1 CINEMATIQUE DU POINT

Ce chapitre permet de décrire les mouvements de tous les corps ponctuels indépendamment des causes qui les produisent. Il s'appuie uniquement sur les notions d'espace et de temps que possède l'observateur.

Objectif Général : Analyser la nature du mouvement du centre d'inertie d'un solide

Pré requis : - repérage du mobile (vecteur position $\vec{OM}$)

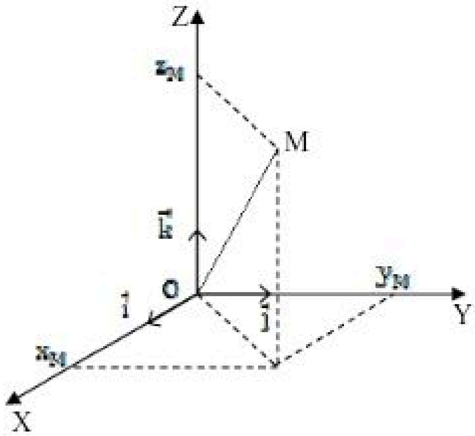
- Vecteur vitesse $\vec{V}$

Objectifs spécifiques – Définir les vecteurs vitesse et accélération d'un point dans un repère donné.

_ Etablir l'expression des équations horaires des mouvements uniformes (rectiligne et circulaire) et des mouvements rectilignes uniformément variés

Résumé :

1. **Dans un repère cartésien R (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{k}$)**



- Vecteur position : $\vec{OM} = x_M\vec{i} + y_M\vec{j} + z_M\vec{k}$

$OM = \|\vec{OM}\| = \sqrt{x^2_M + y^2_M + z^2_M}$

- Vecteur vitesse : $\frac{d}{dt}\vec{OM} = \frac{dx_M}{dt}\vec{i} + \frac{dy_M}{dt}\vec{j} + \frac{dz_M}{dt}\vec{k}$

$$\vec{v}\begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \\ V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \|\vec{v}\| = \sqrt{v^2_x + v^2_y + v^2_z}$$

- Vecteur accélération : $\vec{a} = \frac{d}{dt}\vec{v} = \frac{d^2}{dt^2}\vec{OM} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d\dot{x}}{dt} = \ddot{x} \\ a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d\dot{y}}{dt} = \ddot{y} \\ a_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d\dot{z}}{dt} = \ddot{z} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

➢ En résumé : $\vec{OM}(x,y,z) \underset{\text{dérivation}}{\overset{\text{Intégration}}{\rightleftarrows}} \vec{v}(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \underset{\text{dérivation}}{\overset{\text{Intégration}}{\rightleftarrows}} \vec{a}(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$

2. **Repère curviligne : la base de Frenet (M ; $\vec{\tau}$; $\vec{n}$)**

- Abscisse $s = \overset{\frown}{SM}$

Vecteur vitesse : $\vec{v} = \frac{ds}{dt}\vec{\tau}$

- Vecteur accélération : $\vec{a} = a_\tau\vec{\tau} + a_n\vec{n}$ avec $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ et $a_n = \frac{V^2}{r}$

3. **Equation horaire de quelques mouvements particuliers**

✓ **Mouvement rectiligne uniforme.**

$V = \frac{dx}{dt}$ ⇒ $x = vt + x_i$ avec xi est la position initiale ou position à t = 0 s.

✓ **Mouvement rectiligne uniformément varié :**

$a = \frac{dv}{dt}$ □ $v = at + v_i$ et $V = \frac{dx}{dt}$ □□x□□$\frac{1}{2}at^2 + v_i t + x_i$

Avec V_i = vitesse initiale ou vitesse à t = 0 s.

x_i = position initiale ou position à t = 0 s.

Lorsque le mouvement est rectiligne uniformément varié, il existe une relation indépendante du temps entre V et x : $V^2_f - V^2_i = 2a(x_f - x_i)$

Remarque : Un mouvement rectiligne est accéléré si sa vitesse, en valeur absolue augmente ou si le produit a.V > 0

✓ **Mouvement circulaire uniforme**

$V_0 = \frac{ds}{dt}$ □□$s = V_0 t + s_i$ or, $s = R$□

□ R□□□□$V_0 t$ + R□$_i$

□ □(t) = $\frac{v_0}{R}$ t + □$_i$ avec $\frac{v_0}{R}$ = □$_0$ = Vitesse angulaire.

□(t) = □$_0$t + □$_i$

En coordonnées cartésiennes : $\vec{OM}$ $\begin{cases} x = R\cos□ = R\cos□t \\ y = R\sin□ = R\sin□t \end{cases}$

$\vec{v}$ $\begin{cases} v_x = -R□\sin□t \\ v_y = +R□\cos□t \end{cases}$

Et $\vec{a}$ $\begin{cases} a_x = -R□^2\cos□t \\ a_y = -R□^2\sin□t \end{cases}$ □ $\vec{a} = -□^2\,\vec{OM}$

Dans un mouvement circulaire uniforme, le vecteur accélération est porté par le rayon et dirigé vers le centre : on dit qu'il est centripète. Dans la base de Frenet :

$\vec{a}$ $\begin{cases} a_□ □=□\frac{dV}{dt}□□□□□ \text{car } v = \text{constante} \\ a_n = \frac{V^2}{R} = R□^2 \end{cases}$

- La période T = durée pour effectuer 1 tour (2π)

  □ = 2□ □ t = T donc $T = \frac{2p}{w}$

- La fréquence N = nombre de tours en une seconde

  $N = \frac{1}{T} = \frac{w}{2p}$

Partie A (compréhension du cours et consolidation des acquis)

Exercice 1

Répondre par vrai ou faux.

1/ Le mouvement d'un point matériel a pour équation horaire x(t) = 4t -3

1-1/ l'accélération a = 4 m/s² ; la vitesse initiale v_o = -3m/s et la position initiale x_o = 0 m.

1-2/ L'accélération a = 0 m/s² ; la vitesse initiale v_o = 4m/s et la position initiale x_o = -3 m.

1-3/ L'accélération a = 4 m/s² ; la vitesse initiale v_o = 0 m/s et la position initiale x_o = -3 m

2// Le mouvement d'un point matériel a pour équation horaire x(t) = $-2t^2 + 5$

2-1/ l'accélération a = -2 m/s² ; la vitesse initiale v_o = 5 m/s et la position intaille x_o = 0 m.

2-2/ L'accélération a = 0 m/s² ; la vitesse initiale v_o = -2 m/s et la position initiale x_o = 5 m.

2-3/ L'accélération a = -4m/s² ; la vitesse initiale v_o = 0 m/s et la position initiale x_o = 5 m

3/ Le mouvement d'un point matériel a pour équation horaire x(t) = $\frac{1}{2}t^2 - 4t + 3$

3-1/ l'accélération a = 1 m/s² ; la vitesse initiale v_o = -4 m/s et la position intaille x_o = 3 m.

3-2/ L'accélération a = $\frac{1}{2}$ m/s² ; la vitesse initiale v_o = -4m/s et la position initiale x_o = 3 m.

3-3/ L'accélération a = -1 m/s² ; la vitesse initiale v_o = 4 m/s et la position initiale x_o = -3 m

4/ Le mouvement d'un point mobile a pour vitesse v = -2t + 5

4-1/ C'est un mouvement uniforme de vitesse initiale $v_o = -2$ m/s et de position initiale $x_o = 5$ m
4-2/ C'est un mouvement uniformément varié d'accélération $a = -2$ m/s^2 et de vitesse initiale $v_o = 5$ m/s*

5/ Pour un mouvement circulaire uniforme ; le vecteur vitesse $\vec{v}$ est constant en :
5-1/ direction et norme
5-2/ sens et norme
5-3/ direction et sens

6/ Lorsqu'un mouvement est circulaire uniforme, son vecteur accélération $\vec{a}$ est :
6-1/ centrifuge
6-2/ centripète
7/ Soient les points mobiles A et B tels que le mobile B démarre 2s après le mobile A. Peut-on poser :
7-1/ $t_B = t_A + 2$?
7-2/ $t_B = t_A - 2$?

Exercice 2

Les équations horaires du mouvement d'un mobile se déplaçant dans un repère R$(O ;\vec{i} ;\vec{j} ;\vec{k})$ sont $x = 5t - 2$; $y = 0$; $z = -3t^2 + 4t$.

1/Donner l'expression du vecteur position $\vec{OM}$ en fonction de t.

2/Donner l'expression de $\vec{OM}$ à t =0s ; à t = 1 s et à t = 2 s.
3/ Que constatez- vous ?
4/ Calculer la distance parcourue par le mobile entre les dates t =0s et t =2s avec x ; y et z en mètre.
5/ Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire.
6/Définir le vecteur vitesse instantané.

7/Donner l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$

8/ Donner l'expression de $\vec{v}$à t =0s, à t =1s et à t = 2s.
9/ Calculer la valeur de cette vitesse à t =0s, à t= 1s et à t = 2s.

10/ Définir le vecteur accélération $\vec{a}$.

11/ Donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$. Que constatez-vous ?
12/ Déduire de la question précédente, la nature du mouvement du mobile.
13/ Déterminer les coordonnées du sommet S de la trajectoire.
14/ Déterminer les coordonnées du point d'impact P du mobile sur l'axe (Ox)

Exercice 3

Dans un repère R $(O ;\vec{i} ;\vec{j} ;\vec{k})$un mobile se trouve à la date t = 0s, à l' origine O avec un vecteur Vitesse $\vec{v}_0 = 2\vec{i}+\vec{k}$ et une accélération $\vec{a} = -9.8\vec{k}$.
1/ Etablir les équations horaires du mobile et déduire que ce mouvement est plan.
2/ Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire et donner sa nature.
3/ Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse lorsque le mobile passe par le sommet de la trajectoire.
4-1/ Calculer l'abscisse du mobile lorsque celui-ci repasse par l'ordonnée z = 0.
4-2/ En déduire la vitesse du mobile en ce point.

Exercice 4

Dans un repère orthonormé $(O ;\vec{i} ;\vec{j} ;\vec{k})$on lance un mobile M à partir du point A (-3 ; 0) à la date $t_0 = 0$s, avec un vecteur vitesse $\vec{v}_A = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ et une accélération $\vec{a} = -4\vec{j}$.
On donne dans le repère $(O ;\vec{i} ;\vec{j} ;\vec{k})$ les positions A, B(2 ;0) et C(5 ;0) ;

1-1/ Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$ du mobile à une date t quelconque.

1-2/ Déterminer les coordonnées du vecteur position $\vec{OM}$ du mobile à une date quelconque.
1-3/ En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire de M. Donner sa nature.
2/ A la date t_1, M atteint le sommet S de la trajectoire.

2-1/ Déterminer la date t_1 ; les coordonnées du point S et la valeur du vecteur vitesse du mobile en cet instant.
2-2/ A quelle date t_2, M atteint-il le point C tel que $x_C = 5m$?
3/A la date t_1 où le mobile atteint le sommet de la trajectoire, un autre mobile M'initialement au repos en B ($x_B = 2$; $y_B = 0$) est lancé suivant l'axe (Ox) avec l'accélération a' = 2 m/s^2.
On prendra $t_1 = 0.5$ s.
3-1/ Etablir l'équation horaire du mouvement de M'.
3-2/ A quelle date t_3 M'arrive-t-il en C ?
3-3/ M' peut il intercepter M ? Justifier.

Exercice 5

Un mobile M décrit une trajectoire rectiligne munie d'un repère d'espace $(O ; \vec{i})$; son vecteur accélération est constant pendant toute la durée du mouvement qui est fixée à $\Delta t = 5s$. A l'instant $t_o = 0s$, le mobile part du point M_o d'abscisse $x_o = -0.5m$ avec une vitesse $V_o = -1$ m/s. Puis, il passe en M_1 d'abscisse $x_1 = 5m$ avec $V_1 = 4.7m/s$.
1/Calculer l'accélération a du mobile.
2/ Calculer la date t_1 à laquelle le mobile M passe par M_1.
3/ Donner l'équation horaire du mobile M.
4/ A la date t'= 2s, un deuxième mobile M' part de l'abscisse $x_1 = 5$ m avec un mouvement rectiligne uniforme de vitesse V' = 4m/s.
4-1/ Calculer la date t_r de rencontre des deux mobiles.
4-2/ Calculer l'abscisse x_r où aura lieu la rencontre.
5/ Vérifier ces deux derniers résultats à l'aide des représentations graphiques des équations horaires des deux mobiles.

Exercice 6

Entre adjamé et Abobo, la ligne de chemin de fer ne comporte qu'une seule voie.
Un train T_1 roule à la vitesse $V_{o1} = 108$ km/h lorsque, soudain le conducteur aperçoit un second train T_2 venant en sens inverse : les deux trains sont alors séparés par la distance d = 300m.
Le conducteur de T_1 freine à l'instant t=0s avec une accélération de norme $\| \vec{a_1} \| = 3m/s^2$.
Le conducteur de T_2 ayant aperçu T_1 plus tôt, a commencé à freiner 5s avant le conducteur de T_1 avec une accélération de norme $\| \vec{a_2} \| = 2m/s^2$. Pendant ces 5s, la vitesse de T_2 est régie par la relation $V_{o2} = 2(t+5) - 25$.
On assimilera la voie ferrée à l'axe (Ox) orienté dans le sens du mouvement de T_1 avec pour origine des dates et des espaces, l'instant ou T_1 commence à freiner.
1/ Pendant la durée du freinage, l'équation horaire du mouvement de T_1 peut se mettre sous la forme
$x_1(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2 + V_{o1} t + x_{o1}$. Déterminer a_1 ; V_{o1} et x_{o1}.
2/ Pendant la même durée de freinage l'équation horaire du mouvement de T_2 est de la forme
$x_2(t) = \frac{1}{2} a_2 t^2 + V_{o2} t + x_{o2}$. Déterminer a_2 ; V_{o2} et x_{o2}.
3/ Y aura-t-il collision ? Justifier.
4/ Si oui, déterminer l'instant et la position du choc.
Si non, déterminer les dates et les positions d'arrêt de chaque train.
5/ Reprendre les questions 3 et 4 si $\| \vec{a_1} \| = 4 m/s^2$ et $V_{o1} = 162$ km/h

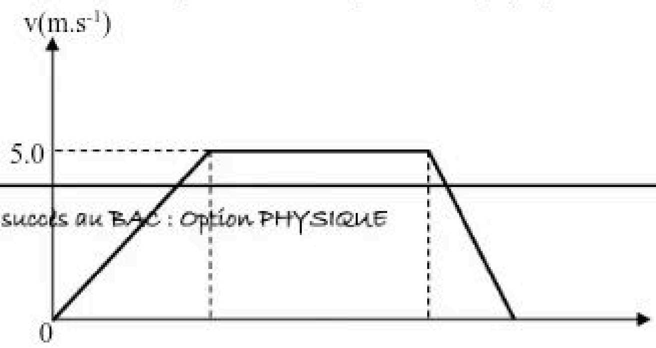
Exercice 7

Un fil inextensible, enroulé sur une poulie de rayon r = 10 cm soutien un solide de masse m.
Le solide est animé d'un mouvement de translation rectiligne d'accélération constante a = 0.5 m/s^2
Déterminer :

1/ La vitesse d'un point de la jante (vitesse angulaire de la poulie) quand le solide a parcouru 10 m.
2/ L'accélération angulaire de la poulie.

Exercice 8

Un mobile décrit une trajectoire rectiligne. On donne la représentation graphique de sa vitesse en fonction du temps.



1/ Calculer son accélération au cours des trois phases du mouvement.
2-a/ Etablir l'équation horaire de chaque phase en utilisant comme origine des espaces et des dates, le début de chaque phase.
2-b/ Calculer la distance parcourue jusqu'à son arrêt.
3-a/ Etablir l'équation horaire de chaque phase en utilisant comme origine des espaces et des dates, le début de la phase 1.
3-b/ Calculer la distance parcourue jusqu'à son arrêt.

Exercice 9
Un point animé d'un mouvement rectiligne a pour équation horaire $x = 2t^3 - 6t^2$. Déterminer entre quelles dates il est retardé, et accéléré. Tracer le diagramme des espaces (x en mètre t en seconde)

Exercice 10
Une automobile démarre lorsque le feu tricolore passe au vert, avec une accélération
$a = 2,5\ m/s^2$ pendant $\Delta t = 7\ s$; ensuite le conducteur maintient sa vitesse constante.
3 s après que feu soit passé au vert, un camion roulant à la vitesse $V_2 = 72$ km/h, est situé à une distance
d = 15 m du feu, avant celui-ci. Il maintient sa vitesse constante.
En choisissant comme : - Origine des dates, l'instant où le feu passe au vert
- Origine des espaces, la position du feu tricolore
Déterminer :
1/ Les dates des probables dépassements ;
2/ Le ou les abscisses de ces dépassements ;
3/ Le ou les vitesses de l'automobile à ces instants.

Exercice 11
Au sortir d'un virage, le conducteur d'un taxi communal « woro - woro » imprudent qui roule à la vitesse v_1, aperçoit soudain devant lui un camion qui roule sur la même voie dans le même sens à la vitesse v_2 plus faible et constante, et qui est alors à une distance d.
Quelle est l'accélération de freinage nécessaire pour éviter la collision ?

Exercice 12
Un mobile M est animé dans le plan rapporté au repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ d'un mouvement circulaire. Ces coordonnées s'exprime par

$$\begin{cases} x = 2\cos \omega t \\ y = 2\sin \omega t \end{cases}$$

1/ Montrer que le mouvement est circulaire uniforme
2/ Déterminer les coordonnées du vecteur accélération
3/ Quelle est l'expression de l'abscisse curviligne s ?
L'origine des abscisses curvilignes est prise au point A des coordonnées cartésiennes (2 ; 0)

Partie B(je pratique une démarche scientifique)

Exercice 1
Un mobile M se déplace dans le plan Oxy avec une accélération dont les composantes ont pour valeur $a_x = 0.8 m/s^2$ et $a_y = 0$.
A la date t= 0s, le mobile M est à l'origine O du repère et les composantes de sa vitesse sont : $V_{ox} = 0$; $V_{oy} = .0.8$m/s.
Déterminer :
1/ Les équations horaires du mouvement puis l'équation cartésienne de la trajectoire.
2/ La vitesse du mobile à t =1s.
3/ l'accélération (a) et le rayon (ρ) de courbure de la trajectoire au point correspondant à t = 1s.

Exercice 2
Les équations horaires du mouvement d'un mobile sont :

$\vec{OM}$ [x = 3sin (ωt) + 3 ; y = 3cos (ωt) +1] avec x et y en mètre et ω une constante.
1/ Déterminer l'équation de la trajectoire du mouvement

2/ Représenter la trajectoire du mouvement dans le repère $(O, \vec{i} ; \vec{j})$

Echelle : 1cm ↔ 1m (la norme de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ étant 1m).
3/ Exprimer la vitesse du mobile. En déduire qu'il s'agit d'un mouvement uniforme.
4/ Montrer que la vitesse $\omega = 100\pi$ rad/s
5/ A la date t = 0, le mobile est au point M_o d'abscisse 6.
4-1/ En prenant l'axe horizontal (Δ) passant par M_o comme origine des mesures d'angle θ décrit pendant le mouvement, donner l'équation horaire du mouvement en abscisse angulaire.
4-2/ A quelle date le mobile atteint-il le point P de coordonnées (0 ; 1) ?

Exercice 3

Soit $\vec{OM} = x\vec{i}$, le vecteur position d'un point mobile M animé d'un mouvement rectiligne d'équation horaire
$x(t) = -5t^2+30t+10$

1/ Déterminer les vecteurs vitesse $\vec{v}_0$ et accélération $\vec{a}$ du point mobile. En déduire la nature du mouvement.
2/ Etudier la variation de la vitesse V en fonction du temps (entre quels instants ce mouvement est-il accéléré ? ou retardé ?)
3/ Exprimer la vitesse V en fonction de l'abscisse x ; puis retrouver à partir de cette relation l'abscisse correspondant au changement de sens du mouvement.

Exercice 4

Un Voyageur distrait et imprudent, ayant constaté que son bus démarre, se met à courir à la vitesse constante $V_1 = 8$ m/s.
Le bus démarre avec une accélération constante $a_2 = 1$ m/s alors que le voyageur se trouve à 100 m de sa portière arrière qui est restée ouverte. On prendra comme origine des espaces, et des dates, respectivement, la position de la portière et l'instant du démarrage du bus.
1-1/ Etablir les équations horaires $x_1(t)$ et $x_2(t)$ des mouvements respectives du voyageur et de bus.
1-2/ Le voyageur peut-il rattraper le bus ?
1-3/ Si oui, à quelles date et position ?
2/ On prend maintenant comme origine des espaces et des dates, respectivement la position du voyageur et l'instant où il se met à courir, sachant que le bus démarre 2s avant que le voyageur le constate
2-1/ Etablir les équations horaires $x'_1(t)$ et $x'_2(t)$ des mouvements respectives du voyageur et du bus.
2-2/ Le voyageur peut-il rattraper le bus ?
2-3/ Si oui, à quelle date et quelle position ?

Exercice 5

Partant du repos, l'ascenceur d'un immeuble descend du 55ème étage au sous-sol : il acquiert une vitesse
$V_1 = 10$m/s après un parcours de 25 m ; il parcourt ensuite 50 m avec cette vitesse, et enfin, commence à ralentir pour atteindre le sous-sol situé à 150 m du point de départ, avec une vitesse nulle.
1/ Sachant que la trajectoire est une droite, donner la nature des mouvements de l'ascenseur sur chacune des trois phases.
2/ Etablir les équations horaires des trois phases du mouvement
2-1/ en prenant pour origine des dates et des espaces, l'instant et la position de départ de chaque phase.
2-2/ en prenant pour origine des dates et des espaces l'instant et la position de départ de l'ascendeur.
3/ Construire les trois diagrammes des espaces x = f(t) sur le même graphique.

Exercice 6

Dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$, une particule Q est animée d'un mouvement curviligne avec un vecteur accélération $\vec{a} = 8\vec{j}$

1/ Exprimer le vecteur vitesse $\vec{v}$ de la particule en fonction temps sachant que sa vitesse à l'origine des dates est
$\vec{v}_o = 2\vec{i} + 3\vec{j}$.

2/ Exprimer le vecteur position $\vec{OM}$ de la particule sachant qu'à l'instant initial, la particule se trouve en A tel que $\vec{OA} = -4\vec{i} + 2\vec{j}$.
3/ Etablir les équations horaires du mouvement de la particule.
4/ En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.

5/ 4s après le départ de la 1ère particule, une 2ème particule Q' animée de la vitesse constante $\vec{v}_o = -7\vec{i} + 10\vec{j}$ part du point B tel que $\vec{OB} = 5\vec{i}$.

5-1/ Quelle est la nature du mouvement de la second particule.

5-2/ Exprimer le vecteur position $\vec{OM}$ de la particule Q'.
6/ Est-il possible que les particules Q et Q' se rencontrent ? Justifier.

Exercice 7
Un solide, fixé à un fil de longueur l = 20 cm décrit un cercle de centre O à vitesse constante v = 10 m/s.
1/ Déterminer les caractéristiques de son vecteur vitesse à un instant t quelconque.
2/ Déterminer les caractéristiques de son vecteur accélération au même instant.
3/ Calculer la valeur de sa vitesse angulaire ω.
4/ Déterminer les équations horaires s(t) et θ(t) du mouvement du solide.
5/ Calculer la période T et la fréquence N de son mouvement.

Exercice 8 (extrait du Devoir de niveau n° 1 Tle C 2012 du Lycée Municipal 1 Gadié Pierre)
Une automobile se déplace en ligne droite sur route horizontale. On enregistre les positions successives occupées par le véhicule en fonction du temps.

X_i(cm)	0	50	100	550	1000	1850	2700
t_i(s)	0	100	200	300	400	500	600
V_i(m/s)							
a_i(m/s^2)							

1.
1-a/ Après avoir précisé les relations utilisées pour le calcul de V_i et a_i, compléter le tableau. En déduire la nature du mouvement.
1-b/ Exprimer la vitesse V en fonction du temps et en déduire la vitesse initiale V_o.
2/ Lorsque la vitesse du véhicule atteint 90 km/h, le conducteur aperçoit un virage à 100 m devant lui. Il réduit alors sa vitesse jusqu'à 54 km/h en freinant sur 100m.
2-a/ Déterminer l'accélération a_1 du véhicule sur cette phase.
2-b/ Calculer la durée de cette phase.
3/Avec V = 54 km/h, il aborde le virage circulaire de rayon r = 100 m.
3-a/ Calculer sa vitesse angulaire ω.

3-b/ Déterminer les caractéristiques de l'accélération $\vec{a}_2$ sur le virage.
3-c/ Le virage étant un demi-cercle, calculer la durée du parcours circulaire.
4/ A la sortie du virage, l'automobile accélère sur une voie rectiligne horizontale et la vitesse du véhicule atteint 90 km/h en 100 m de parcours.
Calculer l'accélération a_3 du véhicule.

2 MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE

Alors que l'étude cinématique permet de prévoir l'évolution ultérieure d'un mouvement, l'étude dynamique définit les caractéristiques et les causes du mouvement, c'est-à-dire qu'elle étudie les relations entre le mouvement d'un corps et les causes (forces) qui la produisent ou l'influencent.

Objectif Général : Analyser la nature du mouvement du centre d'inertie d'un solide

Pré requis : - Savoir calculer le travail d'une force
- Savoir retrouver les coordonnées d'un vecteur force dans un repère
- Connaître la définition d'un référentiel galiléen

Objectif spécifique : Appliquer la relation $\sum \vec{f} = m\,\vec{a}_G$ à un solide dans un référentiel galiléen.
.

Méthode de résolution d'un problème de mécanique

•Définir le système mécanique étudié
•Choisir un référentiel qui soit galiléen et le munir d'un repère si nécessaire.
•Faire le bilan des forces extérieures appliquées au système et les représenter sur un schéma.

•Appliquer selon la question, le théorème du centre d'inertie ou celui de l'énergie cinétique.
Remarque : cas de l'application du théorème du centre d'inertie :

Il existe 2 méthodes pour exploiter la relation vectorielle $m.\vec{a}_G = \sum \vec{f}_{ext}$ et parvenir à des relations algébriques entre les intensités des forces et par exemple, l'accélération du solide.
*méthode analytique
L'on fait la projection de la relation vectorielle dans le repère lié au référentiel.
*méthode géométrique

Vous rencontrerez quelques cas simples où la force centripète $\vec{F}_c = m.\vec{a}_G$ est la diagonale d'un parallélogramme dont les cotés sont les deux forces appliquées au système.

RESUME

Quelques forces ou actions mécaniques
•Force de traction :

La force $\vec{F}$ appliquée à un solide pour le déplacer d'un point A à un point B est une force de contact localisée en un point précis.
•Le poids d'un corps :

Le poids $\vec{P} = m.\vec{g}$ avec $\vec{g}$ vecteur champ de pesanteur. C'est une force à distance repartie en volume et représentée au centre de gravité du solide.

•La tension $\vec{T}$ d'un ressort ou d'une corde.

La tension $\vec{T}$ d'un ressort est la force de rappel du ressort à sa position d'équilibre. La tension $\vec{T}$ d'une corde est la force exercée le long de la corde dont l'une des extrémités est soumise à une autre force. C'est une force de contact localisée en un endroit précis.
•La réaction d'un support sur un corps.

La réaction $\vec{R}$ est la somme de $\vec{f}$, composante tangentielle de la réaction et $\vec{R}_n$ composante normale de la réaction. $\vec{R} = \vec{f} + \vec{R}_n$ avec $\vec{f}$ parallèle à la surface de contact et s'appliquant au milieu de cette surface. $\vec{R}_n \perp$ à la surface de contact s'appliquant au milieu de cette surface.

Remarque : Si on néglige les frottements ($\vec{f} = \vec{0}$) alors $\vec{R} = \vec{R}_n$

Travail de quelques forces.

•Travail d'une force $\vec{F}$ constante.

$W(\vec{F})_{A\to B} = \vec{F}.\vec{AB} = F.AB.\cos\square$ avec $\square$ = angle $(\vec{F};\vec{AB})$: $W(\vec{F})_{A\to B}$ en joule (J) ; F en Newton (N) et AB = L en mètre (m)

•Travail du poids d'un corps : $W(\vec{P})_{AB} = mgh$ avec $h = z_A - z_B$

Si $z_A > z_B$ c'est-à-dire $h > 0$, le travail de $\vec{P}$ est moteur.

Si $z_A < z_B$ c'est-à-dire $h < 0$, le travail de $\vec{P}$ est résistant.

•Travail de la force électrique : $\vec{F}_e = q\vec{E}$

$W(\vec{F}_e)_{MM'} = \vec{F}_e.\vec{MM'} = q\vec{E}.\vec{MM'} = q.E.d$
Avec E intensité du champ électrique exprimé en volt/m.
d = MM'= distance entre les points M et M'.

On a aussi $W(\vec{F}e) = q(V_M - V_{M'})$ avec V_M = potentiel électrique du point M et $V_{M'}$ potentiel électrique de M'

Travail de la tension d'un ressort. (Tle C et E)

Le travail $W(\vec{T})_{xi\to xf}$ de la tension d'un ressort entre deux positions d'abscisses x_i et x_f est donné par l'expression suivante : $W(\vec{T})_{xi\to xf} = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2)$

Travail d'une force orthogonale à l'axe de rotation (Tle C et E)

Le moment d'une force $\vec{F}$ par rapport à un axe de rotation (D)est une grandeur algébrique noté $M_\Delta(\vec{F})$□□□□□□F.d
(d) étant la distance qui sépare la droite d'action de la force à l'axe de rotation de manière orthogonale.

On a $W(\vec{F}) = \Sigma$□$W(\vec{F}) = M_{□}.\Sigma$□□□

Si nous posons Σ□□□□□□ alors on a : $W(\vec{F}) = M_\Delta(\vec{F})$□□ □

pour n tours ; $\theta = 2\pi n$ et $W(\vec{F}) = M_{/\Delta}.2\pi n$

Puissance d'une force constante.

* Puissance moyenne

$p_m = W(\vec{F})/\Delta t$

p_m en watt, W en joules, Δt en secondes.

*Puissance instantanée

$p_m = F.V.\cos\alpha$

Avec p_m en Watt(W) ; F en Newton (N) ; vitesse V en (m/s)

Energie cinétique

•Energie cinétique d'un solide en mouvement de translation :

$E_C = \frac{1}{2} mV^2$ avec E_C en joules (J)

M en Kilogramme (Kg)

V en m/s

•Energie cinétique d'un solide en mouvement de rotation

$E_C = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$ avec E_C en Joules.

J_Δ moment d'inertie du solide en kg/m²

ω vitesse angulaire du solide en rad/s.

Tableau récapitulatif

	Mouvement de translation	Mouvement de rotation
Variable de déplacement	Distance x	Angle θ
Vitesse du mouvement	$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$	$\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$
Accélération du mouvement	$\ddot{x} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2}{dt^2} x$	$\ddot{\theta} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2}{dt^2}\theta$
Cause du mouvement	$\vec{F} = \Sigma \vec{f}_{ext}$	$\Sigma M_{/\Delta}(\vec{F})$
Variable d'inertie	Masse m	Moment d'inertie
Equation fondamentale	$\vec{F} = m\ddot{x}$	$\Sigma M_{/\Delta} = J_{/\Delta}\frac{d\omega}{dt}$

Partie A (compréhension du cours et consolidation des acquis)

Exercice 1

Répondre par vrai ou faux

1/ Le travail d'une force constante se déplaçant d'un point A à un point B dépend :

1-1/ du chemin suivi de A à B.

1-2/ de la grandeur différenciant la positon du point A de celui du point B dans cet espace.

2/ Le travail d'une force qui s'oppose au déplacement d'un corps donné est :

2-1/ résistant

2-2/ moteur

3/ Lorsqu'un système soumis à plusieurs forces qui lui sont extérieures est en équilibre, l'on obtient la rélation :

3-1/ $\sum \vec{F} \neq \vec{0}$ ou $\sum M_{/\Delta}(\vec{F}) \neq 0$

3-2/ $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ ou $\sum M_{/\Delta} = 0$

4/ Lorsqu'un système soumis à plusieurs forces qui lui sont extérieures a un mouvement uniforme, l'on obtient la relation :

4-1/ $\sum \vec{F} \neq \vec{0}$

4-2/ $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$
5/ Lorsqu'un système soumis à plusieurs forces qui lui sont extérieures a un mouvement varié, l'on obtient la relation :

5-1/ $\sum \vec{F}_{ext} \neq \vec{0}$

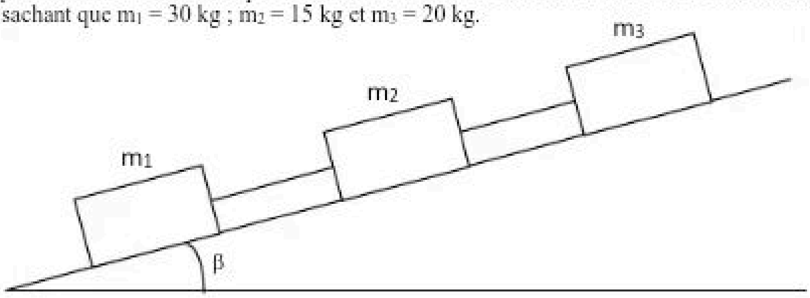
5-2/ $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$
6/ Lorsque la somme algébrique des travaux des forces extérieures appliquées à un système entre les positions A et B est nulle, alors on a :
6-1/ $V_A < V_B$
6-2/ $V_A = V_B$
6-3/ $V_A > V_B$
7/ L'application du théorème du centre d'inertie implique :
7-1/ une somme algébrique
7-2/ une somme vectorielle
8/ L'application du théorème de l'énergie cinétique implique :
8-1/ une somme algébrique
8-2/ une somme vectorielle

Exercice 2
Un pendule est constitué par un fil OA auquel est fixé en A, une petite bille d'acier de masse m. Le pendule est suspendu au plafond d'une automobile par l'extrémité O du fil.
Déterminer l'angle d'inclinaison α du pendule par rapport à la verticale et la valeur de la tension du fil lorsque l'automobile roule sur une voie rectiligne et horizontale dans les cas suivants :
1/ l'automobile est animé d'un mouvement rectiligne uniforme.
2/ l'automobile démarre avec une accélération constante de valeur $a = 1.5 m/s^2$
On donne : $g = 9.8 m/s^2$, $m = 0.1$ kg

Exercice 3
Lors de la kermesse organisée par le conseil scolaire, un jeu permet de tester sa force : l'on pousse un solide S de masse m = 5 kg sur une glissière horizontale AB afin qu'il puisse, grâce à l'énergie reçue, escalader une rampe BC inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ sur l'horizontale.

On considère l'ensemble des frottements équivalents à une force $\vec{f}$ parallèle à la rampe et dirigés en sens contraire du mouvement et de valeur f = 5N
A la fin de la période de lancement en B, l'énergie cinétique acquise par le solide S est égale à 360 J.
Quelle distance le centre d'inertie du solide peut-il parcourir sur la rampe BC avant de s'arrêter à cause des frottements. ?

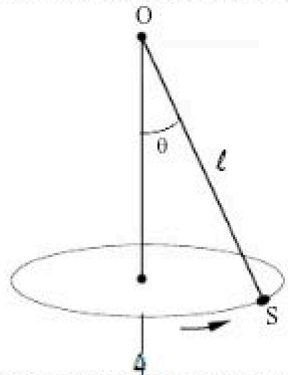
Exercice 4
Trois solides de dimensions négligeables et de masses respectives m_1 ; m_2 et m_3 sont reliés dans cet ordre par des ficelles sans masse. Ils reposent sans frottement sur un plan incliné d'un angle β par rapport à l'horizontal.
On tire sur l'ensemble avec une force F = 60 N.
1/ Faire un schéma du dispositif et représenter pour chaque solide les forces qui lui sont appliquées.
2/En utilisant le théorème du centre, donner les expressions respectives de l'accélération a_1 du solide 1 ; a_2 du solide 2 et a_3 du solide 3.
3/ En déduire les expressions des tensions respectives T_1 de la ficelle 1 entre m_1 et m_2 et T_2 de la ficelle2 entre m_2 et m_3
4/ Calculer T_1 et T_2 sachant que $m_1 = 30$ kg ; $m_2 = 15$ kg et $m_3 = 20$ kg.



Exercice 5
Un solide métallique de faibles dimensions et de masse m = 20 g est suspendu à l'extrémité d'un fil de masse négligeable et de longueur l = 50 cm. L'autre extrémité du fil est fixée en un point O d'un axe vertical Δ.
Lorsque cet axe tourne à une vitesse angulaire suffisante, le fil s'incline et le centre d'inertie G prend un mouvement circulaire uniforme sur le cercle de centre I et de rayon r (voir figure).

1/ Déterminer la mesure de l'angle α formé par le fil et la verticale, lorsque la vitesse angulaire est $\omega = 7{,}33$ rad/s (prendre $g = 9{,}8\ m/s^2$)

2/ Calculer dans ces conditions, la valeur de la tension $\vec{T}$ du fil.
3/ Quelle est la valeur minimale ω_m de la vitesse angulaire qui permet au pendule de prendre une inclinaison par rapport à la verticale ?



Exercice 6

Une automobile de masse $M_1 = 1000$ kg tracte une caravane dont la masse vaut $M_2 = 2000$ kg . Les forces de résistance à l'avancement équivalent pour chacun des véhicules à des forces $\vec{f_1}$ et $\vec{f_2}$ parallèles à la route, dirigées en sens inverse du mouvement et d'intensité constante : $f_1 = 100$ N et $f_2 = 200$ N. On prendra $g = 9.8\ m/s^2$
En assimilant l'automobile et la caravane à des points matériels, il est conseillé de faire un schéma pour chacun des cas ci-après.
1 / La route est rectiligne et horizontal.
1-1/ Le convoi roule à la vitesse constante v = 72 km/h.

1-1-1/ Déterminer l'intensité de la force propulsive $\vec{F}$ développée par l'automobile. Dépend-elle de la vitesse ?
1-1-2/ Calculer la puissance développée par ce moteur. Dépend-elle de la vitesse ?
1-2/ Le convoi démarre d'un mouvement uniformément accéléré et sa vitesse passe de 0 à 72 km/h après un parcours de 2 km.

1-2-1/ Déterminer l'intensité de la force propulsive $\vec{F}'$ développée par l'automobile.
1-2-2/ Déterminer la puissance à un instant t quelconque, développée par l'automobile.

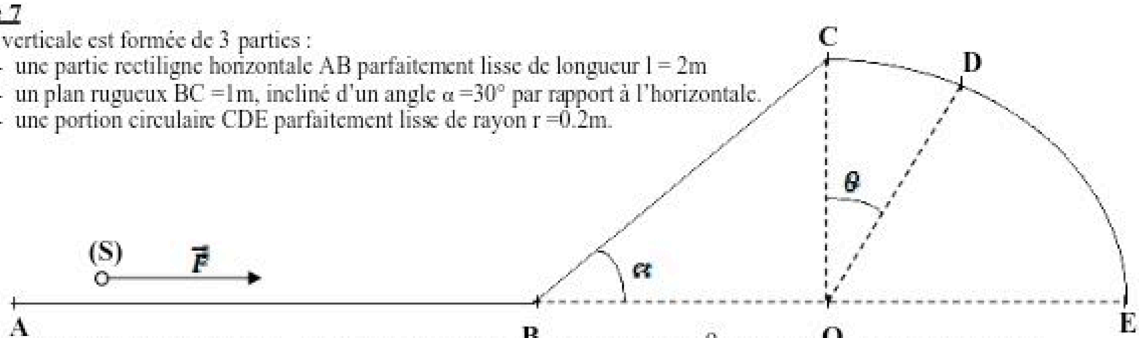
2/ Déterminer dans chacun des deux cas précédents, la force de traction $\vec{T}$ exercée par l'automobile sur la caravane.
3/ La route est rectiligne de pente 3 %.

3-1/ déterminer l'intensité de cette force de traction $\vec{T}$ si le convoi roule à vitesse constante v = 72 km/h.

3-2/ Déterminer l'intensité de cette force de traction $\vec{T}$ si la vitesse du convoi passe de 0 à 72 km/h après un parcours de 2 km.

Exercice 7

Une piste verticale est formée de 3 parties :
- une partie rectiligne horizontale AB parfaitement lisse de longueur l = 2m
- un plan rugueux BC =1m, incliné d'un angle α =30° par rapport à l'horizontale.
- une portion circulaire CDE parfaitement lisse de rayon r =0.2m.



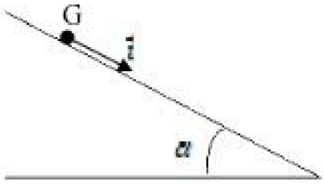
1/On exerce sur un solide S de masse m = 5 kg initialement au repos en A, une force $\vec{F}$ horizontale et de valeur constante (F = 8 N) le long de AB. Prendre g = 10 N/kg

1-1/ Déterminer les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}$.
1-2/ Déterminer en fonction de F, l et m, la valeur V_B de la vitesse de S en B.
1-3/ Calculer V_B.
2/ Le solide S aborde le plan incliné avec la vitesse $V_B = 2.5$ m/s. Calculer la valeur f de la force de frottement exercée par le plan incliné sur le solide S si celui-ci atteint le point C avec une vitesse quasi nulle.
3/ Le solide S aborde la partie circulaire de la piste avec $V_C \approx 0$ m/s et y glisse sans frottement.
3-1/ En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au solide S, établir une relation entre V_D, r, g et θ.

3-2/ En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide S en D, établir une relation entre la valeur R de la réaction du support, m, g et θ.
3-3/ Déterminer la position du solide S au moment ou il quitte la piste.
3-4/ Quelle est alors sa vitesse ?

Exercice 8

Un solide de centre d'inertie G et de masse m= 600g, abandonné sans vitesse initiale, glisse sur un plan incliné d'angle $\alpha = 30°$ par rapport au plan horizontal. On suppose que le solide est soumis au cours de son mouvement, à une force de frottement $\vec{f}$ constante, parallèle à la trajectoire de G et opposée au vecteur vitesse de G.
Dans tout l'exercice, on prendra $g = 9.8 \ m/s^2$



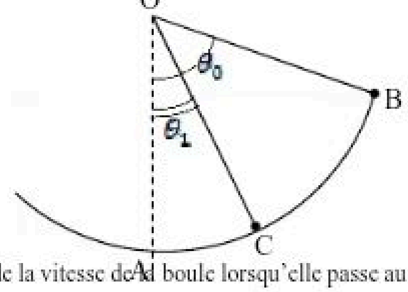
1-1/ Etablir l'expression littérale de l'accélération a_G, du centre d'inertie du solide. En déduire la nature de son mouvement.
1-2/ Etablir l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie du solide, en fonction de a_G. On prendra pour origine des espaces et des dates respectivement le point et l'instant où le solide est abandonné.
1-3/ Calculer la valeur a_G de l'accélération du mouvement de G dans le cas ou les frottements sont négligeables.
2/ Un dispositif expérimental approprié permet d'enregistrer les positions successives Gi de G à des dates ti régulièrement espacées de τ =60ms. Les résultats expérimentaux ont permis d'établir le tableau suivant :

G_i	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
X (mm)	0	8.5	33	74.5	132.5	207
t_i (s)						
V_i (m/s)						
a_i (m/s^2)						

2-1/ Compléter le tableau.
2-2/ En vertu des résultats trouvés précédemment, montrer qu'il existe des frottements sur la piste.
2-3/ Calculer la valeur de la force de frottement.
2-4/ En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre les dates t_1 et t_4, retrouver la valeur de f.

Exercice 9

Une boule de plomb quasi ponctuel, de masse m = 50 g, est suspendue à l'extrémité d'un fil inextensible de masse négligeable, l'autre extrémité du fil est fixée au point O et la longueur du fil vaut l =1m. On note A, la position de la boule située à la verticale de O. (g =10 N/kg)
On écarte la boule de sa position d'équilibre, d'un angle θ_o =70° et la lâche sans vitesse initiale.



1-1/ Etablir l'expression littérale de la vitesse de la boule lorsqu'elle passe au point C défini par θ_1= mes $(\widehat{AOB})$ =25° en fonction θ_o, θ_1, l et g.
1-2/ Déduire l'expression de la vitesse de la boule lorsqu'elle passe en A en fonction θ_o, l et g.
1-3/ Calculer la valeur de la vitesse en C et A.
2-1/ Etablir l'expression littérale de la tension du fil lorsque la boule passe au point C en fonction de m, θ_o et θ_1.
2-2/ Déduire l'expression littérale de la tension du fil lorsque la boule passe au point A.
2-3/ Calculer la valeur de la tension du fil en C et en A.

Partie B (je pratique une démarche scientifique)

Exercice 1

Une brique B de masse $M = 5$ kg, posée sur une table horizontale, est entrainée par l'intermédiaire d'un fil inextensible de masse négligeable, par une charge C de masse
$m = 2$ kg abandonnée sans vitesse (voir figure).

On suppose les frottements négligeables et on admet que les tensions des brins de fils, de part et d'autres de la poulie, ont même valeur T.

1/ Faire le bilan de toutes les forces qui s'exercent
1-1/ sur la brique B.
1-2/ sur la charge C.
2-1/ En appliquant le théorème du centre d'inertie à B puis à C, trouver deux relations à partir desquelles, on déduira la valeur de l'accélération a de la brique en fonction de M, m et g.
2-2/ Calculer numériquement a.
3-1/ Exprimer la tension T du fil en fonction de g, M et m.
3-2/ Calculer numériquement T.
4/ A la date $t = 0$, la charge C est située à 1 m au dessus du sol et sa vitesse Vo est nulle.
4-1/Au bout de combien de temps la charge C touche-t-elle le sol ?
4-2/ Quelle est alors sa vitesse ?

Exercice 2

Un jeu est constitué d'une cuve de rayon $R = 2,5$ m pouvant tourner autour de son axe vertical. On y fait entrer une personne et on met la cuve en mouvement, la personne étant adossée à la paroi. Quand le mouvement atteint une vitesse angulaire ω, on escamote le plancher de la cuve.
Calculer ω pour que la personne reste collée à la paroi, avec laquelle il a un coefficient de frottement statique $k = 0,4$.

Remarque : k appelé coefficient de frottement ou d'adhérence est défini par $k = \frac{f}{R_n}$ avec f valeur des forces frottements et R_n valeur de la réaction normale.

Exercice 3

Une automobile de masse $M = 1200$ kg démarre sur une route rectiligne et horizontale. Un observateur chronomètre les passages suivants : $t_o = 0$ s; $x_o = 0$ m; $t_1 = 2$ s; $x_1 = 4$ m; $t_2 = 4$ s, $x_2 = 16$ m; $t_3 = 6$ s; $x_3 = 36$ m
1/ En déduire la nature du mouvement et l'accélération a trouvée par l'observateur.

2/ L'action du moteur est supposée équivalente à une force unique $\vec{F}$ et les frottements à une force $\vec{f}$ unique de sens opposée à celui du vecteur vitesse et d'intensité $f = 150$ N.

Calculer l'intensité de la force $\vec{F}$.
3/ Calculer la puissance moyenne mise en jeu par le moteur au cours de ces 6 secondes.
4/ Cette puissance moyenne est-elle restée constante pendant toute cette phase ? Justifier.
5/ Le pilote qui contrôle son accélération, a fixé au tableau de bord une tige horizontale dans la direction du mouvement. Un ressort de constante de raideur $k = 10$ N/m est fixé à la tige, à son extrémité avant, l'autre extrémité étant lié à un corps A de masse $m = 0.1$ kg qui peut coulisser librement sur la tige.
Au repos, le ressort avant avait une longueur $l_o = 25$cm. Quelle longueur du ressort le pilote doit-il lire pour être en accord avec les mesures de l'observateur pendant la phase de démarrage ?

Exercice 4

Un solide (S) de masse $m = 150$ g est lancé à partir d'un point O sur une piste rectiligne incliné d'angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale avec une vitesse initiale de valeur V_o inconnue. Un dispositif permet de mesurer à des dates données, la vitesse du solide. Les résultats sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

$t(10^{-3}$ s)	80	160	245	315	408	481	574	642	722	802
V(m/s)	1.18	1.48	1.75	1.91	2.22	2.47	2.71	2.91	3.09	3.39

On prendra l'accélération de la pesanteur $g = 10$ m/s^2
1/ Construire le graphe de $V = f(t)$ avec les échelles suivantes : 20 mm pour 100. 10^{-3} s et 20 mm pour 0,5 m/s.
2/ Déterminer à l'aide du graphe l'accélération du solide (S) ainsi sa vitesse initiale. En déduire que la somme des forces qui s'opposent au mouvement du solide n'est pas nulle.
3/ Etablir, par application du théorème du centre d'inertie au solide (S) et, en prenant pour somme des forces qui s'opposent au mouvement , une force $\vec{F}$, constante, parallèle à la ligne de plus grande pente de la piste et de sens contraire au mouvement , l'expression de l'intensité de la force $\vec{F}$.
4/ Calculer la valeur expérimentale de l'intensité de la force $\vec{F}$.

3 INTERACTION GRAVITATIONNELLE

Dans ce chapitre, nous apprendrons à décrire le mouvement des satellites de la terre ou du soleil dans des référentiels différents.

Objectif Général : Analyser la nature du mouvement du centre d'inertie d'un solide.

Pré requis :
- Connaître le référentiel géocentrique et celui de Copernic.
- Connaitre le principe de l'inertie
- connaitre le champ de gravitation à une altitude z.
- Connaître le système solaire
- Connaître les caractéristiques d'un mouvement circulaire uniforme

Objectif spécifique : Appliquer la relation $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$ à un solide dans un repère géocentrique pour décrire le mouvement des satellites

RÉSUMÉ

Loi d'attraction universelle ou loi de newton :

Deux masses ponctuelles m_1 et m_2 situées à la distance d l'une de l'autre, s'attirent réciproquement avec une force $\vec{F}$:

La direction de $\vec{F}$ est celle de la droite passant par les deux centres d'inertie.

La valeur de la force $\vec{F}$ est : $F = \frac{Gm_1m_2}{d^2}$ avec G constante de gravitation universelle ($G = 6{,}67.10^{-11}$ S.I.)

D'après la loi ci-dessus, on a pour deux corps ponctuels de masses respectives m_A et m_B $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G\frac{m_Am_B}{d^2}\vec{u}$ tel que

$\vec{F}_{A/B}$ est la force exercée par A sur B et $\vec{F}_{B/A}$ est celle exercée par B sur A

Champ de gravitation terrestre

$\vec{g}$ est le champ de gravitation créé par une masse ponctuelle M en un point P. On a : $\vec{g}_P = -G\frac{M}{R^2}\vec{u}$

Tout corps de masse m placé dans ce champ est soumis à la force de gravitation $\vec{F} = m\,\vec{g}_o$
N.B : On peut confondre champ de gravitation de la terre et champ de pesanteur terrestre :
⇒ A l'altitude h, on a $g_h = g_o\frac{R_t^2}{(R_T+h)^2}$

Mouvement circulaire des satellites

Le mouvement des satellites dans le référentiel géocentrique est circulaire uniforme.

Le vecteur accélération $\vec{a}$ est centripète avec $\vec{a} = \vec{g}$

La vitesse est constante ; dans la base de Frenet, on a : $v^2 = \frac{GM_t}{r} = g_o\frac{R_t^2}{R_t+h}$

La période du mouvement est $T = \frac{2p}{v} = 2\pi\frac{(R_t+h)^3}{g_oR_t^2}$

Un satellite géostationnaire est immobile par rapport à la terre. Sa période est égale à un jour sidéral, période de la terre. Sa trajectoire est un cercle dans le plan équatorial

Planètes

Dans le référentiel de Copernic, une planète a une trajectoire quasi circulaire centrée sur le soleil. Sa période T et son rayon r de sa trajectoire vérifient la troisième loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4p^2}{GM_{soleil}}$$

Partie A (compréhension du cours et consolidation des acquis)

Exercice 1 :

1/ Définir un référentiel :

1-1/ géocentrique

1-2/ héliocentrique ou de Copernic

2/ Qu'est ce que l'interaction gravitationnelle ?

3/ Soient $F_{J/S}$ la valeur de la force exercée par Jupiter sur le soleil et $F_{S/J}$, la valeur de celle exercée par le soleil sur Jupiter. Laquelle de ses trois propositions est vraies ? Justifier.

3-2/ $F_{J/S} > F_{S/J}$

3-3/ $F_{J/S} = F_{S/J}$

3-/ $F_{J/S} < F_{S/J}$

4/ Ecrire la relation mathématique traduisant la loi d'interaction ? Enoncer cette loi. Comment l'appelle-t-on encore ?

5/ Qu'est-ce qu'un champ de pesanteur uniforme ? Dans quel cas le champ de pesanteur est-il uniforme ?

6/ Enoncer la 3^{ième} loi de Kepler. Retrouver la relation mathématique traduisant cette loi en considérant qu'une planète décrit une trajectoire circulaire dans un repère de Copernic considéré comme galiléen.

7/ Répondre par vrai ou faux

7-1/ Les forces gravitationnelles terrestres sont assimilées au poids

7-2/ Le champ de gravitation est indépendant de l'altitude h.

7-3/ La force gravitationnelle à laquelle est soumise un satellite est centripète parce que sa trajectoire est une parabole.

7-4/ La vitesse d'un satellite dépend de sa masse et de son altitude.

7-5/ La vitesse angulaire d'un satellite est $\omega = \dfrac{v}{R_t + h}$

7-5/ La période du mouvement d'un satellite dépend de sa masse et de son altitude.

7-6/ Un satellite géostationnaire à un mouvement dont la période est identique à celle de la terre.

Exercice 2

1_ Calculer la valeur des forces de gravitation exercées entre le soleil et la terre.

2_ Calculer la valeur du champ de gravitation terrestre

2-1/ Au niveau du sol.

2-2/ A l'altitude h = 36000 m

On donne : $S_{soleil} = 2\ 10^{30}$ kg ; $M_{SOLEIL} = 6.10^{24}$ kg ; distance (soleil-terre) = d = $1,5.10^{11}$ m

Rayon de la terre $R_T = 6,4.10^6$ m.

Exercice 3

Evaluer la masse de la terre sachant que R_T = 6400 km ; g =10 m/s^2 et la constante G de la gravitation universelle G = 6.67 10^{-11} S.I.

Exercice 4

Un satellite de télécommunication est géostationnaire (satellite dont la trajectoire est dans le plan de l'équateur et qui est immobile par rapport à la terre).

Il tourne à une altitude constante z = 3.6 10^4 km.

L'étude de ce satellite se fait dans un référentiel géocentrique et on le considérera comme un objet ponctuel.

1/ Que peut-on dire de la vitesse du satellite ?

2/ Calculer la valeur de cette vitesse en m/s et en km/ h.

3/ Calculer sa vitesse angulaire.

4/ Déterminer les composantes de son vecteur accélération dans la base de Frenet. En déduire les caractéristiques de ce vecteur accélération.

Données : rayon de la terre $R_T = 6.4\ 10^3$ km ; période de rotation de la terre T = 24h.

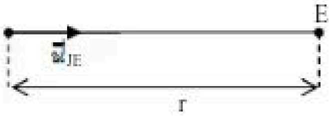
Exercice 5

1- Calculer la valeur du champ de gravitation crée par la lune en un point de sa surface.

2- Comparer la valeur de ce champ à celle du champ crée par la terre en un point de sa surface.
3- Un astronaute et son équipement, pesant 150 kg, se déplacent sur la lune. Il est soumis à des forces gravitationnelles dues à la terre et à la lune. Comparer les valeurs de ces forces.
Données : $M_L = 7.3\ 10^{22}$ kg ; $R_L = 1.74\ 10^3$ km ; distance Terre-Lune $D = 380\ 10^3$ km
N.B : la terre et la lune sont supposées à répartition sphérique de masse et on néglige le rayon de la lune devant la distance terre-lune

Exercice 6

Europe est un des satellites de la planète Jupiter et fut découvert par Galilée en janvier 1610. On considère que l'orbite d'Europe est circulaire de rayon $r = 5.99\ 10^5$ km.



1/ Dans quel référentiel le mouvement d'Europe est-il décrit ?
2/ Donner l'expression vectorielle de la force exercée par Europe sur Jupiter (ces deux astres étant considérés comme à répartition de masse sphérique) et la représenter sur un schéma.
3/ Calculer la valeur de cette force.
4/ Que peut on dire de la force exercée par Jupiter sur Europe ?
5/ On considère maintenant les champs de gravitation G_J crée par Jupiter au centre E d'Europe et G_E crée par Europe au centre J de Jupiter.
Donner l'expression vectorielle de chaque champ à l'aide du vecteur unitaire défini précédemment ; représenter ces champs sur un schéma et calculer leurs valeurs.
Données : Masse de Jupiter $M_J = 1.9\ 10^{27}$ kg ; Masse d'Europe $M_E = 4.88\ 10^{22}$ kg et Constante de gravitation universelle $G = 6.67\ 10^{-11}$ S.I.

Exercice 7

On désigne par :
R_T : le rayon de la terre supposé sphérique et homogène = 6370 km
M_T : la masse de la terre
G : la constante de gravitation universelle
$g_o = 9.8$ m/s^2
h = l'altitude
1-1/ Etablir l'expression de l'intensité du vecteur champ de gravitation terrestre g en fonction de G, M_T, R_T et h.
1-2/ Quelle est l'expression de l'intensité du vecteur champ de gravitation g_o au sol ?
1-3/ En déduire l'expression de g en fonction de g_o, R_T et h.
2/ Un satellite est en orbite circulaire autour de la terre à une altitude h. Etablir, dans un repère géocentrique, les expressions de la vitesse V du satellite et de sa période de révolution T en fonction g_o, R_T et h.
3/ Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ? Quelle est l'altitude h d'un tel satellite ?
4/ La pleine lune a lieu tous les 29 jours. En négligeant la rotation de la terre autour du soleil, en déduire une valeur approchée de la distance terre-lune.

Exercice 8

On suppose que la terre possède une répartition sphérique de masse.
1- Etablir l'expression du champ de gravitation g de la terre à l'altitude z en fonction de G, M_T, R_T et z.
2- Montrer qu'à l'altitude z, le champ de gravitation g est donné par la relation

$g = \frac{g_0 R_T^2}{(R_T + z)^2}$ avec g_o le champ de gravitation au sol.

3- On place à l'aide d'une fusée, un satellite assimilable à un point matériel de masse m, sur une orbite circulaire à l'altitude z.
3-1/ Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
3-2/ Etablir l'expression de la vitesse du satellite en fonction de g, de R_T et de z. Calculer la valeur de la vitesse du satellite pour z = 1000 km.
3-3/ Quelle est la période de révolution de ce satellite ?
4/ Un satellite géostationnaire reste constamment à la verticale d'un même point de la surface de la terre.
4-1/ Quelle est la période d'un tel satellite ?
4-2/ Exprimer l'altitude du satellite en fonction de la période T, du champ g_o, et de R_T de la terre. Calculer la valeur de l'altitude du satellite.

Partie B (je pratique une démarche scientifique)

Exercice 1

L'accélération de la pesanteur g a pour valeur à l'altitude z : $g = g_o \frac{R^2}{(R+z)^2}$ où g_o est l'accélération de la pesanteur au niveau du sol (z = 0) et R le rayon terrestre.

Un satellite artificiel de la terre tourne autour du centre de celle-ci d'un mouvement circulaire uniforme à l'altitude z = 36000 km.

Calculer sa vitesse V et sa période de révolution T.

On donne; $g_o = 9.8$ m/s^2 ; R = 6400 km

Exercice 2

On désigne par :

→R = 6.4 10^6 m le rayon de la Terre supposée sphérique et homogène.

→M la masse de la Terre.

→G la constante de gravitation universelle.

→g_0 = 9.8 N/kg la valeur du champ gravitationnel à l'altitude zéro.

→z l'altitude d'un point

Le télescope spatial Hubble a été mis sur orbite circulaire autour du centre O de la Terre. Il évolue à une altitude à une altitude z_H = 600 km.

Ce télescope, objet pratiquement ponctuel par rapport à la Terre, est noté H et a une masse m = 12 10^3 kg. Les images qu'il fournit sont converties en signaux électriques et acheminées vers la Terre via des satellites en orbite circulaire à une altitude z_G =3.6 10^4 km.

1/ Appliquer la loi de l'attraction universelle de Newton au télescope situé à l'altitude z et donner l'expression littérale de la valeur de la force de gravitation qu'il subit en fonction de m ; g_0 ; R et z.

2/ Calculer la valeur de cette force pour z = z_H = 600 km.

3/ Les satellites en orbite circulaire à l'altitude z_G se déplacent sur cette orbite avec une vitesse V = 3.07 10^3 m/s.

3-a/ Calculer leur période de révolution T_G autour de la Terre.

3-b/ Comparer ce résultat à la période de rotation de la Terre sur elle-même. Que peut-on en déduire ?

Exercice 3

1. Météosat est un satellite artificiel, de masse m, qui tourne autour de la terre, sur une orbite circulaire, à l'altitude z = 35.8 10 ^{3} km.

1.1- Quelles sont les caractéristiques de la force gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par la terre sur ce satellite ?

1.2- Donner son expression en fonction de l'altitude z, la masse du satellite m, la masse de la terre M_T, le rayon R de la terre et G la constante de gravitation.

2.

2.1-En déduire que le mouvement du satellite est uniforme. Préciser le référentiel d'étude.

2.2- Exprimer la vitesse V du satellite sur son orbite.

3. Donner l'expression de la période T de révolution du satellite en fonction de G, M_T, et r (rayon de l'orbite du satellite).

4. Montrer que $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante pour tous les satellites de la terre (c'est la troisième loi de Kepler).

5. La lune tourne autour de la terre sur une orbite circulaire de rayon r = 385280 km. Sa période de révolution est de 27 jours 1/3. Utiliser la troisième loi de Kepler pour calculer la masse de la terre

Exercice 4 "Pesée du monde"

On admet que:

- la Terre et la Lune ont chacune une répartition de masse à symétrie sphérique ;
- la Lune se déplace sur une orbite circulaire autour de la Terre.

On assimile le champ de gravitation terrestre au champ de pesanteur.

On appelle r la distance entre les centres des deux astres.

1/ Faire le schéma de l'orbite de la lune dans le référentiel géocentrique et représenter la force gravitationnelle exercée par la Terre sur la Lune.

2/ La valeur du champ de gravitation terrestre est donnée par la relation : $g = G \frac{M}{r^2}$

2-1 Préciser ce que représente chaque lettre figurant dans cette relation.

2-2 Etablir l'expression de g en fonction de g_o (valeur du champ de gravitation au niveau du sol), de R(rayon de la terre) et de r.

3/ Mouvement de la Lune

3-1/ Appliquer le théorème du centre d'inertie (ou 2 è loi de newton) à la Lune dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. Exprimer le vecteur accélération du centre d'inertie de la Lune.

3-2/ Soit v la vitesse de la Lune sur son orbite.

3-2-1/ Donner les caractéristiques du vecteur accélération du centre de la Lune en mouvement circulaire uniforme.

3-2-2/ Montrer que $g_o = \frac{rv^2}{R^2}$

4/ Depuis l'antiquité, on sait que r = 60 R et que la période de révolution de la Lune est T = 27 jours 7 heures et 43 minutes. En 1670, Jean Picard, par une méthode de triangulation, trouve une valeur de R = 6370 km. En 1686, Isaac Newton utilise ces données pour déterminer la valeur de g_o.

4-1/ Exprimer v en fonction de T et de r .

4-2/ Retrouver la valeur de g_o déterminer par Newton.

5/ En 1798, Henry Cavendish mesure G à l'aide d'une balance de torsion. Il obtient $G = 6.670\ 10^{-11}\ N.m^2/kg^2$;

Calculer la masse de la Terre en considérant $g_o = 9.81\ m/s^2$ et R = 6370 km.

6/ En l'an 2000, deux physiciens de l'Université de Washington, améliorent le dispositif de Cavendish : ils obtiennent une valeur de G comprise entre $6.6741\ 10^{-11}$ et $6.6744\ 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$

Pour les deux physiciens d'aujourd'hui, la Terre est-elle plus légère ou plus lourde que pour Cavendish ?

4 MOUVEMENT DANS UN CHAMP UNIFORME

Ce chapitre représente une application des deux premiers. Il s'agit d'obtenir la forme de la trajectoire et la loi du mouvement d'un corps lorsque la somme des forces extérieures qui lui sont appliqués est égale à une force constante.

Objectif Général : Analyser la nature du mouvement du centre d'inertie d'un solide.

Pré requis : Savoir que le centre d'inertie d'un solide soumis à un ensemble de forces telles que $\sum \vec{F}$ = constante à un mouvement rectiligne ou parabolique suivant les conditions initiales.

Objectif spécifique: Appliquer la relation $\sum \vec{F} = m\,\vec{a}_G$ à un solide soumis à une force constante.
(être capable d'obtenir les équations horaires et celles des trajectoires du mouvement d'un corps donné à partir de l'application du théorème du centre d'inertie dans un champ de pesanteur ou électrique uniforme.)

RESUME

Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur uniforme.

Le champ de pesanteur sera considéré comme uniforme car les variations d'altitude restent faibles

donc $\vec{P}$ constante => $\vec{a}_G = \vec{g}$ = Constante et le mouvement est uniformément varié :

À t quelconque on a : • $\vec{v} = \vec{a}_G t + \vec{v}_i$ avec $\vec{v}_i$ vecteur vitesse initiale.

• $\vec{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}_G t + \vec{v}_i + \vec{OM}_i$ avec $\vec{OM}_i$ vecteur position initiale ou vecteur position à l'origine du mouvement.

Cas 1 : $\vec{v}_i \,//\, \vec{g}$ => la trajectoire est une droite.

Cas 2 : $\vec{v}_i \not\parallel \vec{g}$, la trajectoire est une parabole contenu dans le plan déterminé par $(\vec{v}_i ; \vec{g})$ et dont l'équation cartésienne est de la forme : $z = -\frac{1}{2}\frac{gx^2}{v^2_i \cos^2 a} + x\tan\alpha$

• Au point(S) d'altitude maximale appelé sommet de la trajectoire, on a la composante verticale de la vitesse qui est nulle (V_z ou $V_y = 0$).

•La flèche est l' altitude maximale Z_S ou Y_S = h atteinte par le projectile.

• La portée horizontale est la distance entre le point de tir et le point de chute sur l'axe horizontal.

Soient O le point de tir et P le point de chute . On a OP = x_P

Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme

Une charge q, en mouvement dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ est soumise à une force électrostatique constante telle que $\vec{F} = q\vec{E}$

$\vec{F} = q.\vec{E}$ signifie que :

•q > 0 alors $\vec{F}$ et $\vec{E}$ ont même direction et même sens ;

•q < 0 alors $\vec{F}$ et $\vec{E}$ ont même direction et des sens opposés.

F = $|q|$.E avec F en Newton(N) ; q en coulomb (C) et E en Volt/mètre

❖ Caractéristiques de $\vec{E}$

- direction : perpendiculaire aux plaques
- sens : descend les potentiels (des potentiels les plus élevés aux moins élevés)
- intensité : $E = \frac{|U_{AB}|}{d}$ avec U_{AB} = tension entre les plaques et d = distance séparant les plaques.

❖ Travail de la force électrostatique $\vec{E}$

La force électrostatique $\vec{F}$ qui déplace une particule d'un point A à un point B est :

$W(\vec{F})_{A\to B} = \vec{F}.\vec{AB} = q.\vec{E}.\vec{AB} = q(V_A - V_B) = q.\,U_{AB}$

$W(\vec{F})_{A\to B} > 0$ car toujours moteur

$W(\vec{F})_{A\to B}$ s'exprime en Joule ou en électronvolt (eV)

❖ Etude du mouvement :

Le théorème du centre d'inertie appliquée à une particule de masse m et de charge q donne :

$m\vec{a}_G = \vec{P} + \vec{F} = m\vec{g} + q\vec{E}$

Dans la plupart des cas, le poids de la particule est négligeable devant la force électrostatique (F >>P)

$\Rightarrow \quad m\vec{a}_G = q\vec{E}$ soit $\vec{a}_G = \frac{q}{m}\vec{E}$

On a q est constant, m est constante et $\vec{E}$ uniforme donc $\vec{a}_G$ est constante donc :

à t quelconque : $\vec{v} = \frac{q}{m}\vec{E}t + \vec{v}_i$ avec $\vec{v}_i$ = vitesse initiale ou vitesse à l'origine du mouvement.

Et $\overrightarrow{OM} = \frac{q}{2m}\vec{E}\,t^2 + \vec{v}_i t + \overrightarrow{OM_i}$ avec $\overrightarrow{OM_i}$ = Vecteur position initiale

•Si $\vec{v}_i \parallel \vec{E}$, la trajectoire de la particule est une droite parallèle à $\vec{E}$: le mouvement est rectiligne uniformément varié.

•Si, $\vec{v}_i$ non parallèle à $\vec{E}$, alors les particules sont déviées et leur trajectoire est une parabole contenu dans le plan de ($\vec{v}_i$; $\vec{E}$)

Dans le cas d'un faisceau homocinétique d'électrons, la déflexion électrique est proportionnelle à la tension U appliquées aux plaques déflectrices.

Partie A (compréhension du cours et consolidation des acquis)

Exercice 1

Etude du mouvement d'un projectile de masse m animé de la vitesse V_i initiale dans chacun des repères ci après.

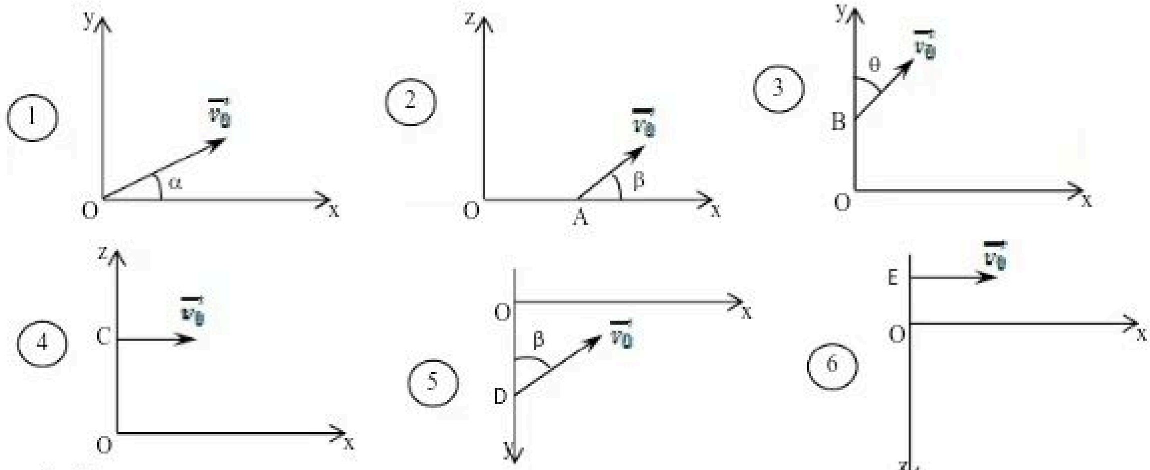
1/ Etablir les équations horaires du mouvement, puis celle de la trajectoire.

2/ Déterminer l'instant où le projectile atteint le sommet S de la trajectoire.

3/ Donner les coordonnées du sommet S.

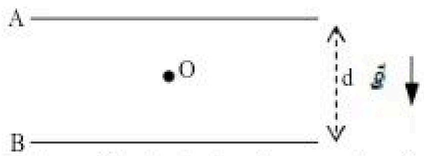
4/ Déterminer l'instant où le projectile passe par le point P de l'axe (Ox)

5/ Donner les coordonnées du point d'impact P sur l'axe (Ox)



Exercice 2

Une boule électrisée supposée ponctuelle, de masse $m = 5\ 10^{-2}$ g, porte une charge $q < 0$. Elle est placée en un point O situé entre les armatures horizontales A et B d'un condensateur plan.



1/ Lorsqu'on applique entre les armatures distantes de d = 4 cm, une tension U_{AB} telle que $|U_{AB}|$ = 4 kV, la boule reste en équilibre.

1-1/ Quel est le signe de la tension U_{AB} ?

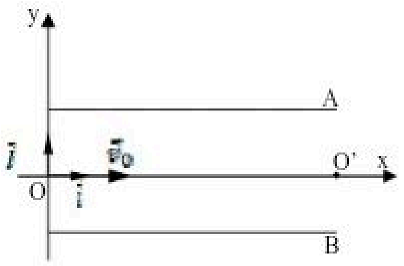
1.2/ Donner les caractéristiques du vecteur champ électrique $\vec{E}$ entre les armatures.

2/ Calculer la valeur de la charge q portée par la boule.

Exercice 3

On dispose de deux plaques A et B parallèles horizontales, distantes de d = 8cm et longues de D = 20cm. Entre ces plaques, on maintient une tension constante U_{AB} =1500 Volts.

Un ion Al^{3+} de masse $m = 27.10^{-27}$ kg pénètre en O entre les plaques avec la vitesse $\vec{v}_0$ de valeur 8.10^6 m/s.



1-1/ Montrer que le poids de l'ion est négligeable devant la force électrostatique qui lui est appliquée .
1-2/ Etablir les équations horaires du mouvement de la particule
1-3/ En déduire l'équation de la trajectoire. Quelle sa nature ?
1-3/ Déterminer les coordonnées du point S de sortie des plaques.
1-4/ Quelle est la condition pour que l'ion Al^{3+} puisse sortir du condensateur ? Dire si l'ion sort du condensateur.

2/ On considère maintenant que le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ fait un angle $\alpha = 40°$ avec l'horizontale et dirigé vers la plaque B, et entre les plaques A et B, règne un champ $\vec{E}$ perpendiculaire aux plaques et dirigé de B vers A.

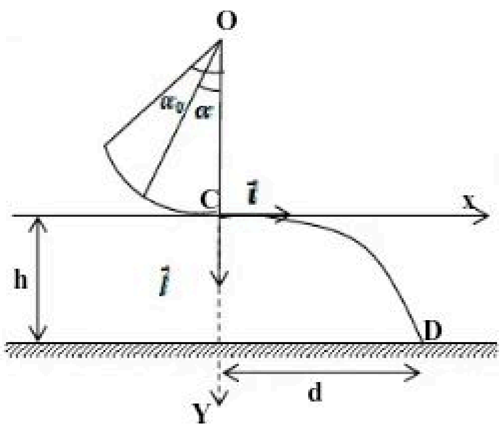
2-1/ Etablir une relation entre le vecteur accélération $\vec{a}$ et le champ $\vec{E}$.

2-2/ En déduire l'expression des vecteurs vitesse $\vec{v}$ et position $\vec{OM}$.

2-3/ Déterminer les coordonnées de $\vec{v}$ et $\vec{OM}$
2-4/ En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.
2-4/ Déterminer les coordonnées du point M_1 où le vecteur vitesse est parallèle à l'axe (Ox)
2-5/ Les ions ressortent en O'. Déterminer l'expression puis calculer la valeur de $U = U_{AB}$ pour que cette condition se réalise.

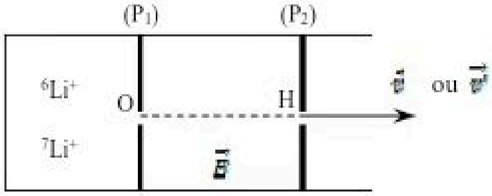
Exercice 4

Une petite sphère solide S de rayon négligeable, de masse m= 20g est accrochée à un point fixe O par un fil inextensible sans masse. La distance de O au centre de la sphère est OA = l = 20cm.
1/ On écarte la sphère S de sa position d'équilibre, le fil faisant un angle $\alpha_0 = 60°$ avec la verticale. On lâche la sphère sans vitesse initiale.
1-1/ Déterminer à un instant t quelconque, la vitesse linéaire du solide en fonction de l'angle α que fait le fil avec la verticale.
1-2/ Calculer cette vitesse et la tension du fil au passage par la position d'équilibre.
2/ La sphère décrit maintenant une circonférence de centre O et de rayon r. Le fil est coupé brusquement quand la sphère passe par le point C, point le plus bas de sa trajectoire avec la vitesse $V_C = 1.41$ m/s.
2-1/ Etablir l'équation de la trajectoire de la sphère.
2-2/ A quelle distance de la verticale de C la sphère touchera-t-elle le sol situé à h = 2m.
2-3/ Déterminer au point de chute, les composantes du vecteur vitesse.
2-4/ Calculer sa valeur. On donne $g = 10$ m/s^2



Exercice 5

Des ions $^{6}_{3}Li^{+}$ et $^{7}_{3}Li^{+}$ de masses respectives m et m' sont produits dans une chambre d'ionisation. Ils pénètrent en O dans un champ électrique uniforme.



1-1/ Quelle est la direction du champ $\vec{E}$?
1-2/ En déduire le signe de la tension $U = (V_{P1} - V_{P2})$ que l'on établit entre les plaques P_1 et P_2.

2/ Comparer les énergies cinétiques des deux ions en H et établir la relation $\frac{v}{v'} = \sqrt{\frac{m'}{m}}$

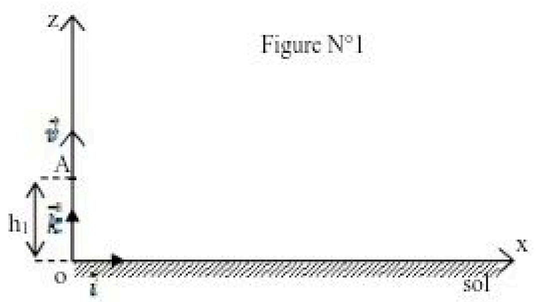
3/ Calculer en H, l'énergie cinétique des ions (en eV) ainsi que leur vitesse.

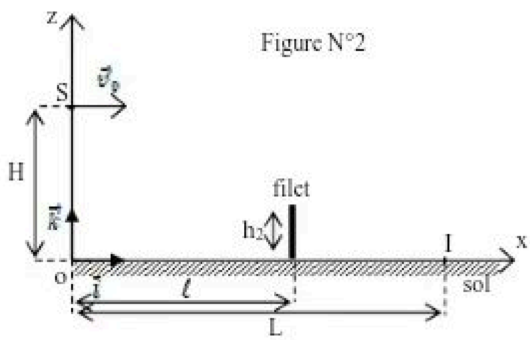
On donne $m = 10^{-26}$ kg ; $m' = 11.7\ 10^{-27}$ kg ; $e = 1.6\ 10^{-19}$ C et $|U| = 10^{4}$ V.

Exercice 6 (extrait du Bac C blanc 2007 du lycée Ste Marie)

On prendra g = 10 m/s.
On assimilera la balle de tennis à un point matériel. On négligera toutes les actions de l'air.

Un joueur de tennis lance la balle verticalement vers le haut avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ à partir d'un point A situé à h_1 = 1 m au dessus du sol (voir figure 1). Lorsque la balle atteint le sommet S, situé à H = 2.5 m au dessus du sol, il la frappe. On suppose que la balle acquiert au moment de la frappe, une vitesse horizontale $\vec{v}'_0$ (voir figure 2)





Partie A

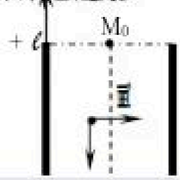
1/ Etudier le mouvement vertical de la balle sur l'axe Oz dirigé vers le haut et dont l'origine est au niveau du sol.(équations horaires et nature du mouvement).
2/ Avec quelle vitesse V_A, le joueur a-t-il lancé la balle ?
3/ Quel temps met-elle pour aller du point du lancement A au sommet S ?

Partie B

1/ Déterminer dans le système d'axes (Ox, Oz) les équations horaires du mouvement de la balle après le point S. En déduire l'équation de la trajectoire.
2/ Entre quelles limites de vitesse doit être comprise v_o' pour que :
2-a/ La balle franchise le filet de hauteur h_2 = 1m situé à la distance l = 12m du joueur serveur.
2-b/ La balle ne sorte pas des limites imposées ; le point d'impact I sur le sol est situé à la distance L = 18.3 du joueur serveur.
3/ Avec quelle vitesse v la balle arrive-t-elle au sol si la vitesse initiale est v_o'= 22 m/s.

Exercice 7

Deux plaques métalliques verticales A et B sont placées dans le vide à une distance d l'une de l'autre et sont soumises à une tension $V_A - V_B = U_{AB}$ positive. La hauteur des plaques est l (voir figure). Entre les plaques, se superposent deux champs : le champ de pesanteur supposé uniforme, caractérisé par $\vec{g}$, et le champ électrique uniforme caractérisé par $\vec{E}$. Une petite sphère M ponctuelle, de masse m, pesante, portant une charge électrique positive q, est abandonnée sans vitesse initiale à l'instant t = 0 en



un point M_o dont les coordonnées dans le système d'axes (Ox ; Oy) sont $x_o = \frac{d}{2}$ et $y_o = l$ (on ne peut négliger l'action de la pesanteur)

1-1/ Utiliser le théorème du centre d'inertie pour donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$. En déduire la nature du mouvement de la sphère.

1-2/ Donner les expressions des vecteurs vitesse $\vec{v}$ et position $\vec{OM}$.

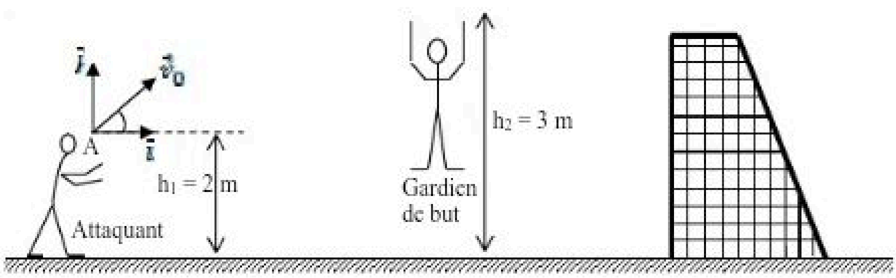
1-3/ Déterminer les coordonnées de $\vec{OM}$ et en déduire l'équation cartésienne de trajectoire. Quelle est sa nature ?
2/ Calculer la date d'arrivée de la sphère chargée dans le plan horizontal passant par O.
3/ Déterminer la valeur de la tension U_{AB} pour que la sphère passe par le point P de coordonnées (d ; 0)

Exercice 8

Dans tout l'exercice, on assimilera le ballon à un point matériel et on prendra g = 10 N/kg
Pendant la préparation des Eléphants pour la Coupe du monde 2014, l'entraîneur Acouchi
expérimente une phase de jeu avec Drogba (attaquant) ; Copia (gardien de but) et Yaya (milieu organisateur) :

Sur un centre de Yaya, Drogba doit reprendre le ballon de la tête en un point A haut de h_1 = 2 m et le propulser à la vitesse $\vec{V}_A$ de valeur V_A = 10 m/s, faisant un angle θ = 60° avec l'horizontale afin de "lober" Copa, qui les bras levés, a une détente verticale de hauteur h_2 = 3m.

L'étude sera faite dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère (A, $\vec{i},\vec{j}$) et on prendra comme origine des dates l'instant où le ballon en A est dévié par Drogba.
1/ Etablir les équations horaires du mouvement du ballon.
2/ En déduire l'équation cartésiennes de la trajectoire du ballon ; la mettre sous la forme numérique.
3/ Aider coach Hamouche à montrer à Copa que :
3-1/ La position x_1 = 4.33 m le séparant de Doba est la plus défavorable pour intercepter le ballon (correspondant au sommet de la trajectoire)
3-2/ qu'il existe deux positions x_2 et x_3 favorables selon qu'il se rapproche ou s'éloigne de Drogba pour intercepter le ballon. Identifier ces positions.
4/ Drogba, toujours en quête de perfection, souhaite que le ballon tombe sur la ligne de but situé à D = 9 m de lui, avant de pénétrer les buts.
4-1/ Avec les données actuelles, peut-il réaliser son souhait ?
4-2/ Calculer la vitesse v' qu'il doit communiquer au ballon pour qu'il tombe sur la ligne de but.
5/ Utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer la vitesse du ballon au moment où il touche le sol, s'il est parti de A avec la vitesse v_A.



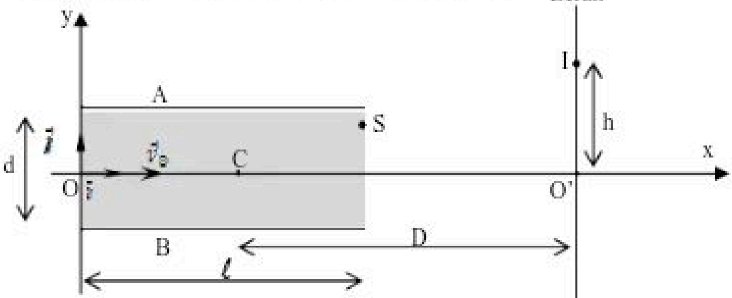
Exercice 9

Deux plaques métalliques notées A et B, de longueur l et distante l'une de l'autre de d, sont horizontales et parallèles (voir schéma).

Un faisceau de protons homocinétiques pénètre, entre les plaques A et B, au point O avec une vitesse initiale $\vec{v}_o$ horizontale. Le poids des particules a un effet négligeable sur leur mouvement. Leur charge est notée q et leur masse m.

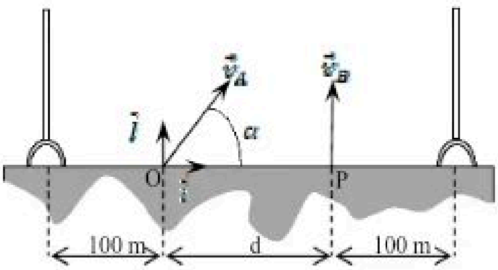
1/ Donner la direction et le sens du vecteur champ électrique $\vec{E}$ créé entre les deux plaques pour que le faisceau de protons soit dévié vers le haut (point S de la figure).
2/ Quel est le signe alors le signe de la tension U_{AB} établie entre les plaques A et B.

3/ La trajectoire d'un proton entre O et S se trouve dans le plan contenant le repère $(O ;\vec{i} ;\vec{j})$.
Etablir dans ce repère, l'équation de cette trajectoire. Quelle est sa nature ?
4/ Les protons sortent du champ électrique au point Set sont reçus en I sur un écran plan placé perpendiculairement à l'axe (Ox). Quelle est la nature du mouvement des protons entre S et I. ?
5/ Etablir l'expression littérale donnant la distance h = O'I en fonction de q, E, l, m, v_o et D = CO' avec $x_C = OC = \frac{l}{2}$
N.B. Propriétés d'une parabole de sommet O ((x = 0 ; y = 0).
La tangente à une parabole au point d'abscisse x coupe l'axe des abscisses au point $\frac{x}{2}$.
6/ Faire l'application numérique sachant que :
$E = 2.10^4$ V/m ; l = 5 cm ; $q = 1.6\ 10^{-19}$ C; $v_o = 10^6$ m/s ; $m = 1.67\ 10^{-27}$ kg ; D = 50 cm.



Exercice 10
Lors de la fête de l'indépendance, l'artificier choisi, veut faire partir deux fusées A et B, de deux points O et P situés au sol et distant de d = 30 m.
La fusée B doit partir avec un retard de 1s sur la fusée A, et les deux doivent exploser ensemble, 4s après le lancement de la fusée A.

A est tirée de O avec la vitesse $\vec{v}_A$, inclinée de α par rapport à l'horizontale, et B est tirée avec une vitesse $\vec{v}_B$ verticale. On donne : $V_A = V_B = 50$ m/s.



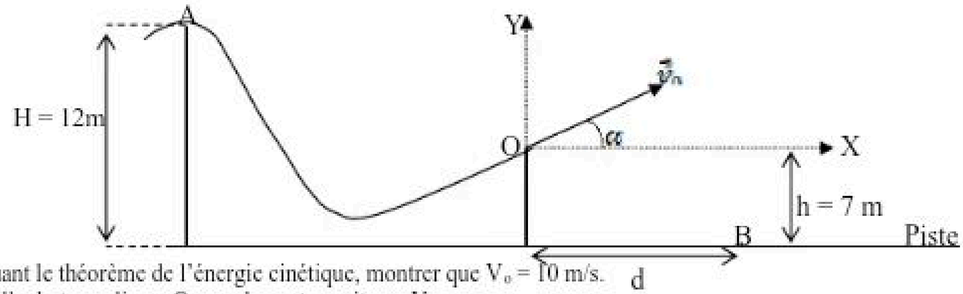
1/ Dans le repère $(O ;\vec{i}; \vec{j})$, établir les équations horaires des mouvements de chaque fusée après leur lancement, en prenant comme origine des dates, l'instant où A est tirée.
2/ Déterminer les équations de chaque trajectoire et préciser leur nature.

3/ Déterminer l'inclinaison α de la vitesse $\vec{v}_A$ pour que l'explosion ait lieu à la verticale de P.
4/ Quelle est la distance qui sépare les deux fusées au moment de l'explosion ?
5/ Les barrières de sécurité pour les spectateurs sont installées de façon à respecter la distance de 100 m des points de lancement O et P. Ces spectateurs sont-ils en sécurité lors de la retombée des fusées en cas de non explosion ?
On négligera les frottements de l'air, et on prendra g = 9.8 m/s.

Partie B (je pratique une démarche scientifique)

Exercice 1

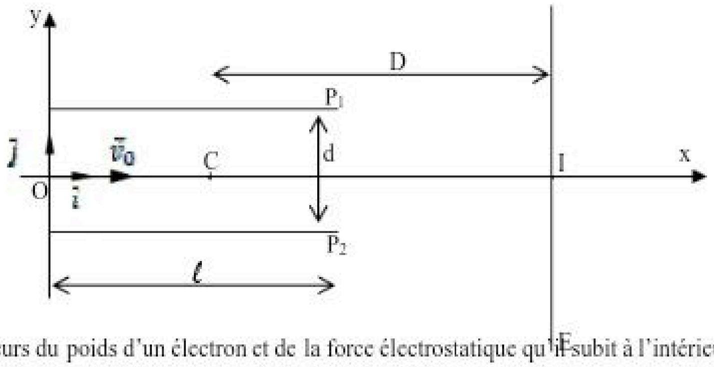
Lors de la demi-finale d'une compétition de vélocross, une cycliste nommée Noun, part d'une hauteur H = 12 m, d'un point A d'un tremplin sans vitesse initiale. Sans toucher aux freins, il arrive au point O situé à la hauteur h = 7 m avec le vecteur vitesse $\vec{V}_o$ faisant un angle $\alpha = 60°$ avec l'horizontal (Ox)
On néglige les frottements et la résistance de l'air. Pour simplifier le problème, on assimilera le cycliste et son équipage à un point matériel confondu avec son centre d'inertie. (prendre $g = 10\ m/s^2$)



1/ En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, montrer que $V_o = 10$ m/s.
2/ Noun décolle du tremplin en O avec le vecteur vitesse V_o.
2-1/ Etablir les équations horaires X(t) et Y(t) du mouvement du centre d'inertie G.
2-2/ Montrer que l'équation de la trajectoire du centre d'inertie G est de la forme $Y = aX^2 + bX$ où a et b sont des constantes exprimées en fonction de g, α et V_o.
2-3/ Montrer l'équation numérique de cette trajectoire est : $Y = -0.2X^2 + 1.7X$.
3/ Noun atterrit sur la piste en B.
3-1/ Quelle est la durée du saut OB ?
3-2/Exprimer et calculer sa vitesse au point B juste avant de toucher la piste.
4/ Pour se qualifier en finale, Noun doit atterrir à une distance minimale de 12.40 m de la verticale du point O.
4-1/ Calculer la distance d séparant le point B de la verticale du point O.
4-2/ Noun se qualifiera-t-elle pour la finale ? Justifier la réponse.

Exercice 2

Des électrons pénètrent avec une vitesse $\vec{V}_o$ horizontale à l'intérieur d'un condensateur plan. Entre les deux plaques horizontales P_1 et P_2 de ce condensateur, séparées par la distance d est appliquée une tension constante
$U = V_{P1} - V_{P2} = 141$ V.
On admettra que le champ électrostatique uniforme qui en résulte agit sur les électrons sur une distance horizontale l mesurée à partir du point O.



1/ Comparer les valeurs du poids d'un électron et de la force électrostatique qu'il subit à l'intérieur du condensateur. Que peut-on conclure ?
2/ Montrer que la trajectoire d'un de ces électrons, à l'intérieur du condensateur est plane et contenue dans le plan xOy représenté sur la figure.
3/ Etablir l'équation de cette trajectoire et en déduire, de quelle distance verticale les électrons sont déviés à la sortie du condensateur.
4/ Ces électrons forment un spot sur un écran fluorescent E placé perpendiculairement à Ox à la distance D du centre C du condensateur.
4-a/ Quelle est la distance Y de ce spot au centre I de l'écran ?
4-b/ Quelle est la vitesse des électrons à leur impact sur l'écran ?
électrons : masse $m = 9.1\ 10^{-31}$ kg ; charge $q = -e = -1.6\ 10^{-19}$ C
$g = 9.8\ m/s^2$; d = 3 cm ; l = 10 cm ; D = 15 cm. $v_o = 2\ 10^4$ km/s

Exercice 3 (extrait du Bac blanc 2013 série D du Lycée Sainte Marie)

Un plat de riz bien protégé, assimilable à un point matériel, est lancé depuis le point le point A sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. On néglige les frottements sur le plan AB. La longueur du plan AB est L = 2 m (voir figure).

Le plat arrive en B avec un vecteur vitesse $\vec{v}_B$ de norme $V_B = 10$ m/s. On prendra $g = 9.8$ m/s^2.

1

1-1/ Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le plat entre les points A et B, et calculer la vitesse V_A du lancement au point A.

1-2/ Représenter le vecteur vitesse $\vec{v}_B$ au point B.

2/ A partir du point B, le plat entre dans le champ de pesanteur uniforme. On néglige les frottements de l'air. Le plat de riz tombe au fond d'une prison à la distance h = 5 m en dessous du point B.

2-1/ Déterminer les équations horaires du mouvement du plat dans le repère (B ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), en considérant qu'à l'instant initial, le plat se trouve au point B.

2-2/ En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire du plat.

2-3/ A quelle date, ce plat arrive-t-il au fond de la prison au point E ?

2-4/ En déduire l'abscisse x_E du point E.

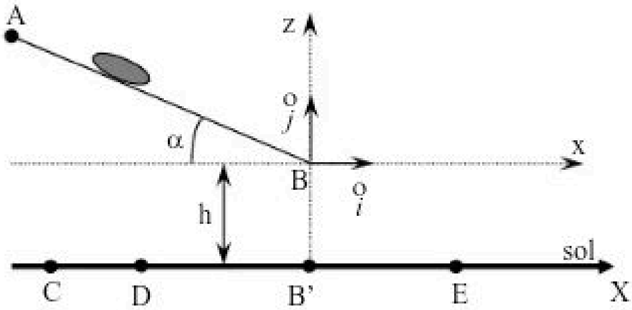
3/ Deux prisonniers très affamés assimilés à des points matériels mobiles C et D luttent pour arriver premiers au point E pour prendre ce plat. L'un, animé d'un mouvement rectiligne uniforme passe au point C avec la vitesse $V_C = 12.66$ m/s au moment précis où l'autre part du point D sans vitesse initiale avec une accélération a = 4 m/s^2. On admettra que le plat est au point B au moment où les prisonniers sont aux points C et D.

3-1/ Donner l'équation horaire du mouvement de chaque prisonnier selon l'axe (B, X).

3-2/ Calculer le temps mis par chacun des prisonniers pour arriver au point E.

3-3/ Lequel des prisonniers prendra le plat ?

Données : $X_C = 8$m ; $X_D = -5$ m (X_C et X_D sont les abscisses des points C et D sur l'axe (B ; X)



Exercice 4

Dans tout le problème, on considère la balle comme un point matériel ; on néglige les frottements et on prendra $g = 9.8$ m/s^2.

A/ Pour effectuer un service, la joueuse Christiane de l'équipe de l'institut LKM, commence par lancer la balle verticalement vers le haut à partir d'un point A situé à 1.40 m au dessus du sol. La balle s'élève et atteint son altitude maximale en B, à 0.60 m au dessus du point de lancement.

A-1/ Etablir les équations du mouvement vertical de la balle sur l'axe (O, z) dirigé vers le haut et dont l'origine O est au niveau du sol.

A-2/ Quelle est la valeur V_A de la vitesse avec laquelle Christiane a lancé la balle ?

B/ Christiane frappe la balle avec sa raquette lorsque celle-ci atteint son altitude maximale : elle part alors avec une vitesse $\vec{v}_1$ horizontale.

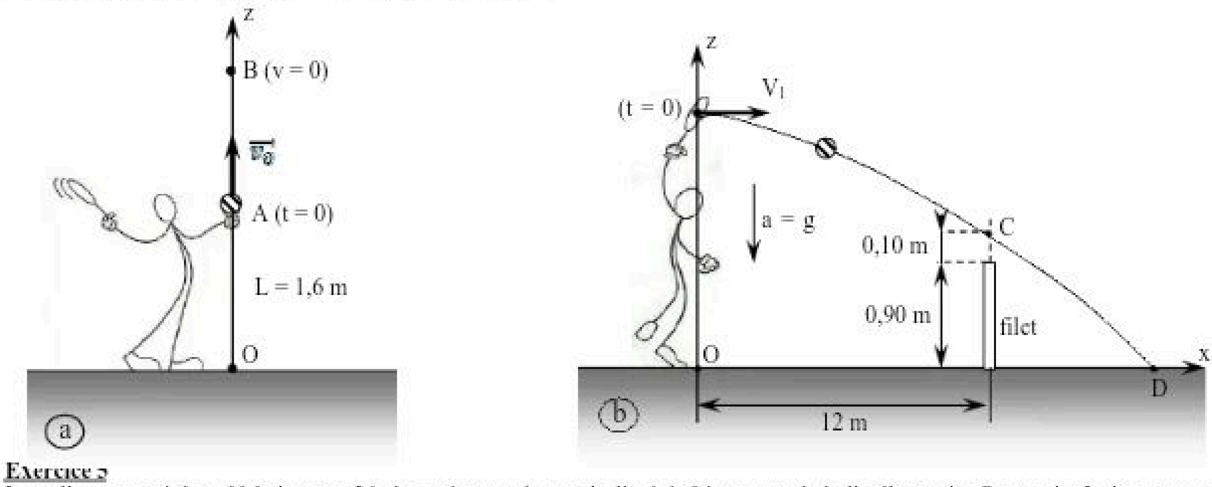
La joueuse souhaite que la balle passe au point C situé 10 cm au dessus du filet et à 12 m du point de service.

B-1/Etudier le mouvement de la balle dans le repère d'axes (Ox ; Oz), lié à la surface terrestre (voir figure). On prendra pour origine des dates l'instant où la balle quitte le point B.

B-2/ En déduire l'équation de la trajectoire de la balle. Quelle est sa nature ?

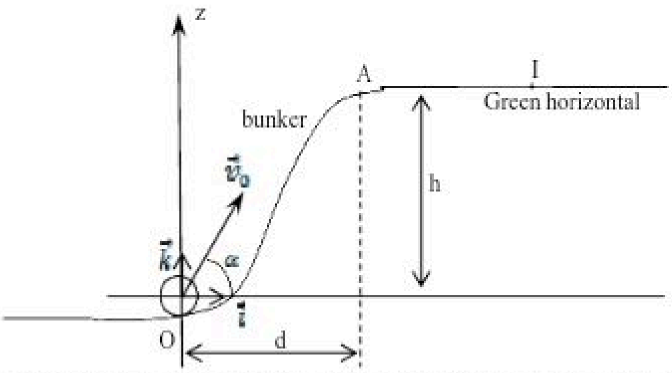
B-3/ Déterminer l'expression de la vitesse initiale V_1 pour que le service soit réussi comme le souhaite Christiane ?

3/ Calculer V_1 en m/s et km/h.
4/ A quelle distance OD de O la balle frappe-t-elle le sol ?



Exercice 5
Lors d'un tournoi de golf, la joueuse Linda atteint une étape où elle doit faire passer la balle d'un point O au point I où se trouve le trou (voir figure ci après).

1/ Elle utilise un club de golf et communique à la balle, supposée ponctuelle de masse m à la date t = 0, une vitesse initiale $\vec{v_o}$ faisant un angle $\theta = (\vec{i}, \vec{v_o})$ avec la verticale du lieu.
On considère que le champ de pesanteur terrestre est localement uniforme et on négligera les frottements de l'air sur la balle.

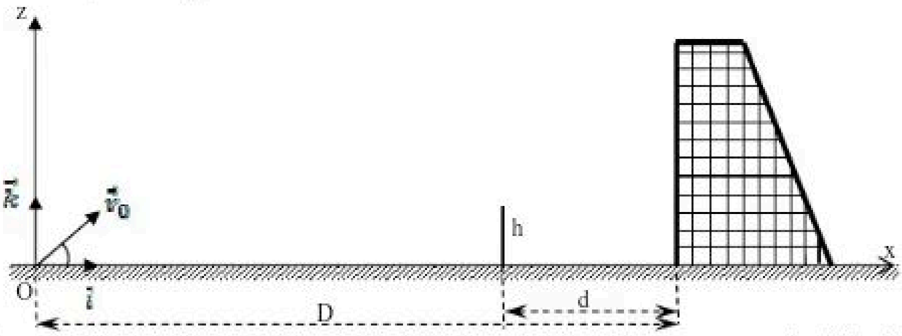


1-1/ En utilisant le théorème du centre d'inertie, établir les équations horaires du mouvement de la balle dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}; \vec{k})$.
1-2/ Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire. Quelle est sa nature ?
2/ Linda gagne cette étape si elle réussi à faire tomber la balle dans le trou en I.
2-1/ En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'expression de la vitesse V_I de la balle au point I.
2-2/ Calculer sa valeur sachant que $v_o = 9$ m/s ; h = 1 m et g = 9.8 m/s^2
3/ On considère le système {terre + balle} mécaniquement isolé.
3-1/ Utiliser la conservation de l'énergie mécanique, pour déterminer l'expression de l'altitude maximale h_o atteinte par la balle au sommet S de la trajectoire.
3-2/ Calculer sa valeur en prenant θ = 30°.
4/ Utiliser les résultats de la question 1/ pour déterminer littéralement, puis numériquement l'abscisse x_I du point I

Exercice 6
Lorsque le football se pratique avec 6 joueurs sur un espace réduit (terrain de hand-ball), on l'appelle « maracana ».
Au maracana, le pénalty est exécuté comme suit : le joueur frappe dans le ballon posé au centre du terrain (situé à D = 20 m des buts) de façon à ce qu'il retombe, une seule fois au plus, dans la « zone », avant de franchir la ligne de but vide.

La « zone » est l'espace délimité par un rayon de 6 m autour des buts hauts de 2 m.
A la fin d'une séance d'entrainement de l'équipe la plus titrée de ce sport en Cote d'Ivoire (SOMACY), son coach Sylvain décide de préparer trois de ses joueurs aux penalties.
Il place à la distance d = 6 m des buts, un filet haut de h = 1.5 m et demande à Nèguè, Largué et Fofo de se soumettre au test de sélection du meilleur tireur de l'équipe.

Chaque joueur devra faire trois essais au cours desquels il communiquera au ballon, une vitesse $\vec{v}$ faisant avec l'horizontale, un angle $\theta_1 = 30°$ (1er essai) ; $\theta_2 = 45°$ (2ème essai) et $\theta_3 = 60°$ (3ème essai).
On négligera l'action de l'air sur le ballon, et on prendra comme origine des espaces le centre du terrain et comme origine des dates, l'instant où le joueur frappe dans le ballon.



1/En appliquant le théorème du centre d'inertie à la balle dans le référentiel terrestre supposé galiléen lié au repère R(O, $\vec{i}$; $\vec{k}$), déterminer les équations horaires du mouvement de la balle.
2/ En déduire, en fonction de g, V et θ, l'équation de sa trajectoire.
3/ Déterminer pour chaque valeur de θ ,
3-a/ la vitesse minimale V_{min} pour que le but soit validé (la balle passe juste au dessus du filet)
3-b/la vitesse maximale V_{max} (la balle rase la barre transversale située à 2 m du sol en pénétrant dans les buts).
4/ On donne dans le tableau ci-après les différentes vitesses communiquées à la balle par chaque joueur à chaque essai.

	Nèguè	Largué	Fofo
Vitesse essai 1	4.75 m/s	4.60 m/s	4.5 m/s
Vitesse essai 2	3.5 m/s	4 m/s	3.8 m/s
Vitesse essai 3	4 m/s	4.2 m/s	3.5 m/s

Lequel est le meilleur tireur de l'équipe

5 OSCILLATEURS MÉCANIQUES LIBRES

Les phénomènes oscillants sont divers et complexes : les oscillateurs géologiques, biologiques, mécaniques ou électriques.
Un oscillateur évolue, au cours du temps, de manière périodique c'est-à-dire qu'il existe au moins une grandeur physique associé au système qui varie périodiquement entre une valeur minimale et une valeur maximale.

Objectif Général : Analyser la nature du mouvement du centre d'inertie d'un solide

Pré requis : •Connaître l'expression de l'énergie mécanique et être capable d'utiliser sa conservation pour résoudre des problèmes mécaniques

•Savoir appliquer le théorème du centre d'inertie et le théorème de l'énergie cinétique à solide.
•Connaître les systèmes oscillants mécaniques
•Connaître une période, une fréquence et l'amplitude des oscillations.

Objectifs spécifiques : Déterminer les caractéristiques du mouvement d'un oscillateur mécanique non amorti.

•Définir un oscillateur mécanique
•Etablir l'équation différentielle d'un pendule élastique
•Déterminer la solution d'une équation différentielle
•Connaître l'expression de l'énergie mécanique d'un système oscillant.
•Savoir qu'un oscillateur non amorti évolue à énergie constante alors qu'un oscillateur amorti dissipe de l'énergie vers le milieu extérieur.

RESUME

Un pendule élastique est constitué d'un ressort à spires non jointives de raideur k auquel est fixé un objet de masse m à son extrémité libre.
Lorsqu'un solide relié à un ressort horizontal effectue des oscillations non amortis autour de sa position d'équilibre, il est soumis à son poids $\vec{P}$; la réaction $\vec{R}$ du support et bien sûr la tension $\vec{T}$ du ressort. L'étude dynamique donne :

$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}$

→ **Equation différentielle**

Ecarté de sa position d'équilibre puis lâché, l'abscisse x du centre d'inertie de l'objet vérifie en l'absence de frottement, l'équation différentielle :

$$\frac{d^2}{dt^2}x + \frac{k}{m}x = 0 \text{ ou } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ = pulsation propre de l'oscillateur.

→ **Equation Horaire**

La solution de l'équation différentielle est de la forme :
$x = X_m \operatorname{Cos}(\omega_0 t + \theta)$ ou $x = X_m \operatorname{Sin}(\omega_0 t + \theta)$
avec X_m = amplitude et θ = phase à l'origine ($-\pi < \theta < \pi$) , sont des constantes déterminées par les conditions initiales.

→ **Période propre et Fréquence propre**

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ est la période propre

$N_0 = \frac{1}{T_o} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ est la fréquence propre

ω_0, T_0 et N_o sont des caractéristiques de l'oscillateur.

→ **Energie**

L'énergie mécanique du système (ressort + solide + terre) est :
$E_m = E_c + Ep_e + Ep_p$
*dans le cas d'un pendule élastique horizontal, on a :

$E_c = \frac{1}{2}mV^2$ (énergie cinétique)

$Ep_e = \frac{1}{2}kx^2$ (énergie potentielle élastique)

$Ep_p = mgz = 0$ si on choisi le niveau horizontal concerné comme niveau de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur.

*dans le cas d'un pendule élastique vertical, l'énergie potentielle de pesanteur Ep_p est :
$Ep_p = mgz$ avec $z = - y$ si on choisit la nouvelle position d'équilibre comme niveau de référence pour l'énergie potentielle élastique alors on a

$\Rightarrow Ep_p = - mgy$

Et $Ep_e = \frac{1}{2} k (y_0 + y)^2$ avec y_0 = allongement du ressort pour sa nouvelle position d'équilibre.

Lorsque les frottements sont négligeables, le système est conservatif et son énergie mécanique est constante :

$E_m = \frac{1}{2} kY^2_m = \frac{1}{2} mV^2_{max}$

Remarque : Cette énergie mécanique diminue lorsqu'il y a des frottements.

Partie A (compréhension du cours et consolidation des acquis)

Exercice 1

1/ Reconnaissez-vous chacun des systèmes ci-après comme un oscillateur ?
Le cœur humain ; la voiture ; une balançoire ; le balancier d'une horloge..
2- Quelle est la période du mouvement de la terre autour du soleil ?
Répondre par Vrai ou faux
3/ La période propre du pendule élastique horizontal dépend :
3-1/ de l'amplitude des oscillations ?
3-2/ de la constante de raideur du ressort ?
3-3/ de la masse du pendule en oscillation ?
3-4/ de la vitesse initiale ?
4/ Un pendule élastique horizontal de masse 500 g effectue des oscillations libres non amorties de période 1 s.
4-1/ la constante de raideur $k \approx 10$ $N.m^{-1}$
4-2/ la constante de raideur $k \approx 20$ $N.m^{-1}$
4-3/la constante de raideur $k \approx 30$ $N.m^{-1}$
5/ L'énergie mécanique d'une oscillation mécanique est-elle toujours constante ?
6/ Un pendule élastique horizontal caractérisé par la constante $k = 25$ $N.m^{-1}$ et la masse $m = 250$ g, a une vitesse maximale de 0,80 $m.s^{-1}$. L'amplititude du mouvement est :
6-1/ $X_m = 5$ cm?
6-2/ $X_m = 7.5$ cm?
6-3/ $X_m = 10$ cm ?
7/ Un pendule élastique écarté de sa position d'équilibre par un opérateur, retrouve lentement cette position sans effectuer d'oscillations. On dit qu'il s'agit d'un régime :
7-1/ périodique
7-2/ pseudo périodique
7-3/ apériodique

8/ L'énergie totale d'un pendule élastique horizontal est proportionnelle au carré de l'amplitude de la vitesse

Exercice 2

L'équation horaire du mouvement d'un oscillateur mécanique sinusoïdal est donnée par la relation $x(t) = 3\cos(20t + \frac{\pi}{4})$ avec x en cm et t en s.

1/ Quelles l'amplitude X_m ;la pulsation propre ω_o ; la fréquence propre N_o et la période propre T_o de ces oscillations ?
2/ Exprimer la vitesse et l'accélération de l'oscillateur à chaque instant.
3/ Calculer l'amplitude de la vitesse et de l'accélération.
4/ Calculer la vitesse et l'élongation aux dates t = 0 et t = 1s.
5/ Calculer l'énergie de l'oscillateur sachant que sa masse est égale à 0.1 kg

Exercice 3

Le centre d'inertie G d'un solide de masse m = 0.1 kg attaché à l'extrémité libre d'un ressort, à un mouvement rectiligne sinusoïdal dont l'équation est : $x(t) = 5\cos(15\,t - \frac{\pi}{3})$ avec x en m et t en secondes.

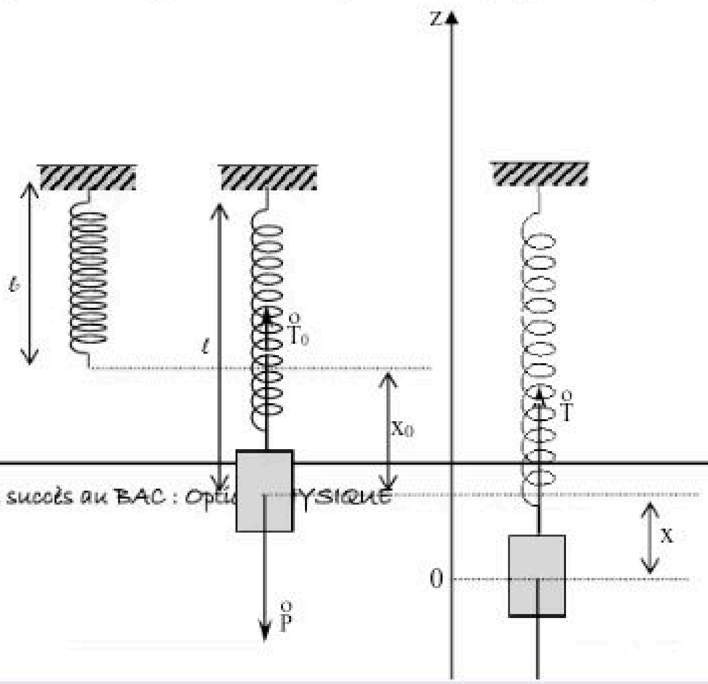
1_Déterminer l'amplitude X_m, la période propre T_o et la fréquence propre du pendule élastique.
2_Ecire l'expression de la vitesse du centre d'inertie G en fonction de t. En déduire la vitesse maximale du solide.
3- Calculer la raideur k du ressort.

Exercice 4

Un solide S de masse m = 0.1 kg est fixé à l'extrémité libre d'un ressort horizontal, à spires non jointive de raideur k = 10N/m. Le solide écarté de sa position d'équilibre puis lâché, oscille horizontalement sans frottement.
1/ Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide.
2/ Calculer les valeurs de la pulsation propre ω_o et de la période propre T_o de l'oscillateur.
3/ A l'instant t = 0, choisi comme origine des dates, l'abscisse du solide étant x_o = 2cm, la mesure de sa vitesse initiale donne $|V_o|$ = 0.20 m/s dirigée vers la position d'équilibre. Etablir l'équation horaire du mouvement de S.
4/ Calculer l'élongation du mouvement de S à t = 0.3s.
5/ Calculer la vitesse et l'accélération du solide S à cette date.

Exercice 5

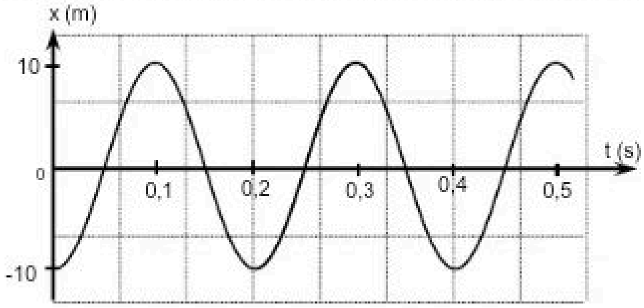
Un solide de masse m = 200 g est suspendu à l'extrémité d'un ressort vertical dont l'autre extrémité est fixe .
1/ La longueur à vide du ressort est l_o = 20 cm. Quand on accroche le solide S, le ressort s'allonge de 8 cm. On prendra $g = 10\ m/s^2$.
1-1/ Ecrire la condition d'équilibre de la masse dans le Champ de pesanteur.
1-2/ Calculer la constante de raideur K du ressort.
2/ On tire le solide S verticalement vers le bas en donnant un allongement supplémentaire a = 2 cm au ressort. On lâche ensuite le solide sans vitesse initiale.
2-1/ Faire le bilan des forces qui s'exercent sur S.
En prenant comme origine des déplacements, la position d'équilibre du ressort avec le solide accroché.
2-2/ Etablir l'équation différentielle du mouvement.
2-3/ Déterminer l'équation horaire y(t) du mouvement. (l'axe verticale $(O,\vec{j})$ est orienté positivement vers le bas.)



Exercice 6

Un solide S, de masse m est accroché à un ressort à spires non jointives de constante de raideur k. Le centre d'inertie G de S qui peut glisser sans frottement sur un plan horizontal est repéré par sa position x sur l'axe (Ox) dont l'origine correspond à la position de repos de S.

La courbe donnant la variation de l'abscisse x de S en fonction du temps t est donnée ci-dessous.



1/ Déterminer :

1-1/ l'amplitude X_m du mouvement de S.

1-2/ la période propre T_o de ce mouvement.

1-3/ la fréquence propre N_o

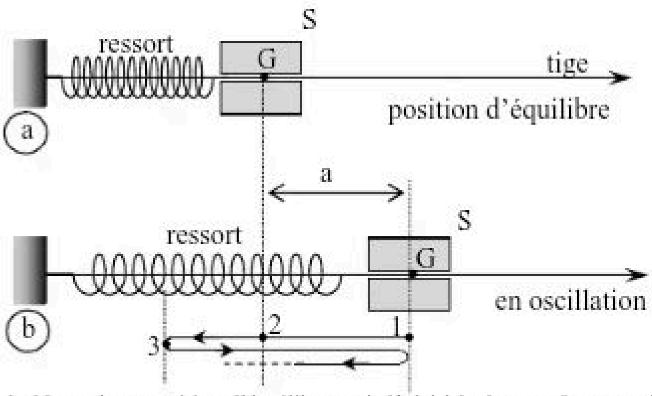
1-4/ l'abscisse de S à t = 0.

2/ Déduire des réponses précédentes,
L'équation horaire du mouvement de S.

3/ Cet oscillateur est-il amorti ? Pourquoi ?

Exercice 7

Un solide ponctuel S, de masse m= 0.10 kg, est attaché à l'extrémité d'un ressort horizontal à spires non jointives, de constante de raideur k =10 N/m. Ce solide peut glisser le long d'une tige T. (tous les frottements sont négligeables).



Le solide est écarté de 10 cm de sa position d'équilibre, puis lâché à la date t = 0 s sans vitesse.

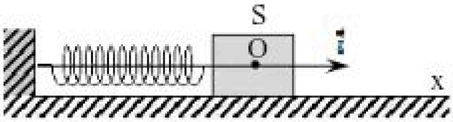
1/En considérant le niveau horizontal où se trouve le ressort comme le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur, exprimer, puis calculer à t = 0s :

1-1/ l'énergie cinétique du solide S ; l'énergie potentielle de pesanteur de (S + terre) ; l'énergie potentielle élastique de (S + ressort).

1-2/ l'énergie mécanique totale du pendule élastique.
2/ Comment évolue cette énergie mécanique au cours du temps ? Justifier.
3/ Calculer la valeur de la vitesse du solide lorsqu'il passe par la position d'équilibre initiale pour laquelle le ressort n'est ni étiré, ni comprimé.
4/ Calculer la valeur de la vitesse de S lorsqu'il sera à la position x = -6cm.
5/ Calculer son accélération à cet instant.

Exercice 8

Un solide de masse m = 200 g peut glisser sans frottement le long d'un axe (O,i) horizontal. Ce solide est attaché à l'extrémité d'un ressort de masse négligeable et de constante de raideur K = 125 N/m dont l'autre extrémité est fixée rigidement.
Le dispositif est décrit par la figure ci-après.



Le point O, origine de l'axe $(O,\vec{i})$, est confondu avec le point G_o, position du centre d'inertie G du solide dans sa position d'équilibre.

Lorsque le solide se trouve dans une position quelconque, on note :

x : l'abscisse du centre d'inertie G : $\vec{OG} = x\vec{i}$;

$\vec{v} = v_x\vec{i}$: la vitesse du centre d'inertie G ;

$\vec{F} = F_x\vec{i}$: la force exercée par le ressort sur le solide.

1/ Quelle est la relation entre F_x et x ?
2-1/ En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide, établir l'équation différentielle caractérisant le mouvement du centre d'inertie G.
2-2/ Calculer :
→la pulsation propre ω_o de l'oscillateur ;
→la fréquence propre N_o de l'oscillateur ;
→la période propre T_o de l'oscillateur.
3/ A la date t = 0, on comprime le ressort en poussant le solide à partir de sa position d'équilibre d'une longueur a = 20 cm puis on le lâche sans vitesse initiale.
Etablir l'équation horaire x(t) du mouvement du centre d'inertie G du solide.
4/ Calculer à t = 0,
4-1/ l'énergie potentielle élastique $E_{pé}$ du ressort.
4-2/L'énergie mécanique E_m du système formé par le solide et le ressort.
5/ On recommence l'expérience de la question 3/, mais le solide n'est plus attaché au ressort.
5-1/ Calculer l'abscisse x_1 du centre d'inertie G lorsque le solide se sépare du ressort.
5-2/ Calculer la date t_1 de la séparation.
5-3/ Calculer la valeur v_1 de la vitesse du centre d'inertie G lorsque le solide se sépare du ressort.

Exercice 9

On constitue un pendule élastique verticale avec un ressort de raideur k =20 $N.m^{-1}$ et un solide S de masse m =150 g. Tous les frottements sont négligeables.
1- Sachant que la longueur à vide du ressort L_o = 20 cm, déterminer l'allongement y_o du ressort dans sa nouvelle position d'équilibre. En déduire sa nouvelle longueur L.
2- A partir de sa nouvelle position d'équilibre, on tire le solide S verticalement vers le bas d'une longueur a = 10 cm et on le lâche sans vitesse initiale.
2-a/ Etablir l'équation différentielle du mouvement de S.
2-b/ Déterminer l'équation horaire solution de cette équation différentielle qui est de la forme $y(t) = Y_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ en considérant comme origine des espaces la nouvelle position d'équilibre et comme origine des dates, l'instant du lâcher.
3/En utilisant la conservation de l'énergie mécanique du système,
3-a/Calculer la vitesse V_1 de S lorsque celui-ci s'est déplacé par rapport à sa position d'équilibre d'une longueur x_1 = 4 cm.
3-b/ Calculer dans cette position, l'accélération a de S.

Partie B (je pratique une démarche scientifique)

Exercice 1

Un pistolet à flèche est constitué d'un ressort de masse négligeable, de longueur naturelle lo = 6 cm et de raideur K = 50 N/m. Lorsque la flèche est en position de tir, la longueur du ressort devient l = 1 cm.
Le canon est disposé horizontalement. Calculer la vitesse avec laquelle la flèche sort du canon de l'arme sachant que sa masse vaut m = 15 g et qu'on suppose tous les frottements négligeables.

Exercice 5

On considère un pendule élastique vertical avec un ressort de raideur K = 20 N/m et un solide S de masse m = 150 g. Tous les frottements sont négligeables.
A partir de sa nouvelle position d'équilibre, on écarte le solide S de X_m = 6 cm vers le bas et on le lâche sans vitesse.
1/ En prenant l'énergie potentielle de pesanteur nulle à la position d'équilibre G_o du centre d'inertie G de S, calculer l'énergie mécanique du système ressort- solide S. On prendra g = 9.8 m/s^2.
2/ En déduire la vitesse du solide S lorsque son centre d'inertie G passe en G_o. Que peut-on dire de cette vitesse ?

Exercice 6

Un solide de masse m =450 g est suspendu à l'extrémité d'un ressort vertical dont l'autre extrémité est libre. La constante de raideur du ressort vaut k = 28 N.m^{-1}.
A partir de la position d'équilibre du solide, on tire verticalement vers le bas d'une longueur a = 8 cm. On le lâche sans vitesse initiale.
1/ En utilisant la conservation de l'énergie mécanique,
1-a/ Calculer la vitesse maximale du solide
1-b/ Calculer la valeur de la vitesse du solide lorsque celui s'est déplacé d'une longueur b = 5 cm.
2-a/ Calculer l'accélération maximal du solide.
2-b/Calculer la valeur de l'accélération du solide lorsque celui-ci s'est déplacé d'une longueur c = 4 cm par rapport à sa position d'équilibre.
3/ Calculer la vitesse maximale du solide lorsque l'allongement initial du ressort est x_o = 15.5 cm.

6 CHAMP MAGNETIQUE

Objectif Général : Appliquer les lois de l'électromagnétisme pour expliquer certains phénomènes fondamentaux en électricité
Pré requis :

-Savoir qu'une aiguille aimantée peut jouer le rôle d'un détecteur de champ magnétique et indiquer la direction et le sens du vecteur champ magnétique.
-Savoir que l'existence d'un champ magnétique implique celle des aimants ou de courant électrique et réciproquement.
Objectif spécifique :
Déterminer les caractéristiques de quelques champs magnétiques.

Résumé

- L'état magnétique en un point est décrit grâce au vecteur champ magnétique $\vec{B}$ en ce point.
- La direction de ce vecteur est donnée par l'axe d'une aiguille aimantée en rotation libre.
- Le sens de $\vec{B}$ va du pôle sud au pôle nord de l'aiguille aimantée.
- L'intensité du champ $\vec{B}$ s'exprime en Tesla (T).
- Le champ magnétique est uniforme dans un domaine si, en tout point de ce domaine, le vecteur $\vec{B}$ a même direction, même sens et même valeur.
- Les lignes de Champ d'un Champ magnétique uniforme sont des droites parallèles.
- Il existe un champ magnétique uniforme :
  * entre les branches d'un aimant en U
  * entre les bobines de Helmholtz
  * à l'intérieur d'un solénoïde
- Champ magnétique uniforme à l'intérieur d'un solénoïde :
  * sa direction est celle de l'axe du solénoïde
  * son sens : de la face sud vers la face nord (il est aussi déterminé à l'aide de la règle de l'observateur d'Ampère)
  * sa valeur est proportionnelle à l'intensité du courant dans le solénoïde et aussi à son nombre de spires.

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} . I = \mu_o . n . I$$

Avec
$$\begin{cases} \mu \text{ est la perméabilité absolue du vide} = 4\pi\, 10^{-7} \text{ S.I.} \\ N \text{ est le nombre de spires} \\ L \text{ est la longueur du solénoïde} \\ n = \frac{N}{L} = \text{ nombre de spires par unité de longueur} \end{cases}$$

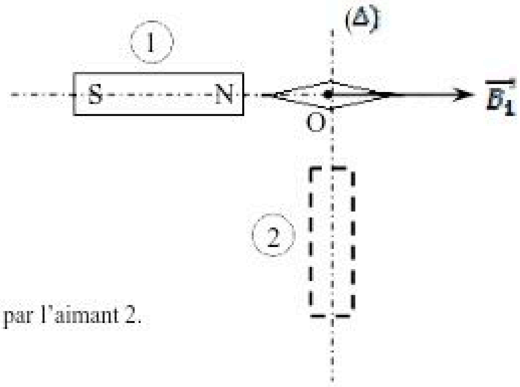
Partie A (compréhension du cours et consolidation des acquis)

Exercice 1

A propos du champ magnétique, dites si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses..
1/ Le champ magnétique crée en un point quelconque par une bobine parcourue par un courant est une grandeur algébrique.
2/ Une aiguille aimantée sert à déterminer
2-a/ L'intensité et le sens du vecteur champ magnétique.
2-b/ La direction et le sens du vecteur champ magnétique.
2-c/ La direction et l'intensité du vecteur champ magnétique.
3/ Le champ magnétique terrestre est uniforme.
4/ Eloignée de toute substance ferromagnétique l'aiguille d'une boussole donne l'orientation du champ magnétique terrestre.
5/ Une bobine a une longueur 10 fois plus grande que le rayon d'un solénoïde
6/ Les caractéristiques du vecteur champ magnétique crée au milieu d'une bobine parcourue par un courant I sont les mêmes que celles du vecteur champ magnétique crée au milieu d'un solénoïde parcourue par le même courant I.
7/ L'unité de l'intensité du champ magnétique est le Tesla.
8/ Deux lignes de champ peuvent se croiser.
9/ Les lignes de champ sont orientées dans le sens nord-sud de l'aiguille aimantée.
10/ Le champ magnétique est uniforme si les lignes de champ ne sont pas parallèles.
11/ Le vecteur champ $\vec{B}$ entre les branches d'un aimant en U est dirigé de son pole nord vers son pole sud.
12/ Plus les lignes de champ d'un spectre sont resserrées, plus l'intensité du vecteur champ est faible.

Exercice 2

Une aiguille aimantée, dont le centre O est placé sur l'axe de l'aimant 1 et s'aligne sur cet axe suivant le vecteur $\vec{B}_1$ ($B_1 = 5\ 10^{-5}$T). Lorsqu'on place l'aimant 2 dont l'axe est perpendiculaire à celui de l'aimant 1, l'aiguille aimantée tourne d'un angle $\theta = 25°$ dans le sens de l'aiguille d'une montre.

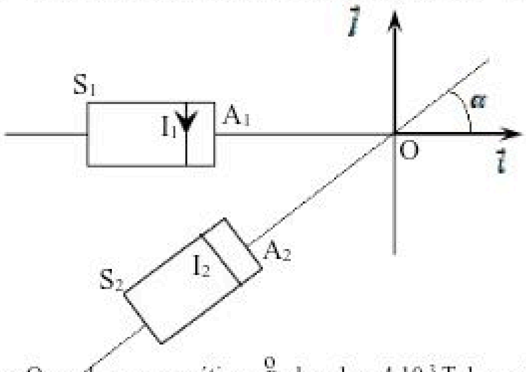


1/Déterminer les caractéristiques du vecteur champ $\vec{B}_2$ crée en O par l'aimant 2.

2/Préciser la polarité de cet aimant.

Exercice 3

On considère deux solénoïdes identiques S_1 et S_2 sont disposés comme le montre la figure ci après. Leurs axes se coupent à la même distance $d = OA_1 = OA_2$ des faces les plus proches et font un angle $\alpha = 45°$.



1/ Le solénoïde S_1 crée en O un champ magnétique $\vec{B}_1$ de valeur 4.10^{-3} T, lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité I_1.

1-a/ Préciser la direction et le sens de $\vec{B}_1$.

1-b/ La face A_1 est-elle sud ou nord ?

2/ Le solénoïde S_1 fonctionnant dans les conditions précédentes, on fait passer dans le solénoïde S_2 un courant continu d'intensité I_2.

2-a/ Déterminer le sens du courant I_2 pour que le champ magnétique total $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ crée par les deux solénoïdes en O ait même direction que $\vec{j}$?

2-b/ Quel est alors le sens du champ $\vec{B}_2$?

2-c/ La face A_2 est-elle sud ou nord ?

Exercice 4

On veut produire au centre d'un solénoïde de longueur L = 30 cm un champ magnétique de valeur 0.02 x I où I est l'intensité du courant utilisé ; les spires intérieurs de ce solénoïde ont un rayon de 4 cm.

1/ Quel doit être le nombre de spires par unité de longueur de ce solénoïde ?

2/ Le fil a un diamètre d = 0.5 mm.

Quel est le nombre minimum de couches de spires nécessaires ?

3/ Pour une couche, quel sera le nombre de spires par unité de longueur ?

4/ Quels sont la longueur de fil à utiliser et la résistance de la bobine sachant que le cuivre a une résistivité $\rho_{Cu} = 1.6\ 10^{-8}\ \Omega$/m ?

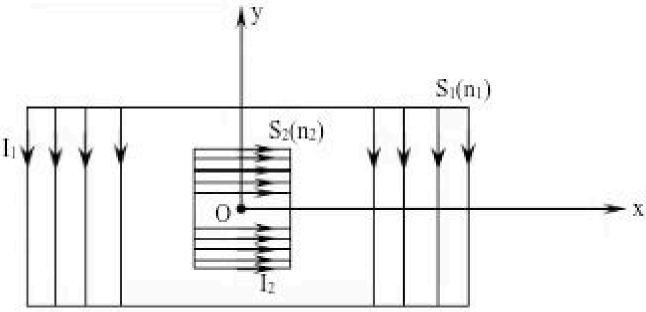
On rappelle que la résistance d'un conducteur est $R = \frac{\rho l}{s}$ avec s est la section du conducteur et l, sa longueur.

Exercice 5

A l'intérieur d'un long solénoïde S_1 comportant n_1 = 1000 spires par mètre et parcouru par un courant d'intensité I_1 = 2 A, on a placé un solénoïde S_2 dont l'axe est perpendiculaire à celui de S_1.
Le solénoïde S_2 est formé de 200 spires régulièrement enroulées sur une longueur de 5 cm et l'intensité de courant qui y circule vaut I_2 = 1 A.

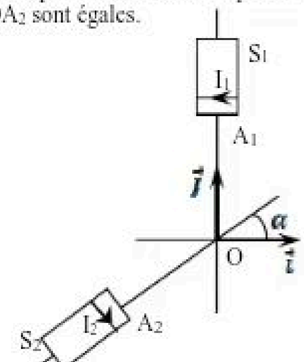
1/ Les sens des courants étant ceux indiqués sur la figure, déterminer les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ au point O.

2/ Que devient le champ $\vec{B}$ si on inverse le sens de chacun des deux courants ?



Exercice 6

Deux solénoïdes identiques S_1 et S_2 sont placés comme l'indique la figure. Leurs axes se coupent en O de telle façon que l'angle $\alpha = 45°$ et que les distances OA_1 et OA_2 sont égales.



1/ Les solénoïdes S_1 et S_2 sont parcourus, respectivement par les courants continus d'intensités I_1 = 2 mA et I_2 = 5.2 mA dans les sens indiqués sur la figure. On note $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ les champs magnétiques créent par chaque solénoïde au point O. La valeur de $B_1 = 1.8.10^{-2}$ T.

Donner les caractéristiques (direction ; sens ; intensité) du champ magnétique total $\vec{B}$ crée par le dispositif en O.
2/ Reprendre la question précédente lorsqu'on inverse le sens du seul courant I_2 mais en lui gardant la même intensité.

Exercice 7

Un solénoïde S_1 comporte un nombre total de spires N = 200 régulièrement réparties sur la longueur totale L = 40.5 cm. Le rayon des spires est R = 2.5 cm. La sonde du Teslamètre placée au point O centre du solénoïde mesure les valeurs B_o du champ magnétique en O pour différentes valeurs d'intensité I de courant rassemblées dans le tableau suivant.

I(A)	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	6
B_o (mT)	0	0.31	0.62	0.94	1.23	1.55	1.87	2.18	2.50	2.82	3.15	3.47

1/ Construire le graphe $B_o = f(I)$ Echelle : abscisse : 1 cm pour 0.5 A et ordonnée : 1 cm pour 0.5 mT
2/Quelle relation existe-t-il entre B_o et I ? Préciser la valeur numérique de la constante introduite
2/ On dispose d'un solénoïde S_2 de même longueur que S_1, mais comportant N' = 400 spires, de rayon R = 2.5 cm.
On recommence l'expérience précédente, mais avec S_2. On constate que, pour chaque valeur précédente de I, B_o est multiplié par deux quand on passe de S_1 à S_2.
Quel type de relation existe-t-il entre B_o et n, nombre de spires par mètre ?
3/ En utilisant les résultats des expériences précédentes, donner l'expression du champ magnétique B_o en fonction de n et I (la constante représente la perméabilité magnétique du vide μ_o).

Exercice 8

1/ On dispose d'une bobine assimilable à un solénoïde qui comporte 200 spires régulièrement reparties et dont la longueur est 50 cm. Cette bobine est parcourue par un courant dont l'intensité mesurée $I = 0.19$ A.
Calculer la valeur du champ magnétique crée au centre de cette bobine.
2/ On ouvre le circuit et on place au voisinage du centre du solénoïde une petite aiguille aimantée mobile autour de son axe vertical.
On tourne alors la bobine de façon que son axe soit perpendiculaire au plan du méridien magnétique.
Faire un schéma représentant la projection dans le plan horizontal, de la bobine et de l'aiguille (on indiquera les quatre points cardinaux et les pôles de l'aiguille aimantée)
3/On ferme le circuit et on constate que l'aiguille dévie vers l'est de 78° ;
Indiquer sur le schéma précédent le sens du courant électrique dans la bobine et calculer la valeur de la composante horizontale magnétique terrestre. On donne $\mu_o = 4\pi\ 10^{-7}$ SI

Exercice 9
Un solénoïde est constitué d'un enroulement de fil de diamètre $d = 1$ mm, recouvert de vernis isolant d'épaisseur négligeable. Les spires sont jointives et assimilées à des cercles parfaits de rayon $r = 2.5$ cm.
1/ Calculer le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde.
2/ La longueur du fil de cuivre utilisé est $L = 62.8$ m.
Calculer la longueur l du solénoïde. Peut-on considérer ce solénoïde comme infiniment long ?
3/Le solénoïde est branché aux bornes d'un générateur de courant continu de f.é.m. 12 V et de résistance interne $r = 3\ \Omega$. On néglige la résistance du solénoïde.
3-1/ Calculer l'intensité du courant dans ce solénoïde.
3-2/ En déduire la valeur du champ magnétique à l'intérieur de ce solénoïde.
4/ Le solénoïde est maintenant placé dans un endroit où règne un champ magnétique uniforme horizontal de valeur $B_h = 2\ 10^{-5}$ T. A l'absence de courant électrique, une aiguille aimantée placée au centre du solénoïde, s'oriente perpendiculairement à l'axe du solénoïde. On établit un courant continu d'intensité $I = 0.01$ A.
De quel angle θ dévie l'aiguille aimantée ?

Partie B (je pratique une démarche scientifique)

Exercice 1
1/ On dispose d'une bobine, assimilable à un solénoïde, qui comporte 200 spires régulièrement réparties et dont la longueur est 50 cm (données du constructeur). Cette bobine est parcourue par un courant dont l'intensité mesurée $I = 0.19$ A.
Calculer la valeur du champ magnétique $\overset{o}{B}$ existant au centre de cette bobine.
2/ On ouvre le circuit et on place au voisinage du centre du solénoïde une petite aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical. On tourne alors la bobine de façon que son axe soit perpendiculaire au plan du méridien magnétique.
Faire un schéma représentant la projection dans le plan horizontal de la bobine et de l'aiguille aimantée (indiquer les quatre points cardinaux et les deux pôles de l'aiguille aimantée).
3/ On ferme le circuit et on constate que l'aiguille dévie vers l'Est de $\theta = 78°$. Indiquer sur le schéma précédent le sens du courant électrique dans la bobine et calculer la valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre.
On donne $\mu_o = 4\pi\ 10^{-7}$ S.I.

Exercice 2
Une bobine comporte 1000 spires de rayon moyen $r = 2.5$ cm. Sa longueur est $l = 50$ cm.
1/ Justifier l'application de la formule du solénoïde « infini » pour calculer la valeur du champ magnétique crée au centre de cette bobine, lorsqu'elle est parcourue par un courant d'intensité L ($B = \mu_o nI$, n étant le nombre de spires par unité de longueur).
2/ Quelle est la direction de ce champ ?
3/ La bobine est parcourue par un courant d'intensité $I = 2$ A.
Sur un schéma clair représenter la bobine, le sens du courant et le vecteur champ magnétique.
Quelle est la valeur du champ magnétique.(on donne : $\mu_o = 4\pi.10^{-7}$ S.I.

Exercice 3
Une aiguille aimantée mobile autour d'axe vertical est placé au centre d'un solénoïde d'axe horizontal. On oriente le solénoïde de telle manière que son axe soit perpendiculaire à la direction nord-sud que prend l'aiguille dans le champ magnétique terrestre.
On fait passer un courant d'intensité 8 mA dans le solénoïde qui comporte 2000 spires par mètre ; l'aiguille aimantée s'oriente en faisant un angle de 45° avec l'axe du solénoïde.
Déduire de cette expérience la valeur B_H de la composante horizontale du champ magnétique terrestre. On donne $\mu_o = 4\pi\ 10^{-7}$ S.I.

Exercice 4
Un solénoïde, d'axe horizontal long de 80 cm, comporte 800 spires.
1/ On place une aiguille aimantée, mobile autour d'un axe vertical, au centre du solénoïde. Lorsque le solénoïde n'est pas parcouru par un courant électrique, cette aiguille reste perpendiculaire à l'axe du solénoïde.

1-1/ Quelle est la direction prise par cette aiguille aimantée ?
1-2/ Faire un schéma de ce dispositif, vu de dessus, en indiquant le nom des pôles de l'aiguille.
2/ Le solénoïde est maintenant parcouru par un courant d'intensité I = 32 mA.
2-1/ Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique apparaissant à l'intérieur du solénoïde (on fera apparaître, sur le schéma précédent, le sens du courant et le sens du vecteur champ magnétique).
2-2/ De quel angle la petite aiguille aimantée va-t-elle tourner ?
On donne : B_H (composante horizontale du champ magnétique terrestre) = 2 10^{-5} T.

Exercice 5
Un solénoïde a pour dimensions : longueur l = 10 cm ; rayon r = 2.5 cm. On enroule sur ce cylindre des spires jointives d'un fil de cuivre de 0.4 mm de diamètre.
1/ Quel est le nombre de spires N ainsi enroulée ?
2/ En déduire la résistance électrique sachant que la résistivité du cuivre a pour valeur $\rho = 1.7.10^{-3}$ Ω/m.
3/ On réalise le montage suivant.
Quelle doit être la valeur de R_o pour que l'intensité I soit égale à 1 A.
4/ Le solénoïde n'étant pas infiniment long, on montre que le champ magnétique au centre a pour expression

$$B = \frac{\mu_o N I}{2\sqrt{r^2 + 2(\frac{r}{2})^2}}$$

4-1/ Calculer B à partir de cette relation.
4-2/ Comparer les deux valeurs de B et conclure.

7 PARTICULE CHARGEE EN MOUVEMENT DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

Objectif général : Appliquer les lois de l'électromagnétisme pour expliquer certains phénomènes fondamentaux en électricité
Objectif spécifique :
Connaitre les caractéristiques de la force de Lorentz.
Appliquer la relation $\sum \vec{f} = m\vec{a}$ pour étudier le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme (cas où le vecteur vitesse initial est normal au vecteur champ magnétique) ;

Résumé

• action d'un champ magnétique sur une particule chargée en mouvement
Une particule de charge q se déplaçant avec la vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique $\vec{B}$ est soumise à la force magnétique appelée **force de Lorentz** d'expression : $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$
• caractéristiques de la force de Lorentz.
La direction de la force de Lorentz est perpendiculaire au plan défini par les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{B}$.
Son sens est tel que le trièdre ($q\vec{v}$; $\vec{B}$; $\vec{f}$) est direct (on peut trouver son sens en utilisant la règle de la main droite ou celle des trois doigts de la main droite).

La valeur de $\vec{f}$ est : $f = |q| vB \sin\alpha$ avec $\alpha = (\vec{v} ; \vec{B})$

Si $\vec{v} \perp \vec{B}$ alors $f = |q| vB$.

• le mouvement de la particule est uniforme :

❶ On a : $P(\vec{f}) = \vec{f}.\vec{v} = 0$ car $\vec{f} \perp \vec{v}$

comme $W(\vec{f}) = P(\vec{f}).\Delta t = 0$; on en déduit que $\Delta E_c = 0 \Rightarrow V_i = V_f$ et donc le mouvement est uniforme.

❷ $Ec = \frac{1}{2} mV^2 \Rightarrow \frac{d}{dt}(Ec) = \frac{1}{2} m.\frac{d}{dt}(\vec{v})^2 = m.\vec{v}.\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}.\vec{v}$

Comme $\vec{a} \perp \vec{v}$ car $\vec{a} \,//\, \vec{f}$ et $\vec{f} \perp \vec{v}$ donc $m\vec{a}.\vec{v} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}(Ec) = 0$ et le mouvement est uniforme.

❸ $\vec{f} \perp \vec{v}$ donc $\vec{f}$ à la trajectoire telle que $\vec{f} = f.\vec{n}$ or $\vec{f} = m\vec{a} = m(a_t\vec{\tau} + a_n\vec{n})$ donc $a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = \text{constante}$.

• Le mouvement est plan :

il s'effectue dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$ et contenant $\vec{v}$

Supposons que $\vec{B} = B.\vec{k}$ et $\vec{v} = V.\vec{i}$.

Le théorème du centre d'inertie donne $\vec{f} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B} = \frac{|q|}{m} vB\, (\vec{i} \wedge \vec{k}) = \frac{|q|}{m} VB\, (-\vec{j})$

On en déduit que $a_z = 0$; or $V_{oz} = 0$ donc $\forall t$; $z = 0$ et le mouvement a lieu dans le plan $\perp$ (Oz) ou à $\vec{B}$.

• Le mouvement est circulaire :

On a $\vec{a} = \frac{|q|}{m} VB.(-\vec{j})$(1) or dans la base de Frenet, $\vec{a} = \frac{dV}{dt}\vec{t} + \frac{V^2}{\rho}\vec{n}$ avec $V = constante \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0$ donc $\vec{a} = \frac{V^2}{\rho}\vec{n}$ (2).

(ρ représente le rayon de courbure de la trajectoire)

On déduit des relations (1) et (2) que $\|\vec{a}\| = \frac{|q|}{m} VB = \frac{V^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{mV}{|q|B}$

On constate que la masse (m), la vitesse (V), la charge (q) et l'intensité du champ magnétique (B) sont toutes constantes donc le rayon de courbure (ρ) est constant : $\rho = R = \frac{mV}{|q|B}$ et la trajectoire est un cercle de rayon R.

Conclusion :
Le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique quelconque est uniforme.

Si le champ magnétique $\vec{B}$ est uniforme et la particule a une vitesse $\vec{v}_0$ tel que $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$ alors :

→ Le mouvement s'effectue dans le plan $\perp \vec{B}$ et contenant $\vec{v}_0$

→ Le mouvement est circulaire sur un cercle de rayon $R = \frac{mV}{|q|B}$

Remarque : Il existe plusieurs procédés pour montrer que le mouvement est circulaire uniforme. Nous en développerons dans les différentes résolutions.

Application :
* on utilise le spectrographe de masse pour séparer les isotopes d'un même élément.
* La déflexion magnétique se mesure à l'aide du point d'impact sur un écran, d'un faisceau d'électron ayant subi une déviation dans un espace où règne un champ magnétique.
* Le cyclotron est un accélérateur de particules dont la période du mouvement est $T = \frac{2\pi m}{|q|B}$
* Le filtre de Wien utilisé comme filtre de vitesse fait intervenir à la fois les champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$.

Partie A (compréhension du cours et consolidation des acquis)

Exercice 1

Répondre par vrai ou faux

1/ Un neutron animé d'une vitesse $\vec{v}$ subit une forte déviation lorsqu'il pénètre un espace où règne un champ magnétique.

2/Lorsque $\vec{v}$ // $\vec{B}$, la trajectoire de la particule est une parabole

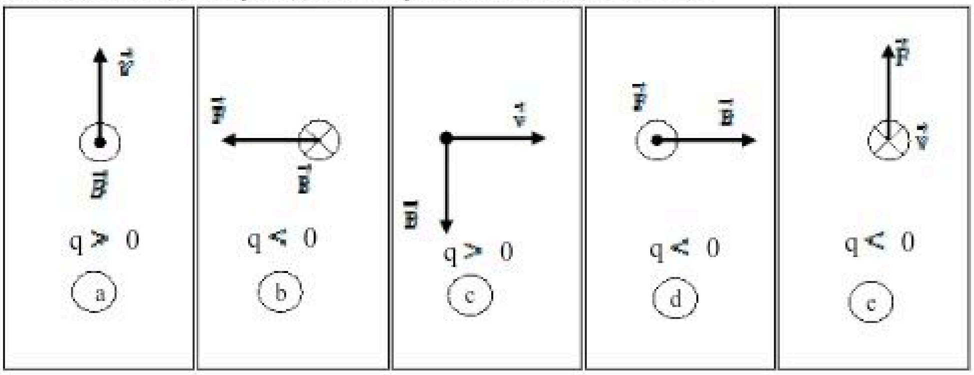
3/ Lorsque $\vec{v} \perp \vec{B}$, le mouvement de la particule est circulaire uniforme

4/ Lorsque $\vec{v} \perp \vec{B}$, le mouvement de la particule est rectiligne.

5/ Lorsque $\vec{v} \perp \vec{B}$, le vecteur l'accélération du mouvement est centripète.

6/ Lorsqu'une particule n'est soumise qu'à une force magnétique, son énergie cinétique est constante.

7/ Tracer le(s) vecteur(s) manquant(s) dans chaque cas ci-dessous ($\vec{F}$, $\vec{B}$, ou $\vec{v}$).



Exercice 2

A/ Un proton animé d'une vitesse v = 2 10^5 m/s se déplace dans un champ magnétique uniforme d'intensité B = 10^{-2} T.

1/ Calculer l'intensité f de la force de Lorentz $\vec{f}$ qui agit sur lui lorsque l'angle α des vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{B}$ vaut 0° ; 30° ; 45° ; 60° ; 90°.

2/ Comparer dans chaque cas, l'intensité f de la force de Lorentz à celle du poids $\vec{P}$ de la particule en exprimant le rapport $\frac{f}{P}$.

3/ Dans quels cas peut-on négliger f devant P ?

Exercice 3

Dans tout le problème, on négligera le poids des ions devant les autres forces et on assimilera la masse d'un ion au produit de son nombre de masse par l'unité de masse atomique.
Le Lithium Li possède deux isotopes ^6_3Li et ^7_3Li.
Des ions $^6_3Li^+$ et $^7_3Li^+$ produits dans une chambre d'ionisation pénètrent dans une chambre d'accélération avec une vitesse négligeable. Ils sont alors soumis à une tension accélératrice U_o = 5000 V

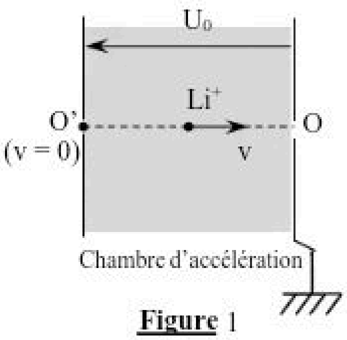


Figure 1

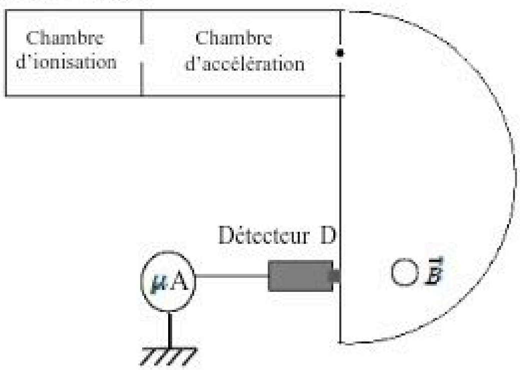


Figure 2

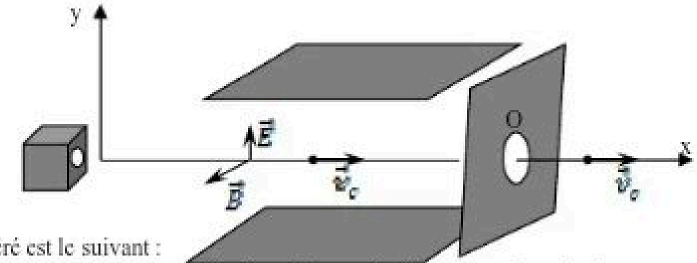
1/ Calculer les valeurs de leurs vitesses respectives $\vec{v}_1$ pour $^6_3Li^+$ et $\vec{v}_2$ pour $^7_3Li^+$ à la sortie O de cette chambre.

2/ Ils pénètrent ensuite en O dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure et y sont déviés (voir figure).
On ajuste la valeur B du champ magnétique pour faire arriver un des types d'ions sur le détecteur D (avec OD = 20 cm).

2-1/ Indiquer le sens de $\vec{B}$ en le justifiant.
2-2/ Montrer que le mouvement des ions est circulaire uniforme.
2-3/ Exprimer le rayon R de la trajectoire de ces ions en fonction e, B, U_0, et m masse d'un ion.
3/ Quelle est la valeur B_1 du champ magnétique pour laquelle les ions ${}^{6}_{3}Li^+$ arrivent sur le détecteur ?
4/ Quelle est la valeur B_2 du champ pour laquelle ce sont les ions ${}^{7}_{3}Li^+$ qui arrivent sur le détecteur.

Exercice 4

Pour obtenir un faisceau homocinétique à l'entrée d'un spectromètre de masse, on place avant la chambre de déviation, un sélecteur de vitesses (filtre de Wien). Ce filtre ne laissera passer par une ouverture O que les particules ayant une certaines vitesses $\vec{v}_o$ et déviera les particules ayant une vitesse différente.



Le principe du filtre considéré est le suivant :
→des particules chargées positivement sont projetées dans l'appareil suivant l'axe des abscisses.

→deux plaques parallèles distantes de d entre lesquelles existe une tension U, produisent un champ électrique $\vec{E}$.

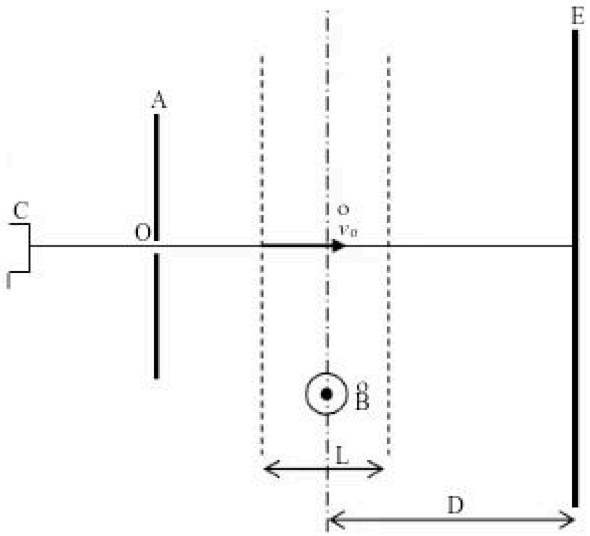
→dans toutes la région où règne $\vec{E}$, existe un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ orthogonal à $\vec{E}$ et à l'axe des abscisses.

1/ On observe que pour une certaine vitesse v_o, les particules ne sont pas déviées. Montrer que : $v_o = \frac{E}{B}$.

2/ Décrire comment seront déviées les particules de vitesse $v < v_o$ et celles de vitesse $v > v_o$.
3/ Calculer v_o pour B = 0.1 T ; d = 0.5 cm et U = 50 V.

Exercice 5

Dans un tube cathodique, des électrons sont émis sans vitesse initiale par une cathode C, puis accélérés par l'anode A ; ils pénètrent en O avec une vitesse horizontale $\vec{v}_o$, dans un champ magnétique $\vec{B}$ orthogonal au plan de la figure . Le champ $\vec{B}$ n'existe que sur une zone de longueur L.



1/ Calculer la tension accélératrice $U_{AC} = U$ entre l'anode et la cathode.
Données : $v_o = 10^7$ m/s ; $m_e = 9.1\ 10^{-31}$ kg ; e = 1.6 10^{-19} C
On appliquera les lois de la mécanique Newtonienne.
2/ Etudier la nature du mouvement d'un électron dans le champ magnétique et calculer la grandeur caractéristique de la trajectoire.
3/ Un écran E placé à une distance D = 50 cm de O, reçoit le faisceau d'électrons.
Calculer la déflexion électrostatique d sur l'écran provoquée par le champ magnétique sachant que la largeur L ≪ D (L = 1 cm).
4/ Dans l'espace de longueur L = 1 cm, on fait agir simultanément le champ magnétique précédent et un champ électrique E afin de ne plus observer de déviation sur l'écran (mouvement rectiligne).

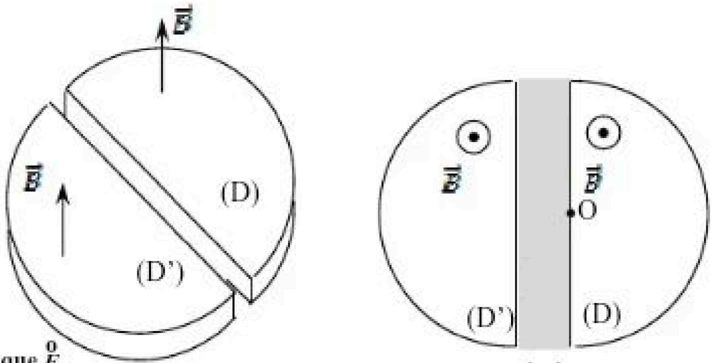
4-1/ Représenter sur un schéma les vecteurs $\vec{E}$; $\vec{B}$ et les forces appliquées à l'électron.

4-2/ Calculer l'intensité du champ électrique $\vec{E}$.

Exercice 6

Un accélérateur de particules, de type cyclotron, est constitué par la moitié D_1 et D_2 d'une boite cylindrique, plate horizontale sciée suivant un plan diamétral, ces deux moitiés sont légèrement écartées l'une de l'autre d'une distance l(voir figure)
Au centre du dispositif, une source émet des protons dont la vitesse initiale est nulle. D_1 et D_2 sont placés dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ vertical et constant dont la direction est parallèle à l'axe des deux demi-boites cylindriques.

Entre D_1 et D_2, sur l'espace l, agit un champ électrique uniforme $\vec{E}$ dont la direction est normale au plan de section diamétral de la boite cylindrique.



vue de dessus

1/ **Action du champ électrique $\vec{E}$**
On suppose que la différence de potentiel U appliquée entre D_1 et D_2 reste constante.
1-1/ Calculer l'accélération a prise par ce proton . Quelle est la nature du mouvement ?
1-2/ Etablir, en fonction de U, e et m, l'expression de la vitesse V_1 de cette particule au moment où elle pénètre D_1

2/ **Action du champ magnétique $\vec{B}$**
Le proton pénètre dans D_1
2-1/ Montrer qu'il est animé d'un mouvement circulaire uniforme.
2-2/ Exprimer puis calculer le temps t mis par le proton pour décrire ce demi-cercle. Que constatez vous ?
Données : $e = 1.6\ 10^{-19}$ C ; $m = 1.67\ 10^{-27}$ kg ; U = 4000 V ; B = 1 T et l = 0.01 m.
3/ **Effet cyclotron**

Au moment précis où le proton quitte D_1, on inverse le sens de $\vec{E}$ et le proton pénètre D_2 ; quant il quitte D_2, on inverse à nouveau le sens de $\vec{E}$ et ainsi de suite. A la sortie de D_1 le proton possède la vitesse V_1 ; il pénètre dans D_2 avec une vitesse V_2.
3-1/ Exprimer V_2^2 en fonction de V_1^2.
3-2/ Exprimer les carrés des vitesses de pénetrations successives V_3^2 dans D_1 et V_4^2 dans D_2 en fonction de V_1^2.
3-3/ En déduire l'expression du carré de la vitesse V_n2 en fonction de n et de V_1^2.
3-4/ En utilisant les résultats précedent, calculer le rayon R_n en fonction de R_1 et de n.
3-5/ Donner la valeur de n pour $R_n = 0.14$ m et calculer la vitesse correspondante.

Exercice 7

Un faisceau d'électron, émis d'une cathode par effet thermoélectronique est accéléré au moyen d'une anode OA. La différence de potentiel entre anode et cathode est $U_o = 285$ V. Cette valeur est suffisamment faible pour que le mouvement des électrons entre ces deux électrodes soit non relativiste.
1/ En admettant que les électrons sont émis par la cathode avec une vitesse négligeable, exprimer littéralement puis numériquement la vitesse v_o des électrons lorsqu'ils traversent le trou A.

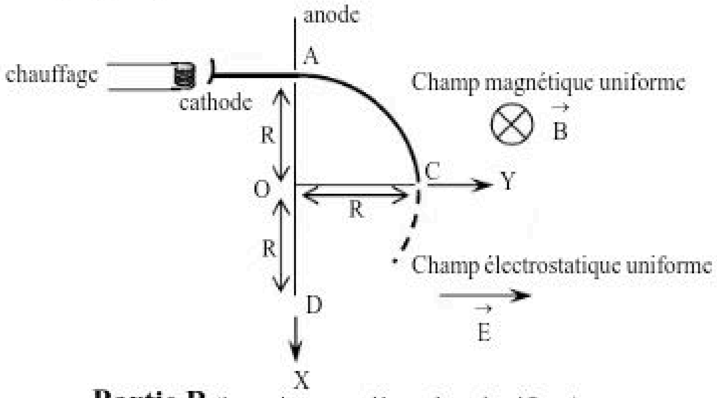
Le faisceau d'électrons pénètre ensuite dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$ dans laquelle il décrit un quart de cercle de rayon R = 20 cm.
2-1/ Exprimer B en fonction de U_o ; R ; e et m.
2-2/ Calculer la valeur de B.

3/ Donner les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{v}$ à la traversée du trou C.

Le faisceau d'électrons est enfin dévié par champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ parallèle à l'axe (Oy), régnant dans le plan xOy.
3-1/ Etablir les équations horaires du mouvement d'un électron.
3-2/ En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.

3-3/ Exprimer la valeur de du champ $\vec{E}$ pour que le faisceau d'électrons traverse le trou D à une distance R du point O.

3-4/ Calculer la valeur de $\vec{E}$



Partie B (je pratique une démarche scientifique)

Exercice 1

Une particule d'Hélium $^4_2He^{2+}$ tourne sur un cercle dans un champ magnétique B = 0.8 T.

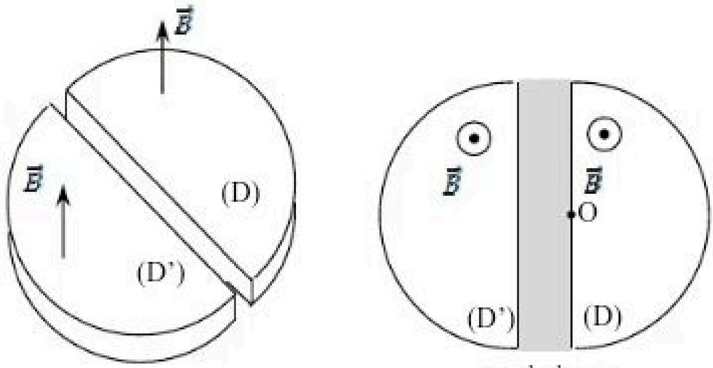
1/ Calculer la vitesse angulaire en rad/s sachant que la masse d'une particule est de 4 u.m.a. (1 u.m.a. = 1.67 10^{-27} kg)

2/ En déduire la durée d'un tour.

3/ Déterminer la vitesse des particules lorsque le rayon de la trajectoire est R = 0.4 m.

Exercice 2

Un cyclotron est constitué par deux boites demi cylindriques D et D', à l'intérieur desquelles on établit un champ magnétique de vecteur $\vec{B}$. Dans l'espace compris entre ces boites, on établit une tension alternative $U_{DD'}$ de valeur maximale U. Des ions positifs de charge q et de masse m sont injectés en O avec une vitesse négligeable mais non nulle.



vue de dessus

1/ La tension $U_{DD'}$ est positive.

1-1/ Exprimer l'énergie cinétique E_c et la vitesse v de ces ions à leur première arrivée en D'. On suppose que les ions sont soumis au champ électrique d'intensité maximale.

1-2/ Calculer E_c et v sachant que q = 3.2 10^{-19} C ; m = 0.33 10^{-26} kg.

1-3/ Ces ions pénètrent alors dans D'. Quel est leur mouvement ultérieur ? Exprimer le rayon R de leur trajectoire en fonction de B, q, U et m.

1-4/ Calculer R sachant que B = 1 T.

2/ Les ions ressortent de D'. On inverse la tension $U_{DD'}$ en conservant la valeur de U. Etablir les expressions littérales :

2-1/ de leur vitesse et leur énergie cinétique.

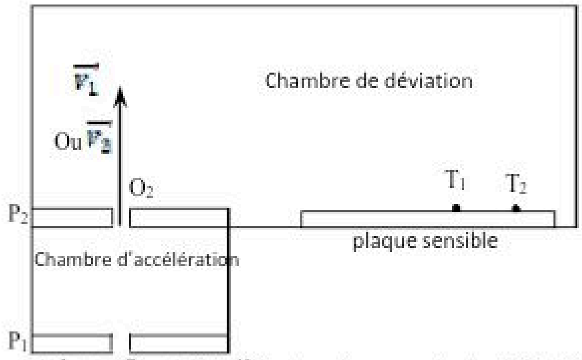
2-2/ Du rayon de leur trajectoire dans D.

2-3/ Plus généralement, exprimer le rayon R_n de la trajectoire des ions en fonction de R et du nombre n de passages entre D et D'.

3/ Le rayon du cyclotron étant 49.5 cm, calculer le nombre de tours décrits par ces ions et leur énergie cinétique (en eV) à leur sortie.

Exercice 3

Des ions $^{35}_{17}Cl^-$ et $^{37}_{17}Cl^-$ possédant la même vitesse $\vec{v}$ verticale, pénètrent en O dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$. Ce champ magnétique est perpendiculaire à $\vec{v}$ et perpendiculaire au plan de la feuille.



On donne : B = 0.10 T ; V = 3.10^5 m/s , $Q_1 = 1.6.10^{-19}$ C et m_p (masse proton) = $1.67.\ 10^{-27}$ kg

1/ Une pellicule photographique convenablement placée dans le plan révèle l'existence de 2 traces T_1 et T_2. Justifier cette observation en précisant, la forme de la trajectoire et la nature du mouvement des ions dans le champ magnétique.

2/ Calculer la distance T_1T_2 séparant les 2 traces sur la plaque

3/ Calculer :

3-a/ la vitesse des ions en T_1 et T_2.

3-b/ Leur énergie cinétique respectivement en T_1 et en T_2.

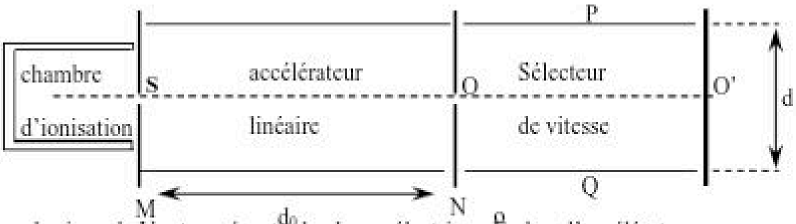
3-c/ le temps nécessaire à chacun pour atteindre la plaque à partir de l'instant où il passe en O.

4/ A quoi peut servir un tel dispositif ?

Exercice 4

Une chambre d'ionisation produit des ions mono ionisés d'hélium $^3_2He^+$, $^4_2He^+$, $^6_2He^+$ de masses respectives m_1, m_2, m_3. Leur poids est négligeable devant les forces électromagnétiques qu'ils subissent. Ils pénètrent en S, sans vitesse initiale, dans un accélérateur linéaire où ils sont soumis à l'action d'un champ électrique uniforme $\vec{E_1}$ crée par une différence de potentiel $U_o = V_M - V_N$.

On désignera par $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$, $\vec{v_3}$ les vecteurs vitesse en O des $^3_2He^+$, $^4_2He^+$, $^6_2He^+$. On notera e la charge électrique élémentaire.



1-1/ Déterminer le signe de U_o et représenter le champ électrique $\vec{E_o}$ dans l'accélérateur.

1-2/ Exprimer l'accélération d'un ion $^4_2He^+$ en fonction de U_o, d_o, e, et m_2 ; préciser la nature de son mouvement.

2/ En O, à la sortie de l'accélérateur, montrer que $m_1v_1^2 = m_2v_2^2 = m_3v_3^2$

3/ Les ions pénètrent ensuite dans un sélecteur de vitesse limité par les plaques P et Q. Ils sont alors soumis à l'action simultanée de deux champs : un champ électrique uniforme $\vec{E}$ crée par une différence de potentiel positive $U = V_Q - V_P$ et un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire à $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$, $\vec{v_3}$ et $\vec{B}$.

3-1/ Représenter le champ magnétique pour que la force électrique et la force magnétique aient même direction, mais des sens contraires.

3-2/ On règle la valeur de U de façon que le mouvement des ions $^4_2He^+$ soit rectiligne uniforme de trajectoire OO'. Exprimer U en fonction de B, v_2 et d.

4/ Comment seront déviés les ions $^3_2He^+$ et $^6_2He^+$?

On se contentera de donner l'allure des trajectoires sans préciser leur nature et sans faire de calcul.

Exercice 5 (extrait du Bac blanc 2007, série C du lycée Sainte Marie de cocody)

Afin de déterminer si un patient a consommé de la codéine, de l'héroïne ou de la morphine, des échantillons moléculaires, prélevés sur ce patient, sont confiés pour analyse à un laboratoire spécialisé.

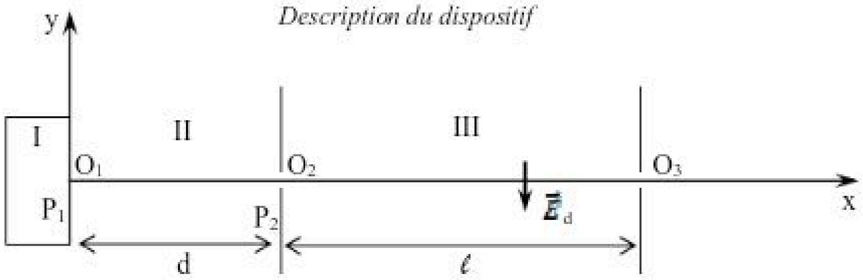
C'est par des techniques physiques que cette analyse va être réalisée.

Le laboratoire utilise deux dispositifs basés sur l'étude des mouvements de particules chargées soumises à des forces électriques et (ou) magnétiques, dans un vide très poussé.

On négligera le poids des particules devant les autres forces qui interviennent.

A/ **Première analyse** :

Description du dispositif



→dans la zone I, les molécules X à analyser vont être ionisées par bombardement électronique et donner des ions X^+ de charge e = 1.6 10^{-19} C.

→dans la zone II, de longueur d, entre les plaques P_1 et P_2 planes et parallèles, on applique une tension accélératrice U = 25 kV.

→dans la zone III, de longueur l = O_2O_3 = 1.5 m, un champ électrique de déviation $\overset{o}{B}_d$ agit sur les particules.

Etude des mouvements successifs

1/ Soit un ion X^+ de masse m, pénétrant dans la zone II en O_2, selon l'axe O_1x, avec une vitesse considérée comme nulle. Exprimer littéralement, en fonction U, m et e, la vitesse de passage de cet ion au point O_2.

2-1/ Etablir la nature du mouvement de l'ion dans la zone III suivant la direction O_2O_3 ?

2-2/ Exprimer littéralement la durée Δt de ce mouvement entre O_2 et O_3 en fonction de U, m, e et l.

2-3/ La mesure de cette durée a donné la valeur Δt = 11.54 10^{-6} s. Déduire de cette valeur, la masse de l'ion X^+ et la nature probable de la substance □.

On donne : nombre d'Avogadro N = 6.02 10^{23} mol-1.

Masses molaires moléculaires en g/mol : morphine : 285 ; codéine : 299, héroïne : 369

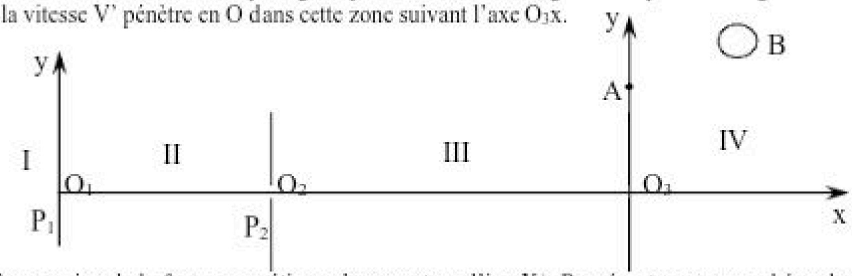
B/ **Deuxième analyse** : Utilisation d'un spectrographe de masse

→sur le schéma ci-dessous, on trouve la même zone I d'ionisation fournissant les ions X^+.

→on a ensuite la zone II où on applique une tension accélératrice U' = 8kV entre les plaques P_1 et P_2 permettant de donner aux ions X^+ une vitesse v'.

→Dans la zone III, un dispositif de filtrage permet seulement d'éliminer les éventuelles particules parasites qui aurait pu être obtenues par fragmentation des molécules X lors de l'ionisation par choc électronique.

→enfin dans la zone IV, existe un champ magnétique de direction orthogonale au plan de la figure et de norme B = 1.80 T. L'ion X^+, animé de la vitesse V' pénètre en O dans cette zone suivant l'axe O_3x.



3/ Rappeler l'expression de la force magnétique s'exerçant sur l'ion X^+. Représenter sur un schéma le vecteur force pour que la déviation à partir de O_3, se fasse du coté positif de l'axe O_3y. En déduire le sens du vecteur champ magnétique.

4/ Démontrer que le mouvement de l'ion X^+ dans la zone IV est plan et uniforme.

5/ Montrer que l'ion X^+ décrit dans cette zone, un arc de cercle dont on établira l'expression littérale du rayon en fonction de m, e, V' et B.

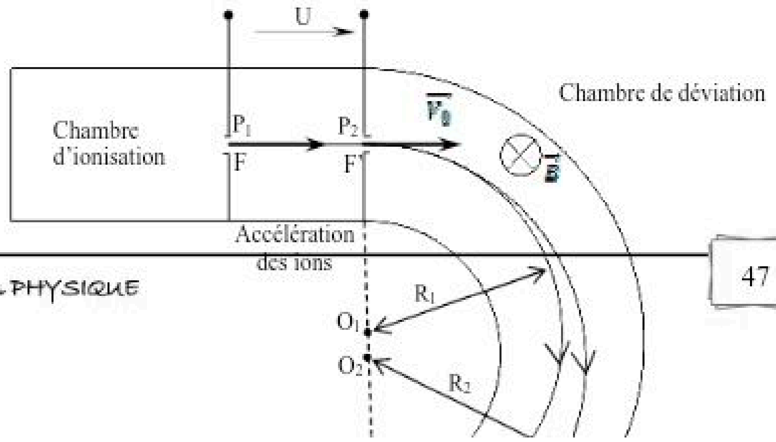
6/ Exprimer le rayon du cercle trajectoire en fonction de U', m, e et B.

7/ L'ion X^+ est recueilli au point A tel que O_3A = 0.242 m. Trouver la masse de l'ion X^+ et identifier la substance X.

Exercice 6

On désire séparer des ions $^{79}_{35}Br^-$ de masse m_1 = 1.3104 10^{-25} kget des ions $^{81}_{35}Br^-$ de masse m_2 = 1.3436 10^{-25} kg .

Ces ions partent de S avec une vitesse pratiquementnulle et sont accélérés par la différence de potentiel U = $V_O - V_S$ (voir figure)



1/ Donner le signe de la d.d.p. U. Justifier votre réponse.
2/ Déterminer la vitesse v_1 de l'ion ${}^{79}_{35}Br^-$ et la vitesse v_2 de l'ion ${}^{81}_{35}Br^-$ en O.
3/ Les trajectoires des ions ${}^{79}_{35}Br^-$ et ${}^{81}_{35}Br^-$ ont respectivement pour rayon R_1 et R_2.
Déterminer ces différents rayons.
4/ Soient A et B les points d'impact de ces ions après un demi tour. Calculer la distance AB.
On donne : $e = 1.6\ 10^{-19}$ C ; $U = 4000$ V ; $B = 0.1$ T

Exercice 7

Le Xénon naturel est un mélange de deux isotopes ${}^{129}X_e$ et ${}^{x}X_e$. On se propose de déterminer le nombre de nucléon x du deuxième isotope. On utilise pour cela un spectrographe de masse (voir figure de l'exercice 6). Une chambre d'ionisation produit des ions positifs ${}^{129}X_e^+$ et ${}^{x}X_e^+$. Ces ions sont émis en O_1 avec une vitesse négligeable et sont accélérés dans le vide par une tension U appliquée entre ces deux plaques P_1 et P_2, soumis à l'action d'un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et perpendiculaire au plan de la figure. Les masses de ses ions sont : $m_1 = 129u$ et $m_2 = xu$ où u est l'unité de masse atomique.

1. Etude de l'accélération des ions (zone 2)

1-1/ Représenter la force électrique $\vec{F}_e$ exercée sur un ion se trouvant entre les plaques P_1 et P_2.
1-2/ En déduire le sens du champ électrique $\vec{E}$.
1-3/ Donner le signe de la tension $U = V_{P1} - V_{P2}$ établie entre P_1 et P_2. Justifier votre réponse.
1-4/ Etablir l'expression de la vitesse v_1 de l'ion ${}^{129}X_e^+$ en O_2 en fonction de e, U et u et calculer sa valeur.
1-5/ Donner en fonction de x, e, U et u, l'expression de la vitesse v_2 de l'ion ${}^{x}X_e^+$ en O_2.

2. Etude de la déviation des ions (zone 3)

Les ions issus de O_2 pénètrent dans la zone 3 avec des vitesses perpendiculaires à la plaque P_2. Leur mouvement s'effectue sur des trajectoires circulaires.

2-1/ Indiquer le sens de $\vec{B}$ pour que les ions parviennent en M et N.
2-2/ Montrer que le mouvement d'un ion est uniforme.
2-3/ Montrer que le rayon de la trajectoire de l'ion ${}^{129}X_e^+$ a pour expression $R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{258uU}{e}}$
2.4/ Calculer la valeur de R_1.
2-5/ En déduire, sans nouveau calcul, l'expression du rayon R_2 de la trajectoire de l'ion ${}^{x}X_e^+$ en fonction x, B, u et U.
2-6/ Etablir l'expression du rayon R_2 en fonction de R_1 et e.

3. Exploitation des résultats

3-1/ La distance MN est de 1.2 cm. Déterminer la valeur de x.
3-2/ Préciser les ions qui arrivent en M et en N. Justifier votre réponse.
Données : $B = 0.20$ T ; $U = 4000$ V ; $e = 1.6\ 10^{-19}$ C ; $1u = 1.67\ 10^{-27}$ kg.

Exercice 8

On considère le dispositif expérimental schématisé ci-après, comportant 4 zones notées 1,2, 3 et 4.
Zone 1 : chambre d'accélération entre P_1 et P_2.
Zone 2 : sélecteur de vitesse entre P_2 et P_3.
Zone 3 : chambre de déviation de largeur l.
Zone 4 : région où il règne ni un champ électrique, ni un champ magnétique.
F est un écran placé à une distance D de la plaque P_3, perpendiculairement à l'axe horizontal (x'x). C'est une chambre d'ionisation qui émet des ions sodium Na^+ de masse m et de charge q. P_1, P_2, P_3 sont des plaques métalliques verticales percées de trous T_1, T_2, T_3 alignés sur l'axe horizontal (x'x). A_1, A_2 sont des plaques métalliques horizontales séparées par une distance d ; elles n'ont aucun contact électrique avec P_2 et P_3. Le dispositif est placé dans le vide. On néglige le poids des ions devant les autres forces.

1/ Les ions Na^+ sortent du trou T_1 avec une vitesse supposée nulle. Accélérés par une différence de potentiel $U = V_{P1} - V_{P2}$ entre les plaques P_1 et P_2, ils franchissent le trou T_2 avec la vitesse $_0$.

En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, montrer que le rapport $(\frac{q}{m}) = \frac{v_0^2}{U}$

2/ Dans la zone 2, règnent simultanément un champ électrique uniforme vertical et un champ magnétique uniforme $\perp$ au plan de la figure.

2-1/ Faire un schéma sur votre feuille où sera représenter la force électrique $_e$ qui s'exerce sur un ion se trouvant dans la zone 2.

2-2/ Sur le même schéma, représenter, justification à l'appui, la force magnétique $_m$ qui doit s'appliquer sur le même ion pour qu'il suive une trajectoire rectiligne jusqu'au trou T_3.

2-3/ En déduire le sens du vecteur champ magnétique dans la zone 2. Compléter le schéma en mettant le sens de .

2-4/ Exprimer le rapport $\frac{q}{m}$ en fonction de U ; E et B.

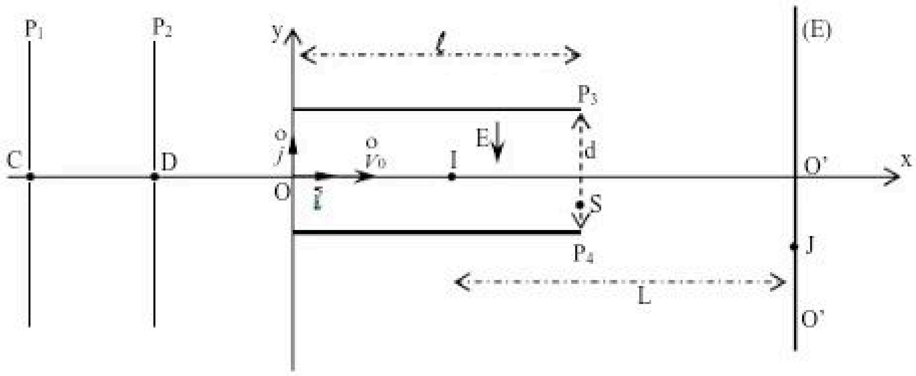
Faire l'application numérique. $U = 3.9$ kV ; $E = 9.10^3$ V.m^{-1} ; $B = 5.10^{-2}$ T

3/ Après le trou T_3, les ions arrivent dans la zone 3 où règne le champ magnétique uniforme . A la sortie de la zone 3, le vecteur vitesse d'un ion Na^+ fait un angle θ faible avec l'axe (x'x).

3-1/ Représenter, justification à l'appui, la trajectoire d'un ion de T_3 à l'écran.

3-2/ Le point M est le point d'impact des ions Na^+ sur l'écran, I est le point d'intersection de l'axe (x'x) avec l'écran.

Etablir l'expression de la déflexion magnétique Y = IM en fonction de q, m, v_0, l et D, puis en fonction de q, m, U, B', l et D.



8 FORCE DE LAPLACE

OBJECTIF GENERAL

Appliquer les lois de l'électromagnétisme pour expliquer certains phénomènes fondamentaux en électricité.

OBJECTIFS SPECIFIQUES

- Mettre en évidence la force de Laplace ;
- Appliquer la loi de Laplace à un conducteur rectiligne placé dans un champ magnétique uniforme.

RESUME

➢ Equilibre d'un solide mobile autour d'un axe fixe.

- Pour un solide mobile autour d'un axe fixe, une force qui lui est appliquée a un effet de rotation si :
  - la droite d'action de la force ne rencontre pas l'axe de rotation ;
  - la droite d'action de la force n'est pas parallèle à l'axe de rotation.
- Le solide est en équilibre si la somme algébrique des moments des forces qui lui sont appliquées est nulle. $\sum M_{/\Delta}(\vec{F}) = 0$

➢ Force de Laplace

- **Définition**

Un conducteur MN de longueur L, parcouru par un courant d'intensité I et placé dans un champ magnétique $\vec{B}$, est soumis à une force électromagnétique $\vec{F}$, appelée force de Laplace telle que : $\vec{F} = i\vec{L} \wedge \vec{B}$ le vecteur $\vec{L}$ est obtenu selon le sens du courant

- **Caractéristiques**
  - point d'application : situé au milieu de la portion du conducteur plongé dans le champ magnétique ;
  - direction : perpendiculaire au plan ($\vec{L}$;$\vec{B}$), soit $\vec{F} \perp \vec{L}$ et $\vec{F} \perp \vec{B}$
  - sens : tel que le trièdre ($i\vec{L}$,$\vec{B}$,$\vec{F}$) direct (donné par la règle de la main droite) ;
  - valeur : $F = iLB \sin\alpha$

  Remarque :

  - $\vec{B} \,//\, \vec{MN} \Rightarrow F = 0$
  - $\vec{B} \perp \vec{MN} \Rightarrow F = ILB$

- **Applications**
  - Balance de Cotton ;
  - Rails de Laplace ;
  - Roue de Barlow ;
  - Haut parleur électromagnétique.

Partie A (compréhension du cours et consolidation des acquis)

Exercice 1

Répondre par vrai ou faux

1/La force de Laplace est toujours perpendiculaire à la tige conductrice.

2/ La force de Laplace change de direction lorsque le courant change de sens

3/ une barre conductrice baignant dans un champ électrique $\vec{E}$ et parcouru par un courant électrique se met en mouvement
4/ La force de Laplace est nulle lorsque :
4-1/ $I = 0$

4-2/ $\vec{L} \perp \vec{B}$

4-3/ $\vec{L} \, // \, \vec{B}$

4-4/ $\vec{B}$ change de direction et non parallèle à $\vec{L}$.

4-5/ $\vec{B} = \vec{0}$

5/ $\vec{F}$ change de sens lorsque $\vec{B}$ change de sens
6/ La force de Laplace est la somme de plusieurs forces de Lorentz

Exercice 2

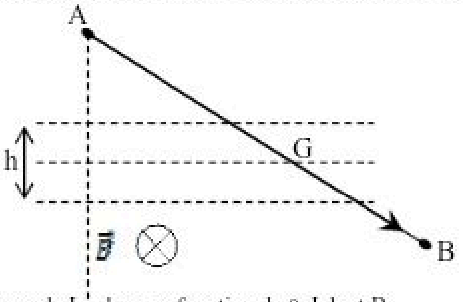
Un conducteur rectiligne de longueur L, parcouru par un courant d'intensité I est plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$

Donner les caractéristiques de la force de Laplace $\vec{F}$ qui agit sur le conducteur dans les cas suivants en illustrant la réponse par un schéma.

- ✓ $I = 0$; $B = 0.25$ T ; $l = 3.5$ cm avec $\vec{L}$ parallèle à $\vec{B}$
- ✓ $I = 1.5$ A ; $B = 0.30$ T ; $L = 3$ cm avec $\vec{L}$ perpendiculaire à $\vec{B}$
- ✓ $I = 0.8$ A ; $B = 0.2$ T ; $L = 4$ cm avec $\vec{L}$ parallèle à $\vec{B}$.
- ✓ $I = 1.2$ A ; $B = 0.15$ T ; $L = 5$ cm avec $(\vec{L}, \vec{B}) = 30°$
- ✓ $I = 1.5$ A ; $B = 0.08$ T ; $L = 5$ cm avec $(\vec{L}, \vec{B}) = 150°$
- ✓ $I = 2$ A ; $B = 0.32$ T ; $L = 4.5$ cm avec $(\vec{L}, \vec{B}) = 180°$

Exercice 3

Un conducteur, de longueur L et de masse m, est susceptible de tourner autour d'un axe horizontal passant par le point A.
Il est parcouru par un courant d'intensité i et il adopte alors une position d'équilibre faisant l'angle θ avec la verticale. La portion du conducteur soumise au champ magnétique est symétrique par rapport au centre d'inertie G du conducteur.

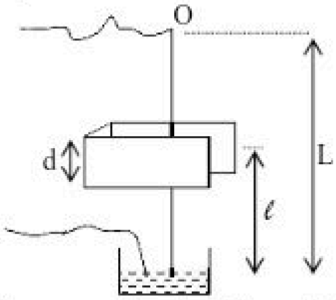


1/ Exprimer l'intensité de la force de Laplace en fonction de θ, I, h et B.
2/ Représenter, sur un schéma, les forces qui agissent sur le conducteur.
3/ Ecrire la relation entre les moments des forces traduisant l'équilibre du conducteur.
4/ En déduire l'expression i de l'intensité du courant en fonction de m, g, θ, h et B.
5/ Calculer I. On donne $m = 20$g ; $g = 10$ N/kg ; $h = 5$ cm ; $\theta = 30°$ et $B = 0.5$ T.

Exercice 4

Un conducteur mobile en O a pour longueur $L = 60$ cm et pour masse $m = 17$ g. Il est en position verticale entre les branches d'un aimant en U de largeur $d = 4$ cm. Le champ entre les branches mesuré au teslamètre est $B = 1.16\ 10^{-2}$ T. Le centre de l'aimant est situé à la distance $L = 20$ cm de l'extrémité inferieure du conducteur.
Lorsqu'un courant d'intensité $i = 4$ A circule dans le conducteur, celui-ci s'incline d'un angle $\alpha = 1.43°$ par rapport à la verticale.
1/ En supposant le champ magnétique limitée à la largeur d des branches, calculer l'angle d'inclinaison β que prendrait le conducteur.
Comparer α et β puis conclure.

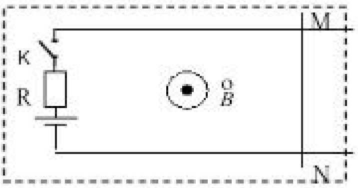
2/ Quelle serait l'intensité B' d'un champ uniforme s'étendant sur une largeur d = 4 cm qui conduirait à l'inclinaison réelle $\alpha = 1.43°$?
3/ Quelle serait la largeur d' d'un champ uniforme d'intensité $B = 1.16\ 10^{-2}$ T qui conduirait à l'inclinaison réelle $\alpha = 1.43°$? On prendra g = 9.8 N/kg



Exercice 5

Un conducteur de longueur L = 5cm, de masse m = 4g est mobile sans frottements sur deux rails horizontaux, parallèles, distants de d = 4cm. On crée un champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$ perpendiculaire au plan des rails, dirigé du bas vers le haut et s'étendant sur une longueur L = 10cm. On donne B = 0.1 T.

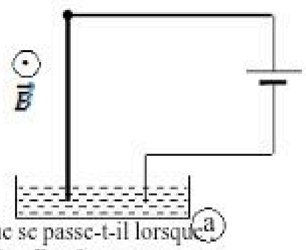
1/ Déterminer les caractéristiques de la force de Laplace $\vec{F}$ qui agit sur le conducteur mobile, traversé par un courant d'intensité I = 1A. (On fera un schéma vu de dessus pour illustrer cette expérience)
2/ Calculer l'accélération a du conducteur mobile lorsqu'il se trouve dans le champ magnétique.
3/ On considère que le conducteur présent dans le champ, démarre à la position choisi comme origine des espaces avec une vitesse négligeable à l'instant t = 0.
3-a/ Etablir l'équation qui donne les différentes positions en fonction du temps.
3-b/ Calculer le temps mis pour la traversée du champ.
3-c/ Après avoir déterminé l'équation qui donne la vitesse du conducteur à chaque instant, calculer la valeur de sa vitesse à la sortie du champ (on néglige tout phénomène autre que mécanique)

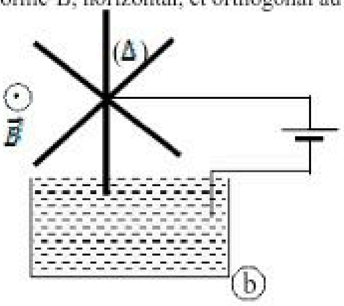


Exercice 6

Un fil de cuivre rigide, rectiligne, homogène, de longueur L est susceptible de se mouvoir dans un plan vertical, autour d'une de ses extrémités (figure a). L'autre extrémité plonge dans un bac de mercure qui permet de maintenir le contact électrique avec un générateur de tension continue.

Le dispositif peut être plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, horizontal, et orthogonal au plan de la figure.



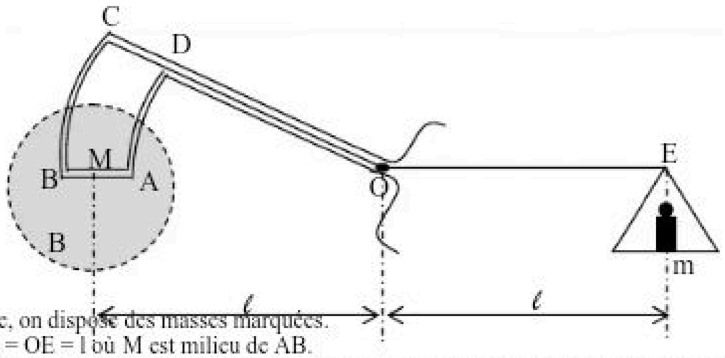


1-a/ Que se passe-t-il lorsque
→ $I \neq 0$ et $B = 0$
→ $I = 0$ et $B \neq 0$
→ $I \neq 0$ et $B \neq 0$
1-b/ Modifie-t-on quelque chose quand on permute les bornes du générateur ?
2/ On néglige la longueur de la partie de la tige situé dans le mercure et on considère que la force électromagnétique s'applique au milieu de la tige.
Calculer la déviation angulaire β de la tige quand elle atteint sa position d'équilibre dans le cas où : I = 6A ;
$B = 2\ 10^{-2}$ T ; L = 10 cm et P (poids de la tige) = 0.08 N.
3/ On remplace maintenant la tige par la roue de Barlow mobile autour d'un axe Δ, et constituée de rayons rigides, en cuivre de longueur L régulièrement répartis (voir figure b).

Le dispositif est plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.
3-a/ Expliquer pourquoi on observe un mouvement de rotation. Préciser son sens.
3-b/ La vitesse de rotation est 90 tr/min. Calculer la puissance développée par la force de Laplace supposée appliquée au milieu d'un rayon.
On donne : B= 0.02 T ; L = 10 cm ; I = 6 A.

Exercice 7

Une balance de Cotton est constituée d'un fléau en alliage non magnétique rigide DABCOE, mobile autour d'un axe fixe O. Les bords CB et AD sont des arcs de cercle de centre O. A l'équilibre, AB et OE sont sur une même horizontale. Dans la région limitée par des hachures, on crée un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme au voisinage de AB orthogonal au plan de la figure et dirigé vers l'arrière. In fil conducteur est fixé le long de ODABCO ; il correspond à une portion de circuit électrique dans lequel on peut régler l'intensité du courant continu, intensité qu'on lit sur un ampèremètre.



Sur le plateau de droite, on dispose des masses marquées.
Par construction : OM = OE = l où M est milieu de AB.
Quand l'intensité du courant est nulle et qu'il n'y a pas de masse dans le plateau, le dispositif est en équilibre.
1-a/ Indiquer sur le schéma, les directions et les orientations des forces qui s'exercent sur le dispositif quand l'équilibre est réalisé pour une intensité I et une masse m. Préciser le sens du courant.
1-b/ Etablir la condition d'équilibre de la balance et en déduire que $m = \frac{BdI}{g}$ où d = AB.

2/ Des mesures ont donné le tableau suivant :

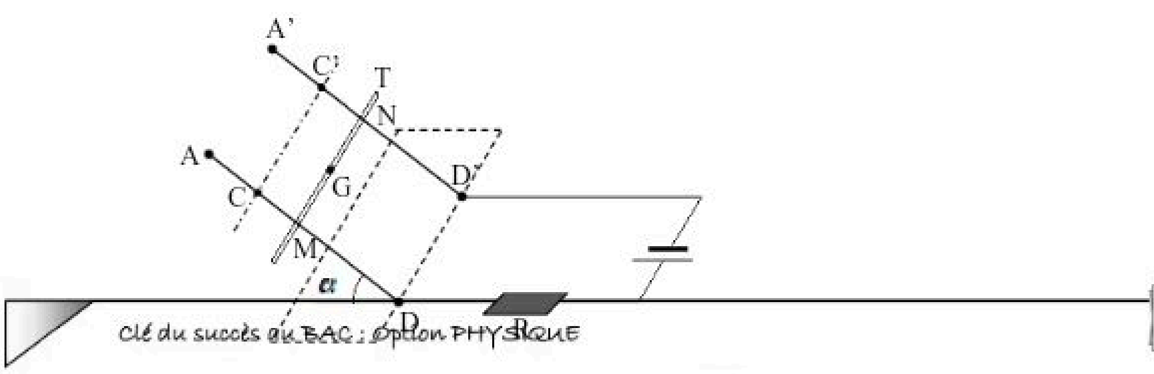
m (g)	0.3	0.5	0.7	1	1.2	1.5	1.8	2	2.2	2.4
I(A)	0.4	0.8	1.25	1.6	2.1	2.6	2.9	3.3	3.6	4

2-a/ Tracer la courbe représentative de m en fonction de I. Echelle : 5 cm → 1g ; 5 cm → 1A.
2-b/ En déduire une valeur du champ $\vec{B}$
On donne d = 2 cm ; g = 10 m/s.

Partie B (je pratique une démarche scientifique)

Exercice 1

Deux rails parallèles AD et A'D', distant de d = 12 cm, sont disposés selon des lignes de plus grande pente d'un plan faisant un angle $\alpha = 8°$ avec le plan horizontal.
Les deux rails sont reliés à un générateur électrique, et le circuit est fermé par une tige T de masse m = 32 g qui peut glisser sans frottement en M et en N sur les rails en restant horizontale. Le circuit est alors parcouru par un courant d'intensité I = 2 A.



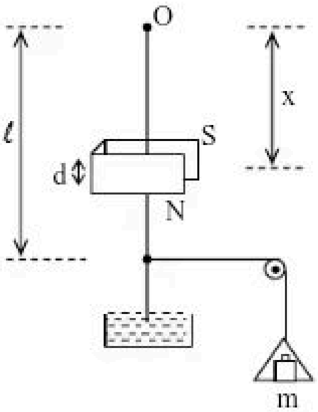
1/ Un champ magnétique uniforme et vertical s'exerce sur la tige.
1-1/ Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la barre MN.

1-b2/ Déterminer le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ pour que la tige reste immobile ($g = 10\ m/s^2$)

1-3/ Etablir la condition d'équilibre de la barre MN et en déduire la norme du vecteur $\vec{B}$
2/ On supprime instantanément le champ magnétique à la date t = 0 s où la barre se trouve aux points C et C'.
2-1/ Identifier la nature du mouvement du centre d'inertie G de la tige confondu avec le milieu de [MN]
2-2/Déterminer l'équation horaire du mouvement de la barre jusqu'aux extrémités D et D' des rails, en utilisant le repère d'axe (Cx) confondu avec la droite (CD).
2-3/ Exprimer puis calculer sa vitesse en DD' sachant que CD = C'D' = 15 m.
3/ En réalité, la vitesse de G est 0.60 m/s. Expliquer les raisons de la différence avec la valeur calculer précédemment.

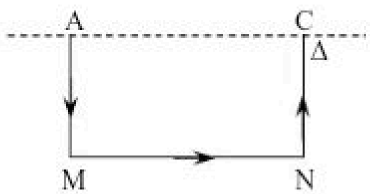
Exercice 2

On réalise l'expérience de la figure ci après.
La position de l'aimant est repérée par x.
1/Déterminer le sens du courant dans la tige pour que l'équilibre du conducteur soit possible.
2/ L'intensité du courant est I = 7 A ;
2-1/ donner les caractéristiques de la force de Laplace à laquelle est soumise la tige.
2-2/ Etablir la condition pour l'équilibre vertical de la tige.
3/ On retire le fil et la nacelle. De quel angle θ est incliné la tige par rapport à la verticale ?.
4/ x pouvant varier de 2.5 à 76.5 cm, calculer les valeurs extrêmes de l'angle θ.
5/ Pour quelle valeur de x obtient-on une déviation moitié de la valeur maximale ?
N.B. On supposera que l'inclinaison reste faible et que la force de Laplace reste appliquée à la distance x de O. Données : $B = 2\ 10^{-2}$ T ; L (longueur du conducteur) = 0.80 m ; l = 0.70 m ; d = 4 cm.



Exercice 3

Un conducteur indéformable AMNC est composé de trois parties rectilignes de même section formant trois cotés d'un rectangle .Il est mobile sans frottement autour d'un axe fixe horizontal Δ passant par A et C.
Des fils très souples réunissent les points A et C à un générateur qui fait circuler un courant I dans le sens AC.
Le cadre est en équilibre sous l'action de son poids et de la réaction de l'axe.



1/ Quelle est la position dans l'espace du plan AMNC ?

2/ En étudiant les forces de Laplace sur les trois cotés du cadre placé dans le champ magnétique uniforme $\vec{B}$, indiquer, en justifiant la réponse, dans lequel des trois cas suivants, le cadre quitte sa position d'équilibre initiale :

2-1/ $\vec{B}$ est parallèle à MN et de même sens que le courant dans MN.

2-2/ $\vec{B}$ a une direction perpendiculaire au plan vertical contenant Δ et dirigé de l'arrière vers l'avant.

2-3/ $\vec{B}$ est vertical, sens de bas en haut.
3/ Dans le cas où le cadre prend une nouvelle position d'équilibre écartée du plan vertical d'un angle α,
3-1/ Déterminer les caractéristiques de la force électromagnétique appliquée sur chacun de ses trois cotés.

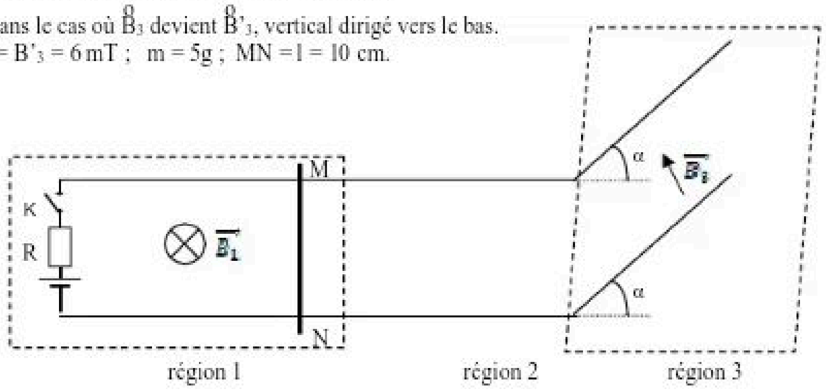
3-2/ Faire l'inventaire de toutes les forces appliquées au cadre.
3-3/ Utiliser le fait que la somme algébrique des moments de ces forces par rapport à l'axe Δ est nulle pour déterminer l'angle α.
On donne : AM = CN = a = 6 cm ; MN = l =12 cm ; μ (masse volumique par unité de longueur du conducteur) = 5 10^{-2} kg/m ; I = 1 A ; B = 0.2 T et g = 10 N/kg.

Exercice 4

Un circuit électrique est composé d'un générateur, d'un interrupteur K, de deux rails métalliques parallèle, d'un résistor de protection et d'un barreau métallique mobile MN, de masse m pouvant glisser sans frottements en restant perpendiculaire aux rails. Le courant débité par le générateur a une intensité I supposée constante

1/ La région est le siège d'un champ magnétique $\vec{B_1}$ perpendiculaire au plan des rails et orienté comme indiqué sur la figure.
1-1/ Représenter sur un schéma les forces qui s'exercent sur le barreau.
1-2/ Donner l'expression de l'accélération a_1 du mouvement du barreau dans cette région. Calculer sa valeur.
1-3/ Calculer la vitesse v_1 du barreau à la sortie de la région 1. On donne d_1 = 40 cm.
2/ Le barreau traverse la région 2 de longueur d_2.
2-1/ Quelle est la nature du mouvement du barreau ? Justifier.
2-2/ Calculer la durée de la traversée de cette région (d_2 = 5 cm)
3/ Les rails sont maintenant inclinés d'un angle α = 5° par rapport au plan horizontal. Le barreau aborde à la vitesse v_1 calculée précédemment, la région 3 où règne un champ magnétique $\vec{B_3}$ perpendiculaire au plan des rails (voir figure)
3-1/ Quelle est l'accélération a_3 du mouvement du barreau ? En déduire la nature du mouvement.
3-2/ Calculer la distance d_3 parcourue par le barreau avant de s'arrêtera.

3-3/ Reprendre 3-a/ et 3-b/ dans le cas où $\vec{B_3}$ devient $\vec{B'_3}$, vertical dirigé vers le bas.
Données : I = 5 A ; $B_1 = B_3 = B'_3$ = 6 mT ; m = 5g ; MN = l = 10 cm.



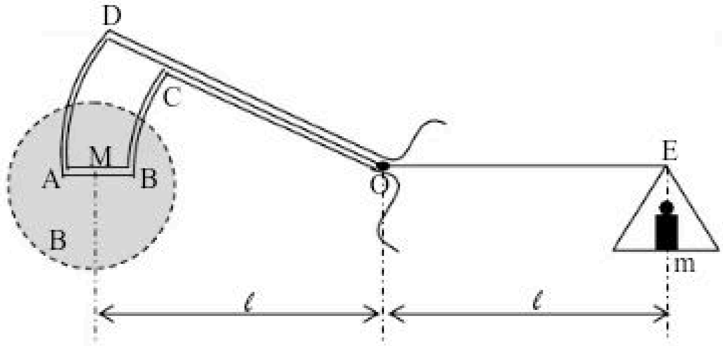
Exercice 5

Un professeur utilise la balance de Cotton pour déterminer la valeur du vecteur champ magnétique qui règne entre les branches d'un aimant en U. Pour cela, il utilise le dispositif ci-contre :
_ ODABCO est le bras de levier coudé le long duquel est fixé un fil conducteur : il correspond à une portion de circuit électrique dans lequel on peut régler l'intensité I du courant continu.
_ OE est le bras de levier lié à un plateau où l'on peut déposer des masses marquées.
_ Le système est mobile autour de l'axe passant par le point O, perpendiculaire au plan de la figure. Il est en équilibre en l'absence de courant électrique.
1/ On considère le vecteur champ magnétique existant entre les branches de l'aimant en U, uniforme, horizontal, perpendiculaire au plan de la figure et entrant.
1-1/ Indiquer le sens du courant électrique dans la portion (BA) du fil conducteur pour que l'expérience de la mesure soit réalisable.
1-2/ Faire l'inventaire des forces extérieures s'exerçant sur la balance et les représenter.
1-3/ Ecrire la condition d'équilibre de cette balance.
1-4/ Montrer que les forces extérieures s'exerçant sur les portions (DA) et (CB) n'ont aucune influence sur l'équilibre de la balance.
2/ Afin d'obtenir la valeur du vecteur champ magnétique, il effectue les mesures suivantes pour différentes valeurs de l'intensité du courant électrique et de la masse m des masses marquées. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-après.

I(A)	0	2	4	6	8
m(g)	0	0.4	0.8	1.2	1.6

2-1/ Tracer la représentation graphique de la fonction m = f(I). Echelle : 1 cm pour 0.2 g et 1 cm pour 1 A
2-2/ Donner la nature de la courbe et trouver la relation liant la masse à l'intensité I du courant .

2-3/ En déduire l'expression du champ magnétique B.
2-4/ Pour i = Imax = 10 A , déterminer graphiquement la valeur de la masse maximale que l'on doit mettre dans le plateau de la balance pour rétablir l'équilibre.
Données : AB = 2 cm ; g = 9.8 N/kg ; OM = OE = l.



9 INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

OBJECTIF GENERAL
Appliquer les lois de l'électromagnétisme pour expliquer certains phénomènes fondamentaux en électricité.

OBJECTIFS SPECIFIQUES
- Appliquer la Loi de Lenz à un circuit soumis à la variation de flux magnétique, dans la résolution d'un problème.
- Expliquer le principe de fonctionnement de quelques appareils à partir de la Loi de Faraday.

RESUME
- La variation du flux d'un champ magnétique inducteur à travers un circuit donne naissance à une force électromotrice induite (f.é.m.).
  Remarque :

•Le flux pour 1 spire : $\varphi = \vec{B}.\vec{S} = B.S.\cos\theta$

•Le flux pour N spire : $\varphi = N.\vec{B}.\vec{S} = NBS\cos\theta$ si $\theta = 0°$ alors $\varphi = NBS$

D'après les lois de FARADAY et de LENZ,

$$e = -\frac{d\varphi}{dt}$$

Si le circuit est fermé, un courant induit circule pendant cette variation et le sens du courant induit est tel que qu'il s'oppose à la variation du flux qui lui a donné naissance. En appliquant la loi d'ohm au conducteur, on en déduit que :

$e = Ri \Rightarrow i = \frac{e}{R} = -\frac{1}{R}\frac{di}{dt}$

➢ **Applications** :

•**L'alternateur** : c'est une bobine à N spires, tournant dans un champ magnétique uniforme avec une vitesse constante ω.

Le flux dans la bobine est alors : $\varphi = N\vec{B}.\vec{S} = NBS.\cos\theta = NBS.\cos(\omega t)$. On en déduit que $i(t) = \frac{NBS}{R}\omega.\sin(\omega t)$ et on a un courant alternatif sinusoïdal.

•**Le transformateur** : Il est constitué d'un enroulement dit primaire de N spires placé autour d'un enroulement dit secondaire de N' spires. Dans le premier circule un courant sinusoïdal provoquant un champ magnétique également sinusoïdal, dont la variation induit dans le second, un courant sinusoïdal de même fréquence et dont les tension et intensité efficaces vérifient $\frac{U'}{U} = \frac{I}{I'} = \frac{N'}{N}$.

N > N' □ U > U' et le transformateur est dit élévateur de tension électrique

N < N' □□U < U' et le transformateur est dit abaisseur de tension électrique

Exemple : Un enroulement primaire ayant 2 fois plus de spires que le secondaire peut donc transformer du 220 V en 110 V.

•Les moteurs électriques et les fours à induction sont aussi des applications industrielles du phénomène d'induction électromagnétiques.

Partie A (compréhension du cours et consolidation des acquis)

Exercice 1

Répondre par vrai ou faux.

1-1/ Un champ magnétique constant est toujours uniforme.
1-2/ Un champ magnétique uniforme est toujours constant.
2/ le flux magnétique φ varie si :
2-1/ la surface traversée par le champ varie
2-2/ le champ magnétique varie
3/ Le phénomène d'induction électromagnétique apparait dans un circuit lorsque :
3-1/ le flux magnétique est très élevé
3-2/ le flux magnétique varie
4/ La variation du flux magnétique à travers un circuit est traduit par :
4-1/ apparition d'un courant induit
4-2/ naissance d'une f.é.m.
5/ Toute variation du flux à travers un circuit s'accompagne de la naissance d'une f.é.m. d'induction. Cette f.é.m. se traduit en circuit ouvert par :
5-1/ une tension aux bornes du circuit.
5-2/ la circulation d'un courant induit dans le circuit.
6/ D'après la loi de Lenz, le sens du courant induit est tel que par ses effets électromagnétiques :
6-1/ Il favorise la variation du flux (cause qui lui donne naissance).
6-2/ il s'oppose à la variation du flux (cause qui lui donne naissance)
7/ La f.é.m..d'induction (e) est égale, à chaque instant, à l'opposé de la dérivée , par rapport au temps , du flux magnétique à travers le circuit induit.

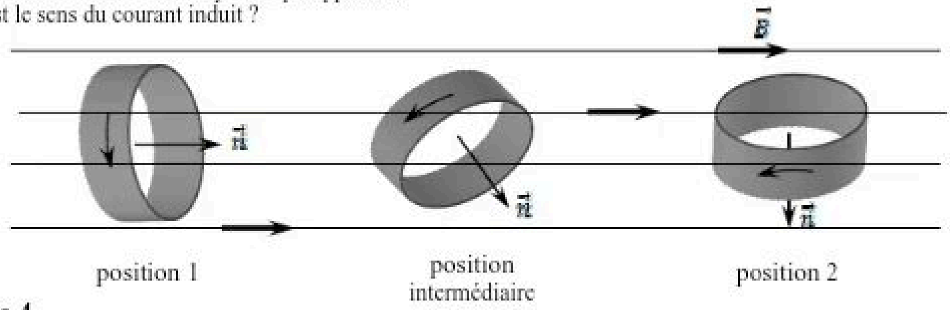
Exercice 2 :

Une spire de surface $S_1 = 10\ cm^2$ est maintenue dans un champ magnétique uniforme d'intensité $B_1 = 8\ 10^{-2}$ T, son plan étant perpendiculaire aux lignes de champ. Une seconde spire de surface $S_2 = 15\ cm^2$ est maintenu dans un champ magnétique uniforme d'intensité $B_2 = 0.10$ T, son axe faisant un angle $\alpha = 30°$ avec la direction des lignes de champ.

1/ dans quelle spire le flux magnétique est-il le plus important ?
2/ dans quelle spire, l'intensité du courant induit est-elle la plus importante ?

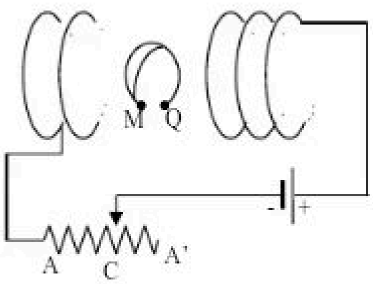
Exercice 3

Une bobine plate formée de $N = 500$ spires circulaires de rayon $r = 0.1$ m a son axe initialement parallèle aux lignes de champ magnétique uniforme d'intensité 0.2 T. En 0.5 s, son axe devient orthogonal à $\vec{B}$.
1/ Quelle est la f.é.m. induite moyenne qui apparaît ?
2/ Quel est le sens du courant induit ?



Exercice 4

Un solénoïde de longueur $L = 40$ cm, de résistance $R = 2.5\ \Omega$ comporte $N = 1000$ spires et est alimenté par un générateur de force électromotrice $E = 12$ V, de résistance interne $r = 1\ \Omega$, en série avec un rhéostat AA'- dont la résistance peut varier de 0 à 25 Ω
1/ a la date $t = 0$, le curseur C du rhéostat est en A ($R_{AC} = 0$). On le déplace à vitesse constante et il arrive en A' à la date $t = 0.5$ s ($R_{AC} = 25\ \Omega$).
1-1/ Exprimer la résistance R_{AC} en fonction du temps.
1-2/ Exprimer l'intensité i (t) du courant dans le solénoïde en fonction du temps.
1-3/ Préciser les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur du solénoïde et exprimer son intensité B en fonction du temps.
2/ A l'intérieur du solénoïde, on place une bobine plate de section moyenne $S = 12\ cm^2$, dont l'axe est confondu avec celui du solénoïde. Cette bobine comporte $N' = 500$ spires et sa résistance est $R' = 10\ \Omega$
2-1/ Déterminer la polarité des bornes de la bobine au cours de l'expérience décrite au 1/
2-2/ Calculer en fonction du temps, la f.é.m. d'induction e de la bobine.

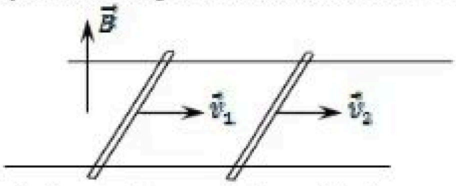


Exercice 5

Une bobine plate comportant $N = 100$ spires de rayon $R = 4$ cm est placée perpendiculairement aux lignes de champ magnétique uniforme $\vec{B}$
1/ On fait varier l'intensité B du champ magnétique linéairement en fonction du temps, de manière que sa valeur passe de $B = 0$ à la date $t = 0$, à $B = 0.5$ T à $t = 3$s.
1-1/ Déterminer l'expression de B en fonction du temps.
1-2/ Calculer la tension u aux bornes de la bobine.
2/ On reprend l'expérience en faisant varier B proportionnellement au carré du temps.
2-1/ Déterminer les expressions de B et de u en fonction du temps.
2-2/ Calculer la date à laquelle la tension u est égale à celle calculer à la question 1/
3/ Répondre aux mêmes questions en supposant que B varie exponentiellement en fonction du temps.

Exercice 6

Deux rails horizontaux distants de $d = 5$ cm sont plongés dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ vertical et d'intensité $B = 0.05$ T. Sur ces deux rails glissent deux conducteurs aux vitesses constantes $v_1 = 0.8$ m/s et $v_2 = 1.4$ m/s. La résistance électrique par unité de longueur des conducteurs est $\lambda = 0.02\ \Omega$/m.

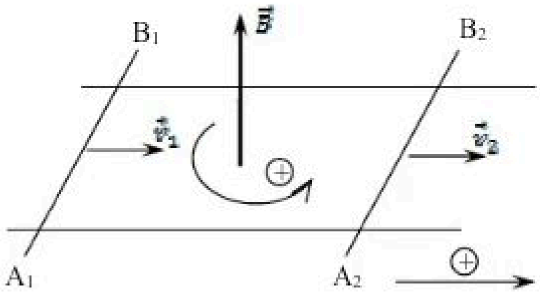


A $t = 0$, la distance qui sépare les deux conducteurs est $l = 4$ cm.
1/ Déterminer le sens du courant induit dans le circuit.
2/ Calculer son intensité i à la date $t = 1.5$s.

Partie B (je pratique une démarche scientifique)

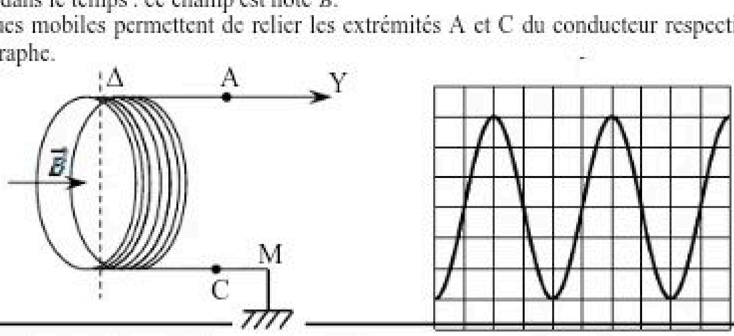
Exercice 1

Deux rails parallèles formant un plan horizontal sont distants de $a = 5$ cm. Entre les rails règne un champ magnétique uniforme vertical dirigé vers le haut et de valeur $B = 0.4$ T. Sur les rails, on fait glisser deux conducteurs A_1B_1 et A_2B_2 perpendiculaire à la direction des rails, avec des vitesses $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$, parallèles aux rails. Le rectangle déformable ainsi constitué forme un circuit de résistance $R = 0.2\ \Omega$ supposé constante.
1/ Exprimer en fonction de B, R, a, v_1 et v_2, l'expression de l'intensité du courant qui parcourt le rectangle orienté dans le sens $A_1A_2B_2B_1$.
2/ Calculer la valeur de l'intensité I de ce courant dans les cas suivants :
→$v_1 = 10$ cm/s et $v_2 = 5$ cm/s
→$v_1 = 10$ cm/s et $v_2 = 15$ cm/s
→$v_1 = 10$ cm/s et $v_2 = 10$ cm/s
3/ Les conducteurs A_1B_1 et A_2B_2 se déplacent sans frottements sur les rails et leurs vitesses v_1 et v_2 sont constantes.
3-1/ Pour chacun des trois cas précédents, calculer la puissance développée par effet joule dans le circuit.
3-2/ Calculer la puissance des forces mécaniques exercées sur les conducteurs pour leur assuré des mouvements uniformes.
3-3/ Comparer ces deux valeurs.
.



Exercice 2

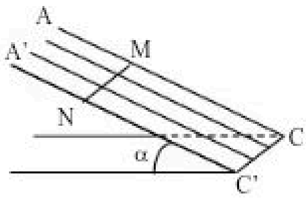
On négligera le phénomène d'auto-inductance.
Une bobine plate est formée de $N = 500$ spires circulaires de fil conducteur isolé. La superficie de chaque spire est $S = 100$ cm^2.
La bobine tourne à vitesse angulaire constante autour d'un axe (Δ) diamétral et vertical dans un champ magnétique uniforme horizontal et constant dans le temps : ce champ est noté $\vec{B}$.
Des contacts électriques mobiles permettent de relier les extrémités A et C du conducteur respectivement à l'entrée Y et à la masse M de l'oscillographe.



1/ Le balayage horizontal étant réglé sur 10 ms/div, et la sensibilité verticale sur 1 V/div, on observe la courbe sur l'écran de l'oscillographe ci-dessus.
1-1/Justifier qualitativement, l'existence d'une tension entre A et C lors de la rotation de la bobine.
1-2/ Déterminer la valeur ω_1 de la vitesse angulaire de la bobine.
1-3/ Déterminer l'intensité B du champ magnétique.
2/ On fait tourner la bobine deux fois moins vite. Le réglage de l'oscillographe n'est pas modifié. Donner en le justifiant, l'allure de la courbe décrite par les spots en précisant sa période et son amplitude.
3/ La bobine a une résistance R = 100 Ω ; on branche entre les extrémités A et C, un conducteur ohmique de résistance R = 200 Ω. La bobine tournant à la vitesse angulaire ω_1 calculer à la question 1/ et l'oscillographe étant toujours branché et réglé à la même manière, donner l'allure de la courbe observée sur l'écran en le justifiant.

Exercice 3

Une barre de cuivre, homogène, de masse m et de longueur L, peut glisser sans frottement, le long deux rails métalliques AC et A'C' contenus dans un plan incliné d'un angle α par rapport au plan horizontal.
Pendant tout le mouvement, la barre MN reste perpendiculaire aux rails AC et A'C' et maintient avec eux le contact électrique en M et N.
On donne : L = MN = 10 cm ; $\alpha = 20°$; m = 20 g et g = 9.8 m/s².
1/ La barre MN est lâchée sans vitesse initiale sur le plan incliné. Elle acquiert la vitesse V = 2.8 m/s après avoir parcouru la distance D.
Calculer la distance D.
2/ Les points A et A' sont maintenant reliés par un fil de résistance R = 0.2 Ω, les résistances électriques des rails et de la barre étant négligeables. Lorsque la barre a parcouru la distance D, elle pénètre à l'instant t = 0, dans une région de l'espace où règne un champ magnétique $\vec{B}$, perpendiculaire au plan incliné, ascendant et d'intensité B = 1 T avec la vitesse V = 2.8 m/s.
2-1/ Sur un schéma très clair vue de profil, représenter le champ $\vec{B}$; la réaction $\vec{R}$ des rails sur la barre et le poids $\vec{P}$ de la barre.
2-2/ Déterminer l'intensité I_0 du courant qui apparait dans le circuit A'AMN à l'instant t = 0.
Indiquer le sens de ce courant.
2-3/ Quelles sont les caractéristiques de la force électromagnétique $\vec{F}_0$ qui s'exerce sur la barre à l'instant t = 0.
3/ Appliquer le théorème du centre d'inertie à la barre pour établir l'expression et calculer la valeur de l'accélération a du mouvement. En déduire la nature du mouvement.
4/ La barre acquiert maintenant un mouvement rectiligne uniforme de vitesse V_1.
4-1/ Quelle est alors l'intensité F_1 de la force électromagnétique qui agit sur la barre.
4-2/ Calculer l'intensité I_1 du courant et la valeur V_1 de la vitesse.



Exercice 4

Une tige T se déplace sans frottement à la vitesse constante
$\vec{v} = v\,\vec{j}$ sur deux glissières rectilignes T_1 et T_2 horizontales et parallèles, distances de l. La tige T est perpendiculaire aux glissières
On exerce une force $\vec{F} = F\,\vec{j}$.
La tige, les glissières et la résistance R constituent un circuit électrique, lequel est placé dans un champ magnétique uniforme verticale $\vec{B}$ d'intensité B = 0.4 T.
1/ Expliquer pourquoi il apparaît un courant induit dans le circuit.
2/ Quel est le sens du courant induit ?
3/ Le circuit est orienté dans le sens du courant induit.
Montrer que le flux du champ magnétique à travers la surface délimité par le circuit s'écrit :
$\Phi = \Phi_0 + at$ où a est une constante que l'on déterminera.
4/ En déduire la f.é.m. induite dans le circuit et l'intensité du courant.(on négligera la résistance des rails et de la tige devant R)
5/ Analyser les forces qui s'exercent sur la tige. Quelle force $\vec{F}$ doit-on exercer sur la tige pour maintenir sa vitesse constante ?
6/ Calculer e et F. On donne l = 12 cm ; v = 2 m/s et R = 2 Ω

Exercice 5

Un solénoïde comportant 1000 spires par mètre est parcouru par un courant d'intensité I = 10 A .
1/ Faire un schéma et donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ régnant à l'intérieur du solénoïde.

2/ A l'intérieur du solénoïde, on introduit une bobine plate de N = 400 spires ayant chacune une surface S = 14 cm^2. On la relie à un milliampèremètre. La résistance totale de ce circuit est R = 10 Ω.
Calculer le flux magnétique φ à travers la bobine plate.
3/ On fait ensuite varier l'intensité du courant dans le solénoïde suivant la loi $i(t) = 10 - 2.5\,t^2$ avec t □ [0 ;2].
Préciser le sens du courant induit dans la bobine plate et tracer le graphique i = f(t) dans l'intervalle [0, 2]

10 AUTO INDUCTION

Objectif Général : Appliquer les lois de l'électromagnétisme pour expliquer certains phénomènes fondamentaux en électricité.
Objectif spécifique : Appliquer les lois de l'électromagnétisme pour expliquer le phénomène d'auto induction.

RESUME :

•L'auto-induction est l'apparition d'une force électromotrice induite (f.é.m.) aux bornes d'un circuit traversé par un courant d'intensité variable (Une bobine « s'oppose »à la variation de son propre champ magnétique).

$e = -L\frac{di}{dt}$ avec L représente l'inductance ou l'auto-inductance de la bobine ;

*(L) ne dépend pas de l'intensité i du courant dans la bobine et sa valeur augmente en présence de noyau de fer dans la bobine.

* Pour un solénoïde $L = \mu_o \frac{N^2}{l}.S$

avec N = nombre de spires
l = longueur du solénoïde (en m)
$S = \pi r^2$ = surface d'une spire (en m^2)
μ_o = perméabilité du milieu = $4\pi.10^{-7}$S.I.
L en Henry (H).

•La tension aux bornes d'une bobine d'inductance L et de résistance interne r, est donnée par la relation

$u_{AB} = ri - e = ri + L\frac{di}{dt}$

Remarque : Pour un dipôle (R, L), le quotient $\tau = \frac{L}{R}$ est appelé constance de temps du dipôle. Il fournit un ordre de grandeur de la durée de l'établissement ou de l'annulation du courant dans le dipôle.

$R = \sum$ résistance du circuit.

•L'énergie magnétique emmagasinée dans une bobine est : $E = \frac{1}{2} Li^2$

Avec E en joule (J)
L en Henry (H)
I en Ampère (A)

<u>Partie A</u> (compréhension du cours et consolidation des acquis)

<u>Exercice 1</u>

Répondre par vrai ou faux.

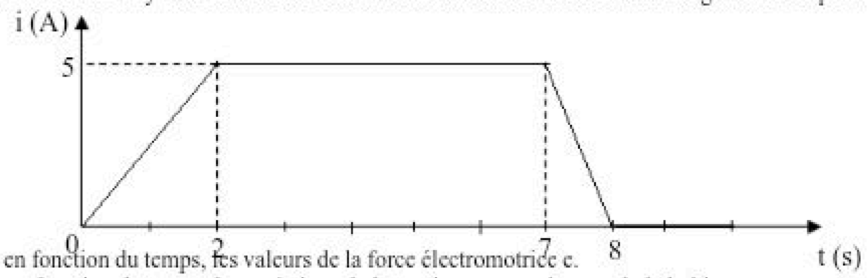
1/ Le flux propre et l'intensité de courant parcourant le circuit sont proportionnelle.
2/ La résistance interne r de la bobine est le coefficient de proportionnalité entre le flux propre et l'intensité du courant.
3/ Le flux propre et l'intensité sont de signe opposé.
4/ L'auto-inductance (L) est le coefficient de proportionnalité entre le flux propre et l'intensité de courant.
5/ L'inductance (L) d'une bobine sans noyau de fer dépend de l'intensité de courant qui la traverse.
6/ D'après LENZ, lorsque l'intensité i du courant augmente, la quantité $(\frac{di}{dt})$ est positive et la f.é.m. auto-induite (e) est négative
7/Une bobine parcourue par un courant continu se comporte comme un générateur.
8/ Une bobine parcourue par un courant variable se comporte comme un générateur.
9/ L'énergie magnétique stockée dans une bobine est proportionnelle au cube de l'intensité de courant.
10/ A l'ouverture brusque du circuit, il apparait une surtension aux bornes de la bobine

<u>Exercice 2</u>

Calculer l'inductance L d'un solénoïde dont la longueur l est très grande devant son rayon r. Le nombre de spires par unité de longueur est n.
On donne l = 0.5 m ; r = 2.5 cm et $n = 2.10^4$ spires/m.

<u>Exercice 3</u>

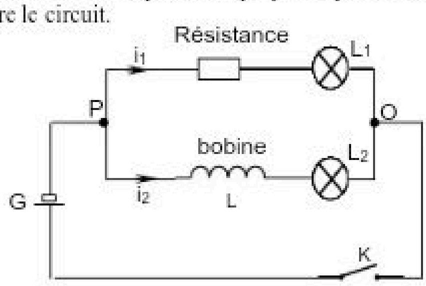
Soit une bobine d'inductance L = 4 mH placée dans un circuit de résistance totale R = 10 Ω.
Un générateur de courant y fait circuler un courant dont l'intensité i varie selon le diagramme ci-après.



1/ Donner en fonction du temps, les valeurs de la force électromotrice e.
2/ Evaluer en fonction du temps, les variations de la tension u_{AB} aux bornes de la bobine.

<u>Exercice 4</u>

On réalise le montage ci-après ; L_1 et L_2 sont deux lampes identiques. La résistance de la branche dont le courant est i_1 est identique celle de la branche dont le courant est i_2.
1/ Qu'observe-t-on lorsque l'on abaisse l'interrupteur ? Expliquer le phénomène.
2/ Même question lorsqu'on ouvre le circuit.

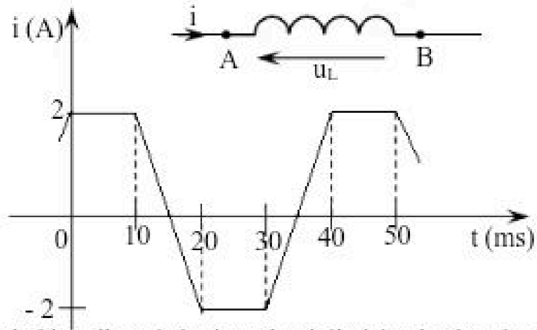


<u>Exercice 5</u>

Un solénoïde de longueur l = 50 cm, de rayon moyen r = 4 cm, comporte N = 2800 spires.
1/ Calculer la valeur (approché par excès) de son inductance L.
2/ La bobine est parcourue par un courant d'intensité I = 10 A. On ouvre l'interrupteur du circuit pendant 10 ms.
2-1/ Quelle énergie apparaît lors de l'ouverture du circuit?
2-2/ Calculer la puissance électrique mise en jeu. Conclure.

Exercice 6

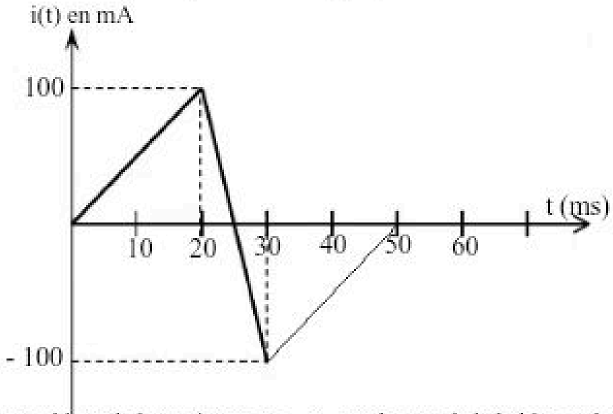
Le graphique représente la variation au cours du temps de l'intensité i qui traverse une bobine d'inductance L = 40 mH et de résistance négligeable.



1/ Calculer les valeurs prises par la f.é.m. d'auto induction e depuis l'origine des dates jusqu'à l'instant t = 40 ms.
2/ Déterminer la tension $u_{AB} = u_L$.
3/ Calculer la valeur maximale E_m de cette énergie.

Exercice 7

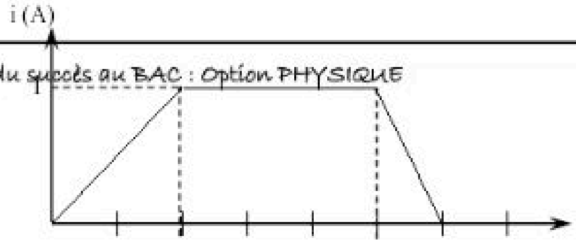
1/ On considère une bobine assimilable à un solénoïde théorique ayant les caractéristiques suivantes : rayon moyen des spires r = 10 cm ; nombre total de spires N = 500 et longueur de la bobine l = 1 m.
Calculer l'inductance L de la bobine. On prendra $\pi^2 = 10$.
2/ Le courant qui circule dans la bobine est caractérisé, successivement, par les valeurs suivantes exprimées en ampères :
$i_1 = 2$; $i_2 = 5t + 2$ et $i_3 = 2\sqrt{2}\,\sin(100\pi t)$ avec t en s.
Calculer la force électromotrice d'auto-induction dans la bobine dans chacun des trois cas.
3/ Un courant i(t) traverse la bobine (voir représentation ci après)



Tracer la représentation graphique de la tension $u = v_M - v_N$ aux bornes de la bobine sachant que le sens positif sur le conducteur va de M vers N et que la résistance de la bobine est négligeable.

Exercice 8

Soit un solénoïde de longueur l = 40 cm, comportant 1250 spires par mètre, de rayon R = 2 cm, parcouru par un courant i = 5 A.
1/ Calculer le champ magnétique crée au centre O du solénoïde par le passage du courant.
2/ En supposant le champ magnétique uniforme à l'intérieur du solénoïde, calculer le flux propre de ce solénoïde.
3/ En déduire son inductance L.
4/ Le solénoïde est présentement parcouru par un courant d'intensité variant en fonction du temps comme l'indique la figure ci-après.



4-1/ Déterminer la force électromotrice d'auto-induction e qui apparaît aux bornes de la bobine pour chacune des trois phases.
4-2/ Tracer le graphe e = f(t) pour t = [0 :60 ms]

Partie B (je pratique une démarche scientifique)

Exercice 1

Une bobine d'auto-inductance L = 0.1 H et de résistance R = 100 Ω est parcourue par un courant alternatif sinusoïdal d'intensité $i = I_m \sin \omega t$, de fréquence N = 50 Hz et de valeur maximale Im = 11 A.

1/ Donner l'expression de la tension u aux bornes de la bobine en fonction du temps.

2/ Cette tension est la somme de deux termes que l'on note u_R et u_L qui traduisent l'un, l'effet résistif et l'autre, l'effet inductif de la bobine. Calculer les valeurs maximales U_R et U_L que prennent ces deux termes aux cours du temps.

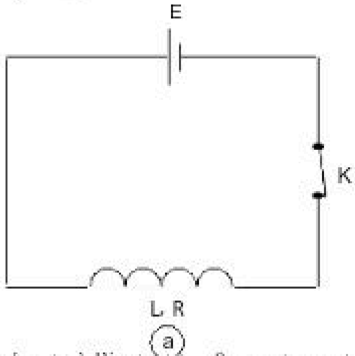
3/ Déterminer les dates auxquelles $u_R = u_L$.

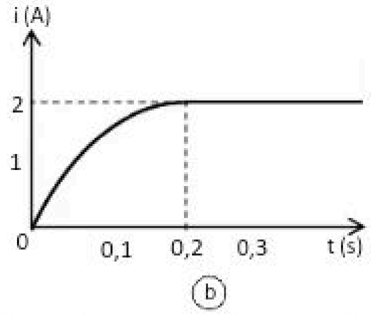
4/ Calculer la valeur de la fréquence à partir de laquelle la valeur maximale U_L l'emporte sur U_R.

Exercice 2

Un circuit se compose d'un générateur de f.é.m. E = 20 V et de résistance interne négligeable ; d'un interrupteur et d'une bobine de résistance R et d'inductance L.

On ferme l'interrupteur à l'instant t = 0 et on enregistre à l'oscillographe, la représentation graphique de la fonction i = f(t) où t est la durée comptée à partir de la fermeture du circuit et i, l'intensité du courant.





Cette courbe présente à l'instant t = 0, une tangente dont le coefficient directeur est 40 dans les unités S.I. Au bout du temps t = 0.2 s, on peut considérer que le régime permanent est établi, l'intensité étant constante et égale à 2 A.

1/ A l'aide de la représentation graphique, préciser comment varie qualitativement la f.é.m. d'auto-induction e.

2/ Déterminer, à l'instant de la fermeture, lorsque l'intensité est encore pratiquement nulle, la valeur de la f .é.m. d'auto-induction e.

3/ En déduire l'inductance L de la bobine.

4/ Quelle est la valeur de la f.é.m. d'auto-induction lorsque t > 0.2 s ? En déduire la résistance R de la bobine.

Exercice 3

Une bobine d'auto inductance L et de résistance R est parcourue est parcourue par un courant alternatif sinusoïdal d'intensité $i(t) = I_m \sin \omega t$.

1/ Exprimer la tension u à ses bornes en fonction du temps.

2/ Donner l'expression de la puissance électrique P reçue par la bobine en fonction du temps.

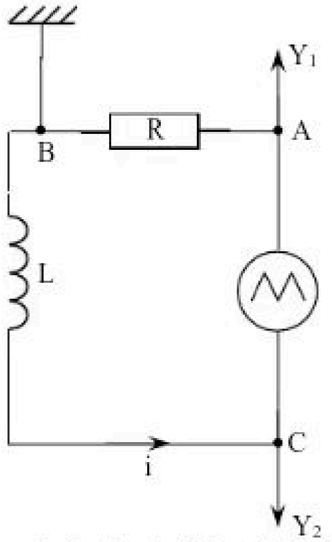
3/ On suppose la résistance R négligeable(R = 0), déterminer dans quels intervalles de temps (sur une période) la bobine fonctionne en générateur et en récepteur.

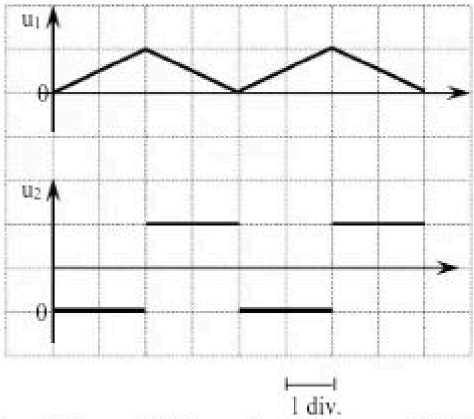
4/ Calculer l'énergie électrique W consommée par la bobine pendant une durée d'une période. Conclure.

5/ La résistance R n'est plus négligeable. Montrer que la puissance reçue P peut se mettre sous la forme : $P = RI_m^2 \sin\omega t\,(\sin\omega t + \frac{L\omega}{r}\cos\omega t)$

Exercice 4

Une bobine de résistance négligeable et d'inductance propre L est montée en série avec un conducteur ohmique de résistance R = 1000 Ω. L'ensemble est alimenté par un générateur délivrant un signal triangulaire. On étudier à l'aide d'un oscillographe à deux voies la tension u_1 aux bornes du conducteur ohmique et la tension u_2 aux bornes de bobine. L'aspect de l'écran est donné sur la figure.





Le balayage horizontal est réglé sur 10 ms/div ; la sensibilité verticale sur 1V/div pour la voie 1 et sur 10^{-4} V/div pour la voie 2.

1/ Etablir l'équation différentielle vérifiée par le courant i(t) lorsque le générateur délivre une tension $u_{AC} = e(t)$

2/ Compte tenu des tensions u_1 et u_2 observées à l'oscillographe, simplifier cette équation différentielle. En déduire que l'intensité est proportionnelle à e(t)

3/ Justifier la courbe obtenue en Y_2. Exprimer u_{CB} en fonction de L, R et $\frac{di}{dt}$.

4/ Calculer la valeur de L.

Exercice 5

Une inductance pure de coefficient d'auto-inductance L est parcourue par un courant sinusoïdal dont l'intensité instantanée a pour expression $i(t) = I_m.\sin\omega t$.

1/ Donner l'expression de la tension u aux bornes de l'inductance en fonction du temps

2/ On branche le primaire d'un transformateur de résistance négligeable et de coefficient L = 1.5 H sur une source délivrant une tension $u(t) = 220\sqrt{2}\,\text{Cos}\,\omega t$ (en volt) avec $\omega = 100$ rad/s : donner l'expression de l'intensité qui parcourt le primaire.

3/ Quel changement a lieu en supprimant la carcasse de fer du transformateur ?

Exercice 6

Une bobine est constituée de 3000 spires enroulées sur un cylindre de 5 cm de diamètre et 50 cm de longueur. Lorsqu'on applique une tension de 4 V à ses bornes, il circule un courant de 2A.

1/ Calculer sa résistance interne r et son inductance propre L. ($\mu_o = 4\pi\,10^{-7}$ S.I.)

2/ On annule le courant en 0.02 s suivant une fonction affine du temps.

2-1/ Quelle est l'expression de la f.é.m. d'auto-induction e.

2-2/ Représenter e en fonction du temps . Echelle : abscisse : 1 cm → 0.01 s ; ordonnée : 1 cm → 1 V.

3/ Expression de la tension u(t) aux bornes de la bobine ?

Représenter u(t) en fonction du temps. Echelle : abscisse : 1 cm → 0.01 s ; ordonnée : 1 cm → 1 V

11 MONTAGES DERIVATEUR ET INTEGRATEUR

Objectif général : Appliquer les lois de l'électricité à l'étude de quelques circuits électroniques

Objectifs spécifiques

• Visualiser les tensions d'entrée et de sortie d'un montage dérivateur et d'un montage intégrateur.

• Etablir la relation entre la tension de sortie et la tension d'entrée pour les montages dérivateur et intégrateur.

Résumé

•Un amplificateur opérationnel est un composant électronique de base (circuit intégré) dont les applications sont multiples ; entre autres :

* amplifier des tensions électriques
* réaliser des opérations mathématiques simples.
* réaliser des fonctions électroniques complexes (filtrage, simulation de dipôles ; montages « à résistances négatives »……)

• Un amplificateur opérationnel peut avoir un fonctionnement en régime linéaire ou en régime saturé.

Le fonctionnement en régime linéaire nécessite une boucle de contre- réaction (connexion entre la borne inverseuse E^- et la borne de sortie S).

Dans ce cas : $i^+ = i^- \approx 0$ et u_d(tension différentielle) ≈ 0

•Pour la résolution d'un exercice de ce chapitre, il est important de connaitre les lois de Kirchhoff relatives aux **nœuds** (point du réseau où sont connectés plus de deux conducteurs) et aux **mailles** (ensemble de branches formant un circuit fermé, qui ne passe qu'une seule fois par un nœud donné) :

*Loi des nœuds : la somme des courants partant d'un nœud est égale à la somme des courants qui y arrivent.

*Loi des mailles : la somme des tensions dans une maille est nulle.

•Lorsqu'on applique une tension u_e à l'entrée inverseuse d'un montage dérivateur, on obtient en sortie, une tension u_s telle que $u_s = -RC\frac{du_e}{dt}$.

•Lorsqu'on applique une tension u_e à l'entrée inverseuse d'un montage intégrateur, on obtient en sortie, une tension us telle que $u_s = -\frac{1}{RC}\int u_e\,dt$.

Partie A (Consolidation des acquis)

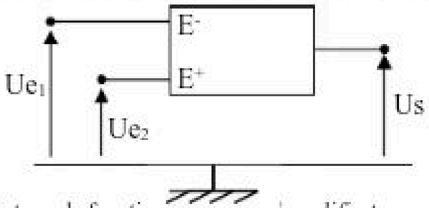
Exercice 1

Répondre par vrai ou faux.

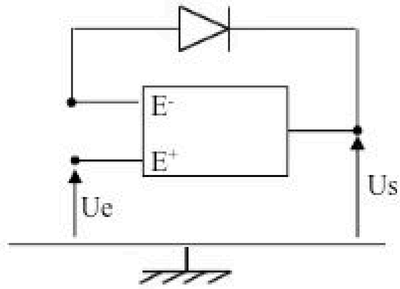
1/ Un amplificateur opérationnel possède deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie.
2/ Un amplificateur opérationnel possède une borne d'alimentation.
3/ Le fonctionnement d'un amplificateur opérationnel est dit linéaire, si la borne E^+ est reliée à la borne S
4/ En régime linéaire, la tension différentielle $u_d \neq 0$ (non nulle)
5/ Dans un montage dérivateur, la boucle de contre réaction contient le condensateur
6/ En régime linéaire, les courants d'entrée sont négligeables.
7/ La dérivée de la tension de sortie us est proportionnelle à la tension d'entrée dans le cas d'un montage dérivateur.
8/ La tension de sortie est proportionnelle à une primitive de la tension d'entrée dans le cas d'un montage intégrateur.

Exercice 2

A/ L'amplificateur opérationnel ci après a-t-il un fonctionnement linéaire ? Pourquoi ?

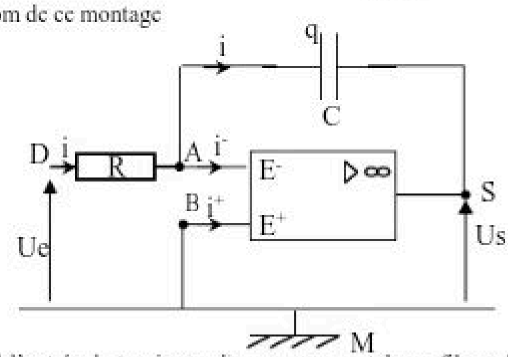


B_1/Comment s'appelle le type de fonctionnement de l'amplificateur opérationnel ?
2/ Le type de fonctionnement reste-il le même si l'on permute les bornes de la diode ?

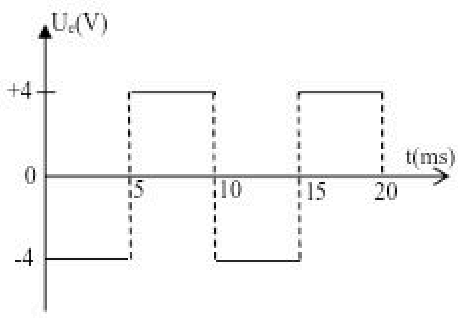


Exercice 3

1/ Donner le régime de fonctionnement de cet amplificateur opérationnel (voir schéma). Quelles en sont les conséquences ?
2/ A partir de la maille MDABM, trouver une relation entre R ; u_e et i.
3/ A partir de la maille MBASM, trouver une relation entre C ; u_s et i.
4/ Montrer que la tension de sortie u_s suit la loi : $u_s = -\frac{1}{RC}\int u_e(t)dt$
5/ Donner le nom de ce montage

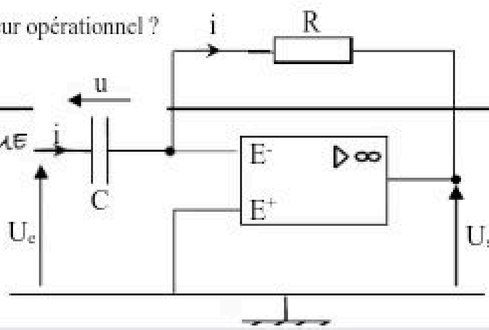


6/On applique à l'entrée, la tension u_e d'amplitude U et de profil représenté ci-après.
6-1/ Détermine la période et la fréquence de la tension d'entrée u_e.
6-2/ Déterminer les variations de $u_s(t)$ en supposant que le condensateur est initialement déchargé.



Exercice 4

1/ Quel est le régime de fonctionnement de cet amplificateur opérationnel ?
2/ Sachant que dans un condensateur on a $i = C\frac{du}{dt}$



2-1/ Exprimer u_s en fonction de i.
2-2/ Exprimer i en fonction de u_e.
2-3/ En déduire la relation entre u_s et u_e.

Exercice 5

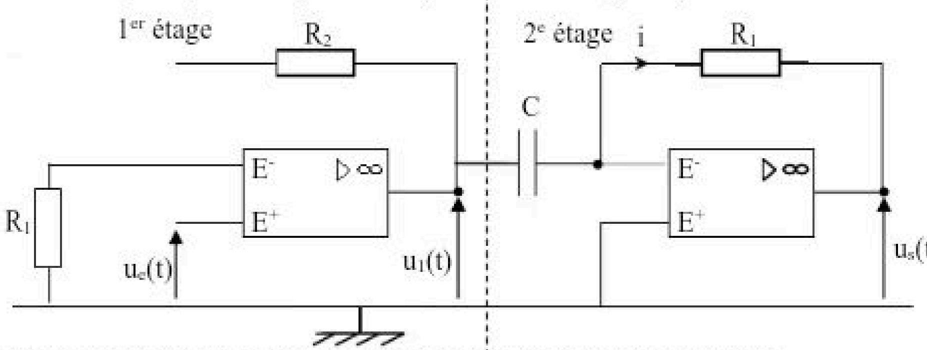
On considère un montage dérivateur tel que RC = 1ms. On applique une tension positive u_e triangulaire de fréquence 500 Hz à l'entée du montage.
1/ Quelle est la période de u_e ?
2/ Quelle est la forme de la tension de sortie ?
3/ L'amplificateur utilisé sature à ± 13 V. Calculer l'amplitude de la tension de sortie dans les cas suivants :
3-1/ L'amplitude de la tension d'entrée est 5 V.
3-2/ L'amplitude de la tension d'entrée est 7 V.

Exercice 6

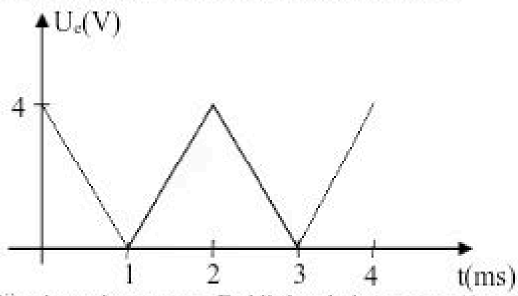
On considère un montage intégrateur tel que RC = 4 ms. On applique une tension u_e rectangulaire de période 4 ms et d'amplitude U_{emax} = 10 V à l'entrée du montage.
1/ Quelle est la fréquence de la tension d'entrée ?
2/ L'amplificateur est saturé ± 13 V.
2-1/ Donner l'expression de la tension de sortie $u_S(t)$ tout en sachant que le condensateur est déchargé à t = 0 s..
2-2/ En déduire l'amplitude U_{Smax}.

Exercice 7

Dans le montage ci –après, les amplificateurs opérationnels sont supposés parfaits et V_{sat} = ± 13 V.



1/ On considère le 1er étage du montage. Exprimer $u_1(t)$ en fonction de R_1, R_2 et $u_e(t)$.
2/ On donne la représentation de $u_e(t)$ ci-dessous. Représenter $u_1(t)$.



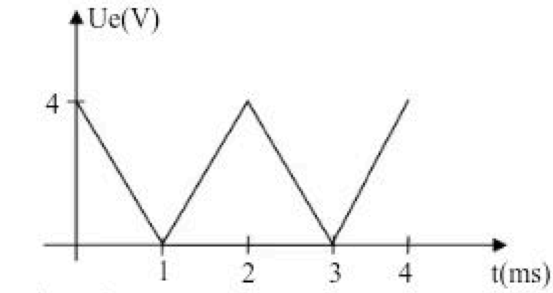
3/ On considère le 2ième étage du montage. Etablir la relation entre $u_s(t)$ et $u_1(t)$ puis entre $u_s(t)$ et $u_e(t)$.
4/ Représenter $u_s(t)$ sachant que R_1 = 1kΩ ; R_2 = 2kΩ et C = 0,5 μF.

Partie B (je pratique une démarche scientifique)

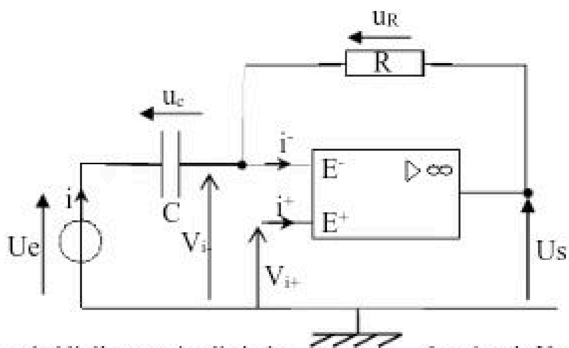
Exercice 1

On réalise le montage schématisé ci-après.
On suppose l'amplificateur opérationnel parfait et fonctionnant en régime linéaire.

On donne $R = 10^4\ \Omega$; $C = 0,1\ \mu F$ et $V_{sat} = \pm 13$ V.
La tension d'entrée est représentée sur le graphe ci-dessous



1/ Etablir la relation entre u_s et u_e
2 / Calculer la fréquence N de la tension d'entrée u_e.



3/ Pour $0 < t < 1$ ms, établir l'expression littérale de $u_e(t)$ en fonction de U_{emax} et de la période T, donc de la fréquence N.
4/ En déduire l'expression littérale de u_s en fonction de R ; C ; U_{emax} et de N.
5/ Sachant que le fonctionnement linéaire de l'amplificateur impose $N < N_o$, exprimer N_o en fonction V_{sat} ; R, C et U_{emax}.

Exercice 2

Soient les figures ci-dessous,

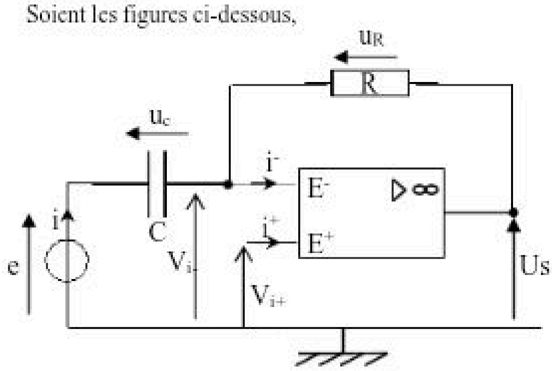


Figure 1

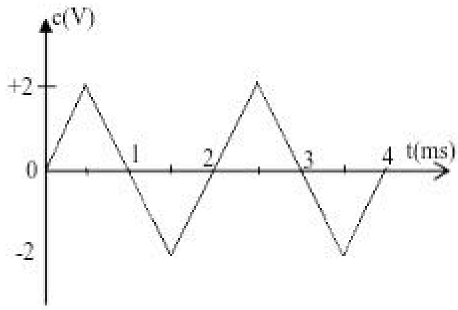


Figure 2

1/ En respectant les conventions utilisées sur le schéma, exprimer les tensions u_C en fonction de e et u_R en fonction de u_s.
2-1/ Exprimer la tension de sortie u_s en fonction de R,C et de la dérivée $\left(\frac{de}{dt}\right)$ de la tension e par rapport au temps.
2-2/ De quel type de montage s'agit-il ? Justifier votre réponse.
3/ La tension d'entrée e(t) est une fonction « en dent de scie » dont les caractéristiques sont portées sur le graphe de la figure 2
3-1/ Déterminer la période T et la fréquence N de ce signal
3-2/ Exprime le signal de sortie $u_s(t)$
3-3/ Représenter sur le même graphe e(t) et $u_s(t)$
Echelle : 1cm $\leftrightarrow$ 0,5 ms et 1cm $\leftrightarrow$ 1 V.

Exercice 3

1/ Dans le 1[ier] étage du montage ci après :

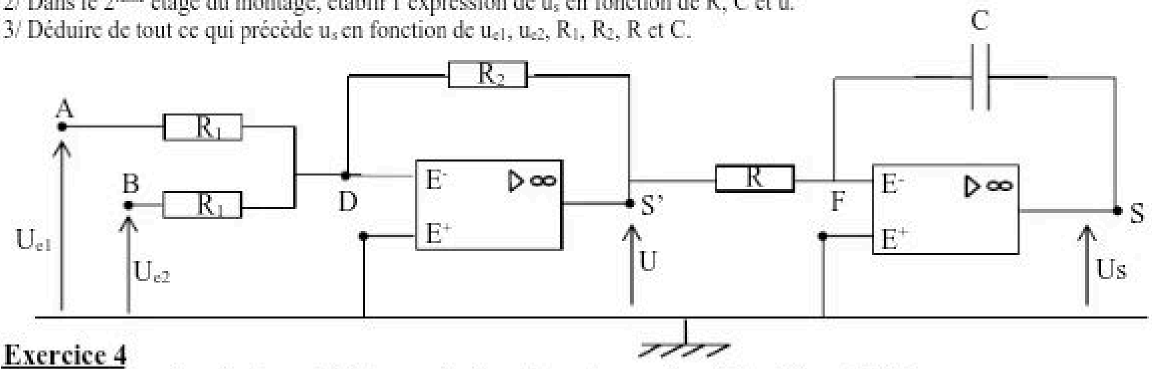
1-1/ Exprimer i en fonction de R_1, u_{e1} et u_{e2}.

1-2/ Exprimer i en fonction de R_2 et u.

1-3/ En déduire l'expression de u en fonction de R_1, R_2, u_{e1} et u_{e2}.

2/ Dans le 2[ième] étage du montage, établir l'expression de u_s en fonction de R, C et u.

3/ Déduire de tout ce qui précède u_s en fonction de u_{e1}, u_{e2}, R_1, R_2, R et C.



Exercice 4

Dans le montage ci après, les amplificateurs opérationnels sont supposés parfaits et $V_{sat} = \pm 13$ V.

1/ Dans les mailles MAE^-E^+M ; MBE^-E^+M et MDE^-E^+M, exprimer i_1 ; i_2 et i_3 respectivement en fonction de u_{e1} et R_1 ; de u_{e2} et R_2 et de u_{e3} et R_3.

2/ En déduire l'expression de l'intensité i du courant.

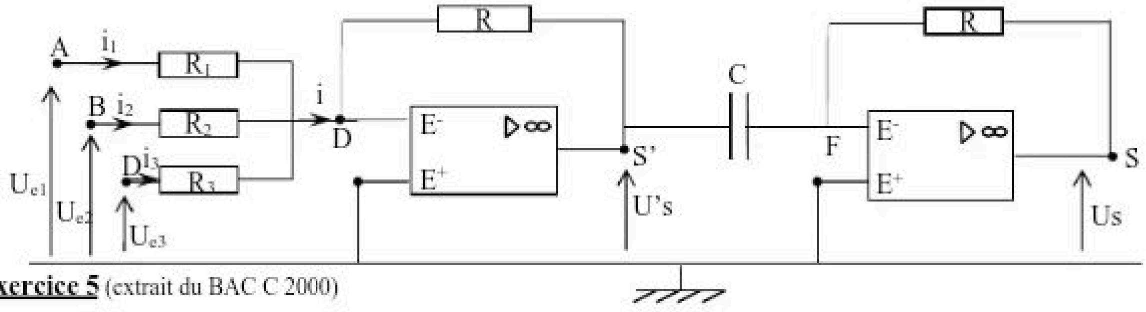
3/ Dans la maille $ME^+E^-S'M$, exprimer i en fonction de u_s' et R

4/ Exprimer u_s' en fonction de u_{e1}, u_{e2}, u_{e3}, R_1, R_2, R_3 et R.

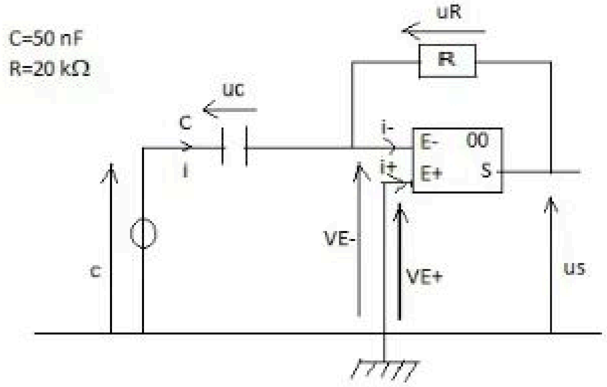
5/ Dans la maille $MS'FE^+M$, établir une relation entre $\frac{du_s'}{dt}$, C et i.

6/ Dans la maille ME^+FSM, établir une relation entre u_s ,R et i.

7/ Etablir l'expression de u_s en fonction de u_{e1}, u_{e2}, u_{e3}, R_1, R_2, R_3, et R.



Exercice 5 (extrait du BAC C 2000)



Dans le montage ci-dessus, l'amplificateur opérationnel est idéal et fonctionne en régime linéaire, ex c'est-à-dire :

$V_E^+ = V_E^-$

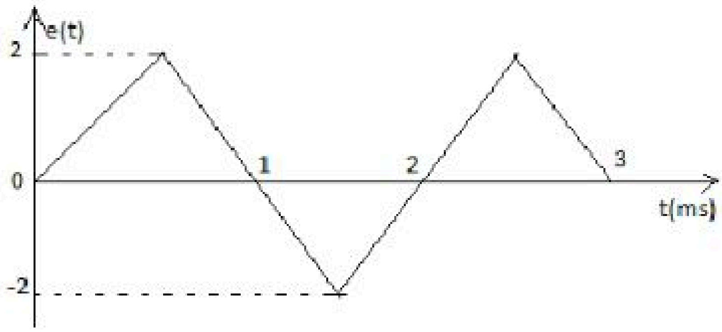
$i^+ = i^- = 0$

1-En respectant les conventions utilisées sur le schéma, exprimer les tensions u_c en fonction c et de u_R en fonction de u_S.

2-1-Exprimer la tension de sortie u_s en fonction de R, C et de la dérivée de /dt de c par rapport au temps.

2-2De quel type de montage s'agit-il ? Justifier votre réponse.

3-La tension d'entrée c(t) est une tension « en dents de scie » dont les caractéristiques sont portées sur le graphe ci-dessous.



3-1Déterminer la période T et la fréquence de ce signal.
3-2-Exprimer le signal de sortie $u_s(t)$
3-3-Représenter sur le même graphe : $e(t)$ et $u_s(t)$
Echelle : $1cm \leftrightarrow 0,5ms$; $1cm \leftrightarrow 1V$

12

OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES

Objectif général : Appliquer les lois de l'électricité à l'étude de quelques circuits électroniques.
Objectifs spécifiques :

•Connaitre l'expression de la période propre des oscillations d'un circuit LC.
•Etablir l'équation différentielle régissant les oscillations d'un circuit électrique LC.
•Etablir l'expression de la charge du condensateur dans un circuit LC.
•Connaitre le dispositif d'entretien des oscillations électriques.

Résumé

→Oscillations libres d'un circuit RLC.
Un circuit RLC peut être le siège d'oscillations libres amorties ;
* l'amortissement est d'autant plus important que la résistance totale R du circuit est élevé : le régime est dit apériodique si R très grand et pseudopériodique pour R faible.
* il ya échange d'énergie entre la bobine et le condensateur : l'énergie totale diminue par effet joule dans le conducteur ohmique.
→Oscillations libres dans un circuit LC.
Un circuit LC est le siège d'oscillations non amorties.
*il ya échange permanent d'énergie entre la bobine et le condensateur et l'énergie totale du circuit reste constante.
*la période T_o des oscillations a pour expression $T_o = 2\pi\sqrt{LC}$
*dans un circuit idéal, la charge du condensateur et l'intensité du courant sont des fonctions sinusoïdales du temps.
*un montage à amplificateur opérationnel permet d'entretenir les oscillations en fournissant l'énergie perdue par effet joule au circuit ; dans ce cas la période des oscillations sinusoïdales obtenues est égale à la période propre T_o du circuit RLC.

Partie A (compréhension du cours et consolidation des acquis)

Exercice 1

Répondre par vrai ou faux.
1/ La période d'une oscillation s'exprime en Hz.
2/ Les oscillations électriques dans un circuit RLC sont périodiques.
3/ Un circuit RLC qui est le siège d'oscillations amorties a un régime pseudopériodique
4/ La résistance R du circuit est responsable de l'amortissement des oscillations libres du circuit.
5/ Pour une valeur de résistance R élevée, l'amplitude des oscillations augmente.
6/ L'amortissement devient important quand la valeur de la résistance augmente.
7/ Le régime est apériodique, lorsque la résistance est très élevé ; dans ce cas l'amortissement est si important pour qu'il n'a pas d'oscillations.
8/ Dans un circuit RLC oscillant, il y a échange d'énergie électrique en énergie magnétique entre le condensateur et la bobine, et vice versa.
9/L'énergie magnétique dans une bobine s'exprime en Henry.
10/ Un circuit idéal LC peut être le siège d'oscillations non amorties.
11/ La période propre des oscillations ne dépend pas des éléments L et C du circuit.
12/ L'énergie totale du circuit est constante dans un circuit idéal LC.
13/ Les spires d'une bobine ayant toujours une résistance, un régime périodique est possible si on insère dans le circuit, une source d'énergie qui compense les pertes par effet joule.

Exercice 2

La différence de potentiel aux bornes d'un condensateur (A,B) de capacité C = 0.1 µF est U_{AB} = 120 V. A la date t = 0, ce condensateur est branché aux bornes (M,N) d'une bobine de résistance négligeable et d'inductance L = 1 H . L'intensité du courant est nulle à cette date.
1/ Calculer les pulsation, période et fréquence propres (ω_o ; T_o ; N_o) de ce circuit oscillant.
2/ Donner les variations dans le temps, de la charge du condensateur et de l'intensité du courant.
3/ Calculer la charge prise par le condensateur aux dates t_1 = 0.5 ms ; t_2 = 1 ms ; t_3 = 1.5 ms ainsi que les valeurs correspondantes de l'intensité du courant.

Exercice 3

Dans un circuit LC oscillant, on donne L = 0.2 H et ω_o (pulsation propre) = 500 rad/s.
1/ Quelle est la valeur de la capacité C ?
2/ A l'instant t = 0, la charge q portée par l'armature A vaut $q_o = 4\ 10^{-3}$ C et l'intensité i est nulle.
2-1/ Etablir l'équation différentielle de ce dircuit oscillant.
2-2/ En déduire l'équation horaire donnant la tension u(t). La mettre sous forme numérique.
2-3/ Donner celle de i(t).

Exercice 4

Un circuit oscillant est constitué d'un condensateur formé de deux armatures de 1 dm^2 de surface, planes , parallèles distantes de 1 mm, dont le diélectrique est de l'alumine (ε_r = 9) et d'un solénoïde formé de 100 spires de fil régulièrement bobinées sur un cylindre de section 20 cm^2 et longueur 10 cm (le champ magnétique créé par ce solénoïde infiniment long)

1/ Calculer la fréquence propre N_o de ce circuit.
2/ Que devient cette fréquence propre si la distance entre les armatures passe à 4 mm.

Exercice 5

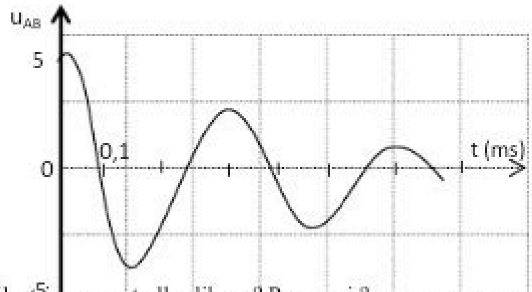
On réalise un circuit oscillant en associant, un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L = 40 mH et de résistance négligeable.
Le circuit est le siège d'oscillation électrique de fréquence N_o = 800 Hz.
1/ Calculer la pulsation propre ω_o du circuit et la valeur de la capacité C du condensateur.
2/ Etablir les expressions de la charges q(t) du condensateur et de l'intensité i(t) du courant sachant qu'à t= 0 s ; i(0) = I_{max} 2 A.
3/ Exprimer la tension u(t) aux bornes du condensateur en fonction du temps.
3-1/A quelle date la charge q(t) est pour la 1ère fois positive et maximale ?
3-2/ A quelle date est-elle pour la 1ère fois négative et minimale ?
4-2/ Calculer l'énergie présente dans le circuit à ces dates. Sous quelle(s) forme(s) existe-t-elle ?
5/ Calculer l'énergie électrostatique $E_é$ et l'énergie magnétique E_m aux instants $t_1 = 6.25\ 10^{-4}$ s et $t_2 = 2.5\ 10^{-3}$ s.

Exercice 6

1/ Un condensateur de capacité C est chargé sous une tension constante U.
Calculer sa charge Q ainsi que l'énergie électrique emmagasinée avec C = 2.5 10^{-6} F et U = 20 V.
2/ Les armatures de ce condensateur chargé sont reliées à une bobine d'inductance L dont on néglige la résistance. A un instant pris comme origine du temps, on ferme l'interrupteur K.
2-1 / Calculer la pulsation propre ω_o de ce circuit
2-2/ Etablir l'équation différentielle de ce circuit oscillant avec la charge q(t) comme variable.
2-3/ Etablir les expressions des fonctions q(t) et i(t). Mettre ces expressions sous la forme numérique.
2-4/ Donner les expressions des fonctions $E_c(t)$ et $E_b(t)$ respectivement des énergies stockées dans le condensateur et dans la bobine. Mettre ces expressions sous la forme numérique.
2-5/ Quelle est la relation entre $E_c(t)$; $E_b(t)$ et la valeur E_e obtenue à la question 1/. Justifier votre réponse

Exercice 7

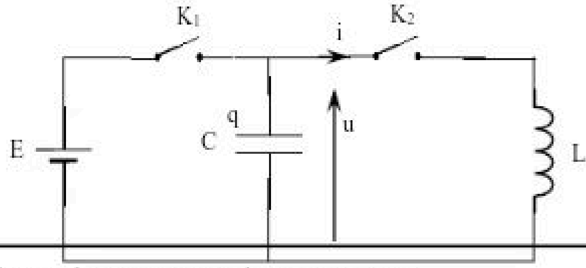
Un condensateur de capacité C = 1 µF initialement chargé, est mis en série avec une bobine d'inductance L et de résistance r. A un instant choisi comme origine des dates t = 0, on ferme l'interrupteur K.
1/ Dans le cas où la bobine a une résistance négligeable ($r \approx 0$), que se passe-t-il ?
Donner, sans calculs ni justifications, l'expression de la période T_o des oscillations électriques.
2/ On obtient en réalité la courbe ci-dessous qui représente les variations de $u_{AB}(t)$.



2-1/ Ces oscillations électriques sont-elles libres ? Pourquoi ?
2-2/Pourquoi sont amorties ?
2-3 Mesurer la pseudo-période des oscillations électriques.
2-4/ En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine en admettant que la pseudo-période est identique à la période.

Exercice 8

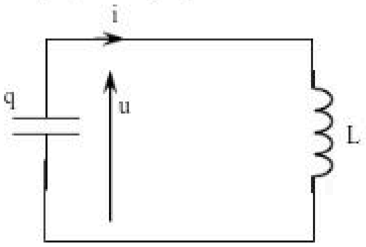
Dans le montage ci-après, on donne E = 15 V ; C = 0.4 µF et L= 80 mH.



1/ L'interrupteur K_2 est ouvert, on ferme K_1 puis, on l'ouvre à nouveau quelques seconde après.
1-1/ Quelle est la valeur de la charge Q_o portée par l'armature supérieure du condensateur ?
1-2/ Calculer, dans ces conditions, l'énergie électrostatique E_e et l'énergie magnétique E_m emmagasinées respectivement dans le condensateur et dans la bobine.
2/ A l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur K_2 et on note (i) l'intensité du courant dans la bobine et (q), la charge de l'armature supérieure du condensateur.
2-1/ Etablir une relation entre i et $\frac{dq}{dt}$.
2-2/ Etablir l'équation différentielle du circuit avec la tension u comme variable.
2-3/ Vérifier que $u(t) = U_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de cette équation différentielle.
2-4/ Calculer U_{max} et φ sachant qu'à l'instant t = 0, l'intensité i du courant est nulle.
3/ Déterminer la valeur de la période T_0.
4/ Calculer à l'instant $\frac{T_o}{4}$:
4-1/ la charge q de l'armature supérieure.
4-2/ l'intensité i du courant dans la bobine.
4-3/ l'énergie électrostatique E'_e et l'énergie magnétique E'_m présentes dans le circuit.

Exercice 9

Dans le montage de la figure ci-après, la charge q évolue en fonction du temps selon la loi :
$q(t) = 10^{-4} \cos(2000t)$.

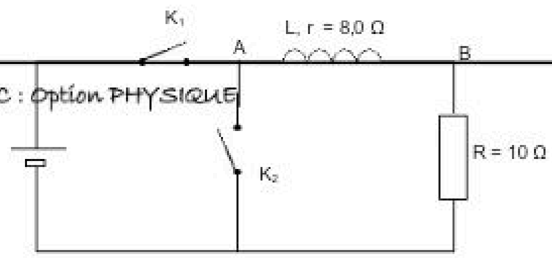


1/ A l'instant t = 0, la tension u entre les armatures est égales à U_o = 100V.
1-1/ Déduire la valeur de la capacité C du condensateur et celle de l'inductance L de la bobine.
1-2/ Donner en unité S.I., l'expression de l'intensité i du courant dans la bobine en fonction du temps t.
1-3/ Donner en unité S.I., l'expression de l'énergie électrostatique $E_é$ et l'énergie magnétique E_m en fonction du temps.
2/ Que peut-on dire de la somme $E_é + E_m$?

Partie B (je pratique une démarche scientifique)

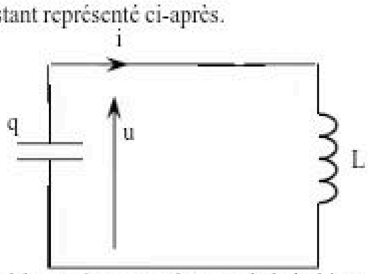
Exercice 1

Une bobine de longueur l = 50 cm et de diamètre d = 8 cm est considéré comme infiniment long ; il comporte N = 2000 spires/mètre.
1/ Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde quand il est parcouru par un courant d'intensité i.
2/ Calculer l'inductance L de ce solénoïde sachant que $L = \mu_o N^2 \frac{S}{l}$ avec $\mu_o = 4\pi\ 10^{-7}$ S.I. et S est la section du solénoïde.
3/ On réalise, avec ce solénoïde, le montage ci-après. La résistance interne du générateur est négligeable.
3-1/ On ferme l'interrupteur K_1, K_2 étant ouvert.
Quelle est, en régime permanent, l'intensité I_o du courant dans le circuit ?
3-2/ Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine .
4/ On remplace le conducteur ohmique R par un condensateur non chargé de capacité C = 0,2 µF, et à la date t = 0, on ferme K_2 et on ouvre rapidement K_1.
4-1/ En écrivant que la somme des tensions $u_{AB} + u_{BC} + u_{CA}$ est nulle, établir l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité i du courant dans le circuit.
4-2/ Vérifier que la solution de cette équation est de la forme $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$.
4-3/ Etablir l'équation horaire de cette oscillation.



Exercice 2

Soit un circuit LC non résistant représenté ci-après.



1/Les conventions relatives à la tension u aux bornes de la bobine et à l'intensité i du courant sont également les mêmes.

1-1/ Etablir l'expression littérale de l'énergie électrostatique E_e en fonction u et C ; et de l'énergie magnétique E_m en fonction de i et L.

1-2/ Que vaut $E_e + E_m$? Justifier. Noter (1) l'équation ainsi obtenue.

2/ En dérivant les deux membres de l'équation (1) par rapport au temps, et en tenant compte de la relation entre i et $\frac{dq}{dt}$, établir l'équation différentielle $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{u}{LC} = 0$ (2)

3/ Trouver la solution u(t) de cette équation différentielle sachant que, à la date t = 0, l'intensité i est positive et pour valeur i(0) = 100 mA et que l'énergie électrostatique E_e emmagasinée dans le condensateur E(0) = 0. On donne L = 60mH et C = 60 nF.

4/ Quelle est la valeur de la fréquence propre N_o du circuit ?

Exercice 3

1/Un condensateur de capacité C = 33 μF est chargé à l'aide d'un générateur de f.é.m. U_o = 10 V.

1-1/ Quelle est la charge Q_o portée par l'armature chargée positivement à la fin de cette opération ?

1-2/ Quelle est l'énergie E_o emmagasinée par le condensateur ?

2/ Le condensateur chargé est déconnecté du générateur, puis ses armatures sont reliées aux bornes d'une bobine d'inductance L = 120 mH et de résistance interne nulle (r = 0).

On observe l'évolution de la tension aux bornes du condensateur à l'aide d'un oscilloscope.

2-1/ Faire le schéma du circuit et préciser les voies de connexion à l'oscilloscope.

2-2/ Donner une interprétation énergétique du phénomène observé.

2-3/ Etablir l'équation différentielle vérifiée, par la tension instantanée u(t) entre les armatures du condensateur.

2-4/ Sachant qu'à l'instant t = 0 où la bobine est reliée au condensateur, seul celui-ci avait l'une de ses armatures chargée de Q_o, déterminer l'expression de la charge instantanée q(t) d'une armature en fonction du temps et des caractéristiques du circuit.

2-5/ Calculer l'amplitude des oscillations du courant.

2-6/ Calculer la période T_o des oscillations.

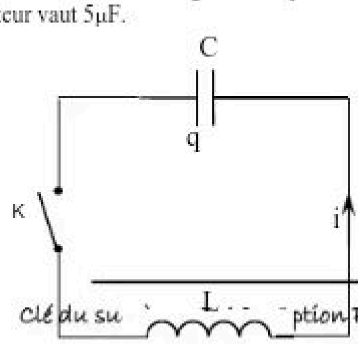
3/ En réalité la résistance r de la bobine n'est pas nulle.

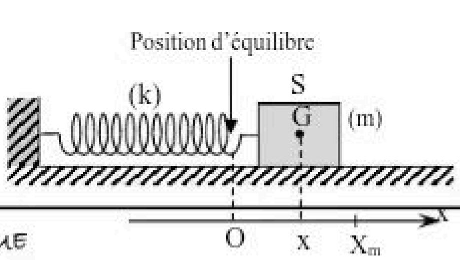
3-1/ Donner une interprétation énergétique du phénomène observé.

3-2/ Quelle est alors l'allure de la courbe u(t) ?

Exercice 4

A/ On réalise le circuit de la figure a ci-après : la bobine de résistance négligeable, a une inductance L = 50 mH ; la capacité C du condensateur vaut 5μF.





(a) (b)

-

A-1/ On ferme l'interrupteur K. Quel phénomène se produit dans le circuit ?
A-2/ En utilisant le sens positif du courant de la figure, établir l'équation différentielle liant la charge q de l'armature de gauche du condensateur à sa dérivée seconde par rapport au temps.
A-3/ En déduire l'expression littérale de la période T_o du circuit, ainsi que sa valeur numérique.
B/ On réalise maintenant un pendule élastique horizontal en accrochant, à l'extrémité d'un ressort de raideur k, un solide S de masse m = 100g, qui peut se déplacer sans frottement sur un support horizontal (voir figure b).
On écarte le solide S d'une distance X_{max} par rapport à sa position d'équilibre O et on le lâche sans vitesse à la date t = 0.
B-1/Soit x l'élongation à chaque instant du centre d'inertie G du solide.
Exprimer l'énergie cinétique E_c ; l'énergie potentielle élastique Ep_e et l'énergie mécanique E_m du système (ressort + solide) S en fonction de k ; m ; x et $\frac{dx}{dt}$. Que peut-on dire de E_m ? Pourquoi ?
B-2/ Etablir, à partir de l'expression de E_m, l'équation différentielle liant l'élongation x à sa dérivée seconde par rapport au temps.
B-3/ En déduire l'expression littérale de la période T_o des oscillations du pendule. La calculer sachant que k = 25 N/m.
C-1/ En comparant les équations qui régissent les deux systèmes étudiés, mettre en évidence une analogie (une correspondance) entre les grandeurs mécaniques et électriques.
C-2/ Utiliser cette analogie pour trouver l'expression de l'énergie E emmagasinée dans le circuit LC à chaque instant.

Exercice 5

Un poste récepteur radio est accordé sur un émetteur lorsque le circuit oscillant LC d'entrée du récepteur a une fréquence propre N_o égale à la fréquence N de l'onde porteuse envoyée par l'émetteur.
1/ Dans le circuit LC, le condensateur est constitué de deux lames distantes de 0.5 mm et dont la surface en regard peut varier de 4 cm² à 20 cm². Calculer les deux valeurs extrêmes que peut prendre C.
2/ Montrer que si l'on associe à ce condensateur, une bobine d'inductance L_1 = 32 mH, on peut couvrir la gamme des « grandes ondes » dont les fréquences sont comprises 150 kHz et 330 kHz.
3/ Donner des valeurs d'inductances L convenables pour couvrir la gamme des « ondes moyennes » (500kHz à 1500kHz) si l'on utilise un condensateur variable dont les lames, distantes de 0.5 mm, ont une surface en regard variant de 2 à 20 cm².

Exercice 6

On réalise le montage ci-après.

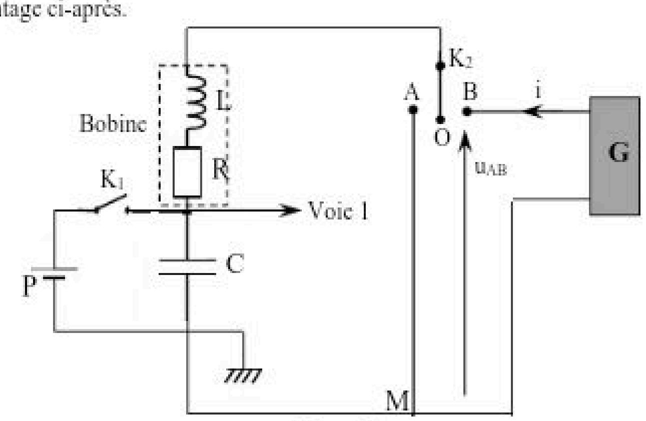
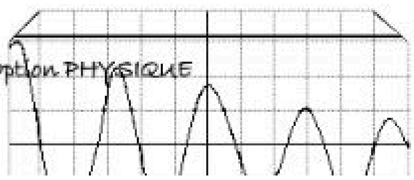


Figure 1

Une bobine d'inductance L inconnue et de résistance R = 13 Ω ; un condensateur de capacité C = 0.30 μF ;un interrupteur bipolaire K_1 ; un commutateur K_2 ; une pile P de f.é.m. 6 V ; un dispositif G pour l'entretien des oscillations ; un oscilloscope.

Première partie

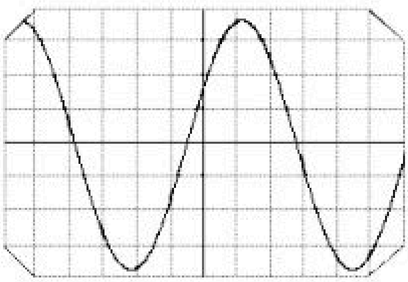
On ferme K_1 pendant quelques secondes, K_2 restant ouvert en position O. On règle le balayage de l'oscilloscope sur 0.1 ms/div et la sensibilité verticale de la voie 1 sur 2V/div. On ouvre K_1 puis on ferme K_2 sur la position A. On obtient l'oscillogramme représenté sur la figure2 ci-après.



1/Pourquoi a-t-on d'abord fermé K_1 ?
2/ Quelle est la grandeur visualisée par l'oscillogramme de la figure ?
3/ De quel phénomène le circuit est-il le siège ?
4/ Quelle est la valeur de la pseudo-période T ?
5/ Calculer la variation d'énergie de cet oscillateur entre les dates t = 0 et t = 2T, sachant qu'à la date qu'à la date t = 0, le spot est au bord de l'écran.
Sous quelle forme s'est dissipée cette énergie ?

Deuxième partie

On utilise le dispositif G pour entretenir les oscillations électriques du circuit RLC. G délivre une tension $u_{BM} = R_0 i$ avec R_o coefficient positif et de valeur réglable.
Le sens positif de i est indiqué sur la figure 1.
On ferme K_2 sur la position B, K_1 restant ouvert.
1/ Quelle doit être la valeur théorique de R_o pour que le circuit ainsi constitué soit le siège d'oscillations électriques sinusoïdales ? Justifier la réponse.
2/ L'oscilloscope est maintenant réglé sur 50 µs/div pour le balayage et sur 2 V/div pour la sensibilité de la voie 1. On obtient alors l'oscillogramme de la figure 3.
2-1/ Quelle est la valeur de la période des oscillations ? En déduire la valeur de l'inductance L.
2-2/ Dessiner l'allure de l'oscillogramme que l'on obtiendrait si la valeur de R_o était inférieure à celle calculée calculer à la question 1/.



2 V/div
0,1 µs/div

Figure 3

13 CIRCUIT RLC SERIE EN REGIME SINUSOIDAL FORCE

Dans ce chapitre, nous chercherons à comprendre ce qu'advient l'état vibratoire d'un dipôle électrique (conducteur ohmique R ; bobine L ; condensateur C ou dipôle RLC série) lorsqu'un dispositif approprié appelé excitateur lui impose des oscillations de fréquences quelconques.
L'interprétation mathématique des phénomènes observés peut revêtir différentes formes : usages des relations trigonométriques, construction de Fresnel …
L'introduction de l'impédance d'un dipôle composé de plusieurs autres, permet d'expliquer son comportement et, en particulier, le phénomène de résonance.
L'aspect énergétique est évoqué en fin de chapitre. Il revêt une importance particulière pour ses applications, mais nous n'entrerons pas dans les détails techniques de la distribution.

Objectif général :
Appliquer les lois de l'électricité à l'étude de quelques circuits électroniques.
Objectif spécifiques :

Appliquer les lois de l'électrocinétique à un circuit RLC série soumis à un régime sinusoïdal forcé
Définir les grandeurs caractéristiques d'un circuit en régime sinusoïdal forcé.
Transposer les lois du courant continu en régime sinusoïdal forcé
Utiliser la représentation de Fresnel
Comprendre la résonance d'intensité dans un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé
Connaître les expressions de la puissance et de l'énergie échangées dans un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé.

RESUME

Dipôle en courant alternatif sinusoïdal

$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$

$u(t) = U_m \cos(\omega t + \phi_u)$

Avec : I_m et U_m sont les amplitudes ou valeurs maximales de l'intensité de courant et de la tension.

$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ et $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ sont les valeurs efficaces.

$\phi = \phi_{u/i} = \phi_u - \phi_i$ = différence de phase entre la tension et l'intensité ou phase de la tension par rapport à l'intensité.

$\phi > 0$ □ la tension est en avance de phase par rapport à l'intensité

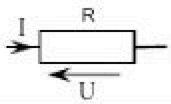
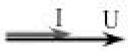
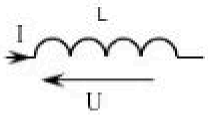
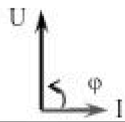
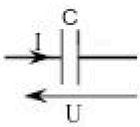
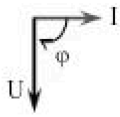
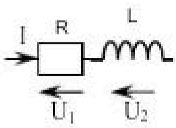
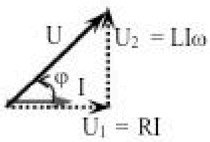
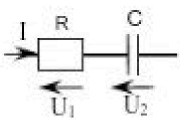
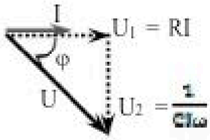
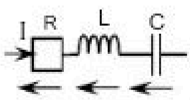
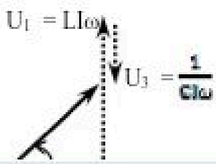
$\phi < 0$ □ la tension est en retard de phase par rapport à l'intensité.

$\phi = 0$ □ la tension et l'intensité sont en phase.

Remarque 1 : $|\phi| = \frac{2\pi\Delta t}{T}$ avec Δt représente le décalage horaire entre u(t) et i(t).

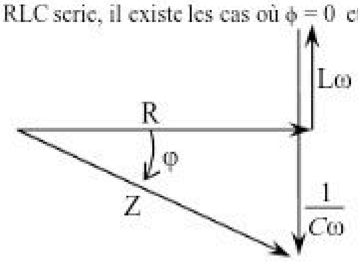
T est la période des oscillations

Remarque 2 : Impédance (Z) : $Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}$

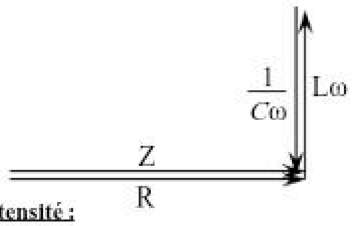
Dipôle considéré	Schéma	Construction de Fresnel	Impédance Z	Déphasage φ
Conducteur ohmique			R	$\varphi = 0$
Bobine non résistive			Lω	$\varphi = +\frac{\pi}{2}$
Condensateur			$\frac{1}{C\omega}$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$
Bobine résistive			$\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$	$\tan\varphi = \frac{L\omega}{R}$
Condensateur et conducteur ohmique			$\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}$	$\tan\varphi = \frac{1}{RC\omega}$
Circuit RLC			$\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$	$\tan\varphi = \frac{(L\omega - \frac{1}{C\omega})}{R}$

Remarque 3 : Dans le cas des circuits RLC serie, il existe les cas où $\phi = 0$ et $\phi < 0$

•Cas où $\phi < 0$



• Cas où $\phi = 0$



<u>**Résonance d'intensité :**</u>

A la résonance $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ □□$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ donc $LC\omega_0^2 = 1$

Conséquences :

$I = I_m = I_o$ et $Z = \sum R$ (somme des résistances du circuit)

<u>Bandes passantes à 3 décibels :</u>

$$\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{\sum R}{2\pi L}$$

<u>Facteur de qualité :</u>

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} \quad \text{avec } R = \sum R$$

Si R faible ; alors Q est grand et le circuit est sélectif.

<u>Surtension à la résonance :</u>

A la résonance $U_C = U_L = Q.U$

Si $Q \gg 1$ alors $U_C \gg U$ ou $U_L \gg U$: il y a surtension aux bornes du condensateur ou de la bobine.

<u>**Puissance électrique consommée aux bornes d'un dipôle RLC**</u>

Puissance moyenne :$P = UI \cos\phi = RI^2$

La puissance dissipée dans un dipôle RLC l'est uniquement par effet joule.

$\cos\phi$ est le facteur de puissance.

<u>**Partie A**</u> (compréhension du cours et consolidation des acquis)

<u>Exercice 1</u>

Répondre par vrai ou faux.

1/ Il y a oscillations forcées lorsqu'un générateur de basse fréquence impose sa fréquence aux oscillations du dipôle RLC.

2/ Les grandeurs variables sont notées en majuscule.
3/ Les grandeurs maximales de tension ou d'intensité de courant sont les valeurs lues respectivement par un voltmètre et par un ampèremètre.
4/ Un dipôle est caractérisé par son impédance Z et le déphasage ϕ qu'il crée entre la tension u(t) et l'intensité i(t) du courant.
5/ L'impédance Z d'un dipôle RLC est le quotient de l'intensité efficace I du courant qui le traverse par la tension efficace U aux bornes du dipôle.
6/ Il y a résonance d'intensité d'un dipôle RLC lorsque la fréquence N imposée par le générateur est égale à la fréquence propre N_0 du circuit.
7/ A la fréquence de résonance d'intensité, l'intensité efficace du courant notée I_0 est minimale.
8/ La courbe de résonance s'élargit lorsque la valeur de la résistance diminue.
9/ A la résonance d'intensité d'un dipôle RLC :
9-1/ i(t) et u(t) sont déphasée de $\frac{\pi}{2}$.
9-2/ L'impédance du dipôle est minimale : $Z_{min} = \sum R = \frac{U}{I_0}$.
9-3/ La pulsation ω_0 est telle que $LC\omega_0^2 = 10$
10/ La valeur de la fréquence de résonance d'intensité est indépendante de la résistance R du dipôle.
11/ La bande passante ΔN d'un dipôle RLC est d'autant plus étroite que sa résistance est plus grande.
12/ Si le facteur de qualité Q est grand devant 1, alors on a une résonance floue.
13/ La puissance moyenne consommée dans un condensateur est nulle.
14/ La puissance moyenne consommée dans une bobine est $P = UI\cos\phi$
15/ La puissance moyenne consommée dans un circuit RLC est RI^2

Exercice 2
L'intensité instantanée qui passe dans dipôle RLC série est $i(t) = 7.5 \cos(200t)$ en mA.
On donne : $R = 185\ \Omega$; $L = 0.5$ H ; $C = 0.5\ \mu F$.
1/ Exprimer les tensions $u_R(t)$; $u_L(t)$ et $u_C(t)$ respectivement aux bornes du conducteur ohmique, de la bobine et du condensateur.
2/ Calculer l'impédance Z du dipôle RLC.
3/ Calculer la tension efficace existant aux bornes du dipôle RLC.
4/ Réaliser la construction de Fresnel relative au dipôle considéré.
5/ Calculer le déphasage ϕ.
6/ Donner l'expression de la tension instantanée.

Exercice 3
Un dipôle RLC est constitué :
→ D'un conducteur ohmique de résistance $R = 34\ \Omega$;
→ D'une bobine d'inductance $L = 450$ mH et de résistance interne $r = 10\ \Omega$.
→ D'un condensateur de capacité $C = 1.6\ \mu F$.
Ce dipôle RLC est alimenté par une tension sinusoïdale de tension efficace est $U = 12$ V et de fréquence $N = 50$ Hz.
1/ Calculer l'intensité efficace du courant électrique qui passe dans le dipôle RLC.
2/ Calculer la tension efficace mesurée aux bornes de chaque composant.
3/ Calculer le facteur de puissance du dipôle.

Exercice 4
1/On donne deux tensions sinusoïdales, exprimer en volts : $u_1 = 12\cos(\omega t + \frac{\pi}{6})$; $u_2 = 12\cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$; $u_3 = 8\cos(\omega t)$ et $u_4 = \sin(\omega t)$
Déterminer la tension $u = u_1 + u_2$ et $u' = u_3 + u_4$ par la méthode de Fresnel.
2/ La fréquence de la tension sinusoïdale délivrée par un générateur est $N = 200$ Hz.
Calculer l'impédance des dipôles suivants, lorsqu'ils sont branchés aux bornes de ce générateur :
2-1/ Un conducteur ohmique de résistance $R = 23\ \Omega$.
2-2/ Un condensateur de capacité $C = 80\ \mu F$.
2-3/ Une bobine d'inductance $L = 34$ mH et de résistance interne négligeable.
2-4/ Une bobine de résistance $r = 40\ \Omega$ et d'inductance $L = 34$ mH.

Exercice 5
On branche en série une résistance, une bobine et un condensateur : $R = 300\ \Omega$; $L = 2$ H ; $C = 10\ \mu F$ et on applique à l'ensemble, une tension alternative de 220 V ; 50 Hz.
1/ Calculer l'intensité efficace du courant obtenu.
2/ Calculer les tensions efficaces aux bornes de chacune des composantes du circuit.
3/ Soit $u(t) = U_m\cos(\omega t)$ la tension instantanée aux de l'ensemble.

3-1/ Quelle est la loi de la variation de l'intensité instantanée i(t).
3-2/ Déterminer φ son déphasage par rapport à la tension.
4/ Exprimer les tensions:
4-1/ u_R aux bornes de la résistance.
4-2/ u_B aux bornes de la bobine.
4-3/ u_C aux bornes du condensateur.
5-1/ Calculer les tensions efficaces U.
5-2/ Calculer les tensions efficaces U_R ; U_B et U_C.
5-3 / Comparer la somme ($U_R + U_B + U_C$) à la tension efficace appliquée U et conclure.
6/ Calculer les valeurs des impédances :
6-1/ Z du circuit RLC série.
6-2/ Z_R du conducteur ohmique, Z_B de la bobine et Z_C du condensateur.
6-3/ Comparer Z et la somme ($Z_R + Z_B + Z_C$) et conclure.

Exercice 6

L'intensité instantanée qui circule dans le circuit RLC série est : $i(t) = 13.5 \cos 300t$ (mA).
On donne : $R = 110\ \Omega$; $L = 250$ mH ; $C = 12\ \mu F$.
1/ Faire la construction de Fresnel relative à ce circuit à l'aide d'une échelle convenablement choisie.
2/ Déduire de cette construction, la tension efficace existant aux bornes du dipôle RLC.
3/ Mesurer la phase φ_1 de la tension par rapport à l'intensité du courant et la comparer à la phase ϕ_2 obtenue par calcul : conclure.

Exercice 7

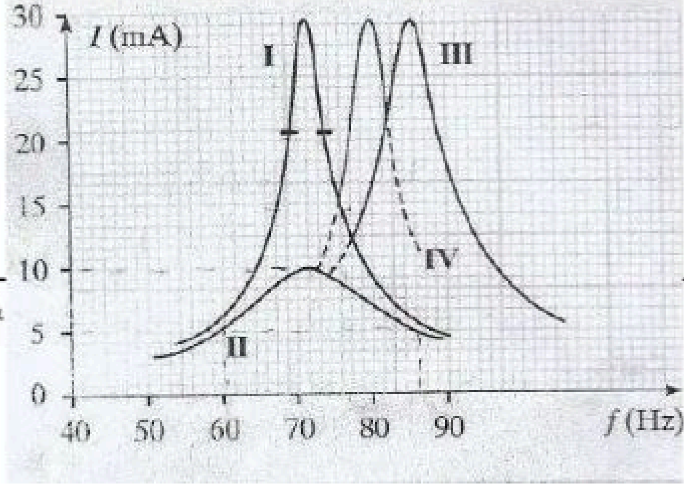
Un circuit est constitué d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine de résistance négligeable.
1/ On alimente le circuit sous une tension continue de 6 V. L'intensité du courant est 0.2 A. Déterminer la résistance R et la puissance consommée.
2/ Le circuit est ensuite alimenté sous une tension alternative de valeur efficace 6 V et de fréquence 50 Hz. L'intensité efficace est 0.1 A. Calculer :
2-1/ La puissance consommée.
2-2/ Le facteur de puissance.
2-3/ La réactance $L\omega$ du circuit et l'inductance L de la bobine.
3/ Un condensateur associé en série ramène le facteur de puissance du circuit à 0.8. Calculer :
3-1/ L'impédance du circuit et sa réactance.
3-2/ Les deux valeurs possibles de la capacité du condensateur.
3-3/ La puissance consommée par ce circuit si la tension efficace aux bornes de l'association reste égale à 6 V.

Exercice 8

Au cours d'une séance de travaux Pratiques, un élève souhaite déterminer l'influence des grandeurs R, L et C sur le phénomène de résonance. Pour cela, il dispose du matériel suivant :
• un générateur basse fréquence (GBF), de fréquence réglable, délivrant une tension d'amplitude U_m constante ;
• un oscilloscope bicourbe ;
•un condensateur de capacité, un conducteur ohmique de résistance r_1 ; une bobine d'inductance L et de résistance r_2, des fils de connexion.
• un ordinateur muni, d'une part, d'une carte d'acquisition de données et d'autre part, d'un logiciel permettant de faire des modélisations

A_ Fréquence de résonance

L'élève réalise un montage en série avec la bobine, le conducteur ohmique, le condensateur et le GBF.
1/ Faire un schéma du circuit électrique.
Faire apparaitre sur le schéma les branchements de l'oscilloscope qui permettent de visualiser, sur la voie A, la tension aux bornes du GBF et, sur la voie B, l'intensité du courant qui traverse le circuit (par l'intermédiaire d'une tension)



2/ L'élève fait varier la valeur de la fréquence N au voisinage de 70 Hz. Pour N = 71 Hz, il affirme qu'il y a résonance d'intensité.
Quelle observation à l'oscilloscope le conduit à cette observation ?
3/ La courbe expérimentale I qui décrit les variations de l'intensité efficace quand la fréquence varie dans le domaine de 40 à 110 Hz correspond aux valeurs suivantes : $R = r_1 = r_2 = 33\ \Omega$; L = 1 H ; C = 5 F
Les résultats sont-ils concordants avec les résultats obtenus au 1/

B_ Influence des grandeurs R, L et C sur la fréquence de résonance.

En comparant les courbes de résonance ci-avant, on veut alors étudier qualitativement l'influence :
• de la résistance totale du circuit (courbes I et II.
• de l'inductance de la bobine (courbes I et III)
• de la capacité du condensateur (courbes I et IV)
1/ Etude l'influence de la résonance.
Déterminer la fréquence de résonance sur la courbe II qui correspond à $R = r_1 + r_2 = 100\ \Omega$
Que peut-on dire de l'influence de la valeur de la résistance du circuit sur la fréquence de résonance ?

2/ Etude de l'influence de l'inductance.

2-1/ Déterminer la fréquence de résonance sur la couche III qui correspond à L = 0.70 H.
Les autres grandeurs sont identiques à ceux de A-3/
2-2/ En déduire sans calcul, l'influence de L sur la fréquence de résonance

C_ Influence de R, L et C sur ΔN (largeur de la bande passante à 3 dB.

1/ Indiquer les différentes étapes graphiques permettant de déterminer la bande passante à 3 dB.
2/ On donne les largeurs de la bande passante pour les courbes I, II et III respectives : $\Delta N_1 = 5$ Hz ; $\Delta N_2 = 16$ Hz ; $\Delta N_3 = 7$ Hz. Lequel de R ; L et C a une influence sur la largeur de la bande passante ?

Exercice 9

Soit un dipôle électrique dont la nature exacte est inconnue. On envisage les hypothèses suivantes ; le dipôle est :
_ une bobine de résistance r et d'inductance L ;
_ un conducteur ohmique de résistance R et un condensateur de capacité C en série ;
_ un conducteur ohmique de résistance R.
1/ On alimente ce dipôle par une tension continue. En régime permanent, un courant constant traverse ce dipôle . On alimente ensuite le dipôle par un courant sinusoïdal de fréquence 50 Hz . On mesure une intensité efficace de 0.6 A, une tension efficace de 120 V, une puissance moyenne dissipée de 36 W.
1-1/ Identifier avec justification, la nature des éléments que l'on retrouve dans ce dipôle.
1-2/ Déterminer les valeurs des paramètres de ce dipôle.
2/ On place en série avec le dipôle, un condensateur de capacité variable C. L'ensemble est alimenté par une tension sinusoïdale de fréquence 50 Hz et de valeur efficace 120 V.
2-1/ Déterminer littéralement puis numériquement la valeur de la capacité C' pour que la puissance consommée soit maximale.
2-2/ Déterminer alors cette puissance.

Exercice 10

On dispose d'un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2}\cos\omega t$ dont la valeur efficace U = 5 V. On applique cette tension successivement aux bornes :
_ un conducteur ohmique de résistance R.
_ d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable ;
_ d'un condensateur de capacité C.
Lorsque la fréquence N est égale 500 Hz, on constante que l'intensité efficace est la même dans les trois cas et vaut 50 mA.
1/ Calculer les valeurs :
1-1/ de R ;
1-2/ de L
1-3/ de C.
2/ Les trois éléments de circuit précédents sont associés en série et les extrémités de ce circuit sont reliées aux bornes du générateur.
2-1/ Quelle est l'intensité efficace qui parcourt le circuit lorsque N = 500 Hz.

2-2/ Quel constat faites vous pour le circuit RLC.
3/ On conserve le montage précédent et on règle la fréquence à la valeur N' = 1000 Hz.
Etablir l'expression donnant, en fonction du temps, la valeur de l'intensité instantanée qui parcourt le circuit.

Exercice 11

Un dipôle RLC série, constitué d'une bobine et d'un condensateur de capacité C = 0.5 μF est alimenté par un générateur délivrant une tension sinusoïdale de fréquence N variable. Un ampèremètre donne l'intensité efficace I pour chaque valeur de N ;la tension efficace U aux bornes du générateur est maintenue constante et égale à 0.9 V

N(Hz)	2000	2100	2150	2200	2250	2275	2300	2325	2350	2375	2400	2450	2500	2600	2700	2800
I(mA)	22	32	42	57	84	102	120	130	118	100	85	60	43	30	22	16

1-1/ Tracer la représentation graphique de la fonction i = f(N)
1-2/ Déterminer, à l'aide de la courbe tracée :
_ La fréquence de résonance
_ L'intensité efficace i_o correspondantes
2/ calculer l'inductance de la bobine.
3/ Evaluer, à l'aide de la représentation graphique
3-1/ La bande passante ;
3-2/ Le facteur de qualité Q du circuit.
4/ Calculer la résistance R du circuit.

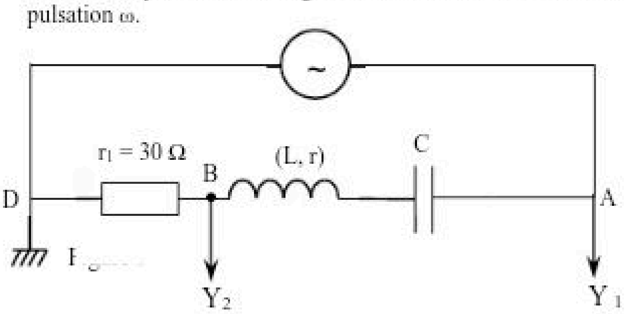
Partie B (je pratique une démarche scientifique)

Exercice 1

Un générateur délivre une tension alternative de fréquence N = 50 Hz, de valeur efficace U = 10 V , aux bornes d'un dipôle constitué d'une résistance R = 100 Ω, d'une bobine d'inductance L = 1H et de résistance négligeable, et d'un condensateur de capacité C = 7 μF placés en série.
1/ La tension instantanée est de la forme $u(t) = U_m \cos\omega t$
Donner les valeurs numériques de Um et de ω.
2/ Donner sans démonstration, les expressions littérales de l'impédance de ce dipôle et du déphasage de l'intensité par rapport à la tension.
3/ Faire un schéma du montage permettant de visualiser simultanément sur l'écran d'un oscilloscope, la tension aux bornes du dipôle et de l'intensité du courant qui le traverse.
4/ Représenter ce que l'on voit sur un écran de l'oscilloscope, de dimension horizontale 10 cm ; la vitesse de balayage est telle que le spot se déplace de 1 cm en 2 ms.
Calibre vertical de la voie où est représentée l'intensité : 2 V/cm
Calibre vertical de la voie où est représentée la tension ; 5 V/cm

Exercice 2

Le circuit représenté sur la figure 1 est branché aux bornes d'un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale *u(t)* de pulsation ω.



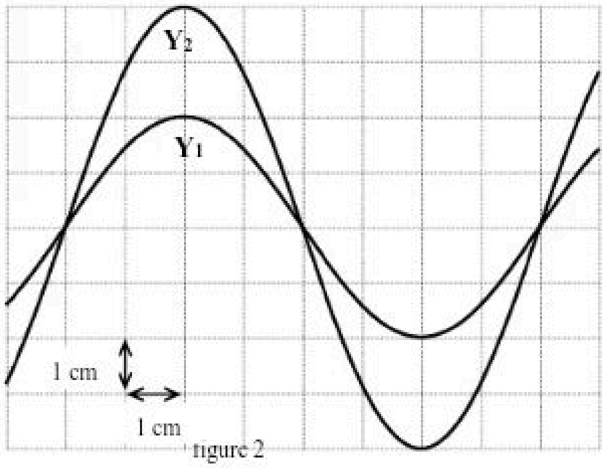


figure 2

La tension $u = u_{AD}$ est représentée sur l'écran de l'oscillographe (voie Y_1).
La tension $u_1 = u_{BD}$, proportionnelle à l'intensité i(t) du courant électrique, est également représentée sur cet écran (voie Y_2).
Le balayage horizontal est réglé sur $2 ms.cm^{-1}$ et la sensibilité verticale sur $2V.cm^{-1}$ pour la voie 1, sur $0,25 V.cm^{-1}$ pour la voie 2.
On observe sur l'écran les courbes de la figure 2.

1/Définir l'état particulier dans lequel se trouve le circuit, en justifiant la réponse.

2/A l'aide de l'oscillogramme 1 (figure 2), déterminer la période T, la fréquence N, la pulsation ω et la résistance $R = r + r_l$ du circuit.

3/La bobine est remplacée par une résistance de valeur r, on observe sur l'écran les courbes de la figure 3, avec les mêmes réglages que précédemment pour l'oscillographe.

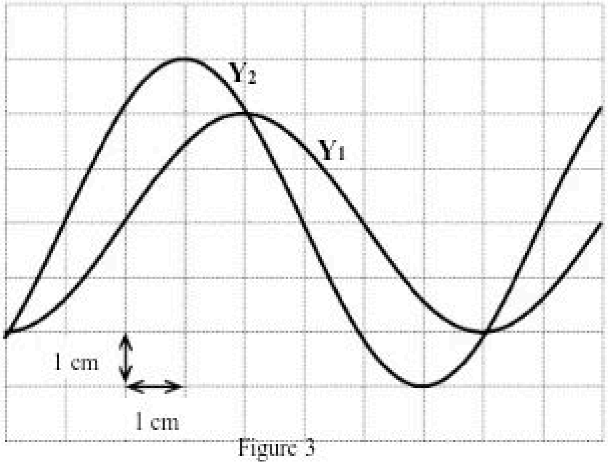


Figure 3

3-1/La tension u_{AD} est-elle en avance ou en retard de phase par rapport à u_{BD} ? Pouvait-on prévoir ce résultat ?

3-2/En utilisant l'oscillogramme, calculer le déphasage de ϕ de la tension u_{AD} par rapport à u_{BD}. Expliciter u_{AD} (t) et u_{CD} (t).

3-3/A l'aide d'une construction de Fresnel, trouver une relation entre ϕ, R, C et ω.

3-4/Calculer des valeurs approchées de L et de C.

Exercice 3

On considère un circuit comprenant en série un conducteur ohmique de résistance $R = 10\Omega$ et un dipôle de nature inconnue. On applique aux bornes de ce circuit une tension sinusoïdale de fréquence N.

Un oscillographe est branché comme l'indique la figure. Les réglages sont les suivants : $1ms.cm^{-1}$ pour le balayage ; $0{,}2V.cm^{-1}$ pour la voie 1 ; $2V.cm^{-1}$ pour la voie 2.

L'origine des axes gradués au centre de l'écran de l'oscillographe coïncide avec l'origine des dates.

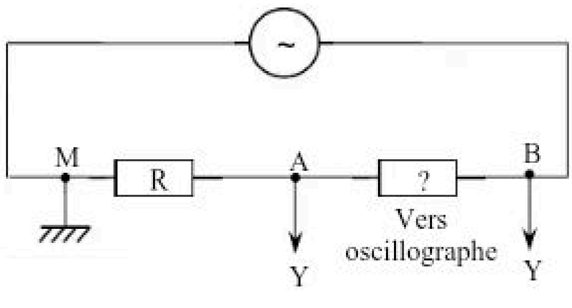
1/ A l'aide de l'oscillogramme obtenu, exprimer en fonction du temps la tension instantanée $u(t)$ et l'intensité $i(t)$ dans le dipôle (M,B).

2/ Calculer la puissance moyenne consommée dans ce dipôle.

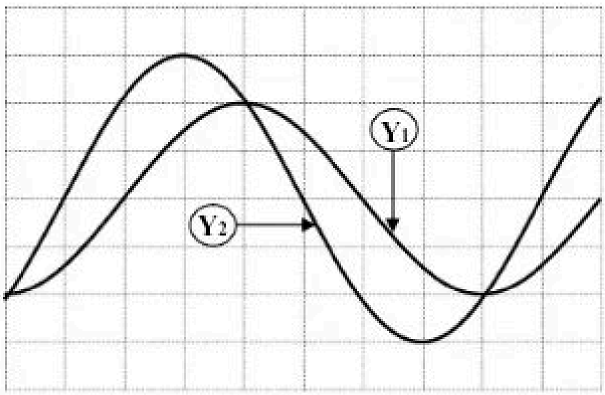
3/ Le dipôle (A,B) peut être un conducteur ohmique ; une bobine de résistance r et d'inductance L ; un condensateur de capacité C ;une bobine de résistance r et d'inductance L et un condensateur de capacité C en série.

3-1/ Montrer qu'on peut éliminer certaines des hypothèses.

3-2/On dispose d'un générateur de tension dont on peut faire varier la fréquence dans un grand intervalle. Montrer comment on peut déterminer expérimentalement la bonne hypothèse.



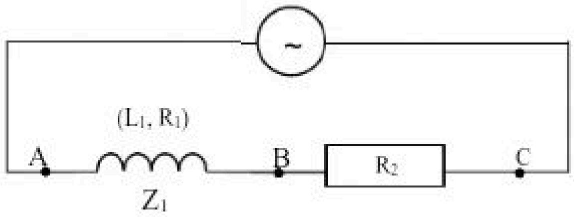
(a)



(b)

Exercice 4

Un générateur fournit une tension sinusoïdale de pulsation ω. Entre A et B se trouve une bobine de résistance R_1 et d'inductance L_1 ; son impédance est notée Z_1. Entre B et C se trouve un conducteur ohmique de résistance R_2. L'intensité instantanée du courant est :
$I(t) = I_m \sin(\omega t)$.



1/On note φ la phase de la tension entre les bornes A et B par rapport à l'intensité du courant.

Exprimer en fonction de Z_1, R_2, I_m, t et φ les tensions instantanées U_{AB} et U_{BC}.

2/On place un voltmètre de grande impédance successivement entre A et B, puis entre B et C et entre A et C ; il indique les valeurs efficaces suivantes : $U_{AB} = 45$ V ; $U_{BC} = 40$ V ; $U_{AC} = 75$ V.

2-1/ Ecrire la relation entre les tensions instantanées U_{AB}, U_{BC} et U_{AC}.

2-2/En utilisant la construction de Fresnel, montrer que la phase φ vérifie la relation :$\cos\phi = \dfrac{(U_{AC}^2 - U_{BC}^2 - U_{AB}^2)}{2U_{BC}U_{AB}}$

3/On donne $R_2 = 20\ \Omega$. Calculer :

3-1/ La puissance consommée dans le conducteur ohmique ;

3-2/ La puissance consommée dans la bobine ;

3-3/ La résistance de la bobine.

Exercice 5

On dispose de trois dipôles :

Un condensateur ohmique de résistance R.

Un condensateur parfait de capacité C.

Une bobine d'inductance L et de résistance r.

On réalise ainsi un circuit en montant tous ces composants en série et qu'on alimente par un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence N variable et de valeur maximale U_{max}.

1/ Dans une première expérience on choisit $N = N_1$.

Un oscilloscope est branché comme l'indique la figure-1-, et permet de suivre les variations de deux tensions sur les voies Y_1 et Y_2, l'oscillogramme obtenu est reproduit sur la figure-2-.

1-1/ Quelle tension observe-t-on sur chaque voie ? Pour chaque tension on précisera sa valeur maximale.

1-2/ Quelle est la fréquence N_1 des tensions visualisées.

1-3/ Laquelle des deux tensions est en avance sur l'autre ?

1-4/ Déterminer le déphasage Δφ de l'intensité par rapport à u(t). En déduire cos Δφ.

2/ A partir des résultats précédents,

2-1/ Réaliser la construction de Fresnel pour le cas étudié

2-2/ Etablir l'expression de l'intensité maximale I_{max} en fonction de R, r, U_m et cos Δφ.

2-3/ En déduire sa valeur sachant que l'ampèremètre indique une valeur de 59 mA.

3/Dans une 2ème expérience, on fixe la fréquence du générateur à la valeur N_2 et on branche dans le circuit trois voltmètres V_1, V_2, V_3 comme l'indique la figure-3-.

On trouve respectivement les tensions U_1, U_2, U_3 tel que $U_1 = 4{,}38$ V ; $U_2 = 0{,}57$ V et $U_3 = 4{,}95$ V

3-1/Montrer que dans ces conditions, le circuit est le siège d'une résonance d'intensité.

3-2/Quelle est l'indication de l'ampèremètre dans ces conditions ?

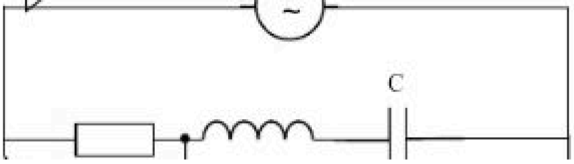
3-3/ Donner l'expression de la fréquence N_2.

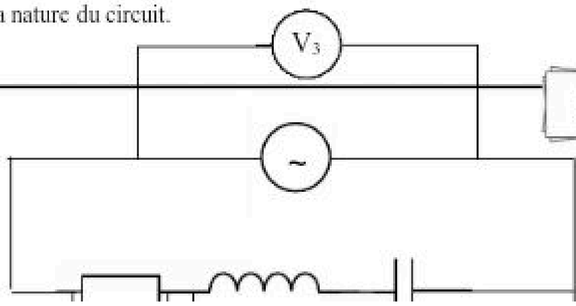
4/Pendant une 3ème expérience, on enlève le conducteur ohmique de résistance R et on alimente le circuit par le même générateur GBF.

Pour une fréquence $N_3 = 55{,}7\ Hz$ on constate que les tensions efficaces aux bornes du condensateur, aux bornes de la bobine et aux bornes de l'ensemble du circuit sont égales.

4-1/Faire la construction de Fresnel correspondante et préciser la nature du circuit.

4-2/En déduire les valeurs de L, C et N_2.





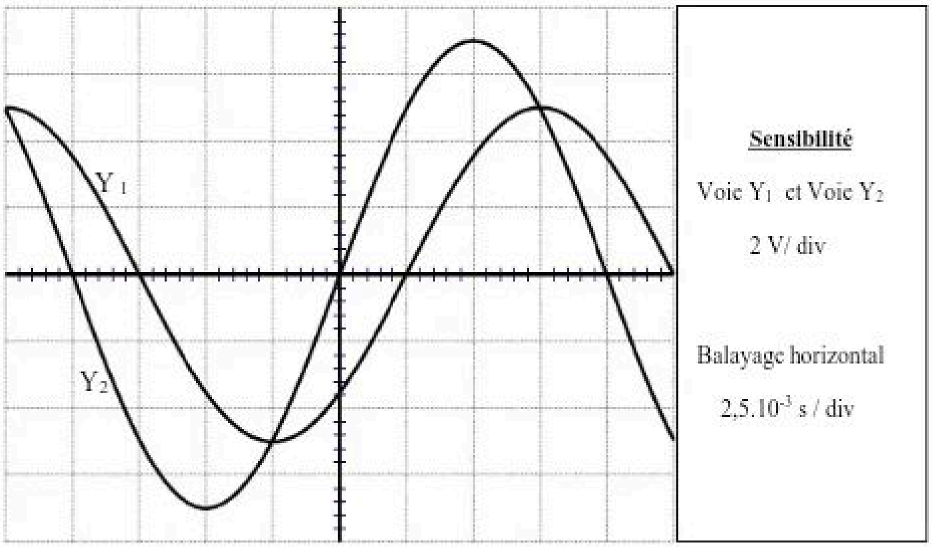


Figure 2

Exercice 6(BAC D 2011)

Un circuit électrique comporte en série un générateur basse fréquence (GBF), un résistor de résistance R, un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L et résistance interne r. On donne L=0,1 H

1- On se propose de mesurer les tensions efficaces U et UR respectivement aux bornes du dipôle (RLC) et aux bornes du résistor ainsi que l'intensité I du courant dans le circuit.
Faire le schéma du montage avec les différents branchements

2-Le montage étant fait, on règle le GBF sur la fréquence N=159 Hz.
Les mesures effectuées donnent les résultats suivants :
$U=4,5$ V ; $U_R=3,5$ V et $I=0,1$ A
2-1 Déterminer :
2-1-1 La résistance R du résistor.
2.1.2 L'impédance Z du circuit .

2.2 Sans changer le montage, on se propose de visualiser, à l'aide d'un oscilloscope bicourbe, la tension u(t) aux bornes du circuit RLC sur la voie Y_1 et le courant i(t) dans le circuit sur la voie Y_2.
2.2.1 Refaire le schéma du montage en indiquant le branchement de l'oscilloscope.
2.2.2 L'oscillogramme obtenu montre que u(t) et i(t) sont en phase.
a) Donner le nom du phénomène observé.
b)Déterminer la résistance r de la bobine et la capacité C du condensateur.

3-La tension U est toujours fixée à 4,5 v et on impose cette fois la fréquence N_1=100Hz au circuit. Pour la suite de l'exercice, on prendra $R = 35\Omega$ et $R = 10\Omega$
3.1 Déterminer :
3.1.1. L'impédance Z_1 du circuit

On donne : $2\pi LN_1 = 63\Omega$ et $\frac{1}{2\pi CN_1} = 159\Omega$

3.1.2 L'intensité I_1 du courant dans le circuit.

3.2 Faire la construction de FRESNEL en utilisant les impédances

Echelle : 1cm $\leftrightarrow$ 10Ω

3.3Déterminer :

3.3.1 la phase $\varphi_{u/i}$ de la tension u(t) par rapport à l'intensité i(t).

3.3.2 Le circuit est-il inductif ou passif ?

Justifier la réponse

14 NIVEAUX D'ENERGIE

Objectif General :

Comprendre le comportement de la matière au niveau atomique

Objectifs Spécifiques :

→Expliquer l'existence des raies par les niveaux d'énergie
→Identifier des spectres d'émission et d'absorption
→Interpréter les spectres de raies par les niveaux d'énergies

Résumé

•Dans certaines conditions, les atomes émettent de la lumière lorsqu'ils reçoivent de l'énergie ; et inversement, ils peuvent absorber des radiations lumineuses (les atomes sont susceptibles d'absorber les radiations qu'ils sont eux-mêmes capables d'émettre).
Chaque élément chimique donne un spectre d'émission de raies caractéristiques et qui permet de l'identifier
L'énergie d'un atome ne peut prendre que certaines valeurs bien déterminées : on dit qu'elle est quantifiée. Chacune de ses valeurs porte le nom de niveau d'énergie de l'atome.
Le passage d'un atome d'un niveau d'énergie à un autre est une transition électronique qui nécéssite une absorption ou une émission de faisceau de lumière monochromatique.
La lumière est faite de grains d'énergie ou « photons » dont l'énergie est donnée par la relation $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ avec :

(E) est l'énergie dont photon en joule.
(h) est la constante de Planck = $6.62\ 10^{-34}$ J.s
(υ) est la fréquence de la radiation en hertz
(c) est la vitesse de lumière = $3\ 10^{8}$ m/s
(λ) est la longueur d'onde de la radiation en mètre
A chaque transition électronique correspond une énergie $E = E_n - E_p$.
*Il y a émission lorsque l'atome passe d'un niveau p d'énergie Ep à un niveau n d'énergie inférieure En.
*Il y a absorption lorsque l'atome passe d'un niveau n d'énergie En à un niveau p d'énergie supérieur Ep.

•Dans le cas particulier de l'hydrogène, la quantification de l'énergie des atomes conduit au résultat suivant : $E_n = -\frac{13.6}{n^2}$ eV.

_ n = 1 correspond au niveau fondamental de l'atome.
_ n > 1 correspond aux niveaux excités de l'atome.
_ n =∞ correspond à l'ionisation de l'atome.
La radiation émise lors de la transition $E_p \rightarrow E_m$ (p> m) est définie par : $\frac{1}{\lambda_{mp}} = \frac{13.6}{hc}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{p^2}\right)$

Partie A (compréhension du cours et consolidation des acquis)

Exercice 1

Répondre par vrai ou faux
1/ Un photon est une onde qui transporte de l'énergie
2/ A une onde électromagnétique monochromatique de fréquence ν, on associe des quanta d'énergie.
3/ L'énergie emmagasinée par un atome ne peut prendre que certaines valeurs particulières
4/ Le rayonnement émis par une source spectrale n'est pas un spectre de raies caractéristique de l'atome ou de l'ion présent dans l'ampoule.
5/ Un atome qui possède une énergie $E_n > E_1$ est dans un état dit :
5-1/ fondamental
5-2/ excité
6/ Un atome qui effectue une transition entre deux niveaux d'énergie E_n et E_p avec $E_n > E_p$:
6-1/ absorbe des photons de fréquence ν_{np}
6-2/ émet des photons de fréquence ν_{np}
7/ Les valeurs de l'énergie de l'atome hydrogène ne dépendent pas du nombre quantique principal n.
8/ Pour un atome d'hydrogène dont l'énergie E_n est telle que -13.6 eV < $E_n < 0$, on dit de cet atome qu'il est :
8-1/ dans l'état fondamental
8-2/ Dans l'état excité
8-3/ Dans l'état ionisé
9/ Il existe 4 séries de raies d'émissions de l'atome d'hydrogène.
10/ La série des radiations visibles ou de Balmer comporte des transitions aboutissant au niveau d'énergie E_3(p=3)

Exercice 2

Calculer en joule et en électronvolt, l'énergie d'un photon :
→ Ultraviolet de fréquence $3\ 10^{15}$ Hz
→ De lumière visible jaune de longueur d'onde 589 nm (dans le vide)
→ Infra rouge de longueur d'onde 10 μm (dans le vide)
Conclure.
On donne célérité c = 300000 km/s ; constante de Planck h = $6,63\ 10^{-34}$ J/s et e = $1,6\ 10^{-19}$ C

Exercice 3

Dans le vide, la puissance d'un faisceau lumineux de lumière jaune de longueur d'onde $\lambda = 589$ nm et $P = 1$ mW

Calculer le nombre de photons traversant, chaque seconde, une section du faisceau.

Exercice 4

On donne l'énergie des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène $E_n = -\frac{13{,}6}{n^2}$ (en eV)

Déterminer la longueur d'onde de chacune des raies H_α ; H_β ; H_γ et H_δ sachant qu'elles correspondent aux transitions aboutissant à la couche de nombre quantique 2 à partir des couches de nombre quantique 3 ; 4 ; 5 et 6.

Exercice 5

L'énergie de première ionisation (énergie nécessaire pour arracher le premier électron) de l'atome d'hélium est égale à 24,6 eV.

1/Quelle est l'énergie du niveau fondamental (on prendra comme référence le niveau d'énergie de première ionisation) ?

2/Un atome d'hélium se trouve dans un état excité d'énergie -21,4 eV. Quelle est la longueur d'onde de la radiation émise lors de la désexcitation de l'atome qui revient à son niveau fondamental ?

Exercice 6

On considère des atomes d'hydrogène dans l'état fondamental $\mathcal{E}_1 = -13{,}6$ eV.

On envoie sur ces atomes différents photons, d'énergies respectives :

$\mathcal{E}$ (eV)	1,9	3,4	3,9	10,2	11,0	14,0

1/ Quels sont les photons susceptibles d'être absorbés ?

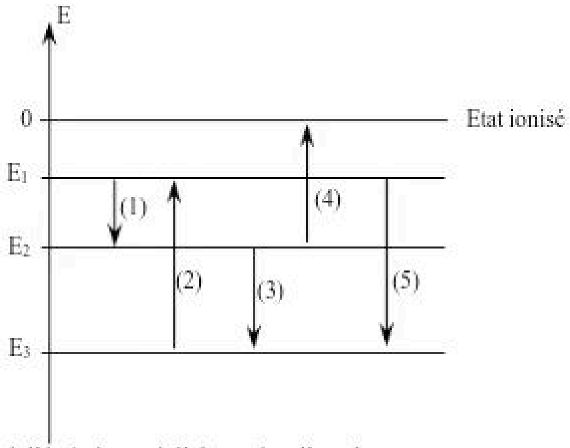
2/ On suppose maintenant que les atomes sont dans l'état correspondant à $\mathcal{E}_2 = -3{,}4$ eV. On envoie les mêmes photons ; quels sont les photons susceptibles d'être absorbés ?

Exercice 7

La figure représente différents niveaux d'énergie d'un atome.

1/ Attribuer à chaque flèche le mécanisme correspondant.

2/ Donner les énergies des niveaux correspondant à des états excités de l'atome. Ces énergies sont-elles supérieures ou inférieures à celle de l'état fondamental ?



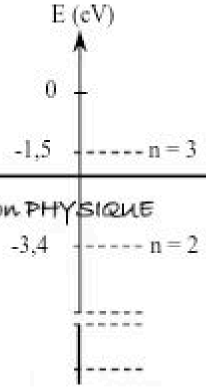
3/ Les flèches représentent soit l'émission, soit l'absorption d'un photon.

3-1/ Attribuer à chaque flèche le mécanisme correspondant.

3-2/ Donner les fréquences correspondant en fonction ε_k et h.

Exercice 8

1/ Calculer en électronvolt (eV) l'énergie reçue par un atome d'hydrogène qui passe de l'état fondamental au niveau d'énergie 3.



2/ Combien de raies peut émettre l'atome d'hydrogène lorsqu'il revient du niveau 3 vers le niveau fondamental ?
3/ Calculer les longueurs d'onde de ces raies. A quelles séries appartiennent-elles ?

Partie B : (Je pratique une démarche scientifique)

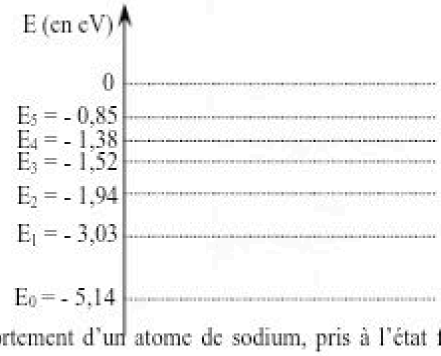
Exercice 1

La figure ci-dessous représente le diagramme énergétique de l'atome de sodium. L'analyse du spectre d'émission du sodium révèle la présence de raies de longueur d'onde bien définies.

1/ Justifier la discontinuité du spectre.

2/ Calculer, en eV, la variation d'énergie correspondant à l'émission de la raie jaune de longueur d'onde

$\lambda = 589$ nm. En déduire les niveaux d'énergie concernés sur la figure.



3/ Quel est le comportement d'un atome de sodium, pris à l'état fondamental lorsqu'il reçoit un photon de longueur d'onde $\lambda = 589$ nm

4/ Toujours pris à l'état fondamental, que se passe-t-il pour l'atome de sodium si le photon a une énergie de 3 eV ? L'atome de sodium peut-il être excité?

Exercice 2

Sachant que l'énergie d'ionisation de l'hydrogène vaut : $E = 13,6$ eV. Calculer la longueur d'onde de la radiation émise lorsqu'un proton H^+ capte un électron au repos.

On prendra :

constante de Planck : $h = 6,6.10^{-34}$ J.s ;

célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,0.10^8 m.s^{-1}$

1eV$= 1,6.10^{19}$J.

Exercice 3

Les niveaux d'énergie quantifiés de l'atome d' hydrogène sont données par la relation :

$E_n = -\frac{13.6}{n^2}$. Avec E_n en eV et n, entier supérieur ou égal à 1.

Quelle est l'énergie d'ionisation d'un atome d'hydrogène ?

Quelle est l'énergie cinétique minimale d'un électron capable de provoquer par choc l'excitation d'un atome d'hydrogène de son niveau fondamental ($n = 1$) à son premier niveau excité ($n = 2$) ?

L'atome d'hydrogène précédemment excité revient à l'état fondamental ($n = 1$) avec émission d'une onde lumineuse. Quelle est sa longueur d'onde ?

Etablir la relation littérale donnant la fréquence des ondes lumineuses émises lorsque des atomes d'hydrogène préalablement excités, passent d'un état d'énergie caractérisé par $n > 2$ à l'état d'énergie caractérise par $n = 2$. Calculer la plus grande longueur d'onde des ondes lumineuses émises dans ce cas.

Exercice 4

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation $E_n = -13,6/n^2$ avec En en (eV) et (n), un entier naturel non nul.

1/ Quelle est l'énergie d'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène ?

2/Etablir l'expression littérale de la fréquence des radiations émises lorsque cet atome passe d'un état excité tel que n > 2 à l'état n = 2(radiations de la série de Balmer)

3/ L'analyse du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène révèle la présence des radiations de longueur d'onde 656 nm (H_α) ; 486 nm (H_β) ; 434 nm (H_γ); 410 nm (H_δ)

3-a/ Déterminer à quelles transitions correspondent ces radiations de la serie de Balmer.

3-b/Tracer le diagramme représentant les transitions entre les différents niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène pour ces quatre raies. Sur l'axe des énergies : 2 cm ↔ 1 eV.

3-c/ Entre quelles valeurs extrêmes les longueurs d'onde de ces radiations sont-elles situés ?

4/ Un photon d'énergie 7eV arrive sur un atome d'hydrogène. Que se passe-t-il ?

4-a/ Si l'atome est dans l'état fondamental ?

4-b/ Si l'atome est dans un état excité (n = 2) ?

15 REACTION NUCLEAIRE SPONTANEE ET PROVOQUEE

Objectif Général :

Comprendre le comportement de la matière au niveau atomique.

Objectifs Spécifiques :

Connaitre la nature des particules α, β^+ et β^- et du rayonnement Υ.

Ecrire et équilibrer l'équation bilan d'une réaction nucléaire spontanée

Etablir la loi de décroissance radioactive

Définir la période radioactive.

Expliquer le principe de la fusion et de la fission.

Définir l'énergie de liaison du noyau et l'énergie de liaison par nucléon.

Définir une fission et une fusion.

Ecrire l'équation-bilan d'une fission et d'une fusion.

Résumé

→Le noyau

Le noyau d'un atome est constitué de A nucléons dont Z protons et N = A-Z nucléons.

Un nucléon est parfaitement déterminé par A et Z ; on la note ^A_ZX

→Radioactivité

La radioactivité est la désintégration de noyau instables. Les principales radioactivités sont :
*radioactivité α : émission de noyau d'hélium ${}^4_2He$
${}^A_ZX \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2He$
*radioactivité β^- :émission d'électron ${}^0_{-1}e$
${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z+1}Y + {}^0_{-1}e$
*radioactivité $\beta+$: émission de positon ${}^0_1e$
${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z-1}Y + {}^0_1e$
*radioactivité γ :ce sont des photons qui accompagne l'émission des particules α, β- et β^+
On note ${}^A_ZX^* \rightarrow {}^A_ZX + {}^0_0\gamma$ avec X*(état excité) et X(état non excité)
Toutes ces réactions nucléaires obéissent aux lois :
•de conservation de la charge
•de conservation du nombre total de nucléons

→Décroissance radioactive

*La radioactivité est un phénomène aléatoire. Pour une collection de noyau(N_o à l'instant t = 0) le nombre de noyau présents à l'instant t est donné par la relation $N = N_o\, e^{-\lambda t}$ avec λ est la constante radioactive.
*La période radioactive est $T = \ln 2/\lambda$.
*L'activité d'une substance radioactive est le nombre de désintégration par seconde. Elle est définie par la relation $A = A_o\, e^{-\lambda t}$.
$A_o = \lambda N_o$: c'est l'activité de la substance à t = 0 ; son unité est le becquerel (Bq)

→Réactions nucléaires provoquées

*L'énergie de liaison d'un noyau est définie par la relation $E_l = \Delta mC^2 = [Zm_p + (A\text{-}Z)m_N - m_{noyau}]C^2$. La stabilité d'un noyau est définie par son énergie par son énergie de liaison par nucléon $E_a = \frac{E_l}{A}$. Plus E_a est grande, plus le noyau est stable.

*La fission nucléaire est la cassure d'un noyau d'un noyau lourd (fissile) en deux noyaux légers plus stables et avec émission de neutrons. Les produits de la fission, riches en neutrons, sont radioactifs β^- .
*La fusion nucléaire est l'union de deux noyaux légers pour former un noyau plus lourd plus stable.
La fission et la fusion s'accompagne d'une libération considérable d'énergie, mais la fusion libère plus d'énergie que la fission.
Les réactions nucléaires provoquées vérifient les lois de conservation :
_de la charge électrique
_ du nombre de nucléons

Partie A(compréhension du cours et consolidation des acquis)

Exercice 1

Répondre par vrai ou faux
1/ Les constituants d'un noyau atomique sont les protons et les neutrons.
2/ Le numéro atomique Z indique le nombre d électrons d'un atome.
3/ Un élément chimique est caractérisé par son nombre de masse A
4/ Les atomes et les ions d'un même élément chimique n'ont pas le même nombre de protons
5/ L'unité de masse atomique u est la fraction $\frac{1}{12}$ de la masse de l'atome d'azote.
6/ La masse d'un proton est le double de la masse d'un neutron.
7/ La masse d'un atome est voisine de celle du noyau
8/ Les transitions énergétiques des noyaux atomiques donnent naissance à des protons.
9/ Soit l'atome de cuivre ${}^{63}_{29}Cu$. On a :
9-a/ 63 protons
9-b/ 29 neutrons
9-c/ 63 nucléons
9-d/ (63 – 29) électrons
10/ Dans une réaction nucléaire, le nombre de charge ne se conserve pas.
11/ Dans une désintégration β^-, le nombre de charge de l'atome fils diminue d'une unité.
12/ Dans une désintégration β^+, le nombre de masse de l'atome fils augmente d'une unité.
13/ La radioactivité α se produit avec des noyaux lourds.
14/ La radioactivité β^+ s'observe généralement avec les nucléides artificiels.
15/ La radioactivité γ accompagne les radioactivités α ; β^- et β^+
16/ Les réactions nucléaires dans les étoiles sont des réactions de fusion.

Exercice 2

Calculer l'énergie de liaison du deutéron en MeV.
On donne : $m_d = 2{,}013554u$
$m_n = 1{,}008665u$,
$m_p = 1{,}007277u$,

$1u = 931{,}5\ MeV.c^{-2}$
On forme un deutéron au repos à partir d'un neutron et d'un proton séparés au repos. Calculer la variation de masse de l'ensemble des particules et l'énergie libérée par cette transformation.

Exercice 3
Calculer l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235 selon la réaction :
$^{235}_{92}U \rightarrow\ ^{142}_{Z_1}X + ^{92}_{Z_2}Y + ^{1}_{0}n.$

Les énergies de liaison par nucléon sont de 8,45 MeV pour le noyau X, 8,8 MeV pour le noyau Y et 7,7 MeV pour le noyau d'uranium.

Exercice 4
On considère un échantillon de $^{137}_{55}C_s$, de période : T = 30 ans .

1/ Calculer la constante radioactive de cet échantillon en h^{-1}.

A la date $t = 0$, l'activité A_0 est égale à $3{,}7.10^5$ Bq.

2/ Calculer le nombre moyen N_o de noyaux radioactifs présents dans l'échantillon à cette date.

3/ Une mesure d'activité dure environ $\Delta t = 1h$. Calculer le rapport $\eta = \frac{A(t+\Delta t)}{A(t)}$ au bout de cette heure.

4/ Peut-on considérer que l'activité reste quasiment constante au cours de la mesure ? Peut-on envisager de déterminer la période de cet échantillon source en procédant à des mesures d'activité pendant une séance de travaux pratiques ?

Exercice 5
L'iode ^{131}I est utilisé en médecine. Sa période est de 8,1 jours. A l'instant $t = 0$, l'activité d'un échantillon est égale à $2{,}2.10^5$Bq. Calculer le nombre moyen de d'atomes radioactifs présents à cet instant, puis au bout de 1 an. Conclure.

Exercice 6
Des fragments d'os et de charbon de bois d'un foyer ont été prélevés dans un site préhistorique. On mesure l'activité du carbone 14($^{14}_{6}C$) des résidus d'os et de charbon, afin de déterminer l'âge de ces fragments.

Le carbone 14 est produit constamment dans l'atmosphère à la suite du bombardement de l'azote $^{14}_{7}N$ par les neutrons cosmiques. Les plantes assimilent aussi bien $^{12}_{6}C$ que $^{14}_{6}C$.

Les abondances respectives de ces deux isotopes sont les mêmes dans les composés carbonés de l'atmosphère (CO_2) et les êtres vivants. A la mort de ces derniers, il n'y a plus d'assimilation ; le carbone 14 radioactif se désintègre. Au bout de 5570 ans, sa quantité a diminué de moitié (demi-vie, ou période T = 5570 ans).
La mesure de l'activité du carbone 14 contenu dans les fragments d'os anciens donne 110 désintégrations par heure et par gramme de carbone ; un fragment d'os actuel, de même masse, pris comme témoin, donne 880 désintégrations par heure et par gramme de carbone. Calculer l'âge des échantillons recueillis.

Exercice 7
La période de désintégration du polonium 210 est de 138 jours. Quelle masse de polonium doit-on prendre pour obtenir une activité de 1Ci ?

Exercice 8
Après plusieurs émissions β^- des noyaux formés, l'un des modes de fission de l'uranium 235 donne finalement :
$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow\ ^{140}_{58}C_e + ^{93}_{41}N_b + 3\,^{1}_{0}n + 7\,_{-1}^{0}e.$

L'énergie de liaison par nucléon est de 7,7 MeV environ pour ^{235}U, de 8,45 MeV pour $^{140}C_e$ et de 8,7 MeV pour ^{93}Nb.

Déterminer approximativement l'énergie libérée au cours de cette réaction (fig.3). On ne tiendra pas compte des électrons.
Utilisons le schéma suivant (on ne tient pas compte des électrons) :

Exercice 9
Déterminer l'énergie libérée par la réaction de fusion suivante :
$^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \quad \longrightarrow \quad ^{3}_{1}H + ^{1}_{1}H.$
(deutérium) (tritium)
L'énergie de liaison par nucléon est de 1,11 MeV pour le deutérium et de 2,83 MeV pour le tritium.

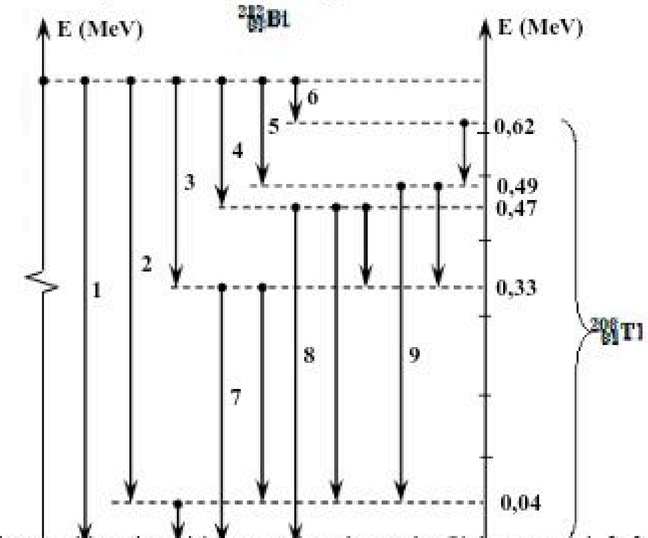
Partie B (je pratique une démarche scientifique)

Exercice 1

La figure ci-dessous est un diagramme énergétique représentant des transformations du noyau de bismuth $^{212}_{83}Bi$ en un noyau de thallium $^{208}_{81}Tl$ (à son niveau fondamental ou à un niveau excité).

L'écart énergétique entre deux niveaux est égal à l'énergie cinétique de la particule du photon produit.

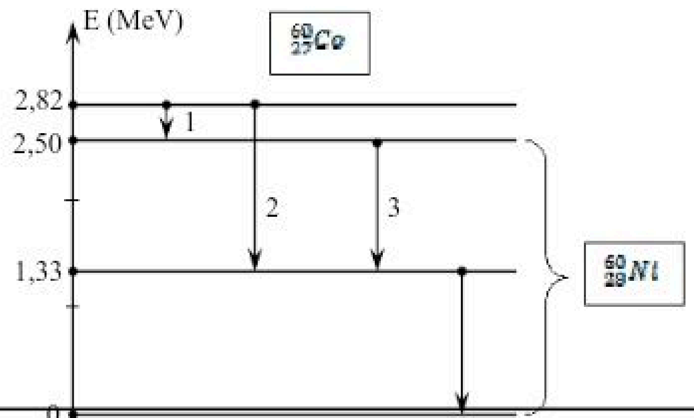
L'origine correspond au niveau fondamental du noyau de thallium et la disposition des niveaux nécessite l'utilisation de deux échelles différentes pour les énergies.



A quelles transformations correspondent les transitions énergétiques représentées par les flèches rouges 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?
Préciser l'énergie des particules produites et leur vitesse.
A quelles transformations correspondent les flèches vertes ?
Préciser l'énergie des rayonnements dans le cas des transitions notées 7, 8, 9. Quelles sont les fréquences et longueurs d'onde dans le vide correspondantes ?
On donne :
Charge élémentaire : $e = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck : $h \approx 6.6\ 10^{-34}$ Js
Célérité de la lumière dans le vide : $C = 3\ 10^{8}$ m.s^{-1} ;
Masse d'une particule α: $m_\alpha \approx 4.0015$ u .
Quelles sont les caractéristiques du spectre de désintégration du $^{212}_{83}Bi$?

Exercice 2

La ci-dessous est un diagramme représentant des transformations du noyau de cobalt $^{60}_{27}C_o$ en un noyau de nickel $^{60}_{28}N_i$ (à son niveau fondamental ou à un niveau excité).
L'écart énergétique entre deux niveaux est égal à l'énergie cinétique de la particule émise lors de la transformation ou à l'énergie du photon produit.



A quelles transformations correspondent les transitions énergétiques représentées par les flèches rouges 1 et 2 ?
Quelle est l'énergie cinétique maximale des électrons émis au cours de chacune de ces transformations ? On supposera négligeable l'énergie de recul du noyau de nickel.
A quelles transformations correspondent les flèches vertes 3 et 4 ?
Quelle est l'énergie des rayonnements émis ?
On donne :
Charge élémentaire : $e = 1,60.10^{-19}$C ;
Masse de l'électron : $m_e = 0,511$MeV/c^2 ;
Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3.10^8 m.s^{-1}$.

Exercice 3

Le thorium $^{227}_{90}Th$ est radioactif émetteur α.
Ecrire l'équation-bilan de sa désintégration radioactive sachant qu'elle conduit au radium Ra.
La période (ou demi-vie) du thorium 227 vaut : T = 18 ,3 jours.
Calculer l'activité radioactive A_0 d'un échantillon de masse 1mg de thorium $^{227}_{90}Th$.

Nombre d'Avogadro : N = 6.02. 10^{23} mol^{-1}.

Quelle masse de thorium 227 de l'échantillon considéré a-t-elle disparu au bout de 36 heures ? Quelle est alors l'activité de l'échantillon

Exercice 4

Un noyau d'uranium $^{235}_{92}U$ bombardé par un neutron donne du xénon $^{140}_{54}Xe$ et un autre noyau : le strontium Sr, dont le nombre de masse est 94.

Ecrire l'équation correspondant à cette réaction nucléaire ; déterminer le nombre de charge du strontium et le nombre de neutrons formés.

On donne les énergies de liaison par nucléon :

7,5 MeV pour ^{235}U

8,2 MeV pour ^{140}Xe

8,5 MeV pour ^{94}Sr .

Calculer, en MeV, l'énergie fournie par la réaction nucléaire.
Les neutrons formés emportent environ 3% de cette énergie.
Calculer l'énergie cinétique de chacun d'eux en la supposant également répartie.

Exercice 5

Le francium (Fr) a pour numéro atomique Z = 87.
1/ On connait 23 isotopes du francium, de nombres de masse compris entre 203 et 226. Déterminer les nombres minimal et maximale de neutrons du francium.
2/ L'isotope le plus connu est le francium 223. Il possède une période de 22 min. Un échantillon de francium 223 a une activité de 1,5 105 Bq. Quelle sera son activité 88 minutes après la mesure ?
3/ Ce nucléide 223Fr subit essentiellement une désintégration β-, mais quelques noyaux peuvent subir une désintégration α . Ecrire les équations bilans de ces deux désintégrations.(rechercher les noms de chaque nucléides formé dans le tableau de classification)
4/ Au cours de ces désintégrations, on constate que le rayonnement γ émis est constitué de plusieurs radiations radiations de longueurs d'onde différentes. Proposer une interprétation de ce problème.

Exercice 6

L'américium 241 est émetteur α. Le noyau fils correspondant est un noyau de neptunium (Np)
1/ Cas où le noyau fils est obtenu à l'état fondamental
1-a/ Ecrire en la justifiant, l'équation bilan de désintégration d'un noyau 24195Am.
1-b/ Calculer, en MeV, l'énergie libérée au cours de cette réaction .
Données : m(241Am) = 241,0046 u ; m_α = 4,0015 u ; m(Np) = 236, 997 u.

1-c/ On admet que l'énergie est totalement transférée à la particule α sous forme d'énergie cinétique. Calculer la vitesse acquise par cette particule. La comparer à celle de la lumière.
2/ Cas où le neptunium est obtenu dans un état excité.
2-a/Justifier l'existence d'un rayonnement γ.
2-b/ L'énergie du rayonnement γ obtenu est de 0,6 MeV. Calculer l'énergie cinétique acquise par la particule α si on néglige celle du noyau fils.

Quelques exercices de synthèse

①Mécanique

Mécanique 1 (BAC D 2011)

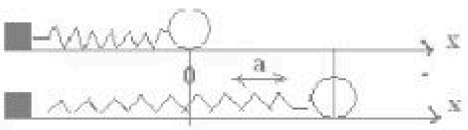
Pour pallier le manque de matériel, le garçon de laboratoire de ton lycée décide de fabriquer sur une table un dispositif d'étude de la chute parabolique.

Pour ce faire , il utilise un ressort à spires non jointives, de raideur k=25 N/m et de masse négligeable et une bille B de masse m=5g.

Pour tout l'exercice, on prendra le niveau de la table comme niveau de références des énergies potentielles de pesanteur.

PHASE I : Etude des oscillations

Le garçon de laboratoire accroche la bille B à l'extrémité libre du ressort.
IL l'écarte de sa position d'équilibre de a= 2 cm et l'abandonne sans vitesse initiale.
Le système (ressort-bille) se met à osciller.



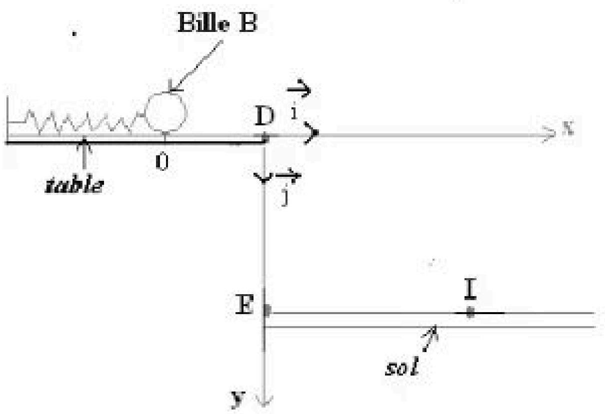
1-

1-1Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées à la bille et les représenter sur un schéma.
1.2- Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie de la bille B.

2-Etablir l'équation horaire du mouvement de la bille B.
On prendra l'instant du lâcher comme origine des dates.

3-Calculer l'énergie mécanique du système (Terre-bille B-ressort).

PHASE II : Etude de la chute parabolique



L'expérience consiste à lancer la bille B posée sur la table à l'aide du ressort précédent et à déterminer son point d'impact I sur le sol. Le garçon de laboratoire met la bille B en contact avec l'extrémité libre du ressort. Le ressort est comprimé de 2 cm et l'ensemble (bille B-ressort) est abandonné sans vitesse initiale. La bille B quitte le ressort au point O et arrive au point D. On négligera tous les frottements.

1.Etablir l'expression de la vitesse V_P de la bille B au point D en utilisant la conservation de l'énergie mécanique du système (Terre-bille-ressort)

2-Calculer la valeur de cette vitesse V_D

3-La bille B quitte le point D avec la vitesse $\overrightarrow{V_D}$ horizontale de valeur $\overrightarrow{V_D} = 1,4 m/s$

On étudie son mouvement ultérieur.

3.1 Faire le bilan des forces extérieures appliquées à la bile B et les représenter sur un schéma.

3.2 Etablir les équation horaires du mouvement de la bille B dans le repère $(D,\vec{i};\vec{j})$.

3.4

3.4.1Déterminer le temps t_1 mis par la bille B pour atteindre le sol au point I.

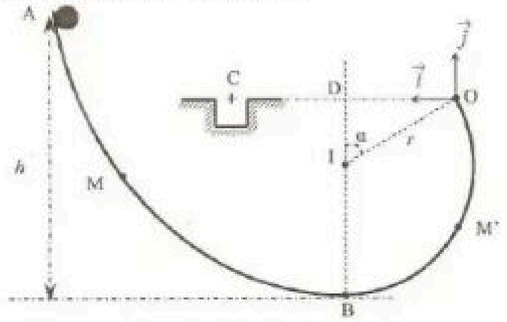
3.4.2 Déterminer les coordonnées du point d'impact I de la bille B sur le sol.

On donc DE=1 m ; g= 10 m/s²

<u>Mécanique 2</u> (BAC 2011 SERIES : C et E)

Le parcours ci-dessous représente un jeu pour enfants. Ce jeu consiste à faire tomber une bille dans le réceptacle C à partir de plusieurs positions (voir schéma). Le parcours est constitué d'une piste d'élan AB raccordée en B à une partie circulaire BO de centre I et de rayon r. La bille de petites dimensions est assimilée à un point matériel.

On négligera les forces de frottements et l'action de l'air.



1. La bille est lâchée sans vitesse initiale du point A situé à une hauteur h = 10m par rapport à B.
   1.1- Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.
   1.2- Faire l'inventaire des forces exercées sur la bille entre les points A et O. Les représenter qualitativement sur un schéma aux points M et M'. On fera apparaître sur le schéma, la tangente à la piste en ces points.
   1.3- Déterminer en appliquant le théorème de l'énergie cinétique :
      1.3.1- la vitesse v_B de la bille au point B ;
      1.3.2- la vitesse v_0 de la bille au point O.

      On donne : $r = 3m$; $\alpha = 60°$ et $g = 10 m/s^2$.

2. La bille quitte ensuite la piste en O avec la vitesse $v_0 \approx 10,5 m/s$

   2.1- Représenter qualitativement le vecteur $\overrightarrow{v_0}$ sur un schéma.

   2.2- Etablir les équations horaires de la trajectoire de la bille dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

   2.3- En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille.

3. Le réceptacle est situé au point C symétrique de O par rapport à la verticale passant par I.

   3.1- La bille est lâchée de la hauteur h = 10m. Montrer que la bille ne tombera pas dans le réceptacle C.

   3.2- Quand la bille est lâchée d'une hauteur h_1, elle tombe dans le réceptacle C.

   Déterminer :

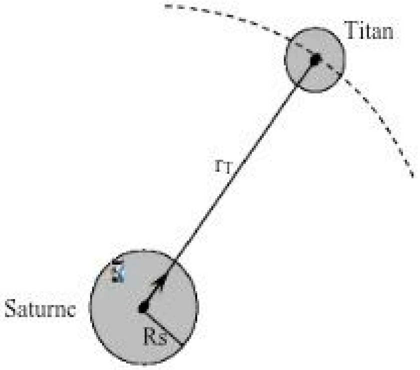
   3.2.1- La vitesse initiale v'_0 qu'il faut donner à la bille au point O pour qu'elle tombe dans le réceptacle C.

   3.2.2- La hauteur h_1.

   3.2.3- La vitesse v_C de la bille au point C.

<u>Mécanique 3</u> (BAC C,E ,SESSION 2013)

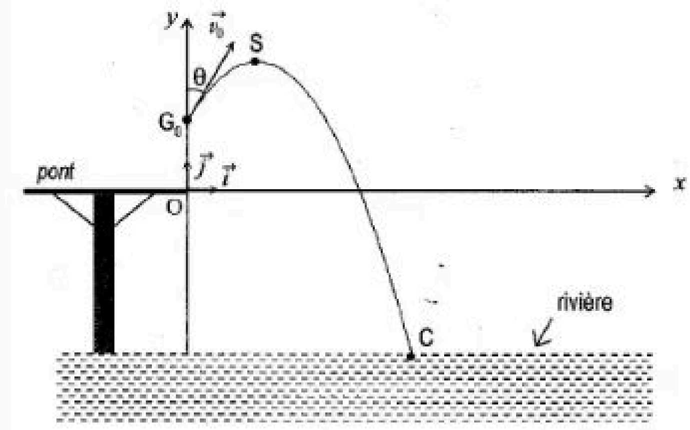
Le 15 octobre 1997, le véhicule spatial CASSINI emportait à son bord la sonde HUYGENS destinée à l'exploration des anneaux de Saturne, Titan, le plus gros satellite, a été découvert en 1655. On étudie le mouvement supposé circulaire de Titan dans le référentiel centré sur Saturne et dont les trois axes sont dirigés vers trois étoiles lointaines supposés fixes.
On notera M_S la masse de Saturne et M_T la masse de Titan.



1/ Reproduire le schéma ci-dessous et y représenter qualitativement la force gravitationnelle F qui agit sur Titan.
2/ Donner l'expression vectorielle de cette force.
3/ Etablir l'expression du vecteur-accélération du centre d'inertie de Titan sur son orbite et le représenter qualitativement sur le schéma précédent.
4/ Montrer que le mouvement de Titan sur son orbite est uniforme.
5/ Etablir en fonction de G, M_S et r_T :
5-a/ L'expression de la vitesse v_T du centre d'inertie de Titan,
5-b/ L'expression de la période de révolution T_T de Titan autour de Saturne.
6 : Montrer qu'au cours de sa révolution autour de Saturne : T_T^2/r_T^3 = K = constante (3ème loi de Kepler.)
7/ En fait Saturne possède un cortège de satellites dont au moins 60 ont été identifiés à ce jour . Parmi eux, figure Rhéa et Dioné découverts par Jean-Dominique Cassini respectivement en 1672 et 1684.
7-a/ Montrer que ces deux satellites vérifient la 3ème loi de Képler.
7-b/ En déduire la masse M_S de Saturne.
On donne : Constante de gravitaion universelle : G = $6.67\ 10^{-11}$ S.I.
Rayon de l'orbite de Rhéa = r_R = 527070 Km
Période de révolution de Rhéa autour de Saturne T_R = 4.518 jours soit 390355 s
Rayon de l'orbite de Dioné r_D = 377400 Km
Période de révolution de Dioné autour de Saturne TD r_D = 2.737 jours soit 236477 s

<u>Mécanique 4</u> (BAC D 2008)

Pour se baigner, des enfants sautent du point O d'un point et plongent dans la rivière dont le niveau est 3m plus bas. On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie d'un plongeur. On négligera dans tout l'exercice le mouvement de rotation du plongeur autour de son centre d'inertie G ainsi que les frottements avec l'air. Le repère d'étude est $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (voir schéma). On prendra $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.



Après s'être lancé, le plongeur quitte le pont qui sert de tremplin à la date t=0 avec un vecteur vitesse $\vec{V_0}$ incliné de $\theta = 30°$ par rapport à la verticale. Son centre d'inertie est alors au point GO de coordonnées $X_O = 0m$,
$Y_O = 1m$.

1.Etablir les équations horaires x(t) et y(t) du mouvement du centre d'inertie dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.
2. Le plongeur est au sommet de sa trajectoire au point S d'abscisse $X_S = 1{,}1$ m. Déterminer :
2.1 l'expression de V_O en fonction de X_S, g et θ, puis calculer sa valeur.
2.2 L'ordonnée du sommet S.
3. Le plongeur pénètre dans l'eau en C. (On prendra V_O=5m.s-1)
3.1 Déterminer la distance d entre les verticales passant par O et C.
3.2 Calculer la durée du saut.
3.3 Déterminer la valeur de sa vitesse en C ? (On appliquera le théorème de l'énergie cinétique).

Mécanique 5 (BAC C et E SESSION 2012)

Dans tout l'exercice, on suppose que le mouvement des protons a lieu dans le vide et on néglige leur poids par rapport aux autres forces. On considère le dispositif de la figure 1. Des protons sont émis en C avec une vitesse quasiment nulle, puis accélérés entre les points C et D des plaques P_1 et P_2.
1/ Préciser le signe de la tension U_{CD} pour que les protons soient accélérés. Justifier la réponse.
2/ On posera pour la suite $|U_{CD}| = U$
2-1/ Exprimer la vitesse v_o d'un proton en D en fonction de U, e et m_p.
2-2/ Calculer v_o.
3/ Après la traversée de la plaque P_2 en D, les protons pénètrent en O entre deux plaques parallèles P_3 et P_4 de longueur l et distantes de d. La tension U' appliquée à ces plaques créé un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$.
On donne l = 20 cm et d = 7 cm.
3-1/ Montrer que l'énergie cinétique d'un proton se conserve entre D et O.
3-2/ Etablir dans le repère (O, i ; j) les équations horaires du mouvement d'un proton dans la région limitée par les plaques P_3 et P_4.
3-3/ Vérifier que l'équation de la trajectoire peut s'écrire : $y = -\frac{U'}{4dU}x^2$.
3-4/ Déterminer la condition à laquelle doit satisfaire la tension U' pour que les protons sortent du champ électrostatique E sans heurter la plaque P_4.
3-5/ Déterminer U' pour que les protons sortent du champ en passant par le point S de coordonnées $(l\ ;\ -\frac{d}{6})$
4/ A la sortie du champ électrostatique par le point S, les protons sont reçus en un point J, sur un écran plat E placé perpendiculairement à l'axe Ox.
4-1/ Représenter qualitativement la trajectoire d'un proton entre les points O et J.
4-2/ Etablir l'expression littérale de la déviation O'J du spot sur l'écran (E)
4-3/ Calculer la distance O'J.

On donne L = 20 cm ; U = 10^3 V ; masse d'un proton : $m_p = 1.67\ 10^{-27}$ kg ; OI $= \frac{\ell}{2}$; la charge élémentaire e = 1.6 10^{-19} C.

② Electromagnétisme

Electromagnétisme 1 (BAC D 2010)

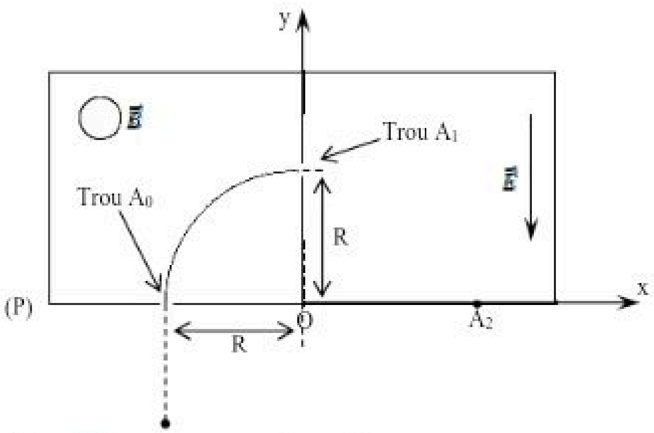
Un faisceau de protons est émis en un point S avec une vitesse suffisamment faible pour être négligée. A une certaine distance de S, est disposée une plaque métallique horizontale (P) percée d'un petit trou A_0, tel que la droite SA_0 soit verticale. (Voir figure ci-dessous).

On établit entre S et P une différence de potentiel $U_0 = V_S - V_p = 250V$.

Le faisceau se déplace dans le vide et on néglige le poids des protons devant les autres forces. On donne : charge du proton $e = 1,6.10^{-19}C$; Masse du proton $m = 1,67.10^{-27}kg$.

1) Exprimer la vitesse V_0 des protons lorsqu'ils traversent le trou A_0 en fonction de m, e et U_0. Calculer sa valeur.

Le faisceau pénètre ensuite dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$. Les protons décrivent un quart de



2) cercle de rayon $R = 12cm$ et sortent par le trou A_1.

2.1- Indiquer sur un schéma le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$.

2.2- Exprimer B en fonction de R, m, U_0 et e. Calculer sa valeur.

2.3- Donner les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{V_1}$ des protons à la traversée du trou A_1.

3) Le faisceau de protons pénètre en A_1 dans une région où règne un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ parallèle à l'axe Oy. (Voir figure ci-dessus).

3.1- Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées à un proton et les représenter sur un schéma.

3.2- Etablir les équations du mouvement d'un proton. L'origine des espaces est le point O. L'origine des dates est l'instant où le proton arrive en A_1.

3.3- En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire du proton.

3.4- Donner la nature de la trajectoire des protons.

3.5- Le proton vient frapper enfin la plaque (P) au point A_2.

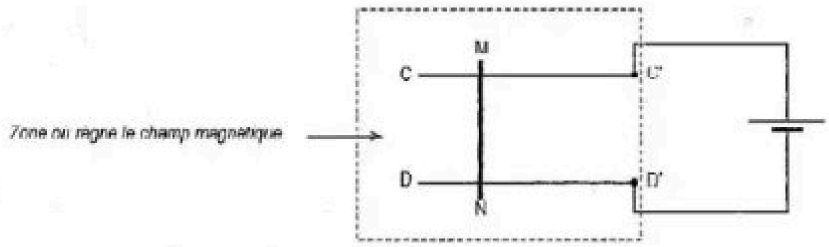
Déterminer les coordonnées du point A_2.

On donne : E = 5.10^3 V.m^{-1}.

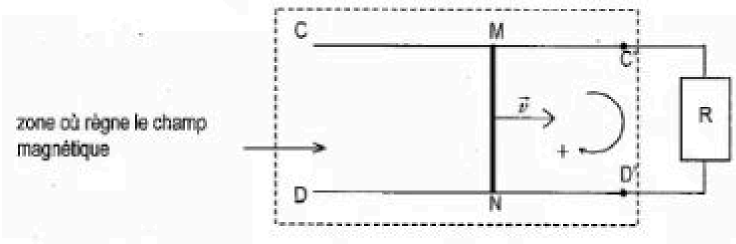
Electromagnétisme 2 (BAC C et E 2007)

Deux rails horizontaux en cuivre CC' et DD' sont reliés à un générateur. Sur ces rails est posée perpendiculairement une tige MN en cuivre. On suppose que les contacts en M et N n'introduisent aucune résistance dans le circuit.

Une partie du circuit est placée dans un champ magnétique vertical uniforme $\vec{B}$
L'écartement des rails est ℓ = 10cm (voir figure ci-dessous).



1. La tige MN se déplace de C vers C' parallèlement à elle-même.
   1.1 Préciser sur un schéma :
      1.1.1 le sens du courant ;
      1.1.2 Le sens de $\vec{B}$.
   1.2 Déterminer les caractéristiques de la force électromagnétique $\vec{F}$ appliquée à la tige MN.
      On donne : I = 2A et B = 2.10^{-2}T.
2. Le générateur est supprimé. Le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ conserve les mêmes caractéristiques que dans la question 1.
- On relie les deux rails CC' et DD' par un conducteur ohmique de résistance R = 4Ω. Voir figure ci-dessous.



3. La barre se déplace avec une vitesse constante de valeur $v = 3m.s^{-1}$
   3.1 Déterminer le sens du courant induit.
   3.2 Le sens positif de parcours du circuit est indiqué sur la figure ci-dessus.
      Déterminer :
      3.2.1- La force électromotrice d'induction e ;
      3.2.2- L'intensité du courant induit.
   3.3
      3.3.1 Montrer qu'une force électromagnétique $\vec{F'}$ est créée au cours de ce déplacement.
      3.3.2 Déterminer les caractéristiques de $\vec{F'}$

Electromagnétisme 3 (BAC D 2005)

Soit un solénoïde (A, C) de longueur l = 41,2 cm et de résistance négligeable. Il comporte N = 400 spires de rayon r= 2,5 cm. IL est orienté arbitrairement de A vers C.

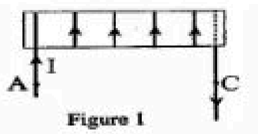


Figure 1

1 Le solénoïde est parcouru par un courant d'intensité I = 5 A.
   1.1 Représenter quelques lignes du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde ainsi que le vecteur champ $\vec{B}$ (direction et sens)
   1.2 Donner l'expression littérale de l'intensité B du champ magnétique, à l'intérieur du solénoïde en fonction μ_0 , N , l et I
   1.3 Calculer la valeur de B.

1.4 Donner l'expression littérale du flux propre Φ de la bobine en fonction de N,B et r, puis le calculer.
1.5 Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine.

2 Le solénoïde est maintenant parcouru par un courant électrique *i(t)* dont l'intensité varie avec le temps comme l'indique la figure 2.

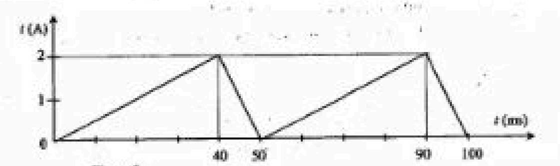


Figure 2

Un phénomène d'auto- induction prend naissance dans le solénoïde.

Figure 3

2.1 Donner l'expression de la tension u_{AC} en fonction de L et $\frac{d_i}{d_t}$ (se référer à la figure 3).
2.2 Calculer u_{AC} sur une période : $t \in [0 ; 50ms]$ en prenant L=10^{-3} H
2.3 Tracer la courbe $u_{AC}(t)$
Echelle : 1cm représente 50 V
1cm représente 10ms.
Données $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}SI$

③ELECRICITE

Electricité 1(Bac CE 2004)

1-Oscillations libres d'un circuit
Un condensateur de capacité $C = 10^{-5} F$ est initialement chargé sous une tension constante U. A un instant initial t=0, il est connecté aux bornes d'une bobine d'inductance L ; le condensateur se décharge dans la bobine ; on observe des oscillations électriques sur un oscilloscope branché aux bornes du condensateur
1-1-Montrer qu'à un instant t quelconque, l'énergie totale du circuit peut s'écrire en fonction de la charge q du condensateur par :

$$E = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2} - \left(\frac{dq}{dt}\right)^2 \quad (1)$$

1-2 On néglige toute perte d'énergie. En dérivant l'équation (1), montrer que l'équation différentielle à laquelle satisfait la charge q du condensateur est :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$$

1-3
1-3-1Donner l'expression de la période propre des oscillations T_0.
1-3-2-Etablir l'expression littérale de u(t) en se référant aux conditions initiale.
1-4Un oscilloscope à mémoire permet d'obtenir l'oscillogramme ci-dessous.
Base de temps : 5 ms/div
1-4-1-Interpréter l'allure de ce graphe, que peut-on dire de l'énergie électrique du circuit ?
1-4-2-Mesurer la pseudo période des oscillations.
1-4-3-A quel phénomène électrique est dû l'amortissement des oscillations ?
1-5-Calculer la valeur numérique de l'inductance L.
2-Oscillations forcées du circuit
Afin de connaître la résistance r du circuit, on entretient les oscillations précédentes en introduisant un générateur dans le condensateur et la bobine. Il délivre une tension sinusoïdale de fréquence f=50hz.
Les valeurs efficaces de l'intensité dans le circuit et la tension aux bornes du générateur donnent Ie=0.112 A et Ue=4,2 V.
2-1-Exprimer sans démonstration l'impédance du circuit en fonction de ses caractéristiques.
2-2-A l'aide des mesures effectuées, calculer la valeur de r en prenant L=0,9 H.

Electricité 2 (Bac D 2010)

Le montage ci-dessous comprend :

-un condensateur de capacité C = 0,10μF ;

-une bobine d'inductance L=1,0 H et de résistance négligeable.

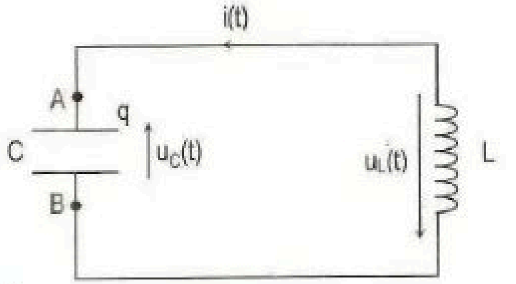
A la date t = 0, le condensateur initialement chargé sous une tension U_O=12V, est connecté à la bobine. On note i(t) l'intensité algébrique du courant à l'instant t et q(t) la charge portée par l'armature du condensateur reliée au point A.

1. Calculer l'énergie emmagasinée dans le condensateur en fin de charge.

2

2.1 Etablir l'équation différentielle $\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC}q=0$ du circuit, où q est la charge portée par l'armature A.

2.2 Vérifier que la solution de cette équation différentielle est de la forme : $q(t)=Q_m\cos(\frac{t}{\sqrt{LC}}+\varphi)$



2.3 Déterminer Q_m et φ.

2.4 Calculer la pulsation propre ω_0 et la période propre T_O du circuit.

3. On se propose maintenant d'étudier l'évolution des énergies emmagasinées dans le condensateur et dans la bobine au cours du temps.

3.1 Déterminer les expressions en fonction du temps de :

3.1.1 l'intensité i(t) du courant électrique ;

3.1.2 l'énergie $E_C(t)$ emmagasinée dans le condensateur ;

3.1.3 l'énergie $E_L(t)$ emmagasinée dans la bobine.

3.2 Montrer qu'à chaque instant l'énergie totale E est conservée.

Electricité 3 (Bac D 2003)

Un générateur de tension alternative sinusoïdale maintient entre ses bornes, une tension $U_{QM}=U\sqrt{2}.\sin\omega t$. On place en série aux bornes de ce générateur un résistor MN de résistance $R=15\Omega$ et une bobine d'inductance L et de résistance r.

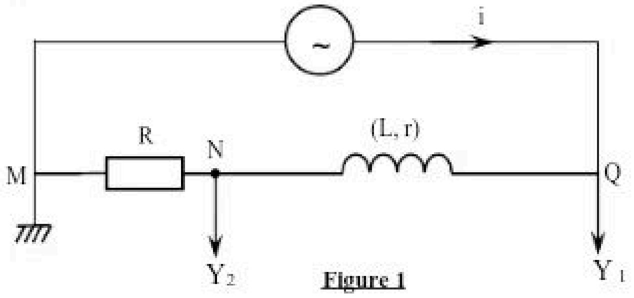


Figure 1

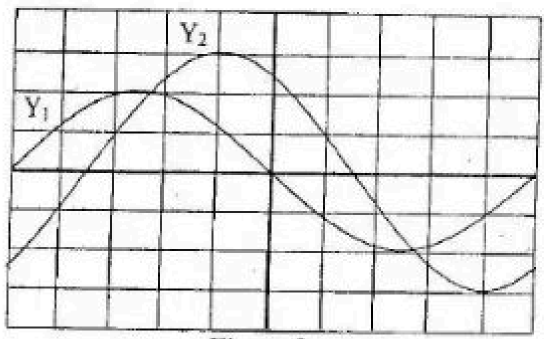


Figure 2

On observe sur l'écran d'un oscilloscope les courbes représentant les tensions U_{MN} et U_{QM} en fonction du temps

la sensibilité choisie pour visualiser U_{QM} est 3 V.Cm-1, celle pour visualiser U_{MN} est 1 V/Cm.

La base de temps est sur la graduation 2ms/cm

1-Déterminer à partir de la figure 2 :

1-1la fréquence N de la tension délivrée par le générateur.

1-2 La valeur de la phase de la tension par rapport à l'intensité du courant.
1-3 la tension efficace aux bornes du résistor de résistance R.
1-4 la tension efficace aux bornes du générateur.
2-Déterminer :
2-1l'intensité efficace du courant électrique
2-2l'impédance totale ZT du circuit
2-3 la résistance r et l'inductance L de la bobine.

Résolution cinématique

Exercice 1

1-a/ Faux ; 1-b/ Vrai ; 1-c/ faux
2-a/ faux ; 2-b/ faux ; 2-c/ Vrai
3-a/ vrai ; 3-b/ faux ; 3-c/ faux
4-a/ faux ; 4-b/ vrai
5-a/ faux ; 5-b/ faux ; 5-c/ faux
6-a/ faux ; 6-b/ vrai
7-a/ faux ; 7-b/ vrai

Exercice n°2

1/ Expression de : $\vec{OM}(t)$

$\vec{OM}(t) = (5t-2)\vec{i} + (-3t^2+4t)\vec{k}$

2/ $\vec{OM}(t)_0\ (t=0) = -2\vec{i}$

$\vec{OM}(t=1) = 3\vec{i} + \vec{k}$

$\vec{OM}(t=2) = 8\vec{i} - 4\vec{k}$

3/ On constate que les positions du mobile change à chaque date.
4/La distance parcourue par le mobile entre t = 0 et t = 2s.

$d = M_0M_2 = \sqrt{(x_2-x_0)^2 + (y_2-y_0)^2 + (z_2-z_0)^2}$

A.N : $d = \sqrt{(8+2)^2 + (0-0)^2 + (-4-0)^2} = 10{,}77$ m.

5/ On a : $x = 5t - 2 \Rightarrow t = \frac{x+2}{5}$

Donc : $z = -3\left(\frac{x+2}{5}\right)^2 + 4\left(\frac{x+2}{5}\right) = -\frac{3}{25}(x^2+4x+4) + \frac{4}{5}(x+2)$

$= -\frac{3}{25}x^2 - \frac{12}{25}x - \frac{12}{25} + \frac{20}{25}x + \frac{40}{25}$

$z(x) = -\frac{3}{25}x^2 + \frac{8}{25}x + \frac{28}{25}$

6/ $\vec{V} = \frac{d}{dt}\vec{OM}$

7/ $\vec{V}(t) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = 5\vec{i} + (-6t+4)\vec{k}$

8/ $\vec{V}(t=0) = 5\vec{i} - 4\vec{k}$

$\vec{V}(t=1) = 5\vec{i} - 2\vec{k}$

$\vec{V}(t=2) = 5\vec{i} - 8\vec{k}$

9/ $V_0 = \sqrt{5^2+4^2} = 6{,}40$ m/s.

10/ $\vec{a} = \frac{d}{dt}\vec{V} = \frac{d^2}{dt^2}\vec{OM}$

11/ $\vec{a} = -6\vec{k}$ = Cste .
12/ L'accélération étant constante, on déduit que le mouvement est uniformément varié.
13/ Au sommet S, la composante verticale de la vitesse $v_z=0$

$\Rightarrow -6t_s + 4 = 0 \Rightarrow t_s = \frac{2}{3}$s donc $x_s = 5\left(\frac{2}{3}\right) - 2 = 1{,}33$ m et $z_s = -3\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 4\left(\frac{2}{3}\right) = 1{,}34$ m.

14/ Au point d'impact P, on a $z_P = 0$

$z_P = 0 \Rightarrow -\frac{3}{25}x_P^2 + \frac{8}{25}x_P + \frac{28}{25} = 0$

On a : $x_{P1} = -1{,}99$ et $x_{P2} = 4{,}66$ m

Au regard du repère dans lequel nous travaillons, $x_{P2} = 4{,}66$ m est la position plausible.

EXERCICE N°3

1/ $\vec{v}_0 = 2\vec{i} + \vec{k}$ et $\vec{a} = -9{,}8\vec{k}$

$\vec{a} = -9{,}8\,\vec{k}$ = constante donc le mouvement est uniformément varié

$\Rightarrow \vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0$

soit $\vec{v}\begin{cases} v_x = a_x t + v_{0x} \\ v_y = a_y t + v_{oy} \\ v_z = a_z t + v_{oz} \end{cases}$ soit $\vec{v}\begin{cases} v_x = 2 \\ v_y = 0 \\ v_z = -9{,}8t + 1 \end{cases}$

et $\vec{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{OM}_0$

A t= 0s ; O et M_0 confondus $\Rightarrow M_0(0 ; 0 ; 0)$

$\Rightarrow \vec{OM}_0 = \vec{0}$ or $\vec{v}_o = 2\vec{i} + \vec{k}$

Donc $\vec{OM}\begin{cases} x = 2t \\ y = 0 \\ z = -4{,}9t^2 + t \end{cases}$

On a $\forall t$; y = 0 $\Rightarrow$ le mouvement a lieu dans le plan (XOZ).

2/ Equation de la trajectoire

$x = 2t \Rightarrow t = \frac{x}{2}$ donc $z = -4{,}9\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{x}{2} = -1.225\,x^2 + 0.5\,x$

La trajectoire est une parabole dont la concavité est dirigée vers le bas.

3/ Au sommet de la trajectoire, le vecteur vitesse $\vec{v}$ est :

_ direction : horizontale

_ sens : celui du mouvement

_ valeur : $v = v_x = 2$ m/s car $v_z = 0$

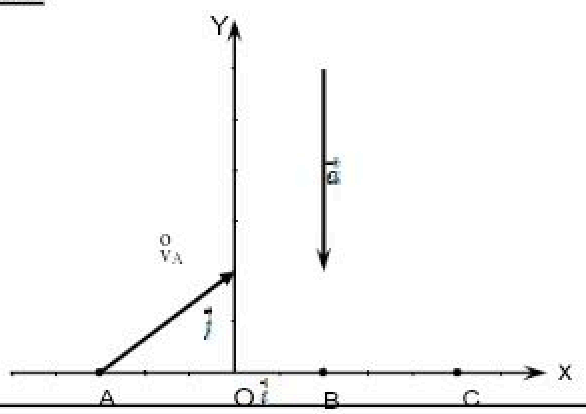
4-a/ $z_P = 0 \Rightarrow -1.225\,x_P^2 + 0.5\,x_P = 0$

$\Rightarrow x_P = 0$ ou $x_P = 0.4$

4-b/ $x_P = 0.4 \Rightarrow t_P = 0.2$ s et $\vec{v}\begin{cases} v_x = 2 \\ v_y = 0 \\ v_z = 0.02 \end{cases}$

$v \approx 2$ m/s

EXERCICE N°4



1-a/ $\vec{a} = -4\vec{j}$ (ne dépend pas du temps donc constante et le mouvement est uniformément varier)

On a $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_A$.

Coordonnées de $\vec{v}$ $\begin{cases} V_x = a_x t + V_{Ax} & \Rightarrow V_x = 3 \\ V_y = a_y t + V_{Ay} & \Rightarrow V_y = -4t + 2 \end{cases}$

1-b/ Coordonnées de $\vec{OM}$

$\vec{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_A t + \vec{OA}$ $\Rightarrow$ $\vec{OM} \begin{cases} x = 3t - 3 \\ y = -2t^2 + 2t \end{cases}$

1-c/ équation cartésienne de la trajectoire

$x = 3t - 3 \Rightarrow t = 1 + \frac{x}{3}$ et $y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{3}x$

La trajectoire est une parabole dont la concavité est dirigé vers le bas.

2-a/ Au sommet de la trajectoire, on a $v_y = 0 \Rightarrow -4t_1 + 2$ soit $t_1 = 0.5$ s et les coordonnées du sommet S sont :

$S \begin{cases} x_S = -1.5 \text{ m} \\ y_S = 0.5 \text{ m} \end{cases}$

et on a $v_S = \sqrt{v_{xS}^2 + v_{yS}^2}$ donc $v_S = 3$ m/s

2-b/ Date t_2 à laquelle M atteint le point C

$x_C = 5 \Rightarrow 3t_2 - 3 = 5 \Rightarrow t_2 = 2.66$ s

3-a/ équation horaire du mouvement de M'

$a = a_x = 2$ m/s^2 (constante) donc l'équation est de la forme $x(t) = \frac{1}{2}at'^2 + v_0 t' + x_B$ avec $t' = (t - t_1) = (t - 0.5)$

donc $x(t) = t^2 - t + 2.25$

3-b/ Date t_3 où M' arrive en C

$X(t_3) = x_C \Rightarrow t^2 - t + 2.25 = 5 \Rightarrow t^2 - t - 2.75 = 0$

On prendra la date positive : $t_3 = 2.23$ s

3-c/ Alors que M arrive en C à 2.66 s, M' arrive en C à 2.23 s ; on en déduit que M' ne peut intercepter M car $t_3 \neq t_2$

EXERCICE N°5

1/ Accélération du mobile M.

La trajectoire rectiligne et l'accélération constante donc le mouvement est rectiligne uniformément varié et l'accélération est donnée par la relation :

$V_1^2 - V_0^2 = 2a(x_1 - x_0) \Rightarrow a = \frac{V_1^2 - V_0^2}{2(x_1 - x_0)}$

$\Rightarrow a = 1{,}92$ m/s^2

2/ La date t_1 où M passe en M_1

$v_1 = at_1 + v_0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_1 - v_0}{a}$ soit, $t_1 = 2{,}97$ s.

3/ Equation horaire du mobile M

Mouvement rectiligne uniformément varié sur l'axe (OX) donc $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ avec $a = 1{,}92$ m/s^2 ;

$v_o = -1$ et $x_o = 0.5$ on a : $x(t) = 0{,}96t^2 - t - 0{,}5$

4/ Etude de la rencontre des deux mobiles

Equation horaire du 2ème mobile : $x' = v't' + x'_1$ avec $t' = t - 2$

$\Rightarrow x' = 4(t - 2) + 5 = 4t - 3$

Au point de rencontre, on a, $x = x'$

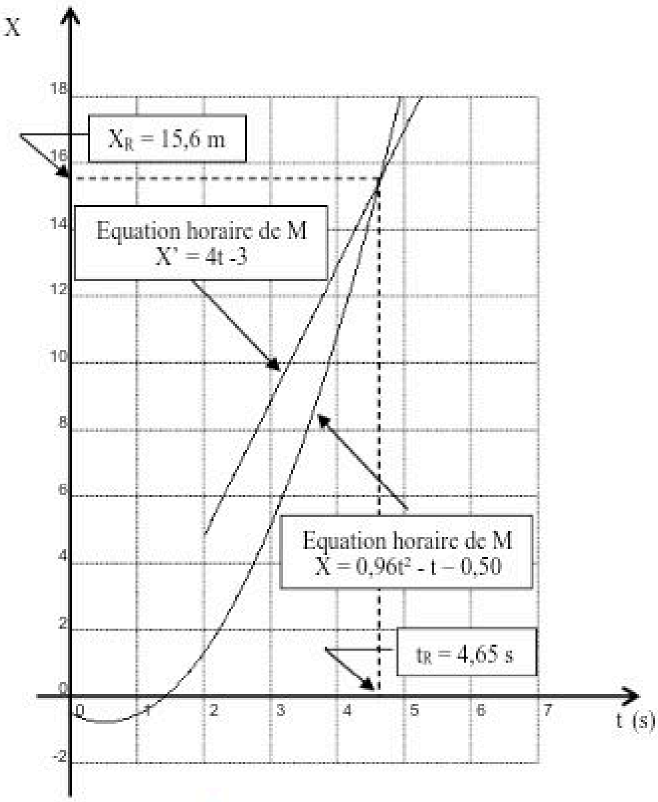
$\Rightarrow 0{,}96t_r^2 - t_r - 0{,}5 = 4t_r - 3$

$\Rightarrow 0{,}96t_r^2 - 5t_r + 2{,}5 = 0$

$\Delta = 1{,}54$ donc $t_r = \frac{5 \pm \sqrt{D}}{2 \times 0{,}96}$

On ne retiendra que la solution appartenant à l'intervalle $[2s ; 5s]$ donc $t_r = 4{,}65$ s.

4-b/ L'abscisse de la rencontre : $x_r = 4t_r - 3 = 15{,}6$ m.
5/représentation graphique



Exercice n°6

Repère :

1/ $\overset{o}{a}_{1} = |a_1|$ donc $a_1 = -3 m/s^2$; $v_{o1} = \dfrac{10800}{3600} = 30$ m/s et $x_{o1} = 0$

L'équation horaire du train 1 est : $x_1(t) = -\dfrac{3}{2}t^2 + 30t$ (1)

2/ $|\overset{o}{a}_2| = |a_2|$ donc $a_2 = 2 m/s^2$; $v_{o2} = 2(0+5) - 25 = -15$ m/s et $x_{o2} = 300$ m
L'équation horaire du train 2 est : $x_2(t) = t^2 - 15t + 300$
3/ Il ya collision si $x_1(t) = x_2(t)$

□ $-\dfrac{3}{2}t^2 + 30t = t^2 - 15t + 300$

□ $-\dfrac{5}{2}t^2 + 45t - 300 = 0$

Le discriminant $\Delta < 0$ donc il n'y aura pas de collision
4/ dates d'arrêt de chaque train(à l'arrêt du train ,sa vitesse s'annule)

$v_1 = a_1t_1 + v_{o1} = -3t_1 + 30$
$v_1 = 0$ □ $t_1 = 10$ s
$v_2 = a_2t'_2 + v_{o2} = 2t'_2 - 15 = 2(t+5) - 15 = 2t - 5$
$v_2 = 0$ □ $t_2 = 2{,}5$ s

Les positions d'arrêt de chaque train $x_1 = -\dfrac{3}{2}(10)^2 + 30(10) = 150$ m.

$x_2 = (2.5)^2 - 15(2.5) + 300 = 268.75$ m

5/ $|\overset{o}{a}_1| = 4 m/s^2$ et $v_{01} = 162$ km/h $= 45$ m/s

$x_1(t) = \dfrac{1}{2}(-4)t^2 + 45t = -2t^2 + 45t$

$x_2(t) = t^2 - 15t + 300$

Collision si $x_1 = x_2$ □ $-2t^2 + 45t = t^2 - 15t + 300$

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$3t^2 + 60t - 300 = 0$

□ = 0 □ $t = \frac{-60}{-3x2} = 10$ s.

Oui, il aura collision mais sans aucun dégât, étant donné qu'il se touche au moment où leur vitesse respective s'annule.

EXERCIE N°7

1/ Vitesse d'un point de la jante ou vitesse angulaire de la poulie : si pendant une petite durée dt , un point du fil descend de dx, c'est que la poulie a tourné d'un angle □□ tel que

$dx = Rd$□ □ $\frac{dx}{dt} = R\frac{dq}{dt}$

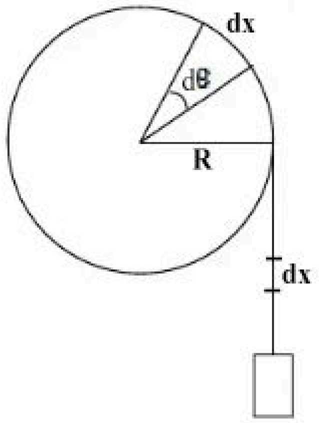
avec $x = R\theta$; avec $x = v$ et $\theta =$ □.

v est la vitesse linéaire et ω la vitesse angulaire :

v = R□

La vitesse d'un point de la jante est la même que celle d'un point du fil.

Au bout d'une chute de 10m, le mouvement étant uniformément accéléré :



$v^2 = 2ah$ □ $v = \sqrt{2ah}$ et □ $= \frac{v}{R}$

A.N: $v = \sqrt{2 x 0{,}5 x 10}$ □ $v = 3,16$ m/s.

□ $= \frac{3{,}16}{0{,}1}$ □ □ $= 31{,}6$ rad/s.

2/ Accélération angulaire

On a $\frac{dv}{dt} = R\frac{d}{dt}$ □ $= R\frac{d^2}{dt^2}$ □ □ $a = R\theta\frac{dv}{dt}$ avec $\frac{dv}{dt} = a$ □□$\theta = \frac{a}{R}$

A.N. $\theta = \frac{0{,}5}{0{,}1} = 5$ rad/s.

EXERCICE N°8

1/Accélération du mobile au cours des différentes phases.

Phase 1: $a_1 = \frac{vf - v_i}{t_f - t_i} = \frac{5-0}{16-0} = 0,31$ m/s²

Phase 2: $a_2 = \frac{vf - v_i}{t_f - t_i} = \frac{5-5}{28-16} = 0$ m/s²

Phase 3: $a_3 = \frac{vf - v_i}{t_f - t_i} = \frac{0-5}{35-28} = -0,71$ m/s²

2/

2-a/ Les équations horaires.

Phase 1 : a_1 = cste □ Mouvement rectiligne uniformément varié.

□ $x_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_it + x_i$ avec $v_i = 0$ et $x_i = 0$

□ $x_1 = 0{,}16\,t^2$

Phase 2: $a_2 = 0$ □ Mouvement rectiligne uniforme.

□ $x_2 = v_it' + x_i$ avec $v_i = 5$ et $x_i = 0$.

$x_2 = 5t'$

Phase 3: a_3 = cste □ Mouvement rectiligne uniformément varié.

□ $x_3 = \frac{1}{2}a_3t''^2 + v_it'' + x_i$ avec $v_i = 5$ et $x_i = 0$

□ $x_3 = -0{,}36t''^2 + 5t''$

b-Distance parcouru jusqu'à son point d'arrêt :

$d = x_1 + x_2 + x_3$

Le mobile parcourt x_1 en □t = 16 s ; x_2 en □t' = 28 – 16 = 12 s et x_3 en □t'' = 35 – 28 = 7 s.

$x_1 = 0{,}16\,(16)^2 = 40{,}96$ m.

$x_2 = 5(12) = 60$ m.

$x_3 = -0{,}36(7)^2 + 5(7) = 17{,}36$ m.

Donc d = 118,32 m

3-a/ Les équations horaires :

$x_1 = 0{,}16t^2$

$x_2 = v_i t' + x_i$ avec $v_i = 5$ m/s ; $t' = t - 16$ et $x_i = 0.16(16)^2 = 40{,}96$ m.

Donc $x_2 = 5(t - 16) + 40{,}96 = 5t - 80 + 40{,}96$

$x_2 = 5t - 39{,}04$

$x_3 = \frac{1}{2} a_3 t''^2 + v_i t'' + x_i$ avec $v_i = 5$ m/s ; $t'' = t - 28$ et $x_i = x_1 + x_2 = 100{,}96$ m.

□ $x_3 = -0{,}36(t - 28)^2 + 5(t - 28) + 100{,}96$ □ $x_3 = -0{,}36t^2 + 25{,}16t - 321{,}28$

3-b/ distance parcourue jusqu'à son arrêt.

$d = x_3(t = 35) = -0{,}36(35)^2 + 25{,}16(35) - 321{,}28$

$d = 118{,}32$ m

EXERCICE n°9

L'équation horaire $x(t) = 2t^3 - 6t^2 = 2t^2(t - 3)$

Pour connaître les époques retardée et accélérée, on cherche le signe du produit $\overset{o}{a} . \overset{o}{v} = a.v$

$v = \frac{dx}{dt} = 6t^2 - 12t = 6t(t-2)$

et $a = \frac{d^2}{dt^2} x = 12(t - 1)$

Donc $a.v = 72t(t - 1)(t - 2)$

On a :

	0		1		2		+ ∞
t	0	+		+	+	+	
$t-1$		-	0	+	+	+	
$t-2$		-		-	0	+ +	
$a.v$	0	+	0	-	0	+ +	

Donc le mouvement est retardé pour : $1 < t < 2$

Le mouvement est accéléré pour $0 < t < 1$ et $t > 2$.

EXERCICE N°10

Etablissons les équations horaires des mouvements des deux véhicules

*L'automobile : le mouvement pendant les 7 s est uniformément accéléré :

$x_1(t) = \frac{1}{2} at^2 + v_i t + x_i$ avec $v_i = 0$ et $x_i = 0$.

□ $x_1(t) = 1{,}25t^2$

Le mouvement après les 7s est rectiligne uniforme :

$x_2(t) = v_i t' + x_i$ avec $v_i = at_7 = 2{,}5 \times 7 = 17{,}5$ m/s.

$x_2 = \frac{1}{2} at_7^2 = \frac{1}{2}(2{,}5)(7)^2 = 61{,}25$ m.

□□ $x_2(t) = 17{,}5(t - 7) + 61{,}25$ et $t' = t - 7$

$x_2(t) = 17{,}5t - 61{,}25$

*Le camion : le mouvement est uniforme

□ $x'(t) = v_i t' + x_i$ avec $v_i = \frac{72km}{1h} = \frac{72000m}{3600s} = 20$ m/s.

$x_i = -d = -10$ m.

$t' = t - 3$

□ $x'(t) = 20(t - 3) - 10$

□ $x'(t) = 20t - 70$

Déterminons :

1) Les dates de dépassement :

Il y a dépassement si x_1 = x' et après x_2 = x'.

x_1 = x' □ $1,25t^2 = 20t - 70$ □ $1,25t^2 - 20t + 70 = 0$

□ = $(20)^2 - (4 \times 1,25 \times 70) = 50 > 0$

$t_1 = \frac{20 - 7,07}{2x1,25} \approx 5,2$ s ; $t_2 = \frac{20 + 7,07}{2(1,25)} = 10,8$ s.

La 1[ère] phase ayant lieu entre 0 et 7s, on déduit que la date du 1[er] dépassement est t_1 = 5,2s.

x_2 = x' □ $17,5t - 61,25 = 20t - 70$

□ $(20 - 17,5)t = 70 - 61,25$ □ $2,5t = 8,75$ □ t = 3,5 s.

La 2[ème] phase du mouvement ayant lieu entre 7s jusqu'à l'infini, on déduit que la voiture ne pourra rattraper le camion.

2) L'abscisse du dépassement : $x_1 = 1,25(5,2)^2 = 33,8$ m.

3) Les différentes vitesses à cet instant :

L'automobile: v_1 = 2, 5 x 5, 2 = 13 m/s.

Le camion : v' = v_0 = 20 m/s.

Exercice 11

Repérons les positions du taxi et du camion respectivement par x_1 et x_2, comptées à partir de la position initiale du taxi, et soit a la valeur absolue de son accélération de freinage.

$$x_1(t) = -\frac{1}{2}at_2 + v_1t \quad \text{et} \quad x_2(t) = v_2t + d$$

Il aura collision s'il existe une valeur de t pour laquelle $x_1 = x_2$

C'est-à-dire $\frac{-1}{2}at_2 + v_1t = v_2t + d$

Soit $-\frac{1}{2}at_2 + (v_1 - v_2)t + d = 0$

$\Delta = (v_1 - v_2)^2 \; -4(-\frac{1}{2}a)d$

La collision a lieu si $\Delta \geq 0$

Il n'y a pas collision lorsque $\Delta < 0$ soit $a > \frac{(v_1 - v_2)^2}{2d}$

Exercice 12

1/ Montrons que le mouvement est circulaire uniforme

*montrons que la trajectoire est un cercle.

$$\begin{cases} x = 2\cos\omega t \\ y = 2\sin\omega t \end{cases} \; □ \; \begin{cases} \frac{x}{2} = \cos\omega t \\ \frac{y}{2} = \sin\omega t \end{cases}$$

On a $(\text{Cos } \omega t)^2 + (\sin \omega t)^2 = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 2^2$ donc la trajectoire est cercle de centre O et de rayon R = 2m.

*Montrons que la vitesse est constante

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = -2\omega \sin \omega t \\ v_y = -2\omega\cos \omega t \end{cases}$$

$\Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4\omega^2} = 2\omega$ (ne depend pas du temps)

. La vitesse est constante et le mobile est animé d'un mouvement circulaire uniforme

2/ Coordonnée de $\vec{a}$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = -2\omega^2 \cos \omega t \end{cases}$$

$a_y = -\ 2\omega^2 \sin \omega t$

3/ Abscisse curviligne s :

$v = \frac{ds}{dt}$ => $s = vt + s_0 = 2\omega t$ car $s_0 = 0$

2/ Mouvement du centre d'inertie

Exercice 1

1-a/ faux ; 1-b/ vrai
2-a/ vrai ; 1-b/ faux
3-a/ faux ; 3-b/ vrai
4-a/ faux ; 4-b/ vrai
5-a/ vrai ; 5-b/ faux
6-a/ faux ; 6-b/ vrai ; 6-c/ faux
7-a/ faux ; 7-b/ vrai
8-a/ vrai ; 8-a/ faux

Exercice 2

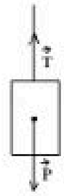
Choix du système : la bille de masse m.
Choix du référentiel : référentiel terrestre supposé Galiléen muni du repère d'axes (Ox) ; (Oz)
Bilan des forces extérieures :

Le poids $\vec{P}$ du solide

La tension $\vec{T}$ du fil
Appliquons le théorème du centre d'inertie :

$\sum \vec{F}ext = \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_G$

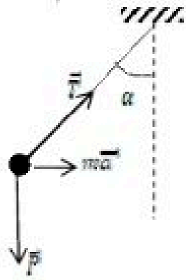
1/ L'automobile est animée d'un mouvement rectiligne uniforme. Donc $\vec{a} = \vec{0}$ ==>



$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$ C'est-à-dire les vecteurs $\vec{T}$ et $\vec{P}$ ont même direction ; même valeurs mais de sens opposé. On en déduit que l'angle d'inclinaison $\alpha = 0°$.
et T = mg = 0,1 x 9,8 = 0,98 N.

2/ L'automobile est animé d'un mouvement uniformément varié c'est-à-dire $\vec{a} \neq \vec{0}$ =>

$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_G$



Etude géométrique

Dans le triangle rectangle dont les 3 côtés sont le poids $\vec{P}$;

la tension $\vec{T}$ et le produit $m\vec{a}$, on a $\tan \alpha = \frac{ma}{P} = \frac{ma}{mg}$

$\tan \alpha = \frac{a}{g}$

A.N : $\tan \alpha = \frac{1,5}{9,8}$ ==> $\alpha = 8,7°$

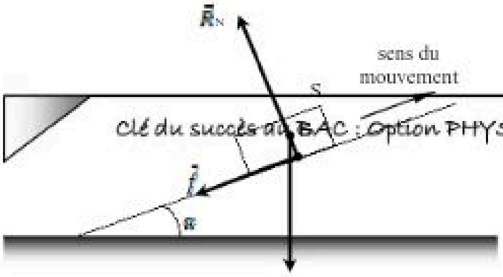
Dans ce triangle rectangle, on a $T \cos \alpha = P$ => $T = \frac{mg}{\cos\alpha}$

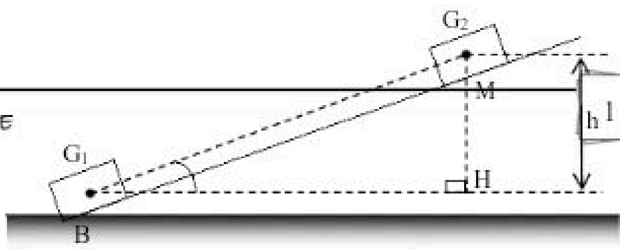
A.N. T = 0.99 N

EXERCICE N°3 :

Système considéré : solide S de masse m.
Référentiel choisi : Terrestre supposé galiléen
On choisit les instants t_1 où le solide commence à monter la rampe en B et l'instant t_2 où le solide atteint le point M où il s'arrête ($V_m = 0$) pour appliquer le théorème de l'énergie cinétique.
Bilan des forces :

$\vec{P}$ solide S ; $\vec{R}_S$ la réaction de la rampe ; $\vec{f}$: la force de frottement





Appliquons le théorème du centre d'inertie à S entre les 2 instants choisis.

$E_{CM} - E_{CB} = W(\vec{P})_{B\to M} + W(\vec{T})_{B\to M} + W(\vec{f})_{B\to M}$

$\Rightarrow$ $0 - E_{CB} = mgh + 0 - f.BM$ avec $h = Z_B - Z_M = -h = -l\sin\alpha$ et $BM = l$.

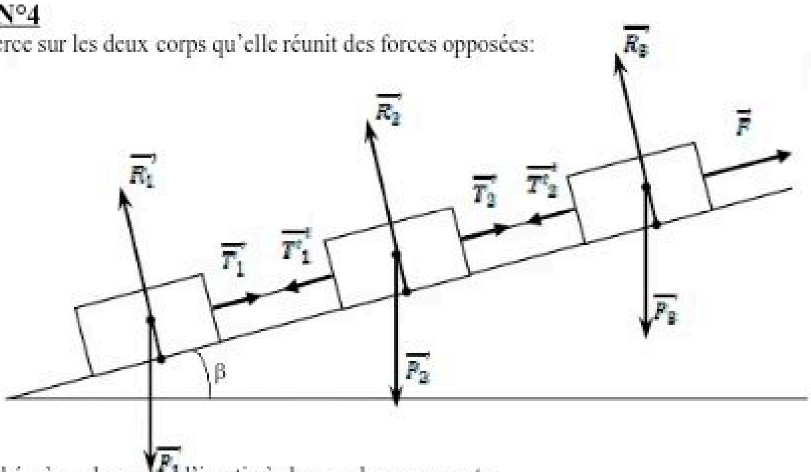
Donc $-E_{CB} = -mghl\sin\alpha - f.l$

$\Rightarrow E_{CB} = mghl\sin\alpha + f.l = (mg\sin a + f)l$

$\Rightarrow l = \dfrac{E_{CB}}{mg\sin a + f}$; A.N : $l = \dfrac{360}{(5 \times 9.8\sin(30) + 5)}$ => $l = 1$ m.

EXERCICE N°4

→Une ficelle exerce sur les deux corps qu'elle réunit des forces opposées:



Appliquerons le théorème du centre d'inertie à chacun des wagonnets.

- Pour m_1, on a $\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1$

Projection sur le plan incliné : $-P_1\sin\beta + 0 + T_1 = m_1a_1$

$\Rightarrow a_1 = \dfrac{T_1}{m_1} - g\sin\beta$ (1)

- Pour m_2 on a : $\vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{T'}_2 + \vec{T}_1 = m_2\vec{a}_2$

La projection donne : $-P\sin\beta + 0 + T_2 - T_1' = m_2a_2$

$\Rightarrow a_2 = \dfrac{1}{m_2}(T_2 - T_1') - g\sin\beta$ (2)

Pour m_3 on a : $\vec{P}_3 + \vec{R}_3 + \vec{T'}_3 + \vec{F} = m_3\vec{a}_3$

la Projection donne : $0 - P\sin\beta + F - T_2 = m_3a_3$ $\quad a_3 = \dfrac{F}{m_3} - \dfrac{T_2'}{m_3} - g\sin\beta$ (3)

Les wagonnets ayant la même accélération, on a : $a_1 = a_2 = a_3 = a$

On en déduit que : $a = \dfrac{T_1}{m_1} - g\sin\beta = \dfrac{1}{m_2}(T_2 - T_1') - g\sin\beta = \dfrac{1}{m_3}(F - T_2') - g\sin\beta$

On aussi $T_1 = T_1'$ et $T_2 = T_2'$ car ce sont les mêmes fils

Cas 1 : $\dfrac{T_1}{m_1} - g\sin\beta = \dfrac{1}{m_2}(T_2 - T_1) - g\sin\beta \Rightarrow T_1 = \dfrac{m_1}{m_1 + m_2}T_2$ (4)

Cas 2 : $\dfrac{1}{m_2}(T_2 - T_1) - g\sin\beta = \dfrac{1}{m_3}(F - T_2) - g\sin\beta \Rightarrow \dfrac{1}{m_3}(F - T_2) = \dfrac{1}{m_2}(T_2 - T_1)$

$\Rightarrow T_2 = \dfrac{m_2}{m_2 + m_3}(F - T_1)$ (5)

Comme $T_1 = \frac{m_1}{m_1+m_2} T_2$ alors, on obtient la relation $\left(\frac{m_1+m_2}{m_1} - \frac{m_2}{m_2+m_3}\right) T_1 = \frac{m_2}{m_2+m_3} F$

A.N : $T_1 = 15.99$ N $\quad T_2 = 23.99$ N

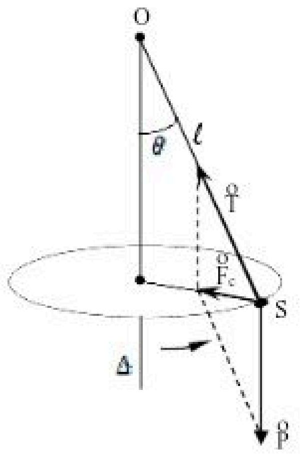
Exercice n°5

Le solide métallique donné constitue le solide considéré dont le centre d'inertie G a un mouvement circulaire uniforme.

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T}$ du fil.

Appliquons le théorème du centre d'inertie : $\vec{T} + \vec{P} = m\,\vec{a}_G$

En utilisant la méthode géométrique, on constate les vecteurs $\vec{P}$ et $\vec{T}$ forment les côtés d'un parallélogramme dont $m\,\vec{a}_G$ est la diagonale ($m\vec{a}_G$ centripète car mouvement circulaire uniforme).



On a : $T\sin\theta = ma$
$T\cos\theta = mg$ $\Rightarrow \tan\theta = \frac{a}{g}$ avec $a = \omega^2 r$

=> $\tan\theta = \frac{\omega^2 l}{g}$ avec $r = l\sin\theta$

=> $\tan\theta = \frac{\omega^2 l \sin\theta}{g}$ □ $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\omega^2 l \sin\theta}{g}$

AN: $\Rightarrow \cos\theta = \frac{g}{\omega^2 l}$ AN: $\cos\theta = \frac{9{,}8}{(7{,}33)^2 x 0{,}5} = 0{,}365$ soit $\theta = 68{,}6°$

2/ Valeur de la tension $\vec{T}$ du fil :

$T = \frac{P}{\cos\theta}$ AN: $T = \frac{10.10^{-3}\,x\,9{,}8}{0{,}365} = 0{,}54$ N

3/ On a $\cos\theta = \frac{g}{\omega^2 l}$; or $\alpha = 0°$ => $\cos\theta = 1$

Donc le pendule prend une inclinaison par rapport à la verticale si

$\frac{g}{w^2 l}$ □ 1 □ □² □ $\frac{g}{l}$ □ □ ≥ □m = $\sqrt{\frac{g}{l}}$

AN : □m = 4,43 rad/s.

Exercice n°6

1/ Considérons pour cette question que le système est l'ensemble (automobile + caravane)

→ La tension $\vec{T}$ du fil et le poids $\vec{P}$ de la charge sont les forces qui s'exercent sur la charge.

2/ Le charge s'élève avec une accélération $\vec{a}_1$ verticale ascendante

<u>Système</u> : la charge de masse m

<u>Référentiel</u> : Terrestre supposé galiléen muni du repère d'axe $(O z)$

Appliquons le théorème du centre d'inertie.

$\vec{P} + \vec{T} = m\,\vec{a}_1$ Projection sur (oz) : $ma_1 = T - P = T - mg$

soit $T = m(a_1 + g)$

A.N : T = (0,1 + 10)1000 = 10 100 N

3/ La charge s'élève à la vitesse constante $\vec{v}$

Donc $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

==> T = P = mg = 10 000 N

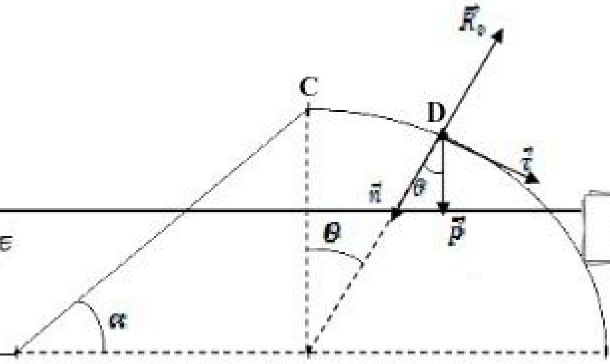
4/ La charge descend avec une accélération $\vec{a}_2$

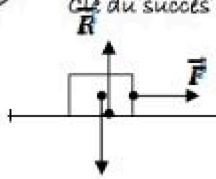
$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_2$

La projection donne : $-T + P = ma_2$ => $T = m(g - a_2)$

A.N : T = 1000(10 – 0,2) = 9800 N.

Exercice n°7





1-1/ Caractéristiques de l'accélération

Direction : la droite (AB)

Sens : de A vers B

Intensité : Appliquons dans le référentiel terrestre
supposé galiléen, le théorème du centre d'inertie au solide S
de masse m soumis à son poids $\vec{P}$, la réaction $\vec{R}_n$ du plan et la force $\vec{F}$.

$\vec{F} + \vec{P} + \vec{R}_n = m\vec{a}$

La projection sur la droite (AB) donne $\Rightarrow F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}$

1-2/ L'accélération $a = \frac{F}{m}$ = constante, donc S a un mouvement rectiligne uniformément varié. On note alors que

$V^2_B - V^2_A = 2al$

Comme : $V_A = 0$ et $a = \frac{F}{m}$ alors, on a : $V_B = \sqrt{\frac{2Fl}{m}}$

1-3/ $V_B = \sqrt{\frac{2 \times 5 \times 2}{5}}$ □ $V_B = 2{,}5$ m/s.

2/ Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à S entre B et C sachant qu'il est soumis à $\vec{P}$, $\vec{F}$ et $\vec{R}_n$

$E_{CC} - E_{CB} = W(\vec{f})_{B\to C} + W(\vec{P})_{B\to C} + W(\vec{R}n)_{B\to C}$

$\Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -f.BC - mg.BC\sin\alpha$

$f.BC = \frac{1}{2}m(V_B^2 - gBC\sin a) \Rightarrow f = \frac{\frac{1}{2}m(V_B^2 - gBC\sin a)}{BC}$

A.N : $f = \frac{0{,}5x5(2{,}5^2 - 10x1x\sin q30°)}{1} = 3{,}12$ N.

3-1/ Appliquons le théorème de E_C au solide S de masse m soumis à $\vec{P}$ et $\vec{R}$ entre C et D.

$E_{CD} - E_{CC} = W(\vec{P})_{C\to D} + W(\vec{R}_n)_{C\to D}$

$\frac{1}{2}mV_D^2 - 0 = mgh + 0$ avec $h = r - r\cos\theta = r(1 - \cos\theta)$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_D^2 = mgr(1 - \cos\theta) \Rightarrow V_D = \sqrt{2gr(1 - \cos q)}$

3-2/Appliquons le théorème du centre d'inertie au solide S de masse m soumis à $\vec{P}$ et $\vec{R}_n$ dans le repère de la base de Frenet :

$\vec{P} + \vec{R}n = m\vec{a} = m(\vec{a}_t + \vec{a}_n)$

Projection dans la base de Frenet :

•Sur l'axe tangentiel : $P_t + R_t = m\frac{dV}{dt} = 0$ car trajectoire circulaire donc $\vec{a}$ centripète

$\Rightarrow P\sin\alpha - 0 = 0$

•Sur l'axe normal : $P_n - R_n = m\frac{V^2}{r}$ avec $P_n = mg\cos\theta$; $V = V_D$ et $R_n = -R$

$\Rightarrow R_n = -m\frac{V^2}{r} + mg\cos\theta$

$\Rightarrow R_n = -2mg(1 - \cos\theta) + mg\cos\theta$

$\Rightarrow R_n = 3mg\cos\theta - 2mg$

$\Rightarrow R_n = mg(3\cos\theta - 2)$

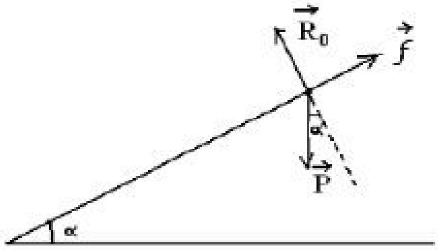
3-c/ Le solide S quitte la piste pour $R_n = 0$

$\Rightarrow mg(3\cos\theta - 2) = 0$

$\Rightarrow \cos\theta = \frac{3}{2}$ soit, $\theta = 48,2°$

3-3/ La vitesse du solide est alors : $V = \sqrt{2 \times 10 \times 0,2(1 - \frac{2}{3})}$ => $V = 1,15$ m/s.

Exercice n°8



1-1/ Système : Solide de masse m
Référentiel : terrestre supposé galiléen muni du repère d'axes (OX) et (OY)

Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{f}$ et $\vec{R}_n$

Théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{f} + \vec{R}_n = m\,\vec{a}_G$
Projection sur le plan incliné représentant l'axe (OX) :
$P_x + f_x + R_{nx} = ma_G$
$\Rightarrow P\sin\alpha - f + 0 = ma_G \Rightarrow a_G = g\sin\alpha - \frac{f}{m}$

g uniforme ; f constante et m constante donc a_G est constante : le mouvement du solide est rectiligne uniformément varié.

1-2/ MRUV $\Rightarrow x(t) = \frac{1}{2}a_Gt^2 + V_it + x_i$ avec $V_i = 0$ et $x_i = 0$

$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{2}a_Gt^2 = \frac{1}{2}\left(g\sin\alpha - \frac{f}{m}\right)t^2$

1-3/ Si les frottements sont négligeables alors :
$a_G = g\sin\alpha$ AN: $a_G = 9,8 \times \sin30° = 4,9$ m/s²

2/ Complétons le tableau ci-après sachant que :

$V_i = \frac{G_{i-1}G_{i+1}}{2t}$ et $a_i = \frac{V_{i+1} - V_{i-1}}{2t}$

G_i	G_i	G_i	G_i	G_i	G_i	G_i
X (mm)	0	8,5	33	74,5	132,5	207
t_i(s)	0	0,060	0,12	0,18	0,24	0,3
V_i (m/s)		0,275	0,55	0,83	1,105	
a_i (m/s²)			4,63	4,63		

2-b/ Lorsqu'on néglige les frottements a_G calculée = 4,9 m/s²

Alors que dans la pratique $a_{G\ expérimentale} = 4,63$ m/s².

On a $a_{Gcal} > a_{Gexp}$ => l'existence de forces de frottements sur la piste

2-C/ $a_{Gcal} - a_{Gexp} = a_G\sin\alpha - \left(a_G\sin\alpha - \frac{f}{m}\right)$ => $f = m\,(a_{Gcal} - a_{Gexp})$

A.N : $f = 0,6(4,9 - 4,63) \Rightarrow f = 0,16$ N.

2. d/ Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au solide S de masse m soumis à $\vec{P}$, $\vec{f}$ et $\vec{R}_n$ entre les dates t_1 et t_4.

$E_{C4} - E_{C1} = W(\vec{f})_{1\to4} + W(\vec{P})_{1\to4} + W(\vec{R}_n)_{1\to4}$

$\frac{1}{2}mV_4^2 - \frac{1}{2}mV_1^2 = mgG_1G_4\sin\alpha - f.G_1G_4 + 0$

$\Rightarrow f.G_1G_4 = \frac{1}{2}m\,[V_4^2 - V_1^2 - gG_1G_4\sin\alpha]$

$\Rightarrow f = \frac{m\,[V_4^2 - V_1^2 - gG_1G_4\sin\alpha]}{2G_1G_4}$

A.N: $f = \frac{0,6\,[1,105^2 - 0,275^2 - 9,8(132,5 - 8,5)10^{-3}\sin30°]}{2(132,5 - 8,5).10^{-3}}$ => $f = 1,30$ N.

Exercice n°9 :

1-1/ Vitesse de la boule lorsqu'elle passe au point C défini par $A\hat{O}B = \theta_1$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à la boule de masse m soumis à $\vec{P}$ et $\vec{T}$ entre les positions définies par les angles θ_0 et θ_1

$$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = W(\vec{P})_{B\to C} + W(\vec{T})_{B\to C}$$

$$\begin{cases} z_B = AB' = l\cos\theta_0 \\ z_C = AC' = l\cos\theta_1 \end{cases}$$

$\frac{1}{2}mV_C^2 - 0 = mg(z_B - z_C) + 0$ avec $(z_B - z_C) = (l - l\cos\theta_0) - (l - l\cos\theta_1)$ et $\vec{T} \perp$ au déplacement donc $W(\vec{T}) = 0$

donc $V_C^2 = 2gl(\cos\theta_1 - l\cos\theta_0)$

$\Rightarrow V_C = \sqrt{2gl(\cos a_1 - l\cos a_0)}$

AN: $V_C = \sqrt{2 \times 10 \times 1(\cos a_1 - \cos a_0)} = V_C = \sqrt{2 \times 10 \times 1(\cos 25 - \cos 70)} \approx 3,35$ m/s.

1-2/ En A, $\theta_1 = 0°$ $\Rightarrow V_A = \sqrt{2gl(\cos a_1 - \cos a_0)}$

AN : $V_A = \sqrt{2 \times 10 \times 1(1 - \cos 70)} = 3.62$ m/s

calculons la tension du fil lorsqu'elle passe au point C.

Appliquons le théorème du centre d'inertie à la boule soumise à $\vec{P}$ et $\vec{T}$ dans la base de Frenet : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection sur l'axe de $\vec{n}$: $P_n - T_n = m\frac{V^2_C}{l}$

$\Rightarrow -mg\cos\theta_1 + T = m\frac{V^2_C}{l}$

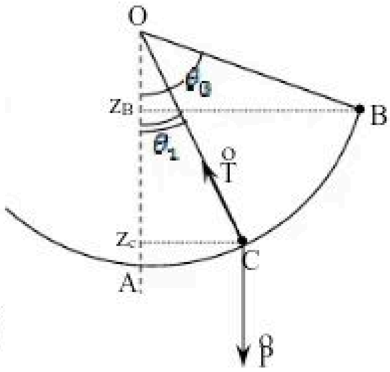
$\Rightarrow T = m\frac{V^2_C}{l} + mg\cos\theta_1$

$\Rightarrow T = mg(3\cos\theta_1 - 2\cos\theta_0)$

AN : $T = 0,05 \times 10(3\cos 25° - 2\cos 70°) = 1,10$ N

4/ En A $\theta_1 = 0°$ $\Rightarrow T = mg(3\cos 0° - 2\cos\theta_0)$ $\Rightarrow T = mg(3 - 2\cos\theta_0)$

A.N : $T \approx 1,16$ N.



3/ Interaction gravitationnelle

Exercice 1

1-a/ Le référentiel géocentrique est un référentiel dont l'origine est le centre de la terre et ses axes sont dirigés vers 3 étoiles polaires fixes.

1-b/ Le référentiel héliocentrique ou de Copernic est un référentiel dont l'origine est le centre du soleil et dont les axes sont dirigés vers 3 étoiles polaires fixes .

2/ L'interaction gravitationnelle est l'attraction des masses entre elles selon la loi de Newton.

3/ $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

Enoncé : Deux corps ponctuels A et B de masses m_A et m_B exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction directement opposées , dirigées suivant la droite (AB) ; d'intensité proportionnelle à leur masses et inversement proportionnelle au carré de leur distance . On l'appelle encore loi de Newton.

4-a/ Faux ; 4-b/ vrai ; 4-c/ faux

5-a/ vrai ; 5-b/ faux ; 5-c/ faux ; 5-d/ faux ; 5-e/ vrai ; 5-f/ faux ; 5-g/ vrai

Exercice n°2

Valeur des forces de gravitation exercées entre le soleil et la terre.

Soient M_S=masse du soleil ; M_t = masse de la terre ;

d = distance soleil – terre ; R_t = rayon de la terre.

1/ On a : $F_{T/S} = F_{S/T} = G\frac{M_S M_T}{d^2}$ AN : $F = 6,67.10^{-11} \times \frac{2.10^{10} \times 6.10^{24}}{1,5.10^{11}}$ => $F_{S/T} = F_{T/S} = F = 3,6.10^{22}$ N.

2-a/ . Au niveau du sol, h = 0 m, la valeur du champ de gravitation terrestre est :

$$g_0 = G\frac{M_T}{R^2{}_T} \quad \text{AN: } g_0 = 6,67.10^{-11} \times \frac{6.10^{24}}{(6,4.10^6)^2} ; g_0 = 9,8 \text{ N/kg}$$

2-b/ A l'atitude h = 36 km, on a: $g_h = g_0 \frac{R_T{}^2}{(r_T + h)^2}$.

AN: $g_h = 9,8\frac{(6,4.10^6)^2}{(6,4.10^6 + 36.10^3)^2})$ => g_h = 9,69 N/kg.

Exercice n°3

Nous savons que le poids (P) d'un corps de masse m est égale à la force d'attraction ($F = G\frac{Mm}{d^2}$) qu'exerce sur lui la terre de masse M : $mg = G\frac{Mm}{d^2}$ avec d est la distance séparant la terre de ce corps.

Le corps se trouvant à la surface de la terre, il est séparé du centre de la terre de $d = R_t$ $M = \frac{gR_T{}^2}{G}$

A.N : $M = \frac{10(6400.10^3)^2}{6,67.10^{-11}}$ => $M = 6.10^{24}$ kg

Exercice n°4

1/ La vitesse du satellite est constante car son mouvement est circulaire uniforme. (L'accélération est centripète pour tout mouvement circulaire uniforme => $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ => v = constante)

2/ $V^2 = \frac{GM_t}{r}$ avec $r = (R_t + Z)$ $V^2 = \frac{GM_t}{(R_t + Z)}$ soit $V = \sqrt{\frac{GM_t}{(R_t + Z)}}$

On montre aussi que $V^2 = g_o\frac{R^2{}_t}{(R_t + Z)}$ $V = \sqrt{g_o\frac{R^2{}_t}{(R_t + Z)}}$

A.N: $V = \frac{6,67.10^{-11} x\, 6.10^{24}}{(6,4.10^6 + 3,6.10^4)}$ = 7885,52 m/s ou encore V = 28387,87 km/h.

3/ La vitesse angulaire :

$V = R_T\,\omega$ => $\omega = \frac{V}{R_T}$ AN : ω = 1.23. 10^{-3} rad/s

4/Déterminons les composantes de $\overset{o}{a}$ dans la base de Frenet.

$a_t = \frac{dV}{dt} = 0$ et $a_n = \frac{V^2}{R} = \omega^2 R$ AN : $a_n = (1.23\ 10^{-3})^2 \times 6,4.\ 10^6 = 9,68$ m/s^2

Le vecteur $\overset{o}{a}$ est centripète (dirigé vers le centre de la terre et porté par le rayon reliant le satellite au centre de la terre) et sa valeur est constante.

Exercice n°5

1/ Le poids P = mg d'un corps sur la lune est égal à l'attraction que la lune exerce sur lui : $F = G\frac{M_L m}{d^2}$

$mg_L = \frac{GM_L m}{d^2}$ avec $d^2 = (R_L + h)^2$; à la surface de la lune ; h = 0 => $mg_L = \frac{GM_L m}{R^2{}_L}$ soit, $g_L = \frac{GM_L}{R^2{}_L}$

A.N : $g_L = \frac{6,67.10^{-11} x\, 7,3.10^{22}}{(1,74.10^6)^2}$ = 1,6 N/kg..

2/ La valeur du champ de gravitation g_0 créé par la terre à sa surface est 9,8 N/kg.

On a $g_L < g_0$: $\frac{g_0}{g_L} = \frac{9,8}{1,6}$ => $g_0 = 6,125\, g_L$

3/ Valeurs des forces gravitationnelles :

- de la terre sur l'astronaute :

$F_{T/ast} = \frac{GM_T m}{D^2}$ AN: $F_{T/ast} = \frac{6,67.10^{-11}}{380.10^2}$ => $F_{T/ast} = 0,42$ N.

- de la lune sur l'astronaute :

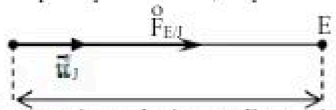
$F_{L/ast} = \frac{GM_L m}{R_L}$ AN: $F_{L/ast} = \frac{6,67.10^{-11} \times 150 \times 7,3.1022}{(1,74.10^6)^2} = 241,235$ N.

Exercice n°6

1/ Le mouvement d'Europe est étudié dans un référentiel lié au centre de Jupiter et dont les directions des trois axes vont vers des étoiles lointaines et fixes.

2/ Jupiter et Europe sont des corps à répartition sphérique de masse, on peut donc appliquer la loi de la gravitation universelle :

$\vec{F}_{E/J} = G\frac{m_J \times m_E}{r^2}\vec{u}_{JE}$

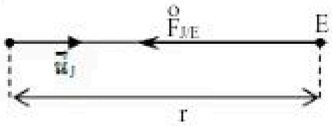


AN : $F_{E/J} \approx 1,72.10^{22}$ N

3 / D'après la loi des réciproques, la force $\vec{F}_{E/J}$ exercée par Jupiter sur Europe à la même valeur que celle exercée par Europe sur Jupiter $\vec{F}_{E/J}$ avec E son point d'application et de sens opposé :

$\vec{F}_{E/J} = -G\frac{m_J \times m_E}{r^2}\vec{u}_{JE}$

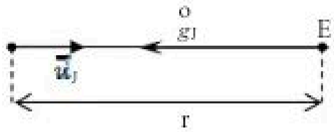
AN : $F_{E/J} \approx 1,72.10^{22}$ N



4/ Le champ de gravitation $\vec{g}_J$ est créé par Jupiter. Par définition, à la distance r, on a :

$\vec{g}_J = -G\frac{m_J}{r^2}\vec{u}$

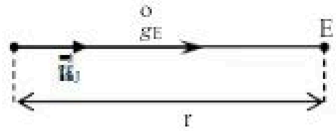
A.N: $g_J = 6,67.10^{-11} \times 1.90.10^{27} \times (\frac{1}{5.99\ 10^8})^2 \approx 3,53.10^{-1}$N/kg



Champ de gravitation $\vec{g}_E$ est créé par Europe.

$\vec{g}_E = G\frac{m_E}{r^2}\vec{u}_{JE}$

AN : $g_E = 6,67.10^{-11} \times 4.88\ 10^{22} \times (\frac{1}{5.99.\ 10^8})^2 \approx 9.07\ 10^{-6}$ N/kg



Exercice n°7

1-1/ Soit P un point matériel de mase m soumis à la seule force de gravitation exercée par la terre, supposée sphérique et homogène.

Si O est le centre de la terre, $\vec{u}$ le vecteur unitaire $\vec{u} = \frac{\vec{OP}}{\| \vec{OP} \|}$ et r la distance de O à P. (r = R + h).

La force de gravitation exercée sur le point P est, d'après la loi universelle de la gravitation : $\vec{F} = -G\frac{M_m}{r^2}\vec{u}$ (1)

Par définition, on appelle champ de gravitation terrestre $\vec{g}$ au point P le vecteur défini par la relation $\vec{F} = m\vec{g}$ (2)

De (1) et (2) on déduit l'expression vectorielle du champ $\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u} = -G\frac{M}{(R+h)^2}\vec{u}$

$\vec{a}$ est dirigé vers le centre de la terre et sa mesure est : $g = G\frac{M}{(R+h)^2}$ (3)

1-2/ Au sol, l'altitude h est nulle et l'expression (3) donne l'intensité du champ de gravitation terrestre g_0 :

$g_0 = G\frac{M}{R^2}$ (4)

1-3/ On a $g = \frac{GM}{(R+h)^2}$ □ $GM = g(R+h)^2$ de meme on a $g_o = \frac{GM}{R^2}$ □ $GM = g_oR^2$

Je déduis de ces deux relations que $g(R+h)^2 = g_oR^2$ soit $g = g_0\frac{R^2}{(R+h)^2}$ (5)

2/ On étudie le mouvement d'un satellite, assimilé à un point matériel de masse m, dans le référentiel géocentrique supposé galiléen associé à la base de Frenet.

Le satellite est soumis à la seule force de gravitation exercée par la terre $\vec{F} = m\vec{g}$.

Le théorème du centre d'inertie appliquée au satellite dans ce référentiel donne $m\vec{a} = m\vec{g} = -mg\vec{u}$ □ $\vec{a} = \vec{g}$

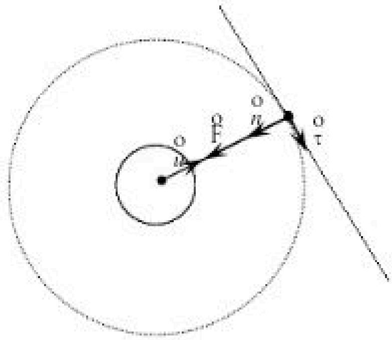
La trajectoire est un cercle de centre O, de rayon r = R + h. L'accélération $\vec{a}$ étant centripète et de valeur constante (a = g), le mouvement du satellite est uniforme.

On a $\vec{a} = \vec{g}$ avec $\vec{a} = a_t\vec{\tau} + a_n\vec{n}$

$\vec{a}$ centripète (portée par le rayon joignant le centre de la terre au centre du Satellite) donc $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ et $g = a = a_n = \frac{v^2}{r}$

Comme $g = g_o\frac{R^2}{(R+h)^2}$ j'en déduis que $\frac{v^2}{(R+h)} = g_o\frac{R^2}{(R+h)^2}$

Soit $v = \sqrt{g_o\frac{R^2}{(R+h)}}$ (6)



Le mouvement du satellite est uniforme car v est constante donc la distance s parcourue est : s(t) = vt. Exprimons la période T.

Pour t = T ; s(t) = 2πr = vT soit $T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\frac{(R+h)}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_oR^2}}$ (7)

N.B : On montre que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est constant et ne dépend pas du satellite. Cette propriété est connue sous le nom de 2 ème loi de Képler.

3/ Un satellite géostationnaire est un satellite dont la position dans l'espace est constamment à la verticale d'un même lieu à la surface de la terre. En négligeant pour simplifier le mouvement de la terre autour du soleil, il s'agit d'un satellite placé en orbite circulaire dans le plan de l'équateur ayant la même vitesse de rotation dans le repère géocentrique que celle du mouvement de la terre sur elle même c'est-à-dire ayant une période de révolution de 24 heures.

L'altitude h d'un tel satellite est obtenue à partir de la relation (7)

$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_oR^2}}$ □ $(R+h) = \sqrt[3]{\frac{g_oR^2T^2}{4\pi^2}}$ soit $h = \sqrt[3]{\frac{g_oR^2T^2}{4\pi^2}} - R$ (8)

A.N : +9 R + h = 42 200 km => h = 35 800 km

4/ La période de révolution de la lune autour de la terre étant d'environ 29 jours, la relation (8) donne un ordre de grandeur de la distance Terre-Lune

Application numérique : d = 400 000 km.

N.B. : La valeur exacte de la distance Terre-Lune est de 384.400 km.

4/Mouvement dans champ uniforme

Exercice 1

1-a/ faux ; 1-b/ vrai
2-a/ vrai ; 2-b/ faux
3-a/ faux ; 3-b/ vrai
4-a/ faux ; 4-b/ vrai
5-a/ vrai ; 5-b/ faux
6-a/ faux ; 6-b/ vrai ; 6-c/ faux
7-a/ faux ; 7-b/ vrai
8-a/ vrai ; 8-b/ faux

Exercice 2

1) Les équations horaires du mouvement.

Système : Projectile de masse m

Référentiel : Terrestre supposé galiléen muni des repères sus mentionnés

Bilan des forces : $\vec{P} = m\vec{g}$

Appliquons le théorème du centre d'inertie au projectile.

$m\vec{a}_G = m\vec{g}$ => $\vec{a}_G = \vec{g}$

$\vec{g}$ uniforme ⇒ $\vec{a}_G$ est constante donc mouvement uniformément varié de :

→ Vecteur vitesse à t : $\vec{v} = \vec{a}_G t + \vec{v}_i$

→ Vecteur position à t : $\vec{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}_G t^2 + \vec{v}_i t + \vec{OM}_i$

Cas 1 : $\vec{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}_G t^2 + \vec{v}_o t + \vec{OO}$

$$\vec{OM}\left|\begin{array}{l} x = v_o \cos\alpha \\ z = \frac{1}{2} g t^2 + v_o t \sin\alpha \end{array}\right. \quad \text{car } \vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{array}\right. \quad \vec{v}_o\left|\begin{array}{l} v_{ox} = v_o\cos\alpha \\ v_{oz} = v_o \sin\alpha \end{array}\right. \quad \vec{OO}\left|\begin{array}{l} x_o = 0 \\ z_o = 0 \end{array}\right.$$

On a $x = v_o t \cos\alpha \Rightarrow t = \frac{x}{v_o\cos\alpha}$ et $z = -\frac{g}{(2v_o^2\cos^2\alpha)} + x\tan\alpha$

Cas 2 : $\vec{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}_G t^2 + \vec{v}_A t + \vec{OA}$

$$\text{On a } \vec{a}_G\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{array}\right. \quad \vec{v}_A\left|\begin{array}{l} v_{Ax} = v_A\cos\beta \\ v_{Az} = v_A \sin\beta \end{array}\right. \quad \vec{OA}\left|\begin{array}{l} x_A = OA \\ z_A = 0 \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow OM\left|\begin{array}{l} x = v_A t\cos\beta + OA \\ z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_A t\sin\beta \end{array}\right. \quad \text{donc} \quad y = -\frac{g}{2v_A^2\cos^2\beta}(x - OA)^2 + (x - OA)\tan\alpha$$

Cas 3 : $\vec{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}_G t^2 + \vec{v}_B t + \vec{OB}$

$$\text{On a } \vec{a}_G\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array}\right. \quad \vec{v}_B\left|\begin{array}{l} v_{Bx} = v_B\sin\theta \\ v_{By} = v_B\cos\theta \end{array}\right. \quad \vec{OB}\left|\begin{array}{l} x_B = 0 \\ y_B = OB \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \vec{OM}\left|\begin{array}{l} x = v_B t\sin\theta \\ z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_B t\cos\theta + OB \end{array}\right. \quad \Rightarrow z = -\frac{g}{2v_B^2\sin^2\theta}x^2 + \frac{x}{\tan\theta} + OB$$

Cas 4 : $\vec{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}_G t^2 + \vec{v}_C t + \vec{OC}$

$$\text{avec } \vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array}\right. \quad \vec{v}_C\left|\begin{array}{l} v_{Cx} = v_C \\ v_{Cy} = 0 \end{array}\right. \quad \vec{OC}\left|\begin{array}{l} x_C = 0 \\ y_C = OC \end{array}\right.$$

$$\text{Donc } \vec{OM}\left|\begin{array}{l} x = v_C t \\ Y = -\frac{1}{2} g t^2 + OC \end{array}\right. \quad \text{donc } y = -\frac{g}{2v_C^2}x^2 + OC$$

Cas 5 : $\vec{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}_G t^2 + \vec{v}_D t + \vec{OD}$

$$\text{avec } \vec{a}_G\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = g \end{array}\right. \quad \vec{v}_D\left|\begin{array}{l} v_{Dx} = v_D\sin\beta \\ v_{Dy} = -v_D\cos\beta \end{array}\right. \quad \vec{OD}\left|\begin{array}{l} x_D = 0 \\ y_D = OD \end{array}\right.$$

$\Rightarrow \vec{OM}\left|\ x = v_D t\sin\beta\right.$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 - v_D t\cos\beta + OD \qquad \text{donc } z = \frac{g}{(2v_D^2\sin^2\beta)}x^2 - \frac{x}{\tan\beta} + OD$$

Cas 6 : $\vec{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}_G t^2 + \vec{v}_E t + \vec{OE}$

avec $\vec{a}_G \begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_z = g \end{vmatrix}$ $\quad \vec{v}_E \begin{vmatrix} v_{oE} = v_E \\ v_{oz} = 0 \end{vmatrix}$ $\quad \vec{OE} \begin{vmatrix} x_E = 0 \\ z_E = -OE \end{vmatrix}$

$\Rightarrow \vec{OM} \begin{vmatrix} x = v_E t \\ z = \frac{1}{2}gt^2 - OE \end{vmatrix}$ $\qquad$ donc $z = \frac{g}{2v_E^2}x^2 - OE$

2) Déterminer l'instant où le projectile atteint le sommet de la trajectoire.

On a $\vec{v} = \vec{a}_G t + \vec{v}_i$

Cas 1 : en S, on a : $v_{yS} = 0 \Rightarrow -gt_S + v_o\sin\alpha = 0 \Rightarrow t_S = \frac{v_o\sin\alpha}{g}$

Cas 2 : en S, on a $\vec{v}_S \begin{vmatrix} v_{Sx} = v_A\cos\beta \\ v_{Sz} = -gt_S + v_A\sin\beta = 0 \end{vmatrix}$ $\Rightarrow t_S = \frac{v_A\sin\beta}{g}$

Cas 3 : en S, on a $\vec{v}_S \begin{vmatrix} v_{Sx} = v_B\sin\theta \\ v_{Sy} = -gt_S + v_B\cos\theta = 0 \end{vmatrix}$ soit $t_S = \frac{(v_B\cos\theta)}{g}$

Cas 4 : en S, on a $\vec{v}_S \begin{vmatrix} v_{Sx} = v_C \\ v_{Sz} = -gt_S = 0 \end{vmatrix}$ soit $t_S = 0$ s

Cas 5 : en S, on a $\vec{v}_S \begin{vmatrix} v_{Sx} = v_D\sin\beta \\ V_{Sy} = gt_S - v_D\cos\beta = 0 \end{vmatrix}$ soit $t_S = \frac{(v_D\cos\beta)}{g}$

Cas 6 : en S, on a $\vec{v}_S \begin{vmatrix} v_{Sx} = v_E \\ v_{Sz} = gt_S = 0 \end{vmatrix}$ soit $t_S = 0$ s

3/ Coordonnées du sommet S(étant donné que nous connaissons les dates où le projectile atteint le point S, il est simplement question de remplacer t par son expression dans les différentes équations horaires)

Cas 1 : $S \begin{vmatrix} x_S = \frac{v_o}{2g}\sin2\alpha = \frac{v_o}{2g}\sin2\alpha \\ y_S = \frac{(v_o\sin\alpha)^2}{2g} \end{vmatrix}$

Cas 2 : $S \begin{vmatrix} x_S = \frac{v_A^2\sin2\beta}{2g} + OA \\ z_S = \frac{(v_A\sin\beta)^2}{2g} \end{vmatrix}$

Cas 3 : $S\begin{cases} x_S = \dfrac{(v_B^2 \sin 2\theta)}{2g} \\ y_S = \dfrac{(v_B \cos\theta)^2}{2g} + OB \end{cases}$

Cas 4 : $S\begin{cases} x_S = 0 \\ z_S = OC \end{cases}$

Cas 5 : $S\begin{cases} x_S = \dfrac{v_D^2 \sin 2\beta}{2g} \\ y_S = \dfrac{-(v_D \cos\beta)^2}{2g} + OD \end{cases}$

Cas 6 : $S\begin{cases} x_S = 0 \\ z_S = -OE \end{cases}$

4) Déterminons l'instant où le projectile passe par le point P de l'axe (ox)

Cas 1 : $y_P = 0$ □ $t(-\frac{g}{2}t + v_0 \sin\alpha) = 0$

$$\Rightarrow t_{P_1} = 0 \quad ou \quad t_{P_2} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$$

On prendra t_{P2} car t_{P1} correspond à l'origine du mouvement.

Cas 2 : $z_P = 0$ □ $t_P = \dfrac{2v_A \sin\beta}{g}$

Cas 3 : $y_P = 0 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_B t\cos\beta + OB \Rightarrow t_p = \dfrac{v_B\cos\theta + \sqrt{v_B^2\cos^2\theta + 2gOB}}{g}$

Cas 4 : $z_P = 0$ □ $-\frac{1}{2}gt^2 + OC = 0 \Rightarrow t_p = \sqrt{\dfrac{2OC}{g}}$

Cas 5 : $y_P = 0$ □□ $\frac{1}{2}gt_P^2 - V_D t_P \cos\beta + OD = 0$

Si $(v_D^2\cos 2\beta - 2gOD) > 0$ alors $t_P = \dfrac{(v_D\cos\beta + \sqrt{v_D 2\cos 2\beta - 2gOD}\,)}{g}$

Cas 6 : $z_P = 0$ □ $\frac{1}{2}gt_P^2 - OE = 0$ soit $t_P = \sqrt{\dfrac{2OE}{g}}$

5) Coordonnées du point d'impact P

Cas 1 : $P\begin{cases} x_P = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \\ y_P = 0 \end{cases}$

Cas 2 : $P\begin{cases} x_P = \dfrac{v_A^2 \sin 2\beta}{g} + OA \\ z_p = 0 \end{cases}$

Cas 3 : $P\begin{cases} x_p = \dfrac{v_B \sin\theta}{g}\left(V_B\cos\theta + \sqrt{V_B^2\cos^2\theta + 2gOB}\,\right) \\ y_P = 0 \end{cases}$

Cas 4 :

$$P\left|\begin{array}{l} x_P = v_E\sqrt{\dfrac{2OC}{g}} \\ z_P = 0 \end{array}\right.$$

Cas 5 :

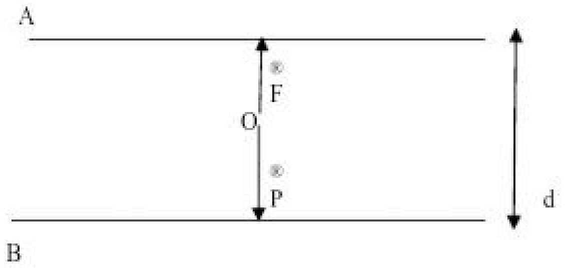
$$P\left|\begin{array}{l} x_P = \dfrac{v_D\sin\beta}{g}\sqrt{(v_D\cos\beta + v_D^2\cos^2\beta - 2gOD)} \\ y_P = 0 \end{array}\right.$$

Cas 6 :

$$P\left|\begin{array}{l} x_P = v_E\sqrt{\dfrac{2OE}{g}} \\ z_P = 0 \end{array}\right.$$

EXERCICE 2

1-1/ Signe de la tension U_{AB} lorsque la boule reste en équilibre entre les plaques A et B.



Système : Boule de masse m et de charge q .

Bilan des forces : poids $\vec{P}$ et force électrostatique $\vec{F}$

La boule en équilibre $\Rightarrow \vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$ donc

$\vec{P}$ vertical descendant $\Rightarrow \vec{F}$ vertical ascendant

or $\vec{F} = q\vec{E}$ avec $q < 0$ donc $\vec{F}$ et $\vec{E}$ même direction et sens opposé.

$\Rightarrow \vec{E}$ vertical descendant dirigé de la plaque A vers la plaque B.

Comme $\vec{E}$ décroît les potentiels alors $V_A > V_B \Rightarrow (V_A - V_B) > 0 \Rightarrow U_{AB} > 0$

1-2/ Caractéristique de $\vec{E}$.

Direction : perpendiculaire aux plaques

Sens : de la plaque A vers la plaque B

Valeur : $E = \dfrac{U_{AB}}{d} = 10^5$ V/m.

1-3/ Valeur de la charge q

$F = |q|E$ or à l'équilibre $F = P = mg$ donc $mg = |q|E$

$$\Rightarrow |q| = \frac{mg}{E}$$

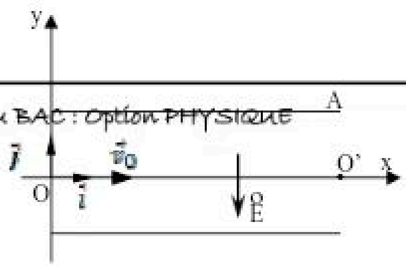
$$\text{AN : } |q| = 5.10^{-6} C$$

2/ Description de la trajectoire de la boule

$U'_{AB} = 4.5$ kV > 4 kV , on a $F' < F = P$ et la boule est attirée par la plaque A.

$U''_{AB} = 3.5$ kV < 4 kV, on a $F'' < P$ et la boule est attirée par la plaque B.

EXERCICE 3 :



1-1/ Comparons le poids de l'ion à la force électrostatique.

$$P = mg = 27\ 10^{-27}\ \times 10 = 27\ 10^{-26}\ N$$

$$F = |q|E = (3e)\frac{U_{AB}}{d} = 3\times 1.6\ 10^{-19} \times \frac{1500}{8\ 10^{-2}} = 9\ 10^{-15}\ N$$

On a $\frac{F}{P} = 3.33\ 10^{10} \approx 10^{11} \Rightarrow \vec{F} \gg \vec{P}$ donc Poids $\vec{P}$ négligeable devant la force électrique.

1-2/ L'équation de la trajectoire

Système : ion Al^{3+} de masse m et de charge q

Référentiel : terrestre supposé galiléen muni du repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

Bilan des forces : $\vec{F}$ et $\vec{P}$(P négligeable)

Appliquons le théorème du centre d'inertie.

$m\vec{a} = \vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ = constante car $\vec{E}$ uniforme ; q = constante et m = constante donc Mouvement de Al^{3+} uniformément varié

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0 \\ \vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 + \vec{OO} \end{cases}$$

On a $\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{q}{m}E_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m}E_y = -\frac{3eE}{m} \end{cases}$ car $\vec{E}$ dirigé de A vers B $\quad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases} \quad \vec{OO} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$

donc $\vec{OG} \begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{3eE}{2m}t^2 \end{cases}$

Alors $y = -\frac{3eU_{AB}}{2mdv_0^2}X^2$

A.N. $y = -1.04\ 10^{-2}\ x^2$

La trajectoire est une parabole dont la concavité est dirigée vers le bas.

1-3/ Coordonnées du point S de sortie des plaques.

$S \begin{cases} x_S = D = 0.05\ m \\ y_S = -1.04\ 10^{-2}(0.05) = -5.2\ 10^{-4}\ m \end{cases}$

1-4/ La condition est : $|y_S| < \frac{d}{2}$

Comme $\frac{d}{2} = 4$ cm et $|y_S| = 0.52$ mm alors l'ion pourra sortir du condensateur.

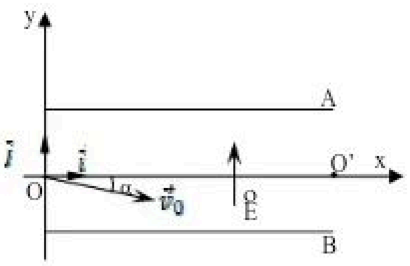
Soit t_S la date de sortie de l'ion : $x_S = D = v_0 t_S \Rightarrow t_S = \frac{D}{v_0}$. Calculons la vitesse de l'ion au point de sortie.

Mouvement uniformément varié donc $\vec{v}_S = \vec{a}t_S + \vec{v}_o$ soit $\vec{v}$ $\begin{cases} v_x = v_o \\ v_y = -\frac{3eU_{AB}}{md}(\frac{D}{v_o}) \end{cases}$ □□□□□v_S =

$\sqrt{v_o^2 + (-\frac{3eU_{AB}D^2}{mdv_o^2})^2}$

AN : $v_S \approx 8\ 10^6$ m/s

2/



2-1/ Relation entre $\vec{a}$ et $\vec{E}$

Appliquons le théorème du centre d'inertie

$m\vec{a} = \vec{F} = q\vec{E}$ □ $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

2-2/ Coordonnées des vecteurs : $\vec{a}$; $\vec{v}$ et $\vec{OM}$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{q}{m} E_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m} E_y = \frac{3eE}{m} = \frac{3eU_{AB}}{md} \end{cases}$$

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_o\cos\alpha \\ v_y = \frac{3eU_{AB}}{md} t - v_o\sin\alpha \end{cases}$$

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_o t\cos\alpha \\ y = \frac{3eU_{AB}}{2md} t^2 - v_o t\sin\alpha \end{cases}$$

2-3/ Equation cartésienne de la trajectoire

$x = v_o t\cos\alpha \Rightarrow t = \frac{x}{v_o\cos\alpha}$

$\Rightarrow \quad y = \frac{3eU}{2mdv_o^2\cos^2\alpha} x^2 - x\tan\alpha$

2-4/ $\vec{v}$ // (Ox) signifie que nous sommes au sommet, c'est-à-dire la composante verticale de la vitesse est nulle :

$v_y = 0 \quad \Rightarrow \frac{3eU}{md} t_1 - v_o\sin\alpha = 0$ soit $t_1 = \frac{mdv_o\sin\alpha}{3eU}$

donc $M_1 \begin{cases} x_{M1} = \frac{mdv_o 2\sin 2\alpha}{6eU} \\ y_{M1} = -\frac{mdv_o 2\sin^2\alpha}{6eU} \end{cases}$

2-5/ Les ions Al^{3+} ne touche pas la plaque B si $|y_M| < \frac{d}{2}$

$\Rightarrow \frac{mdv_o^2\sin^2\alpha}{6eU} < \frac{d}{2}$

□ $U > \frac{mv_o^2\sin^2\alpha}{2e}$

2-6/ Les ions ressortent en O' signifie que y_s du point de sortie est nulle.

On a $x_S = D$ et $y_S = \frac{3eUD^2}{2mdv_o^2\cos^2\alpha}$ - $D\tan\alpha = 0$

$\Rightarrow \frac{3eUD}{2mdv_o^2\cos^2\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ soit $U = \frac{mdv_o^2\sin 2\alpha}{3eD}$

AN : **U** = *1.418.123,16 Volts* ≈ **1,5.10⁶ Volts.**

EXERCICE 4:

1-1/ Déterminons la vitesse linéaire de la sphère en appliquant le théorème de l'énergie cinétique de masse m, soumise à $\vec{P}$ et $\vec{T}$ entre les position A et B.

Ec_B - $Ec_A = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$ avec $Ec_A = 0$ car sans vitesse initiale

$W(\vec{P}) = mgh$ avec $h = z_A - z_B = (l - l\cos\alpha_o) - (l - l\cos\alpha) = l(\cos\alpha - \cos\alpha_o)$

$W(\vec{T}) = 0$ car $\vec{T} \perp$ au déplacement

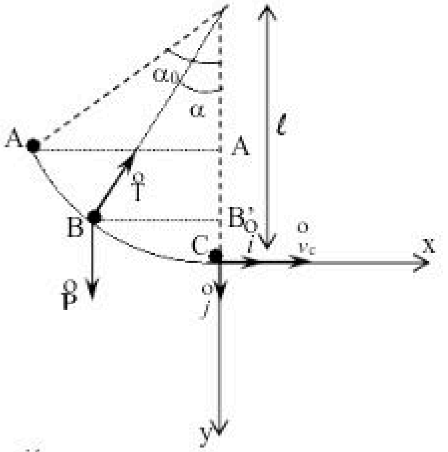
Donc $\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgl(\cos\alpha - \cos\alpha_o)$ soit $v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_o)}$

AN : $v_C = 1.41$ m/s

1-2/ Calcul de la tension T

Appliquons le théorème du centre d'inertie au solide S de masse m.

$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T}$



Projection dans la base de Frenet sachant que $\vec{a} = a_t\vec{\tau} + a_n\vec{n}$

Sur l'axe tangentiel, on a $ma_t = P_t + T_t \Rightarrow m\frac{dv}{dt} = mg\sin\alpha + 0$

Sur l'axe normal, on a $ma_n = P_n + T_n \Rightarrow m\frac{v^2}{l} = -mg\cos\alpha + T$

$\Rightarrow T = m(\frac{v^2}{l} + g\cos\alpha)$

A la position d'équilibre, $\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = 1$ donc $T_C = m(\frac{v_C^2}{l} + g)$

AN : $T_C = 0{,}02(\frac{1{,}41^2}{0{,}2} + 10) = 0{,}39 \approx 0{,}4\,N$

2-1/ <u>Système</u> : la sphère de masse m

<u>Référentiel</u> : terrestre supposé galiléen muni du repère $(C, \vec{i}; \vec{j})$

<u>Bilan des forces</u> : Poids $\vec{p} = m\vec{g}$

Théorème du centre d'inertie

$m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$ = constante donc mouvement de la sphère est uniformément varié.

$$\begin{cases} \vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_C \\ \vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_Ct + \vec{OO} \end{cases}$$

$\vec{OG} \begin{cases} x = v_Ct \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$ On en déduit que $y = \frac{gx^2}{2v_C^2}$; c'est l'équation d'une parabole.

2-2/ Soit D le point d'impact de la sphère au sol

On a $y_D = h \Rightarrow \frac{g}{2v_C^2}x_D^2 = h$ soit $x_D = v_C\sqrt{\frac{2h}{g}}$

$\Rightarrow$ AN: $x_D = 0{,}89$ m

2-3/ $\vec{V} \begin{cases} V_x = a_xt + V_{ox} = V_c \\ V_y = a_yt + V_{oy} = gt \end{cases}$ donc $\vec{V} \begin{cases} v_x = v_C \\ v_y = gt_D = \frac{gx_D}{v_C} \end{cases}$

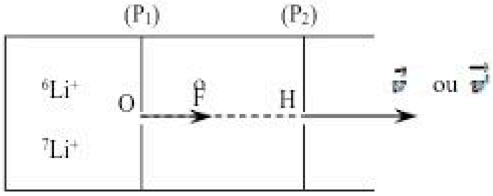
donc $\vec{V_D}$ | $V_{Dx} = V_c = 1{,}41\ m/s$

$$V_{Dy} = \frac{g x_D}{V_0} = \frac{10 \times 0{,}89}{1{,}41} = 6{,}31\ m/s$$

2-4/ $V_D = \sqrt{V_{Dx}^2 + V_{Dy}^2}$ AN : $V_D = 6{,}46\ m/s$

EXERCICE 5 :

1-1// Direction de $\vec{E}$



Des ions de charge q > 0 pénètre en O pour ressortir en H : ils sont soumis à la même force $\vec{F}$ telle $\vec{F} = q\vec{E}$

$\vec{F} \perp$ aux plaques et dirigée de O vers H.

$q > 0$ □ $\vec{F}$ et $\vec{E}$ même direction et même sens

c'est-à-dire $\vec{E} \perp$ aux plaques et dirigé de la plaque P_1 vers la plaque P_2.;

1-2/ Signe de $U = V_{P_1} - V_{P_2}$

$\vec{E}$ dirigé de P_1 vers P_2 □ $V_{P1} > V_{P2}$ car $\vec{E}$ descend les potentiels

□ $V_{P1} - V_{P2} > 0$

□ $U > 0$

2/ Comparons les Energies cinétiques

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique aux ions de masse m et de charge q soumis à $\vec{F}$ ($\vec{P}$ négligeable) entre les points O et H

$E_{c_H} - E_{c_O} = W(\vec{F})$ avec $E_{c_O} = 0$ et $W(\vec{F}) = qU$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 = qU$

$\Rightarrow E_c = qU$

pour les ions ${}^{6}_{3}Li^{+}$ on a $E_c = qU$

pour les ions ${}^{7}_{3}Li^{+}$, on a $E'_c = qU$

on déduit que $E_c = E'_c = qU \Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}m'V'^2$

$$\Rightarrow \frac{V^2}{V'^2} = \frac{m'}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{V'} = \sqrt{\frac{m'}{m}}$$

3/ Calcul des énergies cinétiques en H

$E_c = qU = eU$

AN : $E_c = e\,10^4 V = 10^4 eV$

Calcul des vitesses. $v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}}$ et $v' = \sqrt{\frac{2E_C}{m'}}$

AN : on convertira E_C en joule avant de faire l'application numérique $v = 4\,105$ m/s et v' 369800 m/s

EXERCICE 6 :

Partie A :

1/ Système : balle de masse m

Référentiel : terrestre supposé galiléen muni du repère d'axe (Oz)

Bilan des forces : poids $\vec{P} = m\vec{g}$ de la balle

Appliquons le théorème du centre d'inertie

$m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$\vec{g}$ uniforme $\Rightarrow \vec{a}$ est constant donc le mouvement de la balle est rectiligne

Uniformément varié $\vec{v} = \vec{g}t + \vec{v}_0$ et $\vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{v}_A t + \vec{OA}$

Les équation horaire du mouvement de la balle sont : $z = -\frac{1}{2}g\,t^2 + v_A t + h_1$

2/ Déterminons la vitesse v_A avec laquelle la balle a été lancée

Comme le mouvement est rectiligne uniformément varié, l'on peut utiliser la relation : $v_f^2 - v_i^2 = 2a(z_f - z_i)$

Avec $v_f = v_S = 0$; $v_i = v_A$; $z_S = H$ et $z_A = h_1$ S étant le sommet de la trajectoire et A le point du lancer.

On a $0 - V_A^2 = -2g(H - h_1)$ $\Rightarrow$ $v_A = \sqrt{2g(H-h1)}$

AN : $v_A = 4{,}24$ m/s

3/ Temps mis pour aller du point A au sommet S

Au sommet S, $v_S = 0 \Rightarrow 0 = -gt_S + v_A$ soit $t_S = \frac{v_A}{g}$

A.N. $t_S = 0.42$ s

Partie B :

1/ Equations horaires du mouvement de la balle après S

Système : balle de masse m

Référence : terrestre supposé galiléen muni du repère d'axe (ox, oz)

Bilan des forces : poids $\vec{P} = m\vec{g}$

Théorème du centre d'inertie : $m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$ et comme $\vec{g}$ est uniforme alors $\vec{a}$ est constant et le mouvement de la balle est uniformément varié.

On a $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0$ et $\vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{OA}$

$$\vec{OG} \left| \begin{array}{l} x = V_0 t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + H \end{array} \right.$$

On a $t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow z = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + H$

2-1/ Vitesse limite v_0' de la balle pour franchir le filet

On a z = 1 m et x = l = 12 m $\Rightarrow 1 > -\frac{gl^2}{2v_0^2} + H$ soit $v_0 < \sqrt{\frac{gl^2}{2(H-1)}}$

La valeur limite $v_0' = v_{max} = \sqrt{\frac{gl^2}{2(H-1)}}$ = 21.9 m/s

2-2/ Vitesse limite v_0'' pour que la balle ne sorte pas des limites imposées.

Au point d'impact I, on a $z_I = 0$ et $x_I = 18.3$ $\Rightarrow 0 = -\frac{g}{2v_0^2}x_I^2 + H$ soit $v_0'' = \sqrt{\frac{gx_I^2}{2H}}$

AN : v_0'' = 25.88 m/s

3/ Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à la balle de masse m, soumise à $\vec{P}$ entre la position de départ S et un point d'impact I au sol.

$E_{c_{I'}} - E_{c_S} = W(\vec{P})_{S \to I'} \Rightarrow \frac{1}{2}mV_{I'}^2 - \frac{1}{2}mV_0'^2 = mgH$

$\Rightarrow V'_I = \sqrt{V_0'^2 + 2gH}$ A.N. $v_{I'} = 23.10$ m/s

Exercice 7

1/ système : la sphère de masse m et de charge q

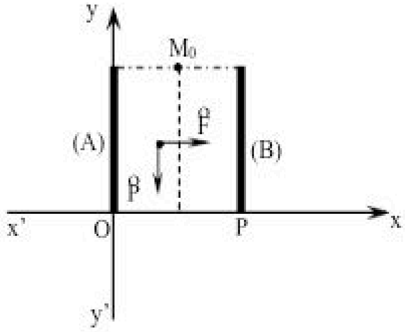
Référentiel : terrestre supposé galiléen muni du repère R(Oxy)

Bilan des forces : le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$

La particule chargée de masse m est soumise à la fois à $\vec{F}$ // (Ox) et à $\vec{P}$ // (Oy) donc $\forall$t, le mouvement de la petite sphère est contenu dans le plan (xOy)

Appliquons le théorème du centre d'inertie à la sphère dans cet espace.

$m\vec{a} = m\vec{g} + q\vec{E} \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g} + \frac{q}{m}\vec{E}$



On a $\vec{g}$ uniforme; $\vec{E}$ uniforme; q et m constante donc $\vec{a}$ = constante et le mouvement de la petite sphère est uniformément varié.

1-2/Expression des vecteurs vitesse $\vec{v}$ et du position $\vec{OM}$

Mouvement uniformément varié donc $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0$ et $\vec{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{OM}_0$

1-3/ Coordonnées de $\vec{OM}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = \dfrac{q}{m}E \\ a_y = -g \end{cases} \qquad \vec{v}\begin{cases} v_x = \dfrac{q}{m}Et \\ v_y = -gt \end{cases} \qquad \vec{OM}_o\begin{cases} x_o = \dfrac{d}{2} \\ y_o = l \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{OM}\begin{cases} x = \dfrac{q}{2m}E\,t^2 + \dfrac{d}{2} \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + l \end{cases}$$

l'équation cartésienne de sa trajectoire :

$$x = \frac{qE}{2m}t^2 + \frac{d}{2} \Rightarrow x - \frac{d}{2} = \frac{qE}{2m}t^2$$

$$\Rightarrow \frac{2m}{qE}\left(x - \frac{d}{2}\right) = t^2$$

On déduit que $y = \frac{-g}{2}\left(\frac{2m}{qE}\right)\left(x - \frac{d}{2}\right) + l$ soit $y = -\frac{mg}{qE}x + \left(\frac{mgd}{2qE} + l\right)$ La trajectoire est une droite.

4/ Date d'arrivée de la charge sur l'axe (ox)

Sur (ox) ; on a $y = 0 \Rightarrow \frac{-g}{2}t^2 + l = 0$

$$\Rightarrow t^2 = -l \times \frac{2}{-g} = \frac{2l}{g}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{g}}$$

AN : $\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\times 1}{10}} \Rightarrow t = 0{,}45\,s$

5/ Valeur de la tension U_{AB} pour que la trajectoire passe par le point P de coordonnées (d ;0)

$0 = -\frac{mg}{qE}d + \frac{mgd}{2qE} + l \Rightarrow \frac{mgd}{2qE} = l$ soit $E = \frac{mgd}{2ql}$ ou $U_{AB} = \frac{mgd^2}{2ql}$

A.N. U_{AB} = 24 kV

<u>EXERCICE 8</u> :

1/système : Ballon de masse m

Réferentiel : terrestre supposé galiléen muni du repère $(A, \vec{i}\ ; \vec{j})$

Bilan des forces : $\vec{P} = m\vec{g}$

Appliquons le théorème du centre d'inertie : $m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$ = constante donc le mouvement est uniformément varié et on obtient : $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_o$ et $\vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_o t + \vec{OG}_o$

Projection : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \qquad \vec{v}_o\begin{cases} v_{ox} = v_A\cos\alpha \\ v_{oy} = v_A\sin\alpha \end{cases} \qquad \vec{OG}\begin{cases} x_A = 0 \\ y_A = 0 \end{cases}$

Les équations horaires du mouvement du ballon sont

$$\begin{cases} x = v_A t\cos\alpha \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_A t\sin\alpha \end{cases}$$

2/ L'équation cartésienne de la trajectoire

$t = \frac{x}{v_A\cos\alpha} \Rightarrow y = -\frac{g}{2v_A^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$

3-1/ La position x_1 est défavorable s'il correspond à l'abscisse du sommet. Recherchons donc l'abscisse du sommet et comparons là à x_1.

Au sommet $v_y = 0 \Rightarrow -gt_S + v_A\sin\alpha$ soit $t_S = \frac{v_A\sin\alpha}{g}$ donc $x_s = v_A\cos\alpha \times \frac{v_A\sin\alpha}{g} = \frac{v_A^2\sin 2\alpha}{2g}$

A.N. : $x_S = \frac{10^2 \times \sin(120°)}{2\times 10}$ = 4.33 m On constate que $x_S = x_1$ c'est-à-dire correspond à l'abscisse du sommet don c position défavorable.

3-2/ Recherchons les positions où Copa peut intercepter le ballon.

Ces positions appartenant à la trajectoire, correspondent à $y = h_2$ soit $-\frac{1}{2}\frac{g}{2v_A^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha = h_2$ ou $-02\,x^2 + 1.73\,x = 3$

□ $\Delta = 0.77^2$ soit $x_1 = 2.4$ m et $x_2 = 6.25$ m

Le gardien Copa intercepte le ballon soit en se rapprochant de Drogba à la position x1 = 2.4 m ; soit en s'éloignant de lui à la position x2 = 6.25 m

4-1/ Recherchons le point de chute du ballon sur l'axe horizontal.

Au point de chute, $y = -h_1$ □ $-0.2\,x^2 + 1.73\,x = -2$ soit $-0.2\,x^2 + 1.73\,x + 2 = 0$

$\Delta = 2.14^2$ □ $x'_1 = 9.67$ m (on ne prendra pas en compte la valeur négative car les buts sont placés devant Drogba et non derrière lui)

On déduit de ce résultat que son souhait ne sera pas réaliser

4-2/ Vitesse minimale que Drogba doit communiquer au ballon pour que celui-ci tombe sur la ligne de but.

Soit P, le point de chute du ballon sur la ligne de but. Les coordonnées de P sont ($x_P = 9$; $y_P = -2$)

Comme P appartient à la trajectoire, alors on a $\frac{-10 \times 9^2}{(2v^2_{min} \times \cos^2 60)} + 9 \times \tan 60 = -2$ soit $\frac{1}{v^2_{min}} = 0.01085$

Donc $v_{min} \approx 9.60$ m/s

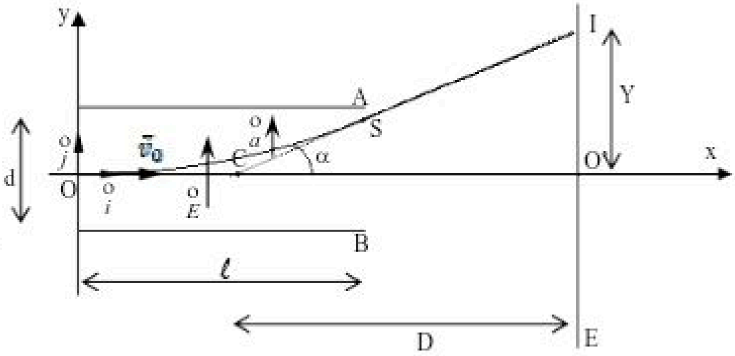
5/ Calculons la vitesse du ballon avant de toucher le sol s'il est parti de A avec la vitesse v_A.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au ballon soumis $\vec{P}$ entre A et P

$Ec_P - Ec_A = W(\vec{P})$ □ $\frac{1}{2}mv_P^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mg(z_P - z_A) = mgh_1$ soit $v_P = \sqrt{v_A^2 + 2gh_1}$

A.N. $v_P = 11.83$ m/s

EXERCICE 9 :



1/ Direction et sens de $\vec{E}$ pour que le faisceau soit dévié vers le haut.

• $\vec{E} \perp$ aux plaques.

• Le point de sortie S est proche de la plaque A □ la force électrique $\vec{F}$ est dirigée de la plaque B vers la plaque A ;

or $\vec{F} = q\vec{E}$ avec $q > 0$, j'en déduis que $\vec{E}$ dirigé de B vers A.

2/ Signe de U_{AB}

$\vec{E}$ dirigé de B vers A □ $V_B > V_A$ □ $(V_B - V_A) > 0$

□ $(V_A - V_B) < 0$ soit $U_{AB} < 0$

3/ Equation de la trajectoire

Système : un proton de masse m et de charge q

Référentiel : terrestre supposé galiléen

muni du repère $(O, \vec{i}\,; \vec{j})$

Bilan des forces : la force électrique $\vec{F}$ ($\vec{P}$ négligeable)

Appliquons le théorème du centre d'inertie : $q\vec{E} = m\,\vec{a}$ □ $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ = constante car q et m sont constantes alors que $\vec{E}$ est uniforme

Le mouvement d'un proton est donc uniformément varié □ l'on a $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_o$ et $\vec{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_o t + \vec{OM}_o$

Projection dans le repère $(O, \vec{i}\,; \vec{j})$

$\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m}E \end{array}\right.$ $\quad \vec{v}\left|\begin{array}{l} v_{ox} = v_o \\ v_{oy} = 0 \end{array}\right.$ $\quad \vec{OM}_o\left|\begin{array}{l} x_o = 0 \\ y_o = 0 \end{array}\right.$

les équations horaires sont $\begin{cases} x = v_o t \\ y = \frac{eE}{2m}t^2 \end{cases}$ soit $y = \frac{eE}{2mv_o^2}x^2$: la trajectoire est une parabole

4/ Au delà du point S, la force $\vec{F}$ n'existe plus, alors meme que le poids du proton a un effet négligeable sur son mouvement.

L'application du théorème du centre d'inertie donne $\vec{a} = \vec{0}$ □ mouvement rectiligne uniforme

5/ Expression littérale de la distance h = O'I

Considérons les triangles semblables CSH et CIO' tous les deux, rectangle respectivement en H et O'

On a $\frac{HS}{CH} = \frac{O'I}{CO'}$ avec HS = y ; CH = $\frac{x}{2}$; O'I = h ; CO' = D

Donc $\frac{2ys}{xs} = \frac{h}{D}$ □ h = $\frac{2D}{l}\left(\frac{eEl^2}{2mv_0^2}\right)$

6/ h = 0.048 m ou 4.8 cm

EXERCICE 10 :

1/ Equations horaires des mouvements de chaque fusée.

Système : fusée A ou B de masse m.

Référence : terrestre supposé galiléen muni du repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

Bilan des forces : poids $\vec{P}_A = m_A\vec{g}$ ou $\vec{P}_B = m_B\vec{g}$

Appliquons le théorème du centre d'inertie

$m\vec{g} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$

Comme $\vec{g}$ uniforme alors $\vec{a}$ est constant et le mouvement est uniformément varié d'équation :

$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_i$ et $\vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_it + \vec{OG}_i$

Fusée A : $\vec{OG} \begin{cases} x = v_At\cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_At\sin\alpha \end{cases}$

avec $t = \frac{x}{v_A\cos\alpha}$ donc $y = -\frac{gx^2}{2v_A^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha$ la trajectoire est une parabole.

Fusée B : $\vec{OG} \begin{cases} x = OP \; x = OP \\ y = -\frac{1}{2}gt'^2\, v_Bt' = -\frac{1}{2}g(t+1)^2 + v_B(t+1) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_B - g)t + (v_B - \frac{g}{2}) \end{cases}$

La trajectoire est une droite verticale parallèle à (Oy) et passant par le point P.

2/ Soit I un point situé à la verticale de P où aura lieu l'explosion de la fusée A :

On a $x_I = x_p = d \Rightarrow d = V_At_I\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{d}{V_At_I}$

AN : $\cos\alpha = \frac{30}{50\times4} = 0{,}15 \Rightarrow \alpha = 81{,}37°$

3/ Soit la distance h séparant les 2 altitudes : h = $|y_A - y_B|$ avec

$y_A = -\frac{1}{2}g(4)^2 + V_A(4)\sin 81{,}37°$

$= -\frac{1}{2}(9{,}8)(4)^2 + 50(4)\sin 81{,}37° = 119{,}33\ m$

$y_B = -0{,}5(9{,}8)(4)^2 + (50 - 9{,}8)(4) + \left(50 - \frac{9{,}8}{2}\right) = 127{,}5\ m$

Donc h = 8.17 m

4/ En cas de non explosion en altitude de la fusée B, elle retombe au point P par contre, la fusée A qui a été lancée avec une vitesse $\vec{v}_A$ faisant un angle α avec l'horizontale, retombe en un point D tel que OD représente la portée du tir.

D (x_D ; 0) □ à la trajectoire $\Rightarrow 0 = \frac{-g}{2V_A^2\cos^2\alpha}x_D^2 + x_D\tan\alpha$

$\Rightarrow x_D\left(\frac{-gx_D}{2V_A^2\cos^2\alpha} + \tan\alpha\right) = 0$

$\Rightarrow x_D = 0$ correspondant à la position de tir ou $x_D = \frac{v_A^2\sin2\alpha}{g}$

AN : $x_D \approx 75.7$ m

On a $x_D < 100$ m : oui les spectateurs seront en sécurité lors de la retombée des fusées.

5/ Oscillateurs mécaniques

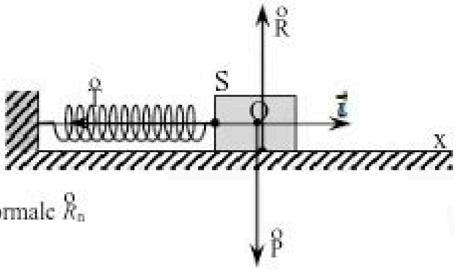
Exercice 1

1/ •Le cœur humain est un oscillateur car ses pulsations sont périodiques et la pression sanguine au niveau d'un ventricule évolue entre une valeur minimale Pd et une valeur maximale Ps.
•Le balancier d'une horloge est un oscillateur car sa position , définie par l'élongation angulaire α varie entre $-\alpha_m$ et α_m.
•La terre n'est pas un système oscillant.
•La voiture peut être considérée comme un système oscillant car elle peut effectuer un mouvement de haut en bas autour de sa position d'équilibre.
2/La période du mouvement de la terre autour du soleil est 1 an.
3-1/ faux ; 3-2/ vrai ; 3-3/ vrai ; 3-4/ faux
4/ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$ donc $k = 19.74 \approx 20$ N/m
5/ Non, l'énergie mécanique d'un oscillateur mécanique n'est constante que s'il y a absence de frottements.
6/ $V_{max} = |X_{max}|.\ \omega \Rightarrow |X_{max}| = \frac{V_{max}}{\omega}$
6-1/ faux ; 6-2/ faux ; 6-3/ vrai
7-1/ faux ; 7-2/ faux ; 7-3/ vrai
8/ vrai

Exercice n°2 :
$x(t) = 3\ Cos\ (20t + \frac{\pi}{4})$
1/ L'amplitude $X_m = 3$ cm $= 3.10^{-2}$m
La pulsation propre $\omega_o = 20$ rad/s
La fréquence propre N_o. : $N_o = \frac{\omega o}{2\pi} = 3{,}18$ Hz
La période propre T_o. $T = \frac{1}{N_o} = 0{,}31$s
2/ Expression de la vitesse $\frac{d}{dt}x(t)$ et de l'accélération $\frac{d^2}{dt^2}x(t)$
$\frac{d}{dt}x(t) = -60\ Sin\ (20t + \frac{\pi}{4})$
$\frac{d^2}{dt^2}(t) = -1200\ Cos\ (20t + \frac{\pi}{4})$
3/ Amplitude de la vitesse et de l'accélération
$V_{max} = 60$ cm/s = 0,6 m/s
$a_{max} = 1200$ cm/s^2 = 12 m/s^2
4/ t = 0 : $x(0) = 3\ Cos\frac{\pi}{4} = 2{,}12$ cm
$\frac{d}{dt}x(0) = -60\ Sin(\frac{\pi}{4}) = -42{,}42$ cm/s = - 0,42 m/s
t = 1 s : $x(1) = 3\ Cos\ (20 + \frac{\pi}{4}) = -1{,}07$ cm
$\frac{d}{dt}x(1) = -60\ Sin(20 + \frac{\pi}{4}) = -56{,}04$ cm/s = - 0,56 m/s
5/ $E_m = Ec + Ep_e$ à n'importe quelle date
pas de frottement $\Rightarrow E_m$ se conserve
Donc $Em = \frac{1}{2}mV^2_{max} = \frac{1}{2}kX^2_n$
AN: $E_m = \frac{1}{2}mV^2_{max} = \frac{1}{2}(0{,}1)\ (0{,}6)^2$

Exercice n° 3 :
1/ Déterminons : *l'amplitude : $X_m = 5$ m
*la période propre $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0{,}42$s
*la fréquence propre $N_0 = \frac{1}{T_o} = 2{,}38$ hz
2/ $v = \frac{dx}{dt}$
$\Rightarrow v = -75\ Sin\ (15t - \frac{\pi}{2})$ et $V_{max} = 75$ m/s

3/ $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = m\omega_0^2$ AN : $k = 0,1(15)^2 = 22,5$ N/kg



Exercice n°4 :

1/ Système : Solide S de masse m

Référentiel : terrestre supposé Galiléen muni du repère $(O ; \vec{i})$

Forces extérieures au système : poids $\vec{P}$; tension $\vec{T}$ et réaction normale $\vec{R}_n$

Appliquons le théorème du centre d'inertie :

$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R}_n = m\vec{a}$

Projection sur l'axe (ox) : $P_x + T_x + R_{nx} = ma_x$

$\Rightarrow 0 - T + 0 = ma_x$

$\Rightarrow -kx = m\frac{d^2}{dt^2}x$

$\Rightarrow m\frac{d^2}{dt^2}(x) + kx = 0$ soit $\frac{d^2}{dt^2}(x) + \frac{k}{m}x = 0$

2/ Calcul de ω_0 et de T_0

On a $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

AN : $\omega_0 = 10$ rad/s et $T_0 = 0,63$ s

3/ Equation horaire du mouvement de s

La solution de l'équation différentielle ci-dessus est de la forme :

$x(t) = X_m \text{Cos}(\omega_0 t + \theta)$ et $\frac{d}{dt}x(t) = -X_m\omega_0\text{Sin}(\omega_0 t + \theta)$

$x(t = 0) = X_m \text{Cos}\,\theta = x_0$ et $\frac{d}{dt}x(t = 0) = -X_m\,\omega_0\text{Sin}\,\theta = -V_0$ car dirigée vers la position négative

$\Rightarrow x_0 = X_m \text{Cos}\,\theta$ (1)

$-V_0 = -X_m\,\omega_0\text{Sin}\,\theta$ (2)

$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \omega_0\tan\theta = \frac{V_0}{x_0} \Rightarrow \tan\theta = \frac{V_0}{\omega_0 x_0}$ AN: $\tan\theta = \frac{0{,}20}{0{,}02 \times 10} = 1$ soit $\theta = \frac{\pi}{4}$

donc $X_m = \frac{x_0}{\text{Cos}\,\theta} = \frac{0{,}02}{\text{Cos}\frac{\pi}{4}} \Rightarrow X_m = 0{,}028$ m ou 2.8 cm

L'équation horaire de ce mouvement est :

$X(t) = 2{,}8\,\text{Cos}\,(10t + \frac{\pi}{4})$

4/ Elongation du mouvement de s à t = 0,3s

$x(t = 0{,}3) = 2{,}8\,\text{Cos}\,(10 \times 0{,}3 + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow x(t = 0{,}3) = -2{,}24$ cm

5/ Vitesse et accélération de s à cette date.

$V(t = 0{,}3) = -16{,}80$ cm/s

$\frac{d^2}{dt^2}x(t = 0{,}3) = -100 \times 0.028 \times \text{Cos}\,(0{,}3 \times 10 + \frac{\pi}{4}) = -223{,}94$ cm/s^2

Exercice n°5 : (voir schéma exercice 9)

1-1/ Condition d'équilibre de la masse dans le champ de pesanteur.

(s) est soumis à $\vec{P}$ et à $\vec{T}$

à l'équilibre, on a $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

la projection sur l'axe (y'y) donne : $mg - k\,[(l_0 + y_0) - l_0] = 0$

$\Rightarrow mg - ky_0 = 0$

1-2/ Calcul de la constante de raideur k

$k = \frac{mg}{y_0}$ AN : k = 25N/m

2/

2-2/ Bilan des forces

poids $\vec{P}$ de S et $\vec{T}'$ nouvelle tension du ressort.

2-2/ Equation différentielle :

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système.

$\vec{T'} + \vec{P} = m\vec{a}$

Projection sur l'axe vertical $(o\vec{j})$

- $T' + P = ma_y$ avec $\left| \begin{array}{l} T' = k[(l_0 + y_0 + y) - (l_0)] = k(y_o + y) \\ P = mg \\ a_y = \frac{d^2y}{dt^2} \end{array} \right.$

$\Rightarrow - k(y_0 + y) + mg = m\frac{d^2y}{dt^2} = m\ddot{y}$

$\Rightarrow ky_0 - ky + mg = m\frac{d^2y}{dt^2}$ Or $(mg - ky_o) = 0$

$\Rightarrow m\frac{d^2y}{dt^2} + ky = 0$ ceci est l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique.

2-3/ Cette équation différentielle a pour solution l'équation horaire de la forme

$Y = Y_m \cos(\omega_0 t + \theta)$

Si on prend l'instant du lâcher comme origine des dates, on a :

* $y(t = 0) = 0{,}02 \Rightarrow Y_m \cos\theta = 0{,}02$
* $\dot{y}(t = 0) = 0 \Rightarrow - \omega_0 Y_m \text{Sim}(\theta) = 0$ (sans vitesse initiale)

$\Rightarrow \theta = 0$ et $Y_m = 0{,}02$ m $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 11{,}18$ rad/s

donc $Y(t) = 0{,}02 \cos(11{,}18t)$

Exercice n°6 :

1/ Déterminons :

1-1/ L'amplitude X_m : $X_m = 10$ cm $= 0{,}1$ m

1-2/ La période : $T_0 = 0{,}2$s

1-3/ Elongation à t = 0s

$x(t = 0) = -0{,}1$ m

2/ Déduisons l'équation horaire du mouvement de s.

On a $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \theta)$ avec $X_m = 0{,}1$ m et $\omega_0 = 2\pi N_0 = 10\pi$

$x(t = 0) = -0{,}1 \Rightarrow \theta = \pi$

donc $x(t) = 0{,}1 \cos(10\pi t + \pi)$

3/ Cet oscillateur n'est pas amorti parce que $\forall t$, on a $X_m = 0{,}1$ m

Exercice n°7 :

1-1/ Exprimons : * $E_c = \frac{1}{2}mV^2$ avec $V = 0 \Rightarrow Ec = O$ J

* $Ep_p = mgz = 0$ car le niveau z a été choisi comme niveau de référence donc z = 0
* $Ep_e = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kX^2_m = (10)(0{,}1)^2 = 0{,}05$J car $x = X_m$

1-2/ Energie mécanique $E_m = E_c + Ep_p + Ep_e$

$\Rightarrow E_m = 0{,}05$ J

2/ Tous les frottements étant négligés, cette énergie mécanique reste constante.

3/ Vitesse du solide lorsqu'il repasse à la position d'équilibre.

$E'_m = E'_c + E'p_p + E'p_e$ avec $E'_c = \frac{1}{2}mV^2$; $Ep_p = 0$ et $Ep_e = 0$ car x = 0

$= \frac{1}{2}mV^2 + 0 + 0$

$E_m = E'_m \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow V = x\sqrt{\frac{k}{m}}$

AN: V = 1 m/s

4/ Valeur de la vitesse à la position x = - 6 cm

On a $E''_m = E''_c + E''p_p + E''p_e$ avec $E'_c = \frac{1}{2}mV''^2$; $E''p_p = 0$ et $Ep_e = \frac{1}{2}kx''^2$

$\Rightarrow E''_m = \frac{1}{2}mV''^2 + \frac{1}{2}kx''^2$

Il y a conservation de l'énergie mécanique (pas de frottement) $\Rightarrow \frac{1}{2}kX^2_m = \frac{1}{2}kx''^2 + \frac{1}{2}mV''^2$

$\Rightarrow mV''^2 = k(X^2_m - x''^2)$

$$\Rightarrow V'' = \sqrt{\frac{k}{m}(X^2_m - x''^2)}$$

AN : $V'' = \sqrt{\frac{50}{0,4}[(0,1)^2 - (-0,06)^2]} \Rightarrow V'' = 0,8$ m/s

5/ Calculons son accélération à cet instant

D'après l'équation différentielle : $ma_x + kx = 0$

$$\Rightarrow a_x = -\frac{k}{m}x$$

$$AN : a_x = -\frac{50}{0,4}(-0,06) = 6 \text{ m/s}^2$$

Exercice n°8 :

1/ F_x et x sont proportionnelles et le coefficient de proportionnalité est k (constante de raideur)

$\Rightarrow F = kx$

2-1/ Système : Solide de masse m

Référentiel : terrestre supposé galiléen muni du repère $(O, \vec{i})$

Bilan des forces : poids $\vec{P}$ de S ; Réaction $\vec{R}$ du support ; Force de rappel ou tension $\vec{F}$ du ressort.

Appliquons le théorème du centre d'inertie au solide S.

$\vec{F} + \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection de la relation précédente dans le repère $(O, \vec{i})$

$F_x + P_x + R_x = ma_x \Rightarrow - F = ma_x$

$\Rightarrow m\frac{d^2}{dt^2}(x) + kx = 0$ ceci est l'équation différentielle caractérisant le mouvement de S.

2-2/ Calculons : *pulsation propre ω_0 de l'oscillateur

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 25 \text{ rad/s}$$

*fréquence propre N_0 de l'oscillateur

$$\omega_0 = 2\pi N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 3,97 \text{ hz}$$

*période propre T_0 de l'oscillateur

$$T_0 = \frac{1}{N_0} = 0,25\text{s}$$

3/ Equation horaire du mouvement du centre d'inertie G du solide.

X(t) est la forme $x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \theta)$

On a $x(t = 0) = 0,2 \Rightarrow X_m \sin\theta = 0,2$ avec $X_m = 20$ cm $= 0,2$ m

$$\Rightarrow \sin\theta = 1 \text{ soit } \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$x(t) = 0,2 \sin(25t + \frac{\pi}{2})$$

4/ Calculons :

4-1/ $Ep_e = \frac{1}{2}k(x(t=0))^2 = \frac{1}{2}kX^2_m = 0,5(125)(0,2)^2 = 2,5$ J

4-2/ $E_m = Ep_e + Ep_p + E_c$ avec $Ep_e(t=0) = \frac{1}{2}kX^2_m$

$Ep_p = 0$ car on considère le niveau horizontal comme niveau de référence

$E_c(t=0) = 0$ car lâcher sans vitesse initiale.

Donc $E_m = Ep_p = 2.5$ J

5/ Calculons

5-1/ L'abscisse x_1 du centre d'inertie G du solide.

La séparation a lieu à la position d'équilibre $\Rightarrow x_1 = 0$ cm

5-2/ Date t_1 de séparation

$X_1 = X_m \sin(25t_1 + \frac{\pi}{2}) = 0 \Rightarrow \sin(25t_1 + \frac{\pi}{2}) = 0 = \sin k\pi$

$$\Rightarrow 25t_1 + \frac{\pi}{2} = k\pi \quad \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{25}(k - \frac{1}{2})$$

$k = 1 \Rightarrow t_1 = 0{,}063s = 63$ ms

5-3/ Vitesse V_1 au moment de la séparation

$V = 25X_m \cos(25t_1 + \frac{\pi}{2})$

AN : $V_1 = 25 \times 0{,}2 \cos(25 \times 0{,}063 + \frac{\pi}{2})$

$V_1 = -4{,}99 \approx -5$ m/s

Exercice n° 9 :

1/ Dans sa nouvelle position d'équilibre, le solide est soumis à $\vec{P}$ et $\vec{T}_o$ tel que $\vec{T}_o + \vec{P} = \vec{0}$

La projection sur l'axe vertical yy' est :

$-T_o + P = 0 \Rightarrow k(L - L_o) = mg$

$\Rightarrow (L - L_o) = \frac{mg}{k}$ AN : $L - L_o = y_o = 0{,}25$ m $= 25$ cm => $y_o = 5$ cm

2-1/ Le solide S est maintenant soumis $\vec{T}$ et $\vec{P}$ dans le référentiel terrestre supposé galiléen et muni du repère (OY) O étant la nouvelle position d'équilibre du centre d'inertie G de S.

Appliquons le théorème du centre d'inertie

$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$

de la projection sur l'axe (OY), on déduit : $-T + P = ma_y$

$\Rightarrow -k(y_o + y) + mg = m\ddot{y}$

$\Rightarrow m\ddot{y} + ky = 0$ car $mg - ky_o = 0$

$\Rightarrow \ddot{y} + \frac{k}{m}y = 0$ ceci est l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique

2-2/ La solution de cette équation différentielle est de la forme $y = Y_m\cos(\omega_0 t + \theta)$

On a : $y(t = 0) = a \Rightarrow Y_{max} = a$ et $\cos\theta = 1$ soit $\theta = 0°$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{20}{0.5}} = 6{,}32$ rad/s

donc $y(t) = 0{,}1 \cos(6{,}32t)$

3/ Utilisons la conservation de l'énergie mécanique pour calculer V_1

Soient E_{m0} et E_{m1} les énergies mécaniques du système (S + ressort + terre) respectivement à la position du lâcher et à la position y_1

$E_{m0} = Ec_0 + Ep_{p0} + Ep_{e0}$

$= 0 - mga + \frac{1}{2}k(a + y_0)^2$

$= -mga + \frac{1}{2}k(a^2 + y_0^2 + 2ay_0)^2$

$= -mga + kay_0 + \frac{1}{2}k(a^2 + y_0^2)$

$= a(ky_0 - mg) + \frac{1}{2}k(a^2 + y_0^2)$

$\Rightarrow E_{m0} = \frac{1}{2}k(a^2 + y_0^2)$ car $ky_o = mg$

$E_{m1} = Ec_1 + Ep_{p1} + Ep_{e1}$

$= \frac{1}{2}mV_1^2 - mgy_1 + \frac{1}{2}k(y_0 + y_1)^2$

$= \frac{1}{2}mV_1^2 - mgy_1 + ky_0y_1 + \frac{1}{2}k(y_0^2 + y_1^2)$

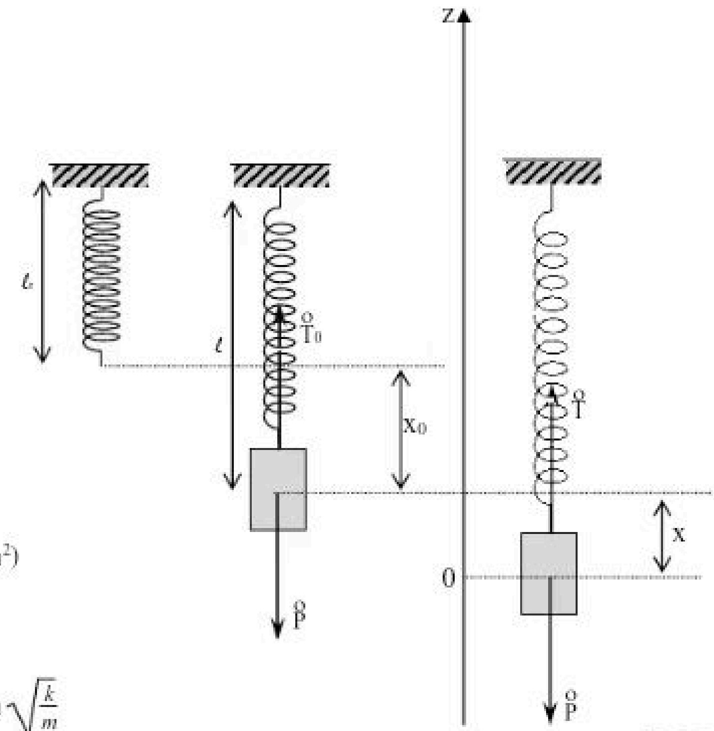
$\Rightarrow E_{m1} = \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}k(y_0^2 + y_1^2)$

On a conservation de l'énergie mécanique :

$E_{mo} = E_{m1} \Rightarrow \frac{1}{2}k(a^2 + y_0^2) = \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}k(y_0^2 + y_1^2)$

$\Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{k}{m}(a^2 - y_1^2)}$

AN : $V_1 = 0{,}58$ m/s



4/ Dans cette position, l'accélération y est : $y = -x_1\sqrt{\frac{k}{m}}$

AN : $\ddot{y}$ = - 0,25 m/s^2

6/ Champ magnétique

Exercice 1 :

1/ Faux
2-a/ faux ; 2-b/ vrai ; 2-c/ faux.
3/ vrai
4/ vrai
5/ faux
6/ vrai
7/ vrai
8/ faux
9/ faux
10/ faux
11/faux
12/ faux

Exercice 2

L'aiguille aimantée prend la direction du champ $\vec{B}$ tel que $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

L'aiguille tourne de 25° dans le sens des aiguilles d'une montre que le champ $\vec{B}_2$ est vertical descendant car $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

On en déduit que l'aimant 2 qui a créé le champ $\vec{B}_2$, a son face Sud en haut proche du point O et son face Nord en bas..

Exercice 3

1-1) le vecteur champ magnétique crée en O par S_1 est tel que $\vec{B}_1 = B_1\,\vec{i}$ C'est-à-dire, même direction et même sens que le vecteur unitaire $\vec{i}$ (la règle du petit bonhomme d'Ampère l'indique)

1-2) la face A_1 est la face nord car dans un solénoïde, $\vec{B}$ est dirigé de la face sud vers la face nord.

2-1/ $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ crée par les deux solénoïdes a même direction que $\vec{j}$ signifie que le courant I_2 a un sens opposé à celui de I_1.

2-2) $\vec{B}_2$ est dirigé de O vers A_2.

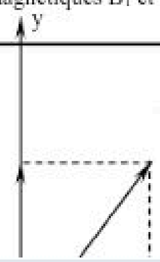
2-3) la face A_2 est donc le sud.

Exercice 4

1/ Dans le cadre de l'approximation du solénoïde infini, on a $B = \mu_o n'I$ => $n' = B/\mu_o I$ = 0.02/4π 10^{-7} = 1.59 10^4 spires/m
2/ Si les spires sont jointives, pour une couche, on aura : n'' = L/(d 1/5 x 10^{-4}) = 2 10^3 spires/m
Le nombre N de couche minimum est tel que : (N – 1) n'' < n' < Nn'' soit N – 1 < n'/n'' < N
L'application numérique donne N = 8
Si la bobine comporte 8 couches de spires repartie régulièrement, chacune devra comporter :
$N = \frac{n'}{N}$ = 1.59 10^4/8 = 1.99 10^3 spires/m
On peut remarquer, avec cette valeur, que les spires seront pratiquement jointives.
3/ Les rayons des spires des couches successives seront : 4 cm ; 4.05 cm ; ….. ; 4.35 cm.
La longueur du fil à utiliser sera donc : $L = 2\pi R_0 nl + 2\pi R_1 nl + \ldots + 2\pi R_7 nl$
$L = 2\pi \times 1.99\ 10^3 \times 0.3 \times (4 + 4.05 + \ldots + 4.35) \times 10^{-2}$
$L = 1.25\ 10^3$ m.
La résistance de la bobine sera : $R = \rho_{Cu} L \times 4/\pi d^2$ soit $R = 1.02\ 10^2\ \Omega$

Exercice 5

1/ Vérifiez à l'aide de la main droite le sens des vecteurs champs magnétiques $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$.



$\vec{B}_1$ est suivant l'axe du solénoide 1 donc // à (Ox) tel que

$\vec{B}_1 = B_1\vec{i}$ et B_2 est suivant l'axe du solénoide 2 donc // (Oy) tel que

$\vec{B}_2 = B_2\vec{j}$

On calcule : $B_1 = \mu_0 n_1 I_1 = 4\pi\ 10^{-7}\ x\ 2 = 2.5\ 10^{-3}$ T

$B_2 = \mu_0 \frac{N}{l} I_2 = 4\pi\ 10^{-7}\ x\ \frac{200}{\pi 10^{-2}}\ x\ 1 = 5\ 10^{-3}$ T. On a $B_2 = 2B_1$

On construit la somme vectorielle $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

Le parallélogramme est ici un rectangle, le vecteur $\vec{B}$ forme avec (Ox), l'angle α tel que

$\tan\alpha = \frac{B_2}{B_1} = 2 \Rightarrow \alpha = 63.4°$

Le théorème de Pythagore donne la valeur du champ magnétique B : $B^2 = B_1^2 + B_2^2 \Rightarrow B \approx 5.6\ 10^{-3}$ T

2/ Si on inverse le sens des deux courants, B_1 et B_2 change de sens en conservant même direction et même norme. Par conséquent B conserve sa direction ainsi que sa norme.

Exercice 6

1/ caractéristiques de $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

$\vec{B} = \vec{B}1 + \vec{B}2 = -B_1\vec{j} + (B_2\cos\alpha)\vec{i} + (B_2\sin\alpha)\vec{j} = (B_2\cos\alpha)\vec{i} + (B_2\sin\alpha - B_1)\vec{j}$

Le champ magnétique $\vec{B}$ créé par un solénoïde en un point est proportionnelle à l'intensité du courant qui le parcourt. Posons $B_1 = k.I_1 \Rightarrow k = \frac{B_1}{I_1}$ (1) ; de même, on a $B_2 = k.I_2 \Rightarrow k = \frac{B_2}{I_2}$ (2)

Des relations (1) et (2), je déduis que $B_2 = \frac{B_1}{I_1} I_2$ A.N. $B_2 = 4.68\ 10^{-2}$ T

Norme de $\vec{B}$

On a $B_x = B_2\cos\alpha$ et $B_y = B_2\sin\alpha - B_1$ donc $B = \sqrt{(B_2\cos\alpha)^2 + (B_2\sin\alpha - B_1)^2} \approx 3.63\ 10^{-2}$ T

Direction de $\vec{B}$: $\tan\alpha = \frac{B_y}{B_x} = \frac{B_2\sin\alpha - B_1}{B_2\cos\alpha} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{B_2\sin\alpha - B_1}{B_2\cos\alpha}\right)$ A.N. $\alpha \approx 17.87°$

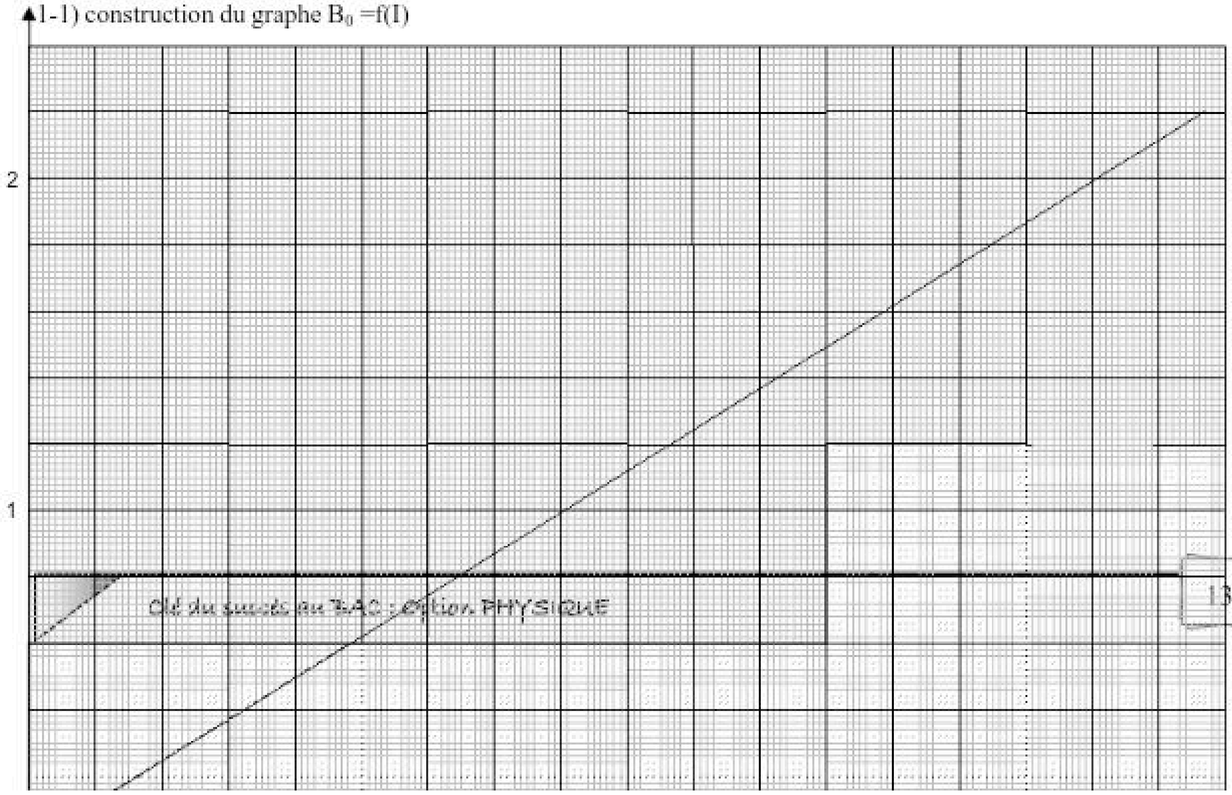
Le champ $\vec{B}$ fait un angle α avec l'axe $(O, \vec{i})$

2/ Reprendre l'exercice tout en sachant que , en inversant le sens de I2, B2 est dirigé de O vers A2, c'est-à-dire

$\vec{B}_2 = (-B_2\cos\alpha)\vec{i} + (-B_2\sin\alpha)\vec{j}$

Exercice 7:

1-1) construction du graphe $B_0 = f(I)$



1-2) l'intensité du champ magnétique B est proportionnelle à l'intensité du courant car la représentation graphique est une droite passant par l'origine dont B=k.I avec $k = \frac{B_{10} - B_1}{I_{10} - I_1}$

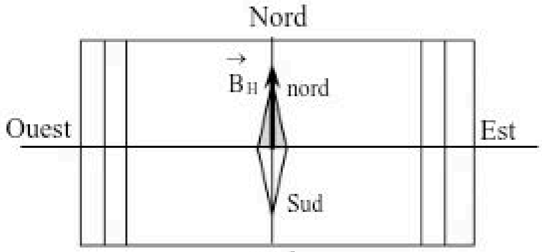
AN : $K = 6{,}26.10^{-4}$SI

2-1/On a N'=2N et les résultats expérimentaux donnent B' = 2B. on déduit que l'intensité du champ $\vec{B}$ est aussi proportionnelle au nombre de spires par mètre.

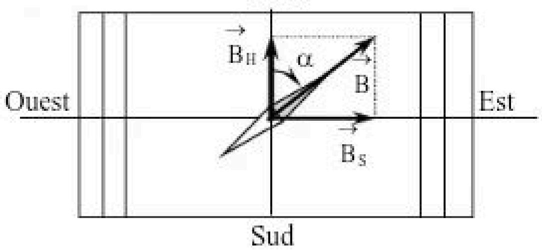
2-2/B proportionnelle à I et aussi proportionnelle à n $\Longrightarrow$ B = k.n.I avec $k = \mu_0 = 2\pi.10^{-7}$ appelée constante de perméabilité

Exercice 8

1/ La valeur du champ magnétique au centre de cette bobine est donnée par la relation $B_S = \mu_0 nI$
A.N. $B_S \approx 9.6\ 10^{-5}$ T
2/ La petite aiguille aimantée indique la direction et le sens de la composante horizontale du champ magnétique terrestre et est donc contenu dans le plan du méridien magnétique.
Pour que la bobine soit perpendiculaire au méridien magnétique, on doit avoir la configuration ci-après.



3/ Lorsqu'on ferme le circuit, la petite aiguille aimantée est soumise à deux champs magnétiques, la composante horizontale du champ magnétique terrestre $\vec{B}_H$ et le champ crée par la bobine $\vec{B}_S$. L'aiguille indique la direction et le sens de la somme vectorielle de ces deux champs : $\vec{B} = \vec{B}_H + \vec{B}_S$
Pour que l'aiguille tourne vers l'Est, il faut que BS soit dirigé vers l'Est. On trouve ainsi le sens du courant dans la bobine.



L'angle de rotation apparait sur la figure : $\tan \alpha = \frac{B_S}{B_H}$ d'où $B_H = \frac{B_S}{\tan \alpha}$
A.N. $B_H \approx 2\ 10^{-5}$ T

Exercice 9

1/ Nombre de spires par unité de longueur : $n = \frac{1}{d} = 1000$ spire/m

2/ Pour calculer la longueur du solénoïde, calculons d'abord le nombre de spires N.

$N = 62.8/2\pi R$ soit $N = 400$ spires et comme $n = \frac{N}{L}$ alors on déduit que $L = \frac{N}{n} = 0.4$ m soit 40 cm

On a 40 cm > 10 x 2.5 cm donc le solénoïde peut être considéré comme infiniment Long

3-a/ Intensité du courant dans le circuit

$E - rI = 0 \Rightarrow I = \frac{E}{r} = \frac{12}{3} = 4$ A

3-b/ Valeur du champ B

$B = \mu_0 nI$ soit $B = 4\pi\ 10^{-7} \times 10^3 \times 4 \approx 5\ 10^{-3}$ T

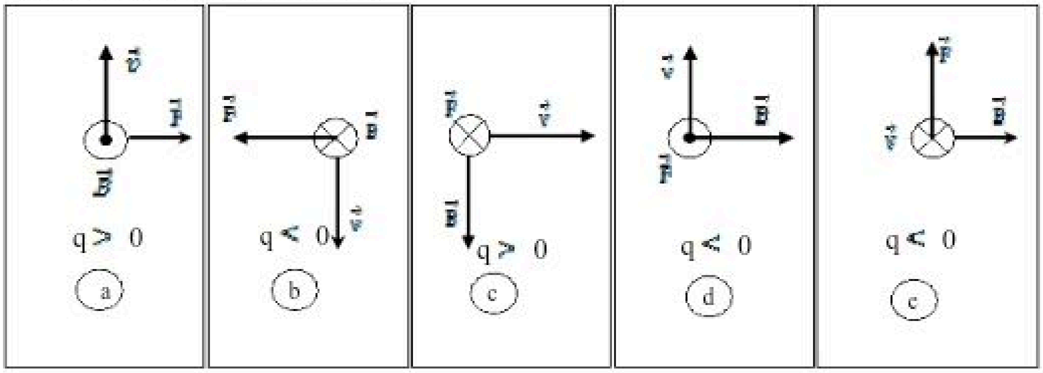
4/ L'aiguille aimantée dévie de l'angle θ tel que $\tan\theta = \frac{B}{B_h} = \frac{5\,10^{-3}}{2\,10^{-5}} \Rightarrow \theta \approx 89.77°$

7/Mouvement dans champ magnétique

EXERCICE N°1

1/ faux ; 2/ faux ; 3/ vrai ; 4/ faux ; 5/ vrai ; 6/ vrai

7/ complétons les vecteurs manquants



EXERCICE N°2

A-1/ Calcul de la force de Lorentz $\vec{f}$.

$f = |q|vB\sin\alpha$

- $\alpha = 0 \Rightarrow f_1 = 0N$
- $\alpha = 30° \Rightarrow f_2 = 1{,}6.10^{-16}N$
- $\alpha = 45° \Rightarrow f_3 = 2{,}26.10^{-16}N$
- $\alpha = 60° \Rightarrow f_4 = 2{,}77.10^{-16}N$
- $\alpha = 90° \Rightarrow f_5 = 3{,}9.10^{-16}N$

A.2 / Poids de la particule : $P = mg = 1{,}67.10^{-2}N$

- Pour $\alpha = 0°$; $\frac{f}{p} \approx 0$
- Pour $\alpha = 30°$; $\frac{f}{p} \approx 9.5\ 10^{9}$
- Pour $\alpha = 45°$; $\frac{f}{p} \approx 1.35\ 10^{10}$
- Pour $\alpha = 60°$ $\frac{f}{p} \approx 1.65\ 10^{10}$
- Pour $\alpha = 90°$; $\frac{f}{p} \approx 1.91\ 10^{10}$

A-3/ Dans chacun de ces différents cas, on négligera le poids devant la force magnétique $\vec{f}$

EXERCICE N°3

1/ Considérons Le système : ion $^{6}_{3}Li^{+}$ de masse m et de charge q

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Force extérieur : $\vec{f}$; ($\vec{P}$ négligeable)
Appliquons le théorème de E_c

$$E_{C0} - E_{C0'} = w(\vec{F})_{0' \to 0} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_o^2\ 0 = q(V_o - V_o') = qU_o \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2eU_o}{m_1}}$$

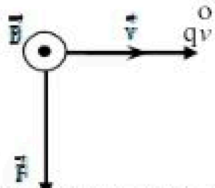
AN : $v_1 \approx 4.10^5$ m/s.

Avec l'ion ${}^7_3Li^+$; on obtient : $v_2 = \sqrt{\frac{2eU_o}{m_2}}$

AN : $v_2 \approx 3{,}7.10^5$ m/s.

2.1/ Dans un champ magnétique, les ions sont soumis à la force magnétique $\vec{f} = q\,\vec{v}_o \wedge \vec{B}$

$\vec{B} \perp$ au plan de la figure et $\vec{f} \perp \vec{v}_o$ et à $\vec{B}$; et puisque les ions se dirigent vers le détecteur, en O, alors la force $\vec{f}$ est dirigée vers le bas de la figure, soit la représentation ci-après:



On en déduit que le champ $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan de la feuille et sortant :

2-2/ Appliquons le Théorème du centre d'inertie à un ion L_i^+ pendant la durée de l'expérience.

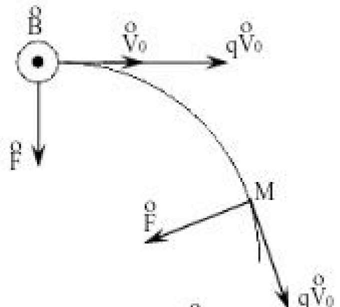
$$\vec{f} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v}_1 \wedge \vec{B}$$

avec $\vec{B}$ et $\vec{k}$ même direction, même sens.

$a_z = 0 \Rightarrow v_z$ = constante = $v_{oz} = 0 \Rightarrow z$ = constante = $z_o = 0$

donc le mouvement s'effectue dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$. et qui contient le vecteur $\vec{v}_o$

- Le mouvement est plan => $\vec{v}_o \perp \vec{B}$ donc $f = qv_oB$
- $\vec{f}$ toujours perpendiculaire à $\vec{v}_o$:



dans la base de Frenet , on a :

_ $f_t = m\frac{d}{dt}v_S = 0$ car v_S = constante = v_o et le mouvement de l'ion L_i^+ est uniforme

_ $f_n = m\frac{v_o^2}{\rho} = |q|v_oB \Rightarrow \rho = \frac{mv_o}{|q|B}$ = constante = R et le mouvement de l'ion Li^+ est circulaire de rayon R.

On conclut que le mouvement des ions L_i^+ est circulaire et uniforme dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$ et qui contient le vecteur $\vec{v}_o$.

2.3/ $R = \frac{mv_0}{eB}$ avec $v_o = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$ donc $R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2eU_0}{e}}$

2-4/ * Si les ions ${}^6_3Li^+$ arrivent sur le détecteur :

$$OD = 2R_1 = \frac{2}{B_1}\sqrt{\frac{2m_1U_0}{e}} \Rightarrow B_1 = \frac{2}{OD}\sqrt{\frac{2m_1U_0}{e}} \approx 0.25\ \text{T}$$

*Si les ions ${}^7_3Li^+$ arrivent sur le détecteur, on doit avoir :

$$B_2 = \frac{2}{OD}\sqrt{\frac{2m_2U_0}{e}} \approx 0.27\ \text{T}$$

EXERCICE N°4

1/Montrons que $v_o = \frac{E}{B}$ si les particules ne sont pas deviés.

Système : particule de masse m et de charge q

Référentiel : terrestre supposé galiléen muni du repère (ox, oy)

Forces extérieurs aux systèmes : $\vec{F}$ force électrique et $\vec{f}$ force magnétique (Lorentz) de même direction et de sens opposé.

Pas de déviation $\Rightarrow \vec{F} + \vec{f} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bullet\ \vec{F} \text{ et } \vec{f} \text{ ont la même direction} \\ \bullet\ \vec{F} \text{ et } \vec{f} \text{ sont de sens opposé.} \\ \bullet\ F = f \Rightarrow |q|E = |q|\ v_oB \\ \qquad v_o = \frac{E}{B} \end{cases}$$

2/ • pour $v > v_o$, on a $v > \frac{E}{B}$ $\Rightarrow$ $E < v.B \Rightarrow |q|E < |q|v.B$ c'est-à-dire $F < f$ et les particules sont déviés vers le bas.

• pour $v < v_o$, on a $v < \frac{E}{B}$ $\Rightarrow$ $E > v.B \Rightarrow |q|E > |q|v.B$ c'est-à-dire $F > f$ et les particules sont déviés vers le haut.

3/ Calculons la vitesse v_o

$v_o = \frac{E}{B}$ avec $E = \frac{U}{d}$ donc $v_o = \frac{U}{dB} = 10^5$ m/s

EXERCICE N°5

1/ Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à un électron de masse m et de charge q soumis à $\vec{F}$ ($\vec{P}$ négligeable) entre C et A.

$\frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{1}{2}mv_C^2 = q(V_C - V_A)$ avec $v_C = 0$; v_A $\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = q(V_i - V_f) = (-e)(U_{AC}) = eU_{AC}$

Comme $v_C = 0$; $v_A = v_o$; $q = -e$ et $V_C - V_A = -U_{AC} = -U$ alors on a $\frac{1}{2}mv_o^2 = e.U \Rightarrow U = \frac{mv_o^2}{2e} \approx 284$ Volt

2/ Etudier la nature du mouvement revient à montrer que le mouvement est uniforme, la trajectoire est plane et circulaire de rayon $R = \frac{mv_o}{eB} \approx 5{,}7$ cm

→ **Mouvement uniforme**

On a $P(\vec{f}) = \vec{f}.\vec{v} = 0$ car $\vec{f} \perp \vec{v}$ Or $P(\vec{f}) = \frac{W(\vec{f})}{\Delta t} \Rightarrow \Delta Ec = 0$ soit $v_i = v_f = v_o$ c'est-à-dire le mouvement est uniforme.

→ **trajectoire plane**

Appliquons le Théorème du centre d'inertie à un électron dans le repère $R(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

$\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a}$

Posons $\vec{k} // \vec{B}$ et $\vec{B} \perp (\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ On a $a_z = 0$ car $\vec{a} \perp \vec{k}$ donc $\frac{dv_z}{dt} = 0 \Rightarrow v_z = \text{constante} = v_{oz} = 0$

$$\Rightarrow \frac{dz}{dt} = 0 \Rightarrow z = \text{constante} = 0$$

$\forall$ t, z = 0 donc le mouvement se déroule dans le plan orthogonal à $\vec{B}$ et contenant $\vec{v}_o$.

→ **trajectoire circulaire**

$\vec{f} = m\vec{a}$ avec $\vec{f} \perp \vec{v}_o$ tel que $\vec{f} = f.\vec{n}$ or $\vec{a} = a_\tau\vec{\tau} + a_n\vec{n} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v_o^2}{\rho}\vec{n}$

J'en déduis que $\frac{dv}{dt} = 0$ (v = constante) et $a_n = \frac{f}{m} \Rightarrow \frac{v_o^2}{\rho} = \frac{|q|}{m}v_oB$ et $\rho = \frac{mv_o}{eB}$ = constante = R : la trajectoire est un cercle de rayon $R = \frac{mv_o}{eB}$

3/ En s'aidant du schéma, on constate que :

$L \ll D$ et $L \ll R \Rightarrow \sin\alpha \approx \tan\alpha \approx \alpha$

$\vec{OM} \approx L \Rightarrow \alpha = \frac{\vec{OM}}{R}$ or $R = \frac{mv_0}{eB}$ donc $\alpha \approx \frac{eBL}{mv_0}$

La déviation de l'écran E vaut :

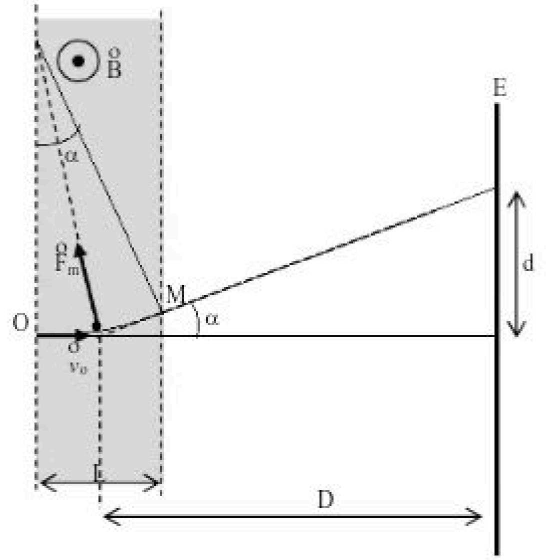
$\tan\alpha = \alpha = \frac{d}{D} \Rightarrow d \Rightarrow d = \frac{eBL}{mv_0}.D$

Calculons la déviation (d) du faisceau sur l'écran :

$\tan\alpha \approx \alpha = \frac{d}{D}$ (1) et $\sin\alpha \approx \alpha = \frac{L}{R}$ (2)

On déduit des rélations (1) et (2) que $d = \frac{|q|LDB}{mv_0}$

AN : d = 8,8 cm



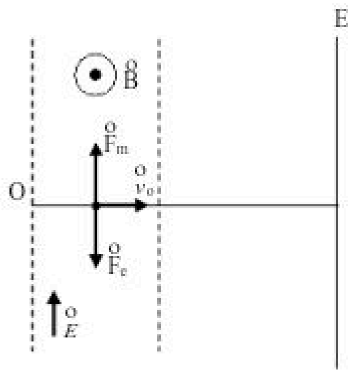
4/ les forces appliquées à l'électron :

$\vec{F}$ force électrique, $\vec{F}_m$ magnétique

Les électrons ne sont pas déviés signifie que $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{F} + \vec{F}_m = \vec{0}$ c'est-à-dire :

- $\vec{F}$ et $\vec{F}_m$: même direction
- $\vec{F}$ et $\vec{F}_m$: sens opposé
- $F = F_m \Rightarrow |q|E = |q|v_0.B$
  $\Rightarrow E = v_0B$
  AN : $E = 10^4$ v/m



EXERCICE N°6

1/ Action du champ électrique

1-1/ Calcul de l'accélération et nature du mouvement

Système : proton de masse m et de charge q

Référentiel : terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : $\vec{F} = q\vec{E}$ ($\vec{P}$ négligeable)

D'après le théorème du centre d'inertie $m\vec{a} = q\vec{E}$ soit $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

La projection donne $a = \frac{q}{m}E = \frac{q}{m}(\frac{U}{l}) = \frac{eU}{ml} = 3.83\ 10^{-13}$ m/s²

L'accélération est constante et la trajectoire est une droite donc le mouvement est rectiligne uniformément varié.

1-2/ Expression de V_1

Mouvement rectiligne uniformément varié alors utilisons la relation $V_f^2 - V_i^2 = 2a(x_f - x_i)$ avec $V_f = V_1$; $V_i = 0$; $a = \frac{eU}{ml}$ et $(x_f - x_i) = \frac{l}{2}$ donc on a $V_1^2 = \frac{eU}{m} \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{eU}{m}}$

2-1/ Dans le Dee, le proton est soumis à la force de Lorentz $\vec{f} = q\vec{V}_1 \wedge \vec{B}$ tel que $\vec{f} \perp \vec{V}_1$

On a $P(\vec{f}) = \vec{f}.\vec{V}_1 = 0$ or $P(\vec{f}) = \frac{W(\vec{f})}{\Delta t}$ donc $W(\vec{f}) = 0 \Rightarrow \Delta Ec = 0$ et le mouvement est uniforme

De meme, dans la base de Frenet $\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho}\vec{n}$

Comme le mouvement est uniforme alors $\frac{dv}{dt} = 0$ l'application du théorème du centre d'inertie donne m $\vec{a}$ = ma_n $\vec{n}$ = $\vec{f}$ soit

$m\frac{v^2}{\rho} = |q|vB$ □ $\rho = \frac{mV_1}{eB}$ = constante = R , rayon de la trajectoire donc le mouvement est circulaire uniforme.

2-2/ Temps mis t.

Expression : $V_1 = \frac{d}{t}$ □□□ $t = \frac{d}{V_1}$ avec $d = \pi R = \frac{\pi m V_1}{eB}$ donc $t = \frac{\pi m}{eB}$ et est indépendant de la vitesse.

Valeur de t : $t = 3.18\ 10^{-8}$ s

3-1/ Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à un proton de masse qui, soumis à la force électrique $\vec{F}$ passe de D_1 à D_2

$Ec_{D2} - Ec_{D1} = W(\vec{F})$ □ $\frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2)$ = eU soit $V_2^2 = \frac{2eU}{m} + V_1^2$ or $V_1^2 = \frac{eU}{m}$ donc $V_2^2 = 2V_1^2 + V_1^2 = 3V_1^2$

3-2/ Expression de V32 et V42

On a $\frac{1}{2}m(V_3^2 - V_2^2) = eU$ □ $V_3^2 = \frac{2eU}{m} + V_2^2 = 2V_1^2 + 3V_1^2 = 5V_1^2$

De même on a $\frac{1}{2}m(V_4^2 - V_3^2) = eU$ □ $V_4^2 = 7V_1^2$

3-3/ De tout ce qui précède, on déduit que $V_n^2 = (2n-1)\,V_1^2$

3-4/ Expression de Rn en fonction R1 et de n.

$R_1 = \frac{mV_1}{eB}$ □ $V_1 = \frac{eBR_1}{m}$ □ $V_1^2 = \frac{e^2B^2R_1^2}{m^2}$ par analogie on a $R_n = \frac{mV_n}{eB}$ □ $V_n = \frac{eBR_n}{m}$ soit $V_n^2 = \frac{e^2B^2Rn^2}{m^2}$

Or $V_n^2 = (2n-1)V_1^2$ donc on a $\frac{e^2B^2R_n^2}{m^2} = (2n-1)\frac{e^2B^2R_1^2}{m^2}$ □$2n - 1 = \frac{R_n^2}{R_1^2}$ soit $R_n = R_1\sqrt{2n-1}$

Valeur de n et de Vn pour Rn = 0.14 m

On a $n = \frac{1}{2}(\frac{R_n^2}{R_1^2} + 1)$ A.N. $R_1^2 = \frac{m^2V_1^2}{e^2B^2} = \frac{mU}{eB^2} = 3.93\ 10^{-5}$ m □ n = 250 et $V_n = 1.38\ 10^7$ m/s

Exercice 7

1/ Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à un électron soumis à $\vec{F}$ ($\vec{P}$ négligeable) qui se deplace de C à A.

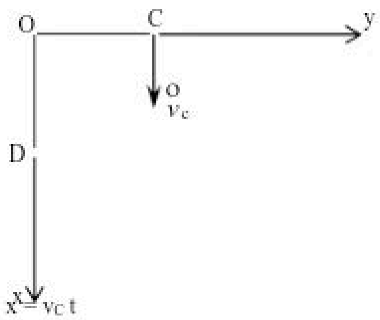
$Ec_A - Ec_C = W(\vec{F}) = q\,\vec{E}\cdot\vec{CA}$ avec $Ec_C = 0$; $Ec_A = \frac{1}{2}mv_o^2$; $W(\vec{F}) = (-e)(-U_o) = eU_o$

Donc $v_o = \sqrt{\frac{2eU_o}{m}} = 10^7$ m/s

2/ Le faisceau decrit un arc de cercle de rayon $R = \frac{mv_o}{eB}$ □ $R = \frac{m}{eB}\sqrt{\frac{2eU_o}{m}}$ soit $B = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{2mU_o}{e}}$

A.N . $B = 285\ 10^{-6}$ T

3-1/ Système : un électron de masse m et de charge q.
Referentiel : terrestre supposé galiléen muni du repère (O,x ;y)



Bilan des forces : $\vec{F}$ avec $\vec{P}$ négligeable
Appliquons le théorème du centre d'inertie :
$\vec{F} = m\vec{a}$ □ $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ = constante car $\vec{E}$ uniforme ; q et m constante.

Le mouvement est alors uniformément varié et on a

$\vec{OM} = \frac{1}{2}\frac{q}{m}\vec{E}t^2 + \vec{v}_C t + \vec{OC}$

Avec $\vec{E}\begin{vmatrix} E_x = 0 \\ E_y = E \end{vmatrix}$ $\vec{v}_C\begin{vmatrix} v_{Cx} = v_C \\ v_{Cy} = 0 \end{vmatrix}$ $\vec{OC}\begin{vmatrix} x_C = 0 \\ y_C = R \end{vmatrix}$ donc on a $\vec{OM}\begin{vmatrix} x = v_C\,t \\ y = -\frac{e}{2m}t^2 + R \end{vmatrix}$

3-2/ équation de la trajectoire : $y = -\frac{e}{2m}E(\frac{x}{v_C})^2 = -\frac{eE}{2mv_C^2}x^2 + R$

3-3/ Les électrons traverse en D($x_D = R$; y_D) □ D □ à la trajectoire et on a $0 = -\frac{eE}{2mv_o^2}R^2 + R$ □ $E = \frac{4U_o}{R}$

3-4/ A.N. E = 5.7 kVm^{-1}

8/ Force de la Laplace

Exercice 1

1/ Vrai
2/ Faux
3/ Faux
4-a/ Vrai ; 4-b/ Faux ; 4-c/ Vrai ; 4-d/ Faux ; 4-e/ Vrai
5/ Vrai
6/ Faux
7/ Vrai

EXERCICE 2

Caractéristiques de la force $\vec{F}$ de Laplace agissant sur le conducteur.

- $I = 0$; $B \neq 0$; $l \neq 0$ avec $\vec{L} // \vec{B}$

  Donc, $\vec{F} = \vec{0}$ car il n'y a pas de force s'il n'y a pas de courant.
- $I \neq 0$; $B \neq 0$; $l \neq 0$ avec $\vec{L} \perp \vec{B}$ □ $F = ILB$

  Et, $\vec{F} \perp \vec{L}$; $\vec{F} \perp \vec{B}$ avec le le trièdre $(I\vec{L},\vec{B},\vec{F})$ direct.
- $I \neq 0$; $B \neq 0$; $l \neq 0$ avec $\vec{L} // \vec{B}$ Donc, $\vec{F} = \vec{0}$ car $\sin 0° = \sin 180° = 0$.
- $I \neq 0$; $B \neq 0$; $l \neq 0$ avec $mes(\vec{L} ; \vec{B}) = 30°$ □ $F = ILB\sin 30° = 4.5\ 10^{-3}$ N

  et, $\vec{F} \perp \vec{L}$; $\vec{F} \perp \vec{B}$ et le trièdre $(\vec{L},\vec{B},\vec{F})$ direct
- $I \neq 0$; $B \neq 0$; $l \neq 0$ avec $mes((\vec{L} ;\vec{B}) = 150°$ □ $F = ILB\left|\sin 150°\right| = 3\ 10^{-3}$ N

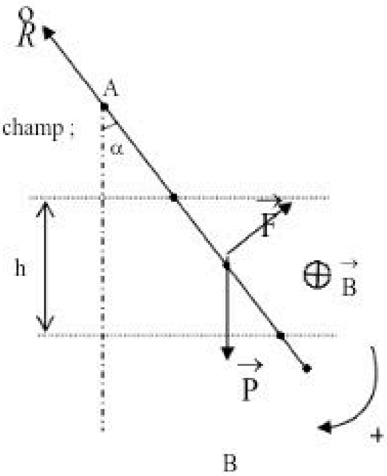
  $\vec{F} \perp \vec{L}$ et $\vec{F} \perp \vec{B}$.
- $I \neq 0$; $B \neq 0$; $l \neq 0$ avec $mes(\vec{L},\vec{B}) = 180°$ c'est- à- dire, $\vec{L} // \vec{B}$ on a donc : $\vec{F} = \vec{0}$.

EXERCICE 3

1/ Expression de F.

Par définition, $\vec{F} = I\,\vec{L} \wedge \vec{B}$ avec $\vec{L} \perp \vec{B}$ □ $F = ILB$

Or, $L = \dfrac{h}{\cos a}$ □ $F = \dfrac{IhB}{\cos a}$



Figure

2/ Les forces agissant sur le conducteur (voir figure ci – dessous) sont:

- La force de Laplace $\vec{F}$ appliquée en G milieu de la portion plongée dans le champ ;
- le poids $\vec{P}$ de la tige ;
- la réaction $\vec{R}$ de la tige.

2-1/A l'équilibre du conducteur mobile autour de l'axe (Δ) passant par A et ⊥ au plan de la feuille, on a :

$M_{/\Delta}(\vec{F}) + M_{/\Delta}(\vec{P}) + M_{/\Delta}(\vec{R}) = 0$

Avec $M_{/\Delta}(\vec{R}) = -F.AG$; $M_{/\Delta}(\vec{P}) = P.AG.\sin\alpha$ et $M_{/\Delta}(\vec{R}) = 0$ car $\vec{R}$ rencontre (Δ)

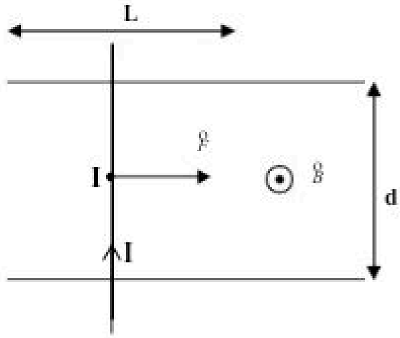
$I = \dfrac{mg\sin a\cos a}{hB}$ avec, $\sin 2\alpha = 2\cos\alpha \sin\alpha$

On a: $I = \dfrac{mg\sin 2a}{2hB}$

A.N. : $I = \frac{0{,}02 \times 10 \times \sin(2 \times 30)}{2 \times 0{,}05 \times 0{,}5}$

$I = 3{,}46$ A.

EXERCICE 4



1/ Schéma de l'expérience ci – contre.

Caractéristiques de $\vec{F}$

- direction : parallèle aux rails ;
- sens : de la gauche vers la droite ;
- point d'application : I milieu de la distance d ;
- valeur : F = IdB ; A.N. $F = 1 \times 0{,}04 \times 0{,}1 = 4.10^{-3}$ N.

2/

- système : conducteur de masse m ;
- référentiel : terrestre supposé galiléen muni du repère d'axe (xx') parallèle aux rails ;
- bilan des forces : $\vec{P}$; $\vec{R}$; $\vec{F}$;

Appliquons le théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$;
La projection sur l'axe (xx') donne : 0 + 0 + F = ma

Soit, $a = \frac{F}{m} = \frac{IdB}{m}$

A.N.: $a = \frac{4.10^{-3}}{4.10^{-3}} = 1$ m/s²

3/.

3-1/ . On a dans le champ $\vec{B}$, $\vec{F}$ est constante, $\Rightarrow$ $\vec{a}$ est constante.
Donc, le mouvement du conducteur est rectiligne uniformément varié

$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$ or, à t = 0s, on a $x_0 = 0$ et $V_0 = 0$

Donc $x(t) = \frac{1}{2}at^2$

3-2/. Le champ magnétique s'étend sur la longueur L, donc $x_{final} = L$

$\Rightarrow L = \frac{1}{2}at^2$ soit, $t = \sqrt{\frac{2L}{a}}$

A.N. : $t = \sqrt{\frac{2 \times 0{,}1}{1}} = 0{,}45$s.

3-3. Le mouvement rectiligne uniformément varié donc, $V = at + V_0$; avec $a = \frac{IdB}{m}$ et $V_0 = 0$

On a donc, $V = (\frac{IdB}{m})\, t$;

Sa vitesse à sa sortie du champ c'est- à- dire au bout de t = 0,45 est : V = 1 x 0,45 = 0,45 m/s.

EXERCICE 5

1/ Dans l'aimant en U, le champ $\vec{B}$ est dirigé du pôle Nord vers le pôle Sud donc $\vec{B} \perp$ au plan de la feuille et entrant. Le conducteur soumis à la tension $\vec{F}$ du fil reste en équilibre si la force de Laplace $\vec{F}$ dirigée dans le sens contraire c'est- à -dire de la droite vers la gauche donc le courant I dirigé du point d'attache du fil vers le point O

2/Le conducteur, mobile autour de (Δ) passant par le point O, est soumis à $\vec{F}$ et à $\vec{T}$; à l'équilibre, on a :

$M_{/\Delta}(\vec{F}) + M_{/\Delta}(\vec{T}) = 0$

$\Rightarrow Tl - Fx = 0$ avec T = P = mg et F = IdB

$\Rightarrow mgl - IdBx = 0$

$\Rightarrow x = \frac{gl}{IdB}$ m.

3/ Dans le nouvel état d'équilibre, on a : $M_{/\Delta}(\vec{F}) + M_{/\Delta}(\vec{P}) = 0$

$\Rightarrow$ Fx − m'g$\frac{L}{2}$ sin dBx - m'g$\frac{L}{2}$ sinα

Soit Sinα $= \frac{2IdB}{m'gL}$ x $\Rightarrow \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{2IdB}{m'gL}x\right)$

1.

1/ Pour x = 2,5 cm : $= \sin^{-1}\left(\frac{2 \times 7 \times 0{,}04 \times 0{,}02 \times 0{,}025}{8.10^{-3} \times 10 \times 0{,}80}\right) = 0{,}25°$

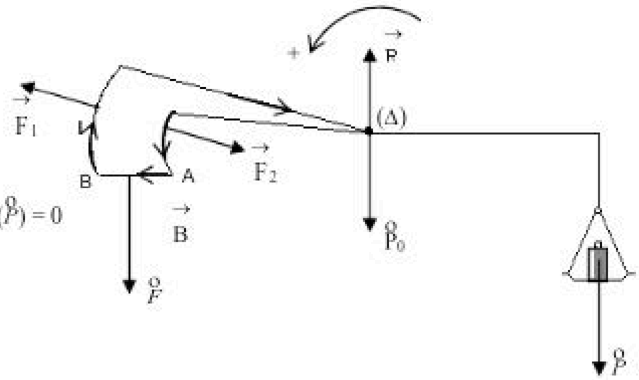
2/ pour x = 76,5 cm : $= \sin^{-1}\left(\frac{2 \times 7 \times 0{,}04 \times 0{,}02 \times 0{,}765}{8.10^{-3} \times 10 \times 0{,}80}\right) = 7{,}69°$.

3. Valeur de x pour une déviation de α' = 3,84°

On a : 2IdBx = m'gL sin'

$\Rightarrow x = \frac{m'gL \sin q'}{2IdB}$ A.N.: $x = \frac{8.10^{-3} \times 10 \times 0{,}80 \times \sin(3{,}84)}{2 \times 7 \times 0{,}04 \times 0{,}02} = 38{,}3$ cm.

EXERCICE 6



1-1/.

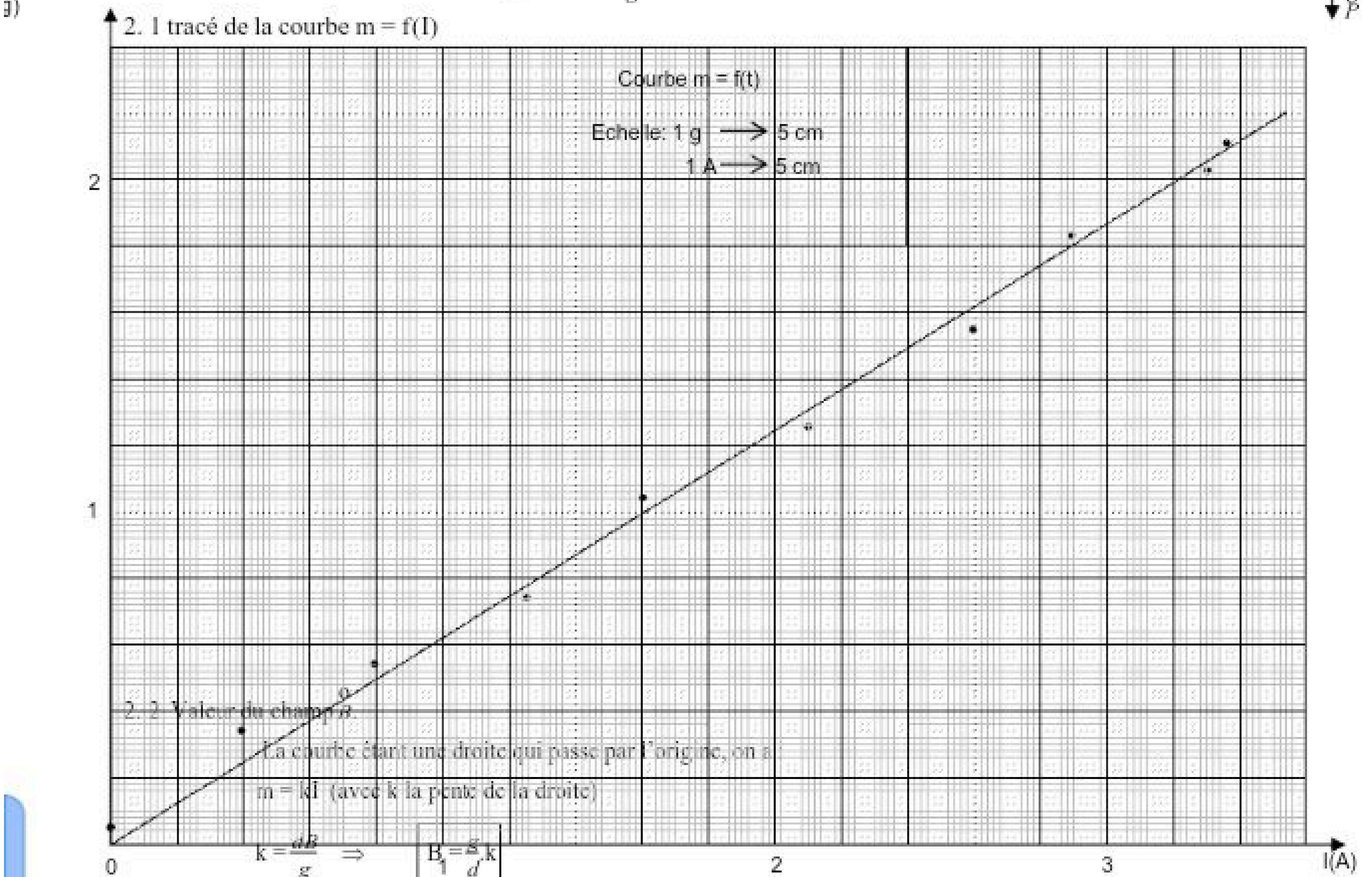
1-2/. A l'équilibre, du dispositif :

On a : $M_{/\Delta}(\vec{F}_2) + M_{/\Delta}(\vec{F}_1) + M_{/\Delta}(\vec{F}) + M/(\vec{P}_0) + M_{/\Delta}(\vec{R}) + M_{/\Delta}(\vec{P}) = 0$

Avec $M_{/\Delta}(\vec{F}_1) = M_{/\Delta}(\vec{F}_2) = M_{/\Delta}(\vec{P}_0) = M_{/\Delta}(\vec{R}) = 0$

$\Rightarrow$ Fl - Pl= 0 $\Rightarrow$ IdBl = mgl □ $m = \frac{dB}{g}$.I

2. 1 tracé de la courbe m = f(I)



2. 2 Valeur du champ $\vec{B}$.

La courbe étant une droite qui passe par l'origine, on a :

m = kI (avec k la pente de la droite)

$k = \frac{dB}{g} \Rightarrow \boxed{B = \frac{g}{d}k}$

A.N. $k = \frac{\Delta m}{\Delta I} = \frac{1,8.10^{-3} - 0,5.10^{-3}}{2,9 - 0,8} = 6,2.10^{-4}$ kg.A^{-1}

$\Rightarrow B = \frac{10}{0,02} \times 6,2.10^{-4} = 0,31$ T

Résolution induction électromagnétique

Exercice 1

1-1/ faux ; 1-2/ vrai ;2-1/ vrai ; 2-2/ vrai ; 3-1/ faux ;3-2/ vrai ;4-1/ faux ; 4-2/ vrai ; 5-1/ vrai ; 5-2/ faux ; 6-1/faux ; 6-2/ vrai ; 7/ vrai.

Exercice 2

1/Calcul du flux magnétique :

•$\phi_1 = N \vec{B}_1.\vec{S}_1 = NB_1S_1\cos\theta$;
On a: N = 1 et $\theta = 0°$ $\Rightarrow \phi_1 = B_1.S_1 = 8.10^{-5}$ Wb.

•$\phi_2 = N \vec{B}_2.\vec{S}_2 = NB_2S_2\cos\theta'$
Avec N = 1 et $\theta' = 30°$ $\Rightarrow \phi_2 = NB_2S_2\cos 30 = 1,3.10^{-4}$ Wb.
$\phi_2 > \phi_1$

2/ Il n'existe pas de courant induit dans aucune spire car pas de variation de flux.

EXERCICE 3

1. Calcul de la f.é.m. induite moyenne qui apparait.
   - Dans sa position initiale : $\vec{B} // \vec{n} \Rightarrow \phi_1 = NBS = 3,14$ Wb.
   - Dans sa position finale : $\vec{B} \perp \vec{n} \Rightarrow \phi_2 = 0$.

   Donc au cours du mouvement, la variation du flux est : $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 0 - 3,14 = -3,14$ Wb.
   Il y a variation du flux pendant la durée Δt $\Rightarrow$ existence d'une f.é.m. induite (e) tel que :
   $e = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{(-3,14)}{0,5} = 6,28$ V soit $e_{moy} = 6,28$ V.
2. Le flux ϕ diminue $\Rightarrow e_{moy} > 0$ donc, le courant induit circule, pendant toute la durée du déplacement ; dans le sens positif choisi.

Exercice 4

1-1/ Exprimons la résistance R_{AC} en fonction du temps
$R_{AC} = kt$ car R_{AC} est une fonction linéaire de du temps avec k le coefficient de proportionnalité.
On a $R_{AC} = \frac{(25-0)}{(0.5-0)} t \Rightarrow R_{AC} = 50t$

1-2/ Exprimons l'intensité i du courant dans le solénoide
On a $E = (R + RAC + r)i \Rightarrow i = \frac{E}{(R + RAC + r)}$ A.N. $I = \frac{12}{(3.5 + 50t)}$

1-3/ Caractéristiques et expression du champ $\vec{B}$

$\vec{B}$ est suivant l'axe du solenoide et dirgé du pole sud du solénoide vers le pole nord
$B = \mu_0 \frac{N}{L} i = \frac{3.8\ 10^{-2}}{(3.5 + 50t)}$

2-1/ Polarité des bornes de la bobine : La variation de $\vec{B}$ dans le solénoide engendre la variation du flux à travers la bobine, donc existence d'une f.é.m aux de la bobine :M est positif et Q négatif

2-2/ La f.é .m est : $e = N'BS \Rightarrow e(t) = \frac{1.11}{(3.5 + 50t)}$

Exercice 5

1-1/ Déterminer l'expression de B en fonction du temps.

$$B(t) = at + b \text{ avec } \begin{cases} 0 = a \times 0 + b \\ 0{,}5 = a \times 3 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = 0{,}167 \end{cases}$$

On a donc $B(t) = 0{,}167t$

1-2/ Calcul de la tension u aux bornes de la bobine.

$|u_1| = \frac{d\phi}{dt}$ avec $\phi(t) = NSB(t)$

Donc, $|u_1| = NS\frac{dB(t)}{dt} = NSa$

A.N. $|u_1| = 100(\pi.0,04^2) \times 0{,}167 = 8{,}4\ .10^{-2}$ volt.

2-1/

$$B(t) = at^2 + b \text{ avec } \begin{cases} 0 = a \times 0 + b \\ 0{,}5 = a \times 3^2 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = 5{,}56.\ 10^{-2} \end{cases}$$

On a donc $B(t) = 5{,}56.10^{-2}t^2$

$|U_2| = \frac{d\phi}{dt} = NS\frac{dB(t)}{dt}$

A.N. $|U_2| = 100 \times \pi \times (0{,}04)^2 \times 2 \times 5{,}56.10^{-2}t = 5.56\ 10^{-2}\ t$

2-2/ $|u_1| = |U_2|$ □ $8{,}4\ .10^{-2} = 5{,}56.10^{-2}t$ soit $t = 1{,}50$ s.

3. Posons : $B = a.e^t + b$ avec $\begin{cases} 0 = a + b \\ 0{,}5 = a \times e^3 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2{,}62.10^{-2} \\ b = -\ 2{,}62.10^{-2} \end{cases}$

$B(t) = 2{,}62.10^{-2}\,e^t - 2{,}62.10^{-2}$

Alors $|u_3| = NS\frac{dB(t)}{dt} = 100\pi(0{,}04)^2 \times \left[2{,}62.10^{-2}e^t - 2{,}62.10^{-2}\right]$

Soit, $|u_3| = 0{,}013(e^t - 1)$

$|u_3| = |u_1|$ □ $(1{,}3e^t - 1).10^{-2} = 8{,}4.10^{-2}$ soit, $1{,}3e^t - 1 = 8{,}4$

$1{,}3e^t = 9{,}4 \Rightarrow t = \ln\left(\frac{9{,}4}{1{,}3}\right)$

$t = 2$ s.

Exercice 6

1. Chaque conducteur, lors de son déplacement balaie une aire qui varie dans le temps : $S = d.vdt$.

   Lorsque la surface varie dans le champ magnétique $\overset{0}{B}$, le flux lui aussi varie et on a création d'une f.é.m. induite e.

   $e_1 = |e_1| = \left|-\frac{d\phi}{dt}\right| = \frac{d}{dt}(BS) = \frac{d}{dt}(B.d.v_1dt) = Bdv_1.$

   $e_2 = |e_2| = \left|-\frac{d\phi}{dt}\right| = \frac{d}{dt}(B.d.v_2dt) = Bdv_2$

Chaque conducteur se comporte comme un générateur de f.é.m. e avec : $e_1 = +Bdv_1$ et $e_2 = +Bdv_2$.
Ces deux conducteurs sont comme deux générateurs montés en opposition ; le sens du courant induit est imposé par e_2 (sens des aiguilles d'une montre).

$i = \frac{(e_2 - e_1)}{R}$ avec $R = \lambda(2d + 2l')$

➢ l' représente la distance entre les deux conducteurs à la date t telle que : $l' = l + (v_2 - v_1)t$.

Donc, $i = \frac{(Bdv_2 - Bdv_1)}{2l(d + l + (v_2 - v_1)t)}$.

2. Application Numérique : $i = \frac{(5.10^{-2}x5.10^{-2}x1,4 - 5.10^{-2}\ x\ 5.10^{-2}\ x\ 0,8)}{2\ x\ 0,02[5.10^{-2} + 4.10^{-2} + (1,4 - 0,8)\ x\ 1,5]}$

$i = 3,8.10^{-2}$ A.

Résolution auto-induction

Exercice 1

1/ vrai ;2/ faux ; 3/vrai ; 4/ vrai ; 5/faux ; 6/ vrai ; 7/ faux ; 8/ vrai ; 9/ faux ; 10/ vrai

Exercice n°2 :

Inductance L du solénoïde.

$L = \mu\frac{N^2}{l}(\pi r^2)$ or $n = \frac{N}{l}$ $\Rightarrow$ $N = nl$ et $S = \pi r^2$

donc $L = \mu_o\frac{(nl)^2}{l}\pi r^2$ $L = \pi\mu_o l n^2 r^2$

AN : $L = \pi.4\pi.10^{-7}.\ 0,5(2.10^{4})^2\ (2,5.10^{-2})^2$

$L = 4,49H$

Exercice n°3 :

1/ Dans chaque intervalle de temps, nous allons exprimer la loi de variation de l'intensité i(t) et en déduire, par dérivation la valeur de la f.é.m. d'auto-induction e.

• $0 < t < 2$ s : $i = kt$ avec $k = \frac{5-0}{2-0} = 2,5$ A/D

Donc $i(t) = 2,5t$

$\Rightarrow \frac{di}{dt} = 2,5$ A/D

Comme $e = -L\frac{di}{dt}$ alors : $e = -\ 4.10^{-2}$ x 2,5

$\Rightarrow$ $e = -10^{-2}$ Volt

e = - 10mV : le signe (-) indique que le courant d'auto-induction circule en sens inverse de i.

N.B : En réalité, l'intensité i définie sur le schéma de l'énoncé est la somme de :

* L'intensité i du courant délivré par le générateur
* L'intensité i du courant d'auto-induction.

•$2s < t < 7s$: i = 5A (constant)

$\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow e = -L\frac{di}{dt} = 0$

Le phénomène d'auto-induction ne peut exister que si l'intensité du courant varie.

•$7s < t < 8s$: I varie selon une fonction affine $i = at + b$

Pour 7s ; i = 5A $\Rightarrow$ 5A = 7a + b

Pour 8s ; I = 0 $\Rightarrow$ 0 = 8a + b

On en déduit que a = -5 A/s et b = 40A donc i(t) = -5t + 40

$\frac{di}{dt} = -5$ $e = -L\frac{di}{dt} = -4.10^{-2}$ X (-5) = 2.10^{-2} Volt

e = +20mV: le signe (+) signifie que le courant d'auto-induction circule dans le sens positif: celui de i.

2/ La tension est donnée par la formule : $U_{AB} = Ri + L\frac{di}{dt} = Ri - e$

ou e est la f.é.m. qui a déjà été calculée :

•$0 < t < 2s$: $i = 2,5t$ et $e = -\ 10^{-2}$ V donc $U_{AB} = 10 \times 2{,}5t + 10^{-2}$

$\Rightarrow U_{AB} = 25t + 0{,}01$ (en Volt)

•$2s < t < 7s$: $i = 5A$ et $e = 0$

$\Rightarrow U_{AB} = 10 \times 5 + 0$

$\Rightarrow U_{AB} = 50$ V

•$7s < t < 8s$: $i = -5t + 40$ et $e = 2.10^{-2}$

$\Rightarrow U_{AB} = 10\,(-5t + 40) - 2.10^{-2}$

$\Rightarrow U_{AB} = -50t + 400 - 2.10^{-2} \approx -50t + 400$

Exercice n°4 :

1/ Lorsqu'on ferme l'interrupteur, L_1 s'allume immédiatement alors que L_2 s'allume progressivement : la bobine parcourue par un courant qui varie de 0 à I engendre un courant induit qui s'oppose à l'établissement du courant dans la branche.

2/ Lorsqu'on ouvre l'interrupteur, L_1 s'éteint immédiatement

alors que L_2 s'éteint progressivement : La bobine parcouru par un courant qui varie de I à 0 engendre un courant induit qui s'oppose à l'extinction de L_2.

Exercice 5

1/ Valeur de l'inductance L

$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S$ avec $S = \pi r^2 \Rightarrow L = \pi\mu_0 r^2 \frac{N^2}{l}$

AN: $L \approx 0{,}1$ H

2-1/ Energie qui apparait lors de l'ouverture ou encore énergie emmagasinée dans le solénoïde.

$E_m = \frac{1}{2} Li^2 = 5$ J.

2-2/ Puissance électrique moyenne mise en jeu.

$P = \frac{E_m}{\Delta t} = 500$ W = 0.5 kW

Cette puissance est très élevée parce que l'énergie apparue relativement faible est dissipée en un temps très bref.

Exercice n°6 :

1/ Par définition : $e = -L\frac{di}{dt}$

On a : • $0 < t < 10$ ms, $i = 2$ A = constant

$\Rightarrow \frac{di}{dt} = 0$ donc $e_1 = 0$ Volt

•10 ms $< t < 20$ ms, $i = at + b$

Pour $t = 10.10^{-3}$ s ; $i = 2 = a \times 0{,}01 + b$

Pour $t = 20.10^{-3}$ s ; $i = -2 = a \times 0{,}02 + b$

$\Rightarrow i(t) = -400t + 10 \Rightarrow \frac{di}{dt} = -40$

Donc $e_2 = -400 \times (-0{,}04) = 16$ Volts.

•20 ms $< t < 30$ ms ; $i(t) = -2A \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0$

donc $e_3 = 0$ Volts

•30 ms $< t < 40$ ms, $i(t) = at + b$

Pour $t = 30$ ms ; $i = -2A \Rightarrow -2 = 0{,}03\,a + b$

Pour $t = 40$ ms ; $i = 2A \Rightarrow 2 = 0{,}04a + b$

Soit $i(t) = 400t - 10$ et $\frac{di}{dt} = 400$

 $e_4 = -0{,}04\,(400) = -16$ Volts.

2/ Déterminons la tension U_L

$U_L = ri + L\frac{di}{dt} = L\frac{di}{dt}$ car r = 0

donc U_L = 16 V pour 10 ms < t < 20 ms

U_L = - 16 V pour 30 ms < t < 40 ms

U_L = 0 V pour 0 < t < 10 ms et 20 ms < t < 30 ms

3/ Energie emmagasinée dans la bobine.

Par définition : $E_m = \frac{1}{2}Li^2$

donc pour 0 < t < 10 ms, i = 2A et $E = \frac{1}{2}L(2)^2 = 2L = 80$ mJ

10 ms < t < 20 ms : i = - 400t + 10 $\Rightarrow E = \frac{1}{2}L(-400t + 10)^2$

$E = 0,02\,(-400t + 10)^2$

$E = 3200t^2 - 160t + 100$

20 ms < t < 30 ms : i = - 2A $\Rightarrow E = \frac{1}{2}(40.10^{-3}) \times (-400t + 10)^2$

$\Rightarrow$ E = 0,08 joule

Exercice n°7 :

1/ $L = \mu.\frac{N^2}{l}S = 4\pi^2 10^{-7} r\frac{2\Lambda^2}{l}$

AN: L = 0,01H = 10 mH

2/ Force électromotrice d'auto indiction dans la bobine

1^er cas : $i_1 = 2A \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0$

$e_1 = -L\frac{di}{dt} = -L\,(0)$ donc $e_1 = 0$ V

2^e cas : : $i_2 = 5t + 2 \Rightarrow \frac{di}{dt} = 5$

$e_2 = -L\frac{di}{dt} = -(0,01)\,(5) \Rightarrow e_2 = -50$ mV

3^e cas : $i_3 = 2\sqrt{2}\sin(100\,\pi t) \Rightarrow \frac{di}{dt} = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t)$

donc $e_3 = -L\frac{di}{dt} = -(0,01)\,(200\pi\sqrt{2}\cos(100\,\pi t))$

$\Rightarrow e_3 = -2\pi\sqrt{2}\cos(100\,\pi t)$

3/ Tracé de la représentation graphique de u en fonction du temps

On a : $\rightarrow$ pour 0 < t < 20 ms ; i(t) = at avec $a = \frac{100.10^{-3} - 0}{20.10^{-3} - 0} = 5$

$\Rightarrow$ i(t) = 5t

$\Rightarrow$ i(t) = - (0,01) (5) = - 50 mV

$\rightarrow$ pour 20 < t < 30 ms ; i(t) = at + b

t = 20 ms ; $i = 100.10^{-3}(20.10^{-3}) + b = 0,02a + b$

t = 30 ms ; $i = -100.10^{-3}(30 = 0,03a + b$

$\Rightarrow i(t) = -20t + 0,5$ et $\frac{di}{dt} = -20$

donc e = -(-0,01) (-20) = 0,2V

$\rightarrow$ pour 30 < t < 50 ms ; i = at + b

$t = 0,03 \Rightarrow -0,01 = 0,03a + b$

$t = 0,05 \Rightarrow -0,00 = 0,05a + b$

$\Rightarrow i(t) = 5t - 0,25$ et $\frac{di}{dt} = 5$

donc e = -(0,01) (5)

$\Rightarrow$ e = -0,05 V = -50 mV

Exercice n° 8 :

1/ Valeur du champ B créé au centre O du solénoïde.

$B = \mu.\frac{N}{l} i = \mu.n.i$

AN : $B = 4\pi.10^{-7}\ 1250 \times 5$

$B = 7{,}85\ mT$

2/ Flux propre de ce solénoïde

$Ø = NSB = \mu.(\pi r^2)(\frac{N^2}{l} i)$

$\Rightarrow Ø = \frac{\pi\mu r^2 N^2 i}{l}$ avec $N = n.l$ donc $Ø = \pi\mu.r^2 l n^2 i$

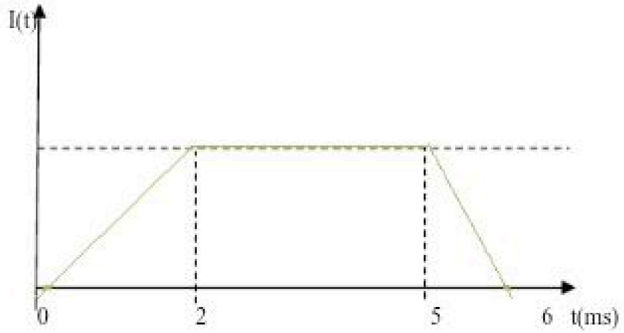
AN : $Ø = 4\pi^2 10^{-7}(0{,}02)^2(0{,}4)(1250)^2(5)$

$\Rightarrow Ø = 5.10^{-3}$ Weber.

3/ Inductance L du solénoïde

On a $Ø = Li \Rightarrow L = \frac{\Phi}{i}$

AN : L = 0,001 H = 1 mH



4-a/ Déterminons la f.é.m. d'auto-induction e qui apparait aux bornes de solénoïde,

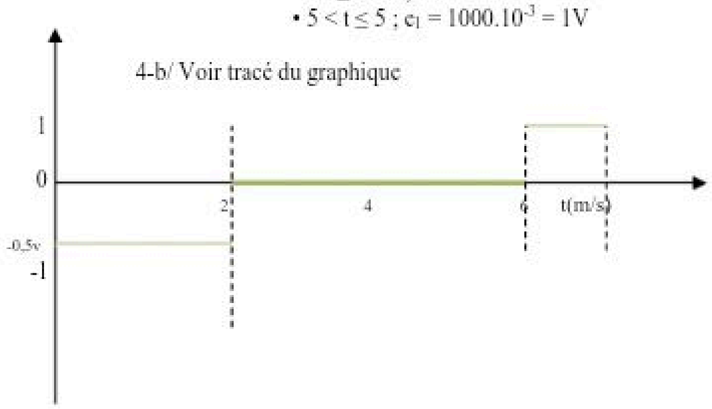
Pour $0 < t < 2$; $i(t) = at = 500t$

Pour $2 < t < 5$; $i(t) = 1A$

Pour $5 < t < 6$; $i(t) = -1000t$

Comme $e = -L\frac{di}{dt}$ alors on a

- $0 \leq t < 2$; $e_l = -500\ L + -\ 0{,}5V$
- $2 \leq t < 5$; $0V$
- $5 < t \leq 5$; $e_l = 1000.10^{-3} = 1V$



Résolution montage dérivateur et intégrateur

Exercice 1

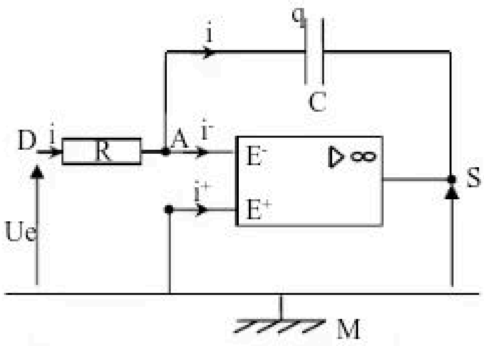
1/ faux ; 2/ faux ; 3/ faux ; 4/ faux ; 5/ faux ; 6/ vrai ; 7/ vrai ; 8/ vrai

Exercice 2 :

A/ Non ; parce qu'il n'existe pas de boucle à contre réaction (pas de connexion entre la borne E^- et S.
B-1/ L'amplificateur opérationnel a un fonctionnement linéaire.
B-2/ La diode ne conduit le courant dans le sens inverse ; donc si on permute ses bornes, le de l'ampoule est saturé.

Exercice 3

1/Il, fonctionne en régime linéaire.
Consequence: * $i^- = i^+ \cong 0$ A
*$u_d = 0$



2/ Maille MDABM
on a $U_{MD} + U_{DA} + U_{AB} + U_{BM} = 0 \Rightarrow -U_e + Ri + 0 + 0 = 0$
$\Rightarrow U_e = Ri$

3/ Maille MBASM :
On a $U_{MB} + U_{BA} + U_{AS} + U_{SM} = 0$
$\Rightarrow 0+0+U_C+U_S = 0$ avec $U_C = \frac{1}{c}\int_0^t i dt$
$\Rightarrow U_S = -\frac{1}{c}\int_0^t i dt$

4/ On a $U_e = Ri \Rightarrow i = \frac{U_e}{R}$ or $i = i'$

$$\Rightarrow U_S = -\frac{1}{c}\int_0^t \frac{U_e}{R} dt = -\frac{1}{RC}\int_0^t U_e$$

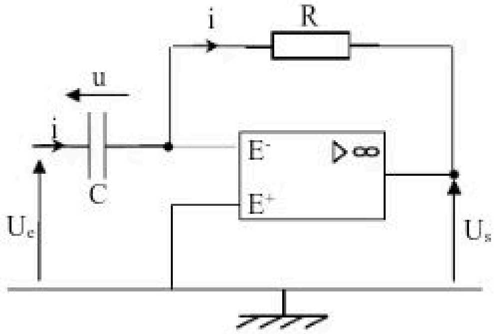
5/ Ce montage est intégrateur.
6-a/ Période T : T= 10 ms = 0,01 s
Fréquence N :
$N = \frac{1}{T} = 100\ Hz$

6-b/ $t \in]0 ;5]$, $U_e = -4V \Rightarrow U_S = +\frac{1}{RC}\int_0^t 4dt = \frac{1}{RC}(4t)$
$U_S = \frac{4}{RC}t.$

$t \in]5 ;10]$, $U_e = 4$ V $\Rightarrow U_S = -\frac{1}{RC}\int_0^t 4dt = -\frac{4}{RC}t$

Exercice 4 :

1/Il a un fonctionnement linéaire E^- et S sont reliées.
2/a/ Soit la maille ME^+E^-SM
$U_{ME+} + U_{E+E-} + U_{E-S} + U_{SM} = 0$
$\Rightarrow 0 + 0 + Ri + U_S = 0 \Rightarrow U_S = -Ri$ □ $i = \frac{U_S}{R}$ (1)



2-b/Soit la maille MAE^-E^+M
$U_{MA} + U_{AE-} + U_{EE+}\ U_{E+M} = 0 \Rightarrow -U_e + \frac{q}{C} = 0$ or $i = \frac{dq}{dt}$
$\Rightarrow -\frac{dU_e}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$ soit $i = C\frac{dU_e}{dt}$ (2)
(2) = (1) □ $\frac{U_S}{R} = C\frac{dU_e}{dt}$
Au noeud E^-, on a i = i' car $i^- = 0$ $\Rightarrow -\frac{U_S}{R} = C\frac{dU_e}{dt}$
$\Rightarrow U_S = -RC\frac{dU_e}{dt}$

Exercice 5

1/ Période $T = \frac{1}{N} = \frac{1}{500} = 2\ 10^{-3}$ s
2/ Représentation de $U_e = f(t)$
3/ $U_S(t)$ a une forme triangulaire.
4/ Pour ce montage intégrateur ;
$U_S = -\frac{1}{RC}\int_0^2 U_e dt = -\frac{1}{RC}\int_0^2 0.1\ dt = -[t]_0^2$
$U_S(t) = $ I-0,1 $\frac{t}{RC}$ i

5/$U_{Smax} = \frac{I(-0,1 \times 2)}{4I} = +50$ V

Exercice 6

Soient les mailles : ME^-E^+M et ME^-SM

⟶ maille :$^-$E-SM : on a : $U_{E+E-} + U_{E-S} + U_{SM} = 0$

$\Rightarrow R_1I_1 + 0 + U_2 = 0$

$\Rightarrow U_e = -R_1I_1 \Rightarrow I_1 = -\frac{Ue}{R1}$

⟶ maille ME^-SM : on a :

$U_{ME^-} + U_{E^-S'} + U_{S'M} = 0 \Rightarrow R_1I_1 + R_2I_2 + U_1 = 0$

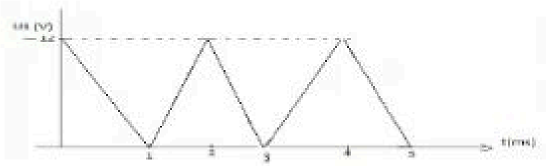
$\Rightarrow U_1 = -R_1I_1 - R_2I_2$

Au noeud ; E^- $i^- \approx 0 \Rightarrow I_1 = I_2 = I$

$\Rightarrow U_1 = -I_1 (R_1 + R_2) \Rightarrow I_1 = \frac{U1}{R1+R2}$

$\Rightarrow -\frac{U1}{R1+R2} = \frac{Ue}{R1} \quad \Rightarrow U_1 = R1 + \frac{R2}{R1}$ Uc = $(1+\frac{R2}{R1})$ Uc

$U_1(t) = k\, U_e(t)$ avec $K \in \varsigma$ et $k = 3$



3/ 2ème étape : soient les mailles : $MS'E^-E^+M$ et ME^+E^-SM.

⟶$MS'E^-E^+M$: $U_{MS'} + U_{S'E-} + U_{E-E+} + U_{E+M} = 0 \Rightarrow -U_1 + Uc + 0 = 0$

⟶ME^-E^+M : $U_{ME+} + U_{E+E-} + U_{E-S} + U_{SM} = 0 \quad \Rightarrow U_1 = \frac{q}{c} \Rightarrow \frac{dU1}{dt} = \frac{i}{c}$ (1)

$\Rightarrow 0+0+ R_1I + Us = 0 \Rightarrow Us = -R_1I$ soit $I = -\frac{Us}{R1}$ (2)

(1)+ (2) $\Rightarrow \frac{dU1}{dt} = \frac{1}{C}(-\frac{Us}{R1}) \Rightarrow \frac{dU1}{dt} = -\frac{1}{R1C}$ Us

$\Rightarrow Us = -R_1C \frac{d}{dt}[(1 + \frac{R_2}{R_1}) U_e]$

$\Rightarrow Us = -R_1C\,(1+\frac{R2}{R1})\frac{dUe}{dt}$

A.N : $U_s = -1000 \times 0,5.10^{-6}\,(1+2)\frac{dUe}{dt} = 1,5.10^{-3}\frac{dUe}{dt}$

Pour $0 < t < 1$; $U_e = -4.10^{-3}$ V

Résolution d'oscillations électriques libres

Exercice 1

1/ faux ;2/ faux ; 3/ vrai ; 4/vrai ; 5/ faux ; 6/ vrai ; 7/ vrai ; 8/ Faux ; 9/ faux ; 10/ vrai ; 11/ faux ; 12/ vrai ; 13/ vrai.

Exercice n°2

1/ Nous avons $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; $T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{LC}$; $N_o = \frac{1}{T_o} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

A.N : ω_o = 3162 rad/s ; T_o = 2 10-3 s ; N_o = 500 Hz ;

2/ Donnons les variations q(t) et i(t) respectivement de la charge du condensateur et de l'intensité du courant, qui sont de la forme :

$q(t) = Q_m\cos(\omega o t + \phi)$ et $i(t) = \frac{d}{dt}q(t) = - Q_m\omega_o\sin(\omega_o t + \phi)$

Charge Q du condensateur à t=0 : $Q = CU_{AB} = 1.2\ 10^{-5}$ C

Conditions initiales : à t=0, on a i=0 et q(t=0) = Q

$\Rightarrow q(t = 0) = Q$ □ $Q = Q_m\cos\varphi$ et $Q_m\omega_o\sin\varphi = 0$

$\Rightarrow Q_m = Q$ et $\varphi = 0$

De plus $I_m = Q\omega_o = 3.8$ 10-2 A

On déduit que $q(t) = Q_m\cos\omega_o t$ et $i(t) = I_m\cos(\omega_o t + \frac{\pi}{2})$

Soit numériquement : $q(t) = 1.2\ 10^{-5}\cos(3162t)$ et $i(t) = 3.8\ 10^{-2}\cos(3162t + \frac{\pi}{2})$

3/ • date $t_1 = 0.5$ m.s $= \frac{T_o}{4}$

Donc $q_1 = Q_m\cos(\frac{\omega_o T_o}{4}) = Q_m\cos\frac{\pi}{2} = 0$ le condensateur est déchargé

$I_1(t) = I_m\cos(\frac{\omega_0 T_o}{4} + \frac{\pi}{2}) = I_m\cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}) = - I_m$: le courant va de N vers M et son intensité est maximale.

•date $t_2 = 1$ ms $= \frac{T_0}{2}$date

$q(t) = Q_m\cos(\frac{\omega_o T_o}{2}) = Q_m\cos\pi = -Q_m$ le condensateur est rechargé mais l'armature A porte des charges négatives

$i_2 = I_m\cos(\pi + \frac{\pi}{2}) = 0$: l'intensité du courant est nulle.

•date $t_3 = 1.5$ ms $= \frac{3\pi}{4}$

$q(t) = Q_m\cos(\frac{\omega_o T_o}{4}) = Q_m\cos(\frac{3\pi}{2}) = 0$: le condensateur est à nouveau déchargé

$i(t) = I_m\cos(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2}) = I_m\cos(2\pi) = I_m$: le courant va maintenant de M vers N et son intensité est maximale.

Conclusion : L'intensité du courent est maximale chaque fois que le condensateur est déchargé ; tout comme l'intensité est nulle lorsque le condensateur est rechargé ; q(t) et i(t) sont en quadrature de phase c'est-à-dire i(t) est en quadrature avance sur q(t).

Exercice 3

1/ $\omega_o^2 = \frac{1}{LC}$ □ $C = \frac{1}{L\omega_o^2} = 0.01$F

2-1/ $q(t = 0) = q_o$ □ $Q_m\cos\phi = q_o$ soit $Q_m = q_o$ et $\phi = 0$

donc $q(t) = q_o\cos\omega t$

On a $q(t) = Cu(t)$ □ $u(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{q_o}{C}\cos\omega o t$

2-2/ $i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(q_o\cos\omega o t) = - \omega_o q_o\sin\omega t = \omega_o q_o\cos(\omega_o t + \frac{\pi}{2})$

Exercice 4

1/Avant de calculer la fréquence No, déterminons :

•$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d} = 8.85\ 10^{-12} \times 9 \times 0.01/0.001 = 7.96\ 10^{-10}$ F

• $L = \frac{\varphi}{i} = \frac{NBS}{i} = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} = 4\pi\ 10^{-7} \times 100^2 \times 0.0020/0.1 = 2.51\ 10^{-4}$ H

ON a $N_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 355951.1$ Hz

2/ Si d = 4 cm alors $C' = 1.99\ 10^{-10}$ F $\approx 2.10^{-10}$ F et $N_o' = 711902.26$ Hz

ON constate que $N_o' = 2N_o$

Exercice n°5

1/ Calcul de ω_0 et de la valeur de la capacité C

$\omega_0 - 2\pi N_o = 5027$ rad/s

Comme $\omega_o^2 = \frac{1}{LC}$ alors $C = \frac{1}{L\omega_o^2} = 989.10^{-9}$ F ≈ 1µF

2/ Dans le circuit LC, l'intensité i est une fonction sinusoïdale du temps : $i(t) = I_{max}(\cos W_0 t + \varphi)$

condition initiale : $i(t = o) = I_{max}$ □ $I_{max} = I_{max} \cos\varphi$

□□soit $\phi = 0$ et $i(t) = I_m \cos\omega_o t$

numériquement $i(t) = 2\cos(5027t)$ avec i en A et t en s

3/ La tension u(t) aux bornes du condensateur est aussi aux bornes de la bobine: $u(t) = L\frac{d}{dt}i(t) = -L\omega_o I_m \sin\omega_o t$

□□$u(t) = -402\sin 5027t$

On a $q(t) = Cu(t) = -LC\omega_o I_m \sin\omega_o t = -Q_m \sin\omega_o t$

3-1/$q(t) = Q_m$ signifie que $\sin\omega_o t = -1$ □□$\omega_o t_1 = \frac{3\pi}{2}$ □ $t_1 = \frac{3\pi}{2\omega_o}$ avec $\omega_o = \frac{2\pi}{T_o}$ donc $t_1 = \frac{3T_o}{4} = 9.375$ 10-4 s

3-2/$q(t)$ atteint pour la 1ère fois la valeur $-Q_m$ à l'instant $t_2 = \frac{\pi}{2\omega_o} = \frac{T_o}{4}$ □ $t_2 = 3.125\ 10^{-4}$ s

3-3/ avec les conventions choisies : $i(t) = -\frac{dq}{dt}$; lorsque la charge q est maximale ou minimale, le nombre dérivée $\frac{dq}{dt}$ est nul et l'intensité i(t) est nulle également □ L'énergie magnétique $E_m = \frac{1}{2}Li^2$ est nulle : toute l'énergie du circuit est sous forme d'énergie électrostatique E_e emmagasinée dans le condensateur :

$E_C = \frac{1}{2}\frac{Q_{max}^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2_{max} = \frac{1}{2}.10^{-6} \times (406)^2 \approx 8.10^{-2}$ J

4/ Calculons l'énergie électrostatique E_e et l'énergie magnétique E_m à ces 2 dates.

déterminons u' et u'' à ces dates.

$u'(t) = -402 \sin(5027\,t')$ donc $u' = -402\sin(5027 \times 6{,}25.10^{-2}) = 0$

et comme $E_e' = \frac{1}{2}CU^2$ alors $E_e' = 0$

$u''(t) = -402\sin(5027t'')$ donc $u'' = -402\sin(5027 \times 2.10^{-4}) = -339\ V$

$E_e'' = \frac{1}{2}cu''^2 = \frac{10^{-6}}{2}(339)^2 \cong 5{,}8.10^{-2}$

L'énergie total du circuit étant constant, on a :

$E_T = E_e' + E_m' = E_e'' + E_m''$

Donc $E_m' = E_T - E_e' = 8.10^{-2} - 5{,}8.10^{-2} = 2{,}2.10^{-2}$ J

Exercice 6

1/ $Q = C.U = 2{,}5.10^{-6} \times 20 = 5.10^{-5}C$

$E_C = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \times 2{,}5.10^{-6} \times (20)^2 = 5.10^{-4}J.$

2-1/ $W_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 4000\ rad.s^{-1}$

2-2/ D'après la loi des mailles, on a $U_c + U_b = 0 \Rightarrow \frac{q}{c} + L\frac{di}{dt} = 0$

Or $i = \frac{dq}{dt}$ donc $\frac{Ldi}{dt} = \frac{Ld^2}{dt^2}q(t)$ et on obtient $\frac{q(t)}{C} + \frac{Ld^2}{dt^2}q(t) = 0$ □ $\frac{d^2}{dt^2}q(t) + \frac{1}{LC}q(t) = 0$

2.3/ Une solution de cette équation différentielle est de la forme

$q(t) = Q_m \cos(wt + \rho)$

$q(t = 0) = Q_0 \Rightarrow Q_m \cos\rho = Q_0$

□ $\cos\phi = 1$ et $Q_m = Q_o$ soit $\phi = 0$ et $Q_m = Q_o$

$q(t) = 5.10^{-5}\cos 4000t$

$i(t) = \frac{d}{dt}q(t) = -4000.5.10^{-5}\sin 4000\,t$

$= -0{,}2\sin 4000\,t = 0{,}2\cos(400ot + \pi/2)$

$i(t) = -0{,}2\sin 4000\,t.$

2.4/ Expressions des énergies :

$$E_C(t) = \frac{1}{2c}q(t)^2 = \frac{(5.10^{-5})^2}{2\times 2{,}5.10^{-6}}\cos^2 4000\,t \Rightarrow E_C(t) = 5.10^{-4}\cos^2(4000\,t)$$

$$E_b(t) = \frac{1}{2}l(-0{,}2\sin(4000\,t))^2 = 5.10^{-4}\sin^2(4000\,t)$$

2.5/ Relation entre $E_b(t)$ et $E_C(t)$

On a $E_b(t) + E_C(t) = 5.10^{-4}\cos^2(4000\,t) + 5.10^{-4}\sin^2(4000\,t)$

$= 5.10^{-4}(\cos^2 4000\,t + 5.10^{-4}\sin^2 4000\,t)$

$= 5.10^{-4} J$

Donc $E = E_C(t) + E_b(t)$

Exercice 7

1/ Si la bobine a une résistance négligeable, l'oscillation est périodique.

2-1/ Ces oscillations électriques sont le fait de la décharge du condensateur à travers la bobine et vice versa : on dit qu'elles libres. parce que pas imposées par un générateur.

2-2/ Ces oscillations sont amorties (l'amplitude des oscillations diminue au cours du temps) du fait de présence de résistance dans le circuit.

2-3/ pseudo-période T_0 des oscillations.

$T_0 = 0{,}32$ ms

2-4/ inductance L de la bobine $T_o = 2\pi\sqrt{LC}$ □ $T_o^2 = 4\pi^2 LC$ soit $L = \frac{T_o^2}{4\pi^2 C} = 2.28\ 10^{-3}$ H

Exercice 8

1-1/ Charge Q_0 portée par l'armature supérieure du condensateur.

$Q_0 = CE = 0{,}4.10^{-6} \times 15 = 6.10^{-6}$ F.

1-2/ calcul de E_c (énergie électrostatique) et E_m (énergie magnétique) dans ces conditions :

$E_e = \frac{1}{2}C.E^2 = 45.10^{-6}$; $E_m = 0$ Joule car $i = 0$

2-1/ $i = \frac{dq}{dt}$

2-2/ d'après la loi des mailles : $U_L + U_C = 0$ posons $U_C = U$ et $U_L = U_C$

On a $U_L = L\,di/dt$ avec $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{dU_C}{dt}$ car $q = CU$

donc $U_L = L\frac{d^2q}{dt^2} = LC\frac{d^2U_C}{dt^2}$ et on a (1) $LC\frac{d^2U_C}{dt^2} + U_C = 0$

$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{1}{LC}U = 0$ ceci est l'équation différentielle du circuit

2-3/ $\frac{d^2}{dt^2}u(t) + \frac{1}{LC}u(t) = \frac{d^2}{dt^2}(U_m\cos(\omega t + \phi)) + \frac{1}{LC}[U_m\cos(\omega_o t + \phi)]$

$= -w_0^2 U_m\cos(w_0 t + \varphi) + \frac{1}{LC}U_m\cos(w_0 t + \varphi)$

$= U_m\cos(W_0 t + \varphi)(\frac{1}{LC} - W_0^2)$

$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ □ $\frac{d^2}{dt^2}u(t) + \frac{1}{LC}u(t) = 0$

$U(t) = U_m\cos(w_0 t + \varphi)$ est donc solution cette équation différentielle.

2-4/ $u(t = 0) = U_m = E$

□ $U_m \cos\varphi = U_m$ □ $\varphi = 0$ et $w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 5590$ rad/s

$U_m = E = 15\ V$ et $\varphi = 0$ donc $u(t) = 15 \cos 5590 t$

3/ période propre T_0

$T_0 = \frac{2\pi}{w_0} = 1{,}1 .10^{-3}$ s

4/ A l'instant $t = \frac{T_0}{4}$; calculons :

4-1/ la charge q : $q(\frac{T_0}{4}) = CU_m\cos(\omega.\frac{T_0}{4}) = CU_m\cos(\frac{\pi}{2})$

4-2/ l'instant i : $i = \frac{dq}{dt} = c\frac{du}{dt} = U_m(-\omega_0 \sin(\omega_0 t))$ □ $i(t) = -C\omega_0 U_m \sin\omega_0 t$

$i(t = \frac{T_0}{4}) = -Cw_0 U_m \sin(w_0.\frac{T_0}{4}) = -Cw_0 U_m \sin\frac{\pi}{2} = -C\omega_0 U_m = -0{,}4 .10^{-6} \times 5590 \times 15 = -33{,}5$ mA

4-3/ Energie électrostatique (E_e') et énergie magnétique (E_m')

$E_e' = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = 0$ Joule car q = 0

$E_m' = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2} \times 80.10^{-3}(-33{,}5 .10^{-3})^2 = 4{,}5.10^{-5}$ Joule

Exercice 9

1/ $q(t=0) = q_o = 10^{-4}$ C, or $U = \frac{q}{C}$ donc $C = \frac{q_o}{U_o}$ A.N. $C = \frac{10^{-4}}{100} = 1\mu F$

On a $\omega_o^2 = \frac{1}{LC}$ □ $L = \frac{1}{C\omega_o^2} = \frac{1}{10^{-6} \times 2000^2} = 4$ H

2/ $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -Q_m\omega_o\sin(2000t) = -0.2\sin2000t = 0.2\cos(2000t + \frac{\pi}{2})$

3/ $E_é = \frac{1}{2}\frac{q(t)^2}{C} = \frac{Qm^2}{2C}\cos^2(2000t) = 5\ 10^{-3}\cos^2(2000t)$

$E_L = \frac{1}{2}Li(t)^2 = 0.5 \times 4 \times (-0.2\sin2000t)2 = 0.08\sin^2(2000t)$

3/ $E_é + E_L = 5\ 10^{-3}\cos^2(2000t) + 8\ 10^{-2}\sin^2(2000t) =$ constante

Résolution de circuit RLC

Exercice 1

1/ vrai ; 2/ faux ; 3/ faux ; 4/ vrai ; 5/ faux ; 6/ vrai : 7/ faux ; 8/ faux ; 9-a/ faux ; 9-b/ vrai ; 9-c/ faux ; 10/ vrai ; 11/ faux ; 12/ faux ; 13/ Vrai ; 14/ faux ; 15/ vrai.

Exercice 2 :

1/Expression des tensions :

$\rightarrow \mu_R(t) = Ri(t) = 7{,}5.10^{-3} \times 185\cos(200t) = 1{,}38\cos(200t)$

$\rightarrow \mu_L(t) = L\frac{di}{dt} = -200L \times 7{,}5.10^{-3}\sin(200t) = -0{,}75\sin(200t) = 0{,}75\cos(200t + \frac{\pi}{2})$

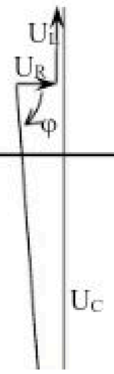
$\rightarrow \mu_c(t) = \frac{q}{c} = \frac{1}{c}\int idt = \frac{7{,}5.10^{-3}}{200c}\sin(200t) = 75\sin(200t) = 75\cos(200t - \frac{\pi}{2})$

2/ L'impédance de dipôle RLC

$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ avec Z = 9900 Ω

3/Calcul de la tension efficace aux bornes du dipôle

$U = Z.I$ avec $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$



$\Rightarrow U = Z.\frac{I_m}{\sqrt{2}} = 52{,}5V$

4)Tracer de la construction de Fresnel

$U_R = \frac{1{,}38}{\sqrt{2}}$; $U_L = \frac{0{,}75}{\sqrt{2}}$; $U_C = \frac{75}{\sqrt{2}}$

5/ □□≈ 89° ou □□≈ $\frac{\pi}{2}$ (retard du □ sur i)

Exercice 3

1/Calcul de la valeur efficace du courant électrique.

Par définition $I == \frac{U}{Z}$ donc calculons Z. $Z^2 = (R + r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2$ □ $Z = \sqrt{(R + r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$

AN : $Z = \sqrt{(34+10)^2 + (100\pi \times 0{,}45 - \frac{1}{100\pi \times 1{,}6.10^{-6}})^2} \approx 1848.6\ \Omega$

$I = \frac{12}{184{,}6} = 6{,}5.10^{-3} A = 6{,}5$ mA

2/Tension efficace mesurée aux bornes de chaque composant

→Conducteur ohmique : $U_R = RI = 0{,}22$ V.

→Condensateur : $U_C = \frac{I}{2\pi NC} = 12{,}93$ V.

→Bobine : $Z_b = \sqrt{r^2 + (L\varpi)^2} = \sqrt{10^2 + (100\pi \times 0{,}45)^2} \approx 141{,}72\Omega$

Donc $U_b = Z_b.I = 141{,}72 \times 6{,}5.10^{-3} \approx 0{,}92$ V

3/

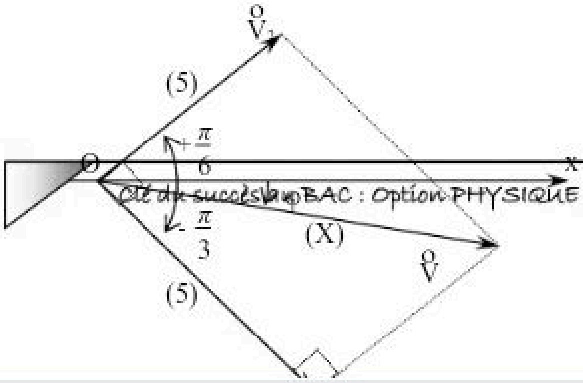
Calcul du facteur de puissance du dipôle.

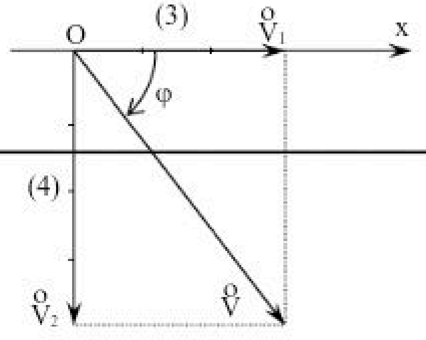
$Cos\varphi = \frac{R+r}{Z}$ AN : cosϕ = 0.024

Exercice 4 :

1/Utilisons la méthode de Fresnel pour déterminer la somme de ces tensions. u= u_1 + u_2. La construction est faite en utilisant la norme et la phase du vecteur tournant de chaque tension

Soient $\vec{V}_1$; $\vec{V}_2$; $\vec{V}_3$ et $\vec{V}_4$ les vecteurs de Fresnel associer respectivement aux tensions u_1 ; u_2 ; u_3 et u_4 tel que , si u(t) = Umcos(ωt + ϕ) alors $\vec{V}$ a pour norme Um et pour position par rapport à l'axe (Ox) ϕ.





$U_1\begin{vmatrix} x_1 = 12 \\ \varphi_1 = \dfrac{\pi}{6} \end{vmatrix}$ et $U_2\begin{vmatrix} x_2 = 12 \\ \varphi_2 = -\dfrac{\pi}{4} \end{vmatrix}$ □ $x = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \sqrt{12^2 + 10} = 16{,}97$ et $\varphi = (\overrightarrow{0x}, \vec{u}) = (\overrightarrow{ox}, \overrightarrow{u_1}) + (\overrightarrow{u_1}\vec{u})$

Avec $\vec{u}$ est la diagonale et la bissectrice de l'angle $(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2})$ car $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ ont même norme.

On a $(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}) = (\overrightarrow{u_1}; \overrightarrow{ox}) + (\overrightarrow{ox}; \overrightarrow{u_2})$

$$(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}) = -\frac{\pi}{6} + (-\frac{\pi}{4}) = -\frac{2\pi}{12} - \frac{3\pi}{12} = -\frac{5\pi}{12}$$

Donc $\varphi = \dfrac{\pi}{6} - \dfrac{5\pi}{24} = \dfrac{4\pi}{12} - \dfrac{5\pi}{12} = -\dfrac{\pi}{12}$

Donc $u = 15{,}62\cos(\varpi t - \dfrac{\pi}{2})$

$u' = u_3 + u_4$: il faut d'abord que les termes soient toutes les deux en cosinus ou en sinus. On a $\sin \varpi t = \cos(\omega t - \dfrac{\pi}{2})$

Donc $u_3\begin{vmatrix} x_3 = 8 \\ \varphi_3 = 0 \end{vmatrix}$ $u_4\begin{vmatrix} x_4 = 8 \\ \varphi_4 = -\dfrac{\pi}{2} \end{vmatrix}$

$x' = \sqrt{8^2 + 5^2} = 11{,}31$

$$\varphi = (\overrightarrow{ox}; \vec{u}) = (\overrightarrow{ox}; \overrightarrow{u_1}) + (\overrightarrow{u_1}; \vec{u})$$
$$= 0 - \frac{\pi}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{\pi}{8}$$

$\varphi = -\dfrac{\pi}{8}$

$\Rightarrow u'(t) = 9{,}4\cos(\varpi t - \dfrac{\pi}{8})$

2-1-Impédance du conducteur Ohmique.

$Z = R = 23\Omega$

2-2/ Impédance d'un condensateur.

$$Z_c = \frac{1}{C\varpi} = \frac{1}{2\pi NC} = \frac{1}{2\pi \times 200 \times 80.10^{-6}} = 9{,}95\Omega$$

$$Z_L = \sqrt{r^2 (L\omega)^2} = \sqrt{r^2 + (2\pi NL)^2} = \sqrt{40^2 (2\pi\times 200\times 34\ 10^{-3})^2} = 58.53\ \Omega$$

Exercice 5 :

1/Calcule de l'intensité I du courant.

$I = \dfrac{U}{Z}$ avec $Z = \sqrt{R^2 + (L\varpi - \dfrac{1}{C\omega})}$ AN $Z = \sqrt{300^2 + (2\times 100\pi - \dfrac{1}{100\pi \times 10^{-6}})^2}$

Z = 431.4 Ω

Donc $I = \dfrac{220}{2572{,}33} = 0{,}51A$

2/Tension efficaces aux bornes de chacun des composants du circuit.

$U_R = RI = 300 \times 8{,}55.10^{-2} = 153V$

$U_B = L\omega I = 2\pi NLI = 100\pi \times 2 \times 8{,}55.10^{-2} = 320V$

$U_C = \dfrac{I}{C\omega} = \dfrac{I}{2\pi NC} = 162V$

3/Si $u(t) = U_m \cos(\varpi t)$ alors $i(t) = I_m \cos(\varpi t - \varphi)$ avec $\tan\varphi = \dfrac{U_B - U_C}{U_R}$

. φ = 45.94° ou φ = 0.80 rad

$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\varpi t - 0{,}80)$

4/Expression des tensions

4-1/ $u_R(t) = RI\sqrt{2}\cos(100\pi t - 0{,}80) = 216{,}37\cos(100\pi t - 0{,}80)$

4-2/ $u_D(t) = L\dfrac{di(t)}{dt} = L\dfrac{d}{dt}(I\sqrt{2}\cos(100\pi t - 0{,}80)$

$u_D(t) = -L\varpi I\sqrt{2}\sin(100\varpi t - 0{,}80) = -453{,}17\sin(100\pi t - 0{,}80)$

4-3/ $u_c(t) = \dfrac{1}{C}\int i(t)dt = \dfrac{I\sqrt{2}}{C}\int\cos(100\pi t - 0{,}80)dt = \dfrac{I\sqrt{2}}{100\pi C}\sin(100\pi t - 0{,}80)$

$u_c(t) = 229{,}58\sin(100\pi t - 0{,}80)$

5-1/Calcule de U

$U^2 = U_R^2 + (U_B - U_C)^2 \Rightarrow U = \sqrt{U_R^2 + (U_B - U_C)^2}$

AN : $U = 219{,}93$ V

5-2/ Comparaison

$U_R + U_B + U_C = 635$ v et $U = 219{,}93$ V

On constate que U≠ $U_R + U_B + U_C$; on conclut qu'en courant alternatif les tensions ne sont pas additives.

6-/Calcul les impédances.

6-1/ $Z = \dfrac{U}{I} = \dfrac{36{,}88}{8{,}55.10^{-2}} = 431{,}4\Omega$

6-2/Calcul de Z_e, Z_B et Z_C.

$Z_R = R = 300\Omega$

$Z_B = \dfrac{U_B}{I} = \dfrac{52{,}72}{8{,}55.10^{-2}} = 628{,}3\Omega$

$Z_C = \dfrac{U_c}{I} = \dfrac{27{,}21}{8{,}55.10^{-2}} = 318{,}24\Omega$

6-3/ On a $Z \neq (Z_R + Z_B + Z_C)$ on en déduit que contrairement aux résistances les impédances ne sont pas additives.

Exercice 6

1/Je choisis d'utiliser les tensions efficaces pour la construction de Fresnel.

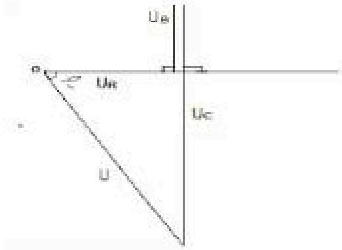
$i(t) = 13{,}5\cos 300t(mA) \Rightarrow I = \dfrac{13{,}5.10^{-3}}{\sqrt{2}} = 9{,}5.10^{-3}$ A

Et : $U_R = RI = 1{,}045V \approx 1V$

$U_B = L\varpi I = 0{,}71V \approx 0{,}7V$

$U_c = \dfrac{I}{C\varpi} = 2{,}64V \approx 2{,}6V$

Echelle : 1 V⟶5 Cm



2/La tension U mesure 10,8 cm

$\Rightarrow U = \frac{10,8}{5} = 2,16V$

3/Valeur mesurée de □: -61°

$$\tan\varphi = \frac{0,71 - 2,64}{1,045} =$$

Valeur calculée de □□□ $\tan\varphi = -1,84$

$$\Rightarrow \varphi = -61°,56$$

<u>Exercice 7</u>

1/ La résistance R du conducteur ohmique

$R = \frac{U}{I}$ AN : $R = \frac{6}{0,2} = 30\Omega$

Puissance consommée :

$P = RI^2 = 30 \times 0,2^2 = 1,20J$

2-1/Puissance consommée.

$P' = RI^2 = 30 \times 0,2^2 = 0,30J$

2-2/ Facteur de puissance

$P' = UI\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{P'}{UI}$ AN : $\cos\varphi = \frac{0,3}{6 \times 0,1} = 0,5$

2-3/Réactance L□ et inductance L.

$Z = \frac{U}{I}$ or $Z^2 = R^2 + (L\omega)^2 \Rightarrow \frac{U^2}{I^2} = R^2(L\omega)^2$

$$\Rightarrow L\omega = \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2}$$

AN : $L\omega = \sqrt{\frac{6^2}{0,1^2} - 30^2} = 51,95\Omega \approx 52\,\Omega$

On en déduit que : $L = \frac{L\omega}{2\pi N}$ AN : $L = \frac{51,96}{100\pi} = 0,16H \approx 165,5mH$

3-1/Impédance du circuit :

$\cos\varphi' = \frac{R}{Z'} \Rightarrow Z' = \frac{R}{\cos\varphi'}$ AN : $Z' = \frac{30}{0,8} = 37,50\Omega$

Résistance $(L\omega - \frac{1}{C\omega})$ on a $Z'^2 = R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2$

$$\Rightarrow (L\omega - \frac{1}{C\omega}) = \sqrt{Z'^2 - R^2}$$

AN : $(L\omega - \frac{1}{C\omega}) = \sqrt{37,5^2 - 30^2} = \pm 22,5\Omega$

Autre méthode : $\tan\varphi' = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$ $\Rightarrow (L\omega - \frac{1}{C\omega}) = R\tan\varphi'$

3-2/ Les 2 valeurs possibles de C

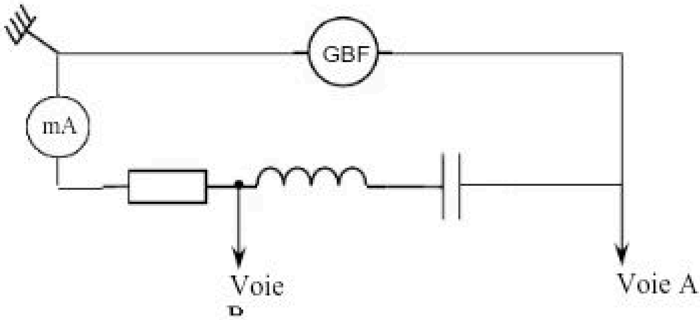
$$\left|L\omega-\frac{1}{C\omega}\right| = 22,5 \Rightarrow \begin{cases} L\omega-\dfrac{1}{C\omega} = +22,5\Omega \Rightarrow \dfrac{1}{100\pi C} = L100\pi - 22,5 \\ L\omega-\dfrac{1}{C\omega} = -22,5\Omega \Rightarrow \dfrac{1}{100\pi C} = L100\pi + 22,5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C_1 = 108.10^{-6}F \\ C_2 = 43.10^{-6F} \end{cases}$$

3-3/ $P = UI\cos\varphi' = 6\times 0{,}1\times 0{,}8 = 0{,}480J = 480mJ$

Exercice 8

1-1/ schéma pour l'observation des oscillogrammes



1-2/ Sur l'oscilloscope, on visualise les courbes de la tension aux bornes de l'ensemble et de la tension aux bornes du conducteur ohmique qui est proportionnelle à l'intensité du courant qui traverse le circuit.
L'observation permettant d'affirmer qu'il y a résonnance d'intensité est le fait que les 2 courbes sont en phases.

2-/A la résonnance, $\omega_0 = \frac{(1)}{(\sqrt{LC})}$

L'in)ductance L a une influence sur la fréquence de résonnance : lorsque L augmente, la fréquence de résonnance augmente.
3-1/-La détermination graphique de la bande passante.
*Identifier la valeur maximum I_0 de l'intensité de courant.

*Calculer la valeur $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

*Tracer la droite horizontale $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ et rechercher les points de concours avec la courbe.

*Rechercher les abscisses des points de concours de la droite horizontale avec la courbe : soient N_1 et N_2 ces deux abscisses.
*La quantité $\Delta N = N_2 - N_1$ représente la bande passante à 3 db.

Fréquence limité : N_1=68,5 Hz ; N_2=74,5 Hz $\Rightarrow \Delta N = 6Hz$

3-2/ Par définition $\Delta N = \frac{R}{2\pi L}$

Exercice 9 :

1-1/Identifier avec justification la nature des éléments composant le dipôle.
→En courant continue, la bobine résistive se comporte comme un conducteur Ohmique.
→Un conducteur Ohmique obéit à la loi d'Ohm en courant continue comme en courant alternatif f donc la quantité UI doit être égale à RI^2.
Conclusion : Le dipôle est une bobine d'inductance L et de résistance interne r
1-2/Valeurs des paramètres du dipôle.
La puissance dissipée l'est uniquement par effet joule.

Donc $P = rI^2 \Rightarrow r = \frac{P}{I^2}$ AN : $r = \frac{36}{(0{,}6)^2} = 100\Omega$

On a $Z = \frac{U}{I}$ or $Z^2 = r^2 + (2\pi NL)^2$

Donc $\frac{U^2}{I^2} - r^2 = 4\pi^2 N^2 L^2 \Rightarrow L^2 = \frac{1}{4\pi^2 N^2}(\frac{U^2}{I^2} - r^2)$

Soit $L = \frac{1}{2\pi N}\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - r^2}$ AN : $L = 0{,}551H = 551mH$

2-1/Déterminer littéralement, puis numériquement la valeur de la capacité C' pour que la puissance consommée soit maximale.

$P = UI\cos\varphi$. Elle est maximale lorsque $\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ rad. $\varphi = 0$ pour un circuit électrique RLC série $\Rightarrow$ u(t) et i(t) sont en phase c'est-à dire il y a résonnance d'intensité et $LC'(2\pi N)^2 = 1$

$\Rightarrow C' = \frac{1}{4\pi^2 N^2 L}$ AN : $C' = \frac{1}{4\pi^2 \times 50^2 \times 0{,}551} = 18{,}4.10^{-6} F$

2-2/Déterminer alors cette puissance.

$P = UI = U.(\frac{U}{R}) \Rightarrow P = \frac{U^2}{r} = \frac{120^2}{100} = 1{,}44J.$

Exercice 10

1/Calculons les valeurs de R,L et C

1-1/ Pour le conducteur ohmique

$U = RI \Rightarrow R = \frac{U}{I}$ AN : $R = \frac{5}{50.10^{-3}} = 100\Omega$

1-2/ Pour la bobine d'inductance L.

$U = L\omega I \Rightarrow L = \frac{U}{\omega I}$ AN : $C = \frac{5}{2\pi \times 500 \times 50.10^{-3}} = 31{,}8.10^{-3}$ H

1-3/Pour le condensateur

$U = \frac{I}{C\omega} \Rightarrow C = \frac{I}{U\omega}$ AN : $C = \frac{50.10^{-3}}{5 \times 2\pi \times 500} = 3{,}18.10^{-6} F$

2-1/ Les 3 éléments montés en série aux bornes du générateur, donc l'intensité efficace qui parcourt ce circuit.

$U = ZI \Rightarrow I = \frac{U}{Z}$ avec $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$

AN : $Z = \sqrt{(100)^2 + (2\pi \times 500 \times 3{,}18.10^{-3} - \frac{1}{3{,}18.10^{-6} \times 1000\pi})^2} = \sqrt{10000 + (100{,}53 - 100{,}09)^2}$

$Z = 100\Omega$

$\Rightarrow$ I = 50 mA.

22b/ On a $Z = R$ donc le circuit RLC est en résonnance d'intensité.

3/Etablissons l'expression de i(t) qui parcourt le circuit.

On a $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$

$\Rightarrow u(t) = \frac{U\sqrt{2}}{2}\cos(\omega t + l)$ avec $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega' - \frac{1}{C\omega'})^2}$ et $\tan\varphi = \frac{L\omega' - \frac{1}{c\omega'}}{R} = 1{,}49756$

AN : $Z = \sqrt{100^2 + (31{,}8.10^{-3} \times 2000\pi - \frac{1}{2000\pi \times 3{,}18.10^{-6}})}$

$\Rightarrow Z = \sqrt{10^4 + (199{,}8053 - 50{,}0487)^2} = 180\Omega$

$\varphi = \tan^{-1} = \frac{L\omega' - \frac{1}{c\omega'}}{R} = \tan^{-1}(1{,}49756) \approx 56{,}°27 \approx 0{,}98$ rad

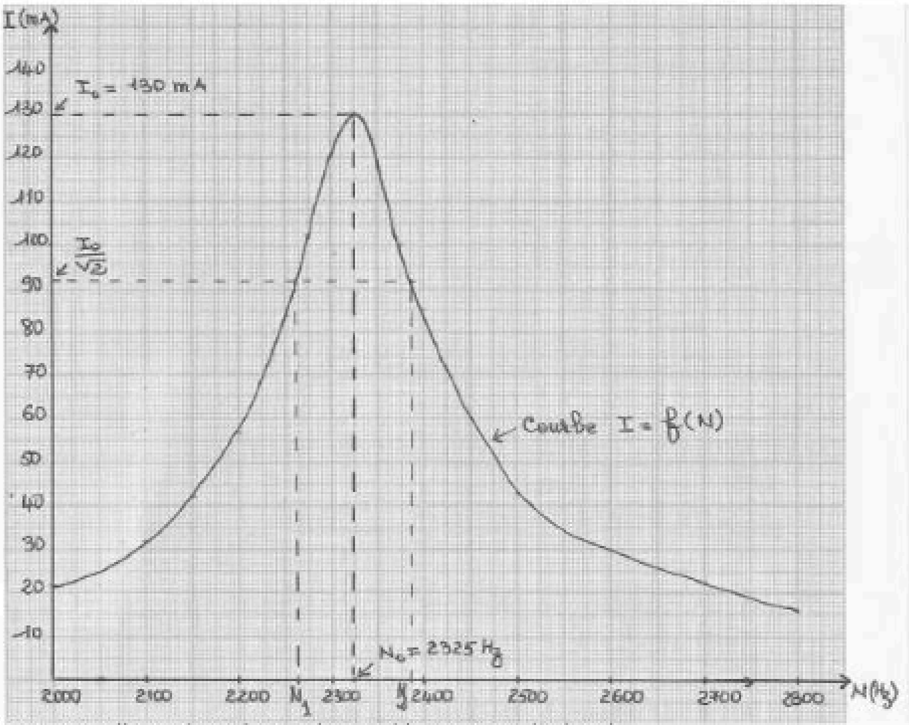
La tension est en avance sur .

Donc $i(t) = \dfrac{\frac{U\sqrt{2}}{2}}{2}\cos(2000\pi t - 0{,}98)$

$\Rightarrow i(t) = 4.10^{-2}\cos(2000\pi t - 0{,}98)$

Exercice11

1-/ Tracé de I=f(N)



2-1/ Le phénomène que cette courbe met en évidence est la résonance d'intensité.

2-2/ Fréquence et intensité efficace permettant son identification.

⟶La fréquence de résonnance : N_o = 2325 Hz

⟶L'intensité efficace I_o=130 mA

3/ Inductance L de la bobine

$LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow LC(2\pi N_0) = 1$

$L = \dfrac{1}{C(2\pi N_0)^2} = \dfrac{1}{4\pi^2 N_0 C} \approx 9{,}4.10^{-3}$ H

4/ Caractéristiques de la résonance d'intensité.

4-1/La bande passante ΔN = 125 Hz

4-2/Le facteur de qualité Q (ou facteur de surtension)

$Q = \dfrac{N_0}{\Delta N} \approx 18{,}6$

5-/Calculons la résistance R du circuit

Méthode de calcul 1 : $Q = \dfrac{L\omega_0}{R} \Rightarrow R = \dfrac{L\omega_0}{Q}$ AN : $R = \dfrac{9{,}4.10^{-3} \times 2\pi \times 2325}{Q} \approx 7{,}4\Omega$

Méthode de calcul 2 : $Q = \dfrac{1}{RC\omega_0} \Rightarrow R = \dfrac{1}{QC\omega_0}$ AN : $R = \dfrac{1}{18{,}6 \times 0{,}5.10^{-6} \times 2\pi \times 2323} \approx 7{,}4\Omega$

Résolution des exercices de niveaux d'énergie

Exercice 1

1/ faux ; 2/ vrai ; 3/ vrai ; 4/ faux ; 5-a/ faux ; 5-b/ vrai ; 6-a/ faux ; 6-b/ vrai ; 7/ faux ; 8-a/faux ;8-b/ vrai ; 8-c/ faux ;9/ vrai ; 10/ faux.

Exercice 2

La donnée de la charge élémentaire conduit à la valeur de l'électronvolt en joules.
L'énergie d'un électron initialement au repos et accéléré sous la tension U vaut : $E = eU$
$E = 1eV$ si $e = 1.6\ 10^{-19}$ C et $U = 1V$ donc $1\ eV = 1.6\ 10^{-19}$ J

→Photon ultra violet

$E = h\upsilon = 6.63\ 10^{-34}\ .\ 3\ 10^{15} \approx 1.99\ 10^{-18}$ J

Ou $E = \dfrac{1.99\ 10^{-18}}{1.6\ 10^{-19}} = 12.4$ eV

→Photon de lumière jaune

$E = h\upsilon = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{6.63\ 10^{-34}\times 3\ 10^{8}}{589\ 10^{-9}} \approx 3.38\ 10^{-19}\ J = 2.11\ eV$

→Photon infrarouge

$E = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{6.63\ 10^{-34}\times 3\ 10^{8}}{10\ 10^{-6}} \approx 1.99\ 10^{-20}\ J = 0.124\ eV$

Conclusion: l'énergie d'un photon est proportionnelle à la fréquence de l'onde associée et inversement proportionnelle à sa longueur d'onde. Pour les radiations visibles et les radiations voisines, ce sont les photons U.V, les plus énergétiques, ensuite les photons appartenant au spectre visible, enfin des photons I.R.

Exercice 3

Chaque seconde, le faisceau transporte une énergie de 10^{-3} j = 1 mJ.
L'énergie d'un proton est : $E = hV = \frac{hc}{\lambda}$

AN : $E = \dfrac{6{,}62.10^{-34}\times 3.10^{8}}{589.10^{-9}} = 3{,}37.10^{-19}$ J

Le nombre de photons recherché est donc.

$□ = \dfrac{10^{-3}}{3{,}37.10^{-19}} = 3.10^{15}$ photons

Exercice 4

On applique la formule $\dfrac{1}{\lambda_{np}} = \dfrac{E_0}{hc}(\dfrac{1}{p^2} - \dfrac{1}{n^2})$ avec p = 2 et n = 3 ;4 ;5 ;6.

On n'oubliera pas de calculer la quantité $\dfrac{E_0}{hc}$ en unité S.I. avec E_0= 13,6 eV = 13,6 x 1,6 10^{-19} J

h= $6{,}6.10^{-34}$ J.s et c = 3.10^{8} m/s

$\dfrac{E_0}{hc} = \dfrac{13.6\times 1.6\ 10^{-19}}{6.6\ 10^{-34}\times 3\ 10^{8}} \approx 1.10\ 10^{7}\ m^{-1}$

*P=2 et n= 3 : $\dfrac{1}{\lambda_{32}} = 1{,}10.10^{7}(\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{9}) \approx 1{,}53.10^{6}\, m^{-1}$ ⇒□32 ≈ 6,55.10-7 m = 655 nm (H□)

*P=2 et n=4 : $\dfrac{1}{\lambda_{42}} = 1{,}10.10^{7}(\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{16}) \approx 2{,}05.10^{6}\, m^{-1}$ ⇒□□2 = $4{,}87.10^{7}$ m = 487 nm

*P=2 et n= 5 : $\dfrac{1}{\lambda_{52}} = 1{,}10.10^{7}(\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{25}) \approx 2{,}30.10^{6}\, m^{-1} \Rightarrow \lambda_{52} = 453 nm(H_{\alpha})$

*P=2 et n=6 : $\dfrac{1}{\lambda_{62}} = 1{,}10.10^{7}(\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{36}) \approx 2{,}43.10^{6}\, m^{-1} \Rightarrow \lambda_{62} = 411 nm(H_{\alpha})$

On obtient des valeurs voisines et on vérifie que ces quatre raies appartiennent au spectre visible.

Exercice 5

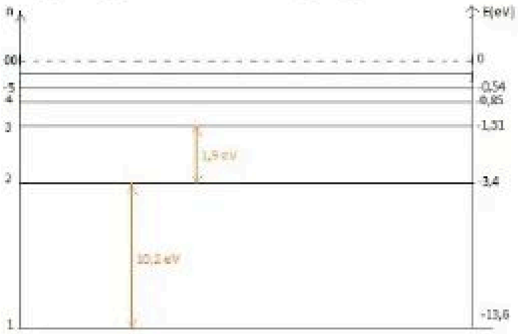
1/Calcul de l'énergie du niveau fondamental.
La transition correspond au passage de n_∞ (atome ionisé) à n= 1 (étant fondamental) :
On a $E_i = E_\infty - E_1$ avec $E_\infty = 0$
donc $E_1 = -24{,}6$ eV.
2/ L'on sait que tout atome excité a tendance à revenir spontanément vers un état d'énergie inférieure plus stable en émettant un photon ; comme le niveau fondamental est l'état le plus stable, alors l'atome revient à son niveau fondamental en émettant une radiation de longueur d'onde λ telle :
h□□= $E_n - E_1$ avec E_n = énergie du niveau excité

$$\Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = E_n - E_1 \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_0 - E_1}$$

AN : $\lambda = \dfrac{6{,}63.10^{-34} \times 3.10^{8}}{-21{,}4-(-24{,}6)} \Rightarrow \lambda = 387{,}9nm$ (radiation Ultra violet)

Exercice6

1/ recherchons les photons susceptibles d'êtres absorbés.
Consultons le diagramme d'énergie simplifié de l'atome d'hydrogène.



D'après ce diagramme, l'énergie de la 1 ère transition est :
$E = E_2 - E_1 = -3{,}4 - (-13{,}6) = 10{,}2$ eV
On constate que les photons d'énergie respective E = 1,9 eV ; E = 3,4 eV ; E = 3,9 eV ne sont pas absorbés car ces énergies sont inférieures à E = 10,2 eV.
Le photon d'énergies 10,2 eV est susceptibles d'être absorbé ; dans ce cas , l'atome d'hydrogène passe alors au niveau excité E_2 et pourra réémettre cette fréquence.
Le photon d'énergie 11 eV n'est pas absorbé car ne correspond à aucune transition. Le photon d'énergie 14 eV peut être absorbé totalement : 13,6 eV sert à l'ionisation de l'atome et 0,4 eV est utilisé par l'électron libéré sous forme d'énergie cinétique.
2/Calculons l'énergie nécessaire à la 1ère transition si les atomes sont dans l'état d'énergie. E_2=-3,4 eV.
$E = E_3 - E_2 = -1{,}5 - (3{,}4) = 1{,}9$ eV
Le photon d'énergie 1,9 eV est absorbé.
Le photon d'énergie 3,4 eV peut être absorbé car son énergie est égale à l'énergie d'ionisation de l'atome excité : l'énergie cinétique de l'atome éjecté sera nulle. Tous les autres photons sont susceptibles d'être absorbés car il possède des énergies supérieures à 3,4 eV : les électrons éjectés le seront avec des énergies cinétiques plus ou moins importantes.

Exercice 7

1/ L'énergie du niveau fondamental est E_3, avec $E_3 < 0$.
2/ E_2 et E_1 sont les énergies des niveaux correspondant à des états excités E_2 et E_1 sont supérieures à celle de l'état fondamental.
3-a/ Les flèches 1, 3 et 5 représentent des émissions.
Les flèches 2 et 4 représentent des absorptions.
3.10^{14}<rayonnement visible < 3.10^{15} Hz
3.10^{15} < rayonnement ultra violet < 3.10^{16} hz
300.10^{9} < rayonnement infra rouge < 3.10^{14}
Exercice 8
1/Calcule en eV de l'énergie reçu par un atome d'hydrogène qui passe de l'état fondamental (n=1) au niveau d'énergie n=3.
$E = E_n - E_p$
AN : E = -1,93-(-13,6)
$\Rightarrow$E = 11,67 eV.

2/ L'atome d'hydrogène, lorsqu'il revient du niveau 3 vers le niveau fondamental peut émettre trios raies : 1ère transition du niveau 3 au niveau 2 ; ensuite 2ème transition du niveau 2 au niveau fondamental et 3ème du niveau 3 au niveau fondamental

3/Calculons les longueurs d'ondes de chacune de ces raies.

$$h\upsilon = E_3 - E_2 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_{32}} = E_3 - E_2 \Rightarrow \lambda_{32} = \frac{hc}{E_3 - E_2}$$

$$\text{AN : } \lambda_{32} = \frac{6{,}63.10^{-34} \times 3.10^{8}}{[-1{,}93-(-3{,}03)](1{,}6.10^{-19})} = 113.10^{-8} = 1130.10^{-9}\,m = 1130nm$$

$$\lambda_{21} = \frac{h_c}{E_2 - E_1} = \frac{6{,}63.10^{-34} \times 3.10^{8}}{1{,}6.10^{-19}(-3{,}03+5{,}14)} \approx 589nm$$

$$\lambda_{21} = \frac{h_c}{E_2 - E_1} = \frac{6{,}63.10^{-34} \times 3.10^{8}}{1{,}6.10^{-19}(-1{,}93+5{,}14)} \approx 387{,}3nm$$

Les radiations de λ_{21} = 589 nm et λ_{31} = 387.3 nm appartiennent à la série de Lyman.

La radiation de longueurs d'onde λ_{32} = 1130 nm appartient à la série de Balmer.

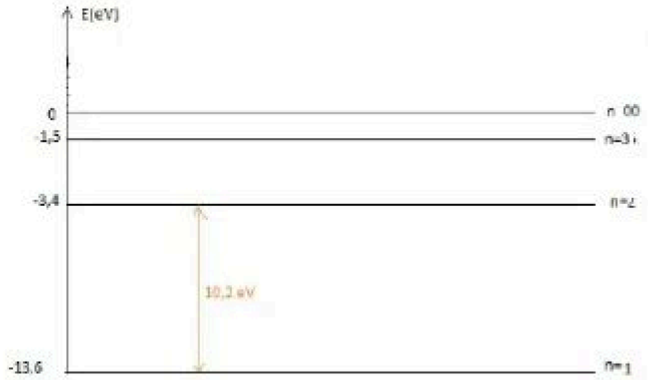
Exercice 9

1/Calculons les énergies correspondant à n = 1, n = 2, n = 3 et n = ∞

$$E_1 = -\frac{13{,}6}{1^2} = -13{,}6eV \qquad E_3 = -\frac{13{,}6}{3^2} = -1{,}51eV$$

$$E_2 = -\frac{13{,}6}{2^2} = -3{,}4eV \qquad E_\infty = 0 \text{ eV}$$

Tracé du diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène.



2/ l'énergie minimale à fournir pour que l'atome de H passe de l'état fondamentale (n=1) à un état excité (n>1) est :
$E = E_2 - E_1 = -3{,}4 - (-13{,}6) = 10{,}2$ eV.
Voir la transcription sur le diagramme

3/Longueur d'onde de la radiation qui apporte cette énergie

$$E = h\nu = \frac{h_c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h_c}{E} \quad \text{AN : } \lambda = \frac{6{,}63.10^{-34} \times 3.10^{8}}{10{,}2 \times 1{,}6.10^{-19}}$$

$$\Rightarrow \lambda = 121 \text{ nm}$$

4/Longueur d'onde de la radiation susceptible d'ioniser l'atome d'hydrogène.

$$E = E_\infty - E_1 \text{ or } E = \frac{h_c}{\lambda}$$

Donc on a $\frac{h_c}{\lambda} = E_\infty - E_1$ AN: $\Rightarrow \lambda = \frac{6,63.10^{-34} \times 3.10^4}{1,6.10^{-19}(13,6)}$ $\Rightarrow \lambda = 91nm$

Exercice 10

1/ Energie d'ionisation de l'atome d'hydrogène.

$$E_i = E_\infty - E_1 = -\frac{13,6}{\infty} - (-\frac{13,6}{1^2}) = 13,6 \text{ eV}$$

2/Expression littérale de la fréquence des radiations émises lorsque cet atome passe d'un état excité (n>2) à l'état n=2.

$$E = E_n - E_P = E_0(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}) = hV_{pn} \Rightarrow V_{Pn} = \frac{E_0}{h}(\frac{1}{P^2} - \frac{1}{n^2})$$

Ce sont des radiations de la série de balmer. Donc

$$V_{Pn} = \frac{E_0}{h}(\frac{1}{P^2} - \frac{1}{4})$$

3/ déterminons les transitions correspondantes.

$$V_{32} = \frac{13,6 \times 1,6.10^{-19}}{6,63.10^{-34}}(\frac{1}{9} - \frac{1}{4}) = 4,56.10^{14}\, Hz \Rightarrow \lambda_{32} = 658 \text{ nm}$$

$$V_{42} = \frac{13,6 \times 1,6.10^{-19}}{6,63.10^{-34}}(\frac{1}{16} - \frac{1}{4}) = 6,15.10^{14}\, Hz \Rightarrow \lambda_{42} = 487 \text{ nm}$$

$$V_{52} = \frac{13,6 \times 1,6.10^{-19}}{6,63.10^{-34}}(\frac{1}{25} - \frac{1}{4}) = 6,89.10^{14}\, Hz \Rightarrow \lambda_{52} = 435 \text{ nm}$$

$$V_{62} = \frac{13,6 \times 1,6.10^{-19}}{6,63.10^{-34}}(\frac{1}{36} - \frac{1}{4}) = 7,29.10^{14}\, Hz \Rightarrow \lambda_{62} = 411 \text{ nm}$$

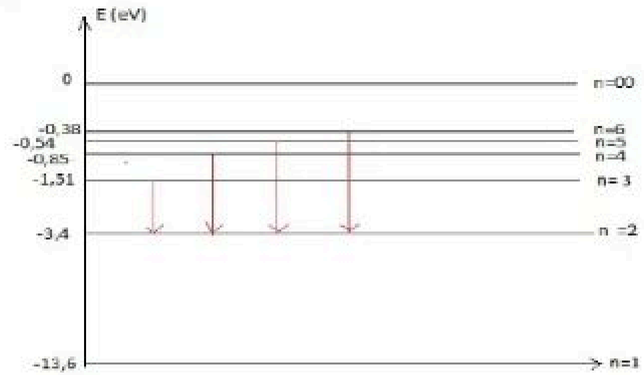
La radiation H_α correspond à la transition du niveau 3 au niveau 2

H□□ correspond à la transition du niveau 4 au niveau 2

H□□ correspond à la transition du niveau 5 au niveau 2

H□□ correspond à la transition du niveau 6 au niveau 2

3-b/



3-c/ Dans cette série, les longueurs d'onde des radiations doivent être comprises entre :

$$\lambda_{32} > \lambda > \lambda_{\infty 2} \text{ avec } V_{\infty 2} = \frac{13,6.10^{-19}}{6,63.10^{-34}}(0 - \frac{1}{4}) = 8,20.10^{14} \text{ Hz}$$

Donc $365 < \lambda < 658 \Rightarrow \lambda_{\infty 2} = 365$ nm

4/ Un photon d'énergie 7 eV arrive sur un atome d'hydrogène.

4-a/ L'atome est dans l'état fondamental.

L'énergie nécessaire à l'atome pour passer de l'état fondamental au 1^{er} état excité est :

$E = E_2 - E_1 = -3,4 - (-13,6) = 10,2$ eV.
On a 10,2 eV > 7 eV $\Rightarrow$ Le photon ne pourra pas être absorbé .
4-b/ L'atome est dans l'état excité n = 2.
L'énergie nécessaire à l'atome pour passer de l'état de niveau d'énergie n = 2 au niveau $n = \infty$
$E = E_\infty - E_2 = -0-(3,4) = -3,4$ eV.
On a E = 3,4 < 7 eV donc l'atome sera ionisé et l'électron expulsé possède suffisamment de l'énergie cinétique.

Réaction nucléaire spontanée et provoquée

Exercice 1

1/ vrai ; 2/ vrai ; 3/ faux ; 4/ faux ; 5/ faux ; 6/ faux ; 7/ vrai ; 8/ faux ; 9-a/ faux ; 9-b/ faux ; 9-c/ vrai ; 10/ faux ; 11/ faux ; 12/ faux ; 13/ vrai ; 14/ vrai ; 15/ vrai ; 16/ vrai.

Exercice n°2

Le noyau ${}^7_3Li$ comporte 3 protons et 4 neutrons.

Calcul du défaut de masse : $\Delta_m = (3m_p + 4m_n) - m = 0{,}040u$

Calculons la valeur de l'unité de masse atomique (u) : $1u = \frac{1}{12}.\frac{12.10^{-3}}{\aleph} kg \approx 1{,}66.10^{-27} kg$.

On en déduit que $\Delta_m = 0{,}040 \times 1{,}66.10^{-27} \approx 6{,}72.10^{-29} kg$

La formule d'Einstein donne l'énergie de liaison.
$E_l = \Delta mC^2 = 6.72\ 10^{-29} \times (3\ 10^8)^2 \approx 6.05\ 10^{-12}$ J ≈ 37.8 MeV

Comme le noyau contient 7 nucléons, l'énergie de liaison par nucléon vaut
$E = E_l/A \approx 5.4$ MeV/ nucléon
On constate que E < 8 MeV/ nucléon : Le noyau est considéré est instable.
Remarque : L'on peut donner les masses du proton et du neutron en unité de masse atomique u.

$m_p = 1{,}00727\ u = 1{,}00727.1{,}66.10^{-27} \times (3.10^8)^2 = 150{,}48.10^{-12} J$

$\Rightarrow m_p \approx 938 MeV / C^2$

On obtient également $m_n \approx 940$ MeV et le calcul de l'énergie de liaison est :

$E_l = (3m_p + 4m_n)C^2 - mC^2$

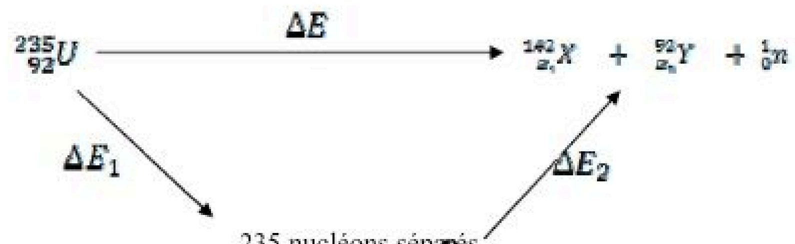
$E_l = (3 \times 938 + 4 \times 940) - [7{,}016 \times 1{,}66.10^{-27} \times 3^2.(10^3)]$

$E_l \approx 23$ MeV

Et $E = E_l/A \approx 3.3$ MeV/nucléon

Exercice 3

Utilisons un schéma pour répondre à la question.



Remarque :

$\rightarrow$il faut fournir ΔE_1 pour briser le noyau d'uranium $\Rightarrow \Delta E_1 < 0$

$\rightarrow E_2$ correspond à l'énergie libérée lors de la formation d'un noyau de X et d'un noyau de Y

On a $\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2$ avec $\Delta E_1 = E_l(^{235}U) = 235 \times 7,7 = 1809,5 MeV$

$$\Delta E_2 = -(E_l(X) + E_l(Y))$$
$$= -(142 \times 8,45 + 92 \times 8,8) = -2009,5 MeV$$

Donc $\Delta E = 1809,5 - 2009,5 = -200 MeV$

La réaction est énergétique ($\Delta E < 0$) : elle libère une énergie de 200 MeV par le noyau d'uranium.
La fission d'un gramme d'uranium 235, qui contient environ 10^{-3}x$6,02.10^{23} \approx 6,02.10^{21}$
Atomes d'uranium pourra&it libérer $1,20.10^{24}$MeV soit 192.10^3J.

Exercice 4

1/Calculons la constance radioactive de l'échantillon de $^{137}C_S$

On a $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T}$ AN : $\lambda = \dfrac{\ln 2}{30 \times 365 \times 24} = 2,64.10^{-6} h^{-1}$

2/Calcul du nombre de noyaux présents à

$$A(t) = \frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t)$$

$$\Rightarrow \overline{N_0} = \frac{A(0)}{\lambda} = \frac{A_0}{\lambda}$$

1 Bq correspond à une désintégration /s donc je convertis λ en s^{-1}

$$\lambda = \frac{2,64.10^{-6}}{3600} = 7,33.10^{-10} s^{-1} \text{ et } \overline{N_0} = \frac{3,7.10^5}{7,33.10^{-10}} = 5,04.10^{14} \text{ noyaux}$$

3/Calculons le rapport au bout d'une heure. soit A(t), l'activité du $^{137}C_S$ à t donnée et $A(t+\Delta t)$ l'activité de l'échantillon au bout d'une heure.

$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ et $A(t+\Delta t) = A_0 e^{-\lambda(t+\Delta t)} = A_0 e^{-\lambda t}.e^{-\lambda \Delta t}$

On a $\eta = \dfrac{A(t+\Delta t)}{A(t)} = \dfrac{A_0 e^{-\lambda t} \times e^{-\lambda t}}{A_0 e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda \Delta t}$

$\Delta t = 1h \Rightarrow \eta = e^{-2,64.10^{-6}} \approx 0,999997$

On peut donc considérer que l'activité de l'échantillon reste quasiment constante en cours de la manipulation.

Exercice 5

1/On écrit l'équation sous la forme : $^{227}_{90}Th \rightarrow ^4_2H_e + ^A_ZX$ car la particule et produit est l'hélium.

Ces équations obéissant aux lois de conservations du nombre de nucléons et du nombre de charge électrique, on a :

$$\begin{cases} 227 = 4 + A \\ 90 = 2 + Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 223 \\ Z = 88 \end{cases}$$

Donc on a : $^{227}_{90}Th \rightarrow ^4_2H_e + ^{223}_{88}X$

2/Calcul de l'activité radioactive A_0 d'un échantillon de 1mg de thorium.

D'après la loi de la désintégration, $A_0 = -\dfrac{dN}{dt} = \lambda N_0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{\ln 2}{T}$

AN : $\lambda = \dfrac{0,693}{18,3 \times 24 \times 3600} = 4,38.10^{-7} s^{-1}$

Soit N_0 le nombre de noyaux présents dans l'échantillon.

$N_0 = \dfrac{m}{M}.n$ AN : $N_0 = \dfrac{10^{-3}}{227}..6,02.10^{23} \approx 2,65.10^{18}$ noyaux.

Finalement l'activité $A_0 = \lambda N_0 = 4,38.10^{-7} \times 2,65.10^{18}$.

$$A_0 \approx 1,16.10^{12} Bq.$$

3/Masse de thorium ayant disparu au bout de 36 heures.
Calculons d'abord la masse présente après 36 h.

$m = m_0 e^{-\lambda t}$ avec t=36 h= 36 x 3600 ≈1.30.10^{5}s

AN : $m = 1e^{-4,38.10^7 \times 1,20.10^5} \approx 0,945mg$

La masse ayant disparue est :

$m_d = m_0 - m = 1 - 0,945 = 0,055mg$

J'en déduis que l'activité de l'échantillon est :

On a : $A = \lambda N$ or les masses et les nombres de noyaux sont proportionnels :

$$\frac{m}{m_0} = \frac{N}{N_0} = \frac{A}{A_0} \Rightarrow A = \frac{m}{m_0}.A_0$$

Donc A = 1,10.10^{12} Bq
L'activité a peu diminué car l'instant
T' considéré est petit par rapport à la période T

Exercice 6

D'après l'énoncé, l'activité des fragments d'os ancien au moment de la mort de l'individu est égale à celle du fragment d'os actuel

$$\Rightarrow a(t) = A_0 e^{\frac{-t\ln 2}{T}} \approx 0,945mg$$

$$\Rightarrow \Rightarrow 110 = 880e^{-\frac{0,693}{5570}t}$$

$$\Rightarrow t = \frac{5570}{0,693}\ln\frac{880}{110} \Rightarrow t \approx 16700ans$$

Exercice 7

1/Equation bilan correspondant à cette réaction nucléaire.

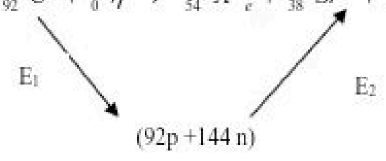
$^{235}_{92}U + ^1_0\eta \rightarrow ^{140}_{54}X_e + ^{94}_{Z}Sr + x^1_0\eta$

Les équations de conservation donnent :

$$\begin{cases} 235+1 = 140+94+x \\ 92+0 = 54+Z+0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ Z = 38 \end{cases}$$

2/Réécrivons cette réaction :

$$^{235}_{92}U + ^1_0\eta \xrightarrow{E} ^{140}_{54}X_e + ^{94}_{38}Sr + 2\,^1_0\eta$$



Avec E$_1$ = énergie à fournir pour briser le noyau d'uranium (E$_1$<0)
E$_2$=énergie libérée lors de la formation d'un noyau de Xénon et d'un noyau de strontium et d'un noyau de strontium
Tel que E = E$_1$+E$_2$
E$_1$ = -235 x 7,5 MeV =-1,76.10^{+3} MeV
E$_2$ = 140x8,2+94x8,5=1,95.10^3 MeV
E = E$_1$+E$_2$ = (-1,76+1,95).103=185 MeV
E > 0 ⇒ réaction exo énergétique.
2/ Energie cinétique d'un neutron.

$$Ec = \frac{E \times 0,03}{2} = 185 \times 0,03 \times 0,5 = 2,77MeV$$

Exercice 8

1/Calcul de la constance radioactive du polonium.

La période T est reliée à la constante radioactive □ par la relation □t = ln2

$\Rightarrow \lambda = \dfrac{\ln 2}{T}$ AN : $N_0 = \dfrac{6{,}1.10^8}{5{,}78.10^{-5}} = 1{,}06.10^{13}$ noyaux

Calcul de la masse de polonium 212 correspondante.

$\lambda = \dfrac{\ln 2}{T}$ A.N $\lambda = 3{,}46.10^{-3}\ \min^{-1} = 5{,}78.10^{-5}\ s^{-1}$

2/nombre moyen de noyaux radioactifs présents dans cet échantillon. La loi de désintégration radioactive donne le nombre moyen de noyaux radioactifs présent à t : $\overline{N} = N_0 e^{-\lambda t}$

On a $A = -\dfrac{dN}{dt} = \lambda N$ avec à t=0 ; A0 =□N0

Donc $N_0 = \dfrac{A_0}{\lambda}$ AN : $N_0 = \dfrac{6{,}1.10^8}{5{,}78.10^{-5}} = 1{,}06.10^{13}$ noyaux

Calcul de la masse de polonium 212 correspondante

$m = \dfrac{M.N_0}{\aleph}$ AN : $m = \dfrac{212.1{,}06.10^{13}}{6{,}02.10^{23}} \approx 3{,}7.10^{-9}$ g

Remarque :

La mesure de l'activité permet de doser dans un échantillon, une quantité infime d'un élément lorsque celui-ci est radioactif.

3/Nombre moyen de noyaux radioactifs restant dans cet échantillon, L'activité de la substance est :

$A(t) = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$ avec $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

Après 12h, on a : $N = 1{,}06.10^{13} e^{-3{,}46.10^{-3}\times 12\times 60} \approx 8{,}78.10^{-11}$ noyaux

$A = 5{,}78.10^{-5} \times 8{,}78.10^{11} \approx 5{,}06.10^{7}\ Bq$

Après 8 jours : on a :

$N \approx 4{,}73.10^{-5} \approx 0$ il n'y a pratiquement plus de noyaux radioactifs après 8 jours donc la notion d'activité n'a plus de sens

Corrigés exercices de synthèse

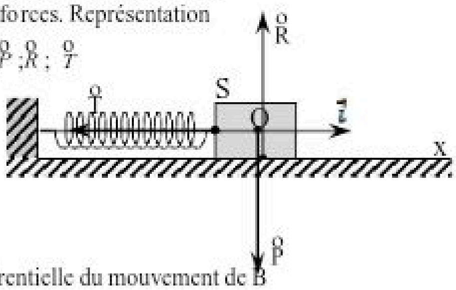
Corrigé mécanique 1

PHASE I: ETUDE DES OSCILLATIONS

1-1/ Inventaire des forces. Représentation

•Bilan des forces : $\vec{P}$; $\vec{R}$; $\vec{T}$

•Représentation



1-2/ Equation différentielle du mouvement de B

$\vec{T} + \vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a}_G$ avec $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

□ $\vec{T} = m\,\vec{a}_G$ avec $\vec{T} = -Kx\,\vec{i}$; $\vec{a} = x\,\vec{i}$

$-Kx\vec{i} = m\,\ddot{x}\,\vec{i} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

2/ Equation horaire du mouvement

$X(t)= x_m \cos(\omega t + \phi)$ avec:

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{25}{5.10}} = 70{,}71 \text{ rad.s}^{-1}$$

$X_m = a = 2.10^{-2}$m

à t = 0 $\begin{cases} v_x = -a\omega\sin\phi = 0 \\ X(0) = a\cos\phi \end{cases}$ $\begin{cases} \sin\phi = 0 \\ \cos\phi = 1 \end{cases}$ donc $\phi = 0$

d'ou $x(t)= 2.10^{-2}\cos(70{,}71t)$ ou $x(t) = X_m\sin(\omega t + \phi) = 2\ 10\text{-}2 \sin(70.71t + \frac{\pi}{2})$

3/ Energie mécanique E_m

$Em = \frac{1}{2}Ka^2$ AN : $E_m = \frac{1}{2} \times 25\,(0{,}02)^2 = 5\ 10^{-3}$ J

PHASE II : Etude de la chute parabolique

1/ Expression de V_D

$Ep\acute{e} = Ec_D \Rightarrow \frac{1}{2}ka^2 = \frac{1}{2}mv_D^2 \Rightarrow vD = a\sqrt{\frac{k}{m}}$

2/ Valeur de v_D: $v_D = 1{,}41 \text{m.s}^{-1}$

3-1/ Bilan des forces. $\vec{P}$

3-2/ Equation horaire du mouvement de B

$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{g} = \vec{a}_G$ = constante : le mouvement de B est alors uniformément varié et le vecteur position à chaque instant est $\vec{DG}$ $= \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_D + \vec{DG}_o$ avec $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$ $\vec{v}_D\begin{cases} v_{Dx} = vD \\ v_{Dy} = 0 \end{cases}$ $\vec{DG}_o\begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 0 \end{cases}$

donc les équations horaires sont :

$$\vec{DG}\begin{cases} x = V_D t \\ y = 1/2 g t^2 \end{cases}$$

3-3/ Equation de trajectoire. Nature

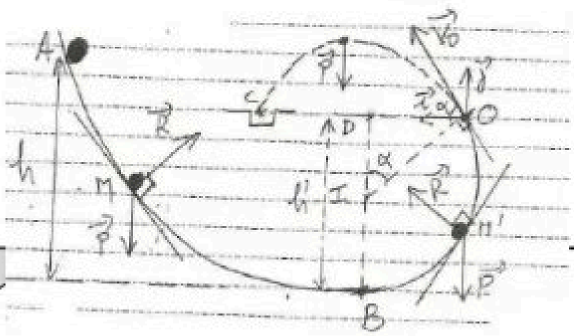
$X = V_D.t \Rightarrow t = \frac{x}{v_D}$ d'où $y = \frac{g}{2v_D^2}x^2$: la trajectoire est une parabole

3-4-1/ Temps t_I On a $y_I = \frac{1}{2}gt_I^2 \Rightarrow t_I = \sqrt{\frac{2y_I}{g}}$ tI = 0.45 s

3'4-2/ Coordonnées de I

$yI = 1 \Rightarrow 1 = \frac{gx_I^2}{2v_D^2} \Rightarrow x_I = \sqrt{\frac{2v_D^2}{g}} = 0.63$ m

Corrigé mécanique 2



1)1.1La variation de l'énergie cinétique d'un système entre deux points A et B est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures appliquées à ce système entre ces deux points

1.2 Bilan des forces extérieures

$\vec{P}$:Poids de la bille

$\vec{R}$:Réaction de la piste

*Représentation de et (voir schéma)

1.3

1.3.1 $\Delta E_C = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) \Rightarrow \frac{1}{2} mV_B^2 = mgh$ soit $V_B = \sqrt{2gh}$ A.N. $V_B = 14.14$ m/s

1.32. Théorème de L'énergie cinétique entre B et O : $\Delta E_C = W(\vec{P}) + W(\vec{R}')$

$\frac{1}{2}mV_o^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgh' + 0$ avec $h' = r(1 + \cos\alpha)$ donc $V_o^2 = h - 2gr(1 + \cos\alpha)$ et $V_o = \sqrt{h - 2gr(1 + \cos\alpha)}$

A.N : $V_o = 10.48$ m/s ≈ 10.5 m/s

2

2.1 Représentation de $\vec{V}_0$ (voir schéma)

2.2 Appliquons le théorème du centre d'inertie

$m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$ = constante donc le mouvement uniformément varié d'où la position est donnée à chaque instant par le vecteur $\vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{V}_o t + \vec{OG}_o$

On a $\vec{a} \begin{cases} a_y = 0 \\ a_x = -g \end{cases}$ $\vec{V}_o \begin{cases} V_{ox} = V_o\cos\alpha \\ V_{oy} = V_o\sin\alpha \end{cases}$ et $\vec{OG}_o \begin{cases} x_o = 0 \\ y_o = 0 \end{cases}$

donc les équations horaires sont $\begin{cases} x = V_o t\cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_o t\sin\alpha \end{cases}$

2.3 Equation cartésienne de la trajectoire

$Y = -\frac{1}{2}\frac{g}{V_o^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$

3) La bille tombe dans le réceptacle si les coordonnées de C vérifient l'équation de la trajectoire.

$c\begin{pmatrix} xc \\ yc \end{pmatrix}$ avec $\begin{cases} xc = 0c = 2(OD) = 2r\sin\alpha \\ yc = 0 \end{cases}$

(3) $-\frac{g}{2V_o^2\cos^2\alpha}x_C^2 + x_C\tan\alpha = 0 \Rightarrow x_C = \frac{V_o^2\sin2\alpha}{g}$ A.N. $x_C = 9.5$ m

Calcul de OC : OC = 2rsinα A.N. OC = 5.2 m

On a $OC < x_C \Rightarrow$ la bille ne tombe pas dans le réceptacle C

3.2

3.2.1 La bille tombe dans le réceptacle C si les coordonnées de C vérifient l'équation de la trajectoire.

D'après l'équation du 3.1 : $x_C = \frac{V'^2_o\sin2\alpha}{g} \Rightarrow V'_o = \sqrt{\frac{gx_C}{\sin2\alpha}}$ A.N. $V'_o = 7.75$ m/s

3.2.2 Calcul de la hauteur h_1

Partons de la relation établie au 1.3.2

$V'^2_o = 2g[h_1 - r(1 + \cos\alpha)]$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{V_0'^2}{2g} + r(1 + \cos\alpha)$$

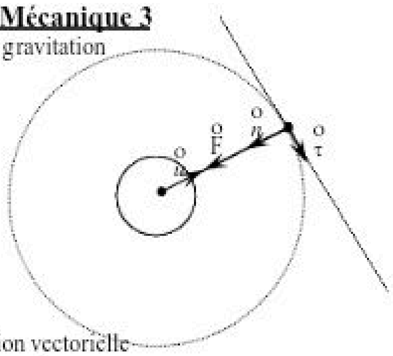
A.N $h_1 = 7.5$ m

3.2.3 Appliquons le théorème de l'Energie cinétique entre O et C

$\Delta EC = W(\vec{P}) = 0 \Rightarrow V_C = V'_o = 7.75$ m/s

Corrigé Mécanique 3

1/ force de gravitation



2/ Expression vectorielle

$\vec{F} = -G\dfrac{M_S M_T}{r_T^2}\vec{u}$

3/ Vecteur accélération

En appliquant le théorème du centre d'inertie $M_T\vec{a} = \vec{F} \Rightarrow \vec{a} = -\dfrac{GM_S}{r_T^2}\vec{u}$

4/ Mouvement uniforme

Soit $\vec{g}$ le vecteur champ gravitationnel

$M_T\vec{a} = M_T\vec{g}$ soit $\vec{a} = \vec{g}$

Dans la base de Frenet, $(M, \vec{\tau}\,;\vec{n})$, on a $E_c = \dfrac{1}{2}m\,\vec{v}^2 \Rightarrow \dfrac{dE_C}{dt} = \dfrac{1}{2}m\dfrac{d\vec{v}^2}{dt} = \dfrac{1}{2}m\,\vec{v}\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{1}{2}m\,\vec{v}.\vec{a}$

Comme $\vec{a} \perp \vec{v}$ alors $\vec{a}.\vec{v} = 0$ et $\dfrac{dE_C}{dt} = 0 \Rightarrow$ le mouvement est uniforme

5-1/ Expression de v_T

$\vec{g} = \vec{a} \Rightarrow g = \dfrac{v_T^2}{r_T} = \dfrac{GM_S}{r_T^2} \Rightarrow v_T = \sqrt{\dfrac{GM_S}{r_T}}$

5-2/ La période de révolution

$T_T = \dfrac{2\pi r_T}{v_T} = 2\pi r_T\sqrt{\dfrac{r_T}{GM_S}}$ ou $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r_T^3}{GM_S}}$

6/ rapport $\dfrac{T_T^2}{r_T^3} = K$

$T_T = 2\pi\dfrac{r_T^3}{GM_S} \Rightarrow T_T^2 = \dfrac{4\pi^2 r_T^3}{GM_S}$ soit $\dfrac{T_T^2}{r_T^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM_S}$

Comme G et M_S sont des constantes alors $\dfrac{T_T^2}{r_T^3}$ = constante

7-1/ Verification de la 3ième loi

On calcule les rapports $\dfrac{T_R^2}{r_R^3}$ et $\dfrac{T_D^2}{r_D^3}$

$\dfrac{T_R^2}{r_R^3} = \dfrac{(390255)^2}{(527070\ 10^3)^3} = 1.041\ 10^{-15}\ s^2m^{-3}$

$\dfrac{T_D^2}{r_D^3} = \dfrac{(236477)^2}{(377400\ 10^3)^3} = 1.041\ 10^{-15}\ s^2m^{-3}$

Puisque $\dfrac{T_R^2}{r_R^3} = \dfrac{T_D^2}{r_D^3}$, ces deux satellites vérifient la 3ième loi

7-2/ Calcul de la masse MS

$4\pi^2/GM_S = K \Rightarrow M_S = \dfrac{4\pi^2}{kG} = \dfrac{4\pi^2}{1.041\ 10^{-15} \times 6.67\ 10^{-11}} = 5.69\ 10^{26}$ kg

Corrigé Mécanique 4

1/ système : plongeur de masse m

Référentiel : terrestre supposé galiléen lié au repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Bilan des forces : le poids $\vec{P} = m\vec{g}$

Appliquons le théorème du centre d'inertie : $m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$ = constante, donc le mouvement est uniformément varié et le vecteur position à chaque instant est $\vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_o t + \vec{OG}_o$ avec $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$ $\vec{v}_o\begin{cases} v_{ox} = v_o\sin\theta \\ v_{oy} = v_o\cos\theta \end{cases}$ et $\vec{OG}_o\begin{cases} x_o = 0 \\ y_o = OG_o \end{cases}$

J'en déduis que les équations horaire du mouvement sont :

$$\begin{cases} X = v_o t\sin\theta \\ Y = -gt^2 + v_o t\cos\theta + y_o \end{cases}$$

et comme $t = \frac{x}{v_o\sin\theta}$ alors l'équation cartésienne de la trajectoire est : $y = -\frac{g}{2v_o^2\sin^2\theta}x^2 + \frac{x}{\tan\theta} + y_o$ et la forme numérique est $y = -0.78\,x^2 + 1.73\,x + 1$

2-1/ Le mouvement du plongeur est uniformément varié donc la vitesse à chaque instant est : $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_o$

Au sommet S, $v_y = 0 \Rightarrow -gt_S + v_o\cos\theta = 0$ soit $t_S = \frac{v_o\cos\theta}{g}$ et $x_S = \frac{v_o^2\sin 2\theta}{2g}$. J'en déduis que $v_o = \sqrt{\frac{2gx_S}{\sin 2\theta}}$ A.N. $v_o = 4.98 \approx 5$ m/s

2-2/ Ordonnée $y_S = -g(\frac{v_o\cos\theta}{g})^2 + v_o\cos\theta\,(\frac{v_o\cos\theta}{g}) + y_o = \frac{v_o^2\cos^2\theta}{2g} + y_o \approx 1.96$ m

3-1/ La distance séparant les verticales passant par O et C : $d = x_C$

Le point $C(x_C\,;-3)$ appartient à la trajectoire donc ses coordonnées vérifient l'équation de ladite trajectoire

$\Rightarrow -0.78d^2 + 1.73d + 1 = -3$ et le discriminant $\Delta = 3.93^2$ soit $d = 3.62$ m (on ne prendra pas la solution négative)

3-2/ Durée du saut

$x_C = v_o t_C\sin\theta \Rightarrow t_C = \frac{x_C}{v_o\sin\theta} \approx 1.45$ s

3-3/ Appliquons le théorème du centre de l'énergie cinétique au plongeur de masse, soumis $\vec{P}$ entre O et C.

$Ec_C - Ec_O = W(\vec{P}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_O^2 = mg(z_O - z_C)$ soit $v_C = \sqrt{v_O^2 - 2gh} = 9.15$ m/s

Corrigé électomagnétisme 1

1/ Vitesse V_0 d'un proton

Théorème de l'Energie Cinétique :

$$E_{C_{A_0}} - E_{C_S} = e(V_0 - V_p)$$

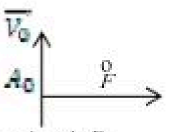
$$\frac{1}{2}mV_0^2 - 0 = eU_0 \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$$

A.N : $V_0 = \sqrt{\frac{2 \times 1.6.10^{-19} \times 250}{1.67.10^{-27}}}$

$$V_0 = 2{,}19.10^5 m.s^{-1}$$

2/

2.1 Sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$. Pour qu'un proton sorte par le trou A_1, la force magnétique en A_0 doit être orientée vers 0.



donc $\vec{B}$ sortant $\odot\,\vec{B}$

2.2 Expression de B

Le mouvement d'un proton dans le champ magnétique $\vec{B}$ est circulaire et uniforme de rayon de R, tel que :

$R = \frac{mv_0}{eB} \Rightarrow B = \frac{mv_0}{eR}$ or $v = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$ alors on a $B = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{2mU_0}{e}}$

A.N : $B = 1.9\ 10^{-2}$ T

2.3/ Caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{V_1}$

$\vec{V_1}$
- Origine : le point A_1
- Direction : horizontale ou perpendiculaire à l'axe Oy ou parallèle à l'axe Ox
- Sens : de la gauche vers la droite

- valeur : $V_1 = V_o = 2.19\ 10^5$ m/s

3

3.1 Inventaire des forces appliquées.

. Forces électrostatique $\overrightarrow{F_e} = e\vec{E}$

3.2 Equations horaires du mouvement

Théorème du Centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\overrightarrow{F_e} = m\vec{a}$ □ $e\vec{E} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \frac{e}{m}\vec{E}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{e}{m}E \end{cases} \qquad \vec{v}\begin{cases} V_x = V_1 = V_0 \\ V_y = -\frac{e}{m}Et \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0 t \\ y = -e\frac{eE}{2m}t^2 + R \end{cases}$$

3.3 Equation cartésienne de la trajectoire

$t = \frac{x}{V_0} \Rightarrow y = -\frac{eE}{2mV_0^2}x^2 + R$ ou $y = -\frac{E}{4U_0} + R$ ou $y = -5x^2 + 0{,}12$

3.4 Nature de la trajectoire. L'équation cartésienne de la trajectoire d'un proton est une parabole

3.5 Coordonnées du point A_2

Au point A_2, $y = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{eE}{2mV_0^2}x_{A_2}^2 + R$

$x_{A_2} = \sqrt{\frac{2mv_0^2R}{eE}} = v_0\sqrt{\frac{2mR}{eE}}$ ou $x_{A_2} = 2\sqrt{\frac{U_0R}{E}}$ ou $x_{A_2} = \sqrt{\frac{0.12}{5}}$

AN : $x_{A_2} = 2{,}19.10^5\sqrt{\frac{2\times1.67.10^{-27}\times0.12}{1{,}6.10^{-19}\times6.10^5}}$

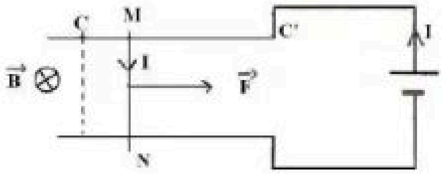
$x_{A_2} = 0{,}155m$

Les coordonnées du point A_2 sont donc : $A_2(0{,}155m\ ;\ 0)$

Corrigé de l'électromagnétisme 2

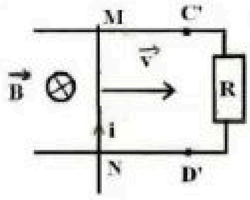
1. :

1.1.1- Sens du courant



1.1.2- Sens du champ $\vec{B}$ (voir schéma)

1.2- Caractéristiques de $\vec{F}$:



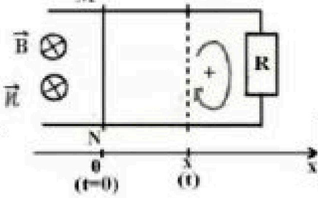
- Point d'application : milieu de la tige MN
- Direction : perpendiculaire à la tige MN et à $\vec{B}$ (horizontale)
- Sens : celui du mouvement (de C vers C')
- Intensité : $F = IlB$

  A N : $F = 2 \times 0{,}1 \times 2.10^{-2} = 4.10^{-3}N.$

2.1- Sens du courant induit :

Lors du déplacement de la tige MN, chaque électron de MN est entraîné à la vitesse $\vec{v}$. Il est donc soumis à la force de Lorentz $\vec{F} = -e\,\vec{v}$ □ $\vec{B}$ dirigée de M vers N. Le courant induit circule dans le sens contraire de celui des électrons c'est-à-dire de N vers M.

(voir schéma).



3.2.1- Force électromotrice d'induction (e) :

A t = 0 , la surface du circuit est S_0

A la date t, la surface du circuit est S = S_o – lx = S_o + lvt car x = vt
Le flux ϕ au travers du circuit est :

$\Phi = \vec{B}.\vec{S} = B.S$

Et $e = -\frac{d\varphi}{dt} = -B\frac{dS}{dt} = Blv = 6\ 10^{-3}$ V

3.2.2- Intensité du courant induit :

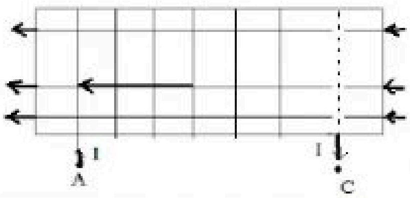
$I = \frac{e}{R}$ 1.5 mA

3.3.1- Au cours du déplacement, la tige MN plongée dans le champ $\vec{B}$ est parcourue par un courant induit. La tige MN est donc soumise à une force électromagnétique $\vec{F}$' qui s'oppose au déplacement.

3.3.2- Caractéristiques de $\vec{F}$:
- Point d'application : milieu de la tige MN
- Direction : horizontal perpendiculaire à la tige MN et à $\vec{B}$
- Sens : celui du mouvement c'est-à-dire de C vers C
- intensité : F' = ilB = 3 10-6 N

Corrigé Electromagnétisme 3

1-1Représentation des lignes du champ magnétique :
Les lignes de champ magnétique sont des droites parallèles à l'intérieur du solénoïde



1.2 et 1.3 $B = \mu_0 \frac{N}{l} I \Rightarrow B = 4.\pi.10^{-7} \times \frac{400}{0{,}412} \times 5 \Rightarrow B = 6{,}1.10^{-3}T$

N.B : 1.4 et 1.5 ne sont pas au programme de la terminale d mais plutôt à celui de la terminale C

1.4 $\Phi = NBS = NB\pi r^2$ donc $\Phi = 400 \times 6.10^{-3} \times 3{,}14 \times (2{,}5.10^{-2})$ d'où $\Phi = 4{,}8.10^{-3}Wb$

1.5 $L = \frac{\Phi}{I} = \frac{4{,}8.10^{-3}}{5} \Rightarrow L = 9{,}6.10^{-4}H$

2-1 Expression de la tension u_{AC}

$u_{AC} = L\frac{di}{dt}$

2.2 Calcul de u_{AC} sur une période

$t \in [0;4ms]$; on a $i(t) = a.t$ on trouve $a = \frac{2}{40.10^{-3}} = 50A.s^{-1}$ d'où $i = 50t$

$u_{AC} = L\frac{di}{dt} = 10^{-3} \times 50 \Rightarrow u_{AC} = 5.10^{-2}V$

$t \in [40ms;5ms] i(t) = ct + d$ on trouve

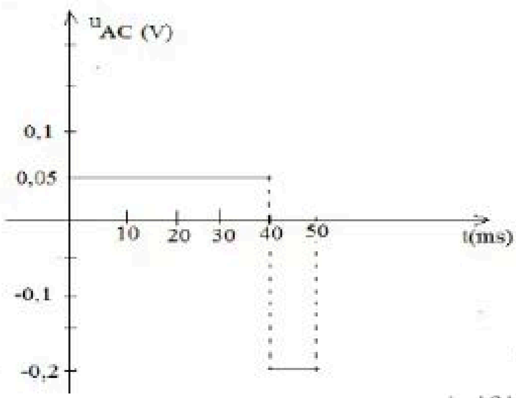
$c = \frac{-2}{0{,}05 - 0{,}04} = -200A.s^{-1}$

A

$t = 50ms, i(t) = -200 \times 0{,}05 + d = 0d = 10 i(t) = -200.t + 10$

$u_{AC} = L\frac{di}{dt} = 10^{-3} \times (-200) \Rightarrow u_{AC} = -0{,}2V$

2-3/ Tracé de la courbe $u_{AC} = f(t)$



.

Corrigé électricité 1

1.

1.1Expression de l'énergie totale

$E = Ec + Em$ avec $Ec = \frac{q^2}{2C}$ et $Em = \frac{Li^2}{2}$ or $i = \frac{dq}{dt}$ donc $Em = \frac{L}{2}\frac{dq^2}{dt^2}$ d'où $E = \frac{q^2}{2C} + \frac{L}{2}\frac{dq^2}{dt^2}$

1.2Equation différentielle : E est constant donc $\frac{dE}{dt} = 0$ d'où $\frac{2q}{2C}.\frac{dq}{dt} + \frac{2L}{2}.\frac{dq}{dt}.\frac{d^2q}{dt} = 0$

$\frac{dq}{dt}$ est variable ; $\frac{dq}{dt}\left(\frac{q}{C} + \frac{Ld^2q}{dt^2}\right) = 0$ donc $\frac{q}{LC} + \frac{d^2q}{dt^2} = 0$

1.3.1 Expression de T_0

$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

1.3.2Expression de u(t)

$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

A $t = 0, u = U_m = U_0 = U_0 \cos\varphi$ donc $\varphi = 1$ d'où $\varphi = 0$

$u(t) = U_0 \cos\omega$ ou $u(t) = U_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

1.4.1 Interprétation sur l'allure du graphe l'amplitude des oscillations diminue au cours du temps.
L'énergie électrique du circuit diminue au cours du temps.

1.4.2 Mesure de la pseudo-période des oscillations

$T_0 = 5.10^{-3} \times 4 \Rightarrow T_0 = 2.10^{-2} s$

1.4.3 L'amortissement est dû à la perte d'énergie par effet joule dans la résistance de la bobine (transformation de l'énergie de l'énergie électrique en chaleur)

1.5Calcul de L

$LC\omega_0^2 = LC\left(\frac{2\pi}{T_0}\right) = 1 \Rightarrow L = \frac{T_0^{\ 2}}{C(2\pi)^2} = \frac{(2.10^{-2})^2}{10^{-5}(2\times 3,14)^2} \Rightarrow L = 1H$

2.1 Expression de l'impédance

$Z = \sqrt{r^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ avec $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

2.2 calcul de la valeur de r

$r = \sqrt{Z^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \Rightarrow r = 11,9\Omega$

Corrigé Electricité 5

$\varphi < 0$ ou $Z_C > Z_L$

Corrigé électricité 2

1/ Energie emmagasinée dans le condensateur

$Ec = \frac{1}{2} CU_o^2 = 7.2\ 10^{-6}$ J

2-1/ Appliquons la loi des mailles : $u_C(t) + u_L(t) = 0$ avec $u_C(t) = \frac{q}{C}$ et $u(t) = ri - e = \frac{Ldi}{dt} = \frac{Ld^2i}{dt^2}$ car r = 0 et $i(t) = \frac{dq}{dt}$ donc l'équation différentielle de ces oscillations est : $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$

2-2/ Vérifions que $q(t) = Q_m\cos(\omega_o t + \varphi)$ est solution de cette équation différentielle

$\frac{d^2}{dt^2}q(t) + \frac{1}{LC}q(t) = \frac{d^2}{dt^2}(Q_m\cos(\omega_o t + \varphi)) + \frac{1}{LC}(Q_m\cos(\omega_o t + \varphi))$

$= -\frac{Q_m}{LC}\cos(\omega_o t + \phi) + \frac{Q_m}{LC}\cos(\omega_o t + \phi) = 0$

donc $q(t) = Q_m\cos(\omega_o t + \phi)$ est solution de cette équation différentielle

2-3/ On a $q(t=0) = CU_o$ □ $Q_m\cos\phi = CU_o$ □ $Q_m = CU_o$ et $\cos\phi = 1$ soit $\phi = 0$ rad donc l'équation horaire est $q(t) = 1.2\ 10^{-6}\cos\omega_o t$

2-4/pulsation propre $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 3162.27$ rad/s ; période propre $T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} \approx 2$ ms

3-1-1/ $q(t) = Q_m\cos(\omega_o t)$ □ $i(t) = \frac{d}{dt}q(t) = -\omega_o Q_m \sin(\omega_o t) = I_m\cos(\omega_o t + \frac{\pi}{2})$ avec $I_m = Q_m\omega_o$

3-1-2/ $E_C = \frac{1}{2}\frac{q(t)^2}{C} = \frac{Q_m^2}{2C}\cos^2\omega_o t$

3-1-3/ $E_L = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\omega_o^2 Q_m^2 \sin^2\omega_o t$

3-2/ Montrons l'énergie dans le circuit reste constante

$E = E_C + E_L = \frac{1}{2}(\frac{Q_m}{C})^2\cos^2\omega_o t + \frac{1}{2}L\omega_o^2 Q_m^2\sin^2\omega_o t$ avec $\omega_o^2 = \frac{1}{LC}$ donc $E = \frac{Q_m^2}{2C}[\cos^2\omega_o t + \sin^2\omega_o t] = \frac{Q_m^2}{2C}$ = constante

Corrigé Electricité 3

1.1/ $T = 8\times 2.10^{-3} = 1{,}6.10^{-2}S$ on a $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}6.10^{-2}} = 62{,}5Hz$

1.2/ $\varphi = 2\pi\frac{1}{L} = \frac{2\pi\times 1{,}2}{8} = \frac{2{,}4\pi}{8}$ l = écart et L= période soit $\varphi = 0{,}3\pi rad$ ou $\varphi = \frac{2\pi.\tau}{T}$ avec τ = écart temporel et T = période

1.3/ $U_{NM} = \frac{1{,}8}{\sqrt{2}} = 1{,}27V$

1.4/ $U_{QM} = \frac{1{,}2\times 3}{\sqrt{2}} = 2{,}55V$

2.1/ $I_{eff} = \frac{U_{NM}}{R} = \frac{1{,}27}{15} \Rightarrow I_{eff} = 0{,}085A$

2.2/ $Z_T = \frac{U_{QM}}{I_{eff}} \Rightarrow Z_T = 30\Omega$

2.3/ $\left.\begin{array}{ll} Z_T = \sqrt{(r+r)^2 + L^2\omega^2} & (1) \\ \tan\varphi = \frac{L\omega}{R+r} & (2) \end{array}\right\}$ Des relations (1) et (2) nous obtenons

$r = \frac{Z_T}{\sqrt{1+\tan^2\varphi}} - R$ d'où AN : $r = 2{,}63\Omega$

De la relation (2) nous avons $L = \frac{(r+R)\tan\varphi}{\omega}$ ou $L = \frac{R+r}{2\pi N}\tan\varphi$ on a $L = 0{,}06H$

Autre méthode de calcul de r et L

$\cos\varphi = \frac{r+R}{Z_T}$ on a $r = Z_T\cos\varphi - R$ d'où $r = 2{,}63\Omega$

$\tan\varphi = \frac{L\omega}{R+r}$ on a $L = \frac{R+r}{\omega}\tan\varphi = \frac{R+r}{2\pi N}\tan\varphi$ d'où $L = 0{,}06H$

$\varphi < 0$ ou $Z_C > Z_L$

Avant propos

Ce nouveau document conforme au programme en vigueur ,a été conçu dans le but d'aider efficacement l'élève des classes de Terminales C ; D et E dans sa préparation aux épreuves de physique et chimie du Baccalauréat.
Pour cela, nous nous sommes efforcés de rappeler les objectifs généraux et spécifiques, afin de te permettre de centrer ton travail sur les points à bien connaitre ; le résumé est également adapté cette manière de travailler.
Pour chaque chapitre, il existe des questions à choix multiples qui regroupe les points fondamentaux
Pour la compréhension et la consolidation des acquis, des exercices portant sur chacun des objectifs spécifiques sont résolus.
Les exercices non corrigés, présentent moins de difficultés que ceux déjà Résolus ; nous attendons donc que tu t'appliques à pratiquer la démarche scientifique utilisée dans les résolutions afin d'acquérir une certaine autonomie.
Les exercices de synthèse sont quelques exercices extraits d'anciennes épreuves du Baccalauréat pour te familiariser avec l'épreuve de physique chimie au BAC.
Nous souhaitons que cet ouvrage donne satisfaction à tous les utilisateurs et remercions par avance ceux de nos collègues qui nous ferons part de leur remarques et suggestions car l'amélioration d'un ouvrage dépend pour beaucoup des critiquent de ceux qui l'utilise.

Les auteurs
Mr SAGNON Wian Barthelemy
Professeur de Lycée.

Mr ATTIOUA Koffi
Maitre de conférence à L'université de

Adresse : cledusuccesaubac@gmail.com
Contact : 06399793

TABLES DES MATIERES

13/Oscillations électriques forcées

14/Niveaux d'énergie(Tle C uniquement)

15/Réactions nucléaires spontanées et provoquées