

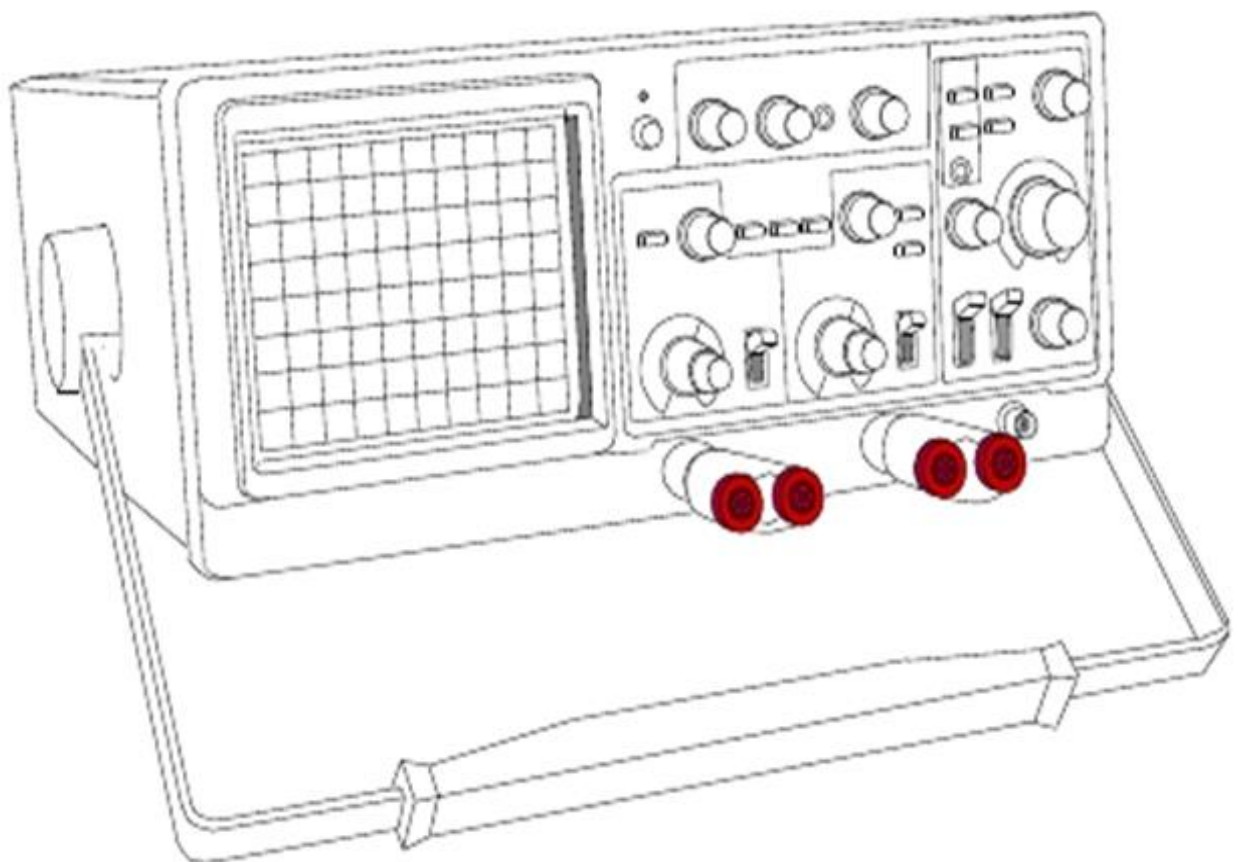
# Fascicule de Physique TS

Exercices corrigés

**LYCÉE DE THIAROYE**

Année 2013

M. Sidy Mohamed NDIAYE & Docteur Amary THIAM



# CINEMATIQUE

## Exercice 1

Un mobile  $M_1$  est en mouvement relativement au repère d'espace  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ , son vecteur vitesse est :  $\vec{V}_1 = 3\vec{i} + (-2t + 4)\vec{j}$

1°/ Donner les lois horaires du mouvement sachant qu'à l'origine des temps, le mobile passe par l'origine O.

2°/ Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire.

3°/ Etablir l'expression du vecteur accélération  $\vec{a}_1$ .

Le représenter sur la trajectoire de la figure.

4°/ A quelle date la direction du vecteur vitesse est horizontale ? En déduire les coordonnées  $(x_s; y_s)$  du sommet S de la trajectoire ainsi que la valeur de la vitesse en ce point. Représenter ce vecteur vitesse.

5°/ Calculer :

Le rayon de courbure de la trajectoire à la date  $t=2s$ .

L'abscisse  $x_p$  du mobile lorsque celui-ci repasse par l'ordonnée  $y = 0$ .

La valeur de la vitesse  $\vec{V}_p$  du mobile en ce point.

6°/ Un deuxième mobile  $M_2$  en mouvement rectiligne uniformément varié sur l'axe  $(ox)$  du repère  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ , passe par le point d'abscisse  $x = 20$  m à l'instant  $t=0$  avec une vitesse  $\vec{V}_{02} = 2\vec{i}$ .

Calculer la valeur algébrique de l'accélération de  $M_2$  pour qu'il rencontre  $M_1$  au point  $x = 12$

## Exercice 2

Dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  orthonormé, les lois horaires du mouvement d'un mobile ponctuel

M sont données par :  $x = t$  et  $y = \frac{t^2}{2}$  le temps est mesuré en secondes et les distances en mètres. A  $t = 0s$  le mobile débute son mouvement.

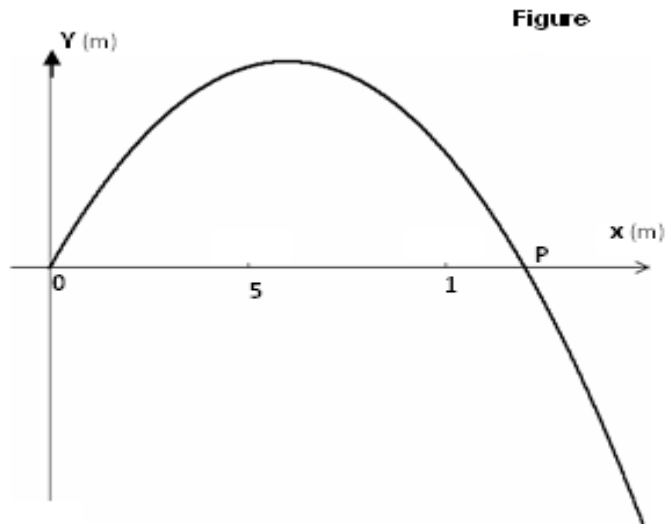
1. a. Quel est le point de départ du mobile à l'origine des dates ?

b. Etablir l'équation de la trajectoire du mobile relativement au repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

c. Déterminer l'expression du vecteur vitesse et celle du vecteur accélération du mobile M.

2. a. A quelle date le vecteur vitesse est colinéaire à  $\vec{i}$  ?

b. Montrer qu'à cette date la composante tangentielle de l'accélération est nulle.



3- Sachant, qu'à une date  $t$ , l'accélération tangentielle a pour expression  $a_T = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$  dans le repère de Frenet  $(M, \vec{T}, \vec{N})$ .

a. Montrer que celle de l'accélération normale est  $a_N = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$ .

b. A quelle date  $t_1$ ,  $V_x = V_y$ , avec  $V_x$  et  $V_y$  les composantes du vecteur vitesse dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ?

c. Calculer le rayon de courbure à la date  $t_1$ .

### Exercice 3

Dans un repère  $R = (O, \vec{i})$ , un point mobile  $M_1$  est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié d'accélération  $a_1 = -2 \text{ m.s}^{-1}$ . A la date  $t_1 = 1 \text{ s}$ , le mobile  $M_1$  passe par le point A d'abscisse  $x_A = 0 \text{ m}$  avec une vitesse  $V_A = 6 \text{ m.s}^{-1}$ . Sachant que le mobile débute son mouvement à la date  $t = 0 \text{ s}$ .

1. Déterminer la vitesse initiale et l'abscisse initiale du point mobile  $M_1$ .
2. Ecrire la loi horaire  $x_1(t)$  de mouvement de  $M_1$ . Déduire l'expression de sa vitesse instantanée.
3. Montrer que le mouvement de  $M_1$  comporte deux phases.
4. Calculer la distance parcourue par le mobile entre les dates  $t_1 = 1 \text{ s}$  et  $t_2 = 7 \text{ s}$ .

### Exercice 4

Les équations horaires du mouvement d'un mobile M relativement à un repère d'espace  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$  sont  $x = 2t$  et  $y = f(t)$ . ( $t > 0$ ). L'équation cartésienne de la trajectoire est  $y = -\frac{5}{4}x^2 + 2x$ .

- 1/ Représenter l'allure de la trajectoire.
- 2/ Déterminer l'expression de l'ordonnée  $y = f(t)$  du mobile.
2. a - Déterminer les composantes du vecteur vitesse  $\vec{V}$  en fonction du temps.
2. b - à quelle date la direction du vecteur vitesse est horizontale, en déduire les coordonnées du sommet S de la trajectoire. Calculer la valeur de la vitesse en ce point.
- 3 - Donner l'expression du vecteur accélération  $\vec{a}$ . Conclure.
- 4 - Calculer le rayon de courbure de la trajectoire au sommet S de la trajectoire.
- 5 - Déterminer les phases du mouvement.
- 6 - Déterminer l'abscisse du point P ( $P \neq O$ ) intersection de la trajectoire avec l'axe  $ox$ . Quelles sont les caractéristiques du vecteur vitesse  $\vec{V}_p$  en ce point ? Comparer ce vecteur au vecteur  $\vec{V}_o$  (direction, valeur). Représenter ces deux vecteurs sur la trajectoire. (Echelle de votre choix).

### Exercice 5

Un mobile M décrit une trajectoire rectiligne dans un repère  $(O; \vec{i})$ ; son vecteur accélération est constant pendant toute la durée de son mouvement dans l'intervalle de temps  $[0; 5\text{s}]$ .

A l'origine du temps, le mobile M part de la position d'abscisse  $x_0 = 0.5\text{m}$  avec une vitesse  $v_0 = -1 \text{ m.s}^{-1}$ , puis il passe par le point d'abscisse  $x_1 = 5\text{m}$  avec une vitesse  $v_1 = 4.7 \text{ m.s}^{-1}$ .

- 1- Calculer l'accélération  $a$  du mouvement.
- 2- Etablir l'expression de la vitesse instantanée  $v(t)$  du mobile.

- 3- Déduire l'instant pour lequel le mobile passe par le point d'abscisse  $x_1$ .
- 4- Etablir l'équation horaire du mouvement.
- 5- Après deux secondes du départ du mobile M, un deuxième mobile M' part du point d'abscisse

$x = 5\text{m}$ , en mouvement rectiligne uniforme de vitesse  $v' = 4\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

- a- Déterminer l'équation horaire du mouvement du mobile M'
- b- Calculer la date  $t$  de rencontre des mobiles.
- c- Calculer l'abscisse  $x$  correspondant à cette rencontre.

### Exercice 6

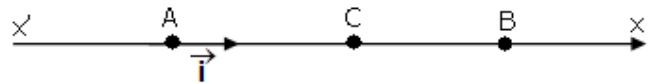
Un mobile parcourt une distance  $AB = 300\text{m}$  en deux phases.

- 1<sup>ère</sup> phase : mouvement rectiligne uniformément accéléré d'accélération  $a_1 = 2\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

- 2<sup>ème</sup> phase : mouvement rectiligne uniformément retardé d'accélération

$a_2 = -1\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ . A  $t = 0\text{s}$  le mobile part du

point A, pris comme origine des espaces, sans vitesse initiale et arrive au point B avec une vitesse nulle



1/ Soit C le point où le mouvement devient retardé :

a/ Exprimer, pour la 1<sup>ère</sup> phase,  $x_c$  en fonction de  $V_c$  et  $a_1$ .

b/ Exprimer, pour la 2<sup>ème</sup> phase,  $V_c$  en fonction de  $a_2$ ,  $x_B$  et  $x_C$ .

c/ Déduire d'après a / et b/ l'expression de  $V_C$  en fonction de  $a_1$ ,  $a_2$  et  $x_B$ . Calculer sa valeur

2/ a. Calculer la distance parcourue AC pendant la 1<sup>ère</sup> phase.

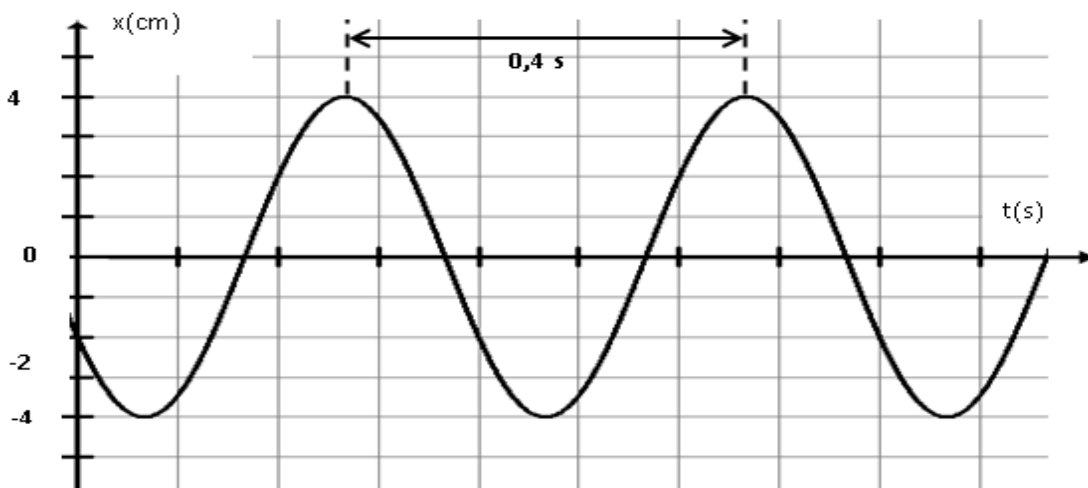
b. Calculer sa durée.

3/ a) Déduire la distance parcourue CB pendant la 2<sup>ème</sup> phase.

b) Calculer la durée du trajet AB.

### Exercice 7

Un solide supposé ponctuel est attaché à un ressort à l'instant  $t = 0\text{s}$ ; le solide est ramené au point d'abscisse  $x_0$ ; on lui communique une vitesse  $\vec{V}_0$  et on l'abandonne à lui-même, il effectue donc un mouvement rectiligne sinusoïdal dont l'enregistrement est donné par la figure suivante.



1°) a – En exploitation l'enregistrement déterminer :

- la pulsation du mouvement  $\omega$ .
- l'élongation initiale  $x_0$ .
- l'amplitude  $X_m$ .

- la phase initiale  $\varphi$ .
- b – En déduire la loi horaire  $x = f(t)$ .
- 2°) a – Déterminer l'expression de la vitesse en fonction du temps.
  - b – En déduire la valeur algébrique de la vitesse initiale  $\vec{V}_0$ .
- 3°) A l'instant  $t_1 > 0$ ; le mobile **repasse** pour la **première fois** par la position d'abscisse  $x_0$  dans le sens négatif.
  - a- Déterminer graphiquement  $t_1$ .
  - b- Retrouver  $t_1$  par le calcul.
- 4°) Déterminer la valeur algébrique de la vitesse du solide lors de son premier passage par la position d'abscisse  $x = 2 \text{ cm}$ .

### Exercice8

Un point mobile M est animé d'un mouvement circulaire accélération angulaire est  $\ddot{\theta} = -\frac{\pi}{5} \text{ rad.s}^{-2}$  entre les instants  $t_0 = 0 \text{ s}$  et  $t_1 = 20 \text{ s}$ . Le rayon de sa trajectoire est  $R = 25 \text{ cm}$ .

A l'origine des dates, M part de la position d'abscisse angulaire  $\frac{\pi}{3}$  avec une vitesse angulaire initiale  $\dot{\theta}_0 = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$ .

- 1- Quelle est la nature de mouvement du mobile.
- 2- Donner les expressions de sa vitesse angulaire  $\dot{\theta}$  et de son élongation angulaire  $\theta$  en fonction du temps.
- 3- a- Montrer que ce mouvement comporte deux phases.  
b- Déterminer le nombre de tours effectué par le mobile pendant la première phase du mouvement.
- 4- Calculer à la date  $t_1$ 
  - a- La vitesse angulaire  $\dot{\theta}_1$  ainsi que la vitesse linéaire du mobile.
  - b- l'accélération normale et l'accélération tangentielle du mobile. Déduire la valeur de son accélération linéaire.
- 5- A partir de la date  $t_1$ , le mouvement du mobile M est circulaire uniforme à la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_1$ . Calculer :
  - a- La période de ce mouvement. Déduire sa fréquence.
  - b. Montrer que l'accélération linéaire d'un mouvement circulaire uniforme est égale à l'accélération normale.

### Exercice9

Une automobile se déplace sur une route horizontale à la vitesse constante de valeur  $\|\vec{v}_0\| = 16 \text{ m.s}^{-1}$ . Lorsqu'elle est à une distance  $d = 200 \text{ m}$  du feu, le feu vert s'allume et reste pendant 11s.

*Dans tout l'exercice, on prendra comme origine des temps ( $t = 0 \text{ s}$ ), l'instant où le feu vert s'allume et l'origine des espaces ( $x_0 = 0 \text{ m}$ ), la position de la voiture à cet instant. Le sens positif est le sens du mouvement.*



1) A partir de l'instant de date  $t = 0 \text{ s}$ , l'automobiliste accélère et impose à sa voiture une accélération constante. A l'instant  $t_1$ , sa vitesse prend la valeur  $v_1 = 21 \text{ m.s}^{-1}$ . Entre  $t = 0 \text{ s}$  et  $t_1$ , l'automobiliste parcourt  $100 \text{ m}$ .

- a) Déterminer l'accélération  $a_1$ .
- b) Déterminer la date  $t_1$ .
- c) Ecrire la loi horaire du mouvement de la voiture pour  $t \in [0, t_1]$ .

2) A partir de l'instant  $t_1$ , l'automobiliste maintient sa vitesse constante.

- a) Ecrire la loi horaire du mouvement de la voiture pour  $t \geq t_1$ .
- b) La voiture passe-t-elle devant le feu lorsqu'il est vert ? Justifier la réponse

3. Si l'instant  $t_1$ , l'automobiliste freine et impose à sa voiture un mouvement uniformément retardé d'accélération  $a_2 = -2 \text{ m.s}^{-2}$

- a) Calculer la distance parcourue par la voiture du début de freinage jusqu'à son arrêt
- b) Déterminer la vitesse  $v_2$  de la voiture en passant devant le feu et la date  $t_2$  correspondante à ce passage.
- c) Vérifier que la voiture est passée lorsque le feu n'est plus vert.

# DYNAMIQUE

## Exercice1

Dans ce problème on prendra  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ . Tous les calculs seront effectués à  $10^{-2}$  près. Un solide (S) de masse  $m = 50 \text{ g}$ , de dimension négligeable, peut glisser sur une piste ABCD située dans un plan vertical :

- AB est la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale ;  $AB = 1,6 \text{ m}$ .
- BCD est le quart d'un cercle de centre I et de rayon  $r = 0,9 \text{ m}$  ; C est situé sur la verticale passant par I (voir figure).

1. On néglige les frottements. Le solide (S) part du point A sans vitesse.

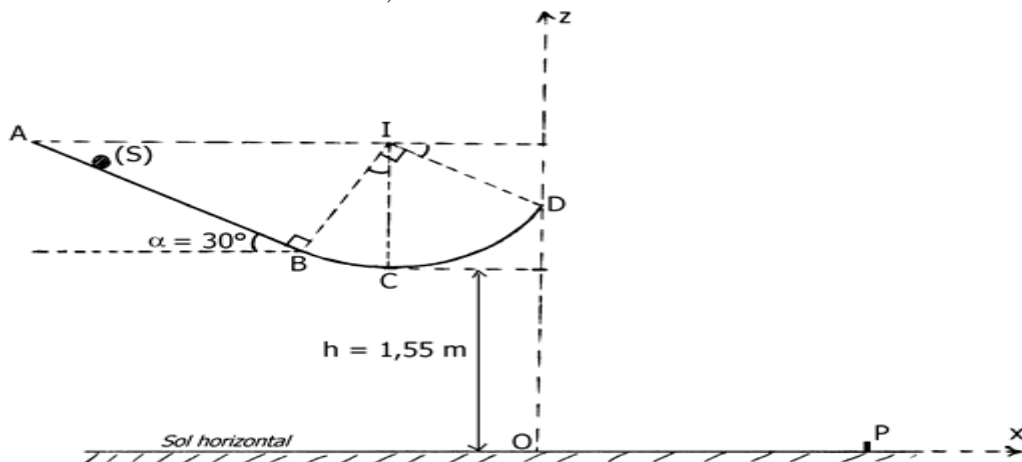
- a) Calculer sa vitesse en B, en C et en D.
  - b) Calculer l'intensité de la force  $\vec{R}$  exercée par la piste sur le solide (S) en C et en D.
  - c) Donner les caractéristiques du vecteur vitesse  $\vec{V}_D$  du solide (S) au point D.
2. On néglige la résistance de l'air. A partir du point D, le solide (S) tombe dans le vide avec la vitesse  $\vec{V}_D$  précédente. Le point C est situé à la hauteur  $h = 1,55 \text{ m}$  du sol horizontal.
- a) Donner l'équation cartésienne de la trajectoire du mouvement de (S) à partir du point D, dans le repère (O, x, z).
  - b) Jusqu'à quelle hauteur H au-dessus du sol horizontal monte le solide (S) ?
  - c) Calculer la distance OP où P est le point d'impact du solide (S) sur le sol horizontal.

3. Dans cette question, la piste exerce au mouvement du solide (S) une force de frottements  $\vec{f}$  parallèle et de sens contraire à sa vitesse à chaque instant, et d'intensité constante le long de ABCD. Partant de A sans vitesse, le solide (S) s'arrête au point D.

a) Etablir en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $R$  et  $\alpha$ , l'expression algébrique du travail  $W_{\vec{f}}$  de la force de frottements entre les points A et D. Calculer  $W_{\vec{f}}$

b) En déduire l'intensité de la force  $\vec{f}$

**On donne :**  $\cos 30^\circ = 0,86$ .



## Exercice2

Un avion de guerre supersonique est animé d'un mouvement rectiligne uniforme à la vitesse  $V_0 = 400 \text{ m.s}^{-1}$  vole à une altitude de **2000 m**, son radar a détecté un véhicule de transport de soldats ennemis supposé ponctuel, immobile au point A, le pilote a décidé de les attaquer, malgré l'interdiction de ce fait par la loi de Genève. En passant par O origine du repère l'avion ( $O, \vec{i}, \vec{j}$ ) a lâché, à une date prise comme origine de temps, une bombe qui après

quelques secondes adétériorécomplètement le véhicule et a tué tous les soldats.

En négligeant la force résistance de l'air et en appliquant la relation fondamentale de la dynamique à la bombe déterminer les composantes selon l'axe (0,x) et selon l'axe (O,y) de son accélération.

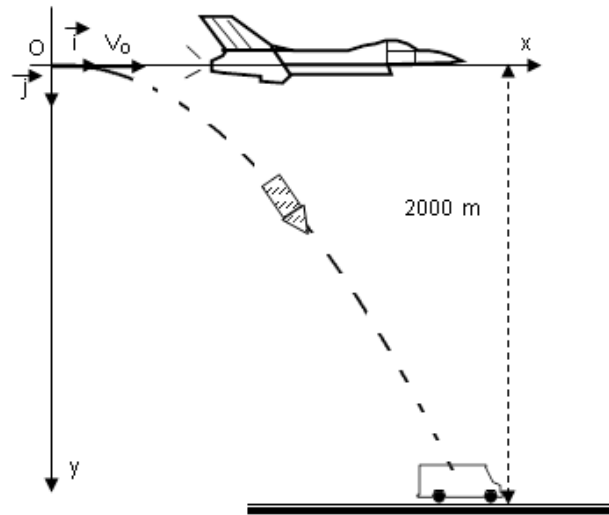
1- Etablir les lois horaires de mouvement de la bombe selon les deux axes.

2- En déduire l'équation de la trajectoire de la bombe relativement au repère (O,i,j).

3- A quelle distance de la verticale passant par O se trouvait le véhicule ? Déterminer la date d'arrivée de la bombe au véhicule.

4- Où se trouvait l'avion à la date d'arrivée de la bombe au véhicule ?

Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse de la bombe lorsqu'elle se trouvait à **1000 m** au-dessus du sol.



## Exercice3

Dans tout le problème, on néglige les frottements et on prend pour l'intensité de pesanteur  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ .

Un pendule simple est constitué par une bille ponctuelle  $M_1$  de masse  $m_1 = 200 \text{ g}$  suspendue au bout d'un fil inextensible de masse négligeable et de longueur  $\ell = 0,9 \text{ m}$ .

1) On écarte le pendule d'un angle  $\alpha$  par rapport à sa position d'équilibre verticale et on le lâche sans vitesse initiale. La vitesse de la bille  $M_1$  lors de son passage à la position d'équilibre est  $v = 3 \text{ m.s}^{-1}$ . Calculer la valeur de l'angle  $\alpha$ .

2) Lors de son passage à la position d'équilibre la bille  $M_1$  heurte, au cours d'un choc parfaitement élastique, une autre bille ponctuelle  $M_2$  immobile de masse  $m_2 = 100 \text{ g}$ . (figure

2) La vitesse de la bille  $M_2$ , juste après le choc, est  $v_A = 4 \text{ m.s}^{-1}$ . Calculer la vitesse de la bille  $M_1$  juste après le choc en appliquant la conservation de la quantité de mouvement.

3) La bille  $M_2$  est propulsée avec la vitesse  $V_A$  sur une piste qui comporte trois parties :

- Une partie horizontale AB,
- Une certaine courbe BC,
- Un arc de cercle CD, de rayon  $r$  et de centre O.

Les points O, A, B et E se trouvent dans un même plan horizontal.

a) Exprimer, en fonction de  $g$ ,  $r$ ,  $\beta$  et  $v_A$ , la vitesse de la bille  $M_2$  au point I

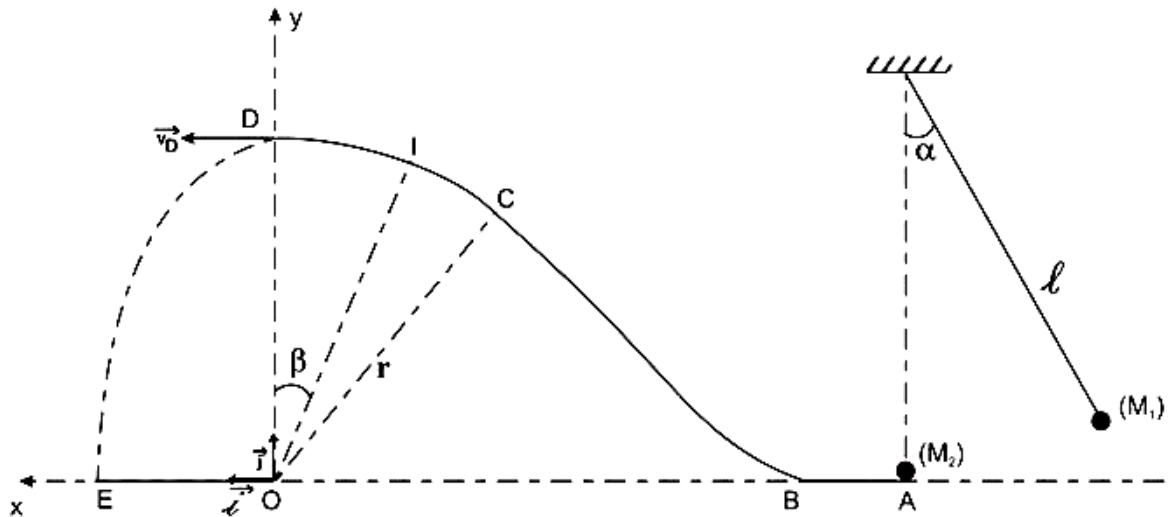
b) Exprimer, en fonction de  $m_2$ ,  $g$ ,  $r$ ,  $\beta$  et  $v_A$ , l'intensité de la réaction de la piste sur la bille  $M_2$  au point I.

c) La bille  $M_2$  arrive au point D avec une vitesse horizontale de valeur  $v_D = 1 \text{ m.s}^{-1}$ . Calculer la valeur de  $r$ .

4) Arrivée au point D, la bille  $M_2$  quitte la piste avec la vitesse  $\vec{v}_D$  précédente et tombe en chute libre.

a) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille  $M_2$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

b) Calculer la distance OE.



#### Exercice 4

Dans tout l'exercice, on suppose que le mouvement des protons a lieu dans le vide. Et on néglige leur poids devant les autres forces. On considère le dispositif de la figure ci-dessous. Des protons sont émis en C avec une vitesse quasiment nulle, puis accélérés entre les points C et D des plaques  $P_1$  et  $P_2$

1. Préciser le signe de la tension  $U_{CD}$  pour que les électrons soient accélérés. Justifier votre réponse.

2. On posera par la suite  $|U_{CD}| = U$

2.1. Exprimer la vitesse d'un proton en D en fonction de  $U, e$  et  $m_p$

2.2. Calculer cette vitesse.

3. Après la traversée de la plaque  $P_1$  en D, les électrons pénètrent en O entre deux plaques parallèles  $P_3$  et  $P_4$  de longueur  $l$  et distantes de  $d$ . La tension  $U'$  appliquée entre ces plaques crée un champ électrostatique  $\vec{E}$  uniforme. On donne  $l=20\text{cm}$  et  $d=7\text{cm}$ .

3.1. Montrer que l'énergie cinétique se conserve entre D et O.

3.2. Etablir dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  les équations du mouvement d'un proton dans la région limitée par les deux plaques  $P_3$  et  $P_4$

3.3. Vérifier que l'équation de la trajectoire peut s'écrire :  $y = -\frac{U'}{4dU} x^2$

3.4. Déterminer la condition à laquelle doit satisfaire la tension  $U'$  pour que les protons sortent du champ électrostatique  $\vec{E}$  sans heurter la plaque  $P_4$

3.5. Déterminer  $U'$  pour que les protons sortent du champ en passant le point S de coordonnées  $(l, -\frac{d}{5})$

4. A la sortie du champ électrostatique par le point S, les protons sont reçus en J sur un écran plat E placé perpendiculairement à l'axe Ox

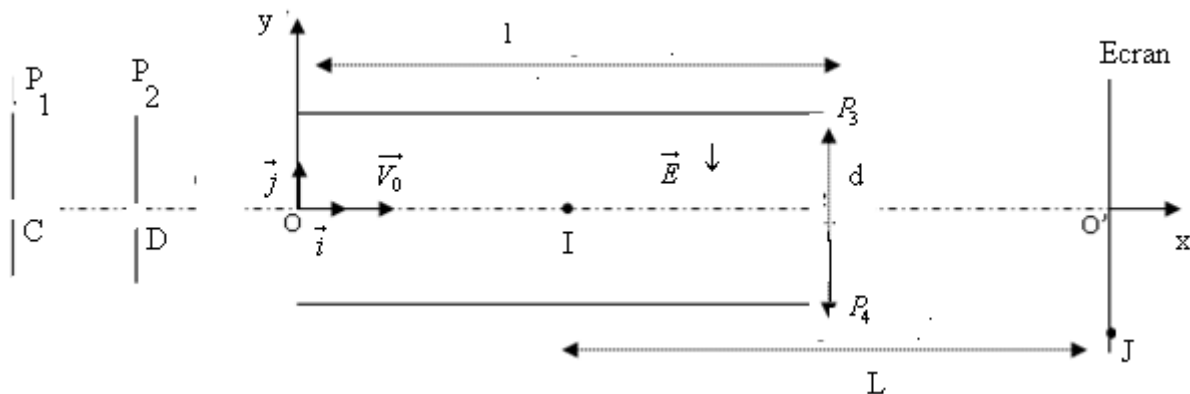
4.1. Représenter qualitativement la trajectoire d'un proton entre O et J

4.2. Etablir l'expression littérale de la déviation O' J du spot sur l'écran

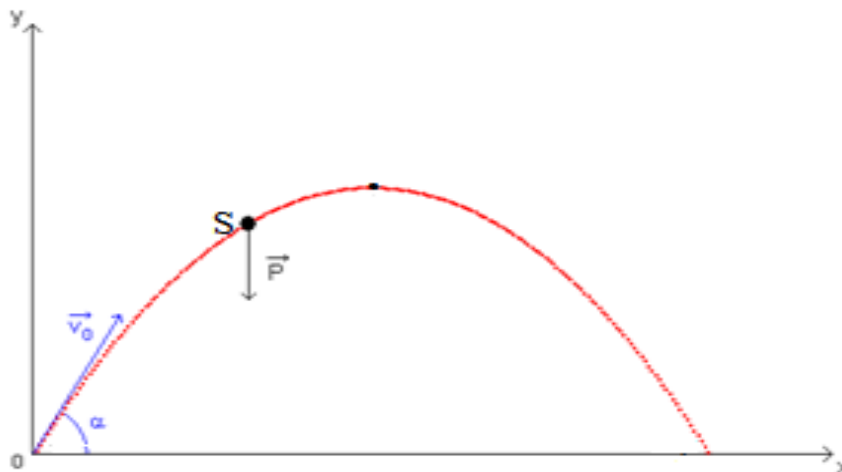
4.3. Calculer la distance O'J.

On donne :  $L=20\text{cm}$  ;  $U=10^3\text{V}$  ; masse du proton :  $m_p=1,67\cdot 10^{-27}\text{kg}$  ;  $OI = \frac{l}{2}$

Charge élémentaire :  $e = 1,6\cdot 10^{-19}\text{C}$



### Exercice5



Un dispositif permet de lancer une bille à la vitesse  $v_0 = 16\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

La bille part d'un point O, vers le haut, suivant une direction faisant l'angle  $\alpha$  avec la verticale.

- 1) Déterminer les lois horaires du mouvement.
- 2) Quelle est l'équation de la trajectoire ?
- 3) a- Pendant combien de temps la bille s'élève-t-elle avant de descendre ?  
b- Quelle est sa vitesse à la fin de cette phase ascendante ?

( $\alpha = 50^\circ$ )

4) Quelle est l'altitude maximale atteinte par la bille, comptée à partir de son point de départ O ?

La bille retombe sur l'axe Ox en P.

- 5) a- Déterminer la distance OP.  
b- Pour quelle valeur de  $\alpha$ , OP est-elle maximale ?

Soit Q un point de l'axe Ox d'abscisse  $x_0 = 10\text{ m}$ .

- 6) Montrer qu'il y a deux angles de tir  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  permettant d'atteindre Q.

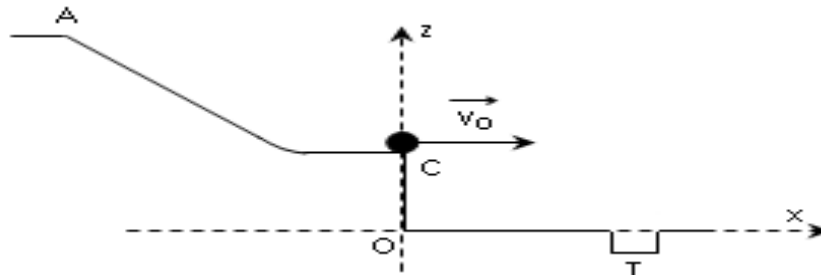
$$\left( \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \right)$$

### Exercice6

Une balle B de mini-golf est poussée en A à l'aide d'un club. La balle, supposée ponctuelle, dévale la pente AC et décolle en C où elle commence alors un mouvement aérien vers le trou noté T.

On se propose d'étudier le mouvement de la balle B dans le repère (O, x, z) supposé galiléen. Dans tout l'exercice, on ne considèrera aucune force liée à l'atmosphère.

On précise que  $z_C = 40 \text{ cm}$  et  $g = 9,8 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$ .



#### I/ La trajectoire balistique de C vers T.

La balle quitte le point C de la rampe à la date  $t = 0$  avec une vitesse  $v_0$  horizontale égale à  $2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

- Qu'est-ce qu'un référentiel galiléen ?
- Faire le bilan des forces qui s'exercent sur la balle lors de cette phase. Conclure.
- Etablir les équations horaires de la vitesse et de la position de la balle B.
- En déduire l'équation  $z(x)$  de la trajectoire de la balle B.
- Quel doit être alors l'abscisse  $x_T$  du trou T pour que la balle tombe directement dedans ?
- Déterminer la date  $t_F$  à laquelle la balle B tombe dans le trou.

#### II/ Le mouvement sur la rampe.

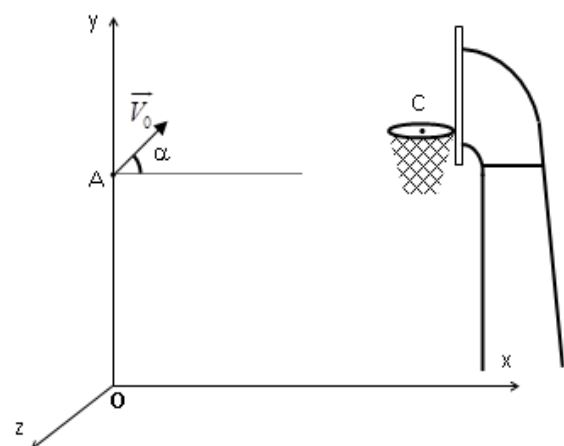
La balle quitte le point A avec une vitesse de  $0,80 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

- Déterminer la hauteur  $z_A$  de A nécessaire pour que la balle arrive en C avec la vitesse de  $2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .
- Expliquer pourquoi la vitesse  $v_0$  est parfaitement horizontale lorsque la balle quitte le point C.

### Exercice7

Lors d'un match de basket, pour marquer un panier, il faut que le ballon passe dans un cercle métallique situé dans un plan horizontal, à 3m du sol. On assimile le ballon à un point matériel qui doit passer exactement au centre C du cercle métallique.  $xOy$  est un plan vertical contenant le point C ;  $xOz$  est le plan du sol supposé horizontal.

1/ D'un point A de Oy situé à 2m du sol, un basketteur, sans adversaire, lance le ballon, avec une vitesse  $\vec{V}_0$  contenue dans le plan



xOy et dont la direction fait un angle  $\alpha=45^\circ$  avec un plan horizontal. On négligera l'action de l'air et on prendra  $g=10\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

a- Montrer que la trajectoire est plane.

b- Etablir l'équation de cette trajectoire dans le système d'axes indiqué, en fonction de la valeur  $V_0$  de la vitesse initiale.

c- Quelle doit être la valeur de  $V_0$  pour que le panier soit réussi, sachant que les verticales de A et de C sont distantes de 7,1m ?

d- Quelle est la durée du trajet effectué par le ballon du point A au point C ?

2/ Voulant arrêter le ballon, un adversaire situé à 0,9m du tireur, saute verticalement en levant les bras. La hauteur atteinte alors par ses mains est de 2,7m au-dessus du sol.

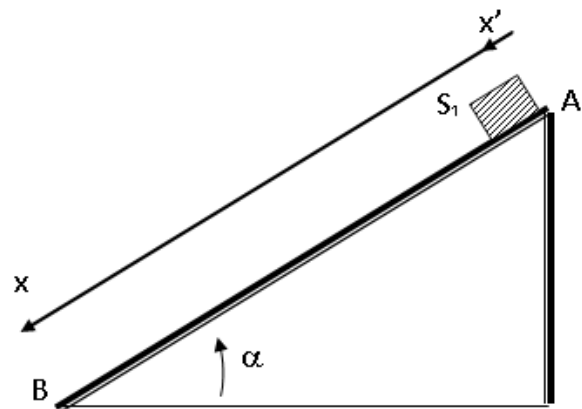
$\alpha$  et  $V_0$  ayant les mêmes valeurs que précédemment, le panier sera-t-il marqué ?

### Exercice 8

Les parties (A) et (B) sont indépendantes. On donne  $g = 10\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

#### A - Dans cette partie les frottements sont supposés négligeables.

A l'origine des dates, un solide  $S_1$  supposé ponctuel, de masse  $m_1 = 200\text{g}$  est lâché sans vitesse initiale en un point A d'un plan incliné (**fig 1**) dont la ligne de plus grande pente fait un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec l'horizontale. Le solide ( $S_1$ ) glisse sans frottement et arrive au point B, à la date  $t_B$ , ayant la vitesse  $V_B$ .



1- a- Représenter les forces exercées sur le solide ( $S_1$ )

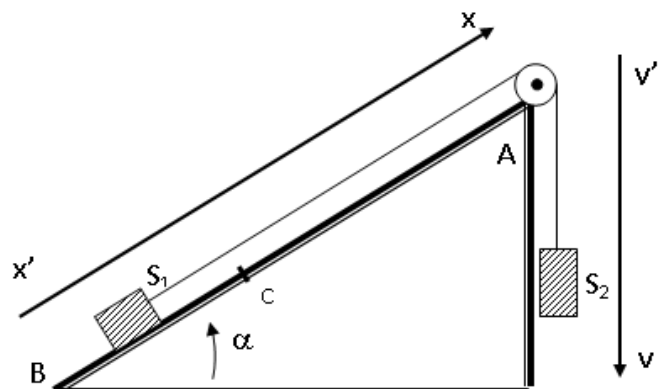
b- Etablir l'expression de son accélération  $a$ , déduire la nature de son mouvement. Calculer la valeur de  $a$ .

2) a- Calculer la valeur de la vitesse  $V_B$  sachant que la distance  $AB = 2,5\text{ m}$ .

b- Calculer la durée  $t_B$  du trajet AB.

#### B - Dans cette partie les frottements ne sont plus négligeables.

Dans cette partie on relie le solide ( $S_1$ ) à un solide ( $S_2$ ) de masse  $m_2 = m_1$  par un fil inextensible, de masse négligeable, qui passe sur la gorge d'une poulie (P) à axe fixe, dont on néglige la masse. A l'origine des dates ( $t=0$ ), ( $S_1$ ) part de B vers A sans vitesse initiale. Au cours de son mouvement ( $S_1$ ) est soumis à une force de frottement  $\vec{f}$  supposée constante, parallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné et de sens opposé au mouvement. (fig 2).



1-a- En appliquant la deuxième loi de Newton (R.F.D) au système, établir l'expression de son accélération  $a$  et déduire la nature du mouvement.

b- Sachant que la valeur de  $f$  est égale à  $0,2\text{ N}$ , calculer  $a$ .

2- A l'instant de date  $t_C = 1\text{ s}$ , le solide ( $S_1$ ) arrive en C à la vitesse  $V_C$ . Calculer  $V_C$ .

3- Au passage du solide ( $S_1$ ) par le point C, le fil est coupé.

a- Donner l'expression de la nouvelle accélération  $a_1$  du solide ( $S_1$ ) après la coupure du fil, déduire la nature de son mouvement.

b- Calculer la distance maximale (par rapport au point C) parcourue par le solide ( $S_1$ ) après la coupure du fil.

# Gravitation universelle

## Exercice1

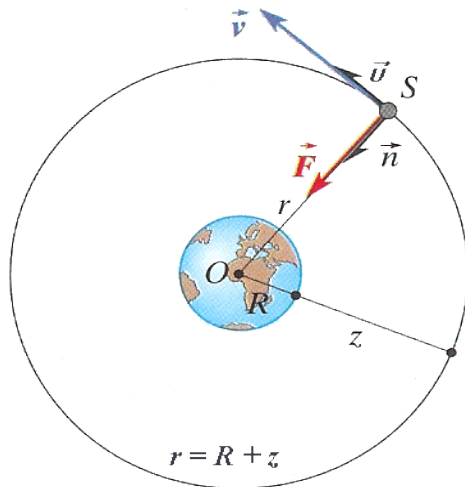
Un satellite artificiel de la Terre, de masse  $m$ , se déplace vitesse constante sur une orbite circulaire dans un référentiel galiléen lié au centre de la Terre à l'altitude  $h=3,6 \cdot 10^7$  m compté à partir de la surface de la Terre. La trajectoire est située dans le plan équatorial et le satellite tourne dans le sens de rotation de la Terre. Le rayon de la Terre est  $R=6,4 \cdot 10^6$  m

1 Calculer la valeur de l'intensité  $g$  du champ de pesanteur à l'altitude  $h$ , sachant qu'à la surface de la Terre  $g_0=9,8\text{ms}^{-2}$ . On rappelle la loi de la gravitation universelle  $F = k \frac{Mm}{r^2}$  où

$M$  est la masse de la Terre et  $r$  la distance du satellite au centre de la Terre.

2. Faire le bilan des forces appliquées au satellite supposé ponctuel et en déduire sa vitesse

3. Déterminer la période du mouvement dans le repère galiléen considéré ici.



## Exercice2

La Terre est assimilée à une sphère de rayon  $R_T$  et de masse  $M_T$ . Elle possède une répartition de masse à symétrie sphérique.

1. On suppose galiléen, le repère géocentrique dont l'origine coïncide avec le centre de la Terre et dont les axes ont une direction fixe par rapport aux étoiles

1. Deux corps sphériques de masse  $m_1$  et  $m_2$ , dont les centres sont distants de  $r$  exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction ayant pour intensité :

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$G$  est la constante de gravitation universelle

1.1

1.1.1. Ecrire l'expression de l'intensité  $F_0$  de la force que la Terre exerce sur un corps ponctuel de masse  $m=1\text{Kg}$  placé à surface

1.1.2.a) Déduire de la question 1.1.1, l'expression de la masse  $M_T$  de la Terre en fonction de  $g_0$ ,  $R_T$  et  $G$

b) Calculer  $M_T$

On donne :  $G=6,67 \cdot 10^{-11}$  S.I.,  $g_0=9,8\text{ms}^{-2}$ ,  $R_T=6370\text{Km}$

1.2. Montrer qu'à l'altitude  $h$  au-dessus de la Terre, l'intensité du champ de gravitation est

donnée par la relation :  $g = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$

$g_0$  est l'intensité du champ de gravitation terrestre au niveau du sol

2. Un satellite assimilé à un point matériel décrit une orbite circulaire dont son centre est confondu avec celui de la Terre. Il est à l'altitude  $h$ .

2.1. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

2.2. Etablir en fonction  $g_0, R_T$  et  $h$ .

2.2.1. la vitesse  $v$  du satellite ;

2.2.2. La période  $T$  du satellite ;

2.3. Calculer  $v$  et  $T$

2.4. On pose  $r = R_T + h$

2.4.1. Montrer que le rapport  $\frac{T^2}{r^3} = \text{cte}$  est égal à une constante. C'est la 3<sup>e</sup> de Kepler

2.4.2. Exprimer le rapport  $\frac{T^2}{r^3} = \text{cte}$  en fonction de  $M_T$  et  $G$

2.4.3. Calculer la masse  $M_T$  de la Terre. Cette valeur est-elle compatible avec celle de la question 1.1.2. On donne  $h = 300 \text{ km}$ .

### Exercice 3

La terre est assimilée à une sphère homogène de centre  $O$  de masse  $M$  et de rayon  $R$ . Le champ de gravitation créé par la Terre en tout point  $A$  de l'espace situé à une distance  $r$  du point  $O$  est :

$$\vec{g} = -\frac{GM}{r^2} \vec{u} \quad \text{et} \quad \vec{u} = \frac{\vec{OA}}{\|\vec{OA}\|}$$

$G$  : Constante universelle de gravitation

1. Un satellite (S) de masse  $m$  décrit un mouvement uniforme sur une orbite circulaire de  $r$  autour de la Terre. Le mouvement est rapporté par rapport au repère géocentrique et on suppose que (S) soumis à la seule action du champ de gravitation terrestre

1.1. Exprimer la vitesse  $V$  de (S) en fonction de l'intensité  $G_0$  du champ de gravitation du sol, de  $R$  et  $r$

1.2. En déduire l'expression de la période  $T$  du mouvement. Calculer  $T$

On donne  $R = 6400 \text{ km}$  ;  $G_0 = 9,8 \text{ ms}^{-2}$  ;  $r = 8000 \text{ km}$

2°) 2.1. A partir du travail élémentaire  $dw = -fdr$  de la force de gravitation exercée par la Terre sur le satellite ; montrer que le travail de cette force lors du déplacement du sol jusqu'à

l'orbite de rayon  $r$  est donné par :  $W = mG_0R^2 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$

2.2. En déduire l'expression de l'énergie potentielle du système Terre-satellite en fonction de  $G_0$ ,  $m$ ,  $r$  et  $R$ . On choisira le niveau du sol comme étant de référence pour l'énergie potentielle

2.3. Exprimer l'énergie cinétique de (S) en fonction de  $G_0$ ,  $m$ ,  $r$  et  $R$

En déduire l'expression de l'énergie mécanique  $E$

3. Il se produit une très faible variation  $dr$  du rayon  $r$ , telle que la trajectoire puisse toujours être considérée comme circulaire

3.1. Exprimer la variation  $dv$  de la vitesse qui en résulte et montrer que  $dv = -\frac{\pi}{T} dr$

3.2. La variation de  $dr$  est en réalité due au travail  $dw_f$  des forces de frottements exercées par les couches raréfiées de l'atmosphère pendant le déplacement. Du signe de  $dw_f$ , déduire l'effet de ces forces sur l'altitude et la vitesse de (S).

#### Exercice 4

On assimile le Soleil à une sphère de rayon  $R_S$  et de masse  $M_S$  présentant une répartition de masse à symétrie sphérique. On suppose que la trajectoire de la Terre autour du Soleil est un cercle de rayon  $r$ .

1 - Donner l'expression littérale du champ de gravitation  $G_{0S}$  à la surface du Soleil. Calculer sa valeur numérique.

2 - Donner l'expression littérale du champ de gravitation  $G_S$  en un point de l'orbite terrestre autour du Soleil. Calculer sa valeur numérique.

3 - Comparer la valeur du champ de gravitation  $G_S$  précédente à celle  $G_{0T}$  du champ de gravitation terrestre au niveau du sol. Conclure.

#### Données :

$$R_S = 7,0 \cdot 10^5 \text{ km} \quad M_S = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad r = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$$

$$\text{Constante de gravitation universelle : } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$$

$$\text{Champ de gravitation au niveau du sol : } G_{0T} = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Soit  $M_L$  et  $M_T$  les masses respectives de la Lune et de la Terre, ces astres étant supposés sphériques. Soit  $R_L$  et  $R_T$  leurs rayons. On a les relations  $M_T = 81 \cdot M_L$  et  $R_T = \frac{11}{3} R_L$ .

4 - Calculer la valeur du champ de gravitation lunaire  $G_{0L}$  au niveau de son sol.

5 - Il existe sur la ligne joignant les deux astres Terre et Lune un point où les champs de gravitation lunaire et terrestre se compensent.

a - Situer ce point M remarquable en calculant sa distance  $d$  au centre de la Terre.

b - Indiquer, sur le segment Terre-Lune, le domaine où l'action gravitationnelle d'un des deux astres est prépondérante.

**Données :** Distance Terre-Lune :  $D = 380\,000 \text{ km}$ .

#### Exercice 5

|                  |  |   |
|------------------|--|---|
| <i>Données :</i> | <i>Masse de la Terre</i>                             | $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$  |
|                  | <i>Rayon de la Terre</i>                             | $R_T = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$      |
|                  | <i>Masse du Soleil</i>                               | $M_S = 333 \times 10^3 \times M_T$      |
|                  | <i>Constante universelle de gravitation</i>          | $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ S.I.}$ |
|                  | <i>Valeur du champ de pesanteur au niveau du sol</i> | $g = 9,81 \text{ m/s}^2$                |

#### 1Lancement d'un satellite

On étudie le lancement d'un satellite artificiel à partir d'un point O de la surface terrestre.

1.a. Établir l'expression de la vitesse du point O de la surface terrestre, dans le référentiel géocentrique  $R_g$  (assimilé ici à un référentiel galiléen) en fonction de la vitesse angulaire de rotation de la Terre autour de l'axe de ses pôles (cette vitesse angulaire est notée  $\Omega$ ), du rayon terrestre  $R_T$  et de la latitude  $\lambda$  du lieu du lancement.

1.b. En déduire les conditions les plus favorables pour le lancement du satellite. Parmi les trois champs de tirs suivants, lequel choisir de préférence ?

Baïkonour au Kazakhstan  $\lambda = 46^\circ$  ;

Cap Canaveral aux USA  $\lambda = 28,5^\circ$  ;

Kourou en Guyane française  $\lambda = 5,23^\circ$ .

1.c. Établir l'expression de l'énergie potentielle de gravitation d'un satellite en fonction de son altitude  $z$  par rapport au sol. On prend pour référence une énergie potentielle nulle à l'infini. En déduire l'expression de l'énergie mécanique du satellite sur sa base de lancement dans le référentiel géocentrique.

1.d. On appelle ici vitesse de libération  $v_1$ , la vitesse verticale minimale qu'il faut communiquer initialement au satellite par rapport au sol, pour qu'il puisse se libérer de l'attraction terrestre. Donner l'expression de  $v_1$ . Calculer sa valeur numérique dans le cas où le satellite est lancé de la base de Kourou (on tient donc compte de la rotation de la terre).

## **2. Satellite artificiel en orbite**

On considère un satellite artificiel de masse  $m$  en mouvement circulaire autour de la Terre.

2.a. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme. Établir l'expression de la vitesse du satellite en fonction de son altitude ainsi que la troisième loi de Kepler liant la période de rotation  $T$  du satellite au rayon  $r$  de sa trajectoire.

2.b. Calculer le rayon de l'orbite d'un satellite géostationnaire .

2.c. Soit un satellite d'énergie mécanique initiale  $E_{m_0}$ . Son orbite est relativement basse et il subit donc les frottements des couches hautes de l'atmosphère. Il s'ensuit que l'énergie mécanique du satellite varie selon la loi :

$E_m = E_{m_0} (1 + b t)$ ,  $b$  étant un coefficient constant positif.

En supposant que la trajectoire reste approximativement circulaire.

Établir l'expression du rayon  $r$  et de la vitesse  $v$  du satellite en fonction du temps. Comparer les évolutions de  $r$  et de  $v$  ainsi que celles des énergies potentielle et cinétique. Que devient l'énergie perdue ?

### **Exercice 6**

Pour mettre un satellite en orbite, une fusée  $a$ , au décollage, une poussée de  $7,5 \cdot 10^5$  N. La masse totale de la fusée est de 40 tonnes.

1) Quelle est l'accélération de la fusée ?

2) Le satellite est placé sur une orbite circulaire de rayon  $r$ . Exprimer la vitesse  $v$  et la période  $T$  du mouvement du satellite en fonction de  $K$ , constante universelle de gravitation,  $r$  et  $M$ , la

masse de la terre. En déduire que  $\frac{T^2}{R^3} = \text{constante}$ .

3) La courbe reproduite en annexe donne la représentation graphique de  $T^2$  en fonction de  $r^3$ . Elle est obtenue à partir de données numériques sur la période  $T$  et le rayon  $r$  de quelques satellites qui tournent autour de la Terre. Déduire de la courbe la valeur de la masse  $M$  de la Terre.

$$K = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ U.S.I.}$$

4) Le satellite est placé sur une orbite de rayon  $r$ , contenu dans le plan équatorial.

a) Exprimer les énergies potentielles  $E_P$ ,  $E_C$  et totale  $E_T$  du satellite en fonction de la masse  $M$  de la Terre, de la masse  $m$  du satellite et de  $r$ . «  $E_P$  est nulle lorsque le satellite est infiniment éloigné de la Terre ».

b) Avant d'être placé sur son orbite de rayon  $r$ , le satellite, était posé sur le sol, en un point  $P$  de latitude  $\lambda$ . Sa vitesse était, la vitesse  $V_e$  due à la rotation de la Terre, supposée sphérique de rayon  $R$ . Donner l'expression de  $V_e$  en fonction de  $\omega_T$ , vitesse angulaire de rotation de la

Terre,  $R$  et  $\lambda$ . Déterminer les expressions des énergies potentielles  $E_p$ , cinétique  $E_c$  et totale  $E_T$  du satellite au point P.

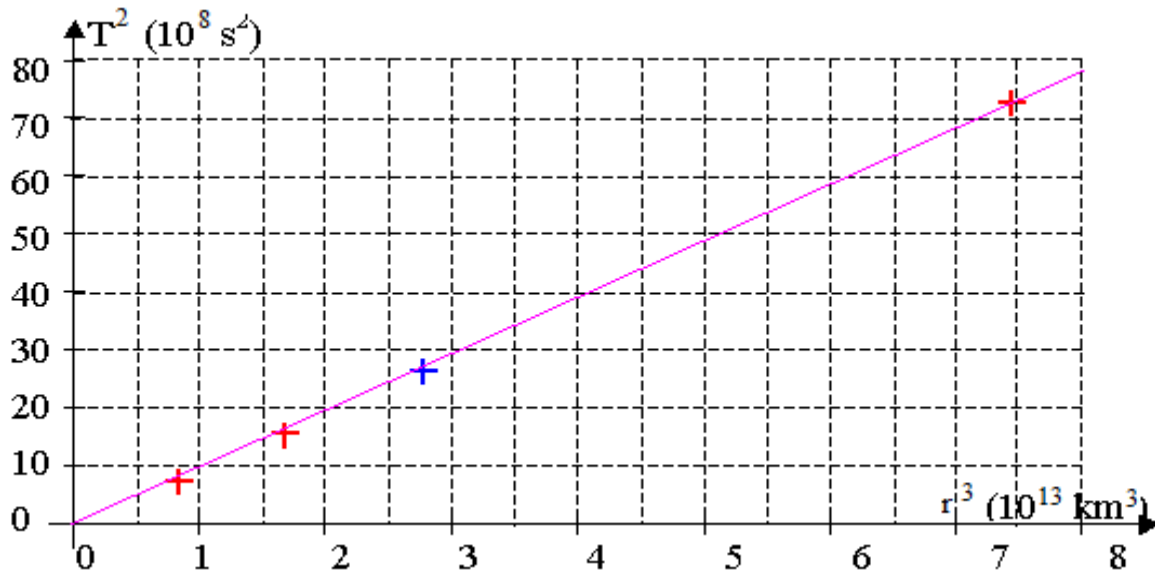
5) a- Pour placer le satellite sur son orbite, il a fallu lui fournir l'énergie  $\Delta E = E_T - E_{T_i}$ .

Montrer que  $\Delta E$  varie avec  $\lambda$ .

b- On considérera que le satellite tourne dans le même sens que la Terre. Où doit-on choisir les bases de lancement pour l'énergie  $\Delta E$  soit minimale ?

6) La première vitesse cosmique  $V_1$  est la vitesse de satellisation circulaire à basse altitude autour de la Terre d'un engin spatial. Calculer  $V_1$  à l'altitude  $h = 100$  km.

On donne  $R = 6400$  km et la masse  $M$  de la Terre.



### Exercice 7

Un satellite supposé ponctuel, de masse  $m_s$ , décrit une orbite circulaire d'altitude  $h$  autour de la Terre assimilée à une sphère de rayon  $R_T$ . On fera l'étude dans un référentiel géocentrique considéré comme galiléen.

1) Etablir l'expression de l'intensité  $g$  du vecteur champ de pesanteur à l'altitude  $h$  en fonction de sa valeur  $g_0$ , au niveau du sol, de  $R_T$  et de  $h$ .

2) Déterminer l'expression de la vitesse  $v_s$  du satellite, celle de sa période et de son énergie cinétique.

Application numérique :  $m_s = 1020$  kg ;  $g_0 = 9,81$  m/s<sup>2</sup> ;  $R_T = 6400$  Km ;  $h = 400$  km.

3) L'énergie potentielle du satellite dans le champ de pesanteur à l'altitude  $h$  est donnée

par la relation :  $E_p = -\frac{K m_s M_T}{R_T + h}$  avec  $K$ , constante de gravitation et  $M_T$  masse de la Terre et

en convenant que  $E_p = 0$  pour  $h_{p\infty}$ .

Justifier le signe négatif et exprimer  $E_p$  en fonction de  $m_s$ ,  $g_0$ ,  $R_T$  et  $h$ . Déterminer l'expression de l'énergie mécanique  $E$  du satellite puis comparer  $E_p$  à  $E_c$  et  $E$  à  $E_c$ .

4) On fournit au satellite un supplément d'énergie  $\Delta E = +5.108$  J. Il prend alors une nouvelle orbite circulaire. Déterminer :

a. Sa nouvelle énergie cinétique et sa vitesse

b. Sa nouvelle énergie potentielle et son altitude.

### Exercice 8

Le 15 octobre 1997, le véhicule spatial Cassini emportait à son bord la sonde HUYGENS destinée à l'exploration des anneaux de Saturne. Titan, le plus gros satellite de Saturne, a été découvert en 1665

On étudie le mouvement supposé circulaire de Titan dans le référentiel centré sur Saturne et dont les trois axes sont dirigés vers trois étoiles lointaines supposées fixes

1. Reproduire le schéma ci-dessus et représenter qualitativement la force gravitationnelle qui agit sur Titan

2. Donner l'expression vectorielle de cette force

3. Etablir du vecteur accélération du centre d'inertie de Titan sur son orbite et le représenter qualitativement sur le schéma précédent

4. Montrer que le mouvement de Titan sur son orbite est uniforme

5. Etablir en fonction de  $G M_S$  et  $r_T$  :

5.1. l'expression de la vitesse  $V_T$  du centre d'inertie de Titan

5.2. l'expression de la période de révolution  $T_T$  de Titan autour de Saturne

6. Montrer qu'au cours de sa révolution autour de Saturne :

$$\frac{T_T^2}{r_T^3} = K = \text{constante (3}^\circ\text{loi de Kepler)}$$

7. En fait Saturne possède un cortège de satellites dont au moins 60 ont été identifiés à ce jour. Parmi eux, figurent Rhéa et Dioné découverts par Jean Dominique Cassini respectivement en 1672 et 1684

7.1. Montrer que ces deux satellites vérifient la 3<sup>e</sup> loi de Kepler

7.2. En déduire la masse  $M_S$  de Saturne

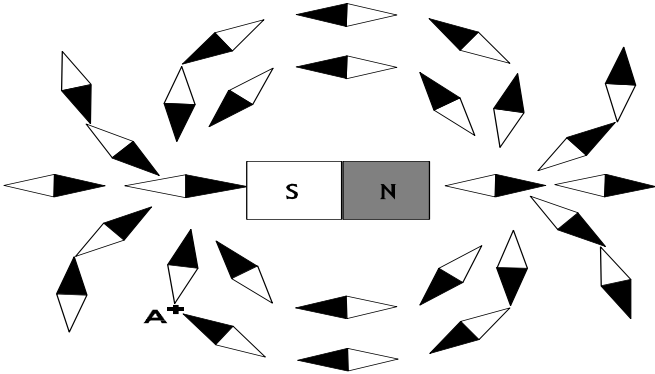
On donne :

- Constante de gravitation universelle  $G : G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I}$
- Rayon de l'orbite de Rhéa  $r_R = 527070 \text{ Km}$
- Période de révolution de Rhéa autour de Saturne  $T_R = 4,518 \text{ jours soit } 390355 \text{ s}$
- Rayon de l'orbite de Dioné  $r_D = 377400 \text{ Km}$
- Période de révolution de Dioné autour de Saturne  $T_D = 2,737 \text{ jours soit } 236477 \text{ s}$



## Généralité sur les champs magnétiques – Champs magnétiques des courants

### Exercice 1



1° Représenter le spectre de l'aimant représenté ci-contre.

2° On place au point A un capteur de champ magnétique, de sensibilité :  $20\text{mV} / \text{mT}$ .

Celui-ci indique  $227\text{mV}$ .

a) Calculer l'intensité du champ magnétique au point A.

b) Tracer le vecteur champ magnétique en ce point.

### Exercice 2



1° Tracer le spectre de l'aimant en U entre les deux pôles.

2° Orienter les lignes de champ.

3° Identifier les pôles de cet aimant.

4° Quelle propriété possède le vecteur  $B$  dans cette région de l'espace champ magnétique ?

Comment appelle-t-on un tel champ magnétique ?

### Exercice 3

Soit un solénoïde de longueur  $L = 50\text{cm}$ , constitué de 2000 spires et parcouru par un courant d'intensité  $1,5\text{A}$ .

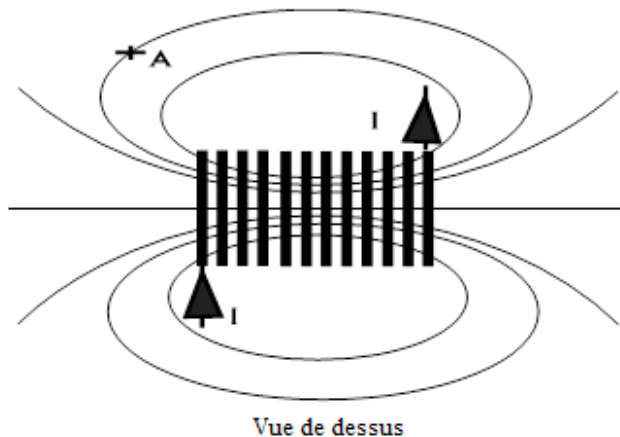
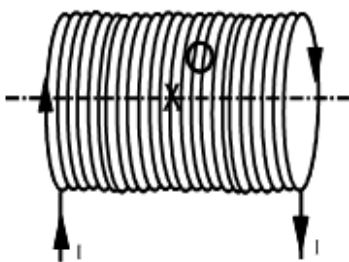
1° Identifier les pôles de ce solénoïde.

2° Calculer la norme du champ magnétique créé au centre de ce solénoïde.

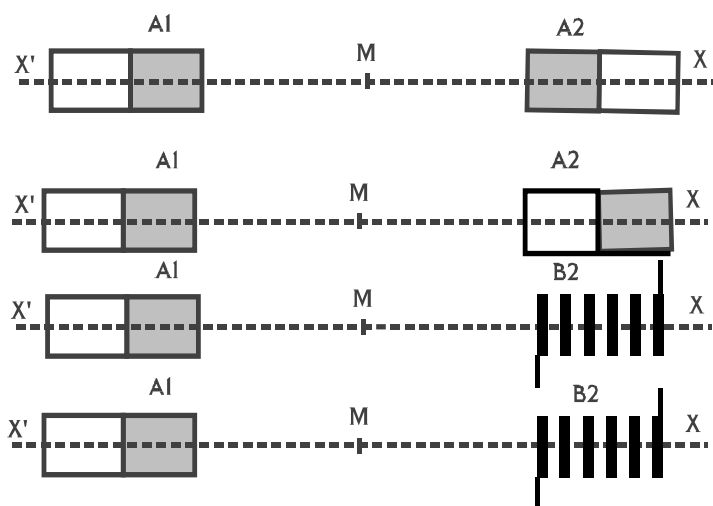
3° Représenter le vecteur champ magnétique en ce point.

4° La norme du champ en A est de  $0,5\text{mT}$ .

Représenter le vecteur champ magnétique en A.



### Exercice 4



Deux aimants droits  $A_1$  et  $A_2$  sont placés sur l'axe  $x'x$ . Chacun d'eux crée au point  $M$  situé à égale distance des deux sources, un champ magnétique de  $20\text{mT}$ .

1° Représenter le vecteur champ magnétique en  $M$ , lorsque les deux pôles en regard sont de même nom.

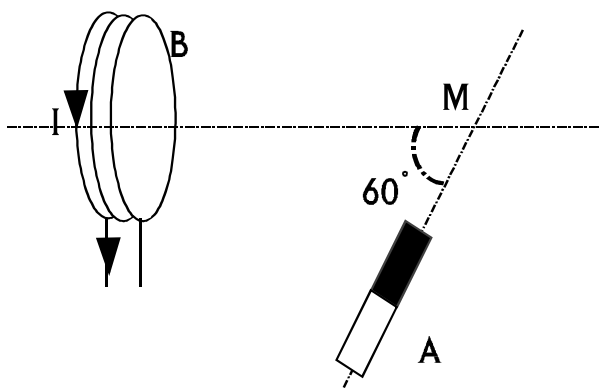
2° Même question lorsque les deux pôles sont de noms différents.

3° On remplace l'aimant  $A_2$  par une bobine  $B_2$ . On désire qu'au point  $M$  le champ résultant ait une norme égale à  $60\text{mT}$ .

Quelle doit être la norme du champ magnétique créé par la bobine ? (Deux cas sont envisageables).

Pour chaque cas, quel est le sens du courant dans la bobine ?

### Exercice 5



Une bobine parcourue par un courant d'intensité  $I$ , crée en  $M$  un champ magnétique de norme

$$B_1 = 2\text{mT}.$$

Un aimant  $A$  crée en  $M$  un champ magnétique de norme  $B_2 = 4\text{mT}$ .

1° Représenter les vecteurs champ magnétique créés en  $M$  par chacune des deux sources.

2° Représenter le vecteur champ magnétique résultant.

Déterminer sa norme.

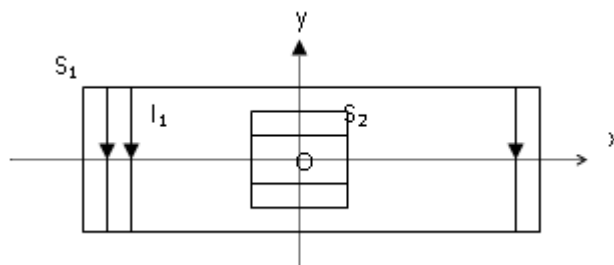
### Exercice 6

A l'intérieur d'un solénoïde  $S_1$  comportant  $n_1$  Spires par mètre, parcouru par un courant d'intensité  $I_1$ , on place un solénoïde  $S_2$  dont l'axe est orthogonal à celui de  $S_1$ , comportant  $n_2$  spires par mètre et parcouru par un courant  $I_2$ .

1/  $I_2=0$  ; Représenter le vecteur induction magnétique  $B_1$  au centre de  $S_1$  et exprimer son intensité en fonction de  $n_1$  et  $I_1$ .

2/  $I_2 \neq 0$  ; indiquer en le justifiant, le sens de  $I_2$  pour que le vecteur induction  $B_2$  crée au centre de  $S_2$  ait le même sens que l'axe ( $y'y$ ).

3/ Une petite aiguille aimantée, placée au centre  $O$  des deux solénoïdes prend une direction  $\alpha$  avec l'axe ( $x'x$ ).



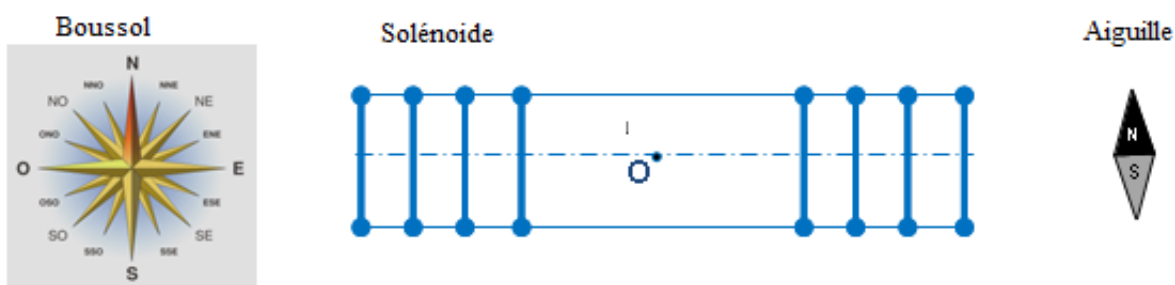
- a- Faire un schéma clair dans lequel sont représentés les vecteurs  $B_1$ ,  $B_2$  et l'aiguille.
- b- Exprimer le rapport  $n_2/n_1$  en fonction de  $\alpha$ ,  $I_1$  et  $I_2$ .
- c- Calculer  $n_1$  et  $n_2$  sachant que  $n_1 + n_2 = 500 \text{ spires.m}^{-1}$ . On donne  $\alpha = 63.2^\circ$ ;  $I_1=2A$  et  $I_2=1A$ . En déduire la valeur du champ résultant en O.

**Exercice 7**

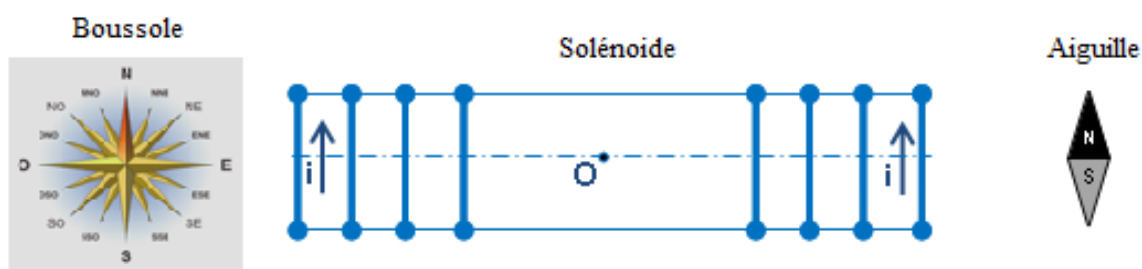
La valeur de la composante horizontale du champ géomagnétique étant trop faible pour être mesurée à l'aide d'un tesla mètre courant, on se propose de la déterminer de la manière suivante.

On place une aiguille aimantée sur pivot vertical au centre O d'un solénoïde long, à spires non jointives comportant  $n=200$  spires par mètre, de manière à pouvoir observer l'orientation de l'aiguille. Le solénoïde est alors disposé horizontalement, et orienté pour que son axe soit perpendiculaire à celui de l'aiguille aimantée. On alimente le solénoïde avec un courant d'intensité suffisante pour produire un champ magnétique en O de valeur  $B_S$ . On constate que l'axe de l'aiguille aimantée est dévié d'un angle  $\alpha$ .

1°) Indiquer sur le schéma suivant l'orientation de la boussole placée au point O en absence de courant.



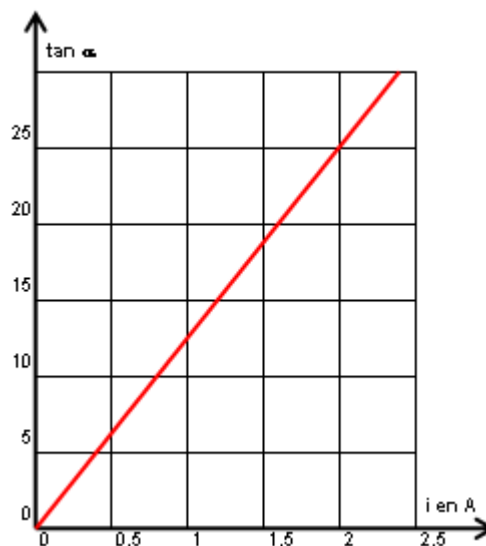
2°) Représenter sans souci d'échelle sur le schéma ci-dessous, le vecteur  $\vec{B}_S$  du champ magnétique créé par le courant électrique i au centre O du solénoïde. En déduire les faces nord et sud du solénoïde.



3°) Une étude expérimentale consiste à mesurer la valeur de la déviation  $\alpha$  de l'aiguille aimantée placée en O, pour différentes valeurs de l'intensité du courant i qui circule dans le

solénoïde. Les résultats obtenus ont permis de tracer la courbe ci-après.

- Déterminer l'équation numérique de la courbe  $\tan \alpha = f(i)$ .
- Faire un schéma sur lequel on représentera les vecteurs  $B_H$  et  $B_S$  (sans souci d'échelle) au point O.
- Trouver une relation entre la valeur de  $B_H$  et  $B_S$  et  $\alpha$ .
- En déduire la valeur de la composante horizontale  $B_H$  du champ géomagnétique.



### Exercice 8

On dispose d'un solénoïde de longueur  $L = 40$  cm et comportant  $N = 250$  spires. On le place de telle sorte que son axe soit horizontal et perpendiculaire au plan du méridien magnétique. Le solénoïde est parcouru par un courant électrique d'intensité constante.

#### Partie I

Le champ magnétique terrestre peut être négligé.

On effectue des mesures de la valeur  $B_S$  du champ magnétique  $B_S$  à l'intérieur du solénoïde. La sonde est placée sur l'axe du solénoïde à une distance  $x$  de son centre O. On obtient les résultats suivants :

|                  |     |     |     |     |     |     |     |  |  |  |  |  |  |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|--|--|--|--|--|
| $x(\text{cm})$   | 0   | 4   | 8   | 11  | 14  | 17  | 20  |  |  |  |  |  |  |
| $B_S(\text{mT})$ | 3,3 | 3,3 | 3,3 | 3,3 | 3,2 | 2,8 | 2,1 |  |  |  |  |  |  |

- Tracer un graphique représentant les variations de  $B$  en fonction de  $x$  sur toute la longueur du solénoïde.
- Que peut-on dire du champ magnétique à l'intérieur de la bobine ?
- Calculer l'intensité  $I$  du courant qui traverse la bobine.
- A l'aide du graphique, déterminer la longueur du solénoïde sur laquelle la valeur du champ magnétique reste supérieure à 90% de sa valeur maximale.

#### Partie II

On fait maintenant diminuer l'intensité du courant dans les spires du solénoïde afin que la composante horizontale du champ magnétique terrestre ne soit plus négligeable. On a  $I = 0,1$  A.

On place au centre de la bobine une petite aiguille aimantée. Celle-ci s'oriente spontanément dans une direction faisant un angle  $\alpha = 14,3^\circ$  avec l'axe du solénoïde.

- On veut que le champ  $B_S$  créé par la bobine soit dirigé vers la droite. Indiquer quel doit être le sens du courant dans les spires pour que ce soit effectivement le cas.
- Faire un schéma représentant les vecteurs champs créés par le solénoïde  $B_S$  et par la Terre  $B_H$ , ainsi que le champ résultant  $B$ .
- Calculer la nouvelle valeur de  $B_S$ .

## Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

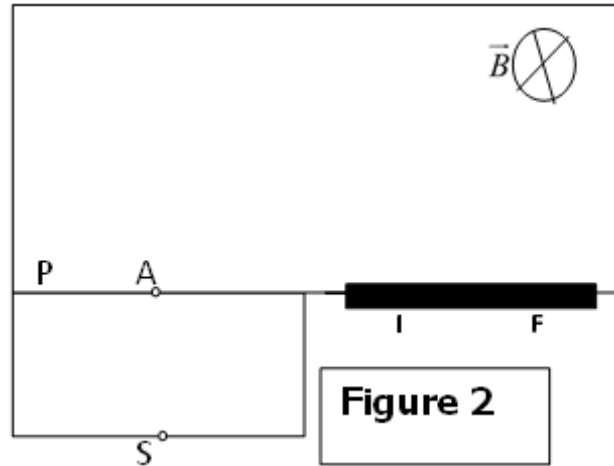
### Exercice 1

1/ On considère les ions de deux isotopes de mercure  ${}^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$  et  ${}^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$  de masses respectives  $m_1=3,32 \cdot 10^{-25}$  kg et  $m_2=3,35 \cdot 10^{-25}$  kg et de même charge  $q=2e$ . Ils sont ensuite émis sans vitesse par la source S, puis accélérés par un champ électrostatique uniforme qui règne entre S et P tel que  $U_{sp}=U=600$  V. Figure 2.

a- Déterminer l'expression littérale de la vitesse  $\|\vec{V}\|$  en A d'un ion de masse m et de charge q en fonction de m, e et U.

b- Montrer que les deux ions  ${}^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$  et  ${}^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$  émis par S arrivent en A avec des vitesses différentes.

2/ Ces deux ions pénètrent en A dans une région où règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  perpendiculaire au plan de la figure et tel que  $\|\vec{B}\|=0,2$  T qui leur impose une trajectoire circulaire de rayon R, puis ils impressionnent une plaque photographique en deux points I et F.



a- Etablir l'expression de R en fonction de m, e,  $\|\vec{B}\|$  et  $\|\vec{V}\|$  puis en fonction de m, e,  $\|\vec{B}\|$  et U.

b- Calculer  $R_1$  et  $R_2$  et déduire la distance IF entre les deux points d'impact, sur la plaque photo des ions des deux isotopes de mercure  $\text{Hg}^{2+}$

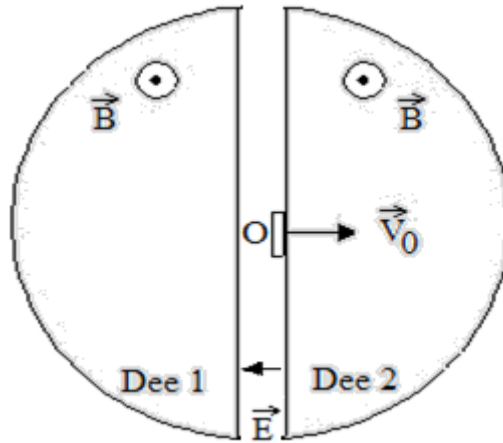
### Exercice 2

Un cyclotron est un instrument qui sert à accélérer des particules chargées, permettant ensuite de réaliser des expériences de physique nucléaire. Dans ce problème les particules chargées sont des protons de masse  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg et de charge électrique  $q_p = +1,6 \cdot 10^{-19}$  C

Le cyclotron est formé de deux demi-cylindres conducteurs creux appelés «dees» et séparés par un intervalle étroit. Un champ magnétique uniforme B règne à l'intérieur de chaque «dee», sa direction est parallèle à l'axe de ces demi-cylindres, sa valeur est 1,0 T.

Un champ électrique E variable dans le temps, peut être établi dans l'intervalle étroit qui sépare les «dees». Il permet d'augmenter la vitesse des protons chaque fois qu'ils pénètrent dans cet intervalle.

Ce champ électrique variable est obtenu en appliquant une tension sinusoïdale de valeur maximale  $U_M$  et de fréquence f entre les deux «dees»:  $U_M = 2 \cdot 10^3$  V



1. Le proton entre dans le «dee» 1 avec une vitesse initiale d'injection  $V_0$  perpendiculaire à l'axe des demi-cylindres. On négligera le poids du proton devant la force magnétique.

1.1. Donner l'expression de la force agissant sur le proton en O ; la représenter sur un schéma

1.2. Le mouvement du proton étant plan, montrer que la valeur de la vitesse est constante.

1.3. Montrer que la trajectoire est circulaire de rayon  $R_0 = \frac{m_p}{q_p B} V_0$

2.1. Exprimer la longueur parcourue par un proton sur le demi-tour de rayon  $R_0$ .

2.2. En déduire l'expression du temps  $t$  mis par ce proton pour effectuer ce demi-tour.

2.3. Ce temps dépend-il de la vitesse d'entrée du proton dans le «dee» ? Calculer la valeur de  $t$ .

3. Le proton, après avoir fait un demi-cercle dans un «dee», entre dans l'intervalle étroit où il est accéléré par le champ électrique considéré comme constant, maximum et colinéaire au vecteur vitesse du proton durant son passage.

Calculer la fréquence  $f$  de la tension alternative appliquée entre les «dees» pour que les protons subissent une accélération maximale à chaque traversée de l'intervalle. On suppose que le temps de traversée de l'intervalle est négligeable devant le temps passé dans les «dees».

4.1. Exprimer littéralement, puis calculer la variation d'énergie cinétique  $\Delta E_c$  du proton lorsqu'il traverse l'intervalle étroit. Le résultat sera exprimé en joule puis en électron-volt.

4.2. Préciser si le rayon de la trajectoire du proton augmente ou diminue à chaque fois qu'il traverse l'intervalle étroit (justifier la réponse)

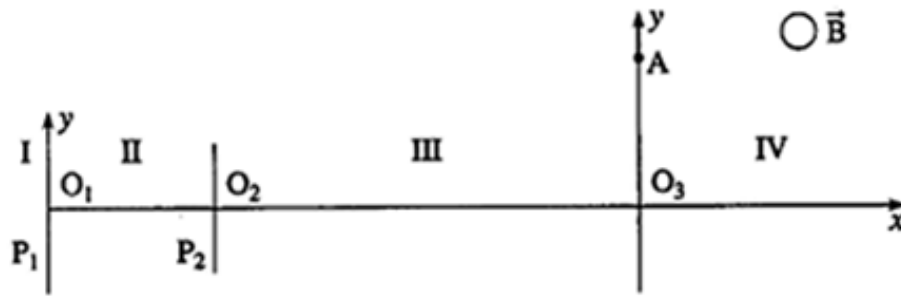
5. La vitesse d'injection du proton étant supposée pratiquement nulle, on désire que sa vitesse atteigne  $2 \cdot 10^4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

. Calculer le nombre de tours que le proton devra décrire dans le cyclotron.

6. Calculer la valeur du rayon à partir duquel les protons ayant acquis une vitesse de  $2 \cdot 10^4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  seront extraits, en admettant qu'ils sont injectés à proximité immédiate du centre O du cyclotron

### Exercice 3 : Utilisation d'un spectrographe de masse.

Sur le schéma ci-dessous, on retrouve la même zone I d'ionisation fournissant les ions  $X^+$ . On a ensuite la zone II où on applique une tension accélératrice :  $U' = 8,00 \text{ kV}$  entre les plaques  $P_1$  et  $P_2$  permettant de donner aux ions  $X^+$  une vitesse  $v'$ . Dans la zone III un dispositif de filtrage permet d'éliminer les éventuelles particules parasites qui auraient pu être obtenues par fragmentation des molécules X lors de l'ionisation par choc électronique. Enfin dans la zone IV existe un champ magnétique de direction orthogonale au plan de figure et de norme :  $B = 1,80 \text{ T}$ . L'ion  $X^+$ , animé de la vitesse  $v'$  pénètre en  $O_3$  dans cette zone suivant l'axe  $O_3x$ .



1°) Rappeler l'expression de la force magnétique s'exerçant sur l'ion  $X^+$ . Représenter sur un schéma le vecteur force pour que la déviation à partir de  $O_3$  se fasse du côté positif de l'axe  $O_3y$ . En déduire le sens du vecteur champ magnétique.

2°) Démontrer que le mouvement de l'ion  $X^+$  dans la zone IV est plan et uniforme.

3°) Montrer que l'ion  $X^+$  décrit dans cette zone un arc de cercle, dont on établira l'expression littérale du rayon en fonction de  $m$ ,  $e$ ,  $v'$  et  $B$ .

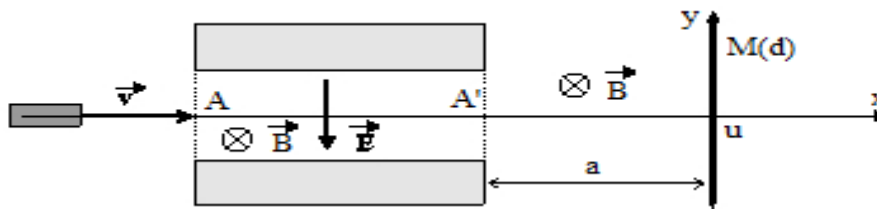
4°) Exprimer le rayon du cercle trajectoire en fonction de  $U'$ ,  $m$ ,  $e$  et  $B$ .

5°) L'ion  $X^+$  est recueilli au point A tel que :  $O_3A = 0,069$  m.

Trouver la masse de l'ion  $X^+$  et identifier la substance X.

#### Exercice 4 : spectromètre de masse.

Une source radioactive ponctuelle émet, suivant un axe  $Ox$ , un faisceau de particules passant entre les plaques horizontales d'un condensateur plan. L'action de la pesanteur est négligeable devant celle de la force de Lorentz. En l'absence de tout champ, les particules frappent en O un écran situé à la distance  $a$  de la sortie du condensateur. On soumet alors le faisceau à un champ électrique uniforme et vertical  $\vec{E}$ , créé par le condensateur, et à un champ magnétique, uniforme, horizontal, perpendiculaire à l'axe  $Ox$  et dirigé d'avant  $\vec{B}$  en arrière.



a) Les particules entrent en A dans le condensateur avec une vitesse parallèle à  $Ox$ . Quelle doit être la valeur du champ  $\vec{E}$  pour que les particules ne soient pas déviées ? Que se passe-t-il si  $q$  change de signe ?

b) Le faisceau horizontal et monocinétique sortant en A' du condensateur, est ensuite soumis à la seule action du champ magnétique et vient frapper l'écran au point M tel que  $OM = d$ .

i) Montrer que les particules de même rapport  $q/m$  décrivent des trajectoires circulaires uniformes de même rayon  $R$ . Calculer  $R$ . Quel effet a le signe de  $q$  sur la déviation ?

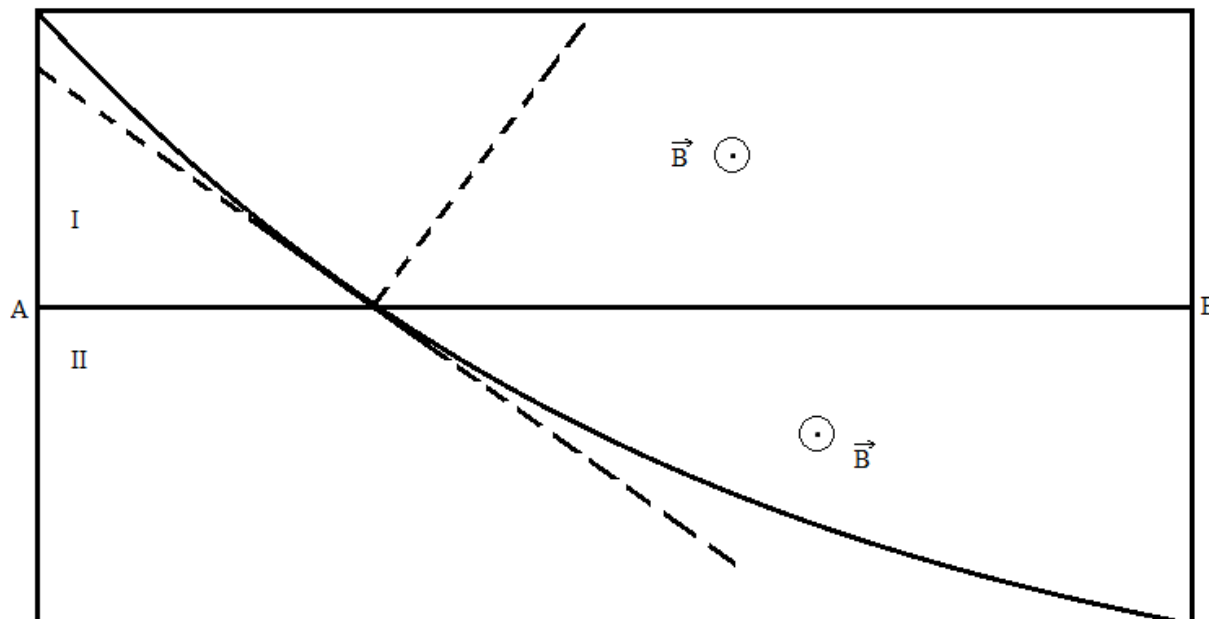
ii) Montrer que  $R = (d^2 + a^2)/2d$ . En déduire la valeur de  $q/m$ .

c) A.N. : on détecte des particules pour la valeur suivante des champs et de la déviation  $d$  :  $B=0,32$ T  $E=6,4 \cdot 10^6$ Vm<sup>-1</sup> ;  $a=50$ cm ,  $d=10$ cm vers le haut. Identifier ces particules sachant que pour l'électron  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ C ,  $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}$ Kg et pour le proton et le neutron  $m_p=m_n=1830m_e$

#### Exercice 5

Une particule de charge  $q$ , de masse  $m$  traverse une chambre de Wilson dans laquelle règne un champ magnétique  $B$  uniforme perpendiculaire au plan de la figure et orienté vers l'avant de ce plan. La particule ralentit en franchissant la surface  $AB$ .

Le cliché matérialisant la trajectoire permet de dire que la particule décrit des arcs de cercles de rayons  $r_1$  et  $r_2$  respectivement dans les parties I et II.



1. Etablir l'expression de  $r_1$  et  $r_2$  en fonction de  $q$ ,  $m$ ,  $B$  et des vitesses respectives  $v_1$  et  $v_2$  de la particule. Dans quel sens se déplace la particule (de I vers II ou de II vers I) ?

On donne :  $r_1 = \frac{r_2}{3} = 14\text{cm}$

2. Quel est le signe de la particule ? Justifier la réponse

3. Calculer la charge massique  $\frac{q}{m}$  et identifier la particule

On donne :  $B=0,50\text{T}$  ;  $v=2,0 \cdot 10^7 \text{ms}^{-1}$  ;  $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}\text{Kg}$  ;  $m_p=1,67 \cdot 10^{-27}\text{Kg}$  ;  $e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$

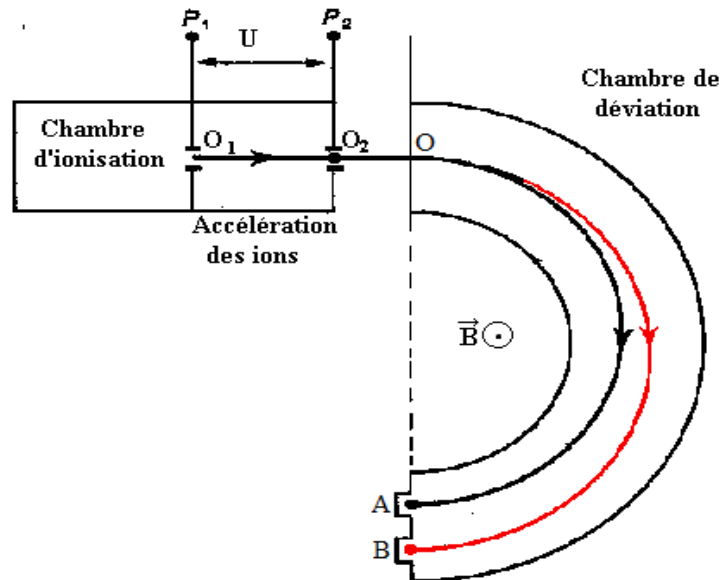
### Exercice6

Dans tout le problème, on négligera le poids de la particule devant les autres forces et on appliquera les lois de la mécanique classique

On envisage la séparation d'isotopes du Xénon (Xe) au moyen d'un spectrographe de masse

Une chambre d'ionisation produit des ions positifs  $^{129}_{54}\text{Xe}^+$  et  $^{136}_{54}\text{Xe}^+$ . Ces ions sont ensuite accélérés entre deux plaques métalliques parallèles  $P_1$  et  $P_2$ , puis à l'action d'un champ magnétique permet de les séparer

On donne :  $e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ ,  $m_n = m_p=1,67 \cdot 10^{-27}\text{Kg}$



### 1. Accélération des ions

Les ions traversent la plaque  $P_1$  en  $O_1$  sans vitesse initiale. Ils sont alors soumis entre  $P_1$  et  $P_2$  à une accélératrice  $U=1000V$

- Dans quel sens cette tension doit-elle être établie
- Montrer que l'énergie cinétique, acquise par les ions lorsqu'ils traversent la plaque  $P_1$  en  $O_1$ , est indépendante de l'isotope envisagé et cette valeur en joules
- Calculer la vitesse acquise par les ions  $^{129}_{54}\text{Xe}^+$  en  $O_2$ . On assimilera la masse de l'ion à la somme des masses de ses nucléons
- Exprimer en fonction de  $x$  et  $v$ , la vitesse  $v'$  acquise par les ions  $^{x}_{54}\text{Xe}^+$  en  $O_2$

### 2. Séparation des ions

Les ions, animés des vitesses  $v$  et  $v'$ , pénètrent en  $O$  dans une région où règne un champ magnétique  $\vec{B}$  uniforme perpendiculaire au plan de la figure

- On s'intéresse au mouvement des ions  $^{129}_{54}\text{Xe}^+$ . Montrer que celui-ci est plan, circulaire et uniforme. Donner l'expression du rayon de courbure  $R$ . Calculer  $R$  pour  $B=0,1T$

Les ions  $^{129}_{54}\text{Xe}^+$  et  $^{x}_{54}\text{Xe}^+$  décrivent un demi-cercle avant de tomber sur plaque photographique, respectivement en  $A$  et  $B$

- On mesure la distance  $AB=8\text{cm}$ . En déduire la valeur de  $x$  ( $B=0,1T$ )

## Loi de Laplace

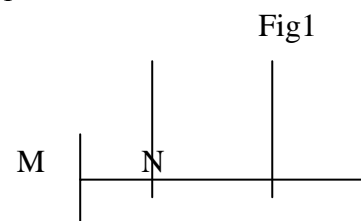
### Exercice 1

Une tige en cuivre OM parcourue par un courant de haut en bas d'intensité  $I_1 = 7A$  peut articuler librement en « O » et son extrémité M touche une solution conductrice. On approche d'elle une deuxième tige AN en cuivre de longueur  $L = 12cm$  qui peut articuler librement en A et son extrémité N touche une solution conductrice voir (fig1).

Lorsque la tige AN est parcourue par un courant O A

De haut en bas d'intensité  $I_2 = 5A$  sa partie inférieure

de longueur  $l = 4cm$  plonge dans le champ magnétique  $\vec{B}_1$  uniforme, perpendiculaire au plan de la feuille, de sens sortant et de valeur  $0,3T$ .



1) donner le sens d'inclinaison de la tige AN.

2) a) donner les caractéristiques de la force de la place  $\vec{F}$  qui agit sur la tige AN

b) représenter  $\vec{F}$

c) déterminer la masse de la tige AN, sachant qu'elle s'écarte de la verticale d'un angle  $\theta = 10^\circ$ .

On donne  $g = 10N.Kg^{-1}$ .

3) La partie supérieure de la tige OM de longueur  $l' = 3 cm$  plonge dans le champ magnétique  $\vec{B}_2$  uniforme, normale au plan de la feuille et de sens rentrant crée par la tige AN.

a) est-ce que il y a une interaction entre les deux tiges ? Expliquer

b) quel est la nature de l'interaction ? Si elle existe ?

c) donner le sens d'inclinaison de la tige OM

d) Donner l'expression de l'intensité du champ magnétique  $\vec{B}_2$ .

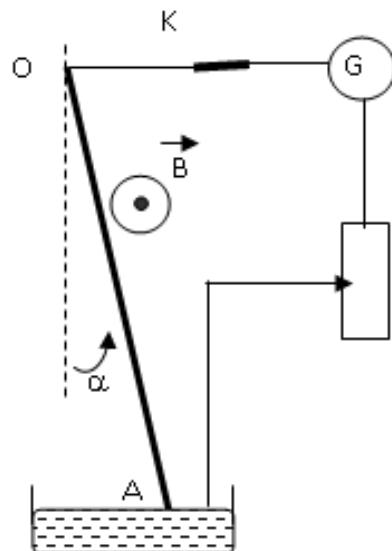
### Exercice2

Un fil conducteur en cuivre OA rigide et homogène, de masse  $m$ , de longueur  $l$ , est suspendu par son extrémité supérieure en O à un axe fixe  $\Delta$ , autour duquel il peut tourner sans frottement ; sa partie inférieure plonge dans une cuve contenant du mercure lui permettant de faire partie d'un circuit électrique comprenant un rhéostat et un générateur de tension continue

G qui plonge dans une région où règne un champ magnétique uniforme  $B$  orthogonal au plan de la figure. En fermant l'interrupteur K, un courant électrique d'intensité  $I$  traverse le fil OA et celui-ci prend la position indiquée par le schéma ci-contre.

- 1- Représenter les forces exercées sur le fil.
- 2- Indiquer sur le schéma le sens du courant électrique.
- 3- En appliquant la condition d'équilibre à la tige, Calculer l'angle  $\alpha$  que fait le fil conducteur avec la verticale.

On donne  $I = 5\text{ A}$ ,  $l = 25\text{ cm}$ ,  $m = 8\text{ g}$  et  $\|B\| = 0,05\text{ T}$ .



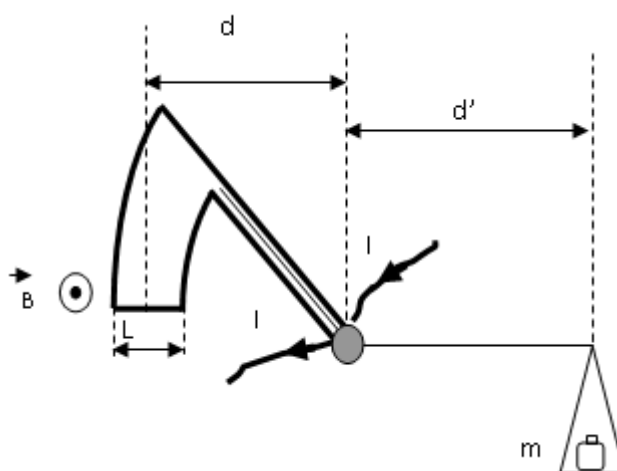
### Exercice 3

On considère le dispositif suivant appelé : **Balance de Cotton.**

Les extrémités du fil conducteur sont reliées à un générateur de tension continue débitant un courant d'intensité  $I$ . On ajoute sur le plateau une masse marquée  $m$  pour équilibrer la balance. Ainsi on remplit le tableau de valeurs suivant :

|      |   |     |     |     |     |    |
|------|---|-----|-----|-----|-----|----|
| I(A) | 0 | 2   | 4   | 6   | 8   | 10 |
| m(g) | 0 | 0,4 | 0,8 | 1,2 | 1,6 | 2  |

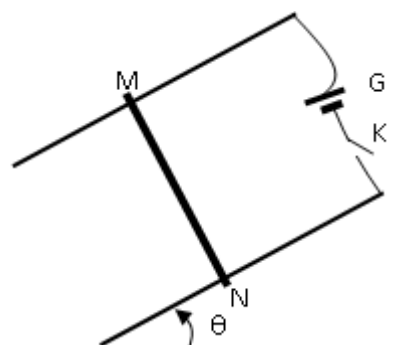
- 1- Tracer la courbe  $m=f(I)$ .
- 2- En appliquant la condition d'équilibre à la balance, établir la relation théorique  $m=f(I)$ .
- 3- Dédire la valeur du champ magnétique  $\|B\|$ . On donne  $L=2\text{ cm}$  et  $d' = 5/4.d$
- 4- Peut-on accrocher une masse  $m = 2,45\text{ g}$ , sachant que le fil conducteur de la balance ne peut supporter qu'une intensité de  $12\text{ A}$ , pour que la balance soit en équilibre.



### Exercice 4

On néglige les forces de frottement et le champ magnétique terrestre.

Deux barres conductrices sont disposées parallèlement suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle  $\theta$  sur l'horizontale. Elles sont distantes de  $L$ ; leurs extrémités supérieures sont reliées entre elles par un générateur G et par un interrupteur K. Une barre MN conductrice est posée perpendiculairement sur les deux barres précédentes. Le contact électrique se fait en M et N. On crée dans la région où se trouve la barre MN un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  perpendiculaire au plan des rails. On ferme K. Un courant d'intensité  $I$  circule dans le montage.



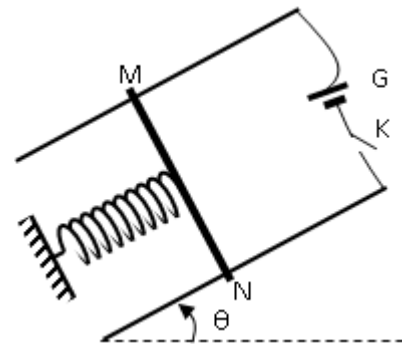
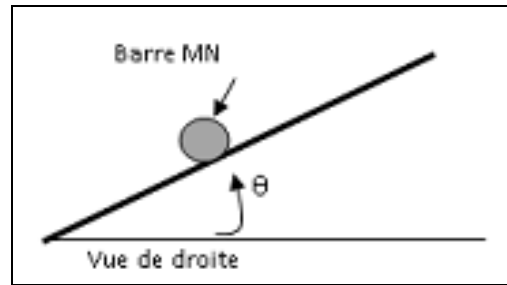
- 1- Représenter les forces exercées sur la barre MN pour qu'elle puisse être en équilibre (on peut utiliser la vue de droite). Déduire le sens de  $\vec{B}$
- 2- La barre MN a une masse  $m = 10 \text{ g}$  et pour qu'elle soit en équilibre il faut que l'intensité du courant soit égale à  $I_1 = 10 \text{ A}$ .

a-Etablir la condition la condition d'équilibre de la barre MN

b-Exprimer la norme de  $\vec{B}$  en fonction de  $I_1$ ,  $L$ ,  $m$ ,  $g$  et  $\theta$  pour que la barre reste en équilibre. Montrer que  $\|\vec{B}\| = 68 \text{ mT}$ .

On donne :  $\theta = 20^\circ$  ;  $g = 10 \text{ N/kg}$  et  $L = 0,05 \text{ m}$ .

L'intensité du courant est  $I_2 = 15 \text{ A}$  et on garde le champ magnétique  $\vec{B}$  précédent, on place sous la barre MN un ressort à spires non jointives, de raideur  $k$  de masse négligeable dont la direction est celle de la plus grande pente du plan incliné (voir figure ci-contre). lorsque l'interrupteur K est ouvert la barre MN est en équilibre. On ferme l'interrupteur K, la barre MN prend une nouvelle position d'équilibre  $M'N'$  tel que le ressort soit allongé de  $\Delta l = 3,36 \text{ mm}$ .



- a- Représenter les forces exercées sur la barre MN (on peut utiliser la vue de droite).
- b- Etablir la condition d'équilibre de la barre. Déduire la valeur de la constante de raideur  $k$  du ressort.

### Exercice 5

On donne  $\|\vec{g}\| = 10 \text{ N.Kg}^{-1}$

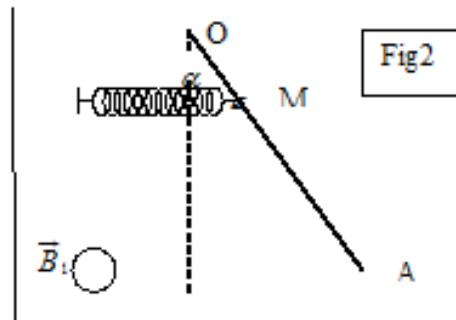
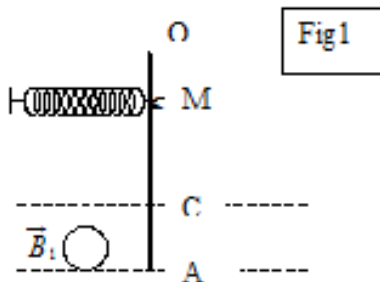
On considère le dispositif représenté sur la figure 1 :

OA est une tige conductrice de longueur  $OA = L = 40 \text{ cm}$  de masse  $m = 3 \text{ g}$ , mobile autour d'une axe horizontal passant par son extrémité O.

L'autre extrémité A est reliée à un fil souple conducteur ne gênant nullement le mouvement possible de la tige.

Cette tige est soumise à l'action d'un champ magnétique uniforme  $\vec{B}_1$  perpendiculaire au plan de la figure de valeur  $\|\vec{B}_1\| = 0,1 \text{ T}$ . Ce champ  $\vec{B}_1$  règne dans une région limitée par  $AC = 1 = 10 \text{ cm}$ .

Au point M de la tige tel que  $OM = 10 \text{ cm}$  est attaché un ressort horizontal ; isolant de raideur  $K = 23 \text{ N. m}^{-1}$ .



Lorsque la tige est traversée par un courant d'intensité  $I_1 = 10 \text{ A}$  ; elle dévie d'un angle  $\alpha = 8^\circ$  et se stabilise dans une nouvelle position d'équilibre (voir figure 2).

On suppose que la déviation  $\alpha$  est faible de façon que la partie plongée dans le champ reste sensiblement la même et le ressort reste horizontal et allongé de  $\Delta l$ .

1°) a – Indiquer le sens du courant traversant la tige.

b – Donner les caractéristiques de la force de la place exercée sur la tige.

2°) a – Faire le bilan des forces exercées sur la tige lorsqu'elle parcourue par le courant  $I_1$ .

b – En appliquant le théorème des moments à la tige, déterminer l'allongement du ressort  $\Delta l$ .

3°) On enlève le ressort et on superpose au champ  $\vec{B}_1$  un autre champ  $\vec{B}_2$  perpendiculaire au plan de la figure et opposé à  $\vec{B}_1$ .

Le champ  $\vec{B}_2$  règne dans une région de façon que la tige soit totalement plongée dans cette région.

La tige est toujours parcourue par le même courant  $I_1 = 10 \text{ A}$  et dans le même sens que 2°) ;

La déviation de la tige par rapport à la verticale est alors  $\theta = 4^\circ$  ;

a – Faire le bilan des forces exercées sur la tige.

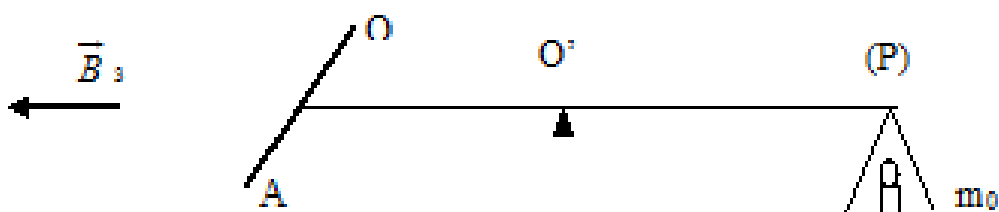
b – Déterminer la valeur du champ magnétique  $\vec{B}_2$ .

4°) Dans cette question la tige OA est isolée du montage précédent ; elle est liée au bras d'une balance dont les deux bras sont isolants et égaux.

La tige est maintenue horizontale dans un plan perpendiculaire au plan de la figure 3 et elle est parcourue par un courant d'intensité  $I_3$

Ce courant est amené par deux fils souples et de masse négligeable.

La tige est complètement plongée dans un champ  $\vec{B}_3$  horizontal et contenu dans le plan de la figure tel que  $\|\vec{B}_3\| = 5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$ .



En l'absence de courant  $I_3$  ; la tige OA et le fléau sont en équilibre horizontaux.

Lorsque la tige est traversée par  $I_3$  ; il faut placer une masse  $m_0 = 4 \text{ g}$  sur le plateau P pour rétablir l'équilibre horizontal.

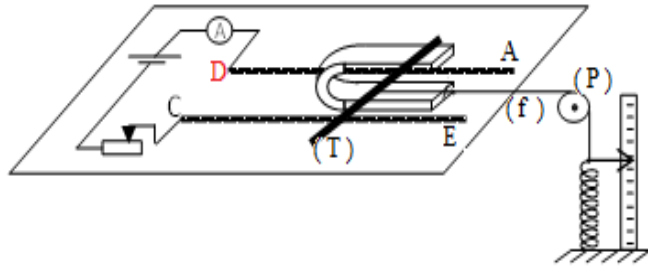
a – Dédire de ces expériences les caractéristiques de la force de Laplace.

b – Préciser le sens du courant  $I_3$  et calculer sa valeur.

### Exercice 6

On considère le dispositif de la figure-1- qui est constitué de :

- deux rails en cuivre **AD** et **CE** horizontaux.
- Une tige (**T**) en cuivre, pouvant glisser **sans frottement** sur les rails. Sa partie centrale de longueur  **$l=10\text{ cm}$**  baigne dans un champ magnétique  $\vec{B}$  vertical.



Un fil (**f**) inextensible, de masse négligeable, attaché par l'une de ses extrémités au milieu de la tige (**T**) et par l'autre extrémité à un ressort de masse négligeable et de raideur

$k = 10\text{ N.m}^{-1}$ . L'autre extrémité du ressort étant fixe.

Une poulie (**P**) de masse négligeable pouvant tourner sans frottement autour de son axe.

- Un rhéostat  $R_h$  permettant la variation de l'intensité **I** de courant dans le circuit.

1. a- Représenter sur un schéma clair les forces qui s'exercent sur la tige(**T**).

On rappelle que la tension du ressort est de la forme  $T=k.x$

b-A quelle force est due à l'allongement du ressort ? Préciser le sens et la direction de cette force.

c- Indiquer, en le justifiant le pôle nord et le pôle sud de l'aimant.

2. A l'aide du rhéostat on fait varier l'intensité **I** du courant dans le circuit et on note l'allongement **x** du ressort lorsque la tige (**T**) est en équilibre. Les résultats des mesures ont permis de tracer la courbe :  $I=f(x)$  de la figure-2-

a- Montrer que l'équation de la courbe est de la forme :  $I= a x$ .

b- Donner la signification mathématique et la valeur de **a** .

c-Ecrire la relation qui lie **B**, **I**, **k**,**x** et **L**.

d- En déduire l'intensité **B** du champ magnétique qui règne entre les branches de l'aimant en U.

3. On détache la barre, on inverse le sens du courant dans le circuit, dont l'intensité est fixée à

**$I=1\text{A}$** . Pour maintenir la tige (**T**) en équilibre sur les rails, on incline le plan horizontal supportant le dispositif de  $\alpha =15^\circ$ .(Figure-3)

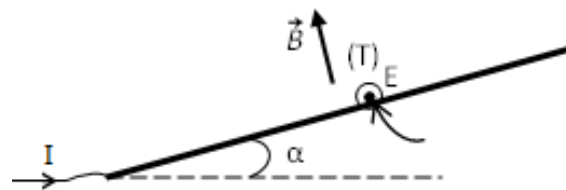
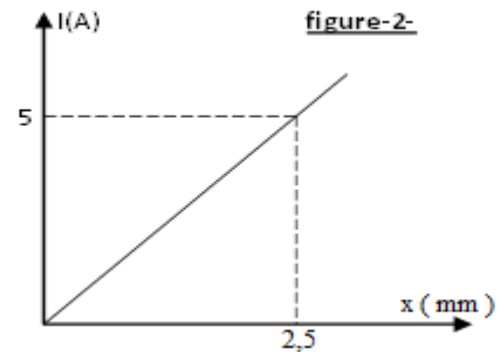
a- Représenter les forces qui s'exercent sur la tige.

b- Montrer que la masse **m** de la tige (**T**) est

donnée par l'expression:  $m = \frac{IBL}{g \sin \alpha}$  ,

c- Calculer sa valeur.

On donne :  $g= 9,8\text{ N.Kg}^{-1}$



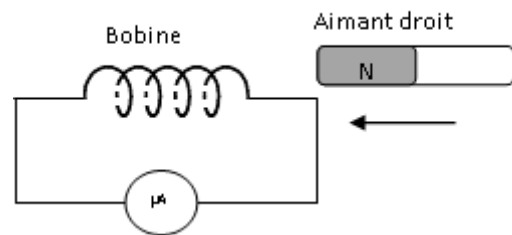
## Induction magnétique – Etude d'un dipôle RL

### Exercice 1

**I-** Une bobine d'inductance  $L$  et de résistance négligeable est reliée à un microampèremètre, comme l'indique la figure ci-contre,

On rapproche l'aimant vers la bobine,

- 1- Quel est le phénomène observé
- 2- Indiquer le sens de circulation du courant induit dans la bobine
- 3- Préciser l'inducteur et l'induit



**II-** Avec la bobine précédente, on branche en série un résistor de résistance  $R=10\text{ K}\Omega$  et un générateur basse fréquence (G.B.F à masse flottante) qui délivre une tension triangulaire alternative. Sur l'écran d'un oscilloscope bicourbe, on visualise la tension  $u_{AB}$  sur la voie  $Y_A$  et la tension  $u_{CB}$  sur la voie  $Y_B$  (figure 4 page 3).

1- On note  $i(t)$  l'intensité instantanée du courant qui traverse le circuit, son sens positif choisi est indiqué sur le schéma du montage.

- a- Montrer, sans calcul, que la bobine est le siège d'un phénomène d'auto-induction
- b- Montrer que la tension aux bornes de la bobine est

$$u_{AB} = \frac{-L}{R} \frac{du_{CB}}{dt}$$

c- Justifier littéralement l'allure de la tension sur la voie  $Y_A$

2- Les réglages de l'oscilloscope sont :

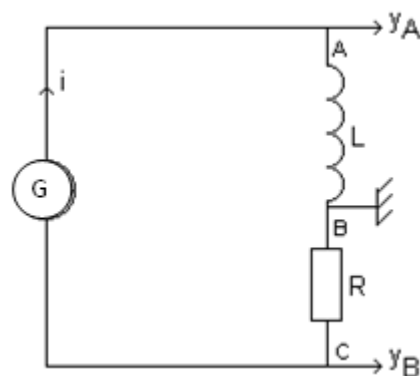
Sensibilité verticale de la voie  $Y_A$  :  $0,2\text{V}\cdot\text{div}^{-1}$

Sensibilité verticale de la voie  $Y_B$  :  $2\text{V}\cdot\text{div}^{-1}$

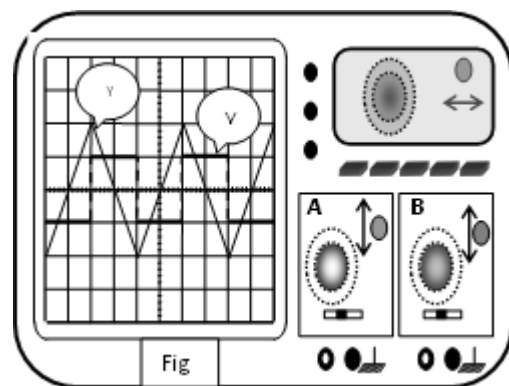
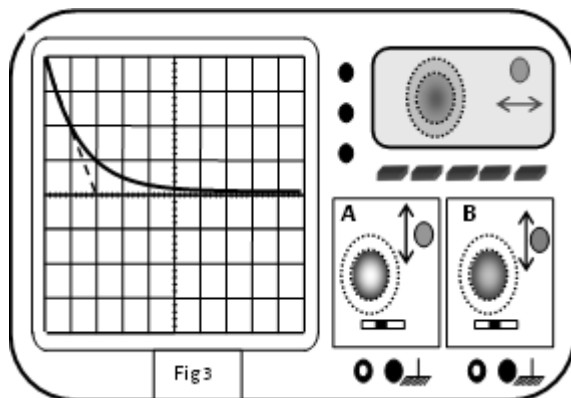
Sensibilité horizontale :  $0,2\text{ ms}\cdot\text{div}^{-1}$

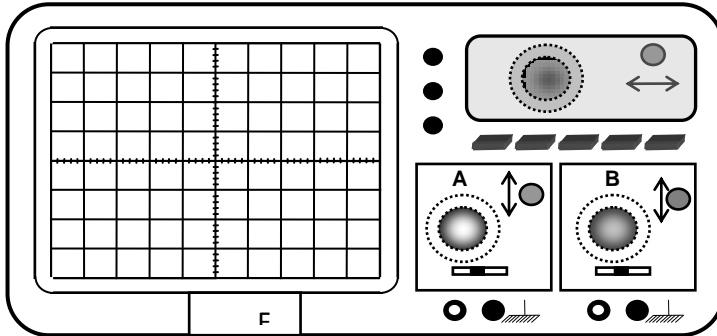
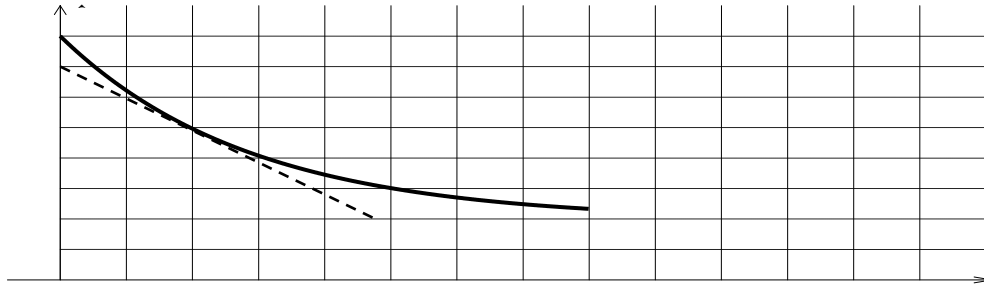
A partir des oscillogrammes :

- a- Calculer la période  $T$  et la fréquence  $N$  des tensions
- b- Pendant la première demi-période, déterminer les expressions de  $u_{AB}$  et de  $u_{CB}$  en fonction du temps.



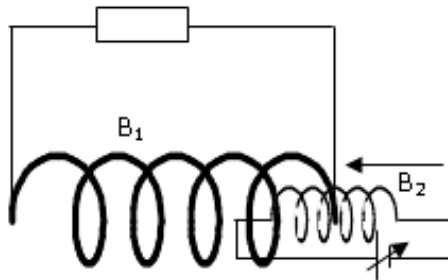
c- En déduire la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine. Puis indiquer sa signification physique.





### Exercice 2

Dans une bobine  $B_1$  qui est fermée sur un résistor de résistance  $R$  on introduit une bobine  $B_2$  qui est alimentée par un générateur de courant réglable. ( voir figure ).

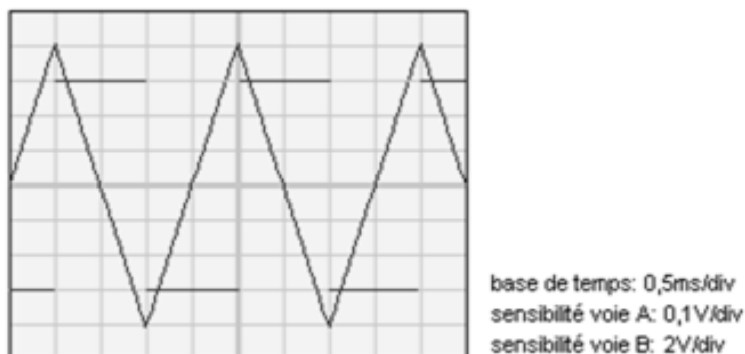


1. On introduit  $B_1$  dans  $B_2$  en gardant les deux axes de révolution des deux bobines confondus.
  - a. Représenter le champ magnétique créé par la bobine  $B_2$
  - b. Énoncer la loi de Lenz. Représenter le champ magnétique induit dans la bobine  $B_1$ . En déduire le sens du courant induit.
  - c. Préciser l'inducteur et l'induit.
2. La bobine  $B_2$  est fixée à l'intérieur de  $B_1$ , on diminue l'intensité du courant débitée par le générateur
  - a. Comment varie la valeur du champ magnétique créé par la bobine  $B_2$ .
  - b. Représenter le champ magnétique créé par  $B_2$  et celui qui est induit dans  $B_1$ .
  - c. Préciser le sens du courant induit dans  $B_1$ .
3. On modifie les bornes du générateur et on répète l'expérience de la question 1, représenter le champ magnétique induit dans la bobine  $B_1$ .

### Exercice 3

On réalise le montage série comportant une bobine d'inductance  $L$  et de résistance négligeable, une résistance de valeur  $R=10k\Omega$  ainsi qu' un générateur basse fréquence dont la masse n'est pas reliée à la terre(**masse flottante**).

1. Réaliser le schéma de principe du montage. Ajouter les branchements à effectuer pour visualiser la tension aux bornes de la bobine sur la voie A et la tension aux bornes de la résistance  $R$  sur la voie B.

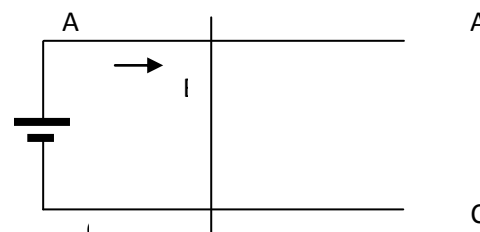


2. L'une de ces tensions permet d'observer l'allure de  $i(t)$ . Laquelle? justifier la réponse.
3. L'oscillogramme ci-après donne l'allure des différentes tensions observées. Déterminer la période  $T$  de l'intensité du courant.
4. Déterminer l'amplitude  $I_m$  (valeur maximale atteinte) de l'intensité du courant.
5. On considère, sur l'oscillogramme précédent, une demi-période où la tension  $u_L$  aux bornes de la bobine est positive.
  - a. Déterminer la valeur de la tension  $u_L$ .
  - b. Déterminer la valeur de la dérivée par rapport au temps de l'intensité du courant.
  - c. En déduire la valeur  $L$  de l'inductance de la bobine.

#### Exercice 4

Deux rails conducteurs ( $AA'$ ) et ( $CC'$ ), parallèles et de résistances négligeables, séparés par une distance  $L = 25\text{cm}$ . Une tige ( $MN$ ) métallique de masse négligeable, perpendiculaire aux rails, peut glisser sans frottement dans une direction parallèle aux rails. (Voir figure).

La résistance de la longueur  $L$  de la tige est  $r = 0.5 \Omega$ . L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  d'intensité  $B = 1 \text{ T}$ .



1- On branche entre les extrémités A et C des deux rails un générateur G de courant continu, on remarque que la tige se met en mouvement en se dirigeant de A vers A'. Déterminer la direction et le sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ .

2- On élimine le générateur G et on le remplace par un fil conducteur puis on déplace la tige MN de sa position initiale AC vers la droite sur les rails, à une vitesse  $V = 10 \text{ m.s}^{-1}$ .

- a- Choisir sur le circuit un sens positif et tracer le vecteur surface  $\vec{S}$ .
- b- Déterminer l'expression du flux magnétique à travers le circuit pour une position quelconque de la tige ( $MN$ ) en fonction du temps. Montrer que ce flux s'écrit sous la forme :  $\Phi = B.L.V.t$ .

2/

- a- Calculer la force électromotrice induite
- b- Calculer l'intensité  $i$  du courant induit

c- Déterminer le sens du courant induit.

b- Représenter  $i$  sur le schéma

### Exercice 5

Une spire plane de surface  $s = 2.5 \text{ cm}^2$  de résistance  $r = 2 \Omega$ , placée à l'intérieur d'un solénoïde de longueur  $l = 40 \text{ cm}$ , de rayon  $R = 5 \text{ cm}$ , comportant  $10^3$  spires et de résistance  $r = 2 \Omega$  perpendiculairement à son axe ( $\Delta$ ). Le solénoïde est parcouru par un courant d'intensité  $i(t)$  qui varie selon la courbe suivante :

1-

a- Etablir l'expression de l'inductance  $L$  du solénoïde. Calculer sa valeur

b - Donner l'expression de  $i(t)$  dans chaque intervalle de temps.

c- Quel est le phénomène qui se produit dans le solénoïde ? Justifier la réponse.

d- Calculer la f.e.m induite dans le solénoïde dans chacun des intervalles de temps  $[0 ; 2 \text{ ms}]$  et  $[2 ; 6 \text{ ms}]$ .

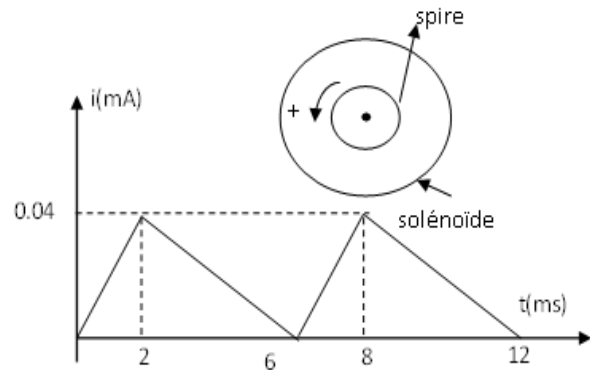
e- Représenter cette f.e.m au cours du temps.

2- Représenter, en respectant le sens positif choisi, dans chacun des intervalles  $[0 ; 2 \text{ ms}]$  et  $[2 ; 6 \text{ ms}]$  respectivement sur la spire et sur le solénoïde le sens du courant induit et le sens du courant principal.

3- Calculer aux instants  $t_1 = 2 \text{ ms}$  ;  $t_2 = 4 \text{ ms}$  et  $t_3 = 6 \text{ ms}$  :

a- La tension aux bornes du solénoïde.

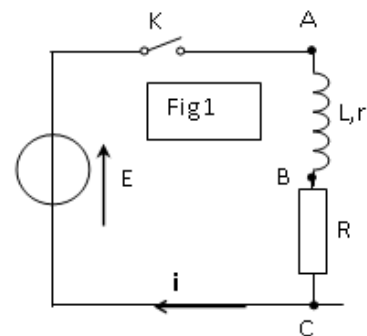
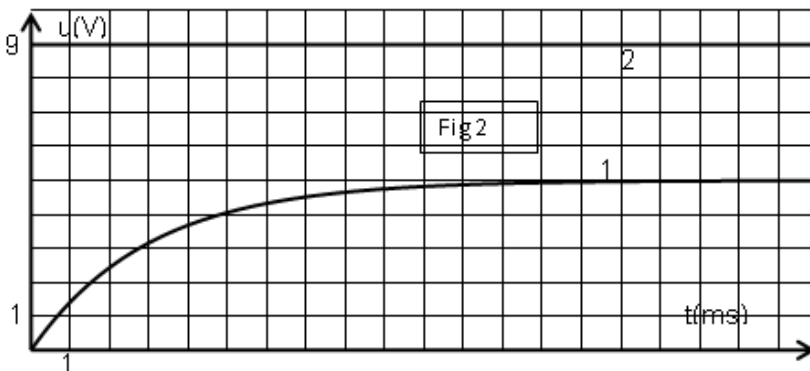
b- L'énergie magnétique emmagasinée par le solénoïde.



### Exercice 6

On réalise le montage de la figure 1 où  $R = 10 \Omega$ ,  $E = 9 \text{ V}$ ,  $L$  et  $r$  sont inconnues.

I-/ à l'origine du temps, on ferme l'interrupteur  $K$ . un oscilloscope à mémoire permet d'obtenir les chronogrammes de la figure 2.



1- Reproduire le schéma du circuit en indiquant les branchements nécessaires qui permettent d'obtenir le chronogramme 1 sur la voie  $Y_1$  et le chronogramme 2 sur la voie  $Y_2$ .

2- Interpréter la réponse du dipôle RL à l'échelon de tension.

II-/

1- Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de la tension aux bornes du résistor  $u_R(t)$  s'écrit sous la forme

$$L \frac{du_R}{dt} + (R+r)u_R = RE.$$

2- Sachant que la solution de cette équation différentielle est de la forme  $u_R(t)=A(1-e^{-\alpha t})$ .

Montrer que  $A=\frac{RE}{R+r}$  et  $\alpha=\frac{R+r}{L}$

3-

a- En régime permanent, déterminer graphiquement

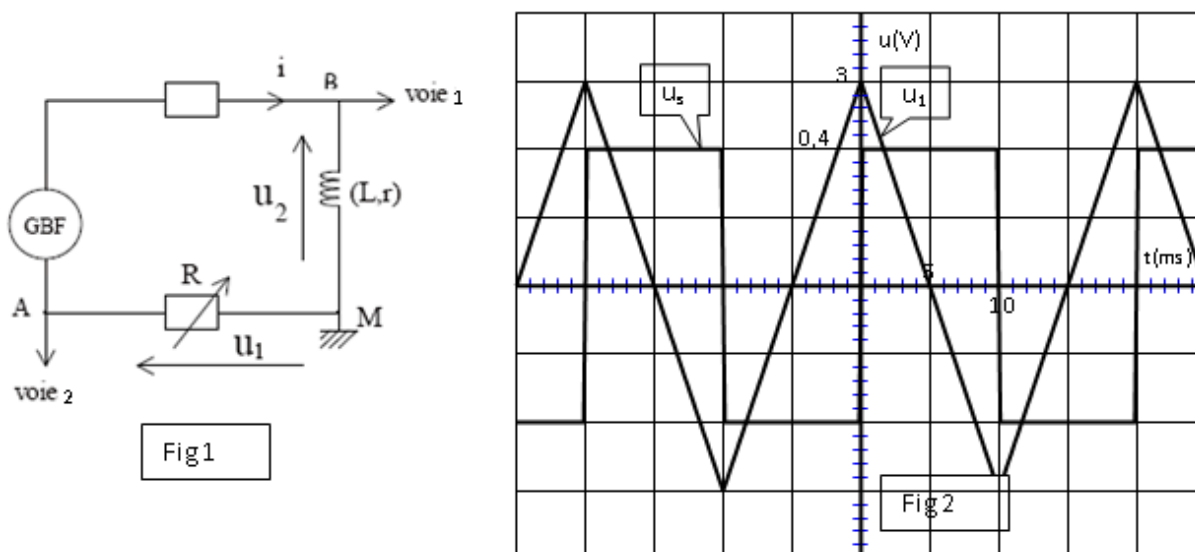
- l'intensité du courant  $I_p$ .
- la tension  $u_B$  aux bornes de la bobine.

b- en déduire que la résistance de la bobine est  $r=8 \Omega$ .

c- Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps  $\tau$ . Déduire la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine.

### Exercice 7

On alimente un dipôle "bobine - résistance  $R$ " par un générateur basse fréquence en série avec un dipôle ohmique de protection. Aucune des bornes de sortie du générateur n'est reliée à la Terre. La mesure de la résistance de la bobine donne  $r = 15 \Omega$  et  $R$  est une résistance variable.



L'oscilloscope est branché comme indiqué sur le schéma (fig 1). La touche ADD de l'oscilloscope permet d'observer la somme  $u_S$  des tensions des deux voies 1 et 2,  $u_S = u_1 + u_2$ . Sur la figure 2, on a reproduit avec la même origine des temps les courbes  $u_1(t)$  et  $u_S(t)$ .

1°) Exprimer en fonction de  $i$ ,  $r$ ,  $R$  et  $L$  les tensions suivantes :  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_S(t)$ .

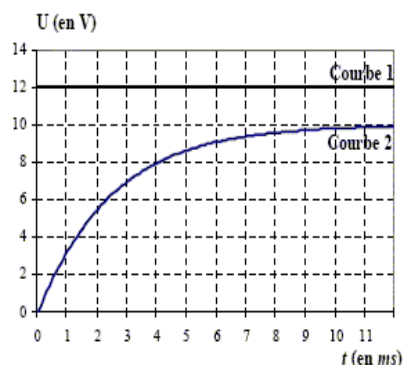
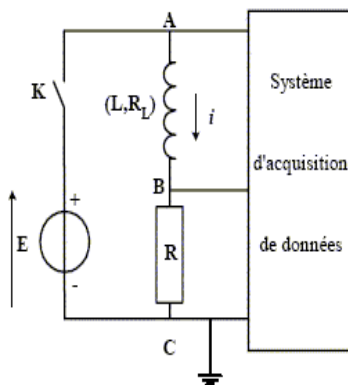
2°) L'oscillogramme ci-dessus a été obtenu en ajustant  $R$  à la valeur de  $r$ .

Montrer que dans ce cas  $u_S = -\frac{L}{r} \frac{du_1}{dt}$ .

3°) En exploitant les chronogrammes de la figure 2, déterminer  $L$ .

### Exercice 8

Un dipôle est constitué de l'association en série d'une bobine présentant une inductance  $L$  et une résistance  $R_L$  avec un conducteur ohmique de résistance  $R=40 \text{ W}$ . Ce dipôle est alimenté par un générateur de tension de f.é.m.  $E$  à travers un interrupteur  $K$ . Il est parcouru par un courant  $i$ .



Les bornes A, B, et C sont reliées

aux entrées d'une carte d'acquisition permettant d'enregistrer l'évolution des tensions. A l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ , l'enregistrement génère les courbes 1 et 2.

1-Quelle tension est représentée par la courbe 1 ?

2-Quelle tension est représentée par la courbe 2 ?

3-Quelle sera l'allure de la

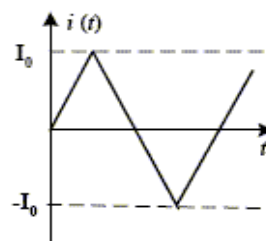
courbe de variation du courant  $i$  choisie parmi les quatre courbes ci-dessous ?

4-Tracer l'allure de la courbe de variation de la tension  $u_{AB}$ .

5-Donner la valeur  $E$  et l'intensité maximale  $I_{MAX}$  atteinte par  $i$ .

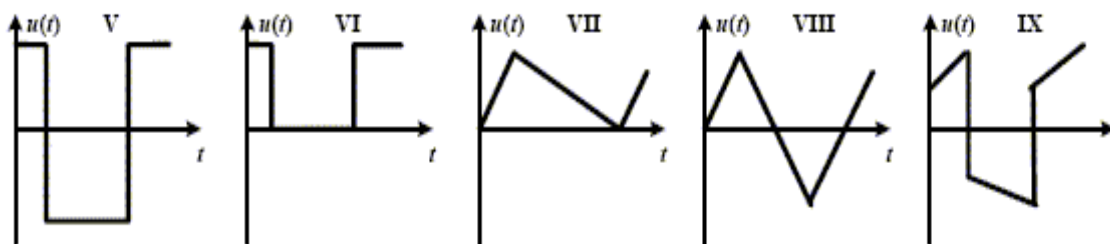
6-Donner l'équation différentielle définissant  $i$ . Cette équation sera présentée sous la forme d'une égalité où la f.é.m.  $E$  sera le seul terme du deuxième membre. En déduire les valeurs de  $L$  et  $R_L$ .

On remplace maintenant le générateur de tension par un générateur de courant délivrant un courant en dents de scie (courbe 3). On considérera ici que la résistance  $R_L$  de la bobine est nulle.



Courbe 3

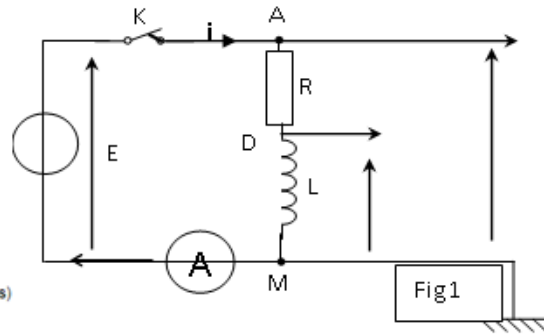
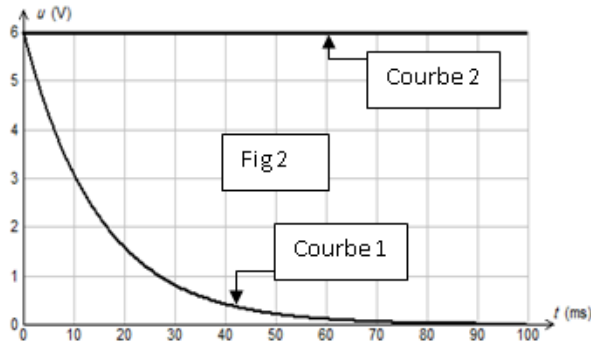
7-Quelle sera, parmi les cinq courbes ci-dessous, l'allure de la courbe de variation de la tension  $u_{AB}$  et de la courbe de variation de la tension  $u_{BC}$ .



### Exercice9

On réalise un circuit électrique AM comportant en série un conducteur ohmique de résistance  $R=50 \Omega$ , une bobine ( $B_1$ ) d'inductance  $L$  et de résistance supposée nulle et un interrupteur  $K$ . Le circuit AM est alimenté par un générateur de tension de force électromotrice (f.e.m)  $E$  (fig 1). Un système d'acquisition adéquat permet de suivre l'évolution au cours du temps des tensions  $u_{AM}$  et  $u_{DM}$ .

A l'instant  $t=0s$ , on ferme l'interrupteur  $K$ . Les courbes traduisant les variations de  $u_{AM}(t)$  et  $u_{DM}(t)$  sont celles de la figure2



1)

a- Montrer que la courbe 1 correspond à  $u_{DM}(t)$ .

b- Donner la valeur de la f.e.m du générateur.

2)

a- A l'instant  $t_1=10$  ms, déterminer graphiquement la valeur de la tension  $u_{B1}$  aux bornes de la bobine ( $B_1$ ) et déduire la valeur de la tension  $u_R$  aux bornes du conducteur ohmique.

b- A l'instant  $t_2=100$  ms, montrer que l'intensité du courant électrique qui s'établit dans le circuit électrique est  $I_0=0,12$  A

3)

a- Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps  $\tau$  du dipôle RL.

b- Sachant que  $\tau = L/R$ , déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine ( $B_1$ )

c- Calculer l'énergie emmagasinée dans la bobine en régime permanent

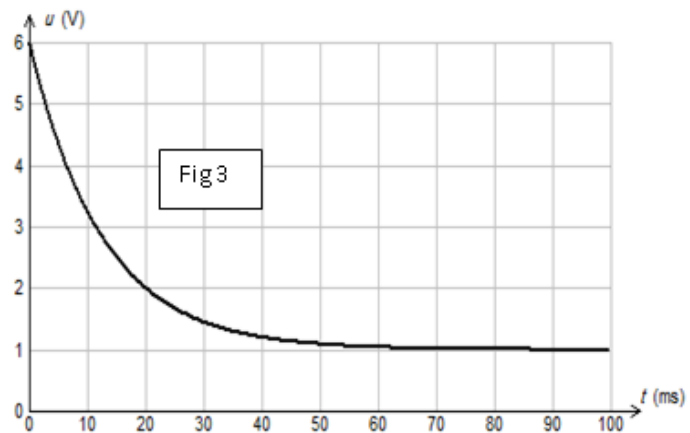
4)

On remplace la bobine ( $B_1$ ) par une bobine ( $B_2$ ) de même inductance L mais de résistance r non nulle. Les courbes traduisant les variations de  $u_{AM}(t)$  et  $u_{DM}(t)$  sont celles de la figure 3.

a- Montrer qu'en régime permanent, la tension aux bornes de la bobine ( $B_2$ ) est donnée par la relation

$$u_{B2} = \frac{r \cdot E}{R+r}$$

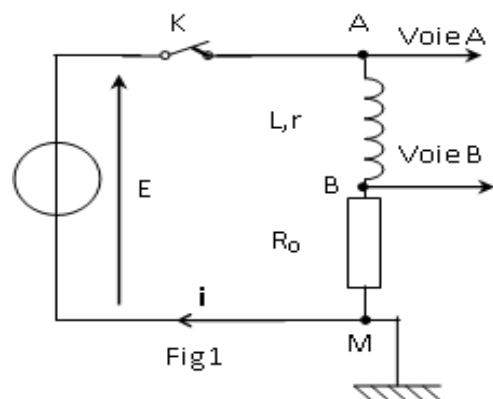
b- Déduire la valeur de la résistance r



## Exercice 10

On se propose d'étudier l'établissement du courant dans un dipôle série comportant une bobine d'inductance L et une résistance r et un conducteur ohmique de résistance  $R_0 = 30 \Omega$  lorsque celui-ci est soumis à un échelon de tension de valeur E délivrée par un générateur de tension idéal. Un oscilloscope à mémoire, est branché comme l'indique la figure 1, permet d'enregistrer au cours du temps les valeurs des tensions.

1) A l'instant  $t=0$ , on ferme l'interrupteur K, et on



procède à l'enregistrement. On obtient les courbes  $y_1 = f(t)$  et  $y_2 = g(t)$  (figure 2).

a- Quelles sont les grandeurs électriques observées sur les voies A et B ? Identifier  $y_1$  et  $y_2$ . Justifier la réponse.

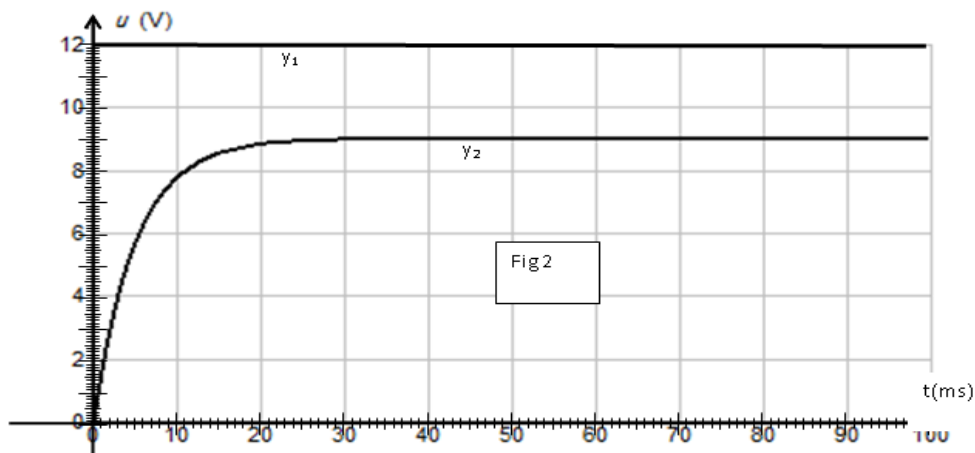
b- Quelle est la courbe qui permet de déduire la variation de l'intensité de courant  $i$  au cours du temps ? Expliquer brièvement le comportement électrique de la bobine.

c- Prélever du graphe la valeur de la force électromotrice du générateur.

2) Lorsque le régime permanent est établi, l'intensité  $i$  prend la valeur  $I_p$ , tandis que  $y_2$  prend la valeur  $Y_p$

a- Donner, dans ces conditions, les expressions littérales des tensions  $u_{AM}$ ,  $u_{AB}$  et  $u_{BM}$ .

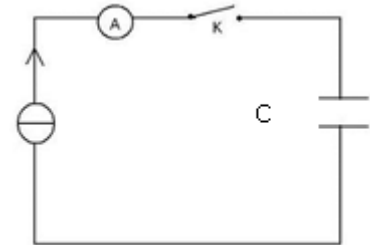
Montrer, en utilisant les courbes de la figure 2, que la bobine a une résistance non nulle.



## Etude du dipôle RC

### Exercice 1

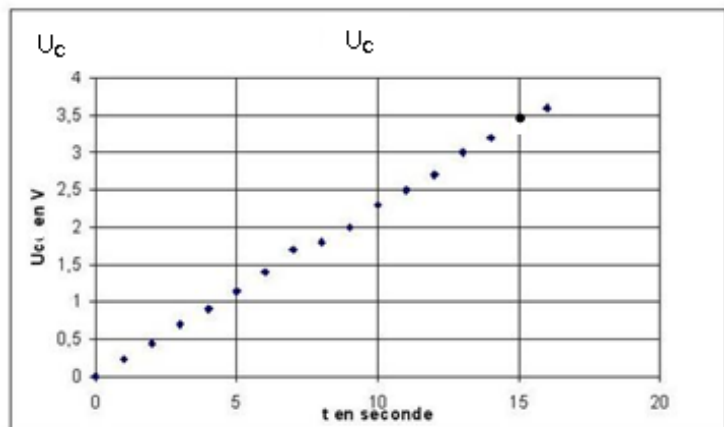
On veut déterminer la capacité  $C$  d'un condensateur, pour cela on réalise sa charge avec un générateur de courant. Ce générateur débite un courant d'intensité  $I = 0,5 \text{ mA}$ . On réalise la saisie automatique de la tension  $U_C$  aux bornes du condensateur en fonction du temps. Le montage utilisé est schématisé ci-contre :



1- Refaire le schéma du montage ; représenter  $U_C$ ,  $q$  ( $q > 0$ ), la voie Y et la masse de l'oscilloscope afin que l'on puisse visualiser  $U_C$ .

2- A l'instant  $t = 0$  on ferme l'interrupteur  $K$ . Etablir la relation entre  $I$ ,  $C$ ,  $U_C$  et  $t$ .

3- On obtient la courbe  $U_C(t)$ : (*voir document ci-contre*). A l'aide de la courbe, déterminer la valeur de la capacité  $C$  du condensateur.



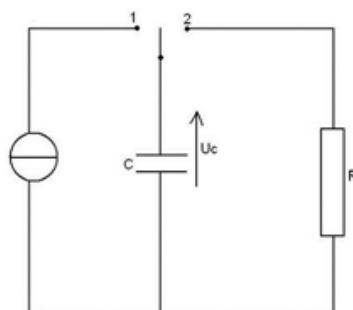
4- Afin de ne pas détériorer le condensateur, la durée de charge ne doit pas dépasser  $t_{\max} = 2 \text{ min}$ .

a- Calculer la tension de claquage du condensateur.

b- Déduire l'énergie électrique maximale emmagasinée par le condensateur.

### Exercice 2

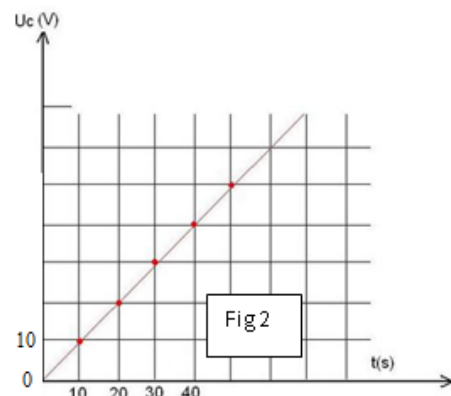
Le montage représenté ci-contre permet de charger et de décharger un condensateur dans une résistance  $R$ .



1a- Pour chacune de ces deux opérations, quelle doit être la position de l'interrupteur ?

1b- Des deux graphes

(fig 1 et fig 2) proposés ci-dessous, lequel correspond à la charge de ce condensateur ? Justifier.



2-Le générateur de courant permet une charge, à intensité constante, d'un condensateur. La charge dure 40 s et l'intensité du courant a pour valeur  $1\mu\text{A}$ .

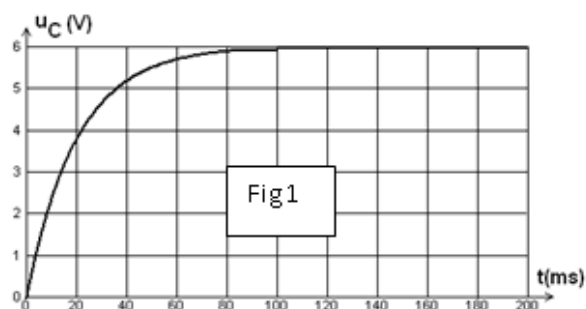
2a-Calculer la charge du condensateur à la date 40 s.

2b-Quelle est la valeur de l'énergie emmagasinée par le condensateur à cette date ?

2c-Quelle est la capacité du condensateur ?

3- Sachant que ce condensateur est plan et que l'aire des deux surfaces communes en regard est  $S=0.1\text{ m}^2$  et que l'épaisseur du diélectrique qui se trouve entre les deux plaques est  $e=0,02\text{ mm}$ .

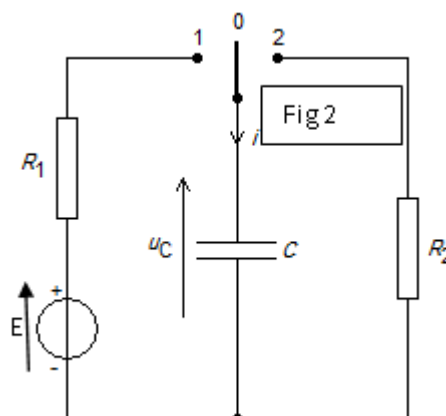
- déterminer la permittivité électrique absolue  $\epsilon$  du diélectrique de ce condensateur.
- Déduire la permittivité relative  $\epsilon_r$  du diélectrique. On donne  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\text{ u.s.i}$



### Exercice3

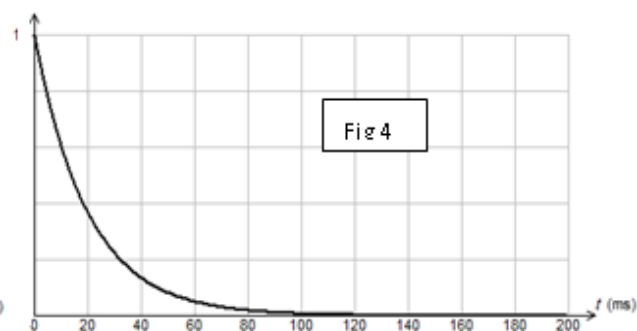
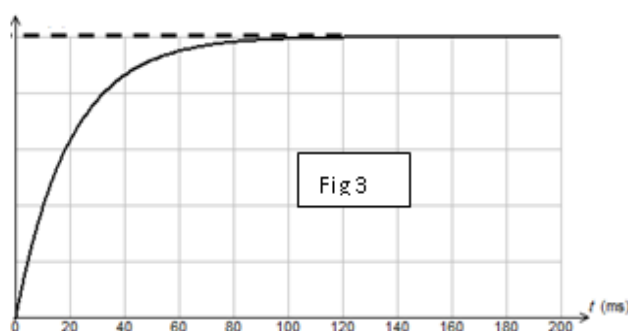
Le circuit électrique représenté par la figure ci-contre (fig 2) est constitué des éléments suivants :

- Un générateur de tension idéale de f.e.m E.
- Deux conducteurs ohmiques de résistances  $R_1$  et  $R_2$ .
- Un condensateur de capacité C initialement déchargé.
- Un commutateur K.



I- A l'instant  $t=0$ , on place le commutateur K dans

la position 1. Un système d'acquisition approprié permet d'obtenir les courbes de variation de la charge  $q(t)$  du condensateur et la tension  $u_{R1}(t)$  aux bornes du résistor  $R_1$ . (voir fig 3 et fig 4).



1-a- Préciser, en le justifiant, le graphe correspondant à la charge  $q=f(t)$  et celui correspondant à la tension  $u_{R1}=g(t)$ .

b-Etablir, à un instant de date t quelconque la relation entre q,  $u_{R1}$ , E et C.

c-Montrer qu'à la date  $t=0$ , la tension  $u_{R1}$  est égale à E. En déduire sa valeur (pour le graphe de  $u_{R1}(t)$  : 1 carreau  $\longrightarrow$  2 V).

d-A partir du graphe de  $q(t)$ , prélever la valeur de la charge électrique maximale  $Q_{\max}$  du condensateur (1 carreau  $\longrightarrow$   $2 \cdot 10^{-4}\text{C}$ ).

2- a- Définir la constante de temps  $\tau$  d'un dipôle RC. Montrer que  $\tau$  est un temps.  
 b- Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de  $u_{R1}$  au cours du temps peut s'écrire sous la forme  $\tau_1 \frac{du_{R1}}{dt} + u_{R1} = 0$  avec  $\tau_1 = R_1 C$ .

c- La solution générale de cette équation est de la forme :  $u_{R1} = Ae^{-\alpha t}$ . Déterminer A et  $\alpha$ .  
 d- Montrer que lorsque le condensateur est complètement chargé, sa tension est égale à E. Déduire la valeur de la capacité C.

3- a- Déterminer graphiquement  $\tau_1$ . Préciser la méthode utilisée.

b- Calculer la valeur de  $R_1$ .

c- Calculer l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur lorsque  $u_{R1} = u_C$ .

II- Lorsque le condensateur est complètement chargé, on bascule le commutateur K à la position 2 à un instant choisi comme nouvelle origine des dates.

1-a- Ecrire la loi des mailles correspondante.

b- Montrer qu'à la date  $t=0$ , la tension aux bornes du résistor  $R_2$  est  $u_{R2} = -E$ .

2- La tension aux bornes du résistor  $R_2$  est donnée par l'expression  $u_{R2} = -E \cdot e^{-t/\tau_2}$  avec  $\tau_2 = R_2 C$ .

a- Sachant qu'à la date  $t_2 = 4 \cdot 10^{-2}$  s, la charge du condensateur est  $q = 3,7 \cdot 10^{-4}$  C. Calculer  $R_2$ .

b- Représenter sur le même graphe l'allure de la courbe représentant q en fonction du temps au cours de la décharge. Même question pour la tension  $u_{R2}(t)$ .

#### Exercice 4

Au cours d'une séance de TP on étudie la décharge d'un condensateur de capacité C (préalablement chargé) à travers un dipôle ohmique de résistance R. Un ordinateur muni d'une interface et d'un tableur a permis de tracer les courbes représentant l'évolution de la tension  $u = u_{AB}$  et de l'intensité du courant dans le circuit (voir ci-dessous).

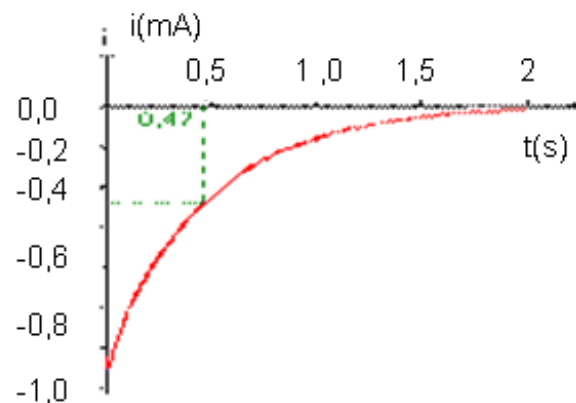
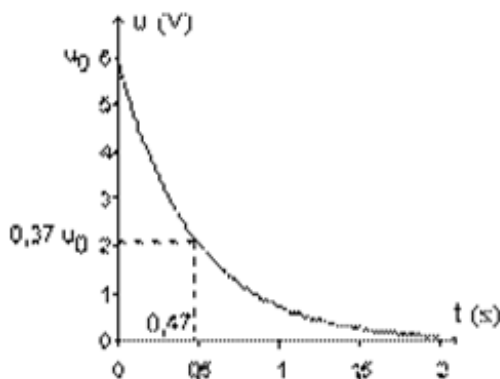
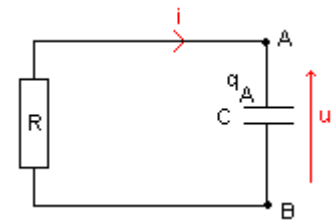
1. Établir la relation entre i et du/dt.

2. Donner, en justifiant la réponse, le signe de  $q_A$  à l'instant  $t=0$ .

3. Indiquer, en justifiant les réponses, le sens réel du courant et le sens de déplacement des électrons.

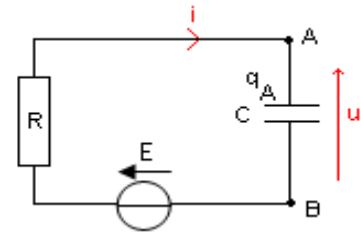
4. Déterminer la valeur de la constante de temps  $\tau$  du dipôle RC.

5. Déterminer les valeurs de R et de C.



### Exercice 5

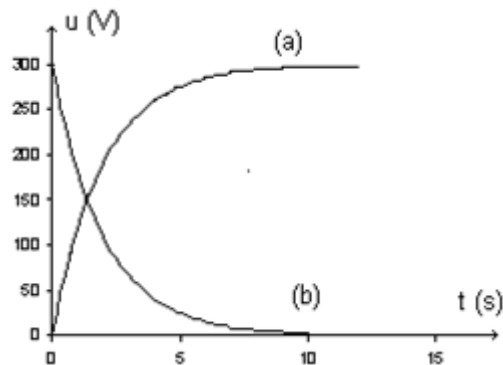
On étudie le flash d'un appareil photographique jetable. Dans ce type d'appareil, une pile de 1,5V alimente un oscillateur. Un transformateur élève la tension qui, après avoir été redressée, permet de charger un condensateur. Une lampe témoin s'allume lorsque le flash est prêt à fonctionner. La décharge du condensateur dans une lampe à éclat engendre l'éclair.



Le condensateur utilisé porte les indications suivantes : 330V ; 160 $\mu$ F $\pm$ 10%. La durée minimale séparant deux déclenchements successifs du flash est de 10s.

Pour vérifier la valeur de la capacité du condensateur, on réalise le montage schématisé ci-contre. Le condensateur, initialement déchargé, est alimenté à travers un dipôle ohmique de résistance  $R=12,5\text{k}\Omega$  par une source idéale de tension appliquant une tension  $E=300\text{V}$ .

A l'aide d'un oscilloscope numérique, on visualise la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur ainsi que la tension  $u_R$  aux bornes du dipôle ohmique. Ces courbes sont représentées ci-dessous.



1. Indiquer, sur le schéma du montage, le branchement permettant à un oscilloscope de tracer les courbes (a) et (b). On précisera sur le schéma les tensions effectivement mesurées.
2. Des tensions  $u_R$  et  $u_C$ , quelle est celle qui permet de suivre l'évolution du courant (intensité) dans le circuit ? Justifier la réponse.
3. Quelle est des deux courbes (a) et (b) celle qui représente  $u_C$ ? Justifier la réponse.
4. Montrer que le produit RC est homogène à une durée.
5. Montrer qu'une seule des équations différentielles suivantes est correcte.

$$(1) R \frac{du_R}{dt} + Cu_R = 0; (3) RC \frac{du_R}{dt} + u_R = 0$$

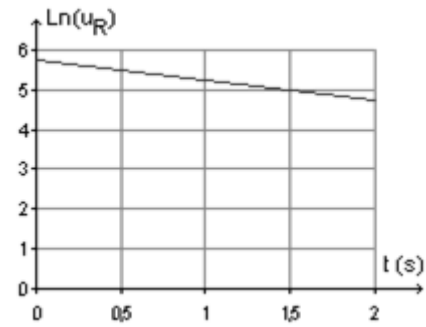
$$(2) C \frac{du_R}{dt} + Ru_R = 0; (4) \frac{du_R}{dt} + RCu_R = 0$$

6. La solution de l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_R$  a pour expression:  $u_R = Ee^{-t/\tau}$

avec  $\tau=RC$ .

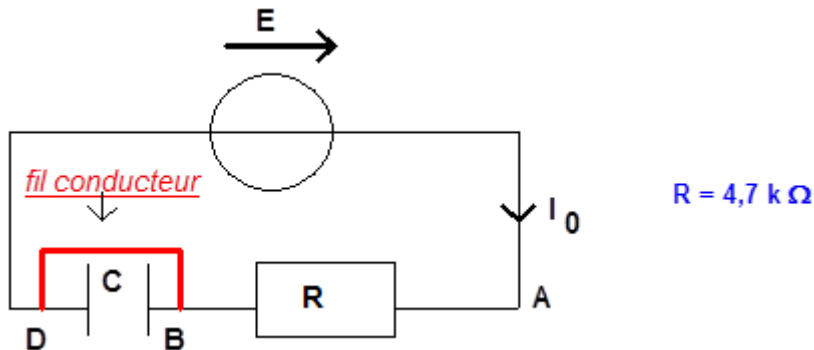
Montrer que l'on peut écrire :  $\ln(u_R)=at+b$ . On exprimera a et b en fonction de E et  $\tau$ .

7. La droite précédente est tracée par l'ordinateur (document ci-contre). En déduire la valeur de la capacité C du condensateur. Cette valeur est-elle en accord avec l'indication portée sur le condensateur ?



### Exercice 6

1. On considère le circuit électrique ci-dessous comprenant un conducteur ohmique de résistance  $R = 4,7 \text{ k}\Omega$ , un condensateur de capacité C et une alimentation stabilisée de tension à vide E. Un fil conducteur relie les bornes B et D du condensateur.

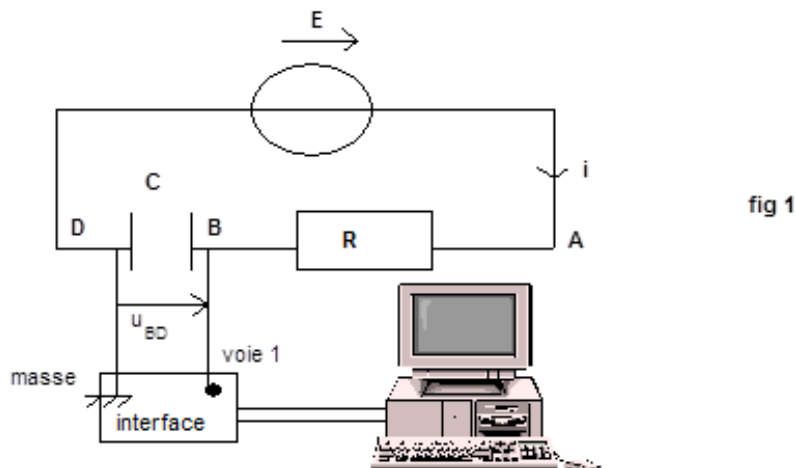


1.1. Que vaut la tension aux bornes du condensateur ?

1.2. Déterminer l'expression de l'intensité  $I_0$  du courant dans le circuit en fonction de certains paramètres parmi les suivants E, R, C.

2. On se propose de suivre l'évolution de la tension  $u_{BD}$  aux bornes du condensateur, au cours du temps.

Un ordinateur est relié au circuit électrique par l'intermédiaire d'une interface d'acquisition de données (voir figure 1)



A la date  $t = 0$ , on enlève le fil conducteur aux bornes du condensateur. On enregistre alors la variation de la tension  $u_{BD}$  aux bornes du condensateur au cours du temps. L'acquisition de mesures étant terminée, on trace le graphe d'équation  $u_{BD} = f(t)$  (voir document 1).

2.1. Déterminer, à partir du document 1, la valeur de la tension E.

En déduire la valeur de l'intensité  $I_0$  du courant dans le circuit à  $t = 0$ .

2.2. Etablir que l'équation différentielle d'évolution de la tension  $u_{BD}$  au cours du temps est donnée par l'expression :

$$\frac{du_{BD}}{dt} + \frac{u_{BD}}{RC} = \frac{E}{RC}$$

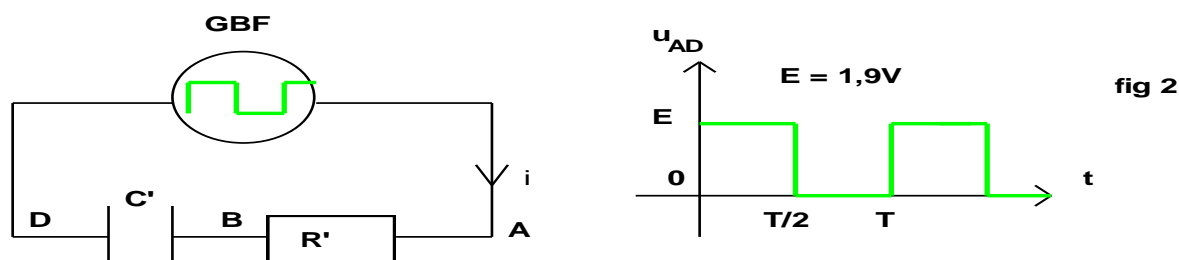
Vérifier à partir de l'équation différentielle que la constante de temps du circuit  $\tau = RC$  est homogène à une durée.

2.3. A partir du coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe  $u_{BD} = f(t)$  à l'instant de date  $t = 0$ , déterminer la constante de temps du circuit. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

A partir du document 1, déterminer la durée au bout de laquelle on peut considérer que le condensateur est chargé. Comparer cette durée à la constante de temps  $\tau$  du circuit.

3. On désire visualiser sur un oscilloscope l'évolution de la tension  $u_{BD}$  aux bornes du condensateur lors de sa charge.

Le circuit électrique comprend maintenant un générateur basse fréquence (GBF) délivrant une tension carrée  $u_{AD}$ , un condensateur de capacité  $C' = 10 \text{ nF}$  et un conducteur ohmique de résistance  $R' = 10 \text{ k}\Omega$ . (fig 2).

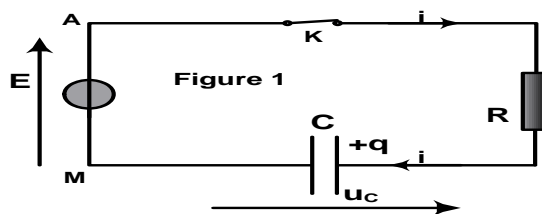


3. Indiquer, sur le circuit électrique de la figure 2, les branchements à réaliser pour visualiser sur la voie 1 de l'oscilloscope la tension délivrée par le générateur basse fréquence, et sur la voie 2 la tension aux bornes du condensateur.

### Exercice 7

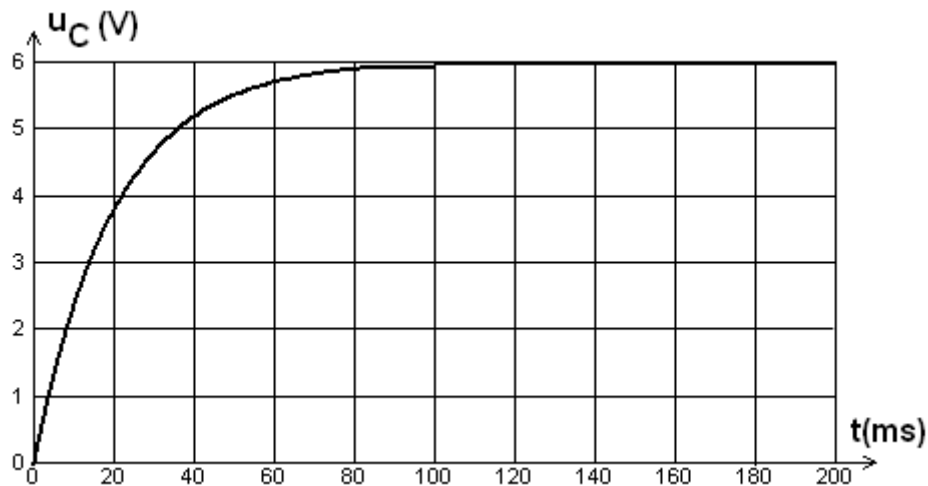
I- On se propose d'étudier l'évolution de la tension aux bornes d'un condensateur dans le but de déterminer la capacité du condensateur.

Un générateur de tension de force électromotrice E alimente un conducteur ohmique de résistance  $R=100 \Omega$  et un condensateur de capacité C, associés en série (figure1).



Un dispositif d'acquisition de données relié à un ordinateur permet de suivre l'évolution de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur en fonction du temps.

À la date  $t=0$ , on ferme l'interrupteur K et l'ordinateur enregistre la courbe  $u_C=f(t)$ .



1. À l'aide de la courbe  $u_C(t)$ , déterminer la date  $t$  à partir de laquelle on peut considérer que la tension  $u_C$  est constante. Quel phénomène physique est mis en évidence par la portion de courbe située avant la date  $t$  ?
2. Déterminer la valeur de  $E$ . Expliquer.
3. Déterminer la valeur de la constante de temps  $\tau$  du circuit.
4. En déduire une valeur approchée de  $C$ .
5. Évaluer, à partir de la figure ci-dessus, la durée  $\Delta t$  nécessaire pour charger complètement le condensateur. Comparer  $\Delta t$  à  $\tau$ .
6. Faut-il augmenter ou diminuer la valeur de  $R$  pour charger plus rapidement le condensateur? Justifier la réponse.
7. En respectant l'orientation d'intensité qui est indiquée sur la figure 1, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_C$ .
8. Sachant que  $u_C = E(1 - e^{-t/RC})$  est solution de l'équation différentielle et en respectant l'orientation d'intensité qui est indiquée sur la figure 1, établir l'expression de  $i(t)$ . En déduire l'allure de la courbe  $i=f(t)$ .

### Exercice 8

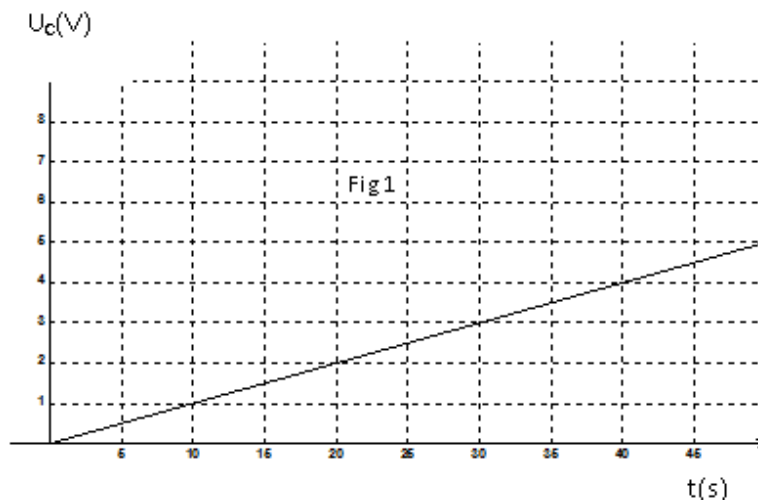
On dispose au laboratoire d'un condensateur de capacité  $C$  inconnue, pour déterminer expérimentalement la valeur de  $C$ , deux groupes d'élèves proposent deux solutions différentes.

#### I- Le premier groupe réalise un circuit électrique comportant :

- \*Un générateur idéal de courant débitant un courant d'intensité constante  $I = 20 \mu\text{A}$ .
- \*Un voltmètre.
- \*Le condensateur de capacité  $C$  inconnue.
- \*Un conducteur ohmique de résistance  $R$

\*Un interrupteur K et un chronomètre.

A la date  $t=0$ , ils ferment l'interrupteur K et mesurent à différentes dates la tension aux bornes du condensateur, ce qui leur a permis de tracer la courbe de variation de la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur en fonction du temps (**figure 1**).



1- Représenter le schéma du circuit en indiquant le branchement du voltmètre.

2- Etablir l'expression de  $u_c$  en fonction de I, C et t.

3- Déterminer graphiquement la valeur de la capacité C.

Calculer à la date  $t=20$  s, l'énergie emmagasinée dans le condensateur.

## II-Le deuxième groupe réalise un circuit électrique comportant :

- Un générateur basse fréquence G.B.F de signaux carrés, de fréquence N, fournissant alternativement une tension nulle ou positive  $U_m$  (Tension crêteaux).

- Un oscilloscope bicourbe,

- Le condensateur de capacité C inconnue.

- Un conducteur ohmique de résistance R réglable et un interrupteur K.

1- Représenter le schéma du circuit en indiquant les branchements des fils de masse et les entrées  $Y_A$  et  $Y_B$  de l'oscilloscope nécessaire pour visualiser respectivement la tension fournie par le G.B.F et la tension aux bornes du condensateur.

2- Avec  $R = 40 \Omega$ , on observe sur l'écran de l'oscillo les courbes de la figure 2.

Les réglages de l'oscilloscope indiquent

**Sensibilité verticales sur  $Y_A$  :  $2V.div^{-1}$  et sur  $Y_B$  :  $1V.div^{-1}$ .**

**Sensibilité horizontale :  $10 ms.div^{-1}$ .**

a- Identifier les courbes 1 et 2, interpréter le phénomène observé principalement, dans les zones OA et AB.

b- Etablir l'équation différentielle régissant les variations de  $u_c$  dans la zone OA. Donner l'expression de sa solution en fonction de  $U_m$ , R, C et t.

c- Déterminer graphiquement

- La période T du G.B.F et la tension maximale  $U_m$  fournie. Calculer la fréquence N.

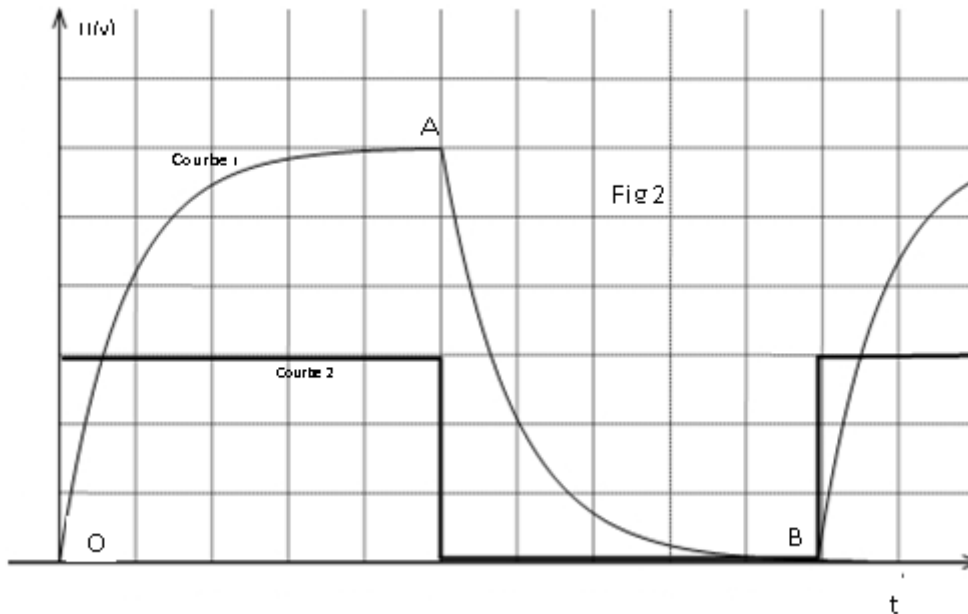
- la constante de temps  $\tau$ . Déduire la valeur de la capacité C du condensateur, la comparer à celle trouvée par le premier groupe.

d- Tracer sur le même graphe l'allure de la courbe de variation de la tension  $u_R$  aux bornes du résistor en fonction du temps. Préciser sur le graphe les deux régimes.

3- On règle la résistance R à la valeur  $60 \Omega$ .

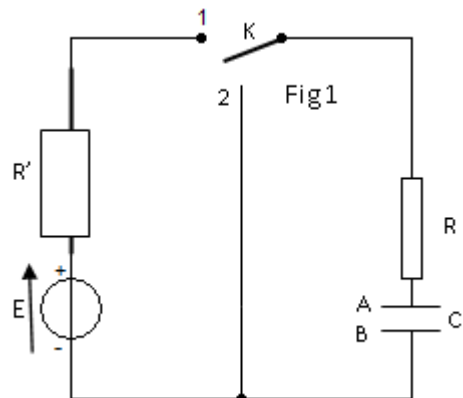
a- Calculer la nouvelle valeur de la constante de temps.

Tracer, sur le même graphe, l'allure de la courbe représentant  $u_c$  en fonction du temps.



### Exercice 9

I-/ Le condensateur de capacité  $C$  utilisé dans le montage schématisé ci-contre est alimenté par un générateur de tension supposé idéal délivrant entre ses bornes une tension  $E=6V$ . Un conducteur ohmique a une résistance  $R=300\ \Omega$  alors que l'autre sa résistance  $R'$  est inconnue. Le condensateur étant initialement déchargé, le commutateur  $K$  est placé sur la position 1 à un instant pris comme origine de temps et à l'aide



d'un ordinateur muni d'une interface on a pu suivre l'évolution de l'intensité de courant électrique dans le circuit voir figure 2 (**page à compléter et à remettre avec la copie**)

1°) En désignant par  $q$  la charge positive portée par l'armature A du condensateur à une date  $t$ . Indiquer sur le schéma le sens arbitraire positif du courant  $i(t)$ .

2°) En appliquant la loi des mailles, établir l'équation différentielle régissant les variations de l'intensité du courant  $i(t)$ .

3°) Cette équation différentielle admet pour solution :  $i(t)=A.e^{-\alpha t}$  où  $A$  et  $\alpha$  sont deux constantes positives qu'on déterminera leurs expressions.

4°) Déterminer l'expression de la tension aux bornes du condensateur  $u_{AB}(t)$ .

5°) En utilisant le graphe de  $i(t)$ , déterminer :

a- la valeur de la résistance  $R'$ .

b- la valeur de la constante de temps  $\tau$ . Déduire la valeur de la capacité  $C$ .

II-/ Lorsque l'intensité de courant s'annule dans le circuit, on bascule le commutateur  $K$  sur la position 2 à une date considérée comme origine de temps alors qu'on a programmé l'ordinateur pour tracer la courbe d'évolution de l'énergie dissipée dans le résistor  $R$  en fonction de  $u_{AB}^2$ . La courbe obtenue est donnée par la figure 3

1°) En appliquant la loi des mailles, établir l'équation différentielle régissant les variations de la tension  $u_{AB}(t)$ .

2°) La solution de l'équation différentielle précédente est  $u_{AB}(t) = E \cdot e^{-t/\tau}$ .

3°) Trouver l'expression de l'intensité du courant et déduire le sens du courant réel.

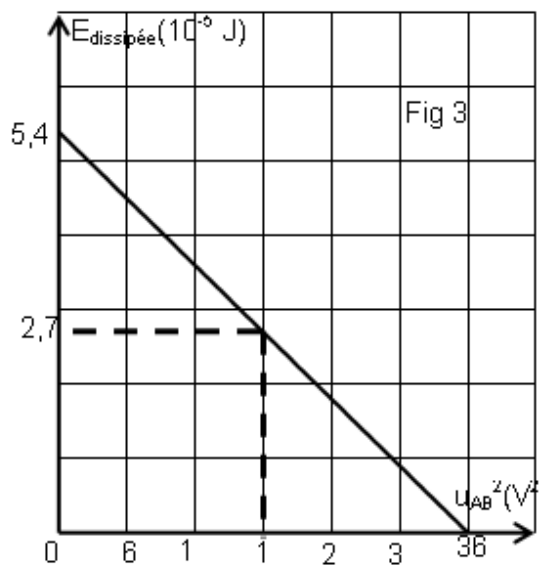
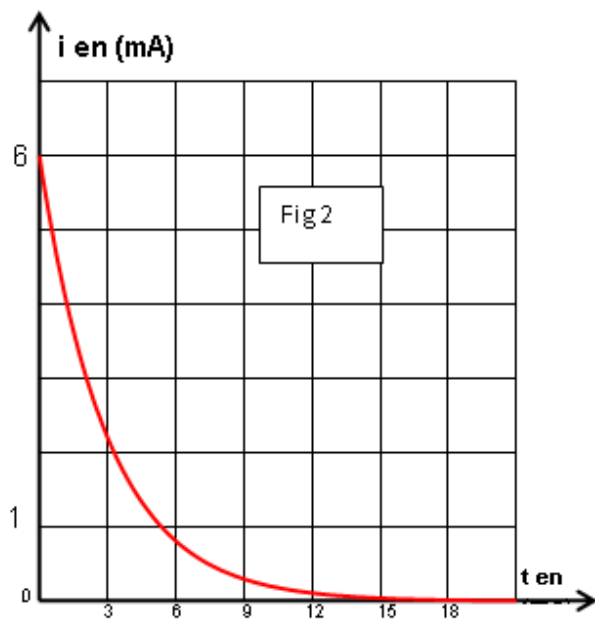
4°) Montrer que l'énergie dissipée par effet joule dans le résistor R s'écrit sous la forme :

$$E_{\text{dissipée}} = -\frac{1}{2}C \cdot u_{AB}^2 + \frac{1}{2}C \cdot E^2$$

5°) En utilisant le graphe de la figure 3 :

a- Retrouver la valeur de la capacité du condensateur.

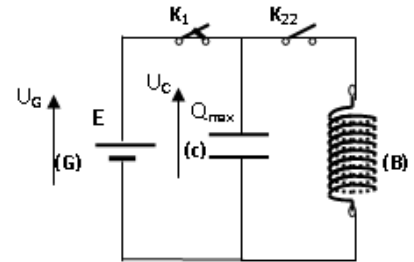
b- Déterminer l'instant  $t$  pour lequel l'énergie dissipée est égale à l'énergie emmagasinée dans le condensateur



## Oscillations électriques libres et oscillations électriques forcées

### Exercice 1

On considère le circuit électrique schématisé dans la figure ci-contre, comportant : un générateur de tension continue (G), de f.é.m  $U_0$  et de résistance interne négligeable ; un condensateur (c) de capacité  $C$  et d'armatures A et B ; une bobine (B) d'inductance  $L$  et de résistance négligeable ; deux interrupteurs  $K_1$  et  $K_2$ .



1.  $K_2$  étant ouvert, on ferme  $K_1$ . Après une brève durée, le condensateur porte une charge maximale  $Q_0$  et emmagasine une énergie électrostatique  $E_0$ .

a- Donner l'expression de  $Q_0$  en fonction de  $U_0$  et  $C$ .

b- Donner l'expression de  $E_0$  en fonction de  $Q_0$  et  $C$ .

2. Le condensateur étant chargé ; à  $t = 0$  on ouvre  $K_1$  et on ferme  $K_2$ . A  $t$  quelconque, l'armature A du condensateur porte une charge  $q$ .

a- Exprimer l'énergie électromagnétique  $E$  en fonction de  $L$ ,  $C$ ,  $q$  et  $i$ .

b- Montrer, sans faire aucun calcul que cette énergie se conserve et elle est égale à  $\frac{Q_0^2}{2C}$

Déduire l'équation différentielle des oscillations électriques.

c- Déterminer l'expression de la période propre  $T_0$  en fonction de  $L$  et  $C$ .

d- Donner l'expression de la charge  $q$  en fonction du temps.

3. Montrer que l'expression de cette énergie  $E_L$  en fonction du temps s'écrit :

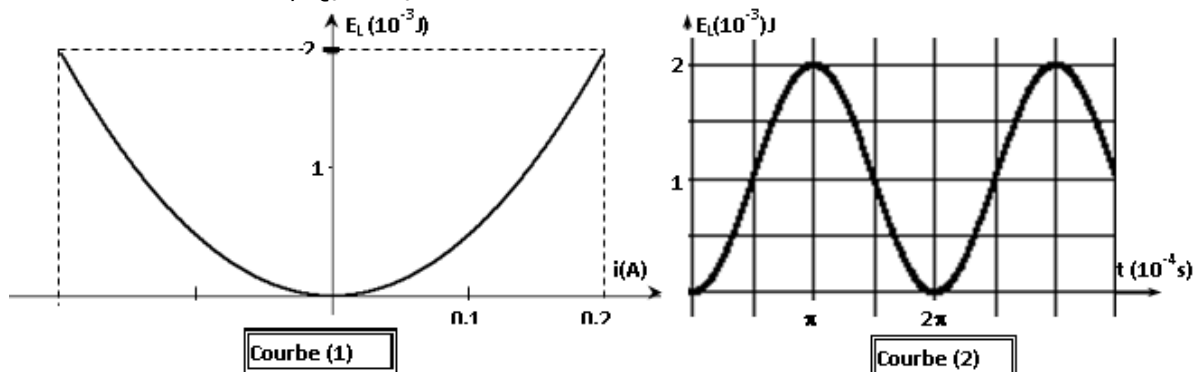
$$E_L = \frac{E_0}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{4\pi}{T_0} t + \pi \right) \right]$$

4. Une étude expérimentale a permis de tracer les courbes (1) et (2) (ci-dessous) traduisant respectivement les variations de l'énergie magnétique  $E_L$  en fonction de  $i$  et en fonction du temps.

a- En exploitant la courbe (1), déduire les valeurs de  $L$  et de  $E_0$ .

b- En exploitant la courbe (2), déduire la valeur de  $T_0$ .

5. Déterminer alors  $C$ ,  $Q_0$  et  $U_0$ .



## Exercice 2

Avec un générateur de tension continue, de f.e.m.  $E_0$  constante et de résistance interne nulle, un condensateur de capacité  $C$  et une bobine d'inductance  $L$  et de résistance négligeable, on réalise le circuit de la :

### A-L'interrupteur K est dans la position (1)

1°/ Quel est le phénomène observé ?

2°/ Donner l'allure de la courbe de variation de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.

### B-L'interrupteur K est basculé dans la position (2) :

1°/ a- Etablir l'équation différentielle qui régit les oscillations de la charge  $q(t)$ .

b- Montrer que  $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$  peut être une solution de l'équation différentielle précédente. Donner l'expression de  $\omega_0$ .

2°/ a- Montrer que le circuit (L,C) est conservatif et que son énergie totale est

$$E = \frac{1}{2C} Q_m^2.$$

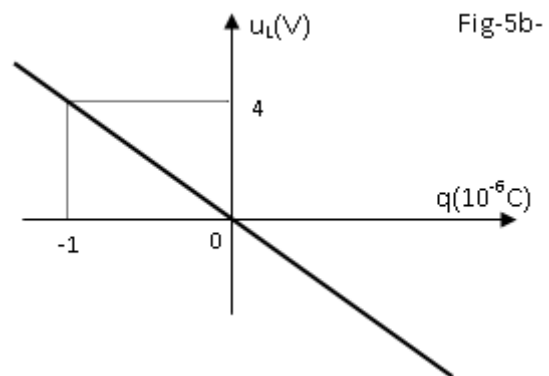
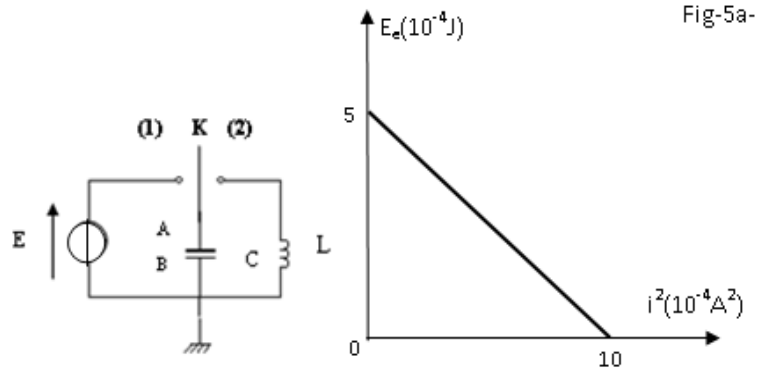
b- Montrer que l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur en fonction de  $i^2$  est de la forme  $E_e = \frac{1}{2C} Q_m^2 - \frac{1}{2} L \cdot i^2$ .

c- L'étude expérimentale a permis de tracer les courbes de la figure-5-, donnant les variations de l'énergie électrostatique  $E_e$  du condensateur en fonction de l'intensité  $i$  du courant (fig-5a) et de la tension  $u_L$  aux bornes de la bobine en fonction de la charge  $q$ . (fig-5b).

Justifier théoriquement l'allure de la courbe figure-5b- en établissant la relation entre  $u_L$  et  $q$ .

3°/- En exploitant ces deux courbes, déterminer :

- L'inductance  $L$  de la bobine.
- La capacité  $C$  du condensateur.
- La pulsation propre  $\omega_0$  du circuit.
- La charge maximale  $Q_m$ .
- En déduire la f.e.m du générateur.



### Exercice3

Au cours d'une séance de travaux pratiques, un élève réalise le circuit schématisé ci-dessous (figure 1).

Ce circuit est constitué des éléments suivants : un générateur délivrant une tension continue constante de valeur  $E = 4,0 \text{ V}$  ; une résistance  $R$  réglable ; un condensateur de capacité  $C = 2,0 \mu\text{F}$  ; une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$ .

Un commutateur (K) permet de relier le dipôle (RC) soit au générateur, soit à la bobine.

L'entrée  $Y_1$  d'une interface, reliée à un ordinateur, est connectée à la borne A ; l'autre entrée  $Y_2$  est connectée à la borne D. La masse de l'interface est connectée à la borne B.

Les entrées  $Y_1$ ,  $Y_2$  et la masse de l'interface sont équivalentes respectivement aux entrées  $Y_1$ ,  $Y_2$  et à la masse d'un oscilloscope.

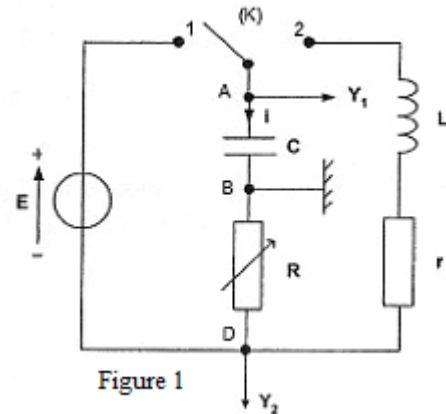


Figure 1

#### Étude énergétique du condensateur

Au cours de cette question, on étudie la charge du condensateur. À l'instant de date  $t = 0 \text{ s}$ , le condensateur est déchargé et on bascule le commutateur en position 1.

1.1 Représenter, sur la figure 1, par des flèches : la tension  $u_{DB}(t)$  aux bornes de la résistance ; la tension  $u_{AB}(t)$  aux bornes du condensateur.

1.2. Donner, en le justifiant, le signe de la charge  $q$  portée par l'armature A du condensateur au cours de sa charge et la relation existant entre la charge  $q$  et la tension  $U_{AB}$ . En tenant compte de l'orientation du circuit, donner la relation vérifiée à chaque instant par l'intensité  $i(t)$  du courant et la charge  $q(t)$ .

A partir des expressions des tensions aux bornes des trois dipôles, établir l'équation différentielle vérifiée par  $u_{AB}(t)$ . Donner l'expression de  $u_{AB}(t)$  solution de cette équation différentielle en fonction de  $E, R, C$  et  $t$

1.3. Donner en fonction de  $u_{AB}(t)$  l'expression littérale de l'énergie électrique  $E_e$  emmagasinée par le condensateur. En déduire l'expression littérale  $E_{e,max}$  de sa valeur maximale et calculer sa valeur.

#### 2. Étude énergétique du circuit RLC

2.1. Une fois le condensateur chargé, l'élève bascule rapidement le commutateur (K) de la position 1 à la position 2 : il prend l'instant du basculement comme nouvelle origine des dates. Le condensateur se décharge alors dans la bobine. L'acquisition informatisée des tensions permet de visualiser l'évolution des tensions  $u_{AB}(t)$  et  $u_{DB}(t)$  en fonction du temps. Après

transfert des données vers un tableur-grapheur, l'élève souhaite étudier l'évolution des différentes énergies au cours du temps.

2.1.a/ Exprimer littéralement, en fonction de  $i(t)$ , l'énergie magnétique  $E_m$  emmagasinée dans la bobine.

À partir de l'une des tensions enregistrées  $u_{AB}(t)$  et  $u_{DB}(t)$ , donner l'expression de l'intensité instantanée  $i(t)$

2.1.b/ En déduire l'expression de l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine en fonction de l'une des tensions enregistrées.

2.1.c/ En déduire l'expression de l'énergie totale  $E_T$  du circuit en fonction des tensions  $u_{AB}(t)$  et  $u_{DB}(t)$ .

2.2 À partir du tableur-grapheur, l'élève obtient le graphe (figure 2) qui montre l'évolution, en fonction du temps, des trois énergies :  $E_e$  énergie électrique,  $E_m$ , énergie magnétique et  $E_T$  énergie totale.

2.2.a/ Identifier chaque courbe en justifiant. Quel phénomène explique la décroissance de la courbe 1 ?

2.2.b/ Montrer les transformations mutuelles de  $E_e$  et de  $E_m$ .

2.2-c/ Déterminer graphiquement :

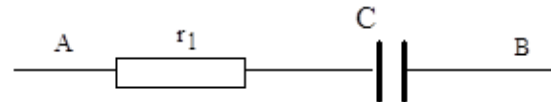
- La pseudo période  $T$ .

- L'énergie dissipée par effet joule à la date  $t=31.4$  ms.

2.2-d/ Pour réduire l'énergie dissipée par effet joule pendant chaque pseudopériode dans le circuit faut-il augmenter ou diminuer  $R$ . Justifier.

#### Exercice 4

On considère le dipôle suivant, constitué d'un conducteur ohmique de résistance  $r_1 = 100 \Omega$  et d'un condensateur de capacité inconnue  $C$  :



1. Pour mesurer son impédance, on applique à ce dipôle une tension sinusoïdale de fréquence 50 Hz. On relève les valeurs efficaces de l'intensité  $i_{AB}$  et de la tension  $u_{AB}$  :

on trouve  $I_{AB} = 9,40$  mA et  $U_{AB} = 6,0$  V.

Calculer l'impédance  $Z$  du dipôle AB ; en déduire la capacité  $C$  du condensateur ( on pourra utiliser, en les adaptant, les formules rappelées en fin d'exercice au cas étudié ici ).

2. Dans une autre expérience, on associe en série le dipôle AB à une bobine de résistance  $r = 10 \Omega$  et d'inductance  $L$  variable. On maintient entre les bornes de l'ensemble une tension sinusoïdale de valeur efficace constante 6 V et de fréquence 100 Hz. (différente de celle du 1.) Quand  $L$  varie, l'intensité efficace  $I$  passe par un maximum pour  $L = 0,5$  H.

Calculer à nouveau la capacité  $C$  du condensateur et la valeur maximale de l'intensité efficace  $I$ .

3. On conserve le montage de la question précédente (conducteur ohmique, condensateur et bobine associés en série), mais on fait varier l'inductance de la bobine ; la nouvelle valeur est  $L' = 0,33$  H. La tension d'alimentation reste inchangée (6 V - 100 Hz).

3.1. Calculer l'impédance  $Z'$  du montage, puis l'intensité efficace  $I'$  du courant qui circule.

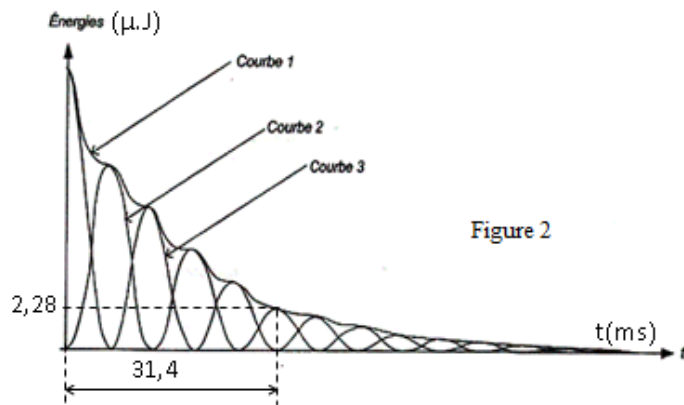


Figure 2

3.2. Déterminer le déphasage que présente la tension  $u$  par rapport à l'intensité  $i$  prise comme référence. Donner les expressions de  $i$  et  $u$ .

3.3. On dispose d'un oscillographe bicourbe. On envoie sur la voie A la tension aux bornes du conducteur ohmique de résistance  $r_1$  et sur la voie B la tension aux bornes de l'ensemble du montage.

Représenter les deux courbes que l'on observe sur les voies A et B de l'oscillographe (on se limitera à représenter une période) :

le balayage est réglé sur 1 ms/cm, la sensibilité verticale vaut 2 V/cm.

Que peut-on vérifier grâce à cette observation ?

### Exercice 5

On désire mesurer la résistance interne  $R$  et l'inductance  $L$  d'une bobine réelle de deux façons différentes.

**Partie A** Dans un premier temps, la bobine est alimentée en régime continu. Lorsque la tension à ses bornes vaut  $U_1 = 10$  V, l'intensité du courant qui la traverse vaut  $I_1 = 0,2$  A.

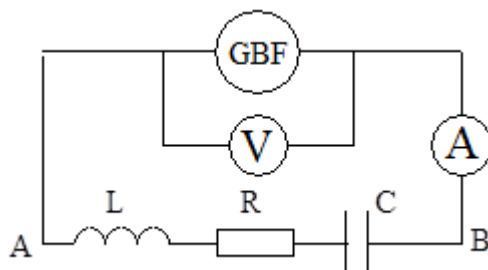
Dans un deuxième temps, la bobine est alimentée par un générateur basse fréquence délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence  $f = 200$  Hz, de valeur efficace  $U = 5$  V; l'intensité efficace est alors  $I = 10$  mA.

- Calculer la valeur de  $R$ .
- Calculer l'impédance  $Z_L$  de la bobine réelle
- En déduire la valeur de l'inductance  $L$ .

**Partie B** Ces résultats vont être vérifiés par une seconde méthode.

On réalise un dipôle AB constitué par l'association série de la bobine réelle et d'un condensateur de capacité  $C = 1\mu\text{F}$ .

La bobine sera assimilée à un résistor  $R$  en série avec une bobine parfaite d'inductance  $L$ .



Le voltmètre nous indique la valeur efficace de la tension d'alimentation ; elle sera maintenue constante et vaut  $U = 5$  V.

L'ampèremètre de résistance interne nulle nous indique la valeur de l'intensité efficace correspondante.

- Donner l'expression littérale de l'impédance totale du circuit AB.
- Pour  $f = f_0 = 252$  Hz, la valeur de l'intensité efficace passe par une valeur maximale  $I_0 = 0,1$  A.
  - Comment appelle-t-on ce phénomène ?
  - Que vaut l'impédance totale du circuit à  $f_0$  ?
  - Calculer  $R$  et  $L$
  - Quelle est dans ces conditions la valeur de la tension efficace  $U_C$  aux bornes du condensateur ? Comparer les valeurs efficaces de la tension d'alimentation  $U$  et de la tension  $U_C$  : commenter.

3. On se place à présent à  $f_1 = 200$  Hz.

a) Calculer la valeur de l'impédance totale du circuit.

b) En déduire la valeur de l'intensité efficace  $I$ .

c) Calculer le déphasage  $\varphi$  de la tension instantanée  $u(t)$  par rapport à l'intensité  $i(t)$ . Conclure quant au caractère inductif ou capacitif du dipôle AB à la fréquence  $f_1$ .

d) Donner les expressions de  $u(t)$  et de  $i(t)$ . On prendra  $i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t)$ .

### Exercice 6 : Circuit R, L, C. RÉSONANCE D'INTENSITÉ

Un circuit comprenant une résistance  $R$ , une inductance pure  $L$ , un condensateur  $C$  montés en série, est alimenté sous une tension alternative sinusoïdale, de valeur efficace  $U$  de fréquence réglable.

**Données :**

$$U = 2,00 \text{ V}$$

$$R = 14,0 \ \Omega$$

$$L = 69,6 \text{ mH}$$

$$C = 10,0 \ \mu\text{F}$$

**1.**

1.1 Pour une pulsation  $\omega$  correspondant à une fréquence  $f$ , exprimer l'impédance  $Z$  du circuit, l'intensité efficace  $I$  du courant et le déphasage  $\varphi_{u/i}$  de la tension d'alimentation par rapport au courant.

Calculer  $Z$ ,  $I$  et  $\varphi_{u/i}$  si  $f = 175$  Hz.

1.2 Donner les expressions de  $u(t)$  et de  $i(t)$  ; on prendra  $i$  comme référence pour la phase.

2. La valeur efficace  $U$  de la tension d'alimentation est maintenue constante et égale à 2,00 V.

Pour des fréquences variant de 90 à 300 Hz, on relève les valeurs correspondantes de l'intensité efficace du courant :

| $f$ (Hz) | 90   | 120  | 150  | 160  | 170  | 180   | 185   | 190   | 195   | 200   | 210  | 250  | 300  |
|----------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|
| $I$ (mA) | 14,9 | 22,8 | 38,5 | 60,4 | 83,2 | 116,3 | 132,7 | 142,5 | 141,7 | 135,4 | 93,5 | 40,9 | 25,7 |

2.1

2.1.a Tracer la courbe représentant  $I$  en fonction de  $f$ , sur papier millimétré avec les échelles suivantes : 1 cm pour 20 Hz et 1 cm pour 10 mA. On portera un soin tout particulier à cette représentation graphique.

2.1.b Déterminer graphiquement la fréquence  $f_0$  et l'intensité efficace  $I_0$  du courant correspondant à la résonance.

2.2 Calculer ces valeurs et comparer à celles déterminées graphiquement.

**3.**

3.1

3.1.a Pour la fréquence de résonance  $f_0$ , donner l'expression littérale de la tension efficace  $U_C$  aux bornes du condensateur.

3.1.b Montrer que cette tension peut se mettre sous la forme  $U_C = Q \times U$  où  $Q$  est indépendant de  $U$ .

3.1.c  $Q$  est appelé le coefficient de surtension. Indiquer un autre nom possible pour  $Q$ .

3.2

3.2.a Calculer numériquement  $Q$  et  $U_C$ .

3.2.b Indiquer l'inconvénient que peut présenter le phénomène de surtension.

4. On appelle bande passante en fréquence l'intervalle de fréquence pour lequel l'intensité efficace  $I$  est supérieure ou égale à  $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ .

4.1 Déterminer graphiquement la bande passante  $B = f_2 - f_1$ ,  $f_2$  et  $f_1$  étant les fréquences pour lesquelles  $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

4.2 Comparer cette largeur de la bande ainsi déterminée à celle calculée à partir de la relation

$$B = \frac{f_0}{Q}$$

**Exercice 7**

On réalise un circuit électrique schématisé sur la figure -1- et comprenant un générateur B.F. délivrant une tension sinusoïdale  $u(t) = U_m \sin(2\pi ft)$  d'amplitude  $U_m$  constante de fréquence  $f$  variable, aux bornes duquel sont disposés en série le condensateur de capacité  $C = 1\mu F$ , une bobine de résistance  $r$  et d'inductance  $L = 0,01H$  et un résistor de résistance  $R$ .

On se propose de visualiser sur l'écran d'un oscilloscope à deux voies :

- la tension

$$u(t) \rightarrow \text{voie (1)}.$$

- la tension

$$u_R(t) \rightarrow \text{voie (2)}.$$

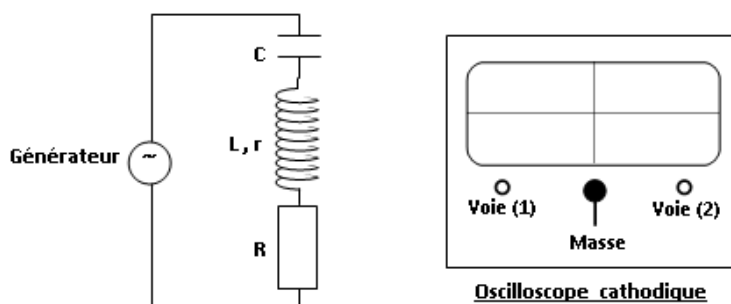


Figure -1-

1°) Etablir à l'aide d'un tracé clair les connexions nécessaires entre le circuit électrique de la figure-1- et l'oscilloscope.

2°) Etablir l'équation reliant  $i$ , sa dérivée première  $\frac{di}{dt}$  et sa primitive  $\int idt$ .

Soit  $i(t) = I_m \sin(2\pi ft + \varphi_i)$  la solution de cette équation.

**3°) a) Expérience n°1**

On ajuste la fréquence  $f$  à la valeur  $f_0$  correspondant à la fréquence propre du dipôle (L,C). On obtient les diagrammes de la figure-2-.

$\alpha$ - Montrer que, parmi les deux signaux qui constituent cette figure, celui ayant l'amplitude la plus élevée correspond à la tension  $u(t)$ .

$\beta$ -Etablir que  $\frac{R}{R+r} = \frac{2}{3}$

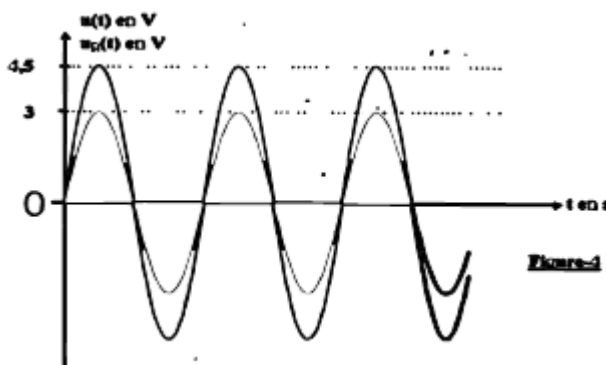


Figure-2

**b) Expérience n°2**

A partir de cette valeur  $f_0$ , on fait varier la fréquence  $f$  de la tension excitatrice  $u(t)$  jusqu'à rendre cette dernière déphasée de  $\frac{\pi}{6}$  par rapport au courant  $i(t)$ . La nouvelle de la fréquence est alors  $f_1 = 1524$  Hz.

$\alpha$ -Dire, en le justifiant, si le circuit est inductif ou capacitif.

$\beta$ -Faire la construction de Fresnel en tenant compte des données de cette expérience n°2 et montrer que  $R + r = \sqrt{3} \left( \frac{1}{2\pi f_1 \cdot C} - 2\pi f_1 \cdot L \right)$ .

$\gamma$ -Calculer  $R$  et  $r$ .

c) Déterminer le facteur de qualité  $Q$  de cet oscillateur

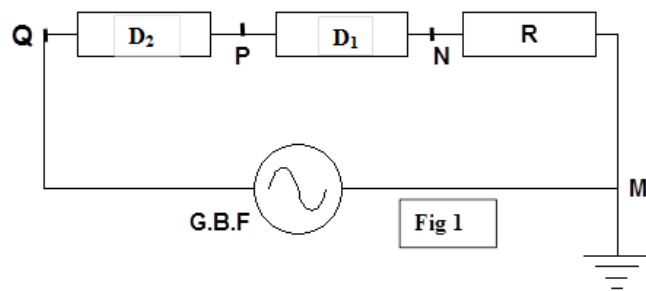
**Exercice 8**

Deux dipôles  $D_1$  et  $D_2$  inconnus, mais chacun d'eux peut être : un résistor de résistance  $R'$ , Une inductance pure  $L$  ou un condensateur parfait de capacité  $C$ .

On veut identifier  $D_1$  et  $D_2$  et déterminer ses grandeurs caractéristiques, on dispose alors d'un résistor de résistance  $R = 155,5\Omega$ , d'un oscilloscope bicourbe et d'un générateur basse fréquence. Pour atteindre cet objectif, on a réalisé le montage de la figure 1. Le circuit est alimenté par une tension alternative sinusoïdale  $u(t) = U_m \sin(2\pi Nt)$ .

- Dans une première expérience on a visualisé la tension  $u_{NM}$  sur la voie 2 de l'oscilloscope et la tension  $u_{PM}$  sur la voie 1 on a obtenu les courbes de la figure 2.

- Au cours d'une deuxième expérience on a visualisé la tension  $u_{NM}$  sur la voie 2 de l'oscilloscope et la tension  $u_{QM}$  sur la voie 1 on a obtenu les courbes de la figure 3.

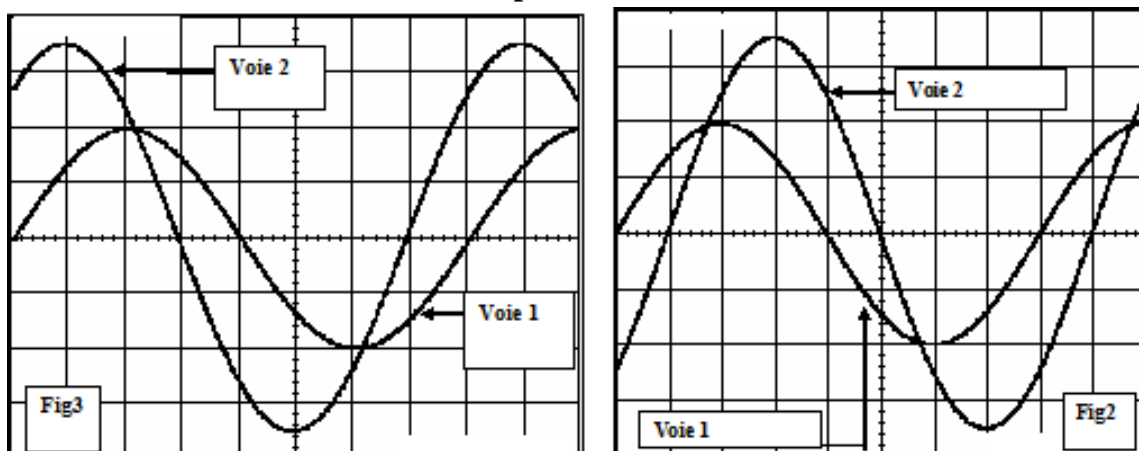


**On donne :**

**Sensibilité horizontale : 1 ms par division.**

**Sensibilité verticale Voie 1 : 5 V par division**

**Voie 2 : 2 V par division**



1- a- A partir de l'oscillogramme de la figure 2, Montrer que le dipôle  $D_1$  est une inductance.

b- Etudier l'oscillogramme de la figure 3 et montrer que le dipôle  $D_2$  est un condensateur.

2-/ A partir de l'oscillogramme de la figure 3, déterminer :

- a- La fréquence  $N$  et la valeur efficace  $U$  de la tension  $u(t)$  délivrée par le générateur.
- b- L'intensité efficace  $I$  du courant qui traverse le circuit (le résultat doit être donné avec trois chiffres après la virgule.). En déduire l'impédance  $Z$  du circuit.
- c- Le déphasage  $\Delta\phi$  de la tension aux bornes de tout le circuit par rapport à l'intensité du courant qui le traverse. Quelle est la nature du circuit ?
- d- Ecrire l'expression de  $i(t)$ .

3-/ L'équation différentielle régissant les variations de l'intensité du courant dans le circuit est  $Ldi/dt + Ri + 1/c \int idt = u$ .

- a- Faire correspondre à chaque fonction un vecteur de Fresnel. Sachant que la valeur de l'inductance est  $L = 0,2$  H, Faire la construction de la figure 4 page 4 (1V est représenté par 1 cm).
- b- Déduire la valeur de la capacité  $C$  du condensateur.

4-/ On règle la fréquence du générateur B.F à une valeur  $N_1$  de manière que la tension efficace  $U_{QN} = 0$ .

- a- Montrer que le circuit est le siège d'une résonance d'intensité. En déduire la valeur de la fréquence  $N_1$ .
- b- Calculer dans ces conditions le rapport  $U_{QP} / U_{QM}$ . Que représente ce rapport.

5-/ La fréquence de la tension excitatrice est réglée à une valeur quelconque  $N_2$ .

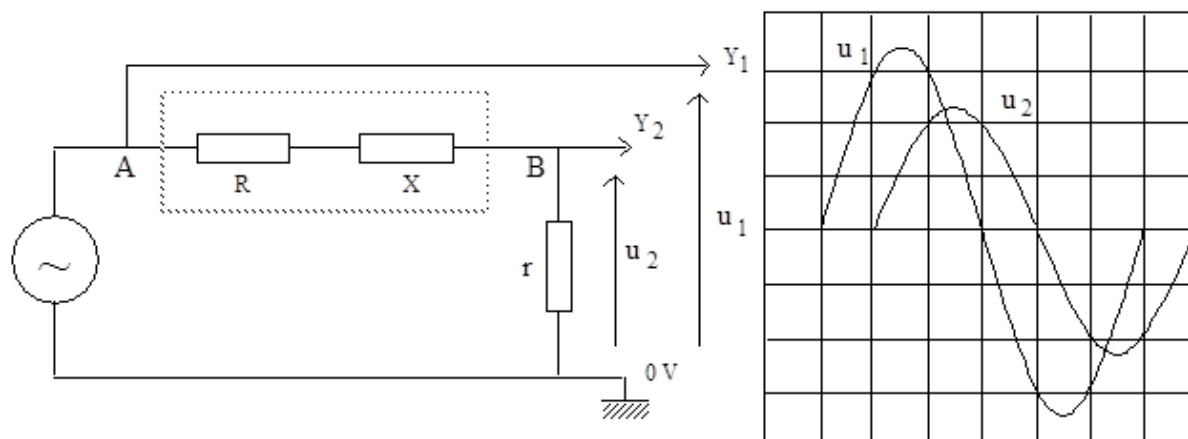
- a- Montrer que la puissance électrique moyenne de ce circuit s'écrit sous la forme  $P = RU^2/(R^2 + A^2)$ . On donnera l'expression de  $A$  en fonction de  $\omega$  et des grandeurs caractéristiques de  $D_1$  et de  $D_2$ .

b- Pour quelle valeur de  $R$  cette puissance moyenne est maximale ?

- c- Montrer que pour cette valeur de  $R$ , le déphasage courant-tension est indépendant de  $\omega$ , de  $L$  et de  $C$  et qu'il est toujours égal à  $\pm \pi/4$  rad

### Exercice 9

Un dipôle AB constitué d'une résistance  $R$  et d'une réactance  $X$  est branché en série avec une résistance pure  $r = 50 \Omega$ . Un générateur de tension sinusoïdale, de fréquence  $f = 50$  Hz, alimente le circuit.



Les tensions sinusoïdales  $u_1$  et  $u_2$  sont observées sur l'écran d'un oscillographe bicourbe.

Les sensibilités des voies  $Y_1$  et  $Y_2$  sont respectivement de 10 V/carreau et de 5 V/carreau.

L'observation de l'écran fournit une amplitude de 3,4 carreaux pour  $u_1$  et 2,3 carreaux pour  $u_2$ .

Le décalage dans le temps des deux courbes permet de mesurer le déphasage  $\varphi$  de  $u_1$  par rapport à  $u_2$ .

1. Calculer les valeurs maximales des tensions  $u_1$  et  $u_2$  et les valeurs efficaces correspondantes.
2. Considérant la tension de référence  $u_2$  en phase avec le courant  $i$ , déduire le sens du déphasage  $\varphi$  de  $u_1$  par rapport à  $u_2$ .

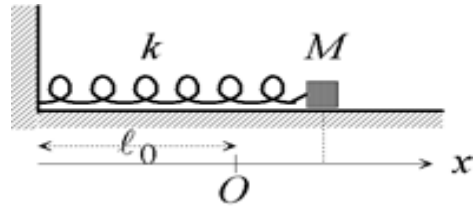
Quelle est la nature de la réactance  $X$  (inductive ou capacitive) à la fréquence considérée ?

3. Calculer la valeur maximale et la valeur efficace du courant  $i$  traversant le circuit.
4. Déterminer le déphasage de  $u_1$  par rapport au courant.
5. Calculer l'impédance totale  $Z$  du circuit série formé par le dipôle AB et  $r$ .
6. Calculer la résistance  $R$  constitutive du dipôle AB [on rappelle que  $|\cos \varphi| = R_{(\text{totale})} / Z_{(\text{totale})}$ ]
7. Calculer la réactance  $X$  et la valeur de l'inductance  $L$  constitutive du dipôle AB.

# Oscillations mécaniques libres

## Exercice 1 Pendule élastique horizontal

On considère un ressort dont une extrémité est fixe et dont l'autre est reliée à un corps  $M$  qui peut glisser sans frottement sur un plan horizontal (fig.1). Le corps  $M$  est assimilé à une masse ponctuelle  $m$ . Le ressort, de raideur  $k$  et de masse négligeable, a une longueur au repos  $\ell_0$ .



1) Etablir l'équation différentielle du mouvement du corps  $M$ . On utilisera un axe  $Ox$  dont l'origine  $O$  correspond à la position de  $M$  lorsque le ressort est au repos.

2) On considère les conditions initiales de mouvement suivantes :

a)  $t=0$  le corps  $M$  est en  $x = x_0 > 0$  et la vitesse initiale de  $M$  est nulle.

b)  $t=0$  le corps  $M$  est en  $x = x_0$  et la vitesse de  $M$  est  $\vec{v} = v_0 \vec{e}_x$  avec  $v_0 > 0$ .

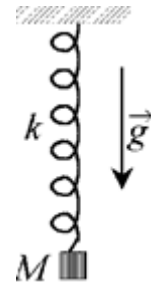
Déterminer l'équation horaire du mouvement du corps  $M$  dans les cas a) et b).

### Pendule élastique vertical

Un ressort identique à celui du 1- est lié à un corps  $M$ , supposé ponctuel et de masse  $m$ , qui peut se déplacer verticalement dans le champ de pesanteur terrestre.

1) Déterminer la position d'équilibre du corps  $M$ .

2) Etablir l'équation différentielle du mouvement de  $M$ .



## Exercice 2 Oscillations d'un pendule simple

Un pendule simple est constitué d'une masse  $m$  suspendue à un fil non élastique, de masse négligeable, de longueur  $\ell$ . Il est écarté de sa position d'équilibre d'un angle  $\theta_0$  et lâché sans vitesse initiale. On note  $\theta$  l'angle que fait à l'instant  $t$  la direction du pendule  $OM$  avec l'axe  $Ox$  (voir schéma).

### 1) Conservation de l'énergie

a) Donner l'expression de l'énergie cinétique  $E_c(\dot{\theta})$ , de l'énergie potentielle de pesanteur  $E_p(\theta)$  et celle de l'énergie totale  $E$  en tenant compte des conditions initiales. On prendra la référence de l'énergie potentielle à la position d'équilibre.

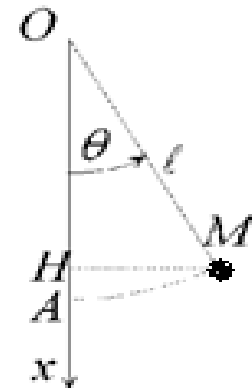
b) Etablir l'équation différentielle du mouvement.

### 2) Petites oscillations

Dans tout ce qui suit, on se place dans le cas de petites oscillations :  $\theta_0$  est suffisamment petit pour que l'on puisse poser  $\sin \theta \approx \theta$  et  $\cos \theta \approx 1 - \theta^2/2$ .

a) Résoudre l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(t)$  en tenant compte des conditions initiales. Quelle est la période des oscillations du pendule ?

b) Donner l'expression de l'énergie cinétique  $E_c(t)$  et de l'énergie potentielle  $E_p(t)$  en fonction du temps et vérifier la conservation de l'énergie. Montrer qu'en valeur moyenne dans le temps on a équipartition de l'énergie :  $\langle E_c \rangle = \langle E_p \rangle$ .



### 3) Amortissement du pendule

On tient compte maintenant de la viscosité de l'air qui est responsable d'une force de frottement de sens opposé à la vitesse :  $\vec{F} = -f\vec{v}$  où le nombre positif  $f$  est le coefficient de frottement visqueux.

a) Donner la projection de l'équation fondamentale de la dynamique sur la base orthonormale  $\vec{e}_r$  et  $\vec{e}_\theta$  des coordonnées polaires du point  $M$  (voir schéma) et en déduire l'équation différentielle du mouvement. Montrer que l'équation vérifiée par  $\theta$  pour des mouvements de faible amplitude est de la forme :

$$\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

où  $Q$  est un nombre sans dimension appelé *facteur de qualité* de l'oscillateur et  $\omega_0$  est la pulsation des oscillations non amorties.

b) Montrer que la solution de cette équation différentielle, avec les mêmes conditions initiales peut traduire différents comportements du pendule suivant la valeur du coefficient de frottement  $f$ ; on examinera les cas suivants et on tracera le graphe de  $\theta(t)$ :

- (i)  $Q > 1/2$  (amortissement faible : régime oscillatoire)
- (ii)  $Q < 1/2$  (amortissement fort : régime hypercritique)
- (iii)  $Q = 1/2$  (régime critique)

c) Bilan énergétique

Utiliser le théorème de l'énergie cinétique entre deux instants voisins  $t$  et  $t + dt$  pour montrer que l'énergie du système  $E = E_c + E_p$  diminue au cours du temps et interpréter ce résultat.

### Exercice 3



Un solide, de masse  $m = 400$  g, glisse sans frottements sur une table à coussin d'air horizontale.

Il est relié d'un côté à un ressort  $R_1$  dont l'extrémité  $A_1$  est fixe et de l'autre côté à  $R_2$  dont l'extrémité  $A_2$  est fixe.

Le ressort  $R_1$ , à l'équilibre, est allongé de 10 cm,  $R_2$  est allongé de 8 cm.

1) Quelle est la constante de raideur  $k_2$  de  $R_2$ , sachant que celle de  $R_1$ ,  $k_1$ , est  $40 \text{ N.m}^{-1}$ .

Le solide accomplit des oscillations de translation, parallèlement à  $A_1A_2$ .

2) a- Montrer que l'oscillateur est harmonique.

b- Calculer sa pulsation propre.

Le solide est écarté de 2 cm de sa position d'équilibre, vers  $A_2$ .

De là, à  $t = 0$ , on le lance vers  $A_1$  à la vitesse de  $0,1 \text{ m.s}^{-1}$ .

3) Quelle est la loi horaire du mouvement ?

L'état de référence pour l'énergie potentielle des deux ressorts est la position d'équilibre.

L'oscillateur est excité.

4) Calculer son énergie mécanique.

#### Exercice 4

Une tige homogène OA de longueur  $\ell = 1 \text{ m}$ , de masse  $m = 100 \text{ g}$  et de moment d'inertie par rapport à  $\Delta$   $J = \frac{1}{3}m.\ell^2$  peut osciller autour d'un axe horizontal  $\Delta$ ,

passant par son extrémité supérieure O.

1) Montrer que, si les l'amplitude des oscillations est suffisamment faible, ces dernières sont forcément harmoniques.

2) Déterminer la pulsation propre de cet oscillateur.

A l'extrémité de la tige, en A, on fixe une masse pratiquement ponctuelle,  $m$ .

La période des oscillations de faible amplitude est  $T = 1,83 \text{ s}$ .

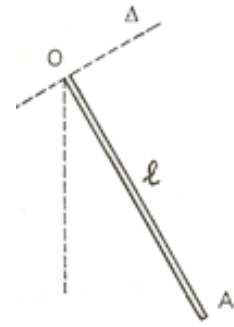
3) Déterminer  $m$ .

On retire la masse  $m$ .

La tige est soudée en O à un fil de torsion  $OO'$ , colinéaire à  $\Delta$ , l'axe de rotation horizontal de la barre. Le fil  $OO'$  a pour constante de torsion  $C = 0,2 \text{ N.m.rad}^{-1}$ , il n'est pas tordu lorsque OA est verticale.

4) a- Montrer que cet oscillateur n'est pas harmonique, mais qu'il peut être linéarisé.

b- Calculer dans ce cas sa pulsation propre.



#### Exercice 5 : Pendule et ressort

On considère une masse ponctuelle accrochée à l'extrémité d'un ressort de longueur  $l$  dont le point de suspension est fixé en O, Cette masse  $m$  est de plus accrochée à l'extrémité d'un ressort de raideur  $k$  dont l'autre extrémité au point A.

A l'équilibre le ressort est horizontal et la masse est située en O à la verticale du point de suspension du pendule (voir figure)

On supposera que le mouvement du pendule a lieu dans un plan (SCHEMA)

1 a) Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de la masse ponctuelle dans l'approximation des petits angles

b) En déduire les expressions de la période de la période  $T_0$  et de la pulsation propre  $\omega_0$

2 a) Exprimer l'énergie potentielle du pendule supposé seul en fonction de l'angle  $\theta$

On prendra l'origine de l'énergie potentielle à l'équilibre

b) Exprimer l'énergie potentielle du ressort supposé seul lorsqu'on écarte de l'angle  $\theta$

c) Sachant que l'énergie potentielle totale est la somme de deux termes calculés précédemment ; déduire son expression dans l'approximation des petits angles

( $\cos \theta \approx 1 - \theta^2/2$ ,  $\sin \theta \approx \theta$ )

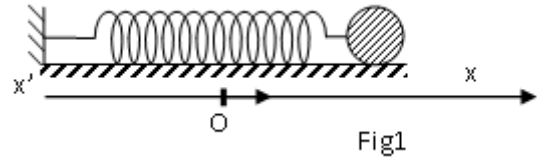
d) Exprimer l'énergie cinétique du pendule en fonction de l'angle  $\theta$ . En déduire une expression de l'énergie totale du système dans l'approximation des petits angles

e) En déduire l'équation différentielle du mouvement. Déterminer la pulsation du mouvement de la masse  $m$  dans l'approximation des petits angles.

### Exercice 5

Un solide (S) de masse  $m$  est attaché à l'une des extrémités d'un ressort horizontal parfaitement élastique, de constante de raideur  $k$  et de masse négligeable devant celle du solide (S). L'autre extrémité du ressort est fixe.

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre de  $x_0$  à un instant qu'on prend comme origine des dates, puis on l'abandonne sans vitesse. On néglige les frottements et on étudie le mouvement du solide (S) relativement à un repère galiléen  $(O, i)$  d'origine  $O$ , la position du centre d'inertie de (S) à l'équilibre et d'axe  $ox$  horizontal (fig.1).

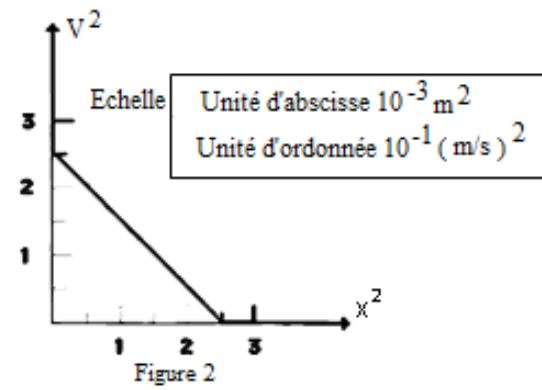


1°) a) A une date  $t$  quelconque, le centre d'inertie  $G$  de (S) a une élongation  $x$  et sa vitesse instantanée est  $v$ . Etablir l'expression de l'énergie mécanique  $E$  du système {solide (S), ressort} en fonction de  $x$ ,  $v$ ,  $k$  et  $m$ .

b) Montrer que cette énergie 'mécanique  $E$  est constante. Exprimer sa valeur en fonction de  $k$  et  $x_0$ .

c) En déduire que le mouvement de (S) est rectiligne sinusoïdal

2) A l'aide d'un dispositif approprié, on mesure la vitesse instantanée  $v$  du solide (S) pour différentes élongations  $x$  du centre d'inertie  $G$  de (S). Les résultats des mesures ont permis de tracer la courbe  $v^2 = f(x^2)$  (fig. 2)



a) Justifier théoriquement l'allure de la courbe en établissant l'expression de  $v^2$ .

b) En déduire les valeurs de :

- la pulsation  $\omega_0$  et l'amplitude  $x_0$  du mouvement de (S),

c) Etablir l'équation horaire du mouvement.

d) Sachant que l'énergie mécanique  $E$  du système est égale à  $0,0625$  J, calculer les valeurs de la constante de raideur  $k$  du ressort et la masse  $m$  du solide

### Exercice 6

**Partie A :** Un pendule élastique horizontal est constitué par un solide (S) de masse  $m=500$  g, attaché à l'une des extrémités d'un ressort horizontal, parfaitement élastique, de raideur  $K$  et de masse négligeable par rapport à celle du solide, l'autre extrémité du ressort étant fixe (fig1). On néglige tout type de frottement et on étudie le mouvement du solide (S) relativement à un repère galiléen  $(o, \vec{i})$  horizontal, d'origine  $O$  coïncidant avec la position d'équilibre du centre d'inertie du solide.

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre d'une distance  $X_m$  puis on le lâche sans vitesse. Lorsque le solide passe par sa position d'abscisse  $x_0$  ( $x_0 \neq 0$ ) avec une vitesse initiale  $v_0$  ( $v_0 \neq 0$ ) en se dirigeant dans le sens positif, on déclenche le chronomètre (c'est l'instant  $t=0$  s) pour commencer l'étude du mouvement.

1-

a- En appliquant la relation fondamentale de la dynamique au solide (S), établir l'équation différentielle de son mouvement. Quelle est la nature de ce mouvement ?

b- Montrer que  $x(t)=X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$  est une solution de l'équation différentielle précédente à condition que la pulsation  $\omega_0$  vérifie une expression qu'on donnera en fonction de K et m. Donner l'expression de la période propre  $T_0$  des oscillations du solide (S).

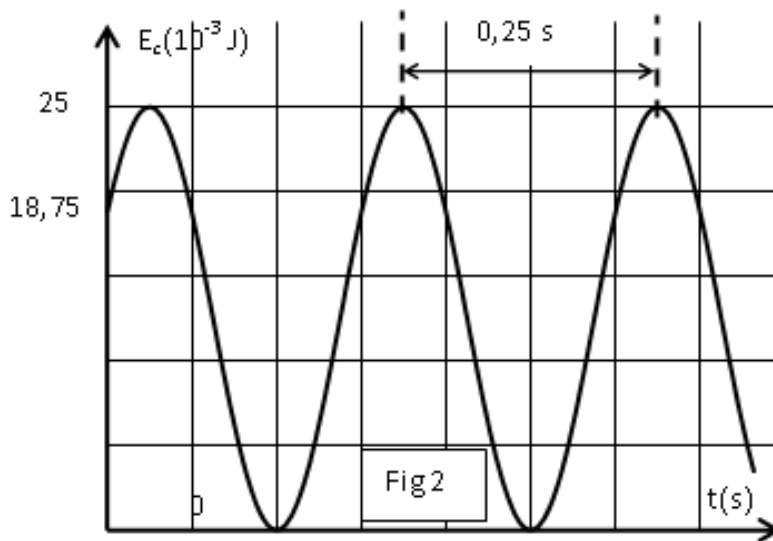
c- Déduire l'expression de la vitesse du solide en fonction de  $X_m$ ,  $\omega_0$ , t et  $\varphi_x$ .

2- Montrer que  $x_0$  et  $v_0$  vérifient la relation  $x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2} = X_m^2$

3- Un ordinateur muni d'une interface et d'un capteur a enregistré les variations de l'énergie cinétique du solide (S) au cours du temps t, le graphe obtenu sur l'écran de l'ordinateur est donné par la figure 2.

a- Donner l'expression de l'énergie mécanique E du système  $S_0=\{(S)+\text{ressort}\}$  en fonction de x, v, K et m avec x élongation du solide (S) et v sa vitesse à un instant t quelconque.

Montrer que l'énergie E est constante puis donner son expression en fonction de m et  $V_m$ ;  $V_m$  amplitude de la vitesse v du solide.



Etablir l'expression de l'énergie cinétique du solide (S) en fonction m,  $V_m$ ,  $\omega_0$ , t et  $\varphi$ .

Montrer qu'on peut l'écrire sous la forme :  $E_c = \frac{E_{cmax}}{2}(1 + \cos(2\omega_0 t + 2\varphi_x))$

b- En utilisant le graphe, trouver :

- L'amplitude de la vitesse  $V_m$ .
- La période propre  $T_0$ . En déduire  $X_m$ .
- La phase initiale  $\varphi_x$  de l'élongation  $x(t)$ .

c- Ecrire la loi horaire du mouvement.

d- Calculer l'abscisse initiale  $x_0$  ( $x(t=0)$ ) du solide(S) dans le repère  $(o, \vec{i})$ , déduire sa vitesse initiale  $v_0$ . Dans quel sens débute le mouvement du solide (S) ?

e- Calculer la raideur K du ressort.

**Partie B :**

Dans cette partie, le solide (S) est soumis à une force de frottement visqueux  $\vec{f} = -h\vec{v}$  ou h est une constante positive h ( $h=0,2$  u.s.i).

1- Donner le nom et l'unité de h.

2- Établir l'équation différentielle du mouvement du solide (S) régissant les variations de son élongation  $x(t)$ .

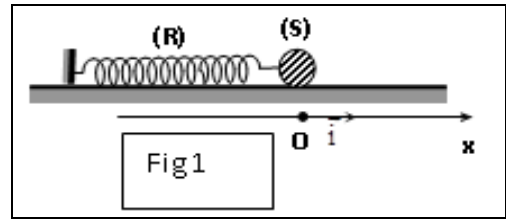
3- Montrer que l'énergie totale du système  $S_0 = \{(S) + \text{ressort}\}$  diminue au cours du temps.

4- À l'aide d'un dispositif approprié, on a enregistré les variations de la vitesse du solide en fonction du temps ; on a trouvé le graphe de la figure 3 :

Calculer l'énergie dissipée par la force de frottement entre les instants  $t_1$  et  $t_2$ .

**Exercice 7**

Un pendule élastique est constitué d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur  $K$ , et d'un solide (S) supposé ponctuel de masse  $m$ . Le solide (S) peut se déplacer sans frottement sur un plan horizontal. Sa position est



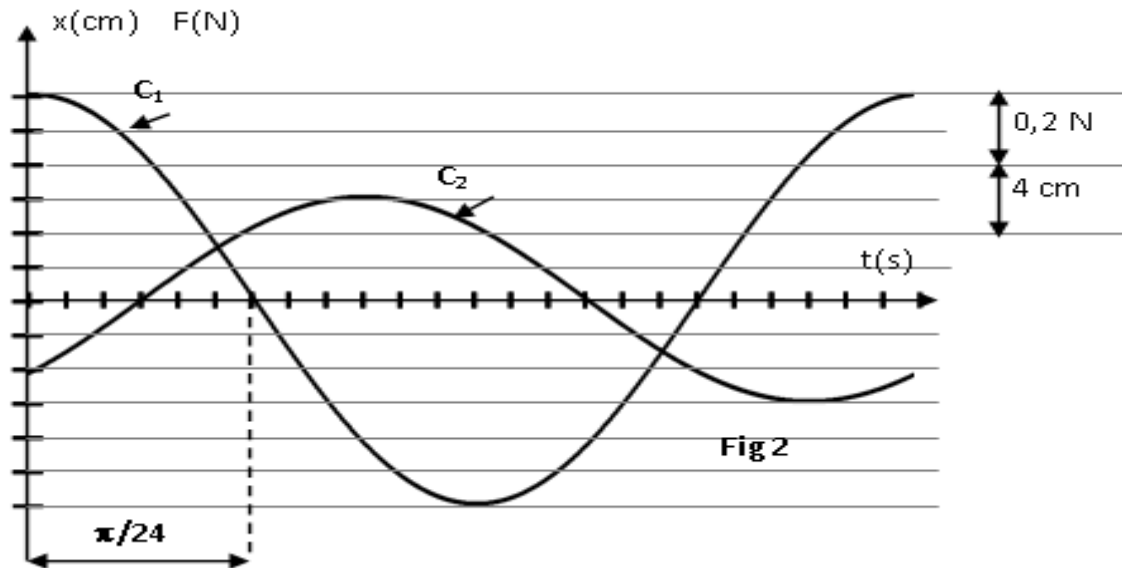
repérée par son abscisse  $x$  dans le repère  $(O, \vec{i})$  avec  $O$  la position d'équilibre de (S) (**fig1**).

On soumet (S) à une force excitatrice  $\vec{F} = F \cdot \vec{i} = F_m \sin(\omega t + \varphi_F) \vec{i}$  et à une force de frottement  $\vec{f} = -h \vec{v}$  avec  $\vec{v}$  la vitesse de (S) et  $h$  une constante positive.

1- Etablir l'équation différentielle régissant les variations de l'élongation  $x$ .

Pour une certaine valeur  $h_1$  de  $h$  et une valeur  $\omega_1$  de  $\omega$ , on obtient les courbes de variations de  $F$  et de  $x$  en fonction de temps (**fig 2**).

- a- Montrer que la courbe  $C_1$  correspond à  $F(t)$ .
- b- Déterminer la valeur de  $\omega_1$ ,  $F_m$ ,  $X_m$ , et  $\varphi_F - \varphi_x$ .
- c- Quelle est la valeur de  $\varphi_F$ ? Déduire celle de  $\varphi_x$ .
- d- Faire la construction de Fresnel correspondante. Déduire les expressions de  $X_m$  et de  $\sin(\varphi_F - \varphi_x)$ . Calculer  $h_1$ .



Pour une certaine valeur  $\omega_r$  de  $\omega$ , on constate que  $X_m$  prend sa valeur la plus élevée.

- a- Dans quel état se trouve l'oscillateur ?
- b- On donne la courbe de variation de  $\omega_r^2$  en fonction de  $h^2$  (fig 3) ainsi que l'expression de

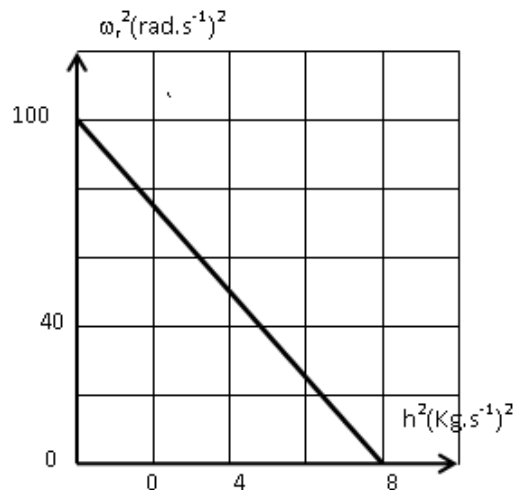
$$\omega_r = \sqrt{\frac{h^2 + K}{2m^2 + m}}$$

Déterminer  $K$  et  $m$ .

2- En précisant l'analogie utilisée donner :

a- Le schéma du montage du circuit électrique analogue à l'oscillateur mécanique précédent.

b- L'expression de la charge maximale  $Q_m$  du condensateur.



c- L'expression de la pulsation  $\omega_r$  correspondant à la valeur la plus élevée de  $Q_m$ .

### Exercice 8

Un solide (C) supposé ponctuel de masse  $m$  est accroché libre d'un ressort de masse négligeable et de constante de raideur  $K$

On écarte verticalement (C) d'une distance  $a$  par rapport à sa position d'équilibre et on l'abandonne à lui-même sans vitesse à l'instant  $t=0$ s

La position de (C) est repérée par rapport à sa position d'équilibre ; à l'instant  $t$  par l'abscisse  $x$  (figure 1)

1. Montrer que l'énergie potentielle du système S (C, Terre ; ressort) à l'instant sous la forme

$$E_p = \frac{1}{2}(x^2 + \Delta l_0^2)$$
 avec  $\Delta l_0$  étant l'allongement du ressort à l'équilibre

2. On donne la représentation graphique  $E_p = f(x^2)$  (figure 2)

a) Déterminer graphiquement  $a$ ,  $k$ ,  $\Delta l_0$

b) En déduire  $m$

3. a) Montrer que le système est conservatif.

b) Exprimer l'énergie mécanique du système (S) en fonction de  $\Delta l_0$  ;  $a$  et  $k$ .

c) En déduire l'énergie cinétique  $E_c$  de (S) à l'instant  $t$  en fonction  $k$ ,  $a$  et  $x$ .

## Interférences lumineuses

**Exercice 1** Deux fentes  $F_1$  et  $F_2$  distantes de  $a=2\text{mm}$  émettent de la lumière provenant d'une même fente  $F$ . Elles produisent un système d'interférences lumineuses sur un écran placé à la distance  $D=2\text{m}$  des fentes. La lumière de la source  $F$  contient deux radiations monochromatiques, de longueur d'onde  $\lambda_1=0,60\mu\text{m}$  et  $\lambda_2=0,48\mu\text{m}$ . L'interfrange  $i$  (distance séparant les milieux de deux franges sombres ou de deux brillantes consécutives) est lié à  $\lambda$  par la relation  $i = \lambda \frac{D}{a}$

1. Représenter à l'échelle 5, sur une largeur de 15cm :
  - a) la figure d'interférences obtenue avec la radiation de longueur d'onde  $\lambda_1$
  - b) la figure d'interférences obtenue avec la radiation de longueur d'onde  $\lambda_2$
  - c) la figure d'interférences obtenue avec la lumière émise par la source  $F$
2. Qu'observerait-on si la source  $F$  émettait de la lumière blanche

### Exercice 2

A l'aide d'un dispositif interférentiel, on crée deux sources lumineuses  $S_1$  et  $S_2$  synchrones et cohérentes distantes de  $a$ . quand le dispositif est éclairé par une source de lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda=0,6\mu\text{m}$ , on observe des franges d'interférence sur l'écran  $E$  placé à  $D=2,5\text{m}$  de  $S_1$  et  $S_2$

1. Etablir l'expression de la différence de marche au point  $M$  de l'écran
2. Déterminer la distance entre les deux sources pour que la distance entre les milieux de la 6<sup>e</sup> et 9<sup>e</sup> frange brillante située de part et d'autre de la frange centrale numérotée 0 soit égale à 1,5cm
3. Déterminer la nature de la frange en un point  $P$  de  $E$  distant de 2,5mm de la frange centrale

### Exercice 3

Deux fentes  $F_1$  et  $F_2$  sont éclairées par une fente source en lumière monochromatique rouge de longueur d'onde  $\lambda=0,64\mu\text{m}$  et se comportent comme deux sources synchrones et en phase. La figure d'interférence est observée sur un écran. On considère un point  $M$  sur un écran situé à la distance  $d_1$  de  $F_1$  et  $d_2$  de  $F_2$  ('schéma)

1. Les vibrations lumineuses issues des fentes  $F_1$  et  $F_2$  sont-elles ? Sont-elles en phase (Justifier les réponses)
2. La vibration lumineuse émise par la fente  $F_1$  arrive en  $M$  avec un certain retard. Exprimer ce retard en fonction de  $d_1$  et de la vitesse  $c$  de la lumière dans l'air
3. Même question pour la vibration lumineuse issue de la fente  $F_2$
4. En déduire à quelles conditions le point  $M$  sera sur frange brillante ; sur une frange sombre
5. Que peut-on dire des points  $M$  suivants :

- $M$  est tel que  $d_2-d_1=0$
- $M$  est tel que  $d_2-d_1= 3,20 \mu\text{m}$
- $M$  est tel que  $d_2-d_1=2,24 \mu\text{m}$

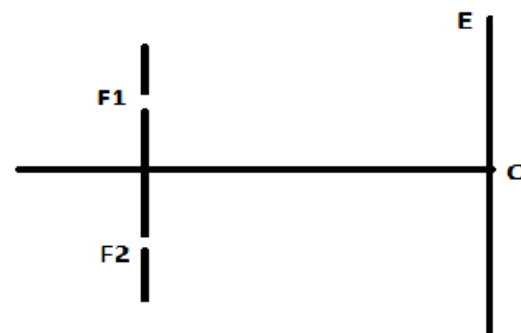
### Exercice 4

La lumière serait de nature contradictoire. Si une théorie permet d'expliquer de nombreux phénomènes, elle peut s'avérer insuffisante pour en comprendre d'autres.

Le but de cet exercice est de montrer que, selon l'expérience réalisée, un des aspects du comportement de la lumière. A cet effet on réalise le dispositif ci-après :

1. Dispositif expérimental.

(S) est une source de lumière qui éclaire deux fentes fines, verticales distantes de  $a = 1,5 \text{ mm}$ . La source (S) est équidistante des deux fentes. (E) est un écran opaque vertical placé à une distance  $D = 2 \text{ m}$  du plan des fentes.



a) Quel phénomène se produit à la sortie de chaque fente ? Quel aspect de la lumière permet-il de mettre en évidence ?

b) Justifier l'utilisation d'une source unique pour éclairer les deux fentes.

c) Reproduire le schéma et représenter la marche des faisceaux lumineux issus des fentes  $F_1$  et  $F_2$ . Hachurer le champ où l'on peut observer le phénomène d'interférence.

2. La source (S) émet une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ .

a) Qu'observe-t-on sur l'écran ? Préciser la direction des franges et la nature de la frange centrale qui se forme en O.

b) Pour déterminer la longueur d'onde  $\lambda$ , on compte 5 franges brillantes de part et d'autres de la frange centrale occupant ensemble une largeur  $l = 8 \text{ mm}$ . En déduire la valeur de  $\lambda$ .

3. La source précédente (S) est remplacée par une source (S') qui émet simultanément deux radiations monochromatiques de longueur d'onde  $\lambda_1 = 0,60 \mu\text{m}$ , et  $\lambda_2 = 0,54 \mu\text{m}$ . Il se produit une superposition des systèmes de franges formées par les deux radiations.

A quelle distance  $x$  du point O se produit la première coïncidence de franges brillantes ?

### Exercice 5

Un pinceau de lumière monochromatique émis par un laser hélium-néon éclaire deux fentes parallèles séparées par une distance  $a = 0,5 \text{ mm}$ . Un écran est placé perpendiculairement au pinceau lumineux à une distance  $D = 2 \text{ m}$  du plan des fentes. Dessiner le dispositif expérimental.

1. Interpréter la formation des franges brillantes et obscures.

2. Définir et calculer la différence de marche aux 2 fentes d'un point  $M$  de l'écran, pour en déduire la position des franges brillantes et obscures

3. Préciser la nature de la frange centrale appartenant au plan médiateur des 2 fentes.

4. Définir et calculer l'interfrange. Quelle est l'influence des différents paramètres sur l'interfrange ? Comment doit-on modifier la distance entre les 2 fentes pour obtenir des franges plus espacées ?

5. Calculer la longueur d'onde et la fréquence de la lumière émise par le laser, sachant que 6 franges sont espacées de  $12,7 \text{ mm}$ .

6. Est-ce que la longueur d'onde ou la fréquence change (ou aucune des deux), si le rayon lumineux se propage dans le verre ? Calculer les nouvelles valeurs. (On sait que dans le verre la célérité de la lumière vaut  $200000 \text{ km/s}$ ).

### Exercice 6

Une lumière monochromatique, issue d'une fente F, tombe sur un écran E percé de deux fentes  $F_1$  et  $F_2$  parallèles à F. Un dispositif spécial permet de faire varier la distance entre les fentes  $F_1$  et  $F_2$  ( $F_1 F_2 = a$ ) qui reste toutfois située à égale distance de F.

1. On dispose un écran K, parallèle à E et à une distance  $d$  de celui-ci. Qu'observe-t-on sur l'écran K

2. La longueur d'onde de la lumière monochromatique est  $\lambda$ .

On mesure dans le plan K l'intervalle  $L$  séparant  $N$  franges brillantes consécutives.

Etablir la formule donnant  $a$  en fonction de  $\lambda$ ,  $N$ ,  $d$  et  $L$  (On supposera établie la formule de l'interfrange)

Calculer  $a$  lorsque  $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$ ,  $L = 7,2 \text{mm}$ ,  $N = 7$  et  $d = 1,2 \text{m}$

3. On augmente l'intervalle  $a = F_1F_2$

Qu'en résulte-il sur le phénomène observé sur l'écran ?

D'autre part on remarque que pour un interfrange inférieur à  $0,2 \text{mm}$ , l'observation du phénomène devient très difficile à l'œil nu. Quelle sera la valeur limite  $a'$  de la distance  $F_1F_2$  séparant les deux fentes ?

4. Combien observe-t-on de franges brillantes sur l'intervalle  $L = 7,2 \text{mm}$  de l'écran K quand  $a = a'$ ? La mesure de l'intervalle est faite à partir d'une frange brillante

### Exercice 7

1. Soit à la distance de deux fentes fines et parallèles  $F$  et  $F'$  dans l'expérience de Young. On éclaire  $F$  et  $F'$  par une fente lumineuse parallèle aux précédentes et à égale distance de chacune d'elle. Soit  $\lambda$  la longueur d'onde dans le vide de la lumière monochromatique employée. On observe dans l'air des franges d'interférences sur un écran (P) parallèle au plan des deux fentes et situé à une distance  $d$  de ces fentes. Soit la largeur de  $N$  interfranges consécutifs (on prendra comme plan de figure un plan perpendiculaire au plan  $(F F')$ )

1.1. Etablir la relation donnant  $\lambda$  en fonction de  $a, d, l$  et  $N$ .

A.N :  $a = 2,00 \text{mm}$  ;  $l = 4,00 \text{mm}$  ;  $N = 12$  et  $d = 1,00 \text{m}$ . Calculer  $\lambda$

1.2. Quelle serait la nouvelle longueur  $l$  du même nombre  $N$  d'interfranges si tout le dispositif était plongé dans un milieu d'indice par rapport à l'air

A.N :  $n_0 = 1,30$

1.3. Le système étant placé dans l'air, on recouvre la fente  $F$  du côté de l'écran par un verre à faces parallèles d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n = 1,52$ . Qu'observe-t-on sur l'écran.

Expliquer le phénomène. Calculer  $e$  si le déplacement de la frange centrale est  $X = 4,40 \text{mm}$

1.4. On place sur  $F$  une autre lame d'épaisseur  $e'$  et d'indice  $n'$  ; Le système de franges obtenu est alors identique à celui réalisé avant la mise en place des deux lames. Donner en fonction de  $e, n$  et  $n'$  l'expression de  $e'$

Calculer  $e'$  si  $n' = 1,402$ . Le dispositif est celui de la question.1, mais la source émet deux radiations :  $\lambda = 0,550 \mu\text{m}$  et  $\lambda = 0,650 \mu\text{m}$ .

On observe simultanément les deux franges. Déterminer dans le plan (P), la plus petite distance par rapport à la frange centrale où les milieux de deux franges brillantes correspondant aux deux radiations coïncident.

**Exercice 8** La source  $F$  n'est plus monochromatique, mais des filtres permettent d'obtenir des radiations monochromatiques différentes (voir figure). Pour chaque radiation, on mesure la longueur d'onde correspondant à 6 interfranges  $i$  ( $i$  est la distance séparant le milieu de deux franges brillantes consécutives ou de deux franges sombres consécutives) (voir figure).

1. Pourquoi mesure-t-on la distance correspondant à 6 interfranges plutôt que celle mesurant 1 interfrange ?

2. On a obtenu les résultats suivants. Compléter le tableau.

| Couleur                 |      |      |      |      |      |
|-------------------------|------|------|------|------|------|
| $6i$                    | 14,1 | 15,6 | 17,4 | 18,3 | 19,5 |
| $\lambda (\mu\text{m})$ | 0,47 | 0,52 | 0,58 | 0,61 | 0,65 |

3. Tracer la courbe représentative de la fonction  $i = f(\lambda)$ .

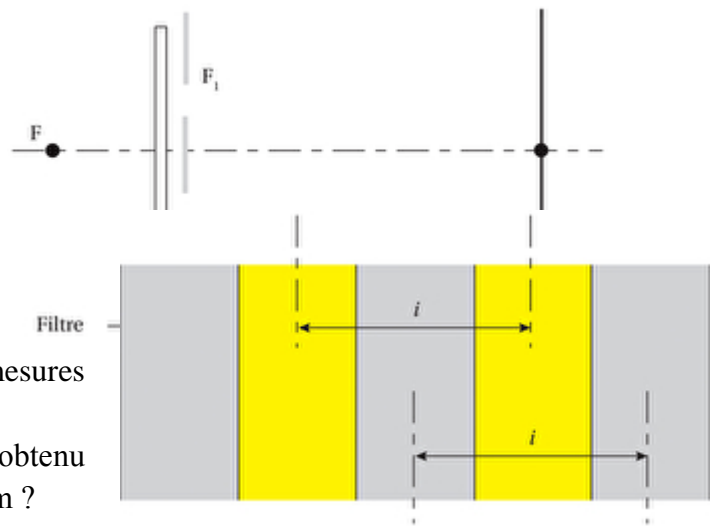
4. La relation  $i = \lambda \frac{D}{a}$  est-elle en accord

avec la courbe obtenue précédemment ?

5. Comment faudrait-il modifier le dispositif expérimental pour obtenir des mesures avec une plus grande précision ?

6. Quelle serait la valeur de l'interfrange obtenu avec une radiation de longueur d'onde  $0,50\mu\text{m}$  ?

7. On dispose d'une source monochromatique de longueur d'onde inconnue. Comment feriez-vous expérimentalement pour la déterminer.



### Exercice 9

On réalise une expérience d'interférences lumineuses avec le dispositif d'Young, en utilisant une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_1 = 0,52 \mu\text{m}$ . La fente-source F éclaire deux fentes fines identiques  $F_1$  et  $F_2$  situées dans un plan vertical et distantes de  $F_1F_2 = a = 2\text{mm}$ . Un écran d'observation (E) est placé à  $150 \text{ cm}$  du plan contenant  $F_1$  et  $F_2$  et parallèlement à celui-ci.

1. a- Décrire et expliquer le phénomène observé sur l'écran (E).

b-Quelle conclusion peut-on en tirer quant à la nature de la lumière ?

2. Définir et calculer l'interfrange  $i$ .

3. La frange centrale brillante est d'ordre zéro.

Calculer la distance séparant la troisième frange brillante à gauche de la frange centrale et la deuxième frange noire à droite de cette frange centrale.

La fente-source F émet maintenant une radiation monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_2 = 0,65\mu\text{m}$ .

4. A quelle distance de cette fente-source F doit-on placer l'écran d'observation (E) pour que l'interfrange  $i'$  obtenu avec ce dispositif soit égal à l'interfrange  $i$  de la question 2 ? La distance entre la fente-source F et le plan contenant  $F_1$  et  $F_2$  est égale à  $50 \text{ cm}$ .

5. La fente-source F émet simultanément les deux radiations de longueurs d'onde  $\lambda_1 = 0,52 \mu\text{m}$  et  $\lambda_2 = 0,65 \mu\text{m}$ .

On remet l'écran (E) à la position où il est distant de  $150 \text{ cm}$  du plan contenant  $\lambda_2 = 0,65 \mu\text{m}$ .

On remet l'écran (E) à la position où il est distant de  $150 \text{ cm}$  du plan contenant  $F_1$  et  $F_2$ .

6. A quelle distance de la frange centrale aura lieu la première coïncidence des franges brillantes des deux systèmes de franges obtenus.

### Exercice 10

Le dispositif des fentes d'YOUNG schématisé sur la figure -1 permet de réaliser une expérience de mise en évidence d'interférences lumineuses.

La source (S) émet une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  (P) est un plan opaque comportant deux fentes fines  $S_1$  et  $S_2$  distantes de  $a = 1 \text{ mm}$  et assimilables à deux sources ponctuelles monochromatique symétriques par rapport à un point I milieu de  $S_1 S_2$ . Un écran (E) est disposé parallèlement à (P) et à une distance  $D = 2 \text{ m}$  de celui-ci.

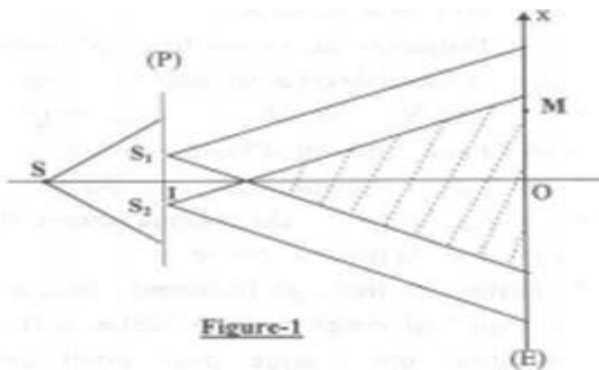


Figure-1

On observe des interférences lumineuses dans la représenté hachurée sur le schéma où les deux faisceaux issus de  $S_1$  et  $S_2$

couvrent une partie commune. L'intersection de cette zone hachurée avec l'écran (E) est un ensemble de franges brillantes équidistantes ayant la couleur de lumière monochromatique. Deux franges brillantes successives sont séparées par une frange sombre, et la frange centrale en O est brillante. Un point M du champ d'interférence est repéré par son abscisse  $x = OM$ . Lorsque M appartient à une frange brillante, il vérifie la relation  $MS_2 - MS_1 = k\lambda$  (avec k entier). Par contre s'il appartient à une frange sombre il vérifie la relation  $MS_2 - MS_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$  (avec k entier).

1) a - Montrer que la différence de marche a pour expression  $(MS_2 - MS_1) = \frac{ax}{D}$

b - En déduire l'expression de l'abscisse x d'un point M de l'écran en fonction de  $\lambda$ , D et a :  
 - Lorsqu'il appartient à une frange brillante  
 - Lorsqu'il appartient à une frange sombre.

2) a - Déterminer l'expression de l'interfrange i en fonction de  $\lambda$ , D et a. Calculer i.

b - Préciser, en le justifiant, la nature (brillante ou sombre) de la frange d'abscisse  $x = -4,2 \text{ mm}$ .

3) On apporte les changements suivants au dispositif expérimental de la figure -1 :

- on supprime la source (S) et le plan opaque (P) - à l'emplacement des deux sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  on dispose de deux sources  $S'_1$  et  $S'_2$  totalement indépendantes, émettant chacune la lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ . (figure -2) on n'observe d'interférences lumineuses. Expliquer pourquoi ?

4) Citer un dispositif, autre que les fentes d'YOUNG, permettant de réaliser une expérience de mise en évidence d'interférences lumineuses :

- on tracera la marche des rayons lumineux  
 - et on hachurera la zone où les deux faisceaux lumineux, issus des deux sources secondaires, couvrent une partie commune correspondant aux interférences lumineuses.

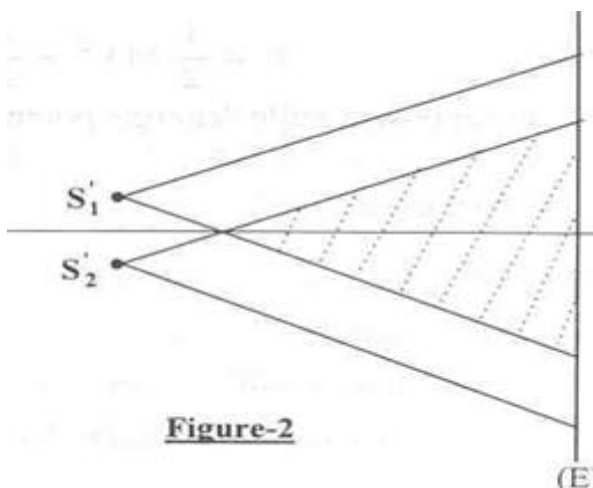


Figure-2

## Effet photoélectrique

### Exercice 1

Une surface métallique est éclairée par la lumière UV de longueur d'onde  $\lambda = 0,150 \mu\text{m}$ . Elle émet des électrons dont l'énergie cinétique maximale à  $4,8 \text{ eV}$ .

- a) Calculer le travail d'extraction  $W_0$
- b) Quelle est la nature du métal ?

| Métal | Seuil photoélectrique $\lambda_0 (\mu\text{m})$ |
|-------|---|
| Zn    | 0,35  |
| Al    | 0,365   |
| Na    | 0,50  |
| K     | 0,55  |
| Sr    | 0,60  |
| Cs    | 0,66  |

- c) Quelle tension serait nécessaire pour arrêter cette émission
- d) Pour augmenter la vitesse maximale d'émission, faut-il changer sa longueur d'onde ?

### Exercice 2

1. Décrire une cellule photoélectrique dite cellule photoémissive à vide

Dessiner un schéma de montage à réaliser pour mettre en évidence l'effet photoélectrique en utilisant cette cellule

2. La longueur d'onde correspondante au seuil photoélectrique d'une photocathode émissive au césium est  $\lambda_0 = 0,66 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

a) Quelle est en joules et en eV l'énergie d'extraction  $W_0$  d'un électron ?

Exprimer cette énergie en eV

b) La couche de césium reçoit une radiation monochromatique de longueur d'onde

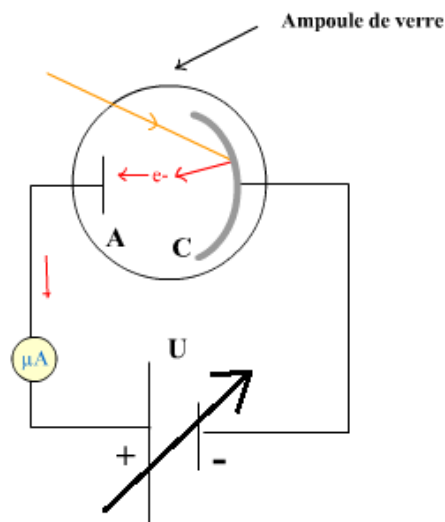
$\lambda = 0,44 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

Déterminer l'énergie cinétique maximale  $E_c$  d'un électron émis au niveau de la cathode. L'exprimer en joules puis en eV.

### Exercice 3

On utilise une cellule photoélectrique au césium

Pour différentes radiations incidentes, on mesure la tension qui annule le courant photoélectrique (Tension d'arrêt)



Les résultats sont les suivants :

|                             |      |      |      |      |
|-----------------------------|------|------|------|------|
| $\lambda$ ( $\mu\text{m}$ ) | 0,60 | 0,50 | 0,40 | 0,30 |
| U(V)                        | 0,19 | 0,60 | 1,22 | 2,26 |

1. Exprimer l'énergie cinétique de l'électron au départ de la couche photoémissive en fonction de la fréquence  $\nu$  et du travail d'extraction  $W_0$

2. Faire le schéma du montage utilisé

Exprimer la tension d'arrêt en fonction de  $\nu$  et  $W_0$

3. Calculer les fréquences  $\nu$  des radiations utilisées

4. Tracer la courbe représentant la fonction  $U=f(\nu)$  et en déduire la fréquence  $\nu_0$  du seuil photoélectrique du césium, ainsi que la longueur d'onde  $\lambda_0$  correspondante

#### Exercice 4

On réalise le montage suivant avec une cellule photoémissive à vide éclairée par une lumière monochromatique de fréquence (schéma)

Pour chaque valeur de  $\nu_i$ , la tension  $U_{CA}$  entre cathode et anode est réglée à la valeur  $U_0$  juste nécessaire pour l'intensité  $i$  traversant la cellule. Le voltmètre indique alors  $U_0$

On obtient les valeurs suivantes :

|           |                   |                   |                   |                   |                    |
|-----------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| V(Hz)     | $6 \cdot 10^{14}$ | $7 \cdot 10^{14}$ | $8 \cdot 10^{14}$ | $9 \cdot 10^{14}$ | $10 \cdot 10^{14}$ |
| $U_0$ (V) | 0,4               | 0,8               | 1,24              | 1,66              | 2,08               |

1. Rappeler : l'expression de l'énergie d'un photon de fréquence  $\nu$  ; l'expression de l'énergie maximale des électrons émis par la cathode en fonction de  $U_0$

En déduire la relation existant entre  $\nu$ ,  $U_0$ ,  $h$  (constante de Planck),  $e$  et  $W_0$  travail d'extraction correspondant à la cellule utilisée

2. Faire la représentation graphique des variations de  $U_0$  en fonction de  $\nu$

Abscisses : 1cm pour  $10^{14}\text{Hz}$  ; ordonnées : 1cm pour 0,2V

En déduire le seuil de fréquence  $\nu_0$  de la cellule, la constante de Planck  $h$  et  $W_0$  (exprimé en électron-volt)

#### Exercice 5

La charge de l'électron est  $-e = -1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ .

On éclaire une cellule photoélectrique par un faisceau lumineux monochromatique de fréquence  $\nu$  et on mesure le potentiel d'arrêt  $U_0$  de la cellule.

1. Faire un schéma du montage utilisé

2. On répète l'opération en utilisant diverses radiations et on obtient les résultats suivants :

|           |               |               |               |               |               |               |               |               |
|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| V(Hz)     | $5,1810^{14}$ | $5,4910^{14}$ | $5,8810^{14}$ | $6,1710^{14}$ | $6,4110^{14}$ | $6,7810^{14}$ | $6,9110^{14}$ | $7,3110^{14}$ |
| $U_0$ (V) | 0.042         | 0.171         | 0.332         | 0.452         | 0.56          | 0.706         | 0.758         | 0.924         |

Tracer sur papier millimétré, le graphe  $U_0=f(\nu)$  en utilisant les échelles suivantes : 10cm pour 1V ; 2cm pour  $10^{14}\text{Hz}$ .

3. Rappeler la relation entre le potentiel d'arrêt, le travail d'extraction  $W_0$ , d'un électron du métal de la cathode et l'énergie des photons incidents

4. Déterminer à l'aide du graphique :

a) La constante de Planck

b) Le travail d'extraction d'un électron du métal de la cathode.

5. Citer autre phénomène qui, comme l'effet photoélectrique la nature corpusculaire de la lumière. Quelle caractéristique du photon met-il en évidence

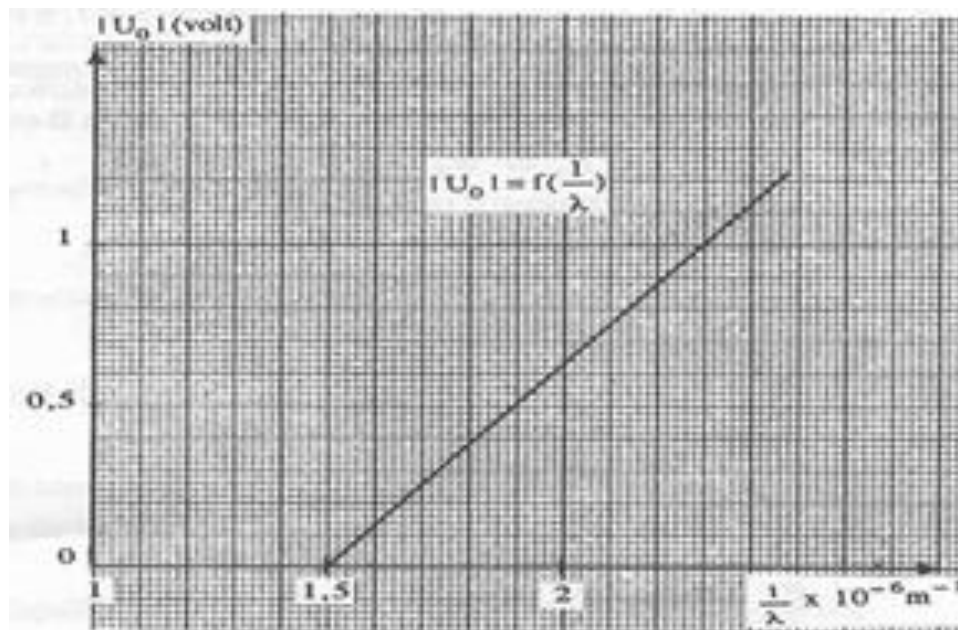
#### Exercice 6

La courbe de la figure ci-contre représente les variations de  $|U_0|$  en fonction de  $\frac{1}{\lambda}$

$|U_0|$  désigne la valeur absolue du potentiel d'arrêt d'une cellule photoélectrique et  $\lambda$ , la longueur d'onde de la radiation monochromatique qui éclaire la cathode de la cellule.

1) Déterminer graphiquement l'équation de la

courbe représentant  $|U_0|=f(\frac{1}{\lambda})$



2) a -Etablir la relation entre le potentiel d'arrêt  $U_0$ , le travail d'extraction  $W_0$  d'un électron du métal de la cathode et l'énergie  $W$  d'un photon incident. En déduire l'expression de  $|U_0|$  en fonction de  $\frac{1}{\lambda}$

b -En identifiant la relation précédente à celle trouvée graphiquement dans la première question, déterminer une valeur approchée de la constante de Planck  $h$  et calculer  $W_0$ .

3) On éclaire maintenant la cellule photoélectrique par une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda=0,588\mu\text{m}$ .

a -Calculer, dans le système international d'unités, l'énergie  $W$  et la quantité de mouvement  $\vec{p}$  en  $\text{MeV}\cdot\text{c}^{-1}$

b-A l'aide de la courbe représentant  $|U_0|=f(\frac{1}{\lambda})$ , calculer le potentiel d'arrêt  $U_0$  correspondant et en déduire la valeur de l'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode.

c-En supposant relativiste toute particule animée, dans un repère galiléen, d'une vitesse supérieure à  $0,14c$ , montrer que l'énergie cinétique d'une telle particule doit être supérieure à une fraction minimale  $x$  de son énergie au repos. Calculer  $x$ . En déduire si les électrons émis par la cathode sont relativistes ou non.

d -Calculer alors la vitesse maximale d'émission d'un électron par la cathode. On donne :

\*La célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3.10^8\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

\*La masse d'un électron :  $m = 9,1.10^{-31}\text{kg}$

\*La constante de Planck :  $h = 6,62.10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$

### Exercice 7

Une cellule photoélectrique comporte une cathode (C) constituée d'une surface métallique dont l'énergie d'extraction est  $W_0 = 2,5\text{eV}$ . Un dispositif expérimental permet d'éclairer (C) avec l'une des radiations de longueur d'onde :  $623,6\text{nm}$  ;  $413,7\text{nm}$  ;  $560,0\text{nm}$  ;  $451,4\text{nm}$ .

1) - Quelle est la valeur  $\lambda_0$  de la longueur d'onde du seuil photoélectrique ?

2)- Parmi les quatre radiations monochromatiques considérées, deux seulement de longueur d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  peuvent extraire des électrons du métal et leur communiquer une énergie cinétique.

a- Donner les valeurs de  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ ?

b - Montrer que l'expression du potentiel d'arrêt

s'écrit  $U_0 = -\frac{E_c}{e}$  où  $E_c$  est l'énergie cinétique de l'électron émis et  $(-e)$  sa charge électrique.

c - Calculer la valeur du potentiel d'arrêt correspondant à chacune des deux radiations de longueur d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  capables d'extraire un électron du métal et lui communiquer une énergie cinétique.

3) - On éclaire simultanément la cathode (C) par les des deux radiations de longueur d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .

Déterminer, en le justifiant, la valeur du potentiel d'arrêt correspondant à cette expérience.

Données : constante de Planck  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  charge d'un électron  $-e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  célérité de la lumière  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   $11 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ .

$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

## Niveaux d'énergie de l'atome

### Exercice 1

Les énergies des différents niveaux, exprimés en électron-volt, sont données par la formule :

$E_n = \frac{-13,6}{n^2}$  eV. Calculer les énergies correspondant à  $n = 1, 2, 3$  et  $\infty$  et représenter le diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène.

2. Quelle est l'énergie minimale que l'on doit fournir à un atome d'hydrogène pour qu'il passe de l'état fondamental à un état excité ? La transcrire sur le diagramme.

3. Cette énergie est apportée à l'atome par une radiation lumineuse monochromatique. Calculer sa longueur d'onde.

4. Calculer la longueur d'onde de la radiation susceptible d'ioniser l'atome d'hydrogène

### Exercice 2

1 Rutherford a décrit l'atome d'hydrogène par le modèle planétaire : l'électron a un mouvement circulaire, de rayon  $r$ , autour d'un noyau constitué de proton.

La force électrique subie l'électron est dirigée selon la droite proton-électron, attractive de

valeur  $F = \frac{ke^2}{r^2}$

La force gravitationnelle est négligeable devant cette force

a) Montrer que le mouvement de l'électron est uniforme

b) Etablir l'expression de la vitesse  $v$  en fonction de  $k, e, r$  et  $m$

c) Exprimer son énergie cinétique en fonction de ces mêmes paramètres.

d) Exprimer en énergie mécanique  $E$  en fonction de  $k, e$  et  $r$  sachant que son énergie

potentielle est :  $E_p = -\frac{ke^2}{r}$

Quelle est sa limite quand  $r$  tend vers l'infini

2. Différents faits expérimentaux ont conduit Niels Bohr à formuler l'hypothèse suivante :

l'électron ne se déplacer que sur certains cercles dont les rayons  $r_n$  obéissent à la loi :

$$v_n r_n = \frac{nK}{m} ; K \text{ constante universelle : } K = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ J.s } n : \text{ nombre entier } n \geq 1 ; v_n \text{ vitesse}$$

de l'électron sur le cercle de rayon  $r_n$

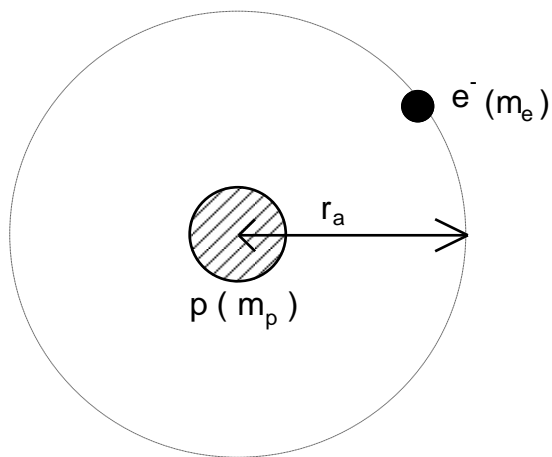
a) Déterminer l'expression de  $r_n$  en fonction des constantes  $k, K, m, e$  et  $n$ . Exprimer  $r_n$  en fonction de  $r_1$ . Calculer  $r_1$

b) Déterminer l'expression de  $E_n$ , énergie mécanique de l'électron sur le cercle de rayon  $r_n$ , en fonction des mêmes paramètres

Exprimer  $E_n$  en fonction de  $E_1$

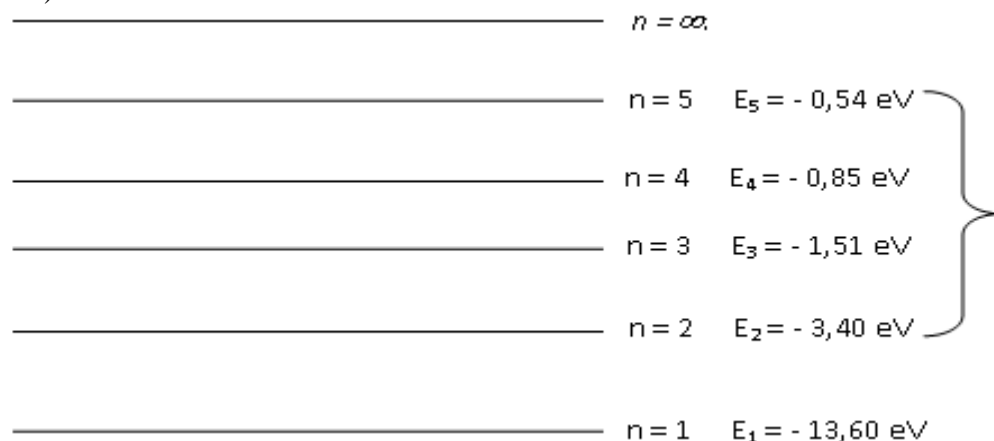
c) Calculer  $E_1$  et  $E_2$  en électronvolts. Quelle cause peut faire passer l'énergie de l'électron de  $E_1$  à  $E_2$ .

$$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ Kg} ; e = 1,602 \cdot 10^{-19} ; k = 9,000 \cdot 10^9 \text{ SI}$$



### Exercice3 L'atome d'hydrogène

Diagramme d'énergie de l'atome d'hydrogène obtenu à partir de la formule :  $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$  (en eV)



- 1) Quel est le nom du nombre noté "n" qui apparaît dans le diagramme ?
- 2) Quand dit-on qu'un atome est dans son état fondamental ? Quel est l'état fondamental de l'atome d'hydrogène ? Le noter sur le schéma.
- 3) Considérons une population d'atomes d'hydrogène au repos, sans apport d'énergie de la part de l'extérieur.  
Dans quel état se trouvent les atomes (ou du moins l'immense majorité) ?
- 4) Que représente le niveau noté :  $n = \infty$  ? Noter son nom sur le schéma.
- 5) Quelle énergie minimale, en eV, faut-il fournir à un atome d'hydrogène pour l'ioniser lorsqu'il est dans son état fondamental ?
- 6) Un atome d'hydrogène a la configuration électronique telle que :  $n = 3$ 
  - Est-il dans son état fondamental ? Comment s'appelle un tel état ?
  - Le représenter par un petit point sur le diagramme précédent.
- 7) L'atome d'hydrogène peut-il se trouver dans un état situé entre les niveaux  $n = 1$  et  $n = 2$  ?
- 8) L'atome d'hydrogène est excité sur le niveau :  $n = 3$ 
  - Comment peut-on exciter cet atome ?
  - Montrer qu'en se désexcitant vers le niveau 2, il émet un photon de longueur d'onde :  $\lambda = 656,1 \text{ nm}$ . Cette radiation est-elle située dans les X, les UV, le visible ou l'IR ?
  - Représenter par une flèche, sur le diagramme précédent, la transition correspondant à cette désexcitation.

9) Une radiation émise par l'atome d'hydrogène a une énergie égale à :  $E = 2,54 \text{ eV}$

- Cette radiation émise par l'atome d'hydrogène fait partie de la série de Balmer (retour au niveau  $n = 2$ ). Déterminer la transition électronique correspondant à l'émission de cette radiation. La noter sur le schéma.

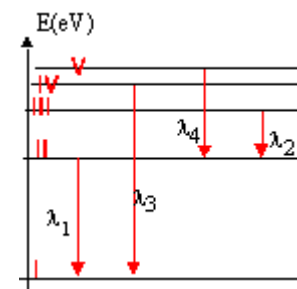
- Calculer la longueur d'onde correspondante.

10) Une lampe à décharge à hydrogène émet-elle un spectre continu de radiations ou un spectre discontinu ?

#### Exercice 4

**Données** : célérité de la lumière dans le vide :  $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ; constante de Planck :  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  ; charge élémentaire :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ; masse de l'électron  $m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

La figure représente un diagramme très simplifié des niveaux d'énergie de l'atome de lithium de numéro atomique  $Z=3$ , de formule électronique  $K^2L^1$ .



On considère les quatre transitions représentées sur le diagramme. Les longueurs d'ondes correspondantes sont  $\lambda_1 = 671 \text{ nm}$  ;  $\lambda_2 = 812 \text{ nm}$  ;  $\lambda_3 = 323 \text{ nm}$  et  $\lambda_4 = 610 \text{ nm}$ .

1. Expliquer brièvement niveau d'énergie et spectres de raies.

2. Montrer qu'entre l'énergie  $E$  (en eV) d'un photon et sa longueur d'onde  $\lambda$  il existe la relation  $E = 1240 / \lambda$ .  $\lambda$  étant exprimé en nm et  $E$  en eV. - Déterminer l'énergie (eV) des photons émis lors de chacune des 4 transitions.

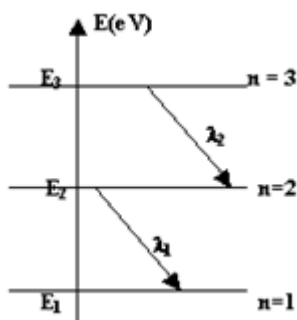
3. L'énergie du niveau I vaut  $E_1 = -5,39 \text{ eV}$ . C'est l'énergie de l'électron externe dans son état fondamental. Affecter l'énergie  $E_i$  (eV) à chaque niveau du diagramme.

Pour quelle valeur de la longueur d'onde des radiations incidentes les atomes de lithium subiront-ils une ionisation à partir de l'état fondamental ?

#### Exercice 5 : Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène

On s'intéresse dans ce qui suit aux niveaux d'énergie des atomes d'hydrogène et de sodium, tous deux éléments de la première colonne du tableau de classification périodique. 1/ Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :  $E_n = -13,6/n^2$  où  $E_n$  en eV et  $n$  un entier naturel non nul.

1-1 Déterminer l'énergie minimale en eV, qu'il faut fournir à l'atome d'hydrogène pour l'ioniser dans les cas suivants :



1-1.1 L'atome d'hydrogène est initialement à son état fondamental ( $n = 1$ )

1-1.2 L'atome d'hydrogène est à l'état excité correspondant au niveau d'énergie ( $n = 2$ ).

1-2 Faire le schéma du diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène en utilisant l'échelle :

1 cm pour 1 eV. On ne représentera que les six premiers niveaux.

2/ On donne ci-après le diagramme simplifié des niveaux d'énergie de l'atome de sodium (l'échelle n'est pas respectée).

L'état fondamental correspond au niveau d'énergie  $E_1$ . Les niveaux d'énergie  $E_2$  et  $E_3$  correspondant à des états excités.

2-1 Lorsque l'atome passe de  $E_2$  à  $E_1$  il émet une radiation de longueur d'onde  $\lambda_1 = 589 \text{ nm}$ ;

lorsqu'il passe de  $E_3$  à  $E_2$ , il émet une radiation de longueur d'onde  $\lambda_2 = 568,8 \text{ nm}$ .

En expliquant le raisonnement, calculer la différence d'énergie ( $E_3 - E_1$ ) en eV.

2-2 Lorsque l'atome, initialement dans son état fondamental, est éclairé par un faisceau monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  convenable, il peut directement passer du niveau d'énergie  $E_1$  au niveau d'énergie  $E_3$ .

Exprimer la longueur d'onde  $\lambda$  de ce faisceau en fonction des longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Faire l'application numérique

### Exercice 6

La mécanique quantique montre que l'état fondamental de l'atome d'hydrogène est caractérisé par une énergie  $E_1 = -13,6\text{eV}$  et chaque niveau excité  $n > 1$  est définie par une énergie

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \text{ (n est un entier naturel positif) avec } E_0 = 13,6\text{eV}.$$

1-/A quoi correspond l'énergie  $E_0$  ?

2-/ Quelle relation simple existe entre l'énergie de transition  $\Delta E$  d'un niveau  $n$  à un niveau  $p$  et la longueur d'onde du photon émis ou absorbé. (Traiter chaque cas à part)

3-/a-/ Montrer que pour une transition d'un niveau  $p$  à un niveau  $n$  tel que  $p > n$ , on peut écrire la relation  $\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$ .

b-/ Vérifier que  $R_H$  (appelée constante de Rydberg) vaut  $R_H = 1,10 \cdot 10^7 \text{m}^{-1}$

c--/ Dans la série de Balmer (le retour au niveau  $n = 2$ ) l'atome H émet 1 spectre contenant 4 raies visibles, on se propose de calculer deux longueurs d'ondes de 2 raies de ce spectre correspondant à  $p=3$  ( $\lambda_{3,2}$ ) et  $p=4$  ( $\lambda_{4,2}$ ). Sans faire de calcul, et en utilisant  $\Delta E$ , comparer  $\lambda_{3,2}$  et  $\lambda_{4,2}$  puis calculer leurs valeurs.

4-/ L'atome H est dans son état fondamental ( $n=1$ ), on l'excite à l'aide d'un photon incident d'énergie  $W=13,8 \text{eV}$ . Que se passe-t-il ? Calculer ( en eV) l'énergie cinétique  $E_c$  de l'électron de H éjecté.

5/ si l'atome entre en choc inélastique avec un électron ayant une énergie cinétique égale 11 eV, que se passe-t-il ?

### Exercice 7

#### Données :

charge élémentaire :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$       Constante de Planck :  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{J.s}$

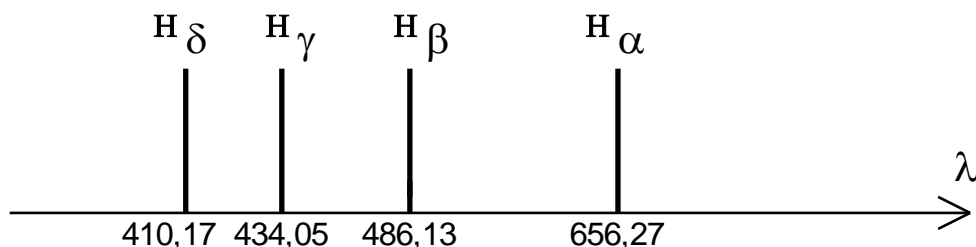
célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3 \cdot 10^8 \text{m.s}^{-1}$

$1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}$        $1\text{nm} = 10^{-9} \text{m}$

Le spectre de l'atome d'hydrogène est obtenu par décharge électrique dans un tube contenant du dihydrogène sous faible pression. Deux électrodes situées à chaque extrémité du tube permettent d'appliquer une différence de potentiel.

Lorsque les paramètres (d.d.p, température, pression) sont correctement fixés, on observe l'émission de lumière dont l'analyse est faite à l'aide d'un spectroscopie.

Le spectre obtenu est constitué, dans sa partie visible, de quatre raies notées  $H_\alpha$   $H_\beta$   $H_\gamma$   $H_\delta$  de longueurs d'onde respectives dans le vide : 656,27 nm ; 486,13 nm ; 434,05 nm ; 410,17 nm.



### Spectre d'émission de l'atome d'hydrogène

1. Sachant que les couleurs des raies émises sont bleue, indigo, rouge et violette, restituer à chaque radiation sa couleur.
2. En 1885, le physicien suisse Balmer, remarque que les longueurs d'onde  $\lambda$  de ces quatre radiations satisfont à une relation empirique :

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4}$$

$\lambda_0 = 367,7 \text{ nm}$ ,  $n$  est un nombre entier naturel non nul ( $n \in \mathbb{N}^*$ )

- 2.1. Indiquer la plus petite valeur possible de  $n$ . En déduire la longueur d'onde de la raie correspondante.
- 2.2. Quelles valeurs doit prendre  $n$  pour retrouver les autres raies visibles du spectre ?
3. Les niveaux d'énergie quantifiés de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \text{ (eV)} \quad \begin{cases} E_0 = 13,6 \text{ eV} \\ n \text{ est un nombre entier naturel non nul.} \end{cases}$$

Pour  $n = 1$  l'énergie de l'atome est minimale, l'atome est dans son état fondamental.

Pour toutes les autres valeurs de  $n$  ( $n \geq 2$ ), l'atome est dans un état excité.

3.1. Expliquer brièvement le terme "niveau d'énergie quantifié".

Que représente  $E_0$  pour l'atome d'hydrogène ?

3.2. Etablir, en fonction de  $n$ , la fréquence  $\nu_{n,2}$  (exprimée en Hz) des radiations émises lorsque cet atome passe d'un état excité  $n > 2$  à l'état excité  $n = 2$ .

3.3. Retrouver l'expression empirique de Balmer :

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4},$$

$\lambda$  étant exprimée en nm.

A quelle transition correspond l'émission de la radiation de longueur d'onde  $\lambda_0$  ? Justifier la réponse.

3.4. Tracer le diagramme représentant les transitions entre les différents niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène pour les quatre raies  $H\alpha$ ,  $H\beta$ ,  $H\gamma$ ,  $H\delta$  de la série de Balmer.

4.1. Quelle est l'énergie cinétique minimale d'un électron projectile capable de provoquer par choc l'excitation d'un atome d'hydrogène de son état fondamental à son deuxième état excité ?

4.2. Sous quelle tension minimale cet électron projectile, initialement au repos, a-t-il été accéléré ?

4.3. L'atome d'hydrogène précédemment excité revient à son état fondamental avec émission de deux photons. Déterminer les longueurs d'onde de ces deux photons.

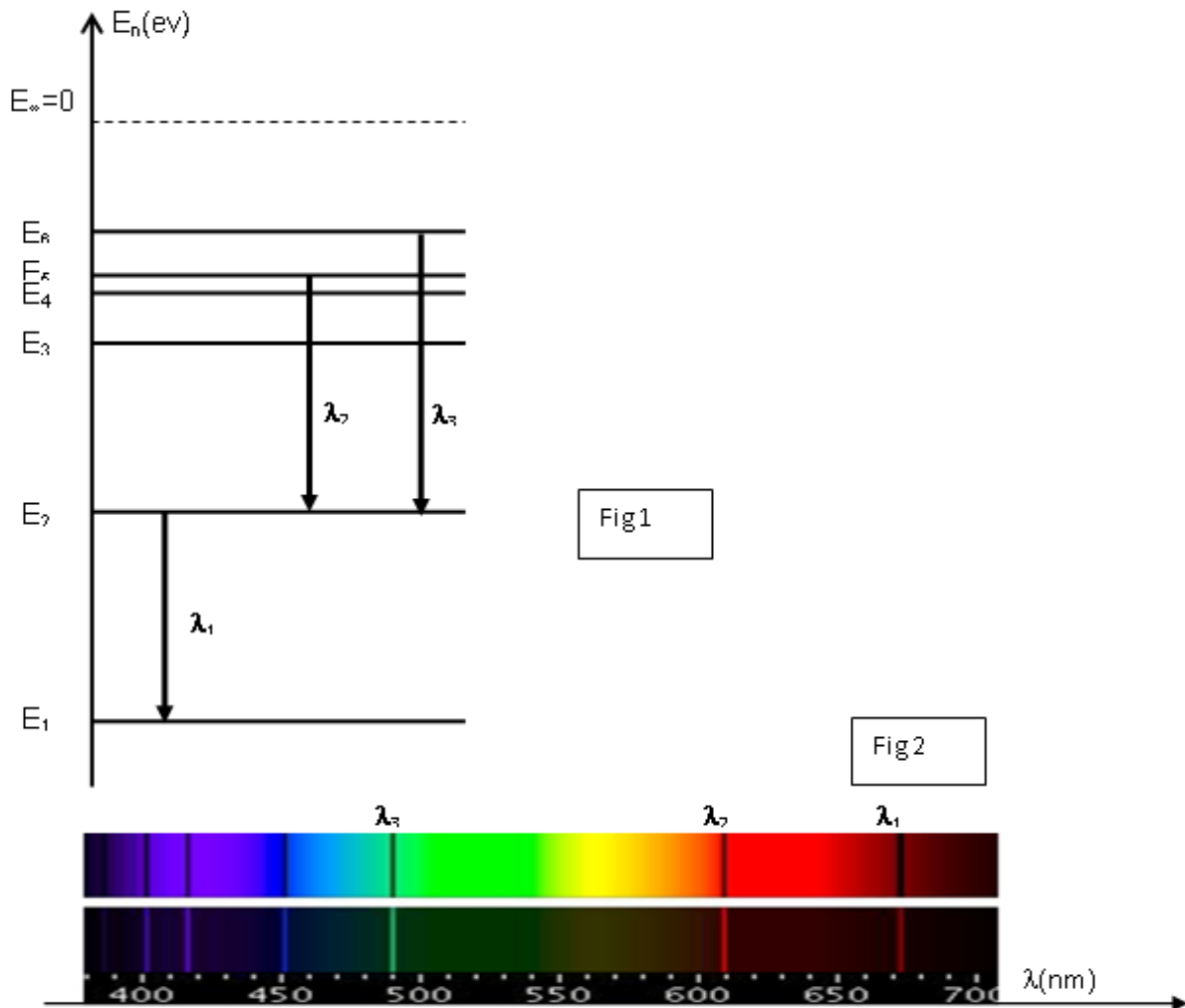
**Exercice 8 :**Données :  $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J.s}$  ;  $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  et  $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$

Les lampes à vapeur de lithium contiennent de la vapeur de lithium à très faible pression. Cette vapeur est excitée par un faisceau d'électrons qui traverse le tube. Les atomes de lithium absorbent l'énergie des électrons. L'énergie est restituée lors du retour à l'état fondamental sous forme de radiations lumineuses.

On représente le diagramme des niveaux d'énergie de l'atome de lithium (**figure 1**) de numéro atomique  $Z=3$ . L'analyse du spectre d'émission d'une lampe à vapeur de lithium révèle la présence de raies de longueur d'onde  $\lambda$  bien définie.

On donne le spectre d'émission et le spectre d'absorption de l'atome de lithium (**figure 2**).

- 1- Préciser le spectre d'émission de l'atome de lithium et le spectre d'absorption.
- 2- Représenter le schéma du montage qui permet d'obtenir le spectre d'émission.
- 3- A l'aide du spectre d'émission, interpréter la quantification de l'énergie de l'atome de lithium.
- 4- L'énergie du l'état fondamental vaut  $E_1 = -5.39 \text{ eV}$ . (C'est l'énergie de l'électron de la couche externe dans son état fondamental).
  - a- Prélever les valeurs des longueurs d'onde  $\lambda_1$  ;  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$ .
  - b- Montrer que la longueur d'onde  $\lambda$  du photon émis lors d'une transition du niveau  $n$  au niveau  $p$  ( $n > p$ ) est  $\lambda = \frac{1241}{E_n - E_p}$  avec  $\lambda$  en nm et  $E_n - E_p$  en eV.
  - c- trouver les valeurs d'énergie des autres niveaux sachant que la longueur d'onde du photon émis lors d'une transition du niveau :
    - 3 au niveau est égale à 812 nm.
    - 4 au niveau est égale à 323 nm.
- 5- définir l'énergie d'ionisation de l'atome de lithium. Donner sa valeur.
- 6- L'atome de sodium, considéré maintenant à l'état fondamental, reçoit une radiation lumineuse dont le quantum d'énergie a une longueur d'onde  $\lambda$  égale à :
  - a- 220 nm.
  - b- 300nm



### Exercice 9

Dans le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène on trouve les quatre raies suivantes, caractérisées par leur longueur d'onde :

$\lambda_1=410$  nm (violet),  $\lambda_2=434,1$  nm (indigo),  $\lambda_3=486,1$  nm (bleu) et  $\lambda_4=656,3$  nm (rouge). On donne le diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène.

1) Justifier la discontinuité du spectre d'émission.

a- Que signifie l'état fondamental de l'atome ?

b-Définir l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène. Donner sa valeur.

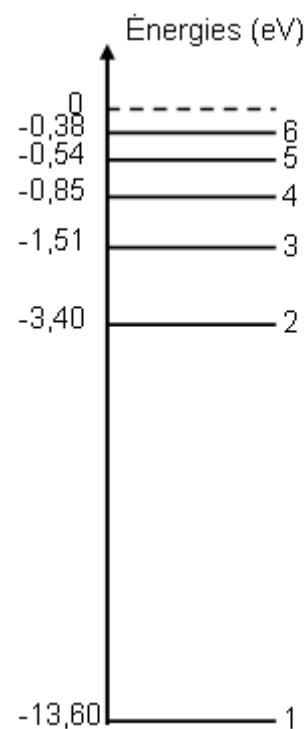
2) a-Calculer la longueur d'onde maximale  $\lambda_{\text{max}}$  correspondant à la transition de l'électron d'un niveau  $n>2$  au niveau 2. Déduire que  $\lambda_{\text{max}} = \lambda_4$ .

b-A quelle transition correspond chacune des radiations de longueur d'onde  $\lambda_1, \lambda_2$  et  $\lambda_3$ .

3) a- L'atome d'hydrogène est dans son niveau d'énergie  $E_2$  ( $n=2$ ), reçoit un photon incident de longueur d'onde  $\lambda=486,1$  nm. Ce photon est-il absorbé ? justifier sans calcul.

b-L'atome d'hydrogène est dans son état fondamental, reçoit :

- Un photon d'énergie 11 eV.



- Un électron incident d'énergie cinétique 11 eV.
- Un photon d'énergie 14,3 eV.

Dire, en le justifiant ce qui se passe dans chaque cas (dans le cas où l'atome est ionisé donner l'énergie cinétique de l'électron émis).

### Exercice 10 Etoile Vega et son spectre

L'étoile Véga se trouve dans la constellation de la Lyre. Elle émet de la lumière que l'on peut décomposer. On obtient un spectre dont voici sa représentation :

La première raie à  $x = 0$  cm correspond à la longueur d'onde  $\lambda = 400$  nm et la dernière raie correspondant à  $x = 8,5$  cm est la longueur d'onde  $\lambda = 700$  nm.

A chaque raie correspond une abscisse  $x$  sur l'axe orienté. La longueur d'onde  $\lambda$  est fonction affine de  $x$  de la forme  $\lambda = ax + b$ .

1°/Quelle est la nature du spectre ?

2°/En déduire si l'étoile possède une atmosphère.

3°/Tracer, rapidement, avec seulement 2 points,  $\lambda$  en fonction de  $x$ .

4°/En déduire le coefficient directeur de la droite ainsi que son ordonnée à l'origine. Donner alors l'équation numérique de  $\lambda = ax + b$

5°/A l'aide de l'équation numérique trouver les valeurs des longueurs d'onde émises par l'étoile.

6°/Y-a-t-il de l'hydrogène ou de l'hélium dans l'étoile Véga ? Conclure.

#### Données :

-longueurs d'onde en nm émises par l'élément H : 398 – 410 – 434-486

-longueurs d'onde en nm émises par l'élément He : 380 – 403 – 414-447

### Exercice 11

On donne les spectres de deux éléments, le titane et le nickel, ainsi que le spectre d'une étoile. Ces spectres ont été réalisés dans les mêmes conditions et les réglages du spectroscopie étaient les mêmes.

1) Quel nom donne-t-on aux spectres des deux éléments ?

2) Expliquer l'allure du spectre de l'étoile en utilisant les mots ou les expressions suivantes : spectre (ou fond) continu ; raies d'absorption.

3) La comparaison du spectre de l'étoile et des spectres de chaque élément permet de faire une affirmation relative à la composition chimique de l'étoile. Laquelle ?

## Réactions nucléaires

### Exercice 1

#### Données :

Unité de masse atomique :  $u = 1,660\,54 \times 10^{-27}$  kg Énergie de masse de l'unité de masse atomique :  $E = 931,5$  MeV,  $c = 3,0 \cdot 10^8$  ms<sup>-1</sup>.

| Nom du noyau ou de la particule | Radon                    | Radium                   | Hélium            | Neutron   | Proton    | Électron              |
|---------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------|-----------|-----------|-----------------------|
| Symbole                         | ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ | ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ | ${}^4_2\text{He}$ | ${}_0^1n$ | ${}_1^1p$ | ${}_{-1}^0e$          |
| Masse (en u)                    | 221,970                  | 225,977                  | 4,001             | 1,009     | 1,007     | $5,49 \times 10^{-4}$ |

#### 1. Désintégration du radium

L'air contient du radon 222 en quantité plus ou moins importante. Ce gaz radioactif naturel est issu des roches contenant de l'uranium et du radium. Le radon se forme par désintégration du radium (lui-même issu de la famille radioactive de l'uranium 238), selon l'équation de réaction nucléaire suivante :  ${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^4_2\text{He}$

**1.1.** Quel est le type de radioactivité correspondant à cette réaction de désintégration? Justifier votre réponse.

#### 1.2. Défaut de masse

Donner l'expression littérale du défaut de masse  $\Delta m$  du noyau de symbole  ${}^A_Z\text{X}$  et de masse  $m_X$

Calculer le défaut de masse du noyau de radium Ra. L'exprimer en unité de masse atomique u.

**1.3.** Écrire la relation d'équivalence masse-énergie.

**1.4.** Le défaut de masse  $\Delta m$  (Rn) du noyau de radon Rn vaut  $3,04 \times 10^{-27}$  kg

Définir l'énergie de liaison  $E_l$  d'un noyau. Calculer, en joule, l'énergie de liaison  $E_l(\text{Rn})$  du noyau de radon.

Vérifier que cette énergie de liaison vaut  $1,71 \times 10^3$  MeV.

En déduire l'énergie de liaison par nucléon  $E_l/A$  du noyau de radon. Exprimer ce résultat en MeV.nucléon<sup>-1</sup>.

#### 1.5. Bilan énergétique.

Établir littéralement la variation d'énergie  $\Delta E$  de la réaction (1) en fonction de  $m_{\text{Ra}}$ ,  $m_{\text{Rn}}$  et  $m_{\text{He}}$  masses respectives des noyaux de radium, de radon et d'hélium. Exprimer  $\Delta E$  en joule  $m_X$ .

### Exercice 2 : Radioactivité et médecine

La médecine nucléaire désigne l'ensemble des applications où des substances radioactives sont associées au diagnostic et à la thérapie. Depuis les années 1930, la médecine nucléaire progresse grâce à la découverte et à la maîtrise de nouveaux isotopes.

La radiothérapie vise à administrer un radiopharmaceutique dont les rayonnements ionisants sont destinés à traiter un organe cible dans un but curatif ou palliatif. Ainsi on utilise du rhénium 186 dans le but de soulager la maladie rhumatoïde et du phosphore 32 pour réduire la production excessive de globules rouges dans la moelle osseuse.

La première partie de cet exercice traite de l'utilisation du rhénium 186 et la seconde partie de l'utilisation du phosphore 32. On s'intéresse à l'aspect physique des phénomènes, les aspects biologiques ne sont pas pris en compte.

Données :

- temps de demi-vie du rhénium 186 :  $t_{1/2}({}^{186}_{Z}\text{Re}) = 3,7 \text{ j}$  (jours) ; - masse molaire du rhénium

186 :  $M({}^{186}_{Z}\text{Re}) = 186 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$  ;

- constantes radioactives :  $\lambda({}^{186}_{Z}\text{Re}) = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$  ;  $\lambda({}^{32}_{15}\text{P}) = 5,6 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$  ;

- masses de quelques noyaux et particules :  $m({}^{32}_{15}\text{P}) = 5,30803 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$  ;

$m({}^{32}_{16}\text{S}) = 5,30763 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$  ;  $m({}^0_{-1}\text{e}) = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;

- célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  ;

- constante d'Avogadro :  $N_A = 6,0 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  ;

- électron-volt :  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

1. Injection intra-articulaire d'une solution contenant du rhénium 186

1.1 Le rhénium 186 ( ${}^{186}_{Z}\text{Re}$ ) est un noyau radioactif  $\beta^-$ . Sur le diagramme (N, Z) de la figure 3 ci-contre où N représente le nombre de neutrons et Z le nombre de protons, la courbe tracée permet de situer la vallée de stabilité des isotopes. Le point représentatif du noyau de rhénium 186 est placé au-dessus de cette courbe.

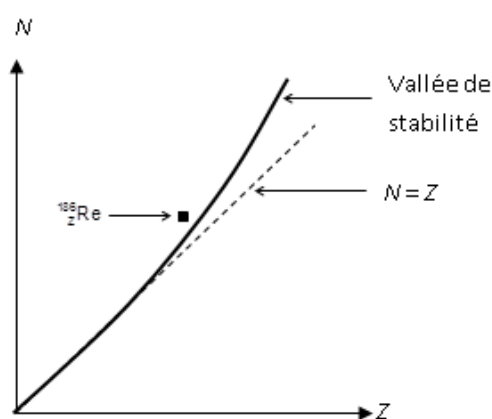


Figure 3. Diagramme (N, Z)

1.1.1 Déduire de ce diagramme si cet isotope radioactif possède un excès de neutron(s) ou un excès de proton(s) par rapport à un isotope stable du même élément.

1.1.2 Quel nom porte la particule émise au cours d'une désintégration  $\beta^-$  ?

1.1.3 Écrire l'équation de la désintégration du noyau de rhénium 186 noté ( ${}^{186}_{Z}\text{Re}$ ) sachant que le noyau fils obtenu correspond à un isotope de l'osmium noté ( ${}^A_{76}\text{Os}$ ). En énonçant les lois utilisées, déterminer les valeurs de A et de Z. On admet que le noyau fils obtenu lors de cette transformation n'est pas dans un état excité

## 2. Injection intraveineuse d'une solution contenant du phosphore 32

Carte d'identité du phosphore 32 (tableau)

L'injection en voie veineuse d'une solution contenant du phosphore 32 radioactif permet dans certains cas de traiter une production excessive de globules rouges au niveau des cellules de la moelle osseuse.

2.1 Donner la composition du noyau de phosphore 32.

2.2 À l'aide des masses données en début

d'exercice et de la carte d'identité du phosphore 32, vérifier par un calcul la valeur E de l'énergie du rayonnement émis par la désintégration du phosphore 32. *Non faisable pour*

| nom de l'isotope              | Phosphore 32  |
|-------------------------------|---|
| symbole                       | ${}^{32}_{15}\text{P}$  |
| type de radioactivité         | $\beta^-$   |
| énergie du rayonnement émis   | 1,7 MeV   |
| équation de la désintégration | ${}^{32}_{15}\text{P} \rightarrow {}^{32}_{16}\text{S} + {}^0_{-1}\text{e}$ |
| demi-vie                      | 14 jours  |

### ***L'instant !***

**2.3** Pour la très grande majorité d'entre eux, les noyaux fils obtenus lors de cette transformation ne sont pas dans un état excité. À quel type de rayonnement particulièrement pénétrant le patient n'est-il pas exposé ?

**2.4** Rappeler la loi de décroissance du nombre  $N(t)$  de noyaux radioactifs d'un échantillon en fonction de  $\lambda$  et  $N_0$  (nombre de noyaux radioactifs à la date  $t = 0$ ).

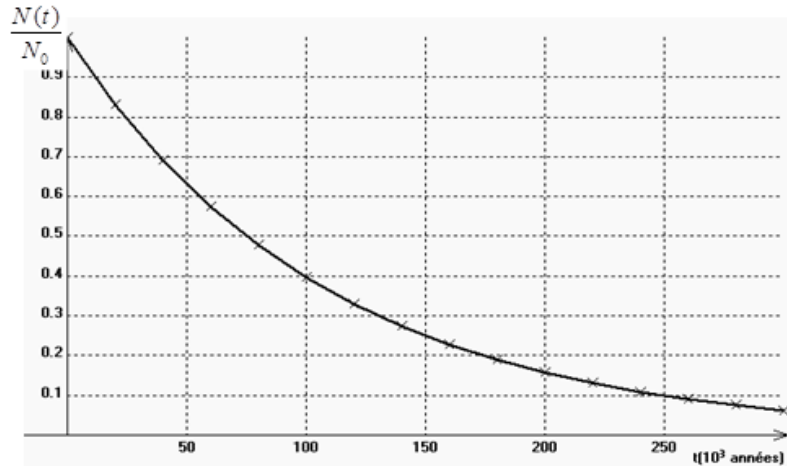
**2.5** Définir le temps de demi-vie radioactive  $t_{1/2}$  et établir la relation qui existe entre la demi-vie et la constante de désintégration radioactive  $\lambda$ .

**2.6** Vérifier, par un calcul, la valeur approchée du temps de demi-vie proposée dans la carte d'identité ci-dessus.

### **Exercice 3**

#### **1. Temps de demi-vie**

Le thorium  $^{230}\text{Th}$  est utilisé dans la datation des coraux et concrétions carbonatées ainsi que dans la datation des sédiments marins et lacustres. Dans un échantillon de « thorium 230 », on appelle  $N(t)$  le nombre de noyaux de thorium présents à chaque date  $t$  et  $N_0$  celui des noyaux présents à la date  $t_0 = 0$  an.



On a représenté ci-dessous la courbe donnant le rapport  $\frac{N(t)}{N_0}$

**1.1.** Le noyau  $^{230}\text{Th}$  est un émetteur  $\alpha$  et se désintègre pour donner du  $^{88}\text{Ra}$ . Indiquer ce que représente  $\alpha$  et écrire l'équation de la réaction nucléaire correspondante, en précisant les lois utilisées (le noyau de radium est obtenu dans un état non excité)

**1.2.** Donner la définition du temps de demi-vie  $t_{1/2}$ .

Vérifier que sa valeur est de  $7,5 \times 10^4$  années en expliquant succinctement la méthode utilisée.

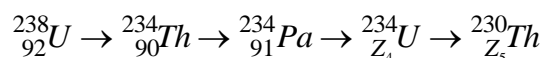
**1.3.** Donner l'expression mathématique de la loi de décroissance radioactive et calculer la constante radioactive en année $^{-1}$ .

**1.4.** Parmi ces grandeurs :

l'âge de l'échantillon de noyaux la quantité initiale de noyaux. la température la nature des noyaux

Quelle est la seule grandeur qui fait varier le temps de demi-vie ?

**1.5.** Le thorium  $^{230}\text{Th}$  fait partie de la famille radioactive de l'uranium  $^{238}\text{U}$ . Une famille radioactive est composée d'un ensemble de noyaux radioactifs, tous issus d'un noyau initial instable qui, de père en fils, par désintégrations successives conduisent à un noyau stable, ici le « plomb 206 ». L'« uranium 238 », dissous à l'état de traces dans l'eau de mer, produit des atomes de « thorium 230 » suivant les réactions nucléaires suivantes :



Donner les valeurs de  $Z_4$  et  $Z_5$ , en les justifiant, et indiquer le type de radioactivité pour les deux premières transformations.

**1.6.** Au début de leur formation, les concrétions carbonatées des coraux contiennent de l'« uranium 238 » et pas de « thorium 230 ». La méthode de datation de ces carbonates repose sur le rapport des nombres de noyaux :  $N^{230}\text{Th} / N^{238}\text{U}$ . Ce rapport augmente au cours du temps jusqu'à « l'équilibre séculaire ». Celui-ci correspond à l'état où les deux populations des noyaux d'« uranium 238 » et de « thorium 230 » ont même activité.

**1.6.1.** L'activité  $A(t)$  d'une population de noyaux identiques est définie ici par :

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

En vous aidant de la question 1.3. Démontrer que  $A(t) = \lambda.N(t)$  pour une population de noyaux donnée.

**1.6.2.** En déduire, qu'à l'équilibre séculaire, le rapport  $N^{230}\text{Th} / N^{238}\text{U}$  est constant.

#### Exercice 4

A/ Le plutonium  ${}_{94}^{241}\text{Pu}$  est radioactif  $\beta^-$ , il donne l'américium  ${}_{Z}^A\text{Am}$ .

- 1- Ecrire l'équation de la réaction nucléaire correspondante. Préciser les lois utilisées.
- 2- Déterminer la composition de chacun des deux noyaux (Pu et Am). Déduire l'origine de la particule émise ( $\beta^-$ ).

B/ le noyau  ${}_{Z}^A\text{Am}$  d'américium est radioactif  $\alpha$ . Il se désintègre en donnant un noyau de neptunium (Np) dans son état fondamental.

- 1- Ecrire l'équation de cette désintégration.
- 2- Montrer que cette réaction libère une énergie  $W$ . Calculer (en Mev) l'énergie  $W$  libérée par la désintégration d'un noyau d'américium.

On donne :  $m_{\alpha} = 4.0015\text{u}$ ,  $m_{\text{Am}} = 241.0567\text{u}$ ,  $m_{\text{Np}} = 237.0480\text{u}$ ,  $1\text{u} = 931.5\text{Mev } c^{-2}$

3- Le noyau  ${}_{94}^{241}\text{Am}$  est supposé au repos. D'après les lois de conservation on montre que :  $m_{\alpha} \cdot E_{c_{\alpha}} = m_{\text{Np}} \cdot E_{c_{\text{Np}}}$

On admet que l'énergie  $W$  libérée par cette désintégration est communiquée totalement aux particules formées sous forme d'énergie cinétique.  $W = E_{c_{\alpha}} + E_{c_{\text{Np}}}$

Calculer (en Mev)  $E_{c_{\alpha}}$  et  $E_{c_{\text{Np}}}$ .

4- A une date  $t_0 = 0\text{s}$ , on dispose d'un échantillon contenant  $N_0$  noyaux d'américium  ${}_{95}^{241}\text{Am}$ .

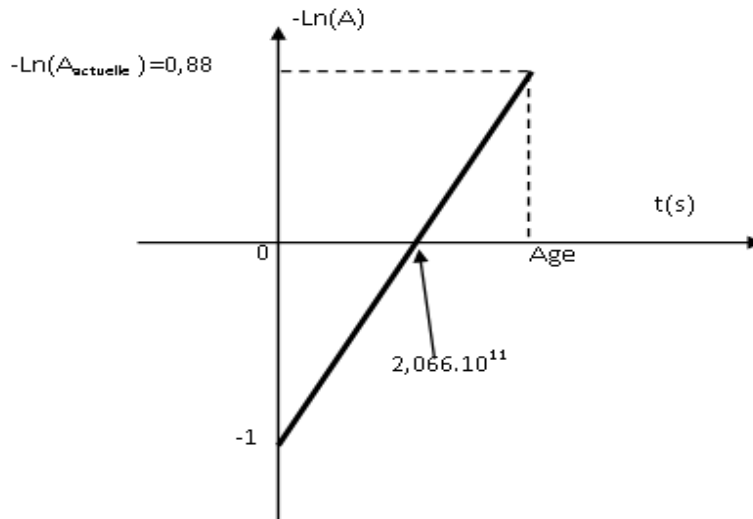
A différentes dates  $t$ , on mesure, à l'aide d'un compteur de Geiger, son activité  $A$ . On obtient la courbe représentée ci-dessous :  $-\text{Ln}(A) = f(t)$

a) Définir l'activité d'une substance radioactive, donner son unité.

En utilisant la loi de décroissance radioactive :  $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ , Montrer que  $-\text{Ln}(A) = \lambda t - \text{Ln}(A_0)$ .

b) Déterminer graphiquement :

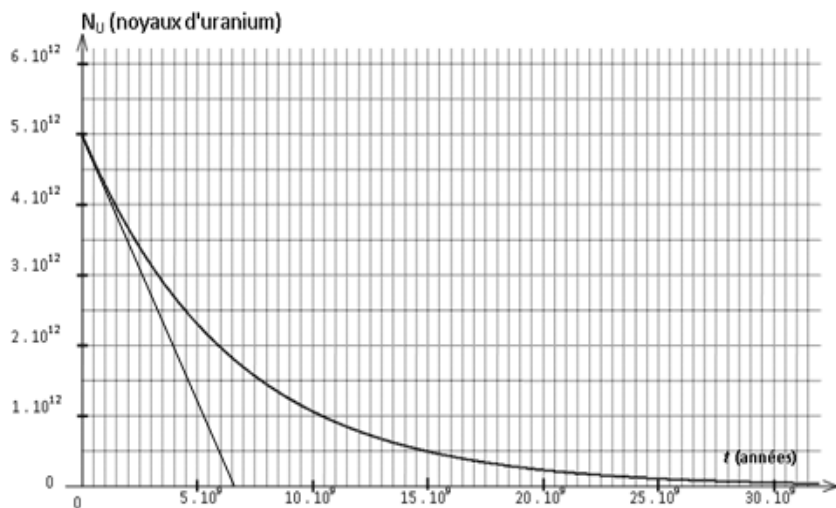
- La valeur de la constante radioactive  $\lambda$  de  ${}_{95}^{241}\text{Am}$ . Déduire sa période  $T$ .
- L'activité  $A_0$  de l'échantillon d'américium  ${}_{95}^{241}\text{Am}$ . Déduire  $N_0$ .
- L'activité actuelle. Calculer l'âge de l'échantillon d'américium.



### Exercice 5 : L'AGE DE LA TERRE

La détermination de l'âge de la Terre a commencé vers le XVI<sup>e</sup> siècle, on l'estimait alors autour de 5 000 ans. Au XIX<sup>e</sup> siècle, des scientifiques admettaient un âge d'environ 100 millions d'années.

La découverte de la radioactivité, par H. Becquerel en 1896, bouleversa toutes les données connues.



La datation à l'uranium- plomb permet de déterminer assez précisément l'âge de la Terre.

Nous proposons de comprendre cette technique de datation.

#### I. Étude de la famille uranium 238 – plomb 206

Le noyau d'uranium 238, naturellement radioactif, se transforme en un noyau de plomb 206, stable, par une série de désintégrations successives. Nous allons étudier ce processus.

(On ne tiendra pas compte de l'émission  $\gamma$ ).

1. Dans la première étape, un noyau d'uranium  ${}_{92}^{238}\text{U}$  subit une radioactivité  $\alpha$ . Le noyau fils est du thorium (symbole Th).

a- Qu'est-ce qu'un noyau radioactif ?

b- Écrire l'équation de la réaction nucléaire en précisant les règles utilisées.

c- Calculer l'énergie libérée au cours de cette désintégration en joule puis en Mev. On donne :

|                       |                         |                   |                   |
|-----------------------|-------------------------|-------------------|-------------------|
| Symbole du noyau      | ${}_{92}^{238}\text{U}$ | ${}_2^4\text{He}$ | ${}_Z^A\text{Th}$ |
| Masse du noyau (en u) | 238,0508                | 4,0015            | 234,0436          |

$1\text{u} = 1,66.10^{-27}\text{ Kg}$  et  $1\text{ev} = 1,6.10^{-19}\text{ J}$ .

2. Dans la deuxième étape, le noyau de thorium 234 se transforme en un noyau de protactinium  ${}_{91}^{234}\text{Pa}$ . L'équation de la réaction nucléaire est :  ${}_{90}^{234}\text{Th} \rightarrow {}_{91}^{234}\text{Pa} + {}_{-1}^0\text{e}$

a- Donner le type de radioactivité correspondant à cette transformation et préciser son origine.

b- L'équation globale du processus de transformation d'un noyau d'uranium 238 en un noyau de plomb 206 est :  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Pb} + x {}_{-1}^0\text{e} + y {}_2^4\text{He}$

Déterminer, en justifiant, le nombre de désintégrations  $\alpha$  et  $\beta^-$  de ce processus.

## II. Géochronologie :

On a constaté d'une part, que les minéraux d'une même couche géologique, donc du même âge, contiennent de l'uranium 238 et du plomb 206 en proportions remarquablement constantes, et d'autre part que la quantité de plomb dans un minéral augmente proportionnellement à son âge relatif.

Si on mesure la quantité de plomb 206 dans un échantillon de roche ancienne, en considérant qu'il n'y en avait pas initialement, on peut déterminer l'âge du minéral à partir de la courbe de décroissance radioactive du nombre de noyaux d'uranium 238.

Étudions un échantillon de roche ancienne dont l'âge, noté  $t_{\text{Terre}}$ , correspond à celui de la Terre.

1. On considère la courbe de décroissance radioactive du nombre  $N_U(t)$  de noyaux d'uranium 238 dans un échantillon de roche ancienne. (**figure 1**). sachant que  $-dN_U$  est le nombre de noyaux qui se désintègrent pendant l'intervalle de temps  $dt$ .

a- Prélever à partir du graphe, la quantité initiale  $N_U(0)$  de noyaux d'uranium.

b- Montrer que  $N_U(t)$  vérifie l'équation différentielle  $\frac{dN_U}{dt} + \lambda N_U = 0$  avec  $\lambda$  est la constante radioactive de l'uranium 238.

c- Sachant que la solution de l'équation différentielle précédente s'écrit sous la forme

$N_U(t) = B \cdot e^{-t/\tau}$ , montrer que  $B = N_U(0)$  et que  $\lambda = \frac{1}{\tau}$ .

d- Déterminer à partir du graphe la constante de temps  $\tau$  de l'uranium 238.

e- Définir la demie-vie  $T$  et établir une relation entre  $T$  et  $\tau$ . Calculer  $T$ . Retrouver la valeur de  $T$  graphiquement.

2. La détermination du nombre de noyaux d'uranium 238 est effectuée à l'aide d'un compteur de Geiger Müller qui mesure l'activité d'un échantillon d'une substance radioactive.

a- Définir l'activité radioactive. Calculer, en becquerel, l'activité initiale de l'uranium 238. (une année =  $365,25 \cdot 24 \cdot 3600\text{ s} = 3,15 \cdot 10^7\text{ s}$ .)

b- Déterminer graphiquement et par calcul l'activité de l'uranium à  $t = 15 \cdot 10^9$  années.

3. La quantité de plomb mesurée dans la roche à la date  $t_{\text{Terre}}$ , notée  $N_{\text{pb}}(t_{\text{Terre}})$ , est égale à  $2,5 \cdot 10^{12}$  atomes.

a- Établir la relation entre  $N_U(t_{\text{Terre}})$ ,  $N_U(0)$  et  $N_{\text{pb}}(t_{\text{Terre}})$ . Calculer la quantité  $N_U(t_{\text{Terre}})$  de

noyaux d'uranium.

**b-** Déterminer l'âge  $t_{\text{Terre}}$  de la Terre.

### Exercice6 : Fusion Deutérium Tritium.

La fusion nucléaire, c'est le Diable et le Bon Dieu !

Le Bon Dieu dans les étoiles où elle fait naître tous les atomes, jusqu'à ceux de la vie. Mais le Diable sur Terre où elle fut utilisée à fabriquer des bombes qui pourraient tout anéantir, à commencer par la vie.

Mais alors que le diable de la destruction thermonucléaire semble rentrer dans sa boîte, la fusion nucléaire contrôlée dans les réacteurs civils ouvre des perspectives de développement économique durable à très long terme.

Paul-Henri Rebut,

L'énergie des étoiles - la fusion nucléaire contrôlée  
Editions Odile Jacob 1999 (dos de couverture).

Notations utilisées:

- Particules ou noyaux  ${}^A_ZX$  :  ${}^1_1H$ ,  ${}^3_2He$ ,  ${}^4_2He$ ,  ${}^0_{-1}e$ ,  ${}^1_0n$ ,  ${}^1_1p$ .

- Masse de la particule ou du noyau  ${}^A_ZX$  :  $m({}^A_ZX)$ .

- Energie de liaison du noyau  ${}^A_ZX$  :  $E_\ell({}^A_ZX)$ .

1. Isotopie

1. a - Qu'appelle-t-on isotopes ?

1. b - Dans la littérature scientifique, on mentionne souvent :

- le deutérium D dont le noyau contient 1 proton et 1 neutron ;

- le tritium T dont le noyau contient 1 proton et 2 neutrons.

Comment doit-on noter (dans la notation  ${}^A_ZX$ ) les noyaux D et T ? A quel élément chimique appartiennent-ils ?

2 Radioactivité

2. a - Qu'est-ce qu'un noyau radioactif ?

2. b - Le tritium T est radioactif  $\beta^-$ . Ecrire l'équation de la désintégration de T (en utilisant la notation  ${}^A_ZX$ ).

2. c - Le tritium T a une demie-vie  $t_{1/2} = 12$  ans. Que signifie cette affirmation ?

3 Fusion de noyaux

3. a. - Qu'appelle-t-on réaction nucléaire de fusion ?

3. b - En utilisant la notation  ${}^A_ZX$ , écrire l'équation nucléaire de la fusion DT, c'est-à-dire de la fusion entre un noyau de deutérium et un noyau de tritium, au cours de laquelle se forme un noyau d'hélium  ${}^4_2He$ .

Exprimer l'énergie  $\Delta E$  qui peut être libérée par cette réaction en fonction des énergies de masse  $E_m({}^A_ZX)$  des particules (ou des noyaux) qui interviennent.

3. c - Exprimer la masse  $m({}^A_ZX)$  du noyau  ${}^A_ZX$  en fonction de  $m_p$ ,  $m_n$ ,  $Z$ ,  $A$  et de l'énergie de liaison  $E_\ell({}^A_ZX)$ .

Pour la réaction de fusion envisagée, en déduire l'expression de  $\Delta E$  en fonction des énergies de liaison.

3. d - On donne les valeurs des énergies de liaison des noyaux suivants :

- $E_{\ell}(\text{D}) = 2,224 \text{ MeV}$  ;
- $E_{\ell}(\text{T}) = 8,481 \text{ MeV}$ ;
- $E_{\ell}(4\text{He}) = 28,29 \text{ MeV}$ .

Calculer numériquement la valeur de  $\Delta E$ .

#### 4 Conditions de la fusion DT

La fusion n'a lieu que si les deux noyaux sont en contact.

4. a- Les noyaux D et T se repoussent. Pourquoi ?

4. b - Pour que la fusion ait lieu, il faut que les noyaux D et T entrent en contact. Celui-ci n'est possible que si l'agitation thermique, c'est-à-dire l'énergie cinétique EC des noyaux, est suffisamment.

#### Exercice 7 : Temps caractéristiques en physique

Les parties 1, 2 et 3 de cet exercice sont indépendantes, toutefois l'objectif de cette étude expérimentale consiste, pour trois systèmes différents :

- d'une part à étudier un « temps » défini comme « temps caractéristique »

- d'autre part, à observer l'influence éventuelle sur ce temps caractéristique:

des grandeurs caractéristiques ; de conditions initiales ; et de paramètres extérieurs. Pour chacun des phénomènes, les grandeurs caractéristiques, les conditions initiales et les paramètres extérieurs envisagés sont précisés dans le tableau de données. Un échantillon de matière radioactive est placé dans la chambre d'un photomultiplicateur. Un détecteur, associé au photomultiplicateur, mesure un nombre d'événements, pendant une durée  $\Delta t$  déterminée.

On trace la courbe d'évolution du nombre d'événements mesuré par seconde (noté  $x$ ), au cours du temps. Soit  $x_0$  la valeur de  $x$  à l'instant choisi pour origine des dates. On réalise des mesures avec des échantillons de radon  ${}^{220}_{86}\text{Rn}$  et de radon  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$  qui sont des émetteurs  $\alpha$ .

Le tableau ci-dessous résume les conditions expérimentales de cette étude :

|  | Expérience 1                                  | expérience 2               | expérience 3                                 |
|--|---|----------------------------|--|
| Grandeurs caractéristiques du système : nature du noyau  | radon 220                                     | radon 220                  | radon 222                                    |
| Conditions initiales : population initiale de noyaux radioactifs<br>$N_0 \neq N_0' \neq N_0''$ | $N_0$   | $N_0'$                     | $N_0''$                                      |
| Paramètres extérieurs  | Aucune modification des paramètres extérieurs |                            |  |
| Temps caractéristique  | $t_{1/2} = 55,5 \text{ s}$                    | $t_{1/2} = 55,5 \text{ s}$ | $t_{1/2} = ?$ (déterminé à la question 1.3.) |

Les courbes correspondant à cette étude et donnant l'évolution de  $x$  au cours du temps sont représentées en annexe

1. Définir le temps de demi-vie (ou demi-vie).

2. La loi de décroissance radioactive s'écrit sous la forme  $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$  où :  $N$  est le nombre de noyaux radioactifs présents à l'instant de date  $t$ ,  $N_0$  est le nombre de noyaux radioactifs présents à l'instant choisi pour origine des dates  $t_0 = 0 \text{ s}$ ,  $\lambda$  est la constante radioactive. En utilisant la définition du temps de demi-vie, établir l'expression de  $\lambda$  en fonction de  $t_{1/2}$ .

3. Dans le cas de l'expérience 3, déterminer graphiquement la valeur du temps de demi-vie.

La détermination devra apparaître clairement sur la courbe (3) de l'annexe

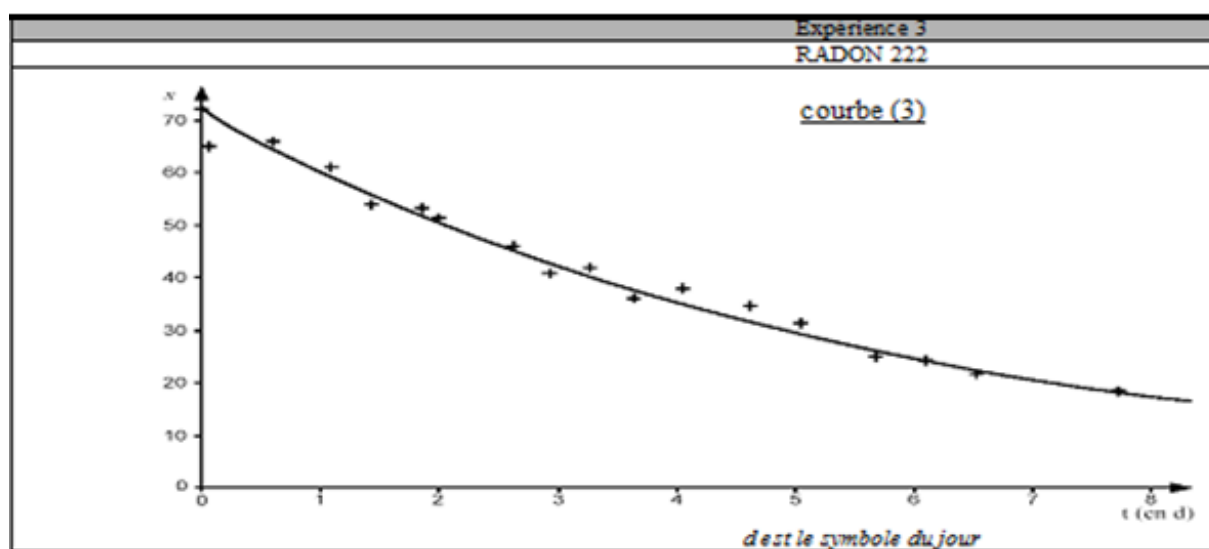
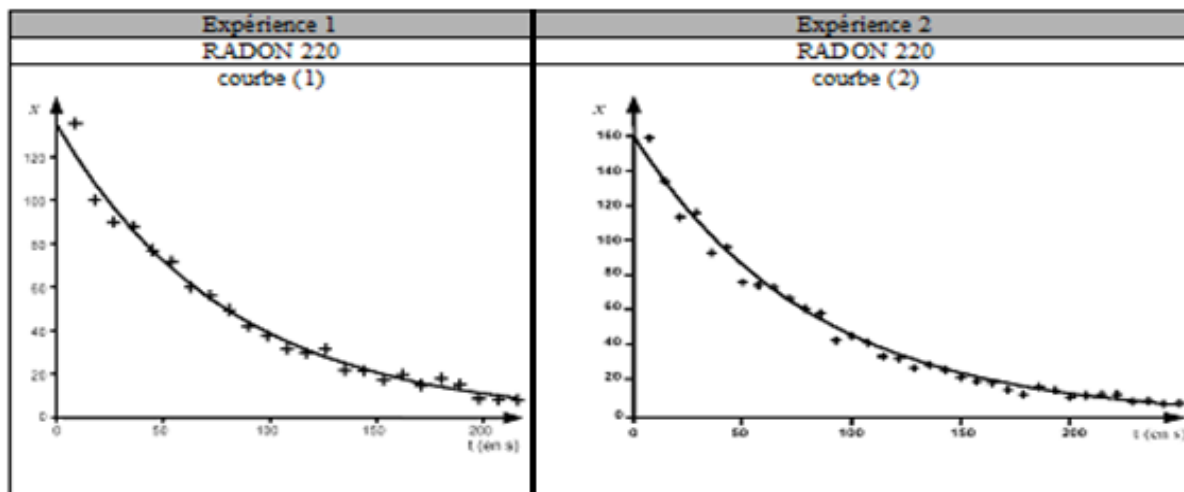
Pour cette détermination, on admettra que le nombre d'événements détectés par seconde, à

l'instant de date  $t$ , est proportionnel au nombre de noyaux radioactifs présents dans l'échantillon, à cette même date.

Pour déterminer le temps de demi-vie, on peut alors utiliser la courbe  $x = f(t)$  de la même façon que celle représentant le nombre de noyaux radioactifs présents dans l'échantillon en fonction du temps.

4. En justifiant les réponses à partir des données du tableau et du résultat obtenu à la question 3. Préciser :

- Si les grandeurs caractéristiques ont une influence sur la valeur du temps de demi-vie ;
- Si les conditions initiales ont une influence sur la valeur du temps de demi-vie.



### Exercice 8

#### Tableaux de données:

|                    |                  |                       |                          |                        |                   |                   |                         |                      |                      |
|--------------------|------------------|-----------------------|--------------------------|------------------------|-------------------|-------------------|-------------------------|----------------------|----------------------|
| Particule ou Noyau | Neutron          | Hydrogène 1 ou proton | Hydrogène 2 ou Deutérium | Hydrogène 3 ou Tritium | Hélium 3          | Hélium 4          | Uranium 235             | Xénon                | Strontium            |
| Symbole            | ${}^1_0\text{n}$ | ${}^1_1\text{H}$      | ${}^2_1\text{H}$         | ${}^3_1\text{H}$       | ${}^3_2\text{He}$ | ${}^4_2\text{He}$ | ${}^{235}_{92}\text{U}$ | ${}^A_{54}\text{Xe}$ | ${}^{94}_Z\text{Sr}$ |
| Masse en u         | 1,00866          | 1,00728               | 2,01355                  | 3,01550                | 3,01493           | 4,00150           | 234,9942                | 138,8892             | 93,8945              |

|   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| Unité de masse atomique                       | $u = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ |
| Énergie de masse de l'unité de masse atomique | $E = 931,5 \text{ MeV}$               |

|                                    |  |
|------------------------------------|--|
| Électronvolt                       | 1 eV = 1,60 × 10 <sup>-19</sup> J            |
| Vitesse de la lumière dans le vide | c = 3,00 × 10 <sup>8</sup> m.s <sup>-1</sup> |
| Nombre d'Avogadro                  | N = 6,02.10 <sup>23</sup>                    |

### **I- La combustion du butane C<sub>4</sub>H<sub>8</sub>(gaz de ville) :**

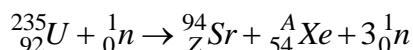
L'énergie dégagée au cours de la combustion complète d'une mole de butane est Q = 2878 .10<sup>3</sup> J ça veut dire que la combustion complète de 56 g de butane dégage une énergie de 2878.10<sup>3</sup> J.

### **II-Fission nucléaire**

Une centrale nucléaire est une usine de production d'électricité. Actuellement ces centrales utilisent la chaleur libérée par des réactions de fission de l'uranium 235 qui constitue le "combustible nucléaire". Cette chaleur transforme de l'eau en vapeur. La pression de la vapeur permet de faire tourner à grande vitesse une turbine qui entraîne un alternateur produisant l'électricité.

Certains produits de fission sont des noyaux radioactifs à forte activité et dont la demi-vie peut être très longue.

1. Définir le terme demi-vie.
2. Le bombardement d'un noyau d'uranium 235 par un neutron peut produire un noyau de strontium et un noyau de xénon selon l'équation suivante :



- a- Déterminer les valeurs des nombres A et Z.
- b- Calculer en MeV puis en joule l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235. Déduire l'énergie libérée en joule par la fission d'une mole d'uranium 235.
- c- Quelle est la masse de butane qu'on doit utiliser au cours d'une combustion complète pour produire la même quantité d'énergie libérée lors de la fission de 235 g d'uranium <sup>235</sup>U.

### **II - FUSION NUCLEAIRE**

La fusion est la source d'énergie du soleil et des autres étoiles.

Pour obtenir une réaction de fusion, il faut rapprocher suffisamment deux noyaux qui se repoussent, puisqu'ils sont tous deux chargés positivement. Une certaine énergie est donc indispensable pour franchir cette barrière et arriver dans la zone, très proche du noyau, où se manifestent les forces nucléaires capables de l'emporter sur la répulsion électrostatique.

La réaction de fusion la plus accessible est la réaction impliquant le deutérium et le tritium. C'est sur cette réaction que se concentrent les recherches concernant la fusion contrôlée.

La demi-vie du tritium consommé au cours de cette réaction n'est que de quelques années.

De plus il y a très peu de déchets radioactifs générés par la fusion et l'essentiel est retenu dans les structures de l'installation.

1. Le deutérium de symbole <sup>2</sup><sub>1</sub>H et le tritium de symbole <sup>3</sup><sub>1</sub>H sont deux isotopes de l'hydrogène.

- 1.1. Définir le terme de noyaux isotopes.
- 1.2. Donner la composition de ces deux noyaux.

2. Qu'appelle-t-on réaction de fusion ?

3. Écrire l'équation de la réaction nucléaire entre un noyau de Deutérium et un noyau de Tritium sachant que cette réaction libère un neutron et un noyau noté <sup>A</sup><sub>Z</sub>X. Préciser la nature du noyau <sup>A</sup><sub>Z</sub>X.

4. Montrer que l'énergie libérée au cours de cette réaction de fusion est de 17,6 MeV. Quelle

est l'énergie libérée par la fusion d'une mole de tritium.

5. Quelle est la masse de butane qu'on doit utiliser au cours d'une combustion complète pour produire la même quantité d'énergie libérée lors de la fusion d'une mole de tritium.

6. A-t-on intérêt d'implanter en Tunisie un réacteur nucléaire. Citer les avantages et les inconvénients.

### Exercice 9

**On donne pour tout l'exercice :**  $m(\text{Bi}) = 210,0535 \text{ U}$

$M(\text{Po}) = 210,0362 \text{ u}$  ;  $M(\text{Pb}) = 206,0295 \text{ u}$  ;  $m_\alpha = 4,0015 \text{ u}$  ;  $m_n = 1,0086 \text{ u}$  ;  $m_p = 1,0072 \text{ u}$

$1 \text{ Mev} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$  ;  $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ Mev}$  ;  $1 \text{ jour} = 86400 \text{ s}$ .

### Les parties A et B sont indépendantes.

**A/-** un isotope du bismuth  ${}^A_Z\text{Bi}$  est radioactif émetteur  $\beta^-$  sa désintégration donne un noyau de polonium  ${}^{210}_{84}\text{Po}$ .

1-/a-/ Écrire l'équation de la réaction nucléaire de désintégration du bismuth en précisant les lois utilisées.

b-/ Cette désintégration est-elle provoquée ou spontanée ? Justifier la réponse.

c-/ Quelle est l'origine de la particule  $\beta^-$  émise.

2-/a--/ Calculer, en  $\text{Mev.nucléon}^{-1}$ , l'énergie de liaison par nucléon  $E_l$  du noyau de bismuth utilisé.

b-/ Sachant que l'énergie de liaison du noyau de polonium est  $E_{l2} = 1539,02 \text{ Mev}$ , comparer la stabilité des noyaux de  ${}^A_Z\text{Bi}$  et de  ${}^{210}_{84}\text{Po}$ .

3-/ A l'instant initial  $t=0$ , on considère un échantillon de bismuth de masse  $m_0 = 1 \text{ g}$ , soit  $m(t)$  la masse du bismuth restant à la date  $t$  ( $t$  exprimée en jours).

a/ donner l'expression du nombre de noyaux  $N$  existant dans un échantillon de masse  $m$  de bismuth en fonction de  $m$ ,  $M$  (masse molaire du bismuth) et  $N$  (nombre d'Avogadro).

b-/ En appliquant la loi de décroissance radioactive, exprimer  $m(t)$  en fonction de  $m_0$ , de la constante de désintégration radioactive  $\lambda$  et de  $t$ .

c-/ Donner la définition de la période radioactive  $T$  du bismuth puis calculer sa valeur (en jours) sachant que  $m(t+10) = \frac{m(t)}{4}$  ( $t$  : en jours).

d-/ Quelle est la masse restante de bismuth à la date  $t=18$  jours.

e-/ Définir l'activité d'une substance radioactive. Déterminer l'activité radioactive  $A_0$  de l'échantillon à la date  $t=0$ , puis déduire l'activité  $A$  à la date  $t=18$  jours (il faut donner  $A$  et  $A_0$  en  $\text{Bq}$ )

**B/-** Le polonium  ${}^{210}_{84}\text{Po}$  est radioactif émetteur  $\alpha$ .

1) Écrire l'équation de la réaction de désintégration  $\alpha$  du  ${}^{210}_{84}\text{Po}$  sachant qu'il conduit à un isotope du plomb  $\text{Pb}$ .

2) Calculer, en  $\text{Mev}$ , l'énergie  $E$  libérée par cette réaction nucléaire.

3) En admettant que l'énergie  $E$  libérée est répartie entre la particule  $\alpha$  et le noyau de plomb sous forme d'énergie cinétique et que le rapport des énergies cinétiques de  $\alpha$  et de  $\text{Pb}$  est égal

à l'inverse du rapport de leurs masses  $\left( \frac{E_{C\alpha}}{E_{C\text{Pb}}} = \frac{m_{\text{Pb}}}{m_\alpha} \right)$ .

Calculer en  $\text{Mev}$  l'énergie cinétique de la particule  $\alpha$  émise et celle  $E_{C\text{Pb}}$  du noyau de plomb,

puis déduire la vitesse  $v_\alpha$  de la particule  $\alpha$ .

4-/ En réalité, la particule  $\alpha$  émise possède une énergie cinétique  $E'_c$  tel que  $E'_c < E_c$ .

a-/ Expliquer brièvement cette différence.

b-/ Sachant que l'énergie du photon  $\gamma$  émis est  $W_\gamma = 0,918 \text{ Mev}$ , déduire la valeur de  $E'_c$  et la longueur d'onde du photon  $\gamma$ .

## CORRECTION DE LA CINEMATIQUE

### Exercice1

1. Lois horaires du mouvement du mobile  $M_1$

$$\vec{V} = 3\vec{i} + (-2t + 4)\vec{j} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} \dot{x} = 3 \\ \dot{y} = -2t + 4 \end{cases}$$

$$\frac{d\vec{OM}}{dt} = \vec{V} \Rightarrow \vec{OM} \begin{cases} x = 3t + cte_1 \\ y = -t^2 + 4t + cte_2 \end{cases} \text{ à } t = 0 \vec{OM} \begin{cases} x = 0 = 3 \times 0 + cte_1 \\ y = 0 = -0^2 + 4 \times 0 + cte_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} cte_1 = 0 \\ cte_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{OM} \begin{cases} x = 3t \\ y = -t^2 + 4t \end{cases}$$

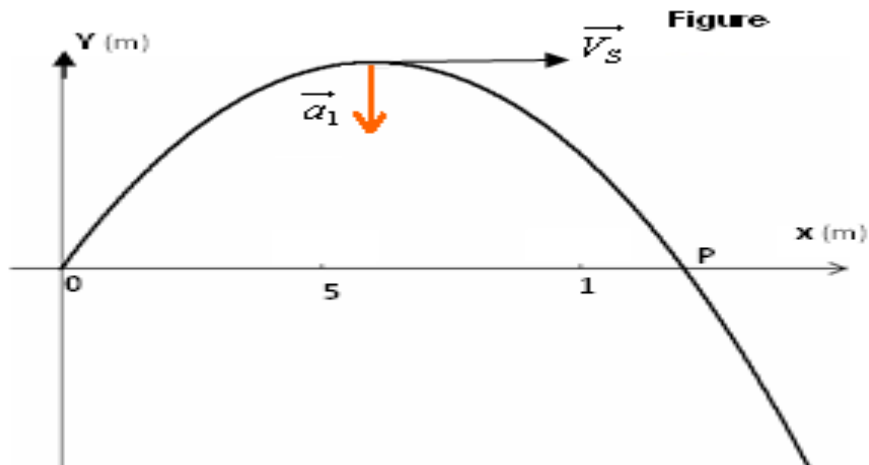
2°/ Equation cartésienne de la trajectoire

$$\vec{OM} \begin{cases} x = 3t & (1) \\ y = -t^2 + 4t & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{3} \text{ dans } (2) \Rightarrow y = -\left(\frac{x}{3}\right)^2 + 4 \times \frac{x}{3} \Rightarrow y = -\frac{x^2}{9} + \frac{4x}{3}$$

3°/ Expression du vecteur accélération  $\vec{a}_1$ .

$$\vec{a}_1 = \frac{d\vec{V}_1}{dt} = \frac{d(3\vec{i} + (-2t + 4)\vec{j})}{dt} \Rightarrow \vec{a}_1 = -2\vec{j}$$



4°/ Date à laquelle la direction du vecteur vitesse est horizontale

Au sommet de la trajectoire, le vecteur vitesse se réduit à sa composante horizontale ; donc

$$\dot{y} = -2t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

Les coordonnées  $(x_s ; y_s)$  du sommet S de la trajectoire

$$x_s = 3 \times 2 = 6 ; \quad y_s = -2^2 + 4 \times 2 = 2$$

Valeur de la vitesse

$$V_s = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{3^2 + 0^2} \Rightarrow V_s = 3ms^{-1}$$

5°/ Calcul :

-Le rayon de courbure de la trajectoire à la date  $t=2s$ .

$$OM = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(3 \times 2)^2 + (-2^2 + 4 \times 2)^2} \Rightarrow OM = 7,2m$$

-L'abscisse  $x_p$  du mobile lorsque l'ordonnée  $y = 0$ .

$$y = -t^2 + 4t = 0 \Rightarrow t(-t + 4) = 0 \Rightarrow t = 0s \text{ ou } -t + 4 = 0$$

$$x = 3t$$

$t = 0s$   $x_p = 3 \times 0 \Rightarrow x_p = 0m$ , le mobile se trouve à l'origine du repère

$$t = 4s \quad x_p = 3 \times 4 \Rightarrow x_p = 12m$$

-La valeur de la vitesse  $\vec{V}_p$  du mobile au point P

$$V = \sqrt{3^2 + (-2t + 4)^2} \Rightarrow V_p = \sqrt{3^2 + (-2 \times 4 + 4)^2} \Rightarrow V_p = 5ms^{-1}$$

6°/ Valeur algébrique de l'accélération de  $M_2$  au point du rencontre avec  $M_1$  pour  $x = 12$

- Equations horaires

- Pour le mobile  $M_1$   $\vec{OM}_1 \begin{cases} x = 3t \\ y = -t^2 + 4t \end{cases}$

- Pour le mobile  $M_2$   $x_2 = \frac{1}{2}a_2t^2 + V_{02}t + x_{02} = \frac{1}{2}a_2t^2 + 2t + 20$

Le mobile  $M_1$  rencontre le mobile  $M_2$  lorsque :  $x_1 = x_2 = 12m$

$$x_1 = 3t_r = 12 \Rightarrow t_r = 4s \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}a_2t^2 + 2t + 20 \Rightarrow 12 = \frac{1}{2}a_2(4)^2 + 2 \times 4 + 20$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{12 - 28}{8} \Rightarrow a_2 = -2ms^{-2}$$

## Exercice 2

1.a. Point de départ du mobile à l'origine des dates

$$\vec{OM} \begin{cases} x = t \\ y = \frac{t^2}{2} \end{cases} \quad \text{A } t=0s \quad \vec{OM} \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{0^2}{2} = 0 \end{cases}$$

Le mobile se trouve au point O origine du repère

b. Equation de la trajectoire du mobile

$$\vec{OM} \begin{cases} x = t \quad (1) \\ y = \frac{t^2}{2} \quad (2) \end{cases} \quad (1) \text{ dans } (2) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2$$

c. Détermination des expressions du vecteur vitesse et du vecteur accélération du mobile M

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d(\vec{i}t + \frac{1}{2}t^2\vec{j})}{dt} \Rightarrow \vec{V} = \vec{i} + t\vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d(\vec{i} + t\vec{j})}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \vec{j}$$

2.a. Le vecteur vitesse est colinéaire à  $\vec{i}$  lorsque sa composante verticale est nulle

$$V_y = t = 0$$

A  $t = 0s$  le vecteur vitesse est colinéaire  $\vec{i}$

b.. Montrons qu'à la date  $t = 0s$  la composante tangentielle de l'accélération est nulle

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{1+t^2} \Rightarrow a_t = \frac{dV}{dt} = \frac{d(\sqrt{1+t^2})}{dt} \Rightarrow a_t = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} \quad t=0 \Rightarrow a_t = \frac{0}{\sqrt{1+0^2}}$$

$$\Rightarrow a_t = 0 \text{ ms}^{-2}$$

3.a Montrons que l'accélération normale est  $a_N = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$ .

$$a^2 = a_n^2 + a_t^2 \Rightarrow a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1+t^2-t^2}{1+t^2}} \Rightarrow a_n = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$$

b. Détermination de la date  $t_1$  à laquelle  $V_x = V_y$

$$V_x = V_y \Rightarrow 1 = t \Rightarrow t_1 = 1 \text{ s}$$

b. Calcul du rayon de courbure à la date  $t_1$ .

$$OM = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{t^2 + \left(\frac{t^2}{2}\right)^2} \quad t_1 = 1 \text{ s} \Rightarrow OM = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1^2}{2}\right)^2} \Rightarrow OM = 1,1 \text{ m}$$

### Exercice 3

1. Détermination de la vitesse initiale et de l'abscisse initiale du point mobile M

Le mobile  $M_1$  est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié :

$$V_x = a_1 t + V_0 \Rightarrow V_A = a_1 t_1 + V_0 \Rightarrow V_0 = V_A - a_1 t_1 = 6 - 2 \times 1 \Rightarrow V_0 = 4 \text{ ms}^{-1}$$

$$V_A^2 - V_0^2 = 2a_1(x_A - x_0) \Rightarrow x_0 = x_A - \frac{V_A^2 - V_0^2}{2 \times 2} = 0 - \frac{6^2 - 4^2}{2 \times 2} \Rightarrow x_0 = -5 \text{ m}$$

2. Loi horaire  $x_1(t)$  de mouvement de  $M_1$  et expression de sa vitesse instantanée

$$x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + V_0 t + x_0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \times 2 t^2 + 4 t - 10 \Rightarrow x_1 = t^2 + 4 t - 5$$

$$V_1 = \frac{dx_1}{dt} = \frac{d(t^2 + 4t - 5)}{dt} \Rightarrow V_1 = 2t + 4$$

3. Montrons que le mouvement de  $M_1$  comporte deux phases

$t \leq t_1$ ;  $x_1 = t^2 + 4t - 5$ , le mobile  $M_1$  est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié

$$t \geq t_1 \quad x_1' = V_A(t - t_1) + x_0'$$

$$\text{A } t = t_1, \quad x_1' = x_A = 0 \Rightarrow V_A(t_1 - t_1) + x_0' = 0 \Rightarrow x_0' = 0 \Rightarrow x_1' = V_A(t - t_1) \Rightarrow x_1' = 6(t - 1),$$

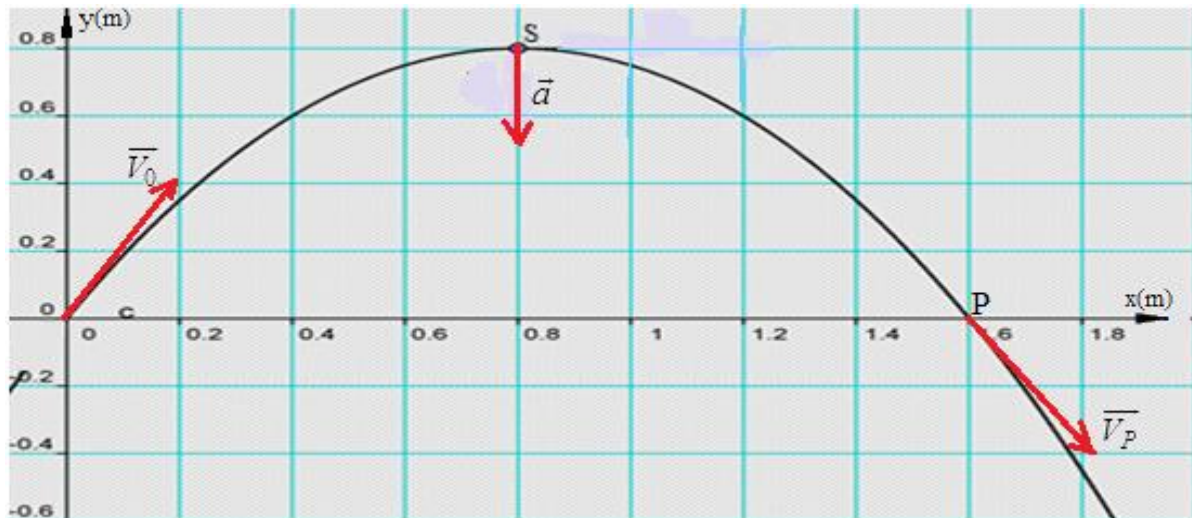
le mobile  $M_1$  est animé d'un mouvement rectiligne uniforme

4. La distance parcourue par le mobile entre les dates  $t_1 = 1$  s et  $t_2 = 7$  s.

$$d = x_1'(t_2) - x_1'(t_1) = 6(t_2 - 1) - 6(t_1 - 1) = 6(t_2 - t_1) = 6(7 - 1) \Rightarrow d = 36 \text{ m}$$

## Exercice 4

1/ Représentation de l'allure de la trajectoire



$$y = -\frac{5}{4}x^2 + 2x$$

2/ Déterminons l'expression de l'ordonnée  $y = f(t)$  du mobile

$$y = -\frac{5}{4}x^2 + 2x \text{ or } x = 2t \Rightarrow y = -\frac{5}{4}(2t)^2 + 2 \times 2t \Rightarrow y = -5t^2 + 4t$$

2/a - Détermination des composantes du vecteur vitesse  $\vec{V}$  en fonction du temps

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(2t)}{dt} \\ V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d(-5t^2 + 4t)}{dt} \end{cases} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} V_x = 2 \\ V_y = -10t + 4 \end{cases}$$

b - Date où la direction du vecteur vitesse est horizontale.

$$V_y = -10t + 4 = 0 \Rightarrow t = \frac{4}{10} \Rightarrow t = 0,4s$$

Les coordonnées du sommet S de la trajectoire.

$$S \begin{cases} x_s = 2t_s = 2 \times 0,4 \\ y_s = -5t_s^2 + 4t_s = -5 \times 0,4^2 + 4 \times 0,4 \end{cases} \Rightarrow S \begin{cases} x_s = 0,8 \\ y_s = 0,8 \end{cases}$$

Valeur de la vitesse en ce point

$$V = V_x \Rightarrow V = 2ms^{-1}$$

3 - Expression du vecteur accélération  $\vec{a}$ .

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d(2\vec{i} + (-10t + 4)\vec{j})}{dt} \Rightarrow \vec{a} = -10\vec{j}$$

Le mouvement du mobile M est uniformément varié

4 - Le rayon de courbure de la trajectoire au sommet S de la trajectoire

$$a = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{a} = \frac{4}{10} = 0,4 \Rightarrow R = 0,4m$$

5 - Détermination des phases du mouvement

$\vec{a} \cdot \vec{V} > 0 \Rightarrow 10(10t - 4) > 0 \Rightarrow t > 0,4s$  ; le mouvement du mobile M est accéléré

$\vec{a} \cdot \vec{V} < 0 \Rightarrow 10(10t - 4) < 0 \Rightarrow t < 0,4s$  ; le mouvement du mobile M est retardé

6-Détermination de l'abscisse du point P intersection de la trajectoire avec l'axe ox

L'ordonnée du point P est nulle :  $y_p = -5t^2 + 4t = 0 \Rightarrow t(-5t + 4) = 0$

$\Rightarrow t = t_1 = 0s$  (le mobile se trouve à l'origine du repère)

ou  $-5t + 4 = 0 \Rightarrow t_2 = \frac{4}{5} = 0,8s \Rightarrow x_s = 2t_2 = 2 \times 0,8s \Rightarrow x_s = 1,6m$

Comparons  $\vec{V}_0$  et  $\vec{V}_p$

Caractéristiques du vecteur vitesse  $\vec{V}_0$

- Direction :  $\tan \alpha = \frac{V_{0y}}{V_{0x}} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \alpha = 63,4^\circ$  ; le vecteur vitesse  $\vec{V}_0$  fait un angle  $\alpha = 63,4^\circ$  avec l'axe des abscisses
- Valeur :  $V_0 = \sqrt{V_{0x}^2 + V_{0y}^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 4,5ms^{-1}$

- Caractéristiques de vecteur vitesse  $\vec{V}_p$

- Direction :  $\tan \beta = \frac{V_{Py}}{V_{Px}} = \frac{-10 \times 0,8 + 4}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \Rightarrow \beta = -63,4^\circ$  ; le vecteur vitesse  $\vec{V}_p$  fait un angle  $\beta = -63,4$  avec l'axe des abscisses
- Valeur :  $V_p = \sqrt{V_{Px}^2 + V_{Py}^2} = \sqrt{2^2 + (-10 \times 0,8 + 4)^2} = 4,5ms^{-1}$   
 $V_0 = V_p$

Représentation des deux vecteurs sur la trajectoire. (voir figure)

### Exercice 5

1- Calcul de l'accélération a du mouvement

$$2a(x_1 - x_0) = V_1^2 - V_0^2 \Rightarrow a = \frac{V_1^2 - V_0^2}{2(x_1 - x_0)} = \frac{4,7^2 - (-1)^2}{2(5 - 0,5)} \Rightarrow a = 2,34ms^{-2}$$

2- Expression de la vitesse instantanée du mobile

$$V(t) = at + x_0 \Rightarrow V(t) = 2,34t - 1$$

3- Instant pour lequel le mobile passe par le point d'abscisse  $x_1$

$$V(t_1) = 2,34t_1 - 1 = 4,7 \Rightarrow t_1 = \frac{4,7 + 1}{2,34} \Rightarrow t_1 = 2,44s$$

4- Equation horaire du mouvement

$$x = \frac{1}{2} a(t - t_0)^2 + V_0(t - t_0) + cte$$

$$A t = t_0 = 0s \Rightarrow x = cte = x_0 = 0,5m \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 2,34(t - 0)^2 - 1(t - 0) + 0,5$$

$$\Rightarrow x = 1,17t^2 - t + 0,5$$

5.a .Equation horaire du mouvement du mobile M'

$$x' = v'(t - 2) + x'_0 = 4(t - 2) + 5 \Rightarrow x' = 4t - 3$$

b. Date t de rencontre des mobiles

Les deux mobiles se rencontrent si :  $x = x' \Rightarrow 1,17t^2 - t + 0,5 = 4t - 3 \Rightarrow 1,17t^2 - 5t + 3,5$

$$t_1 = \frac{5 - \sqrt{5^2 - 4 \times 1,17 \times 3,5}}{2 \times 1,17} = 0,88s ; \text{ cette solution n'a pas de sens physique (Le second mobile}$$

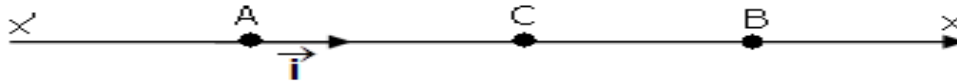
est parti deux secondes après)

$$t_2 = \frac{5 + \sqrt{5^2 - 4 \times 1,17 \times 3,5}}{2 \times 1,17} = 3,39s ; \text{ solution physique acceptable}$$

c. Abscisse  $x$  correspondant à cette rencontre

$$x_r = 4t_2 - 3 = 4 \times 3,39 - 3 \Rightarrow x_r = 10,6m$$

### Exercice 6



1. a/ Expression, pour la 1<sup>ère</sup> phase, de  $x_C$  en fonction de  $V_C$  et  $a_1$

$$2a_1(x_C - x_A) = V_C^2 - V_A^2 \Rightarrow (x_C - x_A) = \frac{V_C^2 - V_A^2}{2a_1} \Rightarrow (x_C - 0) = \frac{V_C^2 - 0}{2a_1} \Rightarrow x_C = \frac{V_C^2}{2a_1}$$

b/ Expression, pour la 2<sup>ème</sup> phase, de  $V_C$  en fonction de  $a_2$ ,  $x_B$  et  $x_C$

$$2a_2(x_B - x_C) = 0 - V_C^2 \Rightarrow (x_B - x_C) = -\frac{V_C^2}{2a_2} \Rightarrow x_C = x_B - \frac{V_C^2}{2a_2}$$

c/ Expression de  $V_C$  en fonction de  $a_1$ ,  $a_2$  et  $x_B$

$$x_C = \frac{V_C^2}{2a_1} = x_B - \frac{V_C^2}{2a_2} \Rightarrow \frac{V_C^2}{2a_1} - \frac{V_C^2}{2a_2} = x_B \Rightarrow V_C^2 \left( \frac{1}{2a_1} - \frac{1}{2a_2} \right) = x_B \Rightarrow V_C = \sqrt{\frac{x_B}{\left( \frac{1}{2a_1} - \frac{1}{2a_2} \right)}}$$

Calcul de la valeur de  $V_C$

$$V_C = \sqrt{\frac{x_B}{\left( \frac{1}{2a_1} - \frac{1}{2a_2} \right)}} = \sqrt{\frac{300}{\left( \frac{1}{2 \times 2} - \frac{1}{2 \times -1} \right)}} \Rightarrow V_C = 20ms^{-1}$$

2/ a. Calcul de la distance parcourue AC pendant la 1<sup>ère</sup> phase

$$x_C = \frac{V_C^2}{2a_1} = \frac{20^2}{2 \times 2} \Rightarrow x_C = 100m$$

b. Calcul de la durée du parcours AC

$$V_C = a_1 t_C \Rightarrow t_C = \frac{V_C}{a_1} = \frac{20}{2} \Rightarrow t_C = 10s$$

3/ a) Distance parcourue CB pendant la 2<sup>ème</sup> phase.

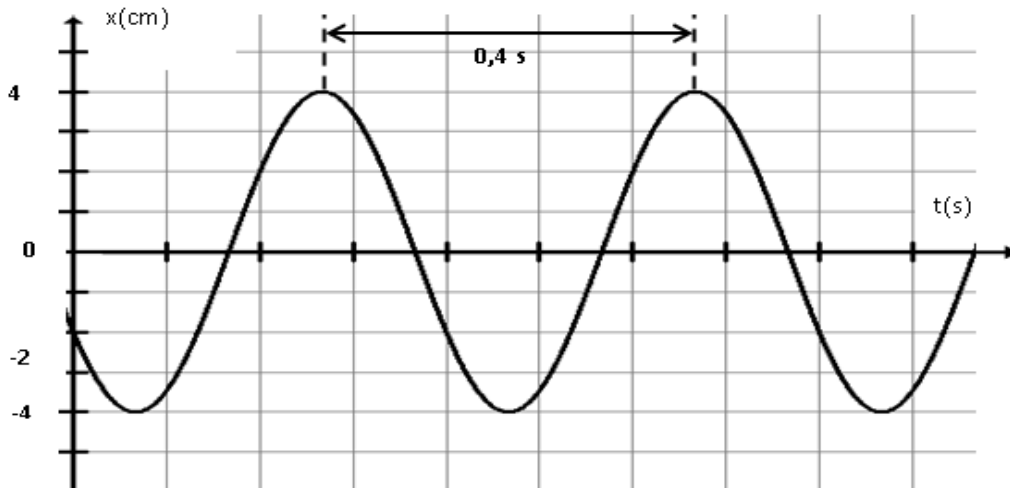
$$CB = AB - AC = 300 - 100 \Rightarrow CB = 200m$$

b) Calcul de la durée du trajet AB.

$$V_B = a_2 t_B + V_C = 0 \Rightarrow t_B = -\frac{V_C}{a_2} = -\frac{20}{-1} \Rightarrow t_B = 20s$$

$$t_{AB} = t_C + t_B = 10 + 20 \Rightarrow t_{AB} = 30s$$

### Exercice7



1°) a .Détermination de :

- la pulsation du mouvement  $\omega$ .

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,4} = 5\pi = 15,7 \text{ rads}^{-1}$$

- l'élongation initiale  $x_0$ .

$$x_0 = -2 \text{ cm}$$

- l'amplitude  $x_m$ .

$$x_m = 4 \text{ cm}$$

- la phase initiale  $\varphi$ .

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$t = 0 \Rightarrow x = x_m \cos \varphi = x_0 \Rightarrow \cos \varphi = \frac{x_0}{x_m} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{3} + \pi = \frac{4\pi}{3} \\ \varphi = -\frac{\pi}{3} + \pi = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d(x_m \cos(\omega t + \varphi))}{dt} = -x_m \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{A } t=0, v(0) = -x_m \omega \sin \varphi = v_0 > 0 \Rightarrow \sin \varphi < 0 \Rightarrow \varphi = \frac{4\pi}{3}$$

b – Loi horaire  $x = f(t)$ .

$$x = 4 \cdot 10^{-2} \cos\left(5\pi t + \frac{4\pi}{3}\right)$$

2°) a – Détermination de l'expression de la vitesse en fonction du temps.

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d\left(4 \cdot 10^{-2} \cos\left(5\pi t + \frac{4\pi}{3}\right)\right)}{dt} = -4 \cdot 10^{-2} \times 5\pi \sin\left(5\pi t + \frac{4\pi}{3}\right) \Rightarrow v = 20 \cdot 10^{-2} \pi \sin\left(5\pi t + \frac{4\pi}{3}\right)$$

b – Valeur algébrique de la vitesse initiale  $\vec{V}_0$ .

$$v(0) = v_0 = -x_m \omega \sin \varphi = -4 \cdot 10^{-2} \times 5\pi \sin \frac{4\pi}{3} \Rightarrow v_0 = 0,544 \text{ ms}^{-1}$$

3°) a- Détermination graphique de  $t_1$

$$t_1 = 0,4s$$

b- Détermination de  $t_1$  par le calcul.

$$x = -x_0 \Rightarrow 4 \cdot 10^{-2} \cos(5\pi t + \frac{4\pi}{3}) = -2 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \cos(5\pi t + \frac{4\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos(5\pi t + \frac{4\pi}{3}) = \cos(\frac{4\pi}{3} + 2k\pi) \Rightarrow 5\pi t + \frac{4\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \Rightarrow t = \frac{2k}{5} \quad k=1 \Rightarrow t = \frac{2}{5} = 0,4s$$

4°) Détermination de la valeur algébrique de la vitesse du solide lors de son premier passage par la position d'abscisse  $x = 2 \text{ cm}$

$$x = 2 \text{ cm} \Rightarrow 4 \cdot 10^{-2} \cos(5\pi t + \frac{4\pi}{3}) = 2 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \cos(5\pi t + \frac{4\pi}{3}) = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\cos(5\pi t + \frac{4\pi}{3}) = \cos(\frac{\pi}{3} + 2k\pi) \Rightarrow 5\pi t + \frac{4\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \Rightarrow 5t = -\frac{2}{3} + 2k \Rightarrow t_1 = -\frac{2}{15} + \frac{2k}{5} \text{ ou}$$

$$\cos(5\pi t + \frac{4\pi}{3}) = \cos(-\frac{\pi}{3} + 2k\pi) \Rightarrow 5\pi t + \frac{4\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \Rightarrow 5t = -\frac{5}{3} + 2k \Rightarrow t_2 = -\frac{1}{3} + \frac{2k}{5}$$

Premier passage :  $k = 0$

- $t_1 = -\frac{2}{15} s \Rightarrow v_1 = 20 \cdot 10^{-2} \pi \sin(5\pi t_1 + \frac{4\pi}{3}) = 20 \cdot 10^{-2} \pi \sin(5\pi \times -\frac{2}{15} + \frac{4\pi}{3})$

$$\Rightarrow v_1 = 20 \cdot 10^{-2} \pi \sin \frac{2\pi}{3} \Rightarrow v_1 = 0,544 \text{ ms}^{-1}$$

$$t_2 = -\frac{1}{3} \Rightarrow v_2 = 20 \cdot 10^{-2} \pi \sin(5\pi t_2 + \frac{4\pi}{3}) = 20 \cdot 10^{-2} \pi \sin(5\pi \times -\frac{1}{3} + \frac{4\pi}{3})$$

$$\Rightarrow v_2 = 20 \cdot 10^{-2} \pi \sin(-\frac{\pi}{3}) \Rightarrow v_2 = -0,544 \text{ ms}^{-1}$$

### Exercice 8

1- Nature de mouvement du mobile.

L'accélération angulaire est constante et la trajectoire est un cercle, le mouvement est circulaire uniformément varié.

2- Expressions de sa vitesse angulaire  $\dot{\theta}$  et de son élongation angulaire  $\theta$  en fonction du temps.

$$\theta = \theta(t - t_0) + cte$$

$$t = t_0 = 0 \Rightarrow \theta = cte = \theta_0 = 2\pi \text{ rads}^{-1} \Rightarrow \dot{\theta} = -\frac{\pi}{5} t + 2\pi$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = -\frac{\pi}{5} t + 2\pi \Rightarrow \theta = -\frac{1}{2} \frac{\pi}{5} t^2 + 2\pi t + cte$$

$$\theta(0) = -\frac{1}{2} \frac{\pi}{5} \times 0^2 + 2\pi \times 0 + cte = \frac{\pi}{3} \Rightarrow cte = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{10} t^2 + 2\pi t + \frac{\pi}{3}$$

3- a- Montrons que le mouvement du mobile comporte deux phases.

$$\dot{\theta} > 0 \Rightarrow \frac{\pi}{5} (\frac{\pi}{5} t - 2\pi) > 0 \Rightarrow \frac{\pi}{5} t - 2\pi > 0 \Rightarrow \frac{t}{5} > 2 \Rightarrow t > 10s ; \text{ le mouvement du mobile est}$$

accélééré

$$\dot{\theta} < 0 \Rightarrow \frac{\pi}{5} (\frac{\pi}{5} t - 2\pi) < 0 \Rightarrow \frac{\pi}{5} t - 2\pi < 0 \Rightarrow \frac{t}{5} < 2 \Rightarrow t < 10s ; \text{ le mouvement du mobile est}$$

retardé

b. Détermination du nombre de tours effectué par le mobile pendant la première phase du mouvement

Première phase :  $t = 10s$

$$n = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{-\frac{\pi}{10}t^2 + 2\pi t + \frac{\pi}{3}}{2\pi} = \frac{-\frac{\pi}{10} \times 10^2 + 2\pi \times 10 + \frac{\pi}{3}}{2\pi} \Rightarrow n = 5 \text{ tours}$$

4- Calcul à la date  $t_1$

a. De la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_1$  et de la vitesse linéaire du mobile.

$$\theta = -\frac{\pi}{5}t + 2\pi \Rightarrow \dot{\theta}_1 = -\frac{\pi}{5}t_1 + 2\pi = -\frac{\pi}{5} \times 20 + 2\pi \Rightarrow \dot{\theta} = -2\pi \text{ rad s}^{-1}$$

$$V = R \left| \dot{\theta}_1 \right| = 25 \cdot 10^{-2} \times 2\pi \Rightarrow V = 1,57 \text{ ms}^{-1}$$

b- de l'accélération normale et de l'accélération tangentielle du mobile.

$$a_n = R \dot{\theta}^2 = 25 \cdot 10^{-2} \times (-2\pi)^2 \Rightarrow a_n = 9,87 \text{ ms}^{-2}$$

$$a_t = R \ddot{\theta} = 25 \cdot 10^{-2} \times -\frac{\pi}{5} \Rightarrow a_t = -0,157 \text{ ms}^{-2}$$

Valeur de son accélération linéaire.

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{9,87^2 + (-0,157)^2} \Rightarrow a = 9,87 \text{ ms}^{-2}$$

5- a-Période et fréquence du mouvement

$$T = \frac{2\pi}{\left| \dot{\theta}_1 \right|} = \frac{2\pi}{|-2\pi|} \Rightarrow T = 1s ; N = \frac{1}{T} \Rightarrow N = 1 \text{ Hz}$$

b. Montrons que l'accélération linéaire d'un mouvement circulaire uniforme est égale à l'accélération normale.

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$\dot{\theta} = cte \Rightarrow \ddot{\theta} = 0 \Rightarrow \vec{a}_t = R \ddot{\theta} \vec{u}_n = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n$$

### Exercice 9



1. a) Détermination de l'accélération  $a_1$

$$2a_1(x_1 - x_0) = v_1^2 - v_0^2 \Rightarrow a_1 = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2(x_1 - x_0)} = \frac{21^2 - 16^2}{2 \times 100} \Rightarrow a_1 = 0,925 \text{ ms}^{-2}$$

b) Détermination la date  $t_1$

$$v = a_1(t - t_0) + v_0$$

$$\text{A } t = t_0 = 0, v_0 = 16 \text{ ms}^{-1} \Rightarrow v = a_1 t + v_0 \Rightarrow v_1 - v_0 = a_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_1 - v_0}{a_1} = \frac{21 - 16}{0,925} \Rightarrow t_1 = 5,41 \text{ s}$$

c) Loi horaire du mouvement de la voiture pour  $t \in [0, t_1]$

De manière générale,  $x = \frac{1}{2}a_1(t-t_0)^2 + v_0(t-t_0) + x_0$  ; comme :  $t_0 = 0$ ,  $v_0 = 16\text{ms}^{-1}$  et  $x_0 = 0$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_0t \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 0,925t^2 + 16t = 0,463t^2 + 16t$$

2. a) Loi horaire du mouvement de la voiture pour  $t \geq t_1$ .

$$x = v_1(t-t_1) + x_1 = 21(t-5,41) + 100 \Rightarrow x = 21t - 13,6$$

b) Vérifions si la voiture passe ou non devant le feu lorsqu'il est vert

Temps mis pour parcourir les 100m qui restent à parcourir

$$x_1 = 21t - 13,6$$

$$x = 21t_2 - 13,6 = 100 \Rightarrow t_2 = \frac{100+13,6}{21} \Rightarrow t_2 = 5,41\text{s}$$

Temps mis pour parcourir les 200m

$$t_1 + t_2 = 5,41\text{s} + 5,41\text{s} = 10,82\text{s} \neq 11\text{s} \text{ .la voiture passera devant le feu vert.}$$

3. a ). Calcul de la distance parcourue par la voiture du début de freinage jusqu'à son arrêt

$$0^2 - v_1^2 = 2a_2d \Rightarrow d = -\frac{v_1^2}{2a_2} = -\frac{21^2}{2 \times -2} \Rightarrow d = 110,25\text{ms}^{-1}$$

b).Détermination de la vitesse  $v_2$  de la voiture en passant devant le feu

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2d \Rightarrow v_2^2 = 2a_2d + v_1^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2a_2d + v_1^2} = \sqrt{2 \times -2 \times 100 + 21^2} \Rightarrow v_2 = 6,40\text{ms}^{-1}$$

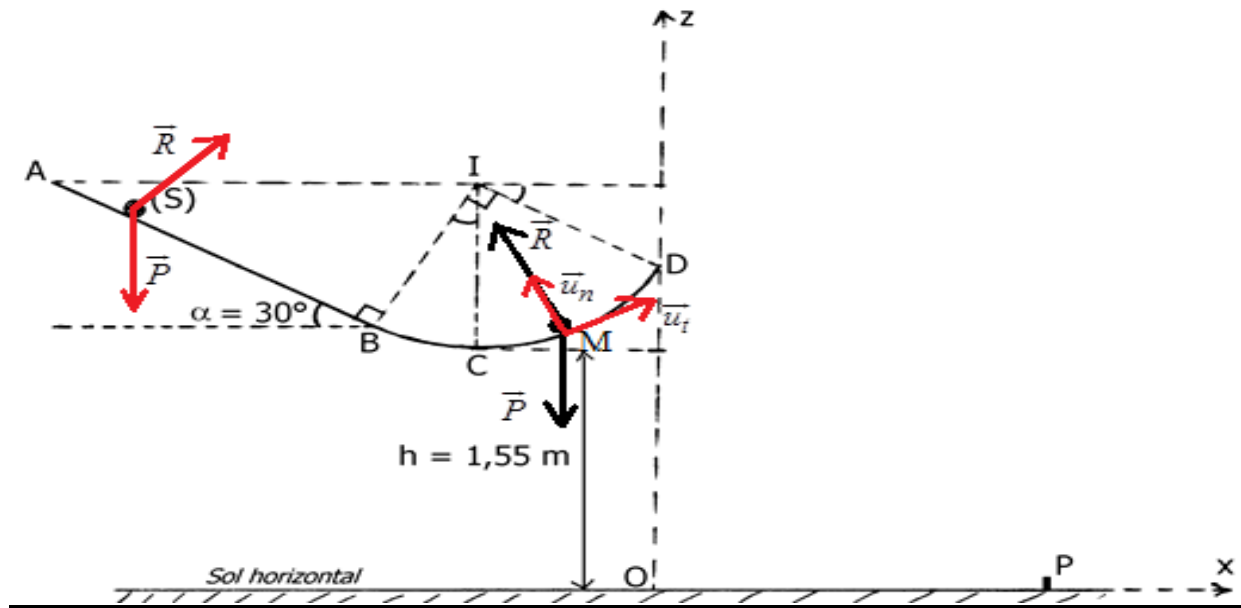
La date  $t_2$  correspondante au passage de la voiture

$$v_2 - v_1 = a_2(t_2 - t_1) \Rightarrow t_2 = \frac{v_2 - v_1}{a_2} + t_1 = \frac{6,40 - 21}{-2} + 5,41 \Rightarrow t_2 = 12,71\text{s}$$

c.  $t_2 = 12,71\text{s} > 11\text{s}$  la voiture est passée lorsque le feu n'est plus vert.

# DYNAMIQUE

## Exercice 1



1. a Vitesse du solide (S) en B, en C et en D

- Système étudié : le solide (S)
- Référentiel d'étude : terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces appliquées : le poids  $\vec{P}$  et la réaction  $\vec{R}$  du plan

Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit entre :

❖ les points A et B :

$$\Delta E_C = \sum \vec{W} \Rightarrow E_{C_B} - E_{C_A} = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = mgAB \sin \alpha + 0 \Rightarrow v_B = \sqrt{2ABg \sin \alpha}$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2 \times 1,6 \times 10 \sin 30} \Rightarrow v_B = 4,0 \text{ ms}^{-1}$$

❖ les points B et C :

$$\Delta E_C = \sum \vec{W} \Rightarrow E_{C_C} - E_{C_B} = W_{BC}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{R}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = mgr(1 - \cos \alpha) + 0$$

$$\Rightarrow v_C = \sqrt{2gr(1 - \cos \alpha) + v_B^2} \Rightarrow v_C = \sqrt{2 \times 10 \times 0,9(1 - \cos 30) + 4^2} \Rightarrow v_C = 4,3 \text{ ms}^{-1}$$

❖ les points C et D :

$$\Delta E_C = \sum \vec{W} \Rightarrow E_{C_D} - E_{C_C} = W_{CD}(\vec{P}) + W_{CD}(\vec{R}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_C^2 = mgr(1 - \cos \beta) + 0$$

$$\Rightarrow v_D = \sqrt{v_C^2 - 2gr(1 - \cos \beta)} \Rightarrow v_D = \sqrt{4,3^2 - 2 \times 10 \times 0,9(1 - \cos 60)} \Rightarrow v_D = 3,0 \text{ ms}^{-1}$$

b) Intensité de la force  $\vec{R}$  exercée par la piste sur le solide (S) en C et en D

- Système étudié : le solide
- Référentiel : terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces appliquées : le poids  $\vec{P}$  du solide ; la réaction de la piste  $\vec{R}$
- Le théorème du centre d'inertie s'écrit :  $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Dans le repère de Frenet  $(M, \vec{u}_t, \vec{u}_n)$  :

suivant  $\vec{u}_n$  :

$$-P + R = ma_n \Rightarrow -mg + R_C = m \frac{V_C^2}{r} \Rightarrow R_C = m \left( g + \frac{V_C^2}{r} \right) = 50 \cdot 10^{-3} \left( 10 + \frac{4,3^2}{0,9} \right)$$

$$\Rightarrow R_C = 1,5N$$

$$-P \cos \theta + R = ma_n \Rightarrow -mg \cos \theta + R_D = m \frac{V_D^2}{r}$$

$$\Rightarrow R_D = m \left( g \cos \theta + \frac{V_D^2}{r} \right) = 50 \cdot 10^{-3} \left( 10 \cos 60 + \frac{3,0^2}{0,9} \right) \Rightarrow R_D = 0,75N$$

c) Caractéristiques du vecteur vitesse  $\vec{V}_D$  du solide (S) au point D

- Point d'application : le point D
- Direction : tangente à la trajectoire au point D
- Sens : dirigé vers le haut
- Intensité :  $v_D = 3,0 \text{ms}^{-1}$

2. a) Equation cartésienne de la trajectoire du mouvement de (S)

Le solide est soumis à son poids  $\vec{P}$  ; dans le référentiel terrestre supposé galiléen, le théorème du centre d'inertie appliqué au solide (S) s'écrit :

$$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \Rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{a} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} V_x = cte \\ V_z = -gt + cte \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} V_x(0) = cte = V_D \cos \theta \\ V_z(0) = -g \times 0 + cte = V_D \sin \theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{V} \begin{cases} V_x = V_D \cos \theta \\ V_z = -gt + V_D \sin \theta \end{cases}$$

$$\frac{d\vec{OM}}{dt} = \vec{V} \Rightarrow \vec{OM} \begin{cases} x = (V_D \cos \theta)t + cte \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_D \sin \theta)t + cte \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(0) = (V_D \cos \theta) \times 0 + cte = 0 \\ z(0) = -\frac{1}{2}g \times 0^2 + (V_D \sin \theta) \times 0 + cte = h + r(1 - \cos \theta) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{OM} \begin{cases} x = (V_D \cos \theta)t & (1) \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_D \sin \theta)t + h + r(1 - \cos \theta) & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow x = (V_D \cos \theta)t \Rightarrow t = \frac{x}{V_D \cos \theta}$$

$$(1) \text{ dans } (2) \Rightarrow z = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_D \cos \theta}\right)^2 + (V_D \sin \theta)\left(\frac{x}{V_D \cos \theta}\right) + h + r(1 - \cos \theta)$$

$$\Rightarrow z = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{V_D^2 \cos^2 \theta} + x \tan \theta + h + r(1 - \cos \theta)$$

b) Hauteur H au-dessus du sol horizontal

$$\frac{dz}{dx} = -g \frac{x}{V_D^2 \cos^2 \theta} + \tan \theta = 0 \Rightarrow x = \frac{V_D^2 \cos^2 \theta}{g} \tan \theta$$

$$\Rightarrow z = -\frac{1}{2}g \frac{\left(\frac{V_D^2 \cos^2 \theta}{g} \tan \theta\right)^2}{V_D^2 \cos^2 \theta} + \frac{V_D^2 \cos^2 \theta}{g} \tan \theta \tan \theta + h + r(1 - \cos \theta)$$

$$\Rightarrow z = \frac{1}{2} \frac{V_D^2 \cos^2 \theta}{g} \tan^2 \theta + h + r(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} \frac{V_D^2 \sin^2 \theta}{g} + h + r(1 - \cos \theta)$$

$$\Rightarrow z = \frac{1}{2} \frac{3,0^2 \sin^2 60}{10} + 1,55 + 0,9(1 - \cos 60)$$

$$\Rightarrow z = H = 2m$$

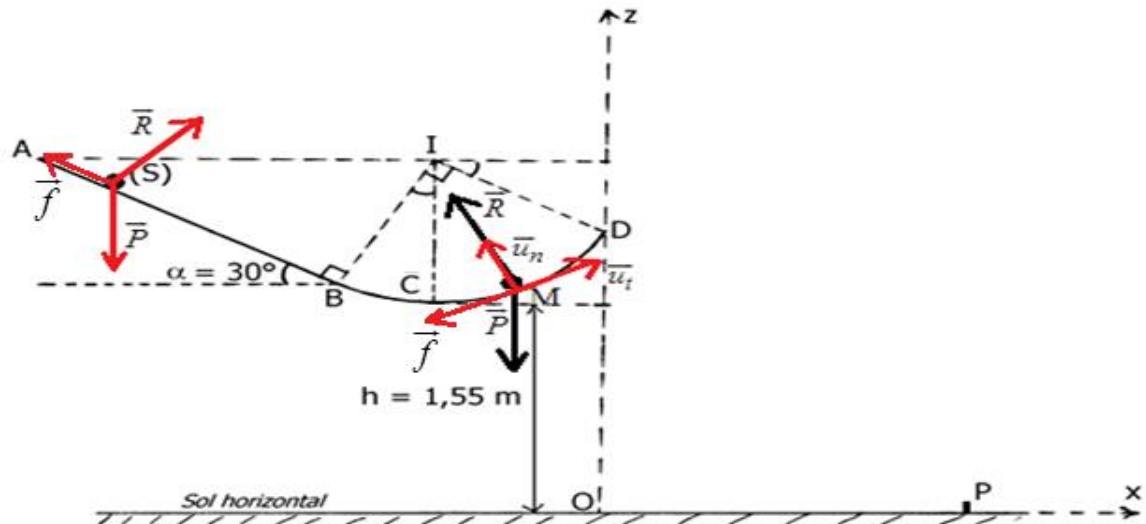
c) Calcul de la distance OP où P est le point d'impact du solide (S) sur le sol horizontal

$$z_1 = \frac{-\tan \theta + \sqrt{\tan^2 \theta + 2g \frac{h + r(1 - \cos \theta)}{V_D^2 \cos^2 \theta}}}{g} V_D^2 \cos^2 \theta$$

$$\Rightarrow z_1 = \frac{-\tan 60 + \sqrt{\tan^2 60 + 2 \times 10 \frac{1,55 + 0,9(1 - \cos 60)}{3,0^2 \cos^2 60}}}{10} \times 3,0^2 \cos^2 60 \Rightarrow z_1 = 4,0m$$

$$z_2 = \frac{-\tan \theta - \sqrt{\tan^2 \theta + 2g \frac{h + r(1 - \cos \theta)}{V_D^2 \cos^2 \theta}}}{g} V_D^2 \cos^2 \theta \Rightarrow z_2 < 0 ; \text{ Cette solution n'a pas de sens physique}$$

3. a) Expression algébrique du travail  $W_{\vec{f}}$  de la force en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $R$  et  $\alpha$



Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit entre A et D

$$E_{C_D} - E_{C_A} = W_{AD}(\vec{P}) + W_{AD}(\vec{R}) + W_{AD}(\vec{f}) \Rightarrow 0 - 0 = mgr \cos \theta + 0 + W_{AD}(\vec{f})$$

$$\Rightarrow W_{AD}(\vec{f}) = -mgr \cos \theta$$

Calcul  $W_{\vec{f}}$

$$W_{AD}(\vec{f}) = -mgr \cos \theta = -50 \cdot 10^{-3} \times 10 \times 0,9 \cos 60 \Rightarrow W_{AD}(\vec{f}) = -0,225 J$$

b) Intensité de la force  $\vec{f}$

$$W_{AD}(\vec{f}) = -f \left( AB + r \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow f = -\frac{W_{AD}(\vec{f})}{AB + r \frac{\pi}{2}} = -\frac{-0,225 J}{1,6 + 0,9 \times \frac{\pi}{2}} \Rightarrow f = 0,075 N$$

### Exercice2

1. Détermination des composantes de l'accélération de la bombe

-Système : la bombe

-Référentiel d'étude : terrestre supposé galiléen

-Bilan des forces appliquées :  $\vec{P}$

La relation fondamentale de la dynamique appliquée à la bombe s'écrit :

$$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \Rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$$

2. Lois horaires de mouvement de la bombe

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{a} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} V_x = cte \\ V_y = gt + cte \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} V_x(0) = cte = V_0 \\ V_y(0) = -g \times 0 + cte = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = gt \end{cases}$$

$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \vec{V} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \begin{cases} x = V_0 t + cte \\ y = \frac{1}{2} g t^2 + cte \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(0) = V_0 \times 0 + cte = 0 \\ y(0) = \frac{1}{2} g \times 0^2 + cte = 0 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \begin{cases} x = V_0 t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

3. Equation de la trajectoire de la bombe

$$x = v_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} \text{ et comme } y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} g \left( \frac{x}{v_0} \right)^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2}$$

4. La position du véhicule par rapport à l'origine O

Le théorème du centre d'inertie s'écrit :

$$y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2} = 2000 \Rightarrow x^2 = \frac{2v_0^2 \times 2000}{g} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2v_0^2 \times 2000}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 400^2 \times 2000}{10}} \Rightarrow x = 8000m$$

Détermination de la date d'arrivée de la bombe au véhicule.

$$t = \frac{x}{v_0} = \frac{8000}{400} \Rightarrow t = 20s$$

5. Position de l'avion à la date d'arrivée de la bombe au véhicule

$$x = v_0 t = 400 \times 20 = 8000m$$

6. Détermination des caractéristiques du vecteur vitesse de la bombe à **1000 m** au-dessus du sol.

- Direction : tangent à la trajectoire au point considéré

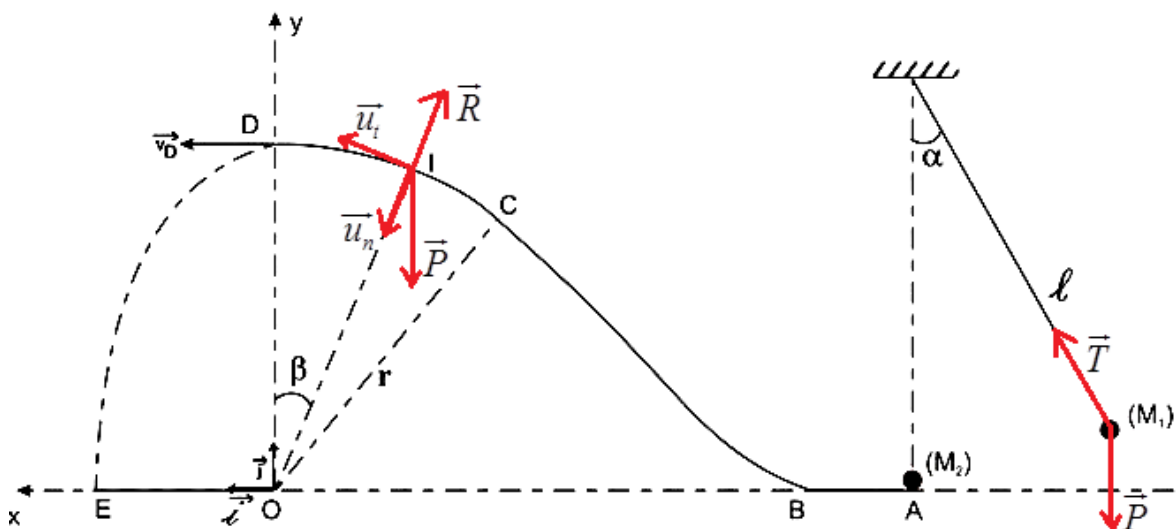
- Sens : dirigé vers le sol

- Valeur :

$$t = \frac{x}{v_0} = \frac{1000}{400} \Rightarrow t = 2,5s \quad v = \sqrt{v_x^2(t = 2,5s) + v_y^2(t = 2,5s)} = \sqrt{400^2 + (10 \times 2,5)^2}$$

$$\Rightarrow v = 4,72 \cdot 10^2 \text{ ms}^{-1}$$

### Exercice 3



1. Calcul de la valeur de l'angle  $\alpha$ .

-Système : La bille

-Référentiel d'étude : terrestre supposé galiléen

-Bilan des forces appliquées : le poids  $\vec{P}$  et la tension  $\vec{T}$  du fil

Le théorème de l'énergie cinétique entre  $M_1$  et  $M_2$  s'écrit :

$$E_{C_{M_1}} - E_{C_{M_2}} = W_{M_1 M_2}(\vec{P}) + W_{M_1 M_2}(\vec{T}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgl(1 - \cos \alpha) + 0 \Rightarrow \cos \alpha = 1 - \frac{v^2}{2gl}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = 1 - \frac{3^2}{2 \times 10 \times 0,9} \Rightarrow \cos \alpha = 0,5 \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

2. Calcul la vitesse de la bille

La conservation de la quantité de mouvement :  $m_1 \vec{v} + \vec{0} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_A$

Suivant le sens de  $\vec{v}_1$  :  $\Rightarrow m_1 v_1' - m_2 v_A = -m_1 v \Rightarrow m_1 v_1' = m_2 v_A - m_1 v$

$$\Rightarrow v_1' = v_A - v \quad (m_2 = m_1) \Rightarrow v_1' = v_A - v = 4 - 3 \Rightarrow v_1' = 1 \text{ ms}^{-1}$$

3. a) Expression, en fonction de  $g$ ,  $r$ ,  $\beta$  et  $v_A$ , de la vitesse de la bille  $M_2$  au point I

-Système : Le pendule

-Référentiel d'étude : terrestre supposé galiléen

-Bilan des forces appliquées : le poids  $\vec{P}$

Le théorème de l'énergie cinétique entre A et I s'écrit :

$$E_{C_{M_I}} - E_{C_{M_A}} = W_{AI}(\vec{P}) \Rightarrow \frac{1}{2}m_2 v_I^2 - \frac{1}{2}m_2 v_A^2 = -m_2 g r \cos \beta \Rightarrow v_I = \sqrt{v_A^2 - 2gr \cos \beta}$$

b) Expression, en fonction de  $m_2$ ,  $g$ ,  $r$ ,  $\beta$  et  $v_A$ , de l'intensité de la réaction de la piste sur la bille  $M_2$  au point I

Le théorème du centre d'inertie appliqué à la bille soumise à son poids et la réaction de la piste, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, s'écrit :  $\vec{P} + \vec{R} = m_2 \vec{a}$

Projection dans le repère de Frenet  $(I, \vec{u}_t, \vec{u}_n)$  et suivant  $\vec{u}_n$  :

$$\Rightarrow m_2 g \cos \beta - R = m_2 \frac{v_I^2}{r} \Rightarrow R = m_2 g \cos \beta - m_2 \frac{v_I^2}{r} - m_2 = m_2 g \cos \beta - m_2 \frac{v_A^2 - 2gr \cos \beta}{r}$$

$$\Rightarrow R = m_2 \left( 3g \cos \beta - \frac{v_A^2}{r} \right)$$

c) Calcul de la valeur de r.

$$v_I = \sqrt{v_A^2 - 2gr \cos \beta}$$

$$\text{En D : } \beta = 0 \Rightarrow v_D = \sqrt{v_A^2 - 2gr} \Rightarrow r = \frac{v_A^2 - v_D^2}{2g} = \frac{4^2 - 1^2}{2 \times 10} \Rightarrow r = 0,75m$$

4.a) Equation cartésienne de la trajectoire de la bille M<sub>2</sub>

-**Système** : La bille

-**Référentiel d'étude** : terrestre supposé galiléen

- **Bilan des forces appliquées** : le poids  $\vec{P}$

$$\text{Le théorème du centre d'inertie s'écrit } \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \Rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{a} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} v_x = cte \\ v_y = -gt + cte \end{cases} \Rightarrow \vec{V}(t=0) \begin{cases} v_x = cte = v_D \\ v_y = -g \times 0 + cte = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} v_x = v_D \\ v_y = -gt \end{cases}$$

$$\frac{d\vec{OM}}{dt} = \vec{V} \Rightarrow \vec{OM} \begin{cases} x = v_D t + cte \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + cte \end{cases} \Rightarrow \vec{OM}(t=0) \begin{cases} x = v_D \times 0 + cte = 0 \\ y = -\frac{1}{2}g \times 0^2 + cte = r \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{OM} \begin{cases} x = v_D t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + r \end{cases}$$

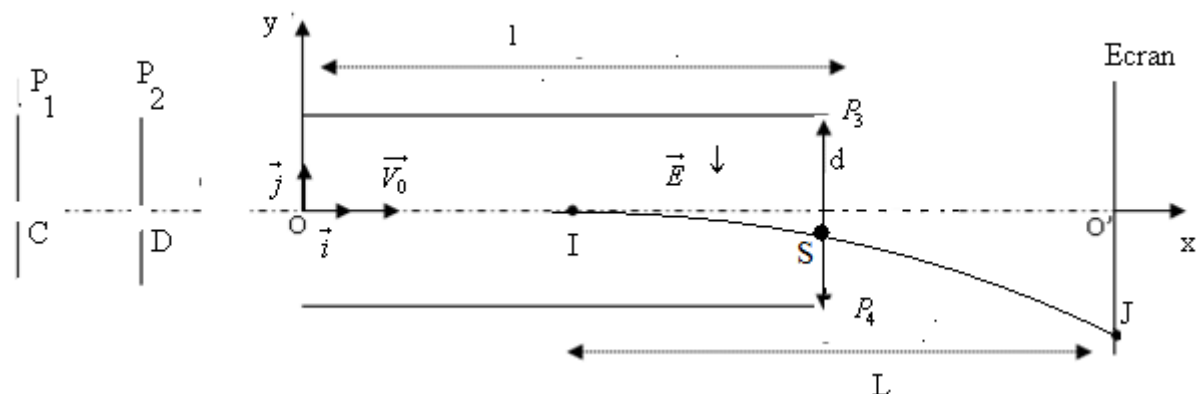
$$x = (v_D t \Rightarrow t = \frac{x}{v_D} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}g \left( \frac{x}{v_D} \right)^2 + r \Rightarrow y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_D^2} + r$$

b) Calcul de la distance OE

La distance OE correspond à la portée ; donc :  $y = 0$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}g \frac{x_E^2}{v_D^2} + r = 0 \Rightarrow x_E = \sqrt{\frac{2v_D^2 r}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 1^2 \times 0,75}{10}} \Rightarrow x_E = 0,39m$$

#### Exercice4



1. Signe de la tension  $U_{CD}$

Pour que les protons chargés positivement soient accélérés, il faut que les plaques P1 et P2 soient respectivement chargées positivement et négativement. La tension  $U_{CD}$  est donc de signe positif

## 2.1. Expression de la vitesse d'un proton en D en fonction de U, e et m<sub>p</sub>

-Système : le proton

-Référentiel d'étude : de laboratoire supposé galiléen

-Bilan des forces appliquées : le poids  $\vec{P}$  et la force électrique  $\vec{F}$

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'électron entre C et D s'écrit :

$$\Delta E_C = \sum W \Rightarrow E_{C_D} - E_{C_C} = W_{CD}(\vec{P}) + W_{CD}(\vec{F}) \Rightarrow \frac{1}{2} m_p v_D^2 - 0 = 0 + eU \Rightarrow v_D = \sqrt{\frac{2eU}{m_p}}$$

## 2.2. Calcul v<sub>D</sub>

$$v_D = \sqrt{\frac{2eU}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10^3}{1,67 \cdot 10^{-27}}} \Rightarrow v_D = 4,4 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$$

## 3.1. Montrons que l'énergie cinétique se conserve entre D et O

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'électron entre D et O s'écrit

$$\Delta E_C = \sum W \Rightarrow E_{C_O} - E_{C_D} = W_{DO}(\vec{P}) \text{ or } \vec{P} \perp \overline{DO} \Rightarrow W_{DO}(\vec{P}) = 0 \Rightarrow E_{C_O} - E_{C_D} = 0 \Rightarrow E_{C_O} = E_{C_D} = \text{constante}$$

L'énergie cinétique se conserve donc entre D et O

## 3.2. Equations du mouvement d'un proton

-Système : le proton

-Référentiel d'étude : de laboratoire supposé galiléen

-Bilan des forces appliquées : la force électrique  $\vec{F}$  et le poids  $\vec{P}$  négligeable devant la force électrique  $\vec{F}$

Le théorème du centre d'inertie s'écrit :

$$\vec{F} = m_p \vec{a} \Rightarrow e\vec{E} = m_p \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m_p} \Rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{eE}{m_p} \end{cases}$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{a} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} v_x = cte \\ v_y = -\frac{eE}{m_p}t + cte \end{cases} \Rightarrow \vec{V}(t=0) \begin{cases} v_x = cte = v_D \\ v_y = -\frac{eE}{m_p} \times 0 + cte = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} v_x = v_D \\ v_y = -\frac{eE}{m_p}t \end{cases}$$

$$\frac{d\overline{OM}}{dt} = \vec{V} \Rightarrow \overline{OM} \begin{cases} x = v_D t + cte \\ y = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_p} t^2 + cte \end{cases} \Rightarrow \overline{OM}(t=0) \begin{cases} x = v_D \times 0 + cte = 0 \\ y = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_p} \times 0^2 + cte = 0 \end{cases} \Rightarrow \overline{OM} \begin{cases} x = v_D t \\ y = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_p} t^2 \end{cases}$$

## 3.3. Vérifions que l'équation de la trajectoire peut s'écrire : $y = -\frac{U'}{4dU} x^2$

$$x = v_D t \Rightarrow t = \frac{x}{v_D} \text{ comme } y = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_p} t^2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_p} \left(\frac{x}{v_D}\right)^2 = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m_p} \frac{x^2}{v_D^2};$$

$$\text{et comme } E = \frac{U'}{d} \text{ et } v_D = \sqrt{\frac{2eU}{m_p}} \Rightarrow (v_D^2 = \frac{2eU}{m_p}) \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \frac{e}{m_p} \frac{U'}{d} \frac{x^2}{\frac{2eU}{m_p}} \Rightarrow y = -\frac{1}{4} \frac{U'}{dU} x^2$$

## 3.4. Les protons sortent du champ électrostatique $\vec{E}$ sans heurter la plaque P<sub>4</sub> si :

$$y = -\frac{1}{4} \frac{U'}{dU} l^2 < -\frac{d}{2}$$

### 3.5 Détermination de $U'$

Les protons sortent du champ par le point S

$$y = -\frac{1}{4} \frac{U'}{dU} l^2 = -\frac{d}{5} \Rightarrow U' = \frac{4d^2}{5l^2} U = \frac{4 \times 7^2}{5 \times 20^2} \times 10^3 \Rightarrow U' = 9,8 \cdot 10^1 V$$

4.1. Représentation de la trajectoire (voir figure).

4.2. Expression littérale de la déviation  $O'J$  du spot sur l'écran.

$$\tan \alpha = \frac{O'J}{L} = \frac{y_s}{\frac{l}{2}} \Rightarrow O'J = \frac{2y_s L}{l} = \frac{-\frac{1}{4} \frac{U'}{dU} l^2 L}{l} \Rightarrow O'J = -\frac{1}{4} \frac{U' l}{dU} L = -\frac{1}{4} \times \frac{9,8 \cdot 10^1 \times 20}{7 \times 10^3} \times 20$$

$$\Rightarrow O'J = 1,4 \text{ cm.}$$

## Exercice 5

1) Détermination des lois horaires du mouvement

- Système étudié : la bille
- Référentiel : terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces appliquées : le poids  $\vec{P}$  de la bille
- La deuxième de Newton s'écrit :

$$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \Rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{a} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} V_x = cte \\ V_y = -gt + cte \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} V_x(0) = cte = V_0 \sin \theta \\ V_y(0) = -g \times 0 + cte = V_0 \cos \theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \sin \alpha \\ V_y = -gt + V_0 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \vec{V} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \begin{cases} x = (V_0 \sin \alpha)t + cte \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0 \cos \alpha)t + cte \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(0) = V_0 \times 0 + cte = 0 \\ y(0) = -\frac{1}{2}g \times 0^2 + V_0 \cos \alpha \times 0 + cte = 0 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = (V_0 \sin \alpha)t \quad (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0 \cos \alpha)t \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad \Rightarrow (1) \Rightarrow x = (V_0 \sin \alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \sin \alpha} \text{ dans } (2) \quad \Rightarrow$$

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0 \sin \alpha}\right)^2 + V_0 \cos \alpha \times \frac{x}{V_0 \sin \alpha} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{V_0^2 \sin^2 \alpha} + x \cot g\alpha$$

3) a- Temps pendant lequel la bille s'élève avant de descendre

La composante  $V_y$  du vecteur vitesse est nulle

$$V_y = -gt + V_0 \cos \alpha = 0 \Rightarrow t = \frac{V_0 \cos \alpha}{g} = \frac{16 \cos 50}{9,8} \Rightarrow t = 1,0s \Rightarrow t = 1,3s$$

b- Vitesse à la fin de cette phase ascendante

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + 0} = V_0 \sin \alpha = 16 \sin 50 \Rightarrow V = 12ms^{-1}$$

4) Altitude maximale atteinte par la bille

$$y_{\max} = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0 \cos \alpha)t \text{ or } t = \frac{V_0 \cos \alpha}{g} \Rightarrow y_{\max} = -\frac{1}{2}g\left(\frac{V_0 \cos \alpha}{g}\right)^2 + (V_0 \cos \alpha) \times \frac{V_0 \cos \alpha}{g}$$

$$\Rightarrow y_{\max} = \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{2g} = \frac{16^2 \times \cos^2 50}{2 \times 9,8} \Rightarrow y_{\max} = 5,4m$$

5) a- Détermination de la distance OP

C'est l'abscisse d'ordonnée nulle

$$y = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}g \frac{x_p^2}{V_0^2 \sin^2 \alpha} + x_p \cot g\alpha = 0 \Rightarrow x_p \left(-\frac{1}{2}g \frac{x_p}{V_0^2 \sin^2 \alpha} + \cot g\alpha\right) \Rightarrow x_p = 0 \text{ (Origine O)}$$

$$\text{ou } x_p = \frac{2 \cot g\alpha \times V_0^2 \sin^2 \alpha}{g} = \frac{2V_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{16^2 \sin(2 \times 50)}{9,8} \Rightarrow x_p = 25,7m$$

b- Valeur de  $\alpha$  pour laquelle OP est maximale

$$x_p \text{ est maximale lorsque } \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

6) Montrons qu'il y a deux angles de tir  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  permettant d'atteindre Q

$$y = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}g \frac{x_0^2}{V_0^2 \sin^2 \alpha} + x_0 \cot g\alpha = 0 \Rightarrow x_0 = 0 \text{ ou } \frac{1}{2}g \frac{1}{V_0^2 \sin^2 \alpha} x_0 - \cot g\alpha = 0$$

$$\text{comme } \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \Rightarrow \frac{1}{2}(1 + \cot^2 \alpha)gx_0 - \cot g\alpha = 0 \Rightarrow \cot^2 \alpha - \frac{2V_0^2}{gx_0} \cot g\alpha + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \cot g\alpha_1 = \frac{\frac{V_0^2}{gx_0} - \sqrt{\frac{V_0^4}{(gx_0)^2} - 1}}{1} = \frac{V_0^2}{gx_0} - \sqrt{\frac{V_0^4}{(gx_0)^2} - 1} = \frac{16^2}{9,8 \times 10} - \sqrt{\frac{16^4}{(9,8 \times 10)^2} - 1} \Rightarrow \cot g\alpha_1 = 0,20$$

$$\Rightarrow \cot g\alpha_2 = \frac{\frac{V_0^2}{gx_0} + \sqrt{\frac{V_0^4}{(gx_0)^2} - 1}}{1} = \frac{V_0^2}{gx_0} + \sqrt{\frac{V_0^4}{(gx_0)^2} - 1} = \frac{16^2}{9,8 \times 10} + \sqrt{\frac{16^4}{(9,8 \times 10)^2} - 1} \Rightarrow \cot g\alpha_2 = 5,03$$

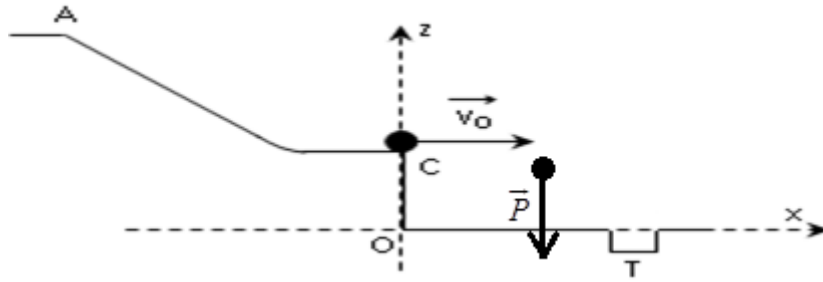
$$\alpha_1 = 78,7^\circ \text{ et } \alpha_2 = 11,3^\circ$$

## Exercice 6

### I/ La trajectoire balistique de C vers T

a) Un référentiel galiléen est un référentiel dans le quel le principe de l'inertie est vérifié.

b) Bilan des forces qui s'exercent sur la balle



Le poids de la balle est la seule force qui s'exerce sur la balle. La balle tombe en chute libre

c) Equations horaires de la vitesse et de la position de la balle **B**.

Système étudié : la bille

Référentiel : terrestre supposé galiléen

Bilan des forces appliquées : le poids  $\vec{P}$  de la balle

Le théorème du centre d'inertie s'écrit :  $\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \\ V_z = -gt \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \begin{cases} x = V_0 t \quad (1) \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + z_C \quad (2) \end{cases}$$

d) Equation  $z(x)$  de la trajectoire de la balle **B**.

$$(1) \Rightarrow x = V_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0} \text{ dans } (2) \Rightarrow z = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0}\right)^2 + z_C \Rightarrow z = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{V_0^2} + z_C$$

e) Abscisse  $x_T$  du trou **T** pour que la balle tombe directement dedans

$$\text{La balle tombe dans lorsque : } z = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}g\frac{x_T^2}{V_0^2} + z_C = 0 \Rightarrow x_T^2 = \frac{2z_C V_0^2}{g}$$

$$\Rightarrow x_T = \sqrt{\frac{2z_C V_0^2}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 40 \cdot 10^{-2} \times 2,0}{9,8}} \Rightarrow x_T = 0,40m$$

f) Détermination la date  $t_F$  à laquelle la balle **B** tombe dans le trou

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + z_C = 0 \Rightarrow t^2 = \frac{2z_C}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2z_C}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 40 \cdot 10^{-2}}{9,8}} \Rightarrow t = 2,8s$$

### II/ Le mouvement sur la rampe

a) Détermination la hauteur  $z_A$  de **A** nécessaire pour que la balle arrive en **C**.

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à la balle entre A et C

$$E_{C_C} - E_{C_A} = W_{AC}(\vec{P}) \Rightarrow \frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = mg(z_A - z_C)$$

$$\Rightarrow z_A = \frac{1}{2g}(V_C^2 - V_A^2) + z_C = \frac{1}{2 \times 9,8}(2,0^2 - 0,80^2) + 40 \cdot 10^{-2} \Rightarrow z_A = 57cm$$

b) la vitesse est horizontale du fait qu'elle est tangente à la trajectoire au point C.

### Exercice7

1. a. Montrons que la trajectoire est plane

-Système : La balle

-Référentiel d'étude : terrestre supposé galiléen

-Bilan des forces appliquées : le poids  $\vec{P}$

Le théorème du centre d'inertie s'écrit :

$$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \Rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{cases}$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{a} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} v_x = cte \\ v_y = -gt + cte \\ v_z = cte \end{cases} \Rightarrow \vec{V}(t=0) \begin{cases} v_x = cte = v_0 \cos \alpha \\ v_y = -g \times 0 + cte = v_0 \sin \alpha \\ v_z = cte = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin \alpha \\ v_z = 0 \end{cases}$$

$$\frac{d\vec{OM}}{dt} = \vec{V} \Rightarrow \vec{OM} \begin{cases} x = (v_0 \cos \alpha)t + cte \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t + cte \\ z = cte \end{cases} \Rightarrow \vec{OM}(t=0) \begin{cases} x = (v_0 \cos \alpha) \times 0 + cte = 0 \\ y = -\frac{1}{2}g \times 0^2 + (v_0 \sin \alpha) \times 0 + cte = h \\ z = cte = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{OM} \begin{cases} x = (v_0 \cos \alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t + h \\ z = 0 \end{cases}$$

Quelque soit t,  $z = 0$ , la trajectoire est plane et se fait dans le plan  $(xOy)$

b) Equation de cette trajectoire

On obtient cette équation en éliminant t entre x et y :

$$x = (v_0 \cos \alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)^2 + (v_0 \sin \alpha)\left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right) + h$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + (\tan \alpha)x + h$$

c. Valeur de  $V_0$  pour que le panier soit réussi

Le panier est réussi si  $x = 7,1m$  et  $y = 3m$

$$y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + (\tan \alpha)x + h \Rightarrow y \frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} = (\tan \alpha)x + h - y \Rightarrow v_0^2 = \frac{gx^2}{2 \cos^2 \alpha (x \tan \alpha + h - y)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gx^2}{2 \cos^2 \alpha (x \tan \alpha + h - y)}} = \sqrt{\frac{10 \times 7,1^2}{2 \cos^2 45^\circ (7,1 \times \tan 45^\circ + 2 - 3)}} \Rightarrow v_0 = 12ms^{-1}$$

d. Durée du trajet effectué par le ballon du point A au point C

$$x = (v_0 \cos \alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} = \frac{7,1}{12 \times \cos 45} \Rightarrow t = 0,84s$$

2. Vérifions si le panier sera marqué ou non

$$x = 0,9m \Rightarrow y = -\frac{1}{2}10 \times \frac{0,9^2}{12^2 \times \cos^2 45^\circ} + \tan 45^\circ \times 0,9 + 2 \Rightarrow y = 2,84m > 2,7m$$

Le panier sera marqué

## Exercice8

### Partie A

1- a- Représentation des forces qui s'exercent sur le solide.

b- Expression de l'accélération a du solide( $S_1$ )

-Système : Le solide( $S_1$ )

-Référentiel d'étude : terrestre supposé galiléen

-Bilan des forces appliquées : le poids  $\vec{P}$  et la réaction  $\vec{R}$  du plan.

Le théorème du centre d'inertie s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{R} = m_1 \vec{a}$$

Projection suivant l'axe  $x'x$  :

$$m_1 g \sin \alpha + 0 = m_1 a \Rightarrow a = g \sin \alpha$$

Le mouvement du solide ( $S_1$ ) est uniformément accéléré

Calcul de  $a$  :

$$a = g \sin \alpha = 10 \times \sin 30 \Rightarrow a = 5 \text{ms}^{-2}$$

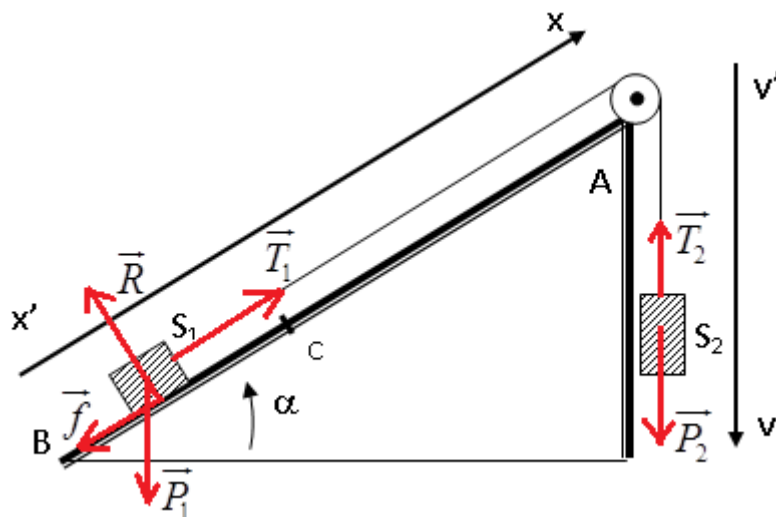
2) a- Calcul de la valeur de la vitesse  $V_B$

$$V_B^2 - V_A^2 = 2aAB \Rightarrow V_B^2 - 0 = 2aAB \Rightarrow V_B = \sqrt{2aAB} = \sqrt{2 \times 5 \times 2,5} \Rightarrow V_B = 5 \text{ms}^{-1}$$

b- Calcul de la durée  $t_B$  du trajet AB

$$V_B = at_B \Rightarrow t_B = \frac{V_B}{a} = \frac{5}{5} \Rightarrow t_B = 1 \text{s}$$

### Partie B



1. a. Expression de l'accélération  $a$  du système

La deuxième loi de Newton s'écrit :

-Pour le solide( $S_1$ ) :  $\vec{f} + \vec{P}_1 + \vec{R} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1$

Suivant  $x'x$  :  $-f - m_1 g \sin \alpha + 0 + T_1 = m_1 a_1 \Rightarrow T_1 = m_1 g \sin \alpha + m_1 a_1$

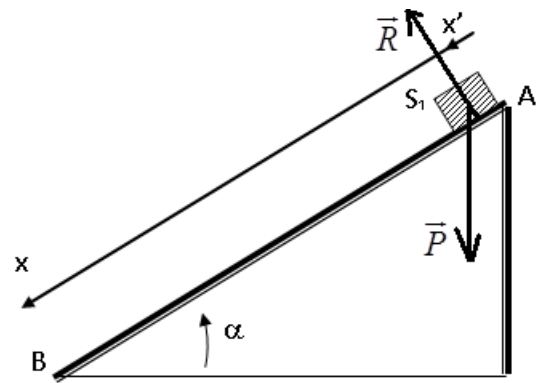
-Pour le solide( $S_2$ ) :  $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2$

Suivant  $y'y$  :  $m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \Rightarrow T_2 = m_2 g - m_2 a_2$

Les forces de frottement sont négligeables au niveau de la poulie :  $T_1 = T_1' = T_2 = T_2'$

$$\Rightarrow m_1 g \sin \alpha + m_1 a_1 + f = m_2 g - m_2 a_2$$

Le fil est inextensible, l'accélération est la même en tout du fil :  $a_1 = a_2 = a$



$$\Rightarrow (m_1 + m_2)a = (m_2 - m_1 \sin \alpha)g - f \Rightarrow a = \frac{(m_2 - m_1 \sin \alpha)g - f}{(m_1 + m_2)}$$

$$m_2 = m_1 \Rightarrow a = \frac{m_1(1 - \sin \alpha)g - f}{2m_1} \Rightarrow a = (1 - \sin \alpha)g - \frac{f}{2m_1}$$

b- Calcul de a.

$$a = (1 - \sin \alpha)g - \frac{f}{2m_1} = (1 - \sin 30^\circ) \times 10 - \frac{0,2}{2 \times 200 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow a = 4,5 \text{ms}^{-2}$$

2- Calcul de  $V_C$

$$v_C = at_C = 4,5 \times 1 \Rightarrow v_C = 4,5 \text{ms}^{-1}$$

3 . a- Expression de la nouvelle accélération  $\mathbf{a}_1$  du solide ( $S_1$ ) après la coupure du fil

La deuxième loi de Newton s'écrit :  $\vec{f} + \vec{P}_1 + \vec{R} = m_1 \vec{a}_1$

$$\text{Suivant } x'x : f - m_1 g \sin \alpha + 0 = m_1 a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{f - m_1 g \sin \alpha}{m_1} \Rightarrow a_1 = \frac{f}{m_1} - g \sin \alpha$$

Le mouvement du solide ( $S_1$ ) est uniformément varié

b- Calcul de la distance maximale ( par rapport au point C) parcourue par le solide ( $S_1$ )

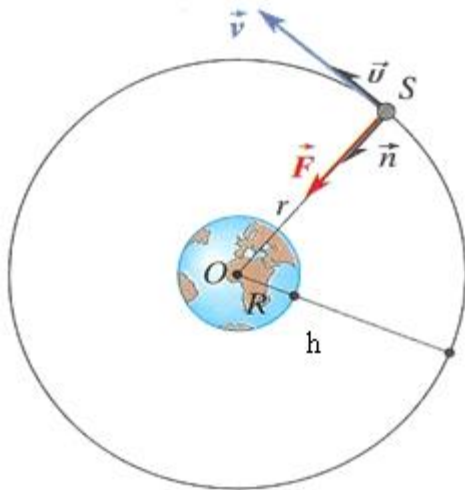
$$0^2 - v_C^2 = 2a_1 d \Rightarrow d = \frac{-v_C^2}{2a_1} = \frac{-v_C^2}{2\left(\frac{f}{m_1} - g \sin \alpha\right)} = \frac{-4,5^2}{2\left(\frac{0,2}{200 \cdot 10^{-3}} - 10 \sin 30^\circ\right)} \Rightarrow d = 2,5 \text{m}$$

### Exercice.1

1 Calcul de la valeur de l'intensité  $g$  du champ de pesanteur à l'altitude  $h$

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} = 9,8 \times \frac{(6,4 \cdot 10^6)^2}{(6,4 \cdot 10^6 + 3,6 \cdot 10^7)^2} \Rightarrow g = 0,22 \text{ms}^{-2}$$

2. Bilan des forces appliquées au satellite



Le satellite est soumis à la force de gravitation :  $\vec{F} = k \frac{Mm}{r^2} \vec{n}$

La vitesse du satellite

La deuxième loi de Newton s'écrit :

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow k \frac{Mm}{r^2} \vec{n} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = k \frac{M}{r^2} \vec{n}$$

En projetant la relation dans le repère de Frenet (S,  $\vec{u}$ ,  $\vec{n}$ )

$$k \frac{Mm}{r^2} = ma_n = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{k \frac{M}{r}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^6 + 3,6 \cdot 10^7}}$$

$$\Rightarrow v = 3,1 \cdot 10^3 \text{ms}^{-1}$$

3. Détermination de la période du mouvement

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v} = \frac{2\pi(6,4 \cdot 10^6 + 3,6 \cdot 10^7)}{3,1 \cdot 10^3} \Rightarrow T = 86 \cdot 10^3 \text{s}$$

### Exercice2

1.1.1. Expression de l'intensité  $F_0$  de la force exercée par la Terre sur un corps ponctuel de masse  $m=1\text{Kg}$  placé à surface

$$F_0 = G \frac{mM_T}{R_T^2}$$

1.1.2.a) Expression de la masse  $M_T$  de la Terre en fonction de  $g_0$ ,  $R_T$  et  $G$

$$F_0 = G \frac{mM_T}{R_T^2} = mg_0 \Rightarrow M_T = \frac{g_0 R_T^2}{G}$$

b) Calcul de la masse de la Terre

$$M_T = \frac{g_0 R_T^2}{G} = \frac{9,8 \times (6370 \cdot 10^3)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} \Rightarrow M_T = 5,96 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

1.2. Montrons qu'à l'altitude  $h$  au-dessus de la Terre, l'intensité du champ de gravitation est

donnée par la relation :  $g = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$

A la distance  $r$  :  $g = G \frac{M_T}{r^2}$

A la surface de la Terre :  $g_0 = G \frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow GM_T = g_0 R_T^2$

A l'altitude  $h$  :  $g = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \Rightarrow g = \frac{g_0 R_T^2}{(R_T + h)^2}$

2..1. Montrons que le mouvement du satellite est uniforme

Système : le satellite

Référentiel d'étude : terrestre

Bilan des forces appliquées : la

Force gravitationnelle  $\vec{F}$

La deuxième loi de Newton

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -G \frac{Mm}{r^2} \vec{u} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}$$

En projetant la relation dans le

repère  $(S, \vec{u}_t, \vec{u}_n)$ .

$$a = a_n \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = \text{cte}$$

Le mouvement du satellite est donc uniforme

2.2. Etablissement en fonction  $g_0, R_T$  et  $h$

2.2.1. de l'expression de la vitesse  $v$  du satellite ;

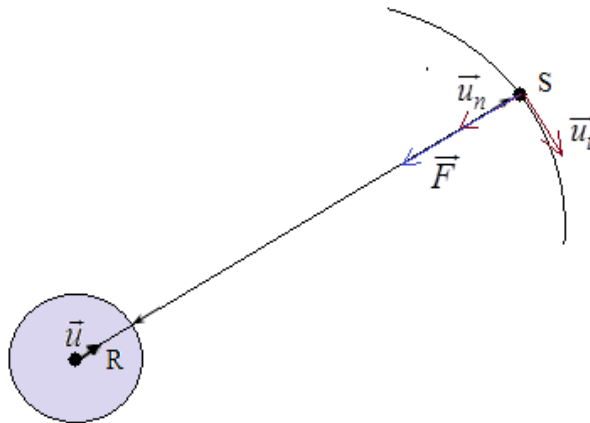
$$a = a_n \Rightarrow G \frac{M}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r} = \frac{g_0 R_T^2}{R_T + h} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T + h}}$$

2.2.2. de l'expression de la période  $T$  du satellite ;

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi(R_T + h) \sqrt{\frac{R_T + h}{g_0 R_T^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0 R_T^2}}$$

2.3. Calcul de  $v$  et  $T$

$$v = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{9,8 \times (6370 \cdot 10^3)^2}{6370 \cdot 10^3 + 300 \cdot 10^3}} \Rightarrow v = 7,7 \cdot 10^2 \text{ ms}^{-1}$$



$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} = \frac{2\pi(6370.10^3 + 300.10^3)}{7,7.10^2} \Rightarrow T = 54.10^3 \text{ s}$$

2.4.1. Montrons que le rapport  $\frac{T^2}{r^3} = \text{cte}$  est égal à une constante .

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0 R_T^2}} \text{ or } r = R_T + h$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{g_0 R_T^2}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \times \frac{r^3}{g_0 R_T^2} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{g_0 R_T^2} = \text{cte}$$

2.4.2. Exprimer le rapport  $\frac{T^2}{r^3} = \text{cte}$  en fonction de  $M_T$  et  $G$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{g_0 R_T^2}} \text{ or } GM_T = g_0 R_T^2 \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} = \text{cte}$$

2.4.3. Calculer la masse  $M_T$  de la Terre.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \Rightarrow M_T = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (R_T + h)^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (6370.10^3 + 300.10^3)^3}{6,67.10^{-11} \times (54.10^3)^2} \Rightarrow M_T = 6,02.10^{22} \text{ Kg}$$

Cette valeur  $n'$  est pas compatible avec celle de la question 1.1.2.

### Exercice3

1.1 .Expression de la vitesse  $V$  de (S) en fonction de l'intensité  $G_0$  du champ de gravitation du sol, de  $R$  et  $r$

$$a_n = \frac{GM}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \text{ or } G_0 R^2 = GM \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G_0 R^2}{r}}$$

1.2. Expression de la période  $T$  du mouvement.

$$vT = 2\pi r \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{G_0 R^2}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G_0 R^2}}$$

Calculer de  $T$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G_0 R^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{(8000.10^3)^3}{9,8 \times (6400.10^3)^2}} \Rightarrow T = 7,1.10^3 \text{ s}$$

2.1. Montrons que le travail de la force gravitation lors du déplacement du sol jusqu'à l'orbite de rayon  $r$  est donné par :  $W = mG_0 R^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$

$$dw = -fdr = -\frac{GmM}{r^2} dr \Rightarrow W = -\int_R^r \frac{GmM}{r^2} dr = \left[ \frac{GmM}{r} \right]_R^r$$

$$\Rightarrow W = mGM \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = mG_0 R^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) \text{ avec } G_0 R^2 = GM$$

2.2. Expression de l'énergie potentielle du système Terre-satellite en fonction de  $G_0$ ,  $m$ ,  $r$

$$\Delta E_P = -W \Rightarrow E_P(r) - E_P(R) = -mG_0 R^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) \Rightarrow E_P(r) = -mG_0 R^2 \frac{1}{r} + \text{cte}$$

$$E_P(R) = -mG_0 R^2 \frac{1}{R} + cte = 0 \Rightarrow cte = mG_0 R^2 \frac{1}{R} \Rightarrow E_P(r) = -mG_0 R^2 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

2.3. Expression de l'énergie cinétique de (S) en fonction de  $G_0$ ,  $m$ ,  $r$  et  $R$

$$E_C = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \left( \sqrt{\frac{G_0 R^2}{r}} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{mG_0 R^2}{r}$$

Expression de l'énergie mécanique E

$$E_m = E_C + E_P = \frac{1}{2} \frac{mG_0 R^2}{r} - mG_0 R^2 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) \Rightarrow E_m = mG_0 R^2 \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{2r} \right)$$

3.1. Expression de la variation  $dv$  de la vitesse et montrons que  $dv = -\frac{\pi}{T} dr$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G_0 R^2}} \Rightarrow \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{r^3}{G_0 R^2} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{G_0 R^2}{r^3}$$

$$v^2 = \frac{G_0 R^2}{r} \Rightarrow \frac{dv^2}{dr} = \frac{d}{dr} \left( \frac{G_0 R^2}{r} \right)$$

$$\Rightarrow 2v \frac{dv}{dr} = -\frac{G_0 R^2}{r^2} \Rightarrow 2 \frac{2\pi r}{T} \frac{dv}{dr} = -\frac{G_0 R^2}{r^2} \Rightarrow \frac{4\pi}{T} dv = -\frac{G_0 R^2}{r^3} dr$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi}{T} dv = -\frac{4\pi^2}{T^2} dr \Rightarrow dv = -\frac{\pi}{T} dr$$

3.2. La variation de  $dr$  est en réalité due au travail  $dw_f$  des forces de frottements exercées par les couches raréfiées de l'atmosphère pendant le déplacement. Du signe de  $dw_f$ , déduire l'effet de ces forces sur l'altitude et la vitesse de (S).

$$dw_f = -f dr \Rightarrow dr = -\frac{dw_f}{f}; dw_f > 0 \Rightarrow dr < 0 \text{ L'altitude diminue.}$$

$$dv = -\frac{\pi}{T} dr \Rightarrow dr = -\frac{\pi}{T} dv \Rightarrow dw_f = f \frac{\pi}{T} dv \Rightarrow dv = \frac{T}{\pi} \frac{dw_f}{f}; dw_f > 0 \Rightarrow dv > 0$$

La vitesse augmente.

#### Exercice 4

1 - Expression littérale du champ de gravitation  $G_{0S}$  à la surface du Soleil.

$$G_{0S} = \frac{GM_S}{R_S^2}$$

Calcul de la valeur numérique du champ de gravitation  $G_{0S}$ .

$$G_{0S} = \frac{GM_S}{R_S^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 2,0 \cdot 10^{30}}{(7,0 \cdot 10^8)^2} \Rightarrow G_{0S} = 2,72 \cdot 10^2 \text{ ms}^{-2}$$

2 - Expression littérale du champ de gravitation  $G_S$  en un point de l'orbite terrestre autour du Soleil.

$$G_S = \frac{GM_S}{r^2}$$

Calcul de la valeur du champ de gravitation  $G_{0S}$

$$G_s = \frac{GM_s}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 2,0 \cdot 10^{30}}{(1,5 \cdot 10^8)^2} \Rightarrow G_s = 59,3 \cdot 10^2 \text{ ms}^{-2}$$

3 - Comparons la valeur du champ de gravitation  $G_s$  à celle  $G_{0T}$  du champ de gravitation terrestre au niveau du sol.

$$\frac{G_s}{G_{0s}} = \frac{59,3 \cdot 10^2}{2,72 \cdot 10^2} \Rightarrow \frac{G_s}{G_{0s}} \approx 22 \Rightarrow G_s \approx 22G_{0s}$$

**Conclusion :**

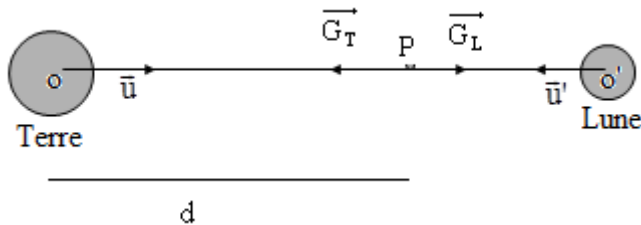
L'intensité du champ de gravitation augmente lorsque l'altitude diminue

4. Calcul de la valeur du champ de gravitation lunaire  $G_{0L}$  au niveau de son sol

$$G_{0L} = \frac{GM_L}{R_{0L}^2} ; G_{0T} = \frac{GM_T}{R_{0T}^2}$$

$$\frac{G_{0L}}{G_{0T}} = \frac{\frac{GM_L}{R_{0L}^2}}{\frac{GM_T}{R_{0T}^2}} = \frac{M_L}{M_T} \times \frac{R_{0T}^2}{R_{0L}^2} = \frac{1}{81} \times \left(\frac{11}{3}\right)^2 \Rightarrow G_{0L} = \frac{1}{81} \times \left(\frac{11}{3}\right)^2 G_{0T} = \frac{1}{81} \times \left(\frac{11}{3}\right)^2 \times 9,8 \Rightarrow G_{0L} = 1,62 \text{ NKg}^{-1}$$

5. a Calcul de la distance  $d$  du point  $M$  remarquable au centre de la Terre.



$$G_T = \frac{GM_T}{d^2} ; G_L = \frac{GM_L}{(D-d)^2}$$

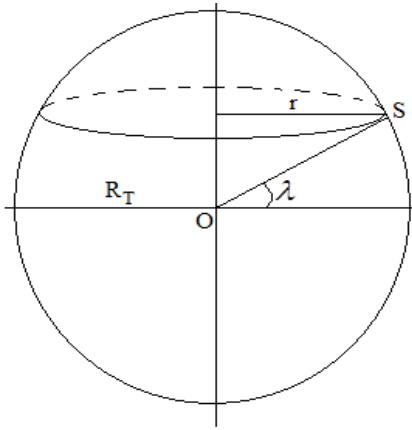
$$G_T = G_L \Rightarrow \frac{GM_T}{d^2} = \frac{GM_L}{(D-d)^2} \Rightarrow \frac{(D-d)^2}{d^2} = \frac{M_L}{M_T} \Rightarrow \frac{D-d}{d} = \sqrt{\frac{M_L}{M_T}} \Rightarrow d \sqrt{\frac{M_L}{M_T}} = D-d$$

$$d \left(1 + \sqrt{\frac{M_L}{M_T}}\right) = D \Rightarrow d = \frac{D}{\left(1 + \sqrt{\frac{M_L}{M_T}}\right)} = \frac{380\,000}{1 + \sqrt{\frac{1}{81}}} \Rightarrow d = 342\,000 \text{ Km}$$

b - Domaine où l'action gravitationnelle d'un des deux astres est prépondérante

$x < d$  L'action gravitationnelle terrestre est prépondérante

## Exercice 5



### 1. Lancement d'un satellite

1. a. Etablissement de l'expression de la vitesse du point S de la surface terrestre en fonction de la vitesse angulaire  $\Omega$  de rotation de la Terre, du rayon terrestre  $R_T$  et de la latitude  $\lambda$  du lieu du lancement.

$$v = r\Omega = R_T \Omega \cos \lambda$$

1. b. Le champ de tir le plus favorable pour le lancement du satellite.

Baïkonour au Kazakhstan est le champ de tir le plus favorable car la vitesse de lancement du satellite est minimale.

1. c. Expression de l'énergie potentielle de gravitation d'un satellite en fonction de son altitude  $z$

$$E_p(r) = -\frac{GmM_T}{r} + \text{cte}$$

$$E_p(r = \infty) = -\frac{GmM_T}{\infty} + \text{cte} = 0 \Rightarrow \text{cte} = 0 \Rightarrow E_p(r) = -\frac{GmM_T}{r}$$

A l'altitude  $z$

$$r = R_T + z \Rightarrow E_p(z) = -\frac{GmM_T}{R_T + z}$$

Expression de l'énergie mécanique du satellite sur sa base de lancement dans le référentiel géocentrique

$$E_m = E_C + E_p = \frac{1}{2} mV^2 - \frac{GmM_T}{r} = \frac{1}{2} m(R_T \Omega \cos \lambda)^2 - \frac{GmM_T}{R_T \cos \lambda}$$

1. d. Expression de la vitesse de libération  $v_l$ .

Elle correspond à la vitesse minimale pour le satellite quitte l'attraction terrestre avec une énergie mécanique nulle dans le cas limite

$$E_m = \frac{1}{2} mV_L^2 - \frac{GmM_T}{R_T \cos \lambda} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} mV_L^2 = \frac{GmM_T}{R_T \cos \lambda} \Rightarrow V_L = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T \cos \lambda}}$$

Calcul de la vitesse de libération  $v_l$

$$V_L = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T \cos \lambda}} = \sqrt{\frac{2 \times 6,67 \cdot 10^{-11} \times 5,97 \cdot 10^{24}}{6,38 \cdot 10^6 \times \cos 5,23^\circ}} \Rightarrow V_L = 11,2 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}$$

### 2. Satellite artificiel en orbite

2. a. Montrons que le mouvement du satellite est uniforme.

**Système :** le satellite

## Référentiel d'étude : terrestre

### Bilan des forces appliquées : la Force gravitationnelle $\vec{F}$

La deuxième loi de Newton s'écrit :

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -G \frac{Mm}{r^2} \vec{u} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}$$

En projetant la relation dans le repère  $(S, \vec{u}_t, \vec{u}_n)$ .

$$a = a_n \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = \text{cte}$$

Le mouvement du satellite est donc uniforme.

Etablissement de l'expression de la vitesse du satellite en fonction de son altitude.

$$a_n = \frac{GM}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \text{ or à l'altitude } z \text{ } r = R_T + z \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R_T + z}}$$

La troisième loi de Kepler liant la période de rotation  $T$  du satellite au rayon  $r$  de sa trajectoire

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM_T}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{GM_T} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$$

2.b. Calcul du rayon de l'orbite d'un satellite géostationnaire

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 5,97 \cdot 10^{24} \times (24 \times 3600)^2}{4\pi^2}} \Rightarrow r = 4,2 \cdot 10^7 \text{ m}$$

2.c. Expression du rayon  $r$  et de la vitesse  $v$  du satellite en fonction du temps

$$E_m = E_C + E_P = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM_T}{r} = \frac{1}{2}m \left( \sqrt{\frac{GM_T}{r}} \right)^2 - \frac{GmM_T}{r} = \frac{1}{2} \frac{GmM_T}{r} - \frac{GmM_T}{r} = -\frac{GmM_T}{2r}$$

$$E_m = -\frac{GmM_T}{2r} = E_{m0}(1+bt) \Rightarrow r = -\frac{GmM_T}{E_{m0}(1+bt)}$$

$$E_C = -E_m = -E_{m0}(1+bt) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = -E_{m0}(1+bt) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{-2E_{m0}(1+bt)}{m}}$$

Le rayon  $r$  diminue lorsque le temps s'écoule ; par contre la vitesse augmente avec le temps

$$E_C = -E_m = -E_{m0}(1+bt)$$

$$E_P = 2E_m = 2E_{m0}(1+bt)$$

L'énergie cinétique augmente ; tandis que l'énergie potentielle diminue.

L'énergie perdue se trouve sous forme d'énergie thermique.

## Exercice 6

1. L'accélération de la fusée

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{7,5 \cdot 10^5}{40 \cdot 10^3} \Rightarrow a = 18,75 \text{ ms}^{-2}$$

2.. Expression la vitesse  $v$  et la période  $T$  du mouvement du satellite en fonction de  $K$ ,  $r$  et  $M$ .

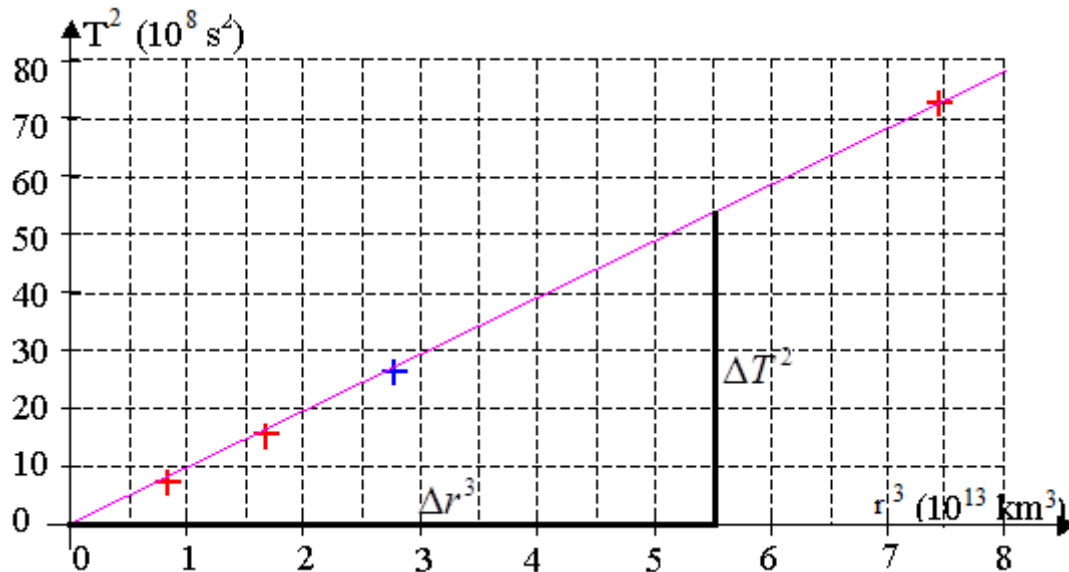
$$a_n = \frac{KM}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{KM}{r}}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{KM}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{KM}}$$

Déduisons que  $\frac{T^2}{R^3} = \text{constante}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{KM}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{KM} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{KM}$$

3. La valeur de la masse de la Terre.



Le graphe représentant  $T^2 = f(r^3)$  est une droite linéaire de pente :

$$a = \frac{\Delta T^2}{\Delta r^3} = \frac{4\pi^2}{KM} \Rightarrow M = 4\pi^2 \frac{\Delta r^3}{K\Delta T^2} = 4\pi^2 \frac{5,5 \cdot 10^{22} - 0}{6,67 \cdot 10^{-11} (55 \cdot 10^8 - 0)}$$

$$M = 5,92 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

4.a. Expression des énergies potentielles  $E_p$ ,  $E_c$  et totale  $E_T$  du satellite en fonction de la masse  $M$  de la Terre, de la masse  $m$  du satellite et de  $r$ .

$$E_p(r) = -\frac{KmM}{r} + \text{cte}$$

$$E_p(r = \infty) = -\frac{KmM}{\infty} + \text{cte} = 0 \Rightarrow \text{cte} = 0 \Rightarrow E_p(r) = -\frac{KmM}{r}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \left( \sqrt{\frac{KM}{r}} \right)^2 \Rightarrow E_c = \frac{KmM}{2r}$$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{KmM}{2r} - \frac{KmM}{r} \Rightarrow E_m = -\frac{KmM}{2r}$$

b. Expression de  $V_e$  en fonction de  $\omega_T$ , vitesse angulaire de rotation de la Terre,  $R$  et  $\lambda$ .

$$v_e = r\omega_T = \omega_T R \cos \lambda$$

Détermination des expressions des énergies potentielle  $E_{p1}$ , cinétique  $E_{c1}$  et totale  $E_{T1}$  du satellite au point P

$$E_{p1} = -\frac{KmM}{R \cos \lambda} ; E_{c1} = \frac{KmM}{2R \cos \lambda} ; E_{T1} = -\frac{KmM}{2R \cos \lambda}$$

5. a. Montrons que  $\Delta E$  varie avec  $\lambda$ .

$$\Delta E = E_T - E_{T_1} = -\frac{KmM}{2r} + \frac{KmM}{2R \cos \lambda} = \frac{KmM}{2} \left( \frac{1}{R \cos \lambda} - \frac{1}{r} \right)$$

b- Choix des bases de lancement pour que l'énergie  $\Delta E$  soit minimale  
L'énergie  $\Delta E$  minimale correspond.

$$\Delta E = 0 \Rightarrow \frac{KmM}{2} \left( \frac{1}{R \cos \lambda} - \frac{1}{r} \right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{R \cos \lambda} - \frac{1}{r} = 0 \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{R \cos \lambda} \Rightarrow r = R \cos \lambda$$

6. Calcul de la vitesse cosmique  $V_1$

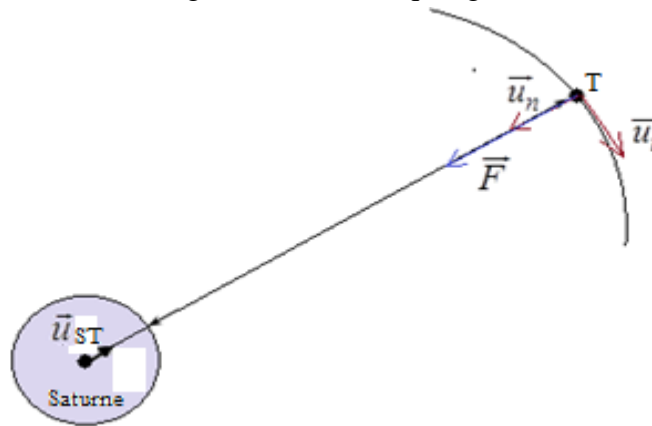
$$E_{m1} = E_m \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{KmM}{R} = -\frac{KmM}{2(R+h)} \Rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{KM \left( \frac{2}{R} - \frac{1}{R+h} \right)} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \times 5,97 \cdot 10^{24} \left( \frac{2}{6400 \cdot 10^3} - \frac{1}{6400 \cdot 10^3 + 100 \cdot 10^3} \right)}$$

$$\Rightarrow v_1 = 7,95 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}$$

### Exercice 8

1. Représentation qualitative de la force gravitationnelle qui agit sur Titan.



2. Expression vectorielle de cette force

$$\vec{F} = -\frac{GM_S m_T}{r^2} \vec{u}_{ST}$$

3. Etablissement du vecteur accélération du centre d'inertie de Titan sur son orbite et sa représentation qualitative sur le schéma

$$\vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow -\frac{GM_S m_T}{r^2} \vec{u}_{ST} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{GM_S}{r^2} \vec{u}_{ST}$$

4. Montrons que le mouvement de Titan sur son orbite est uniforme

En projetant la relation dans le repère  $(S, \vec{u}_t, \vec{u}_n)$

$$a = a_n \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = \text{cte}$$

Le mouvement du satellite est donc uniforme

5.1. Expression de la vitesse  $V_T$  du centre d'inertie de Titan

$$a_n = \frac{GM_S}{r_T^2} = \frac{v_T^2}{r_T} \Rightarrow v_T = \sqrt{\frac{GM_S}{r_T}}$$

5.2. Expression de la période de révolution  $T_T$  de Titan autour de Saturne

$$T_T = \frac{2\pi r_T}{v_T} = 2\pi r_T \sqrt{\frac{r_T}{GM_S}} \Rightarrow T_T = 2\pi \sqrt{\frac{r_T^3}{GM_S}}$$

6. Montrons qu'au cours de sa révolution autour de Saturne :

$$\frac{T_T^2}{r_T^3} = K = \text{constante}$$

$$T_T = 2\pi \sqrt{\frac{r_T^3}{GM_S}} \Rightarrow T_T^2 = 4\pi^2 \times \frac{r_T^3}{GM_S} \Rightarrow \frac{T_T^2}{r_T^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S} = K = \text{constante}$$

7.1. Montrons que ces deux satellites vérifient la 3<sup>e</sup> loi de Kepler

$$\frac{T_T^2}{r_T^3} = \frac{(390355)^2}{(527070 \cdot 10^3)^3} = 1,04 \cdot 10^{-15} \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$$

$$\frac{T_D^2}{r_D^3} = \frac{(236477)^2}{(377400 \cdot 10^3)^3} = 1,04 \cdot 10^{-15} \text{ s}^2 \text{ m}^{-3} \Rightarrow \frac{T_T^2}{r_T^3} = \frac{T_D^2}{r_D^3}$$

Ces deux satellites Rhéa et Dioné sont des satellites d'une même planète

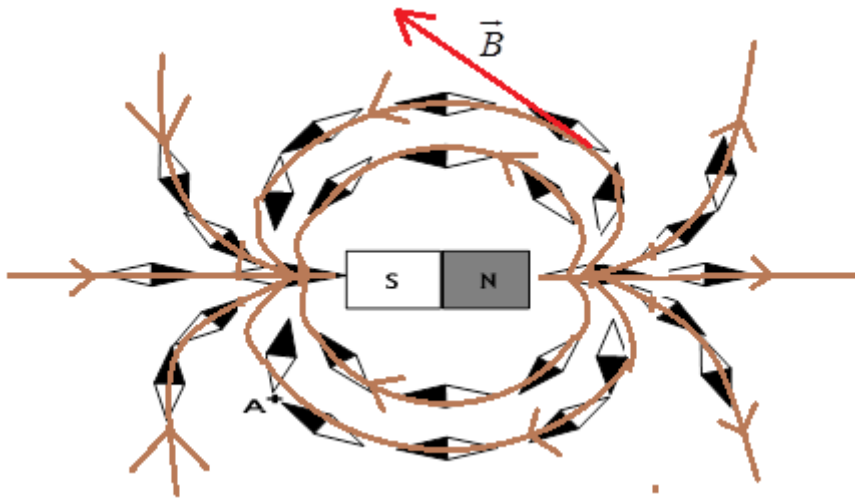
7.2. Masse  $M_S$  de Saturne

$$\frac{4\pi^2}{GM_S} = K \Rightarrow M_S = \frac{4\pi^2}{GK} = \frac{4\pi^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \times 1,04 \cdot 10^{-15}} \Rightarrow M_S = 5,69 \cdot 10^{26} \text{ Kg}$$

**Généralité sur les champs magnétiques –  
Champs magnétiques des courants**

### Exercice.1

1° Représentation du spectre de l'aimant



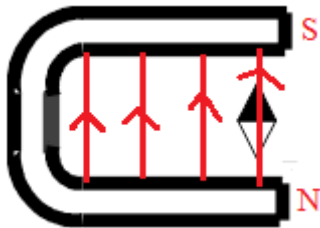
2. a) Calcul de l'intensité du champ magnétique au point A

$$B = \frac{1mT \times 227mV}{20mV} \Rightarrow B = 11,35mT$$

b) Tracé le vecteur champ magnétique au point A. (Voir figure)

### Exercice 2

1° Tracé du spectre de l'aimant en U entre les deux pôles



2° Orientation des lignes de champ. (Voir figure)

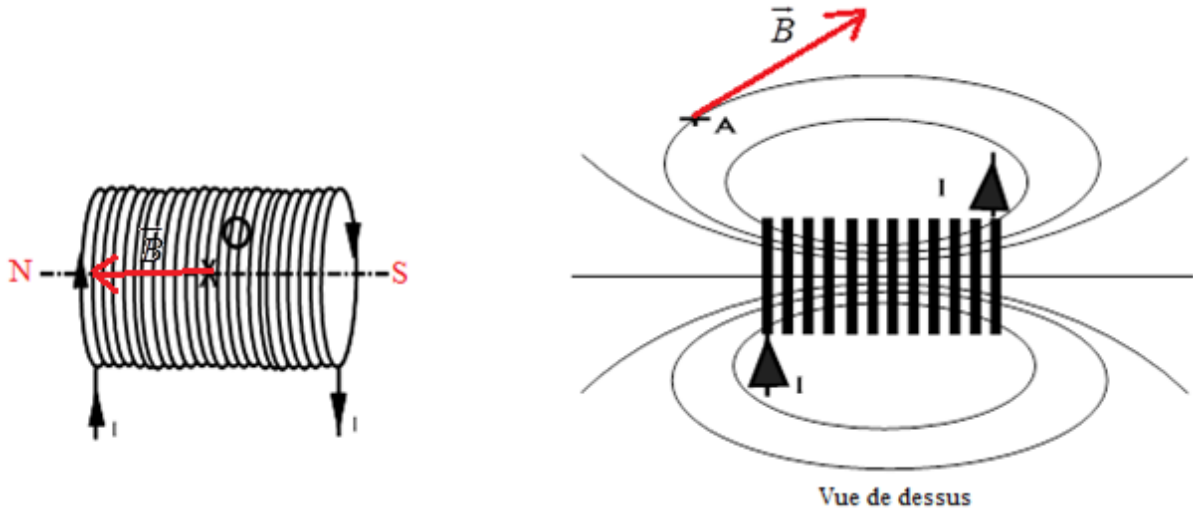
3° Identification des pôles de l'aimant. (Voir figure)

4° Le vecteur  $\vec{B}$  dans cette région de l'espace champ magnétique est constant.

Un tel champ magnétique est appelé champ magnétique uniforme.

### Exercice 3

1° Identification des pôles du solénoïde.



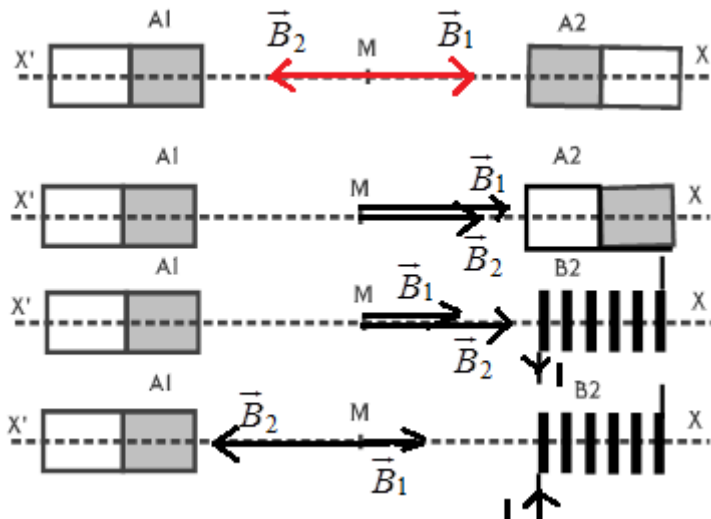
2° Calcul de la norme du champ magnétique créé au centre de ce solénoïde.

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{L} I = 4\pi \cdot 10^{-7} \times \frac{2000}{50 \cdot 10^{-2}} \times 1,5 \Rightarrow B = 7,5 \cdot 10^{-3} T$$

3° Représentation du vecteur champ magnétique au centre du solénoïde. (Voir figure)

4. Représentation le vecteur champ magnétique en A (Voir figure).

#### Exercice 4



1° Représentation du vecteur champ magnétique en M, lorsque les deux pôles en regard sont de même nom.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \vec{0}$$

2° Représentation du vecteur champ magnétique en M, lorsque les deux pôles sont de noms différents.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \text{ or } \vec{B}_1 = \vec{B}_2 \Rightarrow \vec{B} = 2\vec{B}_1 ; B = 2 \times 20 \Rightarrow B = 40mT$$

3°. La norme du champ magnétique créé par la bobine

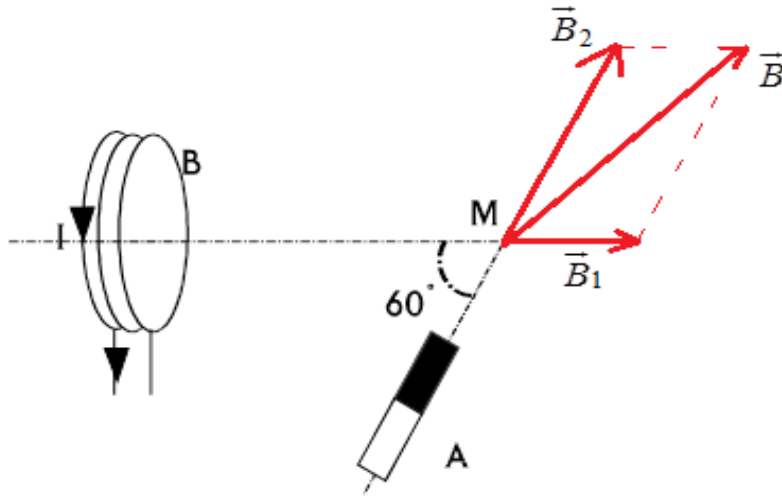
$$\text{Premier cas : } \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \Rightarrow B = B_1 + B_2 \Rightarrow B_2 = B - B_1 = 60 - 20 \Rightarrow B_2 = 40mT$$

$$\text{Deuxième cas : } \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \Rightarrow B = B_2 - B_1 \Rightarrow B_2 = B + B_1 = 60 + 20 \Rightarrow B_2 = 80mT$$

Sens du courant voir figure.

#### Exercice 5

1° Représentation des vecteurs champs magnétique créés en M par chacune des deux sources.

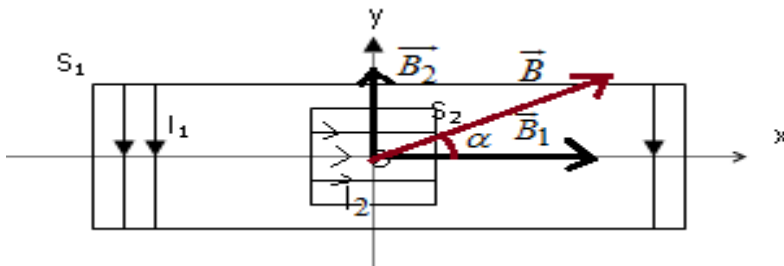


2° Représentation du vecteur champ magnétique résultant. Voir figure  
Détermination de la norme du vecteur champ magnétique

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \Rightarrow B^2 = B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos(\vec{B}_1, \vec{B}_2) \Rightarrow B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos(\vec{B}_1, \vec{B}_2)}$$

$$B = \sqrt{2^2 + 4^2 + 2 \times 2 \times 4 \cos 60^\circ} \Rightarrow B = 5,3mT$$

### Exercice 6



1/ Représentation du vecteur induction magnétique  $B_1$  au centre de  $S_1$  .(Voir figure)

Expression de l'intensité du vecteur induction magnétique  $B_1$  en fonction de  $n_1$  et  $I_1$  .

$$B_1 = 4\pi \cdot 10^{-7} n_1 I_1$$

2/ Sens de  $I_2$  pour que le vecteur induction  $B_2$  créée au centre de  $S_2$  ait le même sens que l'axe  $(y'y)$ .(Voir figure)

3/ Une petite aiguille aimantée, placée au centre O des deux solénoïdes prend une direction  $\alpha$  avec l'axe  $(x'x)$ .

3.a. Schéma dans lequel sont représentés les vecteurs  $B_1$  ,  $B_2$  et l'aiguille.

b.Expression du rapport  $n_2/n_1$  en fonction de  $\alpha$  ,  $I_1$  et  $I_2$ .

$$\tan \alpha = \frac{B_2}{B_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} n_2 I_2}{4\pi \cdot 10^{-7} n_1 I_1} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{I_1}{I_2} \tan \alpha$$

c.Calcul de  $n_1$  et  $n_2$

$$\tan \alpha = \frac{n_2 I_2}{n_1 I_1} \Rightarrow n_1 = \frac{n_2 I_2}{I_1 \tan \alpha}$$

$$n_1 + n_2 = 500 \Rightarrow \frac{n_2 I_2}{I_1 \tan \alpha} + n_2 = 500 \Rightarrow n_2 \left( \frac{I_2}{I_1 \tan \alpha} + 1 \right) = 500 \Rightarrow n_2 = \frac{500}{\frac{I_2}{I_1 \tan \alpha} + 1}$$

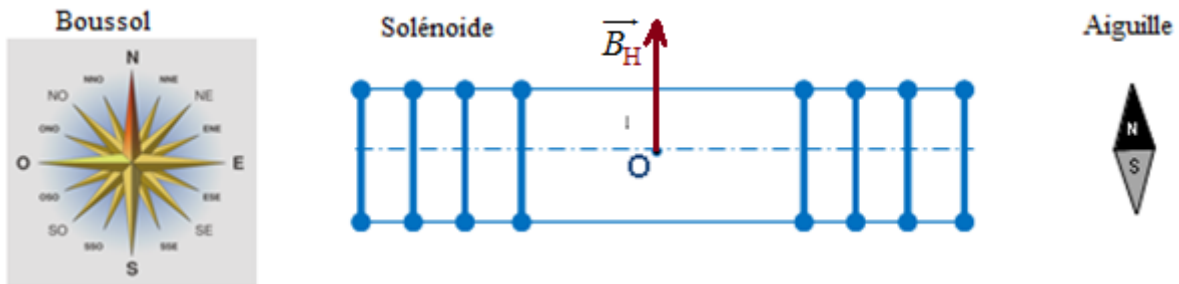
$$\Rightarrow n_2 = \frac{500}{\frac{1}{2 \tan 63,2^\circ} + 1} \Rightarrow n_2 = 399 \text{ spires m}^{-1} \Rightarrow n_1 = 500 - 399 \Rightarrow n_1 = 101 \text{ spires m}^{-1}$$

Valeur du champ résultant en O.

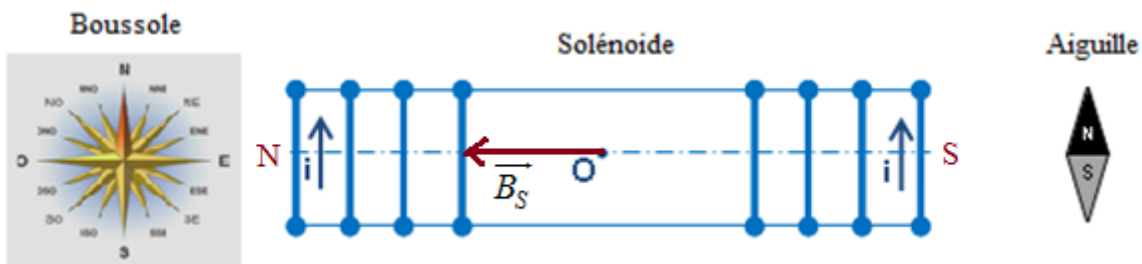
$$B = \frac{B_1}{\cos \alpha} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} n_1 I_1}{\cos \alpha} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \times 101 \times 2}{\cos 63,2^\circ} \Rightarrow B = 0,56 \text{ mT}$$

### Exercice 7

1°) Représentation le vecteur  $\vec{B}_H$  composante horizontale du champ géomagnétique.

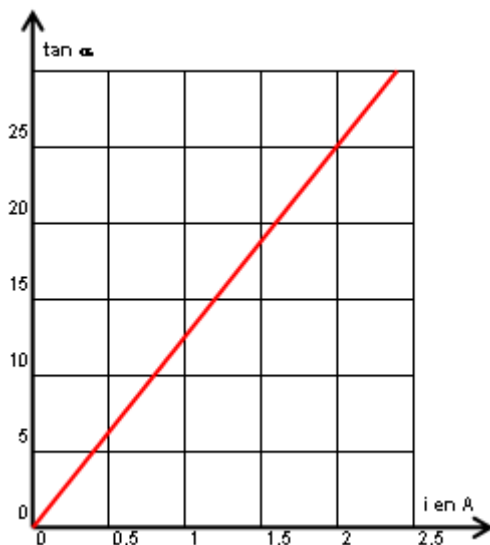


2°) Représentation du vecteur  $\vec{B}_S$  du champ magnétique crée par le courant électrique i au centre O du solénoïde.



Déduction des faces nord et sud du solénoïde. (Voir figure)

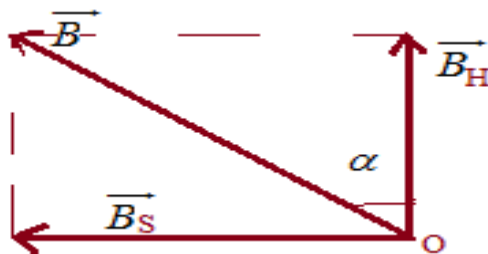
3. a. Détermination de l'équation numérique de la courbe  $\tan \alpha = f(i)$ .



La courbe représentant  $\tan \alpha = f(i)$  est une droite qui passe par l'origine d'équation de la forme :

$$\tan \alpha = ai \text{ avec } a = \frac{\Delta \tan \alpha}{\Delta i} = \frac{25-0}{2-0} \Rightarrow a=12,5 \Rightarrow \tan \alpha = 12,5i$$

b. Représentation des vecteurs  $\vec{B}_H$  et  $\vec{B}_S$



c) Relation entre la valeur de  $B_H$  et  $B_S$  et  $\alpha$

$$\tan \alpha = \frac{B_S}{B_H} \Rightarrow B_H = \frac{B_S}{\tan \alpha}$$

4°) Valeur de la composante horizontale  $B_H$  du champ géomagnétique.

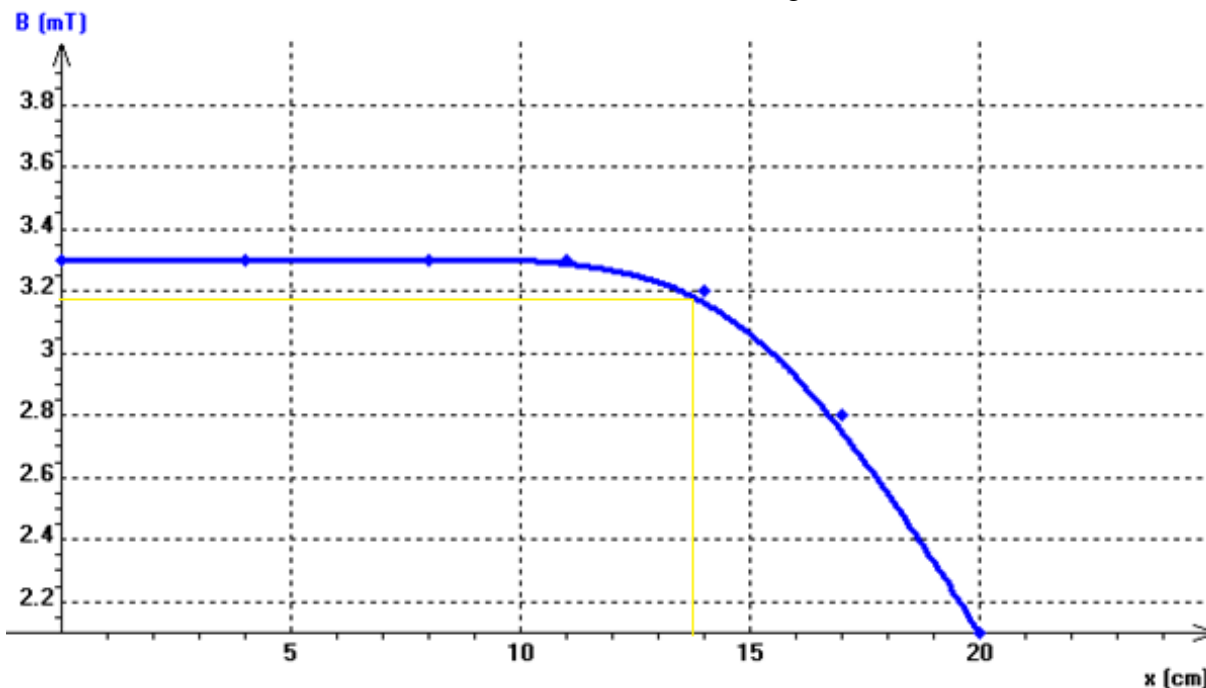
$$\tan \alpha = \frac{B_S}{B_H} \Rightarrow B_H = \frac{B_S}{\tan \alpha} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} ni}{12,5i} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} n}{12,5} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \times 200}{12,5} \Rightarrow B_H = 2,0 \cdot 10^{-5} T$$

### Exercice 8

#### Partie I

|            |     |     |     |     |     |     |     |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x(cm)      | 0   | 4   | 8   | 11  | 14  | 17  | 20  |
| $B_S$ (mT) | 3,3 | 3,3 | 3,3 | 3,3 | 3,2 | 2,8 | 2,1 |

1 – Tracé les variations de B en fonction de x sur toute la longueur du solénoïde



2 .Le champ magnétique à l'intérieur de la bobine est uniforme.

3. Calcul de l'intensité I du courant qui traverse la bobine.

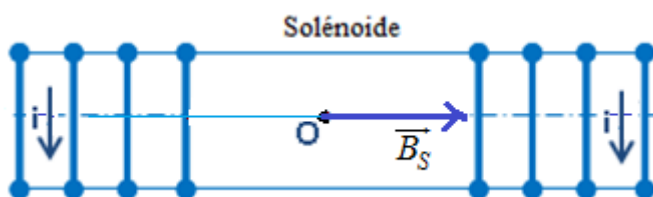
$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{L} I \Rightarrow I = \frac{B}{4\pi \cdot 10^{-7} N} = \frac{3,3 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \times 250} \Rightarrow I = 10,5 A$$

4 .Détermination de la longueur du solénoïde sur laquelle la valeur du champ magnétique reste supérieure à 90% de sa valeur maximale

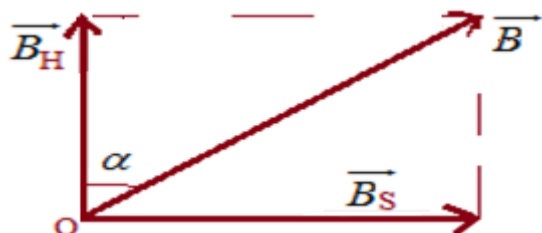
$$B \geq 90\% B_{\max} \Rightarrow B \geq \frac{90}{100} \times 3,3 \Rightarrow B \geq 2,97 mT \Rightarrow x = 13,8 cm$$

## Partie II

1. Sens du courant dans les spires pour que le champ créé par la bobine soit dirigé vers la droite. (Voir figure)



2. Schéma représentant les vecteurs champs créés par le solénoïde  $\vec{B}_S$  ; par la Terre  $\vec{B}_H$  , et le champ résultant.



3. Calcul de la nouvelle valeur de  $B_S$

$$\tan \alpha = \frac{B_S}{B_H} \Rightarrow B_S = B_H \tan \alpha = 2,0 \cdot 10^{-5} \times \tan 14,3^\circ \Rightarrow B_S = 5,1 \cdot 10^{-6} T$$

# Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

## Exercice.1

1. a. Détermination de l'expression littérale de la vitesse  $v$  en **A** d'un ion de masse  $m$  et de charge  $q$  en fonction de  $m$ ,  $e$  et  $U$

**Système étudié :** l'ion

**Référentiel d'étude :** terrestre

**Bilan des forces appliquées :**

- la force électrique  $\vec{F}$
- le poids négligeable  $\vec{P}$  devant la force électrique

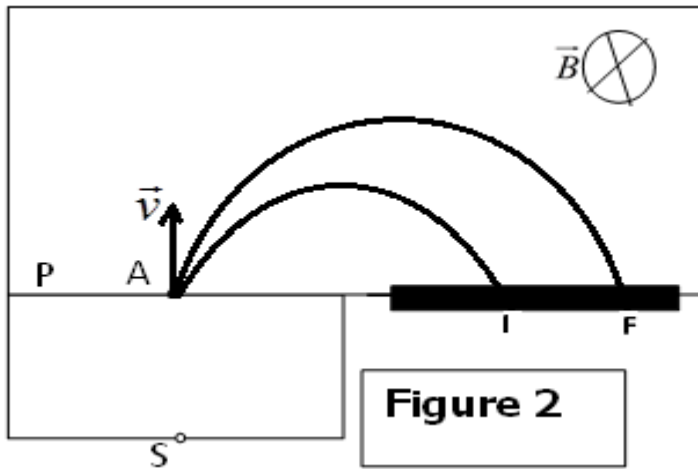
Le théorème de l'énergie cinétique entre **S** et **A** s'écrit :

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}_{EXT}} \Rightarrow E_{CA} - E_{CS} = W_{SA}(\vec{F}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 - 0 = 2eU \Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

b. Montrons que les deux ions  ${}^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$  et  ${}^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$  émis par **S** arrivent en **A** avec des vitesses différentes.

Ayant la même charge et accélérés par le même champ, la vitesse des ions ne dépend que de leur masse. Ce qui explique bien la différence de vitesse des ions lorsqu'ils arrivent en **A**.

2. a. Etablissement de l'expression de  $R$  en fonction de  $m$ ,  $e$ ,  $\|\vec{B}\|$  et  $\|\vec{V}\|$  puis en fonction de  $m$ ,  $e$ ,  $\|\vec{B}\|$  et  $U$ .



**Figure 2**

**Système étudié :** l'ion

**Référentiel d'étude :** terrestre supposé galiléen

**Bilan des forces appliquées :**

- la force magnétique  $\vec{F}_m$
- le poids négligeable  $\vec{P}$  devant la force magnétique

La deuxième de Newton s'écrit :  $\vec{F}_m = m\vec{a} \Rightarrow 2e\vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{a} = \frac{2e\vec{v} \wedge \vec{B}}{m}$

$$\vec{v} \perp \vec{F}_m \Rightarrow \vec{a}_t = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n \Rightarrow a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{2evB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{2eB}$$

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \Rightarrow R = \frac{m\sqrt{\frac{2eU}{m}}}{2eB} \Rightarrow R = \frac{1}{2B} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

b. Calcul de  $R_1$  et  $R_2$

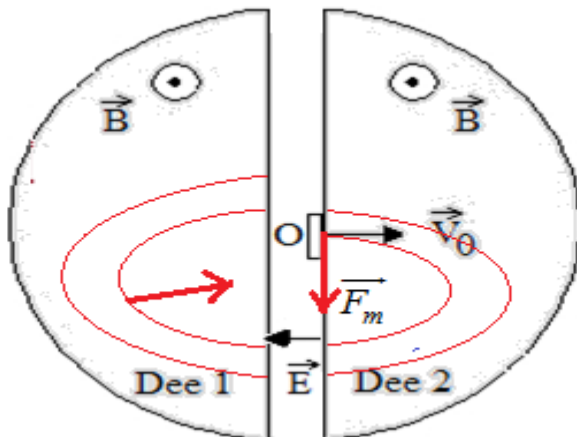
$$R_1 = \frac{1}{2B} \sqrt{\frac{2m_1U}{e}} = \frac{1}{2 \times 0,2} \sqrt{\frac{2 \times 3,32 \cdot 10^{-25} \times 600}{1,6 \cdot 10^{-19}}} \Rightarrow R_1 = 0,124 \text{ m}$$

$$R_2 = \frac{1}{2B} \sqrt{\frac{2m_2U}{e}} = \frac{1}{2 \times 0,2} \sqrt{\frac{2 \times 3,35 \cdot 10^{-25} \times 600}{1,6 \cdot 10^{-19}}} \Rightarrow R_2 = 0,125 \text{ m}$$

La distance  $IF$  entre les deux points d'impact

$$IF = 2(R_2 - R_1) = 2(0,125 - 0,124) \Rightarrow IF = 0,002 \text{ m}$$

### Exercice 2



1.1. Expression de la force agissant sur le proton en O

$$\vec{F}_m = q_p \vec{v}_0 \wedge \vec{B} \text{ soit en module } F_m = q_p v_0 B$$

1.2. Montrons que la valeur de la vitesse est constante

$$\vec{v} \perp \vec{F}_m \Rightarrow \vec{a}_t = \vec{0} \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte$$

1.3. Montrons que la trajectoire est circulaire de rayon  $R_0 = \frac{m_p}{q_p B} V_0$

$$\vec{a}_t = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n \Rightarrow a_n = \frac{v_0^2}{R_0} = \frac{q_p v_0 B}{m} \Rightarrow R_0 = \frac{m_p v_0}{q_p B}$$

Le rayon est constant, le mouvement est donc circulaire

2.1. Expression de la longueur parcourue par un proton sur le demi-tour de rayon  $R_0$

$$l = \pi R_0 = \frac{\pi m_p v_0}{q_p B}$$

2.2. Expression du temps  $t$  mis par ce proton pour effectuer ce demi-tour

$$t = \frac{l}{v_0} = \frac{\frac{\pi m_p v_0}{q_p B}}{v_0} \Rightarrow t = \frac{\pi m_p}{q_p B}$$

2.3. Ce temps est indépendant de la vitesse d'entrée du proton dans le «dee»

Calcul de la valeur de  $t$ .

$$\Rightarrow t = \frac{\pi m_p}{q_p B} = \frac{\pi \times 1,67 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 1,0} \Rightarrow t = 3,3 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

3. Calcul de la fréquence  $f$

$$f = \frac{1}{2t} = \frac{1}{2 \times 3,3 \cdot 10^{-8}} \Rightarrow f = 15 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

4.1. Expression littérale de la variation d'énergie cinétique  $\Delta E_c$  du proton

Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit :

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}_{EXT}} \Rightarrow \Delta E_C = W_{SA}(\vec{F}) = q_p U_M$$

Calcul de la variation d'énergie cinétique  $\Delta E_c$  du proton

$$\Delta E_C = q_p U_M = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^3 \Rightarrow \Delta E_C = 3,2 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

$$\Delta E_C = \frac{q_p U_M}{e} \Rightarrow \Delta E_C = 2 \cdot 10^3 \text{ eV} \quad (e = q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})$$

4.2. Le rayon de la trajectoire du proton augmente à chaque fois qu'il traverse l'intervalle étroit puisque le rayon de la trajectoire augmente avec la vitesse.

5. Calcul du nombre de tours que le proton décrit dans le cyclotron.

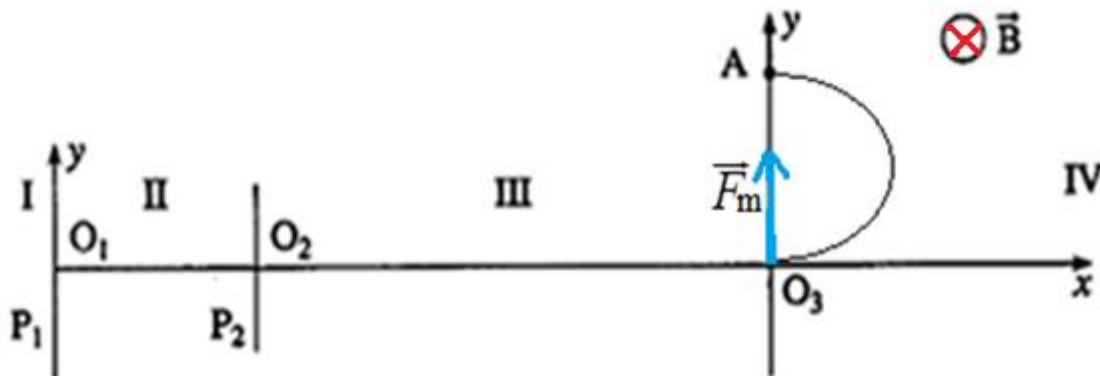
Le nombre de tours correspond à l'énergie finale de la particule divisée par l'énergie acquise à chaque tour.

$$n = \frac{\Delta E_{cf}}{2\Delta E_C} = \frac{\frac{1}{2} m_p v^2 - 0}{2\Delta E_C} \Rightarrow n = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \times (2 \cdot 10^7)^2}{4 \times 3,2 \cdot 10^{-16}} = 522 \text{ tours}$$

6. Calcul de la valeur du rayon

$$R = \frac{m_p v}{q_p B} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \times 2 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 1,0} \Rightarrow R = 0,21 \text{ m}$$

### Exercice 3 : Utilisation d'un spectrographe de masse



1°) Expression de la force magnétique s'exerçant sur l'ion  $\mathbf{X}^+$ .

$$\vec{F}_m = e\vec{v} \wedge \vec{B} \text{ soit en module } F_m = evB$$

Représentation sur un schéma du vecteur force  $\vec{F}_m$  (Voir figure)

Sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  (Voir figure)

2°) Démontrons que le mouvement de l'ion  $\mathbf{X}^+$  dans la zone IV est plan et uniforme

**Système étudié :** l'ion

**Référentiel d'étude :** terrestre supposé galiléen

**Bilan des forces appliquées :**

- la force magnétique  $\vec{F}_m$
- le poids négligeable  $\vec{P}$  devant la force magnétique

Le théorème du centre d'inertie s'écrit :

$$\vec{F}_m = m\vec{a} \Rightarrow e\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{e\vec{v} \wedge \vec{B}}{m}$$

$\vec{a} \perp \vec{B}$  ;  $\vec{v} \perp \vec{B}$  et  $\vec{a} \perp \vec{v}$  La trajectoire est contenue dans un plan orthogonal  $\vec{B}$ . Le mouvement est donc plan.

$$\vec{a} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{a}_t = \vec{0} \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte$$

Le mouvement est uniforme

3°) Montrons que l'ion  $X^+$  décrit dans cette zone un arc de cercle.

$$\vec{a}_t = \vec{0} \Rightarrow \vec{a}_n = \vec{a} \Rightarrow a_n = a \Rightarrow \frac{v'^2}{R} = \frac{ev'B}{m} \Rightarrow R = \frac{mv'}{eB} = cte$$

L'ion  $X^+$  décrit donc dans cette zone un arc de cercle

4°) Expression le rayon du cercle trajectoire en fonction de  $U'$ ,  $m$ ,  $e$  et  $B$ .

$$R = \frac{mv'}{eB} \text{ or } v' = \sqrt{\frac{2eU'}{m}} \Rightarrow R = \frac{m\sqrt{2eU'}}{eB} \Rightarrow R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU'}{e}}$$

5°) Masse de l'ion  $X^+$

$$O_3A = 2R = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2mU'}{e}} \Rightarrow O_3A^2 = \frac{4}{B^2} \times \frac{2mU'}{e}$$

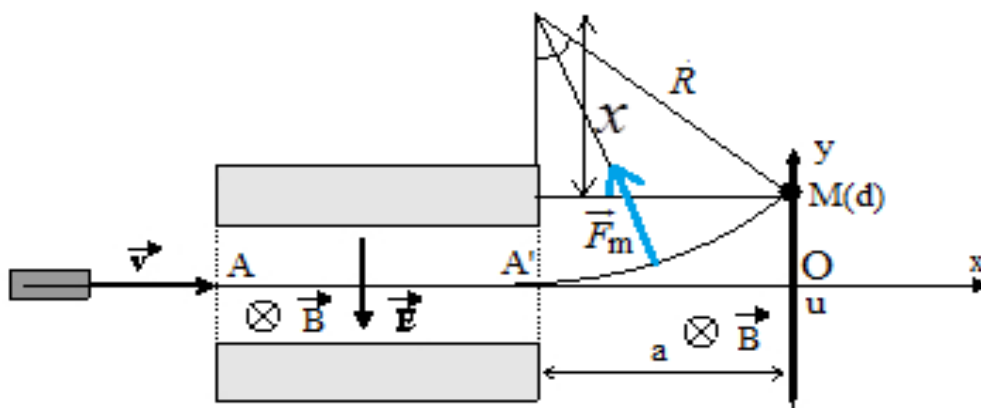
$$\Rightarrow m = \frac{eB^2 O_3A^2}{8U'} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \times (1,80)^2 \times (0,069)^2}{8 \times 8,00 \cdot 10^3} \Rightarrow m = 3,86 \cdot 10^{-26} \text{ Kg}$$

Identification de la substance  $X$ .

$$m = Am_p \Rightarrow A = \frac{m}{m_p} \Rightarrow A = \frac{3,86 \cdot 10^{-26}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 23$$

L'élément est le sodium de symbole  $Na$

#### Exercice 4 : spectromètre de masse



a) Valeur du champ électrique  $\vec{E}$

Les particules ne sont pas déviées lorsque les deux forces électrique et magnétique auxquelles sont soumises se compensent.

$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0} \Rightarrow q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E} = -\vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow E = vB \Rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{6,4 \cdot 10^6}{0,32} \Rightarrow v = 20 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$$

Il ne se passe rien si q change de signe puisque cette vitesse est indépendante de la charge.

b. i) Montrons que les particules de même rapport  $\frac{q}{m}$  décrivent des trajectoires circulaires de même rayon R.

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow |q|vB = ma_n \Rightarrow |q|vB = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow \frac{|q|}{m} = \frac{v}{RB}$$

$$v = \text{cte}; m = \text{cte}; \text{si } \frac{|q|}{m} = \text{cte} \Rightarrow R = \text{cte}$$

Les particules de même rapport q/m décrivent des trajectoires circulaires de même rayon R.  
Calcul de R.

Le signe q détermine le sens de la déviation.

ii) Montrons que  $R = (d^2 + a^2)/2d$ .

$$R^2 = a^2 + x^2 \text{ or } R = d + x \Rightarrow x = R - d \Rightarrow R^2 = a^2 + (R - d)^2 \Rightarrow R^2 = a^2 + R^2 - 2dR + d^2$$

$$\Rightarrow 2dR = a^2 + d^2 \Rightarrow R = \frac{a^2 + d^2}{2d}$$

Valeur de q/m

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{RB} = \frac{2dv}{B(a^2 + d^2)} = \frac{2 \times 10 \cdot 10^6 \times 20 \cdot 10^6}{0,32 \times ((50 \cdot 10^{-2})^2 + (10 \cdot 10^{-2})^2)} \Rightarrow \frac{q}{m} = 48 \cdot 10^6 \text{ CKg}^{-1}$$

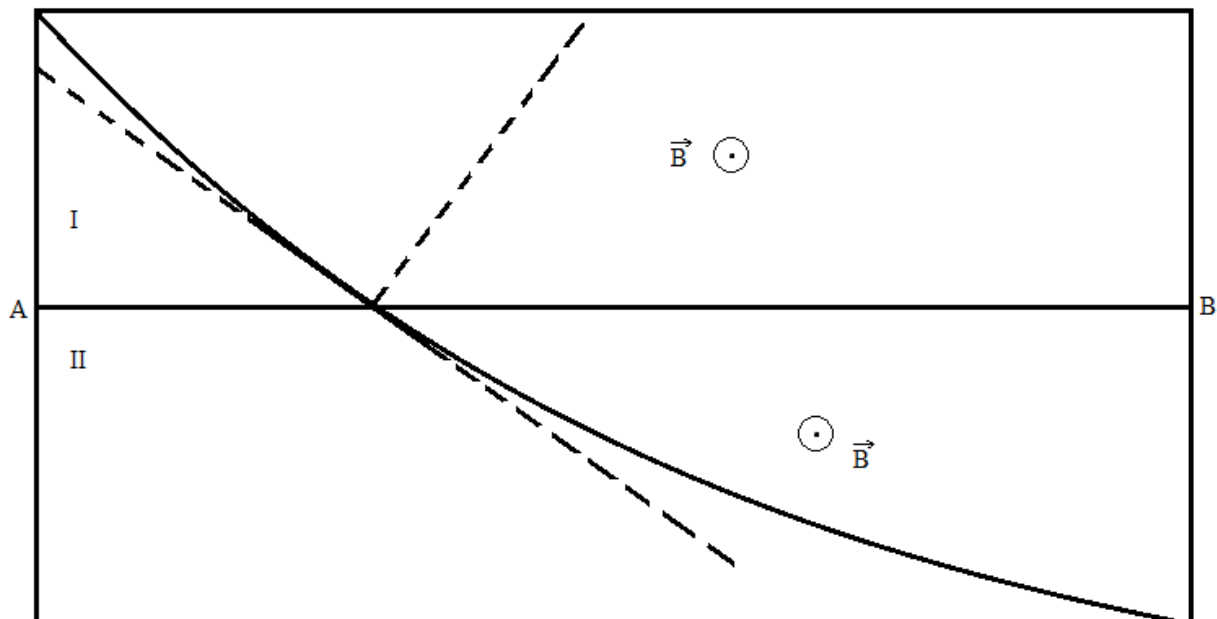
Identification des particules

$$\frac{q}{m} = 48 \cdot 10^6 \text{ CKg}^{-1} \Rightarrow m = \frac{q}{48 \cdot 10^6} \Rightarrow Am_p = \frac{q}{48 \cdot 10^6} \Rightarrow$$

$$A = \frac{q}{48 \cdot 10^6 m_p} = \frac{q}{48 \cdot 10^6 \times 1830 m_e} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{48 \cdot 10^6 \times 1830 \times 9,1 \cdot 10^{-31}} \Rightarrow A = 2$$

Les particules sont des deutériums

### Exercice 5



1. Etablissement de l'expression de  $r_1$  et  $r_2$  en fonction de q, m, B et des vitesses respectives  $v_1$  et  $v_2$  de la particule.

$$F_m = ma_n = \frac{mv^2}{r} = qvB \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} \Rightarrow r_1 = \frac{mv_1}{qB} \text{ et } r_2 = \frac{mv_2}{qB}$$

$$\frac{r_1}{3} = r_2 \Rightarrow r_2 = 3r_1 \Rightarrow r_2 > r_1 \Rightarrow \frac{mv_2}{qB} > \frac{mv_1}{qB} \Rightarrow v_2 > v_1$$

Lorsque la particule ralentit, sa vitesse diminue. La particule se déplace de II vers de I

Détermination de  $v_1$  et  $v_2$ .

$$v_2 = 2.10^7 \text{ ms}^{-1}$$

$$r = \frac{mv}{qB} \Rightarrow \frac{qB}{m} = \frac{v}{r}$$

$$\frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2} \Rightarrow v_1 = \frac{r_1 v_2}{r_2} = \frac{1}{3} \times 2.10^7 \Rightarrow v_1 = 6,7.10^6 \text{ ms}^{-1}$$

2. Le signe de la particule est positif. Le trièdre doit être direct et la particule se déplace de II vers de I

3. Calcul de la charge massique  $\frac{q}{m}$

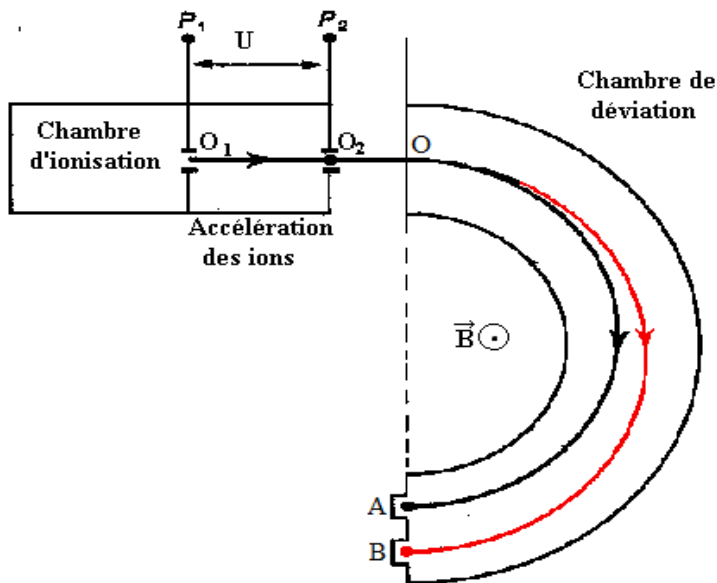
$$\frac{q}{m} = \frac{v}{r_2 B} = \frac{2,0.10^7}{3 \times 14.10^{-2} \times 0,50} \Rightarrow \frac{q}{m} = 9,5.10^7 \text{ CKg}^{-1}$$

Identification de la particule

$$\frac{q}{m} = 9,5.10^7 \text{ CKg}^{-1} \Rightarrow q = 9,5.10^7 m \Rightarrow Ze = 9,5.10^7 m \Rightarrow Z = \frac{9,5.10^7 m}{e} = \frac{9,5.10^7 \times 1,67.10^{-27}}{1,6.10^{-19}}$$

$Z = 1$  La particule est un proton

### Exercice 6



1. a. La tension doit être établie de façon que la plaque  $P_2$  soit chargée négativement.

b. Montrons que l'énergie cinétique, est indépendante de l'isotope envisagé.

**Système étudié :** l'ion

**Référentiel d'étude :** terrestre

**Bilan des forces appliquées :**

- la force électrique  $\vec{F}$

- le poids négligeable  $\vec{P}$  devant la force électrique

Le théorème de l'énergie cinétique entre  $P_1$  et  $P_2$  s'écrit :

$$\Delta E_C = W(\vec{F}) = 2eU \Rightarrow E_{C_{P_2}} - 0 = 2eU \Rightarrow E_{C_{P_2}} = 2eU$$

L'énergie cinétique, ne dépend que de la tension accélératrice

$$E_{C_{P_2}} = 2eU = 2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 1000 \Rightarrow E_{C_{P_2}} = 3,2 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

c. Calcul de la vitesse acquise par les ions  ${}^{129}_{54}\text{Xe}^+$

$$\frac{1}{2}mv^2 = E_{C_{P_2}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_{C_{P_2}}}{129m_p}} = \sqrt{\frac{2 \times 3,2 \cdot 10^{-16}}{129 \times 1,67 \cdot 10^{-27}}} \Rightarrow v = 5,45 \cdot 10^4 \text{ ms}^{-1}$$

d. Expression, en fonction de x et v, de la vitesse v' acquise par les ions  ${}^{129}_{54}\text{Xe}^+$  en  $\text{O}_2$

$$\frac{1}{2} \times 129m_p v^2 = 2eU \quad ; \quad \frac{1}{2} x m_p v'^2 = 2eU \Rightarrow \frac{1}{2} x m_p v'^2 = \frac{1}{2} \times 129m_p v^2$$

$$\Rightarrow v' = v \sqrt{\frac{129}{x}}$$

## 2. Séparation des ions

a. Montrons que le mouvement est plan, circulaire et uniforme

**Système étudié :** l'ion

**Référentiel d'étude :** terrestre supposé galiléen

**Bilan des forces appliquées :**

- la force magnétique  $\vec{F}_m$

- le poids négligeable  $\vec{P}$  devant la force magnétique

Le théorème de centre d'inertie s'écrit :

$$\vec{F}_m = m\vec{a} \Rightarrow e\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{e\vec{v} \wedge \vec{B}}{m}$$

$\vec{a} \perp \vec{B}$  ;  $\vec{v} \perp \vec{B}$  et  $\vec{a} \perp \vec{v}$  La trajectoire est contenue dans un plan orthogonal  $\vec{B}$

Le mouvement est donc plan

$$\vec{a} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{a}_t = \vec{0} \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = \text{cte}$$

Le mouvement est uniforme

$$\vec{a}_t = \vec{0} \Rightarrow \vec{a}_n = \vec{a} \Rightarrow a_n = a \Rightarrow \frac{v^2}{R} = \frac{evB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{eB} = \text{cte}$$

Le mouvement est circulaire

Expression du rayon de courbure R.

$$R = \frac{mv}{eB} = \frac{129 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \times 5,45 \cdot 10^4}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,1} \Rightarrow R = 0,734 \text{ m}$$

b. Valeur de x

$$AB = 2R' - 2R = 2 \left( \frac{xm_p v'}{eB} - \frac{129m_p v}{eB} \right) = 2 \left( \frac{xm_p}{eB} v \sqrt{\frac{129}{x}} - \frac{129m_p v}{eB} \right) = 2 \left( \frac{m_p}{eB} v \sqrt{129x} - \frac{129m_p v}{eB} \right)$$

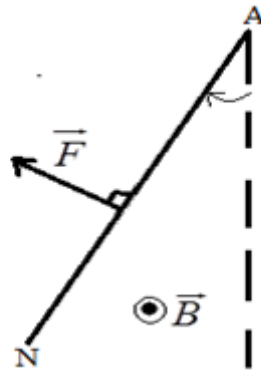
$$\Rightarrow \frac{m_p}{eB} v \sqrt{129x} = \frac{AB}{2} + \frac{129m_p v}{eB} \Rightarrow \sqrt{129x} = \frac{eB \cdot AB}{2m_p v} + 129$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{129} \left( \frac{eB \cdot AB}{2m_p v} + 129 \right)^2 = \frac{1}{129} \left( \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,1 \times 8 \cdot 10^{-2}}{2 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \times 5,45 \cdot 10^4} + 129 \right)^2 \Rightarrow x = 143$$

# Loi de Laplace

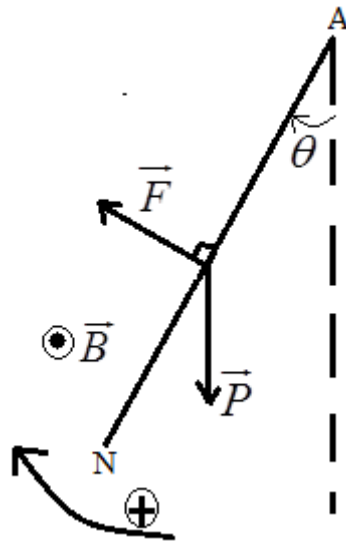
## Exercice 1

1. Sens d'inclinaison de la tige AN. (Voir figure)



2. a. Caractéristiques de la force de la place  $\vec{F}$  qui agit sur la tige AN

Direction ; point d'application (milieu de la tige AN) ; sens : (voir figure)



Intensité :  $F = I_2 l B_1 = 5 \times 4.10^{-2} \times 0,3 \Rightarrow F = 0,06\text{N}$

b. Représentation de  $\vec{F}$  (voir figure)

c. Détermination de la masse de la tige AN

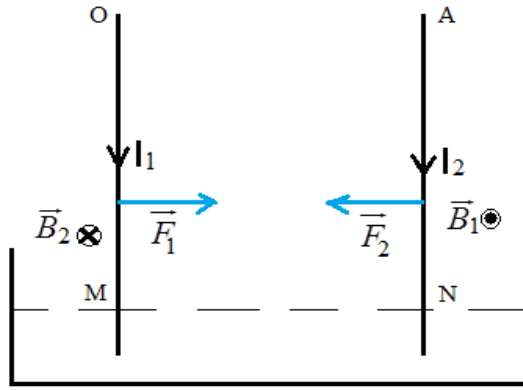
La tige AN est soumise aux forces :  $\vec{F}$  ;  $\vec{P}$  ;  $\vec{R}$

La condition d'équilibre s'écrit :

$$M_A(\vec{P}) + M_A(\vec{F}) + M_A(\vec{R}) = 0 \Rightarrow -mg \frac{L \sin \theta}{2} + I_2 l B_1 \frac{L}{2} + 0 = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{I_2 l B_1}{g \sin \theta} = \frac{5 \times 4.10^{-2} \times 0,3}{10 \times \sin 10^\circ} \Rightarrow m = 0,035\text{Kg}$$

3. a. Il y a une interaction entre les deux tiges



La tige OM parcouru un courant  $I_1$  crée au voisinage un champ magnétique  $\vec{B}_1$  de la tige AN qui, à son tour parcourue par  $I_2$ , subit une force  $\vec{F}_2$

La tige AN parcouru un courant  $I_2$  crée au voisinage un champ magnétique  $\vec{B}_2$  de la tige OM qui, à son tour parcourue par  $I_1$ , subit une force  $\vec{F}_1$

b. Il s'agit d'une interaction attractive.

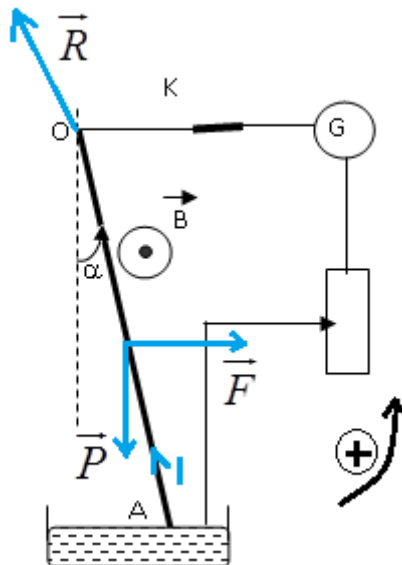
c. La tige OM est inclinée vers la tige AN.

d. Détermination de la valeur du champ  $\vec{B}_2$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi MN}$$

### Exercice 2

1. Représentation des forces exercées sur le fil.



2. Sens du courant électrique .(Voir figure)

3. Calcul de l'angle  $\alpha$

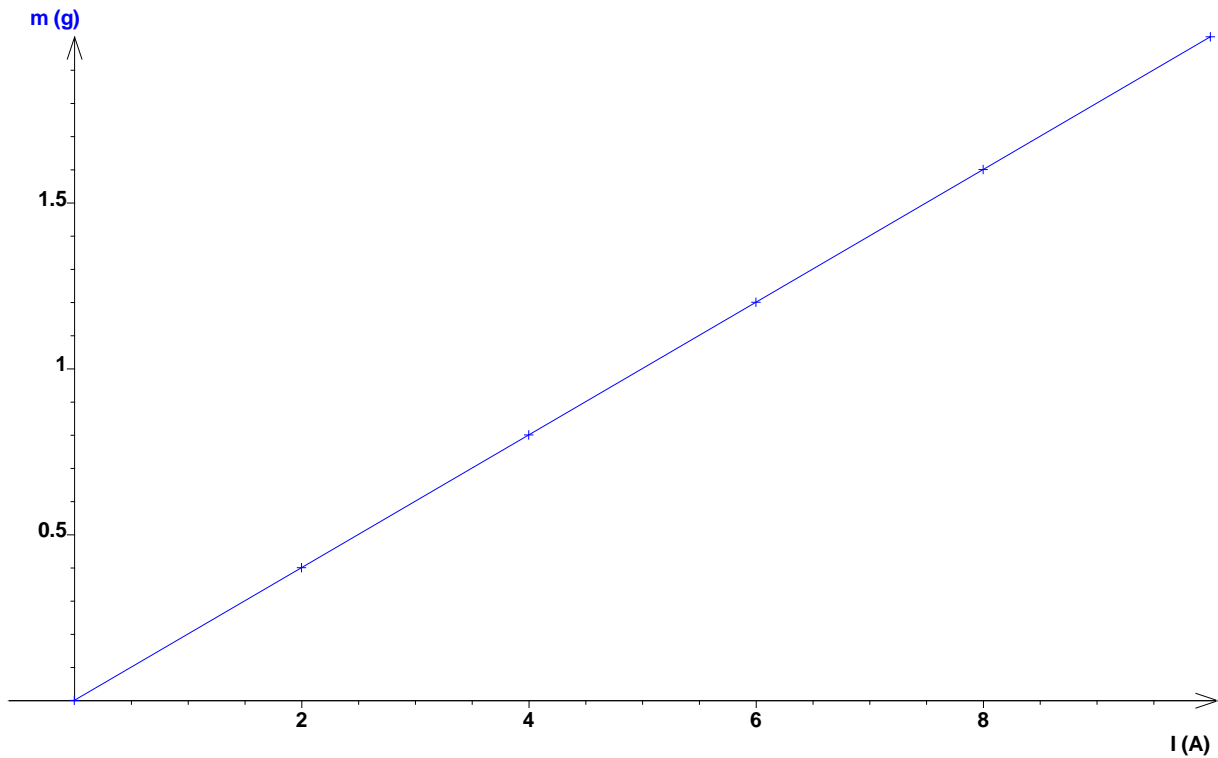
La condition d'équilibre appliquée à la tige s'écrit :

$$M_O(\vec{P}) + M_O(\vec{F}) + M_O(\vec{R}) = 0 \Rightarrow -mg \frac{l \sin \alpha}{2} + IlB \frac{l}{2} + 0 = 0$$

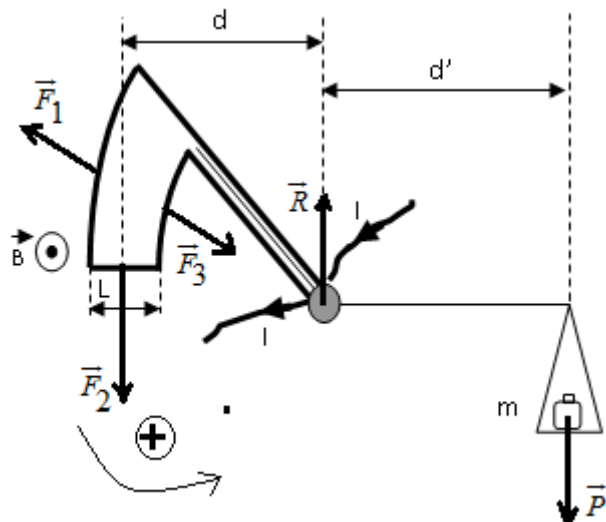
$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{IlB}{mg} = \frac{5 \times 25 \cdot 10^{-2} \times 0,05}{10 \times 8 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \sin \alpha = 0,78 \Rightarrow \alpha = 51^\circ$$

### Exercice 3

1. Tracé de la courbe  $m=f(I)$ .



2. Etablissement de la relation théorique  $m=f(I)$ .



La balance est soumise aux forces :  $\vec{F}_1$ ;  $\vec{F}_2$ ;  $\vec{F}_3$ ;  $\vec{P}$ ;  $\vec{R}$

$$M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{F}_1) + M_{\Delta}(\vec{F}_2) + M_{\Delta}(\vec{F}_3) + M_{\Delta}(\vec{R}) = 0 \Rightarrow -mgd' + 0 + ILBd + 0 + 0 = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{ILBd}{gd'}$$

3. Valeur du champ magnétique

Le graphe est une droite qui passe par l'origine de pente positive

$$\Rightarrow m = \frac{ILBd}{gd'} \text{ or } d' = \frac{5}{4}d \Rightarrow m = \frac{4LB}{5g} I$$

$$\Rightarrow \frac{4LB}{5g} = \frac{\Delta m}{\Delta l} \Rightarrow B = \frac{5g\Delta m}{4L\Delta l} = \frac{5 \times 10(1.10^{-3} - 0)}{4 \times 2.10^{-2}(5 - 0)} \Rightarrow B = 0,125T$$

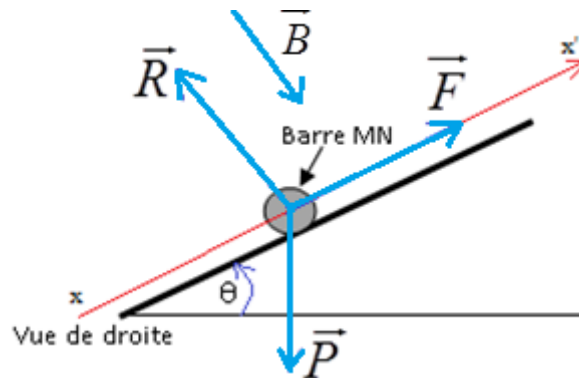
3. La masse maximale supportable par la balance

$$m = \frac{4 \times 2.10^{-2} \times 0,125}{5 \times 10} \times 12 \Rightarrow m = 2,4g$$

La masse maximale supportable par la balance est inférieure  $m = 2,45g$  ; donc la balance ne peut pas supporter une telle masse.

#### Exercice 4

1. Représentation des forces qui exercent sur la barre  $\vec{P}$ .



Sens de  $\vec{B}$  (voir schéma)

a. La condition de la condition d'équilibre de la barre MN s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$$

b. Expression de la norme de B en fonction de  $I_1$ , L, m, g et  $\theta$ .

Pour que la barre reste en équilibre.

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$$

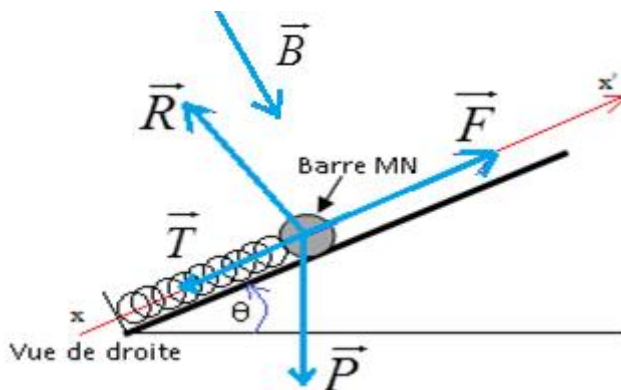
En projetant la relation suivant l'axe  $xx'$

$$-mg \sin \theta + I_1 L B + 0 = 0 \Rightarrow B = \frac{mg \sin \theta}{I_1 L}$$

Montrons que  $B = 68mT$ .

$$B = \frac{mg \sin \theta}{I_1 L} = \frac{10.10^{-3} \times 10 \times \sin 20^\circ}{10 \times 0,05} \Rightarrow B = 68mT$$

3. a. Représentation des forces qui exercent sur la barre MN.



b. La condition d'équilibre de la barre s'écrit :  $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$

Valeur de la constante de raideur  $k$  du ressort.

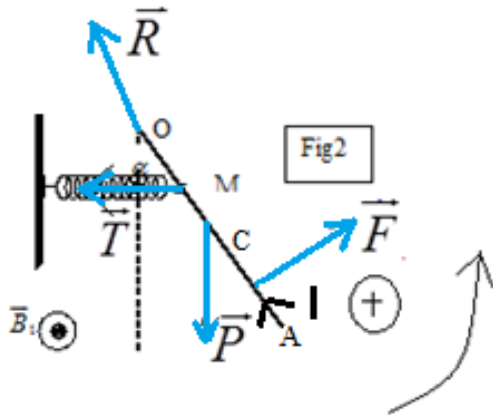
En projetant la relation suivant l'axe  $xx'$

$$-mg \sin \theta + I_1 LB + 0 - k\Delta l = 0 \Rightarrow k = \frac{I_2 LB - mg \sin \theta}{\Delta l}$$

$$k = \frac{15 \times 0,05 \times 68 \cdot 10^{-3} - 10 \cdot 10^{-3} \times 10 \times \sin 20^\circ}{3,6 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow k = 4,7 \text{ Nm}^{-1}$$

### Exercice 5

1°) a – Sens du courant traversant la tige. Voir figure



b .Caractéristiques de la force de la place exercée sur la tige

- Point d'application : milieu AC
- Direction : perpendiculaire à la tige
- Sens : voir figure
- Intensité :  $F = I_1 B_1 = 10 \times 10 \cdot 10^{-2} \times 0,1 \Rightarrow F = 0,1 \text{ N}$

2°) a – Bilan des forces qui exercent sur la tige :  $\vec{P}$  ;  $\vec{F}$  ;  $\vec{R}$  ;  $\vec{T}$

b – Détermination de l'allongement du ressort  $\Delta l$ .

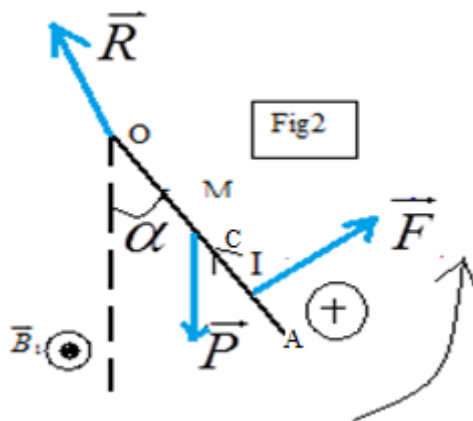
Le théorème des moments appliqué à la tige s'écrit :

$$M_o(\vec{P}) + M_o(\vec{F}) + M_o(\vec{R}) + M_o(\vec{T}) = 0 \Rightarrow -mg \frac{L}{2} \sin \alpha + I_1 B_1 (L - \frac{l}{2}) + 0 - k\Delta l \cos \alpha = 0$$

$$\Delta l = \frac{I_1 B_1 (L - \frac{l}{2}) - mg \frac{L}{2} \sin \alpha}{k \cos \alpha} = \frac{10 \times 10 \cdot 10^{-2} \times 0,1 (40 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-2}) - 10 \cdot 10^{-3} \times 10 \times 20 \cdot 10^{-2} \times \sin 8^\circ}{23 \times 10 \cdot 10^{-2} \times \cos 8^\circ}$$

$$\Rightarrow \Delta l = 0,014 \text{ m}$$

3. a. Bilan des forces qui exercent sur la tige :  $\vec{P}$  ;  $\vec{F}$  ;  $\vec{R}$

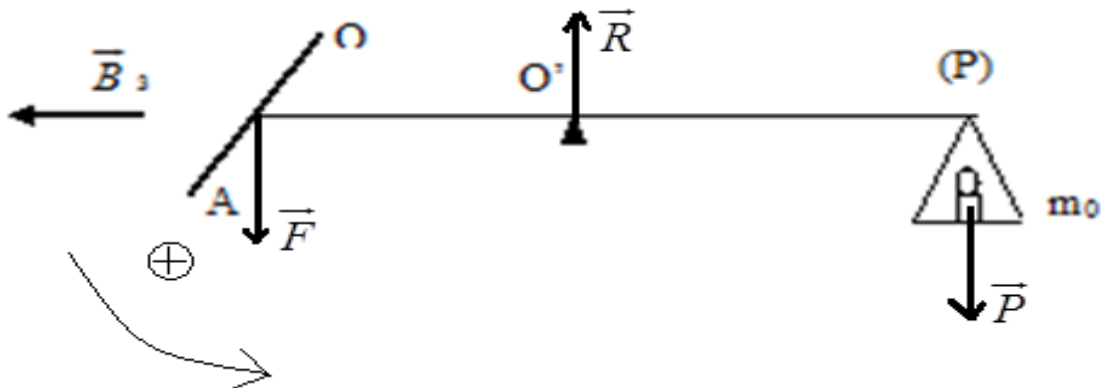


b. Détermination de la valeur du champ magnétique  $\vec{B}_2$ .

$$M_O(\vec{P}) + M_O(\vec{F}) + M_O(\vec{R}) = 0 \Rightarrow -mg \frac{L}{2} \sin \alpha + I_1 l (B_1 - B_2) (L - \frac{1}{2}) + 0 = 0$$

$$\Rightarrow B_2 = B_1 - \frac{mg \frac{L}{2} \sin \alpha}{I_1 (L - \frac{1}{2})} = 0,1 - \frac{10 \cdot 10^{-3} \times 10 \times 20 \cdot 10^{-2} \times \sin 4^\circ}{10 \times 10 \cdot 10^{-2} \times (40 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-2})} \Rightarrow B_2 = 0,096 \text{ T}$$

4. a. Caractéristiques de la force de Laplace



.Point d'application : milieu AC

.Direction : la verticale

.Sens : de haut en bas

.Intensité :  $F = I_3 l B_3$

b. Le courant  $I_3$  circule de O vers A

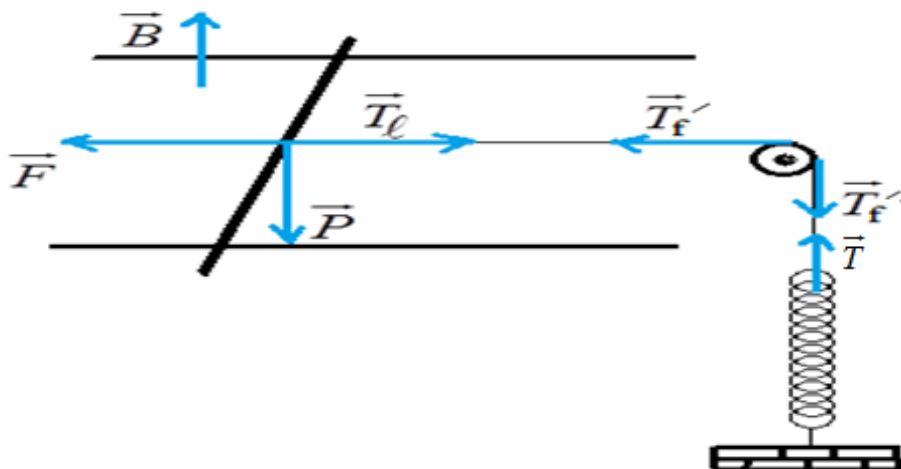
Calcul de la valeur de  $I_3$

$$M_O(\vec{P}) + M_O(\vec{F}) + M_O(\vec{R}) = 0 \Rightarrow -m_0 g O'P + I_3 l B_3 O'A + 0 = 0$$

$$(O'P = O'A) \Rightarrow -m_0 g O'P + I_3 l B_3 O'A + 0 = 0 \Rightarrow I_3 = \frac{m_0 g}{l B_3} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \times 10}{10 \cdot 10^{-2} \times 5 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow I_3 = 4 \text{ A}$$

### Exercice 6

1. a. Représentation des forces qui s'exercent sur la tige (T)



b. L'allongement du ressort est dû à la force à la tension du fil de direction verticale et de sens ascendant.

c. Le champ magnétique  $\vec{B}$  est de direction verticale et de sens ascendant. Ce champ est dirigé suivant l'axe nord-sud.

2. a. Montrons que l'équation de la courbe est de la forme :  $I = ax$

**Système étudié :** la tige

**Référentiel d'étude :** terrestre supposé galiléen

**Bilan des forces appliquées :**

$$\vec{P} = m\vec{g} ; \vec{T}_f ; \vec{R} ; \vec{F} = i\vec{L} \wedge \vec{B}$$

La condition d'équilibre s'écrit :  $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_f + \vec{F} = \vec{0}$

En projetant la relation suivant  $\vec{F}$  force de Laplace

$$0 + 0 - T_f + F = 0 ; F = ILB$$

Le fil est inextensible et le poids de la poulie est négligeable :  $T_f = T = kx$

$$\Rightarrow -kx + ILB = 0 \Rightarrow ILB = kx \Rightarrow I = \frac{k}{LB} x = ax \Rightarrow a = \frac{k}{LB}$$

b. Le graphe représentant  $I$  en fonction de  $x$  est une droite dont sa pente ou son coefficient directeur est  $a$  :

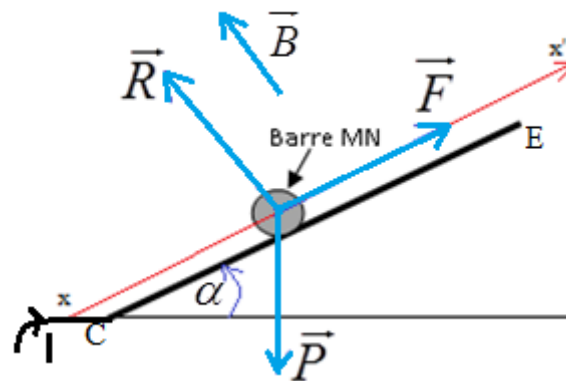
$$a = \frac{\Delta I}{\Delta x} = \frac{5 - 0}{2,5 \cdot 10^{-3} - 0} \Rightarrow a = 2 \cdot 10^3 \text{ Am}^{-1}$$

c. Relation qui lie  $B$ ,  $I$ ,  $k$ ,  $x$  et  $L$

$$I = \frac{k}{LB} x = ax$$

$$a = \frac{k}{LB} \Rightarrow B = \frac{k}{aL} = \frac{10}{2 \cdot 10^3 \times 10 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow B = 0,05 \text{ T}$$

3. a. Représentation des forces qui s'exercent sur la tige.



b. Montrons que la masse  $m$  de la tige ( $T$ ) est donnée par l'expression:  $m = \frac{ILB}{g \sin \alpha}$

Le système est en équilibre, la condition d'équilibre s'écrit :  $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$

La projection de la relation suivant  $CE$  :

$$-mg \sin \alpha + ILB + 0 = 0 \Rightarrow mg \sin \alpha = ILB \Rightarrow m = \frac{ILB}{g \sin \alpha}$$

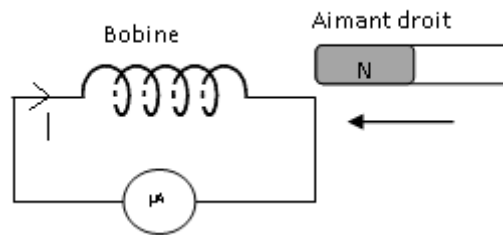
c. Calcul de la valeur de la masse  $m$

$$m = \frac{ILB}{g \sin \alpha} = \frac{1 \times 10 \cdot 10^{-2} \times 0,05}{9,8 \times \sin 15^\circ} \Rightarrow m = 1,97 \cdot 10^{-3} \text{ Kg}$$

# Induction magnétique – Etude d'un dipôle RL

## Exercice 1

I



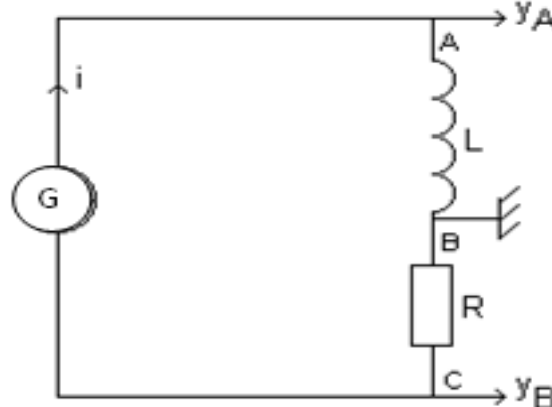
1. Le phénomène observé est l'induction électromagnétique
2. Le sens de circulation du courant induit dans la bobine. (Voir schéma)
3. L'inducteur, source du champ magnétique, est l'aimant droit. L'induit, siège du courant induit, est la bobine.

II

1. a. Montrons que la bobine est le siège d'un phénomène d'auto-induction

Le circuit est le siège d'un courant d'intensité variable. Le courant crée, en tout point de la bobine, un champ magnétique variable à travers le circuit lui-même. Cette variation s'accompagne d'une f.é.m. ou d'un courant d'auto-induction.

b. Montrons que la tension aux bornes de la bobine est :  $u_{AB} = -\frac{L}{R} \frac{du_{CB}}{dt}$



$$u_{AB} = L \frac{di}{dt}$$

$$u_{CB} = -Ri \Rightarrow i = -\frac{u_{CB}}{R} \Rightarrow u_{AB} = L \frac{d(-\frac{u_{CB}}{R})}{dt} \Rightarrow u_{AB} = -\frac{L}{R} \frac{du_{CB}}{dt}$$

c. Justifions littéralement l'allure de la tension sur la voie  $Y_A$

La tension aux bornes résistor est triangulaire de la forme :  $u_{CB} = at + b$

$$\frac{du_{CB}}{dt} = a \Rightarrow u_{AB} = -\frac{L}{R} a$$

La bobine transforme une tension triangulaire en tension carrée ; d'où l'allure de la tension sur la voie  $Y_A$

2. a. Calcul de la période  $T$  et la de fréquence  $N$  des tensions

$$T = 0,2 \cdot 10^{-3} \times 8 \Rightarrow T = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$N = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow N = 625 \text{ Hz}$$

b. Détermination des expressions de  $u_{AB}$  et de  $u_{CB}$  en fonction du temps.

$$u_{AB} = 1 \times 0,2 \Rightarrow u_{AB} = 0,2 \text{ V}$$

$$u_{CB} = 2 \times 2 \Rightarrow u_{CB} = 4 \text{ V}$$

c. Valeur de l'inductance  $L$  de la bobine

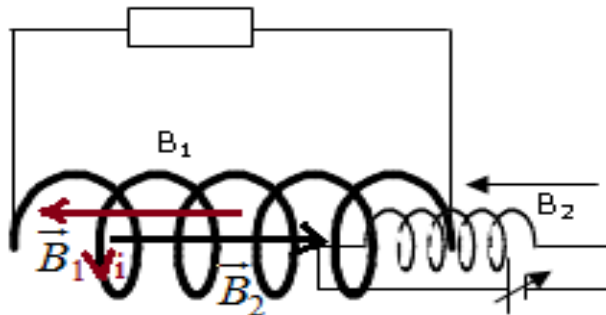
$$u_{AB} = -\frac{L}{R} \frac{du_{CB}}{dt} \Rightarrow L = -R u_{AB} \frac{dt}{du_{CB}} = -10 \cdot 10^3 \times 0,2 \times \left( \frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{-4} \right)$$

$$\Rightarrow L = 0,4 \text{ H}$$

Signification physique de l'inductance :

L'inductance est une grandeur physique caractérisant l'aptitude d'une bobine à modérer les variations de tout courant électrique qui y circule.

### Exercice 2



1.a. Représentation du champ magnétique créé par la bobine  $B_2$ . (voir figure)

b. Énoncé la loi de Lenz.

Toute variation de flux à travers un circuit fermé entraîne la circulation d'un courant induit qui, par ses effets électromagnétiques, s'oppose à la cause qui lui a donné naissance.

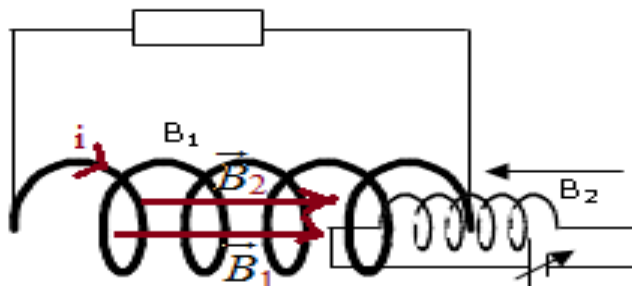
Représentation du champ magnétique induit dans la bobine  $B_1$ . (voir figure)

Le sens du courant induit. (voir figure)

c. La bobine  $B_2$  est l'inducteur et  $B_1$  l'induit

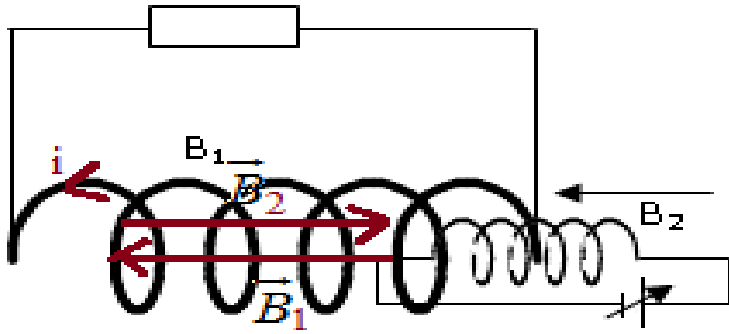
2.a. En diminuant l'intensité du courant débitée par le générateur la valeur du champ magnétique créé par la bobine  $B_2$  diminue.

b. Représentation du champ magnétique créé par  $B_2$  et de celui qui est induit dans  $B_1$ .



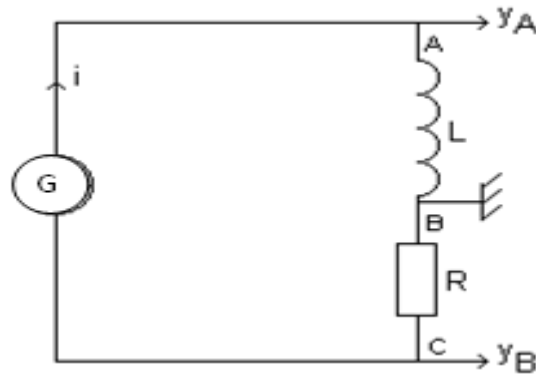
c. Sens du courant induit dans  $B_1$ . (voir figure)

3. Représentation du champ magnétique induit dans la bobine  $B_1$  lorsque on modifie les bornes générateur



### Exercice 3

1. Schéma de principe du montage



2. La tension aux bornes de la résistance permet d'observer l'allure de  $i(t)$  car cette tension est proportionnelle à l'intensité du courant. A une constante  $R$  près, la voie  $Y_B$  visualise les variations de l'intensité.

3. Détermination de la période  $T$  de l'intensité du courant

$$T = 4 \times 0,5 \cdot 10^{-3} \Rightarrow T = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

4. Détermination de l'amplitude  $I_m$  (valeur maximale atteinte) de l'intensité du courant

$$u_{CB} = RI_m \Rightarrow I_m = \frac{u_{CB}}{R} = \frac{2 \times 4}{10 \cdot 10^3} \Rightarrow I_m = 80 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

5. a. Détermination de la valeur de la tension  $u_L$

$$u_L = 3 \times 0,1 \Rightarrow u_L = 0,3 \text{ V}$$

b. Détermination de la valeur de la dérivée par rapport au temps de l'intensité du courant

$$u_{CB} = -Ri \Rightarrow i = -\frac{u_{CB}}{R} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{1}{R} \frac{du_{CB}}{dt} = -\frac{1}{10 \cdot 10^3} \frac{(-4-4)}{10^{-3}}$$

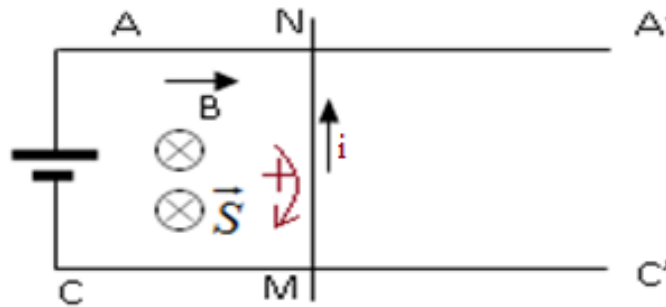
$$\Rightarrow \frac{di}{dt} = 0,8 \text{ A s}^{-1}$$

c. Valeur de  $L$  de l'inductance de la bobine.

$$u_L = L \frac{di}{dt} \Rightarrow L = u_L \frac{dt}{di} = 0,3 \times \frac{1}{0,8} \Rightarrow L = 0,4 \text{ H}$$

### Exercice 4

1. Détermination de la direction et le sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ . (Voir figure)



2. a. Sens positif et tracé du vecteur surface  $\vec{S}$ .

b. Détermination de l'expression du flux magnétique à travers le circuit.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos(\vec{B} \cdot \vec{S}) \text{ or } \cos(\vec{B} \cdot \vec{S}) = \cos 0 = 1 \Rightarrow \Phi = BS$$

Montrons que ce flux s'écrit sous la forme :  $\Phi = B.L.V.t$

$$\Phi = BS \text{ or } S = MN \times CM = L \times Vt \Rightarrow \Phi = BLVt$$

3/ a. Calcul de la force électromotrice induite

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \text{ or } \Phi = BLVt \Rightarrow e = -BLV = -1 \times 25 \cdot 10^{-2} \times 10 \Rightarrow e = -0,25V$$

b. Calcul de l'intensité  $i$  du courant induit

$$e = ri \Rightarrow i = \frac{e}{r} = \frac{-0,25}{0,5} \Rightarrow i = -0,5A$$

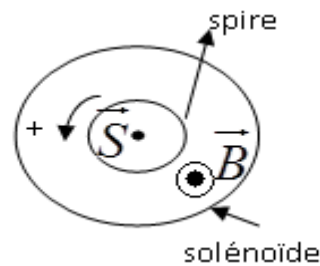
c. Détermination du sens du courant induit.

Le sens du courant induit est de sens contraire du sens positif

d. Représentation de  $i$  sur le schéma. (voir figure)

### Exercice 5

1. a. Etablissement de l'expression de l'inductance  $L$  du solénoïde.



$$\Phi = N\vec{B} \cdot \vec{S} = N\vec{B} \cdot S\vec{n} = NBS = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} i = Li$$

$$\Rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$$

Calcul de la valeur de l'inductance

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} = \frac{\mu_0 N^2 \pi R^2}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \times (10^3)^2 \pi \times (5 \cdot 10^{-2})^2}{40 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow L = 0,025H$$

b. Expression de  $i(t)$  dans chaque intervalle de temps.

$$t \in [0; 2ms]; i_0 = 0; a = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{0,04 - 0}{2} = 2 \cdot 10^{-2} \Rightarrow i(t) = 2 \cdot 10^{-2} t$$

$$t \in [2\text{ms}; 6\text{ms}]; i_0 = 0,04 \cdot 10^{-3}; a = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{0, -0,04}{6-2} = -10^{-2}$$

$$\Rightarrow i(t) = -10^{-2}t + 0,04 \cdot 10^{-3}$$

c. Le phénomène qui se produit dans le solénoïde est le phénomène d'induction.

Le solénoïde est le siège d'un courant d'intensité variable, donc une variation du flux qui entraîne la création d'un courant induit ou d'une f.é.m induite.

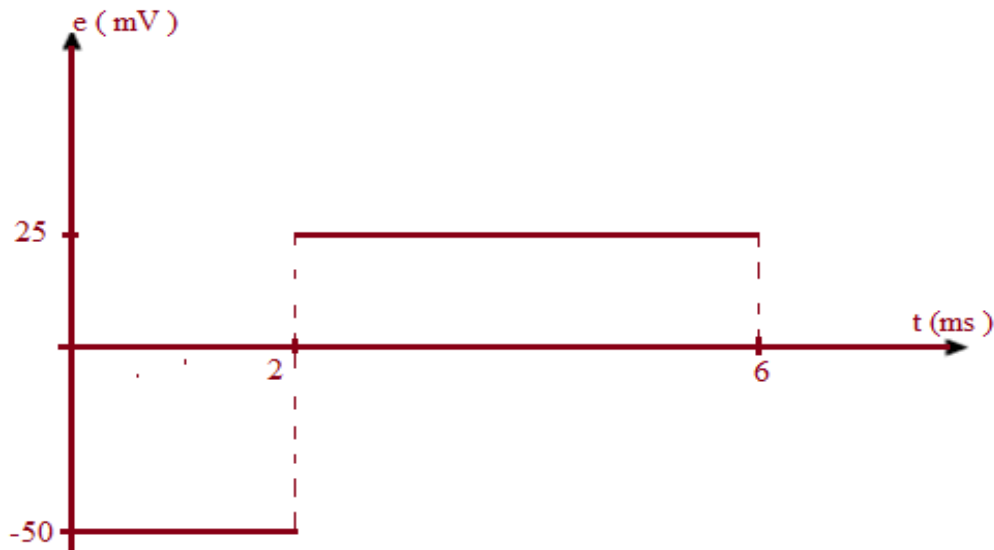
d- Calcul de la f.é.m. induite dans le solénoïde dans des intervalles de temps

$$e = -L \frac{di}{dt}$$

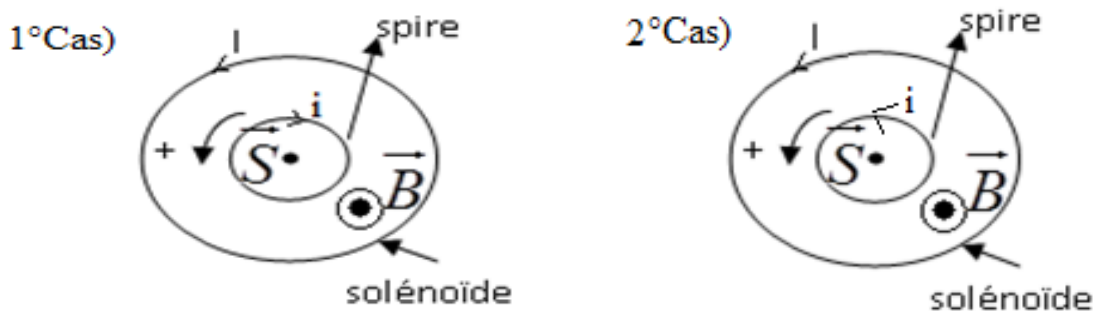
$$[0; 2\text{ms}]; i(t) = 2 \cdot 10^{-2}t \Rightarrow \frac{di}{dt} = 2 \cdot 10^{-2} \Rightarrow e = -0,025 \times 2 \cdot 10^{-2} \Rightarrow e = -50 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

$$[2\text{ms}; 6\text{ms}]; i(t) = -10^{-2}t + 0,04 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -10^{-2} \Rightarrow e = -0,025 \times -10^{-2} \Rightarrow e = 25 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

b. Représentation de f.é.m. au cours du temps. (voir figure)



2.a. Représentation du sens du courant induit et du sens du courant principal. sur la spire et sur le solénoïde dans chacun des intervalles



3.a. Calcul de la tension aux bornes du solénoïde.

$$u_S = ri$$

$$t = 2\text{s} \Rightarrow u_S = 2 \times 2 \cdot 10^{-2} \times 2 \Rightarrow u_S = 8 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$t = 4\text{s} \Rightarrow u_S = 2 \times (-10^{-2} \times 4 + 0,04 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow u_S = -8 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$t = 6\text{s} \Rightarrow u_S = 2 \times (-10^{-2} \times 6 + 0,04 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow u_S = -12 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

b. Calcul de l'énergie magnétique emmagasinée par le solénoïde

$$E = \frac{1}{2} Li^2$$

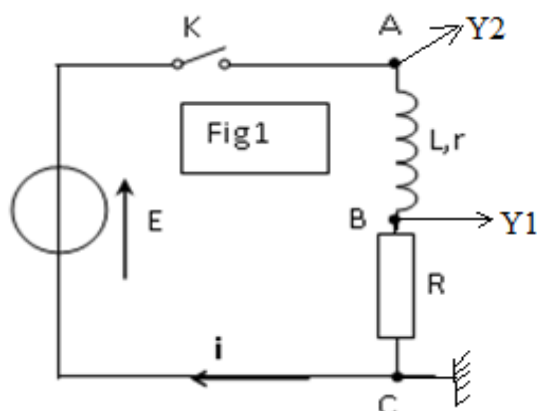
$$t = 2s \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 0,025 \times (2 \cdot 10^{-2} \times 2)^2 \Rightarrow E = 2 \cdot 10^{-5} J$$

$$t = 4s \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 0,025 \times (-10^{-2} \times 4 + 0,04 \cdot 10^{-3})^2 \Rightarrow E = 2 \cdot 10^{-5} J$$

$$E = \frac{1}{2} \times 0,025 \times (-10^{-2} \times 6 + 0,04 \cdot 10^{-3})^2 \Rightarrow E = 4,5 \cdot 10^{-5} J$$

## Exercice 6

I.1. Schéma du circuit dont les branchements permettent d'obtenir le chronogramme 1 sur la voie Y<sub>1</sub> et le chronogramme 2 sur la voie Y<sub>2</sub>.



2. Interprétation de la réponse du dipôle RL à l'échelon de tension

Lors de la mise sous tension du circuit, le courant n'atteint pas immédiatement son maximum. Cela est dû à la présence de la bobine qui s'oppose à l'établissement du courant

II. 1. Montrons que l'équation différentielle régissant les variations de la tension aux bornes du

résistor  $u_R(t)$  s'écrit sous la forme :  $L \frac{du_R}{dt} + (R+r)u_R = RE$

La loi des tensions s'écrit :

$$u_R + u_L = E \Rightarrow \text{or } u_R = Ri \text{ et } u_L = ri + L \frac{di}{dt} \Rightarrow i = \frac{u_R}{R} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du_R}{dt}$$

$$u_R + r \frac{u_R}{R} + L \frac{du_R}{dt} = E \Rightarrow Ru_R + ru_R + \frac{du_R}{dt} = RE \Rightarrow L \frac{du_R}{dt} + (R+r)u_R = RE$$

2. Montrons que  $A = \frac{RE}{R+r}$  et  $\alpha = \frac{R+r}{L}$

$$u_R(t) = A(1 - e^{-\alpha t}) \Rightarrow \frac{du_R(t)}{dt} = \alpha A e^{-\alpha t} \Rightarrow L \alpha A e^{-\alpha t} + (R+r)A(1 - e^{-\alpha t}) = RE$$

$$(L\alpha - (R+r))A e^{-\alpha t} + (R+r)A = RE$$

Cette relation doit vérifier quelque soit t

$$\Rightarrow L\alpha - (R+r) = 0 \text{ et } (R+r)A = RE \Rightarrow \alpha = \frac{R+r}{L} \text{ et } A = \frac{RE}{R+r}$$

3. a. Détermination graphique :

- l'intensité du courant  $I_p$ .  $u_R = RI_p \Rightarrow I_p = \frac{u_R}{R} = \frac{5}{10} \Rightarrow I_p = 0,5A$

- la tension  $u_B$  aux bornes de la bobine.

$$u_R + u_L = E \Rightarrow u_L = E - u_R = 9 - 5 \Rightarrow u_L = 4V$$

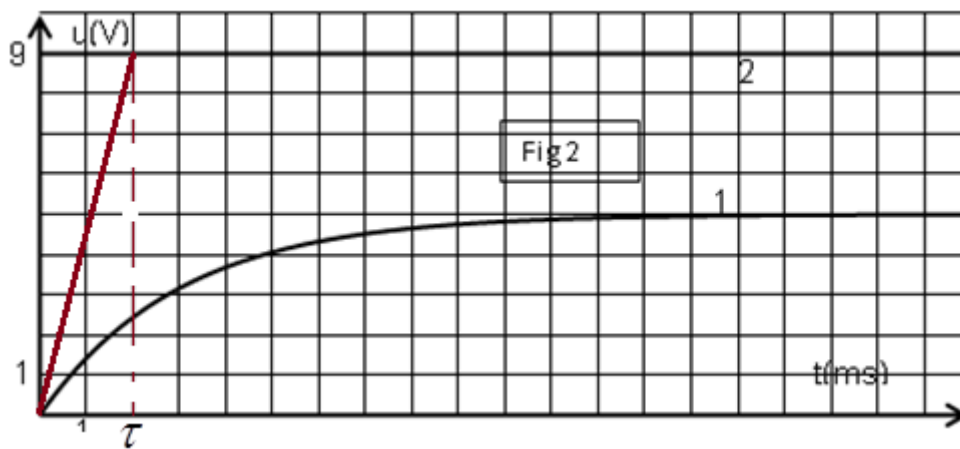
b. Déduisons que la résistance de la bobine est  $r=8 \Omega$ .

$$u_L = ri + L \frac{di}{dt}$$

Lorsque le régime permanent est atteint, l'intensité du courant est constante

$$\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u_L = rI_p \Rightarrow r = \frac{u_L}{I_p} = \frac{4}{0,5} \Rightarrow r = 8\Omega$$

c. Détermination graphique de la valeur de la constante de temps  $\tau$ .



$$\tau = 2ms$$

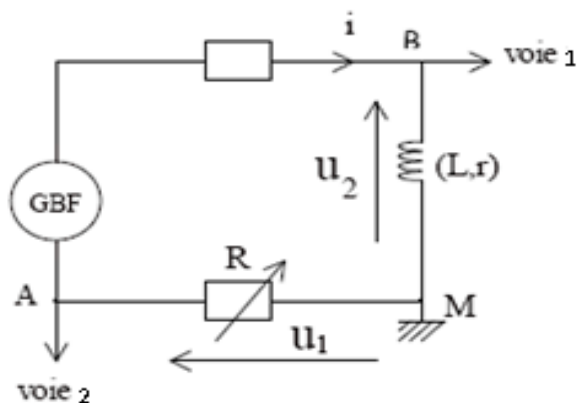
Déduisons la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine

$$u_R(t) = A(1 - e^{-\alpha t}) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow \tau = \frac{1}{\alpha} = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau(R+r) = 2 \cdot 10^{-3}(10+8)$$

$$\Rightarrow L = 0,036H$$

### Exercice 7

1°) Expression des tensions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3(t)$ . en fonction de  $i$ ,  $r$ ,  $R$  et  $L$



$$u_1 = -Ri$$

$$u_2 = ri + L \frac{di}{dt}$$

$$u_S(t) = u_1 + u_2 = -Ri + ri + L \frac{di}{dt} \Rightarrow u_S(t) = (r - R)i + L \frac{di}{dt}$$

2°) Montrons que dans ce cas  $u_S = -\frac{L}{r} \frac{du_1}{dt}$

$$u_1 = -Ri \Rightarrow i = -\frac{u_1}{R} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{du_1}{Rdt}$$

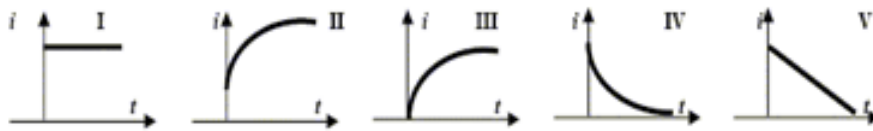
$$u_S(t) = (r - R)i + L \frac{di}{dt} = (r - R)i - \frac{L}{R} \frac{du_1}{dt} \text{ or } R=r \Rightarrow u_S(t) = -\frac{L}{r} \frac{du_1}{dt}$$

3°) Détermination de L.

$$u_S(t) = -\frac{L}{r} \frac{du_1}{dt} \Rightarrow L = -ru_S(t) \frac{dt}{du_1} = -15 \times 0,4 \times \frac{(30-0) \cdot 10^{-3}}{-3-3} \Rightarrow L = 0,03H$$

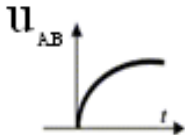
### Exercice 8

1. La tension aux bornes du dipôle ou aux bornes du générateur est représentée par la courbe 1
2. La tension aux bornes du conducteur ohmique est représentée par la courbe 2
3. L'allure de la courbe de variation du courant  $i$  est la courbe III



4. Tracé de l'allure de la courbe de variation de la tension  $u_{AB}$ .

Cette courbe de variation de la tension  $u_{AB}$  a la même allure que celle du générateur



5. Valeur de E et de l'intensité maximale  $I_{MAX}$  atteinte par  $i$   
 $E = 12V$

$$u_{BC} = RI_{MAX} \Rightarrow I_{MAX} = \frac{u_{BC}}{R} = \frac{10}{40} \Rightarrow I_{MAX} = 0,4A$$

6. Equation différentielle définissant  $i$ .

La loi des tensions s'écrit :

$$u_{BC} + u_{AB} = E \Rightarrow Ri + L \frac{di}{dt} + R_L i = E \Rightarrow L \frac{di}{dt} + (R + R_L)i = E$$

. Déduisons des valeurs de L et  $R_L$

$$u_{BC} + u_{AB} = E \Rightarrow u_{AB} = E - u_{BC}$$

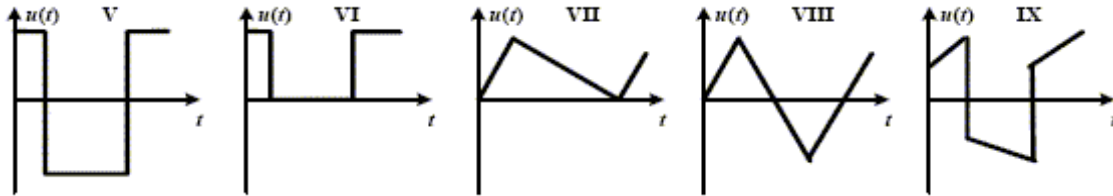
$$u_{BC} = L \frac{di}{dt} + R_L i$$

Lorsque le régime permanent est atteint, l'intensité du courant est constante

$$\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u_{BC} = R_L I_{MAX} = E - u_{BC} \Rightarrow R_L = \frac{E - u_{BC}}{I_{MAX}} = \frac{12 - 10}{0,4} \Rightarrow R_L = 5\Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R + R_L} \Rightarrow L = \tau(R + R_L) = 2.10^{-3}(40 + 5) \Rightarrow L = 0,09H$$

7. L'allure de la courbe de variation de la tension  $u_{AB}$  est la courbe V et l'allure de la courbe de variation de la tension  $u_{BC}$  est la courbe VIII



### Exercice 9

1.a. Montrons que la courbe 1 correspond à  $u_{DM}(t)$ .

$$u_{AD}(t) + u_{DM}(t) = E \Rightarrow u_{AD}(t) = E - u_{DM}(t)$$

$$\Rightarrow Ri = E - u_{DM}(t)$$

Avant la fermeture de l'interrupteur K :

$$i = 0 \Rightarrow E - u_{DM}(t) = 0 \Rightarrow u_{DM}(t) = E$$

Lorsque le courant est établi dans le circuit :

$$i = \text{cte} \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u_{DM}(t) = L \frac{di}{dt} = 0$$

Cela correspond bien à l'allure de la courbe 1

b. Valeur de la f.é.m. du générateur

$$E = 6V$$

2) a. Détermination graphique de la valeur de la tension  $u_{B1}$  aux bornes de la bobine ( $B_1$ )

$$\text{à } t_1 = 10 \text{ ms} : u_{B1} = 3V$$

Déduisons la valeur de la tension  $u_R$  aux bornes du conducteur ohmique.

$$u_R = E - u_{B1} = 6 - 3 \Rightarrow u_R = 3V$$

b. Montrons que l'intensité du courant électrique qui s'établit dans le circuit électrique est  $I_0 = 0,12A$  à l'instant  $t_2 = 100 \text{ ms}$

$$t = 100 \text{ ms} \Rightarrow u_{B1} = 0 \Rightarrow u_R = E \Rightarrow RI_0 = E \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R} = \frac{6}{50}$$

$$\Rightarrow I_0 = 0,12A$$

3).a. Détermination graphique de la valeur de la constante de temps  $\tau$  du dipôle RL.

$$\tau = 10 \text{ ms}$$

b. Détermination de la valeur de l'inductance L de la bobine ( $B_1$ )

$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow L = \tau R = 10.10^{-3} \times 50 \Rightarrow L = 0,5H$$

b. Calcul de l'énergie emmagasinée dans la bobine en régime permanent

$$E_M = \frac{1}{2} LI_0^2 = \frac{1}{2} \times 0,5 \times (0,12)^2 \Rightarrow E_M = 3,6.10^{-3} J$$

4. a. Montrons qu'en régime permanent, la tension aux bornes de la bobine ( $B_2$ ) est donnée par la relation

$$u_{B2} = \frac{rE}{R+r}$$

La loi des tensions s'écrit :

$$u_R + u_{B2} = E \Rightarrow Ri + L \frac{di}{dt} + ri = E \Rightarrow (R+r)i + L \frac{di}{dt} = E$$

$$\text{En régime permanent : } \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow (R+r)i = E \Rightarrow i = \frac{E}{R+r}$$

$$u_{B2} = ri = \frac{rE}{R+r}$$

Déduisons la valeur de la résistance r

$$u_{B2} = \frac{rE}{R+r} \Rightarrow (R+r)u_{B2} = rE \Rightarrow r(E - u_{B2}) = Ru_{B2}$$

$$\Rightarrow r = \frac{Ru_{B2}}{E - u_{B2}} = \frac{50 \times 1}{6 - 1} \Rightarrow r = 10\Omega$$

### Exercice 10

1. a. On observe sur la voie1 la tension  $U_{AM}$  aux bornes du dipôle série ; mais aussi la tension du générateur

La voie2 visualise la tension  $U_{BM}$  aux bornes du conducteur ohmique et une constante R près l'intensité du courant électrique

Les courbes  $y_1$  et  $y_2$  correspondent respectivement la tension  $U_{AM}$  aux bornes du dipôle série et la tension  $U_{BM}$  aux bornes du conducteur ohmique dont la tension, proportionnelle à l'intensité du courant, s'établit progressivement dans le circuit du fait de la présence de la bobine

b. La courbe  $y_2$  permet de déduire la variation de l'intensité de courant i au cours du temps  
La bobine s'oppose à l'établissement ou la rupture du courant électrique dans un circuit électrique

c. Valeur de la force électromotrice du générateur.

$$E = 12V$$

2. a- Expressions littérales des tensions  $u_{AM}$ ,  $u_{AB}$  et  $u_{BM}$

$$u_{AM} = (R_0 + r)I_P$$

$$u_{AB} = rI_P$$

$$u_{BM} = R_0I_P$$

Montrons, que la bobine a une résistance r non nulle.

$$u_{AB} = rI_P = u_{AM} - u_{BM} \Rightarrow r = \frac{u_{AM} - u_{BM}}{I_P}$$

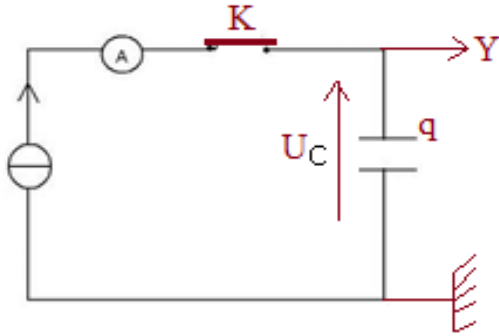
$$u_{BM} = R_0I_P \Rightarrow I_P = \frac{u_{BM}}{R_0}$$

$$r = \frac{u_{AM} - u_{BM}}{I_P} = \frac{R_0(u_{AM} - u_{BM})}{u_{BM}} = \frac{30 \times (12 - 9)}{9} \Rightarrow r = 10\Omega$$

## Etude du dipôle RC

### Exercice 1

1- Schéma du montage ;



2-. Etablissement de la relation entre  $I$ ,  $C$ ,  $U_C$  et  $t$ .

$$U_C = \frac{q}{C} \text{ or } q=It \Rightarrow U_C = \frac{I}{C} t$$

3. Détermination de la valeur de la capacité  $C$  du condensateur

La courbe représentant la tension  $U_C$  aux du condensateur en fonction du temps  $t$  est une droite qui passe par l'origine de coefficient directeur  $\frac{I}{C}$

$$\frac{I}{C} = \frac{\Delta U_C}{\Delta t} \Rightarrow C = I \frac{\Delta t}{\Delta U_C} = 0,5 \cdot 10^{-3} \times \frac{15-0}{3,5-0} \Rightarrow C = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ F}$$

4. a. Calcul de la tension de claquage du condensateur.

$$U_C = \frac{I}{C} t_{\max} = 0,5 \cdot 10^{-3} \times \frac{2 \times 60}{2,1 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow U_C = 28,6 \text{ V}$$

b. L'énergie électrique maximale emmagasinée par le condensateur

$$E_{\max} = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} \times 2,1 \cdot 10^{-3} \times (28,6)^2 \Rightarrow E_{\max} = 0,86 \text{ J}$$

### Exercice 2

1.a. L'interrupteur en position 1 correspond à la charge du condensateur ; en position 2 correspond à la décharge du condensateur

1.b. La fig2 correspond la charge du condensateur, car la charge d'un condensateur est proportionnelle à l'intensité du courant délivré par le générateur de courant.

2a-Calcul de la charge du condensateur à la date 40s.

$$Q = It = 10^{-6} \times 40 \Rightarrow Q = 40 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

2b-Valeur de l'énergie emmagasinée par le condensateur à la date 40s

$$E = \frac{1}{2} Q U_C = \frac{1}{2} \times 40 \cdot 10^{-6} \times 40 \Rightarrow E = 80 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

2c-La capacité du condensateur

$$E = \frac{1}{2} C U_C^2 \Rightarrow C = \frac{2E}{U_C^2} = \frac{2 \times 80 \cdot 10^{-3}}{40^2} \Rightarrow C = 10 \cdot 10^{-3} \text{ F}$$

3. a. Détermination de la permittivité électrique absolue  $\epsilon$  du diélectrique de ce condensateur.

$$C = \frac{\epsilon S}{e} \Rightarrow \epsilon = \frac{e \times C}{S} = \frac{0,02 \cdot 10^{-3} \times 10 \cdot 10^{-3}}{0,1} \Rightarrow \epsilon = 2 \cdot 10^{-8} \text{ (S.I)}$$

$$b. \epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{2 \cdot 10^{-8}}{8,85 \cdot 10^{-12}} \Rightarrow \epsilon_r = 2,3 \cdot 10^3$$

### Exercice3

1-a- Précisons le graphe correspondant à la charge  $q=f(t)$  et celui correspondant à la tension  $u_{R1}=g(t)$ . Lorsque le condensateur est chargé, l'intensité du courant de charge est nulle. En conséquence, le graphe représentant la charge est croissant ; tandis que celui représentant le courant décroissant.

Le graphe de la fig3 représente la charge  $q=f(t)$  et la fig4 celui de la tension  $u_{R1}=g(t)$ . image du courant.

b-Etablissement de la relation entre  $q$ ,  $u_{R1}$ ,  $E$  et  $C$

La loi d'additivité des tensions s'écrit :

$$u_C + u_{R1} = E \text{ or } u_C = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{q}{C} + u_{R1} = E \Rightarrow u_{R1} = E - \frac{q}{C}$$

c. Montrons qu'à la date  $t=0$ , la tension  $u_{R1}$  est égale à  $E$ .

$$u_{R1} = E - \frac{q}{C} \text{ or } t=0 \text{ } q=0 \Rightarrow u_{R1} = E$$

Valeur de  $u_{R1}$

$$u_{R1} = 2 \times 5 = 10 \text{ V}$$

d. Valeur de la charge électrique maximale  $Q_{\max}$  du condensateur

$$Q_{\max} = 5 \times 2 \cdot 10^{-4} = 10^{-3} \text{ C}$$

2- a- Définition la constante de temps  $\tau$  d'un dipôle RC

La constante de temps  $\tau$  correspond au temps de charge ou de décharge d'un condensateur et est égal :  $\tau = RC$

Montrons que  $\tau$  est un temps

$$\tau = R \times C = \frac{U}{I} \times \frac{Q}{U} = \frac{Q}{I} = \frac{It}{I} = t$$

b- Montrons que l'équation différentielle régissant les variations de  $u_{R1}$  au cours du temps

$$\text{peut s'écrire sous la forme } \tau_1 \frac{du_{R1}}{dt} + u_{R1} = 0$$

La loi d'additivité des tensions s'écrit :  $u_C + u_{R1} = E$  or  $u_C = \frac{q}{C}$  et  $u_{R1} = R_1 i \Rightarrow i = \frac{u_{R1}}{R_1}$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{q}{C} + u_{R1} \right) = \frac{d}{dt} E \Rightarrow \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} + \frac{du_{R1}}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{C} i + \frac{du_{R1}}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{u_{R1}}{R_1 C} + \frac{du_{R1}}{dt} = 0 \Rightarrow R_1 C \frac{du_{R1}}{dt} + u_{R1} = 0 \Rightarrow \tau_1 \frac{du_{R1}}{dt} + u_{R1} = 0 ; \text{ avec } \tau_1 = R_1 C$$

c. Détermination de  $A$  et  $\alpha$ .

$$u_{R1} = A e^{-\alpha t} ; \tau_1 \frac{du_{R1}}{dt} + u_{R1} = 0$$

$$\frac{du_{R1}}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t} = -\alpha u_{R1} \Rightarrow -\alpha \tau_1 u_{R1} + u_{R1} = 0 \Rightarrow (-\alpha \tau_1 + 1) u_{R1} = 0$$

comme  $u_{R1}$  n'est pas toujours nulle  $\Rightarrow -\alpha \tau_1 + 1 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{R_1 C}$

$$u_{R1} = Ae^{-\alpha t}$$

$$t=0 \Rightarrow u_{R1} = Ae^{-\alpha \times 0} = A = E \Rightarrow u_{R1} = Ee^{-\frac{t}{R_1 C}}$$

d. Montrons que lorsque le condensateur est complètement chargé, sa tension est égale à E.

$$u_C + u_{R1} = E \Rightarrow u_C = E - u_{R1} = E - Ee^{-\frac{t}{R_1 C}} = E(1 - e^{-\frac{t}{R_1 C}})$$

Lorsque le condensateur est chargé ; le régime est atteint et la tension à ses bornes ne

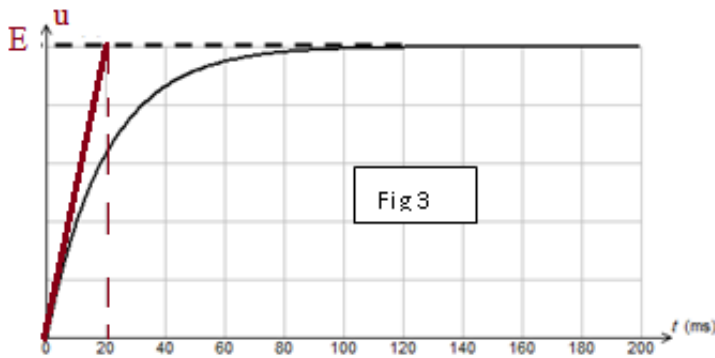
dépend plus du temps ; alors :  $e^{-\frac{t}{R_1 C}} \square 0 \Rightarrow u_C = E$

Valeur de la capacité C.

$$Q_{\max} = CE \Rightarrow C = \frac{Q_{\max}}{E} = \frac{10^{-3}}{10} \Rightarrow C = 10^{-4} \text{ F}$$

3- a- Détermination graphique  $\tau_1$

La tangente à l'origine coupe l'asymptote horizontale de la courbe au point d'abscisse  $\tau_1$



$$\tau_1 = 20 \text{ ms} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

b. Calcul de la valeur de  $R_1$ .

$$\tau_1 = R_1 C \Rightarrow R_1 = \frac{\tau_1}{C} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{10^{-4}} \Rightarrow R_1 = 200 \Omega$$

c- Calcul de l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur lorsque  $u_{R1} = u_C$

$$u_C + u_{R1} = E$$

$$u_C = u_{R1} \Rightarrow 2u_C = E \Rightarrow u_C = \frac{E}{2}$$

$$E_e = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{2} C \left( \frac{E}{2} \right)^2 = \frac{1}{8} C E^2 = \frac{1}{8} \times 10^{-4} \times 10^2 \Rightarrow E_e = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

II

1-a- Loi des mailles correspondantes

La loi des mailles s'écrit :  $u_C + u_{R2} = 0$

b- Montrons qu'à la date  $t=0$ , la tension aux bornes du résistor  $R_2$  est  $u_{R2} = -E$ .

$$u_C + u_{R_2} = 0 \Rightarrow u_{R_2} = -u_C \text{ or à } t=0 \ u_C = E \Rightarrow u_{R_2} = -E$$

2.a..Calcul de  $R_2$ .

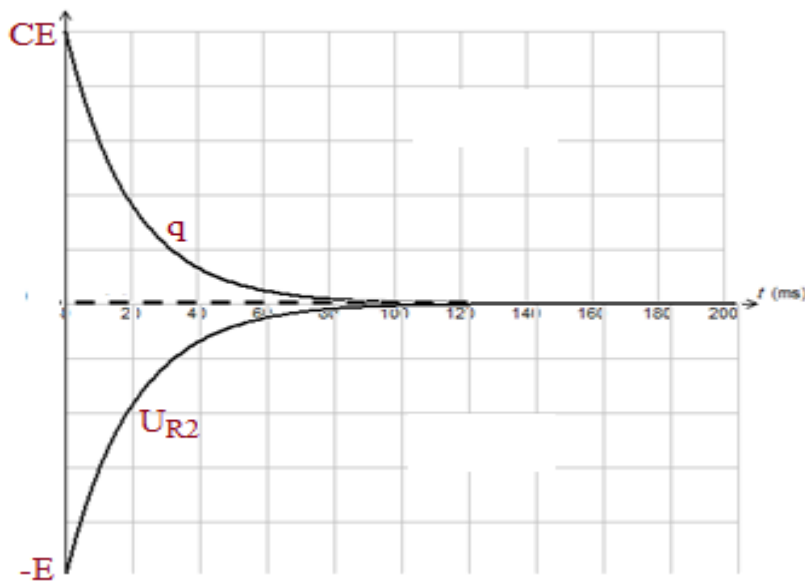
$$u_{R_2} = -E.e^{-t/\tau_2}$$

$$q = Cu_C = -Cu_{R_2} = CE.e^{-t/\tau_2} \Rightarrow e^{-t/\tau_2} = \frac{q}{CE} \Rightarrow \ln e^{-t/\tau_2} = \ln \frac{q}{CE}$$

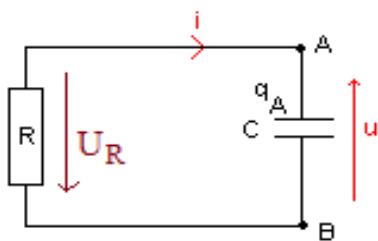
$$-\frac{t}{\tau_2} = \ln \frac{q}{CE} \Rightarrow \tau_2 = -\frac{t}{\ln \frac{q}{CE}} \Rightarrow R_2 C = -\frac{t_2}{\ln \frac{q}{CE}}$$

$$\Rightarrow R_2 = -\frac{t_2}{\ln \frac{q}{CE}} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{10^{-4} \times \ln \frac{3,7 \cdot 10^{-4}}{10^{-4} \times 10}} \Rightarrow R_2 = 402 \Omega$$

b. Représentation sur le même graphe l'allure de la courbe représentant  $q$  en fonction du temps au cours de la décharge et la tension  $u_{R_2}(t)$ .



#### Exercice 4



1. Établissement de la relation entre  $i$  et  $du/dt$

La loi d'additivité des tensions s'écrit :

$$.u = \frac{q_A}{C} \Rightarrow \frac{du}{dt} = \frac{dq_A}{C dt} \text{ or } \frac{dq_A}{dt} = i \Rightarrow \frac{du}{dt} = \frac{1}{C} i$$

2. le signe de  $q_A$  à l'instant  $t=0$  est positif car la tension  $u$  est positive

3. Le sens réel du courant est opposé au sens arbitraire choisi car le courant circule de borne positive (borne A) vers la borne négative (borne B) et le sens de déplacement des électrons est inverse à celui du courant ; c'est-à-dire de la borne B vers la borne A.

4. Détermination de la valeur de la constante de temps  $\tau$  du dipôle RC

$$\tau = 0,47\text{s}$$

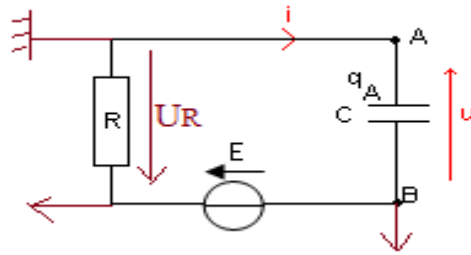
5. Détermination des valeurs de R et de C

$$\frac{i}{C} = \frac{du}{dt} \Rightarrow C = i \frac{dt}{du} = 0,44 \cdot 10^{-3} \times \frac{0,47}{6 \times 0,37} \Rightarrow C = 9,3 \cdot 10^{-5} \text{F}$$

$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{0,47}{9,3 \cdot 10^{-5}} \Rightarrow R = 5,1 \cdot 10^3 \Omega$$

### Exercice 5

1. Schéma du montage indiquant le branchement permettant à un oscilloscope de tracer les courbes (a) et (b).



2. La tension  $u_R$  est celle qui permet de suivre l'évolution du courant (intensité) dans le circuit, car cette tension est proportionnelle à l'intensité du courant

3. L'intensité du courant de charge est nulle lorsque le condensateur est chargé.

La courbe  $u_R$  décroît pendant  $u_C$  croît. La courbe (a) représente donc  $u_C$

4. Montrons que le produit RC est homogène à une durée

$$RC = R \times C = \frac{U}{I} \times \frac{Q}{U} = \frac{Q}{I} = \frac{It}{I} = t$$

Le produit RC est bien homogène à une durée

5. Montrons qu'une seule des équations différentielles suivantes est correcte

$$(1) R \frac{du_R}{dt} + C u_R = 0; (3) RC \frac{du_R}{dt} + u_R = 0$$

$$(2) C \frac{du_R}{dt} + R u_R = 0; (4) \frac{du_R}{dt} + RC u_R = 0$$

En procédant à une analyse dimensionnelle des équations différentielles, seule l'équation (3) homogène

$$RC \frac{du_R}{dt} = t \frac{du_R}{dt} \equiv u_R$$

6. Montrons que l'on peut écrire :  $\ln(U_R) = at + b$ .

$$\ln u_R = \ln E e^{-t/\tau} \Rightarrow \ln u_R = \ln E + \ln e^{-t/\tau} = \ln e^{-t/\tau} + \ln E \Rightarrow \ln u_R = -\frac{t}{\tau} + \ln E$$

$$\ln u_R = -\frac{1}{\tau} t + \ln E = at + b \Rightarrow a = -\frac{1}{\tau} \text{ et } b = \ln E$$

7. Valeur de la capacité C du condensateur.

$$-\frac{1}{\tau} = \frac{\Delta \ln u_R}{\Delta t} \Rightarrow \tau = -\frac{\Delta t}{\Delta \ln u_R} \Rightarrow RC = -\frac{\Delta t}{\Delta \ln u_R} \Rightarrow C = -\frac{\Delta t}{R \Delta \ln u_R}$$

$$\Rightarrow C = -\frac{5-5,7}{12,5 \cdot 10^3 \times (1,5-0)} \Rightarrow C = 37,3 \mu F$$

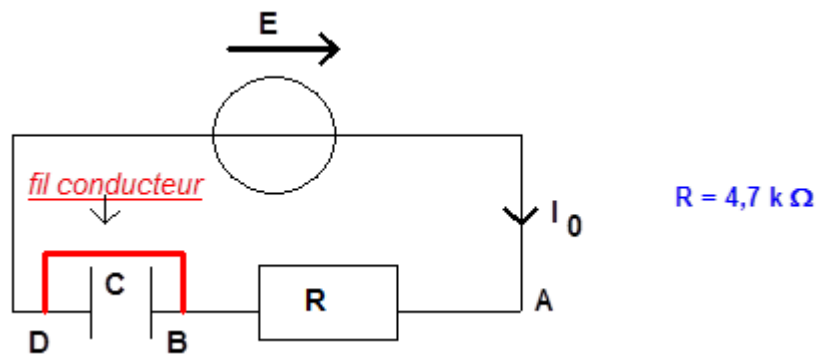
Cette valeur n'est pas en accord avec l'indication portée sur le condensateur, car

$$37,3 \mu F \notin 160 \mu F \pm 10\% = [144 \mu F; 176 \mu F]$$

### Exercice 6

1.1. La tension aux bornes du condensateur est nulle puisque le condensateur est court-circuité par le fil.

1.2. Détermination de l'expression de l'intensité  $I_0$  du courant dans le circuit en fonction de certains paramètres parmi les suivants  $E, R, C$ .



La loi des tensions s'écrit :

$$U_{BD} + U_{AB} = E \Rightarrow 0 + RI_0 = E \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R}$$

2.1. Détermination de la valeur de la tension  $E$ .

$$E = 2V$$

Valeur de l'intensité  $I_0$  du courant dans le circuit

$$I_0 = \frac{E}{R} = \frac{2}{4,7 \cdot 10^3} \Rightarrow I_0 = 4,3 \cdot 10^{-4} A$$

2.2. Etablissement de l'équation différentielle d'évolution de la tension  $u_{BD}$  au cours du temps

La loi des tensions s'écrit :

$$u_{BD} + u_{AB} = E \text{ or } u_{AB} = Ri = R \frac{dq}{dt} = R \frac{dCu_{BD}}{dt} = RC \frac{du_{BD}}{dt}$$

$$\Rightarrow u_{BD} + RC \frac{du_{BD}}{dt} = E \Rightarrow \frac{du_{BD}}{dt} + \frac{u_{BD}}{RC} = \frac{E}{RC}$$

Vérifions à partir de l'équation différentielle que la constante de temps du circuit  $\tau = RC$  est homogène à une durée

$$\frac{du_{BD}}{dt} + \frac{u_{BD}}{RC} = \frac{E}{RC} \Rightarrow \frac{du_{BD}}{dt} = \frac{E}{RC} - \frac{u_{BD}}{RC} \Rightarrow RC \frac{du_{BD}}{dt} = E - u_{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{[RC] \times V}{t} = V \Rightarrow [RC] = t$$

Le produit  $RC$  est bien homogène à une durée

2.3. Détermination de la constante de temps du circuit.  $\tau = 15s$

Valeur de la capacité  $C$  du condensateur.

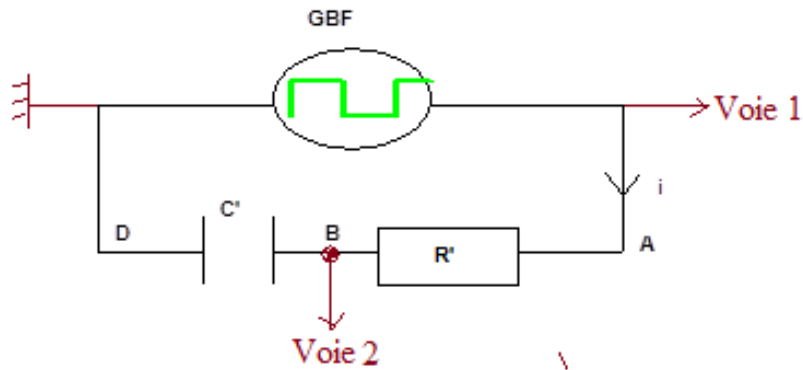
$$RC = \tau \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{15}{4,7 \cdot 10^3} \Rightarrow C = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ F}$$

Détermination de la durée au bout de laquelle on peut considérer que le condensateur est chargé.

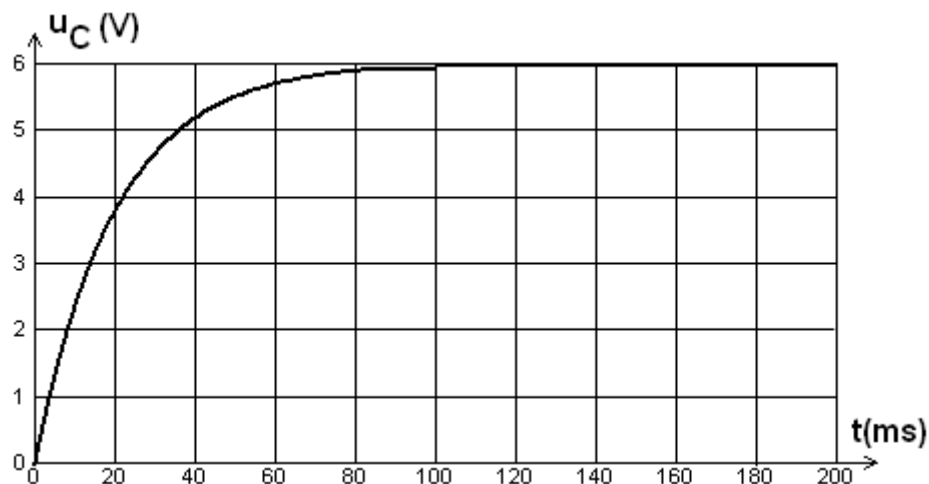
Au bout d'une durée  $t = 75 \text{ s}$  on peut considérer que le condensateur est chargé. Comparons cette durée à la constante de temps  $\tau$  du circuit.

$$\frac{t}{\tau} = \frac{75}{15} \Rightarrow t = 5\tau$$

**3.1.** Les branchements à réaliser pour visualiser sur la voie 1 de l'oscilloscope la tension délivrée par le générateur basse fréquence, et sur la voie 2 la tension aux bornes du condensateur.



### Exercice 7



1. Détermination de la date  $t$  à partir de laquelle on peut considérer que la tension  $u_C$  est constante.

Au bout d'une durée  $t = 100 \text{ s}$  on peut considérer que le condensateur est chargé

Le phénomène physique est mis en évidence par la portion de courbe située avant la date  $t$  est le régime transitoire

2. Détermination de la valeur de  $E$

$$E = 6 \text{ V}$$

Lorsque le condensateur est complètement, la tension à ses bornes est égale à la tension délivrée par le générateur ; la tension aux bornes du résistor est nulle puisque l'intensité du courant est nulle

3. Détermination de la valeur de la constante de temps  $\tau$  du circuit

$$\tau = 20 \text{ ms}$$

4. Valeur approchée de  $C$

$$RC = \tau \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{100} \Rightarrow C = 20 \cdot 10^{-3} \text{ F}$$

5. Evaluation de la durée  $\Delta t$  nécessaire pour charger complètement le condensateur.

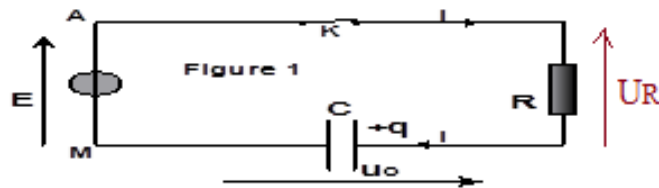
Au bout d'une durée  $\Delta t = 100\text{s}$  le condensateur peut être considéré complètement chargé

Comparons  $\Delta t$  à  $\tau$

$$\frac{t}{\tau} = \frac{100}{20} \Rightarrow t = 5\tau$$

6. La constante de temps  $\tau = RC$ , qui caractérise le temps de charge ou décharge d'un condensateur, est proportionnelle à la résistance  $R$ . Il faut diminuer la valeur de  $R$  pour charger plus rapidement le condensateur

7. Etablissement de l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_C$ .



La loi des tensions s'écrit :

$$u_C + u_R = E \text{ or } u_R = Ri = R \frac{dq}{dt} = R \frac{dCu_C}{dt} = RC \frac{du_C}{dt}$$

$$\Rightarrow u_C + RC \frac{du_C}{dt} = E$$

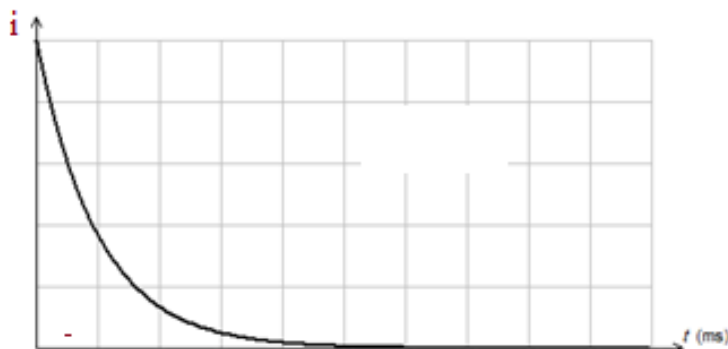
8. Etablissement de l'expression de  $i(t)$ .

$$u_C = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$u_R = Ri = R \frac{dq}{dt} = R \frac{dCu_C}{dt} = RC \frac{du_C}{dt} \Rightarrow Ri = RC \frac{du_C}{dt}$$

$$\Rightarrow i = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{d}{dt} \left( E \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \right) = \frac{CE}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

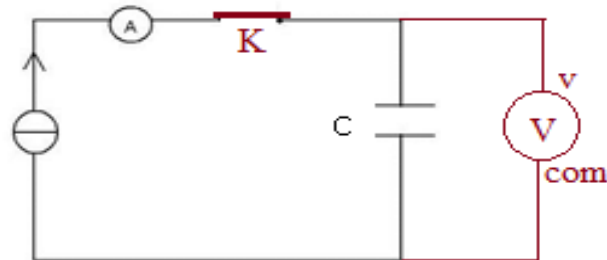
Allure de la courbe  $i=f(t)$ .



## Exercice 8

### I.

1. Représentation du schéma du circuit.



2. Etablissement de l'expression de  $u_c$  en fonction de  $I$ ,  $C$  et  $t$ .

$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{It}{C} \Rightarrow u_c = \frac{1}{C} I t$$

3. Détermination graphique de la valeur de la capacité  $C$

La courbe représentant la tension  $U_c$  aux du condensateur en fonction du temps  $t$  est une droite qui passe par l'origine de coefficient directeur  $\frac{1}{C}$

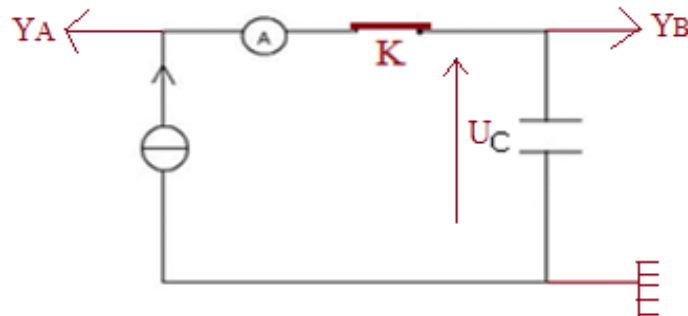
$$\frac{I}{C} = \frac{\Delta U_c}{\Delta t} \Rightarrow C = I \frac{\Delta t}{\Delta U_c} = 20 \cdot 10^{-6} \times \frac{30-0}{3-0} \Rightarrow C = 20 \cdot 10^{-3} \text{ F}$$

Calcul de l'énergie emmagasinée dans le condensateur à la date  $t=20$  s,

$$E_e = \frac{1}{2} C U_c^2 = \frac{1}{2} \times 20 \cdot 10^{-3} \times 2^2 \Rightarrow E_e = 4 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

### II

1. Représentation du schéma du circuit



a. Identification des courbes 1 et 2,

La courbe 2 correspond à la tension délivrée le générateur ; la courbe 1 la tension aux du générateur

Dans la zone OA, la tension du condensateur augmente avec le temps .Cette zone correspond à la charge du condensateur

La zone AB, où la tension aux bornes du condensateur décroît, correspond à la décharge du condensateur

b.Etablissement de l'équation différentielle régissant les variations de  $u_c$  dans la zone OA.

$$u_c + u_R = U_m \text{ or } u_R = Ri = R \frac{dq}{dt} = R \frac{dCu_c}{dt} = RC \frac{du_c}{dt}$$

$$\Rightarrow u_C + RC \frac{du_C}{dt} = U_m$$

Expression de la solution de l'équation différentielle régissant les variations de  $u_C$  en fonction de  $U_m$ ,  $R$ ,  $C$  et  $t$ .

$$u_C = U_m \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

c. Détermination graphique

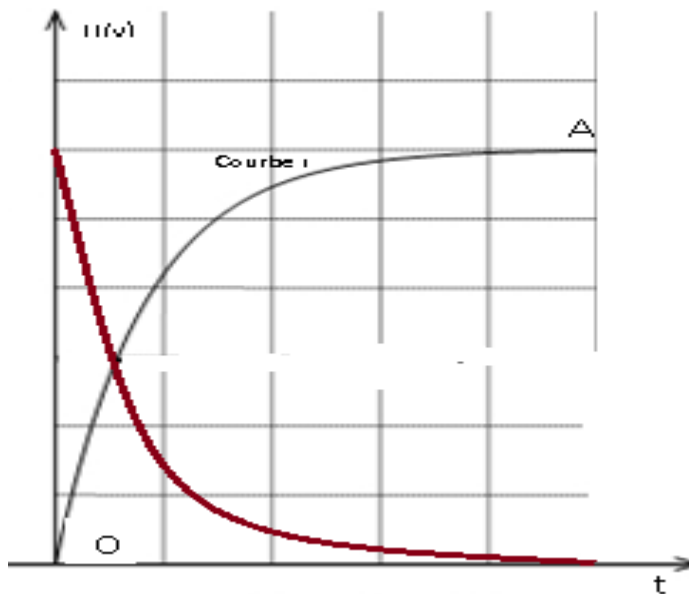
- La période  $T$  du G.B.F  $T = 10 \times 10^{-3} \Rightarrow T = 10^{-2} \text{ s}$
- la tension maximale  $U_m$  fournie :  $U_m = 2 \times 3 \Rightarrow U_m = 6 \text{ V}$
- Calcul de la fréquence  $N$ .  $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{10^{-2}} \Rightarrow N = 100 \text{ Hz}$
- la constante de temps  $\tau$  :  $\tau = 10 \text{ ms}$

Valeur de la capacité  $C$  du condensateur,

$$RC = \tau \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{40} \Rightarrow C = 25 \cdot 10^{-3} \text{ F}$$

La valeur de la capacité trouvée par le deuxième groupe d'élèves du même ordre de grandeur de celle trouvée par le premier groupe

**b.** Tracé sur le même graphe de l'allure de la courbe de variation de la tension  $u_R$  aux bornes du résistor en fonction du temps.



$$u_C = U_m \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$u_R = Ri = R \frac{dq}{dt} = R \frac{dCu_C}{dt} = RC \frac{du_C}{dt}$$

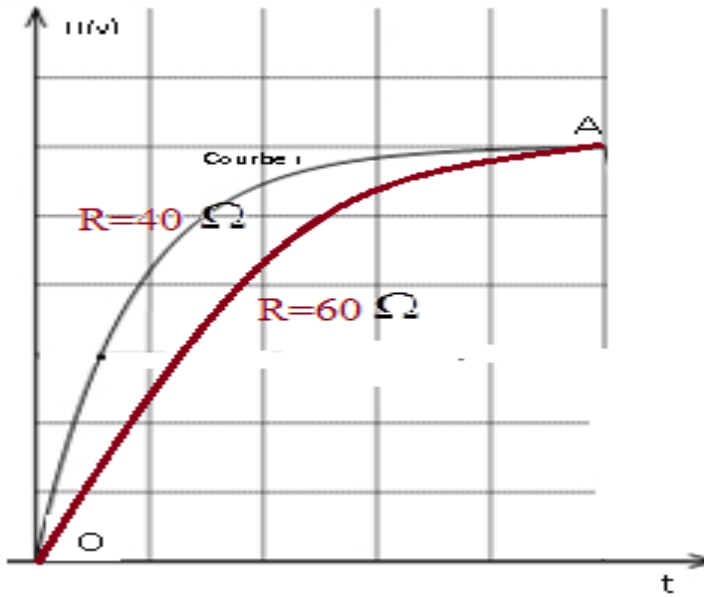
$$\frac{du_C}{dt} = \frac{U_m}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow u_R = RC \frac{U_m}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow u_R = U_m e^{-\frac{t}{RC}}$$

Préciser sur le graphe les deux régimes : Régime transitoire et régime permanent

3. a. Calcul de la nouvelle valeur de la constante de temps.

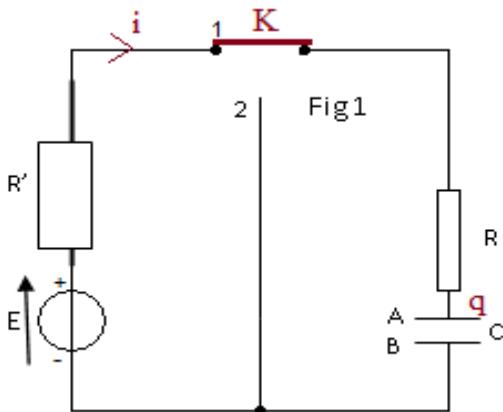
$$\tau = RC = 60 \times 25 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \tau = 1,5 \text{ s}$$

b. Tracé, sur le même graphe, de l'allure de la courbe représentant  $u_c$  en fonction du temps.



### Exercice 9

1°) Sens arbitraire positif du courant  $i(t)$



2°) Etablissement de l'équation différentielle régissant les variations de l'intensité du courant

La loi des mailles s'écrit :

$$U_R + U_{R'} + U_{AB} = E \Rightarrow Ri + R'i + \frac{q}{C} = E \Rightarrow \frac{d}{dt} \left( (R + R')i + \frac{q}{C} \right) = \frac{d}{dt} E$$

$$\Rightarrow (R + R') \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = 0 \text{ or } \frac{dq}{dt} = i \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{1}{(R + R')C} i = 0$$

3°) Détermination des expressions de A et  $\alpha$

$$i = Ae^{-\alpha t}$$

$$\frac{di}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t} \Rightarrow -\alpha Ae^{-\alpha t} + \frac{1}{(R + R')C} Ae^{-\alpha t} = 0 \Rightarrow -\alpha + \frac{1}{(R + R')C} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{(R + R')C}$$

$$A \text{ t=0 } q=0 \Rightarrow (R + R')A = E \Rightarrow A = \frac{E}{R + R'} \Rightarrow i(t) = \frac{E}{R + R'} e^{-\frac{1}{(R + R')C} t}$$

4°) Détermination de l'expression de la tension aux bornes du condensateur  $u_{AB}(t)$ .

$$u_R(t) + u_{R'}(t) + u_{AB}(t) = E \Rightarrow u_{AB}(t) = E - (R + R')i(t) \Rightarrow$$

$$u_{AB}(t) = E - (R + R') \frac{E}{R + R'} e^{-\frac{1}{(R+R')C}t}$$

$$\Rightarrow u_{AB}(t) = E \left( 1 - e^{-\frac{1}{(R+R')C}t} \right)$$

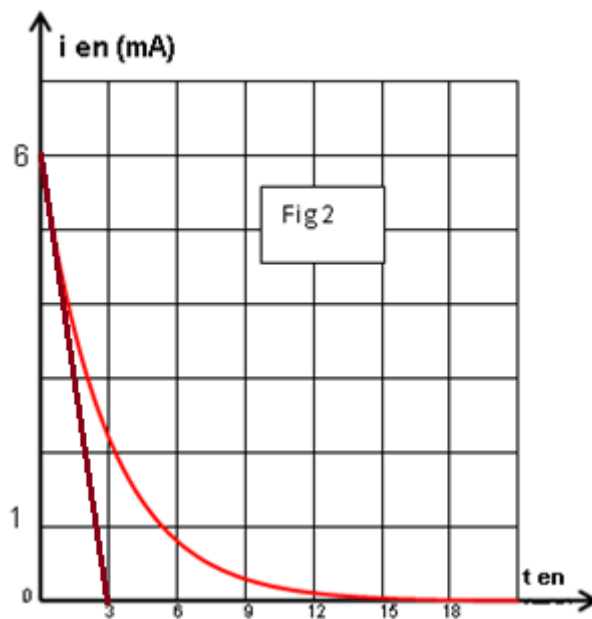
5°) Détermination de :

a. la valeur de la résistance  $R'$ .

$$i(t=0) = \frac{E}{R + R'} e^{-\frac{1}{(R+R')C} \times 0} = i_0 \Rightarrow (R + R')i_0 = E$$

$$\Rightarrow R' = \frac{E}{i_0} - R = \frac{6}{6 \cdot 10^{-3}} - 300 \Rightarrow R' = 700 \Omega$$

b. La valeur de la constante de temps  $\tau$ .



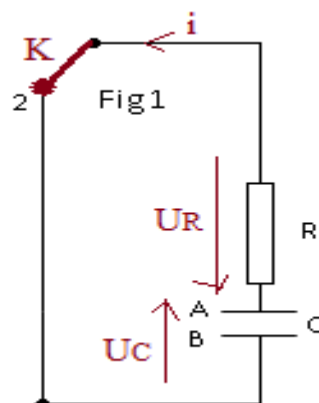
La tangente à l'origine coupe l'asymptote horizontale au point d'abscisse  $\tau$

$$\tau = 3 \text{ ms}$$

Valeur de la capacité  $C$

$$\tau = (R + R')C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R + R'} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{300 + 700} \Rightarrow C = 3 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

II 1°) Etablissement de l'équation différentielle régissant les variations de la tension  $u_{AB}(t)$ .



**La loi des mailles s'écrit :**

$$u_{AB} + u_R = 0 \quad u_R = Ri = R \frac{dq}{dt} = R \frac{dCu_{AB}}{dt} = RC \frac{du_{AB}}{dt}$$

$$\Rightarrow u_{AB} + RC \frac{du_{AB}}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{du_{AB}}{dt} + \frac{1}{RC} u_{AB} = 0$$

2°) Expression de l'intensité du courant

$$u_{AB}(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot u_R = Ri = RC \frac{du_{AB}}{dt} \Rightarrow i = C \frac{du_{AB}}{dt}$$

$$\frac{du_{AB}}{dt} = -\frac{1}{\tau} E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow i = -C \frac{1}{\tau} E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -C \frac{1}{RC} E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow i = -\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

est opposé au sens positif choisi

3°) Montrons que l'énergie dissipée par effet joule dans le résistor R s'écrit sous la forme :

$$E_{dissipée} = -\frac{1}{2} Cu_{AB}^2 + \frac{1}{2} CE^2$$

$$E_T = E_{emmagasinée} + E_{dissipée}$$

$$E_T = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(CE)^2}{C} = \frac{1}{2} CE^2 ; \quad E_{emmagasinée} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(Cu_{AB})^2}{C} = \frac{1}{2} Cu_{AB}^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} CE^2 = \frac{1}{2} Cu_{AB}^2 + E_{dissipée} \Rightarrow E_{dissipée} = -\frac{1}{2} Cu_{AB}^2 + \frac{1}{2} CE^2$$

4°) a. Valeur de la capacité du condensateur.

Le graphe représentant l'énergie dissipée par effet Joule  $E_{dissipée}$  en fonction de  $u_{AB}^2$  est une droite de pente négative.

$$\frac{\Delta E_{dissipée}}{\Delta u_{AB}^2} = -\frac{1}{2} C \Rightarrow C = -\frac{2\Delta E_{dissipée}}{\Delta u_{AB}^2} = -\frac{2(2,7-5,4) \cdot 10^{-5}}{1-0} \Rightarrow C = 5,4 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$

b. Détermination de l'instant t pour lequel l'énergie dissipée est égale à l'énergie emmagasinée dans le condensateur

$$E_{dissociée} = \frac{1}{2} Cu_{AB}^2 \Rightarrow \frac{1}{2} Cu_{AB}^2 = -\frac{1}{2} Cu_{AB}^2 + \frac{1}{2} CE^2 \Rightarrow 2u_{AB}^2 = E^2 \Rightarrow u_{AB} = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

$$u_{AB} = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{\sqrt{2}} \Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \ln e^{-\frac{t}{\tau}} = \ln \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{-t}{\tau} = -\frac{1}{2} \ln 2 \Rightarrow t = \frac{\tau}{2} \ln 2 = \frac{RC}{2} \ln 2 = \frac{300 \times 5,4 \cdot 10^{-5}}{2} \ln 2 \Rightarrow t = 5,6 \text{ ms}$$

**A CHANGER**

## Oscillations électriques libres et oscillations électriques forcées

### Exercice 1

1.a. Expression de  $Q_0$  en fonction de  $U_0$  et  $C$ .

$$Q_0 = CU_0$$

b. Expression de  $E_0$  en fonction de  $Q_0$  et  $C$ .

$$E_0 = \frac{1}{2} CU_0^2$$

2.a. Expression de l'énergie électromagnétique  $E$  en fonction de  $L$ ,  $C$ ,  $q$  et  $i$ .

$$E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2$$

b. Montrons que l'énergie électromagnétique se conserve et elle est égale à  $\frac{Q_0^2}{2C}$

Le circuit électrique ne comporte que des dipôles non dissipatifs (condensateur et bobine) ; donc l'énergie électromagnétique se conserve et est égale à l'énergie initialement

emmagasinée par le condensateur :  $E_0 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C}$

Equation différentielle des oscillations électriques.

$$E_0 = E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2 \Rightarrow \frac{dE_0}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2 \right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2C} \times 2q \frac{dq}{dt} + \frac{1}{2} L \times 2i \frac{di}{dt} = 0$$

$$\text{or } \frac{dq}{dt} = i = \dot{q} \text{ et } \frac{di}{dt} = \ddot{q} \Rightarrow \dot{q} \left( \frac{q}{C} + L\ddot{q} \right) = 0 \text{ comme } \dot{q} \text{ n'est pas toujours nul}$$

$$\Rightarrow \frac{q}{C} + L\ddot{q} = 0 \Rightarrow \ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0$$

c. Détermination de l'expression de la période propre  $T_0$  en fonction de  $L$  et  $C$ .

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

d. Expression de la charge  $q$  en fonction du temps.

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi) = q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

$$\text{A } q = q_m \cos \varphi = q_m = Q_0 \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow q = Q_0 \cos \frac{2\pi}{T_0} t$$

3. Montrons que l'expression l'énergie  $E_L$  en fonction du temps s'écrit :

$$E_L = \frac{E_0}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{4\pi}{T_0} t + \pi\right) \right]$$

$$E_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L \dot{q}^2 = \frac{1}{2} L \left( -\frac{2\pi}{T_0} Q_0 \sin \frac{2\pi}{T_0} t \right)^2 = \frac{1}{2} L \frac{4\pi^2}{T_0^2} Q_0^2 \sin^2 \frac{2\pi}{T_0} t$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow E_L = \frac{1}{2} L \frac{4\pi^2}{T_0^2} Q_0^2 \frac{1 - \cos \frac{4\pi}{T_0} t}{2} = \frac{E_0}{2} \left(1 - \cos \frac{4\pi}{T_0} t\right)$$

$$\Rightarrow E_L = \frac{E_0}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{4\pi}{T_0} t + \pi\right)\right) \Rightarrow E_0 = \frac{1}{2} L \frac{4\pi^2}{T_0^2} Q_0^2$$

4. a. Valeurs de L et de  $E_0$ .

$$E_0 = 2.10^{-3} \text{ J}$$

$$E_0 = 2.10^{-3} \text{ J} \Rightarrow E_0 = \frac{1}{2} Li^2 \Rightarrow L = \frac{2E_0}{i^2} = \frac{2 \times 2.10^{-3}}{0,2} \Rightarrow L = 2.10^{-2} \text{ H}$$

b. Valeur de  $T_0$ .

$$T_0 = 2\pi.10^{-4} \text{ s}$$

5. Détermination de C,  $Q_0$  et  $U_0$ .

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow LC = \frac{T_0^2}{4\pi^2} \Rightarrow C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L} = \frac{(2\pi.10^{-4})^2}{4\pi^2 \times 2.10^{-2}} \Rightarrow C = 5.10^{-7} \text{ F}$$

$$E_0 = \frac{1}{2} L \frac{4\pi^2}{T_0^2} Q_0^2 \Rightarrow Q_0 = \sqrt{\frac{2E_0 T_0^2}{4\pi^2 L}} = \sqrt{\frac{2 \times 2.10^{-3} \times (2\pi.10^{-4})^2}{4\pi^2 \times 2.10^{-2}}} \Rightarrow Q_0 = 4,47.10^{-5} \text{ C}$$

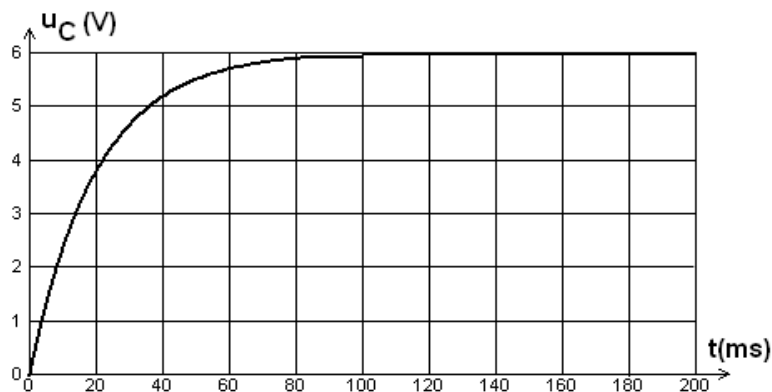
$$U_0 = \frac{Q_0}{C} = \frac{4,47.10^{-5}}{5.10^{-7}} \Rightarrow U_0 = 89,4 \text{ V}$$

### Exercice2

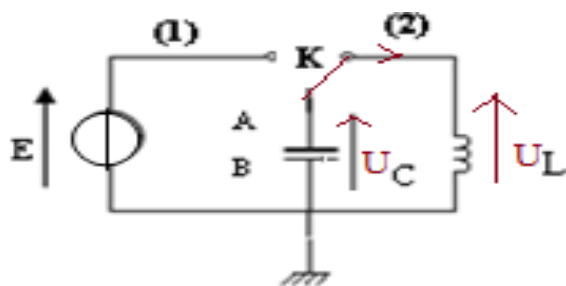
#### **A- L'interrupteur K est dans la position (1)**

1°/ Le phénomène observé est la charge du condensateur

2°/ Allure de la courbe de variation de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.



## B- L'interrupteur K est basculé dans la position (2)



1°/ a- Etablissement de l'équation différentielle qui régit les oscillations de la charge  $q(t)$ .

La loi d'additivité des tensions s'écrit :  $U_C + U_L = 0$

$$U_C = \frac{q}{C}; U_L = L \frac{di}{dt}; i = \frac{dq}{dt} = \dot{q}; \frac{di}{dt} = \ddot{q}$$

$$\Rightarrow \frac{q}{C} + L \ddot{q} = 0 \Rightarrow \ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0$$

b- Montrons que  $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$  peut être une solution de l'équation différentielle

$$q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q) \Rightarrow \dot{q}(t) = \omega_0 Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_q) \Rightarrow \ddot{q}(t) = -\omega_0^2 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0 \Rightarrow -\omega_0^2 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q) + \frac{1}{LC} Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q) = 0 \Rightarrow (-\omega_0^2 + \frac{1}{LC}) Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q) = 0$$

$$\Rightarrow -\omega_0^2 + \frac{1}{LC} = 0 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

2°/ a- Montrons que le circuit (L, C) est conservatif

$$E_C + E_L = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L \dot{q}^2 = \frac{1}{2} \frac{(Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q))^2}{C} + \frac{1}{2} L (\omega_0 Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_q))^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_q) + \frac{1}{2} L \omega_0^2 Q_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_q) \text{ or } \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_q) + \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_q) = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} (\sin^2(\omega_0 t + \varphi_q) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi_q))$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C}$$

Et l'énergie totale est constante ; le circuit (L, C) est donc conservatif

b. Montrons que l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur en fonction de  $i^2$  est

$$\text{de la forme } E_e = \frac{1}{2C} Q_m^2 - \frac{1}{2} L i^2$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} = E_e + E_L \Rightarrow E_e = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} - E_L \Rightarrow E_e = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} - \frac{1}{2} L i^2$$

c. Justifions théoriquement l'allure de la courbe

D'après la loi d'additivité des tensions :  $U_C + U_L = 0$

$$\Rightarrow U_L = -U_C \Rightarrow U_L = -\frac{q}{C}$$

La courbe représentant la tension  $U_L$  aux bornes de la bobine en fonction de la charge  $q$  une droite passant par l'origine de pente négative. Ce que l'allure de la courbe confirme

3°/- Détermination :

a- L'inductance L de la bobine.

$$E_e = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} - \frac{1}{2} Li^2 \Rightarrow \frac{\Delta E_e}{\Delta i^2} = -\frac{1}{2} L \Rightarrow L = -\frac{2\Delta E_e}{\Delta i^2} = -\frac{2(0 - 5 \cdot 10^{-4})}{(10 - 0) \cdot 10^{-4}} \Rightarrow L = 1H$$

b- La capacité C du condensateur.

$$U_L = -\frac{q}{C} \Rightarrow -\frac{1}{C} = \frac{\Delta U_L}{\Delta q} \Rightarrow C = -\frac{\Delta q}{\Delta U_L} = -\frac{(0 - (-10^{-6}))}{(0 - 4)} \Rightarrow C = 2,5 \cdot 10^{-7} F$$

c- La pulsation propre  $\omega_0$  du circuit.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{1 \times 2,5 \cdot 10^{-7}}} \Rightarrow \omega_0 = 20 \cdot 10^2 \text{ rad}$$

d- La charge maximale  $Q_m$ .

$$E_e = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} - \frac{1}{2} Li^2$$

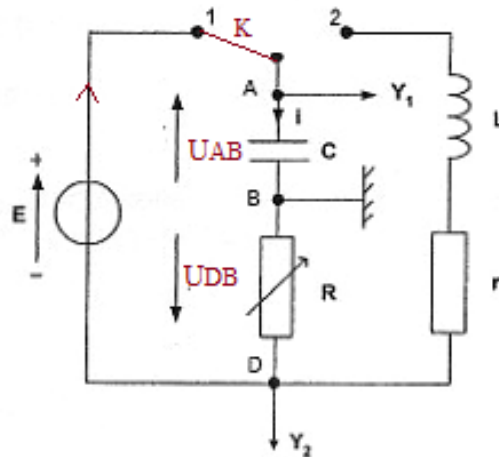
$$i = 0 \Rightarrow E_e = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} \Rightarrow Q_m = \sqrt{2CE_e} = \sqrt{2 \times 2,5 \cdot 10^{-7} \times 5 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow Q_m = 1,6 \cdot 10^{-5} C$$

e- La f.é.m. du générateur

$$Q_m = CE_0 \Rightarrow E_0 = \frac{Q_m}{C} = \frac{1,6 \cdot 10^{-5}}{2,5 \cdot 10^{-7}} \Rightarrow E_0 = 64V$$

### Exercice3

1.1 Représentation, sur la figure 1, de la tension  $u_{DB}(t)$  aux bornes de la résistance ; la tension  $u_{AB}(t)$  aux bornes du condensateur.



1.2. Signe de la charge q portée par l'armature A du condensateur au cours de sa charge.

L'armature A reliée à la borne positive du générateur porte une charge q positive.

Relation existant entre la charge q et la tension  $U_{AB}$ .

$$q = CU_{AB}$$

Relation vérifiée à chaque instant par l'intensité  $i(t)$  du courant et la charge  $q(t)$ .

$$q(t) = Cu_{AB}(t) ; u_{DB} = -Ri(t)$$

Etablissement de l'équation différentielle vérifiée par  $u_{AB}(t)$ .

La loi d'additivité des tensions s'écrit :

$$E = u_{AB}(t) - u_{DB} = u_{AB}(t) + Ri(t) \text{ or } i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{dCu_{AB}(t)}{dt} = C \frac{du_{AB}(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow u_{AB}(t) + C \frac{du_{AB}(t)}{dt} = E$$

Expression de  $u_{AB}(t)$  solution de cette équation différentielle en fonction de E, R, C et t

$$u_{AB}(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

1.3. Expression littérale de l'énergie électrique  $E_e$  emmagasinée par le condensateur en fonction de  $u_{AB}(t)$

$$E_e = \frac{1}{2} Cu_{AB}^2(t) = \frac{1}{2} CE^2(1 - e^{-\frac{t}{RC}})^2$$

Expression littérale  $E_{e,max}$  de sa valeur maximale

L'énergie est maximale lorsque le régime permanent est atteint, c'est-à-dire les grandeurs physiques ne dépendent plus du temps.

$$E_e = \frac{1}{2} CE^2(1 - e^{-\frac{t}{RC}})^2 \Rightarrow E_e = \frac{1}{2} CE^2$$

$$E_e = \frac{1}{2} \times 2,0 \cdot 10^{-6} \times 4,0^2 \Rightarrow E_e = 16 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

2.1.a/ Expression littérale l'énergie magnétique  $E_m$  emmagasinée dans la bobine en fonction de  $i(t)$

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2(t)$$

Expression de l'intensité instantanée  $i(t)$

$$u_{DB}(t) = -Ri(t) \Rightarrow i(t) = -\frac{u_{DB}(t)}{R}$$

2.1.b/ Expression de l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine en fonction de l'une des tensions enregistrées

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2(t) = \frac{1}{2} L \left( -\frac{u_{DB}(t)}{R} \right)^2 \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} L \frac{u_{DB}^2(t)}{R^2}$$

2.1.c/ Expression de l'énergie totale  $E_T$  du circuit en fonction des tensions  $u_{AB}(t)$  et  $u_{DB}(t)$ .

$$E_T = E_e + E_m \Rightarrow E_T = \frac{1}{2} Cu_{AB}^2(t) + \frac{1}{2} L \frac{u_{DB}^2(t)}{R^2}$$

2.2.a/ Identification des courbes.

La courbe 1, somme des courbes 2 et 3, correspond bien à l'énergie totale  $E_T$

A  $t=0$ , l'énergie non nulle par représentée par la courbe 3 correspond à celle du condensateur qui, après avoir été chargé, se décharge à travers la bobine

La courbe 2 correspond à l'énergie de la bobine

La dissipation de l'énergie par effet Joule par la résistance explique la décroissance de la courbe 1

2.2.b/ Montrons les transformations mutuelles de  $E_e$  et de  $E_m$ .

$$E_T = E_e + E_m$$

$$E_e = 0 \Rightarrow E_T = E_m ; \text{ toute l'énergie du circuit se trouve dans la bobine}$$

$E_m = 0 \Rightarrow E_T = E_e$  toute l'énergie est emmagasinée dans le condensateur

Il existe donc des instants pendant lesquels le condensateur stocke toute l'énergie du circuit au moment où la bobine déstocke toute son énergie et inversement. Il ya transformations de  $E_e$  et de  $E_m$

2.2-c/ Détermination graphique :

- de la pseudo période T.

$$t = \frac{3}{2}T \Rightarrow T = \frac{2}{3}t = \frac{2}{3} \times 3,14 \Rightarrow T = 2,1s$$

- de l'énergie dissipée par effet joule à la date  $t=31.4$  ms

$$E_J = 2,28\mu J$$

2.2-d/ Pour réduire l'énergie dissipée par effet joule pendant chaque pseudopériode dans le circuit il faut diminuer R.

$$E_m = \frac{1}{2}L \frac{u_{DB}^2(t)}{R^2}$$

$$R \rightarrow \infty \Rightarrow E_m = 0$$

La bobine ne stocke plus de l'énergie qui est perdue par effet Joule

#### Exercice 4

1. Calcul de l'impédance Z du dipôle AB ;

$$Z = \frac{U_{AB}}{I_{AB}} = \frac{6,0}{9,40 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow Z = 6,4 \cdot 10^2 \Omega$$

Capacité C du condensateur

$$Z = \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2} \Rightarrow \frac{1}{C\omega} = \sqrt{Z^2 - r^2} \Rightarrow C = \frac{1}{(\sqrt{Z^2 - r^2})\omega} = \frac{1}{(6,4 \cdot 10^2)^2 - 100^2} \times 50$$
$$\Rightarrow C = 5,0 \cdot 10^{-8} F$$

2. Calcul de la capacité C du condensateur

L'intensité est maximale à la résonance :

$$\frac{1}{LC} = \omega^2 = (2\pi N)^2 \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 N^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 \times 100^2 \times 0,5} \Rightarrow C = 5,1 \cdot 10^{-6} F$$

Valeur maximale de l'intensité efficace I

$$I = \frac{U_{AB}}{r} = \frac{6}{10} \Rightarrow I = 0,6A$$

3.1. Calcul de l'impédance Z' du montage

$$Z' = \sqrt{r^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{10^2 + \left(0,33 \times 2\pi \times 100 - \frac{1}{5,1 \cdot 10^{-6} \times 2\pi \times 100}\right)^2} \Rightarrow Z' = 1,1 \cdot 10^2 \Omega$$

Intensité efficace I' du courant qui circule

$$I' = \frac{U_{AB}}{Z'} = \frac{6}{1,1 \cdot 10^2} \Rightarrow I' = 5,5 \cdot 10^{-2} A$$

3.2. Détermination le déphasage de la tension  $u$  par rapport à l'intensité

$$\tan \varphi = L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0,33 \times 2\pi \times 100 - \frac{1}{5,1 \cdot 10^{-6} \times 2\pi \times 100} \Rightarrow \tan \varphi = -104,7 \Rightarrow \varphi = -89,5^\circ$$

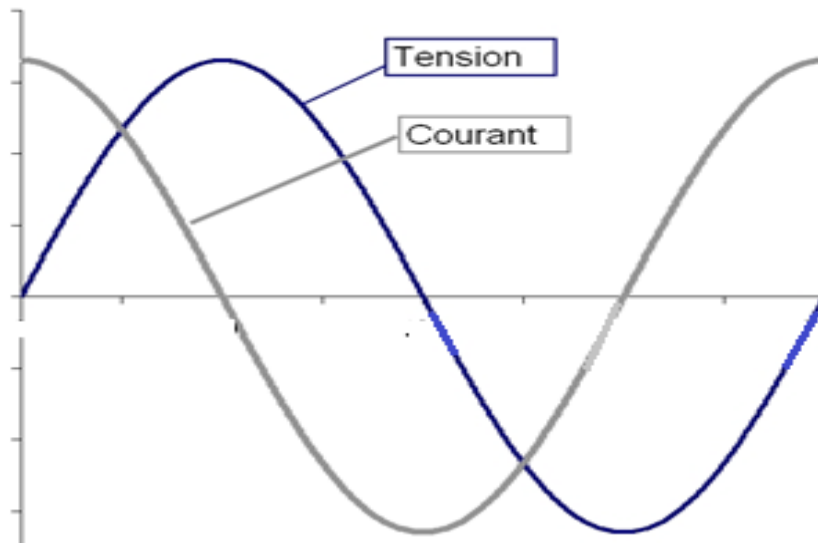
.  $\varphi < 0$  , la tension est en retard à rapport à l'intensité

Expressions de  $i$  et  $u$ .

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi) = 6\sqrt{2} \cos(200\pi t - 89,5^\circ)$$

$$i = I_m \cos \omega t = 5,5 \cdot 10^{-2} \sqrt{2} \cos 200\pi t$$

3.3 Représentation des deux courbes que l'on observe sur les voies A et B de l'oscillographe (on se limitera à représenter une période) :



On peut vérifier que l'intensité est en avance par rapport à la tension.

### Exercice5

#### Partie A

a) Calcul de la valeur de R

$$R = \frac{U_1}{I_1} = \frac{10}{0,2} \Rightarrow R = 50\Omega$$

b) Calcul de l'impédance  $Z_L$  de la bobine réelle

$$Z_L = \frac{U}{I} = \frac{5}{10 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow Z_L = 500\Omega$$

c) Valeur de l'inductance L

$$Z_L = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \Rightarrow L = \frac{Z_L^2 - R^2}{(2\pi f)^2} = \frac{500^2 - 50^2}{(2\pi \times 200)^2} \Rightarrow L = 0,16H$$

#### Partie B

1. Expression littérale de l'impédance totale du circuit AB

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

2.a) Ce phénomène est appelé résonance d'intensité

b) L'impédance totale du circuit à  $f_0$  vaut  $Z=R$

c) Calcul de R et L

$$R = \frac{U}{I_0} = \frac{5}{0,1} \Rightarrow R = 50\Omega$$

$$\frac{1}{LC} = \omega^2 = (2\pi f_0)^2 \Rightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 \times 252^2 \times 10^{-6}} \Rightarrow L = 0,40H$$

d) Valeur de la tension efficace  $U_C$  aux bornes du condensateur

$$U_C = \frac{I_0}{C\omega} = \frac{I_0}{2\pi f_0 C} = \frac{0,1}{2\pi \times 252 \times 10^{-6}} \Rightarrow U_C = 6,3 \cdot 10^2 V$$

$$U_C = 6,3 \cdot 10^2 V > U = 5V$$

La valeur efficace de la tension d'alimentation  $U$  est inférieure à la tension  $U_C$  aux bornes du condensateur. Aux bornes du condensateur, il se produit un phénomène de surtension, et le condensateur peut claquer

3. a) Calcul de la valeur de l'impédance totale du circuit

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{50^2 + \left(0,16 \times 2\pi \times 200 - \frac{1}{10^{-6} \times 2\pi \times 200}\right)^2}$$

$$\Rightarrow Z = 5,97 \cdot 10^2 \Omega$$

b) Valeur de l'intensité efficace  $I$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{5}{5,97 \cdot 10^2} \Rightarrow I = 8,4 \cdot 10^{-3} A$$

c) Calcul de la déphasage  $\varphi$  de la tension instantanée  $u(t)$  par rapport à l'intensité  $i(t)$ .

$$\tan \varphi = L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0,16 \times 2\pi \times 200 - \frac{1}{10^{-6} \times 2\pi \times 200} \Rightarrow \tan \varphi = -594,7 \Rightarrow \varphi = -89,9^\circ$$

$\varphi < 0$  ; la tension est en retard par rapport à l'intensité, le circuit est capacitif

d) Expressions de  $u(t)$  et de  $i(t)$ .

$$i(t) = I\sqrt{2} \cos \omega t = 8,4 \cdot 10^{-3} \sqrt{2} \cos 400\pi t$$

$$u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) = 5\sqrt{2} \cos(400\pi t - 89,9^\circ)$$

## Exercice 6 : Circuit R, L, C. RÉSONANCE D'INTENSITÉ

1.1 Expression de l'impédance  $Z$  du circuit

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Intensité efficace  $I$  du courant ;  $I = \frac{U}{Z}$

Déphasage  $\varphi_{u/i}$  de la tension d'alimentation par rapport au courant.

$$\tan \varphi = L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

Calcul de  $Z$ ,  $I$  et  $\varphi_{u/i}$  pour  $f = 175$  Hz

$$Z = \sqrt{14,0^2 + \left(69,6 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 175 - \frac{1}{10,0 \cdot 10^{-6} \times 2\pi \times 175}\right)^2} \Rightarrow Z = 20,1\Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{2,00}{20,1} \Rightarrow I = 9,95 \cdot 10^{-2} \text{ A}$$

$$\tan \varphi = L\omega - \frac{1}{C\omega} = 69,6 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 175 - \frac{1}{10,0 \cdot 10^{-6} \times 2\pi \times 175} \Rightarrow \tan \varphi = -14,42$$

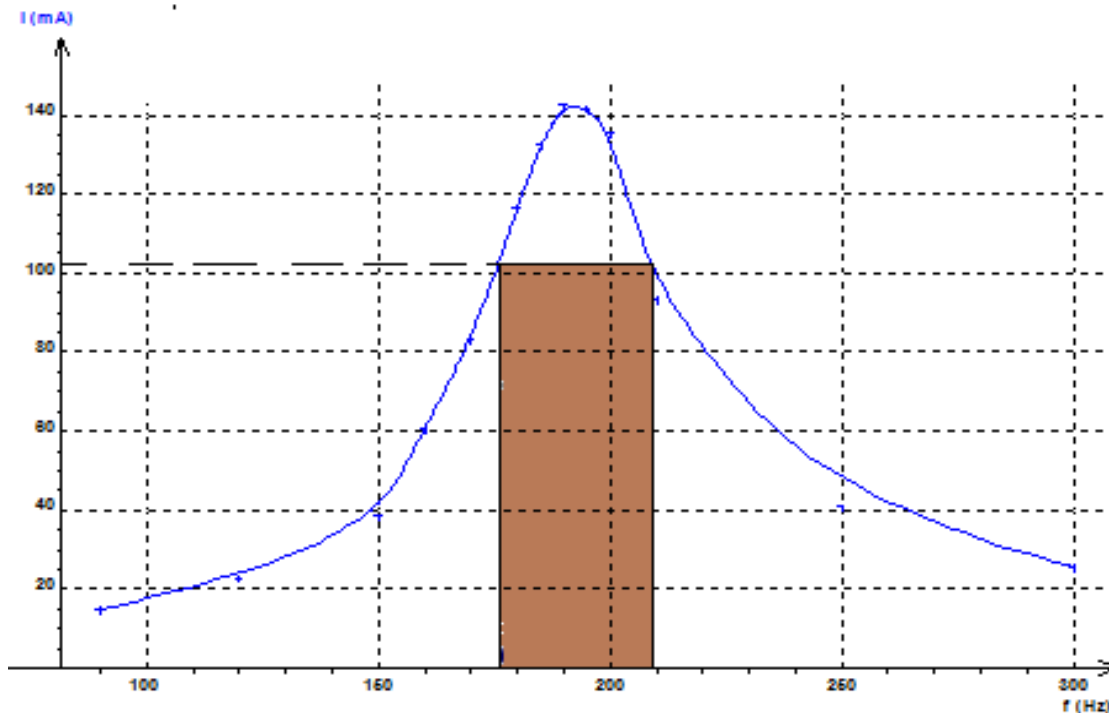
$$\Rightarrow \varphi = -86,0^\circ$$

1.2. Expressions de  $u(t)$  et de  $i(t)$  ;

$$i(t) = I_m \cos \omega t = 9,95 \cdot 10^{-2} \sqrt{2} \cos 2\pi \times 175 t = 9,95 \cdot 10^{-2} \sqrt{2} \cos 350\pi t$$

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) = 2,00 \sqrt{2} \cos(350\pi t - 86,0^\circ)$$

2.1.a Tracé de la courbe représentant  $I$  en fonction de  $f$ ,



2.1.b Détermination graphique de la fréquence  $f_0$  et l'intensité efficace  $I_0$  du courant correspondant à la résonance

A la résonance  $f_0 = 190 \text{ Hz}$  ;  $I_0 = 142,5 \text{ mA}$

2.2 Calcul de la fréquence  $f_0$  et l'intensité efficace  $I_0$

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{2,00}{14,0} \Rightarrow I_0 = 142,9 \text{ mA}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{69,6 \cdot 10^{-3} \times 10,0 \cdot 10^{-6}}} \Rightarrow f_0 = 191 \text{ Hz}$$

A des erreurs expérimentales les valeurs expérimentales correspondent aux valeurs calculées

3.1.a Expression littérale de la tension efficace  $U_C$  aux bornes du condensateur

$$U_C = \frac{I_0}{C\omega_0} = \frac{I_0}{2\pi f_0 C}$$

3.1.b Montrons que la tension  $U_C$  peut se mettre sous la forme  $U_C = Q \times U$

$$U_c = \frac{I_0}{C\omega_0}; I_0 = \frac{U}{R} \Rightarrow U_c = \frac{U}{RC\omega_0} = \frac{UL}{RLC\omega_0} = \frac{U}{LC\omega_0} \frac{L}{R}$$

$$\text{or } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \text{ et } \Delta\omega = \frac{R}{L}$$

$$\Rightarrow U_c = \frac{U\omega_0^2}{\omega_0\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} U \text{ or } Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{f_0}{\Delta f} \Rightarrow U_c = Q \times U$$

3.1.c Q est aussi appelé facteur de qualité

3.2.a Calcul de Q et  $U_c$

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{2\pi f_0 L}{R} = \frac{2\pi \times 190 \times 69,6 \cdot 10^{-3}}{14,0} \Rightarrow Q = 5,93$$

$$U_c = Q \times U = 5,93 \times 2,00 \Rightarrow U_c = 11,9V$$

3.2.b Le phénomène de surtension présente l'inconvénient de provoquer le claquage du condensateur par destruction de l'isolant

4.1 Détermination graphique de la bande passante  $B = f_2 - f_1$

$$\beta = f_2 - f_1 = 207,5 - 175,4 \Rightarrow \beta = 32,1Hz$$

4.2 Comparons la largeur de la bande expérimentale à celle calculée à partir de la relation

$$B = \frac{f_0}{Q}$$

$$\beta = \frac{f_0}{Q} = \frac{190}{5,93} \Rightarrow \beta = 32,0Hz$$

Aux incertitudes de mesures erreurs près, ces deux valeurs de la bande passante sont égales.

### Exercice 7

1°) Tracé des connexions nécessaires entre le circuit électrique de la figure-1- et l'oscilloscope.

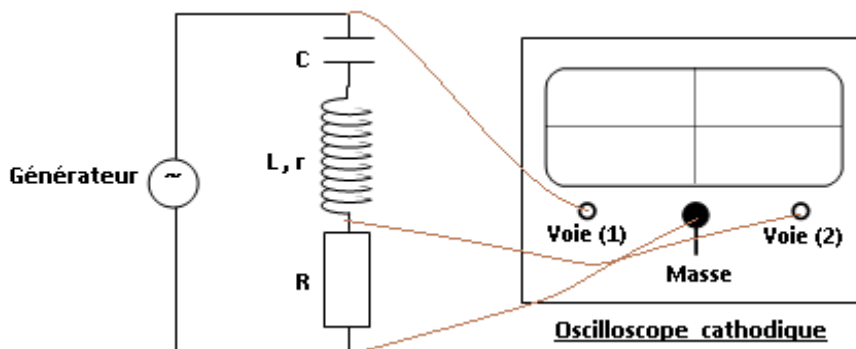


Figure -1-

2°) Etablissement de l'équation reliant  $i$ , sa dérivée première  $\frac{di}{dt}$  et sa primitive  $\int idt$

. La loi d'additivité des tensions s'écrit :  $u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$

$$\Rightarrow u(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + ri + \frac{q}{C} \quad \text{or } q = \int idt \Rightarrow (R+r)i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt = u(t)$$

### 3°a) Expérience n°1

$\alpha$ - Montrons que l'amplitude la plus élevée correspond à la tension  $u(t)$ .

Lorsque la fréquence du générateur correspond à la fréquence propre du dipôle (R, L, C) ; le circuit est à la résonance d'intensité

La tension efficace aux bornes du générateur est :  $U = (R+r)I_0$

La tension efficace (image de l'intensité I) aux bornes du résistor est :  $U_R = RI_0$

$U_R < U$ , l'amplitude la plus élevée correspond bien à la tension  $u(t)$ .

$\beta$ -Etablissons que  $\frac{R}{R+r} = \frac{2}{3}$

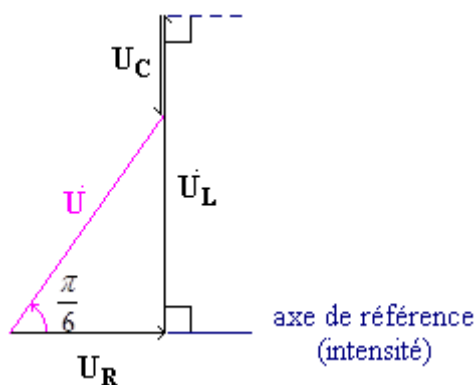
$$U_{\max} = (R+r)I_{\max} ; U_{R \max} = RI_{\max}$$

$$\frac{RI_{\max}}{(R+r)I_{\max}} = \frac{U_{R \max}}{U_{\max}} \Rightarrow \frac{R}{R+r} = \frac{3}{4,5} = \frac{3}{\frac{9}{2}} \Rightarrow \frac{R}{R+r} = \frac{2}{3}$$

### b) Expérience n°2

$\alpha$ -La tension est déphasée de  $\frac{\pi}{6}$  par rapport à l'intensité ; c'est-à-dire, la tension est en retard par rapport à l'intensité .Le circuit est inductif

$\beta$ -Construction de Fresnel



$$\text{Montrons que } R+r = \sqrt{3} \left( \frac{1}{2\pi f_1 C} - 2\pi f_1 L \right)$$

$$\tan \frac{\pi}{6} = \frac{\left(\frac{1}{C\omega_1} - L\omega_1\right)I_{\max}}{(R+r)I_{\max}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{2\pi f_1 C} - 2\pi f_1 L}{R+r} \Rightarrow R+r = \sqrt{3} \left( \frac{1}{2\pi f_1 C} - 2\pi f_1 L \right)$$

$\gamma$ -Calcul de R et r.

$$\frac{R}{R+r} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3R = 2R + 2r \Rightarrow r = \frac{R}{2}$$

$$R+r = \sqrt{3} \left( \frac{1}{2\pi f_1 C} - 2\pi f_1 L \right) \Rightarrow R + \frac{R}{2} = \sqrt{3} \left( \frac{1}{2\pi f_1 C} - 2\pi f_1 L \right)$$

$$\Rightarrow \frac{3R}{2} = \sqrt{3} \left( \frac{1}{2\pi f_1 C} - 2\pi f_1 L \right) \Rightarrow R = \frac{2\sqrt{3}}{3} \left( \frac{1}{2\pi f_1 C} - 2\pi f_1 L \right)$$

$$R = \frac{2\sqrt{3}}{3} \left( \frac{1}{2\pi \times 1524 \times 10^{-6}} - 2\pi \times 1524 \times 0,01 \right) \Rightarrow R = 10\Omega$$

$$r = \frac{R}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow r = 5\Omega$$

c) Détermination du facteur de qualité Q de l'oscillateur

$$Q = \frac{L\omega_0}{R+r} = \frac{L}{(R+r)} \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{\sqrt{L^2}}{(R+r)\sqrt{LC}} = \frac{1}{(R+r)} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{(10+5)} \sqrt{\frac{0,01}{10^{-6}}} \\ \Rightarrow Q=6,7$$

### **Exercice 8**

1-/ a- Montrons que le dipôle  $D_1$  est une inductance

En observant l'oscillogramme de la figure 2, on constate la voie 2 visualisant la tension aux bornes du résistor, donc les variations de l'intensité, montre que l'intensité est en retard par rapport à la tension. Ce retard est causé par l'inductance qui s'oppose à l'établissement ou à la rupture du courant dans un circuit électrique.

Le dipôle  $D_1$  est donc une inductance

b- Montrons que le dipôle  $D_2$  est un condensateur

L'étude l'oscillogramme de la figure 3 montre la tension est retard par l'intensité.

Le dipôle  $D_2$  est un condensateur qui retarde l'établissement ou la rupture d'une tension dans un circuit électrique

2-/, Détermination de :

a. La fréquence N et la valeur efficace U de la tension u(t) délivrée par le générateur.

$$N = \frac{1}{5 \times 8 \times 10^{-3}} = 25\text{Hz} ; U = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{5 \times 10}{\sqrt{2}} = 35,4\text{V}$$

b. L'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit

$$U_{\max} = RI_{\max} = R\sqrt{2}I \Rightarrow I = \frac{U_{\max}}{R\sqrt{2}} = \frac{18 \times 2}{155,5\sqrt{2}} \Rightarrow I = 0,164\text{A}$$

Impédance Z du circuit.

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{35,4}{0,164} \Rightarrow Z = 216\Omega$$

c. Déphasage  $\Delta\varphi$  de la tension par rapport à l'intensité du courant

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{t}{T} = 2\pi \times \frac{5 \times 10^{-3}}{5 \times 8 \times 10^{-3}} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{4}$$

L'intensité est en avance par à la tension. Le circuit est donc capacitif

c. Expression de  $i(t)$

$$i(t) = I_{\max} \sin(2\pi Nt + \varphi) = 0,164\sqrt{2} \sin(2\pi \times 25t + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow i(t) = 0,164\sqrt{2} \sin(50\pi t + \frac{\pi}{4})$$

3- a- Vecteur de Fresnel associée à chaque fonction.

A toute fonction sinusoïdale est associée vecteur de Fresnel

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = u \Rightarrow \vec{V}_L + \vec{V}_R + \vec{V}_C = \vec{V}$$

$$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$L \frac{di}{dt} = L\omega I_{\max} \cos(\omega t + \varphi) = L\omega I_{\max} \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \vec{V}_L \left\{ \begin{array}{l} L\omega I_{\max} \\ \varphi + \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

$$Ri = R I_{\max} \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \vec{V}_R \left\{ \begin{array}{l} R I_{\max} \\ \varphi \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{C} \int i dt = -\frac{I_{\max}}{C\omega} \cos(\omega t + \varphi) = \frac{I_{\max}}{C\omega} \sin(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \vec{V}_C \left\{ \begin{array}{l} \frac{I_{\max}}{C\omega} \\ \varphi - \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

$$u = U_{\max} \sin(\omega t + \phi) \Rightarrow \vec{V} \left\{ \begin{array}{l} U_{\max} \\ \phi \end{array} \right.$$

**Faire la construction de la figure 4 page 4 (1V est représenté par 1 cm). A FAIRE**

b- Valeur de la capacité C du condensateur ACHERCHER APRES CONSTRUCTION

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{2N\pi C} - 2N\pi L)^2} \Rightarrow (\frac{1}{2N\pi C} - 2N\pi L)^2 = Z^2 - R^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2N\pi C} - 2N\pi L = \sqrt{Z^2 - R^2} \Rightarrow \frac{1}{2N\pi C} = \sqrt{Z^2 - R^2} + 2N\pi L$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{2N\pi(\sqrt{Z^2 - R^2} - 2N\pi L)} = \frac{1}{2 \times 25 \times \pi(\sqrt{216^2 - 155,5^2} - 2 \times 25 \times \pi \times 0,5)} \Rightarrow C = 8,92 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$

4. a. Montrons que le circuit est le siège d'une résonance d'intensité.

$$U_{QM}^2 = U_{NM}^2 + U_{QN}^2 = (RI)^2 + (L\omega I - \frac{I}{C\omega})^2 = (RI)^2 + (L2\pi N_1 I - \frac{I}{C2\pi N_1})^2$$

$$U_{QN} = 0 \Rightarrow U_{QM}^2 = (RI)^2 \Rightarrow U_{QM} = RI$$

L'impédance est minimale ; le circuit est le siège d'une résonance

Valeur de la fréquence  $N_1$

$$U_{QN} = 0 \Rightarrow U_{QN}^2 = (L2\pi N_1 I - \frac{I}{C2\pi N_1})^2 = 0 \Rightarrow L2\pi N_1 I - \frac{I}{C2\pi N_1} = 0$$

$$L2\pi N_1 = \frac{1}{C2\pi N_1} \Rightarrow N_1^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC} \Rightarrow N_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ A CALCULER LA VALEUR}$$

b. Calcul du rapport  $U_{QP} / U_{QM}$ .

$$\frac{U_{QP}}{U_{QM}} = \frac{\frac{I}{C2\pi N_1}}{RI} \Rightarrow \frac{U_{QP}}{U_{QM}} = \frac{1}{2\pi N_1 RC} \text{ A CALCULER}$$

Ce rapport représente le facteur de qualité

5. a. Montrons que la puissance électrique moyenne de ce circuit s'écrit sous la forme

$$P = \frac{RU^2}{R^2 + A^2}$$

$$P = UI \cos \phi$$

$$U_R = RI = U \cos \phi \Rightarrow I = \frac{U \cos \phi}{R} \Rightarrow P = U \frac{U \cos \phi}{R} \cos \phi = \frac{U^2 \cos^2 \phi}{R}$$

$$\text{or } \cos \phi = \frac{RI}{ZI} = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} \Rightarrow \cos^2 \phi = \frac{R^2}{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

$$P = \frac{U^2 \cos^2 \phi}{R} = \frac{U^2}{R} \frac{R^2}{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \Rightarrow P = \frac{RU^2}{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = \frac{RU^2}{R^2 + A^2}$$

$$\Rightarrow A = L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

b. Valeur de R pour laquelle la puissance moyenne est maximale

La puissance moyenne est maximale lorsque la dérivée P par rapport à R admet un maximum

$$\frac{dP}{dR} = \frac{d}{dR} \left( \frac{RU^2}{R^2 + A^2} \right) = \frac{U^2(R^2 + A^2) - 2RRU^2}{(R^2 + A^2)^2} = \frac{(A^2 - R^2)U^2}{(R^2 + A^2)^2}$$

$$\frac{dP}{dR} = 0 \Rightarrow A^2 - R^2 = 0 \Rightarrow R^2 = A^2 \Rightarrow \begin{cases} R = A \text{ si } A > 0 \\ R = -A \text{ si } A < 0 \end{cases}$$

c. Montrons que pour  $R=A$ , le déphasage courant-tension est indépendant de  $\omega$ , de  $L$  et de  $C$  et vaut  $\pm \pi/4$  rad

$$\tan \phi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = \frac{A}{R}$$

$$R = A \text{ si } A > 0 \Rightarrow \tan \phi = \frac{A}{R} = \frac{R}{R} = 1 \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{4}$$

$$R = -A \text{ si } A < 0 \Rightarrow \tan \phi = \frac{A}{R} = -\frac{R}{R} = -1 \Rightarrow \phi = -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{D'où } \phi = \pm \frac{\pi}{4}$$

### **Exercice 9**

1. Calcul des valeurs maximales des tensions  $u_1$  et  $u_2$

$$U_{1\max} = 3,4 \times 10 = 34V$$

$$U_{2\max} = 2,3 \times 5 = 11,5V$$

Valeurs efficaces correspondantes

$$U_1 = \frac{U_{1\max}}{\sqrt{2}} = \frac{34}{\sqrt{2}} = 24V$$

$$U_2 = \frac{U_{2\max}}{\sqrt{2}} = \frac{11,5}{\sqrt{2}} = 8,1V$$

2. Sens du déphasage  $\phi$  de  $u_1$  par rapport à  $u_2$ .

La tension  $u_1$  est en avance par rapport à  $u_2$

La réactance  $X$  est de nature inductive à la fréquence considérée

3. Calcul de la valeur maximale et de la valeur efficace du courant  $i$  traversant le circuit

$$I_{2\max} = \frac{U_{2\max}}{r} = \frac{11,5}{50} = 0,23A$$

$$I_2 = \frac{I_{2\max}}{\sqrt{2}} = \frac{0,23}{\sqrt{2}} = 0,16A$$

4. Détermination du déphasage de  $u_1$  par rapport au courant

$$\phi = 2\pi \frac{d}{D} = 2\pi \frac{1}{6} \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{3}$$

5. Calcul de l'impédance totale  $Z$  du circuit série formé par le dipôle  $AB$  et  $r$ .

$$Z = \frac{U_1}{I_2} = \frac{24}{0,16} \Rightarrow Z = 150\Omega$$

6. Calcul de la résistance R constitutive du dipôle AB

$$\cos \varphi = \frac{R + r}{Z} \Rightarrow R + r = Z \cos \varphi \Rightarrow R = Z \cos \varphi - r = 150 \times \cos \frac{\pi}{3} - 50 \Rightarrow R = 15\Omega$$

7. Calcul de la réactance X et de la valeur de l'inductance L constitutive du dipôle AB

$$X = Z \sin \varphi = 150 \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow X = 130\Omega$$

$$X = L\omega = L2\pi f \Rightarrow L = \frac{X}{2\pi f} = \frac{130}{2\pi \times 50} \Rightarrow L = 0,41\text{H}$$

### Exercice1

1) Equation différentielle du mouvement du corps  $M$

**Système étudié :** le corps

**Référentiel d'étude :** terrestre supposé galiléen

**Bilan des forces extérieures appliquées :** le poids  $\vec{P}$  ; la tension  $\vec{T}$  ; la réaction  $\vec{R}$  du plan horizontal

**Le Théorème du centre d'inertie s'écrit :**  $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

En projetant suivant l'axe  $Ox$  ; il vient :  $0 - kx + m\ddot{x} = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$  est l'équation

différentielle du mouvement de  $M$  ou  $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$  avec  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

2) Détermination de l'équation horaire du mouvement du corps  $M$

a) Cas :  $t = 0$   $x = x_0 > 0$  et la vitesse initiale de  $M$  est nulle

L'équation différentielle admet comme solution :  $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$

$$A \quad t = 0 \Rightarrow x(0) = x_m \cos(\omega \times 0 + \varphi) = x_m \cos \varphi = x_0 > 0 \Rightarrow \cos \varphi$$

$$\square \\ x = -\omega x_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\dot{x}(0) = -\omega x_m \sin(\omega \times 0 + \varphi) = -\omega x_m \sin \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ ou } \varphi = \pi \text{ or à } t=0 \cos \varphi > 0$$

$$\Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow x_m \cos 0 = x_0 \Rightarrow x_m = x_0 \text{ d'où } x = x_0 \cos \omega t$$

b) Cas :  $t = 0$  le corps  $M$  est en  $x = x_0$  et la vitesse de  $M$  est  $\vec{v} = v_0 \vec{e}_x$  avec  $v_0 > 0$

$$A \quad t = 0 \Rightarrow x(0) = x_m \cos(\omega \times 0 + \varphi) = x_m \cos \varphi = x_0$$

$$\dot{x}(0) = -\omega x_m \sin(\omega \times 0 + \varphi) = -\omega x_m \sin \varphi = v_0 > 0 \Rightarrow \sin \varphi < 0$$

$$\frac{-\omega x_m \sin \varphi}{x_m \cos \varphi} = \frac{v_0}{x_0} \Rightarrow \tan \varphi = -\frac{v_0}{\omega x_0} \Rightarrow \varphi = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

$$\Rightarrow x = x_m \cos\left(\omega t + \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)\right)$$

1) Détermination de la position d'équilibre du corps  $M$ .

**Système étudié :** le corps

**Référentiel d'étude :** terrestre supposé galiléen

**Bilan des forces extérieures appliquées :** le poids  $\vec{P}$  ; la tension  $\vec{T}$

**La condition d'équilibre s'écrit :**  $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow mg - k(l - l_0) = 0$

2) Equation différentielle du mouvement de  $M$

$$\text{En mouvement : } \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \Rightarrow mg - k(l + x - l_0) = m\ddot{x}$$

$$\Rightarrow mg - k(l - l_0) - kx = m\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

### Exercice2 : Oscillations d'un pendule simple

#### 1. Conservation de l'énergie

a. Expression de l'énergie cinétique  $E_c(\dot{\theta})$ , de l'énergie potentielle de pesanteur  $E_p(\theta)$  et de l'énergie totale  $E$ .

$$E_p(\theta) = mg(1 - \cos \theta)$$

$$E_c(\dot{\theta}) = \frac{1}{2}mv^2 \text{ Or } v = l\dot{\theta} \Rightarrow E_c(\dot{\theta}) = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2$$

$$E_m = E_p(\theta) + E_c(\dot{\theta}) = mg(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2$$

$$\text{A } t=0 \quad E_{m0} = E_p(\theta_0) + E_c(\dot{\theta}_0) = mg(1 - \cos \theta_0) + 0 = mg(1 - \cos \theta_0) = \text{cte}$$

a. Equation différentielle du mouvement.

Le système est conservatif ; l'énergie mécanique est constante :

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \left( mg(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 \right) = 0 \Rightarrow mg\dot{\theta}\sin \theta + \frac{1}{2} \times 2ml^2\dot{\theta}\ddot{\theta} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{g}{l}\dot{\theta}\sin \theta + \dot{\theta}\ddot{\theta} = 0 \text{ comme } \dot{\theta} \text{ n'est pas forcément nul } \Rightarrow \frac{g}{l}\sin \theta + \ddot{\theta} = 0$$

$$\frac{g}{l}\sin \theta + \ddot{\theta} = 0 \text{ Pour les faibles angles } \sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

## 2) Petites oscillations

a. Résolution de l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(t)$

L'équation différentielle admet comme solution :  $\theta = \theta_m \cos(\omega t + \varphi)$

$$\dot{\theta} = -\omega\theta_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \ddot{\theta} = -\omega^2\theta_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

$$\Rightarrow -\omega^2\theta_m \cos(\omega t + \varphi) + \frac{g}{l}\theta_m \cos(\omega t + \varphi) = 0 \Rightarrow (-\omega^2 + \frac{g}{l})\theta_m \cos(\omega t + \varphi) = 0$$

$$\Rightarrow -\omega^2 + \frac{g}{l} = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\text{Période des oscillations du pendule : } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

b. Expression de l'énergie cinétique  $E_c(t)$  et de l'énergie potentielle  $E_p(t)$  en fonction du temps

$$E_p = mgl(\cos \theta - 1)$$

Dans le cas de petites oscillations :  $\theta_0$  est suffisamment petit pour que l'on puisse poser

$$\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} \Rightarrow E_p = mgl \frac{\cos^2 \theta}{2} = \frac{1}{2}(\theta_m \cos(\omega t + \varphi))^2 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2}mgl\theta_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$E_c = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}ml^2(-\omega\theta_m \sin(\omega t + \varphi))^2 = \frac{1}{2}ml^2\omega^2\theta_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$\text{or } \omega^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2}mgl\theta_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

Vérifions la conservation de l'énergie.

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} mgl\theta_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} mgl\theta_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} mgl\theta_m^2 (\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi))$$

$$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2} mgl\theta_m^2 = cte$$

Montrons qu'en valeur moyenne dans le temps on a équipartition de l'énergie :  $\langle E_c \rangle = \langle E_p \rangle$ .

$$\langle E_p \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T E_p dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} mgl\theta_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) dt$$

$$\Rightarrow \langle E_p \rangle = \frac{1}{2} mgl\theta_m^2 \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{2} mgl\theta_m^2 \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\cos 2(\omega t + \varphi) + 1}{2} dt$$

$$\Rightarrow \langle E_p \rangle = \frac{1}{4} mgl\theta_m^2 \frac{1}{T} \left( \left[ \frac{\sin 2(\omega t + \varphi)}{2} \right]_0^T + [t]_0^T \right) = \frac{1}{4} mgl\theta_m^2 \frac{1}{T} (\sin 2(\omega T + \varphi) - \sin 2\varphi + T - 0)$$

$$\Rightarrow \langle E_p \rangle = \frac{1}{4} mgl\theta_m^2 \frac{1}{T} (\sin 2\varphi - \sin 2\varphi + T - 0) \Rightarrow \langle E_p \rangle = \frac{1}{4} mgl\theta_m^2$$

$$\langle E_c \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T E_c dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} mgl\theta_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) dt$$

$$\Rightarrow \langle E_c \rangle = \frac{1}{2} mgl\theta_m^2 \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{2} mgl\theta_m^2 \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2(\omega t + \varphi)}{2} dt$$

$$\langle E_c \rangle = \frac{1}{4} mgl\theta_m^2 \frac{1}{T} ([t]_0^T - \left[ \frac{\sin 2(\omega t + \varphi)}{2} \right]_0^T) = \frac{1}{4} mgl\theta_m^2 \frac{1}{T} (T - 0 - \sin 2(\omega T + \varphi) + \sin 2\varphi)$$

$$\Rightarrow \langle E_c \rangle = \frac{1}{4} mgl\theta_m^2 \frac{1}{T} (T - 0 - \sin 2\varphi + \sin 2\varphi) \Rightarrow \langle E_c \rangle = \frac{1}{4} mgl\theta_m^2$$

$$\langle E_p \rangle = \frac{1}{4} mgl\theta_m^2 \Rightarrow \langle E_c \rangle = \langle E_p \rangle$$

### 3) Amortissement du pendule

Equation différentielle du mouvement.

**Système étudié :** la masse

**Référentiel d'étude :** terrestre supposé galiléen

**Bilan des forces extérieures appliquées :** le poids  $\vec{P}$  ; la tension  $\vec{T}$

La relation fondamentale de la dynamique s'écrit :

**Montrer que l'équation vérifiée par  $\theta$  pour des mouvements de faible amplitude est de la forme : AREVOIR**

$$\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

#### Exercice 3

1) Constante de raideur  $k_2$  de  $R_2$

Système étudié : le solide

Référentiel d'étude : terrestre supposé galiléen

Bilan des forces appliquées : le poids  $\vec{P}$  ; la réaction  $\vec{R}$  ; les tensions  $\vec{T}_1$  et  $\vec{T}_2$

La condition d'équilibre s'écrit :  $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$

En projetant la relation suivant  $A_1A_2$ , il vient :  $0 + 0 + k_1\Delta l_1 - k_2\Delta l_2 = 0$

$$\Rightarrow k_2 = k_1 \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = 40 \times \frac{10}{8} \Rightarrow k_2 = 50 \text{ Nm}^{-1}$$

2. a. Montrons que l'oscillateur est harmonique.

Le théorème du centre d'inertie appliquée au solide s'écrit :  $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m\vec{a}$

En projetant la relation suivant  $A_1 A_2$ , il vient :

$$0 + 0 - k_1(\Delta l_1 + x) + k_2(\Delta l_2 - x) = m \ddot{x} \Rightarrow -k_1 \Delta l_1 + k_2 \Delta l_2 - (k_1 + k_2)x = m \ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{(k_1 + k_2)}{m} x = 0$$

L'équation est une équation différentielle de second ordre ; l'oscillateur est donc harmonique

b. Calcul de la pulsation propre de l'oscillateur

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = \sqrt{\frac{40 + 50}{400 \cdot 10^{-3}}} \Rightarrow \omega = 15 \text{ rads}^{-1}$$

3. Loi horaire du mouvement

L'équation différentielle admet comme solution :  $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$

$$\Rightarrow v = \dot{x} = -\omega x_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{A } t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = x_m \cos \varphi = x_0 \\ v = -\omega x_m \sin \varphi = v_0 \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi = -\frac{v_0}{\omega x_0} = -\frac{-0,1}{15 \times 2 \cdot 10^{-2}} = 0,333$$

$$\Rightarrow \varphi = 10,4^\circ$$

$$\begin{cases} (x_m \cos \varphi)^2 = x_0^2 \\ (-\omega x_m \sin \varphi)^2 = v_0^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_m^2 \cos^2 \varphi = x_0^2 \\ \omega^2 x_m^2 \sin^2 \varphi = v_0^2 \end{cases} \Rightarrow x_m^2 \cos^2 \varphi + x_m^2 \sin^2 \varphi = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}$$

$$x_m = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{(2 \cdot 10^{-2})^2 + \frac{(-0,1)^2}{15^2}} \Rightarrow x_m = 0,021 \text{ m}$$

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow x = 0,021 \cos(15t + 10,4^\circ)$$

4. Calcul de l'énergie mécanique de l'oscillateur

Le système évolue sans frottement ; son énergie mécanique est constante

$$E_m = E_p + E_c; \text{ si } E_c = 0 \Rightarrow E_m = E_p = \frac{1}{2} (k_1 + k_2) x_m^2 = \frac{1}{2} (40 + 50) \times 0,021^2$$

$$\Rightarrow E_m = 0,020 \text{ J}$$

#### Exercice 4

1) Montrons que, pour des amplitudes suffisamment faibles, les oscillations du pendule sont forcément harmoniques

**Système étudié :** le pendule

**Référentiel d'étude :** terrestre supposé galiléen

**Bilan des forces appliquées :** le poids  $\vec{P}$  ; la réaction  $\vec{R}$

Relation fondamentale de la dynamique de rotation s'écrit :

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta \ddot{\theta} \Rightarrow -mgOK + 0 = J_\Delta \ddot{\theta} \Rightarrow -mg \frac{l}{2} \sin \theta = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\text{Pour des angles faibles : } \sin \theta \approx \theta \text{ rad} \Rightarrow -mg \frac{l}{2} \theta = J_\Delta \ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mgl}{2J_\Delta} \theta = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mgl}{2 \times \frac{1}{3} ml^2} \theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{3g}{2l} \theta = 0$$

L'équation est une équation différentielle linéaire de second ordre ; l'oscillateur est donc harmonique

2) Détermination de la pulsation propre de cet oscillateur

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{2l}} = \sqrt{\frac{3 \times 9,8}{2 \times 1}} \Rightarrow \omega = 3,8 \text{ rads}^{-1}$$

3) Détermination de m'

Le pendule est encore pesant : son moment d'inertie  $J_{\Delta} = \frac{1}{3} ml^2 + m'l^2$

Relation fondamentale de la dynamique de rotation s'écrit :

$$M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{P}') + M_{\Delta}(\vec{R}) = J_{\Delta} \ddot{\theta} \Rightarrow -mgOK - m'gOH + 0 = J_{\Delta} \ddot{\theta} \Rightarrow -mg \frac{1}{2} \sin \theta - m'gl \sin \theta = J_{\Delta} \ddot{\theta}$$

$$\sin \theta \approx \theta \text{ rad} \Rightarrow -\left(\frac{m}{2} + m'\right)g \frac{1}{2} \theta = J_{\Delta} \ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{\left(\frac{m}{2} + m'\right)gl}{J_{\Delta}} \theta = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\left(\frac{m}{2} + m'\right)gl}{J_{\Delta}}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{m}{2} + m'\right)gl}{\frac{1}{3} ml^2 + m'l^2}} = \sqrt{\frac{\frac{m}{2} + m'}{\frac{m}{3} + m'}} \frac{g}{l}$$

$$\frac{\frac{m}{2} + m'}{\frac{m}{3} + m'} = \frac{1}{g} \omega^2 = \frac{1}{g} \times \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{1}{9,8} \times \left(\frac{2\pi}{1,83}\right)^2 = 1,20 \Rightarrow 1,20 \left(\frac{m}{3} + m'\right) = \frac{m}{2} + m'$$

$$\Rightarrow m' = \frac{0,1}{0,2} m = \frac{0,1}{0,2} \times 100 \Rightarrow m' = 50g$$

4. a. Montrons que cet oscillateur n'est pas harmonique

Relation fondamentale de la dynamique de rotation, en tenant compte du moment du couple de rappel, s'écrit :

$$M_{\Delta}(\vec{P}) + M_C + M_{\Delta}(\vec{R}) = J_{\Delta} \ddot{\theta} \Rightarrow -mgOK - C\theta + 0 = J_{\Delta} \ddot{\theta} \Rightarrow -mg \frac{1}{2} \sin \theta - C\theta = J_{\Delta} \ddot{\theta}$$

L'équation est une équation différentielle non linéaire, l'oscillateur n'est donc pas harmonique

b. Calcul de la pulsation propre de l'oscillateur.

$$\text{Pour des angles faibles : } \sin \theta \approx \theta \text{ rad} \Rightarrow -mg \frac{1}{2} \theta - C\theta = J_{\Delta} \ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mg \frac{1}{2} + C}{J_{\Delta}} \theta = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mg \frac{1}{2} + C}{J_{\Delta}}} = \sqrt{\frac{mg \frac{1}{2} + C}{\frac{1}{3} ml^2}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 10^{-3} \times 9,8 \times \frac{1}{2} + 0,2}{\frac{1}{3} \times 100 \cdot 10^{-3} \times 1^2}} \Rightarrow \omega = 4,55 \text{ rads}^{-1}$$

## Exercice 5

1°) a) Etablissement de l'expression de l'énergie mécanique E du système {solide (S), ressort} en fonction de x, v, k et m

$$E_m = E_p + E_c = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2$$

b) Montrons que cette énergie 'mécanique E est constante.

. Les frottements sont négligés :  $\Delta E_m = E_m - E_{m0} = 0 \Rightarrow E_m = E_{m0} = \text{cste}$

Expression de la valeur de l'énergie mécanique en fonction de k et  $x_0$ .

$$E_{m0} = E_{p0} + E_{c0} = \frac{1}{2} kx_0^2 + 0 \Rightarrow E_{m0} = \frac{1}{2} kx_0^2$$

c) Déduisons que le mouvement de (S) es rectiligne sinusoïdal

$$\frac{d}{dt} E_{m0} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 \right) \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} x \times 2k \frac{dx}{dt} + \frac{1}{2} v \times 2m \frac{dv}{dt} = 0$$

$$kxv + m \ddot{x} v = 0 \Rightarrow v(kx + m \ddot{x}) = 0$$

. La vitesse n'est pas toujours nulle  $\Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$

**2.a.** Justification théorique de l'allure de la courbe

$$E_m = E_{m0} \Rightarrow \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} kx_0^2 \Rightarrow v^2 = -\frac{k}{m} x^2 + \frac{k}{m} x_0^2$$

La courbe représentant  $v_2 = f(x^2)$  est une droite de pente négative ; ce qui confirme l'allure de la courbe

b) Les valeurs de la pulsation  $\omega_0$  et l'amplitude  $x_0$  du mouvement de (S),

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{-\frac{\Delta v^2}{\Delta x^2}} = \sqrt{-\frac{0 - 2,5 \cdot 10^{-1}}{2,5 \cdot 10^{-3} - 0}} \Rightarrow \omega_0 = 10 \text{ rads}^{-1}$$

$$v^2 = 0 \Rightarrow -\frac{k}{m} x^2 + \frac{k}{m} x_0^2 = 0 \quad (x = x_m) \Rightarrow \frac{1}{2} kx_0^2 = \frac{1}{2} kx_m^2 \Rightarrow x_m^2 = x_0^2$$

$$\Rightarrow x_m = x_0 = \sqrt{2,5 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

d) Calcul des valeurs de la constante de raideur k du ressort et la masse m du solide

$$E_{m0} = \frac{1}{2} kx_m^2 \Rightarrow k = \frac{2E_{m0}}{x_m^2} = \frac{2 \times 0,0625}{2,5 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow k = 50 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{50}{10^2} \Rightarrow m = 0,5 \text{ Kg}$$

## Exercice 6

### Partie A :

1. Equation différentielle de son mouvement.

**Système étudié :** le solide (S)

**Référentiel d'étude :** terrestre supposé galiléen

**Bilan des forces extérieures appliquées :** le poids  $\vec{P}$  ; la tension  $\vec{T}$  ; la réaction  $\vec{R}$  du plan horizontal

La relation fondamentale de la dynamique appliquée au solide (S) s'écrit:  $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

En projetant suivant l'axe Ox ; il vient :  $0 - kx + 0 = m \ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$  est l'équation

différentielle du mouvement de M

Le mouvement est rectiligne sinusoïdal

b. Montrons que  $x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$  est une solution de l'équation différentielle

$$x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x) \Rightarrow \dot{x}(t) = \omega_0 X_m \cos(\omega_0 t + \varphi_x) \Rightarrow x(t) = -\omega_0^2 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0 \Rightarrow -\omega_0^2 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x) + \frac{k}{m} X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x) = 0$$

$$\Rightarrow \left(-\omega_0^2 + \frac{k}{m}\right) X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x) = 0 \Rightarrow \left(-\omega_0^2 + \frac{k}{m}\right) \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Expression de la période propre  $T_0$  des oscillations du solide (S)

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

a. Expression de la vitesse du solide en fonction de  $X_m$ ,  $\omega_0$ ,  $t$  et  $\varphi_x$ .

$$v = \dot{x}(t) = -\omega_0 X_m \cos(\omega_0 t + \varphi_x)$$

1. Montrons que  $x_0$  et  $v_0$  vérifient la relation  $x_m^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}$

$$t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = x_m \sin \varphi = x_0 \\ v = -\omega x_m \cos \varphi = v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x_m \cos \varphi)^2 = x_0^2 \\ (-\omega x_m \sin \varphi)^2 = v_0^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_m^2 \cos^2 \varphi = x_0^2 \\ \omega^2 x_m^2 \sin^2 \varphi = v_0^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_m^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} \Rightarrow x_m^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}$$

3..a. Expression de l'énergie mécanique  $E$  du système  $S_0 = \{(S) + \text{ressort}\}$  en fonction de  $x$ ,  $v$ ,  $K$  et  $m$ .

$$E_m = E_p + E_c = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2$$

Montrons que l'énergie  $E$  est constante

. Les frottements sont négligés :  $\Delta E_m = E_m - E_{m0} = 0 \Rightarrow E_m = E_{m0} = \text{cste}$

Expression de l'énergie mécanique en fonction de  $m$  et  $V_m$

$$E_m = E_p + E_c; \text{ lorsque } E_p = 0 \Rightarrow E_m = E_{c\max} = \frac{1}{2} m v_m^2$$

Etablissement de l'expression de l'énergie cinétique du solide (S) en fonction  $m$ ,  $V_m$ ,  $\omega_0$ ,  $t$  et  $\varphi$ .

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (-\omega_0 X_m \cos(\omega_0 t + \varphi_x))^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_x)$$

Montrons que l'énergie cinétique peut s'écrire sous la forme :

$$E_c = \frac{E_{c\max}}{2} (1 + \cos(2\omega_0 t + 2\varphi_x))$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_x) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_m^2 \left( \frac{1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi_x)}{2} \right)$$

$$\Rightarrow E_c = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_m^2 (1 + \cos(2\omega_0 t + 2\varphi_x)) = \frac{E_{c\max}}{2} (1 + \cos(2\omega_0 t + 2\varphi_x))$$

$$\Rightarrow E_{c\max} = \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_m^2$$

b.)

- L'amplitude de la vitesse  $V_m$  :

$$E_{C_{\max}} = \frac{1}{2} m v_m^2 \Rightarrow v_m = \sqrt{\frac{2E_{C_{\max}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 25 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 10^{-3}}} \Rightarrow v_m = 0,32 \text{ms}^{-1}$$

- La période propre  $T_0$  :  $T_0 = 0,25\text{s}$

La valeur :  $X_m$  :

$$E_{C_{\max}} = \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_m^2 = \frac{1}{2} m v_m^2 \Rightarrow X_m = \frac{v_m}{\omega_0} = \frac{T_0}{2\pi} v_m = \frac{0,25}{2\pi} \times 0,32 \Rightarrow X_m = 0,013\text{m}$$

- La phase initiale  $\varphi_x$  de l'élongation  $x(t)$ .

$$E_C = \frac{E_{C_{\max}}}{2} (1 + \cos 2\varphi_x) \Rightarrow 1 + \cos 2\varphi_x = \frac{2E_C}{E_{C_{\max}}} \Rightarrow \cos 2\varphi_x = \frac{2E_C}{E_{C_{\max}}} - 1$$

$$\Rightarrow \cos 2\varphi_x = \frac{2 \times 18,75 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3}} - 1 \Rightarrow \cos 2\varphi_x = 0,5$$

$$\Rightarrow \cos 2\varphi_x = \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow 2\varphi_x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi_x = \frac{\pi}{12}$$

c. Loi horaire du mouvement.

$$x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x) = X_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi_x\right) = 0,013 \cdot \sin\left(8\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$$

Calcul de l'abscisse initiale  $x_0$  du solide (S)

$$x_0 = 0,013 \cdot \sin \frac{\pi}{12} = 3,4 \cdot 10^{-4} \text{m}$$

$$\text{vitesse initiale } v_0 : v_0 = -0,013 \times 8\pi \cdot \cos \frac{\pi}{12} = -4,9 \text{ms}^{-1}$$

Le mouvement du solide (S) débute dans le sens négatif

b. Calcul de la raideur  $K$  du ressort.

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{4\pi^2}{T_0^2} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2}{T_0^2} \times m = \frac{4\pi^2}{0,25^2} \times 500 \cdot 10^{-3} \Rightarrow k = 3,16 \cdot 10^2 \text{Nm}^{-1}$$

### **Partie B :**

5- Nom et unité de  $h$ .

$h$  est le coefficient de frottement en  $\text{s}^{-1}$

2. Equation différentielle du mouvement du solide (S) régissant les variations de son élongation  $x(t)$ .

**Système étudié :** le solide (S)

**Référentiel d'étude :** terrestre supposé galiléen

**Bilan des forces extérieures appliquées :** le poids  $\vec{P}$  ; la tension  $\vec{T}$  ; la réaction  $\vec{R}$  du plan horizontal ; la force de frottement visqueux  $\vec{f}$

La relation fondamentale de la dynamique appliquée au solide (S) s'écrit :  $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$

En projetant suivant l'axe Ox ; il vient :

$$0 - kx + 0 - hv = m \ddot{x} \quad (v = \dot{x}) \Rightarrow 0 - kx + 0 - h\dot{x} = m \ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{h}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0$$

est l'équation différentielle du mouvement de M

a. Montrons que l'énergie totale du système  $S_0 = \{(S) + \text{ressort}\}$  diminue au cours du temps.

$$E_m = E_p + E_c = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \Rightarrow \frac{d}{dt}E_m = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2\right)$$

$$\Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \frac{1}{2} \times 2kx \dot{x} + \frac{1}{2} \times 2m\dot{x}\ddot{x} = (kx + m\ddot{x})\dot{x} \text{ or } (kx + m\ddot{x}) = -h\dot{x}$$

$$\Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = -h\dot{x} \times \dot{x} \Rightarrow dE_m = -h\dot{x} \times \dot{x} dt = \vec{f} \cdot \vec{dl} < 0 \Rightarrow dE_m < 0$$

L'énergie totale du système  $S_0 = \{(S) + \text{ressort}\}$  diminue donc au cours du temps

### Exercice 7

1. Etablissement de l'équation différentielle régissant les variations de l'élongation  $x$

**Système étudié :** le solide (S)

**Référentiel d'étude :** terrestre supposé galiléen

**Bilan des forces extérieures appliquées :** le poids  $\vec{P}$  ; la tension  $\vec{T}$  ; la réaction  $\vec{R}$  du plan horizontal ; la force de frottement visqueux  $\vec{f}$  ; la force motrice  $\vec{F}$

La relation fondamentale de la dynamique appliquée au solide (S) s'écrit:

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a}$$

En projetant suivant l'axe Ox ; il vient :

$$0 - kx + 0 - h\dot{v} + F = m\ddot{x} \quad (v = \dot{x}) \Rightarrow 0 - kx + 0 - h\dot{x} + F = m\ddot{x}$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{h}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x + \frac{F}{m} = 0$$

a. Montrons que la courbe  $C_1$  correspond à  $F(t)$ .

Le pendule est un résonateur qui répond à la sollicitation de l'excitateur qui est la force excitatrice  $\vec{F}$ .

La courbe  $C_1$ , dont l'amplitude est maximale à l'origine des temps, ne peut représenter les variations de la force

a. Détermination de la valeur de  $\omega_1$ ,  $F_m$ ,  $X_m$ , et  $\varphi_F - \varphi_x$ .

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2 \times \frac{\pi}{24}} = 24 \text{ rads}^{-1}$$

$$F_m = 0,2 \times 3 = 0,6 \text{ N} ; \quad x_m = 4 \times 1,5 = 6 \text{ cm} ; \quad \varphi_F - \varphi_x = \frac{\pi}{4} + \frac{2 \times \pi}{4 \times 5} = \frac{7\pi}{20}$$

$$F = F_m \sin \varphi_F = F_m \Rightarrow \sin \varphi_F = 1 \Rightarrow \varphi_F = \frac{\pi}{2} \text{ ou } \varphi_F = \frac{3\pi}{2}$$

## Interférences lumineuses

### Exercice 1

1. Représenter à l'échelle 5, sur une largeur de 15cm :
  - a) la figure d'interférences obtenue avec la radiation de longueur d'onde  $\lambda_1$
  - b) la figure d'interférences obtenue avec la radiation de longueur d'onde  $\lambda_2$
  - c) la figure d'interférences obtenue avec la lumière émise par la source F
2. Si la source F émettait de la lumière blanche, seules quelques franges colorées seraient observées au centre de la figure d'interférence. Effet, la source émet plusieurs radiations de longueurs d'onde différentes correspondantes à des figures d'interférences différentes qui se superposent. Les couleurs sont mélangées car les franges de différentes couleurs se brouillent.

### Exercice 2

1. Etablissement de l'expression de la différence de marche au point M de l'écran

$$\delta = (SS_2 + S_2M) - (SS_1 + S_1M) = S_2M - S_1M \quad (SS_2 = SS_1)$$

$$S_2M^2 = d_2^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 ; \quad S_1M^2 = d_1^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

$$d_2^2 - d_1^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2\right) = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - D^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

$$(d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = \left(\left(x + \frac{a}{2}\right) + \left(x - \frac{a}{2}\right)\right)\left(\left(x + \frac{a}{2}\right) - \left(x - \frac{a}{2}\right)\right) = 2ax$$

Les grandeurs  $x$  et  $a$  sont petites devant la grandeur  $D$ . Dans ces conditions,

$$d_2 + d_1 = 2D \Rightarrow \delta = d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$$

2. Détermination de la distance entre les deux sources

$$x_n = \frac{n\lambda D}{a}$$

$$x_9 - x_6 = \frac{9\lambda D}{a} - \left(-\frac{6\lambda D}{a}\right) = \frac{15\lambda D}{a} = d \Rightarrow a = \frac{15\lambda D}{d} = \frac{15 \times 0,6 \cdot 10^{-6} \times 2,5}{1,5 \cdot 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow a = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,5 \text{ mm}$$

3. Détermination de la nature de la frange en un point P de E distant de 2,5mm de la frange centrale

$$x_n - 0 = \frac{n\lambda D}{a} - 0 = d \Rightarrow n = \frac{ad}{\lambda D} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \times 2,5 \cdot 10^{-3}}{2,5 \times 0,6 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow n = \frac{5}{2}$$

L'ordre d'interférence est un demi-entier ; la frange au point P est une frange sombre

### Exercice 3

1. Les vibrations lumineuses issues des fentes  $F_1$  et  $F_2$  sont cohérentes et en phase puisqu'elles sont d'une même source
2. Expression du retard en fonction de  $d_1$  et de la vitesse  $c$  de la lumière dans l'air

$$t_1 = \frac{d_1}{c}$$

3. Expression du retard en fonction de  $d_2$  et de la vitesse  $c$  de la lumière dans l'air

$$t_2 = \frac{d_2}{c}$$

4. Conditions le point M sera :

sur frange brillante :  $d_2 - d_1 = k\lambda$

sur une frange sombre :  $d_2 - d_1 = (k + \frac{1}{2})\lambda$

5. Que peut-on dire des points M suivants :

$d_2 - d_1 = 0$  ; M est le milieu d'une frange centrale.

-  $d_2 - d_1 = 3,20 \mu\text{m}$  :  $k = \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{3,20}{0,64 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow k = 5$  .M est le milieu d'une frange brillante.

-  $d_2 - d_1 = 2,24 \mu\text{m}$  :  $k = \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{2,24}{0,64 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow k = \frac{7}{2} = (3 + \frac{1}{2})$  .M est le milieu d'une frange sombre.

#### Exercice 4

1. a) Le phénomène qui se produit à la sortie de chaque fente est le phénomène de diffraction

L'aspect ondulatoire de la lumière est mis en évidence

b) Pour obtenir des interférences lumineuses, il est nécessaire d'utiliser un dispositif fournissant deux images d'une même source et les faisceaux issus de ces sources secondaires produisent des interférences lumineuses

**c) Schéma et représentation de la marche des faisceaux lumineux issus des fentes  $F_1$  et  $F_2$ . Hachurer le champ où l'on peut observer le phénomène d'interférence**

2. a) On observe sur l'écran des zones alternativement sombres et claires appelées franges d'interférences .Ces franges, sur l'écran, sont pratiquement rectilignes, parallèles, équidistantes et au plan de figure.

La frange centrale qui se forme en O est une frange brillante

b) Valeur de  $\lambda$ .

$$l = \frac{5\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{al}{5D} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \times 8 \cdot 10^{-3}}{5 \times 2} \Rightarrow \lambda = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 1,2 \mu\text{m}$$

3. Distance  $x$  où se produit la première coïncidence de franges brillantes

$$x_1 = \frac{k_1 \lambda_1 D}{a} ; x_2 = \frac{k_2 \lambda_2 D}{a}$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{k_1 \lambda_1 D}{a} = \frac{k_2 \lambda_2 D}{a} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{0,54}{0,60} = \frac{9}{10} \Rightarrow k_1 = 9 ; k_2 = 10$$

$$k_2 = 10 \Rightarrow x_2 = \frac{10 \lambda_2 D}{a} = \frac{10 \times 0,54 \cdot 10^{-6} \times 2}{1,5 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow x_2 = 7,2 \text{ mm}$$

#### Exercice 5

Dispositif expérimental.

1. Interprétation de la formation des franges brillantes et obscures.

Les franges brillantes (ou interférences constructives) résultent de la superposition de deux vibrations lumineuses qui arrivent en phase. C'est-à-dire la différence de marche en un point est un multiple entier de la longueur d'onde

Les franges obscures (ou interférences destructives) résultent de la superposition de deux vibrations lumineuses qui arrivent en opposition de phase. C'est-à-dire la différence de marche en un point est un multiple entier de la longueur d'onde

2. Différence de marche aux 2 fentes d'un point  $M$  de l'écran

$$\delta = (SS_2 + S_2M) - (SS_1 + S_1M) = S_2M - S_1M \quad SS_2 = SS_1$$

$$S_2M^2 = d_2^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 ; \quad S_1M^2 = d_1^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

$$d_2^2 - d_1^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2\right) = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - D^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

$$(d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = \left(x + \frac{a}{2}\right) + \left(x - \frac{a}{2}\right) \left(\left(x + \frac{a}{2}\right) - \left(x - \frac{a}{2}\right)\right) = 2ax$$

Les grandeurs  $x$  et  $a$  sont petites devant la grandeur  $D$ . Dans ces conditions,

$$d_2 + d_1 = 2D \Rightarrow \delta = d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$$

La position des franges brillantes correspond à :  $\frac{ax}{D} = k\lambda \Rightarrow x_k = \frac{k\lambda D}{a}$

La position des franges obscures correspond à :  $\frac{ax}{D} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \Rightarrow x_k = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a}$

5. Calcul de la longueur d'onde et de la fréquence de la lumière émise par le laser,

$$x_6 = \frac{6\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ax_n}{6D} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \times 12,7 \cdot 10^{-3}}{6 \times 2} \Rightarrow \lambda = 5,29 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{5,29 \cdot 10^{-7}} \Rightarrow \nu = 5,67 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

6. La longueur d'onde est une caractéristique du milieu de propagation, elle change donc avec le milieu.

La fréquence est une caractéristique de l'onde ; elle ne change donc pas le milieu de propagation.

Calcul de la nouvelle valeur de la longueur d'onde

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{200000 \cdot 10^3}{5,67 \cdot 10^{14}} \Rightarrow \lambda = 3,47 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

### Exercice 6

1. On observe sur l'écran  $K$  une figure des franges d'interférences, c'est-à-dire des bandes étroites alternativement colorées (franges brillantes) et noires (franges sombres) équidistantes, parallèles et parallèles aux fentes

2. Etablissement de la formule donnant  $a$  en fonction de  $\lambda$ ,  $N$ ,  $d$  et  $L$

$$L = \frac{N\lambda d}{a} \Rightarrow a = \frac{N\lambda d}{L}$$

Calcul de  $a$

$$a = \frac{N\lambda d}{L} = \frac{7 \times 0,55 \cdot 10^{-6} \times 1,20}{7,2 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow a = 0,64 \text{ mm}$$

3. En augmentant l'intervalle  $a = F_1F_2$ , l'intervalle  $L$  séparant  $N$  franges brillantes

consécutives augmente et on observe sur l'écran un étalement du phénomène d'interférence (à revoir)

Valeur limite  $a'$  de la distance  $F_1F_2$  séparant les deux fentes

$$i = \frac{\lambda d}{a'} \Rightarrow a' = \frac{\lambda d}{i} = \frac{0,55 \cdot 10^{-6} \times 1,20}{0,2 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow a' = 0,33 \text{ mm}$$

4. Nombre de franges brillantes observées sur l'intervalle  $L$

$$L = \frac{N \lambda d}{a} \Rightarrow N = \frac{a L}{\lambda d} = \frac{7,2 \cdot 10^{-3} \times 0,33 \cdot 10^{-3}}{0,55 \cdot 10^{-6} \times 1,20} \Rightarrow N = 4 \text{ franges brillantes}$$

### Exercice 7

1.1. Relation donnant  $\lambda$  en fonction de  $a$ ,  $d$ ,  $l$  et  $N$

$$l = \frac{N \lambda d}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{a l}{N d} = \frac{2,00 \cdot 10^{-3} \times 4,00 \cdot 10^{-3}}{12 \times 1,00} \Rightarrow \lambda = 6,67 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

1.2. Nouvelle longueur  $l$

$$n_0 = \frac{\lambda}{\lambda'} \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{n_0}$$

$$l = \frac{N \lambda' d}{a} = \frac{N \lambda d}{a n_0} = \frac{12 \times 6,67 \cdot 10^{-7} \times 1,00}{2,00 \cdot 10^{-3} \times 1,30} \Rightarrow l = 3,1 \text{ mm}$$

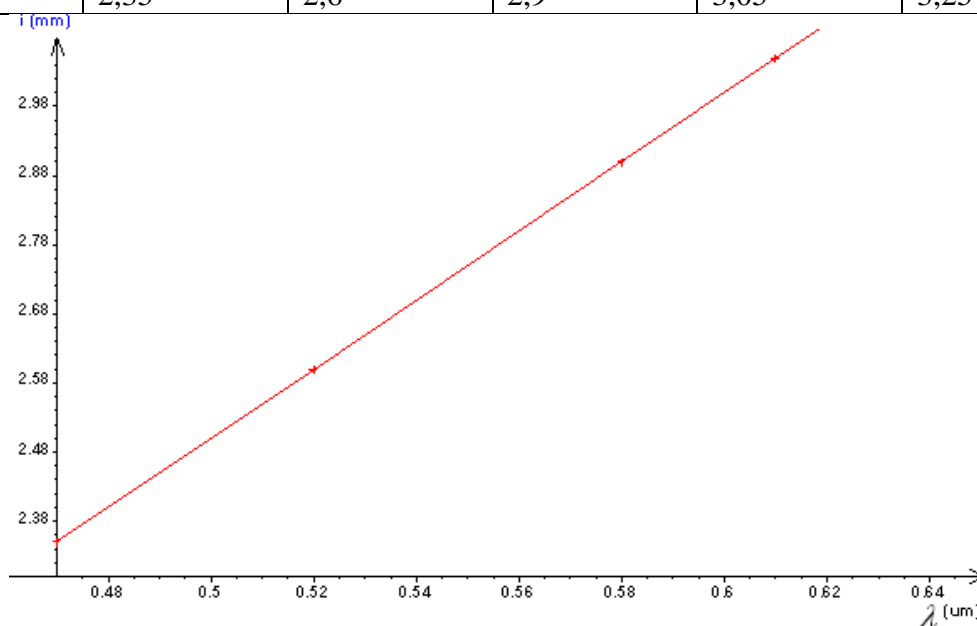
### Exercice 8

1. Pour plus de précision on mesure la distance correspondant à 6 interfranges plutôt que celle mesurant 1 interfrange

| Couleur                     | Bleu | Vert | Jaune | Orangé | Rouge |
|-----------------------------|------|------|-------|--------|-------|
| $6i$                        | 14,1 | 15,6 | 17,4  | 18,3   | 19,5  |
| $\lambda$ ( $\mu\text{m}$ ) | 0,47 | 0,52 | 0,58  | 0,61   | 0,65  |

3. Tracé de la courbe représentative de la fonction  $i = f(\lambda)$ .

| Couleur                     | Bleu | Vert | Jaune | Orangé | Rouge |
|-----------------------------|------|------|-------|--------|-------|
| $6i$                        | 14,1 | 15,6 | 17,4  | 18,3   | 19,5  |
| $\lambda$ ( $\mu\text{m}$ ) | 0,47 | 0,52 | 0,58  | 0,61   | 0,65  |
| $i$                         | 2,35 | 2,6  | 2,9   | 3,05   | 3,25  |



4. La courbe  $i = f(\lambda)$  représentant est une droite. La relation  $i = \lambda \frac{D}{a}$  est en accord avec la courbe obtenue précédemment

5. Il faudrait réduire la largeur des fentes  $F_1$  et  $F_2$  ; augmenter la distance fentes-écran du dispositif expérimental pour obtenir des mesures avec une plus grande précision

6. Valeur de l'interfrange obtenu avec une radiation de longueur d'onde  $0,50\mu\text{m}$

$$i = a\lambda \Rightarrow a = \frac{\Delta i}{\Delta \lambda} = \frac{3,25 - 2,35}{0,65 - 0,47} \Rightarrow a = 5 \Rightarrow i = 5\lambda$$

$$\lambda = 0,50\mu\text{m} \Rightarrow i = 5 \times 0,50 = 2,5\text{mm}$$

7. Pour la déterminer expérimentalement la longueur d'onde inconnue, il suffit déterminer expérimentalement l'interfrange correspondant à deux franges brillantes ou à deux franges sombres de cette source monochromatique et déduire à partir de la relation  $i = 5\lambda$  la valeur de la longueur de la source monochromatique

### Exercice 9

1. a. Description et explication du phénomène observé sur l'écran (E).

1. On observe sur l'écran E une figure des franges d'interférences, c'est-à-dire des bandes étroites alternativement colorées (franges brillantes) et noires (franges sombres) équidistantes, parallèles et parallèles aux fentes

Les franges brillantes (ou interférences constructives) résultent de la superposition de vibrations qui arrivent, en un point M de l'écran, en phase ; tandis que les franges sombres (ou interférences destructives) de vibrations arrivant, en un point M de l'écran, en opposition de phase

b. On peut tirer la conclusion de cette expérience la nature ondulatoire de la lumière.

2. L'interfrange  $i$  est la distance sépare les milieux de deux franges consécutives et de même nature.

Calcul de l'interfrange  $i$ .

$$i = \frac{\lambda_1 D}{a} = \frac{0,52 \cdot 10^{-6} \times 150 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow i = 0,39\text{mm}$$

3. Calcul de la distance séparant la troisième frange brillante à gauche de la frange centrale et la deuxième frange noire à droite de cette frange centrale.

$$\text{-ordre de la deuxième frange noire : } p(2) = \frac{\delta}{\lambda_1} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{-ordre de la troisième frange noire : } p(3) = \frac{\delta}{\lambda_1} = -3$$

$$p(2) - p(3) = \frac{3}{2} + 3 = \frac{9}{2} = \frac{a(x_2 - x_3)}{\lambda_1 D} \Rightarrow x_2 - x_3 = \frac{9\lambda_1 D}{2a} = \frac{9 \times 0,52 \cdot 10^{-6} \times 150 \cdot 10^{-2}}{2 \times 2 \cdot 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow x_2 - x_3 = 1,8\text{mm}$$

4. Distance qui sépare la fente-source F de l'écran d'observation (E)

$$D = \frac{ai}{\lambda_2} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \times 0,39 \cdot 10^{-3}}{0,65 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow D = 1,2\text{m}$$

5. Distance de la première coïncidence des franges brillantes des deux systèmes de franges obtenus.

Soit N le nombre d'interfranges pour la lumière de longueur d'onde  $\lambda_2 = 0,65 \mu m$  ; à la première coïncidence suivante, le nombre d'interfranges pour la lumière de longueur d'onde  $\lambda_1 = 0,52 \mu m$  est N+1

$$Ni_2 = (N+1)i_1 \Rightarrow N \frac{\lambda_2 D}{a} = (N+1) \frac{\lambda_1 D}{a} \Rightarrow N\lambda_2 = (N+1)\lambda_1 \Rightarrow N = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$\Rightarrow N = \frac{0,52}{0,65 - 0,52} \Rightarrow N = 4 \Rightarrow x_2 = Ni_2 = N \frac{\lambda_2 D}{a} = \frac{4 \times 0,65 \cdot 10^{-6} \times 150 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow x_2 = 1,95 mm$$

### Exercice 10

1) a. Montrons que la différence de marche a pour expression  $(MS_2 - MS_1) = \frac{a \cdot x}{D}$

$$\delta = (SS_2 + S_2M) - (SS_1 + S_1M) = S_2M - S_1M \quad (SS_2 = SS_1)$$

$$S_1M^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2 ; \quad S_2M^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2$$

$$S_2M^2 - S_1M^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2 - (D^2 + (x - \frac{a}{2})^2)$$

$$(S_2M + S_1M)(S_2M - S_1M) = (x + \frac{a}{2})^2 - (x - \frac{a}{2})^2$$

$$(S_2M + S_1M)(S_2M - S_1M) = (x + \frac{a}{2} + x - \frac{a}{2})(x + \frac{a}{2} - x + \frac{a}{2})$$

$$(S_2M + S_1M)(S_2M - S_1M) = 2xa$$

Les grandeurs x et a sont petites devant la grandeur D. Dans ces conditions

$$(S_2M + S_1M) \approx 2D \Rightarrow 2D(S_2M - S_1M) = 2ax \Rightarrow (S_2M - S_1M) = \frac{ax}{D}$$

b - Expression de l'abscisse x d'un point M de l'écran en fonction de  $\lambda$ , D et a :

- Lorsqu'il appartient à une frange brillante :  $\frac{ax}{D} = k\lambda \Rightarrow x_k = \frac{k\lambda D}{a}$

- Lorsqu'il appartient à une frange sombre :  $\frac{ax}{D} = (k + \frac{1}{2})\lambda \Rightarrow x_k = (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda D}{a}$

2) a - Détermination de l'expression de l'interfrange i en fonction de  $\lambda$ , D et a.

$$i = x_{k+1} - x_k = (k+1) \frac{\lambda D}{a} - k \frac{\lambda D}{a} = (k+1-k) \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow i = \frac{\lambda D}{a}$$

Calcul de i.

$$i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,6 \cdot 10^{-6} \times 2}{10^{-3}} \Rightarrow i = 1,2 mm$$

b Nature de la frange d'abscisse pour x = - 4,2 mm.

$$\frac{k\lambda D}{a} = x \Rightarrow k = \frac{ax}{\lambda D} = \frac{10^{-3} \times -4,2 \cdot 10^{-3}}{0,6 \cdot 10^{-6} \times 2} \Rightarrow k = -\frac{7}{2}, \quad k \text{ est demi-entier ; il s'agit d'une frange}$$

sombre.

3) On ne peut obtenir des interférences lumineuses avec deux sources  $S'_1$  et  $S'_2$  indépendantes, même si elles sont synchrones (même fréquence puisque même longueur d'onde et propageant dans le même milieu), elles ne sont pas cohérentes.

Il faut nécessairement utiliser un dispositif fournissant deux images d'une même source et les faisceaux de ces sources secondaires produisent des interférences. Les sources secondaires, images d'une même source, sont des sources cohérentes.

4) Citer un dispositif, autre que les fentes de YOUNG.

# EFFET PHOTOELECTRIQUE

## Exercice 1

a. Calcul du travail d'extraction  $W_0$

$$W_0 = E - E_C = \frac{hc}{\lambda} - E_C = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3,00 \cdot 10^8}{0,150 \cdot 10^{-6} \times 1,6 \cdot 10^{-19}} - 4,8 \Rightarrow W_0 = 3,5 \text{ eV}$$

b. Nature du métal

$$\lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3,00 \cdot 10^8}{3,5 \times 1,6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \lambda_0 = 3,5 \cdot 10^{-7} = 0,35 \mu\text{m}$$

La longueur d'onde seuil correspond à celle du zinc ; le métal est le zinc

c. Tension nécessaire pour arrêter cette émission

$$e|U| = E_C \Rightarrow e|U| = 4,8 \text{ eV} \Rightarrow |U| = 4,8 \text{ V} \Rightarrow U = -4,8 \text{ V}$$

d. Pour augmenter la vitesse maximale d'émission, il faut changer la longueur d'onde de la lumière en la diminuant

## Exercice 2

1. Description d'une cellule photoélectrique dite cellule photoémissive à vide

Schéma de montage à réaliser pour mettre en évidence l'effet photoélectrique en utilisant cette cellule

a) Energie d'extraction  $W_0$  d'un électron

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{0,66 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow W_0 = 3,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_0 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{0,66 \cdot 10^{-6} \times 1,6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow W_0 = 1,9 \text{ eV}$$

b. Détermination de l'énergie cinétique maximale  $E_c$  d'un électron émis au niveau de la cathode.

$$E_c = \frac{hc}{\lambda} - W_0 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{0,44 \cdot 10^{-6}} - 3,0 \cdot 10^{-19} \Rightarrow E_c = 4,5 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

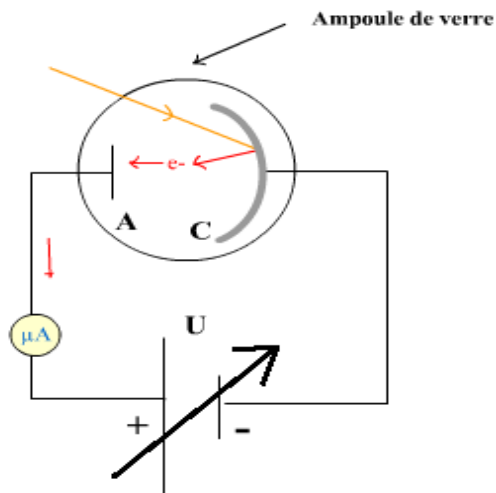
$$E_c = \frac{4,5 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow E_c = 2,8 \text{ eV}$$

## Exercice 3

1. Expression de l'énergie cinétique de l'électron en fonction de la fréquence  $\lambda$  et du travail d'extraction  $W_0$

$$E_c = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

2. Schéma du montage utilisé



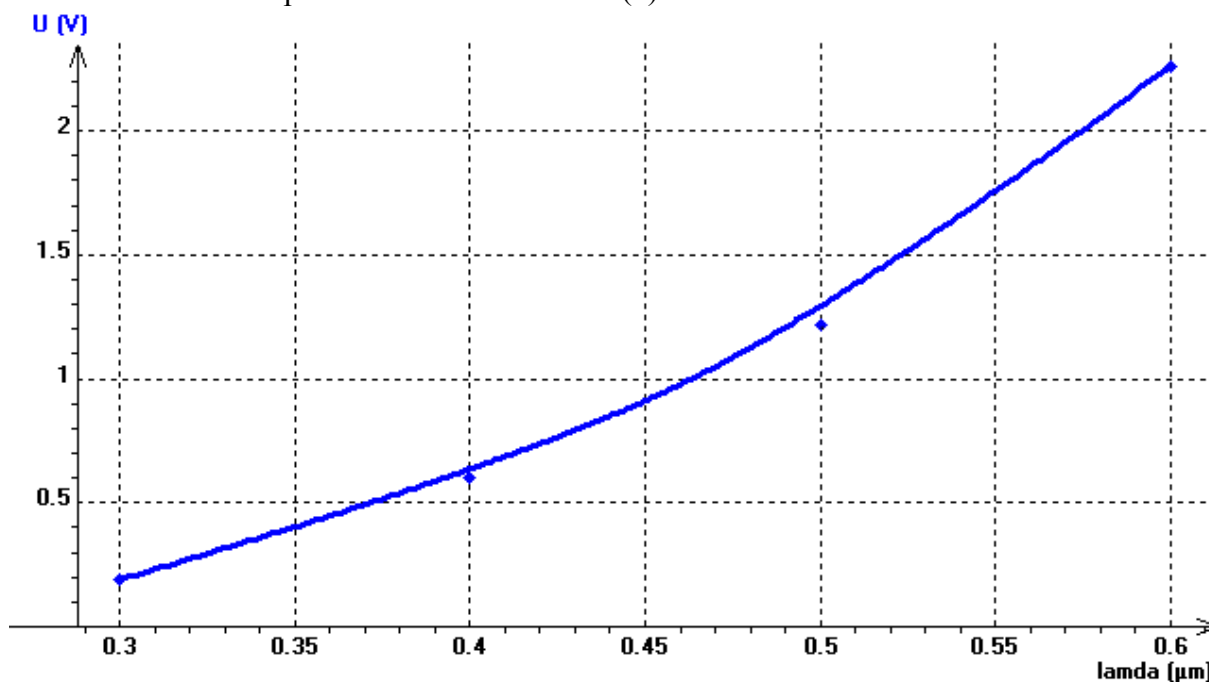
Expression de la tension d'arrêt en fonction de  $\lambda$  et  $W_0$

$$eU = h\nu - W_0 \Rightarrow U = \frac{h}{e}\nu - \frac{W_0}{e}$$

3. Calcul des fréquences  $\lambda$  des radiations utilisées

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{0,60 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow \nu = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz} ; \nu = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz} ; \nu = 7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz} ; \nu = 10 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

4. Tracer la courbe représentant la fonction  $U=f(\nu)$



Fréquence  $\nu_0$  du seuil photoélectrique du césium

Longueur d'onde  $\lambda_0$  du seuil photoélectrique

### Exercice 4

1. Expression de l'énergie d'un photon de fréquence  $\nu$

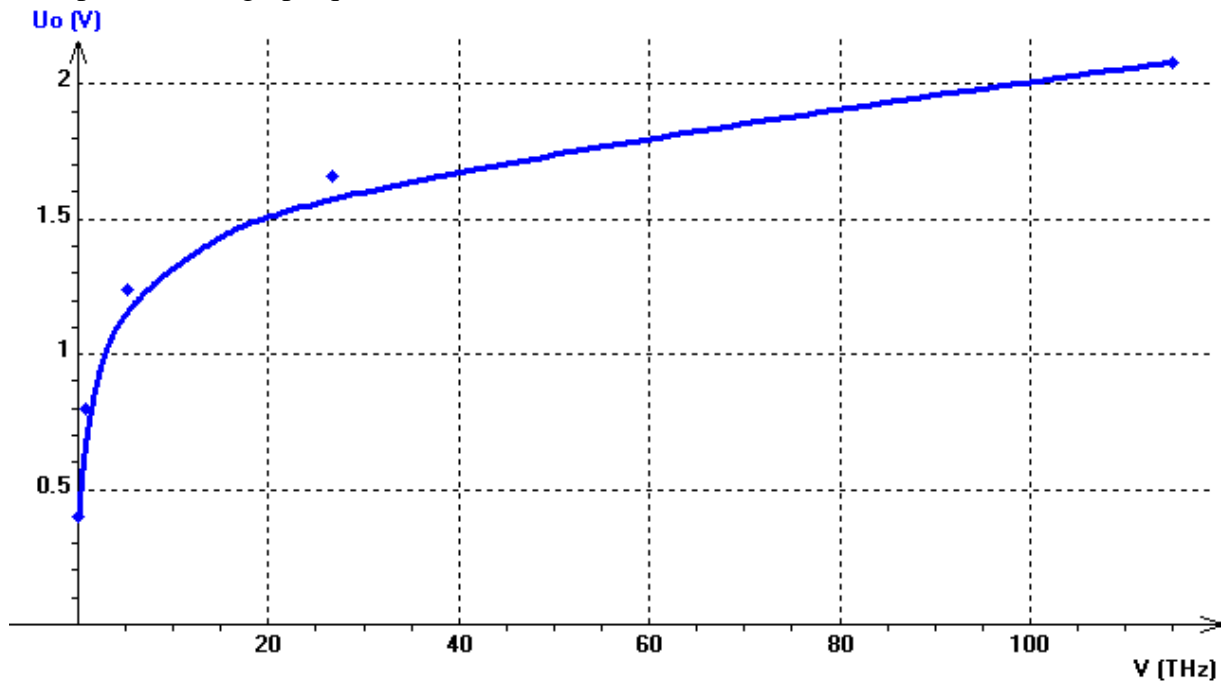
$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

Expression de l'énergie maximale des électrons émis par la cathode en fonction de  $U_0$

$$E_{\max} = eU_0$$

$$E = E_{\max} + W_0 \Rightarrow h\nu = eU_0 + W_0 \Rightarrow U_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{W_0}{e}$$

2. Représentation graphique des variations de  $U_0$  en fonction de  $\nu$



En déduire le seuil de fréquence  $\nu_0$  de la cellule, la constante de Planck  $h$  et  $W_0$  (exprimé en électron-volt)

### Exercice 5

### Exercice 6

1) Détermination graphique l'équation de la courbe représentant  $|U_0| = f\left(\frac{1}{\lambda}\right)$

C'est une de la forme :  $|U_0| = a\frac{1}{\lambda} + b$

$$a = \frac{\Delta|U_0|}{\Delta\frac{1}{\lambda}} = \frac{0,6 - 0}{(2 - 1,5) \times 10^6} \Rightarrow a = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{Vm}$$

$$|U_0| = 0 \Rightarrow a\frac{1}{\lambda} + b = 0 \Rightarrow b = -a\frac{1}{\lambda} = -1,2 \cdot 10^{-6} \times 1,5 \cdot 10^6 \Rightarrow b = -1,8 \text{V}$$

$$\Rightarrow |U_0| = 1,2 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\lambda} - 1,8$$

2) a -Relation entre le potentiel d'arrêt  $U_0$ , le travail d'extraction  $W_0$  d'un électron du métal de la cathode et l'énergie  $W$  d'un photon incident.

$$W = W_0 + E_C = e|U_0| + W_0$$

Expression de  $|U_0|$  en fonction de  $\frac{1}{\lambda}$

$$W = e|U_0| + W_0 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = e|U_0| + W_0 \Rightarrow |U_0| = \frac{hc}{e} \frac{1}{\lambda} - \frac{W_0}{e}$$

b -Détermination de la valeur approchée de la constante de Planck  $h$

$$|U_0| = 1,2 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\lambda} - 1,8 ; |U_0| = \frac{hc}{e} \frac{1}{\lambda} - \frac{W_0}{e}$$

$$\Rightarrow \frac{hc}{e} = a \Rightarrow h = \frac{ae}{c} = \frac{1,2 \cdot 10^{-6} \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow h = 6,4 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Calcul de  $W_0$

$$-\frac{W_0}{e} = -1,8 \Rightarrow W_0 = 1,8eV$$

3. a. Calcul de l'énergie  $W$

$$W = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{0,588 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow W = 3,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

d .Calcul de la vitesse maximale d'émission d'un électron par la cathode

$$E_C = W - W_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m}(W - W_0)} = \sqrt{\frac{2}{9,1 \cdot 10^{-31}}(3,4 \cdot 10^{-19} - 1,8 \times 1,6 \cdot 10^{-19})}$$

$$\Rightarrow v = 3,4 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$$

### Exercice 7

1. Valeur  $\lambda_0$  de la longueur d'onde du seuil photoélectrique

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{h \times c}{W_0} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{2,5 \times 1,6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \lambda_0 = 497 \text{ nm}$$

2. a. Les valeurs de  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$

Les électrons sont extraits du métal que si les longueurs des photons incidents sont inférieures à la longueur d'onde seuil  $\lambda < \lambda_0$

$$\lambda_1 = 413,7 \text{ nm} ; \lambda_2 = 451,4 \text{ nm}$$

b - Montrons que l'expression du potentiel d'arrêt s'écrit  $U_0 = -\frac{E_C}{e}$

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué l'électron s'écrit :

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Rightarrow E_C - 0 = -eU_0 \Rightarrow U_0 = -\frac{E_C}{e}$$

a. Calcul de la valeur du potentiel d'arrêt correspondant à chacune des deux radiations

$$U_{01} = \frac{hc}{e} \frac{1}{\lambda_1} - \frac{W_0}{e} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{413,7 \cdot 10^{-9} \times 1,6 \cdot 10^{-19}} - 2,5 \Rightarrow U_{01} = 0,50V$$

$$U_{02} = \frac{hc}{e} \frac{1}{\lambda_2} - \frac{W_0}{e} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{451,4 \cdot 10^{-9} \times 1,6 \cdot 10^{-19}} - 2,5 \Rightarrow U_{02} = 0,25V$$

3) Détermination de la valeur du potentiel d'arrêt correspondant à cette expérience

$$U_0 = U_{01} = 0,50V$$

## NIVEAUX D'ENERGIE DE L' ATOME

### Exercice 1

1. Calcul des énergies correspondant à  $n = 1, 2, 3$  et  $\infty$

$$E_n = \frac{-13,6}{n^2}$$

$$E_1 = \frac{-13,6}{1^2} = -13,6 eV$$

$$E_2 = \frac{-13,6}{2^2} = -3,40 eV$$

$$E_3 = \frac{-13,6}{3^2} = -1,51 eV$$

$$E_\infty = \frac{-13,6}{\infty} = 0 eV$$

Représentation sur le diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène

2. L'énergie minimale que l'on doit fournir à un atome d'hydrogène pour qu'il passe de l'état fondamental à un état excité correspond à une transition électronique de l'état fondamental au premier état excité (niveau  $n = 2$ )

$$E = E_2 - E_1 = -3,40 - (-13,6) \Rightarrow E = 10,2 eV$$

La transcrire sur le diagramme

3. Calcul de la longueur d'onde correspondant à cette transition

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3,0 \cdot 10^8}{10,2 \times 1,6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \lambda = 1,22 \cdot 10^{-7} m$$

4. Calcul de la longueur d'onde de la radiation susceptible d'ioniser l'atome d'hydrogène

$$E_\infty - E_1 = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_\infty - E_1} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3,0 \cdot 10^8}{(0 - (-13,6)) \times 1,6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \lambda = 9,13 \cdot 10^{-8} m$$

### Exercice 2

1. a) Montrons que le mouvement de l'électron est uniforme

Système étudié : l'électron

Référentiel d'étude : de laboratoire

Bilan des forces appliquées : la force électrostatique  $\vec{F}$  et le poids négligeable  $\vec{P}$  devant la force électrostatique

$$\text{Le théorème du centre d'inertie s'écrit : } \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -\frac{ke^2}{r^2} \vec{u}_{OP} = m\vec{a}$$

Projetons cette relation dans le repère de Frenet  $(O, \vec{u}_t, \vec{u}_n)$

$$\text{-suivant : } \vec{u}_t : 0 = ma_t \Rightarrow m \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = \text{const} \tan t ; \text{ le mouvement est donc uniforme}$$

b) Expression de la vitesse  $v$  en fonction de  $k, e, r$  et  $m$

-suivant :  $\vec{u}_n : \frac{ke^2}{r^2} = ma_n \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = \frac{ke^2}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{ke^2}{mr}}$

c) Expression de l' énergie cinétique en fonction de k, e , r et m

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \left( \sqrt{\frac{ke^2}{mr}} \right)^2 \Rightarrow E_C = \frac{1}{2} \frac{ke^2}{r}$$

d) Exprimer en énergie mécanique E en fonction de k, e et r

$$E = E_C + E_P = \frac{1}{2} \frac{ke^2}{r} - \frac{ke^2}{r} = \frac{1}{2} \frac{ke^2}{r} - \frac{2ke^2}{2r} \Rightarrow E = -\frac{1}{2} \frac{ke^2}{r}$$

$$E_{r \rightarrow +\infty} = -\frac{1}{2} \frac{ke^2}{r} = 0$$

a) Détermination de l' expression de  $r_n$  en fonction des constantes k, K, m, e et n

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{ke^2}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{ke^2}{mr}$$

$$v_n r_n = \frac{nK}{m} \Rightarrow \left( v_n r_n = \frac{nK}{m} \right)^2 \Rightarrow v_n^2 r_n^2 = \frac{n^2 K^2}{m^2} \Rightarrow \frac{ke^2}{mr_n} r_n^2 = \frac{n^2 K^2}{m^2} \Rightarrow r_n = \frac{n^2 K^2 m}{ke^2 m^2}$$

$$\Rightarrow r_n = \frac{K^2}{ke^2 m} n^2$$

Expression de  $r_n$  en fonction de  $r_1$  .

$$r_n = \frac{K^2}{ke^2 m} n^2 \Rightarrow r_1 = \frac{K^2}{ke^2 m} \Rightarrow r_n = r_1 n^2$$

Calculer  $r_1$

$$r_1 = \frac{K^2}{ke^2 m} = \frac{(1,054 \cdot 10^{-34})^2}{9,000 \cdot 10^9 \times (1,602 \cdot 10^{-19})^2 \times 9,109 \cdot 10^{-31}} \Rightarrow r_1 = 5,200 \cdot 10^{-11} m$$

b) Détermination de l' expression de  $E_n$  , énergie mécanique de l' électron sur le cercle de rayon  $r_n$  , en fonction de k, K, m, e et n

$$E = -\frac{1}{2} \frac{ke^2}{r} \Rightarrow E_n = -\frac{1}{2} \frac{ke^2}{\frac{K^2}{ke^2 m} n^2} \Rightarrow E_n = -\frac{k^2 e^4 m}{2K^2 n^2}$$

Expression de  $E_n$  en fonction de  $E_1$

$$E_n = -\frac{k^2 e^4 m}{2K^2 n^2} \Rightarrow E_1 = -\frac{k^2 e^4 m}{2K^2} \Rightarrow E_n = -\frac{E_1}{n^2}$$

c) Calculer  $E_1$  et  $E_2$  en électronvolts.

$$E_1 = -\frac{k^2 e^4 m}{2K^2}$$

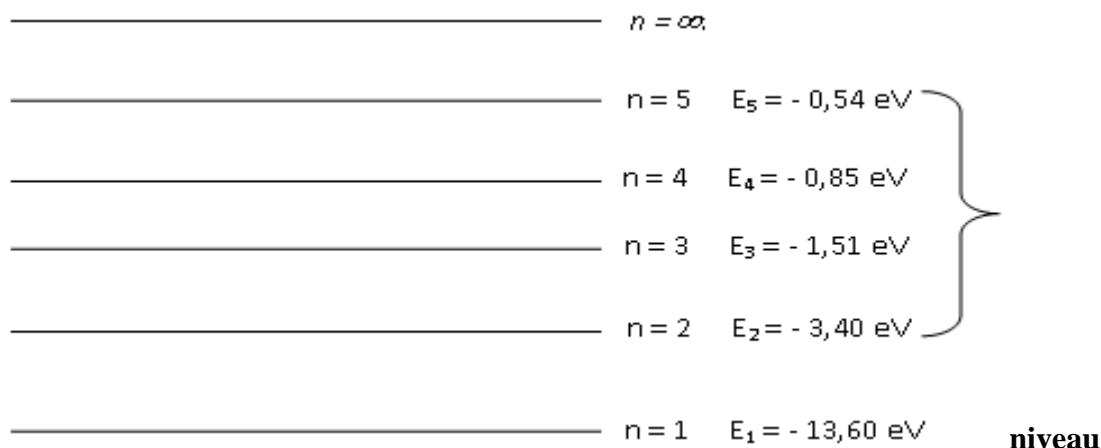
$$E_1 = -\frac{(9,000.10^9)^2 (1,602.10^{-19})^4 \times 9,109.10^{-31}}{2 \times (1,054.10^{-34})^2} \times \frac{1}{1,602.10^{-19}} \quad (1\text{eV}=1,602.10^{-19} \text{ J})$$

$$\Rightarrow E_1 = -13,6\text{eV}$$

$$E_2 = -\frac{E_1}{2^2} = -\frac{13,6}{2^2} \Rightarrow E_2 = -3,4\text{eV}$$

L'absorption de l'énergie par l'atome d'hydrogène est la cause du passage de l'énergie de l'électron de  $E_1$  à  $E_2$ .

### Exercice3 L'atome d'hydrogène



#### fondamental

1. Le nom du nombre noté "n" qui apparaît dans le diagramme est le nombre quantique principal

2) On dit qu'un atome est dans son état fondamental lorsqu'il se trouve dans le plus stable

L'état fondamental de l'atome d'hydrogène correspond à  $n=1$

Le noter sur le schéma

3) Lorsqu'une population d'atomes d'hydrogène est au repos, sans apport d'énergie de la part de l'extérieur, alors ces atomes se trouvent dans l'état fondamental

4) Le niveau noté :  $n = \infty$  représente l'atome à l'état ionisé

Noter son nom sur le schéma.

5) Energie minimale nécessaire pour ioniser un atome d'hydrogène à partir de son état fondamental

$$\Delta E = E_\infty - E_1 = 0 - (-13,6) \Rightarrow \Delta E = 13,6\text{eV}$$

6) Un atome d'hydrogène qui a la configuration électronique  $n = 3$  n'est pas dans son état fondamental, mais dans un état appelé état excité

Le représenter par un petit point sur le diagramme précédent.

7) L'atome d'hydrogène ne peut pas se trouver dans un état situé entre les niveaux  $n = 1$  et  $n = 2$ , puisque le premier état excité correspond à  $n=2$

8)

- On peut exciter cet atome par un photon de lumière dont l'énergie correspond à une transition électronique du niveau  $n=3$  à un niveau supérieur
- Montrons qu'en se désexcitant vers le niveau 2, il émet un photon de longueur d'onde :  $\lambda = 656,1 \text{ nm}$ .

$$E_2 - E_3 = -\frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_3 - E_2} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3,0 \cdot 10^8}{(-1,51 - (-3,40)) \times 1,6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \lambda = 6,567 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \lambda = 656,7 \text{ nm}$$

Cette radiation est visible, car sa longueur d'onde dans le vide est comprise entre 400 nm et 800 nm

Représenter par une flèche, sur le diagramme précédent, la transition correspondant à cette désexcitation.

9. Détermination de la transition électronique correspondant à l'émission de cette radiation.

$$E_2 - E_n = -E \Rightarrow E_n = E_2 + E \Rightarrow -\frac{E_1}{n^2} = E_2 + E \Rightarrow n^2 = \frac{E_1}{-E - E_2} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{-E_1}{E + E_2}}$$

$$\Rightarrow n = \sqrt{\frac{-13,6}{2,54 + (-3,40)}} \Rightarrow n = 4$$

La noter sur le schéma

Calcul de la longueur d'onde correspondante

$$\frac{hc}{\lambda} = E \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3,0 \cdot 10^8}{2,54 \times 1,6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \lambda = 4,89 \cdot 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 489 \text{ nm}$$

10) Une lampe à décharge à hydrogène émet un spectre discontinu

#### Exercice 4 Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène

:1-1.1 Détermination de l'énergie minimale pour ioniser l'atome d'hydrogène à partir de son état fondamental ( $n = 1$ )

$$E = E_\infty - E_1 = 0 - \left( -\frac{13,6}{1^2} \right) = 13,6 \text{ eV}$$

1-1.2 Détermination de l'énergie minimale pour ioniser l'atome d'hydrogène à partir de son état excité  $n=2$

$$E = E_\infty - E_2 = 0 - \left( -\frac{13,6}{2^2} \right) = 3,40 \text{ eV}$$

1-2 Diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène en utilisant l'échelle :

1 cm pour 1 eV. On ne représentera que les six premiers niveaux

2-1. Calcul de la différence d'énergie ( $E_3 - E_1$ ) en eV

$$E_3 - E_1 = \frac{hc}{\lambda_2} + \frac{hc}{\lambda_1} = hc \left( \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_1} \right) = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3,0 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left( \frac{1}{568,8 \cdot 10^{-9}} + \frac{1}{589 \cdot 10^{-9}} \right)$$

$$E_3 - E_1 = 4,29 \text{ eV}$$

2-2 Expression de la longueur d'onde  $\lambda$  de ce faisceau en fonction des longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_2} + \frac{hc}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_1} = \frac{\lambda_2 + \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 + \lambda_1} = \frac{589 \times 568,8}{568,8 + 589} \Rightarrow \lambda = 289,4 \text{ nm}$$

#### Exercice 5

1-/ L'énergie  $E_0$  correspond à l'énergie de l'atome dans son état fondamental

2-/ Relation simple existe entre l'énergie de transition  $\Delta E$  d'un niveau  $n$  à un niveau  $p$  du photon émis ou absorbé

-Lors de l'absorption d'un photon  $n < p$  :

$$\Delta E = E_p - E_n = E_n = -\frac{E_0}{p^2} - \left(-\frac{E_0}{n^2}\right) = E_0 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$$

et la longueur d'onde du photon absorbé

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = E_0 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right) \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_0 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)}$$

-Lors de l'émission d'un photon  $n < p$  :

$$\Delta E = E_n - E_p = -\frac{E_0}{n^2} - \left(-\frac{E_0}{p^2}\right) = E_0 \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

et la longueur d'onde du photon émis

$$E = E_n - E_p = -\frac{hc}{\lambda} = \left(-\frac{E_0}{n^2} - \left(-\frac{E_0}{p^2}\right)\right) = E_0 \left(-\frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2}\right) \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_0 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)}$$

3-/a-/ Montrons que pour une transition d'un niveau  $p$  à un niveau  $n$  tel que  $p > n$ , on peut écrire la relation  $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$ .

Lors d'une transition d'un niveau  $p$  à un niveau  $n$  tel que  $p > n$

$$\Delta E = E_n - E_p = -\frac{hc}{\lambda} = \left(-\frac{E_0}{n^2} - \left(-\frac{E_0}{p^2}\right)\right) = E_0 \left(-\frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{E_0}{hc} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right) \text{ avec } R_H = \frac{E_0}{hc}$$

b-/ Vérifions que  $R_H$  (appelée constante de Rydberg) vaut  $R_H = 1,10 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

$$R_H = \frac{E_0}{hc} = \frac{13,6 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3,0 \cdot 10^8} \Rightarrow R_H = 1,1 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

c--/ Comparons  $\lambda_{3,2}$  et  $\lambda_{4,2}$

$$\lambda_{3,2} = \frac{hc}{\Delta E_{3,2}} ; \quad \lambda_{4,2} = \frac{hc}{\Delta E_{4,2}}$$

$\Delta E_{4,2} > \Delta E_{3,2} \Rightarrow \lambda_{3,2} > \lambda_{4,2}$  b. Calcul des valeurs.  $\lambda_{3,2}$  et  $\lambda_{4,2}$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right) \Rightarrow \lambda = \frac{1}{R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)}$$

$$\lambda_{3,2} = \frac{1}{R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)} = \frac{1}{1,1 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)} \Rightarrow \lambda_{3,2} = 6,55 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda_{4,2} = \frac{1}{R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right)} = \frac{1}{1,1 \cdot 10^7 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right)} \Rightarrow \lambda_{4,2} = 4,85 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

4-/ Lorsqu' on excite L'atome H dans son état fondamental à l'aide d'un photon incident d'énergie  $W=13,8 \text{ eV}$  supérieure à l'énergie d'ionisation  $E_0 = 13,6 \text{ eV}$  , l'atome est ionisé et l'électron est éjecté de l'atome avec une énergie cinétique

Calcul de l'énergie cinétique  $E_c$  de l'électron de H éjecté

$$E_c = W - E_0 = 13,8 - 13,6 \Rightarrow E_c = 0,2 \text{ eV}$$

5/ Etudions le comportement l'atome d'hydrogène pris à l'état fondamental ( $E_1 = - 13,6 \text{ eV}$ ) lorsqu'il l'atome entre en choc inélastique avec un électron ayant une énergie cinétique égale  $11 \text{ eV}$

Un gain d'énergie de  $11,0 \text{ eV}$  mènerait l'atome d'hydrogène à une énergie de :

$$- 13,6 + 11 = - 2,6 \text{ eV}$$

Cette valeur de  $- 2,6 \text{ eV}$  ne correspond à aucun niveau d'énergie de l'atome d'hydrogène. Cette absorption d'énergie est impossible. L'atome H reste donc au niveau fondamental, l'électron en question n'est pas absorbé

### Exercice 6

1. Couleurs correspondant aux différentes radiations.

Couleur des radiations :

$H_\alpha$  : **raie rouge**     $H_\beta$  : **radiation bleue**     $H_\gamma$  : **raie indigo**     $H_\delta$  : **raie violette**

2.1. La plus petite valeur possible de n.

La longueur d'onde est une grandeur positive ; n ne peut donc prendre que des valeurs entières positives définies par  $n^2 - 4 > 0$  donc  $n > 2$ .

La longueur d'onde minimale de la raie correspondante

Elle correspond à  $n=3$

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4} = 367,7 \times \frac{3^2}{3^2 - 4} \Rightarrow \lambda = 661,9 \text{ nm} \quad \text{raie } H_\alpha \quad 2.2. \text{ Valeurs prises n pour les}$$

autres raies visibles du spectre

$$n = 4 \Rightarrow \lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4} = 367,7 \times \frac{4^2}{4^2 - 4} \Rightarrow \lambda = 490,3 \text{ nm} \quad \text{raie } H_\beta$$

$$n = 5 \Rightarrow \lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4} = 367,7 \times \frac{5^2}{5^2 - 4} \Rightarrow \lambda = 437,7 \text{ nm} \quad \text{raie } H_\gamma$$

$$n = 6 \Rightarrow \lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4} = 367,7 \times \frac{6^2}{6^2 - 4} \Rightarrow \lambda = 413,7 \text{ nm} \quad \text{raie } H_\delta$$

3.1. L'énergie de l'atome ne peut prendre que certaines valeurs bien déterminées (discrètes).

Ces valeurs forment une suite discontinue On dit que l'énergie de l'atome est quantifiée  $E_0$  représente, pour l'atome d'hydrogène, son énergie dans l'état fondamental

3.2. Etablissement, en fonction de n, de la fréquence  $\nu_{n,2}$  des radiations émises lorsque l'atome passe d'un état excité  $n > 2$  à l'état excité  $n = 2$

$$E_2 - E_n = -h\nu_{n,2} \Rightarrow \nu_{n,2} = \frac{E_n - E_2}{h} = \frac{E_0}{h} \left( -\frac{1}{n^2} - \left(-\frac{1}{2^2}\right) \right) = \frac{E_0}{h} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{E_0}{h} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \nu_{n,2} = \frac{E_0}{h} \left( \frac{n^2 - 4}{4n^2} \right) = \frac{E_0}{4h} \left( \frac{n^2 - 4}{n^2} \right) = \frac{13,6 \times 1,60 \cdot 10^{-19}}{4 \times 6,62 \cdot 10^{-34}} \left( \frac{n^2 - 4}{n^2} \right) \Rightarrow \nu_{n,2} = 8,22 \cdot 10^{14} \left( \frac{n^2 - 4}{n^2} \right)$$

3.3. Retrouvons l'expression empirique de Balmer :  $\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4}$ ,

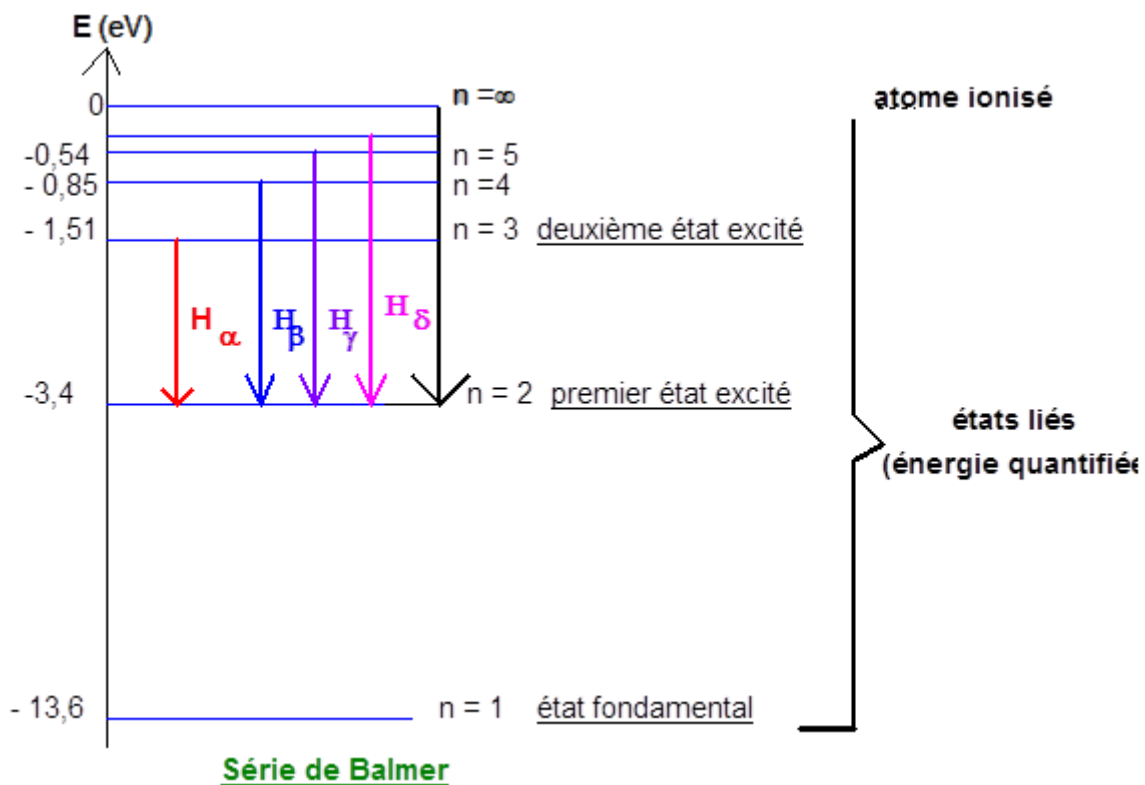
$$v_{n,2} = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{v_{n,2}} = \frac{c}{\frac{E_0}{4h} \left( \frac{n^2 - 4}{n^2} \right)} = \frac{4hc}{E_0} \left( \frac{n^2}{n^2 - 4} \right) = \lambda_0 \left( \frac{n^2}{n^2 - 4} \right)$$

$$\lambda_0 = \frac{4hc}{E_0} = \frac{4 \times 6,62 \cdot 10^{-34} \times 3,0 \cdot 10^8}{13,6 \times 1,60 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \lambda_0 = 3,65 \cdot 10^{-7} m \Rightarrow \lambda_0 = 365 nm$$

$$\lambda = \lambda_0 \left( \frac{n^2}{n^2 - 4} \right) = \lambda_0 \frac{1}{1 - \frac{4}{n^2}} \quad n \rightarrow +\infty \quad \lambda = \lambda_0 = 365 nm$$

Cette radiation de longueur d'onde  $\lambda_0$  est émise lorsque l'atome passe de l'état excité ( $n = \infty$ ) à l'état excité  $n = 2$ .  $\lambda_0$  est la longueur d'onde limite de la série de Balmer. Cette radiation est située dans le proche UV

3.4. Tracé du diagramme représentant les transitions entre les différents niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène pour les quatre raies  $H\alpha$ ,  $H\beta$ ,  $H\gamma$ ,  $H\delta$  de la série de Balmer.

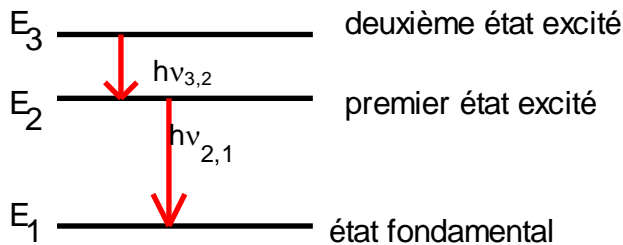


4.1. Energie cinétique minimale d'un électron projectile susceptible de provoquer par choc l'excitation d'un atome d'hydrogène de son état fondamental à son deuxième état excité

$$E_c = E_3 - E_1 = -1,51 - (-13,6) \Rightarrow E_c = 12,1 eV$$

4.2. Il faudra donc accélérer cet électron, initialement immobile, sous une tension de 12,1V.

4.3. Détermination des longueurs d'onde des deux photons



La désexcitation de l'atome se fait avec l'émission successive de deux photons.

- Un photon, d'énergie  $h\nu_{3,2}$ , est émis lors de la transition du niveau  $E_3$  vers le niveau

$E_2$  de l'atome.  $E_3 - E_2 = h\nu_{3,2}$

La radiation émise correspond à la raie H $\alpha$  de la série de Balmer  $\lambda = 656,5 \text{ nm}$ .

- L'autre photon est émis lors de la transition du niveau  $E_2$  vers l'état fondamental  $E_1$

$$E_2 - E_1 = h\nu_{2,1} = h \frac{c}{\lambda_{2,1}} \quad \lambda_{2,1} = \frac{hc}{E_2 - E_1}$$

$$\lambda_{2,1} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{10,2 \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,22 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 122 \text{ nm}$$

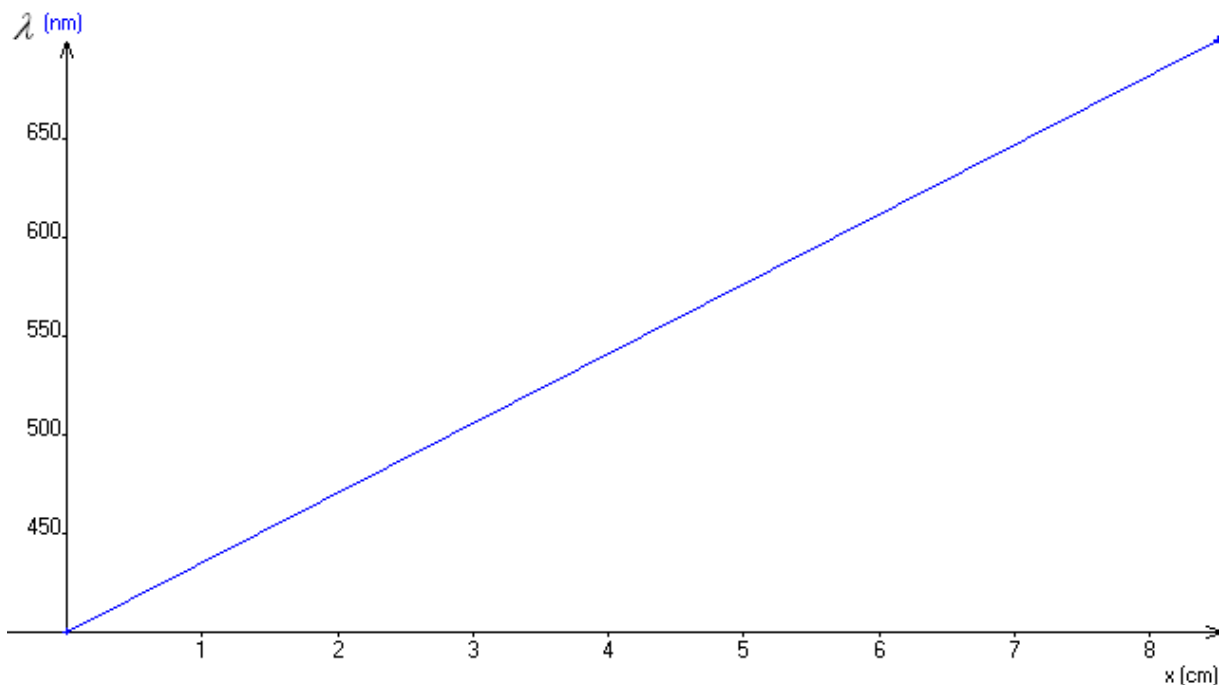
Ce rayonnement est situé dans l'ultraviolet

### Exercice 6 : Etoile Vega et son spectre

1°/Le spectre est un spectre discontinu car ce spectre est constitué de raies

2°/ L'étoile possède une atmosphère puisque son spectre est inclus à celui du visible

3°/Tracé de  $\lambda$  en fonction de  $x$ .



4°/Coefficient directeur et ordonnée à l'origine de la droite.

$$a = \frac{\Delta\lambda}{\Delta x} = \frac{700 - 400}{8,5 - 0} \Rightarrow a = 35,3 \text{ nm.cm}^{-1}$$

$$\lambda = ax + b \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \lambda = b = 400 \text{ nm}$$

Equation numérique de  $\lambda = ax + b$

$$\lambda = 35,3x + 400$$

5°/Valeurs des longueurs d'onde émises par l'étoile

$$\lambda = 35,3x + 400 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \lambda = 400nm$$

$$x = 8,5 \Rightarrow \lambda = 35,3 \times 8,5 + 400 \Rightarrow \lambda = 700nm$$

6°/La majeure partie des longueurs d'onde émises par l'hydrogène ou par l'hélium appartiennent de l'étoile Véga. L'étoile Véga contient de l'hydrogène et de l'hélium, donc de l'atmosphère.

### Exercice 8

1. Justification de la discontinuité du spectre d'émission.

Les spectres d'émission de l'atome d'hydrogène observés sont des raies

a- L'état fondamental de l'atome correspond à l'état stable de l'atome

b. L'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène est l'énergie minimale qu'il faut fournir à l'atome d'hydrogène, situé dans son état fondamental, pour lui arracher son électron

$$E = E_{\infty} - E_1 = 0 - (-13,6) \Rightarrow E = 13,6eV$$

a-Calcul de la longueur d'onde maximale  $\lambda_{\max}$  correspondant à la transition de l'électron d'un niveau  $n > 2$  au niveau 2.

Cette longueur d'onde correspond à une transition électronique du niveau  $n = 3$  au niveau  $n = 2$

$$-\frac{hc}{\lambda_{\max}} = E_2 - E_3 \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_3 - E_2} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{1,602 \cdot 10^{-19} \times (-1,51 - (-3,40))} \Rightarrow \lambda_{\max} = 657nm$$

$$\lambda_{\max} \approx \lambda_4$$

b-Transitions correspondant aux radiations de longueur d'onde  $\lambda_1, \lambda_2$  et  $\lambda_3$ .

Les longueurs d'onde appartiennent au spectre visible correspondant à la transition de l'électron d'un niveau  $n > 2$  au niveau 2

$$\bullet \text{ pour } \lambda = \lambda_1 \Rightarrow E_n = E_2 + \frac{hc}{\lambda_1} = -3,40 + \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{410 \cdot 10^{-9} \times 1,6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow E_n = -0,37eV$$

La transition correspond au niveau  $n = 6$  au niveau  $n = 2$

$$\bullet \text{ pour } \lambda = \lambda_2 \Rightarrow E_n = E_2 + \frac{hc}{\lambda_2} = -3,40 + \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{434,1 \cdot 10^{-9} \times 1,6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow E_n = -0,54eV$$

La transition correspond au niveau  $n = 5$  au niveau  $n = 2$

$$\bullet \text{ pour } \lambda = \lambda_3 \Rightarrow E_n = E_2 + \frac{hc}{\lambda_3} = -3,40 + \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{486,1 \cdot 10^{-9} \times 1,6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow E_n = -0,85eV$$

La transition correspond au niveau  $n = 4$  au niveau  $n = 2$

3. a. Ce photon est absorbé car l'énergie correspondant à la longueur d'onde est égale à la différence d'énergie entre le niveau  $n = 2$  et le niveau  $n = 4$

b. L'atome est ionisé si l'énergie absorbée  $E$  est supérieure ou égale à l'énergie d'ionisation  $E_0$

$E = 11eV < E_0 = 13,6eV$  ; l'énergie du photon est inférieure à l'énergie d'ionisation, l'atome ne sera pas ionisé

$E = 11eV < E_0 = 13,6eV$  ; l'énergie cinétique de l'électron est inférieure à l'énergie d'ionisation, l'atome ne sera pas ionisé

$E = 14,3eV > E_0 = 13,6eV$  ; l'énergie du photon est supérieure à l'énergie d'ionisation, l'atome sera ionisé et l'électron qui l'atome avec l'énergie restante sous d'énergie cinétique  
 $E_C = E - E_0 = 14,3 - 13,6 \Rightarrow E_C = 0,7eV$

## Réactions nucléaires

### Exercice 1

1.1. Cette réaction de désintégration correspondant à la radioactivité  $\alpha$  car la particule émise est l'hélium

1.2. Expression littérale du défaut de masse  $\Delta m$  du noyau de symbole  ${}^A_Z X$  et de masse  $m_X$

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_X$$

Calcul du défaut de masse du noyau de radium Ra en unité de masse atomique u

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{Ra} = 88 \times 1,007 + (226 - 88) \times 1,009 - 225,977 \Rightarrow \Delta m = 1,88 \text{ u}$$

1.3. Expression de la relation d'équivalence masse-énergie

$$\Delta E = \Delta m C^2 = (Zm_p + (A - Z)m_n - m_X) C^2$$

1.4. L'énergie de liaison  $E_l$  d'un noyau est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau au repos pour le dissocier en nucléons isolés et immobiles.

Calcul, en joule, de l'énergie de liaison  $E_l(Rn)$  du noyau de radon.

$$E_l(R_n) = \Delta m E = \frac{3,04 \cdot 10^{-27}}{1,66054 \cdot 10^{-27}} \times 931,5 \Rightarrow E_l(R_n) = 1,71 \cdot 10^3 \text{ MeV}$$

Energie de liaison par nucléon  $E_l/A$  du noyau de radon en MeV.nucléon<sup>-1</sup>.

$$E_l/A = \frac{E_l(R_n)}{A} = \frac{1,71 \cdot 10^3}{86} \Rightarrow E_l/A = 20 \text{ MeV.nucléon}^{-1}$$

1.5. Expression littérale de la variation d'énergie  $\Delta E$  de la réaction en fonction de  $m_{Ra}$ ,  $m_{Rn}$  et  $m_{He}$

$$\Delta E = (m_{Rn} + m_{He} - m_{Ra}) C^2$$

$$\Rightarrow \Delta E = (221,970 + 4,001 - 225,977) \times 1,66054 \cdot 10^{-27} \times (3 \cdot 10^8)^2 \Rightarrow \Delta E = 9,0 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

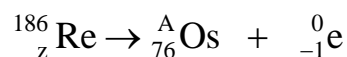
### Exercice 2

1.1.1. L'observation du diagramme montre que le rhénium 186 est au-dessus de la vallée de stabilité ; zone où les neutrons sont en excès.

L'isotope radioactif possède donc un excès de neutron(s) ou par rapport à un isotope stable du même élément.

1.1.2 La particule émise au cours d'une désintégration  $\beta^-$  nom le porte d'électron.

1.1.3 Equation de la désintégration du noyau de rhénium 186.



La loi de conservation du nombre de masse s'écrit :  $186 = A + 0 \Rightarrow A = 186$

La loi de conservation du nombre de charge s'écrit :  $Z = 76 - 1 \Rightarrow Z = 77$

L'équation de la désintégration s'écrit finalement :  ${}^{186}_{77} \text{Re} \rightarrow {}^{186}_{76} \text{Os} + {}^0_{-1} \text{e}$

## 2.1 La composition du noyau de phosphore 32

Le phosphore possède 15 protons et  $32-15=17$  neutrons

## 2.2 Vérifions par un calcul la valeur $E$ de l'énergie du rayonnement émis par la désintégration du phosphore 32

$$E = (m_S + m_e - m_P) \frac{C^2}{e} \text{ avec } e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ eV}$$

$$\Rightarrow E = \left( 5,30763 \cdot 10^{-26} + 9,1 \cdot 10^{-31} - 5,30803 \cdot 10^{-26} \right) \frac{(3 \cdot 10^8)^2}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,7 \cdot 10^6 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow E = 1,7 \text{ MeV}$$

2.3 Lors de cette transformation, le patient n'est pas exposé au rayonnement gamma ( $\gamma$ ) particulièrement pénétrant.

2.4 Rappel de la loi de décroissance du nombre  $N(t)$  de noyaux radioactifs d'un échantillon en fonction de  $\lambda$  et  $N_0$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

2.5 Le temps de demi-vie radioactive  $t_{1/2}$  est le temps au bout duquel la moitié des noyaux radioactifs initialement présents s'est désintégrée

Etablissement de la relation qui existe entre le temps de la demi-vie et la constante de désintégration radioactive  $\lambda$

$$N\left(t + t_{1/2}\right) = N_0 e^{-\lambda\left(t + t_{1/2}\right)} = \frac{N_0 e^{-\lambda t}}{2} \Rightarrow e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Lne } e^{-\lambda t_{1/2}} = \text{Lne } \frac{1}{2} \Rightarrow -\lambda t_{1/2} = -\text{Ln}2 \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\text{Ln}2}{\lambda}$$

2.6 Vérifions, par un calcul, la valeur approchée du temps de demi-vie proposée dans la carte d'identité

$$t_{1/2} = \frac{\text{Ln}2}{\lambda} = \frac{\text{Ln}2}{5,6 \cdot 10^{-7} \times 24 \times 3600} \Rightarrow t_{1/2} = 14 \text{ jours}$$

### Exercice 3

1.1.  $\alpha$  représente le noyau d'hélium.

Equation de la réaction nucléaire correspondante



La loi de conservation du nombre de nucléons s'écrit :  $230 = A + 4 \Rightarrow A = 230 - 4 = 226$

La loi de conservation du nombre de charge s'écrit :  $z = 76 + 2 = 78$

L'équation de la désintégration s'écrit :  ${}_{82}^{230}\text{Th} \rightarrow {}_{86}^{226}\text{Ra}^* + {}_2^4\text{He}$

1.2. Le temps de demi-vie radioactive  $t_{1/2}$  est le temps au bout duquel la moitié des noyaux radioactifs initialement présents s'est réduite de moitié

Vérifions que sa valeur est de  $7,5 \times 10^4$  années

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Le temps de demi-vie correspond à l'abscisse d'ordonnée 0,5  $\Rightarrow t_{1/2} = 7,5 \cdot 10^4$  années

### 1.3. Expression mathématique de la loi de décroissance radioactive

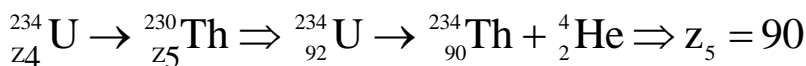
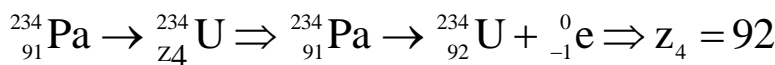
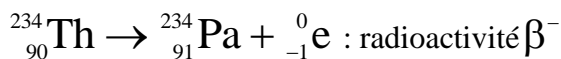
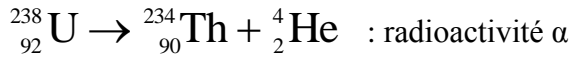
$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Calcul de la constante radioactive en année<sup>-1</sup>

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{7,5 \cdot 10^4} \Rightarrow \lambda = 9,2 \cdot 10^{-6} \text{ année}^{-1}$$

### 1.4. La nature des noyaux est la seule grandeur qui fait varier le temps de demi-vie

#### 1.5 Valeurs de $Z_4$ et $Z_5$



#### 1.6.1. . Démontrons que $A(t) = \lambda \cdot N(t)$ pour une population de noyaux donnée.

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = -\frac{d(N_0 e^{-\lambda t})}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow A(t) = \lambda N$$

#### 1.6.2. Déduisons à l'équilibre séculaire, le rapport $N^{230}\text{Th} / N^{238}\text{U}$ est constant

$$A_1(t) = \lambda_1 N^{230}\text{Th} ; \quad A_2(t) = \lambda_2 N^{238}\text{U}$$

$$A_1 = A_2 \Rightarrow \lambda_1 N^{230}\text{Th} = \lambda_2 N^{238}\text{U} \Rightarrow \frac{N^{230}\text{Th}}{N^{238}\text{U}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \text{constante}$$

### Exercice 4

A/ 1 . Equation de la réaction nucléaire correspondante



La loi de conservation du nombre de nucléons s'écrit :  $241 = A + 0 \Rightarrow A = 241$

La loi de conservation du nombre de charge s'écrit :  $94 = z - 1 \Rightarrow z = 95$

L'équation de la désintégration s'écrit :  ${}_{94}^{241}\text{Pu} \rightarrow {}_{95}^{241}\text{Am} + {}_{-1}^0\text{e}$

2. Détermination de la composition des noyaux Pu et Am

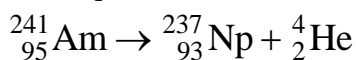
Pu possède 94 protons et  $241 - 94 = 147$  neutrons

Am possède 241 protons et  $241 - 95 = 146$  neutrons

La particule émise ( $\beta^-$ ) provient de la désintégration d'un proton  ${}_1^1\text{p}$  en neutron.  ${}_0^1\text{n}$  et en

électron  ${}_{-1}^0\text{e}$  ( $\beta^-$ ) :  $\left( {}_1^1\text{p} \rightarrow {}_{-1}^0\text{e} + {}_0^1\text{n} \right)$

B/1. Equation de cette désintégration



2. Montrons que cette réaction libère une énergie W

$$\Delta m = m_{\text{Np}} + m_{\alpha} - m_{\text{Am}} = 237,0480 + 4,0015 - 241,0567 \Rightarrow \Delta m = 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ u}$$
 Cette

réaction s'accompagne d'une perte de masse  $\Delta m$  ; donc de l'énergie libérée  $W$ .  
Calcul de l'énergie  $W$  libérée par la désintégration d'un noyau d'américium.

$$W = \Delta m c^2 = 7,2 \cdot 10^{-3} \times 931,5 \text{ MeV} c^{-2} \times c^2 \Rightarrow W = 6,707 \text{ MeV}$$

3. Calcul des énergies cinétiques  $E_{C\alpha}$  et  $E_{C_{Np}}$

$$m_\alpha E_{C\alpha} = m_{Np} E_{C_{Np}} \Rightarrow E_{C\alpha} = \frac{m_{Np}}{m_\alpha} E_{C_{Np}}$$

$$W = E_{C\alpha} + E_{C_{Np}} = \frac{m_{Np}}{m_\alpha} E_{C_{Np}} + E_{C_{Np}} = \left( \frac{m_{Np}}{m_\alpha} + 1 \right) E_{C_{Np}} \Rightarrow$$

$$E_{C_{Np}} = \frac{W}{\left( \frac{m_{Np}}{m_\alpha} + 1 \right)} = \frac{6,707}{\left( \frac{237,0480}{4,0015} + 1 \right)} \Rightarrow E_{C_{Np}} = 2,77 \cdot 10^{-2} \text{ MeV}$$

$$E_{C\alpha} = \frac{W}{\left( \frac{m_\alpha}{m_{Np}} + 1 \right)} = \frac{6,707}{\left( \frac{4,0015}{237,0480} + 1 \right)} \Rightarrow E_{C\alpha} = 6,60 \text{ MeV}$$

4. a L'activité d'une substance radioactive est le nombre de désintégrations par unité de temps. Elle s'exprime en becquerel

a. Montrons que  $-\ln(A) = \lambda t - \ln(A_0)$ .

$$A = -\frac{dN}{dt} = -\frac{d(N_0 e^{-\lambda t})}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} \text{ avec } A_0 = \lambda N_0$$

$$\ln A = \ln A_0 e^{-\lambda t} = \ln A_0 + \ln e^{-\lambda t} = \ln A_0 - \lambda t \Rightarrow -\ln A = \lambda t - \ln A_0$$

c) Détermination graphique :

-de la valeur de la constante radioactive  $\lambda$  de  ${}_{95}^{241}\text{Am}$ .

$$\lambda = \frac{\Delta(-\ln A)}{\Delta t} = \frac{0 - (-1)}{2,066 \cdot 10^{11} - 0} \Rightarrow \lambda = 4,84 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{La période } T \text{ est : } T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{4,84 \cdot 10^{-12}} \Rightarrow T = 1,43 \cdot 10^{11} \text{ s}$$

-L'activité  $A_0$  de l'échantillon d'américium  ${}_{95}^{241}\text{Am}$ .

$$-\ln A_0 = -1 \Rightarrow A_0 = e^1 = 2,72 \text{ Bq}$$

Valeur de  $N_0$ .

$$A_0 = \lambda N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{2,72}{4,84 \cdot 10^{-12}} \Rightarrow N_0 = 6,07 \cdot 10^{11} \text{ noyaux}$$

L'activité actuelle.

$$-\ln A_{\text{actuelle}} = 0,88 \Rightarrow A_{\text{actuelle}} = e^{-0,88} = 0,415 \text{ Bq}$$

Calcul de l'âge de l'échantillon d'américium

$$A_{\text{actuelle}} = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_{\text{actuelle}}}{A_0} = \frac{1}{\lambda} (-\ln A_{\text{actuelle}} + \ln A_0) = \frac{1}{4,84 \cdot 10^{-12}} (0,88 + 1)$$

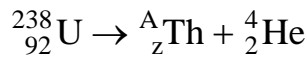
$$\Rightarrow t = 4,2 \cdot 10^{11} \text{ s}$$

### Exercice 5

#### I. Étude de la famille uranium 238 – plomb 206

1. a. Un noyau radioactif est un noyau instable qui se désintègre spontanément

b. Equation de la réaction nucléaire



La loi de conservation du nombre de nucléons s'écrit :  $238 = A + 4 \Rightarrow A = 234$

La loi de conservation du nombre de charge s'écrit :  $92 = z + 2 \Rightarrow z = 90$

L'équation de la désintégration s'écrit :  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th} + {}_2^4\text{He}$

c. Calcul de l'énergie libérée au cours de cette désintégration en joule puis en MeV

$$\Delta E = (m_{\text{Th}} + m_{\text{He}} - m_{\text{U}})c^2 = (234,0436 + 4,0015 - 238,0508) \times 1,66 \cdot 10^{-27} \times (3,0 \cdot 10^8)^2$$

$$\Rightarrow \Delta E = -8,52 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

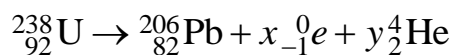
$$\Rightarrow \Delta E = \frac{-8,52 \cdot 10^{-13}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = -5,3 \cdot 10^6 \text{ eV}$$

4. a. Il s'agit de la radioactivité  $\beta^-$

La particule émise ( $\beta^-$ ) provient de la désintégration d'un proton  ${}_1^1p$  en neutron.  ${}_0^1n$  et en

électron  ${}_{-1}^0e$  ( $\beta^-$ ) :  $({}_1^1p \rightarrow {}_{-1}^0e + {}_0^1n)$

b. Détermination le nombre de désintégrations  $\alpha$  et  $\beta^-$



La loi de conservation du nombre de nucléons s'écrit :  $238 = 206 + 4y \Rightarrow y = \frac{238 - 206}{4} = 8$

La loi de conservation du nombre de charge s'écrit :

$$92 = 82 - x + 2y \Rightarrow x = 92 - 82 - 2y = 82 + 2 \times 8 - 92 \Rightarrow x = 6$$

L'équation de la désintégration s'écrit :  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Pb} + 6 {}_{-1}^0e + 8 {}_2^4\text{He}$

#### II. Géochronologie :

1. a La quantité initiale  $N_U(0)$  de noyaux d'uranium

$$N_U(0) = 5 \cdot 10^{12} \text{ noyaux}$$

b. Montrons que  $N_U(t)$  vérifie l'équation différentielle  $\frac{dN_U}{dt} + \lambda N_U = 0$

$$N_U = N_U(0) e^{-\lambda t}$$

$$\frac{dN_U}{dt} + \lambda N_U = \frac{d}{dt} (N_U(0) e^{-\lambda t}) + \lambda N_U(0) e^{-\lambda t} = -\lambda N_U(0) e^{-\lambda t} + \lambda N_U(0) e^{-\lambda t} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dN_U}{dt} + \lambda N_U = 0$$

c. Montrons que  $B = N_U(0)$  et que  $\lambda = \frac{1}{\tau}$ .

$$N_U = Be^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{dN_U}{dt} = -\frac{1}{\tau} Be^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{dN_U}{dt} + \lambda N_U = -\frac{1}{\tau} Be^{-\frac{t}{\tau}} + \lambda Be^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow Be^{-\frac{t}{\tau}} \left( -\frac{1}{\tau} + \lambda \right) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{\tau} + \lambda = 0 \quad (\text{comme } B \neq 0)$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau}$$

d. Détermination à partir du graphe la constante de temps  $\tau$  de l'uranium 238

$$\frac{dN_U}{dt} = -\frac{1}{\tau} N_U(0) e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \left( \frac{dN_U}{dt} \right)_{t=0} = -\frac{1}{\tau} N_U(0) = \frac{\Delta N_U}{\Delta t} \Rightarrow \tau = -\frac{N_U(0) \Delta t}{\Delta N_U}$$

$$\Rightarrow \tau = -\frac{5.10^{12} (6,5.10^9 - 0)}{0 - 5.10^{12}} \Rightarrow \tau = 6,5.10^9 \text{ années}$$

Autre méthode : la tangente à l'origine de la courbe coupe l'axe des abscisses au temps

$$t = \tau = 6,5.10^9 \text{ années}$$

e. Le temps de demi-vie radioactive  $T$  est le temps au bout duquel la moitié des noyaux radioactifs initialement présents s'est désintégrée

Relation entre  $T$  et  $\tau$ .

$$\lambda = \frac{1}{\tau} T = \frac{\ln 2}{T} \quad \text{or } \lambda = \frac{1}{\tau} \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\frac{1}{\tau}} \Rightarrow T = \tau \ln 2$$

Calcul de  $T$

$$T = \tau \ln 2 = 6,5.10^9 \times \ln 2 \Rightarrow T = 4,5.10^9 \text{ années}$$

Valeur de  $T$  par méthode graphique

$$T \text{ correspond à l'abscisse de } \frac{N_U(0)}{2} = \frac{5.10^{12}}{2} = 2,5.10^{12}$$

La projection sur des l'axe de temps donne :  $T = 4,5.10^9 \text{ s}$

2. a. L'activité radioactive d'une substance radioactive est le nombre de désintégrations par unité de temps

Calcul, en becquerel, de l'activité initiale de l'uranium 238.

$$A_0 = \lambda N_U(0) = \frac{\ln 2}{T} N_U(0) = \frac{\ln 2}{4,5.10^9 \times 3,15.10^7} \times 5.10^{12} \Rightarrow A_0 = 2,4.10^{-5} \text{ Bq}$$

b. Détermination graphique de l'activité de l'uranium à  $t=15.10^9$  années

$$A = \lambda N_U(t) = \frac{\ln 2}{T} N_U(t) = \frac{\ln 2}{4,5.10^9 \times 3,15.10^7} \times 0,5.10^{12} \Rightarrow A = 2,4.10^{-6} \text{ Bq}$$

Par calcul l'activité de l'uranium à  $t=15.10^9$  années

$$A = A_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow A(t=15.10^9 \text{ années}) = 2,4.10^{-5} e^{-\frac{15.10^9}{6,5.10^9}} \Rightarrow A = 2,4.10^{-6} \text{ Bq}$$

3 a. Établissement de la relation entre  $N_U(t_{\text{Terre}})$ ,  $N_U(0)$  et  $N_{\text{pb}}(t_{\text{Terre}})$ .

$$N_{\text{pb}}(t_{\text{Terre}}) = N_U(0) - N_U(t_{\text{Terre}}) \Rightarrow N_U(t_{\text{Terre}}) = N_U(0) - N_{\text{pb}}(t_{\text{Terre}})$$

Calculer la quantité  $N_U$

$$N_U(t_{\text{Terre}}) = N_U(0) - N_{\text{pb}}(t_{\text{Terre}}) = 5.10^{12} - 2,5.10^{12} \Rightarrow N_U(t_{\text{Terre}}) = 2,5.10^{12} \text{ noyaux}$$

Détermination de l'âge  $t_{\text{Terre}}$  de la Terre.

$$N_U = N_U(0)e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{N_U}{N_U(0)} \Rightarrow \ln e^{-\frac{t}{\tau}} = \ln \frac{N_U}{N_U(0)} \Rightarrow -\frac{t}{\tau} = \ln \frac{N_U}{N_U(0)}$$

$$\Rightarrow t_{\text{Terre}} = -\tau \ln \frac{N_U}{N_U(0)} = -6,5.10^9 \ln \frac{2,5.10^{12}}{5.10^{12}} \Rightarrow t_{\text{Terre}} = 4,5.10^9 \text{ années}$$

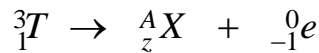
### **EXERCICE6**

1.a. Les isotopes sont des éléments qui le même nombre de protons ; mais qui diffèrent par leur nombre de masse

b. Le deutérium et le tritium sont respectivement notés, dans la notation  ${}^A_Z X$ ,  ${}^2_1 D$  et  ${}^3_1 T$  et appartiennent à l'élément hydrogène

2. a. Un noyau radioactif est un noyau instable qui désintègre spontanément

b. Equation de la désintégration de T



La loi de conservation du nombre de nucléons s'écrit :  $3 = A + 0 \Rightarrow A = 3$

La loi de conservation du nombre de charge s'écrit :  $1 = z - 1 \Rightarrow z = 2$

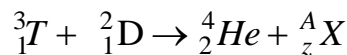
Il s'agit du noyau d'hélium

L'équation de la désintégration s'écrit :  ${}^3_1 T \rightarrow {}^3_2 He + {}^0_{-1} e$

c. Cette affirmation signifie que le temps au bout du la moitié de tritium initialement présent s'est désintégré

3. a. - Une réaction nucléaire de fusion est réaction nucléaire provoquée au cours de laquelle des noyaux légers s'unissent pour former un noyau plus lourd

b. Equation nucléaire de la fusion DT



La loi de conservation du nombre de nucléons s'écrit :  $3 + 2 = 4 + A \Rightarrow A = 1$

La loi de conservation du nombre de charge s'écrit :  $1 + 1 = 2 + z \Rightarrow z = 0$

Il s'agit du noyau d'un neutron

L'équation de la désintégration s'écrit :  ${}^3_1 T + {}^2_1 D \rightarrow {}^4_2 He + {}^1_0 n$

Expression de l'énergie  $\Delta E$  en fonction des énergies de masse  $Em({}^A_Z X)$

$$\Delta E = (m_{\text{He}} + m_n - m_T - m_D)c^2 = m_{\text{He}}c^2 + m_n c^2 - m_T c^2 - m_D c^2 \Rightarrow$$

$$\Delta E = Em({}^4_2 He) + Em({}^1_0 n) - Em({}^3_1 T) - Em({}^2_1 D)$$

c. Expression la masse  $m({}^A_Z X)$  du noyau  ${}^A_Z X$  en fonction de  $m_p$ ,  $m_n$ ,  $Z$ ,  $A$  et de l'énergie de liaison  $E_\ell({}^A_Z X)$ .

$$E_1({}^A_Z X) = (Zm_p + (A - Z)m_n - m({}^A_Z X))c^2 \Rightarrow m({}^A_Z X) = Zm_p + (A - Z)m_n - \frac{E_1({}^A_Z X)}{c^2}$$

Expression de  $\Delta E$  en fonction des énergies de liaison.

$$\Delta E = (m_{\text{He}} + m_n - m_T - m_D)c^2 \Rightarrow$$

$$\Delta E = \left[ (2m_p + 2m_n - \frac{E_1(^4\text{He})}{c^2}) + m_n - (m_p + 2m_n - \frac{E_1(^3\text{T})}{c^2}) + m_p + m_n - \frac{E_1(^2\text{D})}{c^2} \right] c^2$$

$$\Rightarrow \Delta E = -E_1(^4\text{He}) + E_1(^3\text{T}) + E_1(^2\text{D})$$

3. Calcul de la valeur numérique de  $\Delta E$

$$\Delta E = -E_1(^4\text{He}) + E_1(^3\text{T}) + E_1(^2\text{D}) = -28,29 + 8,481 + 2,224 \Rightarrow \Delta E = -17,585 \text{ MeV}$$

4.a Les deux noyaux sont chargés de même signe, ce qui explique cette répulsion entre le deutérium et le tritium

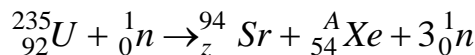
### Exercice 8

#### I- La combustion du butane $\text{C}_4\text{H}_8$ (gaz de ville) :

L'énergie dégagée au cours de la combustion complète d'une mole de butane est  $Q = 2878 \cdot 10^3 \text{ J}$  ça veut dire que la combustion complète de 56 g de butane dégage une énergie de  $2878 \cdot 10^3 \text{ J}$ .

1. La demi-vie est le temps au bout duquel la moitié des noyaux radioactifs initialement présents s'est réduite de moitié

2. a. Détermination des valeurs des nombres A et Z.



La loi de conservation du nombre de nucléons s'écrit :  $235 + 1 = 94 + A + 3 \Rightarrow A = 139$

La loi de conservation du nombre de charge s'écrit :  $92 + 0 = z + 54 + 0 \Rightarrow z = 38$

L'équation de la désintégration s'écrit :  ${}_{92}^{235}\text{U} + {}_0^1\text{n} \rightarrow {}_{38}^{94}\text{Sr} + {}_{54}^{137}\text{Xe} + 3{}_0^1\text{n}$

b. Calcul, en MeV puis en joule, de l'énergie libérée par la fission d'un noyau

$$\Delta E = (m_{\text{Sr}} + m_{\text{Xe}} + 3m_{\text{n}} - m_{\text{U}} - m_{\text{n}})E = (m_{\text{Sr}} + m_{\text{Xe}} + 2m_{\text{n}} - m_{\text{U}})E$$

$$\Delta E = (93,8945 + 138,8892 + 2 \times 1,00866 - 234,9942) \times 931,5 \Rightarrow \Delta E = -179,9 \text{ MeV}$$

$$\Delta E = -179,9 \times 1,602 \cdot 10^{-13} = -2,882 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

L'énergie libérée en joule par la fission d'une mole d'uranium 235.

$$\Delta E = -2,882 \cdot 10^{-11} \times 6,02 \cdot 10^{23} = -1,73 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

#### II Fission nucléaire

c. Masse de butane qu'on doit utiliser pour produire la même quantité d'énergie libérée lors de la fission de 235 g d'uranium  ${}^{235}\text{U}$

$$m = \frac{|\Delta E|}{Q} \times M = \frac{1,73 \cdot 10^{13}}{2878 \cdot 10^3} \times 56 \cdot 10^{-3} \Rightarrow m = 3,9 \cdot 10^5 \text{ Kg}$$

#### III - FUSION NUCLEAIRE

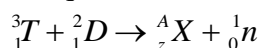
1.1. Des noyaux sont isotopes s'ils ont le même nombre de protons ; mais un nombre différent de neutrons

1.2. La composition de ces deux noyaux

Le tritium T possède deux neutrons et un proton ; le deutérium a un neutron et un proton

2. Une réaction de fusion est une réaction nucléaire provoquée au cours de laquelle un noyau lourd, sous l'impact d'un projectile, se scinde en des noyaux plus légers

3. Equation de la réaction nucléaire entre un noyau de Deutérium et un noyau de Tritium



La loi de conservation du nombre de nucléons s'écrit :  $3 + 2 = z + 1 \Rightarrow A = 4$

La loi de conservation du nombre de charge s'écrit :  $1+1 = z+0 \Rightarrow z = 2$

Il s'agit du noyau de l'hélium

L'équation de la désintégration s'écrit :  ${}^3_1T + {}^2_1D \rightarrow {}^4_2He + {}^1_0n$

4. Montrons que l'énergie libérée au cours de cette réaction de fusion est de -17,6 MeV.

$$\Delta E = (m_{He} + m_n - m_T - m_D)E = (4,00150 + 1,00866 - 3,01550 - 2,01355) \times 931,5$$

$$\Rightarrow \Delta E = -17,6 \text{ MeV}$$

L'énergie libérée par la fusion d'une mole de tritium

$$\Delta E = -17,6 \times 1,602 \cdot 10^{-13} \times 6,02 \cdot 10^{23} = -1,70 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

5. Masse de butane à utiliser pour produire la même quantité d'énergie libérée lors de la fusion d'une mole de tritium.

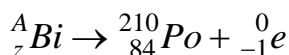
$$m = \frac{|\Delta E|}{Q} \times M = \frac{1,70 \cdot 10^{12}}{2878 \cdot 10^3} \times 56 \cdot 10^{-3} \Rightarrow m = 33 \cdot 10^3 \text{ Kg}$$

6. A-t-on intérêt d'implanter en Tunisie un réacteur nucléaire. Citer les avantages et les inconvénients.

### Exercice 9

#### Partie A

1-a- Equation de la réaction nucléaire de désintégration du bismuth



La loi de conservation du nombre de nucléons s'écrit :  $A = 210 + 0 \Rightarrow A = 210$

La loi de conservation du nombre de charge s'écrit :  $z = 84 - 1 \Rightarrow z = 83$

L'équation de la désintégration s'écrit :  ${}^{210}_{83}Bi \rightarrow {}^{210}_{84}Po + {}^0_{-1}e$

b- Cette désintégration est spontanée, puisque le bismuth n'a pas été bombardé par un projectile

c- La particule émise ( $\beta^-$ ) provient de la désintégration d'un proton  ${}^1_1p$  en neutron.  ${}^1_0n$  et en électron  ${}^0_{-1}e$  ( $\beta^-$ ) :  $({}^1_1p \rightarrow {}^0_{-1}e + {}^1_0n)$

2-a- Calcul de l'énergie de liaison par nucléon  $E_l$  du noyau de bismuth utilisé

$$E_l = \left( zm_p + (A - z)m_n - m_{Bi} \right) \frac{E}{A} \text{ avec } E = 931,5 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow E_l = \left( 83 \times 1,0072 + (210 - 83) \times 1,0086 - 210,0535 \right) \times \frac{931,5}{210} \Rightarrow E_l = 7,26 \text{ MeVnucléon}^{-1}$$

b- Comparons la stabilité des noyaux de  ${}^A_zBi$  et de  ${}^{210}_{84}Po$ .

Un noyau est d'autant plus stable que son énergie par nucléon est grande

-pour le bismuth :  $E_l = 7,26 \text{ MeVnucléon}^{-1}$

-pour le polonium :  $E_l = \frac{E_{l2}}{A} = \frac{1539,02}{210} = 7,33 \text{ MeVnucléon}^{-1}$

$E_{l2} > E_l$  ; le polonium est plus stable que le bismuth

3.a . Expression du nombre de noyaux N en fonction de m, M et N

$$N = \frac{m}{M} N$$

b- Expression de m(t) en fonction de  $m_0$ , de la constante de désintégration radioactive  $\lambda$  et de t.

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{m(t)}{M} N = N \frac{m_0}{M} e^{-\lambda t} \Rightarrow m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$$

c-/La période radioactive T du bismuth est le temps au bout duquel le nombre des noyaux radioactifs de bismuth initialement présents s'est réduit de moitié

Calculer de la valeur de la période T

$$m(t+10) = m_0 e^{-\lambda(t+10)} = \frac{m(t)}{4} = \frac{m_0 e^{-\lambda t}}{4} \Rightarrow m_0 e^{-\lambda t} \times e^{-10\lambda} = \frac{m_0 e^{-\lambda t}}{4}$$

$$\Rightarrow e^{-10\lambda} = \frac{1}{4} \Rightarrow \ln e^{-10\lambda} = \ln \frac{1}{4} \Rightarrow -10\lambda = -\ln 4 \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 4}{10}$$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{\frac{\ln 4}{10}} = 10 \frac{\ln 2}{\ln 4} \Rightarrow T = 5 \text{ jours}$$

d-/Masse restante de bismuth à la date t=18 jours

$$m(t) = m_0 e^{-\lambda t} = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = 1 \times e^{-\frac{\ln 2}{5} \times 18} \Rightarrow m = 0,082 \text{ g}$$

e-/L'activité d'une substance radioactive est le nombre d'atomes désintégrés par unité de temps

Détermination de l'activité radioactive A<sub>0</sub> de l'échantillon à la date t=0,

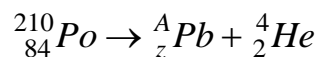
$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{\ln 4}{10} \frac{m_0}{M} N = \frac{\ln 4}{10} \times \frac{1}{210} \times 6,02 \cdot 10^{23} \Rightarrow A_0 = 3,97 \cdot 10^{20} \text{ Bq}$$

L'activité A à la date t=18 jours

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = 3,97 \cdot 10^{20} \times e^{-\frac{\ln 2}{5} \times 18} \Rightarrow A = 3,27 \cdot 10^{19} \text{ Bq}$$

## **Partie B**

1) Equation de la réaction de désintégration α du  ${}^{210}_{84}\text{Po}$



La loi de conservation du nombre de nucléons s'écrit :  $210 = A + 4 \Rightarrow A = 206$

La loi de conservation du nombre de charge s'écrit :  $84 = z + 2 \Rightarrow z = 82$

L'équation de la désintégration s'écrit :  ${}^{210}_{84}\text{P} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + {}^4_2\text{He}$

2) Calcul de l'énergie E libérée par cette réaction nucléaire

$$E = (m_{\text{Pb}} + m_{\alpha} - m_{\text{Po}})u = (206,0295 + 4,0015 - 210,0362) \times 931,5 \Rightarrow E = -4,844 \text{ MeV}$$

3. Calculer de l'énergie cinétique de la particule α émise et celle E<sub>C<sub>Pb</sub></sub> du noyau de plomb,

$$E_{C\alpha} + E_{C_{\text{Pb}}} = |E| \Rightarrow E_{C\alpha} + \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Pb}}} E_{C\alpha} = |E| \Rightarrow E_{C\alpha} = \frac{|E|}{1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Pb}}}} = \frac{4,844}{1 + \frac{4,0015}{206,0295}}$$

$$\Rightarrow E_{C\alpha} = 4,752 \text{ MeV}$$

$$E_{C_{\text{Pb}}} = |E| - E_{C\alpha} = 4,844 - 4,752 = 0,092 \text{ MeV}$$

Vitesse v<sub>α</sub> de la particule α.

$$E_{C\alpha} = \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \Rightarrow v_{\alpha} = \sqrt{\frac{2E_{C\alpha}}{m_{\alpha}}} = \sqrt{\frac{2 \times 4,752 \times 1,6 \cdot 10^{-13}}{4,0015 \times 1,66 \cdot 10^{-27}}} \Rightarrow v_{\alpha} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1}$$

4 a-/ Cette différence s'explique par le fait que l'hélium se trouve dans un état excité. Le

noyau d'hélium se désexcite en émettant un photon

b-/ Valeur de  $E'_{C\alpha}$  et la longueur d'onde du photon  $\gamma$ .

$$E'_{C\alpha} = E_{C\alpha} - W\gamma = 4,752 - 0,918 \Rightarrow E'_{C\alpha} = 3,834 \text{ MeV}$$