SUPPORT DE COURS PHYSIQUE / Tle D

THEME : ELECTRICITE

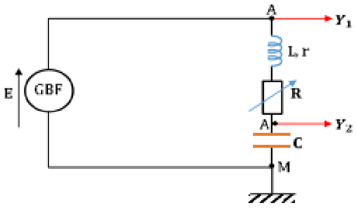
OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES LIBRES DANS UN CIRCUIT LC

1. Oscillateur électrique

Un oscillateur électrique libre est un circuit électrique constitué d'un condensateur de capacité C initialement chargé et d'une bobine (L, r).

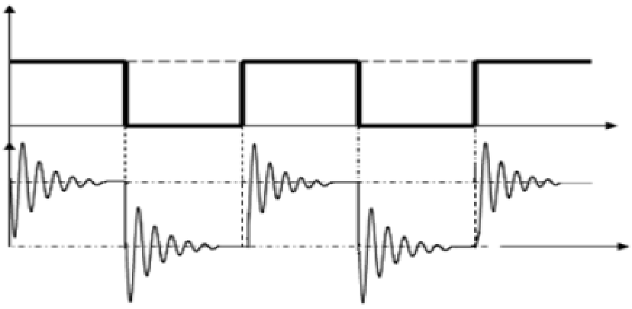
2. Charge et décharge d'un condensateur dans une bobine

2.1. Dispositifs expérimentaux



DISPOSITIF EXPERIMENTAL

2.2. Visualisation à l'oscilloscope



2.3. Interprétation

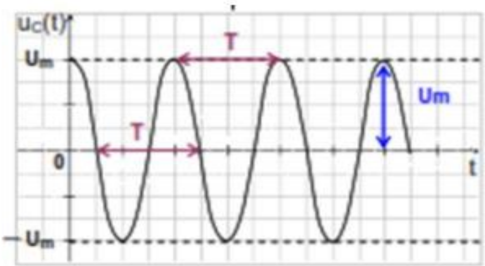
- ✓ De 0 à $\frac{T}{2}$: La tension aux bornes du circuit est constante et égale à E.Le condensateur se charge progressivement. La tension $U_{AM} = \frac{q}{C}$ atteint la valeur E en oscillant. L'amplitude des oscillations décroît.
- ✓ De $\frac{T}{2} \leq t < T$:$U_{GBF} = 0$, le condensateur se décharge. La tensionU_{AM} s'annule après quelques oscillations d'amplitude décroissante.

Dans les deux cas, les oscillations sont dites

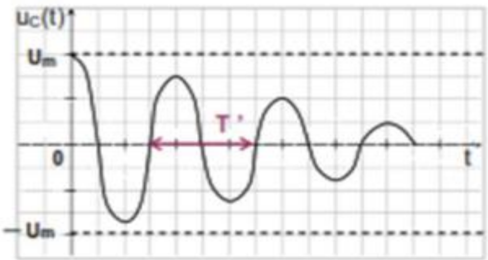
Remarque : *Les oscillations électriques sont dites libres, car elles persistent même quand la tension aux bornes du générateur est nulle et leur fréquence est indépendante de la fréquence de celle du générateur.*

2.4. Influence de la résistance totale du circuit

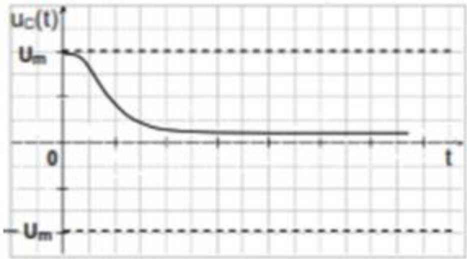
Faisons varier la résistance totale R_t du circuit ; on obtient les oscillogrammes suivants :



(a): R_t très faible



(b): R_t faible



(c): R_t très grand

- ✓ Si R_t est très faible, les oscillations sont non amorties : c'est le **régime** ....
- ✓ Si R_t est faible, les oscillations sont amorties : c'est le régime ....
....
- ✓ Si R_t est très grande, pas d'oscillation. C'est le **régime** ....
....

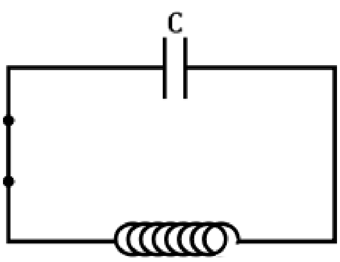
2.5. Conclusion

La décharge d'un condensateur dans un circuit inductif donne naissance à des :

- Oscillations sinusoïdales si la résistance du circuit est négligeable.
- Oscillations apériodiques amorties quant R augmente.

3. **Étude théorique d'un circuit LC idéal** (oscillation non amortie)

3.1. Équation différentielle du circuit LC



Loi des mailles donne : ....
....

NB : le condensateur est préalablement chargé.

....

Soit .... :Équation différentielle de la charge d'un condensateur.

3.2. Solution de l'équation différentielle

Cette équation est celle d'un oscillateur électrique harmonique. Elle admet pour solution :$q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ avec :

Q_m : Valeur maximale ou Amplitude de la charge ;φ : la phase à l'origine ;$\omega_0 t + \varphi$: la phase à un instant t.

La pulsation propre : $\omega_0 =$ ……………………………………………………………………

La période propre est : $T_0 =$ ……………………………………………………………………

la fréquence propre est : $N_0 =$ ……………………………………………………………………

Remarque :

Q_m et φ se déterminent à l'aide des conditions initiales.

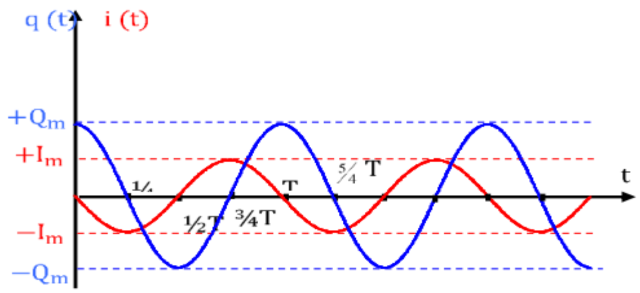
3.3. Expression de l'intensité i en fonction du temps

Adoptons les conditions initiales suivantes : à $t = 0$, ……………………………………………

Ainsi :$q =$ …………………………………… $i =$ ……………………………………………………

i et q son ten **quadrature de phase.** i est en avance de $\frac{\pi}{2}$.

Illustration graphique



Quand **q** atteint son amplitude, **i** $= 0$ et vice versa. On dit que **i** et **q** sont en quadrature de phase.

3.4. Bilan énergétique

3.4.1. Expression de l'énergie

➤ **Energie emmagasinée par le condensateur**

……………………………………………………………………………………………………

➤ **Energie emmagasinée par la bobine**

……………………………………………………………………………………………………

➤ **Energie totale du circuit**

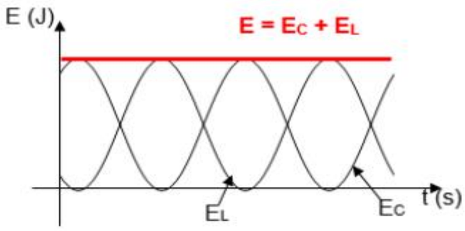
……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

L'énergie de l'oscillateur LC est ……………………………………………………………………

3.4.2. Illustration graphique du bilan énergétique



ÉCHANGE ÉNERGÉTIQUE DANS UN CIRCUIT L C

Un circuit LC possède deux réservoirs d'énergie : le condensateur et la bobine entre lesquels des échanges d'énergie provoquent des oscillations électriques.

4. Analogie oscillateur mécanique -oscillateur électrique

OSCILLATEUR MÉCANIQUE	OSCILLATEUR ÉLECTRIQUE
$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$	
$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$(pulsation propre)	
$x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ (position)	
$\dot{x} = -X_m\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$ (vitesse)	
$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$	
m (masse)	
k (constante de raideur)	
f (force de frottement)	

5. Entretien des oscillations

En réalité la bobine purement inductive n'existe pas. Ce qui engendre des oscillations amorties dans les circuits LC. Pour obtenir des oscillations non amorties, il faut parvenir à restituer l'énergie perdue par effet joule.

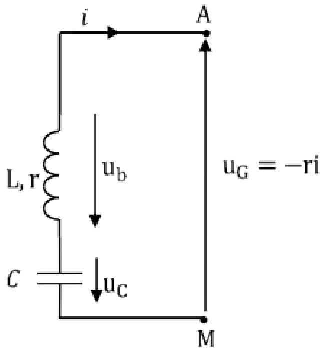
5.1. Introduction d'un générateur auxiliaire

C'est ce générateur qui va fournir au circuit la puissance perdue par effet joule du fait de la résistance de la bobine,

soit $P_J = ri^2 = P_G \rightarrow \begin{cases} u_G = ri \\ \quad \text{ou} \\ u_G = -ri \end{cases}$

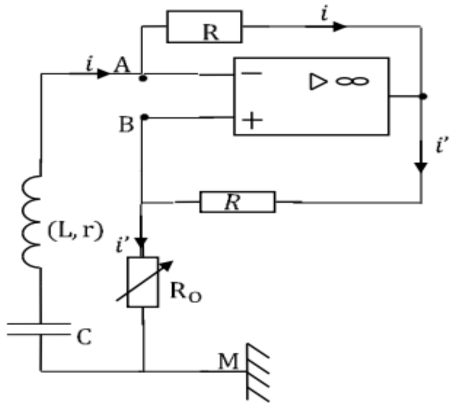
La solution est $u_G = -ri$ pour que le générateur puisse jouer son rôle.

On dit que ce générateur se comporte comme une résistance négative.



5.2. Réalisation pratique d'un dispositif d'entretien

On utilise un AO supposé idéal fonctionnant en régime linéaire.



Montrons qu'il remplit parfaitement ce rôle.

Exprimons U_{AM} :

U_{AM} = ...

Relation entre i et i'

Dans la maille ASBA, ...

Donc U_{AM} = ...

Faisons varier R_O à partir de zéro.

Dès que $R_O = r$, on observe des oscillations sinusoïdales

Périodiques, de période $T =$ ....

Ce sont des oscillations électriques libres entretenues.

Remarque

Ce dispositif est un moyen d'entretenir des oscillations électriques.

Situation d'évaluation

Un condensateur de capacité $C = 100\ \mu F$ est chargé sous une tension constante $U = 40\ V$. On le relie à une bobine pure d'inductance $L = 40\ mH$ et de résistance négligeable.

1. Calcule :
   - 1.1. La fréquence propre des oscillations électriques.
   - 1.2. L'intensité maximale I_m du courant si la charge maximale du condensateur est égale à sa charge initiale.
2. Donne :
   - 2.1. L'équation différentielle du circuit, en prenant pour variable la charge q du condensateur.
   - 2.2. L'expression de $q(t)$ sachant qu'à l'instant $t = 0s$, on ferme le circuit.
3. Calcule la capacité du condensateur à monter en série avec la bobine pour obtenir un circuit LC de fréquence propre 1560 Hz.

Evaluation à faire à la maison

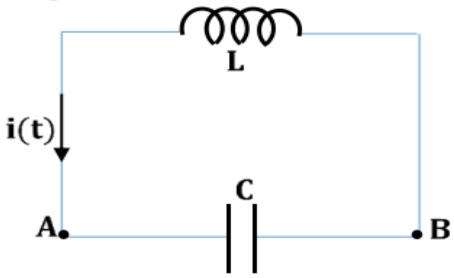
Evaluation 1

On charge un condensateur de capacité $C = 1$ nF sous une tension constante $U = 2V$, puis à un instant $t = 0$, on le relie aux bornes d'une bobine d'inductance L. La fréquence des oscillations dans le circuit est alors $N = 1{,}59.10^4$ Hz.

1. Exprime, en fonction du temps :
   1.1. La charge du condensateur.
   1.2. La tension aux bornes du condensateur.
2. Calcule la valeur de l'inductance L de la bobine.
3. Détermine la valeur de $q(t)(q(t) > 0)$ quand $i(t) = 10^{-4}$A.
4. Calcule l'énergie magnétique du circuit lorsque la charge du condensateur est $q = 1{,}73$ nC.

Evaluation 2

Le montage ci-dessous comprend : un condensateur de capacité $C = 1{,}0\ \mu F$; une bobine d'inductance $L = 1{,}0$ H et de résistance négligeable. À la date $t = 0$, le condensateur, initialement chargé sous une tension $U_0 = 12$ V, est connecté à la bobine. On note $i(t)$ l'intensité algébrique du courant à l'instant t et $q(t)$ la charge portée par l'armature du condensateur reliée au point A.



1. Calcule l'énergie emmagasinée dans le condensateur en fin de charge.
2. Etablis l'équation différentielle (q la charge portée par l'armature A).
3.
   3.1. Vérifie que la solution de cette équation différentielle est de la forme $q(t) = Q_m \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \varphi\right)$
   3.2. Détermine la valeur de : Q_m ; φ ; ω_0 et T_0.
4. On se propose maintenant d'étudier l'évolution des énergies emmagasinées dans le condensateur et dans la bobine au cours du temps.
   4.1. Détermine les expressions en fonction du temps de :
      a. L'intensité $i(t)$ du courant électrique ;
      b. L'énergie $E_C(t)$ emmagasinée dans la bobine ;
      c. L'énergie $E_L(t)$ emmagasinée dans la bobine ;
   4.2. Montre qu'à chaque instant l'énergie totale E est conservée.