

# ICORP ENCYCLOPEDIA

Edition 2016



SIGMA

L' incontournable de la préparation  
au concours d'entrée à

## L' ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DES TRAVAUX PUBLICS (ENSTP)



Intelligentsia corporation



AsTEX Edition

Cet ouvrage est la propriété intellectuelle de l'entreprise INTELLIGENTSIA CORPORATION. Il est donc régi par les lois de la propriété intellectuelle Toute reproduction integrale ou partielle de cet ouvrage ou d'une partie de cet ouvrage sur quelque support que ce soit est strictement interdite sans l'autorisation expresse de l'entreprise INTELLIGENTSIA CORPORATION. Tout intervenant s'expose à des poursuites judiciaires pouvant donner lieu à des sanctions d'ordre pénale.



# Dédicaces

Cet ouvrage est dédié à toutes les personnes qui ont obtenu leur admission dans les grandes écoles scientifiques, d'ingénierie et de médecine du Cameroun avec le concours de près ou de loin de la maison INTELLIGENTSIA CORPORATION. Vous faites notre fierté car vous êtes la preuve que tout le monde peut y arriver...

# Note de l'équipe I-CORP

Chers(ères) élèves, Arrêtez de vous fier à ceux qui disent et ou pensent que vous n'êtes pas capables de grand-chose ; le seul fait d'être rentré en possession de cet ouvrage montre, à n'en point douter, combien ambitieux vous pouvez être.

Vous avez porté votre choix sur une Ecole d'ingénierie, cet ouvrage est vôtre ; mais là commence votre « calvaire ». Votre intellect sera en effet soumis à toutes formes de difficultés des plus basiques aux plus affinées.

Notre ultime objectif est de vous faire comprendre que vous partez sur le même pied d'égalité que n'importe quel élève du même niveau académique que vous. La différence résidera en ce que vous aurez su prendre l'ascendant psychologique sur le reste de vos camarades au jour du concours.

La Motivation, le sens du Sacrifice et de l'effort, le Don de soi-même, l'Abnégation a toutes épreuves, l'Endurance devant l'adversité, l'Humilité sont les qualités que vous devrez posséder pour atteindre vos ambitions les plus folles quel que soit le domaine dans lequel vous aurez décidé de vous lancer. Il peut arriver que vous buttiez sur des difficultés apparemment insurmontables, le plus important sera alors de savoir vous rapprocher de la source « idéale » pour avoir de plus amples éclairages.

Dès à présent commencez ou continuez à croire en vous et en votre potentiel sans toutefois cédé aux diverses pressions. « A tes résolutions répondra le succès ; Sur tes sentiers brillera la lumière. »

Votre motivation se doit d'être canalisée par les citations et conseils que regorge cet ouvrage. Prenez donc le temps en introduction de chaque sous-partie d'en analyser la signification.

E-mail : [infos@intelligentsiacorporation.com](mailto:infos@intelligentsiacorporation.com)

site Web : [www.intelligentsiacorporation.com](http://www.intelligentsiacorporation.com)

Tel : 671 83 97 97

698 22 22 77

L'équipe **INTELLIGENTSIA CORPORATION**

# Remerciements

Parce qu'ils ont été présents depuis la conception jusqu'à la version actuelle en passant par les nombreuses mises à jour de cet ouvrage et aussi et surtout par devoir de conscience nous tenons à remercier tous ceux qui y ont activement participé de près ou de loin par leurs conseils ou par leurs actions. Ceux sont entre autres et sans être exhaustifs :

- Les enseignants de l'ENSTP qui nous ont soutenus dans l'élaboration des corrigés ;
- Les élèves-ingénieurs de l'ENSP et l'ensemble des enseignants du groupe **intelligentsia corporation** ;
- La direction technique du groupe **intelligentsia corporation** ;
- La direction générale du groupe **intelligentsia corporation** ;
- La direction des affaires académiques du groupe **intelligentsia corporation** sous la coordination de **Noula Gires, élève-ingénieur en cinquième année génie mécanique à l'ENSP** pour l'élaboration de ce livre ;
- Le **Dr. Takam**, enseignant de mathématique à l'école Nationale Supérieure Polytechnique de Yaoundé ;
- Le groupe **AsTeX Edition** pour l'édition de qualité de ce document sous la coordination de : (**Ngansob Yves, Kana Abel, Tchonang Magellan...**) ;
- Les différents superviseurs de région.

# Préface

L'orientation académique et socio-professionnelle est une question de taille pour le jeune camerounais. Dans la situation de « flou » général observée, il est très difficile pour le jeune qui se pose sérieusement la question « que vais-je devenir après le bac ? » De facilement trouver ses repères. Et pour cause :

- Une transition pour la plus part absente du secondaire au supérieur ;
- La faiblesse, voir le manque d'informations relatifs à une orientation solide ;
- L'ignorance générale de ce qu'est un concours et de comment s'y prendre pour le réussir ;
- La nécessité d'obtention de documents solides et complets préparant l'élève dans les aspects les plus importants ;
- En dernier lieu la corruption jusque-là déplorée dans notre pays, qui met en avant comme critère de réussite les capacités financières et relationnelles de la famille du candidat et non ses aptitudes.

Pour ce dernier cas, il est à noter c'est une voie très risquée qui se solde pour beaucoup par un échec lamentable, mais aussi que, pour le bonheur de tous, les meilleurs n'ont jamais besoin de suivre cette voix. Une solution, faire ressortir le meilleur qui sommeille en chaque individu.

C'est le but que c'est donnée l'entreprise **INTELLIGENTSIA CORPORATION**, depuis plus de cinq ans déjà leader de l'orientation professionnelle et de la préparation aux concours d'entrée dans les grandes écoles scientifiques au Cameroun.

Pour une meilleure préparation individuelle des apprenants, elle a mis sur pied la collection **ICORP- ENCYCLOPEDIA** qui est un document indispensable à la préparation aux concours. En effet, elle propose des cours, des explications pratiques, des méthodes prouvées pour booster les résultats, un grand nombre de sujets corrigés des dernières années de presque tous les concours d'entrée dans les grandes écoles au Cameroun.

C'est ainsi que dans cette collection, on distinguera :

- Le « **PI** », guide de référence pour la préparation du concours d'entrer à l'École Nationale Supérieure Polytechnique de Yaoundé (ENSP)
- L' « **I-BRAIN** », guide de référence pour la préparation du concours commun d'admission aux études médicales ;
- Le « **SIGMA** », guide de référence pour la préparation du concours d'entrée à l'École Nationale Supérieure des Travaux Publics (ENSTP)
- L' « **EPSILON** », guide de référence pour la préparation du concours d'entrée à l'École de Géologie et d'Exploitation Minière (EGEM)
- Les « **ITORE-MATH, ITORE-PHYS, ITORE-CHIM, ITORE-BIO** » qui sont des guides pour l'entrée aux différentes filières scientifiques de l'École Normale Supérieure (ENS)
- Et pleins d'autres (**ICORE (ENSPT), THE ROAD TO FASA (FASA), THETA (FGI), ...**)

Cette dernière édition de la collection ICORP-ENCYCLOPEDIA n'aura pas fini de surprendre, tant dans la diversité des secrets qu'elle met à la disposition des étudiants que dans la facilité de manipulation. Une nouvelle configuration des ouvrages, une mise en page actualisée et une réédition des équations, figures et citations en début de partie en améliorent convivialité, lisibilité et donc compréhension

Nous avons proposé des éléments de solutions pour ces sujets notamment. Pour éviter que le lecteur ne tombe dans la facilité, nous recommandons aux candidats de se mettre dans les conditions d'examen pour traiter ces sujets sachant que chaque épreuve a une durée limitée.

C'est un nouveau concept qui s'offre au candidat, qui n'a plus devant lui un ramassis d'épreuves disposés souvent de façon hasardeuse où il est très difficile de se retrouver et où on a de la peine à lire les images.

Chaque document de cette collection est un tout en soit, conçu pour faciliter la navigation des candidats et pour rendre les sujets aussi clairs que possible. Chaque épreuve s'inscrit dans une logique comme faisant partie d'un tout, où chaque exercice a une numérotation globale pour sa partie avec juxtaposé à lui le numéro de la page où se trouve la correction. Ainsi, plus besoin de trop se fatiguer, où même de s'inquiéter.

**WAMBA William Clerk**

*-Diplômé de l'ENSP-*

*-Option Génie civil-*

***-PDG groupe ICORP-***

# Sommaire

<b>1</b>	<b>Résumé de cours de mathématique</b> .....	<b>11</b>	
<b>Chapitre 1 Suites numériques</b> ..... <b>13</b>			
1	Comportement global d'une suite .....	13	
2	Suites convergentes .....	13	
3	Suites divergentes.....	14	
4	Opération sur les limites (Croissances comparées).....	14	
5	Suites particulières .....	14	
6	Raisonnement par récurrence .....	19	
<b>Chapitre 2 Trigonométrie, sommation numérique, intégrale</b> .....			<b>21</b>
1	Trigonométrie circulaire .....	21	
2	Trigonométrie Hyperbolique .....	21	
3	Rappels de quelques primitives usuelles .....	22	
4	Sommation numérique .....	23	
5	Applications du calcul intégral.....	26	
<b>2</b>	<b>Résumé de cours de physique</b> .....	<b>33</b>	
<b>Chapitre 3 Analyse dimensionnelle</b> .....			<b>35</b>
1	Introduction .....	35	
2	Notion de mesure.....	35	
3	Système d'unités .....	35	
4	Les équations aux dimensions (E.A.D) .....	36	
5	Exemples d'équations aux dimensions .....	36	
6	L'analyse dimensionnelle .....	36	
<b>Chapitre 4 La notion de quantité de chaleur</b> .....			<b>39</b>
1	La notion d'énergie .....	39	

2	La notion de chaleur .....	39
3	Notion de quantité de chaleur (Q) .....	40
4	Capacité thermique d'un calorimètre.....	41
5	Expression de la quantité de chaleur échangée par un corps qui subit un changement d'état.....	43
<b>Chapitre 5 Régimes transitoires et circuits électriques .....</b>		<b>45</b>
1	Définition .....	45
2	Charge et décharge d'un dipôle RC .....	45
3	Bobines inductives et dipôles RL.....	48
3	<b>Résumé de cours (Chimie) .....</b>	<b>51</b>
<b>Chapitre 6 La matière .....</b>		<b>53</b>
1	Mélanges homogènes et hétérogènes .....	53
2	Définitions des termes .....	53
<b>Chapitre 7 L'atome.....</b>		<b>55</b>
1	Les constituants de l'atome .....	55
2	Structure électronique des atomes .....	56
3	La classification périodique des éléments .....	57
<b>Chapitre 8 L'atome.....</b>		<b>59</b>
1	Etats de la matière .....	59
2	Etat Gazeux.....	59
<b>Chapitre 9 Cinétique Chimique.....</b>		<b>63</b>
1	Vitesse de réaction .....	63
2	facteurs cinétiques.....	64
3	Influence des concentrations sur la vitesse : ordre d'une réaction .....	65
4	Influence de la température sur la vitesse d'une réaction : loi d'Arrhenius.....	68
<b>Chapitre 10 Equilibre Chimique .....</b>		<b>69</b>
1	Introduction.....	69
2	Lois qualitatives concernant un équilibre chimique .....	69
3	Lois quantitatives concernant les équilibres chimiques : loi d'action de masse ...	70
<b>Chapitre 11 Les réactions acido-basiques.....</b>		<b>73</b>
1	Le pH.....	73

2	Calcul du pH d'une solution acide ou basique .....	73
3	Les mélanges acide-base conjugués .....	75
4	Les solutions tampons .....	76
5	Les ampholytes .....	76
6	dosage acido-basique .....	78
<b>4</b>	<b>Epreuves ENSTP .....</b>	<b>79</b>
7	ENSTP 2011 Master in Engeneering .....	81
8	ENSTP 2012 Master in engineering .....	99
9	ENSTP 2013 Master in engineering .....	107
10	ENSTP 2014 Master in engineering .....	113
<b>5</b>	<b>Corrigés ENSTP .....</b>	<b>127</b>
11	Corrigé ENSTP 2011 .....	129
12	Corrigé ENSTP 2012 .....	132
13	Corrigé ENSTP 2013 .....	133
14	Corrigé ENSTP 2014 .....	136

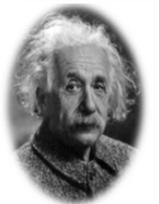
*Partie*

**1**

# RÉSUMÉ DE COURS DE MATHÉMATIQUE

« La seule chose absolue dans un monde  
comme le nôtre, c'est l'humour »

Albert Einstein





*Il s'agit d'un résumé comportant les résultats essentiels. Les exercices d'applications ont été conçus pour montrer les principaux aspects des notions à acquérir.*

## Rappel (Définition)

Une suite est une application  $u$  de  $\mathbb{N}$  dans  $\mathbb{R}$ . L'image de l'entier  $n$  par l'application  $u$  se note  $u(n)$  ou  $u_n$ . L'ensemble des termes de la suite se note  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .  $u_n$  est appelé terme général de la suite  $(u_n)$ .

## 1 — Comportement global d'une suite

### ► Monotonie.

La suite  $(u_n)$  est croissante (resp. décroissante) lorsque pour tout entier  $n$ ,  $u_{n+1} \geq u_n$  (resp.  $u_{n+1} \leq u_n$ ).

- Dans les deux cas,  $(u_n)$  est dite monotone.
- Lorsque  $u_n = f(n)$ , la suite  $(u_n)$  a le même sens de variation que la fonction  $f$ .

**Attention :** Cette propriété est fautive si  $(u_n)$  est définie par une relation du type  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

### ► Suites majorées, minorées, bornées.

- La suite  $(u_n)$  est majorée (resp. minorée) s'il existe un réel  $M$  (resp.  $m$ ) tel que pour tout entier  $n$ ,  $u_n \leq M$  (resp.  $u_n \geq m$ ).
- La suite  $(u_n)$  est bornée si elle est majorée et minorée c'est-à-dire s'il existe deux réels  $M$  et  $m$  tel que pour tout entier  $n$ ,  $m \leq u_n \leq M$ .

## 2 — Suites convergentes

### Définition

La suite  $(u_n)$  converge vers le réel  $l$  si la quantité  $|u_n - l|$  peut être rendu aussi petite que l'on veut pour  $n$  assez grand. On note :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$ .

### Théorèmes de comparaison.

- Si à partir d'un certain rang,  $|u_n - l| \leq v_n$  et si  $(v_n)$  converge vers 0, alors  $(u_n)$  converge vers  $l$ .
- Si à partir d'un certain rang,  $v_n \leq u_n \leq w_n$  et si  $(v_n)$  et  $(w_n)$  convergent vers  $l$ , alors  $(u_n)$  converge vers  $l$ .
- Si  $(u_n)$  et  $(v_n)$  convergent vers  $l$  et si à partir d'un certain rang  $u_n \leq v_n$ , alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \leq \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ .
- Toute suite croissante et majorée est convergente.
- Toute suite décroissante et minorée est convergente.

## 3 - Suites divergentes.

### Définition

- La suite  $(u_n)$  a pour limite  $+\infty$  si  $u_n$  peut être rendu aussi grand que l'on veut pour  $n$  assez grand. On note alors :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ .
- La suite  $(u_n)$  diverge lorsqu'elle admet une limite infinie.

### ► Théorème de comparaison.

Si à partir d'un certain rang,  $u_n \geq v_n$ , et si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$ , alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ .

## 4 - Opération sur les limites (Croissances comparées)

- Si  $\alpha > 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{n^\alpha} = 0$ .
- Si  $\alpha < 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{n^\alpha} = +\infty$ .
- Si  $0 < a < 1$  et  $\alpha$  quelconque,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^\alpha}{a^n} = +\infty$ .
- Si  $a > 1$  et  $\alpha$  quelconque,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^\alpha}{a^n} = 0$ .

**NB :** Notons que en cas d'indétermination,  $a^n$  l'emporte sur  $n^\alpha$  qui l'emporte sur  $\ln n$ .

## 5 - Suites particulières

### I. Suites arithmétiques et géométriques.

#### Définition

- La suite  $(u_n)$  est **arithmétique** s'il existe un réel  $r$  tel que, pour tout entier  $n$ ,  $u_{n+1} - u_n = r$ .
- La suite  $(u_n)$  est **géométrique** s'il existe un réel  $r$  tel que, pour tout entier  $n$ ,  $u_{n+1} = r u_n$ .

Dans les deux cas,  $r$  est appelé la **raison** de la suite.

### ► Propriétés

On note  $S_n = \sum_{k=p}^n u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  et  $p$  désigne un entier naturel quelconque.

On suppose que la suite  $(u_n)$  a pour premier terme  $u_p$ .

Suite arithmétique	Suite géométrique
$u_n = u_p + (n - p)r$	$u_n = u_p r^{n-p}$
$S_n = nb \text{ de termes} \times \frac{1er \text{ terme} + dernier \text{ terme}}{2}$ $= (n - p + 1) \frac{u_p + u_n}{2}$	$S_n = 1er \text{ terme} \frac{1 - raison^{nb \text{ de termes}}}{1 - raison}$ $= u_p \times \frac{1 - r^{n-p+1}}{1 - r} \text{ si } r \neq 1$
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Si <math>r &gt; 0</math>, <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty</math></li> <li>● Si <math>r &lt; 0</math>, <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Si <math> r  &lt; 1</math>, <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0</math></li> <li>● Si <math> r  &gt; 1</math>, <math>(u_n)</math> diverge</li> </ul>

### Exercice résolu

On veut montrer que  $A = 0,3636\dots$  est rationnel. Pour cela, on considère la suite géométrique de premier terme  $u_1 = 0,36$  et de raison  $\frac{1}{100}$ ; On pose  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

- 1 Calculer  $u_2, u_3, S_1, S_2, S_3$ .
- 2 Donner une écriture décimale de  $S_n$ . On admet que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = A$ .
- 3
  - a. En considérant que  $S_n$  est la somme des termes d'une suite géométrique, donner une autre écriture de  $S_n$ .
  - b. En déduire que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{4}{11}$ .
- 4 Conclure.

### Solution

- 1 Par hypothèse,  $u_2 = \left(\frac{1}{100}\right) \cdot 0,36 = 0,0036$ ;  $u_3 = \left(\frac{1}{100}\right)^2 \cdot 0,36 = 0,000036$ .  
On a donc :  $S_1 = u_1 = 0,36$ ;  $S_2 = u_1 + u_2 = 0,3636$ ;  $S_3 = u_1 + u_2 + u_3 = 0,363636$ .
- 2 On généralise les calculs précédents. On a :  $u_n = \left(\frac{1}{100}\right)^{n-1} \cdot 0,36 = 0, \underbrace{0000\dots00}_{(n-1) \text{ fois le groupe } 00} 36$ .  
On en déduit que  $S_n = 0, \underbrace{3636\dots3636}_{n \text{ fois le groupe } 36}$ .
- 3
  - a. On sait que  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$ ,  
donc  $S_n = 0,36 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{100}\right)^n}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{4}{11} \left[1 - \left(\frac{1}{100}\right)^n\right]$ .
  - b. On a  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{100}\right)^n = 0$ , car  $0 \leq \frac{1}{100} < 1$ . On en déduit que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[1 - \left(\frac{1}{100}\right)^n\right] = 1$   
et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{4}{11}$ .
- 4 On a trouvé deux expressions de  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$  (au 2) et au 3.b)); elles sont égales, donc  $A = 0,3636\dots = \frac{4}{11}$  est bien un rationnel.

**Remarque.** En supposant les opérations habituelles valables sur les développements décimaux illimités, on

peut calculer plus rapidement  $A$ . En effet,

$$\begin{aligned} A &= 0,3636\dots \\ 100A &= 36,3636\dots \end{aligned}$$

En soustrayant ces égalités membre à membre, on obtient  $99A = 36$ ; donc  $A = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$ .

## II. Suites récurrentes.

### Suites récurrentes d'ordre 2 à coefficients réels.

Ce sont les suites définies par :  $\begin{cases} u_0 \text{ et } u_1 \text{ donnés} \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n. \end{cases}, a, b \in \mathbb{R}.$

**Méthode** : On résout l'équation caractéristique :  $r^2 - ar - b = 0$ .

▷ Si elle admet deux racines réelles distinctes,  $r_1$  et  $r_2$ , alors  $u_n = \alpha r_1^n + \beta r_2^n$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

▷ Si elle admet une racine double  $r_0$ , alors  $u_n = (\alpha n + \beta)r_0^n$ .

▷ Si elle admet deux racines complexes conjuguées  $r = \rho e^{i\theta}$  et  $\bar{r} = \rho e^{-i\theta}$ , alors  $u_n = \alpha \rho^n \cos(n\theta) + \beta \rho^n \sin(n\theta)$ .

Les constantes  $\alpha$  et  $\beta$  se déterminent à l'aide de  $u_0$  et  $u_1$ .

Il est à noter que pour  $a = b = 1$ , la suite définie par  $\begin{cases} u_0 = 0, u_1 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} + u_n. \end{cases}$  est appelé **suite de Fibonacci**.

### Exemple

On considère la suite définie par :  $\begin{cases} u_0 = 1, u_1 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n. \end{cases}$

**Question** : Démontrer que :  $u_n = \frac{3}{4} \times 3^n + \frac{1}{4} \times (-1)^n$ . En déduire que  $(u_n)$  est croissante

Equation caractéristique :  $r^2 - 2r - 3 = 0$ .  $\Delta = 4 + 4 \times 3 = 16 = 4^2$ . Donc on a deux solutions réelles  $r_1 = -1$  et  $r_2 = 3$ . Ainsi,  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \alpha r_1^n + \beta r_2^n$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

Déterminons  $\alpha$  et  $\beta$  :

$$\text{On a : } \begin{cases} u_0 = 1 = \alpha + \beta \\ u_1 = 2 = \alpha \times 1^1 + \beta \times 3^1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ -\alpha + 3\beta = 2 \end{cases}$$

La résolution de ce système donne  $\alpha = \frac{1}{4}$  et  $\beta = \frac{3}{4}$ . D'où  $u_n = \frac{1}{4}(-1)^n + \frac{3}{4} \times 3^n$ .

**Partie A.** Suites récurrentes linéaires d'ordre 2.

Soit  $a$  et  $b$  deux constantes réelles. On considère une suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  vérifiant  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ . On suppose que l'équation d'inconnue  $x$ ,  $x^2 = ax + b$  admet au moins une solution  $\alpha$ .

Démontrer que la suite  $(v_n)$  définie par :  $v_n = u_{n+1} - \alpha u_n$  est géométrique de raison  $a - \alpha$ .

**Partie B.** (Suite de Fibonacci).

On appelle suite de Fibonacci la suite  $(F_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :

$$\begin{cases} F_0 = 0, F_1 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n. \end{cases}$$

- 1 Calculer  $F_2, F_3$  et  $F_4$ .
- 2 Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $x^2 = x + 1$ . on notera  $\lambda$  la solution positive et  $\varphi$  la solution négative.
- 3 En utilisant la partie A, exprimer  $F_n$  en fonction de  $n$ , de  $\lambda$  et de  $\varphi$ . En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} F_n$ .
- 4 Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}$ .
- 5 Démontrer que  $\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^n F_k = F_{n+2} - 1$ .

**Solution.**

**Partie A.** Soit  $n \in \mathbb{N}$ .  $v_{n+1} = u_{n+2} - \lambda u_{n+1} = (au_{n+1} + bu_n) - \lambda u_{n+1}$ . Or  $\lambda$  étant solution de  $x^2 = ax + b$ ,  $b = \lambda^2 - a\lambda = -(a - \lambda)\lambda$ . Donc  $v_{n+1} = au_{n+1} - (a - \lambda)\lambda u_n - \lambda u_{n+1} = (a - \lambda)u_{n+1} - (a - \lambda)\lambda u_n = (a - \lambda)(u_{n+1} - \lambda u_n)$ . Ainsi,  $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = (a - \lambda)v_n$ ; ce qui signifie que  $(v_n)_n$  est une suite géométrique de raison  $q = a - \lambda$ .

**Partie B.**

- 1  $F_2 = F_1 + F_2 = 1$ ;  $F_3 = F_2 + F_1 = 2$ ;  $F_4 = F_3 + F_2 = 3$ .
- 2  $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  et  $\varphi = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ .
- 3 ● D'après la **partie A**, on peut dire que la suite  $(v_n)_n$  de terme général  $v_n = F_{n+1} - \phi F_n$  est géométrique de raison  $q = 1 - \phi = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} = \varphi$ .  
Donc  $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = v_0 \times q^n = (F_1 - \phi F_0) \times \varphi^n = \varphi^n$ .
- De façon analogue, on peut dire que la suite  $(w_n)_n$  de terme général  $w_n = F_{n+1} - \varphi F_n$  est géométrique de raison  $q' = 1 - \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \phi$ .  
Donc  $\forall n \in \mathbb{N}, w_n = w_0 \times q'^n = (F_1 - \varphi F_0) \times \phi^n = \phi^n$ .
- Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Nous avons donc

$$\begin{cases} F_{n+1} - \phi F_n = \varphi^n & (L_1) \\ F_{n+1} - \varphi F_n = \phi^n & (L_2) \end{cases}$$

En soustrayant membre à membre ces deux égalités  $(L_2 - L_1)$ , on obtient  $(\phi - \varphi)F_n = \phi^n - \varphi^n$ . Or  $\phi - \varphi = \sqrt{5}$  donc  $F_n = \frac{\phi^n - \varphi^n}{\sqrt{5}}$ .

- $\phi > 1$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \phi^n = +\infty$ . De plus,  $-1 < \varphi < 1$ ; donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \varphi^n = 0$ . On en déduit que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} F_n = +\infty$ .

$$4 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{F_{n+1}}{F_n} = \frac{\phi^{n+1} - \varphi^{n+1}}{\phi^n - \varphi^n} = \frac{\phi^{n+1}}{\phi^n} \times \frac{1 - \left(\frac{\varphi}{\phi}\right)^{n+1}}{1 - \left(\frac{\varphi}{\phi}\right)^n}$$

En posant  $x = \frac{\varphi}{\phi}$ , on obtient  $\forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{F_{n+1}}{F_n} = \phi \times \frac{1 - x(x^n)}{1 - x^n}$ ; Or  $|\varphi| < 1$  et  $|\phi| > 1$ ; donc  $\frac{|\varphi|}{\phi} < \frac{1}{\phi} < 1$  puis  $|x| < 1$  c-à-d  $-1 < x < 1$ . Ainsi  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x^n = 0$ .

Finalement,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = \phi$ .

5 Pour  $n \in \mathbb{N}$ , notons  $\mathcal{P}(n)$  l'égalité : «  $\sum_{k=0}^n F_k = F_{n+2} - 1$  ».

► Vérifions  $\mathcal{P}(0)$  :  $\sum_{k=0}^0 F_k = F_0 = 0$  et  $F_{0+2} - 1 = F_2 - 1 = 1 - 1 = 0$ .

► Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Supposons  $\mathcal{P}(n)$  vraie. Démontrons alors sous cette hypothèse que  $\mathcal{P}(n+1)$  est vraie.

On a :  $\sum_{k=0}^{n+1} F_k = \left(\sum_{k=0}^n F_k\right) + F_{n+1} = (F_{n+2} - 1) + F_{n+1}$  d'après l'hypothèse de récurrence.

D'où  $\sum_{k=0}^{n+1} F_k = (F_{n+1} + F_{n+2}) - 1 = F_{n+3} - 1$  par définition de la suite  $(F_n)_n$ .

Par conséquent,  $\sum_{k=0}^{n+1} F_k = F_{(n+1)+2} - 1$ .

**Conclusion :** D'après le principe de la démonstration par récurrence, la proposition  $\mathcal{P}(n)$  est vraie pour tout entier naturel  $n$ .

### III. Suites adjacentes.

On dit que deux suites  $(a_n)$  et  $(b_n)$  sont adjacentes lorsque :

- $(a_n)$  est croissante,
- $(b_n)$  est décroissante,
- La suite  $(b_n - a_n)$  est positive et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (b_n - a_n) = 0$ .

Si deux suites  $(a_n)$  et  $(b_n)$  sont adjacentes (avec  $a_n \leq b_n$ ), alors elles convergent et ont la même limite  $l$ . De plus,  $\forall n, a_n \leq l \leq b_n$ .

#### Exercice résolu

1 Montrer que les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  définies par :  $u_n = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \dots + \frac{1}{n!}$  et  $v_n = u_n + \frac{1}{n \cdot n!}$  sont adjacentes.

On note  $e$  leur limite commune.

2 Démontrer que  $e$  est un nombre irrationnel. (Procéder par l'absurde en supposant que  $e = \frac{p}{q}$ .)

#### Solution

1 ● La suite  $(u_n)$  est strictement croissante. En effet,  $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+1)!} > 0$ .

●  $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{(n+1)!} + \frac{1}{(n+1)(n+1)!} - \frac{1}{n \cdot n!} = \frac{-1}{n \cdot (n+1)(n+1)!} < 0$ . La suite  $(v_n)$  est donc strictement décroissante.

●  $v_n - u_n = \frac{1}{n \cdot n!} \rightarrow 0$  quand  $n \rightarrow +\infty$ .

Les trois points précédents montrent que les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont adjacentes. Elles convergent donc vers la même limite  $e$ .

**2** Supposons par l'absurde que  $e$  est rationnel, c-à-d :  $e = \frac{p}{q}$ ,  $p \in \mathbb{N}$ ,  $q \in \mathbb{N}^*$ . On a :  $u_q < e < v_q$  (1) (remarquons que l'indice choisi est justement égal au dénominateur de  $e$ .)

Les inégalités strictes viennent de la croissance stricte de  $(u_n)$  et de la décroissance stricte de  $(v_n)$ .

En multipliant (1) par  $qq!$ , on a :  $u_q \times qq! < p \cdot q! < u_q \times q \cdot q! + 1$ .

Les deux extrêmes sont des entiers consécutifs (les dénominateurs se simplifient). L'entier  $p \cdot q!$  se trouve donc strictement compris entre deux entiers consécutifs, ce qui est contradictoire.

*$e$  n'est donc pas un nombre rationnel.*

## 6 – Raisonnement par récurrence

Pour prouver qu'une propriété  $\mathcal{P}(n)$  est vraie pour tout entier naturel  $n \geq n_0$ , on peut montrer que :

- $\mathcal{P}(n_0)$  est vraie ;
- Si  $\mathcal{P}(n)$  est vraie, alors  $\mathcal{P}(n + 1)$  l'est aussi.

### Remarque

- Surtout n'oubliez pas la première vérification !
- Le raisonnement par récurrence est très souvent utilisé dans les exercices sur les suites, notamment pour établir des inéquations du type  $|u_n - l| \leq r^n \times |u_0 - l|$ .

### Exercice résolu (Etudier la convergence vers le point fixe d'une fonction)

On cherche à approximer la solution  $\alpha$  d'une équation  $f(x) = x$  sur  $I$  à l'aide de la suite définie par  $u_0 \in I$  et  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

Calculer une valeur approchée de  $\alpha$  lorsque  $f(x) = 4 - \frac{\ln x}{4}$  sur  $I = [3, 4]$  et  $u_0 = 3$ .

#### Indication.

- 1** Montrer que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n \in I$ .
- 2** Montrer que, pour tout  $x \in I$ ,  $|f'(x)| \leq k$ , avec  $k = \frac{1}{12}$ .
- 3** Montrer en utilisant l'**inégalité des accroissements finis** que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $|u_{n+1} - \alpha| \leq k |u_n - \alpha|$ .
- 4** En déduire par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $|u_n - \alpha| \leq k^n |u_0 - \alpha|$ .
- 5** Conclure que  $(u_n)$  converge vers  $\alpha$ , et triuver une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-4}$  près.

#### Solution

**1** Par récurrence sur  $n$ .

► On a déjà  $u_0 \in [3, 4] = I$ .

► Supposons que  $u_n \in I$  et montrons que  $u_{n+1} \in I$ .

$u_n \in I$  et la fonction  $\ln$  étant croissante sur  $\mathbb{R}_*^+$ , on a :  $\ln 3 \leq \ln u_n \leq \ln 4$ ; d'où  $4 - \frac{\ln 4}{4} \leq u_{n+1} \leq 4 - \frac{\ln 3}{4}$ .

Comme  $4 - \frac{\ln 4}{4} \simeq 3,65$  et  $4 - \frac{\ln 3}{4} \simeq 3,73$ , on en déduit que  $u_{n+1} \in I$ .

Ainsi, d'après le principe de la démonstration par récurrence, on a bien  $u_n \in I$  pour tout entier naturel  $n$ .

**2**  $|f'(x)| = \frac{1}{4x}$ ; et comme  $x \in I$ , on a  $|f'(x)| \leq \frac{1}{12}$  puisque  $x \geq 3$ .

**3**  $u_n$  et  $\alpha$  appartiennent à  $I$  et  $|f'(x)| \leq \frac{1}{12}$  sur  $I$ ; donc d'après l'inégalité des accroissements finis,  $|f(u_n) - f(\alpha)| \leq \frac{1}{12} |u_n - \alpha|$ ; soit  $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{12} |u_n - \alpha|$  vu que  $f(\alpha) = \alpha$ .

**4**  $\blacktriangleright |u_0 - \alpha| \leq \left(\frac{1}{12}\right)^0 \times |u_0 - \alpha|$  étant donné que  $\left(\frac{1}{12}\right)^0 = 1$ .

$\blacktriangleright |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{12}\right)^n \times |u_0 - \alpha|$  alors d'après le **(3)**,

$$|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{12} \times |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{12}\right)^{n+1} \times |u_0 - \alpha|.$$

Donc, par récurrence,  $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{12}\right)^n \times |u_0 - \alpha|$  pour tout entier naturel  $n$ .

**5** Comme  $\left|\frac{1}{12}\right| \leq 1$ , donc  $\left(\frac{1}{12}\right)^n \times |u_0 - \alpha|$  tend vers 0 quand  $n$  tend vers  $+\infty$ ; ainsi  $(u_n)$  converge vers  $\alpha$ .

Pour que  $u_n$  soit une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-4}$  près, il suffit que  $\left(\frac{1}{12}\right)^n \leq 10^{-4}$ , soit  $n \geq 4$ .

$u_4$  est donc une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-4}$  près, et on obtient numériquement :  $u_4 \simeq 3,72535$ .

### 1 - Trigonométrie circulaire

Les fonctions sin, cos, tan et cotan sont bien connues de tous :

- La fonction  $x \mapsto \sin x$  réalise une bijection strictement croissante de  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ . Elle admet donc une réciproque, notée *Arcsin* ou *Asin* (lire Arc sinus) définie de  $[-1; 1]$  vers  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .
- La fonction  $x \mapsto \cos x$  réalise une bijection strictement décroissante de  $[0; \pi]$  vers  $[-1; 1]$ . Elle admet donc une réciproque, notée *Arccos* ou *Acos* (lire Arc cosinus) définie de  $[-1; 1]$  vers  $[0; \pi]$ .
- La fonction  $x \mapsto \tan x$  réalise une bijection strictement croissante de  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  vers  $\mathbb{R}$ . Elle admet donc une réciproque, notée *Arctan* ou *Atan* (Arc tangente) définie de  $]-\infty; +\infty[$  vers  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .
- La fonction cotan réalise une bijection strictement décroissante de  $[0; \pi]$  vers  $\mathbb{R}$ . Elle admet donc une réciproque, notée *Arccotan* ou *Acotan* (Arc cotangente) définie de  $]-\infty; +\infty[$  vers  $[0; \pi]$ .

### 2 - Trigonométrie Hyperbolique

Considérons 2 poteaux de même taille. Sur chaque poteau, on accroche le bout d'une corde. La corde pend en prenant la forme d'une courbe très particulière. Durant de très longues années, les mathématiciens ont cru qu'il s'agissait d'une parabole. C'est après de longues recherches qu'on s'est rendu compte qu'il ne s'agissait pas d'une parabole, mais d'une courbe particulière appelée La chaînette.

#### 2.1 Définitions

- **Fonction Cosinus hyperbolique :**

C'est la fonction définie par  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ . Elle est notée *cosh* ou *ch*. C'est la fonction dont la courbe est représentative de la fameuse chaînette.

- **Fonction Sinus hyperbolique :**

C'est la fonction définie par  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ . Elle est notée *sinh* ou *sh*.

- **Fonction Tangente hyperbolique :**

C'est la fonction définie par  $f(x) = \frac{sh(x)}{ch(x)}$ . Elle est notée *tanh* ou *th*.

- **Fonction Cotangente hyperbolique :**

C'est la fonction définie par  $f(x) = \frac{1}{th(x)} = \frac{ch(x)}{sh(x)}$ . Elle est notée *cotanh* ou *coth*.

## 2.2 Propriétés

On a les propriétés suivantes pour les fonctions hyperboliques :

$$\begin{aligned}ch(a + b) &= ch(a).ch(b) + sh(a).sh(b) \\sh(a + b) &= sh(a).ch(b) + ch(a).sh(b) \\th(a + b) &= \frac{th(a) + th(b)}{1 + th(a)th(b)} \\ch(2x) &= ch^2(x) + sh^2x \\ch^2(x) - sh^2(x) &= 1\end{aligned}$$

## 2.3 Réciproques

- La fonction *sh* réalise une bijection strictement croissante de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$ . Elle admet donc une réciproque, notée *Argsinh* ou *Argsh* (lire Argument sinus hyperbolique) définie de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$ .
- La fonction *ch* est définie sur  $\mathbb{R}$  et réalise une bijection strictement croissante de  $[0; +\infty[$  vers  $[1; +\infty[$ . Elle admet donc une réciproque, notée *Argcosh* ou *Argch* (lire Argument cosinus hyperbolique) définie de  $[1; +\infty[$  vers  $[0; +\infty[$ .
- La fonction *th* réalise une bijection strictement croissante de  $\mathbb{R}$  vers  $] - 1; 1[$ . Elle admet donc une réciproque, notée *Argtanh* ou *Argth* (Argument tangente hyperbolique) définie de  $] - 1; 1[$  vers  $\mathbb{R}$ .
- La fonction *cotanh* réalise une bijection strictement décroissante de  $\mathbb{R}^*$  vers  $] - \infty; -1[ \cup ] 1; +\infty[$ . Elle admet donc une réciproque, notée *Argcotanh* ou *Argcoth* (Argument cotangente hyperbolique) définie de  $] - \infty; -1[ \cup ] 1; +\infty[$  vers  $\mathbb{R}^*$ .

# 3 – Rappels de quelques primitives usuelles

Dans le tableau qui suit, *u* est une fonction quelconque de *x* définie sur  $\mathbb{R}$ .

$\int u'(x) [u(x)]^r dx = \frac{[u(x)]^{r+1}}{r+1} + c, \text{ où } r \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$
$\int u'(x) \cos(u(x)) dx = \sin(u(x)) + c$
$\int u'(x) \sin(u(x)) dx = -\cos(u(x)) + c$
$\int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \ln  u(x)  + c$
$\int \frac{u'(x)}{1+u^2(x)} dx = \arctan u(x) + c$
$\int \frac{u'(x)}{\cos^2 u(x)} dx = \int u'(x)(1+\tan^2 u(x)) dx = \tan u(x) + c$
$\int \frac{u'(x)}{\sqrt{1-u^2(x)}} dx = \arcsin u(x) + c = -\arccos u(x) + c, (-1 \leq u(x) \leq 1)$
$\int \frac{u'(x)}{\sin^2 u(x)} dx = \cot u(x) + c$
$\int u'(x) e^{u(x)} dx = e^{u(x)} + c$
$\int \frac{u'(x)}{\sqrt{1+u^2(x)}} dx = \arg \sinh u(x) + c$
$\int \frac{u'(x)}{\sqrt{u^2(x)-1}} dx = \arg \cosh u(x) + c$
$\int \frac{u'(x)}{1-u^2(x)} dx = \arg \tanh u(x) + c$

## 4 - Sommation numérique

### 4.1 Rappels

- Une suite arithmétique de raison  $r$  (donc définie par  $U_{n+1} = U_n + r$ ) vérifie, pour tous  $p$  et  $n$

$$\sum_{k=p}^n U_k = \frac{(U_p + U_n)(n - p + 1)}{2}.$$

- Une suite géométrique de raison  $q$  (donc définie par  $U_{n+1} = q \cdot U_n$ ) vérifie, pour tous  $p$  et  $n$

$$\sum_{k=p}^n U_k = \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} U_p.$$

- En notation indicielle, on a :

$$\sum_{n=n_0}^{+\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=n_0}^n U_k.$$

### 4.2 Méthodes de sommations

#### 4.2.1 Sommes télescopiques

Une somme  $S_n$  est dite télescopique si elle peut se mettre sous la forme  $S_n = \sum_{k=0}^n U_k$  où  $(U_n)_{n \neq n_0}$  est une suite pouvant se mettre sous la forme  $U_n = V_{n+1} - V_n$ ;  $(V_n)_{n \neq n_0}$  étant elle aussi une suite numérique.

Pour de telles sommes, on a :

$$\begin{aligned}
 S_n &= \sum_{k=n_0}^n U_k \\
 &= \sum_{k=n_0}^n V_{k+1} - V_k \\
 &= \sum_{k=n_0}^n V_{k+1} - \sum_{k=n_0}^n V_k \\
 &= \sum_{k=n_0+1}^{n+1} V_{k+1} - \sum_{k=n_0}^n V_k \\
 &= V_{n+1} + \sum_{k=n_0+1}^n V_k - \left( V_{n_0} + \sum_{k=n_0+1}^n V_k \right) \\
 &= V_{n+1} - V_{n_0}
 \end{aligned}$$

### Exemple

Calculer  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$ .

On voit bien que pour  $U_k = \frac{1}{k(k+1)}$ .

On a  $U_k = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} = -(V_{k+1} - V_k)$  avec  $V_k = \frac{1}{k}$ .

Donc :  $S_n = \sum_{k=1}^n U_k = \sum_{k=1}^n -(V_{k+1} - V_k) = -\sum_{k=1}^n V_{k+1} + \sum_{k=1}^n V_k = -(V_{n+1} - V_1) = -\left(\frac{1}{n+1} - 1\right)$ .

d'où  $S_n = \frac{n}{n+1}$ .

## 4.2.2 Sommes de Riemann

Il s'agit de sommes pouvant se mettre sous la forme  $S_n = \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f(x_k)$  ou sous la forme  $S_n = \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^n f(x_k)$

où  $f$  est une fonction continue sur  $[a; b]$  et  $x_k = a + k \frac{b-a}{n}$ . On montre que pour une telle somme, on a :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \int_a^b f(x) dx.$$

### Exemple

Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$  avec  $I_n = \frac{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$ .

On peut écrire :

$$\begin{aligned} I_n &= \frac{1}{n} \left[ \sqrt{\frac{1}{n}} + \sqrt{\frac{2}{n}} + \dots + \sqrt{\frac{n}{n}} \right] \\ &= \frac{1-0}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{k}{n}} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(x_k) \text{ avec } x_k = 0 + k \frac{1-0}{n} \text{ et } f(x) = \sqrt{x} \end{aligned}$$

On remarque une somme de Riemann associée à la fonction  $f$  dans l'intervalle  $[0, 1]$  après division de cet intervalle en  $n$  parties égales.

$$\text{Ainsi, } \lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \sqrt{x} dx = \left[ \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_0^1.$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = \frac{2}{3}.$$

## 4.3 Technique d'intégration (fonctions trigonométriques)

On veut calculer  $\int f(x) dx$ , où  $f$  est une fonction faisant apparaître des fonctions trigonométriques.

### 4.3.1 Trigonométrie circulaire

Si  $f(x) dx$  est invariant par le changement de :

- i.  $x$  en  $-x$ , poser  $u = \cos x$
- ii.  $x$  en  $\pi - x$ , poser  $u = \sin x$
- iii.  $x$  en  $\pi + x$ , poser  $u = \tan x$

Ces règles sont appelés les règles de Bioche.

#### Exemple

$$\text{Calcul de } \int \frac{dx}{\cos x}.$$

On remarque que,  $\frac{d(\pi - x)}{\cos(\pi - x)} = \frac{-dx}{-\cos x} = \frac{dx}{\cos x}$ .

On pose alors  $u = \sin x$ , donc  $du = \cos x dx \implies dx = \frac{du}{\cos x}$ .

Alors

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\cos x} &= \int \frac{du}{\cos^2 x} \\ &= \int \frac{du}{1 - \sin^2 x} \\ &= \frac{du}{1 - u^2} \\ &= \int \left( \frac{1/2}{1 - u} + \frac{1/2}{1 + u} \right) du \\ &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + u}{1 - u} \right|. \end{aligned}$$

$$\text{D'où } \int \frac{dx}{\cos x} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \right|.$$

### Remarque

Lorsqu'aucun de ces changements ne marchent, on peut essayer  $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ . et donc,  $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ ,  $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ ,  $\tan x = \frac{2t}{1-t^2}$ .

### Exemple

$$\text{Calcul de } I = \int_0^\pi \frac{dx}{1 + \sin x}.$$

Posons  $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ . Pour  $x = 0$ ,  $t = 0$  et pour  $x = \pi$ ,  $t = \infty$ .

$$t = \tan\left(\frac{x}{2}\right) \Leftrightarrow x = 2 \arctan t; \text{ soit } dx = \frac{2dt}{1+t^2}.$$

$$\text{D'où } I = \int_0^\infty \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{1 + \frac{2t}{1+t^2}} = \int_0^\infty \frac{2dt}{(1+t)^2} = \left[ \frac{-2}{1+t} \right]_0^\infty = 2.$$

Donc  $I = 2$ .

D'autres techniques ferons l'objet du cours magistral.

## 5 - Applications du calcul intégral

### 5.1 Calcul de la longueur d'une courbe plane

Il s'agit d'une courbe ayant deux composantes  $x$  et  $y$ . Elle est donnée soit par une équation paramétrique soit par une équation cartésienne.

#### Cas de la donnée d'une équation paramétrique

$$\text{Soit } \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

l'équation de cette courbe. La longueur de la courbe pour  $t \in [t_1; t_2]$  est assimilée à la distance parcourue par un mobile dont les coordonnées sont données par le système précédent. Il est connu en physique que  $L = \int_{t_1}^{t_2} ds$ , où  $ds = v dt$  est l'abscisse curviligne infinitésimal et  $v$  la norme du vecteur vitesse  $\vec{v}(x'(t), y'(t))$ .

La longueur de la courbe pour  $t \in [t_1; t_2]$  est donc donnée par :

$$L = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt$$

### Cas de la donnée d'une équation cartésienne

On se ramène au cas précédent en utilisant la paramétrisation « triviale »

$$\begin{cases} x = x(t) = t \\ y = y(t) = f(x) = f(t) \end{cases}$$

On a donc :

$$L = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{1 + (f'(t))^2} dt$$

où  $y = f(x)$  est une équation cartésienne.

## 5.2 Surface d'une courbe fermée

Considérons une courbe fermée plane enfermant une surface  $S$ . L'équation de cette courbe doit être donnée sous forme paramétrique  $x = f(t)$  et  $y = f(t)$ . Lorsque le paramètre  $t$  décrit un intervalle donné  $[a; b]$ , l'ensemble des points  $M(x(t), y(t))$  décrit la courbe. Dans ce cas, l'aire de la surface enfermée est donnée par :

$$S = \int_a^b y(t)x'(t)dt.$$

## 5.3 Surface latérale d'un solide de l'espace obtenue par rotation autour de l'axe (OX) et(OY ) d'une courbe du plan

Soit la courbe  $\mathcal{C}$  du plan définie par  $y = f(x)$  dans l'intervalle  $[a; b]$ . Lorsque  $\mathcal{C}$  tourne autour de l'axe des abscisses, l'aire de la surface latérale du solide obtenu est donnée par :

$$S = 2\pi \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Pour une fonction exprimée sous la forme  $x = g(y)$ , l'aire de la surface générée par la révolution de  $g(y)$  Autour de l'axe  $Oy$  est donnée par la formule :

$$S = 2\pi \int_a^b \sqrt{1 + (g'(y))^2} dy$$

## 5.4 Calcul d'un volume de révolution

Dans le cas particulier où le solide est obtenu en faisant tourner une surface autour de l'axe ( $Oz$ ), chaque tranche est un cercle dont le rayon est  $y = f(z)$  où  $f(z)$  est l'équation de la courbe formant le contour de la surface. Le disque a donc une surface égale à  $\pi(f(z))^2$  et l'on en déduit que :

$$V = \int_a^b \pi(f(z))^2 dz$$

### Exemple

Calculer le volume du solide engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la courbe représentative dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  de la fonction sinus sur  $[0; \pi]$ .

La section du solide par le plan d'abscisse  $x$  est un disque de rayon  $|f(x)| = \sin x$  pour  $x \in [0, \pi]$ .

Son aire est  $S(x) = \pi \sin^2 x$ .

$$\mathcal{V} = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx = \pi \int_0^\pi \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{\pi}{2} \left[ x - \frac{1}{2} \sin 2x \right]_0^\pi$$

$$\text{Soit } \mathcal{V} = \frac{\pi^2}{2}.$$

## 5.5 Centre de gravité

### Centre de gravité d'une courbe plane

Le centre de gravité d'une courbe plane a ses coordonnées  $(x_G, y_G)$  définies par :

$$x_G = \frac{\sum mx}{\sum m} \text{ et } y_G = \frac{\sum my}{\sum m}.$$

Soit  $f$  la fonction définie sur un intervalle  $[a; b]$ , les coordonnées du centre de gravité deviennent

$$x_G = \frac{\int_a^b x \sqrt{1 + f'(x)^2} dx}{\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx} \text{ et } y_G = \frac{\int_a^b f(x) \sqrt{1 + f'(x)^2} dx}{\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx}$$

### Centre de gravité d'aire plane

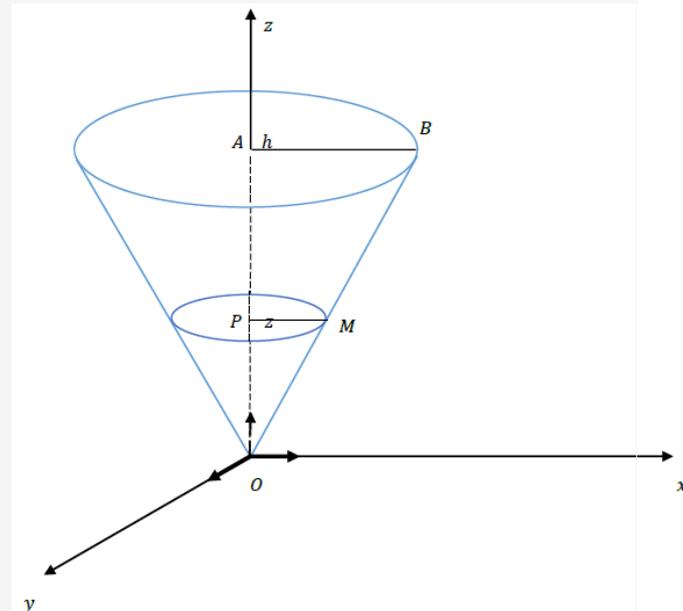
Soit  $f$  la fonction définie sur un intervalle  $[a; b]$ , les coordonnées du centre de gravité sont données par :

$$x_G = \frac{\int_a^b x f(x) dx}{\int_a^b f(x) dx} \text{ et } y_G = \frac{\int_a^b f(x)^2 dx}{\int_a^b f(x) dx}.$$

#### Exercice résolu.

On veut calculer le volume d'un cône de révolution de hauteur  $h$  et de base de rayon  $R$ . On munit l'espace d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  comme l'indique la figure.

- ① Calculer la distance  $PM$  en fonction de  $h$ ,  $R$  et  $z$ .
- ② En déduire l'aire  $S(z)$  de la section du cône par le plan de cote  $z$ .
- ③ Calculer le volume  $\mathcal{V}$  du cône.



#### Solution.

- ① Les droites  $(PM)$  et  $(AB)$  étant parallèles, d'après la propriété de Thalès,  $\frac{PM}{AB} = \frac{OP}{OA}$ , soit  $PM = R \times \frac{z}{h}$ .

**2** La section est un disque de centre  $P$  et de rayon  $PM$  ; donc  $S(z) = \pi \cdot PM^2 = \frac{\pi \cdot R^2}{h^2} z^2$ .

**3**  $S$  est une fonction polynôme dérivable sur  $[0, h]$ , donc :

$$\mathcal{V} = \int_0^h S(z) dz = \frac{\pi \cdot R^2}{h^2} \int_0^h z^2 dz = \frac{\pi R^2}{h^2} \times \left[ \frac{z^3}{3} \right]_0^h = \frac{\pi R^2}{3} h.$$

**Remarque :** On trouve  $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$ , où  $\mathcal{B}$  est l'aire de la base du cône.

## Quelques exercices d'entraînement. (à vous de jouer!!!)

### Exercice 1.

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0, 1]$  par  $f(x) = \sin \pi x$ .

- ① Tracer la courbe représentative ( $\mathcal{C}$ ) de  $f$ . (unité 8 cm).
- ② Calculer  $I = \int_0^1 \sin \pi x dx$ ; et interpréter graphiquement cette intégrale.
- ③ Pour  $n \geq 2$ , on pose :  $S_n = \frac{1}{n} \left[ f(0) + f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + \dots + f\left(\frac{n-1}{n}\right) \right]$ . Interpréter graphiquement  $S_n$  et faire une figure lorsque  $n = 8$ .
- ④ Prouver que  $1 + e^{i\frac{\pi}{n}} + e^{i\frac{2\pi}{n}} + \dots + e^{i\frac{(n-1)\pi}{n}} = \frac{2}{1 - e^{i\frac{\pi}{n}}}$ .  
En déduire que :  $\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} = \frac{1}{\tan \frac{\pi}{2n}}$ .
- ⑤ **a.** Prouver finalement que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{2}{\pi}$ .  
**b.** Comparer au résultat du 2 et interpréter graphiquement.

### Exercice 2.

On s'intéresse dans cet exercice à une suite de nombres rationnels qui converge vers  $e^2$ . On définit

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, I_n = \int_0^2 \frac{1}{n!} (2-x)^n e^x dx.$$

- ① Calculer  $I_1$ .
- ② Etablir que  $\forall n \in \mathbb{N}^*, 0 \leq I_n \leq \frac{2^n}{n!} (e^2 - 1)$ .
- ③ A l'aide d'une intégration par partie, montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}^*, I_{n+1} = I_n - \frac{2^{n+1}}{(n+1)!}$ .
- ④ Démontrer par récurrence que  $e^2 = 1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \dots + \frac{2^n}{n!} + I_n$ .
- ⑤ On pose  $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \frac{2^n}{n!}$ .  
**a.** Calculer  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  et prouver que  $\forall n \geq 3, u_{n+1} \leq \frac{1}{2} u_n$ .  
**b.** En déduire que  $\forall n \geq 3, 0 \leq u_n \leq u_3 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$ .
- ⑥ En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ , puis  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$ .
- ⑦ Justifier enfin que :  $e^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \dots + \frac{2^n}{n!}\right)$ .

### Exercice 3.

**But de l'exercice :** approcher  $\ln(1+a)$  par un polynôme de degré 5 lorsque  $a \in [0; +\infty[$ . Soit  $a$  dans l'intervalle

$$[0; +\infty[; \text{ on note } I_0(a) = \int_0^a \frac{dt}{1+t} \text{ et } \forall k \in \mathbb{N}, \text{ on pose } I_k(a) = \int_0^a \frac{(t-a)^k}{(1+t)^{k+1}} dt.$$

- ① Calculer  $I_0(a)$  en fonction de  $a$ .
- ② A l'aide d'une intégration par partie, exprimer  $I_1(a)$  en fonction de  $a$ .
- ③ A l'aide d'une intégration par partie, démontrer que  $I_{k+1}(a) = \frac{(-1)^{k+1} a^{k+1}}{k+1} + I_k(a), \forall k \in \mathbb{N}$ .

- ④ Soit  $P$  le polynôme défini sur  $\mathbb{R}$  par  $p(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x$ .  
Démontrer en calculant  $I_2(a)$ ,  $I_3(a)$  et  $I_4(a)$  que  $I_5(a) = \ln(1+a) - P(a)$ .
- ⑤ Soit  $J(a) = \int_0^a (t-a)^5 dt$ . Calculer  $J(a)$ .
- ⑥ a. Démontrer que  $\forall t \in [0, a], \frac{(t-a)^5}{(1+t)^6} \geq (t-a)^5$ .  
b. Démontrer que  $\forall a \in [0, +\infty], J(a) \leq I_5(a) \leq 0$ .
- ⑦ En déduire que  $\forall a \in [0, +\infty], |\ln(1+a) - P(a)| \leq \frac{a^6}{6}$ .
- ⑧ Déterminez, en justifiant votre réponse, un intervalle sur lequel  $P(a)$  est une valeur approchée de  $\ln(1+a)$  à  $10^3$  près.

**Exercice 4.**

On pose pour  $n \in \mathbb{N} : I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$ . (Intégrale de Wallis)

- ① Calculer  $I_0, I_1$ . Donner une relation de récurrence entre  $I_n$  et  $I_{n-1}$ .
- ② Montrer que :  $I_{2n} = \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2} \frac{\pi}{2}$  ,  $I_{2n+1} = \frac{2^{2n}(n!)^2}{(2n+1)!}$
- ③ Montrer que la suite  $(I_n)$  est décroissante, donc convergente. En déduire que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{I_{n+1}}{I_n} = 1$ .
- ④ Montrer par récurrence que :  $\forall n \geq 1, nI_n I_{n-1} = \frac{\pi}{2}$ . En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n \sqrt{n}$ .
- ⑤ Montrer que :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ n \left( \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 2n} \right)^2 \right] = \frac{1}{\pi}$ . (formule de Wallis)

**Exercice 5.**

$\alpha$  est un réel strictement positif différent de 1.

- ① Vérifier que l'intégrale :  $I = \int_0^{2\pi} \ln(1 - 2\alpha \cos x + \alpha^2) dx$  est bien définie.
- ② Montrer que  $\prod_{k=1}^n (1 - 2\alpha \cos \frac{2k\pi}{n} + \alpha^2) = (\alpha^n - 1)^2$ .
- ③ Montrer que  $I = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2\pi}{n} \ln \left( \prod_{k=1}^n (1 - 2\alpha \cos \frac{2k\pi}{n} + \alpha^2) \right)$ .
- ④ En déduire la valeur de  $I$ .



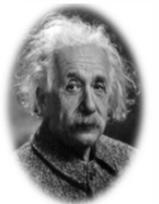
*Partie*

# 2

## RÉSUMÉ DE COURS DE PHYSIQUE

« La seule chose absolue dans un monde  
comme le nôtre, c'est l'humour »

Albert Einstein





## 1 - Introduction

L'analyse dimensionnelle est basée sur un principe simple de physique : la formulation d'un phénomène physique doit être dimensionnellement homogène, c'est-à-dire que son expression en fonction des paramètres dont il dépend doit être indépendante du système d'unités choisi et les dimensions (dans le sens « unités ») attachées à chaque monôme de l'expression doivent être analogues à la dimension du phénomène. Les dimensions étant respectées, toute expression représentant un phénomène physique peut être mise sous une forme adimensionnelle.

## 2 - Notion de mesure

Mesurer une grandeur, c'est déterminer le rapport entre cette grandeur et une autre de même espèce, choisie comme unité. Par exemple, l'unité de la grandeur longueur est le "mètre". On dira donc par exemple que le pourtour de telle aire est de 500 mètres. Ainsi, chaque grandeur définie par le

## 3 - Système d'unités

La civilisation technique et la science ont conduit l'homme à multiplier les grandeurs usuelles et à systématiser le choix de leurs unités.

Un système d'unités est alors défini par le choix d'unités fondamentales, d'où toutes les autres peuvent être déduites par des formules ou des relations de définition. Dans le Système International (S.I.) universellement adopté, on a convenu de choisir 7 Unités de base :

- 1 Trois unités d'origine mécanique : le mètre, le kilogramme, et la seconde
- 2 Une unité de nature électrique : l'ampère
- 3 Deux unités dites thermodynamiques : la mole et le kelvin
- 4 Une unité photométrique : le candela.

Les relations de définitions se mettent généralement sous la forme :

$$G = A^\alpha B^\beta C^\gamma$$

Où  $G, A, B, C, \dots$  sont des grandeurs,  $\alpha, \beta, \gamma$  des nombres.  $A, B, C, \dots$  représentent par exemple les unités fondamentales, lorsque  $G$  est une grandeur relative à une, « nouvelle » unité.

## 4 – Les équations aux dimensions (E.A.D)

Les équations aux dimensions sont des relations, entre rapports d'unités, identiques aux relations de définition ; elles sont utiles pour :

- l'homogénéité des formules (mathématiques et autres)
- effectuer des changements d'unités
- l'analyse dimensionnelle, valable pour le cas d'une fonction qui est le produit de plusieurs grandeurs.

Parmi les sept unités de base du S. I., seules les quatre premières ont été retenues comme fondamentales en mécanique, et seront alors utilisées dans les équations aux dimensions. Il s'agit nommément des unités suivantes :

- ① le mètre, unité principale des mesures de longueur, a pour symbole dimensionnel la lettre **L**.
- ② le kilogramme, unité de la grandeur inerte masse, a pour symbole **M**.
- ③ la seconde qui sert à exprimer le temps est représentée par la lettre **T**.
- ④ l'ampère qui mesure l'intensité d'un courant électrique serait symbolisé par **I**, mais l'usage veut qu'on utilise plutôt le coulomb (unité de la charge électrique, symbole dimensionnel **Q** comme quatrième unité fondamentale, et ceci pour des raisons de simplicité des formules, la relation  $Q = I.t$  définissant par ailleurs ces deux grandeurs l'une par rapport à l'autre.

## 5 – Exemples d'équations aux dimensions

Nous présentons ci-dessous un tableau donnant respectivement les indications suivantes en colonnes, pour quelques grandeurs physiques :

- ① l'appellation courante (exemple : longueur) et le symbole (exemple : l) dans les expressions littérales usuelles
- ② Le symbole dimensionnel (exemple : L)
- ③ le nom de l'unité dans le S.I. (exemple : mètre)
- ④ le symbole de cette unité dans le S.I. (exemple : m)

## 6 – L'analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle est une science qui permet de prévoir le comportement de certains systèmes physiques à réalisation délicate. Elle utilise les relations de définitions entre grandeurs. Exemple, on sait que la résistance de l'air varie avec la masse volumique  $p$  de l'air, avec la surface  $S$  du solide en contact avec l'air, et enfin avec la vitesse  $V$  du mobile. On peut alors supposer cette résistance (force) sous la forme :

$F = \lambda.S^a.\rho^b.V^c$ ; où  $\lambda$  est une constante sans dimension. Or on a les équations aux dimensions suivantes :

$$\begin{aligned} [F] &= M.L.T^{-2} \\ [S] &= L^2 \\ [\rho] &= M.L^{-3} \\ [V] &= L.T^{-1} \\ M.L.T^{-2} &= [\lambda].(L^2)^a.(M.L^{-3})^b.(L.T^{-1})^c \end{aligned}$$

$[\lambda] = 1$  car  $\lambda$  est une constante réelle.

Par identification des exposants de M, L, T il vient que :  $b = 1$  ;  $c = 2$  ;  $2a - 3b + c = 1$  Ainsi,

$$\begin{aligned} (a, b, c) &= (1, 1, 2) \\ F &= \lambda.S.\rho.V^2 \end{aligned}$$



# LA NOTION DE QUANTITÉ DE CHALEUR



## 1 - La notion d'énergie

### 1.1 Définition

#### Définition

L'énergie est une grandeur physique qui représente la capacité d'un corps ou d'un système à :

- ① Déformer ou déplacer un corps.
- ② Élever la température ou changer l'état physique d'un corps.

L'unité de l'énergie dans le SI est le joule ( $j$ ), il existe d'autres unités tel que le wattheure ( $Wh$ ) et  $1Wh = 3600j$ , l'électron volt ( $1eV = 1,6 \times 10^{-19}j$ ).

### 1.2 Les différentes formes d'énergies

L'énergie existe sous plusieurs formes qui peuvent se transformer d'une à l'autre, les principales formes sont :

L'énergie électrique, mécanique, chimique, nucléaire, calorifique ...

L'énergie calorifique se manifeste sous forme de chaleur.

## 2 - La notion de chaleur

### 2.1 Effets des échanges de chaleur

Le transfert de chaleur peut avoir pour effet :

- ① De faire varier la température d'un corps ou système.
- ② De provoquer un changement d'état physique.
- ③ De favoriser une réaction chimique.

Les échanges de chaleur peuvent se faire soit par la conduction (bâton en fer chauffé, la chaleur se propage tout au long de celui-ci), la convection (une eau chauffée, la partie inférieure chauffée monte donnant place à celle

supérieure), et par rayonnement (une eau dans un verre et placé au soleil s'échauffe grâce au rayonnement du soleil).

## 3 – Notion de quantité de chaleur (Q)

### 3.1 Enceinte adiabatique

Un enceinte adiabatique est une enceinte qui ne permet pas les échanges de chaleur avec l'extérieur. Pour mesurer les quantités de chaleur, généralement on utilise des appareils appelés calorimètres. Ceux-ci sont des récipients fermés dont les parois sont constituées d'isolant thermique. Ces parois ne permettent pas d'échanges de chaleur avec l'extérieur : Les calorimètres sont donc considérés comme des enceintes adiabatiques.

### 3.2 Principe des échanges de chaleur

Lorsque plusieurs corps sont dans une enceinte adiabatique, la somme algébrique des quantités de chaleur échangées pour atteindre l'équilibre thermique est nulle :

$$\sum Q = 0$$

### 3.3 Expression de la quantité de chaleur échangé par un corps ne subissant pas de changement d'état.

L'expérience montre qu'au cours de l'échauffement d'un corps, la quantité de chaleur  $Q$  reçue par celui-ci est proportionnelle à sa masse et à la variation de sa température. Ainsi,  $m$  représentant la masse de ce corps, et  $\Delta\theta$  la variation de température subit par le corps, nous aurons  $Q/m.\Delta\theta = cte$ .

Cette constante généralement notée  $C$ , dépend de la nature du corps et est appelée chaleur massique ou encore capacité thermique massique de la substance constituant le corps.

$$\begin{aligned} \frac{Q}{\Delta\theta} &= CQ \\ &= m.C.\Delta\theta \\ &= m.C.(\theta_f - \theta_i) \end{aligned}$$

avec  $Q(j)$ ,  $m(kg)$ ,  $\Delta\theta(K)$  ou  $^{\circ}C$  et  $C(J/kg/K)$ .

### ☘ Exemple :

$$C_{H_2O} = 4190 \text{ J/kg/K}, \quad T(K) = t(^{\circ}C) + 273$$

### ☘ Remarque :

- ① Il existe une autre unité pour la quantité de chaleur : La calorie (*cal*) et  $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$
- ② Dans l'expression  $Q = m.C.(\theta_f - \theta_i)$ , le produit  $m.C$  généralement noté  $K$  est appelé capacité thermique ou capacité calorifique du corps considéré d'où  $Q = K\Delta\theta$

### ☘ Exercice d'application :

On mélange dans une enceinte adiabatique  $5L$  d'eau à  $25^{\circ}C$  avec  $7L$  d'eau à  $60^{\circ}C$ .  
Quelle est la température finale prise par l'eau contenu dans l'enceinte ?

### ⚠ Solution :

$$V_1 = 5l, \quad \theta_1 = 25^{\circ}C$$

$$V_2 = 7l, \quad \theta_2 = 60^{\circ}C$$

L'enceinte étant adiabatique,  $\sum Q = 0 \iff Q_1 + Q_2 = 0$

$$Q_1 = m_1 C_e (\theta_f - \theta_1) \quad \text{et}$$

$$Q_2 = m_2 C_e (\theta_f - \theta_2)$$

D'où  $m_1 C_e (\theta_f - \theta_1) + m_2 C_e (\theta_f - \theta_2) = 0 \iff m_1 C_e \theta_f + m_2 C_e \theta_f = m_1 C_e \theta_1 + m_2 C_e \theta_2$

$$\theta_f = (m_1 C_e \theta_1 + m_2 C_e \theta_2) / (m_1 C_e + m_2 C_e)$$

$$= (m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2) / (m_1 + m_2)$$

Or  $m_1 = \rho_1 V_1$  et  $m_2 = \rho_2 V_2$

d'où

$$\theta_f = (\rho_1 V_1 \theta_1 + \rho_2 V_2 \theta_2) / (\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2) \quad \text{or } \rho_1 = \rho_2 \quad \text{d'o}$$

$$\theta_f = (V_1 \theta_1 + V_2 \theta_2) / (V_1 + V_2)$$

## 4 - Capacité thermique d'un calorimètre

Généralement, le calorimètre participe aux échanges thermiques. Il faut donc prendre en compte la valeur de sa capacité thermique  $C$  ou  $K$ . Dans ce cas, la température initiale du calorimètre est la même que celle de l'eau initialement présente dans le calorimètre.

### ✚ Exercice d'application :

Considérons un calorimètre de capacité thermique  $C$ , contenant une masse  $m_1$  d'eau à la température  $\theta_1$ . On y introduit une masse  $m_2$  d'eau à la température  $\theta_2$ . Une fois l'équilibre thermique atteint, on note la température finale  $\theta_f$ .

Exprimons la capacité thermique  $C$  de ce calorimètre en fonction de  $m_1, m_2, \theta_1, \theta_2, C_e$  et  $\theta_f$ .

### ⚠ Solution :

L'enceinte étant adiabatique,  $\sum Q = 0 \Leftrightarrow Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$

$Q_1 = m_1 C_e (\theta_f - \theta_1)$ ,  $Q_2 = m_2 C_e (\theta_f - \theta_2)$  et  $Q_3 = C (\theta_f - \theta_1)$ , on a alors :

$C (\theta_f - \theta_1) + m_2 C_e (\theta_f - \theta_2) + m_1 C_e (\theta_f - \theta_1) = 0$ , d'où

$$C = [m_1 C_e (\theta_f - \theta_1) + m_2 C_e (\theta_f - \theta_2)] / (\theta_1 - \theta_f) \quad (4.1)$$

### ✚ Remarque :

On appelle valeur en eau d'un calorimètre généralement notée  $\mu$  (lire mu) la masse d'eau qui recevant la même quantité de chaleur que le calorimètre subirait la même élévation de température que ce calorimètre.

On a donc la relation suivante liant capacité thermique d'un calorimètre et sa valeur eau :  $C = \mu C_e$  avec  $\mu$  (kg).

### ✚ Exercice d'application :

Dans un calorimètre contenant 300g d'eau à 22°C, on plonge un morceau de plomb de masse 100g pris à la température de 120°C. Sachant que la valeur en eau du calorimètre est 35g, déterminer la température du milieu à l'équilibre thermique. On donne  $C_e = 4190 \text{ J/kg/K}$  et  $C_{pb} = 1300 \text{ J/kg/K}$ .

### ⚠ Solution :

Eau ( $m_1 = 300 \text{ g}, \theta_1 = 22^\circ \text{C}, C_e = 4190 \text{ J/kg/K}$ ) plomb ( $m_2 = 100 \text{ g}, \theta_2 = 120^\circ \text{C}, C_e = 1300 \text{ J/kg/K}$ )

Calorimètre ( $\mu = 35 \text{ g}, \theta_f = ?$ )

$$\sum Q = 0 \Leftrightarrow Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \quad (4.2)$$

$m_1 C_e (\theta_f - \theta_1) + m_2 C_{pb} (\theta_f - \theta_2) + K (\theta_f - \theta_1) = 0$  or  $K \mu = C_e$  d'où  $m_1 C_e (\theta_f - \theta_1) + m_2 C_{pb} (\theta_f - \theta_2) + \mu C_e (\theta_f - \theta_1) = 0$

$\Leftrightarrow m_1 C_e \theta_f + m_2 C_{pb} \theta_f + \mu C_e \theta_f = m_1 C_e \theta_1 + m_2 C_{pb} \theta_2 + \mu C_e \theta_1$

d'où

$$\theta_f = (m_1 C_e \theta_1 + m_2 C_{pb} \theta_2 + \mu C_e \theta_1) / (m_1 C_e + m_2 C_{pb} + \mu C_e) \quad (4.3)$$

A.N :  $\theta_f = 30,3^\circ \text{C}$

# 5 – Expression de la quantité de chaleur échangée par un corps qui subit un changement d'état

La matière se présente sous trois états physiques à savoir, l'état solide liquide et gazeux. Très souvent, pour passer d'un état à un autre, la matière peut :

- soit céder de la chaleur au milieu extérieur,
- soit en recevoir.

On appelle **chaleur latente de fusion** d'un corps pur généralement notée  $L_f$ , la quantité de chaleur à fournir à l'unité de masse de ce corps pris à sa température de fusion pour l'emmener entièrement à l'état liquide. Cette transformation s'effectue à température constante. Dans le SI, la chaleur latente s'exprime en j/kg. Dans le cas où l'on veut faire fondre une masse  $m$  d'un corps pris à sa température de fusion, la quantité de chaleur nécessaire pour la fusion totale de ce corps est donnée par la relation  $Q = mL_f$ .

On appelle **chaleur latente de vaporisation** d'un corps pur notée  $L_v$ , la quantité de chaleur qu'il faut fournir à l'unité de masse de ce corps pur pris à la température de vaporisation pour l'emmener entièrement à l'état vapeur. Pendant ce changement la température reste constante. La chaleur latente de vaporisation s'exprime en j/kg. Ainsi, pour vaporiser entièrement un liquide de masse  $m$  pris à sa température de vaporisation, la quantité de chaleur nécessaire donnée par la relation  $Q = mL_v$ .

Il faut noter que si la température de fusion d'un corps est  $\theta_{fu}$  par exemple,  $\theta_{vap}$  sa température de vaporisation, la quantité de chaleur à fournir à une masse  $m$  pris à l'état solide à la température  $\theta_i$  pour l'amener à l'état vapeur à la température  $\theta_f$  se calcule par l'expression :

$$Q = mC_S(\theta_{fu} - \theta_i) + mL_f + mC_{liq}(\theta_{vap} - \theta_{fus}) + mL_v + mC_{vap}(\theta_f - \theta_{vap}). \quad (4.4)$$



## 1 - Définition

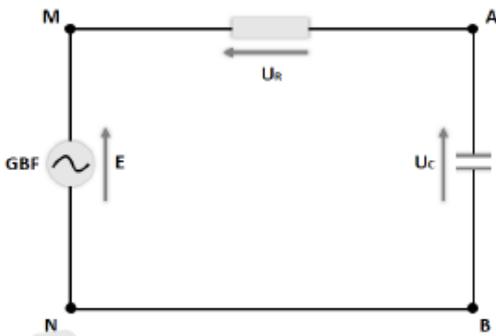
### Définition

On appelle régime transitoire le comportement d'un système entre deux régimes permanent

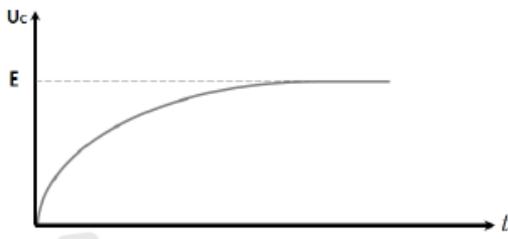
## 2 - Charge et décharge d'un dipôle RC

C'est un dipôle formé de l'association en série d'un condensateur et d'un conducteur ohmique de résistance  $R$ . La charge d'un condensateur est donnée par :  $q = C.U_{AB}$  où  $C$  est la capacité du condensateur.

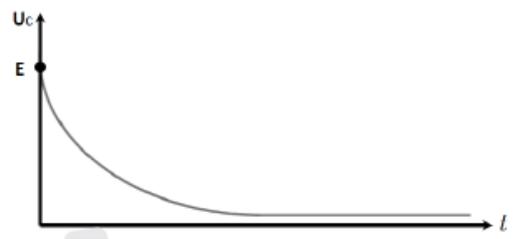
Circuit RC



① Charge condensateur



② Décharge condensateur



## 2.1 Observations

- ① Lorsque le générateur délivre la tension positive  $U_{MN} = E$ , la tension  $U_{AB}$  aux bornes du condensateur augmente jusqu'à la valeur maximale  $U_{ABmax} = E$  : on dit que le condensateur se charge.
- ② Pendant les phases où le générateur délivre une tension nulle, la tension  $U_{AB}$  décroît puis s'annule : le condensateur se décharge

Le régime est transitoire tant que la tension aux bornes du condensateur varie ; lorsque cette tension devient constante ( 0V ou E) le régime permanent est atteint.

(Oscillogramme présentant la charge et la décharge du condensateur)

 **Remarque :**  
 Lorsque la résistance R ou la capacité C augmente on constate que les phénomènes de charge ou de décharge deviennent plus lents et le régime permanent est moins vite atteint .

## 2.2 Constante de temps

Elle caractérise la rapidité avec laquelle le régime permanent est atteint.

$$\tau = RC \text{ en secondes.}$$

## 2.3 Énergie électrique emmagasinée par un condensateur

Le condensateur emmagasine et restitue de l'énergie sous forme électrique :

$$E_l = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}qU = \frac{1}{2}Cq^2$$

## 2.4 Equation différentielle d'évolution du circuit et résolution

La loi d'additivité des tensions nous donne :

$$\begin{aligned} U_{MN} &= Ri + U_C \\ U_{MN} &= RC \frac{dU_C}{dt} + U_C \\ \frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} &= \frac{U_{MN}}{RC} \end{aligned}$$

- **Pendant la charge :**

$$U_{MN} = E \implies \frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

La résolution de cette équation différentielle nous donne :

$$U_C = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

● **Pendant la décharge :**

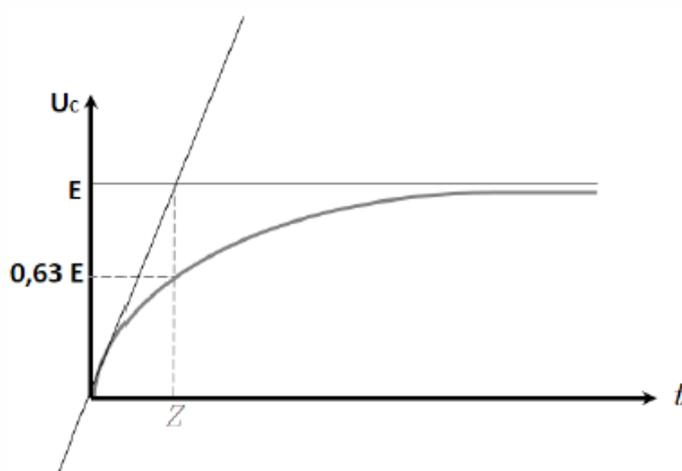
$$U_{MN} = 0 \implies \frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = 0$$

La résolution de cette équation différentielle nous donne :

$$U_C = E e^{-\frac{t}{RC}} = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Ces solutions traduisent bien la forme des courbes observées.

**Pendant la charge**



On a  $U_C = E \left(1 - e^{-\frac{t}{Z}}\right)$

● **Première méthode**

Pour  $t = Z$ ,  $U_C = E (1 - e^{-1}) = 0,63E$ .

Ainsi  $Z$  est le temps au bout duquel la tension aux bornes du condensateur est égale à 65% de sa valeur finale  $E$  ( $U_C = 0,63E$ ).

● **Deuxième méthode**

On a :  $U_C = E \left(1 - e^{-\frac{t}{Z}}\right) \implies \frac{dU_C}{dt} = \left(\frac{1}{Z} e^{-\frac{t}{Z}}\right)$ .

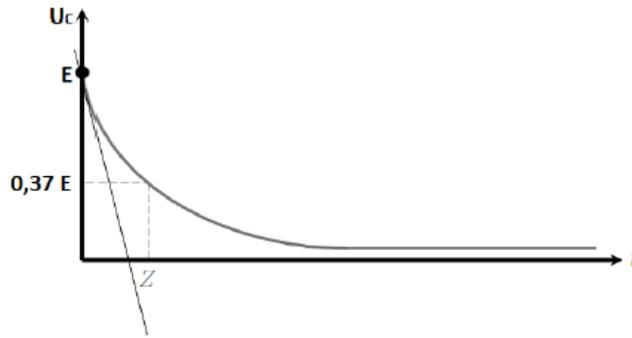
L'équation de la tangente à la courbe  $U_C(t)$  à  $t = 0$  est  $y = \frac{E}{Z}t$ .

L'intersection de cette courbe avec l'asymptote horizontale se fait à :

$$y = E \implies \frac{E}{Z}t = E \implies t = Z.$$

$Z$  est donc l'abscisse du point d'intersection de la tangente à l'origine à la courbe  $U_C(t)$  est la droite  $U_C = E$ .

**Pendant la décharge**



- **Première méthode**

On a :  $U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{Z}}$ . Pour  $t = Z$ ,  $U_C = 0,37E$ .

$Z$  est donc la date à laquelle la tension résiduelle aux bornes du condensateur est 37% de sa valeur initiale.

- **Deuxième méthode**

$$\frac{dU_C}{dt} = -\frac{1}{Z}Ee^{-\frac{t}{Z}}.$$

$$\frac{dU_C}{dt}(0) = -\frac{1}{Z}E.$$

$$\text{Tangente : } y = -\frac{1}{Z}Et.$$

$$\text{Intersection : } y = -E \implies t = Z.$$

## 3 – Bobines inductives et dipôles RL

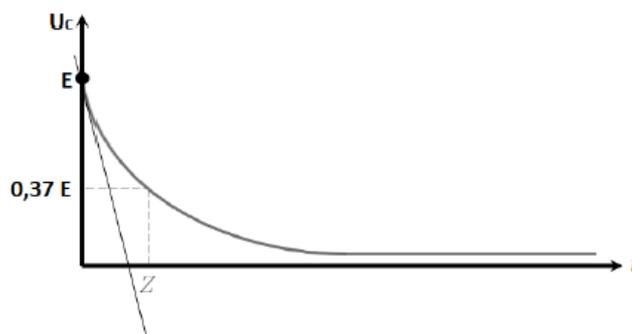
### 3.1 Bobine

Toute variation de courant dans une bobine provoque l'apparition d'une f.é.m. aux bornes du dipôle.

$$e = -L\frac{di}{dt}.$$

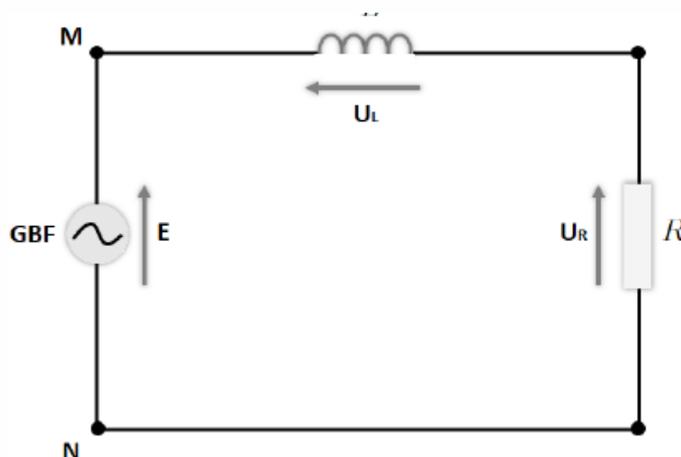
Pour une bobine résistive d'inductance  $L$  et de résistance  $r$ , la tension à ses bornes s'écrit :

$$u = ri - e = ri + L\frac{di}{dt}.$$



## 3.2 Observations

- Lorsque le générateur délivre une tension constante  $U_{MN} = E$ , l'intensité du courant croit jusqu'à atteindre une valeur maximale constante, mais cette augmentation est lente.
- Lorsque  $U_{MN} = 0$ , l'intensité du courant décroît jusqu'à s'annuler; cette extinction de courant est aussi lente.
- L'établissement et l'extinction du courant, lent à atteindre, sont conformes à la loi de LENZ.



## 3.3 Constante de temps

C'est le quotient  $\tau = \frac{L}{\sum R}$ .

## 3.4 Equation différentielle d'évolution du circuit et résolution

La loi d'additivité des tensions permet d'écrire :

$$U_{MN} = Ri + L \frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{U_{MN}}{L}$$

Cette équation traduit l'évolution du courant en fonction du temps.

- Pendant l'établissement du courant :

$$U_{MN} = E \implies \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{U_{MN}}{L}.$$

Les solutions sont de la forme :

$$i = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

- Pendant l'interruption du courant :

$$U_{MN} = 0 \implies \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0.$$

Les solutions sont de la forme :

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

## 3.5 Energie emmagasinée

L'énergie emmagasinée par la bobine est sous forme magnétique :

$$E_{magn} = \frac{1}{2}Li^2.$$

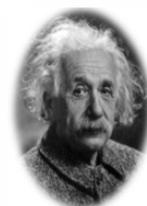
*Partie*

# 3

## RÉSUMÉ DE COURS (CHIMIE)

« La seule chose absolue dans un monde  
comme le nôtre, c'est l'humour »

Albert Einstein





## 1 - Mélanges homogènes et hétérogènes

La matière se présente le plus souvent sous forme d'un mélange dans un des trois états physiques : Solides liquides ou gazeux, ou éventuellement une combinaison de ces états.

Elle peut constituer un système hétérogène ou homogène. Un mélange de gaz est un système homogène et une pierre est un système hétérogène. Un mélange homogène est un mélange dans lequel toutes les particules ont les mêmes propriétés.

Un mélange hétérogène est un mélange de plusieurs phases homogènes.

## 2 - Définitions des termes

- 1** Corps pur : c'est un corps composé d'une même espèce de matière. Il existe 2 types de corps purs : les corps purs simples et les corps purs composés
- 2** Corps simple : c'est un corps qui ne peut pas être obtenu à partir d'un autre corps et qui ne peut pas être transformé en un autre corps .Exemple :  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $Cl_2$
- 3** Corps composé : c'est un corps qui peut s'obtenir à partir de corps simple et qui se transformer en d'autres corps simples. Exemple :  $NH_3$ ,  $H_2O$ ,  $CH_4$
- 4** Mélange : c'est un corps composé de plusieurs corps purs.
- 5** Molécule : c'est la plus petite particule d'un corps pur que l'on puisse concevoir sans détruire ce corps pur.
- 6** L'atome : c'est la plus petite particule d'un corps simple que l'on puisse concevoir sans le corps simple
- 7** Une mole : est le nombre d'atome présent dans 12g de Carbone 12. Ce nombre est appelé Nombre d'Avogadro  $\mathcal{N} = 6,023 \times 10^{23}$ .
- 8** La Masse molaire : est la masse d'une mole de molécule constituant un corps pur.

La mole est l'une des 7 unités de base du système international. Les entités constituantes d'une mole doivent être toujours définies, elles peuvent être des électrons, des ions, des atomes, des molécules.



## 1 – Les constituants de l'atome

L'atome est constitué d'un noyau autour duquel gravitent des électrons, on parle de cortège électronique.

### 1.1 Le noyau

Le noyau d'un atome est constitué de particules appelés Nucléons : il s'agit des protons et des neutrons.

#### 1.1.1 Le proton

Le proton porte une charge élémentaire positive  $e$ . Chaque noyau possède  $Z$  protons le noyau a donc une charge positive  $+Ze$

#### 1.1.2 Le neutron

Un neutron a une masse sensiblement égale à celle du proton et est électriquement neutre. Pour un élément donné, le nombre de proton est fixé mais le nombre de neutrons peut varier. Il est donné par  $N = A - Z$ .

### 1.2 Les électrons

L'atome est électriquement neutre la charge électrique d'un électron est  $-e$ . Il y'a donc  $Z$  électrons dans l'atome d'un élément donné.

	protons	Neutrons	Electrons
Masses (kg)	$1,672.10^{-27}$	$1,675.10^{-27}$	$9,110.10^{-31}$
Charge (c)	$+1,602.10^{-19}$	0	$-1,602.10^{-19}$

**a. Ions** : c'est un atome ou un gaz ou un groupe d'atome ayant perdu (cation) ou gagné (anion) un ou plusieurs électrons.

**b. Isotones** : ce sont des nucléides dont les nombres de neutrons sont identiques.

#### Exemple



**c. Isobares :** ce sont des nucléides de numéro atomiques différents mais dont les nombres de masses sont identiques.

**Exemple**



**d. Isotopes :** Ce sont des atomes caractérisés par le même numéro atomique  $Z$  et des nombre de nucléons  $A$  différents. Ils diffèrent aussi par le nombre de leurs neutrons.

**Exemple**



## 2 - Structure électronique des atomes

### 2.1 Principes fondamentaux

#### 2.1.1 Principes de stabilité

Les électrons se placent le plus près possible du noyau l'atome est alors dans son état fondamental, sa stabilité maximale ce qui correspond à l'énergie la plus basse possible.

#### 2.1.2 Principes d'exclusion de pauli

Dans un atome, deux électrons ne peuvent avoir leurs 4 nombres quantiques identiques.

### 2.2 Nombres quantiques

#### 2.2.1 Nombre quantique principal : $n$

Le nombre quantique  $n$  est un entier naturel non nul ; il définit la couche électronique.

- a. à  $n = 1$  correspond à la couche  $K$
- b. à  $n = 2$  correspond à la couche  $L$
- c. à  $n = 3$  correspond à la couche  $M$
- d. à  $n = 4$  correspond à la couche  $N$

#### 2.2.2 Nombre quantique azimutal : $l$

Parmi les états définis par  $n$ , on distingue les états définis par  $l$ .

$l$  prend les valeurs comprises entre 0 et  $n - 1$  et définit la sous couche électronique.

- a.  $l = 0$  sous couche  $s$   $2e^-$
- b.  $l = 1$  sous couche  $p$   $6e^-$
- c.  $l = 2$  sous couche  $d$   $10e^-$

d.  $l = 3$  sous couche  $f$   $14e^-$

e.  $l = 4$  sous couche  $g$   $18e^-$ .

### 2.2.3 Nombre quantique magnétique

$m$  prend toutes les valeurs comprises entre  $-l$  et  $+l$   $-l \leq m \leq l$ .

### 2.2.4 Nombre quantique de spin

Pour faire respecter le principe d'exclusion de Pauli, il faut introduire le nombre quantique de spin. Il ne peut prendre que les valeurs  $-1/2$  et  $+1/2$ .

Les 4 nombres quantiques définissent complètement un électron.

## 2.2.5 Représentation de la structure électronique d'un atome.

L'ordre de remplissage des orbitales est donnée par le tableau de Klechkowski



#### Exemple

phosphore : ( $Z=15$ ) :  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$

Titane : ( $Z=22$ )  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^2$

## 2.3 Structure électronique des ions

Pour les cations la règle est que ce sont en général les électrons de la dernière couche qui disparaissent

#### Exemple

$N_a^+$  ( $Z=11$ )  $1s^2 2s^2 2p^6$

$T_i^{2+}$  ( $Z=22$ )  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^2$

$T_i^{4+}$   $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$

Pour les anions, il suffit d'ajouter les électrons correspondant au nombre de charges élémentaires négative

#### Exemple

l'ion  $F^-$  ( $Z=9$ )  $1s^2 2s^2 2p^6$

# 3 - La classification périodique des éléments

## 3.1 Principe de la classification actuelle

La présentation actuelle de la classification périodique dérive de celle de Mendeleïv. Les éléments sont classés par ordre croissant du numéro atomique  $Z$ .

## 3.2 Description de la classification périodique des éléments

Nous distinguons essentiellement : des lignes horizontales appelées période dans lesquelles les éléments sont classés de gauche à droite selon l'ordre croissant du numéro atomique  $Z$ . Des colonnes verticales qui correspondent à des groupes chimiques. Les éléments définis par une même colonne ont les configurations électroniques de leurs couches externes identiques.

### 3.2.1 Description succincte des périodes

La première période correspondant au remplissage de la couche  $K(n = 1) 1s^2$  (2 éléments)

La 2<sup>ème</sup> période couche  $L(n = 2) 2s^2 2p^6$  (8 éléments)

La 3<sup>ème</sup> période couche  $M(n = 3) 3s^2 3p^6$  (8 éléments)

La 4<sup>ème</sup> période elle correspond au remplissage des sous couches  $4s^2 3d^{10} 4p^6$  (18 éléments).

### 3.2.2 Description succincte des colonnes

1<sup>ère</sup> colonne famille des alcalins la couche externe est représentée par la sous couche  $s$  à un électron

- a. 2<sup>ème</sup> colonne  $ns^2$  famille des alcalino-terreux
- b. 16<sup>ème</sup> colonne  $ns^2 np^4$  famille des chalcogènes
- c. 17<sup>ème</sup> colonne  $ns^2 np^5$  famille des halogènes
- d. 18<sup>ème</sup> colonne  $ns^2 np^6$  famille des gaz nobles.

# 1 - Etats de la matière

La très grande majorité des corps purs peut se trouver dans les trois états physiques : gazeux, liquide, solide. Les passages d'un état à un autre sont définis de la façon suivante :

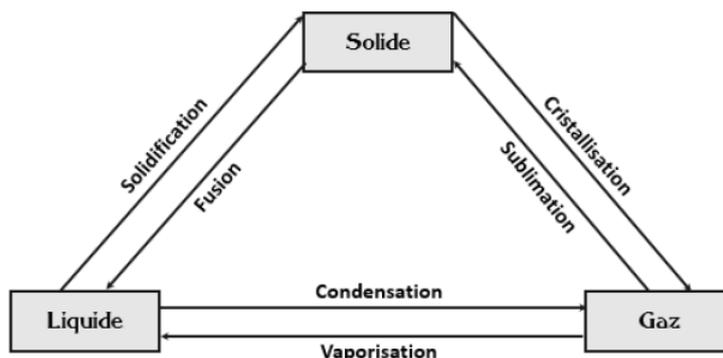
## 2 - Etat Gazeux

L'état gazeux est l'état le plus simple de la matière

### 2.1 Principales lois physiques du gaz parfait

- 1 **Loi de Boyle-Mariotte** A température constante, le volume d'un gaz est inversement proportionnel à sa pression  $V \propto 1/P$  à T constant.
- 2 **Loi de Gay Lussac** A pression constante, le volume occupé par un gaz est proportionnel à la température absolue (degré Kelvin)  $V \propto T$  à P constant
- 3 **Hypothèse d'Avogadro-Ampère**

Dans les mêmes conditions de température et de pression, le volume V d'une mole d'un gaz est le même quel que soit la nature du gaz.  $V \propto n$



L'équation des gaz parfaits permet de regrouper toutes les variables d'états du gaz : pression (p) volume (V) nombre de mole (n) et température (T)

On a  $V \propto 1/P$ ;  $V \propto T$ ;  $V \propto n$ . ces trois relations conduisent à l'équation d'état des gaz parfait  $PV = nRT$ . L'utilisation de cette équation dans la pratique nécessite beaucoup de rigueur.

- Si  $P$  est en  $Pa$ ,  $V$  en  $m^3$ ,  $T$  en kelvin  $R = 8,314 J.mol^{-1}K^{-1}$
- Si  $P$  est en  $Atm$ ,  $V$  en  $L$ ,  $T$  en kelvin  $R = 0,082 Atm.L.mol^{-1}K^{-1}$ ,  $1 Atm = 1,013 \times 10^5 Pa$

## 2.1. 1 Notion de pression partielle



### Définition

#### Pression partielle

La pression partielle d'un gaz est la pression qu'aurait ce gaz s'il occupait seul le volume considéré.

La pression totale d'un mélange gazeux est égale à la somme des pressions partielles  $P_i$  de tous les constituants gazeux de ce mélange.  $P = \sum P_i$

Les lois sur les gaz parfaits sont applicables aux pressions partielles des gaz.

$$P_i V_i = n_i R T$$

Pour les mélanges de gaz, on utilise également les expressions quantitatives suivantes :

- **Fraction molaire**

C'est le rapport du nombre de moles d'un gaz au nombre total de moles de gaz :  $X_i = n_i/nT$  On n'admet que la somme des fractions molaires est égale à l'unité  $\sum X_i$

- **Composition centésimale en volume ou pourcentage en volume du gaz considéré**

Soit  $V$  le volume total du mélange gazeux et  $V_i$  le volume du gaz  $i$  on a  $V = \sum V_i$

Le pourcentage en volume de chaque gaz est  $\%V = V_i/V \times 100$  Comme l'équation des gaz parfaits est appliquée à chaque gaz, on a :

- **Masse volumique  $\rho$**

C'est le rapport de la masse au volume de gaz  $\rho = m/V$

- **Densité**

Elle est donnée par la relation :  $d = \frac{\rho}{\rho_{air}}$  ou  $d = \frac{l}{k}$

## 2.2 L'état liquide et les solutions

L'état liquide est un état condensé de la matière. Les molécules qui le constitue sont dans un état désordonné en mouvement tout en étant en contact cette cohésion étant assurée par des forces intermoléculaires.



### Définitions

#### Une solution

Une solution est un corps dissout dans un liquide.

Le liquide qui dissout s'appelle solvant ; la substance dissoute s'appelle soluté. Si le solvant est l'eau, c'est une solution aqueuse. Quantitativement, une solution es généralement défini par sa concentration qui peut s'exprimer de diverses manières.

## 2.2. 1 Concentration

### 1 concentration en mole rapportée par un volume

#### a. Molarité ou concentration molaire ( $mol : L^{-1}$ ou $M$ )

$C$  = nombre de mole de soluté/nombre de litre de solution.  $C = n/V$

#### b. Normalité $N$ = nombre de mole de l'espèce régissante/nombre de litre de solution ( $molde.../L$ ) $N = x.C$

Ou  $x$  représente le nombre de charges échangés au cours de la réaction

### 2 Concentrations en mole rapportée à une masse

#### a. Molarité ( $mol/Kg$ )

$C_m$  = nombre de mole de soluté/nombre de kg de solvant.  $C_m = \frac{n_i}{m_s}$

### 3 Concentrations en masse rapportée à un volume

#### a. Concentration pondérale ( $g/l$ )

$P$  = masse de soluté/nombre de litre de solution  $P = m/V$  ou  $P = C \times M$ .

$C$  : Concentration molaire et  $M$  : masse molaire

la dilution est égale à l'inverse de la concentration

### 4 Unités biologiques

#### a. L'équivalent-gramme

$$\text{nbre d'eq-g/l} = \frac{\text{nombre de mole de l'espce} \times \text{nombre de charges}}{\text{nombre de litre de solution}}$$

#### b. Le titre pondéral

$$P = E \times N$$

$E$  : équivalent-gramme =  $M$  du composé/nombre de charge échangées

$N$  : normalité

#### c. Pourcentage massique

$$\% m = \frac{P}{(P + 1000) \times 1000} \approx 0,1P$$

$P$  : titre pondéral

L'équivalent-gramme est :

- La quantité d'une substance qui fait échanger une mole de proton dans les réactions acido-basique
- La quantité d'une substance qui fait échanger une mole d'électron dans les réactions redox.

#### L'état solide

C'est un état ne sera pas étudié dans le cadre de notre préparation.

#### Exercice d'application

Soit le dosage redox d'une solution de permanganate ( $V=13,4\text{mL}$ ) par une solution d'oxalate. ( $15\text{mL } C=0,53\text{g/L}$ )  
Calcul de :

- 1 Concentration équivalente de la solution d'oxalate  $N_1 = C_1/E_1 = 5,76\text{Eq} - \text{g/L}$
- 2 Concentration équivalente de la solution de permanganate  $N_1V_1 = N_2V_2N_2 = 0,0064\text{Eq} - \text{g/L}$
- 3 Concentration pondérale de la solution de permanganate  $C_2 = E_2N_2 = 0,18\text{g/L}$
- 4 Concentration molaire de la solution d'oxalate  $M_1 = N_1/x = 0,00035\text{mol/L}$
- 5 Concentration molaire de la solution de permanganate  $M_2 = N_2/x = 0,012\text{mol/L}$

### Exercice d'application

Pour un dosage d'oxydoréduction, un étudiant met une solution de  $\text{KM}_n\text{O}_4$  (0,03% de masse) dans la burette et 20mL d'une solution acidifiée de sel de mohr dans l'erenmeyer Calculer la normalité de  $\text{KM}_n\text{O}_4$ .

## 1 - Vitesse de réaction

### 1.1 définition de la vitesse d'une réaction

La vitesse volumique  $V$  d'une réaction chimique ou simplement vitesse de réaction est définie à partir de l'avancement  $x$  de la réaction et du volume  $V$  du système chimique au sein duquel se déroule la réaction. Elle est donnée par la relation :

$$V = \frac{1}{V} \frac{dx}{dt}$$

L'expression  $dx/dt$  représente la dérivée par rapport au temps de la fonction avancement. Géométriquement, sa valeur en un point donné est la pente de la tangente de la courbe en ce point.

### 1.2 Détermination graphique d'une vitesse de réaction

Pour déterminer la valeur d'une vitesse de réaction, il faut savoir comment varie l'avancement en fonction du temps, soit sous forme d'un tableau descriptif, soit sous forme d'une fonction  $x(t)$ .

### 1.3 Détermination de la vitesse de la réaction à partir d'une concentration

#### 1.3.1 Utilisation de l'avancement

$x = nA = V \cdot [A]$  La vitesse de la réaction s'écrit :

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt} = \frac{d(V[A])}{dt} \\ &= \frac{V}{V} \times \frac{d[A]}{dt} \\ v &= \frac{d[A]}{dt} \end{aligned}$$

Ce calcul est valable si le volume du système chimique reste constant.

### 1.3. Relation entre $v$ et la variation de la concentration d'un

Soit l'équation :  $\alpha A + \beta B \rightarrow \mu C + \delta D$  on a :

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt} \\ &= -\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{d[A]}{dt} = -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{d[B]}{dt} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{d[C]}{dt} = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{d[D]}{dt} \\ v &= \frac{1}{\alpha} v_a = \frac{1}{\beta} v_b = \frac{1}{\mu} v_c = \frac{1}{\delta} v_d \end{aligned}$$

Avec :

$v_a$  la vitesse de disparition de l'espèce  $A$

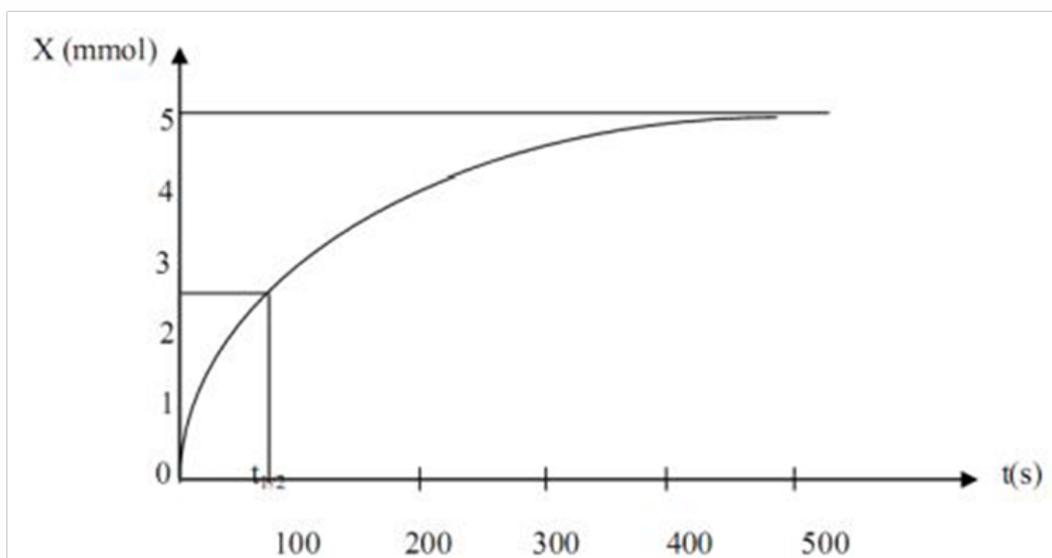
$v_b$  la vitesse de disparition de l'espèce  $B$

$v_c$  la vitesse de formation de l'espèce  $C$

$v_d$  la vitesse de formation de l'espèce  $D$

## 1.4 Temps de demi-réaction.

Le temps de demi-réaction notée  $\tau_{1/2}$  est la durée nécessaire pour que l'avancement soit parvenu à la moitié de sa valeur finale.



On obtient  $\tau_{1/2} = 100s$

## 2 - facteurs cinétiques

Un facteur cinétique permet de modifier la vitesse d'une transformation chimique.

## 2.1 La température

En général, plus la température augmente plus la vitesse de la réaction augmente l'avancement final est alors rapidement atteint.

## 2.2 concentration des réactifs

Généralement, plus la concentration des réactifs est élevée, plus la vitesse de la réaction est grande.

## 2.3 La catalyse

### Définitions

On appelle catalyseur toute substance capable d'augmenter la vitesse d'une réaction chimique sans apparaître dans les équations bilan

Il existe trois types de catalyses :

- on dit que la catalyse est hétérogène si le catalyseur est dans une phase différente de celle des réactifs.
- On dit que la catalyse est homogène si le catalyseur est dans la même phase que les réactifs.
- On dit que la catalyse est enzymatique si elle fait intervenir une enzyme (protéine).

# 3 – Influence des concentrations sur la vitesse : ordre d'une réaction

Considérons la réaction générale suivante :  $\alpha A + \beta B \rightarrow \mu C + \delta D$

Pour cette réaction, l'expérience montre que l'on peut en général, mettre la vitesse de la réaction sous la forme  $V = K[A]^p[B]^q$

$K$  est une constante appelée constante de vitesse et ne dépend que de la température.  $p$  est l'ordre partiel de la réaction par rapport à  $A$  et  $q$  est l'ordre partiel de la réaction par rapport à  $B$ .

$(P + q)$  est l'ordre total de la réaction.

- Si  $p = 1$ , on dit que la réaction est d'ordre 1 par rapport au réactif  $A$
- Si  $p = 2$  la réaction est d'ordre 2 par rapport à  $A$
- Si  $P = 0$  la réaction est d'ordre 0 par rapport à  $A$

## 3.1 Réaction d'ordre 1 par rapport a un réactif.

### 3.1.1 Expression de la vitesse

D'après la définition de l'ordre 1 on peut écrire  $V = K[A]^1$  en admettant que les autres réactifs n'interviennent pas dans la cinétique du réactif.

### 3.1. 2 Relation $c = f(t)$

$$\begin{aligned}
 V = K[A] \quad \text{Or} \quad V = -\frac{d[A]}{dt} &\Rightarrow -\frac{d[A]}{dt} = K[A] \quad \text{Posons} \quad [A] = C \\
 &\Rightarrow \frac{dC}{dt} \rightarrow \int \frac{dC}{dt} = \int -K dt \\
 &\Rightarrow \ln C = -Kt + cte \quad \text{à } t=0, C = C_0, cte = \ln C_0 \\
 &\Rightarrow \ln C - \ln C_0 = -Kt \rightarrow \ln \frac{C}{C_0} = -Kt \\
 &\Rightarrow \frac{C}{C_0} = e^{-Kt} \rightarrow C = C_0 e^{-Kt}
 \end{aligned}$$

### 3.1. 3 Détermination de la constante de vitesse

La relation  $C = C_0 e^{-Kt}$  peut s'écrire encore  $-\ln \frac{C}{C_0} = Kt$

Si nous représentons  $\ln \frac{C}{C_0}$  en fonction de  $t$ , nous obtenons une droite dont la pente est  $K$

**Réciproque :** si on obtient une droite en représentant  $-\ln \frac{C}{C_0} = f(t)$ , alors la réaction est d'ordre 1.

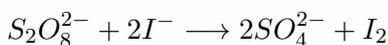
### 3.1. 4 Temps de demi-réaction

On appelle temps de demi-réaction le temps ou bout duquel la concentration du réactif atteint la moitié de sa valeur initiale. D'après cette définition,  $t = T_{1/2}$  pour

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{C_0}{2} \\
 \Rightarrow \frac{C_0}{2} &= C_0 e^{-Kt} \Rightarrow \ln 2 = -KT_{1/2} \\
 \Rightarrow T_{1/2} &= \frac{\ln 2}{K} \quad K(s^{-1})
 \end{aligned}$$

### 3.1. 5 Expression de réaction d'ordre 1

- Réaction entre les ions peroxydisulfate et les ions iodures



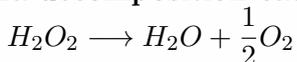
Ce réactif est d'ordre 1 par rapport aux ions peroxydisulfate, donc :



- L'hydrolyse du saccharose



- La décomposition catalytique de l'eau oxygénée.



## 3.2 Réaction d'ordre 2 par rapport à un réactif

### 2. 1 Expression de la vitesse

$$V = K[A]^2 \longrightarrow V = -\frac{d[A]}{dt} \cdot [A] = C$$

$$\Rightarrow -\frac{dC}{dt} = KC^2$$

### 3.2.2 Relation $c = f(t)$

$$\int -\frac{dC}{C^2} = Kdt \Rightarrow \frac{1}{C} = Kt + cte$$

$$\text{à } t = 0, C = C_0 \Rightarrow \frac{1}{C_0} = cte$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} + Kt \Rightarrow \frac{1}{C} - \frac{1}{C_0} = Kt$$

### 3.2.3 Détermination de K

Si on trace la courbe donnant  $\frac{1}{C} - \frac{1}{C_0}$  en fonction du temps. On obtient une droite de pente  $K$ .

**Réciproquement** Si on obtient une droite en représentant la fonction  $\frac{1}{C} - \frac{1}{C_0} = f(t)$ . alors la réaction est d'ordre 2 par rapport au réactif considéré.

### 3.2.4 temps de demi-réaction

$$t = T_{1/2} \text{ pour } C = \frac{C_0}{2}$$

$$\frac{1}{C} - \frac{1}{C_0} = KT_{1/2} \Rightarrow \frac{2}{C_0} - \frac{1}{C_0} = KT_{1/2}$$

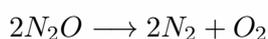
$$\Rightarrow \frac{1}{C_0} = KT_{1/2} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{1}{C_0 K}$$

### 3.2.5 Exemple de réaction d'ordre 2

- La décomposition de l'éthanal en phase gazeuse à chaud



- La décomposition de l'oxyde d'azote.



## 3.3 les réactions d'ordre 0

Ces réactions sont très rares

$$V = K[A]^0 \text{ avec } [A]^0 = 1$$

$$\Rightarrow V = K \Rightarrow -\frac{dC}{dt} = K \Rightarrow \int dC = \int -Kdt$$

$$\Rightarrow C = -Kt + cte \text{ à } t = 0, cte = C_0 \Rightarrow C = C_0 - Kt$$

- **Détermination de K**

Si on représente la fonction  $C = C_0 - Kt$  on obtient une droite de pente négative  $-K$ .

- **Temps de demi-réaction**

$$C = C_0 - Kt \Rightarrow T_{1/2} = \frac{C_0}{2K} \quad K(\text{mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1})$$

### Exemple

La décomposition catalytique de l'ammonium en présence du tungstène  $2NH_3 \rightarrow N_2 + 3H_2$

Ou l'oxydation du dioxyde de soufre sur la mousse de platine  $2SO_2 + O_2 \rightarrow 2SO_3$

## 4 — Influence de la température sur la vitesse d'une réaction : loi d'Arrhenius

Nous avons montré plus haut que la constante de vitesse dépendait quelque soit l'ordre de la température. Arrhenius à l'issue de très nombreuses études expérimentales a établi entre  $K$  et la température du milieu réactionnel.

$$\frac{d \log K}{dT} = \frac{E}{RT^2} : \quad \text{C'est la loi d'Arrhenius}$$

Par intégration, on a :

$$\begin{aligned} \frac{d \log K}{dT} = \frac{E}{RT^2} &\Rightarrow \int d \log K = \int \frac{E}{RT^2} dT \\ &\Rightarrow \log K = -\frac{E}{RT} + cte \quad \text{à } t=0, \text{ on a } K = K_0 \\ &\Rightarrow \log K_0 = cte \Rightarrow \log \frac{K}{K_0} = -\frac{E}{RT} \\ &\Rightarrow \frac{K}{K_0} = e^{E/RT} \Rightarrow K = K_0 e^{E/RT} \end{aligned}$$

**K** : constante de vitesse

**T** : température absolue (K)

**R** : constante des gaz parfaits

**E** : énergie d'activation

$K_0 = A =$  constante d'intégration

Ainsi on peut écrire  $K = Ae^{-E/RT}$

## 1 - Introduction

Certaines réactions chimiques peuvent être considérées comme totales par exemple la réaction en solution aqueuse :  
 $(H^+, Cl^-) + (Na^+, OH^-) \longrightarrow Na^+ + Cl^- + H_2O$

Dans ce cas, l'avancement final est égal à l'avancement maximal.  $X_f = X_{max}$  Cependant de très nombreuses réactions chimiques ne sont pas totales donc leur avancement final  $X_f$  est différent de l'avancement maximal  $X_{max}$ . De telles réactions peuvent se dérouler dans les deux sens. Leur sens dépend des conditions initiales imposées aux systèmes chimiques.

Ainsi, si l'équation associée est  $aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$

On définit le quotient de réaction par la relation suivante :

$$Q_r = \frac{[C]^c \times [D]^d}{[A]^a \times [B]^b}$$

Où  $[A]$ ,  $[B]$ ,  $[C]$ ,  $[D]$  sont les valeurs des concentrations exprimées en  $mol : L^{-1}$  ;  $Q_r$  est sans unité.

## 2 - Lois qualitatives concernant un équilibre chimique

### 2.1 Facteurs définissant un équilibre chimique

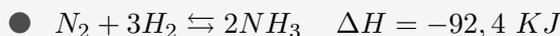
Les facteurs qui ont une influence qualitative sur un système en équilibre chimique sont : **La température, la pression, concentration molaire et la pression partielle.**

### 2.2 Loi générale

Toute modification d'un facteur d'un équilibre chimique réversible provoque si elle se produit seule un déplacement de l'équilibre dans un sens qui tend à s'opposer à la variation du facteur considéré.

#### 2.2.1 Loi de Vant'Hoff : Influence de la température

- Une élévation de la température provoque le déplacement de l'équilibre dans le sens de la réaction endothermique.
- Un abaissement de la température provoque le déplacement de l'équilibre dans un sens de la réaction exothermique.

**Exemple**

Dans quel sens se déplace l'équilibre si on élève la température  $R$  : sens 2

- Quel est l'effet d'une élévation de la température dans une réaction d'estérification ?

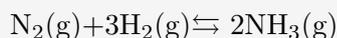
$R$  :  $\Delta H = 0 \Rightarrow$  aucun effet.

## 2.2.2 loi de Le Chatelier : influence de la pression

- Une augmentation de la pression provoque le déplacement de l'équilibre dans le sens qui diminue le nombre total de molécule gazeuse.
- Une diminution de pression provoque le déplacement de l'équilibre dans le sens qui augmente le nombre total de molécule gazeuse.

**Exemple**

- Quel est l'effet de la variation de la pression sur la réaction de synthèse de l'ammoniac.



→ si  $P$  augmente  $R$  : sens 1

→ si  $P$  diminue  $R$  : sens 2

- quel est le sens de variation de la pression sur la réaction  $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$

$R$  : aucun effet

## 2.2.3 influences de la concentration ou de la pression partielle.

- Une augmentation de la pression partielle ou de la concentration d'un constituant provoque le déplacement de l'équilibre dans le sens d'une disparition accrue de la substance ajoutée.
- Une diminution de la concentration ou de la pression partielle d'un des constituants provoque le déplacement de l'équilibre dans le sens d'une apparition accrue de la substance retirée.

**Exemple**

Dans quel sens se déplace l'équilibre si l'on ajoute de l'acide acétique ?

# 3 - Lois quantitatives concernant les équilibres chimiques : loi d'action de masse

## 3.1 Loi d'action de masse relative aux équilibres homogènes

### 1.1 Enoncé relatif aux concentrations molaires.

Soit la réaction :  $\alpha + \beta B \rightleftharpoons \mu C + \delta D$  A l'équilibre on a :  $K_c = \frac{[C]^c \times [D]^d}{[A]^a \times [B]^b}$

$K_c$  est appelé constante d'équilibre de la réaction,  $K_c$  dépend de la température et est indépendante de tout autre facteur.

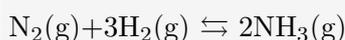
### 3.1.2 Enoncé relatif aux pressions partielles.

$K_p = \frac{P_a^\mu \times P_d^\delta}{P_a^\alpha \times P_b^\beta}$  Est la constante d'équilibre pour des constituants gazeux,

$K_c = K_p(RT)^{-\Delta n}$  Avec  $\Delta n = (\alpha + \beta) - (\mu + \delta)$  la variation du nombre de mole de gaz et  $R = 0.082 \text{atm.L.K}^{-1}$

#### Exemple

Exprime  $K_e$  et  $K_n$  pour la réaction



$$K_p = \frac{p_{\text{NH}_3}^2}{p_{\text{N}_2} \times p_{\text{H}_2}^3} \text{ et } K_c = K_p(RT)^2$$

#### 1 Le degré d'avancement ou coefficient de dissociation

En fait, le nombre de mole des corps en présence n'est pas souvent précisé il est donc plus commode de travailler avec le degré d'avancement.  $\alpha = \frac{X}{n_0}$   $0 \leq \alpha \leq 1$

où l'avancement  $X$  représente le nombre de mole dissociées et  $n_0$  le nombre de moles initial.

#### 2 Expression de $k_p$ en fonction de $\alpha$

Considérons la réaction précédente :  $\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{IH}(\text{g})$

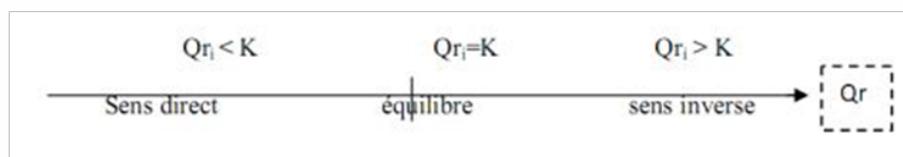
$$\begin{aligned} K_p &= \frac{P_{\text{IH}}^2}{P_{\text{I}_2} \times P_{\text{H}_2}} \\ \text{Or } P_i &= X_i P_t \\ \Rightarrow P_{\text{I}_2} &= \frac{n_0(1-\alpha)}{2n_0} \quad P_{\text{H}_2} = \frac{n_0(1-\alpha)}{2n_0} \quad P_{\text{IH}} = \frac{2n_0\alpha}{2n_0} \\ \Rightarrow K_p &= \frac{4\alpha^2}{(1-\alpha)^2} \end{aligned}$$

Pour deux réactions réversibles l'une de l'autre, on admet que  $K.K_0 = 1$

#### 3 Prévision quantitative du sens spontané d'évolution d'une réaction

Pour une réaction chimique spontanée, c'est-à-dire pouvant se dérouler sans apport d'énergie du milieu extérieur, il est possible de prévoir le sens d'évolution par comparaison du quotient de réaction à l'état initial avec la constante d'équilibre :

- Si  $Q_{ri} < K$  l'évolution a lieu dans le sens direct (de la gauche vers la droite)
- Si  $Q_{ri} > K$  l'évolution a lieu dans le sens inverse







## 1 - Le pH

### 1.1 La concentration en ions $H_3O^+$

$$[H_3O^+] = \frac{n}{V}$$

$[H_3O^+]$  : Concentration en ions  $H_3O^+$

$n$  : quantité de matière d'ion  $H_3O^+$

$V$  : volume de la solution

### 1.2 De $[H_3O^+]$ au pH

$$pH = -\log[H_3O^+]$$

### 1.3 Du pH à $[H_3O^+]$

$$[H_3O^+] = 10^{-pH}$$

## 2 - Calcul du pH d'une solution acide ou basique

### 2.1 Cas d'une solution de base forte ou d'acide fort

#### 2.1.1 Acide fort.

Considérons une solution aqueuse d'un acide fort noté AH et de concentration molaire  $C_0$ , la réaction entre AH et  $H_2O$

s'écrit :  $AH + H_2O \longrightarrow A^- + H_3O^+$ .

Elle est totale.

- Les espèces présentes dans la solution sont  $A^-$ ,  $H_2O$ ,  $H_3O^+$  et  $OH^-$
- L'électro neutralité s'écrit :  $[A^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$
- La réaction étant totale on a  $[A^-] = C_0$ . De plus, en milieu acide on peut négliger  $[OH^-]$ ; ainsi  $[A^-] = [H_3O^+] = C_0$  et donc  $pH = -\log[H_3O^+] = -\log C_0$

**Conclusion :** Le pH d'un acide fort de concentration  $C \leq 10^{-6}$  mol/L est donné par la relation  $pH = -\log C$

**Cas où  $C < 10^{-6}$  mol/L**

On revient à l'électro neutralité car  $[OH^-]$  n'est plus négligeable. Ainsi :

$$[A^-] + [OH^-] = [H_3O^+] \Rightarrow \frac{K_e}{[H_3O^+]} + [A^-] = [H_3O^+] \text{ or } [A^-] = C$$

$$\Rightarrow [H_3O^+]^2 - C[H_3O^+] - K_e = 0$$

### Exemple

calculer le pH d'une solution d'acide chloridrique à  $10^{-7}$  mol/l

**R : pH=6,8**

### Remarque

pour  $C \leq 10^{-8}$  mol/L tout se passe comme si on avait pratiquement de l'eau pure donc le pH est égal à 7.

## 2.1.2 Cas d'une base forte

Le pH d'une base forte de concentration molaire  $C \geq 10^{-6}$  mol/L est donné par la relation  $pH = 14 + \log C$

Cas où  $C < 10^{-6}$  mol/L

On résout l'équation de l'électro-neutralité sans négliger  $OH^-$

### Exemple

Calculer le pH d'une solution de soude à  $10^{-7}$  mol/L

**R : pH=7,2**

### Remarque

pour  $C \leq 10^{-8}$  mol/L tout se passe comme si on avait pratiquement de l'eau pure donc le pH est égal à 7.

## 2.2 Cas d'une solution d'acide ou de base faible

### 2.2.1 Cas d'un acide faible

L'acide  $AH$  réagit très partiellement dans l'eau suivant l'équation :  $AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$

- Espèces chimiques en présence :  $AH$ ,  $H_2O$ ,  $A^-$ ,  $H_3O$  et  $OH^-$
- Electro neutralité :  $[A^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$
- Conservation de la matière :  $C = [A^-] + [AH]$
- Produit ionique de l'eau :  $K_e = [H_3O^+] \times [OH^-]$

- Constante d'équilibre :  $K_a = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[AH]} = \frac{[H_3O^+]^2}{C - [H_3O^+]}$

$$K_a \approx \frac{[H_3O^+]}{C} \Rightarrow pH = \frac{1}{2}(pK_a - \log C)$$

**Conclusion** : pour une solution d'acide faible telle que  $pK_a + \log C \geq 2$  le pH est donné par la formule :  
 $pH = \frac{1}{2}(pK_a - \log C)$  avec  $pH \leq 6,5$

- Cas où  $pK_a + \log C < 2$

On résoud l'équation  $K_a = \frac{[H_3O^+]^2}{C - [H_3O^+]} = \frac{-K_a + \sqrt{K_a^2 + 4K_a C}}{2}$

### Exemple

calculer le pH d'une solution d'acide dichloroéthanique  $CHCl_2 - COOH$  à  $10^{-2}$  mol/L,  
 $pK_a(CHCl_2COOH/CHCl_2COO^-) = 1,3$

R : pH=2,1

## 2.2.2 Cas d'une base faible

Soit  $B$  une base et  $C$  sa concentration molaire, l'action de  $B$  sur l'eau n'est pas totale; la réaction s'écrit :



- espèces chimiques en présence :  $B, BH^+, OH^-$  et  $H_3O^+$

- électro neutralité :  $[H_3O^+] + [BH^+] = [OH^-]$

- conservation de la matière :  $C = [B] + [BH^+]$

- produit ionique de l'eau :  $K_e = [H_3O^+] \times [OH^-]$

- constante d'équilibre :  $K_a = \frac{[B] \times [H_3O^+]}{[BH^+]}$

$$\Rightarrow K_a = [H_3O^+] \frac{C - [OH^-]}{[HO^-]}$$

$$\Rightarrow [OH^-] \text{ négligeable devant } C$$

$$\Rightarrow K_a = \frac{[H_3O^+]^2}{K_e} C$$

$$\Rightarrow pH = 7 + \frac{1}{2}pK_a + \frac{1}{2}\log C$$

**Conclusion** : pour une solution de base faible telle que  $14 - pK_a + \log C \geq 2$ ; le pH est donné par la formule

$$pH = 7 + \frac{1}{2}pK_a + \frac{1}{2}\log C$$

Cas où  $14 - pK_a + \log C < 2$

On résoud l'équation  $K_a = [H_3O^+] \frac{C - [HO^-]}{[HO^-]}$

$$[H_3O^+] = \frac{K_e + \sqrt{K_e^2 + 4K_a K_e C}}{2C} \quad \mathbf{R : pH=11,3}$$

# 3 - Les mélanges acide-base conjugués

## 3.1 Concentration molaires de l'acide et de la base conjuguée

Considérons un mélange de  $\text{CH}_3\text{COOH}$  et  $\text{CH}_3\text{COO}^- + \text{Na}^+$  ; si les concentrations  $C_a$  et  $C_b$  sont voisines, tout se passe comme si l'acide éthanoïque et les ions éthanoates ne subissent l'action de l'eau.

On calcul donc les concentrations molaires de la manière suivante.

$$[\text{CH}_3\text{COOH}] = [\text{CH}_3\text{COO}^-] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} [\text{CH}_3\text{COO}^-] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b}$$

## 3.2 Calcul du pH du mélange

$$pH = pK_a + \log \frac{C_b V_b}{C_a V_a}$$

# 4 - Les solutions tampons

Les solutions tampons Une solution tampon est une solution dont le pH est très peu sensible à une addition molaire d'acide ou de base et à la dilution.

## 4.1 Préparation d'une solution tampon

On prépare une solution tampon en choisissant un couple dont le pKa est voisin du pH du tampon désiré et en réalisant un mélange dont la composition est voisine de celle de la solution à la demi-équivalence.

## 4.2 Le pouvoir tampon

L'efficacité d'une solution est mesurée par son pouvoir tampon ; il est défini par la relation  $\beta = \frac{-dc_{acide}}{d_{pH}}$  Le pouvoir tampon est maximum pour  $pH = pK_a$ .

**Propriété :** Le pouvoir tampon d'une solution est d'autant plus élevé qu'une forte variation de concentration ou de la base ajoutée entraîne une faible variation du pH de cette solution.

# 5 - Les ampholytes

Un ampholyte est une espèce chimique susceptible soit de libérer un ou plusieurs protons, soit de capter un ou plusieurs protons, il se comporte donc soit comme un acide soit comme une base suivant le milieu où il se trouve. Un ampholyte appartient à 2 couples acide/base.

**Exemple**

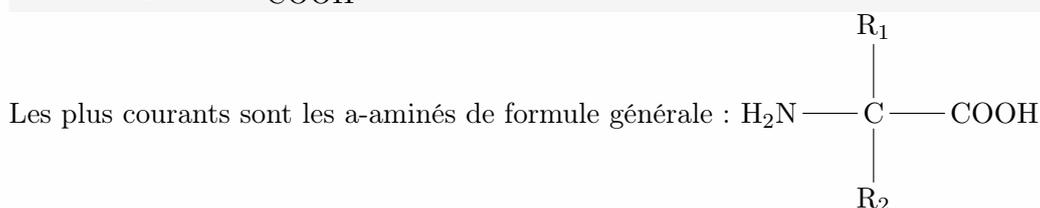
76

**Exemple d'ampholyte :**HCO<sup>-</sup>HCO<sup>-</sup> (associé à CO<sub>3</sub><sup>2-</sup> et CO<sub>2</sub> + H<sub>2</sub>O)HPO<sub>4</sub><sup>2-</sup> associé à PO<sub>4</sub><sup>3-</sup> et H<sub>2</sub>PO<sub>4</sub><sup>-</sup>H<sub>2</sub>PO<sub>4</sub><sup>-</sup> (associé à H<sub>3</sub>PO<sub>4</sub>)

## 5.1 Cas des acides aminés

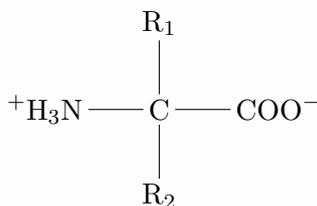
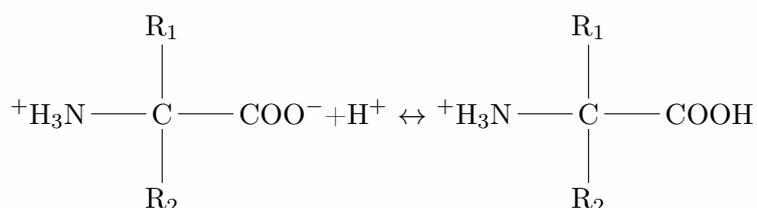
**Exemple****Un acide aminé**

Un acide aminé est un composé dont la molécule comporte une fonction amine —NH<sub>2</sub> et une fonction acide carboxylique —COOH.

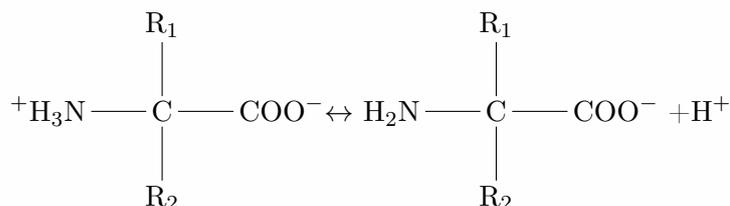


### 5.1.1 L'acide aminé en solution aqueuse

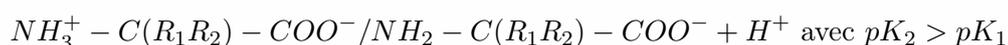
Dans l'eau, on assiste au transfert d'un proton de la fonction acide vers la fonction amine ; avec formation à 100% d'un ion appelé Amphion ou Zwitterion de formule :

● **En milieu acide il capte un proton**

le couple correspondant est :

● **En milieu basique il cède un proton**

le couple correspondant est :



## 5.2 pH d'une solution ampholyte

Le pH d'une solution d'ampholyte est donné par la relation  $pH = \frac{1}{2}(pK_1 + pK_2)$ ; il ne dépend pas de la concentration de la solution.

### remarque

On appelle point isoélectrique d'une solution d'ampholyte, le point pour lequel  $pH = \frac{1}{2}(pK_1 + pK_2)$

# 6 - dosage acido-basique

## 6.1 les indicateurs colorés

Un indicateur coloré est un acide faible ou une base faible dont les deux formes acide ou base conjuguées ont deux couleurs différentes. L'indicateur coloré a un  $pK_a$  noté  $pK_i$

- pour  $pH < pK_i$  la teinte acide se manifeste
- pour  $pH > pK_i$  la teinte basique se manifeste
- pour  $pH = pK_i$  la teinte change, on dit qu'il y a virage.

Les valeurs du pH comprises entre  $pK_{i+1}$  et  $pK_{i-1}$  délimitent la zone de virage de l'indicateur.

### Exemple

**l'hélianthine** passe du rouge au jaune dans la zone (2,8 ; 4,5)

Le bleu de bromothymol passe du jaune au bleu dans la zone (6 ; 7,6)

La phénolphtaléine passe de l'incolore au rose vif dans la zone (8,1 ; 9,8).

On utilise un indicateur coloré pour mettre en évidence l'équivalence acido-basique. Pour chaque dosage on choisit l'indicateur dont le  $pK_a(pK_i)$  est le plus proche de la valeur du pH à l'équivalence.

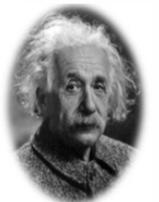
*Partie*

# 4

## EPREUVES ENSTP

« La seule chose absolue dans un monde  
comme le nôtre, c'est l'humour »

Albert Einstein







- c.  $a$
- d. aucune des réponses précédentes n'est correcte

7 Combien de solutions réelles y-a t-il à l'équation du troisième degré  $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$

- a. on ne peut pas parce que le degré est supérieur à 2
- b. trois
- c. deux
- d. une

8 Dans un magasin A , un tee-shirt est vendu au prix de  $x$  Fcfa. Dans le magasin B le même coûte 20% de plus. Durant la période des soldes, le magasin A applique une réduction de 40% tandis que le B une 60%. En imaginant que nous achetons le tee-shirt en période de soldes nous pouvons dire

- a. il convient d'acheter le tee-shirt au magasin A indépendamment du prix de départ  $x$
- b. il convient d'acheter le tee-shirt au magasin B indépendamment du prix de départ  $x$
- c. le magasin ou le tee-shirt coute le moins cher dépend du prix initial  $x$
- d. Durant les soldes le prix pratiqué par les deux magasin sera le même

9 L'ensemble des solutions du système : 
$$\begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 \leq 1 \\ |x| \leq 1 \end{cases}$$

- a. est symétrique par rapport à l'axe des  $y$  [is symmetric with respect to the  $y$  axis]
- b. est symétrique par rapport à l'axe des  $x$  [is symmetric with respect to the  $X$  axis]
- c. contient seulement des points ayant une coordonnée  $y$  non négative
- d. aucune des réponses précédentes n'est correcte [none from the aboveis correct]

10 Le volume d'un cylindre à base hexagonale, ayant pour coté de base  $l$  et de hauteur  $h$  s'exprime à travers la formule : [The volume of a regularcylinderwith hexagonal base, havingside base  $l$  and height  $h$  canbecalculated as follows :]

- a.  $6lh^2$
- b.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}l^2h$
- c.  $\sqrt{3}l^2h$
- d.  $6l^3h$

11 Sur le segment AB de longueur 25 cm on choisit un point interne C de manière à ce que l'aire de la figure plane formée par les deux carrés construits dans la même partie par rapport à la ligne droite AB et ayant AC et CB comme cotés égale à  $337\text{cm}^2$ . Le périmètre de la figure obtenue est de : [AB is a 25 cm long segment. Wechoose an internal point C sothat the area of the plane figure consisting in 02 squares situated in the same part with respect to the line segment AB and having AC and CB as sidesisequal to  $337\text{cm}^2$ . The perimeter of the obtained figure is :

- a. 75cm
- b. 82cm
- c. 100cm
- d. 132cm

12 Si  $ax + by + c = 0$  et  $a'x + b'y + c = 0$  sont les équations de droites distinctes du pian toutes les deux passant par un point  $P_0(x_0, y_0)$  que peut-on dire de l'ensemble  $l$  des points qui satisfont l'équation :  $2(ax + by + c) + 3(a'x + b'y + c) = 0$ ?

[ $ax + by + c = 0$  et  $a'x + b'y + c = 0$  are équations of two différent straight lines of the plane. Both lines pass throught the point  $P_0$  with coordinates  $(X_0, Y_0)$  what can we say about the set of points i the set of points that satisfy the equation :  $2(ax + by + c) + 3(a'x + b'y + C) = 0$ ]

- a. l est la droite passant par  $P_0$
- b. l est une droite mais qui ne passe pas toujours par  $P_0$
- c.  $P_0$  appartient à l mais l n'est pas toujours une droite
- d. aucune des réponses PiéCédente n'est correcte

(l'est correcte

**13** Pour chaque nombre entier naturel  $a_n = 5^{n+1} + 5^n$ , nous pouvons dire que : [For every natural number  $a_n = 5^{n+1} + 5^n$  we can say that :]

- a.  $a_n$  est toujours un nombre pair
- b.  $a_n$  est toujours un nombre impair
- c. la parité de  $a_n$  dépend de n
- d. le signe de  $a_n$  dépend de n

**14** Parmi les affirmations suivantes relatives au triangle rectangle, laquelle est FAUSSE : [Which of the following statements applied to a triangle is FALSE :]

- a. être équilatéral est condition suffisante pour être isocèle
- b. ne pas être isocèle est condition suffisante pour ne pas être équilatéral
- c. être isocèle est condition nécessaire pour être équilatéral
- d. être équilatéral est condition nécessaire pour être isocèle

**15** Dans le repère  $(x; y)$ , l'équation  $x^2 + y^2 - 2y = 0$  représente : [In the cartesian plane  $(x, y)$  the equation  $x^2 + y^2 - 2y = 0$  represents]

- a. une circonférence de centre  $(0, 2)$
- b. une circonférence passant par  $(0, 2)$
- c. une circonférence passant par  $(2, 0)$
- d. une circonférence de centre  $(2, 0)$

**16** Le coté du triangle du triangle inscrit dans une circonférence de rayon 1 mesure : [the side of an equilateral triangle inscribed in a circumference with radius 1 measures :]

- a.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- b.  $\sqrt{2}$
- c.  $\frac{1}{2}$
- d.  $\sqrt{3}$

**17** Considérons l'équation  $f(t) = \sin(3t)$ ;  $g(x) = x^2 + x$ . Alors  $g(f(t))$  est égal à : [We consider the functions  $f(t) = \sin(3t)$   $g(x) = x^2 + x$  So  $g(f(t))$  is equal to :

- a.  $\sin^2(3t) + \sin(3t)$
- b.  $\sin 2(3t + 3t)$
- c.  $\sin(3t) + t^2 + t$
- d.  $9\sin^2(t) + 3\sin(t)$

**18** Les solutions de l'équation :  $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$  exceptés les multiples de  $360^\circ$  sont : [The solutions of the equation  $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$  excepted multiples of  $360^\circ$  are :]

- a.  $180^\circ$   $30^\circ$   $60^\circ$   $720^\circ$
- b.  $30^\circ$   $120^\circ$
- c.  $210^\circ$   $330^\circ$
- d. aucune des réponses précédente n'est correct

**19** Dans le plan cartésien l'équation)  $x^2 + 4y^2 + 4y = 3$  représente : [in the cartesian plane the équation represents :]

- a. Une ellipse de centre  $(0, 1/2)$  et demi-axes  $a=2$   $b=1$
- b. une ellipse de centre  $(0, 1)$  de demi axe  $a = 1$  et  $b = 2$
- c. un cercle de centre  $(0, 1/2)$  et de rayon  $\sqrt{2}$
- d. Aucune proposition n'est juste.

**20** Sont le système de deux équations à trois inconnues  $\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x + y + y = 1 \end{cases}$  quelle affirmation est juste ?

- a. le système a un nombre infini de solutions
- b. Le système n'a pas de solutions
- c. le système a une seule solution
- d. il n'est pas possible de résoudre le système

**21** Pour quel  $x$  réel se vérifie l'inégalité :  $\frac{|4x - x^2 - 3|}{\sqrt{x+1}} > 0$  [For which real  $x$ , can we have inequality]

- a. toujours
- b. pour chaque  $x \neq -4$ ,  $x \neq 3$  ou  $x \neq 1$
- c. pour chaque  $x > 1$
- d. aucune des réponses précédentes n'est correcte

**22** Considérons les inéquations suivantes : [Consider the following equations which is FALSE]

$$(1) \frac{x^2 - 5x + 4}{x\sqrt{x-3}} \leq 0 \quad (2) \begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0 \\ x \leq 3 \end{cases} \quad (3) x - 3 \leq 0$$

- a. chaque solution de (1) est solution de
- b. chaque solution de (2) est solution de
- c. chaque solution de (1) est solution de (3)
- d. chaque solution de (3) est solution de (1)

**23** Soit Q un carré, L un cercle inscrit dans ce carré et C un cercle circonscrit au carré. Parmi les affirmations suivantes, laquelle est correcte : [ Let Q be a square, L a circle inscribed in the square and a circle circumscribed in the same square. Which of the following affirmations is correct]

- a. le rayon de est le double de celui de L
- b. l'aire de C est le double de celle de L
- c. le périmètre de C est le double de celui de L
- d. aucune des réponses précédente n'est correcte

**24** Le système de premier degré  $\begin{cases} x + ay = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$  [ the first degree system  $\begin{cases} x + ay = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$  ]

- a. a des solutions pour chaque a
- b. a des solutions pour a at o
- c. a des solutions chaque  $a \neq 0$
- d. aucune des réponses n'est correcte

**25** L'ensemble des solutions de l'inéquation :  $\frac{2x^2 + 3x}{5x}$  est constitué de  $x \in \mathbb{R}$  tel que :

- a.**  $2x^2 + 3x < 0$                       **c.**  $2x^2 + 3x < 0$  ou  $5x < 0$                       n'est correcte  
**b.**  $x < -3/2$                               **d.** aucune des réponses précédentes

**26** L'ensemble des solutions de l'inéquation  $\frac{\cos(\pi x) - 1}{x + 1} < 0$  contenues dans l'intervalle  $[-2, 2]$  est :  
 [The set of solutions of the inequality  $\frac{\cos(\pi x) - 1}{x + 1} < 0$  contained in the interval  $[-2, 2]$  is

- a.**  $x \neq -2, -1, 0, 1, 2$     **b.**  $-1 < x < 2, x \neq 0$     **c.**  $x \neq 0$                       **d.**  $-2x < -1$

**27** L'équation [the equation]  $|1 - x^2| = 2$  :

- a.** a exactement une solution réelle [ has exactly one real solution ]  
**b.** n'a pas de solution réelle [doesn't have any real solution ]  
**c.** a exactement deux solutions réelles [has exactlytwo real solutions]  
**d.** a plus de deux solutions réelles [has more thantwo real solutions]

**28** Les 150 étudiants d'une classe doivent passer trois examens : l'examen X, l'examen Y et l'examen Z. 50 étudiants ont réussi l'examen X, 80 l'examen Y et 32 l'examen Z. 15 étudiants ont exactement réussi 2 examens et 10 étudiants ont réussi les trois examens. Combien d'étudiants n'ont réussi à aucun examen ?

[ 150 students of a class took 3 exams : exam X exam Y and exam 2. A group of 80 students passed examination X, 80 students passed the examination Y and 32 the examination 2. 15 students passed exactly two exams and 10 students passed all the examinations. How many students didn't passed any examinations?]

- a.** 3                                      **b.** 13                                      **c.** 23                                      **d.** 35

**29** Soient trois nombres réels. Parmi les affirmations suivantes, laquelle est correcte ? [numbers are différent from zero. Which of the following statements is correct ?]

- a.**  $\frac{1}{z^2} < \frac{1}{x^2} < \frac{1}{y^2}$                       **b.**  $\frac{1}{y} < \frac{1}{x}$  ou  $\frac{1}{z} < \frac{1}{y}$                       **c.**  $\frac{1}{y} < \frac{1}{x}$  et  $\frac{1}{z} < \frac{1}{y}$

- d.** aucune des réponses précédentes n'est correcte [none of the previous answers is correct]

**30** Considérons un tétraèdre régulier V ABC. Soit VH la hauteur de la face VAB. Entre les deux droites VH et VB

[We consider the regular tetrahedron V ABC VH is the height of face V AB between the straight line VH and VB]

- a.** Seule la droite VH forme un angle de  $60^\circ$  avec le plan ABC [only the Straight line VH forms a  $60^\circ$  angle with the plane ABC]  
**b.** Seule la droite VB forme un angle de  $60^\circ$  avec le plan ABC [Only the straight line VH forms a  $60^\circ$  angle with the plane ABC]  
**c.** Les droites VH et VB sont toutes les deux inclinées de  $60^\circ$  par rapport au plan ABC [Both VH and VB straight lines are inclined at  $60^\circ$  with respect to the plane ABC]  
**d.** Aucune des réponses précédentes n'est correcte [none of the previous answers is correct]



- a.** 10m/s                      **b.** 20m/s                      **c.** 50m/s                      **d.** 100m/s

**37** Un camion parcourt un virage d'une autoroute et la vitesse indiquée sur le tachymètre reste constante. L'accélération du véhicule est :

[A lorry is making a turn on the highway. The speed indicated by the tachymeter remains constant. The vehicle acceleration is :]

- a.** proportionnelle au carré de la vitesse [proportional to the square of the velocity]  
**b.** nulle [equal to zero]  
**c.** tangent à la trajectoire suivie [tangent to the taken trajectory]  
**d.** proportionnelle au rayon du virage [proportional to the radius of the curve]

**38** Un objet de masse 1Kg est suspendu à un fil rectiligne vertical. La force exercée par le fil est :

[An object which mass is  $m=1\text{Kg}$  is in equilibrium and suspended by a vertical string. The force exerted by the string is :]

- a.** 1N  
**b.** 9,8N  
**c.** 0.102N  
**d.** aucune des réponses précédentes n'est correcte [none of the previous is correct]

**39** A l'intérieur d'un conducteur en équilibre hydrostatique :

[Inside a conductor in electrostatic equilibrium] :

- a.** Le champ électrostatique est nul [the electric field is equal to zero]  
**b.** Le potentiel électrostatique est nul [the electrostatic potential is equal to zero]  
**c.** Le champ électrique est constant différent de zéro [the electric field is constant and different from zero]  
**d.** aucune des réponses précédentes n'est correcte [none of the previous is correct]

**40** Un caillou est lancé en haut en direction verticale. Au point le plus élevé de sa trajectoire laquelle des combinaisons accélération (a) et de vitesse (b) est correcte ?

[A stone is thrown in vertically upward direction. At the highest point of its trajectory which of the following combination of acceleration and velocity is correct ?]

- a.**  $a = 9.8\text{m/s}^2$  et  $v = 9.8\text{m/s}$                       **c.**  $a = 0$  et  $v = 9.8\text{m/s}$   
**b.**  $a = 9.8\text{m/s}^2$  et  $v = 0$                       **d.**  $a = 0, v = 0$

**41** Dans une bassine on mélange 20l à  $60^\circ\text{C}$  et 60l à  $20^\circ\text{C}$ . Sans négliger les pertes de chaleur, quelle sera la température d'équilibre de l'eau ?

[In a basin we mix 20l of water at  $60^\circ\text{C}$  and 60l at  $20^\circ\text{C}$ . Without considering heat losses, what will be the equilibrium temperature of water ?]

- a.** supérieure à  $50^\circ\text{C}$  [greater than  $50^\circ\text{C}$ ]                      **c.**  $30^\circ\text{C}$   
**b.** inférieure à  $20^\circ\text{C}$  [less than  $50^\circ\text{C}$ ]                      **d.** 40

- 42** Le travail réalisé par une force conservative qui agit sur une particule pour la déplacer de la position A à la position B  
[The work done by a conservative force on a particle to move it from position A to position B :]
- dépend de la trajectoire parcourue [depends of trajectory path]
  - dépend de la vitesse de la particule [depends on particle velocity]
  - est nul [is equal to zero]
  - dépend seulement de A et B [depends only on A and B]
- 43** La différence de potentiel entre les armatures d'un condensateur de capacité vaut  $C = 1\text{mF}$  200V. Combien vaut la charge sur les armatures du condensateur ?  
[The potential difference between the armatures of condenser which capacity  $C=1\text{mF}$  is 200V. How much is the charge at the armature of the condenser ?]
- 500 Mc
  - $2 \cdot 10^5 C$
  - 200 Mc
  - $5mC$
- 44** La force électrique entre un électron et un proton est :  
[The electric force between a proton and an electron is :]
- égale à celle de l'attraction gravitationnelle entre leurs masses [equal to the one gravitational attraction between their masses]
  - opposée à celle de l'attraction gravitationnelle : [opposed . to the gravitational attraction one]
  - beaucoup plus grande que l'attraction gravitationnelle [much larger than the gravitational attraction one]
  - aucune des réponses précédentes n'est correcte [none of the previous is correct]
- 45** Un corps bouge sous l'action d'une force constante. Laquelle des quantités suivantes reste, constante durant le mouvement ? [A body moves under the action of a constant force. Between the following quantities which one remains constant during the motion ?]
- La quantité de mouvement [the equation of motion]
  - La vitesse [the velocity]
  - L'accélération [the acceleration]
  - L'énergie cinétique [the kinetic energy]

## CHIMIE

- 46** Laquelle des paires suivantes représente deux atomes avec le même nombre de neutrons ? (Which of the following represents two atoms with the same number of neutrons ?)
- $^{12}_6C$  et  $^{24}_{12}Mg$
  - $^{19}_9F$  et  $^{20}_{10}Ne$
  - $^{21}_{11}Na$  et  $^{39}_{19}K$
  - $^{59}_{27}Co$  et  $^{59}_{28}$
- 47** Des atomes du même élément et ayant le même nombre atomique mais des nombres de masses différents à cause des différences dans le nombre de neutrons sont appelés :  
(Atoms of the same element having the same atomic number but different mass numbers due to difference in the number of neutrons are called)



- a. 24 Kg                      b. 12g                      c. 24 g                      d. 12 Kg

**54** Les quatre classes d'hydrocarbures sont :

(The four classes of hydrocarbons are)

- a. Ethane, Ethène, Ethyne et and Benzène  
 b. Alcanes (alkanes), Alcènes (alkenes) Alcynes (alcynes) et and Benzenes  
 c. Alcanes (alkanes)Alcènes(alkenes),Alcynes(alcynes) et (and) Aromates (aromates)  
 d. Méthane Ethane Propane et Butane

**55** Quel est le volume occupé par 1 mole d'un gaz parfait à  $20^{\circ}\text{C}$  avec une pression de  $1 \times 10^5 \text{Pa}$  ? la Constante des gaz  $R = 8,31 \text{Pam}^3 \text{K}^{-1} \text{mol}^{-1}$  ?

(What is the volume occupied by 1.00mol of an ideal gas at  $20^{\circ}\text{C}$  and a pressure of  $1,00 \times 10^5 \text{Pa}$ ? The Gas constant  $R = 8.31 \text{Patm}$

- a.  $0.0831 \text{m}^3$                       b.  $0.0243 \text{m}^3$                       c.  $0.1243 \text{m}^3$                       d.  $1.243 \text{m}^3$

**56** Dire quel est l'ensemble des solutions complexes de l'équation suivante

(What is the complex solution set of the following equation)  $2z + 5\bar{z} = 7 + i$

- a.  $S = \{a + i; a \in \mathbb{R}\}$       b.  $S = \left\{ \frac{3+i}{3}; \frac{3-i}{3} \right\}$       c.  $S = \left\{ \frac{3-i}{3} \right\}$       d.  $S = \left\{ 1 - \frac{b}{3}i; b \in \mathbb{R} \right\}$

**57** Soient trois suites  $U, V$  et  $W$  telles que pour tout entier naturel  $n : U_n \leq V_n \leq W_n$ ,

$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -1$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} W_n = 1$  alors

(Suppose there are three following series  $U, V$  and  $W$  for any natural number n,  $U_n \leq V_n \leq W_n$   $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -1$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} W_n = 1$  then)

- a.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$                       b.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = +\infty$                       c.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = [-1; 1]$

d. On ne sait pas dire si la suite  $V$  a une limite ou non (We cannot determine whether  $V$  has a limit or not)

**58** Une urne contient six boules dont cinq boules rouges et une boule noire. On effectue au hasard des tirages successifs sans remise d'une boule et on s'arrête dès qu'on a tiré la boule noire. Quelle est la probabilité  $P$  d'avoir à effectuer six tirages avant de s'arrêter ?

(A ballot box contains six balls among which five are red and one is black. Continuously and without putting it back, a ball is drawn from the box. This exercise ends once the black ball is drawn. What is the probability  $P$  for not ending the exercise before six draws?)

- a.  $p = 1$                       b.  $p = 1/6$                       c.  $p = 1/6^2$                       d.  $p = 5/6$

**59**  $f$  et  $g$  sont deux fonctions continues sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  et,  $a$  et  $b$  sont deux réels tels que  $a \leq b$ . Alors ( $f$  and  $g$  are two continuous functions on an interval  $I$  of  $\mathbb{R}$  and,  $a$  and  $b$  are two real numbers of  $\mathbb{R}$ ;  $a \leq b$ . Then)

a.  $\int_a^b (f(t) + g(t)) dt = \int_a^b (f(t) dt) \times \int_a^b (g(t))$

**b.** Si (if)  $\int_a^b (f(t) + g(t))dt = \int_a^b (g(t))dt$  alors (then)  $f = g$  sur (on)  $[a, b]$

**c.**  $|\int_a^b f(t)dt| \leq \int_a^b |f(t)|dt$

**d.** Si  $f$  est dérivable sur  $I$  alors (if  $f$  is derivable on  $I$  then)  $\int_a^b f(t)dt = [tf(t)]_a^b - \int_a^b tf'(t)dt$

## Culture Générale

- 1** La durée de vie du soleil est de : (The longest life span of the sone is :)
- a.** 2600ans(2600years)      **b.**  $10^{10}$ ans( $10^{10}$ years)      **c.**  $5.10^9$ ans( $5.10^9$ years)
- 2** Le conseil régional a un mandat de :
- a.** 5ans(5years)      **b.** 3ans(3years)      **c.** 7ans(7years)
- 3** Le cameroun a obtenu sa première médaille olympique en : (Cameroon had its first olympic medal in :)
- a.** 1978      **b.** 1968      **c.** 1988
- 4** Combien de fois la population du Cameroun a-t-elle été recencée ? (How many times has Cameroon population Census ?)
- 5** Où se trouve le siège de Air CEMAC ? ( Whereis the headquarters of Air CEMAC ?)
- a.** Brazaville      **b.** Malabo      **c.** Bata
- 6** A quelle édition est on parvenue avec la coupe du monde de football FIFA 2010 ? (At how many edition do we have the 2010 FiFA world Cup ?)
- a.** 17<sup>e</sup> (17<sup>th</sup>)      **b.** 18<sup>e</sup> (18<sup>th</sup>)      **c.** 19<sup>e</sup> (19<sup>th</sup>)
- 7** Age du nouveau président du Nigéria ? (Age of the new Nigerian President)
- a.** 52 ans (52 years)      **b.** 55 ans (55 years)      **c.** 60 ans (60 years)
- 8** De combien de pays est composé le Royaume-Uni ? (How many countries made up the United Kingdom ?)
- a.** 4      **b.** 3      **c.** 5
- 9** Les portugais ont découvert les côtes Camerounaises en : (The Portuguees discovered Cameroon in :)
- a.** 1472      **b.** 1492      **c.** 1572
- 10** Le Directeur du F.M.I est : (The Director of IMF is :)
- a.** Michel Camdessus      **b.** Dominique Strauss Kahn      **c.** Alassane Dramane Ouattara
- 11** Le président de la BAD est : (The president of ADB is from)
- a.** Camerounais (Cameroonian)      **b.** )Rwandais (Rwandan)      **c.** Congolais (Congolese)
- 12** Donner le nom de la dame qui a dirigé le Gabon pendant 90 jours après la mort du président Omar Bongo (Give the name of the lady that ruled Gabon for 90 days after the death of Omar Bongo)

**a.** Rose BOGOMBE

**b.** Rose ODIMBA

**c.** Rose BOGONDE

**13** De quelle Université était l'athlète la plus courte aux Jeux Universitaires de SOA 2010 ? (The University with the shortest athlete in SOA 2010 University games)

**14** Le 25<sup>e</sup> Sommet France-Afrique s'est tenu à : (The 25<sup>th</sup> France-Africa summit held in :)

**a.** Nice

**b.** Brest

**c.** Paris

**15** Le département du Fako a pour chef-lieu ? (The Head Quarters of Fako Division is ?)

**16** Nom de l'ancien Secrétaire Général des Nations Unies (1997-2006) ? (The name of the former Secretary General of the United Nations (1997-2006))

**17** Le siège de la BAD est à : (the headquarters of ADB is in ?)

**a.** Abidjan

**b.** Yamoussoukro

**c.** Lagos

**18** En quelle année fut assassiné Martin Luther King ? In which year was Martin Luther Kin, killed ?.

**19** Combien d'habitants compte le Cameroun, selon les résultats du 3<sup>e</sup> recensement général de la population ? (How many inhabitants are in Cameroon taken into consideration the third population census ?)

**a.** 19 million 406 000

**b.** 19 million 360 000

**c.** 19 million 306 000

**20** Personnalité politique historique du Cameroun décédée a Londres en Janvier 2010 (The historical political personality of Cameroon died in London in January 2010.)

## Anglais 2011

My father's bed room was as plain and unpretentious as any in the house. it was in fact little better than a broad passage, eleven meters wide and fifteen meters long. A door and window faced unto a flight-screened veranda. Until 1928 he used to sleep regularly on a hard iron bed on this veranda but there after he sought refuge from the cold in his room and later surrendered himself to the luxury 3 spring mattress. The furniture was plain, consisting of a three-quarter bed, wash-stand, wardrobe, cupboard and chairs. There were numerous photographs on the walls, mostly of members of the family in their early years of infancy were thumbtacked on to the walls. My father was a careful and fastidious person. He would neatly fold his clothes before putting them away and there was no disorder

In his room he kept a tin of biscuits and a tin of peppermints. These he used very sparingly himself on occasion but really they were there in a lure for his grandchildren. Crude little sketches made of various grandchildren in their early years of infancy were thumbtacked on the walls. My father was a careful and fastidious person. He would neatly fold his clothes before putting them away and there was no disorder.

in his room he kept a tin of biscuits and a tin of peppermints. These he used very sparingly himself on occasion but really they were in a lure for grandchildren. These small folk were to be found there with their grandfather at all times, both parties obviously enjoying the exchange of credentials. Though their parents felt differently no matter how unorthodox their entertainment. As he lay on his bed reading, they could pile their toys on his boots on top of him, or clamber all over him. His beard never failed to intrigue them, and he had to answer endless questions. We have some times arrived on the scene to find them shining his touch into, the fond patient good natured submitting to their attentions.

There can be no doubt that my father derived great joy from the presence of little children They seemed to denote to him the wild, unspoiled, basic human animal from which we have drifted our devious ways of life, often with any distinct credit to our simple origins. They seemed to rest his mind and at the same his mind and at the same time to restore his faith in human nature. They were a wonderful tonic. The younger they were, the more fuss he made of them. And at the same time the

were also a protection to him when very talkative visitors arrived; for, by drawing attention to the children, he usually succeeded in diverting the conversation.

### QUESTIONS

- 1 which homonym had the writer in mind when he choose to use the word "plain" in this passage
- 2 which plural term can best associate itself with the singularity of "furniture" in the passage
- 3 The expression "sought refuge from the cold in his room" (line 4) means
- 4 the components of his furniture consisted of
- 5 From the family's members photograph thumbtacked on the wall, we draw the impression that the father was
- 6 What things in father's house consisted of the knick-knack that gives him pleasure?
- 7 Write the word that is used in (line 14) that can best replace "comfort" without altering its contextual meaning
- 8 "he had to answer" endless questions which from the list has the same contextual meaning as "endless"
- 9 My father was ..... and fastidious person. Pick two from the list that exemplify his fastidious

- 10** Which word from the passage shows that the kept biscuits and peppermints to attract his grandchildren interests?

**Complete The Following With Suitable Expressions**

a) Many b) many of c) of cl) much of e) some f) some of g) one of h) all i) half j) three

- 11** How ..... of you have understood my explanation ?
- 12** ..... us have, sir, but I think one or two of us would like to hear it
- 13** Have you finished reading that passage? I haven't had time to read of ..... it
- 14** Nasty accident that. Yes Bill lost ..... of his fingers, so he's only got one finger left on one hand
- 15** ..... your tyres is flat. Oh! So it is. But I think it will take us for as the next services Station
- 16** I don't like going to the cinema. How unusual ..... people enjoy films

**In Each Of The Following Sentences You Are Given Two Possible Verb Forms In Bracket ?  
Choose The One That You Think Makes Better Sense.**

- 17** When they pulled ..... me out of me some dry clothes a) gave b) were giving
- 18** When he saw the joke, he ..... into laughter a) burst b) was bursting
- 19** a book when I felt a snake slide ..... my feet a) read b) was read ;
- 20** When my friend finally left u ..... to bed at once a) Went b) was going

## Answers

- 1** c) a homonyms are two words pronounced or written in the way but with different meanings
- 2** a) a in this case the plural is regular and just takes
- 3** d) contextually, this is correct
- 4** c) line 6 paragraph 1
- 5** c) it showed he loved having them close to him
- 6** d                      **8** c                      1                      **11** a                      **13** c
- 7** d                      **9** c aline 9 paragra**10** a line 2 paragra**12** b
- 14** e) we can't use 3 because we are told, he has just 1 left
- 15** g) the verb "to be" that follows is singular so we know it is only one tyre
- 16** f                      **18** a) past tense                      **20** a past tense
- 17** a) past tense                      **19** a) past tense

## Français 2011

Dans notre monde moderne, qu'est-ce donc que la république ? C'est un grand acte de confiance instituer la république, c'est proclamer que des millions d'hommes sauront tracer eux-mêmes la règle commune de leur action ; qu'ils sauront concilier la liberté et la loi, le mouvement et l'ordre ; qu'ils sauront se combattre sans se déchirer ; que leurs divisions n'iront pas jusqu'à une fureur chronique de guerre civile, et qu'ils ne chercheront jamais, dans une dictature même passagère une trêve funeste et un lâche repos. Instituer la république, c'est proclamer que les citoyens des grandes nations moderne obligés de suffire par un travail constant aux nécessités de la vie privée et domestique, auront cependant assez de temps et de liberté d'esprit pour s'occuper de la chose commune.

Oui, la république est un grand acte de confiance et un grand acte d'audace. L'invention en était si audacieuse, si paradoxale, que même les hommes si hardis qui, il a des siècles, ont révolutionné le monde en écartèrent d'abord l'idée. Les constituants de 1789 et 1791, même les législateurs de 1792 croyaient que la monarchie traditionnelle était l'enveloppe nécessaire de la société nouvelle. Ils ne renoncèrent à cet abri que sous les coups répétés de la trahison royale. Et quand enfin ils eurent déraciné la royauté, la république leur apparut moins comme un système prédestiné que comme le seul moyen de combler le vide laissé par la monarchie. Bientôt cependant, et après quelque heures d'étonnement et presque d'inquiétude, ils l'adoptèrent de toute leur pensée et de tout leur cœur. Ils résumèrent, ils confondirent en elle toute la révolution. Et ils ne cherchèrent point à rassurer par exemple des républiques antiques ou des républiques helvétiques et italiennes. Ils virent bien qu'ils créant une œuvre nouvelle, audacieuse et sans précédent. Ce n'était point l'oligarchie libérale des républiques de la république romaine, haute citadelle d'où une aristocratie conquérante dominait le monde, communiquant avec lui par une hiérarchie de droits incomplets et décroissants et qui descendait jusqu'au néant du droit, par un escalier aux marches toujours plus dégradées et plus sombres, qui se perdait enfin dans l'abjection de l'esclavage, limite obscure de la vie touchant à la nuit souterraine. Non, c'était la république d'un grand peuple ou il n'y avait que des citoyens et où tous les citoyens étaient égaux. C'était la république de la démocratie et de l'universel. C'était une nouveauté magnifique et émouvante.

**Lisez attentivement le texte ci-dessus pour répondre aux questions qui suivent :**

### I – Compréhension de texte :

- 1 Selon les indications textuelles, l'auteur parle de la première institution de la république en :
 

a. Grèce	b. Rome	c. France	d. Italie
----------	---------	-----------	-----------
  
- 2 Le système de gouvernement qui a précédé la république dans le pays en question était.
 

a. L'oligarchie	b. La révolution	c. La monarchie	d. La dictature
-----------------	------------------	-----------------	-----------------
  
- 3 Le processus qui a conduit à l'institution de la république était :
 

a. Transitoire	b. Facile	c. Pénible	d. courageux
----------------	-----------	------------	--------------
  
- 4 instituer la république est un grand acte de confiance parce-que :
  - a. Les uns et les autres recourent à une passagère dictature
  - b. Les uns et les autres se combattent
  - c. Les uns et les autres l'adoptent de toute leur pensée et de tout leur coeur
  - d. Les uns et les autres tracent la règle commune de leur action

- 5 Selon l'auteur, le citoyen d'une grande nation moderne doit
- Exercer un travail constant
  - Satisfaire ses besoins par tous les moyens
  - Reconnaître les bienfaits de leurs prédécesseurs
  - Satisfaire ses besoins et sauvegarder l'intérêt commun
- 6 A quelles conditions les différentes parties recourent-elles à la guerre civile ?
- Quand elles ont les armes à feu
  - Quand elles ont des aides extérieures
  - Quand elles ne savent pas négocier
  - Quand elles font recours aux mercenaires
- 7 monarchie est un régime dans lequel l'autorité est exercée par :
- La Une poignée de riches
  - Des vieux nobles
  - Un individu et ses délégués
  - Satisfaire ses besoins et sauvegarder l'intérêt commun
- 8 La particularité de la république de ce passage est qu'elle est calquée sur le modèle de
- Rome
  - Venise
  - Grèce
  - Aucun des trois
- 9 Trouvez l'expression qui caractérise et définit le type de république pratiquée par les romains :
- « haute citadelle d'où une aristocratie conquérante dominait le monde »
  - « république de la démocratie et du suffrage universel »
  - « république des citoyens inégaux »
- 10 Trouvez l'expression qui caractérise et définit le type de république pratiquée dans le texte :
- « a haute citadelle d'où une aristocratie conquérante dominait le monde »
  - « république de la démocratie et du suffrage universel »
  - « république des citoyens inégaux »
- 11 Trouvez l'expression qui caractérise et définit le type de république généralement pratiquée en Afrique
- République bananière
  - République banière
  - République barbanie

**Remplacez les vides par l'adverbe de manière dérivé de l'adjectif qualificatif entre parenthèse**

- 12 cette jeune fille répond (sage) ..... aux questions de l'interrogateur
- 13 Les camerounais bilingues parlent (courant) ..... le français et l'anglais
- 14 Ce médecin a sauvé (mystérieux) ..... la vie de mon voisin
- 15 Des feuilles mortes tombent (mou) ..... de l'arbre et salissent la cour.

**Chacune de ces phrases exprime :**

- 16 On se croirait à l'extrême nord

- a.** Un fait imaginé      **b.** La politesse      **c.** L'incertitude      **d.** L'indignation

**17** Les bandits auraient pris de l'argent en plus de la télévision

- a.** La politesse      **b.** Un fait imaginé      **c.** l'indignation      **d.** L'incertitude

**18** Je désirerais que vous me laissiez sortir de la classe

- a.** La politesse      **b.** Un fait imaginé      **c.** l'indignation      **d.** L'incertitude

**Evencerclez la forme verbale qui convient**

**19** Marie et pierre les ordures bans le bac

- a.** Jette      **b.** Jetterons      **c.** Jettent      **d.** jètent

**20** Veux-tu parler de ton voyage ?

- a.** Parles-en      **b.** Parle-l'en      **c.** Parle-y      **d.** Parles-y

# 8 — ENSTP 2012 Master in engineering

## 8.1 Sciences technique

### MATHEMATIQUE

1 Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels tel que  $a \leq 3 < b$ , alors :

a.  $a \geq b$

b.  $a \leq b$

c.  $a = 3$

d. aucune des précédentes réponses n'est correcte

2 Les solutions de l'inéquation  $x(x + 1) \leq 0$  sont les nombres réels  $x$  tels que :

a.  $a \leq 0$

b.  $x \leq -1$

c.  $-1 \leq x \leq 0$

d.  $x \leq -1$  ou  $x \geq 0$

3 Soient  $a$  et  $c$  deux nombres réels non nuls et  $n$  un nombre entier positif alors :  $\frac{a}{c^{2n}} =$

a.  $\left(\frac{a}{c^n}\right)^n$

b.  $\frac{a}{c^2}^n$

c.  $\left(\frac{a}{2c}\right)^n$

d.  $\frac{a^n}{c^2 c^n}$

4 L'expression  $\frac{x^2 + 1}{x^2 + 1 + x}$  est égale à :

a.  $1 + \frac{1}{x}$

b.  $1 + \frac{x^2 + 1}{x}$

c.  $1 + \frac{1}{1 + x}$

d. aucune des réponses précédente n'est correcte.

5 L'expression  $\log_2(5^2 2^4)$  est égale à :

a.  $5 + 4\log_2(2)$

b.  $5\log_2(2)$

c.  $2\log_2 5 + 4$

d.  $\log_2(10).4$

6 Soient les deux inéquations  $|x| < 1$  et  $x^2 < 1$  :

a. ils ont les mêmes solutions

b. ils ont seulement les mêmes solutions pour  $x \geq 0$

c. ils ont seulement les mêmes solutions pour  $x \leq 0$

d. aucune des réponses précédente n'est correcte.

7 Soit l'inéquation  $x(x + 3) < 1$  a les mêmes solutions que :

a.  $\frac{1}{x(x + 3)} > 1$

b.  $\frac{1}{x(x + 3)} \leq 1$

c.  $\frac{1}{x(x + 3)} > 0$

d. aucune des réponses précédente n'est correcte.

8 Dans le plan Cartésien  $(x,y)$ , l'équation  $x = 2$  décrit :

- a. une ligne droite                      b. un point                      c. une médiatrice
- d. aucune des réponses précédente n'est correcte.
- 9 Soit  $n$  un nombre positif. L'inéquation  $\frac{1}{n+1} > 0$
- a. est vrai pour chaque  $n$   
 b. est fausse pour chaque  $n$   
 c. est équivalent à l'inéquation  $n+1 \leq 0$   
 d. aucune des réponses précédente n'est correcte.
- 10 Laquelle parmi les expressions suivantes est correcte ?
- a.  $10^{log} \times 10 = x$  pour chaque réel  $x > 0$   
 b.  $log_{10} 10^x = x$  pour chaque réel  $x$   
 c.  $log_{10}(10^x + 10^y) = x + y$  pour chaque couple de nombres réels  $(x, y)$   
 d.  $log_{10}(10^x + 10^y) = xy$  pour chaque couple de nombres réels  $(x, y)$
- 11 On suppose que le couple de nombres réels  $(x, y)$  est solution de l'inéquation  $y < \sqrt{x}$ ; alors nécessairement :
- a. le couple est aussi solution de l'inéquation  $y^2 < x$   
 b. Le nombre réel  $x$  est supérieur ou égal à zero  
 c. le nombre  $y$  est négatif  
 d. aucune des réponses précédente n'est correcte.
- 12 Lequel des inégalités suivantes est correcte ?
- a.  $7 > 5(2)^{1/2}$                       b.  $\sqrt{2} - 1 \leq \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$                       c.  $\sqrt{12} > 2\sqrt{3}$                       d.  $\sqrt{5} < 2$
- 13 Les solutions du système constitué des équations  $x^2 + y^2 = 5$ ,  $x^2 + 5y^2 = 10$  sont constitués de
- a. 4 points du plan  $(x, y)$                       c. 2 points du plan  $(x, y)$   
 b. 8 points du plan  $(x, y)$                       d. 1 point du plan  $(x, y)$
- 14 Assignez dans le plan Cartésien les points  $A(2, 2)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(1, -1)$  et la droite  $r$  d'équation  $x + y - 2 = 0$ , une et une seule des affirmations suivantes est vrai :
- a.  $r$  contient à l'intérieur de points au triangle ABC  
 b.  $r$  passe pour un des sommets du triangle ABC  
 c.  $r$  passe pour deux sommets du triangle ABC  
 d.  $r$  ne contient pas des points du triangle ABC
- 15 la totalité les points  $P(x, y)$  qu'ils vérifient l'équation  $9x^2 - 4y^2 = 0$  est :
- a. une ellipse passant par l'origine  
 b. deux droites passant par l'origine  
 c. seulement l'origine  $O(0, 0)$   
 d. aucune des réponses precedente n est correcte.
- 16 L'équation  $x^4 - 2x^2 - 9 = 0$  a exactement

- a.** une solution réelle                      **b.** deux solutions réelles                      **c.** Quatre solution réelle
- d.** aucune des réponses précédente n'est correcte.

**17** soit T un triangle à angle droit isocèle dont l'hypoténuse mesure 1. Les cotés de T mesurent

- a.**  $\frac{2}{\sqrt{2}}$                       **b.**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       **c.**  $2\sqrt{2}$                       **d.**  $\sqrt{2} - 1$

**18** L'inéquation  $\sqrt{x} + 2 \leq x$  a pour solutions

- a.** tout les x dans l'intervalle  $-2 \leq x \leq 2$
- b.** tout les x dans l'intervalle  $-1 \leq x \leq 2$
- c.** tout x tel que  $x \leq -1$  ou  $x \leq 2$
- d.** aucune des réponses précédente n'est correcte.

**19** Laquel des inégalités suivante est correcte (NB : les angles mesurés en radian)

- a.**  $\sin 2 < \sin 3 < \sin 4$                       **c.**  $\sin 4 < \sin 3 < \sin 2$
- b.**  $\sin 3 < \sin 2 < \sin 4$                       **d.**  $\sin 4 < \sin 2 < \sin 3$

**20** Le côté d'un hexagone régulier a souscrit dans une circonférence de rayon 1 mesure

- a.**  $\sqrt{3}/2$                       **b.**  $2/\sqrt{3}$                       **c.** 1                      **d.**  $1/2$

**21** Une urne contient six boules dont cinq boules rouges et une boule noire. On effectue au hasard des tirages successifs sans remise d'une boule et on s'arrête dès qu'on a tiré la boule noire. Quelle est la probabilité P d'avoir à effectuer six tirages avant de s'arrêter ?

- a.**  $p=1$                       **b.**  $p=1/6$                       **c.**  $p=1/6^6$                       **d.**  $p=5/6$

**22** Soit T un triangle nous supposons que la somme de deux angles à l'intérieur du triangle vaut 120 degrés, alors :

- a.** le triangle T est isocèle nécessairement
- b.** le triangle T est rectangle nécessairement
- c.** le triangle T est nécessairement équilateral
- d.** le triangle T est rectangle isocèle

**23** Dans la ville de Cernusco sur la Navigation il y a deux places journalières : L'écho de Cernusco et Chroniques de la Navigation. 40% des habitants lisent l'écho de Cernusco, 50% des habitants lisent des Chroniques de la Navigation, pendant que 20% ne lisent pas quelque place du quotidien. Laquel des affirmations suivantes est vraie ?

- a.** 90% des habitants lisent au moins une place du quotidien
- b.** 10% des habitants lisent les deux quotidiens locaux
- c.** 90% des habitants lisent l'un ou l'autre des deux quotidiens locaux

d. aucune des réponses précédente n'est correcte.

**24** Soient  $x$  et  $y$  deux nombres réels. Si nous supposons vraie la phrase " le maximal entre  $x$  et  $y$  est de 2 ", alors il est vrai nécessairement que :

a. le plus petit entre  $x$  et  $y$  est plus petit ou égal a 2

b.  $x$  ou  $y$  est plus grand que deux

c. les deux  $x$  et  $y$  sont majorés par 2

d. la somme de  $x$  et  $y$  majore 2

**25** L'égalité suivante  $\cos\alpha = \cos\beta$  est vrai

a. si et seulement si  $\alpha = \pm\beta$

b. si et seulement si  $\alpha = \beta + 2k\pi$ , avec  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

c. si et seulement si  $\alpha = \pm\beta + 2k\pi$  avec  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

d. aucune des réponses précédente n'est correcte.

**26** L'équation  $2x^2 - ax + a = 0$  avec  $a$  nombre réel

a. a toujours des solutions pour tout réel  $x$

b. a des solutions réelles si et seulement si  $a \geq 8$

c. a des solutions réelles si et seulement si  $a \geq 8$  ou  $a \leq 0$

d. a des solutions réelles si  $a \leq 0$

**27** Trois grandeurs  $a, b, c$  sont telle que  $1/a + 1/b = 1/c$ . Sachant que  $0, 20 \leq a \leq 0, 25$  et  $0, 50 \leq b \leq 0, 80$ , que peut on dire de la valeur de  $c$  ?

a.  $0, 14 \leq c \leq 0, 20$

b.  $6 \leq c \leq 7$

c.  $0, 7 \leq c \leq 1, 05$

d. aucune des réponses précédente n'est correcte.

**28** L'équation  $3\cos^2x - 7\cosx + 2 = 0$  a dans l'intervalle  $0 \leq x \leq \pi$

a. toute solution

c. deux solutions

b. une solution

d. solutions infinies

**29** La fonction  $f(x) = x^2\cos(2x)$  est :

a. périodique de période  $\pi$

c. périodique de période  $\pi\sqrt{\pi}$

b. périodique de période  $2\pi$

d. n'est pas périodique

**30** Dire quel est l'ensemble des solutions complexes de l'équation suivante  $2z + 5\bar{z} = 7 + i$

a.  $S = \{a + i; a \in \mathbb{R}\}$     b.  $S = \{\frac{3+i}{3}; \frac{3-i}{3}\}$     c.  $S = \{\frac{3-i}{3}\}$     d.  $S = \{1 - \frac{b}{3}i; b \in \mathbb{R}\}$

**31** Soient tris suites  $U, V$  et  $W$  telles que pour tout entiers naturels, on ait  $U_n \leq V_n \leq W_n$

$\lim U_n = -1$  et  $\lim W_n = 1$  alors

- a.**  $\lim V_n = 0$                       **b.**  $\lim V_n = +\infty$                       **c.**  $\lim V_n = [-1; 1]$
- d.** On ne peut pas dire si la suite  $(V_n)$  a une limite ou pas

**32**  $f$  et  $g$  sont deux fonctions continues sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  et  $a$  et  $b$  sont deux réels tels que  $a \leq b$  alors,

- a.**  $\int_a^b (f(t) + g(t))dt = \left( \int_a^b f(t)dt \right) \left( \int_a^b g(t)dt \right)$
- b.** Si  $\int_a^b f(t)dt = \int_a^b g(t)dt$  alors  $f = g$  sur  $[a, b]$
- c.**  $\left| \int_a^b g(t)dt \right| \leq \int_a^b |g(t)|dt$
- d.** Si  $g$  est dérivable sur  $I$  alors  $\int_a^b g(t)dt = [tg(t)]_a^b - \int_a^b g'(t)dt$

**33** Les solutions de l'équation  $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$  exceptés les multiples de  $360^\circ$  sont :

- a.**  $180^\circ 30^\circ 60^\circ 720^\circ$                       **b.**  $30^\circ 120^\circ$                       **c.**  $210^\circ 330^\circ$                       **d.** aucune réponse n'est juste

**34** Dans le plans cartésien, l'équation  $x^2 + 4y^2 + 4y = 3$  représente :

- a.** Une ellipse de centre  $(0; 1/2)$  et demi-axe  $a = 2$   $b = 1$
- b.** Une ellipse de centre  $(0, 1)$  de demi-axe  $a = 1$  et  $b = 2$
- c.** Un cercle de centre  $(0; 1/2)$  et de rayon  $\sqrt{2}$
- d.** aucune proposition n'est juste

## PHYSIQUE

**35** Une force constante est appliquée à un corps. Le mouvement du corps se passe avec :

- a.** quantité de mouvement constante                      **c.** accélération constante
- b.** vitesse constante                      **d.** énergie cinétique constante

**36** La force électrique parmi un proton et un électron est :

- a.** égal à cela d'attraction gravitationnelle parmi leurs masses
- b.** opposée à la force d'attraction gravitationnelle
- c.** beaucoup plus grande que la force d'attraction gravitationnelle
- d.** aucune des réponses précédente n'est correcte.

**37** Le rayon du Monde mesure 6400 kms. La vitesse d'un point sur la surface terrestre, à la latitude de  $60^\circ$ , dû au mouvement de rotation journalier est :

- a.** autour de 840 km/h                      **c.** 640 m/s
- b.** autour 40000 km/jours                      **d.** autour 1670 km/h

**38** Deux masses de 2kg chacune distantes d'1m l'une de l'autre sont attirés avec une force égale à :

- a. 2N                                      b.  $456,67 \cdot 10^{-11} N$                                       c. 2Kg.m/s                                      d. 0,5N

**39** Pour passer de l'air à l'eau un rayon de lumière souffre de réfraction. Il se passe aussi que :

- a. la température de l'air et l'eau ils sont différents  
 b. il change la vitesse de propagation de la lumière  
 c. L'angle d'incidence est plus grand que l'angle de réflexion  
 d. l'angle de réfraction est égale à celui de réflexion

**40** La radiation solaire qui vient sur la surface de la terre apporte une quantité d'énergie pour unité de temps autour de  $1 \text{ kWh/m}^2$ . La quantité d'énergie qui entre sur le toit d'une maison de  $100 \text{ m}^2$  pendant une heure est :

- a.  $10^5 \text{ w}$                                       b. 100erg                                      c. 1GW                                      d.  $360 \cdot 10^6 \text{ j}$

**41** La chaleur spécifique de l'eau est  $4,18 \cdot 10^3 \text{ j/(kgK)}$ . L'énergie nécessaire augmente de  $5K$  la température de  $100 \text{ g}$  d'eau est :

- a. 2090j                                      b. 836cal                                      c. 418cal                                      d. 2,09kw

**42** la pression pratiquée par une colonne d'eau grande de 2m est autour de :

- a.  $2 \cdot 10^4 \text{ pa}$                                       b. 2atm                                      c.  $200 \text{ N/m}^2$                                       d. 2000j

**43** A l'extrémité de l'extrême d'un conducteur long de 100m ou la ddp appliquées est de  $5v$ , L'intensité est :

- a.  $500 \text{ V/m}$                                       b.  $5 \cdot 10^{-2} \text{ V/m}$                                       c.  $500 \text{ V.m}$                                       d.  $5 \text{ N/C}$

**44** Une voiture roule a une vitesse de  $54 \text{ Km/h}$  A un feu rouge, le conducteur freine avec décélération constante jusqu'à séjour dans le temps  $t = 3 \text{ s}$ . La décélération est égale à :

- a.  $5 \text{ m/s}^2$                                       b.  $18 \text{ km/h}$                                       c.  $162 \text{ m/s}^2$                                       d.  $18 \text{ m/s}^2$

**45** La lune est située autour  $380000 \text{ km}$  de la terre. Le temps a employer pour un signal d'arriver à la lune pour un signal envoyé par la terre est :

- a. nul                                              c. 40 min  
 b. autour 1,3 s                                      d. dépend de la longueur du signal

**46** Dans le processus de fusion d'un corps, la variation de l'énergie interne du corps est :

- a. Nulle                                              c. négatif  
 b. égal au travail fourni                                      d. positif

**47** Un corps de masse que  $2 \text{ kg}$  grimpe le long d'un plan de longueur  $3 \text{ m}$ , incliné de  $30^\circ$  par rapport à direction horizontale. La variation de son énergie potentielle gravitationnelle est :

- a.** 29,4j                      **b.** -29,4J                      **c.** 6N.M                      **d.** 3 N.m

**48** Un corps tombe sous l'action de l'accélération gravitationnelle  $g = 9,8m/s^2$ . Dire laquelle des affirmations suivantes est correcte pour que la distance a traversée h pendant 2 secondes ( $t = 2s$ ) du commencement du mouvement :

- a.**  $h = 4,9m$                       **c.**  $h = 19,6 m$   
**b.** h dépend de la masse du corps                      **d.**  $h = 9,8m$

**49** Une plaque de  $2.10^{-7}C$  traverse avec une vitesse  $v = 10m/s$  une région avec champ magnétique  $B = 0,5T$  perpendiculaire au champ. La force qui s'exerce est :

- a.** nulle                      **b.**  $0,25.10^{-7}N$                       **c.**  $10^6N$                       **d.**  $10^{-8}N$

## CHIMIE

**50** Laquelle des paires Suivantes représente deux atomes avec le même nombre de neutrons ?

- a.**  $^{12}_2C$  et  $^{14}_{12}Mg$                       **c.**  $^{21}_{11}Na$  et  $^{39}_{19}K$   
**b.**  $^{19}_9F$  et  $^{20}_{10}Ne$                       **d.**  $^{59}_{27}Co$  et  $^{59}_{28}Ni$

**51** Des atomes du même élément et ayant le même nombre atomique mais des nombres de masses différents à cause des différences dans le nombre de neutrons sont appelés

- a.** Nucléide                      **b.** Isotope                      **c.** Electrode                      **d.** Nucléons

**52** Quel est le PH d'une solution aqueuse d'hydrogène concentrée à  $1mol/dm^3$  ?

- a.** -1                      **b.** 1                      **c.** 0  
**d.** Aucune réponse n'est juste

**53** A partir de la réponse à la question 3 comment peut-on qualifier la solution aqueuse

- a.** Basique                      **c.** Neutre  
**b.** Acide                      **d.** Aucune réponse n'est juste

**54** Si la moitié de l'acide dans une solution est neutralisée par un élément basique quelle sera le rapport entre la concentration d'acide et celle de la base Conjuguée ?

- a.** ils ne sont pas égaux                      **c.** ils sont tous à la concentration zero  
**b.** ils sont égaux                      **d.** Aucune réponse n'est juste

**55** De ce qui précède , quel sera le rapport entre le  $PH$  et le  $pKa$  ?

- a.  $pH = pKa$       b.  $pH = pKa = 0$       c.  $pH = pKa$       d.  $pH \neq pKa$

56 D'après l'équation chimique suivante, quel nombre de moles d'hydroxyde de calcium réagissent avec 4 moles de chlorure d'ammonium ?  $2NH_4Cl + Ca(OH)_2 \rightarrow 2NH_3 + CaCl_2 + 2H_2O$

- a. 4 moles      b. 2 moles      c. 1 mole      d. 8 moles

57 Quelle est masse de 0,5 moles d'oxyde de magnésium? Masse molaire de l'oxyde de magnésium est de 24g/mol

- a. 25kg      b. 12g      c. 24g      d. 12kg

58 Les quatre classes d'hydrocarbures sont :

- a. Ethane, Ethène, Ethyne et Benzène  
b. Alcanes, Alcènes et Alcynes  
c. Benzenes, Alcanes Alcènes, Alcynes et Aromates  
d. éthane Ethane Propane et Butane

59 Quel est le volume occupé par 1 mole d'un gaz parfait à  $20^\circ C$  avec une pression de  $10^5 Pa$ ? La Constante des gaz  $R = 8,31 Pa m^3 K^{-1} mol^{-1}$  ?

- a.  $0,0831 m^3$       b.  $0,0243 m^3$       c.  $0,1243 m^3$       d.  $1,243 m^3$

# 9 — ENSTP 2013 Master in engineering

## MATHEMATIQUE

---

1 Calculer  $\log_{12}(64)$

- a. 3                                      b. -3                                      c. -6                                      d. 12

2 Simplifier  $\frac{5}{5^{21}}$

- a.  $5^{23}$                                       b.  $5^{-20}$                                       c.  $5^{-4}$                                       d. 625

3 Soient a et b supérieures à zéro et différentes de 1 alors,  $\frac{\log(ab)}{\log b}$  est égale à :

- a. a                                      b.  $\log_b(a)$                                       c. 1

d. aucune réponse n'est juste

4 q et b sont deux côtés d'un triangle rectangle arbitraire, c l'hypothénuse et h la hauteur relative à l'hypothénuse. l'expression de h est :

- a.  $h = a + b - c$                                       b.  $h = \frac{a + b}{a^2 + b^2}$                                       c.  $h = qb/c$

5 Résoudre dans  $\mathbb{R} 2^x = 3$

- a.  $S = \ln 3$                                       b.  $S = \ln 1, 5$                                       c.  $S = \log_2 3$

6 Calculer la somme  $S : 3 + 4 + 5 + \dots + 102$

- a.  $S = 10500$                                       b.  $S = 5198$                                       c.  $S = 5250$                                       d.  $S = 6405$

7 Résoudre dans  $\mathbb{R} 3^{x+1} \leq 9^x \leq 81$

- a.  $x \leq -2$  ou  $x \geq 1$                                       b.  $-2 \leq x \leq 1$                                       c.  $-1 \leq x \leq 2$

d. Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8 Décomposer en élément simple  $\frac{x^2 + 2}{(x + 4)(x^2 + 3)}$

- a.  $\frac{1}{x + 4} + \frac{1}{x^2 + 3} + \frac{1}{x^2 + 2}$                                       b.  $\frac{1}{x + 4} + \frac{x^2 + 2}{x^2 + 3}$                                       c.  $\frac{1}{19} \frac{18}{x + 4} + \frac{x - 4}{x^2 + 3}$

d. aucune réponse n'est juste

9 Soit Q un carré, L un cercle inscrit dans ce carré et C un cercle circonscrit à ce même carré. Parmi les affirmations suivantes, laquelle est correcte ?

- a. Le rayon de C est le double du rayon de L

- b.** L'aire de C est le double de celle de L
- c.** Le périmètre de C est le double de celui de L
- d.** Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

**10** Résoudre dans  $\mathbb{R}$   $E(x - 2)^2 = -x - 2$

- a.**  $S = 0$
- b.**  $S = \emptyset$
- c.**  $S = 2; +\infty$
- d.**  $S = -\infty, 2$

**11** On considère une urne contenant 8 boules bleues et 4 boules vertes. On tire au hasard et sans remise une boule de l'urne. ensuite on tire simultanément deux boules de l'urne. Calculer la probabilité pour que les deux boules tirées aient la même couleur.

- a.**  $\frac{24}{45}$
- b.**  $\frac{24}{55}$
- c.**  $\frac{63}{168}$
- d.**  $\frac{24}{34}$

**12** Une urne contient 7 boules blanches, 5 boules rouges, 3 boules vertes et deux boules bleues indiscernables au toucher. On tire simultanément et au hasard 4 boules de l'urne. Quelle est la probabilité d'obtenir 4 boules de couleurs différentes ?

- a.**  $\frac{3}{24}$
- b.**  $\frac{356}{357}$
- c.**  $\frac{17}{57120}$
- d.**  $p = 1$

**13** Une Urne contient 6 boules dont 5 boules rouges Et une boule noire. On effectuer successifs sans remise d'une beule et on s'arrête dès qu'on tire une boule noire. Quelle est la probabilité P d'avoir effectué 6 tirages avant de s'arrêter ?

- a.**  $p=1$
- b.**  $p = \frac{1}{6}$
- c.**  $p = \frac{1}{6^6}$
- d.**  $\frac{5}{6}$

**14** Déterminer le point d'intersection entre les courbes  $y = 2^x$  et  $y = \frac{1}{6^x}$

- a.** Ces deux courbes ne se rencontrent pas
- b.** Ces deux courbes se rencontrent au point A(1,0)
- c.** Ces deux courbes se rencontrent au point A(0,0)
- d.** Ces deux courbes se rencontrent au point A(0,1)

**15** Calculer la distance du point  $P(-4, 3)$  à la droite  $(D) : 3x - 4y + 4 = 0$

- a.** 1
- b.** 5
- c.** 5,6
- d.** 4

**16** Soient  $A(-1, -2)$  et  $B(3, 4)$  deux points du plan. La distance entre un point Q et la droite  $(AB)$  est de 5 Déterminer l'équation du cercle de centre C et dont  $(AB)$  est une corde.

- a.**  $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$
- b.**  $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$
- c.**  $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 15 = 0$
- d.**  $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 15 = 0$

**17** Une solution particulière de l'équation différentielle  $y'' + 4y' + 4y = 3e^{-2x}$





- a.** 6 mol                      **b.** 3 mol                      **c.** 1 mol                      **d.** 2 mol

**41** L'hydrocarbure de formule  $C_6H_{10}$  est toujours :

- a.** Un alcane                      **b.** Un alcène                      **c.** Un alcyne  
**d.** Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

**42** Un atome de potassium  $^{39}_{19}K$  comporte ;

- a.** 20 protons, 19 électrons et 19 neutrons  
**b.** 19 protons, 19 électrons et 20 neutrons  
**c.** 39 protons, 29 électrons et 39 neutrons  
**d.** 19 protons, 19 électrons et 20 neutrons

## 9.1 CULTURE GENERALE

**43** Quel est le nom de l'athlète qui a remporté la médaille d'or au 100 mètres homme lors des jeux olympiques de Londres 2012 ?

- a.** Usain Bolt                      **b.** Assafa powell                      **c.** Thison Gate                      **d.** Michael Feb

**44** Qui est le créateur de Facebook ?

- a.** Bill Gates                      **b.** Alan Turing                      **c.** Mark Elliot Zuckerberg **d.** Robert Gailliau

**45** Qui a inventé le web ?

- a.** Bill Gates                      **c.** Mark Elliot Zukerberg  
**b.** Timothy Berners-Lee                      **d.** John Von Neumann

**46** Quel est le nom du Secrétaire Général de la Francophonie ?

- a.** Marky Sall                      **c.** Cherck Modibo Diara  
**b.** Abdou Diouf                      **d.** Abdoulaye Wade

**47** Un des pays suivant est un pays émergent :

- a.** Angola                      **b.** Cameroun                      **c.** Brésil                      **d.** États-Unis

**48** Le siège de la banque mondiale se trouve à :

- a.** Rome                      **b.** Paris                      **c.** Washington DC                      **d.** Londres

**49** Le pont de l'enfance se trouve dans la localité du :

- a.** Mbam et Kim      **b.** Mbam et Inoubou      **c.** Ntui      **d.** Santchou

**50** En quelle année le Cameroun fut admis à l'initiative pays pauvre et très endetté ?

- a.** 1999      **b.** 2000      **c.** 2006      **d.** 2007

**51** En quelle année la Reine Elisabeth II fut couronnée ?

- a.** 1955      **b.** 1953      **c.** 1958

**d.** Aucune des réponses précédentes n'est correcte

**52** En quelle année a eu lieu le partage de l'Afrique ?

- a.** 1884      **b.** 1914      **c.** 1990

**d.** aucune des réponses précédentes n'est ccorrecte

# 10-ENSTP 2014 Master in engineering

## MATHEMATIQUE

---

- 1** La moitié de  $(2^{-1})^2$  est :  
The half of  $(2^{-1})^2$  is :
- 2** On obtient  $|4 - x^2| \geq 0$  pour l'une des propositions suivantes :  
[We have  $|4 - x^2| \geq 0$  for one of the following :
- soit chaque réel  $x$  [every  $x$  real]
  - Soit si et seulement si  $x \neq 0$  [or if and only if  $x \neq 0$
  - soit si et seulement si  $x > 0$  [Or if and only if  $x > 0$ ]
  - Soit si et seulement si  $x \neq \pm 2$  [Or if and only if  $x \leq 0$ ]
- 3** Si  $\log_2(\log_3(\log x)) = 0$  alors  $x =$  [if  $\log_2(\log_3(\log x)) = 0$  then  $x =$ ]
- 4** pour quelles valeurs de  $k$  ( $k < -1$ ; ou  $k \leq -1$ ; ou  $-1 \leq k < 0$ ) la droite  $y = 2x + k$  et la Parabole  $y = x^2$  n'ont pas d'intersection ?  
for which values of  $k$  ( $k < -1$ ; ou  $k \leq -1$ ; ou  $-1 \leq k < 0$ ) the line  $y = 2x + k$  and the parabola  $y = x^2$  don't intersect
- 5** l'expression  $\frac{1}{\log(x^2)}$  a un sens pour l'une des propositions suivantes :
- soit si chaque nombre réel  $x$  tel que  $x \leq 0$
  - si et seulement si  $x > 0$
  - soit si et seulement si  $x \neq \pm 1$
  - soit pour aucune des propositions
- The expression  $\frac{1}{\log(x^2)}$  make sense for which of the following :
- every real  $x$  so that  $x \neq 0; x \neq \pm 1$
  - if and only if  $x > 0$
  - or if and only if  $x \neq \pm 1$
  - or none of the proposals
- 6** pour quelles valeurs du paramètre  $k$  ( $k = 1$ ; ou  $k = -1$  et  $k = -2$ ; ou  $k = 0$  et  $k = 4$ ; ou aucune Valeur  $k$ ), l'équation  $x^2 + kx + k = 0$  a deux solutions coincidentes ?  
[for which value of the parameter  $k$  ( $k = 1$ ; ou  $k = -1$  et  $k = -2$ ; ou  $k = 0$  et  $k = 4$ ; or no value of  $k$ ), the equation  $kx + k = 0$  has two coincident solution
- 7** parmi les droites suivantes ( $3x + 6y - 1 = 0$ ; ou  $-3x + y + 1 = 0$ ; ou  $2x + y + 3 = 0$ ; ou  $3x - 6y + 1 = 0$ ), laquelle est perpendiculaire a la droite d'équation  $y = -2x + 1$   
[we consider the following lines ( $3x + 6y - 1 = 0$ ; or  $-3x + y + 1 = 0$ ; or  $2x + y + 3 = 0$ ; or  $3x - 6y + 1 = 0$ ) which one is perpendicular to the line of equation  $y = -2x + 1$  ]
- 8** dans un triangle, la longueur de chaque cote est :

- a. soit égale a la moitié du périmètre
- b. soit inférieure à la moitié du périmètre
- c. soit supérieure a la moitié du périmètre
- d. ou aucune des réponses précédente

In a triangle, the length of each Side IS related to the perimeter m which way :

- a. equal to half of perimeter
- b. less than half of perimeter ;
- c. or is more than half of the perimeter
- d. or none of the proposals is correct

**9** dans le plan cartésien  $(x;y)$ , qu'est ce que décrit l'équatin  $x = 5$ ?  
in the cartesian plane  $(x;y)$ , the equation  $x = 5$  describes what?

**10** pour quelles valeurs du paramètre réel a l'inequation  $(a + 2)x < a - 3$  admet comme ensemble solutions un intervalle illimité a droite ?

- a.  $a < -2$
- b. ou  $a > -2$ ;
- c. ou  $a < 3$ ;
- d.  $a > 3$

for which values of real parameter a the inequality  $(a + 2)x < a - 3$  admits as set of solutions an interval unlimited in the right ? either

- a.  $a < -2$
- b. or  $a > -2$ ;
- c.  $a < 3$ ;
- d.  $a > 3$

**11** soit t un triangle rectangle isocèle dont l'hypoténuse mesure 1. Les cotes de t mesure : soit

- a.  $\sqrt{2}/2$
- b.  $2\sqrt{2}$
- c.  $\sqrt{2} - 1$
- d.  $\sqrt{2}$

[let the right isoceles triangle whose hypotenuse measure1. The side measure :  
either

- a.  $\sqrt{2}/2$
- b.  $2\sqrt{2}$
- c.  $\sqrt{2} - 1$
- d.  $\sqrt{2}$

**12** L'éauation  $|x|^{3'}qx^2$  est résolue :

- a. si et seulement si x est compris entre 0 et 1
- b. pour toute valeurs de  $x$
- c. si et seulement si  $x$  est compris entre  $-1$  et 1
- d. pour qucune valeus de  $x$

The inequality  $|x|^{3'}qx^2$  is solved

- a.** if and only if  $x$  is between 0 and 1                      **c.** if and only if  $x$  is between  $-1$  and 1  
**b.** for all the value of  $x$                                               **d.** for no value of  $x$

**13** une monnaie rouge vaut le triple d'une monnaie verte. Une monnaie bleue vaut le triple d'une monnaie jaune, et est égale à la moitié d'une monnaie verte. Combien de monnaie jaunes correspond à une monnaie rouge ?  
 a red coin is worth three times of a green one. A blue coin is worth three times of a yellow one and is equal to half of a green one. How many yellow coins correspond to a red one ?

**14** l'ensemble des solutions de l'inéquation  $\frac{x^2 + x - 2}{x + 1} \geq 0$  est :

- a.**  $\{-2 \leq x < 1\}$                       **b.**  $\{-2 \leq x < -1\}$                       **c.**  $\{x \geq 1\}$                       **d.**  $\{x \geq -2\} \cup \{x \geq 1\}$

**15** considérons les deux nombres  $\log_2 3$  et  $\log_3 2$ . On peut dire que :

- a.** leur somme est 0                                              **c.** leur quotient est 1  
**b.** leur produit est 1                                              **d.** aucune proposition

we consider two numbers  $\log_2 3$  and  $\log_3 2$ . So, we can say that either

- a.** their sum is 0                                              **c.** their quotient is 1  
**b.** their product is 1                                              **d.** no proposition is correct

**encercler la bonne réponse / circle the correct answer**

**16** Soit les deux affirmations « les chats noirs portent malchance » et « les chats noirs sont tous exterminés on peut déduire que :

we consider the following two affirmations « black cats bring bad luck » and « black cats are exterminated » we can deduce that

- a.** Les chats qui portent malchance sont noirs [cats that bring bad luck are black]  
**b.** Tous les chats ne portent pas malchance [not all cats bring bad luck]  
**c.** il n'y a plus de chats qui portent malchance [there are no cats anymore that bring bad luck]  
**d.** Aucune des propositions précédentes sont correctes [none of the above is correct]

**17** L'ensemble des solutions de l'inéquation  $\sqrt{2x + 3} > |x|$

[the solution set of the inequality  $\sqrt{2x + 3} > |x|$ ]

- a.** L'intervalle  $-3/2 < x < -1$  [the interval  $-3/2 < x < -1$ ]  
**b.** La demi-droite  $-x > 3/2$  [the line  $-x > 3/2$ ]  
**c.** L'intervalle  $-3/2 < x < 3$  [the interval  $-3/2 < x < 3$ ]  
**d.** Aucune des réponses précédentes n'est correcte [none of the above is correct]

**18** l'équation  $\sqrt{2x - 1} = 2x3$  a une solution. Vraie ou faux ?

[the inequality  $\sqrt{2x - 1} = 2x3$  has one solution. True or false ?]

**19** pour chaque nombre réel  $x$ , on obtient  $4\sin^4 x + \sin^2(2x) = \dots? \dots$

[for every real number  $x$ , we have  $4\sin^4 x + \sin^2(2x) = \dots? \dots$ ]

**20** encercler la bonne réponse / circle the correct answer

Nous considérons le théorème suivant : soit  $x$  et  $y$  deux nombres pairs

alors  $x + y$  est pair. L'une des affirmations suivantes est correcte. One of the following affirmation is correct

- a. soit  $x$  et  $y$  deux nombres pairs » est la thèse [« let  $x$  and  $y$  be two even number » is the thesis]
- b. «  $x + y$  » est l'hypothèse [«  $x + y$  » is the hypothesis]
- c. «  $x + y$  est pair » est la thèse [«  $x + y$  is even » is the thesis]
- d. Aucune des réponses précédentes n'est correcte [ none of the above is correct]

**21** encercler la bonne réponse / circle the correct answer

L'équation  $4\cos^3 x = -1$  [the equation  $4\cos^3 x = -1$ ]

- a. N'a pas de solution réelles [does not have real solution ]
- b. A-t-on  $X = -\arccos(-1/12)$  parmi ses solutions [has  $X = -\arccos(-1/12)$  amongst its solutions]
- c. Q-t-on  $x = -1/3\arccos(-1/4)$  parmi les solutions [has  $X = -1/3 \arccos (-1/4 )$  amongst its solutions]
- d. Aucune des solutions n'est correcte [none of the above]

**22** encercler la bonne réponse / circle the correct answer

**23** L'exacte négation de l'affirmation « il Y a au moins une personne qui se trompe dans toutes ses décisions » est ;

[the exact negation of the affirmation « there is at least one person who takes all wrong decision » is ;]

- a. Tout le monde prend les décisions justes [ everybody take all right decisions]
- b. Il y a au moins une personne qui prend toutes les décisions justes [there is at least one people who takes all right decisions ]
- c. Chaque individu prend au moins une décision juste [ every people takes at least one right decnsron ]
- d. Il y a au moins une personne qui prend au moins une décision juste [there is at least one people who takes at least one right decision ]

**24** encercler la bonne réponse / circle the correct answer I L ensemble des solutions  $x \in \mathbb{R}$  de l'inéquation  $e^x \leq 2 - x^2$  est

[ the solution set  $x \in \mathbb{R}$  of the inequality  $e^x \leq 2 - x^2$  is :

- a. Une demi-droite inférieurement illimitée [a half line that is inferiorly limited]
- b. Une demi-droite supérieurement limitée [a half line that is superiorly limited]
- c. Un intervalle limitée [is a limited interval]
- d. Vide [empty]

**25** encercler la bonne réponse / circle the correct answer

L'équation  $2^{x^2-3x} = 1/4$  donc l'inconnue  $x \in \mathbb{R}$  : [the equation  $2^{x^2-3x} = 1/4$  when the unknown  $x \in \mathbb{R}$  :]

- a. A une solution positive et négative [ has a positive and a negative solution ]
- b. N'a pas de solution réelles [does not have real solution]
- c. A deux solutions positives [has two positive solutions]
- d. A deux solutions négatives [ has two negative solutions]

**26** soit dans le plan un cercle de rayon  $r$  et sur celui-ci une corde  $AB$  a une distance  $r/2$  du centre. Soit  $C$  un point mineur sur l'arc mineur de  $AB$ . Alors l'angle  $\widehat{ACB} = \dots\dots\dots$

[let there be in the plane a circle with radius  $r$  and a chord  $AB$  on it at a distance  $r/2$  from the center. Let be  $C$  a point on the minor arc  $AB$ . So the angle  $\widehat{ACB} = \dots\dots\dots$

**27** encercler la bonne réponse / circle the correct answer

Nous supposons que l'affirmation « il ya deux femmes française qui n'aime aucun type de pates » soit fausse. Alors :

[ we consider that the affirmation « there are two french women that don't any type of pasta » is wrong so :

- a. Il y a au moins une femme française qui aime les spaghetti [there's at least one french woman who likes spaghetti]
- b. Chaque femme française aime tout de même un type de pâtes [ however, every french women like at least one type of pasta]
- c. Il existe quelques femmes française qui mangent tout de même un type de pâtes [there are some french women who gladly eat all types of pasta 1
- d. Toutes les femmes française aiment tous les types de pâtes [ allfrench women like all type of pasta ]

**28** encercler la bonne réponse / circle the correct answer

Le graphique de la fonction  $y = \log_{0,25}x$  et le graphique  $y = 4^{-x}$  sont : [the graph Cf the function  $y = \log_{0,25}x$  and the graph  $Y = 4^{-x}$  are :1

- a. L'un symétrique à l'autre par rapport à  $y$  [ symmetric to each other with respect to y-axis]
- b. L'un symétrique à l'autre par rapport à la bissectrice du second et quatrième quadrant [Symetric to each other with respect to the bissectrix of the second and the fourth quadrant]
- c. L'un symétrique à l'autre par rapport à la bissectrice du premier et troisième quadrant [symetric to each other with respect to the bissectrix of the first and the third quadrant]
- d. Aucune des réponses précédentes n'est correcte [none of the answer is correct]

**29** encercler la bonne réponse/circle the correct answer L'équation  $\log_2x - 2/\log_2x + 1 = 0$

[the equation  $\log_2x - 2/\log_2x + 1 = 0$ ]

- a. A des solutions infinies [has infinite Solution]
- b. N'a pas de solutions [does not have solution]
- c. A deux solutions distinctes [ has two different Solutions]
- d. A une et une seule solution [ has one and only one solution]

**30** encercler la bonne réponse/circle the correct answer

l'équation  $x \leq \sqrt{x+2}$  est équivalent à :

[the equation  $x \leq \sqrt{x+2}$  is equivalent to ]

- a.  $x^2 \leq x + 2$
- b.  $x^{2'}q|x + 2|$
- c.  $-2 \leq x \leq 0$  ou  $x \geq 0$  et  $x^2 - x - 2'q0$
- d. Aucune des réponses précédentes n'est correcte [ none of the above is Correct]

**31** on considère dans le plan l'ensemble A des couples  $(x; y)$  ou le minimum Entre  $|x|$  et  $|y|$  est inférieur a 1. Alors A est l'ensemble des couples  $(x; y)$  tels que

[we consider in the plane the set A Of couples  $(x; y)$  where the minimum between  $|x|$  and  $|y|$  is less than 1 so that : either

- a.**  $|y| \leq 1$  **c.**  $|x| \leq 1$  ou  $|y| \geq 1$   
**b.**  $|x| \leq 1$  et  $|y| \leq 1$  **d.**  $|x| \geq 1$  et  $|y| \leq 1$

**32** considérons l'inequation  $\sqrt{3}\cos x + \sin x < 0$  dans l'intervalle  $0 \leq x \leq \pi$  Dans cet intervalle l'ensemble des solutions est : soit soit

[we consider the inequality  $\sqrt{3}\cos x + \sin x < 0$  in the interval  $0 \leq x \leq \pi$ . In this interval, the solution set, either

- a.**  $\pi/2 \leq x \leq 2/3\pi$  ;  
**b.**  $\pi/6 \leq x \leq \pi/2$   
**c.**  $2/3\pi \leq x \leq \pi$   
**d.** soit vide [empty]

**33** encercler la bonne réponse / circle the correct answer

Soit les equations  $\sqrt{x+2} = 2x - 1$  et  $\log_3(x+2) = 1 + 2\log_3 x$

[let be the equation  $\sqrt{x+2} = 2x - 1$  and  $\log_3(x+2) = 1 + 2\log_3 x$ ]

- a.**  $X = -2/3$  est une solution commune aux deux [ $X = -2/3$  is a common solution for both I]  
**b.** La première a pour solution unique  $x = 2$  et la seconde a les solutions  $x = 1$  et  $x = -2/3$   
 [the first one have for unique solution  $x = 2$  and the second one has for solutions  $x = 1$  and  $x = -2/3$ ]  
**c.** La première a pour solution  $x = 2$  et  $x = -2/3$  et la seconde a pour seule solution  $x = 1$   
 [the first one have for solutions  $x = 2$  et  $x = -2/3$  and the second one has for unique solution  $x = 1$ ]  
**d.** La première a pour seule solution  $x = 2$  et la seconde a pour seule solution  $x = 1$   
 [the first one has for unique solution  $x = 2$  and the second one has for unique solution  $x = 1$ ]

**34** encercler la bonne réponse/circle the correct answer Les lieux des points du plan représenté parles équations

[ the location of points in the plane represented by the equations]  $x - 4 = y^2$  ,  $x^2/4 + y^2 = 1$

- a.** Ne se croisent pas [don't intersect themselves]  
**b.** Se croisent en deux points distincts [intersect themselves in two different points]  
**c.** sont tangents [ are tangents ]  
**d.** Se croisent en quatre points distincts [intersect themselves in four different points]

**35** encercler la bonne réponse/circle the correct answer

la proposition «s'il fait chaud j'allume la climatisation» est équivalente a : [the proposition « If it is hot i turn on air conditioner » is equivalent to :]

- a.** S'il fait froid je n'allume pas la climatisation [if it is cold, i don't turn on the air conditioner]  
**b.** Si je n'allume pas la climatisation, alors il ne fait pas chaud [ if i don't turn on the air conditioner, it means that it is not hot]

- c. Si j'allume la climatisation alors il fait chaud [if i turn on the air conditioner, it means that it's hot]
- d. Aucune des réponses précédentes n'est correcte [none of the above is correct]

**36** l'ensemble des solutions de l'inéquation  $x^2 + 1 < |x|/(1 + |x|)$  est soit  $\mathbb{R}$  soit  $\{|x| > 1\}$  soit  $\{x > -1\}$   
[the set of solution of the inequality  $x^2 + 1 < |x|/(1 + |x|)$  is  $\mathbb{R}$  soit  $\{|x| > 1\}$  or  $\{x > -1\}$ ]

**37** encercler la bonne réponse/circle the correct answer

Soient m et n deux nombres entiers tel que  $m^2 = 2n^2$  alors  
n and m are two whole numbers so that  $m^2 = 2n^2$ . so

- a.  $n=m=0$
- b. n est pair et m impair [m is even and n is odd]
- c. m est pair et n impair [n is even and m is odd]
- d. aucune des réponses son [none of the above is correct]

**38** encercler la bonne réponse/circle the correct answer

Un ensemble de plans passant par un même point sont telles que chacune d'entre elles est perpendiculaire à toutes les autres. Un tel ensemble :

[a set of lines in the plane passing through a common point are such that each of them is perpendicular to the other ones. So the set :]

- a. est formé au maximum de deux droites [is composed of maximum of two lines]
- b. est formé d'au moins quatre droites [is composed of a least four lines]
- c. peut être formé par les droites infinies [can be composed of infinite lines]
- d. aucune des réponses précédentes n'est correcte [none of the above is correct]

**39** Que dire de l'ensemble des solutions  $x \in \mathbb{R}$  de l'équation  $|x^2 - x - 2| \leq |x|$

**40** encercler la bonne réponse/circle the correct answer

Dans le plan cartésien le lieu  $x^2 + y^2 - 2\alpha y = 0$  avec la variation de  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

[in a Cartesian Plane, the locus  $x^2 + y^2 - 2\alpha y = 0$ , with the variation of  $\alpha \in \mathbb{R}$ .]

- a. comprend toutes les circonférences passant par l'origine [includes all the circumferences passing through the origin]
- b. comprend toutes les circonférences passant par l'origine et avec le centre sur l'axe y [includes all the circumferences passing through the origin and whose center is located on the y-axis]
- c. comprend toutes les circonférences avec le centre sur l'axe des y [includes all the circumferences whose center is located on the y-axis]
- d. aucune des propositions précédentes n'est correcte [none of the above is correct]

**41** encercler la bonne réponse/circle the correct answer

Un triangle a deux côtés long de 4 et 5. Et l'angle compris a la tangente  $-3/4$  alors :

[a triangle has two sides of 4 and 5. And the included angle has tangent  $-3/4$ . so :]

- a. le troisième côté est long de 3 [the third side is 3 long]
- b. la longueur du troisième côté est inférieure à 3 [the length of the third side is less than 3]

- c. la longueur du troisième cotés est supérieure à 6 [the length of the third side is more than 3]
- d. la longueur du troisième cotés est compris entre 3 et 4 [ the third side has a length between 4 and 5]

## PHYSIQUES

---

- 42** Dans le systhème Internadonal d'unités, la pression est mesurée en : Newton ; ou Pascal ; ou en Joule  
in the late-national System of Units, pressure is measured in Newton or Pascal ; or Joule
- 43** Un corps se déplace le long d'un cercle à une vitesse constante. la force et l'accélération sont :  
[A body moves a drumference with constant speed the forces and the acceleration are
- a. parallèles avec la meme orientation [parallel with the same orientation ]
  - b. parallèles avec des orientation opposées [ parallel with the opposite orientation]
  - c. orthogonales [orthogonal]
  - d. aucune des réponses précédentes n'est correcte [None of the preceding possibility is correct]
- 44** Dans un système méanique isolé. l'une des propriétés suivantes ne change pas :
- a. son énergie potentielle
  - b. la position de son centre de masse
  - c. aucune des réponses preoédentes n'est correcte
- 45** Une particule se déplace de + 3 mètres dans la direction x et de 4 mètres dans la direction y en un laps de temps de 5 secondes. Quelle estla vitesse moyenne
- 46** Un objet glisse sur une surface rugueuse : la friction entre l'objet et la surface dépend de :  
an object is sliding on a rough surface the friction force between the object and surface depends on
- a. uniquement de la masse de l'objet [the mass of the object only]
  - b. de la force agissant sur l'objet le long de la direction du mouvement[The force acting on the object along the direction of motion ]
  - c. la force de réaction appliqué sur la surface dans la direction normale [The reaction forces applied by the surface in yhe normal direction]
  - d. aucune des réponses précédentes n'est correcte [none of the preceding possibilities is correct]
- 47** Encercler la bonne réponse/circle the correct answer  
Un gaz parfait est comprimé et son volume est réduit de moitié par rapport à celui initial en maintenant une pression constance. La température  
A perfect gaz : is compressed and its volume is reduced to half of the initial one will keeping the pressure constant. The temperature
- a. double [doubles]
  - b. reste la meme [ remains the same]
  - c. est réduire de moitié [is halved]
  - d. aucune des réponses précédentes n'est correcte [ none of the preceding possibillities correct]

- 48** Un dipôle électrique est placé dans un champ électrique uniforme. Le dipôle est soumis :  
An electric dipole is placed in a uniform electric field. the dipole is subject to :
- seulement à la force ; [Only a force]
  - seulement au couple [only a torque]
  - à la fois à la force et au couple [both a force and a torque]
  - Aucune des réponses précédentes n'est correcte [none of a preceding possibility is correct]
- 49** Un grand container cylindrique est rempli d'eau. A la moitié de sa hauteur, un trou laisse passer l'eau à une vitesse  $v$ . Un autre trou au fond laisse passer l'eau à la vitesse
- 50** A partir d'un pont je lance un caillou dans un lac et j'entends le son après 2 secondes. Quelle est la hauteur du pont  
I drop : stone Into a lake from bridge and I hear the sound after 2 second what is the height of the bridge
- 51** Encercler la bonne réponse/Circle the correct answer  
Deux corps chutent en même temps à partir de la même hauteur dans un tube vide. Lequel d'entre eux touchera le sol en premier :  
Two bodies are dropped in the same height inside a vacuum tube ; which one reaches the ground first :
- le plus lourd [The heaviest one]
  - le plus léger [the lightest one]
  - ils arrivent au même moment [they arrive simultaneously]
  - le plus grand d'entre eux [The largest one]
- 52** un objet glisse sur un plan incliné à une vitesse  $v=10$  m/s. Quelle est la hauteur maximum atteinte par l'objet ?
- 53** Encercler la bonne réponse  
Une masse est attachée au bout d'un fil fixé au plafond par son extrémité. La masse est légèrement déplacée en direction verticale de manière à ce que le système fasse un mouvement oscillatoire. La période de l'oscillation peut être doublée :
- en doublant la masse même du corps
  - en augmentant la masse du corps par un facteur
  - Dans le cas où la longueur du fil est doublé
- 54** Un système consistant en une masse et un ressort oscille autour d'une position d'équilibre. Quelle est l'accélération de la masse au point où la vitesse est à son maximum.
- Elle atteint son maximum et elle est dirigée dans la même direction que la vitesse du corps
  - 0
  - Elle atteint son maximum et est dirigée dans la direction opposée à celle de la vitesse du corps
  - aucune des réponses précédentes n'est correcte.
- 55** Un pistolet tire une balle à la vitesse  $v$  d'un angle  $\theta = 45^\circ$  suivant un axe horizontal. Quelle est la vitesse de la balle au point même de la hauteur maximum.

- 56** Un système de gaz idéal subit une transformation isotherme. Si la pression augmente suivant le facteur 2, quelle est le volume final ?

An ideal gas system undergoes an isothermal transformation. If the pressure increases by the factor two, what is the final volume ?

- a. Le même que celui original [The same as the original]
- b. le double de celui initial [Twice the original]
- c. La moitié que celui initial [one half of the original one]
- d. aucune des réponses précédente [None of the predicting possibilities is correct]

- 57** La force entre deux charges électrique est de 1N. Si la distance entre les deux charges est réduite de 1/3, la force nouvelle est de ?

The force between two charges is 1N. If the distance between the two charges is reduced to 1/3 of the original distance, the new force is ?

- a. Trois fois plus petite que la précédente [Three times small than the before]
- b. trois fois plus grande que la précédente [Three times larger than the before]
- c. neuf fois plus petite que la précédente [nine times small than the before]
- d. neuf fois plus grande que la précédente [nine times larger than the before]

- 58** Le champ magnétique produit par un solénoïde est B. Si la longueur du solénoïde est doublé tout en maintenant le nombre de tours, de combien doit je augmenter le courant électrique de manière à produire le même champ électrique que j'avais précédemment.

The magnetic fields produced by the solenoid is B. If the length of the solenoid is doubled maintaining the same number of turns, how much have I to increase the electric current in the device in order to produce the same field as before?

- a. Je ne dois pas changer le courant [I do not have to change the current]
- b. Je dois doubler le courant [I have to double the current]
- c. Je dois quadrupler le courant [I have to quadrupled the current]
- d. aucune des réponses précédente n'est correcte [None of the preceding possibilities is correct]

- 59** Un cube en glace fond dans un verre remplis d'eau. Que se passe-t-il lorsque la glace fond ?

An ice cube is floating in a glass full of water. What does it happen when the ice melts ?

- a. La hauteur du niveau d'eau dans le verre reste la même [The height of water level in the glass remains the same]
- b. La hauteur du niveau d'eau dans le verre augmente [The height of water level in the glass increases]
- c. La hauteur du niveau d'eau dans le verre diminue [The height of water level in the glass decreases]
- d. Aucune des réponses précédente n'est correcte [None of the preceding possibilities is correct]

## CHIMIE

- 60** Quelle est l'expression de la constante d'équilibre  $K_e$  en terme de concentration pour l'équation d'équilibre générale ?

What is the expression for the equilibrium constant  $K_e$  in terms of concentration for the general equilibrium



- 61** La quelle des lois de la thermodynamique soutient que l'énergie ne peut pas être créée ou détruite ?  
Which of thermodynamic laws state that the energy can not be create or destroyed ?
- 62** Comment appelle-on le phénomène catalytique dans lequel le produit d'une réaction augmente le produit de la dite réaction ?  
Wat is the name of the catalytic phenomenon in which a produce of a reaction increase the rate of the reaction ?
- 63** Etant donné les réactions suivantes et leurs enthalpies à 298K, Calculer l'énergie de la liaison  $H - O$   
Giving the following reaction with their enthalpies at 298K. Wat is the bond energy of the bond O-H  

$$H_2(g) + 1/2O_2(g) \longrightarrow H_2O \quad \Delta H^0 = -242\text{kJ/mol}$$

$$H_2 \longrightarrow 2H \longrightarrow \Delta H^0 = 436\text{kJ/mol}$$

$$O_2 \longrightarrow 2O \quad \Delta O^0 = 500\text{kJ/mol}$$
- 64** La masse atomique relative du zinc est de 65 et celle l'astate de 85 la quelle de ces affirmation est juste ?  
The relativ atomic mass of zinc is 65 that of astatine is 85. Which of the statement is correct ?
- 1g de zinc contient 65 atomes et 1g d'astate 85 [1g of zinc contains 65 atoms and 1g of astatine 85]
  - 65g de zinc contiennent le même nombre d'atomes que 85g d'astate [65g of zinc contains the same number of atoms as 85g of astatine]
- 65** Quel est le nom UICPA pour le composé  
Wat is the UICPA for the compound  
 $CH_3CH_2CH_2(C_2H_5)BrCH_3$
- 66** Classer les oxo-acide suivant par ordre croissant d'acidité  
Arrange the following axo-acids in orders of increasing strenght  
 $(HBrO, HIO, HClO)$
- 67** La demi-vie d'un isotope radioactif d'un atome d'iode est de 8 jours. Quelle fraction de l'iode originale restera après 24 jours ?  
The half life of an radioactive isotope of iodine is 8 days. Qat fraction of original iodine will remains in 24 days ?
- 68** Quel est le nombre d'ion hydroxide contenus dans  $20\text{cm}^3$  de solution 0,01M d'hydroxyde de baryum (1mol d'ion contient  $6.10^{23}\text{ion}$ )  
Wat is yhe number of hydroxide ion contained in  $20\text{cm}^3$  of 0,01M solution of barium hydroxide (1mol d'ion contains  $6.10^{23}\text{ion}$ )
- 69** L'énergie cinétique moyenne des molécules individuelles dans un gaz reste constante à pression constante.  
Vrai ou faux ?  
[ the average kinetic energy of individual molecules in a gas remain constants presure is this a true or false statement ?]
- 70** La quelle des lois de la thermodynamique explique que pour un système et ses environs la variation d'enthalpie dans les environs est exactement égale en grandeur signe opposé à la variation d'enthalpie dans le système ?  
Which of the laws of thermodynamics explained that for a system and its surroundings the anthalpy change in the surroundings ist exactly equal in magnitude and opposite in sign to anthalpy change in the system ?

- 71** Soit un composé constitué de 4,8g de C, 1.2g de H et de 2.3g de N. Les masses atomiques de C. H et N sont 12, 1 et 14 respectivement. Quelle est la formule chimique de ce composé ? composé ?  
[A compound consist of 4.8g of C, 1.2g of H and 2.8g of N. The atomic masses of C. H and N are 12.1 and 14 respectively. What is the chemical formula of this compound ?]
- 72** Ecrivez l'équation équilibrée correcte pour l'équation chimique donnée ci-dessous :  
Write out the correct balanced equation for the chemical equation giving below.  
 $Cl_2 + KOH \rightarrow KCl + KClO + H_2O$
- 73** L'acide nitrique est complètement ionisé comme suit  
Nitrate is fully ionized as follow  
 $HNO_2 + H_2O \rightarrow H_3O^+ + NO_3^-$  ou tout simplement [or simply ]  
 $HNO_3 + H_2O \rightarrow H_3O^+ + NO_3^-$   
Quel est le pH de l'acide nitrique à une concentration de  $1 \times 10^{-3} mol/dm^3$  ?  
Wat is the pH of nitrate acid at a concentration  $1 \times 10^{-3} mol/dm^3$  ?
- 74** Le méthane alcane ( $CH_4$ ) et le butane ( $CH_{10}$ ) sont des gaz utilisés comme combustibles : et quand ils brûlent, ils produisent du dioxyde de carbone ( $CO_2$ ) qui provoque un effet de grande ampleur susceptible d'ouvrir la voie à un réchauffement climatique. Comment appelle-t-on l'effet en question ?  
The alkanes methane ( $CH_4$ ) and butane ( $CH_{10}$ ) are gases used as fuels and when they burn they produce carbon dioxide ( $CO_2$ ) which caused an enhanced effect that may lead to global warming. What is enhanced effect called ?
- 75** Combien de sénateurs sont nommés par le président du Cameroun au sein du sénat ?  
How many senators are appointed by the president of the republic of Cameroon in the senate of Cameroon
- 76** Quel a été le premier pays africain visité par le Président des Etats-Unis, Barack Obama :  
[Which was the first African country visited by President Barack Obama ?]
- 77** Quelle université a abrité les derniers jeux universitaires au Cameroun ?  
[Which University hosted the last university Games in Cameroon ?]
- 78** Quelle est la plus grande planète du système solaire ?  
Wat is the largest planet in the solar system ?  
It took several seconds to recognize the place, by which time Dumbledore had landed beside him The Gaunts' house was now more indescribably filthy than anywhere Harry had ever seen. The ceiling was thick with cobwebs, the door coated in grime, moldy and rotting food lay upon the table amidst a mass crusted pots. The only light came from a single guttering candle placed at the feet of a man with halt and beard so overgrown Harry could see either eyes nor mouth. He was slumped in an armchair by the fire. and Harry wondered for a moment whether he was dead.
- 79** What is the fast adjective used in this passage ?
- 80** Following the passage, could you easily eat the food in Gaunts' house ?
- 81** What was the source of light in this house ?
- 82** What is the first noun used in the last sentence of this passage ?
- 83** What is the article used in this sentence The atomic bomb was invented in 1914  
Les noix de Kola se trouvent sur tous les marchés de l'Afrique occidentale. Ceux qui « croquent » la Kola disent qu'elle leur donne de l'énergie quand ils ont un effort à accomplir, qu'elle leur permet d'oublier

la fatigue et le sommeil. On lui attribue aussi beaucoup d'autres propriétés, notamment dans le domaine médical cependant. comme pour toute substance toxique, on recommande d'en faire un usage modéré. La noix de kola a aussi eu d'autres usages. il n'y a pas si longtemps. on l'utilisait encore comme monnaie. De nos jours, elle fait partir des cadeaux offerts dans les baptêmes, les mariages, et d'autres cérémonies comme les initiations.

**84** En rapport avec le texte ci-dessus, où se trouvent les noix ? de kola ?

**85** En rapport avec le texte ci-dessus, quel est l'infinif du verbe «croquer» ?

**86** En rapport avec le texte ci-deasus. à votre avis. est-ce que la noix de kola est aussi importante qu'avant ?

**87** Ecrire la bonne réponse au passé simple qui complète la phrase : Les joueurs (courir) vers le stade

**88** Encercler la bonne réponse/Circle the correct answer

Pourquoi est-ce que les effets des forces électrostatiques sont moins impressionnante que celles dues à la gravité sur une échelle macroscopique ?

[ Why are the effect of electrostatic force less Impressive than those due to gravity on macroscopic scale ?]

- a. parce que l'écart de la force électrostatique est plus petite que celui de la gravité [because the range of the electrostatic force is much smaller than that of gravity]
- b. parce que la plupart des corps, il y a autant d'électrons que de protons [because of the large majority of bodies there are many electrons as protons]
- c. parce que la constante électrique est de la loi de coulomb est plus petite que la la constante de gravité correspondent à la loi de Newton [Constant in Newton is law of gravitation]
- d. Car la constante électrique est masqué par la force magnétique [because the electric force is masked by the magnetic force]

**89** un corps se déplace le long d'une ligne droite. Sa position relevé à des intervalle de temps régulier est reporté dans le tableau ci dessous. Le corps se déplace

A body is moving along a straight line. Its position as recorded in regular time intervals is reported the table below : The body moves]

Time(s)	0	10	20	30	40
$x(m)$	0	25	100	225	400

- a. avec une vitesse constante [With the constant speed]
- b. avec une accélération constante [With a constant acceleration]
- c. avec à la fois une vitesse constante et une accélération constante [With both constant speed and constant acceleration]
- d. Aucune des réponses précédente n'est juste [none of the preceding possibilities is correct]

**90** Que signifie "conservation d'énergie

What does conservation mean ?

**91** Qu'est ce qui peut produire un champ électrique ?

What can produce an electric fields ?

**92** Quelle propriété est partagée par la force électrostatique et la gravité ?

With one property is share by the electrostatic force and gravitation

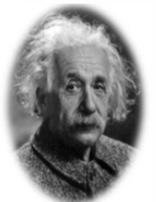


*Partie*  
**5**

# CORRIGÉS ENSTP

« La seule chose absolue dans un monde  
comme le nôtre, c'est l'humour »

Albert Einstein





# 11 – Corrigé ENSTP 2011

- 1** b)  $(7^3)^5 = 7^{15}$
- 2** c) L'aire  $A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{hc}{2}$  d'où  $h = \frac{ab}{c}$
- 3** a) On construit un triangle rectangle de côté opposé à  $\alpha$  la hauteur est  $h = 30tg\alpha$
- 4** d) m âge de Matongué ; a : âge d'adama. Dans quel nombre d'années on aura  $m_e = 2a_e \Leftrightarrow m + e = 2(a + e)$  or  $m = 2a$  d'où  $e = 0$  impossible.
- 5** c)
- 6** b)  $\frac{\log_a(ab)}{\log_ab} = \frac{\ln(ab)}{\ln a} \times \frac{\ln a}{\ln b} = \log_b(ab)$
- 7** d)  $x^3 - x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + 1) = 0$  et  $(x^2 + 1) = 0 \Delta < 0$  pas de solution.
- 8** b) Prix initiaux :  $p_A = x$ ;  $P_B = x + 20\%x$  prix soldés :  $P_A = x - 40\%x$   $P_B = x + 20\%x - 60\%(x + 20\%x) = x - 52\%x$ .  $P_B$  est le plus convenable.
- 9** b)  $\begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 \leq 1 \\ |x| \leq 1 \end{cases}$  En représentant le domaine dans un repère orthonormé, il est symétrique par rapport à (OX).
- 10** b) L'exagone a 6 triangle équilatéraux  $S = 6l \cos 30^\circ = 6l^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$  et  $V = hl^2 \frac{\sqrt{3}}{2} 3$
- 11** La mise en équation donne :  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 337 \\ x + y = 25 \end{cases}$ . En résolvant on a :  $x_1 = 9$  et  $x_2 = 16$ .  
Périmètre=82cm
- 12** a) On aura pour  $p_0$   $ax_0 + by_0 + c = 0$  et  $a'x_0 + b'y_0 + c' = 0 \Leftrightarrow 2(ax_0 + by_0 + c) + 3(a'x_0 + b'y_0 + c') = 0$   
donc  $P_0 \in I$
- 13** a)  $q_n = 5^{n+1} + 5^n = 5^n(5 - 1) = 4 \cdot 5^n$  qui est un nombre pair.
- 14** d) On peut être isocèles sans être équilatéral.
- 15** c)  $x^2 + y^2 - 2y = 0 \Leftrightarrow (x - 0)^2 + (y - 1)^2 = 1$  cercle de centre (0,1)
- 16** d) Soit  $c$  le côté on a :  $\frac{c}{2} = \sin 60^\circ \Leftrightarrow c = \sqrt{3}$
- 17** En composant la fonction, on trouve  $g(f(t)) = \sin^2(3t) + \sin(3t)$
- 18** c)  $\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2X^2 - 3X - 2 = 0$   $X_1 = -1/2$   $X_2 = 2$   $\sin x = 2$  étant impossible, on aura  $\sin x = \frac{-1}{2}$  on trouve ainsi  $x = \frac{11}{6}\pi + 2K\pi$  pour des valeurs de  $k = 0$  et  $k = 1$ , on a  $x = \frac{7\pi}{6}$  et  $x = \frac{11\pi}{6}$
- 19** a)  $x^2 + 4y^2 + 4y = 1 \Leftrightarrow x^2 + 4(y + \frac{1}{2})^2 = 4$ . On a la forme  $\frac{x^2}{4} + \frac{(y - (\frac{1}{2}))^2}{1} = 1$  d'où une ellipse de centre  $(0; \frac{1}{2})$
- 20** a)  $\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$  On vérifie que les plans ne sont pas collinéaires ; La solution est une infinité de points.
- 21** d) D'après le système, on pose  $\begin{cases} |4x - x^2 - 3| \neq 0 \\ x > -1 \end{cases}$  donc aucune réponse n'est juste
- 22** d) (2) est un cas particulier de (1) et (3) un cas particulier de (2)

- 23** b)  $r_1$  : rayon du cercle inscrit :  $r_2^2 = 2r_1^2 \Leftrightarrow A_2 = 2A_1$
- 24** b)  $\begin{cases} x + ay = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$  Le système est cohérent si  $a \neq 1$
- 25** b)  $\begin{cases} \frac{2x^2 + 3x}{5x} < 0 \\ 2x^2 + 3x < 0 \text{ et } x > 0 \text{ impossible} \\ 2x^2 + 3x > 0 \text{ et } x < 0 \end{cases}$  d'où la solution  $] -\infty; -1, 5[$
- 26** b) On déduit le système  $\begin{cases} \cos(\pi x) < 1 \text{ et } x > -1 \\ \cos(\pi x) > 1 \text{ et } x < -1 \end{cases}$  impossible  $0 < \pi x < 2\pi$
- 27** c)  $|1 - x^2| = 2$  on obtient  $\begin{cases} 1 - x^2 = 1 \\ 1 - x^2 = -2 \end{cases}$  La première donne une solution complexe et l'autre deux solution réelles.
- 28** c) nombre faisant 3matière=10; nombre faisant 2matière=15. pour trouver ceux qui n'ont pas réussis
- 29** pour comparer les trois nombres, il faut une information sur le signe.
- 30** c) Le tétraèdre est une pyramide dont les faces sont des triangles équilatéraux. Chaque plans de face fait un angle de  $60^\circ$  avec l'autre. On a deux droite d'un même plan faisant un angle de  $60^\circ$  avec un autre plan.
- 31** c)  $Ec_2 = 2Ec_1 = 2 \times \frac{1}{2}mv_1^2 = mV_1^2 \Leftrightarrow V_2^2 = 2V_1^2 \Leftrightarrow V_2 = \sqrt{2}V_1$
- 32**  $PV = NRT; V_2 = 2V_1$  Or  $RT = cte$ . D'où  $P_2 = \frac{1}{2}P_1$
- 33** d)  $Q = IT = 2 \times 800mA = 1600mA + 10^{19}$  électrons
- 34** c) La chaleur échangée est :  $Q = 20 \times 4,18 \times (70 - 20) = 4180j$ .
- 35** a)  $E = PT = 80 \times 60 = 4800j = 4,8KJ$ . 35)
- 36** a)  $a = g; V = at; V(2t) = a2t \quad V(2t) = 2at = 2V(t)$ .
- 37** a) Dans la base de FRENET  $a = a_t + a_n$  et  $a_t = g \frac{dv}{dt}; a_n = \frac{v^2}{R}$ . Le Tachymètre indique  $a_t = cte$  Donc  $a = a_n = \frac{v^2}{R}$
- 38** b) La valeur standard de  $g = 9,8m/s^2$ . L'équilibre ici implique que  $T = P = 9,8N$
- 39** b) A l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique le potentiel est nul  $V = O \rightarrow E = \frac{\partial v}{\partial t} E = cte$ .
- 40** b)  $a = g$  et lorsque le caillou s'arrête  $v = 0$ .
- 41** c) Principe zéro :  $\sum Q = 0; Q_1 + Q_2 = 0 \Leftrightarrow 20l.C_e(T_f - 60^\circ C) + 60l.C_e(T_f - 20^\circ C) = 0 \quad T_f = \frac{2400}{80} = 30^\circ C$
- 42** d) Une force conservative dérive d'un potentiel  $\oint F \cdot dl = 0 \quad F = \frac{\partial U}{\partial t} = dU \int_A^B F \cdot dl = U_A - U_B$  48) c  
pH=-log[H;0] PH=0
- 43** c) On sait que  $Q = CU = 1mF \cdot 200V = 200mC$
- 44** c) La masse étant négligeable, la force électrique entre les 2 est beaucoup plus grande que l'attraction gravitationnelle.
- 45** c) D'après le second principe de Newton  $\sum \vec{F} = m \vec{a}$ . Si  $F = cte$  alors  $a = cte$ .
- 46**  $\frac{M}{Z} X$  Le nombre de masse  $M = Z + P$ . P étant le nombre de neutrons,  $P = Z - M$ . En faisant le calcul on trouve  $P=10$ .
- 47** a) Des atomes de même Z et de M différents sont des isotopes.

48 b) La solution est acide.

49

50  $\text{pH}=\text{pKa}$

51 b) D'après la réaction,  $n_{\text{NH}_4\text{Cl}} = 2n_{\text{Ca(OH)}} \cdot$  On a besoin de  $n_{\text{Ca(OH)}}$  pour 4 moles de  $n_{\text{NH}_4\text{Cl}}$

52 b) On pose  $n = \frac{m}{M} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{m}{24}$  On trouve  $m = 12g$

53 c) Les hydrocarbures sont : Alcanes Alcènes Alcyne Aromates.

54 b) Constante des gaz parfaits :  $PV=nRT. \Rightarrow v = \frac{nRT}{P} = 0,0243m^3$

55 c)  $2z + 5\bar{z} = 7 + i$  Poson  $w = x + iy$  en remplant dans l'équation, on obtient  $x = 1$  et  $y = -1/3$

56 c)  $\lim U_n \leq \lim V_n \leq \lim W_n \Leftrightarrow -1 \leq \lim V_n \leq 1$

57 d)  $p = 1/6$

58 d)

# 12-Corrigé ENSTP 2012

Question	Réponse	Question	Réponse
1	b	31	c
2	d	32	c
3	b	33	b,c,d
4	d	34	c
5	c	35	c
6	a	36	c
7	a	37	c
8	a	38	40192
9	a	39	b
10	b	40	b
11	b	41	b
12	b	42	a
13	a	43	b
14	a	44	b
15	d	45	a
16	b	46	b
17	b	47	a
18	b	48	a
19	a	49	c
20	a	50	c
21	b	51	b
22	c	52	c
23	b	53	c
24	b	54	b
25	a	55	b
26	c	56	c
27	c	57	b
28	a	58	b
29	c	59	c
30	a	60	f

# 13-Corrigé ENSTP 2013

Question	Réponse	Question	Réponse
1	c	25	c) 0,08j
2		26	a. $P_1V_1 = nRT_1$ et $P_2V_2 = nRT_2$ ce qui nous donne $T_2 = P_2 \times T_1/p_1 = 54^0C$
3	b	27	a. $P_1V = nRT_1$ et $P_2V = nRT_2$ ce qui donne $P_2 = P_1xT_2/T_1 = 9,4atm$
4	c	28	c. $\%C = \frac{(2 \times M(C))}{(M(C_2H_4))} \times 100 = 85,71$ et $\%H = \frac{(4 \times M(H))}{(M(C_2H_4))} \times 100 = 14,29$
5	c	29	d. 2-méthylpentane
6	c	30	b. les éléments de transitions sont les éléments dont leurs couches externes se terminent par $(n-1)d^x nS^2$ .
7	d	31	c. c. Actinium (Ac) au Lawrencium (Lr)
8	c	32	a. Un alcool secondaire
9	b	33	c. $n.o(Na) + n.o(Cl) + 4xn.o(O) = 0 \Rightarrow n.o(Cl) = +7$ car $n.o(O) = -2$
10	b	34	c. $sp^3$
11	b	35	Données incomplètes.
12	a	36	a. La quantité de matière contenant autant de molécules qu'il y a d'atomes dans 12g de carbone 12
13	b	37	si $\alpha$ est le coefficient de dissociation, alors la constante d'acidité est donnée par : $K_A = \frac{C_0\alpha^2}{(1-\alpha)} = 1,32 \times 10^{-4}$ . Or $K_A \times K_B = K_e = 10^{-14} \Rightarrow K_B = 7,6 \times 10^{(-11)}$
14	d	38	a. $pH = pKa + \log\left(\frac{[base]}{[acide]}\right)$ et si $[base] = [acide]$ alors $pH = pKa$
15	d	39	d. ${}^{14}_7N$ et ${}^{12}_6C$
16	b	40	
17	a	41	c. Un alycne
18	$f(x) = ke^{-wt} + 2x^2 + \frac{1}{4}x - r$ $r \in \mathbb{R}$	42	d. 19 protons, 19 électrons et 20 neutrons
19		43	a. UsainBolt
20	$x = \log(\sqrt{5} + 1)$	44	c. Mark Elliot Zukerberg

21	$x = \frac{\ln(1 + \sqrt{5})}{\ln 2}$	45	b. Timothy Berners-Lee
22		46	e. Michaëlle Jean
23	0,979	47	c. Brésil
24	$p'(-2\sqrt{3}, \frac{3}{2})$	48	c. Washington DC



# 14-Corrigé ENSTP 2014

Ques tions	Réponse	Ques tions	Réponse	Ques tion	Réponse
1	1/8	2	Si et seulement si $x \neq \pm 2$	3	8
4	$k < -1$	5	$x \in \mathbb{R}, x \neq 0, x \neq \pm 1$	6	$k = 0$ et $k = 4$
7	$3x - 6y + 1 = 0$	8	inférieure à la moitié du périmètre	9	une droite
10	$a < 2$	11	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	12	si et seulement si $- \leq x \leq 1$
13	18	14	$\{-2 \leq x < 1\} \cup \{x \geq 1\}$	15	leur produit est 1
16	a	17	b	18	vrai
19	$4\sin^2 x$	20	c	23	c
22	c	23	c	24	c
24	il mesure $120^\circ$	26	b	27	c
28	c	29	c	30	$ x  \leq 1$ ou $ y  \leq 1$
31	$\frac{2}{3}\pi < x \leq \pi$	32	d	33	a
34	b	35	vide	36	b
37	b	38	l'ensemble des solutions est vide	39	b
40	c	41	Pascal	42	Parallèle avec la même orientation
43	donne un point à tous les étudiants	44	1m/s	45	c
46	10cm	47	la friction entre les roues et la route	48	c
49	seulement au couple	50	$\sqrt{2}$	51	Environ 20m
52	c	53	5,1m	54	c
55	5,1m	56	$\sqrt{2}/2$	57	c
58	d	59	b	60	d
61	$K_c \frac{[C]^c [D]^d}{[A]^a [C]^c}$	62	Première loi de la thermodynamique	63	Autocatalyse
64	807kj/mol	65	65g de zinc contiennent le même nombre d'atome que 85g d'astate	66	3-bromo-3-methylhexane
67	$HIO_4, HBrO_4, HClO_4$	68	1/24	69	$2,4 \times 10^{20}$
70	Faux	71	1 <sup>er</sup> loi thermodynamique	72	$C_2H_6N$
13673	$Cl_2 + 2KOH \rightarrow KClO + H_2O$	74	3	75	Effet de serre

76	Dr Nkoussa Clarice Diami-Zouma	77	30 sénateur	78	Ghana
79	Université de Ngaoundéré	80	Jupiter	81	
82	No	83	A single guttering candle	84	amchair
85	The	86	L'Afrique occidentale	87	Coquer
88	un usage modéré	89	Oui	90	Courent
91		92	b	93	L'énergi n'est ni créé ni détruite mais est convertis en une autre forme d'ébergie
94	Charge électrique à l'arrêt	95			

# Note de l'éditeur

As $\TeX$  Edition est un groupe d'experts dans les traitements de textes à base du logiciel L $\text{\AA}$ T $\text{\E}$ X. Ce groupe, constitué de jeunes professeurs des lycées, a été mis sur pieds pour satisfaire de façon efficace tous ceux et celles qui désireraient monter des documents (livres, annales, magazines, journaux etc) de nature scientifique ou pas de qualité et unique en leurs genre.

Avec As $\TeX$  Edition, donnez plus de couleur à vos documents, présenter votre modèle et nous ferons le reste!!!



La maison As $\TeX$  Edition.