

Algèbre

Suite d'opérations

1 Calculer :

$A=3+2 \times 5$
 $B=(3+2) \times 5$
 $C=7-2+3$
 $D=7 \times 5-3 \times 8$
 $E=(8+19) : 3$

2 Calculer :

$F=10+8-5-2+3$
 $G=3 \times 2 \times 4(5-4)+2$
 $H=3 \times (5-2)-3(7-6)$
 $I=7+2(5-3)-1+3 \times 4$
 $J=5+18 : 3$

Les fractions

3 Ecrire sous la forme d'une fraction simplifiée :

$A = 0,25$ $B = 3,5$ $C = 0,31$
 $D = \frac{25}{15}$ $E = \frac{400}{80}$ $F = \frac{26}{13}$
 $G = \frac{48}{54}$ $H = \frac{3600}{4200}$ $I = \frac{1245}{1245}$

4 Calculer les produits suivants :

$A = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5}$ $B = \frac{5}{4} \times \frac{2}{5}$ $C = \frac{18}{25} \times \frac{15}{27}$
 $D = \frac{83}{6} \times \frac{7}{83}$ $E = 3 \times \frac{2}{5}$ $F = 18 \times \frac{7}{6}$

5 Calculer et simplifier :

$A = \frac{3}{7} + \frac{2}{7}$ $B = 1 + \frac{3}{5}$ $C = 8 - \frac{3}{4}$
 $D = \frac{1}{3} + 3$ $E = \frac{2}{3} + \frac{3}{5}$ $F = \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$
 $G = \frac{3}{5} - \frac{2}{7}$ $H = 2 + \frac{1}{2} + \frac{3}{5}$ $I = \frac{3}{5} + \frac{7}{10}$
 $J = \frac{18}{7} - \frac{3}{14}$ $K = \frac{1}{15} + \frac{3}{10}$ $L = 3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

6 Calculer et simplifier :

$A = 3 \times \left(\frac{1}{4} + \frac{7}{4}\right)$ $B = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + 4 \times \frac{7}{10}$
 $C = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$ $D = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5}\right)$
 $E = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ $F = 6 + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2}$

7 Mettre au même dénominateur puis comparer les fractions :

$a = \frac{3}{5}$ et $b = \frac{4}{7}$ $c = \frac{3}{10}$ et $d = \frac{2}{3}$
 $e = 5$ et $f = \frac{21}{4}$ $g = 0,125$ et $h = \frac{1}{8}$

8 Expliquer comment comparer une fraction à 1 puis compléter par < ou > :

$\frac{3}{4} \dots 1$ $\frac{8}{7} \dots 1$ $\frac{3}{4} \dots \frac{8}{7}$
 $\frac{7}{6} \dots 1$ $\frac{5}{6} \dots 1$ $\frac{25}{31} \dots \frac{31}{25}$

9 En utilisant la calculatrice, comparer :

$\frac{123}{132}$ et $\frac{124}{133}$ $\frac{100}{7}$ et $\frac{101}{5}$

10 Expliquer comment comparer deux fractions de même dénominateur puis de fractions de même numérateur puis comparer :

$\frac{7}{31}$ et $\frac{11}{31}$ $\frac{18}{7}$ et $\frac{18}{5}$

Les nombres relatifs

11 a) Sur une droite graduée munie d'un repère (O ;I), placer les points A, B, C, D et E d'abscisse respective 3 ; -5 ; 4,5 ; -2,5 et -0,5.

b) Ecrire dans l'ordre croissant les nombres relatifs 3 ; -5 ; 4,5 ; -2,5 et -0,5.

c) Calculer les distances AB et CD

12 Compléter par < ou > :

$$\begin{array}{cccc|cccc} -3 & \dots & -5 & -7 & \dots & -6,3 & -18,25 & \dots & -18,1 \\ 2 & \dots & 1,5 & 4 & \dots & -2 & 0,016 & \dots & 0,16 \end{array}$$

13 Calculer :

$$\begin{array}{ll} (+3) + (+2) = & (+3) + (-7) = \\ (-2) + (-7) = & (+5) + (-7) = \\ (-8) + (+12) = & (-3) + (-1) = \end{array}$$

14 1°) Calculer :

$$A=7 - 3 + 8 + 12 - 6 - 5 - 2 + 10$$

$$B=-3 - 2 + 5 + 4 - 2 - 3 + 4$$

2°) Enlever les parenthèses puis calculer :

$$C=(+7) + (-3) - (-6) + (+2) + (+4)$$

$$D=(-3) - (-8) + (-6) + (+4) - (+2)$$

3°) Calculer :

$$E=(3 - 6) - (7 - 2) - (3 + 2) - (8 - 6)$$

$$F=(-2 - 4) + (7 - 9) - (3 + 2) - (8 - 6)$$

$$G=[(5 - 2) - (8 + 4)] - [-(2 - 5) + (-3 - 2)]$$

Equations

15 Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{array}{ll} x + 6 = 11 & 2x = 12 \\ 5x - 7 = 3 & x - 3 = 8 \\ 5x = 9 & 2x + 8 = 14 \\ x + 4 = -2 & 4 - 2x = 10 \\ \frac{1}{2}x = 3 & \frac{1}{4}x = \frac{3}{2} \end{array}$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{4}{5} = \frac{9}{5} \qquad \frac{2}{3}x + \frac{7}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{1}{5} = -\frac{3}{4} \qquad -\frac{2}{5}x - \frac{4}{3} = \frac{1}{6}$$

16 Petits problèmes :

1°) Agnès et Paul possèdent en commun 1300 €. Agnès a trois fois d'argent que Paul. Calculer ce que possède Paul et ce que possède Agnès.

2°) Line et Marc ont en commun 430 €. Line possède 110 € de plus que Marc. Calculer ce que possède Marc et ce que possède Line.

Proportionnalité et pourcentage

17 Remplir ce tableau de proportionnalité :

2	4		7		1
2,5		12,5		20	

18 Remplir le tableau suivant :

Prix initial	100	320		
Augmentation 20%				60
Nouveau prix			450	

19 Petits problèmes :

1°) Dans une classe de 27 élèves, les $\frac{5}{9}$ sont des filles.

Quel est le nombre de filles et de garçons ?

2°) Dans une classe de 24 élèves, 75 % sont demi-pensionnaires.

Quel est le nombre de demi-pensionnaires ?

3°) Dans un magasin, tous les articles sont soldés à 20 %.

a) Un pantalon coûtait 54 €. Quel est son nouveau prix ?

b) On paie une veste 20 € à la caisse. Quel était son prix avant solde ?

20 Le tableau ci-dessous indique le bilan des accidents corporels de la circulation en 1982.

1°) Compléter le tableau ci-dessous :

	Nombre de tués	Nombre de blessés légers	Nombre de blessés graves	Nombre total d'accidents
Effectifs	12500	321000	84500	418000
Pourcentage				
Angle				

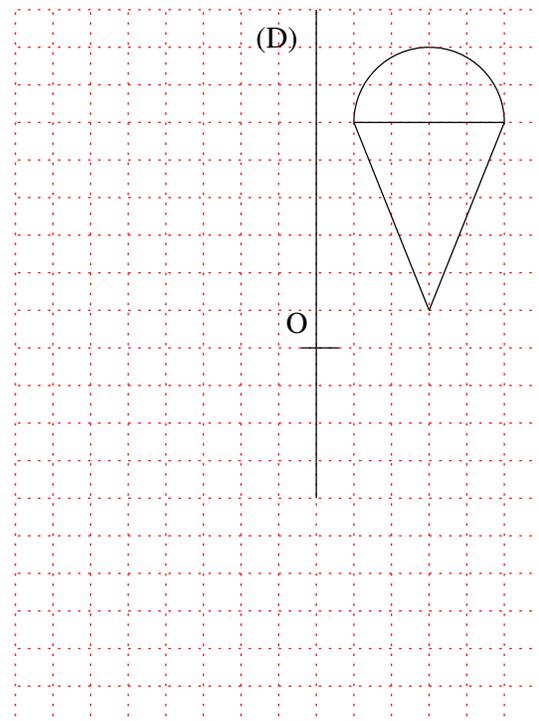
2°) Tracer le diagramme circulaire représentant ce bilan.

Géométrie

21

a) Tracer l'image du cornet par la symétrie orthogonale d'axe (D).

b) Tracer l'image du cornet par la symétrie centrale de centre O.



22 Tracer un triangle ABC tel que $AB=6$ cm, $AC=7$ cm et $BC=9$ cm.

Tracer les trois médianes de ce triangle. Elles se coupent au point G. I est le milieu de [BC].

Vérifier que $AG=\frac{2}{3} AI$

23 Tracer un triangle EFG rectangle en E tel que $EG=6$ cm et $\widehat{EFG}=45$

a) Calculer la mesure de l'angle \widehat{EGF} . En déduire la nature du triangle EFG.

b) Tracer la médiatrice Δ du segment [EG].

c) Montrer que $\Delta // (EF)$.

24 Sur une droite (D), marquer trois points A, B et C.

Tracer la médiatrice Δ du segment [AB].

Tracer la médiatrice Δ' du segment [BC].

Quelles sont les positions relatives de Δ et de Δ' .

25 Sur un cercle C de centre O, soient les points A et B.

a) Tracer la médiatrice Δ du segment [AB].

b) Montrer que Δ passe par le point O.

c) Soit M le point d'intersection de Δ et de C.

Montrer que ABM est un triangle isocèle.

26 Soit le triangle ABC rectangle en A tel que $AB=4$ cm et $BC=5$ cm.

Soit O un point extérieur au triangle.

a) Tracer le symétrique $A'B'C'$ du triangle ABC par rapport au point O.

c) Quelle est la nature du quadrilatère $ABA'B'$?

27 Tracer un triangle ABC tel que $AB=AC=5$ cm et $BC=4$ cm.

Soit I le milieu du segment [BC].

a) Placer le point D symétrique du point A par rapport au point I.

b) Montrer que ABDC est un losange.

28 Tracer un losange ABCD tel que $AC=4,8$ cm et $BD=6$ cm.

a) Soit O le centre de ce losange et soit I le milieu du segment [AD].

Placer le point J symétrique du point O par rapport au point I.

b) Montrer que OAJD est un rectangle.

c) Montrer que OCDJ est un parallélogramme.

29 Soit [AB] un segment tel que $AB=6$ cm.

a) Tracer la médiatrice Δ du segment [AB]. Elle coupe le segment [AB] en O.

b) Soit M le point de la droite Δ tel que $OM=3$ cm.

Soit N le symétrique de M par rapport à la droite (AB).

Montrer que AMBN est un carré.

30 Tracer un triangle ABC tel que $AC=5$ cm, $BC=5,7$ cm et $AB=6$ cm.

Soit I le milieu de [AB].

a) Placer les symétriques A' , B' et C' de A, B et C par rapport à la droite (CI).

b) Montrer que le triangle $AA'C$ est isocèle.

c) Montrer que I est le milieu de segment $[A'B']$.

d) Montrer que le quadrilatère $AA'BB'$ est un rectangle.

31 Tracer un triangle PRS tel que $\widehat{PRS}=30^\circ$, $RS=7$ cm et $RP=5$ cm.

Soit T le point du segment [RS] tel que

$RT=5,5$ cm.

Soit U le point du segment [SP] tel que $SU=3$ cm.

a) Construire le symétrique $P'R'S'$ du triangle PRS par rapport à la droite (TU).

b) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{P'R'S'}$?

c) Quelles sont les longueurs des segments $[R'S']$, $[R'P']$ et $[S'U]$?

Exercices de base

1 Calculer les sommes :

$$\begin{aligned} a &= (-2) + (-7) \\ b &= (-3) + (+2) \\ c &= 7 - 11 \\ d &= 9 - 5 \\ e &= -2 - 4 \\ f &= 8 + 3 \\ g &= 4 - 18 + 2 - 5 - 3 \\ h &= 2 - 4 - 6 + 3 + 5 \\ i &= -3 - 2 - 4 - 6 + 3 + 5 \\ j &= -5 + 2 - 4,25 + 4,25 \end{aligned}$$

2 Calculer les produits :

$$\begin{aligned} a &= (-7) \times 2 \\ b &= (-4) \times (-2) \\ c &= 3 \times (-1) \\ d &= (-2) \times (+3) \times (-5) \\ e &= (-1) \times (-2) \times (-3) \\ f &= 4 \times (-2) \times 5 \end{aligned}$$

3 Calculer :

$$\begin{aligned} a &= 2 \times 11 - 3 \times 9 \\ b &= (-2)(7 - 4) \\ c &= (8 - 6)(3 - 5) \\ d &= (3 + 5)(7 - 9) + 4 \\ e &= 5(2 - 4) - 3(7 - 9) \\ f &= -[2(5 + 3) - 4(8 - 10)] - (6 - 9) \end{aligned}$$

4 Enlever les parenthèses puis calculer :

$$\begin{aligned} a &= 2 - (-5) + (-3) - (+2) + (+5) - (-4) \\ b &= (-15) + (-57) - (-15) + (+57) - (+3) \\ c &= (3 - 6) - (4 + 2) + (-2 + 1) \\ d &= -(6 - 5) + (2 - 3) - (7 - 8) \\ e &= -(3 - 6 + 2 - 5) + (4 + 6 - 3) \\ f &= (-72,5 + 34,2) - (3 + 34,2 - 72,5) \end{aligned}$$

5 Calculer de deux manières :

$$\begin{aligned} a &= (3 - 5) - (7 + 2) + (-2 - 3) - (-2 + 1) \\ b &= 7 - (64 - 96) - (-5 + 2) \\ c &= [(14 - 21) + (-6 + 2)] - [(-70 + 1) - (2 + 7)] \\ d &= [5 - (8,2 + 7) - (13 - 1)] - [-(8 + 5) + (13 - 2)] \end{aligned}$$

6 Développer en utilisant la distributivité :

$$\begin{aligned} a &= 5(7 + 2) \\ b &= 3,5(4 - 9) \\ c &= (2 - 1,5) \times 4 \\ d &= 5(-2 + 4 - 1) \\ e &= -3(5 + 2 - 3) \\ f &= 5(3 - 6) + 2(5 - 4) \end{aligned}$$

7 Factoriser en utilisant la distributivité :

$$\begin{aligned} a &= 3,5 \times 4,2 + 3,5 \times 1,8 \\ b &= 5,4 \times 2 - 6 \times 5,4 \\ c &= 5 \times 7,2 + 7,2 \\ d &= 1,4 \times 3 - 2 \times 1,4 - 1,4 \\ e &= 3,21 \times 7,5 - 3,21 + 3,5 \times 3,21 \\ f &= 18 \times 7 - 18 \times 3,5 + 18 \end{aligned}$$

8 Calculer de deux manières en utilisant la distributivité :

$$\begin{aligned} a &= 7,5 \times 3,4 + 7,5 \times 6,6 \\ b &= 7,2(8,1 - 12) \\ c &= 5 \times 21 - 21 \times 10 + 21 \\ d &= 3,5(5 - 7 - 9) \\ e &= 1,872 \times 22 + 1,872 \times 2 - 24 \times 1,872 \\ f &= (-2,1)(8 + 3 - 14) \end{aligned}$$

9 Soit $A = 2ab - 3ac$

a) Calculer A pour $a=3,241$, $b=3$ et $c=2$
b) Factoriser A.

c) Calculer A pour les mêmes valeurs qu'au a) mais en utilisant la forme factorisée.

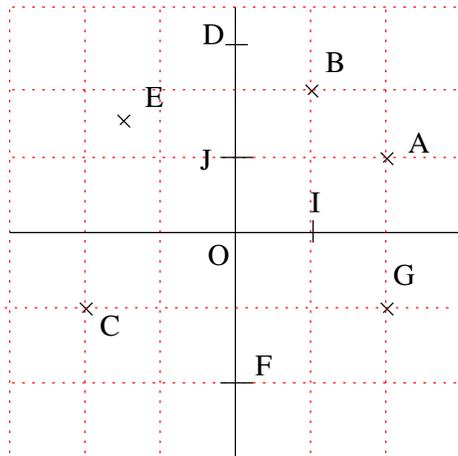
10 Vincent a acheté 10 enveloppes qu'il a payé 0,06 € l'une puis il a collé sur chacune un timbre à 0,50 €.

Calculer de deux façons la dépense totale.

11

1°) Dans le repère ci-dessous, donner les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, O, I et J.

2°) Calculer les coordonnées du milieu M de [AB] et du milieu N de [CE].



12

Dans un repère (O,I,J), marquer les points $A(-1;1)$; $B(0;5)$; $C(1;2)$ et $D(0;-2)$.

1°) Calculer les coordonnées des milieux M et N de [AC] et de [BD].

2°) En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

13

Dans un repère (O;I;J), marquer les points $A(5;-2)$; $B(1;3)$ et $C(-4;-1)$.

1°) Calculer les coordonnées du point M milieu de [AC].

2°) Calculer les coordonnées du point D symétrique de B par rapport à M.

3°) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

Devoirs

Devoir n°1

I Compléter les tableaux suivants :

+	3	-1	-5	4	0	2
4						
-3						
5						
-2						
0						
-1,5						

X	3	-1	-5	4	0	2
4						
-3						
5						
-2						
0						
-1.5						

II Calculer :

$$A = (-3) + (-5) - (-6) + (+2) - (+3)$$

$$B = 3 \times (-5) \times (-2)$$

$$C = 3 \times 5 - 2 \times 9$$

$$D = 5 \times 8 - 3 \times 7 + 2 \times 11$$

$$E = 13 \times 5 - 4 + 2 \times 4$$

$$F = (3 - 7) \times (8 - 2) + 17$$

$$G = 18 - 27 + 38 - 45 - 72 + 30 - 40$$

III Calculer de deux manières :

$$A = (7 - 16) + (-14 + 17) - (23 - 7)$$

$$B = [-2 + (-18 + 21)] - [14 - (18 + 11)]$$

$$C = (-3, 5)(4 - 9 + 1)$$

$$D = 7,81 \times 11,5 + 7,81 \times 3,5 - 7,81 \times 5$$

IV On donne les nombres :

$$a = -3; b = 3 \text{ et } c = -4.$$

Calculer :

$$A = a + b - c$$

$$B = a(b+c)$$

$$C = 2ab - 3ac$$

Devoir N°2

I Calculer :

$$A = (-5) \times (-2) \times (-3) - (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$$

$$B = -3(8 - 6) + 7(4 - 6) - 3 + 2(-5)$$

$$C = -[2(7 + 1) - 3(2 - 6)] + [4(1 - 1) - 5(-2 - 3)]$$

$$D = (-5) \times (-2) \times (-3) - (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$$

II Développer les expressions suivantes :

$$E = 3(2x + 5) + 2(4x - 2)$$

$$F = x(7 - 2x)$$

$$G = 2x(x - 3) + 3x(4 - x)$$

III a) Calculer $0,125 \times 8$ et

$$2,5 \times 0,4$$

b) En déduire la valeur de

$$K = -5 \times 0,125 \times (-2,5) \times 0,4 \times (-8) \times (-3)$$

IV Calculer le plus rapidement possible :

$$L = 3,21 \times 8 + 3,21 \times 2$$

$$M = 0,34 \times 99 + 0,34$$

V Léa achète tous les jours de la semaine son journal à 0,80 € et sa baguette à 0,64 €. Calculer de deux façons sa dépense pour une semaine.

VI Compléter le tableau suivant :

	+	-2	×	7	=	-17
×		-				+
2	×		+	-1	=	
+		×		+		+
8	+		+		=	17
=		=		=		=
	×	7	+		=	17

VII Dans un repère (O;I;J), placer les points A(3;-1); B(2;-5) et C(-4;3). Déterminer les coordonnées des points E et F tels que ABFE soit un parallélogramme de centre C.

Devoir N°3

I Calculer :

$$A = (-5) + (-3)$$

$$B = (-5) \times (-2)$$

$$C = (-1) + (-5)$$

$$D = (-6) \times (-2)$$

$$E = 75 - 8 + 15 + 2 - 34 - 12 + 1$$

$$F = (-8) + (-2) - (-3) + (+4) - (+3)$$

$$G = (+7) \times (-3) + (-8) \times (+3) - (-1)$$

$$H = (-2 + 5)(3 - 6) + (-4) \times (-6)$$

$$I = (-2 + 3) \times 2 - (-1 - 3) \times (2 - 6)$$

II Calculer de deux manières :

$$A = (3 - 7) - (7 + 2) + (-2 - 3) - (-2 + 1)$$

$$B = 7 - (64 - 96) - (-5 + 2)$$

$$C = 7,5 \times 3,4 + 7,5 \times 6,6$$

$$D = 7,2 \times (8,1 - 12)$$

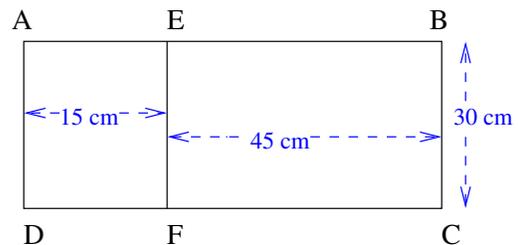
III Soit $G = 3(2x - 3) + 2(x - 5)$

1° Calculer G pour $x = 3$ et pour $x = -2$.

2° Développer G.

3° Avec la forme développée, calculer G pour $x = 3$ et $x = -2$.

IV Calculer de deux façons l'aire du triangle ABCD.



V Tracer un repère orthonormal (O;I;J).

1° Placer les points A(0;2) et B(5;0).

a) Où sont situés les points qui ont la même abscisse que A ?

b) Où sont situés les points qui ont la même abscisse que B ?

c) Hachurer en rouge l'ensemble des points dont l'abscisse x est telle que $0 \leq x \leq 5$.

2° Placer les points C(-1;0) et D(0;-3).

Hachurer en vert l'ensemble des points dont l'ordonnée y est telle que $-3 \leq y \leq 0$.

3° Colorier l'ensemble des points M(x;y) tels que $0 \leq x \leq 5$ et $-3 \leq y \leq 0$

Exercices de base

1 Donner une écriture fractionnaire des nombres décimaux suivants :

$$2,4 \quad 5,4 \quad -0,3 \quad -0,45 \quad -2,8$$

2 Simplifier les quotients suivants :

$$\frac{-18}{54} \quad \frac{-18}{144} \quad \frac{54}{-81} \quad \frac{-20}{-25} \quad \frac{-30}{-20}$$

3 Calculer :

$$a = -\frac{5}{6} + \frac{9}{6} \quad b = -\frac{1}{3} + \frac{-3}{5}$$

$$c = \frac{12}{11} + \frac{-15}{11} - \frac{-3}{11} \quad d = -1 + \frac{4}{5}$$

$$e = 2 - \frac{-5}{2} \quad f = -\frac{2}{5} - \frac{1}{-10}$$

$$g = -1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \quad h = \frac{-3}{7} + \frac{1}{-14}$$

4 Calculer :

$$a = \frac{3}{7} \times \frac{-2}{5} \quad b = \frac{-5}{-2} \times \frac{-6}{-5}$$

$$c = \frac{-28}{19} \times \frac{19}{28} \quad d = \frac{-3200}{-49} \times \frac{-63}{1200}$$

$$e = -7 \times \frac{3}{4} \quad f = 15 \times \frac{2}{-5}$$

$$g = \frac{-25}{-16} \times \frac{-20}{-15} \quad h = \frac{-20}{-15} \times (-7)$$

5 Soit les fractions : $a = \frac{15}{19}$; $b = \frac{3}{7}$ et $c = -\frac{21}{22}$

a) Ecrire leur valeur approchée au centième par défaut.

b) Ecrire leur valeur approchée au millièmè par excès.

c) Ecrire leur arrondi au dixièmè.

d) Ecrire leur encadrement au millièmè.

6 Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant :

$$a) \frac{3}{11} \quad \frac{5}{11} \quad -\frac{2}{11} \quad \frac{81}{11} \quad \frac{-3}{11} \quad -\frac{21}{22}$$

$$b) \frac{8}{7} \quad \frac{8}{15} \quad -\frac{8}{3} \quad 8 \quad -\frac{8}{13} \quad -\frac{8}{5}$$

$$c) \frac{2}{7} \quad -\frac{5}{7} \quad -\frac{5}{14} \quad \frac{9}{21} \quad \frac{1}{2} \quad 1$$

7 a) Ecrire toutes les fractions inférieures à 1 qui ont pour dénominateur 7.

b) Ecrire toutes les fractions supérieures à 1 qui ont pour numérateur 9.

c) Ranger dans l'ordre croissant les fractions obtenues en a) et b).

8 Citer tous les entiers n tels que $\frac{1}{20} \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{14}$.

9 Donner les inverses des nombres suivants :

$$\frac{3}{5} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{1}{4} \quad 4 \quad \frac{-1}{2} \quad -\frac{3}{7} \quad -5$$

10 Calculer les quotients suivants :

$$A = \frac{3}{5} : \frac{2}{7} \quad B = \frac{35}{14} : 5$$

$$C = 25 : \frac{13}{15} \quad D = \frac{\frac{18}{5}}{\frac{5}{10}}$$

$$E = \frac{\frac{16}{7}}{14} \quad F = \frac{24}{\frac{5}{12}}$$

$$G = \frac{1 + \frac{1}{2}}{\frac{3}{4 + \frac{5}{2}}} \quad H = \frac{\frac{3}{4} + \frac{2}{5}}{\frac{3}{2} - \frac{3}{5}}$$

Petits problèmes

11 a) Anne possède 75 euros. Pour acheter une robe, elle dépense les $\frac{2}{3}$ de son avoir. Quel est le prix de la robe ?

b) Bruno possède 831 euros. Il dépense 277 euros. Quelle fraction de son avoir a-t-il dépensé ?

c) Une cuve de mazout pleine aux $\frac{3}{4}$ contient 300 l de mazout. Quelle est sa contenance ?

12 Denis dépense $\frac{1}{10}$ de ses économies pour l'achat d'un disque et $\frac{2}{3}$ de ses économies pour l'achat d'un jeu vidéo.

1°) Quelle fraction de ses économies a-t-il dépensé en tout ?

2°) Quelle fraction de ses économies lui reste-t-il ?

3°) Sachant qu'il possédait 102 euros, quel est le prix d'un disque ? d'un jeu vidéo ?

13 Eric dépense $\frac{1}{3}$ de son avoir, puis $\frac{2}{9}$ de son avoir.

1°) Quelle fraction de son avoir a-t-il dépensée ?

2°) Quelle fraction de son avoir lui reste-t-il ?

3°) Sachant qu'il lui reste 60 euros, combien possédait-il au départ ?

14 D'une cuve pleine de mazout, on soutire une première fois les $\frac{1}{6}$ et une deuxième fois les $\frac{1}{5}$. Il reste 570 l.

Quelle est la capacité de la cuve ?

15 Gilles dépense $\frac{1}{4}$ de ce qu'il possède, puis les $\frac{3}{4}$ du reste.
Quelle fraction du tout a-t-il dépensé ?

Sachant qu'il lui reste 27 euros, combien avait-il au départ ?

16 Sur la somme du "budget culture" d'une école, les $\frac{3}{4}$ sont affectés à la bibliothèque. La bibliothèque dépense les $\frac{2}{3}$ de cette somme pour l'achat de livres.

Quelle fraction du "budget culture" représente l'achat de livres ?

Sachant que le "budget culture" se monte à 1200 euros, quelle somme représente l'achat des livres ?

17 Un champ est un carré de 50 m de côté. Le propriétaire en vend les $\frac{3}{5}$.
Quelle superficie a-t-il vendu ?

18 J'ai vendu les $\frac{2}{3}$ des $\frac{9}{10}$ de ce que je possédais.
Combien me reste-t-il ?

19 Dans un collège $\frac{3}{5}$ des élèves font de l'espagnol.
Le collège a un effectif de 300 élèves.
Combien d'élèves font de l'espagnol ?

20 Dans un collège $\frac{3}{5}$ des élèves sont demi-pensionnaires.
Il y a 300 demi-pensionnaires.
Quel est l'effectif total du collège ?

21 Dans un collège, $\frac{3}{5}$ des élèves font de l'anglais en première langue et le reste des élèves font de l'espagnol.
300 élèves font de l'espagnol.
Quel est l'effectif total du collège ?

22 Dans un collège de 300 élèves, $\frac{3}{5}$ font de l'anglais et les $\frac{3}{5}$ du reste font de l'allemand.
Les autres font de l'espagnol.
Combien d'élèves font de l'allemand ?

23 Un boulanger a vendu les $\frac{3}{4}$ de ses croissants le matin et les $\frac{2}{3}$ du RESTE l'après-midi. Le soir, il lui reste 8 croissants.
Combien en a-t-il vendu dans la journée ?

Devoirs

Devoir n° 1

I Simplifier les fractions suivantes :

$$a = -\frac{125}{15} \quad b = \frac{-24}{-360} \quad c = \frac{84}{-42}$$

II Calculer et donner les résultats sous forme de fraction simplifiée.

$$d = \frac{12}{5} - \frac{-3}{10} \quad e = \frac{-7}{15} \times \frac{21}{-12}$$

$$f = \frac{14}{5} : \frac{3}{10} \quad g = \frac{5}{2} \times \frac{4}{3} - \frac{1}{6} \times \frac{3}{5}$$

$$h = \left(\frac{4}{5} - \frac{-2}{10}\right) \times \frac{-25}{7} \quad i = \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{5}}{\frac{3}{4} - \frac{3}{5}}$$

III Marc a reçu les $\frac{2}{5}$ d'une somme d'argent et Lise en a reçu les $\frac{1}{3}$.

- Qui a reçu le plus d'argent ?
- Sachant que 944 € n'ont pas été distribués, quelle est cette somme ?
- Calculer la somme reçue par Marc puis la somme reçue par Lise.

IV Pour $a = -\frac{3}{2}$ et $b = \frac{7}{3}$, calculer

$$A = 4a - 3b \quad B = 2ab \quad C = 4a - 3b + 2ab.$$

V Aurélie dépense pour acheter un livre les $\frac{2}{5}$ de ce qu'elle avait dans son porte-monnaie. Puis elle dépense les $\frac{3}{7}$ de ce qu'elle avait au départ pour acheter un compact. Quand elle rentre chez elle a 36€. Combien avait-elle au départ ?

Devoir n° 2

I Marc achète une voiture 12780 euros. Après un an, elle ne vaut plus que les $\frac{2}{3}$ du prix d'achat. Marc la revend les $\frac{5}{4}$ de sa valeur.

Combien la vend-il ?

II Quatre personnes se sont partagées une somme d'argent. Le premier a reçu $\frac{1}{3}$ de la somme.

Le deuxième en a reçu les $\frac{1}{6}$, le troisième les $\frac{4}{9}$ et le dernier,

le reste qui s'élève à 5000 euros.

Quelle est la part de chacun ?

III Tracer un segment [AB] de longueur AB=12 cm.

Marquer les points C, D, E et tels que :

$$AC = \frac{7}{12} AB \quad AD = \frac{3}{4} AB \quad AE = \frac{13}{12} AB$$

$$AF = \frac{5}{4} AB$$

IV Effectuer les calculs suivants :

$$a = \frac{25}{12} \times \frac{14}{5} \quad b = \frac{5}{21} + \frac{6}{14} - \frac{1}{3}$$

$$c = \frac{9}{5} : \frac{3}{10} \quad d = \frac{5}{12} \times \frac{3}{2} + \frac{5}{6}$$

$$e = \left(5 - \frac{1}{2}\right) \left(2 - \frac{1}{3}\right) \quad f = \frac{2}{3} + \frac{6}{27} \times \frac{9}{7}$$

$$g = \frac{1}{2} - 5 \times \frac{3}{4} \quad h = \frac{\frac{2}{5} + \frac{1}{2}}{\frac{5}{3} - 1}$$

V On donne :

$$x = \frac{3}{4} \quad y = \frac{4}{5} \quad z = \frac{5}{3}$$

Calculer :

$$4x + 5y - 3z \quad xyz \quad \frac{x}{y} \quad \frac{x-y+z}{y-z}$$

Devoir n° 3

I a) Tracer un rectangle de 7 carreaux sur 6 carreaux.

b) Hachurer en rouge les $\frac{2}{7}$ du rectangle.

c) Hachurer en bleu les $\frac{2}{3}$ de la partie du rectangle non hachurée.

d) Quelle fraction du rectangle représente la partie non hachurée.

II Calculer et donner les résultats sous forme simplifiée :

$$a = \frac{4}{21} + \frac{5}{14} - \frac{7}{6}$$

$$b = -\frac{5}{8} \times \frac{-3}{49} \times \frac{-21}{9}$$

$$c = 3,75 + \frac{2}{5}$$

$$d = \frac{-7}{-2} \times \frac{-3}{-7} + \frac{25}{3} \times \frac{9}{-10}$$

$$e = \frac{3}{4} - \frac{2}{5} \times \frac{3}{2}$$

$$f = \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}}$$

III Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant :

$$1; \quad 0; \quad -1; \quad \frac{1}{13}; \quad -\frac{3}{7}; \quad -\frac{5}{7}; \quad \frac{14}{5}$$

IV Dans une classe, $\frac{2}{5}$ des élèves sont des garçons. Parmi les garçons, la moitié étudie l'anglais. Parmi les filles, $\frac{2}{3}$ étudie l'anglais.

a) Quelle fraction de la classe représentent les filles ?

b) Quelle fraction de la classe représentent les garçons qui étudient l'anglais ?

c) Quelle fraction de la classe représentent les filles qui étudient l'anglais ?

d) Quelle fraction de la classe étudie l'anglais ?

e) Sachant que 15 élèves étudient l'anglais, calculer le nombre d'élèves de cette classe.

V Lors d'un contrôle, les $\frac{3}{5}$ des élèves d'une classe ont eu la moyenne, $\frac{1}{3}$ ont eu une note inférieure à 10 et 2 élèves étaient absents.

Quel est le nombre d'élèves de cette classe ?

VI Isabelle a dépensé les $\frac{3}{5}$ de la somme qu'elle possédait en livres et les $\frac{1}{3}$ en friandises. Il lui reste 1,9 euros.

Ludovic a dépensé en livres les $\frac{3}{5}$ de son avoir, et les $\frac{3}{4}$ du RESTE en friandises. Il lui reste 2,1 euros. Calculer pour chacun, la somme qu'il avait au départ et le montant de chacune de ses dépenses.

VII Pour $a = -\frac{3}{2}$ et $b = 2$ calculer :

$$A = -2a + \frac{2}{5}b.$$

Exercices de base

1 Calculer

$$\begin{array}{ccc}
2^2 & 2^3 & 3^2 \\
3^3 & (-2)^4 & (-5)^1 \\
(+1)^6 & (-1)^7 & (-1)^{12} \\
(-1)^{384} & (-1)^{871} & (+1)^{871} \\
10^3 & 10^8 & 10^0 \\
10^{-3} & 10^{-4} & (-10)^{-2} \\
2^{-1} & (-2)^{-1} & (-3)^{-2} \\
3^{-3} & 7^{-1} & (-7)^{-1} \\
\left(\frac{3}{2}\right)^2 & \left(\frac{2}{3}\right)^3 & \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} \\
\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} & \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} & \\
(-7)^0 & 310^0 & 1^0 \\
0^1 & 0^{15} &
\end{array}$$

2 Ecrire sous forme décimale les nombres suivants :

$$\begin{array}{cccccc}
10^2 & 10^5 & 10^1 & 10^7 & 10^{-1} & 10^{-5} \\
10^{-3} & 10^0 & \left(\frac{1}{10^4}\right) & \left(\frac{1}{10^6}\right) & &
\end{array}$$

3 Ecrire sous forme d'une puissance de 10 les nombres suivants :

$$\begin{array}{cccc}
1\ 000 & 100\ 000 & 10\ 000\ 000\ 000 & 0,1 \\
0,001 & 0,000\ 0001 & 1 &
\end{array}$$

un million; un milliard; dix mille milliard; cent millions; un centième; un dixième; un millième; un cent-millième.

4 Ecrire sous forme d'une seule puissance de 10 :

$$\begin{array}{ll}
a = 10^4 \times 10^3 & b = 10^2 \times 10^5 \\
c = 10 \times 10 & d = 10^3 \times 10 \\
e = 10 \times 10^2 \times 10^5 & f = 10^{-4} \times 10^6 \\
g = 10^{-1} \times 10^3 & h = 10^{-2} \times 10 \\
i = 10^{-2} \times 10^{-6} & j = 10^{-1} \times 10^{-6} \\
k = \frac{1}{10} & l = \frac{1}{10^7} \\
m = \frac{1}{10^3} \times 10^4 & n = \frac{10^6}{10^8} \\
p = \frac{1}{10^{-3}} & q = \frac{10^3}{10^{-2}} \\
r = \frac{10^2 \times 10^{-3}}{10^4 \times 10^{-2}} & s = (10^2)^4 \\
t = (10^{-3})^2 & u = (10^2)^{-4} \\
v = (10^2)^2 \times (10^{-1})^4 & w = 10 \times (10^{-2})^3 \\
x = \frac{(10^2)^3 \times (10^{-2})^4}{(10^5)^{-2} \times 10} & y = \frac{10^2 \times (10^{-2})^2}{(10^3)^2 \times (10^{-1})^{-1}}
\end{array}$$

5 Ecrire sous forme décimale, les nombres suivants :

$$\begin{array}{ll}
a = 35 \times 10^3 & b = 2,25 \times 10^4 \\
c = 0,032 \times 10^3 & d = 15\ 000 \times 10^3 \\
e = 240 \times 10^{-2} & f = 13,35 \times 10^{-3} \\
g = 0,015 \times 10^{-2} & h = 12 \times 10^{-4}
\end{array}$$

6 Ecrire avec la notation scientifique, les nombres suivants :

$$\begin{array}{ll} a = 134\,000 & b = 12,52 \\ c = 131,1 & d = 1245 \\ e = 1,35 & f = 0,000\,003 \\ g = 0,0024 & h = 0,012 \\ i = 30\,000 & j = 624\,000 \\ k = 0,000\,325 & l = 0,0102 \\ m = 31,72 \times 10^{-3} & n = 0,04 \times 10^5 \\ p = 0,05 \times 2000 & q = 0,0004 \times 500 \end{array}$$

7 Calculer et écrire les résultats sous forme décimale et sous forme scientifique.

$$\begin{array}{l} a = 1,5 \times 10^4 \times 1,23 \times 10^2 \\ b = 35 \times 10^6 \times 45 \times 10^{-5} \\ c = 3 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 10^1 \\ \quad + 3 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} \\ d = 35 \times 10^2 + 24 \times 10^3 \\ e = 35 \times 10^2 \times 24 \times 10^3 \\ f = (2 \times 10^3)^2 \\ g = (3 \times 10^{-4})^3 \times 10^{11} \\ h = \frac{25 \times 10^6}{5 \times 10^4} \\ i = \frac{35 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-4}}{7 \times (10^2)^2} \\ j = \frac{(2 \times 10^2)^3 \times 10^0}{5 \times 10^7 \times (10^{-1})^2} \end{array}$$

8 Ecrire les nombres suivants sous forme d'une seule puissance.

$$\begin{array}{l} 1^\circ) \quad a = (-7) \times (-7) \times (-7) \\ e = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-6} \times \left(\frac{3}{5}\right)^3 \\ b = 7^3 \times 7^2 \\ d = 13^5 \times 13 \\ f = (-5)^2 \times (-5)^{-3} \times (-5) \\ 2^\circ) \quad g = 5^2 \times 2^2 \\ i = (-2)^3 \times (5,2)^3 \\ h = (-3)^2 \times (-7)^2 \\ j = \left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4 \\ l = \left(\frac{1}{5}\right)^7 \times 5^7 \\ 3^\circ) \quad m = (3^7)^3 \\ p = ((-2)^5)^6 \\ r = (5^2)^{-1} \times (5^{-3})^{-2} \\ n = (2^4)^3 \times 2^6 \\ q = (3^2)^3 \times (3^4)^2 \times 3 \\ s = \left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^{-2} \\ 4^\circ) \quad t = \frac{3^7}{3^4} \\ v = \frac{2^{11} \times 2^{13}}{2^{15} \times 2^3} \\ x = \frac{2^{-3} \times 2}{2^{-4} \times 2^2} \\ w = \frac{1}{3^{-2}} \\ y = \frac{5^8 \times (5^{13})^2}{5^{12} \times (5^{15})^2} \end{array}$$

Problèmes

9 Le physicien Avogadro a montré que 18 g d'eau renferment environ $6,03 \times 10^{23}$ molécules d'eau.

Calculer le nombre de molécules d'eau contenues dans un microgramme d'eau (c'est-à-dire 10^{-6} g).

10 Le rayon de la terre est de 6378 km.

Calculer le volume de la terre avec la formule $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$ (où r est le rayon).

Ecrire le résultat en notation scientifique (avec deux décimales) en km^3 puis en m^3 .

11 Un globule rouge de sang humain a la forme d'un cylindre dont la base a pour diamètre 7×10^{-3} mm et la hauteur 3 micromètres (c'est-à-dire 3×10^{-6} m).

Il y a 5 litres de sang dans le corps humain. Tous les globules rouges placés côte à côte (diamètre contre diamètre) formeraient un ruban dont la longueur serait de 175×10^6 m.

a) Quel est le nombre de globules blancs contenus dans 5 l de sang ? dans 1 mm^3 ?

b) On empile les uns sur les autres tous les globules rouges contenus dans 5 l de sang.

Quelle est la hauteur de la colonne obtenue ?

12 La lumière se déplace à la vitesse de 300 000 km /s

a) Calculer le nombre de secondes dans une année.

b) Calculer le nombre de kms parcourus par la lumière en une année (cette distance s'appelle l'année-lumière).

c) Une étoile est situé à 20 année-lumière de la terre. Calculer sa distance en km.

d) Une autre étoile est situé à $1,42 \times 10^{17}$ km de la terre.

Calculer sa distance en année-lumière.

13 170 000 milliards de milliards de milliards est un ordre de grandeur du nombre de manières de jouer les dix premiers coups d'une partie d'échec.

Ecris ce nombre en notation scientifique.

14 Donne un ordre de grandeur du nombre de petits déjeuners pris par un homme pendant toute sa vie sachant que la durée moyenne de vie est de 77 ans.

15 Une année-lumière est la distance parcourue par la lumière pendant une année.

La vitesse de la lumière est 300 000 km/s.

Donne un ordre de grandeur d'une année-lumière.

16 Un porte-avions coûte environ 8 milliards de francs.

Quelle hauteur atteindrait une pile de billets de 100 francs représentant cette somme sachant qu'un billet de 100 francs a une épaisseur de 0,08 mm.

17 Dans un milieu favorable, le nombre de bactéries double toutes les heures.

Au début de l'expérience, dans un cristalliseur, il y a 10 bactéries.

1°) Combien seront-elles 4 jours après ?

2°) Sachant qu'une bactérie a la forme d'un petit cylindre dont la hauteur est de 200×10^{-6} m et le rayon de base 100×10^{-6} m, calcule le volume occupé par les bactéries au quatrième jour.

On rappelle que le volume d'un cylindre est $\pi \times R^2 \times h$.

18 Un vaisseau spatial a mis 20 ans pour faire le voyage planète X-Terre.

Sachant que la planète X est située à 4,5 années-lumière de la Terre et qu'une année-lumière est égale à $9,5 \times 10^{12}$ km, calcule la vitesse moyenne de ce vaisseau spatial exprimée en km par an. Tu donneras l'écriture scientifique du résultat.

19 10 grains de sable font un volume de 1 mm^3 .

Sur une plage de 125 m de large et de 2 km de long, il y a une épaisseur de 4 m de sable.

Donner un ordre de grandeur du nombre de grains de sable sur cette plage sous forme d'une puissance de 10.

20 Lucie et Nicolas pique-niquent au pied d'un arbre.

Les miettes de leurs sandwiches ont attiré des fourmis.

Impressionnés par le grand nombre de petites bêtes s'affairant autour de quelque mie de pain, ils décident de calculer un ordre de grandeur du nombre de fourmis sur la Terre.

Nicolas dit alors : "Si je regarde les fourmis présentes ici dans un carré de 10 cm de côté, j'en compte 25.

Comme par ailleurs je pense qu'il y a environ 15% de la surface de la Terre qui est occupée par des fourmis et que je sais que pour calculer la surface de la Terre, on peut utiliser la formule $A = 4 \times \pi \times R^2$, je peux calculer combien il y a de fourmis sur Terre."

Lucie lui demande : "c'est quoi ce R dont tu parles?"

Et Nicolas, légèrement agacé : "c'est le rayon de la Terre, environ 6 400 km".

Alors Lucie sortit sa calculatrice et trouva un nombre gigantesque de fourmis.

A vous de terminer l'histoire, c'est à dire de montrer comment Lucie a calculé le nombre de fourmis sur la Terre.

21 a) Pour exprimer les distances dans l'Univers, on utilise l'année lumière (al).

C'est la distance parcourue par la lumière en une année.

Sachant que la lumière se déplace dans l'espace à une vitesse de l'ordre de $300\,000 \text{ km/s}$, calculer une année lumière.

Le résultat sera donné en écriture scientifique en km.

b) Calculer le temps que met la lumière pour nous parvenir du Soleil qui est situé en moyenne à 150 millions de km de la Terre.

c) L'Étoile polaire est à environ 350 al. de la Terre.

Exprimer cette distance en km. (en écriture scientifique).

22 Un pétrolier s'échoue sur les côtes et son chargement de 344 000 tonnes de pétrole se répand à la surface de la mer.

Sachant qu'un m^3 de pétrole a une masse de 860 kg, et que la couche formée à la surface de l'eau a une épaisseur de 10^{-2} cm , quelle est la surface en km^2 qui sera couverte par cette nappe?

Devoirs

Devoir n° 1

I Calculer :

$a = 2^3$

$b = (-2)^4$

$c = 7^0$

$d = 7^1$

$e = 10^3$

$f = 10^{-4}$

$g = 3,5 \times 10^3$

$h = 712 \times 10^2$

$i = 12\,000 \times 10^{-4}$

$j = 13,2 \times 10^{-1}$

$k = 12,52 \times 10^{-4}$

$l = 3 \times 10^{-3}$

II Ecrire sous forme scientifique :

$m = 325\,000 \quad n = 0,0045$

$p = 342,7 \quad q = 0,012$

$r = 42,8 \quad s = 0,21$

III Ecrire à l'aide d'une seule puissance de 10 :

$t = 10^4 \times 10^3$

$u = 10^3 \times 10$

$v = 10^2 \times 10^{-6} \times 10$

$w = (10^2)^3$

$x = \frac{10^6}{10^5}$

$y = (10^3)^{-2} \times 10^5 \times \frac{1}{10^4}$

$z = \frac{(10^4)^{-2} \times (10^2)^3}{(10^3)^{-1}}$

IV Calculer :

$a = 3^2 + 2 \times 5^2$

$b = 3,5^2 + 6,2^2$

$c = 3^2 \times 2^3 - 5 \times 3^2 + (-1)^3 \times 2^2$

$d = 4,8 \times 10^{-4}$

$e = \frac{(10^2)^4 \times (10^5)^2}{(10^6)^3}$

Devoir n° 2

I Calculer :

$a = 5^3$

$b = (-2)^4$

$c = \left(-\frac{2}{3}\right)^3$

$d = 10^5$

$e = 5^{-1}$

$f = 5 \times 2^3$

$g = 5 + 2^3$

$h = (5 \times 2)^3$

$i = 10^{-3}$

$j = 0,04 \times 10^3$

$k = 3,5 \times 10^2$

$l = 150 \times 10^{-3}$

II Ecrire les nombres suivants en notation scientifique :

$a = 325\,000$

$b = 0,0045$

$c = 0,000025 \times 135000000$

$d = 0,5 \times 10^6 \times 4 \times 10^{-8}$

$e = 7 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 5 \times 10^{-1}$

$f = \frac{21 \times 10^2 \times 0,5 \times 10^{-3}}{35 \times (2 \times 10^4)^2}$

III Ecrire sous forme d'une seule puissance :

$m = (-3)^4 \times (-3)^6 \quad n = 7^6 \times 7$

$p = 3^5 \times 3^{-1} \times 3 \quad q = (5^2)^3$

$r = \frac{4^6}{4^5}$

$s = (2^3)^{-2} \times 2^5 \times \frac{1}{2^4}$

$t = 5^{25} \times 2^{25}$

$u = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^4$

Devoir n° 3

I Calculer :

$$a = 2^3 \qquad b = 2^{-2}$$

$$c = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} \qquad d = 2^8 \times (-5)^8$$

$$e = (-5)^6 \times (-5)^{-5} \qquad f = (7^3)^{-2} \times 7^5$$

$$g = 3^2 + 2 \times 5^2 \qquad h = \frac{3^5 \times 2^{-2}}{6^5 \times 2^{-7}}$$

II Ecrire en notationscientifique :

$$i = 35\,000$$

$$j = 0,000\,000\,35$$

$$k = 5$$

$$l = 35\,000 \times 0,000\,000\,35$$

$$m = 7,2 \times 10^{18} \times 4,1 \times 10^{-6}$$

$$p = \frac{(1,5 \times 10^4)^3}{3 \times (10^2)^5}$$

III Soit $x = 3,2 \times 10^6$ et $y = 4 \times 10^{-5}$ Calculer $A = xy$

$$B = \frac{x}{y}$$

$$C = 2x - 10^{11}y$$

Devoir n° 4

I Calculer :

$$a = 38 \times 10^3$$

$$b = 0,0395 \times 10^2$$

$$c = 8,1 \times 10^{-1}$$

$$d = 3 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^4$$

$$e = 6000 \times 10^{-3}$$

$$f = 61 \times 10^{-3}$$

$$m = \frac{28 \times 10^3}{0,4 \times 10^4}$$

$$n = \frac{18 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{-3}}$$

$$p = \frac{0,7 \times 10^5}{14 \times 10^3}$$

$$i = 3 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}$$

$$j = 3 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2}$$

II Calculer et donner les résultats sous forme scientifique de $A \times B$; $A+B$; $A-B$; $\frac{B}{A}$ pour :

$$a) A = 7 \times 10^7 \qquad \text{et} \qquad B = 2,8 \times 10^8$$

$$b) A = 4 \times 10^{-4} \qquad \text{et} \qquad B = 85 \times 10^{-5}$$

III Calculer :

$$a = -2^6 + (-4)^2 \times 3 - (-3)^4$$

$$b = 0,3^{-11} \times 0,3^{-1} \times 0,3^{15}$$

$$c = \frac{7 \times 3^{15} \times 7^9}{3 \times 13 \times 7^{10}}$$

$$d = \left(\frac{3}{2}\right)^{11} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{14}$$

$$e = (-3)^5 \times 3^{-5} \times 5^{-3}$$

$$f = \frac{\left(-\frac{5}{4}\right)^4}{\left(-\frac{5}{2}\right)^5}$$

Exercices de base

1 Ecrire avec le moins de symboles possible :

$$\begin{aligned} &2 \times 3 \times x \\ &2 \times x \times x \\ &3x \times 2y \\ &2 \times x \times (3x) \times y \\ &5 \times x \times y - 2 \times x \times x \\ &x \times 5 \times 3x - 4 \times x + y \times 3 \end{aligned}$$

2 Ecrire plus simplement :

$$\begin{aligned} &2a + 5b \\ &7a - 2b - 3a - 6b \\ &3x^2 - 7x + 2x - 6 \\ &4ab - 3a + 2b + a \end{aligned}$$

3 Développer et réduire les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= (2x - 3) - (3x + 1) \\ B &= -(5 - 2x) + (3 + x) \\ C &= -(-2x + 1) - (4 + x) \\ D &= (-6 + 2x) + (-1 + x) \\ E &= (3 + x) - (2 - 2x) \\ F &= -(15 - x) - (x - 15) \end{aligned}$$

4 Développer et réduire les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} G &= 2(3x + 1) - 5(-1 + 2x) \\ H &= -2(1 + 3x) + 2(4 - 2x) \\ I &= 2x(1 - 4x) + 3x(5 - 3x) \\ J &= 3x(2x^2 - 5x + 1) \\ K &= x(x^2 - 2) - 3x(1 - x) \\ L &= -7x(x^2 - 5x + 3) - 3x^2 \end{aligned}$$

5 Développer et réduire les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} M &= (2x + 3)(x + 5) \\ N &= (3x - 2)(4x + 1) \\ P &= (1 - 2x)(3x - 5) \\ Q &= (6x + 4)(2 - 2x) \\ R &= (2x - 3)(3x - 2) \end{aligned}$$

6 Factoriser les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= 3x - 6 & B &= 25 - 5x \\ C &= 15x + 9 & D &= 4x - 4 \\ E &= 6ab - 12b + 18 & F &= x^2 - 5x \\ G &= 5x - 15x^2 & H &= 12x^2 - 18x \end{aligned}$$

7 Développer et réduire les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} C &= (2x - 5) - (3x + 2) \\ D &= [-(2a + 3b - 5) + (-a + b)] - [(4a + 1) - (5 + 2b)] \\ E &= 2(4x + 3) \\ F &= 5(2a - 3b + 6) \\ G &= 2x(3x^2 - 4x + 2) \\ H &= (3x - 1) \times 2x \\ I &= (2x + 1)(3x + 2) \\ J &= (5x - 1)(4 + 3x) \\ K &= (x - 5)(2x - 3) \\ L &= (3x + 1)^2 \\ M &= (2 - 5x)^2 \\ N &= (2x - 3)(x + 2) - (x - 1)(x + 2) \\ P &= 3x(x - 5) + 6(2x^2 + 1) \\ Q &= (3x - 2)(x + 1) - 4x(2x + 5) \\ R &= (2x + 5)^2 - 2x(x + 5) \\ S &= (3x - 5)(3x + 5) - (3x - 5)^2 \end{aligned}$$

8 Ecrire plus simplement :

$$\begin{aligned} T &= \frac{2x - 1}{3} - \frac{x + 5}{3} \\ U &= \frac{x + 5}{2} - \frac{4 - 2x}{3} \\ V &= \frac{6x - 1}{5} + \frac{2x + 1}{3} - \frac{x + 1}{15} \end{aligned}$$

9 Soit $W = 2(3x - 1) - 3(2x + 7)$.

a) Calculer W pour $x = 2$ et pour $x = -1$.

b) Développer W .

c) Calculer W , avec la forme développée, pour

$$x = 2, \text{ pour } x = -1 \text{ et pour } x = \frac{-31}{11 \times 10^3}.$$

10 Factoriser les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= 4x - 8 & B &= 15 - 5x \\ C &= 12x + 8 & D &= 9x + 9 \\ E &= 7ab - 14b - 21 & F &= 3x^2 - 5x \\ G &= 3x + 18x^2 & H &= 8x^2 - 32x \end{aligned}$$

Devoirs

Devoir n° 1

I Ecrire plus simplement :

$$A = [(3x - 2) - (-2x + 1)] - 5[(2x + 1) + (x + 3)]$$

$$B = 2x(4x - 3) - (2x + 1)(4x - 3)$$

$$C = 5(3x - 1)^2$$

$$D = \frac{x - 3}{10} - \frac{4 - 3x}{2} + \frac{7 - x}{5}$$

II Soit $E = (5x - 2)(2x + 1)$

a) Calculer E pour $x = \frac{2}{5}$.

b) Développer E.

c) Calculer E pour $x = \frac{2}{5}$ avec la forme développée.

III Anne possède x euros. Léa en a le double et Paul a 20 euros de moins que Anne.

Ecrire en fonction de x le total de la somme possédée par ces trois enfants.

Devoir n° 2

I Ecrire plus simplement :

$$A = 3x(4x^2 - 2x + 1)$$

$$B = (3x + 2)(7x - 1)$$

$$C = (2x - 5)(3x - 4) - 5x(2x + 1)$$

$$D = (5x - 1)^2$$

$$E = (2x - 5)(3 + 3) - (2x + 4)^2$$

$$F = \frac{4x - 1}{4} - \frac{2x + 3}{3}$$

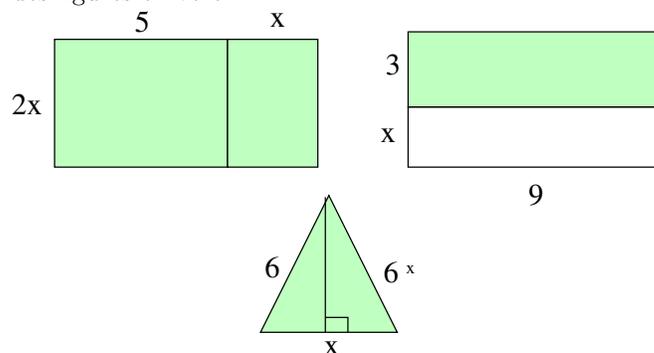
II Soit $F = (x + 1)^2 - (x + 1)(x - 1)$

a) Calculer F pour $x = -1$ et pour $x = \frac{2}{3}$.

b) Ecrire plus simplement F.

c) Calculer F avec la forme simplifiée pour $x = -1$ et pour $x = \frac{2}{3}$.

III Ecrire en fonction de x le périmètre et l'aire des figures en vert.



Devoir n° 3

I Soit $X = (2x + 5)(x - 2) - 2x(x + 1)$

a) Calculer X pour $x = -2$ et pour $x = \frac{1}{2}$

b) Développer X.

c) Calculer X pour $x = -2$ et pour $x = \frac{1}{2}$ avec la forme développée.

II Soit $Y = \frac{3x - 1}{10} - \frac{4x + 2}{5}$.

a) Calculer Y pour $x = 3$ et pour $x = -1$.

b) Développer Y.

c) Calculer Y pour $x = 3$ et pour $x = -1$ avec la forme développée.

III Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = a^3b^2(2a^2 - 5b + 6ab^2)$$

$$B = a^2b(3a^2 - b) - ab^2(6ab - a^2)$$

$$C = 2a^8b^6(3a^5b - 4a^3b^2)$$

IV Enlever les parenthèses puis calculer :

$$A = (2a - 3b) + (a + 2b)$$

$$B = (a - b) - (3a + 5b)$$

$$C = (2x - 3) - (x - 4) + (3x - 2)$$

$$D = (3x^2 - 2x + 5) - (3x^2 + 4x - 1)$$

$$E = 2x(3x - 1) - 5(4x^2 - 5x + 2)$$

$$F = (2x - 3)(x + 1) - 4x(5 - 3x)$$

Exercices de base

1 Résoudre les équations suivantes :

$$4x - 8 = 0$$

$$3x - 9 = 0$$

$$7 - 3x = 1$$

$$8 + 4x = 16$$

$$8x + 7 = 2x$$

$$3x - 9 = 4 - 2x$$

$$6 + 2x = 13x - 7$$

$$9x + 5 = 3x - 2$$

$$4(x + 2) + 1 = 2(7x - 5)$$

$$\frac{x}{2} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{8}{x} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{3}{x} = \frac{2}{x + 5}$$

$$\frac{4x + 3}{2} - \frac{2x - 3}{3} = \frac{x - 1}{6}$$

$$\frac{x + 3}{4} - \frac{x - 5}{6} = \frac{x - 2}{3}$$

$$\frac{7x - 4}{12} - \frac{8 - 3x}{36} = 2 - \frac{x - 4}{9}$$

2 a) Quel est le nombre dont le double plus 16 est égal au triple moins 21 ?

b) Quel est le nombre dont le quadruple moins 24 est égal au triple moins 3 ?

c) Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme vaut 381.

3 On ajoute un même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{2}{5}$ et l'on obtient une fraction égale à $\frac{4}{5}$.
Quel est ce nombre ?

4 Anne possède 520 euros de plus que Luc. Zoé possède le double d'argent que Luc. A eux trois, ils ont 3120 euros.

Calculer ce que possède chacune de ces personnes.

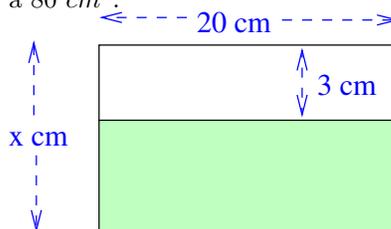
5 La somme des âges de trois personnes est 105. Trouver l'âge de chacune sachant que la deuxième est deux fois plus âgée que la première et la troisième a dix ans de moins que la deuxième.

6 Dans un massif de fleurs, il y a $\frac{1}{3}$ de fleurs jaunes, $\frac{1}{5}$ de fleurs rouges et 63 fleurs blanches. Quel est le nombre total de fleurs ?

7 Une somme d'argent est partagée entre trois personnes. La première reçoit 805 euros. La deuxième reçoit les $\frac{2}{5}$ de la somme totale et la troisième en reçoit les $\frac{1}{4}$.
Quelle est cette somme ?

8 Dans sa tirelire, Marie a 18 pièces, uniquement des pièces de 1 euros et de 2 euros. Elle possède 26 euros.
Quel est le nombre de pièces de 1 euros et de pièces de 2 euros ?

9 Déterminer x sachant que l'aire en vert est égale à 80 cm^2 .



10 Un terrain rectangulaire a une longueur de 80 m et une largeur de 55 m. On augmente la longueur de 8 m.
De combien doit-on diminuer la largeur pour que l'aire du terrain ne change pas.

Autres exercices

I Résoudre les équations suivantes :

$$2 - 5x = 0$$

$$(x - 5)(2x + 2) = 2x^2 - 3$$

$$\frac{2 - 3x}{4} - \frac{8 - 2x}{3} = 1 - \frac{x - 5}{6}$$

II Christel achète un appareil photo, un flash et une pellicule. Elle paie le tout 1102 francs. Sachant que le flash vaut 4 fois la pellicule et que l'appareil vaut 6 fois le flash, trouver le prix de chaque objet.

III Dans un panier de fruits, les $\frac{3}{7}$ sont des cerises, $\frac{1}{3}$ du panier est composé d'abricots, et il y a 35 noix.
Quel est le nombre total de fruits ?

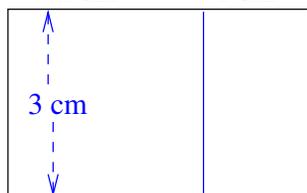
IV Un jardinier a planté 56 arbustes, des oliviers et des pruniers. Les oliviers ont coûté 96 euros pièces et les pruniers 22,5 euros pièce. Il a payé 3024 euros.
Quel est le nombre d'arbustes de chaque sorte ?

V Un terrain rectangulaire mesure 40 m sur 35 m.
Si l'on diminue la longueur de 4 m et que l'on augmente la largeur de x m, l'aire augmente de 504 m². Calculer x.

VI
Actuellement, l'âge du père est le double de celui de son fils. Dans 5 ans, ils auront à eux deux 70 ans.
Quel est l'âge du fils ? du père ?

VII Déterminer x sachant que l'aire du grand rectangle est de 24 cm².

$\leftarrow - x \text{ cm} - - - \rightarrow$ 1 cm



VIII Quatre enfants sont nés à des intervalles de 3 ans. La somme de leurs âges est 58.
Trouver l'âge de chaque enfants.

IX Un père a le triple de l'âge de son fils. Dans 12 ans, l'âge du père sera le double de l'âge du fils.
Quel est l'âge du fils ? du père ?

X Un troupeau est composé de chameaux et de dromadaires. On compte 180 têtes et 304 bosses. Sachant qu'un dromadaire possède une bosse et un chameau deux bosses, combien y a-t-il d'animaux de chaque sorte ?

XI Une somme d'argent est partagée entre trois personnes. La première en reçoit les $\frac{1}{5}$, la deuxième en reçoit les $\frac{2}{3}$ et la troisième reçoit 144 euros.
Calculer cette somme d'argent.

XII La longueur d'un rectangle est le triple de sa largeur. Son périmètre est de 34,4 cm.
Calculer la largeur et la longueur de ce rectangle puis son aire.

XIII Le prix d'un stylo est le double du prix d'un crayon. On achète 4 stylos et 5 crayons pour le prix de 7,80 euros.
Quel est le prix d'un crayon ? Quel est le prix d'un stylo ?

XIV Un kg de poires coûte 1,20 euros de plus qu'un kg de pommes. On achète 3 kg de poires et 2 kg de pommes pour 8,85 euros.
Quel est le prix d'un kg de pommes ? de poires ?

XV Anne, Bernard et Claudia ont en commun 405 euros.
Bernard a deux fois plus d'argent que Anne et 30 euros de moins que Claudia.
Calculer la somme que possède chacun.

XVI Une personne achète un bouquet composé de roses et d'iris. Les roses coûtent 3 euros pièce et les iris 2,05 euros pièces. Il y en tout douze fleurs et le prix du bouquet est de 32,20 euros.
Calculer le nombre de roses et d'iris.

XVII Le prix d'une roses est le double du prix d'un iris. Une tulipe coûte 0,24 euros de plus qu'un iris. On achète un bouquet composé de 6 roses, 4 iris et 2 tulipes pour le prix de 23,88 euros.
Calculer le prix de chaque sorte de fleurs.

Devoirs

Devoir n° 1

I Résoudre les équations suivantes :

$$\frac{2}{3} = 988$$

$$18 + 2x = 40 + x$$

$$12x - 3 = 5x + 18$$

$$\frac{4}{5}x + x = 1728$$

$$\frac{2x - 5}{4} - \frac{3x - 1}{3} = x - \frac{1 + 2x}{12}$$

II Un professeur de musique dispose de 263 €. Il veut acheter 4 CD à 22 € chacun et des cassettes vidéo à 35 € pièce.

Combien de disques peut-il acheter ?

III Les économies d'Olivier sont égales aux trois quarts de celles de Thomas.

En réunissant leurs économies, il leur manque encore 10,25 € pour s'offrir un cerf-volant à 54€.

Quel est le montant des économies de chacun d'eux ?

IV Dans une classe $\frac{2}{5}$ des élèves habitent Mérignac, $\frac{1}{3}$ habitent à Martignas et 8 habitent à Pessac.

Combien y-a-t-il d'élèves dans la classe ?

V Un vidéoclub propose les tarifs suivants :

Tarif A : 35 F par cassette.

Tarif B : 25 F par cassette plus 150 F d'abonnement.

Pour l'année 1997, Alicia a choisi le tarif A et Grégoire le tarif B.

A la fin de l'année, Alicia et Grégoire ont payé le même prix et ont loué le même nombre de cassettes.

Quel est ce nombre ?

e) Combien ont-ils dépensé chacun ?

Devoir n° 2

I Résoudre les équations suivantes :

$$2x - 5 = 18$$

$$5(3x - 2) + 2(4x - 3) = 8 - 3(x - 2)$$

$$(x - 5)(2x + 3) = 2x^2 + 11$$

$$\frac{2}{5}x = 13$$

$$\frac{1 - 3x}{4} - \frac{3x - 4}{15} = 1 - \frac{1 - 5x}{5}$$

II Pour 1080 F, le père de Pierre a acheté 4 cravates et 3 chemises.

Sachant que le prix d'une cravate est les $\frac{3}{5}$ de celui d'une chemise, quels sont les prix d'une cravate et d'une chemise ?

III Pour un abonné, la place de cinéma coûte 32 F, alors qu'une place à plein tarif coûte 45 F.

La recette pour 80 personnes a été de 3 132 F. Combien y avait-il d'abonnés parmi les 80 spectateurs ?

IV Sur les cartes téléphoniques de Pierre et de Paul, il y a en tout 178 unités. Si Pierre avait deux unités de plus, il aurait deux fois plus d'unités que Paul.

Déterminer le nombre d'unités qu'ils possèdent chacun.

11 Un père a 30 ans. Son fils a 10 ans.

Dans combien d'années, l'âge du père sera-t-il le double de celui du fils ? (On note x ce nombre d'années.)

12 Pendant un voyage, Fabien fait les $\frac{1}{3}$ du voyage en train, les $\frac{2}{5}$ en voiture et enfin 240 km en moto

Combien a-t-il fait de kilomètres au total ?

Devoir n° 3

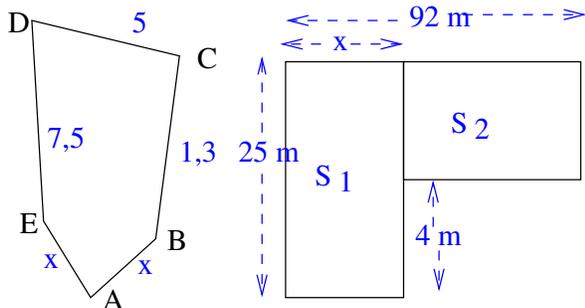


Figure n°1

Figure n°2

I Sur la Figure n°1, $AB=AE=x$ cm ; $BC=7,5$ cm ; $CD=1,3$ cm et $ED=5$ cm.

Déterminer la valeur de x pour que le périmètre de la figure ABCDE soit de 20 cm.

II La Figure n°2 représente deux terrains rectangulaires.

a) Ecrire en fonction de x , les aires S_1 et S_2 de chaque terrain.

b) Calculer x pour que les aires S_1 et S_2 soient égales.

III Après la projection d'un film publicitaire, un club de plongée a enregistré en 1992, 25 % d'inscriptions de plus que l'année précédente.

a) On désigne par x le nombre d'inscriptions en 1991. Exprimer en fonction de x le nombre d'inscriptions en 1992.

b) Sachant qu'il y a eu en 1992, 7200 inscriptions, combien y en avait-il en 1991 ?

IV Dans un jardin, le tiers de la surface est recouvert par des fleurs, un sixième par des plantes vertes et le reste, soit 150 m^2 , est occupé par la pelouse.

a) On désigne par x l'aire, en m^2 , de ce jardin. Traduire cet énoncé par une équation d'inconnue x .

b) Calculer l'aire de ce jardin.

Devoir n° 4

I En France, à la fin de l'année 1991, il y avait 2,6 millions de répondeurs téléphoniques.

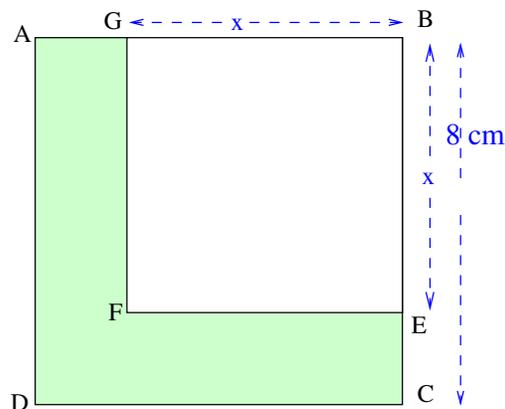
Sachant que le marché augmente de 15 % par an, combien y en avait-il à la fin de 1992 ?

II Le carré ABCD de la Figure 5 a pour côté 8 cm.

On découpe dans un angle le carré BEFG de côté x (en cm).

1°) Déterminer par le calcul, la valeur de x pour laquelle l'aire de BEFG est égale au quart de l'aire de ABCD.

2°) Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire de BEFG est égale à l'aire de la figure en vert. On en donnera une valeur approchée au dixième.



III Le granit est une roche cristalline formée d'un mélange hétérogène de quatre éléments : quartz, feldspath, biotite et minéraux secondaires.

1. Un bloc de granit est composé de : 28 % de quartz, 53 % de feldspath, 11 % de biotite, 19, 2 dm^3 de minéraux secondaires.

Calculer le volume de ce bloc.

2. Un mètre cube de ce granit a une masse de 2, 6 tonnes.

Calculer la masse de ce granit considéré dans la question 1.

Exercices de base

1 Est-ce que le nombre 3 est solution des inéquations suivantes :

$$\begin{aligned} 3x - 7 &\leq 0 \\ 2x + 1 &> 4 \\ 2x - 1 &< 4x + 5 \\ \frac{x}{3} - 2 &> 0 \end{aligned}$$

2 Résoudre les inéquations :

$$\begin{aligned} 3x &\leq 6 \\ x + 5 &> 7 \\ 4 + 2x &< 8 \\ \frac{1}{2}x &\leq 4 \\ x - 2 &< 4 \\ 5 &> 2x - 3 \\ \frac{3}{4}x &> 6 \\ 3x + 4 &< 12 \\ 6 - 3x &\leq 4 \end{aligned}$$

3 L'une de ces phrases est fausse. Laquelle ?

$$\begin{array}{lll} x \leq 3 & \text{donc} & 3x \leq 9 \\ x > 4 & \text{donc} & -2x > -8 \\ x < 6 & \text{donc} & x + 2 < 8 \end{array}$$

4 En utilisant une calculatrice, comparer :

$$\frac{61}{129} \quad \text{et} \quad \frac{213}{455}$$

$$-\frac{93}{108} \quad \text{et} \quad -\frac{1767}{2052}$$

$$\frac{752}{115} \quad \text{et} \quad \frac{177}{27}$$

5 On sait que : $5x < -14$.

Donner les inégalités correspondantes à :

$$5x + 1$$

$$50x$$

$$\frac{5x}{3}$$

$$x$$

6 a) A l'aide de la calculatrice, donner l'arrondi au millième de $\sqrt{11}$.

b) Ecrire un encadrement de $\sqrt{11}$ au centième.

c) Quelle est la troncature de $\sqrt{11}$ au centième ?

d) On sait que l'arrondi de x au centième est 3,27. Donner un encadrement de x au centième.

e) On sait que la troncature au dixième de y est 9,7. Donner un encadrement de y au dixième.

7 Ecrire les nombres suivants dans l'ordre croissant :

a) $-18,05; 13,4; -18,405; 13,56; -3; -18,12; -2,4.$

b) $\frac{3}{5}; -\frac{2}{7}; \frac{8}{5}; -\frac{4}{7}; 1; \frac{8}{3}; -2; -\frac{21}{5}.$

8 Compléter :

$x < -8$ et $y > 2$ donc $x \dots\dots\dots y$;

$x \geq \frac{1}{3}$ et $y < \frac{1}{6}$ donc $x \dots\dots\dots y$.

9 Sachant que $2,25 < a < 2,26$

a) Donner un encadrement de :

$3a; 3a + 2$ et $\frac{3a + 2}{5}.$

b) Donner un encadrement de $\frac{5a - 1}{2}.$

10 z est le nombre tel que $2,85 < z < 2,87$

a) Représenter cet encadrement sur une droite graduée.

b) Est-il possible d'écrire à partir de cet encadrement la troncature au centième ?

c) Quelle est la troncature au dixième de z ?

d) Quel est l'arrondi au dixième de z ?

Devoirs

Devoir n° 1

I Résoudre les inéquations :

$$5x \geq 14$$

$$-7x \geq -3$$

$$8 - 5x \leq -13$$

$$7 - 3(x - 4) > 6x - 13$$

$$\frac{8x + 3}{12} - \frac{7 - 2x}{36} > \frac{4x - 1}{6}$$

II Léa a 30 ans et sa fille Marie a 5 ans. Pendant combien d'années l'âge de Léa restera-t-il plus grand que le double de l'âge de Marie ?

III La somme de trois entiers est plus grande que 1914 et plus petite que 1914.
Trouver ces trois entiers.

IV a) A l'aide de la calculatrice, donner l'arrondi au millièmme de $\sqrt{123}$.

b) Ecrire un encadrement de $\sqrt{123}$ au centièmme.

c) Quelle est la troncature de $\sqrt{123}$ au centièmme ?

d) On sait que l'arrondi de x au centièmme est $x \simeq 9,87$.

Donner un encadrement de x .

e) On sait que la troncature au dixièmme de y est $y \simeq 19,8$.

Donner un encadrement de y .

V L'une de ces phrases est fausse. Laquelle ?

$$x \leq 7 \text{ donc } 3x \leq 21$$

$$x > 5 \text{ donc } -4x > -20$$

$$x < 7 \text{ donc } x + 2 < 9$$

Devoir n° 2

I Résoudre les inéquations suivantes :

$$7x \leq 21$$

$$2x - 5 < 7$$

$$\frac{2}{3}x > 8$$

$$\frac{5}{2}x + \frac{1}{2} \geq 8$$

II La somme de quatres entiers consécutifs est supérieure à 1939 et inférieure à 1945.
Trouver ces entiers.

III Le père a 32 ans de plus que le fils. Le grand-père a 32 ans de plus que le père.
Quel âge ont-ils maintenant sachant qu'il y a trois ans, ils avaient ensemble moins de 100 ans ?

IV a) Donner une valeur approchée au millièmme de $\sqrt{13}$

b) En déduire un encadrement au centièmme de $\sqrt{13}$.

c) Quelle est la troncature de $\sqrt{13}$ au centièmme ?

V On mesure la longueur L et la largeur l d'une planche dont on désire connaître l'aire.
On obtient en centimètres :

$$142 < L < 143 \text{ et } 26 < l < 27$$

Donner un encadrement de l'aire de la planche.

Exercices de base

Proportionnalité

1 Compléter ce tableau de proportionnalité :

6	12	7			0
46,8			26,52	39	

Quel est le coefficient de proportionnalité ?

2 Une voiture a parcouru 412 km avec 23 litres de carburant.

Combien consomme-t-elle pour 150 km ?

3 Combien valent 7 m d'un tissu sachant que 9 m du même tissu valent 37,62 € ?

4 Voici les tarifs d'abonnement à un journal : 3 mois pour 72 euros, 6 mois pour 130 euros, 9 mois pour 180 euros et 12 mois pour 220 euros.

Y a-t-il proportionnalité ?

5 Par électrolyse, avec 34 g d'eau, on obtient 16 g d'oxygène.

Combien un litre d'eau peut-il fournir d'oxygène ?

6 1°) Dans les deux cas, représenter dans un graphique, y en fonction de x.

2°) Indiquer s'il y a proportionnalité en utilisant le graphique.

x	3	0,5	1,5	4
y	4,5	0,75	2,25	6

x	3	2,5	1	0
y	6	4,5	1,9	0

7 Compléter le tableau ci-dessous :

Prix HT	100	280		
TVA 7 %			413	
Prix TTC				5350

Pourcentages

8 1°) Un objet coûtait 620 euros. Après augmentation, il coûte 713 euros.

Quel est le pourcentage d'augmentation ?

2°) Un objet coûtait 500 euros. Il est soldé à 350 euros.

Quel est le pourcentage de diminution ?

3°) Un objet coûtait 120 euros. Son prix est augmenté de 5 %.

Quel est le nouveau prix ?

4°) Après une augmentation de 3 %, un objet coûte 149,35 euros.

Quel était son prix avant augmentation ?

5°) On a droit à un rabais de 20 % sur un objet coûtant 300 euros.

Combien paie-t-on cet objet ?

6°) Après une réduction de 15 %, un objet coûte 153 euros.

Combien coûtait-il avant réduction ?

9 Dans une classe, seuls 20 %, c'est à dire 5 élèves, ont eu la moyenne à un devoir.

Quel est le nombre d'élèves de cette classe ?

10 Dans une élection, un candidat a obtenu les résultats suivants :

1°) Dans la commune A, il y a 2500 votants et il a obtenu 32 % des voix.

Quel est son nombre de voix ?

2°) Dans la commune B, il a obtenu 792 voix soit 36 % des voix. Quel est le nombre de votants ?

3°) Dans la commune C, il a obtenu 750 voix sur 2500 votants.

Quel est le pourcentage de voix obtenues ?

Calcul de vitesses

11 Calculer :

3 h 55 min + 7 h 24 min

11 h 12 min 15 s – 3 h 48 min 50 s

2 h 54 min \times 3

8 h 34 min 14 s : 5

12 Convertir :

2 h 37 min 18 s en s

15628000 s en h, min et s

3,5 h en h et min

7 h 20 min en h (avec décimales).

13 a) Une voiture a parcouru 96 km en 1 h 12 min. Quelle est sa vitesse ?

b) Une voiture a roulé durant 3 h 25 min à la vitesse de 92 km/h. Combien a-t-elle parcouru ?

c) Une voiture parcourt 235 km à la vitesse de 65 km/h. Quel temps met-t-elle ?

14 Pour aller d'une ville A à une ville B, un cycliste dont la vitesse moyenne est de 20 km/h met 4 h 15 min.
Quel temps mettrait une voiture sur le même trajet à la vitesse moyenne de 60 km/h ?

15 Le débit d'un robinet est 150 l toutes les 20 minutes.

a) Combien de litres s'écoulent en 1 h ?

b) Combien de litres s'écoulent en 1 h 15 min ?

c) Combien faut-il de temps pour remplir un bac de 600 l ?

d) Une citerne de 1800 l est-elle remplie en 2 h 30 min ?

16 Avant le TGV, le train le plus rapide sur la ligne Paris-Lyon (512 km) roulait à une vitesse moyenne de 140 km/h.

1°) Quelle était la durée du parcours ?

2°) La nouvelle ligne TGV est moins longue de 87 km. Sachant que le trajet dure 2 heures, quelle est la vitesse moyenne du TGV ?

3°) Pour des raisons de sécurité, deux trains successifs doivent être séparés d'au moins 15 km. Quel temps minimum doit séparer deux départs de TGV ?

Echelles

17 La maquette d'une maison mesure 24 cm de long, 16 cm de large et 8,2 cm de haut.

Dans la réalité cette maison mesure 12 mètres de long.

1°) A quelle échelle a-t-on réalisé la maquette ?

2°) Calculer la largeur et la hauteur réelles de la maison.

18 Une bactérie mesurant 0,03 mm sur 0,008 mm a été dessinée avec une longueur égale à 6 cm.

A quelle échelle a-t-elle été dessinée ?

Calculer sa largeur sur le dessin.

19 1°) Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{500\,000}$, la distance entre deux villes est de 12 cm.

Quelle est la distance réelle entre ces deux villes ?

2°) Deux villes distantes de 72 km sont représentées sur une carte à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$. Quelle est leur distance sur la carte ?

3°) Un chemin long de 700 m est représenté sur une carte par un segment de 3,5 cm.

Quelle est l'échelle de la carte ?

Fonctions linéaires

20 Donner les images de $-1, 5; -\frac{1}{2}; 0, 1$ et $\frac{4}{3}$ pour chacune des applications linéaires suivantes :

$$f : x \mapsto 3x$$

$$g : x \mapsto \frac{1}{4}x$$

$$h : x \mapsto -\frac{2}{3}x$$

21 Indiquer pour chacun des tableaux suivants s'il s'agit d'un tableau de proportionnalité. Si oui, exprimer l'application linéaire associée sous la forme : $x \mapsto kx$.

5	10	15	20
10	15	20	25

1,5	2	2,5	3
4,5	6	7,5	9

30	33	36	39
10	11	12	13

7	14	21	35
1	2	3	5

22 Représenter graphiquement les applications linéaires suivantes :

$$f : x \mapsto -x$$

$$g : x \mapsto 3x$$

$$h : x \mapsto -2x$$

$$i : x \mapsto -\frac{1}{4}x$$

23 Donner les applications linéaires associées aux situations suivantes :

- Augmenter de 25 %
- Diminuer de 25 %
- Augmenter de 4 %
- Diminuer de 8 %.

24 Est-ce que les points suivants appartiennent à la représentation graphique de l'application linéaire : $f : x \mapsto -0,75x$?

$$A(-1; 0,75) \quad B(-2; \frac{3}{2})$$

$$C(-\frac{1}{5}; -0,15) \quad D(0; 0).$$

25 Déterminer le coefficient directeur k de l'application linéaire $f : x \mapsto kx$ telle que $f(4) - f(3) = 8$.

26 Parmi ces applications, lesquelles sont linéaires : $f : x \mapsto 2x$

$$g : x \mapsto 3x^2$$

$$h : x \mapsto 7x - 4$$

$$i : x \mapsto 3x - 5x$$

$$j : x \mapsto 0,75x$$

$$k : x \mapsto \frac{1}{2x}$$

27 Dans un pays A, l'augmentation des prix était de 6 % en 1986 et de 3 % en 1987.

Dans un autre pays B, elle était de 8 % en 1986 et de 1 % en 1987.

Dans quel pays, les prix ont-ils le moins augmenté sur l'ensemble des deux années ?

28 La consommation théorique pour une voiture est de 6,5 litres pour 100 km.

1°) Compléter le tableau ci-dessous :

Distance	100	150	275	450
Consommation				

2°) Exprimer l'application linéaire donnant la consommation en fonction de la distance parcourue.

3°) En pratique, la consommation se situe entre 15 % et 20 % au dessus de la valeur théorique.

Pour un parcours de 250 km, à quelle consommation réelle doit-on s'attendre ? (Donner un encadrement).

Devoir n° 1

I 1°) Une voiture roule à 85 km/h ; donner sa vitesse en mètres par seconde. (m/s)

2°) Le débit d'une rivière est 27 m³ par seconde (m³ /s). Comment s'exprime ce débit en litres par minute ?

3°) Un cycliste parcourt 13 km en 16 min. Quelle est sa vitesse en km/h ?

4°) Une isolation thermique permet de réduire les frais de chauffage de 12%. Quelle était la dépense avant isolation si l'on paye après 4 254,80 Fr.

II Sur une carte de l'I.G.N. au 1/25 000, la distance d correspond à une distance D sur le terrain.

1°) Exprimer d en fonction de D , puis D en fonction de d.

2°) A quelle distance sur le terrain correspond une distance de 12 cm sur la carte ?

3°) A quelle distance sur la carte correspond une distance sur le terrain de 1,8 km ?

III La masse d'un mètre d'un certain fil de fer est de 30 g.

1°) Déterminer et représenter graphiquement l'application linéaire exprimant la masse en fonction de la longueur du fil.

2°) Montrer comment sur ce graphique on peut lire la masse de 5 mètres de fil.

3°) Montrer comment sur ce graphique on peut lire la longueur d'un fil pesant 235 g.

IV Une automobile consomme 6 litres d'essence pour parcourir 100 km à la vitesse de 90 km/h.

On désigne par d la distance parcourue et par x la quantité d'essence utilisée.

1°) Calculer la consommation d'essence pour 1 km.

2°) Calculer la distance parcourue avec 1 litre d'essence.

3°) Représenter graphiquement l'application linéaire donnant la distance en fonction de la quantité d'essence utilisée.

4°) Montrer sur ce graphique la distance que l'on peut parcourir avec 14 litres.

5°) Montrer sur ce graphique la quantité d'essence nécessaire pour parcourir 420 km.

Devoir n° 2

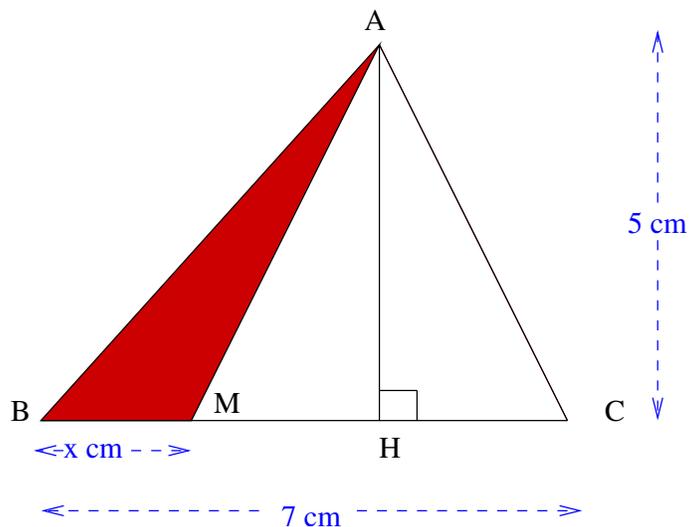
Sur le côté BC=7 cm d'un triangle ABC de hauteur AH=5 cm, on place un point M tel que BM=x.

1°) Exprimer en fonction de x, l'aire du triangle ABM.

2°) Représenter graphiquement l'application linéaire associée à cette aire.

3°) Déterminer graphiquement la position de M pour que l'aire du triangle ABM soit égale à 10 cm².

Vérifier par le calcul.



1 Voici les 25 notes d'un contrôle : 12 - 12 - 11 - 7 - 8 - 13 - 15 - 15 - 7 - 10 - 12 - 14 - 8 - 9 - 4 - 15 - 15 - 8 - 9 - 10 - 11 - 13 - 14 - 14 - 15.

1°) Compléter le tableau suivant.

Notes	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total
Effectifs										
Effectifs cumulés										
Fréquences en %										
Fréquences cumulés en %										

2°) Quelle est la médiane ?

3°) Calculer la moyenne de deux façons.

a) avec la listes des notes.

b) avec le tableau.

4°) Tracer le diagramme en bâton des effectifs.

5°) Tracer la courbe des fréquences cumulés.

Retrouver la médiane à l'aide de cette courbe.

2 Trois candidats à une élection ont obtenu les résultats donnés dans le tableau suivant.

1°) Compléter ce tableau.

2°) Tracer le diagramme circulaire des résultats.

Candidats	X	Y	Z	Total
Suffrages	8350	6221	831	
Pourcentages				
Angle au centre				

3 Les 750 élèves d'un collège sont répartis de la façon suivante :

- 255 élèves sont en sixième.
- 26 % des élèves sont en cinquième.
- $\frac{6}{25}$ des élèves sont en quatrième.

Compléter le tableau suivant puis tracer le diagramme semi-circulaire des effectifs.

Niveau	Sixième	Cinquième	Quatrième	Troisième	Total
Nombre d'élèves					
Pourcentage					
Angle					

4 Une enquête auprès des 48 élèves de deux classes portait sur la durée du trajet pour se rendre au collège.

1°) Reproduire et compléter le tableau ci-dessous.

Temps en min	$0 \leq t < 15$	$15 \leq t < 30$	$30 \leq t < 45$	$t > 45$	Total
Effectifs	6	24		3	48
Effectifs cumulés					
Fréquences en %					

2°) Tracer l'histogramme des effectifs.

3°) Quel est le nombre d'élèves dont la durée du trajet est inférieure à 45 min ?

4°) Quel est le nombre d'élèves dont la durée du trajet est supérieur ou égale à 30 min ?

5°) Quel est le pourcentage d'élèves dont la durée du trajet est inférieure à 30 min ?

5 Dans une classe de Troisième, on a relevé l'âge des élèves. Les résultats obtenus ont été placés dans un tableau mais certains ont été effacés.

Compléter le tableau

Age	Pourcentage	Nb d'élèves	Nb de filles	Nb de garçons
14 ans	10 %			1
15 ans				12
16 ans	20 %		3	
Totaux	100 %	30		

6 On a relevé pour 100 véhicules, la distance parcourue en un an.

Distance parcourue en milliers de km	0 à 10	10 à 20	20 à 30	30 à 40	40 à 50
Effectifs	10	18	40	20	12
Effectifs cumulés					

- 1°) Construire l'histogramme correspondant.
- 2°) Remplir la ligne des effectifs cumulés.
- 3°) Dans quelle classe se trouve la médiane ?
- 4°) Déterminer la distance moyenne parcourue par un véhicule en un an.

7 Voici, ci-après, un tableau (incomplet) indiquant la production de voitures particulières, en 1993, de trois constructeurs français :

Constructeur	Renault	Peugeot	Citroën	Production totale
Effectifs	1 264 628	946 988		2 836 280
Fréquences en %				

- 1°) Compléter le tableau ci-dessus.
- 2°) Quel nombre de voitures aurait produit le constructeur Renault s'il avait eu la possibilité d'augmenter sa production de 3 % ?

8 L'examen d'entrée dans une école d'électronique comporte trois épreuves notées chacune sur 20 et affectées de coefficients :

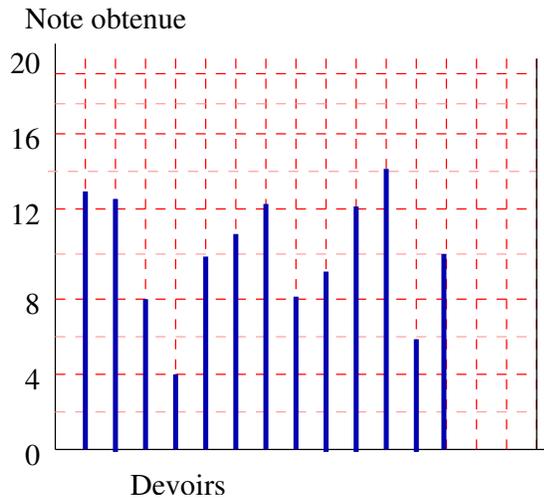
- mathématiques : coefficient 4 ;
- physique : coefficient 3 ;
- français : coefficient 2.

Pour être reçu à cet examen, il faut obtenir une moyenne sur 20 supérieure ou égale à 10.

- 1°) Alain a obtenu 10 en mathématiques, 12 en physique et 8 en français. Est-il reçu ? Justifier la réponse.
- 2°) Lise a obtenu 8 en mathématiques et 11 en français. Quelle doit être sa note minimale en physique pour être reçue ?
- 3°) Julien a obtenu 10 en physique. Sa note en mathématiques est le double de sa note en français. Sa moyenne est 10.

Quelles sont ses notes de mathématiques et de français ?

9 Un élève a reporté sur le graphique ci-après les notes de ses devoirs. Il a oublié d'y inscrire ses deux dernières notes : 12 et 16.
Compléter le diagramme en bâton.



Compléter le tableau suivant où n est la note obtenue.

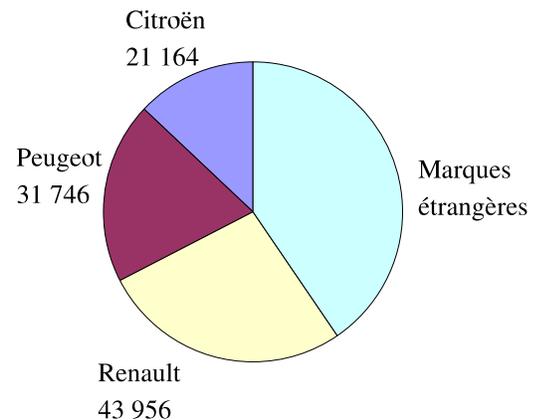
Note obtenue	$0 \leq n \leq 4$	$4 < n \leq 8$	$8 < n \leq 12$	$12 < n \leq 16$	$16 \leq n \leq 20$	nombre total de devoirs
Nombre de devoirs						

2) Calculer le pourcentage de devoirs ayant obtenu la note n, telle que $8 \leq n \leq 16$.

10

162 800 voitures neuves ont été vendues en France pendant le mois d'octobre 1995.

Le diagramme circulaire ci-contre donne la répartition des ventes entre les diverses marques d'automobiles.



1°) Combien de voitures de marques étrangères ont-elles été vendues pendant le mois d'octobre 1995 ?

2°) Quel est, par rapport à la totalité des voitures vendues, le pourcentage des voitures de marque Renault ?

3°) Calculer l'angle correspondant sur le diagramme aux voitures de marque Peugeot.

11 Dans un centre d'examen, après avoir corrigé 432 copies, on a fait le bilan suivant :

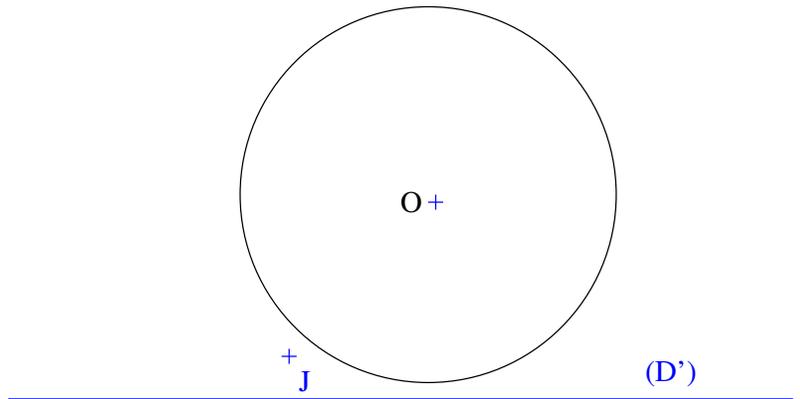
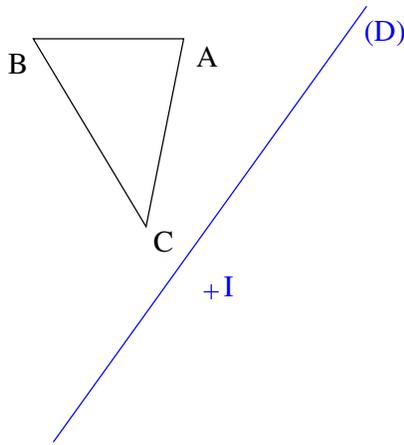
168 copies ont une note strictement inférieure à 10 .

264 copies ont une note supérieure ou égale à 10.

Représenter ce bilan par un diagramme semi-circulaire (on prendra un rayon de 4 cm).

Exercices de base

Les symétries



1 En utilisant la règle non graduée et le compas, tracer :

- le symétrique du triangle par rapport à la droite (D).
- le symétrique du triangle par rapport au point I.
- le symétrique du cercle par rapport à la droite (D').
- le symétrique du cercle par rapport au point J.

2 1°) Soit E, F et G trois points alignés.

Δ_1 la médiatrice du segment [EF] ; Δ_2 la médiatrice du segment [EG].

Que peut-on dire de Δ_1 et de Δ_2 ?

2°) Soit E, F et G trois points non alignés.

Δ_1 et Δ_2 se coupent en A.

a) Montrer que $AE=AF=AG$.

b) Compléter :

Le cercle de centre A et de rayon AE passe par car

La médiatrice Δ_3 de [FG] passe par car

3 a) Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que $AB=4$ cm et $BC=5$ cm.

b) Tracer le symétrique $A'B'C'$ du triangle ABC

par rapport au point C.

c) Quelles sont les mesures des segments $[A'B']$ et $[B'C']$?

d) Quelle est la nature du triangle $A'B'C'$?

e) Quelle est la nature du quadrilatère $ABA'B'$?

f) Tracer le symétrique $A''B''C''$ du triangle ABC par rapport à la droite (AC).

g) Quelle est la nature du triangle $CB''B$?

4 Tracer un triangle ABC non rectangle.

Soit I le milieu du segment [AB].

Marquer les symétriques A' , B' et C' de ABC par rapport à la droite (CI).

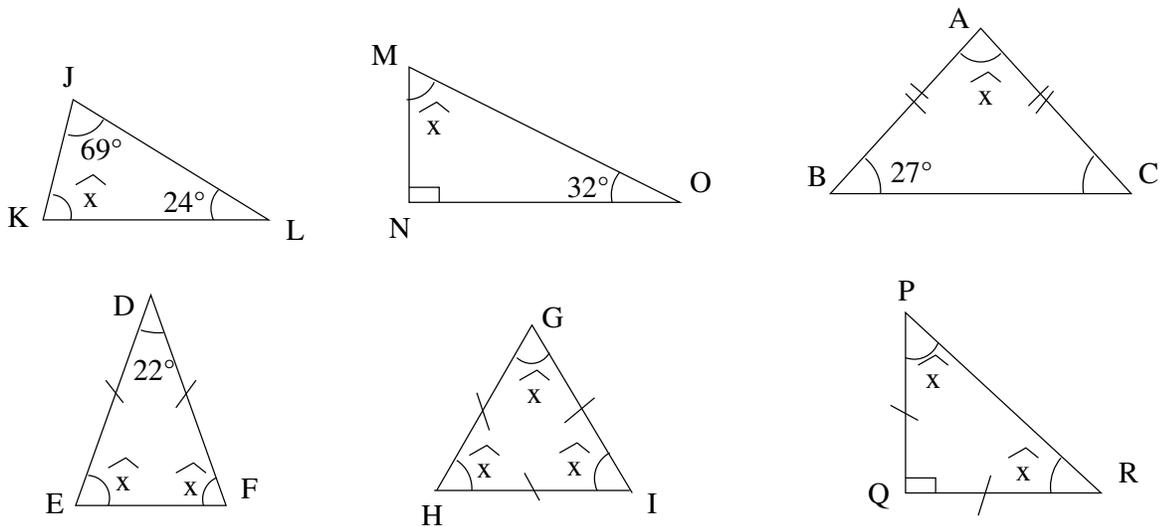
a) Montrer que $AA'C$ est un triangle isocèle.

b) Montrer que I est le milieu du segment $[A'B']$.

c) Montrer que $AA'BB'$ est un trapèze.

Les angles

5 Dans chaque cas, calculer l'angle \hat{x} .



6 Reproduire chacune des figures ci-dessus puis calculer les angles du triangle ABC.

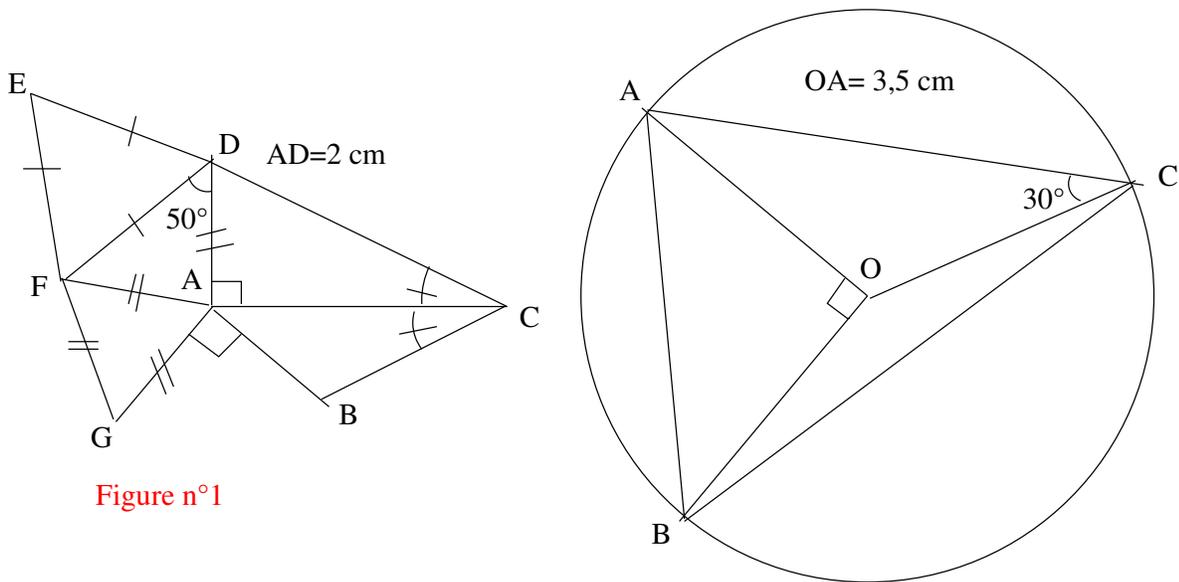


Figure n°1

Figure n°2

7 Citer pour la Figure n°1 :

- deux angles opposés par le sommet.
- deux angles alternes-internes.
- deux angles correspondants.
- Deux angles supplémentaires.
- deux angles complémentaires.

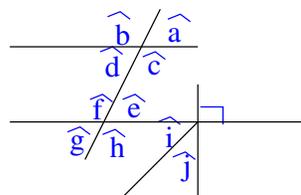


Figure n°1

8 Pour la Figure n°2, sachant que $\hat{x}=50^\circ$ et $(d) \parallel (d')$, déterminer en justifiant les mesures des angles $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}, \hat{l}, \hat{m}, \hat{n}$ et \hat{p} .

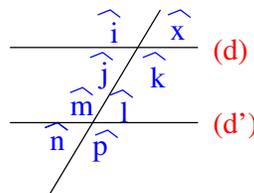


Figure n°2

9 Pour la Figure n°3 ABC est un triangle isocèle en A, $\hat{x} = 70^\circ$ et $(d) \parallel (BC)$.

- a) Calculer $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{i}$ et \hat{j} .
 v b) Qu'est-ce que la droite d pour l'angle \widehat{CAD} ?

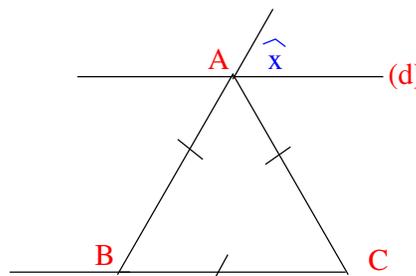


Figure n°3

10 Construire un triangle ABE rectangle en B tel que $BE=5$ cm et $\widehat{AEB} = 32^\circ$.

Soit le point D tel que E, A, D soient alignés dans cet ordre et $AD=4$ cm.

Soit le point C tel que ABCD soit un parallélogramme.

- 1°) Calculer les mesures des angles $\widehat{BAE}, \widehat{BAD}, \widehat{BCD}$ et \widehat{CBE} .
 2°) La bissectrice de l'angle \widehat{AEB} coupe (BC) en H. Calculer \widehat{EHB} .
 3°) On nomme F le point du segment [AE] tel que $BE=EF$. Calculer \widehat{EFB} .

11 a) Tracer un parallélogramme ABCD tel que $AB=6$ cm, $\widehat{CAB}=36^\circ$ et $\widehat{ABD}=48^\circ$. Ses diagonales se coupent en O.

b) Calculer la mesure des angles $\widehat{AOB}, \widehat{BOC}, \widehat{ACD}, \widehat{DOC}, \widehat{BDC}$ et \widehat{AOD} en justifiant.

12 a) Tracer un cercle (C) de centre O et de rayon 5 cm.

b) Tracer deux diamètres [BD] et [EF] de ce cercle tels que $\widehat{EOB}=44^\circ$

- c) Quelle est la nature des triangles OEB et ODF ?
 d) Calculer les angles de ces triangles.
 e) En déduire que $(EB) \parallel (DF)$.

Les parallélogrammes

13 Construire un triangle ABC. Soit I le milieu du segment [AB] et J le milieu du segment [AC]. K est le symétrique du point I par rapport au point J.

- a) Montrer que AKCI est un parallélogramme.
- b) Que peut-on en déduire pour les droites (AI) et (KC) ? pour les longueurs AI et KC ?
- c) Montrer que IKCB est un parallélogramme.
- d) Que peut-on en déduire pour (IJ) et (BC) ?

14 Soit C un cercle de diamètre [AB] et soit O le centre de ce cercle. Soit D un point du cercle C. Placer le point E symétrique du point D par rapport au point O.

- a) Montrer que AD BE est un rectangle.
- b) En déduire la nature du triangle ABE.

15 Soit ABCD un carré de centre O. Soit E le point d'intersection de la droite (DC) et de la parallèle à (AC) passant par B.

- a) Montrer que ABEC est un parallélogramme.
- b) Donner la mesure des angles suivants en justifiant : \widehat{AOB} ; \widehat{OAB} ; \widehat{ABO} ; \widehat{ABC} ; \widehat{BEC}

16 FIER est un parallélogramme. Soit O un point du segment [FI]. La parallèle à (FR) passant par O coupe (RE) en U.

Démontrer que FOUR est un parallélogramme.

17 Dessiner un parallélogramme ABCD. Tracer la perpendiculaire à la droite (BC) passant par D, elle coupe la droite (BC) en K. Tracer la parallèle à la droite (DK) passant par C, elle coupe la droite (AD) en H.

Montrer que HCKD est un rectangle.

18 Soit ABCD un rectangle. Placer le point E tel que ABEC soit un parallélogramme.

Démontrer que le triangle DBE est isocèle.

19 Dessiner un losange ABCD. Construire le symétrique E du point B par rapport au point C.

- a) Démontrer que ACED est un parallélogramme.
- b) Que peut-on en déduire pour les droites (AC) et (DE) ?
- c) Démontrer que DBE est un triangle rectangle.

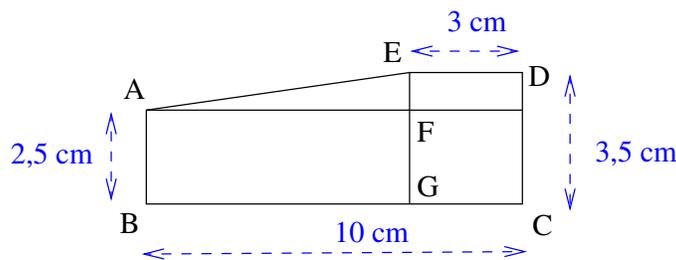
20 Soit ABCD un parallélogramme. Tracer la perpendiculaire \mathcal{D}_1 à la droite (CD) qui passe par A. Elle coupe (CD) en I. Tracer la parallèle \mathcal{D}_2 à la droite \mathcal{D}_1 passant par B. \mathcal{D}_2 coupe (CD) en R.

- a) Démontrer que ABRI est un rectangle.
- b) Prouver que $CD=IR$.

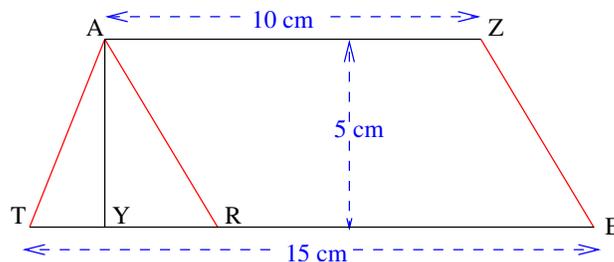
21 Tracer un triangle ABC. Tracer la bissectrice des angles \widehat{ABC} et \widehat{ACB} . Soit I leur point d'intersection. Tracer la parallèle à la droite (BC) passant par I ; elle coupe la droite (AB) en E et la droite (AC) en F.

- a) Démontrer que le triangle BEI est isocèle en E.
- b) Démontrer que $EF=EB+FC$.

22 Calculer l'aire du polygone ABCDE en cm^2 . Convertir cette aire en mm^2 et en dm^2 .



23 AZER est un parallélogramme. a) Montrer que AZET est un trapèze. b) Calculer l'aire de AZET.



1 Construire un triangle MNP rectangle en P tel que $MN=8$ cm et $\widehat{MNP}=50^\circ$.

2 Tracer un cercle C de centre O et de diamètre $AB=6$ cm.

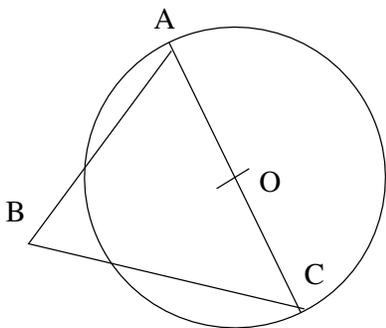
Soit M le point du cercle C tel que $AM=4$ cm.

- Démontrer que AMB est un triangle rectangle.
- Soit N le symétrique de M par rapport à O . Démontrer que $AMBN$ est un rectangle.

3 Construire un triangle EFG rectangle en F tel que $EG=7$ cm et $\widehat{EGF}=35^\circ$. Soit I le milieu de $[EG]$.

- Quelle est la mesure du segment $[FI]$?
- Quelle est la nature du triangle FIG ?
- En déduire la mesure de l'angle \widehat{FIG} .

4 Tracer en utilisant uniquement la règle non graduée, les trois hauteurs du triangle ABC .



5 Soit un triangle ABC rectangle en A . La hauteur issue de A coupe $[BC]$ en H . Le cercle de centre H passant par A coupe (AB) en D et (AC) en E .

- Quelle est la nature du triangle AED ?
- En déduire que D, H et E sont alignés.

6 Tracer le cercle C de centre O et de rayon $4,5$ cm. Soit O' un point tel que $OO'=6$ cm.

Tracer le cercle C' de centre O' et de rayon 3 cm. Ces deux cercles se coupent aux points A et B . Tracer le diamètre $[AM]$ du cercle C et le diamètre $[AN]$ du cercle C' .

Montrer que $(MB)\perp(BA)$ et $(BN)\perp(BA)$. Que peut-on en déduire pour les points M, B et N ?

7 Soit un quadrilatère $OTUA$ et les cercles de diamètre $[UT]$ et $[OT]$. Soit L le second point commun à ces deux cercles.

1°) Quelle est la nature des triangles OTL et UTL ?

2°) En déduire que O, U et L sont alignés.

8 Soit ABC un triangle tel que $BC=8$ cm, $AC=7$ cm et $AB=5$ cm.

Soit I le milieu de $[BC]$.

Soit K le pied de la hauteur issue de B et L le pied de la hauteur issue de C .

- Montrer que les triangles BKC et BLC ont le même cercle circonscrit.
- En déduire les longueurs IK et IL .
- Tracer la hauteur issue de A sans équerre.

9 Soit ABC un triangle isocèle tel que $AB=AC=4$ cm et $BC=5$ cm.

Soit D le symétrique de C par rapport à A .

Montrer que CBD est un triangle rectangle.

10 Soit C un cercle de centre I et V un point de C . Soit V' le point de C diamétralement opposé à V .

Soit C' le cercle de diamètre $[IV]$. Une droite passant par V coupe C' en A et C en R .

- Montrer que VAI et VRV' sont des triangles rectangles.
- En déduire que $(AI)\parallel(RV')$.
- Montrer que A est le milieu de $[VR]$.
- Soit P le symétrique de R par rapport à I . Montrer que $RVPV'$ est un rectangle.

11 Soit ABC un triangle. Le cercle de diamètre $[AB]$ coupe la droite (BC) en E et la droite (AC) en F .

Les droites (BF) et (AE) se coupent en H .

- Montrer que H est l'orthocentre du triangle ABC .
- En déduire que $(BA)\perp(HC)$.

Le Théorème

1 1°) Construire un triangle ART rectangle en A tel que $AR=4,5$ cm et $AT=6$ cm.

Calculer RT.

2°) Construire un triangle BCL rectangle en L tel que $BC=8,5$ cm et $CL=6$ cm.

Calculer LB.

2 1°) Construire un triangle CAR rectangle en A, inscrit dans un cercle de $6,5$ cm de rayon et tel que $AC=5$ cm.

2°) Calculer CR et AR, puis l'aire du triangle CAR.

3 1°) Construire un losange IJKL tel que $IK=8$ cm et $JL=10$ cm.

2°) Donner un encadrement à $0,1$ cm près de la longueur de ses côtés.

4 Sur un cercle C de centre O , de rayon $7,5$ cm, on marque deux points A et B tels que $AB=9$ cm.

Calculer la distance de O à la droite (AB) .

5 Soit ABCD un rectangle tel que $AB = 9$ cm et $AC = 12$ cm.

1°) Faire la figure au vraie grandeur.

2°) Calculer une valeur arrondie au millimètre près de la longueur BC.

3°) En déduire une valeur arrondie au millimètre carré près de l'aire de ce rectangle.

4°) Calculer une valeur arrondie au millimètre près du périmètre du rectangle.

6 1°) Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que $AB=7$ cm et $AC=9$ cm.

Soit M le milieu de $[BC]$.

Calculer la longueur BC.

2°) En déduire la longueur de la médiane issue de l'angle 7 cm droit.

3°) Soit N un point tel que AMNC soit un

parallélogramme.

Soit $[MH]$ la hauteur du parallélogramme issue de M.

Calculer MH.

En déduire l'aire de AMNC.

7 Tracer un cercle (C) de diamètre $[AB]$ et de rayon 4 cm.

On note O son centre.

La médiatrice du segment $[OB]$ coupe le cercle (C) en C et D , et coupe la droite (OB) en M .

a) Quelle est la nature du triangle ABC ?

b) Calculer CM.

c) Démontrer que OBC est un triangle équilatéral et calculer son aire.

d) Calculer AC.

8 Construire un triangle ABC rectangle en A tel que $AB=3$ cm et $BC=6$ cm.

a) Calculer AC. Donner une valeur approchée au dixième.

b) A' est le milieu de $[BC]$. Calculer AA'

c) C' est le milieu de $[AB]$. Calculer CC' . [0.3cm]

9 C_1 est un cercle de centre O et de rayon $7,5$ cm. $[AB]$ est un diamètre de C_1 . E est un point de $[OB]$ tel que $OE=5$ cm.

C_2 est le cercle de centre E passant par B, il recoupe (OB) en N.

a) Construire un point M de C_2 situé à 4 cm de B. La droite (BM) coupe le cercle C_1 en P.

Quelle est la nature des triangles NMB et APB ?

b) Calculer MN.

c) La parallèle à la droite (PB) passant par N coupe (AP) en H.

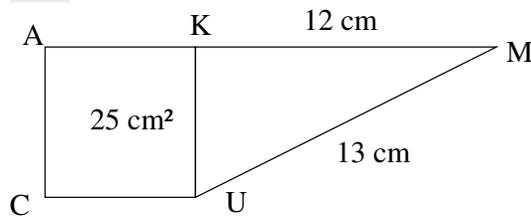
Quelle est la nature du quadrilatère PMNH ?

Sa réciproque

10 Soit AMR un triangle tel que $AM=4,5$ cm, $AR=7,5$ cm et $RM=6$ cm.

Montrer que ce triangle est rectangle.

11



1°) Sachant que AKUC est un carré d'aire 25 cm^2 , calculer KU.

2°) Quelle est la nature du triangle KUM ?

3°) Prouver que A, K et M sont alignés.

12 1°) Construire un triangle ABC tel que : $AB=4,8$ cm, $AC=6,4$ cm et $BC=8$ cm.

2°) Démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.

3°) Construire le point D symétrique du point B par rapport au point A.

4°) Calculer l'aire du triangle BCD.

13 a) Tracer un segment [AB] tel que $AB=6,5$. Construire les triangles ABC, ABD et ABE tels que : $AB=6,3$; $BC=1,6$; $AD=6$; $BD=2,5$; $AE=3,3$; $BE=5,6$.

b) Démontrer que ces triangles sont rectangles.

c) En déduire que les points A, B, C, D et E sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

14 Un champ a la forme d'un quadrilatère dont les diagonales mesurent 90 m et 56 m. Son aire est égale à 2520 m^2 et son périmètre est 212 m.

Peut-il être un losange ?

15 Tracer un parallélogramme ABCD tel que $AB=8$ cm, $AD=3,9$ cm et $DB=8,9$ cm.

Quelle semble être sa nature ? Démontrer votre conjoncture.

16 STR est un triangle tel que $ST=2,7$ cm $SR=3,6$ cm et $TR=4,5$ cm.

(Δ) est la médiatrice du segment [SR].

Démontrer que les droites (Δ) et (ST) sont parallèles.

17 a) Tracer un triangle ABC tel que $AB=6$ cm, $AC=8$ cm et $BC=10$ cm.

b) Placer le point B' symétrique de B par rapport à A.

c) Placer le point C' symétrique de C par rapport à A.

d) Quelle est la nature du quadrilatère B'C'BC ? Le démontrer.

18 ADB est un triangle tel que $AD=14$ cm ; $DB=4,8$ cm et $AB=14,8$ cm. DBC est un triangle tel que $BC=5,5$ cm et $DC=7,3$ cm.

Démontrer que les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

19 a) Tracer un segment [OO'] de 4 cm de longueur.

b) Tracer un cercle (C) de centre O et de 2,4 cm de rayon ainsi qu'un cercle (C') de centre O' et de 3,2 cm de rayon.

c) Les cercles (C) et (C') se coupent en M et N.

d) Démontrer que les droites (OM) et (O'M) sont perpendiculaires, ainsi que les droites (ON) et (O'N).

Devoir n° 1

I ABCD est un trapèze rectangle en A de bases [AB] et [CD] tel que $AD=3\text{ cm}$ et $AB=2\text{ CD}$.

a) Calculer DC sachant que l'aire de ce trapèze est égale à 27 cm^2 .

En déduire la longueur AB.

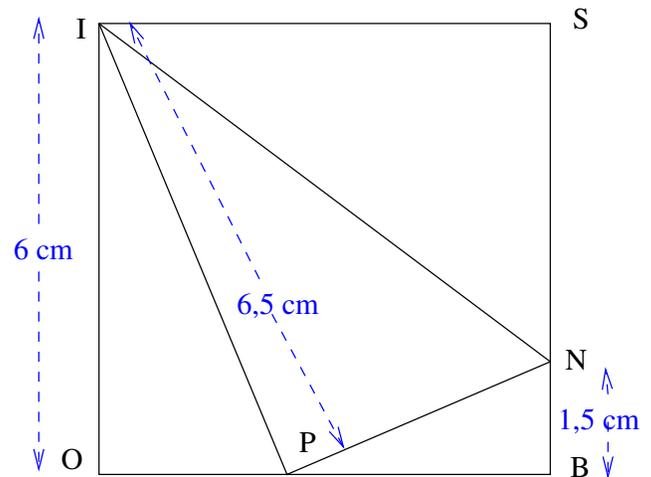
b) Soit H le projeté orthogonal de C sur (AB).

Démontrer que HCDA est un rectangle.

c) Calculer HB et BC.

d) Calculer une valeur approchée au centième du périmètre du trapèze ABCD.

II Sur la figure ci-dessous, BOIS est un carré de côté 6 cm. $BN=1,5\text{ cm}$ et $IP=6,5\text{ cm}$.
Le triangle PIN est-il rectangle ?



Devoir n° 2

I Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB=12\text{ cm}$ et $AC=10\text{ cm}$.

1°) Calculer une valeur approchée au millimètre près de BC.

2°) Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC. Soit C ce cercle.

3°) Soit H le milieu de [AC] et K le milieu de [AB]. Montrez que KHCB est un trapèze.

4°) Calculer l'aire de AKH, puis l'aire de ABC. En déduire l'aire de KHCB.

5°) Calculer une valeur approchée au millimètre près de la hauteur de KHCB.

II Soit C(O; 4 cm) et [MN] un diamètre de C. Soit T un point de C tel que $MT=6\text{ cm}$.

1°) Calculer une valeur approchée de TN.

2°) Soit O le milieu de [MN] et D la parallèle à (MT) passant par O. D coupe (NT) en J.

Montrez que J est le milieu de [NT]

3°) Montrez que (OJ) est la médiatrice de [NT].

Devoir n° 3

I Dessiner un segment $[PQ]$ de 13 cm, de milieu O . Placer un point A tel que $AP=12,6$ cm et $AQ=3,2$ cm.
Placer un point B tel que $BP=5$ cm et $BQ=12$ cm.

- 1°) a) Démontrer que les triangles PAQ et PBQ sont rectangles respectivement en A et B .
- b) Démontrer que A et B appartiennent au cercle de diamètre $[PQ]$.
- 2°) a) Placer sur le dessin un point C tel que : $CO=6,5$ cm et $CP=6,6$ cm.
- b) Démontrer que le triangle PCQ est rectangle en C .
- c) Calculer la longueur du segment $[CQ]$.

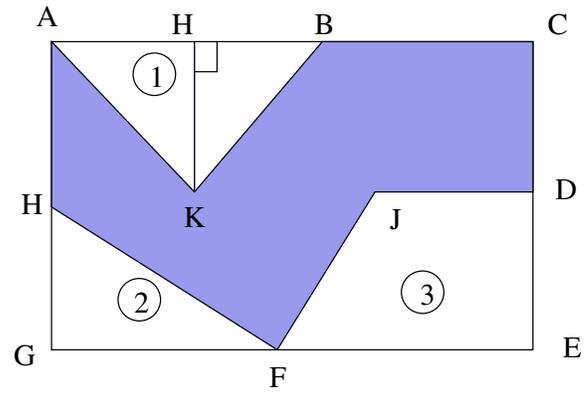
II Soit $ABCD$ est un trapèze rectangle en A et B tel que, avec une unité choisie : $AB=9$, $AD=3$, $BC=6$.
Soit H le projeté orthogonal de D sur la droite (BC) .

- 1°) Calculer la longueur DC .
- 2°) Soit I le point du segment $[AB]$ tel que $AI=4$. Le triangle DIC est-il rectangle en I ? Justifier votre réponse.

III Soit ABC un triangle tel que $AB=45$, $AC=75$, $BC=60$ et $AE=12$.
Soit E un point du segment $[AB]$.
1°) Tracer la parallèle à (BC) passant par E . Elle

- coupe $[AC]$ en F .
- 2°) Démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.
Quelle est la propriété utilisée ?
 - 3°) Calculer la longueur AF . Quelle est la propriété utilisée ?
 - 4°) Démontrer que les droites (EF) et (AB) sont perpendiculaires.

IV



Pour faire une pièce de métal, on a employé un rectangle de 56 cm sur 35 cm.
 $AB=25$ cm $DE=15$ cm $FE=30$ cm $GH=10$ cm
 $HK=20$ cm $JD=12$ cm.

- 1°) Calculer les trois aires ①, ②, ③. (N'oubliez pas d'écrire les formules avec le nom des segments.)
- 2°) En déduire l'aire de la surface grisée.

Théorème des milieux

1 Soit ABC un triangle et M le milieu de [AB].

1° La parallèle à (BC) passant par M coupe [AC] en N.

Démontrer que N est le milieu de [AC].

2° La parallèle à (AB) passant par N coupe [BC] en S.

Démontrer que S est le milieu de [BC].

3° Quelle est la nature du quadrilatère MNSB ?

2 Soit ABC un triangle. E est le symétrique de A par rapport à B. F est le symétrique de A par rapport à C.

1° Démontrer que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

2° Démontrer que $BC = \frac{1}{2} EF$.

3 Les diagonales d'un parallélogramme ABCD se coupent en O. On appelle M le milieu de [AB] et N le milieu de [DC].

1° Démontrer que (OM) est parallèle à (BC) et que (ON) est parallèle à (BC).

2° Démontrer que $OM = \frac{1}{2} BC$ et que $ON = \frac{1}{2} BC$.

3° Que peut-on en déduire pour le point O par rapport au segment [MN].

4 ABCD est un quadrilatère quelconque.

On appelle M le milieu de [AB].

La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N. La parallèle à la droite (DC) passant par N coupe (AD) en P.

Démontrer que les droites (MP) et (BD) sont parallèles.

5 Soit ABC un triangle, I le milieu de [AB]. J le milieu de [AC] et K le milieu de [BC].

1° Montrer que IJCK est un parallélogramme.

2° Citer deux autres parallélogrammes de la figure.

6 Tracer un triangle ABC, puis le milieu M de [BC].

La parallèle à (AM) passant par B coupe (AC) en U. La parallèle à (AM) passant par C coupe (AB) en V.

1° Montrer que A est le milieu de [BV] et de [CU]. Quelle est la nature du BUV ?

2° Soit I le symétrique de M par rapport à A. Montrer que I est le milieu de [UV].

7 Soit ABC un triangle, I le milieu de [AB], J le milieu de [AC] et K le symétrique de I par rapport à J.

1° Montrer que IAKC est un parallélogramme.

2° Montrer que IKCB est un parallélogramme.

8 Soit ABC un triangle, I le milieu de [AB], J le milieu de [AC] et K le milieu de [BC]. Soit p le périmètre du triangle ABC.

Montrer que le périmètre du triangle IJK est égal à $\frac{1}{2} p$.

9 Construire un quadrilatère ASTI.

Soit E le milieu de [IA], M le milieu de [AS], O le milieu de [ST] et R le milieu de [IT].

Tracer le segment [IS].

Montrer que EMOR est un parallélogramme.

10 Soit ABCD un parallélogramme de centre O. I et J sont les milieux des segments [AD] et [BC].

Montrer que les points I, O et J sont alignés.

11 Soit ABC un triangle, Q le milieu de [AC], P le symétrique de B par rapport à A.

Les points S et R appartiennent au segment [CB] et vérifient $BS = SR = RC$.

En utilisant la droite (SA), montrer que les points P, Q et R sont alignés.

12 Soit ABC un triangle, I le milieu de [BC], K le milieu de [AC], L le symétrique de K par rapport à A.

Les droites (LI) et (AB) se coupent en M.

1° Montrer que $AM = \frac{1}{2} IK$.

2° Montrer que $IK = \frac{1}{2} AB$.

3° Calculer AM en fonction de AB.

Théorème de Thalès

13 Résoudre les équations suivantes :

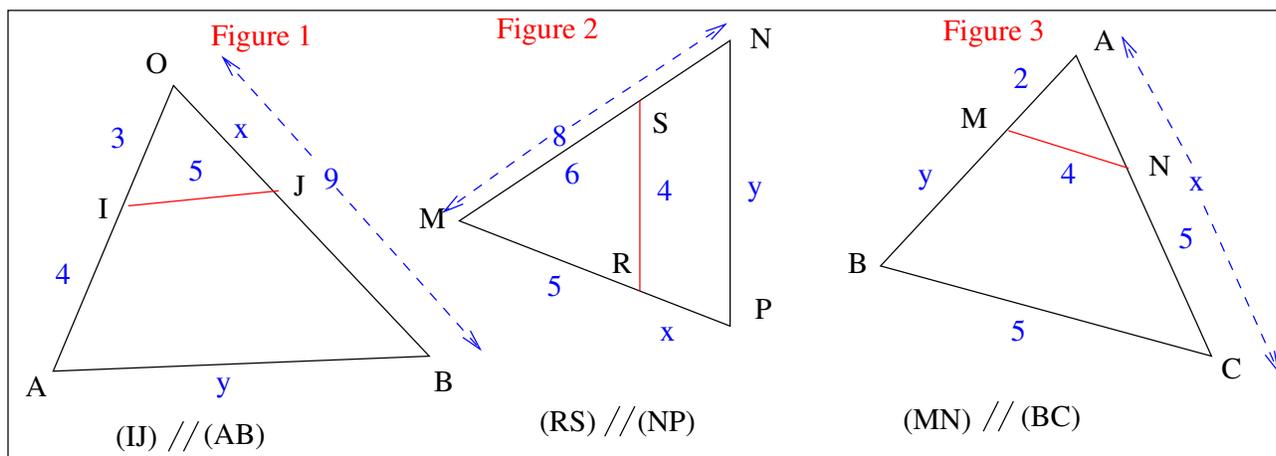
$$\frac{x}{8} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{2}{x}$$

$$\frac{x-5}{2} = \frac{x-3}{4}$$

$$\frac{1}{2+x} = \frac{2}{3}$$

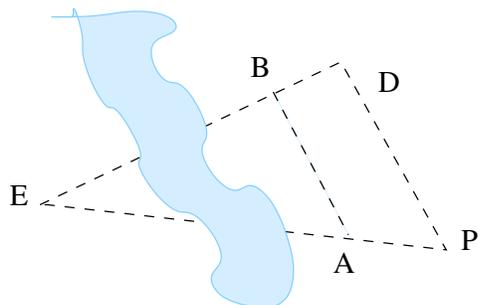
14 Dans les figures suivantes, calculer x et y.



15 On cherche à déterminer la distance du dolmen D à l'église E qui sont séparés par un plan d'eau.

Par un système de visée, on place les piquets A et B alignés respectivement avec P, E et D, E de façon que (AB) soit parallèle à (DP). On mesure en hm DB=3 ; AB=3 ; DP=5.

Calculer la distance ED du dolmen à l'église.



16 Soit ABC un triangle, M un point du segment [AB] et P un point du segment [AC] tels que (MP) // (BC).

On donne AM=5 cm ; AP=2 cm ; MP=3 cm ; AC=8 cm.

Calculer en cm, le périmètre du triangle ABC.

17 Soit ABC un triangle rectangle en B.

Soit I le point du segment [BC] tel que $CI = \frac{1}{3} BC$.

Soit K le point d'intersection de la droite (AC) et de la perpendiculaire à (BC) passant par I.

a) Montrer que (IK) // (AB).

b) En déduire que $CK = \frac{1}{3} CA$.

Devoir n° 1

I Soit ABC un triangle rectangle en B.
La médiane issue de B coupe le côté [AC] en I.
Soit J le milieu de [BC]. Soit K le symétrique de J
par rapport à I.

- Quelle est la position de I sur le segment [AC] ?
- Montrer que $(IJ) \parallel (AB)$ et $IJ = \frac{1}{2} AB$.
- En déduire que $JK = AB$ et que $(JK) \parallel (AB)$.
- Montrer que ABJK est un rectangle.

II ABC est un triangle rectangle en A tel que
 $AB = 2$ cm et $AC = 4$ cm.

- Construire le triangle ABC.
- Calculer la longueur du côté [BC].
- Construire le point D symétrique du point B
par rapport à A et le point E symétrique de C par
rapport à A.

Quelle est la nature du quadrilatère BCDE ?

- Placer le point F sur la demi-droite [AB) tel que
 $AF = 6$ cm.
Tracer la droite parallèle à la droite (FC) passant
par B. Elle coupe (AC) en G.
- Calculer la longueur AG.

Devoir n° 2

I Dans tout le problème, l'unité de longueur est
le centimètre

1°) Placer quatre points A, O, F, C alignés dans
cet ordre tels que $AC = 15$, $AO = OF = 3$.
Placer le point B tel que $(OB) \perp (AC)$ et $OB = 6$.

2°) Prouver que $AB = 3\sqrt{5}$ et
que $BC = 6\sqrt{5}$.

3°) Démontrer que les droites (AB) et (BC) sont
perpendiculaires.

4°) a) Construire le cercle \mathcal{C} de diamètre [FC] qui
recoupe la droite (BC) en H.

b) Démontrer que le triangle FHC est
rectangle.

c) Démontrer que les droites (AB) et (FH)
sont parallèles.

d) Calculer CF et CH.

5°) Démontrer que le triangle BAF est isocèle.

6°) a) Tracer par A la parallèle à la droite (BF) ;
elle coupe la droite (HF) en G.

b) Démontrer que le quadrilatère ABFG est
un losange et préciser son périmètre.

7°) Montrer que le triangle OBC a la même aire
que le losange ABFG.

II Soit ABC un triangle.

Soit I le milieu du segment [BC].

La parallèle à (AB) passant par I coupe (AC) en
J.

Soit G le point d'intersection de (AI) et de (BJ).

Montrer que le point G est le centre de gravité du
triangle ABC.

Devoir n° 3

Soit EFG un triangle tel que $EF=FG=6$ cm et $EG=7,2$ cm. A est le milieu de [EG].

La parallèle à (EF) passant par A coupe (FG) en B.

1°) Que peut-on dire du point B ?

2°) Calculer AB.

3°) Démontrer que le triangle AEF est rectangle en A.

4°) Préciser le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle AEF.

5°) Calculer la longueur AF.

6°) Soit C le symétrique de F par rapport à A. Quelle est la nature du quadrilatère EFGC.

7°) Les droites (AF) et (BE) sont sécantes en I. Que représente I pour le triangle EFG ?

8°) Soit D le symétrique de G par rapport à E. Démontrer que $(DF) \parallel (BE)$.

9°) Calculer DE et DA et en déduire $\frac{DE}{DA}$ sous forme de fraction irréductible.

10°) Calculer la longueur FI.

Devoir n° 4

I Les points I et J sont les milieux des côtés [AB] et [CD] d'un parallélogramme ABCD.

Les droites (DI) et (AJ) se coupent en M; les droites (CI) et (BJ) se coupent en L.

1°) Montrer que ADJI et IBCJ sont des parallélogrammes de centre M et L.

2°) Montrer que $ML = \frac{1}{2} AB$.

II On considère un parallélogramme ABCD. On appelle I le milieu de [AD], J le milieu de [DC] et P le point d'intersection des droites (BD) et (IJ).

a) Montrer que $(IJ) \parallel (AC)$.

b) Montrer que P est le milieu de [OD].

c) Montrer que IOJD est un parallélogramme.

d) En déduire que P est le milieu de [IJ].

Devoir n° 5

I L'unité de longueur est le centimètre.

Le triangle ABC est tel que : $AB=5,25$; $BC=8,75$; $AC=7$.

1°) Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

2°) a) Soit E le point du segment [AC] tel que $EC = 4$.

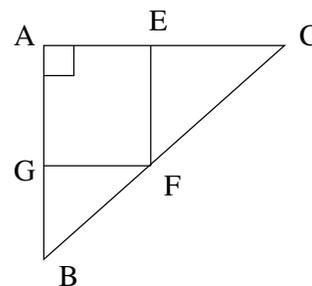
Calculer AE.

b) La parallèle à (AB) passant par E coupe [BC] en F.

Calculer EF.

3°) La parallèle à (AC) passant par F coupe [AB] en G.

Quelle est la nature du quadrilatère AEFG ? (On donnera la réponse la plus précise possible en la justifiant.)



II 1°) Construire un triangle ABC tel que $AB=6$ cm, $AC=10$ cm et $BC=8$ cm.

2°) Démontrer que ABC est un triangle rectangle.

3°) On appelle E le point du segment [AC] pour lequel $AE=AC$.

Le cercle de diamètre [AE] coupe [AB] en F.

a) Démontrer que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

b) Calculer AF et EF.

Exercices de base

1 Tracer un triangle ABC tel que $AB=11$ cm, $AC=9$ cm et $BC=10$ cm.

- Tracer la médiane $[AK]$ issue de A.
- Placer le point G, centre de gravité du triangle ABC.
- A l'aide de la règle non graduée, placer les points I et J milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AC]$.

2 Tracer un triangle ABC tel que $AB=11$ cm, $AC=9$ cm et $BC=10$ cm.

- Tracer les médiatrices Δ et Δ' des segments $[AB]$ et $[AC]$.
- Placer le point O, centre du cercle circonscrit au triangle ABC et le point I milieu du segment $[BC]$.
- A l'aide de la règle non graduée, tracer la médiatrice Δ'' du segment $[BC]$.
- Tracer le cercle circonscrit au triangle ABC.

3 Tracer un triangle ABC tel que $AB=4$ cm, $AC=6$ cm et $\widehat{BAC}=110^\circ$.

- Tracer la hauteur issue de A et la hauteur issue de B
- Placer le point H orthocentre du triangle ABC.
- A l'aide de la règle non graduée, tracer la hauteur issue de C.

4 Tracer un triangle ABC tel que $AB=8$ cm, $\widehat{BAC}=55^\circ$ et $\widehat{ABC}=72^\circ$.

- Tracer les bissectrices des angles \widehat{BAC} et \widehat{ABC} .
- Placer le point O, centre du cercle inscrit dans le triangle ABC.
- A l'aide de la règle non graduée, tracer la bissectrice de l'angle \widehat{ACB} .

d) Tracer la perpendiculaire à (AB) passant par O.

e) Tracer le cercle C inscrit dans le triangle ABC.

f) Calculer la mesure de l'angle \widehat{ACB} .

g) Quelle est la mesure des angles \widehat{ACO} et \widehat{OCB} ?

h) Calculer la mesure de l'angle \widehat{AOB} .

i) Quelles sont les positions relatives de la droite (AB) et du cercle C ?

5 Tracer un triangle isocèle ADC tel que $AD=DC=5$ cm et $\widehat{ADC}=130^\circ$.

Adjacent à ce triangle, tracer le triangle DCB tel que $\widehat{CDB}=105^\circ$ et $DB=5$ cm.

- Que représente le point D pour le triangle ABC?
- Tracer la droite Δ passant par D et perpendiculaire à (AB) . Elle coupe (AB) en I.
- Montrer que I est le milieu de $[AB]$.

6 Soit ABC un triangle tel que $AB=4$ cm, $BC=3$ cm et $\widehat{ABC}=120^\circ$.

Tracer la perpendiculaire à (AC) passant par B et la perpendiculaire à (BC) passant par A. Ces deux droites se coupent en H.

Montrer que $(AB) \perp (HC)$.

7 1° Construire un triangle ABC tel que $BC=5$ cm, $\widehat{ABC}=110^\circ$ et $AB=4$ cm.

A' est le projeté orthogonal de A sur (BC) , B' est le projeté orthogonal de B sur (AC) , et C' est le projeté orthogonal de C sur (AB) .

2° Démontrer que les droites (AA') , (BB') et (CC') sont concourantes.

Devoir n° 1

I 1°) Construire un triangle ABC tel que $BC=7$ cm, $AA'=7$ cm et $BA'=3$ cm. A' étant le projeté orthogonal de A sur (BC), construire les hauteurs de ABC; H est leur point de concours.

2°) Quels sont les orthocentres des triangles ABC, ABH, ACH, et BHC?

II 1°) Dans un triangle ABC quelconque, la hauteur issue de B coupe (AC) en N. La hauteur issue de A coupe (BC) en M; la hauteur issue de C coupe (AB) en P. H est leur point de concours.

2°) Construire la figure dans les deux cas suivants :

- ABC a trois angles aigus.
- ABC a un angle obtus de sommet A.

Dans chaque cas,

3°) Déterminer l'orthocentre du triangle HAB.

4°) Tracer le cercle de diamètre [CH]. Démontrer que ce cercle passe par les points M et N.

III 1°) Soit IJK un triangle, H le projeté orthogonal de K sur (IJ) tel que $IH=3$ cm, $HJ=2$ cm et $HK=1,5$ cm.

Le cercle C de diamètre [IK] coupe (KJ) en K et en L.

Le cercle C' de diamètre [JK] coupe (IK) en K et en M.

2°) Démontrer que H est sur les deux cercles C et C' .

3°) Démontrer que (IL) est perpendiculaire à (KJ) et que (JM) est perpendiculaire à (IK).

4°) Démontrer que les droites (IL), (KH) et (JM) sont concourantes.

IV Construire un triangle ABC d'orthocentre H avec $BC=8$ cm, $BH=5$ cm et $CH=4,5$ cm.

V Construire un triangle ABC inscrit dans un cercle C de centre O, tel que $\widehat{AOB}=100^\circ$ et $\widehat{AOC}=140^\circ$.

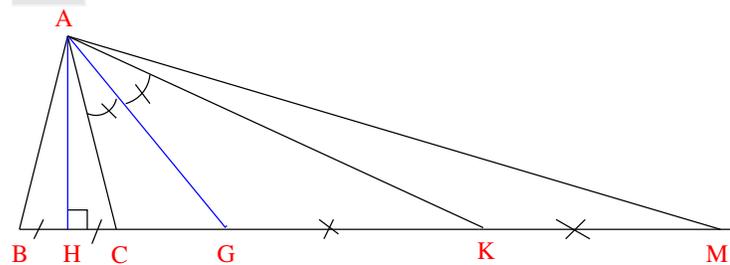
1°) Déterminer par le calcul les mesures des angles du triangle ABC.

2°) Soit H l'orthocentre de ABC, calculer les mesures des angles \widehat{AHB} , \widehat{BHC} et \widehat{CHA} .

VI ABCD est un rectangle. La médiatrice de [AC] coupe (AB) en E et (BC) en F.

Montrer que les droites (CE) et (AF) sont perpendiculaires.

VII



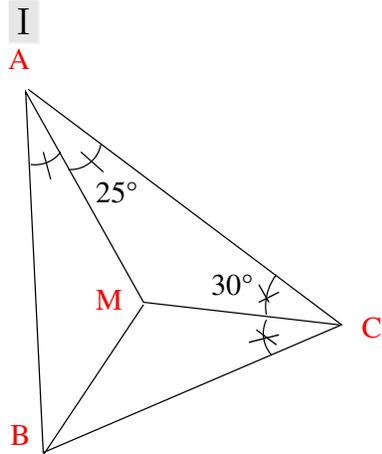
Sur la figure :

- (AH) est la médiatrice de [BC].
- [AG] est la bissectrice de \widehat{CAK} .
- K est le milieu de [GM].

Que suffit-il de tracer sur la figure pour obtenir :

- 1°) Le centre O du cercle circonscrit à ACB?
- 2°) Le centre I du cercle inscrit dans ACK?
- 3°) Le centre de gravité J de AGM?
- 4°) L'orthocentre H de ACG?

Devoir n° 2



Sur la figure, $[AM]$ est la bissectrice de l'angle \widehat{BAC} . $[CM]$ est la bissectrice de l'angle \widehat{ACB} .
 $\widehat{MAC} = 25^\circ$ et $\widehat{MCB} = 30^\circ$.

Calculer la mesure de l'angle \widehat{ABM} .

II 1°) Sur un segment $[AB]$ de 12 cm et de milieu O , placer un point C à 8 cm de A . Tracer l'un des deux demi-cercles de diamètre $[AB]$.

La perpendiculaire à (AB) passant par C coupe ce demi-cercle en D .

Quelle est la nature de ABD ?

2°) La perpendiculaire à (AD) passant par O coupe (AD) en H .

On appelle E le point commun à (OH) et (DC) .

Montrer que (AE) et (OD) sont perpendiculaires.

III C et C' sont deux cercles de centres respectifs O et O' qui se coupent en A et B .

La droite (AO) recoupe C en M .

La droite (AO') recoupe C' en M' .

Que peut-on dire des droites (MM') et (OO') ?

IV Tracer un segment $[AB]$ tel que $AB=6$ cm. Marquer un point G tel que $AG=3$ cm et $BG=4,5$ cm.

Déterminer le point C tel que ABC soit un triangle ayant G pour centre de gravité.

V Tracer un segment $[AB]$ tel que $AB=6$ cm. Tracer la médiatrice Δ du segment $[AB]$. Placer sur Δ un point O tel que $AO=5$ cm.

Déterminer un point C tel que $AC=4$ cm et tel que O soit le centre du cercle circonscrit au triangle ABC ?

VI Tracer un segment $[AB]$ tel que $AB=6$ cm. Marquer un point H tel que $AH=3$ cm et $BH=4,5$ cm.

Déterminer le point C tel que ABC soit un triangle ayant pour orthocentre le point H .

VII Tracer un segment $[AB]$ tel que $AB=6$ cm. Marquer un point O tel que $AO=3$ cm et $BO=4,5$ cm.

Déterminer le point C tel que ABC soit un triangle ayant O pour centre du cercle inscrit.

VIII Soit ABC un triangle.

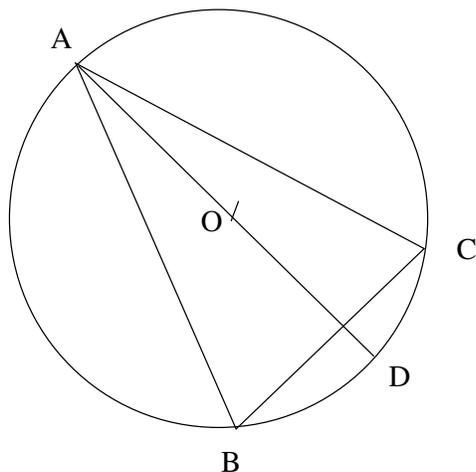
Soit D le symétrique du point C par rapport au point A .

Soit I le milieu du segment $[BD]$.

Les droites (AB) et (IC) sont sécantes en G . Les droites (DG) et (BC) sont sécantes en J .

Démontrer que J est le milieu du segment $[BC]$.

Devoir n° 3



A, B, C sont trois points distincts d'un cercle de centre O et $[AD]$ est un diamètre de ce cercle. On complètera la figure fournie au fur et à mesure de la résolution du problème. 1°) Quelle est la nature des triangles ABD et ACD?

2°) La parallèle à (BD) passant par C coupe (AB)

en E.

Démontrer que (CE) est une hauteur du triangle ABC.

3°) La perpendiculaire à (BC) passant par A coupe le cercle en A et J, la droite (CE) en H et la droite (BC) en I.

- Que représente H pour le triangle ABC ?
- En déduire que (BH) est perpendiculaire à (AC) .
- Montrer que (BH) est parallèle à (CD) .

4°) Démontrer que BHCD est un parallélogramme.

On appelle K le point d'intersection de ses diagonales.

Que représente K pour le segment $[HD]$

5°) a) Quelle est la nature du triangle ADJ ?
En déduire que (CI) et (DJ) sont parallèles.

b) Montrer que I est le milieu de $[HJ]$
(on pourra utiliser le triangle HDJ, après avoir précisé la position de K sur le segment $[HD]$.)

Exercices de base

1 Résoudre les équations suivantes :

$$0,169 = \frac{x}{5} \quad 0,312 = \frac{9}{x}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{x+1} \quad \frac{2+x}{5} = \frac{x}{2}$$

$$\cos 49^\circ = \frac{x}{8} \quad \cos 35^\circ = \frac{x}{4}$$

2 ABC est un triangle rectangle en A tel que AB=5 et BC=8.

Calculer $\cos \widehat{B}$, \widehat{B} et AC.

3 EFG est un triangle rectangle en E tel que $\widehat{F} = 42^\circ$ et FG=10 cm.

Calculer EF, \widehat{G} et EG.

4 HIJ est un triangle rectangle en J tel que $\widehat{I} = 71^\circ$ et JI=3,5.

Calculer HI, \widehat{H} et JH.

5 LPN est un triangle rectangle en L tel que LP=6 et LN=10.

Calculer PN, \widehat{P} et \widehat{N} .

6 Tracer un triangle ABC sachant que AB=6; AC=4,5 et BC=7,5.

Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC).

- Montrer que ABC est un triangle rectangle.
- Calculer l'angle \widehat{ABC} .
- Calculer les longueurs BH et HC.
- Calculer la longueur AH.
- Calculer l'aire du triangle ABC.

7 Tracer un triangle EFG rectangle en E tel que EF=5 cm et FG=7 cm.

- Calculer la longueur EG.
- Calculer la mesure des angles \widehat{EFG} et \widehat{EGF} .
- Soit H le pied de la hauteur issue de E. Calculer FH puis EH.
- Calculer les mesures des angles \widehat{FEH} et \widehat{HEG} .
- Montrer que $EF \times EG = EH \times FG$.
- Calculer l'aire du triangle EFG.

8 Tracer le cercle C de centre O et de diamètre AB=6 cm. Soit M le point du cercle C tel que AM=4 cm.

- Démontrer que AMB est un triangle rectangle.
- Calculer la mesure de BM.
- Calculer la mesure des angles \widehat{ABM} et \widehat{MAB} .

9 Soit ABC un triangle dont les dimensions sont AB=5,1 cm, BC=8,5 cm et AC=6,8 cm.

- Quelle est la nature du triangle ABC ?
- Calculer les angles \widehat{ABC} et \widehat{ACB} .
- Soit I le milieu de [BC]. Quelle est la mesure de AI ?
- Construire le cercle circonscrit au triangle ABC.

10 Sur un cercle de diamètre [AB] tel que AB=5 cm, on place le point C défini par $\widehat{BAC} = 38^\circ$.

- Quelle est la nature du triangle ABC ?
- Calculer la longueur AC.
- On note O le milieu du segment [AB]. Tracer la tangente en C au cercle. Cette tangente coupe la droite (AB) au point T.
- Calculer la mesure des angles \widehat{OCT} , \widehat{ACO} , \widehat{AOC} et \widehat{COB} .
- Calculer les longueurs OT et CT.

Devoir n° 1

I Le triangle EFG est rectangle en E. On nomme H le pied de la hauteur issue de E. On donne FE=6 cm et FH=4,5 cm.

1°) Faire une figure.

2°) Calculer $\cos \widehat{EFG}$. On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible.

3°) En déduire la longueur FG.

4°) En déduire la longueur EG.

5°) Calculer la mesure des angles \widehat{HEG} et \widehat{EGF} puis les comparer.

6°) I étant le milieu de [EF] et J sa projection orthogonale sur (FG), déterminer la longueur JH.

7°) Calculer l'aire du triangle EFG.

II Soit C le cercle de centre O et de rayon 5 cm. Soit [EF] un diamètre de ce cercle et G le point du cercle C tel que EG=6 cm. Soit I le milieu de [EG].

1°) Quelle est la nature du triangle EFG ?

2°) Calculer la longueur FG.

3°) Calculer les mesures des angles \widehat{GEF} et \widehat{GFE} .

4°) Montrer que (IO) // (FG) et calculer IO.

5°) Quelle est la nature du triangle IEO ?

6°) Calculer l'aire du triangle EFG.

7°) Soit H le pied de la hauteur issue de G. Calculer GH en utilisant l'aire du triangle EFG.

III Construire un triangle IJK rectangle en K tel que IJ=8,75 cm et IK=7 cm. Placer les milieux A de [IJ] et B de [IK].

1°) Calculer la longueur KJ.

2°) Calculer la longueur KA.

3°) Calculer la longueur AB.

4°) Calculer la mesure des angles \widehat{KIJ} et \widehat{IJK} .

5°) Le cercle C de diamètre [IK] coupe (IJ) en L.

Montrer que (KL) est une hauteur du triangle IJK.

6°) Calculer KL.

7°) Calculer l'aire du triangle IJK.

8°) Un point M est définie par IM=6 cm et $KM=\sqrt{13}$ cm.

Appartient-t-il au cercle C ?

Devoir n° 2

I Dans un triangle ABC, $BC=50$ mm et $\widehat{B}=34^\circ$.

Calculer AB et AC à 0,1 mm près.[0.3cm]

II Construire en vraie grandeur le triangle OBE, rectangle en O, tel que $OB=6$ cm et $\widehat{BAC}=40^\circ$.

A est le pied de la hauteur issue de O.

1°) Calculer BE au mm près.

2°) Calculer AB puis AE au mm près.

III 1°) Construire en vraie grandeur le triangle ABC, rectangle en C, tel que $AB=8$ cm et $\widehat{BAC}=30^\circ$.

Placer le point O, milieu du segment [AB].

2°) Calculer la mesure de l'angle \widehat{ABC}

3°) Calculer BC.

4°) Montrer que OBC est un triangle équilatéral.

5°) E est le point du segment [AB] tel que $BE=3$ cm.

La parallèle à (AC) passant par E coupe (BC) en F.

Calculer BF.

IV Le téléphérique de la Crête Blanche, dont le départ est à 2000 m d'altitude et l'arrivée à 2800 m d'altitude, a une vitesse de 4 mètres par seconde.

Le câble du téléphérique, supposé rectiligne, fait un angle de 25° avec l'horizontale.

a) Calculer la longueur du câble (donner la valeur arrondie au mètre).

b) Ce téléphérique met-il plus de 8 minutes pour

effectuer la montée ?

V a) Construire un triangle ACD rectangle en C tel que $AD=12$ cm et $CD=6$ cm.

Tracer le cercle C de diamètre [AD].

b) Calculer la longueur AC.

c) Montrer que le point C est sur le cercle C.

VI

On donne un triangle ABC isocèle en B, tel que $\widehat{ABC} = 120^\circ$ et $AB=6$ cm.

Tracer [BI] hauteur relative à [AC].

a) Justifier que $\widehat{ABI} = 60^\circ$.

b) Calculer la longueur BI.

VII

a) Construire un triangle équilatéral BCD tel que $BC=6$ cm.

Placer le point A symétrique de D par rapport à B.

b) Montrer que le triangle ACD est rectangle.

c) Calculer $\cos \widehat{D}$.

d) En déduire la mesure de l'angle \widehat{D} à un degré près.

VIII

On donne un triangle ACD rectangle en C tel que $CD=6$ cm et $\widehat{D} = 60^\circ$.

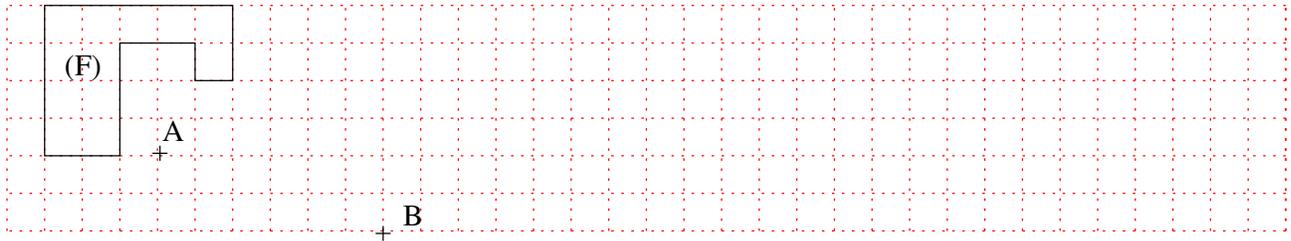
On a B milieu de [AD] et I milieu de [CD].

a) Calculer la longueur AD.

b) Calculer la longueur BC.

c) Calculer la longueur BI.

1 Tracer l'image de la figure (F) par la translation de vecteur \overrightarrow{AB} . (c'est-à-dire qui amène A sur B.)

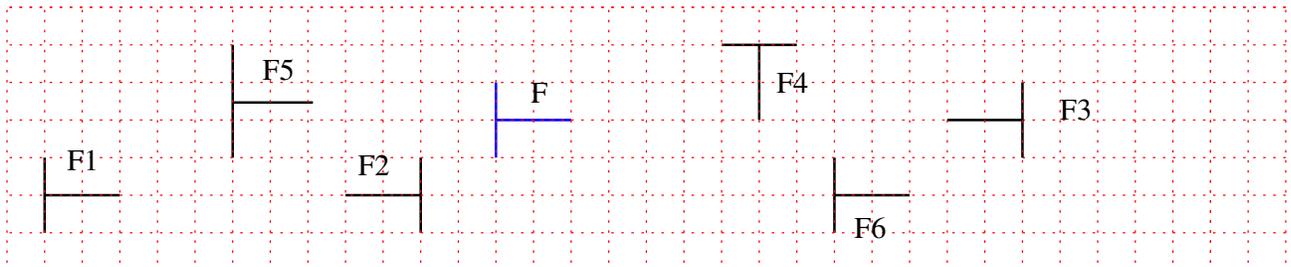


2 a) Quelles sont les deux figures, images de F par une translation ?

b) Quelle est l'image de F par une symétrie orthogonale ?

c) Quelle est l'image de F par une symétrie centrale ?

d) Quelle propriété non réalisée permet de dire que F5 n'est l'image de F ni par une translation, ni par une symétrie ?

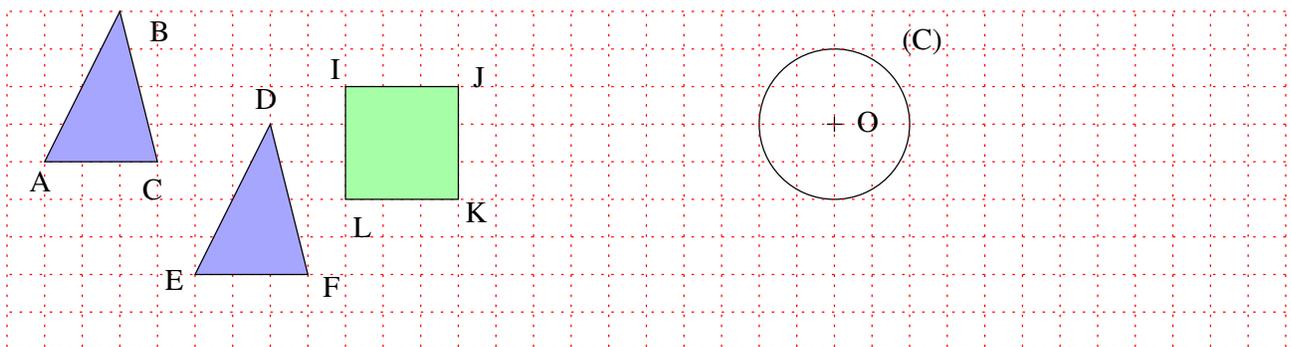


3 a) L'image du triangle ABC par la translation t est le triangle EDF.

Quelle est l'image du point A ?

b) Tracer l'image du carré IJKL par la translation t.

c) Tracer l'image du cercle par la translation t.



4 a) Marquer trois points A, B et M sur une feuille non quadrillée.

b) Placer le point N, image de M par la translation de vecteur \overrightarrow{AB} , (c'est-à-dire la translation où A a pour image B).

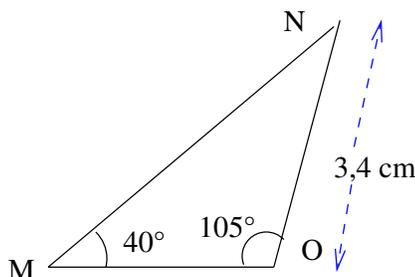
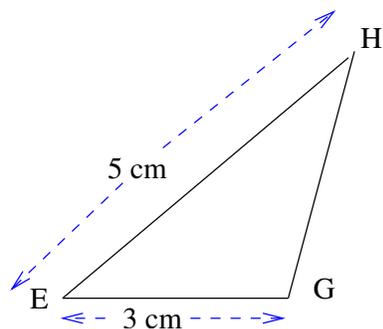
c) Quelle est la nature du quadrilatère MNBA ?

5 Par une translation t le triangle EHG a pour image le triangle MNO.

a) Quel est le vecteur de translation ?

b) Quelle est la mesure des segments [HG], [MN] et [MO] ? Pourquoi ?

c) Quelle est la mesure des angles \widehat{MNO} , \widehat{GEH} , \widehat{EGH} et \widehat{EHG} ?



6 Soit ABC un triangle.

a) Construire le point D image de B par la translation de vecteur \overrightarrow{AB} , (c'est-à-dire la translation où A a pour image B).

b) Comparer les longueurs AB et BD.

c) Construire le point E image de B par la translation de vecteur \overrightarrow{CB} , (c'est-à-dire la translation où C a pour image B).

d) Comparer les longueurs CB et BE.

e) Quelle est la nature du quadrilatère ACDE ?

7 Soit ABC un triangle et M le milieu du segment [AC].

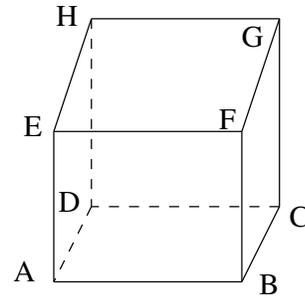
a) Construire le point D image du point A par la symétrie centrale de centre B.

b) Construire le point E image du point M par le translation de vecteur \overrightarrow{AB} , (c'est-à-dire la translation où A a pour image B).

c) Montrer que (ME) // (AD).

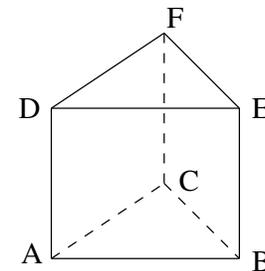
d) Montrer que E est le milieu du segment [DC].

- 1** 1°) Reproduire le parallélépipède rectangle ci-contre.
 2°) Quel est le nombre de faces, de sommets, d'arêtes ?
 3°) Le rectangle ABCD a pour dimension 6 cm sur 3 cm. La hauteur BF est égale à 2,5 cm.
 Calculer le volume de ABCDEFGH.



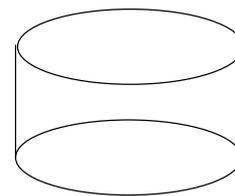
- 4°) Faire un patron de ce parallélépipède rectangle.
 5°) Calculer l'aire totale.
 6°) Pour le peindre, il faut 0,2 g de peinture par cm^2 .
 Quelle est la quantité de peinture nécessaire ?

- 2** 1°) Reproduire le prisme droit ci-contre.
 2°) Quel est le nombre de sommets, de faces et d'arêtes ?
 3°) Toutes les arêtes de ce prisme ont une longueur égale à 3 cm.



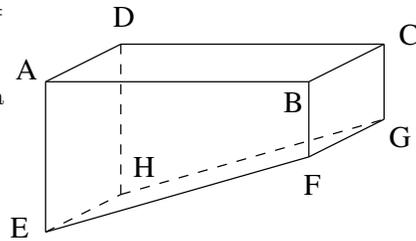
- Faire un patron.
 4°) a) Sur le patron, tracer la hauteur issue de C dans le triangle ABC. Elle coupe le segment [AB] en H.
 b) Calculer la longueur CH.
 c) Calculer l'aire du triangle ABC.
 d) Calculer le volume du prisme droit.
 e) Calculer l'aire totale du prisme.

- 3** Le cylindre a pour base un disque de rayon 4 cm et pour hauteur 2 cm.



- 1°) a) Calculer l'aire de la base.
 b) Calculer le volume du cylindre.
 c) Combien faut-il de récipients identiques à ce cylindre pour accueillir un litre d'eau ?
 2°) a) Calculer le périmètre de la base.
 b) Le patron de la partie latérale du cylindre est un rectangle. Quelles sont ses dimensions ?
 c) Tracer le patron de ce cylindre.
 d) Calculer l'aire totale de ce cylindre.

4 Une piscine est de la forme ci-contre, avec $AE=2$ m ; $BF=0,8$ m ; $BC=10$ m et $AB=25$ m.



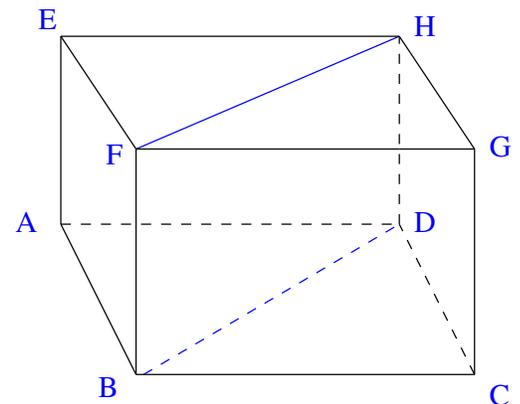
- 1°) a) Quelle est la base de ce prisme droit et quelle est sa hauteur ?
 - b) Calculer l'aire de la base.
 - c) Calculer le volume de la piscine en m^3 puis en litres.
- 2°) Tracer un patron de ce prisme.

5 Compléter :

$1,3274 m^3$	=	cm^3 ;
$3225 l$	=	m^3 ;
$126 dm^3$	=	m^3 ;
$72,5 cm^3$	=	l ;
$10356 cm^3$	=	l ;
$1296 cl$	=	cm^3 ;
$10\ 000 mm^3$	=	cl ;
$1,92 m^3$	=	l ;

6 On considère le prisme droit ABDEFH ci-contre dont la base est un triangle ABD rectangle en A, et dont la hauteur est [AE].

On a $AB=6,3$ cm ; $BC=6$ cm et $AE=7$ cm.

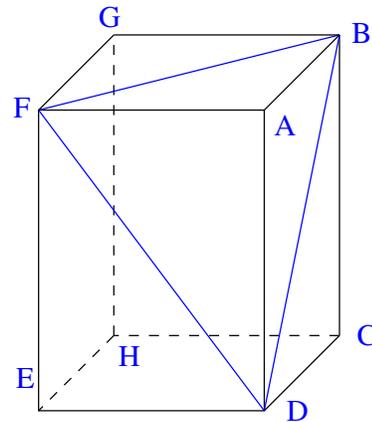


- 1°) Calculer la longueur BD.
- 2°) Quelle est la nature du quadrilatère BDHF ?
- 3°) Dessiner BDHF en grandeur réelle.
- 4°) Calculer la longueur de la diagonale [FD].

7 ABCDFGHE est un parallélépipède rectangle avec $AF=3$ cm et $AB=AD=4$ cm.

1°) Dessiner les faces AFED et AFGB.
Calculer les longueurs FD et FB.
En déduire la nature du triangle BDF.

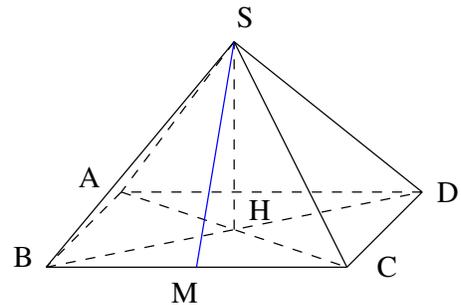
2°) a) On considère que la pyramide FABD a pour base le triangle ABD. Quelle est alors la hauteur de la pyramide ?
Calculer l'aire de la base ABD.
Calculer le volume de la pyramide FABD.
b) Dessiner le triangle ABD, compléter le patron de la pyramide.



8 SABCD est une pyramide régulière (donc les arêtes SA, SB, SC et SD ont la même longueur).
Sa base est le carré ABCD de côté 6 cm.
H est le point d'intersection des diagonales AC et BD.
SH est la hauteur de cette pyramide et $SH=1,6$ cm.
M est le milieu du segment [BC].

1°) Calculer le volume de cette pyramide.

2° Pour dessiner le développement de la pyramide SABCD :
a) Au centre d'une feuille, dessiner le carré ABCD, placer les points M et H.
En étudiant le triangle BHC, expliquer pourquoi $MH=3$ cm.
b) Dire pourquoi SHM est un triangle rectangle. Dessiner le triangle SHM. Quelle est la nature de la face SBC ?
Sur le développement commencé en a), dessiner la face SBC et les autres faces de la pyramide SABCD.



3° Dans le triangle SHM, Calculer SM.
Calculer l'angle \widehat{SMH} à $0,1^\circ$ près.
Calculer l'aire du triangle SBC.

9 Le développement de la surface latérale d'un cône de révolution est un secteur circulaire de rayon 9 cm et d'angle 112° .

1° Déterminer le périmètre de base de ce cône et son rayon de base.

2° Déterminer l'aire latérale et l'aire de ce cône.

10 Un cône de révolution a pour génératrice une droite de longueur 5,3 cm qui parcourt un cercle de rayon 2,8 cm.

1°) Une vue en coupe de ce cône passant par le sommet S et un diamètre AB de la base, SH est la hauteur de ce cône.

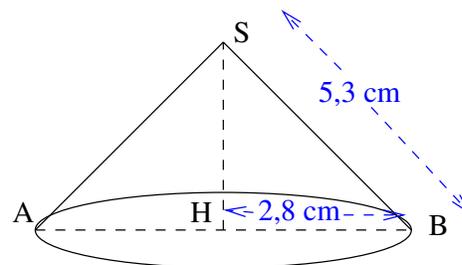
Démontrer que $SH=4,5$ cm.

Calculer le volume de ce cône.

2°) En utilisant les longueurs du cercle de base et d'un cercle de rayon 5,3cm, calculer l'angle du développement de la surface latérale de ce cône.

Dessiner le développement de ce cône.

Calculer l'aire latérale de ce cône.



11 Pour réaliser cette activité, on pourra se contenter d'une rédaction abrégée de certains calculs en les faisant figurer à côté des figures correspondantes

On donnera la valeur exacte des longueurs et aires, puis une valeur arrondie à 0,01 près.

La pyramide SABCD a pour base le rectangle ABCD de côtés $AB=7$ cm et $BC=4$ cm, de centre le point H.

La hauteur SH de la pyramide mesure 5 cm.

K est le milieu de [BC] et L est le milieu de [AB].

1°) Dessiner la base ABCD, placer les points H, K et L, calculer HL, HK et HB.

Dessiner une vue en perspective cavalière de la pyramide.

Calculer son volume.

2°) Dessiner le triangle SHB, calculer SB, dire pourquoi $SA=SB=SC=SD$.

Dessiner le développement de la pyramide SABCD.

3°) Dessiner les triangles SHK et SHL, calculer SK et SL.

Calculer l'aire de la pyramide SABCD.

4°) Calculer à 0,01° près les angles $\widehat{HK S}$, $\widehat{HL S}$, $\widehat{CS B}$, $\widehat{AS B}$ et $\widehat{SC A}$.

Parallèles et perpendiculaires :

- Si deux droites sont parallèles, toute parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

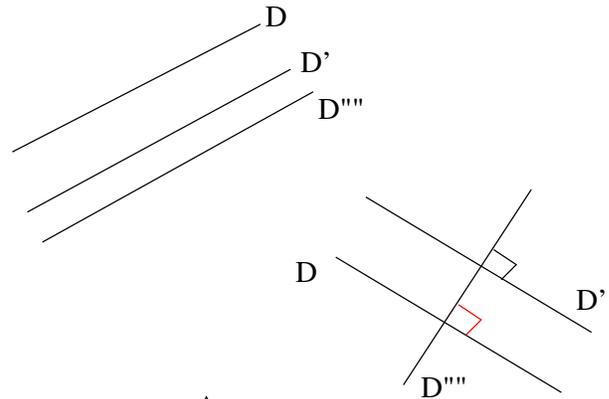
Si $D // D'$ et $D' // D''$ alors $D // D''$.

- Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Si $D // D'$ et $D' \perp D''$ alors $D \perp D''$.

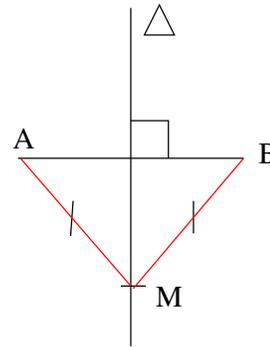
- Si deux droites sont perpendiculaires, toute parallèle à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Si $D \perp D'$ et $D' // D''$ alors $D \perp D''$.



Médiatrice, cercle :

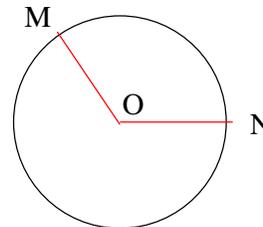
- La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu du segment et qui lui est perpendiculaire.



- La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points situés à égale distance des extrémités de ce segment.

- Si $MA=MB$ alors M est un point de la médiatrice du segment $[AB]$.

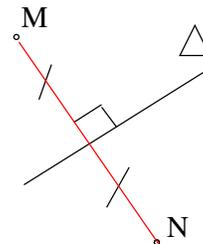
- Le cercle de centre O est de rayon R est l'ensemble des points M tels que $OM=R$.



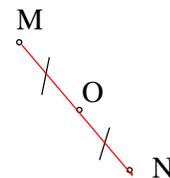
- SI $OM=R$ alors M est un point du cercle de centre O et de rayon R.

Symétrie :

- Si le point N est le symétrique du point M par rapport à la droite Δ , alors Δ est la médiatrice du segment $[MN]$.



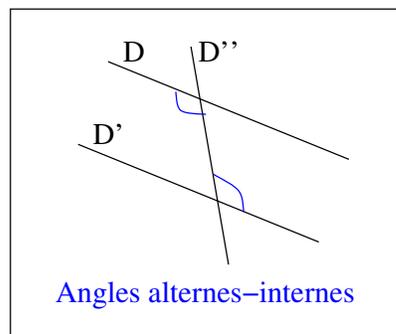
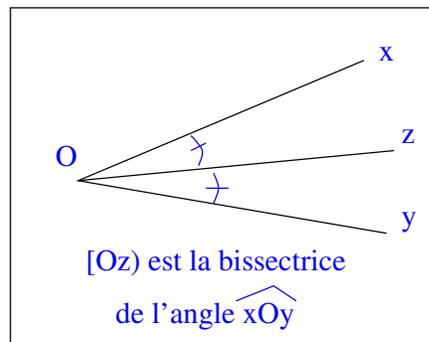
- Si le point N est le symétrique du point M par rapport au point O alors O est le milieu de $[MN]$.



- Les symétries conservent l'alignement, les longueurs, les milieux, les angles, le parallélisme, l'orthogonalité.

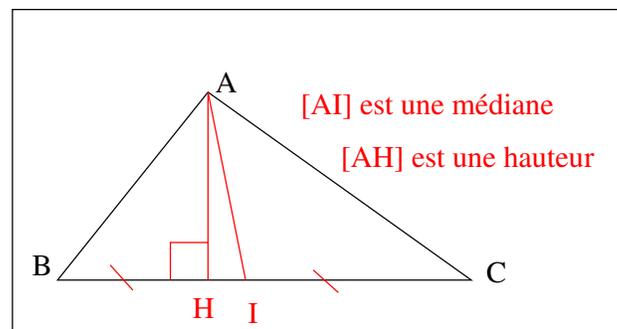
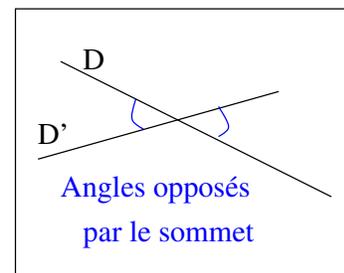
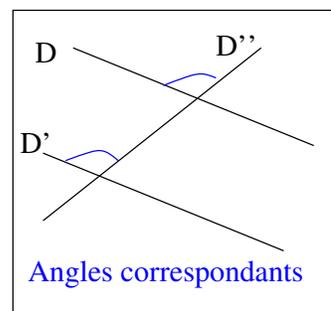
Les angles :

- Deux angles opposés par le sommet sont égaux.
- Si $D // D'$, deux angles alternes internes sont égaux.
- Si $D // D'$, deux angles correspondants sont égaux.
- On dit que deux angles sont supplémentaires si leur somme est égale à 180° .
- On dit que deux angles sont complémentaires si leur somme est égale à 90° .
- La bissectrice d'un angle partage cet angle en deux angles égaux.



Les triangles :

- La somme des mesures des trois angles d'un triangle est égale à 180° .
- Une hauteur d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.
- Une médiane d'un triangle est une droite qui passe par le milieu d'un côté et par le sommet opposé.
- Si un triangle a un angle droit, c'est un triangle rectangle.
- Si un triangle a deux côtés égaux alors c'est un triangle isocèle.
- Si un triangle a deux angles égaux, alors c'est un triangle isocèle.
- Si un triangle a trois côtés égaux alors c'est un triangle équilatéral.



Les quadrilatères :

Un **parallélogramme** est un quadrilatère non croisé :

- dont les côtés opposés sont parallèles.
- dont les côtés opposés sont égaux deux à deux.
- dont les angles opposés sont égaux.
- dont deux angles adjacents sont supplémentaires. (leur somme est égale à 180° .)
- dont les diagonales se coupent en leur milieu.

Un **rectangle** est :

- un parallélogramme. Il a toutes les propriétés du parallélogramme.
- a quatre angles droits.
- a des diagonales de même longueur.

Un **losange** est :

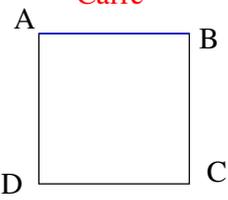
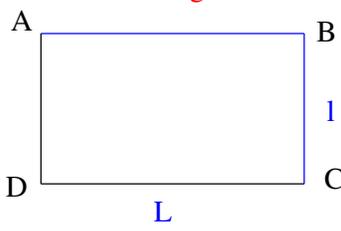
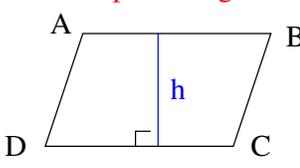
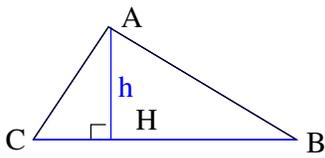
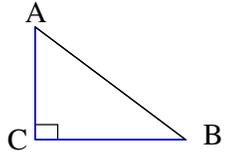
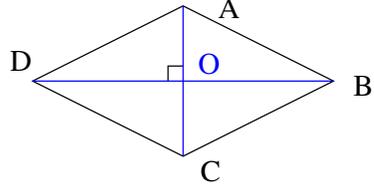
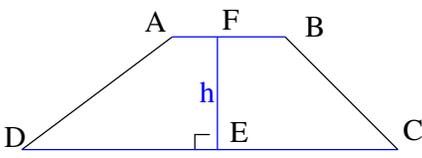
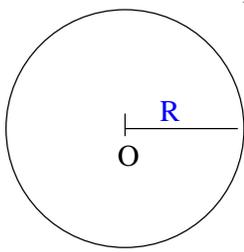
- un parallélogramme. Il a toutes les propriétés du parallélogramme.
- a quatre côtés égaux.
- a des diagonales perpendiculaires.

Un **carré** est :

- un parallélogramme.
- un rectangle.
- Un carré.

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange ou un carré, voir le schéma.

Calcul d'aires :

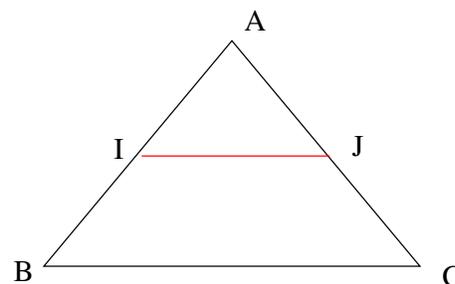
<p style="text-align: center;">Carré</p>  <p>Aire=coté x coté = $AB \times AB$</p>	<p style="text-align: center;">rectangle</p>  <p>Aire=$L \times l = AB \times BC$</p>	<p style="text-align: center;">parallélogramme</p>  <p>Aire= base x hauteur =$AB \times h$</p>
<p style="text-align: center;">triangle</p>  <p>Aire=$\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$ =$\frac{AH \times BC}{2}$</p>	<p style="text-align: center;">triangle rectangle</p>  <p>Aire=$\frac{AC \times CB}{2}$</p>	<p style="text-align: center;">losange</p>  <p>Aire=$\frac{AC \times BD}{2}$</p>
<p style="text-align: center;">Trapèze</p>  <p>Aire=$\frac{(AB+CD) \times EF}{2}$</p>		<p style="text-align: center;">cercle</p>  <p>périmètre=$2 \times R \times \Pi$ Aire=$\Pi \times R \times R$</p>

Théorème des milieux

• **Propriété 1**

La droite passant par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté.

Dans le triangle ABC }
 I milieu de [AB] } alors (IJ)//(BC)
 J milieu de [AC] }



• **Propriété 2**

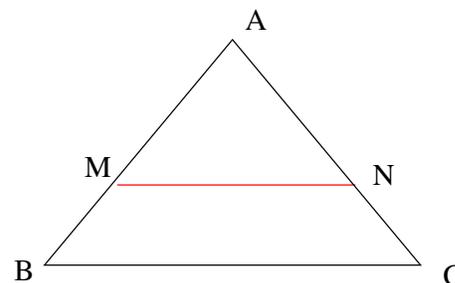
La droite passant par le milieu d'un côté d'un triangle est parallèle à autre côté coupe le troisième côté en son milieu.

Dans le triangle ABC }
 I milieu de [AB] }
 (IJ)//(BC) } alors J milieu de [AC]
 J ∈ [AC] }

• **Propriété 3**

Le segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle a pour longueur la moitié du troisième côté.

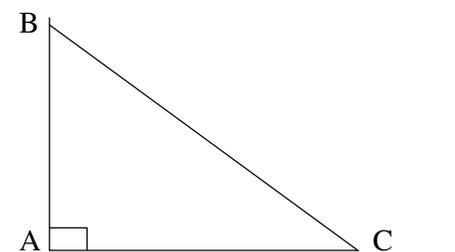
Dans le triangle ABC }
 I milieu de [AB] } alors $IJ = \frac{1}{2}BC$
 J milieu de [AC] }



Théorème de Thalès

Dans le triangle ABC, $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ et $(MN)//(BC)$ alors d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



Théorème de Pythagore

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

Réciproque du théorème de Pythagore

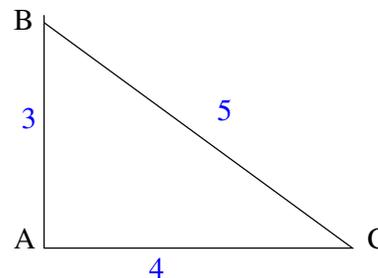
Dans le triangle ABC, on a $AB=3$ cm, $AC=4$ cm et $BC=5$ cm.

$$AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25.$$

$$BC^2 = 5^2 = 25.$$

On a donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

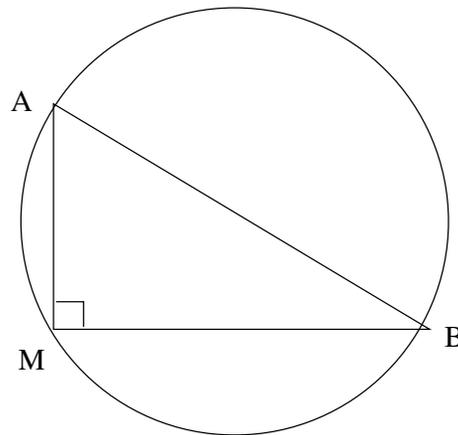
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.



Triangles rectangles et cercles

Propriété 1

Le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour diamètre l'hypothénuse du triangle.

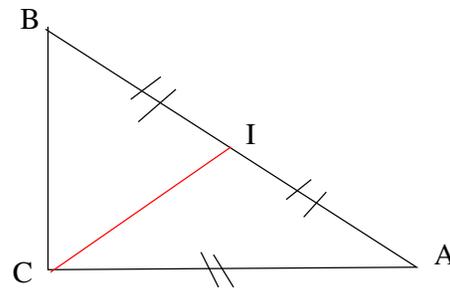


Propriété 2

Le point M est sur le cercle de diamètre [AB]
alors :
ABM est un triangle rectangle en M.

Propriété 3

Dans un triangle rectangle, la médiane issue de l'angle droit a pour longueur la moitié de l'hypothénuse.



Propriété 4

Dans le triangle ABC }
 I milieu de [AB] } alors ABC est un triangle
 $CI = \frac{1}{2} AC$ } rectangle en C.

Droites remarquables dans un triangle

Dans un triangle, les médianes, les hauteurs, les bissectrices et les médiatrices sont concourantes.

