MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE

....

UNIVERSITE DE LOME

REPUBLIQUE TOGOLAISE

Travail-Liberté-Patrie

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'INGENIEURS (ENSI)

Année 2019- 2020

Epreuve de Mathématiques (Durée : 2 heures ; Séries : CD)

EXERCICE I (6 points)

On considère les nombres complexes z_n tels que

$$z_0 = 1 \ et \ z_{n+1} = 2e^{i\frac{\pi}{3}}z_n$$

pour n entier naturel.

On note M_n le point d'affixe z_n dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$, unité graphique 1 cm.

1. Donner la forme trigonométrique et la forme algébrique de z_1; z_2; z_3.
   Placer les points M_0, M_1, M_2, M_3 sur une figure.
2. On pose $d_n = |z_{n+1} - z_n|$.
   Exprimer d_{n+1} en fonction de d_n .
   Quelle est la nature de la suite de terme général d_n ? Donner ses éléments caractéristiques.
3. Donner une interprétation géométrique de d_0, d_1, d_2 .
   Déterminer la longueur de la ligne brisée qui joint les points $M_0, M_1, \dots, M_n$.
   A partir de quelle valeur de n cette longueur est-elle supérieure à 1 km ?

EXERCICE II (4 points)

Pour tout entier naturel n , on pose :

$$u_n = \int_0^1 e^{-nx^2}dx.$$

1. Montrer que $(u_n)_{n\in IN}$ est une suite monotone et convergente.
2. En écrivant, pour $n \geq 1$:

$$u_n = \int_0^{\frac{1}{\sqrt[4]{n}}} e^{-nx^2}dx + \int_{\frac{1}{\sqrt[4]{n}}}^{1} e^{-nx^2}dx ,$$

montrer que :

$$0 \leq u_n \leq \frac{1}{\sqrt[4]{n}} + e^{-\sqrt{n}} .$$

En déduire la limite de u_n quand n tend vers $+\infty$.

EXERCICE III (10 points)

1. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 - \frac{1}{x^2} - 4lnx .$$

a) Etudier le sens de variation de g . Préciser $g(1)$.

b) En déduire le signe de la fonction g sur l'intervalle $]0;\ +\infty[$.

2. On considère la fonction f définie sur $]0;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4x^2} - (lnx)^2 .$$

a) Montrer que, pour tout réel $x\ de\ ]0;\ +\infty[,\ f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

b) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en 0 .

c) Soit f' la fonction dérivée de f ; exprimer $f'(x)$ en fonction de $g(x)$ pour tout réel $x\ de\ ]0;\ +\infty[$.

d) On note (C) la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé d'unité graphique 5 cm. Tracer (C).

3. a) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une seule solution sur l'intervalle $]0; 1]$. On nomme α cette solution.

b) Montrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{x}$ admet une seule solution sur l'intervalle $[1;\ +\infty[$.

On nomme β cette solution.

Montrer que $\alpha.\beta = 1$.

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE

....

UNIVERSITE DE LOME

REPUBLIQUE TOGOLAISE
Travail-Liberté-Patrie

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'INGENIEURS (ENSI)
Année Académique 2019 – 2020

Département de Génie Mécanique
Epreuve de Physiques (Séries : CD ; Durée : 2 heures)

Exercice 1 (10 points)

1- Une bille supposée ponctuelle de masse m = 500 g est lâchée sans vitesse initiale du sommet A d'un plan incliné d'un angle $\propto$ = 20° par rapport à l'horizontale. Les frottements sont négligés.

On donne: AB = l = 1 m.

Déterminer la vitesse V_B de la bille en B.

2- En réalité les frottements existent et la bille lâchée du sommet A du plan incliné sans vitesse initiale arrive en B avec la vitesse V_1 = 2 m/s.

a/ Montrer que l'expression de la force de frottement vérifie la relation :

$$f = m(gsin \propto - \frac{V_1^2}{2l}).$$

b/ Calculer la valeur de la force de frottement f.

3- Arrivée en B avec la vitesse V_1 la bille est assimilée à une particule de charge q = – 4.10^{-7} C. Elle est alors soumise simultanément à l'action du champ de pesanteur $\vec{g}$ et du champ électrique $\vec{E}$ entre deux plaques parallèles et verticales P_1 et P_2.

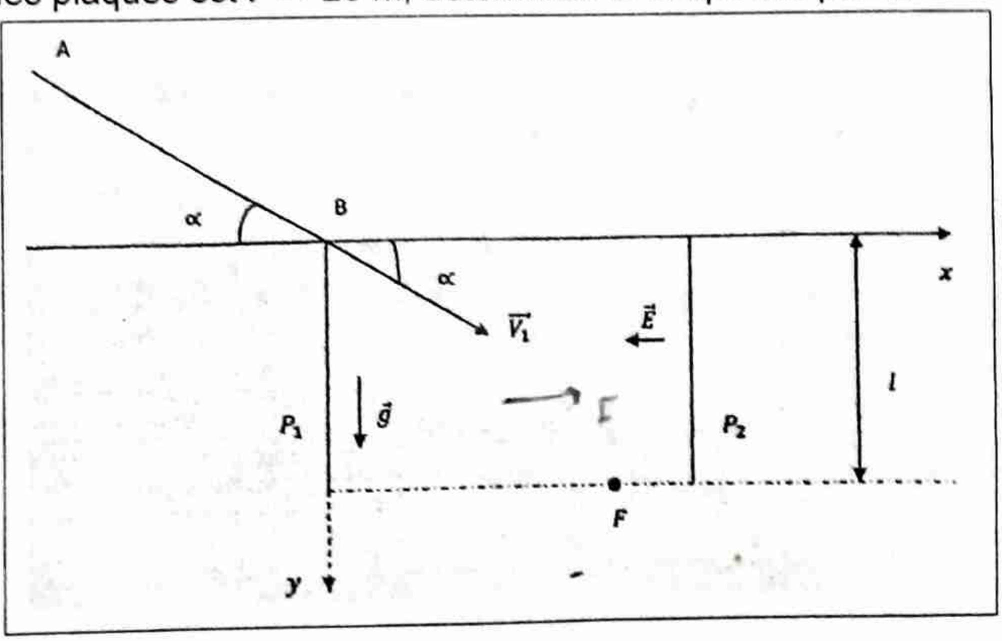
a/ Établir les équations horaires du mouvement de la particule dans le repère (Bx ; By) (voir figure ci-dessous).

b/ Sachant que la longueur des plaques est l = 20 m, déterminer le temps mis par la particule pour arriver au point F.

c/ Sachant que E = 10^5 V/m, déterminer la distance d séparant le point F de la plaque P_1.

On prendra : g = 10 m/s^2.

d/ Déterminer la vitesse V_F de la bille au point F.



Exercice 2 (10 points)

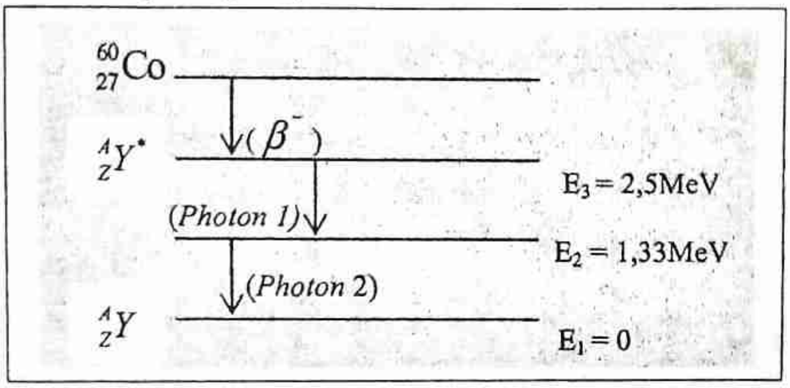
Le cobalt $^{60}_{27}Co$ radioélément très utilisé en médecine pour le traitement du cancer (« bombe au cobalt») est obtenu par bombardement neutronique du cobalt «naturel» $^{59}_{27}Co$.

1- Ecrire l'équation de production du cobalt $^{60}_{27}Co$.

2- Le cobalt $^{60}_{27}Co$ est radioactif β^- et a une constante radioactive $\lambda = 4.10^{-9}\ s^{-1}$.
Ecrire l'équation de la réaction de désintégration de $^{60}_{27}Co$.
Extrait de la classification périodique :

$_{25}Mn$	$_{26}Fe$	$_{27}Co$	$_{28}Ni$	$_{29}Cu$

3- Le noyau fils Y est obtenu à l'état excité d'énergie $E_3 = 2{,}50$ MeV.
Sa désexcitation s'effectue en deux étapes comme indiqué ci-contre.
Calculer les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 des deux photons émis au cours de la désexcitation du noyau fils Y.



4- Un centre hospitalier dispose d'un échantillon de « cobalt 60 » de masse $M_0 = 1\ \mu g$.

a/ Déterminer le nombre de noyau N_0 contenus dans l'échantillon à la date t = 0.

b/ Soit N(t) le nombre de noyaux présents dans l'échantillon à la date t.
Etablir la relation $N(t) = N_0e^{-\lambda t}$.

c/ Le technicien du laboratoire est chargé de contrôler cette source, tous les ans, en déterminant son activité.

c_1/ Définir l'activité A(t) d'une substance radioactive puis l'exprimer en fonction de A_0. (activité à t = 0), λ et t.

c_2/ Le technicien obtient les résultats suivants :

t(ans)	0	1	2	3	4	5	7
A (10^7 Bq)	3,980	3,515	3,102	2,670	2,368	2,038	1,540
ln A							

- Recopier puis compléter le tableau et tracer le graphe ln A = f(t).
- En déduire la constante radioactive λ du « cobalt ».

<u>On donne</u> : Constante d'Avogadro $N_A = 6{,}02.10^{23}\ mol^{-1}$; $M(^{60}_{27}Co) = 60\ g.\ mol^{-1}$;
Célérité de la lumière $C = 3{,}00.10^8\ m.s^{-1}$; Constante de Planck $h = 6{,}62.10^{-34}$ J.s

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE

....

UNIVERSITE DE LOME

REPUBLIQUE TOGOLAISE

Travail-Liberté-Patrie

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'INGENIEURS (ENSI)

Année Académique 2018 – 2019

Epreuve de Mathématiques (Séries : CD ; Durée : 2 heures)

Exercice 1 (8 points)

Dans tout l'exercice, A et B étant deux événements, $p(A)$ désigne la probabilité de A ; $p_A(B)$ la probabilité de B sachant que A est réalisé.

1. Le nombre de clients se présentant en cinq minutes dans une station-service est une variable aléatoire X dont on donne la loi de probabilité :

$$p_i = p(\{X = i\})$$

i	0	1	2
p_i	0,1	0,5	0,4

Calculer l'espérance mathématique de X.

2. Dans cette station-service, la probabilité qu'un client achète de l'essence est 0,7 ; celle qu'il achète du gazole est 0,3. Son choix est indépendant de celui des autres clients.
   On considère les événements suivants :
   C_1 : « en cinq minutes, un seul client se présente » ; 0,5
   C_2 : « en cinq minutes, deux clients se présentent » ; 0,4
   E : « en cinq minutes, un seul client achète de l'essence »
   a- Calculer $p(C_1 \cap E)$.
   b- Montrer que $p_{C_2}(E) = 0{,}42$ et calculer $p(C_2 \cap E)$.
   c- En déduire la probabilité qu'en cinq minutes un seul client achète de l'essence.

   $P(C_2 \cap E)$ $P(E/C_2)$

   $P(C_1 \cap E)$
3. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de clients achetant de l'essence en cinq minutes ; déterminer la loi de probabilité de Y.
4. Calculer $p(\{X = 1\} \cap \{Y = 1\})$.
   Les variables aléatoires X et Y sont-elles indépendantes ?

Exercice 2 (12 points)

On considère la fonction numérique f définie sur IR par : $f(x) = (2x + 1)e^x - (3x + 2)$.

1. Démontrer que la fonction f est solution de l'équation différentielle :
$$y'' - 2y' + y = -3x + 4.$$
2. a/ Etudier les variations de la fonction dérivée f'.

b/ En déduire le signe de f' et le sens de variation de la fonction f.

c/ Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
Dresser le tableau de variation de f.

3. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on désigne par (C) la courbe représentative de la fonction f et par (D) la droite d'équation $y = -3x - 2$.

a/ Que représente la droite (D) pour la courbe (C) ?
Etudier la position relative des courbes (C) et (D).

b/ Tracer les courbes (C) et (D) ; on prendra 2 cm pour unité de longueur.

4. On note (ϑ) la partie du plan limitée par (C), (D) et les droites d'équations respectives :

$$x = \mu \text{ et } x = -\frac{1}{2}, \text{où } \mu < -\frac{1}{2}.$$

a/ Mettre en évidence la partie (ϑ) sur le graphique.

b/ Calculer l'intégrale

$$\int_{\mu}^{-\frac{1}{2}} -(2x+1)e^{x}dx.$$

(on pourra effectuer une intégration par parties).

Exprimer, en fonction de μ, l'aire $A(\mu)$ de (ϑ) en cm².

c/ Déterminer la limite de $A(\mu)$ lorsque μ tend vers $-\infty$.

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
....
UNIVERSITE DE LOME

REPUBLIQUE TOGOLAISE
Travail-Liberté-Patrie

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'INGENIEURS (ENSI)

Année Académique 2018 – 2019

Département de Génie Mécanique
Epreuve de Physiques (Séries : CD ; Durée : 2 heures)

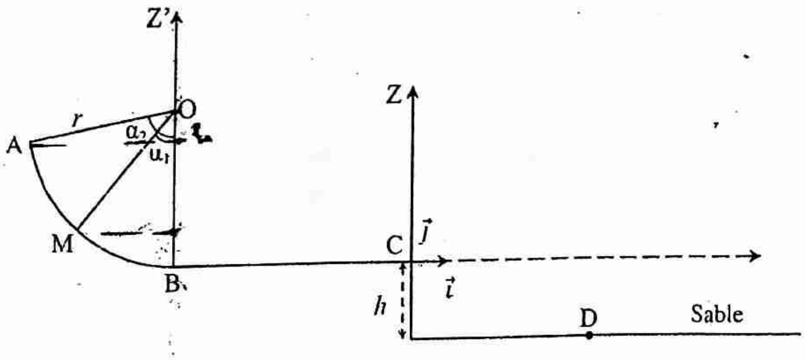
Exercice 1 : Mécanique (12 points)

Dans la cour d'une école maternelle se trouve une glissière dont le profil est représenté dans le plan vertical. Cette glissière est constituée :

- d'un arc de cercle $\widehat{AB}$ de rayon r ;
- d'une partie rectiligne BC, de longueur L, située à une hauteur h du sol.

Un enfant de masse m est en mouvement sur cette glissière.

On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie G de cet enfant.



1. Étude du mouvement sur AB

Sur ce trajet, l'enfant part sans vitesse initiale du point A. Les forces de frottement sont négligées.

La position du centre d'inertie G est repérée au point M par l'angle $\alpha_1 = (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OB})$.

1.1. Faire le bilan des forces appliquées à l'enfant en M et les représenter.

1.2. Déterminer l'expression de la vitesse v_M en fonction de g, r, α_1 et α_2 en utilisant le théorème de l'énergie cinétique entre A et M.

1.3. Déduire l'expression de v_B au point B.

1.4. Calculer v_B.

2. Étude du mouvement sur BC

L'enfant aborde la partie rectiligne BC avec la vitesse $v_B = 3$ m.s^{-1}. Sur cette partie, les frottements sont équivalents à une force constante $\vec{f}$ de même direction et de sens opposé au vecteur-vitesse. Il atteint le point C avec la vitesse $v_B = 1{,}2$ m.s^{-1}.

2.1. Déterminer la valeur algébrique a_x de l'accélération $\vec{a}$ du mouvement de G.

2.2. Faire le bilan des forces exercées sur l'enfant. Représenter qualitativement ces forces.

2.3. Déterminer la valeur f de la force de frottements $\vec{f}$ en utilisant le théorème du centre d'inertie.

3. Étude du mouvement au-delà de C

L'enfant quitte la piste au point C et atterrit dans le sable au point D sous l'action de son poids. L'instant de passage en C est pris comme origine des dates.

3.1. Montrer que son mouvement est uniformément varié.

3.2. Établir dans le repère $(C, \vec{\imath}, \vec{\jmath}$ les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$.

3.3. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire $z = f(x)$ du mouvement de G.

3.4. Déterminer au point de chute D :

3.4.1. les coordonnées x_D et z_D ;

3.4.2. la vitesse de chute V_D.

Données : $m = 10$ kg ; $g = 10$ m.s^{-2} ; $r = 1$ m ; $h = 10$ cm ; BC = L = 1 m ; $\alpha_2 = 60°$.

Exercice 2 : Circuit R,L,C (08 points)

Lors d'une séance de Travaux Pratiques vous étudiez un circuit électrique comprenant : une bobine d'inductance L et de résistance interne r, un condensateur de capacité C, un générateur de basses fréquences (G.B.F), un voltmètre et un ampèremètre. Vous réalisez deux expériences.

Expérience 1

Vous associez en série, la bobine, le générateur et l'ampèremètre. Le voltmètre est branché aux bornes du G.B.F et indique une tension efficace U.

Données : U = 12 V ; $i(t) = 1{,}2\sqrt{2}cos(100\pi t - 0{,}92)$ où $i(t)$ est l'intensité du courant dans le circuit électrique.

Expérience 2

Vous insérez dans le circuit précédent le condensateur de capacité $C = 4.10^{-4}F$. Il apparaît alors la résonance d'intensité. La valeur efficace de la tension reste égale à 12 V.

1. **Étude du circuit de l'expérience 1**

1.1. Faire le schéma du circuit électrique de l'expérience 1.

1.2. Donner la pulsation ω du G.B.F ;

1.3. Déterminer :

1.3.1. la phase $\varphi_{u/i}$ de la tension $u(t)$ par rapport à l'intensité $i(t)$;

1.3.2. l'expression de la tension $u(t)$ aux bornes du G.B.F ;

1.3.3. l'impédance Z_B de la bobine ;

1.3.4. la résistance interne r de la bobine ;

1.3.5. l'inductance L de la bobine.

2. **Étude du circuit de l'expérience 2**

Pour la suite de l'exercice, on prendra : Résistance interne $r = 6\Omega$; inductance $L = 2{,}5.10^{-2}H$.

2.1. Définir la résonance d'intensité.

2.2. Déterminer :

2.2.1. la valeur I_0 de l'intensité efficace à la résonance ;

2.2.2. la tension U_C aux bornes du condensateur ;

2.2.3. la tension U_B aux bornes de la bobine ;

2.2.4. le facteur de qualité Q du circuit.

CONCOURS D'ENTREE A L'ENSI

Année Universitaire 2015-2016

Epreuve de Test Ecrit. Questions à Choix Multiples (QCM) de Mathématiques et Physiques Lundi 21 septembre 2015, durée 3h00

Sur la feuille de réponse (les deux dernières feuilles) codez les 3 chiffres correspondant à votre numéro de candidat (noircir les cases des chiffres de votre numéro) et écrivez votre Nom et Prénoms. Pour chacune des questions ci-dessous, choisir la bonne réponse sur la feuille de réponse en noircissant la case correspondant à votre choix. Chaque bonne réponse vaut 1 point

A - Physiques

Question 1 Parmi les affirmations suivantes choisir celle correspondant à la bonne définition de deux forces qui se compensent. Deux forces qui se compensent ont :

[A] Le même sens, la même direction et la même valeur

[B] La même direction, le même sens et la même valeur

[C] La même direction, le même sens et des valeurs différentes

[D] La même direction, des sens opposés et la même valeur

Question 2 Parmi les types de courants suivants, donner celui fourni par une pile électrique.

[A] alternatif [B] continu [C] asynchrone [D] synchrone

Question 3 Deux billes de masse M et m (M > m), assimilables à des points matériels, sont lâchées sans vitesse initiale à une hauteur h du sol, dans une région où le champ de pesanteur est constant. On néglige la résistance de l'air. Parmi les affirmations suivantes, laquelle est exacte?

[A] les deux billes atteignent le sol simultanément

[B] la bille m atteint le sol en premier

[C] la bille M atteint le sol en premier

[D] L'ordre d'arrivée au sol dépend de la latitude du lieu de l'expérience

Question 4 Dans un référentiel d'origine O, un mobile M est en mouvement sous l'action d'une force. Parmi les grandeurs ci-dessous, relative au mobile, quelle est celle qui ne dépend pas du référentiel dans lequel on étudie le mouvement .

[A] l'énergie cinétique [B] le vecteur position [C] la masse [D] la vitesse

Question 5 Parmi les expressions suivantes choisir celle correspondant au travail $W_{AB}(\vec{F})$ d'une force constante $\vec{F}$ dont le point d'application se déplace de A à B.

[A] $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{BA}$ [B] $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$. [C] $W_{AB}(\vec{F}) = \frac{\vec{F}}{\overrightarrow{AB}}$

Question 6 . Parmi les affirmations suivantes choisir celle correspondant à la bonne définition du Kelvin. Le Kelvin est défini comme étant

[A] la 273,16ème partie de la capacité calorifique de l'eau pure

[B] la 273,16ème partie de la température de congélation de l'eau pure

[C] la 273,16ème partie de la température thermodynamique de l'eau pure

[D] la 273,16ème partie de la température de l'air

Question 7 Parmi les valeurs suivantes choisir celle équivalente à 1 degré. Un degré (1 degré) est égal à

[A] 2πradians [B] $(180/\pi)$radians [C] 10radians [D] $(\pi/180)$radians

Question 8 Un passager est assis dans un train se déplaçant à vitesse constante sur une voie rectiligne. Parmi les affirmations suivantes, dire laquelle est bonne

[A] Le passager est en mouvement uniformément accéléré dans le référentiel terrestre

[B] Le passager est en mouvement rectiligne uniforme dans le référentiel terrestre

[C] Le passager est immobile dans le référentiel terrestre

[D] Le passager est en mouvement rectiligne uniforme dans le référentiel du train

Question 9 A quoi correspondent les dimensions MLT^{-2} où M désigne une unité de masse, L une unité de longueur et T une unité de temps?

[A] Une accélération [B] Une force de masse, indépendante de la pesanteur
[C] Une force de poids, dépendante de la pesanteur [D] Une vitesse

Question 10 La tension aux bornes d'un conducteur ohmique vaut U=3,5V. L'intensité du courant qui le traverse est de 50mA. Parmi les valeurs suivantes choisir celle correspondant à la résistance de ce conducteur ohmique.

[A] 7 Ω [B] 70 Ω [C] 0,7 Ω [D] 0,07 Ω

Question 11 Vous êtes assis dans une voiture de chemin de fer, dans le sens de la marche. Les fenêtres sont fermées et le train roule à vitesse constante sur une voie horizontale. Vous jetez une boule en l'air, verticalement, puis votre main s'immobilise. Où la boule retombe-t-elle ?

[A] sur votre main [B] ailleurs [C] en arrière de votre main
[D] en avant de votre main

Question 12 Un parachutiste avec son équipement a une masse de 80 kg. Durant une partie de sa descente il a une trajectoire verticale et une vitesse de valeur constante. Il est soumis à deux forces: son poids $\vec{P}$ et les frottements $\vec{F}$ exercés par l'air. Quelle est la valeur de la force exercée par l'air? Donnée : $g = 10N.kg^{-1}$.

[A] 800 N [B] 80N [C] 8Kg [D] 8N

Question 13 La valeur de la vitesse d'un point matériel de masse m = 100 g est v = 36 km / h. Parmi les valeurs suivantes choisir celle correspondant à la quantité de mouvement à cet instant.

[A] $1,5kg.m.s^{-1}$ [B] $100kg.m.s^{-1}$ [C] $3,6kg.m.s^{-1}$ [D] $1,0kg.m.s^{-1}$

Question 14 Parmi les types de courants suivants, donner celui fourni par un réseau de distribution électrique.

[A] alternatif [B] continu [C] pulsé [D] synchrone

Question 15 Parmi les valeurs suivantes choisir celle correspondant à l'énergie électrique WE reçue par un récepteur dont la tension à ses bornes est 3,0 V lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité 1,0 A pendant une durée de 20 ms:

[A] 6.10^{1} J [B] 6.10^{-2} J [C] 3.10^{-2} J [D] 3 W

Question 16 On dispose de deux résistances: R1=30 Ω et R2=15 Ω. Parmi les valeurs suivantes choisir celle correspondant à la résistance équivalente à leur association en parallèle.

[A] 30 Ω [B] 45 Ω [C] 10 Ω [D] 15 Ω

Question 17 Soit un câble de section 6 mm^2, de résistivité 0,16 Ωm et de longueur 1km La résistance que celui-ci opposera au passage d'un courant électrique est:

[A] 27 KΩ [B] 2,7 MΩ [C] 27 MΩ [D] 0,027 Ω

Question 18 Parmi les unités suivantes, donner celle qui représente l'unité de mesure de la résistance électrique

[A] L'Ampère [B] L'Ohm-mètre [C] L'Ohm [D] Le Henry

Question 19. Parmi les formes d'ondes suivantes, donner celle du courant alternatif fourni par le réseau de distribution électrique.

[A] hyperbolique [B] sinusoïdale [C] triangulaire [D] carrée

Question 20 Parmi les unités suivantes, donner celle qui représente l'unité de mesure de l'intensité du courant électrique.

[A] Le Watt [B] L'Ampère-Heure [C] L'Ampère [D] Le Volt

Question 21 Parmi les affirmations suivantes choisir celle correspondant à la bonne définition du point d'ébullition des matériaux. Le point d'ébullition des matériaux, c'est le passage

[A] de l'état solide à l'état gazeux [B] de l'état solide à l'état liquide
[C] de l'état liquide à l'état gazeux [D] de l'état gazeux à l'état liquide

Question 22 Une masse m, soumise au champ de pesanteur terrestre de valeur $g = 9,81\ N / kg$ peut se déplacer sans frottement d'un point A à un autre point quelconque C en suivant deux trajets différents : Trajet 1 : le trajet vertical AB puis le trajet horizontal BC.(BC = a) Trajet 2 : le trajet suivant le segment AC de longueur b. On désigne par W1 et W2 le travail du poids dans chacun des deux cas. Indiquer laquelle des expressions proposées est correcte :

[A] $W1 = m.g.(AB+a)$ et $W2 = m . g . b$ [B] $W1 = W2$
[C] $W1 = m . g . a$ et $W2 = m . g . b$ [D] $W1 > W2$

Question 23 Parmi les affirmations suivantes choisir celle correspondant au rôle d'un générateur dans un circuit électrique. Dans un circuit électrique, le générateur :

[A] Fournit de l'énergie à lui-même et au reste du circuit
[B] Reçoit de l'énergie de la part du circuit
[C] Fournit de l'énergie au reste du circuit
[D] N'échange pas d'énergie avec le reste du circuit

Question 24 Une bobine de résistance $r = 20\ \Omega$ et d'inductance $L = 0,10\ H$ est traversée par un courant constant d'intensité $I = 0,10\ A$. Parmi les valeurs suivantes choisir celle correspondant à la tension aux bornes de la bobine:

[A] 20 V [B] 2,0 V [C] 0,20 V [D] 20 mV

Question 25 Parmi les affirmations suivantes choisir celle correspondant à la bonne façon de repérer les forces auxquelles est soumis un corps. Pour repérer les forces auxquelles est soumis un corps , il faut:

[A] indiquer la nature du mouvement de ce corps
[B] identifier les objets qui exercent une action sur ce corps
[C] connaître l'évolution de la valeur de sa vitesse
[D] identifier les actions exercées par ce corps sur les objets qui l'entourent

B - Mathématiques

Question 26 Parmi les expressions ci-dessous, choisir celle correspondant à la décomposition de 360 en facteurs premiers. (note: dans les réponses proposées, . est le signe de la multiplication).

Question 27 Parmi les affirmations suivantes, choisir la bonne réponse. On définit la hauteur d'un triangle comme étant

[A] la perpendiculaire au milieu d'un des côtés

[B] la distance séparant un des sommets du milieu du côté opposé

[C] la normale au milieu d'un des côtés abaissée au sommet opposé

[D] la normale à un des côtés abaissée au sommet opposé

Question 28 Dans la série des nombres ci-après, reconnaître la technique de formation des nombres et dire parmi les réponses suivantes, laquelle remplace le X ? 2 - 14 - 11 - 23 - X - 32

[A] 20 [B] 27 [C] 25 [D] 23

Question 29 Sur des cartes identiques, on écrit les lettres P, E, R, D. On les met dans un sac et on tire une carte au hasard. La probabilité de tirer une voyelle est égale à:

[A] 1 [B] 1/2 [C] 3/4 [D] 1/4

Question 30 x et y sont deux entiers positifs. Si $3^{2x} . 3^{2y} = 81$, quelle est la valeur de $x + y$?

[A] 3/2 [B] 4 [C] 2 [D] 81/2

Question 31 Pour célébrer la réussite d'un élève à l'examen du baccalauréat, ses "m" amis ont décidé de contribuer à parts égales à un déjeuner offert à son honneur pour un coût total de "y" FCFA. Si à la dernière minute "p" amis ($p < m$) se trouvent dans l'incapacité de contribuer, quel est le montant additionnel que chacun des autres amis doit payer.

[A] $\frac{y}{m}$ [B] $\frac{y}{m-p}$ [C] $\frac{py}{m(m-p)}$ [D] $\frac{py}{m-p}$

Question 32 Durant un cycle complet d'un feu de signalisation routière, le vert dure 40 secondes, le jaune-orange dure 10 secondes et le rouge dure 30 secondes. Quelle est la probabilité que durant un temps "t" pris au hasard le feu de signalisation ne soit pas rouge?:

[A] 3/4 [B] 7/8 [C] 5/8 [D] 1/3

Question 33 On lance un dé à six(06) faces et on note le résultat de la face du dessus. La probabilité d'obtenir un nombre divisible par 3 est:

[A] 1/6 [B] 1/4 [C] 1/3 [D] 1/2

Question 34 Parmi les affirmations suivantes, choisir la bonne réponse. La fonction $y = \frac{x-1}{x+2}$ est définie en :

[A] R [B]]-∞ , -2[et]-2 , +∞[[C]]-2 , +∞[[D]]-∞ , -2[et [-2 , +∞[

Question 35 Le prix d'un produit dérivé du pétrole a augmenté de 60% durant l'année 2005. Parmi les affirmations suivantes, choisir la bonne réponse. Pour revenir à sa valeur initiale, ce prix doit baisser de:

[A] 60% [B] Je ne sais pas [C] 70% [D] 37,5% [E] 40%

Question 36 Parmi les affirmations suivantes, choisir la bonne réponse. Quand on multiplie les deux membres d'une inéquation du premier degré par un nombre strictement négatif, on....

[A] ne change rien [B] ne peut pas le faire [C] obtient une inéquation équivalente [D] change le sens de l'inégalité

Question 37 Si n est un entier positif et $2^{n} + 2^{n+1} = k$, que vaut 2^{n+2} en fonction de k .

Question 38 Parmi les affirmations suivantes, choisir la bonne réponse. [illegible] l'ensemble R des nombres réels [illegible] a pour dérivée la fonction f telle que pour tout réel [illegible]

A Faux B Je ne sais pas C Vrai

Question 39 Parmi les affirmations suivantes, choisir la bonne réponse. La fonction [illegible]

A Toujours croissante B croissante de]-∞, 0[et]3, +∞[
C croissante de]-∞, 0[et]2, +∞[D croissante de]-∞, 0[et [2, +∞[

Question 40 Parmi les affirmations suivantes, choisir la bonne réponse. Dans un repère à deux dimensions, le rapport de la variation d'ordonnée et de la variation d'abscisse représente:

A Un coefficient angulaire B Un rapport d'angles C Une courbe
D Une surface

Question 41 Parmi les affirmations suivantes, choisir la bonne réponse. Le système d'équations $2x+3y=5$ et $4x+6y=10$ a pour solution:

A impossible B l'équation d'une droite C un couple de nombres réels
D l'équation d'une parabole

Question 42 Un sac contient des boules rouges, des boules bleues et des boules jaunes. La probabilité de tirer au hasard une boule rouge est 1/4 et la probabilité de tirer au hasard une boule bleue est 1/6. Quel est le nombre total de boules dans le sac:

A 18 B 12 C 22 D 10

Question 43 Parmi les affirmations suivantes, choisir la bonne réponse. L'inéquation $8x - 7 > 3x + 8$ a pour solution:

A $]3;+\infty[$ B $]3;+\infty]$ C $[3;+\infty[$ D $[3;+\infty]$

Question 44 Tu dois couvrir une surface de 120 cm² avec des plaques rectangulaires de 3 cm sur 2 cm qui doivent rester entières. Parmi les rectangles suivants dont les dimensions sont indiquées, dire lequel tu ne pourras couvrir avec ces plaques?

A 12 cm sur 10 cm B 30 cm sur 4 cm C 24 cm sur 5 cm D 20 cm sur 6 cm

Question 45 Vous vendez des marchandises soumises à des impôts. Le taux d'imposition est initialement de 18% et l'état vient de prendre un décret le ramenant à 6%. Quel est votre gain pour des marchandises d'un coût hors taxes de 80000 F CFA ?

A 4800FCFA B 9600FCFA C 14400FCFA D 960FCFA

Question 46 Un père a 36 ans, ses deux fils ont l'un 8 ans et l'autre 4 ans. Quel âge aura le père quand la somme des âges des deux enfants sera égale à 60 ans ?

A 60ans B 58ans C 65ans D 55ans

Question 47 Soit l'équation $(x-8)(x-k) = x^2 - 5kx + m$ où m et k sont des constantes. Si cette équation est vérifiée pour tout x, quelle est la valeur de m

A 16 B 8 C 32 D 24

Question 48 Pauline a passé la moitié de ses vacances à Lomé, un tiers à Kara et le reste, soit dix jours, à la campagne. Quelle a été la durée totale de ses vacances ?

[A] 64jours [B] 66jours [C] [illegible]jours [D] 60jours

Question 49 Dans la série des nombres ci-après, reconnaître la technique de formation des nombres et dire ce que vaut X dans ladite série 0,25 - 1/2 - 5/5 - 16/8 - 64/16 - X

[A] 192/24 [B] 324/20 [C] 15,60 [D] 192/20

Question 50 En 20 ans, la population d'une commune rurale a augmenté de 40%. Le taux d'accroissement moyen annuel, arrondi à 10^{-2}, est de 1,70%.

[A] Vrai [B] Faux [C] Je ne sais pas

Question 51 Un produit de valeur initiale 500 FCFA subit en décembre une hausse de 11 %, puis en avril une baisse de 11 %. Quelle est sa valeur finale ?

[A] 495FCFA [B] 500FCFA [C] 493,95FCFA [D] 445FCFA

Question 52 Dans la série des nombres ci-après, reconnaître la technique de formation des nombres et dire ce que vaut X dans ladite série 1, 2, 12, 212, 12212, __X__

[A] 2121212 [B] 221211 [C] 2122212 [D] 2112211

Question 53 Vincent a rendez-vous chaque jour de la semaine à 14 heures avec son dentiste mais ce dernier est systématiquement en retard. Le lundi, Vincent a été reçu à 14 h 30, le mardi à 15 h 20, le mercredi à 16 h 30. A quelle heure sera reçu Vincent le jeudi ?

[A] 18h 00 [B] 17h 00 [C] 17h 40 [D] 17h 20

Question 54 Lors d'une expérience aléatoire, on considère deux événements indépendants A et B qui vérifient P(A)=0,3 et P(B)= 0,5. Parmi les affirmations suivantes concernant P(A∪B), choisir la bonne réponse.

[A] P(A∪B)= 0,65 [B] P(A∪B)=0,8 [C] P(A∪B)= 0,15 [D] P(A∪B)= 0,20

Question 55 Une personne repeint en deux couches, les murs et le plafond de sa cuisine qui mesure 4 m de long, 3 m de large et 2 m de haut. Un pot de un kilo de peinture permet de couvrir 12 m^2. Combien de pots devra-t-elle acheter ?

[A] 5 [B] 7 [C] 8 [D] 9

Question 56 Parmi les affirmations suivantes, choisir la bonne réponse. L'intégrale $\int_0^1 3xe^{x^2}\,dx$ est égale à:

[A] 3e/2 [B] Je ne sais pas [C] 6(e-1) [D] 3(e-1)/2

Question 57 Une étude statistique sur des séances de «tir au but» a montré que 75% des tirs au but étaient réussis. Au cours d'un match de football, 4 tirs au but, que l'on suppose être des épreuves aléatoires indépendantes, ont été effectués. «La probabilité qu'au moins un des quatre tirs au but échoue est de 0,254»

[A] Je ne sais pas [B] Vrai [C] Faux

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE

REPUBLIQUE TOGOLAISE
Travail-Liberté-Patrie

....

UNIVERSITE DE LOME

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'INGENIEURS (ENSI)

Année 2016 - 2017

Epreuve de Mathématiques (Durée : 2 heures ; Série : D)

Exercice 1(07 points)

1- Un sac contient 20 jetons indiscernables au toucher. Parmi ces 20 jetons, n sont rouges et les autres sont noirs. (n entier naturel inférieur ou égal à 20).
On tire au hasard et simultanément deux jetons et on observe les couleurs obtenues.
Soit A_n l'événement " Les deux jetons tirés sont de couleurs différentes ".

a/ Calculer, en fonction de n, la probabilité de l'événement A_n.

b/ Etudier les variations de la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \to -x^2 + 20x.$$

c/ Déterminer le nombre de jetons de chaque couleur afin que la probabilité de l'événement A_n soit maximale. Quelle est alors cette probabilité ?

2- Soit B_n l'événement "Les deux jetons tirés sont rouges".
Calculer, en fonction de n, la probabilité de l'événement B_n.

3- On définit le jeu suivant : Le joueur tire deux jetons du sac. Si les deux jetons sont rouges il gagne 300 F, sinon il perd 100 F.

a/ Calculer l'espérance de gain du joueur (on rappelle qu'une perte est un gain négatif).

b/ Quel doit être le nombre de jetons rouges dans le sac afin que ce jeu soit favorable au joueur ?

Exercice 2 (13 points)

I- Soit u la fonction numérique définie par : $u(x) = 1 - xe^{-x}$.

1- Etudier le sens de variation de u (on ne demande ni les limites ni le tableau de variation).

2- En déduire le signe de u(x) suivant les valeurs de x.

II- On considère la fonction f de la variable réelle x définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{-4\ln(-x)}{x} \text{ si } x \in]-\infty, -1[\\ f(x) = (x+1)(1+e^{-x}) \text{ si } x \in [-1, +\infty[\end{cases}$$

et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormal $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (unité: 2 cm).

1-a/ Vérifier que f est continue en -1.

b/ Etudier la dérivabilité de f. Interpréter graphiquement le résultat.

c/ Calculer la limite de f aux bornes de son ensemble de définition. Préciser les éventuelles asymptotes à (C).

d/ Montrer que la droite (D) d'équation: $y = x + 1$ est asymptote à (C). Etudier la position relative de (C) et (D) sur l'intervalle $[-1, +\infty[$.

e/ Vérifier que pour $x < -1$, $f'(x) = \dfrac{4(\ln(-x)-1)}{x^2}$.

f/ Etudier les variations de f sur $]-\infty, -1[$, puis sur $[-1, +\infty[$ et dresser le tableau de variations de f.

g/ Montrer qu'il existe un unique point d'abscisse supérieur à -1 où la tangente (T) à (C) est parallèle à la droite (D). X

h/ Montrer que la courbe (C) est située au-dessus de l'axe des abscisses.

i/ Tracer la courbe (C) et ses asymptotes, puis la tangente (T) à (C)

Exercice 1 (08 points)

1- On branche un voltmètre aux bornes d'une source de courant alternatif sinusoïdal de fréquence $f = 50$ hertz. Il indique une tension de 220V.
Donner l'expression de la tension instantanée en prenant comme origine des temps l'instant où cette tension passe par son maximum.

2- On constitue un circuit en disposant, en série avec la source, un conducteur ohmique de résistance R, une bobine de résistance r et de coefficient d'auto-induction L, et un ampèremètre. L'ampèremètre indique une intensité $I = 3,5A$, un voltmètre indique $U_1 = 140V$ aux bornes du conducteur ohmique et $U_2 = 121V$ aux bornes de la bobine.

a/ Exprimer les impédances Z_1, Z_2 et Z en fonction des données expérimentales (I, U_1, U_2, U).

b/ Exprimer R, r, L en fonction de Z_1, Z_2 et Z.

c/ Calculer les valeurs de R, r et L.

d/ Ecrire l'expression de i.

3- La tension de la source restant la même, on ajoute en série dans le circuit précédent, un condensateur de capacité C.

a/ Quelle doit être la valeur de C pour que l'intensité efficace soit la même que dans la questio 2.

b/ Donner alors l'expression de l'intensité instantanée.

Exercice 2 (06 points)

1- A l'aide d'une lentille L_1 de vergence $C_1 = 25\ \delta$, on obtient l'image A_1B_1 d'un objet AB de 1 cm de hauteur placé à 6 cm devant L_1.

a/ Quelles sont la nature et la distance focale f_1' de L_1 ?

b/ Quelles sont la position, la nature et la hauteur de A_1B_1 ?

2-Une lentille L_2 est placée entre L_1 et A_1B_1, à une distance x de L_1. Pour recevoir une image nette et renversée A_2B_2 de AB, il faut placer un écran à la distance $D = 12,5$ cm de L_1.

a/ Quel est le rôle de A_1B_1 pour la lentille L_2 ?

b/ Exprimer la distance focale f_2' de L_2 en fonction de x puis étudier le signe de f_2' en fonction de x.

c/ En déduire la nature de L_2.

d. Calculer f'_2 sachant que $x = 11$ cm

3- Faire une construction géométrique où apparaitront L_2, A_1B_1 et A_2B_2

Echelles : - horizontale : 2 cm sur le papier pour 1 cm

- verticale : 1 cm sur papier pour 1 cm

Exercice 3 (06 points)

Données: – constante de Planck : $h = 6{,}62.\ 10^{-34}$ J.s

– célérité de la lumière : $c = 3.10^{8}$ m.s^{-1}

– $E_o = 13{,}6$ eV

– $1\text{eV} = 1{,}6.10^{-19}$ J

Les différents niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation $E_n = -E_o/n^2$.

1-a/Calculer les niveaux d'énergie E_3 et E_2 de l'atome d'hydrogène.

b/ Une transition du niveau d'énergie E_3 vers le niveau d'énergie E_2 se fait-elle par absorption ou par émission d'un photon?

2- On envoie sur des atomes d'hydrogène dans l'état fondamental ($n = 1$), différents photons d'énergies respectives: 10,2 eV;.11,5 eV et 14 eV .

a/ Quels sont les photons pouvant être absorbés ?

b/ Quel est l'état final du système ?

3- La série de Lyman comprend les radiations émises par l'atome d'hydrogène excité ($n \geq 2$) lorsqu'il revient à son état fondamental. Les longueurs d'onde des radiations émises sont telles que $1/\lambda_n = R_H(1 - 1/n^2)$, où R_H est la constante de Rydberg.

a/ Etablir l'expression de R_H en fonction de h, c et E_o.

b/ Quelle est la dimension de R_H ? Justifier.

c/ Calculer R_H.

d/ Calculer l'écart $\Delta\lambda$ entre la plus grande et la plus petite longueur d'onde de la série de Lyman.

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'INGENIEURS (ENSI)

Année 2017 - 2018

Epreuve de Physiques (Durée : 2 heures ; Série : D)

Exercice 1: Dipôle (10 points)

Un expérimentateur étudie la puissance moyenne consommée par un dipôle (D) en fonction de la fréquence des oscillations forcées établies à l'aide d'un générateur de tension. Le dipôle (D) est constitué d'un conducteur ohmique

de résistance $R = 1{,}5\,\Omega$, d'une bobine de résistance r et d'inductance L inconnues, d'un condensateur de capacité C. Tous ces éléments sont en série.

Le générateur impose aux bornes de (D) une tension sinusoïdale de valeur efficace maintenue à U = 2,8 V. On relève avec un wattmètre la puissance moyenne P consommée par (D) en fonction de la fréquence f.

f(Hz)	450	460	470	480	490	500	510	520	530	540	550
P(W)	0,40	0,56	0,78	1,08	1,39	1,56	1,39	1,12	0,8	0,6	0,46

On suppose que la puissance consommée par (D) l'est uniquement par effet Joule.

1. Tracer la courbe donnant P en fonction de f, l'origine des abscisses sera prise pour f = 400 Hz. (Echelle 1 cm = 50 Hz et 1 cm = 0,2 W).

2. a/ Déterminer graphiquement la valeur f_o de la fréquence pour laquelle P est maximale (P_o désigne ce maximum de puissance).

 b/ Relever la valeur de P_o et calculer l'intensité I_o correspondante (I_o est l'intensité de la résonance).

 c/ En déduire la valeur de r.

3. La bande passante à 3 dB (ou à mi-puissance) correspond à toutes les fréquences pour lesquelles l'intensité $I \geq I_o/\sqrt{2}$

 a/ Donner un encadrement des puissances correspondantes.

 b/ A l'aide de la courbe, relever les valeurs f_1 et f_2 ($f_1 < f_2$) des fréquences qui limitent cette bande.

 c/ Déterminer la largeur β de la bande passante et calculer le facteur de qualité Q du dipôle (D).

 d/
 - d_1. Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine.
 - d_2. A partir des valeurs précédentes en déduire la valeur de la capacité C.
 - d_3. Cette valeur est-elle en accord avec celle, (C = 8 μF), fixée par le constructeur ?

Exercice 2 (10 points)

Un solide (S) de masse m, de centre d'inertie G, peut glisser sans frottement sur une tige horizontale. Il est accroché à un ressort (R) à spires non jointives, de raideur k = 4N/m. L'ensemble constitue un oscillateur horizontale non amorti (voir figure 1). La masse du ressort est négligeable devant m et (S) entoure la tige de telle sorte que G se trouve sur l'axe de celle-ci. On étudie le mouvement de translation de (S) dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Lorsque le solide est en équilibre, son centre d'inertie G est situé à la verticale de O, origine de l'axe des abscisses. Le solide est écarté de d =10 cm de sa position d'équilibre et abandonné sans vitesse à la date t = 0 s. On procède à l'enregistrement des positions successives de G au cours du temps par un dispositif approprié. On obtient la courbe ci-dessous (voir courbe).

A) Etude théorique

1) Reproduire sur la copie le schéma de la figure 1. Représenter et nommer les forces en G.

2) Etablir l'équation différentielle du mouvement de G en utilisant la méthode dynamique.

3) La solution de cette équation différentielle est sous la forme $x(t) = X_m \cos(\frac{2\pi t}{T} + \varphi)$.

a) Donner l'expression de la période T en fonction de m et de k.

b) Déterminer par calcul, l'amplitude X_m et la phase φ.

B) Etude pratique (utilisation de la courbe)

1) Déterminer les valeurs de X_m ; T puis de φ.

2) Déduire m.

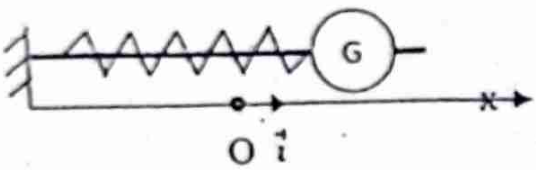
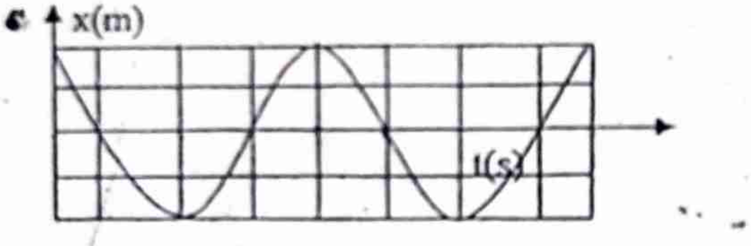


Figure 1



courbe : 0,25s/div et 5cm/div

C) Etude énergétique

L'énergie potentielle de pesanteur est choisie nulle dans le plan horizontal passant par G.

1) Donner l'expression de l'énergie mécanique du système (ressort+ solide), en fonction de K, m, X et $\dot{X}$.

2) L'énergie mécanique étant constante, sa dérivée par rapport au temps est nulle. Retrouver l'équation différentielle du mouvement en dérivant l'énergie mécanique.

Exercice 1 (06 pts)

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par $f(x) = e^x + e^{-x}$.

1- Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.

2- On définit, pour tout n entier naturel non nul, les réels I_n et J_n par :

$I_n = \int_0^1 x^n f(x)dx$ et $J_n = \int_0^1 x^n f'(x)dx$.

a/ Calculer I_1 à l'aide d'une intégration par parties.

b/ Démontrer que $(n+1)I_n = (e + \frac{1}{e}) - J_{n+1}$.

c/ Démontrer que $(n+2)J_{n+1} = (e - \frac{1}{e}) - I_{n+2}$.

d/ Donner la valeur exacte de I_5.

Problème (14 pts)

A/ Soit f la fonction de la variable réelle x définie sur IR par : $f(x) = (2-x)e^x - k$

Où k est un réel fixé qui vérifie : $0 < k < e$.

1. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Calculer $f'(x)$. En déduire le tableau de variation de f. Calculer $f(1)$.
3. a/ Etablir que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions, une notée $\alpha_k \in]-\infty;1[$ et l'autre notée $\beta_k \in]1;+\infty[$.

   b/ Montrer que $e^{\alpha_k} - k\,\alpha_k = (e^{\alpha_k} - k)(\alpha_k - 1)$.

On admettra que β_k vérifie la même relation c'est-à-dire : $e^{\beta_k} - k\,\beta_k = (e^{\beta_k} - k)(\beta_k - 1)$.

4. Préciser le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

B/ 1. Soit u la fonction de la variable réelle x définie sur IR par : $u(x) = e^x - kx$.

a/ Etudier le sens de variation de u.

b/ On rappelle que $0 < k < e$. Justifier la propriété suivante :

Pour tout $x \in$ IR, $e^x - kx > 0$.

2. Soit g_k la fonction définie sur IR par : $g_k(x) = \dfrac{e^x - k}{e^x - kx}$.

(C_k) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal.

a/ Déterminer la limite de g_k en $-\infty$ et en $+\infty$.

b/ Prouver que $g'_k(x) = \dfrac{k.f(x)}{(e^x - kx)^2}$.

c/ En déduire le tableau de variation de g_k. Calculer de $g_k(1)$.

3. On nomme M_k et N_k les points de la courbe (C_k) d'abscisses respectives α_k et β_k.

a/ En utilisant la question 3.b/ de A, montrer que $g_k(\alpha_k) = \dfrac{1}{\alpha_k - 1}$.

b/ Trouver une expression analogue pour $g(\beta_k)$.

c/ Déduire de la question précédente que, lorsque k varie, les points M_k et N_k sont sur une courbe fixe (H) dont on donnera une équation.

4.a/ Déterminer la position relative des courbes (C_1) et (C_2).

b/ Prouver que $\alpha_2 = 0$.

c/ En prenant comme unités 2 cm sur l'axe des abscisses et 4 cm sur l'axe des ordonnées, construire les courbes (C_1), (C_2) et (H) sur le même graphique. (On prendra $\alpha_1 = -1,1$ et $\alpha_2 = 1,6$).

5. Calculer l'aire délimitée par la courbe C_1 et les droites d'équation $x = -3$; $x = 0$ et $y = 0$.