché par tâtonnement la valeur de la fréquence f pour laquelle X_m prend sa valeur maximale; cette valeur est 2,8 Hz pour laquelle $X_m = 13{,}0$ cm.

1. Quel nom donne-t-on aux oscillations effectuées par la masse accrochée au ressort ?

2. Quel est le résonateur ? Quel est l'excitateur ?

3. Tracer la courbe de réponse du résonateur $X_m = g(f)$ sur papier millimétré.

Quelle est la fréquence de résonance ?

4. On donne les valeurs de la masse $m = 200$ g et de la constante de raideur du ressort $k = 62\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$.

Calculer la période propre des oscillations et conclure.

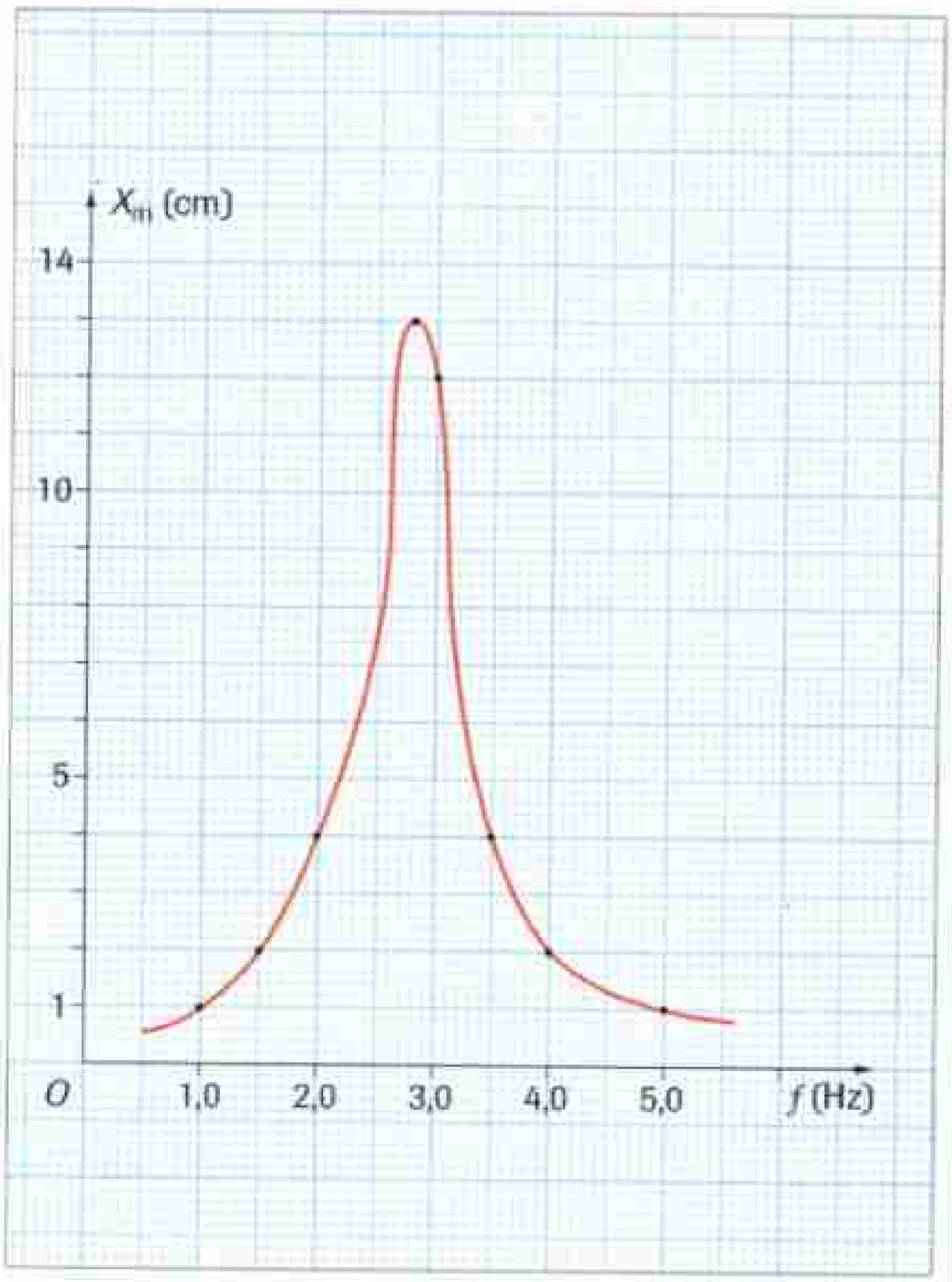
Solution

1. La masse effectue des **oscillations forcées**.

2. Le système solide-ressort est le **résonateur** et le disque tournant est l'**excitateur**.

3. La courbe de réponse est tracée ci-contre en tenant compte de l'ensemble des données fournies.
La fréquence de résonance est celle qui correspond au maximum ; sa valeur est donnée dans l'énoncé :

$$f_r = \mathbf{2{,}8\ Hz}.$$



4. La période propre du système solide-ressort vaut :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$A.N. : \boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}200}{62}} = 0{,}36\ s}.$$

La fréquence propre est donc : $\boldsymbol{f_0 = \frac{1}{T_0} = 2{,}8\ Hz.}$

La fréquence de résonance est égale à la fréquence propre du résonateur (la courbe montre qu'on est dans le cas d'un amortissement peu important).

Commentaires

Vous devez connaître le vocabulaire lié au phénomène de résonance.

Effectuez un tracé soigné. Choisissez les échelles de manière que la courbe se situe dans un espace de dimensions raisonnables (ni trop grand ni trop petit).

La formule donnant la période propre du système solide-ressort fait partie des connaissances exigibles.

On retrouve un résultat important du cours.

EXERCICES

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. Le système oscillant qui subit des excitations périodiques est le ... . S'il oscille à la fréquence de l'excitateur, il subit des ..... .

b. Il y a ... lorsque la fréquence de l'excitateur est égale à la fréquence propre du ..... .

c. Si le résonateur est très amorti, la résonance est ... .

d. Si le résonateur est peu amorti, la résonance est ... .

2 Vrai ou faux ?

a. À la résonance, l'amplitude des oscillations du résonateur est maximale.

b. Si l'amortissement du système oscillant est important, la résonance est aiguë.

c. Pour obtenir la résonance d'un résonateur de fréquence propre f_0, il faut l'exciter à une fréquence égale ou légèrement supérieure à cette fréquence propre.

d. Le pont sur la Maine à Angers s'est écroulé parce que la fréquence du pas de la troupe était égale (ou voisine) de la fréquence propre du pont.

3 QCM

a. Une résonance est floue si le résonateur est :
- ❑ peu amorti ;
- ❑ très amorti.

b. La membrane d'un haut-parleur en fonctionnement effectue des oscillations :
- ❑ libres ;
- ❑ forcées.

c. Pour obtenir la résonance d'un résonateur de fréquence propre f_0, il faut l'exciter à une fréquence f :
- ❑ égale à sa fréquence propre f_0 ;
- ❑ multiple de sa fréquence propre f_0.

d. Le tympan de l'oreille est mis en oscillation par un son qui lui parvient. Tous les sons doivent être perçus de la même manière s'ils ont la même intensité sonore. Le tympan est donc un système :
- ❑ peu amorti ;
- ❑ très amorti.

4 Apprendre à rédiger

En quelques phrases simples, expliquer ce qu'est le phénomène de résonance et, quand il se produit, quels sont ses effets bénéfiques ou dévastateurs...

5 Savoir-faire expérimental

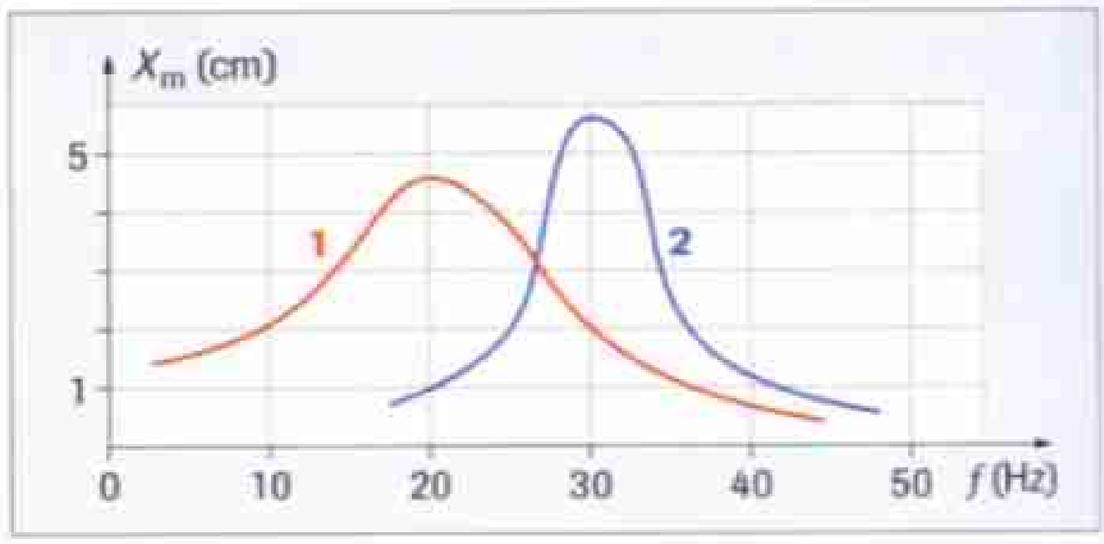
Vous voulez mettre en évidence le phénomène de résonance.
Décrire le matériel que vous allez utiliser.
Expliquer le montage à réaliser.
Quelles grandeurs devez-vous faire varier ou observer ?

Application des connaissances

Observation de la résonance

6 • Courbes de réponse

Les courbes ci-dessous sont les courbes de réponse de deux pendules élastiques 1 et 2 soumis à des excitations de fréquence f et subissant des oscillations forcées. En ordonnées, on a porté l'amplitude des oscillations X_m des pendules et en abscisses la fréquence excitatrice f.



a. Déterminer la fréquence propre des pendules élastiques 1 et 2.
b. L'un des deux pendules est constitué d'une masse $m = 30$ g oscillant à l'extrémité d'un ressort de raideur $k = 470\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$.
Ce pendule est-il le pendule 1 ou le pendule 2 ?
c. Lequel des deux pendules a le mouvement le plus amorti ?

7 • Courbe de réponse d'un résonateur

En travaux pratiques, on étudie la courbe de réponse d'un pendule élastique. On mesure l'amplitude X_m de ses oscillations lorsqu'il est excité à la fréquence f. Le tableau ci-dessous donne les résultats des mesures.

f (Hz)	6,0	8,0	10	12	14	16	20
X_m (cm)	1,0	1,5	2,0	4,0	4,0	1,0	0,5

a. Tracer la courbe de réponse sur du papier millimétré.
b. Quelle est la fréquence de résonance ? Quelle est la fréquence propre du pendule élastique ?
c. Évaluer l'amplitude des oscillations à la résonance. Conclure.
d. La résonance observée est-elle aiguë ou floue ?

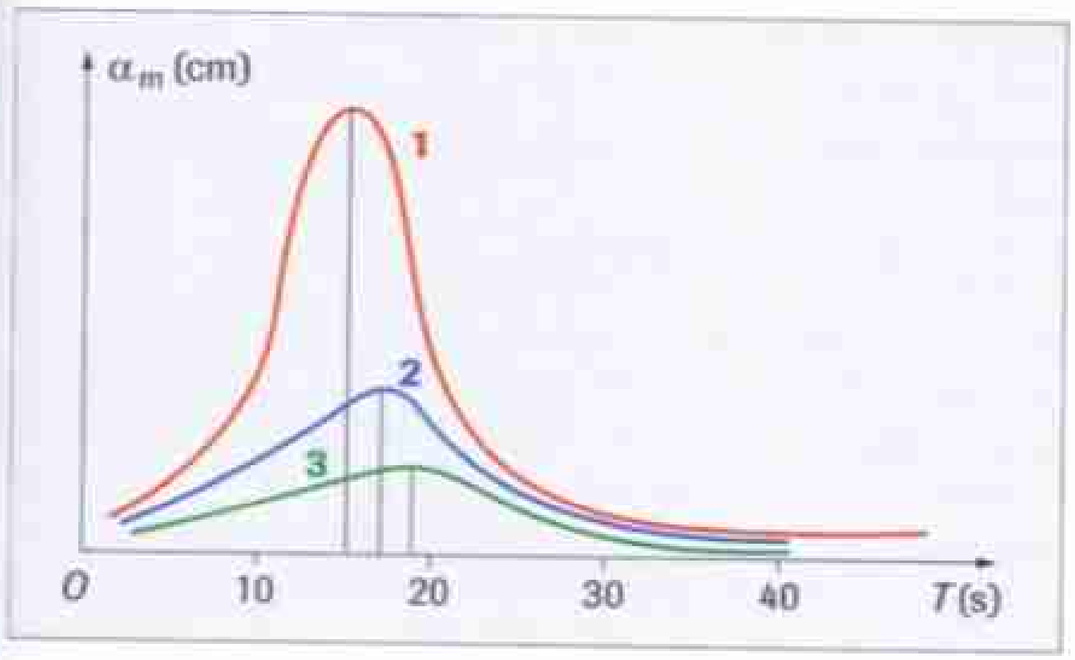
8 •• Fréquencemètre à lames

Le fréquencemètre à lames étudié à la figure 5 du cours est formé de 4 lames métalliques dont les fréquences propres de vibration sont respectivement égales à 12, 22, 32 et 45 Hz.
Le gyroscope étant initialement lancé à la fréquence de 120 Hz (120 tours par seconde), sa fréquence décroît selon une fonction affine du temps t et il s'arrête au bout d'une durée de 3,0 minutes. Il fournit au support des lames une excitation à chaque fois qu'il effectue un tour.
a. Écrire l'équation donnant la fréquence f de rotation du

gyroscope en fonction du temps t (on prendra comme date initiale $t = 0$ celle où le gyroscope a pour fréquence 120 Hz).
b. À quelles dates chacune des lames entre-t-elle en résonance ?

9 • Fréquence de résonance

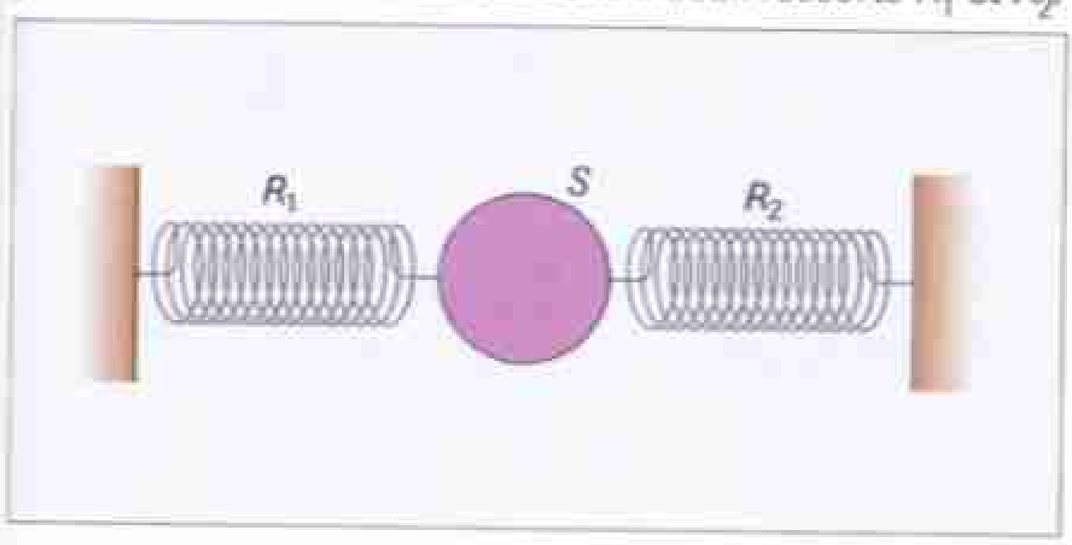
Les courbes ci-dessous sont les courbes de réponse d'un système oscillant en rotation lorsqu'il subit des excitations périodiques de période T.



a. Que représente la variable α_m portée en ordonnées ?
b. Déterminer une valeur approximative de la fréquence propre du système oscillant étudié.
c. La résonance se produit-elle pour une fréquence légèrement inférieure ou légèrement supérieure à cette fréquence propre ?

10 •• Résonance

Un système oscillant est constitué d'un mobile autoporteur S placé sur une table horizontale entre deux ressorts R_1 et R_2.



a. Calculer la fréquence propre de ce système oscillant sachant que la masse du mobile est $m = 659$ g et que l'ensemble des deux ressorts équivaut à un ressort unique de raideur $k = 40{,}7\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$.
b. Avec un moteur, on applique sur l'extrémité de l'un des ressorts, des excitations périodiques de fréquence f.
Qu'observe-t-on si la fréquence f vaut :
❑ 0,62 Hz ;
❑ 1,25 Hz ;
❑ 2,50 Hz ?

11 • Fréquence émise par une corde

Lorsqu'on pince la corde d'une guitare, elle se comporte comme un oscillateur libre et amorti. La fréquence du son fondamental délivré est donnée par la relation :

$$f = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

ℓ : longueur de la corde ;
F : tension de la corde ;
μ : masse linéique de la corde (masse par unité de longueur).
Vérifier l'homogénéité de cette formule à l'aide de l'analyse dimensionnelle.

12 •• Corde en résonance

Une corde de longueur ℓ, de masse linéique μ, tendue par une force de valeur F entre en résonance et émet le son de fréquence f_0 telle que :

$$f_0 = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Quelle tension faut-il appliquer à une corde de longueur $\ell = 75$ cm et de masse linéique $\mu = 10\ \text{g}\cdot\text{m}^{-1}$ pour qu'elle produise la note la_3 de fréquence $f = 440$ Hz ?

13 ••• Résonance dans une voiture

Dans une automobile, une roue mal équilibrée joue le rôle d'excitateur pour toutes les pièces métalliques emportées par l'automobile.
Une roue mal équilibrée produit une excitation à chaque fois qu'elle effectue un tour ; son rayon a pour valeur $R = 30$ cm.
Un enjoliveur du tableau de bord se met à vibrer et produit un son lorsque l'automobile roule à la vitesse de $108\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.
Quelle est la fréquence propre des oscillations de l'enjoliveur ?

Donnée
- *Circonférence du cercle de rayon R : $\ell = 2\pi R$*

14 Exercice de correction

Lire l'énoncé puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

Énoncé

Un pendule élastique horizontal est constitué d'une masse $m = 100$ g oscillant à l'extrémité d'un ressort de constante de raideur $k = 0{,}80\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$.
Ce système subit des excitations brèves à la fréquence $f = 0{,}45$ Hz.
Entre-t-il en résonance ? Si oui, décrire le phénomène.

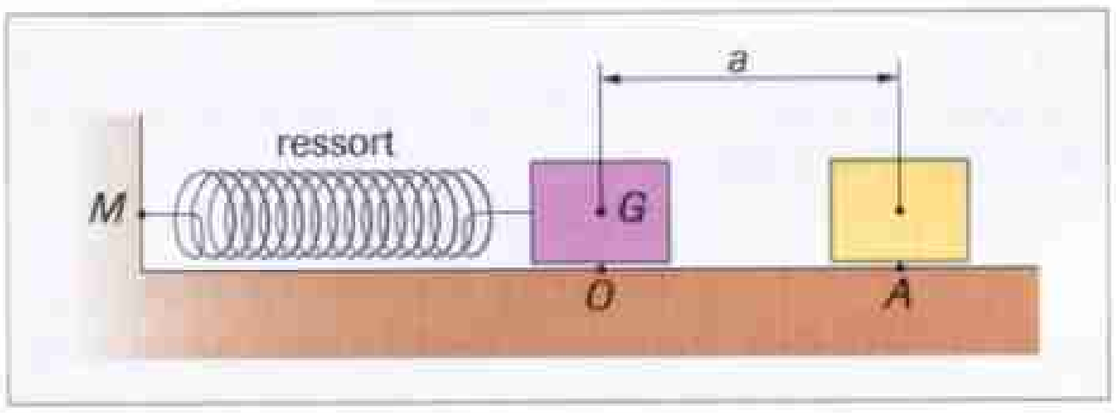
Solution annotée d'un élève

Période propre des oscillations du pendule élastique :
$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{100}{0{,}8}} = 70$ s Erreur d'unité !
Il doit y avoir une erreur car je trouve une valeur de T_0 très grande. Effectivement.
La fréquence propre du résonateur est : Raisonnement
$f_0 = \frac{1}{T_0} = 0{,}014$ Hz Correct mais résultat faux
$f \neq f_0$; il n'y a donc pas de résonance.

PROBLÈMES DE SYNTHÈSE

15 •• Résonance selon l'amortissement

BAC Un solide de masse $m = 0{,}10$ kg se déplace sur une surface plane et horizontale ; il est relié à un ressort de constante de raideur $k = 0{,}20\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ comme le montre la figure ci-dessous.



Le point O correspond à la position initiale du centre d'inertie du solide lorsque le ressort n'est pas tendu. On écarte le solide d'une longueur a et on le lâche sans vitesse.

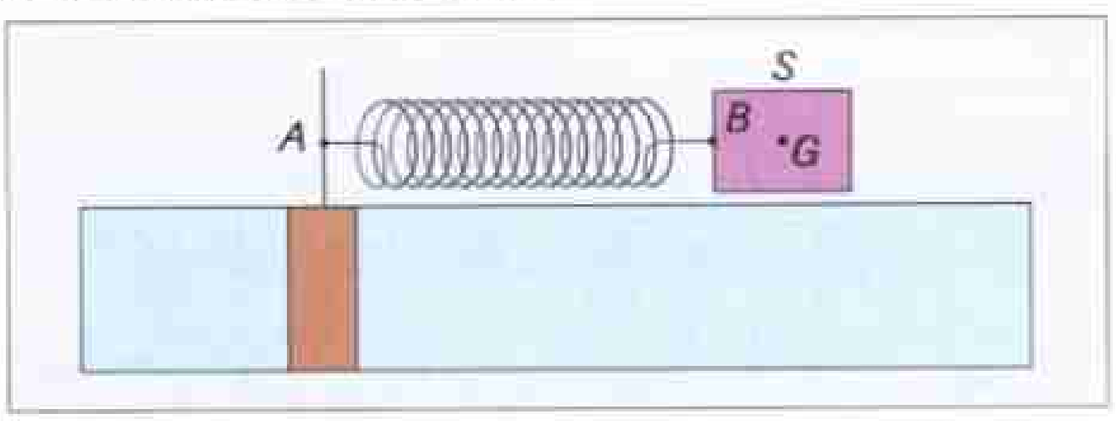
a. On suppose qu'il n'existe aucun frottement entre le solide et la surface plane sur laquelle il évolue.
Décrire le mouvement du centre d'inertie G du solide.
Faire une figure montrant les variations de son abscisse x par rapport à O.
Calculer la grandeur caractéristique du mouvement.

b. Il y a des frottements entre le solide et la surface plane.
Décrire les deux types de mouvement possible du solide selon l'importance des frottements.
Faire les figures nécessaires.

c. On agit sur le solide en faisant fonctionner un piston mobile qui lui fournit de brèves impulsions avec une période T.
À quelle condition le système oscillant entre-t-il en résonance ?
Comment cette résonance se manifeste-t-elle selon l'importance des frottements entre le solide et la surface plane ?
Que se passe-t-il si ces frottements sont très peu importants ?

16 •• Résonance

BAC Le dispositif étudié comprend un ressort de constante de raideur $k = 1{,}0 \times 10^{3}\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ dont l'axe a une direction fixe et dont les extrémités sont A et B, et un solide S de masse $M = 0{,}10$ kg lié au point B, S pouvant se déplacer sans frottement sur un banc à coussin d'air de direction AB horizontale. Le support de l'extrémité A peut être déplacé le long du banc.



1. A restant fixe, S est écarté de sa position d'équilibre, puis lâché.

a. Décrire le mouvement du solide S.

b. Quelle est la période propre T_0 de cet oscillateur ?

2. Le point A est mobile : il oscille en fonction du temps avec une période T.

a. S effectue alors des oscillations de même période T et d'amplitude X_m. Comment appelle-t-on ces oscillations ?

b. On relève les valeurs de X_m pour différents valeurs de T. Donner l'allure de la courbe obtenue en la justifiant.

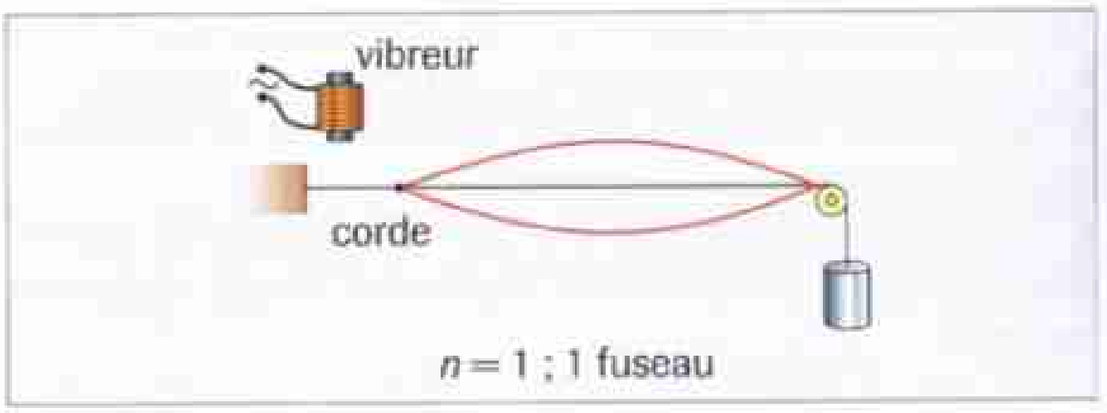
POUR ALLER PLUS LOIN

17 •• Résonance sur une corde

Une corde de longueur ℓ est un résonateur à fréquences multiples. Les fréquences propres sont données par la formule :

$$f_0 = n\,\frac{v}{2\ell} = \frac{n}{2\ell}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

où n est un entier ($n = 1$ correspond à la fréquence fondamentale, $n = 2, 3, \ldots$ à la fréquence des harmoniques), v la célérité des ondes sur la corde, F la tension de la corde (en newtons) et μ sa masse linéique (masse par unité de longueur en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$). Les schémas ci-dessous donnent l'allure de la corde en vibration selon les valeurs de n.



La corde est excitée par un vibreur à la fréquence $f = 100$ Hz.

a. La célérité des ondes étant égale à $50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, quelle doit être sa longueur pour qu'elle vibre avec une grande amplitude en 1 fuseau ?

b. On multiplie par 4 la masse linéique en tressant une nouvelle corde avec 4 brins de la corde initiale.
La longueur de la corde étant la même qu'à la question **a** et le vibreur fonctionnant dans les mêmes conditions, qu'observe-t-on ?

c. La corde ayant une longueur de 1,0 m et une masse linéique de $4{,}0 \times 10^{-3}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$, sous quelle tension faut-il la tendre pour qu'elle vibre avec une grande amplitude en 4 fuseaux lorsque la fréquence du vibreur est égale à 100 Hz ?

Aspects énergétiques des systèmes mécaniques

CHAPITRE **18**



Les variations de vitesse et d'altitude d'un patineur sont liées à deux grandeurs énergétiques fondamentales : l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur.

► **Comment varient ces grandeurs pour les systèmes vus dans les chapitres précédents ?**

Objectifs

- Établir l'expression du travail de la tension du ressort par deux méthodes.
- Connaître l'expression de l'énergie potentielle élastique d'un ressort.
- Établir l'expression de l'énergie mécanique du système solide-ressort et d'un projectile dans le champ de pesanteur uniforme.
- Exploiter la relation de conservation de l'énergie mécanique.
- À partir d'un document expérimental, calculer des énergies et interpréter le mouvement.

Plan du cours

1 Transfert d'énergie par travail

2 Énergie potentielle

3 Énergie mécanique du système solide-ressort

4 Énergie mécanique d'un projectile

L'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur sont des formes d'énergie. Le travail est un mode de transfert de l'énergie.

UN PEU D'HISTOIRE

■ En 1660, **Gottfried Wilhelm Leibniz**, remarque que l'*effet* produit par un corps d'une livre lâché d'une hauteur de quatre aunes est le même que celui d'un corps de 4 livres lâché d'une hauteur d'une aune (1,2 m). L'*effet* d'une force est donc caractérisé par une grandeur constante, homogène au produit d'une force par une longueur, nommé aujourd'hui *travail d'une force*. Leibniz relie cet effet à la « force vive » (masse × vitesse × vitesse). Il a l'intuition du *théorème de l'énergie cinétique* (relation entre variation d'énergie cinétique et travail des forces, étudiée en Première S).



Fig. 1 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716).

Le concept d'*énergie* n'émerge qu'au XIXe siècle, à l'époque de l'invention et de la mise au point des machines thermiques (moteur, machine à vapeur…).

■ En 1847, **Hermann von Helmholtz** énonce le principe de conservation de l'énergie, appelée *force motrice* : « Il est impossible de créer une force motrice durable à partir de rien. La nature dans son ensemble renferme une réserve de force qui ne peut en aucune façon être ni augmentée, ni réduite ; la quantité de force existant dans la nature est par conséquent éternelle et inaltérable. »

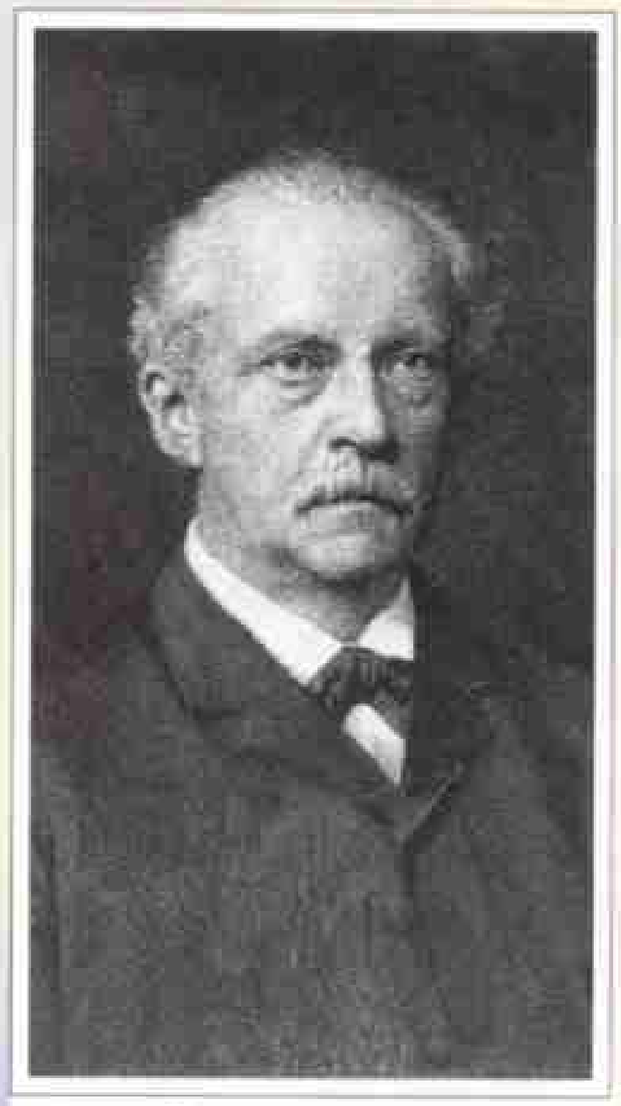


Fig. 2 Hermann von Helmholtz (1821-1894).

ACTIVITÉ

Comment lancer une boule de pétanque ?

Tout comme Leibniz, Julien et Amandine s'intéressent aux corps en chute libre. Ils décident de lancer une boule de pétanque d'une hauteur déterminée avec une vitesse initiale fixée mais se demandent dans quelle direction et quel sens ils doivent la lancer de sorte qu'elle cause l'impact le plus profond possible sur du sable.

Julien propose de lancer la boule verticalement vers le bas car c'est le chemin le plus direct.
Amandine pense la lancer vers le haut parce que la boule tombera de plus haut.

▶ 1. Qu'en pensez-vous ?

▶ 2. Le résultat est-il transposable au lancer d'un autre objet ?

La profondeur de l'impact est liée à la valeur de l'énergie cinétique de la boule de pétanque à l'instant du choc au sol.

PHYSIQUE ET VOCABULAIRE

■ **Potentiel** adj. Qui existe en puissance. En énergétique, une énergie potentielle est une énergie mise en réserve.

L'ÉNIGME DU CHAPITRE

Pourquoi un ballon rebondit-il mieux lorsqu'il est bien gonflé ?

Dans ce chapitre, nous allons aborder d'un point de vue énergétique les mouvements étudiés précédemment (projectile dans un champ de pesanteur uniforme et oscillations d'un système solide-ressort horizontal). Cette approche va nous permettre de revoir et d'approfondir les grandeurs énergétiques définies en Première S.

1 Transfert d'énergie par travail

1. 1. Notion de travail

Dans le langage courant, le travail est synonyme d'effort et de fatigue. En physique, le travail mécanique correspond à un transfert d'énergie entre deux systèmes. Seule une force dont le point d'application se déplace peut fournir un travail (fig. 1). Une force qui travaille peut changer la vitesse, l'altitude, la température ou la géométrie du système sur lequel elle s'applique.

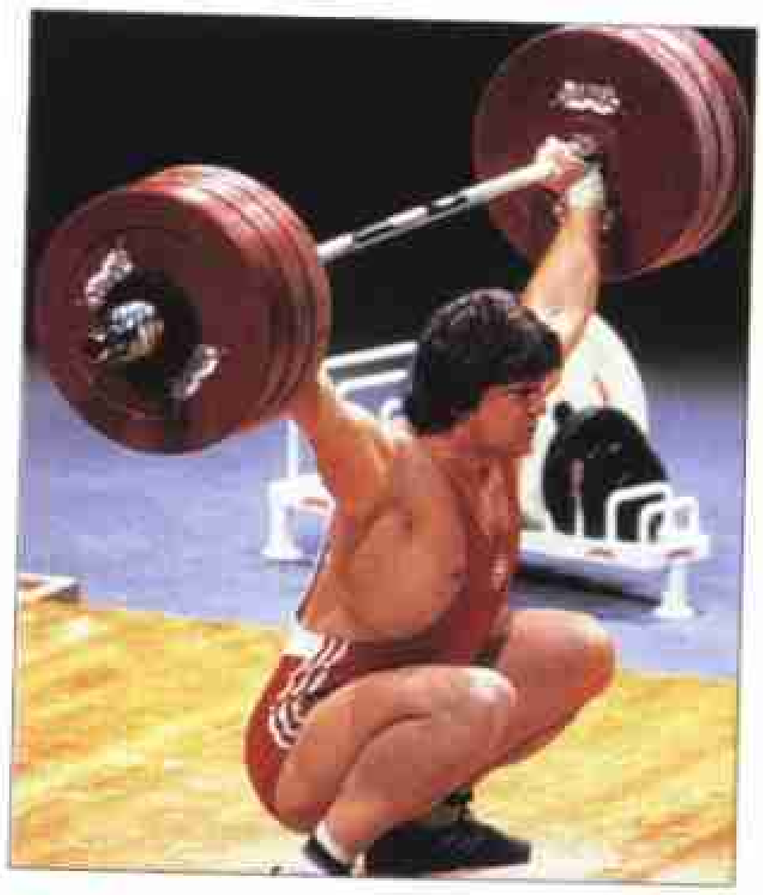


Fig. 1 Haltérophile immobile, les forces qu'il exerce sur l'haltère effectuent un travail nul.

1. 2. Travail d'une force constante sur un déplacement rectiligne

Une **force constante** est une force dont la direction, le sens et la valeur ne changent pas pendant la durée de l'étude. Le travail d'une force constante $\vec{F}$ dont le point d'application se déplace de A à B sur le segment $[AB]$ est le produit scalaire du vecteur force $\vec{F}$ par le vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$ (fig. 2).

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$$
$$= F \times AB \times \cos \alpha$$

$W_{AB}(\vec{F})$: travail de la force (J)
F : valeur de la force (N)
AB : longueur du déplacement (m)
α : angle entre les vecteurs $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$

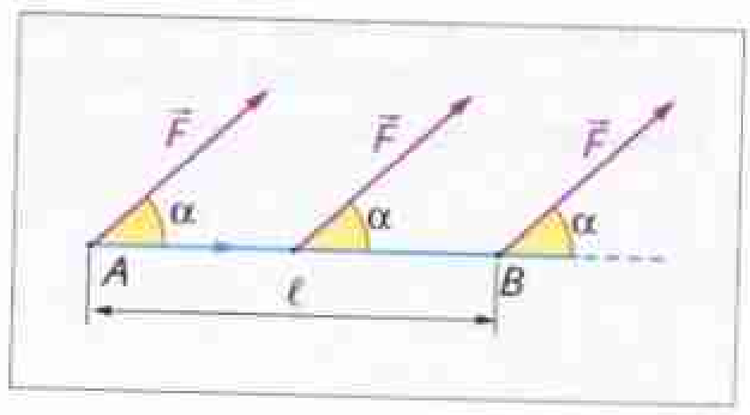


Fig. 2 Force $\vec{F}$ constante dont le point d'application a un déplacement rectiligne.

Un **travail moteur** contribue à augmenter l'énergie du système : $W > 0$.
Un **travail résistant** contribue à diminuer l'énergie du système : $W < 0$.

D'après les règles du produit scalaire, **le travail est nul si la direction de la force est orthogonale au déplacement.**

1. 3. Travail d'une force constante sur un déplacement quelconque

A Travail élémentaire

Considérons le cas d'une force constante $\vec{F}$ dont le point d'application se déplace de A à B sur une trajectoire quelconque C (fig. 3). Le **déplacement élémentaire** est une portion suffisamment petite de la trajectoire pour être considérée comme rectiligne. Le vecteur déplacement élémentaire $d\vec{\ell}$ est tangent à la trajectoire et dans le sens du mouvement.

Le travail de la force $\vec{F}$ sur un déplacement élémentaire $d\vec{\ell}$ est appelé travail élémentaire et se note δW :

$$\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

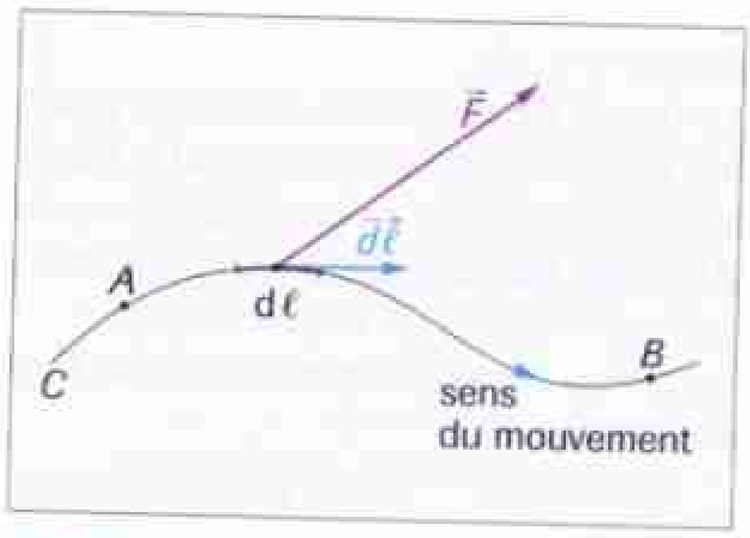


Fig. 3 Le point d'application de la force $\vec{F}$ se déplace sur la courbe C.

LE COURS

B Travail du poids

Soit $(O, \vec{k})$ un axe vertical orienté vers le haut. Le travail du poids entre A et B sur une trajectoire quelconque est la somme de tous les travaux élémentaires (fig. 4).

$$W_{AB}(\vec{P}) = \int_A^B \vec{P} \cdot d\vec{\ell} = \vec{P} \cdot \int_A^B d\vec{\ell} = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = P \times AB \times \cos\theta = mg(z_A - z_B).$$

Le travail du poids d'un corps ne dépend pas du chemin suivi.

On écrit aussi : $W_{AB}(\vec{P}) = \pm mgh$ avec $h = |z_A - z_B|$.
$W_{AB}(\vec{P}) = +mgh$ si le déplacement se fait vers le bas.

$W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$ $= \pm mgh$	$W_{AB}(\vec{P})$: travail du poids (J) m : masse du solide (kg) z_A et z_B : altitudes (m) h : distance verticale entre A et B

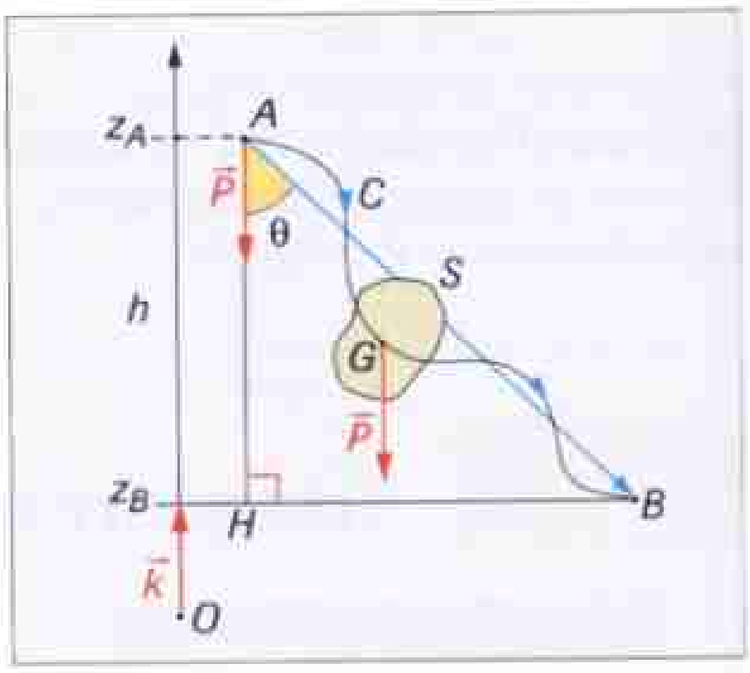


Fig. 4 Le point d'application du poids $\vec{P}$ du solide S se déplace sur la courbe C de A à B.

1. 4. Expression du travail dans le cas général

Pour les forces non constantes telles que la force de rappel d'un ressort, la définition du travail peut être généralisée en remarquant que les variations de la force sont négligeables sur un déplacement élémentaire. La force étant considérée comme constante sur un déplacement élémentaire, on se ramène au cas précédent.

Le travail d'une force quelconque $\vec{F}$ entre A et B le long d'une trajectoire quelconque est égal à la somme de tous les travaux élémentaires entre A et B :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \delta W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

1. 5. Travail de la force appliquée à l'extrémité d'un ressort

La force appliquée par un opérateur à l'extrémité d'un ressort, l'autre extrémité étant fixe est aussi appelée force de tension ou tension du ressort (Chap. 16). La tension s'écrit : $\vec{F} = kx\vec{i}$ avec x : allongement algébrique, $\vec{i}$: vecteur unitaire dans la direction du ressort et k : constante de raideur du ressort (fig. 5).

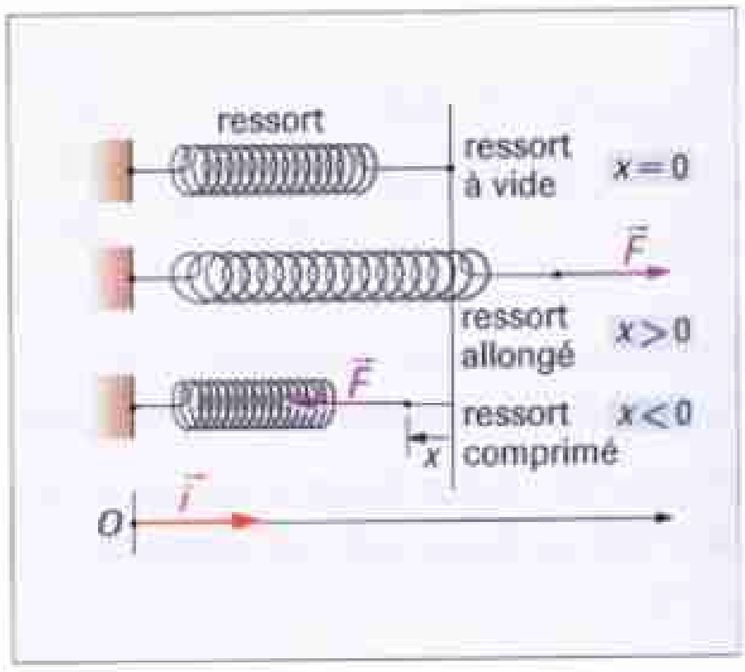


Fig. 5 $\vec{F}$ est la force appliquée au ressort dont l'allongement algébrique est x.

Le travail de la tension du ressort pour passer de l'allongement algébrique x_1 à l'allongement x_2 correspond à l'énergie transférée au ressort par l'opérateur. Il se calcule en considérant une infinité de déplacements élémentaires $d\vec{\ell} = dx\vec{i}$ car la tension n'est pas une force constante (sa valeur et son sens varient au cours du mouvement).

Le travail élémentaire effectué par $\vec{F}$ pour passer de l'allongement x à $x + dx$ s'écrit (fig. 6) :

$$\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot dx\vec{i} = (kx\vec{i}) \times (dx \times \vec{i}) = kxdx.$$

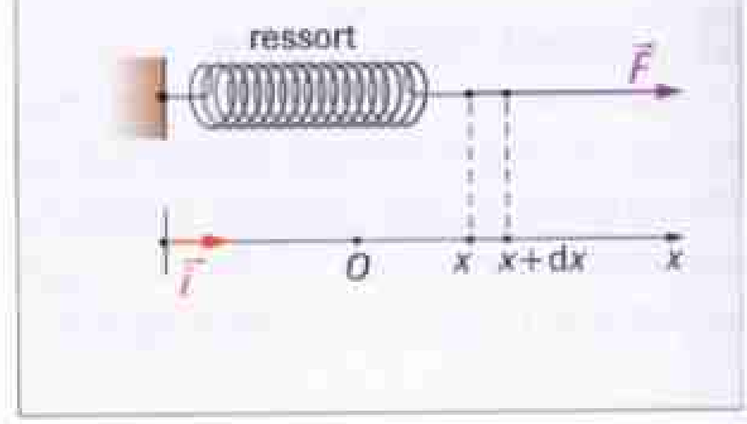


Fig. 6 Quand l'allongement passe de x à $x + dx$, la valeur F de la tension peut être considérée comme constante et :

$$\delta W(\vec{F}) = F dx = kxdx.$$

À partir de cette expression, deux méthodes permettent d'établir l'expression du travail : l'intégration ou la méthode graphique.

A Intégration

Le travail de la force $\vec{F}$ entre A et B est égal à la somme de tous les travaux élémentaires entre A et B. Cette somme correspond à l'intégrale définie :

$$W_{12}(\vec{F}) = \int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = \left[\frac{1}{2}kx^2\right]_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2).$$

B Méthode graphique

Supposons $x > 0$, la valeur de la tension est proportionnelle à l'allongement : $F = kx$. Traçons la courbe donnant les variations de la tension $F = kx$ en fonction de x ; c'est une droite (fig. 7).

Entre les allongements x et $x + dx$ (dx infiniment petit), la tension peut être considérée comme constante et le travail élémentaire de la tension :

$$\delta W = F\,dx = kx\,dx$$

δW est numériquement égal à l'aire du rectangle infiniment petit coloré en bleu foncé à la figure 7 c'est-à-dire pratiquement, à l'aire située « sous la droite » $F = kx$ entre les verticales d'abscisses x et $x + dx$.

Le travail de la tension entre l'allongement x_1 et l'allongement x_2 est numériquement égal à la somme de toutes les aires situées sous la droite c'est-à-dire à l'aire du trapèze coloré en bleu à la figure 7. Cette aire est égale à la différence des aires de deux triangles rectangles :

$$W_{12}(\vec{F}) = \frac{1}{2}(kx_2)x_2 - \frac{1}{2}(kx_1)x_1 = \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2).$$

Le travail de la force $\vec{F}$ appliquée à l'extrémité d'un ressort pour passer de l'allongement x_1 à l'allongement x_2 s'exprime par :

$$W_{12}(\vec{F}) = \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2).$$

Ce travail est positif (moteur) pour $x_2^2 > x_1^2$ c'est-à-dire $|x_2| > |x_1|$.
Par exemple si :

- $x_2 > x_1 > 0$: l'opérateur allonge davantage le ressort.
- $x_2 < x_1 < 0$: l'opérateur comprime davantage le ressort.

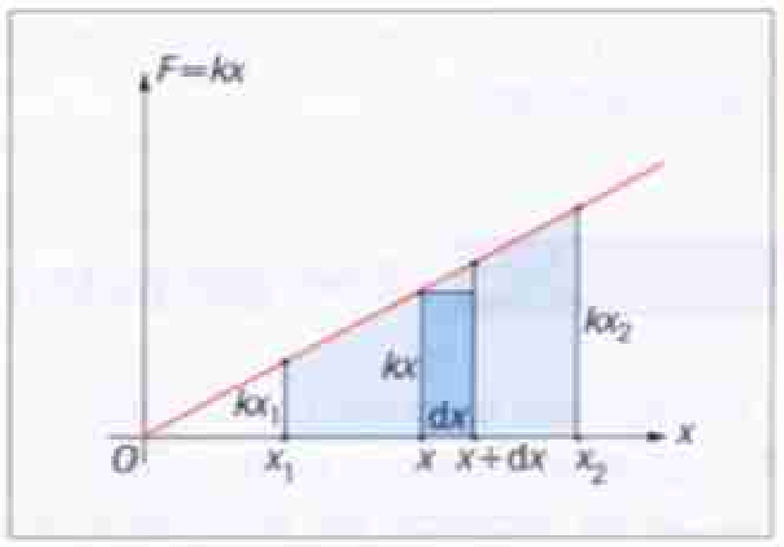


Fig. 7 Calcul du travail de la force appliquée au ressort par la méthode graphique.

▶ *Voir exercices n°s 6, 7, 8, page 326*

2 Énergie potentielle

2. 1. Notion d'énergie potentielle

L'**énergie potentielle** est la forme d'énergie qu'un système possède du fait de sa position par rapport au système avec lequel il est en interaction. Elle peut être convertie en une autre forme d'énergie (par exemple cinétique) ou transférée par travail, transfert thermique ou rayonnement.

2. 2. Énergie potentielle de pesanteur

Soit un axe vertical $\overrightarrow{Oz}$ orienté vers le haut.
Soient deux points A et B, d'altitudes respectives z_A et z_B tels que $z_B > z_A$.

La variation d'énergie potentielle de pesanteur d'un système entre A et B (fig. 8) correspond au travail d'une force $\vec{F}$ qu'il faut fournir pour déplacer le centre de gravité G du système du point A au point B, le système étant au repos en A et en B.
Comme il a été montré en classe de Première :

$$E_{ppB} - E_{ppA} = W_{AB}(\vec{F}) = mg(z_B - z_A)$$

L'énergie potentielle de pesanteur est définie par (fig. 9) :

$$E_{pp} = mgz$$

E_{pp} : énergie potentielle de pesanteur (J)
m : masse du système (kg)
g : accélération de la pesanteur en $m \cdot s^{-2}$
z : altitude du centre d'inertie (m)

L'énergie potentielle de pesanteur augmente avec l'altitude ; elle est nulle pour une altitude de référence, choisie au cas par cas, de sorte que les calculs soient les plus simples possibles (niveau du sol, de la table sur laquelle l'expérience est réalisée…). Ce niveau affecte la valeur de l'énergie potentielle de pesanteur mais non ses variations qui, elles seules, ont une signification physique.

2. 3. Énergie potentielle élastique

On considère un ressort horizontal dont une extrémité est fixe.
La variation d'énergie potentielle élastique d'un ressort est l'énergie transférée par un opérateur qui déforme le ressort en le faisant passer d'un allongement x_1 à un allongement x_2 :

$$E_{pél2} - E_{pél1} = W_{12}(\vec{F}) = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$$

L'énergie potentielle élastique est définie par (fig. 10) :

$$E_{pél} = \frac{1}{2}kx^2$$

$E_{pél}$: énergie potentielle élastique (J)
k : constante de raideur du ressort ($N \cdot m^{-1}$)
x : allongement algébrique du ressort (m)

Un ressort possède de l'énergie potentielle élastique dès qu'il est allongé ou comprimé. Cette forme d'énergie est proportionnelle au carré de l'allongement ; elle ne prend que des valeurs positives.

▶ *Voir exercices n°s 9 et 10, page 327*

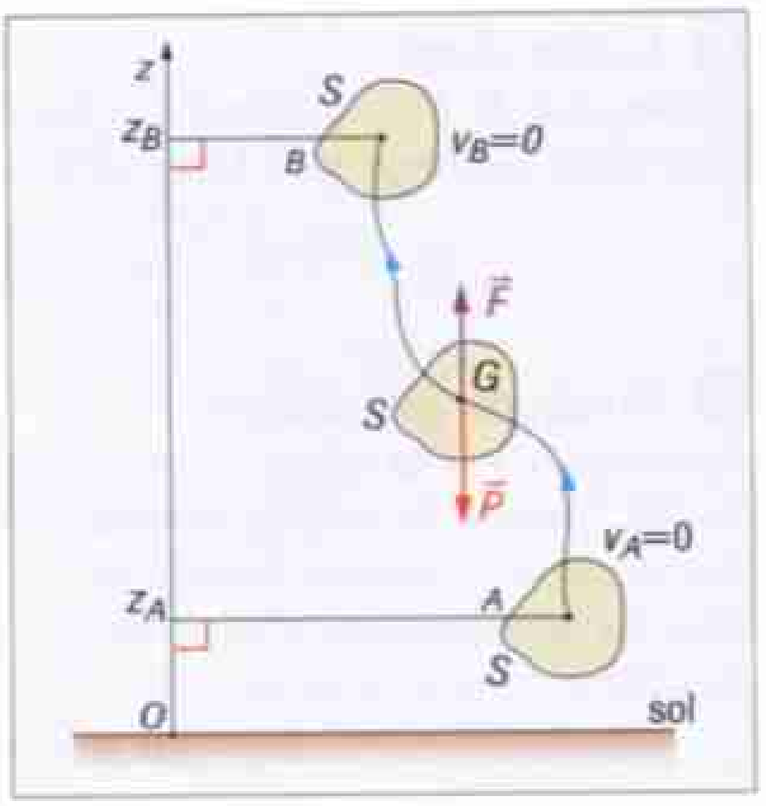


Fig. 8 Mise en évidence de l'énergie potentielle de pesanteur.

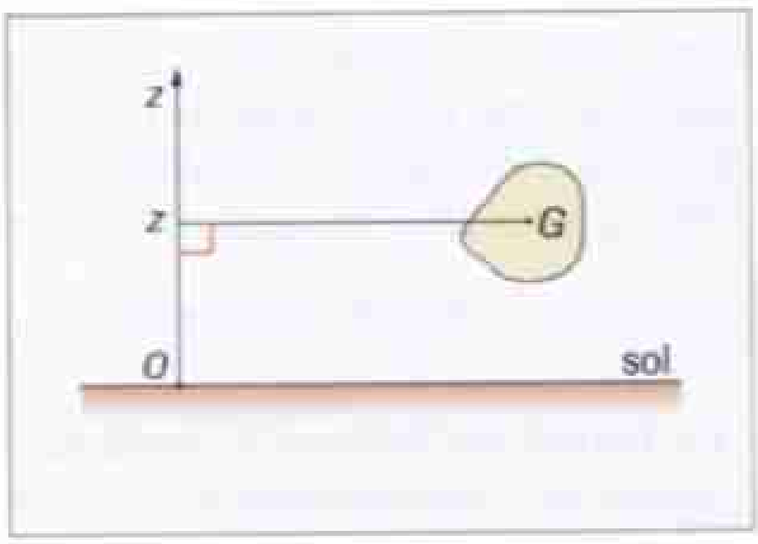


Fig. 9 Valeur de l'énergie potentielle de pesanteur : $E_{pp} = mgz$.

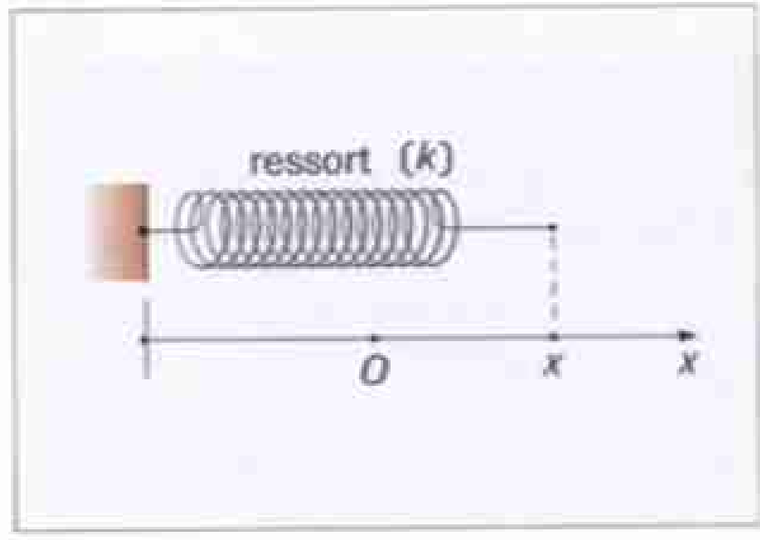


Fig. 10 Le ressort dont l'allongement est x (ici $x > 0$) possède l'énergie potentielle élastique :

$$E_{pél} = \frac{1}{2}kx^2.$$

EXERCICE RÉSOLU — **Énergie potentielle élastique**

Énoncé
Un chariot, dont le mouvement est sans frottement, oscille sur un plan horizontal à l'extrémité d'un ressort de raideur $k = 100\ N \cdot m^{-1}$. L'énergie potentielle maximale est de 5,0 J.
1. Déterminer l'amplitude du mouvement.
2. Déterminer la (les) position(s) du wagonnet pour la(les)quelle(s) l'énergie potentielle ne vaut que 2,5 J.

Solution
1. Pour $x = a$ (amplitude), l'énergie potentielle élastique du ressort prend sa valeur maximale :

$$E_{pél} = \frac{1}{2}ka^2 = E_{pél\ max} \text{ donc } a = \sqrt{\frac{2E_{pél\ max}}{k}} = \sqrt{\frac{2 \times 5}{100}}$$

$$a = 0{,}32\ m = 32\ cm.$$

2. Valeurs de x pour lesquelles $E_{pél} = 2{,}5$ J :

$$E_{pél} = 2{,}5\ J = \frac{1}{2}kx^2 \text{ donc } x = \pm\sqrt{\frac{2E_{pél}}{k}} = \pm\sqrt{\frac{2 \times 2{,}5}{100}}$$

$$x \approx \pm 0{,}22\ m = \pm 22\ cm.$$

3 Énergie mécanique du système solide-ressort

3. 1. Étude énergétique du système solide-ressort horizontal

Le solide S, de centre d'inertie G, oscille sous l'action du ressort sur une surface horizontale parfaitement lisse. Sa position est déterminée par l'abscisse x de son centre d'inertie et sa vitesse est $v_G = \dot{x}$ (fig. 11).
L'équation différentielle du mouvement de G a été établie au chapitre 16 :

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

Multiplions les deux membres de cette équation par $\dot{x}$ (vitesse de G) :

$$m\ddot{x}\dot{x} + kx\dot{x} = 0$$

Nous allons prendre l'expression générale de la primitive de chacun des deux membres de cette équation. Calculons :

- la dérivée de l'énergie cinétique E_c du solide S :

$$E_c = \frac{1}{2} m v_G^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 ; \quad \frac{dE_c}{dt} = \frac{1}{2} m \times 2\dot{x} \times \ddot{x} = m\dot{x}\ddot{x}.$$

Puisque la dérivée de E_c est $m\dot{x}\ddot{x}$, la primitive de $m\dot{x}\ddot{x}$ est E_c + cte.

- la dérivée de l'énergie potentielle élastique $E_{pél}$ du ressort :

$$E_{pél} = \frac{1}{2} kx^2 ; \quad \frac{dE_{pél}}{dt} = \frac{1}{2} k \times 2x \times \dot{x} = kx\dot{x}.$$

Puisque la dérivée de $E_{pél}$ est $kx\dot{x}$, la primitive de $kx\dot{x}$ est $E_{pél}$ + cte ;

- la primitive du second membre : celui-ci est nul, sa primitive est donc une constante.

Prenons la primitive des deux membres :

$$E_c + \text{cte} + E_{pél} + \text{cte} = \text{cte}$$

$$\boldsymbol{E_c + E_{pél} = \text{cte}}$$

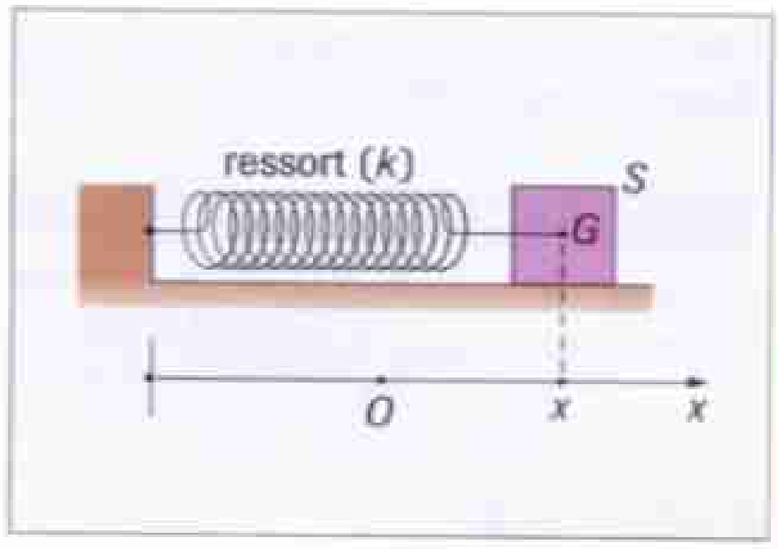


Fig. 11 Le solide S (masse m) oscille à l'extrémité du ressort de constante de raideur k.

▶ *Voir exercices n°s 14, 18 et 20, pages 327 et 328*

3. 2. Énergie mécanique

La somme $E_m = E_c + E_{pél}$ est l'**énergie mécanique** du système solide-ressort.

• L'énergie mécanique du système solide-ressort est la somme de l'énergie cinétique du solide et de l'énergie potentielle élastique du ressort.

• L'énergie mécanique du système solide-ressort se conserve si le système évolue sans frottement :

$$\boldsymbol{E_m = E_c + E_{pél} = \text{cte}}$$

position	énergie cinétique	énergie potentielle élastique	énergie mécanique
1. abscisse maximale	0	$\frac{1}{2} kX_m^2$	$\frac{1}{2} kX_m^2$
2. passage à la position d'équilibre	$\frac{1}{2} mv_m^2$	0	$\frac{1}{2} mv_m^2$
3. abscisse minimale	0	$\frac{1}{2} kX_m^2$	$\frac{1}{2} kX_m^2$
4. abscisse x quelconque	$\frac{1}{2} mv^2$	$\frac{1}{2} kx^2$	$\frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2$

Fig. 12 Le tableau indique la valeur des deux formes d'énergie dans des positions particulières.
Pour les positions 1 et 3, la vitesse du solide s'annule et l'énergie est toute entière sous forme d'énergie potentielle élastique. Pour la position 2, l'allongement est nul et l'énergie est toute entière sous forme d'énergie cinétique ($v = v_m$ est alors la vitesse maximale).

3. 3. Conversions d'énergie

• Puisque la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle élastique est constante, l'énergie cinétique de la masse se transforme en énergie potentielle élastique du ressort et vice versa (fig. 12).

On peut donc écrire :

$$E = \frac{1}{2}kx_m^2 = \frac{1}{2}mv_m^2 = E_c + E_{pél} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

• À l'aide d'un tableur et des enregistrements réalisés au chapitre 16 (mouvements sans frottement), il est possible de suivre les variations, au cours du temps, de l'énergie cinétique E_c de la masse, de l'énergie potentielle élastique $E_{pél}$ du ressort et de leur somme E_m. On obtient les courbes de la figure 13 qui montrent que si E_c et $E_{pél}$ varient, leur somme demeure constante.

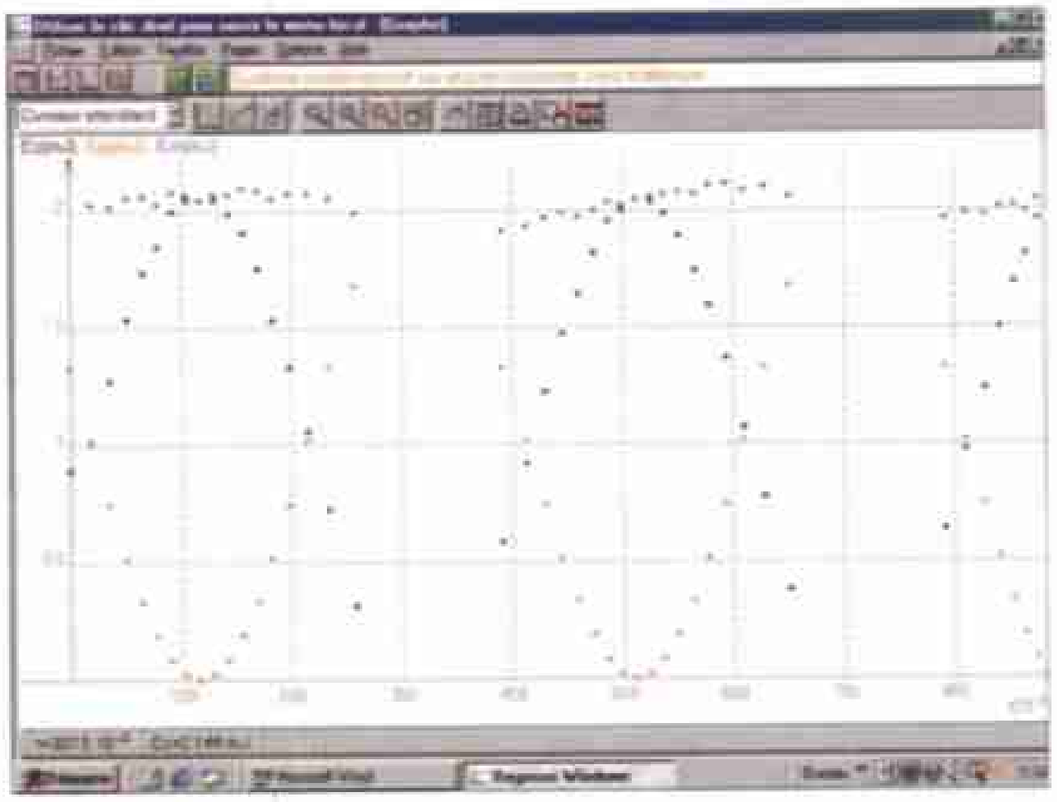


Fig. 13 Variations, pour le système solide-ressort :
• de l'énergie cinétique E_c (en noir) ;
• de l'énergie potentielle élastique $E_{pél}$ (en rouge) ;
• de l'énergie mécanique E_m du système (en bleu).
E_m demeure constante (évolution sans frottement).

4 Énergie mécanique d'un projectile

4. 1. Étude énergétique du mouvement d'un projectile

Le projectile S est lancé, avec le vecteur vitesse $\vec{v}_0$, dans le champ de pesanteur terrestre (fig. 14). L'étude du mouvement de chute libre a été effectuée au chapitre 12 : $m\vec{a}_G = \vec{P} = m\vec{g} \Rightarrow m\ddot{x} = 0$ et $m\ddot{z} = -mg$. Nous allons légèrement transformer ces deux égalités et prendre la primitive de chaque membre.

• $m\ddot{x} = 0$; multiplions les deux membres par $\dot{x} = v_x$: $m\dot{x}\ddot{x} = 0$.

Calculons la dérivée de l'énergie cinétique suivant l'axe $\overrightarrow{Ox}$:

$$E_{c_x} = \frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$$

$\frac{dE_{c_x}}{dt} = \frac{1}{2}m \times 2\dot{x} \times \ddot{x} = m\dot{x}\ddot{x}$; la primitive de $m\dot{x}\ddot{x}$ est donc $E_{c_x} = \frac{1}{2}mv_x^2 + \text{cte}$.

La primitive du second membre est une constante ; donc :

$$\frac{1}{2}mv_x^2 + \text{cte} = \text{cte} \quad \text{ou} \quad \mathbf{\frac{1}{2}mv_x^2 = E_{c_x} = cte.}$$

L'énergie cinétique du solide suivant l'axe $\overrightarrow{Ox}$ est donc constante.

• $m\ddot{z} + mg = 0$; multiplions les deux membres par $\dot{z} = v_z$: $m\dot{z}\ddot{z} + mg\dot{z} = 0$

Calculons la dérivée de l'énergie cinétique suivant l'axe $\overrightarrow{Oz}$:

$$E_{c_z} = \frac{1}{2}mv_z^2 = \frac{1}{2}m\dot{z}^2.$$

$\frac{dE_{c_z}}{dt} = \frac{1}{2}m \times 2\dot{z} \times \ddot{z} = m\dot{z}\ddot{z}$; la primitive de $m\dot{z}\ddot{z}$ est donc $E_{c_z} = \frac{1}{2}mv_z^2 + \text{cte}$.

La primitive de $mg\dot{z}$ est $mgz + \text{cte}$ et la primitive du second membre est une constante ; on obtient donc :

$$\frac{1}{2}mv_z^2 + \text{cte} + mgz + \text{cte} = \text{cte} \quad \text{ou} \quad \mathbf{\frac{1}{2}mv_z^2 + mgz = cte.}$$

Ajoutons alors, aux deux membres, l'énergie cinétique $\frac{1}{2}mv_x^2$ qui est une constante :

$$\frac{1}{2}mv_z^2 + \frac{1}{2}mv_x^2 + mgz = \text{cte} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_z^2) + mgz = \text{cte.}$$

Or $v_x^2 + v_z^2 = v^2$ et $\frac{1}{2}m(v_x^2 + v_z^2) = \frac{1}{2}mv^2 = E_c$ avec E_c, énergie cinétique du projectile et mgz, énergie potentielle de pesanteur du solide S ; donc :

$$\mathbf{E_c + E_{pp} = cte}$$

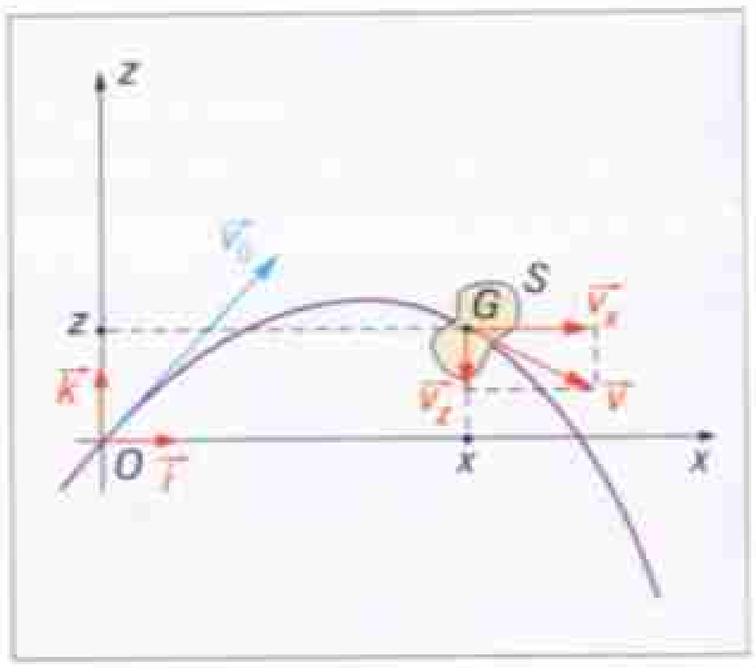


Fig. 14 Mouvement parabolique du centre d'inertie G du solide S lancé dans le champ de pesanteur terrestre avec le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ contenu dans le plan xOz.

4. 2. Énergie mécanique

La somme $E_m = E_c + E_{pp}$ est l'**énergie mécanique** du projectile évoluant dans le champ de pesanteur terrestre.

• L'énergie mécanique d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle de pesanteur.

• L'énergie mécanique du projectile se conserve :

$$E_m = E_c + E_{pp} = \text{cte}$$

si le mouvement s'effectue sans frottement.

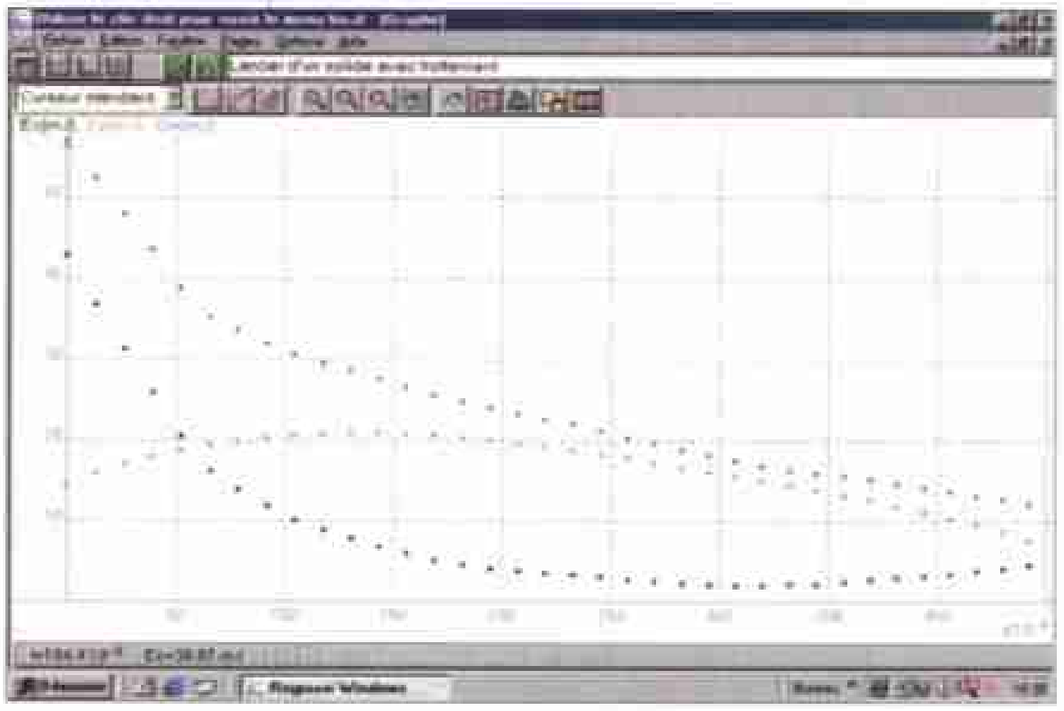


FIG. 15 Variations des énergies cinétique (en noir), potentielle de pesanteur (en rouge) et mécanique (en bleu) pour un solide soumis à des frottements.

■ REMARQUE

Lorsqu'il existe des frottements, l'énergie mécanique ne demeure pas constante ; elle diminue (fig. 15).

4. 3. Conversions d'énergie

Les deux formes d'énergie E_c et E_{pp} se transforment l'une dans l'autre au cours de l'évolution du projectile sans frottement.

Si le solide s'élève, son énergie cinétique se transforme en énergie potentielle de pesanteur alors que, quand le solide descend, son énergie potentielle de pesanteur se transforme en énergie cinétique.

La figure 16 illustre ces conversions d'énergie à somme constante dans le cas du mouvement d'une balle de ping-pong évoluant à faible vitesse dans l'air.

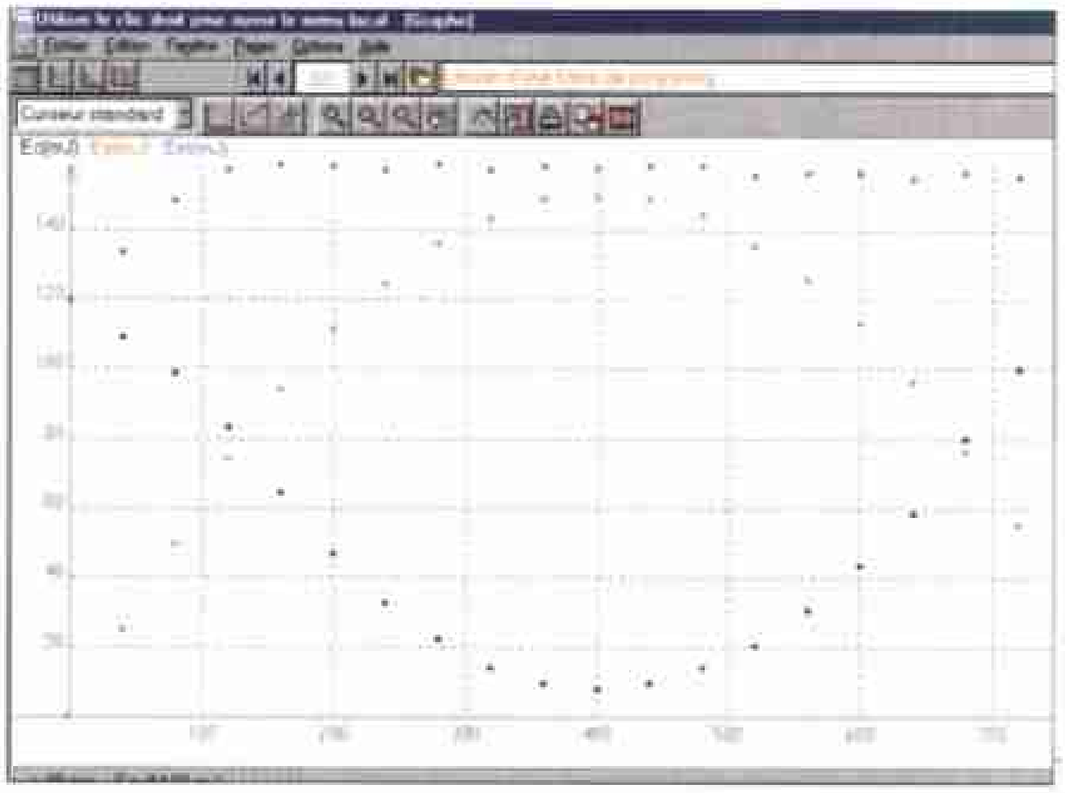


FIG. 16 Variations, pour la balle de ping-pong lancée dans l'air :
- de l'énergie cinétique E_c (en noir) ;
- de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} (en rouge) ;
- de l'énergie mécanique E_m (en bleu).

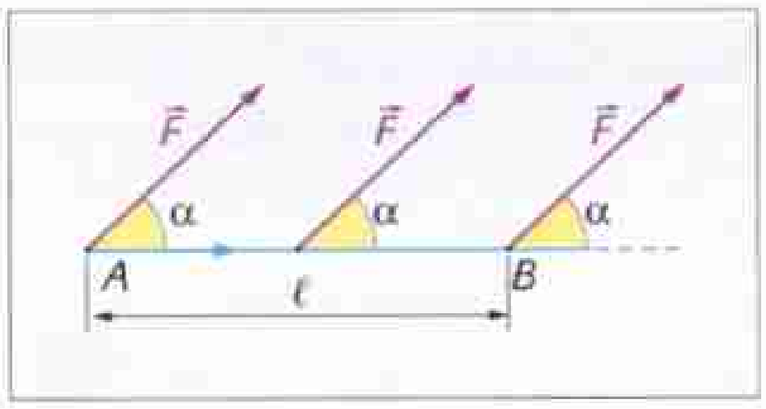
E_m demeure constante (évolution sans frottement).

▶ *Voir exercices n°s 11 à 13 et 15 à 19, pages 327 et 328*

L'ESSENTIEL

1 Transfert d'énergie par travail

■ Le travail d'une force constante $\vec{F}$ dont le point d'application se déplace de A à B sur le segment $[AB]$ est le produit scalaire du vecteur force $\vec{F}$ et du vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$.



$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos\alpha$$

F : valeur de la force constante en newtons (N)
AB : déplacement en mètres (m)
α : angle entre les vecteurs $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$
$W_{AB}(\vec{F})$: travail de la force en joules (J)

■ Le travail élémentaire d'une force $\vec{F}$ s'exprime par :

$$\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

$d\vec{\ell}$ est le déplacement élémentaire.

■ Le travail d'une force $\vec{F}$ dont le point d'application se déplace de A à B est la somme des travaux élémentaires entre A et B :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

■ Le travail de la force appliquée à l'extrémité d'un ressort pour passer de l'allongement x_1 à x_2 s'exprime par :

$$W_{12}(\vec{F}) = \frac{1}{2} k \left(x_2^2 - x_1^2\right)$$

$W_{12}(\vec{F})$: travail de la tension en joules (J)
k : constante de raideur du ressort ($N \cdot m^{-1}$)
x_1 et x_2 : allongements algébriques du ressort (m)

2 Énergie potentielle

■ **Énergie potentielle de pesanteur d'un solide :**

$$E_{pp} = mgz$$

E_{pp} : énergie potentielle de pesanteur en joules (J)
m : masse du solide (kg)
g : accélération de la pesanteur ($m \cdot s^{-2}$)
z : altitude du centre d'inertie (m)

■ **Énergie potentielle élastique d'un ressort**

La variation d'énergie potentielle élastique est l'énergie transférée par un opérateur qui déforme le ressort.

$$E_{pél} = \frac{1}{2} k x^2$$

$E_{pél}$: énergie potentielle élastique en joules (J)
k : constante de raideur du ressort ($N \cdot m^{-1}$)
x : allongement algébrique du ressort (m)

3 Énergie mécanique d'un système solide-ressort

■ L'énergie mécanique du système solide-ressort sur un support horizontal en l'absence de frottement est constante au cours du mouvement :

$$E_m = E_c + E_{pél} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \text{cte.}$$

4 Énergie mécanique d'un projectile

■ L'énergie mécanique d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme en l'absence de frottement est constante au cours du mouvement :

$$E_m = E_c + E_{pél} = \frac{1}{2} m v^2 + mgz = \text{cte.}$$

Mots-clés

- Travail élémentaire
- Énergie cinétique
- Énergie potentielle
- Énergie mécanique

▶ *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Aspects énergétiques de mouvements

Tous les mouvements étudiés au cours des séances précédentes peuvent être analysés sous un angle énergétique. L'outil informatique permet de calculer et de visualiser les grandeurs énergétiques.

Matériel

- Banc à coussin d'air horizontal.
- Mobile.
- Deux ressorts à spires non jointives.
- Projectile (balle…).
- Acquisition vidéo : webcam avec logiciel dédié ou camescope et magnétoscope.
- Acquisition par ordinateur : mobile équipé d'un peigne, capteur, interface, logiciel d'acquisition, table à digitaliser.
- Tableur pour traiter les données.

Réflexions préalables

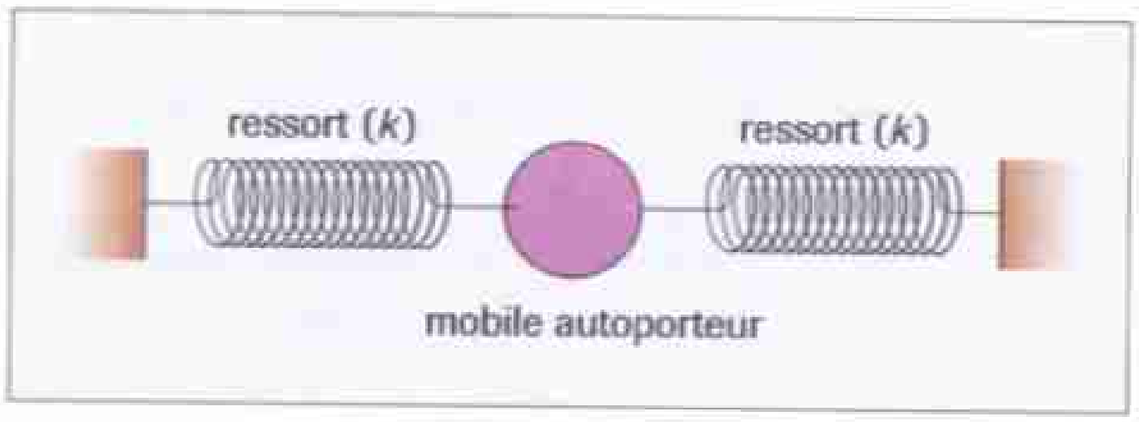
■ Pour chaque mouvement étudié, prévoir qualitativement l'évolution des énergies cinétique, potentielle et mécanique en fonction du temps.

■ Prévoir toutes les variables intermédiaires à calculer pour accéder aux grandeurs énergétiques.

Manipulation

Objectif : Réinvestir les enregistrements des travaux pratiques précédents d'un point de vue énergétique en utilisant l'outil informatique.

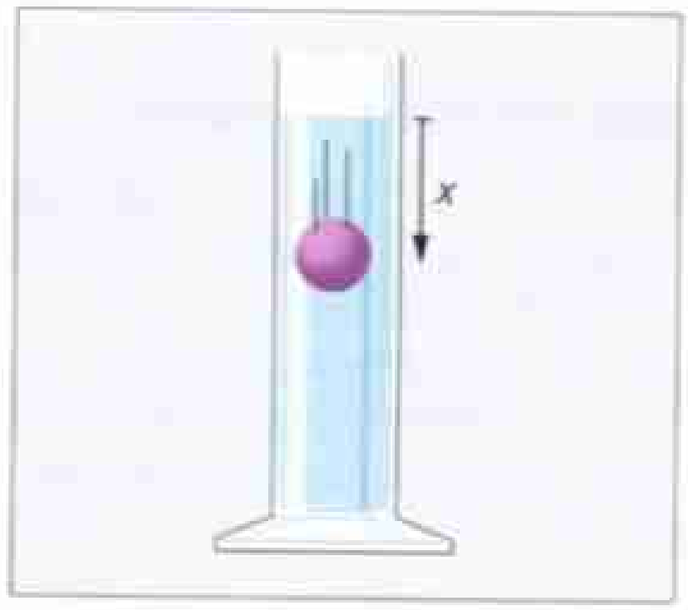
1. Faire l'acquisition du mouvement d'un pendule élastique horizontal sans frottement et avec frottements. On admet que les deux ressorts de raideur k sont équivalents à un seul ressort de raideur $2k$.



Mobile autoporteur oscillant entre deux ressorts.

2. Faire l'acquisition du mouvement d'un des systèmes suivants dans le champ de pesanteur :

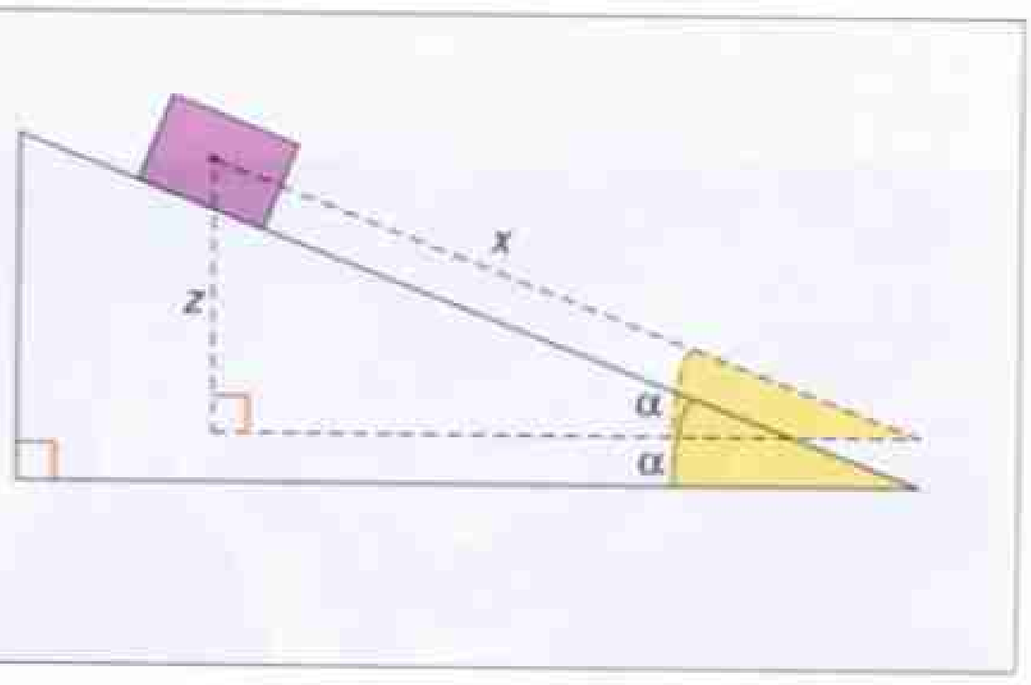
- mobile autoporteur ou non sur une table inclinée ;
- bille dans l'air ;
- bille dans l'eau ou la glycérine.



Bille tombant dans l'eau.

3. Dans chaque cas, calculer les expressions des énergies mises en jeu à l'aide d'un logiciel.

4. Tracer sur un même graphique l'évolution, en fonction du temps, de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle de pesanteur ou élastique et de l'énergie mécanique.



Solide en mouvement sur une table inclinée.

▶ Questions

1. Confronter les courbes expérimentales avec les prévisions. Analyser les éventuelles différences.

2. À l'aide des courbes tracées :

– analyser les évolutions simultanées des énergies potentielle et cinétique ;

– montrer l'influence des frottements sur l'énergie mécanique du système.

ÉTUDE DE DOCUMENTS

Conservation de l'énergie

L'énergie est une notion datant du milieu du XIXe siècle.
Sa conservation est l'un des principes fondamentaux de la physique.

DOC 1

Le principe de conservation

« La conservation de l'énergie est l'un des principes les plus fondamentaux de la physique, qui gouverne tous les phénomènes connus à ce jour. Il n'y a pas d'exception connue à cette loi. Elle affirme qu'il y a une certaine quantité que nous appelons énergie qui ne change pas dans les multiples modifications que peut subir la nature. C'est une idée très abstraite, car c'est un principe mathématique ; ce principe dit qu'il existe une quantité numérique, qui ne change pas, lorsque quelque chose se passe. Ce n'est pas la description d'un mécanisme ou quoi que ce soit de concret ; c'est simplement ce fait étrange que nous puissions calculer un certain nombre et que lorsque nous avons terminé d'observer l'évolution de la nature et que nous recalculons ce nombre, il soit le même. »
Dans la suite du texte Feynman illustre la conservation de l'énergie par le fait que le nombre de cubes que possède un enfant reste constant même s'il en cache un dans une boîte, dans le bain, etc.

Le passage sur la conservation de l'énergie extrait de l'ouvrage de Richard Feynmân *Le cours de physique-mécanique I*.
© Dunod Paris 1998, ISBN 2 10004 135 5.



Richard Feynman recevant le prix Nobel de physique le 10/12/1965.

▶ Questions

1. Qu'appelle-t-on « principe » en physique ?

2. Que représentent les cubes dans l'exemple pris par Feynman ? Que représente le domaine où il faut les chercher ?

3. Dans le cadre de la mécanique, quelle est la forme d'énergie qui se conserve ?

4. Comment expliquer, par exemple que tous les oscillateurs tendent à s'amortir ? Pour quel système cette loi est-elle vérifiée ? Quelle autre forme d'énergie faut-il considérer ?

DOC 2

La conservation de l'énergie à tout prix

« Il existe un lien étroit entre la différence d'altitude et la vitesse. N'y aurait-il pas une grandeur sous-jacente ? et comment la trouver ? C'est pour répondre à cette question que l'énergie a été littéralement inventée. À la différence d'altitude, comme à la vitesse atteinte, on associe une quantité bien définie d'une grandeur (abstraite) qui se manifeste ici sous deux formes : l'énergie potentielle de pesanteur et l'énergie cinétique. En descendant, un wagonnet évoluant sans frottement perd de l'énergie potentielle pour acquérir, en quantité égale, de l'énergie cinétique. La transformation inverse se produit lorsqu'il remonte. Les physiciens parlent de la loi de conservation de l'énergie.
Au lieu d'un système idéalisé, sans frottement, nous avons affaire, dans les montagnes russes à un mécanisme bien réel, et nous savons bien qu'après être descendu, le wagonnet n'est pas capable de remonter jusqu'à l'altitude de départ. Si le constructeur veut que le wagonnet puisse continuer sa course folle, les sommets successifs doivent avoir des altitudes décroissantes. De l'énergie se perdrait-elle ?
La réponse est affirmative si on ne considère que les mouvements. Mais c'est pécher par omission. Sous l'effet des frottements, les pièces métalliques en contact, roues et rails, chauffent et acquièrent de l'énergie sous forme d'une température plus élevée. On parle d'énergie interne. À chaque fois qu'un système gagne ou perd de l'énergie, les physiciens trouvent un système plus vaste et/ou une forme différente d'énergie tels que celle-ci est bien conservée. »

Jean-Louis BOBIN, *L'énergie*, collection Dominos.
© Éditions Flammarion.

▶ Questions

1. Justifier la conservation de l'énergie dans le premier paragraphe.

2. « Les pièces chauffent et acquièrent de l'énergie sous forme d'une température plus élevée. » Décrire avec précision l'énergie à laquelle l'auteur fait allusion ici.

3. Pourquoi ce texte n'est-il pas en contradiction avec la non-conservation de l'énergie mécanique ?

Énoncé

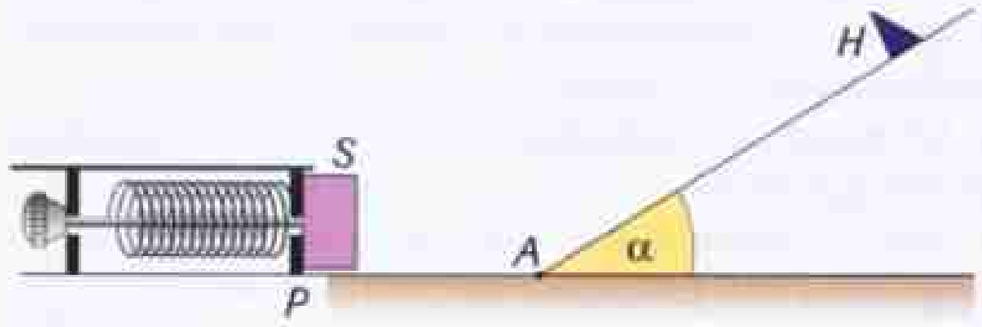
Lanceur à ressort

Une piste est constituée d'un plan horizontal et d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 20°$ avec l'horizontale et d'une longueur $L = 80$ cm. Au sommet du plan incliné se trouve une cible *H* à atteindre comme l'indique la figure.

Le lanceur est constitué d'un ressort d'axe horizontal et de constante de raideur $k = 80\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$, de masse négligeable, de longueur à vide ℓ_0. On note *x* l'allongement du ressort par rapport à sa position d'équilibre.

On comprime le ressort de 20 cm, on pose un petit mobile auto-porteur *S* de masse $m = 150$ g contre la butée et on libère le système. Le mobile quitte la butée *P* quand le ressort reprend sa longueur à vide ℓ_0. Il poursuit son mouvement en glissant sur la portion de plan horizontal puis sur le plan incliné avant d'atteindre sa cible *H*.

On suppose que l'énergie mécanique est conservée durant le mouvement du mobile. On attend un raisonnement énergétique à chaque question.



1. Établir l'expression littérale de la vitesse avec laquelle le mobile quitte le ressort. Effectuer l'application numérique.

2. En déduire la vitesse du mobile en *A*.

3. Établir l'expression littérale de la vitesse minimale v_{min} que doit posséder le mobile en *A* pour atteindre la cible *H*. Effectuer l'application numérique.

4. Exprimer la longueur de compression minimale x_{min} du ressort pour que le mobile atteigne la cible *H* en fonction de *m*, *g*, *AH*, *k* et α.

Donnée

- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Solution

1. Système (mobile + ressort) ; référentiel terrestre, considéré galiléen.
On choisit l'origine des énergies potentielles de pesanteur au niveau du plan horizontal, donc $z_A = 0$.
Comparons l'énergie mécanique du système à deux instants particuliers :

- au départ, la mobile est immobile, le ressort est comprimé :

$$E_{m_0} = \frac{1}{2}kx(0)^2 + 0.$$

- à l'instant où le mobile quitte le ressort, celui-ci étant détendu :

$$E_{m_1} = 0 + \frac{1}{2}mv^2.$$

L'énergie mécanique se conserve donc $E_{m_0} = E_{m_1}$ d'où $v = \sqrt{\frac{k}{m}}\,x(0)$

2. Système (mobile) ; référentiel terrestre.

- Lorsque le mobile quitte le ressort : $E_{m_1} = \frac{1}{2}mv^2$.
- Lorsque le mobile est en *A* : $E_{m_2} = \frac{1}{2}mv_A^2$

Or $E_{m_1} = E_{m_2}$ donc $\boldsymbol{v_A = v}$. Le mobile a un mouvement de translation rectiligne uniforme entre l'instant où il quitte le ressort et celui où il est au point *A*.

3. • En A : $v = v_{min}$; $z_A = 0$; $E_{m_3} = \frac{1}{2}mv_{min}^2$

- En H : $v = 0$; $z_H = AH \sin\alpha$; $E_{m_4} = mg\,AH \sin\alpha$.

Or $E_{m_3} = E_{m_4}$ donc $v_{min} = \sqrt{2g\,AH \sin\alpha}$ $= \mathbf{2{,}3\ m\cdot s^{-1}}$.

4. En réutilisant les résultats des questions 1 et 3, on obtient :

$v_{min} = \sqrt{\frac{k}{m}}\,x_{min}(0)$ d'où $\boldsymbol{x_{min}(0) = \sqrt{\frac{2mg\,AH\sin\alpha}{k}} = 0{,}10\ \text{m} = 10\ \text{cm}.}$

Commentaires

Préciser les instants considérés (position, valeur de la vitesse, de l'allongement...).

$$E_m = \underbrace{\frac{1}{2}kx^2}_{\text{énergie potentielle élastique}} + \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{\text{énergie cinétique}}$$

(le terme d'énergie potentielle de pesanteur est inutile car il n'y a pas de variation d'altitude)

Il n'y a plus d'interaction avec le ressort donc le terme $\frac{1}{2}kx^2$ n'existe plus.

Sur un plan incliné, la distance parcourue est plus longue que la différence d'altitude !

Vérifier l'homogénéité d'un résultat comme celui-ci.

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants :

a. Dans l'expression de l'énergie potentielle élastique x représente l'… du ressort.
b. Sur un … élémentaire, la trajectoire peut être considérée comme ….
c. L'énergie … d'un système augmente lorsque sa vitesse augmente.
d. Pour un système dont l'énergie … ne varie pas, les variations d'énergie … compensent les variations d'énergie ….

2 Vrai ou faux ?

a. Un ressort horizontal maintenu allongé mais immobile possède de l'énergie potentielle élastique.
b. Le travail de la force exercée sur un système placé à l'extrémité d'un ressort, l'autre extrémité étant fixe, est toujours positif.
c. Un projectile en mouvement dans le champ de pesanteur uniforme en l'absence de frottement a une énergie mécanique constante.
d. Le travail d'une force orthogonale au déplacement est toujours nul.

3 QCM

a. L'énergie potentielle élastique du ressort est :
❑ $\frac{1}{2}k\left(x_2^2 - x_1^2\right)$; ❑ $\frac{1}{2}kx^2$;
❑ $\frac{1}{2}kx$; ❑ $\frac{1}{2}kv^2$.

b. Le travail d'une force appliquée à un système correspond à l'énergie :
❑ transférée au système étudié ;
❑ cédée par le système.

c. L'énergie cinétique du système solide-ressort est :
❑ $\frac{1}{2}kx^2$; ❑ $\frac{1}{2}kv^2$; ❑ $\frac{1}{2}mv^2$; ❑ $\frac{1}{2}mx^2$.

d. L'énergie mécanique d'un système solide-ressort en mouvement est :
❑ positive ; ❑ parfois positive ;
❑ négative ; ❑ parfois négative.

4 Apprendre à rédiger :

– Définir la variation d'énergie potentielle de pesanteur entre deux points à partir du travail d'une force à préciser.
– Définir la variation d'énergie potentielle élastique entre deux points à partir du travail d'une force à préciser.

5 Savoir-faire expérimental

Comment calculer manuellement l'énergie mécanique d'un solide en chute libre verticale à différents instants connaissant les positions successives du centre d'inertie du système au cours du temps ?

Application des connaissances

Données pour tous les exercices
• *Intensité de la pesanteur :* $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.
Tous les ressorts sont considérés à spires non jointives et de masse négligeable par rapport aux autres masses considérées.

Travail

6 Ski de vitesse

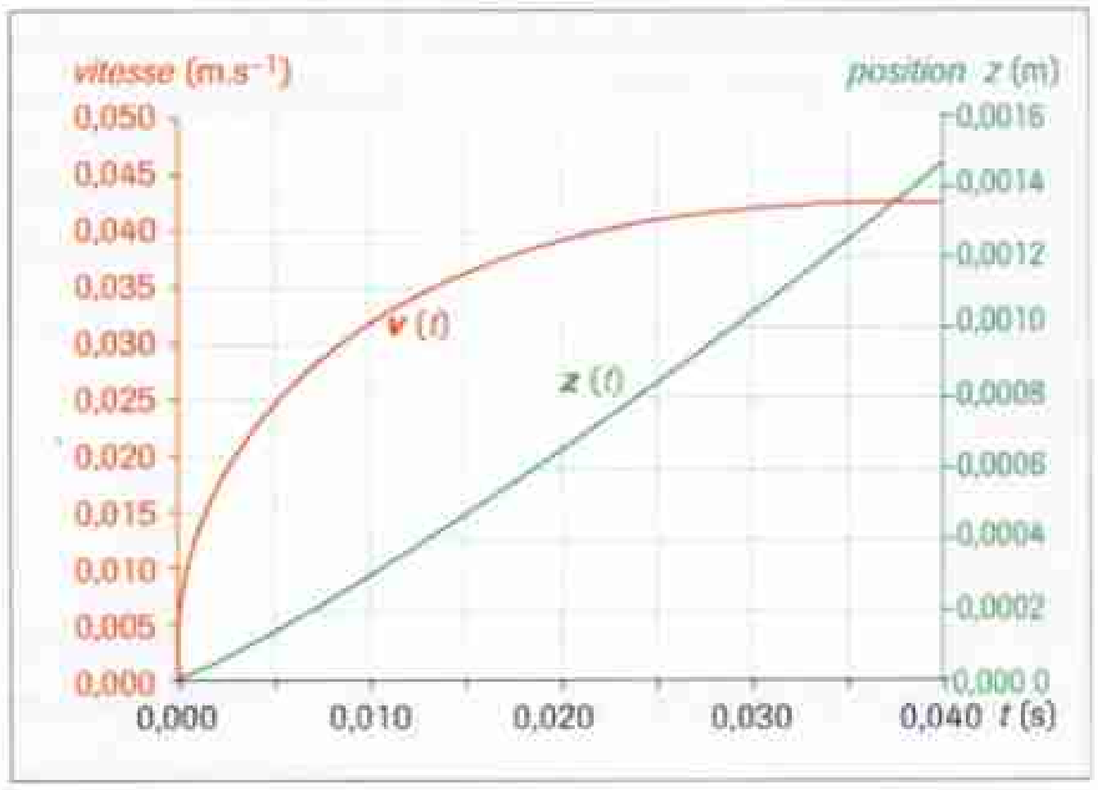
Un skieur équipé, de masse $m = 80$ kg, glisse le long de la ligne de plus grande pente d'une piste inclinée de 15° par rapport à l'horizontale.
a. Calculer le travail du poids après 500 m de parcours. Commenter son signe.
b. Comparer le travail précédent à celui d'un skieur de slalom après le même dénivelé.

7 Rendement d'un escalier mécanique

Un escalier roulant de magasin transporte $N = 36$ personnes par minute entre le premier et le deuxième étage, la différence de niveau étant $h = 5$ m. La masse moyenne d'une personne est de 60 kg. Le moteur délivre en permanence une puissance de 2,2 kW.
Définir et calculer le rendement de cet escalier mécanique.

8 Travail pendant le régime initial

Une bille d'acier est lâchée sans vitesse initiale dans un milieu visqueux. Sa position est repérée sur un axe $\overrightarrow{Oz}$, vertical et orienté vers le bas. La force de frottement est modélisable par une force $\vec{f} = -k\vec{v}$ avec $\vec{v}$, vitesse du centre d'inertie de la bille. Les courbes ci-dessous donnent les valeurs de la vitesse v et de la position z.



a. Déterminer la valeur de la force de frottement sachant que $k = 2{,}8 \times 10^{-2}$ S.I. pendant le régime asymptotique.
b. Calculer le travail de la force de frottement pour une chute $h = 20$ cm dans de la glycérine pendant le régime asymptotique.
c. À l'aide de la représentation graphique, déterminer le travail de cette force pendant le temps caractéristique du régime initial.

Énergie potentielle élastique

9 ▪▪ Ressort soumis à plusieurs tensions

Une force de 50 N est exercée à une extrémité d'un ressort horizontal de masse négligeable fixé à l'autre extrémité. Par l'application d'une force supplémentaire de 80 N, le ressort s'allonge de 20 cm supplémentaires.

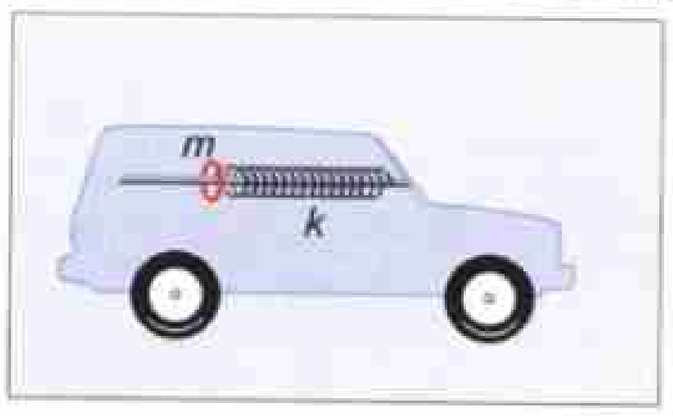
a. Calculer le travail effectué par cette force.

b. Calculer l'énergie mécanique du ressort allongé.

10 ▪▪ Démarrage d'une voiture

Un pilote a fixé sur son tableau de bord une tige horizontale dans la direction du mouvement de la voiture. Un ressort de constante $k = 10\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ est fixé à la tige à son extrémité avant, l'autre extrémité étant liée à un solide de masse $m = 0{,}1$ kg qui peut glisser librement sur la tige. Au repos, le ressort a une longueur $\ell_0 = 25$ cm.

La voiture démarre avec une accélération de $1{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.



a. Déterminer la longueur du ressort.

b. Déterminer l'énergie potentielle élastique du système solide-ressort.

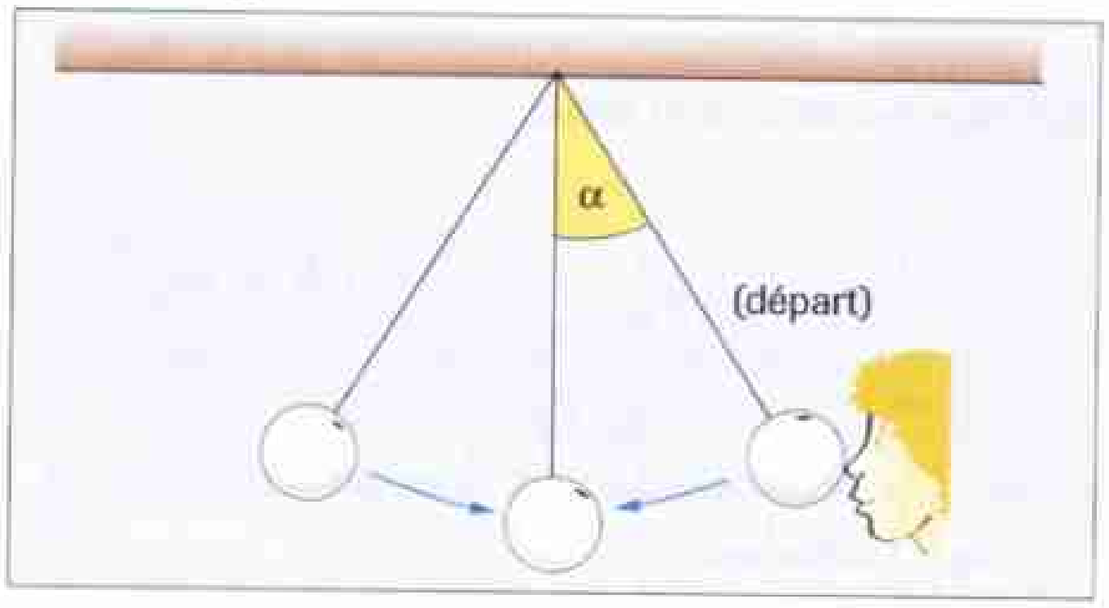
Énergie mécanique

11 ▪ Montagnes russes

Justifier, en utilisant un raisonnement énergétique, qu'un wagonnet de montagne russe, lâché sans vitesse initiale, ne remonte jamais à l'altitude de départ.

12 ▪ Boule de bowling

Une boule de bowling est suspendue au plafond par une corde. Gaston déplace la boule de sa position d'équilibre, la corde tendue formant un angle α avec la verticale. La boule est en contact avec le nez de Gaston. Il la lâche, sans déplacer son visage.



a. Pourquoi la boule ne revient-elle pas toucher son nez?

b. Que se passe-t-il si la boule est lancée de la même altitude?

13 ▪ Galilée et la chute libre

Galilée a étudié la chute libre en lâchant deux boules de masses différentes du haut de la tour de Pise. Il a observé qu'elles atteignaient le sol en même temps.

a. Comparer les énergies mécaniques des deux boules au départ et juste avant le contact avec le sol.

b. Imaginons maintenant que Galilée ait lancé trois boules identiques, du haut de la tour de Pise avec la même vitesse mais selon des directions différentes : la première horizontalement, la deuxième verticalement vers le haut et la dernière en-dessous de l'horizontale. Comparer leurs vitesses à l'arrivée au sol, en négligeant l'action de l'air.

14 ▪ Vitesse maximale d'un pendule élastique

Un pendule élastique horizontal comprenant une masse de 500 g oscille sans frottement autour de sa position d'équilibre. L'amplitude du mouvement est de 4,8 cm et la constante de raideur vaut $k = 35\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$.

a. Calculer l'énergie mécanique du système solide-ressort.

b. En déduire la vitesse maximale du solide.

15 ▪▪ Balle de golf

Une balle de golf de masse $m = 48$ g quitte le sol à la vitesse de $70\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. L'origine des énergies potentielles est prise au niveau du sol.

1. Calculer l'énergie mécanique initiale de la balle.

2. La balle acquiert cette vitesse lors de la frappe à l'aide d'un club.

a. Calculer le travail reçu par la balle lors de la frappe.

b. Calculer la valeur de la force exercée sur la balle, supposée constante, sachant que le club reste en contact avec la balle sur une distance de 2,5 cm.

16 ▪▪ Lancer d'un bloc sur un plan incliné

Un bloc de masse $m = 500$ g est lancé suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. Il monte jusqu'à un point B en parcourant une distance $AB = 0{,}80$ m.

1. On néglige les frottements et on admet la conservation de l'énergie mécanique du bloc en cours de son évolution. Déterminer la vitesse v_i que doit posséder le bloc en A.

2. En réalité, le bloc ne parcourt qu'une distance $AC = 60$ cm avant de s'arrêter s'il est lancé avec la vitesse calculée précédemment.

a. Calculer la variation d'énergie mécanique du système entre A et C en fonction de m, g, α, AB et AC.

b. En déduire la valeur f de la force de frottement supposée constante s'exerçant sur le bloc en fonction de m, g, α, AB et AC.

17 ▪▪ Freinage

Une automobile de masse $m = 800$ kg descend une route de pente de 10 %, c'est-à-dire que pour 100 m parcourus, l'altitude diminue de 10 m. La vitesse initiale du véhicule est $v_i = 90\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. Les freins exercent une force constante de valeur $F = 2500$ N. On néglige l'action de l'air.

a. Comment évolue l'énergie mécanique du véhicule lors de la descente?

b. Déterminer la distance parcourue par le véhicule jusqu'à l'arrêt en fonction de v_i, m, F et g.

18 •• Système solide-ressort

Un système solide-ressort horizontal est initialement dans sa position d'équilibre. Le ressort a pour longueur à vide $\ell_0 = 7{,}0$ cm et pour constante de raideur $k = 10\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$. Un opérateur comprime le ressort jusqu'à ce que celui-ci atteigne une longueur de 3,0 cm.

a. Établir l'expression du travail fourni au ressort. Calculer sa valeur. Commenter son signe.

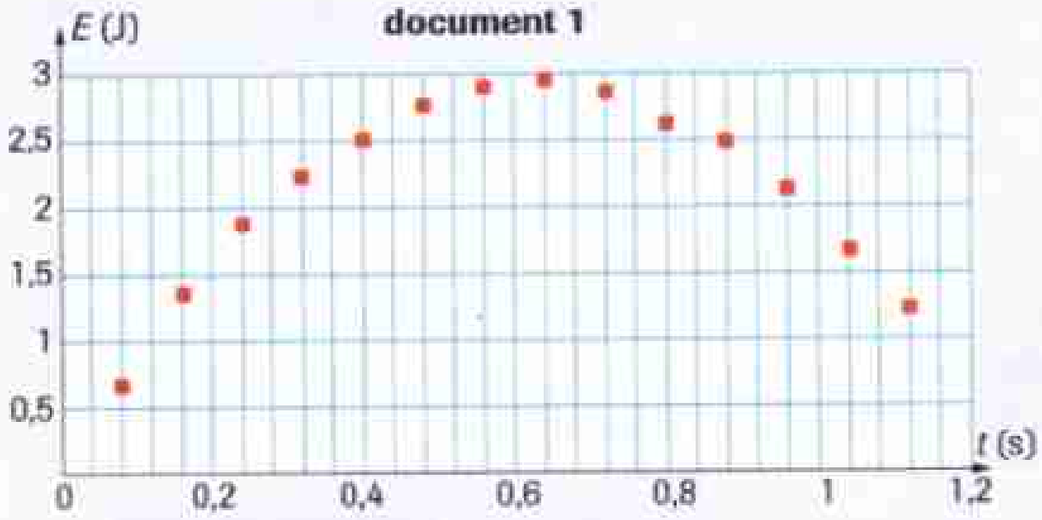
b. Calculer la variation d'énergie potentielle élastique du ressort.

c. L'opérateur relâche la pression du ressort. Décrire qualitativement le mouvement du système. Comment évolue l'énergie mécanique du système solide-ressort ?

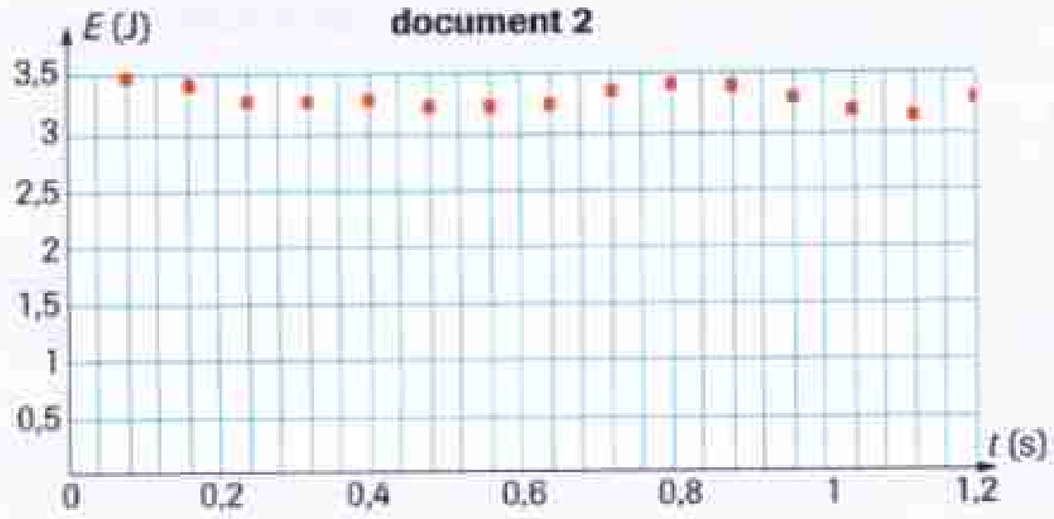
19 •• Mouvement d'une balle de tennis

BAC On étudie le mouvement d'une balle de tennis considérée comme un point matériel. Ce mouvement filmé par un camescope est visionné image par image. Les images se succèdent à raison de 25 images par seconde. $\overrightarrow{Ox}$ est un axe horizontal ; $\overrightarrow{Oz}$ est un axe vertical, orienté vers le haut. Un logiciel permet de traiter les données et de tracer la trajectoire de la balle $z = f(x)$.

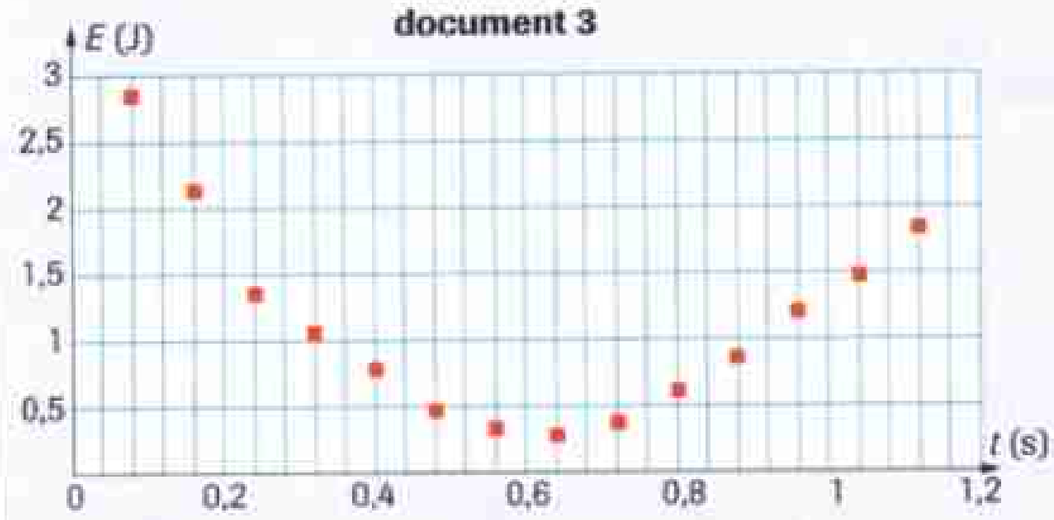
document 1



document 2



document 3



Les documents 1, 2 et 3 représentent les variations, en fonction du temps, de l'énergie mécanique, de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur de la balle dans le champ de pesanteur.

a. Établir l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur de la balle de tennis.

Identifier sa représentation graphique.

b. Établir l'expression de l'énergie mécanique de la balle de tennis.

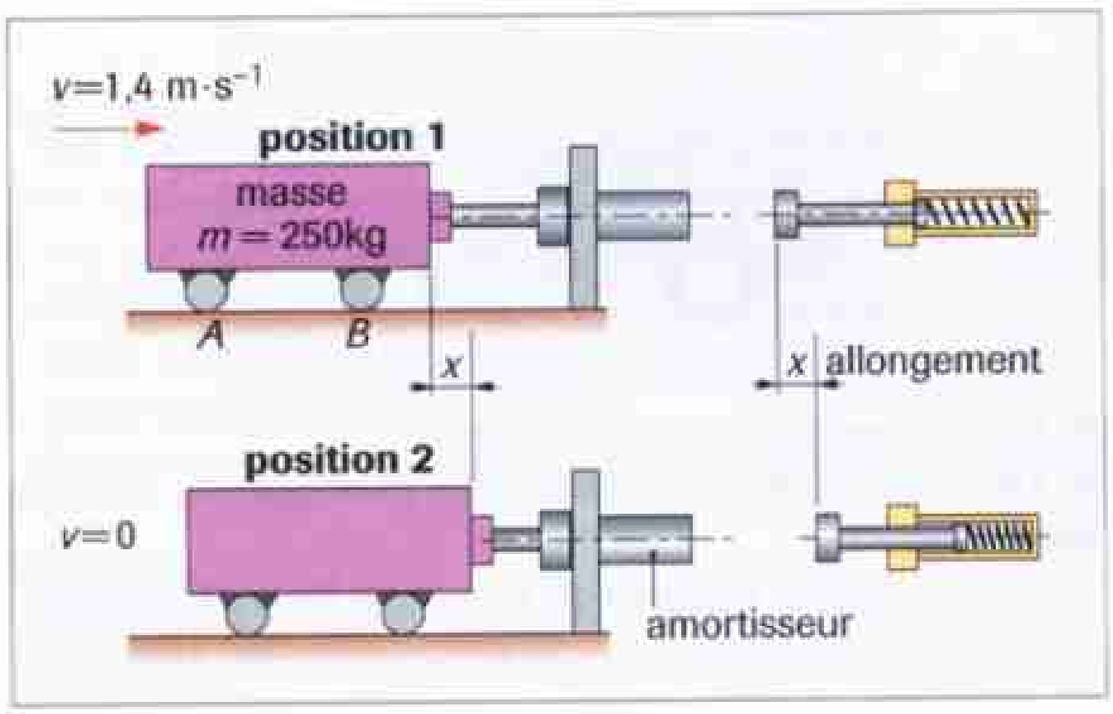
Identifier les deux autres représentations graphiques.

Justifier sans calcul.

20 •• Amortisseur

Un wagonnet, de masse $m = 300$ kg, roulant à vitesse constante $v = 1{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ est arrêté par un amortisseur à ressort. Le raccourcissement maximal du ressort lorsque le wagon s'arrête est de 10 cm.

Déterminer la constante de raideur du ressort de l'amortisseur.



21 Exercice de correction

Lire l'énoncé, puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

Énoncé

Lors d'un entraînement, un pompier de masse 80 kg descend le long d'une barre verticale, à partir d'une hauteur de 6,0 m au-dessus du sol. Il arrive au sol avec une vitesse de $3{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

a. Calculer la variation d'énergie mécanique du pompier entre ces deux positions.

b. À quel système a été transférée l'énergie perdue par le système pompier ?

Solution annotée d'un élève

a. $\Delta E_m = mgz - \frac{1}{2}mv^2 = +4{,}2$ kJ

Etat final – état initial !

Définissez les notations.

b. L'énergie perdue est transférée aux frottements.

Ce n'est pas un système.

PROBLÈMES DE SYNTHÈSE

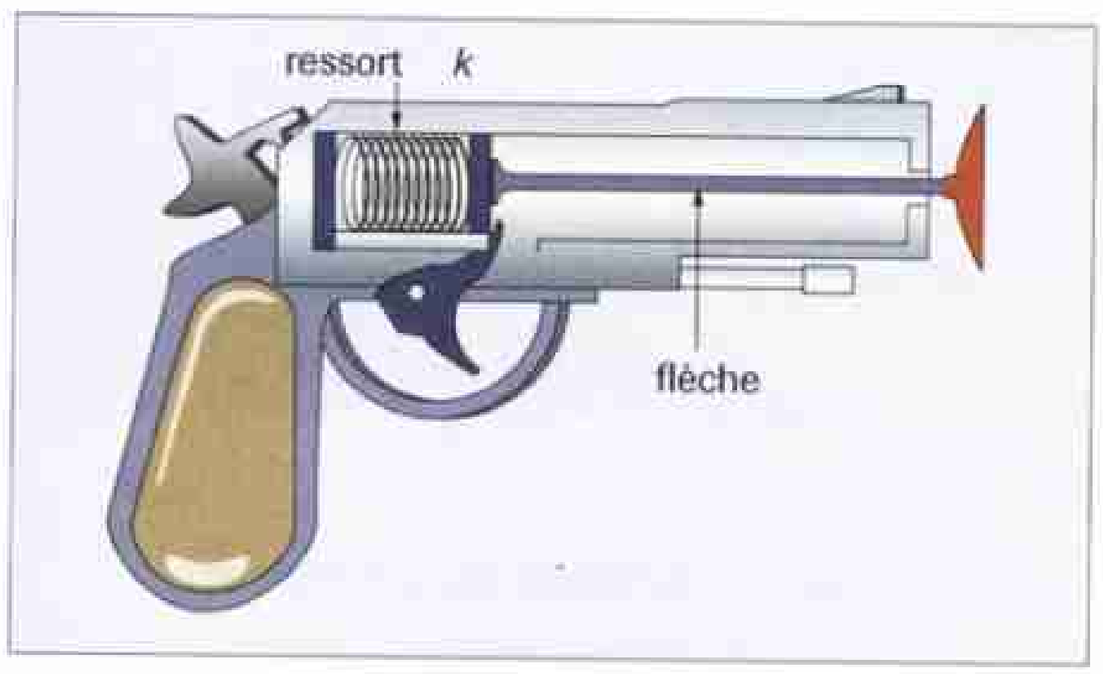
22 Frédéric et son pistolet

BAC Frédéric lance horizontalement des flèches de masse $m = 50$ g à l'aide d'un pistolet à ressort. Il souhaite connaître la valeur initiale de la vitesse de la flèche par un raisonnement énergétique. Le ressort, de constante de raideur $k = 220\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$, a pour longueur à vide $\ell_0 = 20$ cm et pour longueur minimale 5 cm. On appelle $x'x$ l'axe du ressort.

a. Établir l'équation différentielle du mouvement du système ressort-flèche en négligeant les frottements.

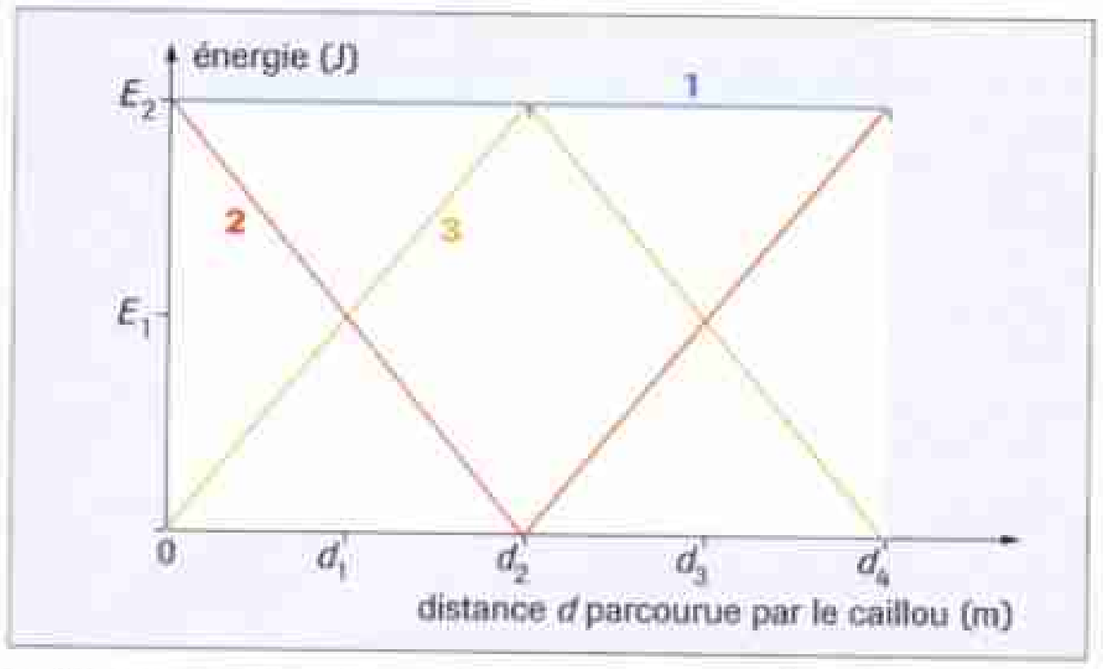
b. En déduire l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de k, m, x, de l'allongement du ressort et de la vitesse v de la flèche.

c. Déterminer la vitesse v_0 de la flèche lorsqu'elle se sépare du ressort.



23 Lancer vertical d'un caillou

Un caillou de masse $m = 30{,}0$ g est lancé verticalement vers le haut depuis le sol, avec une vitesse de valeur $v_0 = 7{,}00\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Il atteint une altitude maximale h_{max} avant de retomber au sol. Les variations des énergies mécanique, cinétique et potentielle de pesanteur du système sont représentées ci-dessous en fonction de la distance parcourue par le caillou depuis le lancer.



a. Retrouver la nature des courbes numérotées 1, 2 et 3. Justifier.

b. D'après les courbes, l'action de l'air a-t-elle un influence ?

c. Préciser les altitudes de d_1, d_2, d_3, d_4 en fonction de h_{max}.

d. Expliquer la signification de E_1, E_2.

e. Calculer d_1, d_2, d_3, d_4, E_1, E_2.

24 Solide-ressort

BAC Un système solide-ressort horizontal oscille sans frottement autour de sa position d'équilibre.

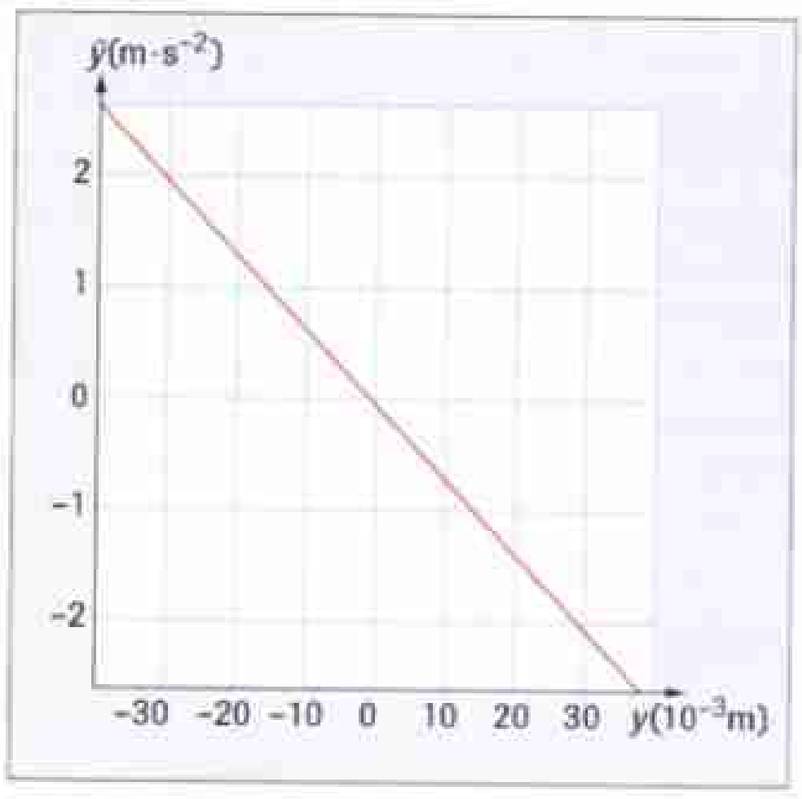
La constante du ressort vaut k, et la masse en oscillation est $m = 220$ g.

1. Équation différentielle

a. Établir l'équation différentielle du mouvement du système.

b. Décrire les variations de l'accélération du système au cours d'une oscillation.

c. Déterminer la constante de raideur du ressort en utilisant le graphique ci-dessous.



2. Aspect énergétique

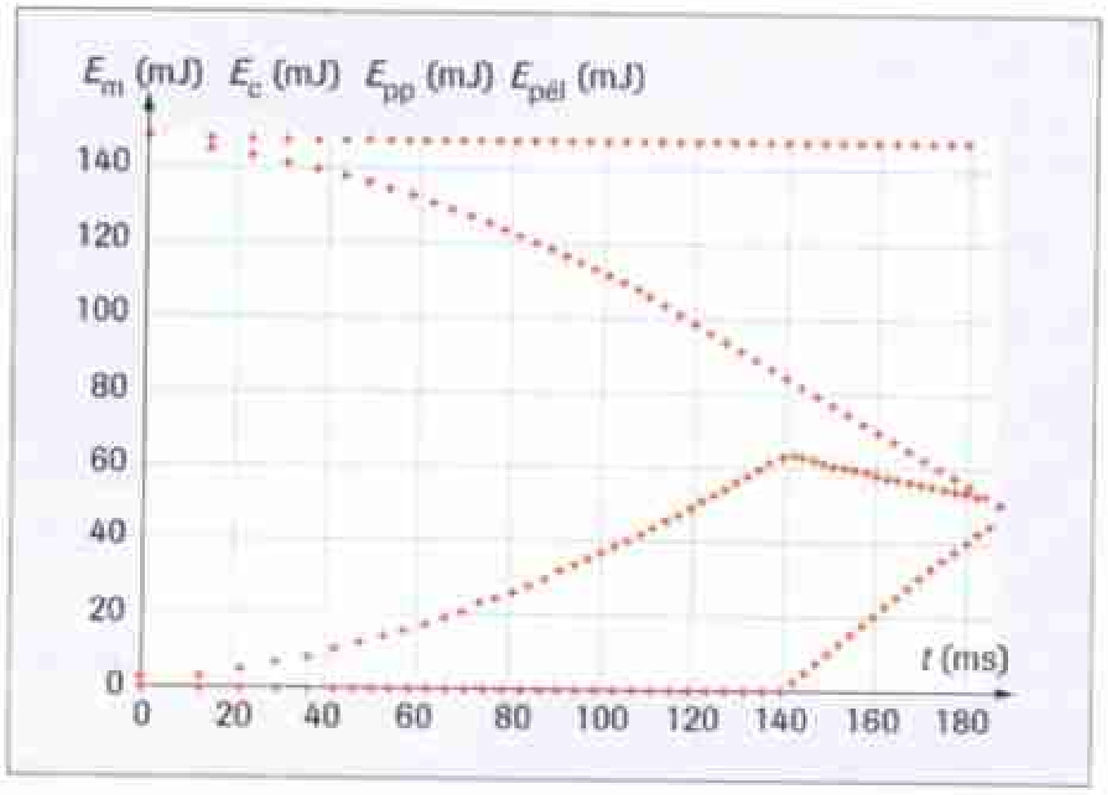
a. Établir l'expression de l'énergie mécanique du système solide-ressort. Calculer la valeur maximale de la vitesse.

b. Montrer que les variations d'énergie cinétique compensent les variations d'énergie potentielle élastique si l'énergie mécanique du système est constante.

c. Montrer que l'énergie mécanique varie si le régime est pseudo-périodique. Calculer l'allongement maximal et la vitesse maximale lorsque l'énergie mécanique a perdu 30 % par rapport à sa valeur maximale.

25 Saut à l'élastique au laboratoire

Pour illustrer, au laboratoire, un saut à l'élastique, on peut utiliser le dispositif suivant : un solide de masse $m = 20$ g est attaché à un ressort fixé verticalement. Le solide est lâché sans vitesse initiale. Il parcourt une partie de sa trajectoire en chute libre avant de subir l'action du ressort.



Un dispositif permet d'acquérir les positions successives du solide et un traitement informatique fournit les valeurs des grandeurs énergétiques.

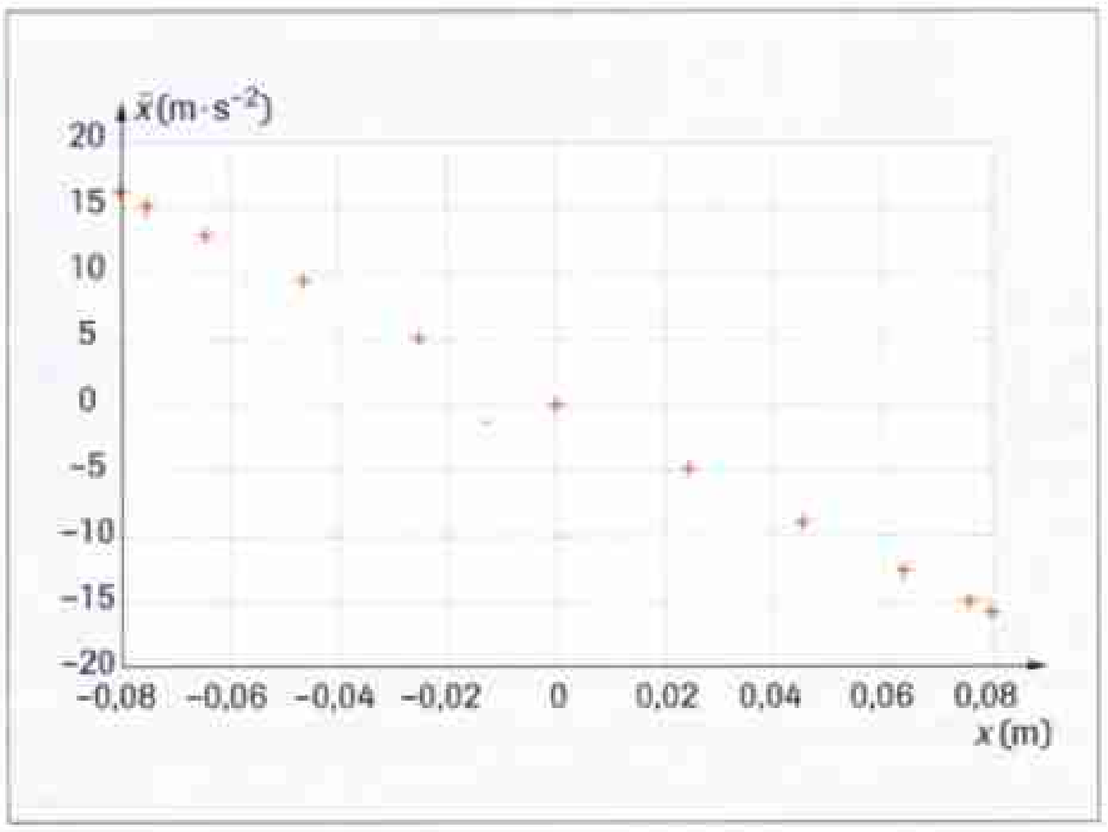
a. Identifier les courbes parmi E_m, E_c, E_{pp} et $E_{pél}$.

b. La représentation graphique de l'énergie cinétique peut être modélisée par une parabole. Montrer par le calcul que l'on pouvait prévoir ce résultat.

c. Décrire le mouvement du solide entre les dates $t = 140$ ms et $t = 180$ ms.

26 Oscillateur mécanique horizontal

BAC Un ressort de longueur à vide $\ell_0 = 400$ mm est accroché à un solide S de masse $m = 100$ g. L'ensemble est placé sur un banc à coussin d'air horizontal. L'extrémité libre du ressort est accrochée en un point fixe. Les frottements seront considérés comme négligeables. Au repos, G, centre d'inertie du solide est en O, pris comme origine des abscisses sur l'axe horizontal $x'x$. On écarte G de sa position d'équilibre suivant $x'x$ et on lâche S. Un système informatisé avec capteurs, interface et logiciel adéquats permet d'obtenir le graphe du document ci-dessous.



1. a. Faire un inventaire des forces s'exerçant sur S dans une position quelconque de G au cours de son mouvement.

b. On pose $\overline{OG} = x$. Montrer que l'équation différentielle du mouvement peut s'écrire :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = -\frac{k}{m}x$$

À l'aide du document, déterminer la valeur de k.

2. a. Montrer que l'expression du travail, entre A et B, de la force appliquée à l'extrémité du ressort (opposée à la force de rappel) est :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \frac{1}{2}k(x_B^2 - x_A^2).$$

b. Calculer sa valeur sachant que $x_A = -4{,}0$ cm et $x_B = +6{,}0$ cm.

c. Pourquoi ce travail n'est-il pas égal au produit scalaire $\vec{F}\cdot\overrightarrow{AB}$?

d. En déduire l'expression de l'énergie potentielle élastique du système solide-ressort.

3. a. Calculer l'énergie mécanique du système solide-ressort sachant que la vitesse en B est de 0,75 m·s^{-1}.

b. Déterminer l'amplitude du mouvement.

27 Pendule simple et courbes d'énergie

Un pendule est constitué d'une masse $m = 200$ g et d'une tige rigide de longueur $\ell = 125$ cm et de masse négligeable qui peut tourner sans frottement autour d'un axe horizontal (Δ).

α est l'angle que fait la tige avec la verticale.

On choisit pour référence des altitudes z, la position de la masse à l'équilibre.

1. En choisissant la même échelle pour l'énergie, représenter les variations de l'énergie potentielle de pesanteur du pendule :

- en fonction de l'altitude z ;
- en fonction de l'angle α.

2. Le pendule est lâché sans vitesse initiale, faisant un angle $\alpha_0 = 40°$ avec la verticale.

a. Calculer l'énergie mécanique du pendule et la représenter sur les graphiques précédents.

b. Sans aucun calcul, tracer les variations de l'énergie cinétique sur chacune des représentations précédentes.

c. En déduire la valeur maximale de la vitesse de la masse.

POUR ALLER PLUS LOIN

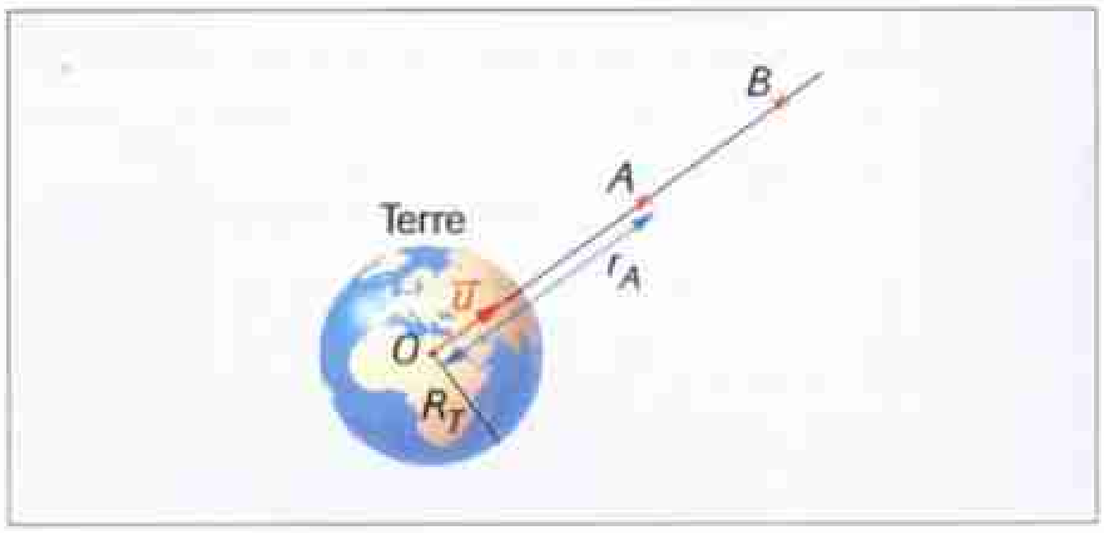
28 Énergie potentielle de pesanteur

L'énergie potentielle de pesanteur est utilisée pour l'étude de mouvements dans le champ de pesanteur uniforme. Elle n'est qu'un cas particulier de l'énergie potentielle de pesanteur d'un système de masse m en interaction avec la Terre de masse M.

La variation d'énergie potentielle d'un solide entre deux points A et B correspond au travail W' qu'il faut fournir pour l'éloigner de la Terre d'un point A à un point B, le corps étant au repos en A et B.

a. Rappeler l'expression de la force d'interaction gravitationnelle entre la Terre et le solide.

b. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique entre A et B, calculer le travail W'.



c. En déduire l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur. Commenter son signe et son sens de variation lorsque la distance r augmente. Que proposer comme niveau de référence ?

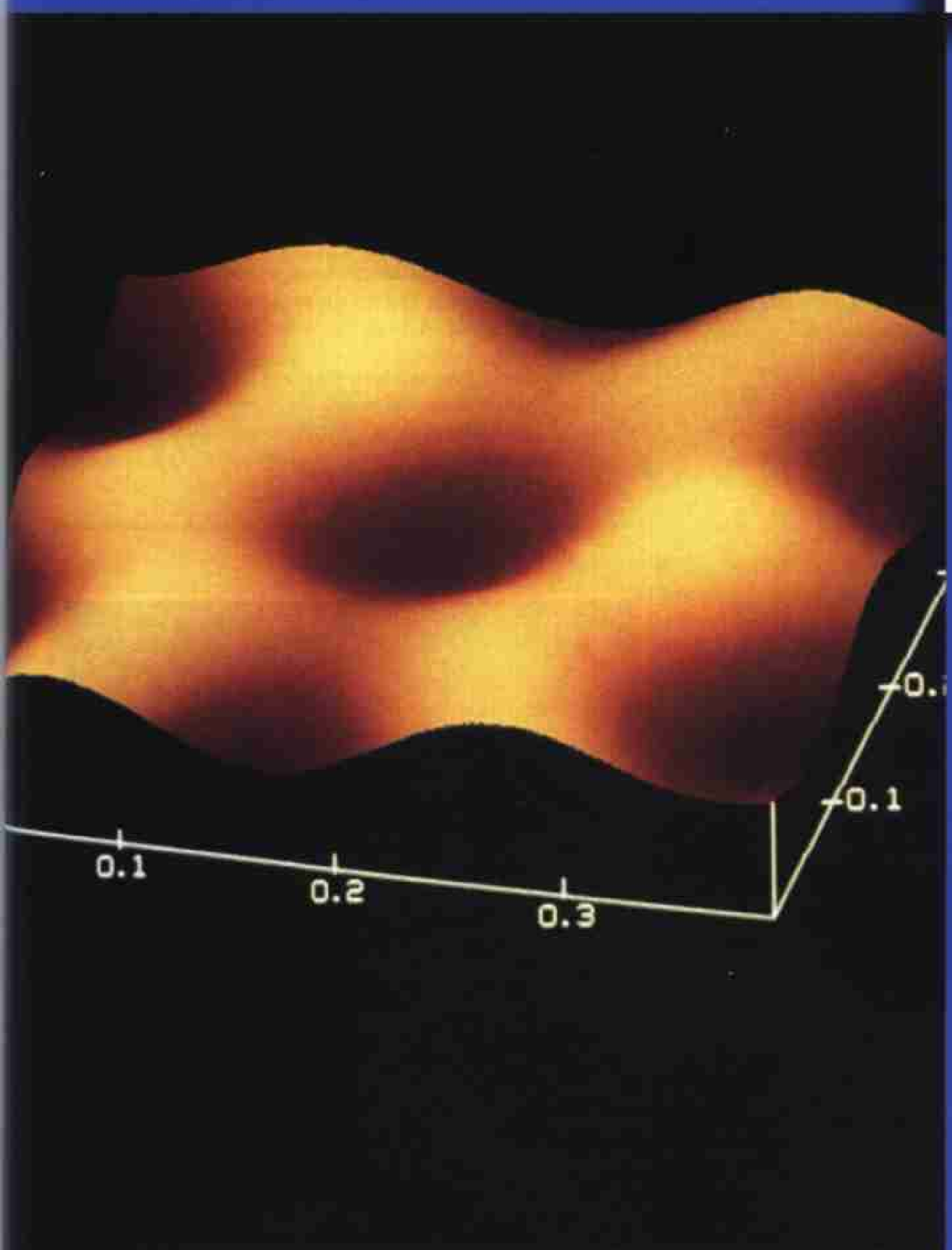
DONNÉE

- *Constante de gravitation universelle* : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ SI.

CHAPITRE

19

L'atome et la mécanique de Newton



Surface d'une mine de crayon vue au microscope électronique à effet tunnel : chaque bosse représente un atome de carbone.

▶ **L'atome et son cortège d'électrons forment-ils une planète miniature ?**

Objectifs

- **Connaître les expressions des forces d'interaction gravitationnelle et électrostatique.**
- **Savoir que l'énergie de l'atome est quantifiée et que la mécanique de Newton ne permet pas d'interpréter cette quantification.**
- **Interpréter un spectre de raies.**

Plan du cours

1 Les limites de la mécanique de Newton

2 Quantification des échanges d'énergie

3 Interprétation des spectres de raies

Les lois de Newton permettent-elles de décrire avec la même efficacité le monde à l'échelle planétaire et à l'échelle atomique?

ACTIVITÉ 1



FIG. 1 Le système solaire (dessin d'artiste).

■ **Le système solaire** (fig. 1) : une étoile, neuf planètes mais aussi une multitude d'astéroïdes de toutes tailles et un nuage de comètes qui, de temps à autre viennent frôler le Soleil.
Les planètes elles-mêmes forment, avec leurs satellites et leurs anneaux, faits de fragments de roches et de poussières, des systèmes tous très différents les uns des autres.

■ **Les exoplanètes** (fig. 2) sont des planètes gravitant autour d'une autre étoile que le Soleil. Depuis 1995, de nombreuses exoplanètes ont été détectées.
Celles-ci présentent souvent des bizarreries par rapport aux planètes de notre système solaire : l'une d'elles, par exemple, de la taille de Saturne, tourne en 3 jours autour de son étoile, qui est de la taille du Soleil, sur une orbite dix fois plus petite que l'orbite de Mercure.



FIG. 2 Exoplanète passant devant son étoile (dessin d'artiste).

**▶ 1. Quelle est l'interaction fondamentale responsable des mouvements des objets du système solaire?
Rappeler l'expression de la force qui lui est associée.**

**▶ 2. De quels paramètres dépend la trajectoire d'un corps satellisé autour du Soleil ou d'une planète?
Pourquoi les systèmes planétaires présentent-ils une grande diversité?**

ACTIVITÉ 2

■ En 1911, Rutherford imagine, sur la base d'une expérience restée célèbre, un modèle planétaire de l'atome : les électrons tournent autour du noyau comme les planètes tournent autour du Soleil.

**▶ 1. Quelle est l'interaction fondamentale responsable des mouvements des électrons autour du noyau atomique?
Rappeler l'expression de la force qui lui est associée.**

▶ 2. En comparant les deux lois que l'on vient de citer, justifier l'hypothèse du modèle planétaire de l'atome.

▶ 3. Observer la photo de la page 331. Comment apparaissent les atomes sur cette photo?

▶ 4. La diversité des systèmes planétaires se manifeste-t-elle aussi au niveau des atomes?

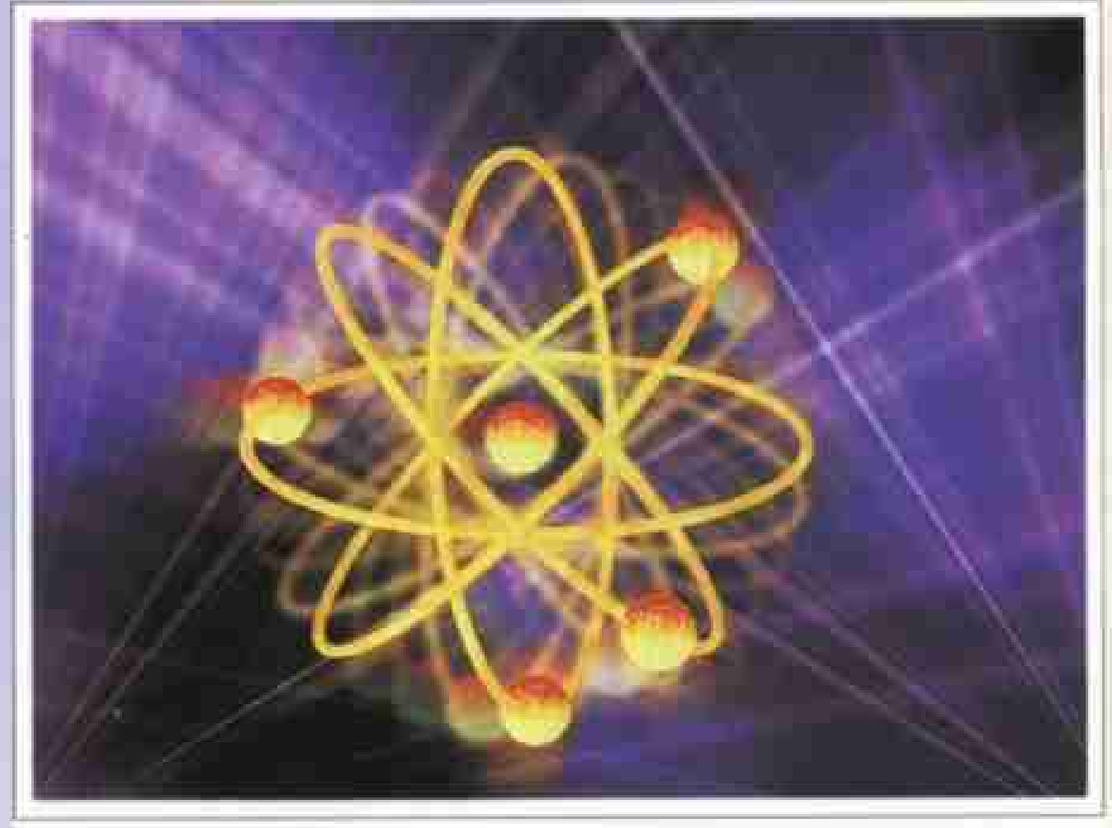


FIG. 3 Modèle planétaire de l'atome (représentation obtenue grâce à l'informatique de l'atome de béryllium).

PHYSIQUE ET VOCABULAIRE

■ **Discret** (adj. lat. *discretus*, capable de discerner). Se dit d'une grandeur constituée d'unités distinctes (par opposition aux grandeurs continues).
■ **Quantifié** adj. Qui ne peut varier que de façon discontinue.
■ **Temporel** adj. Qui a lieu dans le temps. Relatif au temps.

L'ÉNIGME DU CHAPITRE

Quelle grandeur un compteur de particules compte-t-il lorsqu'il détecte un rayonnement γ?

1 Les limites de la mécanique de Newton

1. 1. Interaction gravitationnelle et interaction électrostatique

La loi de Newton pour l'interaction gravitationnelle et la loi de Coulomb pour l'interaction électrostatique constituent les lois fondamentales pour ces deux interactions (fig. 1).

• **Loi de Newton**

Deux corps ponctuels A et B, de masses m_A et m_B distants de r, exercent l'un sur l'autre des forces gravitationnelles attractives $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$, de direction AB, de sens opposés et de valeurs :

$$F_{A/B} = F_{B/A} = G\frac{m_A \times m_B}{r^2}$$

• **Loi de Coulomb**

Deux corps ponctuels A et B, portant des charges électriques q_A et q_B, distants de r, exercent l'un sur l'autre des forces électriques $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$, de direction AB, de sens opposés et de valeurs :

$$F_{A/B} = F_{B/A} = k\frac{|q_A \times q_B|}{r^2}$$

Ces deux lois s'écrivent avec la **même expression mathématique**, simplement en remplaçant le produit des masses par la valeur absolue du produit des charges électriques. En particulier : les valeurs des deux types de forces varient proportionnellement à $\frac{1}{r^2}$.

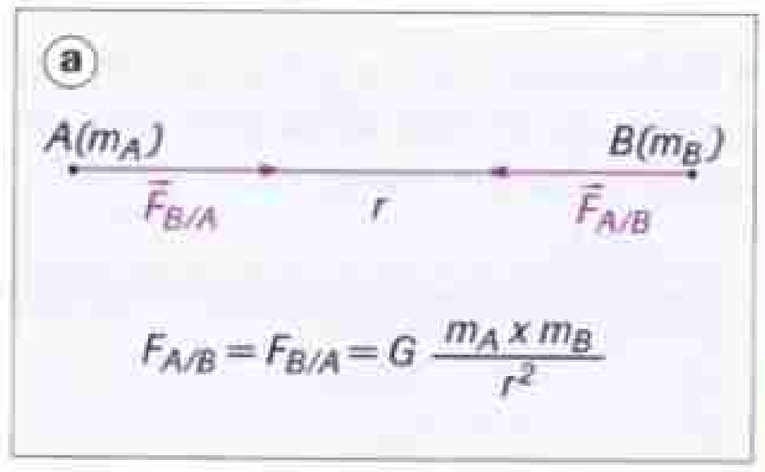


Fig. 1 Deux interactions différentes mais des expressions mathématiques semblables.
a. interaction gravitationnelle ;
b. interaction électrostatique.

1. 2. Comparaison des systèmes planétaires et des cortèges électroniques des atomes

À priori, systèmes planétaires et atomes présentent une grande similitude :

• des interactions régies par des lois qui s'expriment avec le **même formalisme** : interaction gravitationnelle pour les planètes ou les satellites ; interaction électrique pour les électrons dans un atome ;

• présence d'un **objet central** autour duquel se déplacent d'autres objets :

– un système planétaire est constitué de planètes se déplaçant autour d'une étoile ou de satellites autour d'une planète ;

– un atome est constitué d'électrons chargés négativement attirés par la charge positive d'un noyau (fig. 2).

Pourtant, il existe entre les deux systèmes des différences fondamentales.

• Les systèmes planétaires présentent **une grande diversité.** La grande diversité des systèmes planétaires provient de ce que **tous les rayons orbitaux sont possibles** pour un système étoile-planète ou planète-satellite (fig. 3).

• **Il y a identité de tous les atomes d'un même élément.**

On peut attribuer à un atome un rayon atomique en déterminant la distance minimale séparant deux atomes au cours d'un choc. Ce rayon mesure l'encombrement du cortège électronique.

Tous les atomes d'un même élément ont le **même rayon atomique**.

L'identité des rayons atomiques montre que, contrairement aux planètes et satellites, les électrons d'un atome occupent un espace identique pour tous les atomes d'une même variété.

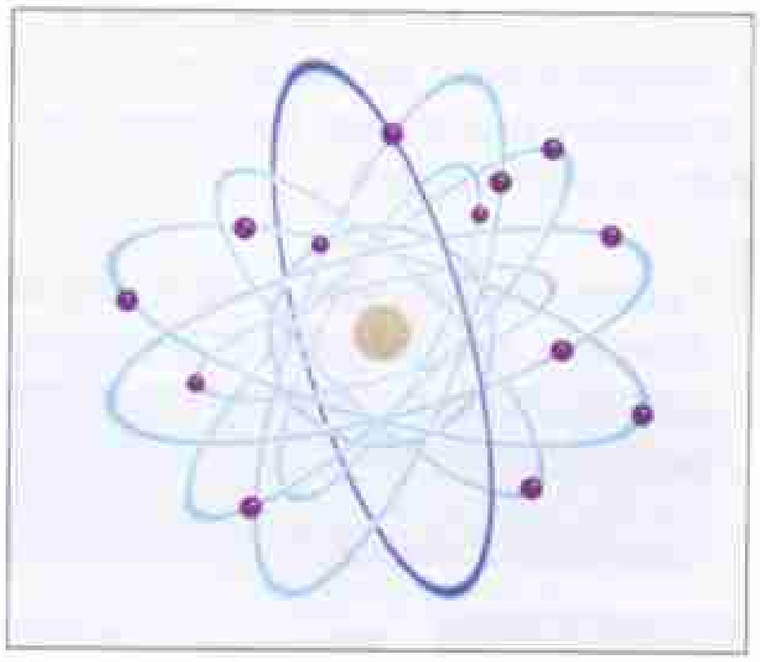


Fig. 2 Modèle planétaire de Rutherford d'un atome (ici atome d'aluminium) avec l'hypothèse de trajectoires circulaires pour les électrons.



Fig. 3 Outre les satellites, des milliers de débris sont satellisés autour de la Terre.

1. 3. Conclusion

Les lois fondamentales de la dynamique (lois de Newton) restent impuissantes pour justifier l'identité des atomes.

■ **Remarque :** dès le début du XXe siècle, les physiciens ont montré que, en appliquant les lois de la physique classique, un atome ne pourrait exister qu'avec une très courte durée de vie.

La mécanique de Newton n'est pas utilisable à l'échelle atomique.

2 Quantification des échanges d'énergie

2. 1. Interaction d'un faisceau d'électrons avec la matière

L'expérience schématisée à la figure 4 a permet d'étudier les énergies échangées entre les électrons d'un faisceau et les atomes d'un gaz.
Un faisceau d'électrons est émis à l'intérieur d'une ampoule contenant un gaz sous faible pression. Le faisceau entrant est homocinétique c'est-à-dire que tous les électrons du faisceau ont la même énergie cinétique.
Les électrons sont ensuite reçus sur un filtre de vitesse qui permet d'analyser leur énergie cinétique après traversée du gaz.
Les résultats de l'expérience (fig. 4 b) montrent que :
- certains électrons ont perdu de l'énergie après traversée du gaz ;
- les pertes d'énergie ne prennent que certaines valeurs bien distinctes.

L'énergie perdue par les électrons a été transférée aux atomes du gaz. Cette expérience montre que les atomes du gaz ne peuvent recevoir que des énergies bien déterminées.

Lorsqu'un faisceau d'électrons est en interaction avec les atomes d'un gaz, les quantités d'énergie cédées par les électrons aux atomes ont des valeurs discrètes (c'est-à-dire qui ne peuvent varier que de façon discontinue).

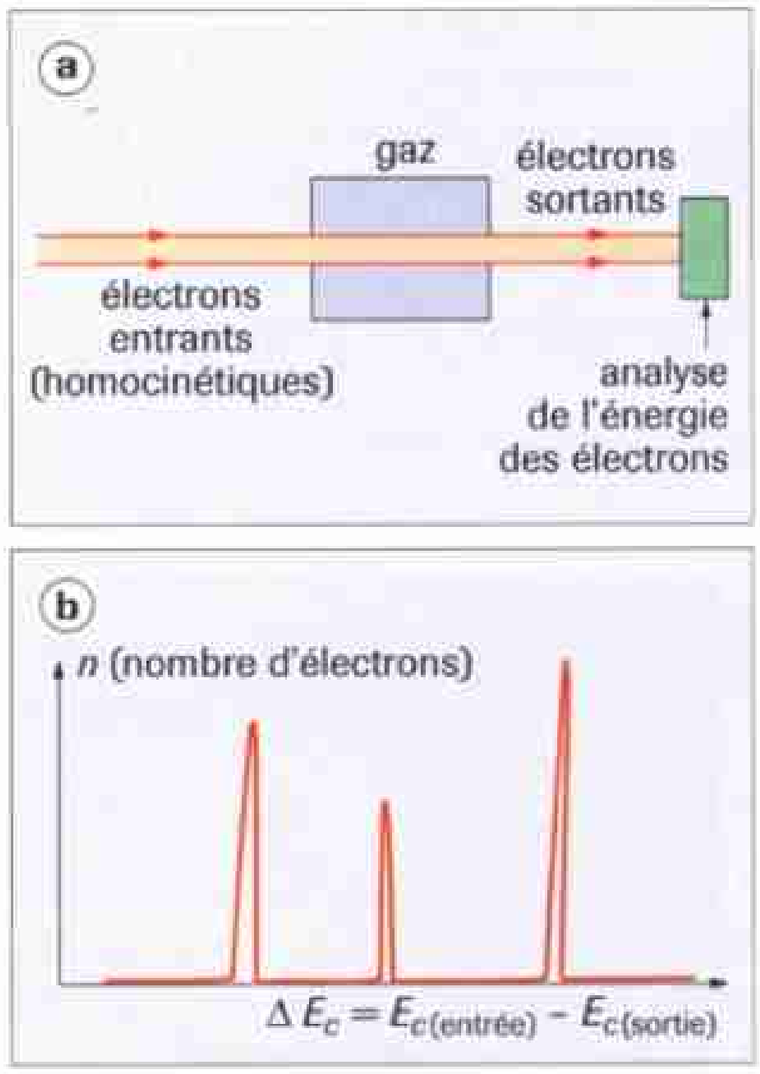


Fig. 4 Échanges d'énergie entre un faisceau d'électrons et les atomes d'un gaz :
a. dispositif expérimental ;
b. analyse de l'énergie des électrons à la sortie du gaz.

▶ *Voir exercices n°s 6 et 7, page 341*

2. 2. Niveaux d'énergie de l'atome

Contrairement à ce que la mécanique de Newton laisse prévoir : au niveau microscopique (échelle de l'atome ou plus petite), les échanges d'énergie se font par quantités discrètes appelées **quanta d'énergie** (*quanta* est le pluriel de *quantum*) : on dit que **les énergies échangées sont quantifiées**.
À l'échelle macroscopique, les quanta d'énergie sont très petits et cette discontinuité ne se manifeste pas.
La quantification des énergies échangées entre les atomes et un faisceau d'électrons s'interprète de façon simple si l'on admet que les énergies de l'atome sont elles-mêmes réparties de façon discrète : l'atome ne peut absorber au cours d'un choc que l'énergie qui lui permet de passer d'un état d'énergie accessible à un autre.

Les énergies de l'atome sont quantifiées : elles ne peuvent prendre qu'une suite de valeurs discrètes.

3 Interprétation des spectres de raies

Dans son état « normal », l'atome est à son niveau d'énergie le plus bas : on dit que l'atome est dans son **état fondamental**. Aux autres niveaux, l'atome est dans un **état excité** (fig. 5).
Le passage d'un atome d'un état d'énergie à un autre s'appelle une **transition**.

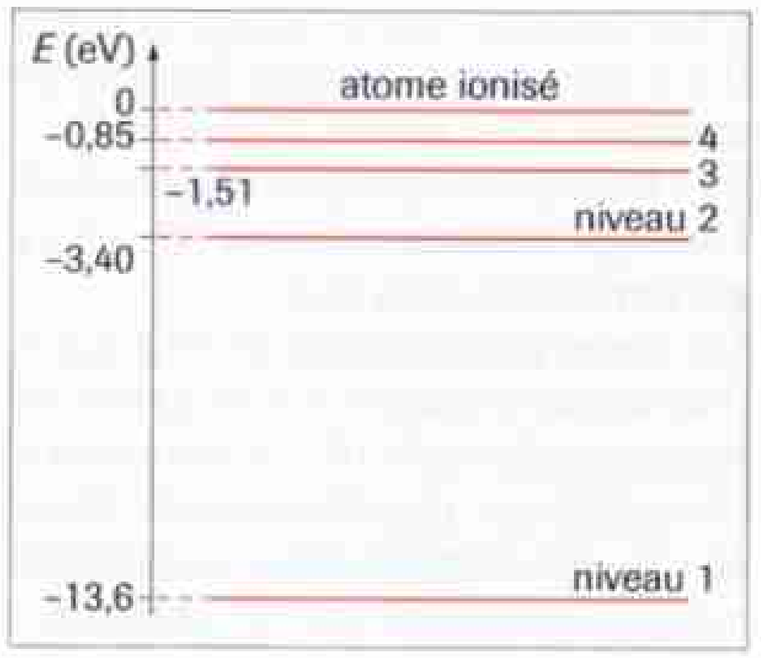


Fig. 5 Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène. Comme pour les énergies potentielles, les valeurs des énergies dépendent d'une référence : elles peuvent être négatives.

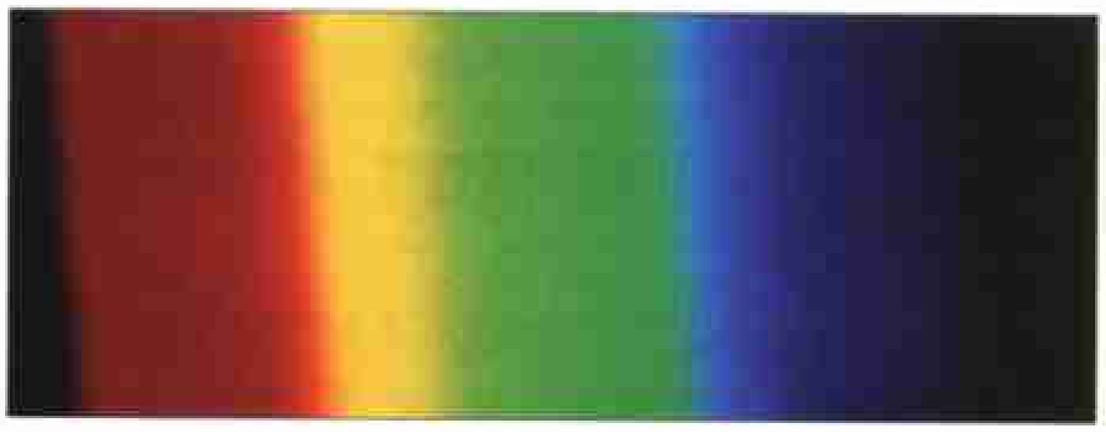
3. 1. Les spectres atomiques

La décomposition de la lumière par un prisme ou un réseau produit une figure appelée **spectre lumineux**.
On distingue des **spectres continus** et des **spectres de raies** (fig. 6 et 7).

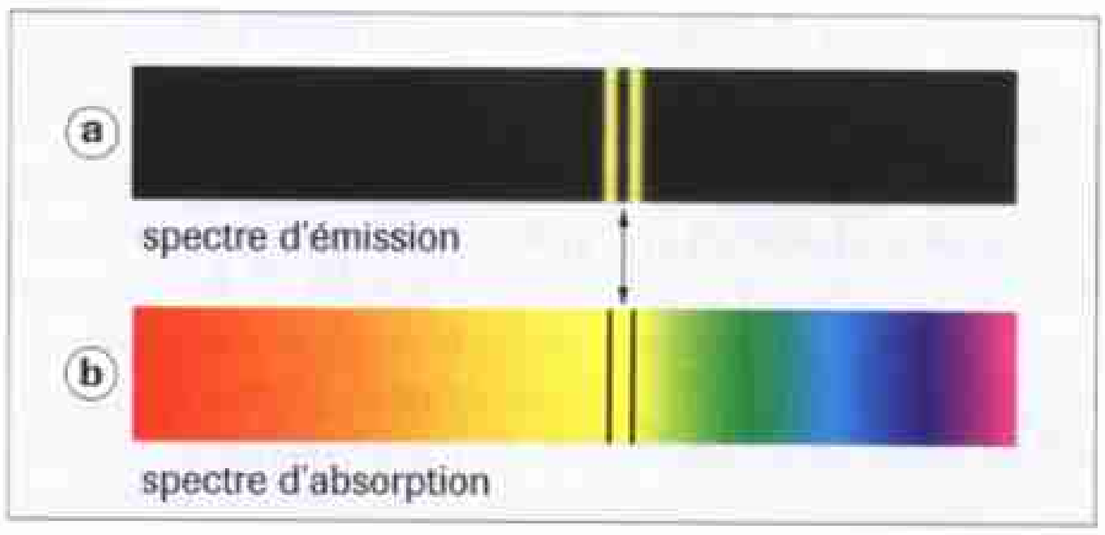
■ Exemples

La lumière d'une lampe à incandescence produit un spectre continu.
La lumière d'une lampe spectrale produit un spectre de raies.
Dans ce type de lampe, la lumière provient d'une décharge électrique traversant un gaz : vapeurs métalliques, gaz nobles, dihydrogène (les molécules H_2 sont dissociées en atomes par les décharges)...
Le spectre de la lumière émise par la matière est un **spectre d'émission** ; le spectre de la lumière ayant traversé une substance est un **spectre d'absorption**.
On obtient un spectre de raies lorsque la lumière est émise ou absorbée par des **atomes libres**.
Chaque **élément** produit un spectre de raies qui lui est **propre**.
Les raies du spectre d'**absorption** d'un élément ont les mêmes **longueurs d'ondes** que les raies du **spectre d'émission** (fig. 8).

▼ **Fig. 6** Spectre d'émission.
Spectre continu : la source est une lampe à incandescence.



▼ **Fig. 8** Spectres du sodium :
a. spectre d'émission ;
b. spectre d'absorption.



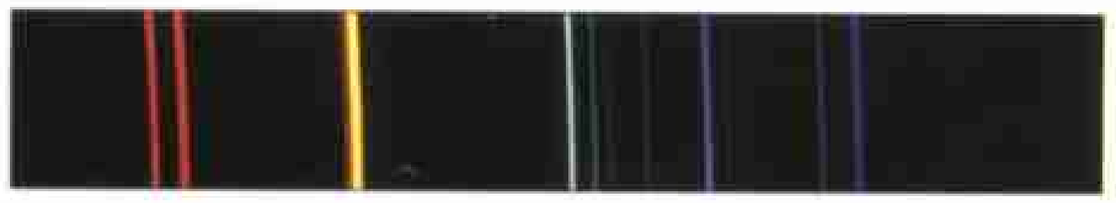
▼ **Fig. 7** Spectres d'émission.
Spectres de raies : la source est une lampe spectrale.



Spectre de raies du mercure.



Spectre de raies de l'hydrogène : quatre raies dans le domaine visible.



Spectre de raies de l'hélium.

3. 2. Le quantum d'énergie lumineuse

L'interprétation des spectres de raies est satisfaisante si l'on adopte les hypothèses suivantes.

• Les échanges entre l'atome et la lumière se font par quanta d'énergie.

Il y a émission de lumière lorsque, après avoir été excité, l'atome subit une transition d'un niveau d'énergie E_i à un niveau d'énergie inférieur E_f (fig. 9a). La lumière émise est constituée d'une **radiation monochromatique**.

L'énergie lumineuse libérée $(E_i - E_f)$ est contenue dans un quantum d'énergie lumineuse et un seul.

Un atome peut absorber de l'énergie lumineuse : il subit alors une transition d'un niveau d'énergie E_i à un niveau d'énergie supérieur E_f (fig. 9b). L'énergie lumineuse absorbée $(E_f - E_i)$ provient d'une radiation monochromatique.

De même que pour l'émission, l'énergie absorbée lors de cette transition, $E_f - E_i$, est contenue dans un quantum d'énergie lumineuse et un seul.

• La quantité d'énergie ΔE contenue dans un quantum d'énergie lumineuse dépend de la fréquence de la radiation monochromatique qui lui est associée.

Un quantum d'énergie associé à une radiation lumineuse de fréquence ν contient la quantité d'énergie ΔE :

$$\Delta E = h\nu.$$

h est une constante universelle appelée **constante de Planck**.

ν a la dimension de l'inverse d'une durée donc h a la dimension du produit d'une énergie par une durée. Dans le système international, h s'exprime en J · s :

$$h = 6{,}62 \times 10^{-34}\ J \cdot s.$$

C'est parce que h est très petite que la quantification des échanges d'énergie lumineuse ne se manifeste pas à notre échelle.

Il est utile de savoir exprimer ΔE en fonction de la longueur d'onde λ :

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$$

On voit donc que plus la longueur d'onde d'une radiation est courte, plus le quantum d'énergie lumineuse associé est grand.

REMARQUE

Les quanta lumineux peuvent être considérés comme portés par des particules appelées photons.

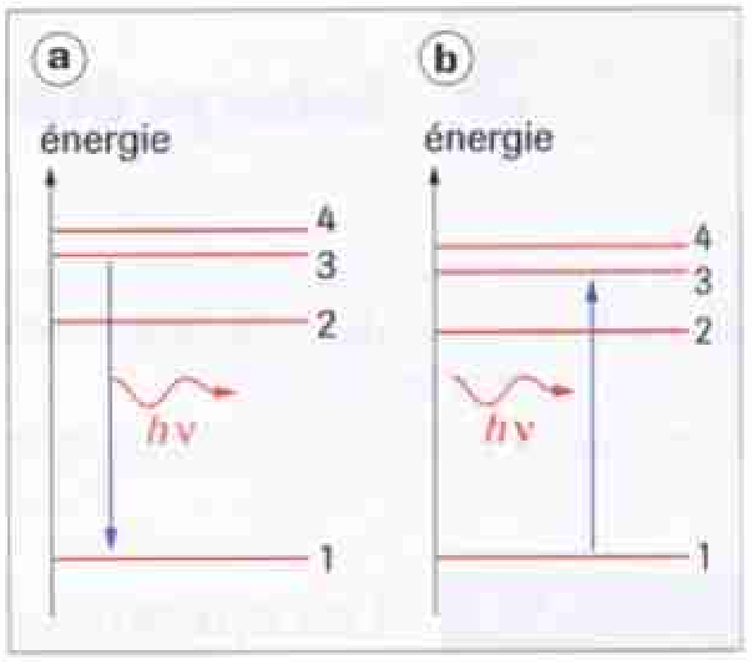
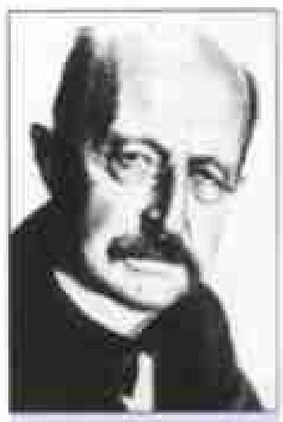


FIG. 9 Représentation schématique d'une transition entre niveaux d'énergie d'un atome : **a.** transition du niveau 3 au niveau 1 avec émission d'un quantum d'énergie lumineuse ; **b.** transition du niveau 1 au niveau 3 avec absorption d'un quantum d'énergie lumineuse.

POINT HISTOIRE

Max Planck (1858-1947)

• Aux environs de 1900, Max Planck (physicien allemand) introduit l'idée du quantum d'énergie lumineuse pour interpréter les propriétés du rayonnement lumineux émis par les corps chauds.



Max Planck

Niels Bohr (1885-1962)

• En 1913, Niels Bohr (physicien suédois) introduit un modèle quantifié de l'atome d'hydrogène. En utilisant la notion de quantum d'énergie lumineuse, il interprète de façon satisfaisante le spectre de l'atome d'hydrogène.



Niels Bohr

▶ *Voir exercices n°s 8 à 10, page 341*

EXERCICE RÉSOLU — Énergie lumineuse d'un quantum

Énoncé

Calculer, en joules et en électronvolts, l'énergie contenue dans un quantum d'énergie lumineuse associé à une radiation monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0{,}55\ \mu m$.

DONNÉES

• $c = 300000\ km \cdot s^{-1}$;
• $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ SI.

Solution

La fréquence de la radiation est $\nu = \frac{c}{\lambda}$.

Un quantum d'énergie lumineuse contient l'énergie :

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

A.N. : $c = 3{,}0 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}$; $\lambda = 5{,}5 \times 10^{-7}\ m$

$$E = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \times 3{,}0 \times 10^8}{5{,}5 \times 10^{-7}} \approx \mathbf{3{,}6 \times 10^{-19}\ J}.$$

$1\ eV = 1{,}6 \times 10^{-19} J$; d'où $E = \frac{3{,}6 \times 10^{-19}}{1{,}6 \times 10^{-19}} \approx 2{,}3\ eV$.

3. 3. Quanta d'énergie lumineuse et spectre de raies

Au cours d'une transition, un atome ne peut émettre ou absorber qu'un seul quantum d'énergie lumineuse.
Puisque les niveaux d'énergie de l'atome sont quantifiés, les quanta d'énergie lumineuse susceptibles d'être émis ou absorbés ne peuvent prendre que certaines valeurs discrètes. Il en est de même pour les fréquences (ou pour les longueurs d'onde) des radiations monochromatiques associées.
La radiation associée au quantum d'énergie lumineuse émis correspond à une **raie du spectre d'émission**.
La radiation associée au quantum d'énergie lumineuse absorbé correspond à une **raie sombre du spectre d'absorption**.
Les variations d'énergie possibles sont les mêmes qu'il y ait émission ou absorption : par suite, les radiations qui peuvent être absorbées sont aussi celles qui peuvent être émises, ce qui explique l'identité des raies des spectres d'émission et d'absorption d'un même élément (fig. 8).

■ **Remarque :** les radiations visibles ou ultraviolettes sont dues aux transitions affectant la couche externe de l'atome. Les énergies mises en jeu sont alors de l'ordre de quelques eV. Les transitions affectant les couches internes concernent les rayons X.

▶ *Voir exercices n°s 12 à 16, p. 342 à 343*

Exercice résolu — **Transition d'un atome**

Énoncé
Calculer la longueur d'onde λ de la radiation lumineuse associée à la transition d'un atome de mercure du niveau d'énergie $E_1 = -4{,}99$ eV au niveau fondamental d'énergie $E_0 = -10{,}45$ eV.
S'agit-il d'une émission ou d'une absorption ?
Cette radiation appartient-elle au domaine visible ?

Donnée
- $c = 300\,000$ km·s^{-1} ;
- $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ St.

Solution
L'atome perd de l'énergie, il y a donc **émission** d'un quantum d'énergie lumineuse. Le quantum d'énergie lumineuse associé a pour valeur : $\Delta E = E_1 - E_0 = h\nu$.
ν est la fréquence de la radiation : $\nu = \frac{c}{\lambda}$. D'où :

$$\lambda = \frac{hc}{E_1 - E_0}$$

$$A.N. : \lambda = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{(10{,}45 - 4{,}99) \times 1{,}6 \times 10^{-19}} = 2{,}3 \times 10^{-7}\ \text{m} = 0{,}23\ \mu\text{m}.$$

Cette radiation appartient au domaine ultraviolet.

3. 4. Généralisation du phénomène

La quantification n'est pas une propriété réservée à l'atome. Elle se manifeste dans tous les domaines à des échelles d'observation correspondant aux dimensions de l'atome ou plus petites.

- **Il y a quantification des énergies au niveau moléculaire.**

Les niveaux d'énergie moléculaire font intervenir, en plus des couches électroniques, les vibrations et les rotations des molécules.
Les spectres associés sont formés de raies ou de bandes constituées par un très grand nombre de raies très serrées, dans les domaines s'étendant de l'ultraviolet aux ondes centimétriques (fig. 10).

- **Il y a quantification des énergies au niveau du noyau atomique.**

Le noyau atomique possède une énergie propre due aux interactions fortes liant les nucléons. Nous avons vu, lors de l'étude de la radioactivité, que le noyau peut se trouver dans un état excité et émettre des radiations électromagnétiques (émission γ) en perdant de l'énergie. Les états d'énergie du noyau atomique sont quantifiés. Il en résulte que le spectre d'émission γ d'un type de noyau donné est un spectre de raies. Les écarts d'énergie entre les différents états sont de l'ordre de plusieurs MeV.

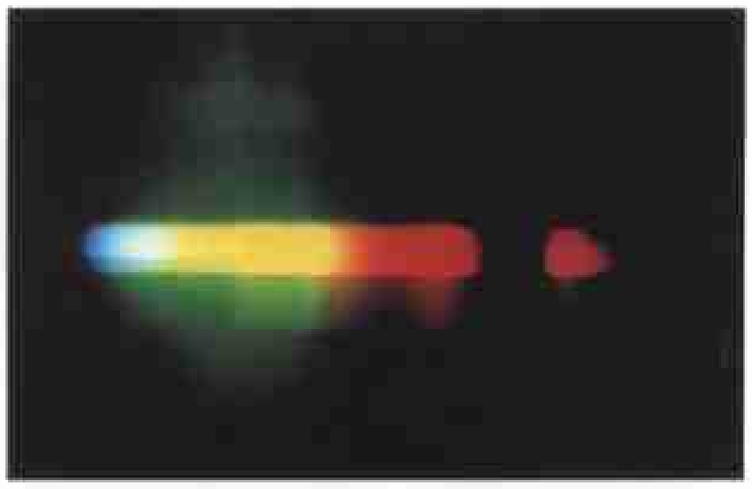


Fig. 10 Spectre moléculaire : spectre d'absorption de la chlorophylle.

▶ *Voir exercices n°s 17 à 19, page 343*

L'ESSENTIEL

1 Les limites de la mécanique de Newton

■ La mécanique newtonienne ne permet pas de décrire les phénomènes physiques à des échelles de grandeur inférieures à celle de l'atome.

2 Quantification des échanges d'énergie

■ À l'échelle atomique, les échanges d'énergie sont quantifiés c'est-à-dire que les énergies échangées ne peuvent prendre que des valeurs discrètes.

Ces énergies constituent des **quanta d'énergie**.

3 Interprétation des spectres de raies

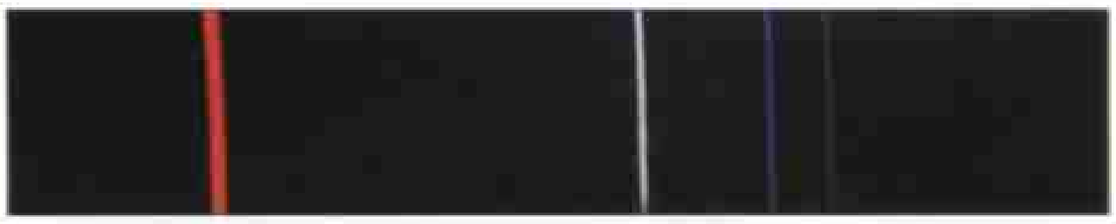
■ La lumière émise ou absorbée par des atomes libres fournit un **spectre de raies**.

Chaque élément produit un spectre qui lui est propre.

Les raies du spectre d'absorption d'un élément ont les mêmes longueurs d'ondes que les raies du spectre d'émission.



Spectre de raies du sodium (un doublet jaune).



Spectre de raies de l'hydrogène (4 raies dans le visible).



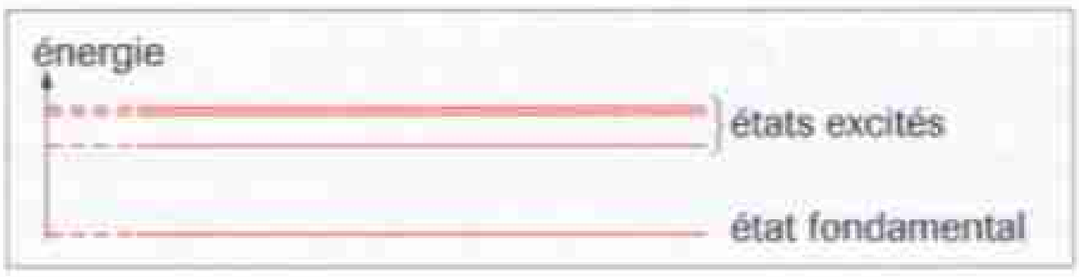
Spectre de raies de l'hélium.

■ Le quantum d'énergie lumineuse associé à une radiation monochromatique de fréquence ν a pour valeur :

$$\Delta E = h\nu.$$

h est une constante universelle appelée **constante de Planck** : $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s.

■ Les énergies des atomes sont quantifiées : l'atome ne peut accéder qu'à certains niveaux d'énergie.



Niveaux d'énergie d'un atome.

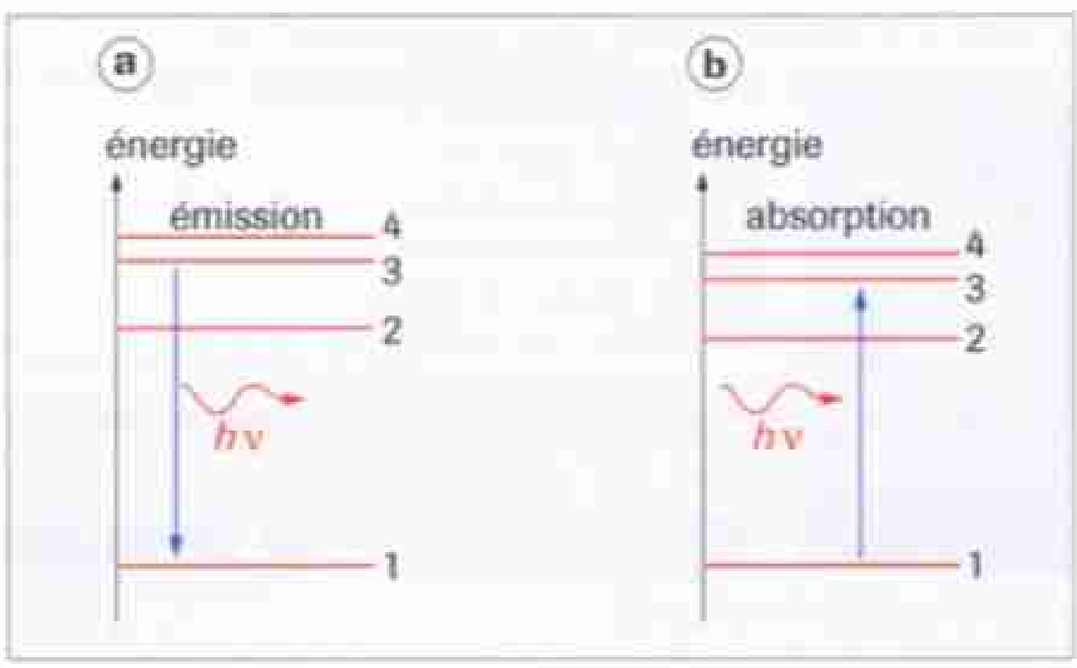
Le niveau d'énergie le plus bas est celui de l'état fondamental ; les autres sont des niveaux d'états excités.

Lorsqu'un atome passe d'un niveau d'énergie E_i à un niveau inférieur E_f (fig. a), il perd un quantum d'énergie lumineuse :

$$\Delta E = E_i - E_f = h\nu.$$

Un atome peut passer d'un état d'énergie E_i à un état d'énergie supérieur E_f (fig. b) en absorbant un quantum d'énergie lumineuse :

$$\Delta E = E_f - E_i = h\nu.$$



La quantification des énergies est un phénomène général à l'échelle atomique.

Les énergies des molécules et des noyaux atomiques également sont quantifiées.

Mots-clés

- **Quantification**
- **Quantum**
- **Niveau d'énergie**
- **Constante de Planck**
- **Transition**
- **Spectre de raies**

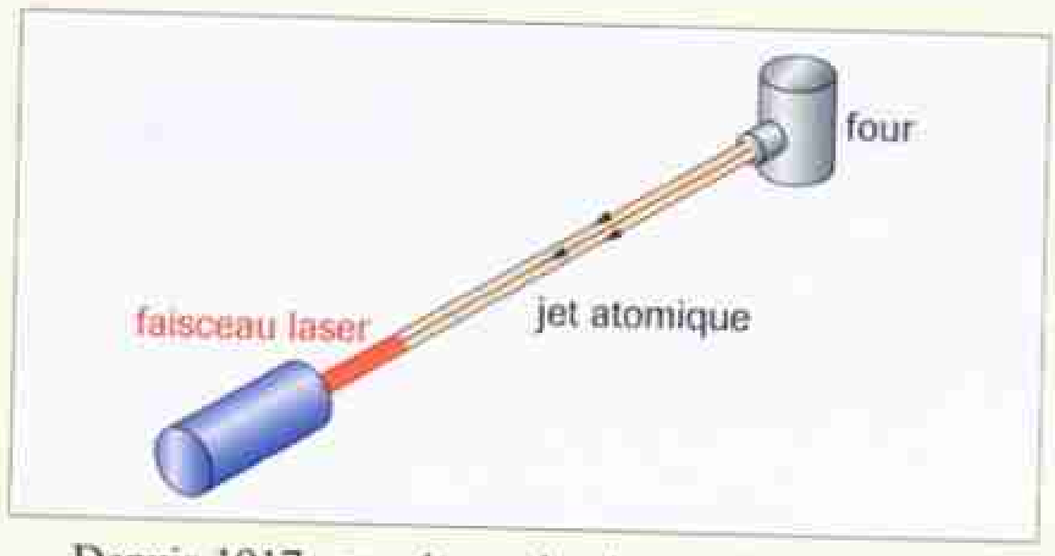
▶ *Voir lexique page 380*

BAC

Comment immobiliser les atomes ?

À cause de l'agitation thermique, les atomes sont sans cesse animés de mouvements désordonnés. Les scientifiques auraient besoin, dans certains cas, d'atomes immobiles.

DOC



Depuis 1917, on sait que la vitesse d'un atome diminue lorsqu'il absorbe un photon * ou augmente lorsqu'il émet un photon. Mais la variation de vitesse est faible et il faut répéter un grand nombre de fois l'interaction pour parvenir à un changement appréciable.

En 1985, des chercheurs réussissent enfin à immobiliser un jet d'atomes à l'aide d'un simple faisceau laser. L'expérience a été réalisée sur un jet d'atomes de sodium de vitesse initiale moyenne de 1 000 mètres par seconde. Ce jet est éclairé à contre-courant par un faisceau lumineux issu d'un laser, dont la longueur d'onde est égale à 0,589 µm. Dans ces conditions, l'énergie d'un photon laser est exactement égale à la différence entre l'énergie de l'état fondamental de l'atome de sodium et l'énergie de son premier état excité.

Un atome de sodium, initialement dans son état fondamental, peut donc absorber un photon laser pour passer dans un état excité. Mais cet état est instable, et en un temps moyen de 16 ns, l'atome retombe dans son état fondamental en émettant spontanément un autre photon. L'atome peut alors réabsorber un deuxième photon laser et ainsi de suite…

C'est la répétition de tels cycles qui provoque le ralentissement des atomes. En effet, chaque absorption d'un photon laser diminue la vitesse de l'atome d'une même quantité, car les photons ont tous la même direction. Par contre l'émission spontanée d'un photon se fait dans une direction aléatoire et ne change pas en moyenne la vitesse de l'atome.

Le procédé a été, depuis, amélioré par l'utilisation de plusieurs faisceaux lasers croisés. On obtient alors une minuscule boule d'atomes lents, appelée « mélasse optique ». L'agitation thermique de cette « mélasse » est quasi nulle et donc sa température très faible : les températures atteintes sont de l'ordre du milliardième de kelvin (10^{-9} K).

Le « refroidissement » des atomes a d'importantes retombées scientifiques et techniques. Il permet entre autres une amélioration importante de la précision des horloges atomiques.

* photon : particule portant un quantum d'énergie lumineuse.

Données

- $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s ;
- *Masse d'un atome de sodium* : $3{,}82 \times 10^{-26}$ kg.

▶ Questions

1. D'après les données du texte, calculer la différence d'énergie entre les deux premiers niveaux de l'atome de sodium.

2. La fréquence du faisceau laser doit-elle être réglée avec précision pour ralentir les atomes ? Justifier.

3. Lorsqu'un atome de masse m absorbe un quantum d'énergie lumineuse d'une radiation de longueur d'onde λ, sa vitesse diminue de la quantité $\frac{h}{\lambda m}$ dans la direction du faisceau incident.

Vérifier que la quantité ci-dessus a la dimension d'une vitesse.

D'après les données du texte, calculer le nombre d'interactions nécessaires pour immobiliser un atome de sodium.

4. La durée entre deux interactions est au minimum le double du temps moyen de désexcitation.

Calculer, avec les données du texte, la durée du ralentissement complet d'un atome. Quelle est l'accélération moyenne d'un atome au cours de ce ralentissement ?

EXERCICE RÉSOLU

Énoncé

Atome de mercure

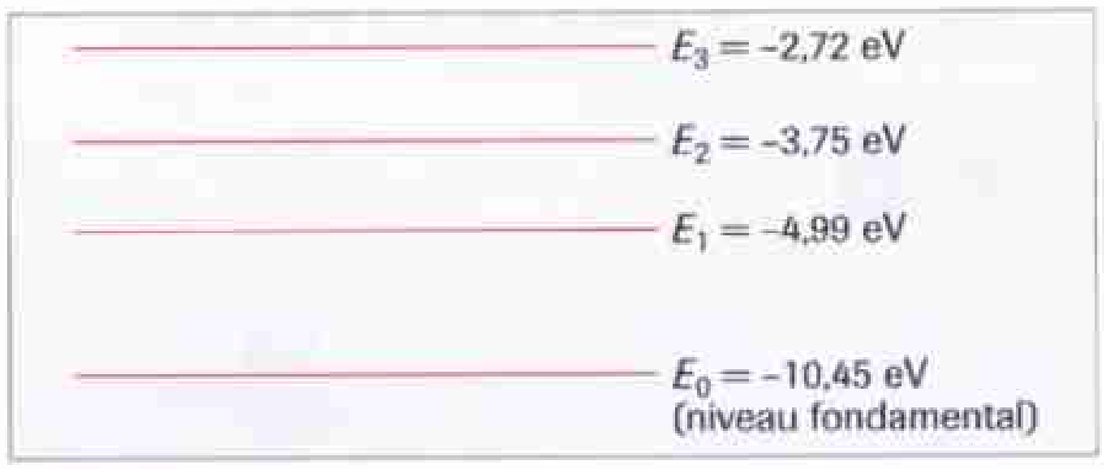
On donne, sur le diagramme ci-contre, quelques niveaux d'énergie de l'atome de mercure.

1. Un électron d'énergie cinétique $E_c = 6{,}0$ eV peut-il interagir avec un atome de mercure à son état fondamental en le portant à un état excité ?

2. Quelle est la longueur d'onde du rayonnement émis lors de la transition d'un atome de mercure du niveau noté 3 sur le schéma vers le niveau 1 ?

3. Une radiation lumineuse dont le quantum d'énergie a pour valeur $E = 5{,}46$ eV peut-elle interagir avec un atome de mercure à son état fondamental ?

Même question pour un quantum d'énergie $E' = 6{,}0$ eV.



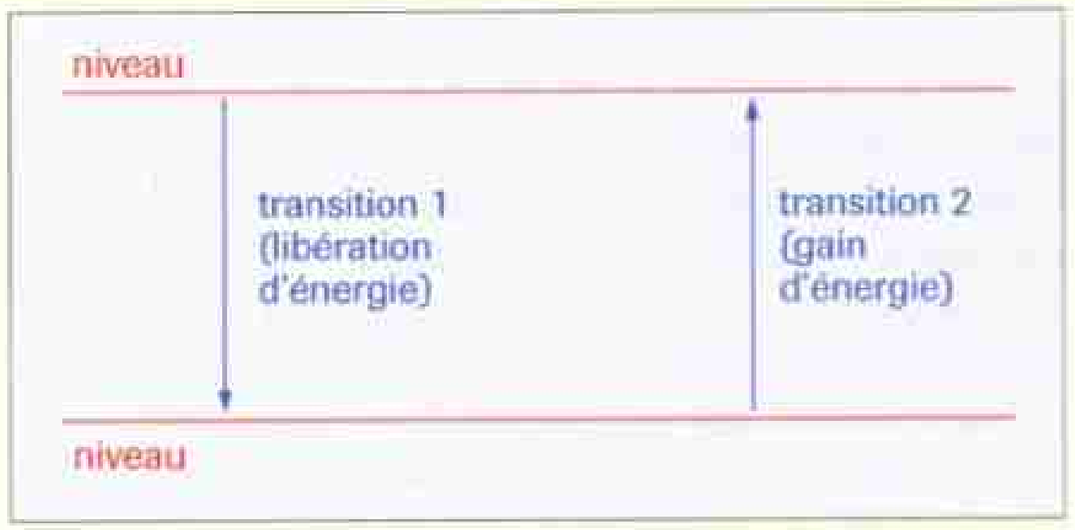
Données

- $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C ;
- $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s ;
- $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m·s–1.

Méthode

Transitions d'un atome

- L'atome ne peut subir une transition que s'il reçoit ou libère une énergie correspondant à l'écart entre deux états d'énergie.
- Un électron peut produire une transition si son énergie est au moins égale à l'énergie de la transition.
- Une radiation lumineuse ne peut produire une transition que si le quantum d'énergie associé est exactement égal à l'énergie de transition.



Solution

1. L'écart entre le niveau fondamental et le premier niveau excité vaut :

$$E_1 - E_0 = 5{,}46 \text{ eV}.$$

Un électron d'énergie 6,0 eV peut porter l'atome de son niveau fondamental au premier niveau excité.

2. Au cours de la transition du niveau 3 au niveau 1, l'atome libère l'énergie :

$$\Delta E = E_3 - E_1 = 2{,}27 \text{ eV}.$$

Cette énergie constitue un quantum d'énergie de la radiation lumineuse émise :

$$\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

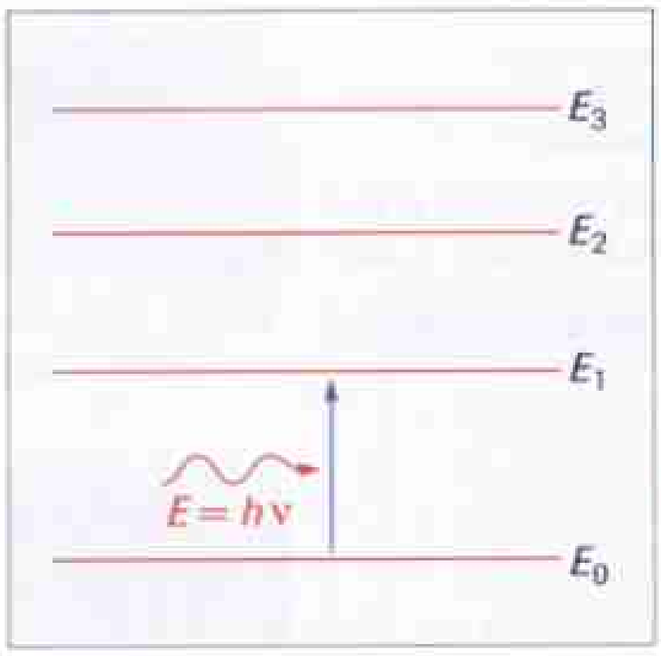
D'où $\lambda = \dfrac{hc}{\Delta E}$

A.N. $\Delta E = 2{,}27 \times 1{,}6 \times 10^{-19}$ J.

$$\lambda = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{2{,}27 \times 1{,}60 \times 10^{-19}}$$

$\lambda = \mathbf{5{,}47 \times 10^{-7}\ m = 0{,}547\ \mu m.}$

3. $E = E_1 - E_0$: la radiation correspondante peut produire la transition du niveau fondamental au niveau 1.
Une variation d'énergie E' ne peut pas amener l'atome à un niveau supérieur : il n'y a pas d'interaction possible avec la radiation correspondante.



Commentaires

L'énergie des électrons d'un faisceau n'est pas quantifiée : l'électron perd ici l'énergie nécessaire à la transition.

Utiliser les unités du système international. Dans tous les calculs, exprimer les longueurs d'onde en mètres et les énergies en joules.

Les énergies d'un rayonnement lumineux sont quantifiées : la radiation ne peut céder qu'un quantum d'énergie.

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. Les forces d'interactions ... et ... obéissent toutes deux à des lois où la distance intervient par l'... de son ....

b. Les lois de ... permettent de prévoir rigoureusement les mouvements des planètes mais ne s'appliquent pas à l'....

c. La ... des énergies permet de comprendre l'existence des spectres de ....

d. L'échange d'énergie entre la lumière et la matière se fait par ... d'énergie. Un atome peut émettre un ... d'énergie lumineuse en passant d'un niveau d'énergie à un niveau d'énergie .... La transition inverse peut se produire par ... d'un ... d'énergie lumineuse.

2 Vrai ou faux ?

a. L'énergie des quanta lumineux augmente avec la longueur d'onde des radiations.

b. La valeur d'un quantum d'énergie lumineuse ne dépend pas de l'intensité du faisceau.

c. Un atome peut passer de son état fondamental à un état excité en absorbant un électron.

d. Un atome d'hydrogène peut passer de son état fondamental au premier niveau excité, séparés de 10,2 eV, en absorbant deux quanta d'énergie lumineuse de 5,1 eV.

3 QCM

a. La désexcitation d'un noyau atomique produit un rayonnement :

❑ visible ; ❑ ultraviolet ;
❑ infrarouge ; ❑ gamma.

b. Les variations d'énergie concernant le cortège électronique de l'atome sont de l'ordre de :

❑ 1 eV ; ❑ 1 MeV ; ❑ 1 J ;
❑ 10^{-16} J ; ❑ 10^{-10} J.

c. Un quantum d'énergie lumineuse pour une radiation de fréquence ν a pour valeur :

❑ $h\nu$; ❑ $\frac{hc}{\nu}$; ❑ $\frac{h\nu}{c}$;
❑ $h\lambda$; ❑ $\frac{hc}{\lambda}$; ❑ $\frac{h\lambda}{c}$.

d. L'unité de la constante de Planck h dans le système international est :

❑ $J \cdot s^{-1}$; ❑ $eV \cdot s^{-1}$;
❑ $MeV \cdot s^{-1}$; ❑ J·s.

4 Apprendre à rédiger

Expliquer ce que signifie le terme *quantification*.

5 Savoir-faire expérimental

Proposer quelques sources lumineuses utilisables pour obtenir un spectre de raies.
Quel montage faut-il mettre en œuvre pour obtenir ce spectre sur un écran ?

Application des connaissances

Données pour tous les exercices
• $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m·s^{-1} ; 1 eV = $1{,}6 \times 10^{-19}$ J.

Atomes et faisceaux d'électrons

6 • Énergie cinétique d'un électron

Un faisceau d'électrons d'énergie cinétique 3,00 eV est envoyé sur de la vapeur de sodium.
Les deux premiers niveaux d'énergie de l'atome de sodium sont $E_1 = -5{,}14$ eV et $E_2 = -3{,}03$ eV.
Calculer l'énergie cinétique d'un électron après une interaction portant un atome de sodium de l'état fondamental au premier état excité.

7 •• Transition de l'atome de mercure

On envoie un faisceau homocinétique d'électrons sur de la vapeur de mercure. L'énergie cinétique des électrons du faisceau est $E_1 = 15$ eV.
On analyse l'énergie des électrons du faisceau après traversée du gaz et on trace la courbe donnant le nombre d'électrons reçus par seconde en fonction de leur énergie cinétique E_i.

a. La courbe présente un pic pour $E_i = 9{,}54$ eV. En déduire une énergie de transition de l'atome de mercure. (On admet qu'il n'y a pas de variation de l'énergie cinétique des atomes.)

b. On observe un autre pic pour $E_i = 4{,}08$ eV. Comment pouvait-on le prévoir ?

Quantum d'énergie lumineuse

8 • Un quantum d'énergie de 2,2 eV

a. Calculer la fréquence puis la longueur d'onde dans le vide de la radiation électromagnétique associée à un quantum d'énergie de 2,2 eV.

b. À quel domaine des ondes électromagnétiques appartient cette radiation ?

9 • Quantum d'énergie

a. Calculer en joules et en électronvolts la valeur du quantum d'énergie associé à la radiation électromagnétique de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 670$ nm.

b. À quel domaine des ondes électromagnétiques appartient cette radiation ?

c. Mêmes questions pour la radiation de longueur d'onde $\lambda = 2{,}60 \times 10^{-3}$ nm.

10 • Longueur d'onde lumineuse

Quelle devrait être la longueur d'onde d'une radiation lumineuse pour que l'énergie d'un quantum d'énergie lumineuse soit égale à l'énergie cinétique acquise par un grain de sable de masse 1 µg après une chute libre de 10 m au voisinage du sol terrestre.
Comparer la valeur obtenue à la longueur d'onde la plus courte des rayons γ (de l'ordre de 10^{-15} m).

11 • QCM

a. Le quantum d'énergie associé à la radiation lumineuse de longueur d'onde dans le vide 0,50 µm a pour valeur :
❑ $4{,}0 \times 10^{-19}$ J ;
❑ $3{,}3 \times 10^{-28}$ J ;
❑ $3{,}3 \times 10^{-40}$ J ;
❑ $4{,}0 \times 10^{-19}$ eV ;
❑ 2,5 eV.

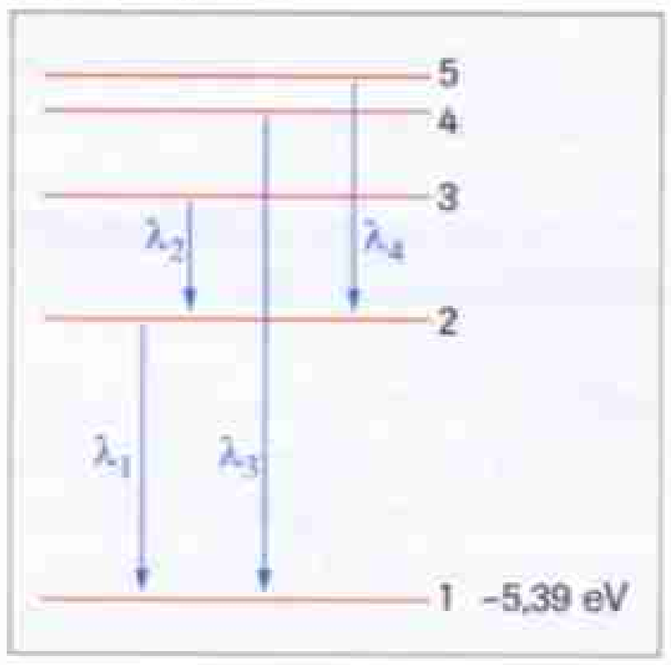
b. Les trois premiers niveaux d'énergie d'un atome ont pour valeur : – 13,6 eV ; – 3,4 eV ; – 1,5 eV.
Cet atome pris dans l'état fondamental peut :
❑ accéder au niveau 2 en absorbant un quantum d'énergie de 13,6 eV ;
❑ absorber un quantum d'énergie de 10,2 eV ;
❑ absorber un quantum d'énergie de 10,7 eV ;
❑ absorber un quantum d'énergie de 1,5 eV ;
❑ émettre une radiation lumineuse de longueur d'onde $1{,}22 \times 10^{-7}$ m.

c. Dans le cas d'une transition entre deux niveaux d'un noyau atomique :
❑ la variation d'énergie est de l'ordre du MeV ;
❑ le rayonnement émis ou absorbé se situe dans le domaine des ultraviolets ;
❑ la fréquence du rayonnement émis ou absorbé est de l'ordre du GHz ;
❑ le rayonnement émis ou absorbé n'est pas un rayonnement électromagnétique.

Spectres de raies atomiques

12 •• Atome de lithium

Le diagramme ci-dessous représente quelques niveaux d'énergie de l'atome de lithium.



On considère les quatre transitions représentées sur le diagramme. Les longueurs d'onde correspondantes sont :
$\lambda_1 = 671$ nm ; $\lambda_2 = 812$ nm ; $\lambda_3 = 323$ nm ; $\lambda_4 = 610$ nm.
Affecter une énergie E (en eV) à chacun des niveaux représentés.

13 •• Atome d'hydrogène

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation $E_n = -\dfrac{E_0}{n^2}$ avec n entier supérieur ou égal à 1 et $E_0 = 13{,}6$ eV. $n = 1$ correspond au niveau fondamental.

a. Comment cette expression montre-t-elle que les énergies de l'atome sont quantifiées ?
b. La transition du niveau $n = 4$ au niveau $n = 2$ se fait-elle avec émission ou avec absorption d'énergie ?
Schématiser cette transition sur un diagramme.
c. Quelle est la longueur d'onde de la radiation correspondante ?
d. Dans quel domaine des ondes électromagnétiques se situe cette radiation ?

14 • Spectre d'une lampe à vapeur de mercure

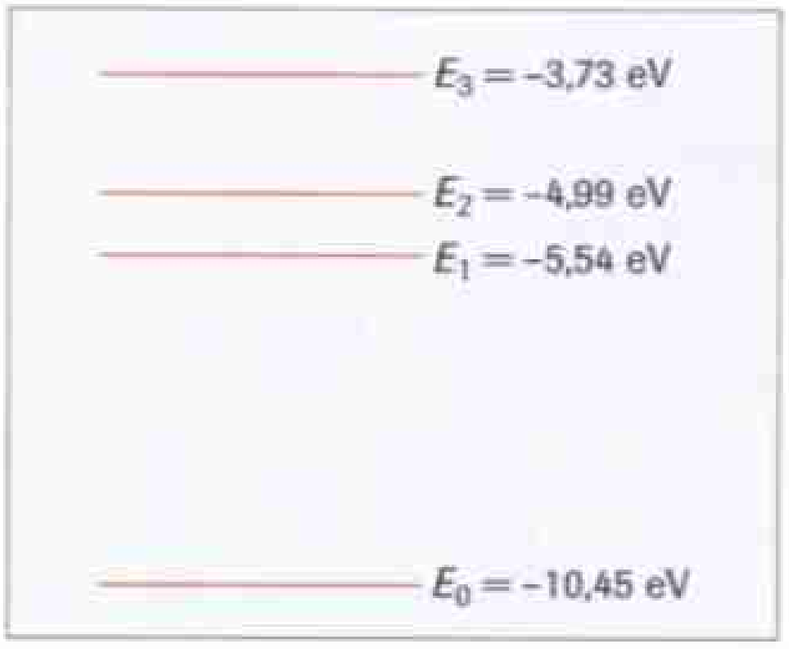
La figure ci-dessous est une reproduction du spectre d'émission d'une lampe à vapeur de mercure.



a. Expliquer pourquoi ce spectre est un spectre de raies.
b. Calculer en eV les énergies de transition de l'atome de mercure pour chacune des raies visibles sur la figure.

15 •• Atome de mercure

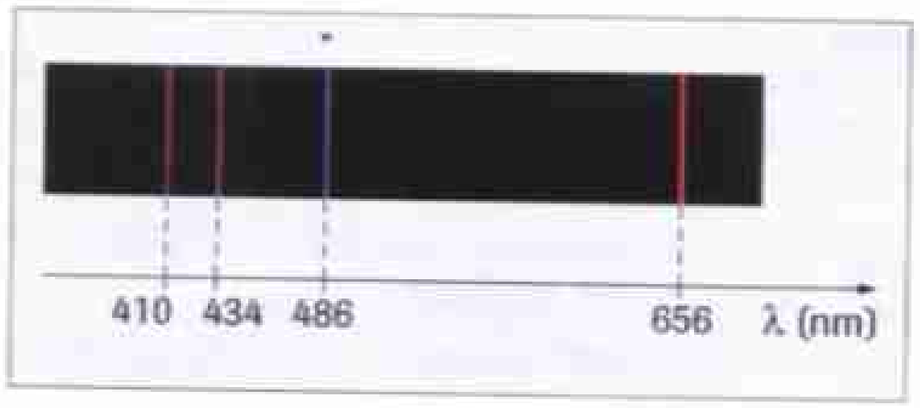
Le diagramme ci-dessous donne quelques niveaux d'énergie de l'atome de mercure.



a. Les énergies de l'atome sont quantifiées. Expliquer la signification de ce terme. Quelle conclusion peut-on tirer de cette propriété sur l'application des lois de Newton à l'atome ?
b. Calculer les longueurs d'onde de toutes les radiations émises par la vapeur de mercure et que l'on peut déduire du diagramme. Préciser pour chacune à quel domaine des ondes électromagnétiques elle appartient.
c. Sachant que les niveaux notés E_1 et E_2 sont les deux premiers niveaux excités de l'atome, quel effet produit, sur un atome de mercure dans son état fondamental, une radiation électromagnétique de longueur d'onde :
$\lambda_a = 506$ nm ; $\lambda_b = 235$ nm ; $\lambda_c = 253$ nm ?

16 •• Spectre de l'atome d'hydrogène

La figure de la page suivante est la reproduction du spectre de l'hydrogène dans le domaine visible. La lumière émise est obtenue dans des conditions où le gaz est formé d'atomes d'hydrogène libres.

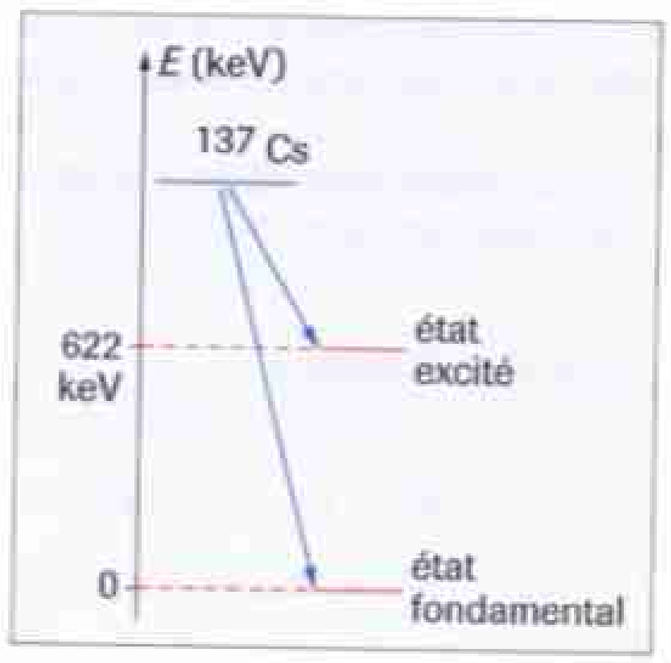


a. Expliquer pourquoi le spectre est un spectre de raies.
b. Calculer en électronvolts les quanta d'énergie associés à chacune des quatre raies du spectre.
c. Les quatre raies du spectre en lumière visible correspondent aux transitions entre le deuxième niveau d'énergie de l'atome et les quatre niveaux immédiatement supérieurs. Avec les conventions habituellement utilisées, on attribue la valeur – 3,40 eV au deuxième niveau d'énergie de l'atome d'hydrogène.
Donner les valeurs des niveaux d'énergie que l'on peut déduire du spectre. Représenter ces niveaux sur un diagramme ainsi que les transitions associées au spectre.

Quantification des énergies du noyau atomique

17 Désintégration du césium 137

La catastrophe de Tchernobyl en 1986 a répandu dans l'atmosphère de nombreux polluants radioactifs dont le césium 137, émetteur β^-.
a. Écrire l'équation de la réaction de désintégration.
b. Le noyau issu de la désintégration est obtenu à l'état fondamental soit directement, soit après passage par un état excité comme l'indique le diagramme suivant.

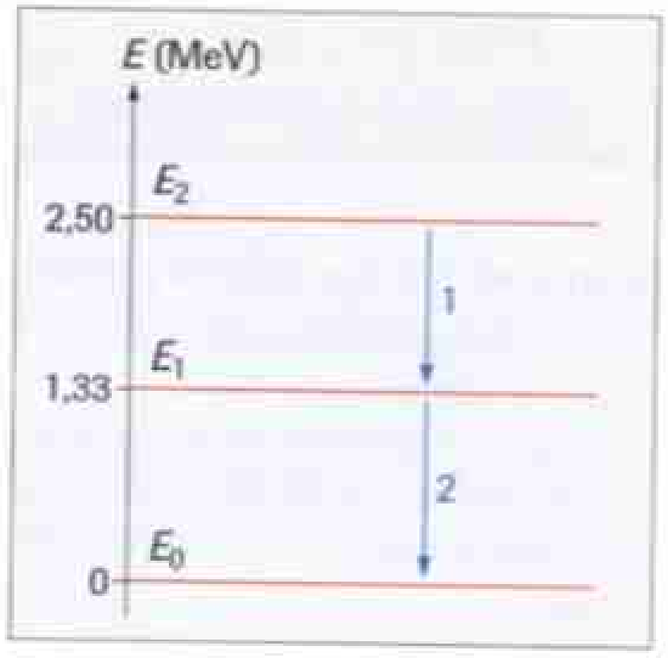


Quel phénomène accompagne le passage de l'état excité à l'état fondamental ?
Calculer la longueur d'onde associée à la radiation émise. À quel domaine cette radiation appartient-elle ?

Données
- $^{132}_{54}Xe$; $^{137}_{56}Ba$; $^{137}_{55}Cs$; $^{135}_{52}Te$.

18 Désintégration du cobalt 60

Le cobalt 60 : $^{60}_{27}Co$ est un noyau artificiel radioactif β^- utilisé en médecine pour le traitement des tumeurs. Sa désintégration aboutit à la formation d'un noyau de nickel qui est obtenu dans un état excité. Le retour à l'état fondamental s'effectue en deux étapes suivant le schéma ci-après.



a. Écrire l'équation de la réaction de désintégration radioactive du cobalt 60.
b. Calculer les longueurs d'onde des radiations émises au cours des deux étapes de la désexcitation. À quel domaine ces radiations appartiennent-elles ?

19 Désintégration du plutonium 238

Le plutonium 238 : $^{236}_{94}Pu$ est un déchet fortement radioactif qui se forme au cours du fonctionnement des centrales nucléaires. Ce noyau se désintègre par radioactivité α en donnant un isotope de l'uranium. 72 % des noyaux d'uranium sont obtenus dans leur état fondamental. L'énergie cinétique libérée par la désintégration est alors :

$$E_0 = 5{,}592 \text{ MeV}.$$

Dans 28 % des cas, l'énergie cinétique libérée vaut :

$$E_1 = 5{,}543 \text{ MeV}.$$

a. Écrire l'équation de la réaction nucléaire de désintégration radioactive du plutonium 238.
b. Comment peut-on expliquer la différence entre les énergies cinétiques E_0 et E_1 ?
c. Calculer la longueur d'onde du rayonnement γ émis au cours de la désintégration α du plutonium 238 dans le deuxième cas.

20 Exercice de correction

Lire l'énoncé puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

Énoncé
Le spectre de la couronne solaire contient une raie intense de longueur d'onde $\lambda = 587{,}6$ nm due à la présence de l'hélium. Le spectre d'absorption de la lumière solaire présente aussi un raie sombre pour la même longueur d'onde.
a. Expliquer pourquoi la même raie est présente dans le spectre d'émission et le spectre d'absorption.
b. Calculer le quantum d'énergie associé.

Solution annotée de l'élève

a. Dans les 2 cas, le changement d'état d'énergie de l'atome se fait entre les mêmes niveaux.
Précisez dans quel sens et faites un schéma.
b. $E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$) Explications ?
$E = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^{8}}{587{,}6} = 3{,}38 \cdot 10^{-28}$ J (Erreur d'unité)
Donnez le résultat en eV.

PROBLÈMES DE SYNTHÈSE

21 • L'atome et les systèmes planétaires

a. Quelles similitudes présentent le système Terre-Lune et le système atome d'hydrogène ?

b. La Lune s'éloigne lentement de la Terre avec une augmentation de distance de l'ordre de 3 cm par an.

Peut-être sera-t-elle un jour complètement libérée de l'attraction terrestre.

L'électron de l'atome d'hydrogène pourrait-il subir une évolution comparable ?

22 •• Quantification des orbites des satellites ?

a. Exprimer la vitesse v dans le référentiel géocentrique d'un satellite en mouvement circulaire autour de la Terre en fonction du rayon r de sa trajectoire, du rayon de la Terre R et du champ gravitationnel à la surface de la Terre g_0.

b. On suppose que les règles de quantification de l'atome d'hydrogène peuvent être transposées aux rayons des trajectoires des satellites : un satellite de masse m ne pourrait accéder qu'à des trajectoires de rayons r tels que $mvr = \frac{nh}{2\pi}$, n étant un entier supérieur ou égal à 1 (h est la constante de Planck).

Un satellite de masse $m = 100$ kg est placé initialement sur une trajectoire de rayon $r_i = 6{,}5 \times 10^6$ m. Calculer, pour ce satellite, la plus petite augmentation possible pour la quantité $\sqrt{r}$.

c. Que peut-on penser du rôle de cette quantification sur le choix de la trajectoire du satellite ?

Données

- $R = 6{,}4 \times 10^6$ m ; $g_0 = 10\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

23 •• Faisceau d'électrons et vapeur métallique

Une ampoule contient de la vapeur de sodium sous faible pression. À l'intérieur de cette ampoule, se trouve un système de deux électrodes produisant un faisceau d'électrons homocinétique. Une partie des électrons du faisceau entrent en interaction avec les atomes de sodium.

Lors de l'interaction, l'atome de sodium est dans son état fondamental. On néglige les variations de son énergie cinétique.

a. L'énergie cinétique des électrons du faisceau a pour valeur 1,6 eV. Les électrons peuvent-ils interagir avec les atomes de sodium ? Dans l'affirmative, quel est l'état d'énergie de l'atome et quelle est l'énergie cinétique de l'électron juste après l'interaction ?

Même question si l'énergie initiale des électrons a pour valeur 3,0 eV.

b. Lorsqu'il y a interaction, on observe une émission de lumière dans l'ampoule. Interpréter cette émission. Calculer la longueur d'onde de la radiation éventuellement émise dans les deux cas précédents.

c. Si l'énergie cinétique des électrons vaut 3,5 eV, quelles sont les valeurs des états d'énergie possibles pour l'atome de sodium et les énergies cinétiques des électrons après interaction.

Données

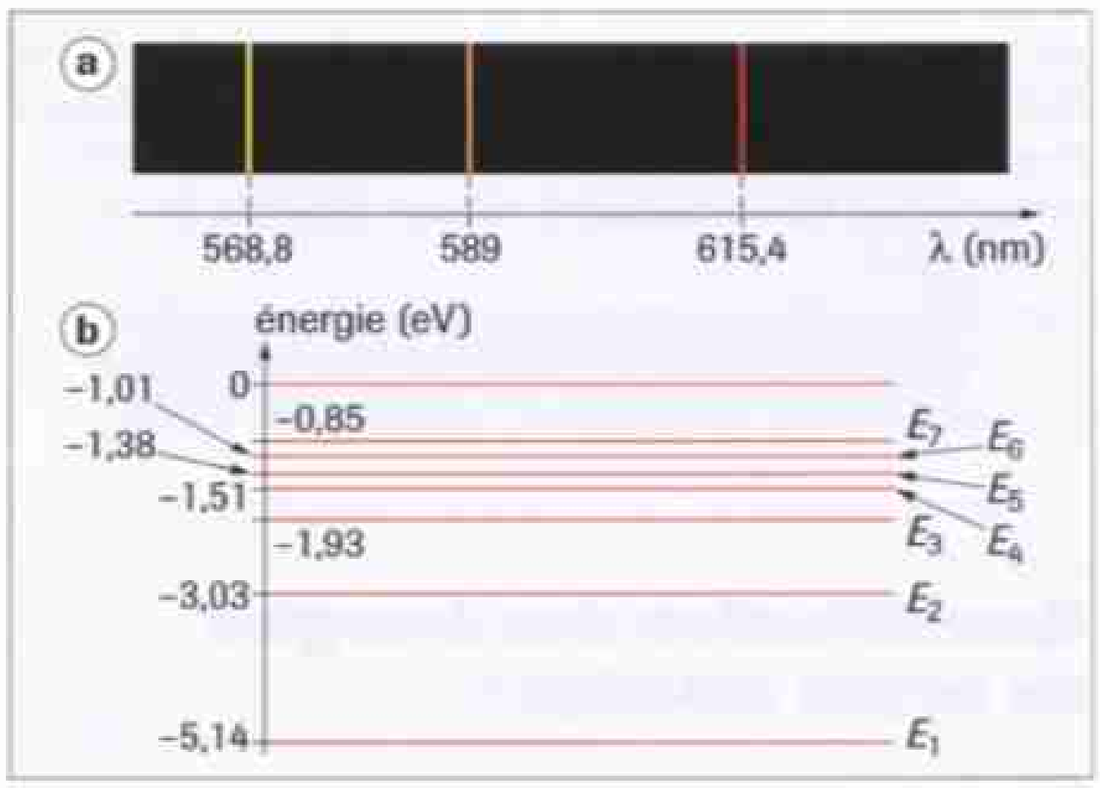
- *Valeurs des premiers niveaux d'énergie de l'atome de sodium en électronvolts :*

$-5{,}14$; $-3{,}03$; $-1{,}93$; $-1{,}51$; $-1{,}38$.

24 •• Spectre du sodium

La figure a représente quelques raies du spectre d'une lampe à vapeur de sodium (la raie jaune de longueur d'onde 589 nm est beaucoup plus intense que les autres).

La figure b donne un diagramme simplifié des niveaux d'énergie de l'atome de sodium.



a. Expliquer pourquoi le spectre de la lumière de la lampe à vapeur de sodium est un spectre de raies.

b. Exprimer numériquement la valeur, en joules puis en électronvolts, d'un quantum d'énergie lumineuse pour une radiation en fonction de sa longueur d'onde exprimée en nm.

c. Sur une calculette, constituer une liste avec les valeurs des longueurs d'onde en nm des raies du spectre de la figure a. Utiliser le résultat de la question b pour établir une deuxième liste avec les énergies correspondantes en électronvolts.

d. Trouver les transitions associées à chaque raie et les représenter sur le diagramme b.

25 •• Atome d'hydrogène

Les valeurs des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont données par la relation $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$ avec n entier supérieur ou égal à 1. $E_0 = 13{,}6$ eV et $n = 1$ correspond au niveau fondamental.

Les valeurs de E_n positives ou nulles correspondent à un état ionisé (noyau et électron non liés). Ces états ne sont pas quantifiés.

a. Que signifie : « les énergies de l'atome sont quantifiées ». Comment l'expression des énergies de l'atome d'hydrogène fait-elle apparaître cette propriété ?

b. Représenter sur un diagramme les 4 premiers niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène.

c. Calculer la longueur d'onde de la radiation émise lorsqu'un atome d'hydrogène passe de l'état excité $n = 2$ au niveau fondamental.

Montrer qu'aucune transition s'effectuant directement entre un état excité de l'atome d'hydrogène et son état fondamental ne se produit avec émission de lumière visible ?

d. Le spectre de l'atome d'hydrogène comporte quatre raies dans le domaine visible. Elles sont dues à des transitions entre un état excité tel que $n > 2$ et l'état $n = 2$.
Les longueurs d'onde de ces radiations sont :

656 nm ; 486 nm ; 434 nm ; 410 nm.

Identifier les radiations correspondant aux états excités initiaux $n = 3$ et $n = 4$.

e. On éclaire des atomes d'hydrogène dans l'état fondamental avec des radiations pour lesquelles les quanta d'énergie ont successivement les valeurs suivantes :

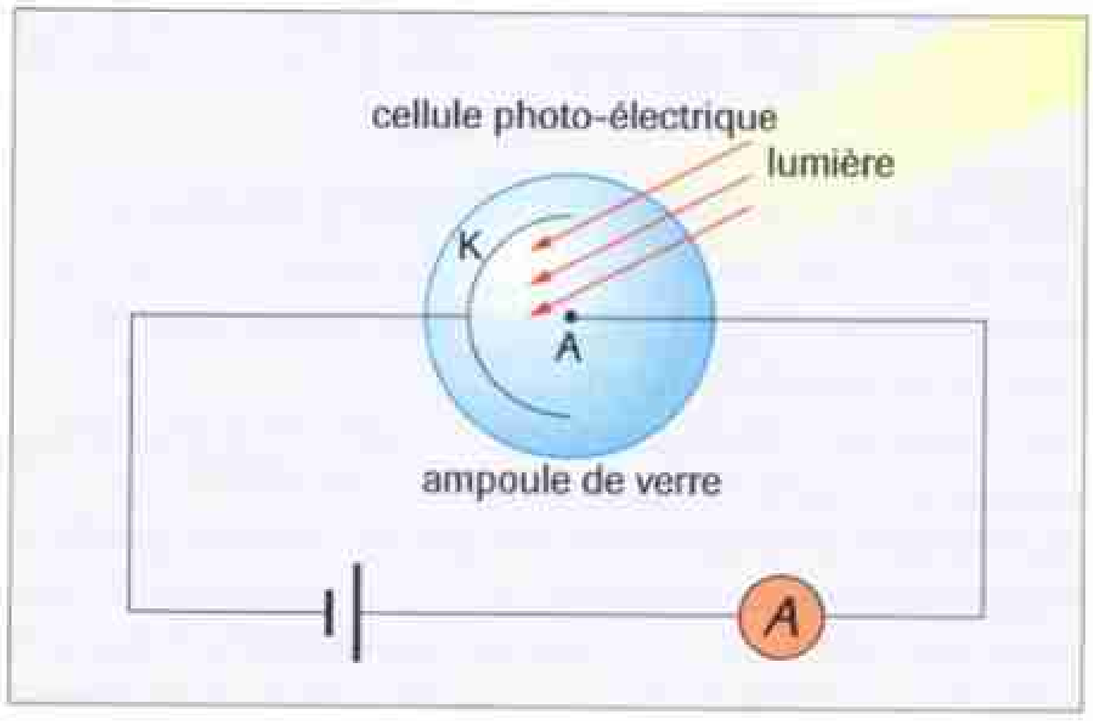
8,2 eV ; 10,2 eV ; 10,7 eV ; 14,6 eV.

Quelles radiations peuvent être absorbées ? Quel est alors l'état final du système noyau-électron ?

POUR ALLER PLUS LOIN

26 Effet photoélectrique

L'effet photoélectrique est une émission d'électrons par un métal sous l'action de la lumière.
L'étude expérimentale de l'effet photo-électrique peut être menée avec une cellule photoélectrique à vide. Il s'agit d'un appareil constitué d'une ampoule à l'intérieur de laquelle règne un vide poussé et contenant deux électrodes nommées respectivement cathode K et anode A. La cathode est une surface conductrice recouverte du métal étudié. Lorsqu'elle est éclairée par des radiations de longueur d'onde convenable, le métal est le siège d'une émission photoélectrique. Si la cellule est placée dans le circuit représenté sur le schéma, les électrons émis sont collectés par l'anode. L'ampèremètre montre alors le passage d'un courant.
Lors de l'émission photo-électrique, l'interaction entre la lumière et un électron ne se produit que par échange d'un seul quantum d'énergie lumineuse. Pour extraire un électron du métal, il faut lui fournir une énergie appelée énergie d'extraction. Si un électron reçoit une énergie supérieure à l'énergie d'extraction, l'excès d'énergie est transformée partiellement ou totalement en énergie cinétique.



Le tableau suivant donne les valeurs des énergies d'extraction pour quelques métaux.

métal	énergie d'extraction (eV)
Zinc	3,60
Strontium	2,06
Césium	1,90

1. On place successivement dans le circuit de la figure ci-dessus des cellules dont la surface est recouverte de l'un des métaux du tableau et on éclaire la cathode avec la lumière d'une lampe à vapeur de sodium émettant une radiation monochromatique de longueur d'onde :

$$\lambda = 5{,}89 \times 10^{-7}\ \text{m}.$$

Pour quels métaux observera-t-on le passage d'un courant dans l'ampèremètre ?
2. Dans les cas où le passage d'un courant est observé, quelle est la valeur maximale de l'énergie cinétique des électrons émis ?
3. L'énergie maximum calculée précédemment augmente-t-elle si :
a. on augmente l'intensité lumineuse émise par la lampe ?
b. on remplace la lampe par une lampe à vapeur de mercure riche en radiations ultraviolettes pour lesquelles les longueurs d'onde sont plus courtes que pour les radiations visibles ?

1 La pratique de la planche à roulettes

Jim, un pratiquant de planche à roulettes, se déplace tranquillement sur un terrain plat. Mais voilà qu'un trou se profile à l'horizon…

On considère dans cet exercice que tous les frottements sont nuls. On prendra $g = 10\ \text{m.s}^{-2}$.

1. Premier passage : Jim n'a pas vu le trou, garde la même position sur sa planche, se déplace vers le trou avec une vitesse $\vec{v}_1$. On estime que le contact entre la planche et le sol cesse lorsque *G*, centre d'inertie de Jim, se trouve au point *P* indiqué sur la figure 1.

Sans calcul, représenter sur un schéma la trajectoire de *G* au-delà de *P*.

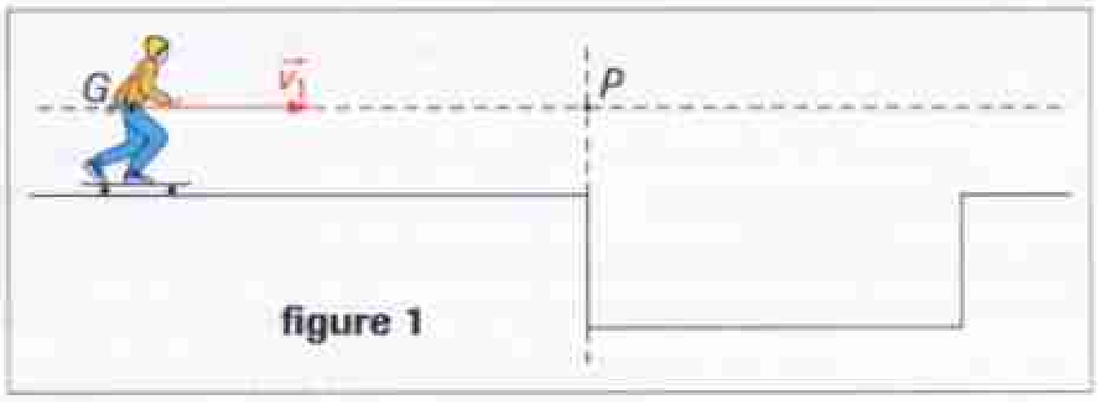


figure 1

Après s'être relevé, Jim revient en arrière et se relance sur le même terrain. Il s'apprête alors à réaliser un «ollie». Cette figure consiste à sauter par dessus le trou.

2. Afin de franchir l'obstacle, il s'entraîne à sauter sur place : il se baisse pour prendre de l'élan puis il se relève rapidement ce qui lui communique, au moment où il décolle, une vitesse verticale que l'on peut estimer à $v_j = 4{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Cette vitesse lui permet de s'élever d'une hauteur *h*.

En étudiant l'énergie mécanique, déterminer de quelle hauteur *h* Jim peut élever son centre de gravité.

3. Il s'élance maintenant vers le trou, se baisse en *A*, puis donne la même impulsion que précédemment pour sauter. Mais la planche doit franchir aussi le trou. La technique consiste à faire basculer la planche de façon à ce que son talon frappe le sol (fig. 2). Jim produit cet effet au point *B*. Au moment de l'impact, le talon de la planche exerce une action verticale $\vec{F}_1$ sur le sol.

Indiquer, en justifiant, si la valeur de la force $\vec{F}_2$ qu'exerce le sol sur le talon de la planche est supérieure, inférieure ou égale à F_1. Représenter ces forces sur la figure 2.



figure 2

4. On considère maintenant le système {Jim + planche} de centre d'inertie *G'*. Ce système, qui reste solidaire, décolle lorsque *G'* est en *B*. À la date $t = 0$ instant du décollage, *G'* possède une vitesse $\vec{v}_0$ inclinée d'un angle $\alpha = 50°$ avec l'horizontale (fig. 3).

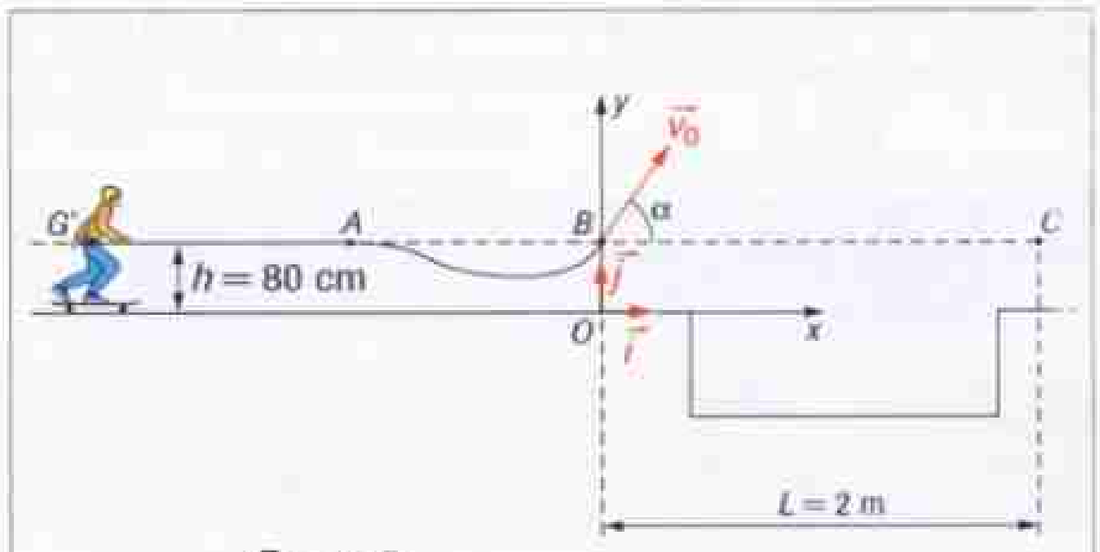


figure 3

a. La valeur de la vitesse initiale vaut $v_0 = 5{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Cette vitesse procure-t-elle à Jim une vitesse verticale égale à $v_y = 4{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ comme dans la question **2** ?

b. Établir les équations horaires du mouvement de *G'* dans le repère indiqué sur la figure durant le «vol», en fonction de v_0, *g* et α.

c. Établir l'équation de la trajectoire.

d. Quelle est la nature de la trajectoire ?

e. Déterminer la vitesse de *G'* au sommet de la trajectoire.

f. Dire, en justifiant mais sans faire de calculs numériques, si la hauteur maximum atteinte par *G'* au-dessus de sa position de départ sera égale, inférieure ou supérieure à celle calculée à la question 2.

5. Résultat du saut : pour que Jim réussisse à franchir l'obstacle, son centre d'inertie *G'* doit arriver au moins en *C*.

a. Par analyse dimensionnelle, déterminer, parmi les équations ci-dessous, celle qui permet d'obtenir la distance entre *B* et *C*. Justifier.

$$d = \frac{v_0 \times \sin(2\alpha)}{g} \quad ; \quad d = \frac{g \times \sin(2\alpha)}{v_0^2}$$

$$d = \frac{v_0^2 \times \sin(2\alpha)}{g} \quad ; \quad d = \frac{g \times \sin(2\alpha)}{v_0}$$

b. Vérifier que le saut est réussi.

c. Représenter qualitativement sur la figure 3 la trajectoire du point *G'* entre le point *B* et le point *C*.

2 Lancer du poids

En 1990, R. Barnes a établi un record du monde du lancement du «poids» pour une distance $d = 23{,}1$ m. Le « poids » est constitué par une sphère métallique lisse de masse $m = 7{,}26$ kg. L'aire de lancement est délimitée par un cercle de diamètre $D = 2{,}14$ m et par un butoir *B*. La portée du jet $d = 23{,}1$ m est mesurée par rapport au centre *C* du cercle (fig. 1).

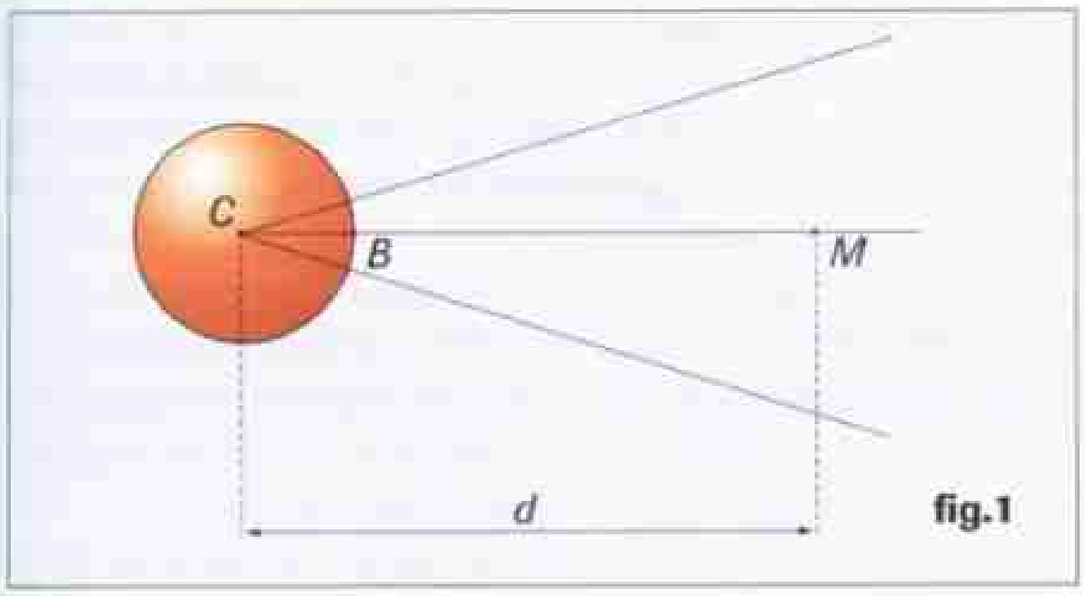


fig.1

À l'issue de la phase d'élan, le «poids» est abandonné en A, à la hauteur $OA = h = 2{,}00$ m au-dessus du sol horizontal, à la distance $BO = 0{,}250$ m en avant du butoir B (fig. 2).
Le «poids» est lancé avec une vitesse v_0 dans une direction qui fait un angle $\alpha = 45°$ avec l'horizontale.

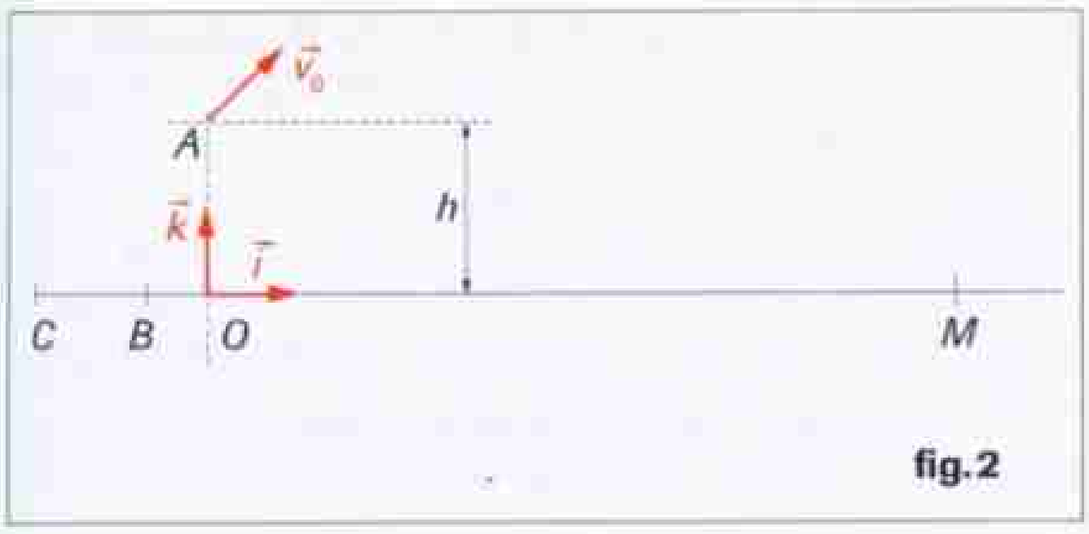


fig.2

1. Choix d'un modèle

La résultante R des forces de frottements dus à la résistance de l'air est donnée par l'expression :

$$R = \frac{1}{2}\rho \times C_x \times S \times v^2$$

où ρ est la masse volumique de l'air ($\rho = 1{,}29$ kg·m^{-3}), S est l'aire de la section équatoriale de la sphère ($S = 1{,}13 \times 10^{-2}$ m^2), C_x un coefficient caractéristique de la forme de l'objet ($C_x = 0{,}500$ S.I.) et v la valeur de la vitesse.

a. Montrer que C_x est une grandeur sans unité.

b. Montrer qu'on peut négliger la résistance de l'air vis-à-vis de la force de pesanteur agissant sur le «poids» sachant qu'au cours du mouvement, la vitesse est de l'ordre de 10 m·s^{-1}.

2. Étude du mouvement dans le plan $(O; \vec{i}, \vec{k})$

On admettra dans la suite de l'exercice que les frottements sont négligeables.

a. Établir les équations horaires paramétriques du mouvement du centre d'inertie du «poids», dès l'instant où ce dernier est abandonné en A. Dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{k})$, donner l'équation cartésienne de la trajectoire (expressions littérale et numérique en fonction de v_0).

b. À partir de l'équation cartésienne et des différents paramètres fournis, vérifier que la valeur de la vitesse initiale v_0 est voisine de 14 m·s^{-1}.

c. Déterminer la durée t_M du déplacement du « poids » entre A et le point de contact avec le sol M.

Donnée
- *Valeur du champ de pesanteur :* $g = 9{,}81$ m·s^{-2}.

3 ·· QCM

a. Deux systèmes solide-ressort évoluant horizontalement sans frottement possèdent la même énergie potentielle élastique à chaque instant.
- ❑ Les ressorts ont même constante de raideur.
- ❑ Les deux systèmes ont la même énergie mécanique.
- ❑ Les deux solides ont la même vitesse à chaque instant.
- ❑ Les deux ressorts ont le même allongement à chaque instant.

b. Deux mobiles autoporteurs de masses m_1 et m_2 tels que $m_1 < m_2$ sont reliés à deux ressorts identiques fixés sur le bord d'une table horizontale. Ils sont écartés de la même distance par rapport à leur position d'équilibre.
- ❑ Le système de masse m_1 va osciller plus rapidement.
- ❑ Les deux ressorts ont la même énergie potentielle élastique maximale.
- ❑ Les deux systèmes ont la même énergie mécanique à chaque instant.
- ❑ Les deux masses ont la même énergie cinétique à chaque instant.

4 ·· Détermination expérimentale de g_0

Un ressort à spires non jointives, de constante de raideur k, de masse négligeable est suspendu à un support vertical par l'une de ses extrémités. Un solide S, de masse m est accroché à l'autre extrémité du ressort.
Le ressort s'allonge alors de x_0 et une position d'équilibre est atteinte : c'est la phase statique.
À partir de sa position d'équilibre, on étire le ressort en faisant descendre le solide verticalement puis on le lâche : c'est la phase dynamique.
On constate que le solide S effectue des oscillations de part et d'autre de sa position d'équilibre d'amplitude a et de période T_0.
On déclenche le chronomètre lors du passage du solide par sa position d'équilibre en repérant s'il monte ou descend.
On arrête le chronomètre au bout de 20 oscillations complètes.
Les résultats expérimentaux sont rassemblés dans le tableau suivant :

m (g)	20	40	60	80	100
x_0 (cm)	4,0	8,1	12,2	16,2	20,2
durée de 20 oscillations	8,12	15,50	13,90	16,06	17,91

Partie I

1. Pourquoi mesure-t-on la durée de 20 oscillations plutôt que d'une seule ?

2. Le repérage dans le temps s'effectue par le passage par la position d'équilibre. Expliquer la raison de ce choix.

3. L'amplitude du mouvement ne reste en fait pas constante au cours du temps. Pourquoi ?

Partie II

1. À partir de l'étude statique, établir la relation liant x_0, g_0, m et k (g_0 représente la valeur du champ de pesanteur).

2. Étude dynamique : détermination de g_0

On établit théoriquement la formule donnant la période propre :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

a. Vérifier par analyse dimensionnelle, l'homogénéité de cette formule.

b. Exposer succinctement, sans la justifier, une démarche graphique qui, à partir des résultats expérimentaux rassemblés dans le tableau de la page précédente, permettrait de déterminer la valeur k de la constante de raideur du ressort.

c. En utilisant la relation trouvée en partie II.1, établir celle donnant T_0 en fonction de x_0 et g_0.

d. Calculer T_0^2 pour chaque situation correspondant aux valeurs de x_0. Présenter les résultats sous forme de tableau.

e. Tracer la courbe donnant x_0 en fonction de T_0^2.

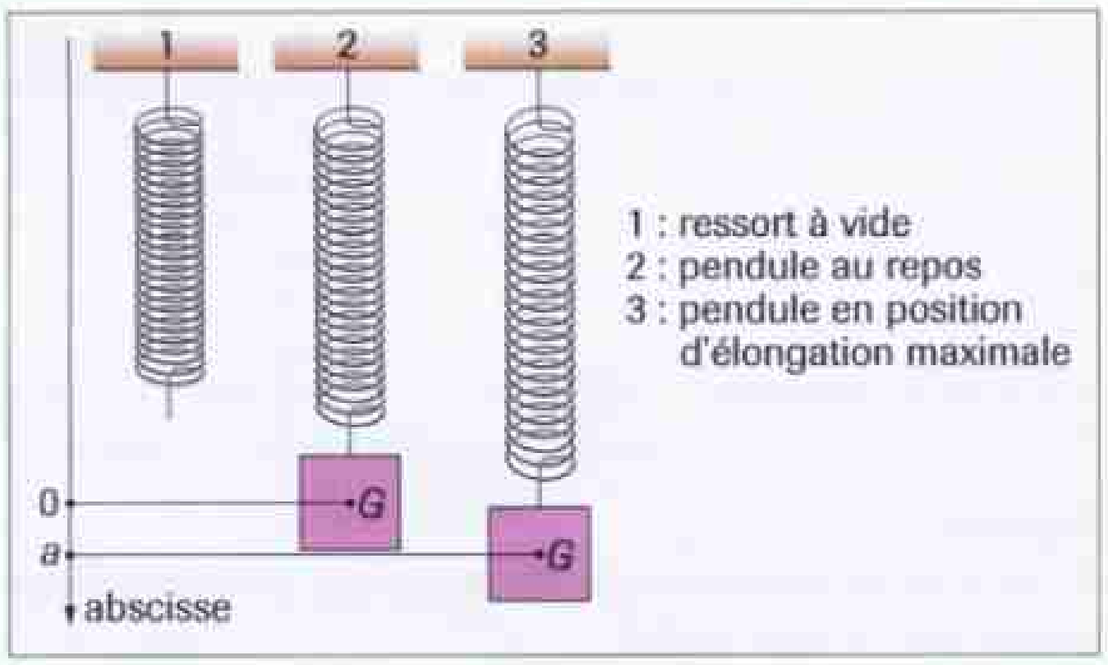
f. Déduire de la courbe la valeur du champ de pesanteur g_0 sur le lieu de l'expérience.

5 Étude d'un pendule élastique vertical

On dispose d'un pendule élastique vertical constitué :
- d'un ressort de masse négligeable et de constante de raideur k ;
- d'une charge de masse m et de centre d'inertie G.

Ce pendule est un système dont on peut enregistrer l'abscisse en fonction du temps à l'aide d'un dispositif relié à un ordinateur. Ce dispositif n'est pas représenté sur le schéma ci-dessous.

On note a l'amplitude des oscillations du pendule.



I. Méthode de travail

On écarte verticalement le pendule de sa position de repos, on déclenche le système d'enregistrement de l'élongation en fonction du temps puis on abandonne le pendule qui se met à osciller.

1. Expliquer pourquoi il est nécessaire de fixer tous les paramètres possibles sauf celui dont on étudie les effets.

2. En analysant les courbes de variation de l'élongation du pendule en fonction du temps (documents 1, 2 et 3), préciser et justifier quelles sont les propositions vraies :

a. proposition 1 : l'enregistrement débute au moment où on abandonne le pendule ;

b. proposition 2 : l'enregistrement débute au moment où le pendule passe par sa position de repos en remontant ;

c. proposition 3 : l'enregistrement débute au moment où le pendule passe par sa position de repos en descendant ;

d. proposition 4 : la durée d'enregistrement est égale à 2,0 s.

II. Étude expérimentale de la période du pendule

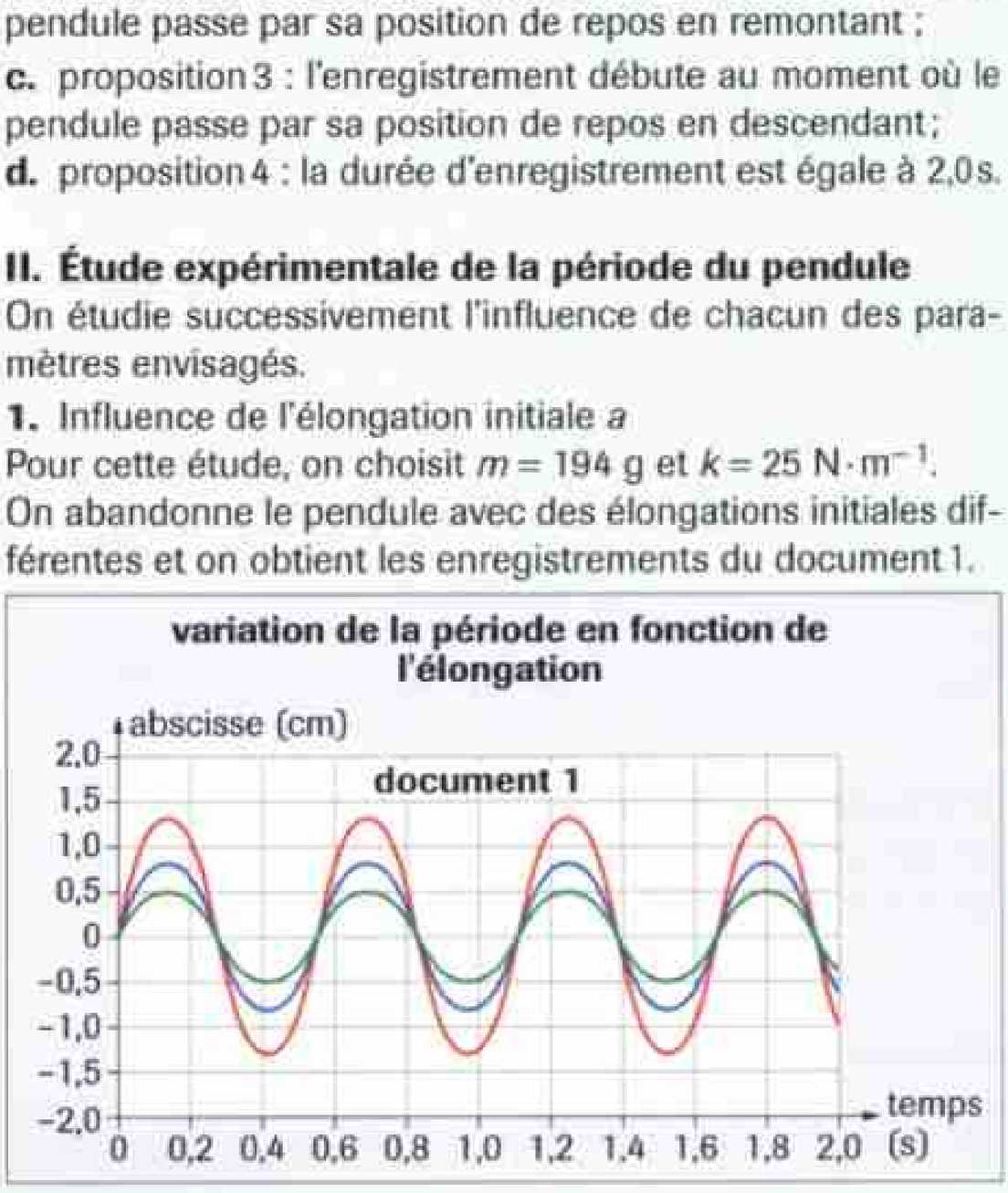
On étudie successivement l'influence de chacun des paramètres envisagés.

1. Influence de l'élongation initiale a

Pour cette étude, on choisit $m = 194$ g et $k = 25$ N·m^{-1}.

On abandonne le pendule avec des élongations initiales différentes et on obtient les enregistrements du document 1.

variation de la période en fonction de l'élongation



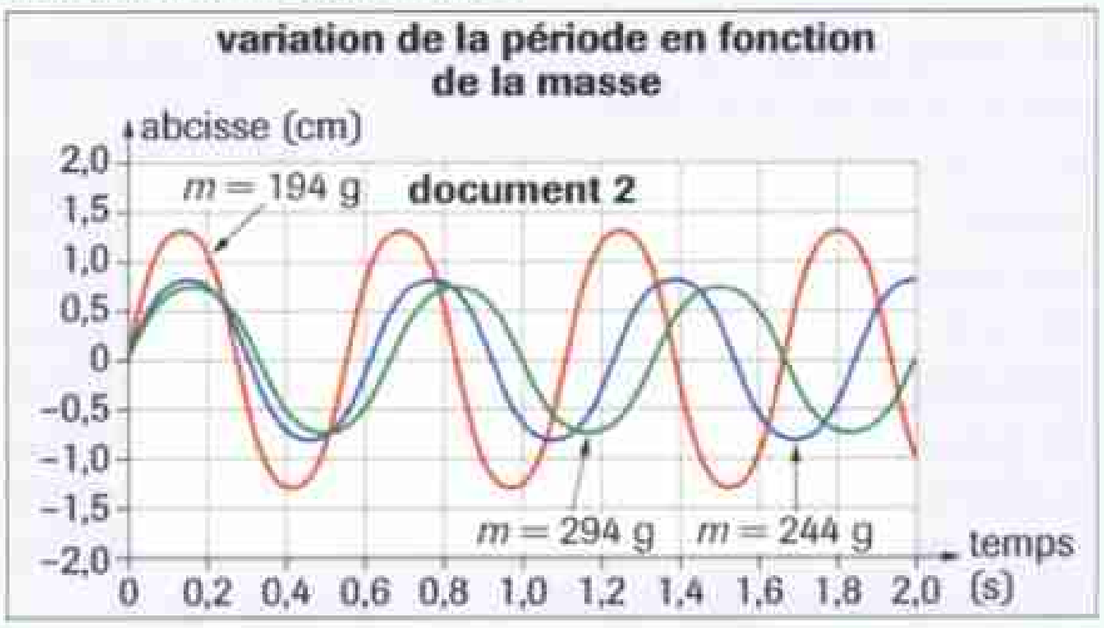
a. Mesurer la période des oscillations pour les différentes amplitudes.

b. En déduire si, dans le domaine d'étude, la période des oscillations dépend de l'amplitude. Justifier la réponse.

2. Influence de la masse m

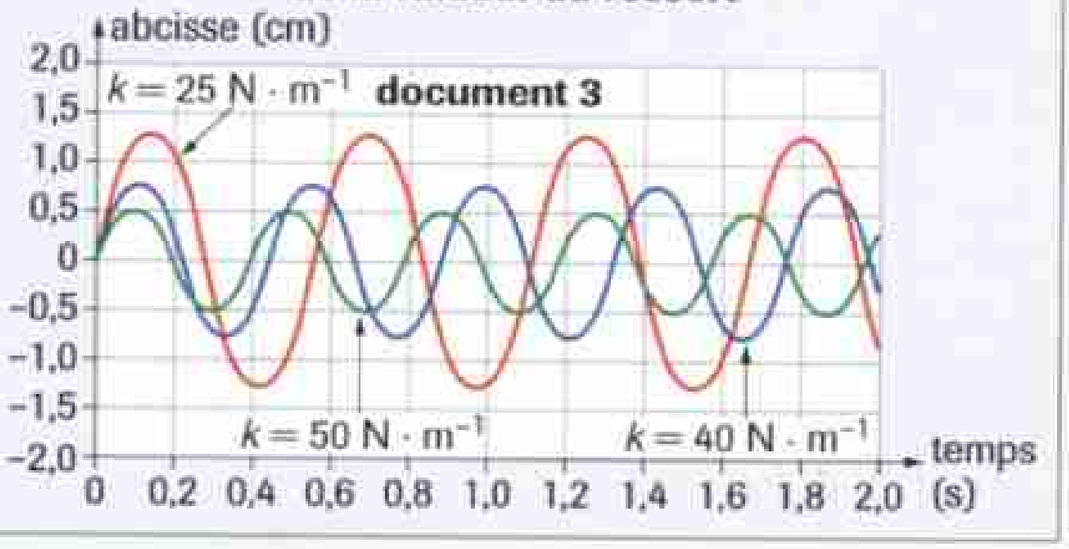
Pour cette étude, on choisit m variable, $k = 25$ N·m^{-1} et une élongation initiale inférieure à 2,0 cm. On obtient les enregistrements du document 2.

variation de la période en fonction de la masse



a. Les enregistrements du document 2 ont été obtenus avec trois masses différentes et des amplitudes différentes. Pourquoi se permet-on de faire varier simultanément l'amplitude et la masse dans cette série d'essais ?
b. Mesurer la période des oscillations du pendule dans les trois cas.
c. La période des oscillations dépend-elle de la masse ? Si oui préciser comment elle varie quand la masse augmente.
3. Influence de la constante de raideur k du ressort.
Pour cette étude, on choisit $m = 194$ g, k variable et une amplitude inférieure à 2,0 cm. On obtient les enregistrements du document 3.

variation de la période en fonction de la raideur du ressort



document 3

a. Montrer que la période des oscillations dépend de la constante de raideur du ressort.
b. Préciser comment varie la période lorsque la constante de raideur augmente.

III. Relation théorique

On propose cinq relations théoriques liant la période des oscillations et les différents paramètres envisagés.

1) $T = A\dfrac{m}{k}$; 2) $T = B\sqrt{\dfrac{m}{k}}$; 3) $T = C\,m\,k$;

4) $T^2 = D\dfrac{m}{k}$; 5) $T = Ea\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

A, B, C, D et E étant des constantes sans dimension.
a. En tenant compte des résultats de l'étude expérimentale, éliminer deux de ces relations. Justifier.
b. En effectuant une analyse dimensionnelle, éliminer encore une relation.
c. En utilisant la relation 2) et en choisissant $B = 2\pi$, vérifier que les valeurs expérimentales des périodes mesurées en II.2.b sont en accord avec les valeurs théoriques.

IV. Amortissement des oscillations du pendule

Pour cette étude, on reprend le pendule tel que $m = 194$ g et $k = 25$ N·m^{-1}.
On observe, au cours du temps, un amortissement de l'amplitude des oscillations du pendule.
Citer un facteur responsable de cet amortissement.

6 Les quasars, des astres très lointains

Donnée

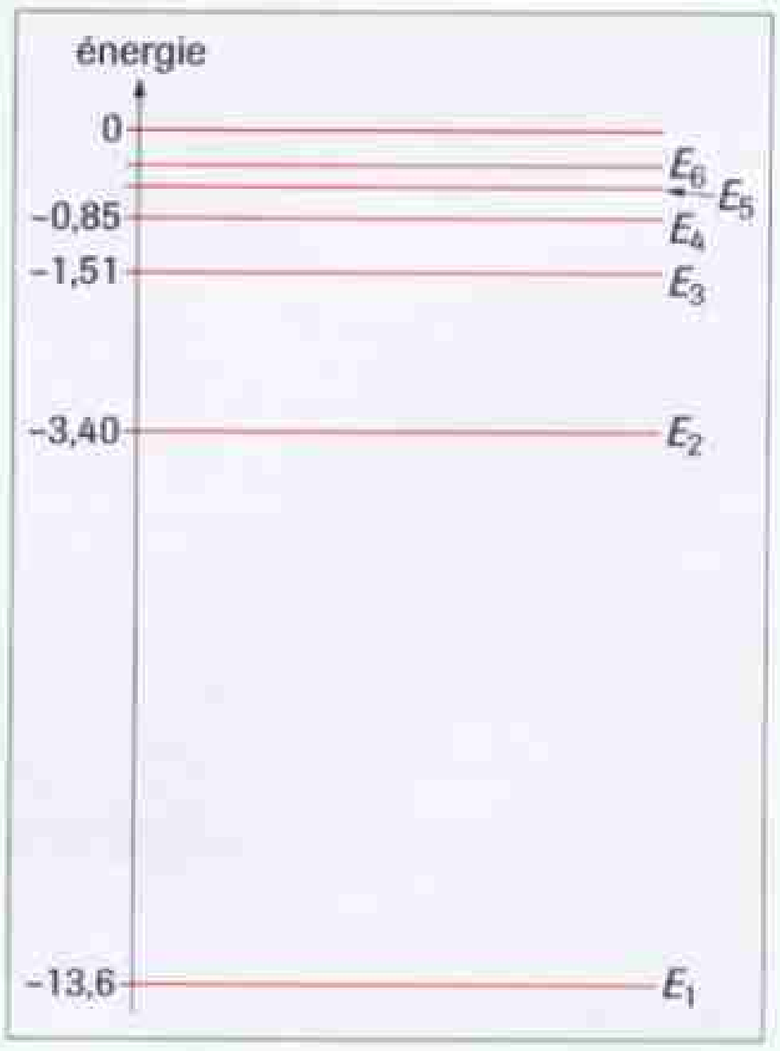
- *Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation* $E_n = -\dfrac{E_0}{n^2}$ avec n entier supérieur ou égal à 1.

Les galaxies comme la nôtre, la Voie Lactée, ont un éclat bien trop faible pour être étudiées en détail dès qu'elles sont à des distances de quelques millions d'années de lumière. Mais heureusement certaines galaxies abritent en leur centre un noyau anormalement lumineux : un quasar. Le spectre d'un quasar contient des raies d'émission, associées au quasar lui-même, et des raies d'absorption. À partir de la raie d'absorption « Lyman alpha » de l'atome d'hydrogène, à 121,5 nanomètres de longueur d'onde, on détecte aisément des nuages intergalactiques cent mille fois moins denses que la paroi d'une bulle de savon.

a. Expliquer les expressions « raies d'émission » et « raies d'absorption ». Comment s'expliquent les raies d'absorption du spectre d'un quasar ?
b. À quelle valeur de n correspond le niveau fondamental de l'atome d'hydrogène ?
c. L'expression des énergies de l'atome d'hydrogène met-elle en évidence la quantification ? Expliquer comment ?
d. Calculer les valeurs des quatre premiers niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène. Représenter ces niveaux sur un diagramme énergétique.
e. Exprimer sous forme littérale l'énergie absorbée par un atome d'hydrogène lorsqu'il passe de son niveau fondamental au niveau n.
f. Les raies « Lyman » du spectre de l'atome d'hydrogène correspondent aux transitions entre le niveau fondamental et un autre niveau n.
Calculer la valeur d'un quantum d'énergie associé à la raie « Lyman alpha ». Trouver à quelle transition elle correspond. Représenter cette transition sur le diagramme de la question **d**.

7 Couleur des nébuleuses

La grande nébuleuse d'Orion comporte quatre étoiles très chaudes rayonnant de la lumière ultraviolette de longueur d'onde inférieure à 91,2 nm, au sein d'un grand « nuage » de gaz interstellaire constitué en majorité d'atomes d'hydrogène. Le diagramme ci-contre présente



quelques-uns des niveaux d'énergie possibles pour l'atome d'hydrogène. Pour des énergies $E \geqslant 0$, le noyau et l'électron ne sont plus liés (atome ionisé) : ces états ne sont pas quantifiés.

a. Quel est le comportement d'un atome d'hydrogène pris à l'état fondamental lorsqu'il reçoit une radiation de longueur d'onde $\lambda = 91{,}2$ nm ?

b. Un atome d'hydrogène dans l'état fondamental reçoit une radiation de longueur d'onde $\lambda' = 110$ nm. Peut-il être excité ? Justifier.

c. Lorsque le gaz interstellaire de la nébuleuse d'Orion est ionisé, les électrons se recombinent avec les protons pour former des atomes d'hydrogène dans un état excité. Un atome d'hydrogène excité se désexcite ensuite progressivement en émettant une succession de quanta d'énergie lumineuse. La couleur de la nébuleuse d'Orion a une couleur rouge due à la transition des atomes d'hydrogène du niveau 3 au niveau 2.

Quelle est la longueur d'onde de la radiation émise lors de cette transition ?

8 Four micro-ondes

Lire le texte suivant avant de répondre aux questions.

> Le cœur des fours à micro-ondes est un appareil, nommé magnétron, qui émet des ondes électromagnétiques de fréquence égale à 896 mégahertz.
> Quand un aliment est irradié par des micro-ondes, celles-ci font vibrer et tourner les molécules qui possèdent une asymétrie électrique, telles les molécules d'eau. Progressivement les molécules excitées se désexcitent par collision avec les molécules environnantes. Comme la plupart des aliments contiennent une grande quantité d'eau, ils sont chauffés parce que cette eau est excitée.

a. Calculer la longueur d'onde dans le vide des ondes électromagnétiques utilisées dans les fours micro-ondes. Situer ces ondes par rapport aux rayonnements visibles, ultraviolets et infrarouges.

b. Calculer en joules et en électronvolts le quantum d'énergie associé à cette onde. La valeur obtenue est-elle supérieure, inférieure ou comparable à celle du quantum associé à une radiation visible ?

c. Les micro-ondes sont-elles susceptibles de produire une transition au niveau du cortège électronique des molécules ?

d. Quelle molécule est plus particulièrement excitée par les micro-ondes au cours de l'irradiation des aliments dans un four à micro-ondes ?

Par quel processus s'effectue le transfert d'énergie à l'ensemble de la matière constituant l'aliment ?

Pourquoi certains matériaux ne s'échauffent pas lorsqu'ils sont dans un four à micro-ondes ?

Les parois d'un four doivent être étanches aux micro-ondes. Pourquoi ?

9 Expérience de Franck et Hertz

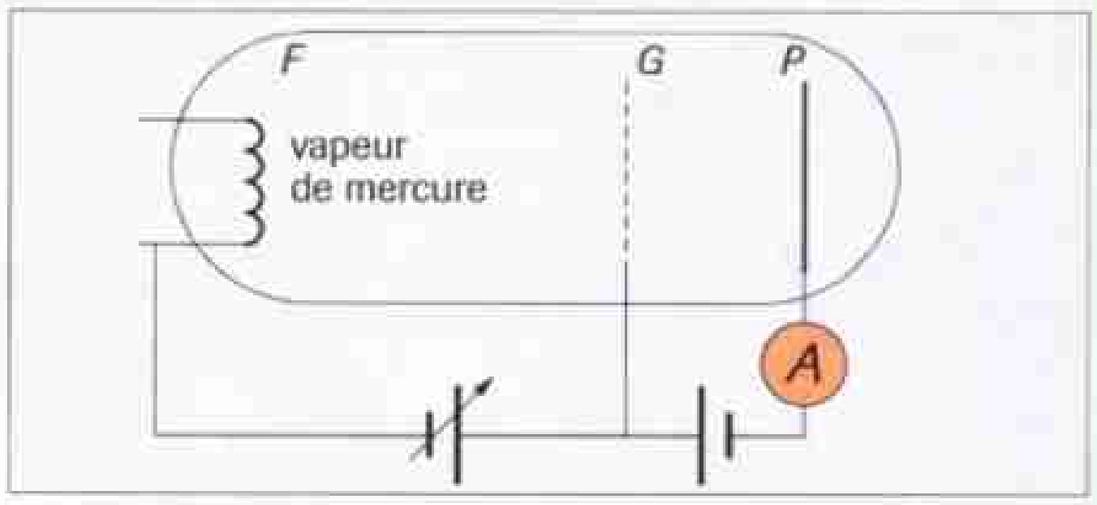
L'expérience de Franck et Hertz réalisée en 1914 a permis de vérifier l'hypothèse de la quantification des niveaux d'énergie des atomes.

Une ampoule en verre contient de la vapeur de mercure sous faible pression. À l'intérieur de cette ampoule sont placées trois électrodes :

- un filament, F, émettant des électrons lorsqu'il est porté à haute température.
- une grille G, portée à un potentiel positif ajustable par rapport au filament.
- une plaque P portée à un potentiel constant légèrement négatif par rapport à G.

Il y a donc accélération des électrons par la grille G puis freinage par la plaque P.

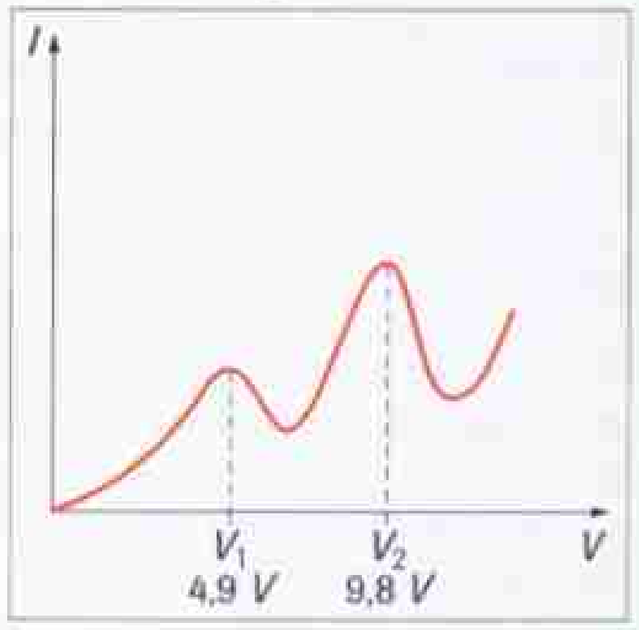
Un ampèremètre placé dans le circuit de la plaque permet de mesurer une intensité proportionnelle au nombre d'électrons atteignant la plaque par unité de temps.



L'énergie reçue par un électron lorsqu'il passe d'un point A à un point B entre lesquels existe une différence de potentiel est $E = e(V_B - V_A)$.

Au cours du choc d'un électron sur un atome de mercure, il y a un transfert d'énergie cinétique négligeable. Les seuls échanges sont alors dus au passage de l'atome de son niveau fondamental à un niveau d'énergie excité.

Le filament étant chauffé, on fait varier $V = V_G - V_F$. L'allure de la courbe donnant, en fonction de V, l'intensité I du courant traversant l'ampèremètre est reproduite sur la figure ci-contre. Lorsque V atteint la valeur V_1 indiquée sur la courbe, on peut détecter une émission de radiation électromagnétique.



a. Calculer l'énergie cinétique d'un électron atteignant G sans avoir interagi avec un atome de mercure lorsque $V = V_1 = 4{,}9$ V.

b. Interpréter l'existence des « creux » apparaissant sur la courbe ci-dessus.

c. Interpréter l'émission du rayonnement électromagnétique lorsque V atteint la valeur V_1. Calculer la longueur d'onde de ce rayonnement. Préciser à quel domaine des ondes électromagnétiques il appartient.

d. Déduire du résultat précédent la longueur d'onde d'une radiation pouvant être absorbée par la vapeur de mercure.

e. Pourquoi I augmente-t-elle à nouveau lorsque $V > V_1$?

f. Comparer les valeurs des tensions V_1 et V_2. Expliquer.

La mesure du temps

CHAPITRE **20**



Prises de vue successives d'un bouton de fleur qui s'ouvre et s'épanouit.

► **« Qu'est-ce que le temps ? Si personne ne me le demande, je le sais ; mais si on me le demande et que je veuille l'expliquer, je ne le sais plus » dit le philosophe. Le physicien se pose quant à lui la question : « Comment mesurer le temps ? »**

Objectifs

- **Savoir comment on peut mesurer une durée.**
- **Savoir que l'on peut mesurer une durée pour déterminer une longueur.**
- **Savoir que l'on peut mesurer une durée pour déterminer une vitesse.**

Plan du cours

1 Mesure des durées à l'échelle humaine

2 Mesure des durées très longues à l'échelle humaine

3 Détermination d'une distance par la mesure d'une durée

4 Détermination d'une vitesse par la mesure d'une durée

Dès l'éveil des civilisations, l'homme s'est préoccupé de se situer dans le temps et de mesurer des durées.

ACTIVITÉ 1

L'évolution de la mesure du temps

- Dès la fin de la préhistoire, l'observation du ciel est attestée par des constructions orientées suivant certaines positions particulières du Soleil ou de la Lune (fig. 1).
- Le gnomon puis le cadran solaire (fig. 2) servent ensuite à diviser le jour.
- Très tôt, dans l'Antiquité, la clepsydre (fig. 3) est utilisée pour compter le temps. Le sablier apparaîtra beaucoup plus tard (VIIIe siècle en Europe).
- Au XIIIe siècle sont construites les premières horloges mécaniques. L'invention de l'horloge à balancier par Huygens (en 1656) permet de passer d'une précision de 15 minutes à 15 secondes par jour.
- En 1928 est mise au point la première horloge à quartz ; les premiers prototypes atteignent la précision de 2/1 000 de seconde par jour (10^{-6} seconde pour les modèles courants actuels).
- En 1955, la première horloge atomique fournit une précision de 10^{-9} seconde par jour. Les modèles les plus récents permettront d'atteindre une précision de 1 seconde pour 15 millions d'années.



FIG. 1 Les mégalithes de Stonehenge.



FIG. 3 Une clepsydre utilisée dans l'Antiquité.

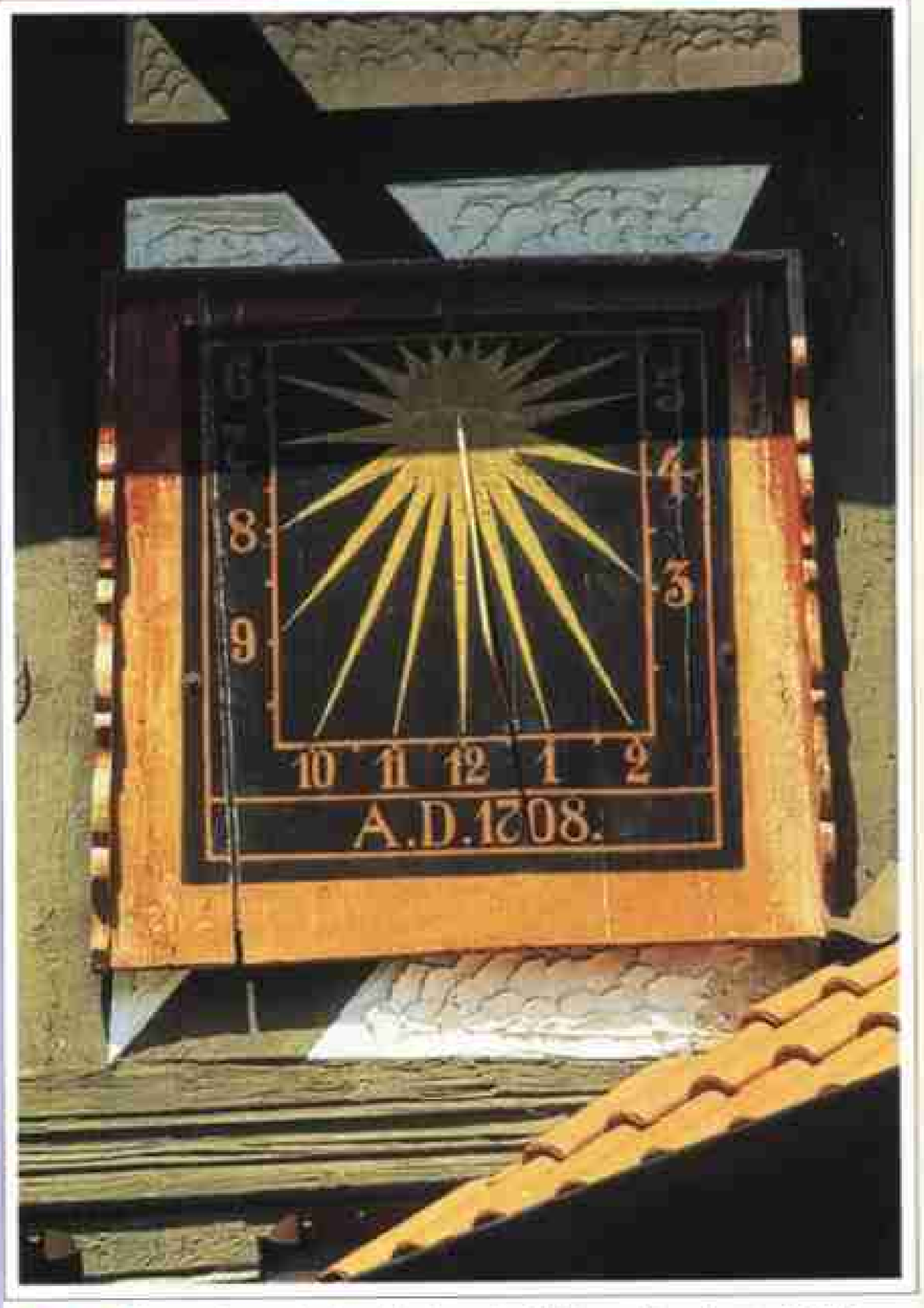


FIG. 2 Un cadran solaire (cloître de Zella en Thuringe ; 1708).

▶ 1. Pourquoi avait-on besoin de repères précis au cours de l'année dans l'Antiquité ?

▶ 2. Comment un prêtre de l'Égypte ancienne savait-il que le jour était venu honorer le dieu Amon ?

▶ 3. Comment pouvait-on contrôler le temps de parole d'un orateur de la Grèce ancienne ?

▶ 4. Comment les Indiens de la prairie pouvaient-ils s'entendre pour fixer une jour de réunion des chefs de tribus ?

▶ 5. Trouver des exemples d'activités humaines qui seraient impossibles sans la précision des horloges à quartz ou des horloges atomiques ?

▶ 6. Pour chacun des moyens de mesure présentés ci-dessus, rechercher quel est l'étalon de durée mis en jeu par son fonctionnement.

ACTIVITÉ 2

Horloge du physicien, horloge biologique et horloge psychologique



FIG. 4 Horloge à balancier.

Le mot temps est simple, il s'applique à l'ensemble immense des phénomènes, mais nous ne savons plus bien, du coup, ce qu'il désigne…

Nous n'observons jamais le temps lui-même mais les traces qu'il laisse dans l'espace, et divers autres effets : l'écoulement d'un fleuve, l'usure d'une voiture, l'érosion d'une montagne, le pourrissement d'une pomme. Par une sorte d'habitude héritée d'on ne sait qui, lorsque nous regardons l'aiguille qui avance sur le cadran d'une horloge, nous sommes persuadés que c'est bien le temps lui-même que nous voyons passer sous nos yeux. Ainsi confondons-nous presque toujours le temps avec sa manifestation première qui est le mouvement…



FIG. 5 Montres à quartz.

Il semble qu'il y ait deux sortes de temps : d'une part, le temps physique, celui des horloges, qui s'écoule hors de nous, de façon uniforme ; d'autre part, le temps psychologique, celui qui s'écoule en nous. Ce temps-là ne s'écoule pas de façon uniforme. Il passe lentement lorsque nous nous ennuyons, trop vite lorsque nous sommes débordés. Pour suspendre le temps, disait le célèbre physicien Schrödinger «aimez une fille de tout votre cœur et embrassez-la sur la bouche, alors le temps s'arrêtera et l'espace cessera d'exister».

Extraits de l'article intitulé «Et si le temps s'arrêtait» p. 108-113
© Étienne Klein, Science et Vie Hors-série n° 30.



FIG. 6 Horloge atomique.

▶ 1. Le physicien (de très haut niveau) qui a écrit ce texte ne semble pas capable de donner une définition du temps. Aidez-le en consultant la définition d'un dictionnaire.

▶ 2. Ce physicien sait-il mesurer le temps ? Citer deux méthodes de mesure du temps (une méthode «naturelle» et une méthode «instrumentale»).

▶ 3. Chercher la signification de l'expression «horloge biologique». Trouver des exemples de phénomènes courants réglés par une horloge biologique.

▶ 4. Quels temps compare-t-on lorsqu'on utilise les expressions «le temps passe vite» ou «le temps passe lentement» ?

▶ 5. Peut-on définir une «vitesse du temps» en physique ?

PHYSIQUE ET VOCABULAIRE

- **Horloge** n.f. Appareil destiné à indiquer l'heure, à marquer les heures.
- **Télémétrie** n.f. Mesure des distances par procédé optique, acoustique ou radioélectrique.

L'ÉNIGME DU CHAPITRE

Comment pourrait-on chronométrer la cuisson d'un œuf avec un mètre ruban pour seul instrument de mesure ?

1 Mesures des durées à l'échelle humaine

1. 1. Phénomènes périodiques et mesure d'une durée

Mesurer une durée revient à compter le nombre de répétitions du même phénomène qui se produisent pendant cette durée.

■ **Exemple**
Exprimer l'âge d'un individu en années, c'est compter le nombre de rotations de la Terre autour du Soleil qui se sont produites depuis sa naissance.

Un étalon de durée est donc un phénomène reproductible. Les phénomènes périodiques qui se reproduisent identiquement à eux-mêmes sont particulièrement adaptés pour réaliser des étalons de durée.

1. 2. Mesure des durées par observation des mouvements des astres

Par son influence fondamentale sur le déroulement de la vie terrestre, le mouvement apparent du Soleil s'impose naturellement comme étalon de durée.
La rotation de la Terre sur elle-même permet de définir le jour : le **jour solaire moyen** est la durée séparant en moyenne deux passages successifs du Soleil sur le même méridien.
La rotation de la Terre autour du Soleil (fig. 1) permet de définir l'année solaire : **l'année tropique** est la durée séparant deux équinoxes de printemps.
Les calendriers servent à se repérer avec précision dans l'année solaire. Ils peuvent faire intervenir en plus du mouvement apparent du Soleil, celui de la Lune ou encore d'autres astres.
Le calendrier universellement adopté actuellement est le **calendrier grégorien**. C'est un calendrier solaire c'est-à-dire qu'il ne prend pas en compte les phases de la Lune.
Pour qu'il y ait accord avec l'année tropique (365,242 jours), l'année du calendrier grégorien contient soit 365 jours soit 366 jours pour les années bissextiles (tous les quatre ans à quelques exceptions près).
Avant la fabrication d'instruments mécaniques, le **gnomon**, simple bâton planté verticalement (fig. 2), puis le **cadran solaire** servaient à découper la durée du jour en repérant la position du Soleil grâce à l'ombre portée d'une tige (le style).

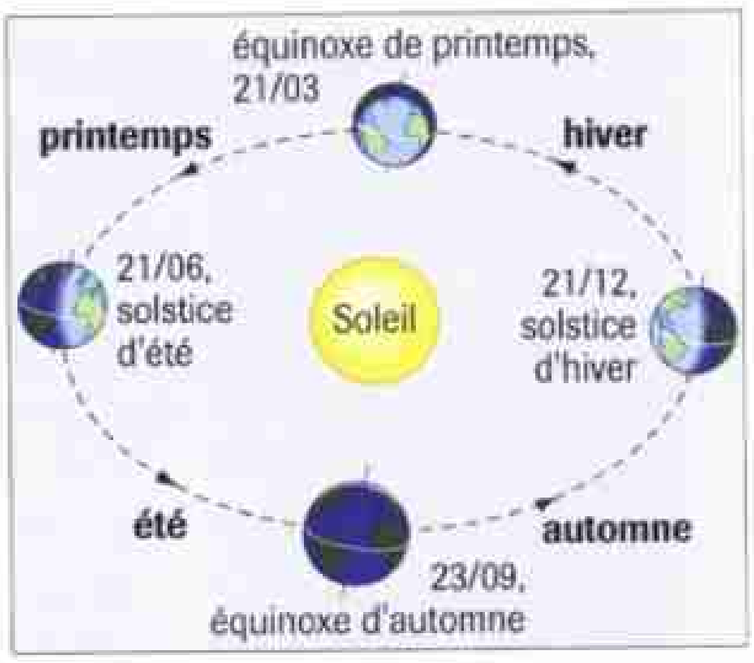


Fig. 1 Le mouvement de la Terre règle la durée du jour et de l'année.
L'année tropique est la durée entre deux équinoxes de printemps.

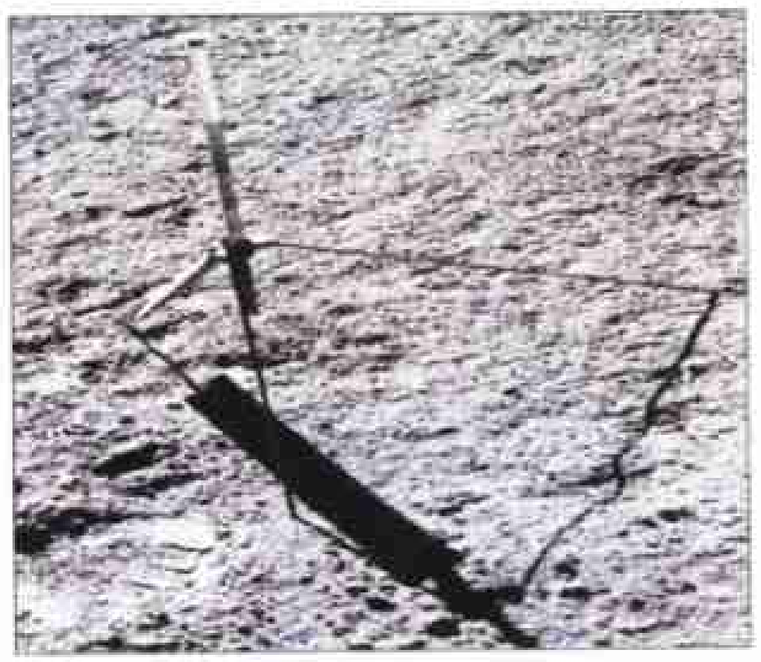


Fig. 2 Un gnomon lunaire : le gnomon, simple tige verticale a été utilisé par des astronautes pour aligner leurs instruments de mesure.

1. 3. Des machines pour mesurer le temps

A Horloges mécaniques

Les horloges mécaniques (construites à partir du XIIIe siècle) ont pu atteindre une grande précision après l'invention par Huygens de l'horloge à balancier (1657) dont le principe est décrit à la figure 3.
La période d'un **pendule pesant**, le balancier, sert d'étalon de durée.
Par l'intermédiaire du système d'échappement, un « moteur » fournit à chaque battement l'énergie nécessaire pour entretenir les oscillations du balancier. D'autre part, il communique aux rouages un **mouvement discontinu** régulé par la période des oscillations. Le moteur peut être constitué par un « poids » entraînant en chute lente la rotation d'un cylindre ou un ressort spiral tendu.
L'invention du **balancier à ressort spiral** (fig. 4), mis au point aussi par Huygens, a permis de miniaturiser les instruments et de construire des montres ou des chronomètres utilisables dans n'importe quelle position (ce qui est indispensable pour le fonctionnement de l'horloge sur un navire).

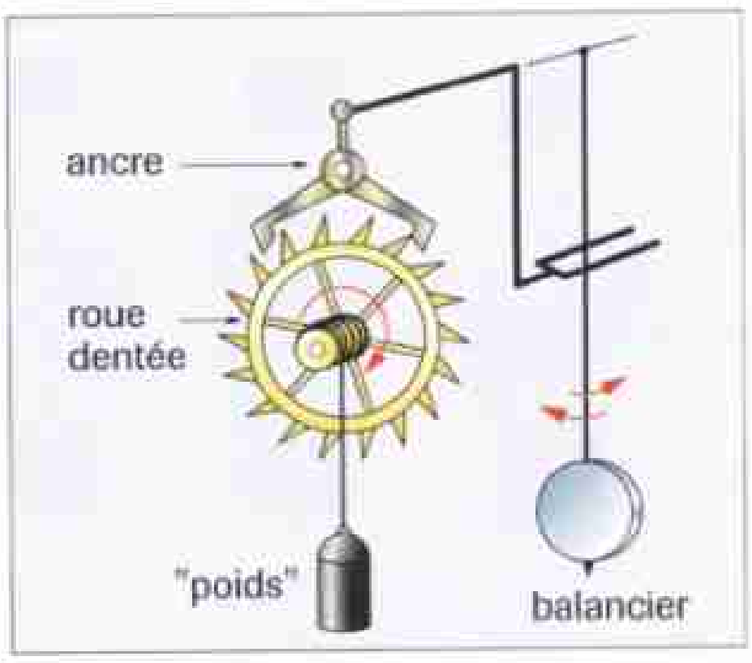


Fig. 3 Principe du fonctionnement d'une horloge à balancier et entraînement par « poids ». À chaque battement, l'ancre libère d'un cran la roue dentée ; en même temps, celle-ci communique au balancier une impulsion.

▶ *Voir exercices n°s 6 et 7, page 363*

B Horloges à quartz

Dans l'horloge à quartz (mise au point en 1929), l'étalon de durée est fourni par les oscillations d'un **cristal de quartz**.

Le quartz est une roche cristalline (fig. 5) possédant la propriété de **piézo-électricité** : une variation de pression provoque l'apparition de tensions électriques entre certaines faces du cristal et inversement, l'application d'une tension électrique entre certaines faces provoque une petite déformation élastique.

En pratique, dans un circuit électronique, un cristal de quartz peut être modélisé, du point de vue électrique, par un dipôle *RLC*.

Le circuit électronique entretient les oscillations du dipôle (couramment 2^{15} Hz) et communique, par l'intermédiaire d'un diviseur de fréquence, des impulsions régulières (battements de 1 seconde) à un moteur ou à un afficheur.

▶ *Voir exercices n°s 8 et 10, pages 363 et 364*

C Horloges atomiques

Les horloges atomiques (1954) permettent d'atteindre de très hautes précisions (1 seconde sur plusieurs millions d'années). Elles servent, par exemple, à la mesure des durées pour le système de localisation par satellite GPS.

L'étalon de durée est la **période de la vibration lumineuse** associée à une **transition** de niveau d'énergie d'un atome.

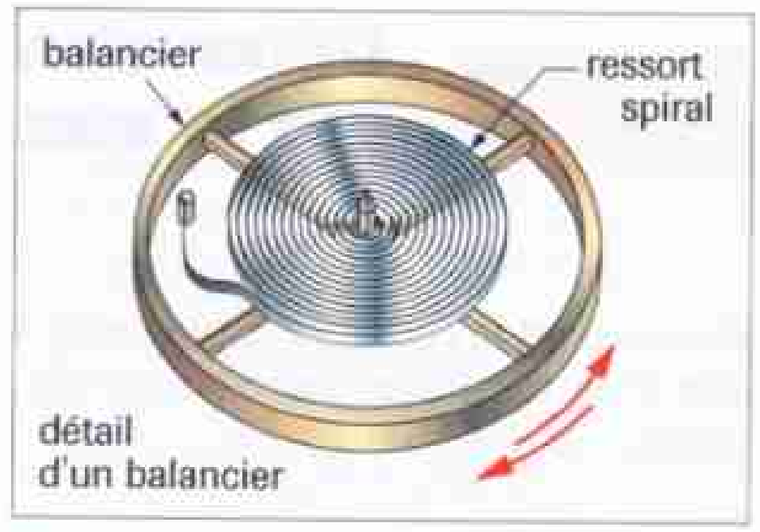


Fig. 4 Balancier à ressort spiral. Dans une montre mécanique, les oscillations du balancier régulent le mouvement de la montre.



Fig. 5 Cristaux de quartz.

1.4. La définition de la seconde

La seconde est l'unité de temps du système international. Sa définition, qui doit donc être conçue avec le maximum de précision, a évolué avec les possibilités techniques de chaque époque.

La seconde a d'abord été définie comme une fraction du jour solaire moyen (1/86400). Puis, pour tenir compte des irrégularités du mouvement de la Terre, la seconde est définie (en 1960) comme une fraction de l'année tropique 1900 (1/31 556 925,974 7).

La définition actuelle (adoptée en 1967) prend en compte la précision des horloges atomiques (fig. 6).

La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation relative à la transition entre deux niveaux (rigoureusement définis) de l'atome de césium 133.

▶ *Voir exercice n° 11, page 364*

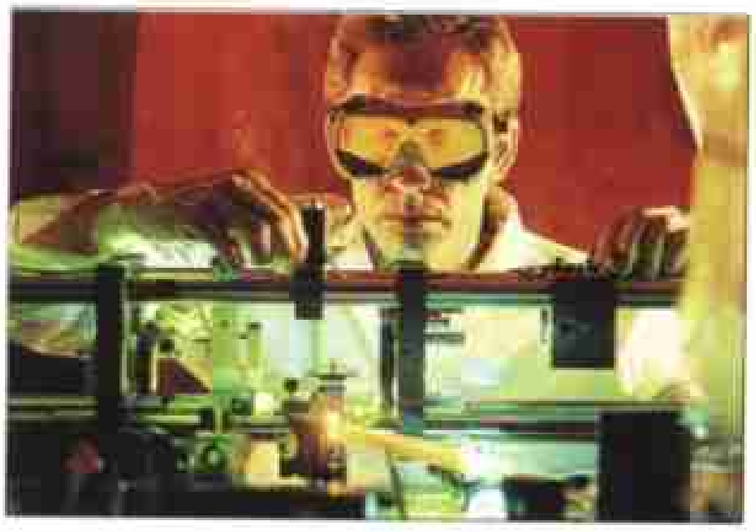


Fig. 6 L'horloge atomique est à la base de la définition de la seconde. C'est l'instrument le plus précis construit par l'homme.

2 Mesure des durées très longues à l'échelle humaine

La **datation radioactive** (voir chapitre 6) est très souvent utilisée pour dater les objets anciens en archéologie, en géologie ou en planétologie.

■ **Exemples**

• La méthode de la datation au carbone 14 (période 5 570 ans) permet de dater des objets jusqu'à 50 000 ans d'ancienneté.

• La datation des roches par décroissance radioactive a permis de connaître l'âge de la Terre, de la Lune et des météorites. Elle met en jeu des noyaux radioactifs de très longues périodes (par exemple : l'uranium 238 dont les désintégrations successives aboutissent au plomb 206 avec une période de $4{,}5 \times 10^9$ ans).

3 Détermination d'une distance par la mesure d'une durée

Connaissant la célérité v d'une onde, la mesure de la durée t de sa propagation d'un point à un autre permet de calculer la distance d entre ces deux points : $d = vt$.

3. 1. Mesurer une longueur à partir de la propagation d'une onde sonore ou ultrasonore

La célérité du son ou des ultrasons doit être connue dans le milieu de propagation ; il faut tenir compte de l'influence de la température sur la valeur de cette célérité.

A Le télémètre ultrasonore

Cet appareil est utilisé par exemple pour mesurer les longueurs sur les chantiers ou dans les appartements.
Une salve d'ultrasons est envoyée en direction de l'obstacle. Les ondes sont réfléchies et recueillies par le récepteur placé à proximité immédiate de l'émetteur ou combiné avec celui-ci. Un circuit mesure la durée t séparant l'émission et la réception d'un même signal. La distance ℓ à mesurer est : $\ell = \frac{vt}{2}$.

B Le sonar

Le sonar utilise, lui aussi, des ultrasons ; c'est un télémètre associé avec un dispositif d'enregistrement permettant de reconstituer la forme de l'obstacle. On l'utilise en mer (fig. 7) pour examiner les fonds marins, repérer des bancs de poissons…

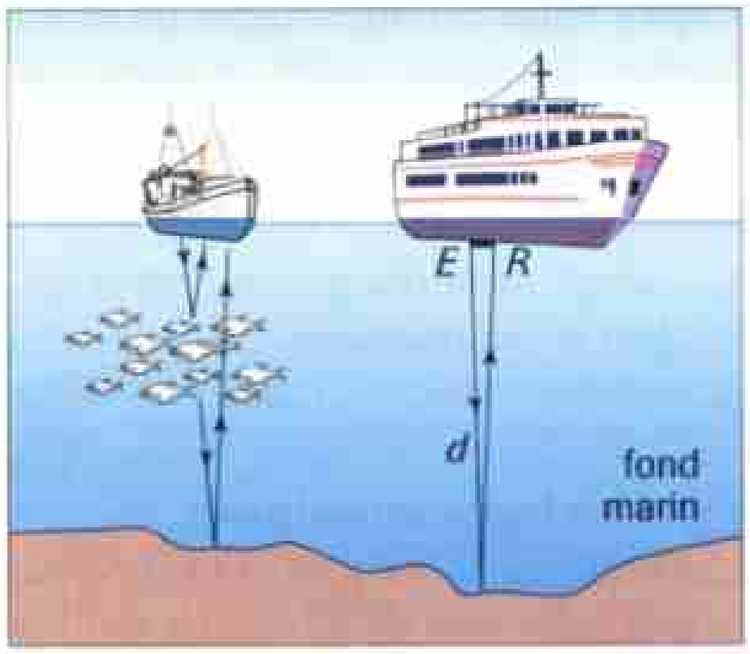


Fig. 7 Le sonar permet d'explorer les fonds marins grâce à la propagation d'ondes ultrasonores ou d'ondes sonores de hautes fréquences.

■ **Remarque**
Certains animaux (chauve-souris, dauphins) peuvent localiser leurs proies ou les obstacles grâce à un sonar naturel. C'est l'écholocation.

C L'échographie

L'échographie est une technique d'exploration des organes ou du fœtus dans le corps de sa mère.
Le principe est celui du sonar. Les ondes ultrasonores émises ont une fréquence comprise entre 2 MHz et 10 MHz suivant les organes à examiner. Les ondes sont réfléchies partiellement par les surfaces des organes traversés. L'appareil mesure les durées séparant l'émission et la réception des différents signaux. Les données sont traitées par un ordinateur (fig. 8).



Fig. 8 Échographie d'un fœtus.

3. 2. Mesurer une longueur à partir de la propagation d'une onde lumineuse

Le télémètre laser est conçu sur le même principe que le télémètre à ultrasons : on mesure la durée de l'aller-retour d'impulsions laser.
Le laser constitue une source lumineuse puissante et très directive permettant d'atteindre de très longues portées. La méthode est utilisée pour mesurer avec une très grande précision (quelques centimètres) la position d'un satellite ou de la Lune par rapport à la Terre (fig. 9).

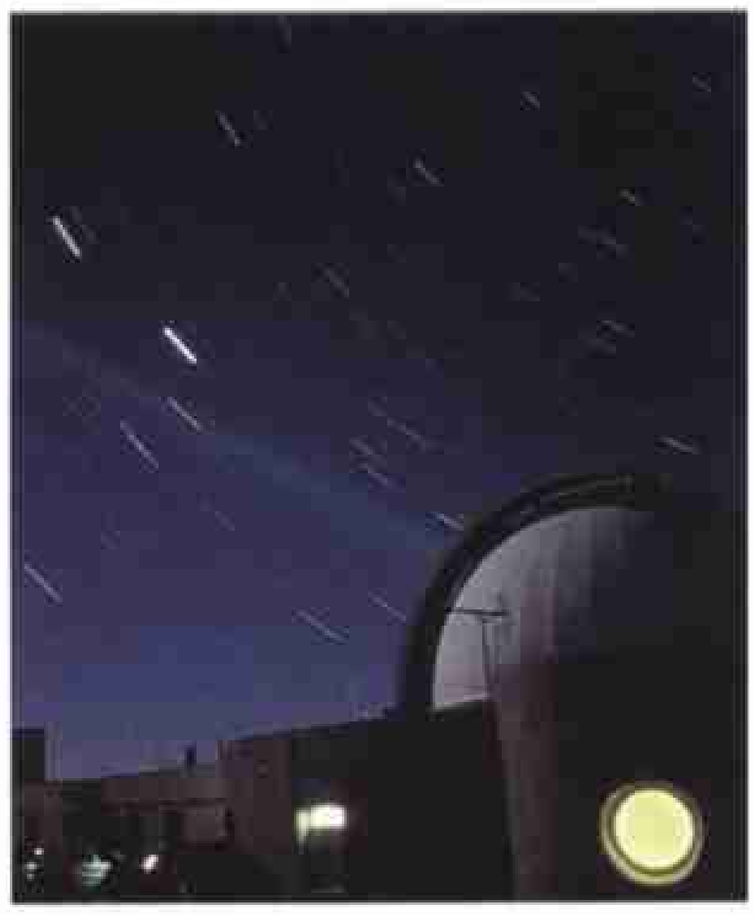


Fig. 9 On mesure avec précision la distance Terre-Lune en dirigeant à l'aide d'un télescope un puissant faisceau laser vers un réflecteur déposé sur la surface de la Lune.

▶ *Voir exercices n°s 15 à 17, p. 364 à 365*

3. 3. Mesure des durées et définition du mètre

La célérité de la lumière dans le vide est une constante universelle. D'autre part, grâce aux horloges atomiques, les mesures de durées sont extrêmement précises. Il apparaît alors logique de définir l'unité de longueur du système international à partir d'une durée de propagation de la lumière.

Le mètre est la distance parcourue par la lumière dans le vide en un temps égal à 1/299 792 458 seconde.

Selon cette définition, la valeur de la **célérité de la lumière est déterminée exactement** et de manière définitive :

$$c = 299\,792\,458\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

▶ *Voir exercice n° 13, page 364*

3. 4. La mesure du temps et le repérage dans l'espace

A La mesure des longitudes

Avant le repérage par satellite, pour calculer les longitudes, les marins déterminaient l'heure au méridien local d'après la position du Soleil ou d'une étoile. Une horloge devait leur donner, au même instant, l'heure au méridien origine (méridien de Greenwich). L'écart entre les deux valeurs permettait de calculer l'écart angulaire entre les deux méridiens. La détermination précise des longitudes n'a été possible que lorsqu'on a pu construire des horloges insensibles aux mouvements des navires grâce au balancier à ressort spiral. Suite à un désastre maritime dû à une erreur de navigation, en 1714, le Parlement anglais offrit une forte récompense à quiconque découvrirait un moyen de mesurer la longitude en mer.
Le prix revint en 1761 à John Harrison qui construisit une pendule qui n'accusait qu'un retard de cinq secondes après un voyage en mer de neuf semaines.

B Le système de positionnement par satellite GPS (Global Positioning System)

Des satellites dont la position est à tout moment parfaitement connue émettent des signaux radio. Le récepteur placé au point P à positionner calcule pour chaque satellite S_i la durée séparant l'émission et la réception d'un signal et en déduit la distance d_i à ce satellite (fig. 10). Le point P est à l'intersection des sphères de rayons d_i centrées sur S_i.
L'ensemble du système est synchronisé par des horloges atomiques.

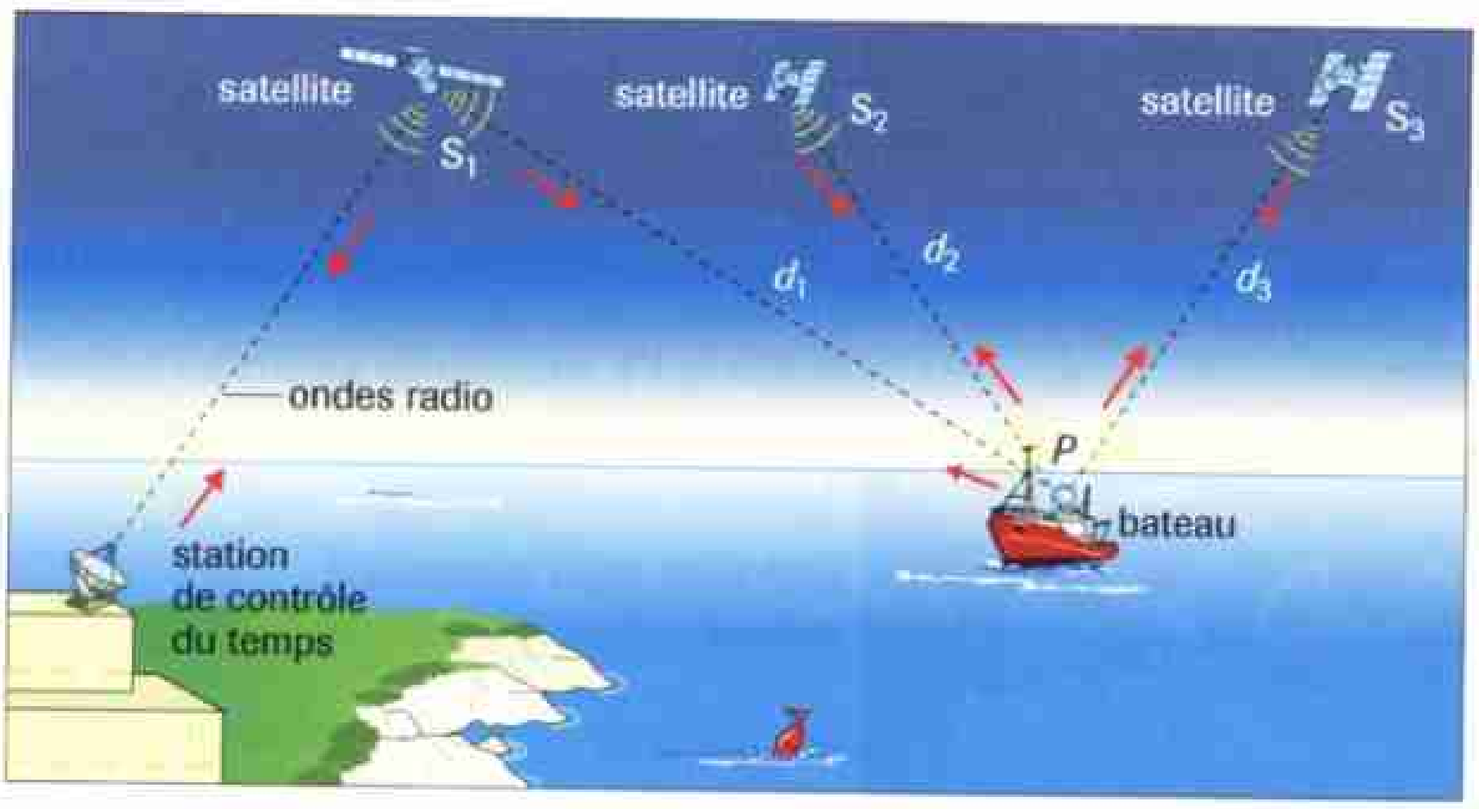


Fig. 10 Principe du système de repérage GPS.

4 Détermination d'une vitesse par la mesure d'une durée

À l'inverse du paragraphe précédent, connaissant la distance d entre deux points, la mesure de la durée t de la propagation d'un point à un autre permet de calculer sa célérité $v = \frac{d}{t}$.

4. 1. La célérité du son

On peut, comme cela a été vu au chapitre 2, mesurer la durée t séparant le passage d'un signal sonore au niveau de deux microphones distants de d.

4. 2. Célérité de la lumière

Les mesures les plus précises actuelles consistent à mesurer la longueur d'onde et la fréquence d'un faisceau laser « stabilisé » dont la lumière est très proche d'une radiation monochromatique parfaite.

■ **Remarque**
La valeur de c étant fixée dans le système d'unités actuel, la précision des mesures mettant en jeu la propagation de la lumière affecte la précision de la définition du mètre.

▶ *Voir exercices n°s 18 et 19, page 365*

Point histoire

Mesures de la célérité de la lumière

• **Début du XVIIe siècle : Galilée** tente vainement de mesurer la durée de propagation d'un signal entre deux observateurs.



Galilée (1564-1642)

• **1676** : L'astronome danois **Ole Rômer** mesure une vitesse de 212 000 $km \cdot s^{-1}$ à partir de l'observation des éclipses de Io, satellite de Jupiter.

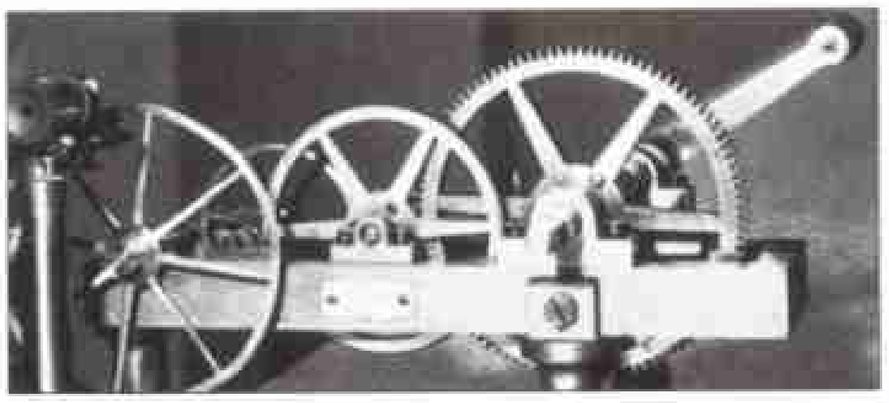


Ole Römer (1644-1710)



Hippolyte Fizeau (1819-1896)

• **1849** : **Hippolyte Fizeau** obtient une valeur de 299 000 $km \cdot s^{-1}$ en observant l'aller-retour d'un faisceau à travers une roue dentée.



1 Mesure des durées à l'échelle humaine

■ **Un étalon de durée** est un phénomène reproductible, c'est le cas en particulier pour un phénomène périodique pendant une période.

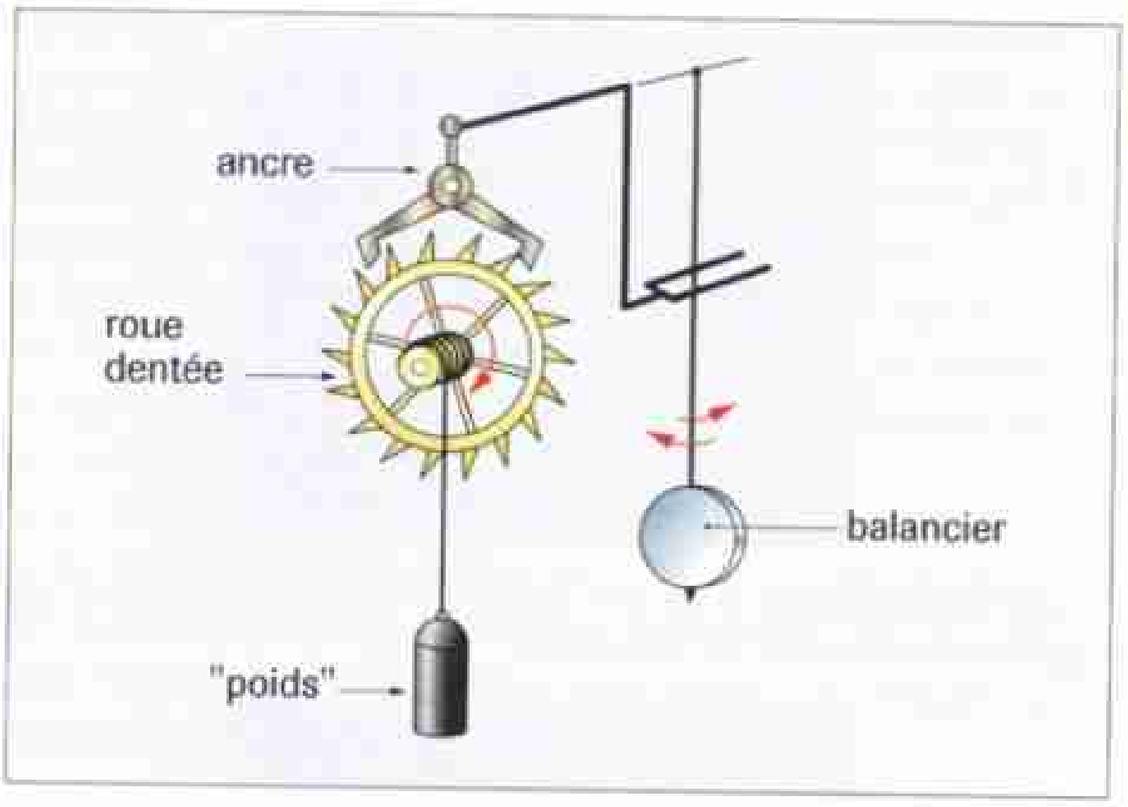
■ **Les mouvements apparents des astres,** et en particulier le mouvement du Soleil, permettent de découper le temps en années et en jours.

Le repérage précis dans l'année est organisé par **un calendrier**. Le calendrier grégorien est actuellement universellement utilisé.

Le découpage de la durée du jour a pu être réalisé grâce au gnomon puis au cadran solaire.

■ La réalisation d'**une horloge** nécessite le choix d'un oscillateur et d'un système d'entretien des oscillations.

Dans **une horloge à balancier**, l'oscillateur est un pendule pesant ; l'entretien des oscillations est assuré par un « moteur » (chute d'un « poids » ou ressort spiral tendu) par l'intermédiaire d'un système d'échappement.



Horloge à balancier.

L'oscillateur d'**une horloge à quartz** est un quartz piézoélectrique ; un générateur électrique entretient ses oscillations.

L'horloge atomique est l'horloge la plus précise. L'étalon de durée est la vibration électromagnétique émise au cours d'une transition électronique d'un atome.

■ **La seconde**, considérée initialement comme une division de l'année, est définie actuellement par la durée d'un nombre déterminé de périodes d'une vibration électromagnétique particulière émise par un atome de césium.

2 Mesure des durées très longues à l'échelle humaine

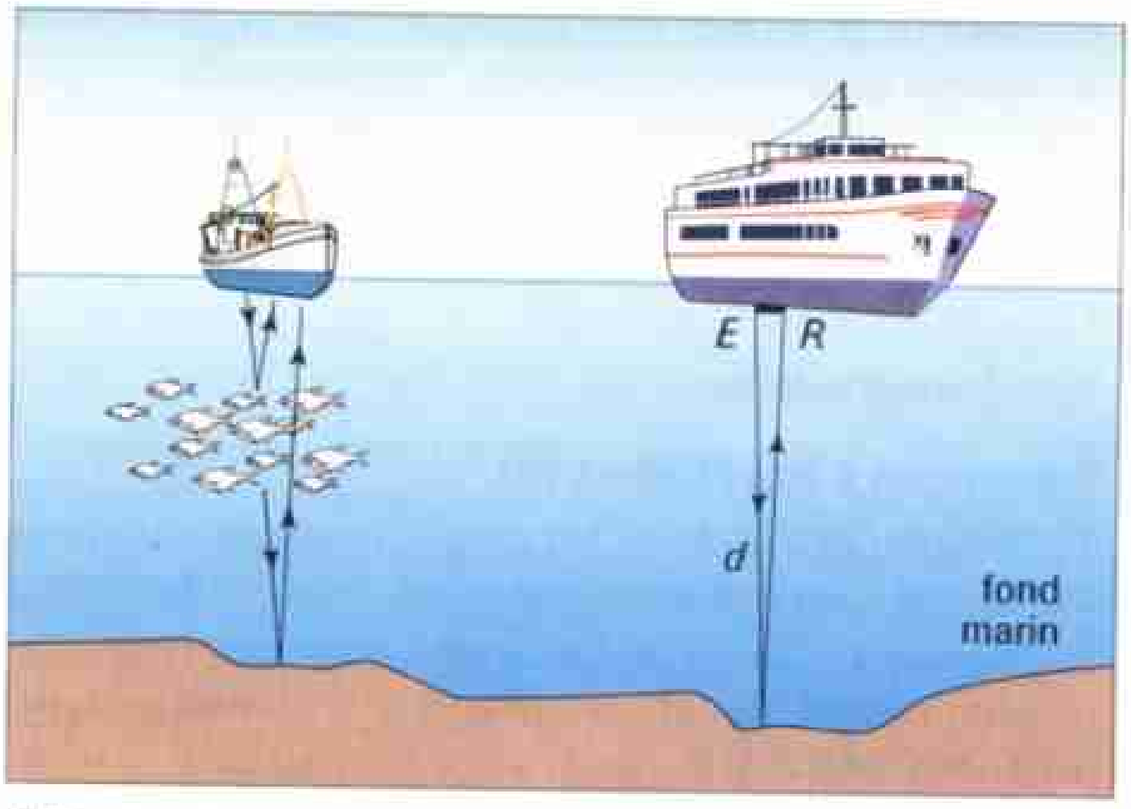
■ **La datation radioactive** est une méthode utilisable pour mesurer des durées inaccessibles à l'échelle humaine.

3 Détermination d'une distance par la mesure d'une durée

■ La mesure d'une longueur peut s'obtenir à partir de la durée de la propagation d'une onde.

• Les ondes sonores et ultrasonores sont utilisées pour mesurer des longueurs avec un télémètre, un sonar et lors d'une échographie.

• Les ondes lumineuses sont utilisées en télémétrie laser.



Utilisation d'un sonar.

■ Dans le système international d'unités, la célérité de la lumière sert de référence ; **le mètre** est défini par la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant une durée dont la valeur, déterminée une fois pour toutes, est indépendante des améliorations de la précision des mesures.

■ La mesure précise des durées est indispensable pour repérer avec précision une position par sa **longitude** ou par le système de **positionnement par satellites**.

4 Détermination d'une vitesse par la mesure d'une durée

■ Les mesures des célérités du son ou de la lumière reviennent à mesurer la durée de propagation sur une distance donnée.

Mots-clés

- Étalon de durée
- Horloge
- Datation radioactive
- Seconde
- Mètre

▶ *Voir lexique page 380*

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Mesurer une distance ou une vitesse en mesurant une durée

Cela pourra, par exemple, permettre d'explorer le fond de la mer grâce aux ondes ultrasonores ou de mesurer la célérité de la lumière dans une fibre optique.

Manipulation 1

OBJECTIF : Utiliser les ultrasons pour mesurer des distances.

MATÉRIEL

- émetteur et récepteur d'ultrasons avec alimentation : les supports de l'émetteur et du récepteur doivent être côte à côte ; un oscilloscope ;
- quelques planchettes en bois à positionner verticalement avec des supports ;
- une grande règle ;
- un banc d'optique.

PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

1. Mesurer la distance séparant l'émetteur-récepteur d'ultrasons d'un obstacle matérialisé par une planchette.

2. Réaliser un obstacle formé de plusieurs planchettes placées devant l'émetteur-récepteur d'ultrasons, à des distances différentes.

3. Réaliser les mesures apportant assez de renseignements pour reconstituer la forme et les dimensions de l'obstacle.

DONNÉE : *Célérité des ultrasons dans l'air à 15 °C :* 340 $m \cdot s^{-1}$.

▶ QUESTIONS

1. Rédiger un protocole où les mesures sont réalisées uniquement par étude à l'oscilloscope des signaux ultrasonores.

2. Contrôler les résultats à l'aide d'une règle graduée.

3. Dire quel appareil peut être modélisé par l'expérience proposée.

Manipulation 2

OBJECTIF : Mesurer la célérité de la lumière dans le verre.

MATÉRIEL

- une diode laser modulable alimentée par un générateur de tension en créneaux ;
- un récepteur (photodiode) ;
- deux fibres de verre de longueurs différentes ;
- un oscilloscope.

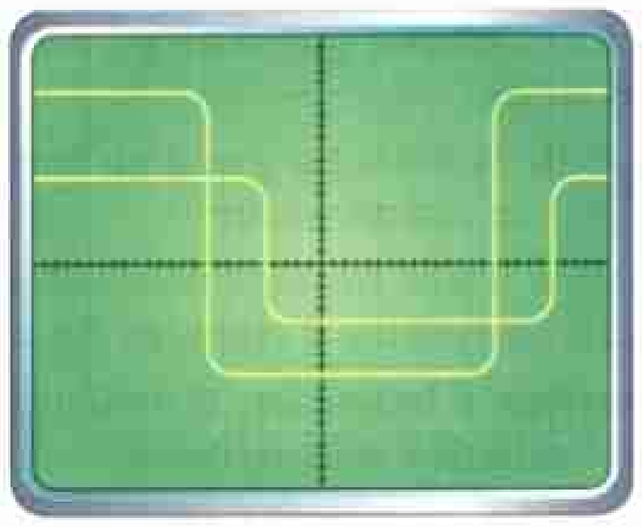
DESCRIPTION DU MONTAGE

■ Le faisceau modulé émis par la diode laser est guidé par la fibre optique ; il est détecté par le récepteur placé à l'autre extrémité.

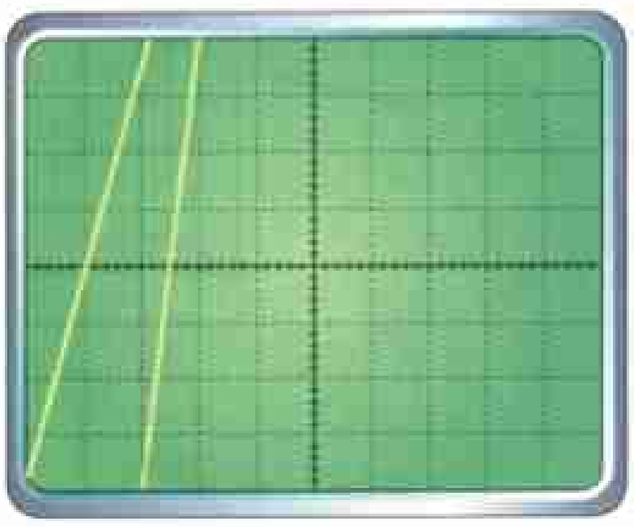
■ La tension de modulation et le signal détecté sont envoyés sur les deux voies de l'oscilloscope.

PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

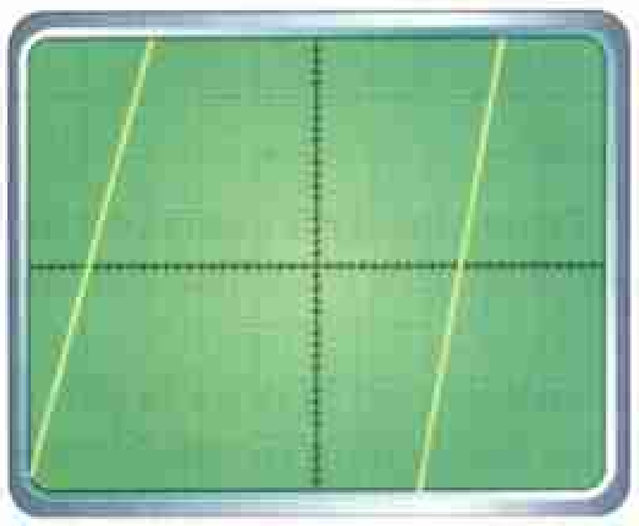
■ Faire les mesures nécessaires pour déterminer la vitesse de la lumière dans le verre constituant les fibres utilisées (on pourra utiliser les documents ci-dessous).



Écran de l'oscilloscope montrant la forme des signaux.



Écran d'oscilloscope pour une longueur de fibre de 2,5 m et une rapidité de balayage de 0,02 $\mu s \cdot div^{-1}$.



Écran d'oscilloscope pour une longueur de fibre de 22,5 m et une rapidité de balayage de 0,02 $\mu s \cdot div^{-1}$.

▶ QUESTIONS

1. Quels sont les deux signaux apparaissant sur l'écran de l'oscilloscope ?

2. Quelle durée l'oscilloscope permet-il de mesurer ?

3. Calculer la célérité de la lumière dans la fibre de verre.

4. Pourquoi est-il indispensable de faire les mesures avec deux fibres de longueurs différentes ?

BAC

L'horloge atomique

L'horloge atomique sert de référence universelle pour la mesure des durées ; c'est l'instrument de mesure le plus précis construit par l'homme. Et la course à la précision n'est pas terminée !

DOC

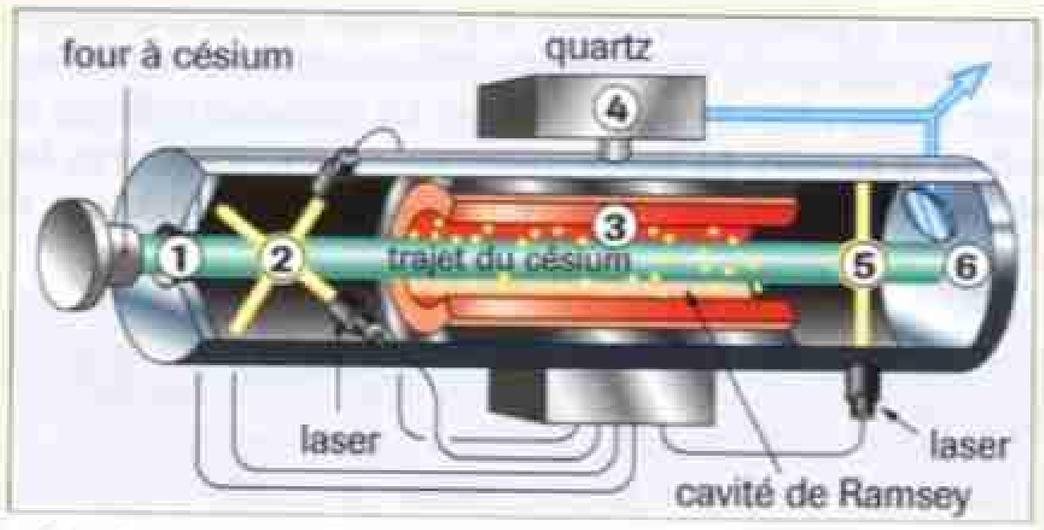
L'oscillateur d'une horloge atomique est piloté par un quartz piézoélectrique comme dans une montre ordinaire, mais de performances excellentes. Cet oscillateur présente nécessairement des défauts limitant la précision : en particulier, sa fréquence propre est sensible à la température. Mais le circuit oscillant est asservi par un dispositif de contrôle extrêmement précis (voir schéma ci-contre).

Des atomes de césium 133 sortent d'un four (1) en formant un jet atomique. Ils sont alors dans deux états d'énergie possibles, très voisins l'un de l'autre. Nous noterons A et B ces deux niveaux, A étant le niveau inférieur.

Le jet atomique est trié par l'action de faisceaux laser (2) : les atomes A seuls sont envoyés dans une cavité appelée cavité de Ramsey (3). Dans cette cavité, ils sont soumis à l'action d'un champ électromagnétique dont la fréquence est commandée par la vibration de l'oscillateur à quartz (4) : sa valeur est 9 192 631 770 Hz aux incertitudes près, dues aux défauts de l'oscillateur.

À la sortie de la cavité, les atomes sont à nouveau triés par l'action d'un faisceau laser (5) : les atomes au niveau A sont dirigés vers une électrode (6) qui commande le circuit de l'oscillateur.

Si la fréquence de l'oscillateur est légèrement différente de la fréquence de transition de l'état A à l'état B, tous les atomes ressortent dans l'état A. Ils sont tous dirigés vers l'électrode où ils délivrent un signal qui corrige la fréquence de l'oscillateur.



Fonctionnement d'une horloge atomique.

Si la fréquence de l'oscillateur est exactement la fréquence de transition : une majorité d'atomes se convertissent en atomes de niveau B et l'oscillateur ne reçoit pas de signal.

Pour augmenter l'efficacité du dispositif, il faut que les atomes restent le plus longtemps possible dans la cavité. On a gagné encore en précision en ralentissant le jet atomique à l'aide de faisceaux lasers : les atomes sont pratiquement immobilisés (voir chapitre 19, page 339). Pour augmenter encore la durée du séjour dans la cavité, il faudrait supprimer l'action du poids. Le projet Pharao prévoit de placer une horloge atomique sur la station spatiale internationale où les atomes seraient alors pratiquement en impesanteur. On espère une précision telle que l'horloge ne dévierait que d'une seconde en 15 millions d'années.

ÉTUDE DE DOCUMENTS

▶ Questions

1. Calculer la longueur d'onde de l'onde électromagnétique produite dans la cavité de Ramsey.

2. Calculer l'écart entre les niveaux d'énergie des atomes notés A et B dans le texte.

3. Pourquoi les atomes restent-ils dans l'état A si la fréquence de l'onde électromagnétique n'a pas exactement la valeur attendue ?

4. Quel est le système oscillant dans l'horloge atomique ? Pourquoi sa vibration propre ne peut-elle pas constituer un étalon de durée de grande précision ? Trouver la signification de l'expression « le circuit oscillant est asservi ».

5. Quel est l'intérêt de ralentir les atomes de césium ?

6. Expliquer pourquoi les atomes sont en état d'impesanteur dans une station orbitale.

EXERCICE RÉSOLU

Énoncé

Mesure de la célérité de la lumière

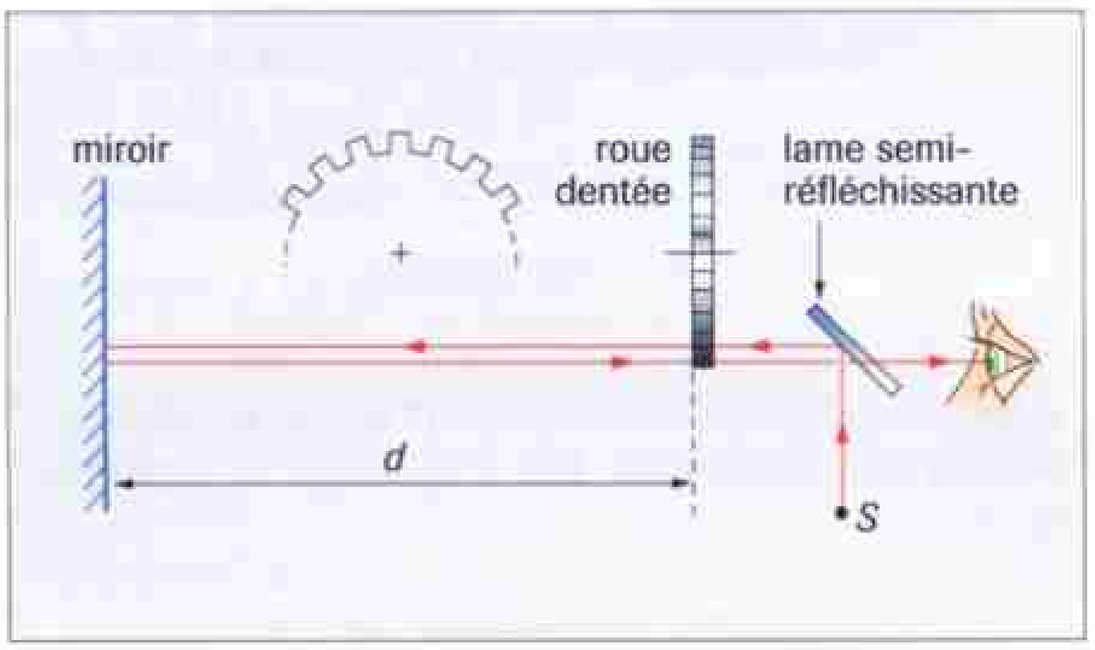
En 1849, le physicien français Fizeau réalise la première mesure précise de la célérité de la lumière dans l'air. Le schéma du dispositif utilisé est donné ci-dessous.

Un faisceau de lumière éclaire le bord d'une roue dentée en rotation. Alternativement il est soit arrêté par une dent ou passe à travers un creux. Il parcourt alors une longue distance (distance Montmartre-Mont Valérien : 8,633 km) avant d'être réfléchi sur un miroir. Le faisceau réfléchi est visible à travers la lame séparatrice s'il n'est pas lui-même arrêté par une dent. En déterminant la vitesse de rotation pour laquelle il n'y a pas de lumière réfléchie, on déduit la durée du parcours.

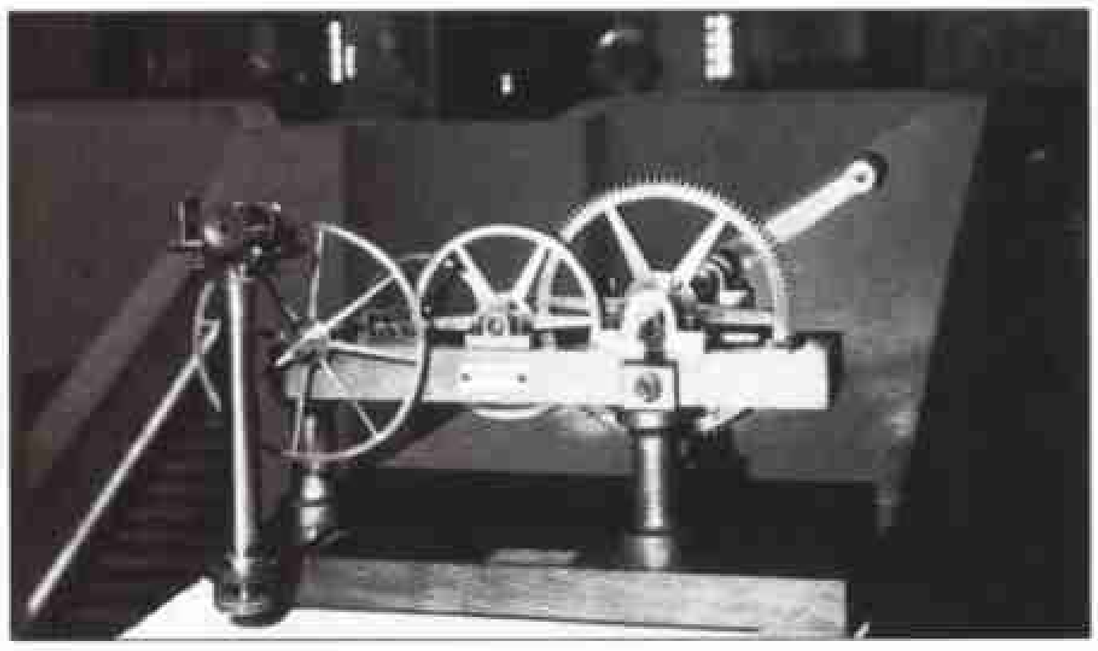
La roue dentée comportait 720 dents. Au cours des premiers essais, la mesure de la vitesse de rotation minimale produisant l'extinction donnait pour résultat 12,6 tours par seconde.

1. Calculer la vitesse de la lumière déduite des mesures de Fizeau.

2. Quelle est la précision de la mesure?



Méthode de Fizeau : pour certaines vitesses de rotation, la lumière traverse un creux de la roue et est juste interceptée par la dent suivante.



Photographie de l'appareil utilisé par Fizeau en 1849.

Solution

1. Un signal lumineux est émis pendant le passage d'un creux devant la source lumineuse. Il se propage sur une distance $2d$ avant d'être reçu par l'observateur, en appelant d la distance entre la roue dentée et le miroir :

$$t = \frac{2d}{c}$$

Pour qu'il y ait extinction, il faut que le signal réfléchi arrive devant une dent.
Il faut donc que, pendant la durée t du trajet aller-retour de la lumière, une dent ait pris la place d'un creux et au minimum qu'elle ait pris la place du creux suivant.

Lorsque cette dernière situation se produit, la roue a effectué $\frac{1}{N}$ tour en appelant N le nombre total de creux et de dents : $N = 1\,440$.
Soit n la vitesse de rotation de la roue : $n = 12{,}6$ trs·s^{-1} ;

$$\frac{1}{N} = nt \quad \text{soit} \quad t = \frac{1}{Nn}$$

En identifiant les deux expressions de t :

$$\frac{2d}{c} = \frac{1}{Nn} \Rightarrow \boldsymbol{c = 2Nnd}$$

A.N. :

$\boldsymbol{c} = 2 \times 1\,440 \times 12{,}6 \times 8{,}633 \times 10^3 = 3{,}13 \times 10^8$ m·s^{-1} $= \mathbf{3{,}13 \times 10^5\ km \cdot s^{-1}}$.

2. L'écart relatif avec la valeur précise $3{,}00 \times 10^5$ km·s^{-1} est :

$$\frac{0{,}13}{3} = 4{,}3\ \%.$$

Commentaires

Analyser complètement la situation physique avant d'entreprendre les calculs.

Il y a d'autres vitesses de rotations possibles : toutes celles qui sont des multiples impairs de la vitesse minimum.

Ne pas confondre le nombre d'intervalles à décompter avec le nombre de dents ou de creux.

Attention aux unités ; c s'obtient en m·s^{-1}.

Contrôle des connaissances

1 Trouver les mots manquants

a. Les premières mesures du temps réalisées au cours de l'histoire ont été effectuées par repérage du mouvement des ....

b. Les mesures précises ont été obtenues après l'invention des ... mécaniques.

c. L'invention de l'horloge à ... par Huygens a permis un progrès décisif dans la précision.

d. Dans les horloges électroniques actuelles courantes, l'étalon de durée est un ... piézoélectrique.

e. Les meilleures précisions sont obtenues par les ... ... qui servent de référence.

f. Dans le système international d'unités, le mètre est la distance parcourue par la ... dans le ... pendant une durée déterminée.

2 Vrai ou faux ?

a. L'âge de la Terre a été obtenu par datation au carbone 14.

b. Une horloge atomique mesure les durées par décroissance radioactive.

c. Dans le système international d'unités, la valeur de la célérité de la lumière ne peut pas être modifiée par amélioration de la précision des mesures.

d. Un télémètre à ultrasons est sensible aux variations de température.

3 QCM

a. Le système de liaison entre le balancier d'une horloge et le mécanisme s'appelle :

❑ l'échappement ; ❑ l'entretien ;
❑ l'engrenage ; ❑ le battement.

b. Le quartz d'une montre électronique constitue :

❑ l'étalon de durée ; ❑ l'oscillateur ;
❑ le moteur ; ❑ le diviseur de fréquence.

c. Dans une horloge atomique au césium, l'étalon de durée est :

❑ la vibration des atomes ;
❑ une vibration électromagnétique ;
❑ la période radioactive.

d. Il est nécessaire d'utiliser une horloge précise pour mesurer :

❑ une latitude ; ❑ une longitude.

4 Apprendre à rédiger

Décrire le principe de l'échographie.
Quels sont les propriétés des ultrasons qui permettent le fonctionnement de l'appareil ?

5 Savoir-faire expérimental

Faire une liste de matériel afin de réaliser une expérience illustrant le principe de la télémétrie par ultrasons. Décrire l'expérience.

Application des connaissances

Durées à l'échelle humaine

6 ▪ Montre mécanique

Rechercher un schéma de montre mécanique pour répondre aux questions suivantes.

a. Quelle est la pièce qui sert d'oscillateur dans la montre mécanique ? À quoi est dû son mouvement ?

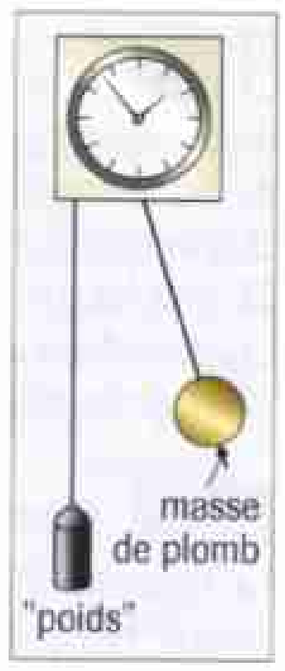
b. Par quel moyen l'entretien des oscillations est-il assuré ?

c. À quoi sert le remontoir ?

d. À quoi sert l'ancre ?

e. Expliquer en quoi consiste le principe de l'échappement ?

7 ▪▪ Horloge comtoise



L'horloge comtoise est une grande horloge à balancier, posée sur le sol, avec entraînement par la chute d'un «poids». La tige du balancier porte à son extrémité une masse de plomb que l'on peut faire coulisser le long de la tige à l'aide d'un écrou.

a. Quelles sont les fonctions du «poids» et du balancier ?

b. Le balancier d'une horloge comtoise doit effectuer 52 battements pour que l'aiguille avance de 1 minute. Calculer la longueur du pendule simple équivalent en supposant que l'horloge est parfaitement réglée. (Un battement est une demi-oscillation.)

c. On constate que, au bout d'une semaine, l'horloge a 4 min 30 s de retard. Exprimer sa précision sous forme d'un rapport.

d. Dans quel sens doit-on faire coulisser la masse de plomb pour régler cette horloge ? Donner, avec le minimum de calculs, l'ordre de grandeur de la longueur du déplacement que l'on doit faire subir à la masse de plomb.

Donnée

- *Intensité de la pesanteur :* $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

8 ▪▪ Montre électronique

Le régulateur d'une montre électronique est un cristal de quartz. Il est taillé en vue de vibrer avec une fréquence $f_0 = 2^{15}$ Hz.

Cette vibration est transmise, par l'intermédiaire d'un diviseur de fréquence, à un afficheur dont l'indication augmente d'une seconde au bout de 2^{15} oscillations.

Cette montre est d'abord réglée sur l'heure légale. On constate que, au bout de 30 jours de fonctionnement, elle indique l'heure avec un retard de 10 s.

a. Calculer la période exacte T du régulateur avec 6 chiffres significatifs.

Quelle est la précision du régulateur : $\dfrac{T - T_0}{T_0}$?

b. Trouver deux facteurs susceptibles d'expliquer les défauts d'exactitude d'un régulateur à quartz.

9 • QCM

a. Pour régler une horloge à «poids» et à balancier qui retarde, il faut :
❑ allonger le balancier ;
❑ raccourcir le balancier ;
❑ augmenter le «poids» moteur ;
❑ diminuer le «poids» moteur.
b. Pour ajuster la fréquence du régulateur à quartz d'une montre électronique, on peut :
❑ modifier la capacité du circuit (à l'aide d'un condensateur d'appoint) ;
❑ modifier la résistance du circuit.
❑ modifier la tension d'alimentation.
c. Dans une horloge atomique, l'étalon de durée est fourni par :
❑ la vibration d'un quartz ;
❑ l'écart entre deux niveaux d'énergie d'un atome ;
❑ la durée du passage d'un atome dans un champ électromagnétique.
❑ la durée de la transition d'un atome d'un état d'énergie à un autre.
d. La seconde est :
❑ l'unité de durée du système international ;
❑ une fraction de l'année ;
❑ la durée d'un certain nombre de périodes d'une radiation électromagnétique bien définie.

10 •• Circuit équivalent d'un oscillateur à quartz

Le régulateur d'une montre électronique est un cristal de quartz, dont les dimensions sont de l'ordre du mm. Ce cristal est taillé de sorte que sa fréquence propre de vibration soit $f_0 = 2^{15}$ Hz ($3{,}3 \times 10^4$ Hz). Sa surface est partiellement métallisée et il est intégré à un circuit électronique. Les vibrations sont transmises au moteur de la montre qui reçoit une impulsion électrique toutes les secondes.
a. Le circuit électronique doit assurer deux fonctions avant que les impulsions soient délivrées au moteur : lesquelles ?
b. On peut modéliser le régulateur par un dipôle *RLC*. *C* est de l'ordre de 1 pF.
Calculer l'ordre de grandeur de *L*.
Compte tenu du résultat, peut-on effectivement remplacer le quartz d'une montre par un dipôle *RLC* ?

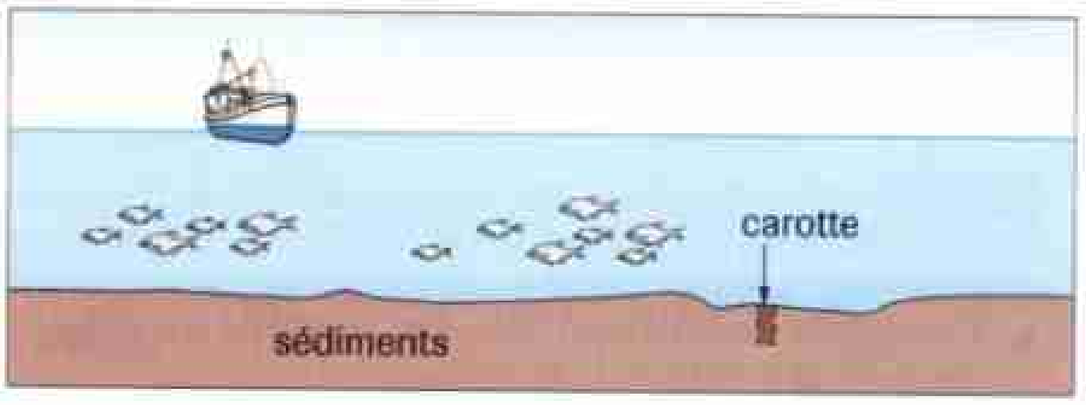
11 • Définition de la seconde

Depuis 1967, la définition adoptée pour la seconde est la suivante :
« la seconde est la durée correspondant à 9 192 631 770 périodes de la radiation relative à la transition entre les deux niveaux hyperfins $F = 4$, $M_F = 0$ et $F = 3$, $M_F = 0$ de l'état fondamental $2S_{1/2}$ de l'atome de césium 133 non perturbé par les champs extérieurs. »
a. Quel type d'horloge peut exploiter directement cette définition ?
b. Calculer en joules et en électronvolts la variation d'énergie de l'atome de césium relative à la transition concernée par la définition.
c. La radiation concernée est-elle une radiation visible ?

Données
- *Constante de Planck :* $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s ;
- *Célérité de la lumière dans le vide ou dans l'air :* $c = 3{,}0 \times 10^8$ m·s^{-1}.

Mesures des durées grandes à l'échelle humaine

12 •• L'âge des sédiments



L'uranium dissous à l'état de traces dans l'eau de mer produit des atomes de thorium 230 par désintégration radioactive. Comme ceux-ci sont très insolubles, ils se fixent immédiatement sur les particules solides qui s'accumulent en sédiments. La quantité de thorium entraînée par unité de masse de sédiment déposé est constante.
Le thorium $^{230}_{90}$Th est radioactif α de demi-vie $t_{1/2} = 75\,200$ ans.
On prélève un échantillon cylindrique (carotte) de hauteur 10 cm dans le fond d'un océan. On mesure la quantité de thorium 230 contenu dans des échantillons de même masse. Un échantillon prélevé à la surface supérieure de la carotte contient 1,20 µg de thorium 230 ; un échantillon prélevé sur la surface inférieure en contient 0,15 µg.
a. Écrire l'équation de la désintégration α du thorium 230 en radium (Ra).
b. Quel est l'âge des sédiments prélevés à la profondeur de 10 cm ?
c. Calculer la vitesse de sédimentation sur le lieu du prélèvement en mm par milliers d'années.

Mesurer une durée pour déterminer une longueur

13 •• Définition du mètre

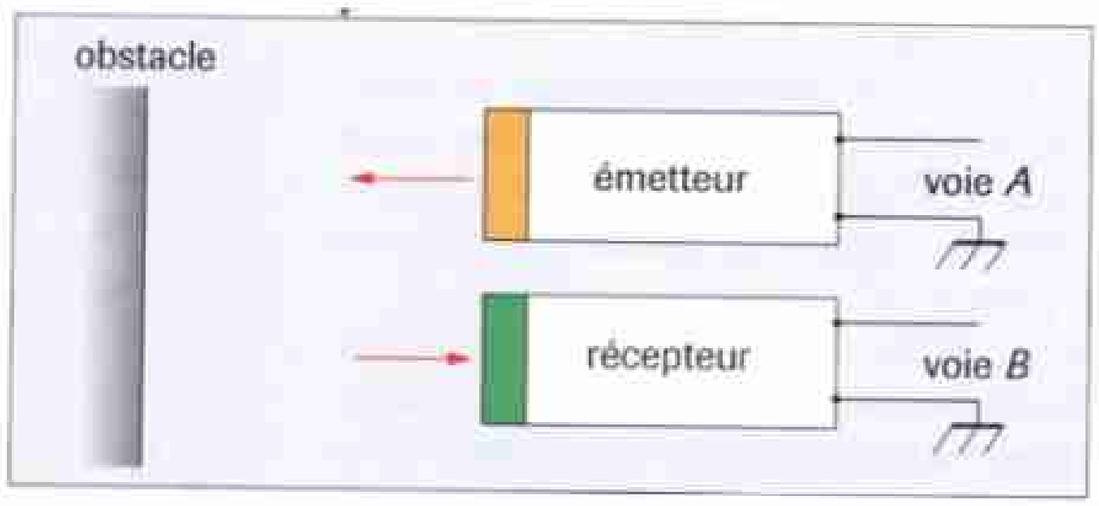
a. Comment le mètre est-il défini actuellement ?
b. Jusqu'en 1960, la définition du mètre était la suivante :
« Le mètre est la longueur, dans les conditions normales, d'un étalon de platine iridié déposé au pavillon de Breteuil à Sèvres. »
Quels étaient les inconvénients d'une telle définition ? Trouver les propriétés que doit respecter au mieux une définition d'unité de mesure ; vérifier que la définition actuelle du mètre possède ces propriétés.

14 ••• Cadran solaire et longitude

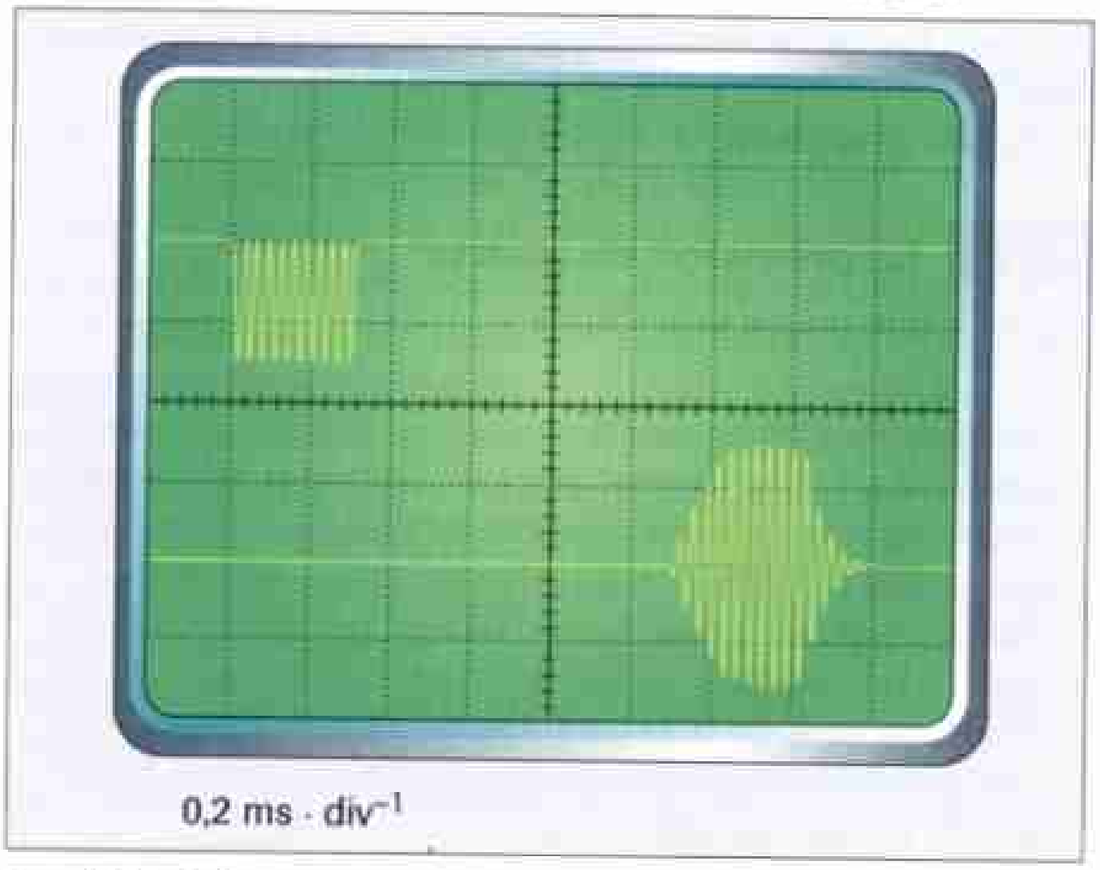
En utilisant un cadran solaire, Nicolas trouve qu'il est 15 h 20 min (en temps solaire moyen) alors que sa montre, parfaitement réglée sur l'horloge parlante, indique 16 h 56 min. C'est l'été : l'heure légale est en avance de 2 heures sur l'heure GMT (heure sur le méridien 0).
a. Quelle est sa longitude ?
b. En vous aidant d'une carte, trouver quelle ville, célèbre pour son industrie horlogère, Nicolas est en train de visiter ?

15 •• Modélisation d'un télémètre

On modélise le fonctionnement d'un télémètre à l'aide du dispositif de la page suivante.



Un émetteur et un récepteur d'ultrasons sont placés côte à côte à la distance d d'un obstacle et reliés respectivement aux voies A et B d'un oscilloscope. La figure suivante reproduit l'oscillogramme obtenu au cours d'une mesure.



La célérité du son dans les conditions de l'expérience est $v = 340\ m \cdot s^{-1}$.

a. Calculer d.

b. L'évolution du signal transmis par le récepteur peut être caractérisé par une constante de temps τ : définir et mesurer approximativement cette constante.

c. Pour augmenter la précision de la mesure, aurait-on intérêt à ce que la constante de temps du récepteur soit plus grande ou plus petite ?

16 • Chronométrer l'unité de longueur ?

Au XVIIIème siècle, Huygens et La Condamine proposent de choisir comme unité de longueur universelle la longueur du pendule simple battant la seconde (un battement est une demi-période).

a. Calculer le rapport entre cette longueur unité et la longueur du mètre actuel.

b. Trouver un paramètre à fixer pour préciser la définition de cette unité.

Donnée : *Intensité de la pesanteur :* $g = 9{,}81\ m \cdot s^{-1}$.

17 •• Télémètre à ultrasons

Un télémètre émet des ultrasons par séries de salves. La durée séparant l'émission d'une salve et la réception de l'écho est traitée par un calculateur : l'appareil affiche la distance qui le sépare de la cible.

À 20 °C, la célérité du son a pour valeur $v_0 = 342\ m \cdot s^{-1}$.

La célérité du son est proportionnelle à la racine carrée de la température T exprimée en kelvins :

$$T\,(\text{kelvins}) = t\,(°C) + 273.$$

a. Calculer la durée séparant l'émission d'une salve et la réception de l'écho lorsque la cible est à la limite de portée de l'appareil.

b. Que se passerait-il si le télémètre détectait les échos 0,50 s après leur émission ? Ce cas peut-il se présenter ici ?

c. Trouver un facteur limitant la portée du télémètre.

d. Calculer l'erreur relative $(\ell - \ell_0)/\ell_0$ que l'on commet sur la mesure d'une longueur ℓ lorsque l'appareil est utilisé à 25 °C et affiche une longueur ℓ_0.

Données techniques : *Durée entre deux salves :* 0,40 s ; • *Fréquence des ultrasons :* 40 kHz ; • *Portée maximum :* 18 m ; • *Température d'étalonnage :* 20 °C.

Mesurer une durée pour mesurer une vitesse

18 •• Première mesure de la célérité du son

En 1822, Arago effectue la première mesure précise de la célérité du son.

Deux canons sont placés l'un à Villejuif, l'autre à Montlhéry, distants de 9549,6 toises (1 toise = 1,9490 m). De chacun des deux postes, une équipe mesure la durée séparant l'éclair et l'arrivée du son de l'explosion : la moyenne des mesures obtenues est de 54,6 s. La mesure était faite, par chaque observateur, pour deux sens opposés de propagation, Arago espérait, en faisant la moyenne des deux mesures, compenser l'influence de la vitesse du vent sur le résultat.

a. Calculer la célérité du son déterminée par Arago.

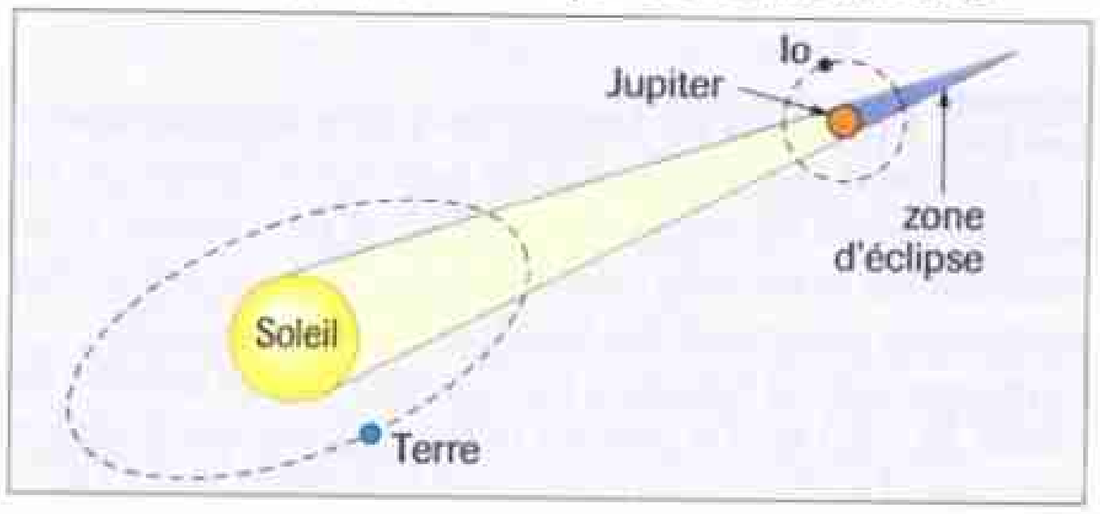
b. Pourquoi le vent a-t-il une influence sur la vitesse de propagation du son ?

c. Exprimer la célérité v' du son effectivement mesurée aux deux postes d'observation en fonction de la vitesse du vent V dans la direction joignant ces deux postes, supposée constante et de la célérité du son v dans l'air immobile. Montrer que l'influence du vent est éliminée dans le calcul de la moyenne.

19 •• Mesure de la célérité de la lumière

En 1675, l'astronome danois Römer constate une anomalie des dates des éclipses de Io, satellite de Jupiter : il existe un décalage de 16 min environ entre les dates prévues et les dates effectives des éclipses de Io entre le moment où Jupiter se trouve au plus près de la Terre et le moment où les deux planètes sont le plus éloignées.

Pour interpréter le phénomène, Römer admet que la lumière a une vitesse finie et que l'écart observé est dû à la variation de la durée de sa propagation entre Jupiter et la Terre suivant la distance relative des deux astres. Il calcule une célérité de 212000 $km \cdot s^{-1}$. L'erreur importante est due à une grande incertitude, à l'époque, sur le rayon de l'orbite terrestre.



Calculer, avec les données actuelles, la célérité de la lumière dans le vide déduite des observations de Römer.

Données
- *Rayon moyen de l'orbite de Jupiter :* $7{,}8 \times 10^8$ km ;
- *Rayon moyen de l'orbite terrestre :* $1{,}5 \times 10^8$ km.

20 •• Référence lumière

Dans le système actuel d'unités, la célérité de la lumière a une valeur fixée à 299 792 458 $m \cdot s^{-1}$.
La fréquence de la radiation émise par un laser «stabilisé» au méthane, est $\nu = 8{,}837\,618\,162\,7 \times 10^{13}$ Hz.

a. Pourquoi peut-on dire que la précision de la vitesse de la lumière est infinie dans le système d'unités actuel?

b. Calculer la longueur d'onde de la radiation émise avec un nombre de chiffres significatifs compatible avec les données.

c. Sur la précision de quelle unité fondamentale une augmentation de la précision de la mesure de ν peut-elle influer?

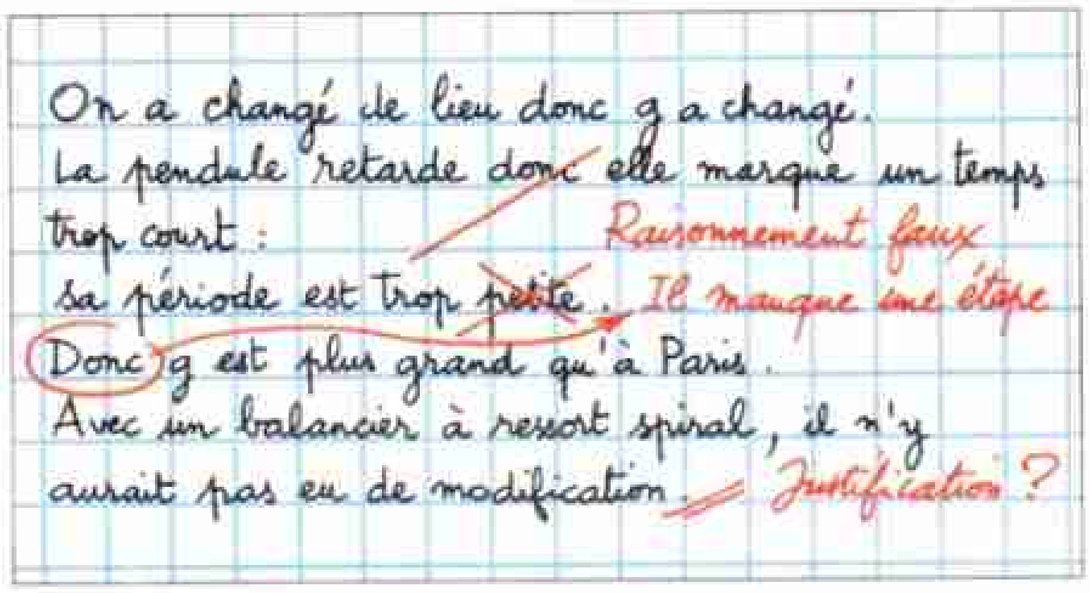
21 • Exercice de correction

Lire l'énoncé, puis la solution annotée d'un élève. Rédiger une correction détaillée de l'exercice.

Énoncé

Une horloge à balancier est déménagée de Paris à Kourou située sur l'équateur. Son propriétaire constate que, alors que les réglages n'ont pas été modifiés, l'horloge accuse un retard de 2 min environ par jour.
Quel facteur a été modifié après ce déplacement? Préciser dans quel sens cette modification s'est produite. Une montre à balancier à ressort spiral aurait-elle subi les mêmes effets?

Solution annotée d'un élève



PROBLÈMES DE SYNTHÈSE

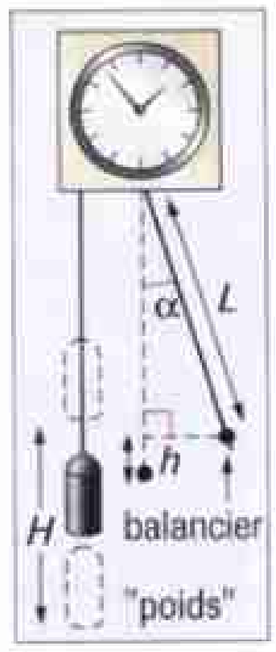
22 •• Combien de temps va-t-elle fonctionner?

Le balancier d'une horloge à poids peut être modélisé par un pendule simple de masse $m = 0{,}85$ kg et de longueur L. Le balancier bat la seconde c'est-à-dire que la durée entre deux inclinaisons maximales (un battement) vaut 1 seconde.
Le mouvement est entretenu par la descente d'un cylindre de masse $M = 8{,}0$ kg. Ce cylindre descend lentement à vitesse constante. La hauteur maximum de sa chute est $H = 1{,}2$ m.

a. Calculer L.

b. Lorsque le moteur n'agit pas, on constate que l'amplitude des oscillations passe de 6° à 5° après 15 oscillations. Calculer l'énergie mécanique perdue en moyenne à chaque oscillation par le pendule.

c. En supposant que l'énergie perdue par le «poids» au cours de sa chute sert entièrement à compenser l'énergie perdue par le pendule à chaque oscillation et dont la valeur a été calculée ci-dessus, calculer la durée d'autonomie de l'horloge.



Données
- *L'altitude de l'extrémité du pendule, mesurée à partir de la position de repos, lorsque l'angle d'inclinaison par rapport à la verticale est* α *vaut* $h = L(1 - \cos\alpha)$.
- *Intensité de la pesanteur :* $g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$.

23 • La précision du quartz

Extrait d'une notice publicitaire.

> La précision d'une montre dépend de son régulateur qui bat le temps par un mouvement régulier et constant. Il mesure ainsi le temps et contrôle le déplacement des aiguilles. Un régulateur est d'autant plus précis qu'il bat le temps plus rapidement.
> Dans les montres à quartz, le régulateur, qui est un cristal de quartz alimenté en courant électrique par une pile, bat le temps plus de 30 000 fois par seconde. Ces montres sont beaucoup plus précises que les montres mécaniques qui ne battent que 2,5 fois par seconde.
> On en change la pile environ tous les ans.
> Et si l'on supprimait la pile et ses contraintes? Comment? En faisant produire par la montre elle-même l'électricité nécessaire au cristal de quartz et au mouvement des aiguilles: lorsque le poignet bouge, il fait tourner à très grande vitesse le rotor du micro-générateur qui produit le courant électrique. Ce courant est stocké dans un condensateur qui joue le rôle de générateur. On dispose ainsi d'une autonomie de plusieurs jours.

En s'aidant du document précédent répondre aux questions suivantes.

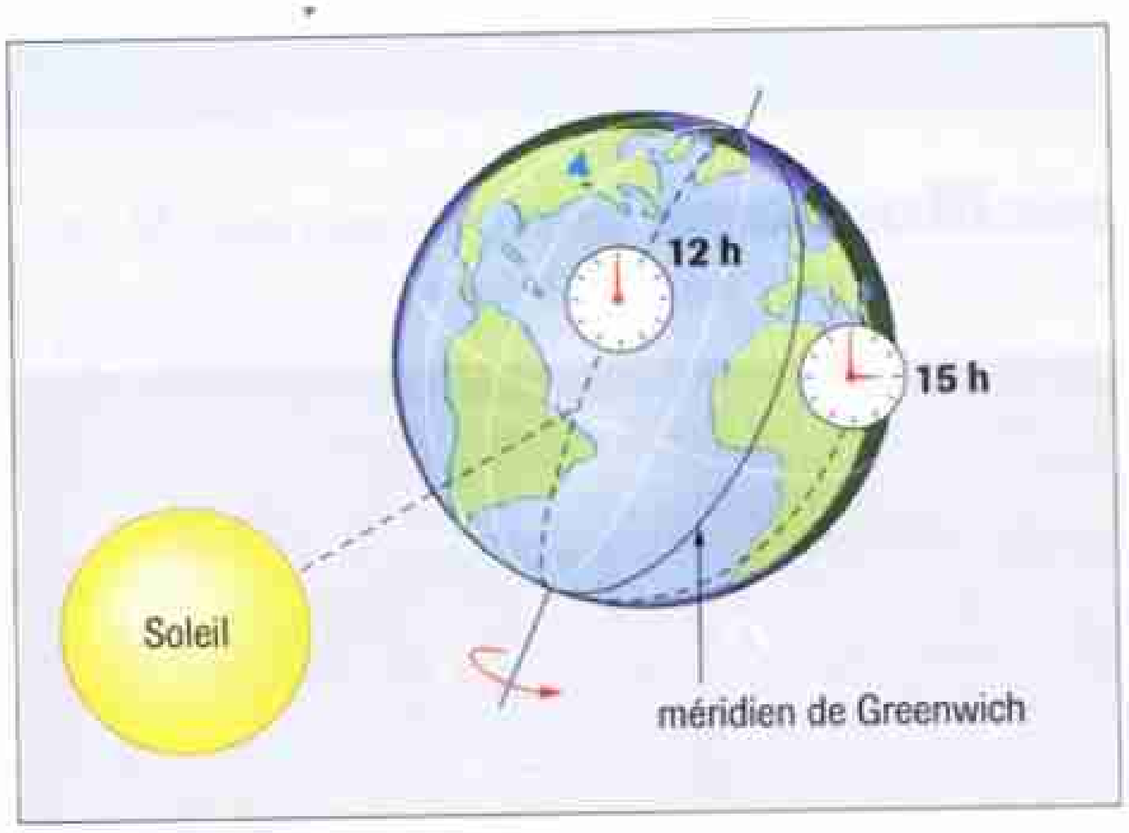
a. Dans une montre électrique à quartz ordinaire, on trouve une pile. Elle y assume essentiellement une fonction, laquelle?

b. Une montre à quartz à pile et la montre étudiée ici, rangées chez soi durant les vacances, risquent au retour d'avoir des comportements différents. Lesquels et pourquoi?

c. Le texte dit que le «courant est stocké dans un condensateur». Cette phrase contient une expression impropre, il suffit de modifier un mot pour la rendre correcte. Il y a plusieurs possibilités, en proposer une seule.

24 •• L'horloger et le navigateur

Avant l'invention des systèmes de localisation par satellite, les navigateurs devaient, pour calculer leur longitude, mesurer les écarts de la position du Soleil au même moment en différents lieux. Il fallait donc un compte-temps fiable. En mer, tangage et roulis excluaient l'usage d'une horloge à poids et à balancier. La combinaison du ressort comme force motrice et du ressort de balancier comme régulateur, mis au point par Huygens en 1674, allait permettre la réalisation de l'horloge marine.



En Angleterre, le Parlement adopte en 1714 une loi offrant une récompense de 20 000 livres à quiconque découvrira un moyen pour déterminer la longitude en mer.
L'heureux gagnant fut John Harrison : en 1761, l'horloge qu'il avait construite n'accusait, au bout d'un voyage de neuf semaines, qu'un retard de cinq secondes, soit 2 centièmes de degrés de longitude.

a. Qu'est-ce que la longitude d'un lieu?

b. Pourquoi faut-il mesurer le temps pour connaître une longitude?

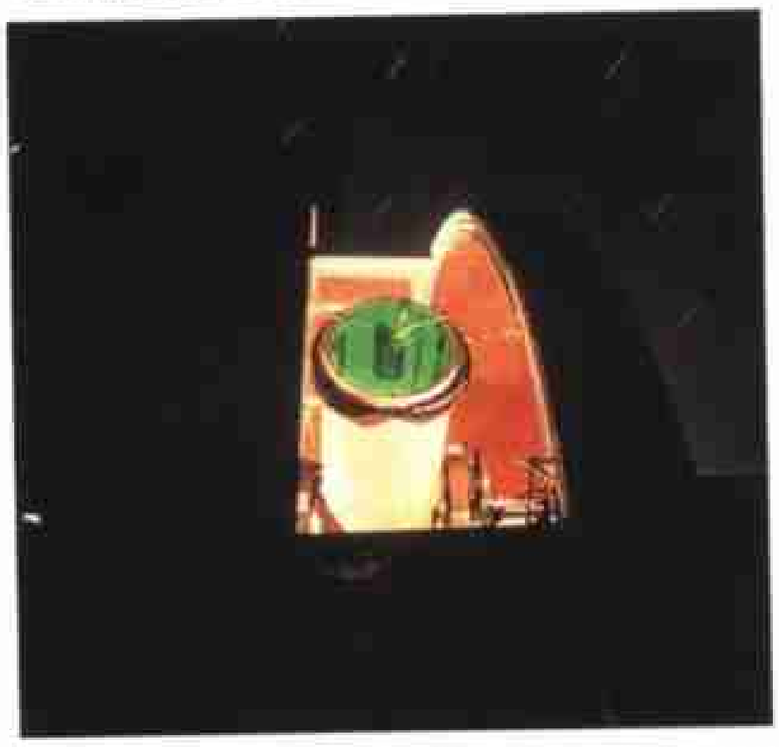
c. Pourquoi l'horloge à balancier ne convient-elle pas pour déterminer la longitude d'un navire?

d. Quelle invention a permis de construire des horloges utilisables sur les navires?

e. Calculer, en pourcentage, l'erreur relative commise au cours de l'essai de l'appareil de John Harrison.

f. Vérifier par le calcul la correspondance entre l'écart de temps mentionné et l'erreur correspondante sur la longitude.

25 Télémétrie laser



Pour mesurer avec précision la distance Terre-Lune, on émet une impulsion laser au foyer F d'un télescope placé à la surface de la Terre. Ce télescope est pointé en direction d'un réflecteur placé sur la Lune. Celui-ci renvoie vers la Terre la lumière qu'il reçoit. On mesure la durée τ écoulée entre l'émission et la réception du signal. De cette mesure, on détermine avec précision la distance Terre-Lune.

a. Une mesure donne, en valeur arrondie, $\tau = 2{,}597$ s. Calculer la distance entre l'émetteur et le réflecteur.

b. Le faisceau laser émis est un cône qui éclaire, au niveau du réflecteur, une surface totale $S = 1{,}8 \times 10^8$ m^2. Le réflecteur a une surface $S_r = 2{,}5$ m^2.

Calculer le rapport r entre l'énergie lumineuse maximale captée par le réflecteur et l'énergie lumineuse émise.

c. Le faisceau recueilli par le réflecteur est pratiquement un faisceau de rayons parallèles. Le faisceau réfléchi est contenu dans un cône. Le rapport entre l'énergie reçue par le télescope et l'énergie réémise par le réflecteur est du même ordre de grandeur que r.
Citer un phénomène contribuant à l'élargissement du faisceau.
Calculer l'ordre de grandeur de l'énergie reçue par le télescope après chaque tir.
Calculer l'ordre de grandeur du nombre de quanta d'énergie lumineuse reçus. Commenter le résultat.

Données

- *Énergie lumineuse émise à chaque impulsion :* $E = 0{,}40$ J;
- *Longueur d'onde du faisceau :* $\lambda = 530$ nm;
- *Constante de Planck :* $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s;
- *Célérité de la lumière dans le vide ou dans l'air :* $c = 2{,}998 \times 10^8$ m·s^{-1}.

POUR ALLER PLUS LOIN

26 Le gendarme et le laser

Les cinémomètres laser de la gendarmerie permettent de contrôler la vitesse d'un véhicule circulant à plusieurs centaines de mètres de l'opérateur. À cette distance, il est impossible de les détecter.
Cet appareil est constitué d'une paire de jumelles à laquelle est associée un émetteur-récepteur d'impulsions laser. Le gendarme vise la plaque d'immatriculation du véhicule contrôlé et déclenche l'émission d'un train d'impulsions. Si le véhicule était immobile, la période des impulsions reçues après réflexion serait la même que celle des impulsions émises. Mais, à cause du déplacement du véhicule, la durée séparant deux impulsions réfléchies est inférieure à la période d'émission si c'est l'avant du véhicule qui est visé, supérieure si c'est l'arrière. L'écart entre les deux périodes permet de mesurer la vitesse du véhicule.

1. À l'aide de schémas représentant les positions du véhicule lorsqu'il reçoit deux impulsions successives, expliquer pourquoi la période des impulsions est différente à l'émission et à la réception.

2. On se propose de trouver la relation entre la vitesse v du véhicule supposé se déplacer dans la direction du faisceau et les périodes des impulsions émises et reçues, que l'on notera respectivement T_e et T_r.

a. À la date $t = 0$, le cinémomètre émet une impulsion laser. Cette impulsion atteint le véhicule lorsque celui-ci se trouve à la distance D_1 de l'appareil; après réflexion, cette impulsion est détectée à la date t_1. Exprimer littéralement t_1 en fonction de D_1 et c (célérité de la lumière dans le vide ou dans l'air).

b. À la date T_e, une nouvelle impulsion est émise. Elle atteint le véhicule lorsque celui-ci se trouve à la distance D_2. Exprimer littéralement en fonction de D_2 et c la date t_2 à laquelle cette impulsion est détectée.

c. Exprimer $D_2 - D_1$ en fonction de t_1, t_2, T_e et c puis en fonction de t_1, t_2, T_e et v. En déduire, en fonction de T_e, v et c, la durée T_r séparant les réceptions de deux impulsions successives.

Utilisation de l'oscilloscope

1. Les commandes de l'oscilloscope

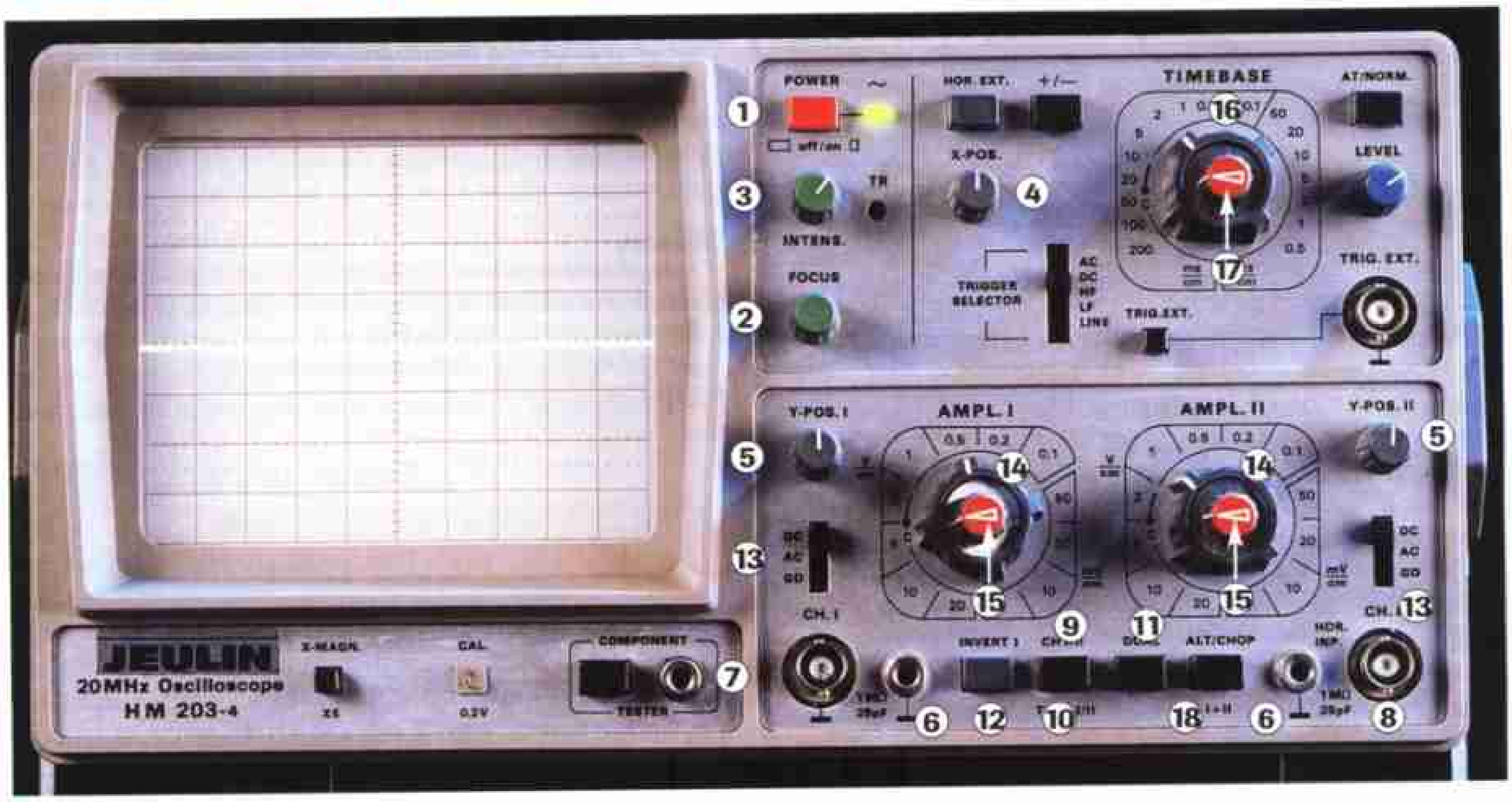


Fig. 1 La face avant d'un oscilloscope.

Mise en service et réglages du spot

① Marche-arrêt.
② Finesse du spot.
③ Intensité du spot.
④ Cadrage horizontal.
⑤ Cadrage vertical.

Entrées et sélection des voies

⑥ Masse (toutes les bornes repérées par le symbole «masse» sont reliées entre elles).
⑦ Entrée voie 1.
⑧ Entrée voie 2.
⑨ Voie 1 seule active.
⑩ Voie 2 seule active.
⑪ Voies 1 et 2 actives simultanément.
⑫ Inversion du signe de la tension affichée sur la voie 1.

Commande des déviations verticales

⑬ Position GD (ground) : déviation verticale supprimée.
Position DC : permet d'analyser une tension quelconque.
Position AC : les tensions continues sont éliminées.
⑭ Réglage de la sensibilité verticale (un réglage pour chaque voie).
⑮ Réglage continu de la sensibilité verticale : pour réaliser une mesure de tension, ce bouton doit être en butée à gauche.

Commande de la déviation horizontale

⑯ Rapidité du balayage.
⑰ Réglage continu de la rapidité du balayage : pour réaliser une mesure de durée, ce bouton doit être en butée à gauche.
⑱ Supprime le balayage : la déviation horizontale est commandée par la tension d'entrée 1 et la déviation verticale est commandée par la tension d'entrée 2 (mode XY).

2. Mise en route

- Mettre en service l'appareil.
- Sélectionner une ou deux voies.
- Régler la rapidité du balayage à une valeur moyenne.

Si la trace n'apparaît pas, mettre les boutons de cadrage et d'intensité en position moyenne.

(Si la trace n'apparaît toujours pas, vérifier que le sélecteur de la synchronisation est bien sur la position «auto» et que le bouton «niveau» de synchronisation est calé à gauche.)

- Affiner la trace (bouton focus) et régler son intensité.
- Ajuster la trace au centre de l'écran (sur l'axe 0 volt), avec les boutons de cadrage. En cours d'utilisation, pour refaire ce réglage, supprimer la déviation verticale (sélecteur 13 sur GD).

3. Visualisation d'une tension

• Appliquer la tension à étudier sur l'une des voies sélectionnées (fig. 2).

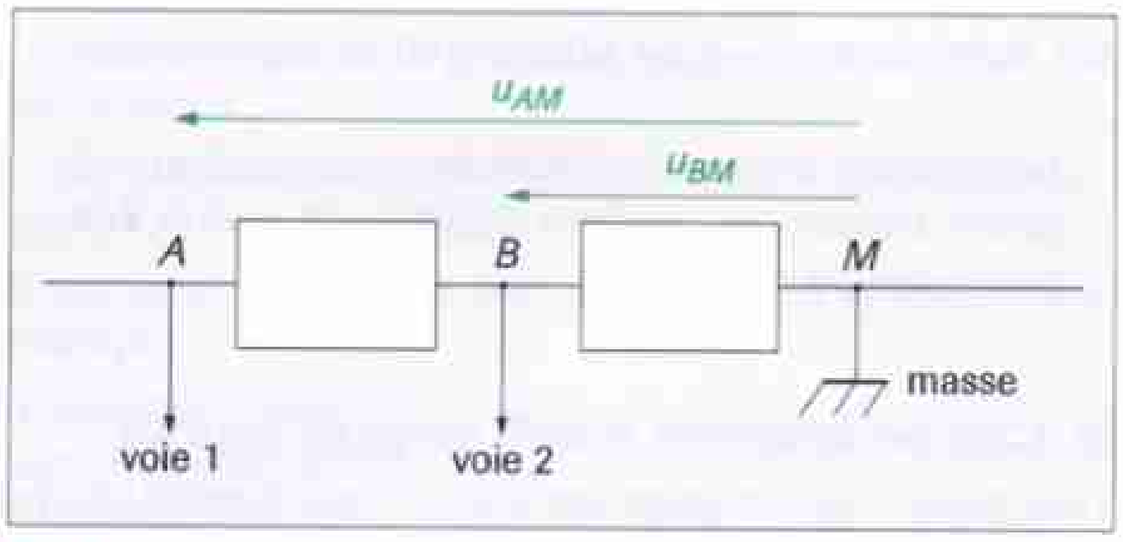
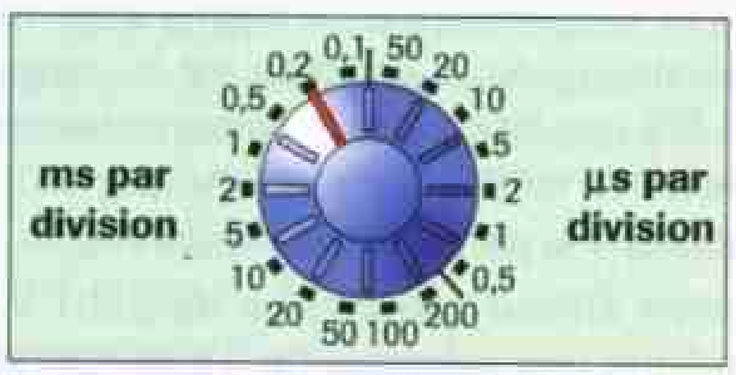


Fig. 2 Schéma du branchement pour étudier les tensions u_{AM} sur la voie 1 et u_{BM} sur la voie 2.

• Sélectionner DC (*direct current* : courant continu) ou AC (*alternatif current* : courant alternatif).

• Choisir la sensibilité verticale puis la rapidité du balayage (fig. 3) pour que la courbe occupe au mieux les dimensions de l'écran.



sélecteur de la rapidité de balayage
(ici 0,2 ms · div^{-1})

Fig. 3 Choix de la rapidité de balayage.

4. Mesures

Attention

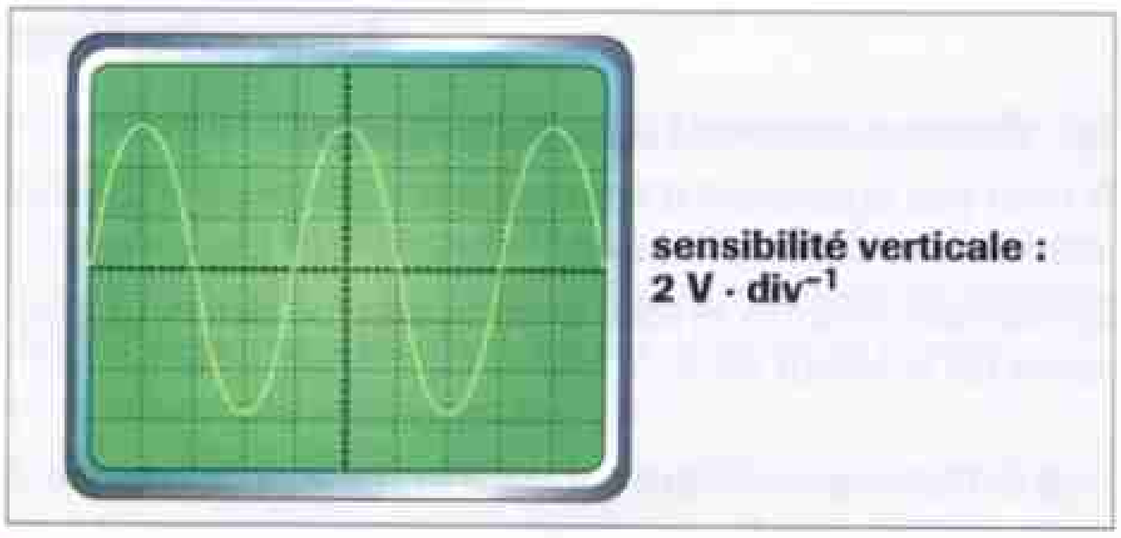
– Pour réaliser des mesures, il faut que les boutons de réglages continus soient calés à gauche.

Sur certains appareils, un voyant *(uncal)* est allumé si ce réglage n'est pas fait.

– Une division vaut 1 cm ; les petites graduations sont séparées de 1/5e de division.

■ Mesure d'une tension

• Déplacer la courbe horizontalement pour amener le point étudié sur l'axe vertical gradué (fig. 4).



sensibilité verticale :
2 V · div^{-1}

Fig. 4 Mesure de l'amplitude d'une tension sinusoïdale.

• Mesurer la hauteur de ce point à partir de l'axe 0 volt.

• Lire la sensibilité verticale k_v (en V · div^{-1}) et le nombre de divisions d_v :

$$U = k_v \times d_v$$

Sur l'exemple de la figure 4, pour mesurer l'amplitude de la tension, on doit amener le sommet de la courbe sur l'axe vertical gradué. On lit alors : $U_m = 2 \times 2{,}8 = 5{,}6$ V.

■ Mesure d'une durée

• Veiller à ce que la partie de la courbe étudiée occupe au mieux la largeur de l'écran.

• Cadrer la courbe de sorte que le point de départ choisi soit sur le bord gauche de l'axe gradué horizontal.

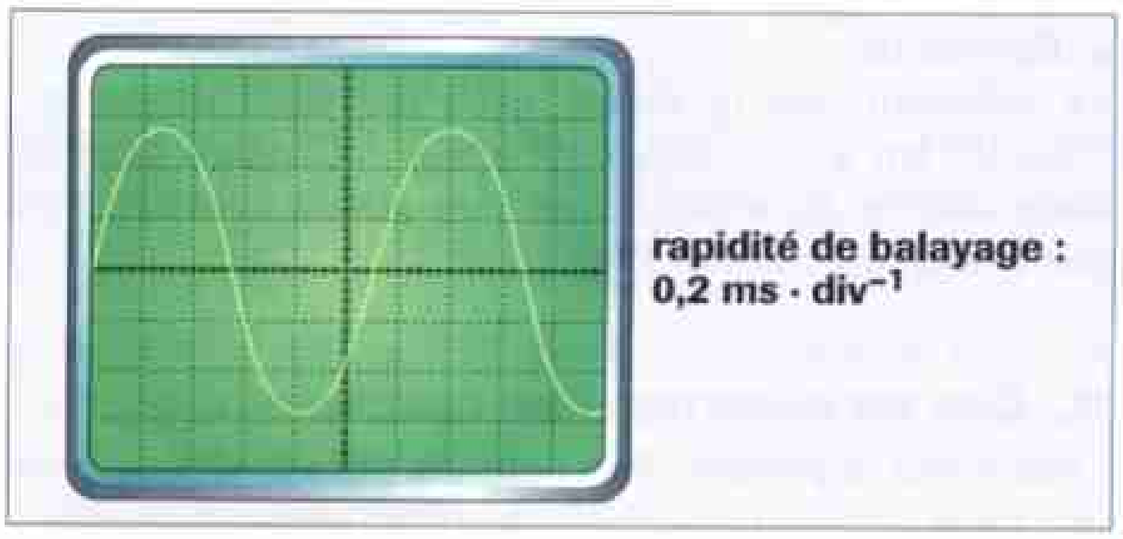
• Mesurer la largeur de la courbe correspondant à la durée T étudiée.

• Lire la durée par division k_h (en s · div^{-1}) et le nombre de divisions d_h :

$$T = k_h \times d_h$$

Sur l'exemple de la figure 5 : la période de la tension est :

$$T = 0{,}2 \times 5{,}6 = 1{,}12 \text{ ms.}$$



rapidité de balayage :
0,2 ms · div^{-1}

Fig. 5 Mesure d'une période.

Les chiffres significatifs

1. Écrire une valeur numérique

Il n'est pas équivalent d'écrire que la célérité de la lumière dans l'air vaut 300 000 $km \cdot s^{-1}$ ou $3{,}0 \times 10^5$ $km \cdot s^{-1}$.

Le tableau ci-après dresse la comparaison des deux écritures de la valeur de c.

En l'absence d'indication sur la précision, on considère que l'incertitude sur une valeur numérique est égale à une demi-unité du dernier chiffre exprimé.

valeur de c	300 000 $km \cdot s^{-1}$	$3{,}0 \times 10^5$ $km \cdot s^{-1}$
incertitude Δc	0,5 $km \cdot s^{-1}$	$0{,}05 \times 10^5$ $km \cdot s^{-1}$
précision $\frac{\Delta c}{c}$	$1{,}7 \times 10^{-6}$	$1{,}7 \times 10^{-2}$
nombre de chiffres significatifs	6	2

La précision est de l'ordre du millionième dans un cas et du centième dans l'autre. Le dernier chiffre significatif d'une valeur numérique donne une indication sur la précision avec laquelle on travaille.

Les chiffres significatifs d'un résultat sont les chiffres dont on est sûr, plus celui sur lequel porte l'incertitude.

2. La notation scientifique

On écrit le premier chiffre différent de «0», suivi d'une virgule puis des autres chiffres et de la puissance de 10 convenable.

■ **Remarque**

La précision est la même avec les deux écritures : $3{,}0 \times 10^5$ $km \cdot s^{-1}$ ou $0{,}30 \times 10^6$ $km \cdot s^{-1}$. Chacune possède deux chiffres significatifs, les zéro placés avant ne sont pas des chiffres significatifs.

3. Cas du résultat d'un calcul

Déterminer la période d'un pendule pesant sachant que, lors de la mesure de la durée de 15 périodes, on a obtenu une valeur de 23,8 s (trois chiffres significatifs).

Calcul de la valeur de la période : $T = 23{,}8/15$ s ; la calculette affiche 1,586666 s. Dans cet exemple, 15 est un nombre exact, 23,8 est la donnée la moins précise. À l'issue d'un calcul, on ne peut obtenir plus de précision que n'en fournit la grandeur la moins précise. Pour exprimer le résultat avec une précision du même ordre de grandeur, il suffit de donner le résultat avec le même nombre de chiffres significatifs que la grandeur la moins précise.

On écrira donc : $T = 1{,}59$ s (trois chiffres significatifs).

Le résultat d'un calcul doit être présenté avec le même nombre de chiffres significatifs que la donnée la moins précise.

3. Cas du résultat d'une mesure unique

Une mesure est toujours entachée d'une incertitude qui est inconnue mais que l'on cherche toujours à rendre la plus petite possible en éliminant au maximum les causes d'erreurs.

Quelques types d'erreurs

- erreurs liées à l'opérateur (parallaxe, lecture, étalonnage…).
- erreurs liées à la méthode de mesure (si lors de la mesure de la température d'un liquide avec un thermomètre à dilatation, seul le réservoir est en contact avec le liquide, on fait une erreur car la colonne émergente n'est pas, elle aussi, en contact avec le liquide).
- erreurs liées à la précision des appareils

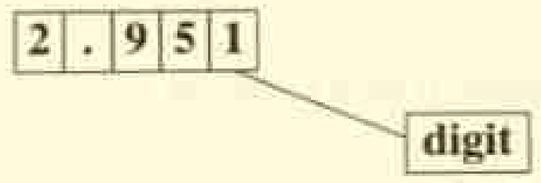
Un multimètre affiche une tension de 2,951 V. Le constructeur indique une précision de 0,5 % + 3 digits. Si on ne prend en considération que cette donnée, l'incertitude sur la mesure vaut :

$$\Delta U = 2{,}951 \times \frac{0{,}5}{100} + 3 \times 0{,}001 = 0{,}01476 + 0{,}003 = 0{,}0177 \text{ V}.$$

Soit : 2,933 V < U < 2,969 V ; l'incertitude porte sur les centièmes de volt, **le chiffre des millivolts n'a pas de signification**. On ne garde que 3 chiffres significatifs, le résultat s'écrit :

$$U = 2{,}95\,\text{V} \pm 0{,}18\,\text{V} \text{ ou } 2{,}93\,\text{V} < U < 2{,}97\,\text{V}.$$

Précision d'un multimètre numérique



elle est donnée par le constructeur sous la forme par exemple :

± (0,5 % + 3 digits)

c'est-à-dire un pourcentage de la valeur affichée et un certain nombre d'unités du dernier chiffre affiché.

Mettre des résultats en commun

1. Intérêt de la mise en commun

La mise en commun des résultats en travaux pratiques permet d'améliorer la précision quand ces résultats ont été obtenus :

- **de manière indépendante** avec du matériel comparable ;
- par une méthode ne comportant **pas d'erreur systématique**.

■ **Exemple :** lors d'un dosage en chimie, les conditions sont réalisées quand :

- chaque groupe travaille indépendamment des autres avec son propre matériel ;
- on admet que la concentration de la solution titrante est correcte, qu'elle n'introduit donc pas une erreur systématique.

Ces conditions sont souvent réunies en physique. On aura toujours intérêt à modifier un protocole afin de réunir ces conditions pour améliorer la précision.

2. Traitement statistique

On considère qu'on mesure une grandeur X inconnue, à l'aide d'une méthode ne comportant pas d'erreur systématique. Chaque groupe réalise une mesure indépendante. On dispose d'un ensemble de n mesures dont les résultats sont notés $X_1, X_2, X_3, \ldots X_i, \ldots X_n$.

■ **Valeur moyenne**

$$X_{moy} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_i + \ldots + X_n}{n}$$

Les résultats manifestement faux doivent être éliminés de l'échantillon.

La moyenne est le meilleur estimateur d'un ensemble de n mesures indépendantes obtenues par une méthode ne comportant pas d'erreur systématique.

■ **Écart-type σ**

Il rend compte de la dispersion des résultats. Plus il est grand et plus les résultats sont dispersés de part et d'autre de la moyenne.

L'écart-type σ est donné par la calculette en mode statistique.
Entrer les n valeurs dans une liste.

X1
X2
.
..
Xn

Entrer dans le menu statistique :
$\overline{x}$ = valeur de la moyenne
$x\sigma n - 1$ = valeur de l'écart-type.

■ **Intervalle de confiance à un taux t** (appelé taux de confiance)

L'intervalle de confiance à 95 % est l'intervalle, centré sur la valeur moyenne X_{moy}, dans lequel la valeur de la grandeur X mesurée a 95 chances sur cent de se trouver.

En mathématique, on montre que :

pour un ensemble de n mesures indépendantes mises en commun, l'intervalle de confiance à un taux t de la grandeur X mesurée est tel que :

$$X_{moy} - t_n \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leqslant X \leqslant X_{moy} + t_n \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

t_n est un coefficient qui dépend du niveau de confiance choisi et du nombre n de mesures. (voir tableau ci-dessous).

■ **Remarque**

La mise en commun des résultats améliore la précision de la mesure car pour un groupe (i) quelconque dont la mesure vaut X_i, l'incertitude sur une mesure unique, pour un taux de confiance de 95 %, est de 2σ et la vraie valeur a 95 % de chances d'être dans l'intervalle $X_i \pm 2\sigma$.

Valeurs de t_n correspondant à deux niveaux de confiance $t = 95$ % et $t = 99$ % pour différentes valeurs du nombre n des mesures indépendantes :

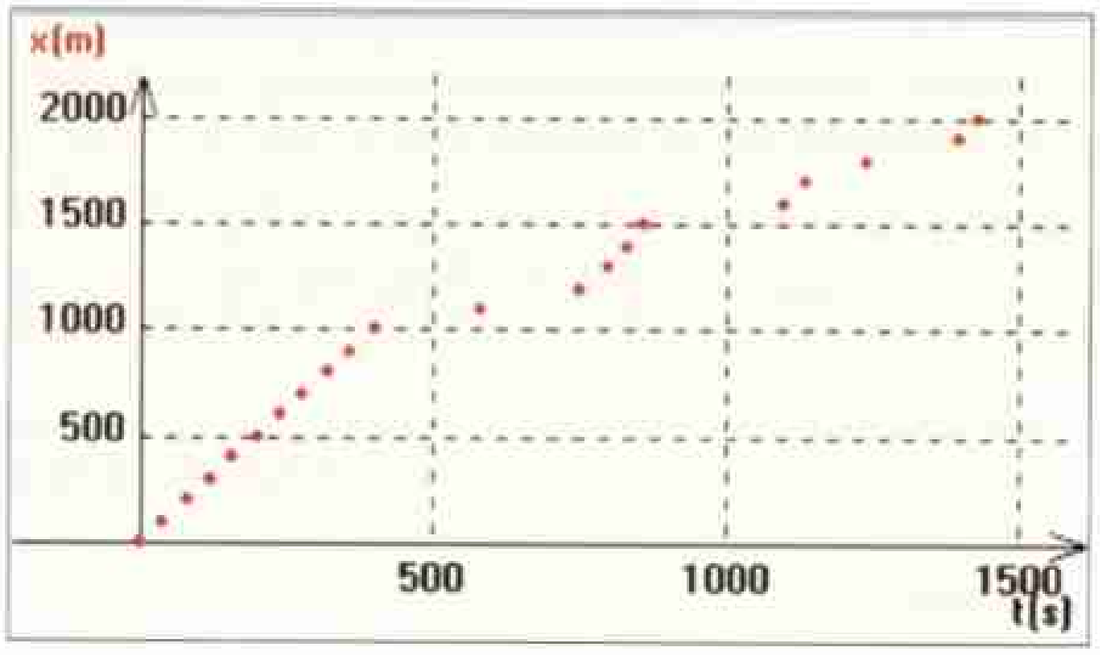
n	t_n à 95 %	t_n à 99 %	n	t_n à 95 %	t_n à 99 %
3	4,30	9,93	9	2,31	3,36
4	3,18	5,84	10	2,26	3,25
5	2,78	4,60	12	2,20	3,11
6	2,57	4,03	14	2,16	3,01
7	2,45	3,71	16	2,13	2,95
8	2,37	3,50	20	2,09	2,86

■ **Exemple :** $t_n = 2{,}37$ pour 8 groupes et taux de confiance à 95 %.

Exploiter une représentation graphique

1. Observer une représentation graphique

Lors du cross du lycée, les temps de passage de l'élève Reg Hulier ont été mesurés tous les 100 m. Les points représentatifs de l'ensemble des couples de valeur (t, x) forme un nuage de points dans la représentation graphique (O, t, x).



On peut distinguer deux zones :

– entre 0 et 400 s, les points sont pratiquement alignés. Il est possible de modéliser ce comportement. La distance parcourue est proportionnelle au temps, Reg Hulier court donc à vitesse constante ;

– au-delà de 400 s, les temps de passage de Reg Hulier ne sont plus prévisibles, l'ensemble est trop irrégulier pour y faire passer une droite ou une courbe régulière.

Une représentation graphique permet de vérifier ou de déterminer le comportement d'une grandeur en fonction d'une autre.

2. Modéliser un comportement si le nuage de points forme une droite

Sur une feuille de papier millimétré, on trace une droite dite « moyenne » telle que les écarts entre les points et la droite soient le plus petit possible et en veillant à avoir autant de points au-dessus de la droite qu'en dessous.

On détermine l'équation de la droite « moyenne » grâce aux coordonnées de deux points de cette droite.

Quand les points sont sensiblement alignés, on peut modéliser le comportement par une fonction affine du type :

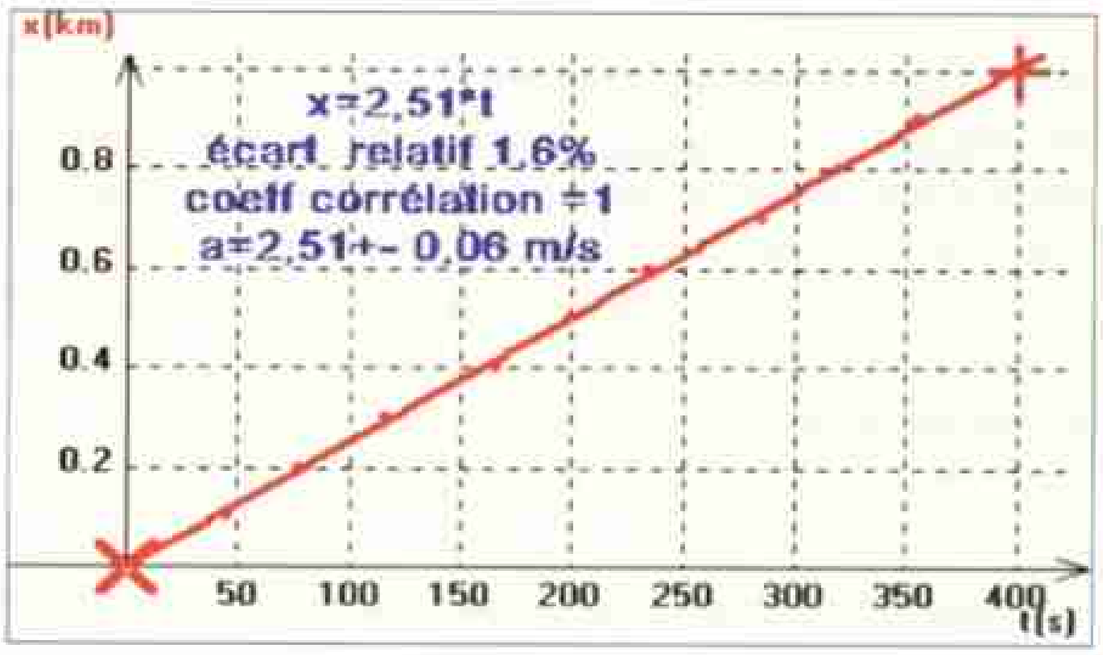
$$y = ax + b.$$

Remarque

Pour vérifier si les variations d'une grandeur sont du type $y = ax^2 + b$, penser à porter x^2 en abscisses. On se ramène ainsi au cas précédent par un changement de variable du type $X = x^2$.

Avec un tableur (logiciel type **Excel** ou **Regressi**) :

Sélectionner le domaine à modéliser et demander une **courbe de tendance** dans Excel ou cliquer sur **Modéliser** dans Regressi.



Attention ! Un logiciel trouvera toujours une droite passant par un nuage de point même si cela n'est pas pertinent.

La pertinence d'une modélisation par un tableur ou une calculette est donnée par le coefficient de corrélation. Plus il est proche de 1 et meilleur est le modèle.

Objets en interaction
Forces extérieures agissant sur un système

1. Situation proposée



Tête la première, le visage à quelques centimètres de la surface de la glace, cet athlète sur une luge appelée skeleton dévale la pente à environ 120 km/h. Son objectif est de descendre la piste dans le temps le plus court, ce qui signifie emprunter la ligne de pente la plus rapide en évitant de percuter un mur. Il n'y a pas de mécanisme de direction dans un skeleton ; les coureurs doivent se servir de leurs épaules, de leurs pieds, pour guider le skeleton au cours de la descente.

Comment peut-on essayer de comprendre l'influence de quelques paramètres physiques pour améliorer les performances ?

2. Inventaire des OBJETS en présence

Les objets intervenant dans la situation proposée ci-dessus sont :
l'athlète, le skeleton, l'air et la Terre.

La Terre a une double action :

- comme support par l'intermédiaire de son sol ;
- comme corps de masse *m*, source de champ de gravitation.

3. Inventaire des INTERACTIONS entre objets

- Examiner tous les couples de deux objets possibles.
- Indiquer les interactions qui existent entre chaque objet d'un couple.
- Pour chaque interaction, préciser la nature : de contact ou à distance.

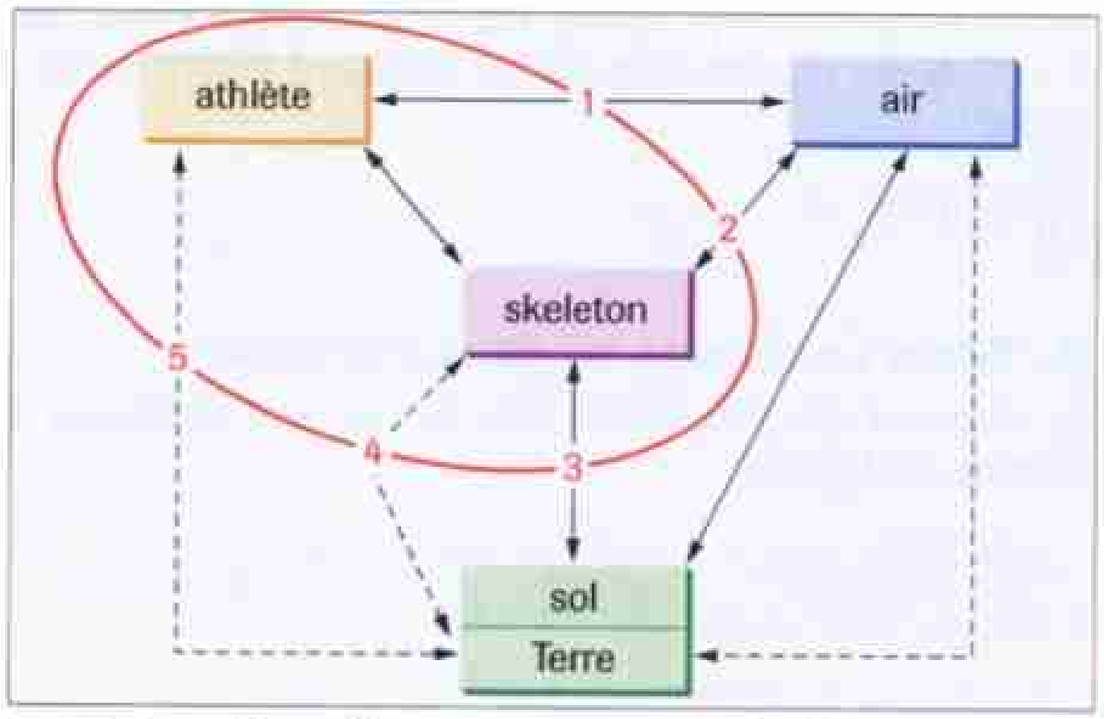
Rappels :

Les interactions de contact : il existe une interaction de contact à chacun des contacts entre deux parties des objets envisagés.
Les interactions à distance sont :

- l'interaction gravitationnelle entre corps possédant une masse ;
- l'interaction électrique entre corps chargé électriquement ;
- l'interaction électromagnétique entre les aimants et les courants ;
- l'interaction forte entre les nucléons dans un noyau.

4. Représentation symbolique des interactions

On peut représenter symboliquement chaque objet et les interactions de la manière suivante :



Les interactions de contact sont symbolisées par une double flèche pleine et les interactions à distance par une double flèche en pointillé.

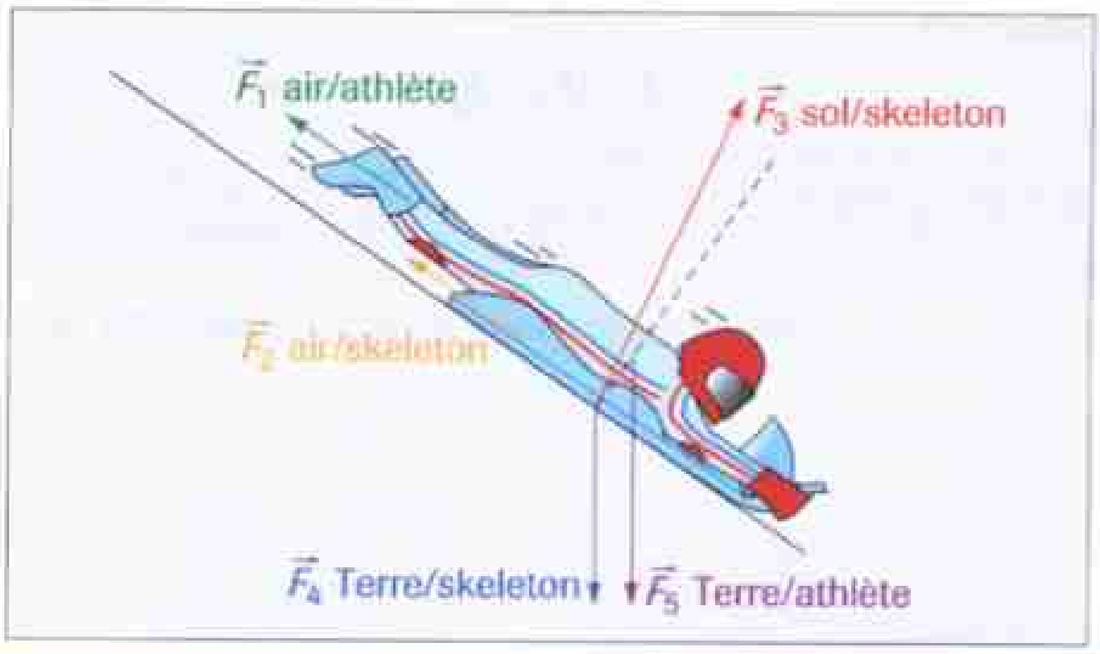
5. Choix du système étudié

A priori, les interactions de l'air avec le skeleton et l'athlète influent sur les performances. Le choix du système (**athlète + skeleton**) permet de les prendre toutes les deux en compte.
La courbe rouge qui délimite le système choisi fait apparaître trois types d'interactions :

- les interactions entre le système et le milieu extérieur matérialisé par les doubles flèches coupées par la ligne rouge, notées de 1 à 5 ;
- les interactions internes au système (doubles flèches à l'intérieur de la boucle rouge) ;
- les interactions externes au système (doubles flèches à l'extérieur de la boucle rouge).

6. Représentation des forces extérieures agissant sur le système choisi : {athlète + skeleton}

À chaque interaction avec l'extérieur correspond une force qui s'exerce sur le système étudié.



Opérations sur les vecteurs

1. Représenter un vecteur en utilisant une échelle

Grâce à l'échelle, on obtient la longueur du segment fléché qui représente le vecteur.

■ **Exemple**

Avec l'échelle 1 cm ≙ 2,0 N, une force dont la valeur est $F = 15$ N est représentée par un segment fléché de longueur :

$\frac{15}{2,0} = 7,5$ cm.

2. Faire la somme de deux vecteurs

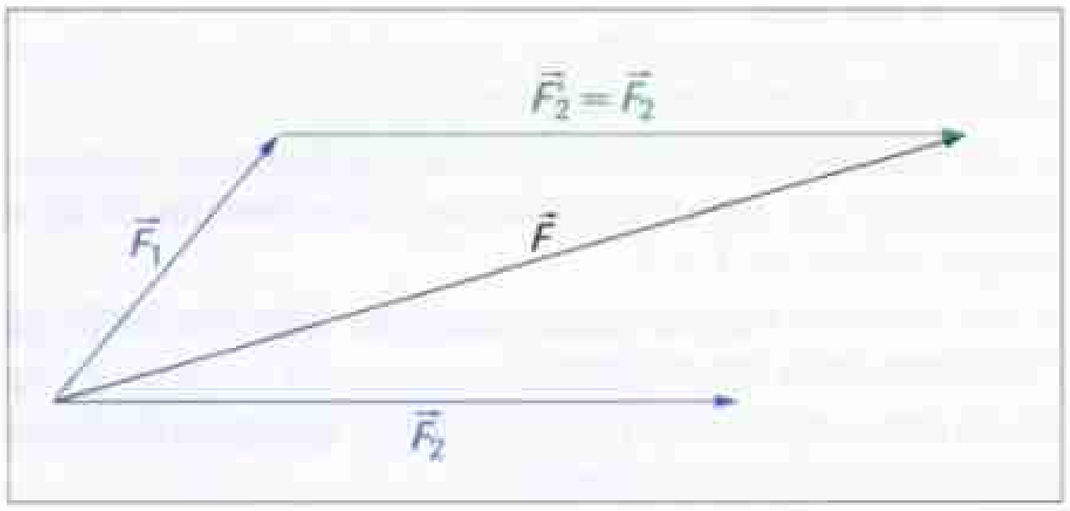
La somme $\vec{F}$ de deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ s'obtient en faisant la somme vectorielle :

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

■ On représente les vecteurs $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ en utilisant une échelle.

■ À l'extrémité de $\vec{F}_1$, on trace un vecteur $\vec{F}_2'$ égal à $\vec{F}_2$: $\vec{F}_2'$ et $\vec{F}_2$ ont même direction, même sens et même longueur.

■ Le vecteur somme $\vec{F}$ s'obtient en joignant l'origine de $\vec{F}_1$ à l'extrémité de $\vec{F}_2'$.



Cas particuliers :

a. $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ont même direction et même sens :

$$F = F_1 + F_2$$

b. $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ont la même direction, mais des sens inverses :

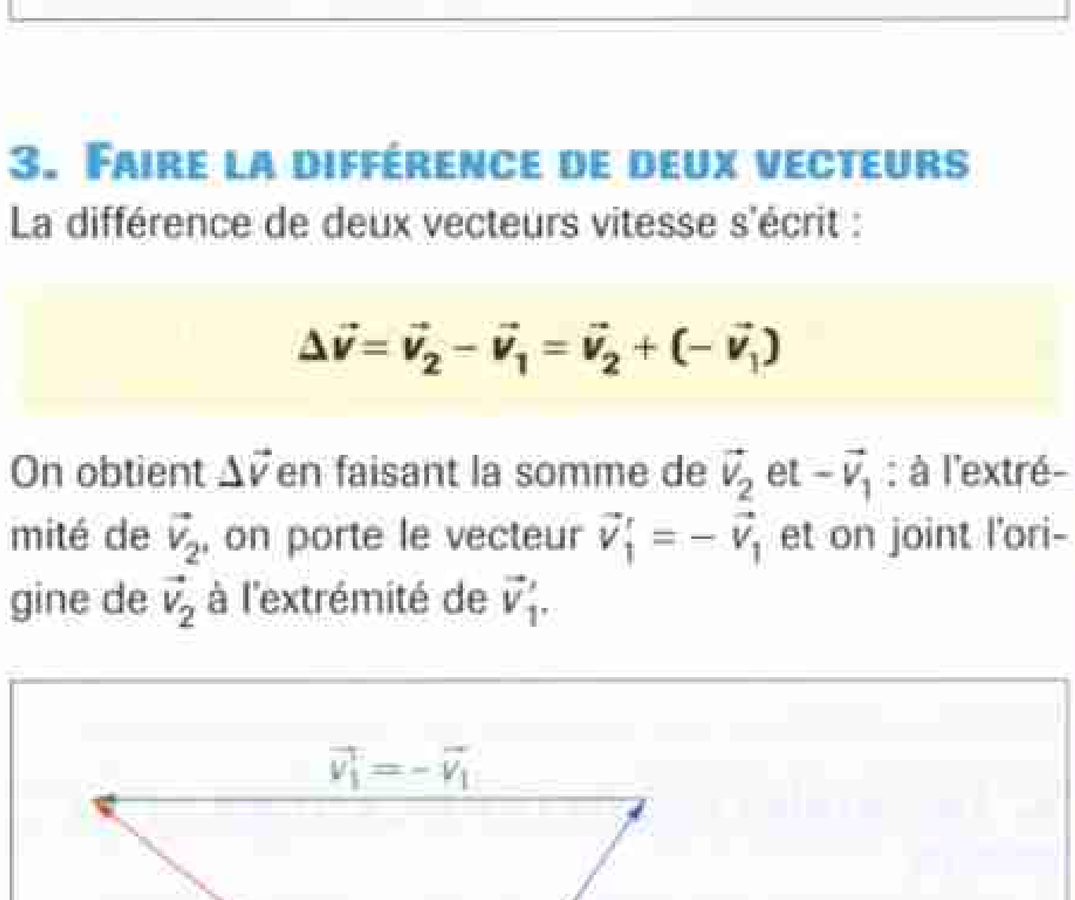
$$F = |F_1 - F_2|$$

c. $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont perpendiculaires :

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}; \quad \tan \alpha = \frac{F_1}{F_2}$$

d. $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ont la même valeur :

$$F = 2F_1 \cos \alpha$$

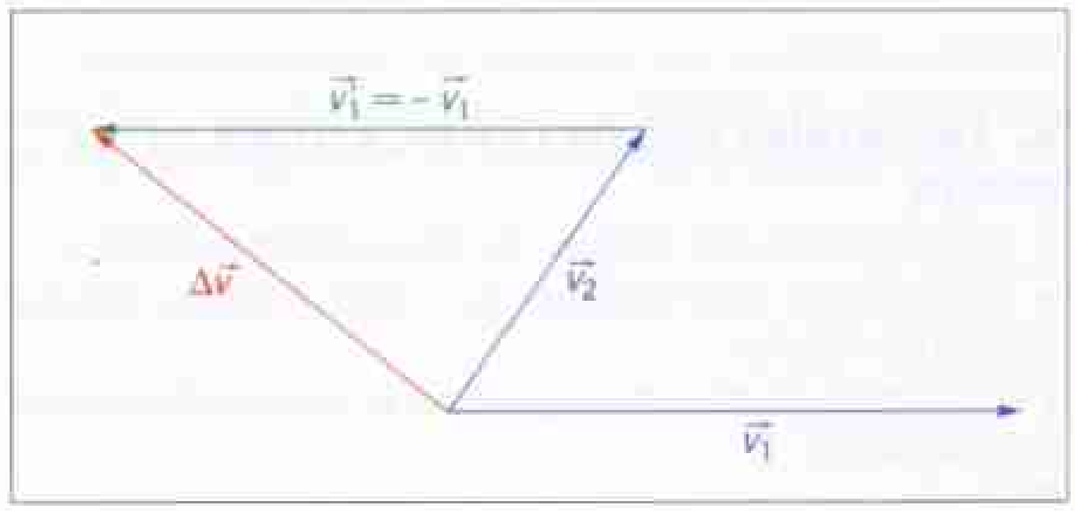


3. Faire la différence de deux vecteurs

La différence de deux vecteurs vitesse s'écrit :

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$$

On obtient $\Delta\vec{v}$ en faisant la somme de $\vec{v}_2$ et $-\vec{v}_1$: à l'extrémité de $\vec{v}_2$, on porte le vecteur $\vec{v}_1' = -\vec{v}_1$ et on joint l'origine de $\vec{v}_2$ à l'extrémité de $\vec{v}_1'$.



Projection de vecteurs sur un système d'axes orientés

1. Valeur d'une grandeur physique vectorielle et coordonnées d'un vecteur

La valeur d'une grandeur vectorielle $\vec{a}$ est notée a. C'est un nombre positif.

Remarque

La valeur d'une grandeur vectorielle a les mêmes propriétés que la norme d'un vecteur à ceci près qu'elle est accompagnée d'une unité.

La coordonnée de $\vec{a}$ (on dit aussi : composante de $\vec{a}$) sur l'axe $\vec{Ox}$ est notée en général a_x.

Ce nombre peut être positif ou négatif (fig. 1).

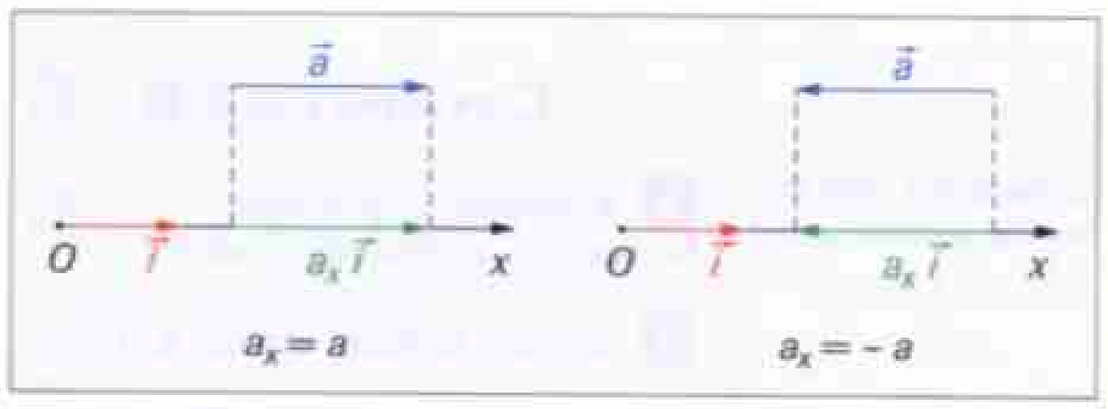


Fig. 1 Valeurs de la coordonnée d'un vecteur sur un axe.

Si la direction de $\vec{a}$ fait un angle α avec $\vec{Ox}$: $a_x = a\cos\alpha$ ou $a_x = -a\cos\alpha$ suivant le sens de l'axe.

Il est recommandé d'écrire les coordonnées en deux étapes : écrire d'abord $a_x = a\cos\alpha$ sans tenir compte du signe puis analyser le signe en tenant compte du sens du vecteur projeté et du signe de cos α.

2. Coordonnées dans un repère orthonormé

Si a_x, a_y et a_z sont les coordonnées de $\vec{a}$ dans un repère orthonormé :

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

Retenir que le cosinus intervient pour la projection sur l'axe qui forme un côté de l'angle. Dans un plan, si le cosinus intervient pour un axe, c'est le sinus qui intervient pour l'autre.

La figure 2 vous présente des exemples de projections de vecteurs sur les trois axes.

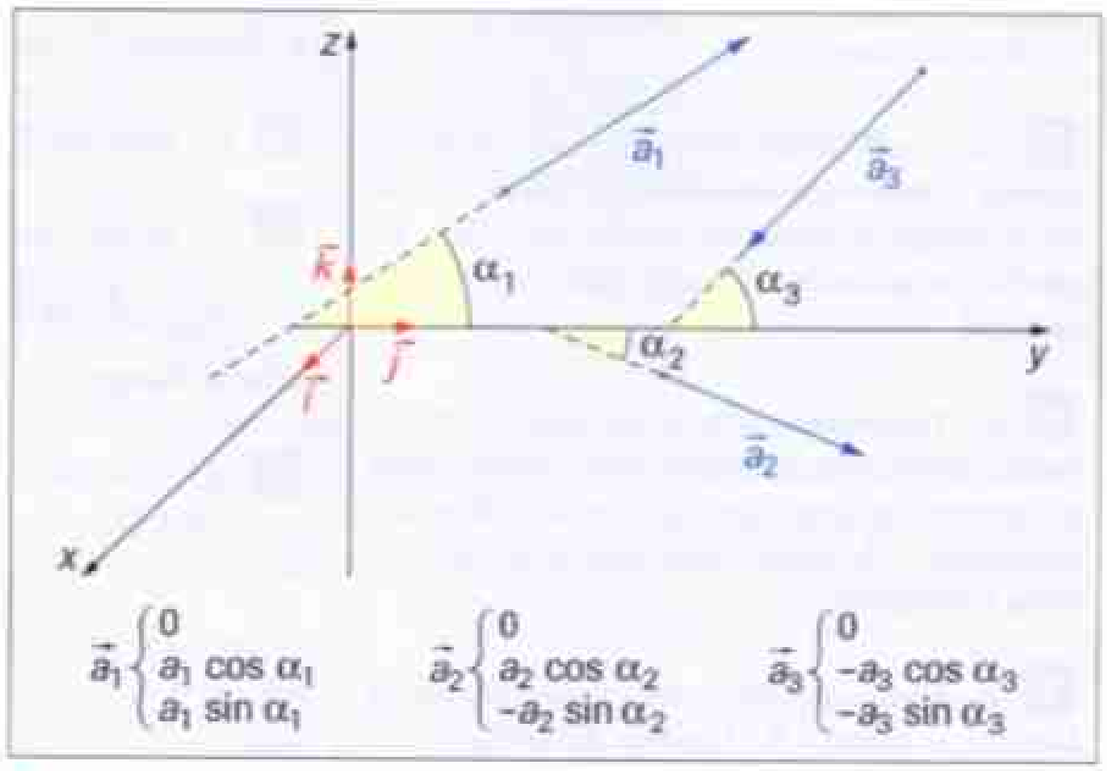


Fig. 2 Coordonnées de différents vecteurs dans un système d'axes orthonormés.

3. Projection d'une somme vectorielle ou d'une dérivée vectorielle

La projection d'une somme vectorielle sur un axe est la somme des projections des vecteurs sur cet axe :

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}$$

Les coordonnées de la dérivée d'un vecteur par rapport au temps sont les dérivées des coordonnées de ce vecteur :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow a_x = \frac{dv_x}{dt} \; ; \; a_y = \frac{dv_y}{dt} \; ; \; a_z = \frac{dv_z}{dt} \; .$$

À la figure 3, on a projeté sur trois axes la relation vectorielle donnée par la deuxième loi de Newton.

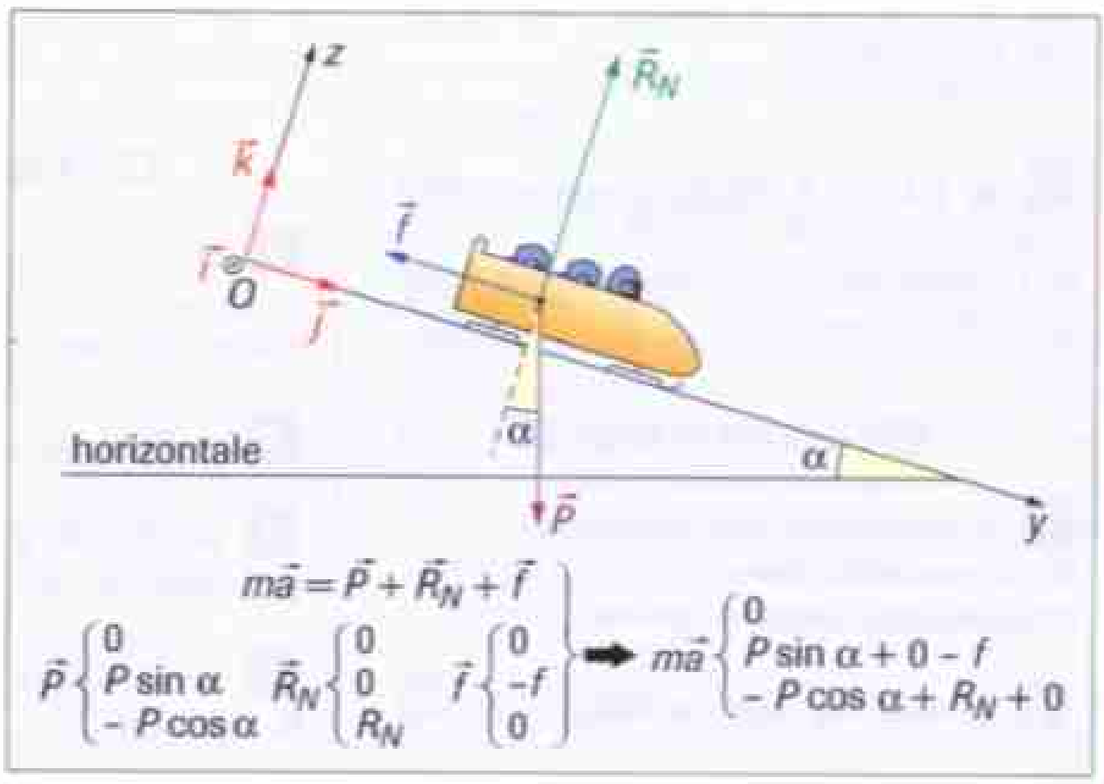


Fig. 3 Exemple d'étude d'une somme vectorielle.

CHAPITRE 1

1 **a.** modèle. **b.** grandeurs ; paramètres ; conditions initiales. **c.** oscillante ; oscillante amortie. **d.** temps caractéristique.

2 **a.** Faux. **b.** Faux. **c.** Vrai. **d.** Faux. **e.** Faux.

3 **a.** un modèle ; **b.** un paramètre ; **c.** au moins deux.

5 **a.** Coefficients de frottements variables suivant l'état de la chaussée ou des pneus ; masse de la charge transportée par le véhicule. **b.** vitesse du véhicule ; distance parcourue par le véhicule.

6 **a.** Température ; **b.** il faut fixer la température initiale ; **c.** quantité d'eau ; température extérieure (on peut aussi penser à la pression extérieure). **d.** temps nécessaire pour amener l'eau à ébullition.

7 **a.** Forces gravitationnelles exercées par la Lune et le Soleil. **b.** Hauteur du niveau de la mer. **c.** Évolution oscillante. **d.** Période du phénomène : 12 heures environ.

CHAPITRE 2

1 **a.** onde. **b.** élastique. **c.** célérité ; propage. **d.** transversale ; longitudinale ; perpendiculaire ; parallèle.

2 **a.** Vrai. **b.** Faux. **c.** Vrai. **d.** Vrai.

3 **a.** $m \cdot s^{-1}$. **b.** transversale.
c. $340 \cdot s^{-1}$. **d.** avant. **e.** $\frac{SM}{v}$.

7 **a.** $337\ m \cdot s^{-1}$.
b. $332 < v < 343\ m \cdot s^{-1}$. **c.** 5,0 s.

11 **a.** $5{,}0\ m \cdot s^{-1}$. **b.** Célérité multipliée par 2 puis divisée par 2.
c. $F = Mg$; $v = 4{,}0\ m \cdot s^{-1}$.

15 **a.** 1,25 s. **b.** Même mouvement que S : montée puis descente. **c.** 0,25 s.
d. La perturbation est parvenue à 10 m de S ; la dessiner en ce point.

CHAPITRE 3

1 **a.** onde progressive périodique.
b. fréquence ; en phase.
c. consécutifs ; en phase ; période.

2 **a.** Vrai. **b.** Vrai. **c.** Vrai.

3 **a.** $c = \lambda f$. **b.** 34 cm.
c. diaphragmée.

7 17 m et 17 mm.

11 $\gamma = \frac{i}{o} \Rightarrow \lambda = \frac{15}{6} \times \frac{1}{1{,}25} = 2{,}0$ cm ;
$v = \lambda f = 0{,}40\ m \cdot s^{-1}$.

15 **a.** $\lambda = 8{,}0$ cm.
b. A et B vibrent en phase avec S ($d = k\lambda$).

CHAPITRE 4

1 **a.** diffracte ; petite ; obstacle.
b. ondulatoire ; célérité. **c.** 400 nm. violette ; 800 nm ; rouge ; grandes. **d.** décomposition ; monochromatiques ; prisme ; verre.
e. fréquence (ou longueur d'onde).

2 **a.** Vrai. **b.** Faux. **c.** Faux.

3 **a.** Moins vite. **b.** jaune-orangé.
c. $\theta = \frac{\lambda}{a}$. **d.** sa longueur d'onde change et sa célérité change.

7 **a.** $\nu_1 = 509{,}3$ THz ; $T_1 = 1{,}963$ fs ;
$\nu_2 = 508{,}8$ Thz ; $T_2 = 1{,}965$ fs.
b. $\Delta\nu = 0{,}50$ THz ; $\nu_m = 509{,}1$ THz ;
$\frac{\Delta\nu}{\nu_m} = 9{,}8 \times 10^{-4} \approx 0{,}1\ \%$.

12 **a.** a est supérieur à la longueur d'onde des ondes lumineuses ; la diffraction n'existe pratiquement pas.
b. $OI = \frac{a}{2} = 2{,}0$ cm.
c. La diffraction est marquée.
– Lumière laser : on voit une tache centrale éclairée et quelques taches dont l'éclairement diminue (de la couleur de la lumière laser).
– Lumière blanche : les taches sont irisées.

14 **a.** $\sin i = n \sin r$.
b. $r_j = 40{,}58° \approx 40° 35'$.
c. Pas de déviation à la sortie de l'hémi-cylindre car $i = 0$ et $r = 0$.
d. $r_R = 41{,}08° \approx 41° 5'$;
$r_V = 40{,}09° \approx 40° 5'$.
On observe une dispersion (n dépend de la couleur de la lumière).
e. Lumière « étalée » avec les couleurs de l'arc-en-ciel.

CHAPITRE 5

1 **a.** neutrons ; protons. **b.** isotopes.
c. noyau ; aléatoire. **d.** nombre de masse ; nombre de charge.

2 **a.** Faux. **b.** Vrai. **c.** Faux. **d.** Vrai.

3 **a.** ${}^{0}_{-1}e$. **b.** β^+. **c.** noyau fils.
d. nombre de nucléons et Z.

6 **a.** $7p$; $8n$; $7e^-$; azote.
b. $27p$; $32n$; $27e^-$; cobalt.

11 **a.** ${}^{222}_{86}\text{Ra} \rightarrow {}^{218}_{84}\text{Po} + {}^{4}_{2}\text{He}$
${}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + {}^{4}_{2}\text{He}$
b. ${}^{40}_{19}\text{K} \rightarrow {}^{40}_{20}\text{Ca} + {}^{0}_{-1}e$
${}^{137}_{55}\text{Cs} \rightarrow {}^{137}_{56}\text{Ba} + {}^{0}_{-1}e$
c. ${}^{30}_{15}\text{P} \rightarrow {}^{30}_{14}\text{Si} + {}^{0}_{+1}e$
${}^{53}_{27}\text{Co} \rightarrow {}^{53}_{26}\text{Fe} + {}^{0}_{+1}e$

12 **a.** ${}^{223}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{219}_{88}\text{Ra} + {}^{4}_{2}\text{He}$; α.
b. ${}^{218}_{85}\text{At} \rightarrow {}^{214}_{83}\text{Bi} + {}^{4}_{2}\text{He}$; α.
c. ${}^{131}_{53}\text{I} \rightarrow {}^{131}_{54}\text{Xe} + {}^{0}_{-1}e$; β^-.

15 **a.** Contamination externe : exposé au rayonnement ; contamination interne : suite inhalation ou ingestion.
b. ${}^{131}_{53}\text{I} \rightarrow {}^{131}_{54}\text{Xe} + {}^{0}_{-1}e$
${}^{137}_{55}\text{Cs} \rightarrow {}^{137}_{56}\text{Ba} + {}^{0}_{-1}e$
c. Noyaux fils excités
${}^{131}_{54}\text{Xe} \rightarrow {}^{131}_{54}\text{Xe} + \gamma$
${}^{137}_{56}\text{Ba} \rightarrow {}^{137}_{56}\text{Ba} + \gamma$

16 **a.** γ plus pénétrant et moins ionisant que β^-. **b.** ${}^{99}_{42}\text{Mo} \rightarrow {}^{99}_{43}\text{Tc} + {}^{0}_{-1}e$
L'isotope naturel est ${}^{98}_{42}\text{Mo}$; par bombardement de neutrons, on forme le molybdène 99.
c. ${}^{99}_{43}\text{Tc} \rightarrow {}^{99}_{42}\text{Mo} + {}^{0}_{+1}e$; annihilation des positons avec des électrons qui forment un rayonnement γ.

CHAPITRE 6

1 **a.** aléatoire ; exponentielle.
b. demi-vie. **c.** becquerel ; l'activité.

2 **a.** Faux. **b.** Faux. **c.** Vrai. **d.** Faux.

3 **a.** $N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; $N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}$
b. $\tau = \frac{1}{\lambda}$; $\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$ **c.** $-\frac{\Delta N}{\Delta t}$
d. $t_{1/2}$ est plus petit, l'échantillon est de plus grande taille.

7 **a.** $t_{1/2} = 5{,}3 \times 10^4$ s.
b. $\tau = 7{,}7 \times 10^4$ s.
c.

$t_{1/2}$	τ
durée	durée
seconde	seconde
demi-vie $N_0 \rightarrow \frac{N_0}{2}$	inverse de λ

8 **a.** $A = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$
b. $A = \lambda N$ à $t = 0$; $A_0 = \lambda N_0 = 5{,}7 \times 10^{17}$ Bq
c. Quand $t = t_{1/2}$, $A_{t_{1/2}} = \frac{A_0}{2}$;
quand $t = 2t_{1/2}$, $A_{2t_{1/2}} = \frac{A_0}{4}$.

13 **a.** $N_0 = 4{,}3 \times 10^{16}$;
b. $N(t_1) = 2{,}1 \times 10^{16}$; $N(t_2) = 1{,}08 \times 10^{16}$;
c. $N(t_3) = 4{,}2 \times 10^{15}$; $N(t_4) = 4{,}1 \times 10^{10}$.
d. $t_5 = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_0}{N} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln \frac{N_0}{N} = 33$ jours ;
$t_0 = 50$ j.

CHAPITRE 7

1 **a.** énergie. **b.** fournir. **c.** perte.
d. fission. **e.** fusion.

2 **a.** Vrai. **b.** Faux. **c.** Vrai. **d.** Vrai.

3 **a.** Énergie. **b.** $E = c^2 m$. **c.** 4.
d. 1 : provoquée, fission. 2 : provoquée. 3 : fission. 4 : provoquée. 5 : provoquée. 6 : radioactive.

9 **a.** $^{198}_{79}\text{Au} \rightarrow {}^{198}_{80}\text{Hg} + {}^{0}_{-1}e$
b. $\Delta E_c = 1{,}4$ MeV.

11 **a.** ${}^{2}_{1}\text{H} + {}^{3}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{1}_{0}n$
b. $\Delta E_c = 18$ MeV.

17 **a.** $E_l = 14{,}8$ MeV. **b.** ${}^{7}_{3}\text{Li} + {}^{1}_{1}\text{H} \rightarrow 2\,{}^{4}_{2}\text{He}$
c. $\Delta E_c = 18{,}9$ MeV
d. ${}^{4}_{2}\text{He} + {}^{14}_{7}\text{N} \rightarrow {}^{17}_{8}\text{O} + {}^{1}_{1}\text{H}$.

CHAPITRE 8

1 **a.** débit **b.** condensateur ; armatures **c.** proportionnelle ; **d.** capacité ; farads ; F **e.** constante de temps ; durée ; secondes.

2 **a.** Vrai. **b.** Vrai. **c.** Vrai.

3 **a.** $i = \frac{dq}{dt}$ **b.** est doublée.
c. courbe exponentielle. **d.** 2,5 µJ.

7 **a.** $i = \frac{dq}{dt}$ **b.** u_C de B vers A.
c. $q_A = Cu_C$ **d.** $i = \frac{dq_A}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$

10 **a.** $E_p = mgh = 0{,}4$ J.
b. $E_C = \frac{1}{2}C(E - u_C)^2 = 0{,}5$ J.
c. rendement $= \frac{E_p}{E_C} = 80\ \%$.

14 **a.** $\tau = RC = 11$ ms.
b. $R = \frac{\tau}{C} = \frac{11 \times 10^{-3}}{2{,}2 \times 10^{-3}} = 5\ \text{k}\Omega$.
c. τ n'est pas modifié, donc la tangente à l'origine est la même, mais $u_C = 9$ V au départ.

CHAPITRE 9

1 **a.** en série ; conducteur ohmique de résistance r. **b.** proportionnelle ; dérivée.
c. inductance L ; henrys ; H. **d.** s'oppose ; **e.** constante de temps ; un temps.

2 **a.** Vrai. **b.** Faux. **c.** Faux. **d.** Vrai.

3 **a.** $u_L = L\frac{di}{dt} + ri$. **b.** deux fois plus rapide. **c.** courbe exponentielle.
d. $E_L = \frac{1}{2}Li^2$.

6 **2.** **a.** $u_L = L\frac{di}{dt} + ri$.
b. Quand le régime permanent est atteint, $\frac{di}{dt} = 0$, donc $u_L = ri$.

3. $u_G = u_L + u_R$

4. **a.** $E = Ri + L\frac{di}{dt} + ri$. En régime permanents, $E = RI + rI$, donc $I = \frac{E}{(R + r)}$
b. $I = 0{,}12$ A.

13 **a.** $\tau = 6$ ms.
b. $L = R \times \tau = 150 \times 6 \times 10^{-3} = 0{,}9$ H.
c. $\tau' = \frac{L}{R'} = \frac{L}{2R} = \frac{\tau}{2}$. Le régime permanent s'établit deux fois plus vite, la pente à l'origine de la courbe est deux fois plus grande.
d. $\tau' = \frac{L'}{R} = \frac{2L}{R} = 2\tau$. Le régime permanent s'établit deux fois plus lentement, la pente à l'origine de la courbe est deux fois plus petite.

16 **1.** La bobine s'oppose à l'établissement du courant. Sa présence entraîne le retard à l'établissement de ce courant.
2. **a.** $U = L\frac{di_2}{dt} + Ri_2 + ri_2$; $U = Ri_1 + ri_1$.
b. En régime permanent, $\frac{di_2}{dt} = 0$, donc $i_1 = i_2$.
c. On place un ampèremètre en série dans chaque branche et on vérifie qu'au bout d'un certain temps, les indications sont les mêmes.

CHAPITRE 10

1 **a.** libres amorties ; pseudo-périodique.
b. grande ; apériodique.
c. bobine ; condensateur ; effet Joule.
d. constante.

2 **a.** Faux. **b.** Vrai. **c.** Vrai. **d.** Faux.

3 **a.** 0,18 mJ ;
b. partiellement transmise à la bobine ;
c. 6,3 ms ; **d.** multipliée par 2.

7 **1.** $u_L + u_C = 0$ (1).
2. $u_L = L\frac{di}{dt}$ **3.** $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$
4. (1) $\Rightarrow L\frac{di}{dt} + u_C = 0$
donc $L\frac{d}{dt}\left(C\frac{du_C}{dt}\right) + u_C = 0$
donc $LC\left(\frac{d^2u_C}{dt^2}\right) + u_C = 0$.
5. **a.** $u_C = a \times \cos(\omega_0 t + b)$ donc :
$\frac{d^2u_C}{dt^2} = -a\omega_0^2 \times \cos(\omega_0 t + b) = -\omega_0^2 u_C$.
$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \omega_0^2 u_C = 0 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ donc :
$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(LC)}}$
b. À $t = 0$, la tension aux bornes du condensateur est maximale donc :
$\frac{du_C}{dt} = -a\omega_0 \times \sin b = 0$. Donc $b = 0$.
Elle vaut $E = a \times \cos(\omega_0 t + b) = a \cos b = a$.
c. $u_C = E \times \cos\left(\frac{t}{\sqrt{(LC)}}\right)$

9 **a.** $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$
$i = C\frac{d}{dt}U_m \times \cos(\omega_0 t) = -CU_m\omega_0 \times \sin(\omega_0 t)$.
b. $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$.
c.

t (s)	0	$T_0/4$
i	0	$-CU_m\omega_0$
u_C	U_m	0
Énergie stockée dans	Le condensateur	La bobine

t (s)	$T_0/2$	$3T_0/4$
i	0	$CU_m\omega_0$
u_C	$-U_m$	0
Énergie stockée dans	Le condensateur	La bobine

t (s)	T_0	$5T_0/4$
i	0	$-CU_m\omega_0$
u_C	U_m	0
Énergie stockée dans	Le condensateur	La bobine

13 **1.** Séparant deux dates successives où la tension aux bornes du condensateur est maximale.
2. De R.
3. L'énergie est entièrement stockée dans le condensateur.
4. **a.** $u_C = E \times \cos(\omega_0 t)$;
b. $LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$.

CHAPITRE 11

1 **a.** inertie ; extérieures ; nulle ; centre d'inertie ; rectiligne ; uniforme. **b.** accélération ; petite ; **c.** somme ; extérieures ; accélération ; centre ; inertie ; masse. **d.** principe ; actions réciproques.

2 **a.** Faux. **b.** Faux. **c.** Faux. **d.** Faux.

3 **a.** Le centre d'inertie d'un corps est en mouvement rectiligne uniforme s'il n'est soumis à aucune force ;
b. • Il faut une force deux fois plus grande pour que A ait le même mouvement que B.
• Pour des forces égales, A atteindra la même vitesse que B en une durée double.
c. $\vec{F}$ a pour direction le rayon de la trajectoire.

11 **a.** $v_2 = 0{,}22\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_4 = 0{,}16\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_9 = 0{,}11\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_{11} = 0{,}11\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.
b. $a_3 = 1{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $a_3 = 1{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

15 **a.** égale ; **b.** $1{,}1 \times 10^4$ N ;
c. $1{,}0 \times 10^4$ N ; **d.** $9{,}0 \times 10^3$ N.

18 **a.** Bilan des forces : poids, poussée d'Archimède ; tension de la corde.
b. $0{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; 40 N. **c.** 50 s.

CHAPITRE 12

1 **a.** poids ; **b.** uniforme ; **c.** poussée d'Archimède ; **d.** verticale ; vers le haut ; **e.** fonction ; **f.** la force de pesanteur : $\vec{g}$.

2 **a.** Faux. **b.** Vrai. **c.** Vrai. **d.** Vrai. **e.** Faux.

3 **a.** S'il est immobile ou en mouvement dans le fluide.
b. a toujours la même direction que le vecteur vitesse.
c. dépend de la nature du fluide et dépend de la masse du solide.

7 **a.** $P = 0{,}44$ N.
b. $F = \rho' V g$; $F = 4{,}9 \times 10^{-2}$ N.
c. $F = 6{,}4 \times 10^{-5}$ N. **d.** $\frac{P}{F} = 6{,}9 \times 10^{3}$ donc F est négligeable devant P.

11 **a.** $v = gt$; **b.** $x = \frac{1}{2} g t^2$;
c. $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0{,}78$ s.

13 **a.** Sur la Lune, il n'y a pas d'atmosphère ;
b. $g = 1{,}6$ m·s^{-2}.

15 **a.** Objet dense, de forme aérodynamique, donc la balle a un mouvement de chute libre ;
b. $v = -gt + v_0$;
c. Le point culminant est atteint pour $v = 0$; $v_0 = \sqrt{2gh} = 7{,}0$ m·s^{-1}.

CHAPITRE 13

1 **a.** $\vec{g}$; **b.** dérivée ; **c.** horaires paramétriques ; **d.** parabolique.

2 **a.** Faux. **b.** Vrai. **c.** Faux. **d.** Vrai.

3 **a.** m·s^{-2} ;
b. ne dépend pas des conditions initiales ; est toujours de direction verticale ;
c. Les dérivées des coordonnées du vecteur vitesse, les dérivées secondes des coordonnées du vecteur position ;
d. la forme de la trajectoire dépend de la direction du vecteur $\vec{v}_0$.

6 **a.** $\vec{a}_G = \vec{g} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

en tenant compte des conditions initiales.

Durée de la chute : $t_p = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow t_p = 1{,}1$ s.

b. $d = v_0 \times t_p \Rightarrow v_0 = \frac{d}{t_p} \Rightarrow v_0 = 3{,}6$ m·s^{-1}.

8 **a.** Dans le plan xOy du mouvement :

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha) x.$$

La balle atteint le sol au point P ($x_p = 26$ m, $y_p = 0$) donc :

$$v_0 = \sqrt{\frac{g x_p}{2 (\sin \alpha)(\cos \alpha)}} = \sqrt{\frac{g x_p}{\sin 2\alpha}}$$

$$\Rightarrow v_0 = 17 \text{ m·s}^{-1}.$$

b. $x_p = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$; pour une même valeur de v_0, x_p est maximum si $\sin 2\alpha = 1$.
Donc si $\alpha = 45°$.

CHAPITRE 14

1 **a.** référentiel héliocentrique ;
b. ellipse ; **c.** radial ; **d.** carré ; cube ;
e. géostationnaire.

2 **a.** Faux. **b.** Faux. **c.** Faux.
d. Vrai. **e.** Vrai.

3 **a.** Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme, la valeur de la vitesse est contante. **b.** période de révolution. **c.** l'altitude de S_1 est inférieure à celle de S_2.

6 **a.** $\frac{T^2}{R^3} = \text{Cte}$
$= 4{,}18 \times 10^{-17}$ jours^2·km^{-3} ;
b. Thébé : $T = 0{,}672$ jours ;
Io : $R = 4{,}22 \times 10^5$ km ;
Europe : $T = 3{,}55$ jours.

8 **a.** $T^2 = f(r^3)$ est une droite passant par par l'origine de coefficient directeur :
$\frac{T^2}{r^3} = 6{,}7 \times 10^{-15}$ s^2·m^{-3}.
b. On retrouve la 3e loi de Kepler.
c. Dans le référentiel galiléen lié au centre d'Uranus : on étudie un des satellites de masse m.

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G = G \frac{m \times M_u}{r^2} \vec{n}$$

$$a_G = G \frac{M_u}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

(mouvement circulaire uniforme) d'où :

$$v^2 = G \frac{M_u}{r} \text{ or } T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G M_u}$$

d. $M_u = \frac{4\pi^2}{G} \frac{r^3}{T^2} \Rightarrow M_u = 8{,}85 \times 10^{25}$ kg.

10 **a.** Référentiel héliocentrique.
b. Troisième loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

(M = masse de l'astre attracteur).
c. Appliquée à la Terre :
$\frac{T_T^2}{r_T^3} = \frac{4\pi^2}{G M_S}$ (M_S = masse du Soleil). D'où :

$$M_S = \frac{4\pi^2}{G} \times \frac{r_T^3}{T_T^2} \Rightarrow M_S = 2{,}00 \times 10^{30} \text{ kg}.$$

14 **a.** $\vec{F} = G \times \frac{m \times M_T}{r^2} \times \vec{n}$

b. L'étude est faite dans le référentiel géocentrique.

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G = \vec{F} \Rightarrow \vec{a}_G = G \times \frac{M_T}{r^2} \times \vec{n}$$

Le vecteur accélération est radial, le mouvement circulaire est donc uniforme.

c. $v = \sqrt{\frac{G \times M_T}{r}} \Rightarrow v = 7{,}19 \times 10^3$ m·s^{-1}.

d. $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \times M_T}} \Rightarrow T = 6{,}74 \times 10^3$ s.

CHAPITRE 15

1 **a.** indépendante ; isochronisme.
b. proportionnelle ; **c.** amortissement ; égale ;
d. élongation maximale.

2 **a.** Vrai. **b.** Vrai. **c.** Faux. **d.** Faux.

3 **a.** ne change pas.

b. $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$

c. ne change pas si l'amplitude reste petite.

8 **1.** $L = \frac{T_0^2 g}{4\pi^2} = 0{,}20$ m = 20 cm ;

2. **a.** Le pendule bat moins vite parce que sa période est plus grande. Tournesol peut en déduire que g est plus petit sur la Lune que sur la Terre.

b. $T_{0L} = \frac{\Delta t}{10} = 2{,}22$ s ; $g_L = \frac{4\pi^2 L}{T_{0L}^2} = 1{,}6$ m·s^{-2}.

10 **1.** **a.** Le premier et le troisième pendule ont une amplitude de 15° (c'est l'amplitude initiale pour le troisième pendule car il est amorti). Le deuxième pendule a une amplitude de 10°.
b. Les trois pendules ont initialement une élongation égale à l'amplitude (élongation maximale) ;
c. Pour le premier : 0,6 s ; pour le deuxième : 0,35 s ; pour le troisième 0,6 s (par lecture graphique).
2. Le premier et le troisième pendule ont la même longueur $L = \frac{T_0^2 g}{4\pi^2} = 8{,}9$ cm ; le deuxième a une longueur plus petite :
$L = 3{,}0$ cm.
3. La masse n'intervient pas dans l'expression de la période mais on peut affirmer que le premier pendule a une boule de plomb et le dernier une boule de liège. En effet, les boules ayant le même diamètre, les frottements exercés par l'air sur les deux boules ont sensiblement la même intensité. Cette force de frottement est d'autant plus négligeable que le poids est important. Elle se fait donc moins sentir sur le pendule à boule de plomb.

13 **1.** $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{R + \ell}{g}}$

2. **a.** $\frac{\Delta T}{T} = \frac{T}{T_0} - 1$

$$= \sqrt{\frac{R^2/2 + (R + \ell)^2}{(R + \ell)^2}} - 1 = \sqrt{\frac{1 + R^2}{2(R + \ell)^2}} - 1.$$

b. En faisant l'hypothèse $\frac{R^2}{2(R + L)^2} \ll 1$;

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{R^2}{4(R + L)^2} = \left(\frac{R}{2(R + L)}\right)^2$$

$$\frac{\Delta T}{T} < 10^{-2} \Rightarrow \frac{R}{2(R + L)} < 10^{-1} \Rightarrow R < \frac{L}{4}.$$

CHAPITRE 16

1 **a.** par ; sur. **b.** la phase ; l'origine ; l'amplitude. **c.** pseudo-période ; période propre. **d.** masse ; raideur.

2 **a.** Faux. **b.** Faux. **c.** Faux. **d.** Vrai.

5 **a.** ne change pas. **b.** $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.
c. est multipliée par deux.
d. de la vitesse initiale et de la position initiale du solide.

7 La somme des deux allongements est égale à 10 cm : $x_1 + x_2 = 0{,}1$ m.
Les deux forces de rappel des deux ressorts sont égales (principe des actions réciproques) :
$k_1 x_1 = k_2 x_2$.
La résolution du système de deux équations à deux inconnues conduit à :
$x_1 = 6$ cm ; $x_2 = 4$ cm et $F = 4{,}8$ N.

10 **a.** Placer les deux pendules côte à côte, les écarter de la position d'équilibre et les lâcher en même temps.
Compter le nombre d'oscillations effectuées par chacun entre l'instant initial et l'instant où ils repassent ensemble par la position extrémale.
b. $11T_1 = 12T_2$; $k' = k\left(\frac{11}{12}\right)^2 = 33{,}6$ N/m.

13 **a.** $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}2}{20}} = 0{,}63$ s.
b. x_m est l'amplitude en mètres ;
T_0 est la période propre en secondes ;
φ_0 est la phase à l'origine en radians.
c. $x = x_m \cos(10t + \varphi_0)$
$\Rightarrow v_x = -10x_m \sin(10t + \varphi_0)$
À $t = 0$: $x_0 = x_m \cos\varphi$; $v_{0x} = -10x_m \sin\varphi_0$
En faisant le rapport :
$\tan\varphi_0 = -\frac{v_{0x}}{10x_0} = -1{,}0$; $\varphi_0 = -\frac{\pi}{4}$ ou $\varphi_0 = \frac{3\pi}{4}$
Seule la première solution convient puisque $x_0 > 0$
$x_m = \frac{x}{\cos\varphi_0} = 3{,}8$ cm.

d. $v_x = 0$ pour $10t - \frac{\pi}{4} = 0 \Rightarrow t = 7{,}9 \times 10^{-2}$ s.

e. $x = 0$ pour $10t - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$
$\Rightarrow t = 0{,}24$ s $\Rightarrow v_x = -0{,}38$ m·s^{-1}.

CHAPITRE 17

1 **a.** résonateur ; oscillations forcées.
b. résonance ; résonateur. **c.** floue.
d. aiguë.

2 **a.** Vrai. **b.** Faux. **c.** Faux. **d.** Vrai.

3 **a.** Très amorti. **b.** Forcées.
c. Égale à sa fréquence propre f_0. **d.** Très amorti.

6 **a.** 1 : 20 Hz. 2 : 30 Hz. **b.** Pendule 1.
c. Pendule 1.

10 **a.** 1,25 Hz. **b.** 0,62 Hz et 2,50 Hz : oscillations forcées ; 1,25 Hz : résonance.

CHAPITRE 18

1 **a.** l'allongement ; **b.** déplacement ; constante. **c.** cinétique ; **d.** mécanique ; cinétique ; potentielle.

2 **a.** Vrai. **b.** Faux. **c.** Vrai. **d.** Vrai.

3 **a.** $\frac{1}{2}kx^2$; **b.** transférée au système étudié (au sens algébrique).
c. $\frac{1}{2}mv^2$; **d.** positive.

6 **a.** $W(\vec{P}) = mgh = mgD\sin\alpha = 1{,}0 \times 10^5$ J
$W(\vec{P}) > 0 \Rightarrow$ travail moteur
b. Le travail ne dépend pas du chemin suivi (même valeur pour l'autre skieur).

11 E_m diminue en raison des frottements wagonnet/rail ; $E_m = E_{p\max} = mgh_{max}$ diminue.

14 **a.** $E_m = E_c + E_{pel} = E_{pel\,max}$
$= \frac{1}{2}kx^2 = 4{,}0 \times 10^{-2}$ J ;
b. $E_m = E_{c\max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2$;
$v_{max} = \sqrt{\frac{2E_m}{m}} = 0{,}40$ m·s^{-1}.

15 **1. a.** $E_{m_i} = E_{c_i} = \frac{1}{2}mv^2 = 3{,}5 \times 10^2$ J.
2. a. $W = 3{,}5 \times 10^2$ J.
b. $W = F \times D$; $F = \frac{W}{D} = 1{,}41 \times 10^2$ N.

CHAPITRE 19

1 **a.** gravitationnelles ; électriques ; inverse de son carré.
b. Newton ; atome.
c. quantification ; raies.
d. quanta ; quantum ; inférieur ; absorption ; quantum.

2 **a.** Faux. **b.** Vrai. **c.** Faux. **d.** Faux.

3 **a.** gamma ; **b.** 1 eV ;
c. $h\nu$ ou hc/λ ; **d.** J·s.

6 $E_c = 0{,}89$ eV ;

9 **a.** $2{,}96 \times 10^{-19}$ J ; 1,85 eV.
b. visible (rouge) ; **c.** $7{,}64 \times 10^{-14}$ J ; 0,477 MeV ; rayonnement gamma.

11 **a.** $4{,}0 \times 10^{-19}$ J ; 2,5 eV.
b. Absorber un quantum d'énergie de 10,7 eV ; émettre une radiation lumineuse de longueur d'onde $1{,}22 \times 10^{-7}$ m.
c. La variation d'énergie est de l'ordre du MeV.

12 $E_2 = -3{,}54$ eV ; $E_3 = -2{,}01$ eV ;
$E_4 = -1{,}55$ eV ; $E_5 = -1{,}50$ eV.

CHAPITRE 20

1 **a.** astres ; **b.** horloges ; **c.** balancier. **d.** quartz ; **e.** horloges atomiques. **f.** lumière ; vide.

2 **a.** Faux. **b.** Faux. **c.** Vrai. **d.** Vrai.

3 **a.** L'échappement ;
b. l'étalon de durée ou l'oscillateur ;
c. une vibration électromagnétique ;
d. une longitude.

7 **a.** « poids » : entretien des oscillations ; balancier : oscillateur (étalon de durée).
b. $L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$ avec $T = \frac{60}{\left(\frac{52}{2}\right)}$; $L = 1{,}32$ m.
c. 1 semaine représente : $t = 6{,}048 \times 10^5$ s ; la durée mesurée à l'horloge est :
$t' = t - 270$ s ; précision : $\frac{(t - t')}{t} = \frac{270}{6 \times 10^5}$
$= 4{,}5 \times 10^{-4}$.
d. La période est trop grande : il faut remonter la masse pour diminuer L ;
Pour calculer un ordre de grandeur, on se contente de considérer que la variation relative de longueur est du même ordre de grandeur que la variation relative de la période à corriger :
$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta T}{T}$ d'où :
$\Delta L = L \times \frac{\Delta T}{T}$; ΔL de l'ordre du millimètre.
(Remarque : on montre que, de façon plus précise : $\frac{\Delta L}{L} = 2\frac{\Delta T}{T}$).

8 **a.** 30 jours représentent : $t_0 = 30 \times 24 \times 3600$ s ; la durée mesurée à l'horloge est :
$t = t_0 - \Delta t$ avec $\Delta t = 10$ s ;
précision : $\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\Delta t}{t_0} = 3{,}9 \times 10^{-6}$;
pour 1 période T, la durée affichée est :
$T_0 = T - \Delta T = 2^{-15}$ s ; $\Delta T = 2^{-15} \times 3{,}9 \times 10^{-6}$ et
$T = T_0 + \Delta T = 3{,}051\,77 \times 10^{-5}$ s.
b. précision de l'opération de taille du quartz ; influence de la température sur la période propre.

12 **a.** $^{230}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{226}_{88}\text{Ra} + {}^{4}_{2}\text{He}$
b. $t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{m_1}{m_2}\right)$ en appelant m_1 et m_2 respectivement les masses de thorium sur les surfaces supérieure et inférieure :
$t = 2{,}26 \times 10^5$ ans.
c. 0,44 mm/1 000 ans.

LEXIQUE

A

Abscisse angulaire : pour un pendule simple en oscillation, angle θ formé par le fil et la verticale.

Actions réciproques : actions exercées par le corps *A* sur le corps *B* et par le corps *B* sur le corps *A*.

Aléatoire : qui relève du hasard.

Amorti : dont l'abscisse maximale diminue au cours du temps.

Amortissement : le phénomène (frottements) qui fait diminuer l'abscisse maximale.

Amplitude : valeur maximale d'un phénomène périodique non amorti (par ex. amplitude de l'abscisse d'un point en oscillation, d'une tension…)

Analyse dimensionnelle : méthode permettant d'exprimer la dimension d'une grandeur en fonction des grandeurs fondamentales *L*, *M*, *T*.

B

Becquerel (Bq) : activité d'une source dans laquelle il se produit 1 désintégration par seconde.

C

Célérité : vitesse de propagation d'un phénomène ondulatoire.

Centre d'inertie : le point *G* d'un solide dont le mouvement se distingue du mouvement des autres points. Dans un mouvement de chute libre, le centre d'inertie d'un solide a un mouvement parabolique (ou rectiligne suivant la verticale).

Charge d'une armature : charge électrique portée par l'une des armatures d'un condensateur. On note q la charge de l'armature sur laquelle arrive le sens positif choisi pour l'intensité.

Chute libre : chute dans laquelle le corps n'est soumis qu'à l'action de la pesanteur. En pratique, une chute est libre si la poussée d'Archimède et la force de frottement sont négligeables par rapport au poids.

Condensateur : composant électrique constituée de deux armatures métalliques séparées par un isolant.

Conditions initiales : les conditions dans lesquelles se trouve un système au début de son mouvement ($t = 0$). Pour un mobile ponctuel, les conditions initiales sont définies par ses coordonnées initiales x_0, y_0, z_0 et celles de son vecteur vitesse initiale v_{x_0}, v_{y_0}, v_{z_0}.

Constante de Planck : la constante h dans l'expression du quantum d'énergie $\Delta E = h\nu$.

Constante de temps : temps caractéristique τ intervenant dans la charge et la décharge d'un condensateur ($\tau = RC$) et dans l'établissement et l'annulation d'un courant dans une inductance $\left(\tau = \frac{L}{R}\right)$.

Constante radioactive : constante λ caractéristique d'un noyau radioactif ; définie à partir de la formule :

$$-\Delta N = \lambda N \Delta t.$$

Continuité de l'intensité : l'intensité du courant évolue sans discontinuité dans les phénomènes mettant en jeu une inductance.

D

Datation radioactive : procédé permettant de déterminer l'âge de certains objets. Ex. : datation par le carbone 14.

Débit de charge : charge électrique traversant une section d'un conducteur pendant une durée déterminée (1 s par ex.). L'intensité d'un courant continu équivaut à un débit de charges positives par seconde (dans le sens conventionnel).

Décroissance radioactive : loi d'évolution du nombre *N* de noyaux radioactifs dans un échantillon en fonction du temps : $N = N_0 e^{-\lambda t}$.

Défaut de masse : la différence entre la masse des nucléons d'un noyau puis séparément et la masse du noyau. Cette différence est toujours positive.

Demi-vie radioactive : durée $t_{1/2}$ au bout de laquelle la moitié des noyaux d'un échantillon radioactif sont désintégrés.

Diffraction : phénomène accompagnant le passage d'ondes à travers des ouvertures de petite dimension (ou sur des obstacles de petite dimension). Par exemple, la lumière se diffracte en passant à travers un petit trou.

Dipôle *RC* : association série d'un conducteur ohmique *R* et d'un condensateur *C*.

Dipôle *RL* : association série d'un conducteur ohmique *R* et d'une inductance *L*.

Dispersion : il y a dispersion lorsque la célérité d'une onde dans un milieu dépend de sa fréquence (ou de sa longueur d'onde).

Dissipation d'énergie : transfert thermique, par exemple, lorsqu'un courant électrique circule dans un conducteur ohmique.

E

Échelon de tension : variation de la tension selon la loi suivante : la tension, initialement nulle, prend instantanément la valeur *E* et la conserve.

ÉLECTRONVOLT (eV) : unité pratique d'énergie, sert à exprimer les énergies au niveau microscopique.

$$1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J}.$$

ÉNERGIE : grandeur fondamentale de la physique. Un système possède de l'énergie s'il est capable de réaliser certaines transformations comme mettre un objet en mouvement, élever la température d'un corps…

ÉNERGIE CONSTANTE : dans certains cas, un système évolue de manière que son énergie (sous forme d'énergie mécanique par ex.) demeure constante.

ÉNERGIE DE MASSE : selon l'équivalence masse-énergie, l'énergie associée à la masse m d'un corps ; $E = mc^2$.

ÉNERGIE DE LIAISON : énergie qu'il faut fournir à un noyau au repos pour le briser en ses nucléons libres et au repos.

ÉNERGIE CINÉTIQUE : énergie liée au mouvement d'un corps. Pour un solide en translation : $E_c = \frac{1}{2} m v_G^2$.

ÉNERGIE POTENTIELLE : énergie que possède un système du fait de son état.

- Solide dans le voisinage de la Terre : $E_{pp} = mgz$.
- Ressort d'allongement x : $E_{pél} = \frac{1}{2} kx^2$.

ÉNERGIE MÉCANIQUE : somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle d'un système.

ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE : équation dans laquelle il figure une fonction du temps et sa (ou ses) dérivée(s).

ÉQUATIONS HORAIRES PARAMÉTRIQUES : dans le mouvement d'un mobile ponctuel, les équations donnant ses coordonnées en fonction du temps :

$$x = x(t),\ y = y(t) \text{ et } z = z(t).$$

ÉQUIVALENCE MASSE-ÉNERGIE : une masse m possède une énergie E donnée par la relation d'Einstein $E = mc^2$.

ENTRETIEN DES OSCILLATIONS : utilisation d'un dispositif permettant d'éviter l'amortissement des oscillations.

ÉTALON DE DURÉE : phénomène qui se reproduit de manière périodique et qui permet de mesurer le temps (avec une horloge).

EXCITATEUR : dispositif exerçant, sur le résonateur, une excitation périodique. Lorsque sa fréquence est égale à la fréquence propre du résonateur, on est à la résonance.

F

FISSION : réaction nucléaire dans laquelle un noyau lourd ($^{235}_{92}U$) frappé par un neutron donne naissance à deux noyaux plus légers et à des neutrons.

FORCE DE RAPPEL : force exercée par un ressort et qui tend à le ramener à sa longueur naturelle.

FORCE INTÉRIEURE : force exercée par une partie d'un système sur une autre partie de ce système.

FORCE EXTÉRIEURE : force exercée par le milieu extérieur sur le système.

FORCE RADIALE : force dont la direction passe par un point fixe (le « centre du mouvement »). Par ex., dans un mouvement circulaire uniforme, la force exercée sur le solide passe par le centre du cercle trajectoire.

FRÉQUENCE : nombre d'oscillations complètes par seconde. S'exprime en hertz (Hz) dans le système international.

FRÉQUENCE PROPRE : fréquence des oscillations libres d'un système oscillant non amorti.

FUSION : réaction nucléaire dans laquelle deux noyaux légers s'unissent pour former un noyau plus lourd.

G

GALILÉEN : un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel la première et la deuxième loi de Newton s'appliquent.

H

HORLOGE : dispositif comportant un étalon de durée et qui permet de « mesurer » le temps.

I

INDICE (INDICE DE RÉFRACTION) : grandeur caractéristique d'un milieu transparent et homogène. Défini par la formule : $n = \frac{c}{v}$.

INDUCTANCE : composant électrique. Une bobine peut être considérée comme l'association série d'un conducteur ohmique et d'une inductance.

INTENSITÉ (D'UN COURANT) : grandeur liée au débit de charge dans le circuit. Notée I pour un courant continu et i pour un courant variable.

ISOCHRONISME : qualité d'un phénomène qui conserve une durée constante.

ISOTOPES : sont isotopes des ensembles de noyaux qui ont le même nombre de charge Z mais des nombres de masse A différents. Les isotopes diffèrent par le nombre de neutrons qu'ils contiennent.

L

LOIS DE NEWTON : les trois lois qui vous permettent, en Terminale S, de faire de la Dynamique.

LEXIQUE

Longueur d'onde : distance parcourue par une onde en une durée égale à sa période.

Lumière blanche : lumière comportant toutes les radiations lumineuses dont les longueurs d'onde s'étendent de 400 à 800 nm.

M

Méthode d'Euler : méthode itérative permettant, à partir d'une équation différentielle, par exemple, de calculer la vitesse d'un mobile en fonction du temps.

Mètre : unité SI de longueur, défini maintenant à partir de la célérité de la lumière dans le vide.

Milieu dispersif : milieu dans lequel la célérité d'une onde dépend de sa fréquence (ou de sa longueur d'onde).

Modèle : représentation idéalisée d'une situation physique. Un modèle doit être « assez » simple mais « assez » complet pour rester en accord avec la réalité.

Monochromatique : se dit d'une lumière qui ne contient qu'une seule radiation monochromatique.

Mouvement circulaire uniforme : mouvement d'un mobile ponctuel dont la trajectoire est un cercle décrit à une vitesse de valeur constante.

N

Niveau d'énergie : valeur prise par l'énergie d'un atome, d'un noyau ou d'une molécule. Les niveaux d'énergie sont quantifiés.

Noyau : la partie centrale de l'atome ; constitué de neutrons et protons.

O

Onde circulaire : onde engendrée par une source ponctuelle dans un milieu à deux dimensions.

Onde diaphragmée : onde qui a traversé une ouverture de dimension grande par rapport à sa longueur d'onde.

Onde diffractée : onde qui a traversé une ouverture de dimension du même ordre de grandeur ou plus petite que sa longueur d'onde.

Onde longitudinale : onde dans laquelle les points du milieu se déplacent parallèlement à sa direction de propagation.

Onde plane : onde engendrée par une source rectiligne dans un milieu à deux dimensions.

Onde transversale : onde dans laquelle les points du milieu se déplacent perpendiculairement à sa direction de propagation.

Ondulatoire : qui a les propriétés d'une onde.

Oscillant : qui évolue de part et d'autre d'un état (le plus souvent état « d'équilibre »).

Oscillations forcées : un résonateur effectue des oscillations forcées s'il oscille à la même fréquence que l'excitateur.

Oscillation sinusoïdale : oscillation dans laquelle la grandeur caractéristique varie en fonction du temps selon une loi sinusoïdale.

Par exemple : $x = X_m \cos(2\pi ft)$, $u = U_m \sin(2\pi ft)$…

P

Paramètre : facteur influant sur l'évolution d'un système.

Particules α, β^-, β^+ : particules émises lors de la désintégration d'un noyau radioactif (noyau d'hélium, électron, positon).

Pendule pesant : corps oscillant autour d'un axe horizontal ne passant pas par son centre d'inertie.

Pendule simple : modèle constitué d'un objet ponctuel fixé à l'extrémité d'un fil inélastique et de masse négligeable.

Période : durée d'une oscillation complète d'un système oscillant non amorti.

Période propre : durée d'une oscillation libre d'un système oscillant non amorti.

Perturbation : déformation imposée à un milieu élastique et qui se propage dans le milieu.

Phase à l'origine (à l'origine des temps $t = 0$) : la grandeur φ dans l'expression d'une oscillation sinusoïdale, par ex., $x = X_m \cos(2\pi ft + \varphi)$ ou $u = U_m \sin(2\pi ft + \varphi)$.

Polychromatique : se dit d'une lumière qui contient plusieurs radiations monochromatiques.

Pseudo-période : dans des oscillations amorties, la durée séparant deux passages successifs de la grandeur étudiée à sa valeur maximale.

Principe d'inertie : la première loi de Newton.

Q

Quantification : il y a quantification lorsqu'une grandeur (une énergie par ex.) ne peut prendre que certaines valeurs déterminées.

Quantum d'énergie (pluriel *quanta*) : quantité d'énergie élémentaire transportée dans un faisceau lumineux : sa valeur est $\Delta E = h\nu$ (ν : fréquence de l'onde lumineuse).

R

Radioactivité : réaction nucléaire spontanée transformant un noyau en un autre noyau avec émission de rayonnement.

Raideur d'un ressort : le coefficient de proportionnalité k entre la valeur de la force de rappel et l'allongement x du ressort : $F = kx$.

Rayonnement γ : rayonnement électromagnétique émis lors d'une désexcitation γ.

Référentiel : corps par rapport auquel on étudie le mouvement d'autres corps.

Référentiel géocentrique : référentiel constitué par le centre de la Terre et trois directions allant vers des étoiles paraissant immobiles.

Référentiel héliocentrique : référentiel constitué par le centre du Soleil et trois directions allant vers des étoiles paraissant immobiles.

Régime apériodique : décroissance sans oscillation lors d'un mouvement très amorti.

Régime périodique : régime oscillatoire non amorti.

Régime pseudo-périodique : régime oscillatoire amorti, caractérisé par une pseudo-période.

Relation tension-intensité : pour une inductance ou un dipôle RL, la relation entre l'intensité i et la tension aux bornes u.

Repère : système de 1, 2 ou 3 axes liés au référentiel et permettant de connaître la position des points mobiles.

Résonance : phénomène caractérisé par la grande amplitude vibratoire prise par le résonateur pour une valeur déterminée de la fréquence de l'excitateur.

Résonateur : le système oscillant recevant des excitations périodiques de la part de l'excitateur.

Retard (dans la propagation d'une onde) : durée au bout de laquelle un point du milieu élastique reproduit le mouvement de la source (ou d'un autre point).

S

Seconde : unité SI de durée ; définie à partir de la période de la radiation émise lors d'une transition de l'atome de césium.

Spectre de raies : spectre d'une lumière constituée de radiations monochromatiques bien déterminées. Les lampes spectrales donnent des spectres de raies.

Système (système mécanique) : le corps (ou les corps) auquel on s'intéresse et auquel on applique les lois de la Dynamique.

T

Tache de diffraction : la tache la plus lumineuse observée lors de la diffraction par une fente ; elle est accompagnée d'autres taches moins lumineuses.

Tension (ou ddp) : grandeur caractérisant l'état électrique entre deux points d'un circuit : notée U (tension constante) ou u (tension variable).

Trajectoire parabolique : trajectoire ayant la forme d'une parabole.

Transition : passage d'un niveau d'énergie à un autre.

Travail élémentaire : travail d'une force sur un déplacement élémentaire. $\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{d\ell}$ (produit scalaire).

U

Unité de masse atomique : unité pratique de masse, utilisée au niveau microscopique.

$$1\ \text{u} = 1{,}66 \times 10^{-27}\ \text{kg}.$$

V

Vecteur accélération : vecteur dérivée du vecteur vitesse $\vec{v}$. Il indique de quelle manière le vecteur vitesse varie.

Vecteur dérivée d'un vecteur : les coordonnées du vecteur dérivée sont les dérivées des coordonnées du vecteur considéré.

Vecteur vitesse : vecteur dérivée du vecteur position $\overrightarrow{OM}$. Il est tangent à la trajectoire et dans le sens du mouvement.

Vibrations en phase : deux points vibrent en phase si leurs abscisses sont nulles, maximales ou minimales aux mêmes instants.

Vitesse limite : vitesse correspondant au régime asymptotique (d'une chute verticale, par ex.).

INDEX

A

Abscisse angulaire 271
Actions réciproques 199
Activité radioactive 101
Amortissement 176, 272, 292, 305
Amplitude 271
Analyse dimensionnelle 44, 179
Apériodique 176, 272, 293

B

Bobine 157, 159, 166

C

Capacité 141
Célérité 28, 50, 61, 358
Centre d'inertie 198
Champ de pesanteur 220
Charge 140, 148
Chute libre 224
Chute parabolique 237, 232
Chute verticale 206, 219, 222, 224, 237
Circuit *RLC* 175, 178
Compteur Geiger-Müller 79
Condensateur 139
Conditions initiales 13, 223
Constante de Planck 336
Constante de temps 143, 161
Constante radioactive 97
Conversion d'énergie 319, 322
Courbe d'Aston 117

D

Datation 102, 355
Décharge 140, 148, 175, 183
Décroissance radioactive 97, 99, 105
Demi-vie 99
Désexcitation γ 83
Désintégration 79, 86, 97
Diagramme objets-interactions 199
Diffraction 46, 59, 62, 66, 68
Dipôle *RC* 142
Dipôle *RL* 159
Dispersion 46, 63

E

Échelon de tension 142, 160
Échographie 356
Électronvolt 115
Ellipse 250, 252
Énergie de liaison 116
Énergie de liaison par nucléon 117
Énergie emmagasinée 146, 163
Énergie mécanique 319, 322
Énergie potentielle élastique 318
Énergie potentielle de pesanteur 318, 321
Équivalence masse-énergie 115
Équation différentielle 143, 160, 178, 222, 225, 289
État fondamental 335
État excité 335
Excitateur 303

F

Fission 117, 119, 122
Force de frottement 221
Force de pesanteur 220
Force de rappel 287
Force intérieure 197
Force extérieure 197
Fréquence 42, 62, 271, 336
Fusion 177, 120, 122, 124

G

Galiléen 201
Géostationnaire 257
GPS 357
Grandeur 13

H

Horloge 335

I

Indice 63
Inductance 157
Intensité 139
Isochronisme 271
Isotope 80

J

Jour sidéral 257

L

Loi de Coulomb 333
Lois de Kepler 252
Lois de Newton 201, 206, 256, 335
Longitudinale 26
Longueur d'onde 43, 61

M

Mesure des durées 354
Méthode d'Euler 223
Mètre 357
Modèle 13
Mouvement circulaire uniforme 253
Mouvement des planètes 255
Mouvement d'un satellite 256

N

Niveau d'énergie 334
Noyau atomique 80

O

Onde 25
Onde circulaire 45
Onde diaphragmée 47
Onde diffractée 47
Onde mécanique 28
Onde plane 46
Onde sonore 26, 48
Oscillations entretenues 180
Oscillations forcées 303

P

Paramètre 13
Pendule élastique 269, 319
Pendule pesant 269
Pendule simple 273, 277
Période 42, 254, 271
Périodique 42, 176, 288, 354
Période propre 179, 274, 290
Perturbation 25
Poussée d'Archimède 218, 221
Principe d'inertie 199
Progressive 42
Projectile 239, 321
Pseudo-période 175, 296
Pseudo-périodique 176, 272, 292

Q

Quantification 334, 337
Quantum d'énergie 336

R

Radioactivité 79, 82
Raideur d'un ressort 287, 295
Réaction nucléaire 79, 118, 121
Référentiel 198, 199
Régime asymptotique 145, 162, 219, 223
Relation d'Einstein 115
Repère 198
Résonance 304
Résonateur 303
Retard 30

S

Satellite 251, 260
Seconde 355
Sinusoïdale 42
Sonar 356
Spectre de raies 335
Système mécanique 199
Système oscillant 269, 303
Système solaire 251

T

Télémétrie 356
Transversale 25
Travail de la tension d'un ressort 316
Travail d'une force 315
Travail du poids 316

U

Uniforme 220

V

Vallée de la stabilité 80
Vecteur accélération 205, 225, 238, 254
Vecteur position 237
Vecteur vitesse 200, 238, 253
Vibreur 42

N° Éditeur : 10114876 - Dépôt légal : juin 2004
Imprimé en Italie par Stige

CONSTANTES ET VALEURS NUMÉRIQUES UTILES

Charge élémentaire	$e \approx 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C}$
Constante de gravitation universelle	$\text{G} \approx 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$
Constante d'Avogadro	$N_\text{A} \approx 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$
Constante de la loi de Coulomb (dans le vide ou l'air)	$k = 9{,}0 \times 10^{9}\ \text{SI}$
Intensité de la pesanteur (à Paris, altitude 0)	$g = 9{,}81\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$
Masse de l'électron	$m_e = 9{,}110 \times 10^{-31}\ \text{kg}$
Masse du proton	$m_p = 1{,}673 \times 10^{-27}\ \text{kg}$
Masse du neutron	$m_n = 1{,}675 \times 10^{-27}\ \text{kg}$
Célérité de la lumière dans le vide	$c \approx 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Valeur de l'électronvolt (eV)	$1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J}$
Unité de masse atomique (u)	$1\ \text{u} = 1{,}66 \times 10^{-27}\ \text{kg}$
Constante de Planck	$\text{h} = 6{,}62 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}$
Jour sidéral	86 164 s

SOUS-MULTIPLES D'UNE UNITÉ

rapport	10^{-18}	10^{-15}	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}
préfixe	atto (a)	femto (f)	pico (p)	nano (n)	micro (μ)	milli (m)
exemple	aJ attojoule 10^{-18} J	fm femtomètre 10^{-15} m	pJ picojoule 10^{-12} J	ns nanoseconde 10^{-9} s	μm micromètre 10^{-6} m	mA milliampère 10^{-3} A

MULTIPLES D'UNE UNITÉ

rapport	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}	10^{15}	10^{18}
préfixe	kilo (k)	méga (M)	giga (G)	téra (T)	peta (P)	exa (E)
exemple	kA kiloampère 10^{3} A	MV mégavolt 10^{6} V	GW gigawatt 10^{9} W	TJ térajoule 10^{12} J	Pm petamètre 10^{15} m	Em examètre 10^{18} m

QUELQUES GRANDEURS ASTRONOMIQUES

Masse du Soleil	$M_\text{S} \approx 1{,}98 \times 10^{30}\ \text{kg}$
Masse de la Terre	$M_\text{T} \approx 5{,}98 \times 10^{24}\ \text{kg}$
Masse de la Lune	$M_\text{L} \approx 7{,}35 \times 10^{22}\ \text{kg}$
Distance moyenne Terre-Lune	$d_\text{TL} \approx 3{,}85 \times 10^{8}\ \text{m}$
Distance moyenne Terre-Soleil	$1\ \text{u.a.} \approx 1{,}50 \times 10^{11}\ \text{m}$

DIMENSION ET UNITÉ DES GRANDEURS

GRANDEURS FONDAMENTALES

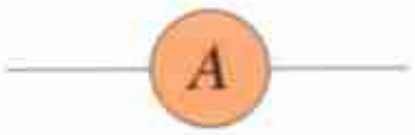
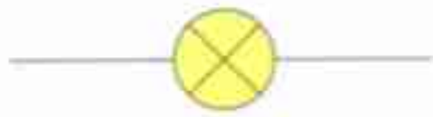
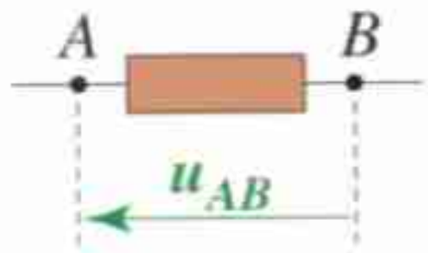
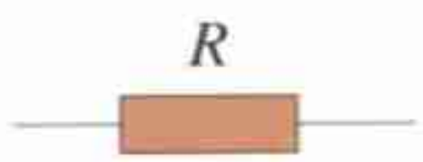
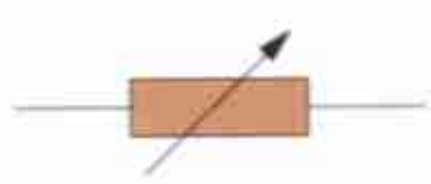
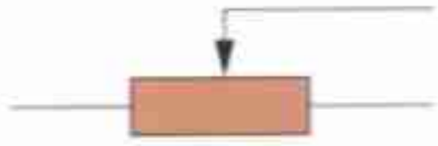
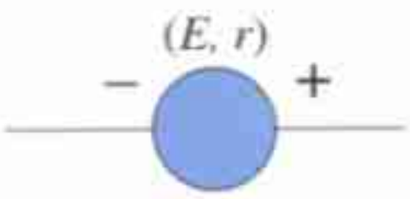
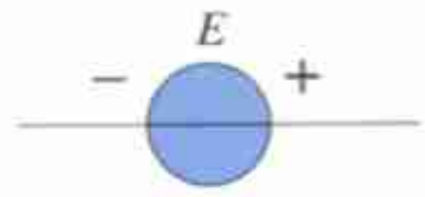
Grandeur	Dimension	Unité SI
Longueur : ℓ	L	mètre (m)
Masse : m	M	kilogramme (kg)
Temps : t	T	seconde (s)
Intensité : I	I	ampère (A)

GRANDEURS DÉRIVÉES

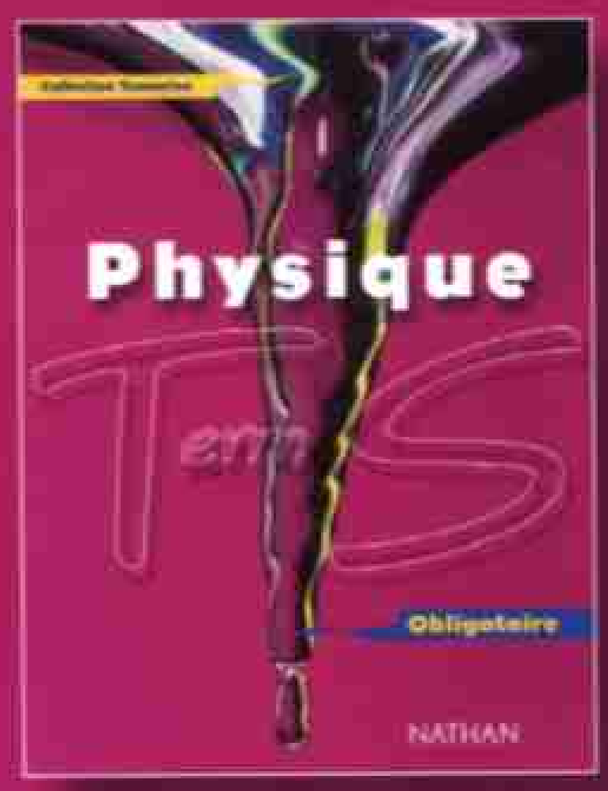
Grandeur	Relation de définition	Dimension	Unité SI
Fréquence : f	$f = \frac{1}{T}$	T^{-1}	hertz (Hz)
Aire : A	$A = \ell^2$	L^2	m^2
Volume : V	$V = \ell^3$	L^3	m^3
Masse volumique : ρ	$\rho = \frac{m}{V}$	$M \times L^{-3}$	$kg \cdot m^{-3}$
Vitesse : v	$v = \frac{\ell}{t}$	$L \times T^{-1}$	$m \cdot s^{-1}$
Vitesse angulaire : ω	$\omega = \frac{\theta}{t}$	T^{-1}	$rad \cdot s^{-1}$
Accélération : a	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	$L \times T^{-2}$	$m \cdot s^{-2}$
Force (et poids) : F	$F = ma$	$M \times L \times T^{-2}$	newton (N)
Travail W et énergie $\mathscr{E}$	$W = F\ell$	$M \times L^2 \times T^{-2}$	joule (J)
Puissance : $\mathscr{P}$	$\mathscr{P} = \frac{W}{t}$	$M \times L^2 \times T^{-3}$	watt (W)
Constante de raideur d'un ressort : k	$k = \frac{T}{x}$	$M \times T^{-2}$	$N \cdot m^{-1}$
Charge électrique : q ou quantité d'électricité : Q	$Q = It$	$I \times T$	coulomb (C)
Tension électrique : U	$U = \frac{\mathscr{P}}{I}$	$M \times L^2 \times T^{-3} \times I^{-1}$	volt (V)
Fém d'un générateur : e	$\mathscr{P} = eI$	$M \times L^2 \times T^{-3} \times I^{-1}$	volt (V)
Champ magnétique : B	$F_m = \lvert q \rvert vB$	$M \times T^{-2} \times I^{-1}$	tesla (T)
Résistance : R	$R = \frac{U}{I}$	$M \times L^2 \times T^{-3} \times I^{-2}$	ohm (Ω)
Capacité : C	$C = \frac{Q}{U}$	$M^{-1} \times L^{-2} \times T^4 \times I^2$	farad (F)
Inductance : L	$e = -L \frac{di}{dt}$	$M \times L^2 \times T^{-2} \times I^{-2}$	henry (H)
Activité d'une source : A	$A = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$	T^{-1}	becquerel (Bq)

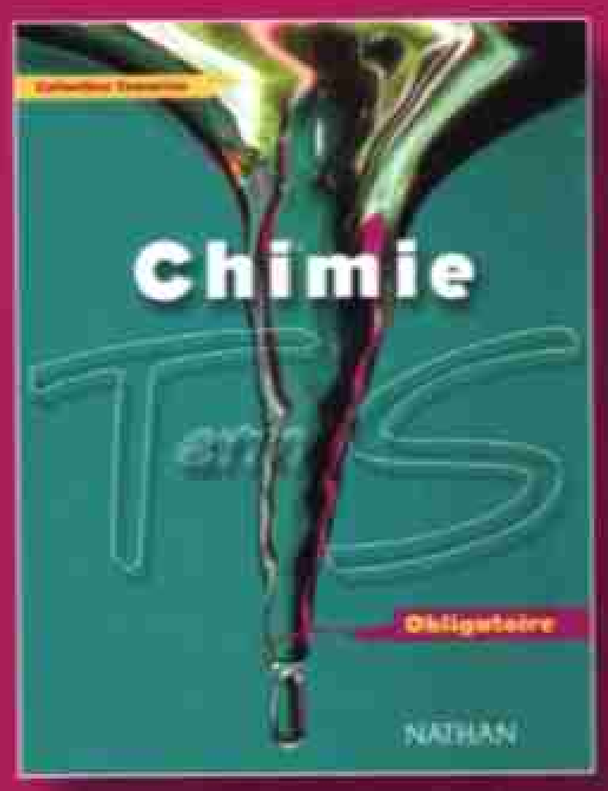
Proétudes.blogspot.com
PROÉTUDES
Surfer en toute confiance

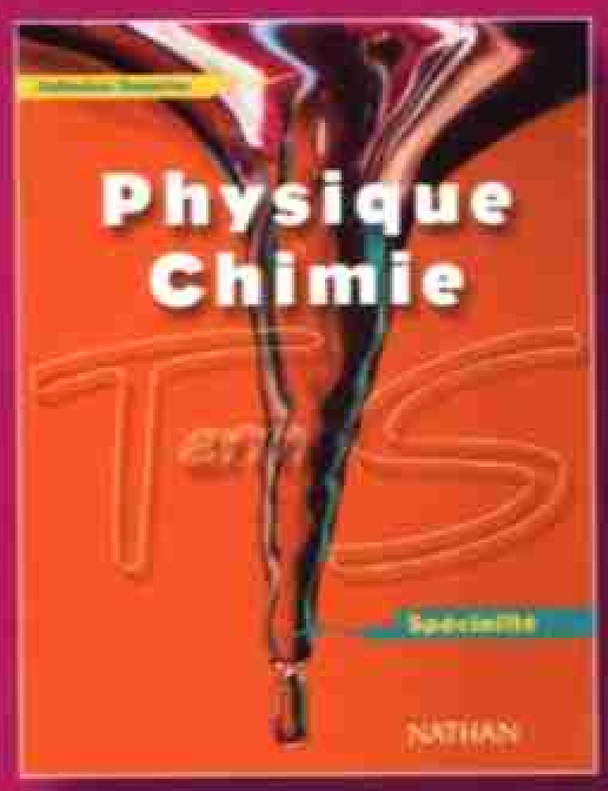
REPRÉSENTATIONS SYMBOLIQUES EN ÉLECTRICITÉ

 Ampèremètre	 Voltmètre	 Lampe (symbole général)
 Interrupteur ouvert	 Interrupteur fermé	 Masse
 Sens conventionnel du courant	 Flèche tension	 Mise à la terre
 Résistance	 Résistance variable	 Rhéostat
 Générateur de tension	 Générateur idéal de tension	 Pile ou accumulateur
 Diode	 Diode électroluminescente	 Photodiode
 Condensateur	 Bobine	 Amplificateur opérationnel

Pour les élèves de Terminale S
Trois ouvrages conformes au nouveau programme 2002







DANGER
LE PHOTOCOPILLAGE TUE LE LIVRE

ISBN 2-09-172064-X
9 782091 720647

28 07 06
27,90

NATHAN