COLLECTION
INTER
AFRICAINE DE
MATHÉMATIQUES

6e

MATHÉMATIQUES

GUIDE PÉDAGOGIQUE

$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$

$\pi \approx 314159$

EDICEF

Collection Inter Africaine de Mathématiques

6e

MATHÉMATIQUES

GUIDE PÉDAGOGIQUE

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\pi \simeq 3{,}14159$$

EDICEF

Collection
Inter
Africaine de
Mathématiques

sous la direction
de Saliou Touré
Professeur à l'Université
d'Abidjan

MATHÉMATIQUES

6e

GUIDE PÉDAGOGIQUE

EDICEF
58, rue Jean-Bleuzen
92178 Vanves Cedex

SOMMAIRE

ISBN 2-85-069855-5

1 TABLEAU SYNOPTIQUE DES PROGRAMMES DU PREMIER CYCLE

Les programmes du Premier Cycle établis en juin 1992, lors du quatrième séminaire d'harmonisation des programmes de mathématiques des pays francophones d'Afrique et de l'Océan Indien, sont présentés ici dans un tableau synoptique afin de faire apparaître :
– d'une part, la cohérence des différents thèmes à un niveau donné ;
– d'autre part, l'évolution d'un thème d'un niveau à l'autre.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

CONFIGURATIONS DE L'ESPACE

Sixième	Cinquième	Quatrième	Troisième
◆ **Cube - Pavé droit** • Observation et description du solide • Vocabulaire, propriétés • Construction d'un patron, réalisation d'un solide • Calcul de volumes, d'aires	◆ **Prisme droit** ***(dont la base est une des figures planes étudiées en 6e ou 5e)*** • Observation et description du solide • Vocabulaire, propriétés • Construction d'un patron, réalisation d'un solide • Calcul de volumes, d'aires		◆ **Pyramide** • Observation et description du solide • Vocabulaire, propriétés • Pyramide régulière • Construction d'un patron, réalisation d'un solide • Calcul de volumes, d'aires
◆ **Cylindre** • Observation et description du solide • Vocabulaire, propriétés • Construction d'un patron, réalisation d'un solide • Calcul de volumes, d'aires		◆ **La sphère** • Calcul de volumes, d'aires	◆ **Cône de révolution** • Observation et description du solide • Vocabulaire, propriétés • Construction d'un patron, réalisation d'un solide • Calcul de volumes, d'aires
		◆ **Notions de plans et de droites de l'espace** • Positions relatives (en s'appuyant sur les solides connus) ◆ **Perspective cavalière** • Règles élémentaires de la perspective cavalière • Représentation de solides simples	◆ **Section d'une pyramide ou d'un cône par un plan parallèle à celui de la base.** • Section • Tronc de cône, de pyramide • Calculs de volumes d'aires Propriétés de réduction

CONFIGURATIONS DU PLAN

Sixième	Cinquième	Quatrième	Troisième
◆ **Droites** • Droites ; points alignés ; demi-droites • Droites sécantes ; droites perpendiculaires • Droites parallèles - définition - propriétés ◆ **Segments** • Segment, support d'un segment • Longueur d'un segment ; mesure de cette longueur • Milieu d'un segment • Médiatrice d'un segment - définition	◆ **Distance de deux points** • Inégalité triangulaire • Caractérisation du segment • Médiatrice d'un segment - caractérisation - régionnement du plan	◆ **Distance d'un point à une droite** • Définition ◆ **Distance de deux droites parallèles** • Définition • Caractérisation de la bissectrice d'un angle	
◆ **Angle** • Introduction de la notion d'angle • Vocabulaire • Mesure (en degrés) • Angles adjacents • Bissectrice d'un angle	◆ **Angle** • Angles complémentaires, angles supplémentaires • Angles opposés par le sommet • Angles formés par deux droites parallèles et une sécante - alternes-internes - alternes-externes - correspondants	◆ **Secteur angulaire** • Mesure (en degrés) • Secteurs angulaires au centre d'un cercle ; arc de cercle intercepté	◆ **Angle inscrit dans un cercle** • Définition, vocabulaire • Propriétés - angle inscrit et secteur angulaire au centre associés - angles inscrits interceptant le même arc
◆ **Triangle** • Vocabulaire • Triangles particuliers • Droites particulières - hauteur - médiatrice d'un côté - bissectrice d'un angle • Périmètre, aire	◆ **Triangle** • Somme des angles d'un triangle • Caratérisation de triangles particuliers • Droites particulières : - médiatrices - centre du cercle circonscrit	◆ **Triangle** • Droite des milieux : - propriété directe - propriété réciproque • Droites particulières : - bissectrices - centre du cercle inscrit - hauteurs - orthocentre - médianes - centre de gravité • Triangle rectangle - propriété de Pythagore : (directe et réciproque) - propriété métrique déduite de l'aire	◆ **Trigonométrie dans le triangle rectangle** • Rapports trigonométriques d'un angle aigu (sinus, cosinus, tangente) • Propriétés : - calculs dans le triangle rectangle • Rapports trigonométriques des angles - lecture de table - angles de 30°, 45°, 60°
◆ *Cercle* • Centre, rayon, diamètre, corde • Périmètre du cercle ; aire du disque	◆ **Cercle** • Cercle circonscrit à un triangle rectangle • Régionnement du plan par un cercle : intérieur, extérieur	◆ **Cercle** • Positions relatives d'une droite et d'un cercle • Tangente - définition - tangentes passant par un point	
◆ *Parallélogramme* • Définition • Propriétés : - côtés opposés, diagonales • Losange, rectangle, carré • Périmètre, aire	◆ **Polygone** • Caractérisation de parallélogrammes particuliers • Trapèze ◆ **Polygone régulier** • Définition • Triangle équilatéral et hexagone • Carré et octogone	◆ **Parallélogramme** • Parallélogramme et égalités vectorielles cf « OUTIL VECTORIEL » ◆ **Polygone régulier** • Triangle équilatéral et hexagone • Carré et octogone • Pentagone	◆ **Polygone régulier**

APPLICATIONS DU PLAN

Sixième	Cinquième	Quatrième	Troisième
◆ **Figures symétriques par rapport à une droite** • Programme de construction • Droites, segments, angles symétriques par rapport à une droite ◆ **Figures symétriques par rapport à un point** • Programme de construction • Droites, segments, angles symétriques par rapport à un point	◆ **Figures symétriques par rapport à une droite ou un point** • Symétrique, - du milieu d'un segment - de droites perpendiculaires - de droites parallèles • Construction de figures symétriques	◆ **Symétrie orthogonale - Symétrie centrale** • Définition • Propriétés	◆ **Symétrie orthogonale - Symétrie centrale** Images de figures simples par la composée de deux symétries orthogonales d'axes parallèles ou perpendiculaires
		◆ **Translation** • Programme de construction • Translation et vecteur • Propriétés - conservation de l'alignement, des distances, des mesures angulaires - image d'une droite • Composée de deux translations	◆ **Translation** • Propriétés de conservation : - du milieu - de l'orthogonalité - du parallélisme
		◆ **Projection** • Programme de construction • Projeté du milieu	◆ **Propriétés de Thalès** • Propriété directe • Propriété réciproque • Cas particulier du triangle

OUTIL VECTORIEL - GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

Sixième	Cinquième	Quatrième	Troisième
		◆ **Vecteur** • Notion de vecteur - égalité de vecteurs - représentant d'un vecteur d'origine donnée. • Addition des vecteurs - somme de deux vecteurs - propriété de Chasles - vecteur nul - opposé d'un vecteur - caractérisation vectorielle du milieu	◆ **Multiplication d'un vecteur par un nombre réel** • Produit d'un vecteur par un nombre réel - définition - propriétés • Vecteurs colinéaires - définition - vecteurs directeurs d'une droite
◆ **Repérage d'un point sur une droite** • *En liaison avec la comparaison des nombres décimaux (arithmétiques) :* demi-droite graduée - origine - unité • *En liaison avec l'introduction des nombres décimaux relatifs :* droite graduée - origine, unité - abscisse d'un point	◆ **Repérage d'un point sur une droite** *En liaison avec la comparaison des nombres décimaux relatifs* ◆ **Repérage d'un point sur un quadrillage** • Vocabulaire : - noeud, maille • Notion de couple	◆ **Repérage** • Sur une droite graduée - repère d'une droite, axe, abscisse • Dans le plan - repère orthogonal, orthonormal - couple de coordonnées d'un point : abscisse, ordonnée	◆ **Coordonnées d'un vecteur** • Définition • Coordonnées : - d'une somme de vecteurs - du produit d'un vecteur par un nombre réel • Condition de colinéarité de deux vecteurs • Calculs dans un repère orthonormal - condition d'orthogonalité - norme d'un vecteur - distance de deux points
			◆ **Équations de droites** • Coordonnées d'un vecteur directeur • Coefficient directeur - coefficient directeur d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées. - condition de parallélisme de deux droites - condition d'orthogonalité de deux droites (repère orthonormal)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

ORGANISATION DES CALCULS – CALCUL NUMÉRIQUE

Sixième	Cinquième	Quatrième	Troisième
◆ **Arithmétique** • Ensemble N des nombres entiers naturels • Multiples, diviseurs • Caractères de divisibilité : - par 10 ; 100 ; 1000... ; - par 2 ; 5 - par 3 ; 9	◆ **Arithmétique** • Division euclidienne • Nombres premiers - Décomposition en produit de facteurs premiers - Application à la recherche de multiples ou de diviseurs • Calcul du PPCM et du PGCD	◆ **Arithmétique** • Utilisation du PPCM et du PGCD	
◆ **Fraction** • Différentes écritures d'une fraction - simplification - écriture fractionnaire d'un nombre décimal • Somme ou différence de deux fractions de même dénominateur • Produit d'un nombre entier naturel par une fraction	◆ **Fraction** • Simplification (fraction irréductible) • Comparaison - comparaison à l'unité - encadrement par deux nombres décimaux de même ordre consécutifs - écriture du type : $\frac{a}{b} = n + \frac{c}{b}$ avec $\frac{c}{b} < 1$ • Somme ou différence de deux fractions de dénominateurs différents • Produit de deux fractions	◆ **Fractions** • Simplification des fractions • Comparaison • Addition : - propriétés - opposé • Soustraction • Multiplication	
◆ **Nombres décimaux (arithmétiques)** • Opérations - addition - soustraction - multiplication - division • Comparaison • Estimation d'un résultat ◆ **Nombres décimaux relatifs** • Introduction : - ensembles $\mathbb{D}$ des nombres décimaux relatifs - ensembles $\mathbb{Z}$ des nombres entiers relatifs • Somme d'entiers relatifs	◆ **Nombres décimaux relatifs** • Addition - opposé d'un nombre décimal • Soustraction • Comparaison • Multiplication	◆ **Nombres décimaux** • Ecriture sous la forme $a.10^n$ ($a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{Z}$) - Multiplication : $a.10^m \times b.10^n$ ◆ **Nombres rationnels** • Introduction - ensemble $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels • Inverse d'un nombre rationnel non nul ; notation : $\frac{1}{a}$ • Division • Encadrement (approximations décimales d'un nombre rationnel positif)	◆ **Nombres réels** • Introduction - ensemble $\mathbb{R}$ des nombres décimaux • Radicaux - définition - propriétés - comparaison - opérations • Comparaison de nombres réels • Intervalles dans $\mathbb{R}$ • Encadrement de : - somme - différence - produit - quotient • Usage de tables numériques
	◆ **Puissances** • Puissance à exposant entier naturel non nul d'un nombre décimal relatif * • Calculs simples	◆ **Puissances** • Puissances à exposant entier naturel d'un nombre rationnel non nul • Propriétés	◆ **Puissances** • Puissances à exposant entier relatif d'un nombre réel • Propriété
			◆ **Valeur absolue d'un nombre réel** • Définition • Propriétés immédiates

ORGANISATION DES CALCULS CALCUL LITTÉRAL

Sixième	Cinquième	Quatrième	Troisième
◆ **Organisation des calculs** • Utilisation des propriétés de l'addition et de la multiplication • Règles de priorité des opérations ; utilisation des parenthèses ◆ **Initiation au calcul littéral** *En relation avec les calculs de périmètres, d'aires et de volumes*	◆ **Initiation au calcul littéral**	◆ **Calcul sur les expressions algébriques** • Développement, réduction • Factorisation • Produits remarquables : $(a+b)^2$; $(a-b)^2$; $(a+b)(a-b)$	◆ **Monômes - Polynômes** • Notion de monôme : - degré - coefficient • Notion de polynôme - degré - addition - multiplication • Fractions rationnelles - ensemble de définition de la fonction associée - simplification
	◆ **Notions d'équations** • Équation du type : $a + x = b$ dans $\mathbb{D}$ • Trouver x tel que : $ax = b$	◆ **Équations, Inéquations** • Équations du type $ax + b = 0$ dans $\mathbb{Q}$ • Notions d'inéquations du 1[er] degré à une inconnue	◆ **Équations, Inéquations** • Équations et inéquations du 1[er] degré à une inconnue dans $\mathbb{R}$ • Équations et systèmes de deux équations du 1[er] degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ • Inéquations et systèmes d'inéquations du 1[er] degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

ORGANISATION DE DONNÉES

Sixième	Cinquième	Quatrième	Troisième
◆ **Situations de proportionnalité** • Tableau de proportionnalité • Coefficients de proportionnalité ◆ **Pourcentage - Échelle** • Utilisation - d'un pourcentage - d'une échelle	◆ **Proportionnalité** • Calcul d'un coefficient : - vitesse - masse volumique - débit • Représentation graphique point par point d'un tableau de proportionnalité ◆ **Pourcentage - Échelle** • Calcul : - d'un pourcentage - d'une échelle	◆ **Proportionnalité** • Tableaux de proportionnalité • Coefficients de proportionnalité • Propriété - si b et d sont deux nombres non nuls, alors : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *équivaut à* $ad = bc$ ◆ **Notion d'application linéaire**	◆ **Applications linéaires** • Définition • Propriétés de linéarité • Bijection • Sens de variation • Représentation graphique ◆ **Applications affines** • Définition • Sens de variation • Représentation graphique • Exemples d'applications affines par intervalles.
		◆ **Statistiques** • Vocabulaire • Classification de données • Effectifs, fréquence (en %) • Moyenne • Diagrammes - à bandes - à bâtons - circulaires	◆ **Statistiques** • Exemples de regroupement en classes (d'égales amplitudes) • Histogramme

Compléments facultatifs au programme

Homothétie

L'homothétie pourra être introduite en classe de 3[e] après les propriétés de Thalès.
On se limitera à :
– donner la définition (centre, rapport) ;
– mettre en évidence les propriétés élémentaires ;
– construire des figures simples.

Rotation

On pourra faire, en classe de 3[e], une approche expérimentale de la rotation en liaison avec les polygones réguliers. On se limitera à :
– réaliser des programmes de construction ;
– mettre en évidence la conservation de la distance.

2 COMMENTAIRES VALABLES POUR TOUT LE PREMIER CYCLE

Les nouveaux programmes du Premier Cycle, qui sont mis en place progressivement sont en conformité avec les décisions du 4e Séminaire d'Harmonisation des Programmes de Mathématiques dans les pays francophones d'Afrique et de l'Océan Indien. Ils tiennent compte tant des progrès de la science (prise en compte des moyens modernes de calcul) que des recherches actuelles en didactique des mathématiques. Ce faisant, ils visent à corriger quelques dysfonctionnements des anciens programmes :

❐ AMÉLIORER LES CONTINUITÉS

Les nouveaux programmes évitent de laisser se perdre des techniques acquises ou en cours d'acquisition :
– soit à l'École Primaire (calcul sur les fractions...)
– soit à un niveau donné du cycle (angles vus en classes de 6e et 3e mais non utilisés en classes de 5e et 4e, espace abordé seulement en 5e...).

❐ ASSURER UNE COHÉRENCE PAR THÈME ET PAR NIVEAU

Voir le tableau synoptique des programmes du premier cycle

❐ PRÉSENTER UN CONCEPT SEULEMENT LORSQUE LA NÉCESSITÉ DE SON UTILISATION SE FAIT SENTIR

On ne comprend un concept qu'en le faisant fonctionner dans une situation donnée.
Les nouveaux programmes respectent ce principe. On évitera d'être plus ambitieux que les programmes.

❐ PRÉSENTER PLUTÔT DES OUTILS QUE DES OBJETS D'ÉTUDE

D'où la nécessité de :

• **donner du sens aux concepts pour une meilleure appropriation par les élèves d'une notion qui leur semble utile.**
Par exemple, il est anormal que certains élèves confondent des formules de calcul d'aire et de périmètre ; cela dénote qu'ils ne maîtrisent pas la notion pourtant extrêmement simple de périmètre.

• **faire fonctionner ces outils implicitement avant toute formalisation lorsque c'est nécessaire.**
Par exemple, il semble plus important, au lieu de donner une définition des angles sur laquelle les professeurs discuteront sans arriver à se mettre d'accord, d'entraîner les élèves à voir sur des configurations des égalités angulaires par exemple, à justifier ou à en déduire d'autres propriétés, à les utiliser dans des problèmes.

❐ PRATIQUER UN ENSEIGNEMENT EN SPIRALE ET ASSURER UNE PROGRESSIVITE DES ACQUIS

Plutôt que de présenter de façon exhaustive une notion en considérant que tout est dit, il vaut mieux au contraire revenir régulièrement dessus en renforçant et en enrichissant les acquis.
Évidemment, revenir à un « niveau n+1 » sur une notion présentée à un « niveau n » ne signifiera pas recommencer une seconde fois la présentation sous l'appellation rappel ou révision. Il s'agira de mettre en œuvre des savoirs et des savoir-faire déjà installés pour s'attaquer à des problèmes non traités au niveau précédent et dégager des propriétés supplémentaires.
Évaluer les savoirs et savoir-faire fondamentaux, s'assurer de leur maîtrise, les entretenir régulièrement, les réinvestir paraît fondamental.

❐ INITIER LE PLUS TÔT POSSIBLE L'ÉLÈVE AU RAISONNEMENT

Certains anciens programmes semblaient inviter les professeurs à attendre la classe de 4e pour commencer l'apprentissage de la démonstration. Cet apprentissage présente de nombreuses difficultés et peu d'élèves maîtrisent ce savoir-faire à l'entrée dans le second Cycle.

Désormais, le professeur saisira toutes les occasions, dès la classe de 6e, pour faire raisonner les élèves.
Il veillera à la mise en place d'exercices visant à améliorer la capacité des élèves à émettre des conjectures, à argumenter, à justifier leurs réponses et à infirmer des propositions par des contre-exemples...
Il ne saurait être question d'exiger tout de suite un discours formel et rigoureux. Le professeur définira un niveau d'exigence raisonnable pour la classe considérée. Il saura taire des subtilités sans intérêt, pour s'attacher à l'essentiel.
Que l'élève donne du sens à la démonstration, qu'il éprouve le besoin de démontrer, qu'il soit capable d'organiser un raisonnement, est essentiel. La détermination de ce niveau d'exigence sera fonction des outils disponibles et du niveau des élèves.
La rigueur est par définition relative : elle dépend de la personne qui produit la démonstration et du destinataire.
René THOM (Médaille Fields de mathématiques) déclare :
« Si j'avais à choisir entre la rigueur et le sens, je choisirais sans hésiter le sens ».
Ainsi, en classe de 6e, on ne considérera que les quadrilatères convexes ; on taira donc, à ce niveau, la subtilité liée à la caractérisation d'un parallélogramme par deux côtés opposés parallèles et de même longueur. L'outil vectoriel, introduit ultérieurement, apportera la seule réponse valable à cette subtilité : il ne sert à rien d'affirmer que ce quadrilatère n'est pas croisé puisqu'on ne dispose d'aucun argument (si ce n'est visuel) pour conclure de manière convaincante.

❐ PRENDRE EN COMPTE LE CARACTÈRE D'OUTIL DES MATHÉMATIQUES

– Puiser dans la vie courante des situations où l'on utilise des mathématiques.
– Encourager les échanges interdisciplinaires.

❐ EXPLOITER DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES L'ENVIRONNEMENT SOCIO-CULTUREL DE L'AFRIQUE ET DE L'OCÉAN INDIEN

Toutes les études psychopédagogiques préconisent de sécuriser les jeunes élèves et de favoriser leur épanouissement en proposant des motivations d'activités dans leur environnement immédiat.
L'école ne doit pas couper l'élève de son milieu socio-culturel. Comme le propose le Professeur Paulus GERDES, tout professeur de mathématique se doit de montrer par des activités, que les artisans savent résoudre de façon originale les problèmes mathématiques qui leur sont posés dans la pratique de tous les jours. Ainsi tous les élèves seront fiers de leur culture.

❐ RENDRE L'ÉLÈVE ACTIF

Ce point n'est certainement pas nouveau : il est souligné dans de nombreux programmes. Il est sans aucun doute le plus important. Nous ne citerons pas tous les travaux de spécialistes affirmant que l'élève doit **construire ses savoirs mathématiques**. Il y a semble-t-il consensus sur ce point ; la méthodologie préconisée paraît répondre à une des finalités de l'école : former des personnes autonomes, dotées d'un sens critique et capables d'initiative réfléchie. Encore ne faut-il pas se leurrer sur ce que l'on entend par activités dans la préparation d'une séquence d'apprentissage. Il s'agit d'activités de l'élève, non du professeur. C'est l'élève qui doit dans la mesure du possible, décider d'une stratégie pour résoudre un problème donné.

❐ TRAITER LE PROGRAMME, TOUT LE PROGRAMME

3 COMMENTAIRES GÉNÉRAUX POUR LA CLASSE DE SIXIÈME

Les commentaires généraux valables pour tout le Premier Cycle prennent bien sûr toute leur valeur dès la classe de 6ᵉ. Il s'agira de les mettre en application en tenant compte que la classe de 6ᵉ est une classe charnière pour des enfants de plus en plus jeunes, qui se trouvent dans de nouvelles conditions de travail. Le professeur mènera sa classe de façon à :

- **permettre la mise à niveau des élèves en provenance des différentes classes de CM2.**
- **tenir compte des acquis de la classe de CM2 :**

– en évitant des déperditions

– en ne perdant pas de temps, et surtout en ne faisant pas perdre de temps aux élèves à présenter comme nouvelles des notions qu'ils maîtrisent déjà plus ou moins.

- **tenir compte des interactions entre les disciplines.**

Le professeur entraînera les élèves à travailler sur différents types d'exercices.

Types d'exercices	Objectifs
Exercices d'application directe On les trouve dans le Manuel – partie cours – partie exercices d'entraînement	Faire fonctionner directement les définitions et les propriétés (un seul pas déductif est utilisé)
Exercices de consolidation des acquis On les trouve dans le Manuel parmi les exercices d'approfondissement	Faire fonctionner les définitions et les propriétés dans des situations plus complexes
Exercices de recherche On les trouve dans : – le Manuel parmi les exercices d'approfondissement – le Cahier d'Activités dans la rubrique « exercices de synthèse »	Faire découvrir par les élèves une méthode pour résoudre un problème complexe. Le professeur organisera la recherche de cette méthode en faisant travailler, de préférence, les élèves en groupes

- Certains exercices de recherche pourront être décomposés et présentés en plusieurs exercices liés ; la résolution des premiers facilitent celle des suivants.

Si un exercice de recherche est présenté sous forme d'une chaîne d'exercies liés, il devra faire l'objet d'un travail individuel de la part des élèves.

S'il n'est pas décomposé, il est souhaitable de le traiter en groupes.

- Parmi les exercices de recherche, nous appellerons « problèmes ouverts » ceux dont la solution n'est pas connue de la communauté des élèves. Ce sont des problèmes présentés par un énoncé court où n'apparaît, ni méthode de résolution, ni solution et qui se situent dans un domaine conceptuel familier de l'élève.

Pour résoudre de tels problèmes, on utilise une véritable démarche scientifique :

Faire des essais – conjecturer – prouver.

C'est une approche inductive. L'organisation d'un problème ouvert étant lourde à gérer, il suffira d'en proposer un par trimestre aux élèves pour bénéficier de la richesse de cette activité.

Le programme de 6e est constitué de deux parties :
les ***Activités Géométriques*** et les ***Activités Numériques***.

A. ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

La géométrie restant un domaine privilégié pour mettre les élèves en activité et leur apprendre à argumenter, les activités géométriques occupent une place importante dans les programmes et s'articulent autour de quatre grands axes.

1. LES GRANDS AXES EN ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

❒ CONFIGURATIONS DE L'ESPACE

Le premier objectif visé consiste à fournir à l'élève des supports concrets nécessaires à l'étude de l'espace ; le second objectif est le calcul de périmètres, d'aires et de volumes.
Les configurations de l'espace étudiées en 6ᵉ sont le pavé droit et le cylindre droit.
Les activités liées à l'espace ne visent pas des objectifs ambitieux mais elles sont incontournables.
Elles se limitent à :

– l'observation directe d'un solide afin de présenter le vocabulaire et de procéder à une description des positions relatives de droites, de plans, supports d'arêtes et de faces d'un solide ;
– la construction de patrons et la réalisation de solides ;
– l'interprétation de représentations planes de solides.

En effet, les représentations de l'espace, et notamment les conventions de perspective cavalière qui ne correspondent pas à la réalité, supposent de la part de l'élève une bonne conceptualisation.
Elle ne peuvent donc pas être proposées a priori, ni se substituer à la manipulation de solides.

❒ CONFIGURATIONS DU PLAN

Il s'agira de privilégier l'aspect « outil » des configurations du plan et de mettre en place des images mentales les plus riches possibles de façon à provoquer des associations d'idées, des réflexes à la lecture d'énoncés de problèmes ou à l'observation de dessins.

Les objets géométriques et les configurations de base vues en 6ᵉ sont :

– les droites, les demi-droites, les segments, les droites perpendiculaires, les droites parallèles, le triangle, une hauteur d'un triangle, le triangle rectangle, le quadrilatère ....chapitre 1
– la médiatrice d'un segment ....chapitre 2
– le cercle, le disque, le triangle isocèle, le triangle équilatéral ....chapitre 3
– l'angle, la bissectrice d'un angle ....chapitre 4
– le parallélogramme, le rectangle, le carré ....chapitre 6
– le losange ....chapitre 7

En classe de 6ᵉ, on ne considère que les quadrilatères convexes.

❒ TRANSFORMATIONS DU PLAN

Cet outil garde son importance à côté et en complément de l'outil « configuration ». Il permet très souvent de justifier des propriétés de configurations. La liaison « configuration-transformation associée » devrait devenir peu à peu un réflexe. L'expression « triangle isocèle » dans un énoncé devrait immédiatement faire penser, à la symétrie orthogonale.

Au premier cycle, l'aspect opératoire des transformations du plan est privilégié (moyen de reproduction, programme de construction).

Les deux transformations apparaissant en classe de 6ᵉ sont la symétrie centrale et la symétrie orthogonale en tant qu'**action sur les figures**. Elles sont « définies » par des programmes de construction de points symétriques. Il n'est pas question ici de parler d'application du plan dans lui-même. L'objectif à atteindre est l'aptitude de l'élève à construire le symétrique d'une figure simple donnée (c'est le premier niveau d'apprentissage de l'utilisation des transformations du plan). Les propriétés de ces deux transformations seront essentiellement utilisées en classe de 6e pour faciliter les reproductions, pour trouver des programmes de construction plus performants et exceptionnellement pour établir des résultats.

❐ REPÉRAGE

L'étude du repérage sur une demi-droite se fait au moment de la comparaison de nombres décimaux positifs ; celle du repérage sur une droite se fait lors de la présentation des nombres relatifs. Cette liaison systématique entre activités numériques et illustrations géométriques vise à déclencher chez l'élève le réflexe de dessiner pour résoudre plus tard des problèmes liés à la notion d'ordre.

2. FAIRE DES ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES EN CLASSE DE 6e

C'est :

Observer / Lire	des figures	
Mesurer / Comparer	des segments / des angles	À l'aide d'instruments
Vérifier	des propriétés	
Calculer	des périmètres / des aires / des volumes	
Justifier	des propriétés	À l'aide de : • définitions • propriétés
Construire	des figures	

3. LES DÉFINITIONS ET LES PROPRIÉTÉS

L'une des grandes difficultés pour les élèves à tous les niveaux est d'arriver à produire une démonstration.

Le passage d'un énoncé en français à sa traduction en langage mathématique en est une étape indispensable. La maîtrise de cette étape permet de dégager les données (hypothèses) et les conclusions d'un énoncé de problème.

L'utilisation de dessins codés et d'organigrammes de raisonnement aideront à cet apprentissage.

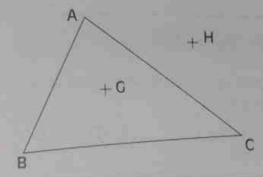
La présentation d'un objet géométrique obéit aux préoccupations pédagogiques suivantes :
– faire fonctionner des outils implicitement, lorsque la formalisation de leur présentation est complexe ;
– susciter une représentation mentale de l'objet ;
– faciliter son utilisation.

Ce dernier point est la principale préoccupation de la formulation d'une propriété.

❐ PRÉSENTATION PAR UNE FIGURE ACCOMPAGNÉE DE VOCABULAIRE

Cette présentation doit permettre de reconnaître une configuration et de l'utiliser.
C'est le cas de :
– la droite, la demi-droite, le segment, le triangle, le quadrilatère .... chapitre 1
– le milieu d'un segment .... chapitre 2
– le disque .... chapitre 3
– l'angle .... chapitre 4

Exemple 1 : présentation de triangle (Manuel p.21)



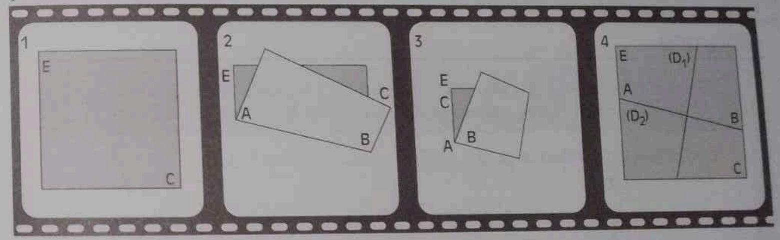
Les trois points non alignés A, B et C sont les **sommets** du **triangle ABC**.

Les segments [AB], [BC] et [CA] sont les **côtés** de ce triangle.
Le segment [BC] est le **côté opposé au sommet** A.
Le sommet C est le **sommet opposé au côté** [AB].

Le point G est à l'**intérieur** du triangle ABC.
Le point H est à l'**extérieur** du triangle ABC.

Exemple 2 : présentation de droites perpendiculaires (Manuel p.14)

Comment obtenir des droites perpendiculaires en pliant deux fois une feuille de papier.

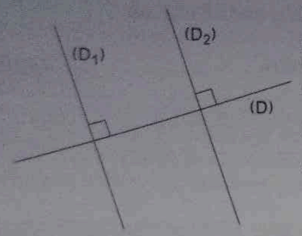


❐ PRÉSENTATION PAR UNE DÉFINITION EXPLICITE

Cette définition doit être opératoire ; c'est-à-dire qu'on peut la faire fonctionner directement pour construire des figures ou justifier des propriétés. Sa formulation met en évidence deux parties afin de faciliter son utilisation dans un raisonnement déductif :
• **La description d'une situation** qui permet de reconnaître l'objet et qui correspond aux données dans un organigramme d'utilisation de cette définition.
• **La désignation de l'objet** qui correspond aux conclusions dans un tel organigramme.

Dans le manuel, une définition explicite est souvent associée à :
– un dessin codé qui illustre la description ;
– une traduction mathématique qui explique l'utilisation de cette définition.

Exemple 1 : Les droites parallèles (Manuel p.16)
La définition de deux droites parallèles apparaît comme une propriété des droites perpendiculaires. La représentation mentale que l'enfant se fait de deux droites parallèles est soulignée dans l'activité introductive : « deux droites qui n'ont aucun point commun ». Elle est essentiellement utilisée dans le tracé à main levée.
La formulation de cette définition est motivée par son aspect opératoire.



Lorsque deux droites (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires à une droite (D), elles n'ont aucun point commun.

On dit que ces **droites** (D_1) et (D_2) sont **parallèles.**

On écrit : $(D_1) // (D_2)$ ou $(D_2) // (D_1)$.

On lit : (D_1) **est parallèle à** (D_2)

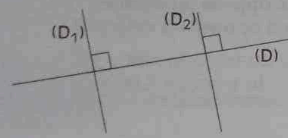
ou

(D_2) **est parallèle à** (D_1).

DÉFINITION

Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

Dessin codé :



L'organigramme ci-dessous traduit l'utilisation de cette définition.

Données $(D_1) \perp (D)$ $(D_2) \perp (D)$

Conclusion $(D_1) // (D_2)$

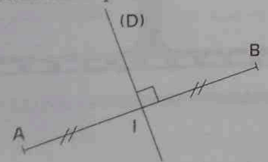
xemple 2 : La médiatrice d'un segment (Manuel p.36)

n notera dans la traduction mathématique de cette définition l'expression « signifie que ». Elle ermet une double utilisation de la définition.

DÉFINITION

La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu de ce segment et qui est perpendiculaire au support de ce segment.

Traduction par un dessin codé



Traduction mathématique

(D) est la médiatrice de [AB] signifie que (D) passe par le milieu de [AB] et (D) est perpendiculaire à (AB)

Utilisation de la définition

Données (D) est la médiatrice de [AB]

Conclusion (D) passe par le milieu de [AB] $(D) \perp (AB)$

Données (D) passe par le milieu de [AB] $(D) \perp (AB)$

Conclusion (D) est la médiatrice de [AB]

s objets géométriques qui ont été introduits en classe de 6ᵉ par une définition explicite sont :

Les droites parallèles, une hauteur d'un triangle, le triangle rectangle........................chapitre 1
Le milieu d'un segment, la médiatrice d'un segment ....chapitre 2
Le cercle, le triangle isocèle, le triangle équilatéral ....chapitre 3
La bissectrice d'un angle........................chapitre 4

– Les points symétriques par rapport à un point, un centre de symétrie d'une figure........................chapitre 5
– Le parallélogramme, le rectangle, le carré ....chapitre 6
– Les points symétriques par rapport à une droite, un axe de symétrie d'une figure, le losange ....chapitre 7

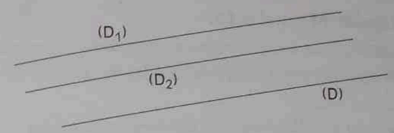
❒ FORMULATION DES PROPRIÉTÉS

• Les remarques concernant les définitions explicites s'appliquent aux propriétés.

La plupart des propriétés en classe de 6ᵉ sont introduites par des activités où l'élève est amené à découvrir et à vérifier cette propriété. Lorsque la propriété n'est pas justifiée, il est explicitement mentionné : **« On admet la propriété suivante ».**

Cependant, lorsque cela est possible, la justification d'une propriété est demandée à l'élève à travers une activité.

Exemple 1 : position d'une droite par rapport à deux droites parallèles (Manuel p.19)

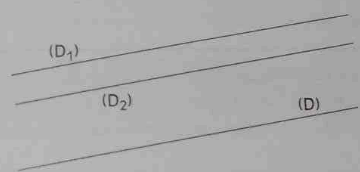


Les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles.
Les droites (D) et (D_2) sont parallèles.
Vérifie à l'aide des instruments de dessin qui conviennent que les droites (D) et (D_1) sont parallèles.

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ 2

Deux droites étant parallèles, lorsqu'une droite est parallèle à l'une, elle est parallèle à l'autre.

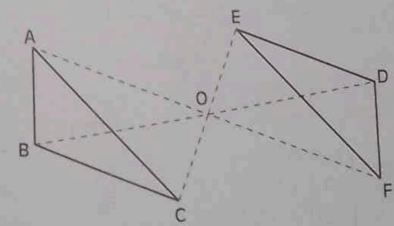


L'organigramme ci-dessous traduit l'utilisation de cette propriété :

Données $(D_1) // (D_2)$ $(D_2) // (D)$

Conclusion $(D_1) // (D)$

Exemple 2 : angles symétriques par rapport à un point donné (Manuel p.70)



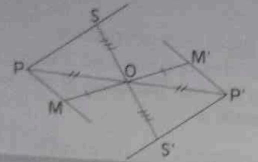
Les points A, B et C ont pour symétriques respectifs par rapport à O les points F, D et E.
Les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{F}$ sont symétriques par rapport à O.
Quel est le symétrique de $\widehat{B}$ par rapport à O ? de $\widehat{C}$ par rapport à O ?
Pour prouver que les angles symétriques de la figure ont la même mesure, fais le raisonnement suivant.

Justifie que les triangles ABC et EFD ont leurs côtés respectivement de même longueur.
Les triangles ABC et EFD sont donc superposables.
Donne trois égalités de mesures d'angles.

PROPRIÉTÉ

Deux angles symétriques par rapport à un point ont la même mesure.

Traduction par dessin codé



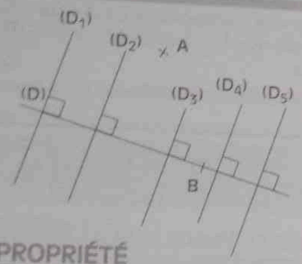
Traduction mathématique

Données : Les angles $\widehat{MPS}$ et $\widehat{M'P'S'}$ sont symétriques par rapport à O.

Conclusion : mes $\widehat{MPS}$ = mes $\widehat{M'P'S'}$.

• Certaines propriétés trop évidentes pour l'élève et liées à des problèmes d'existence ou d'unicité ont pour l'élève un statut de remarque. Leur utilisation trop subtile ne s'impose pas à l'élève comme une nécessité dans une résolution d'exercice. Il est néanmoins possible d'initier l'élève à leur emploi.

Exemple : Droites perpendiculaires à une droite donnée (Manuel p.15)



Plusieurs droites sont perpendiculaires à la droite (D).

• *Peux-tu en tracer d'autres ?*

On peut tracer autant que l'on veut de droites perpendiculaires à une droite donnée.

• *Combien peux-tu tracer de droites passant par le point A et perpendiculaires à la droite (D) ?*

• *Combien peux-tu tracer de droites passant par le point B et perpendiculaires à la droite (D) ?*

On admet la propriété suivante :

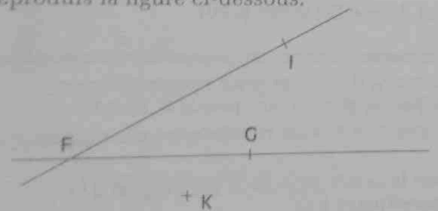
PROPRIÉTÉ

Par un point, on ne peut tracer qu'une seule droite perpendiculaire à une droite donnée.

Exemple : (Manuel Exercice n° 55 p.28)

ÉNONCÉ

Reproduis la figure ci-dessous.



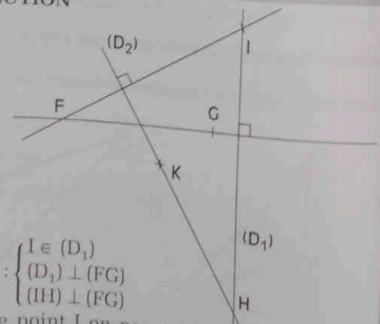
Trace la droite (D_1) passant par le point I et perpendiculaire à (FG), puis, la droite (D_2) passant par le point K et perpendiculaire à (FI).

Marque le point H tel que :

H ∈ (D_2) et (IH) ⊥ (FG).

Explique.

SOLUTION



On a : $\begin{cases} I \in (D_1) \\ (D_1) \perp (FG) \\ (IH) \perp (FG) \end{cases}$

Par le point I on ne peut tracer qu'une seule droite perpendiculaire à la droite (FG).

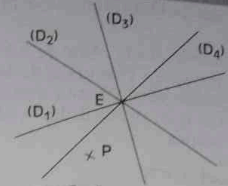
Donc : H ∈ (D_1)

De plus : H ∈ (D_2)

Donc H est le point d'intersection des droites (D_1) et (D_2).

• Par ailleurs certaines propriétés liées à un problème d'unicité peuvent motiver des notations.

Exemple : Droite passant par deux points (Manuel p.12)



Plusieurs droites passent par le point E.

• *Peux-tu en tracer d'autres ?*

Par un point, il passe autant de droites que l'on veut.

• *Combien peux-tu tracer de droites passant par les points E et P ?*

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

Par deux points, il ne passe qu'une seule droite.

Notation :

La droite qui passe par les points A et B se note **(AB)** ou (BA).

Ainsi, l'initiation au raisonnement en classe de 6ᵉ pourra être basée sur l'utilisation des définitions et des propriétés pour justifier et pour construire.

4 - LES CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES

• La pratique quotidienne du professeur semble prouver que « construire » une figure c'est :

a) Tracer des configurations de base

– à l'aide d'instruments (en suivant une technique de construction)

– à main levée.

b) Réaliser la construction d'une figure

– décrite dans l'énoncé d'un exercice ; (cette figure étant le support d'un raisonnement, il est souhaitable de la coder par les hypothèses de l'exercice)

– obtenue par un programme de construction ; (cette activité favorise la compréhension d'un texte mathématique et la bonne exécution de consignes)

c) Résoudre un problème de construction de figure

– en expliquant la méthode utilisée

– en appliquant la démarche suivante :

faire une esquisse de la figure

analyser cette esquisse et en dégager une méthode de construction

rédiger un programme de construction (étape non exigée en classe de 6ᵉ)

réaliser la construction

s'assurer que la figure obtenue vérifie toutes les données du problème.

On peut éventuellement s'intéresser au nombre de possibilités.

• On réserve en général le verbe **construire** à la réalisation d'une figure mettant en action une méthode plus ou moins élaborée, suivant le stade de l'apprentissage. Ainsi, on dira : « tracer un triangle quelconque » par contre on dira « construire un triangle de côtés 3 cm, 4cm et 6cm ».

Reproduire une figure c'est réaliser une autre figure qui lui est superposable, quand au verbe **dessiner**, on lui attribue un sens plus large.

En classe de 6ᵉ, l'utilisation d'une définition pour construire une configuration de base permet à l'élève de se familiariser avec le concept. Cette pratique est donc conseillée. Par ailleurs la recherche d'une méthode de construction « économique » ou performante est un objectif qui entre dans le cadre de l'initiation au raisonnement, il permet de dépasser l'application directe.

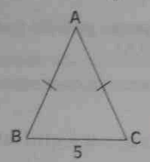
• **Le dessin à main levée** revêt une très grande importance dans les activités géométriques.

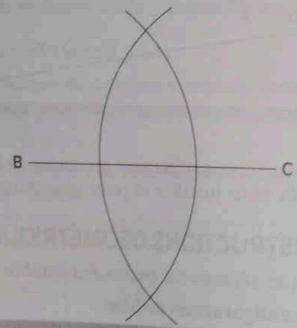
En effet cette pratique :
– d'une part, permet de développer l'habileté manuelle de l'élève
– d'autre part, laisse à l'élève une plus grande latitude vis à vis des instruments dont il ne maîtrise pas toujours l'utilisation. Il peut alors porter toute son attention sur la définition ou la propriété qu'il met en œuvre.

• **L'esquisse d'une figure** qui peut être tracée à main levée, est présentée dès le chapitre 3 à propos de l'utilisation du compas pour la construction de triangles. L'analyse de l'esquisse de la figure réalisée après lecture de l'énoncé du problème, permet à l'élève de dégager une méthode de construction et d'organiser son travail. Il peut ainsi déterminer dans quel ordre il devra effectuer les différentes étapes de sa construction et justifier chacune de ces étapes.

Exemple : construction d'un triangle isocèle de base donnée (manuel p. 47)

On donne un segment [BC] de longueur 5 cm.
On veut construire le sommet principal A d'un triangle isocèle ABC de base [BC].
Voici une esquisse de la figure.





Le point A est commun à deux cercles :
– l'un de centre B,
– l'autre de centre C.
Compare les rayons de ces cercles.
Réalise la construction.

5. L'INITIATION AU RAISONNEMENT

Dès la classe de 6ᵉ, les Activités Géométriques permettent une véritable initiation au raisonnement, par des exercices de construction, par la justification de propriétés de figures.
Cependant, il est essentiel que cette initiation au raisonnement se fasse par des exercices gradués de difficultés très progressives. Selon les cas, l'élève pourra travailler individuellement ou par groupe.
La justification d'intervention du professeur dépendra de l'objectif visé.

• **La justification d'une propriété** mettra en oeuvre, en général, un seul pas déductif.
Les étapes que l'élève devra suivre pour résoudre un exercice sont les suivantes :

Lecture de l'énoncé	Recherche d'une solution	Rédaction de cette solution
• Mise en évidence – des données – de la conclusion • Traduction de l'énoncé par une esquisse codée	• Sélection – des données – d'une définition ou d'une propriété pour justifier la conclusion	• Réalisation de la figure à l'aide des instruments • Rédaction en français d'une solution

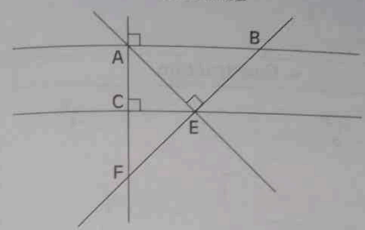
L'étape la plus motivante pour l'élève est la recherche d'une solution ; c'est pour cette raison que dans la première phase d'apprentissage , la rédaction pourra être moins valorisée. Ainsi, l'évaluation d'un tel apprentissage doit sanctionner tout élément correct relevant de la lecture de l'énoncé et de la recherche d'une solution.
En classe de 6ᵉ, la rédaction pourra consister à noter les différentes étapes, chaque étape devant être justifiée.

L'organigramme de déduction (ou déductogramme) est un outil efficace de visualisation qui aidera le professeur dès le début de la classe de 6ᵉ, à dégager les différentes étapes du raisonnement :
- Les données
- Les conclusions
- Les justifications.

L'utilisation de l'organigramme ne dispense pas de la production d'un texte en français.

Exemple : Raisonnement mettant en œuvre un pas déductif (Manuel exercice n°25 p.26)

ÉNONCÉ



Trouve les droites parallèles sur la figure ci-dessus.
Justifie ta réponse.

La lecture de l'énoncé et l'analyse de la figure codée qui le complète permettent de dégager toutes les données.

SOLUTION

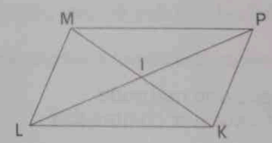
Données : $\boxed{(AB) \perp (AC)}$ $\boxed{(AC) \perp (CE)}$

Conclusion : $\boxed{(AB) /\!/ (CE)}$

Justification : Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

• **La vérification d'une propriété** peut contribuer à l'apprentissage du raisonnement à condition qu'elle s'insère dans une démarche scientifique.

Exemple : Diagonales d'un parallélogramme **(Manuel p. 78)**



MPKL est un parallélogramme.
Ses diagonales [MK] et [LP] se coupent en I.
Que représente le point I pour [MK] et [LP] ?
Vérifie-le.
Le parallélogramme MPKL admet un centre de symétrie.
Quel est ce centre de symétrie ? Justifie ta réponse.
On admet la propriété suivante :

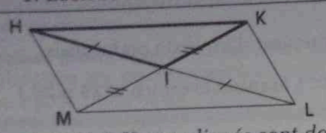
Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

À ce stade, l'élève n'est pas capable de justifier que les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
Dans la première partie de cette activité, l'élève découvre cette propriété. L'expression : « On admet la propriété suivante » qui précède son énoncé permet à l'élève d'être conscient que cette propriété n'a pas été justifiée. On a seulement procédé à sa **vérification** à l'aide d'instruments.
La deuxième partie de l'activité est la recherche du centre de symétrie du parallélogramme. Elle débouche sur la définition du centre du parallélogramme. Ici, la justification est demandée à l'élève.

• **La résolution d'un problème de construction** qui consiste à trouver une stratégie de construction ou une méthode performante de construction, met en œuvre une démarche scientifique.

Exemple : (Manuel exercice 1.d p.80)

1. Lecture de l'énoncé et Esquisse



Les points H, I, K non alignés sont donnés.
On veut construire les points L et M tels que HKLM soit un parallélogramme de centre I.

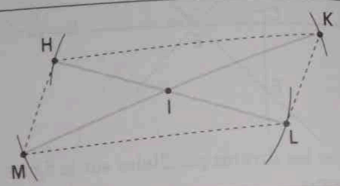
2. Recherche d'une méthode de construction

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
Il s'agit de construire les points L et M symétriques repectifs des points H et K par rapport au point I.

3. Programme de contruction

1) Tracer la droite (HI) et construire le symétrique L du point H par rapport au point I. Marquer le point L.
2) Tracer la droite (KI) et construire le symétrique M du point K par rapport au point I. Marquer le point M.
3) Tracer [HK], [KL], [LM] et [MH].

4. Construction

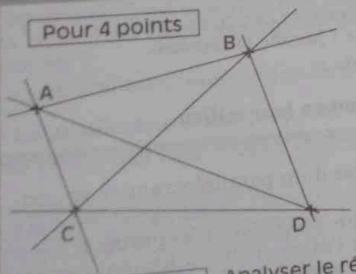


- **La résolution d'un problème de dénombrement lié à une configuration du plan.**

Il s'agira dans la recherche de la solution de tels problèmes d'inciter l'élève, après une phase de tâtonnement, à organiser son travail afin de dégager une méthode.

Exemple (Manuel exercice n° 51 p. 28)
L'énoncé de cet exercice facilite la recherche d'une méthode pour dénombrer les droites passant par des points non alignés donnés. Quatre (4) points suffisent pour trouver la méthode ; cette méthode est ensuite vérifiée sur une figure avec cinq (5) points, puis est généralisée sans figure dans les cas de 6 points, de 10 points.
La recherche de la méthode de dénombrement est liée au tracé méthodique des droites passant par deux points donnés.

Pour 4 points



L'énoncé de l'exercice indique une méthode de recherche que l'on peut visualiser comme suit :

A — B : (AB), C : (AC), D : (AD)
B — C : (BC), D : (BD)
C — D : (CD)

Nombre de droites : $3 + 2 + 1 = 6$

Pour 5 points — Analyser le résultat précédent, dégager un algorithme, vérifier le résultat obtenu sur la figure.
Nombre de droites : $4 + \underbrace{3 + 2 + 1}_{6} = 10$

Pour 6 points — L'algorithme est trouvé, appliquer cet algorithme dans le cas de 6 points ; encore procéder à une vérification.
Nombre de droites : $5 + \underbrace{4 + 3 + 2 + 1}_{10} = 15$

Pour 10 points — Ici on applique l'algorithme sans recourir à une vérification.
Nombre de droites : $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45$

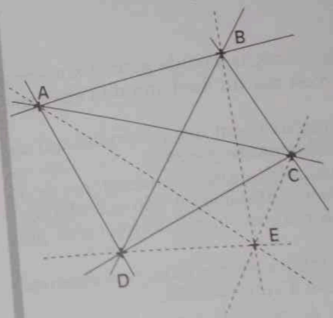
Cette méthode est basée sur la désignation d'une droite passant par deux points donnés.
Cet exercice peut faire l'objet d'un **problème ouvert** nécessitant un **travail en groupe**.
La formulation de l'énoncé pourrait être la suivante :

1) Marque 4 points A, B, C et D tels que trois quelconques d'entre eux ne soient pas alignés.
Trace toutes les droites passant par deux de ces points.
Combien de droites as-tu tracées ?
2) Fais de même pour 5 points A, B, C, D et E.
Combien de droites as-tu tracées ?
3) Pourrais-tu, sans faire de figure, trouver le nombre de droites pour 6 points. Donne-le.
4) Même question dans le cas de 10 points.

Avec un tel énoncé les élèves peuvent après tâtonnement, trouver différentes méthodes de recherche.

Pour 4 points — Les élèves voient facilement qu'il y a 6 droites. (ABCD est un quadrilatère, les droites tracées sont les supports des 4 côtés et des 2 diagonales.)

Pour 5 points — Les élèves ont tendance à résoudre un nouveau problème pour 5 points, pour 6 points, pour 10 points... sans tenir compte du cas précédent.



Cette figure servira encore de support au raisonnement et au contrôle du résultat obtenu.
Les élèves devront alors établir un algorithme.
Les élèves peuvent raisonner de la manière suivante :
Pour 4 points A, B, C et D on a 6 droites.
En ajoutant le point E, il suffit de tracer les droites passant par E et chacun des 4 points précédents.
Cette méthode permet d'établir l'algorithme suivant :

Nombre de points	Nombre de droites
4	6
5	$\underbrace{6 + 4}$
6	$\underbrace{10 + 5}$
7	$15 + 6$

L'inconvénient de cette méthode est que pour trouver le nombre de droites pour 10 points, il faut nécessairement trouver le nombre de droites pour 7 points, ... pour 9 points.
Dans ce genre d'exercice, il est important que les élèves découvrent eux-même la méthode.

Variante : nombre de cordes ayant pour extrémités des points donnés sur un cercle (car trois points quelconques d'un cercle ne sont pas alignés).

B. ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Elles seront l'occasion, elles aussi, de développer des réflexes comportementaux et en particulier de faire constamment réfléchir l'élève.

Il devra :

- avoir des réflexes d'auto-contrôle ;
- choisir l'écriture la plus appropriée d'un nombre, pour l'utilisation souhaitée ;
- choisir la démarche la plus performante pour effectuer un calcul numérique, transformer une expression littérale ;
- adopter une démarche expérimentale pour de nombreux exercices (d'arithmétique par exemple) :
  - effectuer plusieurs essais
  - émettre une conjecture
  - confirmer cette conjecture ou l'infirmer.

Pour confirmer une conjecture, il faut la justifier.
Pour infirmer une conjecture, il suffit de la prendre en défaut à l'aide d'un contre-exemple.

Les activités numériques s'articulent autour de trois grands axes.

1. LES GRANDS AXES EN ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

❐ ORGANISATION DES CALCULS - CALCUL NUMÉRIQUE

Là, plus qu'ailleurs, les notions présentées sont des outils et non des objets d'étude pour eux-mêmes.
L'étude mathématique des ensembles structurés de nombres n'est pas du domaine de l'enseignement de base ; elle se fera plus tard.
Il s'agit d'enrichir la notion de nombre en faisant manipuler intuitivement des propriétés qui apparaissent naturellement au fur et à mesure que de nouveaux problèmes se posent.
L'élève de la classe de 6^{e} travaillera avec les nombres entiers naturels (multiples, caractères de divisibilité), les nombres décimaux « positifs » (lecture d'une mesure, affichage d'une calculatrice), les nombres rationnels (le mot n'est pas à prononcer en classe) écrits sous forme de fractions, puis enfin avec les nombres décimaux relatifs.
Il s'agit de rendre les élèves performants au niveau du calcul (choix de démarches « économiques », d'écritures appropriées - habitude du calcul mental - réflexe d'auto-contrôle...)
Aussi est-il important de donner, dès la classe de 6^{e}, l'habitude de réfléchir a priori sur les problèmes avant de se lancer dans des calculs :

- Je peux avoir plusieurs écritures pour un même nombre ; quelle est la plus appropriée au problème posé ?
- Je peux avoir plusieurs méthodes pour mener un calcul ; quelle est la plus performante ?

❐ ORGANISATION DES CALCULS - CALCUL LITTÉRAL

L'entraînement au calcul littéral se fera effectivement à partir de la classe de 4^{e}. Cependant cet entraînement à la transformation d'écritures sera facilité dès la classe de 6^{e} par :

- l'habitude d'organiser correctement des calculs numériques ;
- l'occasion de rencontrer et de manipuler des expressions littérales dans des calculs de périmètres, d'aires ou de volumes, introduits par des situations géométriques.

Les objectifs ne sont donc pas ambitieux en classe de 6^{e} ; il s'agira simplement de

- savoir analyser un programme de calcul donné sous forme quelconque (écriture en ligne, énoncé, schéma) ;
- savoir manipuler intuitivement les propriétés des opérations à l'occasion d'exercices variés de calcul ;
- savoir remplacer dans une formule des variables (mot à ne pas prononcer en classe) par des nombres donnés et effectuer les calculs.

❐ ORGANISATION DE DONNÉES

La proportionnalité est une notion qui n'est évidemment pas maîtrisée par l'élève venant d'un CM2.
En classe de 6^{e}, il faudra entraîner l'élève à résoudre des problèmes faisant intervenir des situations de proportionnalité sous des habillages variés (pourcentage, échelle,...) en prenant soin de présenter aussi des situations de « non proportionnalité » de façon à ne pas laisser s'installer des mécanismes sans réflexion.
Le calcul systématique d'un coefficient de proportionnalité - calcul de vitesses, débits, masses volumiques, taux (exprimés ou non sous forme de pourcentage, ...) - est au programme de la classe de 5^{e}.

2. LES DÉFINITIONS, LES RÈGLES ET LES PROPRIÉTÉS

Le même point de vue qu'en ***Activités Géométriques*** dicte la présentation des définitions, des règles et des propriétés . Le but est de les faire fonctionner.

Exemples

1) Calcul de la somme de nombres décimaux (Manuel p.154)

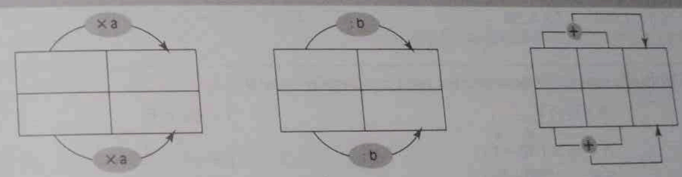
Calculons la somme, notée **s**, des nombres décimaux 4,23 ; 2,5 ; 0,77 ; 35 et 7,5.

Pour calculer une somme de manière performante, on peut déplacer et regrouper certains termes.

$$s = 4{,}23 + 2{,}5 + 0{,}77 + 35 + 7{,}5$$
$$s = \underbrace{4{,}23 + 0{,}77}_{5} + \underbrace{2{,}5 + 7{,}5}_{10} + 35$$
$$s = 5 + 10 + 35$$
$$s = 50$$

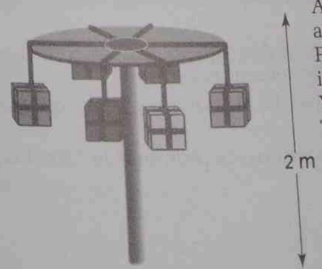
2) Propriétés de la proportionalité (Manuel p.202)

PROPRIÉTÉS



a et b sont des nombres non nuls.

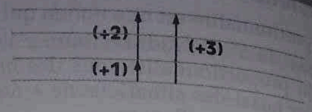
3) Somme de nombres entiers relatifs (Manuel p.217)



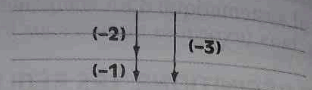
À l'occasion de la fête, un mât de cocagne, haut de 12 m, a été dressé au centre du village.
Pour gagner un des cadeaux qui sont accrochés au mât, il faut monter jusqu'au sommet.
Yago tente sa chance. Mais le mât est glissant.
Tantôt Yago monte, tantôt il glisse et redescend

Doro commente les essais de son frère Yago. Ainsi,
- lorsque Yago monte de 2 m, Doro annonce : «+ 2 »
- lorsque Yago descend de 1m, Doro annonce : «– 1 »

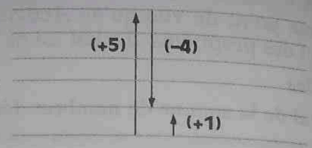
Yago monte de 1 m puis de 2 m ;
en tout, il monte de 3 m, ce que Doro traduit par
$(+1) + (+2) = (+3)$



Yago descend de 2 m puis de 1 m ;
en tout il descend de 3 m, ce que Doro traduit par :
$(-2) + (-1) = (-3)$



Yago monte de 5 m puis descend de 4 m ;
en tout, il ne monte que de 1 m, ce que Doro traduit par :
$(+5) + (-4) = (+1)$



3. LE CALCUL RAPIDE

Dans le manuel figure une rubrique : **calcul rapide**. Celle-ci n'apparait explicitement que dans deux chapitres des ***Activités Numériques***. Elle est motivée par l'utilisation des règles et des propriétés de l'addition et de la multiplication. Ainsi : la rubrique **calcul rapide** donne des méthodes pour :

– Calculer de façon performante, une somme ou un produit .... } chapitre 11
– Additionner et retrancher en décomposant les termes ....
– Multiplier par 4 ....
– Multiplier par un nombre terminé par 9 .... } chapitre 12
– Multiplier par 11 un nombre de deux chiffres ....
– Diviser par 2 un nombre ....

Exemple : (Manuel p. 159)

Calcul rapide
Calcule de façon performante
$1{,}7 \times 13{,}52 - 1{,}7 \times 3{,}52$ $\quad$ $3{,}95 \times 0{,}99 + 3{,}95 \times 0{,}01$
$12{,}1 \times 4 + 7{,}9 \times 7 + 12{,}1 \times 6 + 7{,}9 \times 3$

Multiplier mentalement par un nombre terminé par 9

$p = 25 \times 9$	$r = 39 \times 6$
$p = 25 \times (10 - 1)$	$r = (40 - 1) \times 6$
$p = 250 - 25$	$r = 240 - 6$
$p = 225$	$r = 234$

Calcule
37×9 $\quad$ 18×9 $\quad$ 46×9 $\quad$ 59×7 $\quad$ 29×8 $\quad$ 79×3

Cependant en se référant aux recommandations d'ordre pédagogique du 4ᵉ Séminaire d'Harmonisation des programmes de mathématiques, il est explicitement mentionné :
« On veillera à développer les capacités de calcul des élèves par la pratique régulière du calcul mental tout au long du cycle . »
En dehors de cette rubrique, le manuel présente de multiples occasions de pratiquer le calcul rapide ou mental, par exemple :
– Donner une estimation d'une somme ou d'un produit ;
– Multiplier ou diviser par 10 ; 100 ... ou par 0,1 ; 0,01 ... ;
– Simplifier une fraction ;
– Trouver la somme de nombres entiers relatifs ...

4. L'UTILISATION DE CALCULATRICE

La calculatrice est sans doute encore un accessoire dont le prix peut paraître trop élevé à des familles. Ces commentaires ne peuvent donc pas en faire un outil indispensable et obligatoire pour l'élève du Premier Cycle.
Il n'empêche qu'on trouve des machines de toutes sortes (calculettes, calculatrices scientifiques ou programmables...) à des prix de plus en plus bas sur les étals des marchés. La calculatrice s'impose donc lentement mais sûrement, elle a droit de cité au Lycée et au Baccalauréat ; le Collège ne peut pas l'ignorer.

❒ L'ENSEIGNANT SE DOIT DE RECHERCHER UNE STRATÉGIE POUR QUE L'ÉLÈVE UTILISE UNE CALCULATRICE A BON ESCIENT

❒ CALCULATRICE ET CALCUL MENTAL NE SONT PAS INCOMPATIBLES

En effet, on peut noter :
- **la nécessité de contrôle des résultats par le calcul mental**
  – estimation du résultat
  – contrôle du dernier chiffre, du nombre de chiffres après la virgule...
- **l'analogie entre l'utilisation de la calculatrice et le calcul mental**
  – nécessité d'analyser et d'organiser les calculs
  – bonne motivation pour utiliser les propriétés des opérations.

❒ IDÉES D'EMPLOI DE LA CALCULATRICE

- **La calculatrice est un outil privilégié pour la motivation, la mise en place, le renforcement de nombreuses notions numériques :**
  – priorité des opérations
  – diverses écritures d'un nombre décimal : notation scientifique...
  – calcul approché : troncature, arrondi...
- **La calculatrice est une aide technique permettant :**
  – *à l'élève :*
  d'avoir une attitude active
  de mieux se concentrer sur le problème posé
  de faire rapidement de nombreux essais pour arriver à des conjectures.
  – *à l'enseignant :*
  de proposer l'étude de situations concrètes sans crainte que l'élève soit rebuté par la difficulté des calculs.

❒ RUBRIQUE : UTILISATION DE LA CALCULATRICE

Le manuel de 6ᵉ présente des occasions d'employer la calculatrice dans de nombreux chapitres :
- **Addition, soustraction, multiplication des nombres décimaux :**
  – premier contact avec une calculatrice
  – test pour savoir si une calculatrice respecte ou non les règles de priorité.
- **Division :**
  – reconnaître si l'écran est saturé ou non saturé ; conjecturer alors la nature du quotient (quotient exact ou approché)
  – lire sur l'écran d'une calculatrice un quotient (entier ou avec le nombre de chiffres après la virgule demandé)
  – calculer un reste.
- **Proportionnalité :**
  – facteur constant
  – utilisation de la touche $\boxed{\%}$

Exemple : (Manuel p. 149)

Utilisation de la calculatrice

Pour calculer la somme 125,6 + 35,25 + 0,05 sur une calculatrice, on appuie sur les touches ci-dessous : et on lit sur l'écran :

1 2 5 , 6	125.6
+	125.6
3 5 , 2 5	35.25
+	160.85
0 , 0 5	0.05
=	160.9

Lorsqu'on entre le deuxième symbole d'addition dans la calculatrice, la somme des deux premiers termes est effectuée.

5. L'INITIATION AU RAISONNEMENT

La géométrie n'a pas l'apanage du raisonnement. Dès la classe de 6e, les *Activités Numériques* permettent une véritable initiation au raisonnement par des activités de gestion de calcul numérique et d'organisation de données. En particulier, on utilisera toute la richesse de l'arithmétique pour entraîner les élèves à raisonner. Pour cela, on proposera à l'élève des situations où il pourra :

• **observer des données**

Exemples : - rangement de nombres dans un ordre donné ;
- tableaux de correspondance ;
- tableaux de proportionnalité ;
- ensemble de nombres (pairs, multiples de 3, ...).

• **observer des résultats**

Exemples : - faire calculer les doubles et les carrés des nombres 2 ; 3 ; ... ; 4,1 ; 8,9 ; ... , puis les carrés de ces doubles. Comparer les carrés des nombres et les carrés de leur double. Que constate-t-on ?
- chaque fois qu'on divise un nombre entier par 7, le nombre obtenu comme reste est plus petit que 7 ;
- tous les nombres divisibles par 9 sont divisibles par 3 ;
- la somme de trois entiers naturels consécutifs est un multiple de 3.

• **utiliser un support visuel**

Exemples : - schéma de calcul
- rangement de nombres sur une droite (demi-droite) graduée ;
- représentation par une fraction de la partie coloriée d'une figure (Manuel exercice n°2 p 190) ;
- utilisation d'un arbre (dénombrement,...).

• **pratiquer un auto-contrôle des résultats**

Exemples : Déceler une erreur par :
- une estimation ;
- le contrôle du dernier chiffre ;
- le contrôle du nombre de chiffres après la virgule ;
- la preuve par 9 (Manuel p.149 à 154).

• **explorer des situations par épuisement des cas**

Exemple : Recherche de 2 nombres entiers naturels connaissant leur somme et leur différence (Manuel exercice 36 p. 136)

Le professeur incitera l'élève à travailler selon les étapes suivantes :
- lecture de l'énoncé (mise en évidence des données)
- recherche d'une solution performante avec l'aide éventuelle d'un schéma
- rédaction de cette solution.

4 PRÉSENTATION DES OUVRAGES-ÉLÈVES

L'élève de la classe de 6e dispose de deux ouvrages complémentaires :
- Un Manuel
- Un Cahier d'Activités.

1. DÉCOUPAGE EN CHAPITRES DES OUVRAGES - ÉLÈVES

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES		ACTIVITÉS NUMÉRIQUES	
CH 1 : Droites	7 H	CH 9 : Multiples et diviseurs d'un nombre entier naturel	5 H
CH 2 : Mesures de segments	4 H	CH 10 : Comparaison des nombres décimaux	4 H
CH 3 : Cercles	3 H	CH 11 : Addition, soustraction, multiplication des nombres décimaux	4 H
CH 4 : Angles	5 H	CH 12 : Division	3 H
CH 5 : Figures symétriques par rapport à un point	7 H	CH 13 : Fractions	7 H
CH 6 : Parallélogrammes	5 H	CH 14 : Proportionnalité	4 H
CH 7 : Figures symétriques par rapport à une droite	7 H	CH 15 : Nombres décimaux relatifs	3 H
CH 8 : Pavés et cylindres droits	7 H		30 H
	45 H		

La répartition horaire indiquée est une estimation pour un volume horaire annuel de 100 heures dont 75 heures de cours et 25 heures d'évaluation et de correction.

2. LE MANUEL DE L'ÉLÈVE

• Dans le manuel, chacun des quinze (15) chapitres est divisé en leçons et chaque leçon en paragraphes.

Les notions nouvelles sont introduites en général, selon le schéma suivant :

Activité de découverte ou Présentation → Définition ou Propriété → Exercices d'application directe pour fixer la notion

Les caractères gras attirent l'attention sur les mots nouveaux ou importants dans le texte.

Les définitions et les propriétés sont présentées dans un « blason » créant une unité entre les différentes parties qui le constituent :

- la partie à mémoriser étant sur fond colorié ;
- une figure illustrant la définition ou la propriété ;
- une traduction mathématique mettant en évidence son utilisation.

D'autres rubriques interviennent dans le manuel de 6ᵉ

en Activités Géométriques :

- convention de dessin
- film de construction

en Activités Numériques :

- calcul rapide
- utilisation de la calculatrice.

Par ailleurs pour faciliter la compréhension de certaines notions ou l'acquisition de savoir-faire, des supports visuels ont été utilisés :

- le schéma de calcul
- l'organigramme de raisonnement.

À la fin de chaque chapitre il y a des exercices d'entraînement et des exercices d'approfondissement.

- les exercices d'entraînement sont des exercices d'application directe, classés par leçon ;
- les exercices d'approfondissement peuvent faire intervenir plusieurs thèmes.

Certains de ces exercices peuvent faire l'objet de recherche individuelle ou en groupe.

Les exercices de fin de chapitre constituent un bon éventail d'exercices dans lequel le professeur peut puiser pour alimenter le travail personnel de l'élève.

• Le manuel est destiné aux élèves. C'est pour cette raison que le tutoiement qui est un langage direct, est utilisé pour permettre à l'élève de se sentir réellement concerné.

Le professeur doit apprendre à l'élève à connaître son manuel et à s'en servir correctement.
Après le cours , l'élève fera le point sur la leçon du jour.

Pour cela, à chaque paragraphe :

- il s'assurera qu'il connaît bien les définitions et les propriétés après les avoir relevées dans un cahier puis mémorisées ;
- il fera ensuite les exercices d'application directe du paragraphe.

Deux cas peuvent se présenter :

- *l'élève maîtrise la notion*. Il peut alors faire quelques exercices de fin de chapitre (de préférence ceux proposés par le professeur).
- *l'élève ne maîtrise pas la notion*. Il doit reprendre les activités ou la présentation de la notion dans le manuel avant de traiter les exercices d'application.

Ainsi le professeur apprendra progressivement à l'élève à mieux organiser son travail personnel.

3. LE CAHIER D'ACTIVITÉS

Le Cahier d'Activités sera utilisé en classe et à la maison, au gré du professeur, afin de rendre possible une pédagogie active, même dans une classe à effectif élevé.
Nous espérons qu'il sera une aide appréciable pour le professeur.
Ce cahier d'activités est présenté selon la structure du manuel ; il vient en complément de celui-ci.
Son utilisation tient compte de cette structure. Chacun des quinze chapitres est divisé en leçons et chaque leçon en trois parties :

• **activité**
Dans cette partie, après avoir présenté une activité, le professeur laissera les élèves :

- réaliser les constructions qui s'y trouvent
- faire les manipulations qui sont demandées
- découvrir les définitions ou les propriétés.

Ensuite le professeur fera avec les élèves, le bilan de cette activité.

• **définition** ou **propriété**
Dans cette partie, l'élève remplira le cadre prévu pour la définition ou la propriété.

• **exercices d'application**
Ici, l'élève s'exercera à appliquer la définition ou la propriété précédemment dégagée.
À la fin de certains chapitres, dans la rubrique EXERCICE DE SYNTHÈSE, un ou deux exercices de recherche sont présentés.
Ce type d'exercice a pour objectif d'apprendre aux élèves des procédés de résolution de problème en travaillant soit individuellement, soit en équipe. Exemple : Exercice n°1 p.70
Le professeur sera vigilant à propos de la gestion du temps. Néanmoins il laissera une durée suffisante pour la recherche personnelle de l'élève.
Il interviendra individuellement ou collectivement, à bon escient.

5 ANALYSE DES CHAPITRES

Chacun des 15 chapitres est analysé selon la structure suivante :
objectifs ; commentaires ; savoirs et savoir-faire ; exercices.

Selon les exercices, on trouvera une résolution complète, des indications pour une résolution, une analyse du problème et une méthode de recherche d'une solution, des résultats, des commentaires.

1. Droites

(pages 11 à 30 du livre de l'élève)

OBJECTIFS

Ce chapitre vise essentiellement :

- d'une part, à consolider et à enrichir les connaissances acquises sur les droites à l'École Primaire ;
- d'autre part à :
  - – mettre en place les premières configurations planes indispensables à l'étude de la géométrie et les propriétés qui leur sont liées ;
  - – préciser le vocabulaire et les notations relatifs à ces configurations ;
  - – initier les élèves aux raisonnements déductifs par l'utilisation des définitions et des propriétés.

COMMENTAIRES

La droite, la demi-droite, le segment, le triangle et le quadrilatère ne sont pas explicitement définis dans ce chapitre ; seules le sont la hauteur d'un triangle, le triangle rectangle et les droites parallèles. *« Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles »* ; cette propriété bien connue est choisie comme définition de deux droites parallèles. Cette définition, se présentant sous la forme d'un programme de construction, est plus opérationnelle que la définition habituelle car elle permet directement de reconnaître et de justifier le parallélisme. Aussi la notion de droites perpendiculaires est présentée avant celle de droites parallèles.

Le professeur pourra faire exécuter des constructions simples et variées afin d'amener l'élève à une bonne maîtrise des notions abordées et une bonne perception des configurations planes.

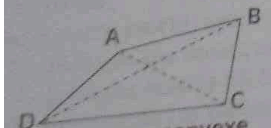
À propos des hauteurs d'un triangle, on se gardera de faire construire les trois hauteurs et de parler d'orthocentre : cette notion relève du programme de Quatrième.

La droite comme ensemble de points ne correspond pas à la représentation mentale de l'élève de 6ᵉ. Cependant cette notion est implicitement perçue dans l'utilisation des symboles $\in$ et $\notin$. L'expression, pourtant courante, « prolonger une droite » constitue un abus de langage susceptible d'occulter le caractère illimité de celle-ci. Des activités de dessin pourront donner du sens à l'expression : *une droite est illimitée.*

La mise en place des notations se fera de manière graduée.

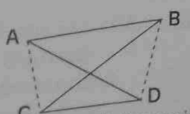
En classe de 6ᵉ, le mot « quadrilatère » signifie quadrilatère *convexe* mais ce mot ne sera pas prononcé devant les élèves.

Pour information, on appellera plus tard quadrilatère convexe un quadrilatère dont les diagonales (segments) ont un point commun.

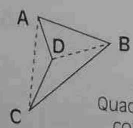


Quadrilatère convexe

Quadrilatères non convexes



Quadrilatère croisé



Quadrilatère concave

SAVOIRS ET SAVOIR-FAIRE

savoirs	savoir-faire
Droites, points alignés	
• **Symboles :** $\in$; $\notin$ • **Définitions** – trois points sont alignés lorsqu'ils appartiennent à une même droite. – Deux droites sécantes sont des droites qui ont un seul point commun. • **Propriété** Par deux points il passe une droite et une seule.	• Nommer une droite. • Tracer la droite passant par deux points. • Reconnaître et marquer des points alignés, des points non alignés. • Reconnaître et tracer des droites sécantes.
Droites perpendiculaires	
• **Notation** : (D) ⊥ (L) • **Propriété** Par un point, on ne peut tracer qu'une seule droite perpendiculaire à une droite donnée.	• Reconnaître dans une figure deux droites perpendiculaires. • Construire à l'aide de la règle et de l'équerre : – deux droites perpendiculaires, – la droite perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné. • Utiliser la convention de dessin :
Droites parallèles	
• **Définition** Deux droites perpendiculaires à une même droite sont dites **parallèles**. • **Notation :** (D) // (L) • **Propriétés** – Par un point n'appartenant pas à une droite donnée, on ne peut tracer qu'une seule droite parallèle à cette droite. – Deux droites étant parallèles, lorsqu'une droite est parallèle à l'une, elle est parallèle à l'autre. – Deux droites étant parallèles, lorsqu'une droite est sécante à l'une, elle est sécante à l'autre. – Deux droites étant parallèles, lorsqu'une droite est perpendiculaire à l'une, elle est perpendiculaire à l'autre.	• Reconnaître deux droites parallèles dans une figure. • Tracer à l'aide de la règle et de l'équerre : – deux droites parallèles, – la droite parallèle à une droite donnée et passant par un point donné.
Demi-droites, segments	
• **Vocabulaire :** – Demi-droite, support d'une demi-droite, demi-droites opposées. – Segment, support d'un segment.	• Nommer une demi-droite, un segment. • Reconnaître et tracer des demi-droites, des demi-droites opposées, des segments.
Applications aux triangles et aux quadrilatères	
• **Définitions** – Une hauteur d'un triangle est la droite passant par un sommet et perpendiculaire au support du côté opposé. – Un triangle rectangle est un triangle qui a deux côtés dont les supports sont perpendiculaires. • **Vocabulaire :** Hypoténuse d'un triangle rectangle, quadrilatère, sommets opposés, côtés opposés, côtés consécutifs diagonales.	• Nommer un triangle, un quadrilatère. • Reconnaître et tracer : – un triangle, une hauteur d'un triangle, – un triangle rectangle, – un quadrilatère, les diagonales d'un quadrilatère.

Exercices du cours

◆ **Exercice 4.g p. 21**
Six segments : [PS] ; [PM] ; [PI] ; [SM] ; [SI] ; [MI].

Commentaire

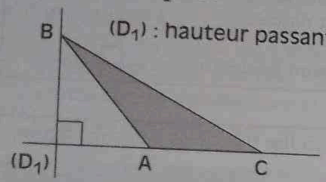
On invitera les élèves à élaborer une méthode de recherche. Par exemple, on prendra les points les uns après les autres. Pour chaque point choisi, on cherchera tous les segments dont l'une des extrémité est ce point. Chaque segment ne sera compté qu'une seule fois.

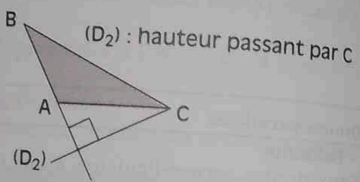
◆ **Exercice 5.c p. 22**
Six triangles : OKC ; OKI ; OKM ; OCI ; OCM ; OIM.

Commentaire

On pourra faire remarquer aux élèves que tous les triangles ont nécessairement O pour sommet. Comme méthode de recherche, on pourra, par exemple, dénombrer tous ceux qui contiennent aussi K, puis C, puis I, puis M. Chaque triangle ne sera compté qu'une seule fois.

◆ **Exercice 5.d p. 22**



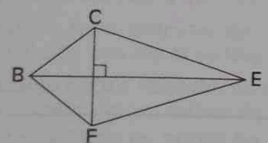


Commentaire

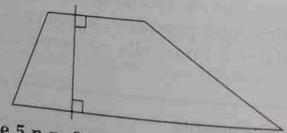
Dans cette première leçon, il est souhaitable de faire apparaître une seule hauteur par figure.

◆ **Exercice 5.g p. 23**
Dans le triangle ABC rectangle en A, la hauteur passant par B est la droite (BA).

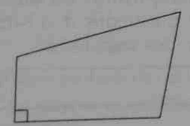
◆ **Exercice 5.j p. 23**



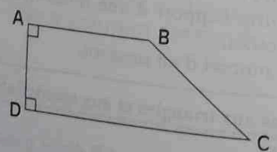
◆ **Exercice 5.l p. 23**



◆ **Exercice 5.m p. 23**



◆ **Exercice 5.n p. 23**



Commentaires

On évitera de prévilégier les quadrilatères particuliers.
On s'organisera pour que les élèves puissent comparer leurs figures.

Exercices d'entraînement

◆ **Exercice n°34 p. 27**
Les autres noms de la demi-droite [OC) sont [OR) et [OX).

◆ **Exercice n°42 p. 27**
Voir exercice 5.d p. 22

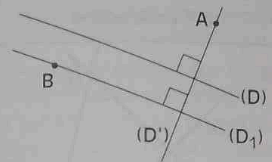
Exercices d'approfondissement

◆ **Exercice n°50 p. 28**

◆ **Exercice n°51 p. 28**
La solution de cet exercice est proposée dans le Guide Pédagogique. p. 20.

◆ **Exercice n°55 p. 28**
La solution de cet exercice est proposée dans le Guide Pédagogique. p. 16.

◆ **Exercice n°56 p. 28**

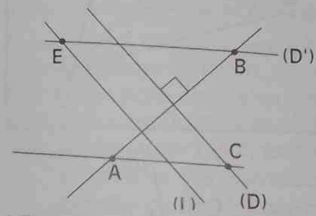


Données : (D) ⊥ (D') ; (D_1) ⊥ (D')

Conclusion : (D) // (D_1)

Justification : deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

◆ **Exercice n°57 p. 28**

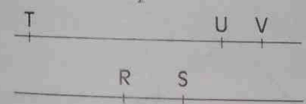


Données : (D) ⊥ (AB) ; (D) // (L)

Conclusion : (AB) ⊥ (L)

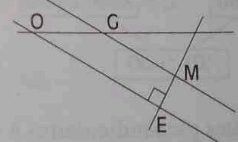
Justification : deux droites étant parallèles, lorsqu'une droite est perpendiculaire à l'une, elle est perpendiculaire à l'autre.

◆ **Exercice n°59 p. 29**



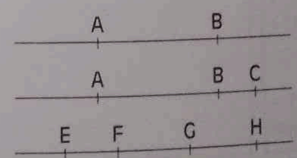
On a : (TU) et (TV) sont parallèles à (RS).
Or, par un point n'appartenant pas à une droite donnée, on ne peut tracer qu'une seule droite parallèle à cette droite.
Donc les points T, U et V sont alignés.

◆ **Exercice n°60 p. 29**



Deux droites étant parallèles, lorsqu'une droite est perpendiculaire à l'une, elle est perpendiculaire à l'autre.

◆ **Exercice n°61 p. 29**
• Chaque point sur une droite détermine 2 demi-droites.
• Donc, sur une droite :



2 points déterminent 2 × 2 demi-droites ;
3 points déterminent 3 × 2 demi-droites ;
4 points déterminent 4 × 2 demi-droites.

Ainsi sur une droite, 100 points déterminent 100 × 2 demi-droites.

Commentaires

On pourra enrichir cet exercice par les questions suivantes :

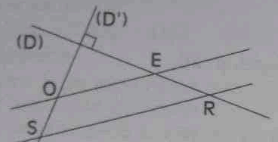
- sur une droite, combien de points permettent de déterminer 16 demi-droites ?

- est-il possible de répondre à la question précédente dans le cas de 17 demi-droites ?

◆ **Exercices n°62 p. 29**

On pourra s'inspirer de la méthode qui a été utilisée pour résoudre l'exercice n° 51 p. 28. (Méthode basée sur la désignation d'un objet défini par deux points.)

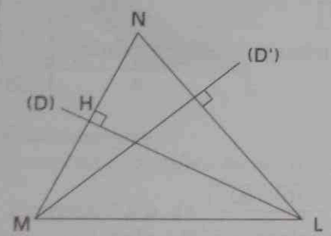
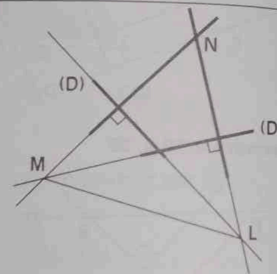
◆ **Exercice n°63 p. 28**



Commentaire

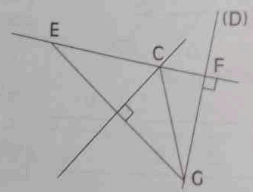
Par un point n'appartenant pas à une droite donnée, on ne peut tracer qu'une seule droite parallèle à cette droite. On pourra utiliser cette propriété pour faire remarquer que : trois des quatre points E, O, S, R étant choisis arbitrairement, le quatrième point est déterminé.

◆ **Exercice n°70 p. 30**

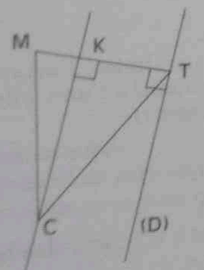
1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Construction
	Dans un triangle, une hauteur passe par un sommet et est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet. M est donc le point d'intersection de (D') et (NH). L est donc le point d'intersection de (D) et (NK).	

◆ **Exercice n°72 p. 30**

La droite (D) passe par G et est perpendiculaire à (EC). Donc (D) est la hauteur passant par G du triangle CEG.



◆ **Exercice n°73 p. 30**



Données : (D) ⊥ (TM) (TM) ⊥ (CK)

Conclusion : (D) // (CK)

Justification : deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

2 Mesures de segments
(pages 31 à 40 du livre de l'élève)

Objectifs

Ce chapitre vise essentiellement :

– d'une part à consolider et à enrichir les connaissances acquises sur les segments à l'École Primaire ;

– d'autre part à mettre en place la notion de la médiatrice.

Commentaires

La longueur et la mesure d'un segment ne sont pas explicitement définies dans ce chapitre. Seuls le sont le milieu et la médiatrice d'un segment.

Le professeur amènera les élèves à :

– savoir, après avoir choisi une unité de mesure (qui n'est pas nécessairement un multiple ou un sous-multiple du mètre), qu'ils peuvent soit exprimer exactement soit encadrer la mesure de n'importe quel segment ;

– comprendre que la mesure est un nombre et qu'il est nécessaire de préciser l'unité de mesure (on tolèrera toutefois l'abus de langage : « la longueur d'un segment est 5 cm » ou « un segment de 5 cm ») ;

– faire exécuter des constructions simples et variées afin de leur permettre d'avoir une bonne maîtrise de ces notions qui seront réinvesties dans les autres chapitres de géométrie.

Concernant la médiatrice d'un segment, la définition donnée doit être l'occasion de mettre l'accent sur l'importance du codage.

Pour information, on rappelle que :

– en classe de 6e, on va construire la médiatrice à la règle graduée et à l'équerre ;

– en classe de 5e, lorsqu'on disposera de la caractérisation de la médiatrice d'un segment à partir de la notion de distance, on la construira à la règle et au compas, mais, on pourra continuer à la tracer à la règle graduée et à l'équerre.

À propos des médiatrices d'un triangle, on se gardera de faire construire les trois médiatrices et de parler du centre du cercle circonscrit au triangle : cette notion relève du programme de 5e.

Pour éviter toute confusion entre les notions de médiatrice et de médiane d'un triangle, la médiane ne sera introduite qu'en classe de 4e avec le centre de gravité.

Dans les chapitres 1 et 2, toutes les activités géométriques ont été mises en place;

– en utilisant des instruments (et du papier calque) pour : **mesurer** ; **comparer** ; **vérifier**.

– en utilisant des définitions pour : **justifier** ; **construire**.

Savoirs et savoir-faire

savoirs	savoir-faire
Mesure d'un segment • **Vocabulaire** : segments superposables, longueur du segment [AB], distance des points A et B. • **Notation :** mesure du segment [AB] : AB.	• Reporter des longueurs à l'aide d'un calque ou d'un compas. • Comparer des longueurs à l'aide d'un calque ou d'un compas. • Reconnaître des segments de même longueur sur une figure codée. • Déterminer la mesure d'un segment donné (une unité étant choisie). • Tracer un segment de longueur donnée. • Utiliser les unités usuelles de mesure pour : - tracer un segment de mesure donnée, - comparer des longeurs. • Déterminer un encadrement de la mesure d'un segment donné.

savoirs	savoir-faire
Milieu d'un segment • **Définitions :** - On appelle milieu d'un segment, le point de ce segment qui est à égale distance de ses extrémités. - La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu de ce segment et qui est perpendiculaire au support de ce segment.	• Déterminer le milieu d'un segment donné : - par pliage, - à l'aide de la règle graduée. • Construire la médiatrice d'un segment donné à l'aide de la règle graduée et de l'équerre. • Reconnaître dans une figure codée : - le milieu d'un segment, - la médiatrice d'un segment. • Construire l'une des extrémités d'un segment connaissant l'autre et le milieu de ce segment.

EXERCICES DU MANUEL

Exercices du cours

♦ **Exercice 1.g p.35**
Le professeur pourra laisser les élèves mesurer ; le cas échéant, les résultats différents seront présentés au tableau, une discussion féconde en découlera.

♦ **Exercice 2.a p.36**
Il s'agit de vérifier deux conditions :
- I appartient au segment [AB]
- AI = IB

♦ **Exercice 2.h p.37**
Il s'agit de vérifier deux conditions :
- (D) est perpendiculaire à (AB)
- (D) passe par le milieu I de [AB]

Commentaire
Dans les exercices 2a et 2h, le support visuel peut permettre de contrôler un concept.

Exercices d'entraînement

♦ **Exercice n°4 p. 38**
1) SWXZ ; 2) BASE ; 3) POLI, MYTH et XZSW
Commentaires :
Attention, huit désignations sont possibles pour chaque figure. Par exemple, le quadrilatère BASE peut être désigné par ASEB.

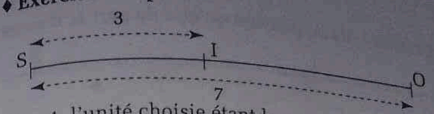
♦ **Exercice n°5 p. 38**
1) AB = 3 ; 2) [EF]

♦ **Exercice n°6 p. 38**

Segment	[MI]	[FA]	[RE]
Mesure (unité : mm)	65	46	25
Mesure (unité : cm)	6,5	4,6	2,5

Commentaire
Attention ! On peut écrire :
- l'unité étant le mm, MI = 65
- l'unité étant le cm, MI = 6,5
Mais, on ne peut pas écrire : MI = 65 ou MI = 6,5 sans préciser l'unité choisie.

♦ **Exercice n°9 p. 39**



IO = 4, l'unité choisie étant le cm.

♦ **Exercice n°11 p. 39**

km	hm	dam	m	dm	cm	mm		Écriture en mm
0	0	0	0	1	5	3		153
0	0	0	0	0	7	3	2	73,2
0	0	0	0	1	8	0		180
			5	0	0	0		5 000
	1	2	5	0	0	0		125 000
		2	4	6	0	0		24 600
			0	9	7	0		970
				3	0	0		300
				0	6	0		60
				1	3	2		132

♦ **Exercice n°12 p. 39**

km	hm	dam	m	dm	cm	mm			Écriture en cm
			1	0	0	0			100
					2	6	9		2,69
					0	0	7		0,07
				2	3	6			23,6
			5	4	0				540
				0	5	3	1		5,31
				0	0	9			0,9
			1	2	1	5			121,5
			1	0	0	0			100
	2	6	5	0	0	0			26 500
			0	0	0	0	3	9	0,039
			0	3	0	4			30,4

♦ **Exercice n°13 p. 39**

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			2	1	6	5
			0	2	3	
0	0	0	2	1	6	5
0	0	0	0	2	3	6

♦ **Exercice n°14 p. 39**
32 mm = 0,32 **dm** ; 62,5 cm = 0,00625 **hm** ; 5300 **dm** = 53 dam

♦ **Exercice n°15 p. 39**
1) La planche est de 35 mm d'épaisseur
2) La pellicule est une bande partagée en petits rectangles de dimensions : 24 mm et 36 mm.
3) La salle de séjour est la salle commune de la maison ; c'est une salle rectangulaire de dimensions : 5 m et 6 m.
4) La feuille de papier rectangulaire a pour dimensions : 21 cm et 29,7 cm.

◆ **Exercice n°16 p. 39**
A et B étant deux points de la droite (D) situés à 5 cm de I, ils ne peuvent qu'être de part et d'autre du point I.
I est le milieu de AB.

◆ **Exercice n°17 p. 39**
Travailler à «l'oeil nu».

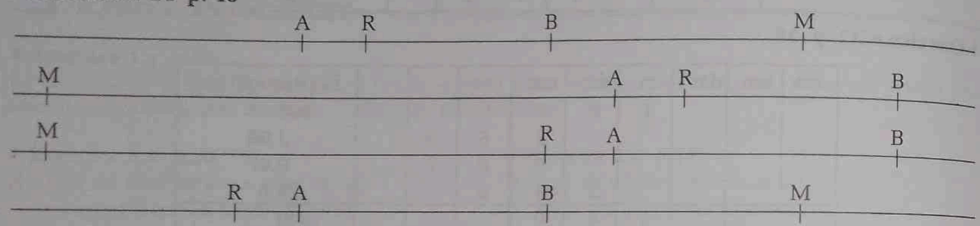
◆ **Exercice n°18 p. 39**

AI	85	120	15
AB	170	240	30

◆ **Exercice n°19 p. 39**
Figure 2 : les élèves doivent savoir repérer et interpréter les codages usuels.
(Voir commentaire de l'exercice 2.h p. 37.)

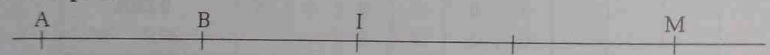
◆ **Exercice n°20 p. 39**
(D_1) est la médiatrice de [EF].

◆ **Exercice n°24 p. 40**



◆ **Exercice n°25 p. 40**
B appartient à [EF].

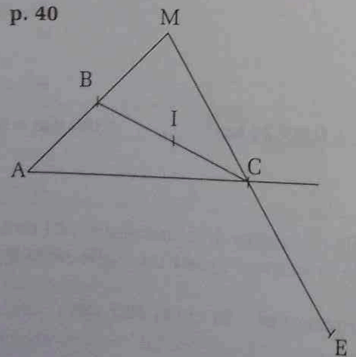
◆ **Exercice n°26 p. 40**



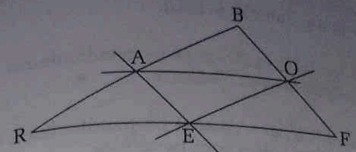
Le point B est le milieu de [AI].

◆ **Exercice n°27 p. 40**
1 micron = 0,001 mm ; 1 micron = 10 000 angström

◆ **Exercice n°28 p. 40**



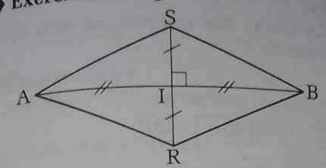
◆ **Exercice n°29 p. 40**



En utilisant la règle et l'équerre, l'élève vérifiera que :
- (AO) // (RF)
- (OE) // (BR)
- (EA) // (FB)

Commentaire
Attention ! La droite des milieux ne sera étudiée qu'en classe de 4e.

◆ **Exercice n°30 p. 40**



En utilisant le compas ou la règle graduée, l'élève vérifiera que :
AS = SB = BR = RA.

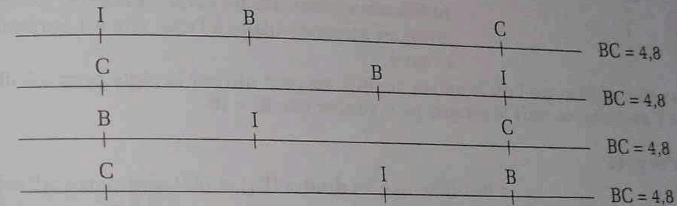
Commentaire
Attention ! Le losange ne peut être utilisé qu'à partir du chapitre 7.

Exercices d'approfondissement

◆ **Exercice n°31 p.40**

Commentaire
Utiliser les mêmes unités pour effectuer les calculs.

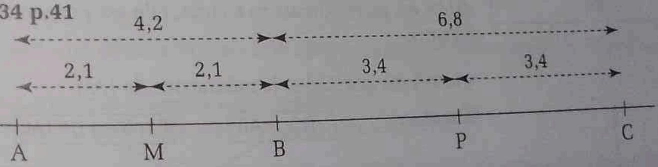
◆ **Exercice n°32 p. 41**



◆ **Exercice n°33 p.41**

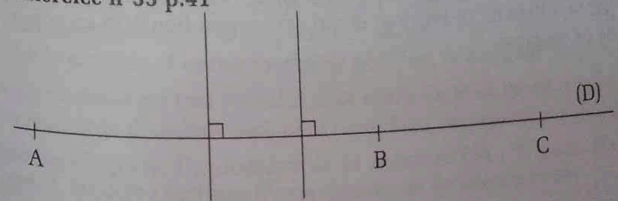
AM = MB = 4
IM = AM – AI
IM = IB – MB

◆ **Exercice n°34 p.41**



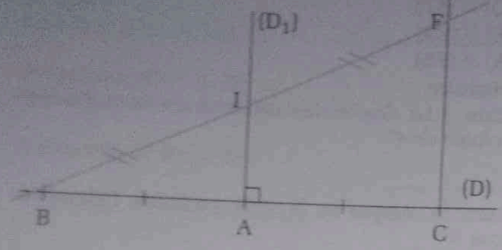
MP = 5,5 (L'unité est le millimètre).

◆ **Exercice n°35 p.41**



Justification
Les médiatrices sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la droite (D).

♦ **Exercice n°36 p.41**

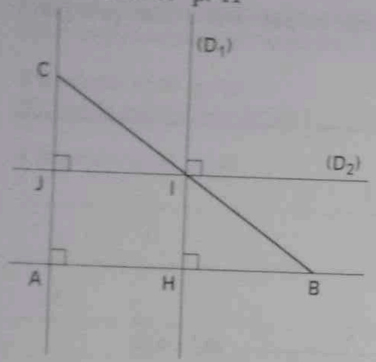


- (D_1) est la médiatrice de [BC].
- Les droites (CF) et (D) sont perpendiculaires : l'élève le vérifiera avec l'équerre.
- Les droites (CF) et (AI) sont perpendiculaires à la droite (D), donc elles sont parallèles.

Commentaire

Attention ! La droite des milieux ne sera étudiée qu'en classe de 4ᵉ.

♦ **Exercice n°37 p. 41**



Données : $(AC) \perp (AB)$; $(D_1) \perp (AB)$

Conclusion : $(AC) \parallel (D_1)$

Justification : deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

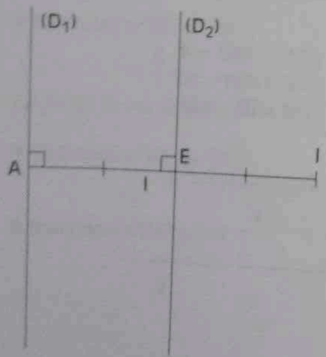
Données : $(D_1) \parallel (AC)$; $(D_2) \perp (AC)$

Conclusion : $(D_1) \perp (D_2)$

Justification : deux droites étant parallèles, lorsqu'une droite est perpendiculaire à l'une, elle est perpendiculaire à l'autre.

Vérification : Pour vérifier que I est le milieu de [BC], on peut utiliser la règle pour vérifier que les points B, I et C sont alignés, puis le compas pour vérifier que IC = IB.

♦ **Exercice n°38 p. 41**



- Justifions que les droites (D_1) et (AI) sont perpendiculaires.

Données : $(AC) \perp (AB)$; $(D_1) \perp (AB)$

Conclusion : $(AC) \parallel (D_1)$

Justification : deux droites étant parallèles, lorsqu'une droite est perpendiculaire à l'une, elle est perpendiculaire à l'autre.

- Justifions que (D_2) et la médiatrice de [AI].

Données : $(D_2) \perp (AI)$; E milieu de [AI]

Conclusion : (D_2) médiatrice de [AI]

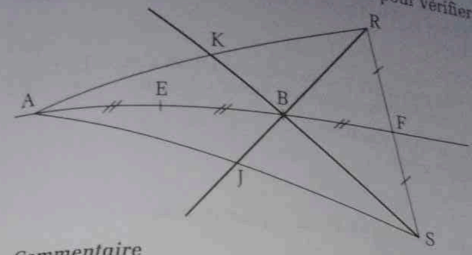
Justification : la médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu de ce segment et qui est perpendiculaire au support de ce segment.

♦ **Exercice n°39 p. 41**

BF = EB = AE

AF = AE + EB + BF = 3 × BF

Les élèves peuvent utiliser la règle graduée pour vérifier que :



- S, B et K alignés
- 3 × BK = SK
- AJ = JS

Commentaire

Attention ! L'intersection des médianes d'un triangle ne sera étudiée qu'en classe de 4ᵉ.

♦ **Exercice n°40 p. 42**

Ces illusions d'optique sont connues depuis très longtemps. Elles sont "efficaces" quand l'oeil du lecteur est approximativement à la verticale du dessin, mais plus facilement décelable quand le lecteur regarde sa feuille sous une faible incidence.

3. Cercle

(pages 43 à 52 du livre de l'élève)

Objectifs

Ce chapitre vise essentiellement :
- à mettre en place une démarche pour résoudre un problème de construction (utilisation du compas) ;
- à établir la propriété des triangles superposables ;
- à introduire le calcul approché par l'utilisation du nombre π.

Commentaires

Le cercle n'est pas défini explicitement. Cependant, le cercle en tant qu'ensemble de points situés à une distance donnée d'un point donné, sera la base de l'utilisation du compas pour construire. Outre le compas, d'autres matériels pourront être utilisés : boîtes cylindriques, ficelle...

Le vocabulaire est très restreint et se limite en 6ᵉ au *rayon*, à la *corde* et au *diamètre*.

Le rayon et le diamètre désignent aussi bien des segments que leurs mesures.

Dans ce chapitre, l'utilisation de la notation $\mathscr{C}(A\ ;\ 2)$ pour désigner le cercle de centre A et de rayon 2, facilite l'écriture d'organigrammes de raisonnement.

Il paraît important de bien faire fonctionner la *définition* dans les deux sens. En particulier, chaque fois que l'on a une écriture du type MA = 2, il faut avoir le double réflexe de traduire par :

" M est sur le cercle de centre A et de rayon 2 " ;

" A est sur le cercle de centre M et de rayon 2 ".

Le mot *circonférence* est à éviter : on parlera de *périmètre* (ou de longueur) d'un cercle. De même, on évitera l'expression *superficie* du disque et on préfèrera employer aire du disque.

Les calculs approchés de périmètres et d'aires doivent conduire à :

– bien distinguer *valeur exacte* et *valeur approchée* ;
– se méfier des *précisions illusoires* ;
– utiliser si possible la calculette ;
– lever les identifications courantes en fin de CM2 entre π et ses approximations.

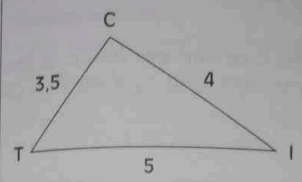
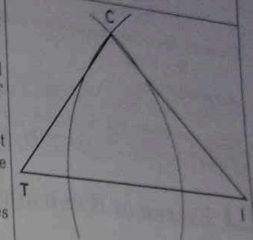
Savoirs et savoir-faire

savoirs	savoir-faire
Cercle	
• **Vocabulaire :** centre, rayon, corde, diamètre. • **Notation :** Cercle de centre A et de rayon r : $\mathscr{C}(A\ ;r)$.	• Tracer et nommer un cercle de centre donné et de rayon donné. • Tracer et nommer un cercle de centre donné et passant par un point donné. • Déterminer, sur une figure, la position d'un point donné par rapport à un cercle donné. • Traduire l'appartenance d'un point M au cercle $\mathscr{C}(A\ ;r)$ par l'égalité AM = r. • Traduire l'égalité AM = r par l'appartenance du point M au cercle $\mathscr{C}(A\ ;r)$.
Utilisation du compas pour construire des triangles	
• **Vocabulaire :** Triangles superposables. • **Définitions :** Triangle isocèle, triangle équilatéral. • **Propriété :** Deux triangles qui ont leurs trois côtés respectifs de même longueur sont superposables.	• Reconnaître un triangle isocèle, un triangle équilatéral, un triangle rectangle à l'aide des conventions de dessin. • Utiliser le compas et la règle pour construire : - un triangle connaissant les mesures de ses côtés ; - un triangle superposable à un triangle donné ; - un triangle isocèle connaissant les mesures de ses côtés ; - un triangle équilatéral connaissant la mesure d'un côté ; - un triangle rectangle connaissant la mesure d'un côté de l'angle droit et celle de l'hypoténuse.
Périmètre du cercle - Aire du disque	
• **Vocabulaire :** disque. • **Formules :** périmètre du cercle, aire du disque. • **Notations :** ≡ ou ≈	• Utiliser à bon escient les symboles ≡ ou ≈ • Calculer une valeur approchée du périmètre d'un cercle et de l'aire d'un disque connaissant son rayon (son diamètre).

Exercices du Manuel

Exercices du cours

♦ Exercice 2.a p.46

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Construction
	Le segment [TI] étant tracé, on sait que : • le point C est à 3,5 cm de T, il est donc sur le cercle de centre T et de rayon 3,5 cm ; • le point C est à 4 cm de I, il est donc sur le cercle de centre I et de rayon 4 cm. Le point C appartient donc à ces deux cercles.	

Commentaires

• *On amènera les élèves à trouver la méthode de construction par eux-même en posant, si nécessaire, des questions intermédiaires.*

• *Faire remarquer que les cercles se coupent en deux points. En conséquence, on aurait pu choisir l'autre point d'intersection des cercles comme point C.*

Prolongement

On pourra faire réfléchir les élèves sur les cas suivants : • *TI = 7,5 ; TC = 3,5 ; CI = 4*
• *TI = 9 ; TC = 3,5 ; CI = 4*

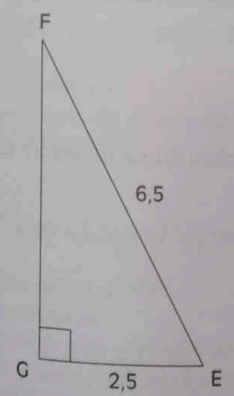
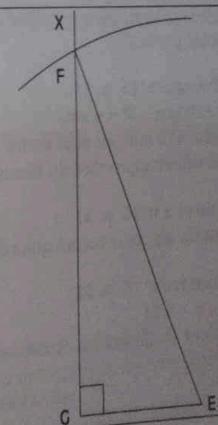
♦ Exercice 2.d p. 47

Après avoir choisi arbitrairement la longueur du côté [KR], on utilise la même méthode que celle de l'exercice 2.a p. 46.

Commentaire

Certains élèves choisiront peut-être KR trop grand. On profitera de l'occasion pour réfléchir avec les élèves sur la façon dont il faut choisir KR pour que la construction soit possible.

♦ Exercice 2.h p. 49

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Construction
	Le segment [EG] étant tracé, on sait que : - le point F est sur une demi-droite [GX) de support perpendiculaire en G à la droite (GE) ; - le point F est sur le cercle de centre E et de rayon 6,5 cm. Le point F appartient donc à la demi-droite [GX) et au cercle $\mathscr{C}(E\ ;6{,}5)$	

Commentaires

• *Attention ! Les élèves de la classe de 6ème ne savent pas que le cercle de diamètre [EF] passe par G (classe de 5e) et ne connaissent pas le théorème de Pythagore (classe de 4e).*

• *L'élève peut aussi réaliser sa construction à partir de deux droites perpendiculaires pour obtenir un angle droit.*

♦ **Exercice 3.a p. 50**

$d = 2 \times r$

$\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r$

On peut donc remplacer dans cette dernière formule $2 \times r$ par d :

$\mathcal{P} = \pi \times d$

Commentaire

Il s'agit ici d'initier les élèves au calcul littéral. En cas de difficulté, il ne faut pas hésiter à leur faire appliquer plusieurs fois ces formules en choisissant d'autres valeurs pour r , d ou $\mathcal{P}$. C'est d'ailleurs l'objet des exercices qui suivent.

❑ Exercices d'entraînement

♦ **Exercice n°8 p. 51**

La méthode est la même que celle de l'exercice 2.a p. 46.

♦ **Exercice n°9 p. 51**

La méthode est la même que celle de l'exercice 2.h p. 49.

♦ **Exercice n°10 p. 51**

La méthode de construction est la même que celle de l'exercice n° 8 p. 51.

Commentaires

• *On fera remarquer aux élèves que le triangle AUL est isocèle de base [UL] et qu'en commençant par tracer [UL], on règle une seule fois l'écartement du compas.*

• *A est aussi le point d'intersection de la médiatrice de [UL] et du cercle de centre U et de rayon 4 cm. Les axes de symétrie ne seront étudiés qu'au chapitre 7, il n'est donc pas judicieux d'utiliser cette méthode de construction avant que ce chapitre soit abordé.*

♦ **Exercice n°11 p. 51**

La méthode de construction est la même que celle de l'exercice n° 10 p. 51. Il est conseillé de commencer par tracer le segment [PS].

♦ **Exercice n°12 p. 51**

L'idée est la même que celle des exercices précédents puisqu'un triangle équilatéral est un triangle isocèle particulier.

♦ **Exercice n°13 p. 51**

On sait que : $\mathcal{P} = d \times \pi$.

$\mathcal{P}$ vaut 170 mm, on peut écrire : $d \approx 170 : 3{,}14$.

Une valeur approchée du diamètre est 54 mm donc une valeur approchée du rayon est 27 mm.

♦ **Exercice n°14 p. 51**

La méthode est la même que celle de l'exercice précédent.

♦ **Exercice n°15 p. 52**

Pour $\pi \approx 3{,}14$

• calcul du périmètre du cercle : $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r$

$\mathcal{P} \approx 2 \times 3{,}14 \times 2{,}5$

$\mathcal{P} \approx 15{,}7$

• calcul de l'aire du disque : $\mathcal{A} = \pi \times r^2$

$\mathcal{A} \approx 3{,}14 \times (2{,}5)^2$

$\mathcal{A} \approx 19{,}625$

Pour $\pi \approx 3{,}1416$

• calcul du périmètre du cercle : $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r$

$\mathcal{P} \approx 2 \times 3{,}1416 \times 2{,}5$

$\mathcal{P} \approx 15{,}708$

• calcul de l'aire du disque : $\mathcal{A} = \pi \times r^2$

$\mathcal{A} = \pi \times (2{,}5)^2$

$\mathcal{A} \approx 19{,}635$

Commentaires

• *On insistera sur la nécessité d'utiliser le symbole ≈ lorsqu'on remplace π par une valeur approchée.*

• *En pratique, on doit se poser la question suivante : " Avec quelle précision doit-on donner le résultat ? ". La réponse dépendra de l'instrument de mesure utilisé. On choisira le nombre de décimales de π en conséquence.*

♦ **Exercice n°16 p. 52**

a) On sait que : $\mathcal{A} = \pi \times r^2$.

Si $\pi \approx 3{,}1$ alors $\mathcal{A} \approx 3{,}1 \times r^2$

$\mathcal{A}$ vaut 12,4 ; on peut écrire : $r^2 \approx 12{,}4 : 3{,}1$

$r^2 \approx 4$

Donc $r \approx 2$.

b) On trouve $r^2 \approx 9$ et $r \approx 3$

Commentaire

Attention ! On ne pourra pas utiliser la notation $\frac{12{,}4}{3{,}1}$, celle-ci étant réservée en classe de 6e à l'écriture d'une fraction (quotient de deux nombres entiers).

♦ **Exercice n°17 p. 52**

Il faut faire la somme de l'aire d'un rectangle de dimensions 3 cm sur 6 cm et d'un disque de diamètre 3 cm : $\mathcal{A} = 6 \times 3 + \pi \times (1{,}5)^2$

$\mathcal{A} \approx 25{,}065$ ou encore $\mathcal{A} \approx 25{,}06$

♦ **Exercice n°18 p. 52**

• Calcul de l'aire du disque de diamètre 5 cm, c'est à dire de rayon 2,5 cm :

$\mathcal{A}_1 = \pi \times (2{,}5)^2$

$\mathcal{A}_1 \approx 19{,}635$

L'aire du demi-disque est égale à la moitié de $\mathcal{A}_1$. Elle est à peu près égale à 9,8175 cm².

• Calcul de l'aire du disque de rayon 2 cm :

$\mathcal{A}_2 = \pi \times 2^2$

$\mathcal{A}_2 = 4 \times \pi$

L'aire du quart de disque est égale au quart de $\mathcal{A}_2$. Elle vaut donc exactement π cm², c'est à dire à peu près 3,14 cm².

❑ Exercices d'approfondissement

♦ **Exercice n°19 p. 52**

Commentaires

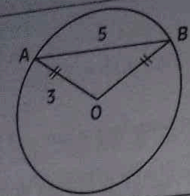
• *Attention à ne pas utiliser la propriété caractéristique de la médiatrice (classe de 5e). En conséquence,*

• *Faire remarquer que les cercles $\mathcal{C}(A ; 3)$ et $\mathcal{C}(B ; 3)$ se coupent en deux points. En conséquence, on aurait pu choisir pour point O l'autre point d'intersection de ces cercles.*

• *Cet exercice est du même type que : " Construire un triangle isocèle connaissant les longueurs des côtés. "*

• *Faire réfléchir les élèves dans les cas suivants : - cercle de rayon 2 cm ;*
- cercle de rayon 2,5 cm.

1. Esquisse



2. Recherche d'une méthode de construction

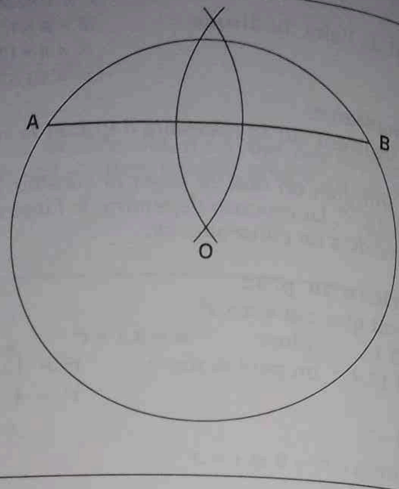
• On trace le segment [AB] de longueur 5 cm.

• On désigne par O le centre du cercle de rayon 3 cm passant par A et B :

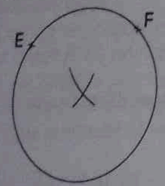
- A est à 3 cm du point O, donc O ∈ 𝒞(A ; 3)
- B est à 3 cm du point O, donc O ∈ 𝒞(B ; 3).

On en déduit que le point O est sur les cercles 𝒞(A ; 3) et 𝒞(B ; 3).

3. Construction



♦ **Exercice n°20 p. 52**



• Décalquer le cercle 𝒞.

• L'exercice n° 19 p. 52 peut constituer un préalable intéressant à la résolution de cet exercice.

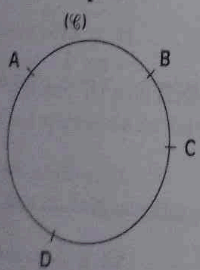
• S'y ramener alors en prenant deux points quelconques sur le cercle 𝒞. (Éviter les points qui paraissent diamétralement opposés.)

Commentaires

• *Attention ! Ici encore, on ne peut pas se référer à la propriété caractéristique de la médiatrice (classe de 5^e).*

• *Prolongement : Peut-on construire le centre O si une partie du cercle est effacée ?*

♦ **Exercice n°21 p. 52**



Cet exercice est une variante de l'exercice n° 51 p. 28 dans le cas de 4 points.

Commentaire

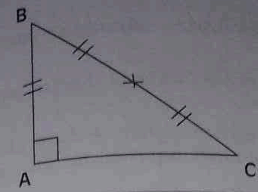
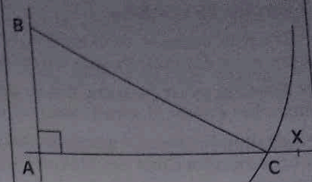
Comme dans l'exercice n° 51 p. 28, on peut étendre l'étude au cas de 5 points, 6 points,...

♦ **Exercice n°22 p. 52**

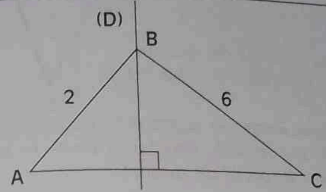
Commentaires

• *Attention à ne pas utiliser la notion de cercle circonscrit à un triangle rectangle (classe de 5^e).*

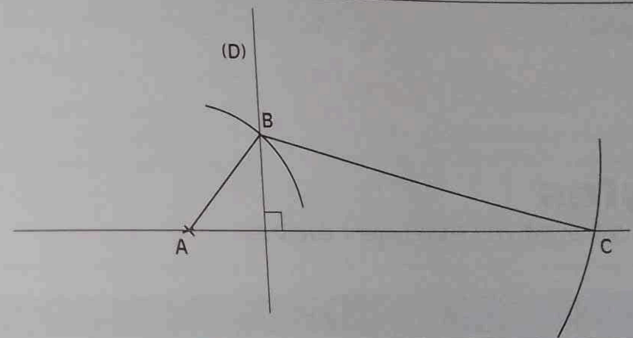
• *Cet exercice est du même type que l'exercice 2.h p. 49.*

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Construction
	Le segment [AB] étant tracé, on sait que le point C est sur : - une demi-droite [AX) de support perpendiculaire en A à la droite (AB) ; - le cercle de centre O et de rayon 2 × AB.	

♦ **Exercice n°23 p. 52**

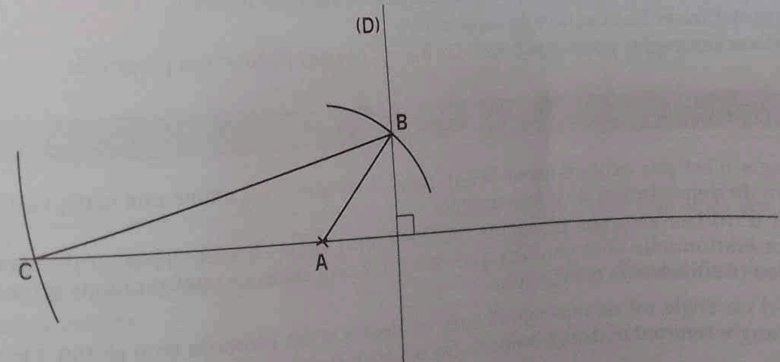
1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction
	L'esquisse suggère de construire le point B, puis le point C. • B se trouve sur la droite (D) et sur le cercle de centre A, de rayon 2 cm. • C se trouve sur : - la droite passant par A et perpendiculaire à (D) - le cercle de centre B et de rayon 6 cm.

3. Construction



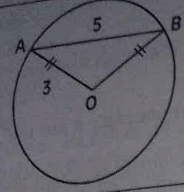
Commentaire

Des élèves pourront obtenir le cas de figure suivant :



• Cet exercice est du même type que : " Construire un triangle isocèle connaissant les longueurs des côtés. "
• Faire réfléchir les élèves dans les cas suivants : - cercle de rayon 2 cm ;
- cercle de rayon 2,5 cm.

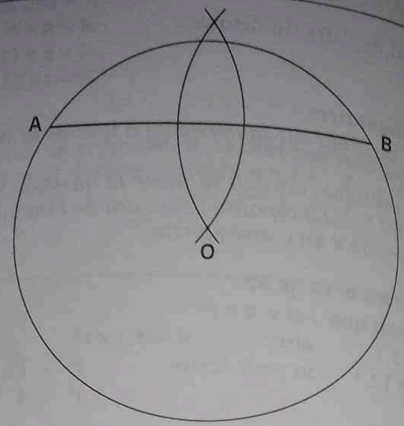
1. Esquisse



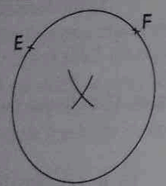
2. Recherche d'une méthode de construction

• On trace le segment [AB] de longueur 5 cm.
• On désigne par O le centre du cercle de rayon 3 cm passant par A et B :
- A est à 3 cm du point O, donc O ∈ 𝒞(A ; 3)
- B est à 3 cm du point O, donc O ∈ 𝒞(B ; 3).
On en déduit que le point O est sur les cercles 𝒞(A ; 3) et 𝒞(B ; 3).

3. Construction



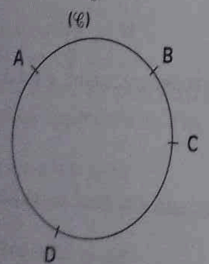
♦ **Exercice n°20 p. 52**



• Décalquer le cercle 𝒞.
• L'exercice n° 19 p. 52 peut constituer un préalable intéressant à la résolution de cet exercice.
• S'y ramener alors en prenant deux points quelconques sur le cercle 𝒞. (Éviter les points qui paraissent diamétralement opposés.)

Commentaires
• *Attention ! Ici encore, on ne peut pas se référer à la propriété caractéristique de la médiatrice (classe de 5e).*
• *Prolongement : Peut-on construire le centre O si une partie du cercle est effacée ?*

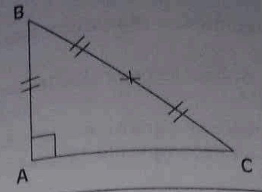
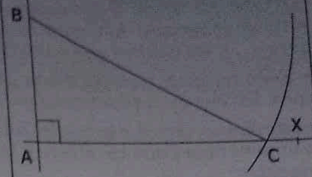
♦ **Exercice n°21 p. 52**



Cet exercice est une variante de l'exercice n° 51 p. 28 dans le cas de 4 points.

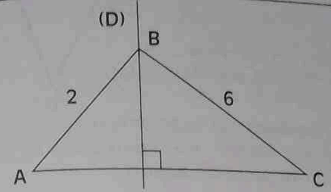
Commentaire
Comme dans l'exercice n° 51 p. 28, on peut étendre l'étude au cas de 5 points, 6 points,...

♦ **Exercice n°22 p. 52**
Commentaires
• *Attention à ne pas utiliser la notion de cercle circonscrit à un triangle rectangle (classe de 5e).*
• *Cet exercice est du même type que l'exercice 2.h p. 49.*

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Construction
	Le segment [AB] étant tracé, on sait que le point C est sur : - une demi-droite [AX) de support perpendiculaire en A à la droite (AB) ; - le cercle de centre O et de rayon 2 × AB.	

♦ **Exercice n°23 p. 52**

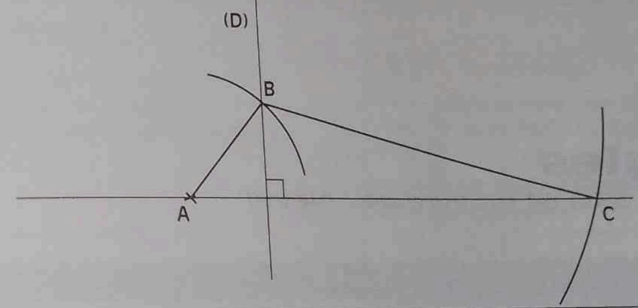
1. Esquisse



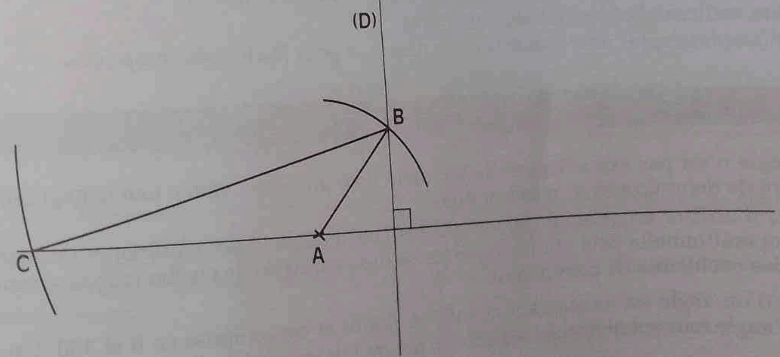
2. Recherche d'une méthode de construction

L'esquisse suggère de construire le point B, puis le point C.
• B se trouve sur la droite (D) et sur le cercle de centre A, de rayon 2 cm.
• C se trouve sur :
- la droite passant par A et perpendiculaire à (D)
- le cercle de centre B et de rayon 6 cm.

3. Construction



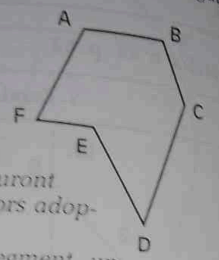
Commentaire
Des élèves pourront obtenir le cas de figure suivant :



Exercices du Cahier d'Activité

Exercice de synthèse

- *Il est nécessaire de commencer par préciser aux élèves ce qu'on entend par « reproduire une figure » : c'est réaliser une autre figure qui lui est superposable.*
- *Ensuite, pour faciliter d'une part, les échanges entre le professeur et les élèves et d'autre part, entre les élèves, il serait commode de nommer les sommets de la figure.*
- *Les élèves savent reproduire un triangle à l'aide du compas et de la règle non graduée. Le professeur amènera donc les élèves à trouver une méthode de construction en décomposant la figure en triangles.*
- *Chaque élève pourra alors réaliser sa propre construction.*
- *Le professeur confrontera les différents programmes de construction.*



Commentaires

- *Attention ! Les points F, E et C ne sont pas alignés.*

La figure est composée de quatre triangles.

- *On pourra refaire cet exercice après le chapitre 4 lorsque les élèves auront appris à reproduire un angle avec la règle et le compas. On pourra alors adopter la démarche suivante :*

On part d'un point quelconque et on reproduit successivement un segment, un angle, un segment, un angle, ... Cette méthode suppose une grande précision dans le tracé des côtés et la reproduction des angles, afin de " retomber " sur le point de départ !

4. Angles

(pages 53 à 64 du livre de l'élève)

Objectifs

Ce chapitre n'a pas pour ambition de résoudre les problèmes que pose la notion d'angle dans l'enseignement secondaire. Il vise essentiellement :

- à enrichir les connaissances intuitives des élèves sur cette notion ;
- à faire maîtriser l'utilisation du rapporteur ;
- à utiliser les angles pour construire des figures et pour justifier des propriétés.

Commentaires

Le mot angle n'est pas explicitement défini, mais il se présente comme une configuration formée d'une paire de demi-droites de même origine.

Il s'agit ici d'utiliser sans complications inutiles l'outil angle et de le présenter de manière suffisamment opérationnelle pour étudier rapidement des propriétés de configurations géométriques et résoudre des problèmes de construction.

La mesure d'un angle est uniquement donnée en degrés et est comprise en 0 et 180. On ne parlera donc pas d'angle rentrant ni d'angle saillant. On pourra tolérer les abus d'écriture des types suivants :

« mes $\widehat{BAC} = 40°$ » ; « $\widehat{BAC}$ est un angle de 40° ».

Mais on évitera d'écrire : $\widehat{BAC} = 40°$.

Le degré est traditionnellement subdivisé en minutes et secondes mais en classe de 6e, on favorisera l'utilisation des subdivisions décimales : dixième, centième.

" La bissectrice d'un angle est la droite qui passe par le sommet de cet angle et qui le partage en deux angles de même mesure ". Cette définition permettra, à partir du chapitre 7, de considérer la bissectrice d'un angle comme l'axe de symétrie de cet angle.

Le rapporteur est un instrument important en classe de 6e. Le professeur s'assurera de son utilisation correcte par les élèves pour mesurer et pour construire un angle.

En classe de 6e, pour construire la bissectrice d'un angle, l'élève se réfèrera à sa définition. Il devra donc utiliser comme instruments le rapporteur et la règle.

En classe de 4e, lorsqu'on disposera de la caractérisation de la bissectrice d'un angle à partir de la notion de distance, on la construira au compas et à la règle mais on pourra continuer à la tracer à la règle et au rapporteur.

On se gardera de faire construire les trois bissectrices et de parler du centre du cercle inscrit au triangle : cette notion relève du programme de 4e.

Un intérêt particulier sera aussi accordé à la reproduction d'un angle donné à l'aide du compas, d'autant que, grâce aux triangles superposables, on bénéficie de la justification de cette construction.

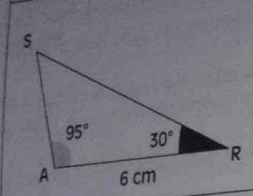
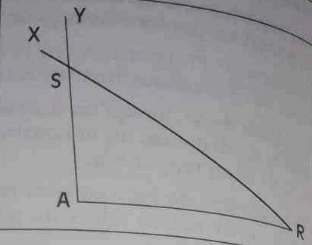
Par conséquent, on poursuivra dans ce chapitre l'utilisation du compas pour construire des triangles.

Savoirs et savoir-faire

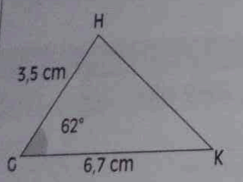
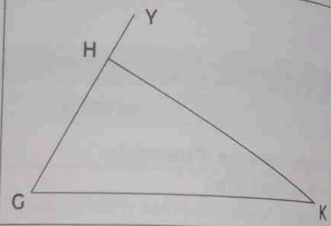
savoirs	savoir-faire
Angle, mesure d'un angle • Vocabulaire : - angle, sommet, côtés d'un angle ; - angle droit ; angle plat ; angle nul ; - angle aigu ; angle obtus ; angles adjacents	• Mesurer un angle donné. • Reconnaître et tracer : un angle aigu ; un angle obtus ; un angle droit ; un angle plat ; deux angles adjacents. • Calculer des mesures d'angles dans une configuration d'angles adjacents.
Construction d'angles • Vocabulaire : Angles superposables.	• Construire un angle de mesure donnée à l'aide du rapporteur et de la règle • Reproduire un angle donné à l'aide de la règle et du compas. • Construire un triangle connaissant les mesures : – de deux côtés et de l'angle "compris" entre ces deux côtés , – de deux angles et du côté "compris" entre ces deux angles.
Bissectrice d'un angle • Définition : La bissectrice d'un angle est la droite qui passe par le sommet de cet angle et qui le partage en deux angles de même mesure.	• Construire la bissectrice d'un angle donné à l'aide du rapporteur et de la règle. • Calculer des mesures d'angles dans des configurations.

Exercice du cours

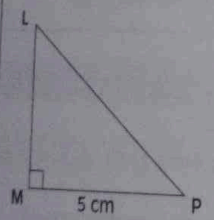
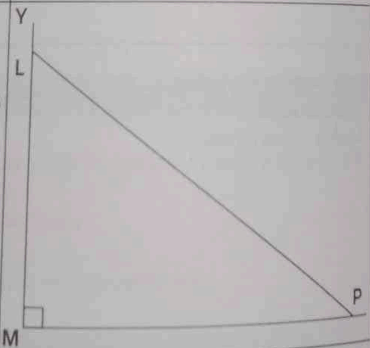
♦ **Exercice 2.c p. 59**

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Construction
	On construit successivement : • le segment [AR] de longueur 6 cm • l'angle $\widehat{RAY}$ de 95° • l'angle $\widehat{ARX}$ de 30° S est le point d'intersction des demi-droites [AY) et [RX).	

♦ **Exercice 2.d p. 59**

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Construction
	On construit successivement : • le segment [GK] de longueur 6,7 cm • l'angle $\widehat{KGY}$ de 62° H est sur la demi-droite [GY) à 3,5 cm de G.	

♦ **Exercice 2.e p. 59**

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Construction
	On construit successivement : • le segment [MP] de longueur 5 cm • l'angle droit $\widehat{PMY}$ (équerre ou rapporteur) L est sur la demi-droite [MY) à 4 cm de M.	

♦ **Exercice 3.a p. 60**

Commentaire

Il est impératif d'utiliser le rapporteur (les élèves de sixième ne connaissent pas la propriété caractéristique de la bissectrice: ensemble des points équidistants des côtés de l'angle ; ils ne peuvent donc pas utiliser le compas pour cette construction.)

Méthode de construction :

- Mesurer l'angle $\widehat{XDZ}$ avec le rapporteur

- Calculer la moitié de ce nombre
- Construire la demi-droite [DY) telle que les angles $\widehat{XDY}$ et $\widehat{YDZ}$ soient adjacents et que la mesure de $\widehat{XDY}$ soit la moitié de celle de $\widehat{XDZ}$: la droite (DY) est la bissectrice de l'angle $\widehat{XDZ}$.

♦ **Exercice 3.b p. 60**

Même commentaire que pour l'exercice précédent.

Méthode de construction :

- Mesurer l'angle $\widehat{WEP}$ avec le rapporteur et construire sa bissectrice (cf exercice 3.a).
- Mesurer l'angle $\widehat{IEP}$ avec le rapporteur et construire sa bissectrice (cf exercice 3.a).
- On vérifie à l'aide du rapporteur ou de l'équerre que ces deux bissectrices sont perpendiculaires.

Commentaire

Connaissant la mesure de l'angle $\widehat{WEP}$, on peut déduire celle de l'angle $\widehat{IEP}$ par le calcul suivant : mes $\widehat{IEP}$ = 180° – mes $\widehat{WEP}$

Exercices d'entraînement

♦ **Exercice n°19 p. 62**

Les angles $\widehat{HAB}$ et $\widehat{HAC}$ sont adjacents. La somme de leurs mesures est 90° car la mesure de $\widehat{BAC}$ est 90°. Donc mes $\widehat{HAC}$ = 90° – mes $\widehat{HAB}$; la mesure de $\widehat{HAC}$ est 70°.

Commentaire

En classe de 6e, on ne sait pas que la somme des mesures en degrés des angles d'un triangle est 180, ni, a fortiori, que la somme des mesures en degrés des angles aigus d'un triangle rectangle est 90.

♦ **Exercice n°21 p. 62**

Commentaires

On va calculer les mesures des angles de proche en proche en utilisant les angles plats et les angles adjacents. Les élèves de la classe de 6e ne savent pas encore que des angles opposés ont même mesure. Cette propriété sera étudiée en classe de 5e.

Calculs

mes $\widehat{DOB}$ = 180° – mes $\widehat{AOB}$, donc mes $\widehat{AOB}$ = 140°

mes $\widehat{COD}$ = 180° – mes $\widehat{DOB}$, donc mes $\widehat{COD}$ = 40°

mes $\widehat{AOC}$ = 180° – mes $\widehat{AOB}$, donc mes $\widehat{AOC}$ = 140°

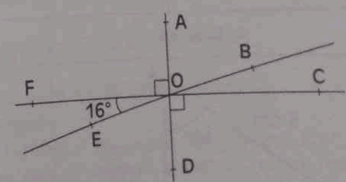
♦ **Exercice n°22 p. 62**

- Première figure : même méthode qu'à l'exercice précédent.
- Deuxième figure : nommons les demi-droites

mes $\widehat{DOE}$ = 90° – 16°, donc mes $\widehat{DOE}$ = 74°

mes $\widehat{BOA}$ = 180° – 90° – 16°, donc mes $\widehat{BOA}$ = 74°

mes $\widehat{BOC}$ = 90° – 74°, donc mes $\widehat{BOC}$ = 16°

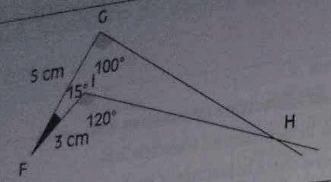


- Troisième figure : même type de raisonnement.

♦ **Exercice n°28 p. 62**

Ces exercices sont de même type que les exercices 2.c et 2.d p. 59; ils se traitent de la même manière. Remarquons qu'ici, l'esquisse est fournie par l'énoncé.

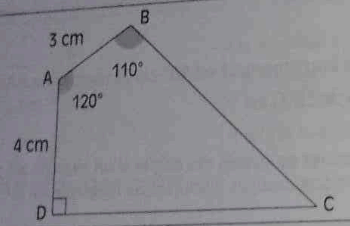
♦ Exercice n°29 p. 63

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction
	L'élève sait construire : - un angle de mesure donnée ; - un segment de longueur donnée. Il devra donc organiser sa construction de manière à la terminer par celle du point H. En conséquence, l'élève devra d'abord faire apparaître les points F, I et G, dans l'ordre qu'il souhaite.

Commentaires

- *L'élève pourra écrire son programme de construction.*
- *Peut-on réaliser cette construction " sans lever le crayon " ? L'élève devra découvrir qu'il est nécessaire de commencer la construction par celle de l'angle de sommet I (ou de sommet G) en traçant d'abord la demi-droite qui contiendra le point H.*

♦ Exercice n°30 p. 63

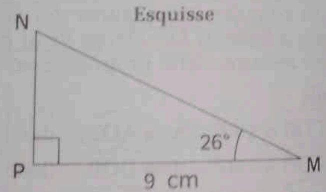
1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction
	L'esquisse suggère de construire les points A, B, D, puis le point C. (Se référer à la méthode de construction de l'exercice précédent.)

♦ Exercice n°31 p. 63

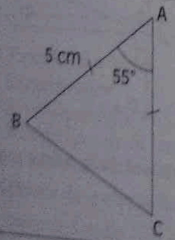
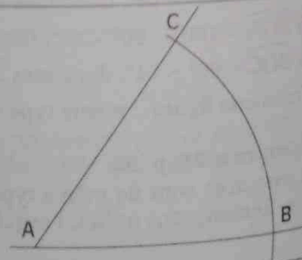
Cet exercice est de même type que l'exercice 2.c p. 59.

Remarquons que l'angle droit $\widehat{MPN}$ peut être construit à l'aide de l'équerre ou du rapporteur.

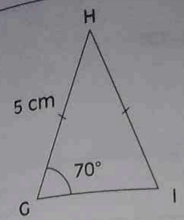
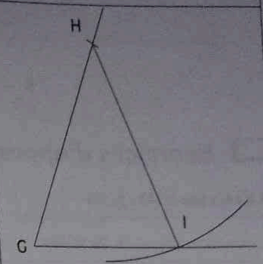
Esquisse



♦ Exercice n°32 p. 63

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Construction
	Le point A étant placé, l'esquisse suggère de construire un angle de 55° et de sommet A. Les points B et C sont situés sur : - les côtés de cet angle ; - le cercle de centre A et de rayon 5 cm.	

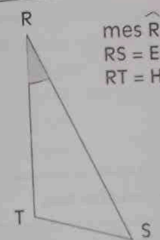
♦ **Exercice n°33 p. 63**

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Construction
	Le point G étant placé, l'esquisse suggère de construire un angle de 70° de sommet G. • Le point H est situé sur l'un des côtés de cet angle à 4 cm de G. • Le point I est situé sur : - le 2e côté de l'angle - le cercle de centre H et de rayon 4 cm.	

Commentaires

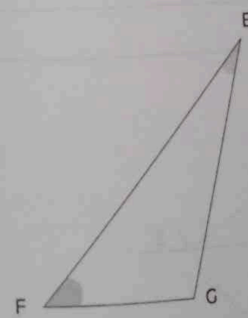
- *On peut aussi commencer la construction par le point H.*
- *L'élève pourra écrire son programme de construction.*
- *On peut ici aussi réaliser cette construction " sans lever le crayon ". On a deux chemins possibles.*

♦ **Exercice n°34 p. 63**

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Programme de construction
 mes $\widehat{R}$ = mes $\widehat{A}$ RS = EF RT = HK	Il s'agit encore de construire un triangle RST connaissant les longueurs des côtés [RS] et [RT] et un angle de même mesure que l'angle $\widehat{SRT}$ On a donc à reproduire, au compas et à la règle non graduée, un angle et deux segments donnés.	On construit successivement : • Une droite (D), support de [RS] • Le segment [RS] de même longueur que le segment [EF] ; • L'angle $\widehat{SRX}$ de même mesure que l'angle $\widehat{A}$; • Sur la demi-droite [RX), on place le point T tel que RT = HK

♦ **Exercice n°35 p. 63**

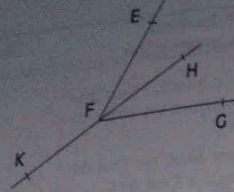
C'est un exercice analogue au précédent.

1. Esquisse	2. Programme de construction
 mes $\widehat{E}$ = mes $\widehat{BAC}$ mes $\widehat{F}$ = mes $\widehat{ABD}$ EF = AB	On construit successivement à l'aide de la règle et du compas : - une droite (D), support de [EF] ; - un segment [EF] de même longueur que le segment [AB] ; - l'angle de sommet E de même mesure que l'angle $\widehat{BAC}$; - l'angle de sommet F de même mesure que l'angle $\widehat{ABD}$. (On veillera à ce que les angles de sommets E et F, qui ont un côté de support commun, aient leurs deuxième côtés sécants.) On place le point G.

♦ **Exercice n°s36 et 38 p. 63**

Ces exercices sont du type de l'exercice 3.a p. 60.

♦ Exercice n°40 p. 64



• mes $\widehat{EFH} = 60° : 2$

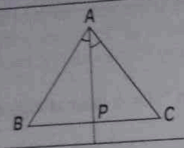
mes $\widehat{EFH} = 30°$

• mes $\widehat{EFK} = 180° - 30°$

mes $\widehat{EFK} = 150°$

Exercices d'approfondissement

♦ Exercice n°43 p. 64

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction
	Le point P cherché est situé sur : - la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$; - le segment [BC]. Il suffit donc de construire cette bissectrice (avec le rapporteur).

♦ Exercice n°44 p. 64

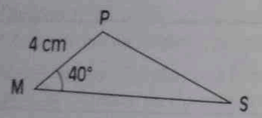
Il est interdit de construire le point C en prolongeant les demi-droites d'origine A et B.

Il s'agit, ici, de reproduire le triangle ABC connaissant :

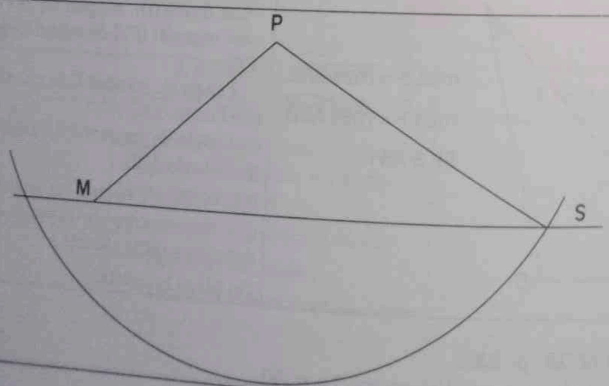
- le segment [AB] ;
- les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$.

On pourra se référer à l'exercice 2.c p. 59.

♦ Exercice n°45 p. 64

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction
	Le point M étant placé, l'esquisse suggère de construire un angle de 40° et de sommet M. Le point P est situé sur l'un des côtés de cet angle à 4 cm du point M. Le point S est situé sur : - l'autre côté de l'angle ; - le cercle de centre P et de rayon 5 cm.

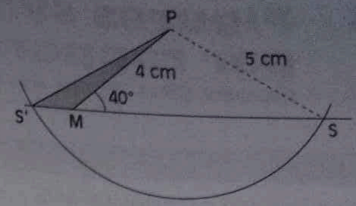
3. Construction



Commentaires

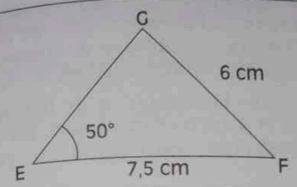
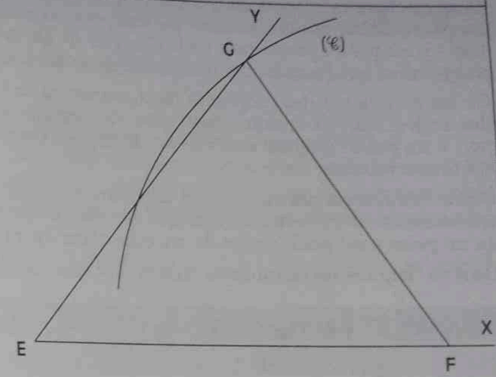
• *Attention à faire prendre conscience aux élèves que le point S' ne convient pas ! Car le triangle MPS' ne vérifie pas toutes les données de l'exercice.*

• *On pourra rapprocher cet exercice de l'exercice 2.h p. 49.*



♦ Exercice n°46 p. 64

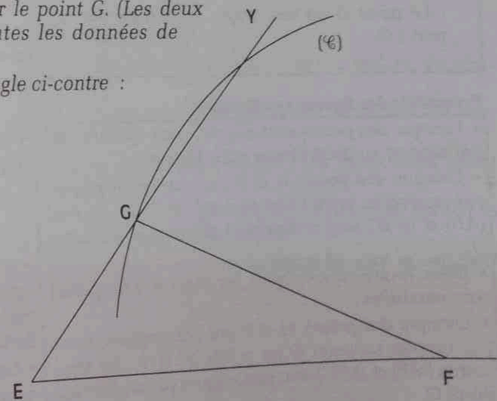
Cet exercice est du même type que le précédent.

1. Esquisse	3. Construction
	
2. Programme de construction	
• Construire un angle $\widehat{XEY}$ de 50° ; • Placer le point F sur la demi-droite [EX) telle que [EF] = 7,5 cm ; • Tracer le cercle (𝒞) de centre F et de rayon 6 cm. On désigne par G un point d'intersection du cercle (𝒞) et la demi-droite [EY).	

Commentaire

Le cercle (𝒞) coupe la demi-doite [EY) en deux points. En conséquence, on a deux possibilités pour choisir le point G. (Les deux triangles ainsi obtenus vérifient bien toutes les données de l'exercice.)

Les élèves pourront aussi construire le triangle ci-contre :



5. Figures symétriques par rapport à un point

(pages 65 à 76 du livre de l'élève)

Objectifs

L'objectif essentiel de ce chapitre est de permettre à l'élève de maîtriser la notion de figures symétriques par rapport à un point et d'utiliser les propriétés de ces figures symétriques.

Commentaires

Dans ce chapitre, il est donc seulement question de figures symétriques par rapport à un point ; on ne parlera donc pas de symétrie centrale, car la notion d'application - ni a fortiori celle de bijection - n'est pas au programme de la classe de 6e. On évitera l'utilisation des tableaux de correspondance, ainsi que l'emploi des termes image, antécédent et des notations du type $S_o(A)$ ou $A \to A'$.

On ne parlera pas des propriétés de conservation de l'alignement, de la distance et de la mesure des angles, mais de droites symétriques, de segments symétriques et d'angles symétriques par rapport à un point. L'accent sera mis sur le fait que deux figures symétriques par rapport à un point sont superposables.

On ne démontrera pas qu'un point est centre de symétrie d'une figure ; mais on se limitera à la reconnaissance d'un centre de symétrie éventuel d'une figure. On pourra amener l'élève à prouver qu'un point n'est pas le centre de symétrie d'une figure donnée.

Dans ce chapitre, les instruments utilisés sont essentiellement le papier calque, la règle et le compas.

Savoirs et savoir-faire

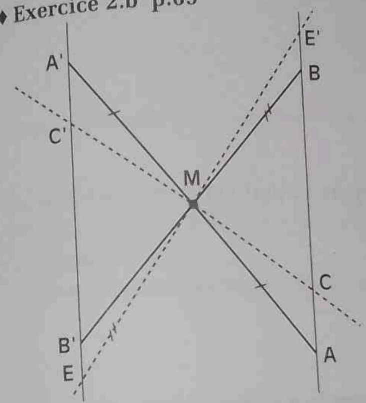
savoirs	savoir-faire
Points symétriques • Définition : - Deux points M et P sont symétriques par rapport à un point O *signifie que* O est le milieu du segment [MP]. - Le point O est son propre symétrique par rapport à O.	• Reconnaître sur une figure deux points symétriques par rapport à un point donné. • Construire le symétrique d'un point par rapport à un point donné. • Utiliser la définition pour justifier que deux points sont symétriques par rapport à un point donné.
Propriétés des figures symétriques • Lorsque des points sont alignés, leurs symétriques par rapport au point O sont aussi alignés. • Lorsque des points A et B ont pour symétriques par rapport au point O les points A' et B', les droites (AB) et (A'B') sont symétriques par rapport au point O. • Deux droites symétriques par rapport à un point sont parallèles. • Lorsque des points M et P ont pour symétriques par rapport au point O les points M' et P', les segments [MP] et [M'P'] sont symétriques par rapport au point O. • Deux segments symétriques par rapport à un point ont même longueur. • Deux angles symétriques par rapport à un point ont même mesure.	• Construire par rapport à un point donné, le symétrique : - d'une droite ; - d'un segment ; - d'un angle. • Utiliser une (ou plusieurs) propriété(s) pour construire par rapport à un point donné, le symétrique d'un point, d'un segment, d'un angle, d'une droite, d'une configuration, de façon performante. • Utiliser les propriétés des figures symétriques par rapport à un point, pour justifier que : - trois points sont alignés ; - deux angles ont la même mesure ; - deux droites sont parallèles ; - deux segments ont la même longueur.

savoirs	savoir-faire
Figures admettant un centre de symétrie • **Définition :** Un point O est un centre de symétrie d'une figure $\mathcal{F}$ *signifie que* chaque point de $\mathcal{F}$ a pour symétrique par rapport à O un point de $\mathcal{F}$. • **Propriété :** Le centre d'un cercle est le centre de symétrie de ce cercle.	• Reconnaître qu'un point donné est le centre de symétrie d'une figure. • Construire, s'il existe, le centre de symétrie d'une figure.

Exercices du Manuel

❑ Exercices du cours

♦ **Exercice 2.b p.69**



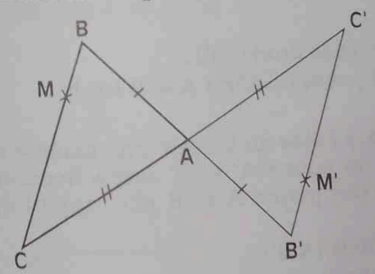
• En utilisant le codage de la figure, on justifie que :
- les points A et A' sont symétriques par rapport au point M ;
- les points B et B' sont symétriques par rapport au point M.

Donc les droites (AB) et (A'B') sont symétriques par rapport au point M.

• Le point C', symétrique du point C par rapport au point M, est situé sur :
- la droite (A'B') ;
- la droite (CM).

• Le point E', symétrique du point E par rapport au point M, est situé sur :
- la droite (AB) ;
- la droite (EM).

♦ **Exercice 2.c p.69**



Construction des points B' et C'

• B' est sur la droite (AB) tel que A soit le milieu du segment [BB'].

• C' est sur la droite (AC) tel que A soit le milieu du segment [CC'].

Donc le symétrique du segment [BC] par rapport au point A est le segment [B'C'].

Le point M étant sur le segment [BC], le point M' est sur le segment [B'C'] tel que : B'M' = BM.

À l'aide du compas, on place le point M' sur le segment [B'C'].

♦ **Exercice 2.e p.70**

• D'après la figure, par rapport au point O :
- le point A a pour symétrique le point E ;
- le point B a pour symétrique le point F ;
- le point C a pour symétrique le point G.

• Les segments [AC] et [EG] sont symétriques par rapport au point O. Le point H étant sur le segment [AC], son symétrique H' par rapport au point O est situé sur le segment [EG].

• Les angles $\widehat{BHC}$ et $\widehat{FH'G}$ sont symétriques par rapport au point O, donc ils ont même mesure.
L'angle $\widehat{BHC}$ étant droit, l'angle $\widehat{FH'G}$ est aussi droit.

Par conséquent, (FH') est la hauteur passant par F dans le triangle EFG .

Commentaires
On aurait pu faire la construction de la manière suivante :
- *on construit le point O, intersection des droites (CG) et (AE) ;*
- *on construit le point H', symétrique du point H par rapport au point O.*

Cette construction est moins performante et ne fait pas intervenir la propriété énoncée sur les angles symétriques par rapport à un point.

♦ **Exercice 3.a p.71**
Les figures admettant le point O comme centre de symétrie sont : la figure 3, la figure 4 et la figure 5.

Commentaire
Pour prouver aux élèves que le point O n'est pas un centre de symétrie pour les figures 1, 2 et 6, il suffira de leur montrer par construction, qu'au moins un point de la figure considérée admet un symétrique (par rapport à O) qui n'est pas un point de la figure.

Exercices d'entraînement

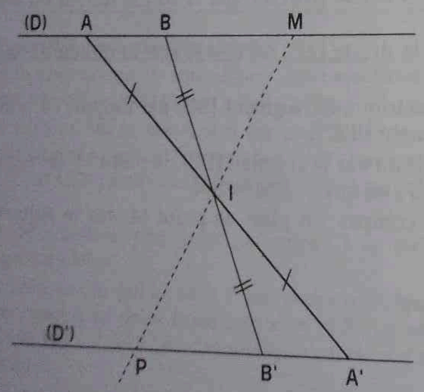
♦ **Exercice n°7 p.72**
Les dessins 1 et 4 sont constitués de figures symétriques par rapport au point O.

Commentaire
Même commentaire que pour l'exercice n° 3.a p.71.

♦ **Exercice n°8 p.72**
Dessin 2

Prolongement
On pourra faire compléter les dessins 1, 3 et 4 de façon à ce que le nouveau dessin obtenu soit symétrique par rapport au point O.

♦ **Exercice n°11 p. 73**

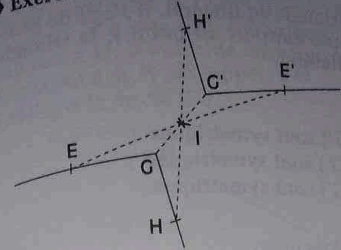


Construction de la droite (D') :
1) Marquer 2 points distincts A et B sur la droite (D).
2) Construire, à l'aide de la règle non graduée et du compas, les points A' et B' respectivement symétriques des points A et B par rapport au point I.
3) Tracer la droite (A'B').
(A'B') est la droite (D'), symétrique de la droite (D) par rapport au point I.

Construction du point P :
Le point P est le point d'intersection de la droite (MI) avec la droite (D') (on n'utilise que la règle non graduée).

Commentaire
On rappelle que les élèves ne sont pas obligés d'expliciter le programme de construction qui leur a permis de réaliser une figure. Cependant, ils doivent justifier la méthode utilisée.

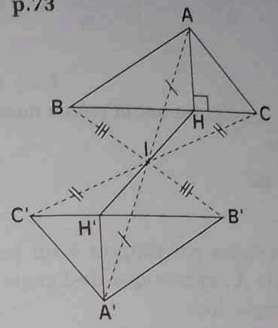
♦ **Exercice n°16 p.73**



• Les points E', G' et H' étant respectivement les symétriques des points E, G et H par rapport au point I, l'angle $\widehat{E'G'H'}$ est symétrique de l'angle $\widehat{EGH}$ par rapport au point I.
• Les angles $\widehat{EGH}$ et $\widehat{E'G'H'}$ ont donc la même mesure .

Propriété utilisée :
Deux angles symétriques par rapport à un point ont la même mesure.

♦ **Exercice n°19 p.73**



• Le point H' est situé sur :
- la droite (B'C') ;
- la droite (IH).

• La droite (A'H') est la hauteur passant par le sommet A' dans le triangle A'B'C'.

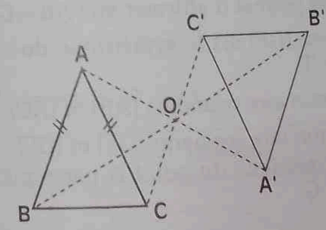
Justification :
L'angle $\widehat{AHC}$ étant droit, son symétrique par rapport au point I, l'angle $\widehat{A'H'C'}$, est droit.

♦ **Exercice n°20 p.74**
Les figures 1 et 3 admettent le point O comme centre de symétrie.

Commentaire
Même commentaire que pour l'exercice 3.a p. 71.

Exercices d'approfondissement

♦ **Exercice n°22 p. 74**



Le triangle ABC étant isocèle en A, il s'agit de justifier que son symétrique par rapport au point O, le triangle A'B'C', est un triangle isocèle en A'.

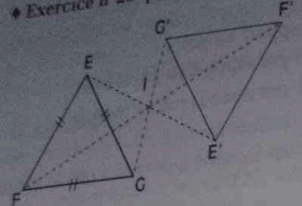
Par rapport au point O :
- les segments [AB] et [A'B'] sont symétriques ;
- les segments [AC] et [A'C'] sont symétriques.

Propriété utilisée :
Deux segments symétriques par rapport à un point ont la même longueur.

Commentaires
• *Sensibiliser les élèves au fait que deux figures symétriques par rapport à un point sont de même nature. (Ce résultat n'est pas établi.)*
• *Les élèves pourront justifier que les triangles ABC et A'B'C' sont superposables.*

Prolongement
Que se passe-t-il si le point O est à l'intérieur du triangle ABC ou sur un côté de ce triangle ?

♦ Exercice n°23 p.74



Le triangle EFG étant un triangle équilatéral, il s'agit de justifier que son symétrique par rapport au point I, le triangle E'F'G', est un triangle équilatéral.

Par rapport au point I :
- les segments [EF] et [E'F'] sont symétriques ;
- les segments [EG] et [E'G'] sont symétriques ;
- les segments [FG] et [F'G'] sont symétriques.

Propriété utilisée :
Deux segments symétriques par rapport à un point ont la même longueur.

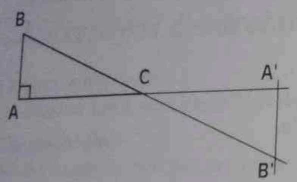
Commentaires :
Mêmes commentaires que pour l'exercice n° 22 p. 74.

♦ Exercice n°24 p.74

Utiliser le fait que deux angles symétriques par rapport à un point ont la même mesure.

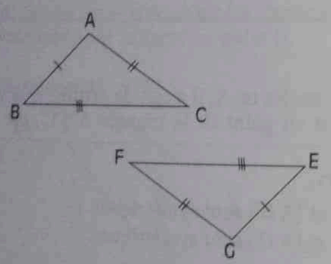
Commentaires
Mêmes commentaires que pour l'exercice n° 22 p. 74.

♦ Exercice n°25 p.74



Deux angles symétriques par rapport à un point ont même mesure, donc l'angle $\widehat{A}'$, symétrique de l'angle $\widehat{A}$ par rapport au point C, est un angle droit.
Pour construire le point A', utiliser une règle non graduée et une équerre suivant la méthode suivante :
1) tracer le support du côté [AC] ;
2) tracer la perpendiculaire à (AC) passant par B'; elle coupe (AC) en A'.

♦ Exercice n°26 p.74



- Le segment [GE] est le symétrique, par rapport à O, du segment [AB].

Justification :
Deux segments symétriques par rapport à un point ont même longueur.
Sur la figure, le codage permet d'affirmer que AB = GE.

- De même, le segment [GF] est le symétrique du segment [AC] car AC = GF.
- Le point A est commun aux segments [AB] et [AC].
- Le point G est commun aux segments [GE] et [GF].

En conséquence, le symétrique du point A par rapport au point O est le point G.

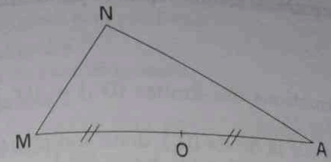
- Par un raisonnement analogue, par rapport au point O :
  - le symétrique du segment [FG] est le segment [AC] ;
  - le symétrique du segment [FE] est le segment [CB].

Donc le symétrique du point F est le point C.
- La droite (FG) est parallèle à la droite (AC). (On utilise la propriété : Deux droites symétriques par rapport à un point sont parallèles.)
- Le point O est le point d'intersection des droites (AG) et (FC).

Commentaires :
1°) On pourra poser la question : Les points B, O et E sont-ils alignés ? Justifier.
2°) Nommer d'autres droites parallèles.

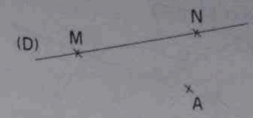
♦ **Exercice n°28 p.74**

Pour construire, à l'aide d'une règle et d'un compas, la droite (D') symétrique de (MN) par rapport à O, il suffit de construire le point N' symétrique de N par rapport à O.
(AN') est la droite (D').

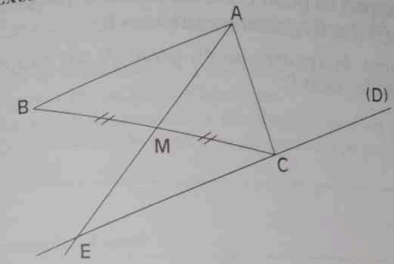


Pour construire, à l'aide d'une règle graduée, la droite (D') passant par A et parallèle à (D), on peut se placer dans la situation précédente :
- choisir deux points M et N sur (D) ;
- placer le milieu O de [AM] ;
- construire le point B, symétrique de N par rapport à O.

La droite (AB) est la droite (D').



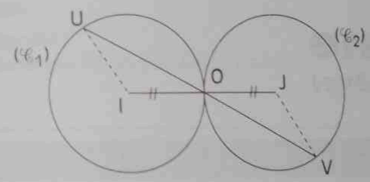
♦ **Exercice n°29 p.74**



Le point E symétrique de A par rapport à M est situé sur :
- la droite (AM)
- la droite (D) passant par C et parallèle à (AB).

Il suffit donc de construire la droite (D) qui est la parallèle à la droite (AB) passant par C, en utilisant la règle non graduée et l'équerre.

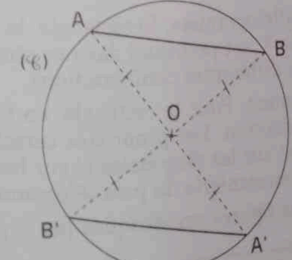
♦ **Exercice n°30 p.74**



($\mathscr{C}_1$) et ($\mathscr{C}_2$) ont même rayon et ont pour point commun le point O, milieu de [IJ].

- On veut justifier qu'un point de ($\mathscr{C}_1$) a son symétrique sur ($\mathscr{C}_2$). U est un point de ($\mathscr{C}_1$). Le point V, symétrique de U par rapport à O, est sur ($\mathscr{C}_2$) car JV = IU.
- L'étude précédente donne une méthode de construction à l'aide d'une règle non graduée, du symétrique par rapport à O d'un point M de ($\mathscr{C}_1$).

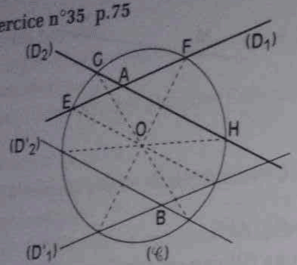
♦ **Exercice n°32 p.75**

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction
	• Construction de la corde [AB] Le point A étant placé sur le cercle $\mathscr{C}$(O ; 4), le point B est situé sur : - le cercle $\mathscr{C}$(O ; 4) ; - le cercle $\mathscr{C}$(A ; 5). • Construction du segment [A'B'] Le point O est le centre de symétrie du cercle $\mathscr{C}$(O ; 4). D'où : 1) le point A', symétrique du point A par rapport au point O, est sur le cercle $\mathscr{C}$(O;4) et sur la droite (AO) ; 2) le point B', symétrique du point B par rapport au point O, est sur le cercle $\mathscr{C}$(O;4) et sur la droite (BO).

♦ **Exercice n°33 p.75**
Commentaire
Voir l'exercice n° 32 : (D) = (AB), alors (D') = (A'B').

♦ **Exercice n°34 p.75**
Commentaire
On se ramène à l'exercice précédent en construisant un cercle de centre O qui coupe la droite (D) en deux points distincts A et B.

♦ **Exercice n°35 p.75**



Pour les constructions des droites (D'_1) et (D'_2), voir l'exercice n° 33 p.75.
- Le point A est sur la droite (D_1), donc son symétrique par rapport au point O est sur la droite (D'_1)
- Le point A est aussi sur la droite (D_2), donc son symétrique par rapport au point O est sur la droite (D'_2).
- les droites (D'_1) et (D'_2) sont sécantes en B.

Par conséquent, le symétrique du point A par rapport au point O est le point B.

6. Parallélogramme
(pages 77 à 88 du livre de l'élève)

Objectifs

Ce chapitre vise essentiellement :
– à consolider les acquis de l'École Primaire sur le rectangle, le carré et le parallélogramme ;
– à établir le lien entre ces différentes configurations ;
– à utiliser la définition et les propriétés du parallélogramme dans des activités géométriques.

Objectifs

L'élève de 6^e^ arrive de l'École Primaire avec des acquis sur le parallélogramme, le rectangle, le carré et le losange dont il s'est fait de manière isolée une image mentale. C'est pourquoi dans ce chapitre on lui fournit des outils lui permettant de justifier le lien entre ces différentes configurations.

• Le parallélogramme, le rectangle, le carré sont définis explicitement. Pour le rectangle, en tenant compte de la remarque, on peut minimiser les données de la définition. Les propriétés caractéristiques du parallélogramme - toujours en 2 énoncés séparés - portent sur les diagonales et sur les longueurs des côtés opposés. On notera la place importante du centre de symétrie du parallélogramme.

• Certaines propriétés sont admises, cependant les propriétés des figures symétriques par rapport à un point ont permis d'en justifier certaines.

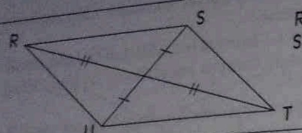
• Le rectangle et le carré sont des parallélogrammes, conformément aux programmes harmonisés, leur caractérisation comme parallélogrammes particuliers interviendront en 5^{e}.

Savoirs et savoir-faire

savoirs	savoir-faire
Parallélogramme	
• **Définition :** Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles. • **Vocabulaire :** Centre du parallélogramme. • **Propriétés :** – Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. – Lorsque les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, ce quadrilatère est un parallélogramme. – Les côtés opposés d'un parallélogramme ont même longueur. – Un quadrilatère qui a ses côtés opposés de même longueur est un parallélogramme. – Le point d'intersection des diagonales d'un parallélogramme est le centre de symétrie de ce parallélogramme.	• Reconnaître un parallélogramme sur une figure. • Connaissant trois de ses sommets, construire un parallélogramme : – à la règle et à l'équerre (en utilisant la définition), – à la règle et au compas (en utilisant les propriétés). • Justifier qu'un quadrilatère donné est un parallélogramme en utilisant : – la définition, – la mesure des côtés opposés, – le milieu des diagonales.
Rectangle - Carré	
• **Définitions :** – un rectangle est un quadrilatère qui a ses angles droits. – un carré est un rectangle dont les côtés ont même longueur. • **Propriété :** Un rectangle est un parallélogramme.	• Reconnaître dans une figure codée un rectangle, un carré. • Construire un rectangle connaissant la mesure de deux côtés consécutifs. • Construire un carré dont on connaît la mesure du côté. • Justifier qu'un quadrilatère est un rectangle (ou un carré) en utilisant la définition.
Périmètres - Aires	
• Formules de périmètres et d'aires.	• Calculer le périmètre d'un parallélogramme, d'un rectangle connaissant les mesures de deux côtés consécutifs. • Calculer le périmètre d'un carré connaissant la mesure du côté. • Calculer le périmètre d'un triangle connaissant les mesures de ses côtés. • Calculer l'aire d'un rectangle connaissant les mesures de deux côtés consécutifs. • Calculer l'aire d'un carré connaissant la mesure du côté. • Calculer l'aire d'un parallélogramme, d'un rectangle connaissant la mesure d'un côté et celle de la hauteur correspondante.

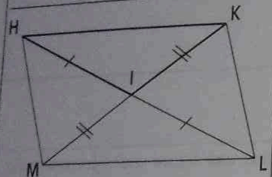
Exercices du cours

♦ Exercice 1.c p.80

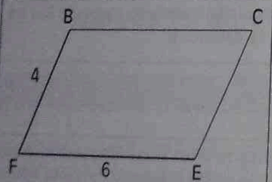
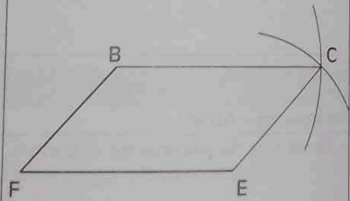
1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction
 RT = 6 SU = 4	Dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu. Il s'agit de construire deux segments sécants, ayant même milieu et de longueurs données.

Commentaire
Conclure qu'il n'y a pas unicité.

♦ Exercice 1.d p.80

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Programme de construction
	Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. Il s'agit de construire les points L et M symétriques respectifs des points H et K par rapport au point I.	1) Tracer la droite (HI) et construire le symétrique L de H par rapport à I. Marquer L. 2) Tracer la droite (KI) et construire le symétrique M de K par rapport à I. Marquer M. 3) Tracer [HK], [KL], [LM] et [MH].

♦ Exercice 1.f p.81

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Programme de construction
	Trois points non alignés F, B et E tels que FB = 4, FE = 6 Le point C est situé sur : - le cercle de centre B et de rayon 6 cm ; - le cercle de centre E et de rayon 4 cm.	

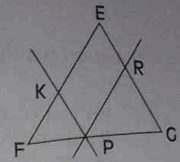
Commentaire
Voir le commentaire de l'exercice 1.c p.80

♦ Exercices 3.a - 3.n p.83

3.a Le périmètre est 43,8 cm.
3.b L'autre côté a pour longueur 7 m.
3.c L'autre côté a pour longueur 8 m.
3.d La longueur du côté est 11 m.
3.e L'aire du rectangle est 37,5 m^2.
3.f L'aire du rectangle est 120 m^2.
3.g L'autre côté a pour longueur 2,5 m.
3.h L'aire du carré est 196 m^2.
3.i La hauteur a pour longueur 8 m.
3.j L'aire du triangle est 14 cm^2.
3.k La hauteur a pour longueur 2,5 m.
3.l Le périmètre est 28 cm.
3.m Le côté [AE] a pour longueur 8 m.
3.n Le périmètre du triangle est 24 dam.

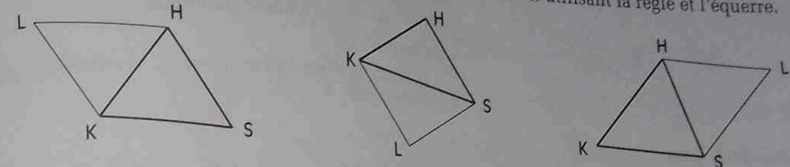
Exercices d'entraînement

♦ Exercice n°2 p.84



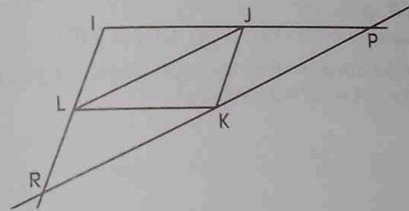
Le quadrilatère EKPR est un parallélogramme.
Justification :
(KP) // (ER) et (EK) // (RP) d'après la construction des points P et R.

♦ Exercice n°3 p.84
Dans un parallélogramme, les côtés opposés ont des supports parallèles.
Il s'agit ici de construire des parallèles à des droites données en utilisant la règle et l'équerre.



Commentaire
Il y a trois positions possibles pour le 4e sommet L ; les trois figures précédentes correspondent aux trois parallélogrammes HLKS, HKLS et HKSL.

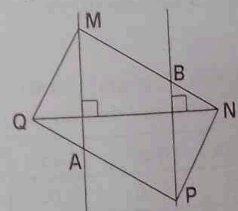
♦ Exercice n°4 p.84



Le quadrilatère JPKL est un parallélogramme car ses côtés opposés ont des supports parallèles.
Justification :
1) (LJ) // (KP) d'après l'énoncé.
2) (JP) // (KL) car IJKL est un parallélogramme.
Le quadrilatère KRLJ est un parallélogramme (même type de justification que précédemment).

Prolongement
On pourra poser la question suivante :
Justifier que les trois points J, K et L sont les milieux respectifs des segments [IP], [PR] et [IR].

♦ Exercice n°5 p.84

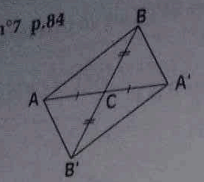


Le quadrilatère MBPA est un parallélogramme car ses côtés opposés ont des supports parallèles.
Justification :
1) (MB) // (AP) car MNPQ est un parallélogramme
2) (MA) // (PB) car les droites (MA) et (PB) sont perpendiculaires à une même droite qui est la droite (QN).

♦ Exercice n°6 p.84
Les figures 1 , 2 , 4 et 6 sont des parallélogrammes.
Commentaire
Le professeur demandera aux élèves de justifier les réponses.
Justifications :
Parallélogramme 1 : les supports des côtés opposés sont parallèles.

Parallélogramme 4 : les diagonales se coupent en leur milieu.
Parallélogramme 6 : les côtés opposés sont de même longueur.
Parallélogramme 2 : cas particulier du parallélogramme 6.

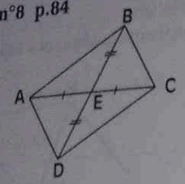
♦ **Exercice n°7 p.84**



Le quadrilatère ABA'B' est un parallélogramme.

Justification :
Les diagonales [AA'] et [BB'] se coupent en leur milieu C, car A' est le symétrique de A par rapport à C et B' est le symétrique de B par rapport à C.

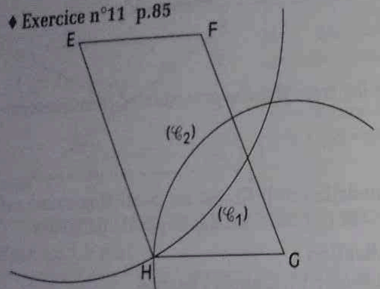
♦ **Exercice n°8 p.84**



Pour construire le parallélogramme ABCD, on utilisera la méthode de construction de l'exercice 7, où E est le centre du parallélogramme.

Commentaire
On pourra utiliser l'exercice n° 7, comme préalable à l'exercice n° 8 .

♦ **Exercice n°11 p.85**



Programme de construction en utilisant uniquement le compas :
1) Tracer le cercle $(\mathscr{C}_1)$, de centre E et de rayon FG.
2) Tracer le cercle $(\mathscr{C}_2)$, de centre G et de rayon EF.
3) Les cercles $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$ se coupent en 2 points. Placer H en l'un de ces points tel que EFGH soit un parallélogramme.
4) Tracer les côtés [EF], [FG], [GH] et [HE].

Propriété utilisée : les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

♦ **Exercice n°14 p.85**
Les quadrilatères 2, 3 et 4 sont des rectangles.
Les quadrilatères 2 et 4 sont des carrés.

Commentaires
1°) On demandera aux élèves de justifier les réponses.
2°) On pourra poser les questions suivantes :
a) Pourquoi le quadrilatère 6 n'est pas un rectangle?
b) Quels codages pourraient-on supprimer sur le quadrilatère 3 sans modifier sa nature?

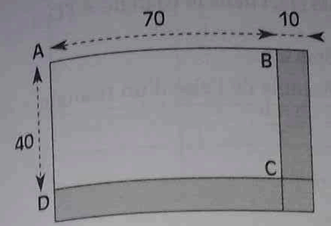
♦ **Exercices n° 24-39 p.86**
n° 24 Le périmètre est 66 m.
n° 25 La longueur de l'autre côté est 75 m.
n° 26 L'aire du champ est 8772 m^2.
n° 27 La longueur de l'autre côté est 31 m.
n° 28

La longueur du premier côté est :	35 m	21, 5 m	30 m	6 m
La longueur du deuxième côté est :	14 m	17 m	16 m	4 m
Le périmètre est :	98 m	38,5 m	92 m	20 m
L'aire est :	490 m^2	365,5 m^2	480 m^2	24 m^2

n° 30 La longueur de l'autre côté est 68 m.
n° 31 L'aire est 480 m^2.
n° 32 La longueur du côté est 60 m.
n° 33 Le périmètre est 48 m.
n° 34 Le côté du carré a pour longueur 857,5 m.
n° 35 L'aire est 600,25 m^2.
n° 36 L'aire est 2652,25 m^2.
n° 37 L'aire du triangle est 50 m^2.
n° 38 La longueur est 76 m.
n° 39 La hauteur a pour longueur 12 cm.

Exercices d'approfondissement

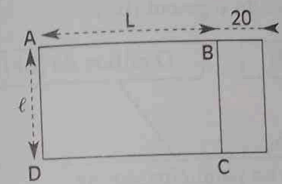
♦ **Exercice n°40 p. 86**



Calcul du périmètre du rectangle ABCD :
$\mathscr{P} = (L + \ell) \times 2$
$\mathscr{P} = (70 + 40) \times 2$
$\mathscr{P} = 220$
Le périmètre du rectangle est 220 cm.
Pour le nouveau rectangle, la longueur et la largeur ont augmenté de 10 cm ; son périmètre vaut :
$\mathscr{P}' = [(L + 10) + (\ell + 10)] \times 2$
$\mathscr{P}' = (L + \ell + 20) \times 2$
$\mathscr{P}' = (L + \ell) \times 2 + 20 \times 2$
$\mathscr{P}' = \mathscr{P} + 40$
Le périmètre a augmenté de 40 cm.

Commentaires
- *On pouvait calculer les nouvelles dimensions, puis le nouveau périmètre $\mathscr{P}'$ et en déduire l'augmentation de périmètre.*
- *Si on avait augmenté la longueur des côtés du rectangle ABCD de 30 cm, combien de centimètres devrait-on ajouter au périmètre de ce rectangle pour obtenir celui du nouveau rectangle ?*

♦ **Exercice n°41 p. 86**



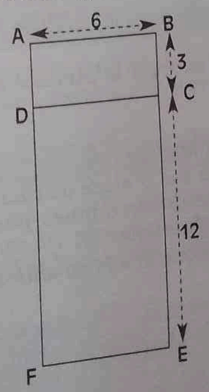
$\mathscr{P}$: périmètre du rectangle ABCD
$\mathscr{P} = (L + \ell) \times 2$
Le périmètre $\mathscr{P}'$ du nouveau rectangle vérifie :
$\mathscr{P}' = [(L + 20) + \ell] \times 2$
$\mathscr{P}' = [(L + \ell) + 20] \times 2$
$\mathscr{P}' = (L + \ell) \times 2 + 20 \times 2$
$\mathscr{P}' = \mathscr{P} + 40$
Le périmètre a augmenté de 40 cm.

Commentaires
- *Contrairement à l'exercice n° 40 p. 86, il n'est pas possible de calculer le périmètre du rectangle ABCD.*
- *Calculer l'augmentation de périmètre dans les cas suivants :*
- *si l'on ajoute 10 cm à la largeur ;*
- *si l'on ajoute 10 cm à la largeur et 20 cm à la longueur.*

♦ **Exercice n°44 p. 86**
Le périmètre du rectangle ABCD est 18 cm.
Calcul du périmètre du rectangle ABEF :

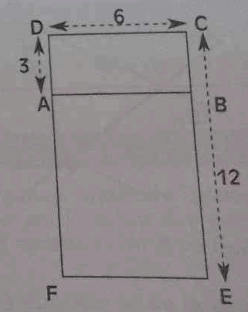
1er cas

$\mathscr{P}_1 = (AB+BE) \times 2$
$\mathscr{P}_1 = (6+15) \times 2$
$\mathscr{P}_1 = 42$

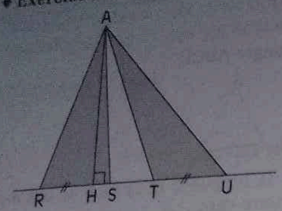


2e cas

$\mathscr{P}_2 = (AB+BE) \times 2$
$\mathscr{P}_2 = (6+9) \times 2$
$\mathscr{P}_2 = 30$



♦ **Exercice n°48 p. 86**



Tracer la perpendiculaire (AH) à (RU) passant par le point A :

- [AH] est à la fois :
  - la hauteur relative au côté [RS] dans le triangle ARS ;
  - la hauteur relative au côté [TU] dans le triangle ATU ;
- RS = TU

Les deux triangles ont la même aire.

Justification : on utilise la formule de l'aire d'un triangle : $\mathscr{A} = \dfrac{b \times h}{2}$.

Prolongement

Comparer les aires des triangles ARS et ATU dans les cas suivants :

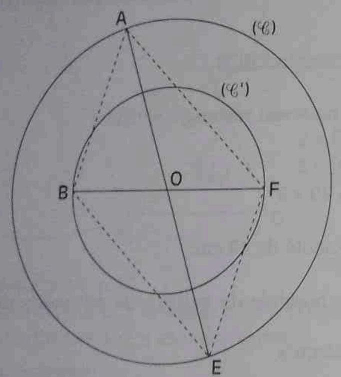
a) $TU = 2 \times RS$; *b) $TU = 3 \times RS$;* *c) $TU = \dfrac{1}{2} \times RS$.*

♦ **Exercice n°49 p. 87**

L'exercice n° 49 utilise la même démarche que l'exercice n° 48. Les triangles ABC, ACE et ACF ont une hauteur commune.

$\mathscr{A}$ire (ACE) = 2 × $\mathscr{A}$ire (ABC) et $\mathscr{A}$ire (ACF) = 3 × $\mathscr{A}$ire (ABC).

♦ **Exercice n°52 p. 88**



Le segment [AE] est un diamètre du cercle (𝒞), donc O est le milieu du segment [AE].
Le segment [BF] est un diamètre du cercle (𝒞'), donc O est le milieu du segment [BF].

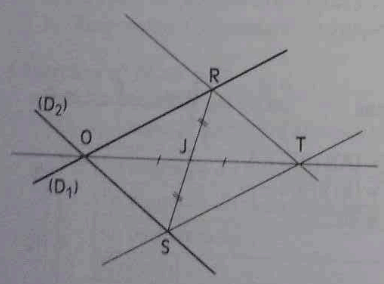
O milieu de [AE]	O milieu de [BF]

ABEF est un parallélogramme

Justification : on utilise la propriété :
" Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme."

♦ **Exercice n°53 p. 88**

Méthode de construction :

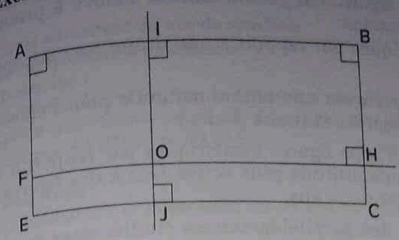


1°) On construit le point T sur la demi-droite [OJ) tel que : OJ = JT
(on pourra utiliser la règle graduée ou le compas)
2°) Par T, on trace la parallèle à (D_2) qui coupe (D_1) en R.
3°) Par T, on trace la parallèle à (D_1) qui coupe (D_2) en S.

Commentaires

1°) Insister sur le mode de construction de la parallèle à une droite donnée passant par un point donné (règle et équerre).
2°) Vérifier que JR = JS en utilisant le compas.

♦ **Exercice n°55 p. 88**



On complète le codage en nommant les points manquants, I et J.
Il y a 9 rectangles.

Commentaires

Le professeur demandera aux élèves si le codage est suffisant (notamment au niveau des angles droits).

7. Figures symétriques par rapport à une droite

(pages 89 à 106 du livre de l'élève)

Objectifs

L'objectif essentiel de ce chapitre est de permettre à l'élève de maîtriser la notion de figures symétriques par rapport à une droite et d'utiliser leurs propriétés .

Commentaires

Comme dans le chapitre 5, on ne parlera pas ici de symétrie orthogonale mais plutôt de figures et de points symétriques par rapport à une droite. En conséquence on évitera l'emploi des termes image, antécédent et l'utilisation des tableaux de correspondance et des notations du type $S_{(D)}(A)$ ou A → A'.

On ne parlera pas des propriétés de conservation de l'alignement, de la distance et de la mesure des angles, mais de droites symétriques, de segments symétriques et d'angles symétriques par rapport à une droite.

On ne démontrera pas qu'une droite est axe de symétrie d'une figure , mais on se limitera à la reconnaissance d'un axe de symétrie éventuel d'une figure. On pourra amener l'élève à prouver qu'une droite n'est pas axe de symétrie d'une figure donnée.

L'accent sera mis sur le fait que deux figures symétriques par rapport à une droite sont superposables.

La notion de figures symétriques par rapport à une droite est une notion naturelle pour l'élève et l'image mentale est généralement aisée à installer (pliage suivant une droite).

On peut penser que l'étude simultanée en classe de 6ᵉ des figures symétriques par rapport à un point ou par rapport à une droite conduira l'élève à une attitude plus active face à des figures et pourra éviter des fixations liées à une étude disjointe sur deux ans.

Par ailleurs, ce chapitre permet de compléter la liste des parallélogrammes étudiés dans le chapitre précédent en introduisant le losange. *" Un losange est un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu et des supports perpendiculaires "*. Cette définition a été choisie pour les raisons suivantes :

– elle est fonctionnelle et opérationnelle car elle permet une construction simple et rapide d'un losange.
– elle correspond assez bien à l'image mentale de l'élève et permet de déduire facilement qu'un losange est un parallélogramme.
– elle permet de justifier que les côtés ont la même longueur.

Savoirs et savoir-faire

Figures symétriques

savoirs	savoir-faire
• Définitions : – Deux points E et F sont symétriques par rapport à une droite (D) signifie que (D) est la médiatrice du segment [EF]. – Tout point M de la droite (D) est son propre symétrique par rapport à (D).	• Reconnaître deux figures symétriques par rapport à une droite. • Reconnaître dans une figure deux points symétriques par rapport à une droite donnée. • Construire le symétrique d'un point par rapport à une droite donnée. • Utiliser la définition pour justifier que deux points sont symétriques par rapport à une droite donnée.

Propriétés des figures symétriques

savoirs	savoir-faire
• Lorsque des points sont alignés, leurs symétriques par rapport à une droite (D) sont aussi alignés. • Lorsque les points A et B ont pour symétriques par rapport à une droite (D) les points A' et B', les droites (AB) et (A'B') sont symétriques par rapport à (D). • Lorsque les points A et B ont pour symétriques par rapport à une droite (D) les points A' et B', les segments [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport à (D). • Deux segments symétriques par rapport à une droite ont la même longueur. • Deux angles symétriques par rapport à une droite ont la même mesure.	• Construire, par rapport à une droite donnée, le symétrique : - d'une droite ; - d'un segment ; - d'un angle. • Utiliser une (ou plusieurs) propriété(s) pour construire, par rapport à une droite donnée, le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un angle, d'un triangle, d'une configuration de façon performante. • Utiliser les propriétés des figures symétriques par rapport à une droite, pour justifier que : - trois points sont alignés ; - deux segments ont même longueur ; - deux angles ont même mesure.

Figures admettant un axe de symétrie

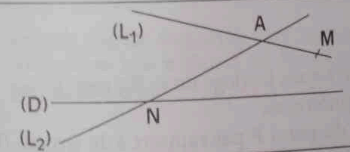
savoirs	savoir-faire
Axe de symétrie d'une figure **• Définition :** *Une droite (D) est un axe de symétrie d'une figure ℱ signifie que chaque point de ℱ a pour symétrique par rapport à (D) un point de ℱ.* **• Propriétés :** – La médiatrice d'un segment est un axe de symétrie de ce segment. – La bissectrice d'un angle est un axe de symétrie de cet angle. – Un diamètre d'un cercle est un axe de symétrie de ce cercle.	• Reconnaître qu'une droite donnée est un axe de symétrie d'une figure donnée. • Construire, s'il existe, un axe de symétrie d'une figure donnée. • Reconnaître et tracer un triangle admettant un axe de symétrie.
Losange **• Définition :** Un losange est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu et ont des supports perpendiculaires. **• Propriétés :** – Les côtés d'un losange ont même longueur. – Un losange est un parallélogramme. – Formule d'aire du losange.	• Utiliser définition et propriété(s) pour construire des losanges.

Exercices du Manuel

Exercices du cours

♦ **Exercice 2.a p. 94**

1. Recherche d'une méthode de construction



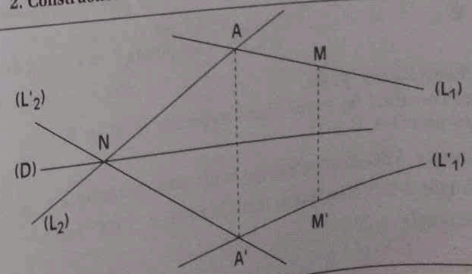
On sait que pour construire le symétrique d'une droite, par rapport à la droite (D), il suffit de construire les symétriques de deux points de cette droite.

2. Construction

Ici, il s'agira de choisir judicieusement deux points sur chacune des droites (L_1) et (L_2).

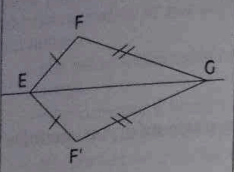
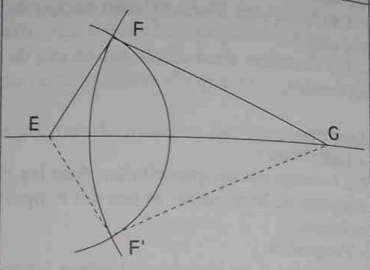
Pour la droite (L_1), on choisit le point A et un autre point M.

Pour la droite (L_2), on choisit les points A et N.



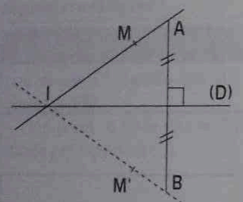
Commentaires
- Ces constructions se font avec la règle graduée et une équerre ou bien avec la règle, l'équerre et le compas.
- Ce problème peut être l'occasion d'un débat organisé par le professeur.

♦ **Exercice 2.c p. 95**
Par rapport à la droite (EG), le point E a pour symétrique le point E et le point G a pour symétrique le point G.
Il suffit donc de construire le point F' symétrique du point F par rapport à la droite (EG).

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Construction de la figure
	Les triangles EFG et EF'G sont symétriques par rapport à la droite (EG). (Ils sont superposables par pliage suivant la droite (EG).) EF = EF' ; GF = GF' Le point F' est donc situé sur : - le cercle $\mathscr{C}$(E ; EF) ; - le cercle $\mathscr{C}$(G ; GF). Les deux cercles passent par F et se recoupent en un autre point, le point F'.	

Commentaire
Ce problème peut être l'occasion d'un débat organisé par le professeur.

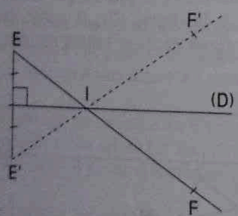
♦ **Exercice 2.d p. 95**



Par rapport à la droite (D) :
- les points A et B sont symétriques (codage de la figure) ;
- I est son propre symétrique ;

donc les segments [IA] et [IB] sont symétriques.
Le point M appartient au segment [IA].
Son symétrique M' est donc un point du segment [IB] tel que :
AM = BM' (car les segments [AM] et [BM'] sont symétriques par rapport à (D)).

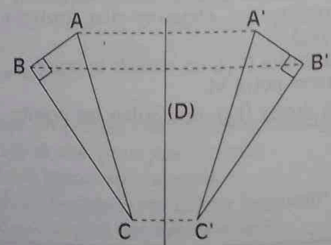
♦ **Exercice 2.e p. 95**



Par rapport à la droite (D) :
- les points E et E' sont symétriques (codage de la figure) ;
- le point I est son propre symétrique.

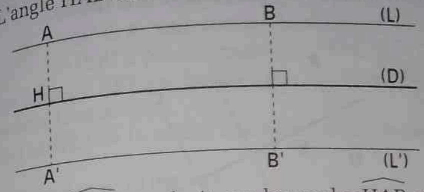
Donc le point F', symétrique du point F par rapport à la droite (D), est un point de la droite (IE') tel que :
- IF' = IF (car les segments [IF'] et [IF] sont symétriques par rapport à (D)) ;
- les points E' et F' sont de part et d'autre du point I.

♦ **Exercice 2.g p. 96**
On construit les symétriques respectifs A', B' et C' des points A, B, et C.
L'angle $\widehat{ABC}$ étant un angle droit, son symétrique l'angle $\widehat{A'B'C'}$ l'est aussi, donc le triangle A'B'C' est rectangle en B'.



Commentaires
- Sensibiliser les élèves sur le fait que deux figures symétriques par rapport à une droite sont de même nature.
- les élèves pourront justifier que les triangles ABC et A'B'C' sont superposables.

♦ **Exercices 2.h p. 96**
Pour construire la droite (L'), il suffit de choisir les points A et B sur la droite (L) et de construire leurs symétriques, A' et B', par rapport à la droite (D).
La droite (A'B') est la droite (L').
L'angle $\widehat{HAB}$ est droit.



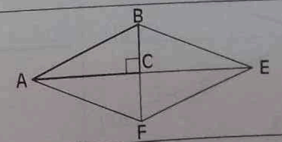
Justification :
(AH) ⊥ (D)   (AB) // (D)
(AH) ⊥ (AB)

L'angle $\widehat{HA'B'}$ est droit, car les angles $\widehat{HAB}$ et $\widehat{HA'B'}$ sont symétriques par rapport à la droite (D).
Les droites (L) et (L') sont parallèles, car elles sont perpendiculaires à la droite (AH).

♦ **Exercice 3.a p. 98**
(D) est un axe de symétrie pour les figures 2-4-5.

Justification
Ces figures sont formées de segments.
On *vérifie* que tous *les segments* de la figure 2 ont pour symétriques des segments de la même figure.
Même vérification pour les figures 4 et 5.
Commentaire
Pour la figure 1 on peut demander aux élèves de construire la figure symétrique avec une autre couleur.
Pour la figure 3, on peut leur demander de tracer à main levée la figure symétrique.

♦ **Exercice 3.b p. 99**

1. Recherche d'une méthode de construction	2. Construction
On sait que les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu et ont des supports perpendiculaires.	

♦ **Exercice 3.c p. 99**
Il suffit d'utiliser la définition du losange. On trace deux droites perpendiculaires en O, on marque :
– sur l'une, les points A et B tels que O soit le milieu de [AB] et AB = 7 ;
– sur l'autre, les points C et D tels que O soit le milieu de [CD] et CD = 6 , l'unité étant le cm.

ACBD est un losange.

♦ **Exercice 3.d p. 99**
On applique la formule du cours : $\mathscr{A} = \frac{1}{2} \times 7{,}5 \times 4$ $\mathscr{A} = 15$ l'aire est 15 cm^2.

♦ **Exercice 3.e p. 99**
On a : $25 = \frac{1}{2} \times 8 \times d = 4 \times d$, donc $d = 25 : 4 = 6{,}25$
L'autre diagonale a pour longueur 6,25 cm.

Exercices d'entraînement

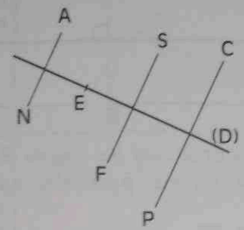
♦ **Exercice n°1 p. 100**
Les dessins numéros 1 et 6 montrent des figures symétriques par rapport à une droite.

Commentaire
Pour les autres dessins on peut faire dessiner à main levée par les élèves la figure symétrique de l'une des "demi-lune" et constater que ce n'est pas l'autre.

♦ **Exercice n°2 p. 100**
Les dessins 1- 4 - 5 montrent que deux points sont symétriques par rapport à la droite tracée.

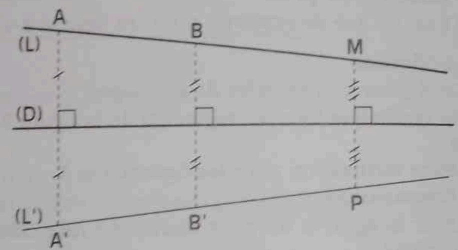
Commentaire
Même commentaire que pour l'exercice précédent.

♦ **Exercice n°5 p. 100**
(D) est la médiatrice des segments [AN], [CP] et [SF].
Le point E est sur la droite (D).

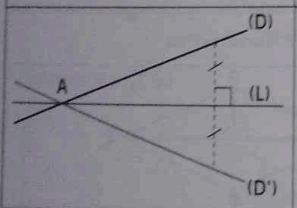
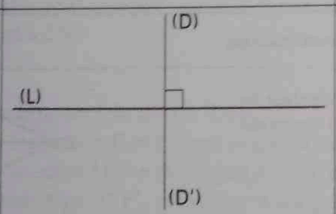
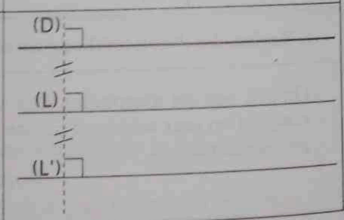


♦ **Exercice n°10 p. 101**
Les droites (L) et (L') sont symétriques par rapport à la droite (D).
On construit la perpendiculaire à (D) passant par le point M. Elle coupe (L') en P.

Justification :
Le symétrique d'un point de la droite (L) est sur :
- la droite (L') ;
- la perpendiculaire à la droite (D) et passant par ce point.



♦ **Exercice n°11 p. 101**

Construction 1	Construction 2	Construction 3
		

♦ **Exercice n°13 p. 101**
Observons la figure. Par rapport à la droite (D) :

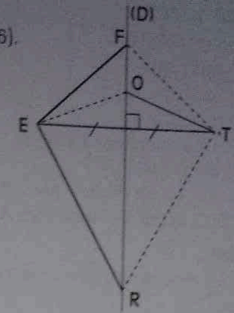
E a pour symétrique J
F a pour symétrique I
G a pour symétrique K
K a pour symétrique G

d'après le codage donné avec la figure.

Donc [EK] a pour symétrique [JG] et [FG] a pour symétrique [IK].
Le point d'intersection L des segments [EK] et [FG] a pour symétrique le point d'intersection N des segments [JG] et [IK].
F a pour symétrique I.
J a pour symétrique E.
Donc les segments [FJ] et [IE] ont même longueur.

♦ **Exercice n°14 p. 101**
On construit le segment [ET] et sa médiatrice (D) (cf page 36).
Par rapport à (D), on sait que :
- E a pour symétrique T ;
- T a pour symétrique E ;
- R a pour symétrique R ;
- O a pour symétrique O ;
- F a pour symétrique F.

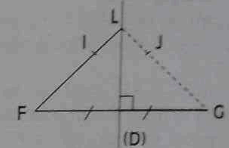
On en déduit que :
- [FE] a pour symétrique [FT] ;
- [OT] a pour symétrique [OE] ;
- [ER] a pour symétrique [TR].



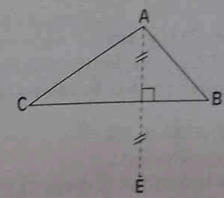
Le triangle EFT est isocèle, car les deux côtés [FE] et [FT], étant symétriques par rapport à (D), ont même longueur.
On justifie de la même manière que les triangles EOT et ERT sont isocèles.

♦ **Exercice n°15 p. 101**
Le point P appartient au segment [AM].
Son symétrique R, par rapport à la droite (D), est donc sur le segment [EN] et tel que : AP = ER (car les segments [AP] et [ER] sont symétriques par rapport à la droite (D).)

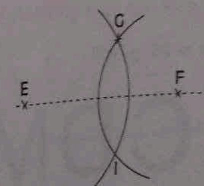
♦ **Exercice n°16 p.102**
Même méthode et même justification que dans l'exercice précédent :
le point J est sur le segment [LG] et est tel que : LJ = LI.



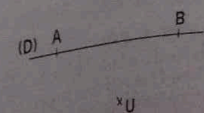
♦ **Exercice n°17 p. 102**
Par rapport à la droite (BC) :
- B a pour symétrique B ;
- A a pour symétrique E ;
- [BA] a pour symétrique [BE].
Donc AB = BE.
Par conséquent, les points A et E appartiennent au cercle de centre B et de rayon BA.
On démontre de même que A et E appartiennent au cercle de centre C et de rayon CA.
Donc A et E sont les points d'intersection de ces deux cercles.
(Voir l'exercice 2.c p. 94.)



♦ **Exercice n°18 p. 102**
D'après l'exercice n°17, G et I sont les points d'intersection de cercles 𝒞 (E ; EG) et 𝒞 (F ; FG).
D'où la construction du point I.



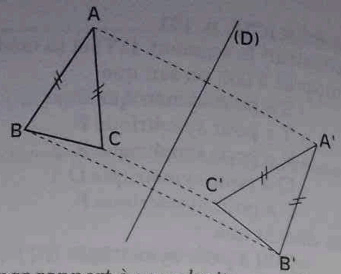
♦ **Exercice n°19 p. 102**
Je choisis deux points A et B sur (D) et je trace les cercles 𝒞 (A ; AU) et 𝒞 (B ; BU).
Ces cercles se coupent en U et U' (cf. ex. n°18).



Commentaire
Cet exercice présenté sans les exercices préliminaires n° 17 et n° 18, constitue un problème ouvert qui pourrait être traité en groupe par les élèves.

♦ **Exercice n°20 p. 102**
Par rapport à la droite (D) :
- A a pour symétrique A' ;
- B a pour symétrique B' ;
- C a pour symétrique C' ;

donc [AB] a pour symétrique [A'B'] et
[AC] a pour symétrique [A'C'].
Puisque AB = AC, on en déduit que : A'B' = A'C'.
Le triangle A'B'C' est donc isocèle en A'.

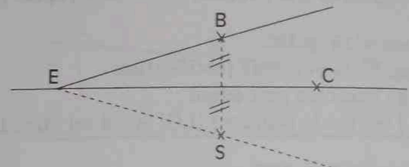


Commentaire :
Sensibiliser les élèves au fait que deux figures symétriques par rapport à une droite sont de même nature.
Les élèves pourront justifier que les triangles ABC et A'B'C' sont superposables.

♦ **Exercice n°21 p. 102**
Même méthode que dans le précédent exercice.

♦ **Exercice n°22 p. 102**
Cet exercice a déjà été traité en 2.g p. 96.

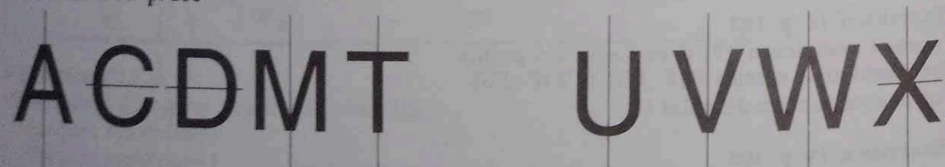
♦ **Exercice n°24 p. 102**
Pour construire le point S, on peut utiliser la règle graduée et l'équerre ou la règle, l'équerre et le compas.
Les angles $\widehat{BEC}$ et $\widehat{SEC}$ sont symétriques par rapport à la droite (EC), ils ont donc même mesure.
Par conséquent, la droite (EC) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BES}$.



♦ **Exercice n°27 p. 103**
La droite (D) est axe de symétrie dans chacun des dessins 1, 2, 3, 6 et 7.
On peut faire constater aux élèves que les autres ne conviennent pas.

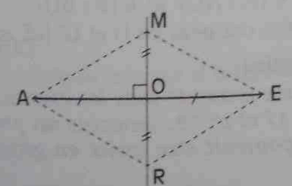
♦ **Exercice n°28 p. 103**
L'axe de symétrie est :
- pour le dessin 1, la droite (D_2) ;
- pour le dessin 2, la droite (L_3) ;
- pour le dessin 3, la droite (D_4).

♦ **Exercice n°29 p. 103**



♦ **Exercice n°34 p. 103**
Voir exercice n° 3.c p.99.

♦ **Exercice n°35 p. 103**
Les diagonales du quadrilatère MARE se coupent en leur milieu O et ont des supports perpendiculaires, donc ce quadrilatère est un losange.



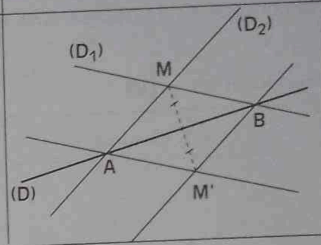
♦ **Exercice n°36 p. 104**
Voir exercice précédent.

♦ **Exercice n°37 p. 104**
Le périmètre est 44 m.

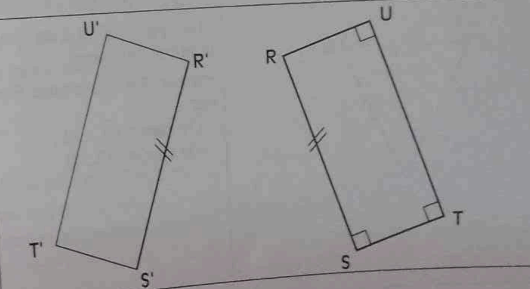
♦ **Exercice n°38 p. 104**
La longueur d'un côté est 32 m (124 : 4 = 32).

❏ Exercices d'approfondissement

♦ **Exercice n°41 p.104**

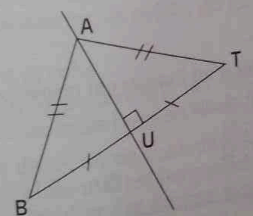
1. Recherche d'un programme de construction	2. Programme de construction	3. Construction
Pour construire le symétrique d'une droite par rapport à une droite (D) donnée, il suffit de construire le symétrique de 2 points de cette droite. Ici, les points A et B sont leurs propres symétriques, la construction du symétrique M' du point M par rapport à (D), suffit.	1) Construire le point M', symétrique du point M par rapport à la droite (D). 2) Tracer la droite (BM'). 3) Tracer la droite (AM').	

♦ **Exercice n°43 p.104-105**

1. Programme de construction	2. Construction
1) Tracer la perpendiculaire à (R'S') passant par R' et la perpendiculaire à (R'S') passant par S'. 2) Placer le point U' sur la 1ᵉ perpendiculaire tel que R'U' = RU (utiliser le compas). 3) Placer le point T' sur la 2ᵉ perpendiculaire tel que S'T' = ST (utiliser le compas). 4) Tracer [U'T'].	

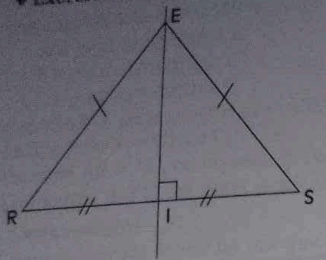
Commentaire
Sensibiliser les élèves au fait que deux figures symétriques par rapport à une droite sont de même nature.

♦ **Exercice n°44 p.105**



1°) Le triangle BAT est isocèle.
Justification :
Deux segments symétriques par rapport à une droite ont même longueur.
2°) (AU) est l'axe de symétrie de ce triangle.
Prolongement :
Construire le symétrique A' de A par rapport à (BT). Quelle est la nature du quadrilatère BATA' ?

♦ **Exercice n°45 p.105**



Le triangle ERS, isocèle en E, admet un axe de symétrie tel que :

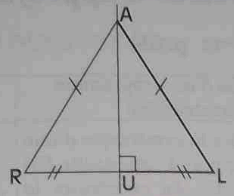
- le point E appartient à cet axe de symétrie ;
- les points R et S sont symétriques par rapport à cet axe de symétrie.

Donc cet axe de symétrie est la médiatrice du segment [RS].

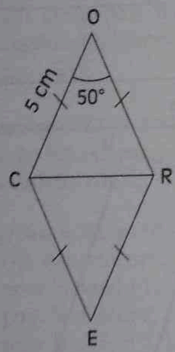
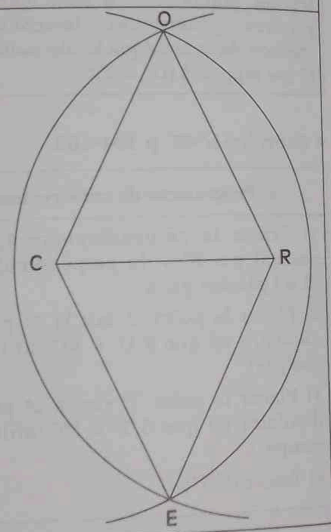
Cet axe de symétrie représente aussi la bissectrice de l'angle $\widehat{E}$ (car les angles $\widehat{REI}$ et $\widehat{IES}$ sont symétriques par rapport à cet axe).

♦ **Exercice n°46 p. 105**

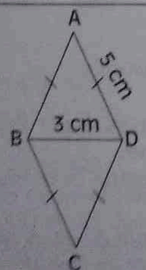
Les segments [AL] et [AR] sont symétriques par rapport à la droite (AU), ils ont donc même longueur.
Par conséquent, le triangle ARL est isocèle en A.



Exercice n°48 p.105

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction	3. Construction
	. On sait construire le triangle OCR, isocèle en O, et tel que : - mes $\widehat{O} = 50°$; - OC = OR = 5. . Les quatre côtés d'un losange ont la même longueur. Par conséquent, le point E est situé sur : - le cercle $\mathscr{C}$(C ; 5) ; - le cercle $\mathscr{C}$(R ; 5).	

♦ **Exercice n°49 p.105**

1. Esquisse	2. Recherche d'une méthode de construction
	• On sait construire le triangle ABD, isocèle en A et tel que : - BD = 3 ; - AB = AD = 5. • Les quatre côtés d'un losange ont même longueur. Le point C est situé sur : - le cercle $\mathscr{C}$(B ; 5) - le cercle $\mathscr{C}$(D ; 5)

♦ **Exercice n°51 p.105**

Il faut ajouter 2 pions au minimum (ce qui correspond aux 2 pions qui n'ont pas de symétriques).

♦ **Exercice n°52 p.105**

Il faut enlever 1 pion au minimum (ce qui correspond au pion qui n'a pas de symétrique).

8. Pavé et cylindre droit

(pages 107 à 118 du livre de l'élève)

OBJECTIFS

Les objectifs de ce chapitre sont :

- l'observation et la description des pavés droits et des cylindres droits ;
- la réalisation de ces solides ;
- l'interprétation de représentations planes des solides.

COMMENTAIRES

Le pavé droit, le cube et le cylindre droit sont des objets géométriques relativement familiers aux élèves. Ici, leur étude est essentiellement basée sur :

- des manipulations d'objets ;
- l'interprétation de représentations ;
- des calculs d'aires et de volumes.

Une clarification des verbes d'action utilisés est nécessaire :

- *reproduire* un objet, c'est réaliser une copie conforme ;
- *décrire* un objet géométrique, c'est communiquer des informations écrites ou orales de nature géométrique permettant de l'identifier, le reproduire, le représenter ;
- *représenter* un objet, c'est le dessiner en utilisant des procédés conventionnels évoluant avec le niveau des élèves, prenant en compte certaines propriétés, négligeant d'autres (exemple : la perspective cavalière) ;
- *construire* un objet géométrique, c'est le réaliser - le fabriquer - non pas à partir de l'objet lui-même mais d'une description ou d'une représentation.

Il est souhaitable de commencer par des activités de manipulation, d'observation, de classement de solides divers (corps ronds, pointus, droits), de dénombrement d'éléments constitutifs. Elles permettent de décrire les objets, de familiariser les élèves avec le vocabulaire spécifique de l'espace.

Pavé droit et cube

L'observation portera sur les sommets, les arêtes, les faces, les supports des arêtes et les plans contenant les faces (vocabulaire, description, dénombrement ...).

En classe de 6e, on ne considérera que des points et des droites contenus dans le plan d'une face ; on pourra alors utiliser les propriétés de géométrie plane que les élèves connaissent. Il est hors de question d'étudier des droites parallèles n'appartenant pas à un même plan contenant une face.

Il est évidemment précoce de parler ici de plans parallèles ou perpendiculaires, de droites et de plans parallèles ou orthogonaux. On pourra, cependant, attirer l'attention des élèves sur la perpendicularité du support d'une arête à un plan contenant une face, mais sans aucune formalisation. Cette remarque justifiera la notion de hauteur dans le calcul de volume.

La réalisation d'un patron (démontage et développement, découpage et assemblage) constitue un réel problème pour l'élève. Un exercice intéressant consistera à demander, à partir d'un patron, de colorier les faces ayant une arête commune avec une face donnée et d'identifier les segments correspondant à une même arête.

On pourra aussi demander à l'élève de dessiner un patron connaissant les longueurs des arêtes. La construction d'un pavé à l'aide d'un patron pose moins de problèmes lorsque le patron donné est classique.

Pour le volume, on considérera que ce concept est loin d'être maîtrisé par tous les élèves issus du CM2 ; il faudra donc, pour certains élèves, matérialiser le volume en empilant des cubes.

La perspective cavalière est hors programme. On se contentera de familiariser les élèves avec ce type de représentation par des activités de lecture.

Cylindre droit

Il est souhaitable de commencer par proposer des exemples extraits de l'environnement. On pourra aussi sensibiliser les élèves au fait que la surface cylindrique peut être engendrée par la rotation d'un rectangle autour de l'un de ses côtés.

La description du cylindre droit conduit à introduire le vocabulaire habituel (base, surface latérale, hauteur).

La réalisation d'un patron donnera lieu à une réflexion sur les différentes possibilités offertes.

Ici encore, la représentation en perspective d'un cylindre est hors programme, ce qui est d'autant plus justifié que cette représentation pose problème quand on considère un cylindre en position horizontale. On pourra encore attirer l'attention des élèves, sans formalisation, sur la notion de droite perpendiculaire au plan de base ; la double équerre en papier en donne une illustration convaincante. L'analogie des formules de volume du pavé et du cylindre droits prendra du sens.

Savoirs et savoir-faire

savoirs	savoir-faire
Pavé droit - cube	
• **Vocabulaire :** Patron, développement, face, sommet, arête, base, face latérale, surface latérale, hauteur. • **Définition :** Un cube est un pavé droit dont les arêtes ont même longueur. • **Formules :** - Volume d'un pavé droit ; - Volume d'un cube.	• Dénombrer les sommets, les arêtes, les faces d'un pavé droit, d'un cube. • Reconnaître deux faces opposées. • Reconnaître et nommer sur un pavé droit ou un cube deux supports d'arêtes perpendiculaires ou parallèles d'une même face. • Reconnaître et dessiner un patron d'un pavé droit, d'un cube. • Réaliser un pavé droit, un cube. • Calculer l'aire latérale, l'aire totale, le volume d'un pavé droit, d'un cube.
Cylindre droit	
• **Vocabulaire :** Cylindre droit, base, surface latérale, hauteur. • **Formule :** Volume d'un cylindre droit	• Reconnaître un cylindre droit. • Reconnaître et dessiner un patron d'un cylindre droit. • Réaliser un cylindre droit.

Exercices du Manuel

Exercices du cours

♦ **Exercice 1.a p. 109**

C'est la figure 2 qui est le patron d'un pavé droit.

Commentaire

On peut demander aux élèves d'essayer de réaliser ces solides à partir des patrons et de constater les résultats.

♦ **Exercice 1.b p. 110**

Construction 1 : 6 cubes. Construction 2 : 8 cubes.

♦ **Exercice 1.c p. 111**

$100 \times 75 \times 50 = 375\ 000$

Le volume de la caisse est 375 dm^3.

♦ **Exercice 1.d p. 111**

$7 \times 3 = 21$

$94,5 : 21 = 4,5$

La troisième dimension de ce conteneur est 4,5 m.

♦ **Exercice 1.e p. 111**

$5 \times 5 \times 5 = 125$

Le volume de ce conteneur cubique est 125 m^3.

♦ **Exercice 2.g p. 113**

a) $62,8 : 4 = 15,7$; une valeur approchée du périmètre de la base de ce cylindre est 15,7 dm.
$15,7 : 3,14 = 5$; une valeur approchée du diamètre de la base de ce cylindre est 5 dm.
$5 : 2 = 2,5$; une valeur approchée du rayon de la base de ce cylindre est 2,5 dm.
b) $4 \times 3,14 \times 2,5 \times 2,5 = 78,5$; une valeur approchée du volume de ce cylindre est 78,5 dm^3.

Exercices d'entraînement

♦ **Exercice n°1 p.114**

Les figures 1 et 4 représentent des patrons de cube.

Commentaire

Il serait souhaitable que le professeur soit en possession des 4 patrons présentés de façon à matérialiser les situations en effectuant des pliages et à prouver ainsi aux élèves que seuls les n° 1 et n° 4 sont effectivement des patrons de cube.

♦ **Exercice n°4 p.114**

a) H est le quatrième sommet de la face contenant les sommets A, D et E .
b) Le sommet C ou le sommet D.
c) La face EFGH ou la face DCGH.
d) L'arête [BF] ou l'arête [FG], par exemple.

♦ **Exercice n°8 p.114**

Le patron n° 2 est un patron de cylindre.

Commentaire

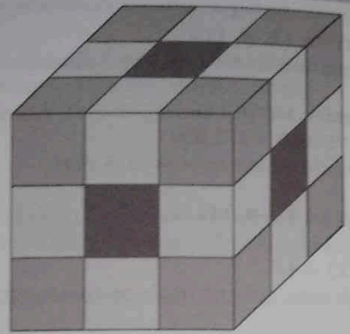
Pour le montrer, deux méthodes sont possibles :

***1e méthode :** Construire les 3 patrons proposés et montrer aux élèves que seul le n° 2 correspond à un patron de cylindre.*

2ᵉ méthode : Pour chaque patron :
1) mesurer (le plus précisément possible) le diamètre des cercles et calculer leur périmètre ;
2) mesurer la longueur du rectangle ;
3) comparer le périmètre à la longueur.
Le patron pour lequel la longueur du rectangle est égale au périmètre des deux cercles est celui d'un cylindre droit.

Exercices d'approfondissement

♦ **Exercice n°11 p.115**



Dans cet exercice, il sera intéressant et souhaitable d'amener les élèves à une démarche logique de comptage des petits cubes, de façon à leur faire dégager une méthode de dénombrement qui leur permettra de conjecturer pour des cubes plus grands.

Il faudra les amener, par des questions judicieuses, à faire les constatations suivantes, à savoir qu'il y a :

- un petit cube avec 1 face peinte pour chaque face du grand cube ;
- un petit cube avec 2 faces peintes pour chaque arête du grand cube ;
- un petit cube avec 3 faces peintes pour chaque sommet du grand cube.

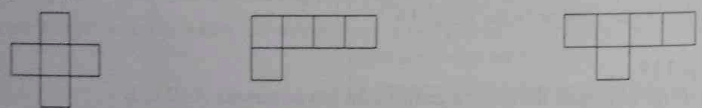
En conséquence :
- le nombre de petits cubes avec 1 face peinte est : **6** (les 6 faces du grand cube) ;
- le nombre de petits cubes avec 2 faces peintes est : **12** (les 12 arêtes du grand cube) ;
- le nombre de petits cubes avec 3 faces peintes est : **8** (les 8 sommets du grand cube).

On remarquera qu'il n'existe aucun cube ayant 4 faces peintes et qu'il existe un seul cube ayant 0 face peinte (le cube occupant la position centrale dans le grand cube).

Le nombre de petits cubes dans le grand cube est : $3 \times 3 \times 3 = 27$

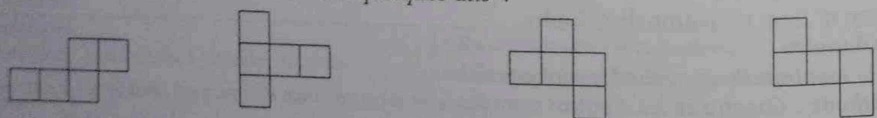
Remarque : faire constater que : $6 + 12 + 8 + 1 = 27$.

♦ **Exercice n°12 p.115**
Exemples de type de patron :



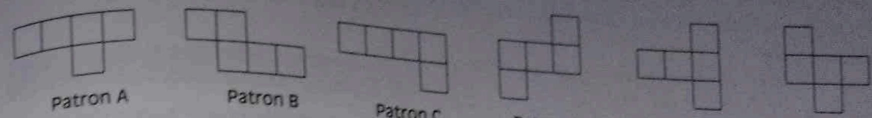
Type 1 Type 2 Type 3

Commentaire
Après avoir construit 3 patrons au tableau, le professeur posera aux élèves la question suivante :
" Existe-t-il d'autres types de patron ? "
La réponse est évidemment oui . En voici quelques uns :



Type 4 Type 5 Type 6 Type 7

Prolongement
À quel type de patron appartiennent les patrons suivants (justifier les réponses en utilisant les propriétés des figures symétriques).

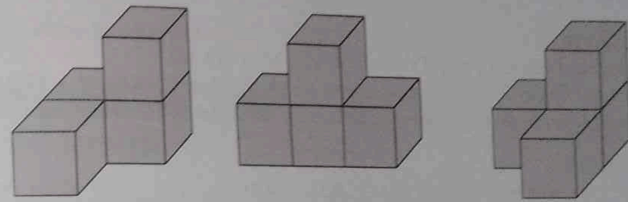


Patron A Patron B Patron C Patron D Patron E Patron F

♦ **Exercice n°13 p.115**
Construction 1 : 8 cubes Construction 2 : 10 cubes
Pour obtenir un pavé droit avec la construction 1, il faut ajouter 24 cubes ($4 \times 4 \times 2 - 8$).
Pour obtenir un pavé droit avec la construction 2, il faut ajouter 2 cubes ($2 \times 2 \times 3 - 10$).

♦ **Exercice n°14 p.115**
Nombre de cubes de la construction : 28 ($12 + 9 + 7$).
Pour obtenir un pavé droit, il faut ajouter 8 cubes ($3 \times 3 \times 4 - 28$).
Pour obtenir un gros cube, il faut ajouter 36 cubes ($4 \times 4 \times 4 - 28$).

♦ **Exercice n°15 p. 115**



Commentaire
Il serait judicieux que le professeur fasse manipuler les élèves avec des cubes.

♦ **Exercice n°16 p. 115**
Le dessin 4 est une autre position du cube du dessin 1.
Les dessins 2 et 3 ne représentent pas le cube du dessin 1.

Commentaire
Dans cet exercice, il serait judicieux que le professeur fasse manipuler les élèves avec 4 cubes qu'il aurait lui-même contruits ou faits construire par des élèves.

♦ **Exercice n°17 p.115**

Le volume total est 116,25 cm³ : $V_t = 3{,}1 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 150 = 116{,}25$
Le volume intérieur est 74,40 cm³ : $V_i = 3{,}1 \times 0{,}4 \times 0{,}4 \times 150 = 74{,}40$
Le volume de cuivre utilisé est 41,85 cm³ : $V = 116{,}25 - 74{,}40 = 41{,}85$
La masse du tube est 376,65 g : $P = 41{,}85 \times 9 = 376{,}65$

Commentaires
1°) Donner la consigne aux élèves de poser les opérations et d'effectuer les vérifications (ne pas utiliser de calculette).
2°) On pourra refaire cet exercice avec un tube en plomb : 1 cm³ de plomb pèse 13,1 g.

♦ **Exercice n°18 p.116**
Le volume de sable nécessaire est 1,875 m³ c'est à dire 1 875 dm³ ($V = 5 \times 2{,}5 \times 0{,}15 = 1{,}875$).
$1875 : 50 = 37{,}5$; il faudra 37,5 brouettées de sable et donc effectuer 38 déplacements.

Commentaire
Revoir le tableau de conversion des unités de volume.

◆ **Exercice n°19 p.116**

Le volume de la tige cylindrique est 1 064,102 cm^3 (V = 8 300 : 7,8 = 1 064,102).
L'aire de la section de la tige est à peu près 0,775 cm^2 (3,1 × 0,5 × 0,5 = 0,775).
La longueur de la tige est à peu près 1 373 cm, soit 13,73 m (ℓ = 1 064,102 : 0,775 ≈ 1 373).

Commentaire

Revoir le tableau de conversion des unités de masse.

◆ **Exercice n°20 p.116**

Le volume du réservoir est 8,4 m^3, soit 8 400 dm^3 ou 8 400 l.
Temps de remplissage du réservoir : 1 litre en 6 secondes ; 8 400 litres en 50 400 secondes (6 × 8 400), c'est à dire 8 400 litres en 14 heures.
Le réservoir se remplira en 14 heures .

Commentaire

Revoir les conversions des unités de temps et des unités de capacité.

Prolongements

1°) En combien de temps le réservoir sera-t-il :
a) à moitié plein ? b) rempli au tiers ? c) rempli au trois quarts ?
2°) Quel devra être le débit de la pompe pour remplir le réservoir :
a) en 7 h ? b) en 4 h ?

◆ **Exercice n°21 p.116**

Le volume du réservoir est 128,52 m^3 (V = 10,2 × 4,5 × 2,8 = 128,52).
La quantité d'eau qui coule de la pompe en une heure est 42,84 m^3 (128,52 : 3 = 42,84).
La quantité d'eau qui coule de la pompe en une minute est 0,714 m^3 (42,84 : 60 = 0,714).

◆ **Exercice n°22 p.116**

L'aire du fond du réservoir est 38,5 m^2 (21,175 : 0,55 = 38,5).

♦ **Exercice n°19 p.116**

Le volume de la tige cylindrique est 1 064,102 cm^3 (V = 8 300 : 7,8 = 1 064,102).
L'aire de la section de la tige est à peu près 0,775 cm^2 (3,1 × 0,5 × 0,5 = 0,775).
La longueur de la tige est à peu près 1 373 cm, soit 13,73 m (ℓ = 1 064,102 : 0,775 ≈ 1 373).

Commentaire

Revoir le tableau de conversion des unités de masse.

♦ **Exercice n°20 p.116**

Le volume du réservoir est 8,4 m^3, soit 8 400 dm^3 ou 8 400 l.
Temps de remplissage du réservoir : 1 litre en 6 secondes ; 8 400 litres en 50 400 secondes (6 × 8 400), c'est à dire 8 400 litres en 14 heures.
Le réservoir se remplira en 14 heures .

Commentaire

Revoir les conversions des unités de temps et des unités de capacité.

Prolongements

1°) En combien de temps le réservoir sera-t-il :
a) à moitié plein ? b) rempli au tiers ? c) rempli au trois quarts ?
2°) Quel devra être le débit de la pompe pour remplir le réservoir :
a) en 7 h ? b) en 4 h ?

♦ **Exercice n°21 p.116**

Le volume du réservoir est 128,52 m^3 (V = 10,2 × 4,5 × 2,8 = 128,52).
La quantité d'eau qui coule de la pompe en une heure est 42,84 m^3 (128,52 : 3 = 42,84).
La quantité d'eau qui coule de la pompe en une minute est 0,714 m^3 (42,84 : 60 = 0,714).

♦ **Exercice n°22 p.116**

L'aire du fond du réservoir est 38,5 m^2 (21,175 : 0,55 = 38,5).

9. Multiples et diviseurs d'un nombre entier naturel

(pages 119 à 134 du livre de l'élève)

OBJECTIFS

Ce chapitre vise essentiellement à consolider et à enrichir les connaissances acquises sur les nombres entiers naturels à l'École Primaire.

COMMENTAIRES

Les notions abordées dans ce chapitre sont pour la plupart connues des élèves. Les notions ensemblistes introduites ici (ensemble, élément, appartenance) le sont en vue de leur utilisation pour des formulations plus simples. Par conséquent, aucune théorie ne sera développée.
On insistera, par contre, sur les égalités qui justifient qu'un nombre entier naturel est multiple d'un nombre entier naturel, en ayant à l'esprit l'importance de la notion d'égalité et le souci de préparer la mise en place de la notion de diviseur.
L'apprentissage du raisonnement doit, dès ce premier chapitre d'Activités Numériques, être un objectif.
On montrera à l'élève la nécessité de trouver une stratégie pour résoudre un problème de dénombrement.

SAVOIRS ET SAVOIR-FAIRE

savoirs	savoir-faire
Nombres entiers naturels	
• **Vocabulaire et notation :** – Nombre entier naturel, nombres entiers consécutifs, chiffres ; – Ensemble, élément, appartenance, non appartenance ; – {a ; b ; c} ; ∈ ; ∉ ; ℕ.	• Reconnaître un nombre entier naturel. • Écrire des nombres entiers naturels consécutifs. • Écrire un nombre entier naturel en lettres, en chiffres. • Déterminer le chiffre des unités (dizaines, ...) dans l'écriture d'un nombre entier naturel. • Dresser la liste des éléments d'un ensemble.
Multiples d'un nombre entier naturel	
• **Vocabulaire :** "...est multiple de..." ; nombre pair ; nombre impair. • **Propriétés :** – Chaque nombre entier naturel est multiple de lui-même et de 1. – 0 est multiple de chaque nombre entier naturel.	• Trouver des multiples d'un nombre entier naturel. • Justifier qu'un nombre entier naturel est multiple d'un nombre entier naturel donné. • Reconnaître des nombres pairs, des nombres impairs.
Diviseurs d'un nombre entier naturel	
• **Vocabulaire :** "...est divisible par..." ; "...est diviseur de..." • **Règles :** – Un nombre entier naturel est divisible par 10 ; 100 ; 1000 ... lorsqu'il se termine par 0 ; 00 ; 000 ; ... – Un nombre entier naturel est divisible par 5 lorsqu'il se termine par 0 ou 5 ; – Un nombre entier naturel est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 3 ; – Un nombre entier naturel est divisible par 9 lorsque	• Justifier qu'un nombre entier naturel est divisible par un nombre entier naturel donné . • Reconnaître qu'un nombre entier naturel est divisible par 10 ; 100 ; 1000 ; ... ; 2 ; 5 ; 3 ; 9. • Justifier qu'un nombre entier naturel est un diviseur d'un nombre entier naturel donné . • Écrire l'ensemble de tous les diviseurs d'un nombre entier naturel donné .

EXERCICES DU MANUEL

Exercices du cours

♦ Exercice 1.a p. 120

17 peut être le premier, le deuxième ou le troisième des trois nombres entiers naturels consécutifs demandés. Il y a donc trois possibilités qui sont : 17, 18, 19 16, 17, 18 15, 16, 17

Commentaire :

On pourra alors poser les questions suivantes:

Combien y a-t-il de possibilités d'écrire 5 nombres entiers naturels consécutifs sachant que l'un d'entre eux est 17 ? sachant que l'un d'entre eux est 4 ? est 3 ?

À quelle condition un nombre entier naturel peut-il être le cinquième nombre d'une liste de cinq nombres entiers naturels consécutifs ?

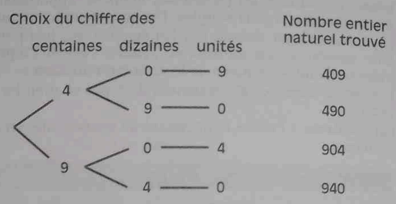
♦ Exercice 1.c p. 120

• 2 choix possibles pour le chiffre des centaines (0 ne convient pas) ;

• une fois ce choix effectué, il ne reste que 2 chiffres utilisables, donc 2 choix possibles pour le chiffre des dizaines ;

• une fois les chiffres des centaines et des dizaines choisis, il ne reste qu'un chiffre disponible, donc 1 seul choix possible pour le chiffre des unités.

Le nombre de réponses est donc : 4 ($2 \times 2 \times 1 = 4$).



Commentaires :

• *L'utilisation d'un arbre de choix permettra de faire comprendre pourquoi on doit effectuer des multiplications alors que l'addition aurait peut-être semblé plus naturelle à l'élève.*

• *On pourra poser ensuite les questions suivantes :*

- Combien de réponses possibles avec les chiffres 4, 5 et 9 ?

- Combien peut-on écrire de nombres entiers naturels de 4 chiffres en employant une seule fois les chiffres 3, 7, 8, 9 ? (combien de choix au premier niveau de l'arbre, au deuxième niveau ?...).

Que se passe-t-il si on accepte les nombres entiers naturels de 3 chiffres à choisir parmi les chiffres 7, 8, 9, un même chiffre pouvant apparaître plusieurs fois ?

♦ Exercice 2.a p.125

Le multiple de 11 qui suit 319 est 330 ($319 + 11 = 330$).

Le multiple de 11 qui précède 319 est 308 ($319 - 11 = 308$).

Commentaire

On pourra demander de compléter les égalités suivantes : $330 = 11 \times \square$ *et* $308 = 11 \times \square$.

♦ Exercice 2.d p. 125

Il suffit d'écrire : $17 \times 22 = 17 \times (11 \times 2)$

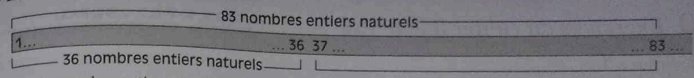
$= (17 \times 11) \times 2$

Commentaires

On évitera de parler d'associativité et de commutativité mais on rappellera que pour calculer un produit on peut déplacer et regrouper certains facteurs de ce produit, propriété qui sera revue au chapitre 11.

Exercices d'entraînement

♦ Exercice n°16 p. 130



36 est le nombre entier naturel qui précède 37. Il y a 36 nombres entiers naturels consécutifs de 1 à 36 et 83 nombres entiers naturels consécutifs de 1 à 83.

$83 - 36 = 47$, il y a donc 47 nombres entiers naturels consécutifs de 37 à 83.

De même, il y a :

• 47 nombres entiers naturels consécutifs de 58 à 104 ;

• 870 nombres entiers naturels consécutifs de 128 à 997.

♦ Exercice n°25 p. 131

On sait que pour calculer un produit, on peut déplacer et regrouper certains facteurs de ce produit.

$2 \times 3 \times 5 = 3 \times 2 \times 5 = 3 \times 10$ donc $2 \times 3 \times 5$ est un multiple de 3.

$2 \times 3 \times 5 = 5 \times 2 \times 3 = 5 \times 6$ donc $2 \times 3 \times 5$ est un multiple de 5.

$2 \times 3 \times 5 = 3 \times 5 \times 2 = 15 \times 2$ donc $2 \times 3 \times 5$ est un multiple de 15.

$8 \times 2 \times 7 = 7 \times 2 \times 8 = 14 \times 8$ donc $8 \times 2 \times 7$ est un multiple de 14.

$3 \times 7 \times 9 = 3 \times 7 \times 9 = 21 \times 9$ donc $3 \times 7 \times 9$ est un multiple de 21.

$5 \times 4 \times 3 = 5 \times 4 \times 3 = 20 \times 3$ donc $5 \times 4 \times 3$ est un multiple de 20.

Exercices d'approfondissement

♦ Exercice n°57 p. 133

• 53□□ est un nombre entier naturel divisible par 5 et 2, son chiffre des unités doit donc être 0 ou 5 et de plus être divisible par 2.

Le chiffre des unités de 53□□ est donc 0, puisque 5 est un chiffre impair.

• 53□0 est divisible par 9, donc la somme de ses chiffres est un multiple de 9 compris entre 8 et 17 ($5 + 3 + 0 + 0 = 8$ et $5 + 3 + 9 + 0 = 17$).

Le seul multiple de 9 compris entre 8 et 17 est 9.

Donc la somme des chiffres de 53□0 est 9.

On a $5 + 3 = 8$, le chiffres des dizaines est donc : 1. Le nombre obtenu est alors 5310.

Commentaires

On pourra poser les questions suivantes :

• *Avait-on besoin de vérifier que 5310 est divisible par 2, 5 et 9 ? et par 3 ?*

• *Quels sont les nombres entiers naturels pouvant s'écrire 53 et être divisibles par 2 et 9 ? par 2 et 3 ?*

♦ Exercice n°67 p. 134

0 est le premier nombre entier naturel ; le premier multiple de 11 est 0, car : $11 \times 0 = 0$.

1 est le deuxième nombre entier naturel ; le deuxième multiple de 13 est 13, car : $13 \times 1 = 13$.

3 est le quatrième nombre entier naturel ; le quatrième multiple de 15 est 45, car : $15 \times 3 = 45$.

De même,

- le sixième multiple de 20 est 100, car : $20 \times 5 = 100$,

- le neuvième multiple de 23 est 184, car : $23 \times 8 = 184$.

Commentaires

On pourra utiliser des tableaux de correspondance du type :

	0	1	2	3	...
$\times 11$	0	11	22	33	...

et poser les questions suivantes : 125 et 25 sont des multiples de 5. Combien y-a-t-il de multiples de 5, de 0 à 125 ? de 25 à 125 ? etc...

❑ *Exercices du cahier d'activités*

♦ **Exercice n°1 p. 70**

Par tâtonnements successifs, on commencera par faire prendre conscience aux élèves que :
- le cadre ne contient pas que des carrés de côté 1 ;
- tout carré contenu dans le cadre est nécessairement de côté 1 ; 2 ; 3 ; 4 ou 5.

On pourra ensuite amener les élèves à dégager une méthode pour dénombrer les carrés de chaque type.

Le professeur pourra suggérer aux élèves en difficulté de découper sur une feuille de papier des carrés de côté 2 ; 3 ; 4 et 5.

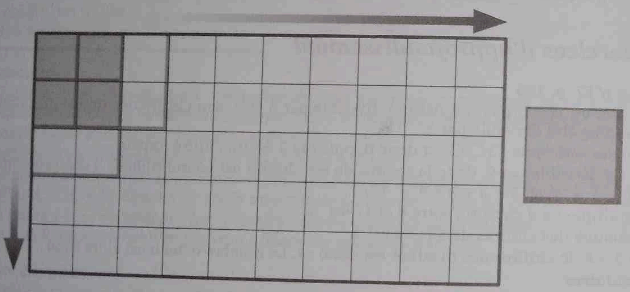
En faisant prendre à chacun de ces carrés les différentes positions possibles sur une ligne, puis sur une colonne, on pourra alors dénombrer tous les carrés de chaque type.

Par exemple, pour le carré de côté 2, il y a :
- sur une ligne, 9 positions possibles ;
- sur une colonne, 4 positions possibles.

Il y a donc en tout 36 (9×4) carrés de côtés 2 contenus dans le cadre.

En recommençant le même raisonnement avec les autres carrés, on arrive au total de 130 :

$(10 \times 5) + (9 \times 4) + (8 \times 3) + (7 \times 2) + (6 \times 1) = 130$



Commentaires

- *Certains élèves arriveront peut-être à raisonner sans avoir besoin de manipuler effectivement les carrés.*
- *D'autres méthodes sont possibles, le professeur devra être attentif à toute proposition des élèves.*
- *Cet exercice se prête bien au travail par groupes.*

10. Comparaison des nombres décimaux

(pages 135 à 146 du livre de l'élève)

Objectifs

Ce chapitre vise essentiellement à consolider et à enrichir les connaissances acquises sur la comparaison des nombres décimaux à l'École Primaire.

Commentaires

L'élève, provenant de l'École Primaire, a déjà une idée des nombres décimaux et de leur comparaison, tant que ces nombres restent simples (2 ou 3 chiffres au plus à droite de la virgule). On ne procèdera évidemment pas à une nouvelle introduction de ces nombres. On se contentera de les introduire à partir de situations diverses, mais complémentaires :
– mesure de longueurs ;
– repérage sur une droite graduée ;
– situation de partage.

À cette occasion, on insistera sur le fait que :
– un nombre décimal se décompose en la somme de sa partie entière et de sa partie décimale ;
– un nombre entier est un nombre décimal dont la partie décimale est nulle ;
– la partie décimale s'écrit avec des séparations en tranches de trois chiffres à partir de la virgule.

L'expression " nombre à virgule " n'est pas synonyme de " nombre décimal ". On s'abstiendra de l'utiliser.

Pour les élèves de la classe de 6e, un nombre compris entre deux nombres décimaux ne peut prendre les valeurs extrêmes. Les symboles > et < dont la lecture est *"plus grand que"* et *"plus petit que "*, correspondent au langage courant. On évitera donc d'employer les terminologies "supérieur à", "inférieur à" correspondant aux symboles ⩾ et ⩽ qui sont inadaptés à l'entendement de l'élève.

Afin de développer chez l'élève le réflexe de visualiser tout problème lié à la notion d'ordre, on l'entraînera à marquer approximativement un point à main levée sur une demi-droite graduée. (la transitivité sera utilisée de façon implicite).

Savoirs et savoir-faire

savoirs	savoir-faire
Écritures d'un nombre décimal • **Vocabulaire :** - Partie entière ; - Partie décimale ; - Unité, dizaine, centaine, ... - Dixième, centième, millième,...	• Étant donné un nombre décimal, déterminer : - sa partie entière ; - sa partie décimale . • *Présenter différentes écritures d'un nombre décimal donné.* • *Déterminer le chiffre des unités (dizaines, ..., dixièmes, ...) dans l'écriture d'un nombre décimal donné.* • *Lire et écrire un nombre décimal donné en lettres, en chiffres.*

savoirs	savoir-faire
Comparaison des nombres décimaux • **Vocabulaire et notations :** - est plus grand que : > - est plus petit que : < • Comparer deux nombres décimaux (distincts) c'est dire lequel est le plus grand (ou le plus petit). • Ranger des nombres décimaux par ordre croissant, c'est écrire ces nombres du plus petit au plus grand. • Ranger des nombres décimaux par ordre décroissant, c'est écrire ces nombres du plus grand au plus petit.	• Utiliser les symboles < ou >
Demi-droite graduée	• Sur une demi-droite graduée, placer le point auquel correspond un nombre entier naturel. • Sur une demi-droite graduée, placer le mieux possible le point auquel correspond un nombre décimal donné. • Encadrer un nombre décimal : - par deux nombres entiers naturels consécutifs ; - par deux nombres décimaux consécutifs et ayant un chiffre après la virgule.

EXERCICES DU MANUEL

Exercices du cours

♦ **Exercice 3.g p. 142**

$1 < 1{,}03 < 1{,}1$ $1{,}7 < 1{,}78 < 1{,}8$ $1{,}5 < 1{,}52 < 1{,}6$ $1{,}9 < 1{,}93 < 2$

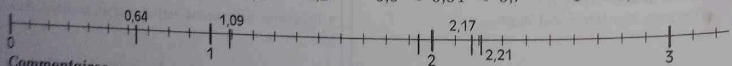
Commentaires

• *On pourra demander aux élèves, de quel nombre décimal de l'encadrement, le nombre décimal encadré est le plus proche. Ceci pouvant faciliter un meilleur marquage de points sur une demi-droite graduée. (Voir exercice suivant.)*

• *Un nombre entier naturel est aussi un nombre décimal ayant :*
- *1 chiffre après la virgule (4 = 4,0) ;*
- *2 chiffres après la virgule (4 = 4,00) ;*
- *3 chiffres après la virgule (4 = 4,000).*

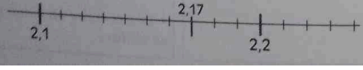
♦ **Exercice 3.h p. 142**

$2{,}2 < 2{,}21 < 2{,}3$ $2{,}1 < 2{,}17 < 2{,}2$ $0{,}6 < 0{,}64 < 0{,}7$ $1 < 1{,}09 < 1{,}1$



Commentaires

• *Pour préciser la position des marques, on pourra faire usage de la "loupe", pour un ou deux des nombres décimaux demandés :*



Exercices d'entraînement

♦ **Exercice n°23 p. 144**

• Lorsqu'on compare deux nombres décimaux, on compare d'abord leurs parties entières. Si celles-ci ne sont pas égales, le nombre décimal qui a la plus grande partie entière, est le plus grand des deux.

• Le plus grand nombre décimal de 4 chiffres que l'on peut écrire (avec deux chiffres 2, deux chiffres 3 et dont la partie entière a deux chiffres) doit donc avoir pour partie entière le plus grand nombre entier naturel à 2 chiffres que l'on peut écrire avec les chiffres 2 ou 3. Cette partie entière est donc 33.
La partie décimale doit avoir 2 chiffres après la virgule et utiliser les deux chiffres 2 restants, c'est donc 0,22.
Par conséquent, le nombre demandé est 33,22.

• Le plus petit nombre décimal de 4 chiffres de partie décimale non nulle et dont la partie entière a deux chiffres doit avoir :
- pour partie entière le plus petit nombre entier naturel de deux chiffres, c'est à dire 10 ;
- pour partie décimale le plus petit nombre décimal non nul ayant 2 chiffres après la virgule, c'est à dire 0,01.
Par conséquent, le nombre demandé est 10,01.

♦ **Exercice n°27 p. 144**

a) La partie entière de ce nombre doit être le plus grand nombre entier naturel plus petit que 6, c'est à dire 5.
La partie décimale de ce nombre doit être le plus grand nombre décimal de partie entière nulle, ayant un chiffre après la virgule, c'est à dire 0,9.
Par conséquent, le nombre demandé est 5,9.

b) La partie entière de ce nombre est 6.
Sa partie décimale doit être le plus petit nombre décimal non nul ayant un chiffre après la virgule, c'est à dire 0,1.
Par conséquent, le nombre demandé est 6,1.

Commentaires

On pourra ensuite poser les questions suivantes :
• *Quel est le plus grand nombre décimal de trois chiffres, plus petit que 6 et dont la partie décimale a deux chiffres après la virgule ?*
• *Quel est le plus petit nombre décimal de trois chiffres, plus grand que 6 et dont la partie décimale a deux chiffres après la virgule ?*
• *Quel est le plus grand nombre décimal de quatre chiffres, plus petit que 8,21 et dont la partie décimale a 3 chiffres après la virgule ?*

♦ **Exercice n°37 p. 145**

10,1 10,2 10,3 10,4 10,5 10,6 10,7 10,8 10,9

Commentaires

• *Combien y en a t-il ? Pourquoi ? (Autant que de nombres entiers naturels consécutifs de 1 à 9).*
• *Combien y a t-il de nombres décimaux dont la partie décimale a 1 chiffre et qui sont plus grands que 127 et plus petits que 128 ? plus grands que 110 et plus petits que 112 ?*

♦ **Exercice n°38 p. 145**

3,21 3,22 3,23 3,24 3,25 3,26 3,27 3,28 3,29

Commentaires

• *Combien y en a t-il ? Pourquoi ? (Autant que de nombres entiers naturels consécutifs de 21 à 29, c'est à dire autant que de nombres entiers naturels consécutifs de 1 à 9).*
• *Combien y a t-il de nombres décimaux dont la partie décimale a deux chiffres et qui sont plus grands que 5,7 et plus petits que 5,8 ? plus grands que 51,8 et plus petits que 51,9 ?*

♦ **Exercice n°39 p. 145**

7,841 7,842 7,843 7,844 7,845 7,846 7,847 7,848 7,849

Commentaires

- *Combien y en a t-il ? Pourquoi ? Combien y a t-il de nombres décimaux dont la partie décimale a 6 chiffres et qui sont plus grands que 3,67892 et plus petits que 3,67893 ?*
- *On pourra ensuite traiter comme exercices d'approfondissement les exercices, n° 62, 63, 64.*

☐ *Exercices d'approfondissement*

♦ **Exercice n°63 p. 146**

- Il n'y a aucun nombre entier naturel entre 3 et 4 puisque 4 est le nombre entier naturel qui suit 3.
- D'après l'exercice n° 37 p.145, il y a 9 nombres décimaux ayant un chiffre après la virgule, entre 3 et 4.
- Il y a autant de nombres décimaux ayant deux chiffres après la virgule entre 3 et 4 que de nombres entiers naturels entre 1 et 99, puisque :
  - leur partie entière doit être 3,
  - leur partie décimale doit avoir deux chiffres après la virgule et être comprise entre 0,01 et 0,99.

Par conséquent, il y en a 99.

♦ **Exercice n°64 p. 146**

- Il n'y a aucun nombre décimal à un chiffre après la virgule entre 2,7 et 2,8.
- D'après l'exercice n° 38 p.145, il y a 9 nombres décimaux ayant deux chiffres après la virgule entre 2,7 et 2,8.
- Il y a autant de nombres décimaux ayant 3 chiffres après la virgule entre 2,7 et 2,8, que de nombres entiers naturels compris entre 1 et 99, puisque leur partie décimale doit avoir trois chiffres après la virgule et être comprise entre 0,701 et 0,799.

Par conséquent, il y en a 99.

Commentaires

- *On pourra faire remarquer que : 99 = 100 – 1 ; 999 = 1 000 – 1 ; …*
- *Les exercices n° 63 et 64 p.146 doivent être traités après les exercices n° 37, 38, 39 p.145.*

11. Addition, soustraction, multiplication des nombres décimaux

(pages 147 à 166 du livre de l'élève)

OBJECTIFS

Ce chapitre vise essentiellement, d'une part, à consolider et enrichir les connaissances acquises sur l'addition, la soustraction et la multiplication des nombres décimaux à l'École Primaire, d'autre part, à développer les réflexes de l'élève afin de le rendre plus autonome face à une situation de calculs :

- organisation des calculs ;
- réflexe d'auto-contrôle des résultats.

COMMENTAIRES

Dans ce chapitre où l'on évitera toute théorie, le cours se bâtira sur l'addition, la soustraction et la multiplication des nombres décimaux qui sont des connaissances acquises par l'élève à l'École Primaire.

À travers des situations de la vie courante, on renforcera ces notions en mettant en place le vocabulaire approprié, en faisant le point sur les techniques opératoires et en leur donnant du sens.

Il est important pour l'élève de pouvoir résoudre des problèmes comportant plusieurs opérations à la fois. Il découvrira que c'est plus " économique " de les résoudre en organisant les calculs sur une seule ligne (au lieu de plusieurs), en utilisant des règles et des propriétés. Des manipulations variées permettent de découvrir et d'utiliser ces propriétés pour calculer rapidement et de façon performante. Ces activités sont à rattacher à toutes celles permettant l'apprentissage du raisonnement.

On développera chez l'élève le réflexe d'auto-contrôle par des techniques d'estimation et des tests d'erreur.

SAVOIRS ET SAVOIR-FAIRE

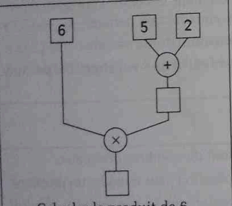
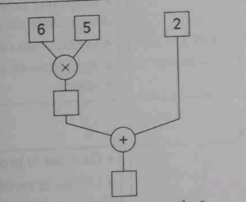
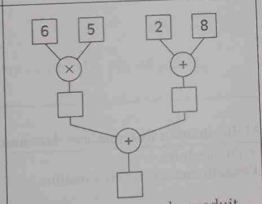
savoirs	savoir-faire
Addition, soustraction des nombres décimaux	
• **Vocabulaire :** Somme, différence, terme, addition, soustraction.	• Calculer la somme ou la différence de nombres décimaux. • Utiliser l'addition, la soustraction pour résoudre un problème. • Employer correctement le vocabulaire *somme, addition, différence, soustraction, terme.* • Donner une estimation d'une somme. • Contrôler le résultat d'une soustraction par une addition.
Multiplication des nombres décimaux	
• **Vocabulaire :** Produit, facteur, multiplication.	• Calculer le produit de nombres décimaux. • Utiliser la multiplication pour résoudre un problème. • Employer correctement le vocabulaire *produit, facteur, multiplication.* • Donner une estimation d'un produit. • Contrôler le résultat d'une multiplication par : - une estimation du résultat ; - le test du dernier chiffre ; - le test du nombre de chiffres après la virgule ; - la preuve par 9. - etc.

savoirs	savoir-faire
Organisation des calculs • **Règles de priorité :** – Rôle des parenthèses *Dans une écriture en ligne, une opération entre parenthèses est prioritaire ;* – Priorité de la multiplication sur l'addition *En l'absence de parenthèses, la multiplication est prioritaire sur l'addition et sur la soustraction.* • **Propriétés de la multiplication et de l'addition :** – Pour multiplier une somme par un nombre, on peut multiplier chaque terme de la somme par ce nombre et additionner les produits obtenus ; – Pour multiplier une différence par un nombre, on peut multiplier chaque terme de la différence par ce nombre et calculer la différence entre les produits obtenus.	• Organiser un calcul en utilisant les règles de priorité. • Traduire un programme de calcul à l'aide d'un schéma de calcul. • Traduire en français, un programme de calcul. • Donner l'écriture en ligne et le schéma de calcul correspondant à l'énoncé, en français, d'un programme de calcul. • Calculer une somme, un produit de manière performante.

Exercices du Manuel

Exercices d'entraînement

♦ **Exercice n°19 p. 162**

$6 \times (5 + 2)$	$6 \times 5 + 2$	$6 \times 5 + (2 + 8)$
		
Calculer le produit de 6 et de la somme de 5 et 2	Calculer la somme de 2 et du produit de 6 et 5	Calculer la somme du produit de 6 et 5 et de de la somme de 2 et 8
$6 \times (5 + 2) = 42$	$6 \times 5 + 2 = 32$	$6 \times 5 + (2 + 8) = 40$

♦ **Exercice n°30 p. 163**

75 et 80 sont des multiples de 5, on a : $75 = 5 \times 15$ et $80 = 5 \times 16$

$75 + 80 = 5 \times 15 + 5 \times 16 = 5 \times (15 + 16)$

57 et 48 sont des multiples de 3, on a : $57 = 3 \times 19$ et $48 = 3 \times 16$

$57 - 48 = 3 \times 19 - 3 \times 16 = 3 \times (19 - 16)$

Exercices d'approfondissement

♦ **Exercice n°37 p. 164**

La somme totale que le patron devra débourser par jour est 365 400 francs

$9 \times [\, 7 \times 3200 + (20 - 7) \times 1400 \,] = 365\,400.$

Commentaire

On pourra demander aux élèves de donner le schéma de calcul correspondant à cette écriture en ligne.

♦ **Exercice n°39 p. 164**

1) La différence de 48 et du nombre de la première case doit être un nombre entier naturel multiple des nombres des deux autres cases.

• $48 - 5 = 43$ n'est pas un multiple de 9, $(4 + 3 = 7)$.

• $48 - 9 = 39$ n'est pas un multiple de 5, $(9 \neq 5$ et $9 \neq 0)$.

Par conséquent, le nombre de la première case ne peut être que 3 et on a bien :

$\boxed{3} + \boxed{5} \times \boxed{9} = 48$

2) 72 doit être un multiple du nombre de la première case. 3 et 9 divisent 72 mais 5 ne le divise pas, donc le nombre de la première case ne peut être que 3 ou 9.

• 3 ne peut être le nombre de la première case puisque : $\boxed{3} + (\boxed{5} \times \boxed{9}) = 48$

• 9 est donc le nombre de la première case et on a bien :

$\boxed{9} \times (\boxed{5} + \boxed{3}) = 72$

3) et 4) On procède par essais successifs en rejetant les dispositions pour lesquelles l'estimation du calcul semble très lointaine du résultat demandé. Les solutions demandées sont :

$\boxed{140} \times \boxed{2} + \boxed{50} - \boxed{13} = 317$

$\boxed{140} - \boxed{2} \times \boxed{50} + \boxed{13} = 53$

♦ **Exercice n°40 p. 164**

a) $5 \times (3 + 2) + 4 = 29.$

b) $3 + 5 \times 3 \times 2 = 33.$

♦ **Exercice n° 47 p. 165**

$5 \times 1000 + 5 \times 500 = 7500$

$5 \times (1000 + 500) = 7500.$

Le banquier aurait pu changer 2 billets de 500 francs contre un billet de 1000 francs et donner ainsi :

6 billets de 1000 francs $(5 + 1 = 6)$ et 3 billets de 500 francs $(5 - 2 = 3)$.

On a alors : $6 \times 1000 + 3 \times 500 = 7500.$

Commentaires

On pourrait poser les questions suivantes :

- Est-il possible de faire le même retrait avec 7 billets ? 11 billets ? 12 billets ?

- Quel nombre minimal de billets faut-il pour effectuer ce retrait ?

12. Division
(pages 167 à 180 du livre de l'élève)

Objectifs

Ce chapitre vise essentiellement :
– d'une part, à consolider et à enrichir les connaissances acquises à l'École Primaire sur la division de deux nombres décimaux ;
– d'autre part, à développer des réflexes afin de rendre l'élève plus autonome face à une situation de calculs.

Commentaires

Dans ce chapitre on fera le point sur les résultats d'une division par l'utilisation d'un vocabulaire simple, précis et sans ambiguité .

Savoirs et savoir-faire

Division d'un nombre entier naturel par un nombre entier naturel non nul

savoirs	savoir-faire
• **Vocabulaire :** - division, dividende, diviseur, quotient, reste ; - quotient entier par défaut, quotient entier par excès ; - quotient approché à l'unité près, au dixième près, au centième près ; ... - quotient exact. • **Formule :** Dividende = Diviseur × Quotient + Reste Reste < Diviseur	• Utiliser la division pour résoudre un problème. • Employer correctement le vocabulaire division, dividende, diviseur, quotient, reste, quotient exact, quotient approché. • Calculer le quotient et le reste dans une division connaissant le dividende et le diviseur. • Calculer le quotient approché à l'unité près, au dixième près, au centième près et au millième près dans une division connaissant le dividende et le diviseur.

Calculs avec 10 ; 100 ; 1000 ; ...; 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; ...

savoirs	savoir-faire
	• Multiplier, diviser par 10 ; 100 ; 1000 ; ... • Multiplier, diviser par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; ...

Division d'un nombre décimal par un nombre décimal non nul

savoirs	savoir-faire
• **Propriétés :** *– Dans une division, lorsqu'on multiplie le dividende et le diviseur par un même nombre non nul, le quotient ne change pas ;* *– Dans une division, lorsqu'on divise le dividende et le diviseur par un même nombre non nul, le quotient ne change pas.*	• Effectuer une division d'un nombre décimal par un nombre décimal non nul en utilisant éventuellement les propriétés ci-contre. • Contrôler les résultats d'une division : - par une estimation du résultat, - par la preuve par 9, - etc.

Exercices du cours

♦ **Exercice 3.d p. 178**

Commentaires

1°) Donner aux élèves la consigne suivante : "Vous ne devez pas effectuer l'opération".
2°) Faire pratiquer au tableau les trois preuves par 9.
3°) Les trois preuves permettent d'éliminer seulement le résultat de l'élève A : on effectue alors le test du dernier chiffre, ce test ne permet pas de choisir entre les résultats des élèves B et C, puisque dans les deux cas ce dernier chiffre est 7.
4°) On ne peut procéder par estimation, les deux quotients 35 et 36 étant trop proches.
5°) On mettra alors les élèves en situation de recherche en leur posant la question : " Trouver un test qui permette de choisir entre les résultats des élèves B et C ? "

Une réponse possible sera la suivante :
a) On teste la réponse de l'élève B :
2387 – 7 = 2380 , si l'élève B a trouvé la réponse correcte, 2380 doit être divisible par 35 ; par conséquent 2380 doit être divisible par 5 et par 7 (la réponse est oui pour 5, mais on ne peut conclure pour 7, en classe de 6e le caractère de divisibilité par 7 n'étant pas à la disposition des élèves).
On ne peut alors conclure.
b) On teste la réponse de l'élève C :
2387 – 29 = 2358 , si l'élève C a trouvé la réponse correcte, 2358 doit être divisible par 36 ; par conséquent 2358 doit être divisible par 9 et par 4 (la réponse est oui pour 9 en appliquant le caractère de divisibilité par 9 et non pour 4, car en divisant 2358 par 2, le dernier chiffre sera 9 qui ne sera plus divisible par 2). L'élève C n'a donc pas trouvé la bonne réponse.
6°) Conclusion: c'est l'élève B qui a trouvé la réponse correcte.
7°) Pour vérifier ces résultats, refaire le calcul de l'élève B.

Remarques

– Cet exercice permettra de mettre en oeuvre les caractères de divisibilité vus au Chapitre 9.
– Le professeur insistera particulièrement sur les performances de la preuve par 9, à savoir qu'elle permet seulement de rejeter un résultat erroné.

Exercices d'entraînement

♦ **Exercice n°5 p. 178**

La moyenne des températures est 30°C [(29 + 30 + 29 + 31 + 30 + 30 + 31) : 7 = 30].

♦ **Exercice n°9 p. 179**

Commentaire

On prendra soin dans cet exercice de faire rédiger la solution et de faire poser les opérations.
Ce type d'exercice est un exemple d'exercice permettant de consolider les acquis de l'École Primaire.

♦ **Exercice n°17 p. 179**

Les deux facteurs du produit sont 347 618,9 et 0,01.

Commentaire

Même question avec :
a) La virgule a été déplacée de trois rangs vers la gauche.
b) La virgule a été déplacée d'un rang vers la droite.
c) La virgule a été déplacée de deux rangs vers la droite.

Exercices d'approfondissement

◆ **Exercice n° 23 p.180**

On sait que : 30 mn = 0,5 h ; donc 2 h 30 mn = 2,5 h

La vitesse moyenne horaire du cycliste est 10,4 km/h (26 : 2,5 = 10,4)

◆ **Exercice n°26 p. 180**

a) On prend pour valeur approchée : $\pi \approx 3{,}14$. L'unité est le mètre.

Le rayon du cercle est 0,6 (r = 1,20 : 2 = 0,6).

Une valeur approchée du périmètre $\mathcal{P}$ du cercle est donc :

$$\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r$$
$$\mathcal{P} \approx 2 \times 3{,}14 \times 0{,}6$$
$$\mathcal{P} \approx 3{,}768$$

La division de 3,768 par 0,7 permet d'écrire : $3{,}768 = 0{,}7 \times 5 + 0{,}268$.

Cinq personnes peuvent donc s'asseoir autour de cette table ; les 26,8 centimètres restant sont insuffisants pour y disposer une sixième personne.

b) Une valeur approchée du périmètre $\mathcal{P}_1$ de la nouvelle table est :

$$\mathcal{P}_1 = \mathcal{P} + 2$$
$$\mathcal{P}_1 \approx 5{,}768$$

La division de 5,768 par 0,7 permet d'écrire : $5{,}768 = 0{,}7 \times 8 + 0{,}168$.

Huit personnes peuvent donc maintenant s'asseoir autour de cette table, les 16,8 centimètres restant ne sont pas suffisants pour disposer une neuvième personne.

◆ **Exercice n°27 p. 180**

Le nombre total de graines est 48 ($12 \times 4 = 48$).

Le nombre de graines que prend le sorcier est 25 ($11 \times 2 + 3 = 25$).

Le nombre de graines que ramasse la victime est donc 23 ($48 - 25 = 23$).

Par conséquent, à l'issue de la prise, le sorcier a deux graines de plus que sa victime ($25 - 23 = 2$).

À la fin de la distribution :

- le sorcier a rempli 6 trous et il lui reste 1 graine dans la main ($25 = 4 \times 6 + 1$).
- la victime a pu remplir 5 trous et il lui reste 3 graines dans la main ($23 = 4 \times 5 + 3$).

Commentaires

On pourra poser les questions suivantes aux élèves :

- Que se passerait-il à la fin de la distribution si au moment de la prise, le sorcier avait pris 0, 1, 2, 3, 4 graines dans le dernier trou ?

- Que se passerait-il à la fin de la distribution si la disposition initiale comprenait 12 trous remplis chacun de six graines et qu'au moment de la prise le sorcier prenne dans le dernier trou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 graines ?

13. Fraction

(pages 181 à 194 du livre de l'élève)

OBJECTIFS

Ce chapitre vise essentiellement :

– d'une part , à consolider les connaissances acquises sur les fractions à l'École Primaire ;

– d'autre part , à maîtriser les techniques opératoires sur les fractions.

COMMENTAIRES

Les opérations sur les fractions sont abordées de façon très simplifiée en s'appuyant sur les connaissances de l'élève provenant de l'École Primaire. Aussi se limitera-t-on aux calculs de sommes et de différences de fractions de même dénominateur, et de produits d'un nombre entier naturel par une fraction.

On ne parlera pas de fraction irréductible qui est une notion liée au PGCD ; mais on entraînera l'élève à faire des simplifications successives jusqu'à l'obtention éventuelle d'une fraction dont les termes n'ont pas de diviseur commun autre que 1. Cependant les caractères de divisibilité connus des élèves ne leur permettent pas toujours d'obtenir de telles fractions.

Exemple : $\frac{546}{798} = \frac{273}{399} = \frac{91}{133}$ (peut être encore simplifiée par 7)

On fera remarquer aux élèves qu'il y a des fractions qui peuvent s'écrire sous forme d'un nombre décimal et d'autres qui n'ont pas d'écriture décimale. Pour celles-ci, l'élève n'aura donc qu'une écriture sous forme de fraction et on n'envisagera aucune écriture décimale illimitée.

SAVOIRS ET SAVOIR-FAIRE

savoirs	savoir-faire
Fractions égales – simplification • **Vocabulaire :** - Numérateur, dénominateur d'une fraction ; - Termes d'une fraction ; • **Notation :** $\frac{a}{b}$ • **Définition :** Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est 1 ; 10 ; 100 ; 1000 ; ... • **Propriétés :** – On obtient une fraction égale à une fraction donnée en multipliant le numérateur et le dénominateur de cette fraction par un même nombre entier naturel non nul. – On obtient une fraction égale à une fraction donnée en divisant le numérateur et le dénominateur de cette fraction par un diviseur commun non nul.	• Reconnaître une fraction. • Reconnaître des fractions égales. • Trouver des fractions égales à une fraction donnée. • Simplifier une fraction. • Reconnaître une fraction décimale. • Écrire un nombre décimal sous forme de fraction décimale. • Exprimer un partage à l'aide d'une fraction.
Operations sur les fractions **Règles :** • a et b sont des nombres entiers naturels, d est un nombre entier naturel non nul : $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$ • a et b sont des nombres entiers naturels tels que $a > b$, d est un nombre entier naturel non nul : $\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$ • a et b sont des nombres entiers naturels, d est un nombre entier naturel non nul : $a \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{d}$	• Calculer la somme de fractions de même dénominateur . • Calculer, si possible, la différence de deux fractions de même dénominateur . • Prendre une fraction d'une quantité donnée.

Exercices du cours

♦ **Exercice 1.c p. 186**

$\frac{10}{10}$, $\frac{9}{100\,000}$, $\frac{68\,549}{1}$, $\frac{78\,459}{1000}$ et $\frac{5}{100}$ sont des fractions décimales.

♦ **Exercice 1.e p. 186**

$\frac{3}{4}=\frac{3\times25}{4\times25}=\frac{75}{100}$ $\quad$ $\frac{7}{2}=\frac{7\times5}{2\times5}=\frac{35}{10}$ $\quad$ $\frac{21}{125}=\frac{21\times8}{125\times8}=\frac{168}{1\,000}$ $\quad$ $\frac{9}{25}=\frac{9\times4}{25\times4}=\frac{36}{100}$

Exercices d'entraînement

♦ **Exercice n°2 p. 190**

L'aire du grand carré ABCD est égale à l'aire de 25 petits carrés, donc un petit carré représente $\frac{1}{25}$ de l'aire du grand carré ABCD.

Pour exprimer l'aire des parties coloriées de chaque figure à l'aide de fractions, il suffit de dénombrer les petits carrés coloriés de chaque figure et de multiplier par $\frac{1}{25}$.

Exemple : figure 1 : 13 petits carrés coloriés, donc l'aire de la partie coloriée représente $\frac{13}{25}$ de l'aire du grand carré ABCD $(13\times\frac{1}{25}=\frac{13}{25})$.

♦ **Exercice n°3 p. 190**

Même méthode qu'à l'exercice précédent.

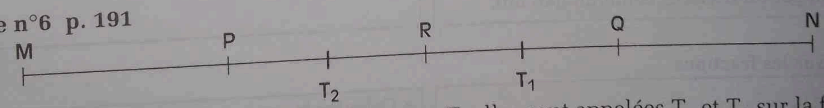
Figure 1 : $\frac{1}{25}$ $\quad$ Figure 2 : $\frac{1}{50}$ $\quad$ Figure 3 : $\frac{2}{25}$ $\quad$ Figure 4 : $\frac{4}{25}$

Remarque : l'aire d'un petit triangle colorié est égale à la moitié de l'aire d'un petit carré colorié ou (ce qui est équivalent) l'aire de deux petits triangles coloriés est égale à l'aire d'un petit carré colorié.

♦ **Exercice n°4 p. 190**

Même méthode qu'aux exercices n° 2 - 3 p.190

♦ **Exercice n°6 p. 191**



Il y a deux positions possibles pour placer le point T, elles sont appelées T_1 et T_2 sur la figure.

♦ **Exercice n°8 p. 191**

Pour trouver une fraction égale à $\frac{7}{5}$ et dont le dénominateur est plus grand que 5, il faut multiplier numérateur et dénominateur par un même nombre entier naturel plus grand que 1.

♦ **Exercice n°20 p. 192**

$1\ell=100c\ell$; $\frac{1}{4}\ell=\frac{1}{4}\times100c\ell=25c\ell$; $\frac{3}{50}\ell=\frac{3}{50}\times100c\ell=6c\ell$;

$\frac{12}{75}\ell=\frac{4}{25}\times\ell=\frac{4}{25}\times100c\ell=16c\ell$; $\frac{1}{2}\ell=\frac{1}{2}\times100c\ell=50c\ell$

♦ **Exercice n°21 p. 192**

On va utiliser 8 m de tissu ($\frac{4}{5} \times 10 = 8$).

♦ **Exercice n°22 p. 192**

On a versé 120 litres dans ce tonneau ($160 \times \frac{3}{4} = 120$).

Commentaires

1°) Même question dans les cas suivants :

a) on le remplit à moitié ; *b) on le remplit au quart ;* *c) on le remplit au* $\frac{2}{5}$.

2°) Quelle fraction du tonneau est remplie, si le tonneau contient :

a) 10 l ? *b) 60 l ?* *c) 140 l ?*

♦ **Exercice n°23 p. 192**

Il y a 16 élèves qui jouent au football et 20 élèves qui jouent au basket.

♦ **Exercice n°24 p. 192**

5 mn correspondent à $\frac{5}{60}$, soit $\frac{1}{12}$ h

10 mn correspondent à $\frac{10}{60}$, soit $\frac{1}{6}$ h

15 mn correspondent à $\frac{15}{60}$, soit $\frac{1}{4}$ h *(dans le langage courant on dira, par exemple, 6 heures et quart au lieu de dire 6 h 15 mn)*

20 mn correspondent à $\frac{20}{60}$, soit $\frac{1}{3}$ h

30 mn correspondent à $\frac{30}{60}$, soit $\frac{1}{2}$ h *(dans le langage courant on dit par exemple, 4 heures et demi au lieu de dire 4 h 30 mn)*

40 mn correspondent à $\frac{40}{60}$, soit $\frac{2}{3}$ h

45 mn correspondent à $\frac{45}{60}$, soit $\frac{3}{4}$ h

♦ **Exercice n°25 p. 192**

Une heure correspond à $\frac{1}{24}$ journée

Nombre d'heures	3 h	6 h	12 h	15 h	18 h	36 h
Fraction d'une journée	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$

Commentaire

On pourra poser la question suivante : Quelle est le nombre d'heures correspondant à :

a) un tiers de journée ? *b)* $\frac{2}{3}$ *de journée?* *c)* $\frac{5}{12}$ *de journée?* *d)* $\frac{3}{8}$ *de journée?*

Exercices d'approfondissement

♦ **Exercice n°26 p. 192**

L'aire du grand carré EFGH est égale à l'aire de 64 petits carrés, donc un petit carré représente $\frac{1}{64}$ de l'aire du grand carré EFGH .

Aire de la partie 1 : $6 \times \frac{1}{64} = \frac{6}{64} = \frac{3}{32}$

Aire de la partie 2 : $5 \times \frac{1}{64} = \frac{5}{64}$

Aire de la partie 3 : $9 \times \frac{1}{64} = \frac{9}{64}$

Aire de la partie 4 : $10 \times \frac{1}{64} = \frac{10}{64} = \frac{5}{32}$

Commentaire

S'il n'y a aucune difficulté pour le calcul de l'aire de la partie 1, en revanche il faudra donner des explications géométriques pour le calcul des aires des parties 2 , 3 et 4 .

◆ **Exercice n°27 p. 192**

Remarque : $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

Pour trouver les quatre fractions égales à $\frac{5}{15}$ et dont le dénominateur est plus grand que 15 et plus petit que 30, il suffira de multiplier le numérateur et le dénominateur de $\frac{1}{3}$ par 6, 7, 8 et 9.

◆ **Exercice n°28 p. 192**

	Partie noire	Partie rouge
Cercle 1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
Cercle 2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Commentaires

On pourra enrichir l'exercice par :

1°) Quelle est le périmètre d'un quart de cercle de rayon 1 ?

2°) Quelle est le périmètre d'un demi-cercle de rayon 1 ?

◆ **Exercice n 29 p. 192**

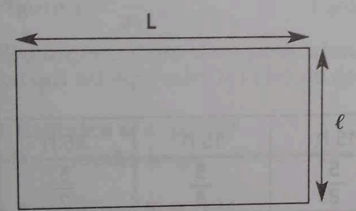
La partie hachurée de la figure 2 représente la moitié ($\frac{1}{2}$) du disque 1.

La partie hachurée de la figure 3 représente les trois-quarts ($\frac{3}{4}$) du disque 1.

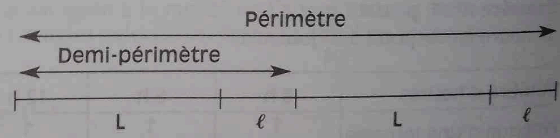
Figure 2 : 1 250 000 habitants

Figure 3 : 1 875 000 habitants

◆ **Exercice n°31 p. 192**



Esquisse



Schéma

La longueur mesure 162 m ($432 \times \frac{3}{8} = 162$).

Le demi-périmètre mesure 216 m (432 : 2 = 216).

La largeur mesure 54 m (216 – 162 = 54).

Commentaire

Le professeur pourra faire remarquer aux élèves que la largeur représente $\frac{1}{8}$ du périmètre

$\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{8}\right)$

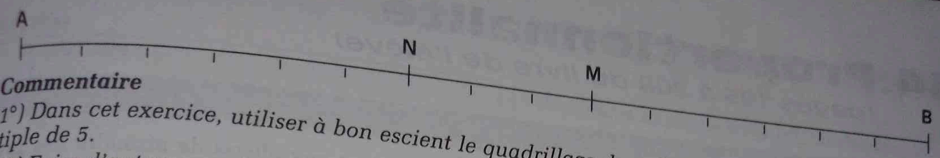
◆ **Exercice n°32 p. 192**

Du lundi au jeudi inclus, l'ouvrier a travaillé 29 heures

$4 \times \left(7 + \frac{1}{4}\right) = 4 \times 7 + 4 \times \frac{1}{4} = 28 + 1 = 29$

Dans la semaine, il aura travaillé 37 heures (29 + 8 = 37)

♦ **Exercice n°33 p. 193**



Commentaire

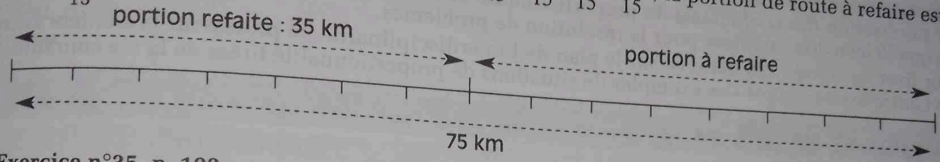
1°) Dans cet exercice, utiliser à bon escient le quadrillage du cahier en prenant pour AB un multiple de 5.

2°) Faire d'autres exercices du même type avec d'autres fractions.

♦ **Exercice n°34 p. 193**

a) La portion déjà refaite est de : $\frac{35}{75} = \frac{7}{15}$

b) Le schéma suivant nous permet d'écrire : $1 - \frac{7}{15} = \frac{15}{15} - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$; la portion de route à refaire est donc de $\frac{8}{15}$.

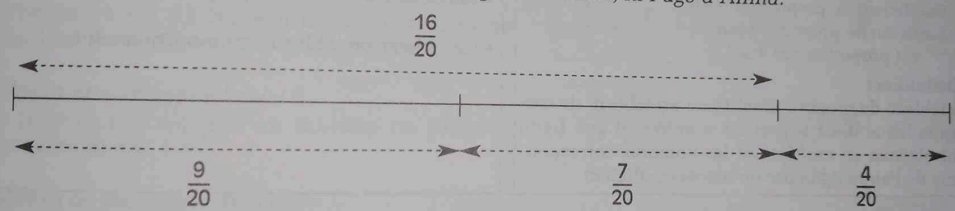


♦ **Exercice n°35 p. 193**

L'âge d'Amadou est 18 ans ($40 \times \frac{9}{20} = 18$). L'âge d'Alima est 14 ans ($40 \times \frac{7}{20} = 14$). L'âge d'Issa est 8 ans [40 – (18 + 14) = 8].

Commentaire

On peut calculer l'âge d'Issa sans calculer l'âge d'Amadou, ni l'âge d'Alima.



$\frac{9}{20} + \frac{7}{20} = \frac{16}{20}$ $\qquad 1 - \frac{16}{20} = \frac{20}{20} - \frac{16}{20} = \frac{4}{20}$

L'âge d'Issa représente donc les $\frac{4}{20}$ de l'âge du père, soit 8 ans ($40 \times \frac{4}{20} = 8$).

♦ **Exercice n°36 p. 193**

4	128	1
2	8	32
64	$\frac{1}{2}$	16

Commentaires

1°) Le professeur pourra proposer aux élèves la démarche suivante :

a) Calculer $128 \times 8 \times \frac{1}{2}$

b) Remplir la case de la 1e ligne ou bien la case de la 1e diagonale.

c) Continuer le remplissage .

2°) Le professeur présentera d'autres carrés magiques multiplicatifs (on pourra remarquer que ce carré magique multiplicatif ne fait intervenir que des puissances de 2)

14. Proportionnalité
(pages 195 à 208 du livre de l'élève)

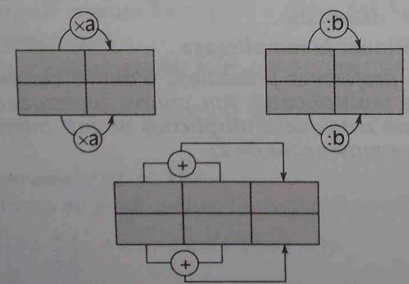
Objectifs

Ce chapitre vise essentiellement à donner des outils permettant aux élèves de résoudre des problèmes relevant de situations de proportionnalité.

Commentaires

La notion de proportionnalité étant répartie sur tout le premier cycle, il s'agit ici de mettre l'accent sur l'utilisation des coefficients de proportionnalité et des propriétés de linéarité qui sont des outils que l'élève doit maîtriser pour la résolution de problèmes.
Pour fixer davantage ces notions, sur le plan de l'interdisciplinarité, le professeur présentera autant des contre-exemples que des exemples de situations de proportionnalité tirées de la vie courante.

Savoirs et savoir-faire

savoirs	savoir-faire
Tableaux de proportionnalité	
• **Vocabulaire :** - Opérateur ; - Tableau de correspondance ; - Coefficient de proportionnalité ; - Situation de proportionnalité ; - " ...est proportionnel à ..." . • **Définition :** Un tableau de proportionnalité est un tableau de correspondance dans lequel les nombres d'une ligne sont obtenus en multipliant les nombres correspondants de l'autre ligne par un même coefficient.	• Traduire lorsque c'est possible, un problème donné en situation de proportionnalité. • Reconnaître un tableau proportionnalité. • Compléter un tableau de proportionnalité.
Coefficients de proportionnalité	
• **Vocabulaire :** Pourcentage.	• Déterminer un coefficient de proportionnalité d'un tableau. • Utiliser un coefficient de proportionnalité pour effectuer des calculs. • Traduire un pourcentage en nombre décimal, en fraction décimale.
Propriétés des tableaux de proportionnalité	
• **Schéma des propriétés :** a et b sont des nombres non nuls. 	• Utiliser les propriétés de linéarité pour : - compléter un tableau ; - résoudre un problème.

savoirs	savoir-faire
Échelles • Vocabulaire : - Échelle ; - Agrandissement ; - Réduction.	• Reproduire un dessin à une échelle donnée. • Effectuer des calculs pratiques en utilisant une échelle donnée.

Exercices du Manuel

Exercices du cours

♦ Exercice 1.a p. 197

a) Vrai, car $\mathcal{P} = 4 \times c$

b) Faux

c) Vrai, lorsque l'on dit, par exemple, qu'une voiture consomme 10 litres au 100 km, cela signifie que l'on aura un tableau de proportionnalité de la forme suivante :

Kilométrage parcouru	100	200	250	425
Consommation en litres	10	20	25	42,5

Un coefficient de proportionnalité est 0,1 (10 : 100 = 0,1).

♦ Exercice 1.b p. 197

Tableau de correspondance 1

Le tableau 1 est un tableau de proportionnalité dont 1 est un coefficient de proportionnalité.

1	2	5
1	2	5

$\times 1$

Tableau de correspondance 2

Le tableau 2 n'est pas un tableau de proportionnalité (0,3 ≠ 0,35).

6
1,8

$\times 0{,}3$

1,8 : 6 = 0,3

12
4,2

$\times 0{,}35$

4,2 : 12 = 0,35

Tableau de correspondance 3

Le tableau 3 n'est pas un tableau de proportionnalité (2 ≠ 2,5).

2,5
5

$\times 2$

5 : 2,5 = 2

7,5
15

$\times 2$

15 : 7,5 = 2

10
25

$\times 2{,}5$

25 : 10 = 2,5

Tableau de correspondance 4

Le tableau 4 est un tableau de proportionnalité dont 0,175 est un coefficient de proportionnalité.

8
1,4

$\times 0{,}175$

1,4 : 8 = 0,175

24
4,2

$\times 0{,}175$

4,2 : 24 = 0,175

♦ Exercice 2.a p. 200

$15\% = \dfrac{15}{100} = 0{,}15$; $2\% = \dfrac{2}{100} = 0{,}02$; $20\% = \dfrac{20}{100} = 0{,}2$; $100\% = \dfrac{100}{100} = 1$; $105\% = \dfrac{105}{100} = 1{,}05.$

♦ Exercice 2.b p. 200

Ancien prix	Rabais	Nouveau prix
1 000	300	700
1 200	360	840
700	210	490
3 500	1 050	2 450

$\times 0{,}3$; $-$

Commentaires

1°) Il n'est pas nécessaire de calculer le montant du rabais avant de calculer le prix après rabais. Le nouveau prix est égal à 70% de l'ancien prix.

2°) En s'inspirant de la vie quotidienne, il serait souhaitable de faire d'autres exercices de ce type avec rabais (réduction, remise), ou hausse (augmentation) de prix.

♦ **Exercice 4.a p. 203**

	Sénégal	Côte d'Ivoire	Niger
Longueur du rectangle (en cm)	2	5	6,3
Quantité de mil et de sorgho produite (en t)	490 000	1 225 000	1 543 500

Un coefficient de proportionnalité est 245 000 (490 000 : 2 = 245 000).

♦ **Exercice 4.c p. 205**

La distance à vol d'oiseau (en ligne droite sur la carte) est 21 km : 8,4 × 250 000 = 2 100 000 (unité : le cm).

Si la distance réelle est 120 km, sur la carte la distance sera : 48 cm : 12 000 000 : 250 000 = 48.

Commentaire

Il sera intéressant de faire manipuler les élèves sur une carte, de façon à trouver les distances à vol d'oiseau entre les principales villes du pays.

Exercices d'entraînement

♦ **Exercice n°1 p. 206**

1 : 0,8 = 1,25   4 : 3,2 = 1,25   6,5 : 5,2 = 1,25   15,8 : 12,64 = 1,25

Le premier tableau est un tableau de proportionnalité dont un coefficient de proportionnalité est 1,25.

55 : 2 = 27,5   45 : 1 = 45

Le second tableau n'est pas un tableau de proportionnalité (27,5 ≠ 45).

6,28 : 2 = 3,14   15,7 : 5 = 3,14   21,98 : 7 = 3,14

Le troisième tableau est un tableau de proportionnalité dont 3,14 est un coefficient de proportionnalité.

Commentaires

- *Pour prouver qu'une propriété est fausse, il suffit de trouver un contre-exemple.*
- *On évitera d'utiliser en classe de sixième la notation $\frac{1}{0,8}$ pour la recherche du coefficient de proportionnalité.*

♦ **Exercice n°2 p. 206**

a)

× 3,5

Consommation d'essence en litre	7,8	
Distance parcourue en km	100	350

350 : 100 = 3,5

Pour parcourir 350 km, la voiture consommera 27,30 litres d'essence (7,8 × 3,5 = 27,30)

b)

× 5

Consommation d'essence en litre	7,8	39
Distance parcourue en km	100	

39 : 7,8 = 5

Si la voiture a consommé 39 litres d'essence, elle a parcouru 500 km (100 × 5 = 500).

♦ **Exercice n°6 p. 206**

a)

Distance parcourue en km	200	
Durée du parcours en h	2,5	4

× 1,6

4 : 2,5 = 1,6
En 4 heures, l'automobile a parcouru 320 km ($200 \times 1{,}6 = 320$).

b)

Distance parcourue en km	200	280
Durée du parcours en h	2,5	

× 1,4

280 : 200 = 1,4
Pour parcourir 280 km,
l'automobile mettra 3 h 30 mn ($2{,}5 \times 1{,}4 = 3{,}5$).

♦ **Exercice n°8 p. 206**

Poids de crème de lait en g	200	150	1 500
Poids de beurre en g			

× 0,32

Avec 200 g de crème, on peut obtenir 64 g de beurre ($200 \times 0{,}32 = 64$).
Avec 150 g de crème, on peur obtenir 48 g de beurre ($150 \times 0{,}32 = 48$).
Avec 1 500 g de crème, on peut obtenir 480 g de beurre ($1\,500 \times 0{,}32 = 480$).

♦ **Exercice n°11 p. 206**

Le montant de la T.V.A est 30 000 F ($120\,000 \times 25\% = 30\,000$).
Le prix T.T.C de la marchandise est 150 000 F ($120\,000 + 30\,000 = 150\,000$).

Commentaires

1°) Il sera intéressant de faire d'autres exercices avec la notion de T.V.A sur différents articles de la vie courante.

2°) Insister sur le fait que la T.V.A, qui est un pourcentage, est un coefficient de proportionnalité.

♦ **Exercice n°19 p. 207**

Distance sur le plan en cm	5,4	8	2,80	11,50
Distance réelle en cm	540	800	280	1150

× 100

Commentaire

Faire remarquer aux élèves qu'une échelle est un coefficient de proportionnalité.

♦ **Exercice n°21 p. 207**

Distance sur la carte en cm	1	15	27,5	7
Distance réelle en cm	500 000			
Distance réelle en km	5	75	137,5	35

Entre la distance sur la carte en cm et la distance réelle en cm, un coefficient de proportionnalité est 500 000 (500 000 : 1 = 500 000)
Entre la distance réelle en cm et la distance réelle en km, un coefficient de proportionnalité est 0,00001 (5 : 500 000 = 0,00001).

Commentaires

1°) Insister sur le fait qu'une échelle est un coefficient de proportionnalité.

2°) Contrôler la maîtrise, par les élèves, des unités de mesure des longueurs.

3°) Faire acquérir aux élèves la notion "d'ordre de grandeur", notamment à propos des distances sur une carte (faire un exercice avec lecture et mesure sur une carte routière ou sur une carte de géographie ou sur un plan de ville).

❑ Exercices d'approfondissement

♦ **Exercice n°23 p. 208**

Si 4 ouvriers " labourent " une parcelle de terrain en 6 h, en doublant le nombre d'ouvriers, on diminue le temps de moitié. Il faudra donc 3 h à 8 ouvriers pour labourer le même terrain.

nombre d'ouvriers agricoles	4	8
durée du labour	6	3

Commentaires

•*Il faut supposer que les ouvriers ont le même rythme de travail.*

• *On peut résoudre le problème différemment :*

- 4 ouvriers labourent le terrain en 6 h,

- donc 1 ouvrier le labourerait en 24 h,

- par conséquent, 8 ouvriers effectueraient le même travail en 3 h (24 : 8 = 3).

• ***Attention, ce tableau de correspondance n'est pas un tableau de proportionnalité.***

♦ **Exercice n°24 p. 208**

Si 5 poules mangent 500 g de mil en 5 jours, alors 10 poules mangent 1 000 g (2 × 500 = 1 000) de mil en 5 jours et 10 poules mangent 2 000 g (2 × 1 000 = 2 000) de mil en 10 jours.

Commentaires

• *Il faut supposer que chaque poule mange la même quantité de mil par jour.*

• *On aurait pu déterminer "combien mange une poule en une heure ?"*

♦ **Exercice n°25 p. 208**

Si 4 ouvriers récoltent les bananes sur 4 ha en 4 jours, les mêmes 4 ouvriers récolteront les bananes sur 8 ha en 8 jours.

♦ **Exercice n°26 p. 208**

Si on double la longueur des arêtes, alors on multiplie le volume du cube par 8 (2 × 2 × 2 = 8).
La masse d'argent étant proportionnelle à son volume, le poids du nouveau cube est 97,240 kg (12,155 × 8 = 97,240).

♦ **Exercice n°27 p. 208**

Hier le prix d'un stylo et d'un gros cahier était 2 600 F (2 500 + 100 = 2 600).
Aujourd'hui le prix de ces mêmes fournitures scolaires est 2 300 F (2 500 – 200 = 2 300).
La différence de 300 F (2 600 – 2 300 = 300) représente la réduction de 15% sur le prix du stylo.

Prix de vente du stylo, hier	
Montant de la réduction	300

× 0,15 : 0,15

Hier, le prix du stylo était 2 000 F (300 : 0,15 = 2 000).
Par conséquent, le prix d'un cahier est 600 F (2 600 - 2 000 = 600).
Tableau récapitulatif :

	hier	aujourd'hui
Prix de vente d'un cahier et d'un stylo	2 600	2 300
Prix de vente d'un stylo	2 000	1 700
Prix de vente d'un cahier	600	600

♦ **Exercice n°28 p. 208**

a)

Prix de revient en francs	15 000	20 000	25 000	40 000
Bénéfice en francs	4 500	6 000	7 500	12 000
Prix de vente en francs	19 500	26 000	32 500	52 000

b)

Prix de revient en francs	15 000	20 000	25 000	40 000
Prix de vente en francs	19 500	26 000	32 500	52 000

$19\,500 : 15\,000 = 1{,}30$ $26\,000 : 20\,000 = 1{,}30$ $32\,500 : 25\,000 = 1{,}30$ $52\,000 : 40\,000 = 1{,}30$

Par conséquent,le tableau de correspondance entre le prix de revient et le prix de vente est un tableau de proportionnalité, car on passe du prix de revient au prix de vente en multipliant par 1,3.

c) On peut remplacer 15 000 par $15\,000 \times 1$

La propriété utilisée est : " pour multiplier une somme par un nombre, on peut multiplier chaque terme de la somme par ce nombre et additionner les produits obtenus ".

d) Le prix de vente est 32 500 F ($q = 25\,000 \times 1{,}3 = 32\,500$).

e) Le nombre 1,3 représente le coefficient de proportionnalité.

f) Le prix de vente est 91 000 F ($70\,000 \times 1{,}3 = 91\,000$).

Commentaires

1°) On pourra poser les questions suivantes :

Le tableau de correspondance entre le prix de revient et le bénéfice est-il un tableau de proportionnalité ?

Le tableau de correspondance entre le prix de vente et le bénéfice est-il un tableau de proportionnalité ?

2°) On fera remarquer aux élèves qu'un pourcentage est un coefficient de proportionnalité.

♦ Exercice n°29 p. 208

a) L'ancien prix est 5 000 F, la remise est 1 000 F ($5\,000 \times 0{,}2 = 1\,000$),

donc le nouveau prix de vente est 4 000 F ($5\,000 - 1\,000 = 4\,000$).

$p = 5\,000 - 5\,000 \times 0{,}2 = 5\,000 \times (1 - 0{,}2) = 5\,000 \times 0{,}8$

Il faut alors multiplier l'ancien prix par 0,8 pour obtenir le nouveau prix de vente.

b) Pour obtenir l'ancien prix connaissant le nouveau prix, il faut diviser le nouveau prix par 0,8.

Par conséquent, l'ancien prix est 8 000 F ($6\,400 : 0{,}8 = 8\,000$).

♦ Exercice n°30 p. 208

Prix en 1992 : $1\,000 + 1\,000 \times 0{,}1 = 1\,000 + 100 = 1\,100$, soit **1 100 F**.

Prix en 1993 : $1\,100 + 1\,100 \times 0{,}1 = 1\,100 + 110 = 1\,210$, soit **1 210 F**.

Par contre, le raisonnement de Koffi est : $1\,000 + 1\,000 \times 0{,}2 = 1\,000 + 200 = 1\,200$, soit **1 200 F**.

Par conséquent, son raisonnement est faux.

Commentaires

- *On précisera aux élèves que l'augmentation de 10 % est une augmentation sur le prix de l'année précédente.*
- *Quel sera le prix en 1995 ? en 2000 ?*
- *Il faudra bien montrer aux élèves qu'il faut moins de 10 ans pour que les prix doublent avec une augmentation de 10 % par an (on pourrait penser à tort que : 10 × 10 % = 100 % et donc qu'il faut 10 ans pour que les prix doublent).*

15. Nombres décimaux relatifs
(pages 209 à 221 du livre de l'élève)

Objectifs

Ce chapitre vise essentiellement à introduire de nouveaux nombres.

Commentaires

De nombreuses situations concrètes de la vie courante (bilan commercial, score de football, température, etc.) se traduisent par des nombres décimaux relatifs. L'approche de ces nombres décimaux relatifs se fera donc, sans théorie, à l'aide d'exemples concrets tirés de l'environnement des élèves .

La définition de deux nombres opposés se fera par symétrisation par rapport à l'origine d'une droite graduée.

Dans la leçon 3, on ne présentera que la somme de deux nombres entiers relatifs. Elle se fera sur de nombreuses situations concrètes dans le but de faire comprendre et intérioriser un mécanisme de fonctionnement. On se gardera ici d'énoncer des règles qui sont difficiles à formuler sans la notion de valeur absolue.

Savoirs et savoir-faire

savoirs	savoir-faire
Les nombres décimaux relatifs	
• **Vocabulaire :** – Nombres entiers relatifs ; – Nombres entiers relatifs positifs ; – Nombres entiers relatifs négatifs ; – Nombres décimaux relatifs ; – Nombres décimaux relatifs positifs ; – Nombres décimaux relatifs négatifs. • **Notation :** $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$. • **Conventions d'écriture :** (+3,5) ou +3,5 ou 3,5 (–5,1) ou –5,1	• Traduire des situations concrètes par des nombres relatifs (entiers ou décimaux). • Reconnaître si un nombre relatif est : - entier, décimal ; - positif ou négatif.
Droites graduées	
• **Vocabulaire :** Abscisse d'un point. • **Définition :** Des nombres sont opposés lorsqu'ils sont les abscisses de deux points symétriques par rapport au point d'origine d'une droite graduée.	• Graduer une droite avec des nombres relatifs (entiers ou décimaux). • Trouver l'opposé d'un nombre relatif (entier ou décimal). • Reconnaître deux nombres opposés (entiers ou décimaux). • Lire l'abscisse (nombre relatif entier ou décimal) d'un point marqué sur une droite graduée.
Somme de deux nombres entiers relatifs	
	• Calculer la somme de deux nombres entiers relatifs.

Exercices du cours

♦ **Exercice 2.a p. 215**

C a pour abscisse (+ 4) ; B a pour abscisse (– 4) et D a pour abscisse (– 6).

♦ **Exercice 2.b p. 215**

R a pour abscisse 0,4 ; S a pour abscisse (–1) et T a pour abscisse – 0,7.

Exercices d'entraînement

♦ **Exercice n°2 p. 219**

ÉQUIPES	Parties gagnées	Parties perdues	Score final
A	20	2	*18*
B	9	13	*– 4*
C	10	10	*0*
D	7	15	*– 8*
E	16	6	*10*
F	14	8	*6*
G	5	17	*– 12*

Commentaire

On pourra demander aux élèves de placer sur une droite graduée les points A, B, C, D, E, F et G d'abscisses respectives le score final des équipes A, B, C, D, E, F et G et d'en déduire le classement final du championnat.

Exercices d'approfondissement

♦ **Exercice n°12 p. 220**

Le total des notes étant 94,5, la moyenne de l'élève est 10,5 (94,5 : 9 = 10,5).

Mathématiques	15	+4,5
Composition française	10	– 0,5
Orthographe et Grammaire	12,25	+1,75
Anglais	7	– 3,5
Histoire et Géographie	4,5	– 6
Éducation physique	18,75	+8,25
Sciences Naturelles	5,5	– 5
Dessin	11	+0,5
Musique	10,5	0

Prolongements

1°) *Compléter le tableau par une 4^{e} colonne intitulée : " Position de chaque note par rapport à 10 ".*

2°) *Enrichir le tableau par une 5^{e} colonne intitulée : " Position de chaque note par rapport à la moyenne de la classe supposée égale à 9,7 ".*

3°) *Le professeur pourra demander à chaque élève de faire un tableau avec ses propres notes du 1er semestre.*

♦ **Exercice n°13 p. 220**

Commentaires

1°) Pour cet exercice, il faudra donner des explications du type "monter-descendre".

Exemples :

$(+7) + \square = +13$	*a) Faut-il monter ou descendre pour passer de (+ 7) à (+ 13) ?* *b) Réponse: il faut monter. De combien ?* *Réponse: on monte de 6, on inscrit (+ 6) dans la case.*
$(-8) + \square = -21$	*a) Faut-il monter ou descendre pour passer de (– 8) à (– 21) ?* *b) Réponse: il faut descendre. De combien ?* *Réponse: on descend de 13, on inscrit (– 13) dans la case.*

2°) Donner d'autres calculs du type : $(-7) + \square = +3$ et du type : $(+19) + \square = -12$ avant de passer à l'exercice n° 14.

♦ **Exercice n°15 p. 220**

a = + 2 024 ; b = + 15 ; c = 0 ; d = 0

Commentaires

1°) Un ordre plus judicieux des questions serait : b) , d) , c) et a).

2°) On donnera les différentes façons d'effectuer ces calculs et on dégagera à chaque fois la méthode la plus performante.

♦ **Exercice n°16 p. 220**

Le nombre 1,4 est situé entre 1 et 2.

L'opposé de 1,4 est (– 1,4) ; le nombre (–1,4) est situé entre (– 2) et (– 1).

Le nombre (– 2,7) est situé entre (– 3) et (– 2).

L'opposé de (– 2,7) est 2,7 ; le nombre 2,7 est situé entre 2 et 3.

Commentaire

L'objectif visé est de savoir encadrer un nombre décimal relatif et son opposé par deux nombres entiers relatifs.

Imprimé à l'Île Maurice par BPS - Dépôt légal 06/2007 - Collection n°61 - Edition 06

59/4460/8

ISBN : 978-2-85069-855-2

9 782850 698552

DIFFUSION
R.C.I. : NOUVELLES ÉDITIONS IVOIRIENNES
AUTRES PAYS : EDICEF

59.4[illegible]0.8