REPUBLIQUE DE GUINEE
Travail-Justice-Solidarité

TOME 1
TSM/TSE

PHYSIQUE

-RAPPELS DE COURS
-EXERCICES ET PROBLEMES RESOLUS
-EXERCICES ET PROBLEMES PROPOSES

Équation de tous les possibles
"La science est une arme"
$E=mC^2$
Formule la plus célèbre de toute l'histoire de la physique

Collection LA MAME PLUS

Planète Physique

Edition 2021

REPUBLIQUE DE GUINEE

Travail-Justice-Solidarité

Collection La Mame Plus

EXERCICES ET PROBLEMES DE

PHYSIQUE

Programme : TSM/TSE

M KEMOKO SYLLA

(MR MOKO)

Professeur de Physique

Contacts : 627 167 878

INFORMATIONS DE L'ELEVE

Nom : Camille

Prénoms : ....

Établissement : ....

Contacts : ....

Avant propos

Ce manuel s'adresse à tous les élèves de la Terminale Sciences Mathématiques et sciences expérimentales soucieux de ne pas laisser le hasard décider de leur réussite au Baccalauréat

Nous avons essayé dans ce manuel de réaliser un triple objectif :

- √ Permettre l'assimilation du cours grâce à la présence de ce résumé concis et d'exercices qui en sont applications immédiates
- √ Faire le tour des méthodes de résolution attenant à chaque centre d'intérêt
- √ Eveiller la curiosité de l'élève en livrant à sa réflexion des sujets plus difficiles, dont l'approfondissement le dotera de bases solides pour affronter des études supérieures

C'est pour quoi nous pensons que ce manuel de Physique sera utile aussi à de nombreux élèves de la Terminale. Le mode d'emploi de plus rentable consiste, pour tous les chapitres à apprendre parfaitement les « rappels des cours » avant de se lancer dans la recherche.

L'élève devra alors s'imposer la discipline de ne pas se reporter à la solution avant une réflexion de quelques minutes par questions. Mais qu'il en vienne à bout , ou que ses efforts s'avèrent infructueux (et c'est normal pour de nombreux exercices, difficiles), l'élève doit se penser attentivement sur la solution détaillée qui l'attend enfin de chaque leçon, afin d'en comprendre et assimiler le mécanisme de raisonnement

Nous souhaitons à tous ses lecteurs une utilisation plus bénéfique de ce présent manuel.

L'auteur

KEMOKO SYLLA 627 167 878

SOMMAIRE

CONTENUS DU PROGRAMME ET EXERCICES

Chapitre	TITRES	Pages
I	**MECANIQUE**	
	Paramètres cinématiques	4
	Rappel sur les mouvements	8
	Etude des cinq applications de la dynamique	81
	Interaction et champ gravitationnel	152
	Mouvements des satellites	154
	Mouvement des planetes	156
	Mouvement d'un projectile	180
	Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique	211
	Dynamique du solide en rotation	231
	Oscillation mécanique libre	253
II	**ELECTROMAGNETISME-ELECTRICITE**	
	Champ magnétique	270
	Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique	290
	Loi de LAPLACE	313
	Induction électromagnétique	329
	Auto-induction	354
	Oscillation électrique libre	376
	Oscillation électrique forcée	388
	Ondes electromagnétiques	427

PARAMETRES CINEMATIQUES

Cinématique du point matériel

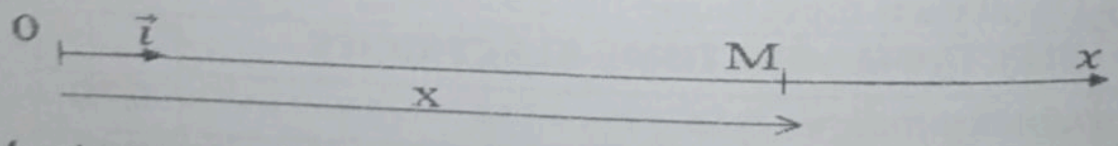
Introduction générale et le but principal :

La cinématique consiste à analyser de façon mathématique le mouvement des corps en les assimilant à des points matériels sans se préoccuper des causes de ce mouvement.
Les grandeurs physiques de la cinématique sont : le temps, la position, la vitesse et l'accélération.

Essentiel du cours

Définition : la cinématique est l'étude des mouvements des corps sans tenir compte des forces qui provoquent ses mouvements.

A-1) Cinématique à une dimenssion :



Vecteur position (OM) : il caractérise la position du mobile à chaque instant ou la place qu'il occupe dans l'espace.

$\boxed{\overrightarrow{OM} = x\vec{i}}$ Sa norme est : $\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{x^2} \Longrightarrow \boxed{\|\overrightarrow{OM}\| = x}$

Vecteur vitesse ($\vec{V}$) : est la dérivée par rapport au temps du vecteur position. $\vec{V} = \frac{dx}{dt}\vec{i}$

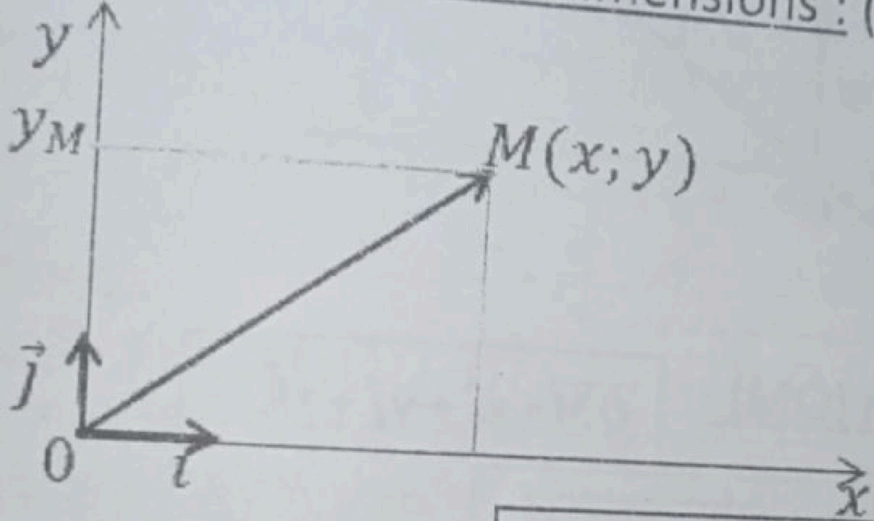
$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Longrightarrow \vec{V} = \frac{d(x\vec{i})}{dt}$ sa norme est : $\|\vec{V}\| = V = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = \frac{dx}{dt}$

<u>Le vecteur accélération :</u> est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \frac{d\left(\frac{dx}{dt}\right)}{dt}\vec{i} \Rightarrow \vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i}.$$

Sa norme est : $\|\vec{a}\| = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$

A-2) Cinématique à deux dimensions : $(0;\vec{i};\vec{j})$



<u>Vecteur position (OM) :</u> $\boxed{\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}}$

Sa norme est : $\boxed{\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2}}$

<u>Vecteur vitesse ($\vec{V}$) :</u> $\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} \end{cases}$

$\boxed{\vec{V} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}}$

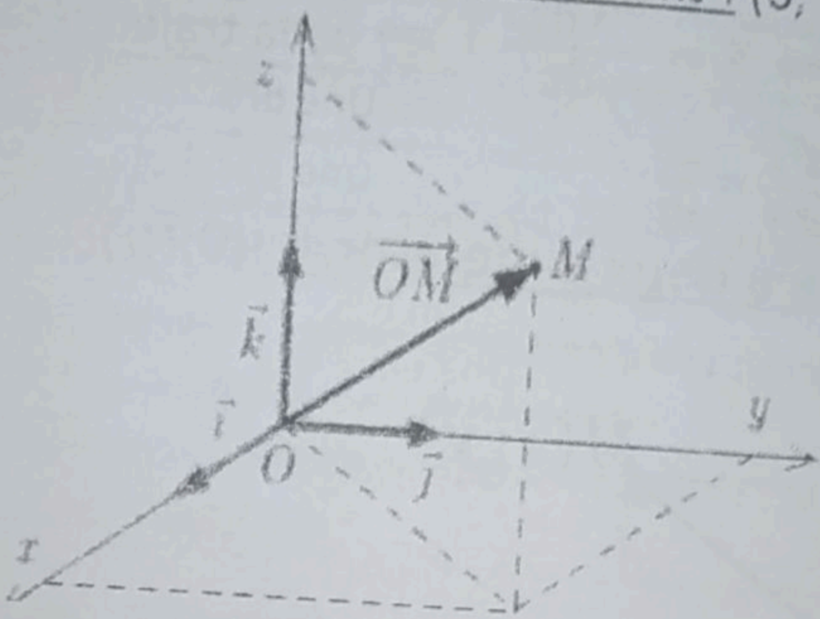
Sa norme est : $\boxed{\|\vec{V}\| = V = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}}$ m/s

<u>Vecteur accélération ($\vec{a}$):</u> $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a}\begin{cases} a_y = \frac{dv_y}{dt} \\ a_x = \frac{dv_x}{dt} \end{cases} \Rightarrow$

$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$

Sa norme est : $\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ (m/s²).

A-3) <u>Cinématique à trois (3) dimensions :</u> $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$



<u>Vecteur position (OM) :</u> $\boxed{\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}$

Sa norme est : $\boxed{\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

<u>Vecteur vitesse ($\vec{V}$) :</u> $\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Longrightarrow \vec{V} \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} \\ v_z = \frac{dZ}{dt} \end{cases}$

$\vec{V} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$ Sa norme est : $\|\vec{V}\| = V = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2 + v_z^2}$

<u>Vecteur accélération ($\vec{a}$) :</u> $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Longrightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} \end{cases}$

$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ Sa norme est : $\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ (m/s²)

<u>Etude du mouvement :</u>

- $\vec{a}.\vec{v} > 0$ (le mouvement est dit accéléré)

- $\vec{a}.\vec{v} < 0$ (le mouvement est dit retardé)
- $\vec{a}.\vec{v} = 0$ (le mouvement est dit uniforme)

Les différentes formes de trajectoire :

Equations de la trajectoire	Nature de la trajectoire
$y = ax+b$ ou $y = ax$	Une droite
$y = ax^2+bx+c$ ou $y = ax^2$	Une parabole
$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$	Un cercle de centre M (a ; b) et de rayon R
$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}+\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$	Une ellipse
$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}-\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$	Une hyperbole

- Rappels:

▶ Sur les dérivées:

$(cste)'=0$; Ex : $(2)'=0$; $(kt^n)'= k.(t)'.t^{n-1}$;

Ex : $(3t^8)' = 3.8.t^{8-1} = 24t^7$

▶ Sur intégrale :

$\int dt = t + c$; $\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} + c$; $\int k dt = kt + c$.

▶ Sur la Trigonométrie :

$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$;

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$

$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$; $\sin 2\alpha = 2\cos \alpha \sin \alpha$;

$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \alpha$; $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$;

$\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \sin \alpha$; $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos \alpha$;

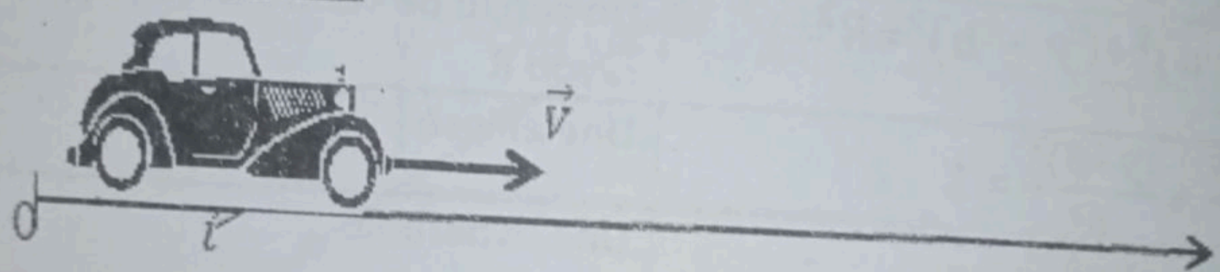
$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$; $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$; $\tan x = \frac{2t}{1-t^2}$

RAPPEL SUR LES MOUVEMENTS

A) Mouvement rectiligne uniforme :

Définition : un mobile est animé d'un mouvement rectiligne uniforme si sa trajectoire est une droite et sa vitesse est constante.

Schéma d'expérience :



$$\begin{cases} X = vt + x_0 \text{ ; (Avec } t_0 = 0) \\ x = v(t - t_0) + x_0 \text{ ; } (Avec\ t_0 \neq 0) \\ e = v\theta \end{cases}$$

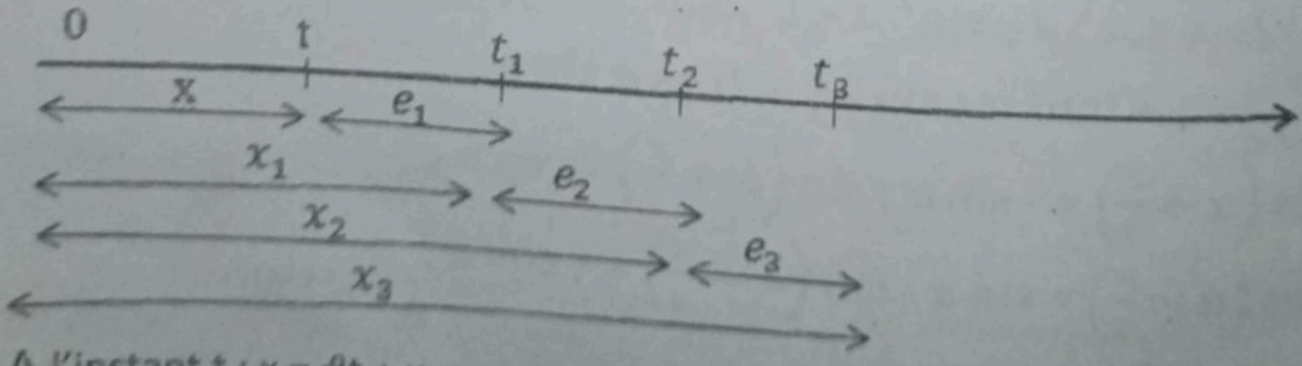
$a = \frac{dv}{dt} = 0$; $v = v_{moy} = cste$.

NB : $e_1 = e_2 = e_3 = e_4 = e = cste$. Avec : $e_n = x_n - x_{n-1}$.

► Propriété : dans un mouvement rectiligne uniforme les espaces parcourus pendant les intervalles du temps successifs égaux à θ forment une suite stationnaire ; tel que : $e = V\theta$.

- Démonstration :

Schéma d'expérience :



A l'instant t : $x = \vartheta t + x_0$;

A l'instant t_1 : $x_1 = \vartheta t_1 + x_0$; avec $t_1 = t + \theta$

$x_1 = \vartheta(t + \theta) + x_0 = \vartheta t + \vartheta\theta + x_0 = x + \vartheta\theta$;

A l'instant t_2 : $x_2 = \vartheta t_2 + x_0$; avec $t_2 = t + 2\theta$

$x_2 = \vartheta(t + 2\theta) + x_0 = \vartheta t + 2\vartheta\theta + x_0 = x + 2\vartheta\theta$

A l'instant t_3 : $x_3 = \vartheta t_3 + x_0$; avec $t_3 = t + 3\theta$

$x_3 = \vartheta(t + 3\theta) + x_0 = \vartheta t + 3\vartheta\theta + x_0 = x + 3\vartheta\theta$

On pose que : $\begin{cases} e_2 - e_1 = x_2 - x_1 = v\theta \\ e_3 - e_2 = x_3 - x_2 = v\theta \end{cases}$;

Donc :

$$\boxed{e = e_3 - e_2 = e_2 - e_1 = \vartheta\theta}$$

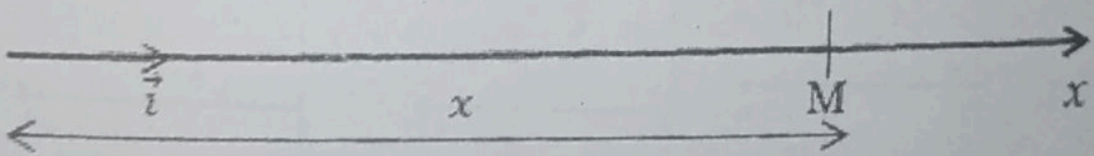
- Pour un aller et retour la vitesse moyenne d'un corps se définie par :

$V_{moy} = \dfrac{2.V_1V_2}{V_1 + V_2}$ (lorsqu'il parcourt la moitié du chemin)

$V_{moy} = \dfrac{V_1 + V_2}{2}$ (lorsqu'il parcourt la moitié du temps)

- Démonstration :

Schéma d'expérience :



Lorsqu'il parcourt la moitié du chemin

A l'aller la distance parcourut est : $x_1 = v_1 t_1 \Longrightarrow t_1 = \dfrac{x_1}{v_1}$

Au retour la distance parcourut est : $x_2 = v_2 t_2 \Longrightarrow t_2 = \dfrac{x_2}{v_2}$

Le temps total du mouvement est : $t = t_1 + t_2 = \dfrac{x_1}{v_1} + \dfrac{x_2}{v_2}$;

Mais $x_1 = x_2 = \dfrac{x}{2}$

$t = \dfrac{\frac{x}{2}}{v_1} + \dfrac{\frac{x}{2}}{v_2} = \dfrac{x}{2}\left(\dfrac{1}{v_1} + \dfrac{1}{v_2}\right) \Longrightarrow t = \dfrac{x}{2}\left(\dfrac{1}{v_1} + \dfrac{1}{v_2}\right)$

Par définition la vitesse moyenne est donnée par la relation :

$V_{moy} = \dfrac{x - x_0}{t - t_0}$; si : $\begin{cases} x_0 = 0 \\ t_0 = 0 \end{cases}$ alors $V_{moy} = \dfrac{x}{t}$; $V_{moy} \times t = x$

$V_{moy} \times \dfrac{x}{2}\left(\dfrac{1}{v_1} + \dfrac{1}{v_2}\right) = x \Longrightarrow V_{moy} \times \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{v_1} + \dfrac{1}{v_2}\right) = 1 \Longrightarrow$

$$V_{moy}\times\frac{1}{2}\left(\frac{v_1+v_2}{v_1\times v_2}\right)=1\ ;\ \text{donc} : V_{moy}=\frac{2.V_1V_2}{V_1+V_2}$$

1) <u>Lorsqu'il parcourt la moitié du temps :</u>

A l'aller la distance parcourue est : $x_1 = v_1 t_1$

Au retour la distance parcourue est : $x_2 = v_2 t_2$

La distance totale parcourue est : $x = x_1 + x_2 = v_1t_1 + v_2t_2$;

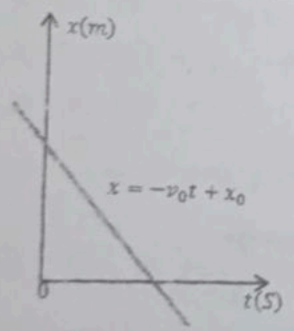
mais $t_1 = t_2 = \frac{t}{2}$

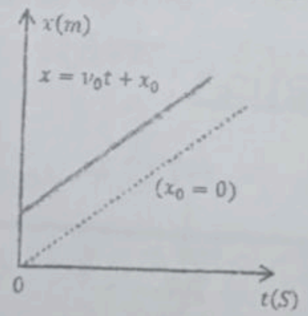
$X = v_1\frac{t}{2} + v_2\frac{t}{2} = \frac{t}{2}(v_1+v_2) \Longrightarrow V_{moy}\times t = \frac{t}{2}(v_1+v_2) \Longrightarrow$

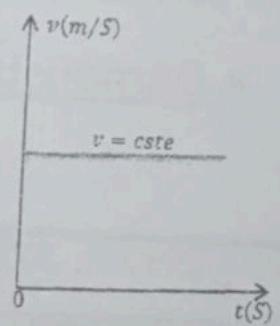
$V_{moy} = \frac{1}{2}(v_1+v_2)$

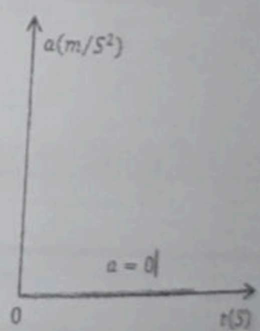
Alors : $V_{moy} = \dfrac{v_1+v_2}{2}$

<u>Les diagrammes des paramètres cinématique</u> :





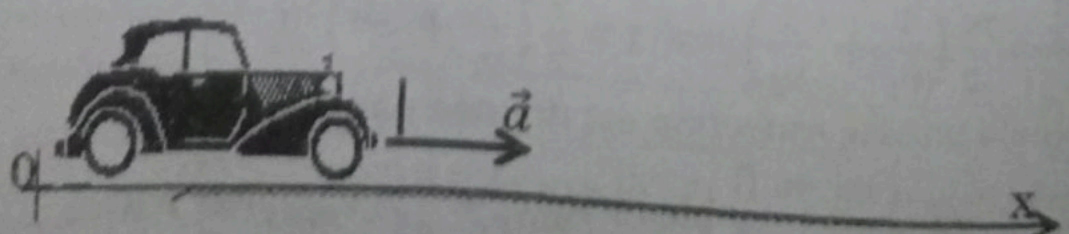




B) Mouvement rectiligne uniformément varié :

<u>Définition :</u> un mobile est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié, si sa trajectoire est une droite et sa vitesse évolue dans le temps ; ou son accélération est une constante. a = cste.

<u>Schéma d'expérience:</u>



$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ v = at + v_0 \\ v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \end{cases} ; \begin{cases} a = cste \\ r = a\theta^2 \end{cases} ; \begin{cases} v_{moy} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \\ v_{moy} = \frac{v_1 + v_2}{2} \\ v_n = \frac{x_{n+1} - x_{n-1}}{2\theta} \end{cases} ;$$

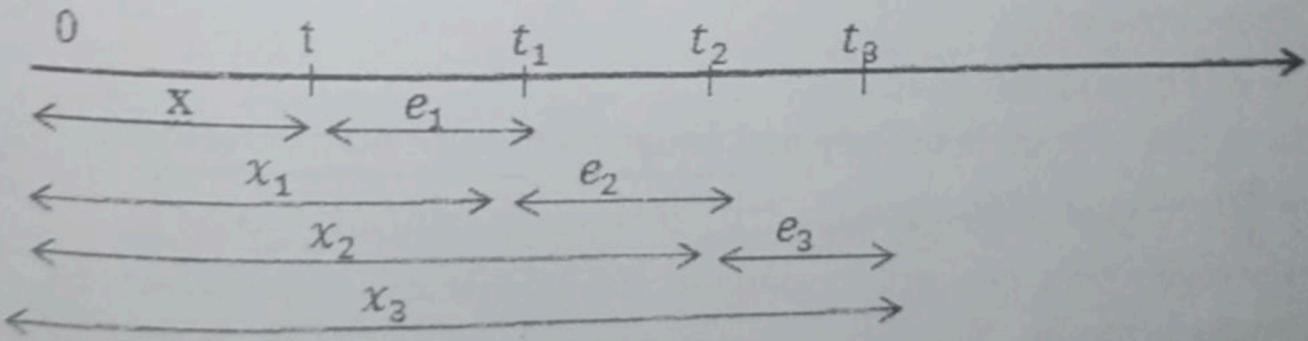
Avec : $a_n = \frac{v_{n+1} - v_{n-1}}{2\theta}$

NB : $r = e_2 - e_1 = e_3 - e_2 = \ldots\ldots\ldots = e_{n+1} - e_{n-1} = a\theta^2$.

- Si $e_1 < e_2 < e_3 < \ldots\ldots\ldots < e_n$ (MUA)
- Si $e_1 > e_2 > e_3 > \ldots\ldots\ldots > e_n$ (MUR)
- Si $e_1 = e_2 = e_3 = \ldots\ldots\ldots = e_n$ (MU)
- Propriété : dans un mouvement rectiligne uniformément varié les espaces parcourus pendant les intervalles du temps successifs égaux à θ forment une suite arithmétique de raison $r = a\,\theta^2$.

• <u>Démonstration</u> :

<u>Schéma d'expérience :</u>



A l'instant t : $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

A l'instant t_1 : $x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0t_1 + x_0$; avec : $t_1 = t + \theta$

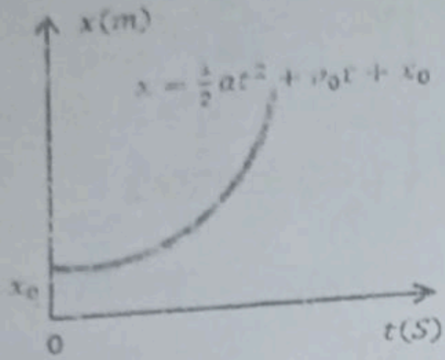
A l'instant t_2 : $x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + v_0t_2 + x_0$; avec : $t_2 = t + 2\theta$

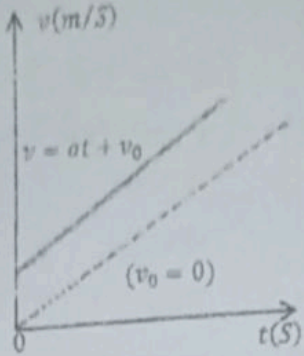
A l'instant t_3 : $x_3 = \frac{1}{2}at_3^2 + v_0t_3 + x_0$; avec : $t_3 = t + 3\theta$

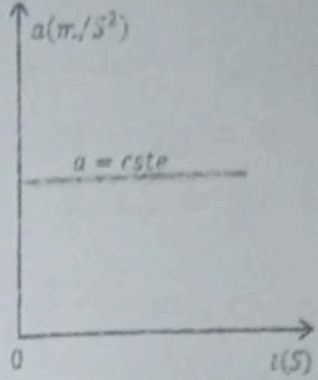
On pose que : $\begin{cases} e_2 - e_1 = x_2 - x_1 \\ e_3 - e_2 = x_3 - x_2 \end{cases}$ et

$r = r_1 = r_2 = e_3 - e_2 = e_2 - e_1 = a\theta^2$; Donc : $\mathbf{r} = a\theta^2$

<u>Les diagrammes des paramètres cinématique :</u>







C) Mouvement rectiligne sinusoïdale :

▶Définition : le mouvement d'un point matériel est rectiligne sinusoïda! quand l'abscisse est une fonction sinusoïdale du temps.

L'équation horaire est de la forme : $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$

x_m : Amplitude ou élongation maximale

x : Elongation ou abscisse instantanée

ω : Pulsation du mouvement

φ : Phase initiale

$\omega t + \varphi$: Phase instantanée

▶La vitesse : elle est la dérivée de l'équation horaire du mouvement.

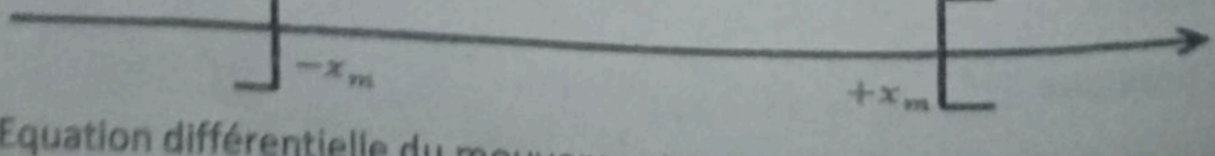
$v = \frac{dx}{dt} = -x_m\omega \sin(\omega t + \varphi)$; $\boxed{v = -x_m\omega \sin(\omega t + \varphi)}$

▶L'accélération : elle est la dérivée de la vitesse instantanée en fonction du temps.

$a = \frac{dv}{dt} = -x_m\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$

$$\boxed{a = -x_m\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x}$$

▶Schéma :



▶Equation différentielle du mouvement :

L'équation de l'accélération peut se mettre sous la forme d'une équation différentielle : $a = -\omega^2 x \Longrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ ou $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \; ou \; \ddot{x} + \omega^2 x = 0}$$

La solution mathématique de cette équation différentielle peut se mettre sous la forme : $x = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$
Après les transformations trigonométriques nous pouvons écrire :
$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$.

x_m *et* φ : sont des constantes différentielles qui sont déterminer grâce aux conditions initiales sur l'élongation x_0 et la vitesse v_0 ; d'où l'on obtient un système de deux équations à deux inconnus qui nous permets de déterminerx_m *et* φ .

$$t = 0 \Longrightarrow \begin{cases} v_0 = -x_m \sin\varphi \\ x_0 = x_m \cos\varphi \end{cases}$$

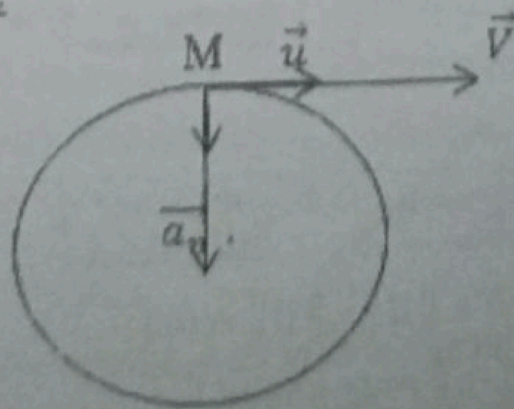
▶ La période du mouvement : est l'intervalle du temps constant qui sépare deux passages consécutifs du mobile au même point dans le même sens. $T = \frac{2\pi}{\omega}$

▶ La fréquence du mouvement : est le nombre d'oscillation effectué en une seconde. Elle est égale à l'inverse de la période. $f = \frac{1}{T}$

D) Mouvement circulaire uniforme (MCU) :

Définition : un mobile est animé d'un mouvement circulaire uniforme si sa trajectoire est un cercle ou un arc de cercle et sa vitesse est constante.

Schéma d'expérience :



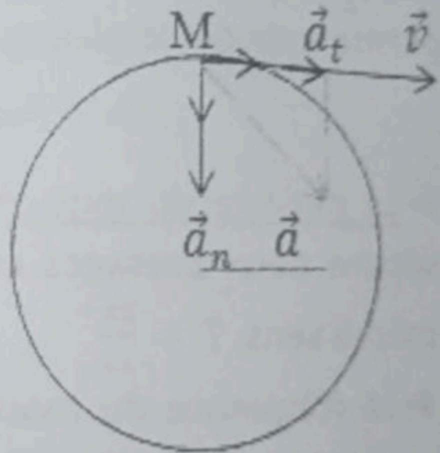
$$\begin{cases} s = vt + s_0 \\ s = R\theta \\ V = R\omega \end{cases} ; \begin{cases} \theta = \omega t + \theta_0 \\ a_n = \frac{V^2}{R} = R\omega^2 \\ a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \end{cases} ; \begin{cases} T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \\ f = \frac{n}{t} \\ \omega = 2\pi f \end{cases}$$

E) Mouvement circulaire uniformément varié :

Définition : un mobile est animé d'un mouvement circulaire si sa trajectoire est un cercle ou un arc de cercle est sa vitesse varie dans le temps.

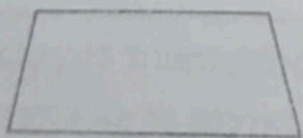
Schéma d'expérience :

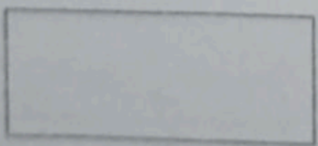
$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{2}\ddot{\alpha}t^2 + \omega_0 t + \alpha_0 \\ \omega = \ddot{\alpha}t + \omega_0 \\ \omega^2 - \omega_0^2 = 2\ddot{\alpha}(\alpha - \alpha_0) \end{cases} ; \begin{cases} \alpha = 2\pi n \\ a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2 \\ a_t = R\ddot{\alpha} \end{cases}$$

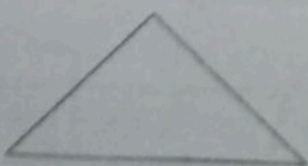


$$\begin{cases} f = \frac{\omega}{2\pi} \\ \|\vec{a}\| = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} \\ T = \frac{2\pi}{\omega} \end{cases} ;$$

- Quelques figures géométriques utilisées dans la détermination des surfaces ou distance totale parcourue par un mobile en mouvement.

▶ Trapèze :  Surface : S = A= $\frac{(B+b)h}{2}$

▶ Rectangle :  Surface : S = A = L×l

▶ Triangle :  Surface : S = A = $\frac{b \times h}{2}$

▶ Produit scalaire : $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\widehat{\vec{u};\vec{v}})$.

▶ Produit vectoriel : $\vec{u} \wedge \vec{v}$ = u× v×sin$(\widehat{\vec{u};\vec{v}})$.

NB : $\vec{u} \perp \vec{v} \Longrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0$ et

$\vec{u} // \vec{v} = \begin{cases} = uv \,;\, si\ (u\ et\ v\ sont\ dans\ le\ même\ sens) \\ = -uv \,;\, si\ (u\ et\ v\ sont\ opposé) \end{cases}$

- $\ln x = y \Longrightarrow x = e^{y}$; $1km/h = \frac{1}{3,6} m/s$.

Questions théoriques

1)) Démontrer que dans un mouvement rectiligne uniforme les espaces parcourus pendant les intervalles de temps successifs égaux à θ sont constant ?

2)) Démontrer que dans un mouvement rectiligne uniformément varié, les espace parcourus pendant les intervalles de temps successif égaux à θ forment une progression arithmétique de raison : $r = a\theta^2$

3)) Démontrer que dans un mouvement rectiligne uniformément varié, la vitesse moyenne entre deux instants t_1 et t_2 est égale :

a)) A la moyenne arithmétiques des vitesse vraie à ces instants

b)) A la vitesse vraie à l'instant $t = \frac{t_1+t_2}{2}$

4)) Sous quelles conditions cette affirmation, attribuée à Galilée, est-elle valable :

<< Dans un mouvement rectiligne uniformément accéléré, le chemin parcourus est égale à la moitié de la vitesse finale>> ?

5)) Comment expliquez-vous qu'un point M, animé d'un mouvement circulaire uniforme ait une accélération bien que le module de sa vitesse soit constante ? Que savez-vous de cette accélération ?

6)) Que-ce-qu'un mouvement rectiligne sinusoïdal ?

7)) Démontrer que dans un mouvement circulaire, l'accélération normale se définie : $a_n = \frac{V^2}{R}$

8)) Après avoir défini la mécanique et la cinématique? Faites une étude comparative entre un mouvement rectiligne uniforme et un mouvement rectiligne uniformément varié ? ET ainsi que des mouvements circulaire uniforme et circulaire uniformément varié ?

9)) Après avoir défini un point matériel ? Démontrer les relations suivantes :

$V_n = \frac{x_{n+1} - x_{n-1}}{2\theta}$ et $a_n = \frac{V_{n+1} - V_{n-1}}{2\theta}$

10)) Démontrer la relation suivante : $x = \left(\frac{v+v_0}{2}\right)t$

11)) Sur quels intervalles de temps le mouvement de M est-il accéléré ou retardé ? Equation horairé : $x = 4t^3 - 12t$

BRAVO PHYSIQUE !!!

EXERCICES RESOLUS

Exercice 1

Les coordonnées cartésiennes à l'instant t d'un point mobile M lancé dans l'espace sont: $\begin{cases} x = 2a(1+\cos\omega t) \\ y = a\sin\omega t \end{cases}$

(a et ω sont des contantes positives)

1) Déterminer l'équation de la trajectoire et préciser sa nature
2) Donner l'expression et le module du vecteur vitesse et du vecteur accélération.
3) Donner l'expression de l'accélération tangentielle et celle de l'accélération normale de la trajectoire.
4) Calculer la valeur minimale du rayon de courbure.
5) Représenter graphiquement la trajectoire de M et en déduire la vitesse de M aux points particuliers de la trajectoire.

Résolutio

1)) Déterminons l'équation de la trajectoire et sa nature:

$$\begin{cases} x = 2a(1+\cos\omega t) \\ y = a\sin\omega t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{x}{2a}-1\right)^2 = \cos^2\omega t \\ \frac{y^2}{a^2} = \sin^2\omega t \end{cases}$$

Par combinaisons:

$$\left(\frac{x}{2a}-1\right)^2 + \frac{y^2}{a^2} = 1 \Rightarrow \boxed{\frac{(x-2a)^2}{(2a)^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1}$$

Donc la trajectoire est une ellipse de centre G($2a$; 0)

2)) Expression du vecteur vitesse et accélération:

Vecteur vitesse: $\vec{V} \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = -2a\omega\sin\omega t \\ v_y = \frac{dy}{dt} = a\omega\cos\omega t \end{cases}$

$\vec{V} = (-2a\omega\sin\omega t)\vec{i} + (a\omega\cos\omega t)\vec{j}$

Sa norme est: $V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$$V = \sqrt{(-2a\omega \sin \omega t)^2 + (a\omega \cos \omega t)^2} = |a\omega|\sqrt{1 + 3\sin^2 \omega t}$$

Vecteur accélération: $\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = -2a\omega^2 \cos \omega t \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -a\omega^2 \sin \omega t \end{cases}$

$$\vec{a} = (-2a\omega^2 \cos \omega t)\vec{\imath} + (-a\omega^2 \sin \omega t)\vec{\jmath}$$

Sa norme est: $a = \sqrt{a_x + a_y}$

$$a = \sqrt{(-2a\omega^2 \cos \omega t)^2 + (-a\omega^2 \sin \omega t)^2} = |a\omega^2|\sqrt{1 + 3\cos^2 \omega t}$$

1) Déterminons les accélérations normale et tangentielle:

Tangentielle:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \left[|a\omega|\sqrt{(1 + 3\sin^2 \omega t)}\right]' = a\omega\left(\frac{6\omega \cos \omega t \times \sin \omega t}{2\sqrt{1 + 3\sin^2 \omega t}}\right)$$

$$a_t = \frac{3a\omega^2 \cos \omega t \times \sin \omega t}{\sqrt{1+3\sin^2 \omega t}}$$

Normale: $a_N = \sqrt{a^2 - a_t}$

$$a_N = \sqrt{\left(|a\omega^2|\sqrt{1 + 3\cos^2 \omega t}\right)^2 - \left(\frac{3a\omega^2 \cos \omega t \times \sin \omega t}{\sqrt{1+3\sin^2 \omega t}}\right)^2}$$

$$a_N = \frac{2a\omega^2}{\sqrt{\sqrt{1+3\sin^2 \omega t}}}$$

3)) Calcul dù rayon de courbure:

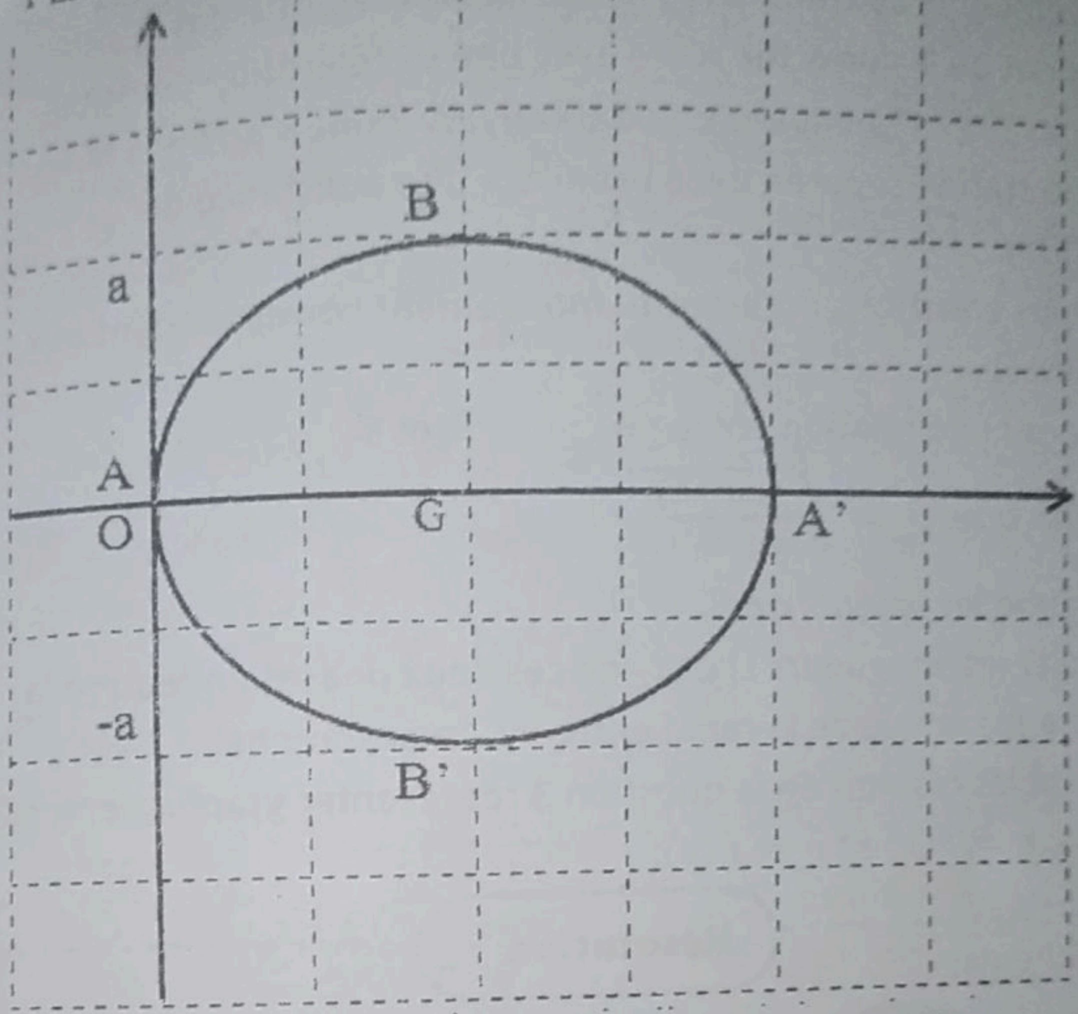
$$a_N = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{a_N} = \frac{a\omega\sqrt{\left(1+3\sin^2 \omega t\right)^3}}{2a\omega^2} = \frac{a}{2}\sqrt{\left(1 + 3\sin^2 \omega t\right)^3}$$

<u>Le rayon minimal:</u>

$$\frac{dR}{dt} = 0 \Rightarrow \cos \omega t = 0 \Rightarrow \cos \omega t = \cos\frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2\omega}$$

$$R_{min} = \frac{a}{2}\sqrt{\left(1 + 3\sin \omega \frac{\pi}{2\omega}\right)^3} = \frac{a}{2}\sqrt{4^3} = 4a$$

4)) Representation de la trajectoire:



6)) Déterminons la vitesse aux points particuliers de la trajectoire:

NB: Une ellipse admet 4 points caractéristiques les sommets de cette ellipse.

$A(0;0)$; $A'(4a\ ;\ 0)$; $B(2a;a)$ et $B'(2a\ ;-a)$

Aux points:

- $A(0\ ;0)\ ; t = \frac{\pi}{\omega}$ et $\vec{V} = -a\omega\vec{j} \Rightarrow V = a\omega$
- $A'(4a\ ;\ 0)\ ; t = \frac{2\pi}{\omega}$ et $\vec{V} = a\omega\vec{j} \Rightarrow V = a\omega$
- $B(2a\ ;\ a); t = \frac{\pi}{2\omega}$ et $\vec{V} = -2a\omega\vec{i} \Rightarrow V = 2a\omega$
- $B'(2a\ ;-a); t = \frac{3\pi}{2\omega}$ et $\vec{V} = 2a\omega\vec{i} \Rightarrow V = 2a\omega$

Exercice 2

Une rame de métro effectue un trajet entre deux stations. Partant de la première station, le conducteur lance sa rame avec une accélération $a_1 = 8{,}5.10^{-2} m/s^2$ au bout d'une durée θ_1. Lorsqu'il juge la vitèsse suffisante pour pouvoir atteindre l'autre station. Le conducteur coupe définitivement le courant. Différentes causes ralentissent le mouvement qu'il s'effectue alors avec une décélération constant $a_2 = 5.10^{-2} m/s^2$ pendant une duréeθ_2. La rame s'arrête à la deuxième station séparée de la première d'une distance de $d = 1500m$.

1) Ecrire les équations horaires du mouvement correspondant aux deux phases.

2) a) Donner une relation entre : a_1 ; a_2 ; θ_1 et θ_2.

b) Montrer que: $\theta_1 = \sqrt{\frac{2 \times d \times |a_2|}{|a_2| \times a_1 + a_1^2}}$

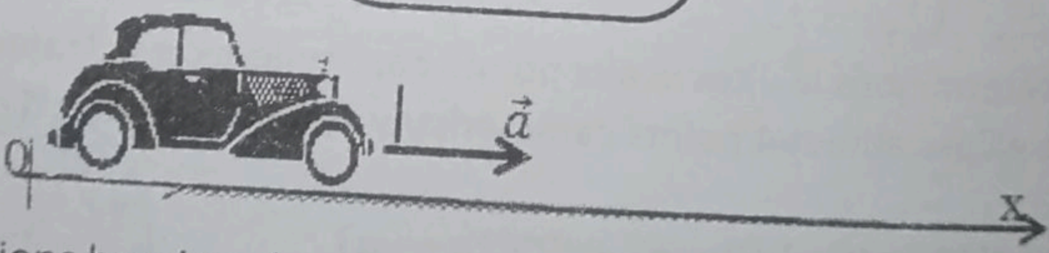
c) En déduire les valeurs de θ_1 et θ_2

2) Calculer les longueurs l_1 et l_2 de ces deux phases endeduire la vitèsse maximale de la rame entre les deux stations.

En utilisant les résultat de la question 3 représenter graphiquement les fonctions: $v = f(t)$ et $a = f(t)$.

Résolution

Schema:



Les équations horaires du mouvement correspondant aux deux phases:

1^{ere} *phase*: MRUA

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} a_1 \theta_1^2 \\ V_1 = a_1 \theta_1 \quad \Rightarrow x_1 = 4{,}25.10^{-2} \theta_1^2 \\ V_1^2 = 2 a_1 x_1 \end{cases}$$

2^{eme} *phase*: MRUR

$$\begin{cases} x_2 = \frac{1}{2} |a_2| \theta_2^2 + V_1 \theta_2 \\ V_2 = |a_2| \theta_2 + V_1 \quad \Rightarrow x_2 = -2{,}5.10^{-2} \theta_2^2 + 8{,}5.10^{-2} \theta_1 \theta_2 \\ v_1^2 = -2|a_2| x_2 \end{cases}$$

1)) a) Relation entre: a_1 ; a_2 ; θ_1 et θ_2.

Comme: $V_2 = |a_2|\theta_2 + V_1$; à l'arrêt $V_2 = 0 \Rightarrow$

$|a_2|\theta_2 + V_1 = 0$; Or: $V_1 = a_1\theta_1$ et $|a_2| = -a_2 \Rightarrow$

$-a_2\theta_2 + a_1\theta_1 = 0 \Rightarrow a_1\theta_1 = a_2\theta_2$ Cqfd

b)) Montrons que: $\theta_1 = \sqrt{\frac{2\times d\times|a_2|}{|a_2|\times a_1+a_1^2}}$

Comme:

$d = x_1 + x_2 = \frac{V_1^2}{2a_1} + \frac{V_1^2}{2a_2} = \frac{V_1^2}{2}\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right) = \frac{a_1^2\theta_1^2(a_1+a_2)}{2\times a_1\times a_2} = \frac{\theta_1^2(a_1^2+a_1a_2)}{2a_2} \Rightarrow$

$\theta_1^2 = \frac{2\times a_2\times d}{a_1^2+a_1\times a_2} \Rightarrow \theta_1 = \sqrt{\frac{2\times a_2\times d}{a_1^2+a_1\times a_2}}$;

c)) Déduisons les valeurs de θ_1 *et* θ_2 :

- $\theta_1 = \sqrt{\frac{2\times a_2\times d}{a_1^2+a_1\times a_2}} \Rightarrow \theta_1 = 144s$;
- $a_1\theta_1 = a_2\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \frac{a_1}{a_2} \times \theta_1$

AN: $\theta_2 = 194s$

2)) Calculons les longueurs l_1 et l_2:

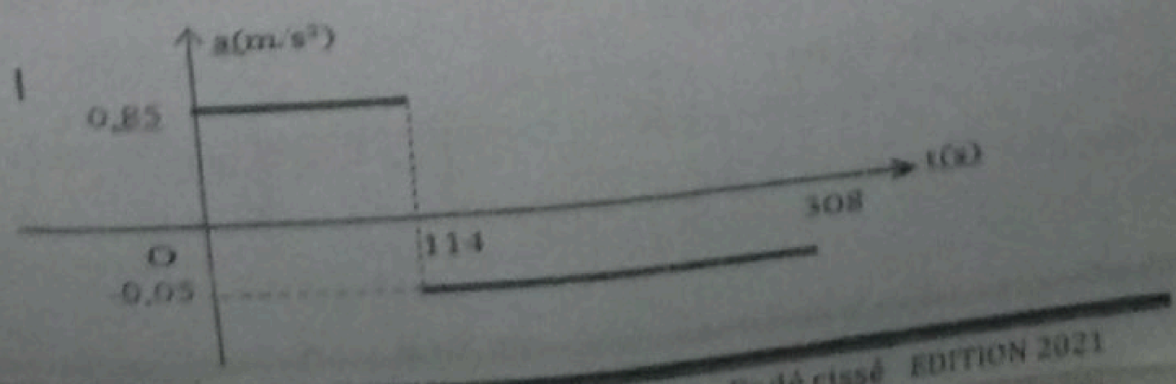
$l_1 = x_1 = 4{,}25.10^{-2}\theta_1^2 = 552{,}33$

$\boxed{l_1 = 552{,}33m}$

$l_2 = x_2 = d - l_1 = 948m$

•Vitesse maximale: $v = a_1\theta_1 = 9{,}69m/s$

3)) Representation graphique:



Exercice 3

Dans un repère orthonormé (O ;i ;j ;k) une particule M est soumise à une accélération constante $\vec{a}$= -9,8$\vec{k}$. Cette particule se trouve à la date t=0s en 0 (0 ; 0 ;-0,5)

Et $\overrightarrow{V_0}$= $\vec{\imath} + 4\vec{k}$

1)) Donner les équations paramétrique du mouvement x(t) ; y(t) et z(t)

2)) Donner l'expression de V_M(t) et calculer la vitesse de M à la date t=0,5s

3)) A quelle date M rencontre-t-il le plan z= -2 ?

Quelle est l'abscisse de M

Résolution

1)) Donnons les équations paramétriques du mouvement :

On sait que : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + v_0 t + \overrightarrow{OM}_0$

Or : $\vec{a}$= -9,8$\vec{k}$. ; 0 (0 ; 0 ;-0,5) signifie que :

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = -0,5 \end{cases} ;\overrightarrow{V_0} = \vec{\imath} + 4\vec{k}$$

● Remplaçons les valeurs convenables des expressions :

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(-9,8\vec{k})t^2 + (\vec{\imath} + 4\vec{k})t + (0\vec{\imath} + 0\vec{\jmath} - 0,5\vec{k})$$

$$\overrightarrow{OM} = (-4,9t^2 + 4t - 0,5)\vec{k} + (t)\vec{\imath} \;;$$

Or: $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$

Par comparaison : $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -4,9t^2 + 4t - 0,5 \end{cases}$

2)) Donnons l'expression de $\vec{V}_M$(t) et calculons la vitesse de M à la date t=0,5s

● L'expression de $\vec{V}_M$(t) :

On sait que : $\vec{V} = v_x\vec{\imath} + v_y\vec{\jmath} + v_z\vec{k}$; mais $\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 1 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 0 \\ v_z = \frac{dz}{dt} = -9,8t + 4 \end{cases}$;

$\|\vec{V}\| = \sqrt{v_x^2 + v_z^2} = \sqrt{1^2 + (-9,8t + 4)^2}$

- Sa valeur à la date t=0,5s :

$\|\vec{V}\| = \sqrt{1^2 + (-9,8(0,5) + 4)^2} = 1,35m/s$ $\boxed{\|\vec{V}\| = 1,35m/s}$

3)) Déterminons la date lorsque M rencontre le plan z = -2 :

Or : $z = -4,9t^2 + 4t - 0,5 = -2$; $-4,9t^2 + 4t + 1,5 = 0$;

$\Delta = b^2 - 4ac$; $\Delta = 16 + 29,5 = 45,4$; $\sqrt{\Delta} = 6,74$;

$$\begin{cases} t_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4 - 6,74}{2(-4,9)} = 1,09 \simeq 1,1s \\ t_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4 + 6,74}{2(-4,9)} < 0 \text{ à réjeter} \end{cases}$$

$$\boxed{t = 1,1s}$$

- Son abscisse à cette date :

Or $x = t$; donc : $x = t = 1,1m$ $\boxed{x = 1,1m}$

Exercice 4

Le vecteur position d'un point mobile par rapport à un repère cartésien est défini par : $\overrightarrow{OM} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k} + (2\vec{i} + 4\vec{j} + 4\vec{k})t + 4\vec{j}t^2$

a) Trouver les équations horaires du mouvement

b) Trouver les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse

c) Trouver les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération

d) Calculer la valeur de $\vec{V}$ et celle de $\vec{a}$ pour t=0

Résolution

a) Trouvons les équations horaires du mouvement :

$$\overrightarrow{OM} = (2t + 1)\vec{i} + (4t^2 + 4t + 1)\vec{j} + (4t + 2)\vec{k}$$

Or : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$; donc : $\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = 4t^2 + 4t + 1 \\ z = 4t + 2 \end{cases}$

b) Les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse :

On sait que : $\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$; $\vec{V}\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 2 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 8t + 4 \\ v_z = \frac{dz}{dt} = 4 \end{cases}$

c) Les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération :

Et : $\vec{a} = a_x\vec{\imath} + a_y\vec{\jmath} + a_z\vec{k}$; $\vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = 8 \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = 0 \end{cases}$ $\boxed{\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 8 \\ a_z = 0 \end{cases}}$

d) Les valeurs de v et celle de a à la date t=0 :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{4+16+16} = \sqrt{36} \quad \boxed{v = 6m/s}$$

Celle de a : $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{64} = 8$; $\boxed{a = 8m/s^2}$

Exercice 5

Dans un plan $(0\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$ une particule est animée d'un mouvement curviligne avec un vecteur accélération $\vec{a} = 4\vec{\jmath}$.

1) Exprimer en fonction du temps, le vecteur :
   a) Vitesse sachant qu'à l'instant de date $t_1 = 1s$; $\vec{v}_1 = 2\vec{\imath} + 8\vec{\jmath}$
   b) Position de la particule, sachant qu'à la date $t_2 = 2s$; $\overrightarrow{OM}_2 = 10\vec{\imath} + 23\vec{\jmath}$
2) Donner l'équation cartésienne de la trajectoire.
3) Déterminer les coordonnées du sommet de cette trajectoire.

Résolution

1) a) Exprimons en fonction du temps le vecteur vitesse :

$\vec{a} = 4\vec{\jmath}$ et $t_1 = 1s$; $\vec{v}_1 = 2\vec{\imath} + 8\vec{\jmath}$; $\vec{V}\begin{cases} v_x = 2 \\ v_y = 8 \end{cases}$;

Or $\vec{a} = 4\vec{\jmath}$; $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 4 \end{cases}$; $\vec{V}\begin{cases} v_x = k \\ v_y = 4t + c \end{cases}$ soit : $\vec{V} = k\vec{\imath} + (4t + c)\vec{\jmath}$

A la date $t_1 = 1s$; $\vec{v}_1 = k\vec{\imath} + (4 + c)\vec{\jmath}$ par comparaison $\vec{v}_1 = \vec{v}_1$

On a : $\begin{cases} k = 2 \\ 4t + c = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ c = 4 \end{cases}$ alors : $\vec{V} = 2\vec{\imath} + (4t + 4)\vec{\jmath}$

b) Exprimons le vecteur position de la particule :

$\vec{a} = 4\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{OM}_2 = 10\vec{\imath} + 23\vec{\jmath}$; $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 4 \end{cases}$; $\vec{V}\begin{cases} v_x = k \\ v_y = 4t + 4 \end{cases}$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(\cos t - 2\sin t)^2 + (2\cos t + \sin t)^2} = \sqrt{5}$

Comme la vitesse est constante et le rayon est constant ; alors le mouvement est circulaire uniforme.

Exercice 7

Le mouvement d'un point mobile M dans le plan rapporté à repère orthonormé est défini par les équations : $\begin{cases} x = 2\sin(\omega t) \\ y = 2\cos(2\omega t) \end{cases}$

Les unités sont celles du système international.

1) Montrer que le mouvement est périodique et déterminer la trajectoire du point mobile M.
2) Déterminer le module du vecteur vitesse à la date t. Exprimé cette vitesse en fonction de l'abscisse x de M à la même date.
3) Calculer les composantes du vecteur accélération à la date t. En quels points ce vecteur est-il normal à la trajectoire ?

Résolution

1) Montrons que le mouvement est périodique :

1^{ere} *Méthode* : Comme le système donné est : $\begin{cases} x = 2\sin(\omega t) \\ y = 2\cos(2\omega t) \end{cases}$

Donc : $T\begin{cases} T_x = \frac{2\pi}{\omega} \\ T_y = \frac{2\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{\omega} \end{cases}$; Alors cherchons le plus petit commun multiple qui le PPCM des deux périodes :

$T = \text{PPCM}\,(T_x\,;T_y) = \text{PPCM}\,(\frac{2\pi}{\omega}\,;\frac{\pi}{\omega}) = \frac{\pi}{\omega}\,\text{PPCM}\,(2\,;1)$

Or : le PPCM $(2\,;1) = 2$; alors $T = \frac{\pi}{\omega}\times 2 = \frac{2\pi}{\omega} \Longrightarrow \boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$

2^{eme}Méthode: $T\begin{cases} T_x = \frac{2\pi}{\omega} \\ 2T_y = \frac{4\pi}{2\omega} = \frac{2\pi}{\omega} \end{cases}$;

Car : $t = kT$; $\begin{cases} T_x = \frac{2\pi}{\omega} \\ T_y = \frac{2\pi}{\omega} \end{cases} \Longrightarrow T_x = T_y = T = \frac{2\pi}{\omega}$

• Déterminons l'équation de la trajectoire :

$$\begin{cases} x = 2\sin(\omega t) \\ y = 2\cos(2\omega t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\sin(\omega t) \\ y = 2(1 - 2\sin^2(\omega t)) = 2 - 4\sin^2(\omega t) \end{cases}$$

$\begin{cases} x^2 = 4\sin^2(\omega t) \\ y = 2 - 4\sin^2(\omega t) \end{cases}$; La somme membre à membre :

$$y + x^2 = 2 \Rightarrow \quad y = -x^2 + 2$$

2) Déterminons le module du vecteur vitesse à la date t :

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \; ; \vec{V} = \begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} = 2\,\omega\cos(\omega t) \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = -4\omega\sin(2\omega t) \end{cases} ;$$

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{(2\cos(\omega t))^2 + (-4\omega\sin(2\omega t))^2}$$

$$\|\vec{V}\| = |\mathbf{2\omega\cos(\omega t)}|\sqrt{1 + 16\sin(\omega t)}$$

Exprimons cette vitesse en fonction de l'abscisse x :

$$\|\vec{V}\| = |\omega|\sqrt{4\cos^2(\omega t) + 64\cos^2(\omega t)\sin^2(\omega t)}$$

$$\|\vec{V}\| = |\omega|\sqrt{4\cos^2(\omega t)\,(1 + 16\sin^2(\omega t))} \; ;$$

$$\|\vec{V}\| = |\omega|\sqrt{(4 - (2\sin(\omega t))^2)(1 + 4(2\sin(\omega t))^2)} \; .$$

$$\boxed{\|\vec{V}\| = |\omega|\sqrt{(4 - x^2)(1 + 4x^2)}}$$

3) Calculons les composantes du vecteur accélération :

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} \; ; \vec{a}\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = -2\sin(\omega t) = -\omega^2 x \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = -8\cos(2\omega t) = -4\omega^2 y \end{cases} \quad \boxed{\vec{a}\begin{cases} a_x = -\omega^2 x \\ a_y = -4\omega^2 y \end{cases}}$$

• Détermination des points aux quels le vecteur accélération est normal à la trajectoire :

Il faut que : $\vec{a} \times \vec{v} = 0$; $(a_x v_x + a_y v_y) = 0$; $(-\omega^2 x)(2\omega\sin(\omega t)) + (-4\omega^2 y)(-4\omega\sin(2\omega t)) = 0$;

Points	A	B	C	D	E
x	0	2	-2	$\dfrac{\sqrt{30}}{4}$	$-\dfrac{\sqrt{30}}{4}$
y	2	-2	-2	$\dfrac{1}{8}$	$\dfrac{1}{8}$

Exercice 8

Les équations horaires d'un mouvement plan sont : $\begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = 2(1 - t^2)^{\frac{1}{2}} + 1 \end{cases}$

1- Quelle est la nature de la trajectoire ?
2- Déterminer le vecteur vitesse et sa valeur.
3- En déduire les composantes normale et tangentielle du vecteur accéiération (repère de Freinet)
4- Déterminer les composantes cartésiennes du vecteur accélération
5- En déduire que le module du vecteur accélération est indépendant du repère d'étude

Résolution

1) Déterminons la nature de la trajectoire :

$$\begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = 2(1 - t^2)^{\frac{1}{2}} + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 2t \\ y - 1 = 2\sqrt{1 - t^2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (x-2)^2 = 4t^2 \\ (y-1)^2 = 4(1 - t^2) = 4 - 4t^2 \end{cases}$$; par combinaison :

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2^2$$

$$\boxed{(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2^2}$$

La trajectoire est un cercle de centre G (2 ; 1) et de rayon R=2m.

2) Déterminons le vecteur vitesse et sa valeur :

$\vec{V} = v_x\vec{\imath} + v_y\vec{\jmath}$;

$$\vec{V}\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = (2t-2)' = 2 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \left(2\sqrt{1-t^2}\right)' = 2\left(\frac{-2t}{2\sqrt{1-t^2}}\right) = \frac{-2t}{\sqrt{1-t^2}} \end{cases} \quad \boxed{\vec{V} = 2\vec{\imath} + \left(\frac{-2t}{\sqrt{1-t^2}}\right)\vec{\jmath}}$$

Sa valeur ou le module à un instant t :

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4 + \left(\frac{-2t}{\sqrt{1-t^2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{4(1-t^2)+4t^2}{1-t^2}} = \frac{2}{\sqrt{1-t^2}} \quad \boxed{\|\vec{V}\| = \frac{2}{\sqrt{1-t^2}}}$$

3) Les composantes du vecteur accélération, tangentielle et normale :

$$\begin{cases} a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{\left(\frac{2}{\sqrt{1-t^2}}\right)^2}{2} = \frac{4}{2(1-t^2)} = \frac{2}{1-t^2} \\ a_t = \frac{dv}{dt} = 2\left(\frac{-\frac{-2t}{2\sqrt{1-t^2}}}{1-t^2}\right) = 2\left(\frac{t}{\sqrt{(1-t^2)^3}}\right) = \frac{2t}{\sqrt{(1-t^2)^3}} \end{cases}$$

4) Les composantes cartésiennes du vecteur accélération :

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = (2)' = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \left(\frac{-2t}{\sqrt{1-t^2}}\right)' = -\left(\frac{2\sqrt{1-t^2} - \frac{-2t}{2\sqrt{1-t^2}}(2t)}{1-t^2}\right) = \frac{-2}{\sqrt{(1-t^2)^3}} \end{cases}$$

5) Déduisons-en que le vecteur accélération est indépendante du repère d'étude :

C'est-à dire que a=a (dans le repère et base de Freinet)

- Dans le repère :

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0^2 + \left(\frac{-2}{\sqrt{(1-t^2)^3}}\right)^2} = \frac{2}{\sqrt{(1-t^2)^3}}$$

- Base de Freinet :

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{1-t^2}\right)^2 + \left(\frac{2t}{\sqrt{(1-t^2)^3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{4-4t^2+4t^2}{(1-t^2)^3}}$$

$\|\vec{a}\| = \frac{2}{\sqrt{(1-t^2)^3}}$; donc on a: $\mathbf{a} = \mathbf{a} = \frac{2}{\sqrt{(1-t^2)^3}}$ $(\mathrm{m/s^2})$

Exercice 9

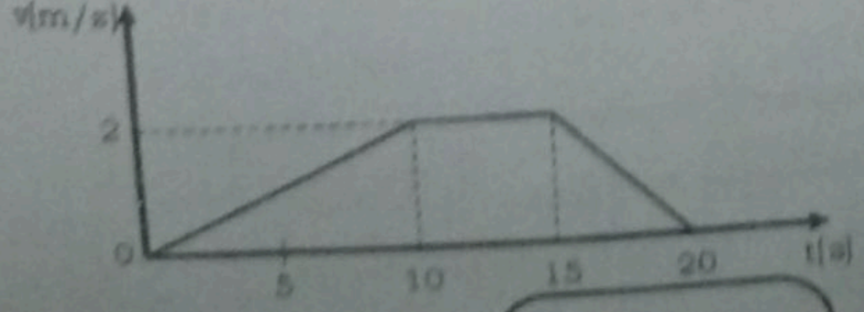
Un mobile ponctuel évolue, sans choc, le long d'un axe Ox. En utilisant le graphe ci-dessous, en déduire :

a) $a_x(t)$;

b) $v_x(t)$.

c) $x(t)$, puis la distance totale d parcourue on prendra x=0 pour t=0.

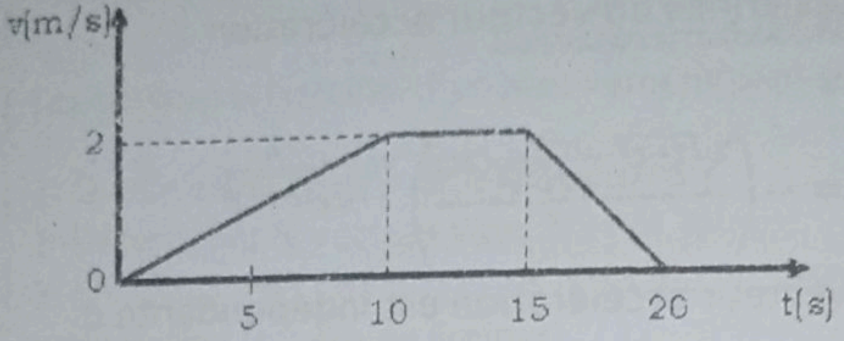
d) La distance d, par la méthode directe, en intégrant dx=vx(t)dt.



Résolution

Schema:

Fodé cissé EDITION 2021



a) Déduisons-en l'accélération en fonction du temps :

Si $t\epsilon]0;10]$; $a_1 = \frac{v_1-v_0}{t_1-t_0} = \frac{2-0}{10-0} = \frac{2}{10} = 0,2m/s^2$

Si $t\epsilon]10;15]$; $a_2 = \frac{v_2-v_1}{t_2-t_1} = \frac{2-2}{15-10} = \frac{0}{5} = 0m/s^2$

Si $t\epsilon]15;20]$; $a_3 = \frac{v_3-v_2}{t_3-t_2} = \frac{0-2}{20-15} = \frac{-2}{5} = -0,4m/s^2$

b) Déduisons-en la vitesse en fonction du temps :

Si $t\epsilon]0;10]$; Mouvement rectiligne uniformément accéléré

$$V = at + v_0 = 0,2t$$

Si $t\epsilon]10;15]$; Mouvement rectiligne uniforme

$$V = cste = 2m/s$$

Si $t\epsilon]15;20]$; Mouvement rectiligne uniformément retardé

$$V = at + v_0 = -0,4(t-15) + 2 = -0,4t + 6 + 2 = -0,4t + 8$$

c) Déduisons-en la distance en fonction du temps :

Si $t\epsilon]0;10]$; Mouvement rectiligne uniformément accéléré

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = 0,1t^2$

Si $t\epsilon]10;15]$; Mouvement rectiligne uniforme

$x = vt + x_0 = 2(t-10) + 10 = 2t - 10$

Si $t\epsilon]15;20]$; Mouvement rectiligne uniformément retardé

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = -0,2(t-15)^2 + 2(t-15) + 20$

$x = -0,2t^2 + 6t - 45 + 2t - 30 + 20$

$x = -0,2t^2 + 8t - 55$

Calculons la distance totale d parcourue :

$$d = A = \frac{(B+b)h}{2} = \frac{(20+5)2}{2} = 25m\ ; \quad \boxed{d = 25m}$$

d) Calculer la distance d par la méthode directe en intégrant

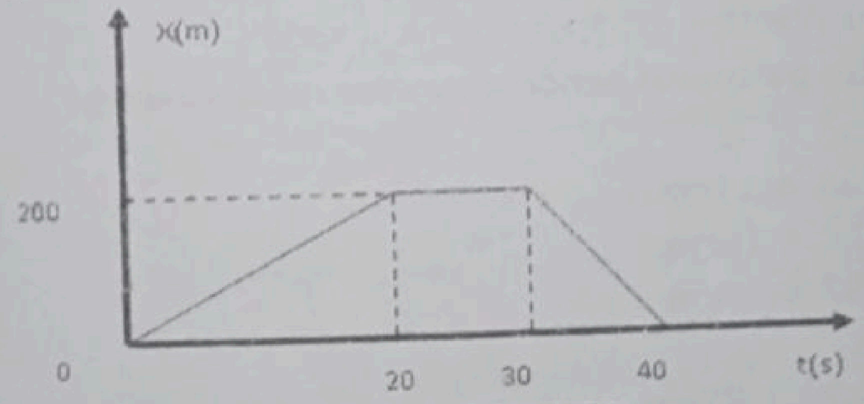
Le temps total est t = 20s ;

$$d = -0,2(400) + 8(20) - 55 = 25m\ ; \quad \boxed{d = 25m}$$

Exercice 30

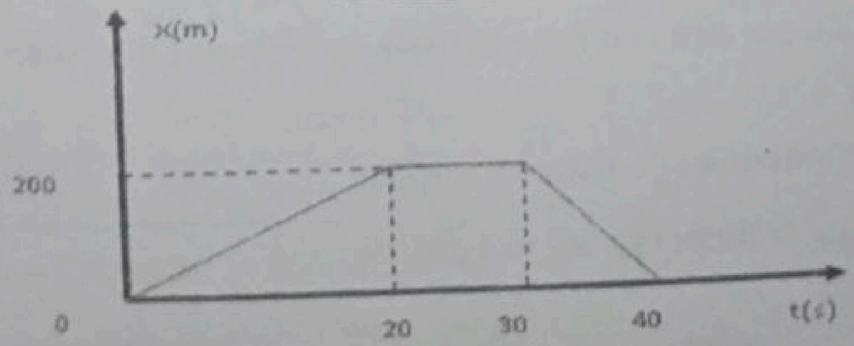
Un mobile décrit une trajectoire rectiligne. Sa position par rapport à un poir 0 de la trajectoire orientée est repérée à la date t par son abscisse x.

1. Donner l'équation t→x(t) du mouvement du mobile durant les diverses étapes du trajet à partir du diagramme des espaces, celui-ci ayant été linéarisé pour simplifier (figure).
2. Les discontinuités du diagramme linéarisé sont-elles physiquement concevables ?



Résolution

Schéma :



1) Donnons les équations horaires en fonction du temps

Si $t\epsilon]0;20]$; $V=\frac{x_1-x_0}{t_1-t_0}=\frac{200}{20}=10m/s$; $x_1=10t$

Si $t\epsilon]20;30]$; $x_2=200m$

Si $t\epsilon]30;40]$; $V=\frac{x_3-x_2}{t_3-t_2}=\frac{-200}{10}=-20m/s$

$x=-20(t-30)+200=-20t+800$

$x_3=-20t+800$

2) Non : car le diagramme n'est qu'une représentation dépendant du temps.

kémoko sylla & Fodé cissé EDITION 2021

Exercice 11

Un mobile animé d'un mouvement rectiligne a pour abscisse à divers instants

t(s)	2	3	4	5	6	7
x(cm)	11	22	37	56	79	106

1- Montrer que le mouvement est uniformément varié et calculer son accélération.

2- Etablir l'équation horaire du mouvement.

Résolution

1)) Montrons que le mouvement est uniformément varié :

Déterminons les espaces parcourus pendant les intervalles du temps successifs égaux à θ.

$e_1 = x_2 - x_1 = 22 - 11 = 11cm$

$e_2 = x_3 - x_2 = 37 - 22 = 15cm$

$e_3 = x_4 - x_3 = 56 - 37 = 19cm$

$e_4 = 79 - 56 = 23cm$

$e_5 = x_6 - x_5 = 106 - 79 = 27cm$

Comme : $e_1<e_2<e_3<e_4<e_5$; alors le mouvement est uniformément varié (accéléré) d'accélération : $a = \frac{r}{\theta^2} = 4cm/s^2$ avec($r = e_5 - e_4 = 4cm$)

2)) Etablissons l'équation horaire : comme le mouvement est uniformément varié : $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

Déterminons la vitesse initiale et la distance initiale.

$\begin{cases} 11 = 8 + 2v_0 + x_0 \\ 22 = 18 + 3v_0 + x_0 \end{cases}$ $\boldsymbol{v_0 = 1cm/s\,;x_0 = 1cm} \Longrightarrow$ $\boxed{x = 2t^2 + t + 1}$

Exercice 12

Deux coureurs parcourent une piste circulaire, chacun d'eux ayant une vitesse constante. Partis simultanément de deux points A et B diamétralement opposés, et se déplaçant en sens contraire, ils si croisent une première fois en L à 40m de B, puis une deuxième fois en K à 20m de A. sachant qu'il s'est écoulé 20secondes entre les deux croisements, on demande :

1) La longueur de la piste circulaire ;

2) La vitesse de chaque coureur en m/s.

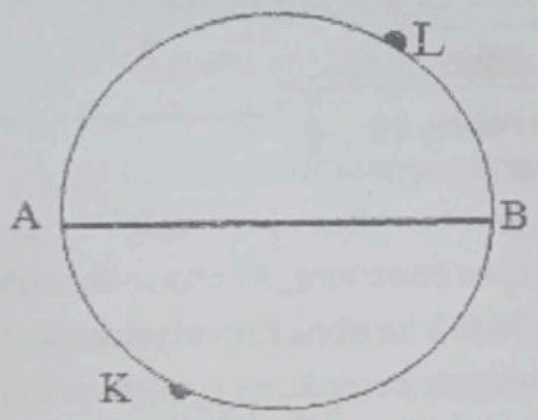
Résolution

1[ere] Méthode :

1) Calculons la longueur de la piste circulaire :

Schéma d'expérience :

1[ere] rencontre en L à 40m de B :



Le mouvement étant uniforme alors :

Pour le premier cycliste : $x_1 = v_1 t_1$

Pour le deuxième cycliste : $x_2 = v_2 t_2$

Posons : $AB = x$; Donc : $L = 2x$;

Ils se croisent à 40m de B : $x_1 = x - 40$ et $x_2 = 40$;

$t_1 = \frac{x_1}{v_1}$; $t_2 = \frac{40}{v_2}$; Au point de rencontre : $t_1 = t_2$; $\frac{x-40}{v_1} = \frac{40}{v_2}$

$$\boxed{\frac{v_2}{v_1} = \frac{40}{x-40}} \quad (1)$$

2[eme] Rencontre en k à 20m de A :

Ils se croisent à 20m de A : $x_1 = 40 + x - 20 = x + 20$

$x_2 = x - 40 + 20 = x - 20$; Alors :

$t_1' = \frac{x+20}{v_1}$ et $t_2' = \frac{x-20}{v_2}$; Au point de rencontre : $t_1' = t_2'$; $\frac{x+20}{v_1} = \frac{x-20}{v_2}$

$$\boxed{\frac{v_2}{v_1} = \frac{x-20}{x+20}} \quad (2)$$

Posons que : (1)=(2) $\quad \frac{40}{x-40} = \frac{x-20}{x+20}$;

Et finalement : $x = 100m$; alors : $\boxed{L = 2x = 200m}$.

2) Les vitesses de chaque cycliste : $\frac{v_2}{v_1} = \frac{40}{x-40} = \frac{40}{100-40} = \frac{40}{60} = \frac{4}{6}$;

Par analogie : $\boxed{v_2 = 4m/s \text{ et } v_1 = 6m/s}$.

2[eme] Méthode :

Ils se croisent à 40m de B : $x_1 = L - 40$ et $x_2 = 40$; avec : $L = x_1 + x_2$

$x_1 = x_1 + x_2 - 40 \Longrightarrow \quad x_2 = 40$; $x_2 = v_2 t_2$

Au point de rencontre : $t_1 = t_2 = t = 10s$; $v_2 = \frac{40}{10} = 4m/s$

Ils se croisent à 20m de A : $x_2 = L - 60$;

$x_2 = x_1 + x_2 - 60 \Longrightarrow \quad x_1 = 60$; $x_1 = v_1 t_1$

$v_1 = 6m/s$;

$L = x_1 + x_2 = v_1 t_1 + v_2 t_2 = (v_1 + v_2)t = (6+4)20 = 200$

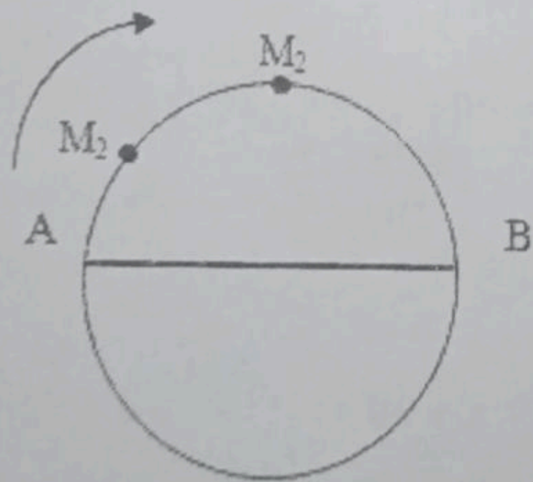
Alors : $\boxed{L = 200m \text{ ; } v_1 = 6m/s \text{ et } v_2 = 4m/s}$

Exercice 13

Deux cyclistes tournent à vitesse constante sur la piste circulaire du vélodrome. Quand ils se déplacent en sens contraire, ils croisent toutes les 10 secondes. Quand ils se déplacent dans le même sens l'un atteint l'autre toutes les 170 secondes. Quelle est la vitesse de chaque cycliste si la longueur de la piste est de 170m ?

Résolution

Schéma :



Calculons la vitesse de chaque cycliste sachant que :

- Quand ils se déplacent en sens contraire : $s_1 + s_2 = s$
- Quand ils se déplacent dans le même sens : $s_1 - s_2 = s$

Comme : $s_1 = v_1 t_1$ et $s_2 = v_2 t_2 \Longrightarrow \begin{cases} v_1 + v_2 = \frac{s}{t_1} \\ v_1 - v_2 = \frac{s}{t_2} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} v_1 + v_2 = \frac{170}{10} \\ v_1 - v_2 = \frac{170}{170} \end{cases} \Longrightarrow$

$\begin{cases} v_1 + v_2 = 17 \\ v_1 - v_2 = 1 \end{cases}$

Donc : $\boxed{v_1 = 9m/s \text{ et } v_2 = 8m/s.}$

Exercice 14

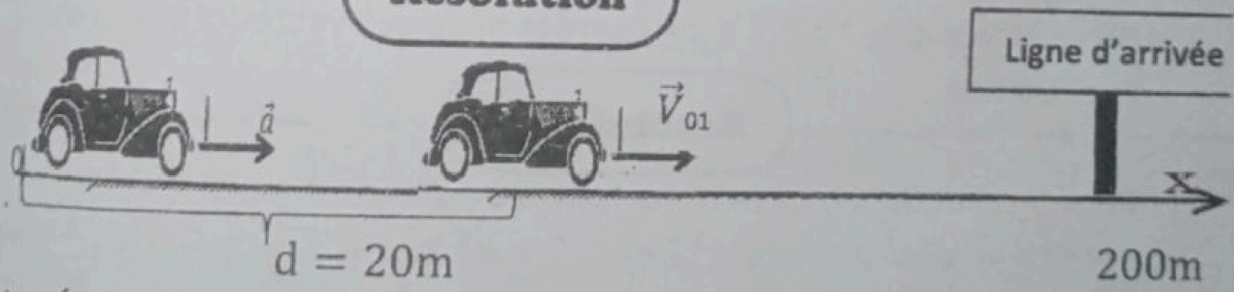
Au cours d'une course de voiture, on détermine les positions de deux voitures à une date $t_0=0$, et on observe à cet instant que la voiture (1) se trouve à une distance d=20m devant la voiture (2).
À cet instant la vitesse de la voiture (1) est V_{01}=126km/h et celle de la voiture (2) est V_{02}=90km/h. La voiture (1) a un mouvement rectiligne uniforme et la voiture (2) a une accélération $a=5{,}6 m/s^2$. On prend pour origine des espaces la position de la voiture (2) ; les deux voitures sont considérées ponctuelles et $t \geq 0$.

a) Ecrire les équations horaires des voitures (1) et (2)

b) Déterminer le temps au bout du quel la voiture (2) rattrape la voiture (1)

c) La ligne d'arrivé étant à 180m de la voiture (1) à l'instant $t_0=0$, déterminer la voiture qui franchira cette ligne la première

Résolution



a) Écrivons les équations horaires des deux voitures

1^re voiture : $X_1 = V_{01}t + d$ => $X_1=35t+20$

2^ème voiture : $X_2= \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ => $X_2=2{,}8t^2+25t$

b) Déterminons le temps de rattrapage

Condition de rattrapage : $X_1=X_2$ => $35t+20=2{,}8t^2+25t$ =>

$2{,}8t^2 - 10t - 20 = 0 => 1{,}4t^2 - 5t - 10 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac => \Delta= 25 + 56 = 81 => \sqrt{\Delta}=9$

$t_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} < 0$ à réjeter

$t_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = 5s$ $\boxed{t_r = 5s}$

c) Identifions la 1^ère Voiture qui franchira la ligne d'arrivée :

Comme : $\begin{cases} x_{1(t_1)} = 200 \\ x_2(t_2) = 200 \end{cases} => \begin{cases} 35t_1 + 20 = 200 \\ 2{,}8{t_2}^2 + 25t_2 = 200 \end{cases} =>$

$$\begin{cases} t_1 = \dfrac{200-20}{35} = 5{,}14s \Rightarrow t_1 = 5{,}14s \\ 2{,}8{t_2}^2 + 25t_2 - 200 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \text{ avec } \begin{cases} t_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \\ t'_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases} \end{cases}$$

on trouve $t_2 = 5{,}10s$

Comme : $\begin{cases} t_1 = 5{,}14s \\ t_2 = 5{,}10s \end{cases}$ la voiture 2 franchira la première

Exercice15

Les équations horaires d'un point M sont données ci-dessous :

$\begin{cases} x = 1 + \sin 2\pi t \\ y = -2 - 3\cos 4\pi t \end{cases}$; *x et y en mètre et t seconde*

1- Donner l'équation de la trajectoire du mobile.

2- Représenter cette trajectoire.

3- Trouver à la date $t = 0{,}5\ s$ les coordonnées des vecteurs vitesses et accélération.

Résolution

1) Donnons l'équation de la trajectoire du mobile :

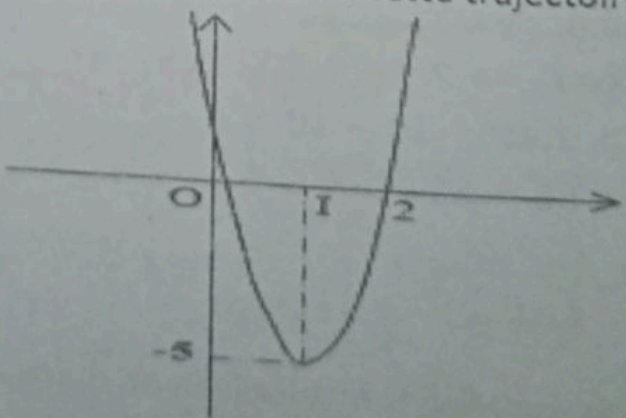
Or: $\cos 4\pi t = \cos^2 2\pi t - \sin^2 2\pi t = 2\cos^2 2\pi t - 1 = 1 - 2\sin^2 2\pi t$

Et: $(x-1)^2 = \sin^2 2\pi t$

$$y = -2 - 3[1 - 2(x-1)^2] = -5 + 6(x-1)^2 = 6x^2 - 12x + 1$$

L'équation est donc : $y = 6x^2 - 12x + 1$

2) Représentons graphiquement cette trajectoire :



3) Trouvons à la date t les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 2\pi\cos 2\pi t \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 12\pi\sin 4\pi t \end{cases}$$ à la date $t = \frac{1}{2}s$ $\vec{v}\begin{cases} v_x = 2\pi\cos\pi = -2\pi \\ v_y = 12\pi\sin 2\pi = 0 \end{cases}$

Le vecteur accélération :

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = -4\pi^2\sin 2\pi t \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = 48\pi^2\cos 4\pi t \end{cases}$$ à la date $t = \frac{1}{2}s$ $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 48\pi^2 \end{cases}$

Exercice 16

M. BAH et M. DIALLO partent simultanément, le premier du point A, le 2em du point B, et marchent d'un mouvement uniforme, le 1er de A vers B, le 2em de B vers A. Trois heures après le départ ils se rencontrent en un point M éloigné de A du quart de la distance AB. Sachant que M. BAH fait 10km/h de plus que M. DIALLO, déterminer :

1- Les vitesses en Km/h de M. BAH et M. DIALLO

2- La distance AB.

Résolution

On suppose que :

v_1 Représente la vitesse de M. Bah et v_2 celle de M. Diallo.

Trois heures après le départ ils se rencontrent en un point M éloigné de A du quart de la distance AB : $x_2 = \frac{X_{AB}}{4}$

M. BAH fait 10km/h de plus que M. DIALLO : $v_1 = 10 + v_2$

Déterminons :

1) Les vitesses en Km/h de M. BAH et M. DIALLO :

On sait que : $X_{AB} = x_1 + x_2$; Or : $x_2 = \frac{X_{AB}}{4}$ Et $x_1 = v_1 t$ et $x_2 = v_2 t$

Car les deux partent simultanément : $t_1 = t_2 = t$

Alors : $4x_2 = x_1 + x_2 \Rightarrow 3x_2 = x_1 \Rightarrow 3v_2 = v_1$

Donc : $3v_2 = 10 + v_2 \Rightarrow 2v_2 = 10 \Rightarrow v_2 = 5\text{Km/h}$

$$v_1 = 3v_2 = 15Km/h$$

$$\boxed{v_1 = 15\text{Km/h} \;\; et \; v_2 = 5\text{Km/h}}$$

2) La distance AB : $X_{AB} = 4x_2 = 4 \times 5 \times 3 = 60Km$

Autrement :

$$X_{AB} = x_1 + x_2 = v_1 t + v_2 t = (v_1 + v_2)t = (15 + 5) \times 3 = 60$$

$$\boxed{X_{AB} = 60Km}$$

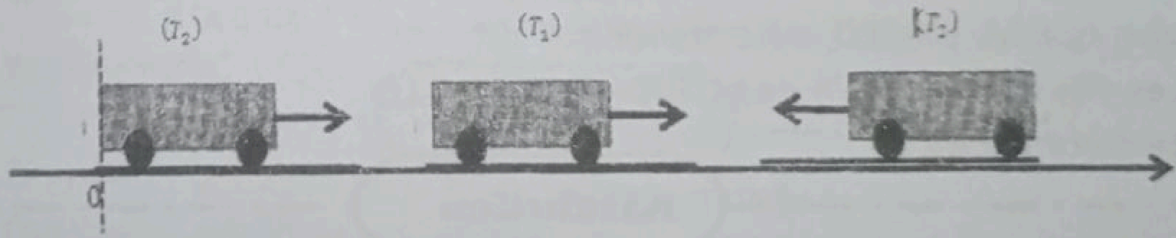
Exercice 17

La distance Conakry-Kankan est de 662Km par voie ferrée. Le même jour, deux trains ont été dirigés de Conakry vers Kankan. Le 1er train (T_1) est parti à 10h avec une vitesse de 51km/h ; le 2em train (T_2) à 10h20mn avec une vitesse de 45km/h. Un troisième train (T_3) est parti à 10h de Kankan vers Conakry avec une vitesse de 54Km/h.

1- A quelle heure le train (T_1) sera à égales distances des trains (T_2) et (T_3) ?

2- 2- A quelle distance de Kankan les trois trains se trouveront en ce moment ?

Résolution



1) Calculons le temps :

Considérons l'origine des abscisses la position du train T_1 et celle des dates l'instant où démarre le même train :

Les équations horaires sont donc :

1

1^{ere} Méthode :

$$x_1 = v_1 t\ ;\ x_2 = v_2\left(t - \frac{1}{3}\right)\ et\ x_3 = v_3 t$$

Donc : $x_1 = 51t$; $x_2 = 45t - 15$ et $x_3 = 54t$

On sait que la distance totale : $x = x_1 + d + x_3$

Mais : $x_1 = x_2 + d \Rightarrow d = x_1 - x_2$

Alors : $x = 2x_1 - x_2 + x_3 \Rightarrow 662 = 102t - 45t + 15 + 54t \Rightarrow 647 = 111t \Rightarrow t = 5{,}83h$

Ce qui signifie que le temps à égale distance est donc :

$$t' = t_0 + t = 15{,}83h = \boxed{t' = 15h\ 49mn\ 48s}$$

2) Calculons la distance avec laquelle les trains sont à Kankan :

$t = 5{,}83h \Rightarrow d_1 = x - x_1 = 662 - 51 \times 5{,}83 = 364{,}67 \simeq 365km$

$d_2 = x - x_2 = 662 - 45 \times 5{,}83 + 15 = 414{,}65 \simeq 415km$

$d_3 = x_3 = 54 \times 5{,}83 = 314{,}82 \simeq 315km$

$$\boxed{d_1 \simeq 365km\ ;\ d_2 \simeq 415km\ \text{ et } d_3 = 315km}$$

2eme Méthode: A égale distance :

$x_1 = \frac{x_2+x_3}{2}$; Dans le repère $(O;\ \vec{\imath})$ $\begin{cases} x_1 = 51t \\ x_2 = 45t - 15 \\ x_3 = -54t + 662 \end{cases}$; $102t = 45t - 15 - 54t + 662 \Longrightarrow 111t = 647 \Rightarrow t = 5{,}83h$

Ce qui signifie que le temps à égale distance est donc : $t' = t_0 + t = 15{,}83h = 15h\ 49mn\ 48s$

$$\boxed{t' = 15h\ 49mn\ 48s}$$

$$\boxed{d_1 \simeq 365km\ ;\ d_2 \simeq 415km\ \text{ et } d_3 = 315km}$$

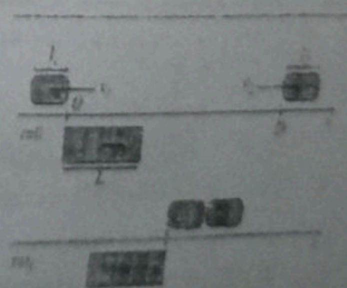
Exercice 18

Sur une route rectiligne Ox, une voiture (1) de longueur ℓ_1 de vitesse V_1 double un autocar de longueur L et de vitesse V. En face arrive une voiture (2) de longueur ℓ_2 à la vitesse V_2. Quelle distance minimale D entre l'avant de la voiture (1) et l'avant de la voiture (2) permet à la voiture à la voiture (1) de doubler ? On donne :

$\ell_1 = \ell_2 = 4$ m, L=20 m, $V_1 = V_2 = 90kmh/$ et V=72 km/h.

Résolutio

Calculons la distance minimale D entre l'avant de la voiture (1) et l'avant de la voiture (2) permet à la voiture à la voiture (1) de doubler :



1^{ere} *Méthode:*

$\begin{cases} x_{1,AV} = v_1 t \\ x_{1,AR} = v_1 t - l_1 \end{cases}$ $\begin{cases} X_{AV} = Vt + L \\ X_{AR} = Vt \end{cases}$ $\begin{cases} x_{2,AV} = -v_2 t + D \\ x_{2,AR} = -v_2 + D + l_2 \end{cases}$

A la date t_f de la fin du dépassement, l'accident sera évité si:

$\begin{cases} x_{1,AR} = X_{AV} \\ x_{1,AV} < x_{2,AV} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} v_1 t_f - l_1 = V t_f + L \\ v_1 t < -v_2 t + D \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} t_f = \frac{L+l_1}{v_1 - V} \\ D > \frac{v_1+v_2}{v_1-V}(L + l_1) = 240m \end{cases}$

2eme *Méthode*: Avant le dépassement de l'autocar par la voiture s (1) :

Considérons comme origine des espaces l'avant de la voiture (1) :

$\begin{cases} x_1 = v_1 t - l_1 \\ x_A = v_A t + L \end{cases} \Rightarrow (v_1 - v_A)t = L + l_1 \Rightarrow t = \frac{L+l_1}{(v_1-v_A)}$

Après le dépassement de l'autocar par la voiture s (1) :

Cette distance minimale est donc : $D = x_1 + x_2 = (v_1 + v_2)\frac{L+l_1}{(v_1-v_A)}$

$\boxed{D = (v_1 + v_2)\frac{L+l_1}{(v_1-v_A)}}$ AN : $D = 50 \times \frac{24}{5} = 240m \Longrightarrow$ $\boxed{D = 240m}$

Exercice 19

Une voiture A est arrêtée sur une route horizontale rectiligne à une distance d_1=3m d'un feu rouge. Lorsque le feu passe au vert, à l'instant t=0, la voiture démarre avec une accélération constante a_1=3m/s^2.

Au même moment un motard M roulant à une vitesse constante v_2=54km/h se trouve à une distance d_2=24m de la voiture. La voiture et le motard considérés comme des points matériels sont repérée à l'instant t à l'aide de leurs vecteurs positions respectifs et, on choisira comme origine O des abscisses la position du feu tricolore.

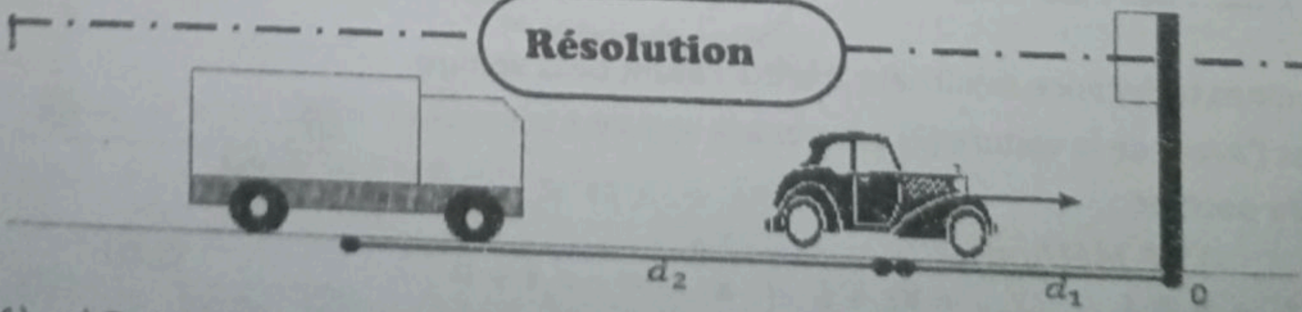
1) Déterminer les équations horaires $x_1(t)$ et $x_2(t)$ de la voiture et du motard respectivement.

2) Déterminer les instants des dépassements ainsi que les positions de la voiture et du motard à ces instants ?

3) Si le motard roulait à la vitesse v_2=36km/h pourrait-il rattraper la voiture ? Justifier.

4) - Calculer dans ce cas, l'instant pour lequel la distance qui sépare le motard de la voiture est minimale. - En déduire cette distance.

Résolution



1) a) Dates des dépassements :

Considérons comme origine des abscisses la position du feu tricolore et celle des dates à l'instant où le feu passe au vert :

$x_A = 1{,}5t^2 - 3$ et $x_M = 15t - 27$. Il ya rattrapage lorsque : $x_A = x_M$ et $v_M > V_A$

$1{,}5t^2 - 15t + 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2\,s \\ t_2 = 8\,s \end{cases}$; $\boxed{t_1 = 2\,s \text{ et } t_2 = 8\,s}$

b) Abscisses des dépassements :

$$\begin{cases} x_1 = 15t_1 - 27 = 15 \times 2 - 27 = 3 \\ x_2 = 15t_2 - 27 = 15 \times 8 - 27 = 93 \end{cases}$$

$\boxed{x_1 = 3m \text{ et } x_2 = 93m}$

c) Vitesse correspondante de l'automobile :

$$v = \frac{dx}{dt} = 3t \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 3 \times 2 = 6m/s \\ v_2 = 3 \times 8 = 24m/s \end{cases}$$

2) si motard roulait à 36km/h, l'équation horaire de son mouvement devient : $x_M = 10t - 27$

A l'instant du dépassement : $x_A = x_M \Rightarrow 1{,}5t^2 - 10t + 24 = 0 \Rightarrow \Delta = -44 < 0$

Comme $\Delta = -44 < 0$, pas de rattrapage.

La distance minimale entre le motard et l'automobile ;

$$v_A = v_M \Rightarrow 3t_{min} = 10 \Rightarrow t_{min} = 3{,}33\ s$$

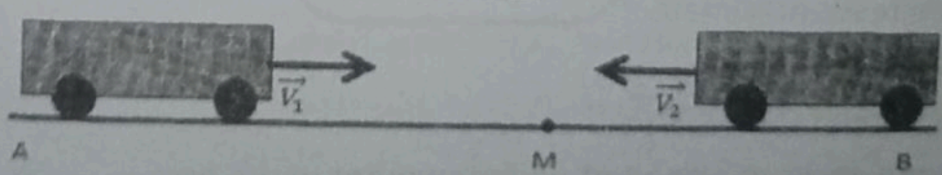
Cette distance serait : $d_{min} = x_A = x_M = 7{,}33m$; $\boxed{d_{min} = 7{,}33m}$

Exercice 20

Deux trains partent à la rencontre l'un de l'autre de deux villes AB.
Ils sont animés de mouvement rectiligne uniforme. Ils se croisent en un point M, alors le premier train achève le reste de son trajet en 1h 52mn et le deuxième en 2h 55mn.Calculer :

1) Le temps de rencontre
2) La vitesse de chaque train, sachant que la vitesse des deux diffère de 12km/h.
3) La distance des villes A et B

Résolution



Calculons le temps de rencontre :

On sait que : $\begin{cases} x_1 = v_1 t \\ x_2 = v_2 t \end{cases}$; Et : $\begin{cases} x'_1 = v_1\theta_1 \\ x'_2 = v_2\theta_2 \end{cases}$

Au remarquera que au point de rencontre $t = t_1 = t_2$

Après la rencontre jusqu'au point de la destination :

$$\begin{cases} x_1 = x_2' \\ x_2 = x_1' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 t = v_2 \theta_2 \\ v_2 t = v_1 \theta_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{v_1}{v_2} = \frac{\theta_2}{t} \\ \frac{v_1}{v_2} = \frac{t}{\theta_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\frac{\theta_2}{t} = \frac{t}{\theta_1} \Rightarrow t^2 = \theta_2 \times \theta_1 \Rightarrow t = \sqrt{\theta_2 \times \theta_1}$$

AN : $\begin{cases} \theta_1 = 1{,}87\ h \\ \theta_2 = 2{,}92\ h \end{cases}$; $t = 2h\ 19\ mn\ 48\ s$

1) Calculons les vitesses:

D'après l'énoncé : $v_1 = v_2 + 12$ (1)

$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\theta_2}{t} = \frac{2{,}92}{2{,}36} = 1{,}23$ (2) $\begin{cases} v_1 = 60km/h \\ v_2 = 48km/h \end{cases}$; $\boxed{v_1 = 60km/h\ ;\ v_2 = 48km/h}$

2) La distance totale :

$d = x_1 + x_2 = (v_1 + v_2)t = 251{,}64 \simeq 252km$; $\boxed{d \simeq 252km}$

Exercice 21

Une rame de métro part d'une station pour arriver à la station suivante Située à la distance d. le trajet s'effectue en trois parties ayant les Caractéristiques ci-après :

Parties	Accélération en m/s^2	Durée en s
Première	$a_1 = 1{,}20$	$t_1 = 13$
Deuxième	$a_2 = 0$	$t_2 = 32$
Troisième	$a_3 = -2{,}30$	$t_3 = ?$

Calculer la vitesse maximale de la rame : Calculer t_3

1) Calculer la distance d_3 de freinage de la rame
2) Calculer la distance d entre les deux stations.

Résolution

Calculons la vitesse maximale :

$v_{max} = a_1 t_1 = 15{,}6 m/s$

Durée de la décélération :

Le mouvement étant rectiligne et uniformément varié, on a :

$v_3 = a_3 t_3 + v_{03}$; Or : à l'arrêt $v_3 = 0$ et $v_{03} = v_{max}$

$t_3 = -\frac{a_1}{a_3} t_1 \Rightarrow t_3 = 6{,}8\ s$

1) La distance de freinage de la rame :

Considérons comme origine des espaces à l'endroit où la rame commence à freiner et celle des dates à l'instant où la rame commence à freiner.

On a donc : $d_3 = \frac{1}{2}a_3t_3^2 + v_{max}t_3 = \frac{1}{2}a_3t_3^2 + a_1t_1t_3$

$\Rightarrow t_3 = -\frac{a_1}{a_3}t_1$; $d_3 = -\frac{a_1^2 \times t_1^2}{2a_3}$; AN : $d_3 = 52{,}9\ m$

2) Distance entre les deux stations:

$$d = d_1 + d_2 + d_3 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 + a_1t_1t_2 + d_3 = 653 \Longrightarrow \boxed{d = 653\text{m}}$$

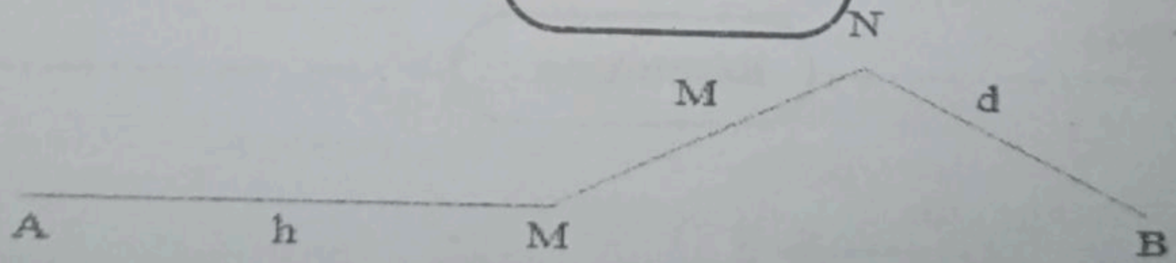
Exercice 22

Une route reliant deux localités A et B présente des parties horizontales, des montés et des descentes la distance AB est égale à 78Km, et quand on marche dans le sens AB, la longueur des descentes vaut les $\frac{7}{10}$ de la longueur des montés. Un cycliste qui a une vitesse de 25Km/h en terrain horizontale de 15km/h en montée et de 30Km/h en descentes va de A à B et revient de B à A. sachant que la différence du temps qu'il a mis pour faire ces deux trajets est de 24min, on demande :

1) Les longueurs des parties horizontales des montées et des descentes en allant de A et B.

2) Les temps employés pour aller de A à B et B à A.

Resolution



Calcul des longueurs des montés, descentes et des parties horizontales :

Soient : m, h et d respectivement les longueurs des montés des parties horizontales et des parties descentes.$m + d + h = AB \Rightarrow m + d + h = 78$ (1)

Sens de A vers B : $t_{AB} = t_m + t_h + t_d = \frac{m}{v_m} + \frac{h}{v_h} + \frac{d}{v_d}$

Sens de B vers A : $t_{BA} = t_m + t_d + t_h = \frac{m}{v_m} + \frac{d}{v_d} + \frac{h}{v_h}$

$\Delta t = t_{AB} - t_{BA} = \frac{m}{15} + \frac{h}{25} + \frac{d}{30} - \left(\frac{m}{30} + \frac{d}{15} + \frac{h}{25}\right) = \frac{24}{60}$

$m - d = 12$; $Avec$: $d = \frac{7}{10}m$; D'où le système :

$$\begin{cases} m+d+h=78 \\ m-d=12 \\ d=\frac{7}{10}m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=40km \\ h=10km \\ d=28km \end{cases}$$

Calculons les temps employés :

- Pour aller de A vers B : $t_{AB}=\frac{10}{25}+\frac{40}{15}+\frac{28}{30}=4h$
- Pour aller de B vers A : $t_{BA}=\frac{40}{30}+\frac{28}{15}+\frac{10}{25}=3h\ 36mn$

Autrement : $t_{BA}=4h-\frac{24}{60}=3h\ 36mn$

Exercice 23

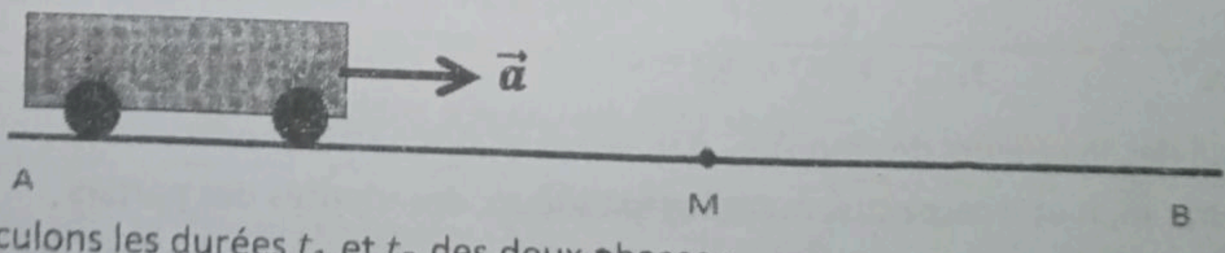
Un automobiliste effectue une liaison entre deux stations A et B sur un tronçon d'autoroute rectiligne x'Ox. Les deux stations sont séparées par la distance AB = d = 900 m. L'automobiliste démarre de la station A avec une accélération constante $a_1 = 0,4\ m.s^{-2}$.

Au bout d'une durée t_1, jugeant sa vitesse suffisante pour pouvoir atteindre la station B, l'automobiliste coupe définitivement le moteur. Différentes forces de frottement ralentissent le mouvement qui s'effectue avec une décélération constante de valeur absolue $a_2 = 0,1\ m.s^{-2}$.

1) Calculer les durées t_1 et t_2 des deux phases du parcours.
2) Calculer les distances d_1 et d_2 parcourues au cours de ces deux phases.
3) Déterminer la vitesse maximale de l'automobiliste et sa vitesse moyenne entre les deux stations.

Résolution

Schema:



Calculons les durées t_1 et t_2 des deux phases :

1^{ere} *phase* : MRUA

$v_1 = a_1t_1 \ \Rightarrow\ t_1 = \frac{v_1}{a_1}$

2^{eme} *phase*: MRUR

$v_2 = a_2t_2 + v_1 = 0$; Car: à l'arrêt $v_2 = 0 \Rightarrow\ t_2 = -\frac{v_1}{a_2}$

Cherchons : v_1

1^{ere} *phase* : $v_1^2 = 2a_1x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{v_1^2}{2a_1}$

2^{eme} *phase*: $-v_1^2 = 2a_2x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{-v_1^2}{2a_2}$

Or : $d = x_1 + x_2$; $d = \frac{v_1^2}{2a_1} - \frac{v_1^2}{2a_2} = \frac{v_1^2}{2}\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}\right) = \frac{v_1^2}{2}\left(\frac{a_2-a_1}{a_1 \times a_2}\right)$

$v_1^2 = \frac{2\times d\times a_1 \times a_2}{a_2-a_1} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2\times d\times a_1\times a_2}{a_2-a_1}}$; AN : $v_1 = 12m/s$

Alors: $\begin{cases} t_1 = \frac{v_1}{a_1} = 30\ s \\ t_2 = -\frac{v_1}{a_2} = 120\ s \end{cases}$

1) Déterminons les distances x_1 *et* x_2 :

$\begin{cases} x_1 = \frac{v_1^2}{2a_1} = 180\ m \\ x_2 = \frac{-v_1^2}{2a_2} = 720\ m \end{cases}$; Autrement : $x_2 = d - x_1 = 900 - 180 = 720$

2) Calculons la vitesse maximale:

$v_{max} = v_1 = 12m/s \Rightarrow \boxed{v_{max} = v_1 = 12m/s}$

Déterminons la vitesse moyenne : $v_{moy} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2-x_1}{t_2-t_1} = \frac{720-180}{120-30} = 6m/s$;

Autrement : $v_{moy} = \frac{v_1+v_2}{2} = \frac{12+0}{2} = 6m/s$

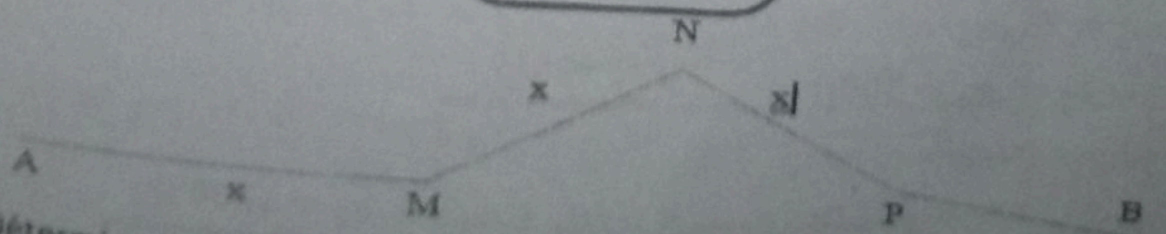
$\boxed{v_{moy} = 6m/s}$

Exercice 24

Un cycliste suit un parcours qui est formé de 4 parties de longueurs égales. Sur la 1ère partie en terrain plein, sa vitesse moyenne est v1 est 24Km/h. Lors de la 2ème partie côte à escalier, sa vitesse moyenne est v2=12Km.h-2. Lors de la 3ème partie forte descente, sa vitesse moyenne est v3=72km/h. En fin, dans la dernière partie, faux plat descendant, sa vitesse moyenne est v4=36Km/h. Quelle est la vitesse du cycliste pour l'ensemble du parcours

Résolution

Schema:



Déterminons la vitesse moyenne du cycliste pour l'ensemble du parcours :

Or : $v_{moy} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x}{t}$; si $\begin{cases} t_0 = 0 \\ x_0 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \\ t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 \end{cases} \Rightarrow v_{moy} = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{t_1+t_2+t_3+t_4};$$

$Or: x_1 = x_2 = x_3 = x_4$; et $\begin{cases} t_1 = \frac{x}{v_1} \\ t_2 = \frac{x}{v_2} \end{cases}$; $\begin{cases} t_3 = \frac{x}{v_3} \\ t_4 = \frac{x}{v_4} \end{cases}$

$$v_{moy} = \frac{4x}{x\left(\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\frac{1}{v_3}+\frac{1}{v_4}\right)} = \frac{4}{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\frac{1}{v_3}+\frac{1}{v_4}} = \frac{4}{\frac{1}{24}+\frac{1}{12}+\frac{1}{72}+\frac{1}{36}}$$

$$v_{moy} = \frac{4}{\frac{3+6+1+2}{72}} \Longrightarrow v_{moy} = \frac{4\times72}{12} = \frac{4\times24\times3}{4\times3} = 24km/h ; \quad \boxed{v_{moy} = 24km/h}$$

Exercice 25

Le mouvement d'une roue, immobile au départ, est accéléré de telle sorte que sa vitesse angulaire croît régulièrement jusqu'à 120 tr/min en 1min. Après avoir tourné un certain temps à cette vitesse, la roue est freinée régulièrement, et il faut 5min pour l'arrêter.
Le nombre de tours étant de 1560, calculer la durée totale de la rotation.

Résolution

Calculons la durée totale :

On sait que : $t = t_1 + t_2 + t_3$

1^{ere} *phase* : MCUA

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{1}{2}\ddot{\alpha}_1 t_1^2 \\ \omega_1 = \ddot{\alpha}_1 t_1 \\ \omega_1^2 = 2\ddot{\alpha}_1\alpha_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{\alpha}_1 = \frac{\omega_1}{t_1} \\ \alpha_1 = \frac{1}{2}(\omega_1 t_1) \end{cases} \Rightarrow \alpha_1 = 60\ trs$$

3^{eme} *phase* : MCUR

$$\begin{cases} \alpha_3 = \frac{1}{2}\ddot{\alpha}_3 t_3^2 + \omega_1 t_3^2 \\ 0 = \ddot{\alpha}_3 t_3 + \omega_1 \\ -\omega_1^2 = 2\ddot{\alpha}_3\alpha_3 \end{cases}$$; Car : à l'arrêt $\omega_3 = 0\ et\ \omega_1 = \omega_{03} = \omega_2$

$\alpha_3 = \frac{1}{2}\omega_1 t_3 \Rightarrow \alpha_3 = 300trs$;

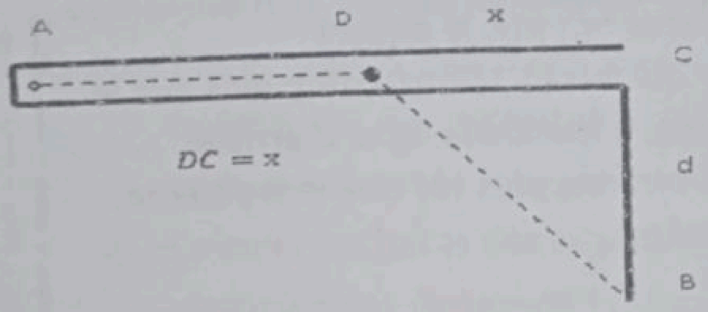
2^{eme} *phase* : MCU

$\alpha_2 = \omega_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{\alpha_2}{\omega_2}$; Or : $\alpha_2 = \alpha - (\alpha_1 + \alpha_3) \Rightarrow \alpha_2 = 1200\ trs$

Donc: $t_2 = 10mn$; AN: $t = 1 + 10 + 5 = 16mn$ $\quad \boxed{t = 16mn}$

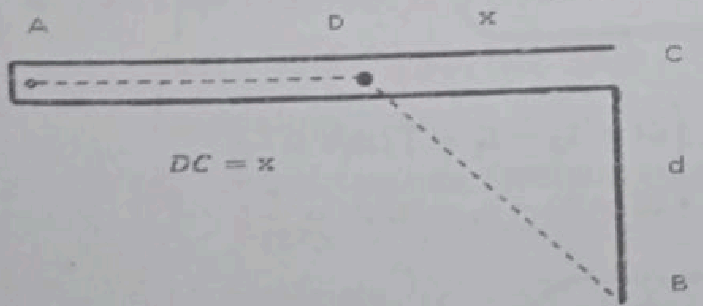
Exercice 26

Un tracteur partant d'un point A situé sur une route rectiligne doit atteindre un point B situé dans un champ à la distance d=CB de la route, et ce, dans un temps minimal. On suppose les trajets successifs AD et DB rectilignes et parcourus à vitesse constante par le tracteur qui va deux fois moins vite dans le champ que sur la route (figure).



1. Exprimer la relation x→ t(x).
2. En quel point D le tracteur doit-il quitter la route ?

Résolution



Exprimons $t = f(x)$:

On sait que : $t = t_1 + t_2$; $\begin{cases} t_1 = \frac{AD}{v_1} = \frac{AC-x}{v_1} \\ t_2 = \frac{DB}{v_2} = \frac{\sqrt{x^2+d^2}}{v_2} \end{cases}$

D'après l'énoncé : $v_2 = \frac{1}{2}v_1 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{AC-x}{v_1} \\ t_2 = \frac{2\sqrt{x^2+d^2}}{v_1} \end{cases} \Rightarrow t = \frac{AC-x}{v_1} + \frac{2\sqrt{x^2+d^2}}{v_1}$

$\Rightarrow t = \frac{AC-x+2\sqrt{x^2+d^2}}{v_1}$; $\boxed{t = \frac{1}{v_1}(AC - x + 2\sqrt{x^2 + d^2})}$

Calculons la distantce pour que le tracteur quitte la route :

Pour que le tracteur qui la route il faut un temps minimal : c'est-à-dire $\frac{dt}{dx} =$

$0 ; \Rightarrow \frac{dt}{dx} = \left(\frac{1}{v_1}\left(AC - x + 2\sqrt{x^2 + d^2}\right)\right)' = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{v_1}\left(-1 + \frac{2x}{\sqrt{x^2+d^2}}\right) = 0 \Rightarrow -1 + \frac{2x}{\sqrt{x^2+d^2}} = 0 \Rightarrow 4x^2 = x^2 + d^2 \Rightarrow x = \frac{d}{\sqrt{3}}$

Exercice 27

Lors d'une compétition, trois motocyclistes ont pris le départ simultanément. Le second motocycliste qui faisait 15km/h de moins que le premier et 3km/h de plus que le troisième, a franchi la ligne d'arrivée 12minutes plus tard que le premier et 3minutes plus tôt que le troisième. Sachant que les trois ont roulé sans s'arrêter.

On demande :

1) La longueur du parcours ;
2) La vitesse de chaque motocycliste ;
3) Le temps mis par chaque motocycliste pour effectuer le parcours.

Résolution

Calculons la longueur du parcours :

D'après l'énoncé : $\begin{cases} v_1 = v_2 + 15 \\ v_3 = v_2 - 3 \end{cases}$; Or : $\begin{cases} \Delta t = t_2 - t_1 = 12mn = \frac{1}{5}h \\ \Delta t = t_3 - t_2 = 3mn = \frac{1}{20}h \end{cases}$

Et : $\begin{cases} t_1 = \frac{x}{v_1} = \frac{x}{v_2+15} \\ t_2 = \frac{x}{v_2} \\ t_3 = \frac{x}{v_3} = \frac{x}{v_2-3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{v_2} - \frac{x}{v_2+15} = \frac{1}{5} \\ \frac{x}{v_2-3} - \frac{x}{v_2} = \frac{1}{20} \end{cases} \Rightarrow 4(v_2 + 15) = 5(v_2 - 3)$

$$v_2 = 75km/h ;$$

Comme : $\frac{x}{v_2} - \frac{x}{v_2+15} = \frac{1}{5} \Rightarrow x\left(\frac{15}{v_2^2+15v_2}\right) = \frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{x = 90km}$

Les vitesses de chaque motocycliste :

$\begin{cases} v_1 = v_2 + 15 \\ v_3 = v_2 - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 75 + 15 = 90km/h \\ v_3 = 75 - 3 = 72km/h \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} v_1 = 90km/h \\ v_2 = 75km/h \\ v_3 = 72km/h \end{cases}}$

Déterminons le temps mis par chaque motocycliste :

$\begin{cases} t_1 = \frac{x}{v_1} = 1h \\ t_2 = \frac{x}{v_2} = 1h\ 12mn \\ t_3 = \frac{x}{v_3} = 1h\ 15mn \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} t_1 = 1h \\ t_2 = 1h\ 12mn \\ t_3 = 1h\ 15mn \end{cases}}$

Exercice 28

Une automobile démarre lorsque le feu passe au vert avec une accélération $a = 2,5m/s^2$ pendant une durée $\theta = 7\ s$; en suite le conducteur maintient sa vitesse constante. Lorsque le feu passe au vert, un camion roulant à la vitesse $v = 45km/h$ et situé à une distance $d = 20m$ du feu. Avant celui-ci il, et maintient sa vitesse constante. Dans un prémier temps le camion va doubler l'automobole, puis dans un deuxième temps celui-ci va lui dépasser.

1) Déterminer les lois horaires de l'automobile et du camion repectivement.
2) Calculer les dates des dépassements θ_1 et θ_2. En déduire les abscisses des dépassements x_1 et x_2.
3) Trouver les vitesses de l'automobile aux instants θ_1 et θ_2
4) Répresenter graphiquement les trajectoires suivant sa vitesse et son Accélération
5) a) Si le camion roulait à la vitesse $v = 30,6m/s$. Pourait-il rattraper l'automobile ? (On négligéra la deuxième phase du mouvement de l'automobile pour $t > 7\ s$
   b) Si oui, calculer l'instant pour le quel la distance qui sépare le camion à l'automonile est minimale. En déduir cette distance minimale.

Résolution

1) Les lois horaires du mouvment :

Pour l'automobile :

Pour : $t \in [\![0; 7\ s]\!]$ le MRUV :

$$x_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 = \frac{1}{2} \times 2,5t^2 = 1,25t^2 \text{ et } v_1 = a_1t = 2,5t$$

$$\text{A } t = 7\ s \Rightarrow x_1 = 1,25 \times 49 = 61,25m \text{ et } v_1 = 17,5m/s$$

Pour : $t < 7\ s$ MUV : $x_2 = v(t - t_1) + x_1$

Pour : $t = 7$ s et $x_1 = 61,25m \Rightarrow x_2 = 17,5(t-7) + 61,25 \Rightarrow x_2 = 17,5t - 61,25$

Pour le camion : $x_C = v_ct - x_0 = 12,5t - 20$

2) Calculons les dates de dépassement :

Pour : $t \in [\![0; 7\ s]\!]$; $x_1 = x_C \Rightarrow 12,5t - 20 = 1,25t^2$

$$\Rightarrow 1,25t^2 - 12,5t + 20 = 0 \Rightarrow \Delta = 56,25 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 7,5$$

$\begin{cases} t_1 = 2\,s \\ t_1' = 8\,s \end{cases}$; Pour : $t_1' \notin [\![0; 7\,s]\!]$ à rejeter

Pour $t \in [7\,;+\infty]$: $x_2 = x_1 \Rightarrow 17{,}5t - 61{,}25 = 12{,}5t - 20 \Rightarrow t = 8{,}25\,s$

Donc : $\begin{cases} \theta_1 = 2\,s \\ \theta_2 = 8{,}25\,s \end{cases}$

Déduisons en les abscisses des dépassements : x_1 et x_2

Pour : $\theta_1 = 2\,s$: $x_1 = 1{,}25 \times 4 = 5m$

Pour : $\theta_2 = 8{,}25\,s$: $x_2 = 1{,}25 \times 68{,}1 = 85{,}1$

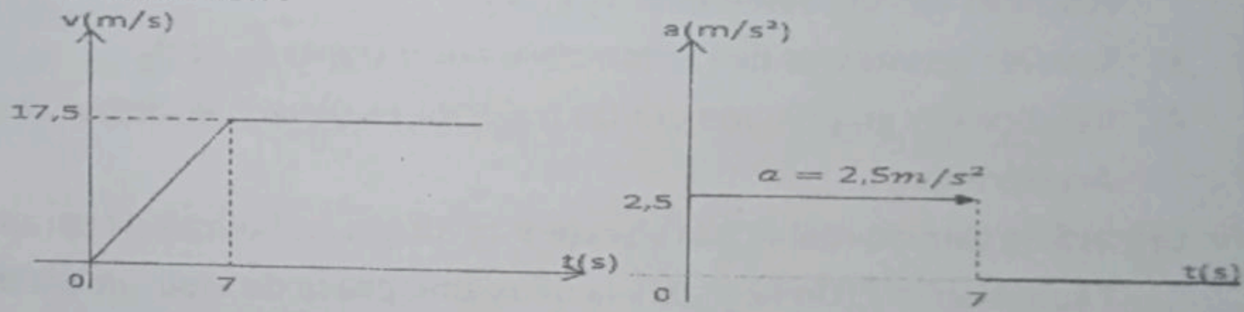
3) Calculons les vitesses de l'automobile :

Pour : $t_1 = 2\,s$; $v_1 = 2{,}5 \times 2 = 5m/s$

Pour : $t_2 = 7\,s$; $v_2 = 17{,}5m/s$

$\boxed{\begin{cases} v_1 = 5m/s \\ v_2 = 17{,}5m/s \end{cases}}$

4) Représentation graphique des trajectoire suivant sa vitesse et son accélération :



5) a) Explication si ya rattrapage avec $30{,}6km/h$:

$v = 30{,}6km/h = 8{,}5m/s$

$\begin{cases} x_1 = 1{,}25t^2 \\ x_2 = 8{,}5t - 20 \end{cases}$; pour qu'il yait rattrapage il faut que : $x_2 = x_1$ et $v_c > v_A$

$1{,}25t^2 = 8{,}5t - 20 \Rightarrow 1{,}25t^2 - 8{,}5t + 20 = 0$

$\Rightarrow \Delta = -27{,}8 \Rightarrow \Delta < 0$; Pas de rattrapage.

b) Calculons la distance minimale :

La distance est minimale si $v_c = v_A$: $8{,}5 = 2{,}5t_{min} \Rightarrow t_{min} = 3{,}4\,s$

Donc : $d_{min} = x_1 - x_2 = 4{,}53\,m \Rightarrow d_{min} = 4{,}53\,m$

Exercice 29

Un motocycliste effectue un virage de rayon R = 50m. Sa vitesse à l'entrée du virage est telle que v_1 = 60km/h. Sa vitesse à la sortie est v_2 telle que v_2 = 80km/h. Les deux vitesses font entre eux un angle de 90°. L'accélération angulaire est constante pendant le virage. Calculer la valeur de cette accélération angulaire. Calculer la durée du virage.

Résolution

Déterminons l'accélération angulaire :

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\ddot{\alpha}\alpha \Rightarrow \ddot{\alpha} = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\alpha} ; \omega = \frac{V}{R}$$

$\ddot{\alpha} = \frac{1}{2\alpha R^2}(V_2^2 - V_1^2)$; AN : $\ddot{\alpha} = 2{,}8.10^{-2} rad/s^2$

Calculons la durée :

$$\omega = \ddot{\alpha}t + \omega_0 \Rightarrow t = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\ddot{\alpha}} ; t = \frac{1}{R\ddot{\alpha}}(V_2 - V_1)$$

AN: $\boxed{t = 4\, s}$

Exercice 30

Les équations horaires d'un mobile se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé sont : $\begin{cases} x = t^2 - 2 \\ y = 2t^2 - 2 \end{cases}$;

Le mobile est mis en mouvement à la date $t = 0$.

1- Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire. En déduire la nature de la trajectoire.

2- Déterminer l'expression de l'abscisse curviligne S du mobile à un instant t quelconque en prenant comme origine des abscisses curvilignes la position du mobile au début du mouvement.

3- Calculer le trajet parcouru par le mobile après 10 s.

Résolution

1) L'équation de la trajectoire :

$$\begin{cases} x = t^2 - 2 \\ y = 2t^2 - 2 \end{cases} \Rightarrow y = 2x + 2$$

Nature : la trajectoire est une droite

2) Déterminons l'abscisse curviligne S du mobile à un instant t :

Elle se définie par: $s(t) = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \Rightarrow$

$s(t) = \sqrt{(t^2 - 2 + 2)^2 + (2t^2 - 2 + 2)^2} = \sqrt{t^4 + 4t^4} \Rightarrow s(t) = t^2\sqrt{5}$

3) Calculons le traject parcour le mobile à la date $t = 10\, s$:

$s(t) = t^2\sqrt{5}$; AN : $s(t) = 223{,}6m$ $\boxed{s(t) = 223{,}6m}$

Exercice 31

1) Une automobile décrit une trajectoire rectiligne dans un repère $(O, \vec{i})$. Son accélération est constante. A l'instant $t_0 = 0$ s, l'automobile part d'un point M_0. A l'instant $t_1 = 3$ s, l'automobile passe par le point M_1 d'abscisse $x_1 = 59$ m à la vitesse algébrique $V_{1x} = 6\ m.s^{-1}$. Elle arrive ensuite au point M_2 d'abscisse $x_2 = 150$ m à la vitesse algébrique $V_{2x} = 20\ m.s^{-1}$.

a) Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile.

b) A quel instant t_2 l'automobile passe-t-elle par le point M_2 ?

c) Calculer la longueur l du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à 20 s.

2) A la date T = 1 s, une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse constante $V_x' = 20\ m.s^{-1}$ passe par le point M' d'abscisse x' = - 5 m. Pendant toute la durée du mouvement fixée à 20 s, la moto va d'abord dépasser l'automobile : ensuite l'automobile va rattraper la moto.

Déterminer :

a) l'équation horaire du mouvement de la moto dans le repère $(O, \vec{i})$,

b) les dates des dépassements,

c) les abscisses des dépassements,

d) la vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto,

e) la distance d parcourue par la moto entre les dates T = 1s et la date où elle dépasse l'automobile.

Résolution

1) a) Etablissons l'équation horaire du mouvement de l'automobile :

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$; Cherchons : a ; v_0 ; x_0

Au point : M_1 ; $\begin{cases} v_{x1} = 6\ m/s \\ x_1 = 59\ m \end{cases}$

Au point : M_2 ; $\begin{cases} v_{x2} = 20\ m/s \\ x_2 = 150\ m \end{cases}$

Donc : la relation de Galilée $a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(x_2 - x_1)} = \frac{400-36}{2\times 91} = 2m/s^2$

Au point : M_1 ; $\begin{cases} v_{x1} = 6\ m/s \\ x_1 = 59\ m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0 = v - at_1 = 6 - 2\times 3 = 0 \\ x_0 = x_1 - \frac{1}{2}at_1^2 = 59 - 9 = 50 \end{cases} \Rightarrow x = t^2 + 50$

b) Calculons le temps :

Au point : M_2 ; $\begin{cases} v_{x2} = 20\frac{m}{s} \\ x_2 = 150\ m \end{cases}$ $x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + x_0 = t_2^2 + 50 \Rightarrow$

$t_2^2 = 150 - 50 = 100 \Rightarrow t_2 = 10\ s$

c) Calculons la longueur du trajet :

$x = t^2 + 50 = 400 + 50 = 450\ m$;

b) Calcul de la vitesse et de l'accélération :

$$v = \frac{dx}{dt} = 0{,}4\cos(0{,}1t + 0{,}5)\ ; \quad \boxed{v = 0{,}4\cos(0{,}1t + 0{,}5)}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -0{,}04\sin(0{,}1t + 0{,}5) = -0{,}04x \Longrightarrow \boxed{a = -0{,}04x}$$

c) Détermination des conditions initiales :

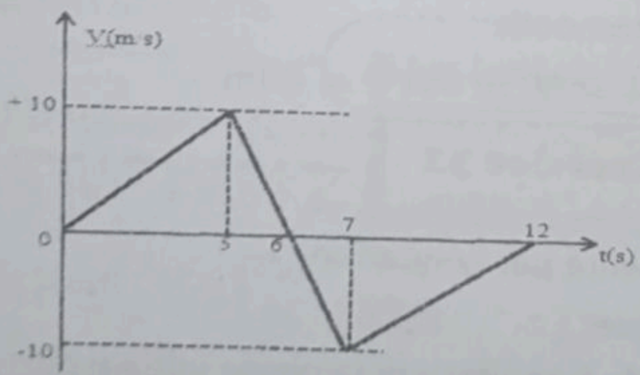
$$t = 0 : \begin{cases} x_0 = 4\sin 0{,}5 = 1{,}92m \\ v_0 = 0{,}4\cos 0{,}5 = 0{,}35m/s \end{cases} \Longrightarrow \boxed{\begin{matrix} x_0 = 1{,}92m \\ v_0 = 0{,}35m/s \end{matrix}}$$

d) La position, la vitesse et l'accélération à la date : $t = 5\ s$

$$t = 5\ s : \begin{cases} x = 4\sin(0{,}5 + 0{,}5) = 3{,}36\ m \\ v = 0{,}4\cos 1 = 0{,}22\ m/s \\ a = -0{,}04\sin 1 = -0{,}034\ m/s^2 \end{cases} \Longrightarrow \boxed{\begin{matrix} x = 3{,}36\ m \\ v = 0{,}22\ m/s \\ a = -0{,}034\ m/s^2 \end{matrix}}$$

Exercice 33

La representation graphique de la vitesse $v = f(t)$ d'un mobile est donné par la figure ci-contre.



1))a) Calculer les accélération du mobile aucours des trois phases du mouvement.

b)) Trouver la representation graphique de l'accélération en fonction du temps avec $t \in [\![0; 12s]\!]$

2)) Calculer l'espace parcourue par le mobile.

Résolution

1)a) Calcul des accélérations :

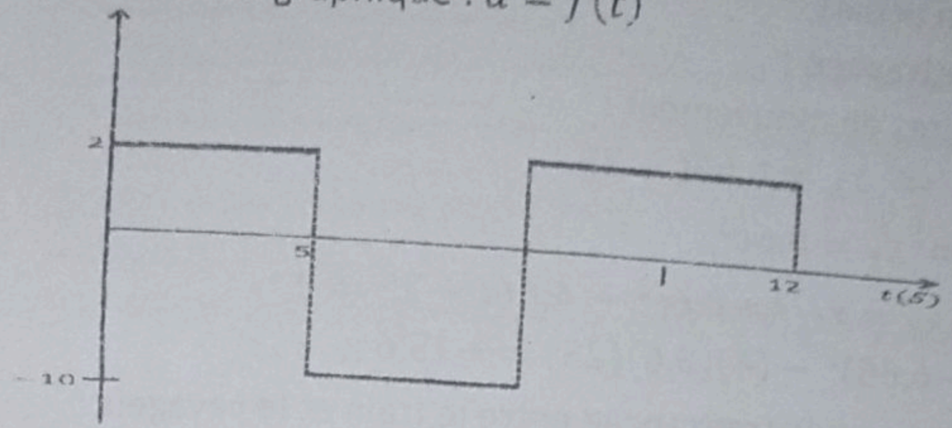
Expression de l'accélération : $a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$

1^{ere} phase : $t \in [\![0; 5s]\!] : a_1 = \frac{10-0}{5-0} = 2 \Longrightarrow a_1 = 2\ m/S^2$

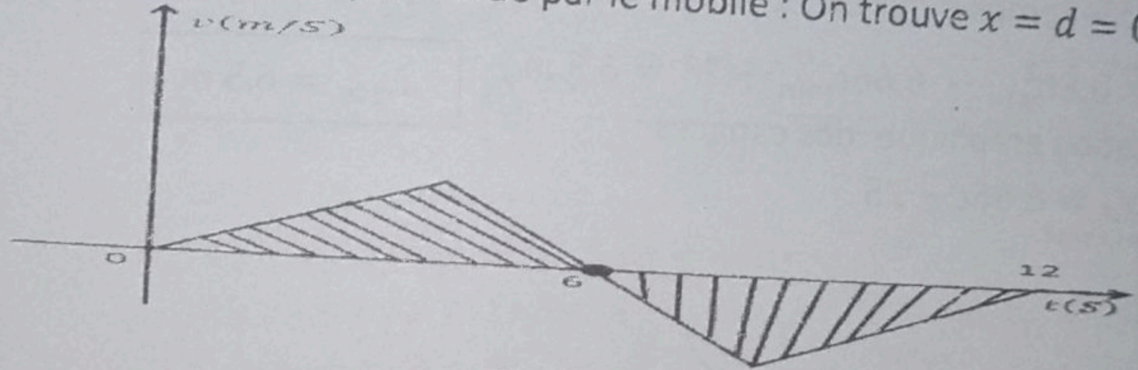
2^{eme} Phase : $t \in [\![5; 7s]\!] : a_2 = \frac{-10-10}{7-5} = -10\ m/S^2$

3^{eme} phase : $t \in [\![7; 12s]\!] : a_3 = \frac{0+10}{12-7} = 2\,m/S^2$

b)) Representation graphique : $a = f(t)$



2)) Calcul de l'espace parcourue : En faisant la somme des aires des surfaces on obtient l'espace parcourue par le mobile : On trouve $x = d = 0$



Exercice 34

Un voyageur sur le quai de la gare à l'instant où son train démarre. Le vayageur, qui se trouve à une distance $d = 25\ m$ de la portière court à la vitesse constante de $25\ km/h$. Le train est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié d'accélération constante $a = 1{,}2\ m/S^2$.

1) Le voyageur pourra-t-il rattraper le train ?
2) Dans le contraire à quelle distance minimale de la portière parviendra-t-il ?
3) Dans ce cas, représenter dans unmême système d'axe, les diagrammes des espaces des deux mouvements
4) A quelle vitesse constante minimale doit courire ?

Résolution

Prenons pourr origine des espaces la position du train et pour origine des dates l'instant de son départ :

1)) Vérification du rattrapage :

•Les équations horaires du mouvement :

Elève : $x_E = vt - d \Rightarrow x_E = 6{,}66t - 25$

Train : $x_T = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x_T = 0{,}6t^2$

Il ya rattrapage ssi : $x_E = x_T \Leftrightarrow 0{,}6t^2 - 6{,}66t + 25 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-6{,}66)^2 - (4)(0{,}6)(25) = -15{,}6$;

Comme : $\Delta < 0$; Donc pas de trattrapage entre le train et le vayageur.

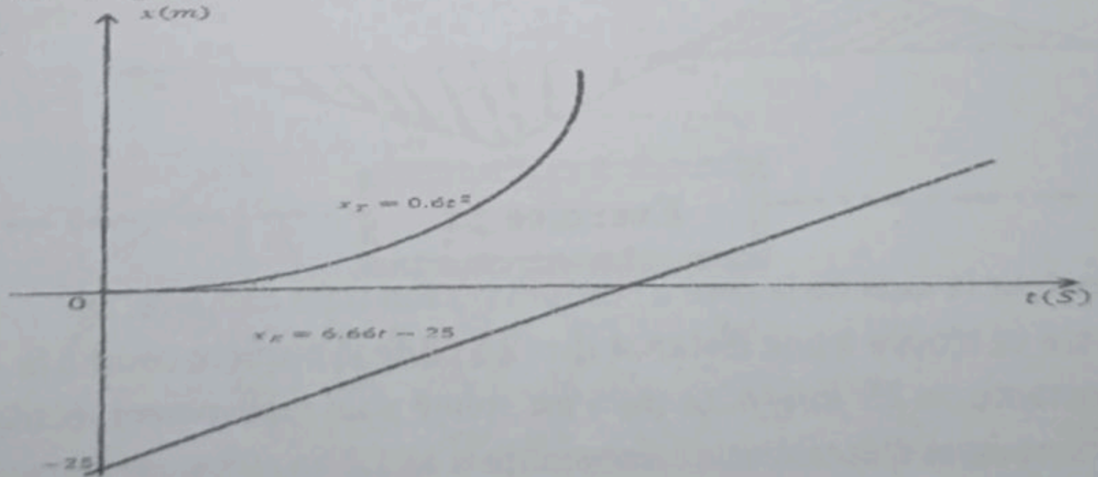
2)) Calcul de la distance minimale : $d_{min} = x_T - x_E$

• Déterminons le temps minimal : $v_T = v_E \Rightarrow t_{min} = \frac{6{,}66}{1{,}2} = 5{,}55\ S$

Donc : $d_{min} = 0{,}6t_{min}^2 - 6{,}66t_{min} + 25 = 6{,}5\ m$; $\boxed{d_{min} = 6{,}5\ m}$

3)) Representation graphique des espaces :

$x_T = 0{,}6t^2$; $x_E = 6{,}66t - 25$



4)) Calcul de la vitesse minimale :

L'équation : $0{,}6t^2 - 6{,}66t + 25 = 0$; admet une solution ssi $\Delta \geq 0$; à la limite $\Delta = 0$. Alors : $0{,}6t^2 - vt + 25 = 0$; $\Delta = v^2 - 4ac = v^2 - 60 = 0$

$$\underline{v = 7{,}75\ m/S}$$

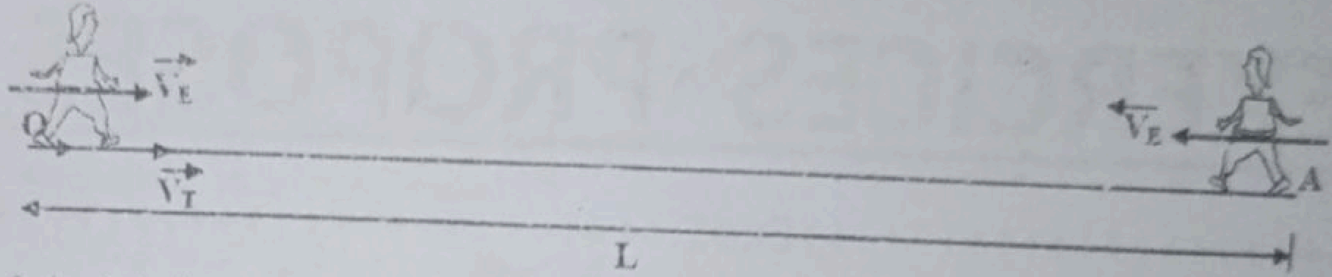
Exercice 35

Un enfant s'amuse à courir sur un tapis roulant d'aéroport, de longueur L=100m. Dans le sens de circulation du tapis, il met 16,7s pour aller d'une extrémité à l'autre, alors que dans l'autre sens il met 25,0s.

1)) A quelle vitesse l'enfant court-il ?

2)) Quelle est la vitesse du tapis roulant.

Résolution



1)) Calcul de la vitesse de l'enfant :

▶ Dans le 1^{er} Sens :

$L = V_{T/E}t_1$ Or : $V_{T/E} = V_E + V_T \Rightarrow L = (V_E + V_T)t_1$

$V_E + V_T = \frac{L}{t_1} = 5{,}99$ (1)

▶ Dans le 2^{eme} Sens :

$L = V_{T/E}t_2$ Or : $V_{T/E} = V_E - V_T \Rightarrow L = (V_E - V_T)t_2$

$V_E - V_T = \frac{L}{t_2} = 4$ (2)

• D'où le système : $\begin{cases} V_E + V_T = 5{,}99 \\ V_E - V_T = 4 \end{cases}$; Par combinaison $2V_E = 9{,}99 \Rightarrow$

$V_E = 5\ m/S = 18\ km/h$;

2))Calcul de la vitesse du tapis roulant :

D'après la première équation $V_E + V_T = 5{,}99 \Rightarrow V_T = 5{,}99 - 5 = 0{,}99 \approx 1$

$V_T \approx 1\ m/S = 3{,}6\ km/h$; $\boxed{V_T \approx 1\ m/S}$

BRAVO PHYSIQUE !!!

EXERCICES PROPOSES

++++++++++++++++++++++Exo1:++++++++++++++++++++++++++

Une voiture de largeur $L = 1,4m$ se déplace à la vitesse constante $V_1 = 72km/h$ en suivant le bord de la route de largeur $2L$. Un piéton est à la distance $d = 50m$ devant la voiture, au bord de la route. Il veut traverser à la vitesse constante V_2 ($\vec{V}_2$fait un angle de 45° avec la direction de $\vec{V}_1$).

1)) Quelle est la valeur minimale de V_2 à fin que le piéton ne soit pas touché ?

2)) Pour quelle valeur de α, la vitesse minimale du piéton est –elle minimale ? Quelle est sa valeur ?

Rép : 1) $V_2 > 2,93\ km/h$ 2) $\alpha = 91,6°$

++++++++++++++++++++++Exo2:++++++++++++++++++++++++++

Soit le mouvement défini par sa trajectoire : $y = 3(x + 2)$ et son équation horaire : $S(t) = 2t^2$. Sachant que $x = -2\ et\ y = 0$ quand $S(0) = 0$

Et que : S croit avec la croissance de y :

1)) Trouver les équations paramétriques $x(t)\ et\ y(t)$ du mouvement,

2)) Déterminer l'accélération normale et tangentielle du mouvement.

Rép :1)) $x = \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)t^2 - 2\ ; y = 3\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)t^2$

++++++++++++++++++++++Exo3:++++++++++++++++++++++++++

Un mobile B début son mouvement à $t = 0$ en se déplaçant dans un plan vertical P muni des axes (X'OX) horizontal et (Y'OY) vertical. A tout instant $t > 0$ et relatif à un repère (OIJ) où et sont des vecteurs unitaires portés respectivement par l'axe (X'OX) et (Y'OY) sont : vecteur vitesse est le suivant $\vec{v} = \vec{i} + (\alpha t - 1)\vec{j}$ Avec α une constante positive.

1) A l'instant de date $t_1 = 2\ s$, la vitesse du mobile a une valeur $v_1 = \sqrt{10}\ m/S$

a) Montrer que α vérifie l'équation : $\alpha^2 - \alpha - 2$ et déterminer sa valeur.

b) Déterminer les lois horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement du mobile B sachant qu'à la date t_1 il passe par un point M_1 d'abscisse $x_1 = 3{,}5m$ et d'ordonnée $y_1 = -1{,}75m$.

2) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile B. En déduire la nature du mouvement.

3) A un instant de date t_2, le mobile B passe par un point M_2 d'abscisse $x_2 = 4m$.

a) Déterminer la valeur de t_2

b) Pour la date t_2 et faisant le calcul nécessaire, on demande de :

▶ Déterminer le vecteur vitesse du mobile B. En déduire sa direction et sa valeur.

▶ Trouver la valeur de l'accélération et celle de ces composantes dans le repère de Freinet. En déduire le rayon de courbure.

+++++++++++++++++++++Exo4:+++++++++++++++++++++++++

Un mobile ponctuel A se déplace dans un plan muni d'un repère orthonormé Oxy et possède la trajectoire d'équation :

$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0.$

X et Y sont exprimés en mètres.

1) Donner la nature de la trajectoire.

2) Représenter la trajectoire dans le repère Oxy : échelle 1 cm pour 1,5 m.

3) Le mobile se déplace dans le sens trigonométrique (contraire au sens rotation des aiguilles d'une montre) à la vitesse constante $v_0 = 2\,m/S$. Calculer les coordonnées v_x et v_y de son vecteur vitesse au point M_1 d'abscisse $x_1 = -1$ puis au point M_2 d'abscisse $x_2 = 5$.

4) Quelles sont les composantes du vecteur accélération aux points M_1 et M_2 du mobile ?

5) Un autre mobile B considéré comme ponctuel se déplace sur la même trajectoire que le mobile A. A l'origine des dates, le mobile A est au point M_2 et le mobile B au point M_1. Les deux mobiles se déplacent

dans le même sens. Le mouvement du mobile A est uniforme de vitesse v_0, celui du mobile B est uniformément accéléré. A l'origine des dates, la vitesse du mobile B est nulle. L'accélération tangentielle de B sera notée a_T.

a) Déterminer la valeur de a_T pour que, à l'instant où A et B se rejoignent, leurs vitesses soient égales.

b) A quelle , date a lieu le rattrapage ? En quel lieu a eu ce rattrapage par rapport aux positions initiales ?

++++++++++++++++++++++Exo5:++++++++++++++++++++++++++

En roulant sous la pluie à 100km/h sur une route plane, un conducteur remarque que les gouttes de pluie ont, vues à travers les vitres latérale de sa voiture, de trajectoire qui font un angle de 90° avec la verticale. Ayant arrêté sa voiture, il remarque que la pluie tombe en faite verticalement. Calculer la vitesse de la pluie par rapport à la voiture immobile et par rapport à la voiture se déplaçant à 100km/h.

Répe : 17,4km/h ; 117km/h.

++++++++++++++++++++++Exo6:++++++++++++++++++++++++++

Un homme de taille $h = 180cm$ se déplace à la vitesse $1\ m/S$ en s'éloignant d'un lampadaire. Le lampadaire se trouve à une hauteur $H = 4m$ au dessus du sol. A $t = 0$ l'homme se trouve sous le lampadaire.

1) Quelle est l'équation haire du mouvement de l'homme. On précisera l'origine des espaces.

2) On appelle P l'extrémité de l'ombre de l'ombre. En s'aidant d'un schéma clair déterminer l'équation horaire du mouvement de P

3) Son fils, un enfant de $1m$ de haut, voyant son père sous le lampadaire alors qu'il est à $10m$ en face de celui-ci s'élance à la rencontre de ce dernier pour l'accueillir avec un mouvement rectiligne uniformément varié d'accélération $0{,}5\ m/S^2$ en valeur absolue.

a) A quels instant les extrémités de leurs ombre vont se rencontrée

b) Quel est à cet-instant la distance entre l'enfant et son père ?

NB : La propagation de la lumière est rectiligne.

++++++++++++++++++++Exo7:+++++++++++++++++++++++++

Un corps est animé d'un mouvement rectiligne dont l'accélération est donnée par $a = 32 - 4v$; (avec conmme condition initiale x = 0 et v = 4 pour t = 0).Trouver v en fonction de t, x en fonction de t et x en fonction de v.

++++++++++++++++++++Exo8:+++++++++++++++++++++++++

Un avion vole à une vitesse propre de 800 km / h. Le vent souffle d'ouest à l'est à la vitesse de 15 m / s. A quelle vitesse se déplacera-t-il l'avion en un référentiel terrestre et sous quel angle au méridien faut-il tenir le cours, pour que le mouvement soit au sud, nord, ouest ou est ?

Rep : 798km/h ; 86°

++++++++++++++++++++Exo9:+++++++++++++++++++++++++

Une particule se déplace dans un plan OXY selon la loi : $a_x = -4\sin t$ et $a_y = 3\cos t$ sachant que pour $t = 0$; on ait :

$x = 0\,; y = -3;\ v_x = 4\,;\ v_y = 0$; trouver :

1)) L'équation de la trajectoire, quelle est son allure ?

2)) La valeur de la vitesse à l'instant $t = \frac{\pi}{4}\ s$.

++++++++++++++++++++Exo10:+++++++++++++++++++++++++

Soit un repère cartésien OXY. Deux points matériels M_1 *et* M_2 sont repéré par leur coordonnées cartésienne respective : tel que$M_1(2;0;2)$ *et* $M_2(1;1;0)$.

1)) Déterminer la valeur de l'angle comprise entre les rayons vecteurs $\overrightarrow{OM}_1 \times \overrightarrow{OM}_2$.

2)) Montrer que le module du produit vectoriel de $\overrightarrow{OM}_1$ et $\overrightarrow{OM}_2$ est égal à l'air du parallélogramme construit sur la base de ces deux vecteurs.

Rép : $\alpha = 60° = \frac{\pi}{3} rad$

++++++++++++++++++++Exo11:+++++++++++++++++++++++++

Deux mobiles A et B sont animés de mouvements rectilignes. Les équations horaires des mouvements sont respectivement : $\begin{cases} x = t^2 - 10t + 5 \\ y = 4t + 1 \end{cases}$

Les abscisses sont en mètre, les dates en secondes.

1)) À quelles oates ies mobiles passent-ils par le même point ? Préciser s'il s'agit de croisement ou de dépassement.

2)) Représenter les diagrammes (t). Retrouver les résultats précédents.

Rép :

+++++++++++++++++++++Exo12:++++++++++++++++++++++++

Les coordonnées cartésiennes d'un point M dans un repère(O ; i ; j) sont données : $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$

1) Préciser la trajectoire de M dans ce repère

2) Soit le vecteur $\overrightarrow{O\Omega} = \vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$. Donner les coordonnées de M dans le repère $(\Omega\,; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ à l'instant t.

3) Préciser la trajectoire du point mobile M dans le repère$(\Omega\,; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$

4) On effectue une rotation de entre 0 et d'angle $\frac{\pi}{4} rad$ de repère $(0\,; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ dans le sens contraire des aiguilles d'une montre (sens trigonométrique). On obtient alors un nouveau repère $(0; \vec{\imath}_1; \vec{\jmath}_2)$

a) Déterminer les coordonnées du point M dans le repère $(0; \vec{\imath}_1; \vec{\jmath}_2)$

b) Préciser la trajectoire de M dans le repère$(0; \vec{\imath}_1; \vec{\jmath}_2)$.

Rép :

+++++++++++++++++++++Exo13:++++++++++++++++++++++++

Deux voitures A et B de vitesse respective 110km/h et 90km/h. Roulent sur deux routes qui se coupent, formant entre elles un angle de 30°. Déterminer la vitesse relative de B par rapport à A ainsi que sa direction

Rép : $V_{AB} = 54{,}5\ km/h$; $\alpha = 55°$

+++++++++++++++++++++Exo14:++++++++++++++++++++++++

Un bateau prend la mer en direction du Nord-Ouest(60°) à la vitesse de 4km/h par rapport à l'eau. La direction du courant d'eau est telle que le mouvement résultant par rapport à la terre s'effectue dans la direction de l'Ouest à la vitesse de 5km/h. Calculer la vitesse et la direction du courant d'eau par rapport au sol.

Rép : 2,52km/h ; 23,6°

+++++++++++++++++++++Exo15:++++++++++++++++++++++++

Un point mobile A se déplace sur une droite avec une accélération constante.

- A la datet_1=1s ; il est à l'abscisse x_1=2,5m et à la vitesseV_1=2m/s.
- A la datet_2=2,5s ; il est à l'abscisse x_2=10m et à la vitesseV_2=8m/s.

a- Déterminer :

se croisent est à 28km du milieu de AB. D'autre part, si le train T partais 45mn apres T', les deux se croiserais au milieu de AB. Calculer la distance et les vitesses des deux trains.

Rép : AB=840km ; V=80km/h ; V'=70km/h

++++++++++++++++++++Exo20:+++++++++++++++++++++++

Un véhicule A part de Conakry pour Kindia. Il roule à la vitesse constante de 25m/s. Un autre véhicule B part de Kindia pour Conakry, 900 secondes après le départ de A, à la vitesse de 19,44m/s. La distance Conakry-Kindia vaut 125km.

1) A quelle date et à quelle position, la rencontre a tel lieu ?

2) Quelle est la distance qui les sépare 45munites après le départ du véhicule A ? A quelles dates les deux véhicules sont-ils distantes de 50km

Rép : 1) 38mn26s ; 2) 80,1km ; 22,5km ; $t_1 = 1181{,}4s$ et $t_2 = 3431{,}6s$

++++++++++++++++++++Exo21:+++++++++++++++++++++++

Deux automobiles partent en même temps, le premier du point A, le second du point B se dirige l'un vers l'autre. A leur point de rencontre C, ils calculent que le premier à fait 15km de plus que le deuxième, et que d'après la vitesse de leur marche, il faudra encore 50mn pour atteindre B et au deuxième 1h52mn pour atteindre A. Calculer :

1) Le temps au bout duquel a lieu la rencontre

2) La vitesse en km/h de chaque voyageur

3) La distance AB. (On supposera leur vitesse constante)

Rép :1) t=1h15mn ;2)V_1 =36km/h ;V_2=24km/h ; AB=75km

++++++++++++++++++++Exo22:+++++++++++++++++++++++

Soit un mobile M en mouvement tel que :

$\overrightarrow{OM} = (3\cos 2t)\vec{\imath} + (3\sin 2t)\vec{\jmath} + (8t - 4)\vec{k}$

a) Déterminer la nature de la trajectoire de M dans l'espace ?

b) Exprimer $\vec{V}et\ \vec{a}$ dans la base de Freinet

c) En déduire le rayon de courbure.

++++++++++++++++++++Exo23:+++++++++++++++++++++++

Lorsque le feu tricolore passe au vert, la voiture A, qui était immobile, accélère uniformément pendant 5,0 Spuis conserve sa vitesse. Une moto B, roulant à la vitesse constante de 50 km/h, la dépasse au moment où elle démarre $t = 0$. Les trajectoires sont rectilignes, la valeur de l'accélération initiale de la voiture est $a = 4\ m/S^2$.

1) Pour $t \in [0; 5\,S]$, donner les équations horaires des deux véhicules. La voiture rattrape-t-elle la moto ? ($x_A = x_B = 0$ à $t = 0\,S$).

2) Même question pour $t \geq 5\,S$.

Rép : 1)) Pas de rattrapage. 2)) La voiture rattrape à $t = 8{,}3\,S$

+++++++++++++++++++++Exo24:+++++++++++++++++++++++

Un mobile M d'écrit une trajectoire rectiligne muni d'un repère d'espace (O ;$\vec{\imath}$) son vecteur accélération est constant pendant toute la durée du mouvement qui est fixée à t_F=5s. à l'instant t=0 le mobile part du point M_0 d'abscisse x=-0,5m avec une vitesse -1m/s, puis, il passe au point M_1 d'abscisse x=5m avec la vitesse de 4,7m/s.

1) Calculer l'accélération du mobile
2) Calculer la date à la quelle le mobile passe au point M_1
3) Donner l'équation horaire du mobile
4) A la durée T=2s, un deuxième mobile M' part de l'abscisse de 5m avec un mouvement rectiligne uniforme donne la vitesse est 4m/s.

a) Calculer la date de la rencontre des deux mobiles
b) Calculer l'abscisse où aura lieu cette rencontre
c) Vérifier ces deux dernier résultat à l'aide des représentations graphique des équations horaires.

Rép : 1) 1,92m/s^2 ; 2) 2,97s ; 4) a) 4,75s ; b) 15,6m

+++++++++++++++++++++Exo25:+++++++++++++++++++++++

Soit l'équation paramétrique d'un mobile en mouvement :

$$\begin{cases} x = 3t^2 + t - 1 \\ y = 1{,}5t^2 + 0{,}5t \end{cases}$$

1- Quelle est sa trajectoire
2- Déterminer le vecteur vitesse et le vecteur accéleration à tout instant
3- Entre quels instants le mouvement est-il accéleré ? rétardé ?

+++++++++++++++++++++Exo26:+++++++++++++++++++++++

Un automobiliste qui roule à 30m/s aperçoit soudain un camion à 60m devant lui roulant dans la même direction à 10m/s. La décélération maximale de l'automobile a un module de 5m/s^2.

a) Une collision va-t-elle se produire si le temps de reflexe de l'automobile est nul ? si oui quand?

b) Si l'on tient compte du temps de reflexe de l'automobiliste, qui est de 0,5s, quel est le module de la décélération minimale nécessaire pour éviter la collision ?

Rép : a) consulter b) $4m/s^2$

++++++++++++++++++++Exo27:+++++++++++++++++++++++

Deux villes A et B sont à une distance de 900Km. Deux trains partent à la même heure l'un de A vers B ; l'autre de B vers A. Ils se croisent au point M. Le premier arrive en B 4heures après l'instant de croisement, et le second arrive en A 16 heure après cet instant.

On demande à quelle distance de A a lieu le croisement et quelles sont les vitesses de deux trains (en Km/h).

Rép: X_1=600km; v_1=75km/h; v_2=37,5km/h

++++++++++++++++++++Exo28:+++++++++++++++++++++++

Soit une route rectiligne passant par trois villes A, B et C. B étant le milieu de AC ; AB=BC=40km.

A midi un cycliste part du point A ; à 13h un autre cycliste part du point B et à 14h une automobile part du point C ; les trois mobiles se déplaçant d'un mouvement uniforme sur la droite A;B ; et C.

Déterminer les vitesses des mobiles sachant que :

1)) Les vitesses des deux cyclistes sont égales et opposées.

2)) A 15h l'automobiliste est à égale distance des deux cyclistes.

3)) A 16h l'automobiliste se trouve au même point que le cycliste venu de B.

Rép : V_1=20km/h ;V_2=-20km/h ;v_3=-50km/h

++++++++++++++++++++Exo29:+++++++++++++++++++++++

Une automobile de longueur l=5m, roulant à la vitesse V_A=90km/h arrive derrière un camion de longueur L=10m roulant à la vitesse V_C=72km/h. Les deux véhicules conservent des vitesses constantes. L'automobile va donc doubler le camion. En admettant que le dépassement commence quand l'avant de l'automobile est à la distance d_1=20m de l'arrière du camion et se termine quand l'arrière de l'automobile est à la distance d_2=30m de l'avant du camion. Calculer:

1- La durée du dépassement ;

2- La distance parcourue sur la route par la voiture pendant le dépassement.

Rép : 1) t=13s : 2) x=325m.

++++++++++++++++++++Exo30:+++++++++++++++++++++++

Un train A démarre avec une accélération constante $a_A = 1\ m/s^2$. Après avoir parcouru 1000m, ce train croise un train B qui roule à la vitesse constante de 108km/h. Un observateur placé dans la locomotive de A voit passer le train devant lui pendant 3s.

1)) Quelle est longueur du train B ?

2)) La longueur de A étant 400m et celle de B 228m. Combien de temps un observateur placé en queue de B verra-t-il dans la nouvelle hypothèse où le train A démarre quand B est à 1000m de A ?

Rép : 1) 229m ; 2) 6,54m

+++++++++++++++++++++Exo31:+++++++++++++++++++++++

Sur une autoroute deux voitures roulent sur la même file avec une vitesse de 40m/s. le pare choc avant A de la seconde voiture est à 40m derrière le pare choc arrière B de la première voiture. Le véhicule B freine avec une décélération de $5 m/s^2$. Le véhicule A distrait freine 2s après avec la même décélération.

1. Quelle est la distance parcourue par le deuxième véhicule avant de commencer à freiner ?
2. Quelle distance parcourt le premier véhicule pendant ce même temps ?
3. Quelle est la distance séparant A et B lorsque le second véhicule commence à freiner ?
4. Quelle est la vitesse du premier véhicule à ce moment ?
5. En prenant comme origine des dates l'instant où débute le freinage du second véhicule et comme origine des espaces la position où il se trouve alors, établir les équations horaires des mouvements de A et B.
6. Un choc aura-t-il lieu ? Si oui, à quelle date ?

Rép : 3) d=30m, 4) V_B=30m/s, 6) Oui, t=3s.

+++++++++++++++++++++Exo32:+++++++++++++++++++++++

Un automobiliste parcourt une distance d=1,25 km sur une route rectiligne. Son mouvement est uniformément accéléré, puis uniforme, puis uniformément retardé. L'accélération a est égale en valeur absolue à 0 m/s^2 ou à 2,5 m/s^2 et la vitesse moyenne vaut 75 km/h. Déterminer la vitesse maximale de l'automobiliste.

Rép: V_{max}=25 m/s.

+++++++++++++++++++++Exo33:+++++++++++++++++++++++

Un véhicule doit aller de A à B avec une vitesse V=64km/h. Pendant 3h va à cette vitesse. Puis un accident l'oblige à s'arrêter 50min et ensuite à empreinter une autre voie qui augmente le trajet de 31Km.D'autre part, la vitesse horaire après l'accident est augmentée de 6km et finalement le retard est 1h5min.Trouver la distance AB.

Rép : AB=336km

++++++++++++++++++++Exo36:+++++++++++++++++++++++

Un avion vole du point A au point B, disposé à la distance de 300 km à l'est. Déterminer la durée du vol, si :

1) le vent est absent,
2) le vent souffle de sud au nord,
3) le vent souffle d'ouest à l'est. La vitesse du vent est 20 m / s, la vitesse de l'avion par rapport à l'air est 600 km / h.

Rep : {30 mn ; 30,2 mn ; 26,8 mn}.

++++++++++++++++++++Exo37:+++++++++++++++++++++++

Dans un repère orthonormé. Un mobile M d'écrit dans le sens direct l'ellipse d'équation : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. Le point M est repéré sur l'ellipse par l'angleφ. Déterminer les vecteurs vitesse et accélération en fonction des dérivées $\dot{\varphi}$ *et* $\ddot{\varphi}$.

++++++++++++++++++++Exo38:+++++++++++++++++++++++

On étudie le mouvement de deux voitures, considérées comme ponctuelles, sur un axe (Ox), qui se suivent à une distance d, les deux voitures se déplacent à la vitesse constante $V0$.

A $t = 0s$, la première voiture freine avec une décélération a. La seconde ne commence à freiner qu'au bout d'un temps $tr = 0.6\ s$ avec une décélération b

1) Quelle condition doit satisfaire d pour que la $2nde$ voiture s'arrête derrière la $1ère$?
2) $Avec\ V_0 = 108km/h$, $a = 7.5m/s^2$et b=$6m/s^2$.Comparer la valeur de cette distance d avec la distance d'arrêt de chacune des voitures prises séparément conclure.

Répondre à la même question dans le cas où les deux voitures ont même décélération ?

++++++++++++++++++++Exo39:+++++++++++++++++++++++

Les diagrammes des vitesses montrent qu'une voiture roulant à la vitesse V_1 peut s'arrêter sur la distance l_1. Quand elle roule à la vitesse V_2 elle s'arrête alors sur une distance l_2. En admettant que la durée Θ de la réaction du conducteur et l'accélération a supposée constante durant le freinage sont les mêmes dans les deux cas. Calculer :

1- Le temps Θ de réaction du conducteur.
2- L'accélération α du freinage.

AN: V_1=90Km/h; V_2=40km/h; l_1=70m; l_2=20m.

NB: La distance d'arrêt du véhicule est parcourue pendant la durée de réaction du conducteur et la durée de freinage proprement dit.

Rép : 1) $\Theta \approx 3{,}6s$ 2) $a \approx -3{,}1 m/s^2$

+++++++++++++++++++++Exo40:+++++++++++++++++++++++++

Un bateau est en mouvement rectiligne uniforme à la surface de la mer avec le vecteur vitesse $\vec{V}$. Un sous marin immobile à la hauteur h, à la surface, tire un projectile lorsque le bateau passe juste au- dessus de lui. On suppose que le mouvement du projectile est rectiligne uniforme avec le vecteur vitesse $\vec{V}_0$. On assimile les trois solides à des points.

a) Déterminer l'angle entre $\vec{V}_0$ et l'horizontale pour que le projectile atteigne le bateau.

b) Calculer alors l'instant du choc et les distances par les deux corps en mouvement. (AN: v=5m/s; V_0=10m/s et h=50m)

Rép: a) α=60° b) t=5,8s ; d_1=29m et d_2=59m

+++++++++++++++++++++Exo41:+++++++++++++++++++++++++

Deux villes A et B sont distante de 120km. Deux mobiles vont à la rencontre l'un de l'autre à des vitesses respectives de 20 km/h et 40km/h. Une mouche volant à 50km/h. vient s'arrêter du nez de l'un au nez de l'autre en disant arrêté il y'à choc

Quelle est la distance parcourue par la mouche pour qu'il y'ait rencontre entre les deux mobiles

Rép : 100km.

+++++++++++++++++++++Exo42:+++++++++++++++++++++++++

a) Une fusée décolle verticalement, sa vitesse par apport au sol à une date t est $\vec{V}_{FT}$. La vitesse des gaz par rapport à la terre est $\vec{V}_{GT}$. La vitesse des gaz par rapport à la fusée est $\vec{V}_{GF}$. Trouver la relation qui lie ces trois vecteurs vitesses. En déduire la relation entre les normes.

b) Un jour de pluie, les gouttes tombent verticalement à la vitesse de 28,8km/h ; par rapport à la vitre d'un train en mouvement rectiligne uniforme, elles semblent tombée obliquement à la vitesse de 57,6km/h. Déterminer cette direction et la vitesse du train .

Rép : $b)\ \alpha = 60°\ ; v = 13{,}8\ m/S$

+++++++++++++++++++++Exo43:++++++++++++++++++++++++

Deux mobiles M_1 (le plus rapide) et M_2 bougent en même temps 8h 30mn respectivement des villes A et B situées le long d'une route rectiligne et horizontale.

Ils roulent l'un vers l'autre d'un mouvement uniforme quand le plus rapide atteint le milieu du parcours AB, l'autre est à 48km ; alors ils se croisent 24mn plus tard.

Lorsque M_2 atteint le milieu du parcours AB alors 80km lui sépare de M_1

1) Déterminer les vitesses V_1 et V_2 (en km/h) de M_1 et M_2

Calculer (km) la distance AB

2) Déterminer les heures d'arrivées à destination de chaque mobile

Rép : 1) $V_1 = 75km/h$; $V_2 = 45km/h$

2) $AB = x = 240km$ $\quad t_1 = 11h\,42mn$; $t_2 = 13h\,50mn$

+++++++++++++++++++++Exo44:++++++++++++++++++++++++

Deux rames de métros R_1 et R_2 pénètre dans une station où les voie sont rectiligne. R_1 entre à la date t=0 à la vitesse υ_1=8m/s. R_2 entre à la date t=4s à la vitesse υ_2=10m/s les deux rames parcourent une distance de 100m avant de s'arrêter. Pendant les phases de freinage R_1 et R_2 possèdent des mouvements rectiligne uniformément retardé dont les accélérations sont respectivement égales , en module , à a_1 et a_2 . la longueur des quais à 100m et les freinages dès l'entré dans la station :

1) Calculer les valeurs numériques de a_1 et a_2

2) Déterminer la date Θ à laquelle a lieu le croisement des têtes de trains

3) En quel lieu a lieu le croisement

Rép: 1) $a_1=0,32m/s^2$; $a_2=0,50m/s^2$; 2) Θ=8,8s ; 3) $x_1(\Theta)$=58m

+++++++++++++++++++++Exo45:++++++++++++++++++++++++

Un avion vole à haute altitude entre deux villes A et B distante de 600km.

A l'aller et au retour, il vole à la même vitesse V par rapport à l'aire. Le vent en haute altitude souffle toujours dans la direction de B vers A à la vitesse $V_m = 100km/h$.

L'avion met une heure et demie de plus à l'aller qu'au retour pour effectuer le trajet.

1) En déduire la vitesse à laquelle l'avion vole par rapport à l'air.

2) Combien de temps dur l'aller A vers B ?

3) Combien de temps dur le retour B vers A ?

Rép : 1) $V = 900km/h$; 2) $t_1 = 7{,}5h = 7h30mn$; 3) $t_2 = 6h$.

++++++++++++++++++++Exo46:+++++++++++++++++++++++++

Un train de 150m de long roule à la vitesse de 108 km/h parallèlement à un train de longueur 250m se déplaçant avec une vitesse de 72 km/h. Quelles seront :

1) La durée du dépassement complet si les trains roulent dans le même sens ?

2) La durée de croisement complet si les trains roulent dans des sens opposé ?

Rép : 1) 25s ; 2) 5s

++++++++++++++++++++Exo47:+++++++++++++++++++++++

Deux cyclistes tournent dans le même sens sur une piste de vélodrome en se déplaçant tous d'un point A. l'un parcourt pendant 3mn18s et l'autre pendant 3mn45s.

1) Au bout de combien de temps vont-ils se rejoindre en A ?

2) Déterminer le nombre de tour effectué par chacun d'eux.

Rép : 1) t = 1h 22mn 30s ; 2) n_1= 25trs et n_2= 22trs.

++++++++++++++++++++Exo48:+++++++++++++++++++++++

Un tireur tire sur une cible située à une distance d en face de lui. On considère que la trajectoire de la balle est rectiligne uniforme. Le tireur entend le bruit de l'impact 1,4 seconde après avoir tiré, alors que la vitesse de la balle est de 900 m/s et que la vitesse du son dans l'air est de 340 m/s. Que vaut d ?

Rep : 345,48 m

++++++++++++++++++++Exo49:+++++++++++++++++++++++

En parcourant une distance de 2730m, les roues de devant d'une voiture on fait 392toures de plus que les roues de derrière, si l'on augmentait les circonférences de chaque roue de 0,30m, les roues de devant ne ferait plus sur la même distance que 325toures de plus que les roues de derrières. Quelles sont les circonférences de chaque roue

Rép : 2,5m et 3,9m

++++++++++++++++++++Exo50:+++++++++++++++++++++++

Les aiguilles d'une montre se superposent à midi, on considère les deux principales. A quelle heure seront-elles :

a) De nouveau superposes?

b) Dans le prolongement l'une de l'autre
Rép : a) 13h 5mn ; b) 12h 32mn

++++++++++++++++++++Exo51:++++++++++++++++++++++++

Un canot descend un fleuve. Sa vitesse par rapport à l'eau est égale à 30km/h. Le courant d'eau à une vitesse constante de 5km/h. A un certain moment une bouée tombe du canot.
Le navigateur s'en aperçoit 1/2h plus tard et fait demi-tour. Sachant qu'au retour le moteur fonctionne au même régime qu'à l'aller quelle distance aura parcourue la bouée au fil de l'eau lorsque le navigateur la rattrapera ?
Réponse : $x \approx 5$km

++++++++++++++++++++Exo52:++++++++++++++++++++++++

Deux voitures A et B roulent dans le même sens et dans le même couloir sur une autoroute rectiligne. Elles roulent à la même vitesse de 108 km/h. La distance qui les sépare est de 50 m. A se trouve devant B. A la $t = 0$ le chauffeur de la voiture A freine. L'accélération de son mouvement est alors en valeur absolue égale à 3,80 m/S^2. Le chauffeur de la voiture B, un peu distrait que 2 S plus tard.

1) Ecrire l'équation horaire du mouvement de A. L'origine des espaces est la position de A à la date $t = 0$. Trouver la durée du mouvement de freinage de A.

2)) B freine avec la même accélération que A. Montrer que la voiture B en restant dans le même couloire ne peut éviter de heurter la voiture A

3)) Trouver les vitesses de chacune des voitures au moment où le choc se produit.

++++++++++++++++++++Exo53:++++++++++++++++++++++++

Un automobiliste roule à la vitesse constante de 120km/h sur une route rectiligne où la vitesse est limitée à 90km/h. Un motard de la gendarmerie part à sa poursuite. Il démarre au moment précis où l'automobile passe devant lui le motard est animent d'un mouvement uniformément varié telle qu'il atteint la vitesse de 100km/h en 10s.
1) Calculer la durée de la poursuite
2) Déterminer la distance parcourue par le motard lors de la poursuite
3) Calculer la vitesse du motard lorsqu'il rattrape l'automobile
Rép: 1) 24s 2) 800m 3) 240km/h

++++++++++++++++++++Exo54:++++++++++++++++++++++

Deux navires se trouvent sur le même méridien, A étant au nord de B à une distance d_0=2,8km. A se dirige vers l'Est à la vitesse V_A=3km/h et B vers le nord à la vitesse V_B=4km/h. La courbe de la surface terrestre est négligée et des vitesses sont constantes.

1) Déterminer la distance minimale entre A et B.

2) Quelle direction B doit-il prendre pour rattraper A avec un mouvement rectiligne uniforme ? Déterminer la durée de la poursuite.

Rép : 1) d_{mn} = 1,68km ; 2) t=1h 3mn

++++++++++++++++++++Exo55:++++++++++++++++++++++

Un coureur X arrive avec un mouvement uniforme $V = 7{,}5\, m/s$. A 10m devant lui, le coureur Y s'élance d'un mouvement uniformément accéléré $a_2 = 2\, m/s^2$.

1) Quel temps s'écoule entre le mouvement où Y démarre et le passage du témoin.

2) Pendant cette durée quelles sont les distances parcourues par X et Y.

3)) Tous les coureurs ont une accélération de $2\, m/s^2$ jusqu'à atteindre une vitesse de $V = 7{,}5\, m/s$ qu'il conserve jusqu'au passage du témoin. Les passages du témoin se font tous les 400m. Quelle est la durée de la course ?

Rép : 1) $20\, S$; 2) $400\, m; 150\, m$; 3) $55{,}2\, S$

++++++++++++++++++++Exo56:++++++++++++++++++++++

Deux automobiles se suivent à 28 m l'un de l'autre à la vitesse constante de $86{,}4\ km/h$. La première voiture freine avec une décélération de $7{,}7\ m/S^2$ la seconde, manquant d'adhérence, avec une décélération de $4{,}2\ m/S^2$. On suppose que les deux conducteurs commencent à freiner simultanément.

1) Montrer que les véhicules se heurtent

2) Déterminer leurs vitesses relatives au moment du choc

3) Quel aurait dû être, la décélération minimale du seconde véhicule pour éviter le choc ?

Rép : 1) analyse 2) $v_1 = -6{,}8\ m/S$; $v_2 = 7{,}2\ m/S$; 3) $a_{mm} = -7{,}7\ m/S^2$

++++++++++++++++++++Exo57:++++++++++++++++++++++

Deux trains miniatures T_1 et T_2 parcourent dans le même sens des trajectoires circulaires concentriques, de rayon R_1=0,50m et R_2=0,70m, avec des vitesses angulaires ω_1=0,30rad/s et ω_2.

Calculer ; sachant que les avants des deux tains et le centre des deux cercles sont alignés uniquement toutes les 50s, en étant du même côté par rapport au centre.

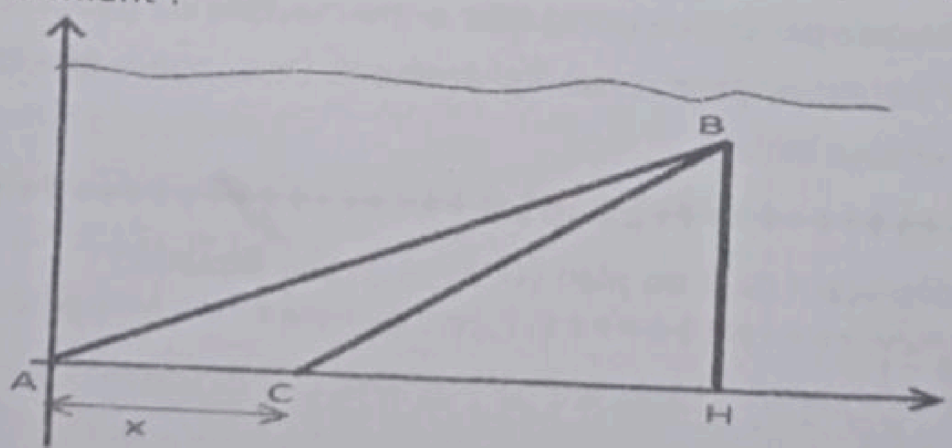
Rép : $0{,}43 rad/s$ ou $0{,}17 rad/s$.

++++++++++++++++++++++Exo58 :+++++++++++++++++++++++

Un secouriste A arête sur la plage aperçoit un enfant B entraine de se noyer dans un lac. Le secouriste A veut porter secoure à l'enfant le plus rapidement possible. Pour y parvenir, deux possibilités s'offrent à lui :

1^{ere} Possibilité : se jeter immédiatement à l'eau (trajet AB)

2^{eme} Possibilité : se rapprocher de l'enfant en courant sur la berge avant de se lancer à l'eau (trajet ACB). La personé A nage avec la vitesse $V_1 = 3{,}6\,km/h$ et peut se déplacer ent courant sur le bord de l'eau à la vitesse de l'eau $V_2 = 18\,km/h$. On donne : $AH = 16m$; $HB = 12m$ et $AC = x$. Parmi ces deux possibilité la quelle permet de s'over le plus rapidement possible l'enfant ?

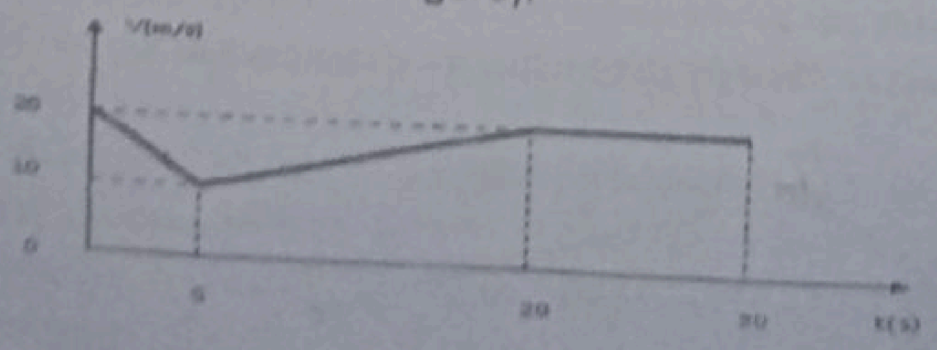


NB : On déterminera la distance minimale x qu'il doit parcourir sur le bord de l'eau avant de se jeter à l'eau. Cette distance x doit correspondre au trajet le plus court (de durée minimale).

Rép : $x = 13{,}6m$

++++++++++++++++++++++Exo59:+++++++++++++++++++++++

Le diagramme de vitesse d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne est donné ci-dessous (voir figure).



1-) Déduire la nature du mouvement sur les différents intervalles de temps.

2-) Calculer la distance totale parcourue par le mobile.

Réponse numérique: x=500m.

++++++++++++++++++++Exo60:++++++++++++++++++++++

On enregistre une partie du mouvement d'une bille sur un plan incliné, le mouvement se fait suivant la ligne de plus grande pente. On prend comme origine des abscisses la première position enregistrée de la bille et comme date t=0, la date correspondante. On obtient les résultats suivants :

$t(s)$	0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
$x(m)$	0	0,17	0,40	0,69	1,04	1,45

1)) Montrer que le mouvement est rectiligne uniformément varié. Quelle est la valeur de l'accélération ?

2)) Trouver la vitesse de la bille au moment du premier enregistrement.

3)) Trouver la distance parcourue par la bille entre l'instant du début du mouvement et l'instant du premier enregistrement. On suppose que la bille est lancée sans vitesse initiale.

++++++++++++++++++++Exo61:++++++++++++++++++++++

Un point M se déplaçant dans un plan $(O; x; y)$ a pour équation :

$$\begin{cases} x = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \\ y = 2\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$

1)) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire et donnée sa nature

2)) Exprimer l'expression du vecteur vitesse et celle du vecteur accélération

++++++++++++++++++++Exo62:++++++++++++++++++++++

Pour aller de la ville A à la ville B, on doit grimper un col dont le sommet S est situé à X km de A et Y km de B.

Pour aller de A vers B, un coureur cycliste met 1h 30mn ; pour aller de B vers A, il met 1h 50mn. Sachant que sa vitesse moyenne en montée est de 1km/h et celle de la descente est de 45km/h. Déterminer les distances X et Y.

++++++++++++++++++++Exo63:++++++++++++++++++++++

Un nageur traverse une rivière de largeur 50m. La vitesse du courant à pour valeur 1m/s. La vitesse du nageur par rapport à l'eau à pour valeur 2,5m/s et le vecteur vitesse correspondant est perpendiculaire au berges de la rivière.

1) Quelle est la vitesse absolue du nageur
2) Quelle est la distance doit-il a dérivée
3) Quelle est la distance réellement parcourue ?
4) Combien de temps faut-il au nageur pour traverser la rivière ?
5) Quelle devrait être la direction du vecteur vitesse du nageur par rapport au courant pour qu'il traverse la rivière sans dériver ?

Rép : 1) 2,7m/s ; 2) 20m ; 3) 53,8m ; 4) 40s ; 5) 23,6°

++++++++++++++++++++Exo64:++++++++++++++++++++++

Deux cyclistes A et B se déplacent dans le même sens sur une piste circulaire. Leurs fréquences de rotation sont constante et valent respectivement $1{,}25\ trs/mn$ et $1\ trs/mn$. A la date t=0, leurs positions sont diamétralement opposes.

Déterminer les dates pour les quelles A dépassera B.

Rép: $t_1 = 2\ mn\ ; t_2 = t_1 + 4$

++++++++++++++++++++Exo65:++++++++++++++++++++++

Un mobile est animé d'un mouvement de translation rectiligne dans un repère $(O,\vec{\imath})$. Le mouvement comporte deux phases dont la première dure 30s. Un chronométreur a relevé la vitesse en fonction du temps après conversion, on obtient le tableau suivant :

$t(s)$	0	10	20	30	40	50	100	150
$v(m/s)$	0	4	8	12	11	10	5	0

1) Traçer le graphique $v = f(t)$
2) Etablir l'équation horaire du mouvement pour chaque phase. Préciser la nature du mouvement pendant chaque phase. La position du mobile est repérée en chaque instant par son abscisse compté à partir de l'origine du repère.
2) a) Calculer la longueur du trajet parcourue par le mobile pendant toute la durée du mouvement.
b) Montrer que cette distance est repérée par l'air de la figure donné par le graphique.

3) Quelle est la distance parcourue par le mobile à la date $t = 60s$? Quelle est alors sa vitesse

Rép :
$x_1 = 0{,}2t^2 ; x_2 = -0{,}05t^2 + 15t - 225;$ 3) $a)\ x_T = 900m\ ; b)$ $\mathcal{A} = 900m^2\ ; 4)\ x = 495m; v = 9\,m/s$

++++++++++++++++++++Exo66:+++++++++++++++++++++++

Une automobile A roule sur une route en ligne droite à 16m/s, alors qu'une automobile B roule dans la direction opposée à 8m/s. Lorsqu'elles sont à 48m de distance, les deux automobilistes freinent. L'automobile A ralentit à 2,4m/s/s alors que l'automobile B ralentit à 4m/s/s

a) Vont-elles entrer en collisions ? si oui, où et quand?

b) Existe-il une valeur de l'accélération de l'automobile B qui ferait en sorte que les deux automobiles s'arrêterons précisément au moment où elles atteindront le même point?

Rép : $a))$ *Oui* ; $t = 3{,}33\ S$ $b))$ *Analyse*

++++++++++++++++++++Exo67:+++++++++++++++++++++++

Un piéton part de la ville A se dirigeant vers la ville B ; la distance qui s'épart ces villes est 13200m. En même temps une voiture part de B allant vers A. Le croisement a lieu au bout de 44 minutes et la voiture arrive en A 105 minutes avant le moment où le piéton arrive en B. On demande les vitesses (en mètre-munîtes) du piéton et de la voiture.

Rép : piéton : 80m à la minutes ; bateau : 220m à la minutes

++++++++++++++++++++Exo68:+++++++++++++++++++++++

Un bateau descend une rivière sur un parcours de 28,5Km, puis la remonte sur un parcours de 22,5Km ; le voyage dure 8h. Quelle est la vitesse propre de ce bateau (c'est-à-dire la vitesse qu'il aurait en eau dormante), sachant que la vitesse du courant de la rivière est de 2,5km/h ?

Rép : 7km/h ;

++++++++++++++++++++Exo69:+++++++++++++++++++++++

Deux véhicules roulant sur une route rectiligne à la vitesse de $25\ m/S$. La distance séparant les deux véhicules est de 10 m. Un obstacle apparait sur la route à 150 m. Le conducteur freine et sa vitesse passe de $25\ m/S$ à $10\ m/S$ en 3 S.

1) A quelle distance de l'obstacle s'arrête-t-il si l'accélération est constante ?

2) Le second conducteur met une seconde pour réagir. IL freine avec une décélération en valeur absolue de $0{,}8\ m/S^2$. Avec quelle vitesse le second mobile heurte-t-il le premier à l'arrêt ?

Rép : 1) $x = 25\ m$; 2) $v = 23{,}4\ m/S$

++++++++++++++++++++Exo70:+++++++++++++++++++++++

1) Une rame de métro, partant de repos, parcourt $160\ m$ en $20\ S$. Calculer l'accélération a_1, supposée constante du mouvement.

2) Partant d'une station A, avec une accélération a_1, au bout d'un temps t_1, le conducteur coupe le courant compte tenu des actions de résistance, le mouvement à une décélération constante a_2. La rame de métro arrive à la station suivante B avec une vitesse nulle. La distance AB est égale à $500\ m$. Soient ℓ_1 *et* ℓ_2 les distances parcoures au cour de chaque phase du mouvement. Etablir une relation entre : ℓ_1; ℓ_2 ; a_1 *et* a_2.

3) Calculer la vitesse maximale de la rame et la durée du trajet AB.

Rép : 3) $v_1 = 12{,}65\ m/S$; $t = 79\ S$

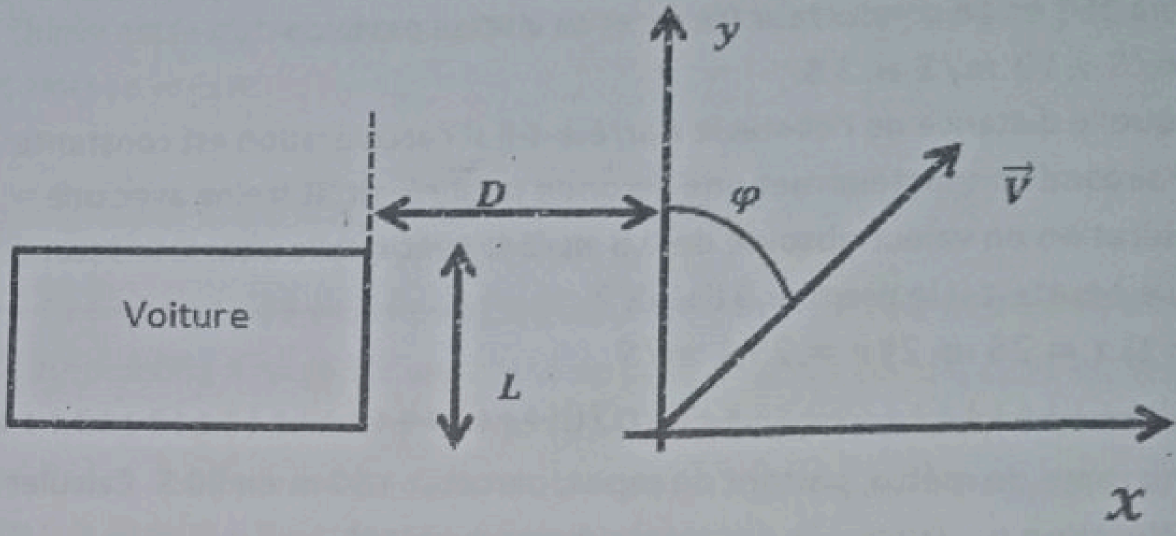
++++++++++++++++++++Exo71:+++++++++++++++++++++++

Soit une voiture de largeur L, en mouvement le long d'un trottoir rectiligne(XX'). Un piéton décide de traverser la route au moment où la voiture se trouve à une distance D. Le mouvement du piéton est rectiligne, uniforme, de vitesse v, inclinée d'un angle φ par rapport à l'axe(Oy).

1) La voiture se déplace à $\vec{v} = \vec{V}_{ex}$, constante. Dans le cas ou $\varphi = 0°$ (il marche perpendiculairement au trottoir), quelle doit être la vitesse v_0 du piéton pour que la collision soit évitée ?

2) Dans le cas d'un angle φ quelconque, exprimer la vitesse v_1 du piéton, les équations horaires de son mouvement, et en déduire la condition sur$(L, D, v_1, V$ *et* φ *pour que la collision soit évitée*$)$.

3) En déduire la vitesse minimale v_{min} à la quelle peut marcher le piéton, avec l'angle φ_{min} correspondant. Exprimer v_{min} en fonction de$(L, D$ *et* $V)$.



++++++++++++++++++++++Exo72:++++++++++++++++++++++++++

Pour aller au secours d'un nageur en détresse, un maitre-nageur part du poste de secours situé au point A pour aller jusqu'au nageur situé en B. sachant que le sauveteur court à V_1=2m/s sur la plage et nage à V_2=1m/s dans l'eau, en quel point M doit – il entrer dans l'eau pour atteindre au plus vite le nageur ?

On situera ce point à l'aide d'une relation entre V_1 ; V_2 ; i_1 et i_2.

Quelle relation bien connue retrouve-t-on ?

Rep: $\frac{X-X_A}{V_1 AM}+\frac{X-X_B}{V_2 AM}=0 \Rightarrow \frac{1}{V_1}\sin\hat{\imath}_1=\frac{1}{V_2}\sin\hat{\imath}_2$

BRAVO PHYSIQUE !!!

DYNAMIQUE

a/ **Définition** : La dynamique est une branche de la mécanique qui s'occupe de l'étude du mouvement d'un corps en tenant compte des causes qui les produisent (ces causes sont des forces).

b/ **Référentiel Galiléen** :

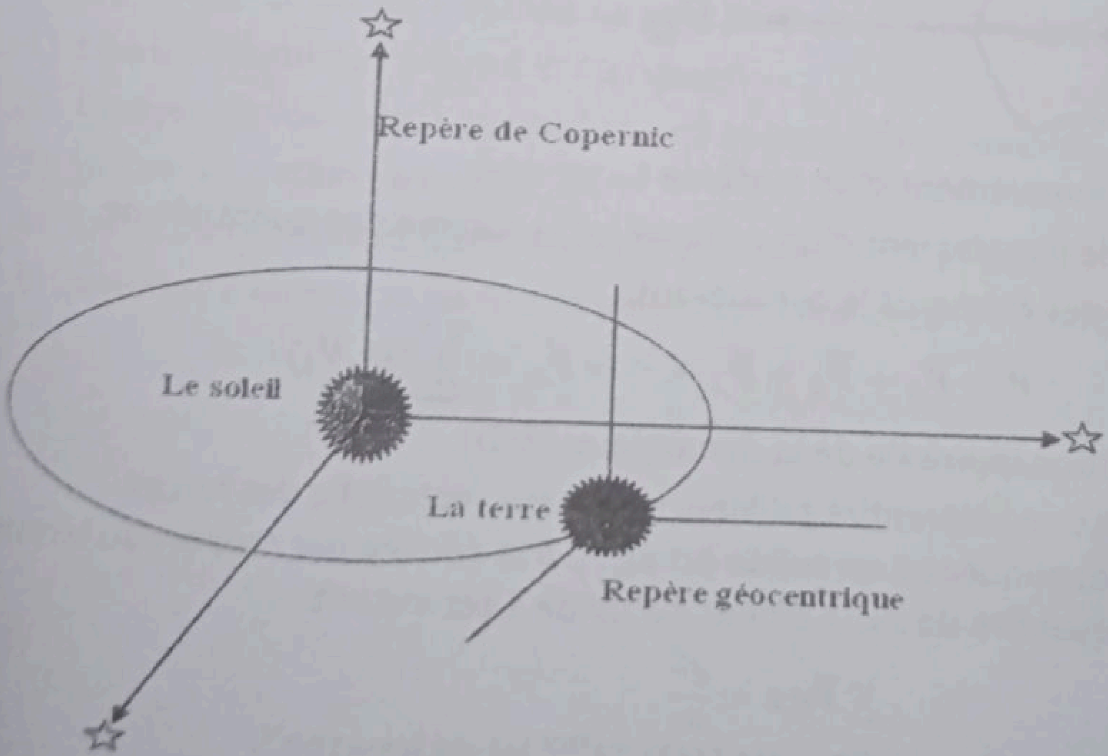
On appelle référentiel galiléen, un référentiel dans lequel le principe d'inertie s'applique en toute rigueur.

Exemple de type de référentiel galiléen

1/ Référentiel terrestre ou laboratoire : Pour l'étude d'expérience réalisées sur la terre.

2/ Référentiel Géocentrique : Pour l'étude des satellites de la terre. Son origine est le centre d'inertie de la terre, ses axes sont dirigés vers trois étoiles fixes. Ces axes sont parallèles à ceux du référentiel de Copernic.

3/ Référentiel de Copernic ou Héliocentrique : pour l'étude des mouvements des planètes. Son origine est le centre d'inertie du soleil, ses axes sont dirigés vers les trois étoiles fixes.



C/ Mouvement du centre d'inertie :

Le centre d'inertie d'un système est le barycentre des points du système affecté de leurs masses respectives. Il est donné par la relation barycentrique soit (S) un solide de masse (M) constitué des points matériels $A_1, A_2, \ldots, A_i$ de masse respective $m_1, m_2, \ldots, m_i$.

DYNAMIQUE

a/ **Définition** : La dynamique est une branche de la mécanique qui s'occupe de l'étude du mouvement d'un corps en tenant compte des causes qui les produisent (ces causes sont des forces).

b/ **Référentiel Galiléen** :

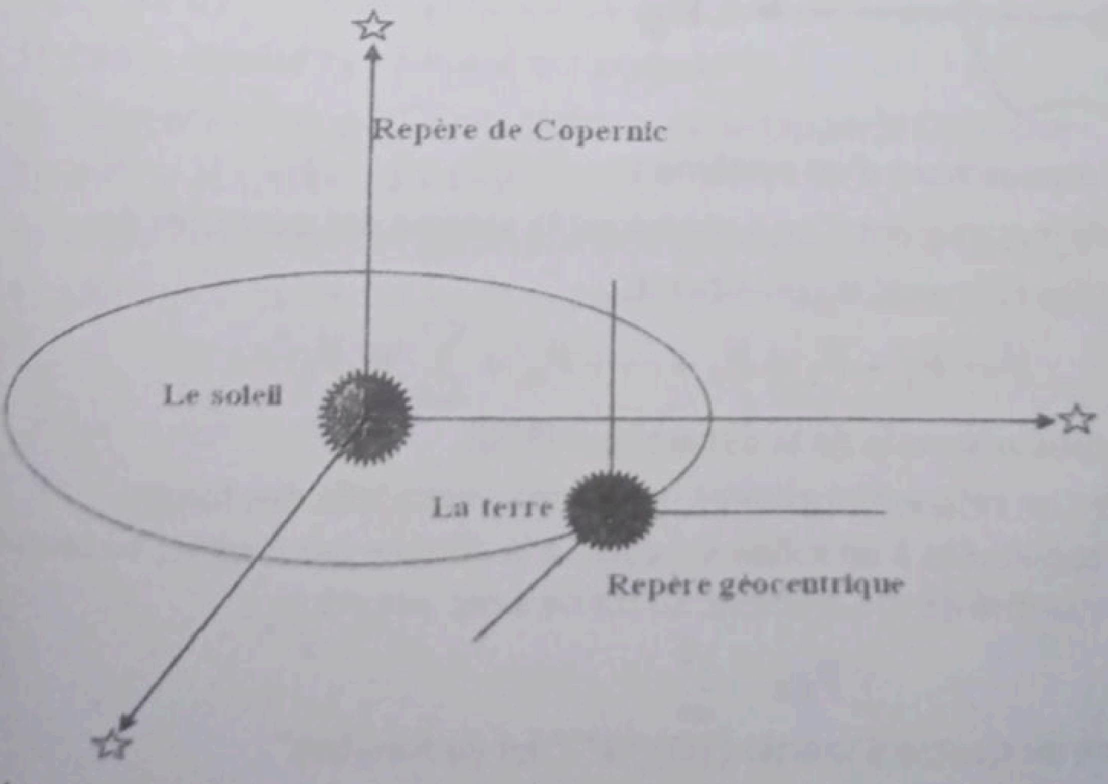
On appelle référentiel galiléen, un référentiel dans lequel le principe d'inertie s'applique en toute rigueur.

Exemple de type de référentiel galiléen

1/ Référentiel terrestre ou laboratoire : Pour l'étude d'expérience réalisées sur la terre.

2/ Référentiel Géocentrique : Pour l'étude des satellites de la terre. Son origine est le centre d'inertie de la terre, ses axes sont dirigés vers trois étoiles fixes. Ces axes sont parallèles à ceux du référentiel de Copernic.

3/ Référentiel de Copernic ou Héliocentrique : pour l'étude des mouvements des planètes. Son origine est le centre d'inertie du soleil, ses axes sont dirigés vers les trois étoiles fixes.



C/ Mouvement du centre d'inertie :

Le centre d'inertie d'un système est le barycentre des points du système affecté de leurs masses respectives. Il est donné par la relation barycentrique soit (S) un solide de masse (M) constitué des points matériels $A_1, A_2, \ldots, A_i$ de masse respective $m_1, m_2, \ldots, m_i$.

Si G est le centre d'inertie du solide, la relation barycentrique donne :

$$m_1\overrightarrow{GA_1} + m_2\overrightarrow{GA_2} + \cdots + m_i\overrightarrow{GA_i} = 0$$

Soit 0 un point quelconque de l'espace :

$$\overrightarrow{GA_i} = \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA_i} \sim$$

$$\overrightarrow{GO}(m_1 + m_2 + \cdots + m_i) + m_1 OA_1 + \cdots + m_i\overrightarrow{OA_i} = \vec{0}$$

$\rightarrow \sum m_i\overrightarrow{OG} = \sum m_i\overrightarrow{OA_i}$ $\quad M\overrightarrow{OG} = \sum m_i\overrightarrow{OA_i}$

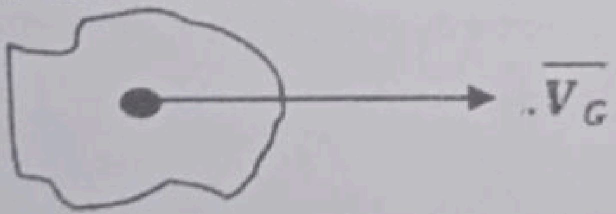
d/ Etudes des principes de la Dynamique

1/ Quantité de mouvement d'un point matériel :

Soit un point matériel (A) de masse (m) animé d'une vitesse V. Dans un référentiel galiléen, le vecteur quantité de mouvement d'un point noté (P) est égal au produit de sa masse par son vecteur vitesse V de son centre d'inertie.

$\vec{P} = m.\overrightarrow{V_G}$ $\quad P = m.V_G$

Où : P est exprimée en Kg.m/s : m en Kg et V_G en m/s.



Quantité de mouvement d'un système :

La quantité de mouvement d'un système est la somme des quantités de mouvement des éléments le constituant.

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \cdots + \vec{P}_n = \sum(m_i\vec{V}_i)$$

2/ Relation fondamentale de la dynamique (RFD)

Enoncé : Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un solide est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement du solide à cet instant.

$$\sum\vec{F}ex = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

3/ Théorème du Centre d'inertie (TCI) "2ème loi de Newton".

Enoncé : Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un solide est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie.

$$\sum\vec{F}ex = m\overrightarrow{a_G}$$

4/ Principe d'inertie "1ère loi de Newton".

Enoncé : Dans un référentiel galiléen, le mouvement du centre d'inertie d'un solide isolé ou pseudo-isolé est un mouvement rectiligne uniforme.

$$\sum \vec{F}ex = \vec{0}$$

5/ Théorème de l'énergie cinétique :

Enoncé : Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un solide entre deux instants t_1 et t_2 est égale à la somme des formes extérieures s'exerçant sur le solide pendant la durée de la variation. $\Delta E_C = \sum W\vec{F}ex$

6/ Principe d'action et de réaction ou principe des actions réciproques "3ème loi de Newton".

Enoncé : Lorqu'un système (A) exerce une force $\overrightarrow{F_{A/B}}$ sur un système (B), simultanément (B) exerce sur (A) une force $\overrightarrow{F_{B/A}}$ de telle sorte que :

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}}.$$

Les deux forces ont même droite d'action (même support), des sens opposés et des valeurs égales.

Méthode de résolution générale de problème de la dynamique :

1) Lire la totalité de l'énoncé et l'analyser
2) Essayer de voir quelle partie du cours se rapporte l'exercice.
3) Définir le système à étudier
4) Choix du référentiel (généralement galiléen dans notre cas).
5) Inventaire de toutes les forces extérieures appliquées au système.

Les applications de base de la dynamique

Plan incliné

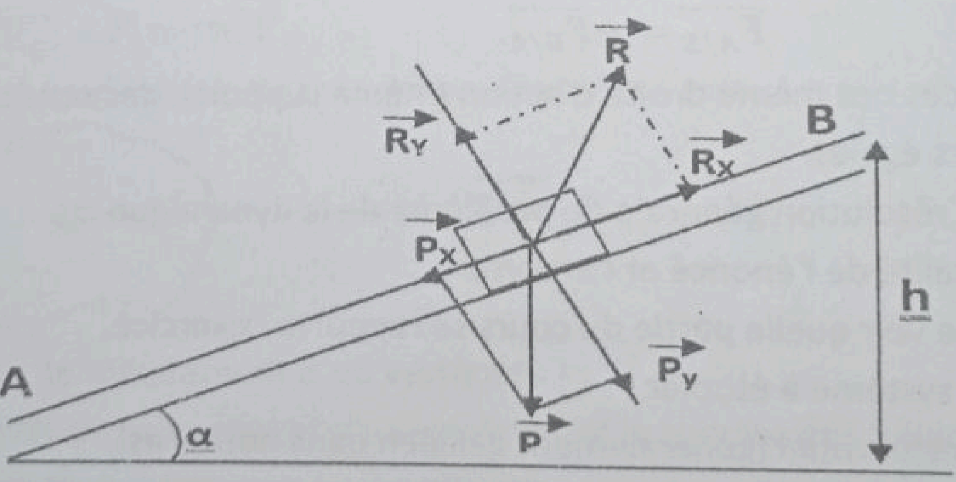
Lorsqu'un solide se déplace sur un plan incliné deux cas sont à envisager : le mouvement peut s'effectuer sans frottement ou avec frottement.

1er Cas : Contact avec frottement.

Phase descendante :

Soit un solide (m) abandonné sans vitesse initiale, glisse sur un plan incliné. **Etudions son mouvement.**

Résolution



Système : Solide de masse (m)

Référentiel : Terrestre (supposé galiléen)

Bilan des forces : Le poids (P)

La réaction (R)

1. Déterminons l'accélération :

D'après le T.C.I on a : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a_G}$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a_G}$$

(Oy) $\vec{R}_Y + \vec{P}_Y = 0$ (2)

(Ox) $\vec{R}_X + \vec{P}_X = m\vec{a}_G$ (1)

$-R_X + P_X = ma_G \Rightarrow$

$$\boxed{a_G = gsina - \frac{f}{m}}$$

a_G = cste donc le MRUV

2. Calcul de la distance parcourue :

D'après le TEC on a : $\Delta E_C = \sum W\vec{F}ex \Rightarrow E_C - E_{C0} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$

$$\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = mglsin\alpha - f.l \Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 = m.l\left(gsin\alpha - \frac{f}{m}\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{l = \frac{V^2}{2(gsin\alpha - \frac{f}{m})}}$$

3. **Calcul de la durée du parcours :**

$V = a.t + V_0$ or $V_0 = 0$ donc $V = a.t$ d'où $\boxed{t = \frac{V}{a}}$ en (s)

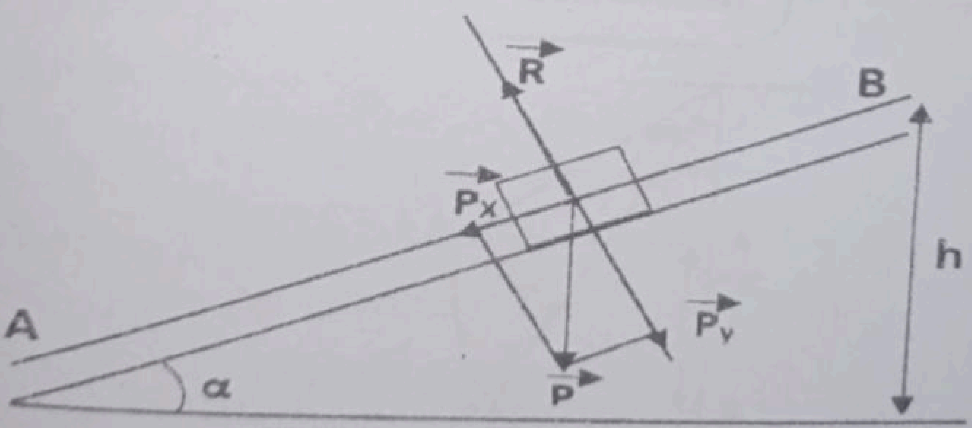
4. **Calcul de la norme de la réaction :**

$$\|R\| = \sqrt{{R_X}^2 + R_Y^2}$$

Pour déterminer R_X et R_Y on utilise le système :

$$\begin{cases} \vec{R}_X + \vec{P}_X = ma_G \ (1) \\ \vec{R}_Y + \vec{P}_Y = 0 \ (2) \end{cases} \quad \begin{cases} -R_X + P_X = ma_G \ (1) \\ R_Y - P_Y = 0 \ (2) \end{cases} \quad \begin{cases} R_X = m(gsin\alpha - \\ R_Y = mgcos\alpha \end{cases}$$

2ème cas : contact sans frottement



Système : Solide de masse (m)

Référentiel : Terrestre (supposé galiléen)

Bilan des forces : Le poids (P)

La réaction (R)

1/ Déterminons l'accélération :

D'après le T.C.I on a : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a_G}$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a_G}$$

Projection suivant les axes :

$$\begin{cases} Ox : \vec{P}_X = m\vec{a}_G \ (1) \\ Oy : \vec{R} + \vec{P}_Y = 0 \ (2) \end{cases} \Rightarrow P_X = ma_G \Rightarrow a_G = g\sin\alpha$$

a_G = cste alors le MRUA ;

2/ Calcul de la vitesse :

$\Delta E_C = \sum W\vec{F}ex \Rightarrow E_C - E_{C0} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$

$V_0 = 0 \;\; et \; E_{C0} = 0$

$E_C = W_{\vec{P}} \Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 = Ph = mglsina$; $\boxed{V = \sqrt{2glsina}}$

3/ Calcul de la durée : $\boxed{t = \frac{v}{a} \;\; en\,(s)}$

a= cste ; v=a.t ;

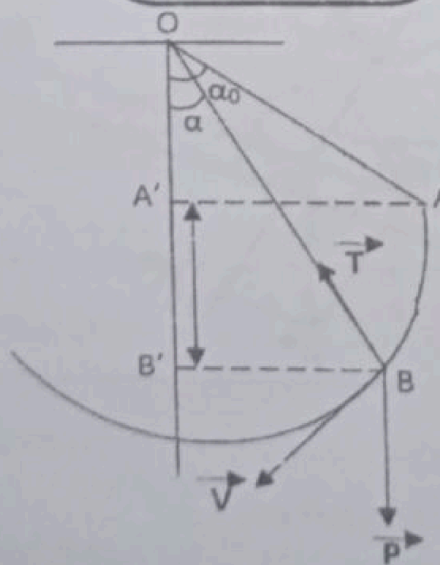
4/Calcul de la réaction :

Or : $\vec{R} + \vec{P}_Y = \vec{0} \Rightarrow R - P_y = 0 \Rightarrow R = P_Y \Rightarrow$ $\boxed{R = mgcosa}$

Pendule oscillant

Il constitue un pendule simple de longueur (l) et une bille de masse (m), suspendue à un support fixe par un fil inextensible très long par rapport à son rayon.

Résolution



Système : Pendule de masse (m)

Référentiel : Terrestre (supposé galiléen)

Bilan des forces :

Le poids (P)

La tension (T).

1/ Expression de la vitesse :

D'après le TEC :

$\Delta E_C = \sum W\vec{F}ex \Rightarrow E_C - E_{C0} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{T}}$

$$\vec{T} \perp \vec{V} \Rightarrow W_{\vec{T}} = 0 \text{ et } V_0 = 0 \Rightarrow E_C = 0 \Rightarrow W_{\vec{P}} = E_C$$

$$\frac{1}{2}mV^2 = Ph = mgh \Rightarrow V^2 = 2gh \Rightarrow V = \sqrt{2gh}$$

$$V^2 = 2gh \Rightarrow V = \sqrt{2gh}\ ;\ \text{or } h = OB' - OA'$$

$h = l(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$

$$\boxed{V = \sqrt{2gl((\cos\alpha - \cos\alpha_0))}}$$

NB : au passage à la verticale : α = 0° $\boxed{V = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_0)}}$

2/ Expression de la tension du fil :

D'après le TCI on a : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{T} + \vec{P} = m(\overrightarrow{a_n} + \overrightarrow{a_t})$

$\vec{T} + \overrightarrow{P_Y} = m\vec{a}\ (1)\ ;\ \overrightarrow{P_X} = m\vec{a}(2)$

$$\Rightarrow T - P_Y = ma_n$$

$T = ma_n + P_Y \sim T = m\frac{V^2}{l} + mg\cos a \Rightarrow$

$T = \frac{m}{l}[2gl((\cos\alpha - \cos\alpha_0))] + mg\cos a$ $\boxed{T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)}$

NB : A la verticale : $\alpha = 0°$

$$\boxed{T = mg(3 - 2\cos\alpha_0)}$$

3/ Expression de la vitesse angulaire :

$V = R\omega \text{ or } (R = l) \Rightarrow v = l\omega$ $\boxed{\omega = \frac{V}{l}}$

4/ Expression des composantes de l'accélération :

Accélération normale :

$a_n = \frac{V^2}{l} \Rightarrow a_n = \frac{2gl(\cos a - \cos a_0)}{l}$ $\boxed{a_n = 2g(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$

Accélération tangentielle :

$P_x = ma_t \Rightarrow mg\sin\alpha = ma_t$

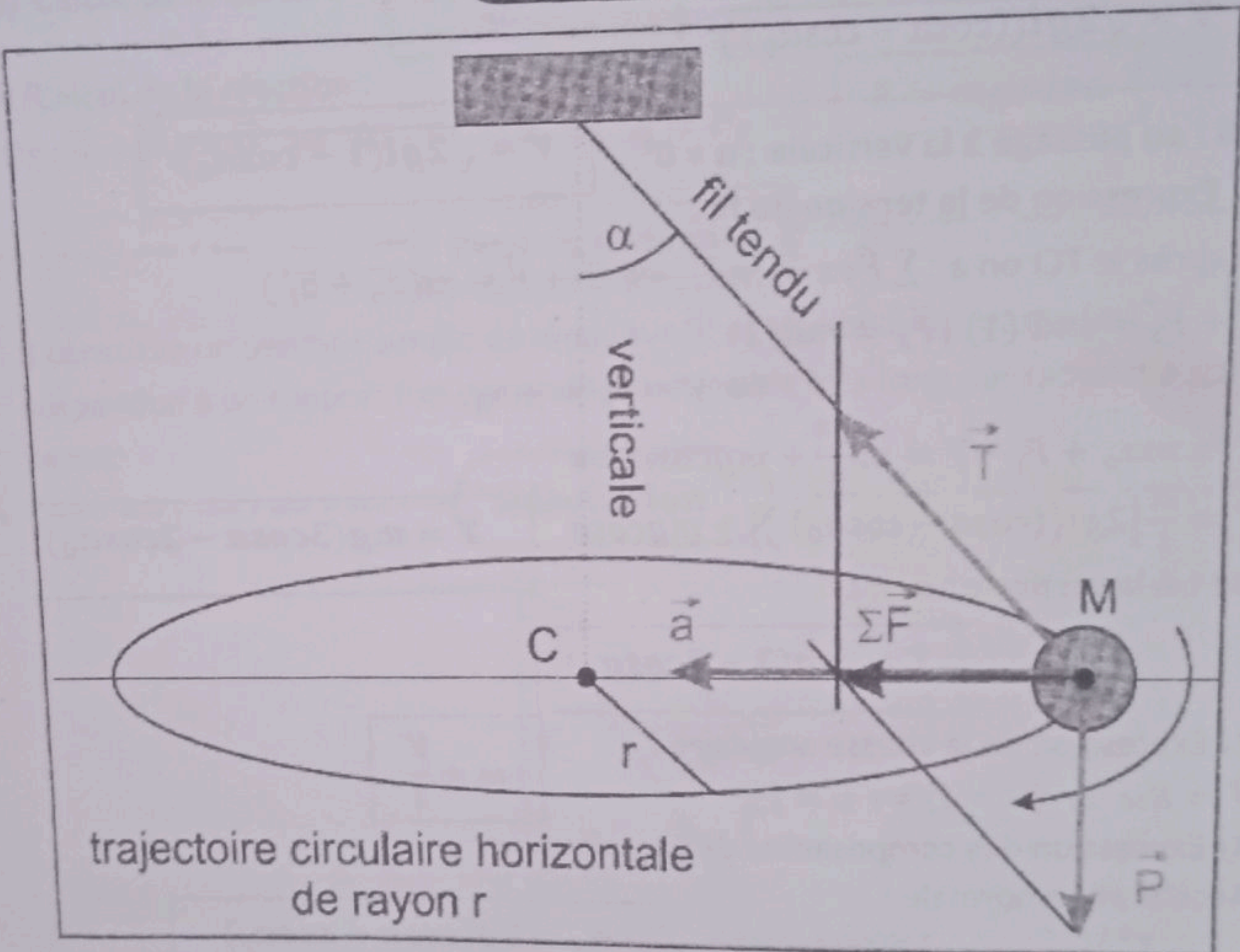
$$P_x = ma_t \Rightarrow mg\sin\alpha = ma_t \Rightarrow \boxed{a_t = g\sin\alpha}$$

Accélération : $\boxed{\|a\| = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}}$

Pendule conique

C'est une petite sphère suspendue par un fil inextensible de masse négligeable à une tige verticale qu'un moteur peut faire tourner autour de son axe.

Résolution



1/ Déterminons l'angle d'inclinaison :

Dans le triangle des forces : $tg\alpha = \frac{Fm}{P}$

Or : $F_m = ma_n = mR\omega^2$; $P = mg$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{mR\omega^2}{mg} \Longrightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{R\omega^2}{g}$

Or : $R = l\sin\alpha \quad \Longrightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{l\sin\alpha.\omega^2}{g} \quad \Longrightarrow \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{l\omega^2}{g} \Longrightarrow \boxed{\cos\alpha = \frac{g}{l\omega^2}}$

Cette relation permet de calculer l'angle (α).

2/ Déterminons la vitesse angulaire minimale (ω_0)

Pour que le fil s'écarte de la verticale et décrit un cercle horizontal, il faut que :

$\cos\alpha \leq 1 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{g}{l\omega^2} \leq 1 \Rightarrow l\omega^2 \geq g\ ;\ \omega^2 \geq \frac{g}{l} \Rightarrow$ $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}}$

Donc la vitesse angulaire minimale vaut :

4/ **Déterminons la tension du fil**

Dans le triangle des forces :

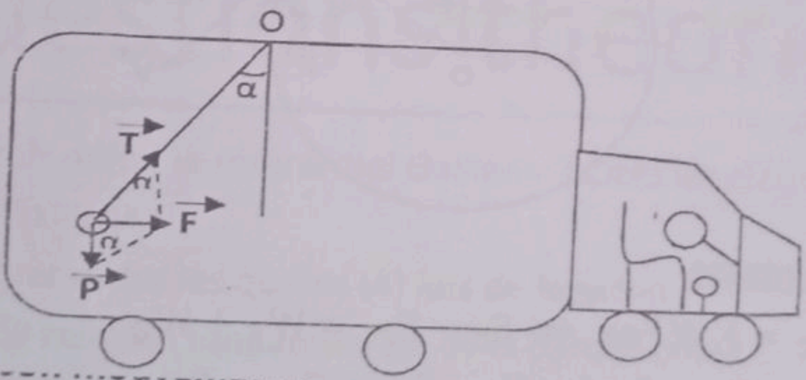
$\cos a = \frac{P}{T} \Rightarrow T = \frac{P}{\cos a} = \frac{mg}{\cos a}$

Comme : $\cos a = \frac{g}{l\omega^2}$ alors : $T = \frac{mg}{\frac{g}{l\omega^2}} \Rightarrow$ $\boxed{T = ml\omega^2}$

Pendule dans un véhicule

Une bille de masse (m) est suspendue au plafond d'un véhicule par un fil inextensible de masse négligeable animé d'un MRUA.

Résolution



Etudions ....

Système : Solide de masse (m)

Référentiel : terrestre (supposé galiléen)

Bilan des forces : Le poids (P)

La tension (T)

1/ **Déterminons l'angle (a)** : $\sum \vec{F}ex = m\overrightarrow{a_G}$

$\vec{F} + \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F = ma \Rightarrow$

$$tg\alpha = \frac{F}{P} \Rightarrow tg\alpha = \frac{ma}{mg} \Rightarrow \boxed{tg\alpha = \frac{a}{g}}$$

2/ **Déterminons la tension du fil :**

Dans le triangle des forces : $\vec{T} = \vec{P} + \vec{F}$

D'après la propriété de Pythagore

$T^2 = P^2 + F^2 \Rightarrow T = \sqrt{(mg)^2 + (ma)^2} \Rightarrow$ $\boxed{T = m\sqrt{g^2 + a^2}}$

Solide glissant sur une sphère

Soit un solide de masse (m) placé au sommet d'une sphère de rayon (r). On déplace légèrement le solide pour qu'il quitte la position A à une vitesse nulle et glisse sans frottement.

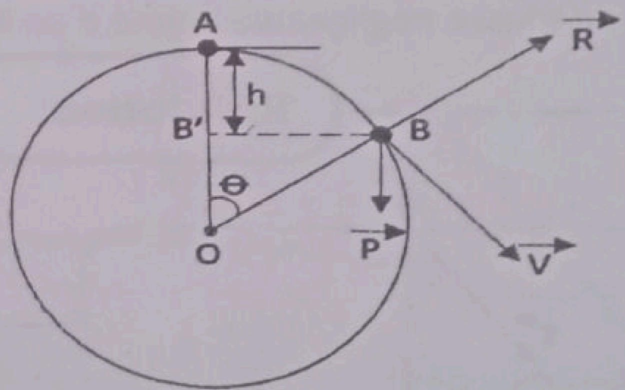
Résolution

Etudions son mouvement :

Système : solide de masse (m)

Référentiel : terrestre (supposé galiléen)

Bilan des forces : le poids (P) ; La réaction (R).



1/ Expression de la vitesse

D'après le TEC : $\Delta E_C = \sum W\vec{F}ex \Rightarrow E_C - E_{C0} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$

$$W_{\vec{R}} = 0 \; avec \; V_0 = 0 \Rightarrow E_{C0} = 0$$

$E_C = W_{\vec{P}} \Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 = Ph$;

$V^2 = 2gh \Rightarrow V = \sqrt{2gh}$;

Or : $h = OA - OB' = r - r\cos\theta = r(1 - \cos\theta) \Rightarrow$ $\boxed{V = \sqrt{2gr(1 - \cos\theta)}}$

2/ Expression de la réaction :

D'après le T.C.I : $\sum \vec{F}ex = m\overrightarrow{a_G}$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \Rightarrow m(\vec{a}_n + \vec{a}_t)$$

$\begin{cases} \vec{R} + \vec{R}_Y = m\vec{a}_n \; (1) \\ \vec{P}_X = m\vec{a}_t \; (2) \end{cases} \Rightarrow -R + P_Y = ma_n \Rightarrow R = -m\frac{V^2}{r} + P_Y$

$R = -m\dfrac{2gl(1 - \cos\theta)}{r} + mg\cos\theta \Rightarrow$

$R = -2mg + 2mg\cos\theta + mg\cos\theta \Rightarrow R = 3mg\cos\theta - 2mg \Rightarrow$

$$\boxed{R = mg(3\cos\theta - 2)}$$

3/ Expression de l'angle θ : le solide quitte la sphère si et seulement si :

$R = 0 \Rightarrow mg(3\cos\theta - 2) = 0$

$mg \neq 0$; $3\cos\theta - 2 = 0 \Rightarrow \cos\theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{\theta = 48°}$

4/ Expression de la vitesse quand le solide quitte la sphère :

Or : $V = \sqrt{2gr(1-\cos\theta)}$ pour $\cos\theta = \frac{2}{3} \Rightarrow V = \sqrt{2gr(1-\frac{2}{3})} \Rightarrow \boxed{V = \sqrt{\frac{2}{3}g}}$

5/ Expression des composantes de l'accélération :

Accélération normale : $a_n = \frac{V^2}{r} \Rightarrow a_n = \frac{2gr(1-\cos\theta)}{r} \Rightarrow \boxed{a_n = 2g(1-\cos}$

Accélération tangentielle :

$P_X = ma_t \Rightarrow mg\sin\theta = ma_t \Rightarrow \boxed{a_t = g\sin\theta}$

Questions théoriques

1) Après avoir défini le référentiel Galiléen ? Citez les différents types de référentiel Galiléen ?

2) Enoncer par ordre les quatre (4) lois de Newton ?

3) Enoncer la relation fondamentale de la dynamique ?

4) Enoncer le théorème de l'énergie cinétique et démontrer que ce théorème est une conséquence directe de la relation fondamentale de la dynamique ?

5) Calculer la longueur d'un pendule simple << Battant la seconde >> en un lieu où l'accélération de la pesanteur vaut $g=9,81 m/s^2$?

BRAVO PHYSIQUE !!!

Exercices Résolus

Exercice 1

Un solide de masse $m = 55\ kg$ quitte le sommet O d'une piste enneigée parfaitement plane de longueur $OB = 200\ m$ de de dénivellation $h = 40\ m$. Les forces de frottements exercée par le sol sur le solide sont équivalente à une force parallèle à la trajectoire d'intensité $f = 44\ N$; $g = 10\ m/S^2$.

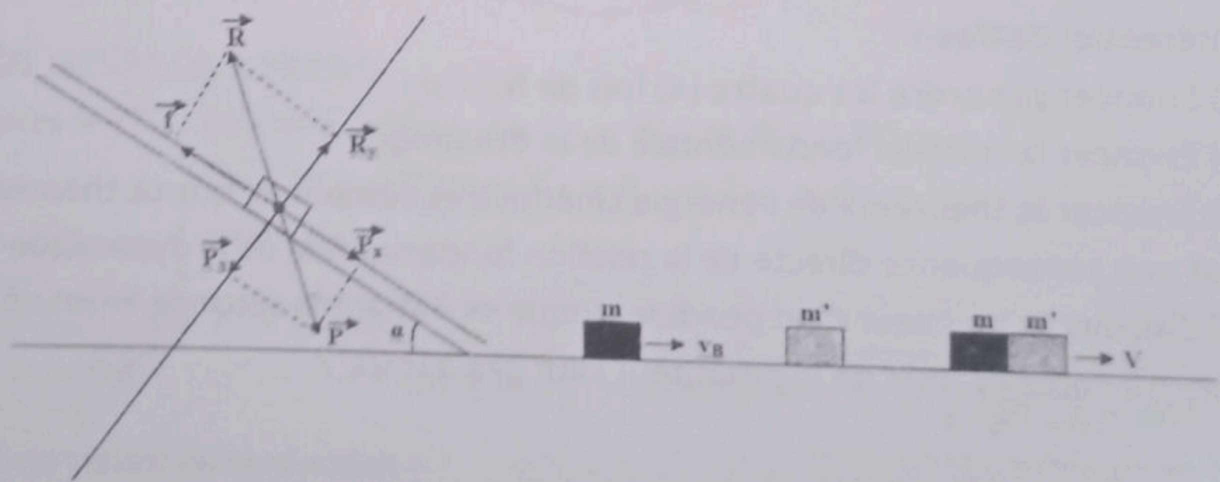
1)) Déterminer l'équation horaire du mouvement

2)) Calculer la durée de la descente ?

3)) Calculer la vitesse en B ?

4)) Au bas de la pente, le solide aborde une piste horizontale sans frottement il s'accroche à un autre solide de masse $m' = 66\ kg$. Quelle est la vitesse de l'ensemble des deux solides après le choc ? L'énergie est-elle constante ?

Résolution



- Système étudié : Solide de masse (m)
- Référentiel : Terrestre (Supposé galiléen)
- Bilan des forces : Le poids $(\vec{P})$; La réaction $(\vec{R})$

1) Déterminons l'équation horaire :

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection suivant (OX) : $P_x - f = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha - \frac{f}{m}$

Donc : l'accélération est constante

Alors : $\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\left(g\sin\alpha - \frac{f}{m}\right)t^2 \\ v = at \\ v^2 = 2ax \end{cases} \Rightarrow x = 0{,}6t^2$;

2) Calcul de la durée de la descente :

$x = 0{,}6t^2 \Rightarrow \boxed{t = \sqrt{\frac{x}{0{,}6}}}$;

AN : $\boxed{t = 18{,}3\ S}$.

3) Calcul de la vitesse en B :

$v = at$

AN : $v \approx 22\ m/S$;

4) Calcul de la vitesse l'ensemble :

D'après la conservation de la quantité du mouvement

$P_{av} = P_{ap} \Leftrightarrow mv_B = (m + m')V \Rightarrow V = \frac{mv_B}{m+m'}$

AN : $V = 10\ m/S$

- Vérification de l'énergie cinétique :

▶ Avant l'accrochage : $E_M = E_c + E_P = E_C = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}(55)(22)^2 = 13310\,J$

▶ Après l'accrochage : $E_M = E_c + E_P = E_C = \frac{1}{2}(m + m')V^2 = \frac{1}{2}(121)(10)^2 = 6050\,J$

Donc : $13310\,J \neq 6050\,J$; Alors l'énergie n'est pas constante.

Exercice 2

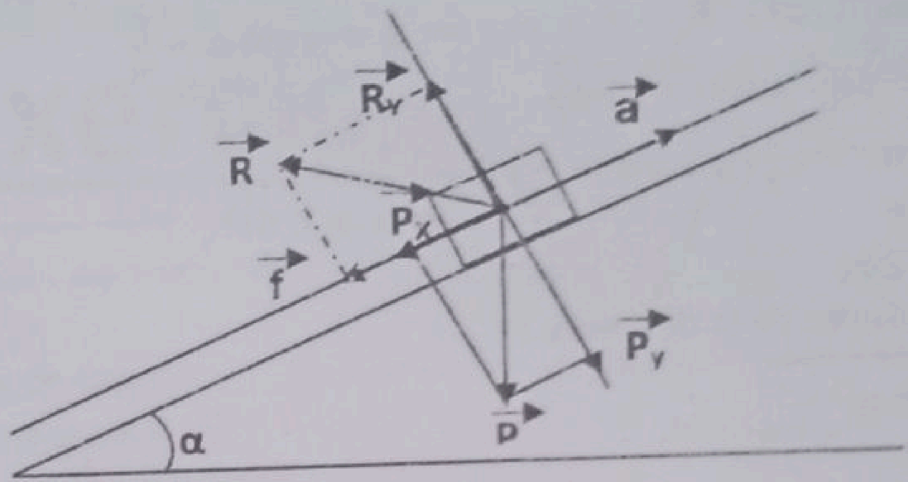
Une voiture de masse 800kg roulant à 75,6km/h aborde une route dont la pente est de 5% (5m de dénivellation pour un parcourt de 100m). Le conducteur débraye le moteur en arrivant en A. L'ensemble des frottements équivaut à une force unique, opposée à la vitesse, d'intensité constante 160N. On donne $g=10m/s^2$.

1-) Quelle est la longueur maximale parcourue ?

2-) Quelle est la durée de cette montée ?

3-) Quand le véhicule repasse-t-il par son point de départ A ? Quelle est alors sa vitesse ? Est-elle identique à la vitesse qu'il avait en A au début de la montée ? Pourquoi ?

Résolution



Système : Solide de masse (m)

Référentiel : Terrestre (considéré galiléen)

Bilan des forces :

Le poids (P)

La réaction (R)

1/ Calculons la longueur maximale :

D'après TEC : on a :

$\Delta E_C = \sum W\vec{F}ex \Rightarrow E_C - E_{C_0} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$

$-\frac{1}{2}mV_0{}^2 = -mgsina - fl \Rightarrow \frac{1}{2}mV_0{}^2 = l(mgsina + f) \Rightarrow$ $\boxed{l = \frac{V^2}{2(gsina + \frac{f}{m})}}$

AN: sin α=5% = 0,05 ; g = 10m/s^2 ; f = 160N ; V0 = 21m/s et m = 800Kg $\boxed{L=315m}$

2/ La durée de la montée :

Comme : MRUR ; $V = at + V_0$ à l'arrêt V=0

$t = -\frac{V_0}{a}$

Déterminons l'accélération :

D'après le TCI on a : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a_G}$

$$\begin{cases} \vec{R}_X + \vec{P}_X = m\vec{a_G}\ (1) \\ \vec{R}_Y + \vec{P}_Y = 0\ \ (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -f - P_X = ma \Rightarrow -f - mg\sin\alpha = ma \Rightarrow \\ R_Y - P_Y = 0 \end{cases}$$

$a = -(gsina + \frac{f}{m})$ donc : $t = -\frac{V_0}{a} = \frac{V_0}{gsina + \frac{f}{m}}$ AN : t=30s

3/ Déterminons le temps au bout duquel le véhicule repasse par son point de départ :

$X = \frac{1}{2}a't'^2 \Rightarrow t' = \sqrt{\frac{2X}{a'}}$; or $x = l \Rightarrow$ $\boxed{t' = \sqrt{\frac{2l}{a'}}}$

Déterminons a' :

TCI on a :

$\sum\vec{F}ex = m\vec{a'} \Rightarrow \vec{R_x} + \vec{P_x} = m\vec{a'}$

Suivant (OX) : $P_x - R_x = ma' \Rightarrow \alpha' = \frac{mgsin\alpha - f}{m}$

$a' = gsin\alpha - \frac{f}{m}$; $a'=0,3m/s^2$

Donc : $t' = \sqrt{\frac{2l}{a'}} = \sqrt{\frac{2\times315}{0,3}} = 45,8s \Rightarrow t' = 45,8s$

D'où : $tr(A) = t + t' = 30 + 45,8 \Rightarrow$ $\boxed{t=75,8\ s}$

Déterminons la vitesse :

Or : $\boxed{V'=a't'}$ AN : $V'=0,3X45,8 = 13,73m/s.$ $\boxed{V' = 13.7m/s}$

Explication : Non, les deux vitesses ne sont pas identiques **($V \neq V'$)**.
La différence est due à l'effet de la force de frottement.

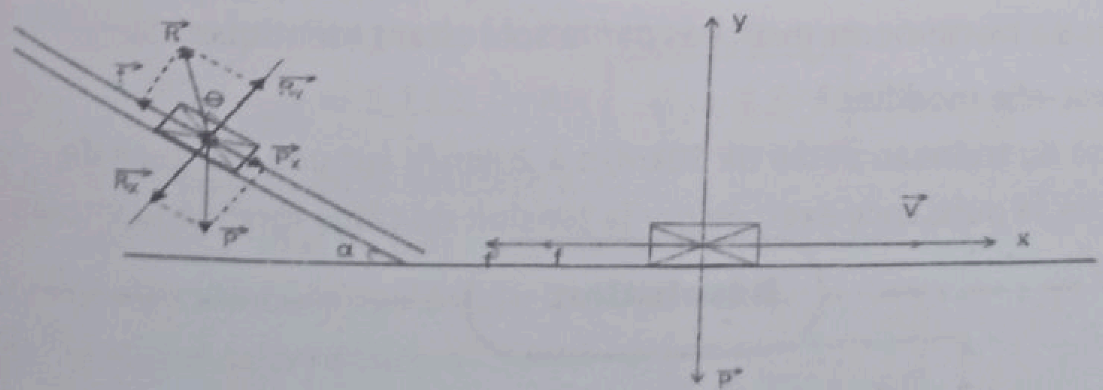
Exercice 3

Une automobile de masse M=1600kg est telle que sa résistance à l'avancement est équivalente à une force constante de 0,5N/kg, dirigée en sens contraire du mouvement.

1)) Le démarreur est en panne. La voiture est abandonnée, sans vitesse initiale, au sommet d'une côte. La route est rectiligne incliné d'un angle sur l'horizontale. Au bout de quelle distance L la vitesse est-elle de 22km/h ? On néglige l'énergie cinétique des pièces en rotation dans l'automobile.
On donne : $sin\alpha=10\%$; $g=9,8m/s^2$.

2)) L'automobile aborde alors une voie horizontale. Le chauffeur embraye rapidement. Sa vitesse tombe à 10,8km/h sur une distance de 8m. Evaluer le travail résistant nécessaire à la mise en marche du moteur.

Résolution



Système : Solide de masse (m)

Référentiel : Terrestre (considéré galiléen)

Bilan des forces :

Le poids (P)

La réaction (R)

La force de freinage (f')

1/ Calculons la longueur maximale :

D'après le TEC on a : $\Delta E_C = \sum W\vec{F}ex \Rightarrow$

$-\frac{1}{2}mV_0{}^2 = -mgsina - fl \Rightarrow \frac{1}{2}mV_0{}^2 = l(mgsina + f) \Rightarrow$ $\boxed{l = \frac{V^2}{2(gsina + \frac{f}{m})}}$

AN : V=22km/h=6,11m/s ; f=K.m ; K=0,5N/Kg ; f=0,5X1600=800N;

$$\boxed{l = 38,9m}$$

2/ Evaluons le travail résistant :

D'après TEC on a : $\Delta E_C = \sum W\vec{F}ex \Rightarrow E_C - E_{C_0} = W_{\vec{f}} + W_{\vec{f'}}$

$\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0{}^2 = -f.l' + W_{\vec{f}} \Rightarrow W_{\vec{f'}} = \frac{1}{2}m(V^2 - V_0) + fl \Rightarrow$

AN : $\boxed{W_{\vec{f'}} = -16,3\ kj}$

Exercice 4

Un traîneau de masse m=200kg est tiré suivant une ligne de plus grande pente d'un plan incliné par l'intermédiaire d'un câble faisant un angle β avec celle-ci.

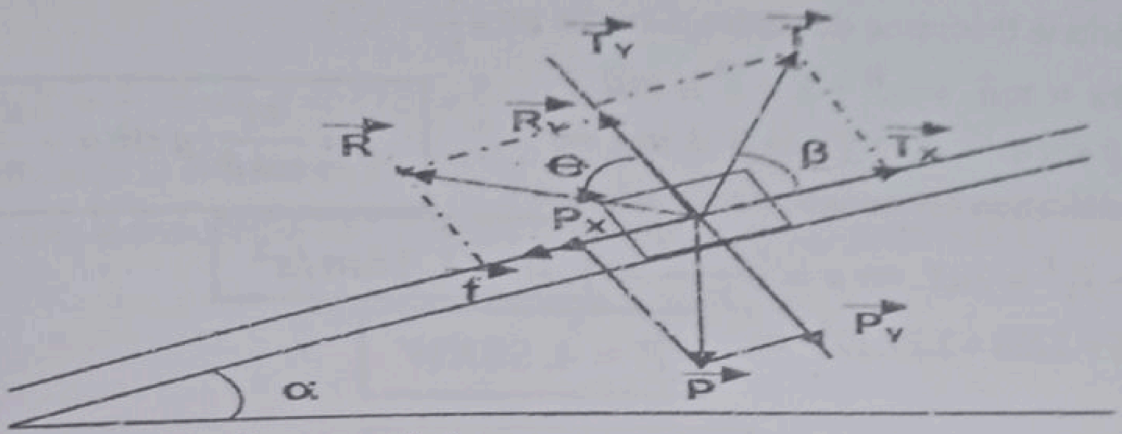
1-) La tension du câble vaut T=1000N. Le mouvement étant uniforme de vitesse v=10km/h, déterminer la réaction $\vec{R}$ somme des forces de contact exercées par le sol sur le traîneau (norme et inclinaison par rapport à la normale au plan incliné). On donne α=20°; β=30°;g=10m/s².

2-) On augmente la tension, et le mouvement du traîneau devient uniformément accéléré.

a) Les forces de frottements exercées par le sol restant identiques, la réaction $\vec{R}$ est-elle modifiée?

b) La vitesse du traîneau passe de 10km/h à 20km/h sur une distance de 10m. Calculer la puissance exercée par la tension du câble lorsque la vitesse vaut 15km/h.

Résolution



Système : Solide de masse (m)

Référentiel : Terrestre (considéré galiléen)

Bilan des forces :

Le poids (P)

La tension (T)

La réaction (R)

1/ Déterminons la réaction (norme et inclinaison) :

D'après PI on a : $\sum \vec{F}ex = \vec{0} \Rightarrow \vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

Projection sur les axes :

$(X'X) : -f - P_x + T_x = 0; \ -f - mg\sin\alpha + T\cos\beta$

$(Y'Y) : -R_y + P_y + T_y = 0; \ -mg\cos\alpha + R_y + T\sin\beta = 0$

AN : $f = R_x = 182\ N\ et\ R_y = 1380\ N$

La norme de la réaction R est donnée par la relation :

$$R = \sqrt{R_X^2 + {R_Y}^2} = \sqrt{(182)^2 + (1380)^2} = 1391{,}9N$$

D'où $\boxed{R = 1392N}$

L'inclinaison θ ou l'angle de frottement est donnée par la relation :

$\tan\theta = \frac{R_X}{R_y} = \frac{182}{1380} = 0{,}132;$ AN $\boxed{\theta = 7{,}5°}$

2 a/ Modification de la réaction R :

Si T augmente on a:$R'_Y < R_Y$; R_X étant constante $\theta' > \theta$ et $R' < R$.

La réaction diminue et s'écarte de la normale.

b/ Puissance de la tension du câble : $\boxed{P = TV\cos\beta}$

On a : $P = \vec{T}.\vec{V} \Rightarrow$

Déterminons la tension T du câble au cours de cette phase.

D'après le théorème du centre d'inertie on a :

$\sum \vec{F}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

$-mg\sin\alpha - R_x + T\cos\beta = ma \Rightarrow$ $\boxed{T = \frac{m}{\cos\beta}(g\sin\alpha + \frac{R_x}{m} + a)}$

L'accélération est donnée par la relation :

$V_2{}^2 - V_1{}^2 = 2aX \Rightarrow a = \frac{V_2{}^2 - V_1{}^2}{2X} \Rightarrow \boxed{a = 1,16m/s^2}$

AN : T = 1268 = $1,27.10^3$ $\Rightarrow$ $\boxed{P \approx 4,58KW}$

Exercice 5

Un cube de masse m=1kg, assimilable à un point matériel, glisse sur une piste formée de deux parties AB et BC. AB représente $\frac{1}{6}$ de la circonférence de centre O et de rayon r=15m. Le point O est situé sur la verticale de B. La partie BC est rectiligne de longueur 15m. Le cube est lancé en A avec une vitesse initiale de 6m/s.

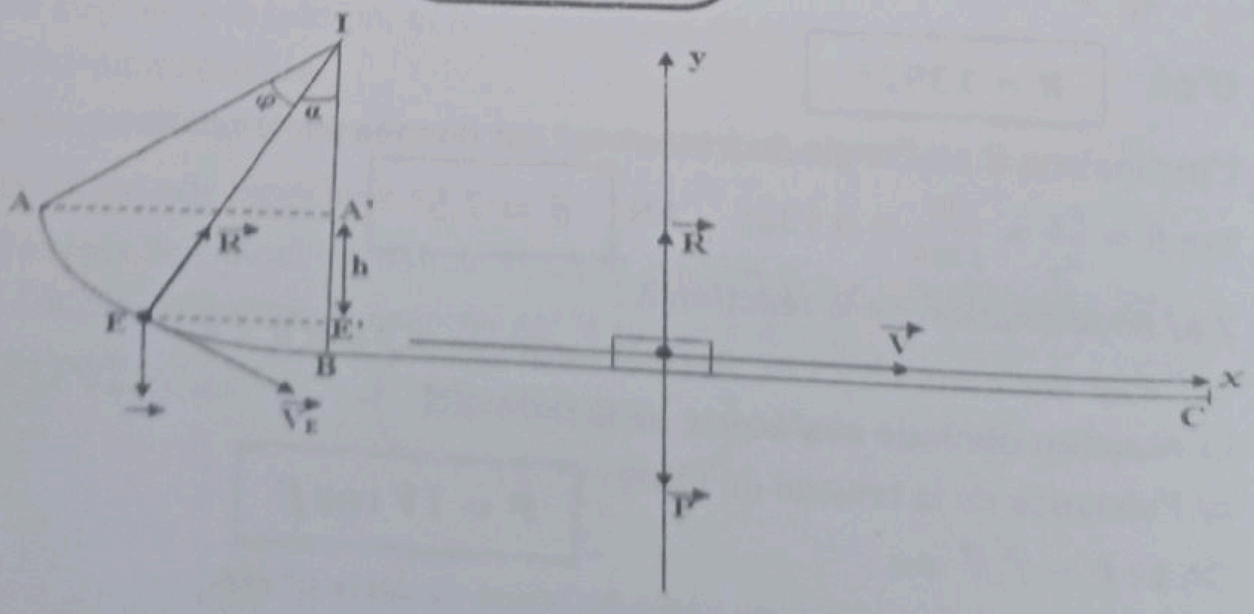
On néglige les frottements.

1) a)Calculer la vitesse en un point E défini par l'angle $\phi = \widehat{AIE} = \frac{\pi}{6}$.

b) Quelles sont les caractéristiques de la réaction en ce point ?

2) En fait sur le trajet ABC existe des forces de frottement tangent à la trajectoire d'intensité supposant constante. Le mobile arrive en C avec une vitesse de 12,5m/s. Calculer la force de frottement. On donne $g=10m/s^2$

Résolution



$$\widehat{AIB} = \frac{1}{6}x2\pi = \frac{\pi}{3} = \varphi + \alpha$$

$\varphi = \widehat{AIE} = \frac{\pi}{6}$; donc $\alpha = \widehat{EIB} = \frac{\pi}{6}$

1/a) Calculons la vitesse en E :

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au câble entre A et E :

$$\frac{1}{2}mV_E^{\ 2} - \frac{1}{2}mV_A^{\ 2} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$$

$$W_{\vec{P}} = mgh;$$

$$h = E'I - A'I = r\cos\alpha - r\cos(\varphi + \alpha)$$

$$W_{\vec{P}} = mgr[\cos\alpha - \cos(\varphi + \alpha)]$$

$$W_{\vec{R}} = 0; car\ R\perp\ au\ déplacement$$

$V_E^{\ 2} = V_A^{\ 2} + 2gr[\cos\alpha - \cos(\varphi + \alpha)]$

$\boxed{V_E = \sqrt{V_A^{\ 2} + 2gr[\cos\alpha - \cos(\varphi + \alpha)]}}$ AN : $\boxed{V_E = 12m/s}$

b/ Les caractéristiques de la réaction :

Direction : Perpendiculaire au déplacement

Sens : Centripète

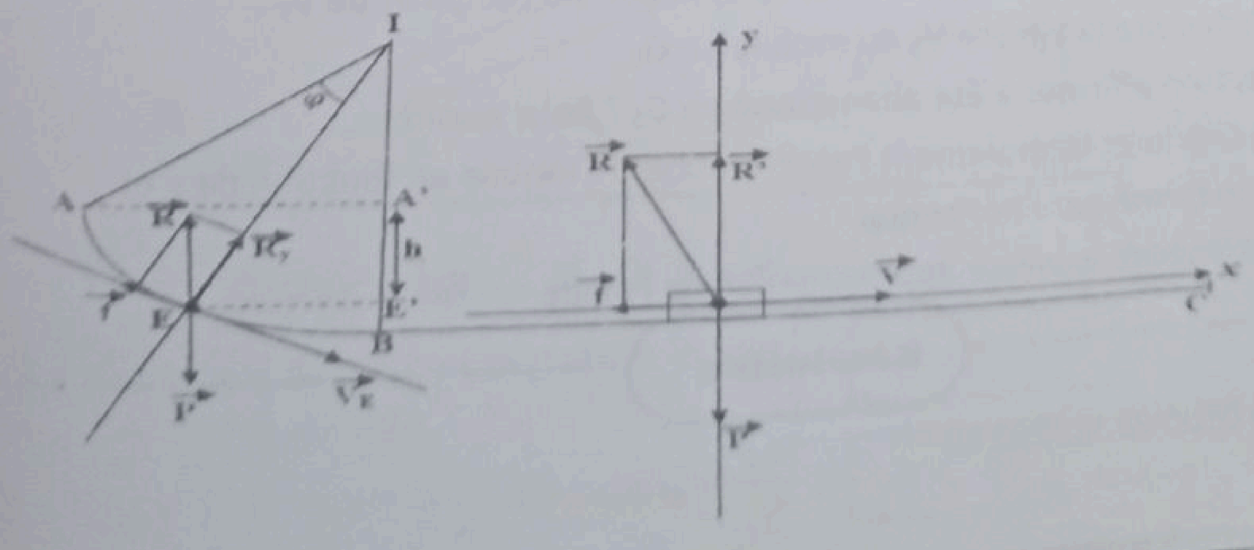
Intensité : Définie par : $\boxed{R = 18N}$

D'après le TCI on a : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \Rightarrow R - P_Y = ma_n = m\frac{V_E^{\ 2}}{R}$

$\boxed{R = m\left(g\cos\alpha + \frac{V_E^{\ 2}}{R}\right)}$ AN : $\boxed{R = 18N}$

2/ Calculons la force de frottement :



D'après le TEC (entre A et C) on a :

$$E_{C_C} - E_{C_A} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}} \Rightarrow \frac{1}{2}mV_C{}^2 - \frac{1}{2}mV_A{}^2 = W_{\vec{P}_{AC}} + W_{\vec{f}_{AC}}$$

$$W_{\vec{P}} = mg(h_A - h_C) = mgr[1 - \cos(\varphi + \alpha)]$$

$$Car : h_A - h_C = A'B = IB - IA' \Rightarrow$$

$$h_A - h_C = r - r\cos(\varphi + \alpha) \Rightarrow h_A - h_C = r[1 - \cos(\varphi + \alpha)]$$

$W_{\vec{f}} = -f.AC; Avec : AC = AB + \widehat{AB} = \frac{1}{6}2\pi r + 15$ AC = 30,7m

Donc :

$$\boxed{f = \frac{mgr[1 - \cos(\varphi + \alpha)] - \frac{1}{2}m(V_C{}^2 - V_A{}^2}{AC}}$$

AN : $\boxed{f = 0,44N}$

Exercice 6

Un mobile autoporteur de masse 631g est abandonné sans vitesse initiale sur une table lisse incliné d'un angle par rapport à l'horizontal le mobile glisse selon la ligne de plus grande pente. On enregistre les positions successifs de son centre d'inertie G à différentes date séparé de τ=60ms. Les résultats des mesures sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

G_n	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6
t_n	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ
X_n	0	1,20	2,65	4,30	6,30	2,40	10,80
V_n							
a_n							

a)) Récopier le tableau et remplir les deux dernière lignes en précisant les rélations utilisée pour le calcul de a_n et v_n.

Quelle est la nature du mouvement de G ? Justifier la réponse.

a) Exprimer la vitesse du mobile en fonction du temps et de V_0.

b) En déduire la vitesse V_0 du mobile en G_0

c) Peut-on affirmer a été abandonné en G_0 ? Pour quoi ?

3) a) Exprimer littéralement l'accélération du mobile en fonction de g et l'angle formé par l'horizontal

b) En déduire la valeur approximative de l'angle.

Résolution

1/a) Relation et tableau :

$V_n = \frac{X_{n+1} - X_{n-1}}{2\theta}$; $a_n = \frac{V_{n+1} - V_{n-1}}{2\theta}$

G_n	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6
tn(S)	0	0	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ
Xn(m)	0	1,20	2,65	4,30	6,30	8,40	10,80
Vn(m/s)		0,22	0,26	0,30	0,34	0,38	
a(m/s²)			0,67	0,67	0,67		

b) Nature du mouvement de G:

$$a = 0,67\ m/s^2 \Rightarrow a = cste\ ;\ le\ MRUV$$

2/a) Expression de la vitesse :

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = 0,67t + v_0$$

b) Calcul de la vitesse initiale :

$v = 0,67t + v_0$ et $t = 2\tau \sim v = 0,26m/s \Rightarrow$

$v_0 = 0,26 - 0,67x0,12 = 0,18m/s$ $\boxed{v_0 = 0,18m/s}$

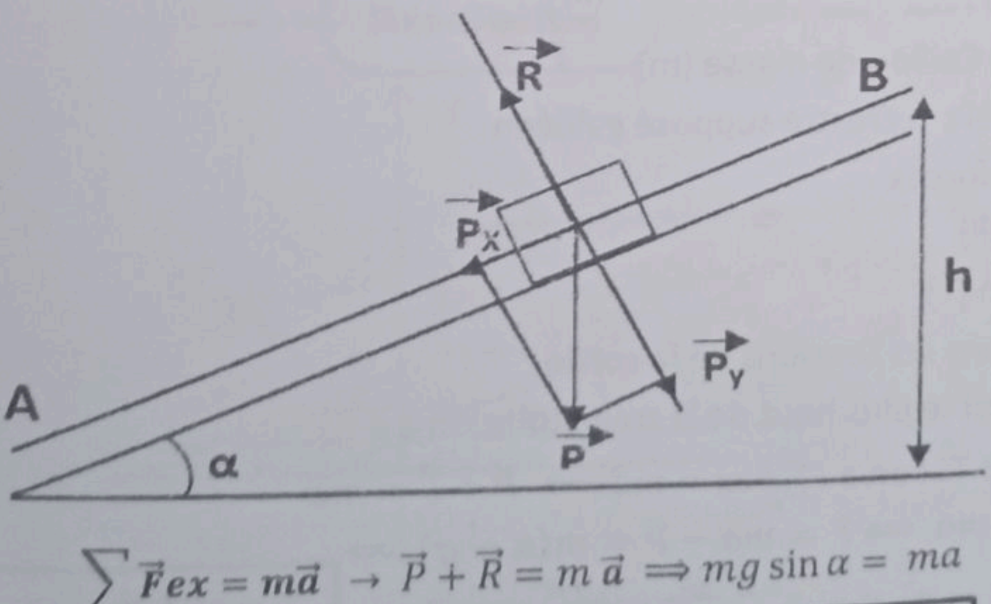
c) Le mobile n'a pas été abandonné en G_0 car $V_0 \neq 0$

3/ a) Expression de l'accélération

Système : Solide de masse (m)

Référentiel : terrestre (supposé galiléen)

Bilan des forces : T.C.I :



$$\sum \vec{F}ex = m\vec{a} \rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a} \Rightarrow mg\sin\alpha = ma$$

Suivant (ox) : $P_x = m\vec{a} \Rightarrow mg\sin\alpha = ma$; $\boxed{a = g\sin\alpha}$

b) Calcul de l'angle (a) :

$a = g\sin\alpha \gg \sin\alpha = \frac{a}{g}$ $AN:\ \sin\alpha = \frac{0,67}{9,8}$; $\boxed{\alpha = 4°}$

Exercice 7

Un caillou de 2kg attaché à une corde de 0,6m tourne à 50tr/min en décrivant un cercle vertical. 1-) Calculer la tension de la corde quand :

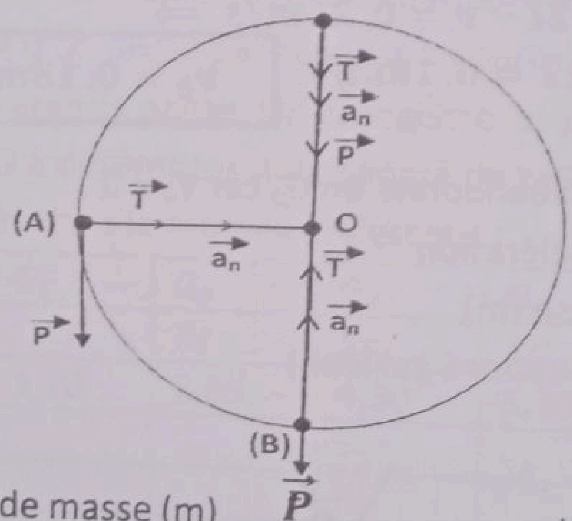
a) Le caillou est au point le plus haut de sa trajectoire;

b) La corde est horizontale;

c) Le caillou est au plus bas de sa trajectoire. On donne g=9,8m/s^2.

2-) Calculer la vitesse linéaire que doit avoir le caillou au point le plus haut afin que la tension de la corde soit nulle

Résolution



Système : Caillou de masse (m)

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces

Le Poids (P)

La tension (T)

1/ Calculons les tensions de la corde :

a/ Au point le plus haut de la trajectoire on a :

D'après le TCI on a : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

$P + T = ma \Rightarrow T = ma - P = m(a - g) \Rightarrow$

$T = m(a - g); a = a_n = \frac{v^2}{l} = \frac{(\omega l)^2}{l} = l\omega^2 \Rightarrow$ $\boxed{T = m(l\omega^2 - g)}$

AN : l=0,6m ; m=2kg : w=50trs/mn=5,23rad/s. $\boxed{T = 13.3\text{N}}$

b/ La corde est horizontale : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Suivant la normale : $\boxed{T = ml\omega^2}$

Or a : $\boxed{T = 32,9N}$

c/ Le caillou atteint le plus bas de sa trajectoire :

D'après le TCI on a : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Suivant la normale :

$-P + T = ma \Rightarrow T = m(a + g) = m(l\omega^2 + g)$ AN : $\boxed{T = 52,5N}$

2/ Calculons la vitesse linéaire, pour que le caillou soit au point le plus haut avec une tension nulle.

Or : $T = m(l\omega^2 - g)$

Comme T= 0 ; $l\omega^2 - g = 0 \,;\, car\ m \neq 0$

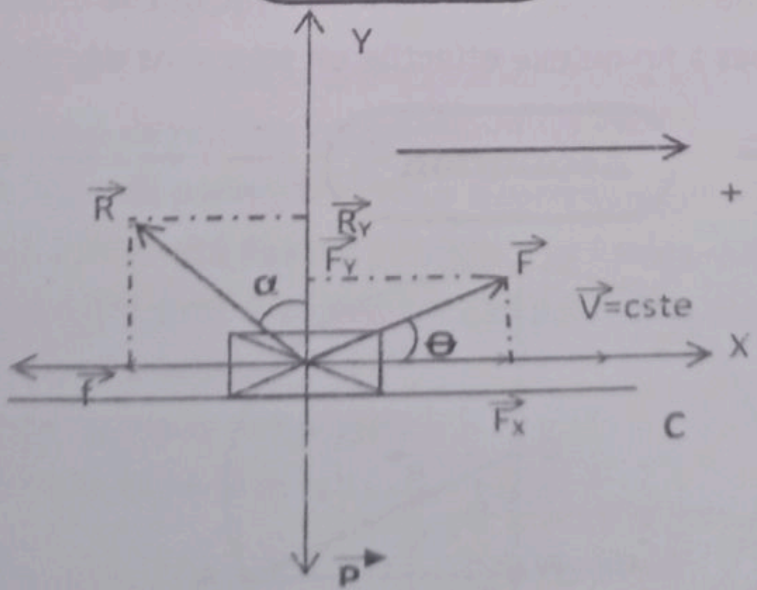
$\omega^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}\,; mais\ v = l\omega \Rightarrow$ $\boxed{v = l\sqrt{\frac{g}{l}}}$

AN : $\boxed{v = 2,42m/s}$

Exercice 8

On considère un solide de masse m=10kg animé d'un mouvement de translation uniforme de direction horizontale. Le solide est tiré par une ficèle faisant un angle ϴ=30° avec le plan horizontale avec une force de traction F=50N. Déterminer la direction et l'intensité de la réaction ainsi que la force de frottement. On donne g=10m/s^2

Résolution



Système : Un solide de masse (m)

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces

La réaction (R)

La force (F)

Le poids (P)

Déterminons la direction et la norme de la réaction ainsi que la force de frottement :

b/ D'après le principe d'inertie : $\sum \overrightarrow{f_{ex}} = \vec{0}$

$$\vec{R} + \vec{F} + \vec{P} = \vec{0}$$

$$(X'X): -f + F_x = 0;\ (Y'Y): R_Y + F_Y - P = 0$$

$$f = F_x = F\cos\theta;\ R_y = P - F_y = mg - F\sin\theta$$

$f = 50\sqrt{\frac{3}{2}} = 43,25$

R_Y=10x10 – 50x1/2=75 ; $\boxed{f = 43,3N}$

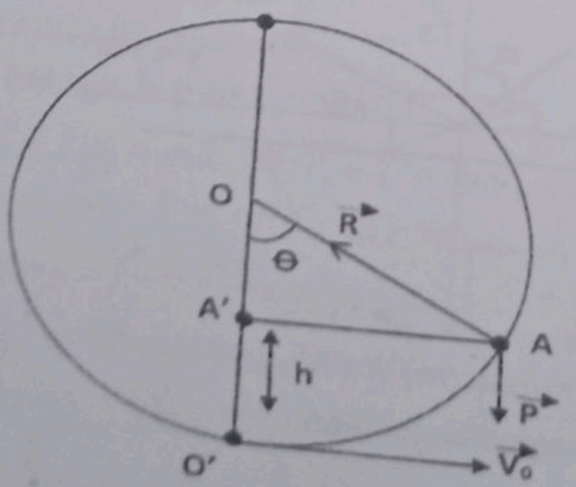
$\boxed{R = \sqrt{f^2 + R_Y{}^2}}$ AN : $\boxed{R = 86,6N}$

La direction : $\boxed{\tan\alpha = \frac{f}{R_Y}}$ AN : $\boxed{\alpha = 30°}$

Exercice 9

Une bille assimilable à un corps ponctuel, peut glisser sans frottement à l'intérieure d'un cerceau vertical de rayon 50cm. Avec quelle vitesse V_0 doit ton lancer la bille du bas à fin qu'elle effectue un tour sans décoller du cerceau ? g=10m/s².

Résolution



Système : solide de masse (m)

Référentiel : Terrestre (supposé galiléen)

Bilan des forces :

Poids (P)

La réaction (R)

1/ Calculons la vitesse (V_0) :

Une bille reste sans décollée du cerceau : R≥0

Déterminons la réaction :

D'après le TCI : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Suivant la normale on a :

$R - P_Y = ma_n \Rightarrow R_Y = m\frac{V^2}{r} + P_y = m\frac{V^2}{r} + mg\cos\theta \Rightarrow$ $\boxed{R = m\frac{V^2}{r} + mg\cos\theta}$

Déterminons la vitesse : D'après le TEC on a :

: $\Delta E_C = \sum W\vec{F}ex \Rightarrow E_C - E_{C_0} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}} \Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}m{V_0}^2 = -mgh$

$V^2 = {V_0}^2 - 2gh$ or $h = r(1-\cos\theta) \Rightarrow V^2 = {V_0}^2 - 2gr(1-\cos\theta)$ (2)

$$R = \frac{m}{r}\left[{V_0}^2 - 2gr(1-\cos\theta)\right] + mg\cos\theta$$

$R = mg(3\cos\theta - 2) - \frac{m}{r}{V_0}^2 \Rightarrow mg(3\cos\theta - 2) + \frac{m}{r}{V_0}^2 \geq 0$

$\frac{m}{r}{V_0}^2 \geq mg(3\cos\theta - 2)$ NB : $\theta = \pi = 180°$ $\boxed{V_0 \geq \sqrt{5gr}}$

AN : $\boxed{V_0 \geq 5m/s}$

Exercice 10

Un train se compose d'une automotrice de masse M_a=51tonnes et deux remorques de masses respectives M_1=27tonnes et M_2=30tonnes. Au démarrage du palier, le moteur développe une force motrice parallèle à la voie et d'intensité égale à 72500N. Les forces résistantes opposées au déplacement sont évaluées à 230N par tonne. Quel est l'effort de traction exercé sur l'attelage :

1-) Entre les deux remorques;

2-) Entre la motrice et la 1ère remorque ?

Résolution

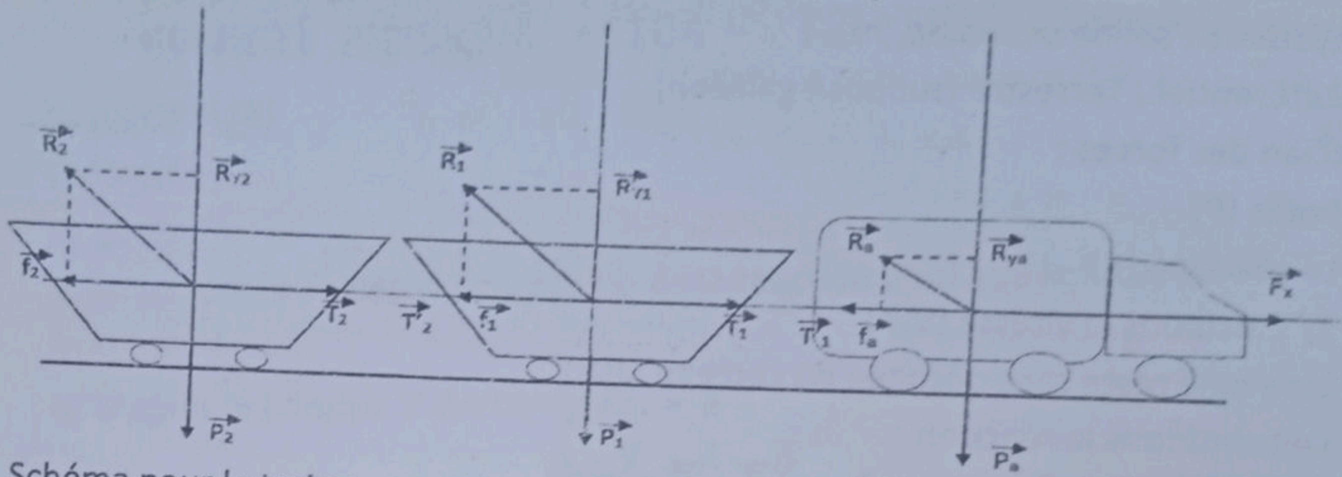
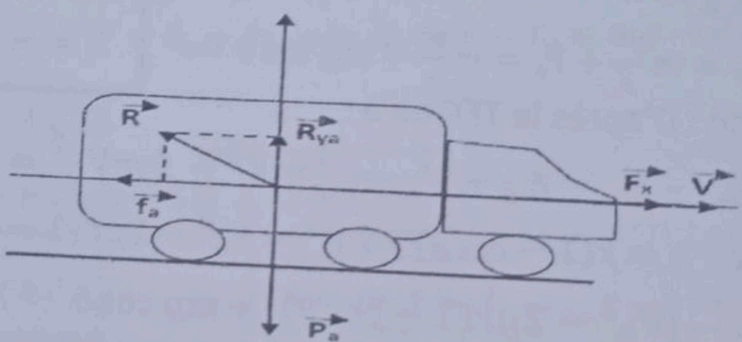


Schéma pour le train :



Système : un train de masse M qui se décompose en deux remorques de masses respectives M_1 et M_2 :

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces :

Le poids (P) ; La tension (T) ; La réaction (R) ;

La force motrice (F)

Déterminons l'effet de traction exercée sur l'attelage

1/ Entre les deux remorques :

D'après TCI on a : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = M_2\vec{a}$

$-f_2 + T_2 = M_2 a \Rightarrow \boxed{T_2 = M_2 a + f_2}$

$M_2 = 230\text{N/t} \Rightarrow f_2 = 230x30 = 6900N$

Cherchons l'accélération pour l'ensemble :

TCI sur le train : : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$

$$-f_a + F = (M_a + M_1 + M_2)a \Rightarrow a = \frac{F - f_a}{M_a + M_1 + M_2}$$

$$f_a = 230 * (M_a + M_1 + M_2) \Rightarrow f_a = 230 * 108 = 24840N$$

AN : $a = \frac{72500-24840}{108x10^3} = 0,4412962963$

$$a = 0,4412962963 m/s^2$$

COLLECTION LA MAME PLUS Mr kémoko sylla & Fodé cissé EDITION 2021

Donc : $T_2 = 30.10^{-3}x0,4412962963 + 6900 \Rightarrow$ $\boxed{T_2 = 20139N}$

2/Entre la motrice et la première remorque:

D'après TCI on a : : $\sum \vec{F}ex = M_1\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = M_1\vec{a}$

$-f_1 - T'_2 + T_1 = M_1 a \Rightarrow T_1 = M_1 a + f_1 + T'_2$ or $T'_2 = T_2 \Rightarrow$ $\boxed{T_1 = M_1 a + f_1 + T_2}$

f_1=230x27=6210N

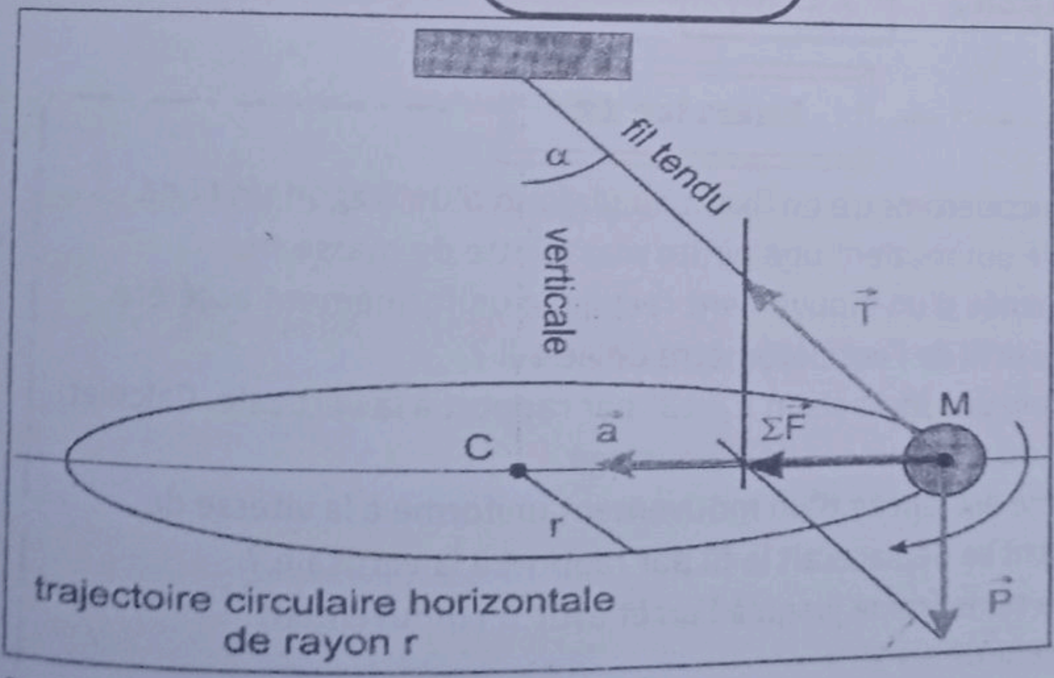
AN : T_1 = 27.441,2962963+6210N+20139 ; $\boxed{T_1 = 38264N}$

Exercice 11

Un axe vertical zz' peut entraîner, dans un mouvement de rotation un fil inextensible de longueur ℓet de masse négligeable, à l'extrémité duquel on a fixé un solide ponctuel (S) de masse m. a-) Montrer que le fil ne s'écarte de l'axe qu'à partir d'une certaine vitesse angulaire ω_0 qui ne dépend que de ℓ et du lieu de l'expérience

. b-) La vitesse angulaire de rotation étant $2\omega_0$ déterminer l'angle θ d'écart du fil ainsi que le module de la tension T du fil. AN : m=0,2kg ; g=10N/kg.

Résolution



Système : un solide de masse (m)

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : Le poids (P)

La tension (T)

La force Normale (Fn)

1/ Déterminons la vitesse angulaire minimale :

Le fil ne s'écarte de la verticale que si : $\cos\theta \leq 1$

Déterminons $\cos\theta$:

Dans le triangle des forces : $\tan\theta = \frac{F_n}{P} = \frac{mr\omega^2}{mg}$

$\tan\theta = \frac{l\omega^2 \sin\theta}{g} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$; comme $\cos\theta \leq 1$

$\cos\theta = \frac{g}{l\omega^2} \leq 1 \Rightarrow \omega \geq \sqrt{\frac{g}{l}}$ Donc : $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}}$

b/ Déterminons l'angle θ, pour $\boldsymbol{\omega = 2\omega_0}$

D'après la relation précedente :

$$\cos\theta = \frac{g}{l\omega^2} = \frac{g}{l(2\omega_0)^2} \Rightarrow \cos\theta = \frac{g}{4l{\omega_0}^2}$$

$\cos\theta = \frac{g}{4l} \times \frac{l}{g} = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos\theta = 0{,}25 \Rightarrow$ $\boxed{\theta = 75{,}5°}$

Calculons la tension du fil :

$$T = ml\omega^2 = (2\omega_0)^2.ml = 4{\omega_0}^2 ml$$

$T = 4\frac{g}{l}ml = 4mg \Rightarrow$ $\boxed{T = 4mg}$

AN : T= 4x0,2x10 = 8N ; $\boxed{T = 8N}$

Exercice 12

On constitue un accéléromètre en fixant au plafond d'un wagon un fil de masse négligeable qui soutient une petite masselotte de masse m.

1- La rame est animée d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

a- Dans quel sens le fil de l'accéléromètre dévie-t-il ?

b- Le fil prend alors une inclinaison α_1=13° par rapport à la verticale. Calculer l'accélération a_1 du mouvement de démarrage.

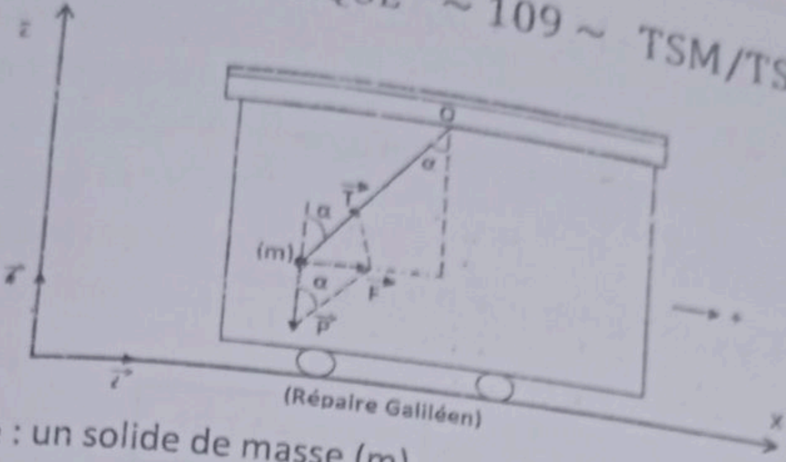
2- Lorsque la rame est lancée d'un mouvement uniforme à la vitesse de $72 km/h$, comment se déplacerait le fil par rapport à la verticale ?

3- Maintenant la rame freine jusqu'à l'arrêt avec un mouvement uniformément retardé en 10 s.

a- Dans quel sens le fil de l'accéléromètre dévie-t-il ?

b- Calculer l'angle α_2 qu'il forme avec la verticale.

Résolution



Système : un solide de masse (m)

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : Le poids (P)

La tension (T)

La force (F)

1/ Déterminons la vitesse angulaire minimale :

Lorsue la rame est animée d'un MRUA

D'après le schéma, le fil dévi dans le sens contraire du mouvement.

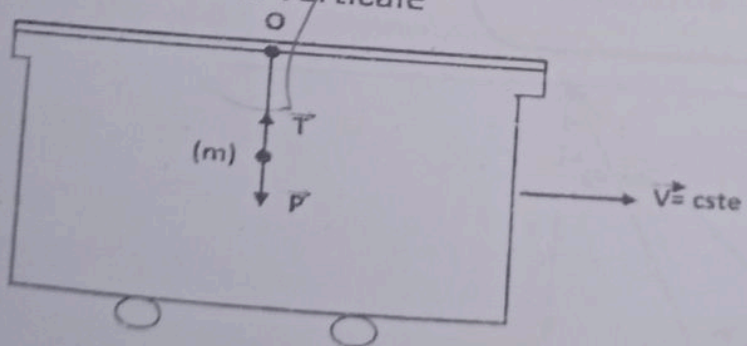
(C'est-à-dire le fil dévi vers l'arrière).

$\tan\alpha = \frac{F}{P} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g\tan\alpha$; $\alpha = 13°$;

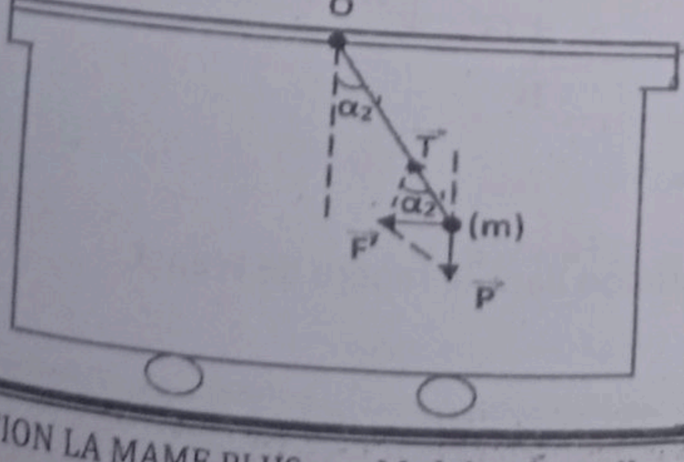
$g = \frac{9{,}8m}{s^2} \Rightarrow \boxed{a = 2{,}26\text{m/s}^2}$

2/ Le sens de déviation du fil lorsque le mouvement est rectiligne uniforme :

Sens : le fil reste à la verticale



3)a/ Sens : le fil s'écarte vers l'avant :



b/ Déterminons l'angle α_2 :

$$\tan\alpha_2 = \frac{F'}{P} = \frac{ma'}{mg} = \frac{a'}{g} \Rightarrow \tan\alpha_2 = \frac{a'}{g}$$

Déterminons l'accélération a' :

$$v' = a't + v_0 ;\ \text{à l'arrêt } v = 0 \Rightarrow a' = -\frac{v_0}{t}$$

AN : $a' = -\frac{20}{10} = -\frac{2m}{s^2} \Rightarrow a' = -2m/s^2$

AN : $\tan\alpha_2 = \frac{-2}{9{,}8} = -0{,}20$; $\alpha_2 = -11{,}3° \Rightarrow \boxed{|\alpha_2| = 11{,}3°}$

Exercice 13

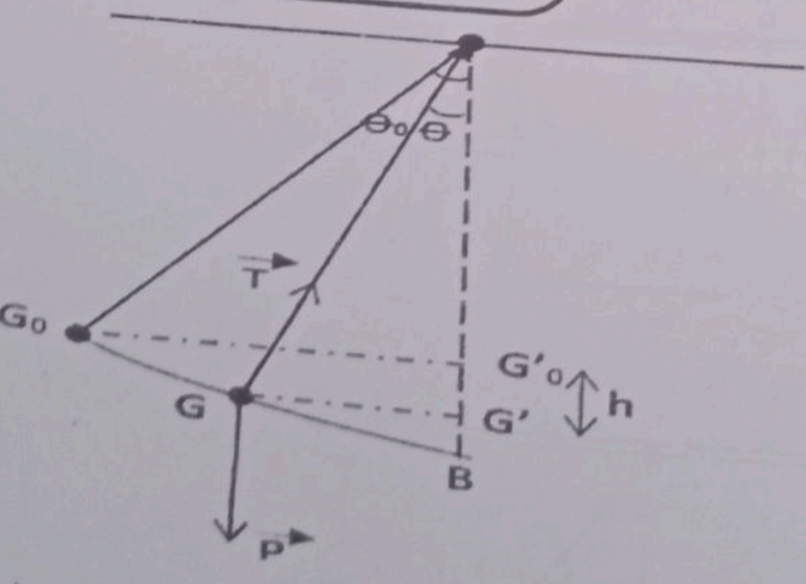
Une bille de masse m=100g est suspendue en un point O par un fil inextensible de longueur l=1m et de masse négligeable. Le pendule ainsi constitué peut effectuer des oscillations de part et d'autre de sa position d'équilibre. On l'écarte de la verticale d'un angle θ_0=45° et on l'abandonne sans vitesse initiale. On suppose les frottements négligeables. On donne g=10m/s²

1-) A l' instant t, le fil fait un angle θ avec la verticale. Exprimer les coordonnées du vecteur accélération dans le repère de Freinet en fonction de θ_0,θet g.

2-) Calculer $\|\vec{a}\|$ et représenter sur un schéma le vecteur accélération $\vec{a}$ dans les trois cas : $\theta=\theta_0$ θ=30°; θ=0°.

3-) Exprimer la norme de la tension du fil en fonction de θ,θ_0 et g ; la calculer dans les trois cas précédents.

Résolution



1/ Coordonnées du vecteur accélération dans le repère de Frenet :

Système : La bille de masse (m)

Référentiel : Terrestre (supposé galiléen)

Bilan des forces : le poids (P) et la tension (T)

D'après le théorème du centre d'inertie (TCI) ona a :

$\sum \vec{F}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Suivant la tangente : $mg\sin\theta = ma_t \Rightarrow$ $\boxed{a_t = g\sin\theta}$

Suivant la normale : $T - mg\cos\theta = ma_n$

D'autre part : $a_n = \frac{v^2}{l}\,;car\ r = l$

D'après TEC : $\Delta E_C = \sum W\vec{F}ex \Rightarrow E_C - E_{C_0} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{T}} \Rightarrow$

On a : $\frac{1}{2}mv^2 = mgh = mgl(\cos\theta - \cos\theta_0)$

$$v^2 = 2gl(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

$$a_n = 2g(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

D'où les coordonnées du vecteur accélération :

$$\boxed{\begin{cases} a_t = g\sin\theta \\ a_n = 2g(\cos\theta - \cos\theta_0) \end{cases}}$$

2/ Calculons le module de l'accélération : $\boxed{\|a\| = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}}$

1er cas : $\theta = \theta_0 = 45° \Rightarrow \begin{cases} a_t = g\sin\theta \\ a_n = 2g(\cos\theta - \cos\theta_0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_t = 7{,}07m/ \\ a_n = 0 \end{cases}$

d'où : $\boxed{\|a\| = 7{,}07m/s^2}$

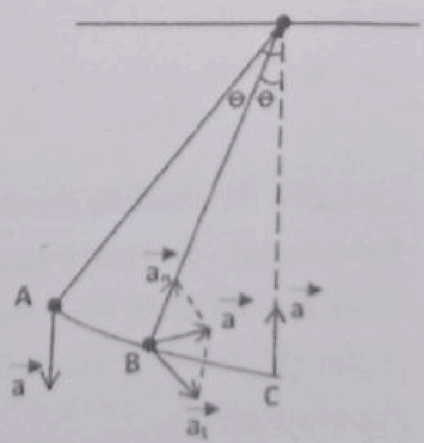
2ème cas : $\theta = 30°\,;\,\theta_0 = 45° \Rightarrow \begin{cases} a_t = 5m/s^2 \\ a_n = 3{,}2m/s^2 \end{cases} \Rightarrow$ $\boxed{\|a\| = 5{,}9m/s^2}$

3ème cas : $\theta = 0°\,;\,\theta_0 = 45° \Rightarrow \begin{cases} a_t = 0 \\ a_n = 5{,}86m/s^2 \end{cases} \Rightarrow$ $\boxed{\|a\| = 5{,}86m/s^2}$

3/ Exprimons la tension du fil :

Suivant la normale : $T - P_y = ma_n \Rightarrow$

$$T = m\frac{v^2}{l} + mg\cos\theta \ \ or\ \ v^2 = 2gl(\cos$$



$$T = m\frac{2gl(\cos\theta - \cos\theta_0)}{l} + mg\cos\theta$$

$$\boxed{T = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_0)}$$

Calcul de sa valeur :

1er cas : $\theta = \theta_0 = 45° \Rightarrow$ $\boxed{T_1 = 0{,}7N}$

$2^{ème}$ cas : $\theta = 30°$; $\theta_0 = 45° \Rightarrow$ $\boxed{T_2 = 1,18N}$

$3^{ème}$ cas : $\theta = 0°$; $\theta_0 = 45 \Rightarrow$ $\boxed{T_3 = 1,59N}$

Exercice 14

Une piste est constituée d'une partie rectiligne AB, de longueur l=5m, incliné d'un angle α=15° avec l'horizontale, suivie d'une partie circulaire de rayon r=0,50m. L'ensemble de la piste est situé dans un plan vertical.

1-) Un mobile ponctuel de masse m=200g est lâché de A sans vitesse. Il est soumis le long du trajet AB à une force de frottement constante f. Il passe en B à la vitesse V_B de valeur 3m/s. L'intensité de la pesanteur est g=9,8m/s2.

Exprimer et calculer l'intensité de la force de frottement.

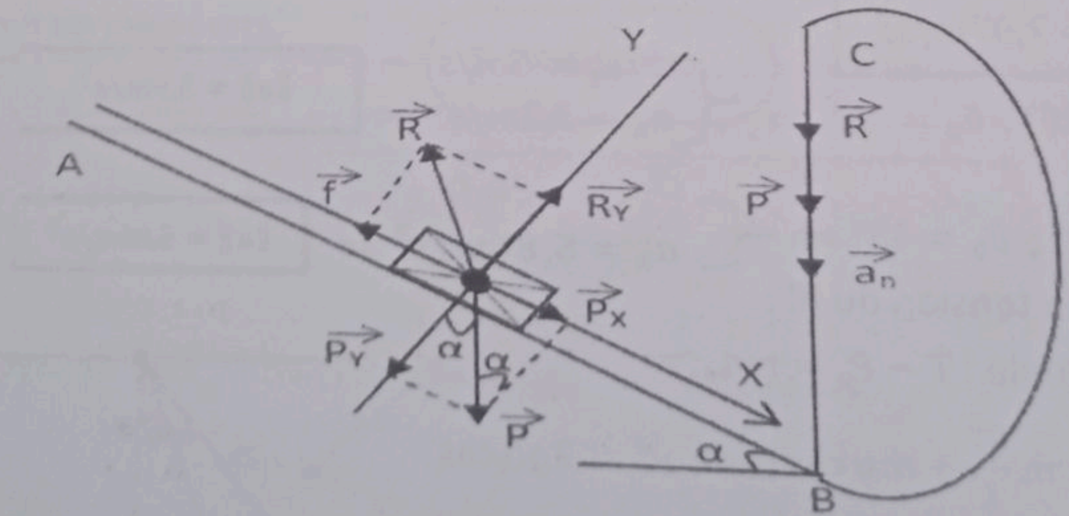
2-) Le mobile se déplace maintenant sans frottement. On le lâche sans vitesse d'un point D situé entre A et B tel que DB=x. On suppose que le changement de pente en B ne provoque pas de variation de la vitesse.

a) Exprimer la vitesse V_C du mobile en C en fonction de r, x et g.

b) Exprimer en fonction de r,,x,g et m l'intensité de la réaction exercée par la piste sur le mobile en C.

c) Quelle valeur minimale faut-il donner à x, pour que le mobile quitte la partie circulaire de la piste en C ?

Résolution



Système : Un mobile de masse (m)

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces :

Poids (P)

La réaction (R)

1/ Exprimons et calculons l'intensité de la force de frottement

D'après TEC on a :

$\Delta E_C = \sum W\vec{F}ex \Rightarrow E_C - E_{C_0} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}} = mgl\sin\alpha - fl$

$\frac{1}{2}mv^2 = mgl\sin\alpha - fl \Rightarrow$ $\boxed{f = m\left(g\sin\alpha - \frac{v^2}{2l}\right)}$ AN : $\boxed{f = 0{,}33N}$

2/ Maintenant le frottement n'existe plus :

a/ Exprimons $V_C = f(r, g \text{ et } x)$ en C :

$$E_{C_C} - E_{C_B} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}} = -mgh = -2mgr\,;$$

$$V_C{}^2 - V_B{}^2 = -4gr\,;\ V_C{}^2 = V_B{}^2 - 4gr;\ or\ V_B{}^2 = 2g\,x\sin\alpha$$

$V_C{}^2 = 2gx\sin\alpha - 4gr = 2g(x\sin\alpha - 2r) \Rightarrow$ $\boxed{V_C = \sqrt{2g(x\sin\alpha - 2r)}}$

b/ Exprimons la réaction : R=f(r ;x ;g et m) :

D'après TCI on a : $\sum\vec{F}ex = m\vec{a}_n \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_n$

$$P + R = ma_n \Rightarrow R = m(a_n - g) = m\left(\frac{V_C{}^2}{r} - g\right)$$

$R = m\left(\frac{2gx\sin\alpha}{r} - 5g\right) = mg(2x\sin\alpha - 5) \Rightarrow$ $\boxed{R = mg(2x\sin\alpha - 5r)}$

c/ La valeur minimale qu'il faut donner X pour que le solide quitte la piste :

Donc : il faut que R=0 $\Rightarrow \begin{cases} mg \neq 0 \\ 2x\sin\alpha - 5r = 0 \end{cases}$

$\boxed{X = \frac{5r}{2\sin\alpha}}$ AN : $\boxed{X = 4{,}8m}$

Exercice 15

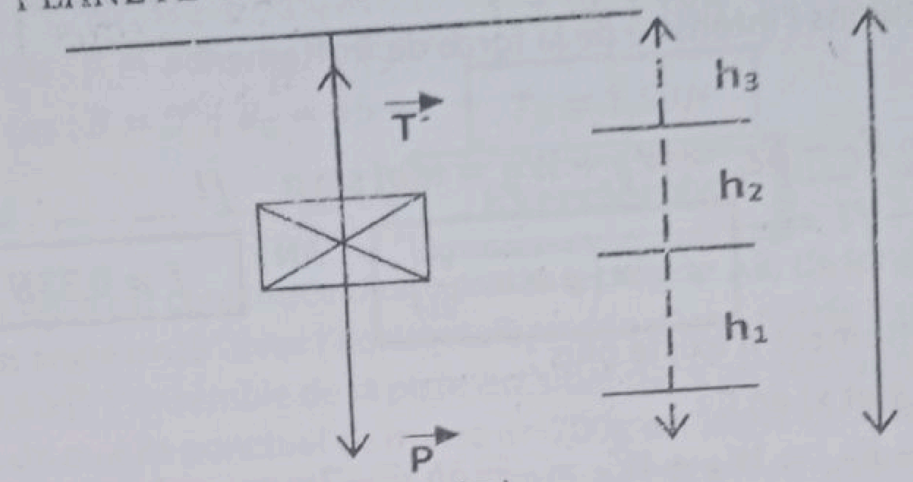
Un ascenseur de masse totale 1800kg s'élève d'une hauteur h entre le rez-de-chaussée et un étage élevé d'une tour, g=9,8m.s-2.

1-) La montée comporte trois (3) phases, durant 2,5s le mouvement est uniformément accéléré. Les 6s suivantes, le mouvement est uniforme sur une distance de 42m. Enfin, le mouvement est uniformément retardé durant 4s jusqu'à l'arrêt. Déterminer la hauteur h.

2-) Calculer la force exercée par la câble sur l'ascenseur au cours de chacune des phases du mouvement.

3-) Exprimer pour chaque phase, la puissance développée par cette force en fonction du temps t. Quel est le travail de la force sur la distance h ?

Résolution



Système : Ascenseur de masse (m)

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : Le Poids (P) ; La tension (T)

1/ Déterminons la hauteur h :

$h = h_1 + h_2 + h_3$; déterminons h_1 et h_2

1ère phase : MUA

$$\begin{cases} h_1 = \frac{1}{2}a_1{t_1}^2 \\ V_1 = a_1t_1 \end{cases} \quad \begin{cases} h_1 = \frac{1}{2}\frac{V_1}{t_1} * {t_1}^2 = \frac{V_1t_1}{2} \\ a_1 = \frac{V_1}{t_1} \end{cases} \Rightarrow h_1 = \frac{V_1t_1}{2}$$

2ème phase : MU

$$h_2 = v_1t_2 \Rightarrow v_1 = \frac{h_2}{t_2} = \frac{42}{6} = \frac{7m}{s} \Rightarrow v_1 = v_2 = v_{0_3} = 7m/s$$

Donc : $h_1 = \frac{7x2,5}{2} = 8,75m \Rightarrow h_1 = 8,75m$

3ème phase : MUR

$h_3 = \frac{1}{2}a_3{t_3}^2 + v_1t_3$ $\qquad h_3 = -\frac{{V_1}^2}{2a_3}$

$V_3 = a_3t_3 + V_2$; A l'arrêt V_3=0 $\Rightarrow$ $a_3 = -\frac{V_1}{t_3} = -\frac{7}{4} = -1,75$

Alors : $h_3 = -\frac{49}{2(-1,75)} = 14m$

La hauteur h est donc : $h = h_1 + h_2 + h_3$; AN : $\boxed{h_3 = 64,75m}$

2/ La tension du câble au cours de chacune des phases :

D'après la projection : T – P = ma ; D'où $\boxed{T = m(a+g)}$

$\boxed{T_1 = 2,27.10^4N}$ $\boxed{T_2 = 1,76.10^4N}$ $\boxed{T_3 = 14490N}$

3/ Expression de la puissance de la tension en fonction du temps :

$\boxed{P = TV}$

1ère phase : MUA $\boxed{P_1 = T_1a_1t}$

$V_1 = a_1 t_1 \,;\, t_1 = t \rightarrow V_1 = a_1 t \Rightarrow$ $\boxed{P_1 = 63560t \ (W)}$

2ème Phase: MU

$\boxed{P_2 = T_2 V_2}$ AN: $\boxed{P_2 = 1{,}232.10^5 \ W}$

3ème phase : MUR

$P_3 = T_3 V_3 \,;\, V_3 = a_3 t_3 + V_2 \ or \ t = t_1 + t_2 + t_3$

$t_3 = t - (t_1 + t_2) \,;\, t_3 = t - 8{,}5 \Rightarrow$

$V_3 = -1{,}75(t - 8{,}5) + 7 \Rightarrow V_3 = -1{,}75t + 21{,}875$

Donc: $P_3 = -25357{,}5t + 316968{,}75$ $\boxed{P_3 = (-2{,}536t + 31{,}70).10^4 \ W}$

Travail de la tension sur la distance h:

$W = T_1 h_1 + T_2 h_2 + T_3 h_3$ AN : $\boxed{W = 1.14.10^6 \ J}$

Exercice 16

Le centre d'inertie G d'un solide se déplace dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$. A chaque instant t, l'équation du mouvement de G est donnée par :

$\overrightarrow{OG} = (4t^2 - t^3)\vec{i} + 5t\vec{j} + (t^3 - 2)\vec{k}$ (USI)

La masse du solide est 2kg. a-) Calculer la quantité de mouvement du solide à *t*=1*s*. b-) Calculer la force agissant sur le solide à la date *t*=1*s*.

Résolution

a/ Calcul de la quantité de mouvement du solide à t=1s.

$\boxed{P = mV}$ $\vec{P} = m\vec{V} \Rightarrow$

Or $\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} \Rightarrow \vec{V} = \left[(4t^2 - t^3)i + 5t\vec{j} + (t^3 - 2)\vec{k}\right]'$

$\vec{V} = (8t - 3t^2)\vec{i} + 5\vec{j} + 3t^2\vec{k} \ pour \ t = 1s \ on \ a:$

$\vec{V} = 5\vec{i} + 5\vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow V = \sqrt{5^2 + 5^2 + 3^2} \Rightarrow$

$V = \sqrt{59} = 7{,}68 m/s$

Donc : P= 2Kgx7,35m/s $\Rightarrow$ $\boxed{P = 15{,}36 Kg.m/s}$

b/ Calcul de la force

$\boxed{F = ma}$ $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow$

Or $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \left[\left((8t - 3t^2)\vec{i} + 5\vec{j} + 3t^2\vec{k}\right)\right]'$

$\vec{a} = (8 - 6t)\vec{i} + 6t\vec{k}; pour \ t = 1s \ on \ a:$

$a = 2\vec{i} + 6\vec{k} \Rightarrow a = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40} = 6{,}32 m/s^2$ Donc : $\boxed{F = 12{,}64N}$

Exercice 17

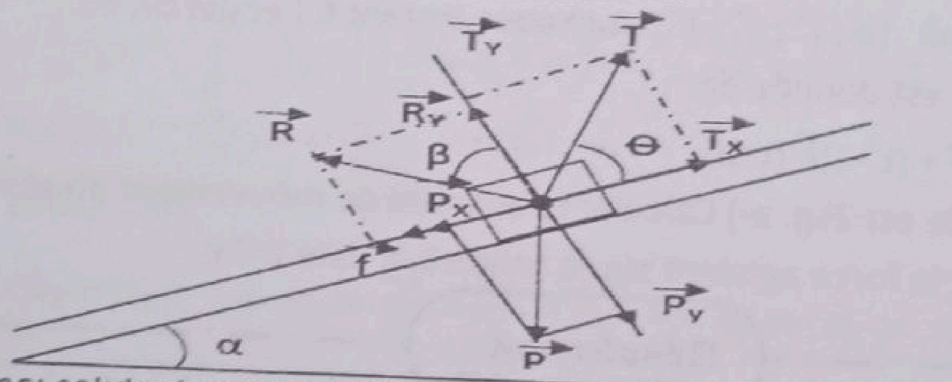
Un traineau de masse 200kg monte une cote de pente 10% ; les frottements représente 0,2N/kg en mouvement. Ce traineau est fixé par l'intermédiaire d'un câble faisant un angle β=30° avec la pente ($g=10m/s^2$).

Partant du repos, le traineau d'un mouvement uniformément varié arrive à la vitesse v=18km/h à 25m. Déterminer la tension du câble au cours du mouvement.

Lorsque le traineau atteint la vitesse de 18km/h, le câble casse brusquement. Déterminer la nature du mouvement ultérieur du traineau.

Quelle sera la distance parcourue par le traineau avant de s'arrêter ?

Résolution



Systeme: solide de masse (m)

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : La tension ; La réaction ; Le poids

1/ Déterminons la tension du câble au cours du mouvement

D'après le TCI ona a : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

$$\vec{T} + \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a}$$

$(X'X) : T_X - f - P_X = ma \Rightarrow T_X = ma + f + mg\sin\alpha$

$T\cos\theta = m(a + g\sin\alpha) + f \Rightarrow \boxed{T = \frac{m(a + g\sin\alpha) + f}{\cos\theta}}$

$Or : V^2 = 2al \Rightarrow a = \frac{V^2}{2l} = \frac{25}{2x25} = \frac{1}{2}m/s^2$ $\boxed{T = 393N}$

2/a) Déterminons la nature du mouvement :

Le câble se casse brusquement : T=0

$\frac{m(a' + g\sin\alpha) + f}{\cos\theta} = 0 \Rightarrow a' + g\sin\alpha = -\frac{f}{m} \Rightarrow \boxed{a' = -\left(g\sin\alpha + \frac{f}{m}\right)}$

Exercice 17

Un traineau de masse 200kg monte une cote de pente 10% ; les frottements représente 0,2N/kg en mouvement. Ce traineau est fixé par l'intermédiaire d'un câble faisant un angle β=30° avec la pente ($g=10m/s^2$).

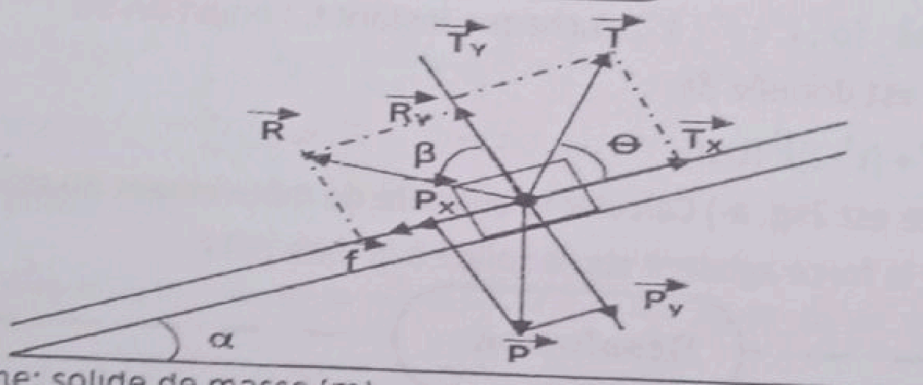
Partant du repos, le traineau d'un mouvement uniformément varié arrive à la vitesse v=18km/h à 25m. Déterminer la tension du câble au cours du mouvement.

Lorsque le traineau atteint la vitesse de 18km/h, le câble casse brusquement.

Déterminer la nature du mouvement ultérieur du traineau.

Quelle sera la distance parcourue par le traineau avant de s'arrêter ?

Résolution



Systeme: solide de masse (m)

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : La tension ; La réaction ; Le poids

1/ Déterminons la tension du câble au cours du mouvement

D'après le TCI ona a : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

$$\vec{T} + \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a}$$

$(X'X) : T_X - f - P_X = ma \Rightarrow T_X = ma + f + mg\sin\alpha$

$T\cos\theta = m(a + g\sin\alpha) + f \Rightarrow \boxed{T = \frac{m(a + g\sin\alpha) + f}{\cos\theta}}$

$Or : V^2 = 2al \Rightarrow a = \frac{V^2}{2l} = \frac{25}{2x25} = \frac{1}{2}m/s^2$ $\boxed{T = 393N}$

2/a) Déterminons la nature du mouvement :

Le câble se casse brusquement : T=0

$\frac{m(a' + g\sin\alpha) + f}{\cos\theta} = 0 \Rightarrow a' + g\sin\alpha = -\frac{f}{m} \Rightarrow$ $\boxed{a' = -\left(g\sin\alpha + \frac{f}{m}\right)}$

AN : $\boxed{a' = -1,2 m/s^2}$

b/ La distance parcourue par le traineau avant de s'arrêter :

D'après la relation de Galilée :

$V^2 - V_0{}^2 = 2ad; A\ l'arrêt\ V = 0$

$d = -\frac{V_0{}^2}{2a} = -\frac{25}{2(-1,2)} = 10,42m \Rightarrow \boxed{d = 10,42m}$

Exercice 18

Un corps A de masse M=1,66g peut glisser sur une longue table horizontale. Comme l'indique la figure ci – contre, il est relié par des fils fins à deux autres corps ; l'un B de masse m=0,490 Kg et l'autre B' de masse m'=0,300 Kg. On suppose les masses des fils et des poulies négligeables, ainsi que les frottements.

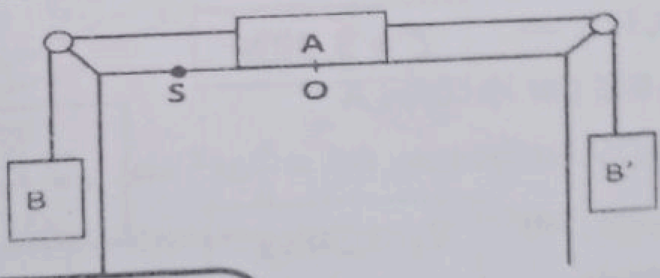
1/ Calculer l'accélération de ce mouvement.

2/ Calculer les tensions T et T' des fils AB et AB'.

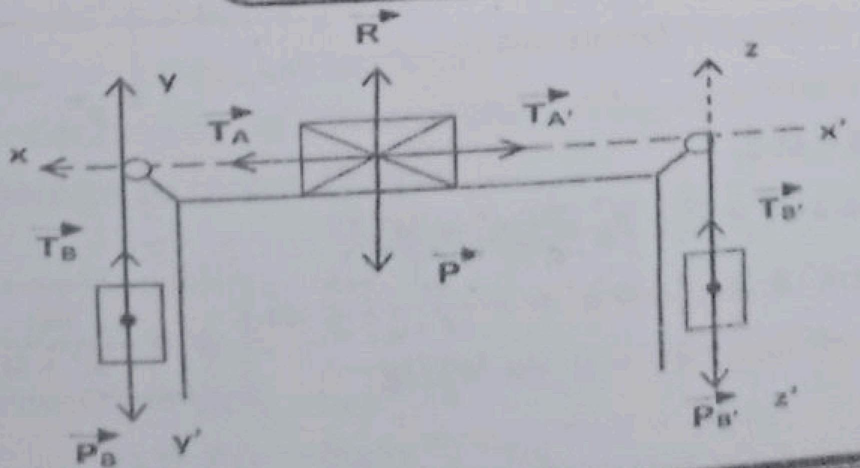
3/ Quel est le temps mis par le corps A, partant de 0, pour atteindre le point S à une distance OS = 2,189m ? Calculer sa vitesse en S.

4/ Au moment où le corps passe en S, le fil qui le relie au corps B casse brusquement. Décrire le mouvement ultérieur de l'ensemble des corps A et B'. Calculer le temps qui s'écoule entre le départ de A du point O et son retour au même point.

On prendra $g=10m/s^2$.



Résolution



Système : Corps A, Corps B ; Corps B'

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : Les tensions ; La réaction ; Le Poids

1/ Calculons l'accélération

D'après le TCI on a : : $\sum \vec{F}ex = M\vec{a}$

Pour le corps A :

Projection suivant (X'X) : $T_A - T_{A'} = Ma$

Pour le corps B :

Suivant (Y'Y) : $T_B - P_B = -ma_B \Longrightarrow -mg + T_B = -ma_B$

Soit $T_B = m(g - a)$

Pour le corps B' :

Projection suivant (Z'Z) :

$$T_{B'} - P_{B'} = m'a_{B'} \ avec \ P_{B'} = m'g$$

$\boldsymbol{T_{B'} = m'(g +' a_{B'})}$

On a : $T_A = T_B$ et $T_{A'} = T_{B'}$; $a = a_B = a_{B'}$

$m(g - a) - m'(g - a) = Ma \Longrightarrow$

$g(m - m') = (M + m + m')a \Longrightarrow$ $\boxed{a = \dfrac{g(m - m')}{M + m + m'}}$

AN : $\boxed{\boldsymbol{a = 2,4m/s^2}}$

2/ Calculons des tensions T et T' des fils AB et AB' :

$$T_A = T \ et \ T_{A'} = T' ; T = T_{B'} = m(g - a)$$

AN : $T = 3,32N \Longrightarrow$ $\boxed{\boldsymbol{T = 3,32N}}$

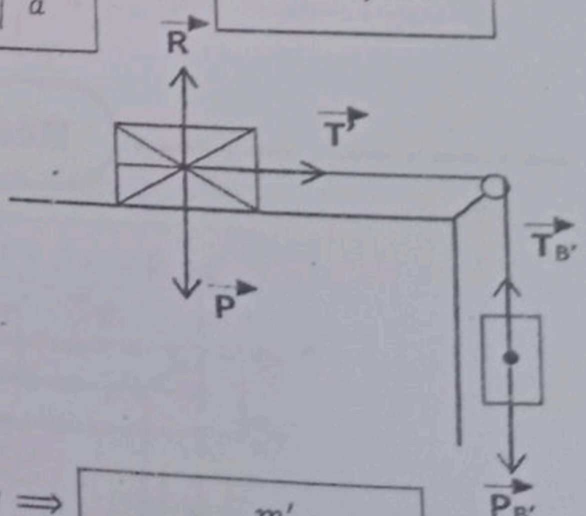
3/ Temps mis par le corps A

La distance OS' est tel que : $OS = \frac{1}{2}at^2 \Longrightarrow$ $\boxed{t = \sqrt{\dfrac{2OS}{a}}}$ AN : $\boxed{t = 1,35s}$

Vitesse : V_S=at ; AN : $\boxed{V_S = 3,24m/s}$

Autre méthode :

$V_S{}^2 - V_0{}^2 = 2aOS \Longrightarrow V_S = \sqrt{2aOS} = 3,24m/s$



4/ Mouvement ultérieur et temps mis :

Mouvement ultérieur :

Système : Corps A et B.

D'après le TCI on a : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{P_B} = (m' + M)\vec{a}$

Soit : $-m'g = (m' + M)a' \Longrightarrow a' = -\frac{m'}{m'+M} * g \Longrightarrow$ $\boxed{a' = -\dfrac{m'}{m' + M} * g}$

De S jusqu'à l'arrêt de A : $\vec{a}\vec{v} < 0 \Longrightarrow MRUR.$

Retour vers O avec un mouvement rectiligne uniformément accéléré $\vec{a}\vec{v} > 0$.

Distance parcourue de S à l'arrêt : $0 - V_S{}^2 = 2a'd \Rightarrow$ $\boxed{d = -\frac{V_S{}^2}{2a'}}$

AN: $d = -\frac{(3,24)^2}{2x0,302} = 17,38m; car\ a' = -0,302m/s^2$

Temps mis de l'arrêt à O :

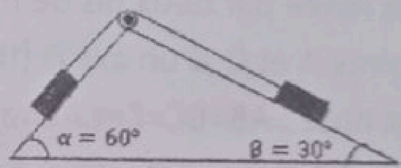
$d + OS = \frac{1}{2}|a'|.t'^2 \Rightarrow$ $\boxed{t' = \sqrt{\frac{2(d+OS)}{|a'|}}}$ AN : $\boxed{t' = 50,36s}$

Temps écoulé entre le départ de A de O et son retour au même O :

$T = t + \Delta t + t' = 1,35 + 10,73 + 50,4 = 62,44s$; $\boxed{T = 62,44s}$

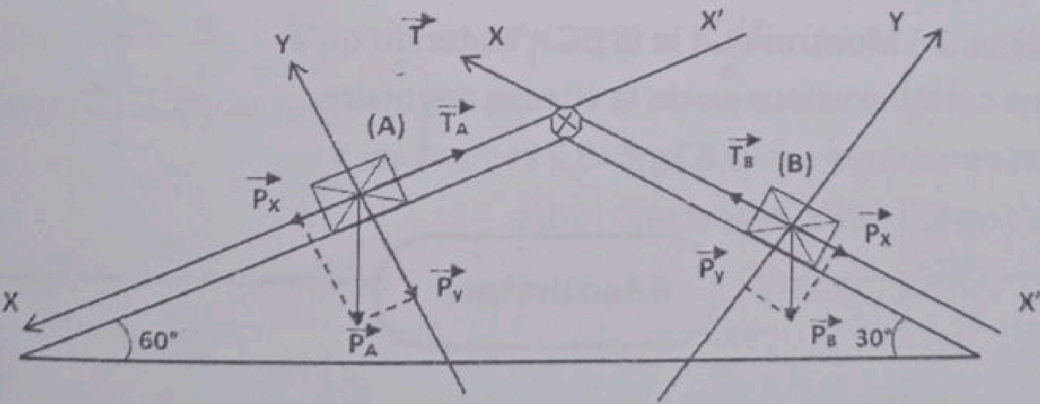
Exercice 19

Les corps A et B de masses $m_A=m_B=5kg$, glissent sans frottement. Les masses du fil et de la poulie sont négligeables, la poulie tourne sans frottement autour de son axe horizontal. Calculer les accélérations de A et B, et la tension du fil. $g=10m/s^2$.



Résolution

α=60°
β=30°



Systè

Corps A et B

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : Les poids ; Les tensions ;

Calculons l'accélération ou les accélérations A et B puis la tension du fil :

D'après le théorème du centre d'inertie

$$\sum \vec{F}ex = m\vec{a}$$

Sur le corps A : $\overrightarrow{P_A} + \overrightarrow{T_A} = m_A\overrightarrow{a_A}$

Projection suivant l'axe (X'X) : $\overrightarrow{P_{XA}} + \overrightarrow{T_A} = m_A\overrightarrow{a_A}$

$$T_A = P_{AX} - m_A a_A = m_A g \sin\alpha - m_A a_A$$

$$T_A = m_A g \sin\alpha - m_A a_A$$

Sur le corps B : $\overrightarrow{P_B} + \overrightarrow{T_B} = m_B\overrightarrow{a_B}$

Projection suivant l'axe (X'X) : $-P_{XB} + T_B = m_B a_B$

$$T_B = m_B a_B + P_{XB} = m_B a_B + m_B g \sin\beta \Longrightarrow \boldsymbol{T_B = m_B a_B + m_B g \sin\beta}$$

La masse de la poulie étant négligeable :

$T=T_A = T_B$ et $a_A=a_B=$ et $m_A=m_B=m$

$m_B a_B + m_B g \sin\alpha = m_A g \sin\alpha - m_A a_A$

$ma + ma = mg(\sin\alpha - \sin\beta) \Longrightarrow$ $\boxed{a = \frac{g}{2}(\sin\alpha - \sin\beta)}$ AN : $\boxed{a = 1,83 m/s^2}$

La tension : Comme $T_A = T_B = T$

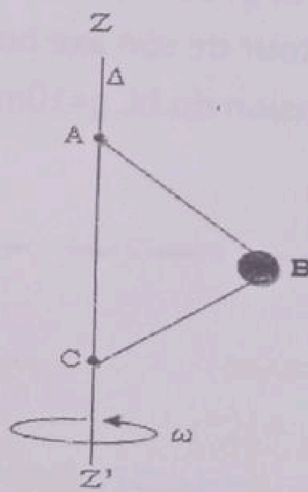
$$T = m(a + g\sin\beta) = 5(1,83 + \boxed{T = 34,15N}$$

Exercice 20

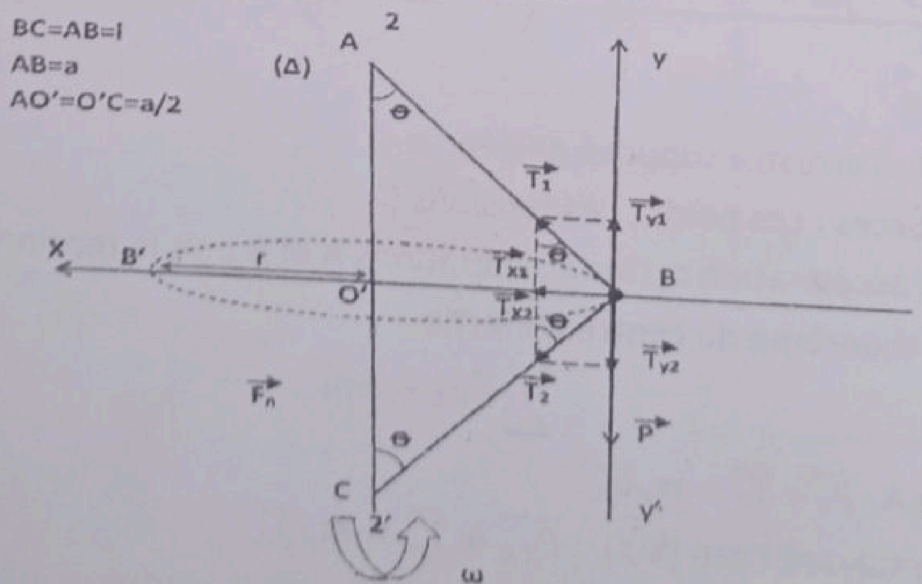
Une bille assimilable à un point matériel B, de masse m, est reliée par deux fils de masse négligeable à deux points A et C d'un axe Δ (figure).

On note : AB=BC=ℓet AC=a. 1-) La bille B tourne à vitesse angulaire ω constante autour de l'axe Δ. Les fils restent constamment tendus. Calculer les tensions des fils en fonction de ω. 2-) Montrer que le fil BC n'es tendu qu'à partir d'une certaine valeur ω_0 de la vitesse angulaire.

Application numérique : m=0,6 kg;ℓ=0,7 m ; a=1 m ;g=9,8m/s²; ω=8,0 rad/s ,puis ω=4,0 rad/s.



Résolution



Système : Le corps B de masse m

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : Le poids ; Les tensions T_1 et T_2

1/Calculons les tensions des fils en fonction de w :

Le fil AB T_1 :

Le fil BC T_2 :

D'après le théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a} \rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection suivant l'axe (X'X) : $T_{X_1} + T_{X_2} = ma_n = mr\omega^2$

$$\begin{cases} \sin\theta = \frac{T_{X_1}}{T_1} \\ \sin\theta = \frac{T_{X_2}}{T_2} \end{cases} \quad \begin{cases} T_{X_1} = T_1 \sin\theta \\ T_{X_2} = T_2 \sin\theta \end{cases} \Rightarrow \sin\theta\,(T_1 + T_2) = mr\omega^2$$

Or: $\sin\theta = \frac{r}{l} \Rightarrow r = l\sin\theta \Rightarrow \boldsymbol{T_1 + T_2 = ml\omega^2}$

Projection suivant l'axe (Y'Y) : $T_{Y_1} + T_{Y_2} - P = 0$

$$T_{Y_1} + T_{Y_2} = mg \quad \begin{cases} \cos\theta = \frac{T_{Y_1}}{T_1} \\ \cos\theta = \frac{T_{Y_2}}{T_2} \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{cases} T_{Y_1} = T_1\cos\theta \\ T_{Y_2} = T_2\cos\theta \end{cases}$$

$$T_1 - T_2 = \frac{mg}{\cos\theta} = mg\, x \frac{1}{\cos\theta}$$

Or : $\cos\theta = \frac{O'A}{l} = \frac{a}{2l}; \frac{1}{\cos\theta} = \frac{2l}{a} \Rightarrow \boldsymbol{T_1 - T_2 = \frac{2mlg}{a}}$

Le système $\begin{cases} T_1 + T_2 = ml\omega^2 \\ T_1 - T_2 = \frac{2mlg}{a} \end{cases}$

$$2T_1 = ml\omega^2 + \frac{2mlg}{a} = ml\left(\omega^2 + \frac{2g}{a}\right) \Rightarrow \boxed{T_1 = \frac{ml}{2}\left(\omega^2 + \frac{2g}{a}\right)}$$

$$2T_2 = ml\omega^2 - \frac{2mlg}{a} = ml\left(\omega^2 - \frac{2g}{a}\right) \Rightarrow \boxed{T_2 = \frac{ml}{2}\left(\omega^2 - \frac{2g}{a}\right)}$$

2/ Si le fil est tendu à partir d'une vitesse angulaire ω_0 *donc*

$T_2 \geq 0$:

$$\frac{ml}{2}\left(\omega^2 - \frac{2g}{a}\right) \geq 0 \Rightarrow \frac{ml}{2} \neq 0\ \omega^2 - \frac{2g}{a} \geq 0 \Rightarrow \omega^2 \geq \frac{2g}{a} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{a}}}$$

$\omega \geq \sqrt{\frac{2g}{a}}$; Pour la valeur minimale de ω:

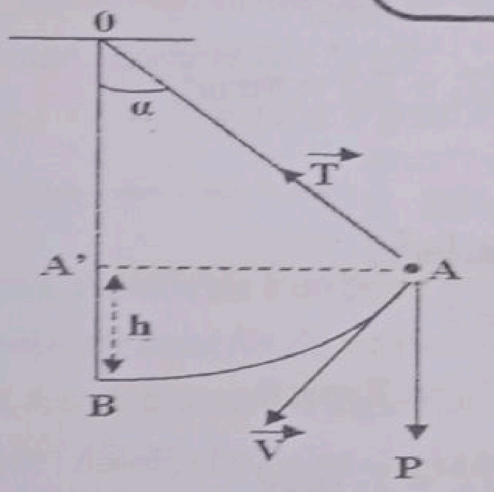
Si $\omega = \omega_1 > \omega_0$; $\begin{cases} T_1 = \frac{ml}{2}\left({\omega_1}^2 + \frac{2g}{a}\right) \\ T_2 = \frac{ml}{2}\left({\omega_1}^2 - \frac{2g}{a}\right) \end{cases}$

Si $\omega < \omega_0$; $T_2 = 0 \Rightarrow$ $\boxed{T_1 = cste}$

Exercice 21

Un pendule simple de masse m=100 g et de période 1 s écarté de sa position d'équilibre d'un angle de 60° s'arrête après 500 oscillations. Que devrait être en Watt la puissance d'un dispositif électrique capable d'entretenir son mouvement.

Résolution



Système : Solide de masse m

Référentiel : Terrestre supposé Galiléen

Bilan des forces : La tension, Le poids

1/ Calculons la puissance électrique capable d'entretenir le mouvement :

$$P = \frac{W_{\vec{P}}}{t} \Rightarrow W_{\vec{P}} = P.h = mgh$$

Comme : $h = l(1 - \cos\alpha)$; $W_{\vec{P}} = mgl(1 - \cos\alpha)$

$$P = \frac{mgl((1 - \cos\alpha)}{t} \text{ et } t = nT$$

$$P = \frac{mgl(1 - \cos\alpha)}{nT} \text{; cherchons la longueur l:}$$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; $T^2 = 4\pi^2\left(\frac{l}{g}\right) \Rightarrow l = \frac{gT^2}{4\pi^2}$

$P = \frac{m(gT)^2(1-\cos\alpha)}{4\pi^2 x\, nT} \Rightarrow$ $\boxed{P = \frac{mg^2T(1 - \cos\alpha)}{4n\pi^2}}$ AN : $\boxed{P = 2{,}44.10^{-4}W}$

Exercice 22

Un enfant prend place sur une luge au sommet O d'une piste enneigée parfaitement plane, de longueur l=OB = 50m, incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontal, l'ensemble forme un solide de masse m=55Kg. Les forces de frottement exercées par le sol sur la luge sont équivalentes à une force F parallèle à la trajectoire d'intensité F=44N.

1/ Un autre enfant communique à l'ensemble (luge + enfant) en O, une vitesse V_0=2m/s vers le bas et selon la ligne de la plus grande pente (OB).

a/ Déterminer les équations horaires du mouvement ;

b/ Calculer la durée de la descente ;

c/ Déterminer la vitesse en B ;

d/ En déduire l'énergie mécanique du système (luge + enfant) au bas de la pente.

2/ Au bas de la pente, la luge aborde une piste horizontale, la force de frottement garde la même valeur qu'au debut.

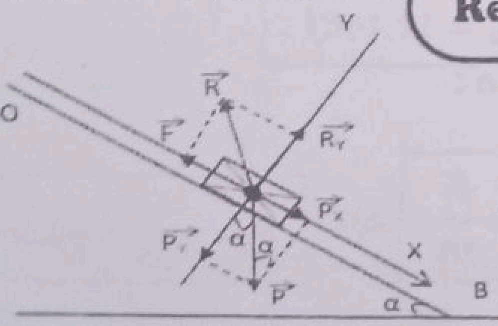
a/ Déterminer la nouvelle accélération sur la piste horizontale.

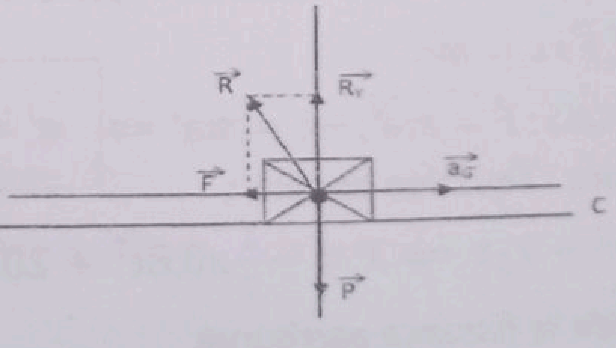
b/ Trouver les équations horaires du mouvement sur cette piste horizontale ;

c/ Calculer la distance parcourue avant l'arrêt.

En déduire la durée totale de la luge sur son mouvement.

Résolution





Système : (enfant + luge) de masse m

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : Le poids ; La réaction.

1/a) Déterminons les équations horaires :

$$\begin{cases} X = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + X_0 \\ V = at + V_0 \end{cases}$$ à t=0 ; X_0=0 ; $$\begin{cases} X = \frac{1}{2}at^2 + V_0t \\ V = at + V_0 \end{cases}$$

Déterminons l'accélération :

D'après le TCI on a : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a}$

Suivant (OX) : $\vec{F} + \overrightarrow{P_X} = m\vec{a} \Rightarrow -F + P_X = ma \Rightarrow$

$$-F + mg\sin\alpha = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha - \frac{F}{m}$$

AN : $a = 9,8x0,5 - \frac{44}{55} = 4,1m/s^2$

$$\begin{cases} X = \frac{1}{2}4,1t^2 + 2t \\ V = 4,1t + 2 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} X = 5,05t^2 + 2t \\ V = 4,1t + 2 \end{cases}}$$

b/ Calcul de la durée de la Descente :

Au point B : $OB = x = 50m \Rightarrow 50 = 2,05t^2 + 2t$

$$2,05t^2 + 2t - 50 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 2^2 - 4(2,05)(-50) = 414$$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{414} = 20,35$ $\begin{cases} t_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2-20,35}{2x2,05} \text{ (à rejeter)} \\ t_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2+20,35}{2x2,05} = 4,48s\ ; \end{cases}$ $\boxed{t = 4,48s}$

c/Calcul de la vitesse en B :

$$V = 4,1t + 2 \text{ en } B : t = 4,48s \Rightarrow V_B = 4,1x4,48 + 2 = 20,4m/s$$

$$\boxed{V_B = 20,4m/s}$$

d/ Déduisons – en l'énergie mécanique en bas de la pente :

$$EM_B = EC_B + EP_B \Rightarrow EM_B = \boxed{EM_B = \frac{1}{2}mV_B{}^2}$$

AN : $EM_B = \frac{1}{2}55(20,4)^2 = 11444,44J$ $\boxed{EM_B = 11,44KJ}$

2/a) Calcul de la nouvelle valeur de l'accélération :

T.C.I : : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a}$

Suivant (OX) : $\vec{F} = m\vec{a'}; -F = ma' \Rightarrow \boxed{a' = -\frac{F}{m}}$ AN : $\boxed{a' = -\frac{44}{55} = -0,8m/s^2}$

b/ Trouvons l'équation horaire :

$X = \frac{1}{2}at^2 + V_Bt \Rightarrow X = -\frac{1}{2}x0,8t^2 + 20,4t \Rightarrow \boxed{X = -0,4t^2 + 20,4t}$

c/ Calcul de la distance parcourue

or $V = a't + V_0 \Rightarrow V = -0,8t + 20,4$

$à\ l'arrêt\ v = 0 \Rightarrow 0 = -0,8t + 20,4 \Rightarrow t = \frac{20,4}{0,8} = 25,5s \Rightarrow t = 25,5s$

Donc : $X' = -0,4t'^2 + 20,4t'; pour\ t' = 25,5s$

On a : $X' = -0,4(25,5)^2 + 20,4x25,5s = 260,1m \Rightarrow$ $\boxed{X' = 260,1m}$

Calcul de la durée totale :

$\boxed{t_t = t + t'}$ AN : t=4,48 + 25,5 = 29,98s $\Rightarrow$ $\boxed{t_t \approx 30s}$

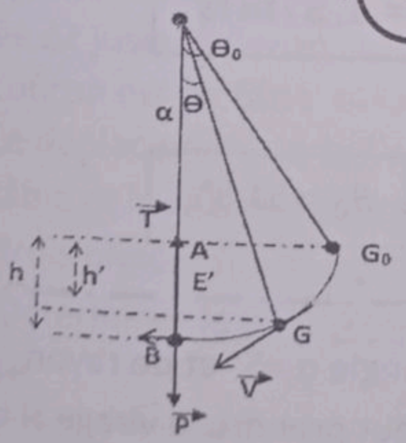
Exercice 23

Un pendule simple est constitué par un point matériel M, de masse m=0,3kg, attaché à un point fixe O par un fil de masse négligeable et de longueur l=1m. On prendra g=9,81m/s².

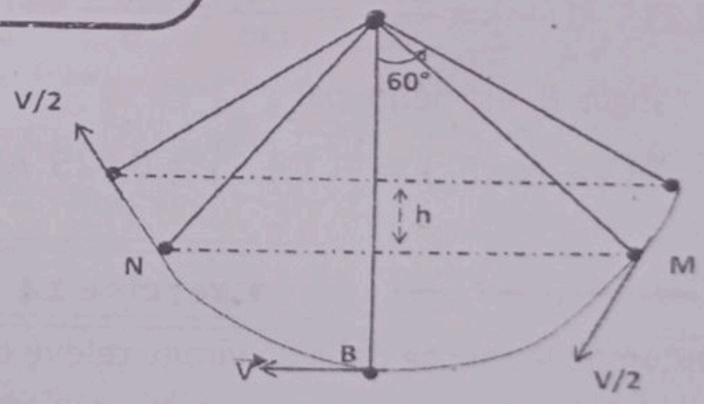
1/ On l'écarte de la position d'équilibre d'un angle $\theta_0 = 60°$. Avec quelle vitesse le point matériel M repasse – t – il par la position d'équilibre ? Quelle est la tension du fil à l'instant de ce passage ?

2/ Calculer, en fonction de et θ_0 *et* θ la vitessse du point M lorsque le pendule fait l'angle θ avec la verticale. Déterminer, par une construction géométrique simple les points de la trajectoire où le point M a une vitesse égale à la moitié de la précédente.

Résolution



Fig(1)



Fig(2)

Système : Solide de masse m

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : La tension $(\vec{T})$, Le poids $(\vec{P})$

1/ Déterminer la vitesse :

D'après le TEC on a :

$$\Delta E_C = \sum W\vec{F}ex \Rightarrow E_C - E_{C_0} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{T}}$$

$$W_{\vec{T}} = 0 \ avec \ W_{\vec{P}} = mgh \ et \ E_{C_0} = 0 \Rightarrow E_C = mgh \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mV^2 = mgh \Rightarrow V^2 = 2gh = 2gl(1 - \cos\theta)$$

$\boxed{V = \sqrt{2gl(1 - \cos\theta)}}$ AN : $\boxed{V = 3,13m/s}$

COLLECTION LA MAME PLUS Mr kémoko sylla & Fodé cissé EDITION 2021

Calculons la tension : D'après le TCI on a : $\sum \vec{F}ex = m\vec{a} \Rightarrow$
$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$; la projection sur l'axe BO :
$T - P = ma_n = m\frac{V^2}{l} = mg(1 - \cos\theta) \Rightarrow \boxed{T = mg(1 - \cos\theta)}$
AN : $\boxed{T = 5.9N}$

2/ Calculons en fonction de θ_0 et θ la vitesse du point M :
D'après le T.E.C on a :
$\Delta E_C = \sum W\vec{F}ex \Rightarrow \frac{1}{2}mV'^2 = gmh'$;
$avec\ h' = l(\cos\theta - \cos\theta_0) \Rightarrow \boxed{V' = \sqrt{2gl(\cos\theta - \cos\theta_0)}}$
AN : $\boxed{V' = 4,43\sqrt{(\cos\theta - \cos\theta_0)}}$

$$Or :\ V^2 = 2gh\ et\ V'^2 = 2gh'\ avec\ V'^2 = \frac{V^2}{2}$$

On obtient : $h' = \frac{1}{4}h \Rightarrow l(\cos\theta - \cos\theta_0) = \frac{1}{4}l(1 - \cos\theta)$

$$V' = 4{,}43\sqrt{\frac{1}{4}(1 - \cos\theta_0)} = 2{,}215\sqrt{1 - \cos\theta_0} \Rightarrow$$

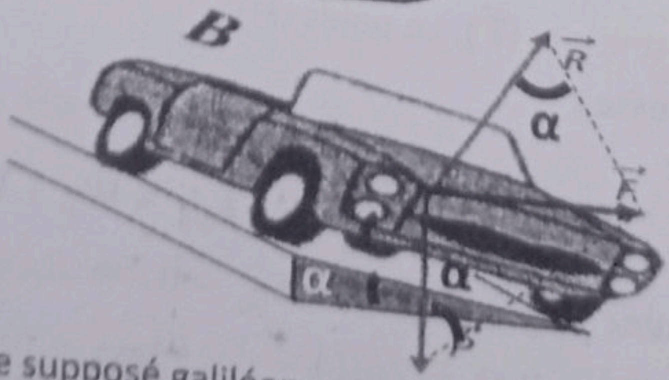
$V' = 2{,}215\sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{2{,}215}{\sqrt{2}} = \frac{2{,}215}{1{,}41} = \frac{1{,}57m}{s} \Rightarrow \boxed{V' = 1,57m/s}$

Donc : l'angle θ est défini par :
$\cos\theta = \frac{1}{4}(1 + \cos\theta_0) = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{3}{2}\right) = 0{,}625$ AN : $\boxed{\theta_0 = 51{,}3°}$

Exercice 24

Une automobile tourne dans un virage relevé d'un angle α =5° et de rayon R=50m. Calculer la vitesse à laquelle l'automobile peut prendre le virage si on suppose les frottements négligeables. On donne g=9,8m/s²

Résolution



Système : Automot

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : Le poids ($\vec{T}$), ; La réaction ($\vec{R}$),.

Calculons la vitesse de l'automobile :

D'après le schéma :

$$\tan\alpha = \frac{F}{P} \text{ ; Or : } \begin{cases} P = mg \\ F = ma_n \end{cases} \text{ Et } a_n = \frac{V^2}{R}$$

$$\tan\alpha = \frac{F_C}{mg} = \frac{ma_n}{mg} = \frac{\frac{V^2}{R}}{g} = \frac{V^2}{Rg} \Longrightarrow \tan\alpha = \frac{V^2}{Rg} \Longrightarrow V^2 = Rg\tan\alpha \Longrightarrow$$

$\boxed{V = \sqrt{Rg\tan\alpha}}$ AN: $\boxed{V = 74,5Km/h}$

Exercice 25

Un solide est tiré le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné par un câble parallèle à ce plan qui fait un angle α avec l'horizontale. La masse m du solide est égale à 980kg. 1-) Le mouvement comporte trois (3) phases.

1ère phase : le mouvement est d'abord uniformément accéléré durant le temps Δt;

2ème phase : le mouvement est uniforme durant 6s, sur une distance de 36m;

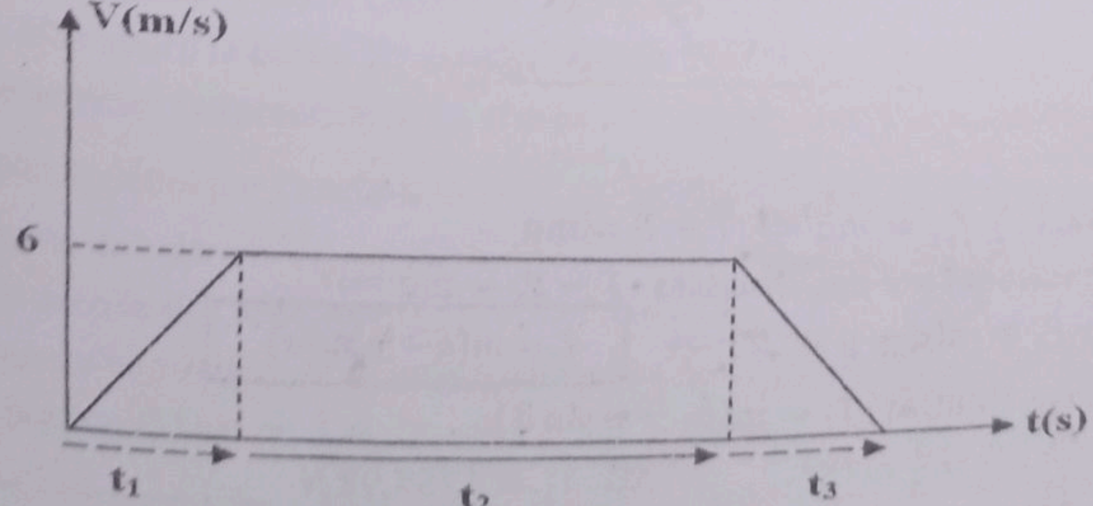
3ème phase : le mouvement est uniformément retardé pendant une même durée Δt jusqu'à l'arrêt. Sachant que la distance parcourue est de 60m, calculer la durée totale du trajet effectué par le solide.

2-) Le déplacement se fait sans frottement. Déterminer la force de traction du câble et la réaction du sol sur le solide au cours des trois phases du mouvement. On donne : α=20°,g=9,8m/s^2.

3-) Déterminer la puissance exercée par la force de traction pendant la 2ème phase.

Résolution

1) Calcul de la durée du trajet :



Mr kémoko sylla & Fodé cissé EDITION 2021

1^{ere} *Méthode:* (par graphe) ; $\mathcal{A} = \frac{h(B+b)}{2} \Longrightarrow \boxed{t_T = \frac{2x_T}{v_1} - t_2}$

$x_T = \frac{v_1(t_2+t_T)}{2} \Longrightarrow t_T = \frac{2x_T}{v_1} - t_2$;

AN : $t_T = \frac{120}{6} - 6 = 14\,S \Longrightarrow \boxed{t_T = 14\,S}$

2^{eme} *Méthode:* $t_T = t_1 + t_2 + t_3$

▶ Déterminons : t_1; t_2 et t_3

•1^{ere} *Phase:* (MRUA) : $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 \\ v_1 = a_1t_1 \\ v_1^2 = 2a_1x_1 \end{cases} \Rightarrow x_1 = \frac{v_1t_1}{2}$

•2^{eme} *Phase:* (MRU) :

$x_2 = v_1t_2 \Rightarrow v_1 = \frac{36}{6} = 6\ m/S$; Donc :

•3^{eme} *Phase:* (MRUR) :

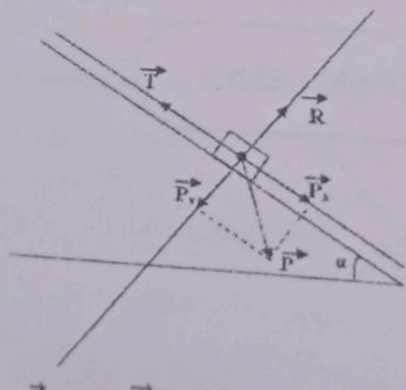
$\begin{cases} x_3 = \frac{1}{2}a_3t_3^2 + v_1t_3 \\ 0 = a_3t_3 + v_1 \\ -v_1^2 = 2a_3x_3 \end{cases} \Rightarrow x_3 = \frac{v_1t_3}{2}$

Or : $x_T = x_1 + x_2 + x_3 = \frac{v_1t_1}{2} + x_2 + \frac{v_1t_3}{2}$;

Mais : $t_1 = t_3 \Rightarrow t_1 = \frac{x_T - x_2}{v_1} = \frac{60-36}{6} = 4 \Leftrightarrow$

$t_1 = t_3 = 4\,S$; Alors : $t_T = 4 + 4 + 6 = 14\,S \Rightarrow \boxed{t_T = 14\,S}$

2)) Calcul de la force exercée par le câble durant les trois phases :



D'après : T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Longrightarrow \vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$

Projection suivant l'axe des abscisses : $T - P_x = ma \Longrightarrow$

$T = ma + P_x = m(a + g\sin\alpha) \Longrightarrow \boxed{T = m(a + g\sin\alpha)}$

•1^{ere} *Phase:* (MRUA) ; $T_1 = m(a_1 + g\sin\alpha)$

Or : $a_1 = \frac{v_1}{t_1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}\ m/S^2$ AN : $T_1 = 4757{,}92\ N$

•2^{eme} *Phase*: (MRU) ; $T_2 = m(a_2 + g\sin\alpha)$; $a_2 = 0$

$T_2 = mg\sin\alpha$

AN : $T_2 = 3287{,}92N$

•3^{eme} *Phase*: (MRUR) ; $T_3 = m(a_3 + g\sin\alpha)$

Or : $a_1 = -\frac{v_1}{t_1} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}\ m/S^2$ AN : $T_3 = 1817{,}92N$

3) Calcul de la puissance pendant la 2^{eme} *Phase* :

$P_{(\vec{T}_2)} = T_2 v_1$; AN : $P_{(\vec{T}_2)} = 19{,}73\ kW$

Exercice 26

Une piste ABCD est formée de trois parties AB, BC et CD situées dans un même plan vertical.

▶AB est une portion de cercle de centre O, de rayon $r = 3\ m$ et d'ouverture $\theta_0 = \left(\widehat{\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}}\right) = 60°$.

▶ BC est une portion rectiligne de longueur $BC = \ell = 4\ m$.

▶ DC représente un quart de circonférence de rayon r'. Une bille ponctuelle de masse 200 g est abandonnée du point A avec une vitesse initiale $v_A = 2\ m/S$.

1)) Calculer la valeur de la vitesse de la bille et la réaction en un point M défini par l'angle $\theta_1 = \left(\widehat{\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OM}}\right) = \frac{1}{2}\theta_0$, en supposant les frottements négligeable.

2)) En réalité sur le tronçon ABC existe des frottements équivalent à une force unique f d'intensité constante. Les forces de frottements sur la partie CD. Le mobile arrive en C

avec la vitesse de $4\ m/S$. Calculer l'intensité de la force de frottement

3)) La bille abord la partie CD avec la vitesse de $4\ m/S$.

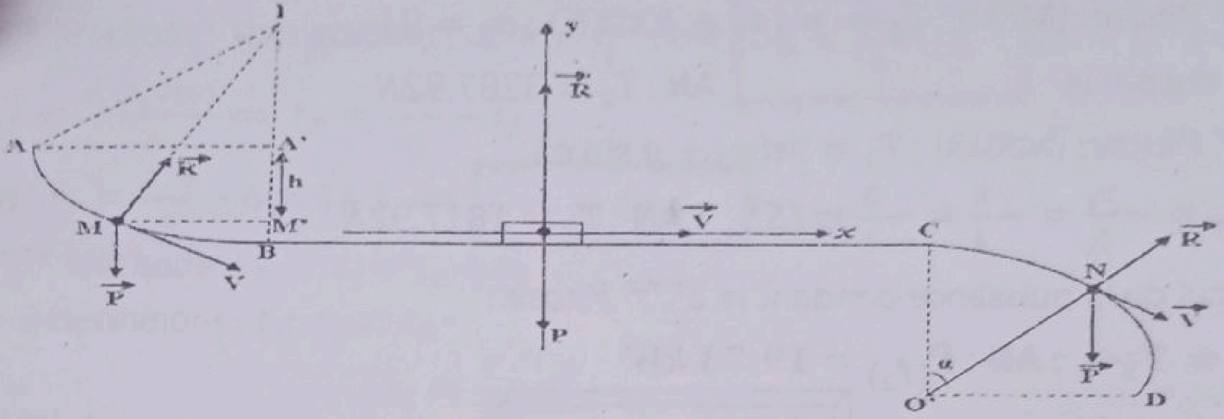
a)) Déterminer l'expression de la vitesse et celle de la réaction de la piste en un point N défini par l'angle $\alpha = \left(\widehat{\overrightarrow{O'C};\ \overrightarrow{O'N}}\right)$ en fonction de $v_C; m; g; r'$ et α.

b)) Quelle doit-être la valeur minimale du rayon r' de la portion CD pour que la bille décolle dès le point C ?

c)) Pour qu'elle valeur de α, la bille quitte-t-elle la sphère lorsque le rayon r' de la portion CD est de 3 m. On prendra $g = 10\ m/S^2$.

Résolution

Mr kemoko sylla & Fodé cissé EDITION 2021



1)) Calcul de la vitesse et la réaction au point M :

D'après T.E.C :

$\Delta E_C = \sum W_{\vec{f}_{ex}} \Rightarrow E_{C_M} - E_{C_A} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}} \Rightarrow$

$\frac{1}{2}m(v_M^2 - v_A^2) = mgh = mgr(\cos\theta_1 - \cos\theta_0)$

Avec : $h = OM - OA' = r(\cos\theta_1 - \cos\theta_0)$

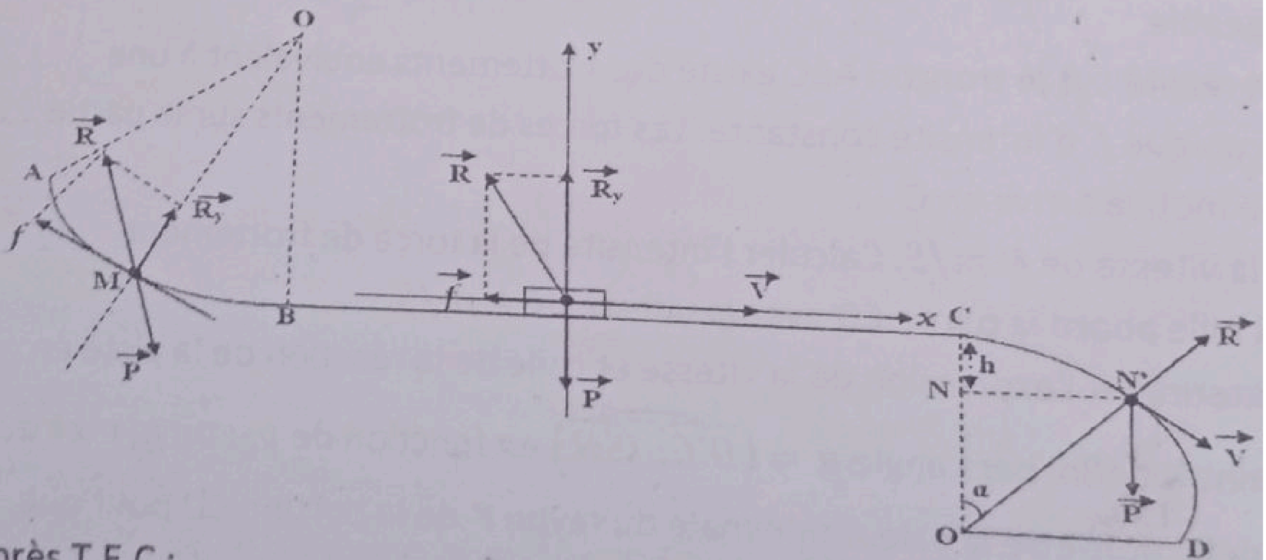
$\boxed{v_M = \sqrt{v_A^2 + 2gr(\cos\theta_1 - \cos\theta_0)}}$ AN : $\boxed{v_M = 5{,}05\ m/S}$

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection suivant l'axe normal : $R - P_y = ma_n$

$\boxed{R = m(\frac{v_M^2}{r} + g\cos\theta_1)}$ AN : $\boxed{R = 3{,}39\ N}$

2)) Calcul de la force de frottement :



D'après T.E.C :

$\Delta E_C = \sum W_{\vec{f}_{ex}} \Rightarrow E_{C_C} - E_{C_A} = W_{\vec{P}_{AC}} + W_{\vec{R}_{AC}} \Rightarrow$

$\frac{1}{2}m(v_C^2 - v_A^2) = mgh - f(\widehat{AB} + BC)$;

Avec : $h = OM - OA' = r(\cos\theta_1 - \cos\theta_0)$ et $\widehat{AB} = r\theta_0; BC = \ell$

$\frac{1}{2}m(v_C^2 - v_A^2) = mgr(\cos\theta_1 - \cos\theta_0) - f(r\theta_0 + \ell)$

$$\boxed{f = \frac{mgr(\cos\theta_1 - \cos\theta_0) + \frac{1}{2}(v_A^2 - v_C^2)}{(r\theta_0 + \ell)}}$$

AN : $\boxed{f = 0{,}24\ N}$

3))a) Déterminons les expressions de la vitesse et celle de la réaction en fonction de : $v_C; m; g; r'$ et α

D'après T.E.C :

$\Delta E_C = \sum W_{\vec{f}_{ex}} \Rightarrow E_{C_N} - E_{C_C} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}} \Rightarrow$

$\frac{1}{2}m(v_N^2 - v_C^2) = mgh' = mgr'(1 - \cos\alpha)$

Avec : $h' = r'(1 - \cos\alpha)$ $\Rightarrow$ $\boxed{v_N = \sqrt{v_C^2 + 2gr'(1 - \cos\alpha)}}$

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection suivant l'axe normal : $-R + P_y = ma_n$

$R = P_y - ma_n = mg\cos\alpha - m\frac{v_N^2}{r'}$;

$R = mg\cos\alpha + 2mg\cos\alpha - 2mg - m\frac{v_C^2}{r'} \Rightarrow \boxed{R = m\left[g(3\cos\alpha - 2) - \frac{v_C^2}{r'}\right]}$

b)) Calcul de la valeur minimale du rayon :

$$R = m\left[g(3\cos\alpha - 2) - \frac{v_C^2}{r'}\right]$$

Condition : $R = 0$ et $\alpha = 0° \Rightarrow$ $\boxed{r_{min} = \frac{v_C^2}{g}}$

AN : $\boxed{r_{min} = 1{,}63\ m}$

c)) Calcul de la valeur de α :

Au point N : $R = 0 \Rightarrow m\left[g(3\cos\alpha - 2) - \frac{v_C^2}{r'}\right] = 0 \Rightarrow$ $\boxed{\cos\alpha = \frac{v_C^2 + 2gr'}{3gr'}}$

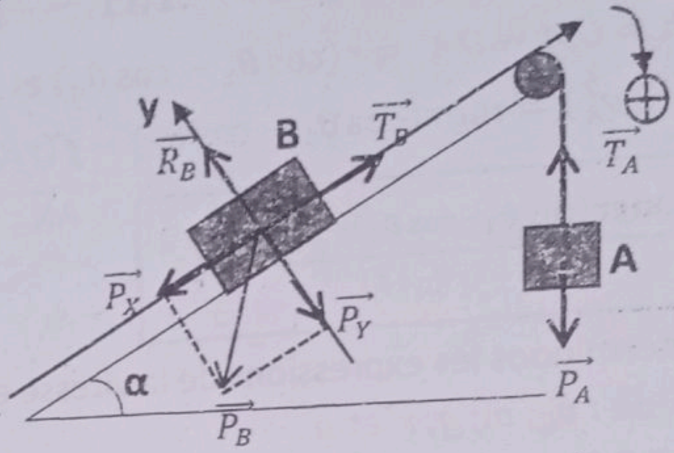
AN : $\cos\alpha = 0{,}848 \Rightarrow$ $\boxed{\alpha = 32°}$

Exercice 27

Un corps A de masse m=70g entreint dans sa chute un corps B de masse M=80g qui glisse sur un plan incliné de 30° par rapport au plan horizontal. A et B sont relié par un fil qui passe sur gorge d'une poulie dont on néglige la masse. Calculer en négligeant tous les frottements l'accélération et la tension du fil . g=10m/s²

Résolution

COLLECTION LA MAME PLUS Mr kémoko sylla & Fodé cissé EDITION 2021



Calcul de l'accélération

Appliquons le TCI sur le corps A : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P_A} + \vec{T_A} = m\vec{a} \Rightarrow$

$$P_A - T_A = ma \Rightarrow \boxed{T_A = mg - ma}$$

Appliquons le TCI sur le corps B : $\sum \vec{f}_{ex} = M\vec{a} \Rightarrow \vec{P_B} + \vec{T_B} + \vec{R_B} = M\vec{a} \Rightarrow$

$$\begin{cases} \vec{P_X} + \vec{T_B} = M\vec{a} \\ \vec{P_Y} + \vec{R_B} = \vec{0} \end{cases} \Rightarrow -P_X + T_B = Ma \Rightarrow \boxed{T_B = Mg\sin\alpha + Ma}$$

La masse de la poulie étant négligeable :

$$T_A = T_B \Rightarrow mg - ma = Mg\sin\alpha + Ma \Rightarrow \boxed{a = \frac{g(m - M\sin\alpha)}{M+m}}$$ AN : $\boxed{a = 2 m/s^2}$

Calcul de la tension du fil

Comme $T_A = T_B = m(g-a)$ AN : $T_A = T_B = 0{,}56\ N$

BRAVO PHYSIQUE !!!

EXERCICES PROPOSES

+++++++++++++++++++Exo1:+++++++++++++++++++++++

Un petit objet est lancé de bas en haut sur un plan incliné faisant un angle $\alpha = 15°$ avec l'horizontal. Déterminer le coefficient de frottement si la durée du temps à la descente est $n = 2$ fois inférieur à celui de la montée.

Rép : $k = 0{,}16$

+++++++++++++++++++Exo2:+++++++++++++++++++++++

Un mobile glisse sans frottement sur un aérobus incliné d'un angle α par rapport au plan horizontal. Un dispositif approprié permet de connaître les positions d'un point A du mobile à des intervalles de temps égaux à τ=0,1s. On a ainsi cinq (5) positions notées A_1,A_2,A_3,A_4,A_5. Les mesures donnent : A_1A_2=12,0cm ;A_1A_3=26,4cm ; A_1A_4=43,2cm ; A_1A_5=62,4cm. a. Quelle est la nature du mouvement du mobile ? Calculer la valeur de l'angle α.

b. Le mobile étant parti du repos à la date t=0, déterminer à quelle date t_1 le point A se retrouve en A_1 et la distance x_1 parcourue alors depuis le départ, g=9,8m/s^2.

Réponses numériques: α=14,2° ;t_1=0,45s ;x_1=24,3cm.

+++++++++++++++++++Exo3:+++++++++++++++++++++++

On pose une masse $m_2 = 8\ kg$ sur une masse $m_1 = 5\ kg$, puis on pose l'ensemble sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 60°$ par rapport à l'horizontal. Le coefficient de frottement du mouvement entre m_1 , m_2 est h_2, et entre m_1 et la surface inclinée est h_1. Calculer les accélérations des deux masses.

AN : $h_1 = 2h_2 = 0{,}3$; On donne $g = 9{,}8\ m/S^2$

Rep : $a_1 = 3{,}53\ m/S^2\ et\ a_2 = 7{,}79\ m/S^2$

++++++++++++++++++++Exo4:+++++++++++++++++++++++

Un solide S de masse m, est lancé avec une vitesse $\overrightarrow{V_A}$ sur un plan incliné faisant un angle α avec le plan horizontal. Le solide parcourt une distance AB sur le plan incliné puis reviens en A les forces de frottement sur ce plan son équivalente à une force constante $\vec{f}$ de direction parallèle à $\overrightarrow{AB}$ mais de sens opposé au S

COLLECTION LA MAME PLUS Mr kémoko sylla & Fodé cissé EDITION 2021

a)) Exprimer les abscisses des accélérations $\overrightarrow{a_1}$ du solide a la monté et $\overrightarrow{a_2}$ du solide à la descente en fonction de (g α f et m)

b)) Le tableau donne quelle que valeur de l'abscisse V_x du vecteur vitesse en fonction du temps t

t(s)	0	2	6
V_x	16	0	-8

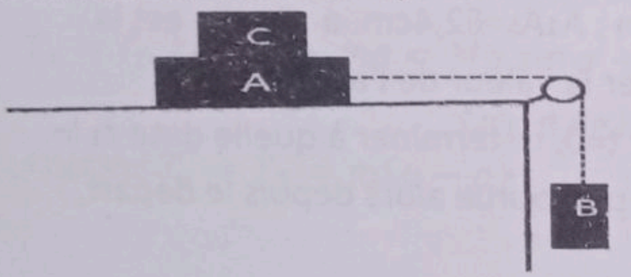
En déduire la valeur de α et celle de $\vec{f}$ pour m=100g ; g=10N/kg.

Rép : b) α=30° ; f=0,3N

++++++++++++++++++++Exo5:++++++++++++++++++++++++++

Les masses des corps A et B sur la figure ci-dessous sont respectivement $10\ kg\ et\ 5\ kg$. Le coefficient de frottement de A avec la table est 0,20. La masse de la poulie est négligeable. Trouver la masse minimale de C qui empêche A de bouger.

Calculer l'accélération du système si on soulève C.



Rép : $m = 15\ kg\ ;\ a = 1{,}36\ m/S^2$

++++++++++++++++++++Exo6:++++++++++++++++++++++++++

Un mobile de masse m glisse le long de la ligne de plus grande pente d'une table inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal. Ce mobile a été lâché sans vitesse et l'enregistrement du mouvement du centre d'inertie a été déclenchée à une date quelconque, que l'on prend comme origine des dates, la position correspondante est choisie comme origine des abscisses. Le tableau ci-dessous donne les abscisses du centre d'inertie du solide sur la trajectoire en fonction du temps.

t(s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
X (cm)	0	7,5	18	31,5	48	67,5	90

1-) a) Les intervalles de temps séparant deux mesures consécutives sont suffisamment courts pour qu'on puisse confondre les valeurs des vitesses instantanées et des vitesses moyennes. Calculer les valeurs de la vitesse aux

+++++++++++++++++++Exo8:+++++++++++++++++++++++++

Un solide en mouvement sur un plan incliné de 45° à une accélération de $2m/s^2$. Calculer son coefficient de frottement et en déduire la force de frottement. La masse du solide est de 60kg.

Rép : k=0,71 ; f=300N.

+++++++++++++++++++Exo9:+++++++++++++++++++++++++

Une automobile de masse m=1000kg se déplace sur une route rectiligne et horizontale à la vitesse de 90km/h. Les résistances dues au sol et à l'air sont équivalentes à une force de 450N en sens contraire de la vitesse. Le conducteur freine et le moteur cesse d'agir. La voiture prend un mouvement uniformément retardé et s'arrête en 5 secondes. Quelle est la force de freinage ?

*Réponse numérique:*4550N.

+++++++++++++++++++Exo10:+++++++++++++++++++++++++

Une automobile de masse $m = 600kg$ aborde à la vitesse de 72 km/h, une côte dont la pente est 4% (on s'élève de 4cm par mètre de route). On prendra $g = 10\ m/S^2$.

1)) En supposant les frottements négligeables, quelle est la force supposée constante que devra exercer le moteur pour conserver la vitesse de $72\ km/h$?

2)) A un moment donné, le conducteur arrête son moteur sans serrer les freins. En supposant que les résistances passives à l'avancement soient de $300\ N$ par tonne, quelle sera la distance parcourue par l'automobile avant de s'arrêter sur la rampe de 4% ? Au bout de combien de temps après l'arrêt du moteur se produit l'arrêt du véhicule ?

3)) Quelle serait alors la force de freinage constante qui permettrait un arrêt de la voiture sur une distance de $20\ m$? Durée de ce freinage ?

Rép : 1)) $240\ N$; 2)) $286\ m$; $28{,}6\ S$; 3)) $5580\ N$; $t = 2\ S$.

+++++++++++++++++++Exo11:+++++++++++++++++++++++++

Un corps D de masse $m = 5{,}5\ kg$ se déplace sans frottement sur la surface d'un cône ABC. En tournant autour de l'axe EE' avec une vitesse angulaire de $10\ rad/minutes$. Calculer :

a)) La réaction de la surface sur le corps

b)) La tension du fil

c)) La vitesse angulaire nécessaire pour rendre nulle la réaction du plan.

$g = 9{,}8\, m/S^2$. On donne :

$ED = 4{,}5\, m$; l'angle de cette cône est $\alpha = 60°$ par rapport à l'axe EE'.

Rép : a)) $R = 37\, N$; b)) $T = 46{,}4\, N$ ou $T = 43{,}42\, N$ c)) $\omega = 2{,}1\, rad/S$.

++++++++++++++++++++Exo12:+++++++++++++++++++++++++

Un pendule simple est suspendu au toit du wagon d'un train qui roule en ligne droite sur un 1terrain plat à une vitesse de $120\ km/h$. Un passager s'aperçoit que le pendule dévie subitement vers la droite, faisant un angle $\alpha = 10°$ avec la vertical, il conserve cette position pendant $30\ S$, puis revient à la verticale.

1)) Comment interprétez-vous la déviation du pendule ?

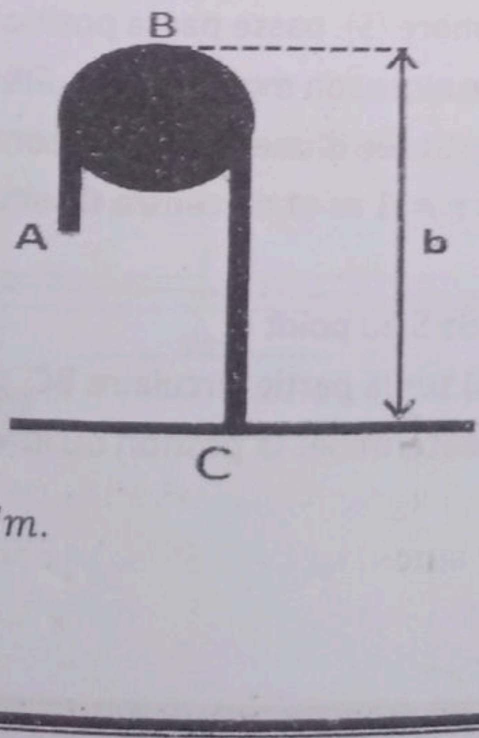
2)) Calculer le rayon de courbure

3)) De quel angle le train à t-il tourné ?

Rép : 2)) $R = 631\ N$; 3)) $\theta = 91°$

++++++++++++++++++++Exo13:+++++++++++++++++++++++++

Une corde de masse M uniformément repartie sur sa longueur L (Figure ci-dessous) peut glisser sans frottement sur la gorge d'une poulie bloquée de très petit rayon. Quand le mouvement commence $BC = b$. Montrer que lorsque $BC = \frac{2}{3}L$, l'accélération est $a = \frac{1}{3}g$ et la vitesse $v = \sqrt{\frac{2g}{L}\left(bL - b^2 - \frac{2}{9}L\right)}$



AN : $L = 12cm$ et $b = 7m$.

Rép : $v = 10{,}6\ m/S$

++++++++++++++++++++Exo14:++++++++++++++++++++++++

On dispose d'un plan incliné (AB) de longueur $\ell = 25\ m$. Il fait avec le plan horizontal un angle $\alpha = 30°$ à la date $t = 0$ un solide (S) de masse (m) est lancé de A vers B suivant la ligne de plus grande pente avec une vitesse $\vec{v}_0$. Au même instant un solide (S') de masse m' est lâché en B sans vitesse.

1)) Ecrire les équations horaires des mouvements de chacune des deux masses supposées ponctuelles.

2)) A quelle date et en quel point les deux masses vont-elles se croiser ?

3)) Le solide (S) peut-il atteindre le point B ? Si non à quelle date repasse-t-elle par le point A ? On donne : $v_0 = 10\ m/S$; $g = 10\ SI$

Rép : Consulter

++++++++++++++++++++Exo15:++++++++++++++++++++++++

1)) Une sphère de masse $m = 200g$, assimilable à un point matériel, est attaché à l'extrémité d'un fil de masse négligeable, inextensible et de longueur $L = 1m$. L'autre extrémité du fil est attaché à un point fixe O. On écarte (S) de sa position d'équilibre, le fil tendu faisant un angle $\alpha_m = 60°$ avec la verticale de O, puis on la lâche sans vitesse.

a)) Quelle sera la trajectoire de S ?

b)) Déterminer la vitesse de la sphère (S) en fonction de l'angle α que fait le fil avec la verticale à un instant t quelconque après qu'elle soit lâché.

c)) Calculer cette vitesse au passage à la position d'équilibre. Préciser sa direction

2)) Une première fois où la sphère (S) passe par la position d'équilibre le fil se détache d'elle. (S) continue alors son mouvement, ultérieur sans frottement, sur une piste constituée d'une partie horizontale (AB) et d'une partie circulaire BC de rayon $r = 1\ m$ et de centre O_1 situé au-dessus de B sur la verticale.

a)) Déterminer la vitesse v_B de S au point B

b)) En repérant la position (S) sur la partie circulaire BC, par l'angle θ que fait le rayon (O_1S) avec (O_1B), déterminer la positon où la vitesse sera nulle. Que se passera-t-il après ?

Rép : Consulter

++++++++++++++++++++Exo16:++++++++++++++++++++++++

Un corps B de masse $m = 3kg$ est placé sur un autre corps de masse $m' = 5kg$. On suppose qu'il n'ya pas de frottement entre le corps A et la surface sur laquelle il repose. Les coefficient de frottement et d'adhérence du mouvement entre les deux corps sont respectivement $0{,}2$ et $0{,}1$.

a)) Quelle force maximale peut-on appliquer à chaque corps pour faire glisser le système en maintenant ensemble les deux corps ?

b)) Quelle est l'accélération quand cette force maximale est appliquée ?

c)) Quelle est l'accélération du corps B si la force est plus grande que la force maximale ci-dessus et est appliquée au corps A ? et appliquée au corps B ?

Rép : a)) $F = 15{,}7\ N$; b)) $a = 1{,}96\ m/S^2$; c)) $a = \pm\ 0{,}98\ m/S^2$

++++++++++++++++++++Exo17:++++++++++++++++++++++++

Un mobile de masse m est astreint à se déplacer sur un plan incliné dont la ligne de plus grande pente forme un angle α avec l'horizontal. La surface du plan engendre des frottements que l'on peut assimiler à une force dont la valeur est fonction du poids du mobile et de l'angle $\alpha : F = kP\cos\alpha$.

1)) A partir de quelle valeur α_0 de l'angle α, le mobile se met-il à glisser ?

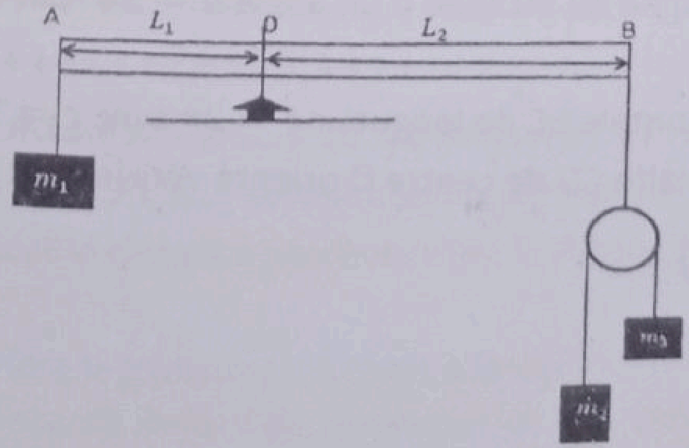
2)) pour une inclinaison $\alpha > \alpha_0$, donner les expressions des accélérations de la montée et de la descente du mobile.

++++++++++++++++++++Exo18:++++++++++++++++++++++++

En considérant les forces de frottement négligeable ainsi que la masse de la poulie.

1) Monter que la barre AB dans la figure ci-dessous sera en équilibre à condition que l'équation suivante soit vérifiée : $m_1(m_2 + m_3)\ell_1 = 4m_2m_3L_2$

2) Trouver la force que le couteau exerce sur la barre.



Rép : 2)) $R = g\left(m_1 + \frac{4m_2m_3}{m_2+m_3}\right)$

++++++++++++++++++++Exo19:++++++++++++++++++++++++++

Un corps dont le poids est $8\ N$ et qui repose sur un plan rugueux incliné de $\theta = 35°$ le coefficient d'adhérence du mouvement est 0,40. On prendra $g = 10\ m/S^2$.

a)) Quel doit être l'angle d'inclinaison pour que le corps glisse avec une vitesse constante ?

b)) Quelle est la force normale pour une inclinaison de $\theta = 35°$?

c)) Quelle est la force de frottement pour $\theta = 35°$

d)) Quelle est l'accélération pour une inclinaison de $\theta = 35°$?

Rép : a)) 21,8° ; b)) 6,55 N ; c)) 2,62 N ; c)) 2,46 m/S^2.

++++++++++++++++++++Exo20:++++++++++++++++++++++++++

Dans une machine d'Atwood les deux masses A et B suspendus aux deux extrémisées du fil pèses chacune 165 g. Sur la masse A placé au point O de la règle graduée on a mis une surcharge de 20g. Sur l'action de cette surcharge le système se met en marche.

1)) Quelle est la valeur de l'accélération du mouvement de A et B

2)) Quelle est la distance parcourue par A ou B au bout de 2 S.

3)) A la fin de la deuxième seconde un curseur annulaire enlève la surcharge. Quel mouvement alors prend le système ? Calculer sa vitesse ? $g = 9{,}8\ m/S^2$

Rép : $a = 0{,}56\ m/S^2$; $x = 1{,}12\ m; v = 1{,}12\ m/S$

++++++++++++++++++++Exo21:++++++++++++++++++++++++++

Un solide de masse 2 kg, de dimension négligeable est mobile sur une piste suitée dans le plan vertical. Cette piste est constituée de trois parties :

- Une partie rectiligne AB inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontal.
- Une partie horizontale BC de longueur $\ell = 2r$ avec $r = 1m$.
- Une partie circulaire CD de centre O orienté vers le haut, de rayon r et tel que $\theta = \left(\widehat{\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OD}}\right) = 60°$.

Sur les parties AB et BC les frottements sont équivalent à une force unique d'intensité f au dixième du poids du solide. Sur la piste CD on néglige les frottements.

1)) Exprimer la vitesse du solide au point B ; C et D en fonction de $g; h\ et\ r$

2)) a) De quelle hauteur peut-on lâcher le solide pour que la vitesse en D soit égale à $2\ m/S$?

b)) Calculer l'accélération du solide sur le tronçon AB et en déduire la durée du parcourt AB.

3))a) Exprimer la force exercée par la piste sur le solide en D en fonction de $g; h\ et\ r$.

b)) En déduire la valeur minimale de le hauteur pour que le solide quitte la piste en D.

c)) Le solide peut-il toucher le plafond situé à $1,5\ m$ au-dessus de C ? Justifier votre réponse !

Rép : $2)a)\ h = 2,25\ m\ ; b)\ a = 4\,m/S^2\ ; t = 1,5\ S\ ;\ 3)b)\ h_{min} = 1,125\ m$

+++++++++++++++++++++Exo22:+++++++++++++++++++++++++

Un parachute de masse m= 20kg porte une charge de (M) kg. Il est abandonné sans vitesse initiale dans un air calme à une hauteur de 250m au –dessus du sol.

1) Si le parachute ne s'ouvrait pas, avec quelle vitesse arriverait-il au sol, la résistance de l'air étant négligeable ($g=9,8m/s^2$) ?

2) Quelle doit être la valeur de la charge M pour que, si le parachute s'ouvre, la vitesse limite atteinte soit dix fois plus petite que la vitesse précédente ? La force de résistance de l'air est proportionnelle au carré de la vitesse. On donne la constante de proportionnalité est 20 SI.

Rep : 1) V=70m/s; 2) V_1=7m/s; m=80kg.

+++++++++++++++++++++Exo23:+++++++++++++++++++++++++

1) un trolleybus a une masse M=10 tonnes. Il démarre de son arrêt et doit atteindre la vitesse de 54km/h. Son accélération est constante et a pour valeur : **a** $=1m/s^2$ calculer la distance parcourue par le véhicule pour atteindre la vitesse considérée.

2) Un piéton veut prendre le trolleybus. Il court à la vitesse de 6m/s mais se trouve encore à une distance d=30m du trolleybus lorsque celui-ci démarre

dans le même sens que lui et sur la même trajectoire. Le piéton pourra-t-il rejoindre le trolleybus ? Sinon quelle sera la distance minimale séparant le véhicule du piéton, en admettant que celui–ci court suffisamment longtemps ?

3) Le trolleybus roule à la vitesse constante de 54km/h. Les forces de résistance à l'avancement sont équivalentes à une force constante égale à 4% du poids du véhicule. Calculer la puissance développée par le moteur.

a) si la route est horizontale ;

b) si le véhicule monte une côte de pente p=2%.

On prendra : $g=9{,}8 m/s^2$.

Rep 1) d=112,5m ;2) $X_P=6t$; $X_T=0{,}5t^2+30t$; Non ! $t_m=6s$; $X_m=12m$;3) $F=3{,}92.10^3 N$; a) P=59kw

b) $F'_m=5{,}88.10^3 N$; P'=88kw.

+++++++++++++++++++Exo24:++++++++++++++++++++++++

Une bille de masse $m = 50\ g$ est suspendue en un point O par un fil inextensible de longueur $\ell = 50\ cm$. On écarte le fil de sa position d'équilibre jusqu'à la position définie par l'angle $\theta_0 = (\overrightarrow{Ox}; \overrightarrow{OM_0})$ et on lance la bille dans le plan (OX ; OZ) avec une vitesse v_0 tangente au cercle de rayon ℓ et dirigé vers le bas. On repère la position de la bille par l'angle $\theta = (\overrightarrow{Ox}; \overrightarrow{OM})$.

a)) Exprimer la vitesse de la bille en fonction des données à l'instant t

b)) Exprimer la tension du fil en fonction de $v_0, \ell, \theta_0, \theta, m\ et\ g$

c)) Exprimer la valeur minimale de la vitesse pour que la bille effectue un tour complet

2)) Le système est mis en mouvement de rotation uniforme autour de l'axe (OZ) avec une vitesse $\omega = 5\ rd/S$.

a)) Calculer l'angle dont le fil s'écarte de l'axe (OZ)

b)) Calculer la tension du fil

+++++++++++++++++++Exo25:++++++++++++++++++++++++

Un solide supposé ponctuel dont la masse vaut m=0,1kg glisse le long de la ligne de plus grande pente AB d'un plan incliné faisant l'angle α=20° avec le plan horizontal.

1) Le solide est abandonné en A sans vitesse initiale.

a) En considérant le frottement négligeable, déterminer la nature du mouvement du solide et calculer la durée du parcours AB.

b) En réalité, cette durée est 1,3s. En admettant l'existence d'une force de frottement F constante et opposée au vecteur vitesse, déterminer la valeur de de cette force de frottement.

2) Le mobile est maintenant lancé de B vers A. Lors de son passage en B, sa vitesse est égale à 3m/s. Déterminer la position du point C où la vitesse du solide s'annule.

On supposera que la force de frottement est constamment égale à 0,1N. On donne: AB=2m.

Rep: 1) $a=3,35m/s^2$ MRUA; t =1,1s; b) $a=2,37m/s^2$

2) $a=4,35m/s^2$; BC =1,03m.

++++++++++++++++++++Exo26:+++++++++++++++++++++++++

A l'entrée d'une agglomération, la vitesse d'une automobile de masse m=1200kg passe de v_1 = 90km /h à V3 =50km/h sans l'effet d'un <<coup de freins >>.

La route est horizontale.

1/ Calculer travail des forces freinant l'automobile.

2/ On assimile les forces de freinage à une force unique F d'intensité constante, opposée au mouvement.

Quelle est l'intensité de cette force si le ralentissement se fait sur une distance de 80m ?

Rép. : 1) Wf=259kJ ; 2) f= 3240N

+++++++++++++++++++++Exo27:++++++++++++++++++++++++

Une piste d'élan pour le saut à ski comporte :

Une partie rectiligne inclinée à 45° par rapport au plan horizontal de longueur 30 m ;

Un arc de cercle $\widehat{BC}$ de longueur 10m. Un skieur de masse m=80 kg (équipement compris) s'élance du point A. Les frottements sont équivalents à une force unique parallèle au sol d'intensité 200N.

1) Faire le bilan des forces appliquées au skieur.
2) Calculer la somme des travaux des forces sur le trajet AC.

3) Quelle est la vitesse atteinte par le skieur à l'extrémité C des tremplins ?

Donne : $g=9,8m/s^2$.

Rep: 2) **w**=16,63kj; $\sum W_{AC}$ =8,63kJ; 2) V_c=14,7m/s.

++++++++++++++++++++Exo28:+++++++++++++++++++++++++

1) Un skieur de masse M=60kg monte une pente rectiligne AB tiré par un câble parallèle à la ligne de plus grande pente. Le mouvement, d'abord uniformément accéléré avec une accélération a= $0,20m/s^2$, devient en suite uniforme. Calculer la tension du câble dans les deux cas du mouvement, sachant que les résistances diverses à l'avancement ayant pour origine les frottements sont équivalentes, à une force constante d'intensité F= 50N, parallèle à la ligne de plus grande pente. L'inclinaison α est de 30°.

2) Partant sans vitesse initiale de B, le skieur descend une piste rectiligne BC de longueur 32m et d'inclinaison β=30°.

a) Calculer la vitesse V du skieur au point C s'il n'existe aucune force de résistance à l'avancement.

b) En réalité le skieur arrive en C avec une vitesse V=57,6km/h, calculer l'intensité de la force de résistance à l'avancement.

Rep: 1) T_1 =356N; T2= 344N; 2) a) Vc=17,7m/s ; b)
Vc =57,6km/h ; f'=54N.

++++++++++++++++++++Exo29:+++++++++++++++++++++++++

Une cage d'ascenseur se trouve initialement au repos au fond d'un puits de mine de 180m de profondeur. On la tire vers le haut par un câble en exerçant une force f_1 constante, elle prend une accélération $a_1 = \frac{g}{12}$. Au bout de t_1 secondes, on modifie cette force et on lui donne la valeur f_2 ; le mouvement devient uniformément retardé avec une accélération de valeur absolue $a_2 = \frac{g}{8}$ et la cage arrive sans vitesse à l'orifice du puit après une durée total $t_1 + t_2$.

1/ Calculer les valeurs f_1 et f_2.

2/ V étant la vitesse à la fin de la première phase e_1 et e_2 les espaces parcourues pendant les temps t_1 et t_2 ; calculer V ; e_1 ; e_2 ; t_1 et t_2.

Indication : Faites le schéma dans les deux cas.

Rép. : V=13,3m/s ; e_1=108m ; e_2=72m ; t_1=16,3s et t_2=10,8s (cinéma).

++++++++++++++++++++Exo30:++++++++++++++++++++++++

L'une des extrémités d'un ressort R est reliée à un solide de masse $m = 0,16\ kg$ l'autre extrémité étant fixée au plafond d'en ascenseur. Celui-ci est en mouvement vers le haut, tout phénomène d'oscillations de la masse étant supprimé. Le déplacement vertical se décompose en trois phases pour lesquelles chaque fois la longueur du ressort est constante. Les longueurs successives du ressort sont :

1^{ere} phase : $\ell_1 = 25\ cm$; 2^{eme} phase : $\ell_2 = 24\ cm$; 3^{eme} phase : $\ell_3 = 22,5\ cm$. Le ressort R à une masse négligeable sa raideur est 40 N/m et sa longueur à vide est $\ell_0 = 20\ cm$; g= 10 m/s².

Déterminer pour chacune des phases, l'accélération de l'ascenseur en précisant dans chaque cas la nature de ce mouvement.

++++++++++++++++++++Exo31:++++++++++++++++++++++++

Une automobile de masse M=100kg se déplace sur une route rectiligne horizontale. Les frottements qui s'opposent à l'avancement de l'automobile son équivalent à une force unique d'intensité f=500N, quelle que soit la vitesse. On fixe au plafond de l'automobile un fil de masse **négligeable** soutenant une petite bille de masse m=20g. La masse de la bille est négligeable devant celle de l'automobile.

1- L'automobile démarre et atteint en 15 s d'un mouvement uniformément accéléré la vitesse de 72km/h.

a- Calculer la force de traction du moteur.

b- Dans quel sens le fil dévie-t-il ?

c- Calculer l'angle α que le fil fait avec la verticale.

2- L'automobile se déplace à la vitesse constante de 72km/h.

a- Calculer la puissance fournit par le moteur à cette vitesse.

b- Quelle est la nouvelle position du fil soutenant la bille.

3- Le conducteur lancé à la vitesse précédente désire s'arrêter sur une distance de 50m.

a- En supposant le mouvement uniformément décéléré, calculer la valeur de la décélération et l'intensité de la force de freinage.

b- Calculer l'angle α_2 que le fil forme avec la verticale.

++++++++++++++++++++Exo32:++++++++++++++++++++++++

Un pendule est constitué par une petite sphère suspendue par un fil. Ce pendule étant accroché sans osciller au plafond d'une voiture qui roule sur une route rectiligne horizontale, déterminer l'angle α qu'il forme avec la verticale dans les trois cas suivants :

1- Pendant le démarrage de la voiture avec une accélération constante, sachant que la vitesse de $90km/h$ est atteinte après un parcours de $100m$.

2- Pendant le parcours horizontal en ligne droite, avec la vitesse constante de $90km/h$. On prendra g=9,8m/s^2.

3- Pendant que la voiture freine avec une accélération a_x=–2m/s^2.

4- Le fil est remplacé par un ressort de raideur k=5 N/m soutenant la même sphère de masse m=100g. Calculer la longueur du ressort dans chacun des cas ci-dessus sachant que sa longueur à vide est l_0=30cm.

++++++++++++++++++++Exo33:++++++++++++++++++++++++

1-) Un fil suspendu en O au plafond d'un wagon, supporte en A une boule ponctuelle, de masse m=500g. Le wagon au repos sur une voie horizontale, démarre selon un mouvement uniformément accéléré et acquiert la vitesse de 36km/h en 50s. Déterminer l'angle α formé par le fil OA et la verticale de O; g=9,8m.s^{-2}. 2-) Le wagon descend une rame inclinée de l'angleβ=12°sur le plan horizontal. Le mouvement est uniformément accéléré, d'accélération 0,2m/s^2. Quelle est l'inclinaison α'du fil OA par rapport à la verticale descendante ? Quel est le module de la tension du fil ?

Réponses numériques:α=1°10′ ; α'=1°9′; T=4,9N.

++++++++++++++++++++Exo34:++++++++++++++++++++++++

Dans un plan horizontal on fait tourner très rapidement, à vitesse angulaire constante α' un petit solide (S), de centre A et de masse m=20g, relié par un fil de longueur l=25cm à un point fixe O. L'axe de rotation ZZ', vertical, passe par O. Le centre de la trajectoire est O_1.

a-) A partir de quelle vitesse de rotation (exprimée en tr/s) l'écart entre O et O_1 devient-il inférieur à 1mm ?

b-) Cette condition étant réalisée on considérera que O et O_1 sont pratiquement confondus. Etudier alors l'équilibre relatif du point A dans un repère lié à (S). Quelle tension minimale le fil doit-il pouvoir exercer ? c-) A un instant donné, la vitesse de rotation étant 120rad/s, le fil se casse. Sur un schéma très clair, représenter la trajectoire circulaire et la nouvelle trajectoire après rupture du fil. Donner avec précision la position du point de rencontre du solide (S) avec le sol horizontal sachant que le point O est à $h=1,25m$ du sol. ($g=10m/s^2$).

Réponses numériques: a-) 15,9tr/s ; b-) 50N.

++++++++++++++++++++**Exo35:**++++++++++++++++++++++++

Sur un solide de masse $m=10kg$ s'exerce une force de traction $F=50N$ au moyen d'une corde d'on la direction fait un angle $\beta=45°$ avec l'horizontale, le solide monte le longue d'un plan incliné d'un angle $\alpha=30°$ sur l'horizontale, animé d'un mouvement rectiligne uniforme. Déterminer l'intensité de la réaction. On donne $g=10m/s^2$.

Rép : R=73,7N

++++++++++++++++++++**Exo36:**++++++++++++++++++++++++

Un train démarre sur une voie rectiligne descendante dans le sens de la marche du train, de pente 0,5%. L'accélération est 0,05g ($g=9\,;81m/s^2$). Quelle est l'inclinaison β d'un pendule suspendu au plafond d'un wagon par rapport à la normale au planchéier ?

Rép : $\beta=2°35'$

++++++++++++++++++++**Exo37:**++++++++++++++++++++++++

Pour faire glisser un corps de masse 70kg le long de ligne de plus grande pente d'un plan incliné de 30° sur l'horizontale, on le tire à l'aide d'un câble. Au cours de se déplacement le plan exerce sur le corps une force de frottement parallèle au plan de sens opposé à celui du mouvement et égale au 10eme du poids du corps. Dans une première phase du mouvement, le câble exerce sur le corps une force constante $\vec{F}$ parallèle au plan tel que le corps partie sans vitesse initiale d'un point A de la pente, atteigne un point B distant de A de 5m, avec une vitesse de 5m/s. A cet instant, la force prend une nouvelle valeur constante tel que le mouvement devienne uniforme sur une distance BD=25m.

1)) Calculer dans chacun des deux cas la valeur de la force de traction.

2)) Après ce parcourt de 30m, le câble casse. Etudier le mouvement ultérieur du corps. Combien de temps après son départ de A le corps repasserait –il à nouveau en A. On donne $g=10m/s^2$

Rép :1) 595N ; 420N 2) 11s.

++++++++++++++++++++Exo38:+++++++++++++++++++++++++

Une automobile (avec son conducteur) a une masse de 1000 kg. Pour simplifier, on admettra dans tout le problème que la somme de toutes les forces de frottement est constante, parallèle au déplacement et égale à 150 N.

1) Calculer la puissance que doit développer le moteur de cette automobile pour maintenir une vitesse de 72 km/h sur une route horizontale.

2) A cette vitesse de 72 km/h cette voiture aborde une courbe horizontale de 200 m de rayon. De quel angle doit être relevée la route pour qu'il n'y ait aucune force tendant à faire déraper le véhicule ?

3) L'automobile monte une pente de 2 %. Calculer la nouvelle puissance pour maintenir la vitesse de 72 km/h.

4) Au cours de cette montée, la voiture roulant toujours à 72 km/h le chauffeur débraye et freine en même temps. La voiture s'arrête après avoir parcouru 58 m. Calculer la force résistante due au freinage. $g = 9.8\ m/s^2$.

++++++++++++++++++++Exo39:+++++++++++++++++++++++++

Au plafond d'un véhicule situé sur une route rectiligne et horizontale, on accroche un pendule constitué d'une petite sphère assimilable à un point matériel de masse $m = 10$ g, suspendue à un fil inextensible de longueur $\ell = 50$ cm et de masse négligeable.

1/ La vitesse du véhicule passe de $V_1 = 60$ km/h à $V_2 = 70$ km/h et le pendule fait un angle $\alpha_1 = 30°$ avec la verticale.

a) Faire un schéma représentant les forces appliquées au pendule et indiquer le sens du mouvement du véhicule.

b) Déterminer la durée de la variation de la vitesse.

2/ Le véhicule est à l'arrêt.

a) Quelle est la position du pendule ?

b) On communique au pendule une énergie de $3{,}0.10^{-2}$J. Il passe à une position P_2, faisant un angle α_2 avec la verticale. L'intensité de la vitesse V_O en ce point vaut $2{,}0\ m.s^{-1}$. Calculer l'angle α_2.

3/ Au passage par la position P_2, le fil casse.

a) Etablir l'équation de la trajectoire de la sphère.

b) Calculer l'abscisse du point C où la sphère touche le sol, sachant que le point P_2 est à 20 cm au-dessus du sol.

On donne $g = 10\ ms^{-2}$.

++++++++++++++++++++Exo40:+++++++++++++++++++++++++

Un skieur assimilable à un point G, de masse $m = 80\ kg$ glisse sur une piste formée de deux parties AB et BC situé dans un plan même plan vertical. L'arc

AB de centre O situé sur la vertical de B, à un rayon $R = 50\ m$ et BC est une partie rectiligne horizontale de longueur $\ell = 50\ m$. Le skieur part sans vitesse initiale au point A tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OA}}\right) = \alpha = \frac{\pi}{3}$

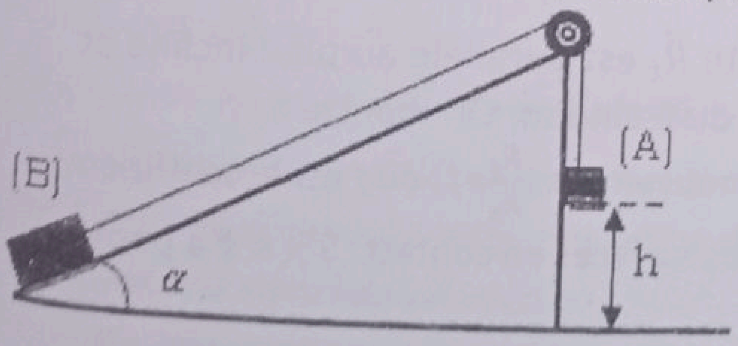
1)) En négligeant les frottements, calculer la vitesse du skieur au point E tel que : $\left(\widehat{\overrightarrow{OE}; \overrightarrow{OA}}\right) = \theta = \frac{\pi}{6}$, puis calculer sa vitesse en B.

2)) En fait, sur le trajet ABC, existent des forces de frottements assimilable à une force $\vec{f}$ tangente à la trajectoire et d'intensité constante f. Si le skieur arrive sans vitesse en C, quelle est la valeur f de cette force de frottement ? On prendra $g = 9{,}8\ m/S^2$.

Rép : 1)) $v_E = 19\ m/S$; $v_B = 22\ m/S$; 2)) $f = 191\ N$.

+++++++++++++++++++Exo41:+++++++++++++++++++++++++

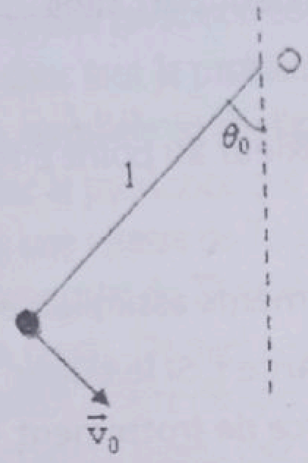
Soit le dispositif de la figure ci-dessous. Les corps (A) et (B) sont de même masse m = 1 kg. On donne : h = 1,25m ; $\alpha = 30°$ et g = 9,8m s2 / . Les fils sont inextensibles et leurs masses ainsi que celles des poulies étant négligeables, on démontre que la valeur de la tension du fil est la même de part et d'autre de la poulie. Le glissement de (B) sur le plan incliné s'effectue sans frottement. Le système étant libéré à la date $t = 0$, à quelle date t' le corps (A) repassera-t-il pour la 1ère fois par sa position de départ ? NB : On considèrera successivement les systèmes (A) et (B).



Rép : $t = 3\ S$

+++++++++++++++++++Exo42:+++++++++++++++++++++++++

Une bille de masse m est suspendue en un point O par un fil inextensible de longueur l et de masse négligeable. Le pendule ainsi constitué est écarté de la verticale d'un angle θ_0. On lance alors la bille fil tendu, avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0$, vecteur tangent au cercle de centre O et de rayon l dirigé vers le bas. Au cours du mouvement, la position du pendule est repérée par l'angle θ d'inclinaison du fil avec la verticale (figure). On suppose les frottements négligeables.



1-) Calculer la valeur minimale de la norme de v_0 pour que la bille effectue un tour complet, le fil devant rester tendu au cours du mouvement circulaire.

2-) Avec cette valeur minimale de v_0, exprimer la vitesse de la bille lorsque celle-ci passe à la verticale du point O.

Réponses numériques: 1-) $v_0 \geq [g\ell(3 + 2\cos\theta_0)]^{\frac{1}{2}}$;

2) $v = \sqrt{g\ell}$

++++++++++++++++++++Exo43:++++++++++++++++++++++++

Un traîneau peut glisser en suivant la plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α. La réaction $\vec{R}$. Somme des forces de contact du sol sur le traîneau, comporte une composante $\vec{R}_n$

Normale au plan et une composante $\vec{R}_t$ est parallèle au plan incliné et de sens opposé au vecteur vitesse du traîneau. On montre expérimentalement que lorsqu'il Ya mouvement : $\frac{R_t}{R_n} = f$, où f est le coefficient de frottement qui dépend de l'état des surfaces en contact. S'il n'y'a pas de mouvement : $\frac{R_t}{R_n} < f$.

1. Exprimer l'accélération du traîneau en fonction de α, f et g.
2. Calculer la valeur α_m minimale pour que le glissement ait lieu. On donne : g=9,8m/s^2; f=0,15 ; $m = 200g$.
3. Calculer l'accélération pour $\alpha = 2\alpha_m$.
4. Calculer l'angle β

Réponses numériques : 1-) a=g(sinα−$f$cosα); 2-) α_m=8,5°; 3-) a=1,46m/s^2; β=8,5°

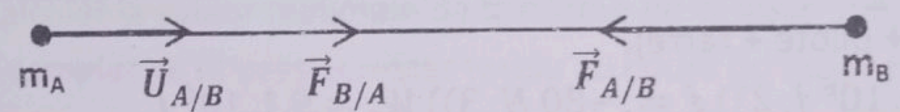
Interaction et Champ gravitationnel

Interaction gravitationnelle : Loi de Newton

Deux corps ponctuels A et B, de masse m_A et m_B exercent l'un sur l'autre des forces attractions dont l'intensité est proportionnelles aux produits de leurs masses et inversement proportionnelles au carré de leur distance.

L'expression est :

$$\boxed{\vec{F}_{A/B} = -G\frac{m_A.m_B}{r^2}\vec{U}_{A/B} \Rightarrow F_{A/B} = G\frac{m_A.m_B}{r^2}}$$



Constante de gravitation universelle :

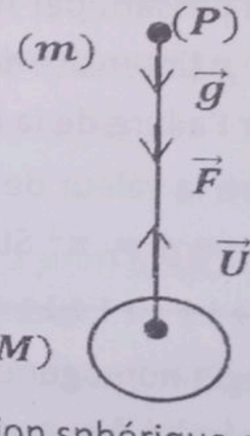
G=6,67.10^{-11} (USI)

Champ gravitationnel :

Considérons en point O de l'espace, un solide ponctuel de masse (M) et en P un objet ponctuel de masse (m) s'écrit :

$$\vec{F} = -G\frac{m.M}{r^2}\vec{U} = m\vec{g} \Rightarrow$$

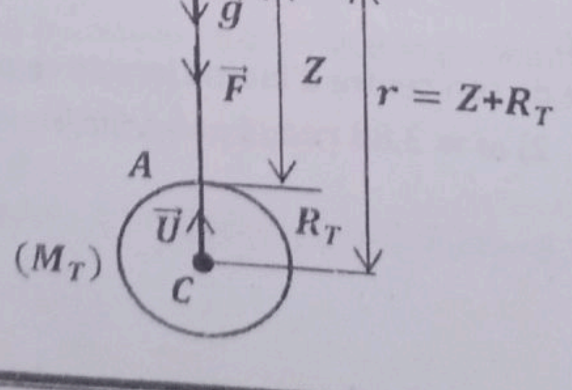
$$\boxed{\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\vec{U} \Rightarrow g = G\frac{M}{r^2}}$$



g(N/Kg) ; M(Kg) ; r(m)

Champ gravitationnel terrestre :

La terre peut être considérée comme un corps de répartition sphérique de masse (m), de centre (c) de rayon R_T et de masse M_T en point P tel que $r>R_T$.



$g = \frac{GM}{r^2}$; Or $r = R_T + Z$

$g = \frac{GM}{(r+R_T)^2}$ à la surface de la terre: $Z = 0 \Rightarrow g_0 = \frac{GM}{{R_T}^2}$

$$GM_T = g_0{R_T}^2 \Rightarrow g = \frac{g_0{R_T}^2}{(R_T+Z)^2} \Rightarrow \boxed{g = g_0\left(\frac{R_T}{R_T+Z}\right)^2}$$

Champ gravitationnel pour les faibles altitudes $(R_T > Z)$

Si l'on considère que Z est très inférieure à R_T $(Z > R_T)$

$$g = g_0\left(\frac{R_T}{R_T+Z}\right)^2 \Rightarrow g = g_0\left(\frac{1}{1+\frac{Z}{R_T}}\right)^2 \Rightarrow g = g_0\frac{1}{\left(1+\frac{Z}{R_T}\right)^2}$$

$g = g_0\left(1+\frac{Z}{R_T}\right)^{-2}$ or $(1+\varepsilon)^n = 1 + n\varepsilon$ $\boxed{g = g_0\left(1 - 2\frac{Z}{R_T}\right)}$

La variation relative de g $\left(\frac{\Delta g}{g}\right)$

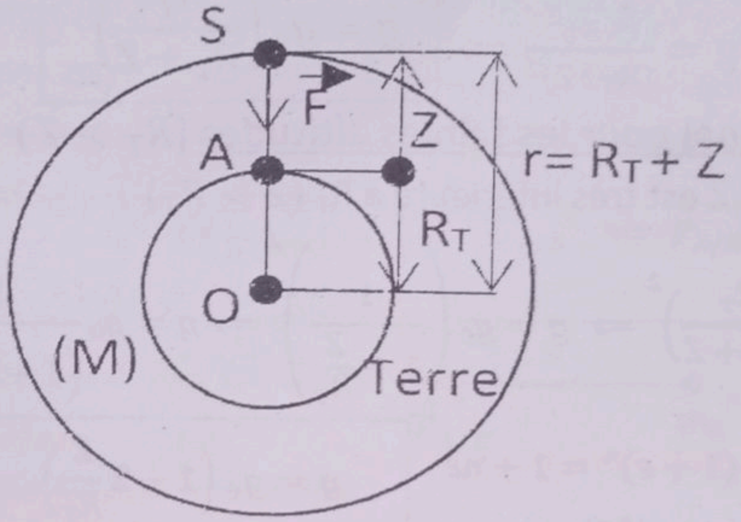
$$g = g_0\left(1-2\frac{Z}{R_T}\right) \Rightarrow 1 - 2\frac{Z}{R_T} = \frac{g}{g_0} \Rightarrow 2\frac{Z}{R_T} = 1 - \frac{g}{g_0} \Rightarrow \frac{g_0 - g}{g_0} = \frac{2Z}{R_T}$$

$$\boxed{\frac{\Delta g}{g_0} = \frac{2Z}{R_T}}$$

NB : $\frac{\Delta g}{g}$ n'a pas d'unité elle s'exprime en pourcentage (%).

Mouvement d'un satellite

Considérons un satellite de masse (m) qui tourne autour de la terre à une altitude Z (le !



Etudions le mouvement du satellite :

Système : Satellite de masse (m)

Référentiel : Géocentrique (supposé galiléen)

Bilan des forces : La force gravitationnelle ($\vec{F} = m\vec{g}$)

a/ Déterminons l'accélération du satellite :

D'après le TCI on a : $\sum \vec{f}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow$

$$\vec{g} = \vec{a} \Rightarrow a = g = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow \boxed{a = \frac{GM_T}{r^2}}$$

L'accélération est centripète et dépendante de la masse du satellite.

b/ Expression de la vitesse du satellite :

Dans la base de Freinet : $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{V^2}{r}\vec{N}$ or $\vec{a} = \frac{GM}{r^2}\vec{N}$

$$\vec{a} = \frac{V^2}{r}\vec{N} + \frac{dv}{dt}\vec{T}$$

$$\vec{a} = \frac{GM}{r^2}\vec{N} \quad \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow V = cte \text{ ; le } MCU$$

Donc : $\frac{V^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow V^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ or

$GM = g_0 {R_T}^2 \Rightarrow r = R_T + Z$

$$V = \sqrt{\frac{g_0 {R_T}^2}{R_T + Z}} \Rightarrow \boxed{V = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T + Z}}} \quad \text{(m/s)}$$

Déduisons-en la vitesse angulaire :

$V = r\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{r}$ or $r = R_T + Z \Rightarrow$ $\boxed{\omega = \frac{v}{R_T + Z}}$ (rd/s)

C/ Expression de la période

Est la durée que met le satellite pour effectuer le tour de son astre abstracteur.

$$T = \frac{2\pi r}{V} \Rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi(R_T + Z)}{V}}$$

D/ Satellite géostationnaire :

Est un satellite qui parait immobile à un observateur terrestre. Il est situé dans le plan de l'équateur terrestre.

Il tourne dans le même sens que celui de la terre.

Il évolue à une altitude de Z=36000Km au-dessus de la terre.

Il a la même période que la terre (T=24h).

Mouvement des planètes

Les trois lois de Kepler :

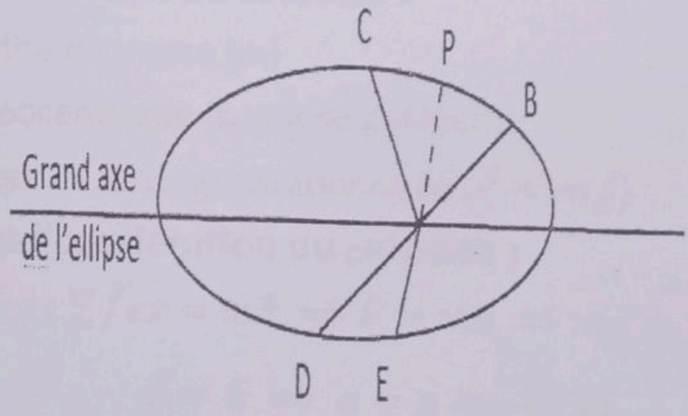
$1^{ère}$ loi : « Dans un repère de Copernic, la trajectoire d'une planète est une ellipse dont le soleil occupe un des foyers ».

$2^{ème}$ loi : Le segment de droite reliant le soleil et la planète balaie des aires égales pendant les durées égales ».

$3^{ème}$ loi : « Pour toutes les planètes, le rapport entre le cube du demi-grand axe (a) de la trajectoire et le carré de la période de révolution est le même ».

$$\frac{a^3}{T^2} = cste$$

Cette constante ne dépend pas de la masse des planètes.



Questions théoriques

1) Enoncer la quatrième loi de Newton ?
2) Expliquez pourquoi le champ gravitationnel est-il qualifié l'architecte de l'univers ?
3) Expliquez la notion d'impesanteur ou apesanteur ?
4) De quelle altitude doit-on s'élever pour que l'intensité de la pesanteur diminue de millième de sa valeur ?
5) A quelle altitude, l'intensité du poids d'un corps, n'est-elle plus égale qu'à la moitié de sa valeur P_0 à la surface de la terre ?

Exercices Résolus

Exercice 1

A quelle altitude au-dessus du pôle nord l'accélération de la pesanteur diminue-t-elle de :

1°) 1% ? 2°) 5%, on donne $g=9{,}8m/s^2$ et $R_T = 6370Km$.

Résolution

1)) Déterminons l'altitude au-dessus du pôle nord

Pour $\frac{\Delta g}{g_0} = 1\% \Rightarrow \frac{\Delta g}{g_0} = \frac{g_0 - g}{g_0} = \frac{g_0 - g_0\left(1-\frac{2h}{R_T}\right)}{g_0} \Rightarrow \frac{\Delta g}{g_0} = 1 - 1 + \frac{2h}{R_T} \Rightarrow \frac{\Delta g}{g_0} = \frac{2h}{R_T}$;

Or $\frac{\Delta g}{g_0} = 1\% = \frac{1}{100} = 10^{-2}$; $R_T = 6370km$ et $g = \frac{9{,}8m}{s^2}$; $\boxed{h = \frac{R_T}{200}}$ $\boxed{h = 31{,}85km}$

2) Déterminons l'altitude au-dessus du pôle nord pour :

$\frac{\Delta g}{g_0} = 5\%$; $\frac{\Delta g}{g_0} = \frac{5}{100} \Rightarrow$ $\boxed{h = \frac{5R_T}{200}}$ AN : $\boxed{h = 152{,}25km}$

Exercice 2

Les planètes et le soleil sont considérés comme des corps à symétrie sphérique. Vénus est une planète de masse $M_V=4{,}83.10^{24}kg$, de rayon $R_V=6{,}26.10^6m$, elle d'écrit au tour du soleil une trajectoire circulaire de rayon $r_v=1{,}08.10^{11}m$.

1) Calculer la norme du vecteur champ de gravitation à la surface de vénus.

2) Sachant que la trajectoire circulaire de la terre au tour du soleil à un rayon $r_t=1{,}5.10^{11}m$, Calculer :

a) La période de révolution de vénus au tour du soleil en appliquant la 3eme loi de Kepler ;

b) La masse du soleil

3) Comparer le champ de gravitation dû au soleil sur la surface de vénus au champ de gravitation dû à la planète elle-même.

Résolution

Système : Planète de masse Mr et de rayon Rv ;

Référentiel : héliocentrique

Bilan des forces :

La force gravitationnelle F

1/ Calcul du champ de gravitation à la surface de venus :

$$\boxed{g_v = \frac{GM_v}{R_v^2}} \quad \text{AN :} \quad \boxed{g_v = 8,22m/s^2}$$

2/a) Calcul de la période de révolution :

D'après la 3ème loi de Kepler : $\frac{{r_v}^3}{{T_v}^2} = \frac{{r_T}^3}{{T_T}^2} = \frac{GM_s}{4\pi^2}$

$$\left(\frac{r_v}{r_T}\right)^3 = \left(\frac{T_v}{T_T}\right)^2 \Rightarrow \boxed{T_v = T_T\sqrt{\left(\frac{r_v}{r_T}\right)^3}} \quad \text{AN :} \quad \boxed{T_v = 223{,}15j}$$

b/ Calcul e a masse du soleil :

D'après la 3ème loi de Kepler : $\frac{r_V^3}{T_V^2} = \frac{r_T^3}{T_T^2} = \frac{GM_S}{4\pi^2} \Rightarrow \boxed{M_S = \frac{4\pi^2 r^3}{GT_v^2}}$

Or : Tv=19280160s ; il vient alors : $\boxed{M_S = 2.10^{30}Kg}$

3/ Comparons les deux champs gravitationnels :

(Terrestre et lunéaire)

$$n = \frac{g_v}{g_s} \Rightarrow n = \frac{M_v}{M_s} \times \left(\frac{r_v}{R_v}\right)^2 = 720 \Rightarrow \boxed{n = 720}$$

On peut négliger l'attraction solaire par rapport à l'attraction de la planète.

Exercice 3

Soit d=3,84.10^{8}m la distance qui sépare les centres respectifs O_1 et O_2 de la terre et de la lune assimilées à des sphères homogènes de masses :

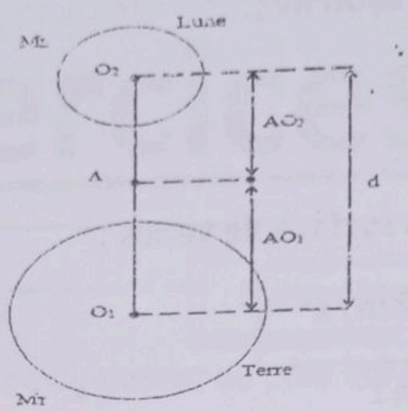
M_T=5,98.10^{24}Kg et ML=7,34.10^{22}Kg.

1/ Comparer les champs gravitationnels créés par la terre et la lune en un point A du segment [O_1 ; O_2]

tel que O_1A=104Km.

2/ Quelle est l'influence du champ gravitationnel lunéaire sur le mouvement d'un satellite artificiel de la terre ?

Résolution



1/ Comparons les champs gravitationnels terrestre et lunéaire :

Pour la terre : $g_T = \frac{GM_1}{(AO_1)^2}$; AN: $\boxed{g_T = 3{,}98 \approx 4 N/Kg}$

Pour la lune : $g_L = \frac{GM_2}{(AO_2)^2}$

$or : d = AO_1 + AO_2 \Rightarrow AO_2 = d - AO_1$ $\boxed{g_L = 3{,}5.10^{-5} N/Kg}$

On en déduit : $\frac{g_T}{114.10^3} = \frac{4}{3{,}5.10^{-5}} = 1{,}14.10^5 = 114.10^3$ $\boxed{g_T = 114.10^3}$

Le champ gravitationnel terrestre en est 114.10^3 plus intense que celui de la lune.

2/ L'influence du champ lunaire sur un satellite artificiel :

Bien que faible, l'action du champ lunaire doit être prise en compte, elle est responsable d'un grand nombre de correction dans les calculs de trajectoire.

Exercice 4

Un satellite de masse M=500Kg est animé d'un mouvement circulaire uniforme de période 1h37mn sur une trajectoire de 7000Km de rayon et dont le centre est celui de la terre.

a/ Calculer l'énergie cinétique du satellite.

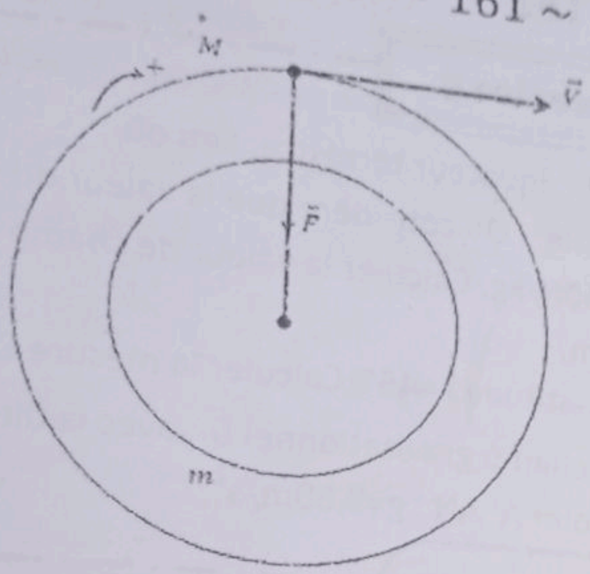
On ne tiendra pas compte de l'éventuelle rotation du satellite sur lui – même.

b/ Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.

Appliquer au satellite précédent entre deux instants quelconques pour trouver le travail des forces agissants sur lui au cours du déplacement correspondant.

c/ Expliquer le résultat obtenu en étudiant la direction de la force qui s'exerce à chaque instant sur ce satellite.

Résolution



a/ Calculons l'énergie cinétique du satellite :

$$Ec = \frac{1}{2}MV^2$$

Déterminons la vitesse : $T = \frac{2\pi r}{V} \Rightarrow V = \frac{2\pi r}{T}$

$$\boxed{Ec = \frac{1}{2}M\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}$$

AN : $\boxed{Ec = 1{,}43.10^{10} J}$

b/ Théorème de l'énergie cinétique :

Enoncé : « Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique entre deux instant t_1 et t_2 est égale à la somme algébrique des travaux effectués par les forces s'exerçant sur le satellite, pendant la durée de la variation.»

$$\boxed{\Delta Ec = \sum W\vec{f}ex}$$

Calcul du travail de la force :

$\Delta Ec = \sum W\vec{f}ex = W\vec{F} \Rightarrow Ec - Ec_0 = W\vec{F}$ or MCU;

$V=V_0$=cste. $\boxed{W\vec{F} = 0}$

c/ Explication du résultat :

Or $\vec{F} \perp \vec{V} \Rightarrow W\vec{F} = 0 \Rightarrow \Delta Ec = 0 \Rightarrow Ec - Ec_0 = 0 \Rightarrow$

$$Ec = Ec_0 \Rightarrow \boxed{v = cste}$$

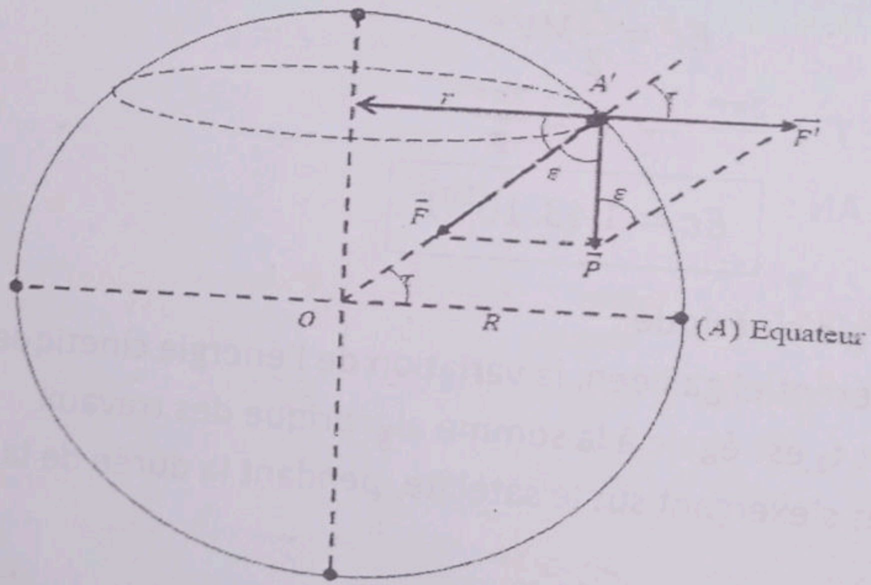
A chaque instant la direction de la force est perpendiculaire à celle de la vitesse et par conséquent son travail est nul, donc sa vitesse est constante (MCU).

Exercice 5

1) On considère un point A situé sur l'équateur terrestre, lieu où l'accélération centripète est maximale . On considère que la valeur du champ gravitationnel en ce point est G=9,80N/kg. Calculer la valeur de champ de pesanteur en A on donne R=6370km.

On considère un point A' situé à la latitude $\lambda=45°$. Calculer la mesure $\mathcal{E}$ de l'angle aigu que fait la direction du champ gravitationnel $\vec{G}$ avec la direction du champ de pesanteur $\vec{g}$ en ce point A' AN : $g=9{,}80m/s^2$

Résolution



1/ Calculons la valeur du champ de pesanteur en A :

Compte tenu d'éventuelle rotation de la terre sur elle – même.

L'intensité du poids d'un corps à la surface de l'astre résulte la résultante de deux forces :

-Une centrifuge : F'

- L'autre centripète : F

Donc : $\vec{P} = \vec{F} + \vec{F'} \Rightarrow F = mG\,; F' = -mr\omega^2$

$$F' == -mr\omega^2 \cos\lambda\,; P = mg = mg\cos\mathcal{E}$$

NB : F' est projetée suivant l'axe normale.

$$mg\cos\mathcal{E} = mG - mR\omega^2\cos\lambda \Rightarrow \boxed{g\cos\mathcal{E} = G - R\omega^2\cos\lambda}$$

A l'équateur : $\mathcal{E} = 0$ et $\lambda = 0 \Rightarrow \boxed{g = G - R\omega^2}$ AN : $\boxed{g = 9{,}77m/s^2}$

2/ Calcul de l'angle aigu :

Dans le triangle des forces : on a $\frac{\sin\lambda}{P} = \frac{\sin\mathcal{E}}{F'} \Rightarrow$

$\sin\mathcal{E} = \frac{F'}{P}\sin\lambda$; or $F' = mR\omega^2\cos\lambda$; $P = mg$

$\sin\mathcal{E} = \frac{R\omega^2\cos\lambda}{mg} x \sin\lambda = \frac{2R\omega^2\cos\lambda\sin\lambda}{2g} = \frac{2R\omega^2\sin 2\lambda}{2g} \Rightarrow \boxed{\sin\mathcal{E} = \frac{2R\omega^2\sin 2.}{2g}}$

AN : $\sin\mathcal{E} = 1{,}73.10^{-3} \Rightarrow \mathcal{E} = 9{,}94°.10^{-2} = 6' \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = 6'}$

Exercice 6

C'est à partir du repérage des positions de la comète qui réçu son nom que Halley déterminera le rayon moyen (demi-grandeur) de son orbite. Lorsqu'elle s'approche à nouveau du soleil à 1759 : $R_H=18R_T$ où R_H : rayon del'orbite de Halley et R_T rayon dev l'orbite terrestre. Connaissant la période de révolution de la terre autour du soleil, en déduire celle de la comète de Halley

Résolution

Déduisons-en la période de la comète de Halley

D'après la 3ème loi de Kepler : $\frac{R^3}{T^2} = cste \Rightarrow \frac{(R_T)^3}{(T_T)^2} = \frac{(R_H)^3}{(T_H)^2} \Rightarrow \left(\frac{T_H}{T_T}\right)^2 = \left(\frac{R_H}{R_T}\right)^3$

Or $R_H=18R_T$, $\left(\frac{T_H}{T_T}\right)^2 = \left(\frac{18R_T}{R_T}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{T_H}{T_T}\right)^2 = (18)^3 \Rightarrow \frac{T_H}{T_T} = 54\sqrt{2} \Rightarrow$

$T_H = 54\sqrt{2}T_T$; Or $T_T = 365J = 1an \Rightarrow \boxed{T_H = 76ans}$

Exercice 7

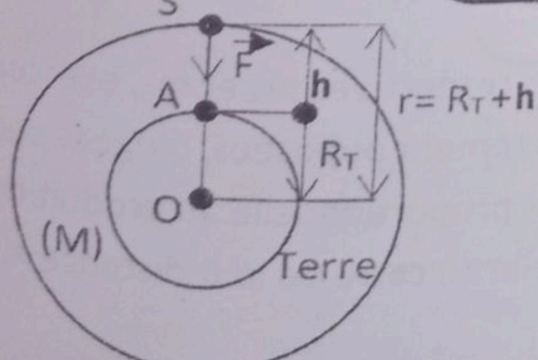
un satellite terrestre décrit par rapport au referentiel geocentrique une orbite circulaire à l'altitude $h = 400\ km$.

1)) Calculer la valeur du champ gravitationel à l'altitude h.

2)) Montrer que la trajectoire circulaire implique un mouvement uniforme.

3)) Calculer la vitesse e la période de ce satellite.

Résolution



1)) Calcul de la valeur du champ gravitationel

$g = \frac{GM}{r^2} = g_0\left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)^2$ Avec : $\begin{cases} GM = g_0 R_T^2 \\ r = R_T + h \end{cases}$; AN : $g \approx 8{,}7\ N/kg$

2)) Montrons que le mouvement est uniforme

D'après TCI : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{g} = \vec{a}$

Par projection dans le repère de frenet : $\begin{cases} a_t = 0 \\ a_n = g \end{cases}$

$a_t = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = cste$ Par consequent le mouvement est circulaire et uniforme.

3)) Calcul de la vitesse et de la période

• $a_n = g \Rightarrow \frac{V^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM}{r}} \Rightarrow V = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}$;

AN : $V = 7668\ m/S$

•$T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\pi(R_T+h)}{V}$; AN : $T = 5550\ S = 1h\ 32\ mn$

Exercice 8

On utilise les notations suivantes : masse de la terre : M_T; rayon de la terre : R_T; constante de gravitation : G.

1)) Rappeler la loi de la gravitation universelle et en admettant que le poids P d'un corps de masse m est uniquement dû à la force d'attraction terrestre, exprimer l'intensité de la pesanteur au niveau du sol g_0 en fonction de M_T, R_T et G.

2)) Exprimer g à l'altitude h en fonction de g_0, R_T et h. Montrer que si h est petit vis-à-vis de R_T on peut écrire $g \cong g_0(1 - \frac{2h}{R_T})$. AN :

A quelle altitude a-t-on $g = \frac{g_0}{2}$? (R_T=6400km).

Quelle est la variation relative de g quand on s'élève de 320m à partir du sol ?

Résolution

1/ Loi de gravitation :

« Deux corps ponctuels (A) et (B) de masses respectives m_A et m_B, exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction directement opposées, dirigées suivant la droite (AB) dont l'intensité commune est proportionnelle au produit de leurs masses et inversement proportionnelle au carré de leur distance ».

$$\boxed{\overrightarrow{F_{A/B}} = -G\frac{m_A.m_B}{r^2}.\overrightarrow{U_{AB}}}$$ Avec G=6,67.10⁻¹¹ SI

Exprimons le champ de pesanteur au niveau du sol en fonction de M_T, R_T et G.

$F = G\frac{Mm}{r^2}$; $F = P = mg \Rightarrow F = P \Rightarrow mg = G\frac{Mm}{r^2} \Rightarrow g = \frac{GM}{r^2}$

Au sol: $r=R_T$; $g=g_0$; $\boxed{g_0 = \frac{GM_T}{R_T{}^2}}$

2/ Exprimons le champ de pesanteur à l'altitude h en fonction de g_0 ; R_T et h.

Comme : $g = \frac{GM_T}{r^2}$; $r=R_T + h \Rightarrow g = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2}$; au sol :h=0

$$g_0 = \frac{GM_T}{R_T{}^2} \Rightarrow GM_T = g_0R_T{}^2 \Rightarrow g = \frac{g_0R_T{}^2}{(R_T+h)^2} \Rightarrow \boxed{g = g_0\left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)^2}$$

Démonstration de la relation : $g = g_0\left(1-\frac{2h}{R_T}\right)^2$

D'après la relation précédente :

$$g = g_0\left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)^2 \Rightarrow g = g_0\left(\frac{1}{1+\frac{h}{R_T}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$g = g_0\left(1+\frac{h}{R_T}\right)^{-2} comme : (1+\varepsilon)^n = 1+n\varepsilon \Rightarrow \boxed{g = g_0\left(1-\frac{2h}{R_T}\right)}$$

a/ Déterminons l'altitude pour $g = \frac{1}{2}g_0$

D'après la relation précédente :

$$g = g_0\left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2}g_0 = g_0\left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)^2 \Rightarrow \boxed{h = R_T\left(\sqrt{2}-1\right)}$$

AN : $\boxed{h = 6400km(0.41) = 2650.97km}$

b/ Calculons la variation relative de g :

$$\frac{g_0-g}{g} = \frac{g_0-g_0\left(1-\frac{2h}{R_T}\right)}{g} \Rightarrow \frac{\Delta g}{g} = \frac{2hg_0}{gR_T}$$

En confondant g à g_0 ($g=g_0$)

$\boxed{\frac{\Delta g}{g_0} = \frac{2h}{R_T}}$ AN : $\frac{\Delta g}{g_0} = \frac{2x320m}{6400000m} = \frac{640}{640.10^4}$; $\boxed{\frac{\Delta g}{g_0} = 10^{-4}}$

Exercice 9

Lorsqu'un satellite est animé d'un mouvement circulaire autour d'une planète, le rayon (r) de son orbite et la période de son mouvement vérifient la loi de Kepler : $\frac{r_v^3}{T_v^2} = \frac{r_t^3}{T_t^2}$;

1/ Les satellites géostationnaires de la terre ont une orbite circulaire de rayon r=42164Km et une période T0=86164s. Calculer la masse de la terre.

2/ Mars a deux satellites naturels : Phobos et Deimos.

Phobos gravite à 9380Km du centre de mars avec une période de 7h 39min.

Deimos a une trajectoire quasi circulaire de rayon r0=23460Km et une période T0=30h18min.

a/ Calculer la masse de la planète Mars à partir des caractéristiques du mouvement de Phobos, puis de Deimos.

b/ Comparer les valeurs obtenues.

3/ Au cours de la mission Apollo XVII en 1972 le module de commande en orbite circulaire autour de la lune, à une distance de 2040Km du centre de celle – ci, avait une période de 8240s dans le repère sélénocentrique. Calculer la masse de la lune.

Résolution

1/ Calcul de la masse de la terre :

$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \Longrightarrow$ $\boxed{M_T = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}}$ AN : $\boxed{M_T = 6.10^{24} Kg}$

2/ a) Calculons la masse de la planète de Mars :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_M} \Longrightarrow \boxed{M_M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}}$$

Pour Phobos : r=9380Km = 9380.10^3m et T=7h39min=$27,54.10^3$s ;

$$\boxed{M_M = 6,52.10^{23} Kg}$$

Pour Deimos : r=23460Km = 23460.10^3m et T=30h18mn=$109,08.10^3$s.

AN : $\boxed{M_D = 6,50.10^{23} Kg}$

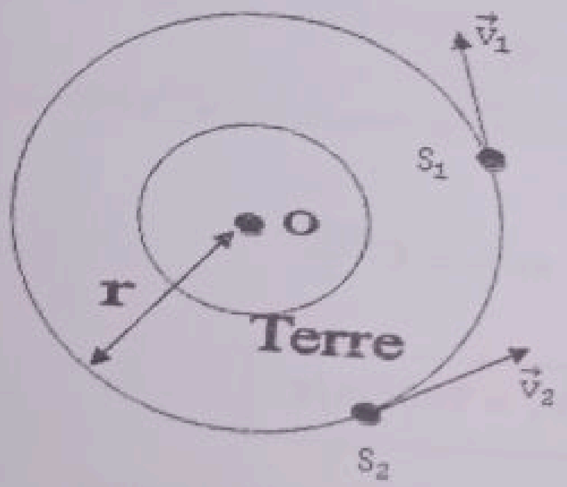
b/ Pour les deux satellites, la masse de la planète mars est : M_M=$6,50.10^{23}$Kg.

3/ Calcul de la masse de la lune :

$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_L} \Rightarrow$ $\boxed{M_L = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}}$ AN : $\boxed{M_L = 7,5.10^{22} Kg}$

Exercice 10

Un satellite artificiel S_1 de masse m_1, assimilable à un point matériel. Dans un repère géocentrique, supposé galiléen, son orbite est assimilable à un cercle de rayon r et de même centre O que la terre. Le satellite n'est soumis qu'à l'attraction terrestre.



1)) Exprimer la valeur v_1 de la vitesse de ce satellite en fonction de la constante de gravitation G, de la masse m_T de la terre et de r. AN : $G=6,67.10^{-11}$; $m_T=6.10^{24}$kg ; r=7000km.

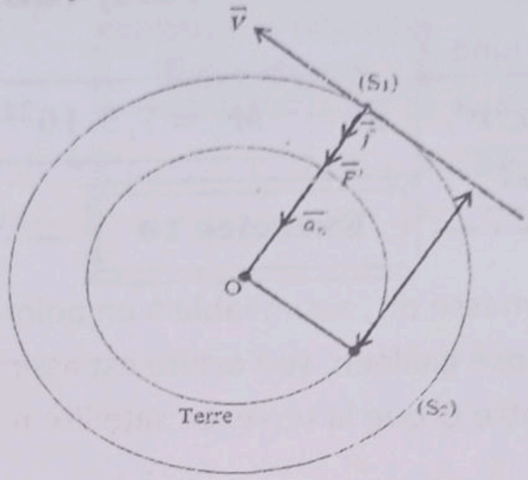
2)) Un véhicule spatial S_2 de masse m_2 est sur la même orbite que S_1, ses moteurs éteints. A-t-il la même vitesse que S_1 ?

3)) Les astronautes de S_2 cherchent à rejoindre S_1 en restant sur la même orbite de rayon r. Pour cela, ils allument un moteur auxiliaire, faisant passer la vitesse de v_1 à v_2.

a) Indiquer la directe et l'orientation de la force $\vec{f}$ exercée par le moteur.

b) Exprimer la force f en fonction de m_2,r,v_1 et v_2. Dans le cas où v_2-v_1 est très inférieur à v_1, on utilisera l'approximation : $V_2^2-V_1^2 \cong 2v_1(v_2-v_1)$. AN : v_2-v_1=5ms⁄ ; $m_2=2.10^3$kg.

Résolution



Système : Satellite de masse (m)

Référentiel : Géocentrique, considéré galiléen.

Bilan des forces : La force gravitationnelle (F)

1/ Expression de V1 en fonction de K, m_T et r :

Comme : $F = G\frac{M_T m}{r^2}$; $F = m\frac{V_1^2}{r} \Rightarrow F = F \Rightarrow m\frac{V_1^2}{r} = G\frac{M_T m}{r^2}$

$V_1^2 = K\frac{M_T}{r} \Rightarrow \boxed{V_1 = \sqrt{\frac{K.M_T}{r}}}$ AN : $\boxed{V_1 = 7600 m/s}$

2/ Les satellites (S_1) et (S_2) étant sur une même orbite, ils ont nécessairement la même vitesse.

3/a) Direction et l'orientation de la force (f).

Direction : La force (f) est perpendiculaire à la vitesse (V).

Orientation : La force (f) est centripète.

b/ Exprimons la normes de f en fonction de m_1, r, V_1 et V_2

D'après le TCI on a : $\sum \vec{F}ex = m_2\overrightarrow{a_n} \Rightarrow \vec{F} + \vec{f} = m_2\frac{V_2^2}{r}$

$$F + f = m_2\frac{V_2^2}{r} \Rightarrow f = m_2\frac{V_2^2}{r} - m_2\frac{KM_T}{r^2} ; or\ V_1^2 = \frac{KM_T}{r}$$

$$f = m_2\frac{V_2^2}{r} - m_2\frac{V_1^2}{r} \Rightarrow f = \frac{m_2}{r}(V_2^2 - V_1^2)$$

Comme : $V_2 - V_1 \ll V_1$ alors $V_2^2 - V_1^2 = 2V_1(V_2 - V_1)$

$f = \frac{m_2}{r}2V_1(V_2 - V_1) \Rightarrow \boxed{f = \frac{2m_2V_1(V_2 - V_1)}{r}}$ AN : $\boxed{f = 22N}$

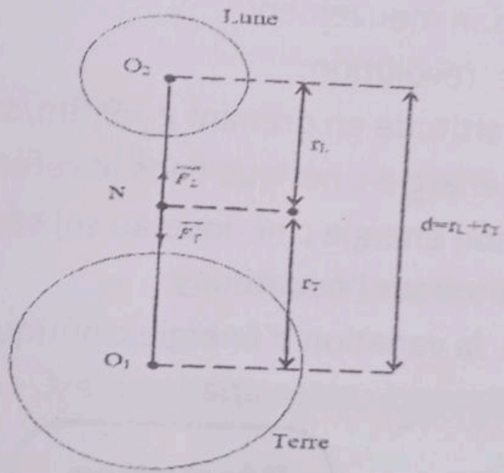
Exercice 11

1)) A quelle distance de la Terre le champ gravitationnel de celle-ci compense-t-il celui de la Lune? La distance entre la Terre et la Lune est $3{,}84.10^8$m. Le rapport des masses vaut : $\frac{M_T}{M_L}=81$.

2)) Jules Verne pensait que c'était seulement au point ainsi déterminé que des voyageurs se dirigeant vers la Lune dans un véhicule spatial, moteur arrêté, seraient en état d'impesanteur. Avait-il raison ?

Résolution

a/ Calcul de la distance de la terre où les deux champs se compensent :



Lune : $g_L = \frac{GM_L}{{r_L}^2}$

Terre : $g_T = \frac{GM_T}{{r_T}^2}$

Au point neutre N :

$$g_L = g_T \Longrightarrow \frac{GM_T}{{r_T}^2} = \frac{GM_L}{{r_L}^2} \Longrightarrow \frac{M_T}{{r_T}^2} = \frac{M_L}{{r_L}^2} \Longrightarrow \left(\frac{r_T}{r_L}\right)^2 = \frac{M_T}{M_L} \Longrightarrow$$

$$\left(\frac{r_T}{r_L}\right)^2 = 81 \Longrightarrow \frac{r_T}{r_L} = 9$$

$$\frac{r_T}{r_L} = 9\,; d = r_T + r_L \Longrightarrow r_L = \frac{1}{9}r_T \Longrightarrow d = r_T + \frac{1}{9}r_T$$

$$d = \frac{10}{9}r_T \Longrightarrow r_T = \frac{9}{10}d = 0{,}9d \Longrightarrow \boxed{d = 0{,}9d}$$

AN : $r_T=0{,}9\times3{,}84.10^8$m $\boxed{d = 3{,}456.10^8 m}$

b/ Hypothèse de Jules Verne :

D'après le T.C.I on a : $\sum \vec{f}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow$

$$\vec{R} = m\vec{a} - m\vec{g} \Rightarrow \vec{R} = m(\vec{a} - \vec{g}); or\ \vec{g} = \vec{a}$$

$\vec{R} = m(\vec{a} - \vec{g}) = 0$; $\boxed{\vec{R} = \vec{0}}$

Donc cette hypothèse ne peut pas être juste par conséquent Jules Verne n'avait pas raison.

Exercice 12

On considère un satellite géostationnaire. Sa masse est m=3,2t et dans le référentiel géocentrique, la période de révolution de la terre est 86 164 s.

1) On demande, sans faire des démonstrations :
- Le plan de la trajectoire
- La nature de la trajectoire
- La nature de son mouvement
- La période de révolution.
2) Calculez son attitude en prenant g_0=9,8m/s^2 et R= 6370km.
3) Calculez son énergie cinétique dans le référentiel géocentrique. quelle était son énergie cinétique au sol sachant qu'il a été lancé d'une base situé sur l'équateur ?
4) Quelle a été la variation d'énergie cinétique lors de la mise sur l'orbite ? pour quoi cette variation n'est – elle pas égal à m.g.h?

Résolution

1) – le plan de la trajectoire est un plan équatorial ;
- La trajectoire circulaire qui a pour centre, le centre d'inertie de la terre, origine de repère géocentrique
- Le mouvement est uniforme ;
- La période révolution est celle de la terre (T= 24 h), puisque le satellite reste fixe pour un observateur terrestre.

2) Calcul de l'attitude

On sait que : $V^2 = g_0 \times \frac{R^2}{(R+h)}$ et $T = \frac{2\pi(R+h)}{V}$ donc :

$T^2 = 4\pi^2 \frac{(R+h)^3}{g_0 R^2} \Rightarrow R + h = \left(\frac{g_0 R^2 T^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$ Soit $h = \left(\frac{g_0 R^2 T^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$

AN: h= 36000 km

3) Calcul de l'énergie cinétique

$E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m.g_0R^2}{2(R+h)}$ AN: E_C=1,51.10^{10} J

A la surface de la Terre, le satellite a la vitesse : $V = R\omega = \frac{2\pi R}{T}$ sont énergie cinétique est donc : $EC = \frac{1}{2}mR^2\omega^2$ AN : **E_{CO}=3,5.10^{8} J**

4) La variation de l'énergie cinétique ne peut-être égale à m.g.h car g varie avec l'altitude; le travail de la force de gravitation n'est donc pas égal à m.g.h .

Exercice 13

Une fusée de masse 100t est destinée à placer un satellite en orbite au tour de la terre.

1)) Calculer l'accélération de la fusée lorsqu'elle quitte le sol sachant que les moteurs exerce une force verticale d'intensité F=2.10^{6}N. On néglige les forces de frottement. On prendra g=9,8m/s^2

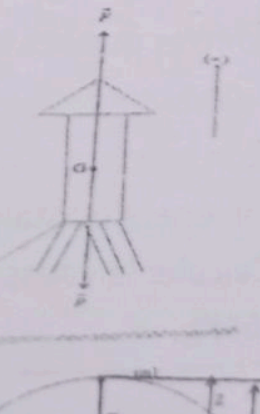
a)) Le satellite de masse m a une orbite circulaire de rayon r dans le plan équatorial terrestre à l'altitude Z=36000km

b)) calculer la valeur de l'intensité du champ de pesanteur à l'altitude Z en fonction de g_0 ; R et r. AN : R=6400km.

c)) En précisant le référentiel choisie, calculer la vitesse du satellite et sa période de révolution.

Résolution

1/ Calcul de l'accélération de la fusée :



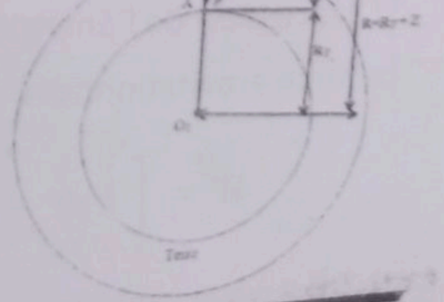
D'après le T.C.I : $\sum \vec{f}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{P} = m\vec{a}$

$F - P = ma \Rightarrow F - mg_0 = ma \Rightarrow$

$$\boxed{a = \frac{F}{m} - g_0}$$

AN : $a = \frac{2.10^6}{10^5} - 9,8 = \frac{10,2m}{s^2} \Rightarrow$

$$\boxed{a = 10,2m/s^2}$$



a/ Expression du champ de pesanteur :

$g = \frac{GM}{r^2}$ or $GM = g_0 {R_T}^2 \Rightarrow \boxed{g = g_0\left(\frac{R_T}{r}\right)^2}$

AN : $\boxed{g = 0,22 m/s^2}$

b/ Référentiel : géocentrique (supposé galiléen)

Calcul de la vitesse :

Comme : $F = G\frac{M_T m}{r^2}$; $F = m\frac{{V_1}^2}{r} \Rightarrow F = F \Rightarrow m\frac{V^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2}$

$V^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$; or : $GM = g_0 {R_T}^2$; $r = R_T + Z$

$V = \sqrt{\frac{g_0 {R_T}^2}{R_T + Z}} \Rightarrow \boxed{V = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T + Z}}}$ AN : $\boxed{V = 3,08 m/s}$

Calcul de la période de révolution du satellite :

$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T = \frac{2\pi(R_T + Z)}{v}$ AN : $\boxed{T = 86600 s = 1j}$

Exercice 14

Soit un satellite de masse (m) tournant autour de la terre de masse (M) à distance (r) du centre de la terre ; en supposant que la trajectoire est circulaire :

1/ Donner l'expression de l'énergie potentielle correspondant à la force de gravitation entre le satellite et la terre, préciser l'origine choisie pour l'énergie potentielle.

2/ Donner l'énergie mécanique totale en fonction de G, M, m et r.

3/ Montrer que les trajectoires circulaires vérifient la troisième loi de Kepler : $\omega^2 r^3 = GM$.

4/ Si un satellite parait immobile dans le ciel. Calculer sa hauteur, sa vitesse et son énergie totale.

5/ Calculer la vitesse de libération de ce satellite. On donne : $M = 5,9.10^{24}$ Kg et $m = 64$ Kg.

Résolution

1/ Expression de l'énergie potentielle :

La force gravitationnelle : $\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}$

$$W = \int F\,dr = -\int_r^{\infty} G\frac{Mm}{r^2}dr = -GMm\int_r^{\infty}\frac{dr}{r^2} = -G\frac{Mm}{r}$$

$W = -\Delta Epp = E_{P(r)} - E_{P(\infty)}$; supposant que : $E_{P(\infty)} = 0$

$$\boxed{E_{P(r)} = -G\frac{Mm}{r}}$$

2/Expression de l'énergie totale en fonction de M,G,m et r :

$E_T = E_C + E_P; or\ E_C = \frac{1}{2}mV^2\ et\ V^2 = \frac{GM}{r}; E_C = \frac{GMm}{2r}$

$E_T = \frac{GMm}{2r} - G\frac{Mm}{r} = -\frac{GMm}{2r} \Longrightarrow \boxed{E_T = -\frac{GMm}{2r}}$

3/ Montrons que : $\omega^2 r^3$=GM

Or : $F = G\frac{Mm}{r^2}\ et\ F = ma_n = mr\omega^2\ en\ possant\ F = F$:

$mr\omega^2 = G\frac{Mm}{r^2} \Longrightarrow r\omega^2 = \frac{GM}{r^2} \Longrightarrow r^3\omega^2 = GM \Longrightarrow \boxed{r^3\omega^2 = GM}$

4/ Calculons la hauteur, la vitesse et l'énergie totale pour un satellite immobile :

Si le satellite ne bouge pas, alors il a la même période que la terre :

T=24h=$8,64.10^4$s

$$T = \frac{2\pi r}{v}\ or\ v = \sqrt{\frac{GM}{r}}; T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM}{r}}} = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

$T^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{GM} \Longrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2GM}{4\pi^2}}$

AN : r=$4,2.10^7$m or r=R_T + h $\Longrightarrow$ $h = r - R_T$ AN : $\boxed{h = 3,56.10^7 m}$

Calcul de la vitesse :

On a : $T = \frac{2\pi r}{v} \Longrightarrow \boxed{v = \frac{2\pi r}{T}}$ AN : $\boxed{v = 3,054.10^3 m/s}$

L'énergie totale est :

$\boxed{E_T = -\frac{GMm}{2r}}$ AN : $\boxed{E_T = -3,22.10^8 J}$

5/ Calcul de la vitesse :

$\Delta Em = Em(f) - Em(i)$

$\Delta Em = -Em(i) = -\left(\frac{1}{2}mV_1{}^2 - \frac{GMm}{R}\right) = 0 \Longrightarrow \frac{1}{2}mV_1{}^2 = \frac{GMm}{R} \Longrightarrow \boxed{V_1 = \sqrt{\frac{2GMm}{R}}}$

AN : $\boxed{V_1 = 1,12.10^4 m/s}$

EXERCICES PROPOSES

++++++++++++++++++++Exo1:+++++++++++++++++++++++++

Deux satellites de la terre S_1 et S_2 en gravitation autour de la terre de masse (M) et de rayon R. Les deux satellites gravitent à la même distance r_1 du centre de la terre et ont pour masse respectives m_1 et m_2 telles que $m_2=2m_1$.

1/ En appliquant le T.C.I, exprimer la vitesse V_1 du satellite S_1 en fonction de r_1, g_0 et de toute autre donnée convenable.

2/ Exprimer la vitesse V_2 du satellite S_2 en fonction de V_1.

3/ En réalité, les rayons des orbites sont r_1 pour S_1 et S_2 tels que : $r_1=2r_2$

4/ Montrer que les périodes des satellites sont telles que : $T_2 = \frac{T_1}{2\sqrt{2}}$

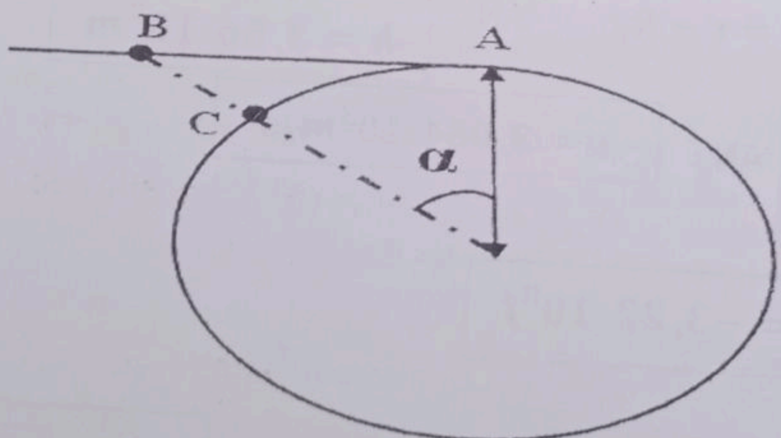
5/ Exprimer l'altitude Z1 en fonction de Z2 et de R.

6/ Calculer R sachant que : $Z_1=35{,}8.10^8$m et $Z_2=14{,}71.10^6$m.

7/ Si la période d'un satellite géostationnaire est $T_0=86140$s. Montrer que l'un des satellites est géostationnaire.

++++++++++++++++++++Exo2:+++++++++++++++++++++++++

On considère que Ganymède se déplace sur son orbite de A en C en une seconde (figure ci-dessous) et que le rayon de cette orbite est de l'ordre de $10^6\ km$.



1)) D'après les extraits cités, que représente la distance AB sur la figure ?

2)) Si $\alpha(rad)$ est très petit ; $BC = \frac{1}{2}r\alpha^2$. En déduire que BC est ainsi égale à $\frac{1}{2}\left(\frac{\widehat{AC}^2}{r}\right)$, ou $\widehat{AC}$ représente l'arc de cercle entre A et C. Vérifier que la distance BC vaut environ 6 cm.

3)) En parlant de la lune, satellite naturel de la terre on dit qu'elle n'arrête pas de tombe sur la terre. Commenter cette phrase en l'appliquant à Ganymède.

+++++++++++++++++++Exo3:++++++++++++++++++++++++

Une année Jupiter est 12 fois plus longue que sur la terre. On demande :

1)) La distance de Jupiter au soleil en rayons de l'orbite (distance terre-soleil).

2)) La vitesse et l'accélération de Jupiter dans le repère de Copernic. On donne : distance terre-soleil $d = 149{,}5.10^{6}$ km.

Réponses numériques : 5,24d ; 13km/s ; $2{,}2.10^{-4} m/s^2$.

+++++++++++++++++++Exo4:++++++++++++++++++++++++

Un satellite décrit autour de la terre une trajectoire circulaire à une altitude initiale h=650km. 1-) Calculer dans le repère géocentrique la vitesse linéaire V de ce satellite en supposant l'altitude constante. Calculer la période T du satellite.

2-) Par suite des frottements dans l'atmosphère l'altitude du satellite décroît de $\frac{1}{1000}$ de sa valeur à chaque tour. Vérifier que les altitudes du satellite à la fin du premier, deuxième, troisième, …nième tour sont en progression géométrique.

3-) Au bout de combien de tours environ cette altitude devient-elle égale à 620km ?

Rép : $n = 50\ trs$

++++++++++++++++++++Exo4:++++++++++++++++++++++++

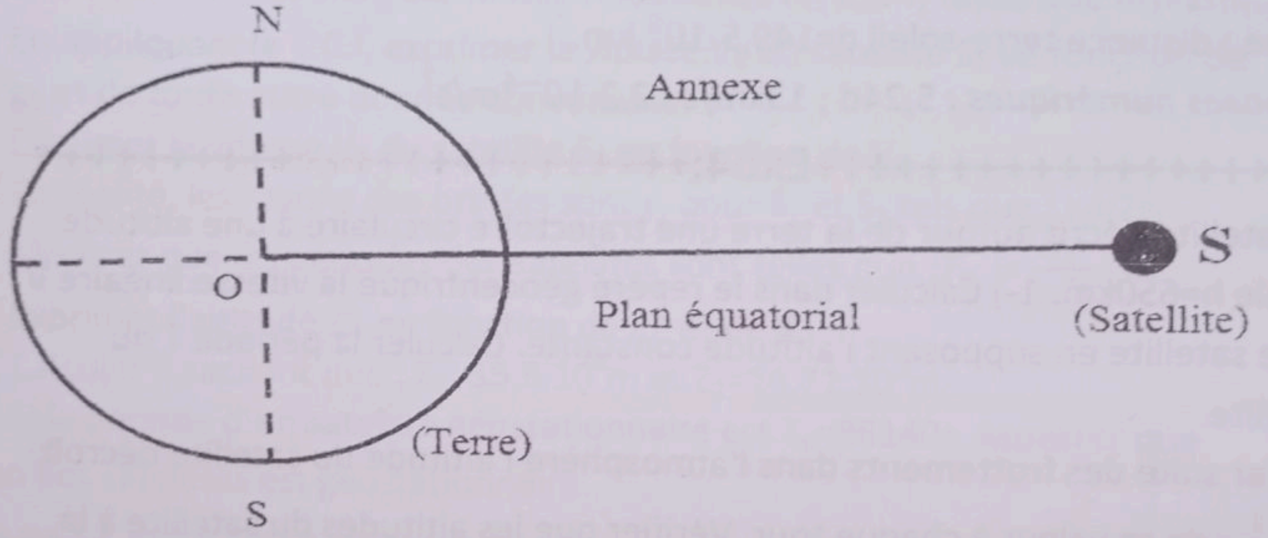
Les satellites géostationnaires évoluent dans le plan équatorial à une altitude d'environ 35800 km et restent à la vertical d'un point fixe de la surface terrestre.

1)) Quel est le mouvement d'un satellite géostationnaire par rapport au référentiel terrestre ?

2)) Donner dans le référentiel Galiléen d'étude les caractéristique de la vitesse angulaire d'un satellite géostationnaire

3)) Le schéma en annexe n'est pas à l'échelle pour les distances R_T et OS. Montrer géométriquement qu'il n'est pas possible d'observer les régions polaires depuis un satellite géostationnaire en complétant le schéma de l'annexe. Etablir que le parallèle nord (+81,3°) et le parallèle sud (-81,3°), séparent les jaunes observables ou non observable.

4)) Les satellites quasi-polaires ont des orbites très incliné par rapport au plan de l'équateur, ils survolent donc les régions situés à proximité des pôles du globe terrestre. En utilisant la troisième loi de Kepler, indiquer à quelle altitude doit évoluer un satellite quasi-polaire dont la période de révolution est de 103 $minutes$?



++++++++++++++++++++Exo5:++++++++++++++++++++++++++

On se propose de placer, au moyen d'une fusée porteuse, un satellite artificiel (S) à la distance $SC = d = 1{,}25R$ du centre C de la terre. (S) devra décrire une trajectoire circulaire d'un mouvement uniforme à la vitesse v. On donne : $g_0 = 10\ m/S^2$; En un point situé la surface de la terre.

1)) A quelle condition doit satisfaire la vitesse pour que le satellite soit en équilibre sur sa trajectoire ?

AN : Calculer la vitesse lorsque $d = 1{,}25R$; R est le rayon terrestre $(R = 6400\ km)$

2)) On suppose, pour simplifier les calculs, le satellite a une masse de 1 kg. Calculer son énergie mécanique lorsqu'il est installé sur sa trajectoire. On prendra comme niveau O de l'énergie potentielle à la surface terrestre et l'on admettra que, durant toute la monté, la fusée se déplaçait dans un champ de gravitation uniforme de valeur $g = 0{,}8g_0$

3)) En réalité, le rayon de l'orbite n'est pas constant et varie entre la valeur d et la valeur $d_1 = d + h$, h étant petit devant d. Monter, en appliquant le principe de la conservation de l'énergie mécanique, que la vitesse du satellite varie pendant sa révolution. Calculer cette variation de cette vitesse si $h = 50\ km$.

Rép : 1)) $v = 7{,}15\ m/S$; 2)) $E_m = 38{,}4.10^6\ j$; 3)) $\Delta v = 45\ m/S$.

+++++++++++++++++++++Exo6:++++++++++++++++++++++++++

On donne la constante de gravitation notée G. On étudie le mouvement d'un satellite de la planète Saturne de masse M. Le mouvement du satellite, assimilable à un point matériel de masse m, est étudié dans un référentiel considéré comme galiléen, muni d'un repère ayant une origine au centre O de la planète et ses trois (3) axes dirigés vers des étoiles fixes. On admet que Saturne a une distribution de masse sphérique et que l'orbite du satellite est un cercle de centre O et de rayon r.

1)) Indiquer les caractéristiques de la force gravitationnelle exercée par Saturne sur le satellite.

2)) En déduire que le mouvement du satellite est uniforme.

3)) Exprimer la vitesse v et la période T du satellite en fonction de G, r et M. Montrer que le rapport $\frac{r^3}{T^2}$ est constant.

4)) Sachant que la période de révolution du satellite Mimas est T=22,6h et que le rayon de son orbite est r=185500km. Calculer la masse M de saturne.

5)) Un autre satellite de saturne, Rhéa, a une période T'=108,4h. En déduire le rayon r' de l'orbite de Rhéa.

Réponses numériques : 4-) $5{,}7.10^{26}$kg; 5-) $5{,}27.10^{8}$m.

+++++++++++++++++++++Exo7:++++++++++++++++++++++++++

Un satellite artificiel de la terre décrit dans un référentiel géocentrique une orbite circulaire de centre O et de rayon 2.10^4km. Sa période de révolution est 7h49mn. Le plan de son orbite passe par deux villes A et B distant de 900km.

1)) Calculer la vitesse et l'accélération du satellite

2)) Calculer l'intervalle de temps séparant le passage de satellite à la verticale des deux villes

3)) Quelle serais la période T' du satellite s'il gravitait à la distance $r'=10^4$km. On donne R_T=6370km.

+++++++++++++++++++Exo8:++++ ++++++++++++++++

Dans cet exercice, la terre est considérée comme une sphère homogène, de masse M, de centre O et de rayon R = 6370 km animée d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe des pôles.

A l'aide d'une fusée on satellise autour de la terre un satellite de masse m sur une orbite circulaire à l'altitude z = 400 km. L'orbite est dans le plan de l'Equateur. A l'altitude z l'intensité du champ de pesanteur est donnée par la relation :

$$g_z = g_0 \frac{R^2}{(R+z)^2} \quad \text{avec } g_0 = 9{,}8\ N/kg$$

1) a) Déterminer dans le repère géocentrique la vitesse v, la vitesse angulaire ω_0 la période T du satellite.

b) Le satellite se déplace vers l'Est. Calculer l'intervalle de temps qui sépare deux passages successifs du satellite à la verticale d'un point donné de l'équateur. La vitesse angulaire de rotation de la terre dans le repère géocentrique est $\omega_T = 7{,}29.10^{-5}\ rad.s^{-1}$ et on rappelle que dans ce repère, la vitesse d'un point de l'équateur est dirigée vers l'Est.

c) Même question si le satellite se déplace vers l'Ouest.

2) On veut que le satellite précédent devienne un satellite géostationnaire.

a) Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ? Préciser son sens de rotation (vers l'Est ou vers l'Ouest) et le plan dans lequel il doit tourner.

b) Quelle est la vitesse angulaire de ce satellite dans le repère géocentrique ?

c) Calculer le rayon de son orbite.

++++++++++++++++++++Exo9:+++++++++++++++++++++++++

1)) Un satellite tourne autour de la terre dans le plan équatorial. Son orbite est circulaire de rayon 18000 km. Il se déplace vers l'Est.

a)) Trouver sa période dans le repère géocentrique

b)) Trouver sa période pour un observateur terrestre situé sur l'équateur (intervalle de temps qui sépare deux passages consécutif du satellite par la verticale de l'observateur).

2)) Un satellite tourne autour de la terre dans le plan équatorial. Il se déplace vers l'Est, son altitude est Z. ce satellite est géostationnaire.

- Que signifie ce terme?
- Calculer son altitude Z

+++++++++++++++++++Exo10:+++++++++++++++++++++++++

Un satellite de masse $m = 1600\ kg$ décrit une orbite circulaire équatoriale de rayon $r = 7000\ km$.

1)) Calculer la vitesse v_1 du satellite.

2)) Le satellite se déplace toujour s sur la même orbite mais avec une vitesse constante v_2 $(v_2 > v_1)$ parce qu-en plus de la force gravitionnelle terrestre, il est soumis à une force $\vec{f}$ produite par un moteur auxiliaire.

- Les deux forces ont la même direction ? Ont-elle le même sens ?
- Exprimer f en fonctio de $m;\ v_1\ et\ v_2$
- Calculer f sachant que $v_2 - v_1 = 120\ m/S$

++++++++++++++++++++++Exo11:+++++++++++++++++++++++++

Un satellite décrit autour de la terre une trajectoire circulaire équatoriale à l'atitude h. On suppose h très faible devant le rayon de la terre.

1)) Exprimer la vitesse du satellite en fonction de $R_T; h\ et\ g_0$

2)) Par suite d'une erreur de maneuvre l'altitude du satellite varie d'une distance très faible Δh. Il s'en suit une variation très faible Δv de sa vitesse $(h \gg \Delta h; v \gg \Delta v)$. Exprimez la relation qui lie $\Delta v\ et\ \Delta h$

3)) << Lorsque par suit des frottements, l'altitude d'un satellite diminue, sa vitesse au contraire croit>> ets-vous d'accord avec ette affirmation ? Justifier.

++++++++++++++++++++Exo12:++++++++++++++++++++++++

1) Donner la définition du champ gravitationnel créer par un corps ponctuel en un point de l'espace qui l'entoure .
2) Unn satellite artificiel de masse m tourne sur une orbite à une hauteur h_1, autoure de la terre.
   a) Exprimer la valeur dela force exercée par la terre sur le satellite en fonction de m, M_T, R_T et h_1.
   b) Endéduire l'expression de la valeur g_1 du champ de pesanteur à cette altitude .
   c) Donner l'expression de g_2 l'altitude $h_2=2h_1$
   d) Montrer que $\frac{R_T+2h_1}{R_T+h_1} = \sqrt{2}$
   e) En déduire la valeur de h_2 et de h_1 et celle de g_1 et g_2

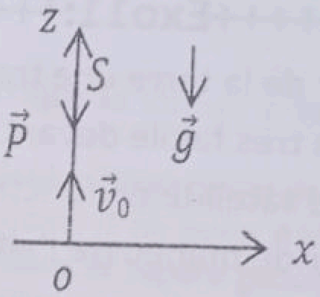
Mouvement d'un projectile

a/ Mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur cas où $\vec{v}_0$ est parallèle à g

Un projectile de masse (m) est lancé à partir d'un point O verticalement vers le haut avec une vitesse $\vec{v}_0$ à l'instant t=0.

Lois horaires du mouvement :

Le projectile est soumis à son poids.



Condition initiale :

$$\vec{V_0}\begin{cases} v_{ox} = 0 \\ v_{oz} = 0 \end{cases} \qquad \overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

D'après le TCI on a : $\sum \vec{f}ex = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow$

$$m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \qquad \vec{V}\begin{cases} v_x = 0 \\ v_z = -gt + v_0 \end{cases} \qquad \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 0 \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t \end{cases}$$

D'où les équations horaires du mouvement sont :

$$\boxed{\begin{matrix} v = -gt + v_0 \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t \end{matrix}}$$

Nature : Si v_0 est initialement dirigé vers le haut, le mouvement est d'abord uniformément décéléré au point maximal v=0, ensuite le MRUA.

Hauteur maximale atteinte par le projectile :

Au point maximal :

$v = 0 \Rightarrow -gt + v_0 = 0 ; t = \frac{v_0}{g}$;

$$z = -\frac{1}{2}g\frac{{v_0}^2}{g^2} + v_0\frac{v_0}{g} \Rightarrow \boxed{z_{max} = \frac{V_0^2}{2g}}$$

b/ Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur cas où v_0 non parallèle à $\vec{g}$.

Comme : $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha$

$$\boxed{y = -\frac{g(1+\tan^2\alpha)}{2{v_0}^2}x^2 + (\tan\alpha)x}$$

Nature : la trajectoire est une parabole.

3/ Portée horizontale :

La portée horizontale est l'abscisse du point d'impact (c) d'ordonnée y=0

$-\frac{g}{2{v_0}^2\cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x = 0 \Rightarrow$ $\boxed{x = \frac{{v_0}^2\sin 2\alpha}{g}}$

Portée maximale :

Si $\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin\frac{\pi}{2} \to 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$

$\alpha = \frac{\pi}{4}\,(rad) = 45°$

Donc : $\boxed{x_{max} = \frac{{v_0}^2}{g}}$

4/ La flèche du tir :

La flèche est la hauteur maximale atteinte par le projectile.

Au sommet de la trajectoire : $v_y = 0$

$v_y = -gt + v_0\sin\alpha = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$

$$\boxed{h = \frac{{v_0}^2\sin^2\alpha}{2g}}$$

Donc : $y_{max} = h = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0\sin\alpha}{g}\right)^2 + v_0\sin\alpha\,.\frac{v_0\sin\alpha}{g}$;

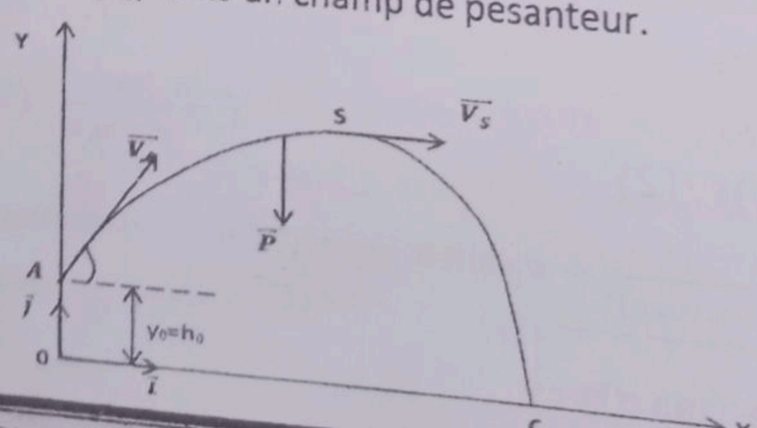
Flèche maximale :

La flèche est maximale si : $\sin\alpha = 1 \sim \sin\alpha = \sin\frac{\pi}{2}$

$\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}\,(rad) = 90°$

Donc : $\boxed{h_{max} = \frac{{v_0}^2}{2g}}$

NB : Projectile lancé à une certaine hauteur (h_0) par rapport au sol avec une vitesse initiale (v_0) dans un champ de pesanteur.



Equations horaires du mouvement :

Conformément au cas précédent :

$x = (v_0 \cos\alpha)t$;

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t + h_0$

$y = 0$

Equation de la trajectoire :

$$t = \frac{x}{v_0\cos\alpha} \Rightarrow y = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{(v_0\cos\alpha)^2} + v_0\sin\alpha\frac{x}{v_0\cos\alpha} + h_0$$

$$\boxed{y = -\frac{g}{2{v_0}^2\cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x + h_0}$$

Ou

$$\boxed{y = -\frac{g(1+\tan^2\alpha)}{2{v_0}^2}x^2 + (\tan\alpha)x + h_0}$$

La flèche du tir :

Elle se définie par : $\boxed{h = \frac{{v_0}^2\sin^2\alpha}{2g} + h_0}$

La portée horizontale :

Pour déterminer la portée on utilise le système suivant :

$$\begin{cases} x = (v_0\cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\alpha)t + h_0 \end{cases}$$

Donc il suffit de résoudre cette équation.

$$-\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\alpha)t + h_0 = 0$$

5/ **Problème du tir :**

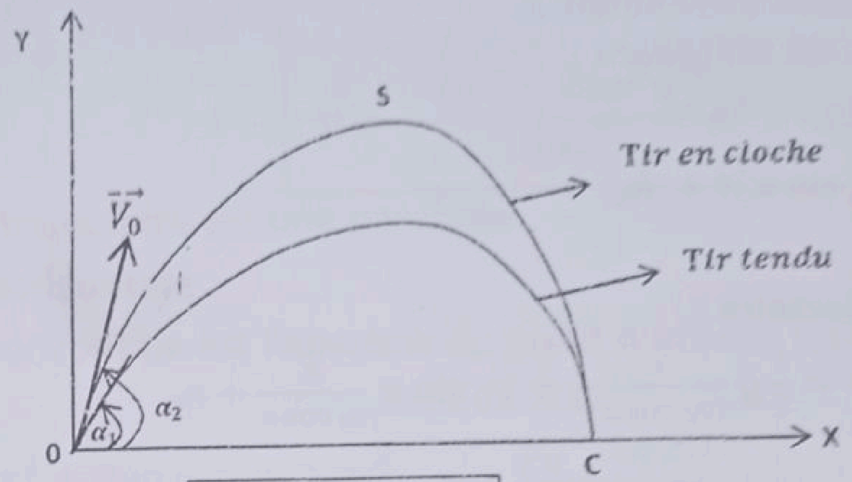
Soit une cible $A(x_A ; y_A)$ contenue dans le plan du tir. En utilisant l'équation de la trajectoire au point A, on obtient :

$$y_A = -\frac{g(1+\tan^2\alpha)}{2{v_0}^2}{x_A}^2 + (\tan\alpha)x_A$$

$$-\frac{g}{2{v_0}^2}{x_A}^2(\tan^2\alpha) + (\tan\alpha)x_A - \left(\frac{g}{2{v_0}^2}{x_A}^2 + z_A\right) = 0$$

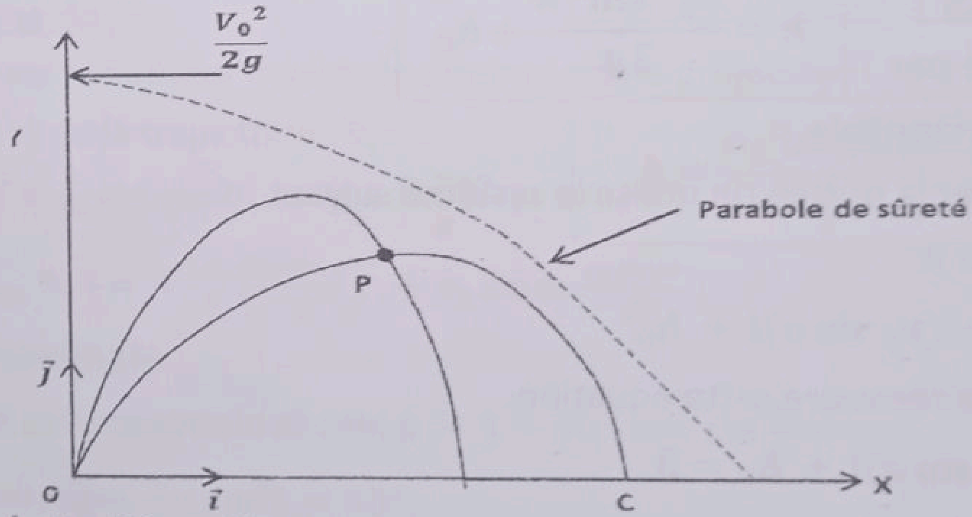
C'est une équation du second degré en $\tan\alpha$ à deux solutions si son discriminant est positif. A ces deux solutions correspondent deux réglages possibles du tir $\alpha_1(tir\ tendu)$ et $\alpha_2(tir\ en\ cloche)$.

NB : α_1 et α_2 sont complémentaires :



$\boxed{\alpha_1 + \alpha_2 = 90}$ $\boxed{\alpha_2 = 90 - \alpha_1}$

La parabole de sûreté



__La parabole d'équation :__

$y = -x^2 \frac{g}{2v_0^2} + \frac{v_0^2}{2g}$

Sépare l'espace en deux régions. Les points susceptibles d'être atteints par le tir se trouvent à l'intérieur de la zone limitée par les axes et cette parabole, appelée parabole de sûreté.

Démonstration : $y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + (\tan\alpha)x$

Soit un point $P(x_P ; y_P) \in C$

$y_P = -\frac{g}{2v_0^2}(1 + \tan^2\alpha)x_P^2 + (\tan\alpha)x_P$

$y_P = -\frac{g x_P^2}{2v_0^2} - \frac{g x_P^2}{2v_0^2}\tan^2\alpha + (\tan\alpha)x_P$

$$\left(-\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2}\right)\tan^2\alpha + (x_P)\tan\alpha - \left(-\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + y_P\right) = 0$$

$$\Delta = x_P{}^2 - 4\left(-\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2}\right)\left(-\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + y_P\right) = x_P{}^2 - \frac{2gx_P{}^2}{v_0{}^2}\left(\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + y_P\right)$$

$$\Delta = x_P{}^2\left[1 - \frac{2g}{v_0{}^2}\left(\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + y_P\right)\right]$$

Si $\Delta \geq 0$ (L'équation admet une solution)

$$x_P \neq 0 \Rightarrow 1 - \frac{2g}{v_0{}^2}\left(\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + y_P\right) \geq 0$$

$$1 \geq \frac{2g}{v_0{}^2}\left(\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + y_P\right) \Rightarrow v_0{}^2 \geq 2g\left(\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + y_P\right) \Rightarrow$$

$$\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + y_P \leq \frac{v_0{}^2}{2g} \quad ; \quad y_P \leq -\frac{g}{2v_0{}^2}x_P{}^2 + \frac{v_0{}^2}{2g}$$

Donc l'ensemble des points inférieurs ou égaux à y_P varie et sont susceptibles d'être touchés.

$$\boxed{y_P = \left(-\frac{g}{2v_0{}^2}\right)x_P{}^2 + \frac{v_0{}^2}{2g}}$$

Questions théoriques

1)) Définir un projectile et citez ces domaines d'applications ?

2)) Démontrer que la vitesse initiale d'un projectile lancé sous un angle θ vers un panier situé à une distance horizontale L et à une hauteur au-dessus du point d'envoi est donné par la relation :

$$v_0^2 = \frac{gL}{2\cos^2\theta\left(\tan\theta - \frac{h}{L}\right)};$$

3)) Démontrer qu'il y'a deux angles de tire possible lorsqu'un projectile est lancé dans un champ de pesanteur sur une cible situé dans le plan horizontal du point de lancement à une distance (d) de ce dernier

2)) Etablissons la relation donnant v en fonction de $(h; v_0 et\ g)$: D'après la relation de Galilée :

$v^2 - v_0^2 = -2gh \Rightarrow$ $\boxed{v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}}$

Outre : la conservation de l'énergie mécanique entre le point O et C :

$E_{M_O} = E_{M_C}$

$E_{C_O} + E_{P_O} = E_{C_C} + E_{P_C} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$

Car : $h_0 = 0\ et\ v_C = v$; $\boxed{v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}}$

Etablissons la relation qui lie : $(v;\ v_0;\ \alpha\ et\ \beta)$

$\cos\beta = \frac{v_x}{v}\ et\ \cos\alpha = \frac{v_x}{v_0} \Leftrightarrow v_x = v_x$

$v\cos\beta = v_0\cos\alpha \Rightarrow v = v_0\left(\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\right) \Rightarrow$ $\boxed{v = v_0\left(\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\right)}$

Etablissons la relation :

$h = \frac{v_0^2}{2g}\left(1 - \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta}\right)$; Or : $v^2 = v_0^2 - 2gh$ et

$v^2 = v_0^2\left(\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta}\right) \Leftrightarrow v^2 = v^2 \Rightarrow$

$v_0^2 - 2gh = v_0^2\left(\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta}\right)$; $v_0^2\left(1 - \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta}\right) = 2gh \Rightarrow$ $\boxed{h = \frac{v_0^2}{2g}\left(1 - \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta}\right)}$

Trouvons l'altitude maximale atteinte :

Au sommet : $\beta = 0 \Rightarrow \cos\beta = 1$

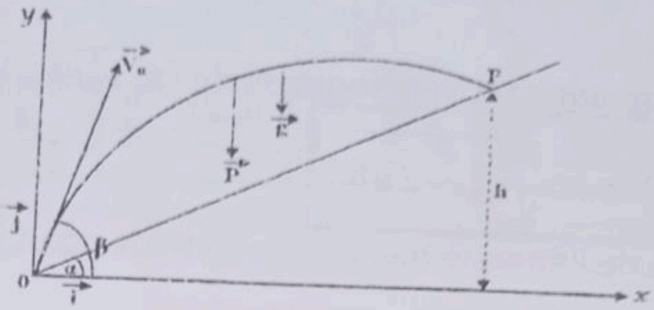
$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}(1 - \cos^2\alpha) = \frac{(v_0\sin\alpha)^2}{2g} \Rightarrow$ $\boxed{h_{max} = \frac{(v_0\sin\alpha)^2}{2g}}$

AN : $h_{max} = 6{,}97\ m \Rightarrow$ $\boxed{h_{max} = 6{,}97\ m}$

Exercice 2

Une cible se trouvant sur une [illegible] partir d'un point quelconque d'observation sous l'angle α = 30° par rapport à l'horizontale. La distance sur l'horizontale entre la cible et le point d'observation est 1730m. Déterminer avec quelle vitesse initiale faut-il lancer un projectile à part du point d'observation pour que ce dernier atteint la cible si le tir a lieu sous l'angle β = 60° par rapport à l'horizontale. On prendra $g=10m/s^2$.

Résolution



Déterminons la vitesse de lancement :

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{g} = \vec{a}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} v_x = v_0\cos\beta \\ v_y = -gt + v_0\sin\beta \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = (v_0\cos\beta)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\beta)t \end{cases}$$

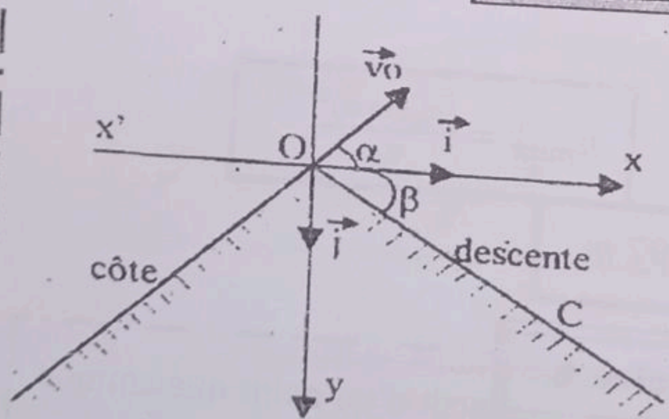
$$t = \frac{x}{v_0\cos\beta} \Rightarrow y = -\frac{1}{2v_0^2}g(1+\tan^2\beta)x^2 + x\tan\beta$$

Au point P : $\begin{cases} x_P = d \\ y_P = h = d\tan\alpha \end{cases} \Rightarrow y_P = -\frac{1}{2v_0^2}g(1+\tan^2\beta)x_P^2 + x_P\tan\beta$;

$\boldsymbol{d\tan\alpha = -\frac{1}{2v_0^2}g(1+\tan^2\beta)d^2 + d\tan\beta \Rightarrow}$

$v_0 = \frac{1}{\cos\beta}\sqrt{\frac{gd}{2(\tan\beta - \tan\alpha)}}$ AN : $v_0 = 172,7\ m/S$

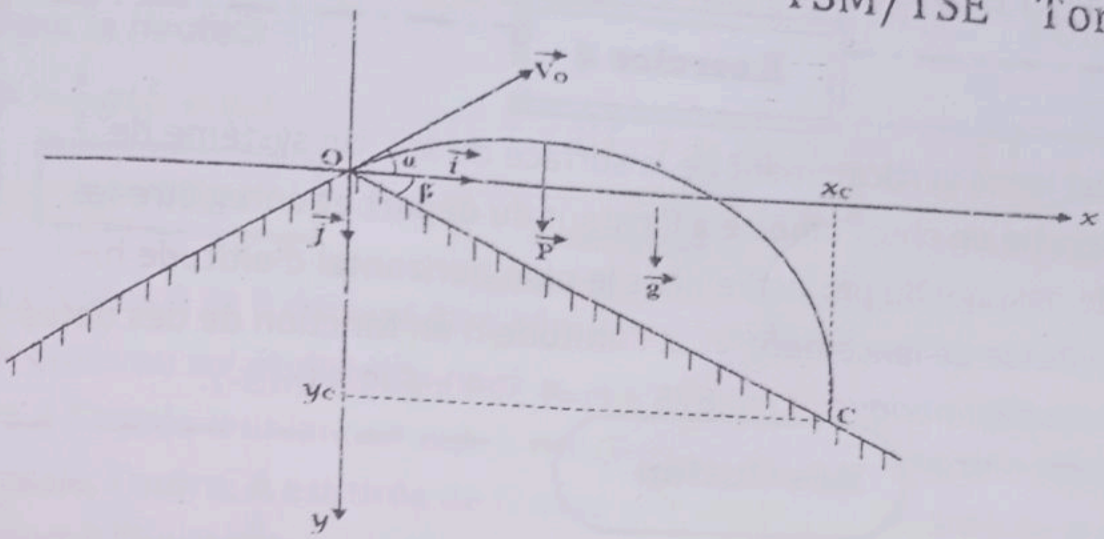
Exercice 3



Un skieur parcourt une côte inclinée d'un angle $\alpha = 40°$ sur l'horizontale. Au sommet O de cette côte, sa vitesse a pour valeur $v_o = 12\ m.s^{-1}$.
Après le point O se présente une descente inclinée d'un angle $\beta = 45°$ sur l'horizontale. Le skieur accomplit un saut et reprend contact avec la piste en un point C.

Déterminer :
a) La nature de la trajectoire correspondant au saut du skieur ;
b) Les coordonnées du point C dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) indiqué sur la figure.
c) La longueur OC.
d) La durée du saut.
On prendra $g = 10 m.s^{-2}$ et on négligera la résistance de l'air. La masse du skieur n'est pas donnée car elle s'élimine dans les calculs. On étudiera le mouvement du centre d'inertie du skieur.

Résolution



a)) Déterminons la nature de la trajectoire :

A la date $t = 0$; $\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$; $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{x0} = v_0 \cos\alpha \\ v_{y0} = -v_0 \sin\alpha \end{cases}$; TCI : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow$

$\vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{g} = \vec{a}$

Donc : $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = gt - v_0 \sin\alpha \end{cases} \Rightarrow$

$\boldsymbol{\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 - (v_0 \sin\alpha)t \end{cases}}$; $\boldsymbol{t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}}$

$$\boxed{\boldsymbol{y = \frac{1}{2v_0^2} g(1 + \tan^2\alpha)x^2 - x\tan\alpha}}$$

Nature de la trajectoire : la trajectoire est une parabole.

b)) Déterminons les coordonnées du point C :

Au point C : $\tan\beta = \frac{y_C}{x_C}$; D'où :

$x_C \tan\beta = \frac{1}{2v_0^2} g(1 + \tan^2\alpha)x_C^2 - x_C \tan\alpha$

Soit : $C \begin{cases} x_C = 31{,}1m \\ y_C = 31{,}1m \end{cases}$

c)) Déterminons la longueur OC :

D'après le schéma : $\boldsymbol{\sin\beta = \frac{y_C}{d_{(OC)}}} \Rightarrow$ $\boxed{d_{(OC)} = y_C \sin\beta}$

AN : Outre : $d_{(OC)} = \sqrt{x_C^2 + y_C^2} = \sqrt{2(x_C^2)} = 44m \Rightarrow$ $\boxed{\boldsymbol{d_{(OC)} = 44\ m}}$

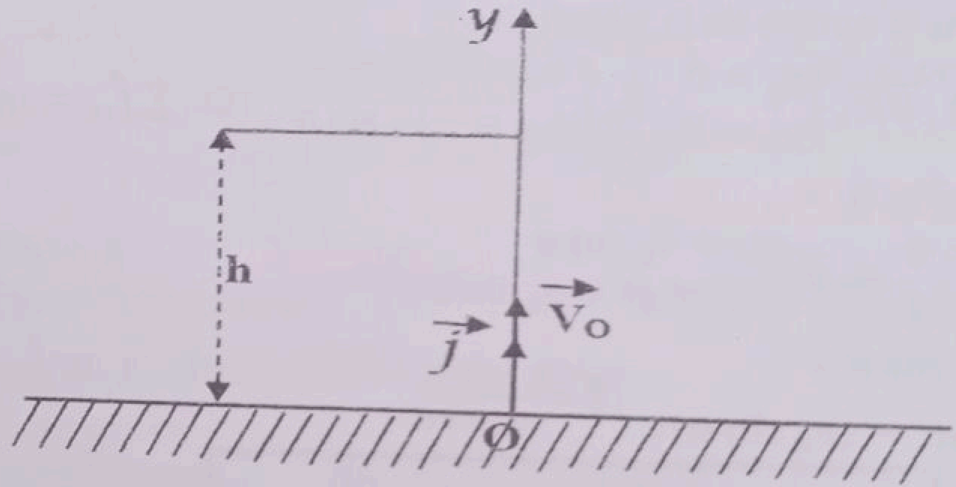
d)) Déterminons la durée du saut :

Or : $x_C = (v_0 \cos\alpha)t_C \Rightarrow$ $\boxed{t_C = \frac{x_C}{v_0 \cos\alpha}}$ AN: $\boxed{t_C = 3{,}4\ S}$

Exercice 4

Un projectile est lancé verticalement de la surface du sol. Un système de détection enclenche un chronomètre à l'instant du départ et enregistre les dates t_1 et t_2 de passage du projectile dans le plan horizontal d'altitude h. Déterminer la vitesse de lancement V_0 et l'altitude h en fonction de des dates t_1 et t_2. *Application numérique : $t_1=0,875\ s$; $t_2=9,329\ s$; $g=9,81 m.s^{-2}$.*

Résolution



1)) Exprimons v_0 en fonction de t_1 *et* t_2 :

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{g} = \vec{a}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\beta \\ v_y = -gt + v_0 \sin\beta \end{cases} \Rightarrow$

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t \end{cases}$; Pour un tir vertical : $\alpha = 90° = \frac{\pi}{2} rad$

$\begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \end{cases}$

A la date ; t_1 ; $y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 + v_0 t_1$

A la date : t_2 ; $y_2 = -\frac{1}{2}gt_2^2 + v_0 t_2$

Au point de passage du projectile d'un même point dans le plan horizontal d'altitude h : $y_1 = y_2 = y = h$

Donc : $-\frac{1}{2}gt_1^2 + v_0 t_1 = -\frac{1}{2}gt_2^2 + v_0 t_2 \Rightarrow \frac{1}{2}g(t_2 + t_1)(t_2 - t_1) = v_0(t_2 - t_1)$

$\boxed{v_0 = \frac{1}{2}g(t_2 + t_1)}$ AN : $\boxed{v_0 = 50\ m/S}$

▶ Pour la hauteur :

$$h = -\frac{1}{2}gt_1^2 + v_0t_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 + \frac{1}{2}g(t_2+t_1)t_1 \Rightarrow \boxed{h = \frac{1}{2}gt_1t_2}$$

AN : $\boxed{h = 40\ m}$

Exercice 5

Deux fusées A et B doivent être liées simultanément à partir de deux points O et P situés au sol et distants de $d = 30m$. Les fusées vont exploser à la date $t_1 = 4\ S$ après leur lancement. L'une, B est tirée de P avec une vitesse $\vec{v}_B$ verticale, l'autre, A est tirée de O avec une vitesse $\vec{v}_A$ inclinée de α par rapport à l'horizontale et située dans un plan vertical passant par P.

Données : $v_A = 51{,}4\ m/S$; $v_B = 50\ m/S$

1)) Dans le repère $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$, établir, sous forme littérale uniquement, les équations horaires des mouvements de chaque fusée après leur lancement, instant qui sera choisi comme instant initial. Préciser la nature de leurs trajectoires et en donner l'allure.

2)) Déterminer l'inclinaison α de la vitesse initiale $\vec{v}_A$ de A pour que l'explosion ait lieu à la verticale de P.

3)) Quelle est la distance qui sépare les deux fusées au moment de l'explosion ?

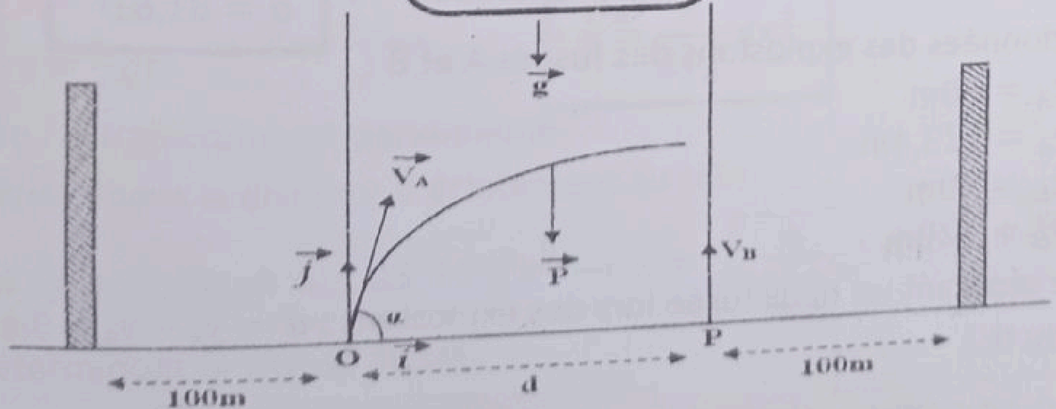
4)) Les barrières de sécurité pour les spectateurs sont installées de façon à respecter la distance de $100m$ des points de lancement O et P. Ces spectateurs

Sont-ils en sécurité lors de la retombée des fusées en cas de non-explosion en altitude ?

On négligera les frottements de l'air.

On prendra $g = 9{,}8\ m/S^2$.

Résolution



1)) Différentes expressions :

a)) Equation horaires de la fusée A :

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Longrightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{g} = \vec{a}$

A la date $t = 0 : v_0 \begin{cases} v_x = v_A \cos\alpha \\ v_y = v_A \sin\alpha \end{cases}; \overrightarrow{OA_0} \begin{cases} (OA)_x = 0 \\ (OA)_y = 0 \end{cases}$

A l'instant t : $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Longrightarrow \vec{V} \begin{cases} v_x = v_A \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_A \sin\alpha \end{cases}$

$\overrightarrow{OA} \begin{cases} x = (v_A \cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_A \sin\alpha)t \end{cases}$

b)) Equation horaires de la fusée B :

Etude dynamique identique A :

A la date $t = 0 ; \vec{v}_{0B} \begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = v_B \end{cases}; \overrightarrow{OB} \begin{cases} x = d \\ y = 0 \end{cases}$

A l'instant t : $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Longrightarrow \vec{V} \begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = -gt + v_B \end{cases}$

$\overrightarrow{OB} \begin{cases} x = d \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_B t \end{cases}$

2)) a) Equation de la trajectoire de la fusée A :

$x = (v_A \cos\alpha)t \Longrightarrow t = \frac{x}{v_A \cos\alpha};$

Soit : $\boxed{y = -\frac{1}{2v_A^2} g(1 + \tan^2\alpha)x^2 + x\tan\alpha}$

b)) La trajectoire de A est parabolique.

3)) a) Déterminer l'angle α :

Lors de l'explosion à la verticale de P.

$x = d \text{ et } t_1 = 4\,S.$

Donc : $d = (v_A \cos\alpha)t_1 \Longrightarrow \cos\alpha = \frac{d}{v_A t_1} = 0{,}1459 \Longrightarrow \boxed{\alpha = 81{,}61°}$

b)) Les coordonnées des explosions des fusées A et B :

Fusée A : $\begin{cases} x_A = 30m \\ y_A = 123{,}4m \end{cases}$

Fusée B : $\begin{cases} x_B = 30m \\ y_B = 120m \end{cases}$

c)) Distance séparant les deux fusée lors des explosions : $d' = y_A - y_B = 3{,}4m$

4)) Portée du tir :

▶ La fusée B retombe à son lieu de lancement en cas de non explosion.

▶ Pour la fusée A déterminons la portée :

Au point de chute : $y = 0$; $x_C = \frac{v_A^2 \sin 2\alpha}{g}$ $\boxed{x_C = 76,24m}$

$x_C < d + 100$; Donc les secteurs sont en sécurité.

Exercice 6

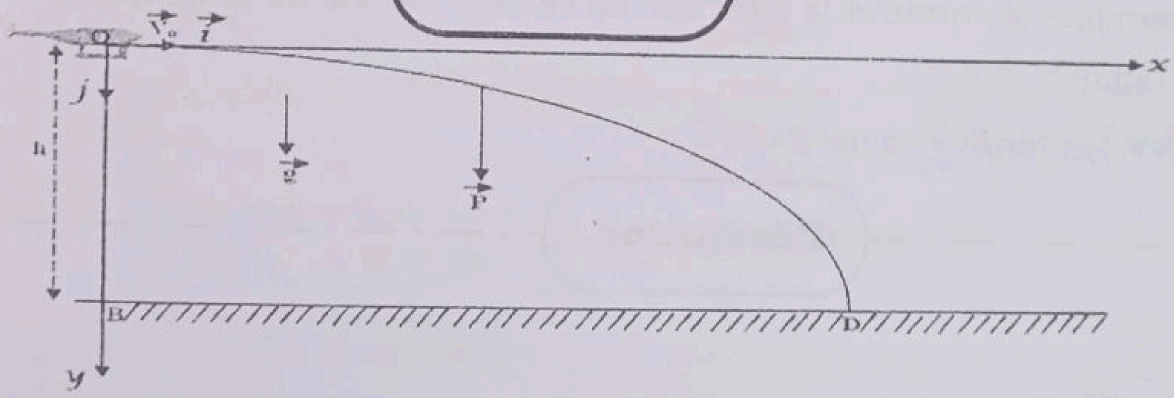
Un avion vole horizontalement à une altitude de 500m avec une vitesse constante de 720km/h. Il lâche une bombe au passage par la verticale d'un point B du sol supposé horizontal.

1-) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du centre de gravité de la bombe.

2-) A quelle distance du point B la bombe éclate-t-elle au sol ?

3-) Calculer la vitesse de la bombe au moment où elle touche le sol.

Résolution



1)) Etablissons l'équation de la trajectoire :

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{g} = \vec{a}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$; $\overrightarrow{V_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases} \Rightarrow$

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow$ $\boxed{y = \frac{1}{2v_0^2}gx^2}$

Nature : la trajectoire est parabolique.

2)) Déterminons la distance d'éclatement au sol :

Au sol : $y = h$; Or : $h = 1,25.10^{-4}x^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{h}{1,25.4^{-4}}}$; AN : $\boxed{x = BD = 200m}$

c)) Déterminons la vitesse au sol :

Les frottements étant négligeables :

$E_{(M)_O} = E_{(M)_D} \Rightarrow E_{C_O} + E_{P_O} = E_{C_D} + E_{P_O}$

$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_D^2 \Rightarrow \boxed{v_D = \sqrt{v_0^2 + 2gh}}$ AN : $\boxed{v_D = 223{,}2\ m/S}$

Exercice 7

Au cours d'un championnat, un athlète remporte l'épreuve du lancement de poids avec un jet de
X_1=19,43m. La trajectoire part de A à une hauteur h=1,80m au-dessus du sol. Le vecteur vitesse v_0 fait un angle α=45° avec l'horizontale. On assimile le projectiie à un solide ponctuel.

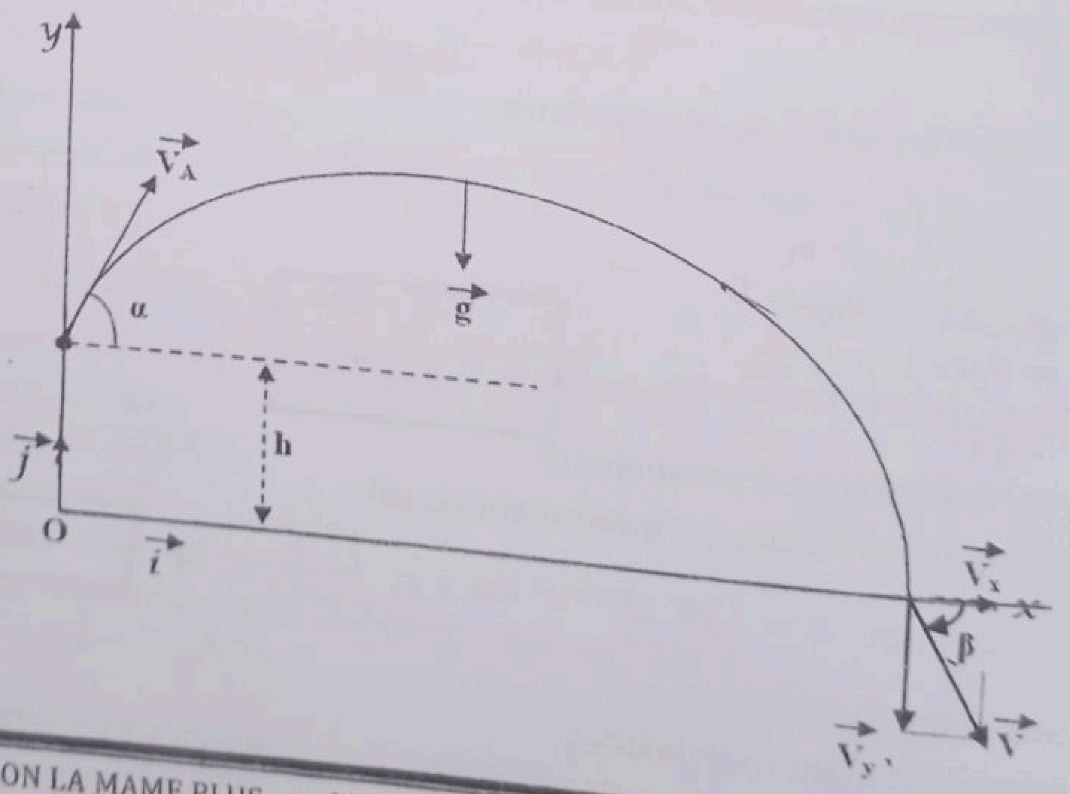
1-) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire en fonction de h, tanα et g.

2-) Déterminer la norme de la vitesse initiale en fonction de h, α, g et x_1. AN : g=9,8ms2/.

3-) Calculer la hauteur maximale atteinte par le projectile et les coordonnées du vecteur vitesse au sommet de la trajectoire.

4-) Déterminer la norme et la direction du vecteur vitesse du projectile au sol. On rappelle que :
$V^2 = V_x^{\ 2} + V_y^{\ 2}$ et $\tan\beta = \frac{V_y}{V_x}$ avec $\beta = (\vec{i}, V)$

Résolution



1)) Equation de la trajectoire en fonction de $(h;\ \alpha\ et\ g)$:

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{g} = \vec{a}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases} \Rightarrow$

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t + h \end{cases} ; t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$

$$\boxed{y = -\frac{1}{2v_0^2}g(1 + \tan^2\alpha)x^2 + x\tan\alpha + h}$$

2)) Norme de v_0 en fonction de $(h;\ \alpha; x_1\ et\ g)$:

Lorsque le projectile atteint le sol en C :

$x_1 = x\ et\ y = 0$; Alors :

$-\frac{1}{2v_0^2}g(1 + \tan^2\alpha)x^2 + x\tan\alpha + h = 0 \Rightarrow$ $\boxed{v_0 = \frac{x_1}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(x_1\tan\alpha + h)}}}$

AN : $\boxed{v_0 = 13,2\ m/S}$

3)) Hauteur maximale atteinte par le projectile :

La hauteur maximale est atteinte quand :

$v_y = \frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow -gt + v_0 \sin\alpha = 0 \Rightarrow$ $\boxed{h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} + h}$

AN : $\boxed{h_{max} = 6,2\ m}$

Coordonnées du vecteur vitesse au somment de la trajectoire : Au sommet de la trajectoire $v_y = 0$

D'où : $\vec{V}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha = 9,33\ m/S \\ v_y = -gt + v_0 \sin\alpha = 0 \end{cases}$

4)) Norme et direction du vecteur vitesse au point C on à : $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0\cos\alpha)^2 + (-gt + v_0\sin\alpha)^2}$ D'où : $\boxed{v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}}$

AN : $\boxed{v = 14.5\ m/S}$

L'angle β est donné par : $\cos\beta = \frac{v_x}{v} = \frac{9,33}{14,5} = 0,643 \Rightarrow$ $\boxed{\beta = 50°}$

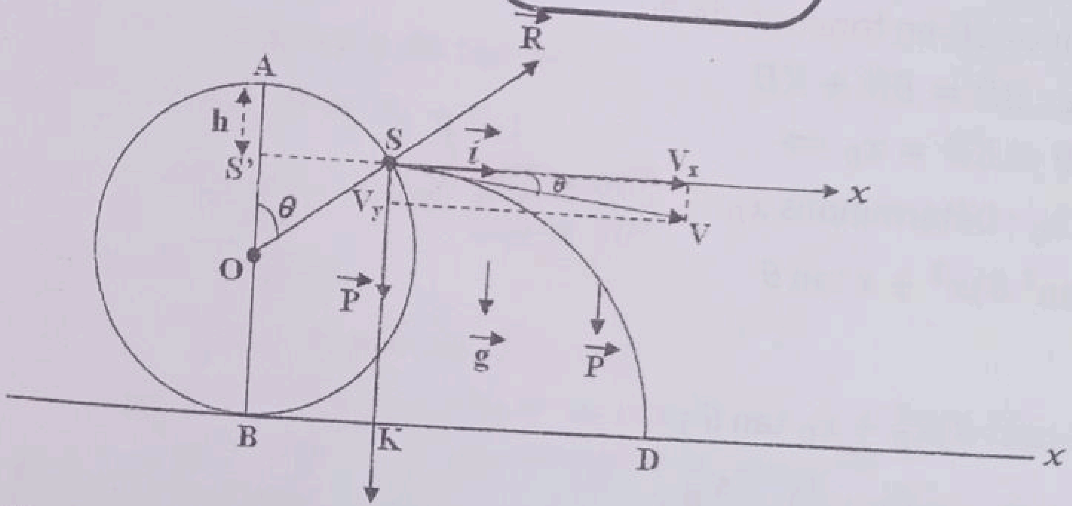
Exercice 8

Une sphère de rayon R repose en B sur un sol horizontal. Un petit palet, assimilable à un point matériel de masse m, primitivement en A, point haut de la sphère, part sans vitesse initiale et glisse sans frottement sur la surface sphérique.

a-) Trouver la position du point O où le palet quitte la surface de la sphère.

b-) Quel est le mouvement ultérieur du palet ? Celui-ci rencontre le sol en D. Exprimer la distance BD en fonction de R.

Résolution



a)) Position du point O où le palet quitte la surface de la sphère :

Le palet quitte la sphère si : $R = 0$

Déterminons la réaction:

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a}$

▶ Projection suivant l'axe normal : $R - P_y = -m\frac{v^2}{r}$

$R = -m\frac{v^2}{r} + mg\cos\alpha$;

▶ Déterminons la vitesse :

D'après T.E.C :

$\Delta E_C = \sum W_{\vec{f}_{ex}} \Rightarrow E_C - E_{C_0} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$

$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v^2 = 2gh \,; h = r(1 - \cos\theta) \Rightarrow$

$v^2 = 2gr(1 - \cos\theta)$;

$R = 2mg\cos\theta - 2mg + mg\cos\alpha$;

$$R = mg(3\cos\theta - 2) = 0\ ; \begin{cases} mg \neq 0 \\ \cos\theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta = 48° \end{cases}$$

b)) Mouvement ultérieur du palet :

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{g} \Leftrightarrow \vec{g} = \vec{a}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} v_x = v_0\cos\theta \\ v_y = gt + v_0\sin\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = (v_0\cos\theta)t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\theta)t \end{cases}$$

$$\boxed{y = \frac{1}{2v_0^2}g(1+\tan^2\theta)x^2 + x\tan\theta}$$

▶ **Nature : Le palet est animé d'un mouvement de** chute parabolique.

Exprimons la distance BD en fonction de R :

D'après le schéma : $BD = BK + KD$

Or : $BK = R\cos\theta$ et $KD = x_D \Rightarrow$

$BD = R\sin\theta + x_D$; Déterminons x_D :

$y = \frac{1}{2v_0^2}g(1+\tan^2\theta)x^2 + x\tan\theta$

Au point D :

$y_D = \frac{1}{2v_0^2}g(1+\tan^2\theta)x_D^2 + x_D\tan\theta$;

$y_D = R(1+\cos\theta) = R\left(1+\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{3}R$;

$\frac{5}{3}R = \frac{1}{2v_0^2}g(1+\tan^2\theta)x_D^2 + x_D\tan\theta$; Or : $\tan\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\frac{27}{16R}x_D^2 + x_D\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{5}{3}R = 0$; $\Delta = b^2 - 4ac$ et $\begin{cases} x_D = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \\ x'_D = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$

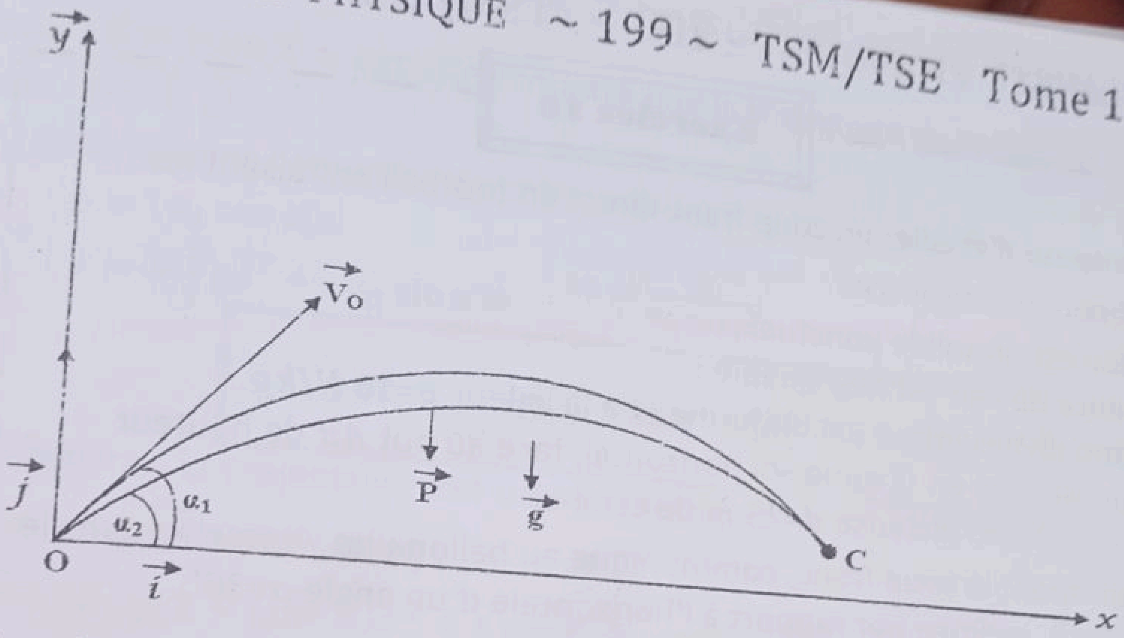
Après la résolution : $x_D = 0{,}717R$

D'où : $\boxed{BD = 1{,}46R}$

Exercice 9

Deux obus sont tirés successivement par un canon à θ secondes d'intervalle sous des angles de 60° et 30°, et avec la vitesse de 200m/s. Déterminer θ afin que les deux obus se rencontrent. On donne g=10m/s²

Résolution



Déterminons l'intervalle de temps :

D'après l'énoncé : $\theta = t_1 - t_2$;

Déterminons t_1 et t_2 : Avec : $\begin{cases}\alpha_1 = 60° \\ \alpha_2 = 30°\end{cases}$

Les équations horaires :

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Longrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

$\vec{g} = \vec{a} \Longrightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g\end{cases} \Longrightarrow \vec{V}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin\alpha\end{cases} \Longrightarrow$

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t\end{cases}$

$\begin{cases} x_1 = (v_0 \cos\alpha_1)t_1 \\ y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 + (v_0 \sin\alpha_1)t_1\end{cases}$ et $\begin{cases} x_2 = (v_0 \cos\alpha_2)t_2 \\ y_2 = -\frac{1}{2}gt_2^2 + (v_0 \sin\alpha_2)t_2\end{cases}$

Au point d'impact : $\begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2\end{cases}$

$\begin{cases} t_1 = \sqrt{3}t_2 \\ \frac{1}{2}g(t_2^2 - 3t_2^2) = v_0\left(\frac{1}{2}t_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}t_1\right)\end{cases}$

$\begin{cases} t_1 = 20\sqrt{3} \\ t_2 = \frac{v_0}{g} = 20\end{cases}$; Donc : $\theta = 20\sqrt{3} - 20$; $\boxed{\theta = 20(\sqrt{3} - 1)}$

AN : $\theta = 15\,S$;

Exercice 10

On se propose d'étudier un coup franc direct en football en faisant les hypothèses simplificatrices :

- Le ballon est un solide ponctuel ;
- L'influence de l'air est négligeable ;
- Le champ de pesanteur est uniforme et a la valeur g=10 N/kg.

Le ballon est posé en O sur le sol horizontal, face au but AB de hauteur h=2,44 m et à une distance d=25 m de celui-ci.

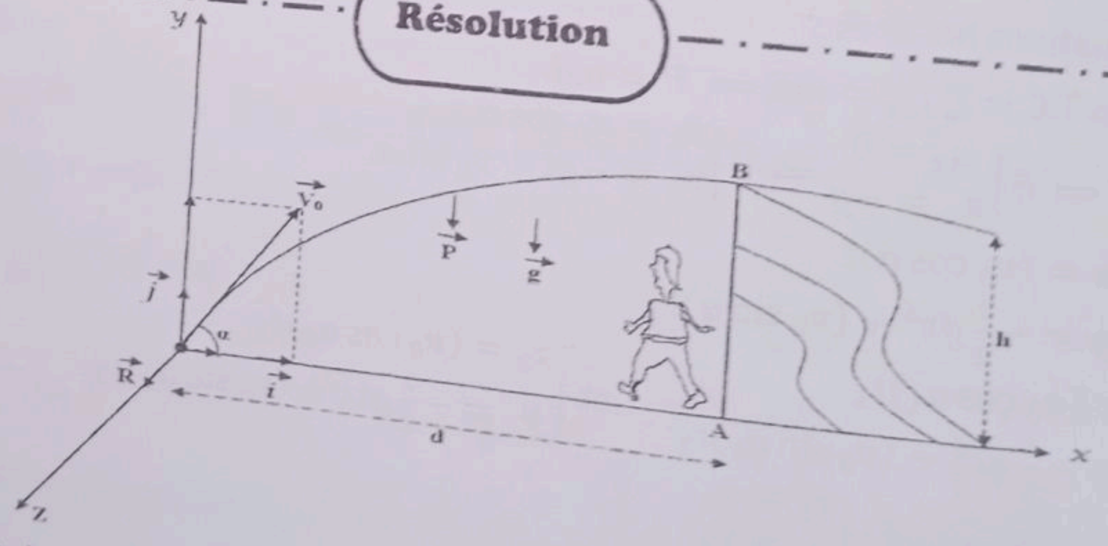
Le joueur, tirant le coup franc, communique au ballon une vitesse $\overrightarrow{V_0}$ dans le plan $(O;\vec{i};\vec{j})$, inclinée par rapport à l'horizontale d'un angle α=30°.

1- Montrer que la trajectoire du ballon est plane.

2- Déterminer l'équation de la trajectoire du ballon en fonction de g ; α et V0.

3- Quelle doit être la vitesse initiale du ballon pour qu'il pénètre dans le but au ras de la barre transversale ?

Résolution



1)) Montrons que la trajectoire du ballon est dans le plan :

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{g} = \vec{a}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin\alpha \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$; à $t = 0$; $\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ Z_0 = \end{cases}$

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t \\ Z = 0 \end{cases}$

Donc : $Z = 0$ ou $Z = cst$; Ceci montre que la trajectoire du ballon est dans le plan : $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$

2)) Déterminons l'équation de la trajectoire :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t \end{cases} \qquad t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{2v_0^2}g(1+\tan^2\theta)x^2 + x\tan\theta}$$

▶ Nature : la trajectoire est une parabole.

3)) Calcul de la vitesse v_0 :

$y = -\frac{1}{2v_0^2}g(1+\tan^2\theta)x^2 + x\tan\theta$. Au ras de la barre transversale :

$x = d$ et $y = h \Rightarrow h = -\frac{1}{2v_0^2}g(1+\tan^2\theta)d^2 + d\tan\theta$

$$v_0 = \sqrt{\frac{gd^2}{2\cos^2\alpha(d\tan\alpha - h)}} \Rightarrow \boxed{v_0 = d\sqrt{\frac{g(1+\tan^2\alpha)}{2(d\tan\alpha - h)}}}$$

AN : $v_0 = 18{,}6\ m/S$; $\boxed{v_0 = 18{,}6\ m/S}$

On note qu'elle passe à l'altitude Z_1=600m à t_1 = 5h puis l'altitude Z_2=200m à t_2 = 5h30s.

1)) A quelle altitude Z_0 a-t-elle été larguée par l'avion ?

2)) Sachant que l'avion avait une vitesse horizontale de 720km/h au moment de lâcher. Quelles sont les vitesses de la bombe aux altitudes Z_1 ; Z_2 ; et au sol ? On donne g=10m/s^2

++++++++++++++++++++Exo5:++++++++++++++++++++++++

Un cascadeur veut franchir, avec sa voiture, un fossé de largeur CA=30m ; le sol est horizontal. Il utilise un tremplin rigide dont le plan incliné fait un angle de 20° avec le plan horizontal et dont le point le plus élevé O est à la distance CO=1,80m au-dessus du sol. La voiture suit la ligne de plus grande pente BO du tremplin. Dans ce que suit, on assimilera l'ensemble voiture-passager à son centre d'inertie G auquel on affectera toute la masse. On admettra que l'on peut négliger les forces de frottements de l'air.

L'espace sera repéré par un système d'axes orthonormés d'origine O, l'axe Oy étant vertical ascendant et l'axe Ox contenu dans le pan OBCA.

1)) Etablir l'expression littérale de l'équation de la trajectoire de G à partir de O. Donner son allure.

2)) Quelle est la vitesse minimale que doit posséder G au point O pour que la voiture franchisse le fossé

Rép ;2) V_0>20m/s

++++++++++++++++++++Exo6:++++++++++++++++++++++++

Un pendule simple de longueur l=0,80m et de masse négligeable, à son extrémité A est fixé une bille supposée ponctuelle. L'autre extrémité du fil est accroché en un point B. On écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un angle θ_m et on l'abandonne sans vitesse initiale.

1)) Quelles sont les caractéristique du vecteur vitesse de la bille lors de son passage par la verticale passant par O ?

2)) Lors du passage par cette position, on brule le file et la bille n'est plus soumise qu'à l'action de la pesanteur. (On néglige la résistance de l'air).

a)) Déterminer l'équation de la trajectoire dans le système d'axes OX et OY.

b)) A quelle distance de la verticale de O la bille arrivera-t-elle sur le sol situé à 2m de B ? g=10m/s^2.

Rép :1) V_C=2,39m/s ; 2) b) x=1,17m.

++++++++++++++++++++Exo7:++++++++++++++++++++++++++

Une piste AB se termine par un plan incliné BC (voir croquis). Le plan BC fait avec le plan horizontal un angle α. La dénivellation entre A et B est h=20m. On donne α=20°, g=9,8m/s^2 ; $\overrightarrow{V_B}$.

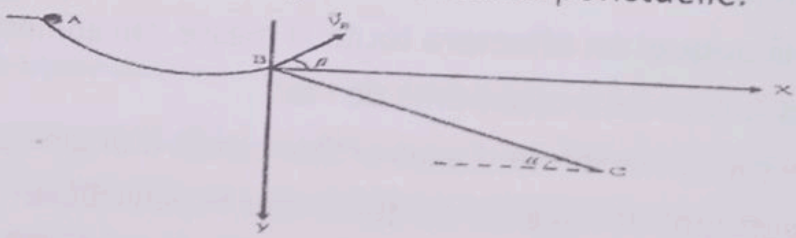
Un objet de masse m est lâché en A sans vitesse et arrive en B avec une vitesse V_B.

Le vecteur $\overrightarrow{V_B}$ fait avec le plan horizontal un angle égal àβ.

1-) Calculer V_B.

2-) Ecrire l'équation de la trajectoire de l'objet au-delà de B. On donne β=30°.

3-) L'objet retombe sur BC en un point D. Calculer la distance BD. On néglige les frottements, on assimile l'objet à une masse ponctuelle.



++++++++++++++++++++Exo8:+++++++++++++++++++++++++

Depuis le balcon d'un immeuble situé à une quinzaine de mètres au-dessus du sol, un enfant, à l'aide d'un lance-pierres, essaie d'atteindre des noix qui tombent d'un noyer voisin. On considère qu'à la date t=0, le caillou assimilé à un point matériel quitte le lance-pierres avec une vitesse V_0 faisant un angle α avec l'horizontale. À cette date, le caillou se trouve au point O.

1-) Établir l'équation cartésienne de la trajectoire du caillou dans le repère orthonormé. Quelle est la nature de la trajectoire ?

2-) À la même date t=0, une noix se détache du point A d'abscisse X et d'ordonnée Et tombe en chute libre. Calculer, en fonction de X et Y, la valeur que doit avoir l'angle α pour que là noix assimilée à un point matériel soit touchée par le caillou au cours de sa chute. À quelle date aura lieu le choc ?

Données numériques : X=5m; Y=3m; Vo=5m/s.

++++++++++++++++++Exo9:+++++++++++++++++++++++++++

Une catapulte de moyen-âge pouvait projeter une pierre de 75kg à 50m/s selon un angle de projection de 30°. Supposons que la cible soit un mur fortifié de 12m de haut située à une distance horizontale de 200m.

1)) La pierre va-t-elle toucher le mur ?

2)) Si oui , à quelle hauteur ?

3)) A quel angle ?

++++++++++++++++++++Exo10:+++++++++++++++++++++++++

Une bille B est utilisée comme projectile d'une fronde. Elle est accrochée à l'extrémité d'un fil inextensible, de masse négligeable, de longueur $\ell =$ 40 m. On fait tourner l'ensemble dans un plan vertical. La bille effectue un mouvement circulaire de centre C. Elle passe au point H le plus élevé de sa trajectoire avec une vitesse $v_H = 15\ m/S$. On négligeras les frottements de l'air.

1)) Déterminer la tension du fil quand la bille passe au point H

2)) La bille est lâchée en A tel que le rayon CA face avec la verticale du centre C un angle de mesure $\beta = 30°$

a)) Le centre C étant à une altitude de 1,4 m au-dessus du sol, à quelle altitude maximale la bille monte-t-elle ?

b)) Quelle est la durée du <<vol>> de la bille

Rép : $1))\ T = 27,6\ N\ ; 2))a)\ h_{max} = 4,18\ m; b))\ t = 1,71\ S$

++++++++++++++++++++Exo11:+++++++++++++++++++++++++

Pour effectuer un service, un joueur de tennis lance une balle (considérée comme un point matériel) verticalement vers le haut à partir d'un point situé à 1,60 m au-dessus du sol. Il la frappe avec sa raquette lorsqu'elle atteint le sommet de sa trajectoire situé à 0,40 m plus haut. Elle part alors avec une vitesse $\vec{v_0}$ horizontale et doit passer au-dessus d'un filet de hauteur 0,90 m. La distance du joueur au filet est 12 m.

1/ Avec quelle vitesse le joueur lance-t-il la balle verticalement ?

2/ Etablir dans un repère que l'on définira, l'équation de la trajectoire de la balle après le choc avec la raquette.

3/ Quelle doit-être la valeur de $\vec{v_0}$ pour que la balle passe 10 cm au-dessus du filet ?

4/ Quelle est, lors de ce passage, la direction du vecteur vitesse de la balle ?

On négligera la résistance de l'air. On prendra $g = 9,8\ m/s^2$.

++++++++++++++++++++Exo12:+++++++++++++++++++++++++

Un gravier assimilé à un point G est projeté par le pneu d'un camion vers l'arrière dans le plan vertical repéré par $(Ox;Oy)$. Le gravier en O à l'instant t=0 a une vitesse $\vec{V_0}$ de valeur 12m/s qui fait avec l'axe Ox un angle α= 37°. Les frottements sont nuls.

1- Etablir les équations horaires (t) et (t) du mouvement du gravier et l'équation cartésienne de sa trajectoire dans le repère $(Ox;Oy)$.

2- Donner l'allure de la trajectoire du gravier.

3- Le gravier vient frapper une voiture en un point M de son pare-brise. A l'instant initial ou le gravier est projeté, le point M est 0 la distance d=44m de l'axe Oy. La voiture suit le camion selon la direction Ox avec une vitesse constante V=90km/h. Etablir les équations horaires du mouvement de M dans $(Ox;Oy)$.

4- Déterminer la date t_1 à laquelle se produit l'impact du gravier sur le pare-brise. En déduire la hauteur au-dessus du sol du point d'impact. On donne g=9,8m/s^2.

++++++++++++++++++++Exo13:+++++++++++++++++++++++++

On lance un projectile avec une vitesse de 30m/s à partir du sol horizontal. L'angle de tir vaut 60°.

1-) Déterminer l'équation de la trajectoire dans un repère lié au sol dont l'origine coïncide avec le point de lancement.

2-) Calculer la flèche du tir.

3-) Quelle doit être la valeur de l'angle de tir pour que la flèche soit maximale ? Quelle hauteur le projectile atteint-il alors ?

4-) En quel point E le projectile atteint-il un plan incliné d'un angle de 30° sur l'horizontal ?

Réponses numériques : 1-)y=$-2{,}18.10^{-2}X^2$+1,73x; 2-) h=34,4m α=90° ; hmax=46m; 4-) d≈60,67m. ; $x_E = 52{,}54\ m$; $y_E = 30{,}33\ m$

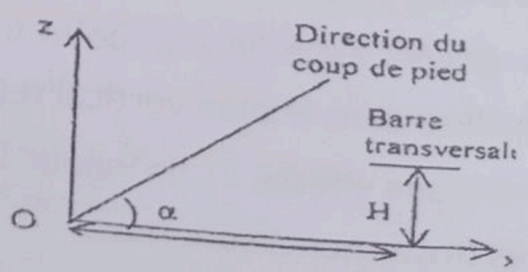
++++++++++++++++++++Exo14:+++++++++++++++++++++++++

On se propose d'étudier un coup de pied de pénalité au cours d'un match de rugby. Au moment du coup de pied, le ballon de masse m = 420 g se trouve au sol en O face aux poteaux à la distance L = 60 m. Le tireur lui communique une énergie cinétique de translation E_c = 120 J et le fait partir dans le plan (Ox, Oz) avec un angle α = 50° par rapport au sol (voir figure). On négligera l'action de l'air ; on admettra que le champ de pesanteur de valeur g = 9,8 m.s^{-2} est uniforme et on étudiera le mouvement du centre d'inertie du ballon.

1- Etablir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du ballon dans le plan (Ox, Oz) en fonction de α , g et v_o la vitesse initiale. Montrer que cette équation peut se mettre sous la forme : $z = \frac{mg}{4E_c\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$

2- Pour marquer, il faut que le ballon passe au-dessus de la barre transversale qui se trouve à la hauteur H = 3,0 m. La pénalité est-elle marquée ? Justifier la réponse.

3- Donner l'expression littéraire, puis calculer la durée entre l'instant du tir et l'arrivée du ballon au sol.

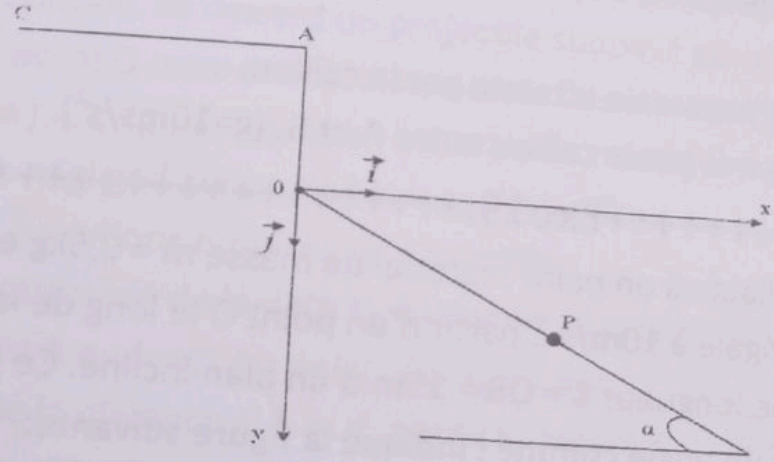


++++++++++++++++++++Exo15:++++++++++++++++++++++++

Un skieur de masse $m = 80\ kg$ est en mouvement rectiligne uniforme sur un plan horizontal CA avec une vitesse $v_C = 54\ km/h$. Il arrive en A sur une brusque rupture de pente (figure). Il décolle avec une vitesse horizontale $\vec{v}_A$ et tombe sur une piste OF situé en contre-bas. Données : $h = OA = 2\ m$; $\tan\alpha = 0,8$; $g = 10\ m/S^2$

1)) Déterminer les coordonnées du point P où le skieur entre en contact avec la piste de réception. En déduire la longueur OP du saut

2)) Déterminer la vitesse $\vec{v}_P$ du skieur lorsqu'il touche la pente par sa mesure v_P et l'angle qu'elle forme avec le sol ?



++++++++++++++++++++Exo16:++++++++++++++++++++++++

Un archer tire une flèche sur un objectif et désire qu'elle atteigne le centre d'une cible placée à la distance D=50m et à la hauteur h=0,5m au-dessus de la ligne horizontale au départ.

1-) Etablir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie G de la flèche

. 2-) Quelle est la valeur de l'angle d'inclinaison de la flèche au départ par rapport au plan horizontal lorsque la vitesse initiale V_0=50m/s ?

3-) Quelle est la solution la plus probable ? (On négligera la résistance de l'air et on prendra g=9,8 SI).

Réponses numériques : 2-)α_1=84,34° ; α_2=6,22°.

++++++++++++++++++++Exo17:++++++++++++++++++++++++

On place un canot au pied d'une colline dont la pente constante fait un angle avec l'horizontal. On pointe le canot dans une direction faisant un angle α avec une ligne de plus grande pente de la colline. Le vecteur vitesse initiale $\vec{V}_0$ est dans un plan vertical contenant cette ligne de plus grande pente donné l'expression de la distance entre le canot et le point de chute de l'obus. AN : V_0=300m/s ϕ=10° ; α=30°

++++++++++++++++++++Exo18:++++++++++++++++++++++++

Un élève lance un caillou d'un point A situé au troisième étage d'un immeuble. Le point A est situé à une hauteur h=20m du sol supposé horizontal. La vitesse du caillou à l'instant où il est lancé est de 20m/s. L'angle de tir est de 30°.

1-) Ecrire les équations horaires du mouvement du caillou supposé ponctuel.

2-) Ecrire l'équation de la trajectoire du caillou.

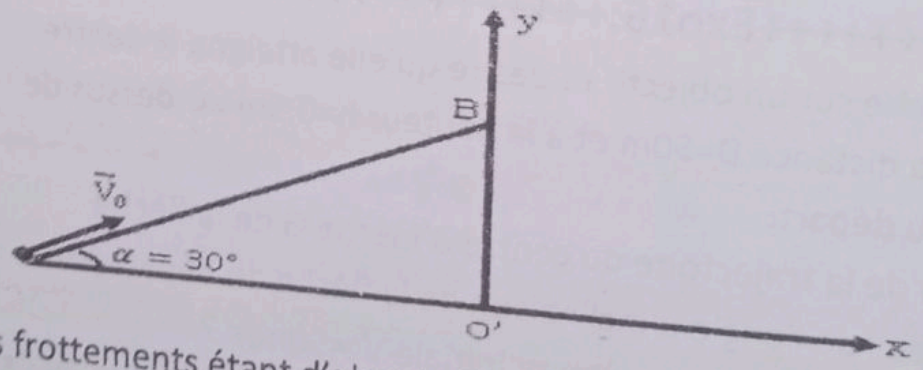
3-) Le caillou touche le sol en un point B. Trouver la distance de B à la verticale du point A.

4-) Trouver l'altitude maximale atteinte par le caillou.

5-) Calculer le temps mis par le caillou entre A et B. ($g=10ms/s^2$).

++++++++++++++++++++Exo19:++++++++++++++++++++++++

Un petit palet assimilable à un point matériel de masse m = 0,5kg est lancé à la vitesse initiale v_0 égale à 10m/s à partir d'un point O le long de la ligne de plus grande pente de longueur ℓ = OB = 15m d'un plan incliné. Ce plan fait avec horizontale Ox un angle comme l'indique la figure suivante:



1-) Les frottements étant d'abord négligés, à quelle distance du point O le palet s'arrêtera-t-il dans son mouvement ascendant ?

2-)En réalité les frottements développent une force d'intensité 10N en sens contraire du vecteur vitesse.

Calculer la vitesse initialev'_0 au point O, nécessaire pour que le palet parvienne en B à la vitesse v_1 =10m/s.

3-) Déterminer les équations paramétriques x(t) et y(t) de la trajectoire ultérieure du palet dans le repère galiléen (O; x ;y).
On prendra l'origine des temps à l'instant où le palet passe en B avec la vitesse v1.

4-) Calculer l'abscisse du point d'impact du palet sur le sol.
On prendra g = 10m. s^{-2}.

++++++++++++++++++++Exo20:+++++++++++++++++++++++++

Au cours d'une sortie pédagogique, des élèves se propose d'appliquer leur connaissance en dynamique à l'étude du mouvement de la chute libre. Du haut d'une colline dont le versant a la forme d'un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale, ils lancent un projectile supposé ponctuel, de masse m, à partir d'un point O avec une vitesse initiale faisant un angle β avec le plan incliné($\beta > \alpha$). L'origine des dates est prise au moment du lancer du projectile. On néglige l'action de l'air sur projectile.

1)) Etablir les équations horaires du projectile

2)) Etablir l'expression de la date t_A à laquelle le projectile tombe sur le plan incliné au point A en fonction de(α; β; v_0 *et* g).

3)) Monter que la distance $OA = d$, peut se mettre sous la forme :

$$d = \frac{2v_0^2 \sin\beta \cos(\beta - \alpha)}{g(\cos\alpha)^2}.$$

AN : $v_0 = 12\ m/S$; $\alpha = 60°$ *et* $g = 10\ m/S^2$.

++++++++++++++++++++Exo21:+++++++++++++++++++++++++

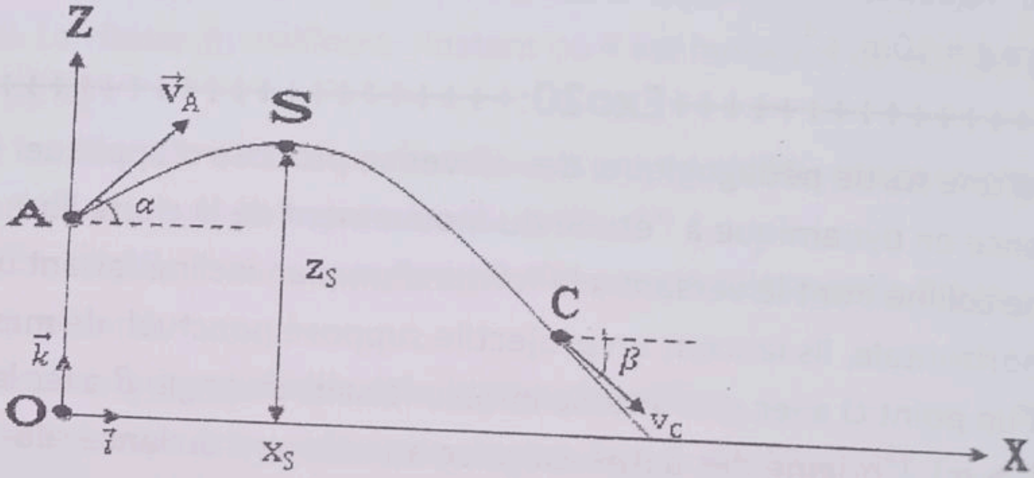
Un solide de masse m est soumis aux seules forces de pesanteur. Son centre d'inertie G décrit une trajectoire parabolique dans un plan vertical (figure). A l'instant t=0, G passe par le point A de coordonnées (0 ; z_A), avec le vecteur vitesse $\vec{v}_A$ tel que$(\vec{\imath}; \vec{v}_A) = \alpha$. A l'instant t, G passe par le point C de coordonnées(x_C; z_A).

1-) A l'aide du théorème de l'énergie mécanique, déterminer la vitesse v_C en fonction de(g; z_A; z_C *et* v_A).

2-) Montrer que les coordonnées $\dot{x}_C$ et $\dot{x}_A$ des vecteurs $\vec{v}_C$ et $\vec{v}_A$ sont égales. En déduire$\dot{z}_C = \vec{k}.\vec{v}_C$.

3-) Déterminer l'angle$(\vec{\imath};\ \vec{v}_C) = \beta$. On exprimera $\tan\beta$ en fonction de $\dot{x}_C$ et z_C.

4-) Exprimer le vecteur vitesse $\vec{v}_S$ de G au sommet S de la trajectoire. Déterminer l'altitude maximale z_S atteinte par G en fonction de $(g;\ v_A;\ \alpha$ et $z_A)$.



++++++++++++++++++++Exo22:+++++++++++++++++++++++++

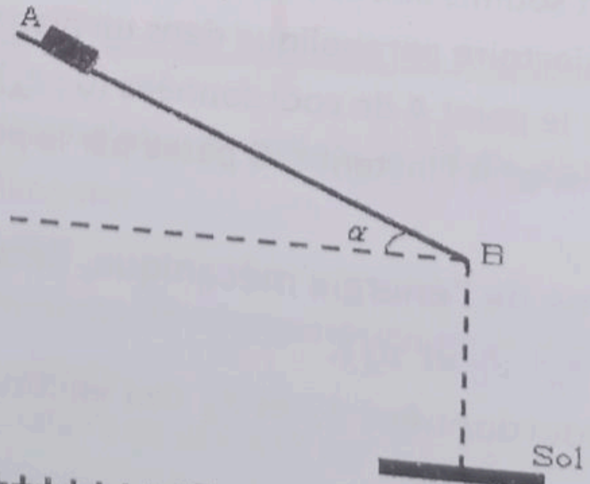
Un objet assimilable à une masse ponctuelle est lâché sans vitesse en un point A d'un plan incliné. L'inclinaison du plan est α=60°, la longueur du plan est AB=2m.

1-) Calculer la vitesse du solide au passage en B. On suppose que les forces de frottements sont nulles.

2-) Le point B est situé à une hauteur h=4m du sol horizontal.

a) Ecrire l'équation de la trajectoire du solide après passage en B.

b) L'objet atteint le sol en un point C. Calculer la distance de C à la verticale du point B.



++++++++++++++++++++Exo23:+++++++++++++++++++++++++

Lors d'un match de basket, pour un panier, il faut que le ballon passe dans un cercle métallique suitée dans un plan horizontal, à 3,05m du sol. Pour simplifier, on remplacera le ballon par un point matériel devant passer exactement au centre C du cercle métallique. Le plan $(O;\ \vec{\imath};\ \vec{k})$ est la plan du sol, supposé horizontal. Le plan $(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$ est un plan vertical contenant le point C.

1)) D'un point A de $(O;\ \vec{\imath})$ situé à 2 m su sol, un basketteur, sans adversaire, lance le ballon avec une vitesse contenu dans le plan$(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$. La direction du vecteur vitesse fais un angle de 45° avec un plan horizontal

a)) Monter que la trajectoire du ballon est plane

b)) Etablir l'équation de cette trajectoire dans le système d'axe indiqué, en fonction de v_0.

c)) Les verticales A et C sont distantes de 7,10 m. Quelle doit-être la valeur de v_0 pour que le panier soit reçu ?

d)) Quelle est durée du trajet effectué par le ballon du point A au point C ?

2)) Voulant arrêter le ballon, un adversaire situé à 0,90 m du tireur, saute verticalement en levant le bras la hauteur atteinte alors par ces mains est de 2,70 m par rapport au sol. Les valeurs de $\alpha\ et\ de\ v_0$ étant les mêmes que le cas précédant, le panier sera-t-il marqué ?

Rép : 1)c)) $v_0 = 9{,}1\ m/S$; d)) $t = 1\ S$; 2)) $y_C = 2{,}8\ m$; Le panier sera marqué.

Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme

1)) Champ électrostatique uniforme : $(\vec{E})$

▶ La force électrostatique : $\vec{F} = q\vec{E}$

▶ Caractéristiques du vecteur électrostatique :

a) Direction : perpendiculaires aux deux plaques.

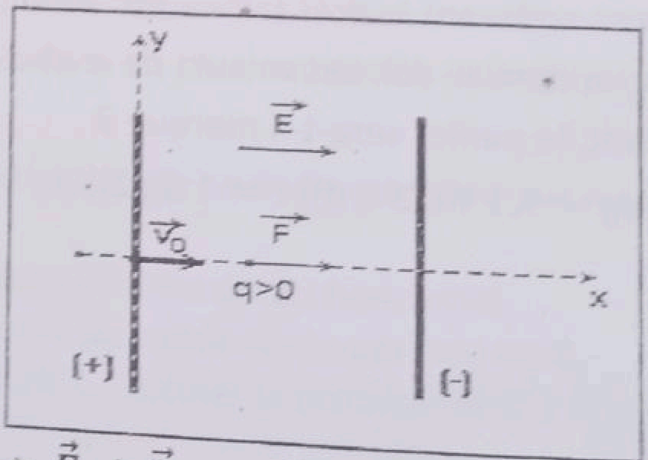
b) Sens : Orienté de la plaque $(+)$ vers la plaque$(-)$.

c) Intensité : donné par la relation $E = \frac{U}{d}$; (V/m)

▶ Généralité :

Considérons les particules d'hélium $({}^{4}_{2}He^{2+})$ de masse (m) et de charge (q), animée d'une vitesse horizontaleV_0.

I) Plaques parallèles :



▶ Nature du mouvement :

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_e + \vec{P} = m\vec{a}$;

Or : $\vec{F}_e \gg \vec{P} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{q}{m}E \\ a_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Car : $\vec{V}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$ Et $\overrightarrow{OM}_0\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow$ $\boxed{x = \frac{qE}{2m}t^2 + v_0t}$

$y = 0$; La trajectoire est une droite mais le mouvement est rectiligne suivant (OX).

▶ La vitesse d'arrivée de la particule :

D'après T.E.C :

$\Delta E_c = \sum W_{\vec{f}_{ex}} \Rightarrow E_c - E_{c_0} = W_{\overrightarrow{Fe}} = |q|U_0$

$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = |q|U_0 \Rightarrow$ $\boxed{v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2|q|U_0}{m}}}$

NB : la particule utilisée est hélium($^4_2He^{2+}$), donc :

$m = 4U\ et\ q = +2e\ ;1U = 1{,}66.10^{-27}\ kg$

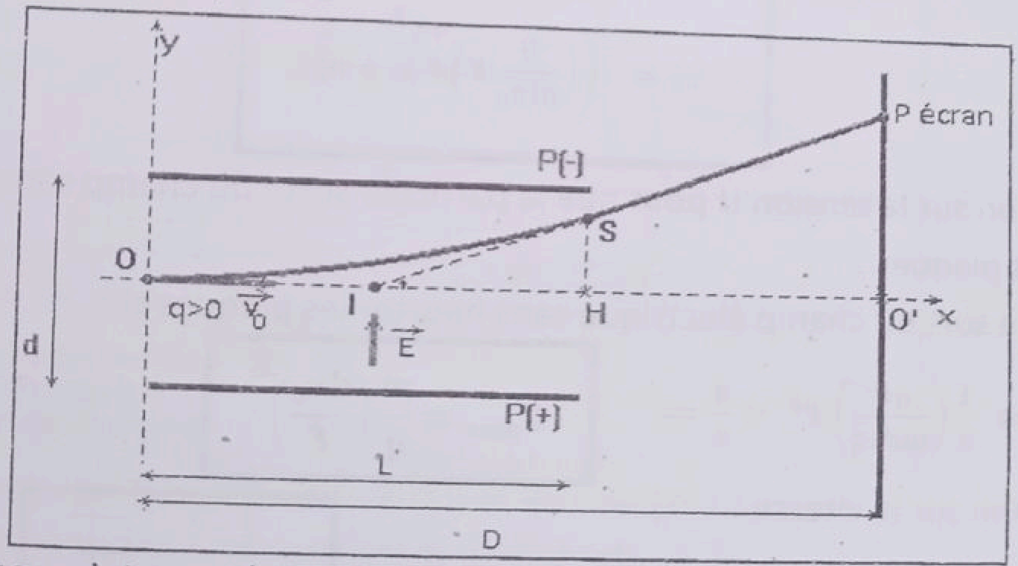
Et : $e = 1{,}6.10^{-19}\ C.$

Le temps mis par la particule pour atteindre le point d'arrivé :

Comme ; le mouvement est rectiligne uniformément varié donc : $v = at + v_0$

$$\boxed{t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{m(v - v_0)}{|q|E}}$$

II) Plaques plane :



Examinons maintenant le cas d'un proton c'est-à-dire : $(q = +e)$; lancée parallèlement aux plaques.

Etudions son mouvement :

1) Equation de la trajectoire :

Condition initiale : à $t = 0$.

$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$ et $\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_e + \vec{P} = m\vec{a}$;

Or : $\vec{F}_e \gg \vec{P} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m}E \end{cases} ;\ \vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{q}{m}Et \end{cases} et\ \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{m}E\right)t^2 \end{cases}$$

► Equation de la trajectoire : $\boxed{y = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{mv_0^2}E\right)x^2}$

Alors la trajectoire des électrons à l'intérieur des plaques est un arc de parabole.

2)) Coordonnées du point de sorti S :

$S\begin{cases} x_S = \ell \\ y_s = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{mv_0^2}E\right)\ell^2 \end{cases}$ Or : $E = \frac{U}{d}$

Remarque : $y_s = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{mv_0^2}E\right)\ell^2$

Posons : $K = \frac{e\ell^2}{2mdv_0^2} = cste$; $y_s = KU$ alors y_s est proportionnelle à U.

3)) Vitesse au point de sortie (S) :

$$\boxed{v_S = \sqrt{\left(\left(\frac{q}{mv_0}E\right)\ell\right)^2 + v_0^2}}$$

4)) Condition sur la tension U pour que la particule sorte du champ sans heurter les plaques :

La particule sort du champ électrique sans heurter les plaques si :

$\begin{cases} x_S = \ell \\ y_s < \frac{d}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{qU}{mdv_0^2}\right)\ell^2 < \frac{d}{2} \Rightarrow$ $\boxed{U_{max} = \frac{m}{q}\left(\frac{dv_0}{\ell}\right)^2}$

5)) Condition sur la vitesse :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{qU}{mdv_0^2}\right)\ell^2 < \frac{d}{2} \Rightarrow \boxed{v_{min} = \ell\sqrt{\frac{eU}{md}}}$$

6)) Valeur de l'angle (α) :

Dans le triangle (ISH) $\tan\alpha = \frac{2y_S}{\ell} = \frac{2}{\ell}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{q}{mv_0^2}E\right)\ell^2\right) = \frac{qE}{mv_0^2}\ell$

$\tan\alpha = \left(\frac{1}{2}\left(\frac{q}{mv_0^2}E\right)x^2\right)' = \frac{qE}{mv_0^2}\ell$; Avec : $x_S = \ell$

Autrement : $\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{qE}{mv_0^2}\ell \Rightarrow$ $\boxed{\tan\alpha = \frac{qE}{mv_0^2}\ell}$

7)) La sensibilité verticale :

(La mesure de la tension dans l'oscilloscope)

Or : $\tan\alpha = \frac{qE}{mv_0^2}\ell$; $\tan\alpha = \frac{y_P}{D} = \frac{qE}{mv_0^2}\ell \Leftrightarrow \frac{U}{y_P} = \frac{mdv_0^2}{eU\ell} = S_0 \Rightarrow$ $\boxed{S_0 = \frac{U}{y_P} = \frac{mdv_0^2}{eU\ell}}$

8)) Equation de la trajectoire au-delà de (S) :

Au-delà de (S) : $E = 0$, la particule n'est plus soumis à la force électrique donc de (S) à (M) le mouvement est rectiligne uniforme d'équation :
$y = f'(\ell)(x - \ell) + f(\ell)$ (Est une droite)

Par identification :

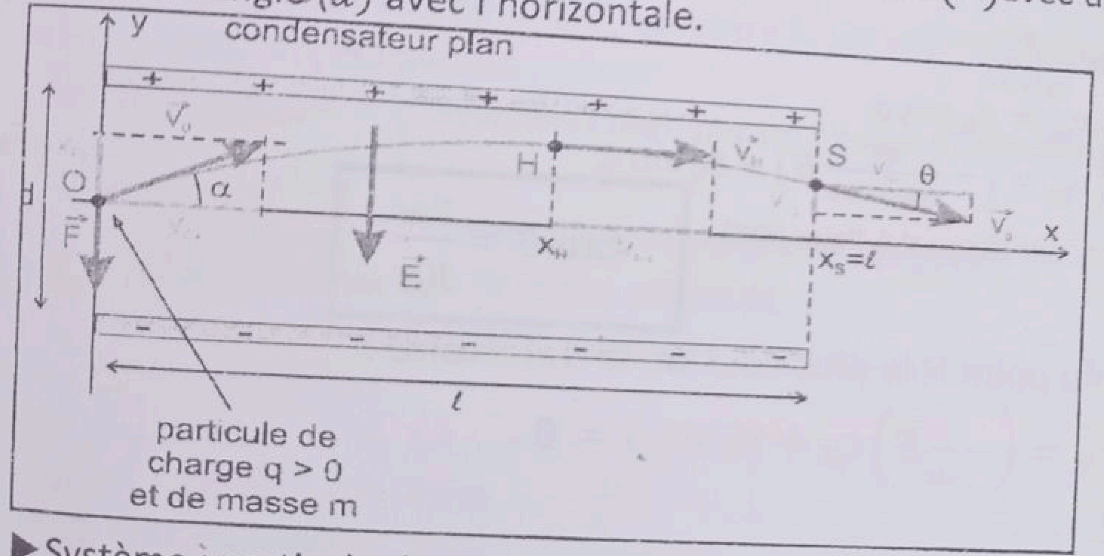
$$f'(\ell) = \tan\alpha = \frac{qE}{mv_0^2}\ell \; ; \; f(\ell) = y_P \text{ et } x_S = \ell$$

9)) La valeur de la déviation verticale : y_P

Dans le triangle (IPO') : $\tan\alpha = \frac{y_P}{D} \Rightarrow y_P = D\tan\alpha \Rightarrow$ $\boxed{y_P = \frac{qE}{mv_0^2}\ell D}$

▶**Cas particulier :**

Une particule de masse (m), de charge q> 0, pénètre en un point O dans une région on règne un champ électrostatique uniforme $(\vec{E})$avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle (α) avec l'horizontale.



▶Système : particule de masse (m) et de charge (q)

▶Référentiel : terrestre considéré galiléen

▶Bilan des forces : Force électrique$\left(\vec{F} = q\vec{E}\right)$ et le poids $\vec{P} = m\vec{g}$.

NB : $\vec{F_e} \gg \vec{P}$

10)) Equations horaires :

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F_e} + \vec{P} = m\vec{a}$;

$q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{q}{m}E \\ a_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_0 \begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = \left(-\frac{q}{m}E\right)t + v_0\sin\alpha \\ v_Z = 0 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x = (v_0\cos\alpha)t \\ y = \frac{1}{2}\left(-\frac{q}{m}E\right)\, t^2 + (v_0\sin\alpha)t \\ Z = 0 \end{cases}$$

11)) Equation de la trajectoire :

$$\begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t \\ y = \frac{1}{2}\left(-\frac{q}{m}E\right)t^2 + (v_0 \sin\alpha)t \end{cases}$$

$$\boxed{y = \frac{1}{2}\left(-\frac{qE}{mv_0^2}\right)(1+\tan^2\alpha)x^2 + x\tan\alpha}$$

Avec : $E = \frac{U}{d}$

▶ Nature de la trajectoire : la trajectoire est une parabole.

▶ Particule au point de sortie (S) du champ position, date, vitesse :

▶ Position (S) : $x_S = \ell$;

$$y_s = \frac{1}{2}\left(-\frac{qE}{mv_0^2}\right)(1+\tan^2\alpha)\ell^2 + \ell\tan\alpha$$

▶ Date en (S) : $t = \frac{\ell}{v_0 \cos\alpha}$

▶ La vitesse : $v_S \begin{cases} v_{sx} = v_0 \cos\alpha \\ v_{sy} = \left(-\frac{q\ell}{mv_0\cos\alpha}E\right) + v_0 \sin\alpha \end{cases}$

▶ Direction de v_S par rapport à l'axe (OX) : $\boxed{\tan\theta = \frac{v_{sx}}{v_{sy}}}$

▶ La position du point H le plus haut de la trajectoire :

Au point H : $v_H = \left(-\frac{q}{m}E\right)t_H + v_0 \sin\alpha = 0$

$t_H = \frac{mv_0 \sin\alpha}{qE}$;

$$y_H = \frac{1}{2}\left(-\frac{q}{m}E\right)\left(\frac{mv_0\sin\alpha}{qE}\right)^2 + (v_0\sin\alpha)\left(\frac{mv_0\sin\alpha}{qE}\right)$$

$$y_H = \left(\frac{1}{2}\right) - \frac{mv_0^2\sin^2\alpha}{qE} + \frac{mv_0^2\sin^2\alpha}{qE} = \frac{mv_0^2\sin^2\alpha}{2qE} \Longrightarrow \boxed{y_H = \frac{mv_0^2\sin^2\alpha}{2qE}}$$

Questions théoriques

1)) Démontrer que l'énergie mécanique d'une particule chargée soumise à la seule force électrostatique se conserve ?

2)) Définir le canon à èlèctron et citez ces domaines d'applications.

3)) Quel s sont les effets du champ électrostatique et de la force électrostatique sur une particule chargée ?

Exercices Résolus

Exercice 1

Un point matériel, de masse m, initialement au repos,n est soumis à l'action d'une force $\vec{F}$ constante. En précisant lorigine des temps et l'origine des abscisses, écrire l'équation du mouvement du point matériel et donner l'expression de sa vitesse et de son énergie cinétique en fonction de F, m, t.

Le point matériel est un proton. Dans tout le problème, on néglige le poids de ce proton devant les autres forces ; en outre le proton est supposé se déplacer dans un vide parfait.

La force qui agit sur le proton est créée par un champ électrostique uniforme $\vec{E}$. Calculer :

1)) Le temps t que met le proton à parcourur une longeur ℓ ;

2)) La vitesse v acquise à la fin de ce parcours ;

3)) Son énergie cinétique à cet instant.

Application numérique :

Masse du proton : $m = 1{,}67.10^{-27}\ kg$

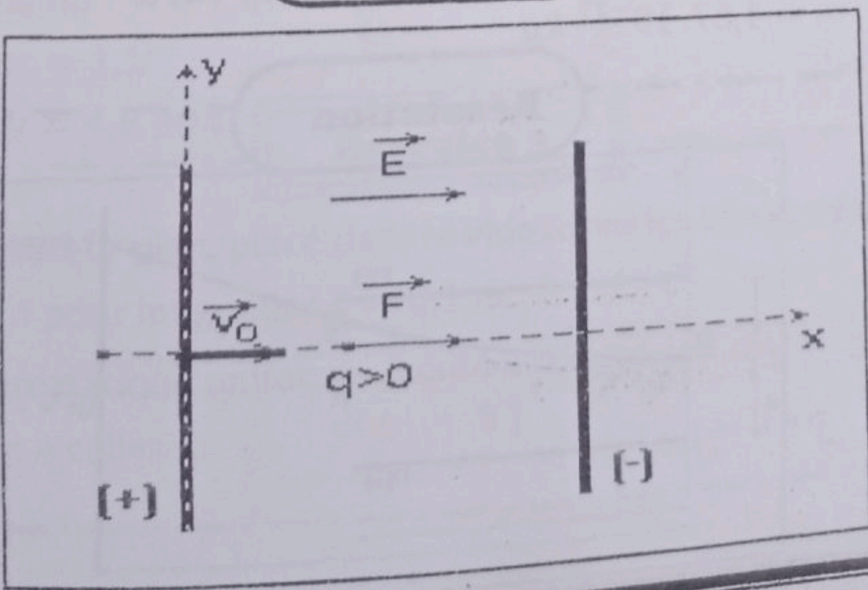
Charge du proton : $q = +1{,}6.10^{-19}\ C$

Champ électrostatique : $E = 2.10^{5}\ v/m$

Londueur du parcours : $\ell\ = 1\ m.$

Si on considère l'origine des temps est l'instant où débute le mouvement et l'origine des abscisses la position du point matériel au début du mouvement,

Résolution



1)) Calcul de la valeur du temps :

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{m}\right)t^2 \; ; \; \left(a = \frac{F}{m} = cste\right)$$

$$v = at = \left(\frac{F}{m}\right)t \; ; \; E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{F^2}{m}\right)t^2$$

Or : $F = qE$ et $x = \ell$; on tire successivement : $t = \sqrt{\frac{2m\ell}{F}} = \sqrt{\frac{2m\ell}{qE}} = 3{,}23.10^{-8}\ s$

2))Calcul de la vitesse à la fin de ce parcours :

$$v = \frac{F}{m}t = \frac{F}{m}\sqrt{\frac{2m\ell}{F}} = \sqrt{\frac{2\ell F}{m}} = \sqrt{\frac{2\ell qE}{m}} = 6{,}2.10^5\ m/s$$

2) Calcul de l'énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2}\left(\frac{F^2}{m}\right)t^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{F^2}{m}\right)\left(\frac{2m\ell}{F}\right) = qE\ell = 3{,}2.10^{-16}\ j$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = 3{,}2.10^{-16}\ j$$

Exercice 2

Un proton animé de la vitesse $\vec{V_1}$ horizontale, suivant l'axe $(\overrightarrow{OX})$, pénètre en O, entre les plaques d'un condensateur plan qui crée, dans le volume limité par les armatures, un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ vertical dirigé vers le haut. Ce champ s'exerce de part et d'autre de$(\overrightarrow{OX})$, sur une longueur $OO' = \ell$

1)) Ecrire l'équation de la trajectoire du proton dans le repère XOY.

2)) Déterminer la position du point de BB' où le proton sort du champ électrostatique.

3)) Calculer la déviation α de la trajectoire du proton par le champ électrostatique $\vec{E}$

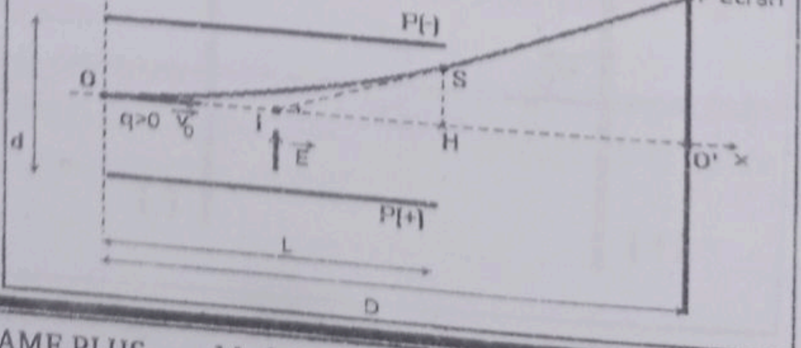
4)) Déterminer le point d'impact du proton sur un écran vertical situé à la distance D du milieur de OO'.

On donne :

$E = 2.10^3\ v/m$; $\ell = 10cm$; $V_0 = V_1 = 10^6\ m/s$

$D = 25cm$; $m = 1{,}67.10^{-27}\ kg$

Résolution



1)) Equation de la trajectoire :

Condition initiale : à $t = 0$.

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases} \text{ et } \overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_e + \vec{P} = m\vec{a}$;

Or : $\vec{F}_e \gg \vec{P} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m}E \end{cases} ; \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{q}{m}Et \end{cases} \text{ et } \overrightarrow{OM} \begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{m}E\right)t^2 \end{cases}$$

▶ Equation de la trajectoire :

;

$$\boxed{\boldsymbol{y = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{mv_0^2}E\right)x^2}}$$

Alors la trajectoire des électrons à l'intérieur des plaques est un arc de parabole.

2)) Sortie du champ : $x_S = \ell$; $y_s = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{mv_1^2}E_1\right)\ell^2$

3)) Déviation électrostatique :

$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{qE_1}{mv_1^2}\ell \Rightarrow$ $\boxed{\boldsymbol{\tan\alpha = \frac{qE_1}{mv_1^2}\ell}}$

4)) Déflexion électrostatique : La tangente au point de sortie passe par le milieu de OO'

$$Y = D\tan\alpha = \frac{qE_1 D\ell}{mv_1^2}$$

AN :

1)) $y = 9{,}6.10^{-2}.x^2$ arc de parabole

2)) Sortie du champ : $y = 1\ mm$

3)) Déviation : $\alpha = 1{,}1°$

4)) Déflexion : $y = 4{,}8\ mm.$

Exercice 3

Soit un condensateur plan, placé dans le vide, dont les armatures horizontales ont pour longueur : $\ell = 0{,}1\ m$.

Le champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ créé entre les armatures est perpendiculaire à celles-ci.

Dans ce champ, une charge électrique est soumise à une force $\vec{f}$ qui est proportionnelle à sa valeur q ; en particulier, une charge $q = 1$ coulomb subit une force $f = 10^5$ newtons.

En O, milieu de AB, un pinceau d'électrons pénètre dans le champ électrostatique avec la vitesse horizontale $v_0 = 5.10^7\ m/s$.

1)) Montrer que pour un électron, de masse m, de charge électrique$-e$, le poids est négligeable par rapport à la force électrostatique. Dans la suite du problème, ce poids sera négligé.

2)) Etablir, dans le repère XOY l'équation de la trajectoire d'un électron en fonction de$f, v_0, m\ et\ e$.

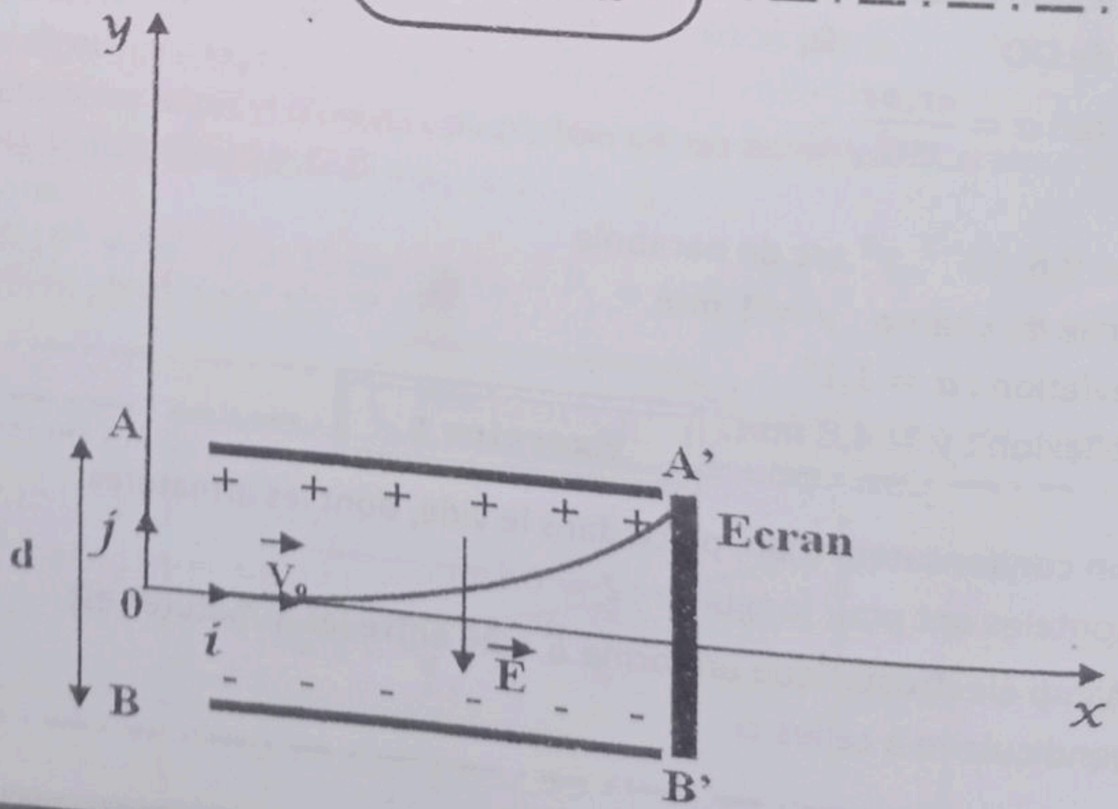
3)) On dispose un écran au point de sorti permettant de visualiser le point d'impact des électrons à leur sortie du champ électrostatique. Calculer la variation d'ordonnée du point d'impact, quand le champ électrostatique n'existe pas , puis quand il est établi.

4)) Calculer la variation d'énergie cinétique d'un électron lors de la traversée du condensateur. En déduire la vitesse de cet électron à l'arrivée sur l'écran.

On donne :

$g = 9,8\ m/s^2 ; m = 9.10^{-31}\ kg ;\ q = -1,6.10^{-19}\ C$

Résolution



1)) Montrons que le poids est négligeable devant la force électrique :

▶ Poids : $P = mg = 9.10^{-31} \times 9{,}8 = 8{,}82.10^{-30}$

▶ Force électrostatique :

$f = |q|E = 1{,}6.10^{-19} \times 10^{5} = 1{,}6.10^{-14}$

$\frac{f}{P} = 1{,}8.10^{15}$; $f \gg P$; le poids est négligeable.

1) Equation de la trajectoire :

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}\left(\frac{f}{m}\right)t^2 \end{cases} ; y = \frac{1}{2}\left(\frac{f}{mv_0^2}\right)x^2 = 3{,}56.x^2 \Rightarrow \boxed{y = 3{,}56.x^2}$$

2)) La variation d'ordonnée du point d'impact :

▶ Quand le champ n'existe pas :

$x_s = \ell = 10\ cm$; $y_s = 0$

▶ Quand le champ existe :

$x_s = \ell = 10\ cm$; $y_s = 3{,}56.\ell_s^2 = 3{,}56\ cm$

2) La variation de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = W(\vec{f_e}) = f_e.y_s = 1{,}6.10^{-14} \times 3{,}56.10^{-2} \Rightarrow \boxed{\Delta E_c = 5{,}7.10^{-16}\ j}$$

Déduisons-en la vitesse de cet électron à l'arrivée sur l'écran :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2\Delta E_c}{m}} \quad \boxed{v = 6{,}14.10^{7}\ m/s}$$

Exercice 4

Les expériences sont faites dans le vide et on prendra : $g = 9{,}8\ m/s^2$.

1)) Un petite sphère A, supposée ponctuelle, de masse m tombe en chute libre d'une hauteur h, sans vitesse initiale, sous la seule action du champ de pesanteur.

Donner l'expression littérale de la valeur v de sa vitesse après une chute de hauteur h.

Application numérique : $m = 5kg$; $h = 0{,}5m$.

2)) La sphère A porte une charge électrique q. On superpose au champ de pesanteur un champ électrostatique uniforme de vecteur $\vec{E}$ horizontal, de même direction et de même sens que l'axe OX. La sphère est abandonnée sans vitesse initiale en un point O de l'espace où agissent les deux champs. Elle arrive au point B.

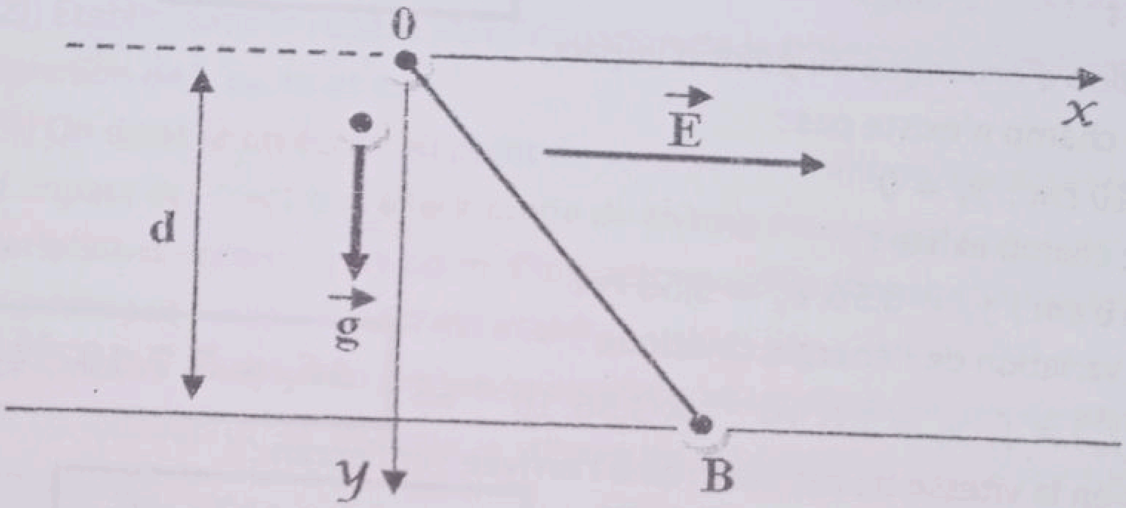
a)) Quel est le signe de la charge portée par la sphère A ?

b)) Etablir l'équation de la trajectoire suivie par A dans le repère $(\overrightarrow{OX};\overrightarrow{OY})$ où l'axe $\overrightarrow{OY}$ est vertical et dirigé vers le bas.

c)) Trouver les coordonnées : du point d'arrivée B de la sphère après une dénivellation h ; on prendra :

$|q| = 4.10^{-7}\,C; E = 10^5\,v/m\,; h = 0{,}5\,m$

Résolution



1)) L'expression de la vitesse :

Chute verticale avec l'accélération $+g$:

$v^2 - v_0^2 = 2g(y - y_0) = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

AN : $v = 3{,}13\ m/s$

2)a) $\vec{f_e} = q\vec{E}$; la sphère est déviée dans le sens de $\vec{E}$, donc : $q > 0$.

b) On décompose le mouvement suivant $\overrightarrow{OX}\ et\ \overrightarrow{Oy}$:

Axe $\overrightarrow{Oy}$: l'accélération est $+g$, la vitesse initiale est nulle :

$a_y = g;\ v_y = gt\ ;\ y = \frac{1}{2}gt^2$

Axe $\overrightarrow{Ox}$: La force électrostatique est suivant $\overrightarrow{Ox}$: $f_e = f_x = qE$

$a_x = \frac{f_x}{m} = \frac{qE}{m}\ ;\ v_x = \frac{qE}{m}t\ ;\ x = \frac{1}{2}\left(\frac{qE}{m}\right)t^2$

Equation de la trajectoire :

$\frac{y}{x} = \frac{1}{2}gt^2 \times \frac{2m}{qEt^2} = \frac{mg}{qE} = 12{,}25 \Rightarrow y = 12{,}25x$

La trajectoire est une droite.

a)) Les coordonnées aux points d'arrivée de la sphère :

En B : $y = h = 0{,}5\ m$; $x = \frac{y}{12{,}25} = 4{,}1\ cm$

Donc : $\boxed{y = 0{,}5\ m \text{ et } x = 4{,}1\ cm}$

Exercice 5

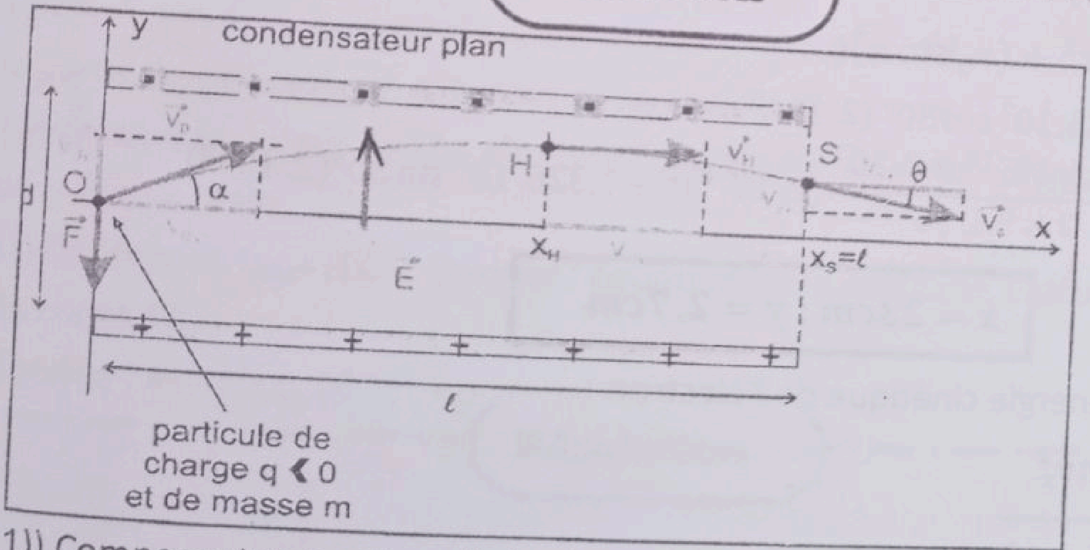
Un électron est accéléré à l'aide d'une différence de potentielle de 500V. Il pénètre dans une région où règne un champ électrique uniforme de 3000V/m, en faisant un angle de 60° avec la direction de ce champ. Quelles sont au bout de2.10^{-8}s :

1-) Les composantes, parallèle et perpendiculaire au champ, de la vitesse ? Indiquer la direction du vecteur vitesse.

2-) Les coordonnées de l'électron ? (Le point d'entré dans le champ sera pris comme origine des espaces).

3-) Son énergie cinétique ? Peut-on définir une énergie potentielle et une énergie totale en précisant l'origine de l'énergie potentielle.

Résolution



1)) Composantes v_x et v_y de la vitesse :

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_e + \vec{P} = m\vec{a}$;

Or : $\vec{F}_e \gg \vec{P} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

On en déduit : $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m}E \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = \left(\frac{q}{m}E\right)t + v_0 \sin\alpha \end{cases}$

Avec : $\alpha = 90° - 60° = 30° \Longrightarrow \alpha = 30°$

Trouvons la vitesse initiale :

D'après le TEC : $\Delta E_C = \sum W_{\vec{f}_{ex}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = eU \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$ AN :

$v_0 = 1{,}326.10^7\ m/s$

$$\begin{cases} v_x = 1{,}326.10^7 \cos 30° = 1{,}148.10^7 \\ v_y = -\dfrac{1{,}6 \times 3.10^3}{9{,}1.10^{-31}}(2.10^{-8}) + 1{,}326.10^7 \sin 30° = -0{,}39210^7 \end{cases}$$

D'où : $\boxed{v_x = 1{,}148.10^7\ m/s\ ;\ v_y = -0{,}39210^7\ m/s}$

Déterminons la direction de $\vec{v}_S$:

$\tan\theta = \frac{|v_y|}{v_x} = \frac{0{,}392.10^7}{1{,}148.10^7} = 0{,}341 \Rightarrow \theta = 18{,}8°$

Donc : Avec la direction de champ électrique $\vec{E}$

$\theta = 18{,}8° + 90° = 108{,}8° \Rightarrow$ $\boxed{\theta = 108{,}8°}$

1)) Coordonnées de l'électron :

Les équations horaires du mouvement sont :

$$\begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}\left(\frac{q}{m}E\right)t^2 + (v_0 \sin\alpha)t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1{,}326.10^7 \cos 30° (2.10^{-8}) \\ y = -\dfrac{1{,}6.10^{-19} \times 3.10^3}{2 \times 9{,}1.10^{-31}}(2.10^{-8})^2 + 1{,}326.10^7 \sin 30° (2.10^{-8}) \end{cases}$$

$$\boxed{x = 23cm\ ;\ y = 2{,}7cm}$$

2)) Calcul de l'énergie cinétique de l'électron :

On a : $E_C = \frac{1}{2}mv_S^2$

Or : $v_S = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$;

$v_S = \sqrt{(1{,}148.10^7)^2 + (-0{,}326.10^7)^2} \Rightarrow v_S = 1{,}213.10^7\ m/s$

Alors :

$E_C = \frac{1}{2} \times 9{,}1.10^{-31}(1{,}213.10^7)^2 = 6{,}69.10^{-17}\ j \Rightarrow$ $\boxed{E_C = 6{,}69.10^{-17}\ j}$

Energie potentielle :

L'énergie potentielle de la particule est la somme de son énergie potentielle de pesanteur et de son énergie potentielle électrostatique : $E_P = E_{PP} + E_{Pe}$

En prenant comme origine des potentiels le point d'entrée O :

▶ $E_{PP} = mgy_S = 0; car: y_S = 0$

▶ $E_{Pe} = q(V_S - V_0) = e(V_0 - V_S); V_0 - V_S = E \times y_S$

Donc : $E_P = E_{Pe} = 1{,}6.10^{-19} \times 3.10^3 \times 2{,}7.10^{-2}$

$E_P = 1{,}296.10^{-17} \Longrightarrow \boxed{E_P = 1{,}3.10^{-17}}$

Comme l'énergie potentielle et l'énergie cinétique étant de même ordre de grandeur on peut définir une énergie potentielle.

Calcul de l'énergie totale :

L'énergie totale est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle :

$E_T = E_C + E_P = 6{,}69.10^{-17} + 1{,}3.10^{-17} = 8.10^{-17} \Longrightarrow \boxed{E_T = 8.10^{-17}}$

Exercice 6

Un électron sort d'un canon à électron à la vitesse V_0=30000km/s et pénètre dans une région de l'espace où règne un champ électrique uniforme crée par deux plaques parallèle A et B distant de 10cm.

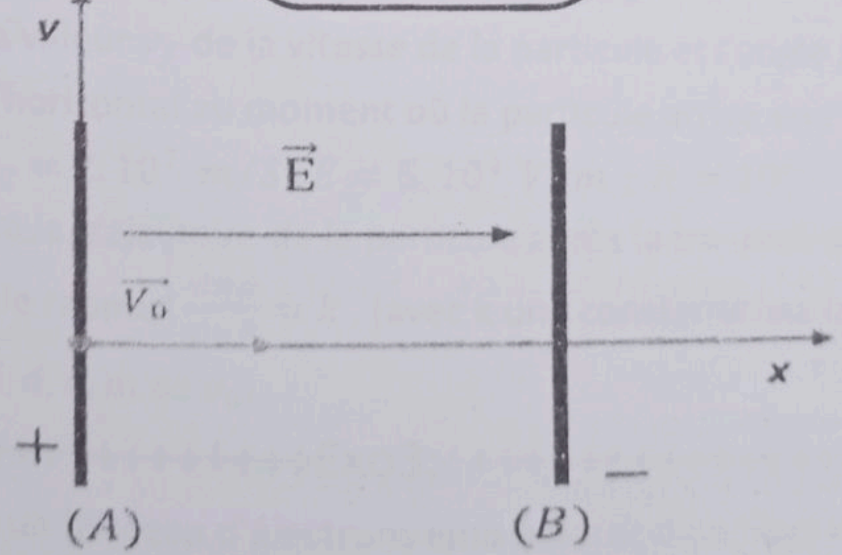
1)) Quel doit être le signe de la tension U_{AB} si l'on veut que le mouvement de la particule soit retardé entre les deux plaques ?

2))) Donner la valeur de U_{AB} afin que l'électro arrive au voisinage de B avec une vitesse nulle.

3)) On impose U_{AB}=100V. Donner l'équation de la particule. Calculer la durée du trajet AB.

Donnée : $m = 9{,}1.10^{-31}\ kg$

Résolution



1)) Signe de la tension U_{AB}

Proton : $q < 0$ étant freinée : $v_A > v_B \Rightarrow v_A - v_B > 0$;

Or : $U_{AB} = v_A - v_B \Rightarrow$ $\boxed{U_{AB} > 0}$

Valeur de la tension :

D'après le TEC : $\Delta E_C = \sum W_{\vec{f}ex} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = eU_{AB} \Rightarrow q = -e$ et $v_B = 0$

$$U_{AB} = \frac{mv_0^2}{2e} = \frac{9{,}1.10^{-31} \times (3.10^7)^2}{2 \times 1{,}6.10^{-19}} = \boxed{U_{AB} = 2560\ V}$$

Autrement : la conservation de l'énergie mécanique.

2)) Equation horaire :

Comme le mouvement est uniformément varié :

$d = x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$; Or $a = \frac{q}{m}E = -\frac{eU}{md}$ et $v_0 = v_A$; Avec : $q = -e$

Donc : $\boxed{x = -\frac{1}{2}\left(\frac{eU}{md}\right)t^2 + v_0 t}$

La durée du trajet AB :

Donc : On a $-\frac{1}{2}\left(\frac{eU}{md}\right)t^2 + v_0 t - d = 0 \Rightarrow$

$-(4{,}79.10^8)t^2 + (3.10^7)t - 10^{-1} = 0$;

$$\Delta = b^2 - 4ac ; \Rightarrow \begin{cases} t' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = 3{,}35.10^{-9}\ S \\ t = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} < 0 ; \text{à rejeter} \end{cases} \qquad \boxed{t = 3{,}35.10^{-9}\ S}$$

EXERCICES PROPOSES

++++++++++++++++++++Exo1:+++++++++++++++++++++++++

Un proton animé d'un mouvement rectiligne et uniforme dans un repère $(0;\ \vec{\imath};\vec{\jmath};\ \vec{k})$ lié au laboratoire possède une vitesse $\vec{v}_0$ dans ce repère. Ce proton pénètre alors dans une région de l'espace règne un champ électrostatique uniforme. On négligera le poids de l'électron devant la force électrique qu'il subit dans le champ. Le mouvement du proton dans la cette région peut-il, par rapport au repère $(0;\ \vec{\imath};\vec{\jmath};\ \vec{k})$:

- Rester rectiligne uniforme
- Devenir circulaire et uniforme
- Devenir rectiligne uniformément varié
- Devenir parabolique ?

Justifier la réponse de façon complète et précise.

++++++++++++++++++++Exo2:+++++++++++++++++++++++++

Dans une région de l'espace comprise entre deux plans parallèles P et P' distant de 1 cm, règne un champ électrique uniforme crée par des électrodes constitué de fins grillages métalliques disposé suivant P et P' la particule de masse $m = 9{,}1.10^{-31}\ kg$, de charge électrique positive $q = 1{,}6.10^{-19}\ C$ arrive en O à l'instant $t = 0$ et pénètre dans cette région. La vitesse v_0 se trouve dans le plan $(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$ et fais avec l'horizontal avec angle α

1)) Ecrire l'équation de la trajectoire de la particule

2)) Déterminer la composante v_x en fonction de x

3)) Calculer la valeur v_f de la vitesse de la particule et l'angle β que le vecteur $\vec{v}_f$ fais avec l'horizontal au moment où la particule arrive en P'

On donne : $v_0 = 2.10^7\ m/S\ ; E = 5.10^4\ V/m\ ;\ \alpha = 10°$

4)) Quelle sera la trajectoire de la particule après la traversé du plan P' ?

Montrer que le rapport $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = k$, (avec k une constante qui sera exprimée en fonction de $E, d, q, m\ et\ v_0$).

++++++++++++++++++++Exo3:+++++++++++++++++++++++++

On considère un faisceau d'électrons émis à partir d'un filament d'un canon à électron d'un oscilloscope. Ces électrons sont émis avec une vitesse initiale nulle et son accéléré par une tension U réglable, établie entre le filament et l'anode A du canon d'électrons. On règle la tension U pour que les électrons atteignent la vitesse de 16 000 km/s.

1. Calculer la valeur correspondante de U.

2. Le faisceau d'électrons obtenu pénètre entre les plaques horizontales P_1 et P_2 d'un condensateur à la vitesse V=16 000 km/s. La largeur de la plaque est L=8 cm. La tension entre les armatures est U_1. La distance entre les armatures est d.

a. Etablir les équations du mouvement d'un électron entre les armatures du condensateur.

b. Quelle est la condition d'émergence du faisceau d'électrons ?

c. Un écran est disposé à une distance D du milieu du condensateur. Montrer que la déviation verticale du faisceau d'électron est proportionnelle à la tension U_1.

d. La sensibilité verticale $s=\frac{U_1}{y}$ vaut 10 V/cm. Quelle doit être la distance D sachant que
d=10 cm?

++++++++++++++++++++Exo4:+++++++++++++++++++++++++

Deux plaques métalliques verticales (A) et (B) sont placées dans le vide à une distance d l'une de l'autre et sont soumises à une tension U_{AB} positive. La hauteur des plaques est ℓ. Entre les plaques, se superposent deux champs : le champ de pesanteur supposé uniforme, caractérisé par $\vec{g}$, et un champ électrique uniforme, caractérisé par $\vec{E}$. Une petite sphère M ponctuelle de masse M pesante, portant une charge électrique positive q, est abandonnée sons vitesse initiale à l'instant $t = 0$ en un point M_0 dont les coordonnées dans le système d'axes $x'Ox, y'Oy$ sont : $M_0\begin{cases} x_0 = \frac{d}{2} \\ y_0 = \ell \end{cases}$

On ne peut pas négliger l'action de la pesanteur.

1)) Trouver les deux forces qui agissent sur la petite sphère. Montrer que cette dernière reste dans le plan.

2)) En déduire les composantes sur les axes Ox et Oy du vecteur accélération du mouvement de la sphère.

3)) Déterminer, en fonction du temps, les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$ ainsi que celles du vecteur position $\overrightarrow{OM}$. Ecrire l'équation de la trajectoire. Quelle est sa nature ?

4)) Calculer la date d'arrivée de la charge dans le plan horizontal passant par O.

5)) Quelle valeur doit-on donner à U_{AB} pour que la trajectoire de la charge passe par le point P de coordonnées (d, O) ?

On donne : $d = 4\ cm\ \ell = 1\ cm\ \frac{q}{m} = 10^{-6}\ C/kg\ ;\ g = 10\ m/S^2$

Rép : 4) $t = 0{,}447\ S$; 5) $U = 8\ kV$

++++++++++++++++++++Exo5:+++++++++++++++++++++++++

Charge élémentaire e=1,6.10^{-19} C ; Masse de la particule α : m=6,64.10^{-27} kg.
Un faisceau de particule α pénètre entre les plaques horizontales P_1 et P_2 d'un condensateur à la vitesse de valeur V_0=448 km/s dont la direction fait un angle θ=45° avec l'horizontale. La longueur de la plaque est L=10 cm ; la distance entre les armatures est d=8 cm ; la tension entre les armatures est U>0.

1. Etablir les équations horaires du mouvement, d'une particule entre les armatures du condensateur, en fonction des paramètres du problème.
2. Etablir l'équation de la trajectoire d'une particule α entre les armatures du condensateur.
3. Déterminer la valeur de U pour que le faisceau sortes des armatures en un point O' situé sur l'axe des abscisses.
4. Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{V'}_0$ des particules α au point O'.

++++++++++++++++++++Exo6:+++++++++++++++++++++++++

1)) Des protons de masse m et de charge électrique q sont accélérés dans le vide par une tension électrique U_1 s'exerçant entre 2 plaques P et N verticales. Ils sont émis en un point O au niveau de la plaque P sans vitesse initiale. Leur vitesse est $\vec{V}$ en un point O' au niveau de la plaque N. Calculer la valeur de la tension électrique U_1 à appliquer entre P et N. (Le poids du proton est négligeable devant la force électrique qu'il subit).

2)) Les protons pénètrent ensuite avec leur vitesse $\vec{V}$ entre les plaques d'un condensateur plan. Une tension $U_2 = 450\ V$ est appliquée entre les 2 plaques $P_1\ et\ P_2$ du condensateur. Les deux plaques sont horizontales parallèles, de longueur ℓ et de distance d. Les protons pénètrent entre les plaques en un point I, à égale distance de chacune d'elles. On place, à la sortie et contre les deux plaques un écran vertical.

a)) Etablir l'équation de la trajectoire d'un proton à l'intérieur du condensateur.

b)) A quelle distance de l'axe Ox les protons rencontrent-ils l'écran ?

c)) Quelle est la durée du trajet d'un proton, à l'intérieur du condensateur ?

On donne : $m = 1,67.10^{-27}\ kg$; $v = 6,92.10^{5}\ m/s$;

$\ell = 10\ cm$; $d = 4\ cm$.

Rép : 1) $U_1 = 2500\ V$; 2) b) $y_M = 1,13\ cm$; c) $t = 1,45.10^{-7}\ S$.

++++++++++++++++++++Exo7:++++++++++++++++++++++++++

Un électron au repos est soumis à une tension accélératrice $U = 5.10^4\ V$. Il acquiert une vitesse $V = 1,23.10^8\ m/S$.

Cette valeur est-elle en accord avec le théorème de l'énergie cinétique ? Interpréter.

Caractéristiques de l'électron :

Charge : $-e = -1,60.10^{-19}\ C$.

Masse : $m = 9,1.10^{-31}\ kg$

++++++++++++++++++++Exo8:++++++++++++++++++++++++++

Un électron de masse $m = 9,1.10^{-31}\ kg$ quitte la cathode d'un canon avec une vitesse de valeur négligeable. La tension entre anode est de $U_{AC} = 800V$. La distance entre ces deux plaques parallèles est $d = 4cm$. On donne : $e = 1,6.10^{-19}\ C$.

1)a) Représenter le vecteur champ électrique $\vec{E}$.

b)) Calculer la valeur de ce champ.

2)a)) Représenter le vecteur force $\vec{F}$ agissant sur l'électron.

b)) Caractériser le vecteur accélération $\vec{a}$ du mouvement.

3)) Calculer, en joules puis en électronvolt, l'énergie cinétique de l'électron lorsqu'il arrive sur l'anode. En déduire la valeur de sa vitesse en ce moment.

4)a)) Etablir l'équation horaire du mouvement de l'électron entre la cathode et l'anode.

b)) Calculer la durée de son passage entre la cathode et l'anode.

c)) En déduire la valeur de sa vitesse à l'arrivée sur l'anode. Indication : Faire le schéma du dispositif

++++++++++++++++++++Exo9:++++++++++++++++++++++++

Un condensateur plan est constitué de deux plaques métalliques rectangulaires horizontales A et B de longueur ℓ, séparées par une distance d. Un faisceau homocinétique de proton, émis en C à vitesse nulle, est accéléré entre les points C et D, situés dans le plan $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$; il pénètre en O, en formant l'angle α avec $\vec{\imath}$, dans le champ électrique $\vec{E}$, supposé uniforme, du condensateur. (La plaque A est positive).

1)) Indiquer en le justifiant, le signe de $V_D - V_C$.

Calculer en fonction de $U = |V_D - V_C|$ la vitesse v_0 de pénétration dans le champ électrique uniforme.

On donne : $U = 10^3\ V;\ m_P = 1{,}6.10^{-27}\ kg$

2)) Indiquer en le justifiant, le signe de $V_A - V_B$ tel que le faisceau de protons puis passer par le point O' sur l'horizontale. Avec : $O'(\ell, 0{,}0)$.

3)) Etablir l'équation de la trajectoire des protons dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ en fonction de $U, U' = V_A - V_B, \alpha\ et\ d$. Quelle est la nature du mouvement des protons ?

4)) Calculer la valeur numérique de U' qui permet de réaliser la sortie en O' pour

$\alpha = 30°, \ell = 20\ cm\ et\ d = 7\ cm.$

5)) Dans le cas où la tension U' a la valeur précédente calculée, déterminer la distance minimale du plateau supérieur passe le faisceau de protons.

Dynamique du solide en rotation :

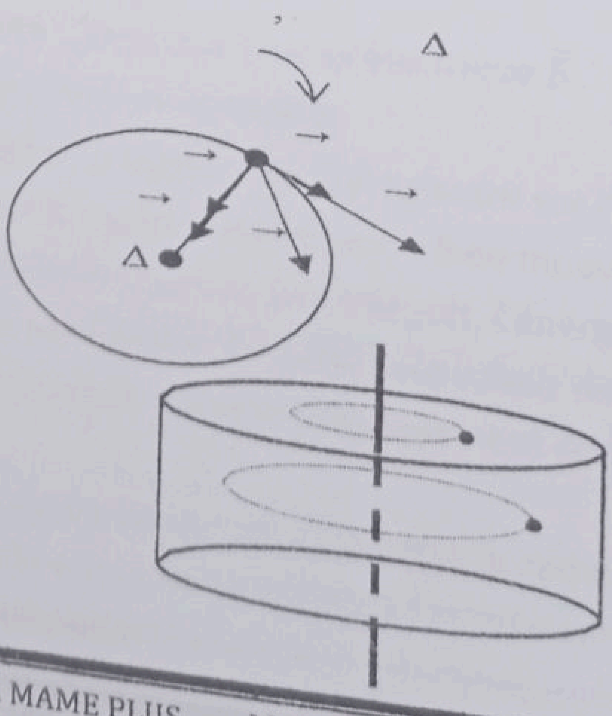
(Uniquement pour la série Sciences Mathématiques)
Un solide est en mouvement de rotation lorsque ses différents points décrivent des trajectoires circulaires par rapport à un point ou un axe fixe dans un repère donné.

Relation fondamentale de la Dynamique de rotation :

a) Notion de moment d'inertie :

La masse d'un corps est un facteur d'inertie ; plus elle est importante plus il est difficile de mettre le corps en mouvement. Dans le cas du mouvement de rotation autour d'un axe, la masse intervient mais également sa répartition par rapport à l'axe. A masse égale, plus les points matériels constituant le solide seront écartés de l'axe plus il sera difficile de mettre le solide en mouvement de rotation. Le moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe, dépendant de la constitution et de la géométrie et par conséquent de la répartition de la masse autour de l'axe, est un facteur qui s'oppose d'autant plus à la mise en rotation autour de l'axe qu'il est plus important.

►Cas d'un point matériel
Si un point matériel de masse m décrit un cercle de rayon r autour d'un axe Δ, son moment d'inertie par rapport à cet axe est défini par la relation suivante :
$J_\Delta = mr^2$ avec m en kg ; r en m ; J_Δ en kg.m^2



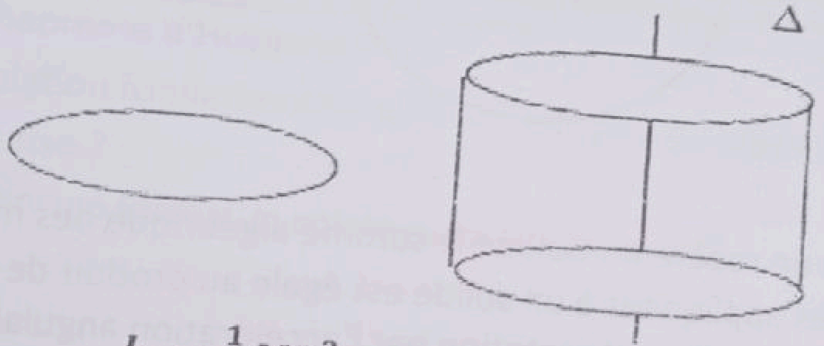
▶ Cas d'un solide

Soit un solide tournant autour d'un axe fixe Δ. Il est constitué d'un ensemble de n points matériels de masses m_i décrivant autour de Δ des cercles de rayons r_i.

▶ Expression du moment d'inertie de quelques solides homogènes

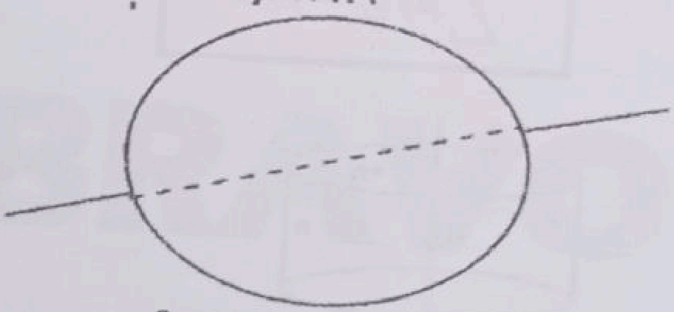
Il s'agit de solides présentant une symétrie par rapport à(Δ)

▶ Cylindre plein ou disque :



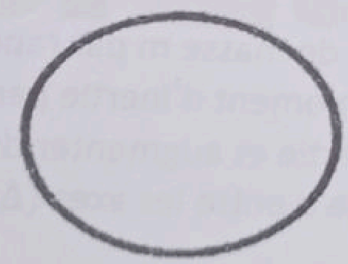
$$J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2$$

▶ **Sphère pleine (boule) de rayon R :**



$$J_\Delta = \frac{2}{5}MR^2$$

▶ **Circonférence de masse M et de rayon R :**



$$J_\Delta = MR^2$$

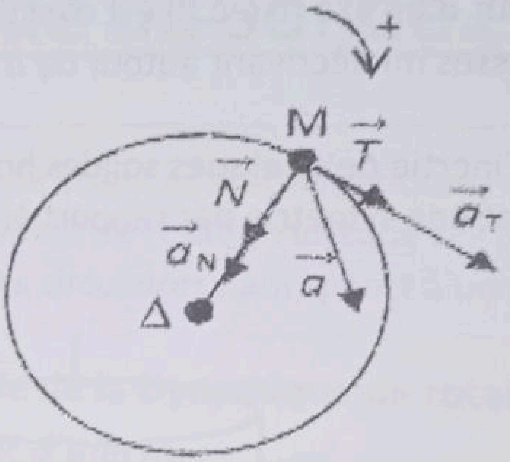
b) <u>Relation fondamentale de la Dynamique de rotation :</u>

▶ Cas d'un point matériel

Sous l'action de forces admettant pour résultante F, un point matériel de masse m décrit un cercle de rayon r dans un référentiel supposé galiléen. Cette résultante est contenue dans le plan du cercle et perpendiculaire à l'axe de rotation Δ.

$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$

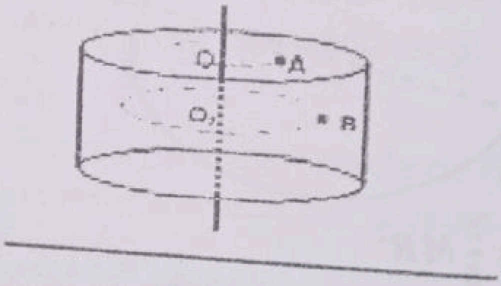
En appliquant le théorème du centre d'inertie, on a: $\vec{F} = m\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N \Longrightarrow$



$\mu(\vec{F}) = mR^2\theta.$

<u>Enoncé</u> : Dans un repère de Galilée la somme algébrique des moments des forces extérieures appliquées à un solide est égale au produit de son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation par l'accélération angulaire.

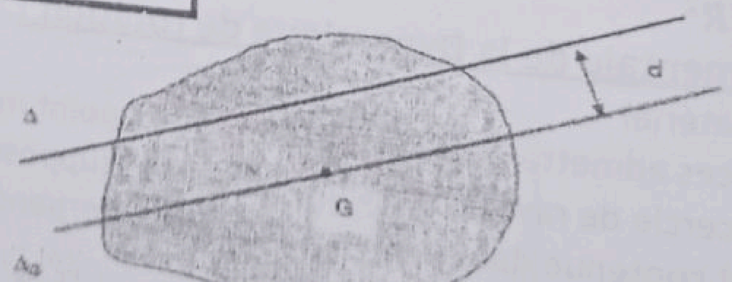
$$\boxed{\sum \mu\vec{f}_{ex} = J_\Delta \ddot{\alpha}}$$



Théorème de Huygens :

le moment d'inertie d'un solide de masse m par rapport à un axe quelconque (Δ') est égal à son moment d'inertie par rapport à l'axe (Δ) passant par son centre d'inertie et augmenter du produit de sa masse par le carré de la distance d entre les axes (Δ) et (Δ').

$$\boxed{J_{(\Delta')} = J_{(\Delta)} + Md^2}$$



NB : En rotation le théorème de l'énergie cinétique s'écrit :

$$\boxed{\Delta E_c = \sum W_{\vec{f}_{ex}} \Rightarrow E_c - E_{c_0} = \mu\left(\vec{F}\right)\theta}$$

Questions théoriques

1)) Enoncer le théorème d'Huygens ?

2)) Enoncer la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation au tour d'un axe fixe ?

3)) Enoncer le principe lorsqu'un solide roule sans glisser ?

BRAVO PHYSIQUE !!!

Exercices Résolus

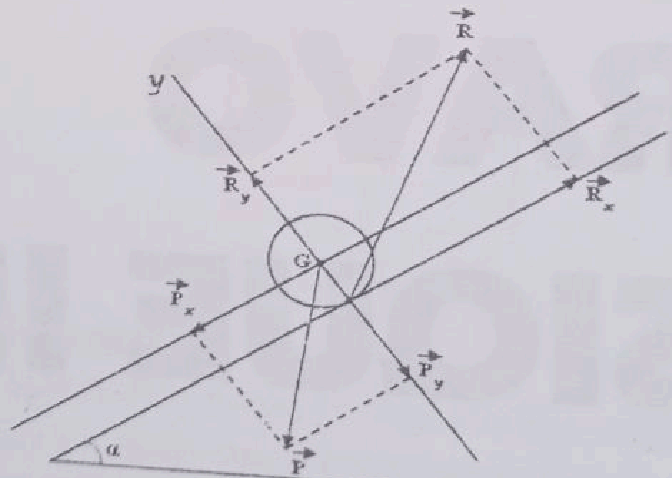
Exercice 1

Une sphère homogène, de masse M et de rayon R, lâchée sans vitesse initiale, roule sans glisser sur un plan incliné de l'angle α sur le plan horizontal.

1-) Montrer qu'à chaque instant, le rapport entre les valeurs des énergies cinétique de translation et de rotation de la sphère est constant.

2-) Calculer l'accélération du mouvement du centre d'inertie de la sphère. Le moment d'inertie de la sphère par rapport à l'un de ses diamètres est $J=\frac{2}{5}MR^2$.

Résolution



1)) Montrons que le rapport des énergies de translation et de rotation est constant :

▶ $\frac{E_{C_T}}{E_{C_R}}=\frac{\frac{1}{2}(mV^2)}{\frac{1}{2}(J_\Delta\omega^2)}=\frac{mV^2}{J_\Delta\omega^2}=\frac{m(R\omega)^2}{\frac{2}{5}mR^2\omega^2}=\frac{1}{\frac{2}{5}}=\frac{5}{2}$; $\boxed{\frac{E_{C_T}}{E_{C_R}}=\frac{5}{2}}$

2)) Calcul de l'accélération :

▶ **Translation : D'après T.C.I :** $\sum\vec{f}_{ex}=m\vec{a}$

$-R_x+P_x=ma \Rightarrow -f+mg\sin\alpha=ma$ **(1)**

▶ **Rotation :** $\sum\mu_{\vec{f}_{ex}}=J_\Delta\ddot{\alpha} \Rightarrow R_x\times r=J_\Delta\left(\frac{a}{r}\right)\Rightarrow f\times r=\frac{2}{5}mr^2\times\frac{a}{r}\Rightarrow$

3)) Déterminons la distance parcourue :

D'après la relation de Galilée : $V^2 = 2ax \Rightarrow x = \frac{V^2}{2a}$ AN : $\boxed{x = 3,2\ m}$

Calcul du temps : $V = at \Rightarrow t = \frac{V}{a}$ AN : $t = 1,3\ S$;

Exercice 3

Un solide (S) de masse $m = 10\ kg$ est suspendu par une corde inextensible et de masse négligeable est enroulée sur la surface d'un cylindre horizontal homogène de masse $M = 20\ kg$ et de rayon $r = 10cm$.

1)) Le solide est initialement au repos

a)) Calculer son accélération au bout de $3m$ de chute.

b)) Calculer sa vitesse et la durée de ce mouvement

c)) Déterminer les lois horaires correspondant aux mouvements du système $(S + cylinddre)$.

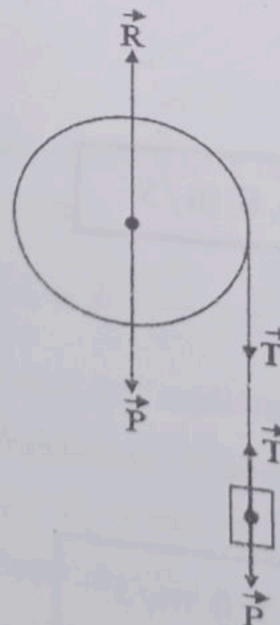
d)) En déduire le nombre de tours effectués par le cylindre après $3m$ de chute et la durée correspondante.

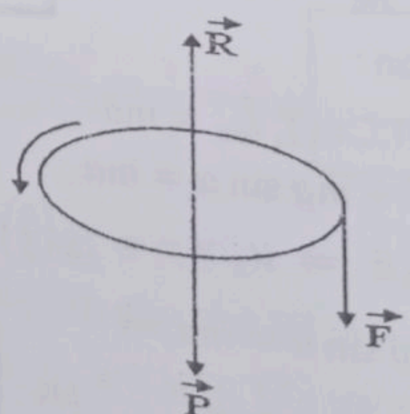
3)) La corde quitte ensuite le cylindre en mouvement.

a)) Calculer le moment du couple de force qu'il faudra lui appliquer pour l'arrêter après 100 tours.

b)) Quel est l'accélération angulaire de ce mouvement de freinage ? Calculer la durée de ce freinage.

Résolution





1)a)) Accélération :

▶ Le solide (S) est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil.

▶ Translation : D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \Rightarrow mg - T = ma \Leftrightarrow T = mg - ma$ (1)

▶ Rotation : $\sum \mu_{\vec{f}_{ex}} = J_\Delta \ddot{\alpha} \Rightarrow T'r = J_\Delta \ddot{\alpha} = \frac{1}{2}Mr^2 \times \frac{a}{r}$

$T' = \frac{Ma}{2}$ (2) $\Leftrightarrow (1) = (2) \Rightarrow mg - ma = \frac{Ma}{2} \Rightarrow$ $\boxed{a = \dfrac{mg}{m + \frac{M}{2}}}$

AN : $\boxed{a = 5\ m/S^2}$

b)) Vitesse de (S) après $3m$ de chute :

D'après la relation de Galilée : $V^2 = 2ad \Rightarrow$ $\boxed{V = \sqrt{2ad}}$

AN : $\boxed{V = 5{,}47\ m/S}$

c)) Déterminons des lois horaires du mouvement :

▶ Pour (S) :

Comme le mouvement est uniformément varié :

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = \frac{5}{2}t^2 = 2{,}5t^2$

$v = at = 5t$

▶ **Pour le cylindre :**

$a = r\ddot{\alpha} \Rightarrow \ddot{\alpha} = \frac{a}{r} = \frac{5}{0{,}1} = 50\, rad/S^2$

$\alpha = \frac{1}{2}\ddot{\alpha}t^2 + \omega_0 t + \alpha_0 = 25t^2$

$\omega = \ddot{\alpha}t + \omega_0 = 50t$

d)) Nombre de tours effectués par le cylindre après $3m$ de chute :

$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\ddot{\alpha}\alpha = 2\ddot{\alpha} \times 2\pi n = 4\pi n\ddot{\alpha}$

$n = \frac{\omega^2}{4\pi\ddot{\alpha}} = \frac{\left(\frac{v}{r}\right)^2}{4\pi\ddot{\alpha}} = \frac{\left(\frac{5{,}47}{0{,}1}\right)^2}{4\pi(50)} = 4{,}77\ tours$

Durée de la première phase : On a : $x = 2{,}5t^2 = 3 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{3}{2{,}5}} = 1{,}095\ S$

2)a)) Calcul de moment du couple de freinage :

Après la rupture de la corde le cylindre est soumis à son poids $\vec{P}$, la réaction $\vec{R}$ et à la force de frottement $\vec{F}$.

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$\Delta E_C = \sum W_{\mu_{(\vec{f}_{ex})}} = \mu_{(\vec{F})} \times \theta$

Or : $E_{C_2} = 0$; Car : à l'arrêt

$\omega_2 = 0$ et $\mu_{(\vec{P})} = \mu_{(\vec{R})} = 0$; Avec : $\theta = 2\pi n$ et $\omega_1^2 = \omega^2$

$$-\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2 = \mu_{(\vec{F})}(2\pi n) \Longrightarrow \boxed{\mu_{(\vec{F})} = -\frac{J_\Delta\omega^2}{(4\pi n)} = -\frac{mv^2}{(8\pi n)}}$$

AN : $\boxed{\mu_{(\vec{F})} = -0{,}476\ N.m}$

b)) Valeur de l'accélération angulaire :

$$\mu_{(\vec{F})} = J_\Delta\ddot{\alpha} \Longrightarrow \ddot{\alpha} = \frac{\mu_{(\vec{F})}}{J_\Delta} \Longrightarrow \boxed{\ddot{\alpha} = \frac{\mu_{(\vec{F})}}{J_\Delta} = \frac{2\mu_{(\vec{F})}}{mr^2}}$$

AN : $\boxed{\ddot{\alpha} = -4{,}76\,rad/S^2}$

Durée de freinage :

$$\Delta\omega = \ddot{\alpha}\Delta t \Longrightarrow \Delta t = \frac{\Delta\omega}{\ddot{\alpha}} = -\frac{54{,}7}{-4{,}76} = 11{,}5\ S \Longrightarrow \boxed{\Delta t = 11{,}5\ S}$$

Exercice 4

Une poulie formée de deux cylindre coaxiaux (C_1) et (C_2), de rayons respectifs $r_1 = 10cm$ et $r_2 = 20cm$ peu tourner sans frottement autour de son axe (Δ). Le moment d'inertie de la poulie par rapport à son axe (Δ) est $J_0 = 4{,}5.10^{-2}\ kg.m^2$. On enroule sur le cylindre (C_1) un fil f_1 de masse négligeable, à l'autre extrémité duquel est accrochée une masse $m_1 = 150g$ On enroule sur le cylindre (C_2) un autre fil f_2 de masse négligeable, à l'extrémité duquel est accrochée une masse $m_2 = 200g$. On abandonne le système sans vitesse initiale.

1)) Dans une première expérience les masses m_1 et m_2 se déplacent verticalement dans le même sens.

a)) Calculer l'accélération angulaire de la poulie.

b)) Calculer les tensions T_1 et T_2 des fils f_1 et f_2.

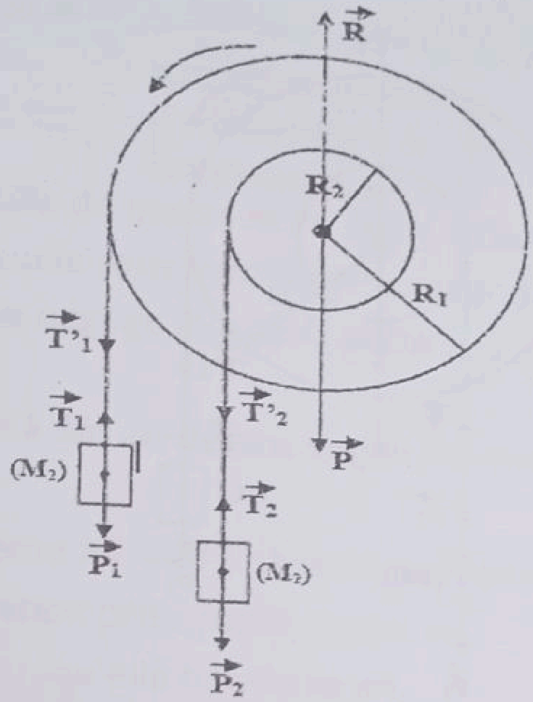
2)) Dans une deuxième expérience les masses m_1 et m_2 se déplacent verticalement dans le sens contraire.

a)) Dans quel sens la poulie se met-elle à tourner ?

Calculer alors l'accélération angulaire de la poulie.

c)) Calculer la vitesse angulaire de la poulie et la vitesse linéaire quand la masse m_1 s'est déplacée de 2m.

Résolution



1)a)) Calculons l'accélération angulaire de la poulie :

▶ Pour la poulie de moment d'inertie $J_0 = 4{,}5.10^{-2}\ kg/m^2$.

▶ Rotation : $\sum \mu_{\vec{f}_{ex}} = J_\Delta \ddot{\alpha} \Rightarrow T_1' r_1 + T_2' r_2 = J_0 \ddot{\alpha}$

▶ Pour les masses m_1 et m_2 :

▶ Translation : D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a}$

Pour la masse m_1 : $\vec{T}_1 + \vec{P}_1 = m_1\vec{a}$

D'après la projection : $m_1 g - T_1 = m_1 a = m_1 r_1 \ddot{\alpha}$

$T_1 = m_1 g - m_1 r_1 \ddot{\alpha}$

Pour la masse m_2 : $\vec{T}_2 + \vec{P}_2 = m_2\vec{a}$

D'après la projection : $m_2 g - T_2 = m_2 a = m_2 r_2 \ddot{\alpha}$

$T_2 = m_2 g - m_2 r_2 \ddot{\alpha}$; Or : $T_1' = T_1$ et $T_2' = T_2$

Donc

$(m_1 g - m_1 r_1 \ddot{\alpha}) r_1 + (m_2 g - m_2 r_2 \ddot{\alpha}) r_2 = J_0 \ddot{\alpha} \Rightarrow$ $\boxed{\ddot{\alpha} = \frac{(m_1 r_1 + m_2 r_2) g}{m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + J_0}}$

AN : $\boxed{\ddot{\alpha} = 10{,}09\ rad/S^2}$

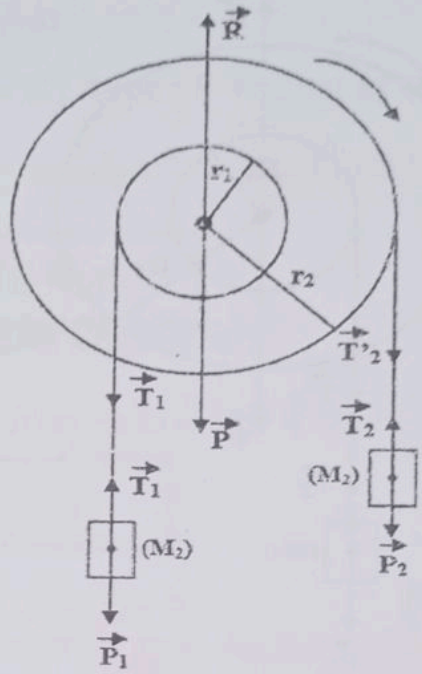
b)) Calculons la tension des fils T_1 et T_2 :

$T_1 = m_1 g - m_1 r_1 \ddot{\alpha} = m_1(g - r_1 \ddot{\alpha}) \Rightarrow$ $\boxed{T_1 = m_1(g - r_1 \ddot{\alpha})}$

AN : $\boxed{T_1 = 1{,}35\ N}$

$T_2 = m_2 g - m_2 r_2 \ddot{\alpha} = m_2(g - r_2 \ddot{\alpha}) \Rightarrow$ $\boxed{T_2 = m_2(g - r_2 \ddot{\alpha})}$

AN : $\boxed{T_2 = 1{,}6\ N}$



2)a)) Schéma d'expérience :

La valeur de la nouvelle accélération angulaire de la poulie :

▶ La poulie va tourner suivant le mouvement de chute de la masse m_1 voir schéma.

D'après l'étude précédente, on a

Pour la poulie en rotation : $-T_1'r_1 + T_2'r_2 = J_0\ddot{\alpha}$

▶ Pour les masses m_1 et m_2 :

▶ Translation : D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a}$

Pour la masse m_1 : $\vec{T}_1 + \vec{P}_1 = m_1\vec{a}$

D'après la projection : $-m_1g + T_1 = m_1a = m_1r_1\ddot{\alpha}$

$T_1 = m_1r_1\ddot{\alpha} + m_1g$;

Pour la masse m_2 : $\vec{T}_2 + \vec{P}_2 = m_2\vec{a}$

D'après la projection : $m_2g - T_2 = m_2a = m_2r_2\ddot{\alpha}$

$T_2 = m_2g - m_2r_2\ddot{\alpha}$; Or : $T_1' = T_1$ et $T_2' = T_2$

Donc :

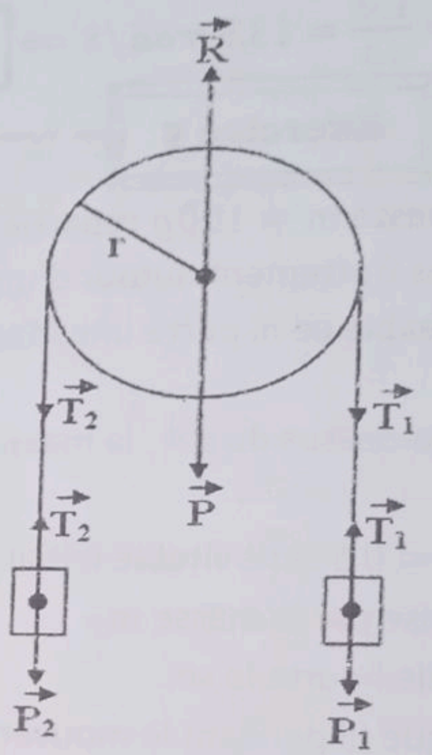
$-(m_1r_1\ddot{\alpha} + m_1g)r_1 + (m_2g - m_2r_2\ddot{\alpha})r_2 = J_0\ddot{\alpha} \Longrightarrow$ $\boxed{\ddot{\alpha} = \dfrac{(-m_1r_1 + m_2r_2)g}{m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + J_0}}$

AN : $\boxed{\ddot{\alpha} = 4{,}58\, rad/S^2}$

b)) vitesse angulaire de la poulie et vitesse linéaire de m_1 :

Or : $\ddot{\alpha} = \frac{a}{r_1} = \frac{a}{r_2} \Leftrightarrow a = \ddot{\alpha}r_1 = 4{,}58 \times 0{,}1 = 0{,}458\ m/S \Longrightarrow v_1^2 = 2ad \Longrightarrow$

$v_1 = \sqrt{2ad} = \sqrt{2 \times 0{,}458 \times 2} = 1{,}35\, m/S \Longrightarrow$ $\boxed{v_1 = 1{,}35\, m/S}$



1)a)) Accélération du système :

Pour la poulie en rotation : $\sum \mu_{\vec{f}_{ex}} = J_\Delta \ddot{\alpha}$

$T_1'r - T_2'r = J_\Delta \ddot{\alpha} = J_\Delta \times \frac{a}{r}$

$T_1' - T_2' = J_\Delta \times \frac{a}{r^2} = ma$

▶ Pour les masses m_1 et m_2 :

▶ Translation : D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a}$

Pour la masse m_1 : $\vec{T}_1 + \vec{P}_1 = m_1\vec{a}$

D'après la projection : $m_1g - T_1 = m_1a$

$T_1 = m_1g - m_1a$

Pour la masse m_2 : $\vec{T}_2 + \vec{P}_2 = m_2\vec{a}$

D'après la projection : $-m_2g + T_2 = m_2a$

$T_2 = m_2a + m_2g$; Or : $T_1' = T_1$ et $T_2' = T_2$

$(m_1g - m_1a) - (m_2a + m_2g) = ma \Rightarrow$ $\boxed{a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + m}}$

AN : $\boxed{a = 4\, m/S^2}$

b)) La vitesse de la masse m_1 lorsqu'elle heure le sol :

D'après la relation de Galilée :

$v^2 = 2ad \Rightarrow v = \sqrt{2ad} = \sqrt{2 \times 4 \times 3} = 4{,}90\ m/S \Rightarrow$ $\boxed{v = 4{,}90\ m/S}$

c)) Les tensions T_1 et T_2 :

$T_1 = m_1g - m_1a = m_1(g - a) = 1{,}8\ N$

$T_2 = m_2 a + m_2 g = m_2(a+g) = 1{,}4\ N$

2)a)) Norme de la force de freinage F :

Après la rupture du fil, la poulie est soumise à son poids $\vec{P}$, à la réaction $\vec{R}$ et à la force de frottement $\vec{F}$.

D'après : $\Delta E_C = \sum W_{\vec{f}_{ex}} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2 = -\frac{1}{2}mr^2\left(\frac{v}{r}\right)^2 = \mu_{(\vec{F})}\alpha - Fr(2\pi n) \Leftrightarrow$

$F = \frac{mv^2}{2\pi n} = 1{,}06\ N \Longrightarrow \boxed{F = 1{,}06\ N}$

b)) Montrons que le mouvement est circulaire uniformément décéléré :

D'après la relation fondamentale de la dynamique du solide en rotation :

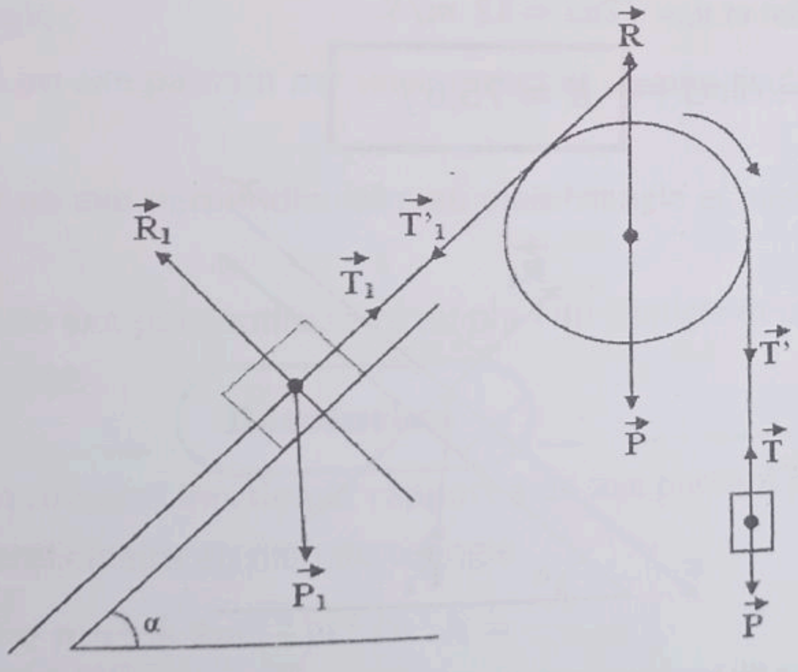
$\sum \mu_{\vec{f}_{ex}} = J_\Delta \ddot{\alpha} \Longrightarrow \mu_{(\vec{F})} = J_\Delta\ddot{\alpha} \Leftrightarrow \ddot{\alpha} = \frac{\mu_{(\vec{F})}}{J_\Delta} < 0, car\ \mu_{(\vec{F})} < 0$

D'où le mouvement de la poulie est circulaire uniformément décéléré.

$\ddot{\alpha} = \frac{\mu_{(\vec{F})}}{J_\Delta} = \frac{-Fr}{mr^2} = \frac{-F}{mr} = -\frac{1{,}06}{0{,}1\times 0{,}06} = -1{,}77.10^2 \Longrightarrow \boxed{\ddot{\alpha} = -1{,}77.10^2\ rda/S^2}$

▶ Durée du freinage :

$\omega = \ddot{\alpha}t + \omega_0 = 0 \Longrightarrow t = -\frac{\omega_0}{\ddot{\alpha}} = -\frac{v}{r\ddot{\alpha}} = \frac{4{,}90}{0{,}06\times 177} = 0{,}46\ S \Longrightarrow \boxed{t = 0{,}46\ S}$



3)a)) Nouvelle valeur de m_1 et m_2 :

▶ Pour la poulie en rotation : $\sum \mu_{\vec{f}_{ex}} = J_\Delta\ddot{\alpha}$

Soit : $-T'_1 r + T'_2 r = J_\Delta\ddot{\alpha} = J_\Delta\frac{a}{r}$

$\Rightarrow -T'_1 + T'_2 = J_\Delta\frac{a}{r^2} = ma$

Pour la masse m_1 : $\vec{T}_1' + \vec{P}_1 = m_1\vec{a}$

D'après la projection : $-m_1 g \sin\alpha + T_1 = m_1 a$

$T_1 = m_1 g \sin\alpha + m_1 a$

Pour la masse m_2 : $\vec{T}_2 + \vec{P}_2 = m_2\vec{a}$

D'après la projection : $m_2 g - T_2 = m_2 a$

$T_2 = m_2 g - m_2 a$; **Or :** $T_1' = T_1$ **et** $T_2' = T_2$

$-(m_1 g \sin\alpha + m_1 a) + m_2 g - m_2 a = ma$

Or : $m_1 + m_2 = 0{,}4$;

$-(m_1 g \sin\alpha + m_1 a) + (\mathbf{0{,}4} - \boldsymbol{m_1})(\boldsymbol{g} - \boldsymbol{a}) = \boldsymbol{ma} \Rightarrow \boxed{m_1 = \frac{ma - 0{,}4(g-a)}{-g(\sin\alpha + 1)}}$

AN : $\boldsymbol{m_1 = 0{,}133kg}$ **;**

$m_2 = 0{,}4 - 0{,}133 = 0{,}267kg \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{m_1 = 0{,}133kg};\ m_2 = 0{,}267kg}$

b)) Energie mécanique de la masse m_1 à $t = 3\,S$:

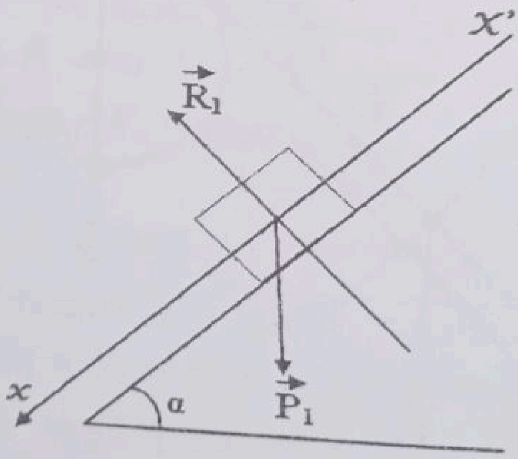
$E = E_C + E_{PP} = \frac{1}{2}mv^2 + mgx$;

Avec : $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$;

Or : A $t = 0$; $v_0 = 0$ et $x_0 = 0$;

$x = \frac{1}{2}(4)(3)^2 = 18m$ et $v = \sqrt{2ax} = 12\ m/S$.

$E = m_1\left(\frac{v^2}{2} + gx\right) = 75{,}6\,J \Rightarrow \boxed{E = 75{,}6\,J}$



4)a)) Caractéristique du vecteur accélération :

Après la rupture la masse m_1 est soumise à son poids $\vec{P}_1$; à la réaction $\vec{R}_1$.

D'après T.C.I : $\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a}$

D'après la projection : $m_1 g \sin\alpha = m_1 a \Rightarrow a = g\sin\alpha = 10\frac{1}{2} = 5\,m/S^2$

- Direction : perpendiculaire à la trajectoire.
- Sens : suivant la trajectoire (x'x)

- Intensité définie par : $a = 5\,m/S^2$

b)) La loi horaire du mouvement :

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

Or : A $t = 3\,S$; $v_0 = -12\,m/S^2$ et $x_0 = 0$;

$$\begin{cases} x = 2{,}5t^2 - 12t \\ v = 5t - 12 \end{cases}$$

c)) Temps mis par la masse m_1 pour repasser à sa position initiale :

$t' = t_1 + t_2$ à $t_1 = t = 3\,S \Rightarrow x = 18 = 2{,}5t^2 - 12t$

$2{,}5t^2 - 12t - 18 = 0\,;\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 144 + 4(2{,}5)(18) = 324 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 18$

$t_2 = \frac{12+18}{2\times 2{,}5} = 6\,S\,; t' = t_1 + t_2 = 3 + 6 = 9\,s$

D'où la masse m_1 repasse à sa position initiale à la date $\boxed{t' = 9\,s}$

Exercice 6

Trois tiges identiques de masse m et de longueur ℓ sont soudées par les extrémités de manière à former un triangle équilatéral. Calculer le moment d'inertie du triangle :

1-) Par rapport à un axe passant par un sommet et perpendiculaire au plan du triangle.

2-) Par rapport à un axe perpendiculaire au plan triangle et passant par le milieu d'un côté.

3-) Par rapport à un axe perpendiculaire au plan du triangle et passant par son centre de gravité.

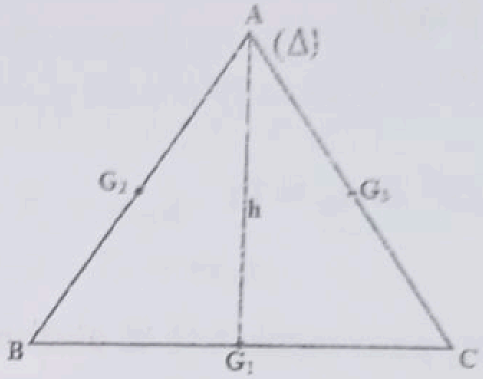
Résolution

1)) Calculons le moment d'inertie par rapport à un axe passant par un sommet et perpendiculaire au plan du triangle :

$J_\Delta = 3\left(\frac{1}{12}m\right)\ell^2 + mh^2 + 2m\left(\frac{1}{2}\right)\ell^2$ Or : $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$

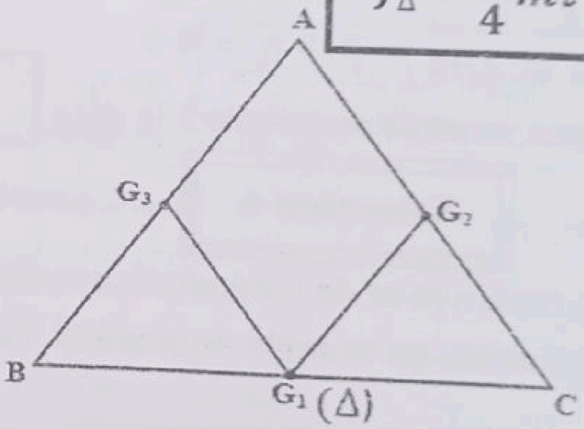
$J_\Delta = \frac{1}{4}m\ell^2 + \frac{3m\ell^2}{4} + \frac{2m\ell^2}{4} = \frac{3}{2}m\ell^2 \Rightarrow$

$$\boxed{J_\Delta = \frac{3}{2}m\ell^2}$$



2)) Calculons le moment d'inertie par rapport au milieu d'un côté :

$J_\Delta = 3\left(\frac{1}{12}m\right)\ell^2 + 2m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}m\ell^2 \Rightarrow$ $\boxed{J_\Delta = \frac{3}{4}m\ell^2}$

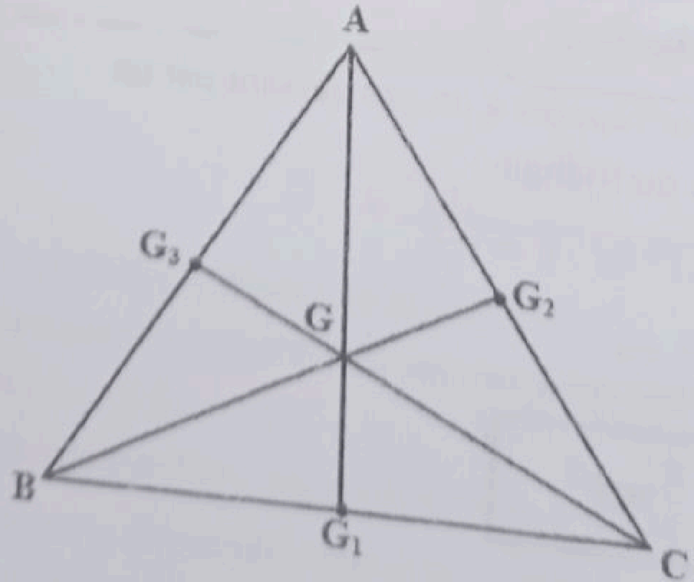


3)) Calculons le moment d'inertie par rapport au centre de gravité :

$J_\Delta = 3\left(\frac{1}{12}m\right)\ell^2 + 3m(G_1G)^2$

Or : $G_1G = \frac{1}{3}h = \frac{\ell\sqrt{3}}{6}$

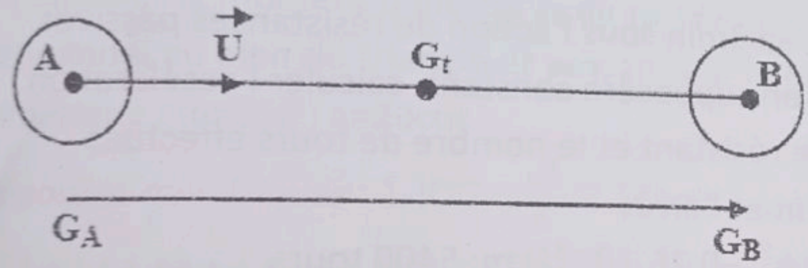
$J_\Delta = 3\left(\frac{1}{12}m\right)\ell^2 + 3m\left(\frac{\ell\sqrt{3}}{6}\right)^2 = \frac{1}{2}m\ell^2 \Rightarrow$ $\boxed{J_\Delta = \frac{1}{2}m\ell^2}$



Exercice 7

Une tige AB homogène et de section constante à pour longueur $2\ell = 72\ cm$ et pour masse m_i on place en A une masselotte de masse $2m$ et en B une masselotte de masse $3m$. Déterminer la position du centre d'inertie G du solide ainsi constitué.

Résolution



Déterminons la position du centre d'inertie : $G = bar$

A	B
$2m$	$3m$

Donc : $m_A\overrightarrow{GG_A} + m_B\overrightarrow{GG_B} + m\overrightarrow{GG_c} = \vec{0}$

$\overrightarrow{G_AG} = \frac{m_B}{m_A+m_B+m}\overrightarrow{G_AG_B} + \frac{m}{m_A+m_B+m}\overrightarrow{G_AG_t}$

$\overrightarrow{G_AG} = \frac{3m}{2m+3m+m}\overrightarrow{G_AG_B} + \frac{m}{2m+3m+m}\overrightarrow{G_AG_t}$

$\overrightarrow{G_AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{G_AG_B} + \frac{1}{6}\overrightarrow{G_AG_t}$

$\left(\overrightarrow{G_AG}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{G_AG_B} + \frac{1}{6}\overrightarrow{G_AG_t}\right)^2$

$\left(\overrightarrow{G_AG}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{G_AG_B}\right)^2 + \frac{1}{6}\left(\overrightarrow{G_AG_B}\right)\left(\overrightarrow{G_AG_t}\right) + \frac{1}{36}\left(\overrightarrow{G_AG_t}\right)^2$

Or : $\overrightarrow{G_AG} = G_AG\cos\left(\widehat{G_A;G_B}\right)$ Donc :

$\left(\overrightarrow{G_AG}\right)^2 = \frac{7}{6}\ell = 42\ cm$

Conclusion : G se trouve à 42 cm de A et 30 cm de B.

EXERCICES PROPOSES

++++++++++++++++++++Exo1:++++++++++++++++++++++++

Un petit gyroscope, assimilable à un disque homogène de masse égale à 100g, de 5cm de rayon, tournant autour de son axe de révolution, est préalablement lancé jusqu'à atteindre une vitesse de rotation de 3600 *trs/min*. Sachant qu'il s'arrête en 3min sous l'action de résistances passives équivalentes à un couple que l'on supposera constant, calculer l'accélération angulaire, le moment du couple résistant et le nombre de tours effectués entre le début du ralentissement et l'arrêt.

Réponses numériques : $-2{,}1 rad/s^2$; $-0{,}26.10^{-3} N.m$; 5400 tours.

++++++++++++++++++++Exo2:++++++++++++++++++++++++

Deux poulies sont collées l'une contre l'autre :(μ_1=2kg ; R_1=0,24m et μ_2=0,5kg ;R_2=0,08m). Leur axe commun est horizontal. On suppose leurs masses réparties sur les jantes. Les masses suspendues M_1=2kg et M_2=4kg lâchées sans vitesse initiale se déplacent verticalement dans le même sens. Calculer l'accélération angulaire θ'' des poulies. $g=9{,}81 m/s^2$. *Réponse numérique :* 30,2rad/s2.

++++++++++++++++++++Exo3:++++++++++++++++++++++++

Une tige AB, de masse négligeable et de longueur l=1m, porte à son extrémité B une masse M=1 kg, en son milieu, une masse m=50 g. Calculer le moment d'inertie J du système par rapport à son axe perpendiculaire à la tige en A.

Réponse numérique : $1{,}0125 kg.m^2$.

++++++++++++++++++++Exo4:++++++++++++++++++++++++

Une tige homogène de masse M=210 g et de longueur l=40 cm, porte à chacune de ses extrémités une petite sphère de masse m=20 g et de rayon négligeable. Calculer le moment d'inertie du système par rapport à un axe perpendiculaire à la tige en son milieu.

Réponse numérique : $4{,}4.10^{-3} kg.m^2$

++++++++++++++++++++**Exo5:**+++++++++++++++++++++++++

Deux billes identiques supposées ponctuelles de masse m, ainsi qu'une troisième de masse 2m, sont fixées aux sommets d'un cadre ABC, ayant la forme triangulaire équilatéral de côté a et dont la masse est négligeable (la bille de masse 2m est en C).

1-) Déterminer la position du centre d'inertie du système formé par les trois billes.

2-) Calculer le moment d'inertie J_Δ de ce système par rapport à un axe (Δ) orthogonal au plan du triangle et passant par le milieu O de AB. *Application numérique :* m=25g ; a=20cm.

Réponses numériques : 1-)OG=$a\frac{\sqrt{3}}{4}$=8,66cm; 2-) -) $J_\Delta=2m.a^2=2.10^{-3}$ kg.m^2.

++++++++++++++++++++**Exo6:**+++++++++++++++++++++++++

Un disque métallique horizontal, pleine et homogène, de rayon $R = 10\ cm$ et de masse $m = 100g$ tourne autour d'un axe vertical (Δ) passant par son centre d'inertie O. Le disque tourne à la fréquence constante $N = 2400\ tr/mn$ à l'instant $t = 0\ S$, on supprime la force d'entrainement exercée par le moteur ; le disque s'arrête en une durée $t_f = 4min$. Soit μ le moment supposé constant du couple de frottement qui produit l'arrêt. On appeilera θ l'angle de rotation du disque, $\dot{\theta}$ sa vitesse angulaire, $\ddot{\theta}$, son accélération angulaire.

1)) En utilisant la relation fondamentale de la dynamique en rotation, monter que le mouvement du disque est uniformément décéléré(UD). Calculer $\ddot{\theta}$ et μ.

2)) Pour $0 < t < t_f$: calculer l'expression de θ en fonction du temps et des données précédentes. En déduire n, le nombre de tours.

3)) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, redémontrer que le mouvement est(UD) et calculer d'une autre façon n.

Rép : $\ddot{\theta} = -1,05\ red/S^2$; $\mu = -5,24.10^{-4}\ N.m$; 2)) $n = 4780\ trs$;

++++++++++++++++++++**Exo7:**+++++++++++++++++++++++++

On considère un disque plein, homogène, de masse $M = 500g$, de rayon $R = 20cm$ et de centre C.

1)) Le disque peut osciller, dans un plan vertical, autour d'un axe horizontal fixe (Δ), perpendiculaire à son plan et passant par un point O de sa circonférence. Au point B diamétralement opposé à O, on fixe un corps ponctuel (S), de masse $m = \frac{M}{2}$.

Montrer que :

a)) La distance du centre d'inertie G du système $S = \{disque + corps(S)\}$ est $OG = a = \frac{4}{3}R$.

b)) Le moment d'inertie du système $\{disque + corps(S)\}$ par rapport à l'axe (Δ) est $J_\Delta = 7mR^2$.

2)) Le système S constitue un pendule composé.

On considère les oscillations de faible amplitude autour de l'axe (Δ) de ce pendule.

On écarte le système d'u angle $\theta_0 = \frac{\pi}{6}\ rad$ avec la verticale.

a)) Déterminer l'équation différentielle du mouvement de S et en déduire sa nature, Trouver la loi horaire correspondante.

b)) Calculer la longueur ℓ du pendule simple synchrone de ce pendule composé.

On néglige les oscillations.

On écarte à nouveau le système d'un angle $\theta_0 = \frac{\pi}{6}\ rad$ avec la verticale et on le lance avec une vitesse $20\ rad/S$.

c)) Calculer la vitesse linéaire de l'extrémité F lorsque le système passe à la position d'équilibre.

3)) On enlève le corps (S). On fait tourner le disque, seul, à l'aide d'un moteur.

Lorsque le disque atteint la vitesse de 300 tours par minute, on arrête le moteur et on applique sur le disque un couple de freinage de moment μ_f constant. Il s'arrête après avoir effectué 250 tours, comptés à partir de l'arrêt du moteur.

a)) Calculer μ_f

b)) Calculer la durée de cette phase d'arrêt du disque.

++++++++++++++++++++Exo8:++++++++++++++++++++++++++

Un disque mince, de centre O, a pour rayon R=0,30m e pour masse M=535g.

Calculer son moment d'inertie par rapport à un axe (Δ), perpendiculaire à son plan et passant par un point A de la circonférence. En B, diamétralement opposé à A, on place une surcharge ponctuelle de masse $m=\frac{M}{2}$. Calculer, par rapport à (Δ), le moment d'inertie du système disque-surcharge.

Réponses numériques : $J_\Delta=0{,}072 kg.m^2$; $J_\Delta=0{,}168 kg.m^2$.

++++++++++++++++++++Exo9:++++++++++++++++++++++++++

Deux particules de masse $2\ kg$ et $5\ kg$ sont réliées par une tige légère de longueur $2\ m$. Déterminer le moment d'inertie du système par rapport à un axe perpendiculaire à la tige et passant par :

a)) Le milieu

b)) Le centre de masse du système

Rép : $a))\ J_\Delta = 7\ kg.m^2$; $b))\ 5{,}7 kg.m^2$

++++++++++++++++++++Exo10:+++++++++++++++++++++++++

Un plaque de masse $m = 2kg$ est suspendu verticalement à une poulie sans frottement de masse $M = 4kg$ et de rayon $R = 15\ cm$. On peut assimiler la poulie un disque. Déterminer le module de :

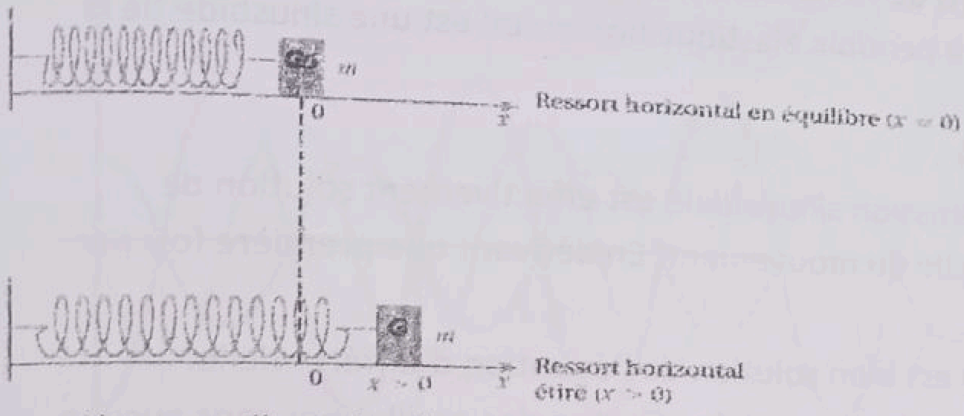
a)) L'accélération du bloc

b)) La tension de la corde

c)) La vitesse du bloc lorsqu'il est tombé de 40 cm. On suppose qu'il parte du repos.

Pendule élastique horizontal :(oscillateurs en translation)

Etude expérimentale :



Ce système oscillant simple est composé d'un solide de masse m accroché à un ressort à spires non jointives de raideur k. Le solide peut se déplacer sans frottements sur un support horizontal.

En position d'équilibre, lorsque le ressort n'est ni étiré ni comprimé, le centre d'inertie G solide occupe la position Go d'abscisse $x = 0$. Quand le solide se déplace jusqu'en G son abscisse est x (variation de la longueur du ressort). x est appelé allongement du ressort ou élongation du mouvement.

Equation différentielle du mouvement :

Système : une masse m ;

Référentiel : laboratoire (galiléen) ;

Forces appliquées : son poids $\vec{P}$, la réaction $\vec{R}$ du support horizontal et la tension $\vec{T}$ du ressort de raideur k .

En appliquant le théorème du centre d'inertie, on a:

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$. Projetons la relation vectorielle sur l'axe xx' :

$0 + 0 - T = ma$.

$-kx = m\ddot{x} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$

C'est l'équation différentielle d'un mouvement harmonique.

La solution de cette équation est donnée par la relation : $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$

Equation et caractéristiques du mouvement : pulsation, période, représentation graphique

Solution de l'équation différentielle

Une solution de l'équation différentielle est une fonction du temps ; c'est l'équation horaire $x(t)$ de l'oscillateur.

L'équation horaire du pendule élastique horizontal est une sinusoïde de la forme :

$x(t) = x_m \cos(\omega_o t + \varphi)$;

Vérifions qu'une expression sinusoïdale est effectivement solution de l'équation différentielle du mouvement. En dérivant une première fois par rapport à t :

$x(t) = x_m \cos(\omega_o t + \varphi)$ est bien solution de l'équation d'différentielle.

Après avoir lâché le solide, le pendule effectue des oscillations sans aucune influence de l'extérieur ; c'est donc un oscillateur libre. Pour cette raison la constante ω_o est appelée *pulsation propre* de l'oscillateur.

La pulsation propre ω_o est déterminée par les grandeurs caractéristiques du pendule élastique, à savoir la raideur du ressort et la masse du solide.

L'amplitude x_m

($x_m > 0$) et la phase initiale $\varphi \in [0; 2\pi[$ sont déterminées par les conditions initiales.

Pulsation propre :

La pulsation propre du pendule élastique est : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Période propre :

La période propre du pendule élastique est : $\boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

Fréquence propre :

La fréquence propre du pendule élastique est : $\boldsymbol{f_0 = N = \frac{1}{T_0}}$

Remarque : l'amplitude des oscillations dépend des conditions initiales sur la vitesse et la position. $x_m = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2}$

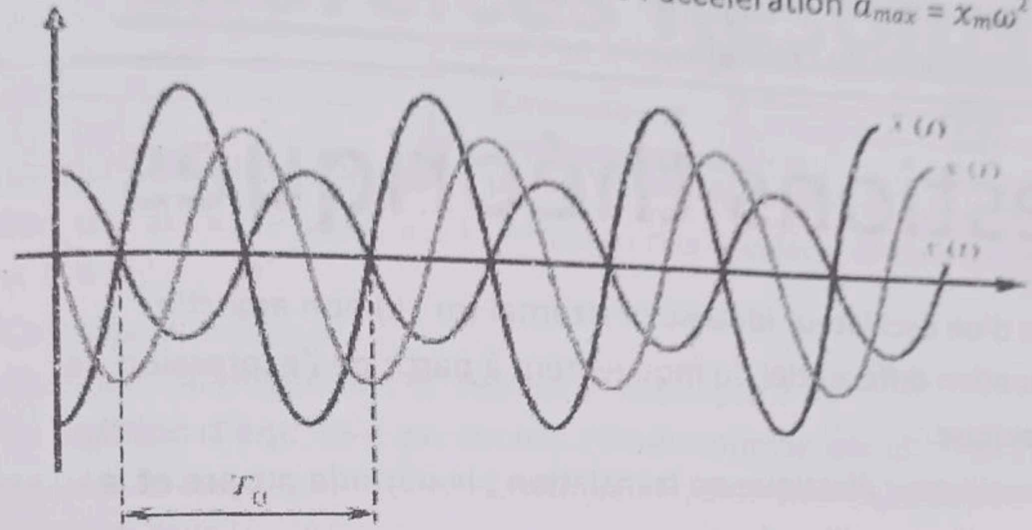
<u>Représentation graphique</u>

$\mathbf{x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)\ ;\ v = -x_m\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = x_m\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)}$;

Donc la vitesse est en quadrature d'avancé sur x.

$\boldsymbol{a = -x_m\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = -x_m\omega_0^2 x}$; Donc l'accélération est en opposition de phase par rapport à x.

Les facteurs qui multiplient les fonctions trigonométriques sont les valeurs maximales de la vitesse $v_{max} = x_m\omega_0$ et de l'accélération $a_{max} = x_m\omega^2$



Etude énergétique :

L'énergie cinétique du solide à l'instant t est donnée par :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(-x_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi))^2$$

L'expression pour l'énergie potentielle élastique du ressort devient :

$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(x_m\cos(\omega_0 t + \varphi))^2$

Energie potentielle de pesanteur : $E_{Pe} = mgz$ (g est l'accélération de la pesanteur terrestre).

L'énergie mécanique E est égale à la somme de E_C et de E_p :

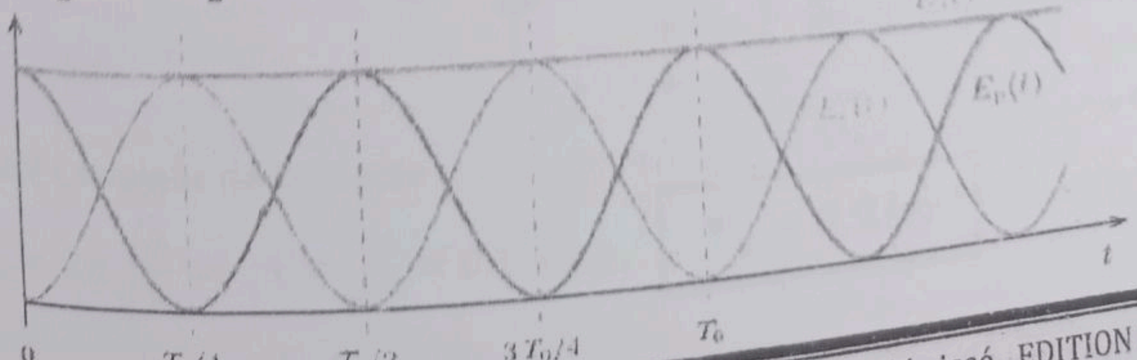
$E = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2}kx_m^2$

Le système est conservatif car l'énergie mécanique est constante. Donnons une représentation graphique de , E_P et E dans le cas où $x = x_m\cos(\omega_o t)$

Les deux fonctions sont périodiques de période : $\frac{\pi}{\omega} = \frac{T_0}{2}$

$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mx_m^2\omega_0^2\sin^2(\omega_0 t) = \frac{1}{2}mx_m^2\omega_0^2(1-\cos^2(\omega_0 t))$

$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx_m^2(1+\cos^2(\omega_0 t))$



Représentation graphique de $E_C(t)$, $E_P(t)$ et $E(t)$

Au cours du mouvement, il y a échange mutuel et permanent des formes cinétique et potentielle de l'énergie.

Questions théoriques

1)) Dans le cas d'un oscillateur idéalisé horizontal (m ; k) non amortie, retrouver l'équation différentiel du mouvement à partir de l'expression de l'énergie mécanique.

2)) Définir un oscillateur élastique en translation ; la période propre et la fréquence des oscillations libre ?

BRAVO PHYSIQUE !!!

Exercices Résolus

Exercice 1

1)) Un pendule élastique formé par un solide de masse m, suspendu à un ressort de raideur $k = 45\,m/N$, effectue des oscillations libre de période $T_0 = 0{,}42\,S$.

a)) Calculer la masse m.

b)) Quel est l'allongement du ressort à l'équilibre ?

2)) La position d'équilibre est choisie comme origine des abscisses sur Ox, dirigé vers le bas. Le solide est écarté de sa position d'équilibre de $0{,}06m$ vers le bas, puis lâché sans vitesse initiale à $t = 0$.

a)) Etablir l'équation horaire du mouvement.

b)) Calculer la valeur de la vitesse du solide lorsque celle-ci passe par sa position d'équilibre.

3)) On considère le système (Terre-pendule élastique). Lorsque le solide est au point d'abscisse $x = 0{,}03m$, Calculer :

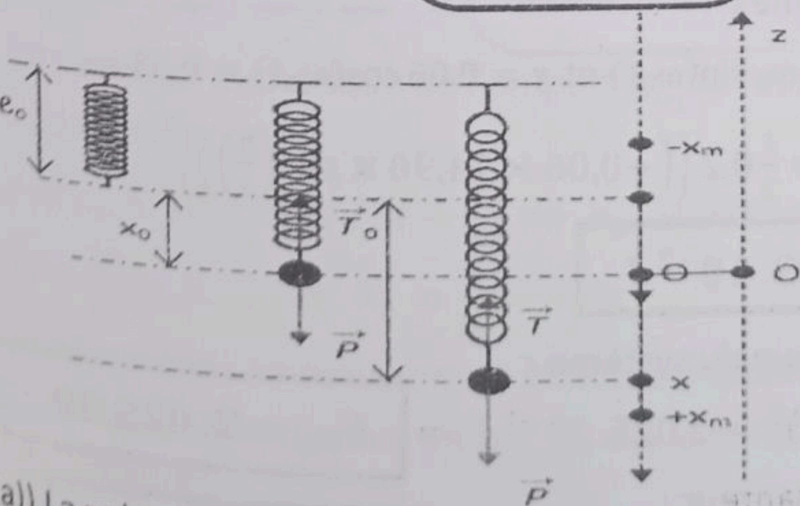
a)) L'énergie cinétique du système.

b)) L'énergie potentielle élastique du système en prenant pour état de référence le ressort à vide.

c)) L'énergie potentielle de pesanteur en prenant le même état de référence.

d)) L'énergie mécanique totale du système.

Résolution



1)a)) La valeur de la masse :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = \frac{T_0^2 k}{4\pi^2} = 0{,}198kg$, $\boxed{T_0 = 0{,}2kg}$

b)) Allongement du ressort à l'équilibre :

Le solide S de masse m est soumis à son poids P et à la tension T du ressort :

A l'équilibre : $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow P = T \Leftrightarrow mg = k\Delta\ell$

$\Rightarrow \Delta\ell = \frac{mg}{k} = 4{,}44cm \Rightarrow$ $\boxed{\Delta\ell = 4,44cm}$

2)a)) Equation horaire du mouvement :

▶ Equation différentielle du mouvement :

T.C.I : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \Rightarrow mg - k(\ell + \Delta\ell) = ma$

$mg - k\ell - k\Delta\ell = ma$; Or : $mg - k\Delta\ell = 0$

$k\ell + ma = 0 \Leftrightarrow kx + ma = 0$

$kx + m\ddot{x} = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ En posant : $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

D'où : $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$

La solution de cette équation différentielle est de la forme : $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$

A la date : $t = 0, x_0 = x_m \cos\varphi = x_m \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0°$

Soit : $x = x_m \cos(\omega_0 t)$ Avec : $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 14{,}96$

Donc : $x = 0{,}06\cos(14{,}96t)$; $\boxed{x = 0,06\cos(14,96t)}$

b)) Vitesse du solide à l'équilibre :

Appliquons la conservation de l'énergie mécanique :

$E_m = \frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2}kv_m^2 \Rightarrow v_m = x_m\sqrt{\frac{k}{m}} = 0{,}9\,m/S \Rightarrow$ $\boxed{v_m = 0,9\,m/S}$

3)) Calculons au point d'abscisse $x = 0{,}03m$:

a)) L'énergie cinétique du système :

$E_C = \frac{1}{2}mv^2$; Or : $v = \frac{dx}{dt} = -x_m\omega_0\sin(\omega_0 t)$ et $x = 0{,}06\cos(\omega_0 t) = 0{,}03 \Rightarrow$

$\cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega_0 t = \frac{\pi}{3}$; $E_C = \frac{1}{2}0{,}2\left\{\left(-0{,}06 \times 14{,}96 \times \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)\right\}^2$

$$\boxed{E_C = 5,93.10^{-2}\,J}$$

b)) L'énergie potentielle élastique du système :

$E_{Pe} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 45 \times (0{,}03)^2 = 2{,}025.10^{-2}\,J \Rightarrow$ $\boxed{E_{Pe} = 2,025.10^{-2}\,J}$

c)) L'énergie potentielle de pesanteur :

$E_{Pp} = -mgx = -0{,}2 \times 10 \times 0{,}03 = -0{,}06\,J \Rightarrow$ $\boxed{E_{Pp} = -0,06\,J}$

d)) L'énergie mécanique du système :

$E_m = E_C + E_{Pp} + E_{Pe}$;

$E_m = 5{,}93.10^{-2} + 2{,}025.10^{-2} - 0{,}06 \Rightarrow \boxed{E_m = 3{,}382.10^{-2}\,J}$

Exercice 2

Un oscillateur horizontal est constitué d'un ressort (R) de raideur k, de masse négligeable et d'un solide (S) de masse $m = 0{,}1\,kg$, de centre d'inertie G, coulissent sans frottement sur une tige horizontale AC. L'équation horaire du mouvement de G dans le repère (Ox) lié à a terre est : $x = 5.10^{-2}\cos(25t + \pi/4)$. O est la position de G quand l'oscillateur est au repos, les unités sont celle du système international. Données : $g = 9{,}8\,m/S^2$

1)) Donner les valeurs de l'amplitude, de la pulsation propre, de la période propre et la fréquence propre du mouvement.

2)) Calculer à la date $t = 0$, les valeurs algébriques de l'élongation, de la vitesse et de l'accélération du centre G. Positionner sur l'axe Ox le point G à la date $t = 0$ et représenter, cette même date, les vecteurs vitesse et l'accélération de G.

3)) Faire l'inventaire des force appliquées au solide (S) à une date t quelconque. Calculer leurs valeurs à $= 0$. En déduire la constante de raideur k du ressort.

4)) Cet oscillateur forme un système conservatif pour lequel l'énergie mécanique est constante. Définir l'énergie mécanique de ce système, donner sa valeur numérique.

Résolution

1)) La valeur numérique de l'amplitude, de la pulsation, de la période et de la fréquence :

$x = x_m 5.10^{-2}\cos\left(25t + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow x_m = 0{,}05m;\ \omega_0 = 25\ rad/S$

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0{,}25\ S\ et\ N_0 = \frac{1}{T_0} = 4\ Hz$

► Remarque : Le mouvement effectué pendant une période est appelé une oscillation. La fréquence propre N_0 est le nombre d'oscillation effectuées en une seconde.

2)) Calculons $x_0;\ v_0\ et\ a_0$ à $t = 0\ s$:

$x = 5.10^{-2}\cos\left(25t + \frac{\pi}{4}\right)$

$v = -1{,}25 \sin\left(25t + \frac{\pi}{4}\right)$

$a = -31{,}25 \cos\left(25t + \frac{\pi}{4}\right)$

A $t = 0\,s : x_0 = 0{,}05\frac{\sqrt{2}}{2} = 3{,}53\,cm$;

$v_0 = -1{,}25\frac{\sqrt{2}}{2} = -0{,}88\,m/S$;

$a_0 = -31{,}25\frac{\sqrt{2}}{2} = -22\,m/S^2$;

$$\boxed{x_0 = 3,53\,cm\,;\, v_0 = -0,88\,m/S\,;\, a_0 = -22\,m/S^2}$$

3)) Inventaire des forces appliquées :

Le solide S de masse m est soumis à son poids P à la tension T du ressort et à la réaction R :

A l'équilibre : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{O} \Rightarrow mg = P = R = 0{,}98N$;

La valeur de la constante k : $\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m(25)^2 = 62{,}5\,N/m$;

4)) Energie mécanique du système :

$E_m = \frac{1}{2}kx_m^2 = 7{,}81.10^{-2}\,J \Rightarrow$ $\boxed{E_m = 7,81.10^{-2}\,J}$

Exercice 3

On considère un oscillateur horizontal de masse m et de raideur k. les forces de frottements sont considérées négligeables. La masse m peut se déplacer suivant (x'x). L'oscillateur possède une énergie mécanique égale à $E_m = 3{,}6.10^{-3}\,J$.

1)a)) Donner l'expression de l'énergie mécanique de cet oscillateur en fonction de x et $\dot{x}$

b)) En déduire l'équation différentielle du mouvement.

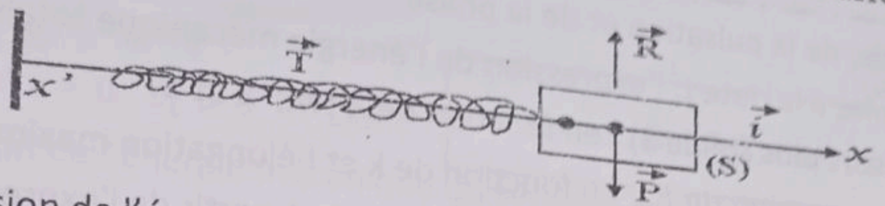
2)) l'amplitude du mouvement est 2,75 cm. Déterminer la raideur k du ressort.

3)) La période des oscillateur est de 0,6 s.

a)) Calculer la vitesse de masse m au passage à la position d'abscisse $x = 0$.

b)) L'énergie potentielle de l'oscillateur à l'instant t est $E_p = 2.10^{-3}\,J$. Calculer la vitesse de la masse m à cet instant

Résolution



1)a)) Expression de l'énergie mécanique :

$E_m = E_C + E_{Pe} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow \boxed{E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx}$

b)) Déduisons l'équation différentielle :

Puisque les frottements sont négligeables, alors $E_m = cste$

$E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = cste\ ; \frac{dE_m}{dt} = m\ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

2)) Déterminons la constante de raideur k :

$E_m = \frac{1}{2}kx_m^2 \Rightarrow k = \frac{2E_m}{x_m^2} = 9{,}52\ N/m \Rightarrow \boxed{k = 9,52\ N/m}$

3)a)) La vitesse de la masse m au passage en $x = 0$:

$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$; Pour $x = 0 : E_m = \frac{1}{2}mv^2$

$v = \sqrt{\frac{2E_m}{m}}$; Or : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = \frac{T_0^2 k}{4\pi^2} \Rightarrow v = \frac{2\pi}{T_0}\sqrt{\frac{2E_m}{k}} \Rightarrow \boxed{v = \frac{2\pi}{T_0}\sqrt{\frac{2E_m}{k}}}$

AN : $\boxed{v = 0.29\, m/S}$

b)) La vitesse de la masse m à l'instant t :

$E_m = E_C + E_{Pp} \Rightarrow E_C = E_m - E_{Pp}$

$E_C = 3{,}6.10^{-2} - 2.10^{-2} = 1{,}6.10^{-2}\ J$

$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \frac{2\pi}{T_0}\sqrt{\frac{2E_C}{k}} = 0{,}192 \Rightarrow \boxed{v = 0,192\, m/S}$

Exercice 4

Un ressort, de masse négligeable, spires non jointives, de coefficient de raideur $k = 10\ N/m$, peut se déplacer le long d'un axe horizontal Ox, on fixe l'une de ses extrémités en A et on accroche à l'autre extrémité un objet S de masse $m = 0{,}1\ kg$. L'objet (S) étant en équilibre, on lui communique une vitesse $\vec{v}_0$ dirigée suivant l'axe du ressort et de valeur $v_0 = 0{,}4\, m/s$ à $t = 0$.

1)) Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G du l'objet S.

2)) En déduire l'équation horaire du mouvement de G en précisant les valeurs

Calculons la période :

D'après T.C.I : $\vec{R}+\vec{P}+\vec{T}_1+\vec{T}_2=m\vec{a}$

Projection suivant : $(Ox)\ -T_1+T_2=ma$

Or : $\begin{cases}T_1=k(\ell+x)\\T_2=k(\ell-x)\end{cases}$; $-k(\ell+x)+k(\ell-x)=ma$

$-2kx=ma \Longrightarrow 2kx+m\ddot{x}=0 \Leftrightarrow \ddot{x}+\frac{2k}{m}x=0$ Donc : $\omega_0^2=\frac{2k}{m}$

$\Longrightarrow T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}=0{,}44\ S \Longrightarrow$ $\boxed{T_0=0,44\ S}$

Exercice 6

Un point matériel est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal sur un axe $(o;\vec{i})$ autour de la position X=0. A l'instant t=0, le mobile est situé à l'origine et est animé d'une vitesse de 40cm/s vers les abscisses négatives. La fréquence du mouvement est f=5Hz.

1-) Déterminer l'équation horaire du mouvement.

2-) Calculer la position et la vitesse du mobile à la date t=5s.

Résolution

1)) Equation horaire du mouvement :

$x=x_m\cos(\omega t+\varphi)$

▶ **Déterminons x_m; ω et φ :**

$\omega=2\pi f=10\pi\ rad/S$

$\begin{cases}x=x_m\cos(\omega t+\varphi)\\v=-x_m\omega_0\sin(\omega_0 t+\varphi)\end{cases}$ A $t=0$ $\begin{cases}x_0=x_m\cos\varphi\\v_0=-x_m\omega\sin\varphi\end{cases}$; A ; $t=0$;

$0=x_m\cos\varphi \Longrightarrow \varphi=\pm\frac{\pi}{2}\ (rad)$

$v_0=-x_m\omega \Longrightarrow x_m=-\frac{v_0}{\omega}=+\frac{4}{\pi}(m) \Longrightarrow$ $\boxed{x=+\frac{4}{\pi}\cos\left(10\pi t+\frac{\pi}{2}\right)}$

Ou : $\boxed{x=-\frac{4}{\pi}\sin(10\pi)t}$

Car : $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\alpha$

2)) Calculons la vitesse et position :

$\begin{cases}x=-\frac{4}{\pi}\sin(10\pi)t\\v=\frac{dx}{dt}=-\frac{4}{\pi}(10\pi)\cos(10\pi t)\end{cases}$

Pour $t=5\ S$: On a : $\boxed{\begin{cases}x=0\\v=-40\ m/S\end{cases}}$

EXERCICES PROPOSES

++++++++++++++++++++Exo1:+++++++++++++++++++++++++

Un marin de masse m= 90 kg saute dans un bateau et tombe verticalement sur le fond. Le bateau aussi verticalement à la surface de l'eau de masse volumique 1000 kg/m^3 avec une période de 1,9 S. On néglige tout amortissement. Calculer la masse du bateau ?

On donne : $S = 3\ m^2$

Rép : $M = 2{,}6t$.

++++++++++++++++++++Exo2:+++++++++++++++++++++++++

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdale sur l'axe (X'X). Son élongation à la date t est donnée par :

$x = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$. X est en mètre et t seconde. A la date $t = 0$, le mobile passe par l'élongation $x = 4cm$ à la vitesse $v_0 = 6\pi\ cm/S$ et se déplace dans le sens positif de l'axe (X'X). L'accélération du mobile à cette date $t = 0$ est : $a = -16\pi^2\ cm/S^2$.

1)) Calculer la valeur de A,B et ω :

2)) Mètre l'équation horaire du mouvement sur la forme : $x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$. Donné son expression numérique.

3)) Calculer l'accélération du mobile à la date $t = 1\,S$.

++++++++++++++++++++Exo3:+++++++++++++++++++++++++

I)) Un mobile se déplace sur un segment de droite de longueur $l = 4cm$ il est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdale et met 0,1 S pour parcourue ce segment.

1)) A la date $t = 0$, le mobile se trouve à l'élongation maximale positive. Ecrire l'équation horaire du mouvement du mobile.

2)) A quelles dates le mobile passe-t-il par l'élongation $x = 1cm$

II)) Une particule effectue un mouvement rectiligne sinusoïdale telle que son accélération à la fin de sa trajectoire ait une intensité de $8.10^3\ m/S^2$ et que sa vitesse à la position d'équilibre soit de 4 m/S en valeur absolue. Trouver pour ce mouvement :

1)) La fréquence

2)) L'amplitude maximale

3)) L'équation horaire, sachant qu'à la date $t = 0$, elle passe par la position d'élongation $x = -\frac{1}{2}x_m$ en allant dans le sens négatif.

III)) Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdale sur un axe (X'X). son élongation à la date t est : $x = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$. X est en mètre et t seconde. A la date $t = 0$, le mobile passe par l'élongation $x = 4m$, se déplace dans le sens positif avec une vitesse initiale $v_0 = 15\, m/S$ et une accélération initiale d'intensité $100\ m/S^2$.

1)) Déterminer les valeurs numérique de A, B et ω

2) Mettre l'équation horaire du mouvement sous la forme : $x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$.

3)) A quelle date t_1, le mobile passe-t-il pour la première fois par l'abscisse $x_1 = 2{,}5\, m$ en allant dans le sens positif

4)) Le mouvement du mobile à la date t_1, est-il accéléré ou retardé ?

5)) Exprimer en fonction de n, la date à laquelle le mobile passe par l'abscisse $x_1 = 2{,}5\, m$ pour la nième fois en allant dans le sens négatif.

++++++++++++++++++++Exo4:+++++++++++++++++++++++++++

Un ressort élastique de masse négligeable est fixé par l'une de ces extrémités. On suspend à l'autre extrémité une masse de $500g$ la constante de raideur du ressort est égale 20 N/m.

1)) Calculer l'allongement du ressort

2)) On tire la masse verticalement vers le bas de 5 cm à partir de sa position d'équilibre et on l'abandonne à l'instant $t = 0$ sans vitesse initiale. La masse se met à osciller verticalement.

a)) Montrer que le mouvement de M est rectiligne sinusoïdale. Ecrire l'équation de ce mouvement

b)) Calculer la période des oscillations de M

c)) Ecrire l'équation de la vitesse de M

d)) A quel instant M passe-t-elle pour la première fois par sa position d'équilibre, et avec quelle vitesse ?

++++++++++++++++++++Exo5:++++++++++++++++++++++++++

1)) Une masse m suspendue à un ressort vertical de raideur $k = 26\ N/m$, effectue des oscillations libres de période $T = 0{,}52\ S$.

a)) Calculer la masse m.

b)) Quel est l'élongation du ressort à l'équilibre ?

2)) La masse m est écartée de sa position d'équilibre de 3 cm vers le bas, pu lâchée sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

a)) Déterminer l'équation horaire du mouvement.

b)) Calculer la vitesse de m au passage au point d'abscisse $x = 1,5\ cm$.

3)) Quelles sont pour le système terre-pendule :

- L'énergie cinétique ;
- L'énergie potentielle (niveau de référence : ressort détendu) ;
- L'énergie potentielle de pesanteur (même niveau de référence) quand m est au point d'abscisse $x = 1,5\ cm$, mesurée partir de sa position.

4)) Quelle est l'énergie mécanique du système.

5)) Calculer par deux méthodes différentes la vitesse de m au passage par la position d'équilibre ($g = 9,8\ m/S^2$).

Rep : 1)) a) $m = 0,178\ kg$; $x_0 = 6,71\ cm$;

2) b) $v = 0,314\ m/S$; 3) $E_C = 8,78.10^{-2}\ J$

$E_{Pe} = 8,78.10^{-2}\ J$; $E_{Pp} = -0,143\ J$;

4)) $E_m = -4,68.10^{-2}\ J$; 5)) $v = 0,362\ m/S$

++++++++++++++++++++Exo6 :++++++++++++++++++++++++

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdale d'amplitude 15 cm et de période 2 S. A l'instant $t = 0$, le mobile est à sa position d'élongation maximale.

1)) Ecrire l'équation horaire du mouvement

2)) Calculer l'élongation, la vitesse et l'accélération du mobile à l'instant $t = 0,5\ S$

3)) A quels instants le mobile passe-t-il pour la première fois, pour la deuxième, pour la troisième au point d'abscisse $x = -7,5\ cm$? Calculer la vitesse du mobile et son accélération à ces différents instants.

++++++++++++++++++++Exo7:++++++++++++++++++++++++

Un système oscillant en translation verticale est constitué par un ressort reli à un support fixe d'une part et à un solide de masse m=400g d'autre part. La longueur à vide du ressort est 10cm. La durée de 10 oscillations est 12,57s.

1-) Déterminer la constante de raideur k du ressort.

2-) Sachant que, si on ne modifie pas l'écartement des spires, la constante de raideur est inversement proportionnelle à la longueur du ressort à vide, déterminer de combien il convient de raccourcir le ressort pour obtenir une période de 1s.

Réponses numériques : 10N/m ; $\Delta l \approx 3{,}8$cm.

++++++++++++++++++++Exo8:++++++++++++++++++++++++++

L'équation différentielle du mouvement d'un oscillateur repéré par sa position x sur un axe $(O,\vec{})$ est : $\ddot{x}+\omega^2 x=0$. La solution de cette équation différentielle peut s'écrire sous la forme :

$$X = x_0 \cos(\omega t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega}\sin(\omega t)$$

1-) Que représentent les paramètres x_0 et $\dot{x}_0$?

2-) Calculer la vitesse $\dot{x}(t)$?

3-) Montrer qu'on peut mettre la solution sous la forme :$X = x_m \cos(\omega t + \varphi)$

Exprimerx_m, cosφ,sinφ et tanφ en fonction de x_0, $\dot{x}_0$ et ω.

++++++++++++++++++++Exo9:++++++++++++++++++++++++++

Un solide S de masse $200g$ est fixé à l'extrémité d'un ressort de raideur $k = 40\ N/m$. L'autre extrémité du ressort est attachée à un support fixe. Ce ressort, de masse négligeable, à spire jointive peut travailler en extension et en compression. Le solide de masse m est guidé rectilignement sur un banc à cousin d'air horizontale. Les frottements sont négligeable le solide est écarté de sa position d'équilibre d'une longueur $x_0 = 5cm$ en étirant le ressort et lâché avec une vitesse initiale $v_0 = 0{,}70\ m/S$ vers sa position d'équilibre. On associe au mouvement du solide un repère (O $\vec{\imath}$) ou O est la position d'équilibre du centre de gravité du solide et $\vec{\imath}$ un vecteur unitaire de même sens que $\vec{v}_0$.

1)) Déterminer :

a)) L'énergie mécanique E_0 du système ressort-solide au début de mouvement .

b)) La vitesse du solide au passage par la position d'équilibre :

c)) Le raccourcissement maximal du ressort.

2)) a) Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide :

b)) En déduire l'équation horaire du mouvement ;

c)) Quelle est la période T_0 du mouvement ?

Chapitre II : Electromagnétisme et électricité

▶ Electromagnétisme :

• Essentiel du cours :

1) Champ magnétique.

• Définition : On appelle champ magnétique toute région de l'espace dans laquelle une aiguille aimantée est soumise à une force magnétique.
L'unité de l'intensité du champ $\vec{B}$ est le Tesla (T).

2) Sources de champ magnétique :

▶ La Terre, les aimants et le courant sont des sources de champ magnétique.

3) Interaction magnétique :

▶ Un aimant possède deux pôles : le pôle nord et le pôle sud.

▶ Des pôles de même nom se repoussent et des pôles noms contraires s'attirent.

▶ Une bobine parcourue par un courant se comporte comme un aimant, elle possède alors deux faces : la face nord et la face sud.
Les faces d'une bobine changent avec le sens du courant.
Règles permettant de déterminer les faces d'une bobine.

a)) Règle du tire-bouchon de Maxwell : <<Un tire-bouchon progresse de la face sud vers la face nord lorsqu'on le tourne dans le sens du courant>>

b)) Règle du bonhomme d'Ampère : <<La face nord d'une bobine est indiquée par le bras gauche d'un observateur couché sur les spires traversées par le courant des pieds à la tête et regardant l'intérieur de la bobine>>

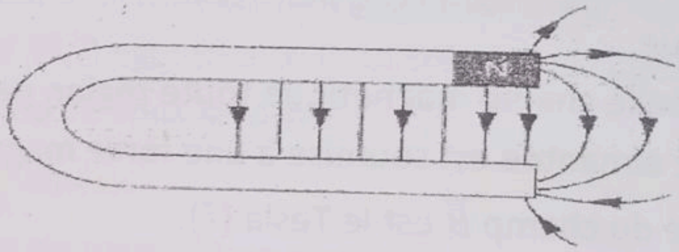
c)) Règle de la main droite :<<La main droite posée sur les spires et traversée par le courant du poignet vers les doigts, le pousse indique la face sud>>.

▶ Les lignes et spectre magnétiques :

• Les lignes de champ sont des courbes tangentes en chacun des points au vecteur champ magnétique $\vec{B}$.

• L'ensemble des lignes de champ constitue le spectre magnétique.

• Les lignes de champ d'un champ magnétique uniforme sont des droites parallèles.

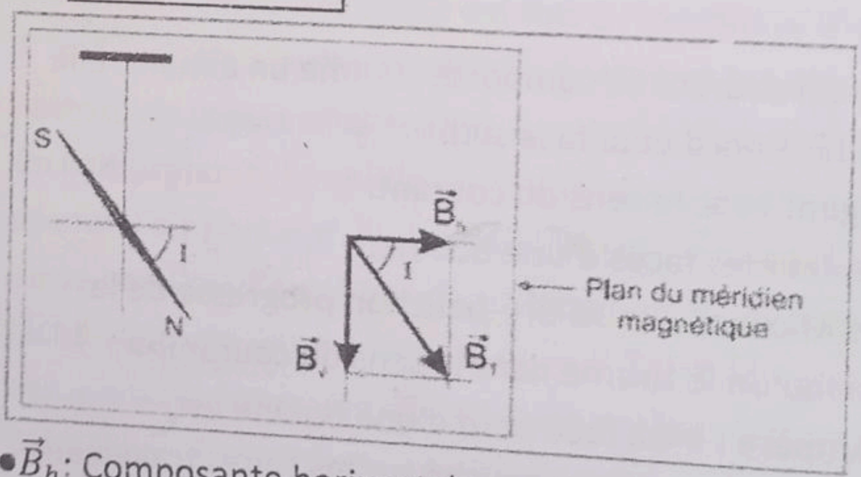


NB : Les lignes de champ entrent par la face sud et sortent par la face nord.

▶ Champ magnétique terrestre :

La Terre se comporte comme un aimant, le cham magnétique qu'elle crée est appelé champ magnétique terrestre $\vec{B}$.

$$\boxed{\vec{B}_T = \vec{B}_h + \vec{B}_v}$$



• $\vec{B}_h$: Composante horizontale ;

• $\vec{B}_v$: Composante verticale.

$\vec{B}_h$ étant ortnogonale $\vec{B}_v$ à ; on a : $B_T^2 = B_h^2 + B_V^2 \Rightarrow B_T = \sqrt{B_h^2 + B_V^2}$;

• On appelle inclinaison magnétique l'angle $\hat{\imath}$ que fait le vecteur champ magnétique terrestre aec sa composante avec sa composante horizontale.

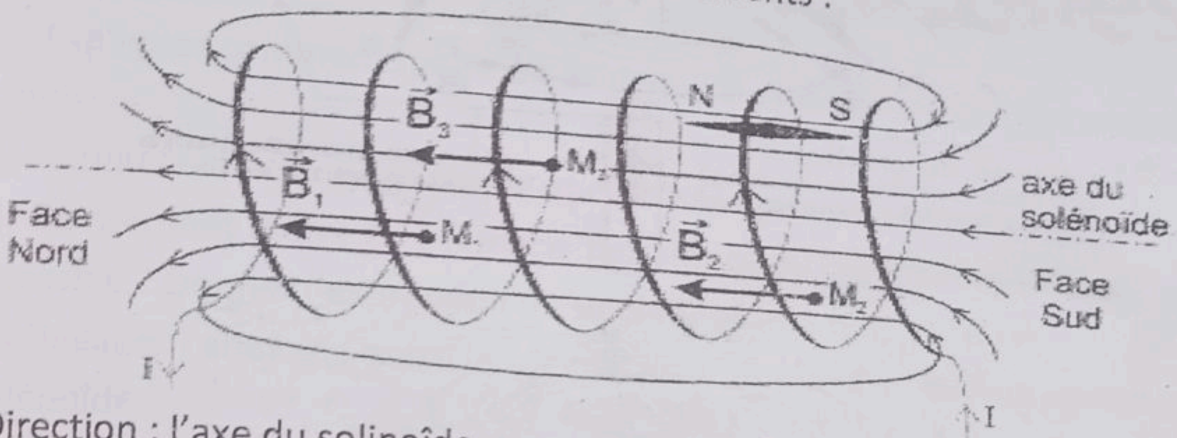
$B_h = B\cos\hat{\imath}$ et $B_v = B\sin\hat{\imath}$

D'où on en déduit : $B_v = B_h \tan\hat{\imath}$

• On appelle décclinaison magnétique l'angle $\hat{\imath}$ que fait le nord magnétique avec le nord géographique.

A) Champ magnétique à l'intérieur d'un solenoïde :

Le champ magnétique est uniforme à l'intérieur du solenoïde. Le vecteur champ magnétique à les caractéristiques suivants :



- Direction : l'axe du solinoîde
- Sens : de la face sud vers la face nord
- Intensité : définie par ; $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 n I$

$$\boxed{B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I}$$

Or : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ (SI)$

n nombre de spires par unité de longueur(c'est-à-dire par mère).

N nombre total de spires ;

ℓ longueur du solinoîde

NB : $n = \frac{N}{\ell} = \frac{N_c}{d}$; Avec : N_c est le nombre de couche et d le diamètre.

B) Deux propriété importantes du champ magnétique :

- Le champ magnétique crée en un point déterminé par un circuit déterminé est proportionnel à l'intensité I du courtant dans le circuit : $\boxed{B = kI}$

- Les champs magnétique se composent vectoriellement si un premier circuit crée , au point M, le champ magnétique $\vec{B}_1$ et si un deuxième circuit produit, au même point M, le champ magnétique $\vec{B}_2$, le champ magnétique qu'on observe au point consideré est la somme vectorielle : $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

$$\boxed{B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}}$$

C) Champ magnétique crée par un fil conducteur : en un point M situé à la distance (d) du fil, B est tangent à la ligne de champ passant par (M) et dirigé vers la gauche de l'observateur d'Ampère.

Questions théoriques

1)) Expliquer comment metre en évidence le champ magnétique (schéma à l'apuis)

2)) Définir le champ magnétique et citez ses domaines d'applications

3)) Commment metre en évidence l'existance du champ magnétique terrestre ? Donner l'expression de sa composante horizontale ?

4)) Dégager l'anologie entre le spectre magnétique d'un aimant droit et un solénoîde ?

5)) Enoncer les règles suivantes :

a)) De Bonhome d'Ampere

b)) Du Tire bouchon de Maxwelle

c)) De la main droite

6)) Citez les differentes sources du champ magnétique et quel est son éffet sur une particule chargée immobile et en mouvement ?

7)) Expliquer l'espériénce de l'Oersted

8)) Qu-ce-que la bobine d'helmotz

9)) Expliquer l'espérience d'un aimant brisé

10)) Définir l'électromagnétisme et citer ses domaines d'applications pratique

Exercices Résolus

Exercice 1

On se propose de déterminer le nombre de spire d'un solénoïde ; pour se faire, on mesure la valeur de champ magnétique à l'intérieure du solénoïde en faisant varier l'intensité du courant qui le traverse.

1)) Faire un schéma annoté du dispositif expérimental

2)) Les résultats sont consigné dans le tableau suivant :

I(A)	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
B(mT)	0	0,63	0,94	1,25	1,55	1,89	2,15	2,48	2,80

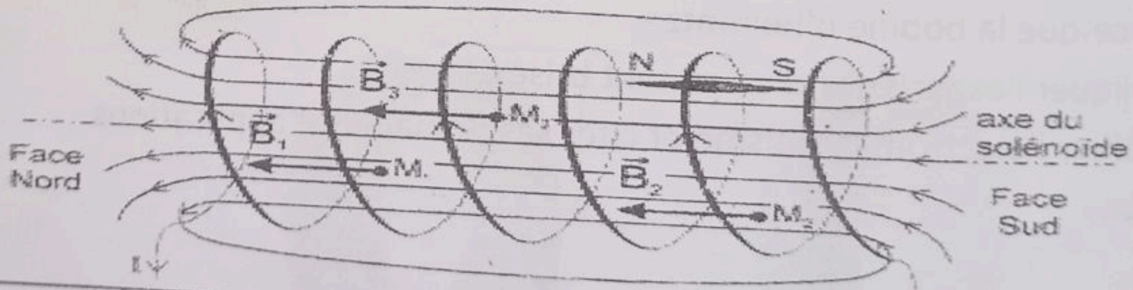
3)) Tracer la courbe B= f(I)

4)) Déduire de la courbe que B est proportionnel à I et déterminer le coefficient de proportionnalité K

5)) Déterminer le nombre de spire, on donne l=40cm

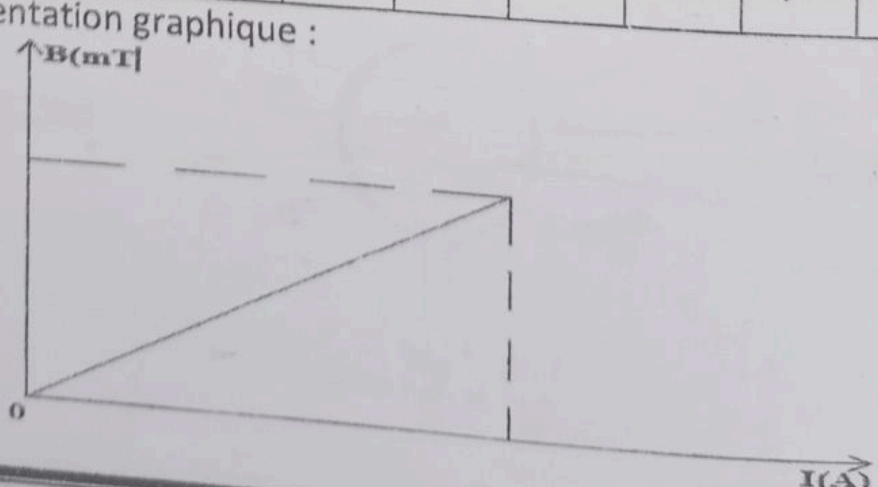
Résolution

2)) Tableau des valeurs :



I(A)	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
B(mT)	0	0,63	0,94	1,25	1,55	1,89	2,15	2,48	2,80

3)) Réprésentation graphique :



4)) Déduisons en que : $B = kI$

Comme : la réprésentation donne une droite qui passe par l'origine donc : le champ magnétique est proportionnel à l'intensité du courant. D'équation : $B = kI$

Déterminons k : $k = \frac{\Delta B}{\Delta I} = \frac{B_2 - B_1}{\Delta I} \Rightarrow$ $\boxed{k = \frac{B_2 - B_1}{\Delta I}}$

AN : $\boxed{k = 0,62.10^{-3}\ T/A}$

Déterminons le nombre de spire : $B = kI$

$k = 4\pi.10^{-7}\frac{N}{\ell} \Rightarrow N = \frac{\ell k}{4\pi.10^{-7}} = 197,5 \Rightarrow$ $\boxed{N = 197,5\ spires}$

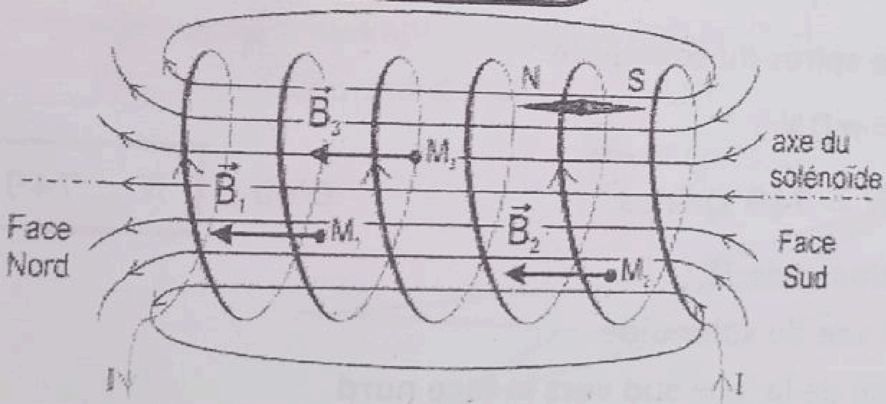
Exercice 2

Un solénoïde est réalisé en roulant régulièrement un fil de cuivre dont la résistance par unité de longueur est $0,1\Omega.m^{-1}$ les spires ont un rayon de 4cm

1)) Quelle est sa résistance si sa longueur est de 50cm et qu'il comporte 10spires/cm ?

2)) Que doit être la force électromotrice du générateur parfait au quelle il faut relier le solénoïde pour obtenir $B = 2\times10^{-3}T$

Résolution



1)) Déterminons la résistance :

On sait que :

$\ell = N(2\pi R)\ ; n = \frac{N}{\ell} \Rightarrow N = n\ell = 500\ spires$

$; R = R'\ell = 12,56\Omega \Rightarrow$ $\boxed{R = 12,56\ \Omega}$

2)) Calculons la force électromotrice :

$E = RI = R\frac{B}{\mu_0 n} \Rightarrow$ $\boxed{E = R\frac{B}{\mu_0 n}}$ AN : $\boxed{E = 20\ V}$

Avec : $I = \frac{B}{\mu_0 n}$

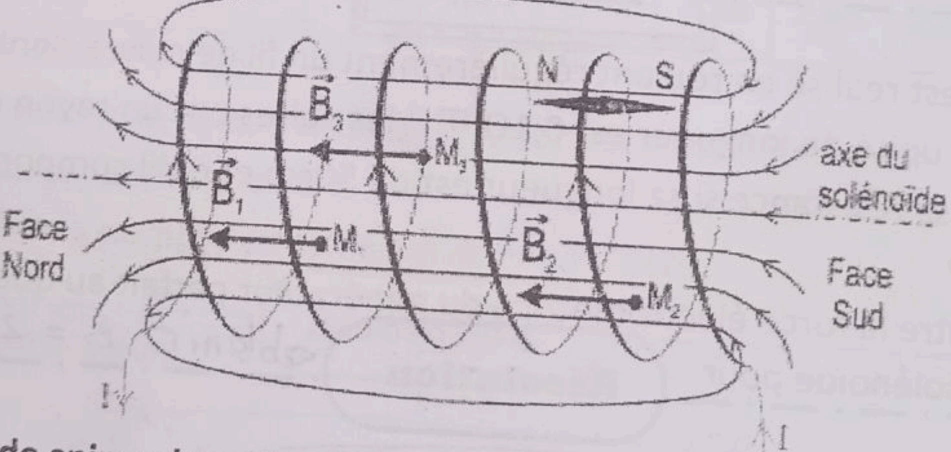
Exercice 3

Un solénoïde comportant une seule couche de spire jointive est fait du fil de cuivre de résistivité $1,7.10^{-8}$ Ω.m et de section $0,2mm^2$. Le fil conducteur est enroulé autour d'un tube régie de diamètre D=0,24m.

1)) Déterminer le nombre de spire de ce solénoïde si sa résistance R=48Ω

2)) On branche ce solénoïde aux bornes d'un générateur de f.é.m. E= 50V et de résistance interne 2Ω. Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique au centre du solénoïde.

Résolution



1)) Nombre de spires du solénoide :

$R = \rho\frac{\ell}{S}$; $\ell = \pi DN$

$N = \frac{R.S}{\pi\rho D} \Rightarrow N = 749\ spires$ **D'où :** $\boxed{N = 749\ spires}$

2)) Caratéristiques de B_s:

- **Direction : axe du solenoide**
- **Sens : dirigé de la face sud vers la face nord**
- **Intensité définie par :** $B_s = 4\pi.10^{-7}\frac{N}{\ell}I$ **et D'après Pouillet :** $I = \frac{E}{R+r}$;

$n = \frac{N}{\ell} = \frac{N_c}{d} \Rightarrow \ell = dN$ et

$S = \pi r^2 = \pi\frac{d^2}{4} \Rightarrow d = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}} \Longrightarrow$ $\boxed{B_s = 4\pi.10^{-7} \times \frac{E}{R+r} \times \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\pi}{S}}\right)}$

AN : $\boxed{B_s = 2,5mT}$

Exercice 4

On dispose une aiguille aimantée à l'intérieur d'une bobine. En l'absence de courant, cette aiguille prend une direction horizontale perpendiculaire à l'axe xx' de la bobine, lui horizontale aussi.

1-) Quelle est la direction du champ magnétique terrestre?

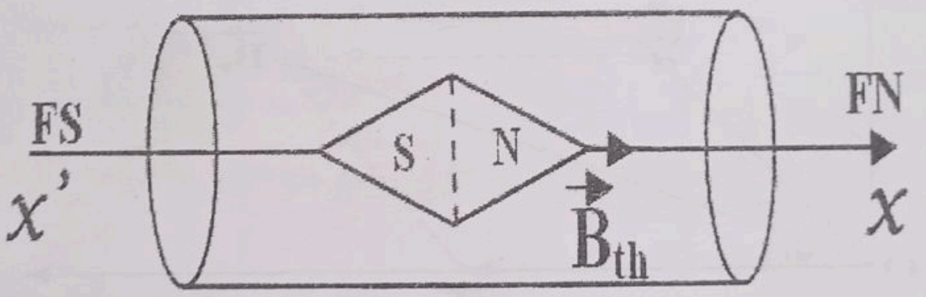
2-) On fait passer un courant d'intensité I. L'aiguille dévie d'un angle α.

a) Déterminer le sens du courant dans la bobine.

b) Calculer l'intensité du champ créé par la bobine et celle du champ résultant. On donne : α=30° ; $B_{Th}=2.10^{-5}$T (composante horizontale du champ magnétique terrestre).

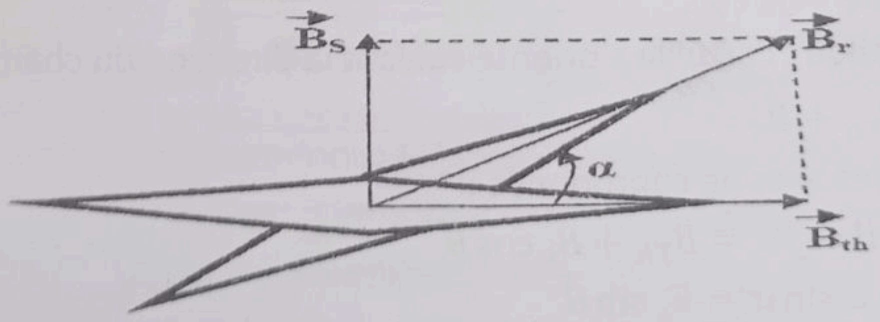
Résolution

(A l'absence du courant)



1))Direction :suivant l'axe de la bobine (x'x)

2)) (Avec le courant d'intensité $I \neq 0$)



a)le sens : Celui de la rotation de l'aiguille (Voir schéma)

b) Calculons l'intensité du champ créé par la bobine et celle du champ résulant :

▶ Champ de la bobine :

$B_s = B_{Th}\tan(30°) = 2.10^{-5} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 1{,}15.10^{-5} \Rightarrow$ $\boxed{B_s = 1{,}15.10^{-5}\ \mathrm{T}}$

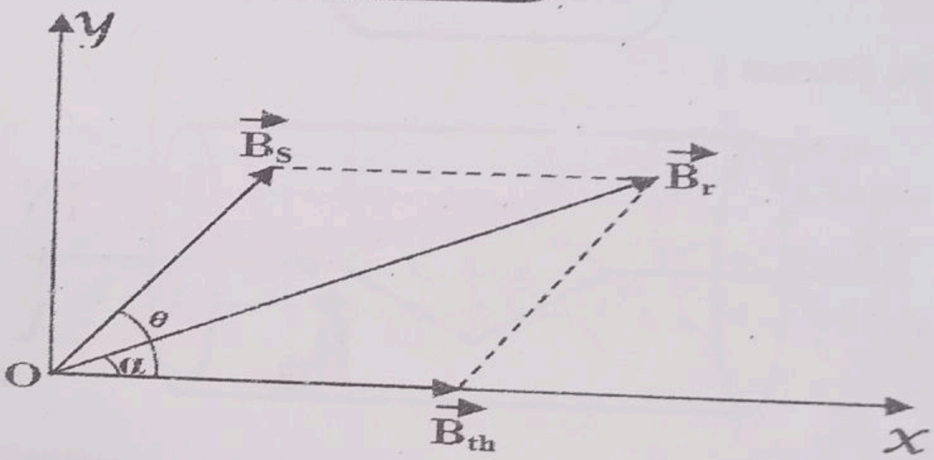
▶ Champ résultant :

$B_r = \frac{B_S}{\sin 30°} = \frac{1{,}15.10^{-5}}{0{,}5} = 2{,}3.10^{-5}$ $\boxed{B_r = 2{,}3\,10^{-5}\ T}$

Exercice 5

On place une aiguille aimantée au centre d'un solénoïde d'axe horizontal comprenant 500spires par mètre. L'aiguille tourne d'un angle α=30° lorsqu'on fait passer dans les spires un courant d'intensité I=61mA.
Déterminer l'angle θ que fait l'axe du solénoïde avec le plan du méridien magnétique. On donne : $B_{Th}=2.\ 10^{-5}$T.

Résolution



Déterminons l'angle θ que fait l'axe du solénoïde avec le du méridien magnétique :

●Première méthode : l'aiguille s'oriente suivant la direction du champ resulant. $\vec{B} = \vec{B}_{Th} + \vec{B}_S$;

● Projetons sur les axes de coordonnés :

▶Suivant (ox) : $B\cos\alpha = B_{Th} + B_s\cos\theta$

▶ Suivant (oy) : $B\sin\alpha = B_s\sin\theta$

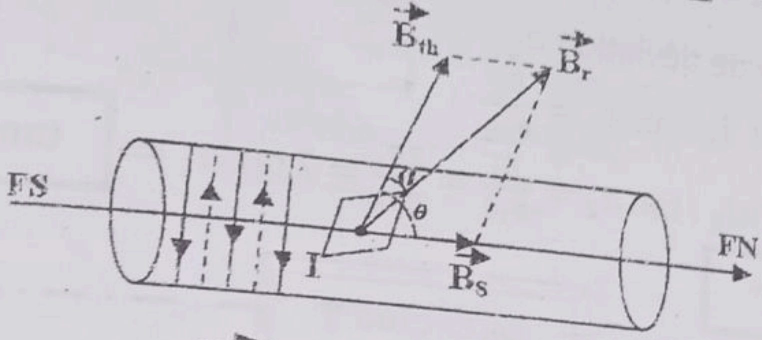
D'où le système :

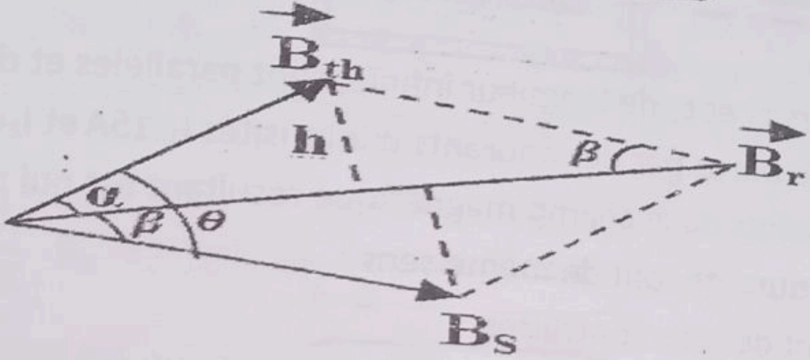
$$\begin{cases} B\cos\alpha = B_{Th} + B_s\cos\theta \\ B\sin\alpha = B_s\sin\theta \end{cases} \times \begin{cases} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{cases}$$

Par combinaison : $\boxed{\sin(\theta-\alpha) = \frac{B_{Th}\sin\alpha}{B_S}}$

$$\theta - \alpha = 15° \Rightarrow \boxed{\theta = 45°}$$

●Deuxième méthode :





$\theta = \alpha + \beta$;

$\sin\alpha = \frac{h}{B_{Th}}$ et $\sin\beta = \frac{h}{B_s} \Leftrightarrow h = h$;

$B_{Th}\sin\alpha = B_s\sin\beta \Rightarrow \boxed{\sin\beta = \frac{B_{Th}\sin\alpha}{B_s}}$

AN : $\sin\beta = 0{,}26 \Rightarrow \beta = 15° \Leftrightarrow \theta = 15° + 30° = 45° \Rightarrow$ $\boxed{\theta = 45°}$

•Troisième méthode :

Calculons θ : $\vec{B} = \vec{B}_{Th} + \vec{B}_S$

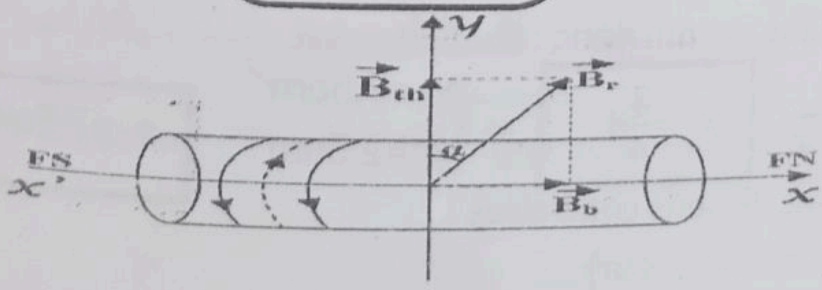
▶**Suivant (ox) : $-B_{sx} + B_{Th} = 0 \Leftrightarrow B_s\sin(\theta - \alpha) = B_{Th}\sin\alpha \Rightarrow$**

$\boxed{\sin(\theta - \alpha) = \frac{B_{Th}\sin\alpha}{B_s}}$ AN : $\boxed{\theta = 45°}$

Exercice 6

L'axe d'un solénoïde placé perpendiculairement au méridien magnétique quand on fait passer un courant d'intensité I_1 dans le solénoïde, une petite aiguille aimantée placée en son centre tourne de α_1=30°. Quel est l'angle de déviation α_2 quand on fait passer un courant d'intensité I_2=2I_1 dans le solénoïde ?

Résolution



Calculons l'angle de déviation α_2 :

•Avec le courant I_1 :$\tan\alpha_1 = \frac{B_1}{B_{Th}}$

•Avec le courantI_2 : $\tan\alpha_2 = \frac{B_2}{B_{Th}} = \frac{2B_1}{B_{Th}} = 2\tan\alpha_1 \Rightarrow$ $\boxed{\tan\alpha_2 = 2\tan\alpha_1}$

AN : $\boxed{\alpha_2 = 49°}$

Exercice 7

Deux conducteurs c_1 et c_2 de longueur infinie, sont parallèles et distants de 10cm.ils sont parcourus par des courants d'intensités $I_1=15A$ et $I_2=5A$.preciser la position des points où le champ magnétique résultant est nul :

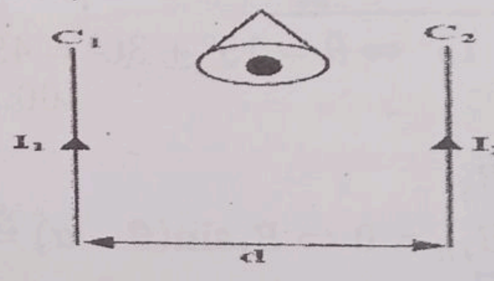
a)) Lorsque les courants sont de même sens ;

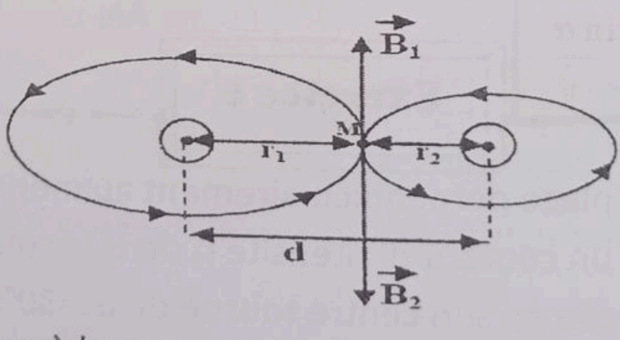
b)) Lorsqu'ils sont de sens contraires

Résolution

a)) Lorsque les courants sont dsans le même sens :

(Vue de dessus à l'intérieure)





►Précisions la posion où le vecteur champ est nul :

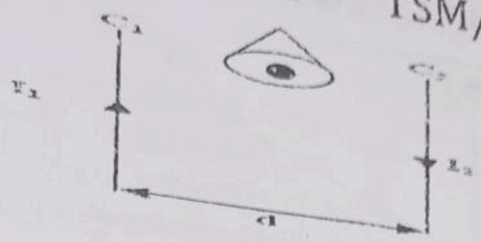
$B_1 = 2.10^{-7} \times \frac{I_1}{X}$; $B_2 = 2.10^{-7} \times \frac{I_2}{d - X}$

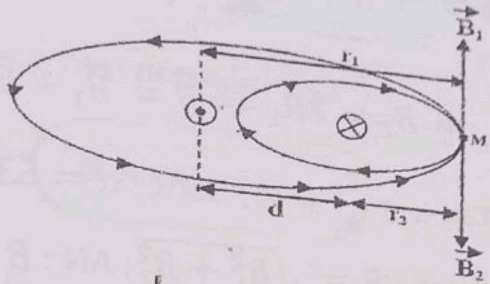
Le champ résulant est nul donc : $B_1 = B_2$

$\frac{I_1}{X} = \frac{I_2}{d - X}$ $\boxed{X = \frac{3}{4}d}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 7,5cm \\ y = 2,5cm \end{cases}$ $\boxed{x = 7,5cm \text{ et } y = 2,5cm}$

b)) Lorsqu'il sont de sens contraires :

(Vue de dessus à l'extérieur)





$B_1 = 2.10^{-7} \times \frac{I_1}{X}$; $B_2 = 2.10^{-7} \times \frac{I_2}{X-d}$

Le champ résulant est nul donc : $B_1 = B_2$

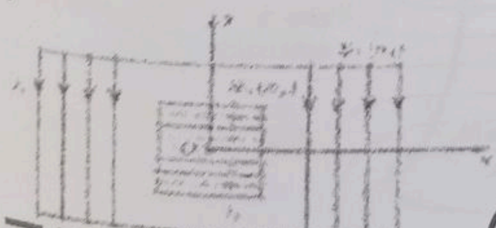
$\frac{I_1}{X} = \frac{I_2}{X-d}$; $\begin{cases} x = 15cm \\ y = 5cm \end{cases}$ $\boxed{x = 15cm \text{ et } y = 5cm}$

Exercice 8

A l'intérieur d'un solénoide S_1 comportant $n_1 = 1000\ spires/m$ et parcouru par un courant d'intensité $I_1 = 2\ A$, on a placé un solénnoide S_2 d'ont l'axe est perpendiculaire à celui de S_1. Le solénoide S_2 est formé de 200 *spires* régulièrement enroulé sur une longueur de 5 *cm*, et l'intensité du courant qu'y circule vaut $I_2 = 1\ A$.

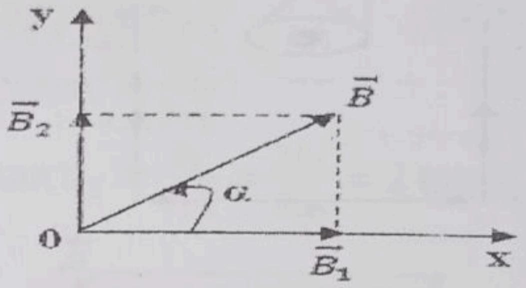
1)) Les sens des couants étant ceux indiquées sur la figure, déterminer le vecteur champ magnétique en O.

2)) Que dévient ce champ magnétique si on inverse le sens de chacun des deux courants ?



Résolution

1)) Déterminons le vecteur champ magnétique au point O :



$$\begin{cases} B_1 = \mu_0 n I_1 = 2{,}5.10^{-3}\,T \\ B_2 = \mu_0 n I_2 = 5.10^{-3}\,T \end{cases} \Rightarrow B_2 = 2B_1 \Rightarrow \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

En se référant au schéma : $\tan\alpha = \frac{B_2}{B_1} = 2$; donc : $\alpha = 63{,}4°$

Selon le théorème de Pythagore : $B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$. AN : $B = 5{,}6.10^{-3}\,T$

2)) Si on inverse le sens des courant, $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ changent de sens en conservant leurs même directions et normes. En conséquence, il en est de même du champ $\vec{B}$.

Exercice 9

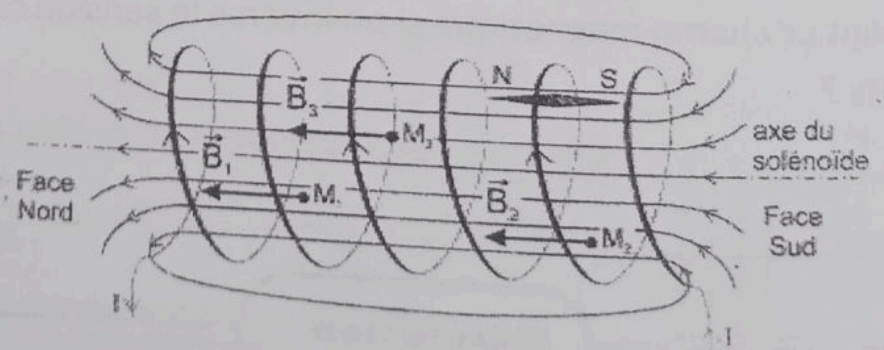
On veut produire au centre d'un solénoïde de longueur l=60cm un champ magnétique de 5.10^{-3}T, l'intensité du courant étant de 2A.

1-) Quel est le nombre N de spires ?

2-) L'enroulement est réalisé sur un cylindre creux en matière plastique à l'aide d'un fil gainé de 2mm de diamètre, les spires étant jointives. Quel est le nombre de couches qu'il faudra disposer sur le cylindre ?

Résolution

1)) Calculons le nombre de spires : $B = \mu_0 n I = 4\pi.10^{-7}\frac{N}{\ell}I \Rightarrow N = \frac{B\ell}{4\pi I.10^{-7}}$;



AN : $N = 1200\ spires$;

2)) Déterminons le nombre de couche :

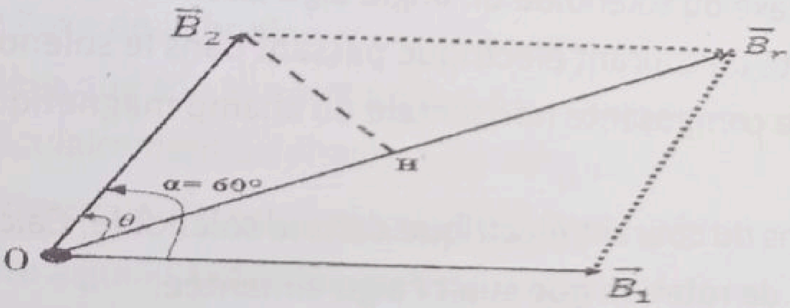
$n = \frac{N}{\ell} = \frac{N_c}{d} \Rightarrow N_c = \frac{Nd}{\ell}$ AN : $\boxed{N_c = 4 \text{ couches}}$

Exercice 10

Deux vecteurs champ magnétique B_1 et B_2 de même intensité 0,2T font un angle de 60°.

Calculer la valeur du champ magnétique resultant

Résolution



Calculons le veucteur champ magnétique résultant:

1^{ere} Méthode: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \Rightarrow (\vec{B})^2 = (\vec{B}_1 + \vec{B}_2)^2$

$(\vec{B})^2 = (\vec{B}_1)^2 + 2\vec{B}_1.\vec{B}_2 + (\vec{B}_2)^2 \Rightarrow B^2 = B_1^2 + 2B_1.B_2\cos\alpha + B_2^2$

$B^2 = 2B_1^2 + 2B_1^2\cos\alpha$; Car : $B_1 = B_2 \Rightarrow B^2 = 2B_1^2 + 2B_1^2\left(\frac{1}{2}\right) = 3B_1^2$

$\boxed{B = \sqrt{3}B_1}$ AN : $B = 1{,}73 \times 0{,}2 = 0{,}346\,T \Rightarrow \boxed{B = 0{,}346\,T}$

2^{eme} *Méthode*: $B = 2OH$;

Déterminons OH:

D'après le schema: $\cos\theta = \frac{OH}{B_1} \Rightarrow OH = B_1\cos\theta \Rightarrow B = 2B_1\cos\theta$

$\boxed{B = 2B_1\cos\theta}$ AN: $B = 2 \times 0{,}2\cos 30° = 0{,}4 \times 0{,}866 \Rightarrow \boxed{B = 0{,}346\,T}$

EXERCICES PROPOSES

++++++++++++++++++++Exo1:+++++++++++++++++++++++++

Un solénoïde de longueur l=45cm comportant 2500spires. Son axe de symétrie est placé perpendiculairement au plan du méridien magnétique ; cet axe est alors horizontal. On place au centre du solénoïde une petite aiguille aimantée, mobile au tour d'un axe vertical. L'axe de l'aiguille aimantée fait avec l'axe du solénoïde un angle aigu de mesure $\alpha=35°$

1)) Calculer l'intensité du courant électrique passant dans le solénoïde, on donne la valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre : 2.10^{-5}T.

2)) On inverse le sens du courant électrique dans le solénoïde. Calculer la mesure β de l'angle de rotation que subit l'aigu aimantée.

Rép : I=4,1mA ; β=110

++++++++++++++++++++Exo2:+++++++++++++++++++++++++

Un fil vertical de longueur infini est parcouru par un courant d'intensité 8A. La norme de sa composante horizontale vaut 2.10^{-5}T. En un point M situé à 8cm de O est placée une aiguille aimantée.

1)) Quelle est l'orientation de l'aiguille aimantée quand il ne passe aucun courant dans le fil ?

2)) De quel angle et dans quel sens cette aiguille tourne-t-elle quand on lance le courant dans le fil.

3)) Déterminer le champ résultant au point M.

Rép :2) $\alpha = 45°$;3) B = $2,84.10^{-5}$T

++++++++++++++++++++Exo3:+++++++++++++++++++++++++

Pour chaque question de cet exercice, on fera un schéma. Un solénoïde d'axe horizontal se trouve dans le plan du méridien magnétique ; il comporte n spires par mètre. On place en son centre une aiguille aimantée.

1-) Déterminer le sens et l'intensité I_1 du courant qui devra traverser les spires pour que l'aiguille ne prenne aucune direction privilégiée à l'intérieur du solénoïde. On donne : $B_{Th}=2.10^{-5}$T; n=1000.

2-) On fait passer dans le solénoïde un courant $I_2=2I_1$. Déterminer l'angle α dont on doit faire tourner le solénoïde autour d'un axe vertical pour que l'aiguille tourne de 90°.

a) Si le courant a le même sens que dans la question .

b) S'il est de sens contraire

Rép : 1-) $B_R=0$; 16mA ; 2-) a) 60° ; b) 120°.

+++++++++++++++++++Exo4:+++++++++++++++++++++++++

Une bobine est constituée par un enroulement de fil de cuivre isolé sur un tube cylindrique. Un courant de 1A crée un champ magnétique de 3.10^{-4} T au voisinage de l'axe de la bobine et du milieu de celle-ci. On dispose cette bobine de manière que son axe soit horizontal, orienté dans la direction Est-Ouest, perpendiculairement au champ magnétique terrestre dont la composante horizontale $\vec{B}_H$ est égale à$2.10^{-5}\,T$. On place au centre de la bobine une petite aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical.

1)) On branche un accumulateur, de force électromotrice E =6V et de résistance négligeable, aux bornes de la bobine et on observe une rotation de l'aiguille de 45°. Quelle est l'intensité du courant qui circule dans la bobine ? Quelle est la résistance de la bobine ?

2)) On remplace l'accumulateur par une batterie de piles de force électromotrice E =8V ; on observe une rotation de l'aiguille de 35°. Quelle est la nouvelle valeur de l'intensité du courant ? Quelle est la résistance intérieure de la batterie de pille ?

Rép : 1) I_2 =$6,67.10^{-2}$ A ; R =90Ω ; 2) I_3 =$4,67.10^{-2}$ A ; r =81,3 Ω

+++++++++++++++++++Exo5:+++++++++++++++++++++++++

On dispose de deux solénoïdes, le premier B_1 de longueur 25 cm porte 100 spires, le second B_2 de longueur 1m porte 80 spires.

1)) Quel est le champ magnétique produit au centre du solénoïde B_1 par un courant d'intensité I ? Faire un dessin montrant le sens du courant et l'orientation du champ magnétique produit.

2)) Une aiguille aimantée est placée à l'intérieur du solénoïde B_1au voisinage de l'axe qui est perpendiculaire au méridien magnétique. Quelle est l'intensité du courant que l'on devra faire passer pour que l'aiguille aimantée dévie de 60° ? Composante horizontale du champ magnétique terrestre : $B_{Th} = 2.10^{-5}\ T$.

3)) On place maintenant les deux solénoïdes de façon qu'ils aient le même axe. Cet axe commun est perpendiculaire au plan du méridien magnétique. Les deux appareils sont placés en série dans un circuit. Le même courant les traversant donc, on constante que l'aiguille aimantée dévie de 45°. Trouver la valeur de l'intensité du courant. Deux solutions sont possibles, justifiez-les.

Rép : 1) B =5,03.10⁻⁴I ; 2) I =69A ; I =33mA ; I =50mA

++++++++++++++++++++Exo6:++++++++++++++++++++++++++

1)) Un solénoïde S_1 est constitué de 1250 spires de fil régulièrement enroulées sur un cylindre de longueur 50cm.

Calculer l'intensité B_1 du champ magnétique créé à l'intérieur de ce solénoïde quand on y fait passer un courant d'intensité. $I = 5A$

Que peut-on dire de l'intensité du champ magnétique terrestre par rapport à B_1 (la composante horizontale du champ terrestre vaut. $B_{Th} = 2.10^{-5}\ T$

2)) Un second solénoïde S_2 comportant 5000 spires par mètre est parcouru par le courant d'intensité $I = 5A$. Quel est le champ magnétique B_2 produit à l'intérieur de ce solénoïde ?

3)) Le solénoïde S_2 est suffisamment petit pour être placé à l'intérieur de S_1 dans sa partie centrale et de façon que leurs axes soient perpendiculaires. Les enroulements de S_1 et S_2 ont la même résistance et les solénoïdes sont branchés, en parallèle, aux bornes d'un générateur continu. En négligeant le champ magnétique terrestre, déterminer la direction prise par une petite aiguille aimantée placée à l'intérieur des deux solénoïdes.

Rép : 1) B_1 =15,7mT ; 2) B_2 =31,4mT

++++++++++++++++++++Exo7:++++++++++++++++++++++++++

Un solénoïde de 60cm de long comporte 650 spires. Son axe est horizontal et perpendiculaire au plan du méridien magnétique terrestre. Au centre de ce solénoïde, on place une petite aiguille aimantée horizontale, mobile librement autour d'un axe vertical.

a)) En absence de courant électrique dans le solénoïde, préciser l'orientation de l'aiguille.

b)) Un courant d'intensité i traverse le solénoïde. La petite aiguille dévie d'un angle de 78° par rapport à sa position initiale. Interpréter l'expérience. Préciser sur un schéma clair le sens de circulation du courant et justifier la nouvelle position de l'aiguille.

c)) Déterminer l'intensité du courant dans le solénoïde.

Rép : 69,1mA

+++++++++++++++++++++Exo8:+++++++++++++++++++++++++++

A l'aide d'un tesla mètre, on mesure le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde en fonction de l'intensité du courant qui le parcourt. On obtient le résultant suivant :

I(A)	0	1	2	3
B(mT)	0	2	4,2	5,8

1)) Représenter graphiquement la fonction $B = f(I)$

2)) Déterminer à partir du graphique, la perméabilité du vide on donne : n =1600 spires/m

Rép :

+++++++++++++++++++++Exo9:++++++++++++++Deux fils de longueur infinie, rectiligne, parallèle et distant de 1m, sont traversés par des courants de même intensité et de même sens. L'intensité commune est égale à 100A. Dans le plan des fils, calculer :

a)) Le champ magnétique résultant à égal distance des deux fils

b)) Le champ magnétique à 25cm de l'un des fils, dans le plan formé par les deux fils.

c)) Reprendra a) et b) avec les courants de sens contraire

Rép : a) B = 0 ; b) entre les deux fils B = 5,3.10^{-5} T ; à l'extérieur B = 9,6. 10^{-5} T ; c) à mi-distance : B = 8. 10^{-5} T ; à 25cm de l'un des deux, entre les deux fils : B = 1,07. 10^{-4} T ; à l'extérieur B = 6,4. 10^{-5} T

+++++++++++++++++++++Exo10:++++++++++++++++++++++++++

Une boussole est placée à l'intérieur d'un solénoïde don l'axe est perpendiculaire au plan du méridien magnétique. Le solénoïde est alimenté par l'intermédiaire d'un rhéostat. Il crée, à l'intérieur un champ magnétique uniforme tel que B_s =2,5.10^{-4} T. Mais le rhéostat, parcouru par le courant d'intensité I engendre un champ perturbateur B_r dont on ne connait pas la valeur. Pour alimenter cette inconnu, on réalise deux mesures :

▶ Première mesure : Le rhéostat est dans l'axe du solénoïde à la distance d du centre où se trouve la boussole. Le vecteur champ B_r qu'il crée est parallèle à B_s et de même sens. Un courant d'intensité I conduit à une rotation de l'aiguille d'un angle $\alpha_1 = 83{,}4°$

▶ Deuxième mesure : Le rhéostat est perpendiculaire à l'axe du solénoïde, à la même distance du centre, le B_r étant parallèle à B_0 et de même sens. Le même courant d'intensité I conduit à une rotation de l'aiguille d'un angle$\alpha_2 = 82{,}9°$.

Déterminer grâce à ces résultats la valeur deB_0 de la composante horizontale du champ terrestre.

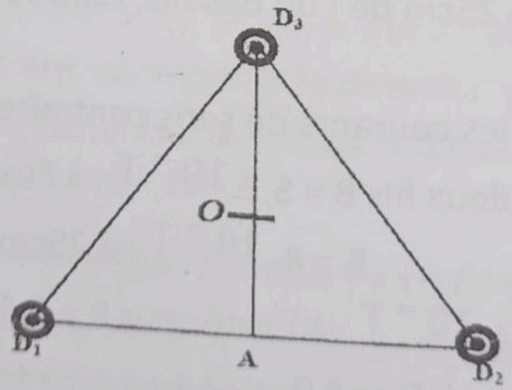
Rép : B_0 =1,98.10^{-5} T

++++++++++++++++++++Exo11:+++++++++++++++++++++++++

Trois fils conducteurs rectilignes verticaux D_1; D_2 et D_3 sont parcourus par des courants de même intensité $I = 5\ A$ et de même sens. Il sont distant deux à deux de $a = 10\ cm$. Déterminer les caractéristiques du vecteur champ magnétique résultant crée par les trois courants :

a)) Au point O situé à égale distance des trois fils ;

b)) En un point A situé dans le plan défini par D_1 et D_2 et égale distance des deux fils.



▶ Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme :

a)) Force de Lorenz :

● Définition : On appelle force de Lorenz, la force qui s'exerce sur une particule chargée en mouvement dans un champ magnétique.

$\vec{F} = q(\vec{v}_0 \wedge \vec{B})$

b)) Caractéristique de la force magnétique :

● Point d'application : la charge (q)

● Direction : orthogonale à $\vec{v}_0$ et $\vec{B}$

● Sens : Règle de la main droite

● Intensité : Définie par la relation

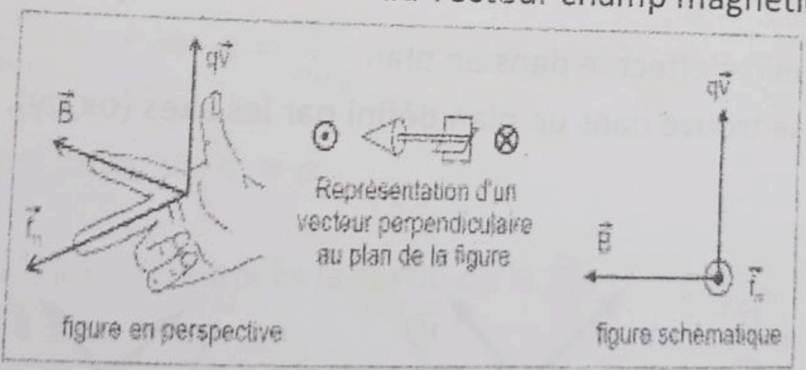
$\boxed{\vec{F} = |q| v_0 B \sin\alpha}$ Avec : $\alpha = \left(\widehat{\vec{v}_0; \vec{B}}\right)$

NB : ▶ Si : $\vec{v}_0$ est colineaire à $\vec{B}$ le mouvement est rectiligne uniforme.

▶ Si : $\vec{v}_0$ orthogonale à $\vec{B}$ le mouvment est circulaire dans le plan contenant $\vec{v}_0$ et $\vec{B}$

▶ Si : $\vec{v}_0$ est lancée à direction quelconque par rapport à $\vec{B}$ le mouvment est hélicoîdal.

a)) Répresentation conventionnelle du vecteur champ magnétiqu :

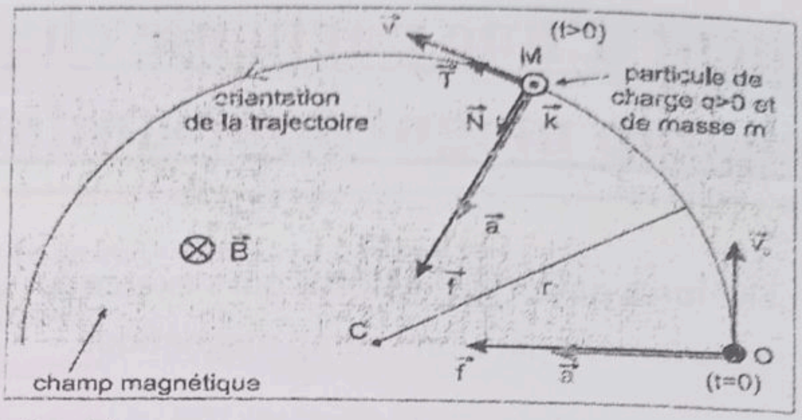


▶ Avec un point sortant

▶ Avec une croix entrant

b)) Etude théorique Cas ou $\vec{v}_0$ orthogonale à $\vec{B}$:

1)) Expression de l'accélération :



$\sum \vec{f}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow P << F$

$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow a = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q(\vec{v}_0 \wedge \vec{B})}{m} \Longrightarrow \boxed{a = \frac{q(\vec{v}_0 \wedge \vec{B})}{m}}$

2)) Montrons que le mouvement est uniforme :

$$P(\vec{F}) = F.V\cos\alpha\,;Or:\ F \perp V \Rightarrow\ \alpha = 90° \Rightarrow P(\vec{F}) = 0$$

Donc : $W_{(\vec{F})} = P(\vec{F}) \times t = 0$

D'après TEC : $\Delta E_c = \sum W_{\vec{f}_{ex}} = 0 \Rightarrow\ E_c = E_{c_0}$ $\boxed{v = v_0}$

Alors : (Le mouvment est uniforme).

3)) Planité de la trajectoire :

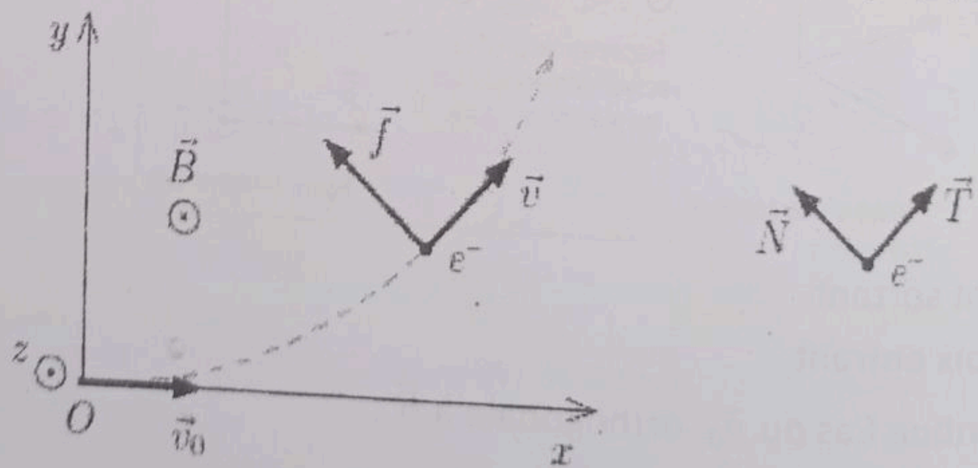
Comme :

$a = \frac{q(\vec{v}_0 \wedge \vec{B})}{m} \Leftrightarrow a.\vec{k} = \frac{q(\vec{v}_0 \wedge \vec{B})}{m}\vec{k} = \frac{qv_0B(\vec{\imath} \wedge \vec{k})\vec{k}}{m} = \frac{qv_0B}{m}(\vec{\jmath}.\vec{k}) = 0$

$a_z = 0\,;\ v_z = 0\ et\ Z = 0$:

Alors : le mouvement s'effectue dans un plan.

Et : la trajectoire se trouve dans un plan défini par les axes (ox,oy).



4)) Montrons que le mouvement est circulaire :

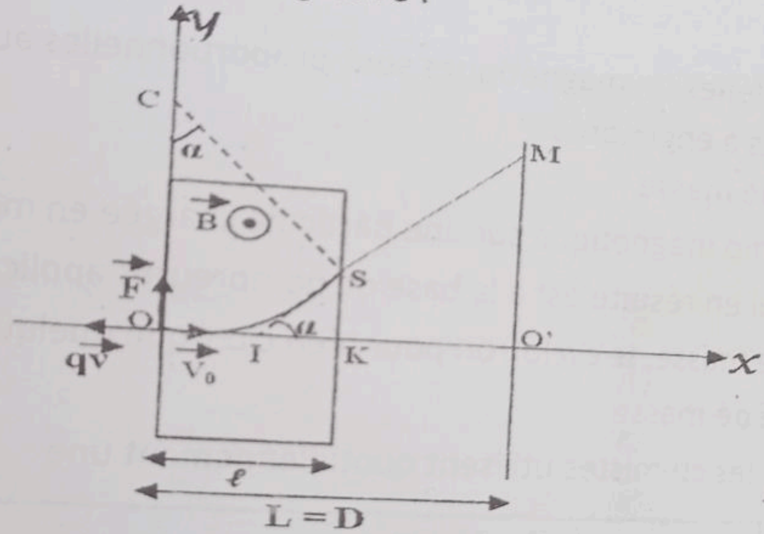
Comme : $a = \frac{q(\vec{v}_0 \wedge \vec{B})}{m} \Rightarrow a = \frac{qv_0B}{m} = \frac{v^2}{R} \Leftrightarrow\ R = \frac{mv_0}{Bq} \Longrightarrow \boxed{R = \frac{mv_0}{Bq}}$

Alors la trajectoire est circulaire.

▶ Autres caractéristique :

- Quantité de mouvement : $\boxed{P = mv = R|q|B}$
- La vitesse angulaire : $\boxed{\omega = \frac{|q|B}{m}}$
- La période : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{|q|B}$; $\boxed{T = \frac{2\pi m}{|q|B}}$
- La fréquence : $f = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m}$ $\boxed{f = \frac{|q|B}{2\pi m}}$

a)) Expression de la déviation angulaire :



Dans le triangle (SOC) on a :

$$\sin\alpha = \frac{\ell}{R} = \frac{eB\ell}{mv_0} \approx \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{eB\ell}{mv_0}$$

Comme α étant petit $\sin\alpha \approx \alpha$

▶ Equation de la trajectoire après la sortie de la particule dans la zone du champ magnétique :

Au-delà de (S) la particule n'est plus soumise à l'action de la force magnétique :

L'équation de la droite à la sortie entre le point S et A' :

$y = f'(\ell)(x - \ell) + f(\ell)$ (Est une droite)

Par identification :

$f'(\ell) = \tan\alpha$; $f(\ell) = y_A$, et $x_S = \ell$

▶Déflection magnétique :

Elle correspond à l'ordonnée du point d'impact sur l'écran Fluorescent.

$$\sin\alpha = \frac{\ell}{R} = \frac{|q|B\ell}{mV} \approx \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{|q|B\ell}{mV}$$

$$\tan\alpha \simeq \alpha = \frac{y_M}{\left(\left(L - \ell/_2\right)\right)} = \frac{|q|B\ell}{mV} \Rightarrow y_M = \frac{|q|B\ell}{mV}\left(\left(L - \ell/_2\right)\right) \Longrightarrow \boxed{y_M = \frac{|q|B\ell}{mV}\left(L - \ell/_2\right)}$$

Conclusion :

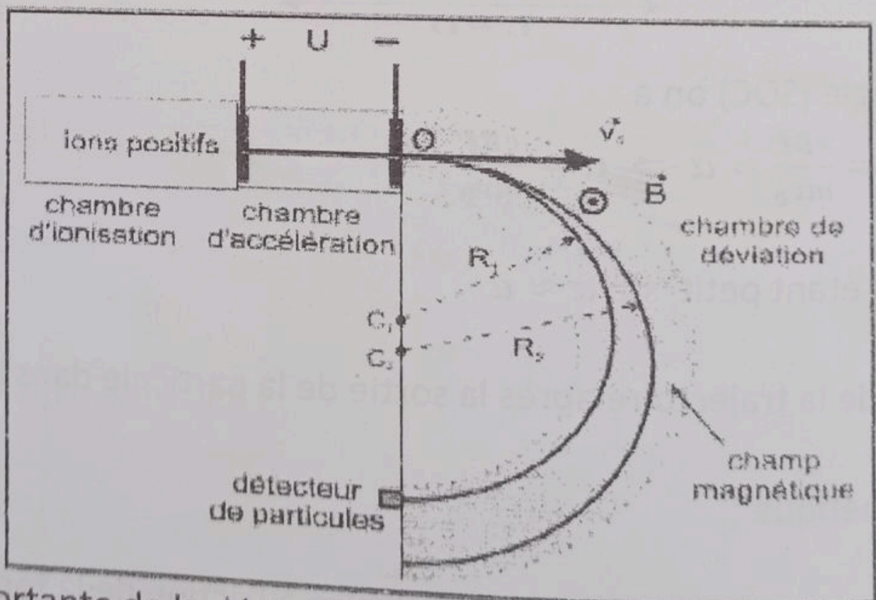
La déviation et la déflexion magnétiques sont proportionnelles au champ magnétique qui les a engendrés.

▶Spectromètre de masse :

L'action d'un champ magnétique sur une particule chargée en mouvement et le mouvement qui en résulte est à la base de nombreuses applications : spectrographe de masse, le cyclotron pour n'en citer que quelques-unes.

▶Spectrographe de masse :

Les physiciens et les chimistes utilisent quotidiennement une



Application importante de la déviation des particules dans un champ magnétique : le spectrographe de masse. Cet appareil permet de séparer des ions de masses différentes et donc d'analyser la composition atomique et isotopique de la matière.

• Chambre d'ionisation : On y produit des ions de même charge q mais de masse différente.

•Chambre d'accélération : A travers une première fente, les ions pénètrent dans cette chambre avec une vitesse quasi nulle. Ils sont accélérés par la tension supérieure à zéro et sortent avec une vitesse :

$$v_0=\sqrt{(2|q|)\frac{U}{m}}$$

•La chambre de déviation : les ions sont déviés par un champ magnétique $\vec{B}$ et on pour trajectoire des démi-cercle dont les rayons R_1 et R_2 dépendent des masses m_1 et m_2

$$R_1=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um_1}{|q|}} \quad R_2=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um_2}{|q|}}$$

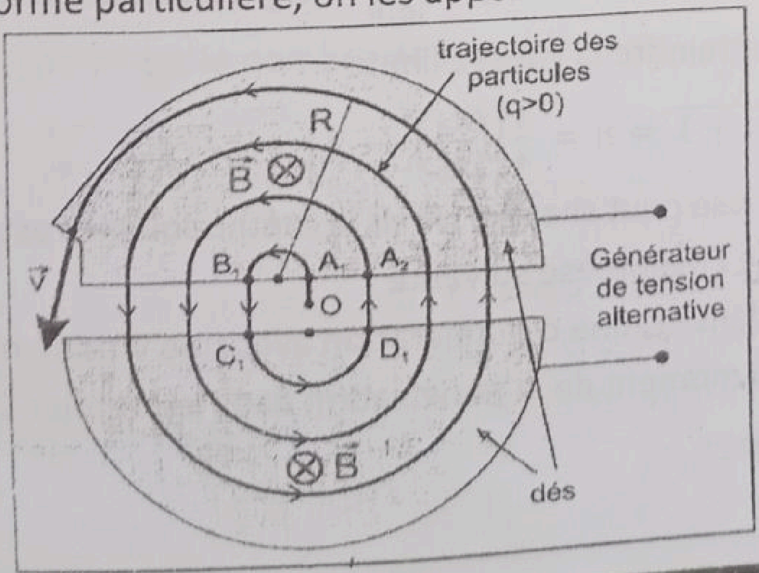
Le rayon de la trajectoire augment avec la masse.

•Zone de reception : est la distance entre les deux points d'impact :

$$C_1C_2=2R_2-2R_1=\sqrt{\frac{8U}{|q|B^2}}\left(\sqrt{m_2}-\sqrt{m_1}\right)$$

▶ Cyclotron :

Le cyclotron est un accélérateur de particules chargées comme des protons ou des deutérons. Ces particules sont accélérées à grande vitesse dans le vide et servent de projectiles que l'on envoie sur des cibles de matière. Les collisions qui en résultent permettent d'étudier la structure de la matière. Un cyclotron est constitué de deux parties creuses démicylindriques dont la forme rappelle celle de la lettre D ; en raison de cette forme particulière, on les appelle <<dés>>.



Un champ magnétique uniforme est appliqué perpendiculairement aux dés. Un champ électrique est établi entre les dés en leur appliquant une différence de potentiel. La source S de particule à accélérer est placée près du centre de l'appareil.

On met dans le cyclotron une particule de masse et de charge q hypothèses : la particule débute son mouvement dans le Dé

On considère qu'elle effectue un tour chaque fois qu'elle retourne dans ce Dé.

●Vitesse d'entrée de la particule dans le D_1 à partir du centre :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2|q|u}{m}}$$

●Le nombre de tour : $E_c = n\Delta E_c$

●La relation entre les deux tensions initiale et maximale :

$$u_0 = 2u_{max} = 2u$$

●Rayon du premier demi-cercle : $R_0 = \frac{mv_0}{|q|B} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{mu}{|q|}}$

●Durée d'un premier demi-tour : $t_{1/2} = \frac{\pi R_0}{v_0} = \frac{\pi m}{|q|B}$

●Période de la tension : $T = 2t_{1/2} = \frac{2\pi m}{|q|B}$

●Vitesse après un tour :

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 2|q|u \Rightarrow v_1 = v_0\sqrt{5}$$

●Vitesse au nième tour : $v_n = v_0\sqrt{4n+1}$

●Rayon au nième tour : $R_n = \frac{mv_n}{|q|B} = R_0\sqrt{4n+1}$

●Vitesse limite : atteinte quand : $R_n = \frac{mv_1}{|q|B} = R_d$ (Rayon des Dés).

●Valeur de n pour atteindre la vitesse limite :

$$R_d = \frac{mv_1}{|q|B} = R_0\sqrt{4n+1} \Rightarrow n = \frac{1}{4}\left[\left(\frac{R_d}{R_0}\right)^2 - 1\right]$$

Attention : l'hypothèse peut changer, mais la méthodologie reste la même.

Donc : examinons le l'hypothèse suivante

Un ion est injecté dans la zone d'accélération avec une vitesse nulle. Quelle est sa vitesse v_1 au moment de la pénétration dans le premier Dé.

D'après TEC :

$\Delta E_c = \sum W_{\vec{f}_{ex}} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = |q|u \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2|q|u}{m}}$

Le rayon de la première la trajectoire semi-circulaire est donc :

$$R_1 = \frac{mv_1}{|q|B} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mu}{|q|}}$$

Expression de R_n de l a $n^{ième}$ trajectoire demi-circulaire en fonction de R_1 :

D'après TEC : entre D_1 et D_2

▶Pour le 2^{eme} passage la particule traverse avec une vitesse v_2

$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = |q|u \Rightarrow v_2^2 = \frac{2|q|u}{m} + v_1^2$

Or : $v_1^2 = \frac{2|q|u}{m} \Rightarrow v_2^2 = 2v_1^2$

▶Pour le 3^{eme} passage la particule traverse avec une vitesse v_3

$\frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = |q|u \Rightarrow v_3^2 = \frac{2|q|u}{m} + v_2^2 = 3v_1^2$

▶Pour le 4^{eme} passage la particule traverse avec une vitesse v_4

$\frac{1}{2}mv_4^2 - \frac{1}{2}mv_3^2 = |q|u \Rightarrow v_4^2 = \frac{2|q|u}{m} + v_3^2 = 4v_1^2$

▶Pour le $n^{ème}$ passage la particule traverse avec une vitesse v_n

Par déduction : $v_n^2 = nv_1^2 \Leftrightarrow v_n = v_1\sqrt{n}$

A chaque demi-tour, l'énergie cinétique est incrémentée de $|q|u$

$E_{c(n)} = \frac{1}{2}mv_n^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 \times n = R_1\sqrt{n} \Rightarrow R_n = R_1\sqrt{n}$ et

$n = \left(\frac{R_n}{R_1}\right)^2$

Nombre de tours effectués par la particule :

Comme il y a a deux passage par tours le nombre de tours est :

$n' = \frac{n}{2} = \frac{1}{2}.\left(\frac{R_n}{R_1}\right)^2$; où n' est le nombre de tour effectués

Questions théoriques

1)) Quelles sont les actions du champ magnétique sur une particule électrisée ? Faites la différence entre déflexion magnétique et électrostatique

2)) Après avoir énoncé la loi de Lorentz, dégager les applications de la force de Lorentz

3)) Faites une étude comparative entre la force magnétique et la force de Lorentz ?

4)) Démontrer que le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique est :

a)) Uniforme

b)) Sa trajectoire est plane

c)) Son mouvement est circulaire

5)) Après avoir définir le spectromètre de masse expliquer son fonctionnement ?

6)) Après avoir définir le spectromètre de masse expliquer son fonctionnement ?

Exercices Résolus

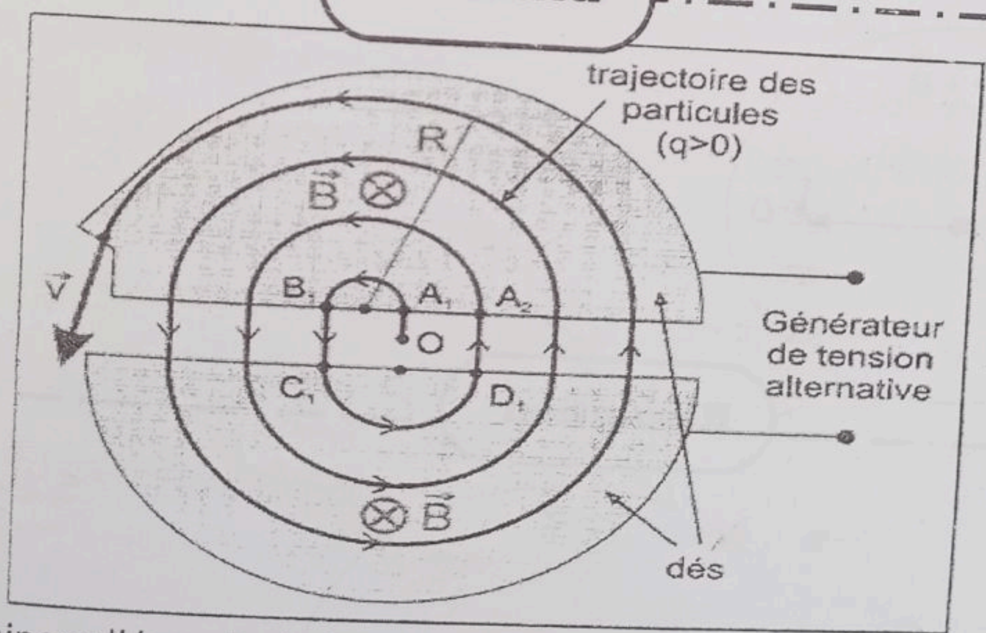
Exercice 1

Le cyclotron de Saclay à un rayon maximal d'extraction 387,5mm. La tension accélératrice à une valeur maximale de 200kv et une fréquence 11,4MHZ

1)) Calculer l'énergie cinétique que possèdent des atomes carbone quatre fois ionisé à la sortie de l'appareil.

2)) Donner la valeur du champ magnétique et évaluer le nombre de tour effectué par les ions avant leur extraction. On prendras $m(C^{4+}) \approx 12U$; $1u = \frac{1}{6{,}02.10^{26}}\ kg$;

Résolution



1)) Déterminons l'énergie cinétique :

$E_c = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}m(2\pi NR_{max})^2$ $\boxed{E_c = \frac{1}{2}m(2\pi NR_{max})^2}$

avec $V_{max} = R_{max} x\omega = 2\pi NR_{max}$

AN : $E_C = 7{,}7.10^{-12}\ J = 48\ Mev$

2)) La valeur du champ magnétique :

On sait que :

$B = \frac{m\omega}{|q|}$ or $\omega = 2\pi N$ et $|q| = 4e \Rightarrow$ $\boxed{B = \frac{m\pi N}{2e}}$ AN : $B = 2{,}23\ T$

Déterminons le nombre de tours : $n = \frac{E_c}{\Delta E_c}$

- Trouvons : ΔE_c

D'après TEC : $\Delta E_c = \sum W_{\vec{f}_{ex}} \Rightarrow \Delta E_c = |q|u_0 = 4eu = 8eu_{max}$

$\Delta E_c = 0{,}256.10^{-12}\ j \Longrightarrow$ $\boxed{n = 30\ trs}$

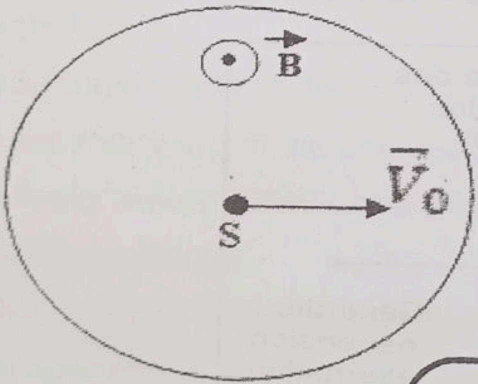
Exercice 2

Dans un domaine, sous vide poussé, règne un champ magnétique constant et uniforme de vecteur $\vec{B}$. Au centre du domaine, la source (S) émet un proton avec une vitesse $\vec{V}_0$ perpendiculaire à la direction du vecteur $\vec{B}$.

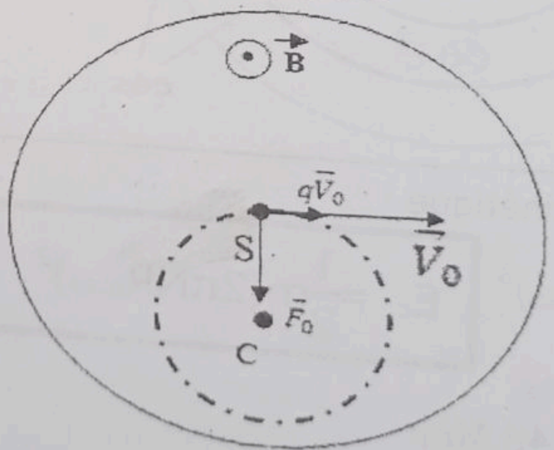
a)) Quelles sont les caractéristiques de la force magnétique s'exerçant sur le proton au point S ? Dessiner $\vec{F}_0$, qu'en déduisez-vous ?

b)) Démontrer que la trajectoire du proton est plane ;

c)) Calculer la période de révolution du proton et sa fréquence $(en\ MHz)$?

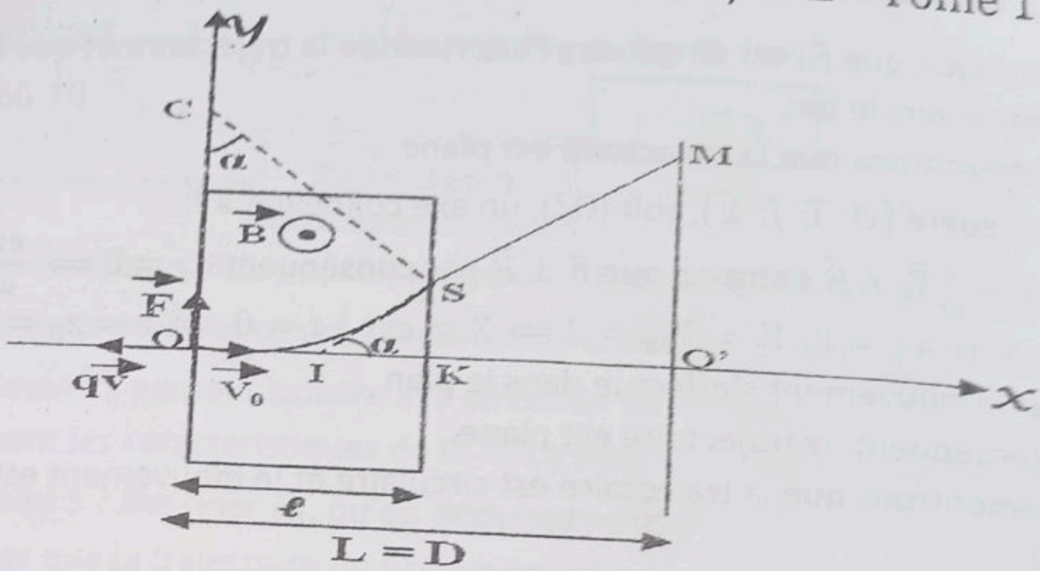


Résolution



a)) Caractéristique de la force magnétique :

- Point d'application : sur la particule (proton avec $q > 0$)
- Direction : $\vec{F}_0 \perp$ à la fois à $\vec{V}$ et $\vec{B}$
- Sens : le trièdre $(q\vec{V}_0;\ \vec{B};\ \vec{F})$ est direct.
- Intensité : $F_0 = \|q\|V_0B$



1)) Déterminons l'angle de déflexion :

●Dans le triangle : (HCS) ; $\sin\alpha = \frac{\ell}{R} = \frac{eB\ell}{mv_0}$; AN : $\boxed{\alpha \approx 21°}$

▶Les coordonnées du point (S) :

●Au point (S) : $x_S = \ell = 2cm$ et $\tan\alpha = \frac{y_S}{\frac{\ell}{2}} \Rightarrow y_S = \frac{\ell}{2}\tan\alpha = -0{,}384\ cm$;

$$\boxed{x_S = 2cm \text{ et } y_S = 0{,}384\ cm}$$

2)) L'équation de la trajectoire de la particule entre la région de champ magnétique et l'écran :

On sait que :

La trajectoire est une droite d'équation :

$y = f'(\ell)(x - \ell) + f(\ell)$ (Est une droite)

Par identification :

$f'(\ell) = \tan\alpha$; $f(\ell) = y_{A'}$ et $x_S = \ell$

$y = 0{,}384(x - 2) + 0{,}384 = 0{,}384(x - 1)$; $\boxed{y = 0{,}384(x - 1)}$

●Les coordonnées du point d'impact A' sur l'écran :

▶Au point A' :

$x_{A'} = L = 50cm$ et $y_{A'} = 18{,}8cm$; $\boxed{x_{A'} = L = 50cm \text{ et } y_{A'} = 18{,}8cm}$

Exercice 4

On cherche à séparer les isotopes de l'uranium $^{325}_{92}U$ et $^{238}_{92}U$. Les atomes sont d'abord ionisés en $^{325}_{92}U$ et $^{238}_{92}U$ ils sont ensuite accélérés sous une tension $u_0 = 3800\ V$, ils pénètrent enfin dans une région où règne un champ magnétique B. Les ions décrivent des demi-cercles de rayons R_1 et R_2 et sont perçus aux points A et C.

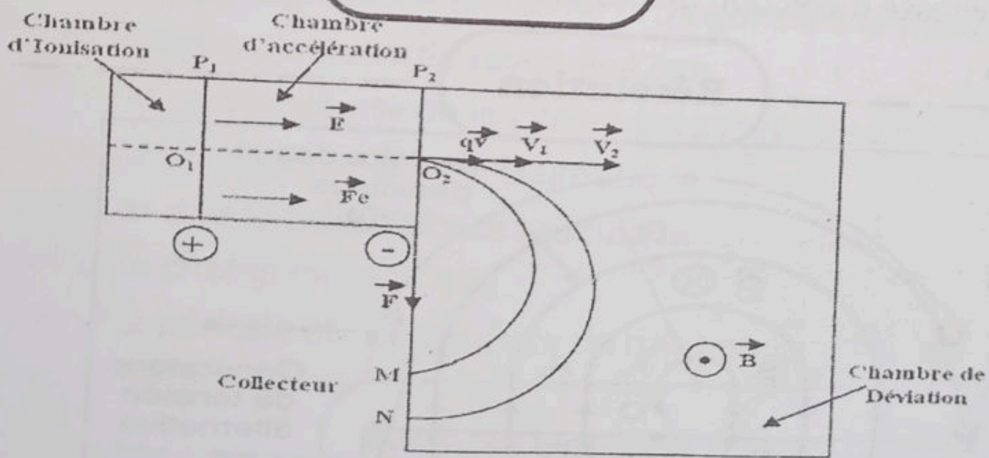
a)) Calculer $^{325}_{92}U$ et $^{238}_{92}U$ les vitesses v_1 et v_2 respectivement des ions en O point d'entrée dans le champ magnétique.

b)) Calculer les rayons R_1 et R_2 des trajectoires des ions $^{325}_{92}U$ et $^{238}_{92}U$. En déduire la distance AC. On donne :

$m_1 = 235u$; $m_2 = 238u$ et $1u = 1{,}66.10^{-27}\ kg$

$B = 1\ T$

Résolution



a)) Calculons les vitesses :

D'après TEC : $\Delta E_c = \sum W_{\vec{f}_{ex}}$

• Pour : $^{325}_{92}U$

$\frac{1}{2}mv_1^2 = eu_0 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2eu_0}{m_1}} \Longrightarrow$ AN : $\boxed{v_1 = 55830\ m/s}$

• Pour: $^{238}_{92}U$

$\frac{1}{2}mv_2^2 = eu_0 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2eu_0}{m_2}}$; AN: $\boxed{v_2 = 55480\ m/s}$

b) Calculons les rayons:

• Pour : $^{325}_{92}U$; $R_1 = \frac{m_1 v_1}{eB} = 1{,}3612\ m \Rightarrow \boxed{R_1 = 1{,}3612\ m}$

• Pour: $^{238}_{92}U$; $R_2 = \frac{m_2 v_2}{eB} = 1{,}3699\ m \Rightarrow \boxed{R_2 = 1{,}3699\ m}$

▶ Déduisons-en la distance AC :

$d_{AC} = 2(R_2 - R_1)$; AN : $\boxed{d_{AC} = 1,74\ cm}$

Exercice 5

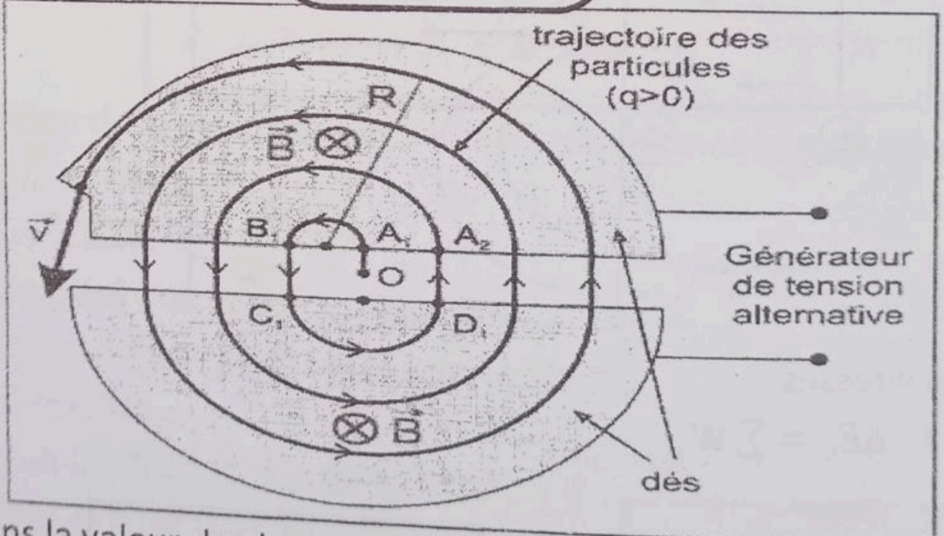
Juste avant de s'échapper d'un cyclotron, des protons décrivent un cercle de 0,42m de rayon. La fréquence de la tension alternative appliquée entre les D est de 10^7Hz.

1-) Calculer la valeur du champ magnétique, la vitesse des protons et leur énergie cinétique (en Mev). On donne : $m_P = 1,66.10^{-27}$kg.

2-) Quel est le nombre minimal de tours complets effectués par les protons si la tension maximale entre les D est de 20kV.

3-) Dans ce même cyclotron, on envoie un deuton de masse $3,34.10^{-27}$kg et de charge +e. Calculer la fréquence de la tension alternative à appliquer. Quelle sera la vitesse d'éjection de ces particules ? Donner leur énergie cinétique.

Résolution



1)) Calculons la valeur du champ magnétique :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{Or :} \begin{cases} \omega = \frac{qB}{m} \\ T = \frac{1}{f_0} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{f_0} = \frac{2\pi m}{qB} \Rightarrow B = \frac{2\pi\, m f_0}{q} \quad \text{AN : } B = 0,652\ T$$

Calcul de la vitesse des protons :

$R_0 = \frac{mv_0}{eB} \Rightarrow \boxed{v_0 = \frac{BeR_0}{m}}$ AN : $\boxed{v_0 = 2,6.10^7 m/s}$

Calcul de l'énergie cinétique :

$E_C = \frac{1}{2} m {v_0}^2$ AN : $E_C = 5,6.10^{-13} J$

2))Calculons le nombre de tour :

$n = \frac{E_c}{\Delta E_c}$; $Or\ \Delta E_c = eu_0 = 2eu_{max} \Leftrightarrow \boxed{n = \frac{E_c}{2eu_{max}}}$ AN : $\boxed{n = 90\ tours}$

3)) Calculons la fréquence de la tension alternative :

Or : $eB = 2\pi m f_0 \Rightarrow \boxed{f_0 = \frac{eB}{2\pi m}}$ AN: $\boxed{f_0 = 0{,}497.10^7\ Hz}$

La vitesse d'injection de ces particules:

$v_0 = 2\pi R_0 f_0$ AN : $v_0 = 1{,}31.10^7\ m/s$;

Calcul de l'énergie cinétique :

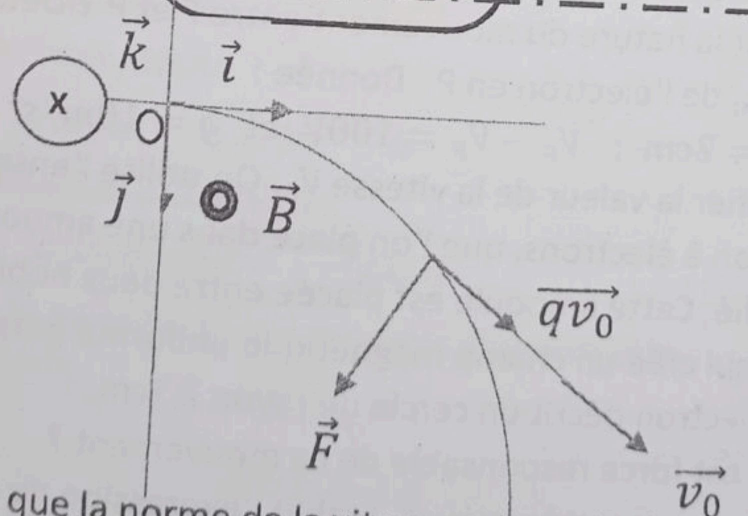
$\boxed{E_C = \frac{1}{2} m {v_0}^2}$ AN : $\boxed{E_C = 2{,}9\ .\ 10^{-13} J}$

Exercice 6

Les particulesα($Hélium\ ^4_2He^{2+}$) de masse m=6,64.10^{-27}kg et de charge q, pénétrant avec une vitesse de valeur V=2.10^{6}m/s dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme orthogonale à la vitesse. Elles décrivent alors une trajectoire de rayon R=42cm.

1- Montrer que la norme de la vitesse est constante dans la région de l'espace où règne le champ magnétique.
2- Montrer que la trajectoire est circulaire
3- Calcul le champ magnétique
4- Calcul la période et la fréquence de rotation.

Résolution



1- Démontrer que la norme de la vitesse est constante,

$P(\vec{F}) = \vec{F} x \vec{V} = F.V.\cos\frac{\pi}{2} = 0 => W(\vec{F} = P(\vec{F}) * t = 0$ D'après le TEC

$\Delta E_C = \sum W(\overrightarrow{F_{EX}}) => E_C - E_{C0} = W(\vec{F}) = 0 => E_C = E_{C0} =>$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 => v^2 = v_0^2 => v = v_0 = constante \quad cqfd$$

2- Montrons que la trajectoire est circulaire

TCI : $\sum \overrightarrow{fex} = m\vec{a} => \vec{F} = m\vec{a} => q\vec{v}_0 \Lambda \vec{B} = m\vec{a} => \vec{a} = \frac{q}{m}\overrightarrow{v_0}\Lambda\vec{B}$

Dans la base de frenet : $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t =>$

$$\begin{cases} \vec{a} = \frac{q}{m}\overrightarrow{v_0}\Lambda\vec{B} \\ \vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t \end{cases} => \begin{cases} \overrightarrow{a_n} = \frac{q}{m}\overrightarrow{v_0}\Lambda\vec{B} \\ \vec{a}_t = 0 \end{cases} => a_n = \frac{|q|}{m}.v_0.B => \frac{v_0^2}{R} = \frac{|q|.v_0.B}{m} =>$$

$R = \frac{mv_o}{|q|.B}$ => R=constant donc la trajectoire est circulaire.

3- Calcul du champ magnétique

$$R = \frac{mv_o}{|q|.B} => B = \frac{mv_o}{|q|.R} \quad AN: B = 9{,}9.10^{-2}\,T$$

4- Calcul de la période

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ $Or\ V = R\omega \Longrightarrow \omega = \frac{V}{R} => T = \frac{2\pi R}{V}$ AN: $T = 1{,}3.10^{-6}s$

Calcul de la fréquence: $T = \frac{1}{f} \Longrightarrow f = \frac{1}{T}$ $AN: f = 7{,}69.10^5 Hz$

Exercice 7

1- Des électrons sont émis, sans vitesse initiale, par effet thermoélectronique. Entre le filament F et une plaque P, distant de l on applique une tension $V_P - V_F > 0$?

a) Montrer que le poids de l'électron est négligeable devant la force électrique qui s'exerce sur lui

b) Quelle est la nature du mouvement entre F et P ? Déterminer la vitesse v_0 de l'électron en P . Donnée :

$$l = 2cm\ ;\ V_P - V_F = 100V\ \ et\ \ g = 10m/s^2$$

2- On veut vérifier la valeur de la vitesse V_0. On utilise l'ensemble $\{F; P\}$ comme canon à électrons, que l'on place dans une ampoule contenant un gaz raréfié. Cette ampoule est placée entre deux bobines de Helmholtz qui crée un champ magnétique uniforme perpendiculaire à la vitesse. L'électron décrit un cercle de rayon 2,7cm.

a) Quelle est force responsable de ce mouvement ? Donner ses caractéristiques. Etablit l'expression du rayon de la trajectoire

b) Calculer V_0 et la période du mouvement d'un électron. Cette période dépend-t-elle de V_0 ? Donnée : B=1,25.10^{-3} T

Résolution

1-

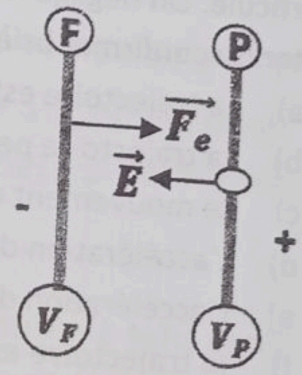
a) Montrons que le poids de l'électron est négligeable devant la force électrique :

$$P = mg = 9.10^{-31} \times 10 = 9.10^{-30}N$$

$$F = qE = e.\frac{V_P - V_F}{l} = 8.10^{-16}N$$

Rapport : $\frac{F}{P} = \frac{8.10^{-16}}{9.10^{-30}} \approx 10^{14} \Rightarrow F = 10^{14}P$; donc le poids est négligeable devant la force électrique.

b) La nature du mouvement entre F et P



TEC : $\Delta EC = \sum W_{(\vec{F}ex)} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_P^2 - \frac{1}{2}mv_F^2 = q(V_F - V_P)$

Avec $\begin{cases} V_F = 0 \\ q < 0 \\ V_P - V_F > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_P^2 = e.(V_P - V_F)$

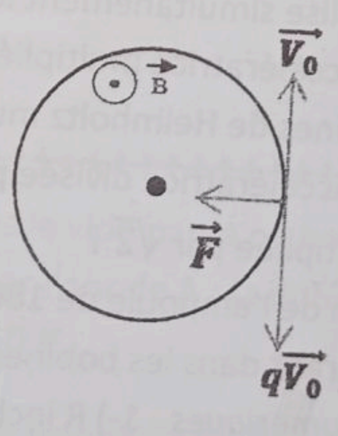
Par conséquent le mouvement est accéléré entre F et P

Déterminons la vitesse v_0 de l'électron en P :

AN : $v_0 = 6.10^6 m/s$

2- a) Les bobines de Helmhotz créent un champ magnétique uniforme . Les électrons qui y pénètrent subissent une force de lorenz définie par :

$\vec{F}_0 = q\vec{V}_0 \wedge \vec{B}$



<u>Caractéristiques :</u>

- Point d'application : la charge (q)
- Direction : $\vec{F}$ orthogonale à $\vec{v}_0$ et $\vec{B}$
- Sens : Règle de la main droite
- Intensité : $\vec{F} = |q|v_0B = 1,2.10^{-15}N$

<u>Expression du rayon de la trajectoire :</u>

$F_N = F \Rightarrow m\frac{v_0^2}{R} = |q|v_0B \Rightarrow \boxed{R = \frac{mv_0}{|q|B}}$ *CQFD*

b) Calculons V_0 et la période du mouvement d'un électron :

$R = \frac{mv_0}{|q|B} \Rightarrow v_0 = \frac{R|q|B}{m}$ AN: $v_0 = 6.10^6 m/s$

$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{|q|B}$ AN: $T = 2,8.10^{-8}s$

Vérification:

Vu que : $T = \frac{2\pi m}{|q|B}$, par consequent la période ne depend pas de la vitesse

EXERCICES PROPOSES

++++++++++++++++++++Exo1:+++++++++++++++++++++++++

Une particule éléctrisée, de masse m et de charge q négative, est en mouvement dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. On désigne par $\vec{v}$ la vitesse de la particule. On néglige ici l'action de la pesanteur.

Refuter ou confirmer brièvement les affirmations suivantes :

a) La trajectoire est toujours un cercle
b) La trajectoire peut-être une droite
c) Le mouvement est toujours uniforme
d) L'accélération de la particule peut-être le vecteur nul
e) L'accélération de la particule est un vecteur perpendiculaire à $\vec{v}$
f) la trajectoire est soit plane, soit rectiligne
g) la trajectoire peut-être une parabole

++++++++++++++++++++Exo2:+++++++++++++++++++++++++

Dans une ampoule à électrons, on observe pour un réglage donné, que des électrons ont une trajectoire circulaire de rayon R=5cm. Qu'observe-t-on lorsqu'on réalise simultanément les opérations suivantes :

1-) Tension accélératrice multipliée par quatre (4) et intensité du courant dans les bobines de Helmholtz multipliée par deux (2) ?

2-) Tension accélératrice divisée par deux (2) et intensité du courant dans les bobines multipliée par $\sqrt{2}$?

3-) Rotation de l'ampoule de 180° autour de son support, et inversion du sens du courant dans les bobines ?

Réponses numériques : 1-) R inchangé; 2-) R divisé par 2 ; 3-) R inchangé.

++++++++++++++++++++Exo3:+++++++++++++++++++++++++

On considère un faisceau homocinétique d'électrons dans le vide, de vitesse V=10000km/s. Ces électrons abordent une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme, de vecteur $\vec{B}$ orthogonale à $\vec{v}$ et d'intensité $B=1,1.10^{-3}T$

1-) Déterminer les caractéristiques de la force $\vec{F}$ qui s'exerce sur les électrons. Faire un schéma où l'on indiquera les vecteurs $\vec{v}$; $\vec{B}$; $\vec{F}$

2-) Indiquer la nature du mouvement des électrons sous l'action de la force $\vec{F}$. Préciser le plan de la trajectoire et calculer son rayon R. Calculer le temps T mis par les électrons pour faire un tour sur leur trajectoire.

3-) Déterminer la valeur V' de la vitesse pour que le rayon de la trajectoire devient R'=8,0cm. Calculer le temps T' mis par les électrons pour faire un tour sur la trajectoire de rayon R'. Justifier le résultat obtenu.

Réponses numériques : 2-) 5,17cm ; $3,25.10^{-8}$s ;3-) $1,55.10^{7}$m/s; T'=T

+++++++++++++++++++Exo4:+++++++++++++++++++++++++

Des protons animés d'une vitesse $\vec{v}$ horizontale, pénètrent au point O dans une région de longueur $\ell = 1cm$ où règne un champ magnétique uniforme B horizontal et perpendiculaire à $\vec{v}$.

1)) Le faisceau des protons étant dévié vers le haut, déterminer le sens de $\vec{B}$. Monter que la trajectoire des protons est un arc de cercle puis établir l'expression le rayon de la trajectoire.

2)) Les protons sortent de la région au point S et veinent rapper en M un écran E placé à la distance D =1m du point d'entré O. Etablir l'expression donnant l'ordonnée du point d'impact. Calculer la, déflexion magnétique, sachant que : v $=5.10^{3}$ m/s ; B $=2.10^{-2}$ T ;

Rép : y =3,8cm

+++++++++++++++++++Exo5:+++++++++++++++++++++++++

Dans un canon à électron, les électron émis dans le vide par la cathode C avec une vitesse pratiquement nulle sont accélérés par l'anode A ; la différence de potentiel entre l'anode et la cathode est $u = 140\ V$.

1)) Déterminer le module de la vitesse v des électrons à l'arrivée sur l'anode.

2)) Par une ouverture pratique dans l'anode, le faisceau cathodique pénètre avec la vitesse $\vec{v}$ dans une région où règne le champ magnétique uniforme de moduleB $=8.10^{-4}$ T.

a)) Le faisceau est dirigé parallèlement à la direction du champ magnétique. Donner les caractéristiques du mouvement de l'électron.

b)) Le faisceau est dirigé dans une direction orthogonale à celle du champ magnétique.

c)) Donner les caractéristiques du mouvement de l'électron.

d)) Représenter sur une figure la trajectoire des électrons ainsi que le vecteur vitesse $\vec{v}$ et champ magnétique$\vec{B}$.

e)) Que se passe-t-il si :

▶ La tension accélératrice U demeurant constante on double l'intensité du champ magnétique exercé ?

▶ On double à la fois la tension accélératrice et l'intensité du champ magnétique exercé ?

Données : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg

Rép : $v = 7{,}02.10^6\ m/s$; $R_1 = \frac{R}{2}$; $R_2 = \frac{R}{\sqrt{2}}$

++++++++++++++++++++Exo6:++++++++++++++++++++++++++

Un électron émis en O sans vitesse initiale, est accéléré selon l'axe Ox par une tension$u = 100\ V$. Au-delà de l'orifice A, il pénètre avec vitesse v entre deux plaques métalliques, parallèle à Ox, entre lesquelles règne un champ

électrostatique uniforme E dirigé vers le bas, $E = 2.10^5\ V/m$. On crée également, dans tout le volume compris entre les armatures, un champ magnétique$\vec{B}$, uniforme et perpendiculaire au plan.

1)) Calculer la vitesse V de l'électron à la sortie de l'orifice A.

2)) a) En justifiant la réponse donner la direction et le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ pour que l'électron ne subisses, entre les plaques, aucune déviation.

b)) Calculer alors la valeur à donner à B.

Rép : 1) V =5,93 m/s ;B =3,37.10^{-2} T

++++++++++++++++++++Exo7:++++++++++++++++++++++++++

Dans un tube cathodique, des électrons sont émis sans vitesse initiale par une cathode C, puis accéléré par l'anode A, ils pénètrent en O avec une vitesse horizontale $\vec{v}_0$ dans un champ magnétique $\vec{v}$ perpendiculaire au plan de la figure et de largeurl.

1)) Calculer la tension accélératrice entre l'anode et la cathode.

2)) Etudier la nature du mouvement dans le champ magnétique et calculer la grandeur caractéristique de la trajectoire sachant que $B = 10^{-3}\ T$.

3)) Un écran E, placé à une distance $D = 50cm$ de O, reçoit le faisceau d'électrons. Calculer la déviation sur l'écran du faisceau d'électrons provoquée par le champ magnétique sachant que $\ell = 1cm$ est très inférieur à D.

4)) Dans l'espace de longueur $= 1cm$, on fait agir simultanément le champ magnétique précédent et un champ électrique $\vec{E}$ afin de ne plus observer la déviation sur l'écran E. Calculer l'intensité du champ électrique et représenter sur un schéma les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ puis les forces appliquées à l'électron.

Données : $V_0 = 10^7 m/s$; $e = 1,6 10^{-19}\ C$; $m_e = 9,1.10^{-31}\ kg$

Rép : $U = 284\ V$; $R = 5,7\ cm$; $y = 8,8cm$

+++++++++++++++++++Exo8:+++++++++++++++++++++++++

Le champ magnétique d'un cyclotron servant à accélérer des protons est de $B = 1,48\ T$. Le rayon maximal utile du cyclotron est de $0,35m$.

1)) Combien de fois par seconde le potentiel entre les D doit-il s'inverser ?

2)) Calculer l'énergie cinétique de sortie(en MeV) d'un proton.

3)) Quelle différence de potentiel aurait donné au proton la même énergie cinétique ? On donne : $m_p = 1,66.10^{-27}\ kg$

Rép : $N = 2,27.10^7\ Hz$; $E_c = 12,93\ MeV$; $U = 12,9.10^5\ V$

++++++++++++++++++++Exo9:++++++++++++++++++++++++

1)) Un faisceau d'électrons pénètrent dans une région où règne un champ électrique uniforme avec un vecteur vitesse perpendiculaire au champ électrique

a)) Etablir les lois horaires du mouvement d'un électron dans le champ électrique. Donner l'équation de sa trajectoire

b)) Déterminer les coordonnées du point de sortie

c)) Un écran placé à une distance au milieu des plaques, reçoit le faisceau électronique. Déterminer la déflexion électrostatique.

2)) On remplace le champ électrostatique précèdent par un champ magnétique uniforme perpendiculaire à v_0.

a)) Préciser le sens du champ magnétique pour que les électrons soient déviés vers le haut.

b)) Montrer que le mouvement des électrons est uniforme.

c)) Montrer que le mouvement est circulaire. En déduire le rayon de sa trajectoire.

d)) Déterminer la déflexion magnétique.

3)) Comparer les deux dispositifs des déviations des particules.

+++++++++++++++++++Exo:10++++++++++++++++++++++++++

Dans un tube cathodique, des électrons sont émis sans vitesse initiale par une cathode, puis accéléré par l'anode, il pénètre en 0 avec une vitesse horizontale dans un champ magnétique orthogonale au plan. Le champ magnétique n'existe que sur une zone de longueur de longueurℓ.

1)) Calculer la tension entre l'anode et la cathode.

2)) Etudier la nature du mouvement d'un électron dans le champ magnétique et calculer la grandeur caractéristique de la trajectoire.

3)) Un écran, placé à une distance D de 0, reçoit le faisceau d'électron .Calculer la déviation d'électron provoque par le champ magnétique sachant que la longueur est supérieur à D

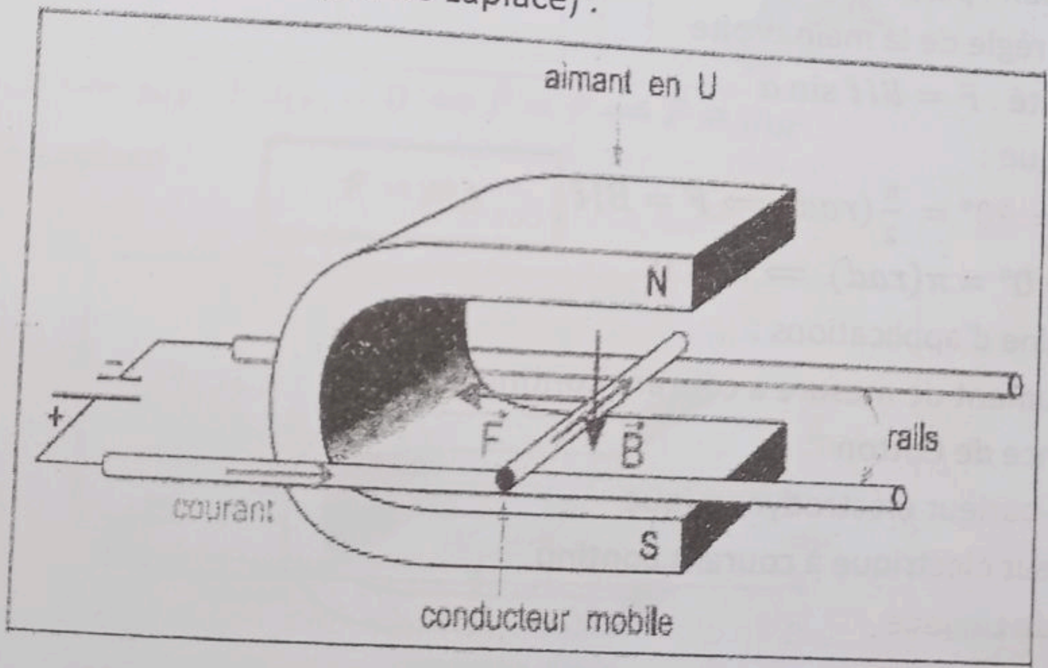
4)) Dans l'espace de longueurℓ, on fait agir simultanément le champ magnétique précédent et un champ électrique afin de n'es plus observer la déviation sur l'écran. Calculer l'intensité du champ électron, représenter les vecteurs$\vec{E}$ et $\vec{B}$, et les forces appliquées à l'électron donné :

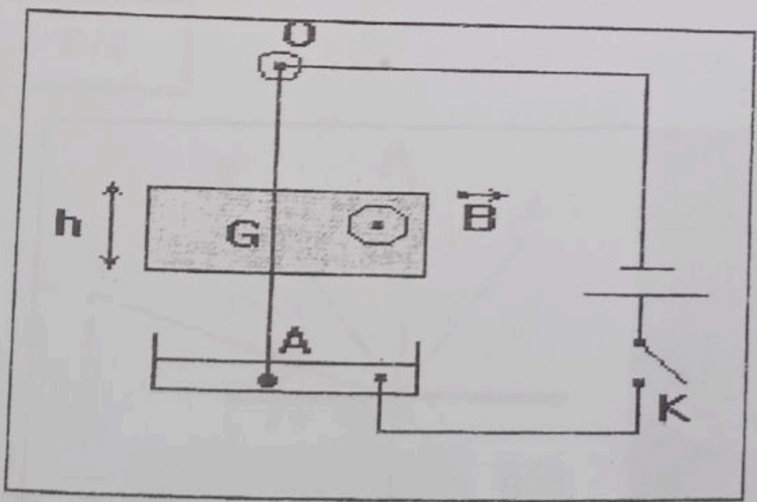
$D = 50cm$; $\ell = 1m$; $B = 10^{-3}$ T et $v_0 = 10^7\ m/s$

▶ Loi de Laplace :

• Enoncé : une portion rectiligne d'un conducteur de longueur l, parcourue par un courant d'intensité I placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ est soumise à une force électromagnétique $\vec{F}$ appliquée en son milieu et donnée par la relation : $\vec{F} = I(\vec{\ell} \wedge \vec{B})$ le sens du vecteur $\vec{\ell}$ étant celui du courant.

▶ Schéma d'expérience (rail de Laplace) :



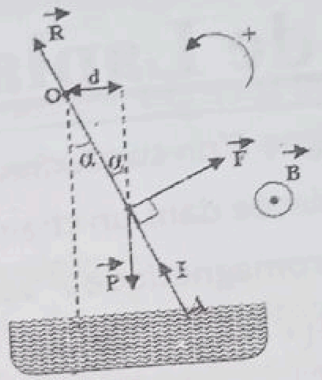


▶ **Schéma d'expérience (fil):**

▶ Schéma d'expérience (fil):

• Caractéristiques de la force de Laplace :

▶ Point d'application : milieu du conducteur



▶ Direction : perpendiculaire au plan définie par le vecteur $\vec{\ell}$ et $\vec{B}$.

▶ Sens : règle de la main droite

▶ Intensité : $F = BI\ell \sin\alpha$

• Remarque :

▶ Si : $\alpha = 90° = \frac{\pi}{2}(rad) \Rightarrow F = BI\ell$

▶ Si $\alpha = 0° = \pi(rad) \Rightarrow F = 0$

▶ Domaine d'applications :

a)) Instrument de mesure à courant continu

b)) Balance de Cotton

c)) Haut-parleur électrodynamique

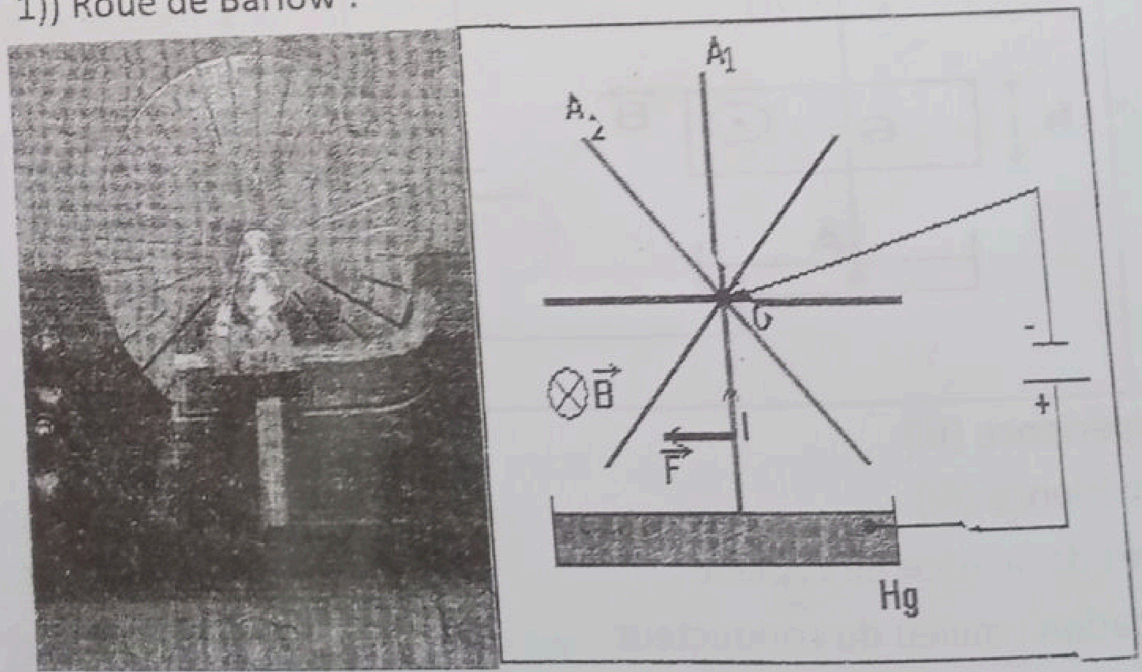
d)) Moteur électrique à courant continu

e)) Rail de Laplace

f)) Roue de Barlow

• Application :

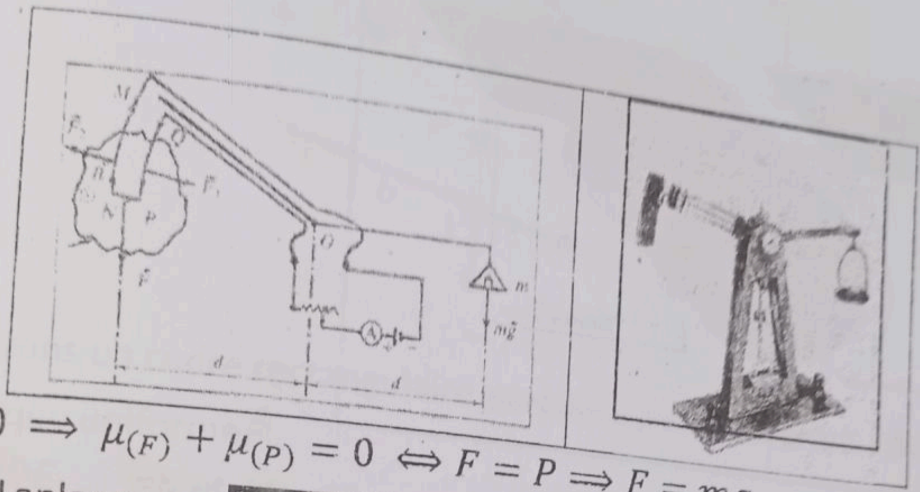
1)) Roue de Barlow :



$\mu_{(\vec{F})} = \frac{1}{2}F.r$; $P_{(\vec{F})} = \mu_{(\vec{F})} \times \omega$; $F = BI\ell$; Avec: $\ell = r$

1)) Balance de Cotton :

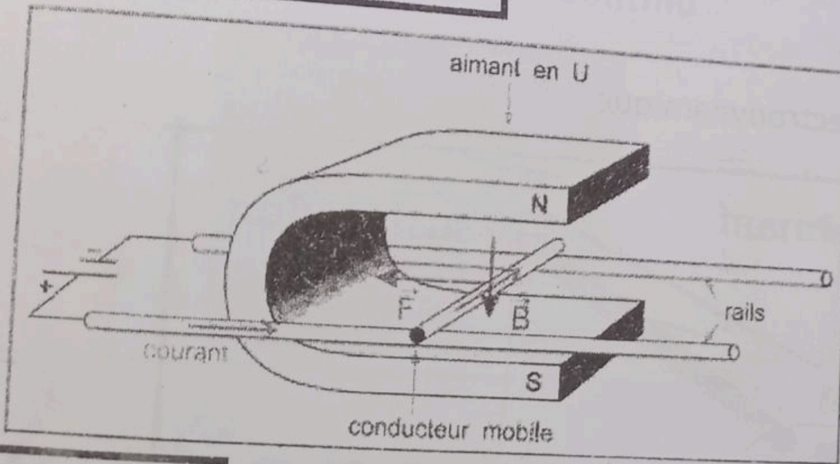
A l'équilibre :



$\sum \mu_{(\vec{F})} = 0 \Longrightarrow \mu_{(F)} + \mu_{(P)} = 0 \Leftrightarrow F = P \Longrightarrow F = mg$

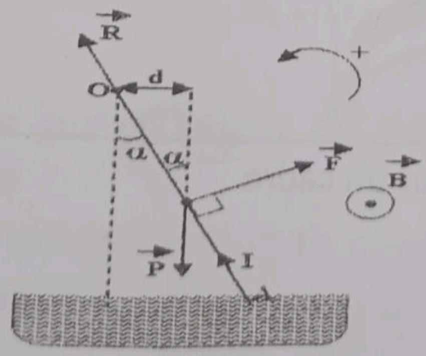
2)) Rail de Laplace :

$\boxed{F = mg}$



$F = BI\ell$; $\boxed{F = BI\ell}$

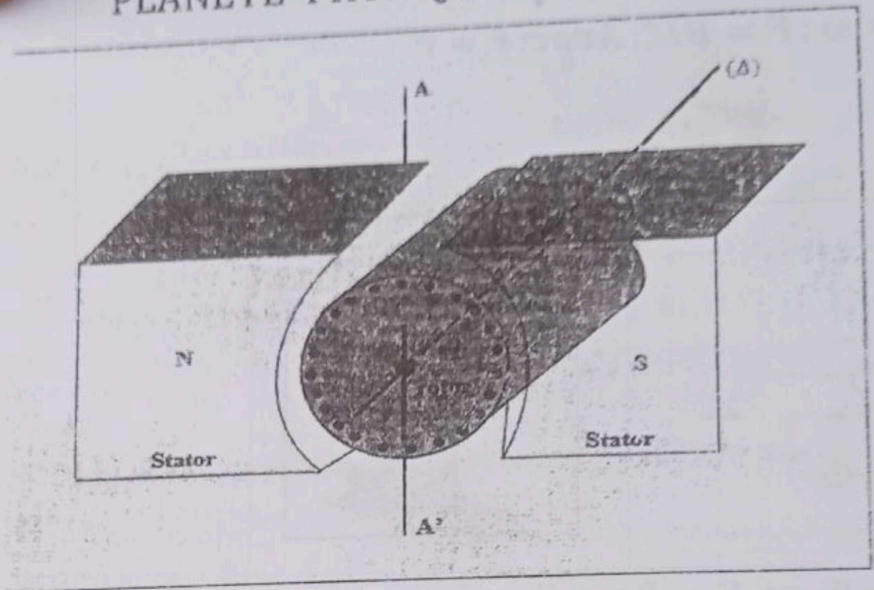
3)) Tige de Laplace :



A l'équilibre :

$\sum \mu_{(\vec{F})} = 0 \Longrightarrow \mu_{(F)} + \mu_{(P)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \mu_{(F)} = FOM \\ \mu_{(P)} = -OG \sin\alpha \end{cases}$; avec : $\ell = d\cos\alpha$

4)) Moteur électrique à courant continu :

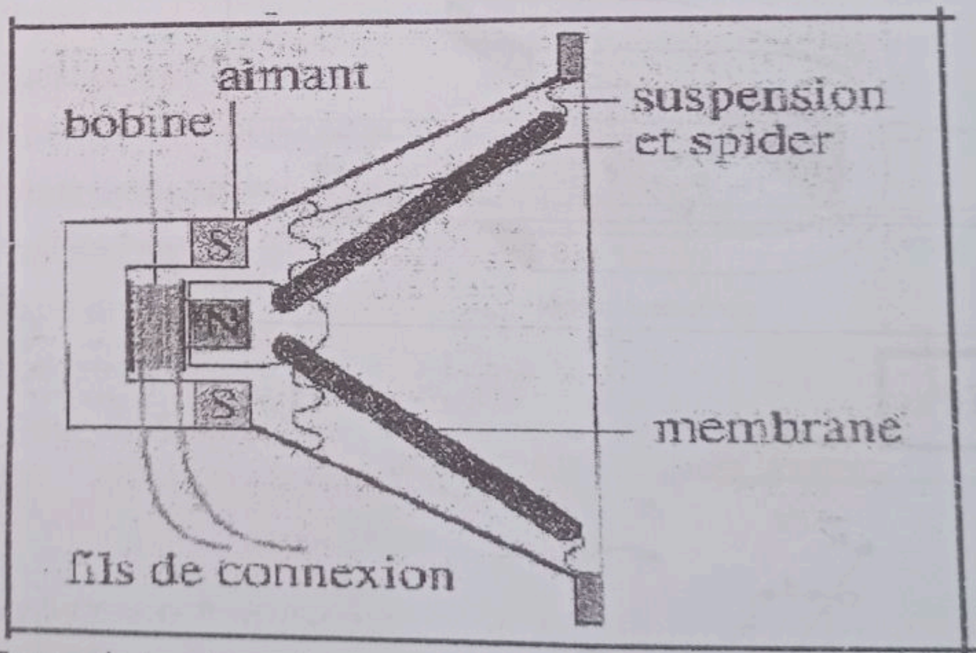


▶ $u_{AB} = e' + RI$

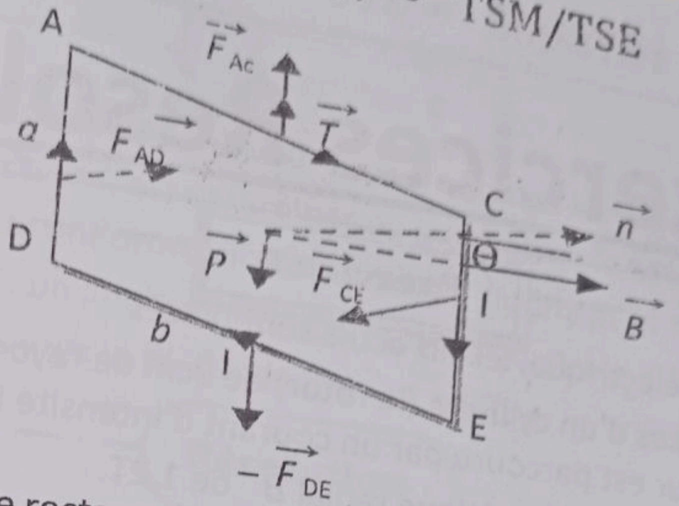
▶ $P = e'I$

▶ $\mu = \frac{P}{\omega}$; $n = \frac{e'}{u_{AB}}$

5)) Hautparleur électrodynamique :



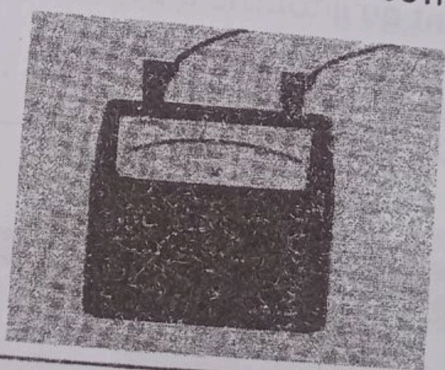
6)) Force de Laplace s'exerçant sur un cadre :



Considérons un cadre rectangulaire parcouru par un courant I dans un champ magnétique uniforme$\vec{B}$.

Soit $AC=DE=b$ et $AD=CE=a$. On a: $F_{AC}=F_{DE}=IbB$ et $F_{AD}=F_{CE}=IaB$

7)) Instrument de mesure à courant continu



Questions théoriques

1)) Enoncer la loi de Laplace et citez ses domaines d'applications ?

2)) Démontrer que la de Laplace est une conséquence directe de la force de Lorentz ?

3)) Décrire les expériences d'un fil conducteur suspendu en un point O dont l'autre extrémité plongée dans du mercure et relié à un générateur :

a)) $I=0$ et $B\neq 0$

b)) $I\neq 0$ et $B=0$

c)) $I\neq 0$ et $B\neq 0$

4)) Expliquer le fonctionnement d'un hautparleur ?

Exercices Résolus

Exercice 1

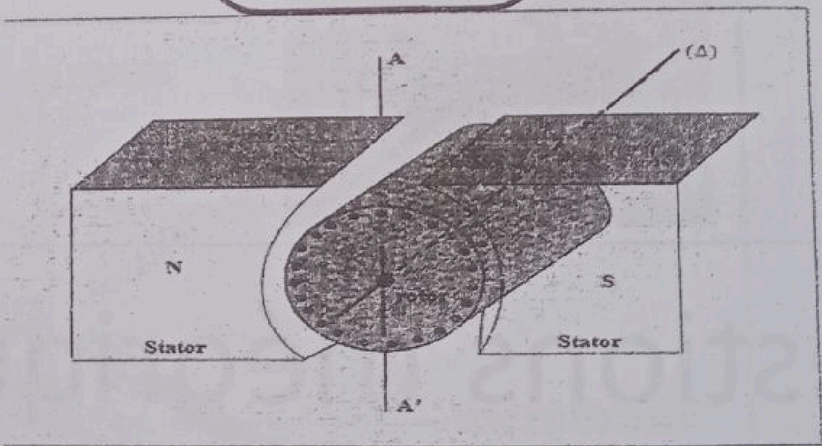
Dans un moteur électrique, les fils actifs sont placés Sur les génératrices d'un cylindre (le rotor) de 9cm de rayon. Chaque fil de 15cm de longueur est parcouru par un courant d'intensité I=10A. Les fils sont placés dans un champ magnétique radial $\vec{B}$ de 1,2T.

1-) Calculer la force qui agit sur chaque fil.

2-) Calculer le travail de cette force, toujours motrice, lorsque le cylindre fait un tour.

3-) Les actions sur chaque fil s'ajoutent ; le rotor comprend 700 fils. Calculer la puissance de ce moteur sachant qu'il tourne à 1800 tours par minute.

Résolution



1)) Calculons la force qui agit sur les fils :

On sait que : $F = BI\ell$; AN : $\boxed{F = 1,8N}$

2)) Calculons le travail de cette force :

$W_{(\vec{F})} = \mu_{(F)}.\alpha = 2\pi FR$ AN : $\boxed{W_{(\vec{F})} = 1,02\,j}$

3)) Calculons la puissance de ce moteur :

$\boxed{P = N(FR\omega)}$

AN : $\boxed{P = 21,4kw}$

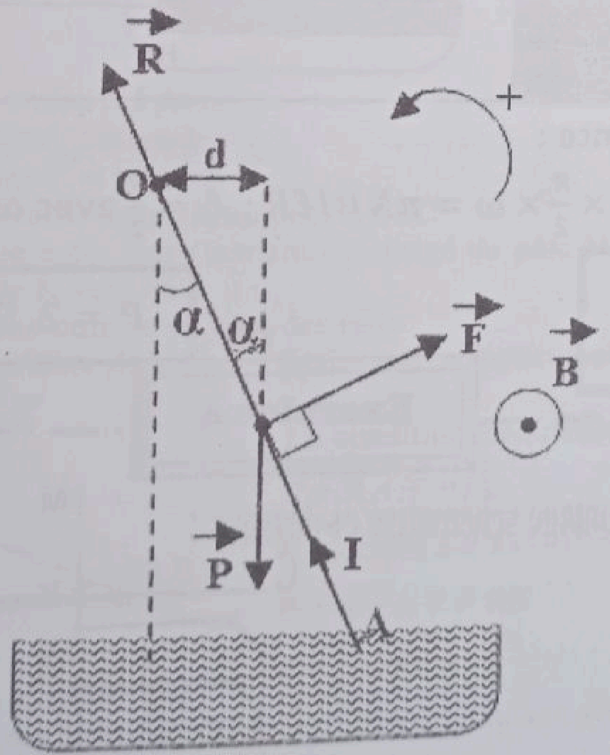
Exercice 2

Un fil conducteur rectiligne OA peut prendre toutes les positions autour du point O. Le contact en A est assuré par du mercure et le fil est placé dans un champ magnétique uniforme, horizontal dont l'intensité $B = 0{,}05\ T$. A l'équilibre le fil fait un angle de $\alpha = 30°$ avec la verticale. Calculer l'intensité du courant qui traverse le fil. On donne : $m = 20\ g$; $g = 10\ N/kg$; $OA = \ell = 80\ cm$.

Résolution

Calcul de l'intensité du courant :

- Système : fil conducteur de masse (m)
- Référentiel : terrestre (considéré galiléen)
- Bilan des forces : le poids $(\vec{P})$; la réaction $(\vec{R})$ et la force de Laplace.



D'après le théorème des moments : $\sum \mu_{(\vec{F}_{ex})} = \vec{0}$

$\mu_{(\vec{P})} + \mu_{(\vec{R})} + \mu_{(\vec{F})} = 0 \Rightarrow -Pd + F\left(\frac{OA}{2}\right) = 0$

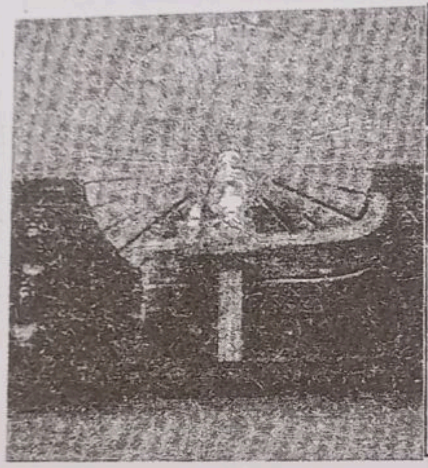
Or : $F = IB\ell \Leftrightarrow IB\ell^2 = 2Pd \Rightarrow d = \frac{\ell \sin\alpha}{2} \Rightarrow$

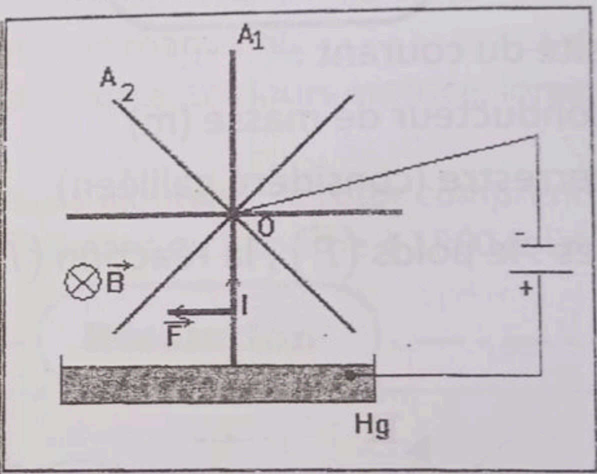
$IB\ell = mg\sin\alpha \Rightarrow I = \frac{mg\sin\alpha}{B\ell}$ AN : $\boxed{I = 2{,}5\ A}$

Exercice 3

Une roue de barbeau ayant un rayon de 10cm, est placé dans un champ magnétique uniforme d'intensité 0,04T et normal au plan du disque on admettra que le moment du couple au quel est soumise la roue est le même que si le courant total i = 10A la traversant était rectiligne, allant de A vers O. Calculer la puissance d'un tel moteur s'il effectue deux tours par seconde.

Résolution





Calculons la puissance :

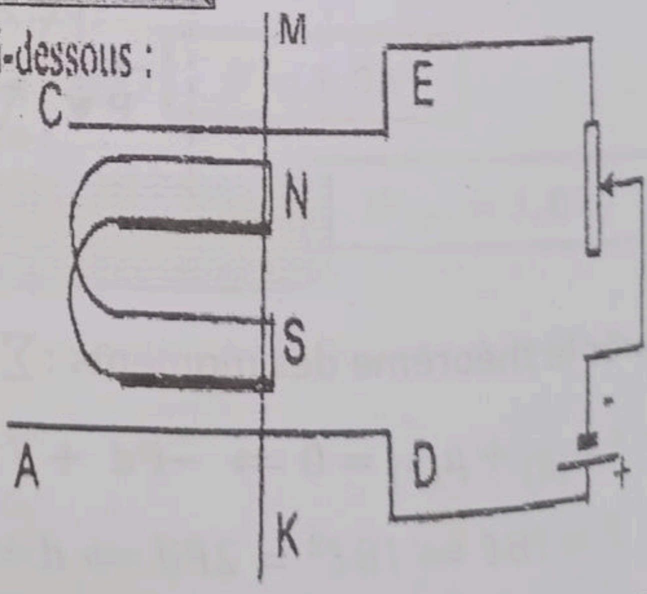
$$P = \mu_{(F)} \times \omega = F \times \frac{R}{2} \times \omega = \pi NBI\ell R \; ; \; \ell = \frac{R}{2} \text{ avec } \omega = 2\pi N \text{ et } F = IlB$$

$$\boxed{P = \frac{\pi NBIR^2}{2}}$$

AN : $\boxed{P = 2{,}512.10^{-2}\ w}$

Exercice 4

On considère le montage schématisé ci-dessous :



La tige de cuivre KM, de masse m, est homogène et de section constante. Elle est placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, sur une longueur ℓ et elle est parcourue par un courant constant I. On admettra que la tige ne peut que glisser sans frottement sur ses rails.

1) De quel angle α peut-on incliner les rails AD et CE et dans quel sens pour que la tige soit en équilibre, dans les deux cas suivants :

a) $\vec{B}$ reste perpendiculaire aux rails,

b) $\vec{B}$ reste vertical ?

2) On incline le plan des rails d'un angle $\alpha = 30°$ dans le sens défini à la question 1/ a). $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan des rails.

a) Quelle est la nature du mouvement de la tige KM ?

b) Calculer son accélération et sa vitesse 0,5 s après la fermeture du circuit.

On admettra dans cette partie que la résistance du circuit est suffisamment élevée pour qu'on puisse négliger les phénomènes d'induction.

On donne : B = 0.5 T ; I = 4 A ; m = 20 g ; ℓ = 6 cm ; g = 10 m/s².

Résolution

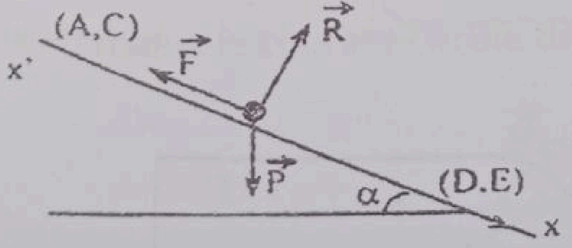
1/ La tige KM est soumise à 3 forces :

- son poids $\vec{P}$, vertical, descendant ;
- la force de Laplace $\vec{F} = I\,\overrightarrow{KM} \wedge \vec{B}$;
- la réaction $\vec{R}$ des rails, normale au plan ADEC

Le champ magnétique créé par l'aimant est dirigé du pôle Nord vers le pôle Sud.
Le courant I circule de K vers M.

a) Cas où $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan des rails

Ainsi pour réaliser l'équilibre de la tige, il faudra relever les extrémités A et C



La condition d'équilibre s'écrit :

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{O}$

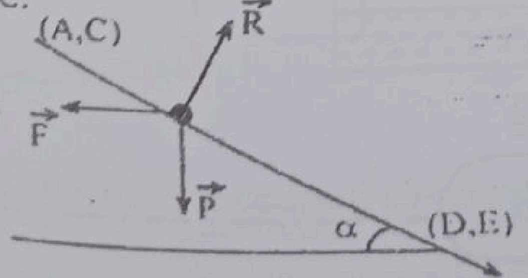
Projection sur xx' : Psinα = F or

P = mg et F = IlB

d'où $\sin\alpha = \dfrac{IlB}{m.g}$ A.N. : $\alpha = 36{,}9°$

b) Si $\vec{B}$ reste vertical au plan des rails, la force de Laplace est horizontale dirigée vers la gauche.

L'équilibre ne sera possible que si on incline les rails en relevant les extrémités A et C.



La condition d'équilibre s'écrit :

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{O}$

Après projection sur xx' :

P sinα - F cosα = O

d'où $\tan\alpha = \dfrac{F}{mg} = \dfrac{IlB}{mg}$

Exercice 5

1) Un fil de cuivre rigide, rectiligne, homogène, de longueur R est susceptible de se mouvoir dans un plan vertical, autour d'une de ses extrémités. L'autre extrémité plonge dans un bac de mercure qui permet de maintenir le contact électrique avec un générateur de tension continue. L'intensité du courant dans le circuit est I. Le dispositif peut être plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, horizontal, et orthogonal au plan de la figure 1.

a) Que se passe-t-il dans les cas suivants :

1^er^ cas : $I = 0$ et $B \neq 0$: 2è cas : $I \neq 0$ et $B = 0$: 3è cas : $I \neq 0$ et $B \neq 0$.

Modifie-t-on quelque chose quand on permute les bornes du générateur ?

b) On néglige la longueur de la partie de la tige située dans le mercure ; on admet d'autre part que la ligne d'action de la force électromagnétique passe par le milieu de la tige.

Calculer la déviation angulaire de la tige quand elle atteint sa position d'équilibre dans le cas où : $I = 6$ A, $B = 2.10^{-2}$ T, $R = 10$ cm. Le poids de la tige est 8.10^{-2} N.

2) Soit le dispositif représenté à la figure 2 : il possède une roue mobile autour d'un axe horizontal (Δ), constituée de rayons rigides en cuivre de longueur R régulièrement répartis. Le dispositif est plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.

a) Expliquer pourquoi on observe un mouvement de rotation. Préciser son sens.

b) La vitesse de rotation est 90 tours/minute. Calculer la puissance développée par la force électromagnétique, supposée appliquée au milieu d'un rayon.

On donne : $B = 2.10^{-2}$ T ; $R = 10$ cm ; $I = 6$ A.

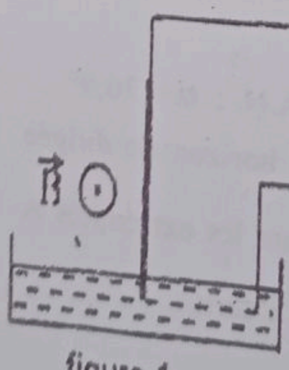


figure 1

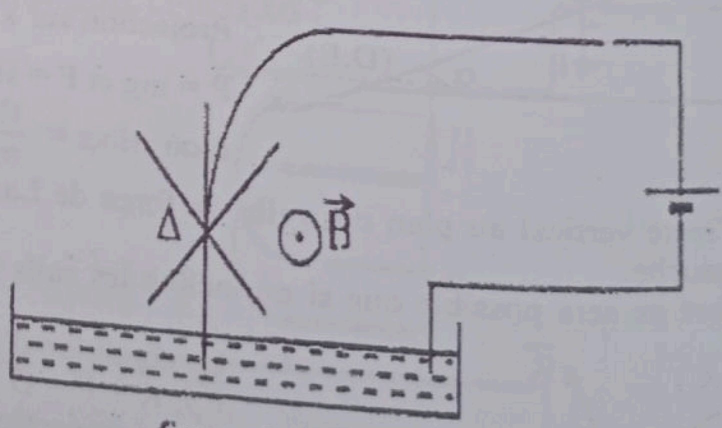
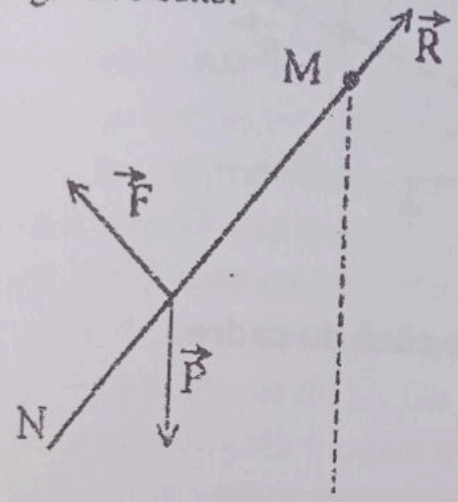


figure 2

Résolution

I/ a) 1[er] cas : F est nulle. 2[ème] cas : F est nulle. 3[ème] cas : il existe une force $\vec{F}$/F = IRB appliquée au milieu de MN (voir schéma).
Lorsqu'on permute les bornes du générateur, le courant électrique et la force changent de sens.

b)



A l'équilibre $\sum \mathcal{M} = 0 \Rightarrow \mathcal{M}_{\vec{F}} + \mathcal{M}_{\vec{P}} + \mathcal{M}_{\vec{R}}$

$$F\frac{R}{2} - mg\frac{R}{2}\sin\alpha = 0 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{F}{mg} = \frac{BIR}{mg}$$

d'où $\alpha = 8{,}6°$

2/ a) On observe un mouvement de rotation dans le sens trigonométrique inverse à cause de la force magnétique.

b) $P = F.v$ avec $v = \frac{R}{2}\omega$ et $F = IBR$; $\omega = 2\pi n$

d'où $P = \pi BIR^2 n = 5{,}65.10^{-3}$ W.

Exercice 6

Un cadre conducteur carré de côté a parcouru par un courant continu est placé dans un champ magnétique uniforme. Le plan du cadre est parallèle aux lignes de champ, ses côtés font un angle de 45° avec la direction du champ. Représenter les forces de Laplace exercées sur chaque côté du cadre. Comparer leurs valeurs.

Résolution

Schéma : (lorsque le courant circule de A à vers B)

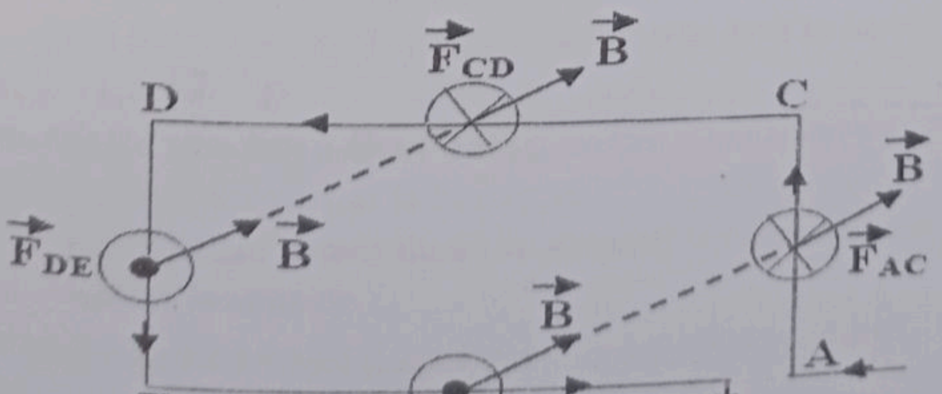
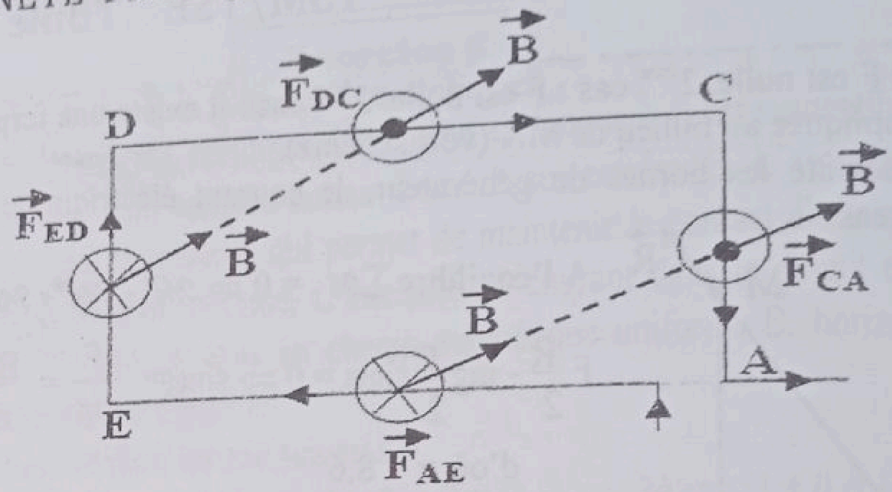


Schéma : (lorsque le courant circule de B vers A)



▶ **Comparaisons des forces de Laplace sur chaque côté du cadre :**

AC =CD =DB =BA =a

• $F_{AC} = BIa\sin\theta = BIa\frac{\sqrt{2}}{2}$

• $F_{CD} = BIa\sin\theta = BIa\frac{\sqrt{2}}{2}$

• $F_{BC} = BIa\sin\theta = BIa\frac{\sqrt{2}}{2}$

• $F_{BA} = BIa\sin\theta = BIa\frac{\sqrt{2}}{2}$

▶ Alors : $F_{AC} = F_{CD} = F_{BC} = F_{BA} \Longrightarrow$ $\boxed{F_{AC} = F_{CD} = F_{BC} = F_{BA} = BIa\frac{\sqrt{2}}{2}}$

EXERCICES PROPOSES

++++++++++++++++++++Exo1:+++++++++++++++++++++++++

Un fil rectiligne, homogène de longueur 30 cm et de masse m=10g, est suspendu par son extrémité supérieure à un point O autour duquel il tourne librement. Son autre extrémité plonge dans du mercure. Ce fil, parcouru par un courant d'intensité 8 A, est placé dans un champ magnétique horizontal uniforme. Il s'écarte de la verticale d'un angle de 6°. Le champ agit sur une longueur de 4 cm entre deux points

Situés à 20 *et* à 24 cm de O. *On donne* : g=10 m/s^2.

1-) Faire un schéma de l'expérience.

2-) En déduire la valeur du champ.

Réponse numérique : B=0,022T.

++++++++++++++++++++Exo2:+++++++++++++++++++++++++

Deux rails parallèles distants de 20 cm sont placés à l'intérieur d'un solénoïde comportant 3000 *spires par mètre* de longueur.

L'axe vertical du solénoïde est perpendiculaire au plan des rails. Une barre AB, perpendiculaire aux rails se déplace sur eux avec une vitesse constante caractérisée par le vecteur vitesse $\vec{v}$ colinéaire aux rails.

1- Le sens du courant I traversant le solénoïde étant le sens trigonométrique, donner la direction et le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ créé par le solénoïde à l'intérieur de lui-même. On donne B=40 mT. Calculer I.

2- Déterminer les caractéristiques de la force électromagnétique agissant sur un électron de la barre (électron supposé immobile dans la barre). On donne $V=0{,}8m/s$; $q=-1{,}6.10^{-19}\,C$.

3- AB est le siège d'une force électromotrice faisant circuler un courant induit i dans le circuit formé par la barre, les rails et un galvanomètre G. La résistance totale du circuit étant de 64 Ω, calculer la force électromotrice et l'intensité i. Préciser le sens de i.

++++++++++++++++++++Exo3:+++++++++++++++++++++++++

Une balance est constituée d'un fléau AA' mobile autour d'un couteau C. Le fléau porte en A et A' deux plateaux identiques. On donne CA=CA'. On fixe le plateau de gauche un petit cadre carré de côté a comportant N spires. On place alors sur le plateau de droite des masses marquéesm$_1$ pour rétablir l'équilibre. Le côté inférieur du cadre est placé entièrement dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ horizontal perpendiculaire au plan du cadre. On lance un courant d'intensité I dans le cadre : on constante que l'équilibre de la balance est rompu. Pour rétablir, on doit ajouter sur le plateau de droite des masses marquées m_2.

1-) Indiquer le sens du courant dans le cadre.

2-) Représenter les forces qui s'exercent sur le système.

3-) Ecrire les conditions d'équilibres de la balance. En déduire l'expression de B. AN : I=10A ; a=10cm ; N=10 $spires$; m_2=2,5g

++++++++++++++++++++Exo4:++++++++++++++++++++++++++++

Deux rails conducteurs, suffisamment longs, sont placés parallèlement et espacés de 20 cm. Ces rails sont reliés aux bornes d'un générateur $(E;r)$ et par une tige conductrice (MN).

Un champ magnétique uniforme, vertical descendant, de largeur l=4 cm, s'étend entre les rails à égale distance de ceux-ci, sur une longueur de L=10 cm.

a- On ferme le circuit :

1- Indiquer sur un schéma, le sens du courant dans la tige sachant qu'elle s'approche du générateur et calculer son intensité pour E=15 V et r=10 Ω.

2- Citer les forces agissant sur la tige et représenter les sur la figure précédente.

3- Trouver l'intensité de la force de Laplace pour B=1 T.

4- Déterminer l'intensité de l'accélération $\vec{a}$ avec laquelle la tige se met en mouvement, si elle a une masse m=60 g.

b- On veut que la tige reste immobile ; on soulève pour cela les rails d'un angle α, à partir de leur extrémité libre, sans modifier le champ magnétique.

1- Ecrire la relation vectorielle qui lie les forces agissant sur la tige.

2- Trouver la valeur de l'angle d'inclinaison α des rails par rapport au plan horizontal. On donne g=10 N/kg.

++++++++++++++++++++Exo5:++++++++++++++++++++++++++++

Un cadre rectangulaire indéformable MNPQ comportant N spires, de dimension $MN = QP = a$ et $NP = MQ = b$. Il est mobile sans frottement autour d'un axe fixe horizontal passant par M et N. Des fils très souples réunissent les points A et C à un générateur qui fait circulé un courant dans le sens MN.

1)) Donner les forces soumises au cadre à sa position d'équilibre. Quelle est alors la position dans l'espace du plan MQPN ?

c)) Quel est effet de ces forces sur la membrane ?

2)) En réalité, le courant appliqué à la bobine est variable.

a)) Quel est l'effet de ce courant sur la membrane ?

b)) Pourquoi obtient-on un son.

Rép : (consulter le prof)

++++++++++++++++++++Exo8:++++++++++++++++++++++++++++

Entre les pôles d'un aimant en U, on place un conducteur en cuivre de masse 100g, de longueur $OM = 25cm$, mobile autour de 0. Le conducteur est parcouru par un courant électrique d'intensité 2A. La valeur du champ magnétique uniforme qui s'étend $d = 4cm$ est $B = 0,8\,T$.

1)) Représenter sur une figure les forces qui agissent sur le conducteur.

2)) Déterminer le sens du courant électrique.

3)) Calculer à l'équilibre l'angle θ entre le conducteur et la verticale.

++++++++++++++++++++Exo9:++++++++++++++++++++++++++++

Deux rails de cuivre AA' et CC' très long distant de d sont placés dans le même plan horizontal. A' et C' sont reliés aux bornes d'un générateur. Le circuit est fermé par une tige de cuivre de masse m posé perpendiculairement aux rails. L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme vertical. Le milieu de la tige est relié à une masse m' par l'intermédiaire d'un fil de masse négligeable passant sur la gorge d'une poulie. Le fil qui va de la tige à la poulie est parallèle aux rails. Calculer la masse m' sachant que la tige est en équilibre.

AN : $B = 0,5\,T\,; I = 4\,A\,; A'C' = \ell = 5cm.$

Rép : $m' = 10,2g$

++++++++++++++++++++Exo10:++++++++++++++++++++++++++++

Une tige de masse 20g glisse sans frottement sur des rails horizontaux distant de 15cm. Elle est soumise à un champ magnétique vertical vers le haut de valeur B=0,1T

a) Quel est le sens du courant qui doit la parcourir pour qu'elle subisse une force de laplace dirigée vers la gauche.

b) L'intensité du courant est égale à 5A. Quelle masse M doit-on accrocher à la tige pour la maintenir immobile ?

c) A la date t=0, le fil casse. Quel est le mouvement ultérieur de la tige ?

Réponses : b) M=7,6g c) MRUA avec $a=3,75m/s^2$

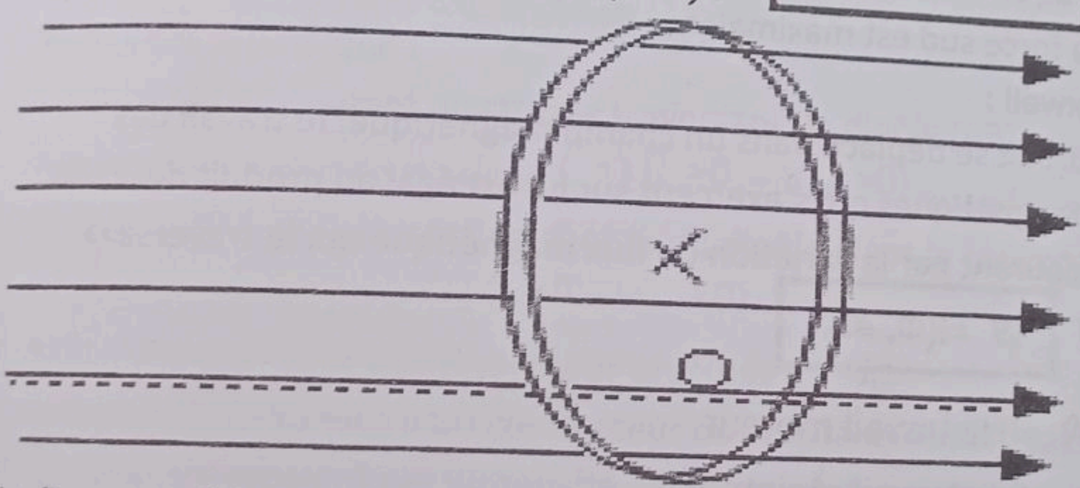
▶ Induction électromagnétique :

• Notion de flux magnétique :

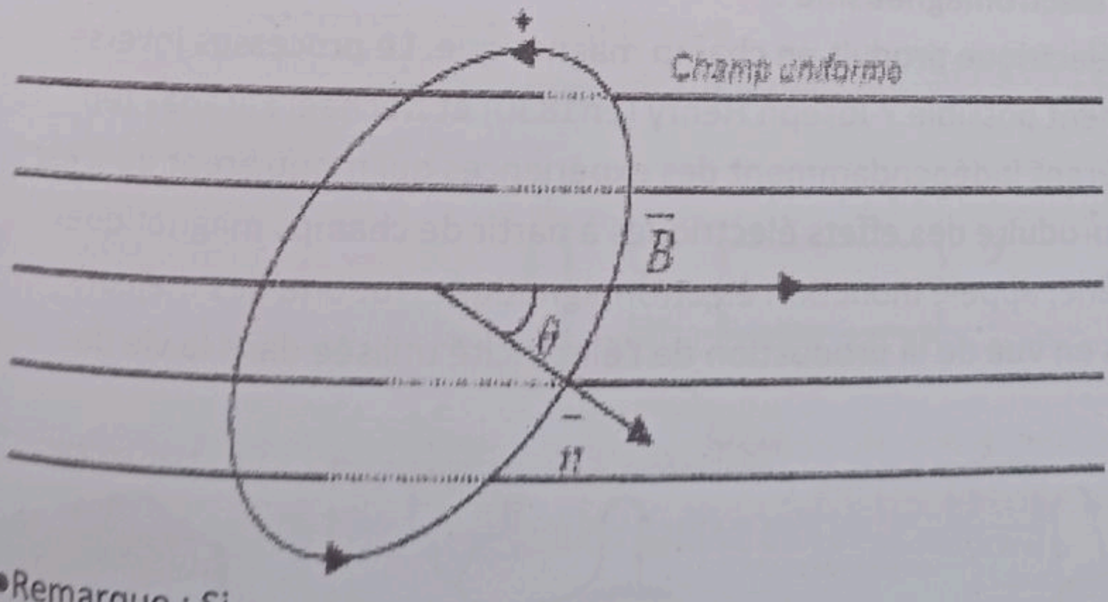
• Définition : On appelle flux magnétique le produit scalaire du vecteur champ magnétique par le vecteur surface.

Autrement : Par définition, le flux magnétique à travers un contour délimité par une surface S est le nombre de lignes de champ magnétiques qui traverse ce contour fermé

$\Phi = \vec{B}.\vec{S} \Longrightarrow \Phi = BS\cos\alpha$; $\alpha = (\widehat{\vec{n};\ \vec{s}})$; $\boxed{\Phi = BS\cos\alpha}$

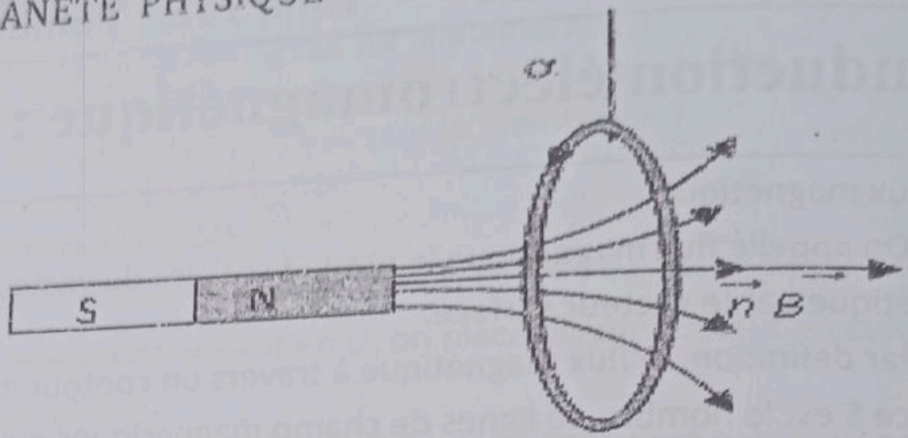


Le flux magnétique s'exprime en weber (wb).



• Remarque : Si

$\alpha = 0° \Longrightarrow \cos\alpha = 1$; Le flux est maximal et vaut : $\Phi_{max} = BS$.



<<Un circuit plan parcouru par un courant, libre de se déplacer, placé dans un champ magnétique est en position d'équilibre stable lorsque le flux qui le traverse par la force sud est maximal>>.

- La loi de Maxwell :

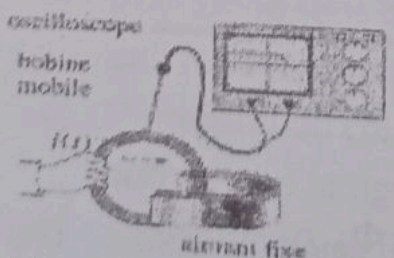
<<Lorsqu'un circuit se déplace dans un champ magnétique, le travail des forces électromagnétiques qui s'exercent sur lui est égal au produit de l'intensité du courant par la variation du flux magnétique qui le traverse>>.

$W = I(\Phi_2 - \Phi_1)$ $\boxed{W = I(\Phi_2 - \Phi_1)}$

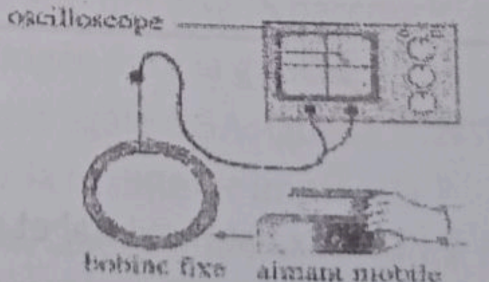
- Si $\Phi_2 > \Phi_1$; $W > 0$: le travail moteur
- Si $\Phi_2 < \Phi_1$; $W < 0$: le travail résistant

▶Induction électromagnétisme :

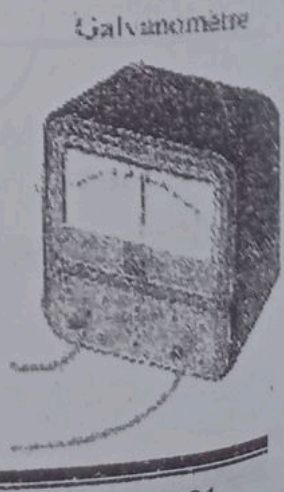
Un courant électrique produit un champ magnétique. Le processus inverse est-il également possible ? Joseph Henry (en1830) et Michael Faraday (en 1831) réalisèrent indépendamment des expériences qui montrèrent qu'il est possible de produire des effets électriques à partir de champs magnétiques. Ce phénomène, appelé induction électromagnétique, fut une des majeurs découvertes en vue de la production de l'électricité utilisée dans la vie de



Doc. 1. *La bobine mobile (déplacée par l'observateur) se comporte comme un générateur.*



Doc. 2. *La bobine fixe se comporte comme un générateur si l'aimant se déplace.*



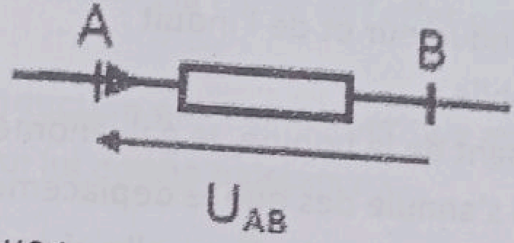
tous les jours.

• Algébrisation des forces électromotrices (f.é.m.) :

▶ Tension et intensité algébrique : (convention récepteur)

• Tension algébrique : Soit un dipôle (AB) orienté de A vers B. La différence de potentiel (d.d.p) entre les deux points A et B du dipôle est algébrique. On la représente par une flèche dont la pointe est tournée vers A :

$u_{AB} = - u_{BA} = (V_A - V_B)$



• Intensité algébrique :

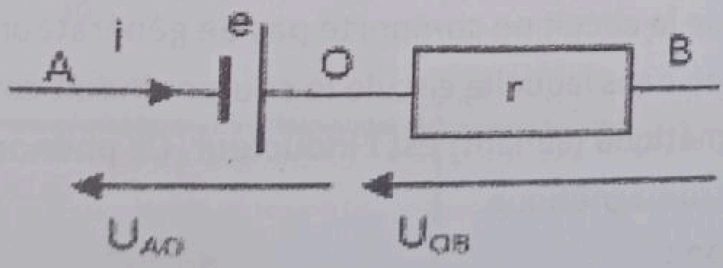
L'intensité i du courant électrique traversant un dipôle (AB) est algébrique. Elle est accompagnée du signe (+) ($i > 0 \Rightarrow u_{AB} > 0$) quand elle circule dans le sens positif de l'orientation choisie du dipôle, dans le cas contraire elle est accompagnée du signe (-) ($i < 0 \Rightarrow u_{AB} < 0$).

▶ La loi d'ohm pour un conducteur ohmique :

La tension aux bornes d'un conducteur de résistance R est égale au produit de cette résistance R par l'intensité algébrique i du courant qui le traverse.

$\boxed{u_{AB} = Ri}$ Cette tension est algébrique

▶ La loi d'ohm généralisée : Un générateur peut être représenté par une f.é.m. et une résistance interne r.



$u_{AB} = u_{AO} + u_{OB} = -e + ri$ donc la tension positive est $\boxed{u = e - ri}$

▶ Force électromotrice d'un générateur :

Elle est comptée positivement ($e > 0$) si le générateur tend à faire circuler le courant dans le sens positif e l'orientation choie. Elle est comptée négativement ($e < 0$)

$u_{AB} = u_{AO} + u_{OB} = -e + ri$ donc la tension positive est $\boxed{u = e - ri}$

s'il tend à faire circuler le courant dans le sens contraire de l'orientation choisie. La force électromotrice d'un générateur est donc algébrique.

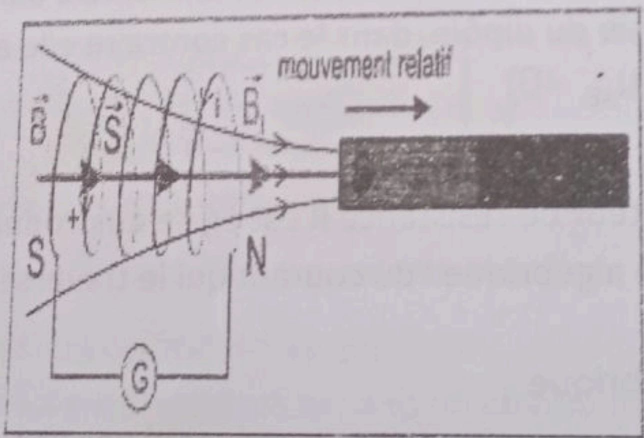
● Mise en évidence expérimentale :

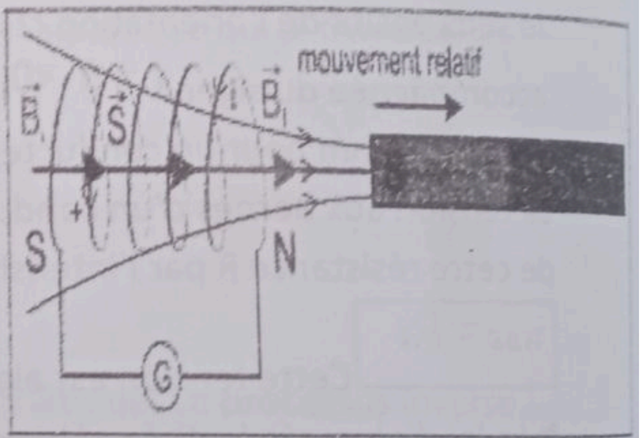
● Expérience :

Déplacement relatif de l'inducteur et de l'induit :

▶ Bobine fixe-aimant mobile :

Lorsqu'on approche l'aimant de la bobine, le galvanomètre indique le passage d'un courant qui s'annule des que le déplacement cesse. Eloignons l'aimant de la bobine le courant circule dans celle-ci en sens inverse. L'intensité du courant est d'autant plus grande que le déplacement est plus rapide.





▶ Bobine mobile-aimant fixe :

On observe les mêmes faits expérimentaux. Le courant qui apparait dans la bobine alors que le circuit ne comporte pas de générateur est le courant induit. La bobine dans laquelle circule le courant induit est l'induit. La source de champ magnétique (aimant) est l'inducteur. Ce phénomène est appelé induction électromagnétique.

▶ Interprétation :

● Dans l'expérience en déplaçant l'aimant le nombre de lignes de champ qui traverse la bobine augmente ou diminue. Donc il Ya variation du flux magnétique à travers la bobine. Cette variation du flux magnétique est la cause du courant induit.

●Quand on déplace l'aimant ou la bobine, il apparait une tension aux bornes de la bobine : c'est une fém. induite. Si on ferme la bobine, la fém. induite engendre un courant : c'est un courant induit.

▶Conclusion : Dans toute variation du flux magnétique à travers un circuit fermé s'accompagne de la production d'un courant induit dans le circuit. Le courant induit apparait dès que commence les variations du flux et disparait dès que cesse cette variation : la cause et l'effet ont la même durée.

▶La loi de Lenz :

<<Le phénomène d'induction électromagnétique est tel que par ses effets il s'oppose à la cause qui lui donne naissance>>.

▶La loi de Faraday :

<<La force électromotrice induite est égale à l'opposé de la dérivée par

$$\boxed{\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

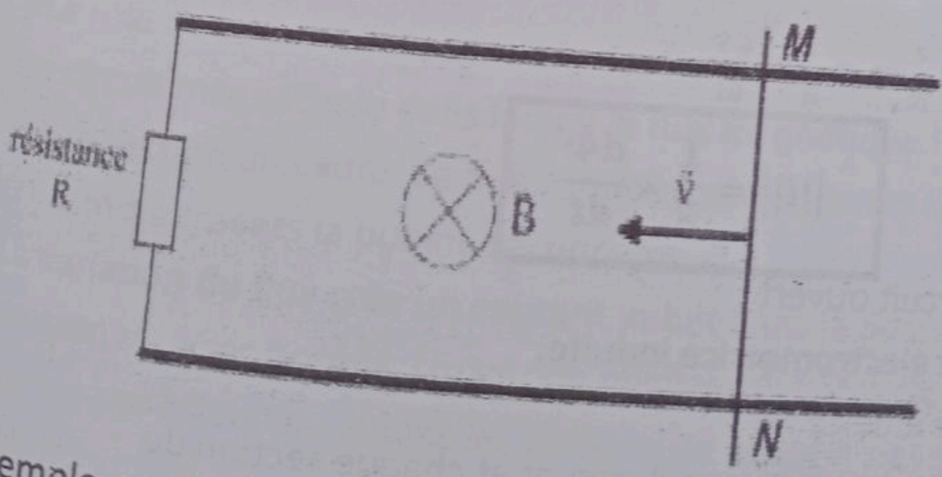
rapport au temps du flux magnétique à travers le circuit>>.

- Le signe moins (-) traduit la loi de Lenz

●Signe de e : Il découle de la loi de Lenz

▶Si $e > 0 \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} <$: le courant induit circule dans le sens positif et s'oppose à la diminution du flux.

▶Si $e < 0 \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} >$: le courant induit circule dans le sens négatif et s'oppose à l'augmentation du flux.



●Exemple : expérience des <<rails de Laplace>>

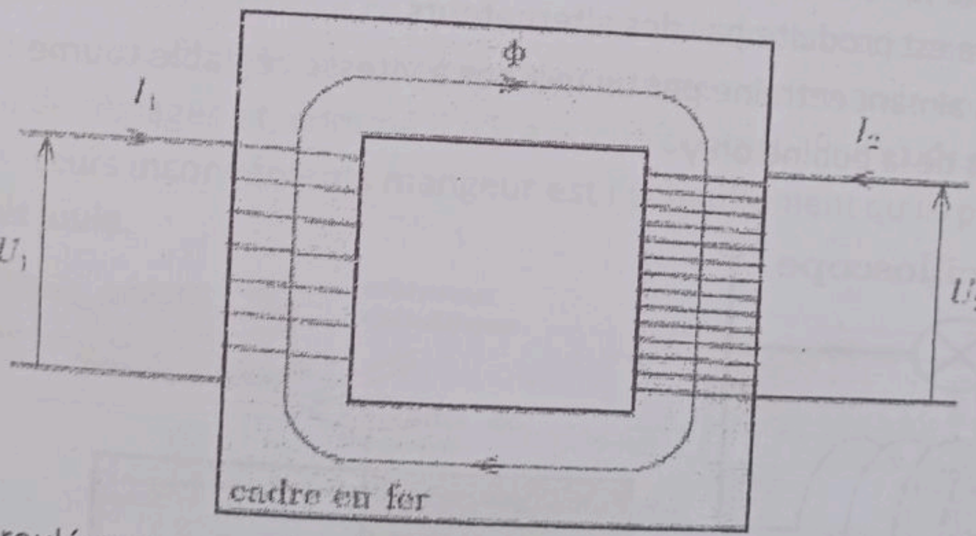
En fonction de la variation du flux embrassé, cette quantité d'électricité peut s'écrire : $dq = \frac{e}{R}dt = -\frac{d\Phi}{dt}$

Si le déplacement d'un circuit dure de l'instant t_1 à l'instant t_2 et que les flux embrassés à ces instants soient respectivement Φ_1 et Φ_2, la quantité Q d'électricité induit est : $Q = \frac{|\Delta\Phi|}{R} = \frac{|\Phi_2 - \Phi_1|}{R}$; Q est en coulombs

$$\boxed{Q = \frac{|\Delta\Phi|}{R} = \frac{|\Phi_2 - \Phi_1|}{R}}$$

▶Applications de l'induction électromagnétique :

•1) Transformateur : Un transformateur est constitué de deux bobines



enroulées sur un même cadre en fer

La bobine primaire de N_1 spires est reliée à un générateur qui tension alternativeu_1.

Un récepteur est branché à la bobine secondaire de N_2 spires.

•Le rôle du cadre est de canaliser les lignes de champ magnétique et de crée un circuit magnétique dans lequel le flux magnétique Φ est le même à travers toute section du cadre. Le flux variable créé à travers la bobine primaire est transmis à travers la bobine secondaire.

La variation du flux crée un courant induit dans la bobine secondaire et une tension u_2 à ses bornes. Lorsqu'on néglige les fuites de flux magnétique et les pertes par effets joule dans les bobines, le rapport des tensions vérifie la relation :

$\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}$ Selon le rapport du nombre de spires, un transformateur permet d'élever ou d'abaisser une tension alternative. En négligeant les pertes et les fuites, la puissance électrique est transmise intégralement.

Soient respectivement I_1 et I_2 les intensités des courants dans les circuits primaire et secondaire.

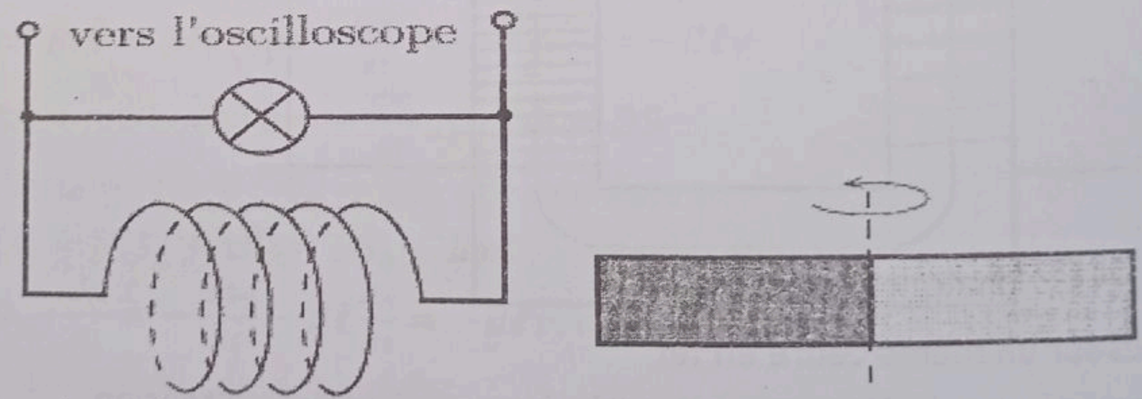
L'égalité es puissances permet d'écrire : $P_{é(1)} = P_{é(2)} \Longrightarrow$

$u_1 I_1 = u_2 I_2$; D'où le rapport des intensités : $\frac{I_1}{I_2} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}$

Le rapport des intensités est l'inverse du rapport des tensions.

●2) Alternateur : Un alternateur est une machine rotative qui convertit l'énergie mécanique fournie au rotor en énergie électrique. Plus de 95% de l'énergie électrique est produite par des alternateurs.

▶Expérience : Un aimant entraîne par un moteur à vitesse réglable tourne devant aux bornes de la bobine on y



Si on branche un oscilloscope en parallèle.

●Observation :

▶Il apparaît une tension aux bornes de la bobine. On constate que cette tension varie de façon sinusoïdale en fonction du temps. C'est une tension alternative.

▶Lorsqu'on augmente la vitesse de rotation de l'aimant, la fréquence de variation de la tension augmente aussi de même que sa valeur maximale.

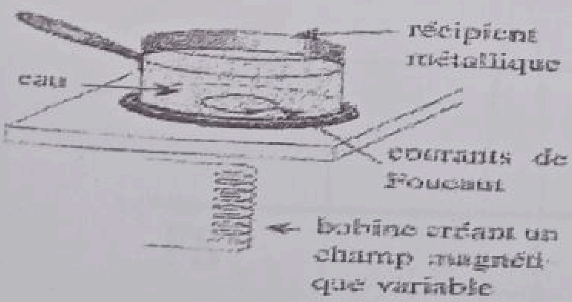
●Interprétation :

Le flux à travers la bobine varie lorsque l'aimant tourne. Cette variation crée un courant induit dans le circuit et une tension aux bornes de la bobine. Plus la rapidité de la variation du flux est grande, plus la f.é.m. est importante.

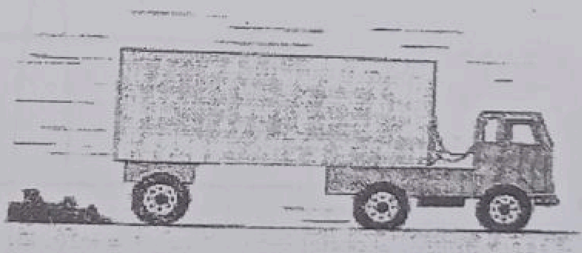
●3) Courants de Foucault :

▶Mise en évidence des courants de Foucault :

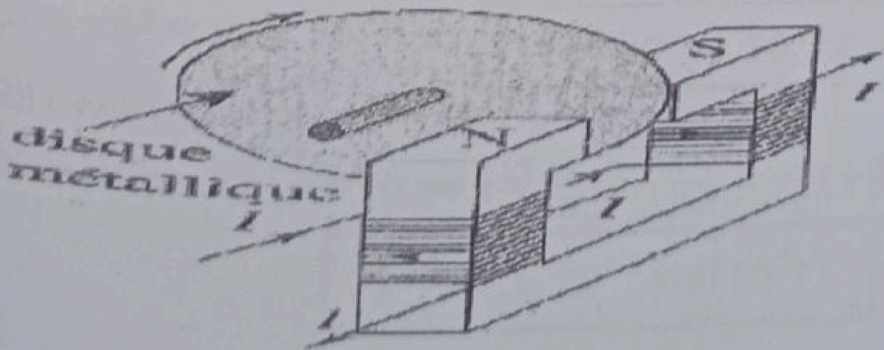
On utilise à nouveau un aimant que l'on laisser tomber dans un épais tube de cuivre (si besoin est, on peut utiliser deux tubes emboites l'un dans l'autre). On fixe ce tube perpendiculairement au sol. On y laisse tomber simultanément un aimant et un autre petit bout de cuivre. On observe alors que si le bout de cuivre ressort du tube rapidement (une à deux seconde), l'aimant met beaucoup plus de temps (on compte jusqu'à 9 secondes). On explique cela par l'apparition de courants de Foucault au sein du tube au passage de l'aimant. Ces courant créent eux-mêmes un champ magnétique opposé à celui de l'aimant et qui tend donc à le ralentir. Ce principe est communément utilisé pour freiner des appareils. Cette fois c'est un électroaimant (donc contrôlable) qui est fixé et va ralentir le reste de l'appareil. On retrouve ce système dans certains trains comme freinage principal ou d'urgence. Ce genre de système ne demande en effet que très peu de réglages et, comme il n'y a aucun contact, il ne s'use pratiquement pas. Leurs inconvénients mangeur est l'échauffement qu'ils produisent par effet joule.



Principe d'une plaque à induction : des courants apparaissent dans le récipient métallique soumis à un champ magnétique variable.



Freinage par induction pour certains poids lourds : des courants de Foucault apparaissent dans une pièce (solidaire des roues) en mouvement dans un champ magnétique.



Questions théoriques

1)) Décrire le phénomène d'induction électromagnétique et citez ses domaines d'application.

2)) Enoncer la loi de Lenz ?

3)) Enoncer la loi de Faraday-Lenz ?

4)) Expliquer le fonctionnement d'un transformateur

5)) Enoncer la règle du flux maximal

6)) Définir le courant de Foucault et citez ses domaines d'application

7)) Définir un alternateur ?

Exercices Résolus

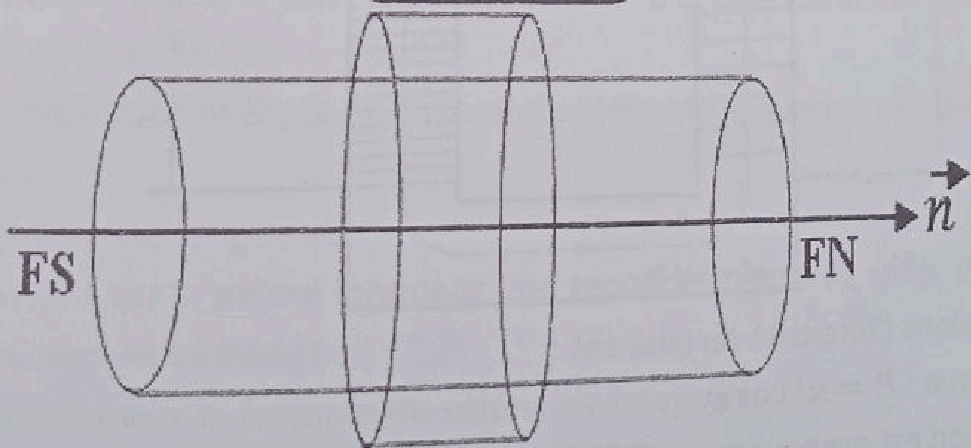
Exercice 1

Un solénoïde assez long, comportant 1000spires/m, chacune de rayon r=5cm est parcouru par un courant d'intensité $i = 0,1\cos(1000t)$. Une bobine plate, comportant 100spires de rayon R=8cm, entour la région centrale du solénoïde

1)) Déterminer l'expression en fonction du temps du flux inducteur à travers la bobine plate.

2)) La bobine plate constitue un circuit fermé de résistance 0,2Ω, quelle est l'expression de l'intensité du courant qui la parcourt

Résolution



1)) Déterminons l'expression en fonction du temps le flux inducteur à travers la bobine plate :

$\Phi = N'BS'; B = \mu_0 nI = 12,56.10^{-5}\cos(10^3 t)$

$S' = \pi R^2 = 0,79.10^{-2};$ $\boxed{\Phi = 9,92.10^{-5}\cos(10^3 t)}$

2)) L'expression du courant en fonction du temps :

D'après Pouillet : $e = Ri \Rightarrow i = \frac{e}{R} = -\frac{d\Phi}{Rdt} = \frac{1}{0,2}(+9,98.10^{-2}\sin(10^3 t))$

$$\boxed{i = 49,6.10^{-2}\sin(10^3 t)}$$

Exercice 3

Un transformateur, connecté à un dipôle par l'intermédiaire d'une ligne de résistance $R=2\Omega$, fournit une puissance de $4kw$ sous une tension de $110V$.
(On admet que la tension est pratiquement en phase avec l'intensité à l'entrée comme à la sortie de ce transformateur).

1-) Quelle est l'intensité efficace du courant dans la ligne ?

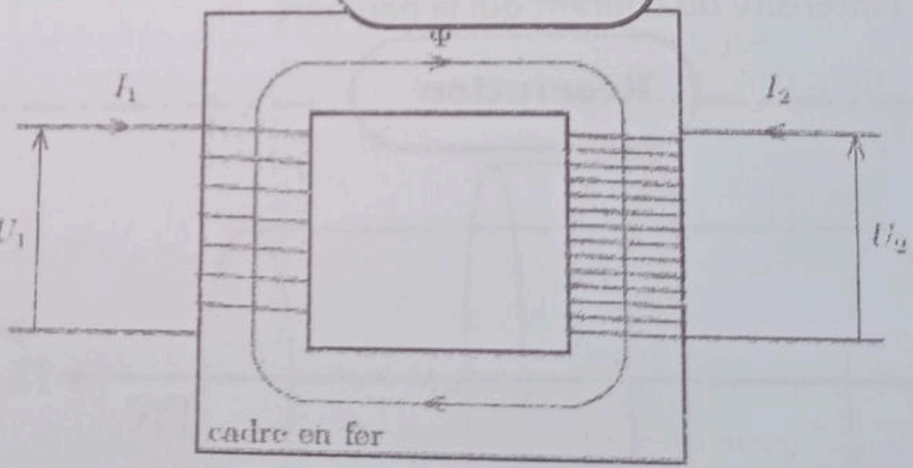
2-) Quelle est la chute de potentiel dans la ligne ?

3-) Quelle est la tension efficace disponible en bout de ligne

4-) Quelle est la perte relative de puissance dans cette ligne

5-) On remplace le transformateur précédent par un autre transformateur, de puissance identique mais délivrant une tension de $220V$. Répondre aux mêmes questions.

Résolution



1)) Calculons l'intensité du courant :

On sait que : $P = uI\cos\varphi$

(La tension est pratiquement en phase avec l'intensité)

$P_1 = u_1 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{P_1}{u_1}$ AN : $\boxed{I_1 = 36{,}4A}$

2)) La chute de potentiel dans la ligne:

(La tension utilisée) ; $u_1 = RI_1$; AN : $\boxed{u_1 = 72{,}4V}$

3)) La tension disponible :

$u_T = u_1 + u_d \Rightarrow u_d = u_T - u_1$; AN : $\boxed{u_d = 37{,}3V}$

4)) La perte relative de puissance dans cette ligne :

$$\rho = \frac{P_M}{P_e} = \frac{P_1}{P_T} = \frac{u_1}{u_T} \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{u_1}{u_T}}$$

AN : ρ =0,66 =66%

$\boxed{\rho = 0{,}66 = 66\%}$

5)) Si $u_2 = 220V$ et que: $P_1 = P_2$ avec : toujours : $\varphi = 0°$

a)) Calculons l'intensité du courant :

$P_2 = U_2 I_2 \Longrightarrow I_2 = \frac{p_2}{u_2}$; AN : $\boxed{I_2 = 18,2\,A}$

b)) Calculons :

$u_2 = RI_2$; AN : $\boxed{u_2 = 36,4V}$

c)) La tension disponible :

$u_T = u_2 + u_d \Longrightarrow u_d = u_T - u_2$; AN : $\boxed{u_d = 183,6V}$

d)) La perte relative :

$\rho = \frac{P_M}{P_e} = \frac{P_2}{P_T} = \frac{u_2}{u_T} \Longrightarrow \rho = \frac{u_2}{u_T}$; AN : $\boxed{\rho = 16,5\%}$

Exercice 4

Un solénoïde de 40cm de longueur comporte 750spires traversées par un courant de 2A. La section d'une spire est de $10cm^2$.

a-) Calculer la valeur B_0 du champ à l'intérieur du solénoïde.

b-) Quel est le flux Φ à travers la section droite et quel est le flux total Φ_T à travers le solénoïde.

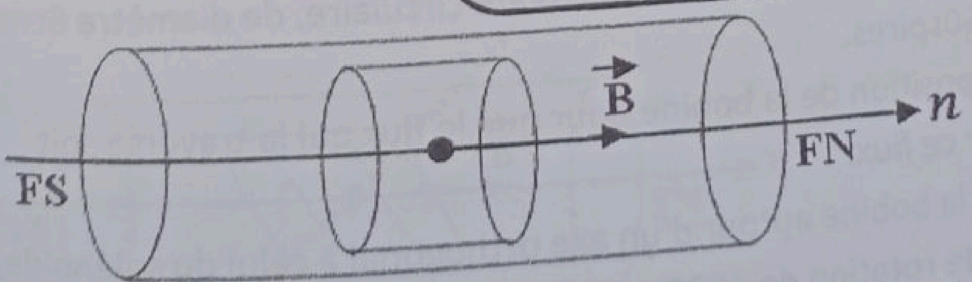
c-) Comment varient B_0, Φ et Φ_T quand on double le nombre de spires du solénoïde :

1) En doublant la longueur.

2) En mettant sur la même longueur une seconde couche de spire. (La sectio est pratiquement inchangée).

AN : On appliquera la formule du solénoïde infiniment long.

Résolution



a)) Calculons la valeur de B_0 du champ à l'intérieur du solénoïde :

$B_0 = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \Longrightarrow \boxed{B_0 = \mu_0 \frac{N}{\ell} I}$ AN : $\boxed{B_0 = 4,71mT}$

b)) Calculons le flux à travers une section droite :

• Pour une section droite : N = 1spire.

$\boxed{\Phi = B_0 S}$ AN : $\boxed{\Phi = 3,53\text{mWb}}$

2)) La variation de B_0 ; Φ et Φ_T :

▶ Si le nombre de spire est doublé : $N' = 2N$

a)) Si la longueur est doublée : $(\ell' = 2\ell)$

$B_0 = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \Rightarrow B'_0 = \mu_0 \frac{2N}{2\ell} I = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = B_0$

(Le champ magnétique ne varie pas).

$\Phi = B_0 S \Rightarrow \Phi' = B'_0 S = B_0 S = \Phi$

(Le flux à travers la section ne varie pas)

$\Phi_T = N\Phi \Rightarrow \Phi'_T = N'\Phi' = 2N\Phi = 2\Phi_T$

(Le flux total est doublé)

b)) Si la longueur ne varie pas : $(\ell' = \ell)$

$B_0 = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \Rightarrow B'_0 = \mu_0 \frac{N'}{\ell'} I = \mu_0 \frac{2N}{\ell} I = 2B_0$

(Le champ magnétique est doublé).

$\Phi = B_0 S \Rightarrow \Phi' = B'_0 S = 2B_0 S = 2\Phi$

(Le flux à travers la section est doublé).

$\Phi_T = N\Phi \Rightarrow \Phi'_T = N'\Phi' = 4N\Phi = 4\Phi$

Exercice 5

On considère un solénoïde de longueur ℓ=75cm, comprend 1500spires.

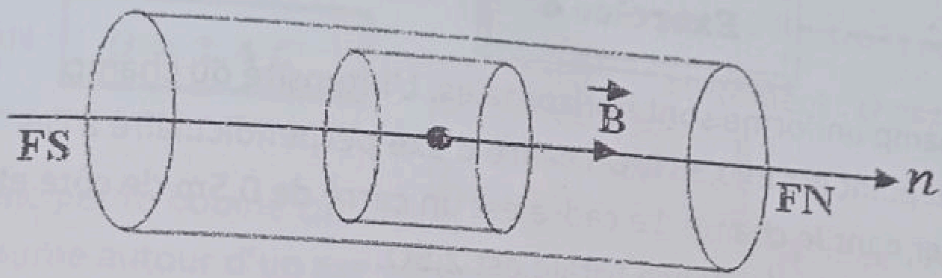
1-) Déterminer l'intensité I du courant donnant le champ magnétique B=0,02T au centre du solénoïde.

2-) On place dans le solénoïde une bobine plate circulaire, de diamètre 8cm et comportant 250spires.

a) Déterminer la position de la bobine pour que le flux qui la traverse soit maximal. Calculer ce flux.

b) On fait tourné la bobine autour d'un axe orthogonal à celui du solénoïde, avec une vitesse de rotation de 4500trs/min. Donner l'expression de la f.é.m. d'induction dans la bobine. On prendra la date t=0 à un moment où le flux à travers la bobine est maximal.

Résolution



1)) Calculons l'intensité du courant :

$B_0 = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \Longrightarrow I = \frac{\ell B}{\mu_0 N}$; AN : $\boxed{I = 8A}$

2)) a) Déterminons la position de la bobine plate :

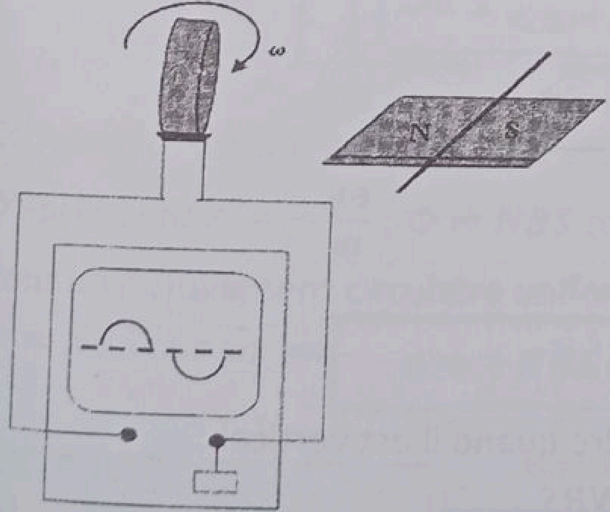
L'axe normal de la bobine plate est parallèle à celui du solénoïde :

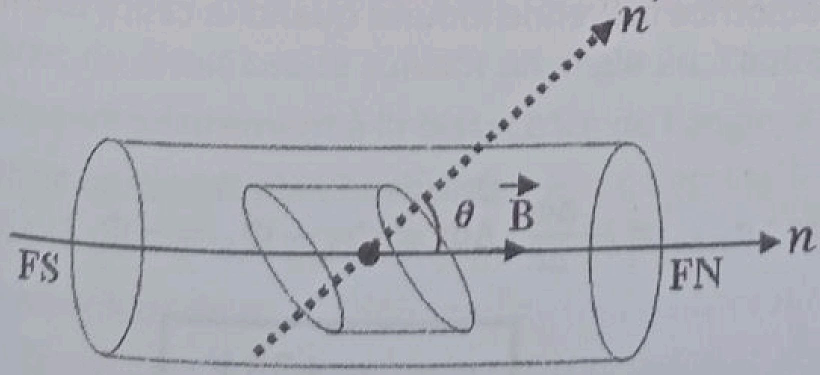
Calculons le flux maximal :

$\Phi_{max} = N'BS' = N'B\pi \frac{d^2}{4}$; AN : $\boxed{\Phi_{max} = 25,1mWb}$

b)) On fait tourner la bobine autour d'un axe:

•Schéma :





Déterminons l'expression de la force électromotrice : D'après Lenz $e = -\frac{d\Phi}{dt}$

$\Phi = N'BS' \cos\theta$; Pour un mouvement circulaire uniforme : $\theta = \omega t$

$\Phi = N'BS' \cos \omega t \Leftrightarrow e = +\Phi_{max} \sin \omega t$; $\boxed{e_{max} = 11,8 \text{ V}}$

Exercice 6

Les lignes d'un champ uniforme sont horizontales. L'intensité du champ magnétique en un point est B=0,35T. Un cadre d'axe perpendiculaire à ces lignes peut tourner dans le champ. Le cadre est un carré de 0,5m de côté et comporte 40spires dont la résistance totale est 2,5Ω.

a-) Calculer le flux embrassé par le cadre quand il est vertical.

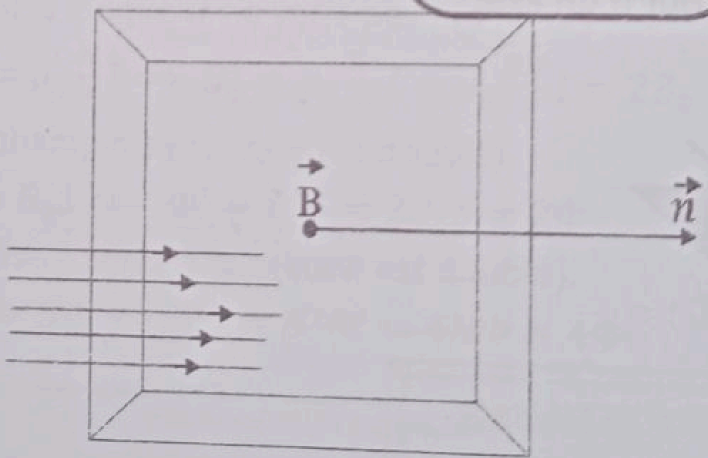
b-) On fait tourner ce cadre de 90° pour l'amener à la position horizontale en 0,1s. Calculer :

1) La f.é.m. moyenne induite ;

2) Le courant correspondant ;

3) La quantité d'électricité induite

Résolution



a)) Calculons le flux embrassé par le cadre quand il est vertical :

$\Phi = NBS\cos\alpha$; $\alpha = 0° \Longrightarrow \Phi_{max} = NBS$

b)) Calculons la force électromotrice moyenne induite quand le cadre tourne de 90° :

D'après Lenz $e = -\frac{d\Phi}{dt}$;

▶ Pour une variation linéaire : $e_{max} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$; $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -\Phi_1$;

Car : $\Phi_2 = NBS\cos 90°$

$e_{max} = \frac{\Phi_1}{\Delta t}$; $e_{max} = +\frac{\Phi_1}{\Delta t}$

AN : $\boxed{e_{max} = +35\,V}$

2)) Déterminons le courant correspondent:

D'après la relation de Pouillet: $e_{max} = RI \Longrightarrow \boxed{I = \frac{e_{max}}{R}}$

AN : $\boxed{I = +14\,A}$

3)) La quantité d'électricité transportée par les électrons : $Q = \frac{|\Delta\Phi|}{R}$;

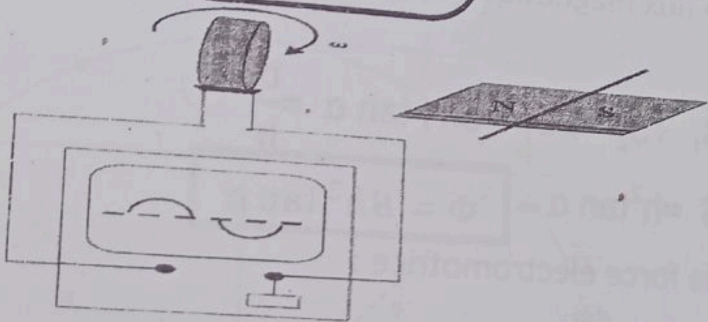
AN : $\boxed{Q = 1,4\,C}$

Autrement : $Q = i\Delta t = 1,4\,C$;

Exercice 6

Une petite bobine circulaire, formée de 20 *spires* de 50 cm^2 de surface, tourne autour d'un axe vertical confondu avec l'un de ses diamètres. Elle est placée dans le champ magnétique uniforme $\vec{B}$ dont les lignes de champ sont horizontales (B=0,1T). A l'instant t_0=0; la bobine est parallèle aux lignes de champ et sa vitesse de rotation est de 300trs/min. Ecrire la relation entre la f.é.m e et la date t.

Résolution



Ecrivons la relation entre la force électromotrice et la date t :

D'après Lenz $e = -\frac{d\Phi}{dt}$; $\Phi = NBS\cos\theta$

Pour un mouvement circulaire uniforme : $\theta = \omega t$

$\Phi = NBS\cos\omega t \Longrightarrow \boxed{e = +NBS\sin\omega t}$

Exercice 7

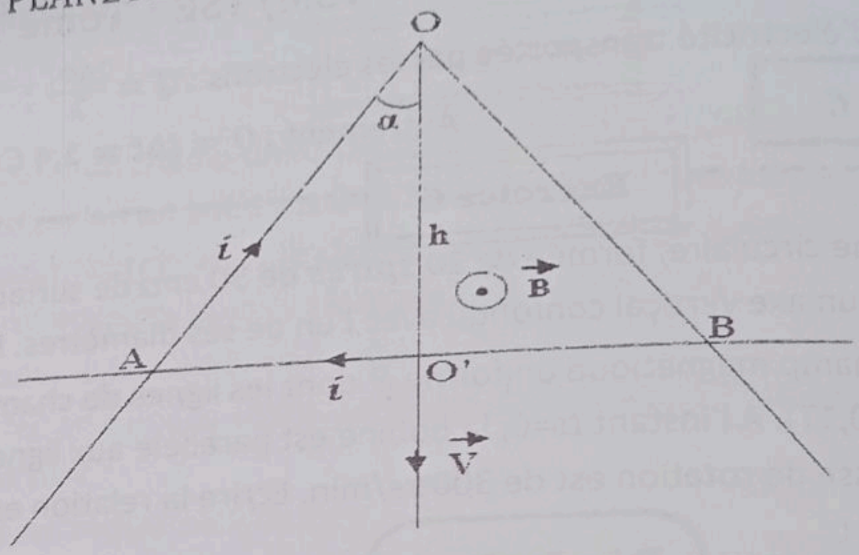
On coup un long fil conducteur rectiligne à fin de réaliser un dispositif. Une partie du fil est coudé suivant un angle 2α, l'autre parie glisse perpendiculairement à la bissectrice de l'angle, à la vitesse constante. Le tou forme un circuit plan horizontal.

1)) Calculer le flux du champ magnétique à travers le circuit en fonction de l hauteur h et de α.

2)) En déduire la force électromotrice induite

3)) Soit R la résistance du fil par unité de l'langueur. Calculer l'intensité du courant induit. Précisé son sens AN : $B=10^{-2}T$; h= 30cm ; α=30°

Résolution



1)) Calculons le flux magnétique à travers le circuit en fonction de la hauteur h et α:

$\Phi = BS$; $S = S_1 + S_2 = 2S_1 = bh$; $\tan\alpha = \frac{b}{h}$

$b = h\tan\alpha \Rightarrow S = h^2\tan\alpha \Rightarrow$ $\boxed{\Phi = Bh^2\tan\alpha}$

2)) Déduisons la force électromotrice :

D'après Lenz : $e = -\frac{d\Phi}{dt}$;

$e = -2Bh\tan\alpha \times \frac{dh}{dt} = -BVh\tan\alpha$ $\boxed{e = -BVh\tan\alpha}$

3)) Calculons l'intensité du courant induit :

D'après la relation de Pouillet: $e = R'I \Longrightarrow I = \frac{e}{R'}$

$R' = \ell R$; $I = \frac{e}{\ell R}$

$\ell = OA + AB + BO$; $OA = OB$ et $AB = AO' + O'B$

$\ell = 2(AO' + AO)$;

• Dans le triangle : (OAO')

$\cos\alpha = \frac{OO'}{OA} \Longrightarrow h = OO' = OA\cos\alpha$; $\tan\alpha = \frac{AO'}{h}$

$\ell = 2h\left(\frac{1}{\cos\alpha} + \tan\alpha\right)$; $\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{\tan\alpha}{\sin\alpha}$

$\ell = 2h\tan\alpha\left(1 + \frac{1}{\sin\alpha}\right) = 2h\tan\alpha\left(\frac{1+\sin\alpha}{\sin\alpha}\right)$

$\frac{1}{\ell} = \frac{\sin\alpha}{2h\tan\alpha(1+\sin\alpha)}$

$$I = \frac{2BVh\tan\alpha\sin\alpha}{2Rh\tan\alpha\,(1+\sin\alpha)} \quad \boxed{I = \frac{BV\sin\alpha}{R(1+\sin\alpha)}}$$

Exercice 8

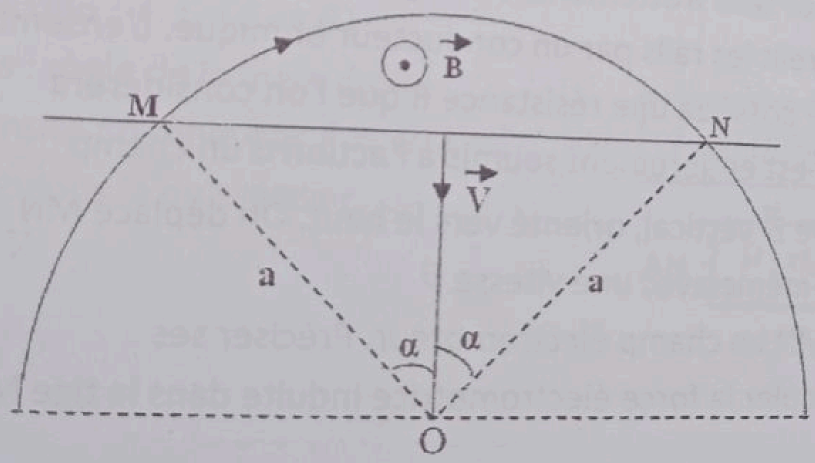
Un fil conducteur forme un demi-cercle de rayon a. sa résistance par unité de longueur est R. Un fil identique, mais rectiligne, glisse sur ce demi-cercle comme indique la figure à la vitesse V constante. On place le circuit ainsi formé dans un champ magnétique vertical perpendiculaire à son plan.

1)) Calculer le flux du champ magnétique à travers ce circuit.

2)) En déduire la valeur absolu de la f.é.m. induite en fonction de B ; V ; a ; et α.

3)) En déduire l'intensité du courant induit, préciser son sens.

Résolution



1)) Calculons le flux magnétique à travers ce circuit :

$\Phi = BS$; $S = S_1 - S_2$ $S_1 = \frac{1}{2}a^2\theta$; $\theta = 2\alpha \Rightarrow S_1 = \alpha a^2$ (Demi -cercle)

Dans le triangle : (ABO')

$S' = 2S_2 \Leftrightarrow a^2 \sin 2\alpha = 2S_2 \Rightarrow S_2 = \frac{1}{2}a^2 \sin 2\alpha$

$S = a^2(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha) \Rightarrow \Phi = Ba^2(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)$

2)) Déduisons-en la valeur absolue de f.é.m. :

D'après Lenz :

$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -Ba^2(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)'$

$(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)' = \frac{d\alpha}{dt} - \left(\frac{d\alpha}{dt}\cos^2\alpha - \frac{d\alpha}{dt}\sin^2\alpha\right)$

$(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)' = 2\frac{d\alpha}{dt}\sin^2\alpha$

La distance parcourue par la tige : $x = a - Ok$

$x = a(1-\cos\alpha)$; $\frac{dx}{dt} = a\left(\frac{d\alpha}{dt}\sin\alpha\right) \Rightarrow V = a\left(\frac{d\alpha}{dt}\sin\alpha\right)$

$e = -2BVa\sin\alpha$; $|e| = 2BVa\sin\alpha$; $\boxed{e = 2BV\sin\alpha}$

3)) L'intensité du courant :

D'après la relation de Pouillet: $e = R'I \Rightarrow I = \frac{e}{R'}$

$R' = \ell R$; $I = \frac{e}{\ell R} \Rightarrow \ell = AB + \widehat{AB}$; $\widehat{AB} = 2a\alpha$; $AB = Ak + kB = 2Ak$

$AB = 2a\sin\alpha$; $\ell = 2a(\alpha + \sin\alpha) \Rightarrow$ $\boxed{|I| = \frac{2BVa\sin\alpha}{2Ra(\alpha+\sin\alpha)}}$

Exercice 9

Sur deux rails parallèles conducteurs, l'écartement ℓ, situé dans un plan horizontal, peut glisser sans frottement. Une tige conductrice MN qui leur est perpendiculaire. On relit les rails par un conducteur ohmique. L'ensemble du circuit ainsi constitué possède une résistance R que l'on considérera constante. Ce circuit est entièrement soumis à l'action d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ vertical, orienté vers le haut. On déplace MN parallèlement à elle-même avec une vitesse $\vec{v}$

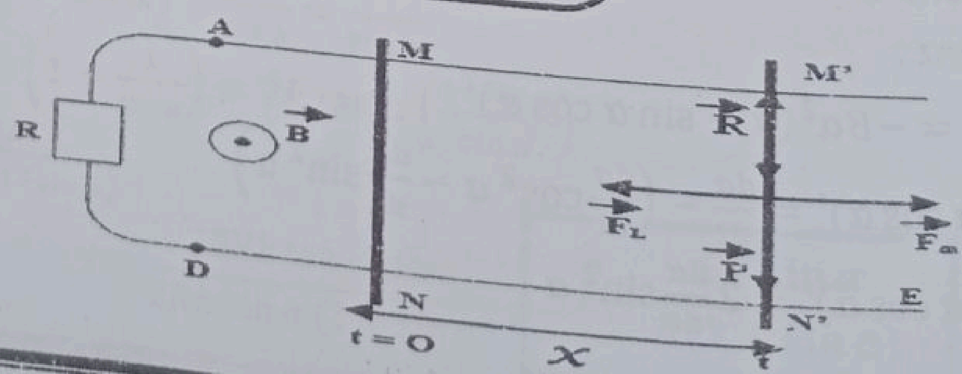
1-) Il apparaît dans MN un champ électromoteur. Préciser ses caractéristiques. Calculer la force électromotrice induite dans la tige MN et précisé sons sens.

2-) Calculer l'intensité du courant induit qui apparaît dans la tige MN et précisé son sens.

3-) Déterminer les caractéristiques de la force électromagnétique $\vec{F}$ qui s'exerce sur MN au cours du déplacement.

4-) Evaluer la puissance mécanique que l'on doit fournir pour maintenir constante la vitesse de MN. *On donne* : l=20cm ; R=2Ω ; B=0,5T ; V=5m/s.

Résolution



1)) Les caractéristiques de E_m:

▶ Direction : $E_m \perp (B \text{ et } v)$

▶ Sens : dirigé de M vers N

▶ intensité : définie par ; $E_m = BV$ AN : $\boxed{E_m = 2,5\,V}$

Calculons la force électromotrice :

D'après Lenz : $e = -\frac{d\Phi}{dt}$;

$\Phi = \vec{B}.\vec{S} = B\ell x; e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B\ell x)}{dt} = -B\ell v$ AN : $\boxed{|e| = 0,5\,V}$

•Sens : Comme $e < 0$; le courant circule dans le sens contraire.

2)) L'intensité du courant :

D'après la relation de Pouillet : $e = RI \Rightarrow I = \frac{e}{R}$ AN : $\boxed{|I| = 0,25\,A}$

3)) Les caractéristiques de la force exercée sur la tige :

▶ Direction : $f \perp (\ell \text{ et } B)$

▶ Sens : règle de la main droite

▶ Intensité : définie par $f = BI\ell$ AN : $\boxed{f = 0,025N}$

4)) Calculons la puissance :

$P = f.V$

AN : $\boxed{P = 0,125\,W}$

EXERCICES PROPOSES

+++++++++++++++++++Exo1:+++++++++++++++++++++++++

Une spire conductrice plane fermée, de surface S, est animée d'un mouvement de rotation uniforme de vitesse de 50 tours par seconde autour de l'un de ses, diamètres MN, dans un champ magnétique uniforme$\vec{B}$. $\vec{B}$ Est perpendiculaire à MN. A l'instant, de date zéro, le plan de la spire est parallèle à la direction de$\vec{B}$.

On donne : $S = 100cm^2$; $B = 10^{-2}\,T$

1)) Quelle est, en fonction du temps, l'expression de la force électromotrice d'induction qui apparait dans la spire ? Calculer numériquement sa valeur efficace.

2)) Quelles sont les positions de la spire lorsque cette force électromotrice s'annule ? Déterminer, par le calcul, à quelles dates cela se produit.

Rép : 1) $e_{eff} = 22{,}2.10^{-3}\,V$; 2)$t = \frac{1}{200} + \frac{k}{100}$

+++++++++++++++++++Exo2:+++++++++++++++++++++++++

1)) Une tige conductrice MN de longueur ℓ se déplace sur deux rails conducteurs parallèles AC et DE à une vitesse constante, en restant perpendiculaire aux rails. Le déplacement de MN s'effectue dans un champ magnétique uniforme perpendiculaire aux plans des rails.

a)) Montrer que le voltmètre détecte une force électromotrice induite dont on donnera l'expression en fonction de V ; B et ℓ .

b)) Préciser le signe de la différence de potentiel entre M et N. On donne : V =2cm/ s ;B =0,5 T et l =4cm .

2)) On relit maintenant AE et CD par des résistances $R_1 = 2.10^{-2}\,\Omega\; et\; R_2 = 4.10^{-2}\,\Omega$. La barre MN se déplace toujours à la vitesse constante dans les mêmes conditions que précédemment.

a)) Montrer que $R_1\; et\; R_2$ sont parcourues par des courants dont on indiquera le sens.

b)) Exprimer la relation entre les intensités des courants dans $R_1\; et\; R_2$ et MN (Les intensités sont prisent en valeur absolue).

varie suivant la loi donnée par le graphique. La résistance du circuit est égale à 0,3Ω.

1)) Donner l'expression du flux magnétique en fonction du temps à travers le circuit.

2)) En déduire la force électromotrice en fonction du temps.

3)) Exprimer la tension en fonction du temps.

4)) Quelle quantité d'électricité est apparue dans le circuit.

Rép : 1) $t < 0$; $\Phi = 0{,}003Wb$

t ∈[0;15ms] ; Φ =0,2t +0,003 Pour :

t >15ms ;B =0; Φ =0 ; t <15ms ;B =0; Φ =0;2)
t <0;B =cst;e =0; t ∈[0;15ms];e =0,2 V;t >15 ms;e =;3) Q =10^{-2} C

++++++++++++++++++++Exo5:++++++++++++++++++++++++++

Une tige métallique AC se déplace en translation sur deux rails horizontaux conducteurs. La vitesse est parallèle aux rails.

1)) Comment orienter le circuit pour avoir un courant induit positif lorsque V>0 ? Quel est alors le signe du Φ et celui du $\frac{d\Phi}{dt}$.

2)) Calculer l'intensité du courant induit si R=2Ω ; V=4m/s ; AC=l=10cm ; B=0,5T

3)) Calculer la puissance de la force de Laplace dans les conditions précédant.

4)) Donner l'expression de la f.é.m. induite si la tige a un mouvement sinusoïdal de vitesse

V = $4\cos(2\pi t)$. Calculer sa valeur maximale et sa fréquence

++++++++++++++++++++Exo6:++++++++++++++++++++++++++

Une bobine d'axe horizontal comportant 20spires de surface 0,04m^2. Elle tourne à la vitesse constante de 10tr/mn autour d'un axe vertical, dans un champ magnétique uniforme de direction horizontale et d'intensité 0,02T à la date t=0 $\vec{B}$ est colinéaire à l'axe de la bobine. Exprimer la force électromotrice induite dans la bobine en fonction du temps. Calculer sa valeur efficace

++++++++++++++++++++Exo7:++++++++++++++++++++++++++

Un cadre plan rectangulaire de côté a=2cm et b=3cm comportant 20spires est disposé dans un champ magnétique uniforme d'intensité 4.10^{-2}T de façon que la normale au cadre face avec le champ magnétique l'angle Θ=60°.

1)) Calculer le flux magnétique à travers le circuit dans la position considéré

2)) On fait décroitre l'intensité du champ magnétique de 4.10^{-2}T à 0 selon la loi : $B = 4.10^{-2}\left(1 - \frac{t}{10}\right)$; où représente le temps en seconde. Calculer :

a)) La force électromotrice induite au cours de cette opération

b)) L'intensité du courant induit si sa résistance est 0,5Ω

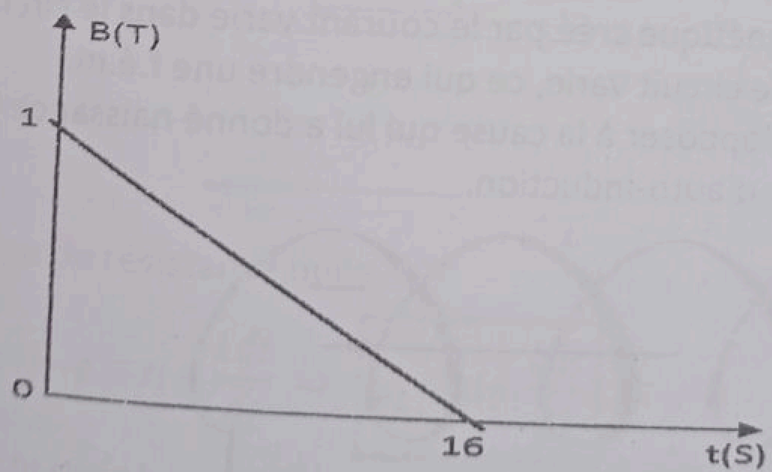
c)) Quantité d'électricité au cours de cette opération

++++++++++++++++++++Exo8:++++++++++++++++++++++++++

Un cadre carré est constitué par 200sipres de fils cuivre isolé. Le côté du cadré mesure 4cm. Ce cadre est placé perpendiculairement au champ magnétique uniforme d'intensité1 T. D'un électro-aimant. Les extrémités du fil sont reliées aux bornes d'un milliampèremètre de résistance $r = 2\Omega$.

1)) On diminue le courant d'alimentation de l'électro-aimant de façon que le champ magnétique indique ci-contre. Calculer la force électromotrice induite dans le cadre.

2)) Si la résistance du cadre est$R = 8\Omega$, calculer l'intensité du courant induit et indiquer le sens du courant induit dans le cadre.

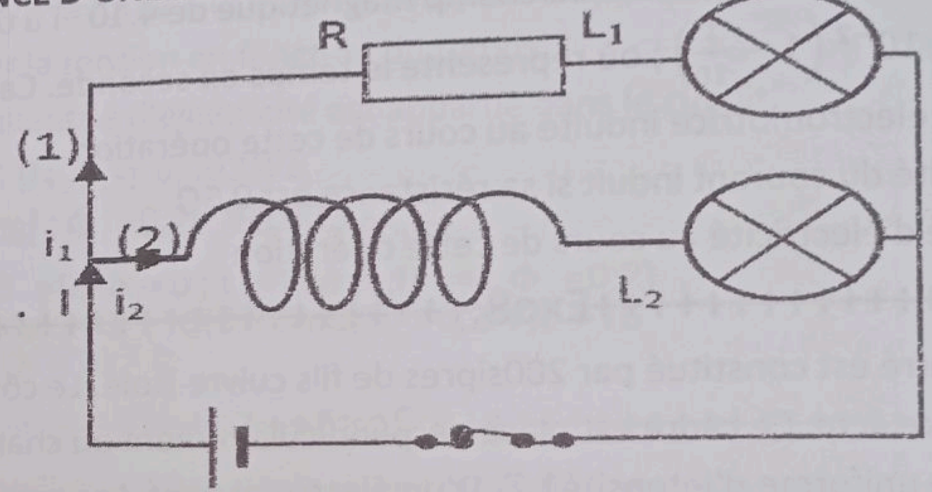


Rep : 1) $e = 2.10^{-2}\ V; 2)\ I = 2mA$

▶ Auto-induction électromagnétique :

•**Phénomène d'auto induction :**

▶**INFLUENCE D'UNE BOBINE DANS UN CIRCUIT :**



•Les lampes L_1 et L_2 sont des lampes identiques.

•Si on ferme K, L_1 s'allume instantanément mais L_2 s'allume progressivement.

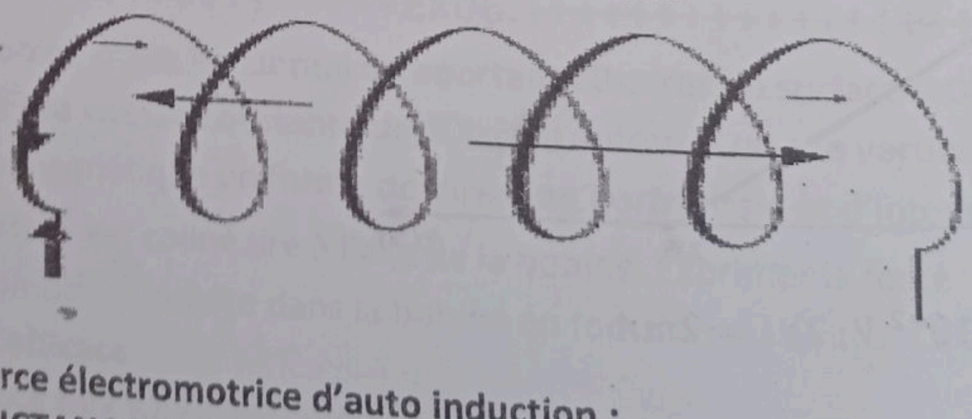
• Si on ouvre K, L_1 s'éteint très tôt alors que L_2 s'éteint progressivement.

▶<u>Définition:</u>

Une bobine placée dans un circuit s'oppose à l'établissement et à l'annulation du courant : c'est le phénomène d'auto induction.

▶INTERPRETATION :

Lorsque i varie, le champ magnétique créé par le courant varie dans le circuit, donc le flux propre à travers le circuit varie, ce qui engendre une f.é.m. induite qui par ses effets va s'opposer à la cause qui lui a donné naissance (loi de Lenz): c'est le phénomène d'auto-induction.



▶**Force électromotrice d'auto induction :**

INDUCTANCE D'UNE BOBINE :

Lorsque le circuit est parcouru par un courant, il crée un champ proportionnel à l'intensité du courant. Le flux propre qui traverse ce circuit

étant proportionnel à B et donc proportionnel à i

On pose: $\boxed{\Phi = LI}$ où (L)est le coefficient de proportionnalité: c'est une constante positive (car I et Φ varie toujours dans le même sens).

L : est appelé auto induction ou inductance ou coefficient de self inductance ou self. Elle s'exprime en Henry (H). L ne dépend que de la géométrie du circuit.

Considérons un solénoïde de rayon R et de longueur ℓ comportant N spires et parcouru par un courant variable i.

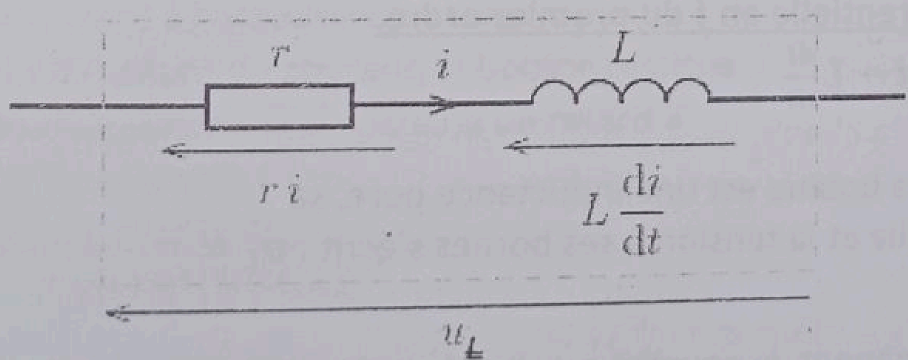
$$\Phi = Li = NBS \Rightarrow L = \frac{NBS}{i} \text{ or } B = \mu_0 n i = \mu_0 \frac{N}{\ell} i$$

$$L = N^2 \mu_0 \frac{S}{\ell} \Rightarrow \boxed{L = \frac{N^2 \mu_0 \pi R^2}{l}}$$

▶ **Loi de Faraday-Lenz :**

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Li) = -L\frac{di}{dt} \Rightarrow \boxed{e = -L\frac{di}{dt}}$$

Si la résistance de la bobine n'est pas négligeable, celle-ci peut être considérée comme l'association en série d'un conducteur ohmique et d'une



bobine de résistance nulle.

$$U_L = ri - e = ri + \frac{Ldi}{dt} \Rightarrow \boxed{U_L = ri + \frac{Ldi}{dt}}$$

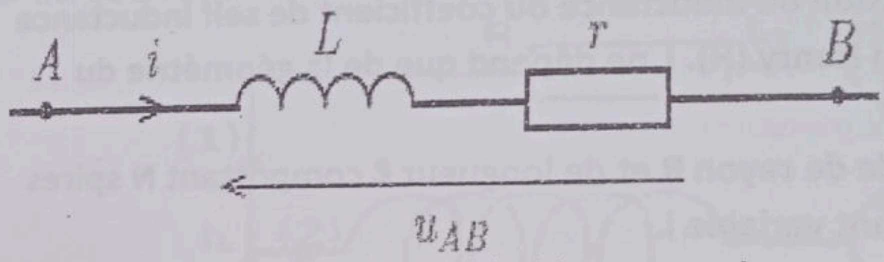
Dans le cas où la bobine une inductance pure, sa résistance est nulle et la tension à ses bornes s'écrit :

$$u_L = L\frac{di}{dt}$$

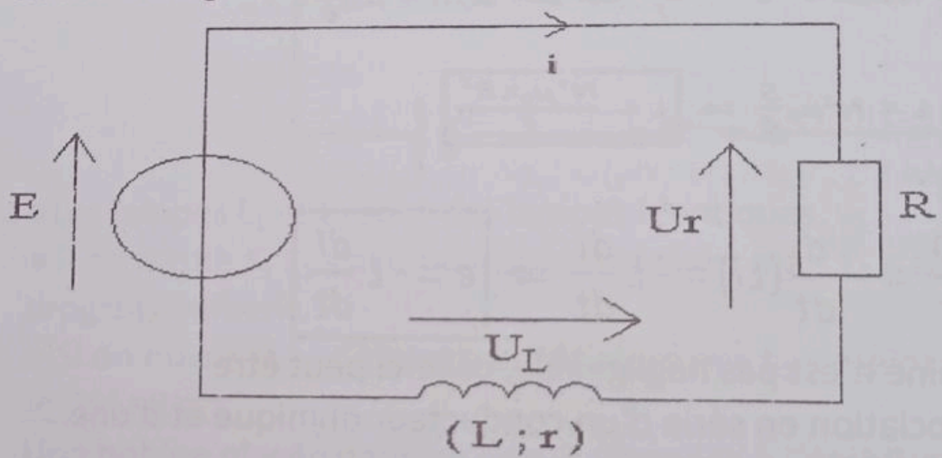
Lorsqu'elle est parcourue par un courant électrique. Cette énergie comme un conducteur ohmique.

▶ Energie magnétique emmagasinée dans une bobine :

La bobine possède de l'énergie est égale au travail électrique que doit



effectuer le générateur lors de l'établissement de ce courant.



▶ Equation différentielle en i du premier ordre.

$u_L = ri - e = ri + L\frac{di}{dt}$

▶ Remarques :

•Dans le cas où la bobine est une inductance pure, sa résistance est nulle et la tension à ses bornes s'écrit : $u_L = L\frac{di}{dt}$.

•En régime permanent, le courant est constant, la tension aux bornes de la bobine s'écrit : $u_L = ri$: la bobine se comporte comme un conducteur ohmique.

La puissance électrique P fournie par le générateur pour faire circuler un courant d'intensité i de A vers B :

Avec la loi d'Ohm pour une bobine

$$P = u_{AB}\, i.$$

$$u_{AB} = r\, i + L\frac{di}{dt}$$

▶ La puissance s'écrit :

$$P = ri^2 + Li\frac{di}{dt}.$$

Le premier terme correspond à la puissance dissipée par effet Joule et ne contribue pas à l'énergie magnétique de la bobine. Le deuxième terme est égal au taux de variation de l'énergie magnétique :

$$\frac{dE_L}{dt} = Li\frac{di}{dt}.$$

L'énergie magnétique est donc une primitive par rapport au temps de l'expression :

$$E_L = \frac{1}{2}Li^2 + \text{constante}.$$

Nous avons :La constante d'intégration est choisie de sorte que l'énergie d'une bobine qui n'est pas parcourue par un courant, c'est-à-dire lorsque $i = 0$, soit nulle.

L'énergie magnétique emmagasinée dans une bobine d'inductance L parcourue par un courant d'intensité i est : $\boxed{E_L = \frac{1}{2}Li^2}$

▶Lorsque le courant s'établit, la bobine emmagasine de l'énergie E_L: ceci crée un retard à l'établissement du courant.

▶Quand il y a rupture du courant, la bobine restitue l'énergie emmagasinée : ceci entraine un retard à l'annulation du courant.

▶Réponse d un dipôle RL :

▶ÉQUATION DIFFERENTIELLE

La loi d additivité des tensions: $U_L+U_R=E$ $\Rightarrow \boxed{L\frac{di}{dt} + Ri = E}$

LOI D'ETABLISSEMENT DU COURANT :

▶Remarque préalable : en régime permanent, le courant est constant.

$$I = cste \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow i = \frac{E}{R}$$

•Vérifions que : $i = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle.

▶$\frac{di}{dt} = -\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$. L'équation différentielle s'écrit alors : $A + Be^{-\frac{t}{\tau}} +$

$\frac{L}{R}\left(-\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{R} \Rightarrow$ $\Rightarrow \boxed{L\frac{di}{dt} + Ri = E}$

$$A - B\left(1 - \frac{L}{R\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}$$

Cette équation est vérifiée quel que soit la paramètre t, d'où le système :

$$\begin{cases} A = \frac{E}{R} \\ 1 - \frac{L}{R\tau} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{E}{R} \\ \tau = \frac{L}{R} \end{cases}$$

On en déduit que l'intensité du courant s'écrit :

$i = \frac{E}{R} + Be^{-\frac{t}{\tau}}$; Avec : $\tau = \frac{L}{R}$

D'autre part, à $t = 0, i = 0 \Rightarrow 0 = \frac{E}{R} + Be^{0} \Rightarrow$

$B = -\frac{E}{R} \Rightarrow i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

►Par la méthode de résolution de l'équation différentielle :

$Ri + L\frac{di}{dt} = E$

Soit i_1 la solution de l'équation différentielle sans second membre :

$Ri + L\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow Ldi = -Rdt \Rightarrow \frac{di}{i} = -\frac{L}{R}dt$. Posons : $\tau = \frac{L}{R}$

En intégrant :

$lni = -\frac{L}{R}t + k \Rightarrow i_1 = e^{-\frac{L}{R}t+k} = e^{k} \times e^{-\frac{t}{\tau}} = Ke^{-\frac{t}{\tau}}$;

Avec : $K = e^{k}$

Soit i_2 une solution particulière de l'équation avec second membre :

$i_2 = cste \Rightarrow \frac{di_2}{dt} = 0 \Rightarrow i_2 = \frac{E}{R}$

K est déterminé par les conditions initiales :

A $t = 0 ; i = 0 \Rightarrow K + \frac{E}{R} = 0 \Rightarrow K = -\frac{E}{R}$

La solution de l'équation différentielle est: $i = i_1 + i_2$

D'où : $\boxed{i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$

LOI D'ANNULATION DU COURANT :

A $t = 0, E = 0 \Rightarrow L\frac{di}{dt} + Ri = 0$. L'équation a pour solution: $i = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\boxed{i = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

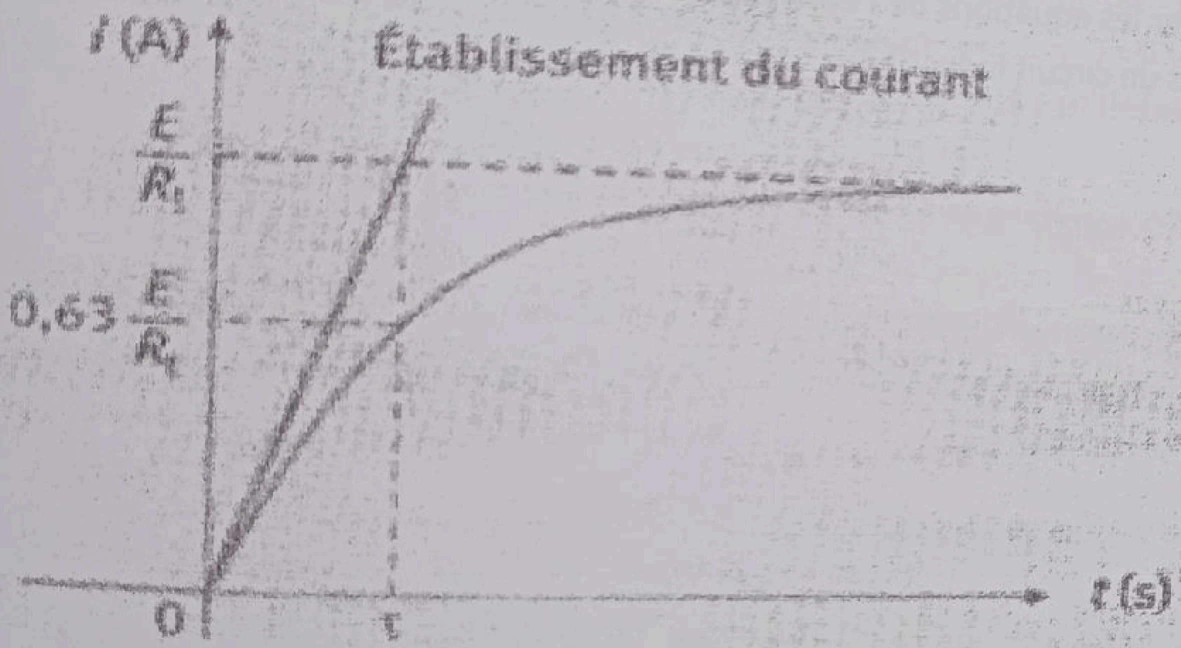
►La grandeur : $\tau = \frac{L}{R}$ est appelée constante de temps du circuit. Son unité est la seconde (S). La constante de temps fournit un ordre de grandeur de la durée de la réponse d'un circuit RL.

- Après une durée 5τ, l'intensité est égale à 63% de sa valeur maximale.
- Après une durée 5τ, l'intensité est égale à 99% de sa valeur maximale.
- τ est généralement très faible : le régime transitoire s'éteint très rapidement.

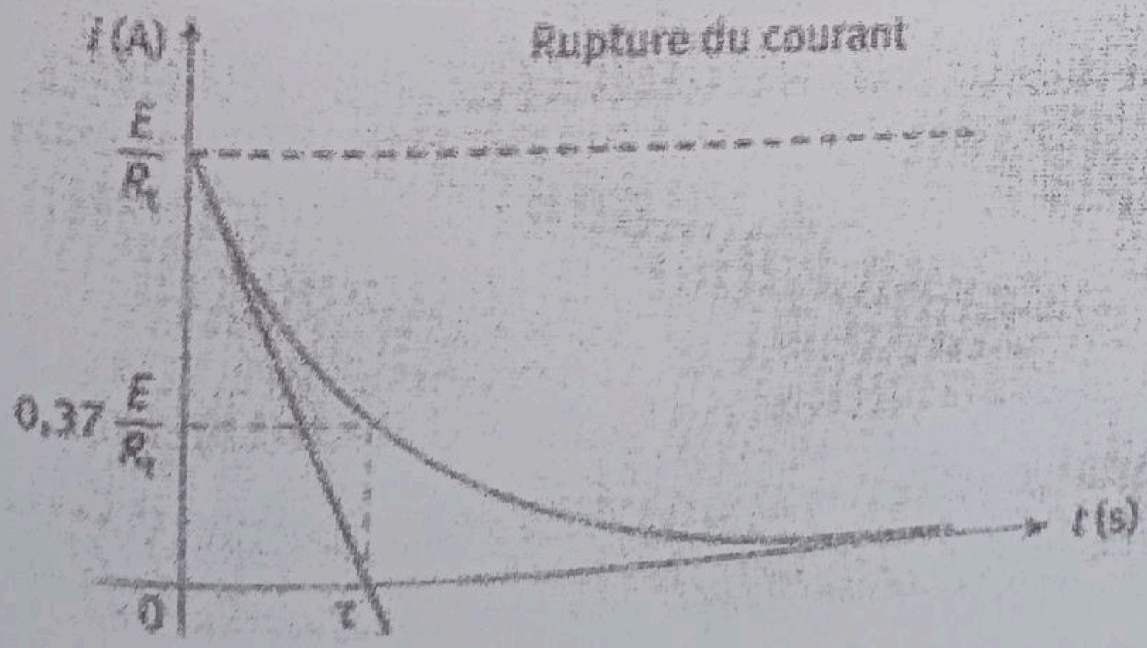
$$\boxed{E_L = \frac{1}{2} L i^2}$$

Etude graphique :

▶ **Courbe de l'établissement du courant**



▶ **Courbe de rupture du courant :**



Questions théoriques

1)) Décrire et interpréter une expérience montrant le retard dans l'établissement ou la<< coupure>> du courant dans une bobine comportant le fer doux ?

2)) Définir le phénomène d'auto-induction ?

3)) Définir l'inductance d'une bobine ?

4)) Démontrer les équations de l'établissement et d'annulation du courant du courant dans un circuit inductif ?

Exercices Résolus

Exercice 1

Un solénoïde de longueur ℓ très grande devant son rayon, comporte N spires enroulée sur un cylindre de section S.

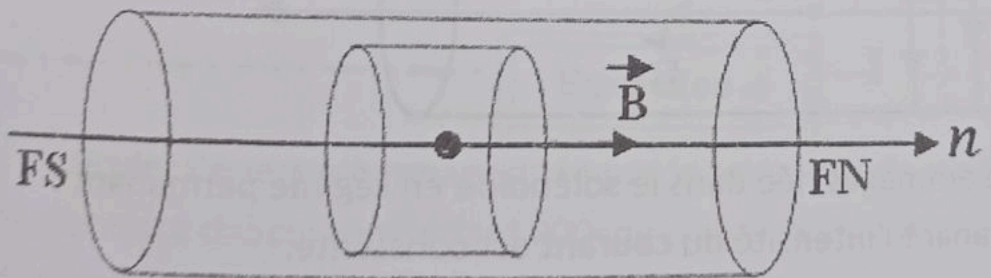
Rappeler la définition de l'inductance propre de ce solénoïde, puis établir son expression en fonction de N l et S. AN : $N=10^4$spires ; $l=0,5m$; $S=40cm^2$.

Ce solénoïde est parcouru par un courant dont l'intensité vari linéairement de 0 à 10A en 5s.

Etablir en fonction du temps, l'expression du champ magnétique crée à l'intérieur du solénoïde

On place à l'intérieur du solénoïde une bobine de 500spires, ayant le même axe de résistance égale à 20Ω, constituée par un fil conducteur enroulé sur un cylindre de rayon 1cm. Calculer l'intensité du courant induit dans la bobine intérieure.

Résolution



1)) Définition de l'inductance propre de ce solénoïde : l'inductance d'une bobine est le quotient du flux auto-induction par rapport à l'intensité du courant qui circule dans la bobine.

▶Son expression :

$$\begin{cases}\Phi = LI \\ \Phi = \mu_0 \frac{N}{\ell} IS\end{cases} \Leftrightarrow \Phi = \Phi \Longrightarrow L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$$

AN : $L = 4\pi.10^{-7} \frac{10^8}{0,5} 40.10^{-4} = 1H \Longrightarrow \boxed{L = 1H}$

2)) a) Expression du champ magnétique en fonction du temps: (intensité est une fonction linéaire du temps) $I = at + b$

A $t = 0 ; I = 0 \Longrightarrow b = 0$

A $t = 2 ; I = 10\ A \Longrightarrow a = 2\ A/s$; donc : $I = 2t$

$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = 8\pi.10^{-7} \frac{N}{\ell} t = 16\pi.10^{-3} t \Longrightarrow$ $\boxed{B = 16\pi.10^{-3} t}$

b)) intensité du courant induit dans la bobine intérieure : $\Phi = N_2 B S_2$; Or : $S_2 = \pi r^2$ et $B = 16\pi.10^{-3} t$

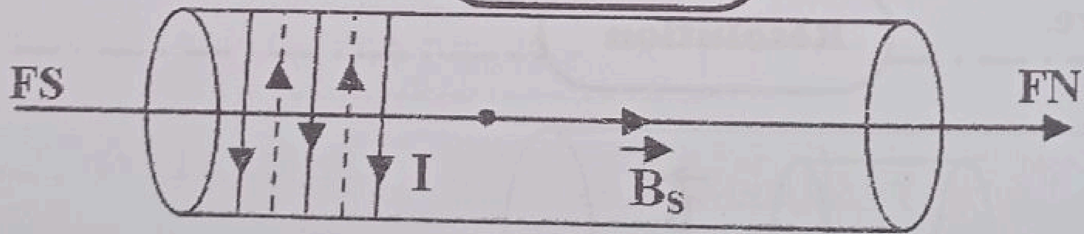
D'après la lois de Lenz : $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -16\pi N_2 r^2.10^{-3}$

D'après Pouillet : $I = \frac{|e|}{R} = 3{,}9.10^{-4}\ A$; $\boxed{I = 3{,}9.10^{-4}\ A}$

Exercice 2

Un solénoïde de longueur 1m, comportant une couche de spire jointive isolé par un verni d'épaisseur négligeable à un diamètre D=5cm. Le fil conducteur a pour résistance $2{,}04.10^{-2}\Omega$ par mètre et pour diamètre d=1mm. Il est mis en relation avec un générateur de f.é.m. E=4V et de résistance interne négligeable. Calculer l'énergie emmagasinée dans le solénoïde en régime permanant.

Résolution



Calculons l'énergie emmagasinée dans le solénoïde en régime permanant :

► En régime permanant l'intensité du courant est constante.

$E_m = \frac{1}{2} L i_0^2$; Déterminons : L et i_0

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S \text{ avec } \begin{cases} S = \pi \frac{D^2}{4} \\ N = \frac{l}{d} \end{cases} \Longrightarrow L = 2{,}47.10^{-3} H$$

$$I_0 = \frac{E}{R} \text{ avec } \begin{cases} R = r.l_1 \\ l_1 = \pi N D \end{cases} \Longrightarrow I_0 = 1{,}25\ A$$

Donc $E_m = \frac{1}{2} L i_0^2$ AN : $\boxed{E_m = 1{,}98.10^{-3}\ j}$

Exercice 3

1) Calculer l'inductance d'un solénoïde de longueur 0,40m comportant 400spires de surface $10cm^2$

Ce solénoïde est parcouru par un courant d'intensité $I = t^2 - 2t$. Quelle est l'expression de la f.é.m. d'auto-induction et quelle est sa valeur 5s après la fermeture du circuit ?

Quelle est l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine pendant les 5 premières seconde

Résolution

1)) Calculons l'inductance:

$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$ AN: $\boxed{L = 5.10^{-4}\ H}$

▶ L'expression de la f.ém. d'auto-induction :

D'après Lenz-Faraday : $e = -L\frac{di}{dt} = -L(2t-2) \Rightarrow$ $\boxed{e = -L(2t-2)}$

● Sa valeur à la date : $t = 5s$ AN : $\boxed{e = -4.10^{-3}\ V}$

L'énergie emmagasinée pendant les 5 premières secondes :

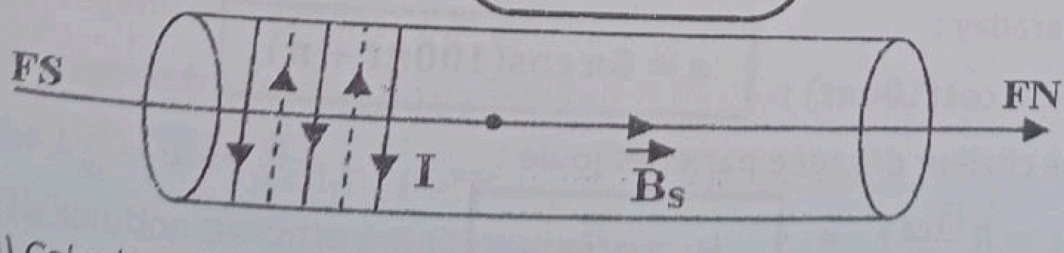
$E_m = \frac{1}{2}LI^2$ AN: $\boxed{E_m = 56,25.10^{-3}\ j}$

Exercice 4

1-) Calculer l'énergie emmagasinée par le solénoïde de longueur l=0,412m, de diamètre d=5cm, possédant 200spires, parcouru par un courant électrique d'intensité I=4A.

2-) Quelle est l'énergie emmagasinée par unité de volume dans le solénoïde ?

Résolution



1)) Calculons l'énergie emmagasinée par le solénoïde :

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2}LI^2}$$

Or : $L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S = \mu_0 \frac{N}{\ell} \pi \frac{d^2}{4} = \frac{(Nd\pi)^2}{\ell} 10^{-7}$

$L = 2{,}393.10^{-4}\, H$ AN: $E_m = 1{,}9.10^{-3}\, j$

2)) L'énergie emmagasinée par l'unité de volume:

$d = \frac{E_m}{V} = \frac{1{,}9.10^{-3}}{V} j$ $V = \pi \frac{d^2}{4} \ell = 8.10^{-4}\, m^3$ $d = \frac{E_m}{V} = 2{,}37\, j/m^3$

Exercice 5

Un solénoïde de longueur ℓ=1m est formé d'une couche à spires jointives de rayon r=5cm. Le fil a un diamètre d=1mm, il est recouvert d'un isolant d'épaisseur négligeable. La résistivité du métal qui constitue le solénoïde est ρ=1,0.10^{-8} Ω.m.

1-) Calculer la résistance R du solénoïde.

2-) Calculer l'inductance L du solénoïde.

3-) Ecrire l'expression de la f.é.m. au sein du solénoïde lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité
i=5sin($100\pi t$).

4-) Calculer en joules puis en kwh la quantité de chaleur dégagée par effet joule par la bobine au bout de t=10min.

Résolution

1)) Calculons la résistance R du solénoïde :

$R = \rho.\frac{P}{S}$; $P = 2\pi r N = 2\pi r \frac{\ell N}{d} = 100\pi\, m$

$S = \pi \frac{d^2}{4} = \frac{\pi}{4}.10^{-6} \Rightarrow R = 10^{-6} \times \frac{100\pi}{\frac{\pi}{4}10^{-6}} = 400\Omega \Rightarrow$ $\boxed{R = 400\Omega}$

2)) Calculons l'inductance du solénoïde :

$L = \frac{P^2}{\ell}.10^{-7}$

AN : $\boxed{L \approx 10mH}$

3)) L'expression de la f.é.m. au sein du solénoïde :

D'après Lenz-Faraday :

$e = -L\frac{di}{dt} = -5\pi\cos(100\pi t)$; $\boxed{e = 5\pi\cos(100\pi t + \pi)}$

4)) Quantité de chaleur dégagée par effet joule :

$Q = E = RI^2 t = R\frac{i_{max}^2}{2} t \Rightarrow$ $\boxed{Q = R\frac{i_{max}^2}{2} t}$

AN : $\boxed{Q = 3.10^6 J}$

$\boxed{Q = 0{,}83 kWh}$

Exercice 6

Un circuit comprend, associé en série, un générateur de f.é.m. 8V et de résistance interne négligeable, une bobine d'auto-inductance L=0,6 H et de résistance R, et interrupteur k. Quand on ferme l'interrupteur, le courant atteint les 9/10 de sa valeur en régime au bout de 0,4 s.

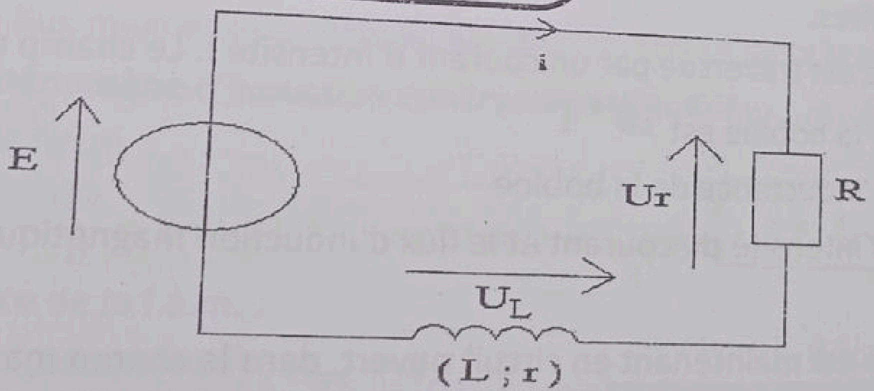
1-) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité du courant *i* dans le circuit.

2-) En vous aidant des exercices précédents donner l'expression de *i=f(t)*.

3-) En déduire la valeur de la résistance R de la bobine.

4-) Donner l'expression de l'énergie E_m emmagasinée en fonction du temps. Que dévient cette énergie en régime permanant.

Résolution



1)) Déterminons l'équation différentielle obéit l'intensité du courant dans le circuit :

On sait que : $u_G = u_B$

▶Aux bornes du générateur : $u_G = e_1 - ri = e_1$

▶Aux bornes de la bobine : $u_B = Ri - e = Ri + L\frac{di}{dt}$; Donc : $e_1 = Ri + L\frac{di}{dt}$

2)) Expression de l'intensité en fonction du temps :

•En régime permanant : $I = cste \Rightarrow i_0 = \frac{e_1}{R}$

•En régime transitoire ou variable :

$$Ri + L\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{di}{i} = -\frac{R}{L}dt \Rightarrow \int\frac{di}{i} = -\int\frac{R}{L}dt \Rightarrow lni = -\frac{R}{L}t + C \Rightarrow i_1 = Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

▶La solution de cette équation est donc :

$i = i_0 + i_1$

$$i = \frac{e_1}{R} + Ae^{-\frac{R}{L}t} \text{ ; A, } t = 0; i = 0 \Rightarrow \frac{e_1}{R} + A = 0 \Rightarrow A = -\frac{e_1}{R} ; i = \frac{e_1}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

3)) Déterminons la résistance :

Comme : $i = \frac{9}{10} i_0 = \frac{9}{10} \times \frac{e_1}{R}$

$\frac{9}{10} \times \frac{e_1}{R} = \frac{e_1}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \Rightarrow R = \frac{ln10 \times L}{t}$ AN: $\boxed{R = 3,45\Omega}$

4)) Expression de E_m en fonction du temps :

$$E_m = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\left[\frac{e_1}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)\right]^2$$

Calculons cette énergie en régime permanant :

$E_m = \frac{1}{2}Li_0^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{e_1}{R}\right)^2$; AN : $\boxed{E_m = 1,6j}$

Exercice 7

On considère une bobine de longueur $\ell = 2cm$, de rayon 1cm, comporte 2500 spires par mètre. Cette bobine est un solénoïde long par rapport au rayon des spires.

1)) La bobine est traversée par un courant d'intensité I. Le champ magnétique au centre de la bobine est 10^{-2} T

a)) Calculer l'inductance de la bobine

b)) Calculer l'intensité du courant et le flux d'induction magnétique à travers la bobine.

2)) La bobine est maintenant en circuit ouvert, dans le champ magnétique uniforme, un dispositif permet de faire tourner librement la bobine au tour d'un axe verticale passant par son centre, avec une vitesse angulaire de 4π rad/s

a)) A l'instant initiale l'axe de la bobine est parallèle au champ magnétique. La norme au spire étant orientée dans le sens du champ magnétique. Calculer le flux à travers la bobine

A l'instant t, la bobine a tournée d'un angle α exprimer le flux en fonction du temps à travers la bobine. AN : t =0,25s

3)) a) montrer que la bobine est le siège d'un phénomène d'induction électromagnétique

b)) Donner l'expression de la force électromotrice induite en fonction du temps. Calculer sa valeur efficace

Résolution

1)a) Calculons l'inductance :

$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$;Or : $n = \frac{N}{\ell} \Rightarrow N = n\ell \Leftrightarrow L = \mu_0 n^2 \ell \pi r^2$

AN: $L = 29{,}6mH$;

Calculons le flux propre :

$\Phi_P = Li$; Or : $i = \frac{B}{\mu_0 n} \Rightarrow \Phi_P = L \frac{B}{\mu_0 n}$; AN : $\boxed{\Phi_P = 94{,}2mWb}$

2)a) Calculons le flux:

$\Phi = NBS\cos\theta$; $A\ t = 0$; $\theta = 0° \Rightarrow$ $\boxed{\Phi = \Phi_P}$

Expressions du flux en fonction du temps :

$\Phi = NBS\cos\theta$;

Pour un mouvement circulaire uniforme: $\theta = \omega t$

$\Phi = NBS\cos\omega t = \Phi_0 \cos\omega t = 9{,}42.10^{-2}\cos(4\pi t)$

AN : $t = 0{,}25\ s$; $\Phi = -\Phi_P$

3)a) Comme le flux magnétique varie en fonction du temps alors la bobine est le siège d'un phénomène d'induction électromagnétique.

Expression de la f.é.m. :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = 9{,}42.10^{-2} \times 4\pi\sin(4\pi t) = 1{,}18\sin \quad \boxed{e = 1{,}18\sin(4\pi t)}$$

La valeur efficace de la f.é.m. :

Comme : $e = 1{,}18\sin(4\pi t)$; $e_{mx} = 1{,}18\ V$

Or:$e_{eff} = \frac{e_{mx}}{\sqrt{2}}$ AN $\boxed{e_{eff} = E = 0{,}83\ V}$

Exercice 8

Un solenoide de longueur l et de rayon R, est formé de n spires. Il est parcouru par un courant d'intensité i variant au cours du temps tels que : $i=3t^2$

1) Calculer L, l'auto inductance de ce solenoide
2) Calculer la f.è.m auto induite à l'instant $t_1=5{,}6.\ 10^{-3}$s

On donne l=1m; N=5000spires ; R=5cm

Résolution

1) Calculons L, l'auto inductance de ce solenoid

$$\Phi_p = \Phi \Longrightarrow LI = NBS \Longrightarrow LI = N\mu_0\frac{N}{l}.S \Longrightarrow L = \mu_0\frac{N^2}{l}S$$

$L = \mu_0\frac{N^2}{l}\pi R^2$ AN: L=0,24 H

2) Calculons la f.è.m auto induite à l'instant t_1=5,6. 10^{-3}s

$e = -\frac{d\Phi}{dt}$ avec $\Phi = Li$ $e = -L\frac{di}{dt} = -6Li$ ou $e = -6\frac{\mu_0 N^2\pi R^2}{l}t$

AN: e=-8,06.10^{-3}V

Exercice 9

Une bobine -A,B) de résistance négligeablle et d'inductance L=3mH est traverse par un courant continu allant de A vers B.

1) Déterminer la tension U_{AB} aux bornes de la bobine
2) Lors de l'établissement du courant, son intensité de la bonine passé de i_0=1A à à la valeur i_1=2,5A en 20s
   a) Calculer la f.è.m moyenne d'auto inductance aux bornes de la bonine
   b) Déterminer la tension moyenne U_{AB} aux bornes de cette bobine
3) Lors de l'annulation du courant dans cette bobine, l'intensité passant de i_1 à i_2=0,75A en 10s

Calculer la f.è.m moyenne d'auto inductance aux bornes de la bonine et la tension moyenne Calculer la f.è.m moyenne d'auto inductance aux bornesde la bonine

Résolution

1) Déterminons la tension U_{AB} aux bornes de la bobine

$$u = -e = +L.\frac{di}{dt} = 0 \ car \ i = cste$$

2) a) Calcul de la f.è.m moyenne:

$e_m = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$ AN: $e_m = -2{,}1.10^{-3}V$

b) La tension moyenne aux bornes de la bobine:

$U_{AB} = -e_m$ AN: $U_{AB} = 2{,}1.10^{-3}V$

3) Calcul de la f.è.m et la tension :

$e_m = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$ AN: $e_m = 0{,}175\ V$

$U_{AB} = -e_m$ AN: $U_{AB} = -0{,}175\ V$

EXERCICES PROPOSES

++++++++++++++++++++Exo1:+++++++++++++++++++++++++

Pour fabriquer une bobine d'inductance L, on utilise un cylindre de diamètre D=10cm et de longueur l=60cm sur le quelle on enroule un fil de cuivre de diamètre d=0,6mn, recouverte d'une couche de verni d'épaisseur 0,1mn. On réalise ainsi une couche à spire jointive.

1) Calculer la résistance de la bobine sachant que la résistivité est $1{,}69.10^{-8}\Omega.m$

2)) Donner la définition de l'inductance de la bobine et déterminer sa valeur

Rép : 1) R=14,1Ω 2) L= 9,25mH

++++++++++++++++++++Exo2:+++++++++++++++++++++++++

1-) Un solénoïde comporte n=2000 spires par mètre, sa longueur est ℓ = 50 cm, son diamètre est d=8 cm.

cm. Calculer l'inductance L de la bobine.

2-) Le solénoïde est placé dans le circuit ci-dessous :

La tension aux bornes de la diode est nulle.

a) L'interrupteur k est fermé. Quel est en régime permanent l'intensité Io du courant ?

b) On ouvre l'interrupteur k à la date 0. Ecrire l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité *i* du

courant. Vérifier que la solution de cette équation est de la forme :

$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}\ Avec: \tau = \frac{L}{R+r}$

c) Déterminer le temps au bout duquel l'intensité atteint les 10% de sa valeur initiale. Avec r=8 Ω et R=10Ω

Réponses numériques : 1-) $L = 1{,}28.\ 10^{-2}$ H , c) $t = 1{,}6ms$

++++++++++++++++++++Exo3:+++++++++++++++++++++++++

Un fil de cuivre de longueur totale P est enroulé en une couche de spires équidistantes autour d'un cylindre creux isolant. Il constitue ainsi un solénoïde de longueur ℓ nettement supérieure au rayon R d'une spire.

1-) Exprimer l'inductance du solénoïde en fonction de P et ℓ. *AN* : P=1km ; ℓ=0,50m.

+++++++++++++++++++++Exo6:+++++++++++++++++++++++++

Deux rails parallèles distants de 20 cm sont placés à l'intérieur d'un solénoïde comportant 3000 *spires par mètre* de longueur.

L'axe vertical du solénoïde est perpendiculaire au plan des rails. Une barre AB, perpendiculaire aux rails se déplace sur eux avec une vitesse constante caractérisée par le vecteur vitesse $\vec{v}$ colinéaire aux rails.

1- Le sens du courant I traversant le solénoïde étant le sens trigonométrique, donner la direction et le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ créé par le solénoïde à l'intérieur de lui-même. On donne B=40 mT. Calculer I.

2- Déterminer les caractéristiques de la force électromagnétique agissant sur un électron de la barre (électron supposé immobile dans la barre). On donne V=0,8m/s ; q=−1,6.10^{-19} C.

3- AB est le siège d'une force électromotrice faisant circuler un courant induit i dans le circuit formé par la barre, les rails et un galvanomètre G. La résistance totale du circuit étant de 64 Ω, calculer la force électromotrice et l'intensité i. Préciser le sens de i.

+++++++++++++++++++++Exo7:+++++++++++++++++++++++++

1) Une bobine de longueur $\ell = 40cm$, de rayon r =2cm et d'inductance L, comportant 250 spires et parcourue par un courant d'intensité $I = 5A$ Cette bobine est considérée comme un solénoïde.

a)) Déterminer les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ créé au centre du solénoïde par le passage du courant I.

b)) Calculer l'inductance L du solénoïde.

c)) Calculer le flux propre du champ $\vec{B}$ à travers cette bobine.

2)) On fait alors tourner la bobine autour d'un axe perpendiculaire à (Δ) avec une fréquence $N = 50Hz$.

a)) Donner l'expression du flux sachant qu'à l'instant $t = 0$; $\Phi(t = 0) = \Phi_{max}$.

b)) Montrer que la bobine est le siège d'une f.é.m. d'auto-induction. Donner son expression $e(t)$.

c)) En déduire la valeur efficace cette f.é.m. et en déduire la période T de ce mouvement.

+++++++++++++++++++++Exo8:+++++++++++++++++++++++++

Une bobine de section circulaire est constituée par un fil de longueur λ bobine régulièrement. On suppose que les spires sont pratiquement situées dans un plan perpendiculaire à l'axe du solénoïde. La longueur de la bobine vaut$\ell = 1000m$. Son inductance est $L = 85mH$.

1)) Calculer la longueur du fil de cuivre.

2)) Cette bobine est montée en série avec un conducteur ohmique aux bornes d'un générateur de tension continue. Lorsqu'on ferme le circuit par l'intermédiaire d'un interrupteur K, l'intensité du courant passe de 0 à sa valeur maximale $I_{max} = 2A$ une durée$t = 50ms$. Calculer la valeur moyenne de la force électromotrice f.é.m. d'auto-induction.

3)) On ouvre maintenant l'interrupteur K.

a)) Que peut-on observer ?

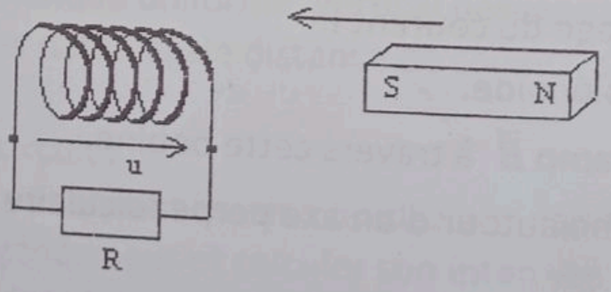
b)) Comment annuler cet inconvénient en utilisant une diode et un conducteur ohmique.

c)) Quel est le rôle du conducteur ohmique dans cette modification ?

3)) Calculer l'énergie électromagnétique libérée dans le circuit lors de l'ouverture de l'interrupteur.

+++++++++++++++++++++Exo9:++++++++++++++++++++++++++

Une bobine a une résistance R à ses bornes. On approche le pôle sud d'un aimant droit comme indiqué sur la figure ci-contre.



1)) Quel est le phénomène qui se produit dans la bobine ?

2)) Quelle face la bobine présentera-t-elle devant le pôle sud de l'aimant (refaites un dessin sur votre copie) ? En déduire le sens de i dans la bobine, puis le signe de la tension (u) comme représentée ci-dessus.

3)) Nommez et citez les deux lois d'électromagnétisme se rapportant à l'expérience.

4)) Lorsque l'aimant se sera immobilisé tout près de la bobine, que vaudra la tension ?

5)) Si on refait l'expérience sans connecter la résistance à la bobine, qu'est-ce qui change ?

++++++++++++++++++++++Exo10:++++++++++++++++++++++++

Le courant i dans une bobine est de forme triangulaire, et varie entre $-80mA$ et $+80mA$, en $250\mu s$. A $t=0$, i est égale à $-80mA$

1)) Représentez l'évolution du courant i en fonction du temps, pour t variant de 0 à $500\mu s$.

2)) La bobine possède une inductance $L = 220mH$ et une résistance interne $r = 0{,}5\Omega$Donnez l'expression de la tension aux bornes de cette bobine, en fonction de L ; r ; i et $\frac{di}{dt}$ si on adopte la convention récepteur.

3)) Que devient cette expression si on considère la bobine idéale ? Pour la suite, on considère la bobine idéale.

4)) Représentez l'évolution de la tension en fonction du temps, pour t varient de 0 à $500\mu s$. Interpréter.

++++++++++++++++++++++Exo11:++++++++++++++++++++++++

1)) Un solénoïde AB de résistance négligeable, de longueur$\ell = 2m$, comportant 100spires, de rayon $r = 1cm$. Il est traversé par un courant d'intensité $I = 2A$

a)) Le solénoïde est-il siège d'une f.é.m. d'auto-induction ? Justifier votre réponse.

b)) Faire un schéma et donner les caractéristiques du vecteur champ $\vec{B}$ créé par le passage du courant.

c)) Etablir l'expression de l'inductance L du solénoïde puis en déduire sa valeur.

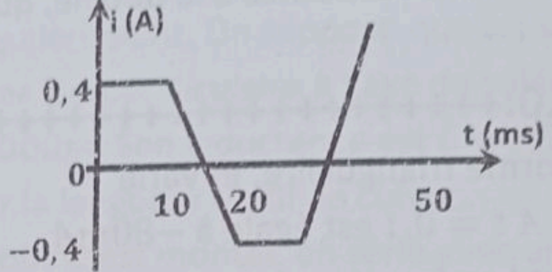
2)) Le solénoïde est représenté par un courant dont l'intensité i varie avec le temps comme l'indique la figure ci-dessous. On prendra$L = 5mH$.

a)) Pour quels intervalles de temps ya-t-il phénomène d'auto-induction ?

b)) Donner l'expression $i(t)$ du courant électrique traversant la bobine sur chaque intervalle de temps.

c)) En déduire $e(t)$ et $u(t)$sur chaque intervalle de temps.

d)) Déterminer l'expression de l'énergie emmagasinée dans le solénoïde pour chacun des intervalles de temps.



++++++++++++++++++++Exo12:++++++++++++++++++++++++

On considère un solénoïde de longueur l comportant N spires de surface S.

1)) Le solénoïde est parcourue par un courant continu $I = 5A$ Déterminer les caractéristique du champ magnétique créé à l'intérieur du solénoïde. On donne : $\ell = 0{,}4m$; $N = 400$ et $S = 10cm^2$

2)) Le solénoïde est parcourue par un courant d'intensité :$i(t) = 2t^2 - 2t$.

a)) Calculons l'inductance L du solénoïde.

b)) Quelle est l'expression de la f.é.m. d'auto-induction et quelle est sa valeur 5s après la fermeture du circuit ?

3)) Le solénoïde est maintenant parcourue par un courant dont l'intensité varie en fonction du temps selon la loi : $i(t) = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t)$.

a)) Donner l'expression de la f.é.m. d'auto-induction en fonction du temps.

b)) En déduire la valeur efficace de tension alternative sinusoïdale.

++++++++++++++++++++Exo13:++++++++++++++++++++++++

Dans un laboratoire de recherche, une bobine servant à créer des champs magnétiques très intenses est assimilés à un solénoïde de longueur $\ell = 1\,m$ et comportant

$N = 1000 spires$ Et de rayon$R = 20cm$. On appellera A et B les deux bornes de la bobine et on l'orientera de A vers B.

1)) Donner les caractéristiques du champ magnétique dans la bobine créé par le passage du courant d'intensité$i = 200A$.

2)) a) Etablir l'expression de l'inductance L en fonction de N, ℓ et R ; et calculer sa valeur numérique.

b)) Comment augmenter L ?

c)) Calculer le flux propre du circuit.

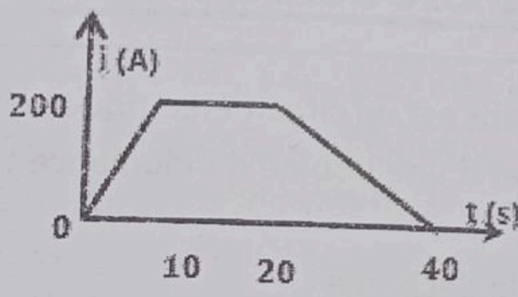
3)) La bobine de résistance $r = 10\Omega$ est parcoure par un courant dont l'intensité varie avec le temps comme indique le schéma ci-contre.

a)) Donner le schéma électrique équivalent de la bobine.

b)) Sur chaque intervalle de temps, donner la f.é.m. induit et la tension $u_{AB}(t)$ en fonction du temps.

c)) Représenter graphiquement $u_{AB}(t)$ en fonction du temps.

Calculer l'énergie magnétique emmagasinée



++++++++++++++++++++Exo14:+++++++++++++++++++++++

On monte en série un générateur de f.é.m. $E = 6V$ et de résistance $r = 1\Omega$ avec une bobine de résistance $R = 11\Omega$ et d'inductance L. A la date $t = 0$, on ferme le circuit.

1)) Etablir l'équation qui relie i, $\frac{di}{dt}$ et les grandeurs caractérisant les composants du circuit.

2)) En déduire le coefficient directeur de la tangente à la courbe $i(t)$ à l'instant $t = 0$, $(AN: L = 1H)$

3)) Pour, $L = 1H$ donner l'allure de la courbe $i(t)$ et préciser la valeur de I_0 et l'intensité en régime permanant.

4)) Exprimer l'énergie électrostatique emmagasinée dans le circuit à la date t. cette énergie est-elle supérieur, inférieur ou égale à celle fournie par le générateur entre les instants de date 0 et t (justifier votre réponse)

++++++++++++++++++++Exo15:+++++++++++++++++++++++

Un circuit est parcouru par un courant d'intensité instantanée : $i = \frac{3e^t}{1+2e^t}$

1)) Calculer l'inductance de ce circuit, sachant qu'à la date $t = 0$, la valeur absolue de la f.é.m. est $e = 0{,}6V$.

2)) Au bout de combien de temps la valeur $i(t)$ atteinte- t-elle les 98% de sa valeur de régime permanant ? Calculer la valeur de la f.é.m. induite à cet instant.

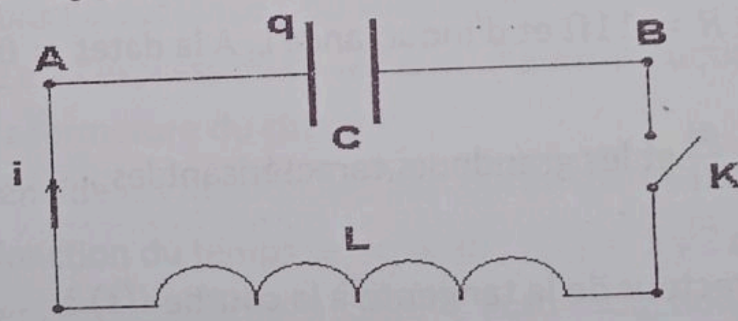
▶ Electricité :

•Oscillation électrique libre :

•Définition : Un circuit oscillant est un circuit électrique constitué d'un condensateur de capacité C et d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.

▶Equation différentielle de la décharge :

Considérons le circuit LC constitué d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable et d'un condensateur de capacité C.



•La tension aux bornes du condensateur est : $u_c = \frac{q}{c}$

•La tension aux bornes de la bobine est :

$u_L = ri - e = L\frac{di}{dt}$; $(r = 0)$

Or : $i = \frac{dq}{dt} \Longrightarrow \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{d^2t} \Leftrightarrow u_L = L\frac{d^2q}{d^2t}$

(Où q est la quantité d'électricité et r la résistance de la bobine).

L'application de la loi des mailles donne : $u_c + u_L = 0$

$\frac{q}{c} + L\frac{d^2q}{d^2t} = 0 \Longrightarrow \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$

•Charge instantanée dans le circuit :

$q = q_{max}\cos(\omega t + \varphi)$

Où : φ est la phase à l'origine et q_{max} la charge maximale.

•Déterminons l'intensité :

$i = \frac{dq}{dt} = -q_{max}\omega\sin(\omega t + \varphi)$;

$i = q_{max}\omega\cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$; Donc : $\boxed{i_{max} = q_{max}\omega}$

► Caractéristiques du circuit :

a)) Pulsation : la pulsation ω_0 est telle que

$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Longrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$;

b)) La période propre :

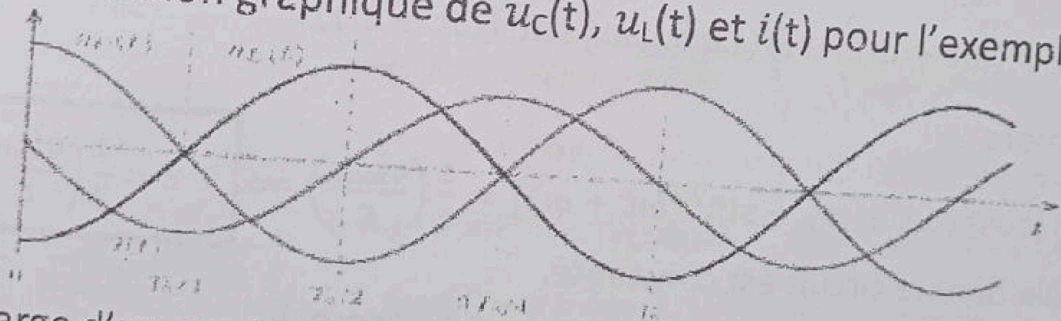
Par définition : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$

c)) La fréquence propre :

On a : $f_0 = N_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Longrightarrow \boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$

- Représentations graphiques:

La représentation graphique de $u_C(t)$, $u_L(t)$ et $i(t)$ pour l'exemple :

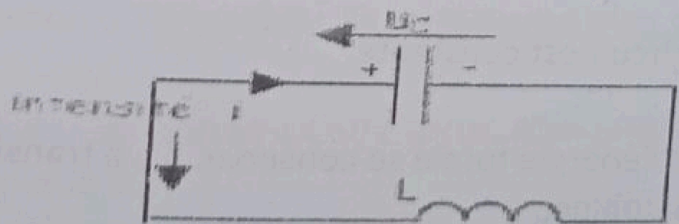


La décharge d'un condensateur dans une bobine non résistive produit un courant sinusoïdal de même période propre To et de même fréquence propre No que la tension aux bornes du condensateur.

- Interprétation

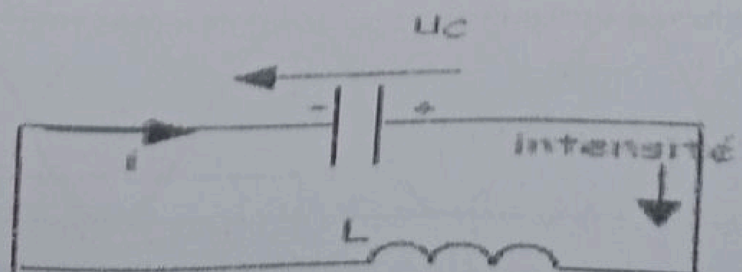
$A, t = 0$; $u_L = u_c > 0$ et $i = 0$

Ensuite le condensateur se décharge u_c diminue, le courant circule dans le sens négatif avec $|i|$ croissant.



Ensuite la bobine donne son énergie en s'opposant à la diminution de l'intensité: le condensateur se charge alors, mais avec les signes des armatures inverses des précédents.

Ensuite le condensateur se décharge, le courant circule dans le sens positif



avec $|i|$ croissant. Etc...

▶ Etude énergétique:

a) Energie électromagnétique dans le circuit:

- Energie électrique dans le condensateur est : $E_e = \frac{1}{2C}q^2$
- Energie magnétique dans la bobine est : $E_m = \frac{1}{2}(Li^2)$
- Energie électromagnétique dans le circuit : $E = E_e + E_m = \frac{1}{2C}q^2 + \frac{1}{2}(Li^2)$

b) Conservation de l'énergie dans le circuit :

On a : $E = \frac{1}{2C}q^2 + \frac{1}{2}(Li^2)$

$E = \frac{1}{2}\left(\frac{q_{max}^2}{C}\cos^2(\omega t + \varphi)\right) + \frac{1}{2}(Lq_{max}^2\omega_0^2\sin^2(\omega t + \varphi))$

Or: $L\omega_0^2 = \frac{1}{C}$; alors :

$E = \frac{1}{2}\left(\frac{q_{max}^2}{C}\right)[\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi)] = \frac{1}{2}\left(\frac{q_{max}^2}{C}\right) \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{2}\left(\frac{q_{max}^2}{C}\right)}$

L'énergie totale dans le circuit est constante.

Autrement : (calcul de la dérivé de E par rapport au temps).

$\frac{dE}{dt} = \frac{q}{C}\left(\frac{dq}{dt}\right) + Li\frac{di}{dt}$; Or : $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$

Alors : $\frac{dE}{dt} = \frac{q}{C}\left(\frac{dq}{dt^2}\right) + L\left(\frac{dq}{dt}\right)\left(\frac{d^2q}{dt}\right) \Rightarrow \left(\frac{dq}{dt}\right)\left(\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q\right)$

$\frac{dE}{dt} = \left(\frac{dq}{dt}\right)\left(\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q\right)$ Or : $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q$ (équation différentielle), alors ;

$\frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow E = cste$

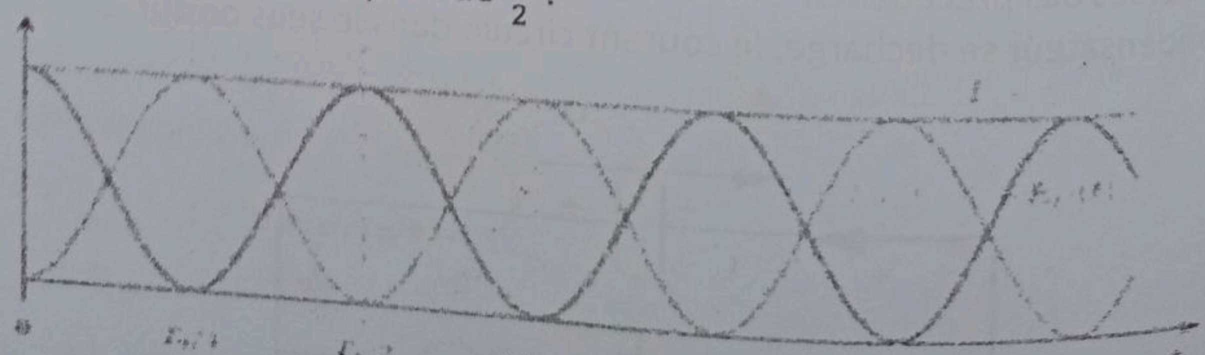
L'énergie totale dans le circuit est constante.

- Remarque :

Au cours des oscillations l'énergie totale se conserve. Il y a transfert d'énergie du condensateur vers la bobine.

Lorsque l'énergie dans la bobine est maximale, celle dans le condensateur est nulle et inversement.

Les courbes ont pour période $\frac{T_0}{2}$.



▶Analogie entre oscillation mécaniques et oscillation électriques :

SYSTEME		OSCILLATEUR MECANIQUE	CIRCUIT OSCILLANT
	Équation différentielle	$x'' + \frac{k}{m}x = 0$	$q'' + \frac{1}{LC}q = 0$
	Pulsation propre	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
	Équation de l'oscillation	$x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$	$q = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$
Non amorti	Énergie à l'instant t	$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ $E = cte$	$E = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ $E = cte$
	Autres expressions de l'énergie d'oscillation	Énergie cinétique maximale: $E = \frac{1}{2}mv_m^2$ Énergie potentielle d'élasticité maximale: $E = \frac{1}{2}kx_m^2$	Énergie potentielle magnétique maximale: $E = \frac{1}{2}LI_m^2$ Énergie potentielle électrostatique maximale: $E = \frac{1}{2}\frac{Q_m^2}{C}$

Questions théoriques

1)) Etablir l'équation différentielle de la décharge d'un condensateur dans une bobine ?

2)) Faites une étude comparative entre un oscillateur électrique libre et un oscillateur mécanique libre ?

Exercices Résolus

Exercice 1

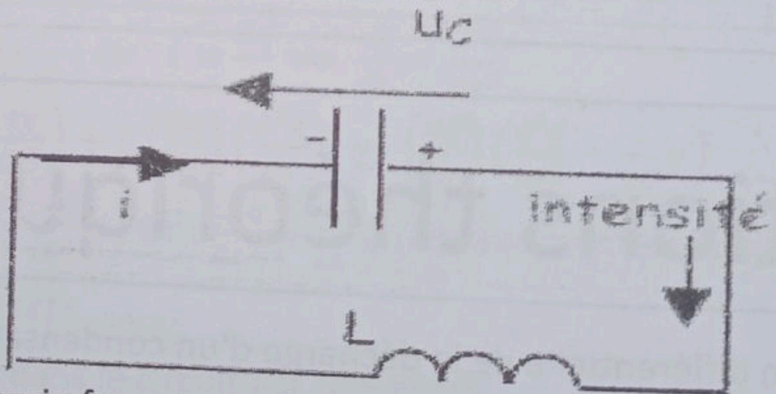
Une bobine d'inductance L=0,5H, pouvant supporter un courant d'intensité maximale 3A, est associée à un condensateur de capacité C=200µF que l'on charge sous une tension de 100V.

1-) Quelle est l'énergie fournie au condensateur ?

2-) Le condensateur étant chargé, le générateur de tension est déconnecté, et l'on court-circuite l'association (L, C). Que se passe-t-il ? Quelle est l'intensité maximale du courant dans le circuit ?

3-) Examiner le cas où le condensateur est remplacé par une association en parallèle de trois (3) condensateurs ayant chacun une capacité de 200µF.

Résolution



1) Calculons l'énergie fournie par le condensateur :

On sait que :

$E_0 = \frac{1}{2}Cu_0^2$; AN : $\boxed{E_0 = 1\,j}$

2) Explication : quand on déconnecte le générateur le condensateur se décharge par l'effet de la bobine.

Calculons l'intensité maximale :

$E_0 = E_B = \frac{1}{2}Li_0^2 \Rightarrow \boxed{i_0 = \sqrt{\frac{2E_0}{L}}}$ AN : $\boxed{i_0 = 2A}$

3) Examinons le cas où on a trois condensateurs montés en parallèles : $C' = 3C$

$E'_0 = \frac{1}{2}C'u_0^2 = 3\left(\frac{1}{2}Cu_0^2\right) = 3E_0 \Rightarrow \boxed{E'_0 = 3E_0}$ AN : $\boxed{E'_0 = 3\,j}$

Calculons l'intensité maximale :

$i'_0 = \sqrt{\frac{6E_0}{L}}$ AN : $\boxed{i'_0 = 3,46\ A}$

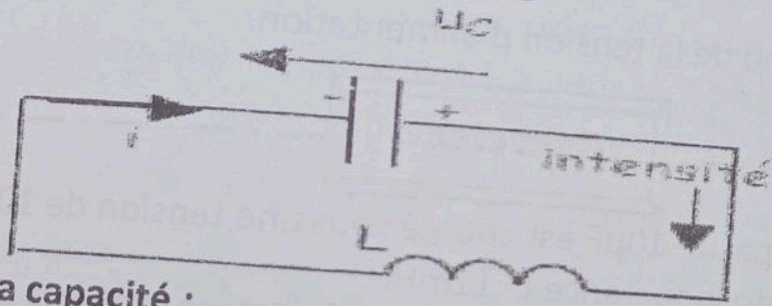
Exercice 2

Un circuit oscillant accordé sur la longueur d'onde λ=484 m. Sa résistance est $R=10^{-5}\Omega$ et son inductance $L=5.10^{-5}$ H.

a-) Quelle est la valeur de la capacité C du circuit ?

b-) La force électromotrice induite dans le circuit a une valeur maximale égale à 0,40 µV. Quelle est la valeur maximale de la tension Uc aux bornes du condensateur ?

Résolution



a)) Calculons la capacité :

$$\lambda = V.T = \frac{V}{f} = \frac{2\pi V}{\omega} \Longrightarrow \lambda^2 = \left(\frac{2\pi V}{\omega}\right)^2$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \Longrightarrow \frac{1}{\omega^2} = LC \Longrightarrow \boxed{C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 V^2}}$$

AN : $\boxed{C = 1,32nF}$

b)) Calculons la tension maximale :

$$u_{c(max)} = \frac{q_{max}}{C} \Longrightarrow q_{max} = \frac{i_{max}}{\omega} = \frac{e_{max}}{R\omega} \Longrightarrow \boxed{u_{c(max)} = \frac{e_{max}}{RC\omega}}$$

AN : $\boxed{u_{c(max)} = 7,8mV}$

Exercice 3

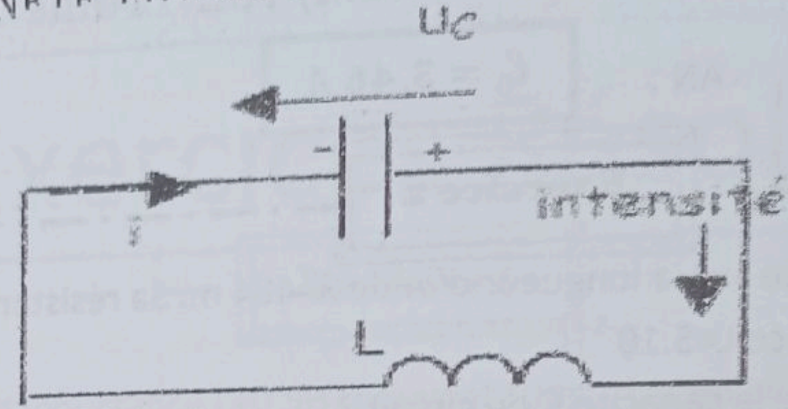
Un condensateur de capacité 200µF, préalablement sous une tension de 20V, se décharge à travers une bobine d'inductance L et de résistance négligeable. On observe des ocellations électrique de période T_0=1,25ms.

1)) Calculer la valeur de l'inductance

2)) La période propre du circuit dépend t-elle de la valeur de la tension d'alimentation

Résolution

1)) Calculons l'inductance :



D'après la relation de Thomson :

$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow$ $\boxed{L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}}$ AN : $\boxed{L = 20mH}$

2)) Explication :

$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$; Or : $u_c = \frac{q}{C} \Rightarrow C = \frac{q}{u_c}$;

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{qL}{u_c}}$; Elle dépend de la tension d'alimentation.

Exercice 4

Un condensateur de capacité 10µF est chargé sous une tension de 100V. On le relie aux bornes d'auto inductance L=11mH.

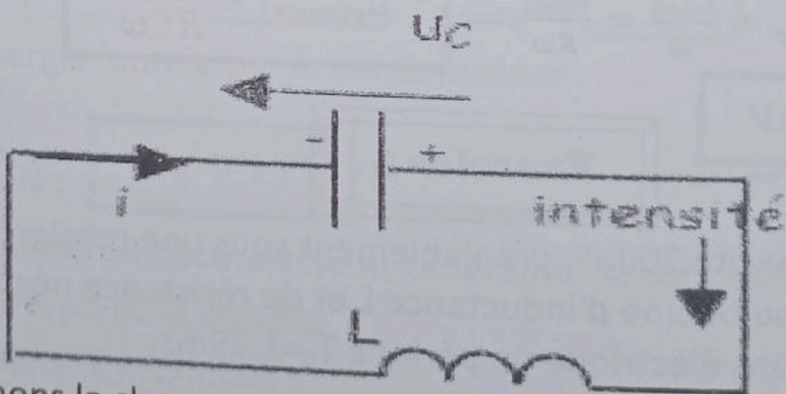
1)) Quelle est la charge portée par le condensateur à t=0 ?

2)) Quelle est l'énergie emmagasinée dans le condensateur à t=0 ?

3)) Quelle est la fréquence propre des oscillations ?

Quelle est l'intensité maximale qui traverse le circuit ?

Résolution



1)) Déterminons la charge portée par le condensateur à $t = 0$:

A $t = 0; u_c = u_0 = \frac{Q_0}{C} \Rightarrow$ $\boxed{Q_0 = u_0 C}$ AN: $\boxed{Q_0 = 10^{-3}\, C}$

2)) L'énergie emmagasinée dans le condensateur :

$E_0 = \frac{1}{2}Cu_0^2 = \frac{Q_0^2}{2C} \Rightarrow$ $\boxed{E_0 = \frac{Q_0^2}{2C}}$ AN: $\boxed{E_0 = 0,05\, j}$

3)) Calculons la fréquence propre des oscillations:

$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$; $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{qL}{u_c}} \Longrightarrow$ $\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{qL}{u_c}}}}$ AN : $\boxed{f_0 = 480Hz}$

4)) Calculons l'intensité maximale :

$E_0 = \frac{1}{2}Li_0^2 \Rightarrow$ $\boxed{i_0 = \sqrt{\frac{2E_0}{L}}}$

AN : $\boxed{: i_0 = 3A}$

EXERCICES PROPOSES

+++++++++++++++++++Exo1:+++++++++++++++++++++++++

Soit un condensateur de capacité $C = 6\mu F$, chargé sous une tension $u = 1\,V$. On branche ce condensateur aux bornes d'une bobine d'inductance L. L'intensité maximale du courant qui circule dans le circuit est $i_{max} = 2{,}4\,mA$.

1)a) Schématiser le schéma du circuit et l'orienter. Quel phénomène physique observer-t-on ?

b) Calculer la charge maximale Q_{max} du condensateur.

2) Etablir l'équation différentielle liant la charge q du condensateur et sa dérivée par rapport au temps t.

3) Calculer :

a) La pulsation propre, la période et l'inductance L de la bobine.

b) Les relations donnant l'intensité du courant dans le circuit, la charge et la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.

c) Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur d'une par et par la bobine d'autre par en fonction du temps. Montrer que l'énergie totale est constante et calculer sa valeur numérique.

+++++++++++++++++++Exo2:+++++++++++++++++++++++++

Un condensateur de capacité $C = 12\mu F$ préalablement chargé sous une tension $u_0 = 12\,V$, est branché à l'instant $t = 0$, aux bornes d'une bobine d'inductance $L = 9mH$.

1)a) Schématiser le circuit (L,C).

b) L'orienter et designer l'armature qui porte la charge positive.

2)a) Exprimer en fonction de la charge q, les tensions aux bornes du condensateur et de la bobine.

b) Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de q aux cours du temps.

3)a) Donner l'expression générale des solutions de l'équation différentielle décrivant l'évolution de la charge q en fonction du temps. Expliquer les différents termes de cette solution.

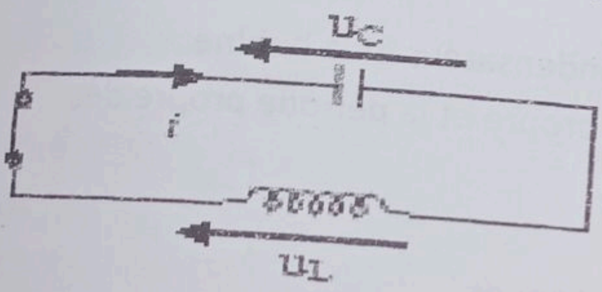
b) Donner l'expression de la période T_0 du circuit oscillant.

c) Déterminer $q(1)$ en tenant compte de condition initiale.

d) Donner avec des valeurs numériques les équations décrivant l'évolution en fonction du temps de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant.

++++++++++++++++++++**Exo3:**++++++++++++++++++++++++

Un condensateur de capacité $C=0,1\mu F$ est chargé sous une tension $U_{AB}=50$ V puis déconnecté de la source. A la date $t=0$, il commence à se décharger dans une bobine d'inductance $L=50$ mH, de résistance très faible, voir figure.



1-) Calculer la pulsation, la fréquence et la période propres des oscillations.

2-) Calculer la charge maximale du condensateur.

3-) Quelles sont les expressions indiquant en fonction du temps l'évolution q_B de l'armature du condensateur et de l'intensité dans le circuit oscillant ? Représenter les diagrammes de $q_B(t)$ et $i(t)$.

Réponses numériques : 1-) $\omega_0=1,4.10^4 rad/s$, $N_0=2,3.10^3$ Hz, $T_0=4,4.10^{-4}$ s.

2-) $q_m=5.10^{-6}$ C.

3-) $q_B=q_m\cos(\omega_0 t)$, $i=-q_m\omega_0\sin(\omega_0 t)$, $q_m=5$ µC, $i_m=91$ mA.

++++++++++++++++++++**Exo4:**+++++++++++++++++++++++++

Le condensateur d'un circuit (L, C) ; où $L=10^{-3}$H et $C=10^{-5}$F, est initialement chargé sous une tension de 20V.

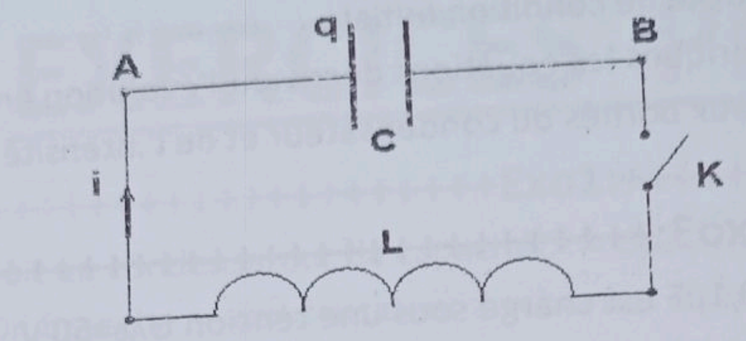
1-) Exprimer en fonction du temps les énergies E_e et E_m emmagasinées dans le condensateur et dans la bobine. Ces gradeurs varient-elles périodiquement ? Si oui, avec quelle fréquence ?

2-) En dérivant l'expression $E=E_e+E_m$ par rapport au temps, retrouver l'équation différentielle régissant le fonctionnement du circuit oscillant.

Rép : $u=20\cos(10^4t)$ (V) ; $q=20.10^{-5}\cos(10^4t)$ (C) ; $i=-2\sin(10^4t)$ (A).

++++++++++++++++++++**Exo5:**+++++++++++++++++++++++++

On considère le circuit représenté ci-dessous :



Avec : $C = 220nF$; $L = 4{,}7mH$.

On considère que $r = 0$

1)) Expliquer les échanges énergie entre le condensateur et la bobine

2)) Calculer la pulsation propre, la fréquence propre et la période propre des oscillations.

On considère $r > 0$ mais faible

3)) indiquer ces effets sur les oscillations électriques.

4)) Dessiner un aspect de signale qu'on pourrait observer aux bornes du condensateur

++++++++++++++++++++Exo6:++++++++++++++++++++++++++

Une bobine d'inductance$L = 0{,}5H$, est associée en série à un condensateur de capacité C et initialement chargé sous une tension de 100V. L'intensité maximale du courant dans le circuit est 2A. Calculer :

1)) L'énergie fournie au circuit

2)) La capacité du condensateur

3)) La charge initiale du condensateur

4)) Un peu distrait l'opérateur prend t=0 quand l'intensité du courant dans le circuit est 1A en décharge. Le courant dans le circuit est compté positif quand le condensateur se charge.

a)) En utilisant la conservation de l'énergie du circuit, calculer la charge du condensateur à t=0

b)) Etablir l'équation différentielle du circuit

c)) Exprimer la charge du condensateur en fonction du temps.

++++++++++++++++++++Exo7:++++++++++++++++++++++++

On dispose d'un condensateur de capacité $C = 10\mu F$, d'une bobine parfaite d'inductance $L = 0{,}1H$ et de résistance négligeable.

1)) Pour charger le condensateur, on le soumet à une tension$u_0 = 10\,V$, délivrée par un générateur de courant continu. Le condensateur étant chargé, on le branche aux bornes de la bobine. Des oscillations électriques prennent naissance dans le circuit réalisé.

a)) Calculer la période propre de l'oscillateur utilisé.

b)) Etablir l'expression de la tension instantanée aux bornes du condensateur.

d)) Donner l'expression de l'intensité instantanée du courant dans le circuit. Calculer sa valeur efficace.

2)) a) Rappeler les expressions des énergies emmagasinée par le condensateur et par la bobine à une date quelconque.

b)) Monter que l'énergie totale de l'oscillateur électrique utilisé est constante et donner sa valeur numérique.

c)) Représenter sur le même graphique les allures des courbes $E_e = f(t)$; $E_m = g(t)$ et $E = h(t)$ Commenter.

BRAVO PHYSIQUE !!!

▶ Oscillation électrique forcée :

1)) Courant alternatif sinusoïdal :

Définition : un courant alternatif sinusoïdal est un courant périodique dont l'intensité est une fonction sinusoïdal de temps.

$i(t) = i_{max}\cos(\omega t + \varphi)$

i: Intensité instantanée

i_{max}: Intensité maximale

ω: Pulsation imposée par le générateur

$(\omega t + \varphi)$: Phase à l'instant t

φ: La phase à l'instant $t = 0$

2)) Intensité et tension instantanées :

Ce sont des fonctions sinusoïdales des formes :

$i(t) = i_{max}\cos(\omega t + \varphi)$ et $u(t) = i_{max}\cos(\omega t)$

Ou : $i(t) = i_{max}\cos(\omega t)$ et $u(t) = u_{max}\cos(\omega t + \varphi)$

NB : $i(t) = i_{max}\cos(\omega t + \varphi)$

Si $\varphi = 0$: La tension et l'intensité du courant sont en phase.

Si$\varphi > 0$: Le courant est en phase sur la tension

Si$\varphi < 0$: Le courant est retard de phase sur la tension.

3)) Notion de phase :

La phase de la tension U par rapport à l'intensité I est notée φ. Elle est donnée par l'expression suivante : $\boxed{\varphi = \frac{2\pi}{t}\tau}$

Or τ : décalage horaire entre l'intensité et la tension.

4)) Intensité et tension efficace :

•L'intensité efficace d'un courant alternatif est égale à l'intensité du courant continu qui, passant dans le même conducteur ohmique, y produirait, pendant chaque période le même dégagement de chaleur. Elle est liée à l'intensité maximale par la relation : $I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$

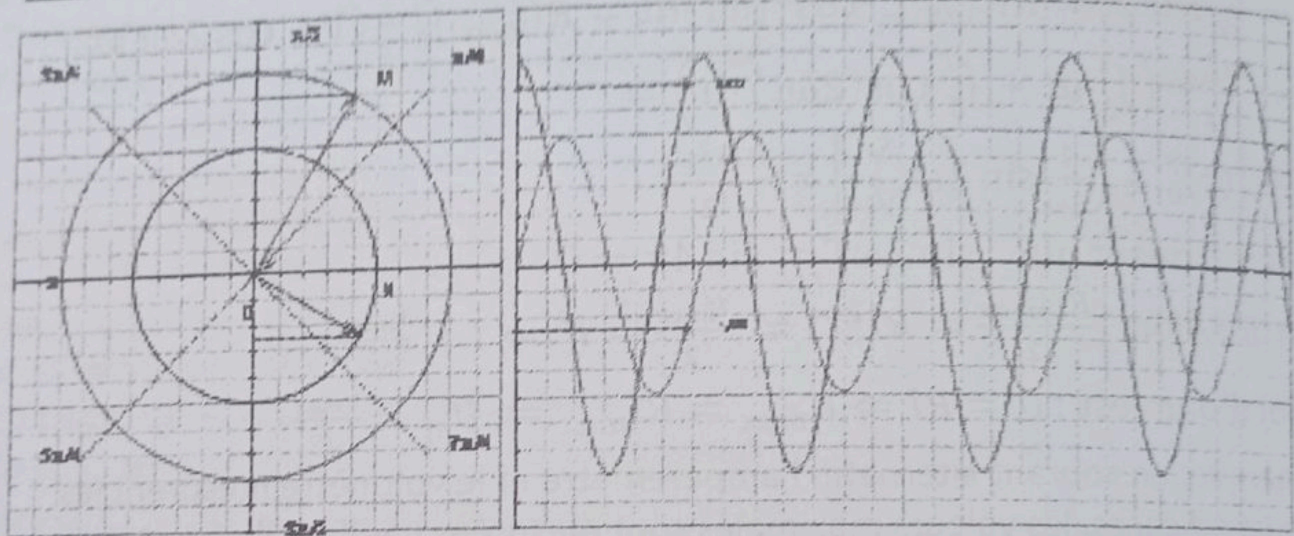
•On appelle tension efficace d'un courant alternatif, la tension continue qui, applique aux bornes d'un même conducteur ohmique y produit pendant chaque période la même quantité de chaleur. $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$

▶ Démonstration :

siemens (symbole S).

Représentation de Fresnel d une valeur sinusoïdale :

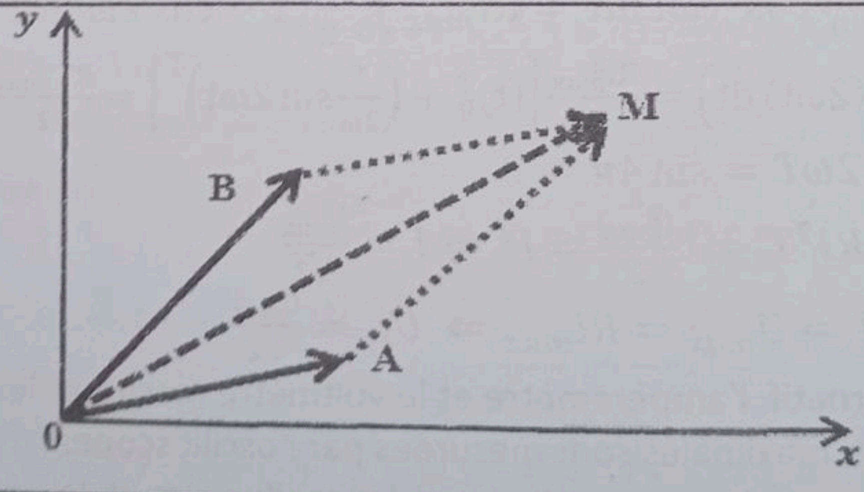
PRINCIPE :



Réciproquement on peut faire correspondre un vecteur tournant à toute fonction sinusoïdale

Par convention on représente la fonction y par un vecteur tournant OM dans sa position initiale.

SOMME DE DEUX GRANDEURS SINUSOÏDALES DE MEME PULSATION :



Construction de Fresnel :

A chaque grandeur sinusoïdale, ou associe dans le plan xoy le vecteur de Fresnel dont la mesure est égale à l'amplitude et dont l'angle avec l'axe ox est la phase à l'origineφ.

Le vecteur de Fresnel associe à la somme de plusieurs vibrations sinusoïdales est égale à la somme vectorielle des vecteurs de Fresnel associés à chacune des vibrations.

Ainsi, pour $y_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ et $y_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$

On obtient : $y = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + y_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$

Cette relation peut se remettre sous la forme : $y = A \sin(\omega t + \varphi)$

$y_1 = OA_1$; $y_2 = OA_2$; $y = OA$ et $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2}$

Par projection on obtient : $\begin{cases} A\cos\varphi = a_1\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2 \\ A\sin\varphi = a_1\sin\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2 \end{cases}$

En divisant la relation de sinus par cosinus on obtient : $\tan\varphi = \frac{a_1\sin\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2}{a_1\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2}$;

En les élevant au carré puis, en les additionnant, on obtient :

$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

Étude de quelques dipôles en courant alternatif :

Supposons que l'axe de référence est l'intensité du courant $i(t)$.

2)) Puissance moyenne d'un dipôle :

La puissance moyenne consommée par un dipôle se définie par : $P = UI\cos\varphi$

NB : La puissance moyenne s'exprime en watt

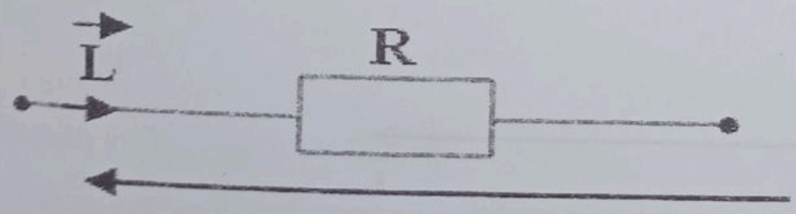
•$P = UI$: représente la puissance apparente qui s'exprime en $V \times A$

•$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$: représente le facteur de puissance

7) Etude des circuits :

On pose : $i(t) = i_{max}\cos(\omega t)$

a)) Conducteur ohmique ou résistor :



•Tension efficace aux bornes : $U_R = RI$

•Tension instantanée : $u(t) = Ri_{max}\cos(\omega t)$

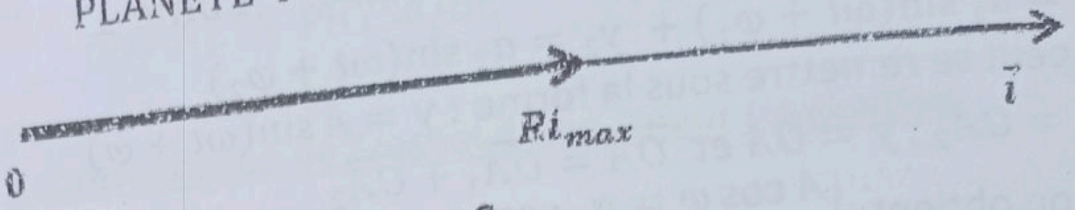
•Impédance : $Z = R$

•Déphasage : $\varphi = 0$

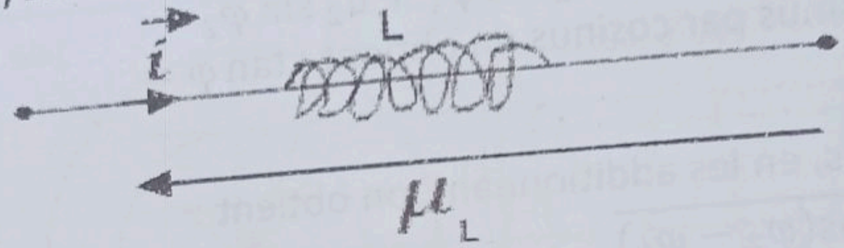
NB : la tension et l'intensité instantanées sont en phase.

•Puissance moyenne : $P = RI^2$

▶Diagramme de Fresnel :



b)) Bobine idéal ou pur : (r =0)



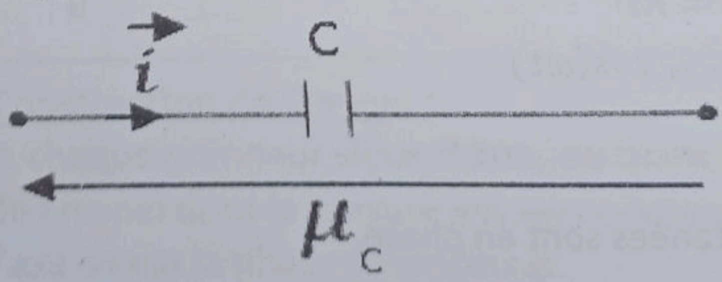
- Tension efficace aux bornes : $U_B = Z_B I$
- Tension instantanée : $u(t) = L\omega i_{max} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$
- Impédance : $Z = L\omega$
- Déphasage : $\varphi = +\frac{\pi}{2}$

NB : la tension est en quadrature avancé sur l'intensité.

- Puissance moyenne : $P = 0$

▶ Diagramme de Fresnel :

c)) Condensateur :



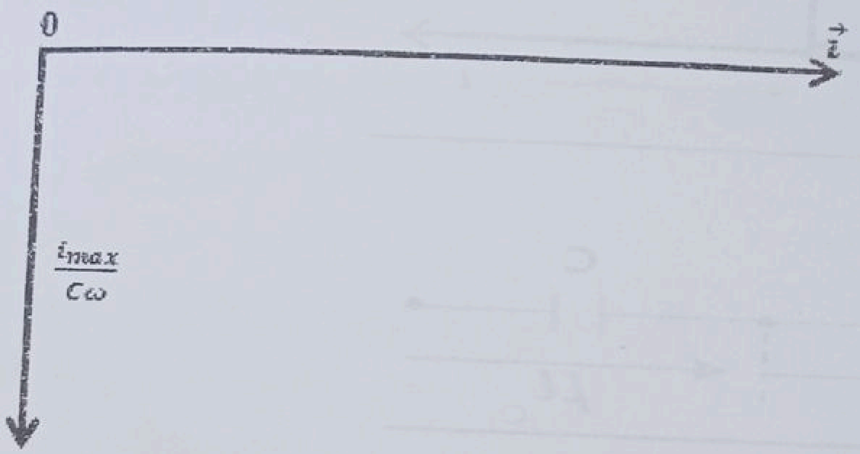
- Tension efficace aux bornes : $U_c = Z_c I$
- Tension instantanée : $u(t) = \frac{i_{max}}{C\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

- Impédance : $Z_c = \frac{1}{C\omega}$
- Déphasage : $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

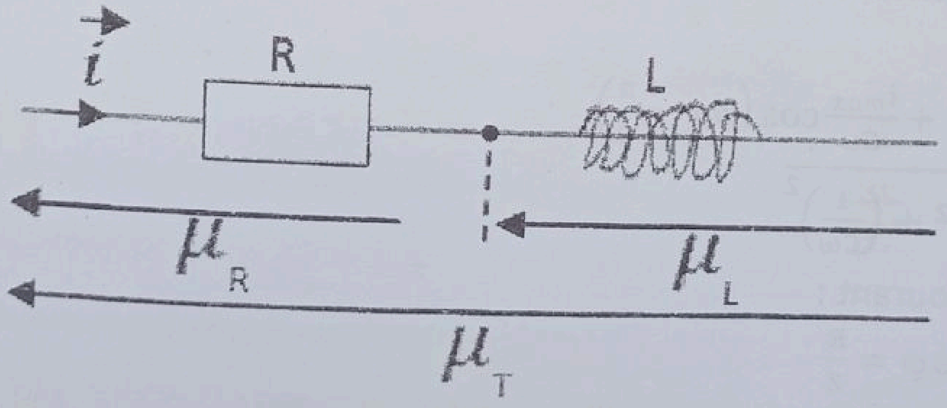
NB : la tension est en quadrature retardé sur l'intensité.

- Puissance moyenne : $P = 0$

▶ Diagramme de Fresnel :



d)) Dipôle RL :



- Tension efficace aux bornes : $U = ZI$
- Tension instantanée :

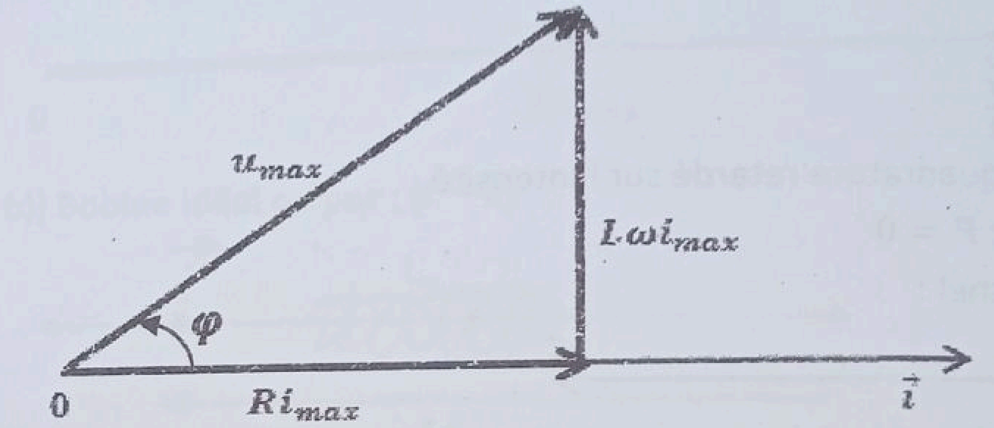
$u(t) = Ri_{max}\cos(\omega t) + L\omega i_{max}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

- Impédance : $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$
- Déphasage tension-courant : $\tan\varphi = \frac{L\omega}{R}$ ou $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$

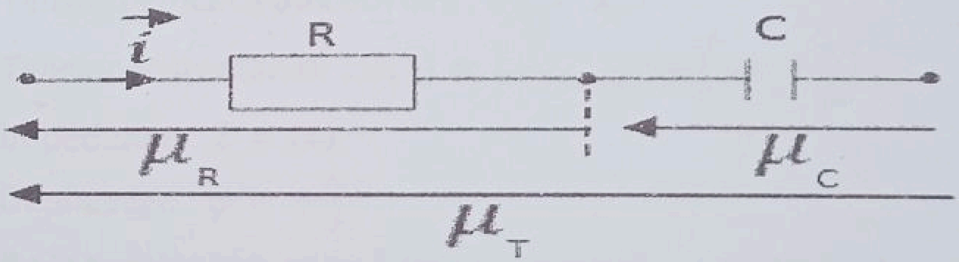
NB : la tension est en avance de phase sur l'intensité

- Puissance moyenne : $P = UI\cos\varphi$

▶ Diagramme de Fresnel :



e)) Dipôle RC :



●Tension efficace aux bornes : $U = ZI$

●Tension instantanée :

$u(t) = Ri_{max}\cos(\omega t) + \frac{i_{max}}{C\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

●Impédance : $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$

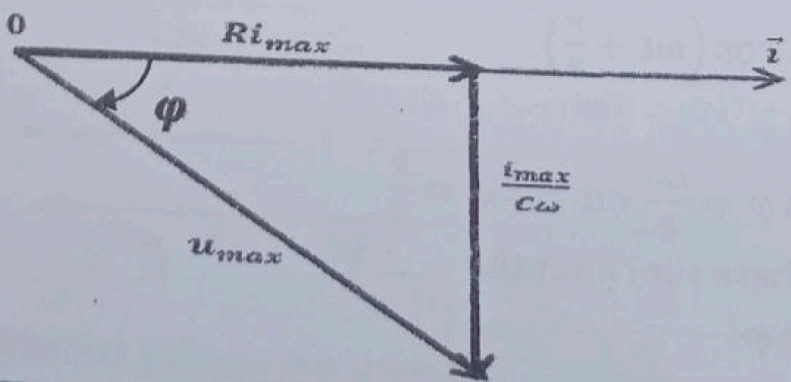
●Déphasage tension-courant :

$\tan\varphi = -\frac{1}{RC\omega}$ ou $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$

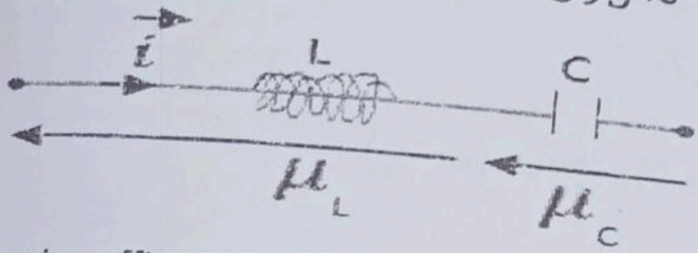
NB : la tension est en retard de phase sur l'intensité

●Puissance moyenne : $P = UI\cos\varphi$

► Diagramme de Fresnel :



f)) Dipôle LC :



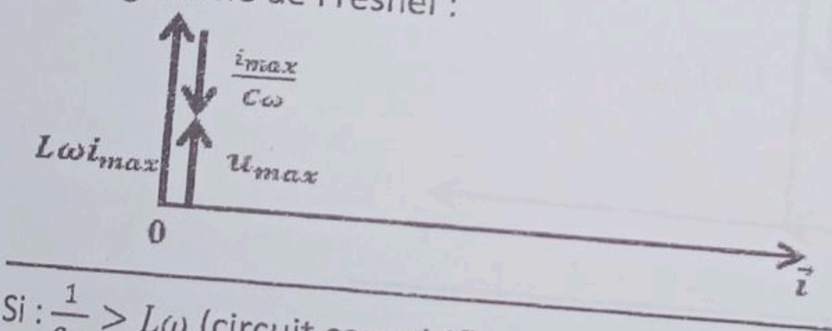
- Tension efficace aux bornes : $U = ZI$
- Tension instantanée :

$$u(t) = L\omega i_{max} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{i_{max}}{C\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Si : $L\omega > \frac{1}{C\omega}$(circuit inductif)

- Impédance : $Z = L\omega - \frac{1}{C\omega}$
- Déphasage tension-courant :$\varphi = +\frac{\pi}{2}$

▶ Diagramme de Fresnel :

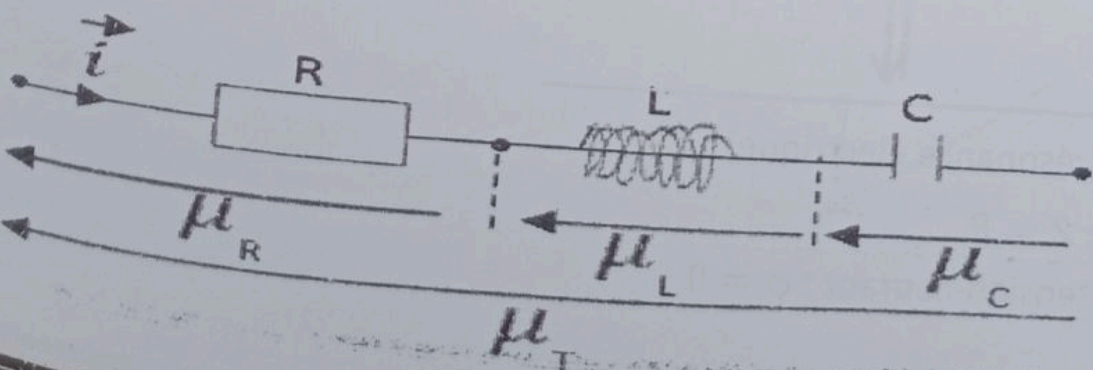


Si : $\frac{1}{C\omega} > L\omega$ (circuit capacitif)

- Impédance : $Z = \frac{1}{C\omega} - L\omega$
- Déphasage tension-courant : $\varphi = +\frac{\pi}{2}$

▶ Diagramme de Fresnel :

g)) Dipôle RLC :



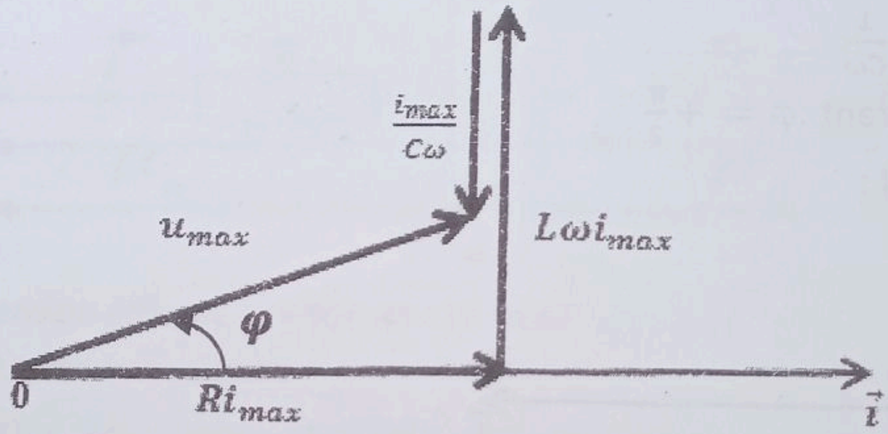
- Tension efficace aux bornes : $U = ZI$
- Tension instantanée :

$$u(t) = Ri_{max}\cos(\omega t) + L\omega i_{max}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{i_{max}}{C\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Si : $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ (circuit inductif)

- Impédance : $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$
- Déphasage tension-courant : $\tan\varphi = \frac{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}{R}$ ou $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$

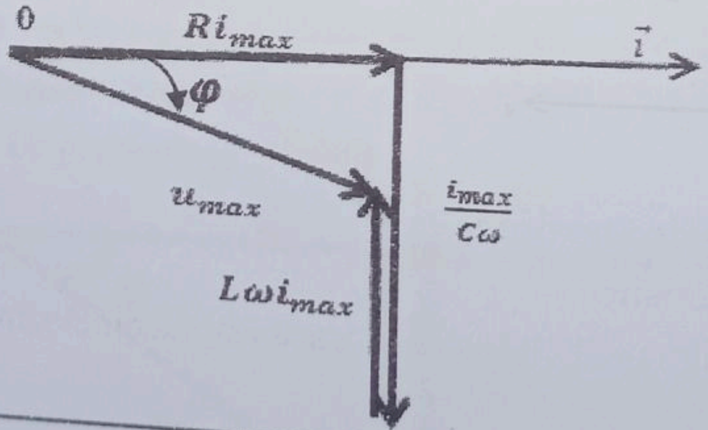
▶ Diagramme de Fresnel :



Si : $\frac{1}{C\omega} > L\omega$ (circuit capacitif)

- Déphasage tension-courant : $\tan\varphi = -\frac{\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)}{R}$ ou $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$

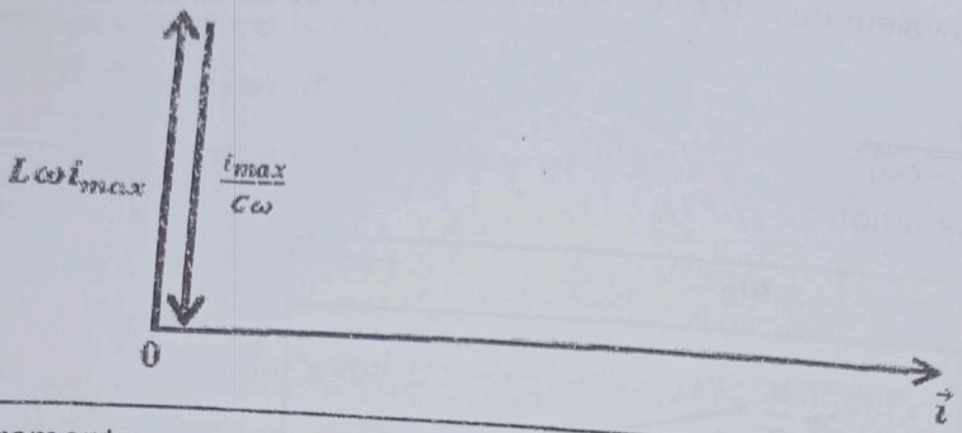
▶ Diagramme de Fresnel :



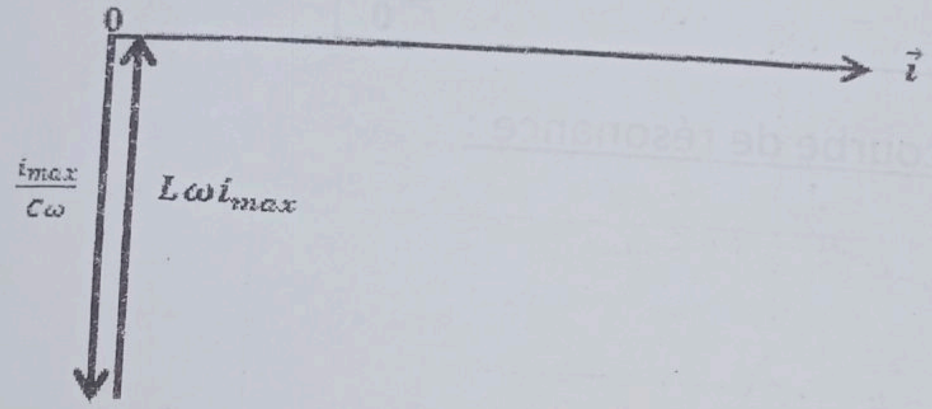
Si : $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ (résonance électrique)

- Impédance : $Z = R$
- Déphasage tension-courant : $\varphi = 0$
- $I = i_{max}$

▶ Diagramme de Fresnel :



Autrement :



▶Etude de résonance électrique :

a)) Condition de résonance :

Pour un circuit R.L.C. série, la résonance se produit lorsque la pulsation imposée par le générateur est égale à la pulsation propre ω_0 du circuit, telle que : $L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

•La période propre du circuit est alors :

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{LC}}$

(Formule de Thomson).

b)) Propriétés particulières de la résonance :

A la résonance, l'impédance est minimale, l'intensité efficace est maximale, la tension et l'intensité sont en phase.

$I = I_0 = \frac{U}{R}$; $Z = R$ et $\varphi = 0$

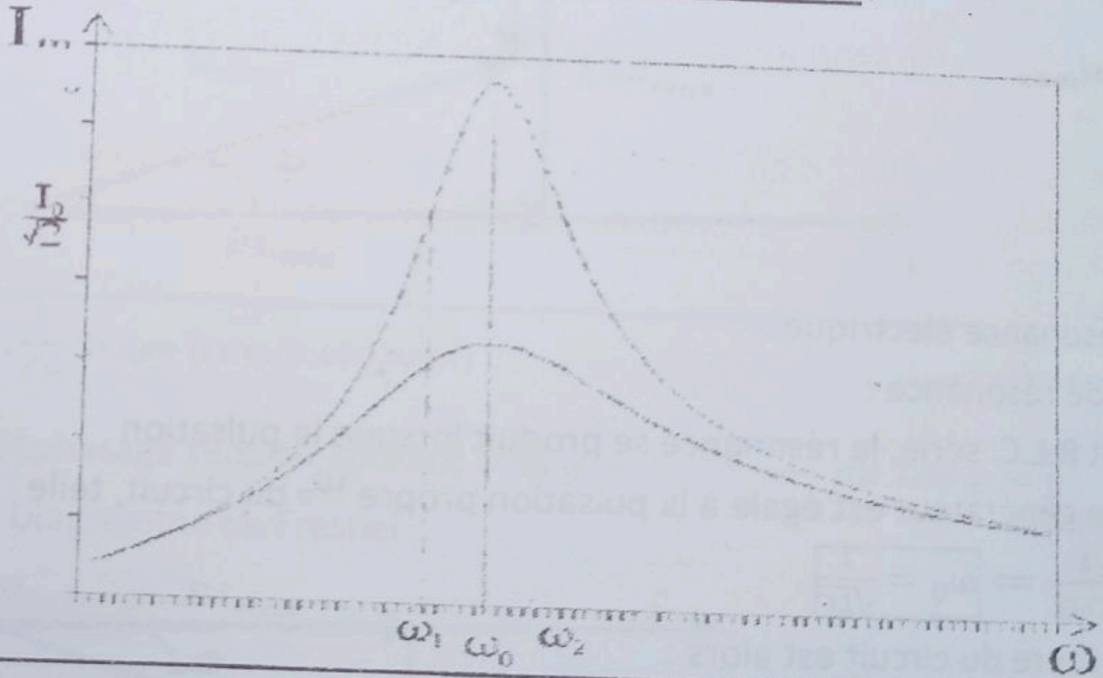
c)) Courbe de résonance : C'est la courbe représentant les variations de l'intensité efficace dans le circuit en fonction de la pulsation ou de la fréquence lorsque la valeur de la tension efficace aux bornes du circuit est constante.

$I = f(\omega) = \frac{U}{\sqrt{R^2+(L\omega - C\omega)^2}}$

D'où le tableau de variation :

ω	0	ω_0	$+\infty$
I	0 ↗	$\frac{U}{R}$	↘ 0

▶On en déduit la courbe de résonance :



a)) Bande passante :

La bande passante est la différence de deux pulsations qui corresponde à une même intensité efficace.

$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$

C'est-à dire la bande passante est le domaine de la pulsation ou de la fréquence pour lequel : $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

b)) Facteur de qualité : On appelle facteur de qualité ou coefficient de surtension le rapport de la tension efficace aux bornes du condensateur à la

$$\boxed{U_c = QU}$$

tension efficace aux bornes du circuit à la résonance. Ou le rapport de la bande passante par la pulsation à la résonance.

$Q = \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$; $Q = \frac{U_c}{U} \Leftrightarrow U_c = QU$

Un circuit est d'autant plus sélectif que son facteur de qualité Q est plus grand.

Mais si Q est trop grand, il y a risque de surtension aux bornes du condensateur ou de la bobine capable de les détériorer.

Diverses expressions du facteur de qualité.

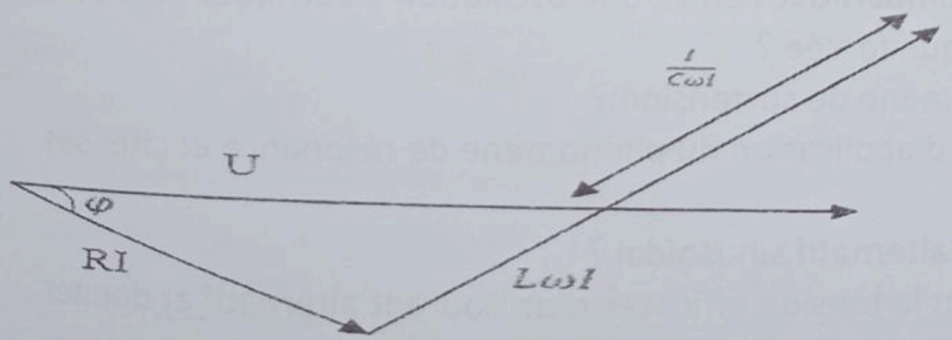
$$Q = \frac{U_c}{U} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{N_0}{\Delta N_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

NB : remarque très importante.

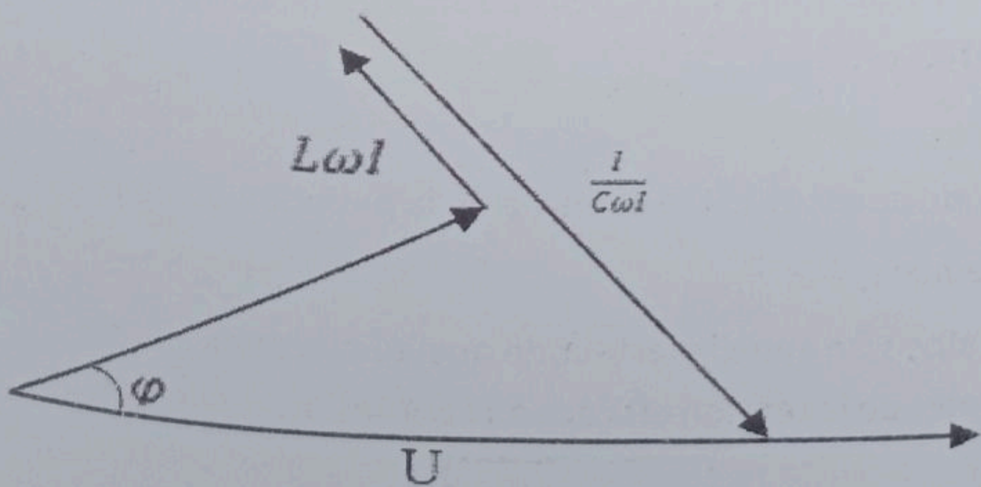
Si l'énoncé impose de prendre la tension aux bornes du dipôle sous la forme : $u = u_{max}\cos(\omega t)$, vous écrierez alors l'intensité du courant sous la forme : $i = i_{max}\cos(\omega t + \varphi)$.

Vous établirez en suite l'équation différentielle du circuit. Les constructions de Fresnel ont alors les allures sous dessous :

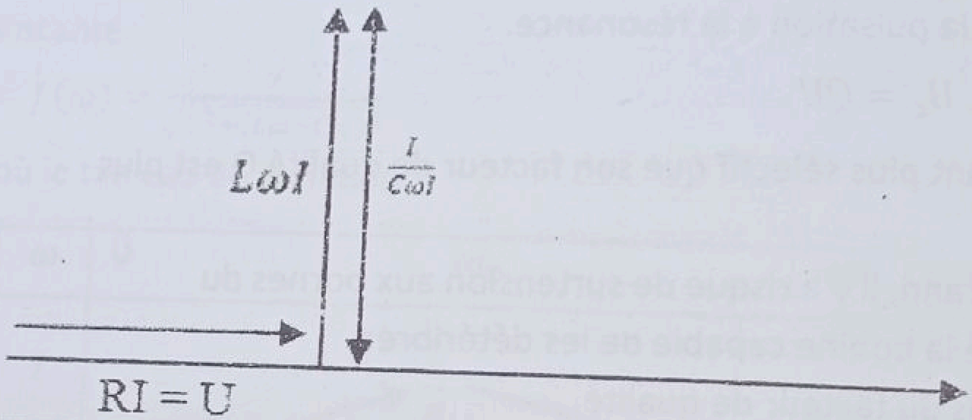
▶ **Circuit inductif :**



▶ **Circuit capacitif :**



▶ **A la résonance électrique :**



Questions théoriques

1)) Démontrer les relations suivantes :

a)) $\omega_C^2 = \omega_0^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{R}{L}\right)^2$

b)) $\omega_L^2 = \frac{1}{LC - \frac{1}{2}(RC)^2}$

c)) $\omega_1 \times \omega_2 = \omega_0^2$

2)) Faites une étude comparatives entre une oscillation électriques libre et une oscillation électrique forcée ?

3)) Expliquer le phénomène de surtension ?

4)) Citer les domaines d'application du phénomène de résonance et citer ses dangers ?

5)) Définir un courant alternatif sinusoïdal ?

6)) Définir l'intensité et la tension efficaces d'un courant alternatif et donner leur expression (Démonstration à l'apus) ?

7)) Expliquer la notion de la résonance d'intensité ?

Exercices Résolus

Exercice 1

Deux dipôles montés en série ont à leurs bornes deux tensions sinusoïdales exprimées en volts d'équations respectives : $u_1 = 3\sin(\omega t)$;

$$u_2 = 6\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

1- Calculer :

a- La tension maximale aux bornes du circuit.

b- La différence de phase.

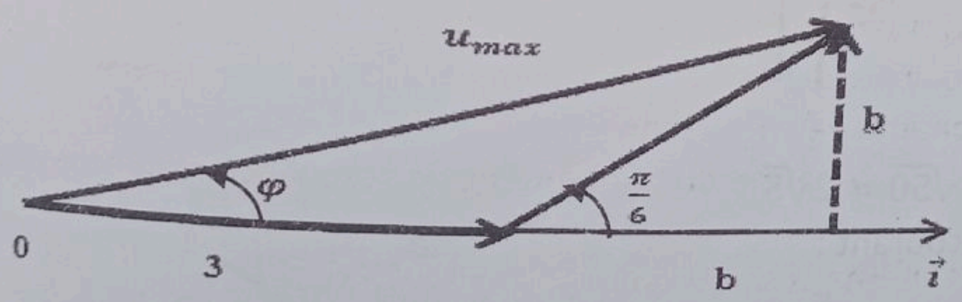
2- Ecrire l'expression de la tension instantanée aux bornes de l'association.

On donne : $\tan\frac{\pi}{9} = 0{,}366$

Résolution

1))a) Calculons la tension maximale aux bornes du circuit :

▶ Diagramme de Fresnel :



$u_{max} = \sqrt{(3+b)^2 + a^2}$; $\begin{cases} a = 6\frac{1}{2} = 3 \\ b = 6\frac{\sqrt{3}}{2} = 5{,}2 \end{cases}$

$u_{max} = \sqrt{(3+5{,}2)^2 + 3^2} \approx \sqrt{76} = 8{,}7\,V$ $\boxed{u_{max} = 8{,}7\,V}$

b)) La différence de phase :

$\tan\varphi = \frac{3}{8{,}2} = 0{,}366 \Rightarrow \boxed{\varphi = \frac{\pi}{9}}$

2)) L'expression de la tension instantanée aux bornes :

$$\boxed{u(t) = 8{,}2\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{9}\right)}$$

Exercice 2

Ecrire l'expression de la tension instantanée aux bornes de l'association dans chacun des cas suivants :

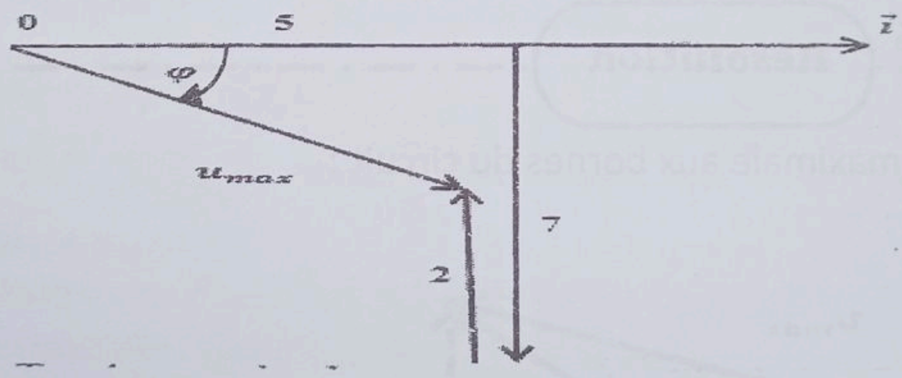
$$\begin{cases} u_1 = 5\cos(\omega t) + 2\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + 7\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \\ u_2 = 5\cos(\omega t) + 2\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ u_3 = 5\cos(\omega t) - 2\sin(\omega t) \end{cases}$$

Résolution

Pour: $u_1 = 5\cos(\omega t) + 2\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + 7\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

▶ Diagramme de Fresnel :

$7 > 2$(Circuit capacitif)



•Tension maximale :

$u_{max} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 2\sqrt{5}$

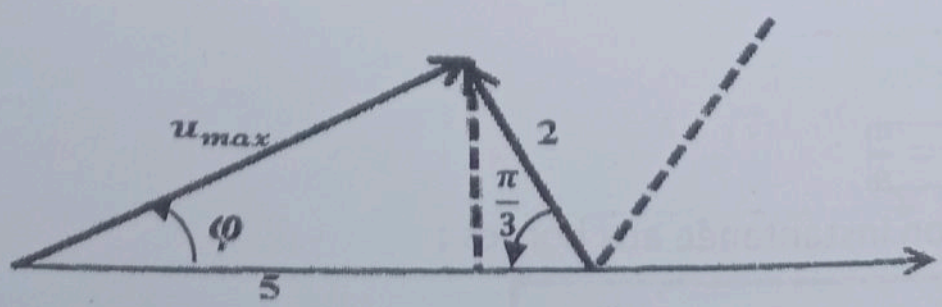
•Déphasage tension-courant :

$\sin\varphi = \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$

Alors : $u_1 = 2\sqrt{5}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$

Pour : $u_2 = 5\cos(\omega t) + 2\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$

▶ Diagramme de Fresnel :



•Tension maximale :

$$u_{max} = \sqrt{(kc)^2 + (5 - kB)^2}\ ; \begin{cases} kc = 2\sin\frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \\ kB = 2\cos\frac{\pi}{3} = 1 \end{cases}$$

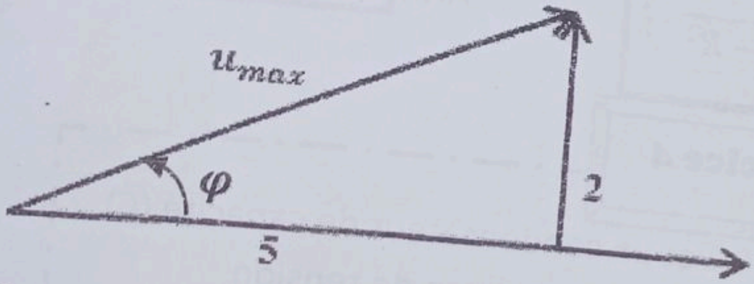
$$u_{max} = \sqrt{3 + 16} = \sqrt{19}\ V$$

• Déphasage tension-courant :

$$\sin\varphi = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}} = 0{,}40 \Rightarrow \varphi = 24°$$

Pour : $u(t) = \sqrt{19}\cos(\omega t + 24°)$

▶ Diagramme de Fresnel :



• Tension maximale :

$$u_{max} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}\ V$$

• Déphasage tension-courant :

$$\sin\varphi = \frac{2}{\sqrt{29}} = 0{,}37 \Rightarrow \varphi = 22°$$

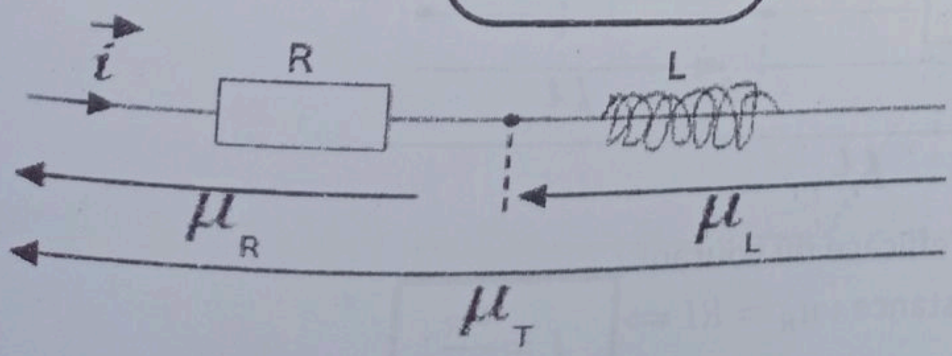
Exercice 3

Une bobine est parcourue par un courant d'intensité I = 0,8A lorsqu'on applique entre ses borne une tension continue de 12V. Alimentée sous une tension sinusoïdale de valeur efficace U= 80V et de fréquence f=50Hz, cette bobine est traversée par un courant d'intensité efficace I'=3A.

Calculer la résistance R et l'inductance L de cette bobine.

Réponse : R = 15Ω ; L = 70,2mH.

Résolution



Calculons la résistance R et l'inductance L de la bobine :

- En courant continu, elle se comporte comme un conducteur ohmique :

$U = RI \Rightarrow \boxed{R = \frac{U}{I}}$ AN : $\boxed{R = 15\Omega}$

- En courant alternatif, on a un circuit RL :

$u = ZI' \Rightarrow \boxed{Z = \frac{u}{I'}}$ AN : $Z = 26,66\Omega$

▶ Aux bornes d'une bobine résistive :

$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \Rightarrow \boxed{L = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z^2 - R^2}}$ AN : $\boxed{L = 70,2mH}$

Exercice 4

Une résistance non inductive $R = 100\Omega$ et un condensateur de capacité (C) inconnu sont branchés en série aux bornes d'une source de tension alternative sinusoïdale de fréquence $160Hz$.

On mesure les tensions efficaces :

▶ Aux bornes de la résistance : $u_R = 20\ V$

▶ Aux bornes du condensateur : $u_c = 14\ V$

1)) Calculer l'intensité efficace du courant

2)) Calculer la capacité du condensateur

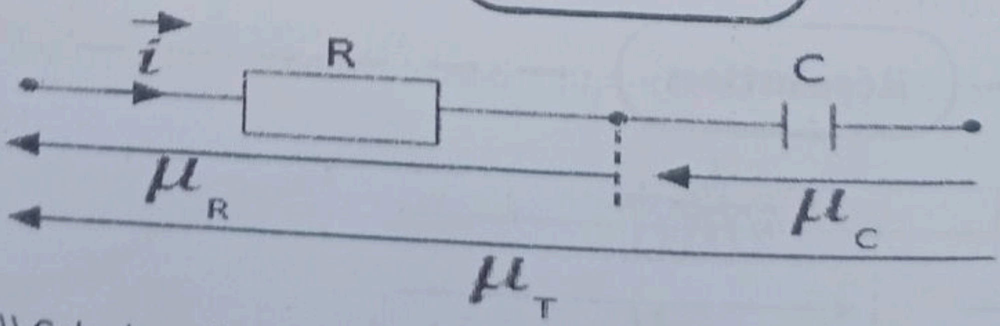
3)) Calculer l'impédance du dipôle composite (RC)

4)) Calculer le déphasage entre la tension et l'intensité du courant

5)) Faire la construction de Fresnel relative au dipôle.

On posera : $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$

Résolution



1)) Calculons l'intensité efficace du courant :

▶ Aux bornes de la résistance : $u_R = RI \Rightarrow \boxed{I = \frac{u_R}{R}}$

1) Calculons R, L et C :

On sait que :

▶ L'impédance aux bornes de l'ensemble :

$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ et $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$ Avec : $\Delta\omega = \frac{R}{L}$

À la résonance : $u_R = RI_0 = u_0 \Rightarrow \boxed{R = \frac{u_0}{I_0}}$ AN : $\boxed{R = 100\Omega}$

$\Delta\omega = \frac{R}{L} \Rightarrow \boxed{L = \frac{R}{\Delta\omega}}$ AN : $\boxed{L = 1,59H}$

$Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$ et $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \Rightarrow \omega_0 = \Delta\omega Q$

$Q = \frac{1}{RCQ\Delta\omega} \Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{RQ^2\Delta\omega}}$ AN : $\boxed{C = 16nF}$

$$\boxed{\omega_0 = Q\Delta\omega = 6280\ rad/s}$$

2) La tension aux bornes du condensateur :

$u_c = Z_cI_0 = \frac{1}{C\omega_0}\left(\frac{u}{R}\right) \Rightarrow \boxed{u_c = QU}$ AN : $\boxed{u_c = 1kV}$

3) Calculons la puissance moyenne consommée :

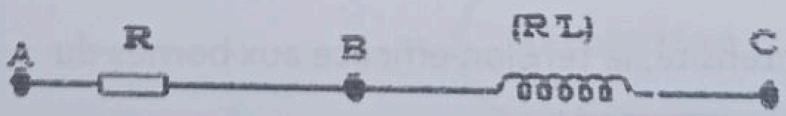
$P = uI\cos\varphi = uI$; (À la résonnance)

$P = 10^{-1} \times 10 = 1W \Rightarrow$ $\boxed{P = 1W}$

Exercice 6

Dans une portion du circuit AC, alimentée en courant sinusoïdale de pulsation ω, on trouve en série un résistor de résistance R et une bobine de résistance R'= 14 Ω et d'inductance L. Les tensions efficaces sont respectivement

$U_{AB} = 20$ V, $U_{BC} = 20$ V, U = 32 V.



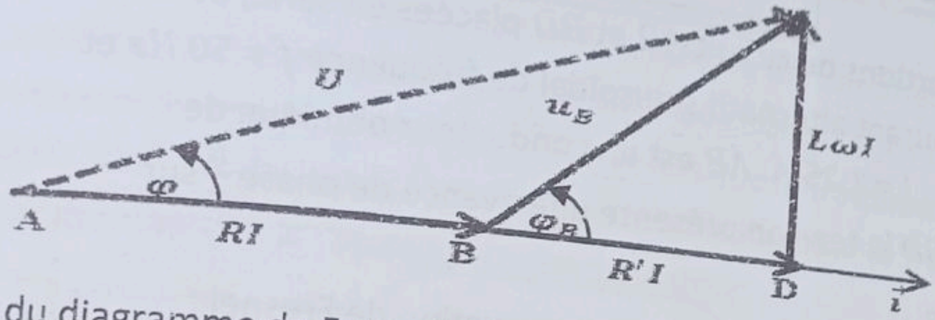
a)) A partir du diagramme de Fresnel relatif aux tensions, déterminé pour la portion du circuit AC, le déphasage φ entre la tension à ses bornes et de l'intensité.

b)) Calculer l'intensité I du courant, la résistance R du résistor, ainsi que la réactance L ω de la bobine.

c)) La fréquence du courant étant f=80 Hz, calculer l'inductance L.

Résolution

a)) Le diagramme de Fresnel relatif au circuit :



A partir du diagramme de Fresnel déterminons le déphasage tension-courant:

D'après le théorème d'Alkashi On a :

$$\begin{cases} u^2 = u_B^2 + u_R^2 + 2u_R u_B \cos\varphi_B \\ u_B^2 = u^2 + u_R^2 - 2uu_R \cos\varphi \end{cases};$$

$u_B^2 = u^2 + u_R^2 - 2uu_R \cos\varphi \Longrightarrow \boxed{\cos\varphi = \dfrac{u^2 + u_R^2 - u_B^2}{2uu_R}}$

AN : $\cos\varphi = 0{,}8; \Longrightarrow \boxed{\varphi = 36{,}87°}$

b)) Calculons l'intensité du courant:

$\cos\varphi_B = \frac{R'I}{u_B}; \Longrightarrow \boxed{I = \frac{u_B \cos u_B}{R'}}$

$u^2 = u_B^2 + u_R^2 + 2u_R u_B \cos\varphi_B \Longrightarrow \cos\varphi_B = \frac{u_B^2 + u_R^2 - u^2}{2u_R u_B} = 0{,}28$ AN: $\boxed{I = 0{,}4\,A}$

La résistance du conducteur ohmique:

$\cos\varphi = \frac{(R' + Ri)}{u} \Longrightarrow \boxed{R = \frac{U\cos\varphi}{I} - R'}$

►Ou : $u_R = RI \Longrightarrow \boxed{R = \frac{u_R}{I}}$ AN : $\boxed{R = 50\Omega}$

La réactance de la bobine:

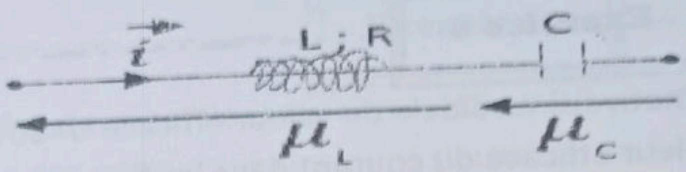
$\tan\varphi_B = \frac{L\omega}{R} \Longrightarrow L\omega = R\tan\varphi_B = \frac{R'}{\cos^2\varphi_B} \Longrightarrow \boxed{L\omega = \dfrac{R'}{\cos^2\varphi_B}}$

AN : $\boxed{L\omega = 48\Omega}$

Calculons l'inductance :

$L\omega = 48 \Longrightarrow \boxed{L = \frac{48}{\omega}}$

AN : $\boxed{L = 96mH}$



1) Calculons les impédances :

●Aux bornes de la bobine :

$u_B = Z_B I \Rightarrow Z_B = \frac{u_B}{I} = 17\ \Omega \Rightarrow$ $\boxed{Z_B = 17\ \Omega}$

●Aux bornes du condensateur :

$u_c = Z_c I \Rightarrow Z_c$ $\boxed{Z_c = 27,67\Omega}$

●Aux bornes de l'ensemble :

$u = ZI \Rightarrow Z = \frac{u}{I} = 20\Omega \Rightarrow$ $\boxed{Z = 20\Omega}$

2) Les valeurs de la résistance et de l'inductance e la bobine :

▶L'impédance aux bornes de l'ensemble :

$$Z^2 = R^2 + (L\omega)^2 - 2(L\omega)\left(\frac{1}{C\omega}\right) + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2$$

L'impédance aux bornes des la bobine et du condensateur :

$Z_B^2 = R^2 + (L\omega)^2$ et $Z_c^2 = \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2$

●$L = \frac{1}{2\omega Z_c^2}(Z_B^2 + Z_c^2 - Z^2) \Rightarrow$ $\boxed{L = \frac{1}{2\omega Z_c^2}(Z_B^2 + Z_c^2 - Z^2)}$

AN : $\boxed{L = 36mH}$

●La résistance de la bobine : $R = \sqrt{Z_B^2 - (L\omega)^2} = 12,7\Omega \Rightarrow$ $\boxed{R = 12,7\Omega}$

Exercice 10

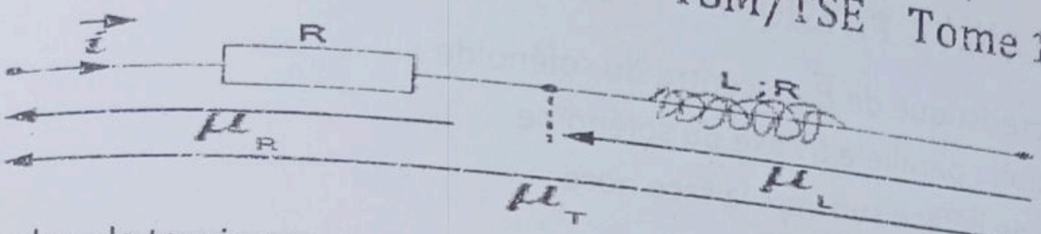
Une installation dont le facteur de puissance est 0,85 à la fréquence f=50Hz, alimentée sous une tension sinusoïdale de valeur efficace $U_2 = 380V$ est traversé par un courant efficace I=160A. Le courant est amené par une ligne d'inductance 1,2mH comprenant deux conducteurs en cuivre, chacun de longueur ℓ=500m et de 80mm² de section. Calculer :

a)) La chute de tension en ligne

b)) La tension efficace U au départ de la ligne.

Résistivité du cuivre est $\rho = 1,6.10^{-8}\Omega.m$.

Résolution

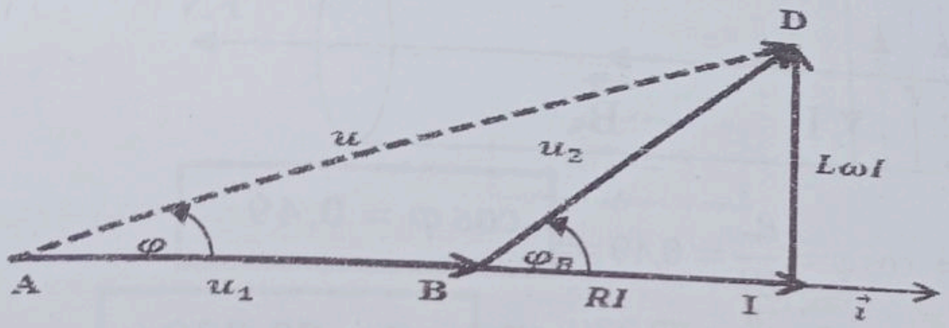


a)) Calculons la tension :

$U_1 = ZI = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}.I$; Or : $R = \rho\frac{2\ell}{S} = 0{,}2\Omega$

$U_1 = 68{,}3\ V$

b)) Diagramme de Fresnel :



D'après le théorème d'Alkashi:

$u^2 = u_B^2 + u_R^2 + 2u_R u_B \cos\varphi_B \Longrightarrow \boxed{u = \sqrt{u_B^2 + u_R^2 + 2u_R u_B \cos\varphi_B}}$

$\boxed{u = 440\ V}$

Exercice 11

1)) Un solénoïde de longueur 5cm comportant 1000spires est parcouru par un courant continu d'intensité 2A. Donner les caractéristiques du champ magnétique au centre de cette bobine.

2)) En réalité, cette bobine possède une résistance R et une inductance L. On maintient entre ces bornes AB une tension sinusoïdale de fréquence 50Hz. $u(t) = 110\sqrt{2}\sin(\omega t)$. Lorsque la bobine est traversée par un courant d'intensité efficace 1,5A, la puissance moyenne absorbée est 81W

a)) Faire le schéma de la bobine et calculer le facteur de puissance de cette bobine.

b)) Calculer l'impédance du circuit RL et en déduire les valeurs numériques de R et L.

c)) Ecrire l'expression du courant instantané en fonction du temps.

Résolution

Exercice 12

1)) On branche un voltmètre aux bornes d'une source de courant alternatif. Il indique 220 Volte. La fréquence du courant est 50Hz. Quelle est la valeur maximale de la tension de la source ?

2)) On dispose en série aux bornes de la source précédente un conducteur ohmique de résistance R, une bobine B de résistance r et d'inductance L. L'ampèremètre indique 3,5A. Un voltmètre branché aux bornes du conducteur ohmique indique 40 V et aux bornes de la bobine 120,8 V.

a)) Déterminer les impédances du conducteur ohmique, de la bobine et de l'ensemble.

b)) Calculer les valeurs de R, r, et L

c)) Déterminer le déphasage entre la tension aux bornes de la source et l'intensité du courant.

d)) Ecrire l'expression de l'intensité du courant en prenant comme origine des temps l'instant où la tension est maximale.

Résolution

1)) La tension maximale de la source est :

$U_{max} = U\sqrt{2} = 220\sqrt{2} = 311{,}13\ V$

2)) a) Détermination de Z_R; Z_B et Z :

$Z_R = \frac{U_R}{I} = 40\Omega$; $Z_B = \frac{U_B}{I} = 34{,}28\Omega$ et $Z = \frac{U}{I} = 62{,}86\Omega$

b)) Les valeurs de R, r et L :

Pour la bobine :

$Z_B = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} \Rightarrow Z_B^2 = r^2 + (L\omega)^2$

▶ Pour l'ensemble :

$Z = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega)^2} \Rightarrow Z^2 = (R+r)^2 + (L\omega)^2$

$r = \frac{Z^2 - Z_B^2 - R^2}{2R}$ AN : $\boxed{r = 14{,}7\Omega}$

$\boxed{L = \frac{\sqrt{Z_B^2 - r^2}}{\omega}}$ AN: $\boxed{L = 9{,}86.10^{-2}\ H}$

c)) Déphasage entre u et i:

$\tan\varphi = \frac{L\omega}{R+r} = 0{,}566 \Rightarrow \boxed{\varphi = 0{,}52rd}$

d)) Expression de $i(t)$:

A l'instant où tension est maximal, i est retard par rapport à u, donc :

$i(t) = I\sqrt{2}\sin(2\pi Nt - \varphi)$; $\boxed{i(t) = 4,95\sin(100\pi t - 0,52)}$

Exercice 13

1)) On considère un dipôle comprenant en série un conducteur ohmique de résistance 50Ω, une bobine d'inductance 0,4H et un condensateur de capacité$40\mu F$. Aux bornes de ce circuit est applique une tension sinusoïdale $u(t) = 20\sqrt{2}\sin(250t)$.

a)) Calculer l'impédance du circuit. Conclure.

b)) On règle la fréquence de la tension sinusoïdale en 50 Hz. Déterminer le déphasage entre la tension$u(t)$ et $i(t)$.

c)) Donner l'expression du courant instantanée $i(t)$

d)) Calculer la puissance moyenne consommée dans le circuit.

2)) a) Déterminer la capacité du condensateur pur qu'il y ait résonance.

b)) Avec cette condition calculer la puissance moyenne consommée par le dipôle RLC et la tension efficace aux bornes de la bobine.

Résolution

1)) Calculons :

a)) L'impédance : $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

$\begin{cases} L\omega = 100 \\ \frac{1}{C\omega} = 100 \end{cases}$; D'où le circuit est à la résonance.

$$\boxed{Z = R = 50\Omega}$$

La pulsation à la résonance est $\omega_0 = 250 rad/s$

b)) Déphase entre $u(t)$ et $i(t)$:

$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \Rightarrow \begin{cases} L\omega = 125,66 \\ \frac{1}{C\omega} = 79,58 \end{cases}$

$\boxed{Z = 68\Omega}$

$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = 0,735$; Or : $L\omega > \frac{1}{C\omega} \Rightarrow \varphi = 42,69° = 0,745 rad$

c)) Expression de $i(t)$:

$i(t) = I\sqrt{2}\sin(2\pi Nt - \varphi)$; $I = \frac{U}{Z} = 0{,}29$

$$\boxed{\boldsymbol{i(t) = 0{,}41\sin(100\pi t - 0{,}745)}}$$

d)) Calcul de ia puissance moyenne:

$P = UI\cos\varphi = 4{,}32W$;

2)) a)La valeur de la capacité à la résonance :

A la résonance : $P_m = UI = 5{,}8W$

b)) Tension efficace aux bornes de la bobine :

$U_L = Z_L I = L\omega_0 I = 36{,}44\ V \Longrightarrow$ $\boxed{\boldsymbol{U_L = 36{,}44\ V}}$

EXERCICES PROPOSES

++++++++++++++++++++Exo1:+++++++++++++++++++++++++

Utiliser la méthode de Fresnel pour déterminer la somme des deux grandeurs sinusoïdales :$X_1 = 5\cos\left(cot - \frac{\pi}{3}\right)$; $X_2 = 5\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$

Réponses : $X = 7{,}1\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{12}\right)$

++++++++++++++++++++Exo2:+++++++++++++++++++++++++

Trois dipôles montés en série, ont à leurs bornes des tensions instantanées exprimées en volt, d'équations respectives : $u_1 = 2a\cos(\omega t)$; $u_2 = a\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$; $u_3 = \frac{\sqrt{3}}{3}a\cos\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right)$

Démontrer que l'expression de la tension instantanée aux bornes de l'association peut s'inscrire :

U= $\frac{4\sqrt{3}}{3}a\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$

++++++++++++++++++++Exo3:+++++++++++++++++++++++++

On donne deux tensions sinusoïdales, exprimées en voltes :

$\begin{cases} u_1 = 3\cos(250t) \\ u_2 = 4\cos(250t + \varphi) \end{cases}$ Avec : $\varphi = -40°$

Par une méthode graphique, déterminer la somme des deux gradeurs sinusoïdales.

++++++++++++++++++++Exo4:+++++++++++++++++++++++++

Soient deux tensions sinusoïdales (en volts) $U_1 = 3\cos(314t)$; $U_2 = 5\cos(314t + \varphi_2)\ avec\ \varphi_2 = 30°$

a)) Par une méthode graphique, déterminer la tension U, somme des deux tensions U_1 et U_2

b)) Retrouver le résultat par le calcul.

Réponses :

a) $7{,}5\cos(314t + \varphi)$; $b)7{,}74\cos\left(314t + \frac{\pi}{10}\right)$.

++++++++++++++++++++Exo5:+++++++++++++++++++++++++

Un dipôle MN est constitué par l'association en série : d'un conducteur Ohmique de résistance R, d'une bobine de résistance négligeable et

d'inductance L et d'un condensateur de capacité C. On applique aux bornes de ce dipôle une tension sinusoïdale$u(t)$. La pulsation ω réglable. L'intensité instantanée du courant traversant le dipôle est alors : $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$.
On donne une valeur fixe à la valeur de la tension efficace U appliquée aux bornes du dipôle.

1)) Pour une valeur ω_2 de la pulsationω, la tension appliquée aux bornes du dipôle est :

$u(t) = U\sqrt{2}\cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{4}\right)$.

a)) Quel est le déphasage entre la tension et l'intensité du courant ?

b)) En déduire l'impédance du dipôle MN. On donne $R = 20\Omega$

c)) Calculer l'intensité efficace et la tension efficace si la valeur efficace de la tension appliquée entre les points P et N est égale à $6\sqrt{2}\,V$.

d)) Montrer que : $\omega_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{R}{L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4\omega_0^2}\right)$; ω_0 étant la pulsation à la résonnance d'intensité de circuit.

2)) Soit ω_1 la pulsation tel que : $\omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$.

a)) Monter que : $\sqrt{\omega_1 . \omega_2} = \omega_0$.

b)) Calculer : ω_1 *et* ω_2 si $\omega_0 = 4\,rad/s$ et $\omega_2 - \omega_1 = 2.10^3\,rad/s$.

c)) En déduire les valeurs de L et C

3)) On donne à la pulsation ω la valeur ω_1 construire le diagramme de Fresnel relatif à ce circuit RLC en série.

++++++++++++++++++++Exo6:+++++++++++++++++++++++++

Un dipôle est formé en série d'une bobine de résistance nulle, d'inductance L, d'un résistor de résistance R et d'un condensateur de capacité C. Un générateur BF impose aux bornes de l'ensemble une tension sinusoïdale $u =$ U√2sin (ωt).

1)) Exprimer la tension efficace U_e aux bornes de condensateur en fonction de R, L, C, ω et U.

2)) On pose $Q = \frac{1}{RC\omega_0}$ et $\rho = \frac{\omega}{\omega_0}$. Montrer qu'$U_C$ s'exprime en fonction des trois (3) grandeurs U, Q et ρ.

3)) En déduire qu'U_C peut passer par un maximum pour une valeur convenable ω_C de ω. Queile condition doit vérifier Q pour que ce maximum existe ?

4)) Calculer Q pour R=10Ω ; U=40V ; L=0,10H ; C=10µF.

Réponses : $\omega_C = \omega 0\sqrt{1 - 1/Q^2}$; 4-) ω0 = 1000rad/s ; Q = 10 ; U_C = 400V;$_C$ = 995rad /s.

+++++++++++++++++++Exo7:+++++++++++++++++++++++++

Un circuit électrique est constitué d'un conducteur ohmique de résistance $R = 31\Omega$, d'une bobine d'inductance $L = 200mH$ et d'un condensateur de capacité $C = 100\mu F$. Le circuit est alimenté par un courant alternatif sinusoïdal de fréquence 50 Hz.

a)) Calculer l'impédance de chaque élément. En déduire le diagramme de Fresnel.

b)) Calculer l'impédance du circuit, le déphasage φ et le facteur de puissance.

c)) On suppose que le condensateur est à capacité variable. Quelle doit être sa valeur pour que cos φ soit égal à 1 ?

d)) On pose $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$, où I_0 est l'intensité du courant qui correspond à $\cos\varphi = 1$. Comment appelle-t-on ce phénomène ?

Démontrer que :

$$R = \pm\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\ et\ Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 = 1$$

Où Q désigne le facteur de qualité du circuit.

++++++++++++++++++++Exo9:+++++++++++++++++++++++++

Entre deux (2) points A et B on dispose en série une bobine de résistance R=20Ω, d'inductance L=0,1H et un condensateur de capacité C. On établit entre A et B une différence de potentiel sinusoïdale de pulsation $\omega_0 =$ 500rad/s et de tension efficace U=40V.

a)) Calculer la capacité C, sachant que la tension instantanée entre A et B est en phase avec l'intensité du courant dans le circuit. Quelle est dans ces conditions la puissance moyenne consommée entre A et B ?

b)) On maintient U=40V mais on alimente le circuit par un courant de pulsation variable ω. On pose X = $\frac{\omega}{\omega_0}$. Quelles sont les valeurs de X pour lesquelles la puissance dissipée est la moitié de la puissance calculée précédemment ? En déduire les valeurs correspondantes de la pulsation et la fréquence du courant.

Réponses: a-) C=40µF ; = 80w; b-) $X_1 = 1,22$; $X_2 = 0,82$.

+++++++++++++++++++Exo10:+++++++++++++++++++++++

On Etablit aux bornes d'une bobine de restante R = 65Ω, immergée dans un calorimètre, une d.d.p continue de 220V ; l'élévation de température du calorimètre est θ°C par minute. Si la bobine est alimentée par une tension alternative $U = 220\sqrt{2}\,\sin(100\pi t)$ volte, l'élévation de température θ' par minute n'est plus que les 81% deθ.

1)) Exprimer, en fonction de R, θ et θ' l'inductance L de la bobine.

2)) Calculer la valeur de L.

3)) On monte en série avec la bobine précédente, un résistor de résistance r= 35Ω, une tension alternative de valeur efficace U = 220 V et de fréquence f variable. Pour une valeur f_0 de f, on constate que l'intensité efficace dans le circuit est maximale.

a)) Quel est le phénomène observé ?

b)) Calculer la valeur f de la fréquence f et celle de l'intensité efficace I_0 correspondante.

c)) Calculer le facteur de qualité du circuit et en déduire la largeur de la bande passante.

Réponse : 2) $L \approx 0,1H$ 3. $b)\ f = 50Hz, I_0 = 2,2A$ $c) a = 0,3$ $\Delta f = 159Hz$

++++++++++++++++++++++Exo11:++++++++++++++++++++++

Un dipôle $D_1(R_1;L)$ et dipôle $D_2(R_2;C)$ sont en série. On applique aux bornes de l'ensemble une tension sinusoïdale de valeur efficace U=12V, de fréquence N=50Hz. On mesure l'intensité efficace affichée par un ampèremètre de résistance nulle, on trouve I=0,50A. Le facteur de puissance du premier est cos30°; celui du second est cos60°. Le facteur de puissance de l'ensemble est cos30°.

1-) Calculer R_1;R_2; L et C.

2-) On désire porter le facteur de puissance de l'association à 1. Faut-il pour cela.

a)) Associer en série avec D_1 et D_2 une inductance pure?

b)) Associer en série avec D_1 et D_2 un condensateur?

Réponses : $R_1 = R_2 = 6\sqrt{3}\Omega$; $L = 1,9.10^{-2}H$; C=177µF.

++++++++++++++++++++++Exo12:++++++++++++++++++++++

Deux bobines (S_1) et (S_2) de résistances respectives R_1 et R_2 et d'inductances L_1 et L_2 sont mise en série. Aux bornes A et B de l'ensemble, on établit une différence de potentiel sinusoïdale de valeur efficace U_{AB} et de pulsation ω. Les tensions efficaces aux bornes de (S_1) et (S_2) sont U_1et U_2.

1)) Etablir la relation entre R_1; L_1;R_2 et L_2 pour que l'on ait : $U_{AB} = U_1 + U_2$.

2)) On a : $R_1 = 30\Omega$; $L_1 = 0,05H$; $R_2 = 60\Omega$; $L_2 = 0,12H$.

a) A-t-on UAB = $U_1 + U_2$?

b) Montrer qu'en ajoutant un condensateur en série entre A et B, il existe deux valeurs C_1 et C_2 de la capacité de ce condensateur pour lesquelles l'égalité $U_{AB} = U_1 + U_2$ est satisfaite. Application numérique : Calculer C_1 et C_2 avec $\omega = 103$ rad /s.

++++++++++++++++++++++Exo13:++++++++++++++++++++++

Pour fabriquer une bobine d'inductance L, on utilise un cylindre de diamètre $d = 10cm$ et de longueur l=60cm sur lequel on enroule un fil de cuivre de diamètre d = 0,6 mm, recouverte d'une coucle de vermis d'épaisseur e = 0,1 mm. On réalise ainsi une couche à spires jointives.

1)) Calculer la résistance R de la bobine sachant que la résistivité$\varphi = 1,69.10^{-8}\Omega.m.$

2)) Donner la définition de l'inductance L de la bobine et déterminer sa valeur.

3)) Ecrire l'expression de l'intensité $i = f(t)$, quant la bobine est alimenté sous une tension U=25cos $100\pi t$

Réponses : 1) R=14,1Ω 2)L=9,24mH 3)L=1,74cos$(\omega o\pi t - 0,20)$

++++++++++++++++++++++Exo14:++++++++++++++++++++++

On dispose de 3 dipôles D_1 ; D_2 et D_3 composés soit par un résistor (R), soit par un condensateur (C), soit par une bobine (r;L). Ils sont soumis successivement aux expériences suivantes:

a)) On note l'intensité du courant traversant le dipôle soumis à une tension continue de de 6 V.

b)) On note l'intensité efficace du courant traversant le dipôle soumis à une tension sinusoïdale de fréquence $N = 400Hz$ et de valeur efficace $U = 12\ V$.

Dipôles	$D1$	$D2$	$D3$
Expérience a) : intensité du courant en mA	27	18	0
Expérience b) : intensité efficace en mA	36	36	30

1)) Donner, après justification, la nature des composants des dipôles D_1 ; D_2 et D_3. Calculer $R;C;r$ et L.

2)) Les trois dipôles sont associés en série et alimentés par la tension sinusoïdale de l'expérience b).

a) Calculer l'intensité efficace du courant traversant les dipôles.

b) Calculer les tensions efficaces U_1; U_2 et U_3 aux bornes respectivement des dipôles D_1 ; D_2 et D_3.

c) Obtient-on $U = U_1 + U_2 + U_3$? Justifiez-le brièvement.

d) Déterminer le déphasage du courant par rapport à la tension d'alimentation.

++++++++++++++++++++++++Exo15:++++++++++++++++++++++++

1) Entre deux points A et B, on monte en série une bobine d'inductance L_1 et de résistance $R_1 = 25\ \Omega$ avec une résistance pure $R = 75\ \Omega$ puis on applique entre A et B une tension sinusoïdale $(t) = 220\sqrt{2}\sin(314t)$; u est exprimée en volts. L'intensité instantanée du courant est en retard de $\frac{\pi}{3}\,rad$ sur la tension instantanée entre A et B. Trouver la valeur de L_1, puis celle de Z_1 l'impédance de cette portion de circuit.

2)) On met en série avec la première une autre portion de circuit BD d'impédance Z_2 comprenant en série une bobine d'inductance $L2 = 0{,}9\ H$ et de résistance $R2 = 100\ \Omega$ et un condensateur de capacité C. On applique la tension précédente entre A et D.

a)) En vous aidant de la construction de Fresnel, trouver la valeur de C qui vérifie la relation $Z = Z_1 + Z_2$; Z étant l'impédance du circuit AD.

b)) Donner l'expression de l'intensité instantanée (t) du courant.

+++++++++++++++++++++++Exo16:+++++++++++++++++++++++

Les éléments suivants sont disposés en série, entre deux points A et B :

- Un résistor de résistance R=50Ω.
- Une bobine de résistance négligeable et d'inductance L=0,4H.

- Un condensateur de capacité C=10µF. On établit entre A et B, une tension sinusoïdale $u = 60\sqrt{2}sin(2\pi ft)$

1)) Dans cette question la fréquence de la tension est f=50Hz.

a) Calculer l'intensité efficace I du courant qui s'établit dans le circuit.

b))Tracer le diagramme de Fresnel relatif aux tensions. Donner l'expression i=f(t) de l'intensité instantanée du courant en fonction du temps.

2-a) Montrer qu'il existe une fréquence de courant f' différente de f pour laquelle l'intensité efficace dans le circuit est la même que précédemment. Calculer f'. Exprimer dans ce cas i'=f(t).

b)) Entre les valeurs de f et de f' se situe se situe une fréquence f_0 correspondant à l'impédance minimale de la portion du circuit. Déterminer f_0, l'intensité efficace I_0 du courant circulant, le facteur de qualité Q du circuit.

Réponses : 1-a) I=30A ; = 0,42sin $(314t + 1,32)$; 2-) a) f'=127Hz ; i' = 0,42sin$(314t - 1,32)$; b) $f0 = 79,6$Hz; I0 = 1,2A; Q=4.

++++++++++++++++++++++++Exo17:++++++++++++++++++++++++

a)) Une bobine d'inductance L = 0,1H et de résistance R = 60Ω est alimentée par une tension sinusoïdale U(t) = $\sqrt{2}\cos(100\pi t)$. Determiner :

a-1) le de phasage de la tension U(t) par rapport à l'intensité i(t).

a-2) l'expression de i(t)

b)) Un condensateur de capacité C = $5\pi F$ associé en série avec un conducteur ohmique de résistance R. l'ensemble est alimenté par une tension sinusoïdale de fréquence N = 100 Hz et de valeur efficace U = 24V. le déphasage de la tension U(t) par rapport à l'intensité i(t) est : $|\varphi| = \frac{\pi}{4}$

b-1) préciser le signe de φ .

b-2) Calculer R

b-3) Donner les expressions de U(t) ; $U_R(t)$ et $U_C(t)$.

Réponses : $a-1)\ \varphi = \frac{\pi}{6}\quad a-2) i(t) = 0{,}21\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) b-2)\ R = 32\Omega$

$b-\ 3)\ U(t) = 24\sqrt{2}\cos\left(2000\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\ ; U_R(t) = 24\cos(2000\pi t)\ ;\quad U_C(t) = 24\cos\left(2000\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$

++++++++++++++++++++++++Exo18:++++++++++++++++++++++++

On considère trois dipôles associés en série : un conducteur ohmique de résistance R, une bobine d'inductance L et de résistance r, un condensateur de capacité C. Ils sont branchés aux bornes d'un générateur délivrant une tension sinusoïdale. A l'aide d'un voltmètre, on a mesuré les tensions efficaces : $U_R = 24V$; $U_C = 50V$; $U = 30V$ tension efficace aux bornes de l'ensemble. A l'aide d'un oscillogramme, on a trouvé que la tension U aux bornes de l'ensemble est en retard de phase $\varphi = -30°$ par rapport à l'intensité du courant.

1)) Soit φ_B la phase de la tension aux bornes de la bobine par rapport à l'intensité. Représenter sur un diagramme de Fresnel les tensions U_R; U_L; U_C; U.

2)) Montrer que : $tan\varphi_B = \frac{UC - Usin|\varphi|}{Ucos\varphi - UR}$ et $U_L = \frac{Ucos\varphi - UR}{cos\varphi B}$.

3)) Calculer les valeurs numériques de U_L et de ϕ_B.

4)) La résistance R est égale à 200Ω. La fréquence utilisée est 500Hz. Calculer l'impédance de la bobine, son inductance et sa résistance. Ainsi que la capacité du condensateur.

Réponses : 35V ; 87° ; 292Ω ; 1,3μF ; 0,09H ; 16,5Ω.

++++++++++++++++++++Exo19:+++++++++++++++++++++

On associe en série un condensateur de capacité C et d'une bobine de résistance R et d'inductance L. L'ensemble est alimenté par une source de tension sinusoïdale (S) de fréquence f. On mesure les tensions efficaces aux bornes de (S), aux bornes de la capacité et aux bornes de la bobine. On remarque que ces trois (3) tensions sont égales. a-) Calculer l'inductance L et la capacité C en fonction de la résistance R et de la pulsation ω. AN : R=5Ω ; f=50Hz. b-) Calculer dans les mêmes conditions le déphasage φ du courant i par rapport à la tension u aux bornes de (S). c-) Si l'on modifie la fréquence f du courant, les trois (3) tensions restent-elles égales ?

Réponses : a) $L = \frac{R}{\omega\sqrt{3}}$; $C = \frac{\sqrt{3}}{2R\omega}$; $L = 9,2mH$; C=551μF ; b) $\varphi = +\pi/6$ rad.

++++++++++++++++++++++Exo20:++++++++++++++++++++++

Un circuit est constitué d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine de résistance négligeable.

1)) On alimente le circuit sous une tension continue de 6V. L'intensité du courant est 0,2A. Déterminer la résistance et la puissance consommée.

2)) Le circuit est ensuite alimenté sous une tension alternative de valeur efficace 6V et de fréquence 50Hz. L'intensité efficace est 0,1A. Calculer :

a) La puissance consommée ;

b) Le facteur de puissance ;

c) La réactance $L\omega$ du circuit et l'inductance L de la bobine.

3) Un condensateur associé en série ramène le facteur de puissance du circuit à 0,8. Calculer : a) L'impédance du circuit et sa réactance.

b) Les deux (2) valeurs possibles de la capacité du condensateur.

c) La puissance consommée par le circuit si la tension efficace aux bornes de l'association reste égale à 6V.

Réponses : 1-) 30Ω ; 1,2w ; 2-) a) 0,3w ; 0,5 ; b) 52Ω ; 165,5mH; 3-) a) 37,55° ; $\tan\varphi = \pm 0{,}75$; ±22,5Ω; 108µF et 43µF ; 0,768w.

++++++++++++++++++++++Exo21:+++++++++++++++++++++++

Une bobine soumise à une d.d.P alternative sinusoïdale de valeur efficace U = 120V et de fréquence f=50Hz, est plongée dans un calorimètre de valeur en eau totale M = 1110g, dont la température s'élève de $\theta = 6{,}4°C$ en 1munité 30 Secondes. L'intensité efficace du courant est I = 3,2A. Calculer la résistance R de la bobine, son impédance Z et son inductance L.

Réponses : R = 32,2Ω, Z = 37,5Ω, L = 61mH.

++++++++++++++++++++++Exo22:+++++++++++++++++++++++

Un circuit est constitué d'une résistance $R = 200\Omega$, d'une bobine d'inductance $L = 0{,}1H$ de résistance négligeable et d'un condensateur de capacité $C = 1\mu F$ placés en série. Il est alimenté par un générateur qui délivre une tension alternative sinusoïde de fréquence 250Hz et de valeur efficace$U = 5\,V$.

•Calculer l'impédance Z du circuit et en déduire l'intensité du courant qui le traverse.

Sachant que la tension instantanée s'écrit sous la forme $u = U_m \cos(\omega t)$; quelle est l'expression de l'intensité instantanée$i(t)$.

•Calculer les impédances Z_R de la résistance, Z_B de la bobine et Z_c du condensateur. Comparer la somme $Z_R + Z_B + Z_c$ à Z et conclure.

•Calculer les tensions efficaces U_R aux bornes de la résistance, U_B aux bornes de la bobine et U_c aux bornes du condensateur. Comparer la somme $U_R + U_B + U_c$ à U et conclure.

++++++++++++++++++++++Exo23:++++++++++++++++++++++

On se propose de déterminer la résistance ohmique r et l'auto-inductance L d'une bobine.Pour cela, on monte en série un résistor linéaire de résistance $R = 7\Omega$ et la bobine. L'ensemble est alimenté par une tension sinusoïdale $u(t) = 33{,}94\cos(100\pi t)$. ($u$ en volts, et t en secondes).

On mesure les tensions efficaces U_1 et U_2 aux bornes du résistor et aux bornes de la bobine.

On obtient $U_1 = 8\,V$ et $U_2 = 19{,}6\,V$.

1)) En déduire les valeurs de r et L

2)) Donner les expressions des tensions instantanéesu_1 et u_2, respectivement aux bornes du résistor et aux bornes de la bobine.

3)) Quelle est la puissance moyenne consommée dans ce circuit ?

++++++++++++++++++++++Exo24:++++++++++++++++++++++

On réalise un dipôle AB comprenant, en série, une bobine d'auto-inductance L variable et de résistance r et un condensateur de capacité C. On applique aux bornes de cet ensemble, une tension sinusoïdale, de fréquence $f = 50Hz$ et de valeur efficace$U = 10\,V$.

1)) Rappeler, sans les établir, les expressions de l'impédance de la bobine, du condensateur et du dipôle r ; LC. En déduire la condition à laquelle doit satisfaire le produit LC pour que l'intensité indiquée par un ampèremètre placé dans le circuit prenne sa valeur maximaleI_0.

Sachant que : $r = 5\Omega$ et $C = 12{,}5\mu F$, Calculer L et I_0.

2)) Calculer la tension efficace U_e qui existerait dans les conditions ci-dessus aux bornes du condensateur. Pour éviter une détérioration de ce condensateur, on monte en série, calculer R de façon que la tension efficace U'_e aux bornes du condensateur soit dix fois plus faible que U_e.

++++++++++++++++++++++Exo25:++++++++++++++++++++++

Un circuit alimenté en courant sinusoïdal de fréquence $f = 60\ Hz$, comprend en série, un condensateur de capacité $C = 50\ \mu F$ et un résistor de résistance $R = 25\ \Omega$. La puissance moyenne consommée est $P = 81\ W$.

1)) Calculer l'intensité efficace I du courant.

2)) Construire le diagramme de Fresnel relatif aux tensions, et déterminer la tension efficace U aux bornes du circuit.

3)) Quel est le facteur de puissance de ce circuit ?

+++++++++++++++++++++Exo26:++++++++++++++++++++++++E

Entre deux points A et C d'un circuit, on place en série : entre A et B une bobine d'inductance L et de résistance r, entre B et C un conducteur ohmique de résistance R et un générateur de tension sinusoïdale délivre un courant $i(t) = I_m \sin(\omega t)$ entre A et C. On désigne par φ : la phasage de la tension $u_{AC}(t)$ par rapport à $i(t)$, Z_1 l'impédance de la portion AB ; φ_1 la phase de $u_{AB}(t)$ par rapport à $i(t)$. Les mesures des tensions efficaces entre les différents points on donnée :

$U_{AB} = U_{BC} = 70\ V\ et\ U_{AC} = 70\sqrt{3}\ V$

1▶ Exprimer :

• $u_{AB}(t)$ en fonction de Z_1, I_m, ω et φ_1

• $u_{BC}(t)$ en fonction de R, I_m et ω

2▶ Construire le diagramme de Fresnel en tension efficace relatif à cette expérience.

• Calculer φ et φ_1

3▶ On donne $R = 100\Omega$.

• Calculer Z_1 , r , L si $\omega = 100\pi rad/s$.

• Donner l'expression de $u_{AC}(t)$.

Rép : 2) b) $\varphi = \frac{\pi}{6} rad$; $\varphi_1 = \frac{\pi}{3} rad; 3)a)\ Z_1 = R = 100\Omega$

$L = 0{,}275H$; $r = 50\Omega$; b) ; $u_{AC}(t) = 171{,}33 \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

BRAVO PHYSIQUE !!!

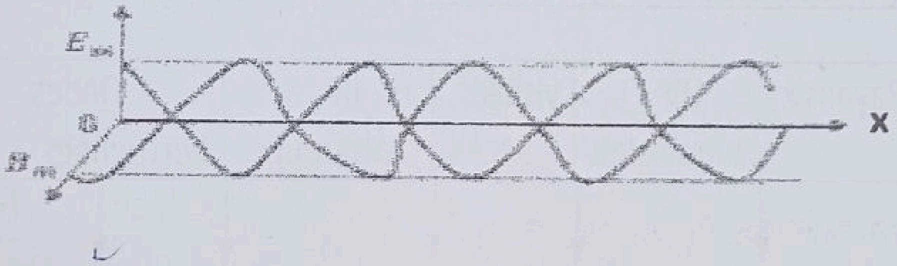
▶Ondes électromagnétiques : (Term SM).

• Nature de l'onde électromagnétique :

Les ondes électromagnétiques résultent de la propagation simultanée d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$ orthogonaux, en phase et de même fréquence.

$E = E_m \cos(\omega t + \varphi)$ et $B = B_m \cos(\omega t + \varphi)$

Schéma :



• Propriétés des ondes électromagnétiques :

Les ondes électromagnétiques sont de même nature que la lumière, elles subissent les phénomènes de réflexion, de réfraction et de diffraction et peuvent donner des interférences et des ondes stationnaires.

Les ondes électromagnétiques transportent de l'énergie et se propagent dans le vide et dans les milieux matériels.

• Vitesse de propagation dans le vide : $C = 3.10^8 \, m/s$

• Vitesse de propagation dans un milieu d'indice n :

$V = \frac{C}{n}$; $(n > 1,\ don\ V < C)$

Les ondes électromagnétiques présentent une double périodicité :

• Temporelle : la période est le temps T tel que : $T = \frac{1}{\nu}$

• Spatiale : la période est la longueur d'onde λ telle que :

• Dans le vide : $\lambda = \lambda_0 = C.T = \frac{C}{\nu}$

• Dans un milieu d'indice n :

$\lambda = V.T = \frac{C.T}{n} = \frac{C}{n\nu} = \frac{\lambda_0}{n}$

Remarque : Quand une onde monochromatique passe du vide dans un milieu d'indice n sa couleur ne change pas, mais la longueur d'onde devient : $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$

▶Domaine des ondes électromagnétiques et leurs applications : Les ondes lumineuses visibles appartiennent à l'ensemble des ondes électromagnétiques.

Le domaine s'étend en deçà du violet, des ultra-violets(UV) aux rayonsγ. Ces radiations invisibles ont une longueur d'onde inférieure à 400m.

Au-delà du rouge, on trouve les infrarouges (IR) et les ondes hertziennes. Ces radiations également invisibles ont une longueur d'onde supérieure à 750nm.

Domaine des ondes électromagnétiques :

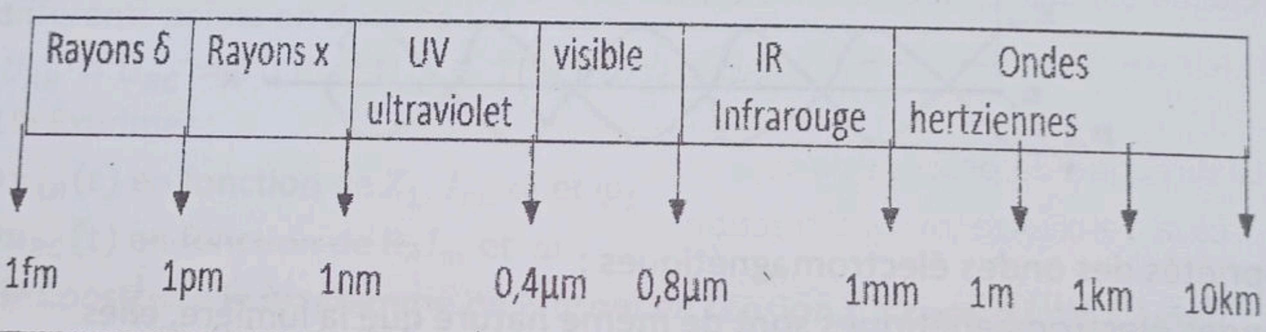


Tableau des correspondances couleur-longueur d'onde:

$\lambda(nm$	0,40	0,45	0,50	0,58	0,60	0,75
Couleurs	violet	indigo	bleu	jaune	Orangé	rouge

Questions théoriques

1)) Donner le domaine de longueur d'onde des ondes électromagnétique et leur application ?

2)) Dégager les propriétés d'une onde électromagnétique ?

3)) Définir une onde stationnaire ?

Exercices Résolus

Exercice 1

Une onde hertzienne plane à une longueur d'onde dans l'air égale à 2m. Elle arrive à la surface de l'eau sous une incidence de 30°

1)) Quelle est la direction de propagation de l'onde dans l'eau

2)) Quelle est la longueur d'onde dans l'eau

Résolution

1)) La direction de propagation :

D'après la deuxième loi de réfraction :

$n_1 \sin \hat{\imath} = n_2 \sin \hat{r} \Longrightarrow \sin \hat{r} = \frac{n_1 \sin \hat{\imath}}{n_2}$ AN : $\boxed{\hat{r} = 22°5'}$

2)) Calculons la longueur d'onde dans l'eau :

$\lambda' = \frac{\lambda}{n_2} = 1{,}54m \Longrightarrow \boxed{\lambda' = 1,54m}$

Exercice 2

1) Quelle doit être la capacité d'un circuit oscillant, d'inductance 0,1mH pour qu'il soit en résonance avec une antenne mesurant 45m de longueur et vibrant en quatre d'onde ?

2) On allonge l'antenne de 1m. Calculer la variation qu'il faut faire subir à la capacité du circuit pour maintenir la résonance dans l'antenne

Résolution

► Capacité du circuit oscillant :

Puisque l'antenne vibre en quart d'onde, sa longueur est telle que :

$\ell = \frac{\lambda}{4} \Longrightarrow \lambda = 4 \times 45 = 180m.$

A la résonances : $L\omega = \frac{1}{C\omega} \Longrightarrow C = \frac{1}{L\omega^2}$

La pulsation ω du circuit est celle de l'onde électromagnétique de longueur d'onde λ telle que :

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi V}{\lambda} \Longrightarrow \omega = \frac{\pi V}{2\ell}$ D'où $\boxed{C = \frac{4\ell^2}{\pi^2 . V^2 L}}$

AN : $\boxed{C = 91pF}$

▶Variation de la capacité :

En appliquant le théorème des incertitudes relatives sur C, on obtient :

$\frac{\Delta C}{C} = 2\frac{\Delta \ell}{\ell} \Rightarrow \boxed{\Delta C = 2C\frac{\Delta \ell}{\ell}}$ AN : $\boxed{\Delta C = 4pF}$

Exercice 3

1) Un courant de haute fréquence se propage le long d'un fil conducteur. Sachant que la fréquence vaut 10^8Hz, quelle est la longueur d'onde correspondante si le conducteur est dans l'air, puis d'ans le vers

2) Calculer la fréquence des ondes émises par une antenne (demi-onde) de 10m de longueur

Résolution

▶Calculons la longueur d'onde :

●Dans l'air : $\lambda = V.T = \frac{V}{f} = 3m \Longrightarrow \boxed{\lambda = 3m}$

●Dans le verre : $\lambda' = \frac{\lambda}{n'} = \frac{3}{1,5} = 2m \Longrightarrow \boxed{\lambda' = 2m}$

▶Calculons la fréquence :

●Pour une demi-onde de 10m de longueur :

$\ell = \frac{\lambda}{2} \Longrightarrow \lambda = 20m\,; f = \frac{C}{\lambda} = 0{,}15.10^8 = 15.10^6\,Hz \Longrightarrow \boxed{f = 15.10^6\,Hz}$

Exercice 4

Un circuit oscillant est constitué d'un condensateur de capacité 0,5nF et d'une bobine d'inductance 0,5mH

1)) Quelle est la fréquence propre de ce circuit

2)) Calculer la longueur d'onde dans le vide des ondes électromagnétique ayant cette fréquence ?

Résolution

▶Calculons la fréquence :

$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$; AN : $f_0 = 0{,}101.10^5 = 10{,}1.10^4\,Hz$; $\boxed{f_0 = 10{,}1.10^4\,Hz}$

► Calculons la longueur d'onde:

$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = 0,297.10^{-4} = 29,7\mu m$; $\boxed{\lambda_0 = 29,7\mu m}$

EXERCICES PROPOSES

++++++++++++++++++++Exo1:++++++++++++++++++++++++

Un circuit oscillant, assimilé à un conducteur rectiligne situé dans l'air, vibre en demi-onde. Sa longueur est 20 cm. Quelle est la fréquence de l'oscillateur pilote ? On plonge ce circuit linéaire dans l'eau. Comment faut-il modifier sa longueur pour qu'il reste accordé sur l'oscillateur ?

++++++++++++++++++++Exo2:++++++++++++++++++++++++

Un circuit oscillant, de résistance $R = 0,05\Omega$, comprend une inductance $L = 3mH$ et condensateur à capacité variable. Lorsque la capacité est $C = 60\,pF$, la puissance captée est $P = 0,72.10^{-9}\,W$. Calculer :

a)) La longueur d'onde sur laquelle le circuit est accordé

b)) Les valeurs efficaces de la force électromotrice induite de l'intensité du courant.

Rép : $\lambda = 800\,m\,; 2)b)\ I = 120\,\mu A\,; E = 6\,\mu V$

++++++++++++++++++++Exo3:++++++++++++++++++++++++

Un circuit oscillant a une inductance L=7 μH et une capacité C=6,2 nF.

a-) Quelle est sa fréquence propre f_0 ?

b-) Quelle serait la longueur d'onde λ_0 d'une radiation électromagnétique de même fréquence ?

On dit que le circuit est circuit est « accordé » sur cette longueur d'onde.

Réponses numériques : a-) f_0=7,64.10^5Hz , b-) λ_0=393 m.

BRAVO

PHYSIQUE !!!

« Dans la vie, rien n'est à craindre tout est à comprendre »

MARIE CURIE

« Tu ne peux pas tout enseigner à un Homme, tu peux seulement l'aider à le trouver en lui »

GALILEE

« La vie , c'est comme une bicyclette, il faut avancer pour ne pas perdre l'équilibre »

ALBERT EINSTEIN

M.KEMOKO SYLLA

Mr MOKO

627 167 878

M.FODE CISSE

Professeur de Physique

627 630 795