# PHYSIQUES

*La physique porte en elle des lois universelles.*

- **CINEMATIQUE**
- **LOI FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE**
- **MOUVEMENT DE PARTICULES (Champ de pesanteur terrestre – Champ électrostatique)**
- **RESSORTS**
- **CHAMP MAGNETIQUE**
- **AUTO –INDUCTION ; CIRCUIT RLC**
- **OPTIQUE : LENTILLE – PRISME – RESEAU**
- **NIVEAUX D'ENERGIE**
- **RADIOACTIVITE**

# CINEMATIQUE

## Exercice 1 :

Un point M est mobile sur un axe $(x'Ox)$. Son accélération est à chaque instant 2m/s², son abscisse initiale est 9m et sa vitesse initiale - 10 m/s.

1. Ecrire l'équation du mouvement.
2. Déterminer l'abscisse minimum de M et l'instant correspondant
3. Calculer l'intervalle de temps qui s'écoule entre l'instant initial et les deux passages à l'origine des abscisses.
4. Calculer la vitesse de M aux deux passages à l'origine des abscisses.
5. Calculer la vitesse de m lorsqu'il passe à l'abscisse 3m.

## Exercice 2:

Un mobile M supposé ponctuel, est assujetti à sa déplacer sur une droite $(x'x)$. son accélération est constante. A l'instant $t_1 = 2s$, il se trouve au point d'abscisse $x_1 = 5cm$ et est animé d'une vitesse $v_1 = 4cm/s$. A l'instant $t_2 = 5s$, M se trouve au point d'abscisse $x_2 = 35cm$ et est animé d'une vitesse $v_2 = 16cm/s$.

1. Déterminer l'accélération du mouvement, la vitesse et l'abscisse à l'instant zéro. Ecrire l'équation horaire du mouvement.
2. Déterminer l'instant où le mobile change de sens. Quelle est alors sa position ?

3. Un deuxième mobile M' se déplace sur la même droite d'un mouvement uniforme. Aux instants $t_1 = 2s$ et $t_2 = 5s$, il se trouve en des points d'abscisses respectives $x_1' = 71cm\ et\ x_2' = 57{,}5cm$. Déterminer l'équation horaire du mouvement de M'.

4. A quel instant les deux mobiles se croiseront – ils ? En déduire le lieu du croisement.

## Exercice 3:

Un mobile se déplace sur une trajectoire rectiligne. L'expression de l'accélération du mouvement en fonction du temps est $a_x = -3t$ . Sachant qu'à la date $t = 1s$, la vitesse de ce mobile est $1m/s$ et son abscisse est de $4m$, écrire sa loi horaire.

1. Soient deux axes rectangulaires $(Ox)$ et $(Oy)$. Un point mobile M se déplace dans le plan xOy. Ses projections m et m' sur les axes $(Ox)$ et $(Oy)$ ont les mouvements définis par :

$x = 1 + cost\ ; y = sint.$

a) Quelle est l'équation cartésienne de la trajectoire. En déduire sa forme.

b) Montrer que le mouvement de M est uniforme.

c) Calculer son accélération.

d) Si la troisième projection $m''$ de M sur un axe $(Oz)$, perpendiculaire à $(Ox)$ et $(Oy)$ et tel que l'ensemble forme un repère orthonormé était $z = 2t$, quelle serait la forme de la trajectoire ?

## Exercice 4:

*Cet exercice a pour but de montrer que dans un repère de FRENET, l'accélération possède deux composantes $\overrightarrow{a_t}$ et $\overrightarrow{a_n}$ en prenant l'exemple d'un mouvement circulaire uniformément varié.*

Considérons un point mobile M en mouvement circulaire non uniforme, dans le repère cartésien $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$. Voir figure. M est repéré à l'instant t par son abscisse angulaire $\propto = (AOM)$. Le rayon de la trajectoire est R. Toutes les réponses seront données en fonction de R et/ ou de $\propto$.

1. a/ dans le repère cartésien, donner les coordonnées des vecteurs $\vec{t}$ et $\vec{n}$.

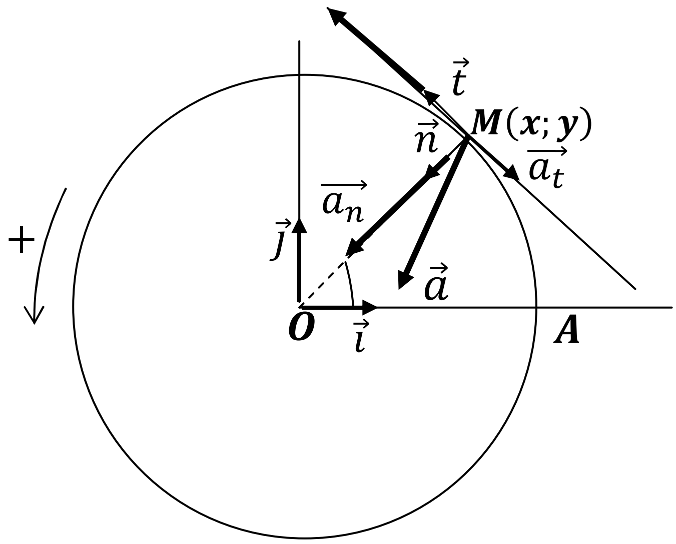
   b/ Dans le repère cartésien, donner les coordonnées du vecteur position de M.

2. a/ Dans le repère cartésien donner les coordonnées du vecteur vitesse.

   b/ en déduire, à l'aide de 1. a/ l'expression du vecteur vitesse dans la base de FRENET.

3. a/ Dans le repère cartésien, donner les coordonnées du vecteur accélération.

b/ En déduire à l'aide de 1. a/ que l'accélération possède dans le repère de FRENET deux composantes, une tangentielle et l'autre normale dont on établira les expressions en fonction de R et $\propto$.




## Exercice 5 :

Un solide en translation décrit une trajectoire rectiligne $(X\,X')$ d'origine o et de vecteur unitaire i. le début du mouvement correspond à l'instant t=0. Un point du solide est repéré par son abscisse X : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$. L'équation horaire de sa trajectoire s'écrit :

$x = -3t^2 + 24t - 36$. L'unité de longueur est le mètre et l'unité de temps est la seconde.

1. Déterminer les valeurs des vitesse et accélération du centre d'inertie du solide
2. Quelles sont les conditions initiales portant sur le vecteur position et le vecteur vitesse.

3. A quelle date le mobile passe t –il par l'origine de l'axe ? Donner le sens des vecteurs vitesses à ces dates.
4. A quelle date la vitesse s'annule t – elle ? Sur quels intervalles de temps le mouvement est – il accéléré ? Retardé ?

## Exercice 6 :

On repère le mouvement d'un point mobile M dans le repère orthonormal $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,; \vec{k})$. On appelle $\overrightarrow{OM}$ son vecteur position, $\vec{v}$ son vecteur vitesse et $\vec{a}$ son vecteur accélération.

1. Donner les relations vectorielles qui définissent $\vec{v}$ en fonction de $\overrightarrow{OM}$ et $\vec{a}$ en fonction de $\vec{v}$. En déduire la relation qui lie $\vec{a}$ et $\overrightarrow{OM}$ .

Dans le repère $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,; \vec{k})$, $\overrightarrow{OM} = 3t\,\vec{i} + (7t - 5t^2)\vec{j}$ où t est le temps.

2. Montrer que le mouvement a lieu dans un plan que l'on précisera.
3. a/ Donner les équations horaires du mouvement. On appellera $x, y\ et\ z$ les coordonnées du point M dans le repère $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,; \vec{k})$.
   b/ Calculer à l'instant $t$ la distance $OM$.
4. Donner les expressions en fonction du temps des composantes $v_x$ ; $v_y$ ; $v_z$ du vecteur vitesse. On utilisera la notation $f(\dot{t})$ pour désigner la dérivée de $f(t)$.
5. a/ Calculer $v$ la vitesse du point mobile à l'instant $t$.
   b/ Déterminer $v_1$ la vitesse minimum de $v$ et l'instant $t_1$ auquel $v$ atteint cette valeur minimum.
   c/ Indiquer quand le mouvement du point est accéléré et quand le mouvement est retardé.
6. Déterminer les composantes de $\vec{v}$ à l'instant $t_1$. On précisera la direction de $\vec{v}$ à cet instant.
7. Déterminer la valeur de l'angle α que fait le vecteur vitesse avec l'axe (Ox) à l'instant zéro.
8. a/ Donner les expressions en fonction du temps des composantes $a_x$ ; $a_y$ ; $a_z$ du vecteur accélération.

b/ Donner l'expression vectorielle de $\vec{a}$ dans le repère $(O; \vec{\imath}\,; \vec{\jmath}\,; \vec{k})$.

c/ Représenter sur un schéma le vecteur accélération.

## Exercice 7 :

Un mobile est lance sur un plan incliné dans un repère $(O; \vec{\imath}\,; \vec{\jmath}\,; \vec{k})$ ; le plan coïncide avec le plan $(O\,; \vec{\imath}\,; \vec{\jmath})$. Le mobile est assimilé à un point M situé à l'origine du repère à l'instant $t = 0$. Le vecteur position du mobile est $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{\imath} + y\,\vec{\jmath} + z\,\vec{k}$. Au cours du mouvement, son accélération est $\vec{a} = -a\,\vec{\jmath}$ avec $a = 4m/s^2$. A l'instant du lancement sa vitesse est $\overrightarrow{v_0} = 2\,\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath}$.

1. Déterminer le vecteur vitesse à l'instant $t$ du mobile et le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ à l'instant $t$. En déduire que le mouvement est plan.
2. Déterminer l'équation de la trajectoire. Donner l'allure de cette trajectoire.
3. Le centre d'inertie du mobile coupe l'axe (xx') en un point A à la date $t_1$.
   a/ Déterminer $Y_A$ et $t_1$.
   b/ Déterminer le vecteur vitesse $v_A$ ; le comparer à $v_1$.
4. L'ordonnée $y$ de M passe par un maximum en un point S. déterminer l'ordonnée et l'abscisse correspondante, l'instant de passage en S et le vecteur vitesse en ce point.

## Exercice 8 :

A la surface de la terre, on lance verticalement et vers le haut avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ un objet de masse m. on néglige les frottements de l'air. On introduit un repère orthonormal $(O; \vec{\imath}\,; \vec{\jmath}\,; \vec{k})$ fixe dans le référentiel terrestre supposé galiléen. L'origine du repère coïncide avec la position du centre d'inertie G au moment du lancement pris comme instant initial. L'axe (Oz) de vecteur unitaire $\vec{k}$ est vertical et pointant vers le haut. Tout au cours de son mouvement, l'objet est soumis à l'accélération $\vec{a} = -g\,\vec{k}$.

1. Préciser quels sont les vecteurs vitesse et position de G à l'instant initial.
2. Déterminer $\dot{x}$ ; $\dot{y}$ ; $\dot{z}$ les composantes de $\vec{v}$ vecteur vitesse de G.
3. En déduire la forme géométrique de la trajectoire de G.
4. Etudier la fonction $\dot{z}(t)$. On montrera que cette fonction s'annule pour $t_1$. On exprimera $t_1$ en fonction des composantes du problème $v_0$ *et* $g$.

## Exercice 9 :

1. Une automobile décrit une trajectoire rectiligne dans un repère (O ;I). son accélération est constante. A l'instant $t_0 = 0$ l'automobile part d'un point $M_0$. A l'instant $t_1 = 3s$ l'automobile passe par le $M_1$ d'abscisse $x_1 = 59m$ à la vitesse algébrique $v_{1x} = 6m/s$. Elle arrive ensuite au point $M_2$ d'abscisse $x_2 = 150m$ à la vitesse algébrique $v_{2x} = 20m/s$.
   a) Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile.
   b) A quel instant $t_2$ l'automobile passe t – elle par le point $M_2$ ?
   c) Calculer la longueur $L$ du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à $20s$.

2. A la date $T = 1s$, une moto se déplaçant sur la même trajectoire à la vitesse constante $v'_x = 20m/s$ passe par le point $M'$ d'abscisse $x' = -5m$. Pendant toute la durée du mouvement fixé à $20s$, la moto va d abord dépasser l'automobile ; ensuite l'automobile va rattraper la moto. Déterminer :
   a) L'équation horaire du mouvement de la moto.
   b) Les dates de dépassement et les abscisses de ces dépassements.
   c) La vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto.

d) La distance $d$ parcourue par la moto entre les instants $T = 1s$ et la date où elle dépasse l'automobile.

## Exercice 10 :

Sur une voie rectiligne, un élève dans un véhicule électrique, part d'un point A avec une accélération de 0,90m/s². en B, il coupe le courant et le mouvement devient uniformément retardé d'accélération 0,10m/s². en C, à la distance $AC = 450m$, le véhicule s'arrête. Calculer la vitesse en B, la distance AB et la durée du trajet AC.

## Exercice 11 :

Un mobile est animé d'un mouvement de translation rectiligne dans un repère (O,I). le mouvement comporte deux phases dont la première dure 30s. Un chronomètre a relevé la vitesse en fonction du temps. Après conversion on obtient le tableau suivant :

| T(seconde) | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 100 | 150 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V (m/s) | 0 | 4 | 08 | 12 | 11 | 10 | 5 | 0 |

1. Tracer le graphique$V = f(t)$. Echelle : 1cm pour 4m/s en ordonnée et 1cm pour 20s en abscisse.

2. Etablir l'équation horaire du mouvement pour chaque phase. Préciser la nature du mouvement pendant chaque phase. La position du mobile est repérée à chaque instant par son abscisse $x$ comptée à partir de l'origine O du repère.

3. a/ Calculer la longueur du trajet parcouru par le mobile pendant toute la durée du mouvement.

b/ Montrer que cette distance est représentée par l'aire de la figure donnée la graphique de la question 1.

4. Quelle est la distance parcourue à la date $t = 60s$?Quelle est alors sa vitesse?

## Exercice 12 :

1. Une voiture de masse $M = 1200kg$ se déplace sur une route horizontale rectiligne. Elle est soumise à des actions mécaniques extérieures de deux types :

- Les actions motrices, modélisées par un vecteur force $\vec{F}$, parallèle à la route, d'intensité constante $F = 3000N$, appliqué au centre d'inertie ;
- Les actions résistantes, modélisées, tant que la vitesse est inférieure à $20m/s$, par un vecteur une force $\vec{f}$ d'intensité inconnue mais constante, de sens opposé à celui du déplacement et appliqué au centre d'inertie de la voiture. Afin de déterminer l'intensité de la force $\vec{f}$, on procède à la mesure de la vitesse de la voiture à l différentes dates, durant la phase de démarrage (vitesse inférieure à 20m/s). on photographie les postions successives de la voiture toutes les secondes. On a alors relevé les valeurs prises par la position de son centre d'inertie G (tableau 1).

a) Indiquer une méthode pour évaluer la vitesse de la voiture à une date $t$ donnée. Donner dans un tableau les valeurs de la vitesse $v(t)$ aux dates 1s ; 2s ; … ;6s.

b) Représenter graphiquement les variations de cette vitesse en fonction du temps. Donner l'équation de la courbe $v(t)$. Echelle : 1cm pour 1s et 1cm pour 1m/s.

1. En utilisant des capteurs électroniques placés sur la transmission, on enregistre directement la vitesse de la voiture durant son mouvement, même dans un domaine de vitesses plus élevées. Ces mesures sont consignées dans le tableau 2.

a) Tracer la courbe $v = f(t)$ et montrer que qu'il est bien en accord avec celui de la question 1.b/. Echelles : 1cm pour 5s et 1cm pour 5m/s.

b) On observe l'hypothèse d'une force $\vec{F}$ constante.. montrer que l'allure de la courbe tracée dans ce graphe permet d'indiquer qualitativement comment évolue la valeur de la force $\vec{f}$ au fur et à mesure que la vitesse augmente.

c) A partir du graphe, déterminer l'accélération pour une vitesse de $40m/s$. En déduire la valeur de $\vec{f}$ à cette vitesse.

| t(s) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x(m)$ | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 |

*Tableau 1*

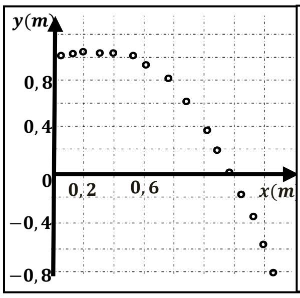
| t(s) | 0 | 3 | 5 | 6 | 7,5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $v(m/s)$ | 0 | 6 | 10 | 12 | 15 | 20 | 27 | 32 | 37 | 40 | 45 | 48 | 49 |

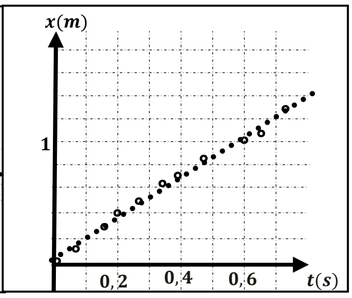
*Tableau 2*

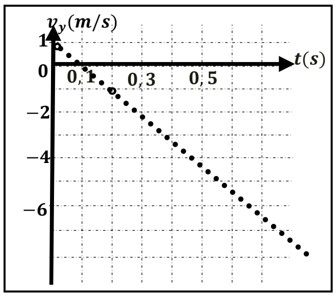
## Exercice 13 :

Un élève lance un solide de centre d'inertie G et de masse $m = 500g$ vers le haut de la ligne de la plus grande pente d'un plan incliné de l'angle $\propto = 30°$ sur l'horizontale. Un camarade filme la scène de profil afin de pouvoir effectuer l'étude du mouvement de G sur le plan de longueur $AB = 2{,}00m$. Mais le mobile sort du plan incliné en B avec la vitesse $v_B = 2{,}0m/s$, la vitesse initiale étant de $10{,}2m/s$.

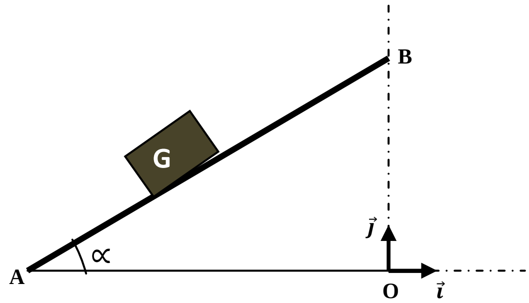
Concernant le mouvement aérien du mobile, un logiciel de traitement a permis d'obtenir l'enregistrement 1, 2 et 3 suivants :




Courbe 1 Courbe 2 Courbe 3




a) Qualifier puis justifier le mouvement de la projection sur l'axe horizontal au vu de la courbe 2.

En déduire les coordonnées $v_x$ du vecteur vitesse, $a_x$ du vecteur accélération.

b) Calculer $v_x$à partir de la vitesse $v_B$.
Comparer avec la valeur précédente.

c) Vérifier que la valeur initiale lue sur la courbe
3 s'accorde avec les données. Proposer une relation liant la composante $v_y$ et la date $t$ au vu de cette courbe. En déduire les coordonnées $a_y$ de l'accélération.

d) Retrouver l'équation de la trajectoire et justifier la forme de la courbe 1. Tracer le vecteur accélération sur la courbe 1 aux dates $0{,}20s$ ; $0{,}60$ ; $0{,}80s$. Que pensez – vous des forces exercées sur le mobile dans cette phase ?

e) Sur cette trajectoire, où se trouve le mobile aux dates $0{,}10s\ et\ 0{,}60s$ ? quelle est à chaque fois son altitude et sa vitesse ?

f) Quel temps mettrait le mobile pour atteindre l'horizontale $y = -0{,}20m$ s'il tombait de B sans aucune vitesse ? comparer au temps mis ici.

## Exercice 14 :

1. Un engin portant une balle de tennis effectue un trajet entre deux stations. Partant de la première station, le conducteur lance son engin avec une accélération de valeur $a_1 = 0{,}85m/s^2$. Au bout d'une durée

$\theta_1$, lorsqu'il juge la vitesse suffisante pour pouvoir atteindre l'autre station,, il coupe définitivement le courant. Différentes forces de frottements ralentissent l'engin avec une accélération $a_2 = 0{,}05 m/s^2$. L'engin s'arrête à la deuxième station séparée de la première par une distance $d = 1500m$. Calculer :

a) Les durées $\theta_1$et$\theta_2$ des deux phases du parcours.
b) Les longueurs $L_1$ et $L_2$ de ces deux phases.
c) La vitesse maximale de l'engin entre les deux stations.
d) Sans justifier le tracé et en utilisant les résultats des trois premières questions, représenter graphiquement les fonctions :

$x = f(t)$ Équation des espaces
$y = g(t)$ Équation des vitesses
$a = h(t)$ Équation des accélérations.

2. Quand l'engin s'est arrêté à la deuxième station, la balle se détache de l'engin sans vitesse initiale. La balle va heurter le sol situé à $H = 40m$ plus bas. La balle rebondit verticalement de telle sorte que la hauteur de chaque rebond soit égale à 0,64 fois la hauteur du précédent rebond.

a) Quel temps $\theta_0$ met la balle pour arriver au sol juste avant le premier rebond ?
b) Quelle est la durée $\theta'_1$ que met la balle après le premier rebond, pour monter et redescendre ?
c) Faire le même calcul pour déterminer $\theta_n$ après le n$^{\text{ième}}$ rebond.
d) Quelle durée totale met la balle depuis son lâcher jusqu'à la fin du n$^{\text{ième}}$ rebond ?
e) En déduire que la suite de rebonds infinie a une durée finie que l'on déterminera.

## Exercice 15 :

La position d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ est déterminé à chaque instant par les équations horaires suivantes :

$\overrightarrow{OM}$ : $\begin{cases} x = Rcos(wt+\varphi) \\ y = Rsin(wt+\varphi) \end{cases}$ avec $R = 8cm\ et\ w = 2\pi rad.s^{-1}$.

1. Déterminer $\varphi$ sachant qu'à l'instant $t = 0s$, le mobile se trouve au point $M_0$ de coordonnées $(x_0 = -R\ ;\ y_0 = 0)$.

2. a/ Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante.

b/ Montrer que la valeur de l'accélération du mobile est constante.

c/ Trouver la nature du mouvement du mobile.

3. a/ Montrer que les vecteurs accélération et position sont colinéaires.

b/ En déduire le sens du vecteur accélération.

4. a/ Représenter la trajectoire du mobile dans le repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ à l'échelle $\frac{1}{2}$.

b/ Placer sur cette trajectoire les points $M_0, M_1, M_2, M_3$ du mobile aux instants

$t_0 = 0\ ,\ \ t_1 = 0{,}25s,\ \ t_2 = 0{,}5s,\ \ t_3 = 1/8s.$

# LOI FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE

## Exercice 1 :

Un pendule constitué d'un objet ponctuel de masse $m$ est suspendu au plafond d'un véhicule en mouvement rectiligne horizontal. Le fil, inextensible et de masse négligeable, a pour longueur $l$.

1. a/Le véhicule démarre d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré. Dans quel sens la masse $m$ dévie t – elle ?

b/ le fil OM s'immobilise en faisant un angle $\propto = 20°$ avec la verticale. Quelle l'accélération du véhicule ?

2. Lorsque le véhicule est animé d'un mouvement uniforme sa vitesse est de $108 km/h$. Quelle est alors la position du fil en absence d'oscillation ?

3. Le véhicule freine ; sa vitesse passe de la valeur précédente à une vitesse nulle, d'un mouvement uniformément retardé et ce sur une distance $d = 150m$. Quel est l'angle que fait alors le fil OM avec la verticale en admettant que le pendule reste en équilibre par rapport au véhicule ? Prendre $g = 9{,}8 m/s^2$.

## Exercice 2 :

Un skieur de masse $72kg$ descend le long de la ligne de la plus grande pente, une piste inclinée de $28°$ sur l'horizontale.

On donne $g = 9{,}80 m/s^2$.

1. Sa vitesse $\vec{v}$ à pour module $v = 18 m/s$. Calculer sa quantité de mouvement. Déterminer la somme vectorielle des forces qui lui sont appliquées.

2. Brusquement, le skieur dérape en agissant fortement sur ses carrés pour mordre la neige. Sa vitesse passe de $\vec{v}$ à $\vec{o}$ pendant l'intervalle de temps $\Delta t$. Exprimer la variation de sa quantité de mouvement $\Delta\vec{p}$. Déduire l'expression de la somme vectorielle des forces appliquées au skieur lors de ce freinage. On considère que $\Delta t$ est suffisamment petit pour assimiler $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$ à $\frac{d\vec{p}}{dt}$.

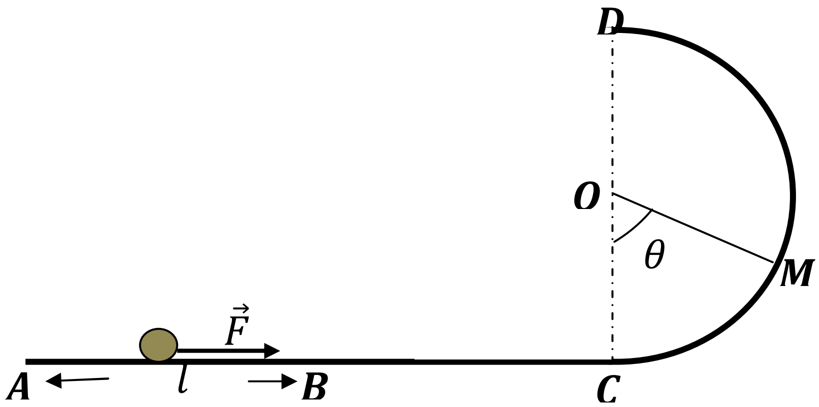
3. Faire l'inventaire des forces appliquées au skieur pendant cet intervalle de temps $\Delta t$, en respectant les conventions suivantes :

- On néglige la résistance de l'air.
- L'action de la piste sr les skis est modélisée par deux vecteurs : $\vec{R}$ perpendiculaire à la piste et $\vec{F}$ la force de freinage sur la neige, tel que $(\vec{F},\vec{v}) = 180°$. Calculer l'intensité $F$ de la force de freinage si $\Delta t = 1{,}25s$. On pourra utilement projeter l'équation vectorielle découlant de la relation fondamentale de la dynamique dans le repère $(a,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ où $\vec{\imath}\cdot\vec{v} = v$ et $\vec{\jmath}$ perpendiculaire au plan.

4. On pose $\overrightarrow{R'} = \vec{R} + \vec{F}$. Calculer $R'$. Donner son ordre de grandeur.

## Exercice 3 :

On considère le mouvement d'un solide ponctuel $S$ dans le référentiel supposé galiléen. Ce solide de masse $m$, est initialement au repos au point $A$. On le lance sur la piste $ACD$ représentée ci-dessous, en faisant agir le long de la partie $AB$, une force horizontale $\vec{F}$ d'intensité constante. On pose $AB = l$. La piste se trouve dans le plan vertical.



1. Déterminer en fonction de $F$, $l$ et $m$ la valeur $v_B$ de $S$ en $B$.
2. Etablir en fonction de $F$, $l$, $m$, $r$, $\theta$ et $g$ l'expression :
   a) de la vitesse $v$ de $(S)$ au point $M$.
   b) L'intensité $R$ de la réaction $\vec{R}$ de la piste $(S)$.
3. En déduire en fonction de $m$, $g$, $r$ et $l$, la valeur minimale$F_0$ de $F$ pour que $(S)$ atteigne $D$.

Calculer $F_0$ sachant que $m = 0{,}5kg$ ; $r = 1m$ ; $l = 1{,}50m$ ;
$$g = 9{,}80m/s^2$$

## Exercice 4 :

Les avions à décollage et atterrissage court $(ADAC)$ possèdent un dispositif de "poussée vectorielle" grâce à un jeu de tuyères orientables la poussée du réacteur, constante en intensité $F = 95700N$ et passant par l'axe de l'appareil, peut prendre une direction variable, qui sera repérée par l'angle $\alpha$ qu'elle fait par rapport à l'axe de l'appareil. Ces avions décollent souvent à l'aide d'un plan incliné, en deux phases :

1. Roulement sur le sol horizontal : la poussée $\vec{F}$ fait un angle $\alpha = 0{,}11\,rad$ avec l'horizontale ; l'ensemble des forces résistantes (frottement sur le sol, réaction sur le sol, résistance de l'air) se réduisent à une force unique $\vec{R}$, incliné d'un angle $\gamma = 0{,}068\,rad$ sur la verticale, passant par le centre d'inertie et de composante horizontale $f = 6500N$. La longueur du roulement est de $100m$.

a) Schématiser sur un dessin l'ensemble des forces qui s'exercent sur l'avion en mouvement.

b) La masse de l'avion considérée ici est de $10{,}8t$, l'intensité de la pesanteur est $g = 9{,}81N.kg^{-1}$. Quelle est l'accélérateur de l'avion ? quelle est la vitesse à la fin de la phase de roulement ? quelle est la durée du roulement ?

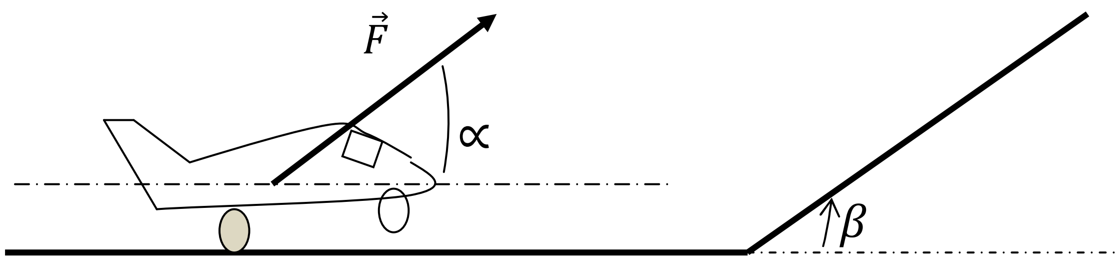
c) Quelle est la valeur de la composante perpendiculaire au sol de la force $\vec{R}$ ?

2. Passage sur le plan incliné (tremplin). La poussée, par rotation des tuyères, devient verticale (perpendiculaire au sol horizontal). Le tremplin fait un angle $\beta = 0{,}10\ rad$ avec le sol et a une longueur de $20m$. Pendant toute cette phase, la réaction du plan incliné est nulle : celui-ci uniquement de guide, l'appareil ayant pratiquement décollé et restant presque en contact avec le tremplin. L'ensemble des forces résistances se réduit à la résistance de l'air que l'on assimilera à une force $\vec{R}$ unique appliquée au centre d'inertie de l'appareil faisant un angle $\delta = 0{,}35\ rad$ avec la normale au tremplin.

a) Faire l'ensemble des forces agissant sur l'avion sur un schéma.

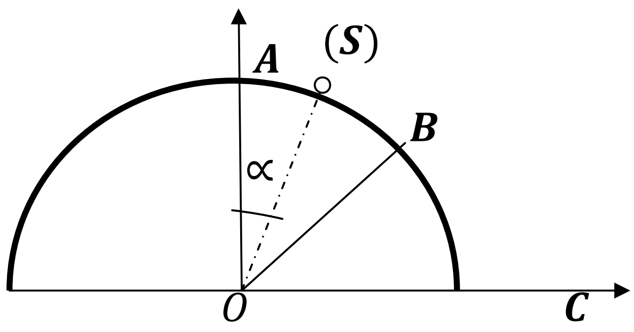
b) Que peut-on dire de la projection $R_N$ de l'ensemble de toutes ces forces sur la normale au tremplin ? En déduire $R'$.

c) Calculer l'accélération de l'avion selon la direction du plan incliné. Que penser du résultat ? Déterminer la vitesse de l'appareil lorsqu'il quitte le tremplin et le temps mis à parcourir ce dernier.




## Exercice 5 :

Il est demandé l'expression des valeurs littérales avant tout calcul numérique. Une petite bille solide $(S)$ considérée comme ponctuelle et de masse $m$est abandonnée sans vitesse depuis le sommet $A$ d'une hémisphère de rayon $r$ et de centre $O$. Les frottements sont négligés et la bille effectue un mouvement dont la trajectoire $ABC$ est curviligne et contenue dans le plan de la figure. Sur le parcours$AB$, la bille reste en contact avec la surface de l'hémisphère. Au point $B$ ; la bille perd ce contact et suit la trajectoire $BC$.




1. *Etude du trajet $AB$*

   a) Représenter sur un schéma clair les forces qui s'exercent sur la bille en un point $M$ quelconque du trajet $AB$.

   b) Sur ce trajet, la position de la bille peut être repérée par l'angle $\alpha = (AOM)$. Exprimer l'intensité $R$ de l'action de l'hémisphère sur la bille en fonction de $m$, $g$,$\alpha$, $r$ et $v$, module de la vitesse de la bille en $M$. (On pourra utiliser l'expression du module de l'accélération normale d'un solide dans la base de Frenet : $a_n = \frac{V^2}{r}$ .

   c) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique exprimer le module $v$ de la vitesse de la bille en $M$ en fonction $g$,$\alpha$ et $r$.

   d) Lors de la perte de contact en $B$, quelle valeur prend l'intensité $R$ de la réaction l'hémisphère sur la bille ?

   e) Déduire des questions précédentes les valeurs numériques, notées $\alpha_B$ et $v_B$ de $\alpha$ et de $v$ lorsque la bille est en $B$.

2. *Etude du trajet $BC$*

   a) Quelle est la nature du mouvement de la bille sur le trajet $BC$.

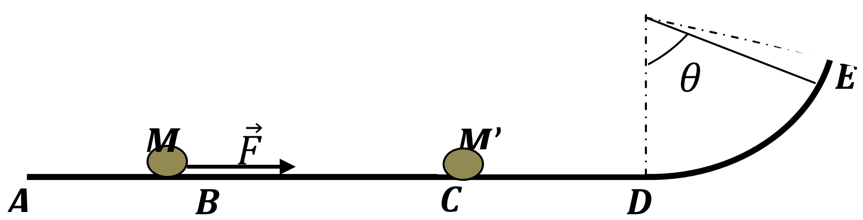
b)Donner les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ du mouvement de la bille, dans le repère $(O, \vec{x}, \vec{z})$, en fonction de $g$, $\alpha_B$ et $v_B$ et du temps $t$ (l'origine des temps, $t = 0$, sera prise au moment de la perte de contact avec l'hémisphère lors du passage au point $B$).

c) Calculer la valeur numérique de l'abscisse du point $C$, point d'intersection de la trajectoire de la bille avec l'axe horizontal à $0\vec{x}$.

*Données numériques : Accélération de la pesanteur*
$g = 9{,}80 m.s^{-2}$;$r = 1{,}00m$ ; $m = 0{,}100Kg$.

## Exercice 6 :

Une piste située dans un plan vertical est formée de deux parties $AD$ et $DE$. $AD$ est horizontale, $DE$ est un arc de cercle de centre 0 et de rayon $l$. $B$ et $C$ sont deux points de la piste tels que $AB = BC = CD = l$. Le long de la piste les frottements sont négligeables entre $A$ et $D$ et sont équivalents entre $D$ et $E$ à une force unique $\vec{f}$ de même direction que le vecteur vitesse mais de sens contraire et de norme $f = k.p$ proportionnelle au poids du solide en translation. Un chariot $M$ de masse $m$ initialement immobile en $A$ est soumis à une force $\vec{F}$ constante de direction parallèle à $AD$. En $B$, $\vec{F}$ est supprimée, le chariot continue son mouvement et heurte de plein fouet en $C$ un solide $M'$ de masse $m'$ immobile. Soient $V_1$ et $V$ les vitesses acquises respectivement par le chariot $M$ et $M'$ après le



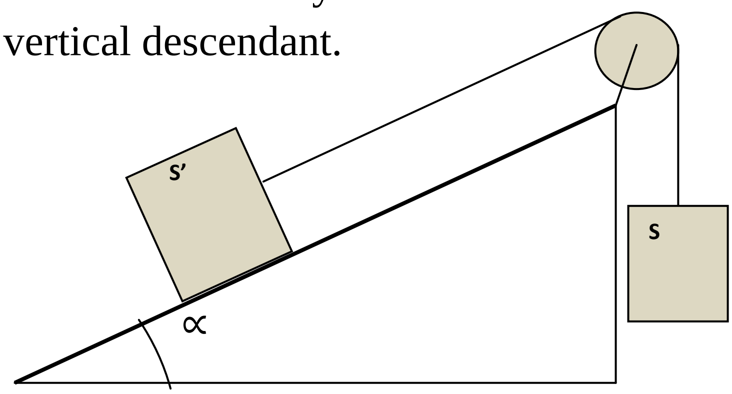

1. Ecrire les réactions de conservations de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique.

2. Exprimer les vitesses $V_B$, $V_1$ et $V_2$ en fonction de $m$, $m'$, $l$ et $F$ s'il le faut.
3.
 a) Déterminer l'expression de la vitesse $V$ du solide $M'$ pour une position repérée par l'angle $\theta$ en fonction de $m$, $m'$, $g$, $k$, $F$ et $\theta$.
 b) En déduire l'expression de la norme de la réaction $\vec{R}$ de la piste sur $M'$, en fonction de $m$, $m'$, $g$, $k$, $F$ et $\theta$.
4. Exprimer la valeur minimale $F_0$ de $F$ pour que $M'$ atteignent $E$ en fonction de $m$, $m'$, $g$ et $k$.
5. Calculer les valeurs numériques de $V_B$, $V_1$, $V_2$ et $F_0$.

*On prendra :* $m = 500g$ ; $m' = 100g$ ; $l = 5m$ ;
$g = 10m/s^2$ ; $k = 0{,}25$ ; $\theta = 60°$.

## Exercice 7 :

Une machine d'Atwood est constituée par une poulie de moment $J$, de rayon $r$, sur laquelle passe un fil qui relient deux solides $S$ et $S'$ de masse $M$ et $M'$ ($M > M'$). $S$' glisse sur un plan incliné de ligne de plus grande pente ($xx'$) incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. On laisse aller le système sans vitesse initiale. $S$ prend un mouvement vertical descendant.




1. Quelle est la nature du mouvement de $S$, évaluer son accélération. On suppose les frottements négligeables.
2. Déterminer la tension de chaque brin de fil. Expliquer la différence de tension.

3. En fait après un mètre de chute à la vitesse $v_0 = 2m.s^{-1}$. Calculer le travail résistant $W_r$ dû aux diverses résistances.
4. Au moment où $S$a la vitesse $v_0 = 2m.s^{-1}$, il se détache du fil alors, qu'il se trouve à la hauteur $h_1$ de la surface libre d'une eau tranquille et suffisamment profonde.
   a) Déterminer $h_1$sachant que $S$ arrive à la surface de l'eau avec une vitesse $v_1 = 8m.s^{-1}$.
   b) On suppose qu'avec cette vitesse, $S$ est totalement immergé. Il s'immerge alors jusqu'à la profondeur $h_2 = 3m$ et remonte vers la surface de l'eau. Sachant que dans l'eau $S$ est soumis à la poussée d'Archimède $F = \mu_E V_g$, calculer sa densité.

*$\mu_E$ : masse volumique de l'eau ; V : volume du solide.*

*Données : $M = 80g$ ; $M' = 60g$ ; $r = 10cm$ ;*
$J = 6.10^{-4} kg.m^2$ ; $g = 10m.s^{-2}$.

## Exercice 8 :

Un avion AIRBUS A 300 de la compagnie AIR AFRIQUE se déplace en croisière entre ABIDJAN et LOME « au niveau 310 » (altitude 31000 ft) avec une vitesse par rapport à l'air $v = 459\ KT$ (nœuds). Sa masse totale est alors $m = 134\ tonnes$.

On prendra : $1pied\ (ft) = 30;5cm$ ;

$1noeud\ (KT) = 1{,}852km/h$ ; $g = 9{,}81N/kg$ (valeur indépendante de l'altitude). On exprimera les résultats du problème avec le même nombre de chiffres significatifs que celui de $g$.

1.
   a) Calculer la vitesse de l'avion en $km/h$ et en $m/s$.
   b) Expliquer son énergie mécanique totale $E_r$, l'énergie potentielle étant prise nulle au niveau de la mer.
2. En évolution lors de l'approche sur Lomé, la vitesse tombe à $240KT$. Le pilote effectue alors un virage à gauche à altitude

constante avec une inclinaison $\alpha = 20°$ ($\alpha$ : angle du plan moyen ($\pi$) des ailes avec le plan horizontal ($H$)).
Analyser les principales forces appliquées à l'avion sachant que la force $\vec{A}$ de sustentation de l'avion (portance) est dirigée perpendiculairement au plan $\pi$. Les représenter dans un plan perpendiculaire au vecteur vitesse pour une vue de l'arrière. (Il n'est pas nécessaire de dessiner l'avion.
Calculer le diamètre de virage et le temps mis par l'avion pour effectuer un tour sur sa trajectoire.

3. De façon générale, exprimer $\alpha$ en fonction de la vitesse $v$ et de la vitesse angulaire $\omega$.

Un virage est dit « standard » s'il correspond à un tour en $2 minutes$.

a) Calculer l'inclinaison lors d'un virage standard à la vitesse $236 m/s$. Quel serait alors le rayon de virage ?

b) Un passager physicien monte alors sur une balance du type « pèse personne ». quel sera l'indication de l'appareil qui marquait au sol $N_0 = 70$ ?

c) A votre avis, la compagnie AIR AFRIQUE autorise-t-elle ses pilotes à effectuer, à la vitesse de croisière, des virages standards ?
Qu'en résulterait-il pour le confort des passagers ?
Commenter les sensations physiologiques perçues dans ces conditions.

4. Touchant le sol à la vitesse $80 m/s$, le pilote freine aussitôt dans un mouvement uniformément décéléré pendant $20 s$ jusqu'à l'arrêt complet.

a) Etablir les équations horaires du mouvement en prenant les origines suivantes : l'instant du toucher et le point du toucher.

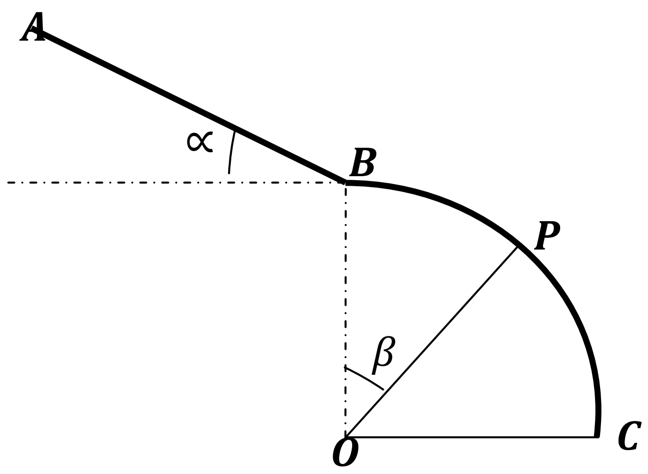
b) Le passager physicien accroche un pendule dans l'avion. Calculer l'angle $\beta$ que fait ce pendule avec la verticale descendante.
Expliquer pourquoi lors de l'atterrissage d'un avion, il est conseillé aux passagers d'attacher leur ceinture de sécurité.

## Exercice 9 :

*Mouvement d'un point sur la périphérie d'une sphère – discontinuité de la réaction.*

*Données :* $AB = l = 500m$ ; $\alpha = 5°$ ;

$g = 10m.s^{-2}$ ; $OB = OC = r = 100m$ ; $m = 80kg$.



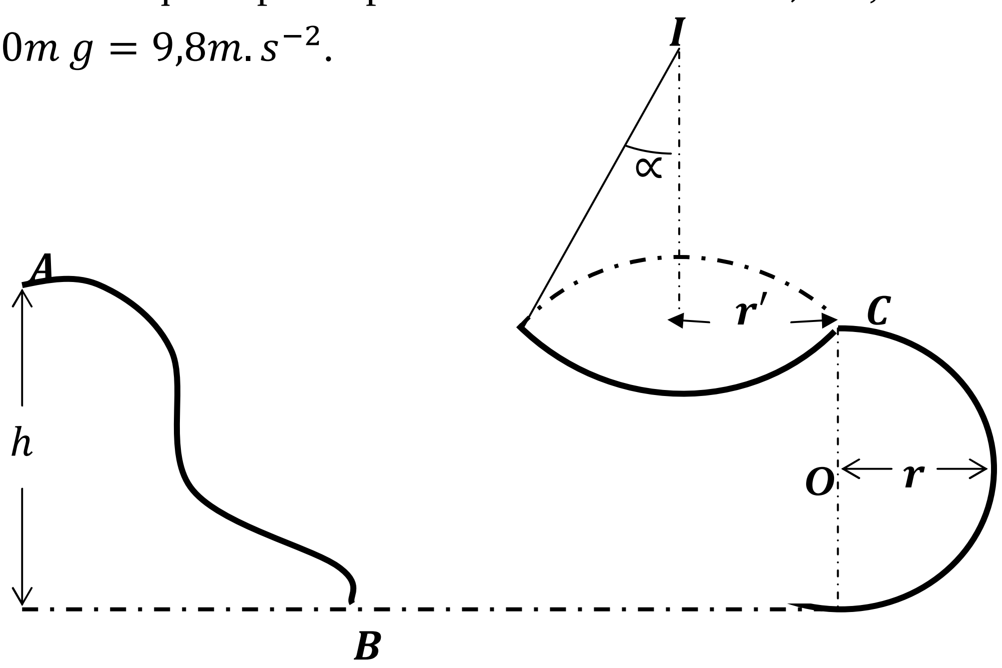

1. Un skieur part de $A$ sans vitesse ; il arrive en $B$ avec la vitesse $V_B$. On suppose qu'il y a frottements uniquement sur la piste $AB$. $V_B = 18m.S^{-1}$.
   a) Etablir l'expression en fonction de $V_B$, $l$, $g$, $m$ et $\alpha$. De la valeur $f$ de la force de frottement sur $AB$.
   b) Calculer l'accélération du mouvement sur $AB$ puis en déduire la durée du trajet $AB$.
2. Dans cette question on néglige les frottements. Le skieur part de $A$ sans vitesse.
   a) Trouver l'expression en fonction $r$, $l$, $g$, $\theta$ et $\alpha$ du carré $V_p^2$ de la vitesse du skieur au point $P$.
   b) Etablir, en fonction de $l$, $g$, $\theta$, $m$, $r$ et $\alpha$ l'expression du module $R$ de la réaction $\vec{R}$ que la piste exerce sur le skieur au point $P$.
   c) Calculer la valeur $\theta_0$ de $O$ pour laquelle le skieur quitte la piste $BC$.

d) En comparant les valeurs de $R$ juste avant et juste après le point $B$, montrer que $R$ présente une discontinuité au point $B$.

## Exercice 10 :

*Un wagonnet assimilé à un point matériel se déplace sur la piste d'une montagne russe, sous l'action de son poids.*

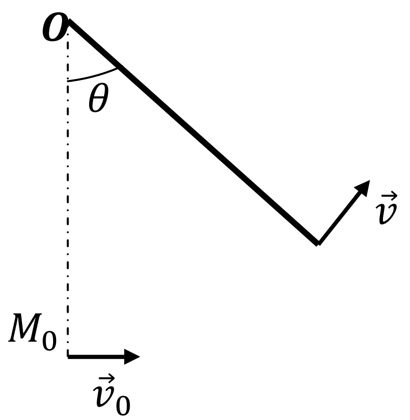
1. Calculer $V_B$ sachant que $V_A = 1{,}0m.s^{-1}$.
2. Quelle vitesse minimale $V_m$ doit-il avoir en $C$ pour rester en contact avec la piste ?
3. En utilisant les données initiales, calculer la vitesse $V_C$ du mobile en $C$. Montrer que celle-ci est suffisante pour que le mobile reste en contact avec la piste.
4. A la sortie de la boucle le wagonnet aborde un virage situé dans un plan horizontal, de rayon $r' = 4{,}0m$, à la vitesse constante $v = 10{,}0m.s^{-1}$. De quel angle $\alpha$ doit être relevé le virage pour que le wagonnet ne quitte pas la piste ? On donne : $h = 8{,}0m$ ; $r = 3{,}0m$ $g = 9{,}8m.s^{-2}$.



## Exercice 11 :

Un pendule matériel de masse $m$ est maintenu à la distance $l$ d'un point fixe $O$ par un film inextensible dont la masse est négligée. Le système étant en équilibre stable le point est lancé de $M_0$ avec une vitesse initiale $V_0$ horizontal. Son vecteur vitesse est $\vec{v}$ quand il passe par la position $M$. On pose $\theta = (\widehat{\overrightarrow{0M_0}, \overrightarrow{0M}})$.

1. Exprimer $v^2$ en fonction $v_0^2$, $l$ et $\theta$.
2. Etablir l'expression de la tension $T$ du fil au point $M$en fonction de $v_0^2$, $l$ et $\theta$.
3. Déterminer la valeur minimale de $v_0$ pour que le pendule fasse un tour complet, le fil restant tendu.




## Exercice 12 : Pendule conique

Un ressort à spires non jointives, de longueur à vide $l_0$ et de raideur $k$ est enfilé sur une tige $(OC)$, soudée en $O$ à un axe verticale$(\Delta)$ et incliné d'un angle $\theta = 33°$ par rapport à la verticale. Une extrémité est fixée en $O$ tandis qu'à l'autre, on accroche un corps $C$ de masse $m$, coulissant sans frottement sur $(Ot)$. On immobilise le ressort et on fait tourner l'ensemble autour de $(\Delta)$ à la vitesse angulaire $\omega$. La longueur du ressort est $l$.

1. Préciser la trajectoire décrite par $C$.
2. Exprimer la longueur $l$ du ressort .

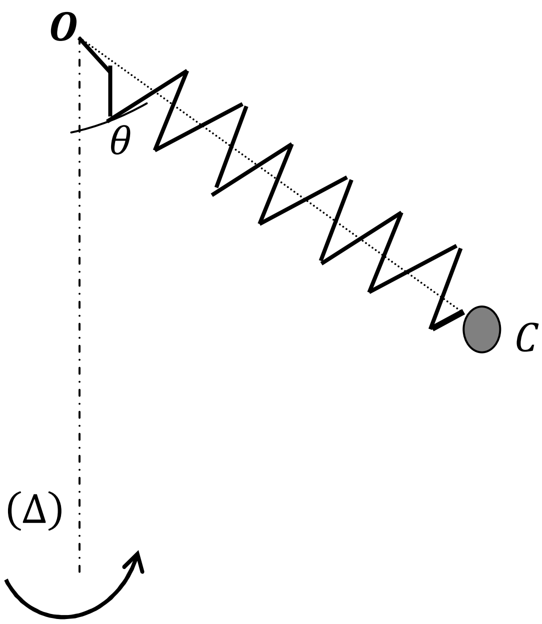
3. Exprimer le module de la réaction $\vec{R}$ exercée par la tige sur $C$ en fonction de $l$, $g$, $\theta$, $m$ et $\omega$.

4.

a) Montrer que pour une valeur $\omega_0$ de $\omega$, l'ensemble se comporte comme un pendule conique sans tige.

b) En déduire que pour une valeur particulières $\omega_1$de $\omega_0$, l'ensemble peut se comporter également comme un pendule conique sans tige et avec fil inextensible on donne :

$l_0 = 15cm$ ; $k = 20N.m^{-1}$ ; $m = 150g$.



# MOUVEMENT DE PROJECTILES :

*Champ de pesanteur terrestre – Champ électrostatique*

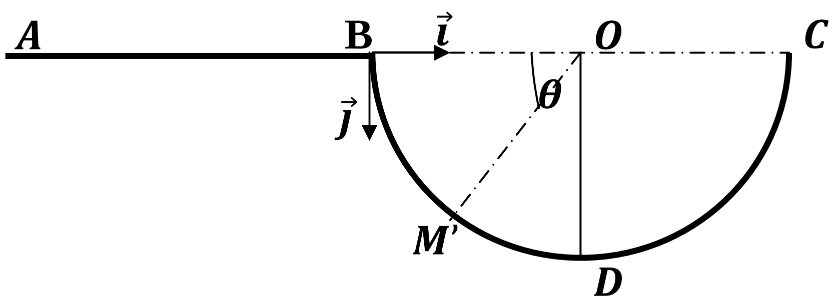
## Exercice 1 :

La figure ci – dessous représente la coupe dans un plan vertical d'une piste de jeu. Cette coupe comprend une partie rectiligne te horizontale AB et une partie circulaire de rayon R, de centre O tels que les points A, B, O et C soient alignés. Le jeu consiste à faire joindre un mobile ponctuel M' par un autre mobile ponctuel M afin d'empêcher M' d'atteindre le point C. les frottements sont nuls sur la partie BC.

On donne :

$AB = 7{,}5m$ ; $BC = 10m$

$g = 10m/s^2$




1. Le mobile de masse $m = 200g$ est soumis sur AB à des forces de frottements équivalentes à une force unique constante $\vec{f}$ d'intensité $f = 1{,}0N$ et orientée de B vers A. On lance le mobile M à partir de A avec une vitesse $v_A$ de module 10m/s.
Calculer la vitesse en B.
2. Le mobile M' de masse $m' = 100g$ quitte B sans vitesse initiale. La position de M' à l'intérieur de la partie BC est repérée par l'angle θ que représente l'horizontale OB avec OM.

Prof : TEKPOLO Crédo
tekpolocredo@yahoo.fr

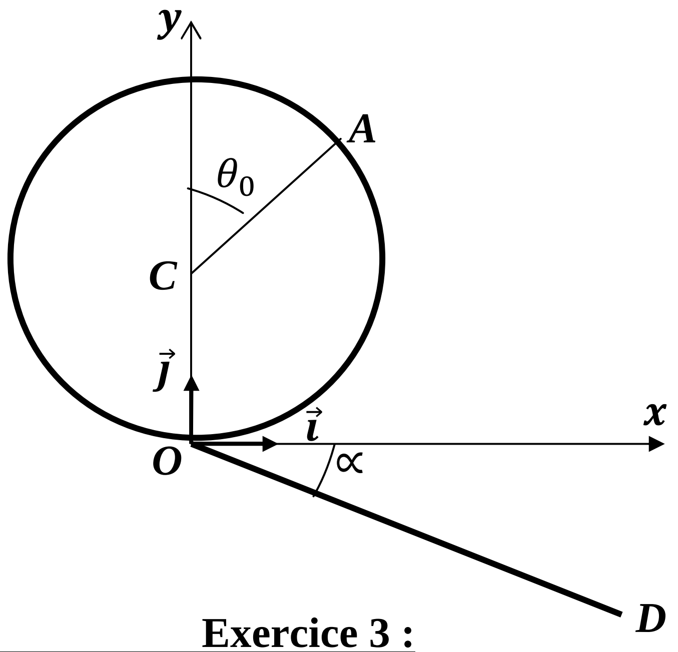
a) Dans le repère $(B;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ , exprimer les coordonnées du mobile M' en fonction de R et θ.
b) Exprimer en fonction de θ, R et g la vitesse du mobile M' en un point quelconque de BC.
c) Etablir l'expression de l'intensité R de la réaction de la piste sur M'
3. Etude du mouvement du mobile M.
   a) Etudier le mouvement du mobile M après le point B dans le repère $(B;\vec{\imath};\vec{\jmath})$. En déduire l'équation de la trajectoire.
   b) Quelle relation doit vérifier θ pour que M touche M' et que le jeu soit ainsi gagné.

## Exercice 2 :

Une bille de masse $m$, supposée ponctuelle, est abandonnée sans vitesse initiale en un point A d'une sphère lisse de rayon $r$. La sphère est solidaire d'un plan incliné OD, d'inclinaison α (voir figure). On désigne par $\theta_0$ l'angle$\left(\overrightarrow{CY};\overrightarrow{CA}\right)$.

On donne : $M = 5g\ ;\theta_0 = 10°\ ;\propto = 15°\ ;r = 20cm\ ;\ g = 9{,}8m/s^2$
Repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ galiléen.

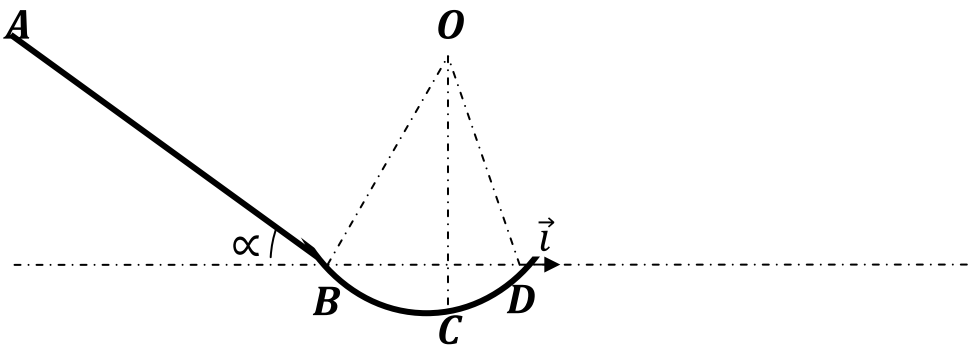
1. Calculer l'angle $\theta_1 = \left(\overrightarrow{CY};\overrightarrow{CB}\right)$. B étant le point où la bille quitte la sphère. En déduire la vitesse de la Bille à cet instant.
2. Etablir dans le repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ l'équation de la trajectoire de la bille quand elle quitte la sphère.
3. Déterminer les coordonnées du point d'impact de la bille sur le plan incliné.




## Exercice 3 :

*On donne* $g = 10m/s^2$; $r = 0{,}4m$ ; $v_B = 2{,}24m/s$.

Dans tout l'exercice, on suppose que le solide de masse $m = 0{,}5kg$ se déplace sans frottement. Une piste ABCD formée de trois parties AB, BC et CD située dans le plan vertical. AB est une partie rectiligne, de longueur $l$ inclinée d'un angle $\propto = 30°$ sur l'horizontal. BC est une portion de cercle de centre O, de rayon $r$ et d'angle au centre $\propto = 30°$ et raccordée tangentiellement en B à la partie AB. La partie CD est une portion de cercle de centre O', de rayon $r'$ et d'angle au centre $\beta = 60°$ et raccordée tangentiellement en C à la partie BC. O'D est parallèle à AB. Au delà du point D le mobile quitte la piste et retombe en un point I dans le plan horizontal passant par C (voir figure ci – après).



1. Le solide ponctuel de masse $m$ est lâché du point A sans vitesse initiale. Il passe au point B avec la vitesse $v_B$.
   a) Exprimer la longueur $l$ en fonction de $v_B$ , g et $\propto$.
   b) Vérifier que $l$ vaut environ 0,5$m$.
   c) Exprimer la vitesse $v_C$ du solide au point C en fonction de $l, r, \propto\ et\ g$.
   d) Etablir l'expression de $v_D$ en fonction de $\propto, l\ et\ g$ puis la calculer.
   e) Vérifier que $r'$ vaut environ 10,7cm.
2. Au passage par le point D, le solide quitte la piste.
   a) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire en fonction de $v_D$ , g et $\propto$ dans le repère indiqué.
   b) En déduire la hauteur maximale atteinte au – dessus de l'horizontale passant par C.

## Exercice 4 :

Un projectile est lancé à partir d'un point O, origine du repère choisi $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.le vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v_o}$ est dans le plan vertical $(\vec{\imath}, \vec{k})$ et fait un angle $\alpha$ avec le vecteur unitaire horizontal. Données : champs de pesanteur : $\vec{g} = -g\vec{k}$, avec $g = 10m/s^2$ et $V_0 = 600m/s$

1) a- Représentez sur un schéma le repère choisi et les vecteurs $\overrightarrow{v_o}$ et $\vec{g}$.

b- Montrez que le mouvement est plan et préciser ce plan.

c- déterminez l'équation de la trajectoire du mobile.

d- En déduire l'expression de la portée et la de $\propto$pour laquelle cette portée est maximale.

2) Le but du tir précédent est d'atteindre un point M de coordonnées X et Z. on se propose de calculer sous quel(s) angle(s) de tir faut-il opérer ?

En écrivant que le point $M$ appartient à la trajectoire et que ces coordonnées vérifient l'équation de la trajectoire.

a- En déduire l'expression du trinôme du 2ème degré admettant $tan\alpha$ pour racine. (On rappelle que $1/_{cos^2\alpha} = 1 + tan^2\alpha$).

b- Trouver la condition que doit vérifier $z$ pour que le trinôme admette de solution.

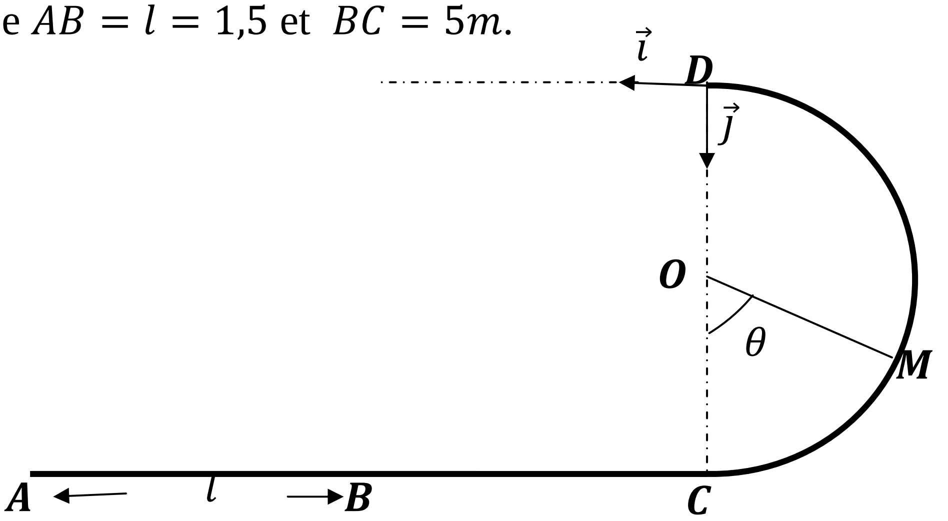
c- Cette condition montre que le point $M$ ne peut être atteint que s'il se trouve à l'intérieur d'une parabole appelée « parabole de sûreté », donner son équation et la tracer dans le repère $xoz$.

d- Un point $M$ de coordonnées $x = 10km$ et ○ $z = 500m$, pourra-t-il être atteint ? si oui, calculer l'angle ou les angles de tir possible (s).

e- Que se passe-t-il si le point $M$ se trouve sur la parabole de sûreté ?

## Exercice 5 :

Dans tout le problème on néglige les frottements et on prendra $= 10m.s^{-2}$. La piste de lancement d'un projectile $M$ est située dans un plan vertical ; elle comprend une partie rectiligne horizontale $ABC$et une portion $CD$ qui est un demi-cercle de centre $O$et de rayon $r = 1m$. Le projectile de masse $m = 0{,}5kg$, est initialement au repos en $A$. On le lance sur la piste, en faisant agir sur lui, le long de la piste $AB$ de sa trajectoire une force horizontale et d'intensité $F$ constante. On pose $AB = l = 1{,}5$ et $BC = 5m$.



1. Au point $M$ défini par l'angle $\left(\overrightarrow{OC}\,;\overrightarrow{OM}\right) = \theta$, établir en fonction de $F, l, m, r, \theta$ et $g$ l'expression de :
   a) La valeur $v_M$ de la vitesse du projectile au pont M.
   b) L'intensité $R_M$ de la réaction de la piste.
2. Quelle intensité minimale $F_0$ faut – il

Donner à $\vec{F}$ pour que le projectile atteigne le point D ?

3. On donne à $F$ la valeur $F_1 = 15N$.
   a) Avec quelle vitesse le projectile arrive t – il au point D ?
   b)Quel est le mouvement ultérieur du projectile après avoir dépassé le point D ? Etablir l'équation de sa trajectoire dans le repère indiqué.
   c) A quelle distance de la verticale passant par C le projectile va t – il toucher le plan ABC ?
   d)Avec quelle force $F_2$ faut – il lancer le projectile pour qu'il touche le plan ABC en un point situé à $3m$ de C ?

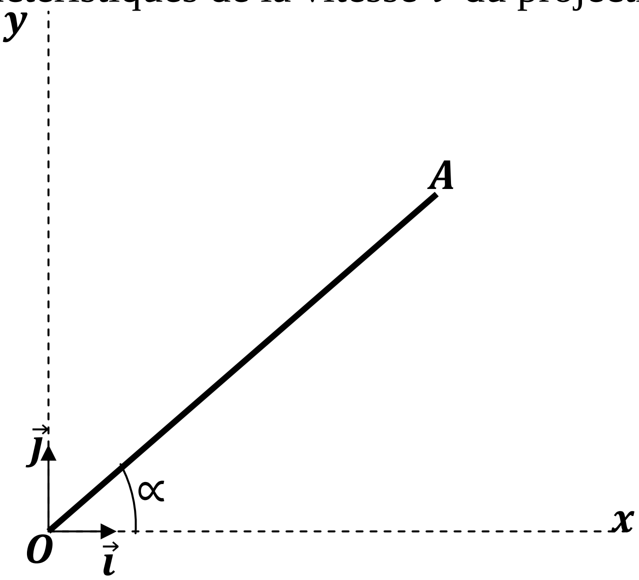
## Exercice 6 :

Un dispositif mécanique est constitué d'un projectile de masse $m$ assimilé à un point matériel. On donne $m = 100g$;
$g = 9{,}8m/s^2$.

1. Le projectile est lancé d'un point O situé au bas d'un plan incliné d'un angle $\propto$ par rapport à l'horizontale (Ox). La projectile part suivant la ligne de la plus grande pente du plan incliné avec une vitesse $\overrightarrow{v_0} = 7\,\vec{\imath} + 7\vec{\jmath}$. Dans le repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.
   a) Calculer la valeur de l'angle $\propto$.
   b) Sur le plan incliné, le projectile est soumis à des forces de frottement qui équivalent à une force unique $f$, opposée au mouvement et d'intensité $f = 1N$. Sachant que le projectile parcourt

sur le plan incliné une distance $OA = l = 2m$, calculer sa vitesse $v_A$ en A.

2. Au point A, le projectile quitte le plan incliné. La résistance de l'air est négligeable.
   a) Déterminer dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, l'équation de la trajectoire.
   b) Calculer l'altitude maximale atteinte par le projectile.
   c) Soit S le point le plus haut atteint par le projectile. Donner en S les caractéristiques de la vitesse $v$ du projectile.




## Exercice 7 :

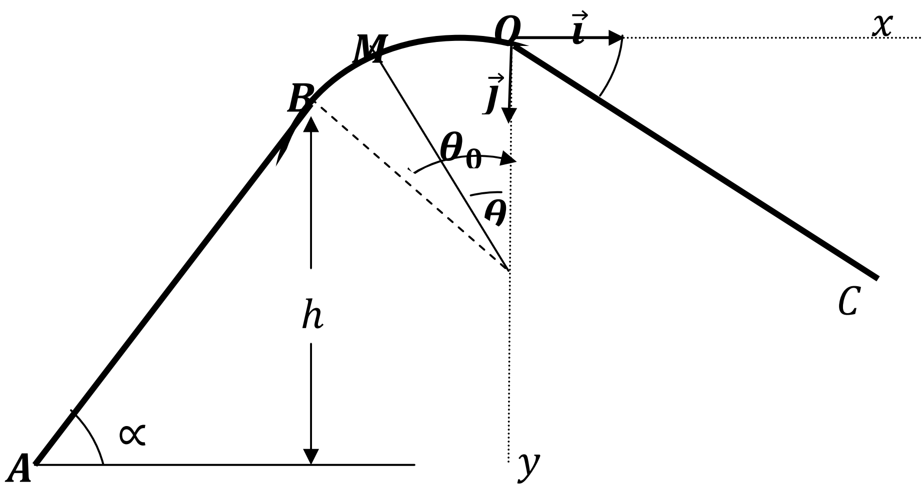
Un skieur parcourt un tremplin $ABOC$ verglacé. Partant de $A$, le skieur arrive en $B$ avec la vitesse $V_0 = 20m/s$.

1.

a) Calculer la norme du vecteur accélération entre $A$et $B$.

b) Quelle est la durée de parcourt $AB$.

2. Exprimer la norme $R_1$ de la réaction $\vec{R}_1$ de la piste entre $A$ et $B$ en fonction de $m$, $g$ et $\alpha$.
3. Exprimer la norme $R_2$ de la réaction $\vec{R}_2$ au point $M$ en fonction de $m$, $g$, $\theta$, $r$ et $v_M$ puis en fonction de $m$, $g$, $\theta$, $\theta_0$et $V_B$.




4. Montrer que $R$ varie de façon discontinue au point $B$ puis calculer cette discontinuité.
5. Le skieur perd son contact avec la piste au point $O$ et reprend contact avec la piste en $C$.
   a) Donner les caractéristiques du vecteur vitesse $V_0$ au point $O$.
   b) Déterminer dans le repère $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ les équations horaires du mouvement du skieur.
   c) En déduire l'équation de la trajectoire. Quelle est sa nature ?
   d) Calculer la longueur $OC$.
   e) Calculer la durée du saut.

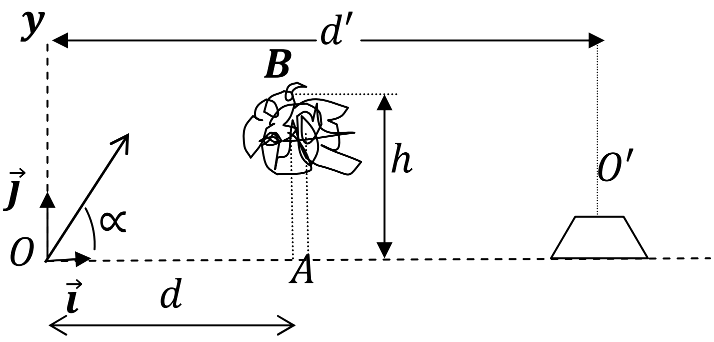
*On donne :* $\alpha = 60°$ ; $m = 80kg$ ; $h = 25m$ ; $r = 30m$ ; $\beta = 45°$ ; $g = 10m.s^{-2}$ ; $v_B = 20m.s^{-1}$.

## Exercice 8 :

L'exercice consiste à étudier de façon approchée la trajectoire d'une balle de golf. Un joueur communique à cette balle, une vitesse $\vec{V}_0$ dans le plan vertical $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$, à l'aide de golf. On pose $\alpha = (\vec{\imath}, \vec{V}_0)$ (schéma 8). On donne $g = 10m.s^2$ et on néglige la résistance de l'air.

1. La balle part à l'instant $t = 0$ du point 0, à la vitesse $\vec{V}_0$.

Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire dans le repère $(0, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.



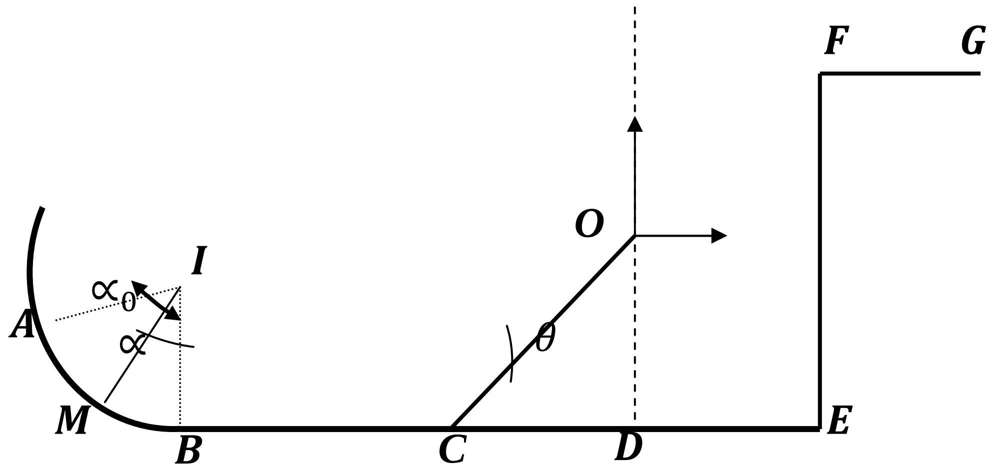

2. Dans ce lancer, $V_0 = 20m.s^{-1}$et $\alpha = 45°$.
A la distance $d = 5m$ de 0 se trouve un petit arbre de hauteur $AB = h = 4m$.
Montrer que la balle peut passer au-dessus de l'arbre.
3. Calculer la valeur à donner à $\alpha$ pour que la balle rase le sommet de l'arbre.
4. Le trou que doit atteindre la balle se trouve au centre d'une surface horizontale : le "green", disque circulaire de $5m$ de rayon et de centre $O'$, placé à une altitude supérieure de $1{,}5m$ à celle du point de lancement 0. La verticale de $0'$ est à $d' = 42m$de 0. Avec des données précédentes, calculer l'abscisse $x$ du point d'impact sur le plan du green. La balle retombera-t-elle sur le green ?
5. La balle est lancée maintenant avec une vitesse $V_0 = 21m.s^{-1}$. Pour quelle(s) valeur(s) de $\alpha$ la balle retombe-t-elle dans le trou ?
6. Montrer qu'une cible $C$ de coordonnées $(x; y)$ peut-être atteinte si et seulement si : $V_0^4 - g^2x^2 - 2gV_0^2y \geq 0$.
7. Définir la parabole de sureté. A partir de la question précédente, établir l'équation de la parabole de sureté et tracer la dans le repère $(0, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

## Exercice 9 :

Un solide de masse $m = 1{,}0kg$ assimilable à un point matériel se déplace sur une piste formée de quatre parties $AB$, $BC$, $CO$ et $FG$.

La piste est située au voisinage d'un plan vertical.
$AB$ représente $1/6$ de circonférence de centre $I$ et de rayon $r = 15m$.

Le point $I$ est à la verticale de $B$. $BC$ est rectiligne de longueur $r$. Le solide est lancé en $A$ avec une vitesse initiale $V_A$ telle que $V_A = 6\text{m}.s^{-1}$. On prendra dans tout l'exercice $g = 10m.s^{-2}$.




1. On néglige les frottements.
Exprimer la vitesse en un point $M$ défini par l'angle $\alpha = (\widehat{IB, IM})$ en fonction de $V_A$, $g$, $r$, $\alpha$ et $\alpha_0$.
2. En réalité, sur le trajet $ABC$existe des forces de frottement assimilables à une force unique $f$ d'intensité supposée constante.
   a) Le solide arrive en $C$ avec une vitesse $V_C = 12\text{m}.s^{-1}$. Exprimer $f$ en fonction de $V_C$, $V_A$, $g$, $r$, $m$ et $\alpha_0$. Calculer $f$.
   b) Exprimer l'intensité $R$ de la réaction $\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}$ de la piste sur le solide au point $M$ en fonction de $m$, $V_A$, $g$, $r$, $\alpha$,$\alpha_0$ et $f$. Calculer $R$ pour $\alpha = \pi/6\ rad$. $N$ étant la composante normale de la réaction de la piste sur le solide.
3. Le solide aborde en $C$ le plan $CO$ sur lequel les frottements sont supposés négligeables. Il quitte ce plan en $O$ avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{V_0}$ et atteint le point $F$.

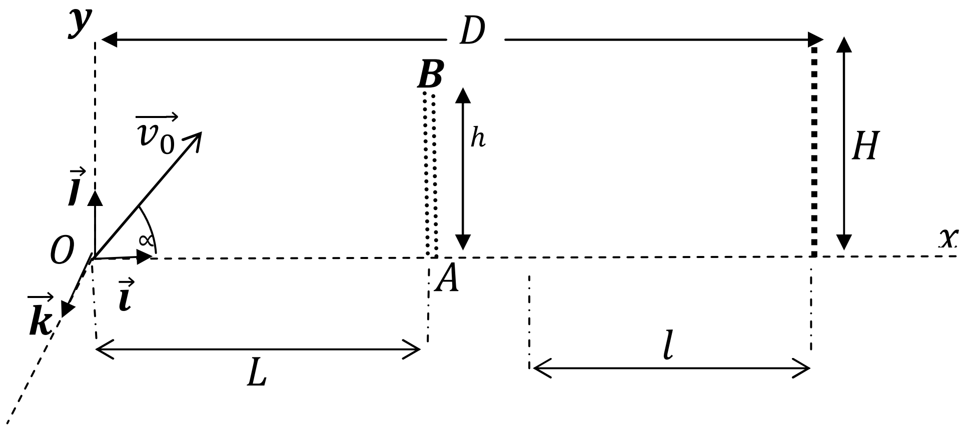
a) Etablir dans $(0, \vec{\imath}, \vec{k})$ ; l'équation de la trajectoire du solide entre $O$ et $F$ en prenant comme instant initial, l'instant de départ de $O$.
b) Calculer la vitesse initiale $V_0$ et l'angle $\beta$ pour que le solide arrive en $F$ avec un vecteur vitesse $V_F$ horizontal. On donne $DO = 2m$, $DE = 4m$, $EF = 3m$.
c) L'hypothèse faite sur les frottements est-elle juste ? justifier votre réponse.
d) Calculer la vitesse $V_F$.

## Exercice 10 :

Pendant le match Togo –Ghana comptant pour la demi-finale de la coupe d'Afrique des moins de 17 ans joué à Lomé, l'arbitre siffle un « coup franc » direct en un point O choisi comme origine du repère (o,$\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$ ).Le « mur » est placé à la distance réglementaire $L = 9m$ de O et la ligne de but à $D = 17m$ du ballon. On prendra $g = 9{,}8 m.s^{-2}$ et on négligera la résistance de l'air. Le joueur s'avance et frappe le « coup franc » avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{Vo}$ de module $Vo = 15 m.s^{-1}$ et qui fait l'angle $\alpha = 30°$ avec l'axe OX.

1. a/ Ce tir est-il tendu ou en cloche ?
b/ Etablir les équations horaires de la balle dans le repère indiqué
c/ Monter que le mouvement est plan, préciser ce plan et donner l'équation de la trajectoire.
2. a/A quelle date $t_1$ la balle passe au dessus du « mûr » ?
b/ Quelle est la vitesse de la balle à cet instant ?
c/ La balle n'est interceptée par le mûr. A quelle date $t_2$ entre t – elle dans les buts ?
3. A la date $t_1$ la balle passe au dessus du « mûr », un défenseur initialement arrêté en A situé à $l = 7m$ des buts se met à courir d'un mouvement uniformement accéléré suivant l'axe (OX) et se dirige vers les buts pour intercepter la balle. Son accélération est de $3{,}5 m/$

$s^2$. On suppose que si le défenseur arrive avant la balle sur la ligne du but, in l'intercepte ; dans le cas contraire le but sera marqué.
a/ A quelle date $t_3$ le défenseur arrive t – il sur la ligne des buts ?
b/ Le « coup franc » sera t – il marqué ?



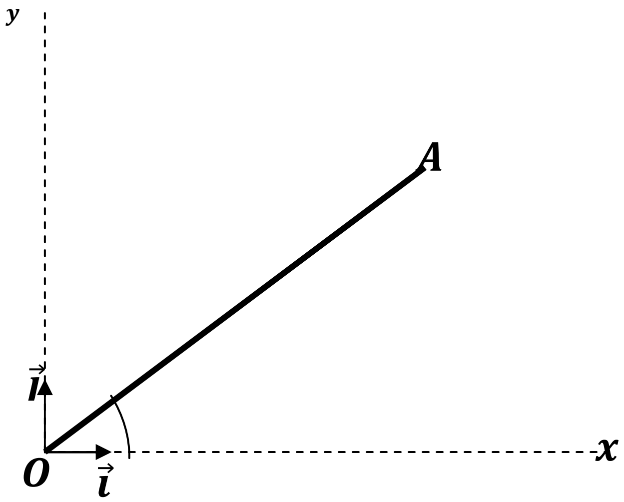

## Exercice 11 :

Données numériques : $m = m' = 100g; l = 2m$;
$g = 10m/s^2$. Un dispositif mécanique est constitué d'un projectile de masse $m$ assimilé à un point matériel et d'un pendule simple formé d'une bille (B) de masse $m'$ et d'un fil de longueur $l$.

1. Le projectile (P) est lancé d'un point O situé au bas d'un plan incliné d'un angle $\propto$ par rapport à l'horizontale (OX). (P) part de O avec une vitesse $\overrightarrow{v_0} = 7\vec{i} + 7\vec{j}$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

a) Calculer la valeur de l'angle $\alpha$.

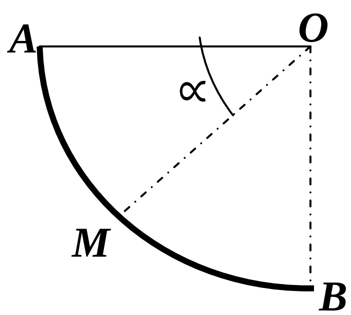
b) Sur le plan incliné, $(P)$ est soumis à des forces de frottement qui équivalent à une force $\vec{f}$ opposée au mouvement et d'intensité constante $f = 1N$. Sachant que $(P)$ parcourt sur le plan incliné une distance $OA = L = 2m$. Calculer $v_A$ en A.




2. Au point A, le projectile (P) quitte le plan incliné.
La résistance de l'air est négligeable.
a) Déterminer dans le repère indiqué l'équation cartésienne de la trajectoire du projectile (P).
b) Calculer l'altitude maximale atteinte par le projectile (P).
c) Soit S le point le plus haut atteint par (P). donner au point S, les caractéristiques de la vitesse $\overrightarrow{v_S}$ de (P).
3. Au point S se trouve une bille accroché à un pendule. Il se produit entre (P) et la bille un choc parfaitement élastique.
a) Calculer les vitesses $v_1$ de (P) et $v_2$ de la bille juste après le choc.
b) Déterminer dans le repère précédent :
- Les coordonnées du point de chute de (P) après le choc ;
- La vitesse de (P) au point de chute.

c) De quelle hauteur maximale la bille remonte t – elle au dessus du plan horizontale S ? En déduire l'angle maximal $\beta$ dont le pendule s'écarte de sa position d'équilibre verticale.
d) Calculer l'intensité T de la tension $\vec{T}$ du fil dans :
- La position correspondant à l'angle calculé précédemment
- La position d'équilibre.

## Exercice 12 :




Un solide (S) assimilable à un point matériel de masse $m$ peut se déplacer à l'intérieur d'une glissière circulaire de centre O et de rayon $r$. On lance le solide à partir du point A avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ de telle sorte que le mouvement ait lieu dans le plan
vertical. Sa position est repérée par l'angle $\propto$ formé par l'horizontale et le rayon $OM$.

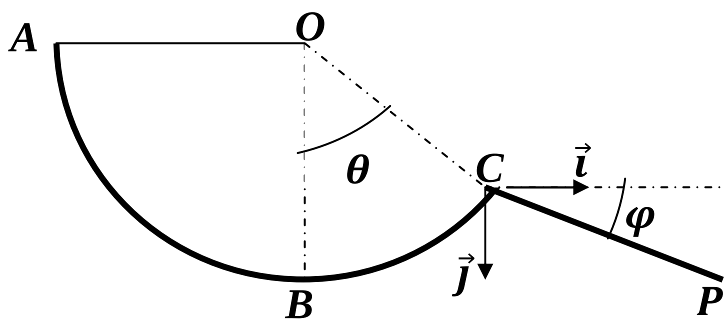
1. On néglige les frottements.

a) Exprimer la norme $V$ du vecteur vitesse en un point M en fonction de $V_0, g, r \; et \; \propto$.

b) Exprimer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ dans la base de Frenet.

c) Calculer la norme de $\vec{V}$ et de $\vec{a}$ pour les positions $\propto_1 = 30°$ et $\propto_2 = 90°$. Représenter le vecteur accélération dans les deux positions.
On donne : $m = 100g; r = 1m; g = 10m/s^2$;
$V_0 = 2m/s$.

2. En réalité, le solide (S) arrive au point B avec une vitesse $V_B = 4{,}4m/s$. La glissière exerce donc sur lui des forces équivalentes à une force unique opposée à la vitesse et d'intensité constante.




a) Déterminer $f$.

b) Déterminer au point M, la réaction $\vec{R}$ exercée par la glissière sur le solide (S). La représenter au point B.

3. Le solide (S) quitte la glissière en un point C repéré par l'angle $\theta$ formé par la verticale et le rayon $OC$. Il retombe au point P sur une piste, faisant un angle $\varphi$ avec l'horizontale au point C.

a) Exprimer $V_C$ en fonction de $\theta$.

b) Etablir dans le repère $(C;\vec{i}\,;\vec{j})$ , l'équation de la trajectoire du solide (S) au delà du point C.

c) Montrer que la portée définie comme l'abscisse $X_P$ du point $P$ est telle que :

$$X_p = \frac{2V_C^2 cos\theta \sin(\theta+\varphi)}{gcos\theta}.$$

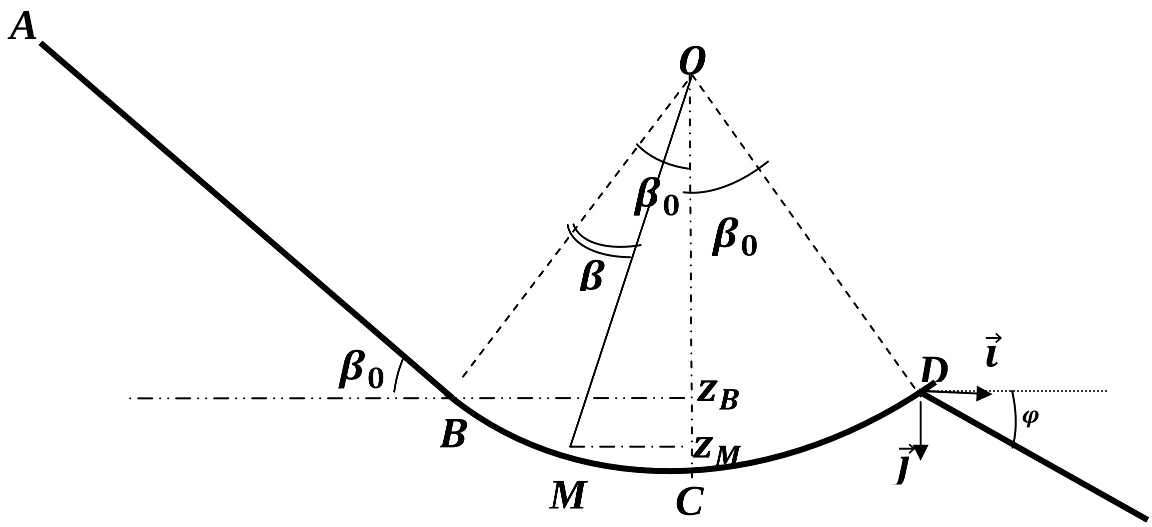
4. On donne $\varphi = 30°$ et on suppose dans cette partie que du point C, un expérimentateur lance (S) avec une vitesse $\overrightarrow{V_C'}$ de même direction et de même sens que $\overrightarrow{V_C}$ mais de norme indépendante de $\theta$.

a) Pour quelle valeur de $\theta$ la portée sur la piste est – elle maximale ?

b) Calculer la portée $X_P$ pour $V_C' = 3{,}5m/s$.

## Exercice 13 :

Une bille de masse $m = 100g$ est mis en mouvement sur une piste ABCD représenté sur la figure suivante. AB est rectiligne et incliné d'un angle $\beta_0$ sur l'horizontale ; BCD est un arc de cercle de centre O tel que $\beta_0 = 30°$ ; $AB = CO = r = 5m$ ; $g = 9{,}8 m/s^2$.




1. Les forces de frottements sont négligeables, la bille part de A sans vitesse initiale.
   a) Exprimer la vitesse $V_M$ au point M en fonction de $g, r, \beta_0$ $et$ $\beta$.
   b) Calculer la vitesse $V_C$ au point C.
   c) Déterminer l'accélération entre A et B.

d) Etablir l'expression de l'intensité $R$ de la réaction de la piste sur au point M (entre B et C). et la représenter au point C.

2. Les frottements ne sont plus négligeables.

Trouver l'expression et la valeur numérique de la force de frottement sachant que la bille arrive en C avec une vitesse $V'_C = \frac{V_C}{2}$.

On se place dans le cas où les frottements sont négligeables.

   a) Calculer la vitesse au point D.
   b) Quel est dans le repère $(D; \vec{i}\,; \vec{j})$ l'équation de la trajectoire de la bille quand elle quitte le point D ?

c) Démontrer que la portée $X_P$ définie comme étant l'abscisse du point de rencontre de la bille avec le point Pest donnée par la relation :

$$X_p = \frac{2V_D^2 cos\beta_0}{gcos\varphi}\sin(\beta_0 + \varphi).$$

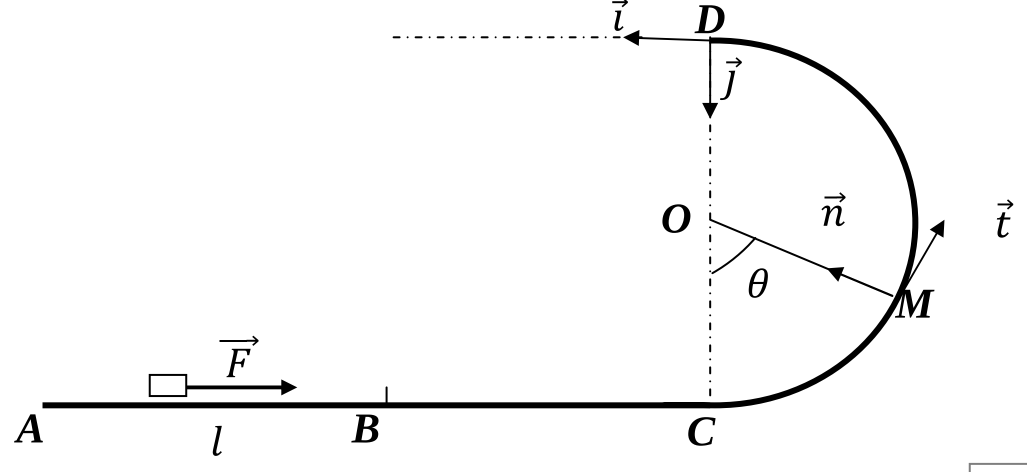
3. On superpose au champ de pesanteur, un champ électrostatique uniforme caractérisé par un vecteur $\vec{E}$. La bille est maintenant électrisée et porte une charge négative $q = -2.10^{-6}C$.

a) Un expérimentateur projette cette bille du point D avec une vitesse $V_0$ quelconque, son mouvement est rectiligne et uniforme. Donner les caractéristiques du vecteur $\vec{E}$. (Direction et Sens).

b) Le vecteur $\vec{E}$ avec même intensité qu'en a) est tel que $\vec{E} = -E\,\vec{\imath}$. L'expérimentateur abandonne la bille en D sans vitesse initiale. Déterminer l'équation de la trajectoire de la bille dans le repère $(D; \vec{\imath}\,; \vec{\jmath})$. Quelle est la forme de cette trajectoire ?

## Exercice 14 :

On étudie le mouvement du centre d'inertie d'un wagonnet (S) dans le référentielle terrestre supposé galiléen. Ce solide de masse $m$, est initialement au repos en A. on lance sur la piste ACD représentée sur la figure, en faisant agir sur lui, le long de sa trajectoire, une force constante $F$ et horizontale. On pose $AB = l$. La portion AC de la trajectoire est horizontale et CD est un demi – cercle de centre O et de rayon $r$, ces deux portions sont dans le plan de la figure.



1. On étudie le mouvement de (S) entre A et B.
   a) Déterminer l'accélération $a$ du solide puis l'expression de la vitesse $v$ en fonction de $F, m$ et la distance $x$ parcourue entre A et B.
   b) Donner la vitesse $v_B$ en fonction de $F, l$ et $m$.
2. Avec quelle vitesse aborde t –il la piste en C ?
3. On étudie le mouvement entre C et D.
   a) Faire l'inventaire des forces sur (S).
   b) A l'aide de la base $(\vec{t}\ ;\ \vec{n})$de FRENET,

Donner les expressions de $\frac{dv}{dt}$ et de $\frac{v^2}{r}$ en fonction de $m, g, R$ (réaction normale de la piste sur (S)) et de l'angle $\theta$.

   c) On admet que $v = r\frac{d\theta}{dx}$ . montrer que l'expression

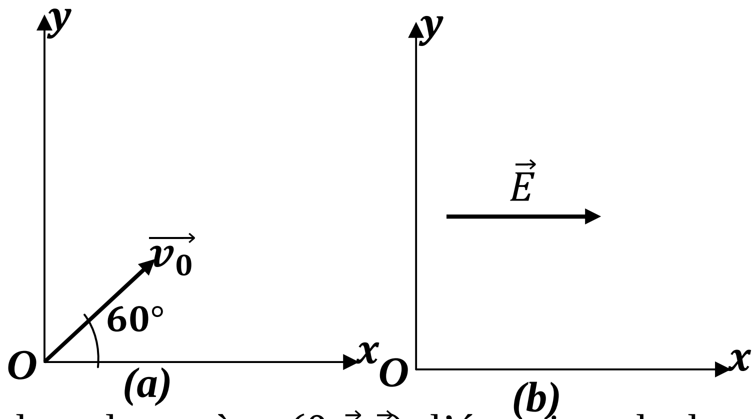
$v^2 - {v_B}^2 = 2gr(cos\theta - 1)$ est en accord avec l'expression de $\frac{dv}{dt}$ trouvée à la question 3.b).

   d) En déduire $R$.
4. De l'expression de $R$, déduire en fonction de $m, g, r$ et $l$, la valeur minimale $F_0$ de $F$ pour que (S) atteigne le point D. calculer $F_0$. On donne : $m = 50kg$ ; $r = 3m$ ; $l = 4m$ ; $g = 10m.s^{-2}$
5. Lancer avec une force $F_1 > F_0$ , (S) atteint D avec une vitesse $v_D = 8m/s$.
   a) Quel est le mouvement ultérieur de (S) après le point D ? Etablir l'équation de sa trajectoire dans le repère indiqué.
   b) A quelle distance de la verticale passant par C le projectile reprend t – il contacte avec l'horizontale AB ?

## Exercice 15 :

Toutes les expériences suivantes sont supposées être réalisées dans le vide et dans un champ de pesanteur uniforme d'intensité $g = 9{,}80 m.s^{-2}$ .

1. A l'instant $t = 0$, une sphère $S$, supposée ponctuelle, de masse $m = 2g$, est lancée à partir d'un point 0 avec une vitesse $v_0$ de valeur $1{,}5 m.s^{-1}$, faisant un angle égal à 60° avec l'horizontale $(0x)$ (figure (a)).




a) Etablir dans le repère $(0, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ l'équation de la trajectoire de la sphère.
b) A quel instant l'ordonnée $y$ de la sphère est-elle maximale ? Calculer numériquement cette ordonnée maximale.
c) Après le lancement, la sphère recoupe l'axe $(0x)$ en un point $P$. Calculer l'abscisse de $P$ et l'instant où la sphère passe par $P$.

2. On superpose au champ de pesanteur, un champ électrostatique uniforme, caractérisé par un vecteur $\vec{E}$. La sphère est maintenant électrisée et porte une charge négative $q = 2{,}0.10^{-6}$C.

a) Lorsqu'on projette la sphère avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ quelconque, son mouvement est rectiligne et uniforme.

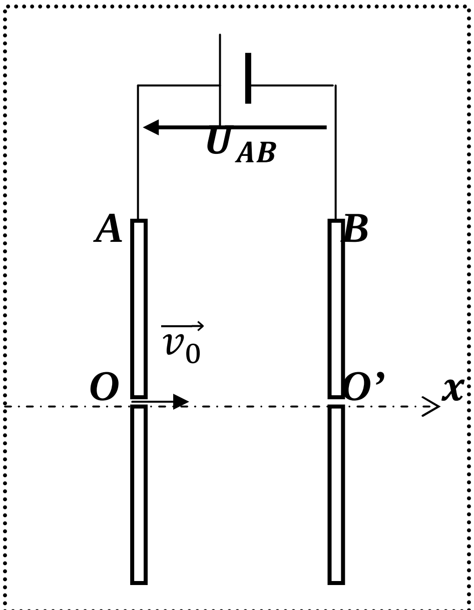
Donner les caractéristiques du vecteur $\vec{E}$ (direction, sens et valeur).

b) Le vecteur $\vec{E}$ ayant la même intensité qu'au a) est maintenant parallèle à $(0x)$. (figure (b)). La sphère $S$ est abandonnée au point 0 sans vitesse initiale. Déterminer l'équation de la trajectoire de la sphère dans le repère$(0,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ et représenter cette trajectoire.

## Exercice 16 :

*Accélération d'un proton*

Un proton $H^{+}$ de masse $m = 1{,}67.10^{-27}kg$, animé d'une vitesse $\overrightarrow{v_0}(v_0 = 1500km.s^{-1})$ pénètre entre deux plaques parallèles distantes de $d = 10cm$ entre lesquelles est appliquée une tension $U_{AB} = +10kV$. Le vecteur initial $\overrightarrow{v_0}$ est orthogonal au plan des plaques suivant la figure suivante :




1. Représenter le vecteur champ électrique entre les deux plaques
2. Calculer la valeur $E$ de ce champ.
3. Ecrire la relation entre le vecteur accélération $\vec{a}$ du proton et le vecteur champ électrique $\vec{E}$.
4. Déterminer les équations horaires du mouvement du proton entre O et O'.
5. Montrer que le mouvement est rectiligne et uniformément accéléré entre les plaques.

6. Calculer la valeur $v_0'$ de la vitesse du proton en O' et la durée $\tau$ du trajet OO'.

## Exercice 17 :

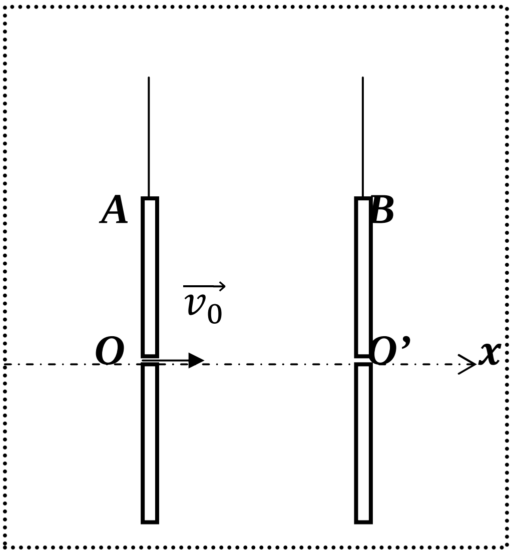
*Accélération d'une particule* $\propto$

Une particule $\propto$ (ion $He^{2+}$ de masse $m = 6{,}64.10^{-27}kg$) animé d'une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ ($v_0 = 15000km.s^{-1}$) de direction horizontale, est accélérée entre deux électrodes parallèles A et B et verticales, distantes de $d = 10cm$.

1. Quel doit être le signe de la tension $U_{AB}$ ?
2. a/ Exprimer la variation d'énergie cinétique de la particule en fonction de sa masse $m$ et de sa charge $q$ et de la tension $U_{AB}$.

b/ Déterminer la valeur de la tension $U_{AB}$ pour que la valeur de la vitesse en O' soit égale à $18000\ km.s^{-1}$.

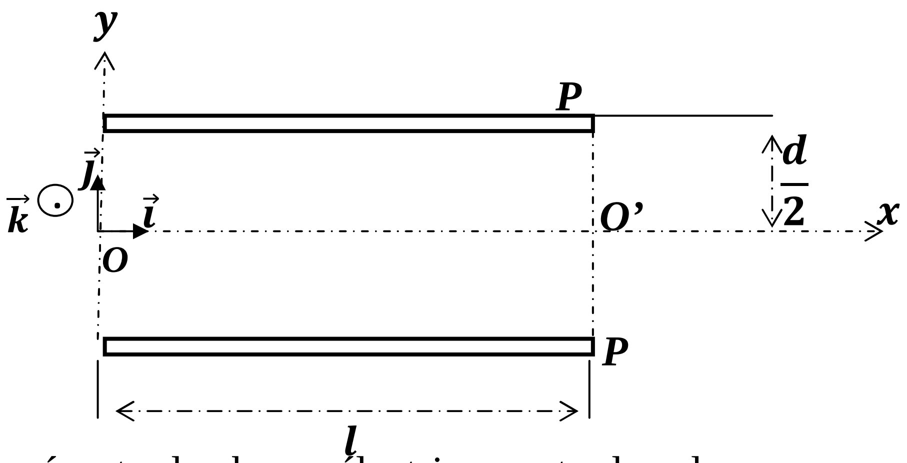
3. Le champ $\vec{E}$ étant uniforme, déterminer :
   a) L'équation horaire du mouvement entre O et O'.
   b) La durée du trajet OO'.



## Exercice 18 :

*Déflexion électrique d'électrons*

Un dispositif électrique est constitué par les deux plaques P et P' d'un condensateur. Elles ont une longueur $l$ et sont distantes de $d$. En O pénètre un faisceau homocinétique d'électrons de charge $q$ et de masse $m$ ; leur vitesse en O est : $\overrightarrow{v_0} = v_0\vec{\imath}$. On applique une tension $U_{PP'} = -U$ ( $U > 0$) entre les deux plaques.




1. a/ Représenter le champ électrique entre les plaques.

b/ Exprimer la valeur E de ce champ. Donner les coordonnées de $\vec{E}$ dans le repère de la figure.

2. Ecrire la relation entre les vecteurs accélération et champ électrique.
3. Donner les coordonnées des vecteurs suivant à la date $t$.

a/ accélération $\vec{a}$ ; b/ vitesse $\vec{v}$ ; c/ position $\overrightarrow{OM}$.

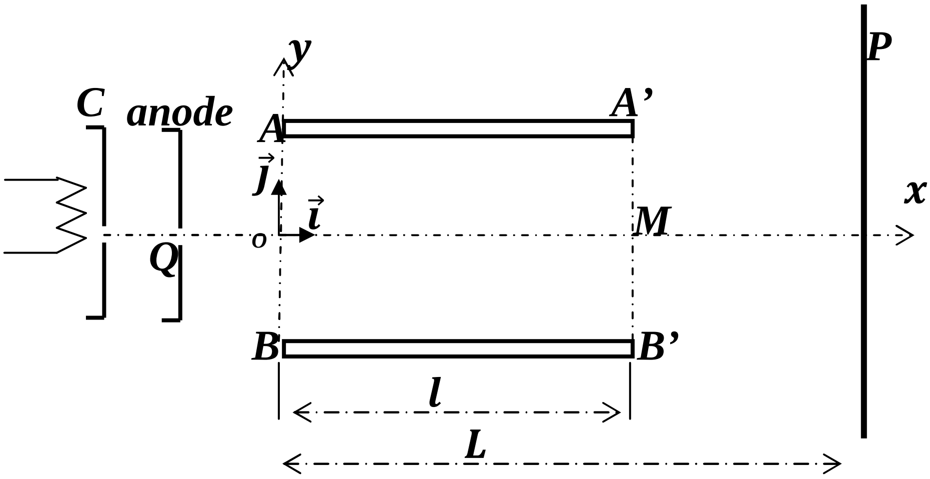
4. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.
5. Les électrons du faisceau sortent de la région située entre les plaques du condensateur en un point S.
   a) Déterminer les coordonnées de ce point S.
   b) Vérifier que la déviation $y_S$ est proportionnelle à $U$.
   c) Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_S}$ en S et l'angle $\propto$ que fait ce vecteur par rapport à l'axe (Ox)
   d) Calculer la durée de passage à l'intérieur du dispositif, les valeurs de la déviation et de l'angle.

*Données :* $U = 400V$ ; $v_0 = 10^7 m.s^{-1}$ ; $d = l = 4cm$.

## Exercice 19 :

*Canon à électrons associé à un appareil de déviation*

Des électrons sont émis par une cathode C avec une vitesse initiale négligeable. Ils sont accélérés par une ddp $U_0$ et arrivent en Q avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ parallèle à $(ox)$. Le poids des électrons est négligeable.




*Données :* $e = 1{,}6.10^{-19}C$ ; $m = 0{,}91.10^{-30}kg$

1. Déterminer l'expression de la valeur de la $\overrightarrow{v_0}$ des électrons en Q, en fonction de $U_0, m\ et\ e$.

2. Les électrons venant de Q pénètre en O avec la vitesse $\overrightarrow{v_0}$ à l'intérieur d'un condensateur plan. Ce dernier est constitué par deux armatures planes AA' et BB', parallèles à $(Ox)$ et perpendiculaires à$(Oy)$ de longueur $l$ et distantes de $d$. On applique une tension $U$ positive et l'on suppose que les effets de bord sont négligeables.

a) Soit $\vec{F}$ la force électrique qui s'exerce sur un électron à l'intérieur du condensateur. Dans la base orthonormée $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$, exprimer ce vecteur en fonction de $U, d\ et\ e$.

b) $x$ et $y$ étant les coordonnées d'un électron dans le repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ , déterminer l'expression de $y$ en fonction de $U, e, d, x, m\ et\ v_0$ pour $0 < x < l$.

c) Etablir l'expression de $y$ en fonction de $U, U_0, d\ et\ x$.

d) Etablir la relation d'inégalité entre $U, U_0, d\ et\ l$ pour que le faisceau d'électrons sorte du système déviateur sans toucher la plaque AA'.

e) Calculer la déviation angulaire des électrons à la sortie du condensateur ($x = l$).

Données : $U_0 = 500V$ ; $U = 100V$; $l = 10cm$ ; $d = 10cm$.

3. Le faisceau d'électrons donne un spot P sur un écran placé perpendiculairement à $(Ox)$, à la distance $L$ de O.

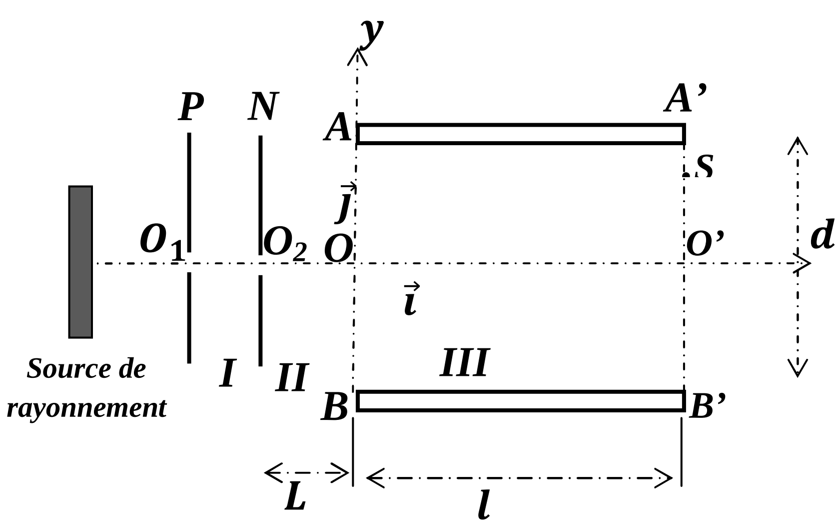
a) Détermination la déviation $D = O'P$ du faisceau en fonction de $U, U_0, d, l\ et\ L$.

b) Calculer $D$ avec $L = 40cm$.

## Exercice 20 :

*Mouvement de particules* $\propto$

Des hélions, particules $\propto$ ($^4_2He^{2+}$) de masse $m$, sont émis avec une vitesse négligeable à travers l'ouverture $O_1$ d'une plaque métallique P. ils traversent successivement trois régions I, II, III d'une enceinte où l'on fait le vide. On négligera l'action de leur poids sur leur mouvement.




1. La région (I) est limitée par les plaques P et N planes, parallèles et perpendiculaires au plan du schéma, entre lesquelles existe une

tension $U_{PN} = V_P - V_N$. On veut qu'au point $O_2$ les hélions aient une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ selon ($O_1O_2$).

a) Préciser et justifier le signe de$U_{PN}$.

b) Etablir l'expression littérale de $v_0$ en fonction de $e, m, et\ de\ U_0 = |U_{PN}|$. Calculer sa valeur numérique. On donne $m = 6{,}64.10^{-27}$kg ; $U_0 = 2000V$.

2. Dans la région II le champ électrique est nul. Quel est le mouvement des hélions ?

3. Après avoir franchi la région II, de longueur $L = 50cm$, les hélions pénètrent en O dans la région III. Entre les armatures A et B, parallèles et perpendiculaires au plan de la figure, distantes de $d$, et de longueur $l$, existe une tension $U_{AB}$ telle que $U = |U_{AB}|$. On veut que les particules sortent de ce point au point S tel que $O'S = 5mm$. On donne : $l = 20cm\ d = 5cm$.

a) Déterminer le sens du vecteur champ électrique $\vec{E}$, supposé uniforme, qui existe dans la région III. En déduire le signe de $U_{AB}$.

b) Dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ que l'on précisera, établir l'équation de la trajectoire des particules ( faire apparaître dans cette équation $U\ et\ U_0$)

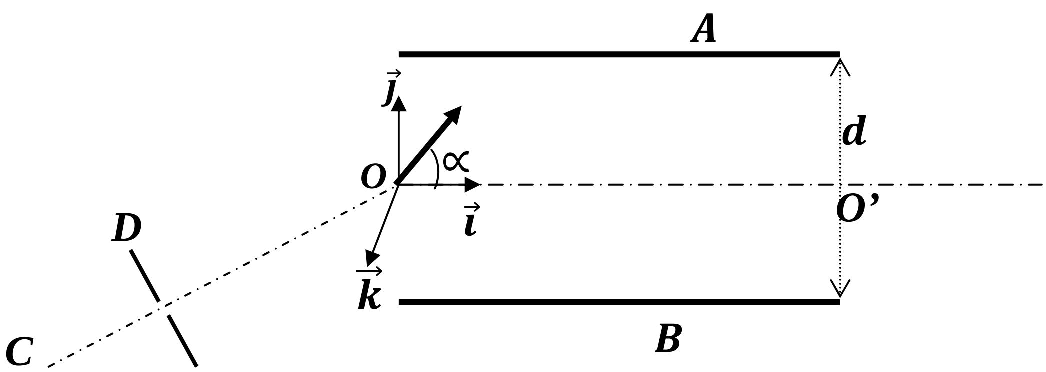
c) Quelle doit être la valeur de $U_{AB}$ ?

d) Quelle est la durée du trajet des particules entre $O_2$ et S ?

## Exercice 21 :

Un condensateur plan est constitué de deux plaques métalliques parallèles rectangulaires, horizontales A et B de longueur $i$ et séparées par une distance $d$. On raisonnera dans le repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$. le point O est équidistant de deux plaques. Un faisceau homocinétique de protons de masse $m$ émis en C à la vitesse négligeable est accéléré entre les points C et D situé dans le plan. Il pénètre en O en formant l'angle $\propto$ avec $\vec{i}$ dans le champ $\vec{E}$ supposé uniforme du condensateur.

1. Après avoir indiqué en le justifiant le signe de $V_D - V_C$ ; exprimer en fonction de $U = |V_D - V_C|$ et $e$, la vitesse $v_0$ de pénétration dans le champ électrique uniforme .
On donne : $U = 1{,}07kV$ ; $m = 1{,}67.10^{-27}$kg ; e $= 1{,}6.10^{-19}$C.
2. a/ Indiquer en le justifiant le signe de $V_A - V_B$ tel que le faisceau de protons puisse passer par le point O'
b/ L'équation de la trajectoire des protons dans le repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$ en fonction de $U, U' = |V_A - V_B|, \propto e, d$. Quelle est sa nature ?
c/ Exprimer la tension $U'$ qui permet de réaliser la sortie en O' et calculer sa valeur numérique pour $\propto = 30°$; $l = 20cm$ ;$d = 7cm$.
3. Dans le cas où la tension $U'$ a la valeur précédemment calculée, déterminer à quelle distance minimale du plateau supérieur passe le faisceau de protons. Toute l'expérience a lieu dans le vide et on négligera les forces de pesanteur.

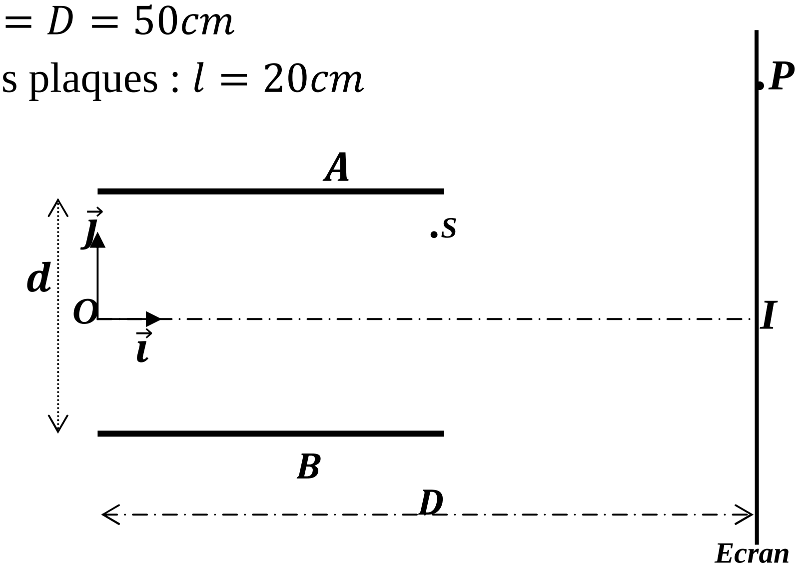



## Exercice 22 :

Données : $g = 10m.s^{-2}$
Masse de la goutte d'huile : $m = 2mg$
Charge élémentaire : $e = 1{,}6.10^{-19}C$
Intensité de champ électrique : $E = 10^5V.m^{-1}$
Distance entre les plaques : $d = 10cm$

Distance $OI = D = 50cm$

Longueur des plaques : $l = 20cm$




1. Une goutte d'huile de charge $q$ et de masse $m$ est en équilibre entre ces deux plaques.
   a) Sur un schéma clair représenter les forces agissant sur la goutte d'huile.
   b) Donner la direction et le sens du vecteur champ électrique $\vec{E}$ puis le signe de la tension $U_{AB}$.
   c) Calculer le rapport $\frac{q}{m}$ appelé charge massique de la goutte d'huile. Préciser son unité.
   d) Quel est le nombre $N$ de charges élémentaires portées par la goutte d'huile ?

2. Une particule de charge $q_0$ et de masse $m_0$pénètre en O dans le champ électrique avec un vecteur vitesse$\overrightarrow{v_0} = v_0\vec{i}$. Le point O, origine du repère est équidistant des deux plaques A et B. on néglige ici le poids de la particule devant la force électrique qu'elle subit dans le champ.
   a) Dans le repère indiqué, écrire les équations horaires du mouvement de la particule.
   b) En déduire l'équation de la trajectoire et la nature du mouvement.

3. La particule sort du champ électrique en un point S d'ordonnée $y_S = 2,4mm$. Le temps mis par la particule dans le champ électrique est $t_S = 3,16.10^{-8}s$.

a) Montrer que la vitesse de la particule à l'entrée du champ vaut $v_0 = 6,33.10^6 m.s^{-1}$.

b) En déduire la charge massique $\frac{q_0}{m_0}$ de la particule et l'identifier à l'aide du tableau ci – dessous.

4. Après avoir sortie du champ en S, la particule frappe en un point P, un écran placé perpendiculairement à $\overrightarrow{v_0}$ à la distance D du point O.

a) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la particule entre O et S, calculer sa vitesse de sortie.

b) Etablir l'expression littérale de déflexion électrique

$Y = IP$ sur l'écran en fonction des données de l'exercice. Mettre $Y$ sous la forme $Y = kU_{BA}$.

c) On donne $Y = 9,6mm$. Calculer $k$.

d) En exploitant les valeurs de $k$ données dans le tableau ci – après, préciser si la valeur de $k$ trouvée confirme le résultat relatif à l'identification de la particule de question 3.b.

| Particule | Electron | Proton | Noyau d'hélium | Noyau d'argon |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{q_0}{m_0}$ | $1,76.10^{11}$ | $9,58.10^7$ | $4,8.10^7$ | $4,34.10^7$ |
| $k$ | $3,5.10^{-3}$ | $1,9.10^{-6}$ | $9,58.10^{-7}$ | $8,66.10^{-7}$ |

## Exercice 23 :

1. Dans tout l'exercice on supposera que le mouvement des ions a lieu dans le vide et que leur poids est négligeable devant la force électrostatique. Des ions $Mg^{2+}$ sortant d'une chambre d'ionisation pénètre avec une vitesse négligeable, par un trou $O_1$, dans l'espace compris entre deux plaques verticales $P_1$ et $P_2$. Lorsqu'on applique

entre ces deux plaques une tension positive $U_0$, les ions atteignent le trou $O_2$ avec une vitesse $v_0$.

a) Quelle plaque doit – on portée au potentiel le plus élevé ? Pourquoi ?
b) Donner la valeur de $v_0$ en fonction de la charge $q$ et de la masse $m$ d'un ion, ainsi que de $U_0$.
c) Calculer la valeur de$v_0$ pourles ions ${}^{24}_{12}Mg^{2+}$ dans le cas où $U_0$ =4000V. On prendra : $m = 24u\ \ et\ 1u = 1,67.10^{-27}kg$ ; $e = 1,6.10^{-19}C$.

2. A la sortie de $O_2$ les ions ayant cette vitesse $v_0$, de direction horizontale pénètrent entre le armatures P et Q d'un condensateur plan. On applique entre ces armatures une différence de potentielle positive $U_{PQ}$ que l'on notera U, créant entre elles un champ électrique uniforme vertical et orienté vers le haut.

a) Préciser les caractéristiques de la force électrique à laquelle chaque ion est soumis ; on exprimera son intensité en fonction de $q$, $U$ et de la distance $d$ entre les plaques P et Q.

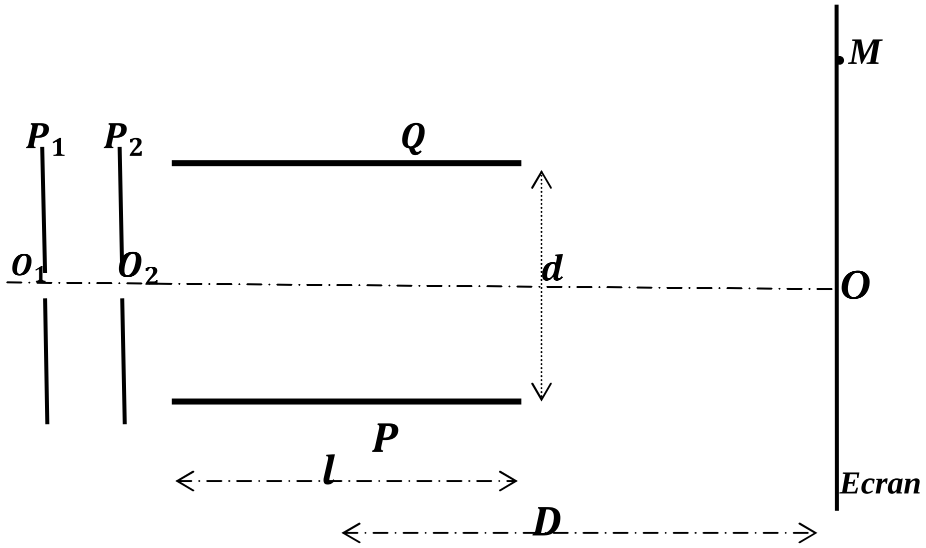
b) Déterminer la nature de la trajectoire d'un ion à l'intérieur de ce condensateur lorsque garde une valeur constante.

c) On dispose d'un écran vertical E à la distance D du centre des plaques de longueur $l$. Trouver en fonction de $q, m, U, v_0$ , $l$, $D$ et $d$, l'expression de la distance $z = OM$, M étant le point d'impact d'un ion sur l'écran. La distance OM dépendra t – elle des caractéristiques des ions positifs utilisés ? (on admet que la tangente à la trajectoire au point de sortie S passe le milieu de celui – ci).

d) Calculer la durée de la traversée du condensateur dans le cas où $l = 10cm$.

e) On applique entre P et Q une tension sinusoïdale $u = U_{max} \cdot sinwt$, de fréquence $f = 50Hz$. Monter qu'avec un pinceau d'ions ${}^{24}_{12}Mg^{2+}$, on obtient sur l'écran un segment de droite verticale, dont on calculera la longueur dans le cas où $U_{max} = 230V, D = 40cm$ ,

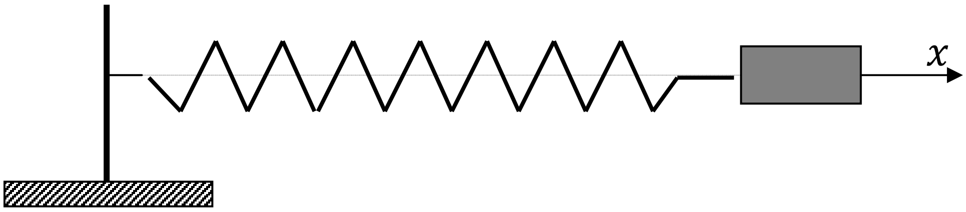
$d = 4cm$. (on peut considérer que durant toute la traversée chaque ion est soumis à une tension pratiquement constant).



# RESSORTS :
## Pendules élastiques

### Exercice 1 :

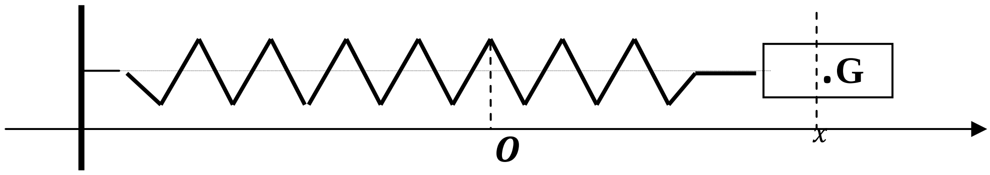
Une tige horizontale $Ax$ est fixée en $A$ à un support vertical. Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, de raideur $K = 20N.m^{-1}$ est enfilé sur la tige $Ax$ et fixé en $A$ au même support. L'autre extrémité du ressort est liée à un solide $S$, de masse $m = 10g$. Le solide $S$ et le ressort peuvent coulisser sans frottement le long de la tige $Ax$. Le ressort n'étant ni comprimé ni étiré. Le centre d'inertie $G$ de solide $S$ se trouve en $O$, position que l'on prendra pour origine des abscisses (voir la figure ci-dessous).
En comprimant le ressort, on écarte $S$ de sa position d'équilibre. L'abscisse de son centre d'inertie est alors $x_0 = -4{,}00cm$. A la date $t = 0$, on lâche $S$ sans vitesse initiale.




1.
   a) Etablir l'équation différentielle du mouvement de $G$.
   b) En déduire l'équation horaire du mouvement.
2. Calculer la vitesse de $G$ au premier passage par la position d'équilibre.
3. Exprimer à la date $t$, l'énergie cinétique de $S$, l'énergie potentielle de $S$ lié au ressort (on considère que l'énergie potentielle pour la position d'équilibre du système est nulle). En déduire l'énergie mécanique de $S$. Montrer qu'elle est constante et calculer sa valeur.

## Exercice 2 :

Un mobile de masse $m$ placé sur un banc à coussin d'air horizontal, est lié à un ressort à spires non jointives, de raideur $k$, de masse négligeable. Ce mobile oscille sans frottement, parallèlement à une direction $(x',x)$. A l'équilibre, le centre d'inertie $G$ du mobile coïncide avec l'origine 0 du repère.




1. *Etude expérimentale*

Une interface appropriée permet de transmettre à un ordinateur une tension $U$, proportionnelle à l'abscisse $x$ de $G$, fonction du temps. Lorsque le mobile oscille, l'examen de la courbe visualisée sur l'écran permet de relever le tableau de mesures ci-dessous, les valeurs extrêmes correspondant à des extrema de la courbe. Un étalonnage préliminaire a montré par ailleurs que la valeur $U = +5V$ correspond à l'abscisse $x = 10cm$.

a) Compléter la dernière ligne du tableau donnant l'abscisse $x$ de $G$.

b) Tracer la courbe $x = f(t)$ en prenant pour échelles $1cm$ pour $50ms$ en abscisse, $1cm$ pour $1cm$ en ordonnée.

| $t(ms)$ | 0 | 87 | 175 | 262 | 350 | 437 | 525 | 612 | 700 | 787 | 875 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $U(V)$ | -3,0 | -2,1 | 0 | +2,1 | +3,0 | +2,1 | 0 | -2,1 | -3,0 | -2,1 | 0 |
| $x(cm)$ | … | … | … | … | … | … | … | … | … | … | … |

2. *Etude théorique*
   a) Faire l'inventaire des forces extérieures qui agissent sur le mobile et les représenter sur un schéma.
   b) Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de $G$.
   c) Donner l'expression générale de l'équation horaire $x(t)$.

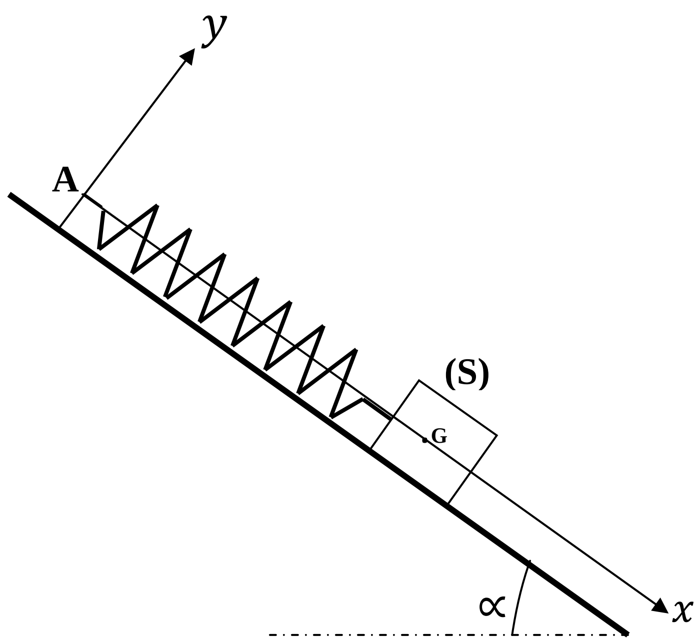
3. *Exploitation*

La courbe $x = f(t)$ établie dans la partie 1. va maintenant être analysée.
   a) Déterminer la période $T$ du mouvement de $G$ et en déduire la pulsation $\omega$.
   b) Mesurer l'amplitude $X_m$ du mouvement de $G$.
   c) L'origine des dates est l'instant $t = 0$ du tableau. Préciser la phase à l'origine des dates et donner l'expression numérique de $x(t)$.
   d) Calculer la raideur $k$ du ressort, sachant que $m = 240g$.
   e) Déterminer son énergie mécanique et en déduire la vitesse au passage par sa position d'équilibre.

| 612 | 700 | 787 | 875 |
|---|---|---|---|
| -2,1 | -3,0 | -2,1 | 0 |
| … | … | … | … |

## Exercice 3 :

Un solide $S$, de masse $m = 200g$ et de centre d'inertie, $G$ peut se déplacer d'un mouvement de translation rectiligne, sans frottement, le long d'un banc à coussin d'air. Celui-ci fait un angle $\alpha = 10°$ avec l'horizontale. Le solide est attaché à l'extrémité inférieure d'un ressort de masse négligeable, à spire non jointives et à réponse linéaire ; l'autre extrémité du ressort est fixée en $A$. On prendra $g = 10m.s^{-1}$.



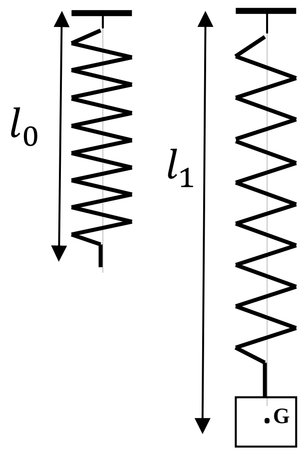

1. Le solide $S$ étant en équilibre, son centre d'inertie est en $G_0$.
Le ressort, dont l'axe est à la direction du banc, a subi un allongement $\Delta l_0 = 6cm$.
   a) Représenter les forces qui s'exercent sur le solide $S$.
   b) Ecrire la condition d'équilibre du solide $S$ sous forme vectorielle et projeter la relation suivant les deux axes $(o,x)$et $(o,y)$.
   c) Exprimer le coefficient de raideur $K$ du ressort en fonction des données. Calculer sa valeur numérique.

2. On écarte le solide de sa position d'équilibre vers le bas. Son centre d'inertie est alors en $G_1$. La distance $G_0G_1$ mesurée le long du banc vaut $d = 5cm$. On abandonne le solide sans vitesse à une date que l'on prendra pour origine des temps. La position $G_0$ sera prise comme origine des abscisses.
   a) Ecrire la relation de la dynamique (ou théorème du centre d'inertie).
   b) Etablir l'équation différentielle du mouvement.
   c) Déterminer l'équation horaire du mouvement.

## Exercice 4 :

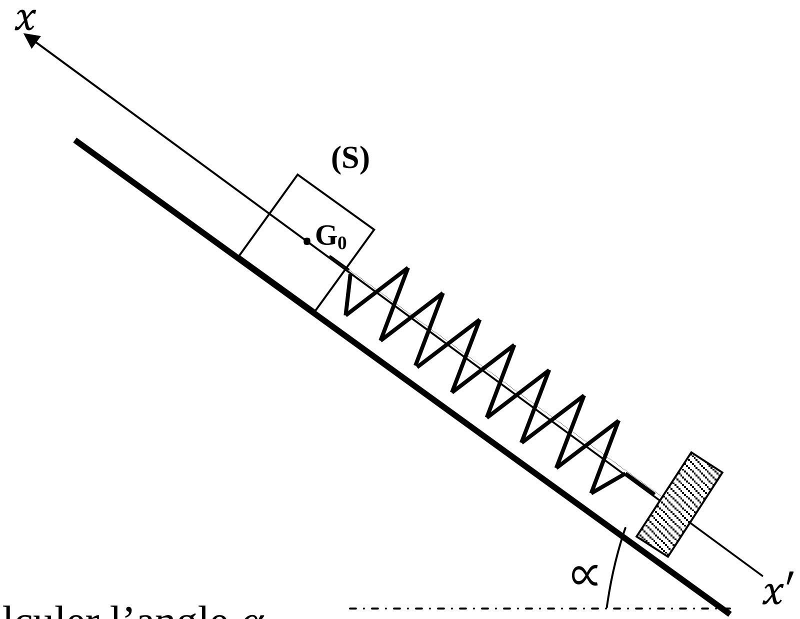
Soit un ressort idéal vertical, à spires non jointives de coefficient de raideur $k$, de longueur à vide $l_0$. Une de ses extrémités étant fixée,on accroche à l'autre extrémité un objet $S$, de centre d'inertie $G$, de masse $m$, d'épaisseur négligeable devant la longueur du ressort qui est égale à $l_1$.

*Données numériques :* $l_0 = 12{,}0cm$ ; $l_1 = 14{,}0cm$ ; $m = 100g$ ; $g = 10m.s^{-2}$.




A. Calculer le coefficient de raideur $k$ du ressort.

B. Le solide $(S)$ fixé au ressort est alors astreint à se déplacer suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha$ par rapport à l'horizontal. $S$ étant au repos, la longueur du ressort est alors $l_2 = 11{,}5cm$, $G$ est en $G_0$. Les positions respectivesdu centre de masse $G$ de $(S)$ sont repérées sur un axe $(x'x)$ parallèle à la ligne de plus grande pente, orienté vers le haut. Soit $\vec{i}$ un vecteur unitaire sur cet axe. Les frottements seront considérés comme nuls.




1. Calculer l'angle $\alpha$.
2. On déplace légèrement le solide $S$ et on amène son centre de masse $G_0$ en $G_1$ tel que : $\overline{G_0G_1} = x_1\vec{\imath}$ avec $x_1 = +4{,}5cm$.

Et on l'abandonne sans vitesse initiale. A l'instant de date $t$, le centre de masse de $S$ est en $G$ situé entre $G_0 \circ G_1$, tel que $\overrightarrow{G_0G_1} = x\vec{\imath}$.

   a) Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide $S$ sur le plan incliné.
   b) Quelle est l'équation horaire du mouvement.
   c) Calculer la période propre $T$ des oscillations.

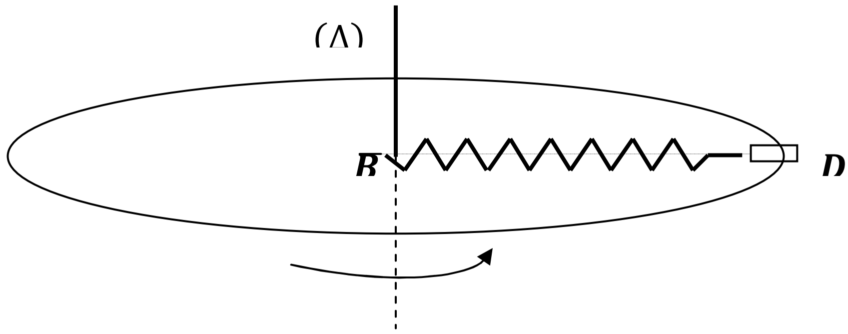
## Exercice 5 :

Dans tout le problème on prendra $g = 9{,}8m.s^{-2}$.

Un ressort vertical de masse négligeable et parfaitement élastique à une longueur à vide $l_0 = 20cm$ ; sous l'action d'un solide $S$ de masse $M = 250mg$ ; sa longueur devient $L = 30cm$.

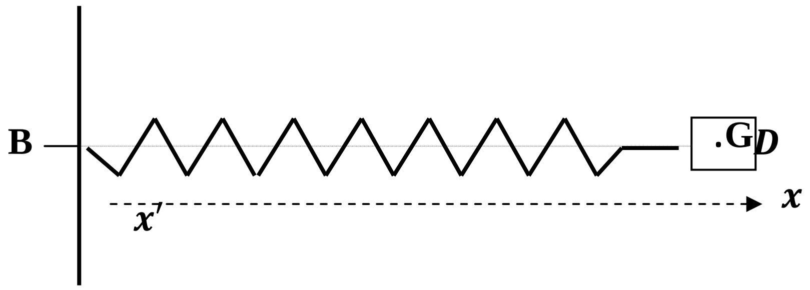
1.
   a) Faire l'inventaire de toutes les forces appliquées au solide en utilisant un schéma clair.
   b) Calculer la constante de raideur $K$ de ce ressort.

2. A un axe vertical $(\Delta)$, on soude en $B$ une tige horizontale $BD$. En $B$ est fixée une extrémité du ressort précédent ; l'autre extrémité est liée au solide $(S)$ qui peut glisser sans frottement le long de $BD$. L'ensemble tourne à la vitesse angulaire constante $\omega$ autour de $(\Delta)$.




a) Exprimer l'allongement $x$ du ressort en fonction de $\omega$.
b) Calculer l'allongement $x$ pour $\omega = 5{,}5 rad.s^{-1}$.

3. On arrête la rotation de l'ensemble, par compression du ressort, le solide est déplacé de sa position d'équilibre $A$ ; l'ensemble est alors lâché sans vitesse initiale. Le solide $S$ passe en $A$ à un instant $t = 0s$ pris comme origine des temps avec un vecteur vitesse de valeur algébrique négative telle que $|v_0| = 0{,}285 m.s^{-1}$.



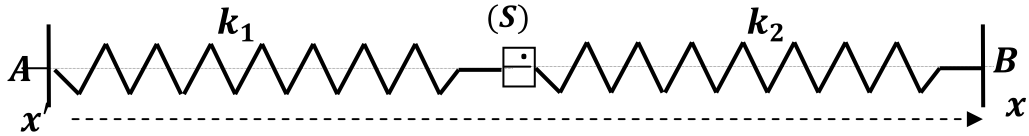

Etablir l'équation différentielle du mouvement de $(S)$ et en déduire l'équation horaire de ce mouvement.

4. Exprimer à l'instant $t$, l'énergie mécanique $E_M$ du système ressort-solide en fonction de $k$ et de l'amplitude $X_m$ du mouvement. On suppose que l'énergie potentielle en $A$ est nulle.

5. Calculer pour $t = T_0/5$ avec $T_0$ la période propre du mouvement.
a) L'élongation $x$ du mouvement du solide $(S)$ ;
b) La vitesse $v$ du solide $(S)$ ;
c) L'énergie mécanique du solide $(S)$.

## Exercice 6 :

Un système est constitué de deux ressorts idéaux de longueur à vide $l_0$, de constante de raideur $k_1 = k_0$ et $k_2 = 2k_0$ d'un solide $(S)$ de dimensions négligeables et de masse $m$. Les deux ressorts sont tendus entre deux points $A$ et $B$ distants de $d$ et soutiennent le solide $(S)$.




*Données :* $k_0 = 10N.m^{-1}$ ; $l_0 = 15cm$ ; $d = 45cm$ ; $m = 0{,}3kg$ ; $k_1 = k_0$ *et* $k_2 = 2k_0$.

1. On néglige les frottements.
   a) Calculer l'allongement $a_1$ et $a_2$ des deux ressorts à l'équilibre.
   b) De la position d'équilibre prise comme origine des espaces, on déplace le solide vers $B$ d'une distance $x_0 = 3cm$ et on le lâche à un instant pris comme origine des dates, sans vitesse initiale.
   – Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide.
   – Calculer la pulsation propre $\omega_0$ de cet oscillateur. Etablir l'équation horaire du mouvement du solide $(S)$.
2. Les frottements ne sont plus négligés ; ils sont équivalents à une force $\vec{f} = -\lambda\vec{V}$ où $\vec{V}$ est la vitesse du solide à la date $t$ et $\lambda$ est une constante positive. Le solide est alors constamment soumis à une force $\vec{F}$ parallèle à $\overrightarrow{AB}$ de module $F = F_m\cos(\omega t + \varphi)$.
   a) Faire l'inventaire des forces appliquées à $(S)$ à une date quelconque.
   b) Etablir l'équation différentielle du mouvement de $(S)$.
   c) L'élongation du mouvement de $(S)$est $x = X_m\cos(\omega t)$. Remplacer dans l'équation différentielle $x$, $\dot{x}$, $\ddot{x}$ par leur expression.

d) Par une construction claire de Fresnel, déduire $tan\varphi$ et $X_m$ en fonction de $k_0$, $m$, $F_m$, $\lambda$ et $\omega$.

e) Montrer que l'amplitude $X_m$ est maximale pour $\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{\lambda^2}{2m^2}$.

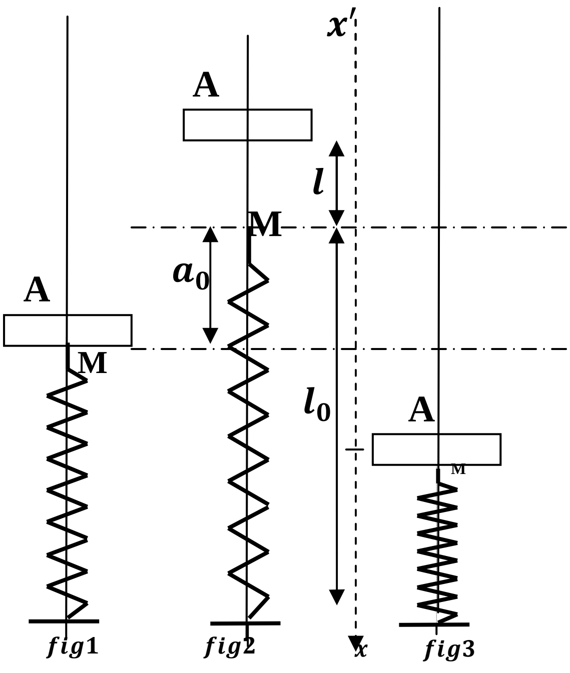
f) Pour quelle pulsation $\omega$ l'amplitude de la vitesse est-elle maximale ?

## Exercice 7 :

Un solide $A$, de masse $m = 50g$, peut glisser sans frottement le long d'une tige verticale.

1. On commence par poser le solide en équilibre sur l'extrémité $M$ du ressort de raideur$k = 20N.m^{-1}$de masse négligeable et dont la longueur à vide est $l_0 = 15cm$. Ses spires sont non jointives. L'autre extrémité du ressort est fixée au bas de la tige.

2.




a) Exprimer le raccourcissement $a_0$ du ressort à l'équilibre en fonction de $m$, $k$ et $g$.

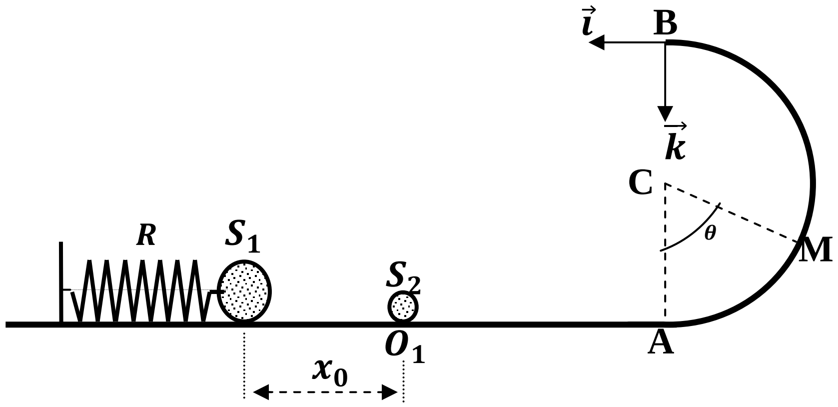
b) Calculer $a_0$.

3. Le solide est remonté en haut de la tige. On le lâche sans vitesse initiale. Après un parcours de longueur $l$, il vient heurter l'extrémité $M$ du ressort. (figure 2).
   a) En utilisant la conservation de l'énergie mécanique du système (solide, ressort), montrer que le raccourcissement maximal $a_m$ du ressort est tel que : $a_m = a_0\left[1 + \sqrt{1 + 2\frac{l}{a_0}}\right]$.
   b) Calculer la longueur minimale du ressort pour $l = 10cm$.
4. On se propose d'étudier le mouvement de $M$ lors de l'interaction solide-ressort après cette chute d'une longueur $l$. On repère la position de $M$ par son abscisse $x$ sur un axe $Ox$ parallèle à la tige et à l'axe du ressort. On prend $x = 0$ pour la position d'équilibre définie au 1. (figure 3).
   a) Exprimer l'énergie mécanique du système en fonction de $x$ et de $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ lors de l'interaction.
   b) En déduire l'équation différentielle du mouvement.
   c) Donner la solution $x(t)$ de cette équation, en prenant $t = 0$ au début de l'interaction. On prendra : comme niveau de référence des énergies potentielles, le plan horizontal passant par le point $M$, le ressort étant à vide. $g = 10N.kg^{-1}$.

## Exercice 8 :

Dans tout l'exercice on négligera les forces de frottement et on prendra pour l'accélération de la pesanteur la valeur $g = 10m.s^{-2}$. Une piste est située dans un plan vertical est constituée de deux parties. Une partie rectiligne $(OA)$et une partie circulaire $(AB)$de centre $C$ et de rayon $r$.

On dispose d'un ressort $R$ de constante de raideur $k$ sur la partie rectiligne. L'une des extrémités du ressort est fixe, l'autre est reliée à un solide $(S_1)$ de masse $m_1$. A l'équilibre $(S_1)$ est au point $O_1$ tel que $O_1A = 2r$. On déplace $S_1$ d'une distance $x_0$ et on le lâche sans vitesse initiale. Une bille $S_2$ de masse $m_2 = m_1/2$ initialement au repos en $O_1$ est propulsée avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ lors du choc parfaitement élastique avec $(S_1)$.




1.

a) Déterminer l'expression de la vitesse $v$ de $(S_1)$ juste avant le choc en fonction de $k$, $m_1$ et $x_1$.

b) Déterminer les expressions des vitesses $v'$ de $(S_1)$ et $V_0$ de $(S_2)$ après le choc.

c) Exprimer la réaction de la piste sur $(S_2)$ en un point $M$ en fonction de $m_2$, $r$, $v_0$, $g$ et $\theta$ : angle $(ACM)$. On exprimera d'abord la vitesse de $(S_2)$ en $M$.

d) En déduire en fonction $g$ et $r$, la valeur minimale de $v_0$, puis en fonction de $g$, $r$, $k$ et $m_1$, la valeur minimale de $x_0$ pour que $(S_2)$ puisse atteidre le point $B$, sommet de sa trajectoire.

e) Quelle est dans cette condition, en fonction de $g$ et $r$ la vitesse $v_B$ de $(S_2)$ en $B$ ?

2.

a) Etudier dans le repère $(B, \vec{\imath}, \vec{k})$, le mouvement ultérieur de la bille $(S_2)$.

b) La bille $(S_2)$ retombe sur la piste en un point $D$. Déterminer en fonction de $r$, la distance $d = AD$. Conclure.

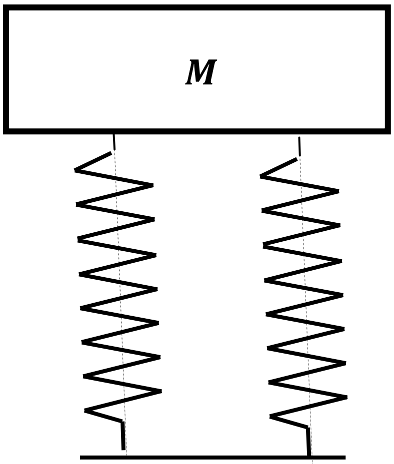
3. A l'arrivée de $(S_2)$ en $D$, elle heurte de nouveau $(S_1)$ passant par $D$ dans le sens du vecteur $\vec{\imath}$, pour la deuxième fois.

a) Déterminer l'intervalle de temps $t$, qui sépare les deux chocs. Application numérique : $k = 10N.m^{-1}$ ; $m_1 = 100g$ ; $r = 20cm$.

b) En déduire le temps $t_2$, mis par $(S_2)$ pour parcourir la piste $AB$.
Reprendre les questions 1. a), b), c), d) et e). dans le cas où il existe sur la partie $(AB)$ des forces de frottement équivalentes à une force unique $f$ proportionnelle au poids de $(S_2)$ : $f = \lambda m_2 g$.

## Exercice 9 :

La remorque d'un véhicule au repos peut être assimilée au dispositif suivant : une masse $M = 500kg$ reposant par l'intermédiaire de deux ressorts identiques de raideurs $k$ sur une barre $B$ représentant l'axe des roues de la remorque.




1. En admettant que sous l'action de la masse $M$, les deux ressorts verticaux sont comprimés de $\Delta l = 15cm$, quelle est la raideur de chaque ressort ?
2. Lorsqu'on charge la remorque cela revient à augmenter $M$ de $m = 50kg$. Chaque ressort est alors comprimé d'une même quantité supplémentaire $x_0$.

a) Calculer $x_0$.

b) A la date $t = 0$, la charge $m$ est enlevée. Etablir l'équation différentielle du mouvement de translation de la masse $M$ en prenant un axe $(x'x)$ orienté vers le bas. Calculer la période propre $T_0$ des oscillations. L'origine $O$ sur l'axe $(x'x)$ sera à la position d'équilibre correspondant à la question 1.

3. On installe deux "amortisseurs" fluides qui exercent chacun une force opposée au déplacement de la forme $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$ ($\vec{v}$ vitesse lors des oscillations verticales de la remorque).

a) Etablir l'équation différentielle du mouvement de translation de la masse $M$ quand la surcharge $m$ est retirée.

b) Vérifier qu'un tel mouvement vertical oscillatoire amorti de la forme $x = x_m e^{-\delta t} cos(\omega t + \varphi)$ satisfait l'équation différentielle. Pour cela, quelles devront être les valeurs de $\delta$ et $\omega$ en fonction de $k$, $M$ et $\lambda$ ?

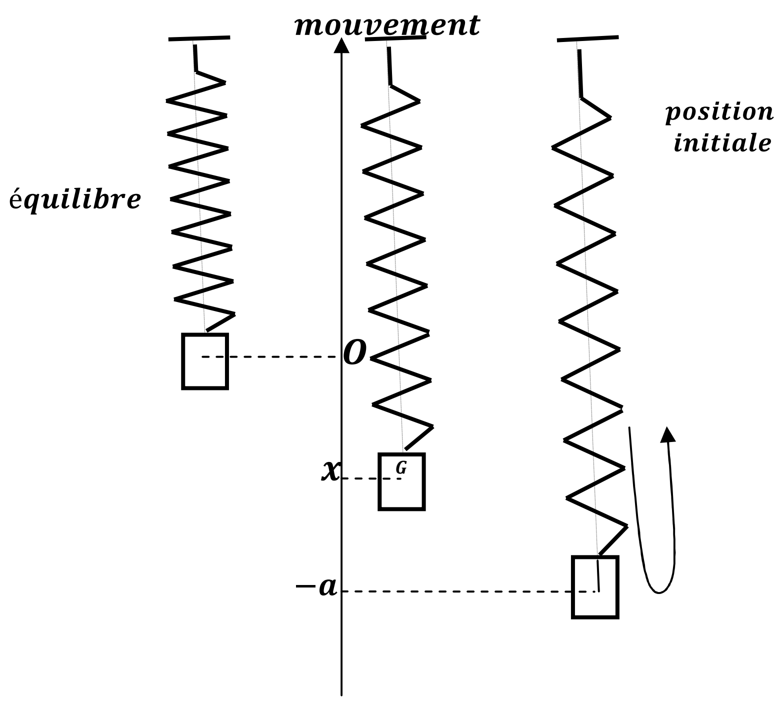
c) Déterminer alors la limite de $\lambda$, notée $\lambda_{critique}$ $(\omega = 0)$, permettant d'avoir juste le mouvement apériodique critique. Faire l'application numérique.

## Exercice 10 :

On accroche l'extrémité inférieure d'un ressort de longueur initiale $10cm$ et de raideur $k = 20N/m$ une masse $m = 100g$. On prendra $g = 10N/kg$.

1. Quel est l'allongement du ressort à l'équilibre ?
2. On repère la position d'équilibre par le point $O$,

origine d'un axe $(Ox)$ vertical ascendant. La masse $m$ est écartée de sa position d'équilibre d'une distance verticale $a = OO_1 = 5cm$ vers le bas puis abandonnée sans vitesse initiale. A tout instant$t$ ultérieur le mobile d'abscisse $x(t)$ a une vitesse $v(t)$.




a) On convient de prendre pour origine des énergies potentielles de pesanteur, l'énergie potentielle des corps pesants situés dans le plan horizontal passant par $O_1$.

Exprimer en fonction de $m$, $g$, $a$ et $x$, l'énergie potentielle de pesanteur $E_1$ de la masse $m$ à l'instant $t$.

b) On convient aussi de prendre pour origine des énergies potentielles élastiques, l'énergie potentielle du ressort lorsqu'il n'est ni dilaté ni comprimé. Exprimer en fonction de $m$, $g$, $k$ et $x$, l'énergie potentielle $E_2$ du ressort à l'instant $t$.

3. Le système ressort-masse-Terre est supposé isolé.
   a) Quelles conditions sont nécessaires pour qu'il en soit ainsi ?
   b) Exprimer l'énergie mécanique totale du système.
   - D'abord à l'instant $t$ en fonction de $m$, $g$, $k$, $a$,$x$ et $v$.
   - Puis au départ du mouvement ; faire l'application numérique.
   c) En déduire les valeurs de $x$ pour lesquelles la vitesse s'annule.

4.

a) Représenter graphiquement la fonction $E_p(x) = E_1 + E_2$ en prenant soin de préciser le domaine des variations de $x$ physiquement acceptable.

Echelle : $1cm$ en abscisse $\Leftrightarrow \Delta x = 1cm$ ; $4cm$ en ordonnée$\Leftrightarrow \Delta E = 0{,}11cm$.

b) Donner une représentation graphique très simple de l'énergie cinétique de la masse $m$. Quelle est la vitesse maximale $v_{max}$ atteinte par le mobile au cours du mouvement ? l'exprimer en fonction de $m$, $k$ et $a$ puis faire l'application numérique.

## Exercice 11 :

1. On considère un solide $(S)$, de forme cubique d'arête $a = 10cm$ dans une matière de masse volumique $\rho = 720kg.m^{-3}$. Le solide $(S)$ conçu flotte, en équilibre, dans de l'alcool de masse volumique $\rho' = 800kg.m^{-3}$., faces inférieure et supérieure horizontales.

a) Quelle est la hauteur $h$ du cube émergeant de l'alcool ?

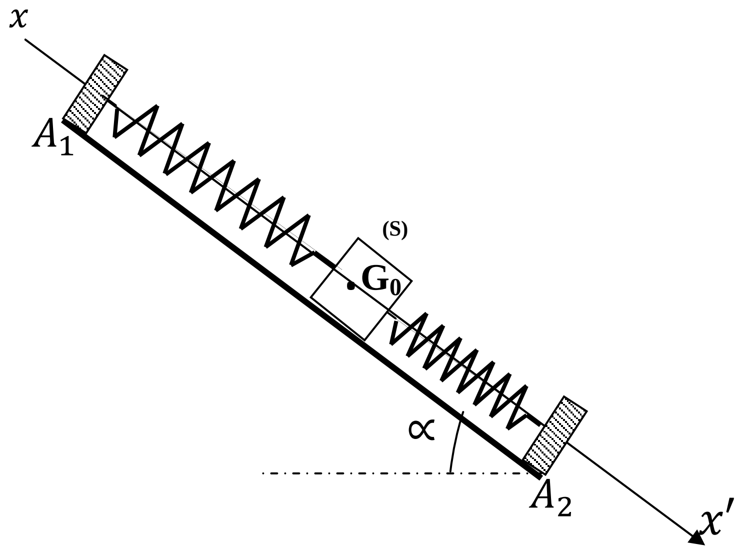
b) Le cube est enfoncé, de sorte que sa face supérieure affleure la surface horizontale du liquide, puis lâché sans vitesse initiale à la date $t = 0$. On prend comme origine des abscisses, la position du centre de gravité $G$ de $(S)$ à l'équilibre. L'axe vertical est orienté vers le bas. Etablir, en fonction de $\rho$, $\rho'$, $a$ et $g$ l'équation différentielle des oscillations verticalesdu cube.

c) Exprimer la période $T_0$ du mouvement ; $g = 10m.s^{-2}$.

d) Quelle est l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie de solide $(S)$.

2. Le solide (forme cubique d'arête $a = 10cm$ dans une matière de masse volumique$\rho = 720kg.m^{-3}$) est accroché à deux ressorts $R_1$ et $R_2$ de raideur $K_1$ et $K_2$ de masse négligeable, tendus entre deux points $A_1$ et $A_2$ sur un plan incliné d'un angle $\alpha$ sur l'horizontale. Les frottements sont négligés. Les longueurs à vide sont $l_{0_1}$et $l_{0_2}$. Les

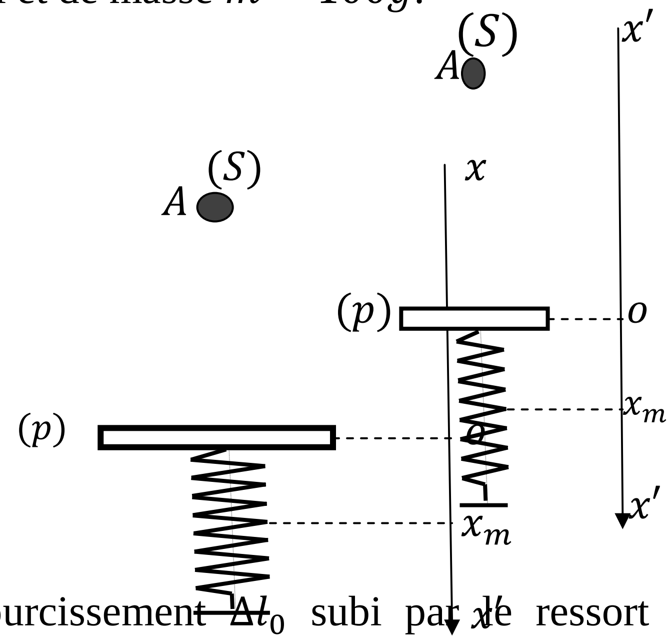
longueurs à l'équilibre sont $l_{e_1}$et $l_{e_2}$. Sur l'axe $(x'ox)$, l'origine0 correspond à la position de $G$ à l'équilibre.
On écarte le solide $(S)$ de sa position d'équilibre de telle sorte que son centre d'inertie se déplace dans la direction $A_1A_2$ de $X_0 = 2cm$ vers le bas puis on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant choisi comme origine des dates. (Respecter l'orientation de l'axe $(x'x)$ sur le schéma 11). Les deux ressorts restent tendus durant le mouvement




a) Ecrire l'équation traduisant l'équilibre, en fonction des paramètres de l'énoncé.
b) Donner à une date $t$ quelconque l'expression des allongements $\Delta l_1$ et $\Delta l_2$ des ressorts en fonction de l'abscisse $x$ de $G$. Etablir l'équation différentielle du mouvement de $G$.
c) Exprimer la période $T_0$ des oscillations de $G$.
Faire l'application numérique pour$k_1 = 20N.m^{-1}$ et $k_2 = 30N.m^{-1}$.
d)Prenant comme référence d e l'énergie potentielle de pesanteur, la position de $G$ à l'équilibre, donner l'expression de l'énergie mécanique du système $\{R_1 - R_2, (S) - Terre\}$ pour une position $x$ quelconque de $G$. Retrouver l'équation différentielle du mouvement de $G$.

## Exercice 12 :

Le ressort $(R)$ employé dans cet exercice est à spire non jointives, de raideur $k = 20N.m^{-1}$ et de masse négligeable. On prendra $g = 10m.s^{-2}$. Un dispositif maintient ce ressort verticalement sans frottement. Il supporte un plateau $(p)$ de masse $m_0 = 50g$. Il est fixé au sol par l'autre bout. D'un point $A$ situé à la verticale du ressort à une hauteur $h = 1m$. On laisse tomber sans vitesse initiale un solide $(S)$ supposé ponctuel et de masse $m = 100g$.




1. Calculer le raccourcissement $\Delta l_0$ subi par le ressort lorsque le plateau est en équilibre en $O$.
2. Le choc entre le plateau et le solide est parfaitement mou.
   a) Calculer la vitesse $V_0$ acquise par le solide tout juste avant le choc.
   b) Calculer la vitesse $V$ du système $\{plateau + solide\}$ tout juste après le choc.
   c) Etablir par une étude dynamique l'équation différentielle du mouvement du système.
   d) Les équations différentielles du type $\ddot{x} + {\omega_0}^2 x = l_0$ admettent

des solutions de la forme $x(t) = Acos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{l_0}{{\omega_0}^2}$.

Avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_0+m}}$. L'instant du choc étant pris comme origine des dates et la position d'équilibre du plateau étant prise comme origine des abscisses, établir les expressions de $A$ et $tan\varphi$ en fonction de $m_0$, $m$, $h$, $k$ et $g$.

e) Etablir l'expression du raccourcissement maximal supplémentaire $X_M$ subi par le ressort après le choc, en fonction de $m_0$, $m$, $h$, $k$ et $g$.

3.

a) Déterminer l'expression de la réaction du plateau sur le solide à un instant $t$ quelconque.

b) Calculer le temps où $(S)$ décolle du plateau.

c) A partir de la question 3. a), déterminer en fonction de $m_0$, $m$,$k$ et $g$, la valeur maximale de $h$ pour que le solide ne décolle pas du plateau après le choc.

4. On se propose de retrouver $X_M$ par une méthode énergétique.

   a) Exprimer l'énergie mécanique du système tout juste après le choc en fonction de $m_0$, $m$, $h$, $k$ et $g$. $O$ étant pris comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur.

   b) Exprimer l'énergie mécanique du système lorsque le système est dans sa compression maximale.

   c) Les frottements étant négligeables, en déduire l'expression de $X_M$.

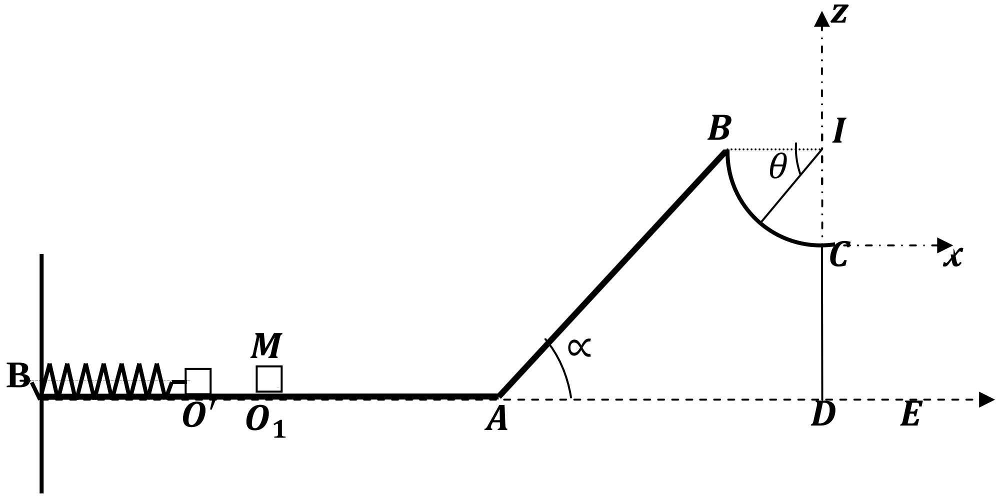
5. On refait toute l'expérience dans une navette spatiale, en impesanteur. Dites ce qui se passe et que deviennent les résultats précédents.

## Exercice 13 :

Dans tout l'exercice, on négligera les frottements.

Une piste située dans un plan vertical est constituée de trois parties. Une partie rectiligne horizontale $(OA)$,et une partie rectiligne $(AB)$

incliné d'un angle $\alpha$ par rapport à la verticaleet une partie circulaire $(BC)$de centre $I$ et de rayon $r$. On dispose d'un ressort $R$ de constante de raideur $k$ sur la partie $(OA)$. L'une des extrémités du ressort est fixe en $O$ et l'autre libre. A l'équilibre, cette extrémité libre se trouve en $O_1$. On déplace l'extrémité libre vers $O$ d'une distance $X_0 = 15cm$, on place un solide $M$ supposé ponctuel de masse $m$ en $O'$ tel que $x_1 = O'O_1 = 10cm$, puis on lâche sans vitesse le ressort. A la rencontre avec $M$, un dispositif électromagnétique approprié et non représenté oblige $M$ à rester en contact avec le ressort.




1.
   a) Calculer la vitesse du solide $M$, tout juste après le choc.
   b) Etablir l'équation différentielle du mouvement ultérieure du solide.
   c) En prenant l'instant du choc comme origine des dates et $O_1$ comme origine des espaces, trouver la loi horaire du mouvement de $M$.

2. Lorsque $M$ passe par $O_1$ dans le sens du vecteur $\vec{i}$, on désactive le dispositif électromagnétique, $M$ se détache alors du ressort avec la vitesse $V_0$ et aborde ensuite le plan incliné.
   a) Etablir la nature du mouvement de $M$ entre $A$ et $B$.
   b) Etablir l'expression de la valeur minimale de $X_0$ pour que le solide arrive en $B$.

c) Avec cette distance minimale $X_0$, le solide quitte $B$ avec une vitesse nulle et glisse sur la partie circulaire. A un instant quelconque, sa position est repérée par l'angle $\theta$. Etablir dans la position $\theta$ :

- L'expression de la vitesse linéaire de $M$.
- L'expression de l'intensité $N$ de la réaction de la piste sur le solide en fonction de $m$, $g$ et $\theta$.

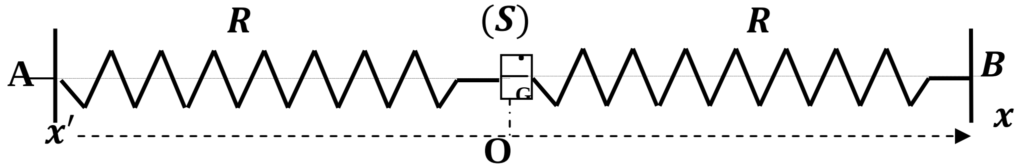
d) Calculer la vitesse $V_C$ et la réaction du plan $N_C$ au point C.

3. Le solide quitte la piste en $C$ à un instant pris comme origine avec la vitesse $V_C$ ; on rapporte le mouvement du solide aux axes $\overrightarrow{CX}$ et $\overrightarrow{CZ}$.
   a) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du solide après son passage par $C$.
   b) Calculer la distance $d$ du point d'impact $E$ du solide sur l'horizontale repérée par rapport à $D$.
   c) Calculer l'angle $\beta$ que fait le vecteur vitesse du solide à l'arrivée sur le sol avec l'horizontal.$

Données : $m = 100g$ ; $r = BI = IC = 2{,}5m$ ; $h = CD = 0{,}7m$ ; $\alpha = 60°$ ; $k = 10N.m^{-1}$ ; $g = 10m$.

## Exercice 14 :

Deux ressorts identiques de masse négligeable, sont accrochés à un solide autoporteur $S$ qui repose sur une table parfaitement plane et horizontale. Les deux ressorts sont fixés en $A$ et $B$ aux extrémités de la table.




On tire le solide suivant la droite $AB$, d'une distance $d = 12{,}5cm$ et le lâche sans vitesse initiale. On donne :

- Masse du solide autoporteur $M = 400g$ ;
- Longueur à vide des ressorts $l_0 = 15cm$ ;
- Longueur des ressorts lorsqu'ils sont accrochés à $Sl = 30cm$ ;
- Raideur d'un ressort $k = 10N.m^{-1}$.

1. Les ressorts sont-ils toujours allongés au cours du mouvement de $S$ ?
2. Etablir l'équation différentielle du mouvement de $S$.
3. 0 étant pris comme origine des espaces et l'instant du lâché comme origine des temps, déterminer la loi horaire du mouvement de $S$.
4. Calculer le temps au bout duquel $S$ repasse par le point d'abscisse $x = 5cm$ pour la quatrième fois.

5. En fait, la table n'est pas parfaitement plane, il existe des frottements équivalents à une force unique $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$ où $\lambda$ est une constante positive. Pour astreindre le solide $S$ à osciller, on le soumet $F = F_m\cos(\omega t + \varphi)$. $S$ prend alors un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation $w$ et d'équation horaire $X = X_m\cos\ \omega t$.

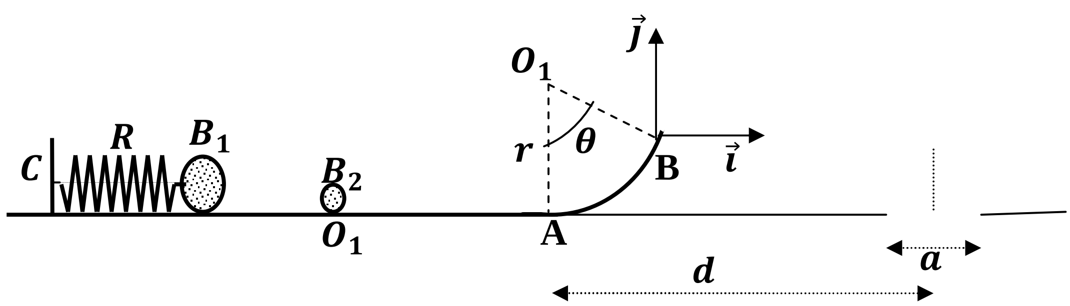
a. A partir du théorème du centre d'inertie, l'équation différentielle du mouvement $S$.
b. Après avoir fait la construction de Fresnel, déterminer les expressions de $X_m$et $tan\varphi$.
c. Déterminer l'expression de $\omega_R$ de la pulsation de la vibration forcée lorsqu'il y a résonance d'amplitude. En déduire l'expression de la valeur maximale de $X_m$.
d. Pour quelle valeur de $\omega$ y a-t-il résonance de phase ? montrer que $V_m$ atteint une valeur maximale que l'on calculera.
e. Comparer le travail de la force de frottement $\vec{f}$ et celui de la force $\vec{F}$ pendant une période. On utilisera la relation : $sin^2\varphi = \frac{tan^2\varphi}{1+tan^2\varphi}$.

## Exercice 15 :

1. On considère un pendule élastique verticale avec un ressort de raideur K et un solide (S) de masse $m = 150g$. Tous les frottements sont négligeables. A l'équilibre le ressort s 'allonge de $x_o = 7{,}35cm$. Calculer la raideur du ressort on prendra $g = 10m.s^{-2}$.

2. Le pendule est maintenant placé horizontalement. L'autre extrémité est fixée rigidement. On écarte le solide (S) de $6cm$ dans la direction du ressort puis on le lâche sans vitesse initiale. On prendra pour origine des dates l'instant où le solide passe pour la deuxième fois par sa position d'équilibre.
   a) Etablir l'équation différentielle du mouvement. En déduire l'équation horaire.
   b) Calculer l'énergie totale du pendule.
   c) Calculer la vitesse du solide (S) lors de son passage au point B d'abscisse $x_B = 3cm$.

## Exercice 16 :



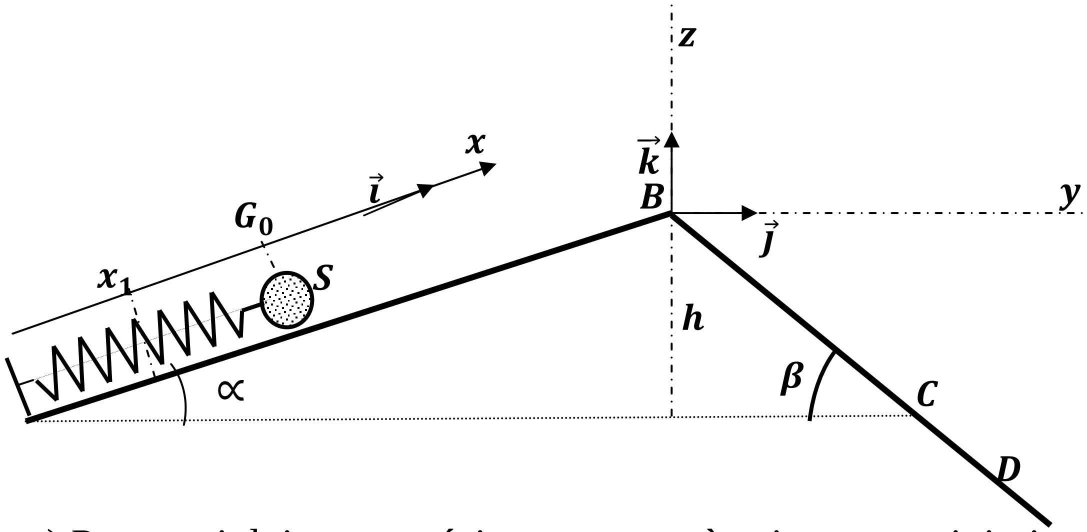

Un jeu consiste à propulser une bille supposée ponctuelle $B_2$ de masse $m_2$ le long d'une piste pour essayer de la loger dans un réceptacle cylindrique de diamètre $a$. La piste comporte une partie rectiligne horizontale$OA$ et une portion circulaire $AB$de rayon $r$ et de centre $O_1$ tel que $\left(\overrightarrow{O_1A};\overrightarrow{O_1B}\right) = \theta$. La bille B$_2$est propulsée lors d'un choc avec une autre bille B$_1$ de masse $m_1 = 2m_2$, reliée à un ressort horizontal fixé au point C, de raideur $k$ et de longueur à vide $l_0$. A l'équilibre $B_1$ est en O tel que $CO = l_0$. Un joueur comprime le ressort d'une distance $x_0$(de tel sorte que $CB_1 = l_0 - x_0$) , puis le lâche sans vitesse initiale. Le choc a lieu en O.

1. Exprimer en fonction de $x_0,\ m_1$ et $k_1$.
   a) La valeur $v$ de la vitesse de $B_1$ juste avant le choc.
   b) Les vitesses $v_1$ et $v_2$ des deux billes juste après le choc.
   c) L'amplitude du mouvement de $B_1$ après le choc.
2. Etablir l'équation différentielle du mouvement de $B_1$ après le choc. Ecrire la loi horaire de ce mouvement en prenant comme origine des espaces le point O et pour origine des dates l'instant du choc.
3. Déterminer la valeur minimale de $x_0$ pour que la bille $B_2$ atteigne le point B.
4. Dans cette question $x_0 = \frac{3}{4} l_0$.
   a) Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse au point B de la bille $B_2$.
   b) Etablir dans le repère de la figure, l'équation cartésienne de la trajectoire de $B_2$ après son passage par B.
   c) Le centre du réceptacle est à une distance $d$ de $A$. Le joueur pourra t – il gagner le jeu ?
   d) Calculer la valeur $R$ de la réaction de la piste sur $B_2$ au point B.

*Données :* $l_0 = 0{,}24m$ ; $k = 35N.m^{-1}$ ; $m_1 = 0{,}125kg$ ; $r = 0{,}5m$ ; $d = 1{,}4m$ , $a = 0{,}1m$ ; $\theta = 60°$ ; $g = 10m.s^{-2}$

## Exercice 17 :

Le schéma ci – dessous représenté est celui du lancement de projectiles. La résistance de l'air et les frottements sur le plan incliné sont négligeables. Le ressort parfaitement élastique est à spires non jointives et de raideur $k$. Le solide S de masse $m = 250g$ est au repos en $G_0$ qui est l'origine des abscisses ; le ressort est alors comprimé de $|\Delta l_0| = 2cm$.




1. a) Pourquoi doit – on préciser « ressort à spires non – jointives » ?
   b) En étudiant l'équilibre du solide S, montrer que la raideur $k = 62{,}5 N.m^{-1}$. On donne $\propto = 30°$ ; $\beta = 45°$ ; $g = 10 N.kg^{-1}$
2. On écarte le solide S de sa position d'équilibre en l'amenant en $G_1$ d'abscisse $x_1 = -5cm$ puis on le lâche sans vitesse initiale à la date $t = 0$.
   a) Par une étude dynamique, déterminer la nature du mouvement du centre d'inertie G de S.
   b) Etablir l'équation horaire du mouvement de G.
   c) Calculer l'énergie mécanique du pendule élastique. Retrouver l'équation différentielle du mouvement de G par une étude énergétique.
3. A l'instant où le solide S passe pour la première fois par sa position d'équilibre, il heurte un autre solide S' de masse $m' = 50g$ initialement en $G_0$. Il se produit alors un choc élastique au cours duquel les vecteurs vitesses juste avant et après le choc sont tous colinéaires (choc de plein fouet).
   a) Calculer la vitesse de S juste avant le choc.
   b) Calculer les vitesses $V$ et $V'$ de S et de S' juste après le choc.
4. S' quitte le plan incliné au sommet B ($G_0B = 10cm$)

a) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à S', entre $G_0$ et B, montrer que la vitesse S' en B est : $V_B \approx 0{,}86 m.s^{-1}$.

b) Montrer que le vecteur position du solide S' supposé ponctuel est : $\overrightarrow{BS'} = (V_B t\cos\propto)\vec{j} + \left(-\frac{1}{2}gt^2 + V_B t\sin\propto\right)\vec{k}$ dans le repère indiqué, avec B comme origine du repère ; l'origine des instants est prise à l'instant du passage de S' par B.

c) Le solide S' reprend contact avec le plan BC en D. Calculer BD.

# AUTO – INDUCTION

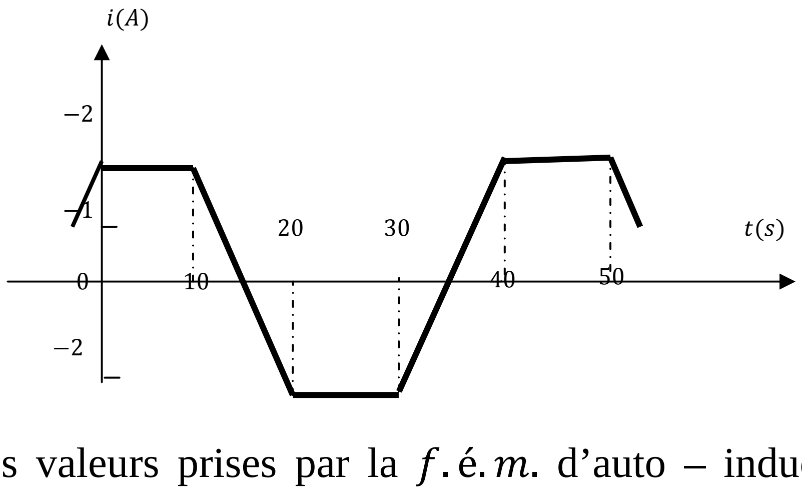
## Exercice 1 :

Un solénoïde comporte $N$ spires uniformément enroulées sur un manchon de longueur $l$ et de section $S$.

1. Donner les caractéristiques du champ $\vec{B}$ créé à l'intérieur de la bobine par un courant d'intensité $i$ traversant cette bobine.
2. Donner une expression approchée de $\|\vec{B}\|$ en fonction de la constante $\mu_0$, de $N_1$, de $l$ et de $I = |i|$.
3. Calculer le flux $\phi$ à travers cette bobine. On précise le sens choisi pour orienter les spires.
4. En déduire l'expression de l'inductance $L$ en fonction des caractéristiques de la bobine.

Données : $N = 1000$ ; $l = 40cm$ ; $S = 20cm$ ;
$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}SI.$

5. La figure ci-contre représente la variation au cours du temps de l'intensité $i$ qui traverse la bobine d'inductance $L = 400mH$ et de résistance négligeable.




a) Calculer les valeurs prises par la $f.é.m.$ d'auto – induction $e$ depuis l'origine des dates jusqu'à l'instant $t = 40ms$. Représenter graphiquement $e$ en fonction du temps.

b) Déterminer la tension $U_{AB} = U_L$.
c) Représenter graphiquement $t \longmapsto U_L(f)$.
d) Calculer l'énergie maximale emmagasinée par la bobine.

## Exercice 2 :

1. On veut déterminer les paramètres $L$ et $r$ d'une bobine. On branche un générateur de courant continu $(e_0, r_0)$ aux de cette bobine. Lorsque le régime permanent est atteint un ampèremètre indique $I_0 = 1{,}5A$. Calculer la résistance $r$ de la bobine. On donne $e_0 = 6V$ et $r_0 = 2\Omega$.
2. Pendant le régime transitoire :

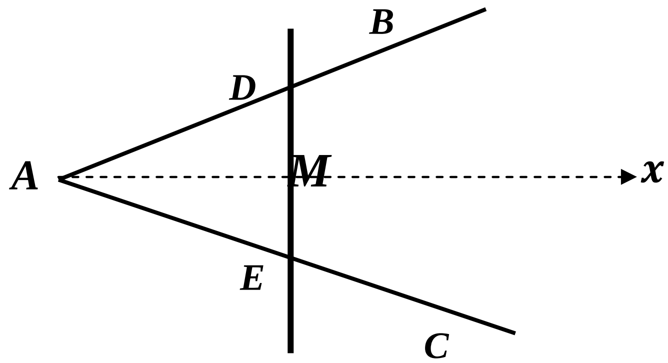
a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.
b) Vérifier que la solution de cette équation différentielle se met sous la forme : $i = I_0(1 - e^{-t/\tau})$ où $\tau$ est une constante que l'on exprimera.
c) Montrer que la courbe représentative de $i(t)$ admet une asymptote horizontale dont on déterminera l'équation.
d) Montrer que la tangente $(T)$ à la courbe à l'origine coupe l'asymptote horizontale au point d'abscisse $t = \tau$. En déduire l'allure de la courbe $i(t)$.
e) $i$ atteint $90\%$ de sa valeur maximale à $t = 0{,}23s$. En déduire la valeur de $L$.

3. La bobine précédente est branchée aux bornes d'un condensateur de capacité $C$ initialement chargé sous une tension $U_0$.

a) Etablir l'équation différentielle qui régit la charge $q$ aux bornes de $C$.
b) Des oscillations électriques régulières peuvent – elles s'installer dans le circuit ? Donner alors l'allure de $q(t)$.

## Exercice 3 :

Deux fils résistants $AB$ et $AC$, de longueur $l$ forment un angle de $60°$ dans un plan horizontal. Un troisième fil, $DE$, identique en nature, section et longueur aux précédents forme avec eux un triangle équilatéral de surface variable. Le milieu, $M$, de $DE$ se déplace sur la bissectrice $(Ax)$ avec vitesse $V$. Cet ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme dont l'induction $B$ est verticale et dirigée vers le haut. Calculer :

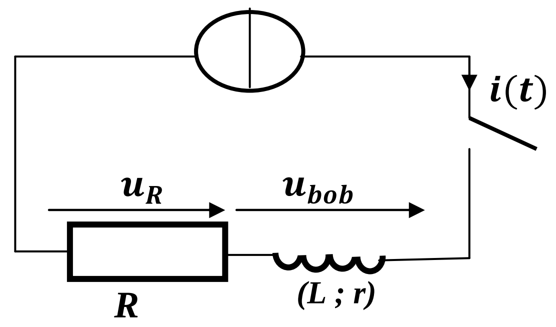


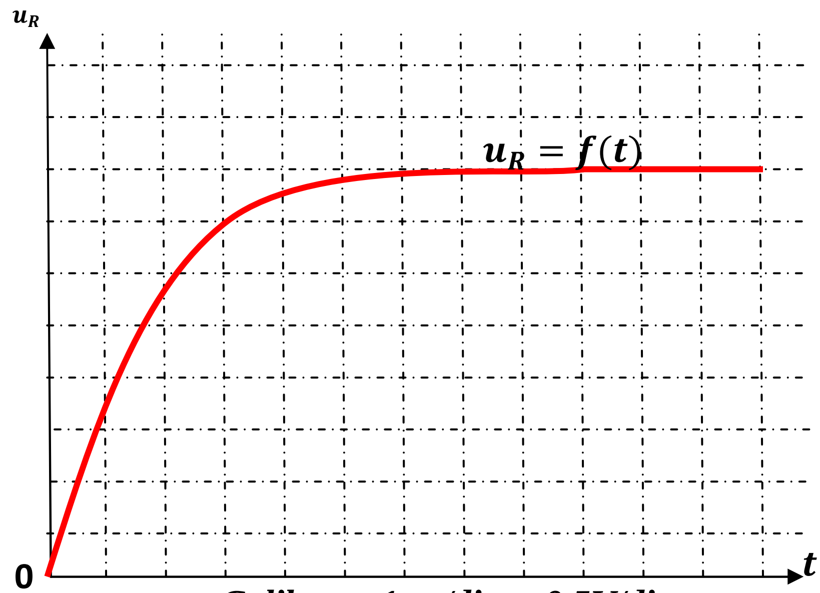

1. La force électromotrice d'induction.
2. L'intensité du courant induit.
3. La force électromagnétique qui s'oppose au déplacement de $DE$.
4. Le travail produit dans ce déplacement.
5. La quantité d'électricité induite $l = 50cm$.

Résistance des fils $r = 1\Omega/m$ ; $B = 0,1T$ ;
$v = \sqrt{2}m/s$.

## Exercice 4 :

On étudie l'établissement du courant $i$ dans un circuit série comportant une bobine d'inductance $L$ inconnue et de résistance $r = 11,0\Omega$ et un conducteur ohmique de résistance $R = 100,0\Omega$. On ferme à $t = 0$ l'interrupteur $K$ qui met en relation ce circuit avec un générateur de tension de $f.é.m. E = 4,5V$. Un dispositif a permis d'enregistre l'évolution $u_R = f(t)$ de la tension aux bornes de $R$ dès la fermeture de $K$ pendant les dix premières millièmes de secondes.




*Calibres : 1ms/div et 0,5V/div*

A. Etude du régime permanent

1.

a) Peut – on effectuer avec un oscilloscope ordinaire, l'observation du phénomène ? Pourquoi ? Proposer une méthode possible d'acquisition de cette courbe.

b) Expliquer qualitativement la courbe $u_R = f(t)$ en faisant référence au phénomène physique qui se manifeste dans la bobine.

c) Par examen de la courbe obtenue, déterminer :

- Au bout de quelle durée approximative le régime permanent obtenu est atteint.
- La valeur $I_0$ l'intensité en régime permanent.

2. Quand le régime permanent s'établi, exprimer :

a) Les tensions $u_R$ et $u_{bob}$ en fonction de $r$, $R$ et $E$.

b) Le rapport $u_R/u_{bob}$ en fonction $r$ et $R$ et en déduire $u_{bob}$.

B. Etude du régime transitoire

Dans cette partie on désire déterminer par deux méthodes, la valeur de l'inductance $L$ de la bobine.

1.

a) Etablir l'équation différentielle du premier ordre qui lie $i$ et sa dérivée par rapport au temps aux paramètres électriques du circuit.

b) L'intensité instantanée $i(t)$ du courant qui s'établit dans la bobine évolue selon la loi : $i(t) = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$.

Etablir l'expression de$\tau$, constante de temps du dipôle $RL$.

c) Déterminer expérimentalement sur la courbe $u_R = f(t)$ le temps de montée $t_m$ pour que $i$ passe de 10% à 90% de sa valeur finale.

d) Sachant que $t_m = 2{,}2\tau$, en déduire la valeur de $\tau$ de l'inductance $L$ de la bobine.

2.

a) A l'instant $t = \tau$, calculer l'intensité $i$ du courant et de la tension $u_R$. Déduire graphiquement la valeur de $\tau$.

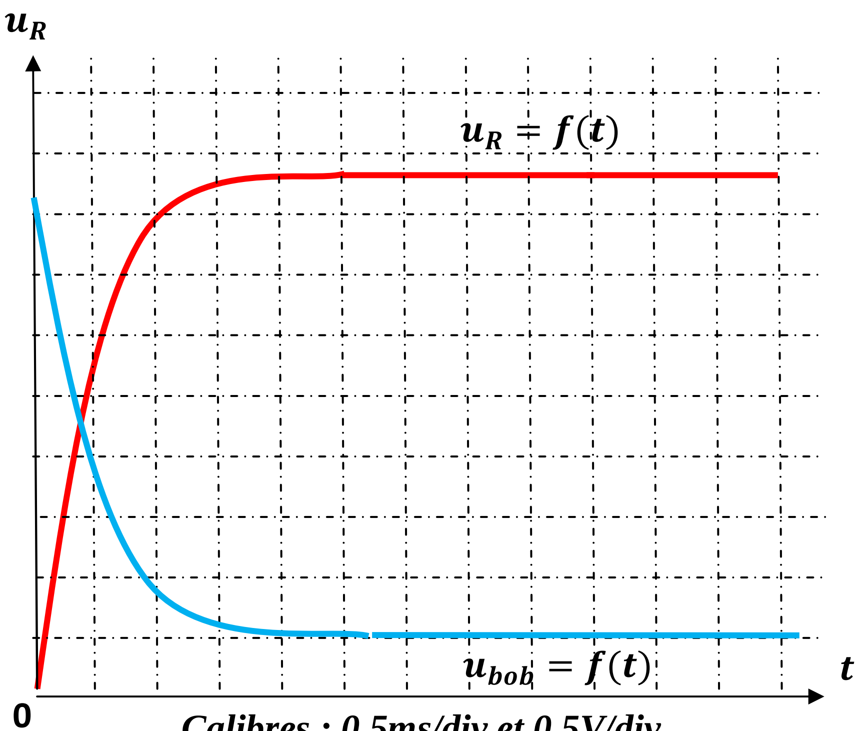
b) Calculer la valeur de $L$ que l'on obtient par la mesure de $\tau$.

Conclure sur les deux méthodes de calcul de $L$.

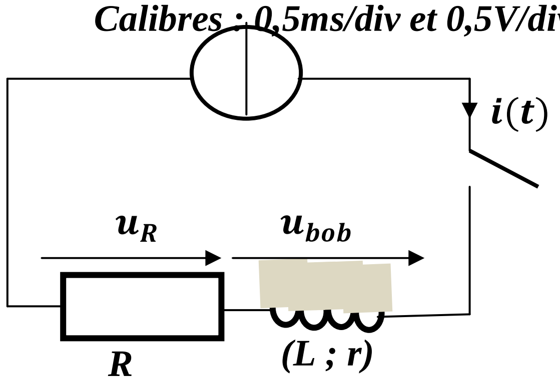
## Exercice 5 :

Un dipôle $RL$ est soumis à $t = 0$ à un échelon de tension de niveau $E = 4{,}85V$. On enregistre l'évolution des tensions aux bornes de la bobine $u_B$et du conducteur ohmique $u_R$dès la fermeture de l'interrupteur. La bobine a pour inductance$L$et pour résistance $r$.

Le constructeur indique : $L = 11mH$et $r = 2{,}5\Omega$. A l'ohmmètre, on constate que $R = 22\Omega$ et que $r$ est comprise entre 2 et 3Ω. On veut vérifier si l'expérience permet d'attribuer à la bobine des valeurs $L$ et $r$ en accord avec celles des données par le constructeur.




*Calibres : 0,5ms/div et 0,5V/div*




1.

a) Expliquer qualitativement la courbe $u_R = f(t)$ en faisant référence au phénomène physique qui se manifeste dans la bobine.

b) Par examen de l'enregistrement obtenu, déterminer au bout de quelle durée approximative le régime permanent obtenu est atteint.

2. Etude du régime permanent

Quand le régime permanent est établi, exprimer :

a) Les tensions $U_R$ et $U_B$ en fonction de $r$, $R$ et $E$.

b) Le rapport $U_R/U_B$ en fonction $r$ et $R$.

c) En relevant sur l'enregistrement les niveaux de ces tensions, quelle serait la valeur obtenue pour $r$, en considérant que $R = 22\Omega$.

3. Etude du régime transitoire
   a) Etablir l'équation différentielle du premier ordre qui lie $i$ et sa dérivée aux paramètres électriques du circuit.
   b) L'intensité instantanée $i(t)$ du courant qui s'établit dans la bobine évolue selon la loi : $i(t) = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$.

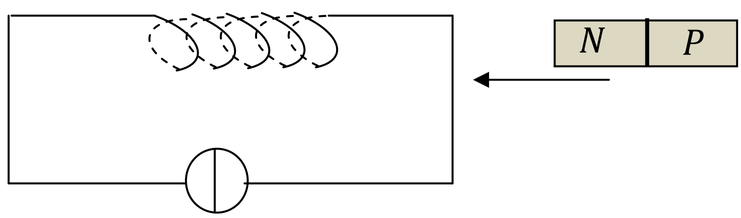
Etablir l'expression $\tau$, constante de temps du dipôle $RL$.

   c) A l'instant $t = \tau$, calculer l'intensité $i$ du courant et de la tension $u_R$. Déduire graphiquement la valeur de $\tau$.
   d) Calculer la valeur de $L$ que l'on obtient par la mesure de $\tau$. Conclure.

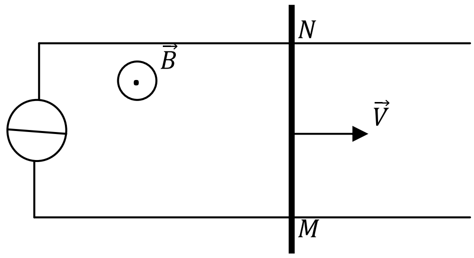
## Exercice 6 :

1. Définir : Induction électromagnétique ; Flux magnétique ; Oscillateur mécanique ; Pendule élastique.
2. Donner l'expression :
   - De la $f.é.m.$ d'auto – induction d'une bobine.
   - De l'énergie emmagasinée dans une self.
   - De l'énergie mécanique d'une pendule élastique
   - De la tension aux bornes d'un circuit $RLC$ série.
3. 
   a) En utilisant la loi de Lenz, trouver le sens du courant induit dans les circuits suivants :

   i.)

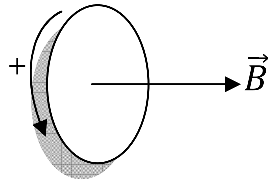


ii.)



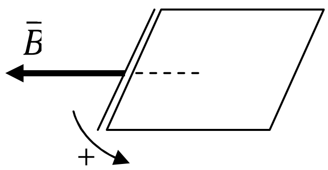

b) Calculer le flux magnétique dans chacun des cas suivants :

i.)




Rayon : $R = 20cm$
$N = 500spires$
$B = 0,01T$

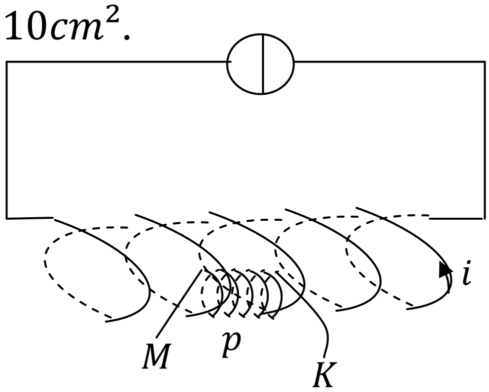
ii.)

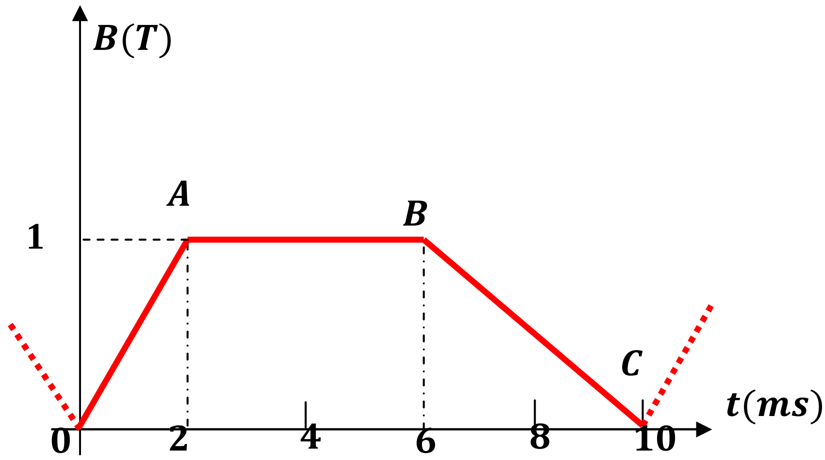



Carré de côté $a = 10cm$
$N = 100spires$
$B = 0,01T$

## Exercice 7 :

On négligera dans ce problème l'action du champ magnétique terrestre. Un circuit $(c)$ comprend un générateur $G$ et un solénoïde comprenant $n = 2000spires$ par mètre. A l'intérieur du solénoïde se trouve une bobine plate $P$, de même axe que le solénoïde et de bornes $K$ et $M$. Cette bobine $p$ est formée de $N = 300spires$, chacune ayant une surface $S = 10cm^2$.






1. Le générateur $G$ fait circuler dans le circuit un courant d'intensité $0{,}3A$.

a) Sur un système clair, représenter le vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde. Justifier le sens de ce vecteur et calculer sa norme.

b) On ouvre le circuit du solénoïde. Expliquer pourquoi il apparaît une différence de potentielle $U_{KM}$ entre les bornes $K$ et $M$ de la bobine $P$. Le courant dans le solénoïde s'annulant en $10^{-3}s$, calculer la valeur moyenne $U_{KM}$.

2. Le générateur $G$ fourni maintenant une intensité $i$ qui varie de façon que $B$ varie comme l'indique la courbe ci – dessous.

Calculer les valeurs prises par la force électromotrice induite dans la bobine $P$ et représenter le graphe de la force électromotrice induite.

## Exercice 8 :

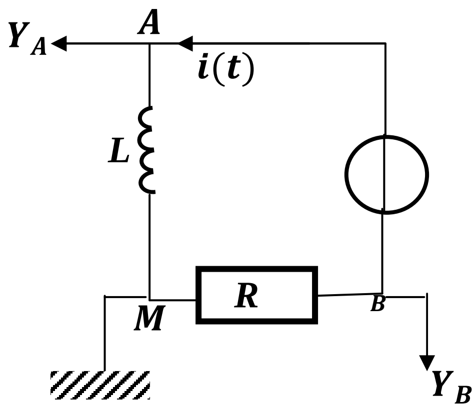
Un circuit comporte, branchés en série, un générateur de $f.é.m. e_0$ et de résistance interne $r$, une bobine d'inductance $L$ et de résistance $r'$, une résistance $R$.

1. Exprimer les tensions $U_{AB}$, $U_{AC}$ et $U_{CD}$ en fonction de l'intensité $i$ et des caractéristiques de chaque dipôle.

2. En déduire l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant lors de l'ouverture ou lors de la fermeture de l'interrupteur $K$. Examiner ce que devient cette équation en régime permanent, c'est – à – dire lorsque $i = I_0$.

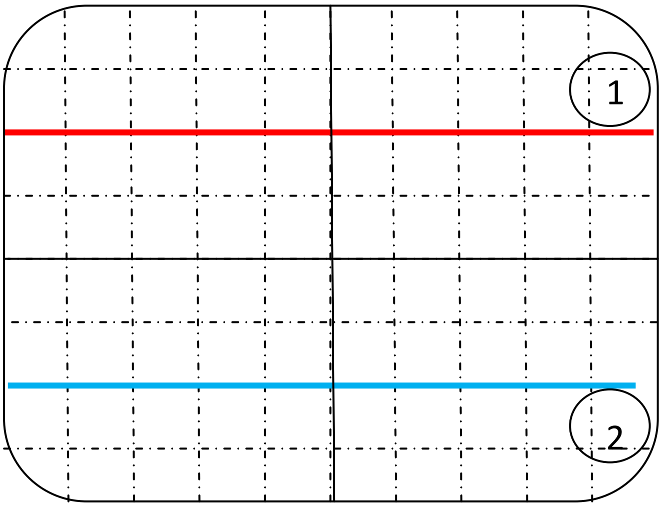
## Exercice 9 :

On dispose d'un générateur de signaux basses fréquences délivrant une tension alternative triangulaire symétrique. On associe ce générateur$G$, dont la masse est isolée de la terre, en série avec une bobine d'inductance $L$, de résistance négligeable et un conducteur ohmique de résistance $R = 2000\Omega$. On relie la masse d'un oscilloscope bicourbe au point $M$, la voie $Y_A$ au point $A$, la voie $Y_B$ au point $B$. La masse de l'oscilloscope est, par sécurité, reliée à la terre.




1. Est – il indispensable d'isoler, dans ce cas, la masse du générateur de la terre ? Justifier la réponse.
2. 
   a) Quelle est la grandeur électrique observée sur la voie $Y_A$ ?

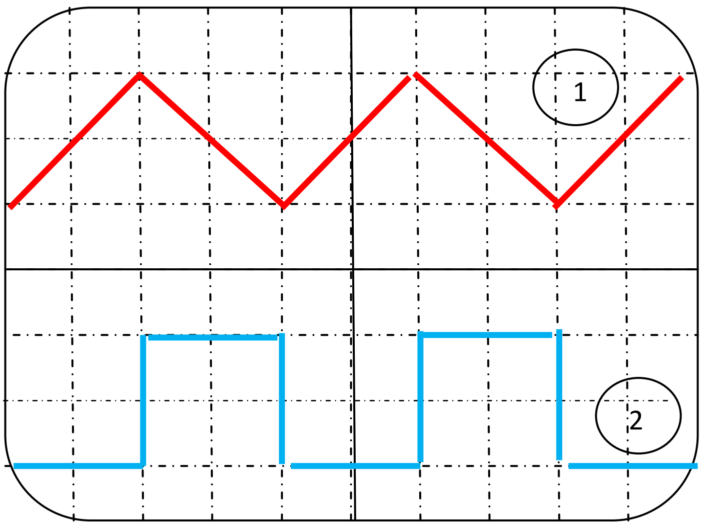
Quelle est celle observée sur la voie $Y_B$ ?
Reproduire le schéma électrique du circuit et représenter les deux grandeurs électriques précédentes.




b) Les réglages de l'oscilloscope sont les suivants :

- Sensibilité verticale voie $Y_A$: $^{200mV}/_{division}$ ;
- Sensibilité verticale voie$Y_B$: $^{5V}/_{division}$ ;
- Durée de balayage horizontal : 1 $^{ms}/_{division}$.

Après avoir réglé les niveaux zéros des deux voies les oscillogrammes obtenus sont représentés dans la figure ci – dessous (confère figure ci - contre). Quelle est la fréquence de la tension délivrée par le générateur ?



3.

a) Ecrire la relation entre la tension $u_{AM}$ aux bornes de la bobine, l'inductance $L$ et l'intensité instantanée $i$ circulant dans le circuit.

b) Etablir la relation $u_{AM} = -\frac{L}{R}.\frac{du_{BM}}{dt}$, où $u_{AM}$ et $u_{BM}$ sont respectivement les tensions aux bornes de la bobine et du conducteur ohmique.

c) Des deux oscillogrammes notés 1 et 2, retrouver celui correspondant à la voie $Y_B$.

4. En utilisant les réglages de l'oscilloscope :
   a) Déterminer les valeurs extrêmes de la tension$u_{AM}$ aux bornes de la bobine.
   b) A partir de la première demi – période des oscillogrammes de la figure 3, calculer $\frac{du_{BM}}{dt}$.

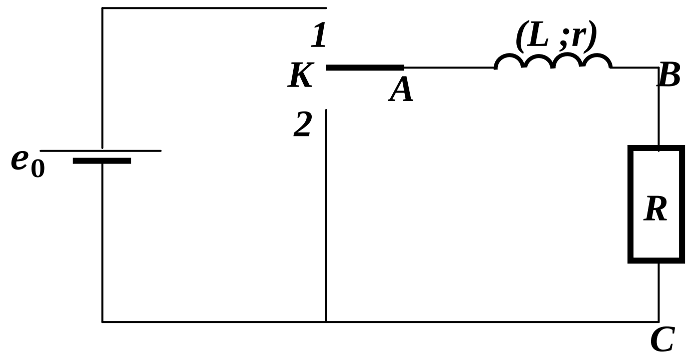
5.
   a) Déduire des questions 3. et 4. la valeur numérique du rapport $\frac{L}{R}$.
   b) Justifier que cette grandeur est bien de même dimension qu'une durée.
   c) En déduire la valeur de l'inductance $L$.

## Exercice 10 :

Un solénoïde de $50cm$ de long et $8cm$ de diamètre est considéré comme infiniment long ; il comporte $2000spires$ par mètre.

1. Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde quand est parcouru par un courant et préciser le sens du courant.
2. Etablir l'expression littérale du flux propre $\phi_{\varphi}$ de ce solénoïde en admettant que les caractéristiques précédentes sont valables dans tout l'espace intérieur.
3. En déduire les expressions littérale et numérique de son auto – inductance $L$.

4. On réalise avec ce solénoïde le montage suivant. La résistance interne du générateur est négligeable. On donne : $e_0 = 9V$ ; $r = 8\Omega$ ; $R = 10\Omega$.




a) L'interrupteur $K$ est dans la position 1.

Déterminer l'intensité $I_0$ du courant dans le circuit en régime permanent.

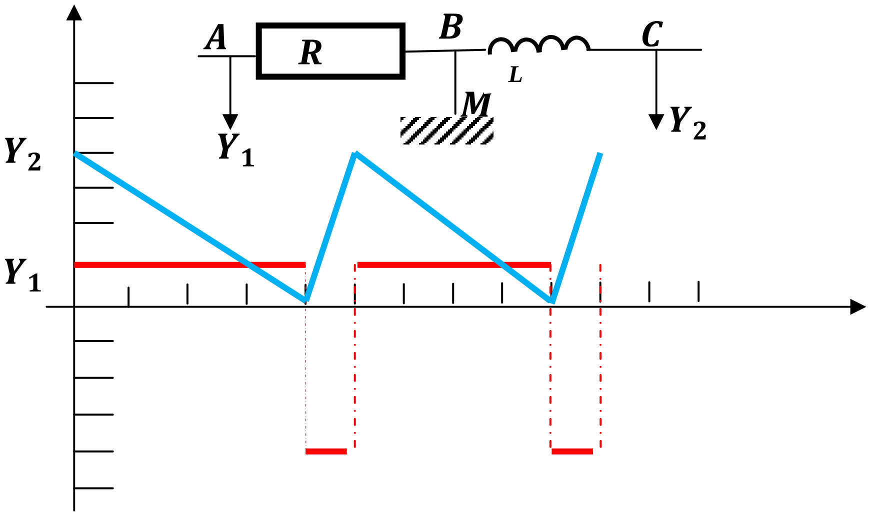
b) A l'instant $t = 0$ (en un temps négligeable), l'interrupteur passe de la position 1 à la position 2.

- Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i$ du courant dans le circuit.
- Montrer que l'intensité du courant est donnée en fonction du temps par la relation : $i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = \frac{L}{R+r}$ (constante de temps).

5. Soit $U_R$ la tension aux bornes du dipôle $(B, C)$. On désigne respectivement par $t_1$ et $t_2$, les temps au bout desquels $U_R$ atteint 90% et 10% de sa valeur maximale.
   a) Exprimer $t_d = t_2 - t_1$ en fonction de $\tau$.
   b) La représentation graphique de $U_R$ en fonction de temps $t$ nous donne $t_d = 1{,}6ms$. En déduire la valeur de $\tau$.

## Exercice 11 :

Un résistor de résistance $R = 100\Omega$ est monté en série avec une bobine de résistance négligeable et d'auto – inductance $L$. Aux bornes $A$ et $C$ de ce dipôle, on établit une tension en dents de scie. Les tensions $U_{AB}$ et $U_{CB}$ sont appliquées aux bornes d'un oscillographe bicourbe. En absence de tension les deux traces confondues sur la ligne horizontale au milieu de l'écran.




On obtient sur l'écran deux courbes. La base de temps est réglée sur $10ms\ par\ division$. La sensibilité verticale est :

- $1volt/_{division}$ pour la voie 1.
- $12{,}5millivolts/_{division}$ pour la voie 2.

1. Représenter les variations de l'intensité du courant traversant la résistance, en fonction du temps.

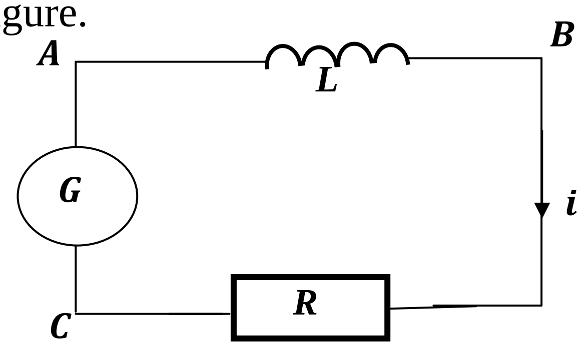
Echelles : $axe\ (x'Ox)$ : $10ms\ par\ cm$ ;
$axe\ (y'Oy)$: $10^{-2}A\ par\ cm$.

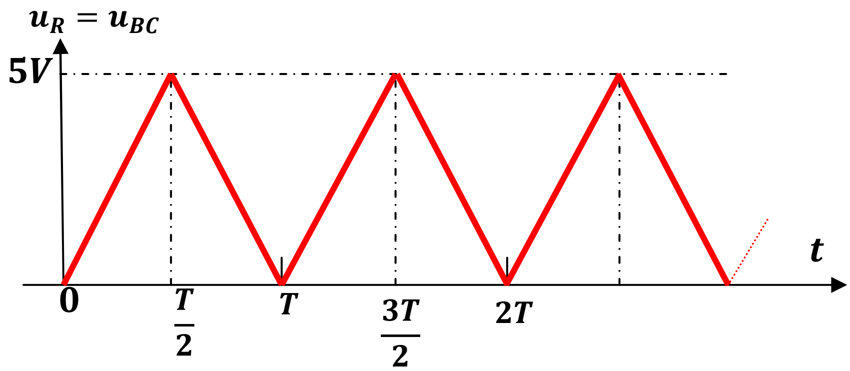
2. La tension relevée aux bornes de la bobine est rectangulaire. Pourquoi ? Expliquer précisément pourquoi les deux créneaux observés ne sont pas de même hauteur.

3. Calculer l'auto – inductance $L$ de la bobine.

## Exercice 12 :

Un conducteur ohmique, de résistance $R = 100\Omega$, et une bobine, l'auto – inductance $L = 1H$ et de résistance négligeable, sont alimentés en série par un générateur $G$. Sur l'écran d'un oscillographe, on observe les variations au cours du temps de la tension instantanée $U_R = U_{BC}$ aux bornes du conducteur ohmique. Cette tension est périodique de période $T = 2.10^{-2}s$. Le choix de l'origine des temps est précisé sur la figure.



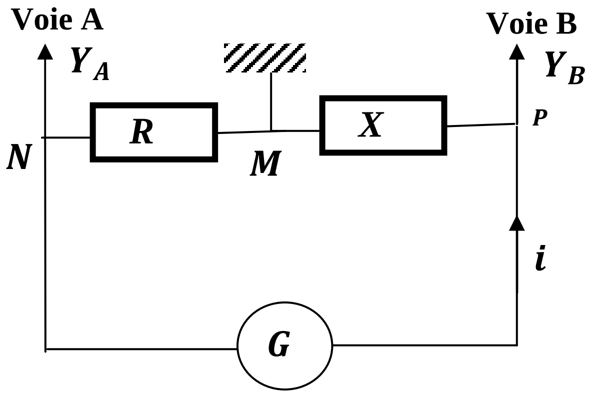




Soit $i$l'intensité instantanée du courant qui traverse le conducteur ohmique de $B$ vers $C$. Représenter sur un graphe, tracer sur un papier millimétré, les variations de $i$ dans le circuit en fonction de $t$ pour deux périodes. Echelles : $1cm$ pour $4ms$ ; $1cm$ pour $10mA$.

Exprimer $i$ en fonction de $t$ pour variant entre 0 et $10ms$ puis $t$ variant entre 10 et $20ms$.

1. Représenter sur un deuxième graphique les variations de la tension instantanée $U_L = U_{AB}$ aux bornes de la bobine de $t$ pour deux périodes. On justifiera la construction. Echelles : $1cm$ pour $4ms$ ; $1cm$ pour $1V$. Ces deux représentations graphiques seront faites sur la même feuille de papier millimétré.

## Exercice 13 :

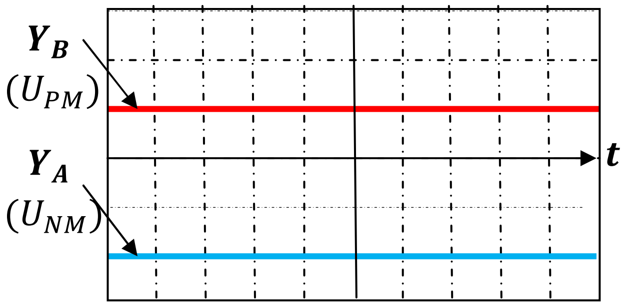



Un circuit électrique montés en série comporte :

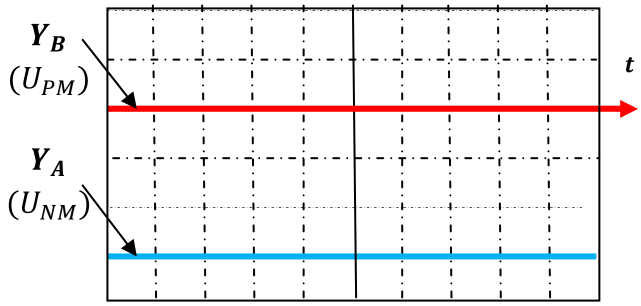
- Un générateur $G$,
- Un résistor de résistance $R$,
- Un dipôle $X$.

Les natures du générateur $G$ et du dipôle $X$ seront précisées à chaque question. Un oscillographe bicourbe, branché comme l'indique le schéma, permet d'observer sur la voie $A$ la tension $U_{NM}$ aux bornes du résistor et sur la voie $B$ la tension $U_{PM}$ aux bornes du dipôle $X$. Réglages de l'oscillographe : base de temps $0{,}2ms/cm$ ; sensibilité verticale de la voie $A$ et de la voie $B$ : $1volt$ par $cm$. (1 division sur l'oscillographe représente $1cm$).

1. $G$ est un générateur $G_1$ de tension constante. $X$ est un résistor de résistance $R_1 = 50\Omega$. On observe l'oscillogramme $n°1$.




*Oscillogramme 1*




*Oscillogramme 2*

a) Exprimer $U_{NM}$ et $U_{PM}$ en fonction de $i$.
b) Préciser si le pôle positif de $G_1$est relié au point $P$ ou au point $N$.
c) Calculer la valeur de $R$.

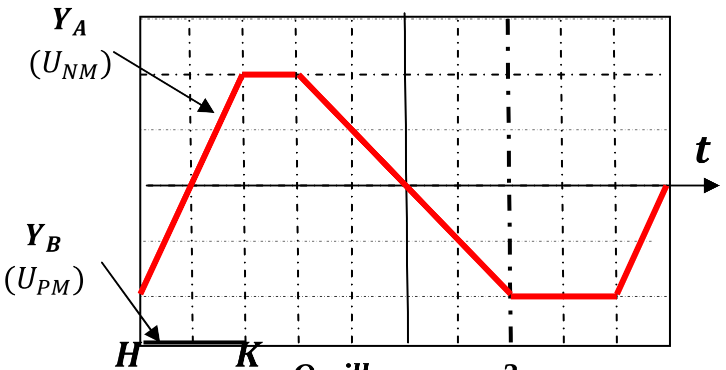
2. $G$ est toujours le générateur $G_1$ de tension constante. $X$ est maintenant une bobine $B$ d'auto – inductance $L$ et de résistance $R_2$ inconnues. Quand le régime stationnaire est établi, on observe l'oscillogramme $n$°2.

a) Ecrire l'expression de $U_{PM}$ en fonction de $i$.
b) Pourquoi peut – on affirmer que la résistance $R_2$ de la bobine est négligeable ?

3. $G$ est maintenant un générateur $G_2$ délivrant une tension variable de période $T$. $X$ est toujours la bobine $B$ étudiée à la question 2. On observe l'oscillogramme $n$°3. (Attention : seule la partie $HK$ de la trace correspondant à la voie $B$ qui visualise la tension aux bornes $U_{PM}$ a été représentée. Vous aurez à compléter cet oscillogramme.)

a) Déterminer la valeur de $L$.

b) Compléter l'oscillogramme de la voie $B$.

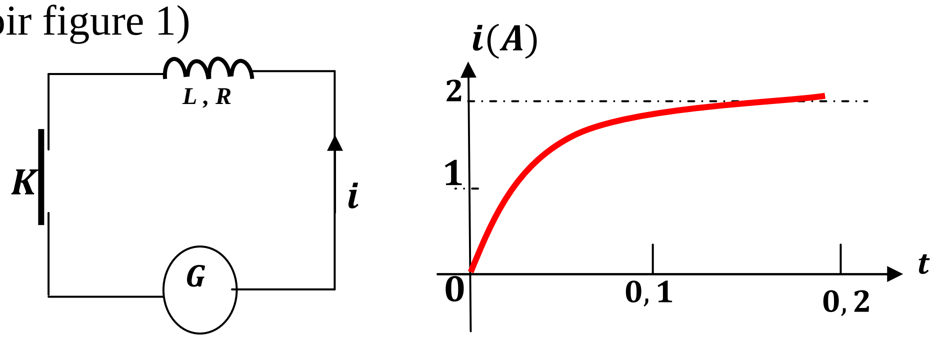



Oscillogramme 3

## Exercice 14 :

Un circuit se compose d'un générateur de $f.é.m. E = 20V$ et de résistance intérieure négligeable, d'un interrupteur et d'une bobine de résistance $R$ et d'auto – inductance $L$.

(Voir figure 1)




On ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$ et on enregistre à l'oscillographe la représentation graphique de la fonction $f: t \longmapsto i = f(t)$, où $t$ est la durée comptée à partir de la fermeture du circuit et $i$ l'intensité du courant (Voir figure 2). Cette courbe présente, à l'instant $t = 0$, une tangente dont le coefficient directeur est 40 dans les unités $S.I.$ Au bout du temps $t = 0{,}2s$, on peut considérer que le courant est établi, son intensité étant constante et égale à $2A$.

a) A l'aide de la représentation graphique, préciser comment varie qualitativement la $f.é.m.$ d'auto – induction $e$.

b) Déterminer, à l'instant de la fermeture, lorsque l'intensité est encore pratiquement nulle, la valeur de la $f.é.m.$ d'auto – induction $e$. En déduire l'auto – inductance $L$ de la bobine.

c) Quelle est la valeur de la $f.é.m.$ d'auto – induction lorsque $t > 0,2s$ ? en déduire la résistance de la bobine.

# MOUVEMENT DE PARTICULE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE

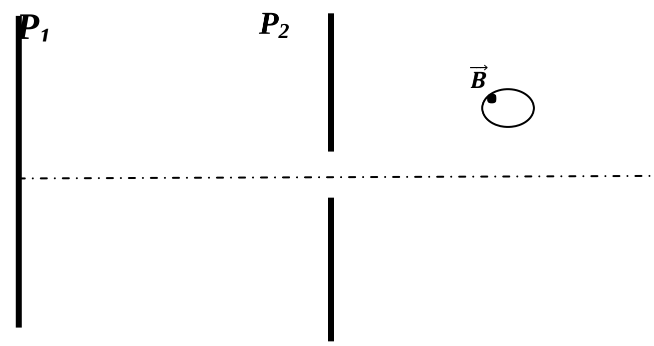
## Exercice 1 :

*NB : Ce problème comporte deux parties indépendantes.*

Partie 1 :

1. Un électron est accéléré dans le vide par une tension $U = 1000V$ s'exerçant entre deux plaques $P_1$ et $P_2$ distantes de $50cm$. Il est émis en $P_1$ avec une vitesse négligeable et arrive en $P_2$ avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$. Il pénètre alors dans le domaine où règne un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme orthogonal à $\overrightarrow{v_0}$ comme l'indique la figure suivante :

On donne la masse de l'électron $M_E = 9{,}10.10^{-31}Kg$ ;
la charge élémentaire$e = 1{,}6.10^{-19}c$ ; $B = 2.10^{-3}T$.




a) Calculer $v_0$.

b) Quelles sont les caractéristiques du champ électrique $\vec{E}$ existant entre $P_1$ et $P_2$ ? (Représenter $\vec{E}$).

c) Quelles sont les caractéristiques de la force$\vec{F}$ qui entraîne l'électron vers $P_2$ ? (Représenter $\vec{F}$).

2.

a) Donner les caractéristiques de la force de Lorentz s'exerçant sur l'électron en question.

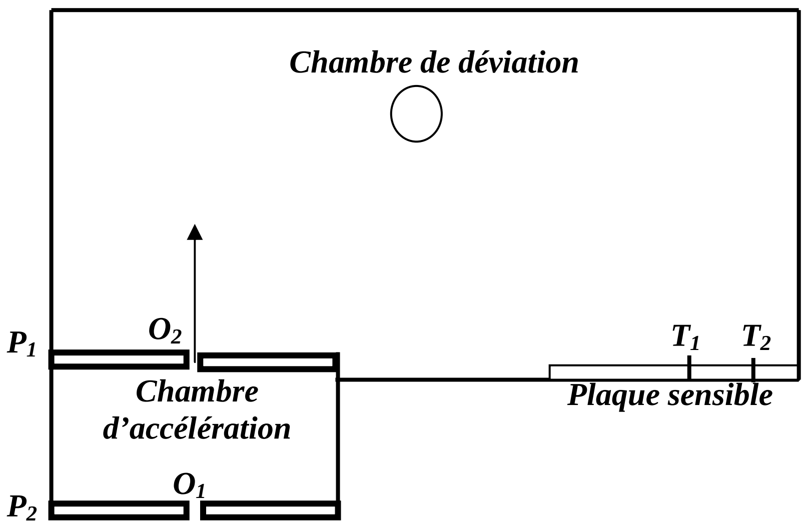
b) Montrer que le mouvement de l'électron dans le champ $\vec{B}$ est circulaire uniforme, puis tracer sa trajectoire après avoir calculé le rayon correspondant.

3. Le particule sort du champ $\vec{B}$ et va heurter un écran placé à un distance $d = 48cm$ du point de sortie du champ $\vec{B}$ dont la largeur est $l = 2cm$.

Calculer la déviation et la déflexion correspondante.

## Exercice 2 :

On introduit dans un spectrographe de masse des ions potassiums $^{A_1}_{19}K^+$ et $^{A_2}_{19}K^+$ ($A_1$ et $A_2$ désignent les nombres de masse) de même charge $q$ et de masses respectives $m_1$et $m_2$. En $O_1$, la vitesse des ions est pratiquement nulle ; ils sont accélérés par la tension $U$ établie entre les plaques $P_1$ et $P_2$.




1. Représenter sur un schéma le champ électrique $\vec{E}$ régnant entre les plaques $P_1$et $P_2$. Préciser le signe de $U = V_{P_1} - V_{P_2}$. Exprimer les vitesses $V_1$ et $V_2$ en fonction de $q$, $U$ et des masses respectives $m_1$ et $m_2$.

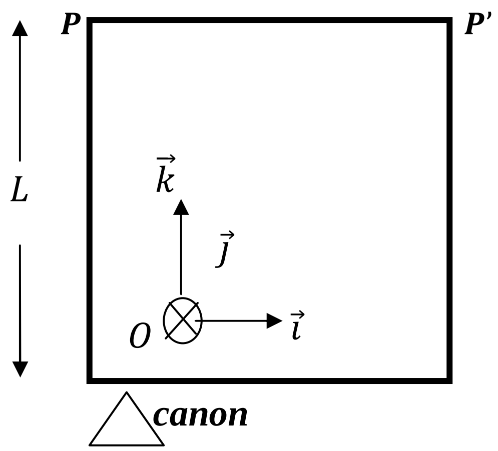
2. Les ions pénètrent ensuite dans une chambre de déviation où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ orthogonal au plan de figure.
   a) Quel doit être le sens de $\vec{B}$ pour que les ions soient déviés vers la plaque sensible ?
   b) Montrer que le mouvement des ions est circulaire uniforme et exprimer littéralement les rayons $R_1$ et $R_2$ de leurs trajectoires en fonction de $U$, $q$, $B$ et de leurs masses respectives $m_1$ et $m_2$.
3. Deux tâches $T_1$ et $T_2$ se forment sur la plaque sensible.

En admettant que le rapport des masses des ions est égal au rapport des nombres de masse. Calculer la valeur de $A_2$ sachant que : $A_1 = 39$ ; $O_2T_1 = 102{,}9cm$ ; $O_2T_2 = 106{,}8cm$. La tâche $T_1$ correspond aux ions de masse $m_1$.

## Exercice 3 :

Dans un tube où règne le vide, on dispose un canon émettant en un point $O$ un pinceau homocinétique d'électrons de vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\vec{k}$ . Pour visualiser la trajectoire des électrons un écran fluorescent est placée dans le plan $(o, \vec{\imath}, \vec{k})$.

1. A l'intérieur des deux plaques $P$et $P'$, de longueur $L$, on crée un champ électrostatiques uniforme $\vec{E}$ tel que la trajectoire des électrons passe par le point $A(L, O, L)$.



a) Préciser la direction et le sens de $\vec{E}$.

b) En prenant pour origine des dates, celle de l'émission des électrons en $O$, établir les lois horaires du mouvement des électrons entre $O$ et $A$.

c) Etablir la relation donnant la charge massique $\frac{e}{m}$ de l'électron en fonction de $v_0$, $E$ et $L$.

2. Dans une deuxième expérience, on remplace le champ électrostatiques par un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ tel que la trajectoire des électrons émis avec la vitesse $\overrightarrow{v_0}$ soit un quart de cercle dans le plan de l'écran et passant par $A$.

a) Préciser la direction et le sens de $\vec{B}$.
b) Montrer que le mouvement est uniforme.
c) Donner l'équation cartésienne de la trajectoire des électrons.
d) Etablir la relation donnant la charge massique $\frac{e}{m}$ de l'électron en fonction de $v_0$, $B$ et $L$.

3. A l'aide des deux expériences suivantes, déterminer la vitesse $v_0$ d'émission des électrons ainsi que leur charge massique.

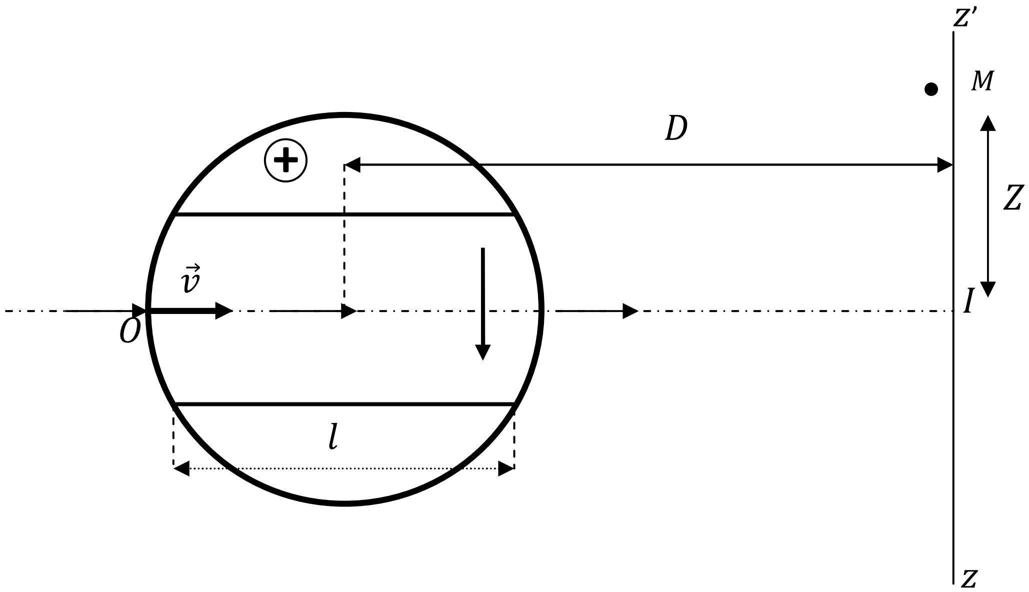
Données : $L = 4cm$ ; $E = 4.10^4 V.m^{-1}$ ; $B = 1,69.10^{-3} T$.

4. Le champ $\vec{B}$ ayant les mêmes caractéristiques, déterminer les caractéristiques du champ $\vec{E}$qu'il faut superposer à $\vec{B}$ pour que le mouvement des électrons soit rectiligne.

## Exercice 4 :

Dans un tube où règne le vide poussé, des électrons initialement au repos sont accélérés sous la $d.d.p.U$ puis soumis à l'action d'un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et perpendiculaire à la vitesse $\vec{v}$ acquise à la fin de la phase d'accélération.

1. Faire un schéma montrant les plaques accélératrices, le vecteur champ magnétique et la trajectoire des électrons.



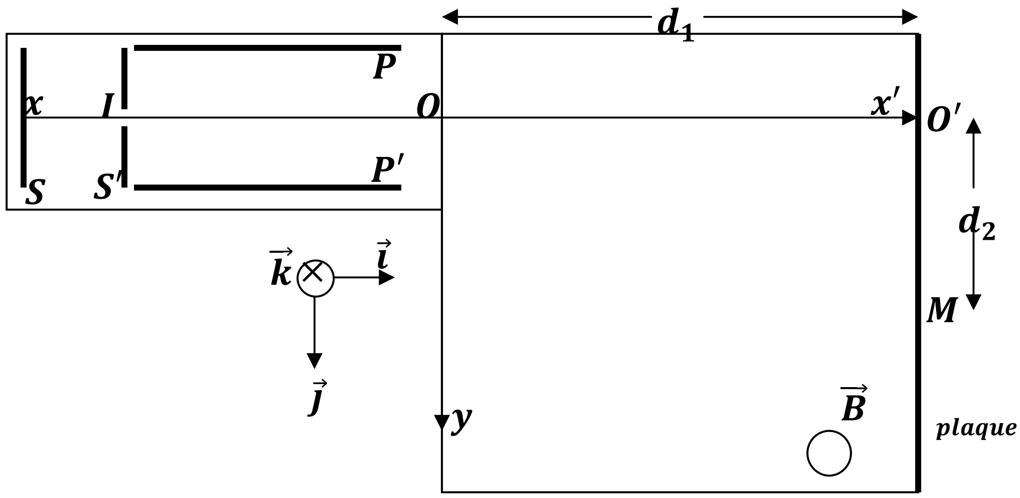

2. On fait agir simultanément les deux champs $\vec{E}$et $\vec{B}$. Quelle condition faut – il réaliser pour que la trajectoire des électrons soit la droite $(OI)$ ?

3. Sur le même faisceau d'électrons, on fait agir uniquement le champ électrique $\vec{E}$. L'impact des électrons se fait alors en $M$ tel que $IM = Z$ sur l'écran fluorescent. Cet écran est à la distance $D$ du niveau des armatures dont la longueur est $l$.
Montrer qu'on peut déduire de cette expérience le rapport $e/m$ de la charge $e$ de l'électron à sa masse $m$ (charge massique de l'électron).
Données : $E = 10^4 V.m^{-1}$ ; $B = 10^{-3} T$ ; $l = 3cm$ ; $D = 20cm$ ;
$Z = 10{,}6cm$.

4. On fait maintenant agir uniquement le champ magnétique $\vec{B}$ sur le même faisceau d'électrons. Quelle est la position du point d'impact des électrons sur l'écran fluorescent ?

## Exercice 5 :

Des particules chargées identiques, de masse $m$ et de charge $q$ sont émises par une source $S$ dans une chambre d'ionisation avec une vitesse nulle ; elles sont ensuite accélérées par la tension $U_S$, puis passe par la suite dans un sélecteur de vitesse constitué d'un champ électrique $\vec{E}$ vertical produit par les plaques $P$ et $P'$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$ horizontal et de sens contraire que le vecteur unitaire $\vec{k}$.




1. Préciser le sens du champ électrique et son intensité en fonction de la vitesse $v$ et de $\vec{B}$ pour que les particules pénètrent en $I$ dans le sélecteur avec une vitesse $v$ colinéaire à $(xx')$ ne soient pas déviées et sortent par $O$.
2. A la sortie des champs croisés $\vec{E}$ et $\vec{B}$, les particules arrivent dans une région où existe un autre champ magnétique $\overrightarrow{B'}$ parallèle à $\vec{B}$. Le faisceau de particules dévie ensuite vers les coordonnées positives et frappe la plaque photographique en un point $M$ tel que $O'M = d_2$, la plaque étant située à la distance $d_1$ de $O$.
   a) Montrer que le mouvement des particules entre $O$ et $M$ est circulaire et uniforme.
   b) Déterminer dans le repère indiqué, les coordonnées du centre Ω, du cercle décrit, en fonction de $R$.
   c) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire en fonction de $R$ puis en déduire une expression de $R$ en fonction de $d_1$ et $d_2$.
3.

a) Montrer que la charge massique est : $\frac{|q|}{m} = \frac{E}{RBB\prime}$.

b) Sachant que les particules sont es noyaux d'hélium, de charge $q = 3{,}2.10^{-19}C$ et de masse $m = 6{,}67.10^{-27}kg$, déterminer le sens du champ $\vec{B}$ ainsi que son intensité.

4. En réalité $S$ produit d'autres particules isotopes aux premières et de masse $m'$.

a) Montrer que ces dernières arrivent en $O$ avec une vitesse $v'$ différente de $v$. Exprimer $v'$ en fonction de $v$, $m$ et $m'$.

b) On réalise les réglages des valeurs de $E/B$ permettant successivement le passage en $O$ des deux espèces d'ions. En déduire l'expression du rayon $R'$ de la trajectoire des particules $m'$ dans la région où règne $\overrightarrow{B'}$ en fonction des données de l'exercice.

c) Calculer alors la distance entre les deux points d'impact sur la plaque photographique.

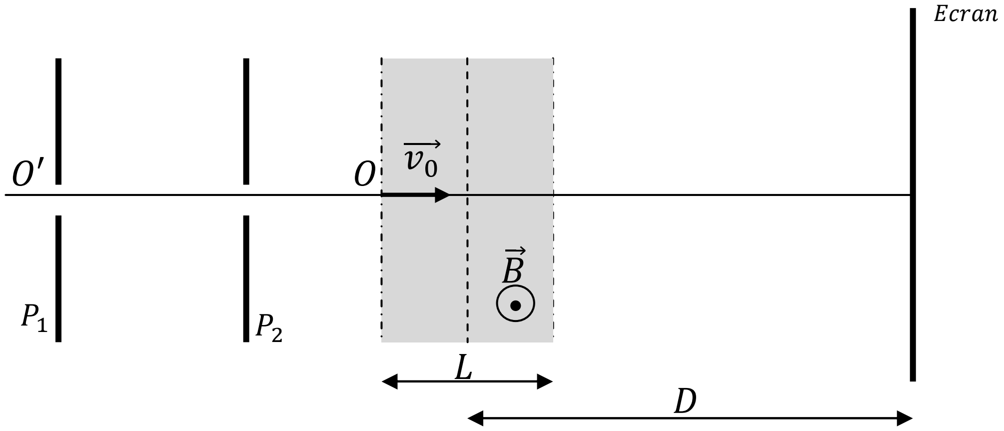
Données : $d_1 = 0{,}2m$ ; $d_2 = 0{,}5m$ ; $E = 5.10^6 V.m^{-1}$ ; $B = 0{,}6T$ ; $m' = 5{,}01.10^{-27}kg$.

## Exercice 6 :

Un faisceau de protons est émis sans vitesse initiale en $O$, puis sont accélérés entre les plaques $P_1$ et $P_2$ d'un condensateur ; ils pénètrent en $O$ avec une vitesse horizontale $\overrightarrow{v_0}$ dans un champ magnétique $\vec{B}$, orthogonal au plan de la figure. Le champ $\vec{B}$ n'existe que sur une zone de longueur $L$.

1. Calculer la tension accélératrice $U = U_{P_2P_1}$ entre les plaques $P_1$et $P_2$.

On donne : $v_0 = 10^7 m/s$ ; $m_p = 1{,}66.10^{-27}kg$ ; $e = 1{,}6.10^{-19}C$.

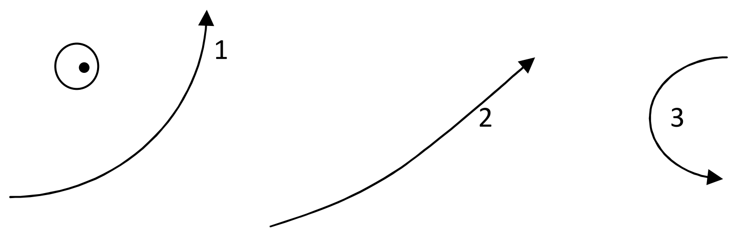



2. Etudier la nature du mouvement d'un proton dans un champ magnétique et calculer la grandeur caractéristique de la trajectoire, sachant que $B = 10^{-3}T$.
3. Un écran $E$, placé à une distance $D = 50cm$ de $O$, reçoit le faisceau de protons. Calculer la déviation sur l'écran du faisceau de protons provoquer par le champ magnétique sachant que la longueur $L = 1cm$ est très inférieure à $D$. Faire une représentation.
4. Dans l'espace de longueur $L = 1cm$, on fait agir simultanément le champ magnétique précédent et un champ électrostatique $\vec{E}$ afin de ne plus observer de déviation sur l'écran.

Calculer l'intensité du champ électrique ; représenter sur un schéma les vecteurs $\vec{E}$, $\vec{B}$ et les forces appliquées aux protons.

## Exercice 7 :

Dans une chambre à bulles, on a observé 3 trajectoires.



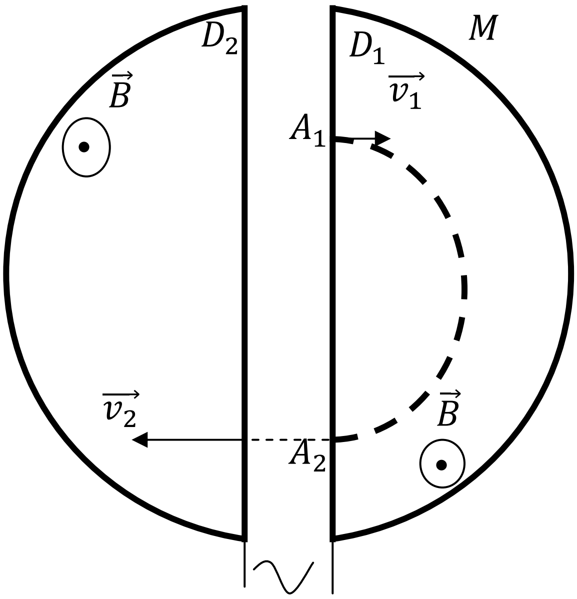

1. Déterminer la charge de chaque particule.

2. Les particules ont des charges de même valeur absolue. Classer les particules suivant la norme de leur quantité de mouvement.
3. Les particules ont en outre la même vitesse. Classer leur masse par ordre croissant.

## Exercice 8 :

Une particule de charge $q$ et de masse $m$, qui entre en $A_1$ avec une vitesse $\overrightarrow{V_1}$ dans « Dee » $D_1$, décrit un demi – cercle de rayon $R_1 = \frac{mV_1}{|q|B}$ pendant le temps $t_1 = \frac{\pi R_1}{V_1}$. Dans l'espace inter – électrodes, la particule soumise à un champ électronique tangentiel à la trajectoire est accélérée, elle aborde la deuxième « Dee » $D_2$ en $A_2$ avec une vitesse $\overrightarrow{V_2}$ et décrit un demi – cercle de rayon $R_2 > R_1$ en un temps $t_1 = \frac{\pi R_2}{V_2}$. La tension sinusoïdale appliquée entre les électrodes chargées de signe après chaque demi – tour de la particule dans un « Dee ». La période de cette tension étant $T = \frac{2\pi m}{|q|B}$ une particule décrit successivement dans chaque « Dee » des demi – cercles de rayon de plus en plus grand avec une vitesse dont la valeur est de plus en plus grande et donc avec une énergie de plus en plus grande.
Les particules chargées extraites lorsqu'elles parviennent à l'extrémité de l'enceinte de rayon $R_{max}$ ont alors une énergie $E_{max} = \frac{q^2B^2R_{max}^2}{m}$ et sont dirigées contre une cible. Le premier cyclotron construit en 1931 avec un diamètre de $13cm$ et pouvait fournir des protons ayant une énergie jusqu'à $80keV$. Les cyclotrons permettent actuellement d'obtenir des énergies de quelques dizaines de $MeV$ pour des protons.
« Dee » : moitié d'une boîte cylindrique plate coupée suivant un plan diamétral.
Remarque : En réalité, l'écartement entre les deux « Dee » est très faible.

Données : Charge élémentaire $e = 1{,}6.10^{-19} C$ ; masse d'un proton $m = 1{,}67.10^{-27} kg$. Le poids d'une particule chargée est négligeable par rapport à la force électrique ou à la force magnétique qu'elle subit.




1. Action du champ magnétique sur le mouvement des particules.
   a) Quel est le rôle du champ magnétique $\vec{B}$ uniforme existant ?
   b) Donner l'expression de la force subie par une particule chargée d'un champ magnétique. Pourquoi l'action d'un champ magnétique ne peut – elle pas faire varier l'énergie cinétique d'une particule chargée ?
   c) La figure du texte fait apparaître un point $M$.

Représenter sur la copie, au point $M$, le vecteur de vitesse $\vec{V}$ et la force magnétique $\vec{F}$ exercée sur une particule chargée. En considérant que les particules chargées sont des protons $H^+$, préciser le sens du champ magnétique.

   d) Préciser les caractéristiques du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme, perpendiculaire à sa vitesse initiale. En utilisant le théorème du centre d'inertie, établir l'expression du rayon de courbure de la trajectoire.

e) Montrer que la durée du parcours dans chaque « Dee » est indépendante du rayon de courbure de la trajectoire.

2. L'accélération s'effectue à chaque passage entre les deux « Dee ».

a) Quelle est la cause de l'augmentation de la vitesse d'une particule chargée dans un accélérateur comme le cyclotron ?

b) Pourquoi faut – il charger le signe de la tension appliquée entre les électrodes après chaque demi – tour d'une particule chargée ?

c) Pourquoi la période de la tension doit – elle être telle que $T = \frac{2\pi m}{|q|B}$ ?

d) Soit $U = |V_1 - V_2|$ lavaleurabsolue de la tension entre les deux « Dee » au moment d'une traversée. Exprimer la variation d'énergie cinétique d'un proton $H$ lors d'une traversée, puis après un tour dans le cyclotron.

3. Energie maximale

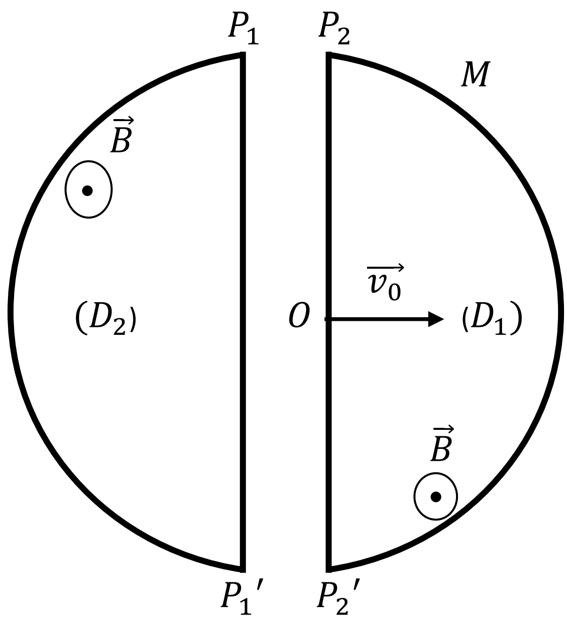
a) Etablir l'expression $E_{C_{max}} = \frac{q^2B^2R_{max}}{2m}$.

b) Calculer la valeur de $E$ dans le premier cyclotron construit.

c) Quels sont les facteurs qui limitent la valeur maximale de l'énergie obtenue pour des particules chargées données ?

## Exercice 9 :

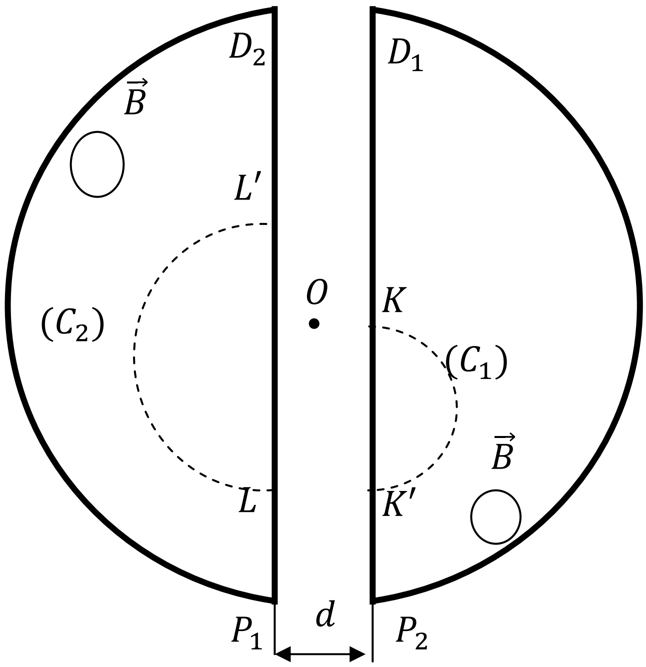
A l'intérieur des deux Dees $D_1$ et $D_2$ d'un cyclotron règne un champ magnétique uniforme. Une tension $U$ est maintenue entre les parois $P_1P'_1$ et $P_2P'_2$ ; cette tension change de signe périodique. Des protons sont lancés à partir d'un point $O$ dans la région $D_1$ avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{v_0}$.




1. Exprimer le rayon $R_1$ de la trajectoire des protons dans la région $D_1$, ainsi que la durée du trajet effectué.
2. Déterminer le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_1}$ des protons lorsqu'ils sortent de la région $D_1$ en traversant la paroi $P_1P'_1$. Quel doit être alors le signe de la tension $U$ pour accélérer les protons ? Avec quelle vitesse $v_2$ pénètrent – ils dans la région $D_2$ ?
3. Exprimer le rayon $R_2$ de la trajectoire des protons dans la région $D_2$, ainsi que la durée du trajet effectué.
4. Quel est le signe de la tension $U$ lorsque les protons quittent la région $D_2$ en traversant la paroi $P_2P'_2$ ?
Calculer la période et la fréquence de la tension $U$, en négligeant la durée de transfert dans l'intervalle entre les deux dees.
5. Soit $R_D$ le rayon des dees. Calculer la vitesse et l'énergie cinétique maximales acquises par les protons.

## Exercice 10 :

Entre deux parois planes parallèles $P_1$ et $P_2$ soumises à une différence de potentiel $(d.d.p.) = U_{P_1} - U_{P_2}$ positive règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$. De part et d'autre des parois règne un champ magnétique uniforme constant $\vec{B}$, perpendiculaire au plan de la figure ci – contre. Une particule de masse $m$ et de charge électrique $q$ pénètre en $O$ dans le champ électrique avec une vitesse négligeable puis par $K$ dans le champ magnétique où elle décrit la trajectoire $(C_1)$. Soient $\overrightarrow{v_K}$ la vitesse de la particule en $K$ et $U$ la valeur absolue de la $d.d.p$.




1.

a) En déduire le sens de $\vec{E}$, le signe de $q$ et la nature du mouvement de la particule entre $O$ et $K$.

b) Donner le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$.

c) Quelle est l'énergie cinétique de la particule aux points $K$ et $K'$ ? Quelle est l'influence de $\vec{B}$ sur le mouvement de la particule ?

d) Exprimer la distance $KK'$ en fonction de $m$, $q$, $B$ et $v_k$.

2. Dès que la particule sort du champ magnétique, la $d.d.p$ devient négative.

a) Quelle est alors la nature du mouvement de la particule en allant de $P_2$ à $P_1$ ?

b) Donner l'énergie cinétique de la particule en $L$ en fonction $m$, $q$, $v_K$ et $U$.

c) Quel est l'intérêt du passage de la particule dans le champ électrique ?

3. A partir de $L$ la particule décrit la trajectoire $(C_2)$ et sort du champ magnétique par $L'$.

a) Exprimer $LL'$ en fonction $m$, $q$, $B$, $v_K$ et $U$. Comparer $LL'$et $KK'$.

b) Calculer les temps $t_1$ et $t_2$ mis pour parcourir respectivement $(C_1)$ et $(C_2)$.

4. Au cours de son mouvement dans le champ électrique, chaque fois que la particule sort du champ magnétique, la $d.d.p.$ entre $P_1$ et- $P_2$ change de signe.

a) En négligeant la durée du passage de la particule dans le champ électrique, calculer la fréquence de la $d.d.p.$

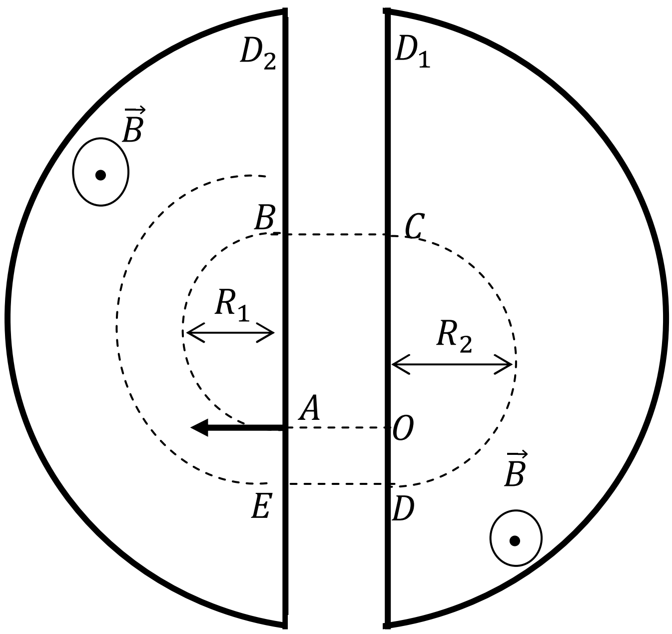
b) En utilisant les résultats précédents, décrire le mouvement de la particule entre deux passages sur $P_2$ en sortant du champ magnétique. Représenter le chemin suivi par la particule. Indiquer l'effet des changements de signe de la $d.d.p.$ sur la vitesse de la particule.

c) Donner l'expression de l'énergie cinétique de la particule sur une trajectoire à l'intérieur du champ magnétique en fonction de $m$, $q$, $B$ et du rayon $R$ de la trajectoire.

## Exercice 11 :

Un cyclotron est constitué de deux demi – cylindres creux conducteurs $D_1$et $D_2$, appelés « dees » en raison de leur forme, séparés par une distance $l$ très petite par rapport à leur diamètre. Un champ magnétique uniforme $\vec{B}$est créé dans $D_1$ et $D_2$ parallèlement à l'axe des demi – cylindres. On applique entre $D_1$ et $D_2$ une différence de potentiel alternative de fréquence $N$ et de valeur maximale $U_0$. La fréquence $N$ de la variation de la $d.d.p$ est telle que la particule chargée soit accélérée à chacun de ses passages d'un « dee » à l'autre.

Un proton de masse $m$ et de charge $q$ est injecté en $O$ avec une vitesse négligeable et pénètre en $A$ dans le « dee ». $D_1$ avec la vitesse $\overrightarrow{v_1}$ orthogonal à $\vec{B}$. Il parvient en $B$ avec la même vitesse $\overrightarrow{v_1}$. Entre $B$ et $C$ il est accéléré par le champ électrostatique $E$ et sa vitesse devient $v_2$en $C$. De $C$à $D$, on a un nouveau mouvement circulaire uniforme sur une trajectoire de rayon plus grand. Lorsque le proton arrive en $D$, la tension est inversée et on observe une nouvelle accélération de $D$ à $E$ et ainsi de suite.




1. Démontrer que dans un « dee », le proton décrit un demi – cercle de rayon $R$.
2. 
   a) Exprimer littéralement la durée $t$ d'un demi – tour. Montrer qu'elle est indépendante de la vitesse.
   b) En déduire la valeur de la fréquence $N$ de la tension alternative. On négligera le temps de traversée du proton entre les « dees ».
3. 
   a) Calculer la vitesse du proton en $A$, $B$, $C$ et $D$.
   b) Calculer le rayon $R_1$ de la première trajectoire du proton dès son entrée dans le « dee » $D_1$.

c) Quelle est l'énergie cinétique transmise au proton à chaque passage entre les « dees ».

4. Etablir les expressions littérales :
   - Des vitesses du proton en fonction du nombre $n$ de passage entre les « dees ».
   - Des rayons des trajectoires en fonction du nombre $n$ de passage entre les « dees ».
5. On veut que la vitesse finale des protons soit de $20000 km.s^{-1}$.
   a) Quel est le nombre de tours effectués par le proton pour acquérir cette vitesse ?
   b) Calculer le rayon de la trajectoire lorsque cette vitesse est atteinte.

Données : $B = 1T$ ; $U_0 = 4000V$ ; $m_p = 1{,}67.10^{-27}kg$ ; $e = 1{,}6.10^{-19}C$.

## Exercice 12 :

Afin de déterminer si un patient a consommé de la codéine, de l'héroïne ou de la morphine ;des échantillons moléculaires, prélevés sur ce patient, sont confier pour analyse dans un laboratoire spécialisé. C'est par des techniques physiques que cette analyse va être donnée. Le laboratoire utilise deux dispositifs basés sur l'étude de mouvements de particules soumises à des champs électriques et ou magnétiques dans un vide très poussé. Dans tout l'exercice, on négligera le poids des particules devant les forces électromagnétiques.

*Première analyse* : Mesure d'un "temps de vol"

*Description du dispositif :*

Dans la zone $I$, les molécules $X$ à analyser vont être ionisées par bombardement électronique et donner des ions $X^+$ de charge $+e$ ($e$ étant la charge élémentaire).

Dans la zone $II$, de longueur $d$, entre les plaques $P_1$ et $P_2$ planes et parallèles, on applique une tension accélératrice $U$.

Dans la zone $III$, de longueur $l$ aucune force ne s'exerce sur les ions.

1. Etude des mouvements successifs

Soit un ion $X$ de masse $m$, pénètrant dans la zone $II$, en $O_1$ selon l'axe $O_{1_X}$ avec une vitesse considérée comme négligeable. Dans le repère $O_{1_{XY}}$ le mouvement de cet ion est rectiligne et son équation horaire est $x = \frac{e.U^2t^2}{2m.d}$.

En déduire, en fonction de $U$, $m$ et $e$ ; l'expression de la vitesse de passage de cet ion en $O_2$.

a) Quelle est la nature du mouvement de l'ion dans la zone $III$ ?

b) Exprimer littéralement la durée $\Delta t$ et ce mouvement entre $O_2$ et $O_3$ en fonction de $u$, $m$, $e$ et de $l$ distance $O_2O_3$.

c) La mesure de cette durée a donné la valeur $11{,}5.10^{-6}s$. Déduire la masse de l'ion puis la nature probable de la substance $X$ et supposant que $X$ soit l'une des trois substances citées.

*Données : Masses molaires moléculaires*

*Morphine :*$M = 285g.mol^{-1}$ *; Héroïne :* $M = 369g.mol^{-1}$.

*Nombre d'Avogadro :* $N = 6{,}02.10^{23}mol^{-1}$ *; Charge élémentaire :* $e = 1{,}6.10^{-19}C$.

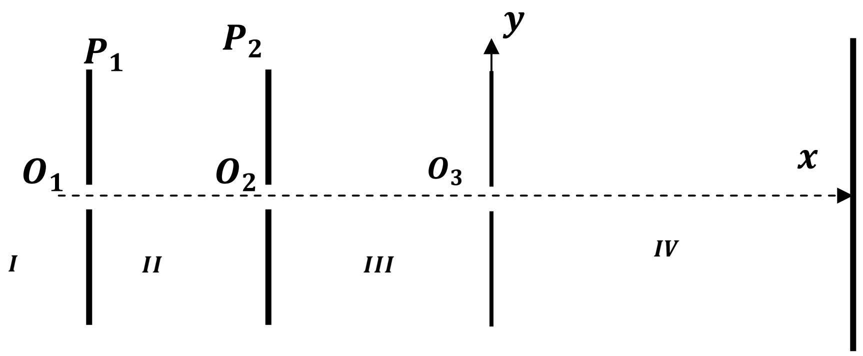
*Tension accélératrice :* $U = 25{,}0.10^3V$ *;*

*Distance :* $O_2O_3 = l = 10cm$

*Deuxième analyse* : Utilisation d'un spectrographe de masse.

Sur le schéma ci – dessous, on retrouve la même zone $I$ d'ionisation fournissant les ions $X$ ; on a en plus la zone $II$ où on applique une tension accélératrice $U'$ entre les plaques $P_1$ et $P_2$ permettant de donner aux ions $X$ une vitesse $v'$. Dans la zone $III$, un dispositif de filtrage permet d'éliminer les éventuelles particules parasites. Enfin dans la zone $IV$ existe un champ magnétique de direction orthogonale au plan de la figure. L'ion $X$ animé de la vitesse $v'$ pénètre en $O_3$ dans cette zone selon axe $(O_3X)$.

2. Représenter sur un schéma le vecteur force (en justifiant votre réponse) pour que la déviation à partir de $O_3$ se fasse du côté positif de l'axe $O_{3Y}$. En déduire le sens du champ magnétique.
3. Montrer que le mouvement est plan uniforme et circulaire.
4. Exprimer le rayon de courbure $R$ en fonction de $U'$, $e$, $m$ et $B$. Après avoir décrit un demi – cercle l'ion est recueilli en $A$ tel que $O_3A = 0{,}242m$. Trouver la masse de l'ion et identifier la substance de $X$ et en supposant que $X$ soit l'une des trois substances citées.*Données : Nouvelle tension accélératrice :* $U' = 8{,}00.10^3 V$ *; Intensité du champ magnétique :* $B = 1{,}80T$.




## Exercice 13 :

Une source $S$ émet des protons, pratiquement sans vitesse. Elle est placée entre deux demi – cylindres métalliques creux, $D_1$ et $D_2$, écartés de la distance $d$.

1. On établit la différence de potentiel $U = V_{D_1} - V_{D_2}$, constance positive. $D_1$ et $D_2$ produisent entre eux un champ électrique uniforme, $\vec{E}$, de direction $x'x$. Un proton entre $D_1$ avec une vitesse $v_1$.
   a) Exprimer $v_1$ en fonction de $u$.
   b) Déterminer le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_1}$ ($S$ est égale distance des faces $N_2M_2$ et $N_1M_1$).

*Masse d'un proton :* $m = 1{,}67.10^{-27}kg$ ; $e = 1{,}6.10^{-19}C$ ; $U = 4000V$ ; $d = 0{,}01m$. *Calculer* $v_1$.

2. Un électro – aimant produit un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ dans $D_1$ et dans $D_2$, perpendiculaire au plan de la figure. Déterminer le rayon $R_1$ de la trajectoire dans $D_1$ d'un proton issu de $S$ : $B = 1{,}03T$.

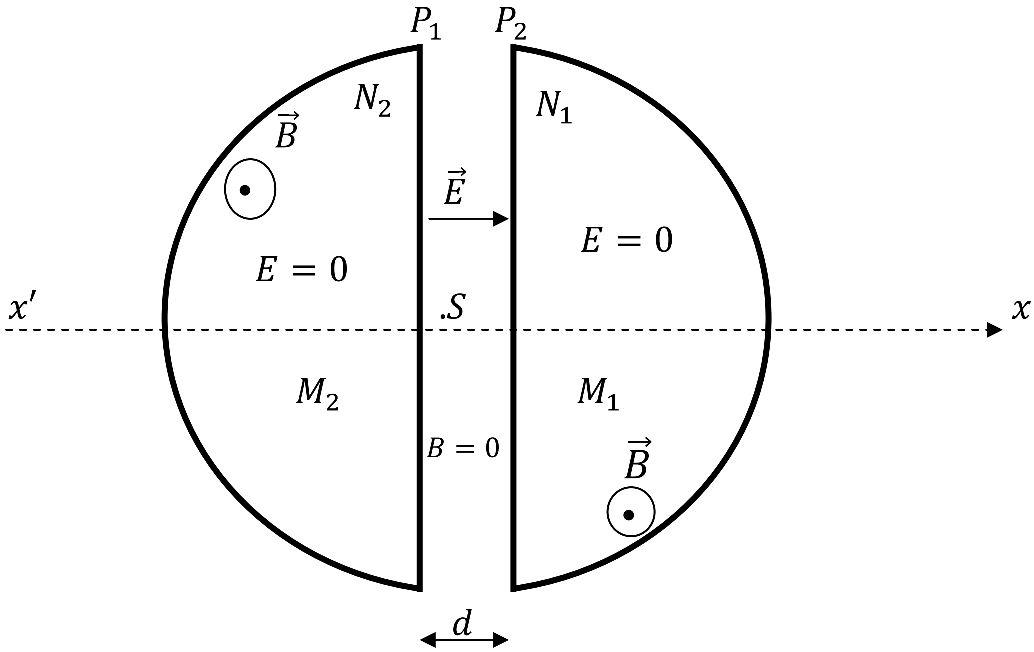
3. Avant que le proton ne quitte $D_1$, on inverse $\vec{E}$, c'est – t – dire $U$, le proton passe dans $D_2$ et avant qu'il quitte $D_2$, on inverse de nouveau $\vec{E}$.

   a) Quelle est la durée du passage du proton dans $D_2$ ? Dépend – elle de la vitesse ?
   b) On accélère ainsi le proton chaque fois qu'il quitte $D_1$ou $D_2$. Quelle est l'allure de sa trajectoire ?
   c) $d$ est assez petit, on peut négliger le temps mis par un proton pour aller de $D_1$ à $D_2$ ou de $D_2$ et $D_1$, montrer que la tension $U$ est alternative et périodique. Calculer sa fréquence.

4. Le proton sort de $D_2$ pour la première fois à la vitesse $v_2$. Exprimer $v_2^2 - v_1^2$ en fonction de $U = |u|$. $v_1$, $v_2$, …, $v_n$ sont les vitesses des protons lors de sa première, deuxième, …, n-ième sortie, de $D_1$ ou de $D_2$ indifféremment. Exprimer $v_n^2$ en fonction de $n$ et de $v_1^2$.

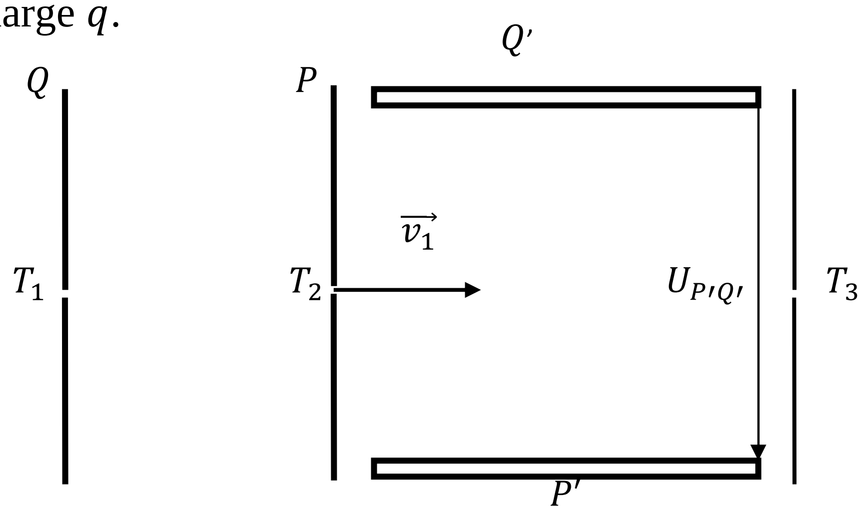
5. Exprimer le rayon $R_n$ de la n-ièmetrajectoire dans un demi – cylindre en fonction de $R_1$ et de $n$. Soit $R_n = 0{,}14m$, calculer $v_n$.

6. Si les protons étaient accélérés par une seule électrode $C$ placée devant $S$, quelle différence de potentiel faudrait – il maintenir entre $S$ et $C$ pour communiquer aux protons la vitesse $v_n$ calculer au 5. ? Quel est l'intérêt du dispositif $(D_1, D_2)$ appelé cyclotron ?




## Exercice 14 :

1. On fait arriver (voir figure), avec une vitesse que l'on peut négliger, des ions ${}^{35}_{17}Cl^-$ et ${}^{37}_{17}Cl^-$par un trou $T_1$ percé dans une plaque $Q$. Ils sont accélérés par la $d.d.p. U_{PQ}$, de valeur positive $U_0$, entre la plaque $P$ et la plaque $Q$, qui sont parallèles. Calculer les valeurs $v_1$ et $v_2$ des vitesses respectives des ions lorsqu'ils arrivent sur la plaque $P$, en fonction de $U_0$, des masses respectives $m_1$ et $m_2$ de ces ions et de leur charge $q$.




*Données :* $U_0 = 100V$ ;

*masse molaire de l'ion* $^{35}Cl^- = 35.10^{-3} kg.mol^{-1}$ *et de l'ion* $^{37}Cl^- = 37.10^{-3} kg.mol^{-1}$
;*constante d'Avogadro* $= 6{,}03.10^{23} mol^{-1}$.

2. En sortant de la plaque $P$ par le trou $T_2$ avec les vitesses précédentes, les ions sont soumis à un champ électrique $\vec{E}$ perpendiculaire à $\vec{v_1}$et $\vec{v_2}$. Ce champ $\vec{E}$ est créé par une tension $U_{P'Q'}$ entre deux plaques parallèles $P'$ et $Q'$ distantes de $d$. Cette tension est positive et a pour valeur $U_1$. Dans la même région de l'espace, on applique un champ magnétique uniforme dont le vecteur induction $\vec{B}$ est perpendiculaire aux vitesses initiales $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ et à $\vec{E}$, de manière à ce que les ions $^{35}Cl^-$ aient une trajectoire rectiligne et sortent par le trou $T_3$.

Représenter sur un schéma les vecteurs $\vec{v_1}$, $\vec{B}$ et$\vec{E}$ et sur un autre schéma les vecteurs $\vec{v_1}$ et $\vec{F_e}$ (force électrostatique) et $\vec{F_m}$ (force magnétique) agissant sur un ion $^{35}Cl^-$. Donner la vqleur de $B$ en fonction de $v_1$, $U_1$ et $d$ ; puis en fonction de $U_0$, $U_1$, $q$, $m_1$ et $d$.
Données : $U_1 = 200V$, $d = 5cm$.

3. On donne $U_{P'Q'}$ une valeur $U_2$, de manière à faire sortir maintenant les ions $^{37}Cl^-$ par le trou $T_3$. Donner l'expression de $U_2$ en fonction de $B$, $q$, $U_0$, $d$ et $m_2$, puis en fonction de $U_1$, $m_1$ et $m_2$. Calculer la valeur numérique de $U_2$et déduire de la variation que l'on a fait subir à $U_{P'Q'}$ le sens dans lequel étaient déviés les ions $^{37}Cl^-$ dans la question 2. (vers $P'$ ou vers $Q'$), et dans quel sens sont maintenant déviés les ions $^{35}Cl^-$.

4. On peut obtenir le même résultat (sortie des ions $^{37}Cl^-$ par le trou $T_3$) en donnant à $U_{PQ}$ la nouvelle valeur $U'_0$ mais en maintenant la tension $U_1$ de $U_{P'Q'}$. Donner l'expression de $U'_0$ en fonction de $m_2$, $q$, $B$, $U_1$ et $d$ ; puis en fonction de $U_0$, $m_1$ et $m_2$. Calculer la valeur numérique de $U'_0$.

## Exercice 15 :

1.

a) Rappeler l'expression de la force exercée sur une particule, de masse $m$ et de charge $q$, animée de la vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique $\vec{B}$.

b) Le champ étant uniforme et permanent, dire dans quels cas la trajectoire est :

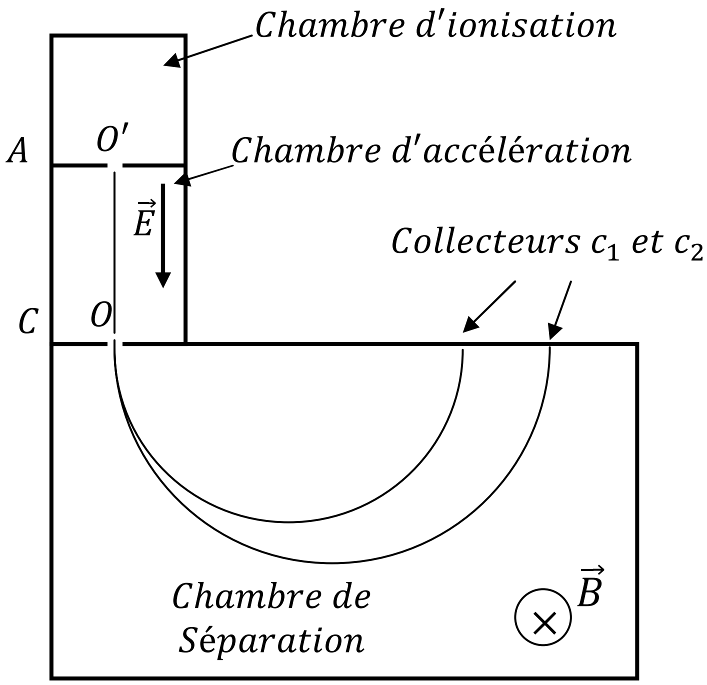
- Rectiligne ;
- Circulaire ;
- Hélicoïdale.

2. Le lithium naturel et essentiellement un mélange de deux isotopes : ${}^{7}_{3}Li$ et ${}^{6}_{3}Li$. On introduit des atomes de lithium dans une chambre d'ionisation où ils s'ionisent en perdant un électron. On obtient alors des ions ${}^{7}_{3}Li^{+}$ et ${}^{6}_{3}Li^{+}$ porteurs de la charge électrique $q$ et de masses respectives : $m_1 = 7u$et $m_2 = 6u$. Ces ions sont alors soumis à une tension accélératrice $V_A - V_C$, puis leur trajectoire devient circulaire dans la chambre de séparation, sous l'action d'un champ magnétique $\vec{B}$ ; la partie effectivement décrite de chaque trajectoire est un demi – cercle à la fin duquel les particules sont reçues dans des collecteurs $C_1$ et $C_2$ (figure). (Schéma 15).

a) Evaluer, dans le cadre de la mécanique classique, les vitesses $v_1$ et $v_2$ des deux espèces d'ions en fonction de $q$, $m_1$ ou $m_2$, $V_A - V_C$ à la sortie de la chambre d'accélération.

b) Evaluer les distances $OC_1$et $OC_2$, en appelant $B$ l'intensité du champ magnétique.

c) Faire le calcul numérique de $v_1$, $v_2$, $OC_1$ et $OC_2$ pour : $V_A - V_C = 10^4 V$ et $B = 0{,}2T$.


Chambre d'ionisation
A
O'
Chambre d'accélération
$\vec{E}$
Collecteurs $c_1$ et $c_2$
C
O
Chambre de Séparation
$\vec{B}$

# CIRCUIT RLC
## Oscillateur libre – Oscillateur amorti – Oscillateur amorti

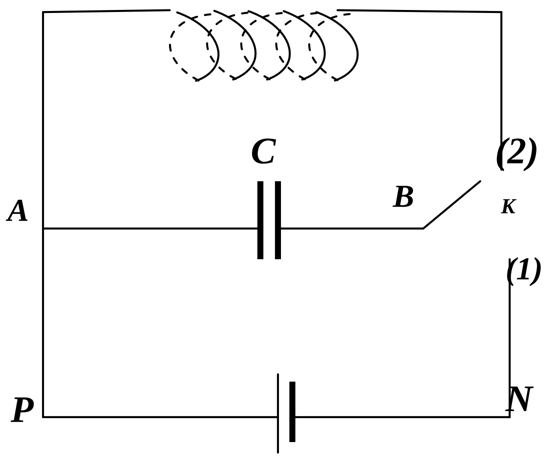
### Exercice 1 :

1. Un solénoïde placé dans l'air comprend $N = 2000\,spires$, sa longueur $l = 50cm$ et son diamètre $D = 5cm$.

a) Etablir l'expression littérale de l'auto – inductance $L$ de ce solénoïde puis calculer la valeur numérique de $L$. On supposera le champ magnétique uniforme à l'intérieur. On rappelle que la perméabilité de l'air est voisine de celle du vide $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}SI$.

b) A quelle condition observe t – on le phénomène d'auto – induction dans une bobine et quel est son effet ?

2. On branche ce solénoïde dans le montage suivant comportant un condensateur de capacité $C = 0{,}5\mu F$ et une source de tension électrique de valeur
$U_0 = 10V$. On charge le condensateur en plaçant l'interrupteur en position 1 et on le décharge dans le solénoïde en plaçant l'interrupteur en position 2 à la date $t = 0s$.




a) Etablir l'équation différentielle liant la tension $u_C$ aux bornes du condensateur à sa dérivée seconde par rapport au temps. On précisera sur un schéma la convention d'orientation et le choix de l'armature considérée. On admettra que le circuit étudié a une résistance négligeable.

b) Déduire la relation $q = g(t)$ donnant la charge du condensateur en fonction du temps puis $i = h(t)$ donnant l'intensité du courant en fonction du temps.

c) Calculer à la date $t$, les énergies emmagasinées par le condensateur et par la bobine. Que peut – on dire de leur somme ?

## Exercice 2 :

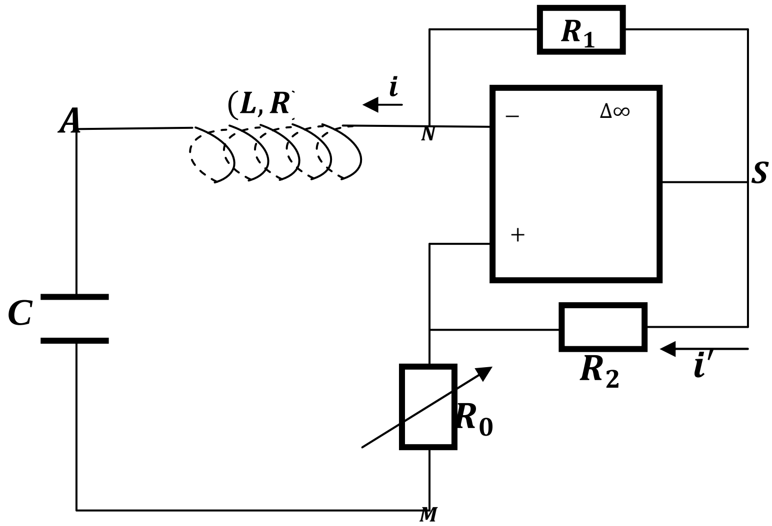
1. Un condensateur de capacité $C = 12{,}5\pi F$ est chargé sous la tension $U_0 = 12V$. Calculer la charge maximale prise par le condensateur.
2. Ce condensateur peut ensuite se décharger dans une bobine d'inductance $L = 0{,}8H$ et de résistance négligeable.
   a) Etablir l'équation d'évolution de la tension aux bornes du condensateur. (Equation différentielle).
   b) Etablir l'expression de cette tension en fonction du temps.
   c) Calculer la pulsation propre $\omega_0$et la période propre $T_0$.
   d) On visualise sur l'écran d'un oscilloscope dont le balayage horizontal du spot correspond à $5ms$ par centimètre et dont la sensibilité verticale est de $6V$ par centimètre, cette tension. Représenter la tension $u_C = f(t)$ que l'on pourra observer sur l'écran de largeur $8cm$ et de hauteur $4cm$.
3. En réalité la bobine a une résistance $R$.
   a) Ecrire la nouvelle équation différentielle d'évolution de la tension $u_C$ aux bornes du condensateur.
   b) Dessiner l'allure de la courbe que l'on pourra observer sur l'écran si $R$ est faible.
4. Pour rendre le circuit précédent harmonique (oscillations entretenues), on réalise le montage de la figure ci – dessus.

a) Trouver la relation entre $i$ et $i'$.

b) Exprimer $u_{NM}$ en fonction de $i, R_0, R_1, R_2$.

c) En déduire que le montage simule une résistance négative.

d) Quelle valeur faut – il donner à
$R_0$ pour retrouver le régime harmonique ?




## Exercice 3 :

Les armatures d'un condensateur de capacité $C = 0{,}1\mu F$, initialement chargées sont reliées aux bornes d'une bobine d'inductance $L = 0{,}1H$ et de résistance $R = 10 ohms$.

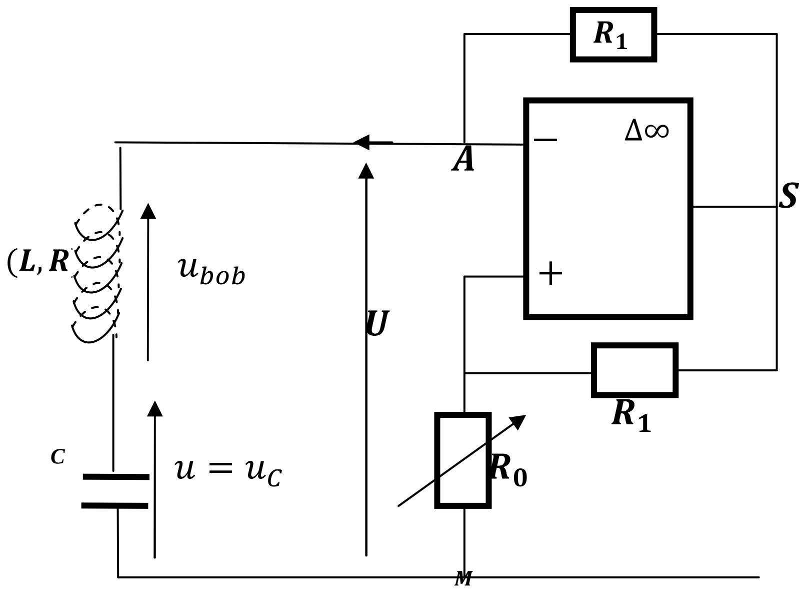
1. Un oscilloscope permet de visualiser la tension aux bornes du condensateur. On observe un régime d'oscillations amorties (régime pseudo – périodique).

   a) Etablir l'équation différentielle $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{du}{dt} + \frac{u}{LC} = 0$, $u$ étant la tension aux bornes du condensateur.

   b) Représenter l'allure de la courbe observée à l'oscilloscope dans le cas où $R$ est négligeable.

2. Pour compenser les pertes d'énergie électromagnétique subies par le circuit il faut une source d'énergie extérieure qui doit fonctionner par « bouffer », fournissant davantage d'énergie lorsque l'intensité du courant est extrémale. En pratique, un amplificateur opérationnel permet de réaliser automatiquement cette compensation et d'entretenir de ce fait les oscillations. Le dipôle constitué par la bobine

d'inductance $L$ et de $R$, placé en série avec un condensateur de capacité $C$, est monté entre le fil de masse du montage et l'entrée inverseuse $E^-$ de l'amplificateur parfait fonctionnant en régime linéaire.




a) Montrer que la partie du montage située à droite de la flèche est considérée comme un générateur délivrant une tension proportionnelle à l'intensité $i$, soit $U = k \cdot i$, on exprimera $k$ en fonction de $R_0$ et on précisera son unité.

b) Quelle valeur faut – il donner au coefficient $k$ pour que des oscillations sinusoïdales apparaissent dans le circuit ?

c) La condition précédente étant réalisée, calculer la fréquence $N_0$ des oscillations.

## Exercice 4 :

On associe en série, une bobine de résistance fixe $R$ et d'inductance variable $L$ avec un condensateur de capacité $C$.

1. L'ensemble est soumis à une tension alternative de valeur efficace $U$ et de fréquence $N$. Donner l'expression de l'impédance $Z$ de l'ensemble. En déduire une condition à laquelle doit satisfaire $L$

pour que l'intensité efficace ait la plus grande valeur possible ; cette valeur sera notée $I_0$.

2. Calculer $L$ et $I_0$ pour $U = 10V$ ; $N = 50Hz$ ; $R = 5ohms$ ; $C = 12{,}5\mu F$.
3. Quelle est, dans ces conditions la tension efficace $U_C$ aux bornes du condensateur ? Comparer le résultat à la valeur de la tension $U$. Comment s'appelle ce phénomène ?
4. Faire un schéma indiquant comment relier un oscilloscope à deux voies à ce circuit de manière à visualiser simultanément la tension $u_b(t)$ aux bornes de la bobine et la tension $u_C(t)$aux bornes du condensateur. Préciser sans calcul, si ces tensions sont ou non en phase.
5. Quelle résistance $R'$ faut – il ajouter en série pour que la tension aux bornes du condensateur ne dépasse pas $100V$ ?

## Exercice 5 :

On constitue un dipôle en plaçant en série une bobine B d'inductance $L$ et de résistance $r$ avec un conducteur ohmique $R$. On applique aux bornes de cette association une tension sinusoidale de fréquence $f = 50Hz$ et d'expression $u = U\sqrt{2}\cos(wt)$. L'intensité instantanée est alors $i = I\sqrt{2}\,cos(wt + \varphi)$. On donne $U = 82{,}5V$ et $I = 2A$. Un voltmètre branché indique successivement $U_R = 40V$ et $U_B = 60V$.

1. a/ Déterminer $R$.

b/ En prenant l'horizontale comme origine des phases, déterminer à l'aide de la construction de Fresnel :

- La phase $\varphi$ de $i$ par rapport à $u$.
- La phase $\varphi_B$ de la tension $u_B$ aux bornes de B par rapport à $u$.

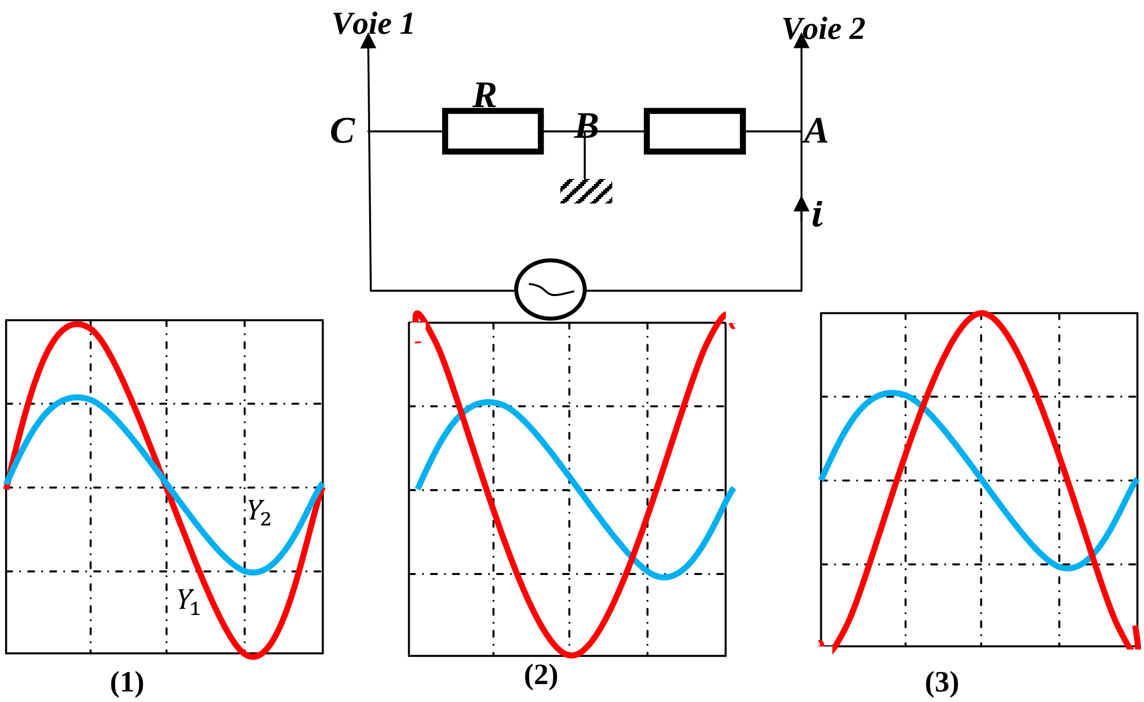
c/ Calculer $L$ et $r$.

2. Quelle est la capacité $C$ du condensateur qu'il faut mettre en série avec le dipôle précédent pour que l'intensité $i$ soit en phase avec la tension aux bornes de la nouvelle association.

3. On enlève le condensateur et on alimente le dipôle constitué de B et $R$ en série avec une tension continue de valeur $U_1 = 12V$. Quelle serait l'intensité $I_1$ qui traverse le dipôle ?

## Exercice 6 :

Un circuit est constitué d'un dipôle AB, d'un conducteur ohmique et d'un générateur établissant entre ses bornes une ddp sinusoïdale de valeur efficace constante et de fréquence $N$. Il est relié aux bornes d'un oscilloscope comme l'indique la figure ci – après.




Grace à un dispositif approprié, on visualise sur la voie 1, la ddp : $U_{BC} = -(V_C - V_B)$. Le dipôle AB est constitué de l'un des appareils suivants : un conducteur ohmique, une bobine de résistance négligeable ou un condensateur.

1. L'aspect de l'écran est celui des figures du schéma 2. Donner dans les trois cas en justifiant votre réponse, la nature du dôle AB.
2. a/ Quelle est l'impédance de ces trois dipôles, sachant que la sensibilité verticale : $5V/cm$ est la même sur les deux voies et que la résistance BC vaut $R = 1000\ ohms$ ?
b/ Calculer la fréquence $N$ du générateur, la base des temps étant réglée sur la position $0{,}5ms/cm$.
c/ Calculer dans les trois cas la valeur de la grandeur caractéristique du dipôle AB.
d/ Déterminer dans le cas du numéro 3, l'expression $I$ de l'intensité instantanée en fonction du temps, sachant que $V_A - V_B$ passe par un maximum à l'instant zéro.

## Exercice 7 :

A l'intérieur d'une boîte fermé se trouve un dipôle relié à deux bornes placées à l'intérieur de boîte. Ce dipôle est une bobine ou un condensateur ou l'association en série des deux dipôles. Afin de trouver la nature du dipôle présent dans la boîte, on connecte entre les deux bornes un générateur de courant alternatif monté en série avec un ampèremètre. Ce générateur délivre entre ses bornes une tension alternative de valeur efficace $U = 12V$ et de fréquence réglable. L'impédance de l'ampèremètre est négligeable. On augmente progressivement $f$ à partir de zéro et on observe les résultats suivants : l'intensité efficace $I$ lue sur l'ampèremètre commence par augmenter à partir de zéro pour atteindre un maximum de $200mA$ à une fréquence égale à $54Hz$, puis elle décroit et tend asymptotiquement vers une valeur nulle aux hautes fréquences. Pour répondre aux questions qui suivent, on utilisera, sans démonstration les formules donnant l'impédance et le déphasage entre l'intensité du courant et la tension.

1. En envisageant successivement les différents dipôles possibles, montrer qu'un seul d'entre eux peut convenir compte tenu des résultats de l'expérience précédente.
2. Quelles sont les valeurs des grandeurs qui caractérisent le ou les éléments constituant le dipôle présent dans la boîte ?
3. Pour les fréquences $54Hz$ et $200Hz$, déterminer :
   - L'expression numérique de l'intensité instantanée $I(t)$ ;
   - La valeur de la puissance électrique moyenne consommée par le dipôle.

## Exercice 8 :

Un dipôle constitué par un conducteur ohmique de résistance $R$ en série avec une bobine d'inductance $L = 10^{-2}H$ est alimenté par une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 5V$ et de fréquence $f = 250Hz$. L'intensité instantanée s'exprime sous la forme $i = I\sqrt{2}\cos(2\pi ft)$ avec $I = 0{,}128A$. La mesure de la tension efficace aux bornes de la bobine donne $U_B = 2{,}56V$.

1.
   a) Montrer que la bobine possède une résistance $r$ ; la calculer.
   b) Déterminer la valeur de la résistance $R$ du conducteur ohmique.
   c) La tension instantanée aux bornes de l'association est de la forme $u = U\sqrt{2}\cos(2\pi ft + \varphi)$. Faire la construction de Fresnel et déterminer $\varphi$.
2. On insère dans ce circuit, en série avec les autres éléments, un condensateur de capacité $C$ variable.
   a) Quelle doit être la valeur $C_0$ de $C$ pour que la puissance électrique moyenne consommée dans le circuit soit égale à la puissance apparente ?
   b) Quel qualificatif donne – t – on alors à ce phénomène ?
   c) On fixe $C = 2C_0$.

- Le circuit est – il capacitif ou inductif ?
- Quelle est, entre $i$ et $u$ la grandeur qui est en avance de phase sur l'autre ?

d) Même question si $C = 1/2C_0$.

## Exercice 9 :

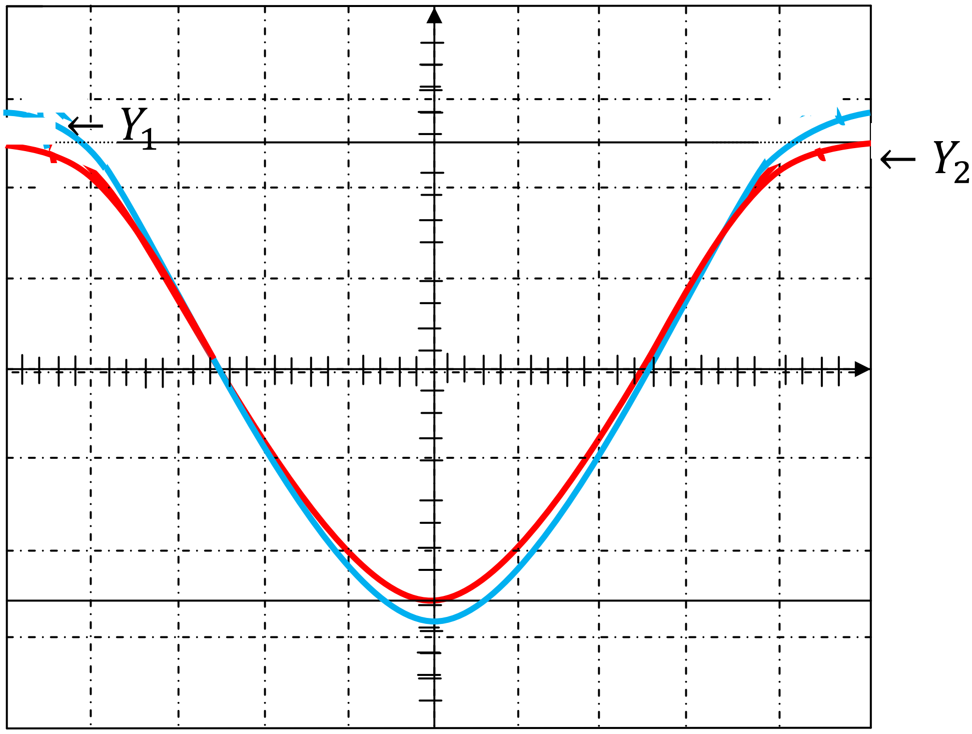
On dispose au laboratoire du matériel suivant :

- Une boîte de condensateurs de capacité $C$ réglable de 0 à $1\mu F$ par pas de $0{,}001\mu F$.
- Un résistor de résistance $R = 100 Ohms$ ;
- Une bobine d'inductance $L = 0{,}10H$ et de résistance $r$ ;
- Un générateur de tension alternative sinusoïdale $u(t) = U_m \cos(2\pi Nt)$ de fréquence fixe $N$ et d'amplitude réglable.
- Un oscillographe bicourbe d'entrées $Y_1$ et $Y_2$.

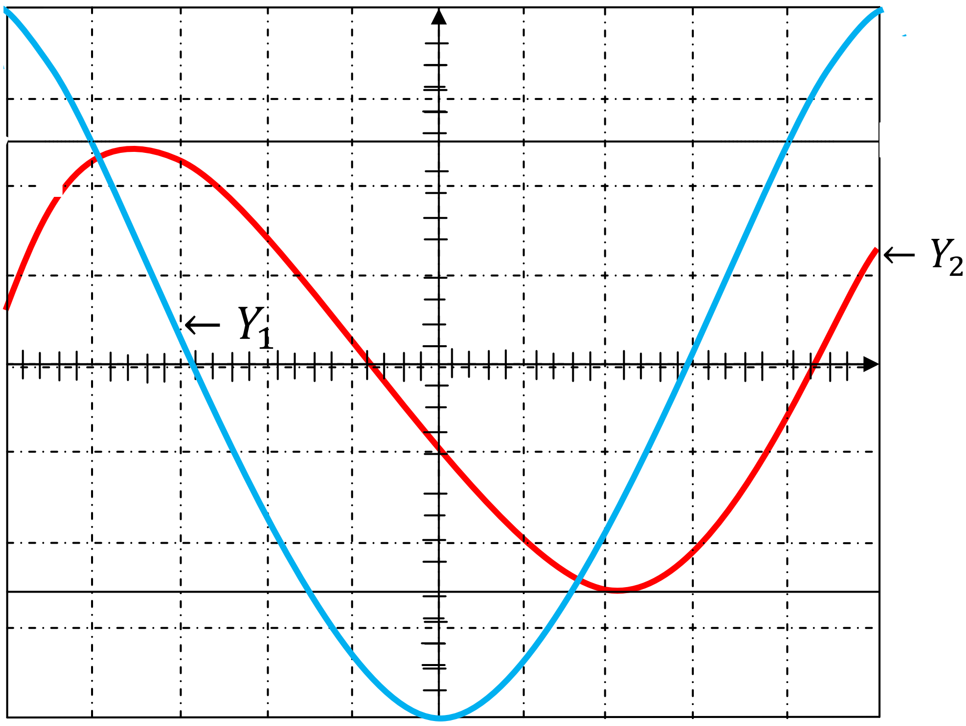
Le générateur est branché aux bornes du circuit réalisé en associant en série le résistor, la boîte de condensateurs et la bobine. On désire observer simultanément la tension $u(t)$ sur la voie $Y_1$ et le courant $i(t)$ circulant dans le circuit sur la voie $Y_2$.

1. Faire un schéma complet du montage et expliquer pourquoi et comment on observe $i(t)$.
2. Pour une certaine valeur $C_0$ de la capacité $C$, on observe l'oscillogramme 1. En utilisant cet oscillogramme :
   a) Expliquer pourquoi on peut affirmer que le circuit est en résonance et calculer $C_0$.
   b) Déterminer les valeurs maximales $U_m$ et $I_m$ respectivement de la tension $u(t)$ et de l'intensité du courant $i(t)$ et calculer $r$.
3. On affiche une valeur $C_1 = 0{,}308\mu F$ de la capacité. On observe alors l'oscillogramme 2.
   a) Evoluer les phases $\varphi$ de $i(t)$ par rapport à $u(t)$.
   b) Déterminer les valeurs maximales $U_m$ et $I_m$. Calculer l'impédance $Z$ du circuit. Vérifier que la valeur trouvée pour $Z$

est bien celle que l'on pouvait prévoir en connaissant les valeurs de $N$, $L$, $C$ et $r$.




*Oscillogramme 1*
*Sensibilité horizontale : 0,1ms/c*




*Oscillogramme 2*
*Sensibilité verticale : 2V/cm*

## Exercice 10 :

Un circuit série comprend entre deux bornes $A$ et $D$, un conducteur ohmique de résistance $R$, une self pure d'inductance $L$ et un condensateur de capacité $C$. Différentes mesures des grandeurs efficaces fournissent les résultats suivants : $I = 0,2A$ ; $U_{AD} = 220V$ ; $U_{AE} = 20V$ ; $U_{EF} = 380V$. L'effet inductif l'emporte sur l'effet capacitif.

1. Calculer les impédances des différents éléments du circuit.
2. Calculer le déphasage de la tension par rapport au courant.
3. Un courant de pulsation $400 rad.s^{-1}$ traverse le circuit est en phase avec la tension aux bornes de ce circuit. En déduire $L$, $C$ et la pulsation $\omega$ du courant initial.

## Exercice 11 :

On propose de déterminer l'inductance $L$ d'un solénoïde, sans noyau ferromagnétique, constitué de $N = 5000\, spires$ de fil fin. La longueur du solénoïde est $l = 15cm$ et son diamètre moyen $d = 3,2cm$.

1. Le solénoïde étant parcouru par un courant $i$, donner les expressions :
   a) Du vecteur champ magnétique $B$ créé à l'intérieur du solénoïde.
   b) Du flux propre de $B$ à travers une spire, puis à travers tout le solénoïde.
   c) De l'inductance $L$ et calculer $L$.

2. On dispose d'une source de courant alternatif sinusoïdal, de tension efficace constante $U = 220V$ et de fréquence fixe $f = 159Hz$. On constitue un circuit comportant en série le solénoïde , une boîte de condensateurs et un ampèremètre de résistance négligeable devant celle du solénoïde. On relève les valeurs de l'intensité efficace $I$ du courant en fonction de la capacité $C$ du circuit.

| $C(\mu F)$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $I(mA)$ | 125 | 290 | 480 | 690 | 855 | 960 | 995 | 995 | 980 | 955 | 820 |

a) Tracer la courbe représentative de $I = f(C)$.
Echelle : $1cm$ pour $1\mu F$
$20cm$ pour $1A$

b) Pour quelle valeur de la capacité $C$ peut – on raisonnablement admettre qu'il y a résonance ? en déduire la valeur de l'inductance $L$. Comment peut – on expliquer la trop forte valeur de $L$ calculée ?

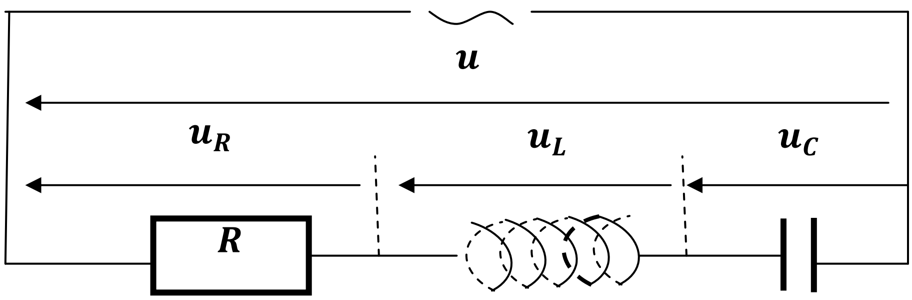
c) D'après la courbe, quelle valeur simple peut – on prendre pour l'intensité du courant à la résonance ? En déduire la résistance $R$ du solénoïde et la tension efficace $UL$ aux bornes de celui – ci à la résonance. Comparer $UL$ et $U$. On donne $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}SI$.

## Exercice 12 :

Un circuit comprend monté en série :

- Un conducteur ohmique $R$
- Une bobine d'inductance $L$
- Un condensateur de capacité C
- Un générateur basse fréquence GBF délivrant

une tension sinusoïdale $u = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ de fréquence N variable. $i = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$.

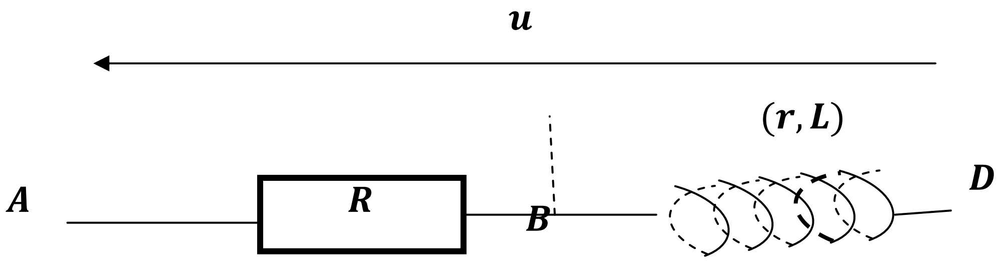


1. La fréquence du GBF étant $N$, on donne $U = 6V$ ; $C = 30\mu F$ ; $L = 60mH$ ; $R = 10ohms$.
   a) Exprimer les tensions : $u_R$en fonction de $R, I, \omega$ ; $u_L$en fonction de$L, I, \omega$ puis $u_C$ en fonction de $C, I, \omega$.
   b) Donner la relation entre $u, u_R, u_L, u_C$. En déduire l'expression de $u$ en fonction de $R, C, I, \omega$.
2. On se place à la date $t = 0$.
   a) Construire le diagramme de Fresnel avec les impédances. (on se placera dans le cas où le circuit est inductif).
   b) En déduire les expressions de $Z, cos\varphi,\ tan\varphi$.
3. On se place dans le cas de la résonance d'intensité.
   a) Définir la résonance d'intensité.

   b)Pour quelle valeur de $\omega_0$ de la pulsation a t – elle lieu ? Quelle est alors la valeur de $\varphi$. Calculer l'intensité maximale $I_0$ du courant. Faire les applications numériques.
4. Pour une fréquence quelconque $N$ :
   a) Donner l'expression de la puissance P du circuit. En déduire son expression $P_0$ à la résonance.
   b) Exprimer le facteur de qualité $Q$ du circuit en fonction de $L, R, N_0$ puis en fonction de $C, R, N_0$.
   c) Montrer que $\frac{P_0}{P} = \left(\frac{I_0}{I}\right)^2 = 1 + Q^2\left(\frac{N}{N_0} - \frac{N_0}{N}\right)^2$
   d) Déterminer les fréquences limites de la bande passante $N_1$ et $N_2$.
   e) Montrer que $N_1 \cdot N_2 = {N_0}^2$.

## Exercice 13 :

Un dipôle AD est constitué par un conducteur ohmique de résistance $R$ en série avec une bobine de résistance $r$ et d'inductance $L$ est alimenté par un générateur basse fréquence GBF délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 5V$ et de fréquence $N = 250Hz$. L'intensité instantanée s'exprime sous la forme $i = I\sqrt{2}cos(2\pi Nt)$ et la tension instantanée entre A et D sous la forme $u = U\sqrt{2}\cos(2\pi Nt + \varphi)$. Les mesures des tensions efficaces et de l'intensité efficace donnent les résultats suivants : $U_{BD} = 2{,}93V$; $U_{AB} = 2{,}56V$ et $I = 0{,}128A$.



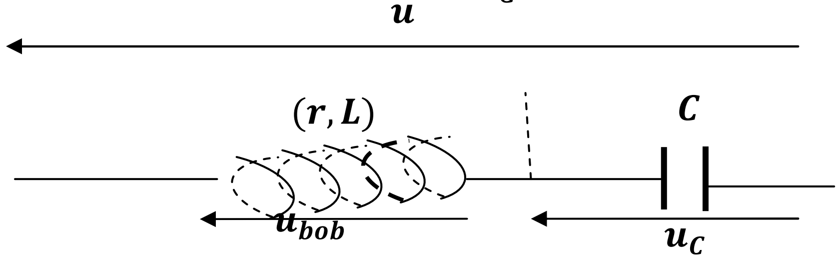

1. a/ Calculer la résistance $R, r, L, \varphi$

b/ Montrer que la valeur de la phase de la tension aux bornes de la bobine par rapport à l'intensité est voisine de $48{,}81°$.

2. a/ Calculer la capacité $C$ du condensateur à placer dans le circuit pour que le déphasage de la tension par rapport à l'intensité soit $\varphi = -45°$. Calculer la valeur de l'intensité efficace $I$ dans le circuit.

b/ Pourrait – on mesurer la même intensité $I$ pour une autre valeur $C'$ de la capacité ? tous les autres paramètres étant maintenus constants. Si oui calculer sa valeur ainsi le nouveau déphasage $\varphi'$.

3. On monte en série une bobine de résistance $r$ et d'inductance $L$ et un condensateur de capacité $C$. On soumet l'ensemble à une tension $u$ de fréquence réglable, $u = U\sqrt{2}\cos(2\pi ft)$ avec $U = 120V$. Soit $i$ l'intensité instantanée. L'intensité efficace dans le circuit passe par une valeur maximale $I_0 = 1{,}33A$ pour la fréquence $f_0 = 159Hz$. Pour une autre valeur $f_1$, l'intensité efficace vaut $0{,}8A$ et la tension efficace aux bornes du condensateur vaut $U_C = 128V$.



a) Calculer $r$. Déterminer les impédances de l'ensemble et du condensateur pour la fréquence $f_1$.

b) Dans le cas où $f = f_1$, l'impédance du condensateur est supérieure à celle de la bobine. Laquelle des fonctions $u$ et $i$ est – elle en avance sur l'autre ? Calculer le déphasage $\varphi$ de la tension par rapport à l'intensité.

c) Représenter le diagramme de Fresnel des tensions de ce circuit. Faire apparaître $\varphi$ $et$ $\alpha$ (phase de la tension aux bornes de la bobine par rapport au courant).

d) En déduire une expression de $tan\alpha$ en fonction de $U_C, U$ $et$ $\varphi$. Calculer $\alpha$.

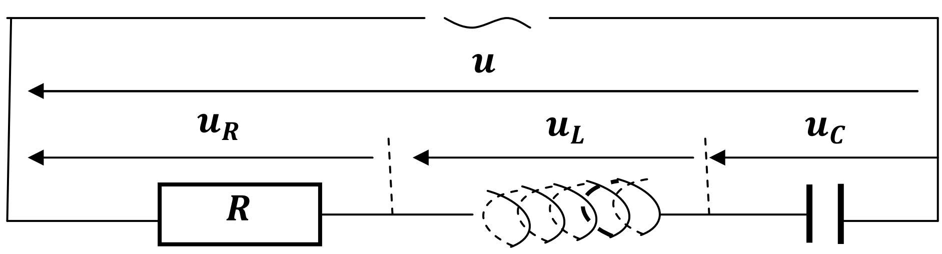
e) Calculer $L$, $C$ et $f_1$.

## Exercice 14 :

Un circuit comprend monté en série :

- Un conducteur ohmique $R$
- Une bobine d'inductance $L$
- Un condensateur de capacité C
- Un générateur basse fréquence GBF délivrant

une tension sinusoïdale $u = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ de fréquence N variable. $i = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$.




1. La fréquence du GBF étant $N = 50H$.

a) Ecrire la relation qui existe entre $u$, $u_R, u_L, u_{C.}$. exprimer les tensions en fonction des données de l'exercice.

b)Faire la construction de Fresnel avec les impédances et calculer $Z$ du circuit. Calculer l'intensité efficace $I$ du courant ainsi que la phase $\varphi$ de la tension par rapport au courant. Dire laquelle d'entre elle est en avance. On donne $U = 6V$ ; $C = 30\mu F$ ; $L = 60mH$ ; $R = 10ohms$.

c) On visualise les tensions $u$ et $u_R$ sur un oscilloscope à deux voies. Dessiner ce que l'on observe sur l'oscillogramme.

d)Montrer que l'on pourrait obtenir la même intensité pour une autre valeur $L'$ de l'inductance, tous les autres paramètres restants constants. Calculer $L'$ ainsi que la nouvelle phase $\varphi'$ de la tension par rapport au courant.

2. La bobine ayant la valeur de l'inductance initiale, on fait varier la fréquence du GBF entre $20$ et $500Hz$, $U$ étant maintenue constante.

a) Exprimer le phénomène qui se produit.

b)Calculer les valeurs de la fréquence $N_0$ et de la phase quand l'intensité passe par son maximum $I_0$ qu'on calculera aussi. Quel qualificatif donne t – on alors à ce circuit ?

c)A toute fréquence $N_1 < N_0$, correspondant à un déphasage $\varphi = \varphi_1$, on peut associer une autre fréquence $N_2 > N_0$ correspondant à un déphasage $\varphi_2 = -\varphi_1$.

Montrer que $N_1 \cdot N_2 = {N_0}^2$

d)On pose $x = \frac{N}{N_0}$. Exprimer le facteur de qualité $Q$ du circuit en fonction de $L, R, N_0$ puis en fonction de $C, R, N_0$. Montrer que $\frac{Z}{R} = \frac{I_0}{I} = \sqrt{1 + Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$

e) Donner l'expression de la puissance $P$ du circuit. En déduire son expression à la résonance.

Montrer que $\frac{P_0}{P} = \left(\frac{I_0}{I}\right)^2 = 1 + Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$

f) Aux bornes de la bande passante on a $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$, calculer les valeurs de $x_1$ et $x_2$ de $x$ avec $x_1 < x_2$.

# OPTIQUE :
## *Lentilles minces – Prisme - Réseau*

### Exercice 1 :

1. Répondre par vrai ou faux :
   a) Toute lentille plan – convexe est- convergente.
   b) Une lentille ($L_1$) plan – convexe à pour vergence $C_1 = \frac{n-1}{r_1}$ et une lentille (L) biconvexe a pour vergence $C = (n-1)\left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right]$ où $r_1$et $r_2$ sont les rayons de courbure et $n$ l'indice de réfraction de la lentille.
2. Une lentille mince $L_1$ biconvexe de vergence $C_1 = 5\delta$, a deux faces de même rayon de courbure $R$. L'indice de réfraction du verre est $n = 1{,}5$. Calculer $R$.
3. Un objet AB est placé à 5m de l'écran fixe($\overline{AA'} = 5m$) ; l'image A'B' se formant sur l'écran. Montrer que les deux positions $x_1$ et $x_2$ de la lentille par rapport à l'écran pour lesquelles l'image A'B' est nette sont respectivement 0,21m et 4,79m.
4. On accole à $L_1$ une autre lentille $L_2$. Le système optique obtenu a pour vergence $+2{,}5\delta$. Calculer la distance focale $f_2'$ de $L_2$ et en déduire sa nature.
5. On associe à $L_1$ une lentille $L_3$ de distance focale $f_3' = 10cm$ et on positionne à 40cm an avant de $L_1$ et perpendiculairement à son axe principal, un objet AB. A quelle distance de $L_1$ faut – il placer $L_3$pour que le système optique donne de AB une image définitive A'B' de même sens et deux fois plus grande ?

### Exercice 2 :

La lunette de Galilée est constituée de deux lentilles minces dont les axes optiques sont confondus. La première lentille $L_1$ est une lentille convergente de distance focale $\overline{O_1F_1'}$ . La deuxième lentille $L_2$ est une lentille divergente de distance focale $\overline{O_2F_2'}$. L'observateur dirige la lunette vers un objet AB de hauteur $h$ situé à la distance $D$ de la lunette, A est le pied de l'objet situé sur l'axe optique.

Données : $h = 0{,}70m$ ; $D = 50m$ ; $f_1' = 0{,}80m$ ; $f_2' = -0{,}080m$.

1. Déterminer la position de l'image A'B' donnée par AB par la première lentille. Quelle est la taille de cette image ?
2. En tenant compte des résultats précédents, situer sur un schéma la lentille $L_1$, ses foyers ainsi que l'image A'B'.
3. A'B' joue le rôle d'objet pour la lentille $L_2$. Celle – ci est située à la distance $d = O_1O_2$ en arrière de $L_1$. On donne $d = 0{,}70m$.
   a) Sur un schéma clair représenter les deux lentilles, leurs foyers et A'B'. Quelle est la nature de A'B' pour $L_2$ ?
   b) Construire l'image A''B'' pour la lentille $L_2$.
   c) Quelle est la position de A''B'' ? confirmer le résultat précédent.
4. Calculer :
   a) Le diamètre apparent $\propto$ de l'objet AB, pour un observateur dont l'œil est placé en $F_2$.
   b) Le diamètre apparent $\propto''$ de l'image A''B'' pour le même observateur regardant dans $L_2$, son œil étant toujours en $F_2$.
5. Par définition, le grossissement G d'un système optique est le rapport du diamètre apparent de l'image définitive au diamètre apparent de l'objet observé. Calculer le grossissement de la lunette dans les conditions étudiées ci – dessus.
6. La lunette est utilisée convenablement lorsque l'œil n'accommode pas, c'est-à-dire si l'image définitive est située à l'infini. Ceci est obtenu en déplaçant $L_2$ par rapport à $L_1$, en agissant sur une bague de réglage.
   a) Quelle est alors la distance entre les deux centres optiques ?
   b) Quel est le grossissement de la lunette de Galilée utilisée dans ces conditions ?

## Exercice 3 :

Afin d'obtenir la distance focale d'une lentille convergente, celle – ci est placée sur un banc d'optique portant une règle graduée de 0 à 150cm. Un objet lumineux AB est placé devant la graduation 0 et un écran à la graduation 150cm. On place la lentille sur le banc et pour une certaine position, il se forme sur l'écran une image nette A'B', plus grande que l'objet. En déplaçant la lentille de la distance $d$ vers l'écran, il se forme sur celui – ci une image nette A''B'' plus petite que l'objet.

1. Construire l'image de l'objet dans ces deux cas puis montrer que sa distance focale est donnée par l'expression $f' = \frac{D^2-d^2}{4D}$ en appelant $D$ la distance objet – écran.
2. Faire l'application numérique pour $d = 67cm$.

## Exercice 4 :

L'objectif d'un projecteur diapositives est assimilé à une lentille mince convergente de distance focale
$f = 12{,}5cm$. La distance entre la diapositive et l'écran est de $3m$.

1) Quel est le grandissement de l'appareil ?
2) Quelles sont les dimensions de l'image d'une diapositive $24 \times 36mm^2$ ?
3) Si on approche l'écran de $1m$ de l'appareil, dans quel sens doit- on déplacer l'objectif pour avoir encoreune image nette sur l'écran et de quelle longueur ? quelles sont les nouvelles dimensions de l'image ?

## Exercice 5 :

Une lentille convergente $L_1$ a pour distance focale $f' = +10cm$. Un objet vertical AB de $24cm$ de hauteur est placé à une distance de

1200m devant la lentille dont l'axe optique est horizontal, le point A de l'objet est sur l'axe optique de la lentille.

1. Quelles sont la position, la grandeur et la nature de l'image $A_1B_1$ donnée par la lentille $L_1$.
2. On place une lentille $L_2$ divergente de distance focale $f_2' = -4cm$ à 6,5cm derrière la lentille $L_1$, leurs axes optiques étant confondus.

   a) Quelles sont la position, la grandeur et la nature de l'image $A_2B_2$ de l'objet donnée par le dispositif constitué des deux lentilles $L_1L_2$ ?

   b) Déterminer le distance entre $L_1$ et cette image.
3. On désire obtenir à partir d'une seule lentille convergente L, une image de AB de mêmes caractéristiques (grandeur et nature) que l'image $A_2B_2$, calculer la distance focale $f'$ de cette lentille L.

## Exercice 6 :

1. On dispose d'une lentille mince convergente $L_1$ de distance focale $f_1'$, sur un banc d'optique entre un objet lumineux AB et un écran (E). On désigne par $D$ la distance entre l'objet et l'écran. L'axe principal de $L_1$ est perpendiculaire à l'écran et passe par le pied A de l'objet AB, de hauteur 1cm.

   a) Quelle condition doit remplir $D$ pour qu'on observe une image nette A'B' de l'objet Ab, pour deux positions de la lentille entre l'objet et l'écran.

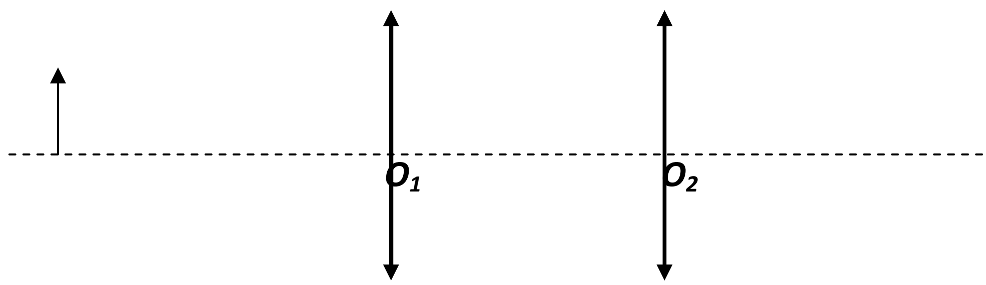
   b) La distance entre ces deux positions est notée $d$. Exprimer $f'_1$ en fonction de $d$ et $D$. On donne $D = 1{,}8m\,; d = 60cm$. Faire l'application numérique.

   c) Calculer les grandissements $\gamma_1$ et $\gamma_2$ pour les deux positions de la lentille sur le banc d'optique. Vérifier que $\gamma_1 \times \gamma_2 = 1$.
2. On associe à cette lentille $L_1$ une autre lentille mince convergente de vergence $C_2 = 5\delta$ en la plaçant à 20cm à droite de $L_1$. On désigne par $f_2'$ la distance focale de la lentille $L_2$. L'objet AB est placé à 20cm en avant de $L_1$. A étant sur l'axe principal commun de $L_1$ et $L_2$.

a) Donner par calcul les caractéristiques (position, nature, sens, grandeur) de l'image A''B'' de AB donnée par le système des deux lentilles.

b) Vérifier graphiquement les résultats de la question 2.a). Prendre 1cm pour 10cm sur l'horizontale et 1cm pour 1cm sur la verticale.

3. Déterminer la position du foyer principal image F' de l'association ($L_1L_2$). Représenter le trajet du rayon correspondant.




## Exercice 7 :

On étudie le système optique constitué par deux lentilles minces non accolés.

- Lentille $L_1$ : convergente, distance focale $f_1' = 10cm$.
- Lentille $L_2$ :convergente, distance focale $f_2' = 30cm$
- Distance $\overline{O_1O_2} = 20cm$.

a) Préciser, sur un schéma la position des foyers principaux.

b) Un objet lumineux AB de longueur 5cm est placé à 15cm devant $L_1$. Déterminer les caractéristiques de l'image A'B' de AB dans le système. Vérifier par construction géométrique.

c) Déterminer la position du foyer principal image F' du système optique (commencer par chercher la définition de ce point F' en raisonnant par analogie avec le cas d'une lentille unique). Représenter le chemin du faisceau lumineux correspondant (faire un nouveau dessin).

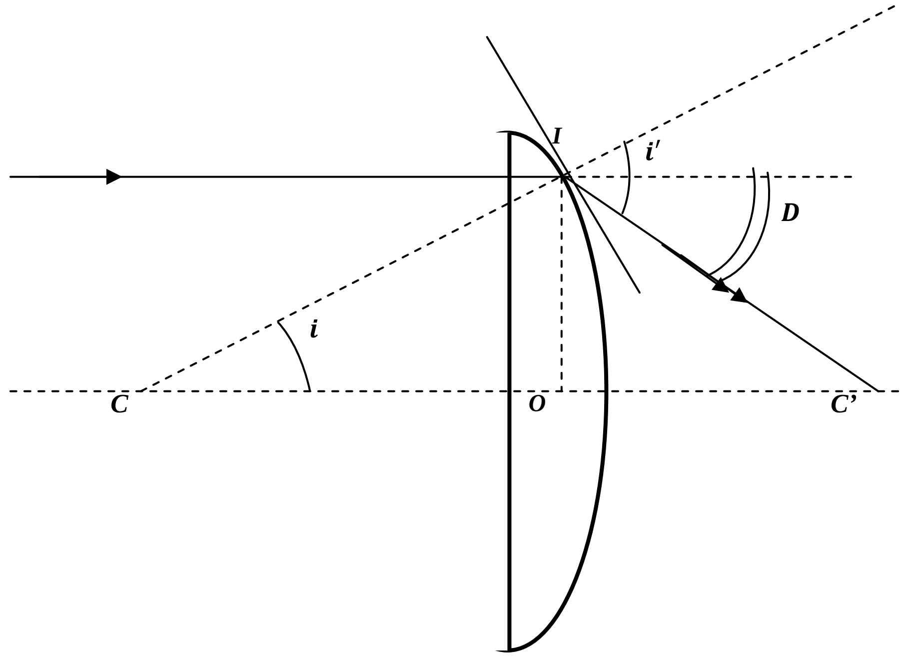
d) Reprendre toutes les questions en supposant que la lentille $L_2$ est divergente et de distance focale $f'_2 = -30cm$.

## Exercice 8 :

1. A l'aide d'une lentille $L_1$ de vergence $C_1 = 25\delta$, on obtient l'image $A_1B_1$ d'un objet Ab de 1cmde hauteur placé à 6cm devant la lentille.
   a) Quelles sont la nature et la distance focale $f'_1$ de $L_1$ ?
   b) Quelles sont la position, la nature et la hauteur de $A_1B_1$ ?
2. Une lentille $L_2$ est placée entre $L_1$ et $A_1B_1$, à une distance $x$ de $L_1$. Pour recevoir une image nette et renversée $A_2B_2$ de AB, il faut placer un écran à la distance $D = 12{,}5cm$ de $L_1$.
   a) Quel est le rôle de $A_1B_1$ pour la lentille $L_2$ ?
   b) Exprimer la distance focale de $L_2$ en fonction $x$ puis étudier son signe en fonction de $x$.
   c) En déduire la nature de $L_2$.
   d) Calculer $f'_2$ sachant que $x = 11cm$.
3. Faire une construction géométrique où apparaît la lentille $L_2$, $A_1B_1$ et $A_2B_2$.
4. On accole $L_2$ à $L_1$ ; calculer la distance focale de l'association.

## Exercice 9 :

1. Pour déterminer l'expression de la vergence $C_1$ d'une lentille mince plan – concave notée $L_1$, de rayon de courbure $R$ et d'indice $n$. On fait arriver un rayon SI perpendiculairement sur la face plane de la lentille. On supposera que l'incidence $i$ et la déviation $D$ sont faibles. On rappelle que pour des angles faibles$tan \propto \approx sin \propto \approx \propto$ en radian.
   a) Définir la vergence d'une lentille.
   b) Montrer que $C_1 = \frac{n-1}{R}$.




2. Afin de mesurer la distance focale $f_1'$ de la lentille précédente, on l'accole à une lentille mince L$_2$ de distance focale $f_2' = -10cm$. On dispose d'un objet AB et d'un écran. Le système optique $(L_1; L_2)$ donne d'un objet AB une image A'B' de même dimension que l'objet lorsque la distance objet – écran vaut $AA' = 60cm$.

a) En déduire la valeur de $f_1'$.

b) Quelle est la valeur de $n$ sachant que $R = 3cm$ ?

3. On étudie le système optique constitué par les deux lentilles précédentes placées à une distance $d = 10cm$ l'une de l'autre, L$_1$ en avant de L$_2$.

a) Un objet lumineux de longueur $AB = 2cm$ est placé à 12cm devant L$_1$. Déterminer les caractéristiques de l'image A'B' de AB dans le système.

b) Déterminer les positions du foyer principal image et du foyer principal objet du système des deux lentilles non – accolées.

c) Représenter en respectant les règles de construction l'image A'B' donnée par le système des deux lentilles.

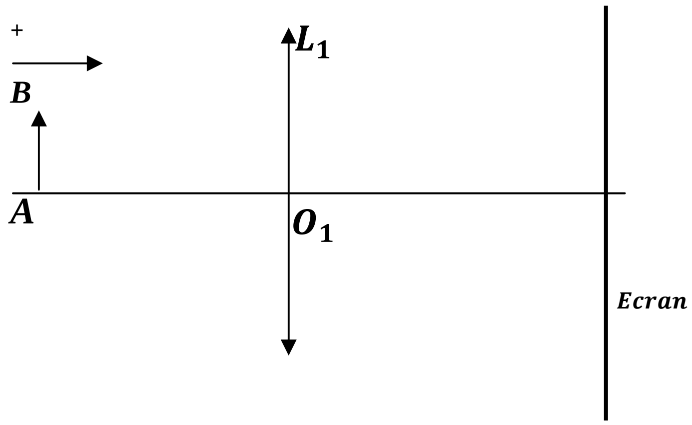
## Exercice 10 :

Un microscope est constitué d'un objectif assimilable à une lentille mince convergente $L_1$ de distance focale $f_1' = 5mm$, et d'une oculaire assimilable à une lentille convergente $L_2$ de distance focale $f_2' = 20mm$. Les deux lentilles ont le même axe principal et la longueur optique du microscope $D = \overline{F_1'F_2}$ vaut $175mm$. L'ensemble est supposé fonctionner dans les conditions de l'approximation de Gauss. $O_1$ et $O_2$ sont respectivement les centres optiques.

1. L'objet AB est situé à $5{,}14mm$ en avant de la lentille $L_1$.
   a) Calculer la position par rapport à $O_1$ de l'image $A_1B_1$ de l'objet AB donnée par l'objectif.
   b) L'image $A_1B_1$ sert d'objet réel pour la lentille $L_2$. Calculer la position par rapport à $O_2$ de l'image définitive $A_2B_2$ que l'on observe à travers l'oculaire.
   c) Utiliser ces résultats pour justifier les caractères de l'image définitive de l'objet AB obtenue à travers le microscope : virtuelle, renversée, très agrandie.
   d) Faire une figure et construire les mage $A_1B_1$ et $A_2B_2$ de l'objet AB placé au voisinage du foyer objet de $L_1$.
2. L'objet observé est une hématie de diamètre $20\mu m$ dont le centre est situé sur l'axe optique des lentilles.
   a) A quelle distance de l'objectif doit se trouver l'hématie pour que son image soit vue à l'infini ?
   b) L'œil de l'observateur étant placé au voisinage du foyer du foyer principal image de l'oculaire, sous quel angle voit – il alors l'hématie ?

## Exercice 11 :

On dispose d'une lentille mince convergente $L_1$. Dans la suite de l'exercice on note $O_1$ son centre optique, $F_1$ son foyer principal objet, $F_1$' son foyer principal image et $f_1' = \overline{O_1F_1'} = -\overline{O_1F_1}$ sa distance focale. On veut déterminer expérimentalement la distance focale $f_1'$ en utilisant le montage suivant :




On oriente l'axe optique dans le sens positif défini sur la figure. Celui – ci correspond au sens de propagation de la lumière. AB est un objet réel dont on cherche l'image réelle A'B' sur l'écran. On se place dans le cas particulier où le grandissement est égal à $-1$.

1. a/exprimer $\overline{O_1A'}$ en fonction de $\overline{O_1A}$, et donner les caractéristiques de l'image A'B' comparées à celle de l'objet AB.

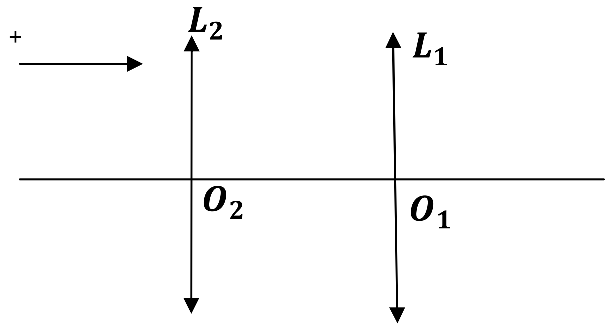
b/ En utilisant la formule de conjugaison, exprimer $\overline{O_1A'}$ , $\overline{O_1A}$ , et $\overline{AA'}$ en fonction de $f_1'$.

2. Expérimentalement, on constate que pour $\overline{AA'} = 20cm$, le grandissement est égal = $-1$. En déduire la valeur de $f_1'$.
3. Représenter en vraie grandeur le schéma précédent, avec la lentille $L_1$, les foyers, l'objet réel AB de hauteur $3cm$ à la distance $2f_1'$ de $O_1$.

   a) Déterminer la position et les caractéristiques de l'image réelle A'B', en représentant la marche d'au moins deux rayons lumineux particuliers issus de B.

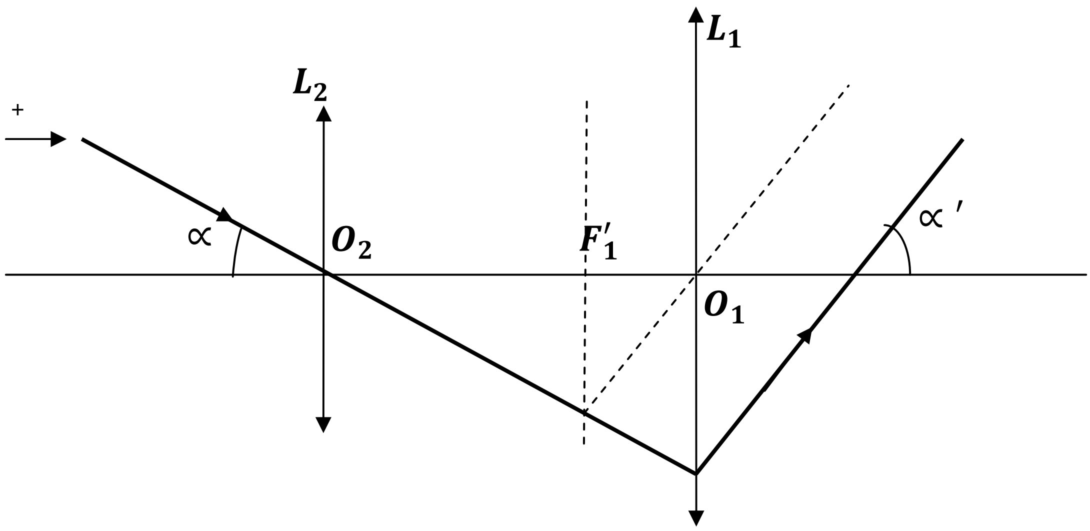
   b) Représenter la marche d'un faisceau lumineux issu de B et traversant la lentille $L_1$.
4. On accole à la lentille $L_1$, une lentille $L_2$ mince convergente de centre optique $O_2$ et de foyers principaux $F_2$ et $F_2$'. La distance focale $f_2'$ vaut $50cm$. L'ensemble des deux lentilles distantes de $d = \overline{O_2O_1}$

constitue un système afocal. Pour un tel système, l'image réelle d'un objet réel situé à l'infini, est, elle aussi, située à l'infini.




a) Exprimer $d$ en fonction $f_1'$ et $f_2'$. Calculer la distance $d$.

b) On représente la marche d'un rayon lumineux issu d'un objet situé à l'infini, incliné d'un angle $\propto$ par rapport à l'axe optique. Le rayon émergeant est incliné d'un angle $\propto'$ par rapport à l'axe optique.




Exprimer le grossissement $G = \frac{\propto'}{\propto}$ en fonction de $f_1'$ et $f_2'$. Calculer alors $G$.

## Exercice 12 :

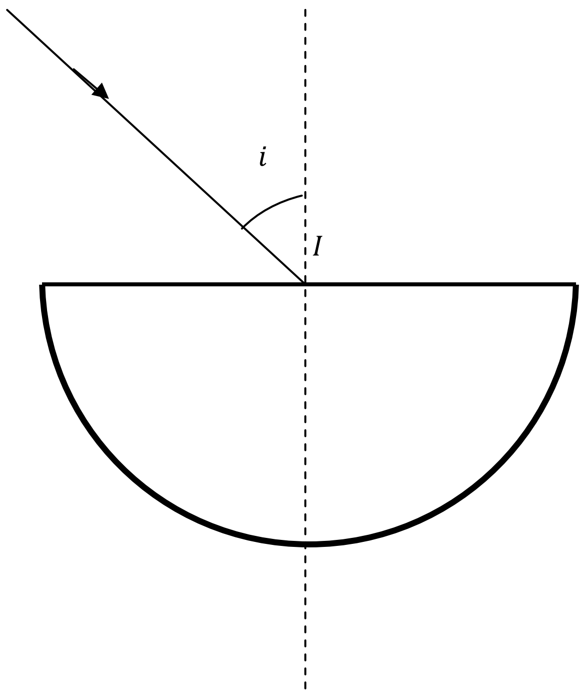
1. On fait arriver un pinceau de lumière monochromatique bleue sur une demi – sphère de plexiglas. sachant que pour un angle d'incidence $i = 70°$, l'angle de réfraction vaut $t = 38°48'$, calculer

l'indice de réfraction du plexiglas pour la radiation considérée. (Donner trois chiffres significatifs).

2. Calculer l'angle de réfraction pour un pinceau de lumière jaune, l'indice du plexiglas étant 1,483 pour cette radiation et l'angle d'incidence étant le même que précédemment.

3. Derrière la sphère, on place une lentille convergente mince achromatique, de distance focale $f' = 50cm$, dont l'axe optique coïncide avec le trajet de la lumière jaune.

Tracer la marche des faisceaux jaune et bleu et déterminer dans le plan focal image de la lentille, la distance entre les taches jaune et bleue. On donne $1' = 3.10^{-4} rad$.




## Exercice 13 :

On considère le trajet d'une lentille monochromatique dans un plan de section principale d'un prisme.

1. Etablir et justifier les quatre formules du prisme.

2. Un rayon de lumière monochromatique jaune frappe la première face d'un prisme sous l'incidence $i = 45°$. L'angle du prisme est égal

à 60° et son indice pour la radiation considérée est $n_J = 1{,}660$. Calculer les angles $r$ , $r'$ et $i'$ ainsi que la déviation $D_J$.

3. Même question pour des rayons de lumière monochromatique de couleur bleue, verte et orange arrivant sur le prisme avec la même incidence. Les indices de réfraction du vert et du bleu sont : $n_B = 1{,}673$ et $n_o = 1{,}655$.
4. Que peut – t – on dire des rayons qui émergent de ce prisme ? quel est le nom du phénomène ?
5. On place derrière le prisme une lentille mince convergente achromatique, de distance focale $f' = 50cm$, dont l'axe optique coincide avec le trajet de la lumière jaune.

   a) Où faut – il disposer un écran pour faire apparaître le spectre lumineux de la lumière complexe qui contient les trois radiations monochromatiques citées ci – dessus ?

   b) Quelle est dans le spectre, la distance qui sépare :

   - La raie jaune de la raie bleue ?
   - La raie jaune de la raie orangée ?
   - La raie bleue de la raie orangée ?

## Exercice 14 :

Un prisme de verre reçoit un pinceau cylindrique de lumière blanche. On donne la déviation pour les trois radiations du spectre visible :

Radiation rouge :$D_R = 38{,}0°$

Radiation orangée : $D_O = 38{,}5°$

Radiation bleue :$D_B = 39{,}0°$

1. Faire un schéma montrant le trajet du pinceau lumineux émergent du prisme pour chacune des radiations (ne pas se préoccuper du chemin suivi par le pinceau dans le prisme).
2. Derrière le prisme on place une lentille mince convergente achromatique, de distance focale $f -= 60cm$, dont l'axe optique coincide avec le trajet de la lumière orangée. Compléter le schéma

précédent en traçant le chemin suivi par le pinceau au delà de la lentille.

3. Où faut – il placer un écran ou une pellicule photographique pour obtenir le spectre de la lumière blanche ?

4. Calculer dans ce spectre la distance qui sépare :

   a) La raie orangée de la raie rouge
   b) La raie orangée de la raie bleue
   c) La raie rouge de la raie bleue.

## Exercice 15 :

Un réseau comportant $550\, traits/mm$ est utilisé en incidence normale. On l'éclaire avec une lampe à sodium qui émet la radiation monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0{,}589 \mu m$.

1. Faire la figure et établir la formule qui permet d déterminer les directions correspondant à des maxima de lumière.
2. Quelles sont ces directions ?
3. Combien y a – t – il au total, de directions correspondant à un maximum de lumière ?
4. Même questions si le réseau était éclairé par un laser qui délivre une lumière rouge de longueur d'onde $0{,}633 \mu m$.

## Exercice 16 :

Un réseau comportant $400 traits/mm$ est utilisé en incidence normale. On l'éclaire avec une lampe à vapeur de mercure et on utilise une lunette d'observation pour viser les raies obtenues.

1. L'axe de la lunette étant initialement normal au réseau, il faut de l'angle $\theta = 13°22'$ pour obtenir un premier maximum de lumière pour la raie jaune (spectre d'ordre 1). Quelle est la longueur d'onde de la radiation jaune de la lampe à vapeur de mercure ?
2. Quelles sont les autres directions donnant un maximum de lumière pour la même radiation lumineuse ?

3. Déterminer dans quelles directions on observe un maximum de lumière pour la radiation bleue émise par la lampe de mercure sachant que sa longueur d'onde vaut $\lambda_B = 0{,}436\mu m$.

## Exercice 17 :

Un réseau comportant $n = 10^4 traits/cm$ est utilisé en incidence normale et- éclairé par une lampe à vapeur de sodium. Le spectre obtenu est observé avec une lunette et l'angle formé par son axe avec la normale au réseau est noté $\theta$.

1. Qu'observe t –on dans la direction $\theta = 0$ ?
2. Dans le spectre du premier ordre on voit trois raies : une très intense et de couleur jaune et deux autres peu – intenses de couleurs respectives verte et rouge. On donne les longueurs d'onde des radiations lumineuses correspondantes :$\lambda_V = 0{,}568\mu m$ ; $\lambda_J = 0{,}589\mu m$ ; $\lambda_R = 0{,}615\mu m$. Calculer les directions $\theta_V$ ; $\theta_J$ ; $\theta_R$ dans lesquelles on observe un maximum de lumière pour ces radiations.
3. Est – il possible d'obtenir un spectre du 2$^{ème}$ ordre ?
4. On place derrière le réseau une lentille mince convergente achromatique, de distance focale$f' = 30cm$ et dont l'axe optique coïncide avec le trajet de la lumière jaune.

   a) Où faut – il disposer un écran ou une pellicule photographique pour obtenir le spectre de la lumière émise par le sodium ?

   b) Calculer la distance qui sépare dans ce spectre, les raies verte et rouge.

# NIVEAUX D'ENERGIE ATOMIQUE

## Exercice 1 :

Les niveaux d 'énergie quantifiées de l'atome d'hydrogène, le niveau de référence étant le niveau d'ionisation, sont données par l'expression : $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ $(n \geq 1 , E_n\ en\ eV)$.

1. Placer sur un diagramme le niveau fondamental, le niveau d'ionisation, les trois premiers niveaux excités.
2. Un électron d'énergie $11eV$ vient frapper un atome d'hydrogène. Que peut – on observer ?

$$h = 6,62.10^{-34} J.s$$

3. Un rayonnement ultraviolet de longueur d'onde dans le vide λ st absorbé par des atomes d'hydrogène à leur état fondamental. En se stabilisant ces atomes émettent uniquement trois radiations de longueur d'onde λ, λ' et λ'' avec λ'' < λ. Déterminer λ, λ' et λ''.

## Exercice 2 :

Les niveaux d 'énergie de l'atome d'hydrogène, sont données par l'expression : $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$

$(n \geq 1 , E_n\ en\ eV)$.

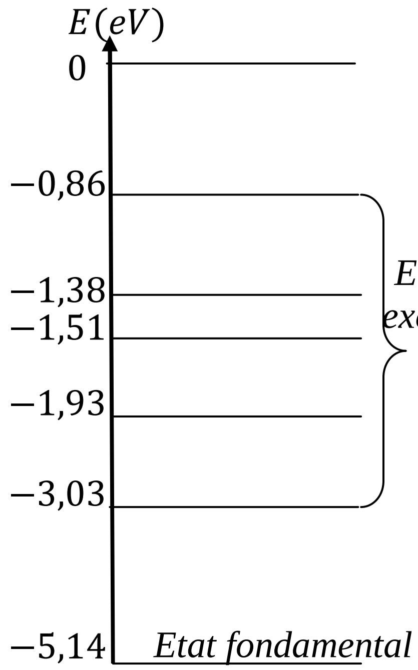
1. Faire le schéma classique du diagramme de ces niveaux d'énergie (on prendra 1cm pour 2eV)
2. Quelle énergie faut – il fournir à l'atome pour l'ioniser à partir de son premier état excité ?
3. Quel est le comportement d'un atome d'hydrogène dans son état fondamental, qui reçoit des radiations de longueur d'onde :

a) $91,2nm$ ?
b) $110nm$?
c) $122nm$ ?
d) $1\mu m$ ?Donnée : $\frac{h\times C}{e} = 1240eV.nm$

## Exercice 3 :

L'analyse du spectre d'émission d'une lampe à vapeur de sodium révèle la présence de raies de longueur d'onde bien définies parmi lesquelles : $\lambda_0 = 0,3\mu m \ et \ \lambda_1 = 0,59\mu m$.

1. En utilisant le diagramme simplifié des niveaux d'énergie de la figure suivante, indiquer les transitions correspondantes à ces deux longueur d'onde.



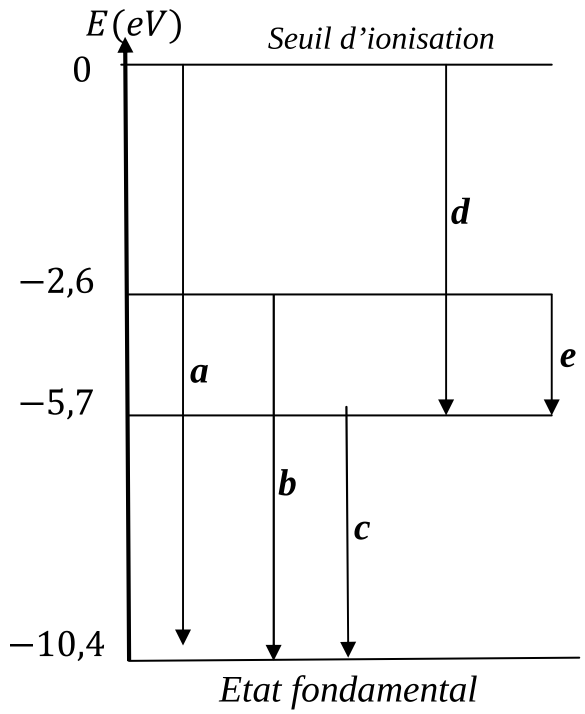

2. Quel est le comportement d'un atome de sodium pris à l'état fondamental lorsqu'il reçoit un photon de longueur d'onde $\lambda = 059\mu m$ ?
Que se passe t –il s'il reçoit un photon d'énergie 3eV ?
3. L'atome de sodium, dans son état fondamental, est maintenant heurté par un électron d'énergie cinétique 3eV.

Lors de l'interaction l'atome de sodium reste pratiquement immobile et passe à son premier état excité.
Quelle est l'énergie cinétique de l'électron après l'interaction?
Données : $h = 6{,}62.10^{-34} J.s$ , $C = 3.10^{8} m.s^{-1}$ ; $e = 1{,}6.10^{-19} C$.

## Exercice 4 :

Sur le diagramme de la figure suivante sont représentées les principaux niveaux d'énergie d'un atome et des transitions observées.

1. Quels seraient les niveaux d'énergie si on prenait l'état fondamental comme état de référence à niveau zéro ?
2. Calculer les fréquences correspondantes au cinq transitions demandées. Quelles relations y – a – t – il entre ces fréquences ?$h = 6{,}62.10^{-34} J.s$
3. L'atome est dans son premier état excité, il est alors frappé par un électron. Quelle énergie cinétique minimale cet électron doit – il avoir pour arracher un électron à l'atome ?



## Exercice 5 :

Les différents niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont données par la relation : : $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ $(n \geq 1\ , E_n\ en\ eV)$.

1. a/ Quelle est l'énergie d'un photon capable d'exciter un atome d'hydrogène dans son deuxième niveau ?
b/ Calculer la longueur d'onde correspondante.
2. Quelle est la plus courte longueur d'onde des photons émis par un gaz monoatomique d'hydrogène excité sur tous les niveaux ?
3. Etablir la relation permettant de calculer les énergies puis les longueurs d'onde des raies de Lyman.
En déduire la plus grande longueur d'onde de la série de Lyman.
4. On envoie sur des atomes d'hydrogène pris dans leur premier état d'excitation des photons d'énergie respectives : 1,9eV ; 3,4eV ; 10,2eV ; 14eV. Quels sont les photons absorbés ?

$\frac{h \times C}{e} = 1240 eV.nm.$

## Exercice 6 :

Les longueurs d'onde dans le vide, des radiations émise par l'atome d'hydrogène se calculent par la formule de Balmer généralisée $\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, dans laquelle $p$ est un entier supérieur ou égal à 1 et $n > p$.

1. Déterminer $R_H$ sachant que l'énergie d'ionisation de l'atome H est 13,54eV.
2. Quel est le photon le plus énergétique qui peut être émis par l'atome d'hydrogène, la caractériser par sa longueur d'onde $\lambda_{min}$.
3. Sur un axe gradué en longueur d'onde, préciser dans quel domaines se situent les raies des séries de Lyman ($p = 1$), de Balmer ($p = 2$), de Paschen ($p = 3$), de Brackett ($p = 4$) et de Pfund ($p = 5$).

## Exercice 7 :

On se propose d'étudier le diagramme énergétique simplifié de l'atome de sodium : $n$ est le niveau fondamental, $p$ et $q$ sont deux niveaux excités.

1. D'après la règle de combinaison de Ritz, les différentes fréquences $\vartheta$ d'un spectre de raies peuvent se déduire les unes des autres par $\vartheta_{qn} = \vartheta_{qp} + \vartheta_{pn}$. Etablir cette relation à l'aide du postulat de Bohr.
2. Lorsque l'atome de sodium passe de l'état excité $p$ à l'état fondamental $n$, il émet un rayonnement de longueur d'onde $\lambda_1 = 589nm$ ; lorsqu'il passe de l'état $q$ à l'état $p$, il émet un rayonnement de longueur d'onde $\lambda_2 = 568{,}8nm$ .
   a) Représenter un diagramme énergétique simplifié de cet atome
   b) Quelle est la longueur d'onde de la radiation lumineuse émise lorsque l'atome passe de l'état excité $q$ à l'état fondamental. ?

## Exercice 8 :

1. Cours :
   a) Enoncer le postulat de Bohr
   b) Définir : spectre d'émission ; spectre d'absorption ; radiation monochromatique ; transition ; niveau d'énergie de l'atome d'hydrogène ; série de Balmer et la série de Paschen.
2. On donne : $h = 6{,}62.10^{-34} J.s$ ; $C = 3.10^{8} m.s^{-1}$ ; $E_0 = 13{,}6eV$.
   Les différents niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation : $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$
   a) Calculer les énergies des niveaux $E_3$ et $E_2$.
   b) Une transition de $E_3$ vers $E_2$ se fait par absorption ou par émission de photon ?
3. On envoie sur les atomes d'hydrogène dans l'état fondamental, différents photons d'énergie 10,2eV ; 11,5eV et 14eV.

a) Quels sont les photons pouvant être absorbés ?
b) Quel est l'état final du système ?

4. La série de LYMAN comprend des radiations ultra – violettes.
   a) Définir série de LYMAN. Les longueurs d'ondes des radiations émises sont telles que
   $\frac{1}{\lambda_n} = R_H\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ où $R_H$ est la constante de Rydberg.
   b) Etablir l'expression de $R_H$ en fonction de $h, C\ et\ E_0$.
   c) Quelle est la dimension de $R_H$ ?Justifier.
   d) Faire l'application numérique.
   e) Calculer l'écart $\Delta\lambda$ entre la plus grande la plus petite longueur d'onde dans la série de LYMAN.
5. La série de BALMER comprend des radiations émises lorsque l'atome d'hydrogène passe d'un niveau excité $n \geq 3$ vers le niveau $n = 2$. Cette série contient des radiations de fréquences $\vartheta_a = 6{,}15.10^{14} Hz$ et $\vartheta_b = 6{,}90.10^{14} Hz$. déterminer les numéros $a$ et $b$ des niveaux initiaux.

# RADIOACTIVITE

## Exercice 1 :

L'isotope 137 du césium est radioactif $\beta^-$. Le noyau obtenu à la suite de cette désintégration peut être soit à l'état fondamental soit à l'état excité à la suite duquel il reviendra à l'état fondamental. On ne considérera que le cas où le noyau obtenu est dans son état fondamental.

1. A l'aide du tableau des valeurs numériques, écrire l'équation bilan de la désintégration en précisant les règles utilisées. Préciser le nom, la charge et la masse de la particule qui doit intervenir dans cette équation bilan (en plus de la particule $\beta^-$) pour que les principes fondamentaux de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement soit aussi respectés.

| *Elément (symbole)* | *Z* | *A* | *Masse du noyau en u* |
|---|---|---|---|
| *Xénon (Xe)* | *54* | *132* | *131,8746* |
| *Césium (Cs)* | *55* | *137* | *136,8773* |
| *Baryum (Ba)* | *56* | *132* | *131,8750* |
| *Baryum (Ba)* | *56* | *137* | *136,8756* |
| *Baryum (Ba)* | *56* | *138* | *137,8743* |

2. Calculer en MeV et en joules l'énergie libérée au cours de cette désintégration. Dire sans calcule, sous quelles formes se retrouve principalement cette énergie.
3. On considère maintenant toutes les désintégrations possibles du césium 137. La constante radioactive λ vaut dans le cas de cet exemple environ $8{,}40.10^{-10}s^{-1}$. Calculer en secondes et en années la période T.

## Exercice 2 :

Le nucléide sodium ${}^{24}_{11}Na$ est radioactif, émetteur $\beta^-$, de période $T = 14h48min.$

1. Ecrire l'équation de sa désintégration.
2. On dispose d'une masse $m = 4.10^{-3}g$ de ce nucléide . quelle masse restera t –il après 44h24min ?
3. Cette désintégration aussi de l'émission de photon $\gamma$. Quelle est l'origine de leur énergie ?
4. L'un des photons émis a une énergie de 2,758MeV. Calculer la longueur d'onde de la radiation.

5. La masse de sodium est $m_1 = 23{,}99096u$, celle du noyau fils est $m_2 = 23{,}98504u$, celle de la particule émise est $m_3 = 5{,}486.10^{-4}u$. Quelle est l'énergie dégagée lors d'une désintégration ?

Extrait du tableau de classification :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9F | 10Ne | 12Mg | 13Al |

## Exercice 3 :

Un échantillon radioactif de thorium 227, pur de masse égale à $1mg$ émet par seconde $1{,}16.10^{12}$ particules $\propto$.

1. Calculer le nombre $N_0$ de noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon. On donne la constante d'Avogadro $\aleph = 6{,}02.10^{23}$ par mol.
2. Calculer la constante radioactive λ du Thorium 227.
3. Définir et calculer la période T du Thorium 227.
4. Déterminer le nombre de noyaux $^{227}Th$ qui restent dans l'échantillon au bout de 24 jours.

## Exercice 4 :

Un noyau $^{210}_{84}Po$ appartenant à un atome polonium se désintègre spontanément en donnant un nouveau nucléide $^{206}_{82}Pb$ (plomb) avec émission d'une particule $\propto$ (sans émission de photon $\gamma$).

1. Ecrire l'équation de la réaction nucléaire.
2. La mesure de la vitesse $v_1$ de la particule $\propto$ donne $v_1 = 16000km.s^{-1}$

a) Calculer en joules et en MeV, l'énergie cinétique de la particule $\propto$.
b) La particule $\propto$ traverse l'air ; chaque fois qu'elle ionise un atome dans l'air, elle lui cède 35eV. Combien d'atomes, en moyenne peuvent être ionisés lors de son trajet dans l'air ?
3. A l'instant de l'éjection de la particule $\propto$, le noyau de polonium est au repos.

a) Comparer les vecteurs vitesses $\overrightarrow{v_1}$ de la particule $\propto$ et $\overrightarrow{v_2}$ du noyau de plomb immédiatement après la désintégration. Préciser la norme de $v_2$.

b) Quelle est en joules et en MeV l'énergie cinétique de recul du plomb ?

Données : masse de la particule $v_2$: $6{,}6.10^{-27}kg$
Masse du noyau de plomb : $3{,}4.10^{-28}kg$

## Exercice 5 :

1. A haute altitude, l'azote ${}^{14}_{7}N$ se transforme en carbone C sous l'effet de bombardement par des neutrons. Ecrire l'équation de cette réaction nucléaire.
2. ${}^{14}_{6}C$ est radioactif $\beta^-$. Ecrire l'équation de sa désintégration.
3. La période radioactive de ${}^{14}_{6}C$ est de 5570 années. Les plantes vivantes assimilent le carbone dans l'atmosphère. A leur mort, le processus d'assimilation s'arrête. Un échantillon de bois préhistorique donne 197 désintégrations par minute. Un échantillon de même masse de bois récent donne 1350 désintégrations par minute. Quel est l'âge du bois préhistorique ?

## Exercice 6 :

En Californie, à proximité de la faille de San Andréas, les tremblements de terre sont fréquents. On y a fait des prélèvements d'échantillons de terrains ensevelis lors des anciens séismes. On a pu mesurer pour chacun d'eux l'activité radioactive due à l'isotope de carbone 14, radioactive $\beta^-$, de période 5570ans.

1. Ecrire l'équation de désintégration du carbone 14.
2. On appelle activité A d'un échantillon le nombre de désintégrations par seconde : $A = -\frac{dN}{dt}$. Quelle est la loi de variation de A au cours du temps ? calculer la constante radioactive λ.
3. Principe de datation au carbone 14.

La proportion des atomes de carbone 14 dans la biosphère (les organismes vivants) est constante au cours des dernières millénaires : un atome de carbone 14 pour 1 million de carbone 12. A sa mort, l'organisme cesse de consommer des composée, la concentration en carbone 14 radioactif commence à décroitre. Il suffit donc, en principe, de mesurer l'activité d'un échantillon pour connaître la date de sa mort des organismes vivants qu'il contenait ; ainsi en est – il pour les végétaux détruits lors d'une secousse sismique. En Californie, les mesures de ces activités on été, en 1979 :0,233 ; 0,215 ; 0,223 ; 0,251 en unité SI tandis que l'activité du terrain non enseveli, qui reste constante , est 0,255.

a) Quel est l'âge approximatif des échantillons étudiés ici ? A quelles dates se sont produits les séismes que ces échantillons permettent de dater ?

b) Quelle est, dans l'échantillon le plus ancien, la proportion des atomes de carbone 14 par rapport aux atomes de l'isotope carbone 12 ?

## Exercice 7 :

L'uranium 238 est à l'origine d'une famille radioactive qui conduit à un isotope stable de plomb. Ces désintégrations successives s'accompagnent d'émission de particules $\propto ou\, \beta^-$. La durée de vie des noyaux intermédiaires est suffisamment courte pour que l'on puisse négliger leur présence dans les produits de la transformation ; on assimile donc l'ensemble à une réaction unique :

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\alpha + y\beta^{-}.$$

1. Déterminer les coefficients $x$ et $y$.

2. On considère qu'à la date t = 0 de formation du minerai contenant l'uranium 238, celui-ci ne contient aucun noyau de plomb 206. On appellera $N_u(0)$ le nombre initial de noyaux d'uranium, $N_u(t)$ le nombre de noyaux d'uranium qui subsistent à l'instant t et $N_{pb}(t)$ le nombre de noyaux de plomb présents à la date t.

a) Sachant que $N_u(t) = N_u(0)e^{-\lambda t}$ . exprimer la période T (ou demi – vie radioactive) de l'uranium 238 en fonction de la constante radioactive λ.

b) Exprimer le nombre $N_{pb}(t)$ des noyaux de plomb présents à la date t dans le minerai en fonction de $t, \lambda\ et\ N_u(0)$.

c) Exprimer l'âge t du minerai en fonction de la période T de l'uranium et du rapport $N_{pb}(t)/N_u(t)$. On pourra supposer $t \ll T$ et pour $\varepsilon$ petit, on prendra $e^{\varepsilon} \cong 1 + \varepsilon$.

d) Faire l'application numérique : à la date t, l'échantillon de minerai 1g d'uranium et 10g de plomb. Calculer l'âge du minerai sachant que $T$(U) vaut $4{,}5.10^{9}$années ; M(U)=238 et M(Pb)=206.

## Exercice 8 :

Le francium, de symbole Fr, a pour numéro atomique 87.

1. On connaît 23 isotopes du francium, de nombres de masse compris entre 203 et 226. Déterminer les nombres minimal et maximal de neutrons pour le francium.
2. L'isotope le plus connu est $^{223}_{87}Fr$. Il possède la période radioactive la plus longue, qui est de 22min. sachant que la plus grande masse obtenue est $10^{-13}g$, déterminer la masse restante au bout de 10min, puis au bout de 1 jour.

3. La quasi – totalité des atomes de Fr subissent la radioactivité $\beta^{-}$. Ecrire l'équation de la réaction.

4. Une très faible partie des mêmes atomes (4 sur 100000) subissent la radioactivité $\propto$. Ecrire l'équation de la réaction.

5. Le francium $^{223}_{87}Fr$ est un nucléide naturel ; on estime sa masse dans l'écorce terrestre à 25g. combien cela représente t – il d'atomes ?

6. L'analyse du rayonnement $\gamma$ de $^{223}_{87}Fr$ montre l'existence de plusieurs raies, dont la plus intense correspond à une énergie de 50keV. Calculer la longueur d'onde des photons correspondants.

Extrait du tableau de classification périodique des éléments :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 85At | 86Rn | 87Fr | 88Ra | 89Ac |

# *CORRIGE*

# Chapitre I :

# CINEMATIQUE

## Exercice 1 :

$a = 2m/s^2$ ; $x_0 = 9m$ ; $V_0 = -10m/s$

1. Equation horaire

$a \neq 0$. Donc le mouvement est rectiligne uniformément varié.
Alors :

$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0$

$\boldsymbol{x = t^2 - 10t + 9}$

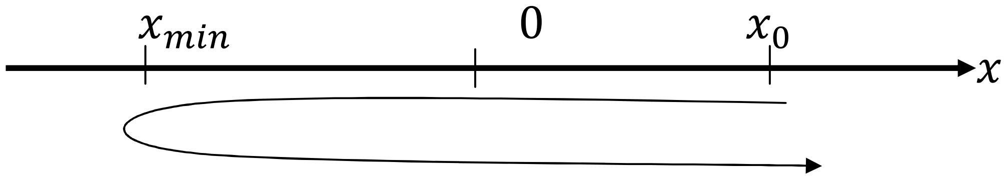
2. Abscisse minimum de M

$x$ est minimum si $\dot{x} = \frac{dx}{dt} = 0$ et change de signe. On a :

$\dot{x} = 2t - 10 \Rightarrow 2t - 10 = 0$

$\boldsymbol{t = 5s.}$ Alors : $\boldsymbol{x_{min} = -16m/s}$

3. Temps $\Delta t$ $et$ $\Delta t'$ qui s'écoule entre $t_0 = 0$ et les deux passages par l'origine du repère.




Aux deux passages on a :

$t^2 - 10t + 9 = 0$

$\Delta' = 16$ ; $\boldsymbol{\Delta t = 1s}$ et $\boldsymbol{\Delta t' = 9s}$.

4. Vitesse de M aux deux passages

A $t_1 = 1s$ ; $\boldsymbol{V_1 = -8m/s}$

$t_2 = 9s$ ; $\boldsymbol{V_2 = 8m/s}$

5. Vitesse de M en $x = 3m$

$\Delta V^2 = 2a\Delta x \quad \Leftrightarrow \quad V^2 - {V_0}^2 = 2a(x - x_0)$

$$V^2 = {V_0}^2 + 2a(x - x_0)$$

$$\boldsymbol{V = \sqrt{{V_0}^2 + 2a(x - x_0)}}$$

$\boldsymbol{V = 8,72m/s}$

**Exercice 2 :**

$a = cte$

1. Accélération $a$ du mouvement

$\Delta V = a\Delta t \quad \Leftrightarrow \quad V_2 - V_1 = a(t_2 - t_1)$

$\boldsymbol{\frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = a}$

$\boldsymbol{a = 4m/s}^2$

- Vitesse $V_0$ et l'abscisse $x_0$ à $t_0 = 0$

  $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0$ . alors :

  $$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}a{t_1}^2 + V_0 t_1 + x_0 \\ x_2 = \frac{1}{2}a{t_2}^2 + V_0 t_2 + x_0 \end{cases}$$

  La résolution donne : $\boldsymbol{V_0 = -4cm/s}$ et $\boldsymbol{x_0 = 5cm}$.

2. Instant où M change de sens

   $\dot{x} = 4t - 4 \;\Rightarrow\; 4t - 4 = 0$ . soit $\boldsymbol{t = 1s}$

- Position du mobile à cet instant.

$$\boldsymbol{x = 3cm}$$

3. Equation horaire de M'

Le mouvement est rectiligne uniforme. Donc :

$x' = V_0' t + {x_0}'$ . alors :

$\begin{cases} x_1{}' = V_0' t_1 + x_0{}' \\ x_2{}' = V_0' t_2 + x_0{}' \end{cases} \Rightarrow \quad x_0' = 80cm \;\; ; \;\; V_0' = -4{,}5m/s$

Donc l'équation horaire est : $\boldsymbol{x' = -4,5t + 80}$

4. Date $t_C$ de croisement

Le croisement a lieu si : $x = x'$

$2t^2 - 4t + 5 = -4{,}5t + 80 \iff 2t^2 + 0{,}5t - 75 = 0$ . on obtient : $\boldsymbol{t_C = 6s}$

- Lieu du croisement

$x_C = -4{,}5t_C + 80 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x_C = 53cm}$

**Exercice 3 :**

1. $a_x = -3t$

Loi horaire du mouvement :

$a_x = -3t \quad \Rightarrow \quad V_x = -1{,}5t^2 + V_0$. Où $V_0$ est la vitesse à la l'instant $t = 0$.

A $t_1 = 1s$ , $V_1 = -1{,}5{t_1}^2 + V_0$

$$V_0 = 2{,}5m/s$$

Alors : $V_x = -1{,}5t^2 + 2{,}5 \quad \Rightarrow \quad x = -0{,}5t^3 + 2{,}5t + x_0$

$x_1 = -0{,}5{t_1}^3 + 2{,}5t_1 + x_0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = 2m$

Donc l'équation horaire du mouvement est :

$$\boldsymbol{x = -0,5t^3 + 2,5t + 2}$$

2. $x = 1 + cost \;\; ; \;\; y = sint$

a) Equation cartésienne de la trajectoire

$x = 1 + cost \quad \Rightarrow \quad cost = x - 1$

$cos^2t + sin^2t = 1 \quad \iff \quad \boldsymbol{(x - 1)^2 + y^2 = 1}$

- La trajectoire est un cercle

b) Montrons que le mouvement est uniforme

$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = 1 + cost \\ y = sint \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\begin{vmatrix} \dot{x} = -sint \\ \dot{y} = cost \end{vmatrix}$

$\|\vec{V}\| = \sqrt{(-sint)^2 + cos^2t} = 1$

$\|\vec{V}\| = cte$. D'où le mouvement est uniforme.

c) Accélération $a$ du mouvement

Le mouvement est circulaire et uniforme. Donc $a_t = \frac{dV}{dt} = 0$.

Alors : $a = a_n = \frac{V^2}{R}$ où $R = 1m$ (rayon de la trajectoire)

$\boldsymbol{a = 1m/s^2}$

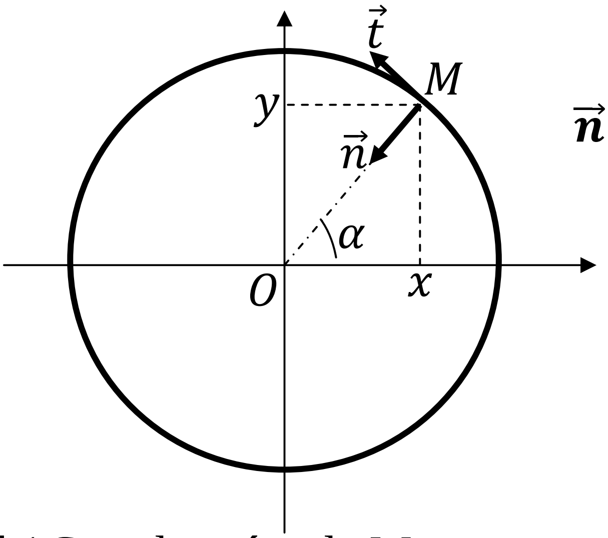
d) $z = 2t$

Forme de la trajectoire :

Le mouvement étant circulaire et uniforme dans le plan $(Ox\,;Oy)$ et rectiligne uniforme suivant l'axe $(Oz)$, la trajectoire sera donc hélicoïdale.

**<u>Exercice 4 :</u>**

1. a/ Coordonnées des vecteurs $\vec{t}$ et $\vec{n}$




$\overrightarrow{OM} = -\overline{OM}\cdot\vec{n} = -R\cdot\vec{n}$

$\boldsymbol{\vec{n} = -\frac{1}{R}\overrightarrow{OM} = -\frac{1}{R}(x\vec{\imath} + y\vec{\jmath})}$

$\vec{t}$ étant normal à $\vec{n}$, on a :

$\boldsymbol{\vec{t} = -\frac{1}{R}(y\vec{\imath} - x\vec{\jmath})}$

b/ Coordonnées de M

$$M\left|\begin{array}{l}x = Rcos\alpha\\ y = rsin\alpha\end{array}\right.$$

2. a/ Cordonnées cartésiennes de $\vec{V}$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{\boldsymbol{V}}\left|\begin{array}{l}\dot{\boldsymbol{x}} = -\boldsymbol{R}\,\dot{\boldsymbol{\alpha}}\,\boldsymbol{sin\alpha}\\ \dot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{R}\,\dot{\boldsymbol{\alpha}}\,\boldsymbol{cos\alpha}\end{array}\right.$$

$$\vec{\boldsymbol{V}}\left|\begin{array}{l}\dot{\boldsymbol{x}} = -\,\dot{\boldsymbol{\alpha}}\,\boldsymbol{y}\\ \dot{\boldsymbol{y}} = \dot{\boldsymbol{\alpha}}\,\boldsymbol{x}\end{array}\right.$$

b/ Coordonnées de $\vec{V}$ dans la base de Frenet

A partir des expressions de $\vec{t}$ et $\vec{n}$ dans la base $(\vec{\imath}\ ;\ \vec{n})$, on déduit :

$\vec{\imath} = -\frac{x}{R}\vec{n} - \frac{y}{R}\vec{t}$ et $\vec{\jmath} = -\frac{y}{R}\vec{n} + \frac{x}{R}\vec{t}$.

Donc :

$\vec{V} = -\dot{\alpha}\,y\vec{\imath} + \dot{\alpha}x\vec{\jmath}$

$\vec{V} = -\dot{\alpha}\,y\left(-\frac{x}{R}\vec{n} - \frac{y}{R}\vec{t}\right) + \dot{\alpha}x\left(-\frac{y}{R}\vec{n} + \frac{x}{R}\vec{t}\right)$

$\vec{V} = \frac{\dot{\alpha}}{R}(x^2 + y^2)\vec{t}$. Or $x^2 + y^2 = R^2$

$\vec{V} = \frac{\dot{\alpha}}{R} \times R^2\vec{t} \quad \Rightarrow \quad \vec{\boldsymbol{V}} = \dot{\boldsymbol{\alpha}}\boldsymbol{R}\vec{\boldsymbol{t}}$ dans la base de FRENET.

3. a/ Coordonnées cartésiennes de $\vec{a}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l}\ddot{x} = -R\ddot{\alpha}sin\alpha - R\dot{\alpha}^2cos\alpha\\ \ddot{y} = R\ddot{\alpha}cos\alpha - R\dot{\alpha}^2sin\alpha\end{array}\right.$$

$$\vec{\boldsymbol{a}}\left|\begin{array}{l}\ddot{\boldsymbol{x}} = -\ddot{\boldsymbol{\alpha}}\boldsymbol{y} - \dot{\boldsymbol{\alpha}}^2\boldsymbol{x}\\ \ddot{\boldsymbol{y}} = \ddot{\boldsymbol{\alpha}}\boldsymbol{x} - \dot{\boldsymbol{\alpha}}^2\boldsymbol{y}\end{array}\right.$$

b/ Coordonnées de $\vec{a}$ dans la base de FRENET

$\vec{a} = (-\ddot{\alpha}y - \dot{\alpha}^2x)\vec{\imath} + (\ddot{\alpha}x - \dot{\alpha}^2y)\vec{\jmath}$

$\vec{a} = (-\ddot{\alpha}y - \dot{\alpha}^2x)\left(-\frac{x}{R}\vec{n} - \frac{y}{R}\vec{t}\right) + (\ddot{\alpha}x - \dot{\alpha}^2y)\left(-\frac{y}{R}\vec{n} + \frac{x}{R}\vec{t}\right)$

$\vec{a} = \frac{1}{R}(\ddot{\alpha}y^2 + \dot{\alpha}^2xy + \ddot{\alpha}x^2 - \dot{\alpha}^2xy)\vec{t} +$

$$\frac{1}{R}(\dot{\alpha}^2y^2 + \ddot{\alpha}xy + \dot{\alpha}^2x^2 - \ddot{\alpha}xy)\vec{n}$$

$\vec{a} = \frac{\ddot{\alpha}}{R}(y^2 + x^2)\vec{t} + \frac{\dot{\alpha}^2}{R}(y^2 + x^2)\vec{n}$

$\boldsymbol{\vec{a} = \ddot{\alpha}R\,\vec{t} + \dot{\alpha}^2R\vec{n}}$ **.** D'où $\vec{a}$ a des composantes tangentielle et normale. Soit : $\boldsymbol{a_t = \ddot{\alpha}R}$ et $\boldsymbol{a_n = \dot{\alpha}^2R}$

**<u>Exercice 5 :</u>**

1. Valeurs de $a$ et $V$

$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V = -6t + 24}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a = -6m/s^2}$

2. Conditions sur $\overrightarrow{OM_0}$ et $\overrightarrow{V_0}$

On a : A $t = 0$ , $\overrightarrow{OM_0} = -36\vec{\imath}$ et $\overrightarrow{V_0} = 24\vec{\imath}$

3. Dates aux passages par $x = 0$

$x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -3t^2 + 24t - 36 = 0$

$t_1 = 2s$ et $t_2 = 6s$

Sens des vecteurs vitesses :

$\overrightarrow{V_1} = 12\vec{\imath}$ et $\overrightarrow{V_2} = -12\vec{\imath}$

4. Date à laquelle $V = 0$

$V = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -6t + 24 = 0$

$$t = 4s$$

Intervalle sur lequel le mouvement est accéléré et retardé :

$\vec{a} \cdot \vec{V} = 36(t - 4)$

Pour $t \in [0\,; 4s[$; $\vec{a} \cdot \vec{V} < 0$. Alors le mouvement est retardé sur $[0\,; 4s[$.

Pour $t \in ]4s\ ;\ +\infty[$; $\vec{a}\cdot\vec{V} > 0$. Alors le mouvement est accéléré sur $]4s\ ;\ +\infty[$.

**Exercice 6 :**

1. Relation vectorielle entre :

- $\vec{V}$ et $\overrightarrow{OM}$

$$\boldsymbol{\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}}$$

- $\vec{a}$ et $\overrightarrow{OM}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$. Or $\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$. Donc : $\boldsymbol{\vec{a} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}}$

2. $\overrightarrow{OM} = 3t\,\vec{i} + (7t - 5t^2)\vec{j}$

- Montrons que le mouvement est plan :

En coordonnées cartésiennes on pose :

$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\vec{k}$. Alors : $z = 0$ . donc pas de mouvement sur l'axe $(Oz)$. D'où le mouvement est plan dans $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$

3. a/ Equations horaires du mouvement

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 7t - 5t^2 \\ z = 0 \end{cases}$$

b/ Distance $OM$

$$OM = \sqrt{x^2 + y^2} = \boldsymbol{t\sqrt{9 + (7 - 5t)^2}}$$

4. Expression de $V_x$ ; $V_y$ ; $V_z$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \quad \vec{V}\left|\begin{array}{c} V_x = \frac{dx}{dt} = 3 \\ V_y = \frac{dy}{dt} = 7 - 10t \\ V_z = 0 \end{array}\right.$$

5. a/ La vitesse $V$ du mobile

$$V = \sqrt{{V_x}^2 + {V_y}^2 + {V_z}^2}$$

$$\boldsymbol{V = \sqrt{9 + (7 - 10t)^2}}$$

b/ Déterminons $V_1 = V_{min}$

$V$ est minimum $7 - 10t = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t_1 = 0,7s}$

$$\boldsymbol{V_1 = 3m/s}$$

c/ $\vec{a} = -10\vec{j}$ et $\vec{a} \cdot \vec{V} = 10(10t - 7)$

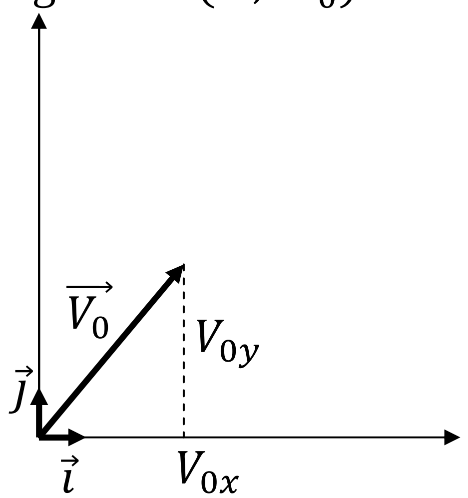
pour $t < t_1$, $\vec{a} \cdot \vec{V} < 0$. Le mouvement est alors retardé.

pour $t > t_1$, $\vec{a} \cdot \vec{V} > 0$. Le mouvement est alors accéléré.

6. Composantes de $\overrightarrow{V_1}$

$$\overrightarrow{V_1}\begin{cases} V_{1x} = 3 \\ V_{1y} = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\overrightarrow{V_1} = 3\vec{\imath}}$$

7. Angle $\alpha = (\vec{\imath}\ ;\ \overrightarrow{V_0})$




$$tan\alpha = \frac{V_{0y}}{V_{0x}}$$

$$tan\alpha = 2,33$$

$$\boldsymbol{\alpha = 66,8°}$$

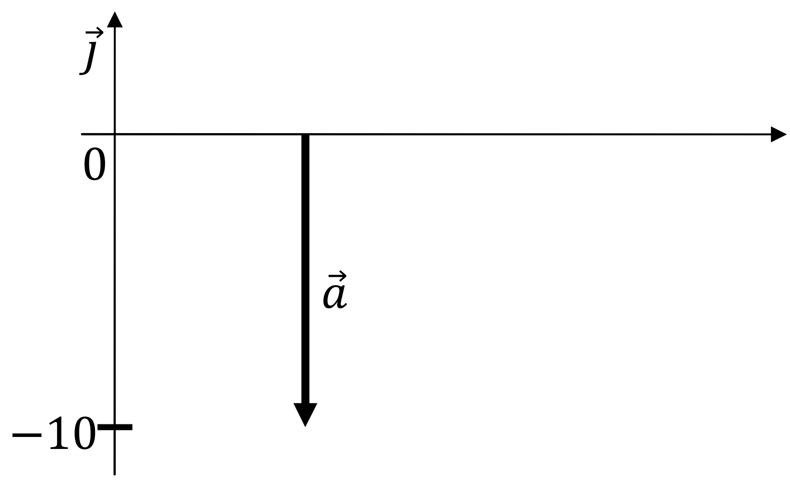
8. a/ Composante de $\vec{a}$ en fonction du temps :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \quad \vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -10 \\ a_z = 0 \end{array} \right.$$

b/ Expression de vectorielle de $\vec{a}$

$\boldsymbol{\vec{a} = -10\vec{j}}$

c/ Représentation :




**Exercice 7 :**

1. Vecteur vitesse à la date $t$

Par primitivation :

$$\vec{a} = -a\vec{j} \quad \Rightarrow \quad \vec{V} = -at\vec{j} + \vec{V_0}.$$

Donc : $\boldsymbol{\vec{V} = 2\vec{\imath} + (4 - at)\vec{j}}$

- Vecteur position $\overrightarrow{OM}$

$$\vec{V} = 2\vec{\imath} + (4 - at)\vec{j} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\overrightarrow{OM} = 2t\vec{\imath} + \left(4t - \frac{1}{2}at\right)\vec{j}}$$

- Déduisons que le mouvement est plan :

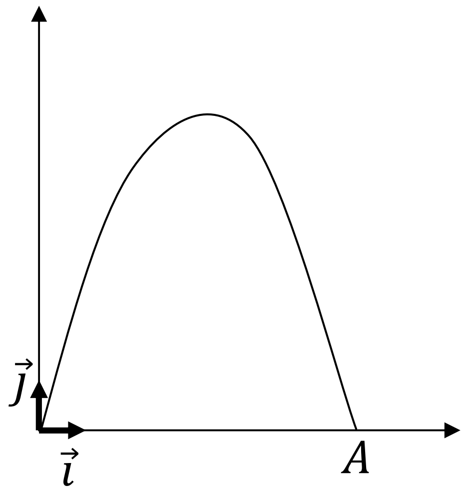
On pose : $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{\imath} + y\,\vec{j} + z\vec{k}$. On en déduit que $z = 0$. D'où le mouvement a lieu dans le plan $(O, x, y)$.

2. Equation de la trajectoire

$x = 2t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{2}$

$y = 4t - 2t^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{y = 2x - \frac{1}{2}x^2}$

- Allure de la trajectoire :




3. a/ Ordonnée $y_A$ du point $A$ et l'instant $t_1$ en $A$

$y_A = 0 \quad \Rightarrow \quad 4t_1 - 2{t_1}^2 = 0$

$$\boldsymbol{t_1 = 2s}$$

b/ Vecteur vitesse $\overrightarrow{V_A}$

$\overrightarrow{V_A} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ .

On a alors : $V_A = 2\sqrt{5}m/s = V_0$

4. Ordonnée et abscisse du sommet S :

Au sommet : $\dot{y} = 0 \quad \Rightarrow \quad 4 - 4t = 0$

$$\boldsymbol{t = 1s}$$

Donc : $S\begin{cases} x_S = 2m \\ y_S = 2m \end{cases}$ et $\overrightarrow{V_S} = 2\vec{i}$

## Exercice 8 :

1. A $t = 0$, $\vec{V} = \overrightarrow{V_0}$ et $\overrightarrow{OG} = \vec{0}$

2. a/ Détermination $\dot{x}$ ; $\dot{y}$ et $\dot{z}$

$\vec{a} = -g\vec{k} \quad \Rightarrow \quad \vec{V} = -gt\vec{k} + \overrightarrow{V_0}$ . or $\overrightarrow{V_0} = V_0\vec{k}$. Alors :

$\boldsymbol{\vec{V} = (-gt + V_0)\vec{k}}$

On en déduit que :

$$\begin{cases} \dot{x} = 0 \\ \dot{y} = 0 \\ \dot{z} = -gt + V_0 \end{cases}$$

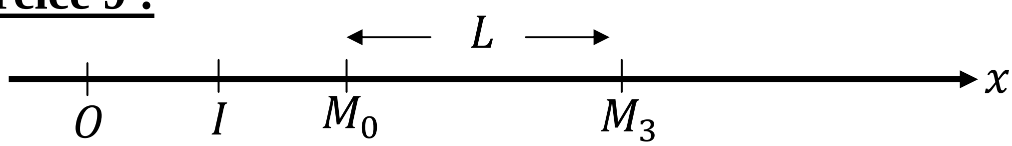
b/ La trajectoire est rectiligne et verticale.

3. Expression de $t_1$

$\dot{z} = 0 \quad \Rightarrow \quad -gt_1 + V_0 = 0$

$$\boldsymbol{t_1 = \frac{V_0}{g}}$$

**Exercice 9 :**




1. a/ Equation horaire du mouvement :

Le mouvement est rectiligne uniformément accéléré. Donc :

$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$

On a : ${V_{2x}}^2 - {V_{1x}}^2 = 2a(x_2 - x_1) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a = \frac{{V_{2x}}^2 - {V_{1x}}^2}{2(x_2 - x_1)}}$

$$\boldsymbol{a = 2m/s^2}$$

D'autre part :

$V_{1x} - V_0 = a(t_1 - t_0) \quad \Rightarrow \quad V_0 = V_{1x} - a(t_1 - t_0)$

$$\boldsymbol{V_0 = 0}$$

${V_{1x}}^2 - {V_0}^2 = 2a(-x_0) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x_0 = x_1 - \frac{{V_{1x}}^2}{2a}}$

$$\boldsymbol{x_0 = 41m}$$

L'équation horaire est alors : $\boldsymbol{x = t^2 + 41}$

b/ Calcul de $t_2$ au point $M_2$

$x_2 = {t_2}^2 + 41 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \sqrt{x_2 - 1}$

$$\boldsymbol{t_2 = 10,44s}$$

c/ Longueur $L$ de la phase d'accélération

$L = x_3 - x_0$

A la date $t_3 = \Delta t$ , $x_3 = \Delta t^2 + 41$. Donc :

$$\boldsymbol{L = \Delta t^2 = 400m}$$

2. a/ Equation horaire du mouvement de la moto

le mouvement est rectiligne uniforme. Donc :

$x' = V'_x t + x'_0 \quad \Rightarrow \quad x' = 20t + x'_0$

A $t = T$ , $x' = -5m \quad \Rightarrow \quad 20T + x'_0 = -5$

$$x'_0 = -5 - 20T = -25m$$

Alors : $\boldsymbol{x' = 20t - 25}$

b/ Dates $t$ et $t'$ des deux dépassements

Le dépassement a lieu s : $x = x'$. Soit :

$t^2 + 41 = 20t - 25 \quad \Leftrightarrow \quad t^2 - 20t + 66 = 0$

$\Delta' = 100 - 66 = 34$

Le premier dépassement a lieu à la date $\boldsymbol{t = 4,17s}$

Le deuxième dépassement a lieu à la date : $\boldsymbol{t' = 15,83s}$

- les abscisses $x$ et $x'$ des deux dépassements :

$x = 20t - 25$ ; $\boldsymbol{x = 58,4m}$

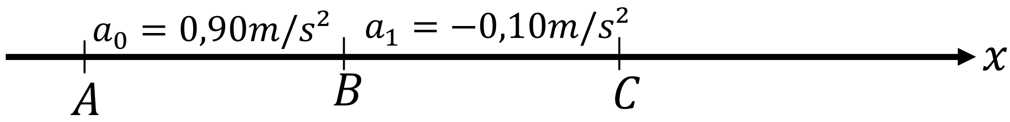
$x' = 20t' - 25$ ; $\boldsymbol{x' = 291,6m}$

c/ $\dot{x} = 2t \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V = 31,66m/s}$

d/ Distance $d$ parcourue par la moto entre $T = 1s$ et le premier dépassement :

$d = x - x'$ ; $\boldsymbol{d = 63,4m}$

## Exercice 10 :




$$AC = 450m \;;\; V_C = 0$$

- Calcul de $V_B$ , $AB$ et durée $t$

Entre B et C : $V_C{}^2 - V_B{}^2 = 2a_1BC \quad \Rightarrow \quad BC = -\frac{V_B{}^2}{2a_1}$

Entre A et B : $V_B{}^2 - V_A{}^2 = 2a_0AB \quad \Rightarrow \quad AB = \frac{V_B{}^2}{2a_0}$

On a :

$$AB + BC = AC \quad \Leftrightarrow \quad \frac{V_B{}^2}{2a_0} - \frac{V_B{}^2}{2a_1} = AC$$

$$\frac{V_B{}^2}{2}\left(\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_1}\right) = AC \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V_B = \sqrt{\frac{2AC}{\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_1}}}}$$

$$\boldsymbol{V_B = 9m/s}$$

$$AB = \frac{V_B{}^2}{2a_0}$$

$$\boldsymbol{AB = 45m}$$

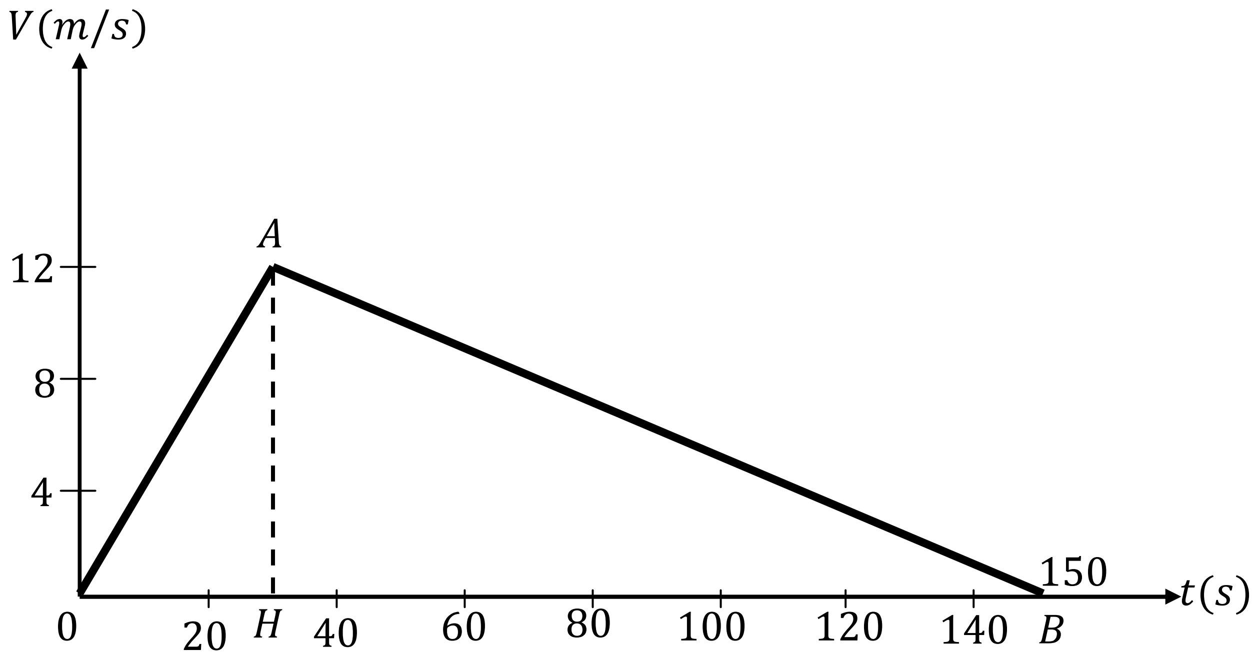
$V_B - 0 = a_0\Delta t_1$ et $0 - V_B = \Delta t_2$

$$t = \Delta t_1 + \Delta t_2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t = \frac{V_B}{a_0} - \frac{V_B}{a_1}}$$

$$\boldsymbol{t = 100s}$$

## Exercice 11 :

1. Graphique $V = f(t)$




2. Equation horaire du mouvement pour chaque phase

1ère phase : $V(t) = 0{,}4t \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{x = 0{,}2t^2}$

2ème phase:

$V(t) = -0{,}1t + 15 \Rightarrow \boldsymbol{x = -0{,}05t^2 + 15t + 180}$

3. a/ Longueur totale du trajet


$$d = \frac{{V_1}^2}{2a_1} - \frac{{V_1}^2}{2a_0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{d = \frac{{V_1}^2}{2}\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_0}\right)}$$

$$\boldsymbol{d = 900m}$$

b/ Montrons que $d$ est représentée par l'aire $\mathcal{A}$ du triangle $AOB$

$aire(AOB) = \frac{OB \times AH}{2} = \boldsymbol{900\, u.a.}$ d'où $d$ est représentée par l'aire du triangle $AOB$.

4. Distance parcourue à $t = 60s$

A $t = 60s \quad , \quad x = 900m$

A $t = 150s$ , $x' = 1305m$

Donc : $d' = d - (x' - x)$

$\boldsymbol{d' = 495m}$

- Vitesse à $t = 60s$

$V' - V = a_2(t' - t)$ avec $V' = 0$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{V = a_2(t - t')}$

$\boldsymbol{V = 9m/s}$

**<u>Exercice 12 :</u>**

1. a/ Méthode des tangentes à la courbe au point d'abscisse $t$

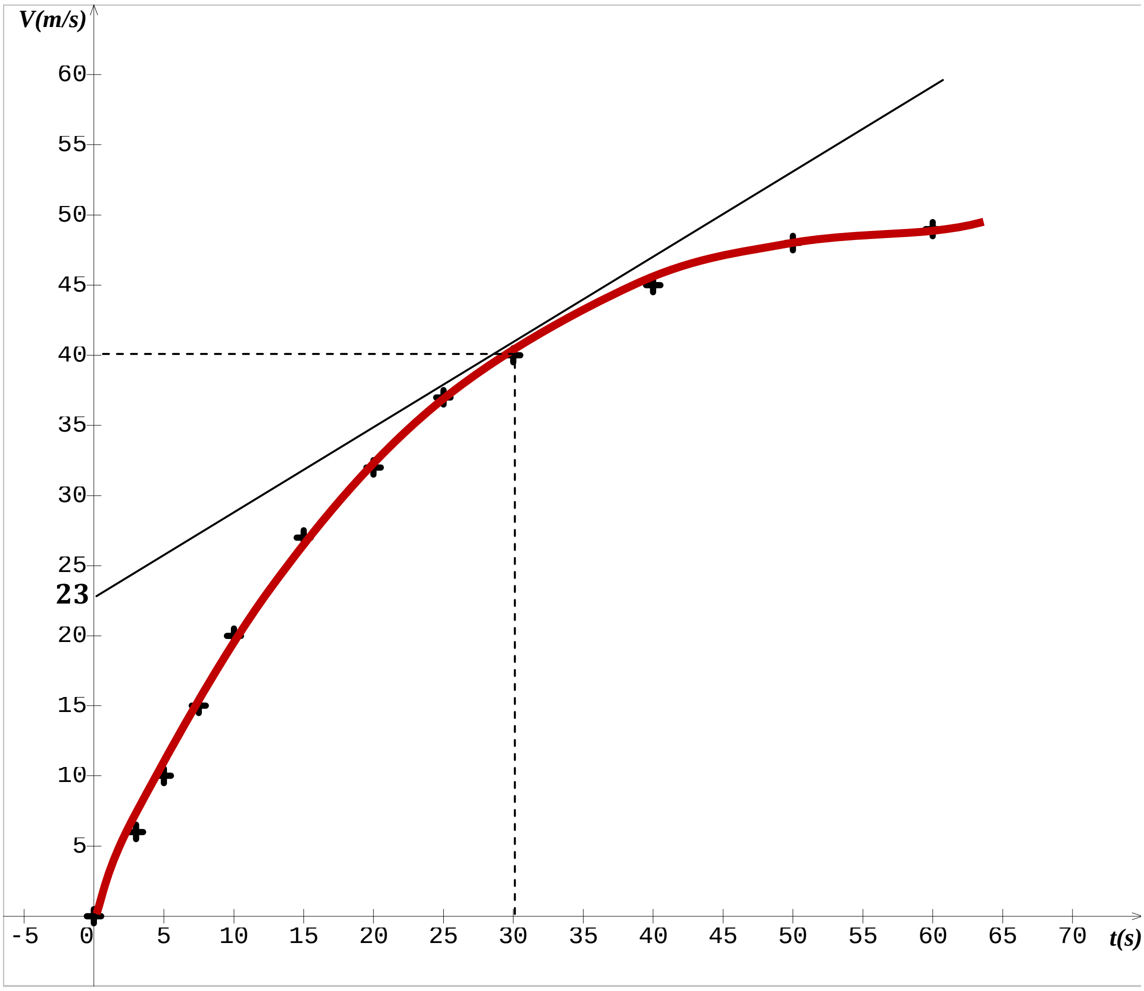
| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $V$ | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |

b/ Représentation de $V = f(t)$


2. $F = cte$

a) Courbe $V = f(t)$

| t(s) | 0 | 3 | 5 | 6 | 7,5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $v(m/s)$ | 0 | 6 | 10 | 12 | 15 | 20 | 27 | 32 | 37 | 40 | 45 | 48 | 49 |




b) Analyse de la courbe

Pour $V \leq 20m/s$, la force $\vec{f}$ varie uniformément au cours du temps

Pour $V \geq 20m/s$, elle augmente peu en fonction de la vitesse jusqu'à deveirconstante.

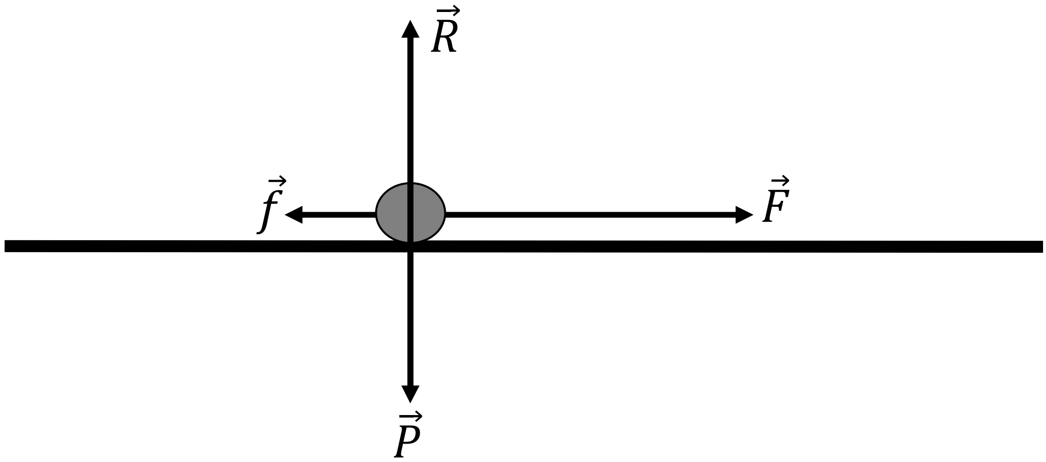
c) Détermination de $a$ pour $V = 40m/s$

$V = 40m/s \quad \Rightarrow \quad t = 30s$

$a = \frac{40-23}{30-0}$

$\boldsymbol{a = 0,57m/s^2}$

- Déduisons la valeur de $f$




D'après le théorème du centre d'inertie on a :

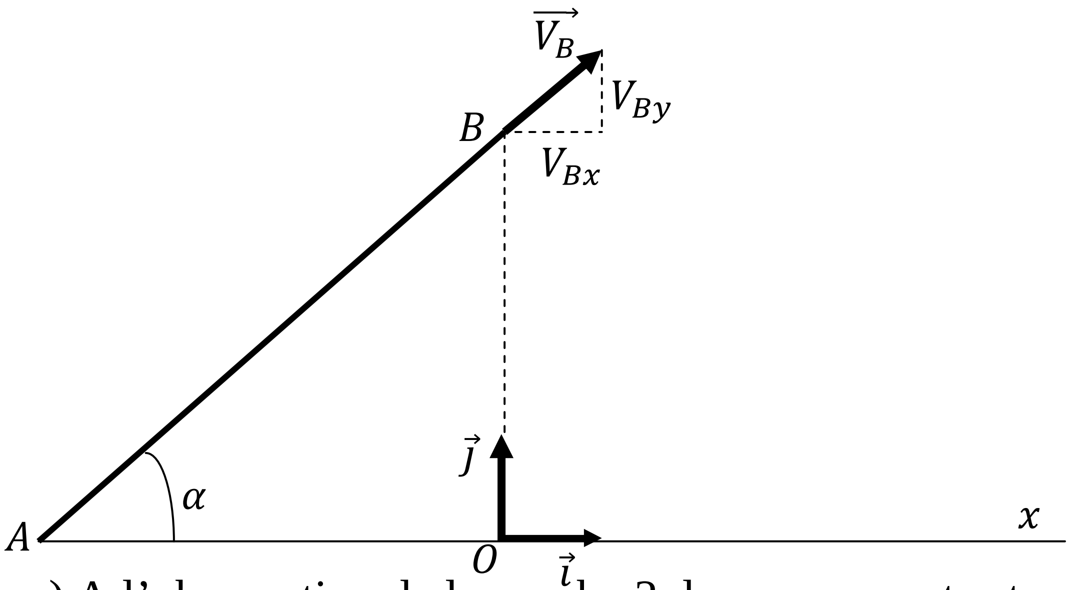
$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a}$

Projection suivant le plan :

$-f + F = ma \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{f = F - ma}$

$\boldsymbol{f = 2316N}$

**Exercice 13 :**




a) A l'observation de la courbe 2, le mouvement est rectiligne et uniforme suivant l'axe $(Ox)$.

- Déduisons $V_x$ et $a_x$

De la courbe 2, on a : $x = at$ et la pente $a = \frac{1-0}{0,6-0} = 1,7$

Alors $x = 1,7t \quad \Rightarrow \quad V_x = \frac{dx}{dt} = 1,7$

$\boldsymbol{V_x = 1,7m/s}$

$V_x = 1,7m/s \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a_x = \frac{dV_x}{dt} = 0}$

b) Calcul de $V_x$ à partir de $V_B$

Le théorème de l'énergie cinétique suivant l'axe $(Ox)$ donne :

$\frac{1}{2}mV_x{}^2 - \frac{1}{2}mV_B{}^2 = P_x \cdot x$ or $P_x = 0$

$V_x{}^2 = V_{Bx}{}^2 = V_B{}^2cos^2\alpha$. Soit : $\boldsymbol{V_x = V_B cos\alpha}$

$\boldsymbol{V_x = 1,7m/s}$

c) Vérifions que la valeur initiale lue sur la courbe 3 s'accorde avec les données

Sur la courbe 3, on a : A $t = 0$, $V_y = 1m/s$ or $\boldsymbol{V_B = \frac{V_y}{sin\alpha}}$**.**

**D'où $\boldsymbol{V_B = 2m/s}$.**

La valeur lue sur la courbe 3 s'accorde donc avec les valeurs données de $\alpha$ et $V_B$.

- Relation de $V_y$ en fonction du temps :

De la courbe 3, on a :

$V_y = a't + 1$ et la pente $a' = \frac{0-1}{0,1-0} = -10m/s$.

$\boldsymbol{V_y = -10t + 1}$

- Déduction de $a_y$

$V_y = -10t + 1 \quad \Rightarrow \quad a_y = \frac{dV_y}{dt}$

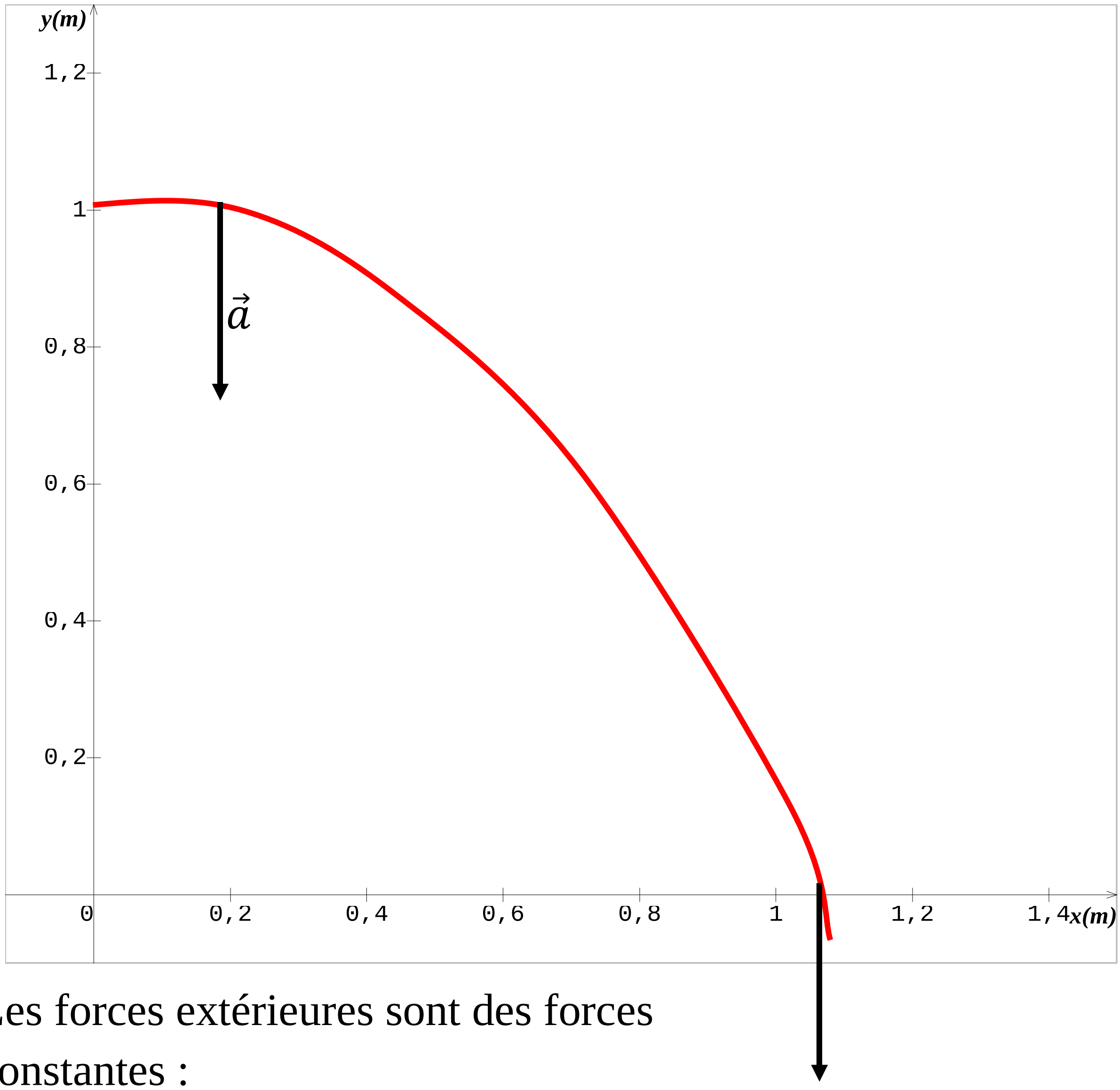
$\boldsymbol{a_y = -10m/s^2}$

d) Retrouvons l'équation de la trajectoire

$x = 1,7t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{1,7}$

$y = -5\left(\frac{x}{1,7}\right)^2 + \frac{x}{1,7} + y_B$ avec $y_B = AB \cdot sin\alpha = 1m$. D'où l'équation de la trajectoire :

$$\boldsymbol{y = -1,73x^2 + 0,59x + 1}$$




Les forces extérieures sont des forces constantes :

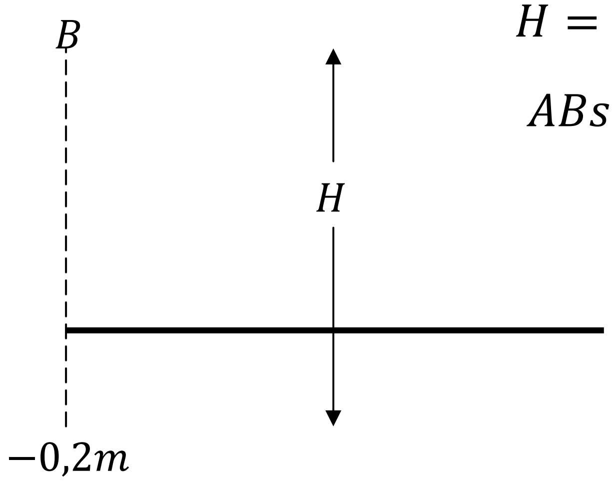
e) A $t_1 = 0,1s$, $M_1 \left| \begin{array}{l} x = 0,17m \\ y = 1,05m \end{array} \right.$

$$\boldsymbol{V_1 = 1,97m/s}$$

A $t_2 = 0,60s$ , $M_2 \left| \begin{array}{l} x = 1,02m \\ y = -0,2m \end{array} \right.$

$$\boldsymbol{V_2 = 5,28m/s}$$

f) Temps que mettrait le mobile pour atteindre l'horizontale $y = -0{,}2m$ avec $V_B = 0$




$$H = \frac{1}{2}gt^2 \text{ or } H = ABsin\alpha - y_B$$

$$ABsin\alpha - y_B = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\boldsymbol{t} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{2(ABsin\alpha - y_B)}}{\boldsymbol{g}}}$$

$$\boldsymbol{t = 0{,}495s}$$

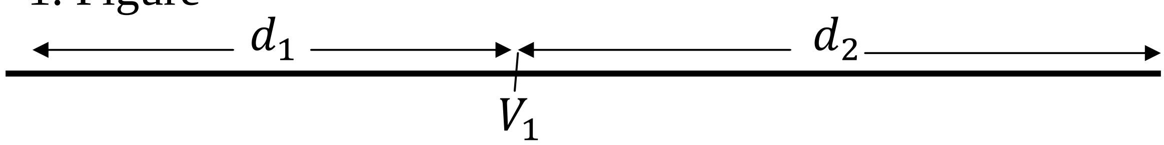
- Comparons $t$ au temps $t'$ mis dans le problème.

$t' = 0{,}60s$. $t' > t$.

Le mobile est donc soumis dans la réalité à des forces résistantes.

## Exercice 14 :

1. Figure




a) Durées $\theta_1$ et $\theta_2$ des deux phases

$${V_1}^2 - 0 = 2a_1d_1 \quad \Rightarrow \quad d_1 = \frac{{V_1}^2}{2a_1}$$

$$0 - {V_2}^2 = 2a_2d_2 \quad \Rightarrow \quad d_2 = -\frac{{V_1}^2}{2a_2}$$

$$d = d_1 + d_2 \quad \Rightarrow \quad d = \frac{{V_1}^2}{2a_1} - \frac{{V_1}^2}{2a_2}$$

$$d = \frac{{V_1}^2}{2}\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}\right) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V_1} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{2d\, a_1 \times a_2}}{\boldsymbol{a_2 - a_1}}}$$

$$\boldsymbol{V_1 = 12m/s}$$

D'autre part :

$V_1 - 0 = a_1\theta_1 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\theta_1 = \frac{V_1}{a_1}}$ ; $\boldsymbol{\theta_1 = 14s}$

Et : $0 - V_1 = a_2\theta_2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\theta_2 = -\frac{V_1}{a_2}}$ ; $\boldsymbol{\theta_2 = 240s}$

b) Longueurs $d_1$ et $d_2$ des deux trajets

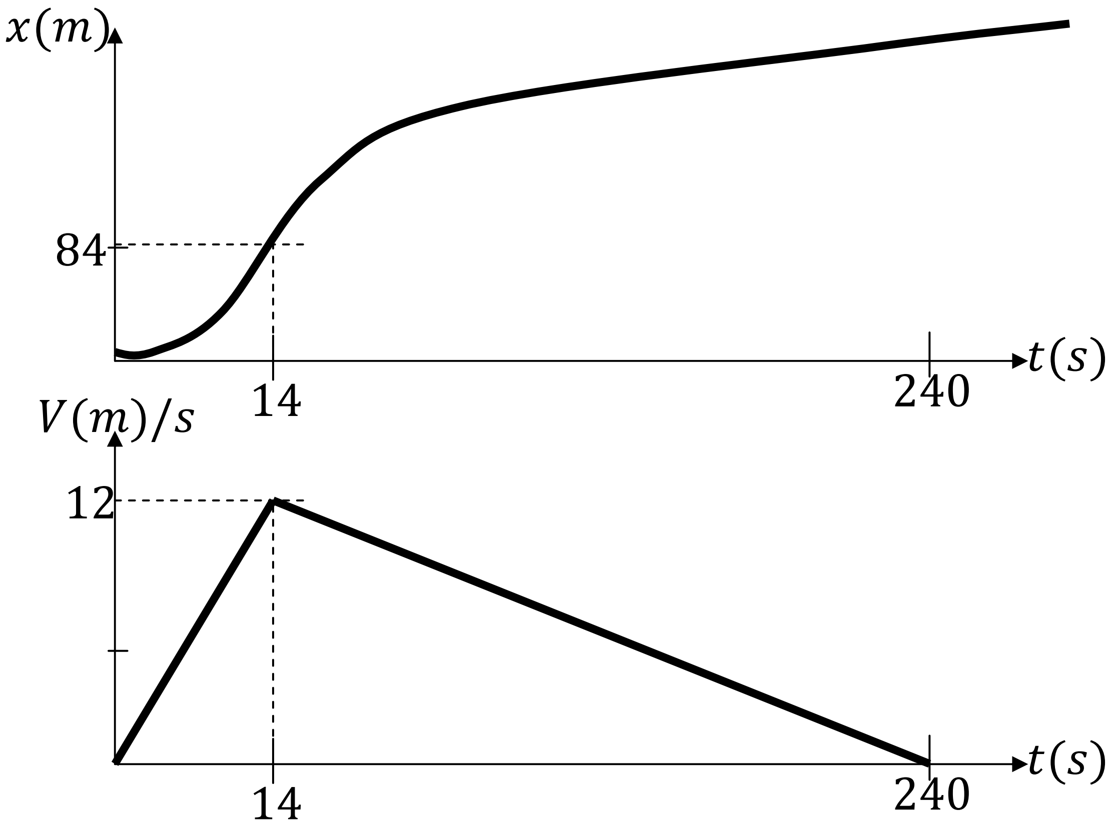
$d_1 = \frac{{V_1}^2}{2a_1}$ ; $\boldsymbol{d_1 = 84m}$

$d_2 = -\frac{{V_1}^2}{2a_2}$ ; $\boldsymbol{d_2 = 1416m}$

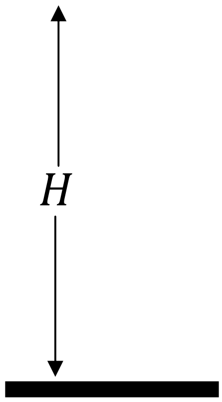
c) Vitesse maximale $V_{max}$

$V_{max} = V_1 = \boldsymbol{12m/s}$

d) Représentation de $x$, $V$ et $a$




2. a/ Temps $\theta_0$ que met la balle pour toucher le sol




$$H = \frac{1}{2} g {\theta_0}^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\theta_0 = \sqrt{2H/g}}$$

$$\boldsymbol{\theta_0 = 2,86s}$$

b/ Durée ${\theta_1}'$ que met la balle pour monter et redescendre

$$h = 0,64H \quad \Rightarrow \quad 0,64H = \frac{1}{2} g\theta^2$$

$$\theta = \sqrt{\frac{1,28H}{g}} \; . \; \boldsymbol{\theta_1 = 2\theta = 2\sqrt{\frac{1,28H}{g}}} \; ; \; \boldsymbol{\theta_1 = 4,57s}$$

c/ Expression de ${\theta_n}'$ après le nième rebond

$$h_n = 0,64h_{n-1} \quad \Rightarrow \quad h_n = 0,64^n \cdot H$$

$$0,64^n \cdot H = \frac{1}{2} g{\theta_n}^2 \;\Rightarrow\; {\theta_n}^2 = \frac{2H}{g} \times (0,8)^{2n} = {\theta_0}^2 \times (0,8)^{2n}$$

$$\theta_n = \theta_0 \times (0,8)^n$$

$$\boldsymbol{{\theta_n}' = 2\theta_0 \times (0,8)^n}$$

d/ Durée totale $\Delta\theta_n$ que met la balle depuis son lâcher

$$\boldsymbol{\Delta\theta_n = \theta_0 + \theta_n = \theta_0(1 + 2 \times 0,8^n)}$$

e/ Déduisons que la suite de rebond a une durée finie

la durée des rebonds est donnée par :

$t_n = \sum \Delta\theta_n = \theta_0 + 2\theta_0 \times \frac{1-0{,}8^{n+1}}{1-0{,}8}$

$t_n = \theta_0 + 2\theta_0 \times \frac{1-0{,}8^{n+1}}{0{,}2}$

$\lim\limits_{n\to\infty} 0{,}8^{n+1} = 0$. Donc : $t_{nlim} = \theta_0 + \frac{2\theta_0}{0{,}2}$

$\boldsymbol{t_{nlim} = 9\theta_0}$

## Exercice 15 :

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = Rcos(wt+\varphi) \\ y = Rsin(wt+\varphi) \end{cases}$

1. Déterminons $\varphi$

A $t = 0$ , $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x_0 = Rcos\varphi \\ y_0 = Rsin\varphi \end{cases}$.

$Rcos\varphi = -R \quad \Rightarrow \quad cos\varphi = -1$

$Rsin\varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad sin\varphi = 0$ . Donc on a: $\boldsymbol{\varphi = \pi rad}$

2. a/ Montrons que $V = cte$

$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{V}\begin{cases} \dot{x} = -Rwsin(wt+\varphi) \\ \dot{y} = Rwcos(wt+\varphi) \end{cases}$

$V = \|\vec{V}\| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$

$V = Rw\sqrt{cos^2(wt+\varphi) + sin^2(wt+\varphi)} \Rightarrow \boldsymbol{V = Rw = cte}$

b/ Montrons que $a = cte$

$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{a}\begin{cases} \ddot{x} = -Rw^2cos(wt+\varphi) \\ \ddot{y} = -Rw^2sin(wt+\varphi) \end{cases}$

$a = \|\vec{a}\| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2}$

$a = Rw^2\sqrt{cos^2(wt+\varphi) + sin^2(wt+\varphi)} \Rightarrow \boldsymbol{a = Rw^2 = cte}$

c/ Nature du mouvement

on a : $\begin{cases} x^2 + y^2 = R^2 \\ \dfrac{dV}{dt} = a_t = 0 \\ a = a_n = \dfrac{V^2}{R} \end{cases}$

Le mouvement est circulaire et uniforme.

3. a/ Montrons que $\vec{a}$ et $\overrightarrow{OM}$ sont colinéaires.

$\vec{a}\begin{cases} \ddot{x} = -Rw^2cos(wt + \varphi) = -w^2x \\ \ddot{y} = -Rw^2sin(wt + \varphi) = -w^2y \end{cases}$

$\vec{a} = -w^2x\vec{\imath} - w^2y\vec{\jmath} = -w^2(x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\vec{a} = -w^2\,\overrightarrow{OM}}$

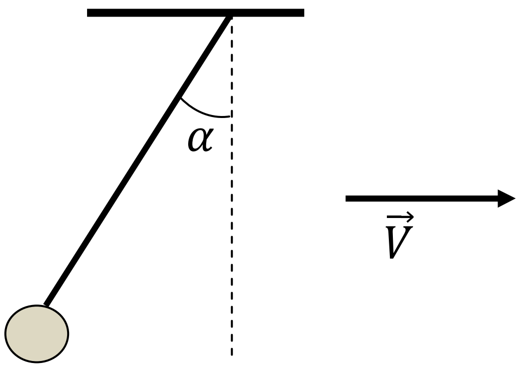
b/ $\vec{a}$ et $\overrightarrow{OM}$ sont colinéaires et de sens opposés.

## Chapitre II:

# MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE

## Exercice 1 :

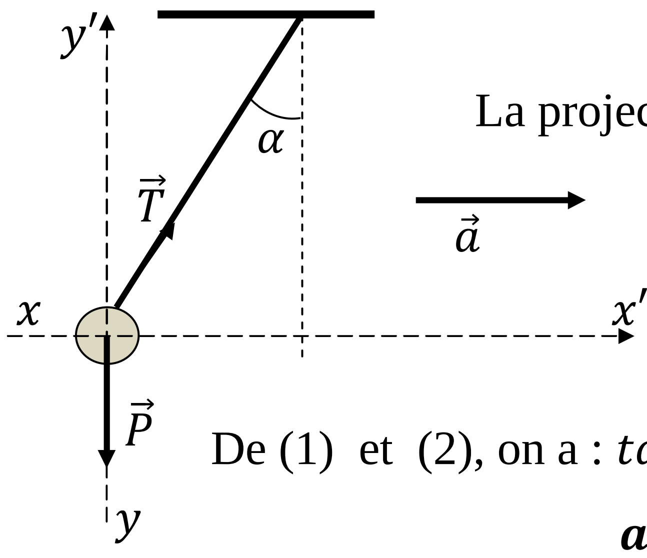
1. a/ La masse dévie dans le sens contraire au mouvement




b/ $\alpha = 20°$

- Accélération $a$ du véhicule

Système : pendule – Terre
Repère terrestre supposé galiléen
Forces en présences :




T.C.I : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

La projection suivant l'axe $(xx')$ :

$Tsin\alpha = ma$ (1)

Suivant $(yy')$ :

$-mg + Tcos\alpha = 0$

$Tcos\alpha = mg$ (2)

De (1) et (2), on a : $tan\alpha = \frac{a}{g} \Rightarrow \boldsymbol{a = gtan\alpha}$

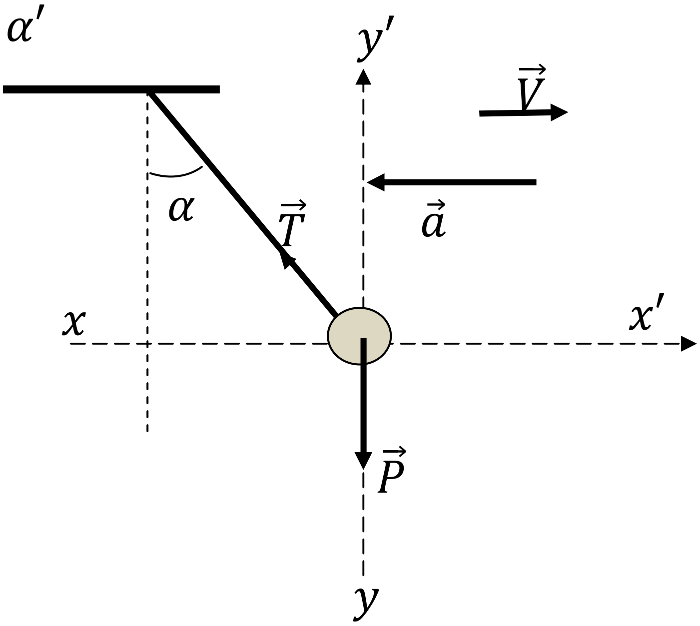
$\boldsymbol{a = 3,57°}$

2. $V = 108km/H$

En l'absence d'accélération, le fil reste dans sa position d'équilibre stable correspondant à $\alpha = 0$. Donc :

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = -\vec{T}$. Le poids et la tension du fil ont la même direction.

3. Angle $\alpha'$




T.C.I : $\vec{P} + \overrightarrow{T'} = m\overrightarrow{a'}$

La projection suivant l'axe $(xx')$ :

$T' sin\alpha = ma'$ (1)

Suivant $(yy')$ : $-mg + T' cos\alpha = 0$

$T' cos\alpha = mg$ (2)

De (1) et (2), on a : $a' = -gtan\alpha'$ or $-V^2 = 2a'd$. Alors :

$gtan\alpha' = \frac{V^2}{2d} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\alpha' = tan^{-1}\left(\frac{V^2}{2gd}\right)}$

$$\boldsymbol{\alpha' = 17°}$$

## Exercice 2 :

1. Quantité de mouvement

$p = mV, \quad \boldsymbol{p = 1296 Kg \cdot m/s}$

- Somme des forces :

$V = cte \quad \Rightarrow \quad a = 0$ et donc : $\sum \overrightarrow{\boldsymbol{F_{ext}}} = \vec{\mathbf{0}}$

2. Expression de la variation de la quantité de mouvement

$\Delta\vec{p} = \vec{0} - m\vec{V}$

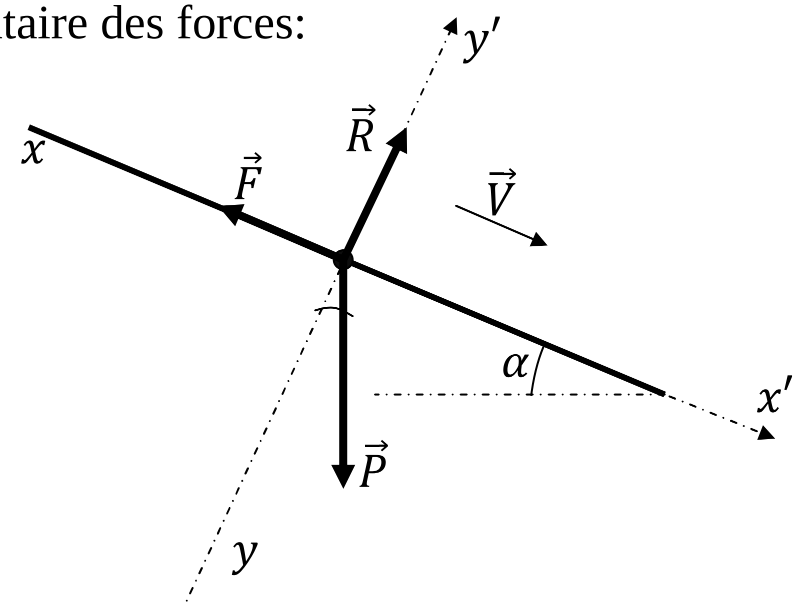
$\boldsymbol{\Delta\vec{p} = -m\vec{V}}$

- Expression de la somme des forces extérieures

T.C.I : $\sum \overrightarrow{\boldsymbol{F_{ext}}} = \boldsymbol{\frac{d\vec{p}}{dt}}$ **or** $\boldsymbol{\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}}$**. Donc:**

$\sum \overrightarrow{\boldsymbol{F_{ext}}} = \boldsymbol{\frac{-m\vec{V}}{\Delta t}}$

3. Inventaire des forces:




- Calcul de $F$ lorsque $\Delta t = 1{,}25s$

On a : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{-m\vec{V}}{\Delta t} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = -\frac{m\vec{V}}{\Delta t}$.

Suivant l'axe $(xx')$, on a: $mgsin\alpha - F = -\frac{mV}{\Delta t}$

$$\boldsymbol{F = m\left(gsin\alpha + \frac{V}{\Delta t}\right)}$$

$$\boldsymbol{F = 705{,}5N}$$

- Calculons $R'$

On a : $\overrightarrow{R'} = \vec{R} + \vec{F}$

Suivant l'axe $(yy')$, $R = mgcos\alpha$ et $R' = \sqrt{R^2 + F^2}$

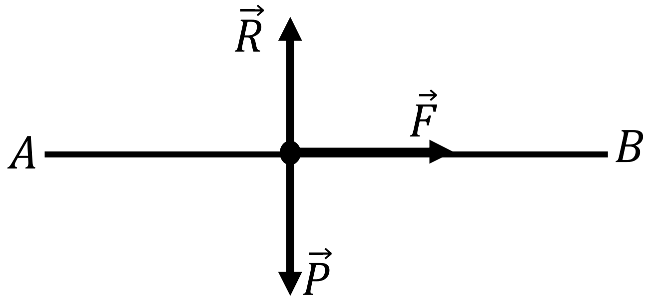
$\boldsymbol{R' = \sqrt{F^2 + (mgcos\alpha)^2}}$

$$\boldsymbol{R' = 941,2N}$$

## Exercice 3 :

$V_A = 0$ ; $AB = l$

1. Expression de $V_B$



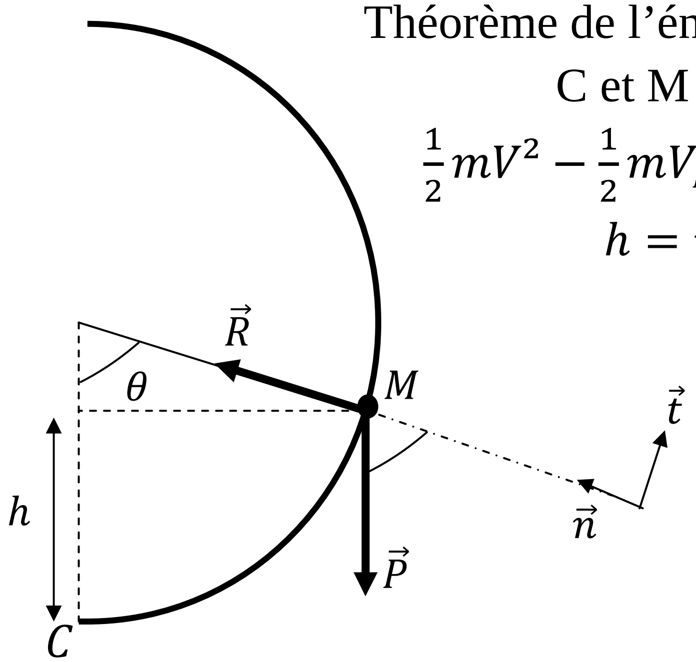

T.E.C entre A et B :

$\frac{1}{2}mV_B{}^2 - 0 = F \times l \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V_B = \sqrt{\frac{2F \times l}{m}}}$

2. a) Vitesse $V$ au point M

Théorème de l'énergie cinétique entre C et M :

$\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_B{}^2 = -mgh$. Or $h = r(1 - cos\theta)$. Alors :



$V = \sqrt{{V_B}^2 - 2gr(1 - cos\theta)} \Rightarrow$

$$\boldsymbol{V = \sqrt{\frac{2F\times l}{m} - 2gr(1 - cos\theta)}}$$

b) Intensité $R$ de la réaction $\vec{R}$

Théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Dans la base $(\vec{t}\ ;\ \vec{n})$ de FRENET, la projection de cette relation suivant $\vec{n}$, donne :

$R - mgcos\theta = m\frac{V^2}{r}$

$R = mgcos\theta + \frac{2F\times l}{r} - 2mg(1 - cos\theta)$

$$\boldsymbol{R = \frac{2F\times l}{r} - mg(2 - 3cos\theta)}$$

3. Déduction de $F_0 = F_{min}$ pour que (S) atteigne le point D

(S) atteint D si $\begin{cases} \theta = \pi \\ R_D \geq 0 \end{cases}$. Il vient alors que :

$\frac{2F\times l}{r} - 5mg \geq 0 \quad \Rightarrow \quad F \geq \frac{5mgr}{2l}$

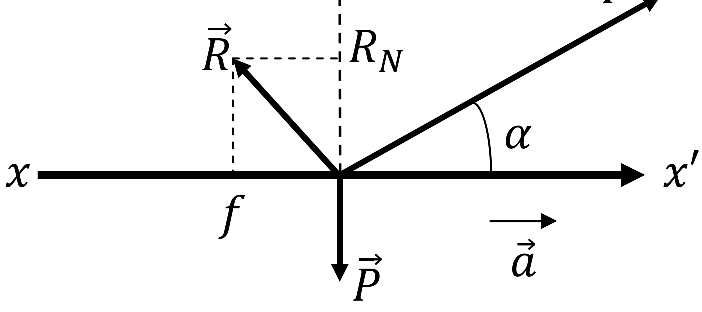
Donc $\boldsymbol{F_0 = F_{min} = \frac{5mgr}{2l}}$ **;** $\boldsymbol{F_0 = 8,2N}$

## Exercice 4 :

$F = 95700N$

1. Roulement sur le sol horizontal

a) Bilan de forces



b) Accélération de l'avion

Le théorème du centre d'inertie s'écrit :

$\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=m\vec{a}$

La projection suivant $(xx')$ donne :

$-f+Fcos\alpha=ma \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a}=\frac{\boldsymbol{-f+Fcos\alpha}}{\boldsymbol{m}}$

$\boldsymbol{a=8,2m/s^2}$

- Vitesse $V$ à la fin du roulement

$\Delta V^2=2a\Delta x \quad \Leftrightarrow \quad V^2-0=2al$. Soit $\boldsymbol{V=\sqrt{2al}}$

$\boldsymbol{V=40,5m/s}$

- Durée $t$ du roulement

$\Delta V=a\Delta t \quad \Leftrightarrow \quad V-0=at$. Soit $\boldsymbol{t=\frac{V}{a}}$ ; $\boldsymbol{t=4,9s}$

c) Valeur de composante $\overrightarrow{R_N}$ de la réaction

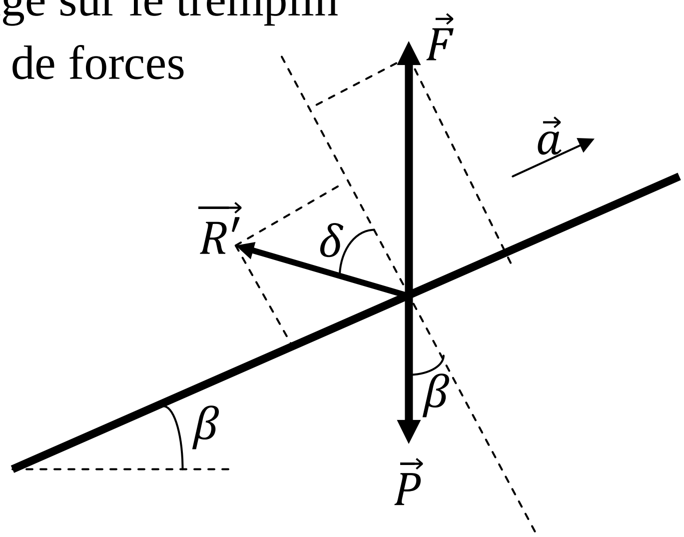
$\frac{f}{R_N}=tan\gamma \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{R_N=\frac{f}{tan\gamma}}$

$\boldsymbol{R_N=95441N}$

NB : On pourra également projeté la relation vectorielle précédente suivant l'axe perpendiculaire au plan.

2. Passage sur le tremplin

a) Bilan de forces



b) Valeur de la projection orthogonale $R_N$ de la somme des forces sur la normale au plan incliné

Le théorème du centre d'inertie donne : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$. Or la projection de $\vec{a}$ sur la normale est nulle car $\vec{a}$ est perpendiculaire à la normale. Donc : $\boldsymbol{R_N = 0}$.

- Déduisons la réaction $R'$

$$R_N = 0 \quad \Leftrightarrow \quad R'cos\delta - mgcos\beta + Fcos\beta = 0$$

$$\boldsymbol{R' = \frac{(mg-F)cos\beta}{cos\delta}}$$

$$\boldsymbol{R' = 10741N}$$

c) Accélération $a'$ de l'avion

Projection suivant l'axe ascendant parallèle au plan incliné :

$-mgsin\beta + Fsin\beta - R'sin\delta = ma' \quad \Rightarrow$

$$\boldsymbol{a' = \frac{(-mg+F)sin\beta - R'sin\delta}{m}}$$

$$\boldsymbol{a' = -0,43m/s^2}$$

$a' < 0$. La vitesse de l'appareil diminue uniformément.

- Vitesse $V'$ de l'avion lorsqu'il quitte le tremplin.

$$\Delta V^2 = 2a'\Delta x \quad \Leftrightarrow \quad V'^2 - V^2 = 2a'l'$$

$$\boldsymbol{V' = \sqrt{V^2 + 2a'l'}}$$

$$\boldsymbol{V' = 40,3m/s}$$

- Durée $t'$ de passage sur le tremplin

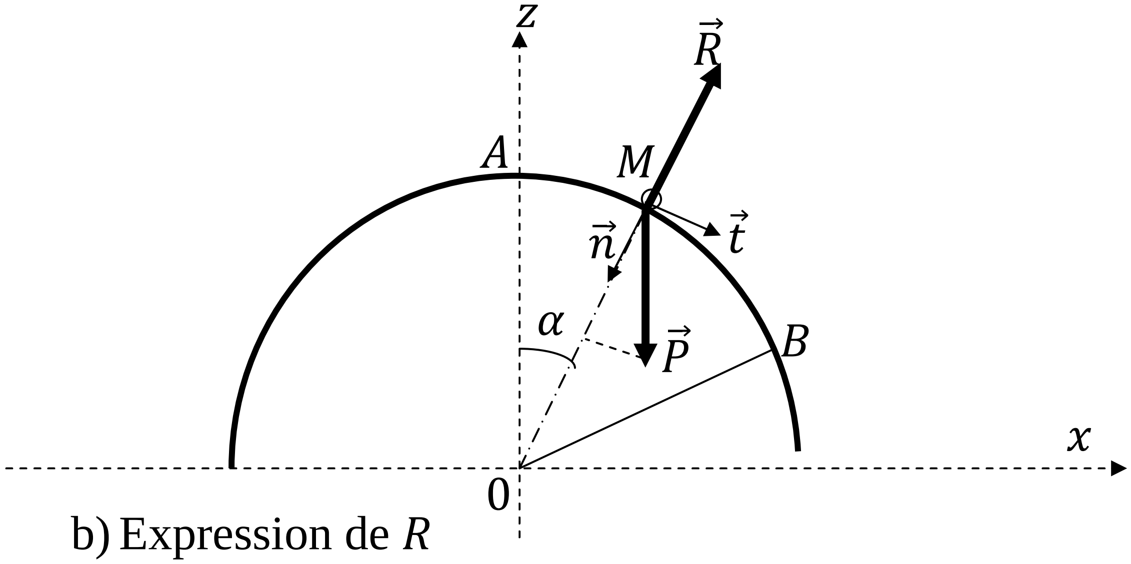
$$\Delta V = a\Delta t \quad \Leftrightarrow \quad V' - V = a't'$$

$$\boldsymbol{t' = \frac{V'-V}{a'}}$$

$$\boldsymbol{t' = 0,47s}$$

## Exercice 5 :

1. Etude du trajet AB
   a) Représentation des forces




   b) Expression de $R$

Théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Dans la base de Frenet, projetons cette relation suivant la normale. On a :

$mgcos\alpha - R = ma_n = m\frac{V^2}{r} \Rightarrow \boldsymbol{R = m\left(gcos\alpha - \frac{V^2}{r}\right)}$

   c) Expression de $V$

Le théorème de l'énergie cinétique entre A et M, donne:

$\frac{1}{2}mV^2 - 0 = mgr(1 - cos\alpha) \Rightarrow \boldsymbol{V = \sqrt{2gr(1 - cos\alpha)}}$

   d) Valeur de $R_B$ en B. en B, le mobile quitte la piste.
      Donc : $\boldsymbol{R_B = 0}$

   e) Valeurs de l'angle $\alpha_B = AOB$ et la vitesse $V_B$

On a : $R_B = 0 \Leftrightarrow m\left(gcos\alpha_B - \frac{{V_B}^2}{r}\right) = 0$

$gcos\alpha_B - \frac{{V_B}^2}{r} = 0$. Or ${V_B}^2 = 2gr(1 - cos\alpha_B)$. Alors :

$3gcos\alpha_B - 2g = 0$

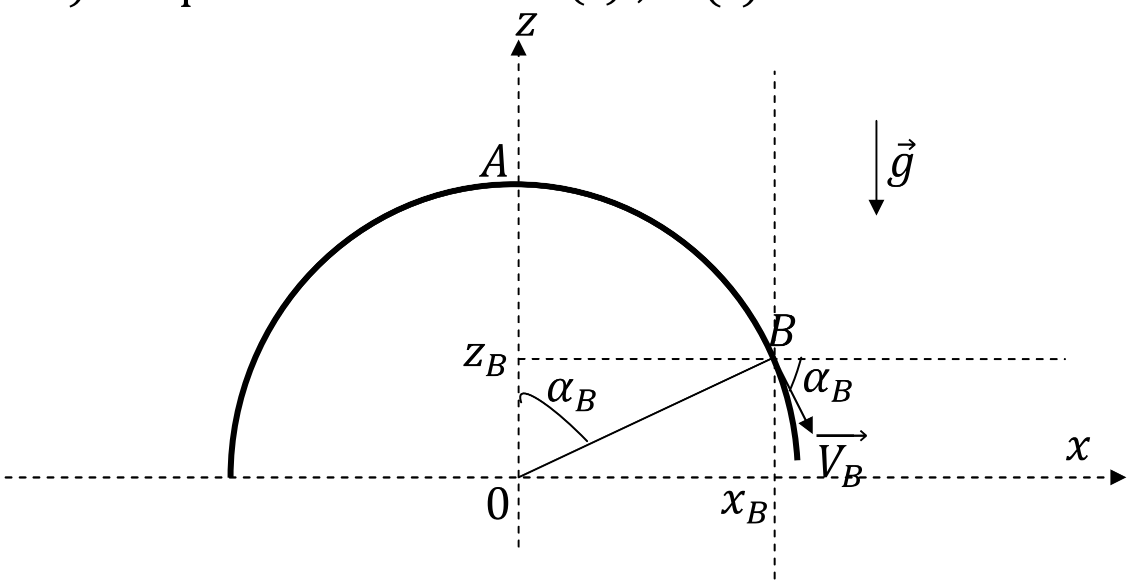
$cos\alpha_B = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\alpha_B = 48,09°}$

$\boldsymbol{V_B = 2,56m/s}$.

2. Etude du trajet BC

a) Sur BC, $R = 0$. Donc $(S)$ est soumis à la seule action de son poids. Il est alors en chute libre avec vitesse initiale.

b) Equations horaires $x(t)$ ; $z(t)$




Le théorème du centre d'inertie s'écrit : $\vec{P} = m\vec{a}$. Donc : $\vec{a} = \vec{g} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \overrightarrow{V_B}t + \overrightarrow{OB}$. En projetant suivant les axes :

$$\begin{cases} x = V_B t cos\alpha_B + r sin\alpha_B \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 - V_B t sin\alpha_B + r cos\alpha_B \end{cases}$$

c) Abscisse $x_C$ du point de chute C

Le point C est sur l'axe $(Ox)$ donc $z = 0 \Rightarrow t = 0,22s$.

Donc on calcule aisément : $\boldsymbol{x_C = 1,12m}$.

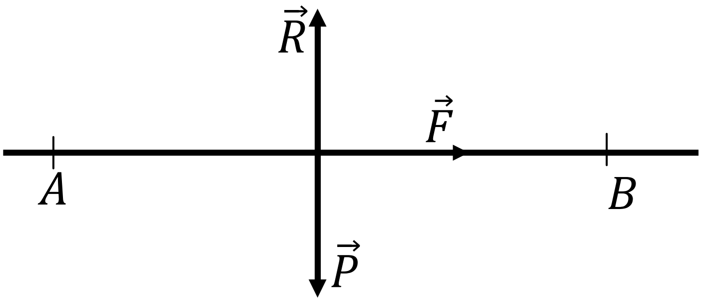
**Exercice 6 :**

1. Relations de conservation

$m\overrightarrow{V_B} = m\overrightarrow{V_1} + m'\overrightarrow{V_2}$

$\frac{1}{2}mV_B{}^2 = \frac{1}{2}mV_1{}^2 + \frac{1}{2}m'V_2{}^2$

2. $V_B$ ; $V_1$ ; $V_2$ en fonction de $m, m', l$ et $F$



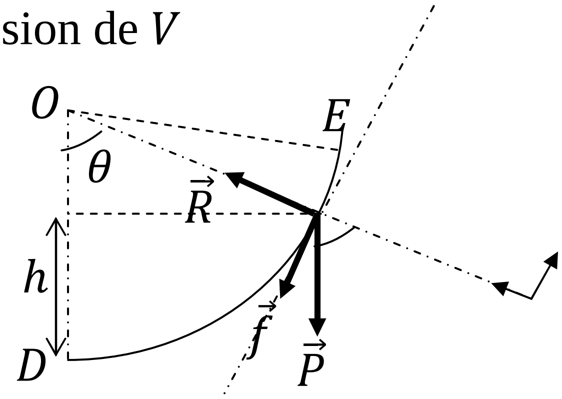

Entre A et B, le théorème de l'énergie cinétique s'écrit :

$\frac{1}{2}mV_B{}^2 - 0 = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}} + W_{\vec{F}} = Fl \Rightarrow \boldsymbol{V_B = \sqrt{\frac{2Fl}{m}}}$

En résolvant les deux relations de conservations précédentes, on établit :

$V_1 = \frac{m-m'}{m+m'}V_B$ et $V_2 = \frac{2m}{m+m'}V_B$

3. a) Expression de $V$




Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit :

$\frac{1}{2}m(V^2 - V_2{}^2) = -mgh = -mgr(1 - cos\theta) - fr\theta$

$V = \sqrt{{V_2}^2 - 2gr(1 - cos\theta) - fr\theta}$

$\boldsymbol{V = \sqrt{{V_2}^2 + 2gr(-1 + cos\theta - k\theta)}}$

b) Expression de $R$

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$.

Projection suivant la normale :

$-m'gcos\theta + R = m'a_n$

$R = m'\left(\frac{V^2}{r} + gcos\theta\right)$

$\boldsymbol{R = m'\left(\frac{{V_2}^2}{r} - g(2 - 3cos\theta + 2k\theta)\right)}$

4. Valeur minimale $F_0$ de $F$ pour que le mobile M' atteigne le point E

$M'$ atteint E si $R_E \geq 0 \;\; \Rightarrow \;\; {V_2}^2 \geq gr(2 - 3cos\theta + 2k\theta)$

$\left(\frac{2m}{m+m'}\right)^2 {V_B}^2 \geq gr(2 - 3cos\theta + 2k\theta)$

${V_B}^2 \geq \left(\frac{m+m'}{2m}\right)^2 \times gr(2 - 3cos\theta + 2k\theta)$

$\frac{2Fl}{m} \geq \left(\frac{m+m'}{2m}\right)^2 \times gr(2 - 3cos\theta + 2k\theta)$

$\boldsymbol{F \geq \frac{(m+m')^2}{8ml} \times gr(2 - 3cos\theta + 2k\theta)}$

**D'où :** $\boldsymbol{F_0 = \frac{(m+m')^2}{8ml} \times gr(2 - 3cos\theta + 2k\theta)}$

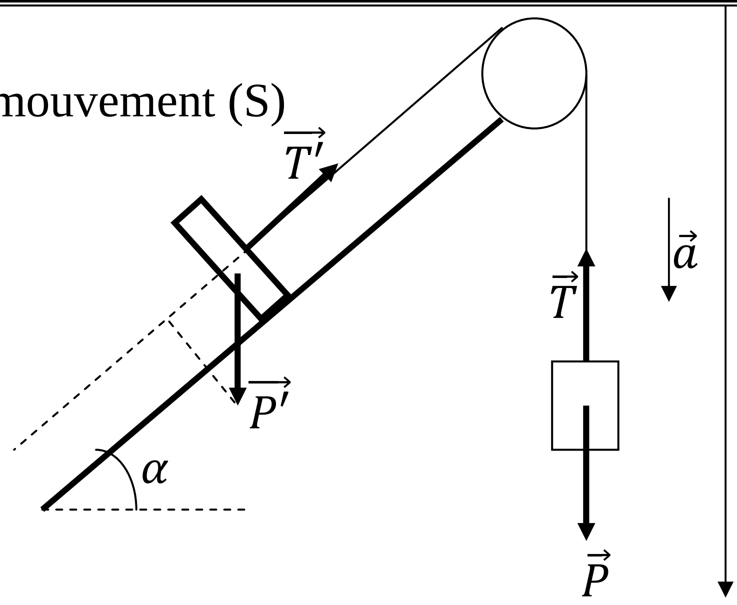
5. Applications numériques

$\boldsymbol{F_0 = 0,92N; V_B = 4,29m/s ; V_2 = 7,15m/s ;}$

$\boldsymbol{V_1 = 2,86m/s}$

## Exercice 8 :

1. Nature du mouvement (S)




S) effectue un mouvement vertical uniformément accéléré.

- Valeur de l'accélération $a$

  T.C.I : $\vec{P}+\vec{T}=M\vec{a}$

  Suivant l'axe vertical, on a :

  $Mg-T=Ma$ or $T=T'=M'gsin\alpha$.

  $Mg-M'gsin\alpha=Ma \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a=g\left(1-\frac{M\prime}{M}sin\alpha\right)}$

$$\boldsymbol{a=2,5m/s^2}$$

2. Tension dans chaque brin de fil

$T=Mg=\mathbf{0,8N}$

$T'=M'gsin\alpha=\mathbf{0,3N}$

$T\neq T'$ à cause de l'influence du plan incliné.

3. Expression de $W_r$

TEC : $E_C-0=W_{\vec{P}}+W_r$

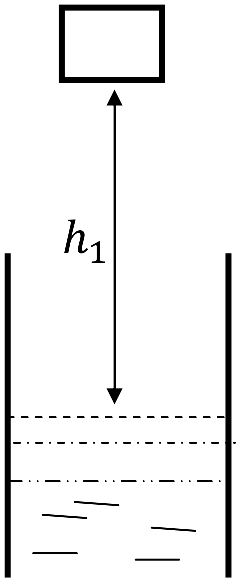
$\frac{1}{2}(M+M')V_0^2+\frac{JV_{0^2}}{r^2}=Mgh+W_r$

$W_r=\frac{1}{2}\left(M+M'+\frac{J}{r^2}\right)V_0^2-Mgh$

$$\boldsymbol{W_r=-7,9J}$$

4. $V_1 = 8m/s$

a) Déterminons $h_1$




(S) est en chute libre avec vitesse initiale.

Donc :

$V_1{}^2 - V_0{}^2 = 2gh_1$

$\boldsymbol{h_1 = \frac{V_1{}^2 - V_0{}^2}{2g}}$

$\boldsymbol{h_1 = 3m}$

b) Densité $d$ du solide (S)

T.E.C :$0 - \frac{1}{2}MV_1{}^2 = (Mg - F)h_2$

$\frac{1}{2}M(V_1^2 + 2gh_2) = \mu_E Vgh_2$ or $M = \mu V$. Alors:

$\boldsymbol{d = \frac{\mu}{\mu_E} = \frac{2gh_2}{V_1^2+2gh_2}}$ **;** $\boldsymbol{d = 0,48}$

**Exercice 9 :**

1. a) Vitesse en $km/H$ et en $m/s$

$V = 459 \times 1,852$

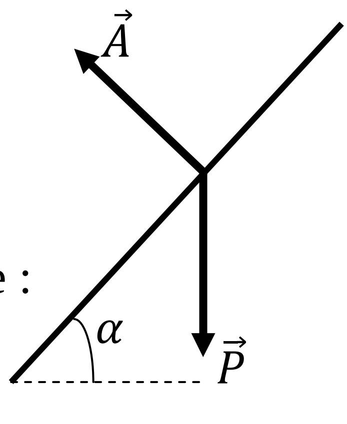
$\boldsymbol{V = 850,068km/H}$ ou $\boldsymbol{V = 236,13m/s}$

b) Energie mécanique totale $E_r$

$E_r = m\left(gh + \frac{1}{2}V^2\right)$

$\boldsymbol{E_r = 1,62.10^{10}J}$

2. $V' = 240KT$ , $\alpha = 20°$




$T$.C.I : $\vec{P} + \vec{A} = m\vec{a}$

Suivant la normale à la trajectoire circulaire :

$Acos\alpha = m\frac{V'^2}{r}$ et suivant la tangentielle,

$Asin\alpha = mg$. On a :

$tan\alpha = \frac{gr}{V^2} \Rightarrow r = \frac{V^2 tan\alpha}{g}$. Alors:

$\boldsymbol{d = 2\frac{V^2 tan\alpha}{g}}$ ; $\boldsymbol{d = 1131,23m}$

- Durée $t$ du virage

$d = V \times t \Rightarrow \boldsymbol{t = \frac{d}{V}}$ ; $\boldsymbol{t = 9,2s}$

3. Expression de $\alpha$ en fonction de $V$ et $w$

$$\boldsymbol{\alpha = tan^{-1}\left(\frac{gt}{2V}\right)}$$

$\boldsymbol{\alpha = tan^{-1}\left(\frac{gt}{2rw}\right)}$ car $V = rw$

a) Inclinaison $\alpha'$ pour $V'$

$V' = 236m/s$. Donc $\boldsymbol{\alpha' = 68,15°}$

- Rayon $r'$ du virage

$r' = \frac{V'^2 tan\alpha}{g}$ ; $\boldsymbol{r' = 14159m/s}$

4. a) Equation horaire du mouvement

$x = \frac{1}{2}at^2 + V_S t$ or $0 - V_S = a\Delta t \Rightarrow a = \frac{-V_S}{\Delta t} = -4m/s^2$

Donc : $\boldsymbol{x = -2t^2 + 80t}$

b) Calcul de l'inclinaison $\beta$ du fil

$TCI$ : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Suivant $(xx')$ :

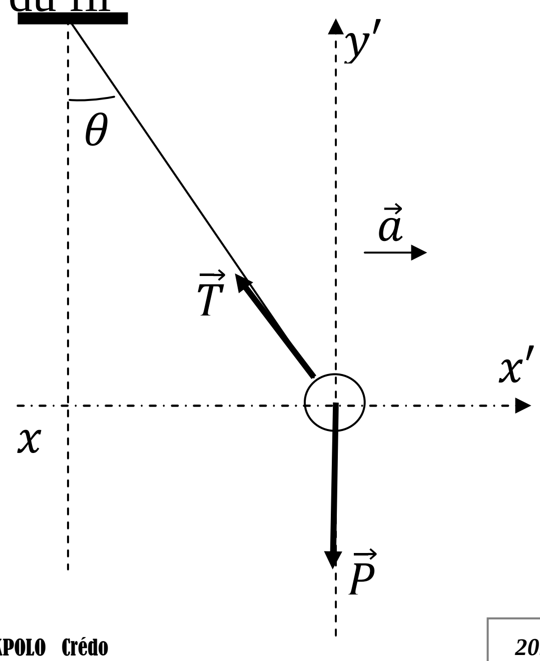
$-Tsin\beta = ma$

Suivant $(yy')$ :

$Tcos\beta = mg$. Alors :

$a = gtan\beta$ et $\boldsymbol{\beta = tan^{-1}\left(\frac{a}{g}\right)}$

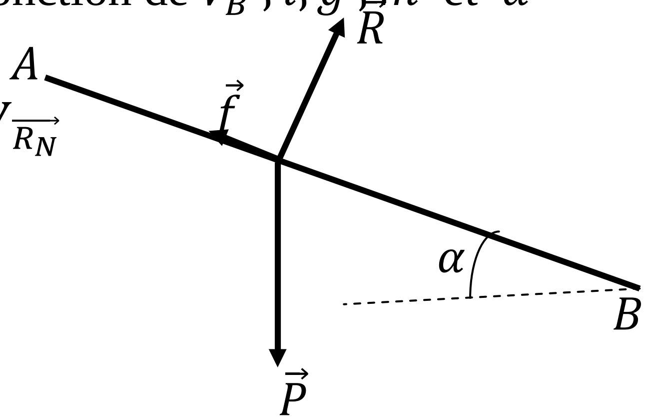
$\boldsymbol{\beta = 22,2°}$



Lors du freinage, tout corps de masse et projeté vers l'avant de l'avion.

## Exercice 10 :

1. a) Expression de $f$ en fonction de $V_B$ ; $l, g$ ; $m$ et $\alpha$




T.E.C entre A et B :

$E_{CB} - E_{CA} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{f}} + W_{\overrightarrow{R_N}}$

$\frac{1}{2}mV_B{}^2 = mglsin\alpha - fl$

$\boldsymbol{f = m\left(gsin\alpha - \frac{V_B{}^2}{2l}\right)}$

b) Accélération sur AB

$\Delta V^2 = 2a\Delta x \Leftrightarrow V_B{}^2 - 0 = 2al$

$\boldsymbol{a = \frac{V_B{}^2}{2l}}$ **;** $\boldsymbol{a = 0,324 m/s^2}$

- Durée du trajet AB

$\Delta V = a\Delta t \quad \Leftrightarrow \quad V_B - 0 = a\Delta t$

$\boldsymbol{\Delta t = \frac{V_B}{a}}$ **;** $\boldsymbol{\Delta t = 55,56 s}$

2. a) Expression de $V_P{}^2$ au point P

T.E.C entre A et P :

$\frac{1}{2}mV_P{}^2 = mglsin\alpha + mgr(1 - cos\alpha)$

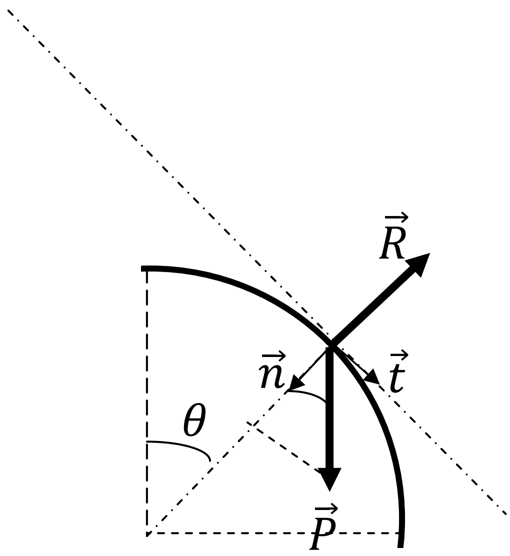
$\boldsymbol{V_P{}^2 = 2mg(lsin\alpha + r(1 - cos\theta))}$

b) Expression de $R$ au point $P$

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection suivant la normale :

$mgcos\theta - R = ma_n = m\frac{V_P{}^2}{r}$




$$R = m\left(gcos\theta - \frac{2gl}{r}sin\alpha - 2g + 2gcos\theta\right)$$

$$\boldsymbol{R = mg\left(3cos\theta - 2 - \frac{2l}{r}sin\alpha\right)}$$

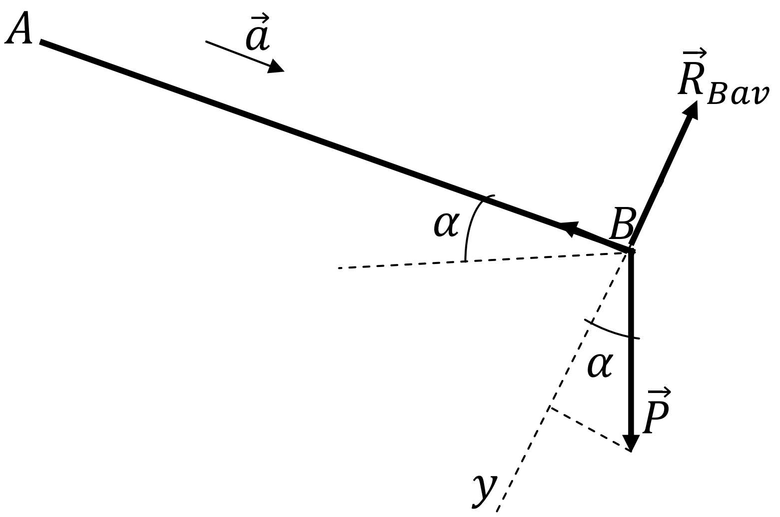
c) Calculons $\theta_0$ pour que le skieur quitte la piste BC

Il quitte la piste si $R = 0$

$3cos\theta_0 - 2 - \frac{2l}{r}sin\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{cos\theta_0 = \frac{3}{2}\left(1 + \frac{lsin\alpha}{r}\right)}$

$cos\theta_0 = 0{,}957 \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{\theta_0 = 16{,}83°}$

d) La valeur de $R$ juste avant le point B




T.C.I : $\vec{P} + \vec{R}_{Bav} = m\vec{a}$.

Suivant : $(yy')$ :

$-mgcos\alpha + R_{Bav} = 0 \quad \Rightarrow \ \boldsymbol{R_{Bav} = mgcos\alpha}$

$$\boldsymbol{R_{Bav} = 797N}$$

- $R$ juste après B

$R = mg\left(3cos\theta - 2 - \frac{2l}{r}sin\alpha\right)$ avec $\theta = 0$

$\boldsymbol{R_{Bapr} = mg\left(1 - \frac{2l}{r}sin\alpha\right)}$

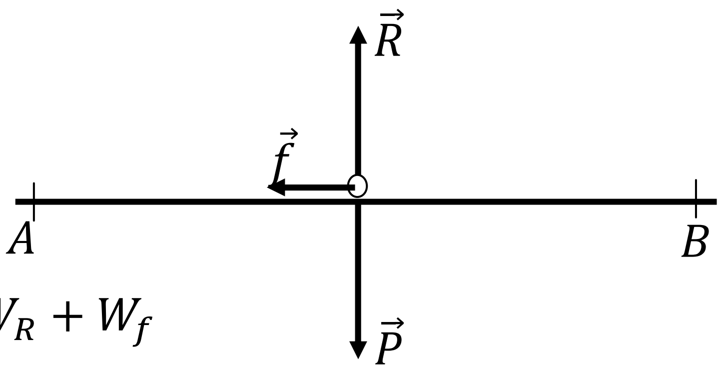
$\boldsymbol{R_{Bapr} = 103N}$

$R_{Bapr} \neq R_{Bav}$. D'où la discontinuité de $R$ au point B.

## Chapitre II:

# MOUVEMENT D'UN SOLIDE SOUMIS A UNE FORCE CONSTANTE

**Exercice 1 :**




1. Calcul de $V_B$

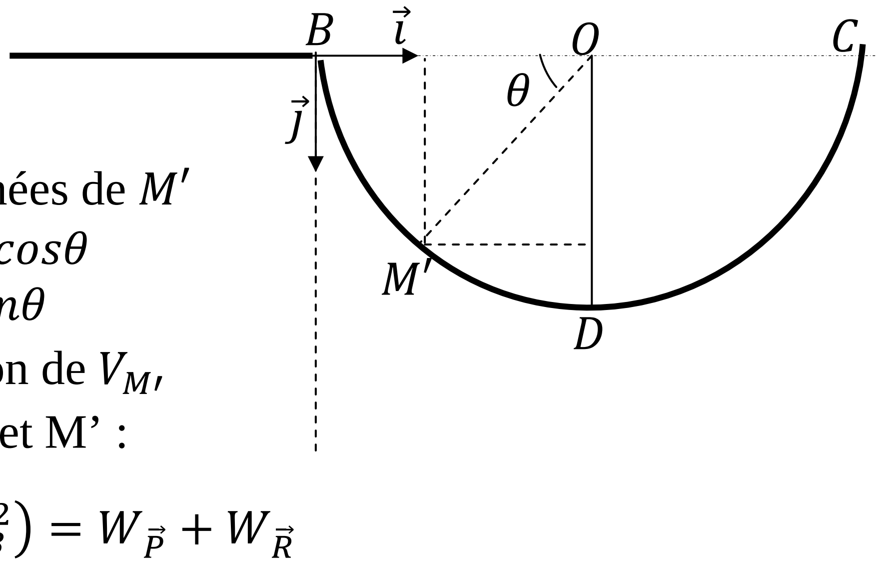
T.E.C entre A et B :

$E_{CB} - E_{CA} = W_{\vec{P}} + W_R + W_f$

$\frac{1}{2}m({V_B}^2 - {V_A}^2) = -f \times AB$

$\boldsymbol{V_B = \sqrt{{V_A}^2 - \frac{2f\times l}{m}}}$ ; $\boldsymbol{V_B = 5m/s}$

2. Figure :




a) Coordonnées de $M'$

$M' \begin{cases} x = r - rcos\theta \\ y = rsin\theta \end{cases}$

b) Expression de $V_{M'}$

T.E.C entre B et M' :

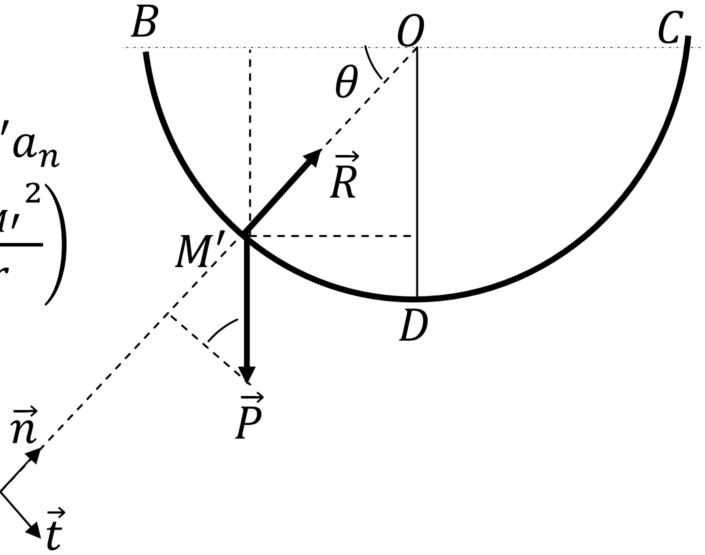
$\frac{1}{2}m'\left(V_{M'}^2 - V_B^2\right) = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$

$V_{M'}^2 = V_B^2 + 2grsin\theta$ or $V_B^2 = 0$. Donc:

$\boldsymbol{V_{M'} = \sqrt{2grsin\theta}}$

c) Expression de la réaction $R$ sur $M'$

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$




Suivant $\vec{n}$ :

$$-m'gsin\theta + R = m'a_n$$

$$R = m'\left(gsin\theta + \frac{{V_{M'}}^2}{r}\right)$$

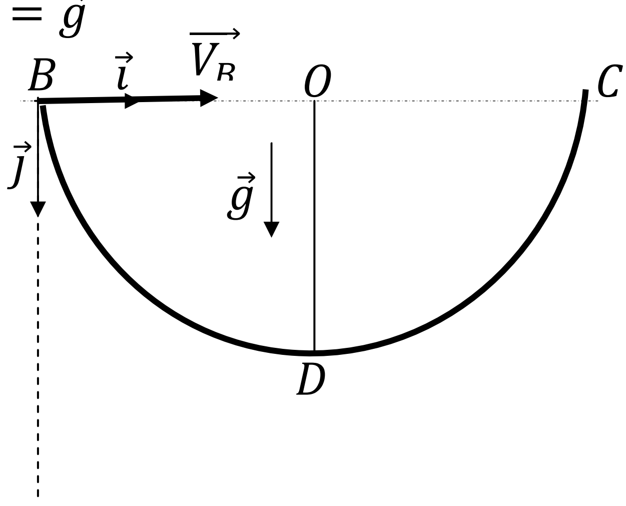
$$\boldsymbol{R = 3m'gsin\theta}$$

3. a) Mouvement de $M'$ après $B$

Après $B$, $M'$ est soumis à la seule action de son poids $\vec{P}$.

T.C.I s'écrit : $\vec{P} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$

$$\overrightarrow{V_B} = V_B\vec{\imath}$$




| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{BM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | $V_B$ | $V_Bt$ |
| $y$ | $g$ | $gt$ | $\frac{1}{2}gt^2$ |

$$\begin{cases} x = V_Bt \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{y = \frac{g}{2{V_B}^2}x^2}$$

$M$ décrit une trajectoire parabolique.

b) Relation vérifiée par $\theta$ pour que $M$ touche $M'$

$M$ touche $M'$ si et seulement

si : $\begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = r(1 - cos\theta) \\ y = rsin\theta \end{cases}$

$$y = \frac{g}{2{V_B}^2}x^2 \Rightarrow \quad r(sin\theta) = \frac{g}{2V_B^2}r^2(1 - cos\theta)^2$$

$$(\boldsymbol{sin\theta}) = \frac{\boldsymbol{g}}{\boldsymbol{2V_B^2}}\boldsymbol{r}(\boldsymbol{1 - cos\theta})^{\boldsymbol{2}}$$

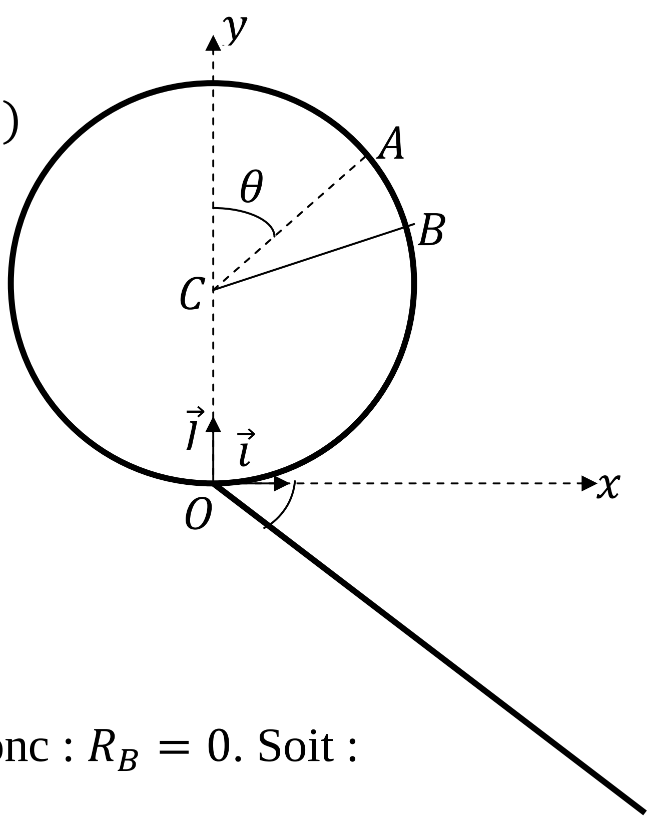
$r = \frac{BC}{2} = 5m$ et donc $\frac{g}{2V_B^2}r = 1$. Alors :

$$\boldsymbol{sin\theta} = (\boldsymbol{1 - cos\theta})^{\boldsymbol{2}}$$

**Exercice 2 :**

1. Calcul de $\theta_1 = (\overrightarrow{Cy}; \overrightarrow{CB})$

T.E.C entre A et B !




$E_{CB} - E_{cA} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$

$\frac{1}{2}mV_B{}^2 = mgr(cos\theta_0 - cos\theta_1)$

$\frac{V_B{}^2}{r} = 2g(cos\theta_0 - cos\theta_1)$

En B, on a :

$\vec{P} + \overrightarrow{R_B} = m\vec{a}$.

Projection suivant la normale :

$mgcos\theta_1 - R_B = ma_n$

$R_B = -m\frac{V_B{}^2}{r} + mgcos\theta_1$

$R_B = mg(-2cos\theta_0 + 3cos\theta_1)$

Le solide quitte la piste en B. donc : $R_B = 0$. Soit :

$\boldsymbol{cos\theta_1 = \frac{2}{3}cos\theta_0}$ **;** $\boldsymbol{\theta_1 = 49°}$

- Calcul de $V_B$

$\frac{V_B^2}{r} = \frac{2gcos\theta_0}{3}$

$\boldsymbol{V_B = \sqrt{\frac{2grcos\theta_0}{3}}}$ **;** $\boldsymbol{V_B = 1,14m/s}2$

2. Equation horaire de la trajectoire

Après le point B, le solide est soumis à la seule action de son poids. Alors T.C.I s'écrit :

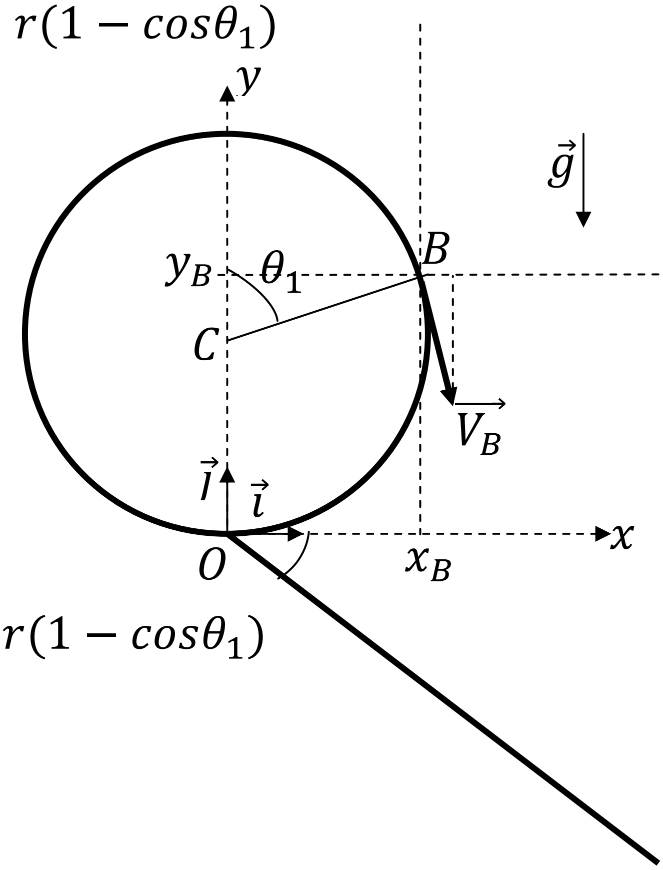
$\vec{P} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$

| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{OM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | $V_B cos\theta_1$ | $V_B t cos\theta_1 + r sin\theta_1$ |
| $y$ | $-g$ | $-gt - V_B sin\theta_1$ | $-\frac{1}{2}gt^2 - V_B t sin\theta_1 + r(1 - cos\theta_1)$ |

$$\begin{cases} x = V_B t cos\theta_1 + r sin\theta_1 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 - V_B t sin\theta_1 + r(1 - cos\theta_1) \end{cases}$$

$x = V_B t cos\theta_1 + r sin\theta_1$

$t = \frac{x - r sin\theta_1}{V_B cos\theta_1}$




$y = -\frac{1}{2}gt^2 - V_B t sin\theta_1 + r(1 - cos\theta_1)$

$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x - r sin\theta_1}{V_B cos\theta_1}\right)^2 - V_B\left(\frac{x - r sin\theta_1}{V_B cos\theta_1}\right) sin\theta_1 + r(1 - cos\theta_1)$

$$\boldsymbol{y = -\frac{g}{2V_B{}^2 cos^2\theta_1}(x - r sin\theta_1)^2 - (x - r sin\theta_1)tan\theta_1 + r(1 - cos\theta_1)}$$

3. Coordonnées de D sur le plan incliné

$$\begin{cases} x = OD cos\alpha \\ y = -OD sin\alpha \end{cases}$$

$\frac{y}{x} = -tan\alpha = -0,268$

L'équation simplifiée de la trajectoire est :

$y = -8,76(x - 0,151)^2 - 1,15(x - 0,151) + 0,331$

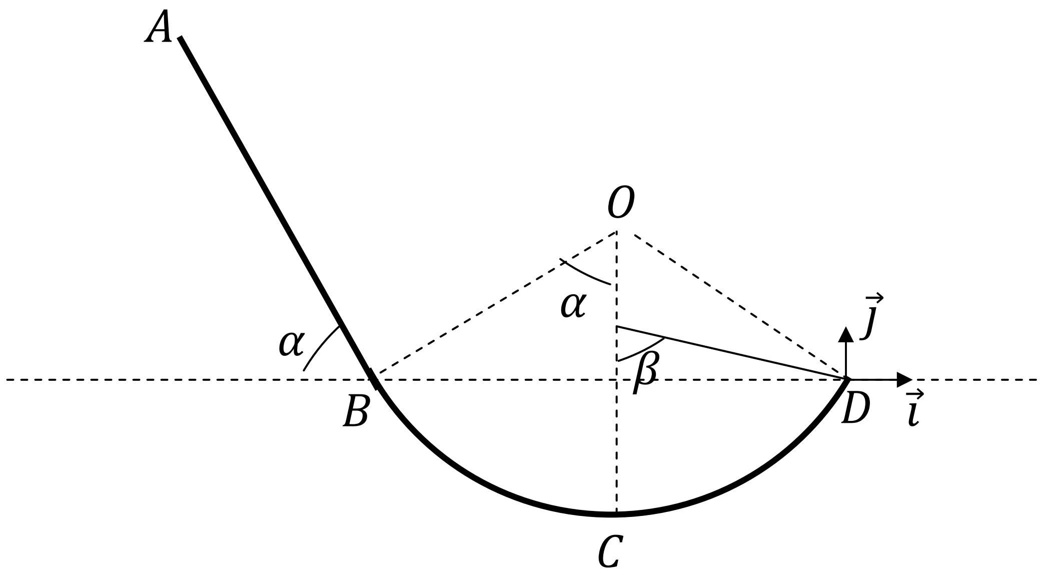
$-0,268x = -8,76(x - 0,151)^2 - 1,15(x - 0,151) + 0,331$

$8,76x^2 - 1,48x - 0,3 = 0$

$\Delta = 12,7 \quad \Rightarrow \quad x = 0,288m$ et $y = -7,72cm$

$$\boldsymbol{D(28,8cm\ ;\ -7,72cm)}$$

**Exercice 3 :**




1. a) Expression de $l$

T.E.C entre A et B :

$\frac{1}{2}m{V_B}^2 = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$ or $W_{\vec{R}} = 0$

$\frac{1}{2}m{V_B}^2 = mglsin\alpha \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{l = \frac{{V_B}^2}{2gsin\alpha}}$

b) Vérifions que $l \approx 0,5m$

application numérique: $l = \frac{2,24^2}{2\times10\times sin30} = 0,501m.$

D'où $\boldsymbol{l \approx 0,5m}$

c) Expression de $V_C$

T.E.C entre B et C:

$\frac{1}{2}m({V_C}^2 - {V_B}^2) = mgh = mgr(1 - cos\alpha)$

${V_C}^2 = {V_B}^2 + 2gr(1 - cos\alpha)$

$V_C = \sqrt{{V_B}^2 + 2gr(1 - cos\alpha)}$

$\boldsymbol{V_C = \sqrt{2g(lsin\alpha + r(1 - cos\alpha))}}$

d) Expression de $V_D$

Entre C et D, $W_{\vec{P}} = 0$. Donc le théorème de l'énergie cinétique s'écrit :

$E_{CD} - E_{CB} = 0$. Alors $\boldsymbol{V_D = V_B = \sqrt{2glsin\alpha}}$

$$\boldsymbol{V_D = 2,24m/s}$$

e) Vérifions que $r' = 10,7cm$

Entre C et D, on écrit :

$\frac{1}{2}m({V_D}^2 - {V_C}^2) = -mgh' = -mgr'(1 - cos\beta)$

$V_C = 2,467m/s$

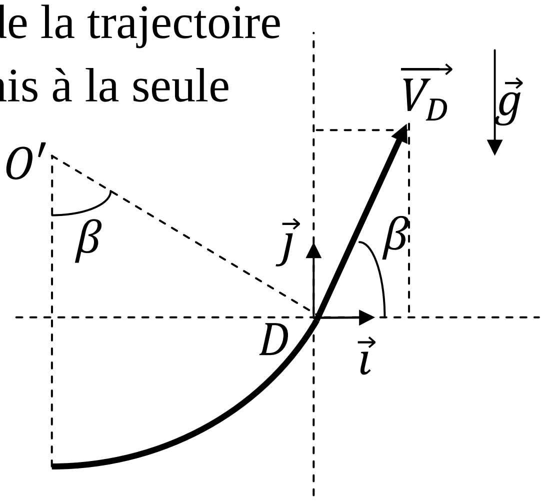
$\boldsymbol{r' = \frac{{V_C}^2 - {V_D}^2}{2g(1 - cos\beta)}}$ **;** $r' = 0,1068m$. D'où : $\boldsymbol{r' = 10,7cm}$

2. a) Equation cartésienne de la trajectoire

Ap rès le point D, (S) est soumis à la seule Action de son poids. Alors :

T.C.I donne :

$\vec{P} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$



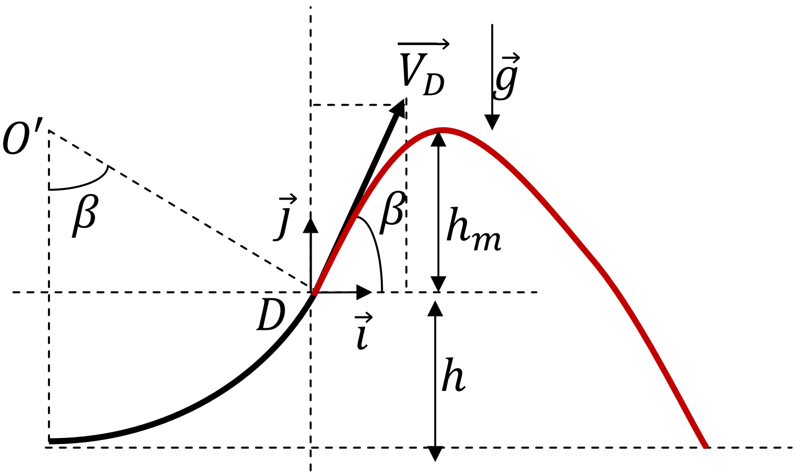

| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{DM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | $V_D cos\beta$ | $V_D t cos\beta$ |
| $y$ | $-g$ | $-gt + V_D sin\beta$ | $-\frac{1}{2}gt^2 + V_D t sin\beta$ |

$$x = V_D t\cos\beta \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{V_D\cos\beta}$$

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_D\cos\beta}\right)^2 + V_D\left(\frac{x}{V_D\cos\beta}\right)\sin\beta$$

$$y = -\frac{g}{2{V_D}^2\cos^2\beta}x^2 + x\tan\beta$$

b) Hauteur maximale au dessus du point C




$H = h_m + h$

Au sommet :

$V_y = \dot{y} = 0 \Rightarrow$

$t = \frac{V_D\sin\alpha}{g}$. Alors :

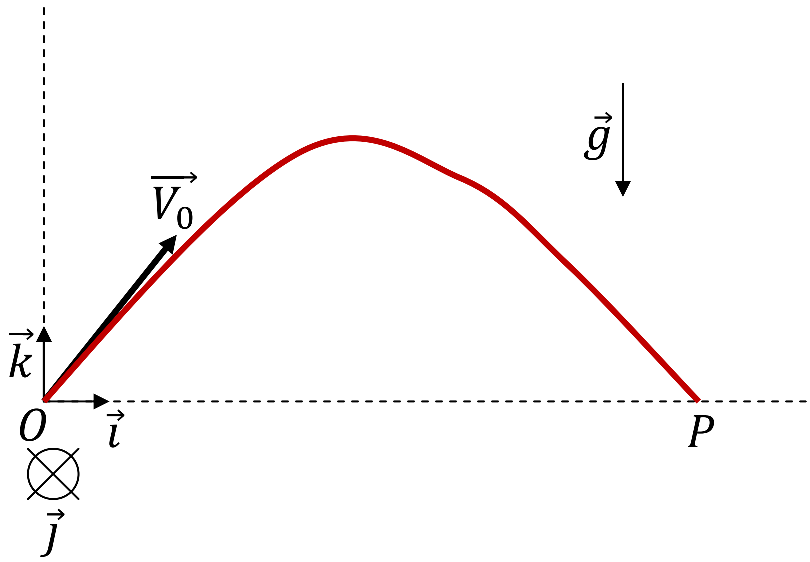
$h_m = y = \frac{{V_D}^2\sin\beta}{2g}$

$$\boldsymbol{H = \frac{{V_D}^2\sin\beta}{2g} + r'(1-\cos\beta)}$$

$$\boldsymbol{H = 24,2cm}$$

## Exercice 4 :

1. a) Figure



b) Montrons que le mouvement est plan

T.C.I : $\vec{P} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a}\begin{cases} 0 \\ 0 \\ -g \end{cases} \Rightarrow \quad \vec{V}\begin{cases} V_0 cos\alpha \\ 0 \\ -gt + V_0 sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} V_0 tcos\alpha \\ 0 \\ -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 tsin\alpha \end{cases}$$

$y = 0$. Donc il n'y a pas de mouvement sur l'axe $(O\vec{J})$. D'où le mouvement est plan.

c) Equation de la trajectoire

$x = V_0 tcos\alpha \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{V_0 cos\alpha}$

$$\boldsymbol{z = -\frac{g}{2{V_0}^2 cos^2\alpha}x^2 + xtan\alpha}$$

d) Expression de la portée $x_P$

Dans le repère indiqué, $P(\, x_P \;;\; 0 \;;\; 0)$

$-\frac{g}{2{V_0}^2cos^2\alpha}{x_P}^2 + x_P tan\alpha = 0$

$\boldsymbol{x_P = \frac{{V_0}^2 sin2\alpha}{g}}$

- Valeur de $\alpha$ pour que $x_P$ soit maximale

$x_{Pmax}$ correspond à $sin2\alpha$ maximal. Soit :

$sin2\alpha = 1 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\alpha = \frac{\pi}{4}\, rad}$ **ou** $\boldsymbol{45°}$.

2. a) Expression du trinôme

$z = -\frac{g}{2{V_0}^2cos^2\alpha}x^2 + xtan\alpha$

$z = -\frac{gx^2}{2V_0^2}(1 + tan^2\alpha) + xtan\alpha$

$\boldsymbol{\frac{gx^2}{2V_0^2}\left(tan^2\alpha\right) - xtan\alpha + \frac{gx^2}{2V_0^2} + z = 0}$

b) Condition sur $z$ pour le trinôme admet une solution

il faut que $\Delta \geq 0$. Alors :

$x^2 - 4\frac{gx^2}{2V_0^2}\left(\frac{gx^2}{2V_0^2} + z\right) \geq 0$

$x^2\left(1 - \frac{2g}{V_0^2}\left(\frac{gx^2}{2V_0^2} + z\right)\right) \geq 0$

$1 - \frac{2g}{V_0^2}\left(\frac{gx^2}{2V_0^2} + z\right) \geq 0$

$\frac{gx^2}{2V_0^2} + z \leq \frac{{V_0}^2}{2g}$

$\boldsymbol{z \leq -\frac{gx^2}{2V_0^2} + \frac{{V_0}^2}{2g}}$

c) Equation de la parabole de sureté :

Elle a pour équation : $\boldsymbol{z = -\frac{gx^2}{2V_0^2} + \frac{{V_0}^2}{2g}}$

- Représentation de la parabole :

$z = -1{,}4.10^{-5}x^2 + 1{,}8.10^4$

| $X$ | 0 | 10.000 | 20.000 | 30.000 | 36.000 |
|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | 18.000 | 16.600 | 12.400 | 5.400 | 0 |

En abscisse : $1cm \quad \rightarrow \quad 5000m$

$1cm \quad \rightarrow \quad 3000m$

Voir la page suivante.

d) $M\begin{cases} x = 10km \\ z = 500m \end{cases}$

$M$ se trouve à l'intérieur de la parabole de sureté. Donc le point $M$ peut être atteint.

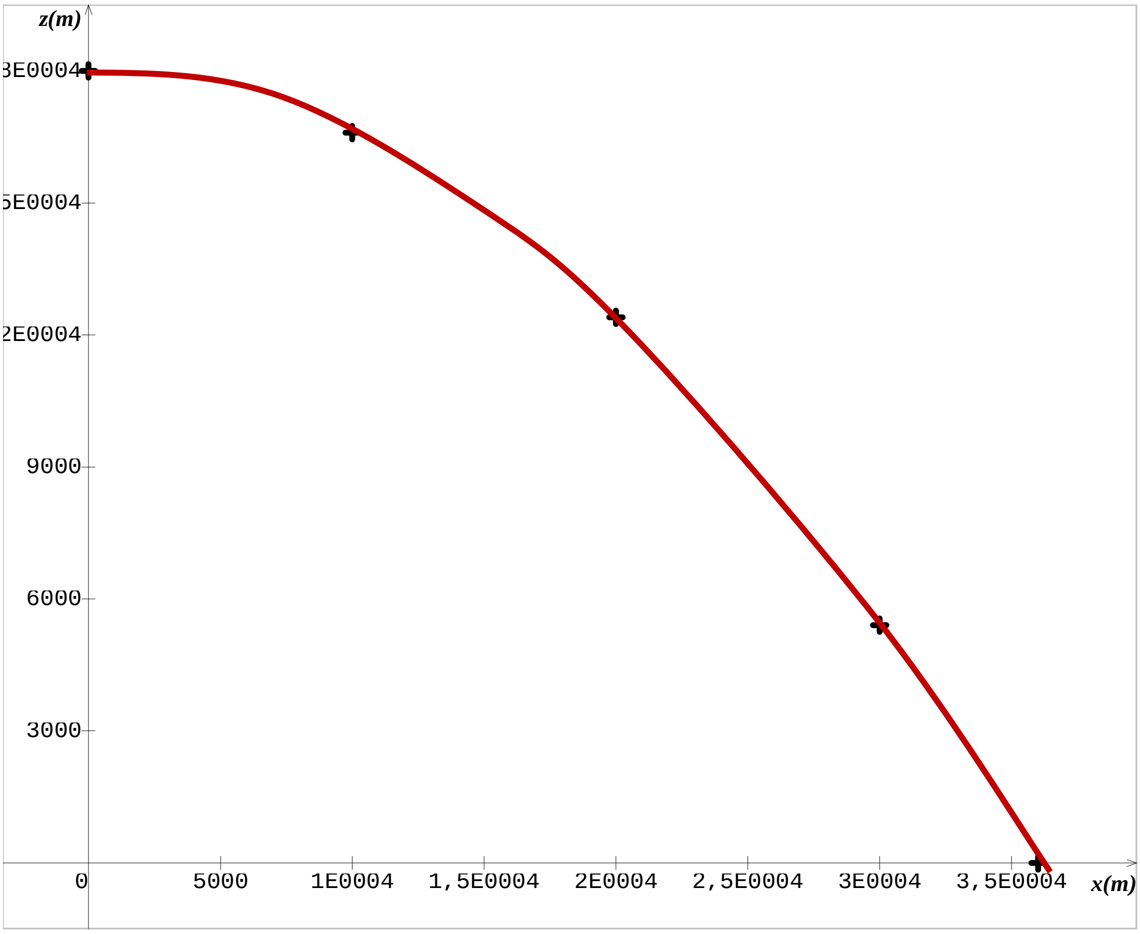
- Calcul des angles de tirs possibles :

On a : $\frac{gx^2}{2V_0^2}(tan^2\alpha) - xtan\alpha + \frac{gx^2}{2V_0^2} + z = 0$

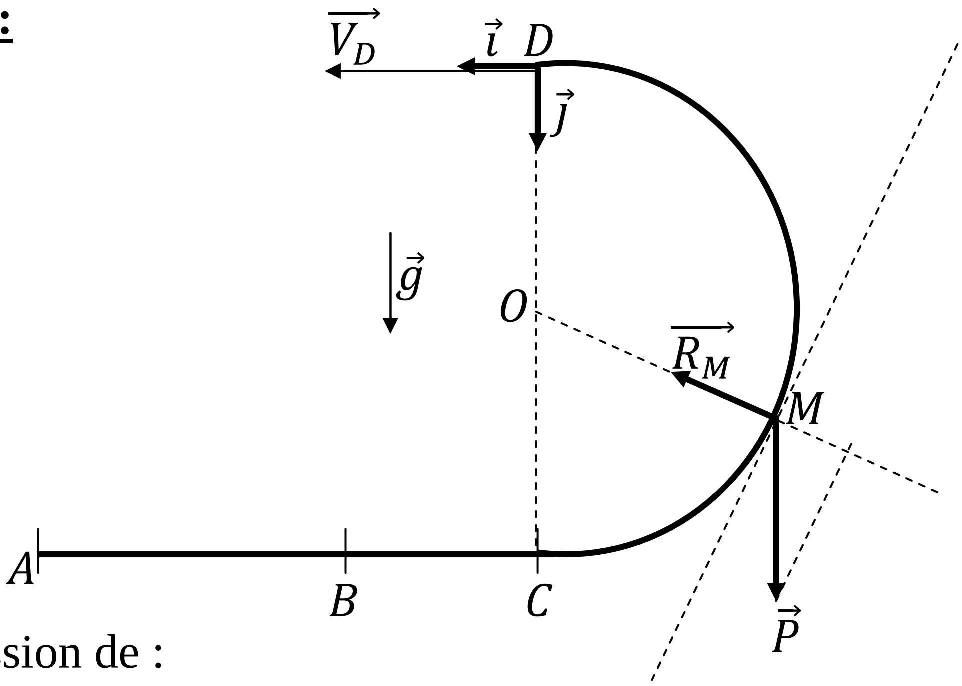
$1389(tan^2\alpha) - 10^4(tan\alpha) + 1889 = 0$

$\Delta' = 4730{,}35$. On a :

$tan\alpha = 0{,}19$ou $tan\alpha = 7$.Alors: $\boldsymbol{\alpha = 10{,}98}$°ou $\boldsymbol{\alpha = 81{,}87}$°




# Exercice 5 :




1. Expression de :

a) Valeur $V_M$ de la vitesse en $M$

T.E.C entre A et M :

$\frac{1}{2}m({V_M}^2 - {V_A}^2) = F \cdot l - mgr(1 - cos\theta)$

${V_M}^2 = \frac{2F\cdot l}{m} - 2gr(1 - cos\theta)$

$\boldsymbol{V_M = \sqrt{\frac{2F\cdot l}{m} - 2gr(1 - cos\theta)}}$

b) Expression de la réaction $R_M$ en M.

T.C.I : $\vec{P} + \overrightarrow{R_M} = m\vec{a}$

Suivant la normale, on a :

$-mgcos\theta + R_M = ma_n = m\frac{{V_M}^2}{r}$

$R_M = m\left(gcos\theta + \frac{2Fl}{m} - 2g + 2gcos\theta\right)$

$\boldsymbol{R_M = \frac{2Fl}{r} + mg(-2 + 3cos\theta)}$

2. Valeur minimale de $F_0$

On pose $R_D = 0$ avec $\theta = 180°$. On a :

$R_D = \frac{2Fl}{m} - 5mgr$. On a alors :

$\frac{2F_0 l}{m} - 5mg = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{F_0 = \frac{5mgr}{2l}}$

$\boldsymbol{F_0 = 8,33N}$

3. $F_1 = 15N$

a) Vitesse $V_D$ en D

En D, $\theta = 180°$. Donc d'après l'expression de $V_M$ établi précédemment, $\boldsymbol{V_D = \sqrt{\frac{2F\times l}{m} - 2gr}}$ , soit $\boldsymbol{V_D = 8,37m/s}$.

b) Après le point D, (S) est soumis à la seule action de son poids. il est donc en chute libre avec vitesse initiale.

- Equation de la trajectoire

T.C.I : $\vec{P} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$

| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{OM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | $0$ | $V_D$ | $V_D t$ |
| $y$ | $g$ | $gt$ | $\frac{1}{2}gt^2$ |

$x = V_D t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{V_D}$

$\boldsymbol{y = \frac{g}{2V_D{}^2}x^2}$

c) Calcul de $x_P = CP$

$P(x_P\,; 2r\,)$. alors : $2r = \frac{g}{2V_D{}^2}x_P{}^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x_P = 2V_D\sqrt{\frac{r}{g}}}$

$$\boldsymbol{x_P = 5,3m}$$

d) Valeur $F_2$ pour que $x'_P = 3m$

$F_2 = m\left(\frac{V_D{}^2 + 2gr}{2l}\right)$

$\boldsymbol{F_2 = 13,33N}$

## Exercice 7 :

1. a) Norme de $a$ sur AB

$\Delta V^2 = 2a\Delta x$

$V_B{}^2 - V_A{}^2 = 2aAB$. Or

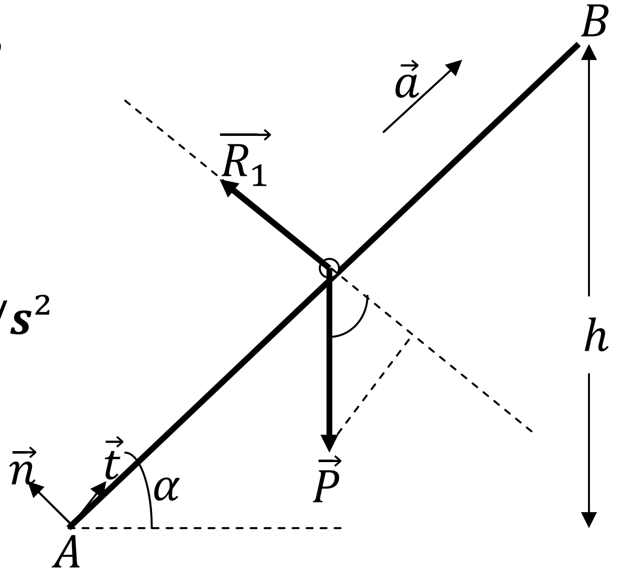
$h = AB \cdot sin\alpha$

$\boldsymbol{a = \frac{V_B{}^2 sin\alpha}{2h}}$ ; $\boldsymbol{a = 6,93m/s^2}$

b) Durée du parcourt AB

$\Delta V = a\Delta t \Leftrightarrow V_B = a\Delta t$

$\boldsymbol{\Delta t = \frac{V_B}{a}}$ ; $\boldsymbol{\Delta t = 2,89s}$



2. Norme $R_1$ de la réaction

T.C.I :$\vec{P} + \overrightarrow{R_1} = m\vec{a}$

Projection suivant : $-mgco\alpha + R_1 = 0 \Rightarrow \boldsymbol{R_1 = mgcos\alpha}$

$\boldsymbol{R_1 = 400N}$

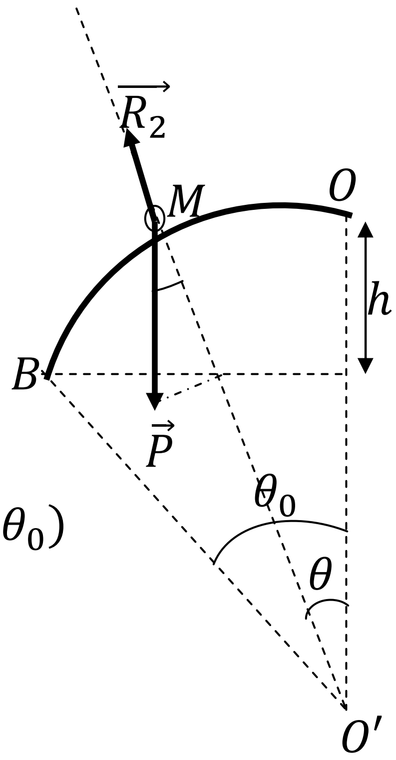
3. Norme $R_2$ de la réaction en M entre B et O

T.C.I : $\vec{P} + \overrightarrow{R_2} = m\vec{a}$

Suivant $\vec{n}$ :

$-R_2 + mgcos\theta = ma_n = m\frac{{V_M}^2}{r}$

$\boldsymbol{R_2 = m\left(gcos\theta - \frac{{V_M}^2}{r}\right)}$




- En fonction de $m, g, \theta, \theta_0$ et $V_B$

T.E.C entre B et M :

$\frac{1}{2}m({V_M}^2 - {V_B}^2) = -mgr(cos\theta - cos\theta_0)$

${V_M}^2 = {V_B}^2 - 2gr(cos\theta - cos\theta_0)$

$\boldsymbol{V_M = \sqrt{{V_B}^2 - 2gr(cos\theta - cos\theta_0)}}$

Alors :

$R_2 = m\left(gcos\theta - \frac{{V_M}^2}{r}\right)$

$R_2 = m\left(gcos\theta - \frac{{V_B}^2}{r} + 2g(cos\theta - cos\theta_0)\right)$

$R_2 = -\frac{m{V_B}^2}{r} + mg(3cos\theta - 2cos\theta_0)$

$\boldsymbol{R_2 = m\left(-\frac{{V_B}^2}{r} + g(3cos\theta - 2cos\theta_0)\right)}$

4. Montrons que $R$ est discontinue en B

Sur AB, au point B : $R_B = R_1 = \boldsymbol{400N}$

Sur BO, au point B : $R_B{}' = R_2$ et $\theta = \theta_0, r = 30m$ ; $\theta_0 = \alpha$

$\boldsymbol{R'_B = R_2 = m\left(gcos\theta_0 - \frac{{V_B}^2}{r}\right)}$ ; $\boldsymbol{R_B{}' = 293,3N}$

$R_B{}' \neq R_B$. D'où la discontinuité de la réaction au point B.

5. a) Caractéristiques de $\overrightarrow{V_0}$ en O

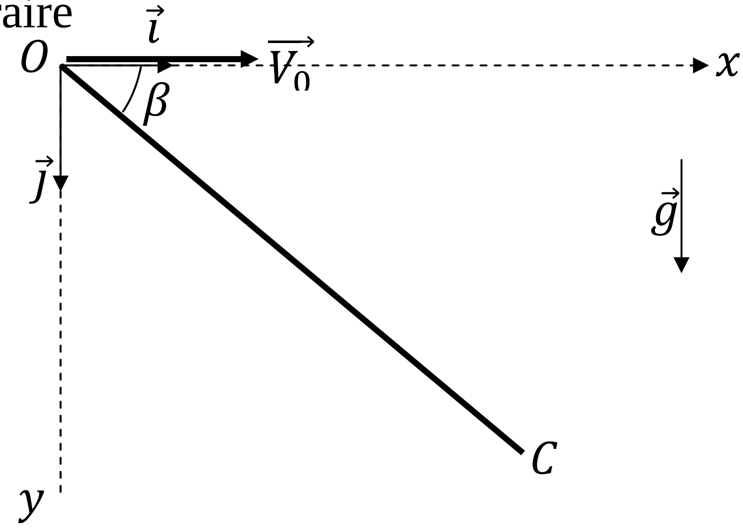
- Direction : Tangente à la trajectoire au point O
- Sens : celui de $\vec{\imath}$
- Norme : Au point O, $\theta = 0$ et $\boldsymbol{V_0 = \sqrt{{V_B}^2 - 2gr(1 - cos\theta_0)}\ ;\ V_0 = 10m/s}$

b) Equation horaire

T.C.I :

$\vec{P} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$




| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{OM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | $V_0$ | $V_0t$ |
| $y$ | $g$ | $gt$ | $\frac{1}{2}gt^2$ |

$$\begin{cases} x = V_0t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{y = \frac{g}{2{V_0}^2}x^2}$$

c) Equation de la trajectoire

$$\boldsymbol{y = \frac{g}{2{V_0}^2}x^2}$$

Nature : Parabole

d) Longueur $OC$

$$\frac{y_C}{x_C} = tan\beta = 1 \quad \Rightarrow \quad y_C = x_C$$

$x_C = \frac{g}{2{V_0}^2}{x_C}^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x_C = \frac{2{V_0}^2}{g}}$ ;

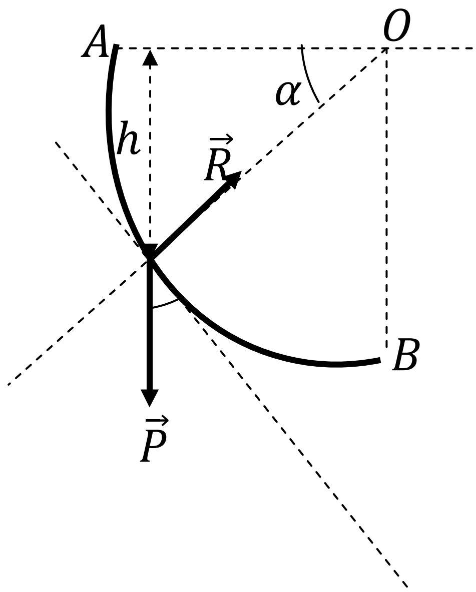
$\frac{x_C}{OC} = cos\beta \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{OC = \frac{2{V_0}^2}{gcos\beta}}$ ; $\boldsymbol{OC = 113{,}14m}$

e) Durée $t$ du saut

$x_C = V_0 t = \frac{2{V_0}^2}{g} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t = \frac{2V_0}{g}}$ ; $\boldsymbol{t = 4s}$

## Exercice 12 :

1. a) Expression de $V$ au point M




Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit :

$\frac{1}{2}m(V^2 - {V_0}^2) = mgrsin\alpha + 0$

$V^2 = {V_0}^2 + 2grsin\alpha$

$\boldsymbol{V = \sqrt{{V_0}^2 + 2grsin\alpha}}$

b) Coordonnées de $\vec{a}$

Dans la base de FRENET :

$\vec{a}\begin{cases} a_t = \frac{dV}{dt} \\ a_n = \frac{V^2}{r} \end{cases}$

On a : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Suivant la tangentielle, la projection donne :

$mgcos\alpha = ma_t \quad \Rightarrow \quad a_t = gcos\alpha$

D'autre part : $a_n = \frac{V^2}{r} = \frac{{V_0}^2}{r} + 2gsin\alpha$

$\boldsymbol{\vec{a}\begin{cases} a_t = gcos\alpha \\ a_n = \frac{{V_0}^2}{r} + 2gsin\alpha \end{cases}}$

c) Calcul de $V$ et $a$ pour $\alpha_1 = 30°$ et $\alpha_2 = 90°$

- $\alpha_1 = 30° \quad \Rightarrow \quad sin\alpha_1 = \frac{1}{2}$ . alors :

$V_1 = \sqrt{{V_0}^2 + gr}$ ; $\boldsymbol{V_1 = 3,74m/s}$ et :

$$\overrightarrow{a_1}\begin{cases} a_t = g\frac{\sqrt{3}}{2} \\ a_n = \frac{{V_0}^2}{r} + g \end{cases}$$

$$\boldsymbol{a_1 = \sqrt{\frac{3}{4}g^2 + \left(\frac{{V_0}^2}{r} + g\right)^2}\ ;\quad a_1 = 16,48m/s^2}$$

- $\alpha_2 = 90°$

$V_2 = \sqrt{{V_0}^2 + gr\sqrt{3}}$ ; $\boldsymbol{V_2 = 4,9m/s}$ et :

$$\overrightarrow{a_2}\begin{cases} a_t = 0 \\ a_n = \frac{{V_0}^2}{r} + 2g \end{cases}$$

$$\boldsymbol{a_2 = \frac{{V_0}^2}{r} + 2g\ ;\quad a_2 = 24m/s^2}$$

2. a) Déterminons $f$

T.E.C entre A et B:

$$\frac{1}{2}m({V_B}^2 - {V_0}^2) = mgr - fr\frac{\pi}{2}$$

$$\boldsymbol{f = \frac{2m}{\pi}\left(g + \frac{{V_0}^2 - {V_B}^2}{2}\right)\ ;\ f = 0,15N}$$

b) Déterminons $R$ au point M

$$\vec{f} + \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Suivant la normale : $-mgsin\alpha + R = ma_n$

$$R = m\left(gsin\alpha + \frac{V^2}{r}\right)$$

Or : $\frac{1}{2}m(V^2 - {V_0}^2) = mgrsin\alpha - fr\alpha$

$$V^2 = {V_0}^2 + 2grsin\alpha - \frac{2fr\alpha}{m}$$

$\frac{V^2}{r} = \frac{{V_0}^2}{r} + 2\left(gsin\alpha - \frac{f\alpha}{m}\right)$ . on établit alors l'expression de $R$:

$$\boldsymbol{R = m\left(\frac{{V_0}^2}{r} + 3gsin\alpha - \frac{2f\alpha}{m}\right)}$$

- Représentation de $R_B$

En B, $\alpha = 90°$. Alors $\boldsymbol{R_B = m\left(\frac{{V_0}^2}{r} + 3g - \frac{f\pi}{m}\right)}$ **;**

$$\boldsymbol{R_B = 2,93N}$$

3. a) Expression de $V_C$

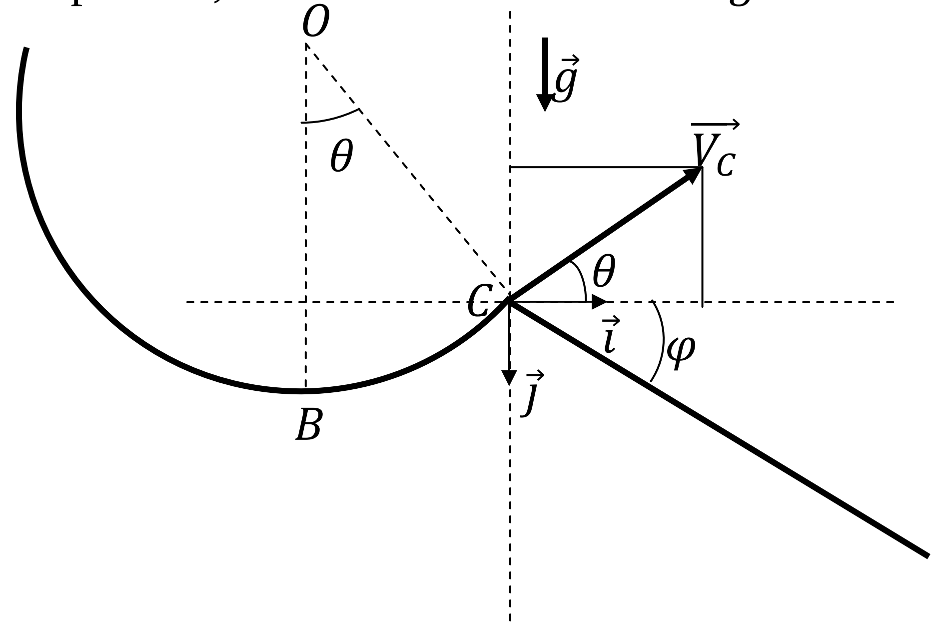
en C, $\alpha = 90° + \theta$. Alors

$$V_C = \sqrt{{V_0}^2 + 2grcos\theta - \frac{2fr}{m}\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}$$

$$\boldsymbol{V_C = \sqrt{{V_0}^2 + 2r\left[gcos\theta - \frac{f}{m}\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)\right]}}$$

b) Equation de la trajectoire

Après le point C, on a : $\vec{P} = m\vec{a} \;\; \Rightarrow \;\; \vec{a} = \vec{g}$



| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{CM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | $V_C cos\theta$ | $V_C t cos\theta$ |
| $y$ | $g$ | $gt - V_C sin\theta$ | $\frac{1}{2}gt^2 - V_C t sin\theta$ |

On a : $x = V_C t cos\theta \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{V_C cos\theta}$

$y = \frac{1}{2}gt^2 - V_C t sin\theta$

$\boldsymbol{y = \frac{g}{2{V_C}^2 cos^2\theta} x^2 - x tan\theta}$

c) Montrons que : $x_P = \frac{2{V_C}^2 cos\theta \sin(\theta+\varphi)}{g cos\varphi}$

$P(x_P \;;\; y_P)$ et $y_P = x_P tan\varphi$

$x_P tan\varphi = \frac{g}{2{V_C}^2 cos^2\theta} {x_P}^2 - x_P tan\theta$

$x_P tan\varphi = x_P \left(\frac{g}{2{V_C}^2 cos^2\theta} x_P - tan\theta\right)$

$tan\varphi = \frac{g}{2{V_C}^2 cos^2\theta} x_P - tan\theta$

$tan\varphi + tan\theta = \frac{g}{2{V_C}^2 cos^2\theta} x_P$

$\frac{sin\varphi}{cos\varphi} + \frac{sin\theta}{cos\theta} = \frac{g}{2{V_C}^2 cos^2\theta} x_P$

$\frac{sin\varphi cos\theta + cos\varphi sin\theta}{cos\varphi cos\theta} = \frac{g}{2{V_C}^2 cos^2\theta} x_P$

$\frac{\sin(\varphi+\theta)}{cos\varphi} = \frac{g}{2{V_C}^2 cos\theta} x_P$. D'où $\boldsymbol{x_P = \frac{2{V_C}^2 cos\theta \sin(\theta+\varphi)}{g cos\varphi}}$

4. $\varphi = 30°$

a) Valeur de $\theta$ pour que $x_P$ soit maximale

$cos\theta \sin(\theta + \varphi) = \frac{1}{2}[\sin(2\theta + \varphi) + sin\varphi]$ . alors :

$x_P = \frac{{V_C}^2}{g cos\varphi}[\sin(2\theta + \varphi) + sin\varphi]$

$$x_{Pmax} \quad \rightarrow \quad \sin(2\theta + \varphi) = 1$$

$$2\theta + \varphi = 90° \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\theta = 30°}$$

$$\boldsymbol{x_{Pmax}} = \frac{\boldsymbol{V_C}^2}{\boldsymbol{gcos\varphi}}[\boldsymbol{1 + sin\varphi}] \quad ; \quad \boldsymbol{x_{Pmax} = 2,12m}$$

## Exercice 13 :

1. a) Expression de $V_M$

T.E.C entre A et M.

$$\frac{1}{2}m({V_M}^2 - {V_A}^2) = mgrsin\beta_0 + mg(z_M - z_B)$$

$${V_M}^2 = 2grsin\beta_0 + 2gr(\cos(\beta_0 - \beta) - cos\beta_0)$$

$$\boldsymbol{V_M = \sqrt{2gr(sin\beta_0 + \cos(\beta_0 - \beta) - cos\beta_0)}}$$

b) Calcul de $V_C$

En C, $\beta = \beta_0$. Donc : $\boldsymbol{V_C = \sqrt{2gr(1 + sin\beta_0 - cos\beta_0)}}$

$$\boldsymbol{V_C = 25m/s}$$

c) Accélération entre A et B

$\Delta V^2 = 2a\Delta x \quad \Leftrightarrow \quad {V_B}^2 = 2ar$ or $\frac{1}{2}m{V_B}^2 = mgrsin\beta_0$

$${V_B}^2 = 2grsin\beta_0$$

$2grsin\beta_0 = 2ar \quad \Rightarrow \boldsymbol{a = gsin\beta_0}$

$$\boldsymbol{a = 4,9m/s^2a}$$

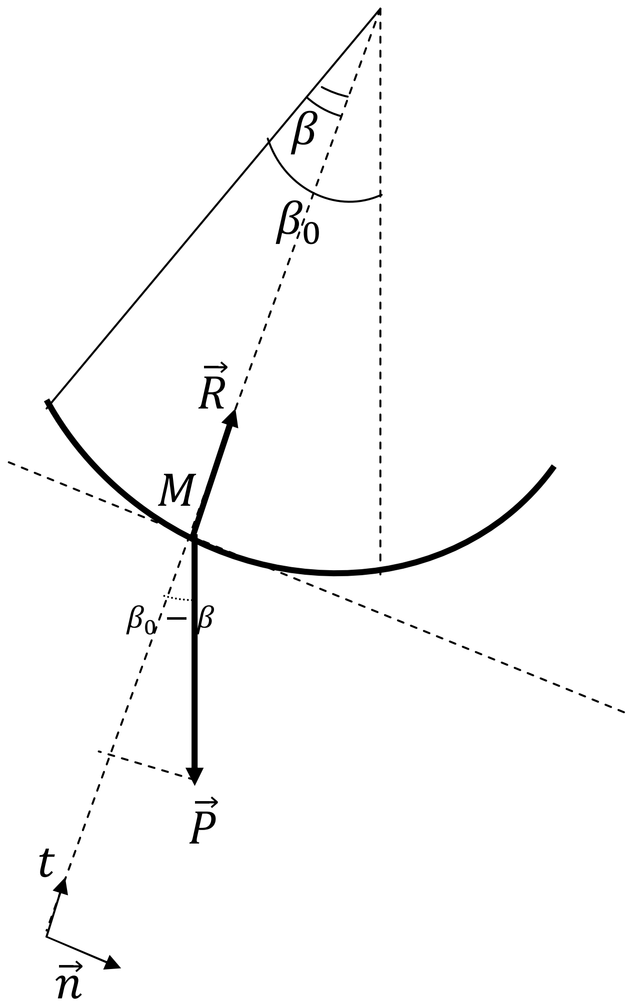
d) Expression de la réaction $R$ en M

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Projection suivant $\vec{n}$ :

$$-mgcos(\beta_0 - \beta) + R = ma_n$$

$$R = m\left(\frac{{V_M}^2}{r} + gcos(\beta_0 - \beta)\right)$$




$R = mg(3cos(\beta_0 - \beta) + 2(sin\beta_0 - cos\beta_0))$

Au point C, $\beta_0 = \beta$. Alors :

$\boldsymbol{R_C = mg[3 + 2(sin\beta_0 - cos\beta_0)]}$ **;** $\boldsymbol{R_C = 2,22N}$

2. Existence de force de frottement :

Expression de $f$ pour que $\frac{V_C}{2} = V_C'$

T.E.C entre A et C :

$$\frac{1}{2}mV'_C{}^2 - 0 = mgr(1 + sin\beta_0 - cos\beta_0) - fr(1 + \beta_0)$$

$$V'_C{}^2 = 2gr(1 + sin\beta_0 - cos\beta_0) - \frac{2fr}{m}(1 + \beta_0)$$

$$\frac{V_C{}^2}{4} = 2gr(1 + sin\beta_0 - cos\beta_0) - \frac{2fr}{m}(1 + \beta_0)$$

$$-\frac{V_C^2}{4} + 2gr(1 + sin\beta_0 - cos\beta_0) = \frac{2fr}{m}(1 + \beta_0)$$

$$\boldsymbol{f = \frac{m}{(1+\beta_0)}\left(-\frac{V_C^2}{8r} + g(1 + sin\beta_0 - cos\beta_0)\right)}$$

$$\boldsymbol{f = 0,3N}$$

a) $f = 0$. Calculons $V_D$

Au point D, $\beta = 2\beta_0$. Donc $V_D = \sqrt{2grsin\beta_0}$

$$\boldsymbol{V_D = 22,13m/s}$$

b) Equation de la trajectoire

même raisonnement

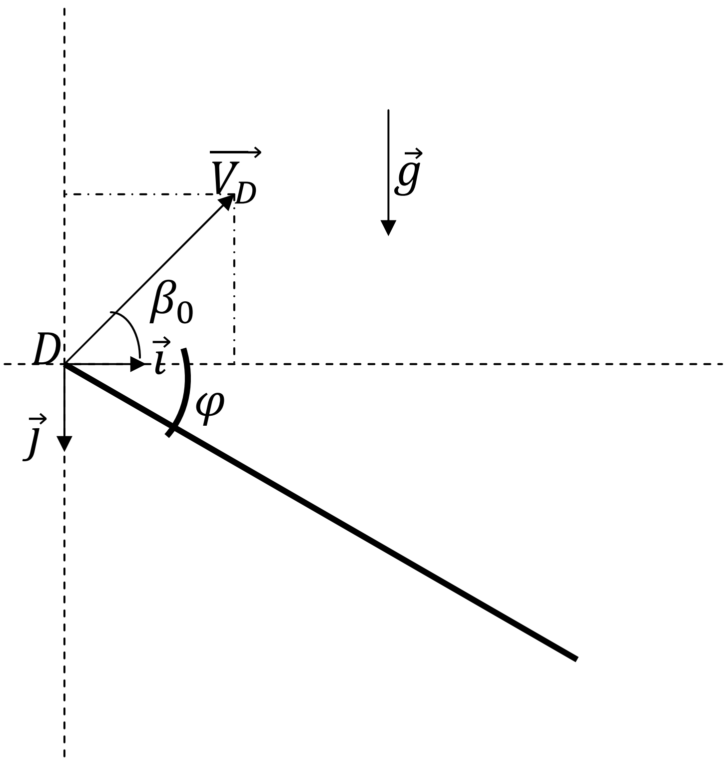
que l'exercice

précédent : On a :

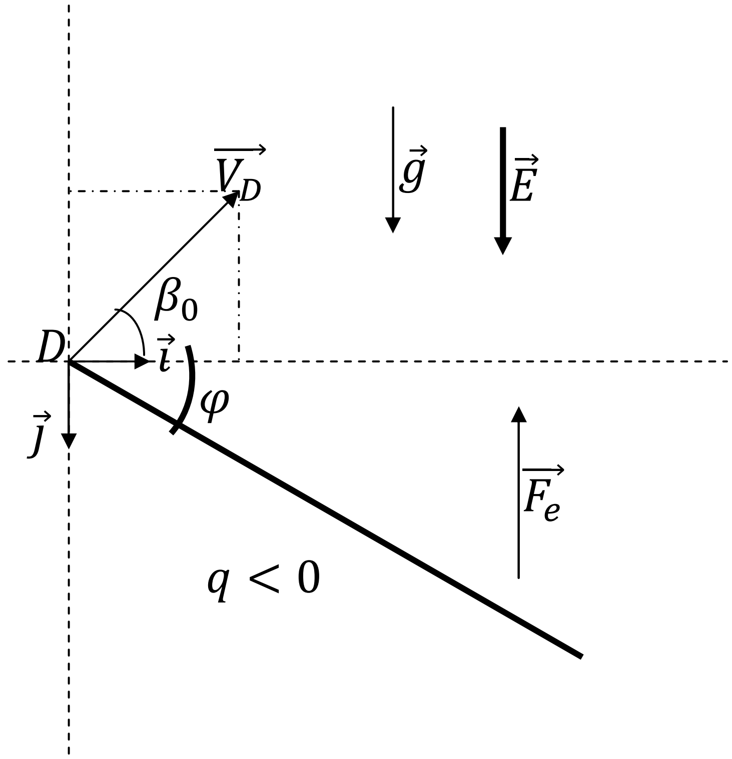
$$\boldsymbol{y = \frac{g}{2V_D^2cos^2\beta_0}x^2 - xtan\beta_0}$$

c) Confère l'exercice

Précédent.



3. Figure :




a) Caractéristiques de $\vec{E}$

$\vec{P} + \vec{F_e} = m\vec{a}$

Le mouvement est rectiligne uniforme. Donc : $\vec{a} = \vec{0}$.

Alors : $\vec{P} = -\vec{F_e} \Leftrightarrow q\vec{E} = -m\vec{g}$

$$\vec{E} = \frac{-m}{q}\vec{g}$$

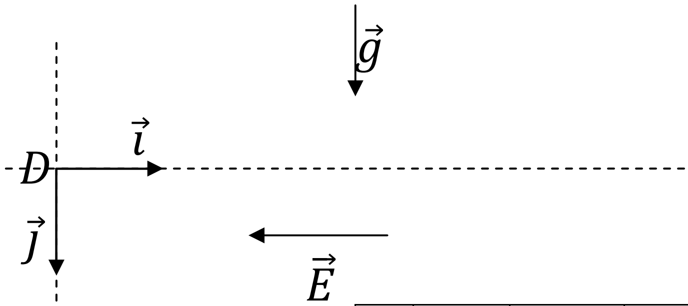
$\frac{-m}{q} > 0$ . Donc $\vec{E}$ et $\vec{g}$ ont même direction et même sens. Donc verticalement dirigés vers le bas.

- Intensité de $\vec{E}$

$\vec{E} = \frac{-m}{q}\vec{g} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{E = \frac{m}{|q|}g \ ; \ E = 4,9.10^5 V/m}$

b) Equation de la trajectoire de la bille

La bille quitte la piste en D. donc la réaction en ce point est nulle. On a alors : $m\vec{a} = \vec{P} + \overrightarrow{F_e} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{g} + \frac{q}{m}\vec{E}$




$V_D = 0$

| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{DM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | $-E$ | $-Et$ | $-\frac{1}{2}Et^2$ |
| $y$ | $g$ | $gt$ | $\frac{1}{2}gt^2$ |

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2}Et^2 \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{y = -\frac{g}{E}x}$$

La trajectoire est une droite.

## Exercice 14 :

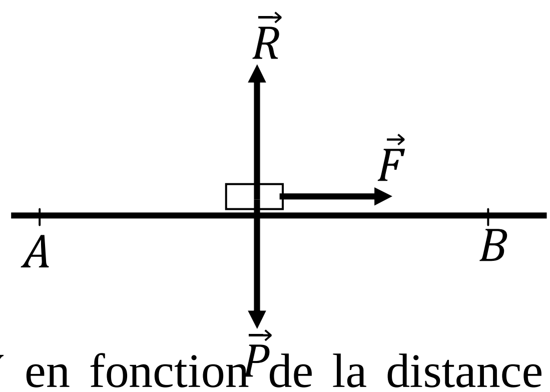
1. a) Accélération $a$

T.C.I donne :

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$

Suivant $(AB)$ :

$F = ma \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a = \frac{F}{m}}$




- Expression de la vitesse $V$ en fonction de la distance $x$ parcourue.

$\Delta V^2 = 2ax \quad \Leftrightarrow \quad V^2 = \frac{2xF}{m}$

$$\boldsymbol{V = \sqrt{\frac{2x \times F}{m}}}$$

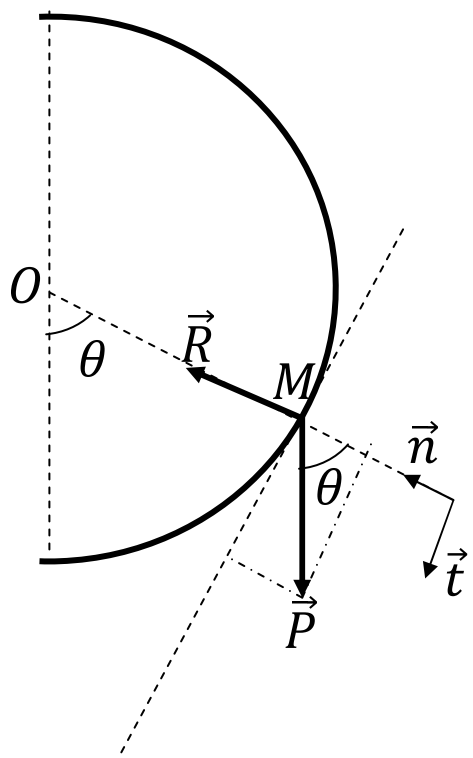
b) Expression de $V_B$

En B, $x = l$ donc : $\boldsymbol{V_B = \sqrt{\frac{2l \times F}{m}}}$

2. Expression de $V_C$

$f = 0 \quad \Rightarrow \quad V_C = V_B$

3. a) Inventaire des forces




Poids : $\vec{P} = m\vec{g}$

Réaction normale : $\vec{R}$

b) Expression de $\frac{dV}{dt}$

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection suivant la tangentielle $\vec{t}$ :

$-mgsin\theta = ma_t$ or $a_t = \frac{dV}{dt}$.

$$\boldsymbol{\frac{dV}{dt} = -gsin\theta}$$

Projection suivant la normale $\vec{n}$ :

$-mgcos\theta + R = ma_n$ or $a_n = \frac{V^2}{r}$

$-mgcos\theta + R = m\frac{V^2}{r} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{V^2}{r} = \frac{R}{m} - gcos\theta}$

c) $V = r\frac{d\theta}{dt}$

$V^2 - V_B^2 = 2gr(cos\theta - 1)$

$\frac{d}{dt}(V^2 - {V_B}^2) = 2gr\frac{d}{dt}(cos\theta - 1)$

$2 \times \dot{V} \times V = 2gr(-\dot{\theta} \times sin\theta)$

$2V \times \frac{dV}{dt} = -2gr\frac{d\theta}{dt} \times sin\theta$

$V \times \frac{dV}{dt} = -gV \times sin\theta \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{dV}{dt} = -gsin\theta}$

D'où le résultat de la question 3.b)

d) Déduisons $R$

On a : $V^2 - V_B^2 = 2gr(cos\theta - 1)$

$\frac{V^2}{r} - \frac{V_B^2}{r} = 2g(cos\theta - 1) \Rightarrow \frac{V^2}{r} = \frac{V_B^2}{r} + 2g(cos\theta - 1)$

$\frac{R}{m} - gcos\theta = \frac{V_B^2}{r} + 2g(cos\theta - 1)$

$\frac{R}{m} - gcos\theta = \frac{V_B^2}{r} + 2g(cos\theta - 1)$

$\frac{R}{m} = \frac{V_B^2}{r} + g(3cos\theta - 2) \Rightarrow \boldsymbol{R = m\left[\frac{V_B^2}{r} + g(3cos\theta - 2)\right]}$

4. Déduisons $F_0 = F_{min}$

En D, on pose: $R_D \geq 0$ et $\theta = 180°$.

$m\left[\frac{V_B^2}{r} + g(3cos\theta - 2)\right] \geq 0 \Rightarrow \frac{V_B^2}{r} - 5g \geq 0$

${V_B}^2 \geq 5gr \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2l\times F}{m} \geq 5gr$

$F \geq \frac{5mgr}{2l}$.

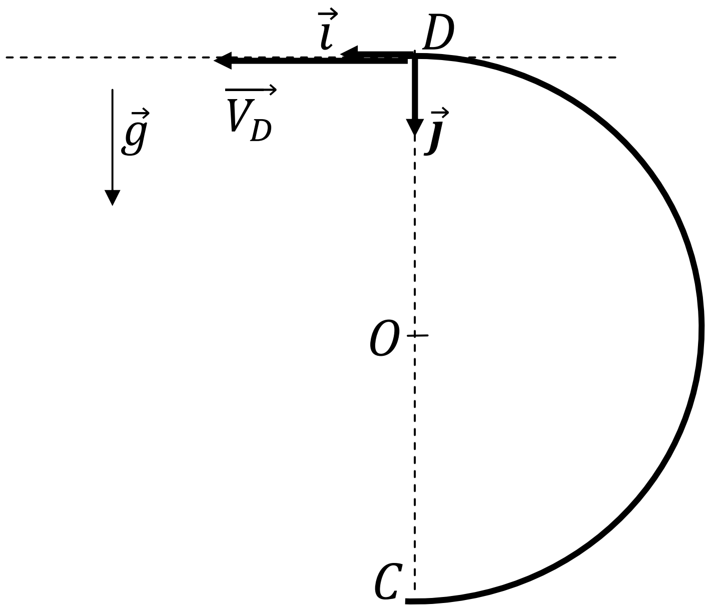
Alors : $\boldsymbol{F_0 = F_{min} = \sqrt{\frac{5mgr}{2l}}}$ ; $\boldsymbol{F_0 = 937,5N}$

5. $V_D = 8m/s$

a) Après le point D, $\vec{P} = m\vec{g} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$

| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{DM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | $V_D$ | $V_D t$ |
| $y$ | $g$ | $gt$ | $\frac{1}{2}gt^2$ |

$\boldsymbol{y = \frac{g}{2{V_D}^2}x^2}$




b) Calcul de $x_P$

$$P\begin{cases} x_P \\ y_P = 2r \end{cases} \Rightarrow \quad 2r = \frac{g}{2{V_D}^2}{x_P}^2$$

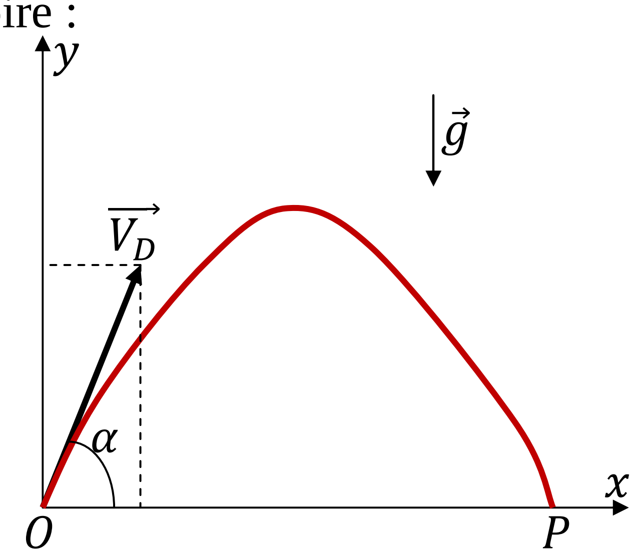
$$\boldsymbol{x_P = 2V_D\sqrt{\frac{r}{g}}\ ;\ x_P = 8{,}76m}$$

## Exercice 15 :

1. a) Equation de la trajectoire :

T.C.I s'écrit :

$$\vec{P} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$$



| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{OM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | $0$ | $V_0cos\alpha$ | $V_0tcos\alpha$ |
| $y$ | $-g$ | $-gt+V_0sin\alpha$ | $-\frac{1}{2}gt^2+V_0tsin\alpha$ |

$$\begin{cases} x = V_0tcos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0tsin\alpha \end{cases}$$

$x = V_0tcos\alpha \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{V_0cos\alpha}$

$$\boldsymbol{y = -\frac{g}{2{V_0}^2cos^2\alpha}x^2 + xtan\alpha}$$

b) Temps $t$ correspondant à $y_{max}$

$y$ est maximale si $V_y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -gt + V_0sin\alpha = 0$

$$t = \frac{V_0sin\alpha}{g}$$

$y_{max} = -\frac{g}{2}\left(\frac{V_0sin\alpha}{g}\right)^2 + V_0\left(\frac{V_0sin\alpha}{g}\right)sin\alpha$

$y_{max} = -\frac{{V_0}^2sin^2\alpha}{2g} + \frac{{V_0}^2sin^2\alpha}{g}$

$\boldsymbol{y_{max} = \frac{{V_0}^2sin^2\alpha}{2g}}$ ; $\boldsymbol{y_{max} = 8,61cm}$

c) Abscisse $x_P$ de $P$

$P(x_P \;;\; 0)$

$0 = -\frac{g}{2{V_0}^2cos^2\alpha}{x_P}^2 + x_Ptan\alpha$

$x_P\left(-\frac{g}{2{V_0}^2cos^2\alpha}x_P + tan\alpha\right) = 0$

$-\frac{g}{2{V_0}^2cos^2\alpha}x_P + tan\alpha = 0$

$x_P = tan\alpha \times \frac{2{V_0}^2cos^2\alpha}{g} \quad \Rightarrow \quad x_P = \frac{2{V_0}^2cos\alpha sin\alpha}{g}$

$$\boldsymbol{x_P = \frac{{V_0}^2sin2\alpha}{g}\;;\; x_P = 0,2m = 20cm}$$

- Temps $t_P$ au point P

$x_P = V_0 t_P cos\alpha \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t_P = \frac{x_P}{V_O cos\alpha}}$ **;** $\boldsymbol{t_P = 0,267s}$

2. $q = -2.10^{-6}C$

a) Caractéristiques de $\vec{E}$

T.C.I : $\vec{P} + \overrightarrow{F_e} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} + q\vec{E} = m\vec{a}$

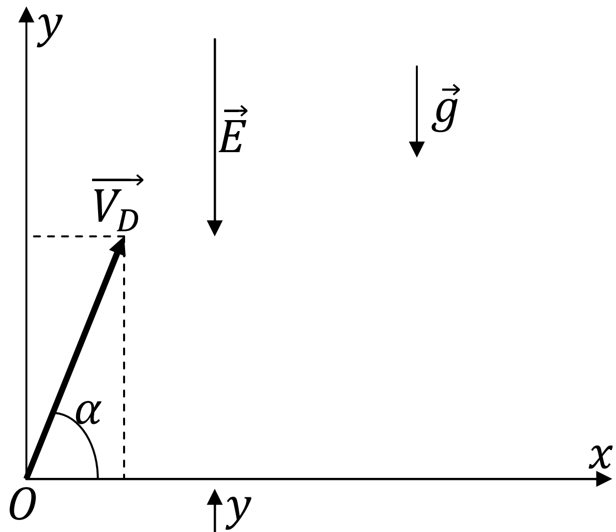
$$\vec{a} = \vec{g} + \frac{q}{m}\vec{E}$$

Le mouvement est rectiligne et uniforme. Donc $\vec{a} = \vec{0}$.

$\vec{g} = -\frac{q}{m}\vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = -\frac{m}{q}\vec{g}$

$-\frac{m}{q} > 0$. Alors $\vec{E}$ et $\vec{g}$ ont même direction et même sens.

$\boldsymbol{E = \frac{m}{|q|}g}$ **;** $\boldsymbol{E = 9800V/m}$



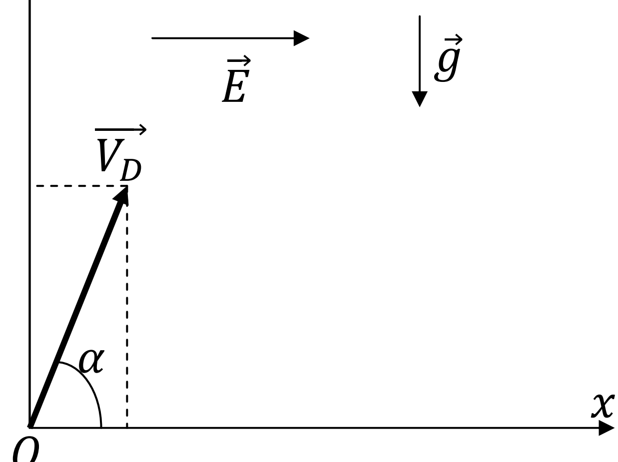

b) $V_0 = 0$

Equation de la trajectoire :

T.C.I : $\vec{P} + \overrightarrow{F_e} = m\vec{a} \Leftrightarrow$

$m\vec{g} + q\vec{E} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g} + \frac{q}{m}\vec{E}$



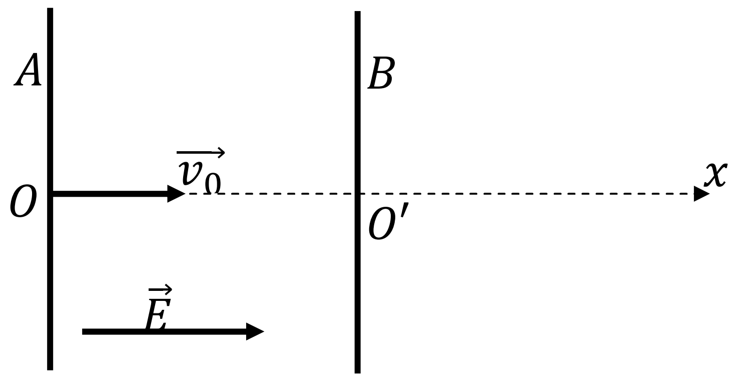
| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{OM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | $\frac{qE}{m}$ | $\frac{qE}{m}t$ | $\frac{qE}{2m}t^2$ |
| $y$ | $-g$ | $-gt$ | $-\frac{1}{2}gt^2$ |

$x = \frac{qE}{2m}t^2$

$y = -\frac{g}{2}t^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{y = -\frac{mg}{qE}x}$. Or $-\frac{mg}{qE} = 1$. Donc on a : $\boldsymbol{y = x}$.

## Exercice 16 :

1. $\vec{E}$ décroit les potentiels électrostatiques. Or $V_A > V_B$. donc $\vec{E}$ est dirigé de A vers B.




2. Calcul de $E$

$$\boldsymbol{E = \frac{U_{AB}}{d}\ ;\ E = 10^5 V/m}$$

3. Relation entre $\vec{a}$ et $\vec{E}$

T.C.I : $\overrightarrow{F_e} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad q\vec{E} = m\vec{a}$

$$\boldsymbol{\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}}$$

4. Equations horaires

| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{OM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | $\frac{qE}{m}$ | $\frac{qE}{m}t + V_0$ | $\frac{qE}{2m}t^2 + V_0 t$ |
| $y$ | 0 | 0 | 0 |

$$\begin{cases} x = \frac{qE}{2m}t^2 + V_0 t \\ y = 0 \end{cases}$$

5. $y = 0$. Donc le mouvement est rectiligne suivant l'axe $(xx')$

$x = \frac{qE}{2m}t^2 + V_0 t$

(Equation d'un mouvement uniformément varié).

$\vec{a} \cdot \vec{V} = \frac{qE}{2m}\left(\frac{qE}{2m}t + V_0\right)$

$\frac{qE}{2m} > 0$ et $\frac{qE}{2m}t + V_0 > 0$. Donc : $\vec{a} \cdot \vec{V} > 0$.

D'où le mouvement est rectiligne uniformément accéléré entre A et B.

6. Calcul de $V_0{}'$ en $O'$

T.E.C $\frac{1}{2}m(V_0'^2 - V_0) = qU = eU$

$V_0'^2 = V_0^2 + \frac{2eU}{m} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V_0' = \sqrt{V_0^2 + \frac{2eU}{m}}}$

$$\boldsymbol{V_0' = 2,04.10^6 m/s}$$

- Durée $\tau$ du trajet

$\Delta V^2 = 2a\Delta x \quad \Rightarrow \quad V_0'^2 - V_0^2 = 2ad$

$\Delta V = a\Delta t \quad \Rightarrow \quad V_0' - V_0 = a\tau$

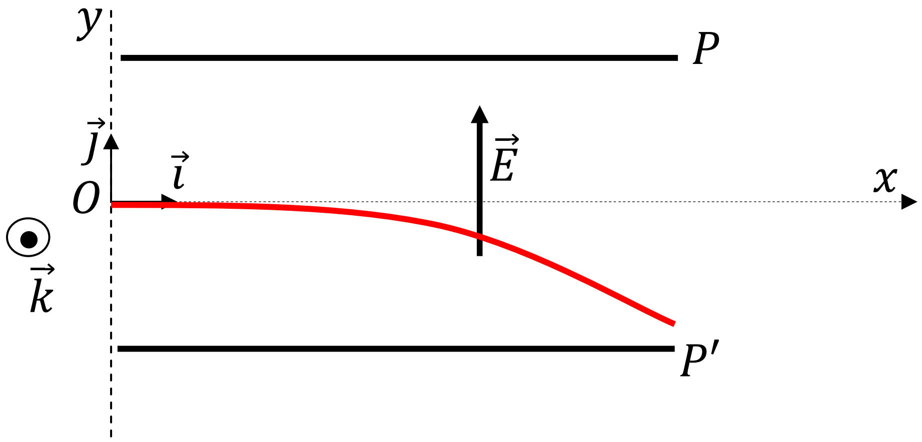
$V_0' + V_0 = \frac{2d}{\tau} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\tau = \frac{2d}{V_0' + V_0}}$ ; $\boldsymbol{\tau = 5,65.10^{-8} s}$

## Exercice 18:

1. a) Représentation de $\vec{E}$

$U_{PP'} < 0 \quad \Rightarrow \quad V_P - V_{P'} < 0$ .

$V_P < V_{P'}$ . alors $\vec{E}$ va de $P$' vers $P$.




b) Expression de $E$

$E = \frac{U}{d}$

- Coordonnées de $\vec{E}(0 \quad ; \quad E \quad ; \quad 0)$

2. Relation entre $\vec{a}$ et $\vec{E}$

$P \ll F_e$. Donc T.C.I s'écrit : $\overrightarrow{F_e} = m\vec{a} \Leftrightarrow q\vec{E} = m\vec{a}$

Soit $\vec{\boldsymbol{a}} = \frac{\boldsymbol{q}}{\boldsymbol{m}}\vec{\boldsymbol{E}}$

3. Coordonnées de :

a) L'accélération $\vec{a}$

$$\vec{\boldsymbol{a}} \left| \begin{array}{l} \ddot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{0} \\ \ddot{\boldsymbol{y}} = \frac{\boldsymbol{qE}}{\boldsymbol{m}} \\ \ddot{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{0} \end{array} \right.$$

b) Du vecteur vitesse $\vec{v}$

On détermine la primitive des coordonnées de $\vec{a}$.

$$\vec{v}\left|\begin{array}{l}\dot{x} = v_0\\ \dot{y} = \frac{qE}{m}t\\ \dot{z} = 0\end{array}\right.$$

c) Vecteur position $\overrightarrow{OM}$

$$\overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l}x = v_0 t\\ y = \frac{qE}{2m}t^2\\ z = 0\end{array}\right.$$

4. Equation cartésienne de la trajectoire

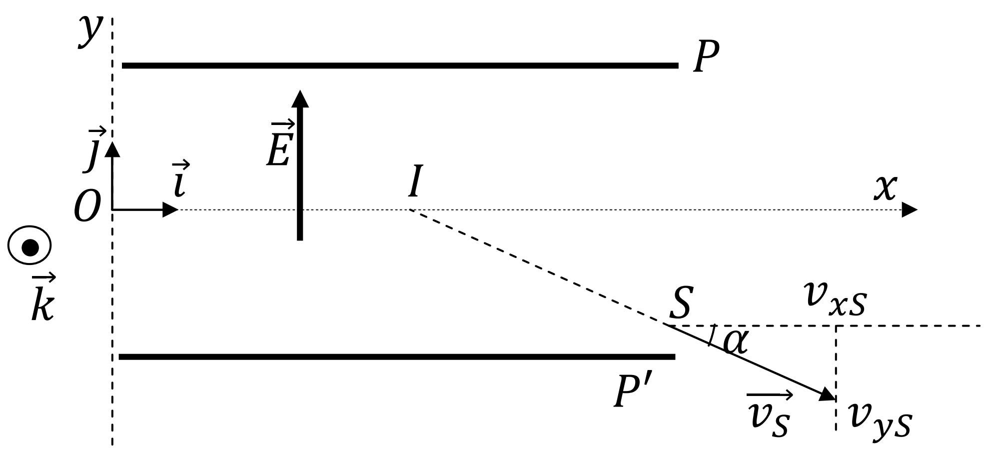
$x = v_0 t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_0}$

$$\boldsymbol{y = \frac{qE}{2m{v_0}^2}x^2}$$

5. $q = -e$. $q < 0$. Alors $\frac{qE}{2m} < 0$.

La concavité de la parabole est tournée vers le bas.

a) Coordonnées du point $S$.




$S(l\ ;\ y_S)$. Alors : $y_S = \frac{-eEl^2}{2m{v_0}^2}$

$$\boldsymbol{S\left(l\ ;\ \frac{-eEl^2}{2m{v_0}^2}\right)}$$

b) Vérifions que $y_S = kU$

On a : $y_S = \frac{-eEl^2}{2m{v_0}^2}$ et $E = \frac{U}{d}$. Alors :

$y_S = \frac{-el^2}{2md{v_0}^2}U$. D'où $y_S = kU$ avec $\boldsymbol{k = \frac{-el^2}{2md{v_0}^2}}$.

c) Coordonnées de $\overrightarrow{v_S}$

$\overrightarrow{v_S}\left(v_0 \ ; \ \frac{-eE}{m}t_S \ ; \ 0\right)$. or en S, $x = l = v_0 t_S \quad \Rightarrow \quad t_S = \frac{l}{v_0}$.

$$\boldsymbol{\overrightarrow{v_S}\left(v_0 \ ; \ \frac{-eEl}{mv_0} \ ; \ 0\right)}$$

- L'angle $\alpha$ de déviation :

$\frac{|v_{yS}|}{v_{xS}} = tan\alpha \quad \Rightarrow \quad \frac{eEl}{m{v_0}^2} = tan\alpha$

$\boldsymbol{\alpha = tan^{-1}\left(\frac{eEl}{m{v_0}^2}\right)}$

d) Durée $\tau$ de passage dans le champ

$l = v_0\tau \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\tau = t_S = \frac{l}{v_0}} \ ; \ \boldsymbol{\tau = 4.10^{-9}s}$

- Valeurs de $y_S$ et $\alpha$

$y_S = kU$

$$\boldsymbol{k = -8{,}8.10^{-4}} \ ; \ \boldsymbol{y_S = -0{,}352m}$$

$$\boldsymbol{\alpha = 35{,}12°}$$

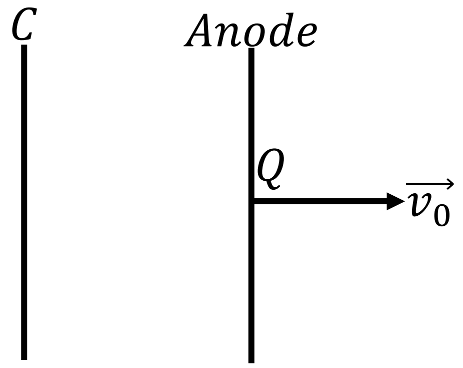
**Exercice 19 :**

1. Expression de la vitesse $v_0$ en Q

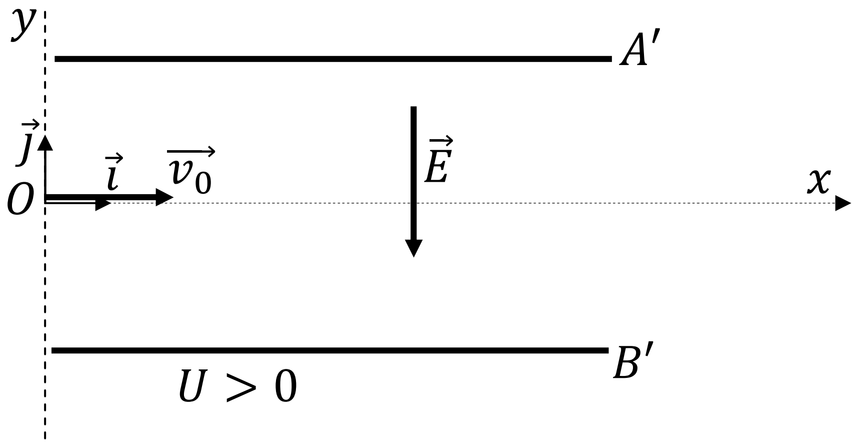
T.E.C :

$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = eU_0 \Rightarrow \boldsymbol{v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}}$

2. Figure




a) Expression de $F$ en fonction de $U$ , $d$ et $e$




On a : $\vec{E} = -E\vec{j} = -\frac{U}{d}\vec{j}$. alors :

$\boldsymbol{\vec{F} = -e\vec{E} = \frac{eU}{d}\vec{j}}$

b) Expression de $y$ en fonction de $U, e, d, x, m, v_O$

T.C.I : $\vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{eU}{md}\vec{j}$

| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{OM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | $0$ | $v_0$ | $v_0 t$ |
| $y$ | $\frac{eU}{md}$ | $\frac{eU}{md}t$ | $\frac{eU}{2md}t^2$ |

$x = v_0 t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_0}$

$$\boldsymbol{y = \frac{eU}{2md{v_0}^2}x^2}$$

c) Expression de $y$ en fonction de $U, d, x,\ U_O$

On a : $y = \frac{eU}{2md{v_0}^2}x^2$ or ${v_0}^2 = \frac{2eU_0}{m}$. Alors:

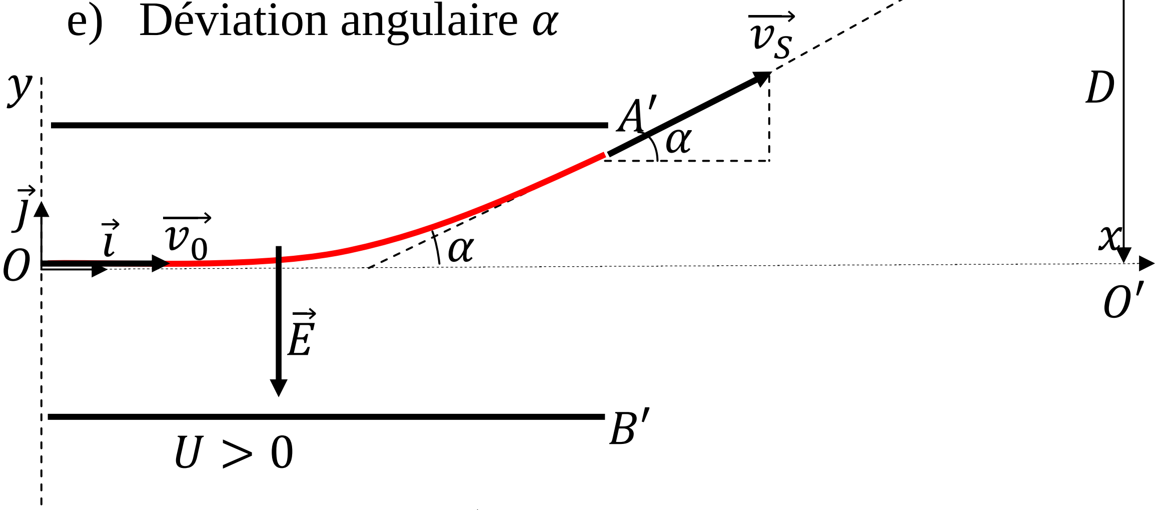
$y = \frac{eU}{2md} \times \frac{m}{2eU_0}x^2$. Soit $\boldsymbol{y = \frac{U}{4dU_0}x^2}$.

d) Relation d'inégalité entre $U, U_0$ ; $d$ et $l$ pour que le faisceau ne touche pas $AA'$ en sortant.

Il faut que : $y < \frac{d}{2}$ et $x = l$.

$$\frac{U}{4dU_0}l^2 < \frac{d}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\boldsymbol{U}}{\boldsymbol{U_0}} < \frac{\boldsymbol{2d^2}}{\boldsymbol{l^2}}$$

e) Déviation angulaire $\alpha$




- Coordonnées de $\overrightarrow{v_S}$

$l = v_0 t_S \quad \Rightarrow \quad t_S = \frac{l}{v_0}$. Donc :

$\overrightarrow{\boldsymbol{v_S}}\left(\boldsymbol{v_0} \quad ; \quad \frac{\boldsymbol{eUl}}{\boldsymbol{mdv_0}}\right)$. Alors : $tan\alpha = \frac{\dot{y}_S}{\dot{x}_S} = \frac{eUl}{mdv_0{}^2}$

$\boldsymbol{\alpha = tan^{-1}\left(\frac{eUl}{mdv_0{}^2}\right) \quad ; \quad \alpha = 5{,}71°}$

3. a) Calcul de $D = O'P$

$OO' = L$ donc : $IO' = L - \frac{l}{2}$.

$tan\alpha = \frac{D}{L-\frac{l}{2}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{D = \left(L - \frac{l}{2}\right)tan\alpha \; ; \; D = 3{,}5cm}$

## Exercice 20 :

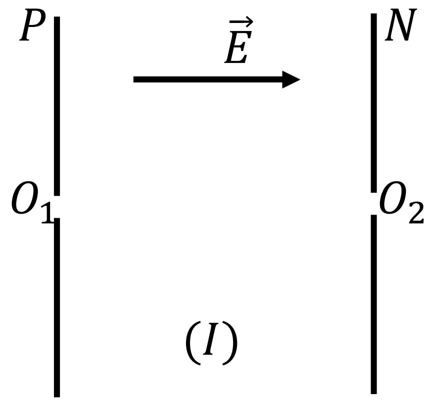
Mouvement de particule $\alpha$ : ${}_2^4He^{2+} \quad \Rightarrow \quad q = 2e$

1. a) Signe de $U_{PN}$

les hélions sont accélérés vers la sortie $O_2$. Donc la force électrique est dirigée de $O_1$ vers $O_2$. Or $\overrightarrow{Fe} = 2e\vec{E}$.

$\overrightarrow{Fe}$ et $\vec{E}$ sont colinéaires et de même sens. D'autre part $\vec{E}$ décroît les potentiels électrostatiques.

Donc $V_P > V_N \iff \boldsymbol{U_{PN} > 0}$

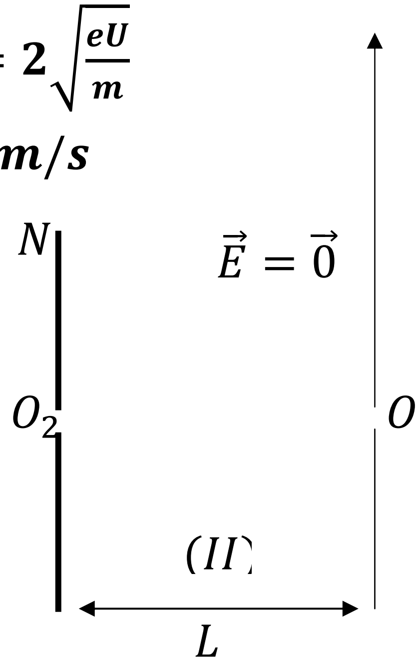



b) Expression de $v_0$

T.E.C : $\frac{1}{2}m{v_0}^2 = 2eU \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v_0 = 2\sqrt{\frac{eU}{m}}}$

$$\boldsymbol{v_0 = 4,5.10^5 m/s}$$

2. Figure :



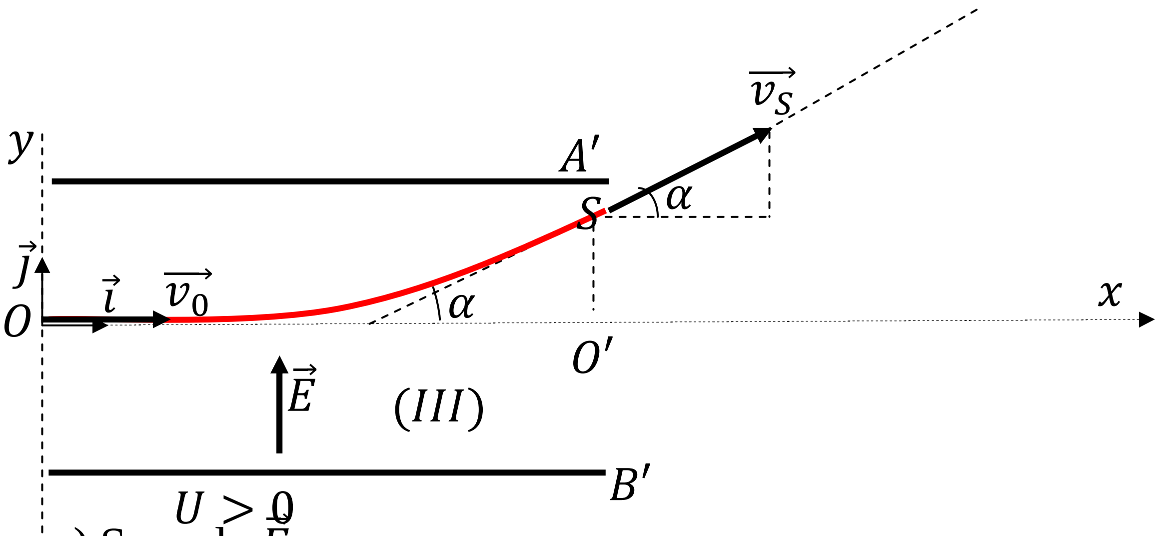

$\vec{E} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = \vec{0}$

Alors on a : $m\vec{a} = \vec{0}$

$\vec{a} = \vec{0}$

Le mouvement est donc rectiligne et uniforme.

3. $O'S = 5mm$ ; $l = 20cm$;
$d = 5cm$




a) Sens de $\vec{E}$

La force électrique est dirigée de $(BB')$ vers $(AA')$ $\Rightarrow$ $\vec{E}$ est verticalement ascendant.

$U_{AB} = V_A - V_B$ et $V_A < V_B$. donc $\boldsymbol{U_{AB} < 0}$.

b) Equation de la trajectoire

T.C.I : $\overrightarrow{Fe} = m\vec{a}$ $\Rightarrow$ $\vec{a} = \frac{2e}{m}\vec{E}$

| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{OM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | $0$ | $v_0$ | $v_0 t$ |
| $y$ | $\frac{2eU}{md}$ | $\frac{2eU}{md}t$ | $\frac{eU}{md}t^2$ |

$x = v_0 t$ $\Rightarrow$ $t = \frac{x}{v_0}$

$y = \frac{eU}{md{v_0}^2}x^2$. Or ${v_0}^2 = \frac{4eU_0}{m}$. Donc : $\boldsymbol{y = \frac{U}{4dU_0}x^2}$

c) Valeur de $U_{AB}$

Le point S a pour coordonnées :

$S(l\ ;\ O'S)$ $\Rightarrow$ $O'S = \frac{Ul^2}{4dU_0}$

$U = \frac{4dU_0 \cdot O'S}{l^2}$. Or $U = -U_{AB}$. Soit $\boldsymbol{U_{AB} = -\frac{4dU_0 \cdot O'S}{l^2}}$

$$\boldsymbol{U_{AB} = -50V}$$

d) Durée du trajet entre $O_2$ et $S$

$\tau = t_1 + t_2$

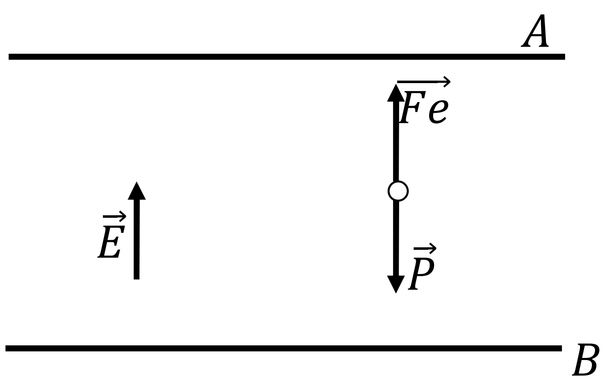
Dans (II) : $t_1 = \frac{L}{v_0}$

Dans (III) : $t_2 = \frac{l}{v_0}$

$\boldsymbol{\tau = \frac{L+l}{v_0}\ ;\ \tau = 1,56.10^{-6}s}$

**<u>Exercice 22 :</u>**

1. a) Schéma




b) Direction et sens de $\vec{E}$

$\vec{P} + q\vec{E} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\vec{E} = -\frac{m}{q}\vec{g}}$

$\vec{E}$ est verticalement dirigé vers le haut.

- Signe de $U_{AB}$

$\vec{E}$ est dirigé de B vers A. donc : $V_B > V_A$. Soit $\boldsymbol{U_{AB}} < 0$.

c) Calcul de la charge massique $\frac{q}{m}$

$\vec{E} = -\frac{m}{q}\vec{g} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{q}{m} = \frac{g}{E}}$

$$\boldsymbol{\frac{q}{m} = 10^{-4}C/kg}$$

d) Nombre $N$ de charges élémentaires

$q = Ne$. Donc : $\frac{q}{m} = \frac{Ne}{m} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{N = \frac{m}{e}\left(\frac{q}{m}\right)}$ **;** $\boldsymbol{N = 1,25.10^{12}}$

2. a) Equations horaires du mouvement

T.C.I s'écrit : $q\vec{E} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{OM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | $v_0$ | $v_0t$ |
| $y$ | $\frac{qE}{m}$ | $\frac{qE}{m}t$ | $\frac{qE}{2m}t^2$ |

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = v_0 t} \\ \boldsymbol{y = \frac{qE}{2m}t^2} \end{cases}$$

b) Equation de la trajectoire

$x = v_0 t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_0}$

$$\boldsymbol{y = \frac{qE}{2m{v_0}^2}x^2}.$$

3. $y_S = 2{,}4mm$ ; $t_S = 3{,}16.10^{-8}s$

a) Montrons que $v_0 = 6{,}33.10^6 m/s$

Au point S, $l = v_0 t_S \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v_0 = \frac{l}{t_S}}$

$v_0 = \frac{0{,}2}{3{,}16.10^{-8}} = \boldsymbol{6,33.10^6 m/s}$

b) Déduisons $\frac{q}{m}$

$y_S = \frac{qE}{2m{v_0}^2}l^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{q}{m} = \frac{2{v_0}^2 y_S}{El^2}}$

$$\boldsymbol{\frac{q}{m} = 4,81.10^7 C/kg}$$

**Il s'agit de l'hélium.**

4. a) Calcul de $v_S$

T.E.C : $\frac{1}{2}m({v_S}^2 - {v_0}^2) = q(V'_0 - V_S)$

$\frac{V'_0 - V_S}{y_S} = E \quad \Rightarrow \quad {v_S}^2 - {v_0}^2 = 2\frac{q}{m}Ey_S$

${v_S}^2 = {v_0}^2 + 2\frac{q}{m}Ey_S$

$\boldsymbol{v_S = \sqrt{{v_0}^2 + 2\frac{q}{m}Ey_S}} \quad ; \quad \boldsymbol{v_S = 6,332.10^6 m/s}$

b) Expression de $Y = IP$

$tan\alpha = \frac{\dot{y}_S}{\dot{x}_S} = \frac{Y}{D - \frac{l}{2}} = \frac{2Y}{2D - l}$

$\overrightarrow{v_S}\left(v_0 \quad ; \quad \frac{qEl}{mv_0}\right)$.

Donc $\frac{q}{m} \times \frac{El}{{v_0}^2} = \frac{2Y}{2D-l} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{Y = \frac{q}{m} \times \frac{El}{{v_0}^2}\left(D - \frac{l}{2}\right)}$

- Etablissons $Y = kU_{BA}$

$Y = \frac{q}{m} \times \frac{El}{{v_0}^2}\left(D - \frac{l}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{Y = \frac{q}{m} \times \frac{l}{d{v_0}^2}\left(D - \frac{l}{2}\right)U_{BA}}$

En remplaçant simplement $E$. On a :$\boldsymbol{k = \frac{q}{m} \times \frac{l}{d{v_0}^2}\left(D - \frac{l}{2}\right)}$

c) $Y = 9,6mm$. Calculons $k$

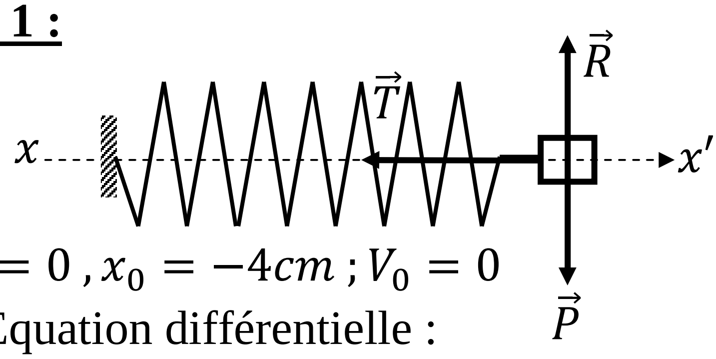
$k = \frac{Y}{U_{BA}}$ et $U_{BA} = dE = 10^4 V$. Donc $\boldsymbol{k = 9,6.10^{-7}}$

d) $k = 9,58.10^{-7}$. Ce qui confirme qu'il s'agit belle et bien du noyau d'hélium.

# Chapitre III:

# PENDULES ELASTIQUES

## Exercice 1 :




A $t = 0\ , x_0 = -4cm\ ; V_0 = 0$

1. a) Equation différentielle :

T.C.I s'écrit : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

Suivant l'axe $(xx')$ :

$-T = m\ddot{x} \quad \Leftrightarrow \quad -kx = m\ddot{x}$

Soit : $\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

b) Equation horaire

$x = x_m cos(wt + \varphi)$

$w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \boldsymbol{44,72rad/s}$

A $t = 0$ : $\begin{cases} x = x_0 cos\varphi \\ x_m = x_0 \end{cases} \Rightarrow \quad cos\varphi = 1$

$V = \dot{x} = -x_0 wsin(wt + \varphi)$

A $t = 0$ : $\begin{cases} \dot{x} = -x_0 wsin\varphi \\ \dot{x} = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad sin\varphi = 0$

$\begin{cases} cos\varphi = 1 \\ sin\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad \varphi = 0$

L'équation horaire est alors: $\boldsymbol{x = -4cos(44,72t)}$ en cm.

2. Vitesse de $G$ au premier passage par l'origine O du repère.

On pose : $x = 0 \quad \Rightarrow \quad cos(wt) = 0$

$wt = \frac{\pi}{2}$. Or :

$V = -x_0 w sin(wt) = -x_0 w sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$\boldsymbol{V = -x_0 w \quad ; \quad V = 1,8m/s}$

3. Expression de $E_C$ et $E_P$

$E_C = \frac{1}{2} m\dot{x}^2$

$= \frac{1}{2} m(-x_0 w sin(wt))^2$

$\boldsymbol{E_C = \frac{m x_0^2 w^2}{2} sin^2(wt)}$

Energie potentielle de pesanteur est égale à 0 et l'énergie potentielle élastique est : $E_{Pe} = \frac{1}{2} kx^2$. Donc :

$E_P = \frac{1}{2} k\left(x_0 cos(wt)\right)^2$

$\boldsymbol{E_P = \frac{k x_0^2}{2} cos^2(wt)}$

- Montrons que l'énergie totale $E$ est constante.

$E = E_C + E_P$

On a : $w^2 = \frac{k}{m} \quad \Rightarrow \quad E_C = \frac{m x_0^2 k}{2m} sin^2(wt)$

$E_C = \frac{x_0^2 k}{2} sin^2(wt)$

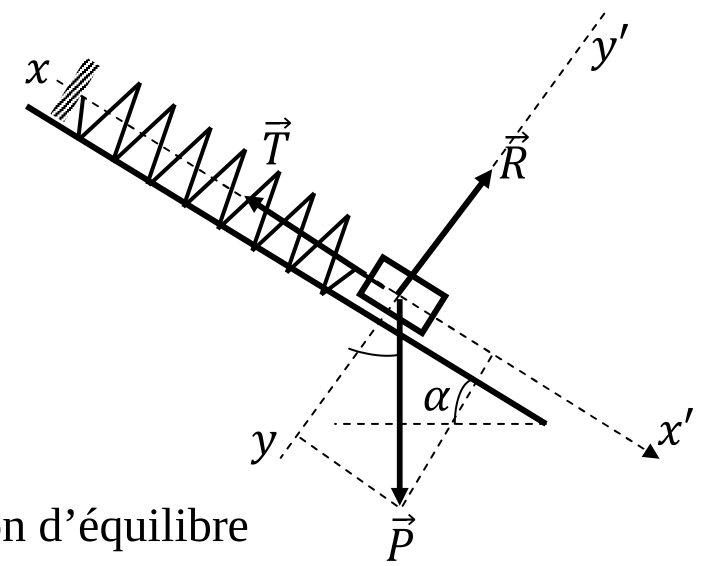
Alors: $E = \frac{x_0^2 k}{2} sin^2(wt) + \frac{x_0^2 k}{2} cos^2(wt)$

$E = \frac{x_0^2 k}{2}(cos^2(wt) + sin^2(wt)) = \frac{x_0^2 k}{2}$

D'où $\boldsymbol{E = cte}$. $\boldsymbol{E = 1,6.10^{-2} J}$

## Exercice 3 :

1. a) Forces s'exerçant sur le solide (S)




b) Condition d'équilibre

A l'équilibre : $\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=\vec{0}$.

Suivant l'axe ($yy$'), on a : $R-mgcos\alpha=0$

Suivant l'axe ($xx$'), on a : $-T+mgsin\alpha=0$

c) Expression de $k$

$-T+mgsin\alpha=0 \quad \Leftrightarrow \quad -k\Delta l_0+mgsin\alpha=0$

$\boldsymbol{k=\frac{mgsin\alpha}{\Delta l_0}}$ ; $\boldsymbol{k=5,8N/m}$

2. a) Relation de la dynamique

$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=m\vec{a}}$

b) Equation différentielle

On a : $\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=m\vec{a}$

Projection suivant $(xx')$ :

$-k(\Delta l_0+x)+mgsin\alpha=m\ddot{x}$

$-k\Delta l_0-kx+mgsin\alpha=m\ddot{x} \quad \Leftrightarrow m\ddot{x}+kx=0$

car $-k\Delta l_0+mgsin\alpha=0$. D'où l'équation différentielle :

$$\boldsymbol{\ddot{x}+\frac{k}{m}x=0}$$

c) Equation horaire

on a : $x = x_m \cos(wt + \varphi)$

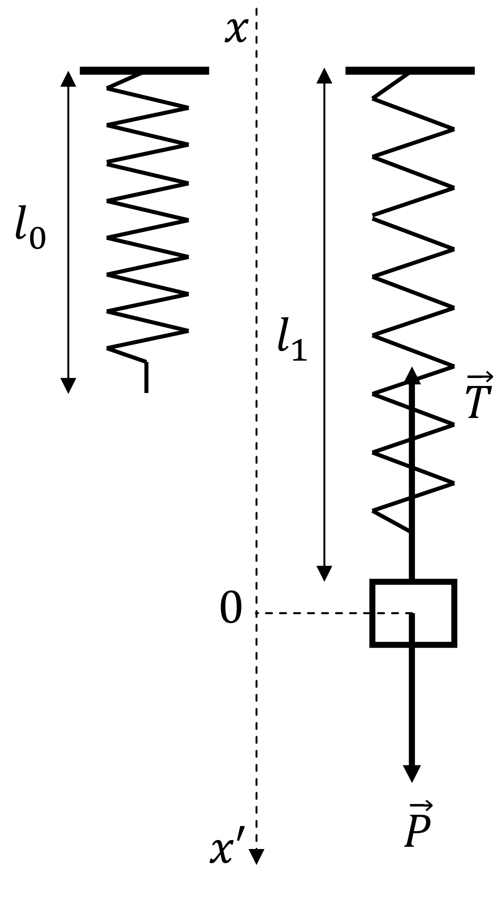
$x_m = d$ et $w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \mathbf{5,4 rad/s}$

A $t = 0$ : $\begin{cases} d\cos\varphi = d \\ \dot{x} = dw\sin\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 1 \\ \sin\varphi = 0 \end{cases}$ donc $\varphi = 0$

Alors : $\boldsymbol{x = d\cos(5,4t)}$

**Exercice 4 :**

A. Calcul de la constante de raideur $k$ du ressort :




Condition d'équilibre :

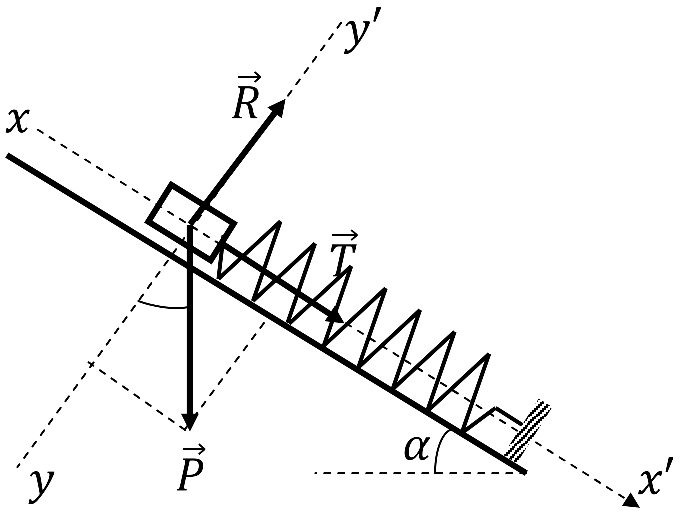
$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

Suivant l'axe ($xx'$) :

$mg - k(l_1 - l_0) = 0$

$\boldsymbol{k = \frac{mg}{l_1 - l_0}}$ ; $\boldsymbol{k = 50 N/m}$

B. Plan incliné :




1. Calcul de l'angle $\alpha$

A l'équilibre : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$

Suivant l'axe $(xx')$ :

$T - mgsin\alpha = 0 \Leftrightarrow k(l_0 - l_2) = mgsin\alpha$

$\boldsymbol{sin\alpha = \frac{k(l_0 - l_2)}{mg}}$

$sin\alpha = 0{,}25 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\alpha = 16{,}1}°$

2. a) Equation différentielle :

En mouvement : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

Suivant $(xx')$ : $-mgsin\alpha + k(l_0 - l_2 - x) = m\ddot{x}$

$-mgsin\alpha + k(l_0 - l_2) - kx = m\ddot{x}$ .

Or : $-mgsin\alpha + k(l_0 - l_2) = 0$. On obtient alors l'équation différentielle : $\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

b) Equation horaire

on a : $x = x_m\cos(wt + \varphi)$

$x_m = x_1$ et $w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \boldsymbol{22{,}4rad/s}$

A $t = 0$ : $\begin{cases} x = x_1 \\ \dot{x} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} cos\varphi = 1 \\ sin\varphi = 0 \end{cases}$ donc $\varphi = 0$

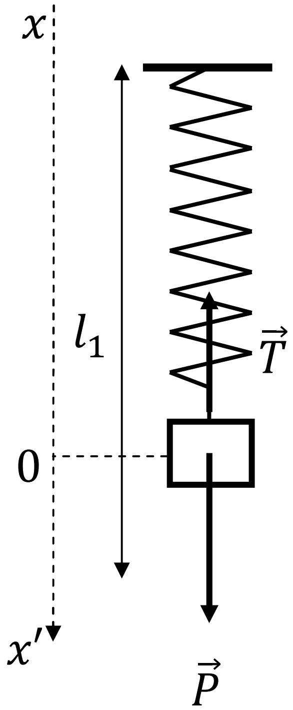
Alors : $\boldsymbol{x} = x_1\boldsymbol{cos(5{,}4t)}$

c) Période des oscillations

$T = \frac{2\pi}{w}$ ; $\boldsymbol{T = 0{,}28s}$

## Exercice 5 :

1. a) Inventaire des forces :



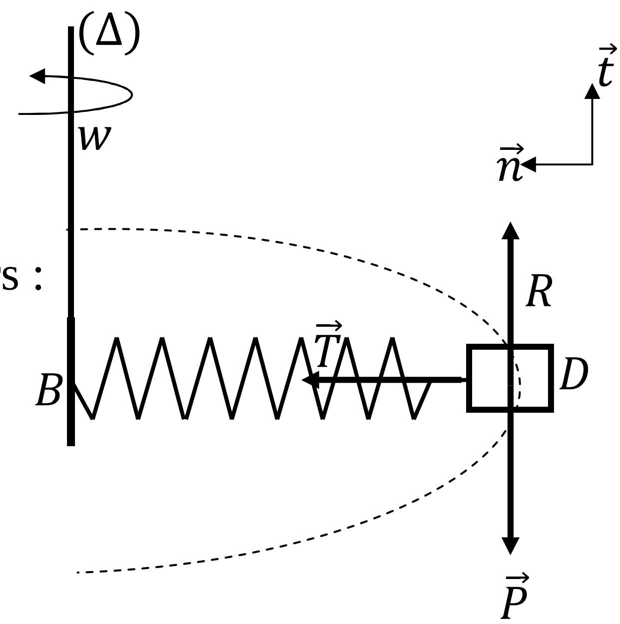

b) Calcul de $k$

A l'équilibre : $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

Suivant $(xx')$ : $-mg + k(L - l_0) = 0 \;\; \Rightarrow \;\; \boldsymbol{k = \frac{mg}{L-l_0}}$

$$\boldsymbol{k = 24,5N/m}$$

2. a) Expression de l'allongement $x$ en fonction de $w$




T.C.I : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

Suivant $\vec{n}$, on a :

$kx = ma_n = m\frac{V^2}{r}$. Or

$V = rw$ et $r = x + l_0$. Alors :

$kx = mrw^2$

$kx = m(x + l_0)w^2$

$(k - mw^2)x = ml_0w^2$

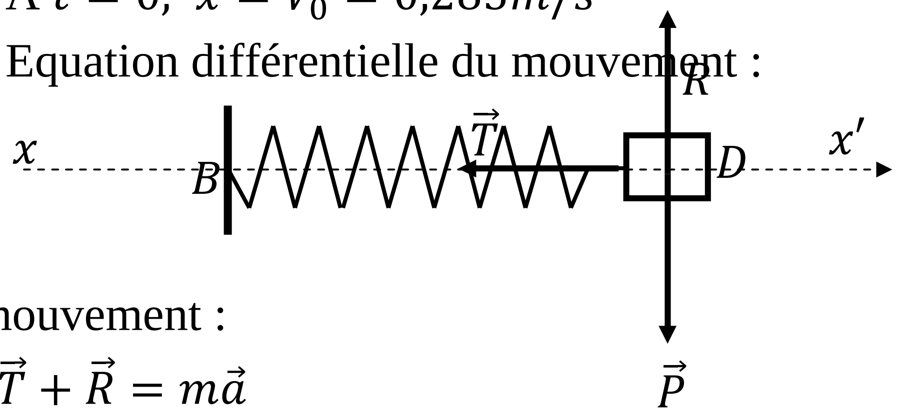
$\boldsymbol{x = \frac{ml_0w^2}{k-mw^2}}$

b) A.N pour $w = 5,5\ rad/s$

$$\boldsymbol{x = 8,93cm}$$

3. A $t = 0$, $\dot{x} = V_0 = 0{,}285 m/s$

- Equation différentielle du mouvement :




En mouvement :

$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection suivant $(xx')$ :

$-kx = m\ddot{x} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

- Equation horaire du mouvement :

A $t = 0$, $(S)$ est au point A, on a : $\begin{cases} x = 0 \\ \dot{x} = V_0 \end{cases}$. On pose :

$x = x_m \cos(wt + \varphi)$ et donc $\dot{x} = -x_m w sin(wt + \varphi)$

$x = 0 \quad \Rightarrow \quad cos\varphi = 0$ , à $t = 0$

$cos\varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$ ou $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$\dot{x} = V_0 \quad \Rightarrow \quad -x_m w sin\varphi = V_0$

$sin\varphi = -\frac{V_0}{x_m w}$ . on a $sin\varphi < 0$. Donc : $\boldsymbol{\varphi = -\frac{\pi}{2}}$

$-x_m w sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = V_0 \quad \Rightarrow \quad x_m w = V_0$

$\boldsymbol{x_m = \frac{V_0}{w}}$ ; $\boldsymbol{x_m = 2{,}85 cm}$

$w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \boldsymbol{10 rad/s}$

$$x = x_m \cos\left(wt - \frac{\pi}{2}\right) = x_m \sin(wt)$$

$$\boldsymbol{x = 2{,}85 \sin(10t)}$$

4. Expression de $E_m$

$E_m = E_C + E_{Pe}$

$E_C = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$ or $\dot{x} = x_m w cos(wt)$

$E_C = \frac{m{x_m}^2w^2}{2}cos^2wt = \frac{k{x_m}^2}{2}cos^2wt$

$E_{Pe} = \frac{1}{2}kx^2$ or $x = x_m sin(wt)$

$E_C = \frac{m{x_m}^2w^2}{2}cos^2wt = \frac{k{x_m}^2}{2}sin^2wt$

On a alors:

$$E_m = \frac{k{x_m}^2}{2}(cos^2wt + sin^2wt)$$

$$\boldsymbol{E_m = \frac{k{x_m}^2}{2}}$$

5. Calculons pour $t = \frac{T_0}{5}$

a) L'élongation $x$ du movement

$x = x_m sin\left(w\frac{T_0}{5}\right)$ or $wT_0 = 2\pi.$

$\boldsymbol{x = x_m sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)}$ ; $\boldsymbol{x = 2{,}71cm}$

b) La vitesse $V$

$V = x_m w cos(wt)$

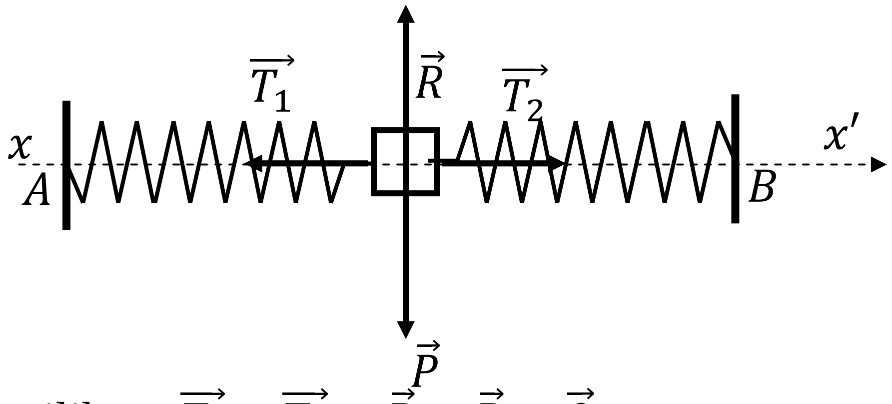
$\boldsymbol{V = x_m w cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)}$ ; $\boldsymbol{V = 8{,}81.10^{-2}m/s}$

c) Energie mécanique

$\boldsymbol{E_m = \frac{k{x_m}^2}{2}}$ ; $\boldsymbol{E_m = 9{,}967.10^{-3}J \approx 10^{-2}J}$

## Exercice 6 :

1. a) Allongements $a_1$ et $a_2$




A l'équilibre : $\overrightarrow{T_1} + \overrightarrow{T_2} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

Suivant l'axe $(xx')$, $-k_1a_1 + k_2a_2 = 0$

$$-k_0a_1 + 2k_0a_2 = 0$$

$$a_1 = 2a_2$$

$d = (l_0 + a_1) + (l_0 + a_2)$

$d = 2l_0 + a_1 + a_2 \Rightarrow a_1 + a_2 = d - 2l_0$

$$3a_2 = d - 2l_0$$

$\boldsymbol{a_2 = \frac{d-2l_0}{3}}$ ; $\boldsymbol{a_2 = 5cm}$ ; $\boldsymbol{a_1 = 10cm}$

b) Equation différentielle du mouvement :

En mouvement :

$\overrightarrow{T_1} + \overrightarrow{T_2} + \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Suivant l'axe $(xx')$ : $-k_1(a_1 + x) + k_2(a_2 - x) = m\ddot{x}$

$$-3k_0x = m\ddot{x} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\ddot{x} + \frac{3k_0}{m}x = 0}$$

- Calculons la pulsation $w_0$

$\boldsymbol{w_0 = \sqrt{\frac{3k_0}{m}}}$ ; $\boldsymbol{w_0 = 10rad/s}$

- Equation horaire

$x = x_m\cos(wt + \varphi)$

$x_m = x_0 = 3cm$

A $t = 0$ $\begin{cases} x = x_0 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} cos\varphi = 1 \\ sin\varphi = 0 \end{cases}$ ; $\boldsymbol{\varphi = 0}$

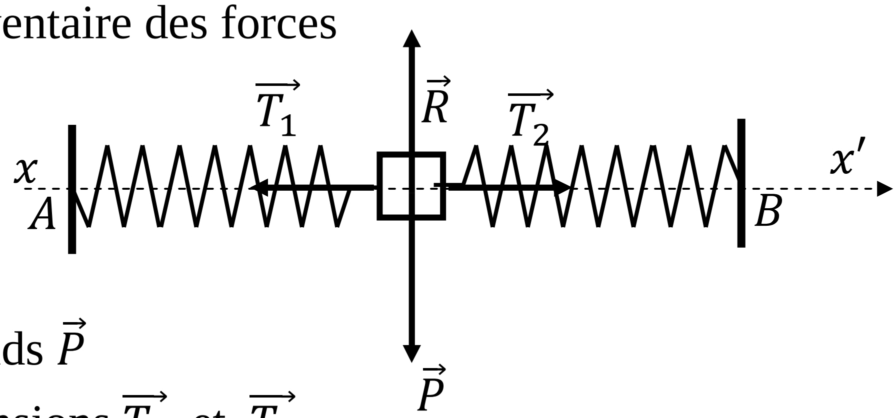
Donc : $x = x_0 \cos(wt)$

$\boldsymbol{x = 3\cos(10t)}$ en $cm$.

2. $\vec{f} = -\lambda \vec{V}$ $(\lambda > 0)$

$F = F_m \cos(wt + \varphi)$

a) Inventaire des forces




- Poids $\vec{P}$
- Tensions $\overrightarrow{T_1}$ et $\overrightarrow{T_2}$
- Forces de frottement $\vec{f}$
- La force $\vec{F}$
- Réaction $\vec{R}$ du plan.

b) Equation différentielle

En mouvement, on a :

$\overrightarrow{T_1} + \overrightarrow{T_2} + \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a}$

Suivant $(xx')$ :

$-k_1(a_1 + x) + k_2(a_2 - x) + f - F = m\ddot{x}$

$-3k_0 x - \lambda\dot{x} - F = m\ddot{x}$

$m\ddot{x} + \lambda\dot{x} + 3k_0 x - F = 0$

$\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{\lambda}{m}\dot{x} + \frac{3k_0}{m}x - \frac{F}{m} = 0}$

c) $x = x_m \cos(wt)$

$\dot{x} = -x_m w sin(wt) = x_m w cos\left(wt + \frac{\pi}{2}\right)$

$\ddot{x} = -x_m w^2 \cos(wt) = x_m w^2 \cos(wt + \pi)$

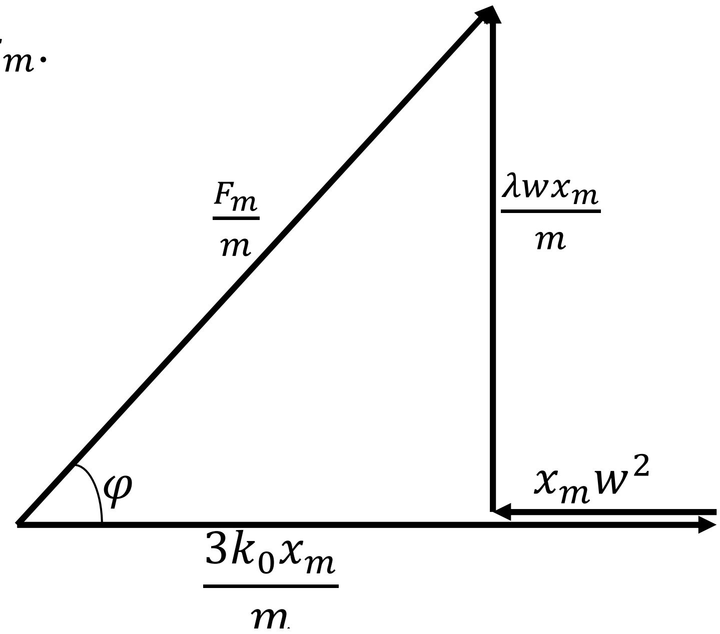
Dans l'équation, on a:

$m\ddot{x} + \lambda\dot{x} + 3k_0 x - F = 0$

$x_m w^2 \cos(wt + \pi) + \frac{\lambda x_m}{m} w cos\left(wt + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{3k_0 x_m}{m} \cos(wt) - \frac{F_m}{m} \cos(wt + \varphi) = 0$

d) Construction de FRESNEL

- Déduisons $tan\varphi$ et $x_m$.




$tan\varphi = \frac{\frac{\lambda w x_m}{m}}{\frac{3k_0 x_m}{m} - x_m w^2}$

$tan\varphi = \frac{\frac{\lambda w}{m}}{\frac{3k_0}{m} - w^2}$

$\boldsymbol{tan\varphi = \frac{\lambda w}{3k_0 - m w^2}}$

$\left(\frac{F_m}{m}\right)^2 = \left(\frac{\lambda w x_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{3k_0 x_m}{m} - x_m w^2\right)^2$

$\left(\frac{F_m}{m}\right)^2 = \frac{{x_m}^2}{m^2}\left[(\lambda w)^2 + (3k_0 - m w^2)^2\right]$

${x_m}^2 = \frac{{F_m}^2}{(\lambda w)^2 + (3k_0 - m w^2)^2} \quad \Rightarrow \boldsymbol{x_m = \frac{F_m}{\sqrt{(\lambda w)^2 + (3k_0 - m w^2)^2}}}$

e) Montrons que $x_m$ est maximale pour $w^2 = {w_0}^2 - \frac{\lambda^2}{2m^2}$

$x_m = \frac{F_m}{\sqrt{(\lambda w)^2 + (3k_0 - m w^2)^2}}$

$$= \frac{F_m}{\sqrt{(\lambda w)^2+m^2\left(\frac{3k_0}{m}-w^2\right)^2}}$$

$$= \frac{F_m}{\sqrt{(\lambda w)^2+m^2({w_0}^2-w^2)^2}}$$

$$= \frac{F_m}{\sqrt{\lambda^2w^2+m^2{w_0}^4-2m^2{w_0}^2w^2+m^2w^4}}$$

$$= \frac{F_m}{\sqrt{(\lambda^2-2m^2{w_0}^2)w^2+m^2{w_0}^4+m^2w^4}}$$

$$= \frac{\frac{F_m}{m}}{\sqrt{w^4+\left(\frac{\lambda^2}{m^2}-2{w_0}^2\right)w^2+{w_0}^4}}$$

$$x_m = \frac{\frac{F_m}{m}}{\sqrt{\left[w^2-\left(\frac{\lambda^2}{2m^2}-{w_0}^2\right)\right]^2+{w_0}^4-\left(2\frac{\lambda^2}{m^2}-{w_0}^2\right)^2}}$$

$x_m$ est maximale si :

$$\begin{cases} w^2-\left(\frac{\lambda^2}{2m^2}-{w_0}^2\right)=0 \\ {w_0}^4-\left(\frac{\lambda^2}{2m^2}-{w_0}^2\right)^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{w^2={w_0}^2-\frac{\lambda^2}{2m^2}} \\ \boldsymbol{{w_0}^2>\frac{\lambda^2}{2m^2}} \end{cases}$$

## Exercice 7 :

1. a) Expression de $a_0$

A l'équilibre $\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$

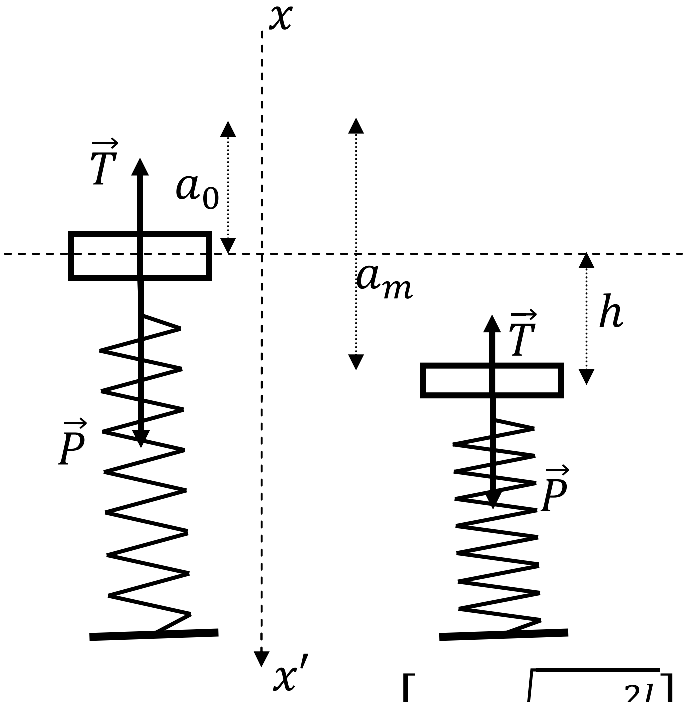
Suivant l'axe $(xx')$ : $-T+mg=0$

$-ka_0+mg=0 \Rightarrow \boldsymbol{a_0=\frac{mg}{k}}$

b) Calcul de $a_0$

$\boldsymbol{a_0=2,5.10^{-2}m}$

2. Figure :




a) Montrons que $a_m = a_0\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2l}{a_0}}\right]$

$E_{mA} = mg(a_0 + l)$

Au raccourcissement maximum :

$E_m = E_{Pe} + E_{Pl}$

$E_m = \frac{1}{2}k{a_m}^2 - mgh$

$E_m = \frac{1}{2}k{a_m}^2 - mg(a_m - a_0)$. On a alors :

$\frac{1}{2}k{a_m}^2 - mg(a_m - a_0) = mg(a_0 + l)$

$\frac{1}{2}k{a_m}^2 - mga_m = mgl$

$\frac{1}{2} \times \frac{mg}{k} \times {a_m}^2 - mga_m = mgl$

$mg({a_m}^2 - 2a_0a_m - 2a_0l) = 0$

${a_m}^2 - 2a_0a_m - 2a_0l = 0$

$(a_m - a_0)^2 - {a_0}^2 - 2a_0l = 0$

$(a_m - a_0)^2 = {a_0}^2\left(1 + \frac{2l}{a_0}\right)$

$a_m - a_0 = a_0\sqrt{1 + \frac{2l}{a_0}}$

D'où : $\boldsymbol{a_m = a_0\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2l}{a_0}}\right]}$

b) Longueur minimum

$\boldsymbol{l_{min} = l_0 - a_m \quad ; \; l_{min} = 5cm}$

3. a) Expression de l'énergie mécanique $E_m$

$E_m = E_C + E_{Pp} + E_{Pe}$

$E_C = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$ ; $E_{Pp} = -mgx \quad ; \; E_{Pe} = \frac{1}{2}k(a_m + x)^2$

$\boldsymbol{E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - mgx + \frac{1}{2}k(a_m + x)^2}$

b) Déduisons l'équation différentielle

Au cours du mouvement l'énergie mécanique est constante.

Donc : $E_m = cte \quad \Rightarrow \quad \frac{dE_m}{dt} = 0$

$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 - mgx + \frac{1}{2}k(a_m + x)^2\right) = 0$

$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 - mgx + \frac{1}{2}k(a_m + x)^2\right) = 0$

$\frac{1}{2}m\frac{d\dot{x}^2}{dt} - mg\frac{dx}{dt} + \frac{1}{2}k\frac{d(a_m+x)^2}{dt} = 0$

$m\frac{d\dot{x}}{dt} \times \frac{dx}{dt} - mg\frac{dx}{dt} + k\frac{dx}{dt} \times (a_m + x) = 0$

$m\ddot{x} \times \dot{x} - mg\dot{x} + k\dot{x} \times (a_m + x) = 0$

$\dot{x}(m\ddot{x} + kx - mg + ka_m) = 0$

Or à l'équilibre $-mg + ka_m = 0$

$m\ddot{x} + kx = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

c) Déterminons $x(t)$

$x(t) = x_m cos(wt + \varphi)$

A $t = 0$ , $\begin{cases} x = a_m - a_0 \\ \dot{x} = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x_m cos\varphi = a_m - a_0 \\ -x_m sin\varphi = 0 \end{cases}$

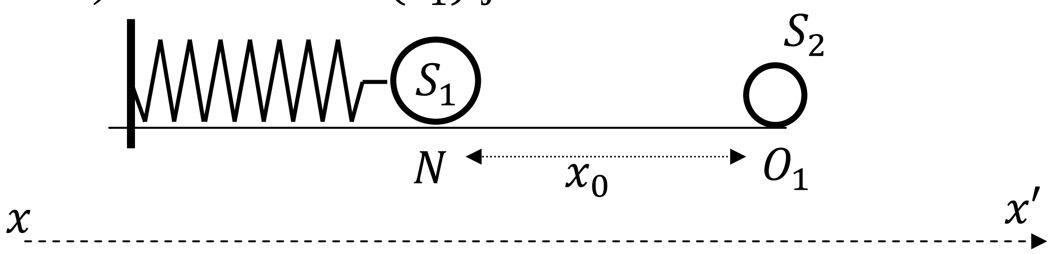
$\begin{cases} cos\varphi = \frac{a_m - a_0}{x_m} \\ sin\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad \varphi = 0$

$x_m = a_m - a_0$

$$\boldsymbol{x(t) = (a_m - a_0)cos(wt + \varphi)}$$

## Exercice 8 :

1. a) Vitesse $V$ de $(S_1)$ juste avant le choc




Au point N, $E_m = \frac{1}{2}k{x_0}^2$

Au point $O_1$, $E_m = \frac{1}{2}m_1V^2$. Alors :

$$\frac{1}{2}m_1V^2 = \frac{1}{2}k{x_0}^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V = x_0\sqrt{\frac{k}{m_1}}}$$

b) Expression de $V'$ et $V_0$

$\begin{cases} m_1V = m_1V' + m_2V_0 \\ \frac{1}{2}m_1V^2 = \frac{1}{2}m_1V'^2 + \frac{1}{2}m_2{V_0}^2 \end{cases}$

$\begin{cases} m_1(V - V') = m_2V_0 \\ m_1(V^2 - V'^2) = m_2{V_0}^2 \end{cases}$

$$\begin{cases} (V - V') = \frac{1}{2}V_0 \\ (V^2 - V'^2) = \frac{1}{2}{V_0}^2 \end{cases} \Rightarrow \quad V + V' = V_0$$

$$V' = V_0 - V$$

$V - V' = \frac{1}{2}V_0$

$V - V_0 + V = \frac{1}{2}V_0$

$2V = \frac{3}{2}V_0 \Rightarrow \boldsymbol{V_0 = \frac{4}{3}V}$

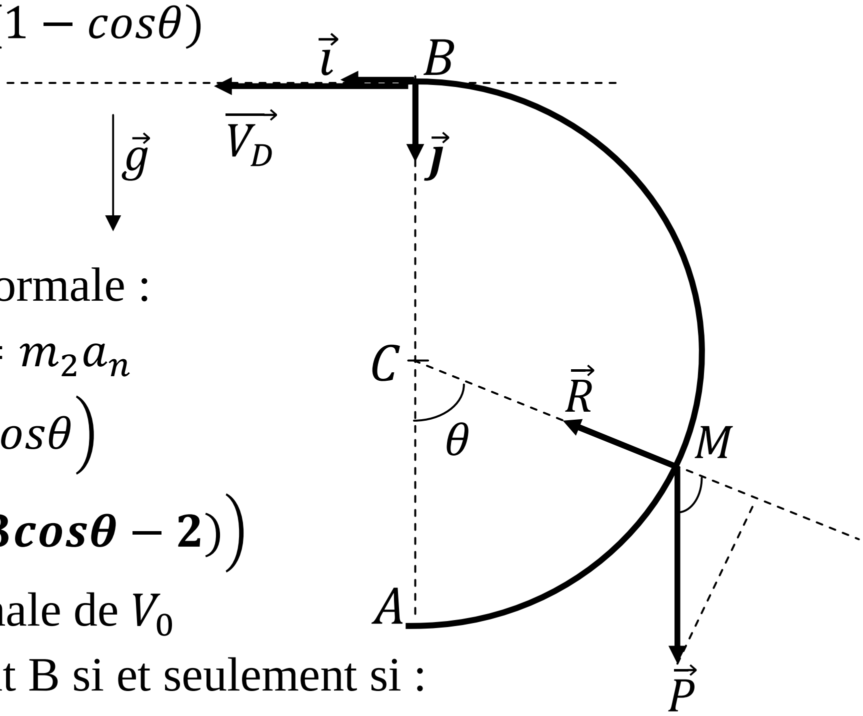
On en déduit : $\boldsymbol{V' = \frac{1}{3}V}$

c) Expression de la réaction $R$ sur $S_2$ au point M

En l'absence de forces de frottement, $V_A = V_0$. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, on a :

$\frac{1}{2}m_2({V_M}^2 - {V_0}^2) = -m_2gr(1 - cos\theta)$

${V_M}^2 = {V_0}^2 - 2gr(1 - cos\theta)$




T.C.I s'écrit :

$\vec{P} + \vec{R} = m_2\vec{a}$

Projection sur la normale :

$-m_2gcos\theta + R = m_2a_n$

$R = m_2\left(\frac{{V_M}^2}{r} + gcos\theta\right)$

$\boldsymbol{R = \frac{m_1}{2}\left(\frac{{V_0}^2}{r} + g(3cos\theta - 2)\right)}$

d) Valeur minimale de $V_0$

$(S_2)$ atteint le point B si et seulement si :

$R_B \geq 0$ et $\theta = 180°$.

$R_B \geq 0 \Rightarrow \frac{{V_0}^2}{r} - 5g \geq 0$

$\frac{{V_0}^2}{r} \geq 5g$

${V_0}^2 \geq 5gr$ . alors $\boldsymbol{V_{0min} = \sqrt{5gr}}$ **;**

- Valeur minimale de $x_0$

$V_{0min} = \sqrt{5gr} \quad \Rightarrow \quad \frac{16}{9}V^2 = 5gr$

$\frac{16}{9} \times (x_{0min})^2 \frac{k}{m_1} = 5gr$

$(x_{0min})^2 = \frac{45m_1gr}{16k}$

$\boldsymbol{x_{0min} = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{5m_1gr}{k}}}$

e) Valeur de la vitesse $V_B$

En B, $\theta = 180°$. Alors de l'expression de $V_M$, on a :

${V_B}^2 = {V_{0min}}^2 - 4gr$

$$\boldsymbol{V_B = \sqrt{gr}}$$

2. a) Mouvement de $(S_2)$ dans le repère $(B\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$

Le théorème du centre d'inertie utilisé après le point B donne :

$\vec{P} = m_2\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$

| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{BM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | $V_B$ | $V_Bt$ |
| $y$ | $g$ | $gt$ | $\frac{g}{2}t^2$ |

$\boldsymbol{y = \frac{g}{2{V_B}^2}x^2}$

b) Expression de $d = AD$

$D(d\ ;\ 2r)$. Alors $2r = \frac{g}{2{V_B}^2}d^2$

$d^2 = \frac{4r{V_B}^2}{g} = \frac{4r^2g}{g} \Rightarrow \quad d^2 = 4r^2$. Donc $\boldsymbol{d = 2r}$.

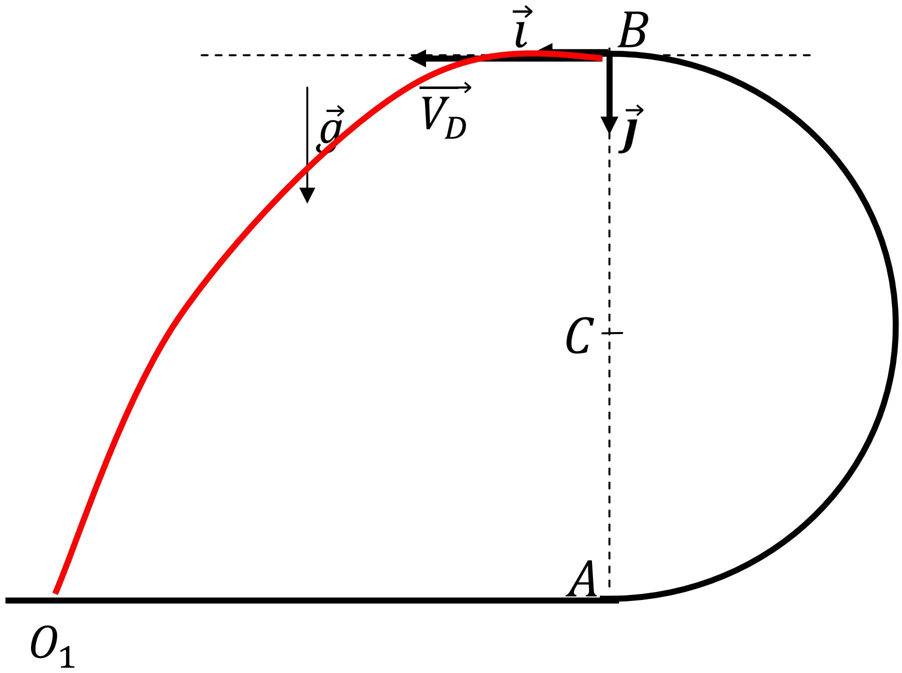
On a alors : $AD = AO_1$. Le solide retombe au point $O_1$.

3. a) Intervalle de temps séparant les deux chocs

la durée séparant les deux chocs correspond à une période d'oscillation. Donc :

$$t = T = \frac{2\pi}{w} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}} \;\; ; \;\; \boldsymbol{t = 0,628s}.$$

b) Déduction du temps $t_2$ pour parcourir l'arc AB.




$$t = t_1 + t_2 + t_3$$

$$O_1A = 2r = V_0 t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{2r}{V_0}$$

$$t_1 = 0,126s$$

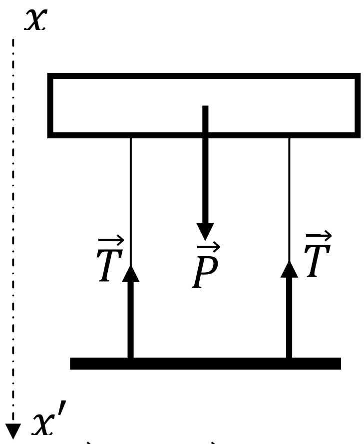
D'autre part : $2r = V_B t_3 \;\Rightarrow\; t_3 = \frac{2r}{V_B}$

$$t_3 = 0,283s$$

$$t_2 = t - t_1 - t_3 \;\; ; \;\; \boldsymbol{t_2 = 0,219s}$$

## Exercice 9 :

1. La raideur $k$ du ressort




A l'équilibre : $\vec{P} + 2\vec{T} = \vec{0}$

Suivant l'axe $(xx')$ :

$Mg - 2k\Delta l = 0$

$\boldsymbol{k = \frac{Mg}{\Delta l}}$ ; $\boldsymbol{k = 16333 N/m}$

2. a) Calcul de l'allongement $x_0$

A la nouvelle position d'équilibre, on a :$\overrightarrow{P'} + 2\overrightarrow{T'} = \vec{0}$

Suivant l'axe $(xx')$, on a : $(M+m)g - 2k(\Delta l + x_0) = 0$

$\boldsymbol{x_0 = \frac{mg}{2k}}$ ; $\boldsymbol{x_0 = 1,5cm}$

b) Equation différentielle du mouvement

En mouvement : $\vec{P} + 2\vec{T} = m\vec{a}$

Suivant $(xx')$, $Mg - 2k(\Delta l + x) = m\ddot{x}$

$Mg - 2k\Delta l - 2kx = m\ddot{x}$

$m\ddot{x} + 2kx = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\ddot{x} + \frac{2k}{m}x = 0}$

- Période $T_0$

$\boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{M}{2k}}}$ ; $\boldsymbol{T_0 = 0,769s}$

3. $\vec{f} = -\lambda\vec{V}$

a) Equation différentielle du mouvement

$\vec{P} + 2\vec{T} + 2\vec{f} = m\vec{a}$

Suivant l'axe $(xx')$ :

$Mg - 2k(\Delta l + x) + 2f = m\ddot{x} \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} + 2kx + 2\lambda\dot{x} = 0$

$m\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + 2kx = 0$

$\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{2\lambda}{m}\dot{x} + \frac{2k}{m}x = 0}$ **(1)**

b) Vérifions que $x = x_m e^{-\delta t}\cos(wt+\varphi)$ est en accord avec l'équation différentielle.

$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = -\delta x - x_m w e^{-\delta t}\sin(wt+\varphi)$

$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = -2\delta\dot{x} - \delta^2 x - w^2 x$

$$\boldsymbol{\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + (\delta^2 + w^2)x = 0}$$

D'où cette expression de $x$ est en accord avec l'équation différentielle avec :

$2\delta = 2\frac{\lambda}{M} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\delta = \frac{\lambda}{M}}$

$\delta^2 + w^2 = \frac{2k}{M} \quad \Rightarrow \quad w^2 = \frac{2k}{M} - \delta^2 = \frac{2k}{M} - \frac{\lambda^2}{M^2}$

$$\boldsymbol{w = \frac{\sqrt{2kM-\lambda^2}}{M}}$$

c) Déterminons λ critique correspondant à $w = 0$

$w = 0 \quad \Rightarrow \; 2kM - {\lambda_C}^2 = 0$. Soit $\boldsymbol{\lambda_C = \sqrt{2kM}}$

## Exercice 17 :

1. Expression de en fonction $x_0$ ; $m_1$ et $k_1$
   a) Valeur $V$ de la bille $B_1$ juste avant le choc

A la position initiale :

$E = \frac{1}{2}k_1 {x_0}^2$ .

Juste avant le choc en O ; $E_{Pe} = 0$. Donc : $E = \frac{1}{2}mV^2$

$\frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}k_1 {x_0}^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V = x_0\sqrt{\frac{k}{m_1}}}$

   b) $V_1$ et $V_2$ juste après le choc

- Conservation de la quantité de mouvement

$m_1 V = m_1 V_1 + m_2 V_2$

$2(V - V_1) = V_2$ (1)

- Conservation d'énergie cinétique

$\frac{1}{2}m_1V^2 = \frac{1}{2}m_1{V_1}^2 + \frac{1}{2}m_2{V_2}^2$

$2(V^2 - {V^2}_1) = {V_2}^2$ (2)

En faisant (2) sur (1):

$V + V_1 = V_2$

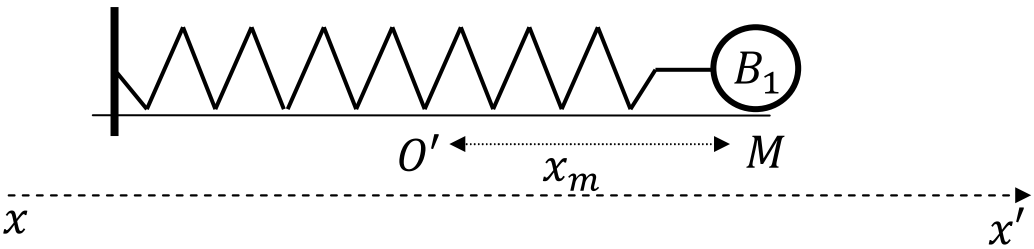
$2(V - V_1) = V + V_1 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V_1 = \frac{1}{3}V}$

$\boldsymbol{V_1 = \frac{x_0}{3}\sqrt{\frac{k}{m_1}}}$

$V + V_1 = V_2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V_2 = \frac{4}{3}V}$

$\boldsymbol{V_2 = \frac{4x_0}{3}\sqrt{\frac{k}{m_1}}}$

c) Amplitude $x_m$ du mouvement après le choc




Juste après le choc, en O :

$E_m = \frac{1}{2}m_1{V_1}^2$

En M, $V = 0$ et $E_m = \frac{1}{2}k{x_m}^2$

On pose :

$\frac{1}{2}k{x_m}^2 = \frac{1}{2}m_1{V_2}^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}k{x_m}^2 = \frac{1}{2}m_1 \times \frac{{x_0}^2k}{9m_1}$

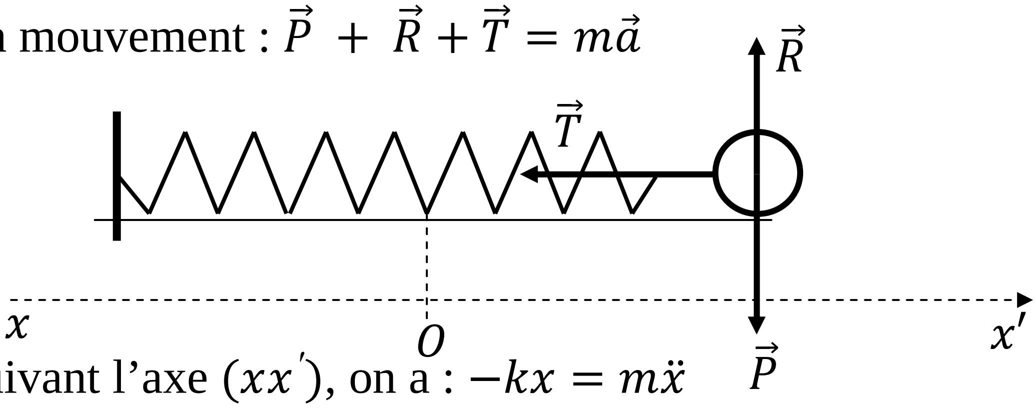
${x_m}^2 = \frac{{x_0}^2}{9}$

$\boldsymbol{x_m = \frac{x_0}{3}}$

2. Equation différentielle du mouvement de $B_1$

Bilan des forces : $\vec{P}$ ; $\vec{R}$ et $\vec{T}$

En mouvement : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$




Suivant l'axe $(xx')$, on a : $-kx = m\ddot{x}$

$m\ddot{x} + kx = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

- Equation horaire du mouvement :

$x = x_m \cos(wt + \varphi)$

$w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \mathbf{16,7 rad/s}$

A $t = 0$ , $\begin{cases} \dot{x} = V_1 \\ x = 0 \end{cases}$

$x = 0 \quad \Rightarrow \quad cos\varphi = 0$

$\varphi = -\frac{\pi}{2}$ ou $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

$\dot{x} = V_1 \quad \Rightarrow \quad sin\varphi = -\frac{V_1}{x_m w}$

$sin\varphi < 0$. Donc $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

$x = \frac{x_0}{3}\cos(wt - \frac{\pi}{2})$

$$\boldsymbol{x = \frac{x_0}{3}\sin(wt)}$$

3. Valeur minimale de $x_0$ pour que la bille $B_2$ atteigne le point B.

$f = 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = V_2$

T.E.C donne :

$\frac{1}{2}m_2({V_B}^2 - {V_2}^2) = -m_2gh$

${V_B}^2 - {V_2}^2 = -2gr(1 - cos\theta)$

${V_B}^2 = {V_2}^2 - 2gr(1 - cos\theta)$

$B_2$ arrive au point B si ${V_B}^2 \geq 0$. Soit :

${V_2}^2 - 2gr(1 - cos\theta) \geq 0$

${V_2}^2 \geq 2gr(1 - cos\theta) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{16k{x_0}^2}{9m_1} \geq 2gr(1 - cos\theta)$

${x_0}^2 \geq \frac{9m_1gr(1-cos\theta)}{8k}$

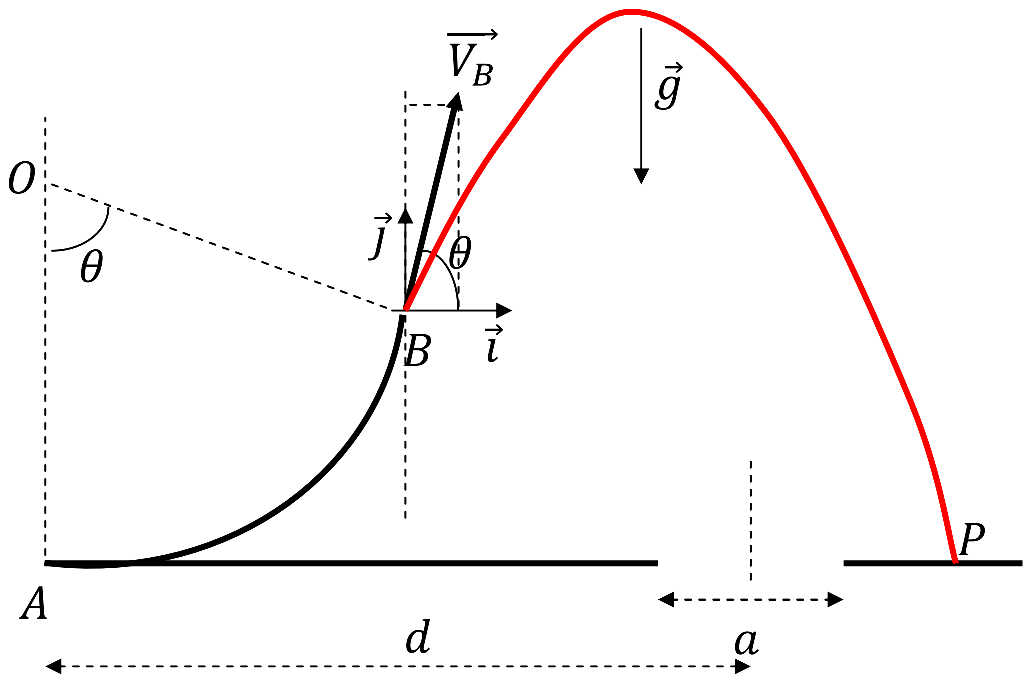
${x_{0min}}^2 = \frac{9m_1gr(1-cos\theta)}{8k} \Rightarrow \boldsymbol{x_{0min} = 3\sqrt{\frac{m_1gr(1-cos\theta)}{8k}}}$

$$\boldsymbol{x_{0min} = 0,1m}$$

4. $x_0 = \frac{3}{4}l_0$

a) Caractéristiques de $\overrightarrow{V_B}$

Direction tangente à l'arc AB tel que $(\vec{\imath}\ ;\ \overrightarrow{V_B}) = \theta$.




Intensité :

$V_2 = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} l_0 \times \sqrt{\frac{k}{m_1}} \quad \Rightarrow$

$\boldsymbol{V_2 = l_0 \sqrt{\frac{k}{m_1}}}$ ; $\boldsymbol{V_2 = 4m/s}$

$\boldsymbol{V_B = \sqrt{V_2{}^2 - 2gr(1 - cos\theta)}}$ ; $\boldsymbol{V_B = 3,34m/s}$

b) Equation de la trajectoire de $B_2$ dans $(B\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$

Bilan : $\vec{P} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$

| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{BM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | $V_B cos\theta$ | $V_B t cos\theta$ |
| $y$ | $-g$ | $-gt + V_B sin\theta$ | $-\frac{g}{2}t^2 + V_B t sin\theta$ |

$\begin{cases} x = V_B t cos\theta \\ y = -\frac{g}{2}t^2 + V_B t sin\theta \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{y = -\frac{g}{2V_B{}^2 cos^2\theta} x^2 + x tan\theta}$

c) Le jeu est gagné si l'abscisse $x_P$ du point d'impact est comprise entre $d - \frac{a}{2}$ et $d + \frac{a}{2}$

Dans le repère indiqué, $P\left(x_P \quad ; \quad -\frac{1}{2}r\right)$

$-\frac{1}{2}r = -\frac{g}{2V_B{}^2 cos^2\theta} x_P{}^2 + x_P tan\theta$

$r = \frac{4g}{V_B{}^2} x_P{}^2 - x_P\sqrt{3}$

$4g x_P{}^2 - x_P V_B{}^2\sqrt{3} - r V_B{}^2 = 0$

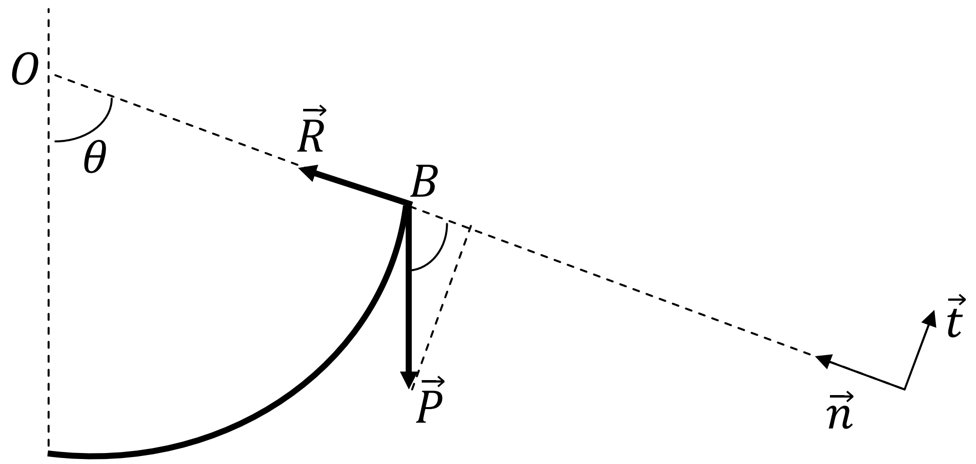
$\Delta = 3V_B{}^4 + 16grV_B{}^2 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\Delta} = V_B \cdot \sqrt{3V_B{}^2 + 16gr} = 4,28$

$$\boldsymbol{x_P = 1,1m}$$

$d - \frac{a}{2} = 1{,}35m$ et $d + \frac{a}{2} = 1{,}45m$.

$x_P \notin [1{,}35m \quad ; \quad 1{,}45m]$ . Donc le jeu est perdu.

d) Valeur de la réaction $R$ sur $B_2$ au point B




$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection suivant $\vec{n}$ :

$-m_2 g cos\theta + R = m_2 \frac{V_B{}^2}{r} \Rightarrow \boldsymbol{R = m_2\left(\frac{V_B{}^2}{r} + g cos\theta\right)}$

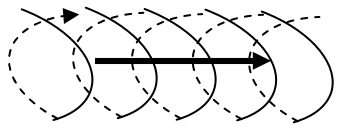
$$\boldsymbol{R = 1{,}71N}$$

# Chapitre IV:

# AUTO – INDUCTION

## Exercice 1 :

1. Caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$



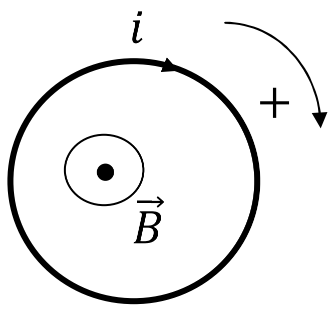
$\vec{B}$

Direction : parallèle à l'axe du solénoide
Sens : donné par la règle du tir bouchon

2. Expression de $\vec{B}$

$$\boldsymbol{B = \mu_0 \times \frac{N}{l} \times I}$$

3. Calcul du flux magnétique $\Phi$




$\Phi = N\vec{B} \cdot \vec{S}$

$\boldsymbol{\Phi = \mu_0 \times \frac{N^2}{l} \times S \times I}$

4. Expression de l'inductance $L$

Par définition : $\Phi = L \cdot I$

On a alors :

$$L \cdot I = \mu_0 \times \frac{N^2}{l} \times S \times I \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{L = \mu_0 \times \frac{N^2}{l} \times S}$$

A.N : $\boldsymbol{L = 6,3mH}$

5. $L = 400mH$

a) Valeurs prises par $e$

Par définition : $e = -L\frac{di}{dt} = -0,4\frac{di}{dt}$

- $t \in [0\ ;\ 10] \cup [20\ ;\ 30] \cup [40\ ; 50]$, $i = cte \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0$

Alors : $\boldsymbol{e = 0}$

- $t \in [10\ ;\ 20]$, $\frac{di}{dt} = \frac{-2-2}{10} = -0{,}4\ A/s$. Alors :

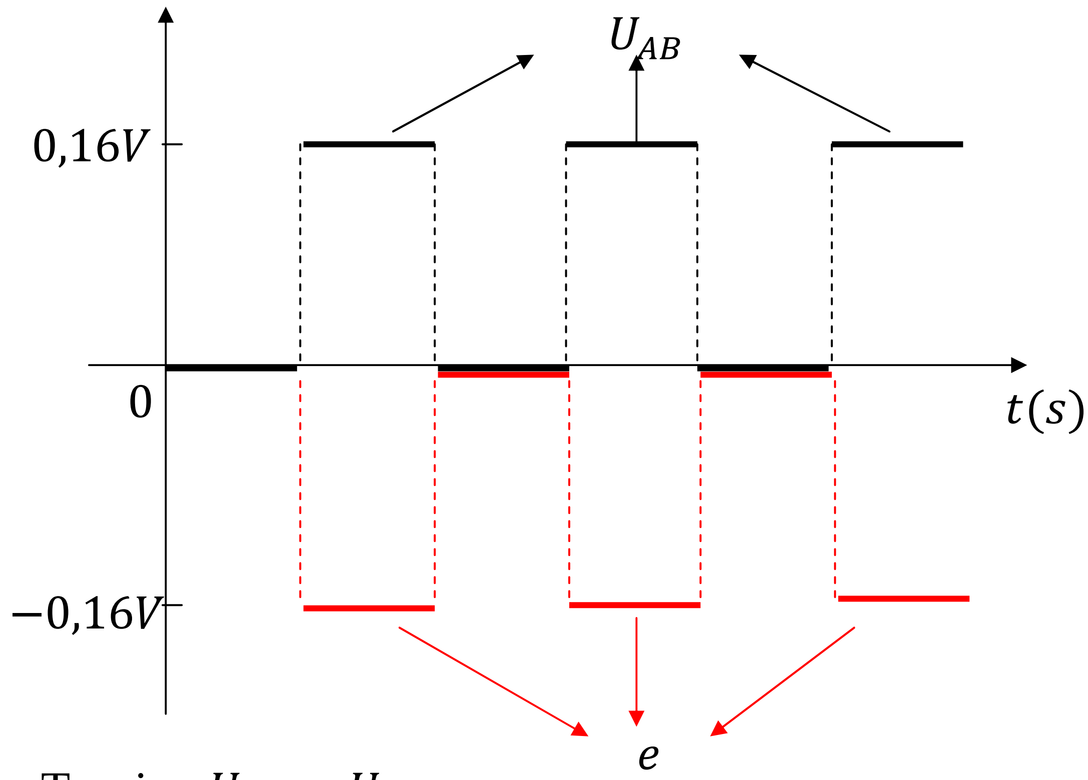
  $\boldsymbol{e = 0,16V}$

- $t \in [30\ ;\ 40]$, $\frac{di}{dt} = \frac{4}{10} = 0{,}4\ A/s$. Alors : $\boldsymbol{e = -0,16V}$

  Représentation :

  $1cm \quad \rightarrow \quad 0{,}1V$ en ordonnée

  $1cm \quad \rightarrow \quad 10s$ en abscisse




b) Tension $U_{AB} = U_L$

$$\boldsymbol{U_{AB} = -e}$$

c) Représentation de $U_L(t)$

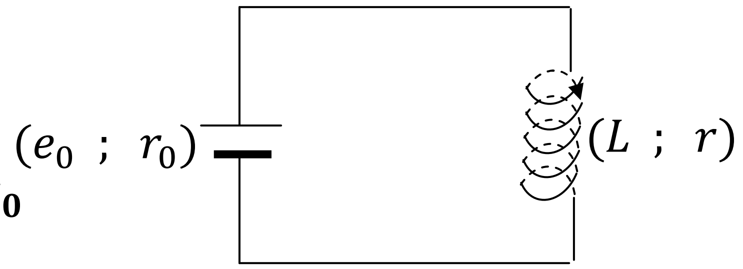
d) Energie emmagasinée

$\boldsymbol{E = \frac{1}{2} L I_m{}^2\ ;\ E = 0,8J}$

**Exercice 2 :**

1. Régime permanent

$I_0 = 1{,}5A$




On a :

$e_0 - r_0 I_0 = r I_0$

$I_0 = \frac{e_0}{r+r_0}$ ; $\boldsymbol{r = \frac{e}{I_0} - r_0}$

$\boldsymbol{r = 2\Omega}$

2. Régime transitoire

a) Equation différentielle

$$e_0 - r_0 i = ri + L\frac{di}{dt}$$

$$\boldsymbol{L\frac{di}{dt} + (r_0 + r)i = e_0} \quad \textbf{(E)}$$

b) Vérifions que $i = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

$$L\frac{di}{dt} = L\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}$$

$$L\frac{di}{dt} + (r_0 + r)i = \left(L\frac{I_0}{\tau} - e_0\right)e^{-t/\tau} + e_0$$

Alors on identifie : $L\frac{I_0}{\tau} - e_0 = 0$

$$L\frac{I_0}{\tau} - (r_0 + r)I_0 = 0$$

$$\frac{L}{\tau} - (r_0 + r) = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\tau = \frac{L}{r_0 + r}}$$

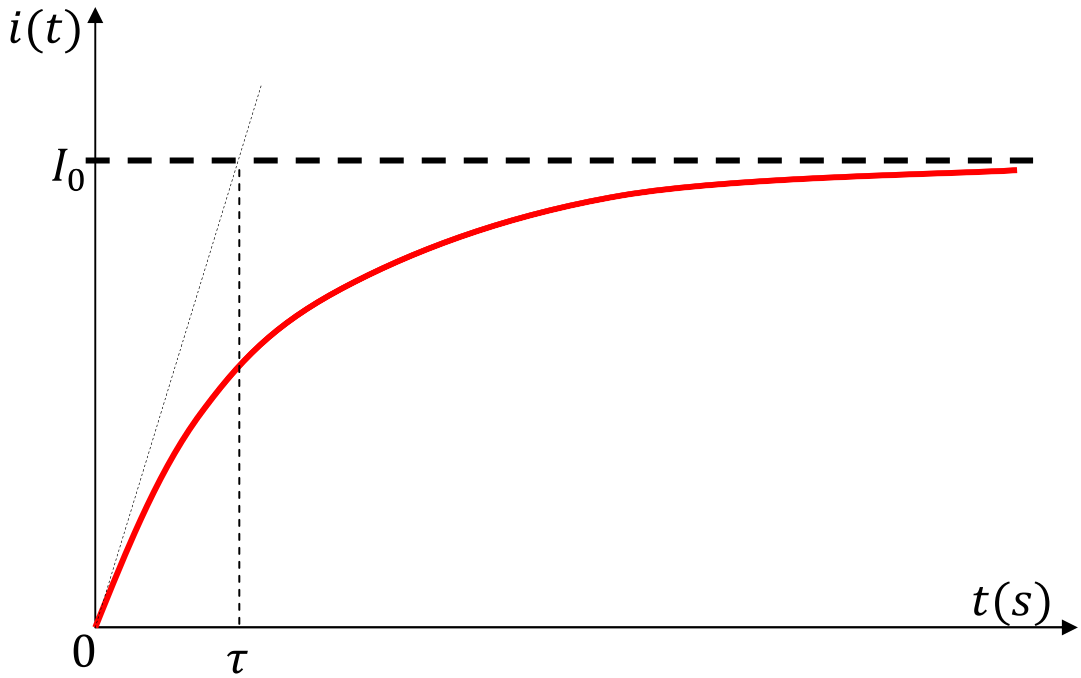
c) Montrons que la courbe de $i$ admet une asymptote horizontale.

$i(\infty) = 0$ car $e^{-t/\tau} \to 0$. D'où l'asymptote horizontale a pour équation $i = I_0$.

d) Montrons que la tangente $(T)$ en $t = 0$ coupe l'asymptote en $t = \tau$.

$(T)$ : $i = \frac{I_0}{\tau}t$. Donc on a : $I_0 = \frac{I_0}{\tau}t \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t = \tau}$

- Allure de $i(t)$




e) $i = 90\%I_0$ à la date $t = 0{,}23s$

- Valeur de $L$

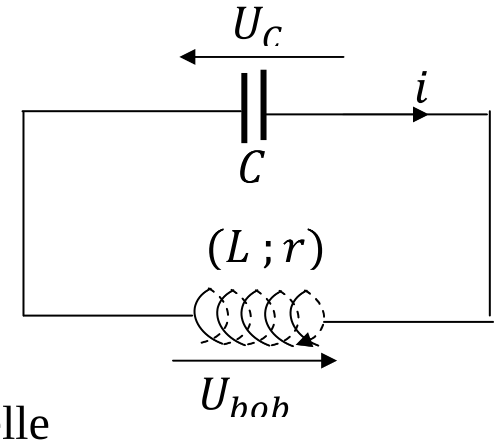
$$0{,}9I_0 = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad \Rightarrow \quad e^{-\frac{t}{\tau}} = 0{,}1$$

$$-\frac{t}{\tau} = -ln10 \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{t}{ln10}$$

$$\frac{L}{r_0+r} = \frac{t}{ln10} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{L = \frac{t(r_0+r)}{ln10}} \quad ; \quad L = 0{,}339H$$

$$\boldsymbol{L \approx 0{,}4H}$$

3. Figure




a) Equation différentielle

$U_C + U_{bob} = 0$

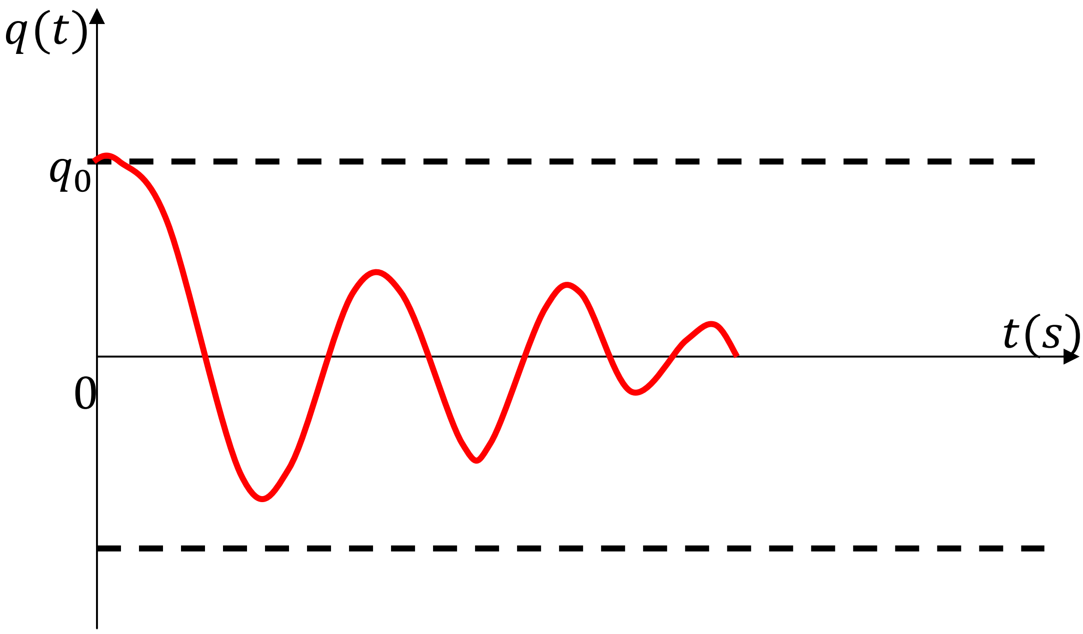
$\frac{q}{C} + ri + L\frac{di}{dt} = 0$ or $i = \frac{dq}{dt}$. Alors l'équation différentielle est:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + r\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0}$$

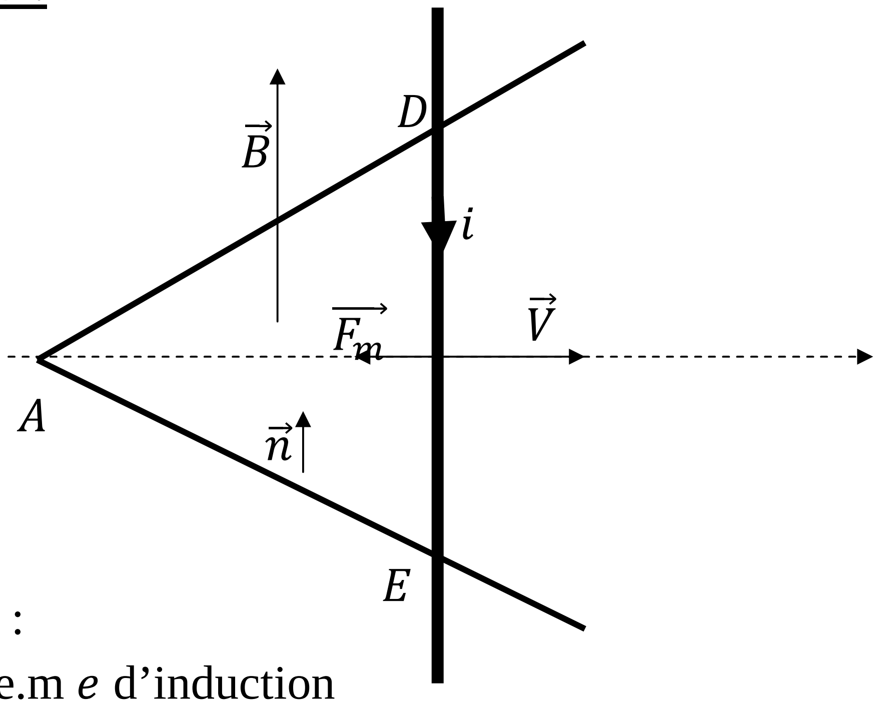
$$\boldsymbol{\ddot{q} + \frac{r}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0}$$

b) L'équation différentielle est celle d'un oscillateur amorti. Donc il n'existe pas dans le circuit des oscillations régulières.

- Allure des oscillations :



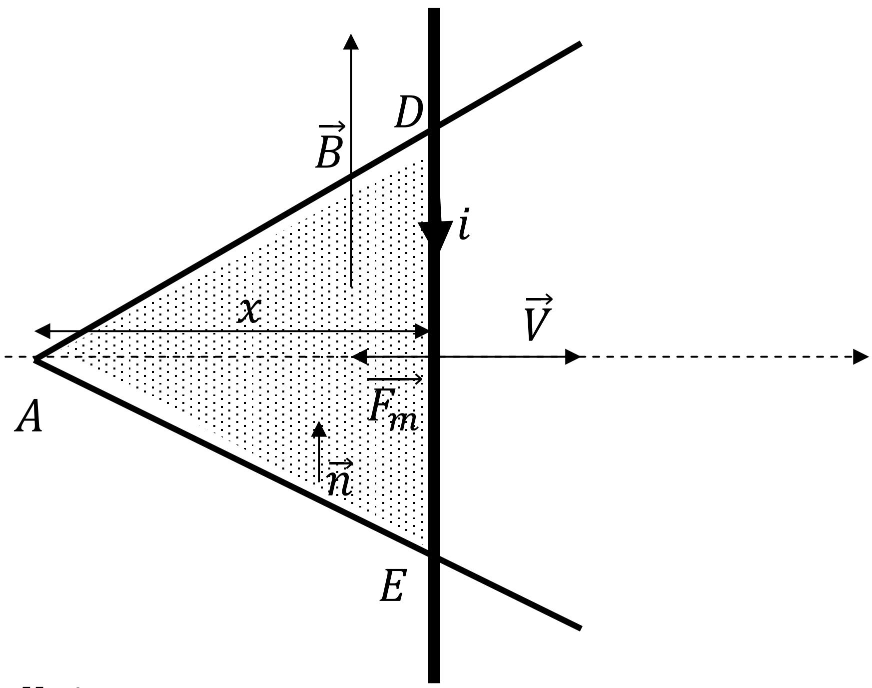
**Exercice 3 :**




Calculons :

1. La f.e.m $e$ d'induction

D'après la loi de LENZ, $e = -\frac{d\Phi}{dt}$. Or $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS$




$S = \frac{l \times x}{2} = \frac{l \times V \times t}{2}$

Alors : $\boldsymbol{\Phi = \frac{1}{2}BlVt} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{e = -\frac{1}{2}BlV}$ **;** $\boldsymbol{e = -35,36mV}$

2. Intensité $I$ du courant induit

$e = -rlI \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{I = -\frac{e}{rl}} \quad ; \quad \boldsymbol{I = 70,72mA}$

3. Force électromagnétique $F_m$

$\overrightarrow{F_m} = i\,\vec{l} \wedge \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{F_m = I \times l \times B} \ ; \quad \boldsymbol{F_m = 3,54.10^{-3}N}$

4. Travail produit

$W = -F_m \cdot x$ or $x = \frac{l}{2}cos\frac{\theta}{2}$

$\boldsymbol{W = -\frac{l}{2}F_m \cdot cos\frac{\theta}{2}} \quad ; \quad \boldsymbol{W = 0,766mJ}$

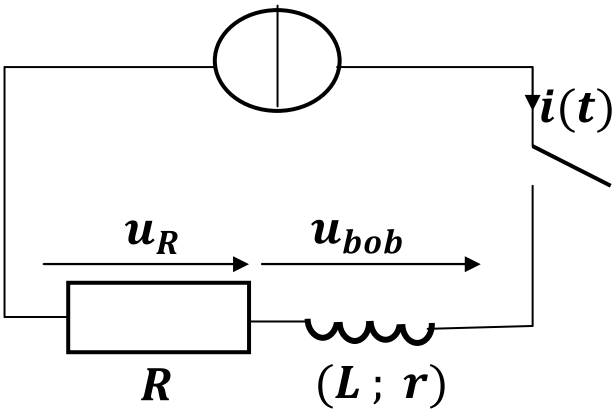
5. Quantité d'électricité $Q$ produit

$\boldsymbol{Q = It = \frac{I \times l \times cos30}{V}} \quad ; \quad \boldsymbol{Q = 21,7mC}$

**Exercice 4 :**

A/

1. a) Confère cours




b) On a : $\boldsymbol{u_R} = Ri$

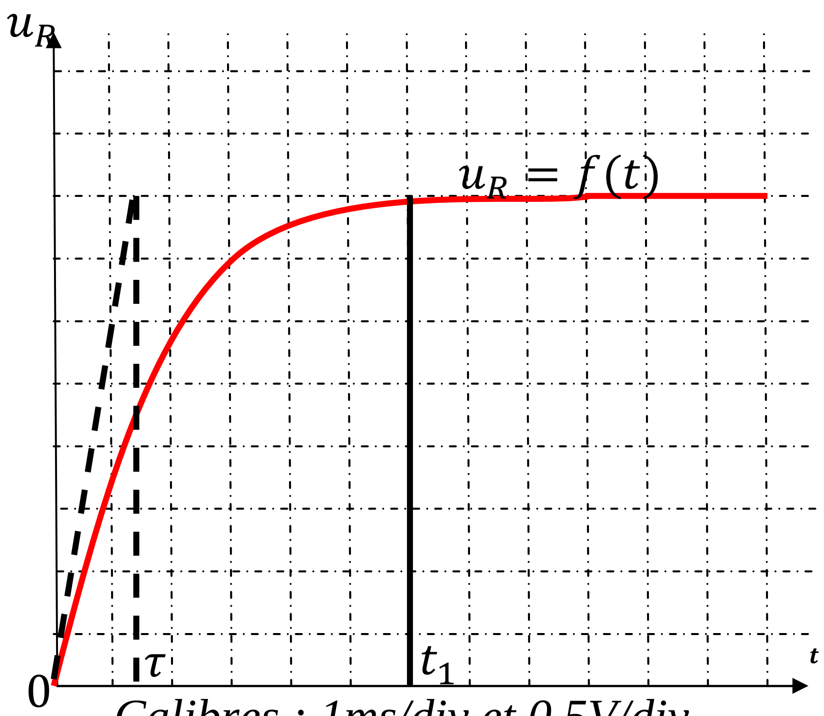
donc on visualise $i$ avec un facteur R. la courbe présente de régime :

- le régime transitoire caractérisé par une variation progressive de $i$ du au phénomène de l'auto – induction dans la bobine

- le régime permanent (régime stationnaire) où l'intensité $i$ devient constante. La bobine se comporte alors comme un conducteur purement ohmique.

c) Déterminons graphiquement :

- Le temps $t_1$ au bout duquel le régime permanent est atteint :




*Calibres : 1ms/div et 0,5V/div*

$t_1 = 6div \times 1ms/div$ ; $\boldsymbol{t_1 = 6ms}$

- Valeur de $I_0$

$U_{Rm} = RI_0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{I_0 = \frac{U_{Rm}}{R}}$

$U_{Rm} = 8div \times 0{,}5V/div = 4V$

$\boldsymbol{I_0 = 4.10^{-2}A}$

2. Expression de :

a) Les tensions $U_R$ et $U_{bob}$

$U_R = RI_0$ ; $\boldsymbol{U_R = \frac{R}{R+r}E}$

$\frac{dI_0}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{U_{bob} = rI_0 = \frac{r}{R+r}E}$

b) Rapport $\frac{U_R}{U_{bob}}$

$$\boldsymbol{\frac{U_R}{U_{bob}} = \frac{R}{r}}$$

B/ Régime transitoire

1. a) Equation différentielle

$E = u_R + u_{bob}$

$$L\frac{di}{dt} + (R + r)i = E$$

b) $i = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

- Expression de $\tau$

$L\frac{di}{dt} + (R + r)i = E + \left(\frac{LI_0}{\tau} - E\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$. Alors :

$E + \left(\frac{LI_0}{\tau} - E\right)e^{-\frac{t}{\tau}} = E \quad \Rightarrow \quad \frac{LI_0}{\tau} - E = 0$

$\frac{L}{\tau} \times \frac{E}{R+r} - E = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\tau = \frac{L}{R+r}}$

c) Déterminons $t_m$ pour que $i$ passe de 10% à 90% de la valeur maximale

$i = 0{,}1I_O$ pour $t_1 = 0{,}2ms$

$i = 0{,}9I_O$ pour $t_2 = 3{,}2ms$

Donc $t_m = t_2 - t_1$ ; $\boldsymbol{t_m = 3ms}$

d) $t_m = 2{,}2\tau$

$t_m = 2{,}2\tau \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\tau = \frac{t_m}{2{,}2}}$ ; $\boldsymbol{\tau = 1{,}36ms}$

- Valeur de $L$

$\tau = \frac{L}{R+r} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{L = \tau(R + r)}$ ; $\boldsymbol{L = 0{,}151H}$

2. a) Calcul de $i$ à $t = \tau$

$t = \tau$ on a : $i = I_0(1 - e^{-1})$ ; $\boldsymbol{i = 2,56.10^{-2}A}$

- Calcul de $U_R$

$U_R = Ri$ ; $\boldsymbol{U_R = 2,56V}$

- Déduction de $\tau$

Sur le graphique $\tau$ correspond à 1,4$div$.

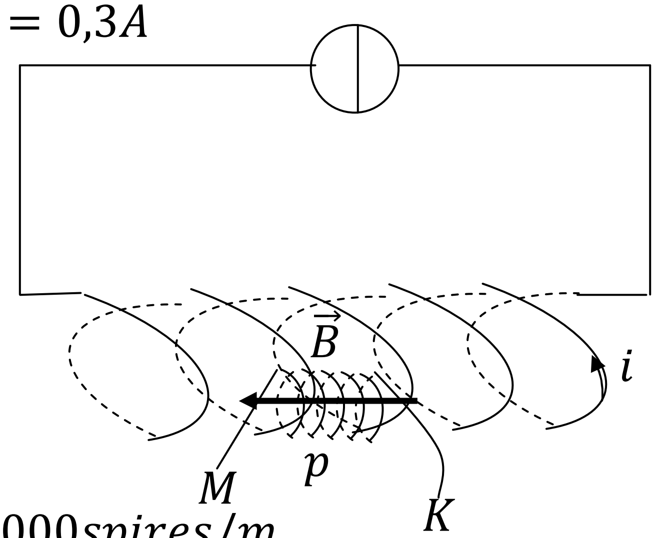
Donc : $\boldsymbol{\tau = 1,4ms}$

b) Valeur de $L$

$L = 111 \times 1,4.10^{-3}$ ; $\boldsymbol{L = 0,1554H}$

**Exercice 7 :**

1. a) $I = 0,3A$




$G$: $n = 2000 spires/m$

$p$: $\begin{cases} N = 300 spires \\ S = 10cm^2 \end{cases}$

Le sens de $\vec{B}$ est donné par la règle du tir bouchon ou de la main droite en fermant le point dans le sens du courant.

- Valeur de $\vec{B}$

$\boldsymbol{B = \mu_0 \times n \times I}$ ; $\boldsymbol{B = 7,54.10^{-4}T}$

b) Il apparait car le courant induit dans $p$ diminue progressivement entrainant une variation du flux entre ses spires.

- Valeur de $U_{KM}$

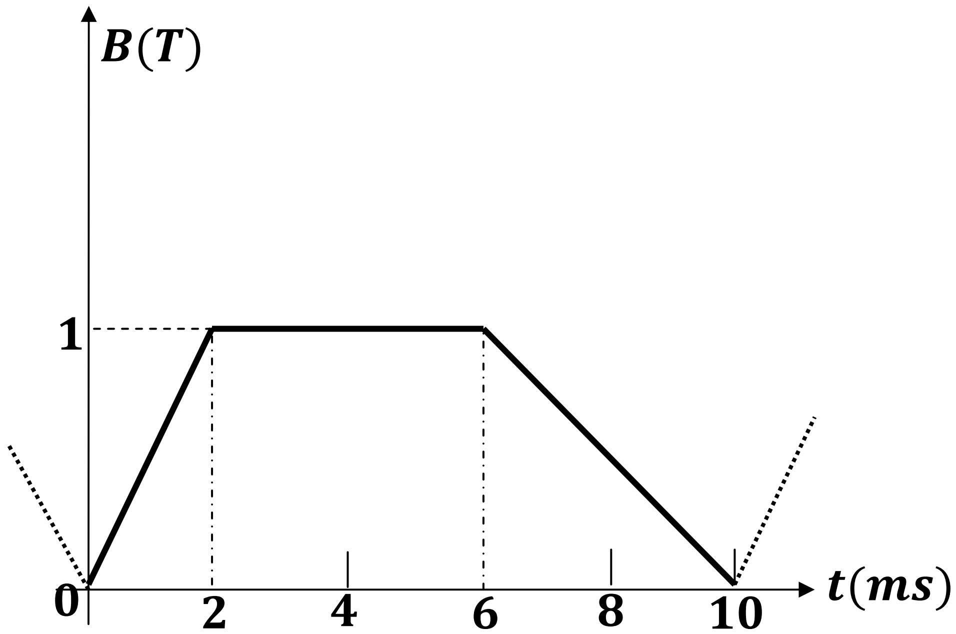
$U_{KM} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_{max}}{\Delta t}$. Or $\Phi_{max} = N \cdot B \cdot S$

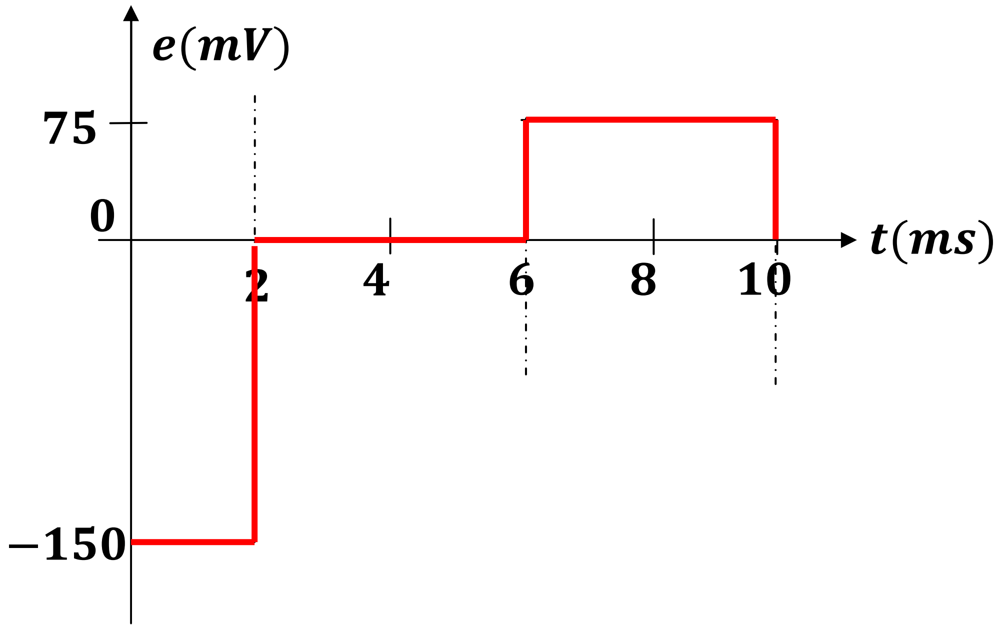
$\boldsymbol{U_{KM} = -\frac{N \cdot B \cdot S}{\Delta t}}$ ; $\boldsymbol{U_{KM} = -0,226V}$

2. Valeurs prises par la f.e.m $e$

$\Phi = N \cdot B \cdot S$ et $e = -\frac{d\Phi}{dt}$

$\boldsymbol{e = -NS\frac{dB}{dt}}$

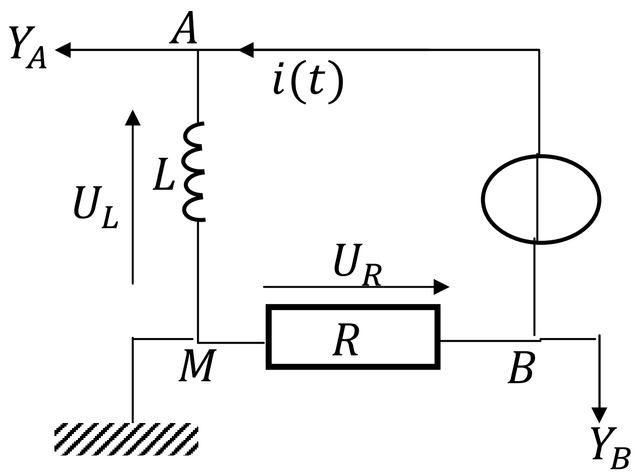





## Exercice 9 :

1. Voir cours.
2. a) Voie A : tension $U_L$

   Voie B : tension $U_R$




b) Fréquence de la tension

$T = 4 \times 1ms = \boldsymbol{4ms}$

$N = \frac{1}{T} = \mathbf{250Hz}$

3. a) Relation entre $U_{AM}$ ; $L$ et $i$

$\boldsymbol{U_{AM} = U_L = L\frac{di}{dt}}$

b) Etablissons $U_{AM} = -\frac{L}{R}\frac{dU_{BM}}{dt}$

$U_R = U_{BM} = -Ri \quad \Rightarrow \quad i = -\frac{1}{R}U_{BM}$

$U_{AM} = L\frac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{U_{AM} = -\frac{L}{R}\frac{dU_{BM}}{dt}}$

c) $i$ étant variable et proportionnelle à $U_{BM}$. Alors : sur la voie $Y_B$ on a la courbe 1.

4. a) Valeurs extrêmes de $U_{AM}$

$\boldsymbol{U_{AMmin} = -200mV}$ et $\boldsymbol{U_{AMmax} = 200mV}$

b) Calcul de $\boldsymbol{\frac{dU_{BM}}{dt}}$

$\frac{dU_{BM}}{dt} = \frac{\Delta U_{BM}}{\Delta t}$ avec $\boldsymbol{\Delta t = \frac{T}{2}}$

$\frac{dU_{BM}}{dt} = \frac{20}{4.10^{-3}}$

$\boldsymbol{\frac{dU_{BM}}{dt} = 5.10^3 V/s}$

5. a) Valeur de $\frac{L}{R}$

Sur la première demi – période on a : $U_{AM} = -200mV$

$U_{AM} = -\frac{L}{R}\frac{dU_{BM}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{L}{R} = -\frac{U_{AM}}{\frac{dU_{BM}}{dt}}}$

$\frac{L}{R} = -\frac{-0,2}{5.10^3}$ ; $\boldsymbol{\frac{L}{R} = 4.10^{-5}s}$

b) Montrons que le quotient $\frac{L}{R}$ est homogène au temps

$$\frac{L}{R} = -\frac{U_{AM}}{\frac{dU_{BM}}{dt}} \quad \Rightarrow \quad \left[\frac{L}{R}\right] = \frac{[U_{AM}]}{\left[\frac{dU_{BM}}{dt}\right]} = \frac{V}{V/s}$$

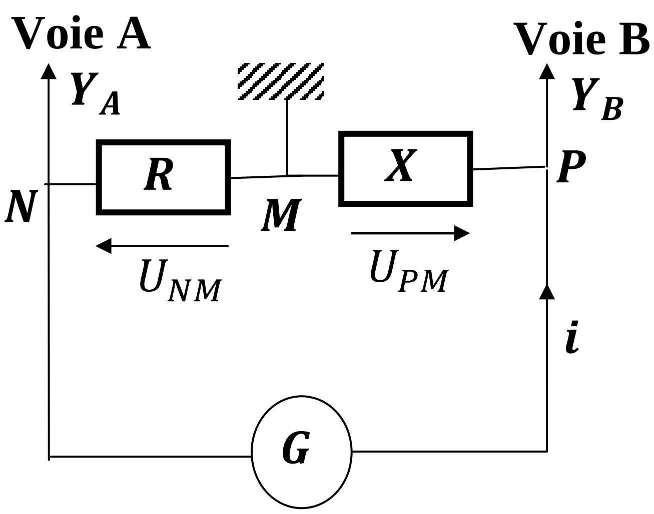
$$\left[\frac{L}{R}\right] = \mathrm{s}$$

D'où $\frac{L}{R}$ est homogène à une durée car elle s'exprime en seconde.

c) Valeur de $L$

$$\frac{L}{R} = 4.10^{-5} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{L = 8.10^{-2}H}$$

**Exercice 13 :**




1. a) Expression de $U_{NM}$ et $U_{PM}$ en fonction de $i$

$U_{NM} = -Ri$ et $U_{PM} = R_1 i$

b) Calculons $U_{PN}$

Graphiquement $U_{PM} = 1V$ et $U_{NM} = -2V$

$U_{PM} - U_{NM} = U_{PN} \Rightarrow U_{PN} = 3V$. Alors $U_{PN} > 0$. Donc le pôle positif est relié à la borne P du dipôle.

c) Valeur de $R$

$U_{PN} = (R + R_1)i$ or $U_{PM} = R_1 i$. Alors:

$\frac{U_{PN}}{U_{PM}} = \frac{R}{R_1} + 1 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{R = R_1\left(\frac{U_{PN}}{U_{PM}} - 1\right)} \quad ; \quad \boldsymbol{R = 100\Omega}$

2. $X$ est une bobine

a) Expression de $U_{PM}$

$$U_{PM} = R_2 i + L\frac{di}{dt}$$

En régime permanent, $\frac{di}{dt} = 0$. Donc : $\boldsymbol{U_{PM} = R_2 i}$

b) Le graphe 2 indique $U_{PM}$ confondue avec l'axe des temps. Donc : $U_{PM} = 0$. D'où $\boldsymbol{R_2 = 0}$

3. G : générateur

a) Valeur de $L$

$U_{PM} = L\frac{di}{dt}$ or $U_{NM} = -Ri \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} = -\frac{1}{R}\frac{dU_{NM}}{dt}$

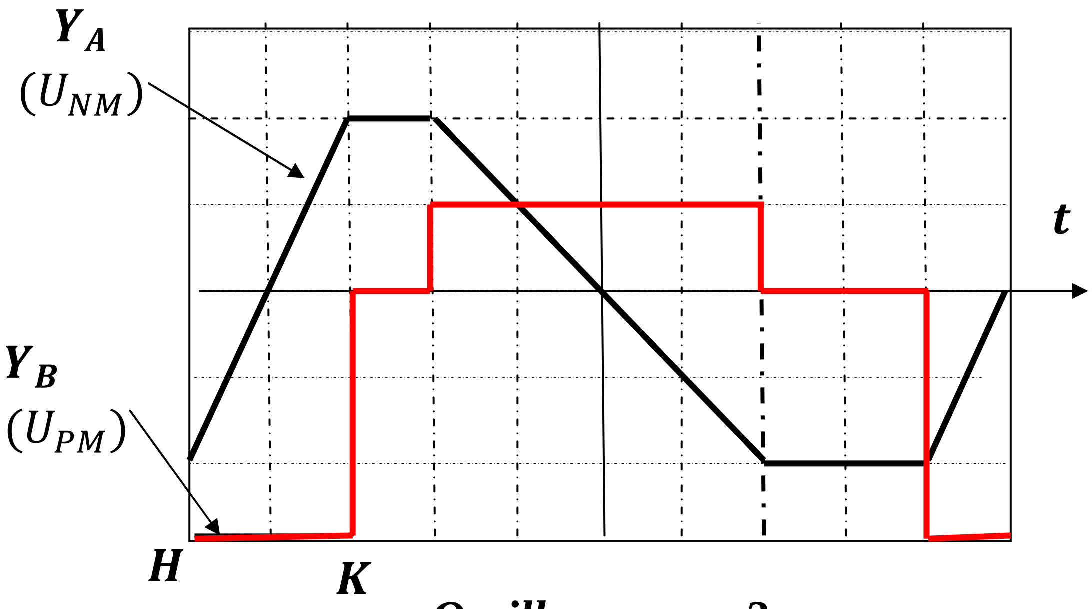
$\frac{dU_{NM}}{dt}$ est la pente de la courbe visualisée sur la voie A. donc :

$\frac{dU_{NM}}{dt} = \frac{4}{4.10^{-4}} = \boldsymbol{10^4 V/s.}$ Donc $\frac{di}{dt} = -\frac{10^4}{R} = -100A/s$

$\boldsymbol{L = \frac{U_{PM}}{\frac{di}{dt}}}$ ; $U_{PM} = -3V$ et donc : $\boldsymbol{L = 3.10^{-2}H}$

b) Complétons l'oscillographe

$U_{PM} = --\frac{L}{R}\frac{dU_{NM}}{dt}$



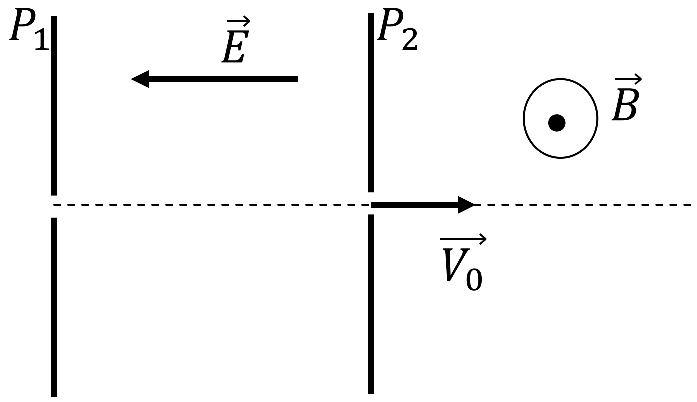

*Oscillogramme 3*

# Chapitre V:

# MOUVEMENT DE PARTICULES DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

## Exercice 1 :

1. a) Figure :




- Calculons $V_0$

Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit :

$\frac{1}{2}m{V_0}^2 = |q|U \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V_0 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}}$ ; $\boldsymbol{V_0 = 1{,}9.10^7 m/s}$

b) Les caractéristiques de $\vec{E}$

$\vec{E}$ est perpendiculaire aux plaques, dirigé de $P_2$ vers $P_1$ et d'intensité : $\boldsymbol{E = \frac{U}{d} = 2000 V/m}$

c) Caractéristiques de la force $\vec{F}$

$\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont colinéaires et de sens opposés (car $q < 0$) et d'intensité $F = eE$.

2. a) Caractéristiques de la force de LORENTZ

direction : perpendiculaire au plan $\left(\overrightarrow{V_0}\ ;\ \vec{B}\right)$

sens : donné par la règle de la main droite.

Intensité : $\boldsymbol{F_m = |q|\, V_0 B}$

b) Montrons que le mouvement est circulaire et uniforme.

Par définition, la puissance de la force magnétique est donnée par la relation : $\mathcal{P} = \overrightarrow{F_m} \cdot \vec{V}$ or $\overrightarrow{F_m} \perp \vec{V} \Rightarrow \mathcal{P} = 0$ et donc $W(F_m) = 0$. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à l'intérieur de l'espace champ magnétique, on a :

$\Delta E_C = 0$. Donc pas de variation de vitesse. C'est-à-dire que la vitesse $\vec{V} = cte$. D'où le mouvement est uniforme.

Dans la base de FRENET, on écrit :

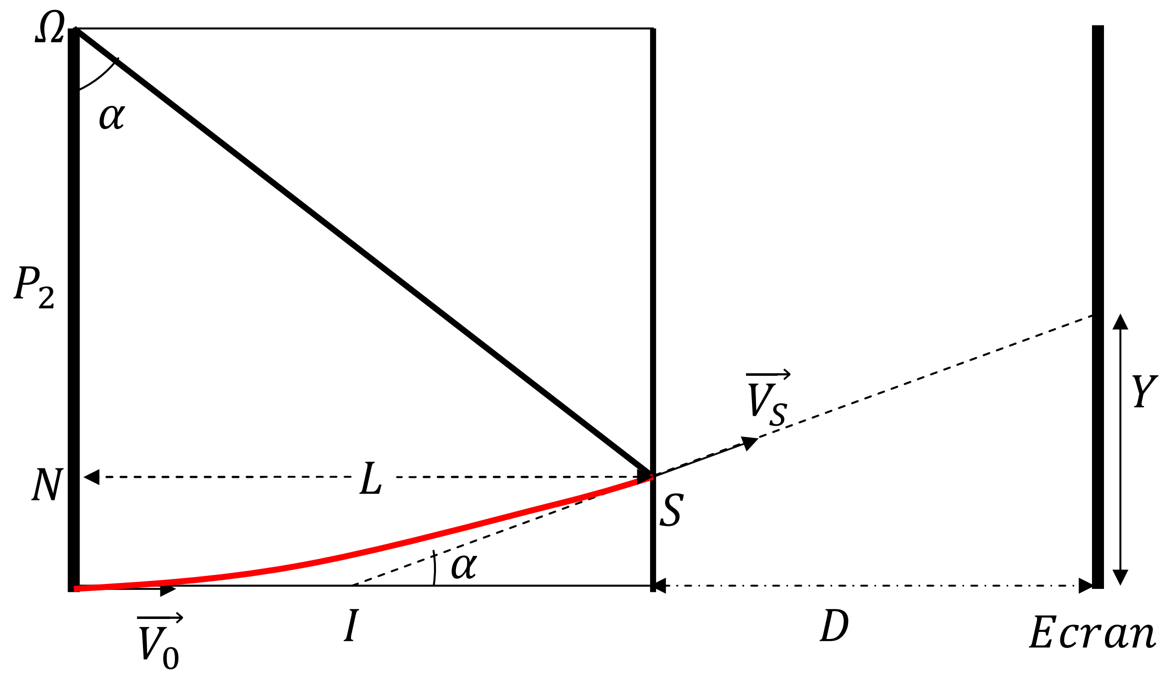
$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$. Or $\vec{V} = cte \quad \Rightarrow \quad \vec{a}_t = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{0}$. Alors: $\vec{a} = \vec{a}_n$

et T.C.I s'écrit :

$$\overrightarrow{F_m} = m\overrightarrow{a_n} \quad \Rightarrow \quad F_m = eV_0B = m\frac{{V_0}^2}{R}$$

$R = \frac{mV_0}{eB} = ct$. D'où le mouvement est circulaire.

3. Déviation $\alpha$ et la déflexion $Y$



$tan\alpha = \frac{L}{\Omega N}$

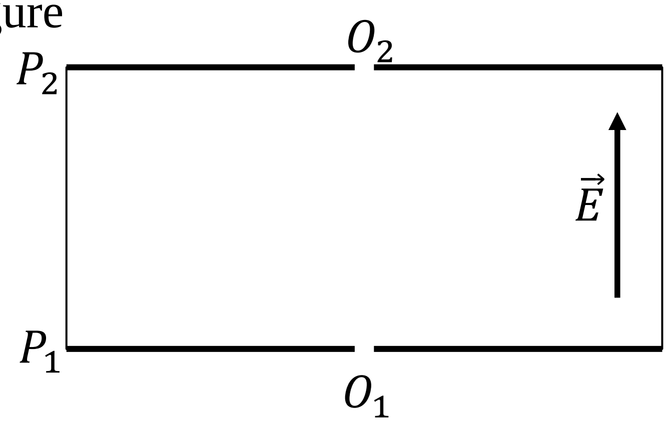
$\alpha$ faible $\Rightarrow$ $tan\alpha \approx \alpha$ et $\Omega N \approx R$. Alors :

$\boldsymbol{\alpha = \frac{L}{R} = \frac{eLB}{mV_0}}$ ; $\boldsymbol{\alpha = 0,4 rad}$

$tan\alpha \approx \alpha = \frac{Y}{D+\frac{L}{2}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{Y = \alpha\left(D + \frac{L}{2}\right)}$; $\boldsymbol{Y = 0,2m = 20cm}$

## Exercice 2 :

1. Figure




$q > 0$ ($q = +e$). Donc $\vec{E}$ et $\vec{F}$ sont de même sens ($\vec{F} = q\vec{E}$).

- Signe de $U = V_{P1} - V_{P2}$

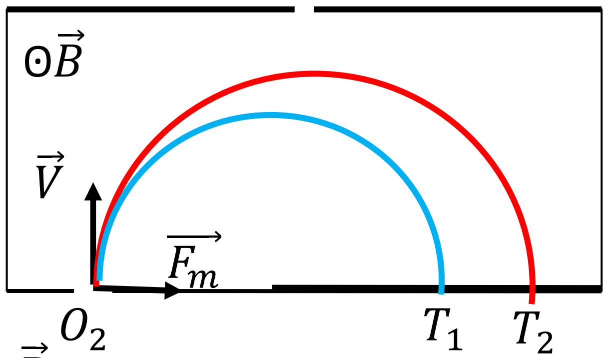
Selon le sens de $\vec{E}$, $V_{P1} > V_{P2}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{U} > 0$

- Expressions des vitesses $V_1$ et $V_2$ en fonction de $m_1$ et $m_2$

T.E.C s'écrit : $\frac{1}{2}mV^2 - 0 = eU$ $\Rightarrow$ $V = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$. donc :

$\boldsymbol{V_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}}}$ et $\boldsymbol{V_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}}$

2. Figure




a) Sens de $\vec{B}$

La règle de la main droite indique que le champ magnétique $\vec{B}$ est sortant comme l'indique la figure.

b) Montrons que le mouvement est uniforme.

Par définition, la puissance de la force magnétique est donnée par la relation : $\mathcal{P} = \overrightarrow{F_m} \cdot \vec{V}$ or $\overrightarrow{F_m} \perp \vec{V} \Rightarrow \mathcal{P} = 0$ et donc $W(F_m) = 0 \Rightarrow \Delta E_C = 0$. Donc $\vec{V} = cte$.

**D'où le mouvement est uniforme.**

Dans la base de FRENET, on écrit :

$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$. Or $\vec{V} = cte \Rightarrow \vec{a}_t = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{0}$. Alors:

$\vec{a} = \vec{a}_n$ et T.C.I s'écrit :

$\overrightarrow{F_m} = m\overrightarrow{a_n} \Rightarrow F_m = eV_0B = m\frac{{V_0}^2}{R}$

$R = \frac{mV_0}{eB} = ct.$

**D'où le mouvement est circulaire.**

- Expression de $R_1$ et $R_2$

$R_1 = \frac{m_1V_1}{eB} = \frac{m_1}{eB} \times \sqrt{\frac{2eU}{m_1}}$

$\boldsymbol{R_1 = \frac{1}{B} \times \sqrt{\frac{2m_1U}{e}}}$ et $\boldsymbol{R_2 = \frac{1}{B} \times \sqrt{\frac{2m_2U}{e}}}$

3. $\frac{m_2}{m_1} = \frac{A_2}{A_1}$

- Valeur de $A_2$

$d_1 = O_2T_1 = 2R_1$ et $d_2 = O_2T_2 = 2R_2$

$\frac{d_2}{d_1} = \frac{R_2}{R_1} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\frac{2m_2U}{e} \times \frac{e}{2m_1U}} = \frac{d_2}{d_1}$

$\sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \frac{d_2}{d_1}$

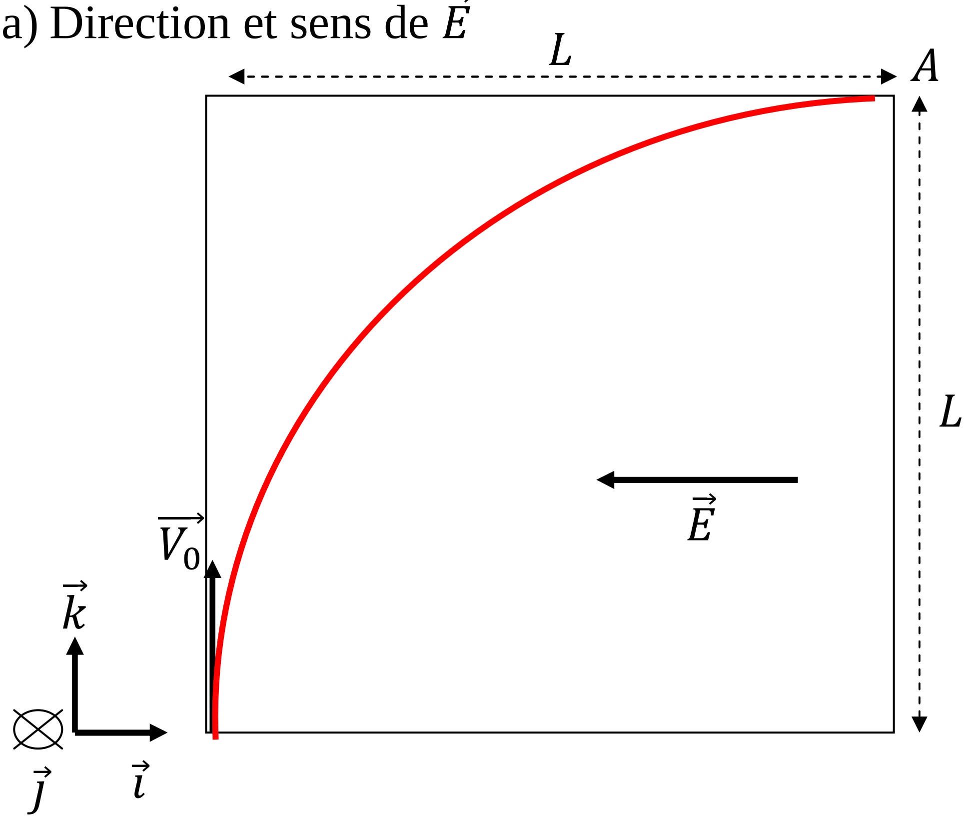
$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{A_2 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \cdot A_1 \quad A_2 = 42}$

**Exercice 3 :**

$\overrightarrow{V_0} = V_0\vec{k}$

1. $A(L \ ; \ 0 \ ; \ L)$

a) Direction et sens de $\vec{E}$




$q = -e$. Donc $\vec{E}$ est de sens opposé à $\overrightarrow{Fe}$ . alors : $\vec{E}$ est dirigé de P vers P'.

b) Equation horaire du mouvement :

T.C.I : $\overrightarrow{Fe} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$

| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{OM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | $\frac{eE}{m}$ | $\frac{eE}{m}t$ | $\frac{eE}{2m}t^2$ |
| $y$ | $0$ | $0$ | $0$ |
| $z$ | $0$ | $V_0$ | $V_0t$ |

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = \frac{eE}{2m}t^2} \\ \boldsymbol{y = 0} \\ \boldsymbol{z = V_0t} \end{cases}$$

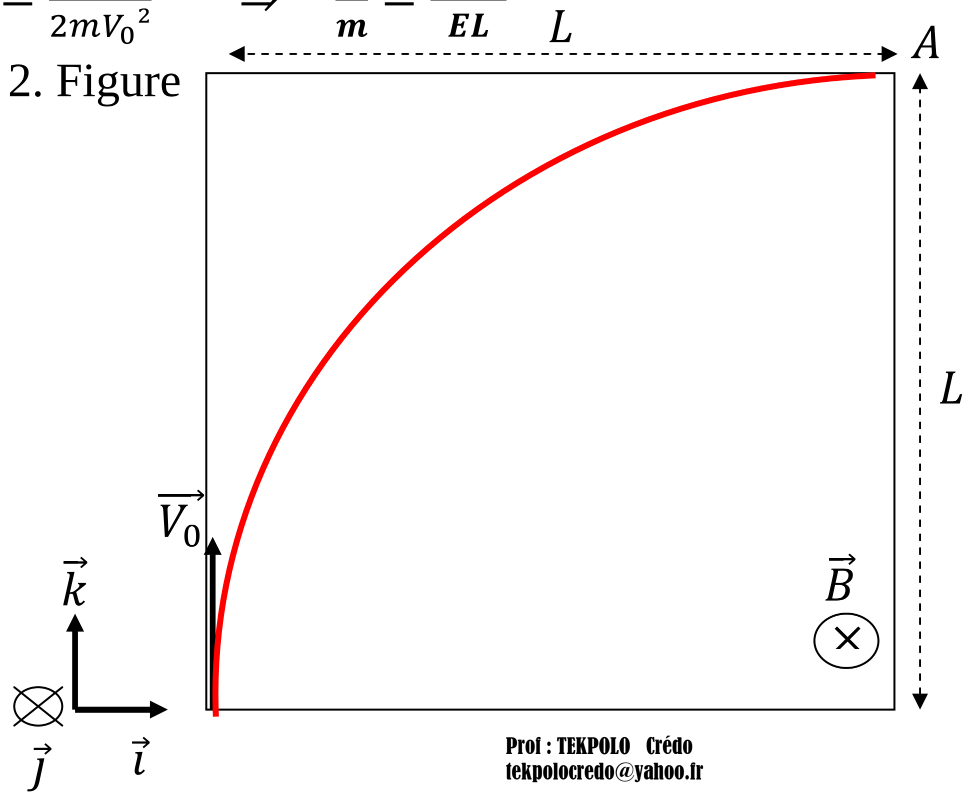
c) Relation donnant le quotient $\frac{e}{m}$

$z = V_0t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{z}{V_0}$

$x = \frac{eEz^2}{2mV_0{}^2}$ . en A, $x = L$ et $z = L$. On a :

$L = \frac{eEL^2}{2mV_0{}^2} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{e}{m} = \frac{2V_0{}^2}{EL}}$

2. Figure



a) Direction et sens de $\vec{B}$

Direction : celle du vecteur $\vec{j}$

Sens : la règle de la main droite donne $\vec{B}$ entrant

b) Montrons que le mouvement est uniforme

$\overrightarrow{F_m} \perp \vec{V}$ $\quad \mathcal{P} = 0$ et donc $W = 0$. Donc $\Delta E_C = 0$. La vitesse est alors constante. **D'où le mouvement est uniforme.**

c) Equation cartésienne de la trajectoire.

$V = cte \quad \Rightarrow \quad a_t = \frac{dV}{dt} = 0$. Alors $\vec{a} = \overrightarrow{a_n}$ qui est centripète.

La trajectoire est donc circulaire dans le plan $(O \; ; \; \vec{\imath} \; ; \; \vec{k})$. On écrit alors :

$(x - x_0)^2 + z^2 = L^2$

La trajectoire passe par le point A. donc

$$(L - x_0)^2 + L^2 = L^2 \quad \Rightarrow \quad x_0 = L$$

D'où l'équation de la trajectoire :

$$\boldsymbol{(x - L)^2 + z^2 = L^2}$$

d) Relation donnant le quotient $\frac{e}{m}$

On a : $R = L = \frac{mV_0}{eB} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{e}{m} = \frac{V_0}{BL}}$

e) Déterminons $V_0$

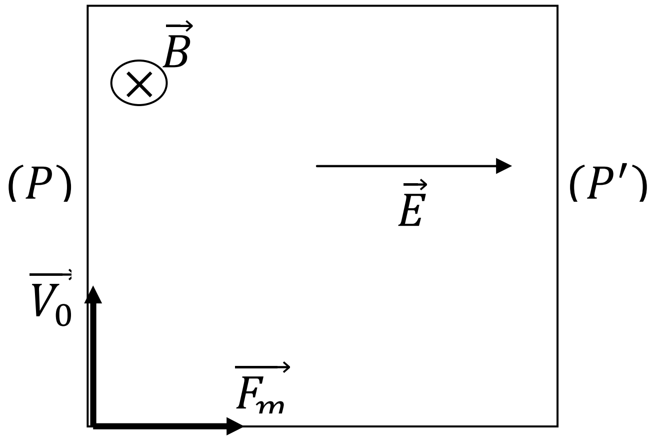
$\frac{V_0}{BL} = \frac{2{V_0}^2}{EL} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V_0 = \frac{E}{2B}} \;\; ; \; \boldsymbol{V_0 = 1,2.10^7 m/s}$

- Valeur de $\frac{e}{m}$

$\boldsymbol{\frac{e}{m} = 1,8.10^{11} C/kg}$

3. Caractéristiques de $\vec{E}$ à superposer à $\vec{B}$

Mouvement rectiligne $\Rightarrow \quad \overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_m} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{F_m} = e\vec{E}$



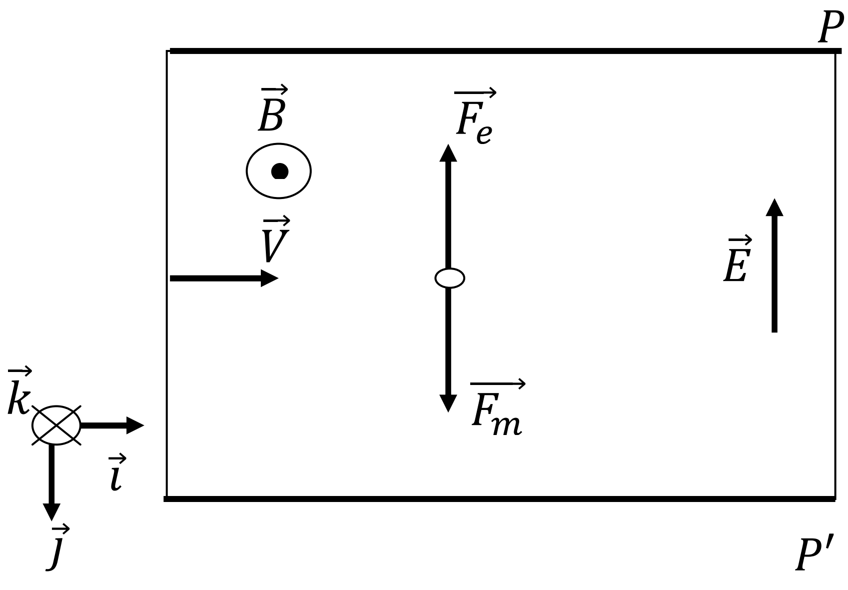

$\vec{E}$ a la même direction et le même sens que $\overrightarrow{F_m}$

$F_m = eE \quad \Leftrightarrow \quad eV_0B = eE$

$\boldsymbol{E = V_0B}$ ; $\boldsymbol{E = 20280V/m}$

## Exercice 5 :

1. Sens et intensité de $\vec{E}$

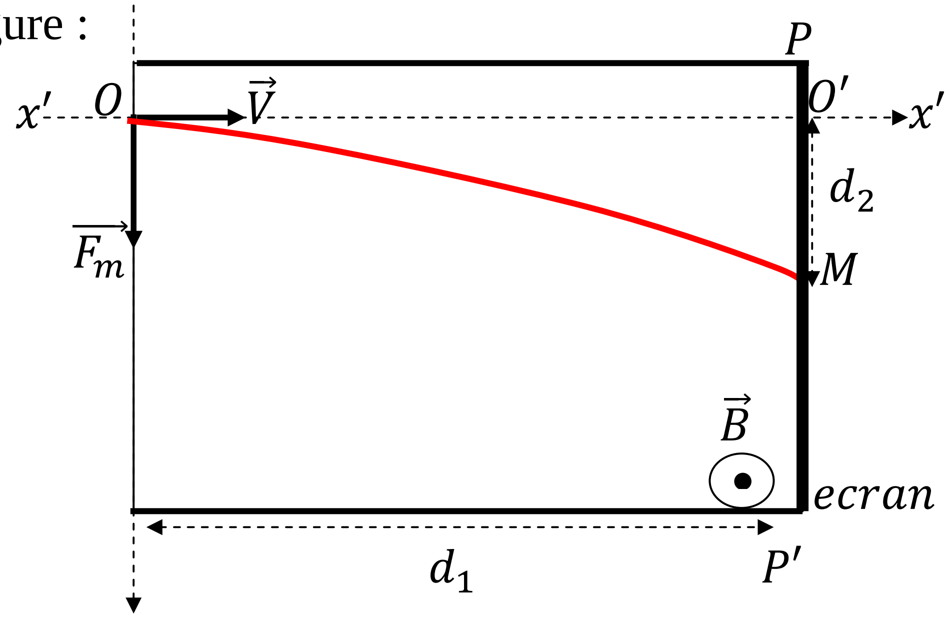



Les particules n'étant pas déviées, on a :

$\overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_m} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{F_m} = -\overrightarrow{F_e}$. Donc : $\vec{E}$ a le même sens que $\overrightarrow{F_e}$.

$\overrightarrow{F_m} = -\overrightarrow{F_e} \quad \Rightarrow \quad qE = qVB$. $\boldsymbol{E = VB}$

2. Figure :




a) Montrons que le mouvement est circulaire et uniforme

Par définition, la puissance de la force magnétique est donnée par la relation : $\mathcal{P} = \overrightarrow{F_m} \cdot \vec{V}$ or $\overrightarrow{F_m} \perp \vec{V} \Rightarrow \mathcal{P} = 0$ et donc $W(F_m) = 0 \Rightarrow \Delta E_C = 0$. Donc $\vec{V} = cte$.

**D'où le mouvement est uniforme.**

Dans la base de FRENET, on écrit :

$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$. Or $\vec{V} = cte \Rightarrow \vec{a}_t = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{0}$. Alors:

$\vec{a} = \vec{a}_n$ et T.C.I s'écrit :

$\overrightarrow{F_m} = m\overrightarrow{a_n} \Rightarrow F_m = eV_0B = m\frac{{V_0}^2}{R}$

$R = \frac{mV}{eB} = ct.$

**D'où le mouvement est circulaire.**

b) Coordonnées du centre Ω

$\overrightarrow{F_m} = m\overrightarrow{a_n} \Rightarrow \overrightarrow{F_m}$ est centripète (toujours dirigée vers le centre Ω). Donc Ω est sur l'axe $(Oy)$. On en déduit que : $\Omega(R \;;\; 0 \;;\; 0)$

c) Equation cartésienne de la trajectoire

Trajectoire circulaire de centre $\Omega$ et de rayn $R$. Donc :
$(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{R})^{\mathbf{2}}+\boldsymbol{y}^2=\boldsymbol{R}^2$

- Expression de $R$ en fonction de $d_1$ et $d_2$

Le point $M(d_1\ ;\ d_2\ ;0)$ $\Rightarrow$
$(d_1-R)^2+{d_2}^2=R^2 \Leftrightarrow {d_1}^2+{d_2}^2-2Rd_1+R^2=R^2$
${d_1}^2+{d_2}^2-2Rd_1=0$
$\boldsymbol{R}=\frac{{\boldsymbol{d_1}}^2+{\boldsymbol{d_2}}^2}{\boldsymbol{2d_1}}$ **;** $\boldsymbol{R}=\mathbf{0{,}725m}$

3. a) Montrons que $\frac{|q|}{m}=\frac{E}{RBB\prime}$

$R=\frac{mV}{|q|B\prime}$ $\Rightarrow$ $\frac{|q|}{m}=\frac{V}{RB\prime}$ or $V=\frac{E}{B}$. D'où: $\frac{|\boldsymbol{q}|}{\boldsymbol{m}}=\frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{RBB\prime}}$

b) $q=3{,}2.10^{-19}C$ , $m=6{,}67.10^{-27}kg$

- sens de $\overrightarrow{B'}$

$q>0$ donc $\overrightarrow{B'}$ est sortant

- Intensité de $\overrightarrow{B'}$

$\frac{|q|}{m}=\frac{E}{RBB\prime}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{B'}=\frac{\boldsymbol{mE}}{|\boldsymbol{q}|\boldsymbol{RB}}$ **;** $\boldsymbol{B'}=\mathbf{0{,}24}\boldsymbol{T}$

4. a) Montrons que $V'\neq V$

T.E.C entre S et S'$\frac{1}{2}mV^2=qU_S$ $\Rightarrow$ $V^2=\frac{2qU_S}{m}$. on déduit :
$V'^2=\frac{2qU_S}{m\prime}$. alors :
$\frac{V^2}{V\prime^2}=\frac{m\prime}{m}$. or $m\neq m'$. d'où : $\boldsymbol{V}\neq\boldsymbol{V'}$

- Expression de $V'$ en fonction de $V$

$\frac{V\prime^2}{V^2}=\frac{m}{m\prime}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{V'}=\boldsymbol{V}\sqrt{\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{m\prime}}}$

b) Rayon $R'$

$R' = \frac{m'V'}{qB'} \Rightarrow R' = \frac{m'V}{qB'}\sqrt{\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{m'}}}$

$\boldsymbol{R' = \frac{V}{qB'}\sqrt{mm'} = \frac{E}{qBB'}\sqrt{mm'}}$

c) Distance $d$ entre les deux points d'impacts

AN : $R' = 0{,}627m$

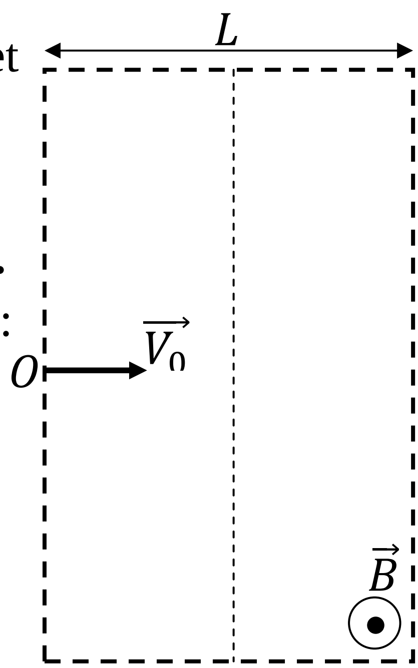
$\boldsymbol{d = 2(R - R')}$ ; $\boldsymbol{d = 0{,}196m}$.

**Exercice 6 :**

1. Tension accélératrice $U$

T.E.C $\frac{1}{2}m_P{V_0}^2 = eU \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{U = \frac{m_P{V_0}^2}{2e}}$ ; $\boldsymbol{U = 5{,}2.10^5V}$

2. Nature du mouvement




$\mathcal{P} = \overrightarrow{F_m} \cdot \vec{V}$ or $\overrightarrow{F_m} \perp \vec{V} \Rightarrow \mathcal{P} = 0$ et donc $W(F_m) = 0 \Rightarrow \Delta E_C = 0$.

Donc $\vec{V} = cte$.

**D'où le mouvement est uniforme.**

Dans la base de FRENET, on écrit :

$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$.

Or $\vec{V} = cte \quad \Rightarrow \quad \vec{a}_t = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{0}$.

Alors: $\vec{a} = \vec{a}_n$ et T.C.I s'écrit :

$\overrightarrow{F_m} = m_P\overrightarrow{a_n} \quad \Rightarrow$

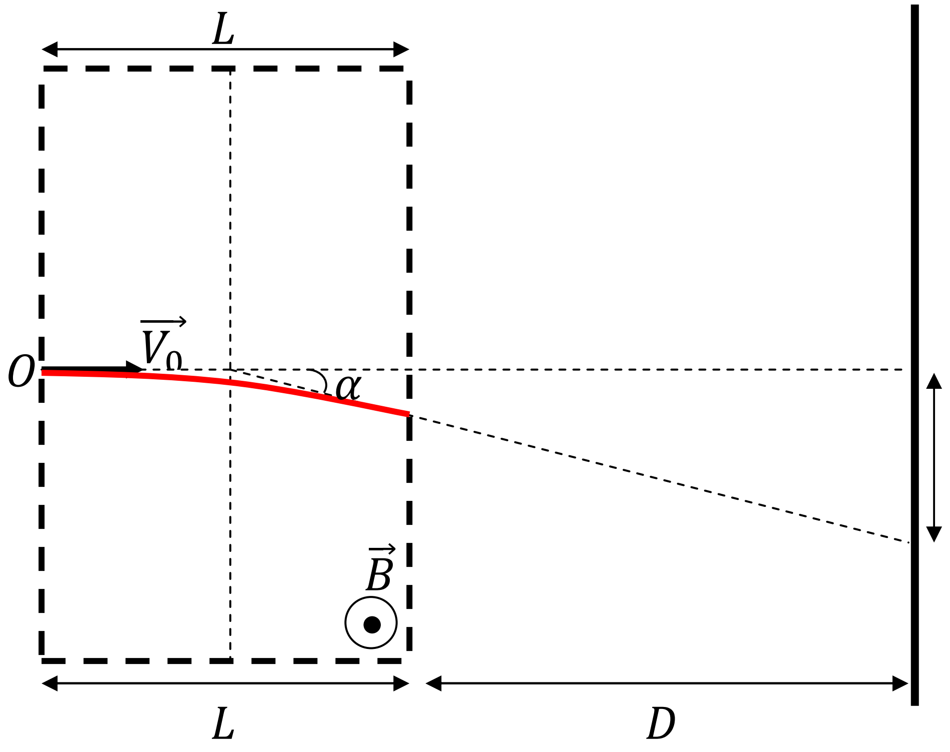
$F_m = eV_0B = m_P\frac{{V_0}^2}{R}$

$R = \frac{m_PV}{eB} = ct$.

**D'où le mouvement est circulaire.**

AN : $\boldsymbol{R = 103,75m}$

3. Calcul de la déviation




$\alpha$ très faible $\Rightarrow$ $tan\alpha \approx \alpha = \frac{L}{R} = \frac{Y}{D+\frac{L}{2}}$

Faisons l'approximation : $\frac{L}{2} < L \ll D$. Alors : $D + \frac{L}{2} \approx D$

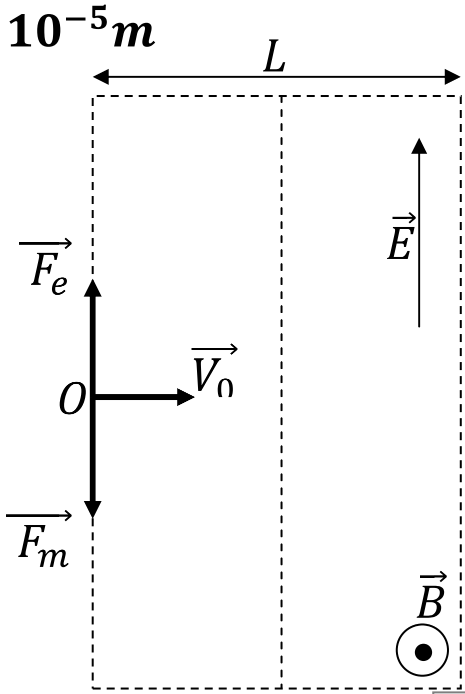
$\frac{L}{R} = \frac{Y}{D}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{Y = \frac{L \times D}{R}}$ **;** $\boldsymbol{Y = 4,82.10^{-5}m}$

4. Figure :

$\overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_m} = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{F_m} = -\overrightarrow{F_e}$.

$eE = eV_0B$. $\boldsymbol{E = V_0B}$

$\boldsymbol{E = 10^4 V/m}$



## Exercice 9 :

1. Expression de $R_1$

$$\boldsymbol{R_1 = \frac{mV_0}{eB}}$$

- Durée $t_1$ du trajet

Le mouvement est uniforme. Donc :

$$\pi R_1 = V_0 t_1 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t_1 = \frac{\pi R_1}{V_0}}$$

2. Vitesse $V_1$

T.E.C $\frac{1}{2}m(V_1^2 - V_0^2) = eU \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V_1 = \sqrt{V_0{}^2 + \frac{2eU}{m}}}$

$\vec{E}$ est dirigé de $P_2$ vers $P_1$. Donc : $V_{P_1} > V_{P_2} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{U} < 0$.

$$V_2 = V_1$$

3. Rayon $R_2$

$$R_2 = \frac{mV_1}{eB}$$

- Durée $t_2$

$$\pi R_2 = V_1 t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{\pi R_2}{V_1}$$

4. Lorsque les protons quittent $(D_2)$, $V_{P_1} < V_{P_2}$ selon le sens de $\vec{E}$. Donc $\boldsymbol{U} > 0$.

- Calcul de la période $T$ et la période de $U$

$$T = t_1 + t_2$$

$$\boldsymbol{T = \frac{\pi R_1}{V_0} + \frac{\pi R_2}{V_1}\ ;\ N = \frac{1}{T}}$$

5. Calcul de $V$ et $E_{Cmax}$

$$R_D \leq R \quad \Leftrightarrow \quad R_D \leq \frac{mV}{eB}$$

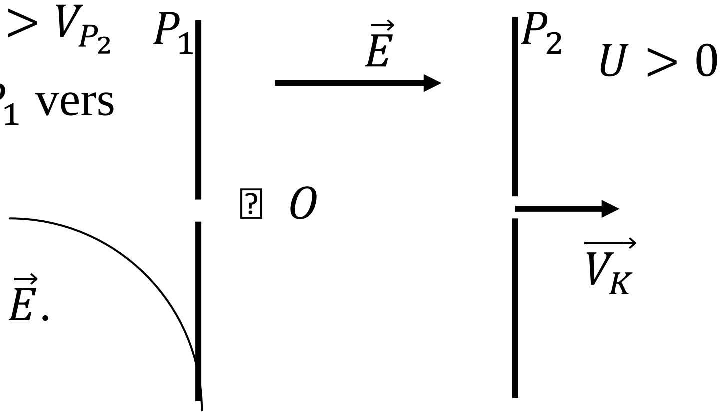
$$V \geq \frac{eBR_D}{m} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V_{max} = \frac{eBR_D}{m}}$$

$$E_{Cmax} = \frac{1}{2} m\, V_{max}{}^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{E_{Cmax} = \frac{m\, e^2 B^2 R_D{}^2}{2}}$$

## Exercice 10 :

1. a) Sens de $\vec{E}$

$V_{P_1} - V_{P_2} > 0 \Rightarrow V_{P_1} > V_{P_2}$




Alors $\vec{E}$ est dirigé de $P_1$ vers $P_2$.

- Signe de $q$

$\overrightarrow{F_e}$ a le même sens que $\vec{E}$.

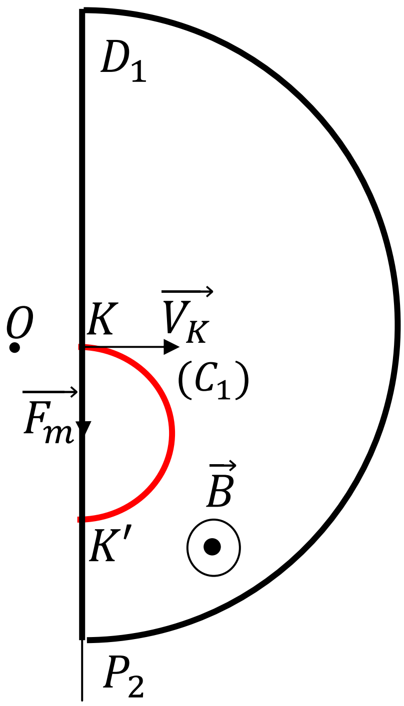
Donc : $q > 0$

- Nature du mouvement

Le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.

b) Sens de $\vec{B}$

$\vec{B}$ est sortant.




c) Energie cinétique en $K$ et $K'$

$E_{CK} = E_{CK'} = \frac{1}{2} m V_K{}^2$ car le mouvement est uniforme à l'intérieur du champ magnétique.

$\vec{B}$ joue le rôle d'un déviateur de particules chargées.

d) Distance $KK'$

$KK' = 2R \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{KK'} = \frac{\boldsymbol{2mV_K}}{\boldsymbol{qB}}$

2. a) De $P_2$ vers $P_1$ le mouvement est rectiligne uniformément accéléré

b) Energie cinétique au point $L$

T.E.C entre $K'$ et $L$ : $E_{CL} - E'_{CK} = q|U|$

$\boldsymbol{E_{CL} = \frac{1}{2}mV_K{}^2 + q|U|}$

c) Rôle accélérateur

3. a) Expression de la distance $LL'$

$LL' = 2R' \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{LL'} = \frac{\boldsymbol{2mV_L}}{\boldsymbol{qB}}$

$V_L = \sqrt{V_K{}^2 + \frac{2q|U|}{m}}$ . alors :

$\boldsymbol{LL' = \frac{2m}{qB}\sqrt{V_K{}^2 + \frac{2q|U|}{m}}}$

$\boldsymbol{LL'} > KK'$

b) Calcul de $t_1$ et $t_2$

$\pi R = Vt_1 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t_1} = \frac{\boldsymbol{\pi R}}{\boldsymbol{V_K}}$

$t_2 = \frac{\pi R'}{V_L}$. or $\frac{LL'}{KK'} = \frac{R'}{R} = \frac{\sqrt{\boldsymbol{V_K}^2 + \frac{\boldsymbol{2q|U|}}{\boldsymbol{m}}}}{\boldsymbol{V_K}}$

$\frac{R'}{R} = \sqrt{1 + \frac{2q|U|}{mV_K{}^2}}$ . donc $t_2 = \frac{\pi R}{V_L}\sqrt{1 + \frac{2q|U|}{mV_K{}^2}}$

$t_2 = \pi R\sqrt{\left(1 + \frac{2q|U|}{mV_K{}^2}\right) \times \left(\frac{m}{mV_K{}^2 + 2q|U|}\right)}$

$$t_2 = \pi R\sqrt{\left(\frac{mV_K{}^2+2q|U|}{mV_K{}^2}\right)\times\left(\frac{m}{mV_K{}^2+2q|U|}\right)}$$

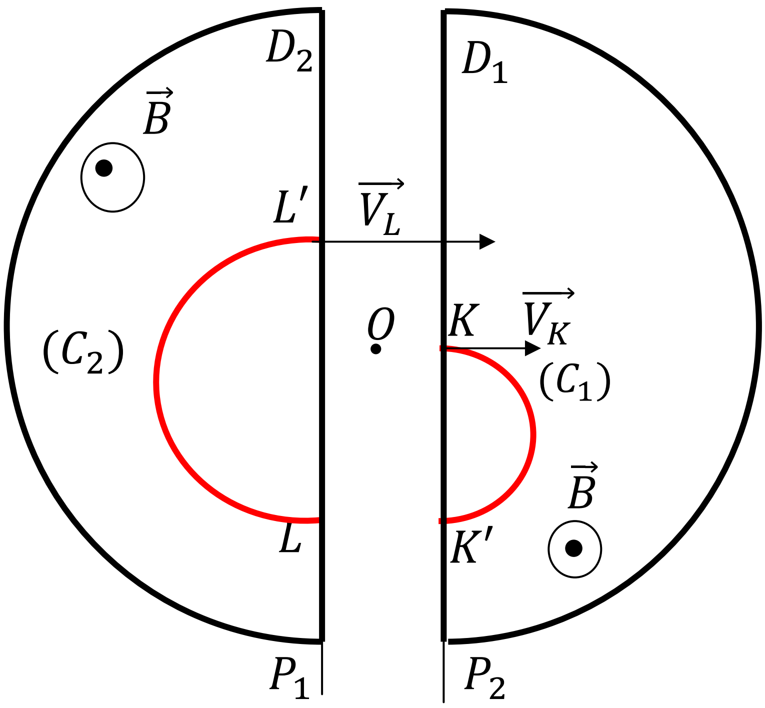
$$\boldsymbol{t_2 = \frac{\pi R}{V_K}}$$

$$\boldsymbol{t_2 = t_1}$$

4. a) Fréquence de la $ddp$

$$T = t_2 + t_1 = \frac{2\pi R}{V_K} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{N = \frac{V_K}{2\pi R}}$$

b) Entre deux passages la particule est deux fois accélérées. Le changement de signe de $U$ permet de toujours accélérer la particule à l'intérieur du champ électrique.

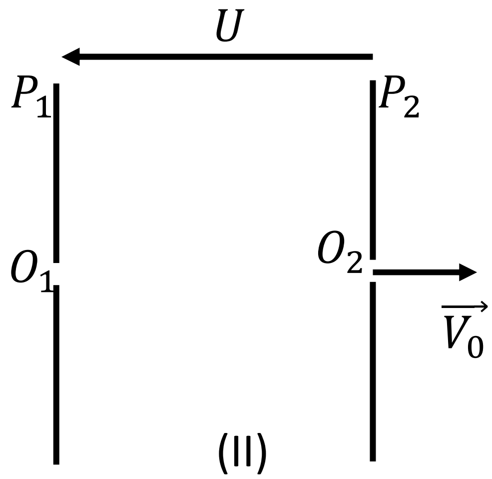



d) Expression de l'énergie cinétique $E_C$

$$E_C = \frac{1}{2}mV^2 \text{ or } R = \frac{mV}{qB} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{qBR}{m}\text{. Alors on a:}$$

$$\boldsymbol{E_C = \frac{q^2B^2R^2}{2m}}$$

**Exercice 12 :**




1. $x = \frac{eU^2t^2}{2md}$

Expression de $V_{O_2}$

T.E.C:

$\frac{1}{2}m{V_{O_2}}^2 = eU$

$\boldsymbol{V_{O_2} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}}$

a) Nature du mouvement dans la zone (III)

$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad m\vec{a} = \vec{0}$. Soit $\vec{a} = \vec{0}$. Le mouvement est alors rectiligne et uniforme.

b) Durée entre $O_2$ et $O_3$

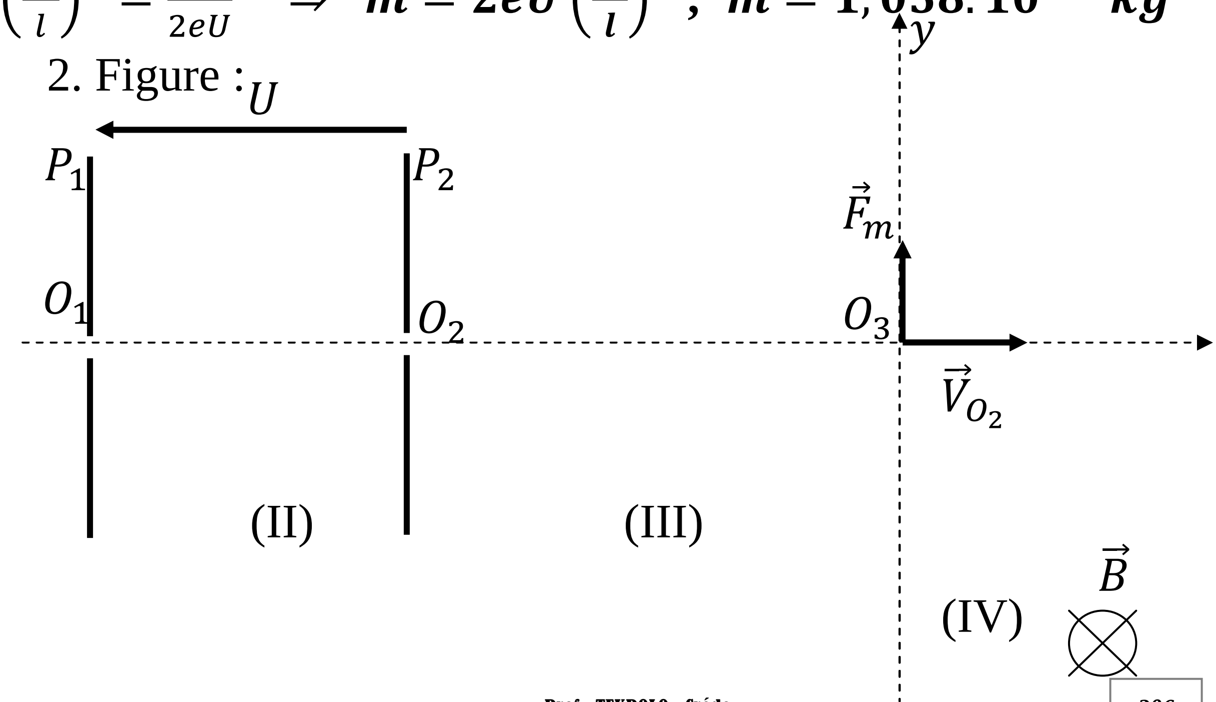
$l = V_{O_2}\Delta t \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\Delta t = \frac{V_{O_2}}{l} = l\sqrt{\frac{m}{2eU}}}$

c) $\Delta t = 11{,}5.10^{-6}s$

Déduisons $m$

$\left(\frac{\Delta t}{l}\right)^2 = \frac{m}{2eU} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{m = 2eU\left(\frac{\Delta t}{l}\right)^2 \; ; \; m = 1{,}058.10^{-22}kg}$

2. Figure :



- Sens de $\vec{B}$

Donné par la règle de la main droite, on a :
$\vec{B}$ rentrant.

3. Montrons que le mouvement est plan, uniforme et circulaire

T.C.I s'écrit : $\vec{F}_m = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}_m}{m}$

| | $\vec{a}$ | $\vec{V}$ | $\overrightarrow{OM}$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | $V_{O_2}$ | $V_{O_2}t = V't$ |
| $y$ | $\frac{F_m}{m}$ | $\frac{F_m}{m}t$ | $\frac{F_m}{2m}t^2$ |
| $z$ | 0 | 0 | 0 |

On a : $z = 0$. Donc il n'y a pas de mouvement suivant l'axe $(O, \vec{k})$. D'où le mouvement est plan.

- $\mathcal{P} = \overrightarrow{F_m} \cdot \vec{V}$ or $\overrightarrow{F_m} \perp \vec{V} \Rightarrow \mathcal{P} = 0$ et

donc $W(F_m) = 0 \Rightarrow \Delta E_C = 0$.

Donc $\vec{V} = cte.$

**D'où le mouvement est uniforme.**

Dans la base de FRENET, on écrit :

$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$. Or $\vec{V} = cte \Rightarrow \vec{a}_t = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{0}$. Alors:

$\vec{a} = \vec{a}_n$ et T.C.I s'écrit :

$\overrightarrow{F_m} = m_P\overrightarrow{a_n} \Rightarrow$

$F_m = eV_0B = m\frac{V'^2}{R}$

$R = \frac{mV'}{eB} = ct.$

**D'où le mouvement est circulaire.**

4. Expression de $R$

$R = \frac{mV'}{eB}$ or $V' = \sqrt{\frac{2eB}{m}}$. Alors: $\boldsymbol{R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}}$

On donne : $O_3A = 0{,}242m$

- Valeur de la masse de l'ion

$O_3A = 2R = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2mU'}{e}} \Rightarrow \boldsymbol{m = \frac{(O_3A)^2B^2e}{8U'}; m = 4{,}74.10^{-25}kg}$

- Substance absorbée

$n = \frac{m}{M} = \frac{1}{\aleph} \Rightarrow$ $\boldsymbol{M = m\aleph}$ **;** $\boldsymbol{M = 285{,}3g/mol \approx 285g/mol}$

**La particule *X* est de la morphine.**

**<u>Exercice 14 :</u>**

1. ${}^{35}_{17}Cl^-$ ; ${}^{37}_{17}Cl^-$ ; $U_0 = 100V$

${}^{35}_{17}Cl^-$ : $M_1 = 35.10^{-3}kg/mol$

${}^{37}_{17}Cl^-$ : $M_2 = 37.10^{-3}kg/mol$

$\aleph = 6{,}03.10^{23}mol^{-1}$

- Valeurs $V_1$ et $V_2$

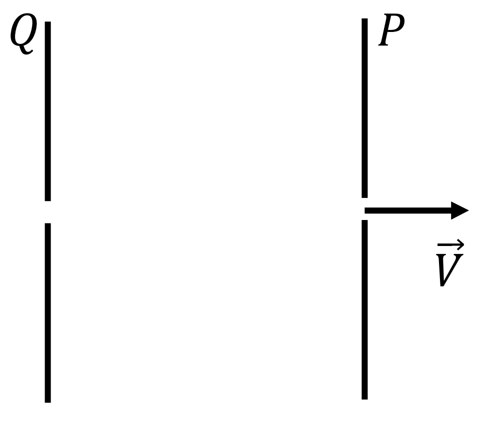
T.E.C :

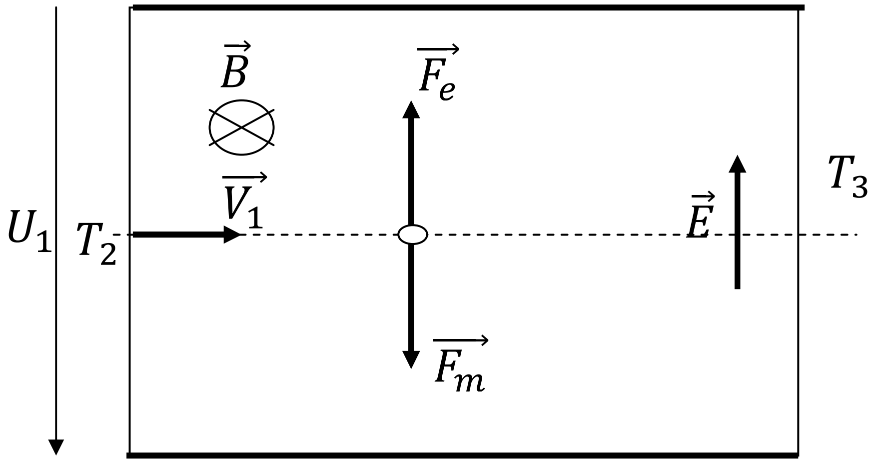
$\frac{1}{2}mV^2 = eU \quad \Rightarrow \quad V = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

Donc en fonction des masses :

$\boldsymbol{V_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}}}$ et $\boldsymbol{V_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}}$

2. Figure






$U_{P'Q'} = U_1 > 0$

$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{F_m} = -\overrightarrow{F_e}$

- Valeur de $\vec{B}$

$\overrightarrow{F_m} = -\overrightarrow{F_e} \quad \Rightarrow \quad eV_1B = eE$

$B = \frac{E}{V_1}$ or $E = \frac{U_1}{d}$. Alors $\boldsymbol{B = \frac{U_1}{dV_1}}$

D'autre part on a : $V_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{B = \frac{U_1}{d}\sqrt{\frac{m_1}{2eU}}}$

$m_1 = \frac{M_1}{\aleph}$

$\boldsymbol{B = \frac{U_1}{d}\sqrt{\frac{M_1}{2eU\aleph}}}$ ; $\boldsymbol{B = 17,04mT}$

3. $U_{P'Q'} = U_2$

- Expression de la tension $U_2$

$\overrightarrow{F_m} = -\overrightarrow{F_e} \quad \Rightarrow \quad eV_2B = eE$

$V_2B = E = \frac{U_2}{d} \quad \Rightarrow \quad U_2 = dBV_2$

$$\boldsymbol{U_2 = dB\sqrt{\frac{2eU}{m_2}}}$$

- Expression de $U_2$ en fonction de $U_1$ ; $m_1$ et $m_2$

$$B = \frac{U_1}{d}\sqrt{\frac{m_1}{2eU}} \Rightarrow \boldsymbol{U_1 = dB\sqrt{\frac{2eU}{m_1}}}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \boldsymbol{U_2 = U_1\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}}$$

- Valeur de $U_2$

$$U_2 = U_1\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{M_1}{M_2} \Rightarrow \boldsymbol{U_2 = U_1\sqrt{\frac{M_1}{M_2}}}$$

$$\boldsymbol{U_2 = 194,52V}$$

- Valeur de $U_{P'Q'}$

$$U_{P'Q'} = U_2 - U_1$$

$$\boldsymbol{U_{P'Q'} = 3,48V}$$

# Chapitre VI:

# OSCILLATEURS ELECTRIQUES : CIRCUITS R L C

## Exercice 1 :

1. a) Expression de l'inductance $L$

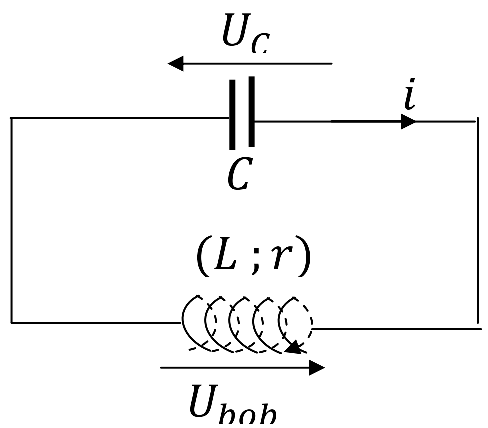
Par définition : $\Phi = Li$ or $\Phi = NBS = \mu_0 \frac{N^2}{l} Si$. Alors :

$\mu_0 \frac{N^2}{l} Si = Li \quad \Rightarrow \quad L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S$ avec $S = \pi \frac{D^2}{4}$

$\boldsymbol{L = \frac{\mu_0 \pi N^2 D^2}{4l}} \quad ; \quad \boldsymbol{L = 0,02H}$

b) On observe le phénomène de l'auto – induction lorsque la bobine est traversée par un courant. Ce phénomène s'oppose à l'établissement du courant dans le circuit.

2. a) Equation différentielle




$U_C + U_L = 0$

$U_C + L \frac{di}{dt} = 0$ or $i = \dot{q} = C\dot{U}_C$

$U_C + LC \frac{d\dot{U}_C}{dt} = 0$

$\boldsymbol{\ddot{U}_C + \frac{1}{LC} U_C = 0}$

b) Déduction de $q$ en fonction du temps

$U_C = U_0 cos(wt + \varphi)$

A $t = 0$ , $U_0 cos(\varphi) = U_0 \quad \Rightarrow \quad cos\varphi = 1$. Soit $\varphi = 0$

$w = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \boldsymbol{10^4 rad/s}$

$U_C = U_0 cos(10000t) \quad \Rightarrow \quad q = CU_0 cos(10^4 t)$

$\boldsymbol{q = 5.10^{-5} cos(10^4 t)}$

- Expression de $i$ en fonction du temps

$$i = \frac{dq}{dt} = -0{,}5\ sin(10^4 t)$$

$\boldsymbol{i = -0{,}5\ sin(10^4 t)}$

d) Energies emmagasinées par le condensateur et la bobine

- Dans la bobine

$$E_{mb} = \frac{1}{2} L i^2$$

$$E_{mb} = \frac{(CU_0)^2 w^2 L}{2} sin^2(wt)$$

$$E_{mb} = \frac{C{U_0}^2}{2} sin^2(wt)$$

- Dans le condensateur

$$E_{mC} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

$$E_{mC} = \frac{C{U_0}^2}{2} cos^2(wt)$$

- Déduisons que $E$ est constante

$$E = E_{mb} + E_{mC}$$

$$E = \frac{C{U_0}^2}{2}(sin^2 wt + cos^2 wt)$$

$\boldsymbol{E = \frac{C{U_0}^2}{2}}$. D'où $E$ est constante.

## Exercice 2 :

1. Calculons $q$

$q_0 = CU_0$ ; $\boldsymbol{q_0 = 1,5.10^{-4}C}$

2. a) Etablissons l'équation différentielle

$U_C + U_L = 0$

$U_C + L\frac{di}{dt} = 0$ or $i = \dot{q} = C\dot{U}_C$

$U_C + LC\frac{d\dot{U}_C}{dt} = 0$ ; $\boldsymbol{\ddot{U}_C + \frac{1}{LC}U_C = 0}$

b) Expression de $u_C$ en fonction du temps

$$U_C = U_0cos(wt + \varphi)$$

c) Calcul de $w_0$ et $T_0$

$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ; $\boldsymbol{w_0 = 316,23rad/s}$

$T_0 = \frac{2\pi}{w_0}$ ; $\boldsymbol{T_0 = 2.10^{-2}S}$

d) Représentation de $U_C$ en fonction du temps

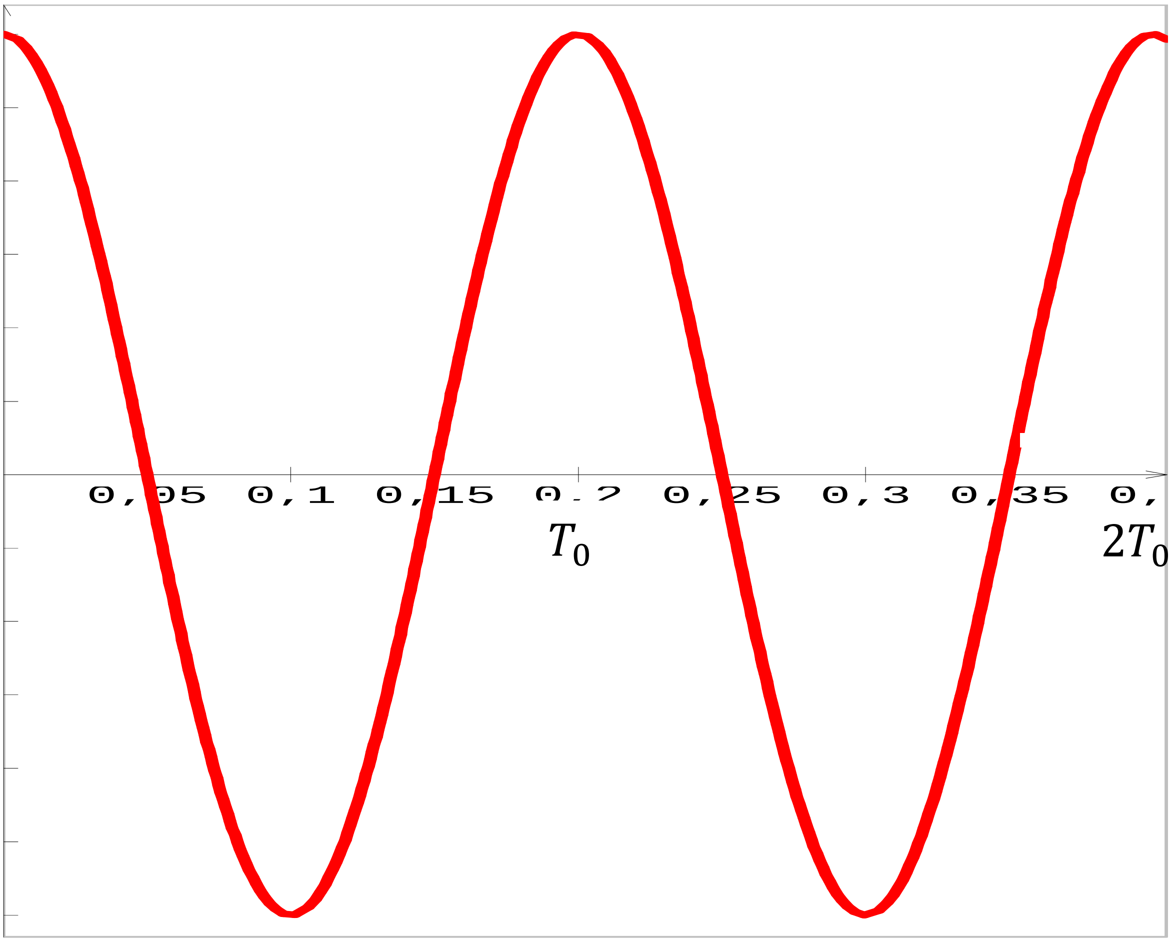
$l = 8cm$ ; $H = 4cm$

$T_0 = 2.10^{-2}s = 20ms$

$$1cm \rightarrow 5ms$$

$$x \rightarrow 20ms$$

$$x = 4cm$$




3. Nouvelle équation différentielle

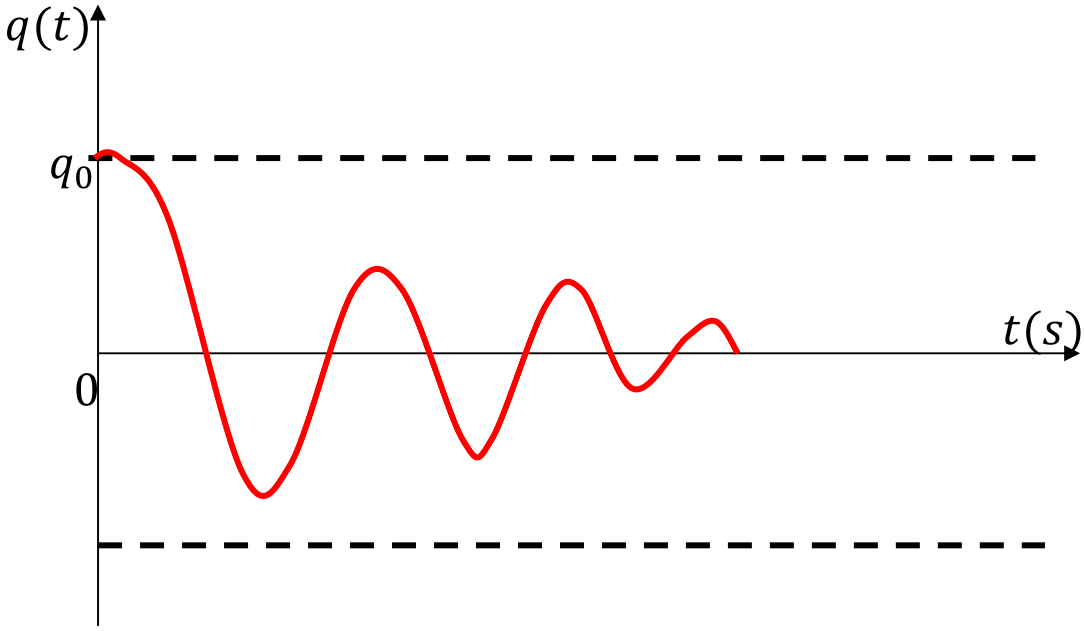
$$U_C + U_L = 0$$

$$U_C + L\frac{di}{dt} + Ri = 0 \text{ or } i = \dot{q} = C\dot{U}_C$$

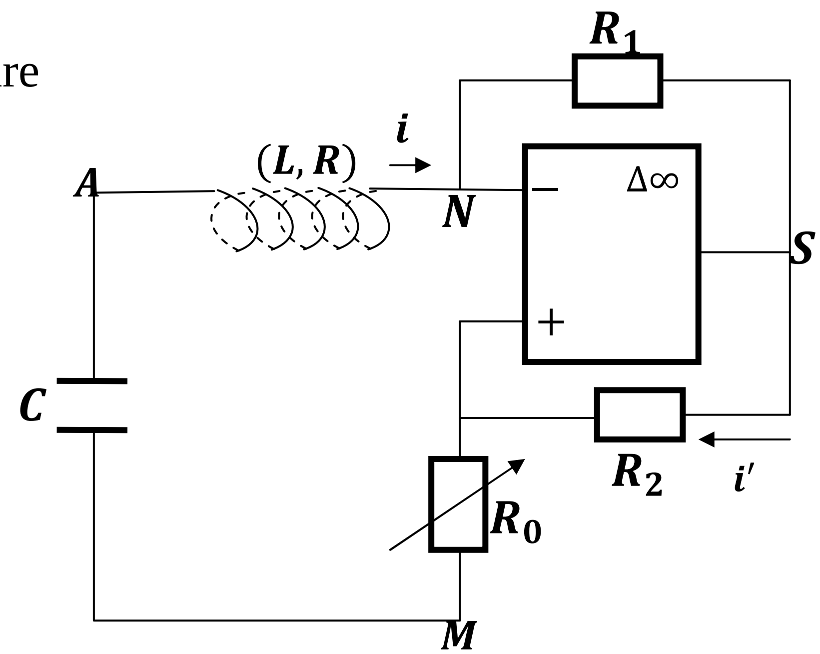
$$U_C + LC\frac{d\dot{U}_C}{dt} + RC\dot{U}_C = 0 \quad ; \quad \boldsymbol{\ddot{U}_C + \frac{R}{L}\dot{U}_C + \frac{1}{LC}U_C = 0}$$

b) Allure de la courbe

si $R$ est faible, les oscillations électriques sont progressivement amorties. On a u régime pseudo – périodique.




4. Figure




a) Relation entre $i$ et $i'$

Equation de la maille SNE⁺S :

$$R_1 i + R_2 i' = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{i' = -\frac{R_1}{R_2} i}$$

b) Expression de la tension $u_{NM}$ en fonction de $i, R_0, R_1, R_2$

On a $u_{NM} = R_0 i'$. D'après la question précédente :

$$\boldsymbol{u_{NM} = -R_0 \frac{R_1}{R_2} i}$$

c) Suivant le sens du courant $i'$ la tension $u_{NM} > 0$. Or $-R_0 \frac{R_1}{R_2} < 0$. D'où le générateur simule une résistance négative.

d) Valeur de $R_0$ pour retrouver le régime harmonique

Equation différentielle :

$$u_C + u_L + u_{NM} = 0$$

$$U_C + L\frac{di}{dt} + Ri - R_0 \frac{R_1}{R_2} i = 0 \text{ or } i = \dot{q} = C\dot{U}_C$$

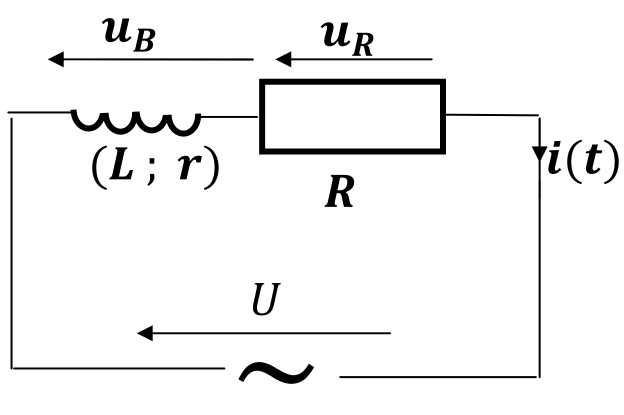
$$U_C + LC\frac{d\dot{U}_C}{dt} + RC\dot{U}_C - R_0 \frac{R_1}{R_2} C\dot{U}_C = 0$$

$$\boldsymbol{\ddot{U}_C + \frac{1}{L}\left(R - R_0 \frac{R_1}{R_2}\right)\dot{U}_C + \frac{1}{LC} U_C = 0}$$

On obtient le régime harmonique si : $R - R_0 \frac{R_1}{R_2} = 0$. Soit

$$\boldsymbol{R_0 = \frac{R \times R_2}{R_1}}$$

**<u>Exercice 5 :</u>**

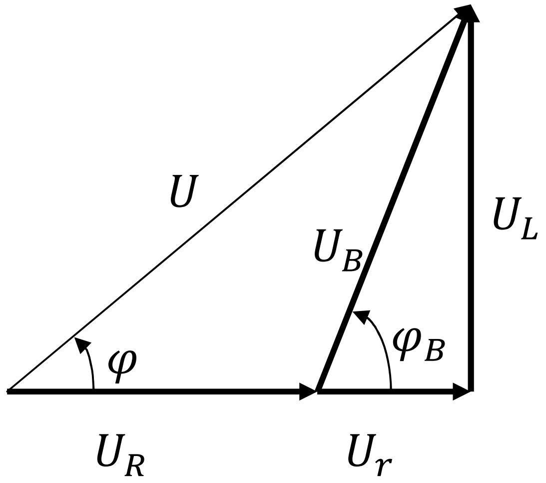



1. a) Déterminons la résistance $R$

$U_R = RI \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{R = \frac{U_R}{I}} \quad ; \quad \boldsymbol{R = 20\Omega}$

b) Diagramme de Fresnel

On a :




Calculons :

- la phase $\varphi$ de $i$ par rapport à $u$

$U^2 = (U_R + U_r)^2 + (U_L)^2$

$(U_R + U_r)^2 = U^2 - {U_L}^2$

${U_B}^2 = {U_r}^2 + {U_L}^2 \quad \Rightarrow \quad {U_L}^2 = {U_B}^2 - {U_r}^2$

Alors :

$(U_R + U_r)^2 = U^2 - {U_L}^2$

${U_R}^2 + {U_r}^2 + 2U_R U_r = U^2 - {U_B}^2 + {U_r}^2$

$2U_R U_r = U^2 - {U_B}^2 - {U_R}^2$

$\boldsymbol{U_r = \frac{U^2 - {U_B}^2 - {U_R}^2}{2U_R}} \quad ; \quad \boldsymbol{U_r = 20V}$

On pose alors :

$cos\varphi = \frac{U_R + U_r}{U} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\varphi = cos^{-1}\left(\frac{U_R + U_r}{U}\right)} ; \ \boldsymbol{\varphi = 43,34°}$

- la phase $\varphi_B$ de $i$ par rapport à $u_B$

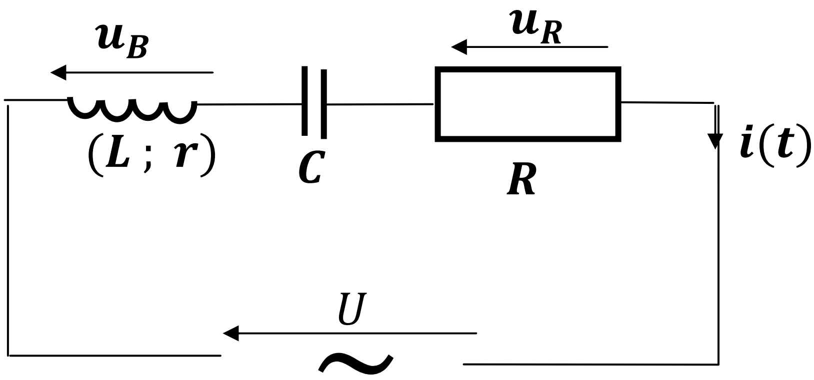
$cos\varphi_B = \frac{U_r}{U_B} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\varphi_B = cos^{-1}\left(\frac{U_r}{U_B}\right)} ; \ \boldsymbol{\varphi_B = 70,53°}$

c) Calculons $L$ , $r$

$U_r = rI \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{r = \frac{U_r}{r}} \quad ; \quad \boldsymbol{r = 10\Omega}$

$tan\varphi_B = \frac{U_L}{U_r} = \frac{LwI}{U_r} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{L = \frac{U_r tan\varphi_B}{2\pi f I}} \quad ; \quad \boldsymbol{L = 0,09H}$

2. Capacité $C$ du condensateur




$\varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad tan\varphi = 0$. Soit : $\frac{Lw - \frac{1}{Cw}}{R+r} = 0$

$Lw - \frac{1}{Cw} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L}} \quad ; \quad \boldsymbol{C = 1,13.10^{-4} F}$

3. Intensité $I_1$

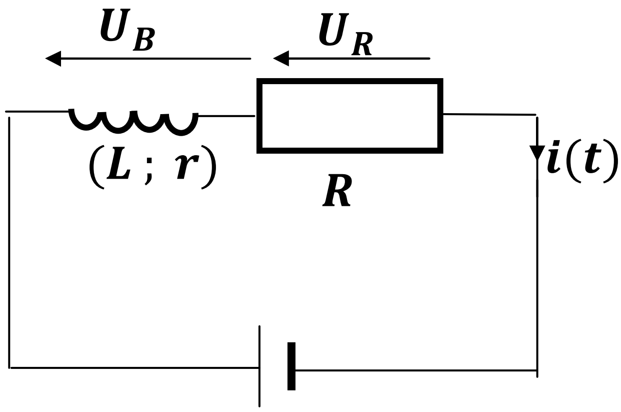
En courant continu $I = cte$.

$U_B = rI_1$ et $U_R = RI_1$

Donc :

$U_1 = (R + r)I_1 \quad \Rightarrow \boldsymbol{I_1 = \frac{U_1}{R+r}}$

$\boldsymbol{I_1 = 0,4\text{A}}$




**<u>Exercice 6 :</u>**

1. Premier cas :

Les deux courbes sont en phase. Donc le dipôle AB est un conducteur ohmique.

Deuxième cas : les deux courbes visualisées sont déphasées et $\varphi < 0$. Le courant est en avance sur la tension. Donc le dipôle Ab est un condensateur.

Troisième cas : les deux courbes sont déphasées l'une de l'autre et $\varphi > 0$. La tension est en avance de phase sur le courant. Donc le dipôle AB est une bobine.

2. a) Impédances

$U_{CB} = RI$ et $U_{AB} = XI$. Alors : $\frac{U_{AB}}{U_{CB}} = \frac{X}{R} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{X = 2R}$ **;**
$\boldsymbol{X = 2000\Omega}$

b) Fréquence du générateur
La période $T$ est lue graphiquement. Soit $T = 4 \times 0{,}5 = \boldsymbol{2ms}$
Alors : $\boldsymbol{N = \frac{1}{T}}$ ; $\boldsymbol{N = 500Hz}$
c) Grandeur caractéristiques de AB
1er cas : $R = 2000\Omega$
2ème cas : $\frac{1}{2\pi NC} = 2000 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{C = 1{,}6.10^{-7}F}$
3ème cas : $2\pi LN = 2000 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{L = 0{,}6H}$
d) Expression de l'intensité $i$
$i = I_m \cos(wt + \varphi)$
$I_m = \frac{U_{CB}}{R}$ ; $I_m = 5mA$
$w = 2\pi N = 1000\pi rad/s$
$sin\varphi = -\frac{U_{ABm}}{LwI_m} \quad \Rightarrow \quad \varphi = -0{,}56\, rad$
$\boldsymbol{i = 5\cos(1000\pi t - 0{,}56)}$ $(mA)$

**<u>Exercice 8 :</u>**

1. a) Montrons que la bobine possède une résistance

$Z_B = \frac{U_B}{I} = 20\Omega$
$Lw = 2\pi Lf = 15{,}7\Omega$

$Z_B > Lw$. D'où la bobine possède une résistance interne $r$.

- Calcul de $r$

$Z_B{}^2 = (Lw)^2 + r^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{r = \sqrt{Z_B{}^2 - (Lw)^2}} \quad ; \quad \boldsymbol{r = 12,39\Omega}$

b) Calculons la résistance $R$

$\frac{U}{I} = Z \quad \Leftrightarrow \quad \frac{U^2}{I^2} = (R+r)^2 + (Lw)^2$

$(R+r)^2 = \frac{U^2}{I^2} - (Lw)^2$

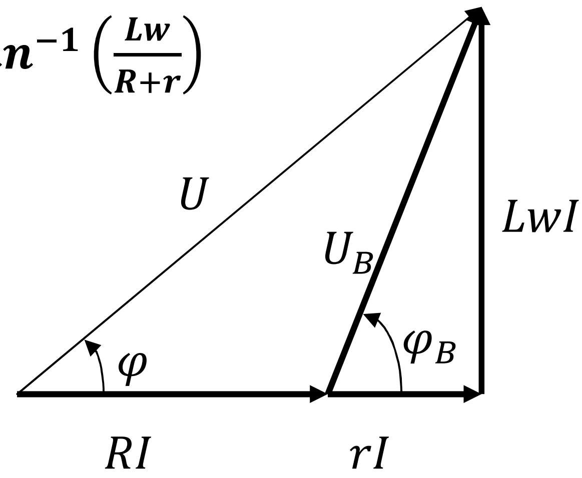
$R + r = \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - (Lw)^2} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{R = \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - (Lw)^2} - r}$

$$\boldsymbol{R = 15,77\Omega}$$

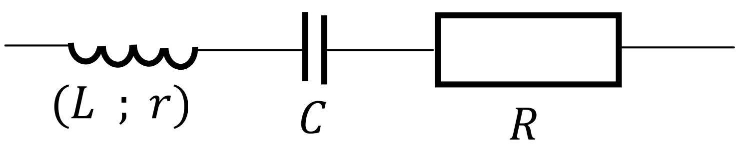
c) Construction de Fresnel

$tan\varphi = \frac{Lw}{R+r} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\varphi = tan^{-1}\left(\frac{Lw}{R+r}\right)}$

$\boldsymbol{\varphi = 29,15°}$




2. Figure




a) Valeur $C_0$ de la capacité $C$

$\mathcal{P}_m = \mathcal{S} \quad \Rightarrow \quad UIcos\varphi = UI$

$cos\varphi = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 0$. Donc $Lw - \frac{1}{Cw} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{C = \frac{1}{Lw^2}}$

$\boldsymbol{C = 4,1.10^{-5}F}$

b) C'est le phénomène de la résonance d'intensité

c) $Lw = 15{,}7\Omega$

$$\frac{1}{Cw} = \frac{1}{4\pi C_0 f} = 7{,}76\Omega$$

On a : $Lw > \frac{1}{Cw}$. Le circuit est alors inductif. $tan\varphi > 0 \Rightarrow$ la tension $u$ est en avance sur l'intensité $i$.

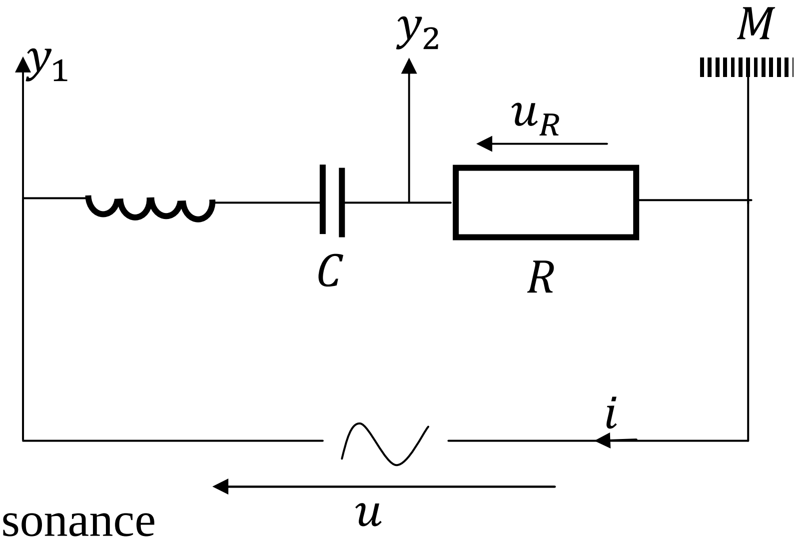
d) $\frac{1}{Cw} = \frac{1}{\pi C_0 f} = 31{,}1\Omega$

On a : $Lw < \frac{1}{Cw}$. Le circuit est alors capacitif. $tan\varphi < 0 \Rightarrow$ l'intensité $i$ est en avance sur la tension $u$.

**<u>Exercice 9 :</u>**

1. Figure :

On a :
$u_R = Ri(t)$ .
Donc l'intensité
$i(t)$ est visualisée
Sur la voie 2.




2. a)
le circuit est à la résonance d'intensité car les deux grandeurs visualisées sont en phase.

- Calcul de la capacité $C_0$

A la résonance : $Lw - \frac{1}{C_0 w} = 0 \quad \Rightarrow \quad C_0 = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{Lw^2}}$ **or** $w = \frac{2\pi}{T}$

$\boldsymbol{C_0 = \frac{T^2}{4L\pi^2}}$ **;**

Graphiquement, on a : $T = 0{,}1 \times 10ms = 10^{-3}s$

$\boldsymbol{C_0 = 0{,}25\mu F}$

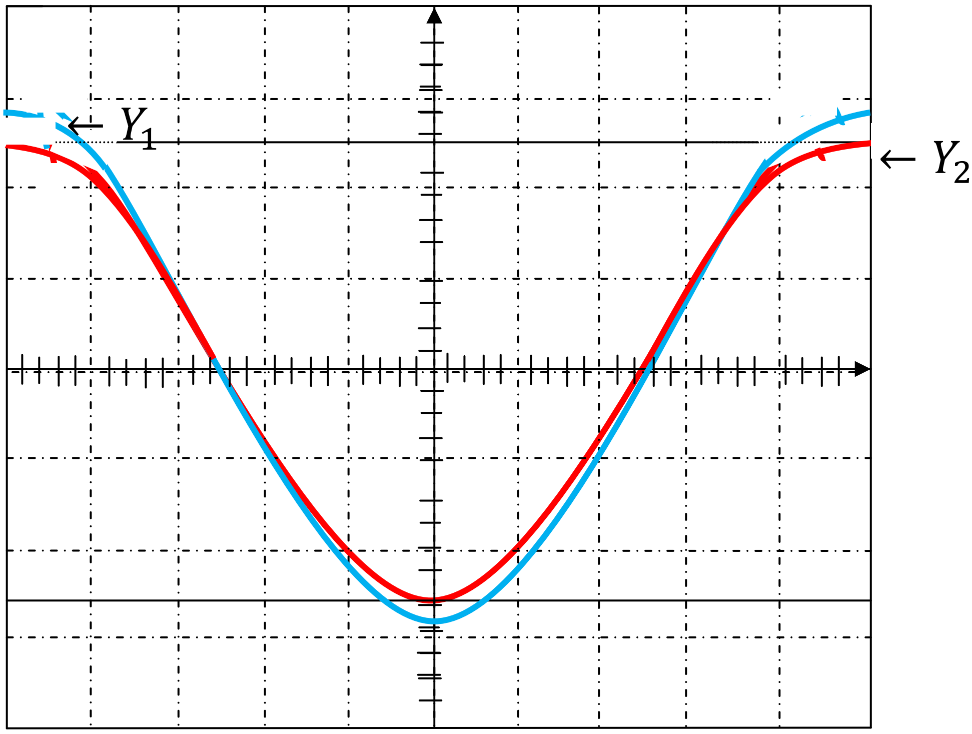
b) Valeur des grandeurs maximales $U_m$ et $I_m$

graphiquement :

$U_m = 2{,}8 \times 2 \quad ; \ \boldsymbol{U_m = 5,6V}$

$U_{Rm} = 2{,}5 \times 2 \ ; \ U_{Rm} = 5V$

$I_m = \frac{U_{Rm}}{R} \quad ; \boldsymbol{I_m = 5.10^{-2}A}$




*Oscillogramme 1*
*Sensibilité horizontale : 0,1ms/cm*

- Calcul de $r$

$\frac{U_m}{I_m} = Z = R + r$ à la résonance.

$\boldsymbol{r = \frac{U_m}{I_m} - R \quad ; \ r = 12\Omega}$

3. a) Evaluons le déphasage $\varphi$

$u$ est en avance sur $i$. Donc $\varphi > 0$.

$\boldsymbol{\varphi = \frac{2\pi\Delta t}{T}}$

Graphiquement : $\Delta t = 1{,}5 \times 0{,}1ms = 0{,}15ms$

$$\boldsymbol{\varphi = 0,94rad}$$

b) Valeurs de $U_m$ et $I_m$

$U_m = 3,95 \times 2$ ; $\boldsymbol{U_m = 7,9V}$

$U_{Rm}$ ne change pas. Donc $\boldsymbol{I_m = 5.10^{-2}A}$

- Impédance $Z$ du circuit

  $Z = \frac{U_m}{I_m} \Rightarrow \boldsymbol{Z = 158\Omega}$

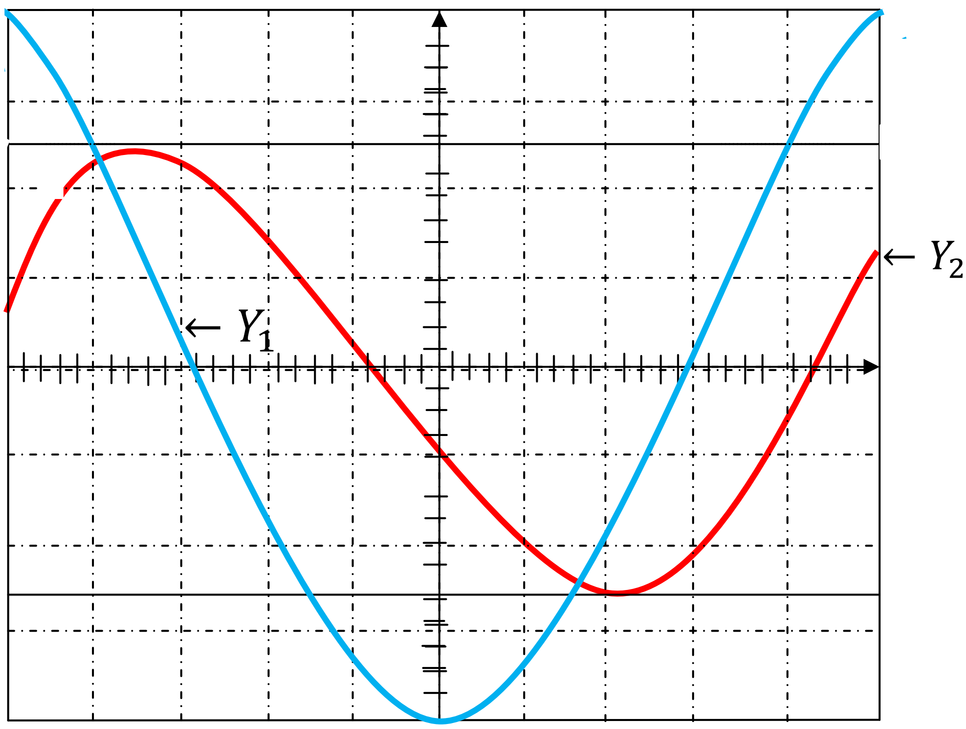
- Vérification :

$w = \frac{2\pi}{T} = 6,28.10^3 rad/s$

$Lw = 628\Omega$ et $\frac{1}{Cw} = 517\Omega$

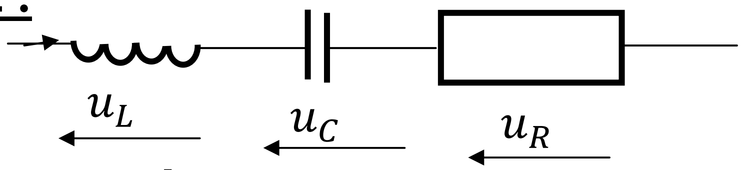
$$\boldsymbol{Z = \sqrt{(R + r)^2 + \left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)^2}}$$

$Z = \sqrt{1012^2 + (628 - 517)^2}$ ; $\boldsymbol{Z = 157,68\Omega \approx 158\Omega}$




*Oscillogramme 2*
*Sensibilité verticale : 2V/cm*

## Exercice 12 :




1. a) Expression de $u_R$ , $u_L$, $u_C$

$u_R = Ri = \boldsymbol{RI\sqrt{2}coswt}$

$u_L = L\frac{di}{dt} = -LI\sqrt{2}sin(wt)$

$\boldsymbol{u_L = LIw\sqrt{2}cos\left(wt + \frac{\pi}{2}\right)}$

$u_C = \frac{1}{C}q$ or $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow q = \int idt = \frac{I\sqrt{2}}{w}sinwt$

$q = \frac{I\sqrt{2}}{w}cos\left(wt - \frac{\pi}{2}\right)$

$\boldsymbol{u_C = \frac{I\sqrt{2}}{Cw}cos\left(wt - \frac{\pi}{2}\right)}$

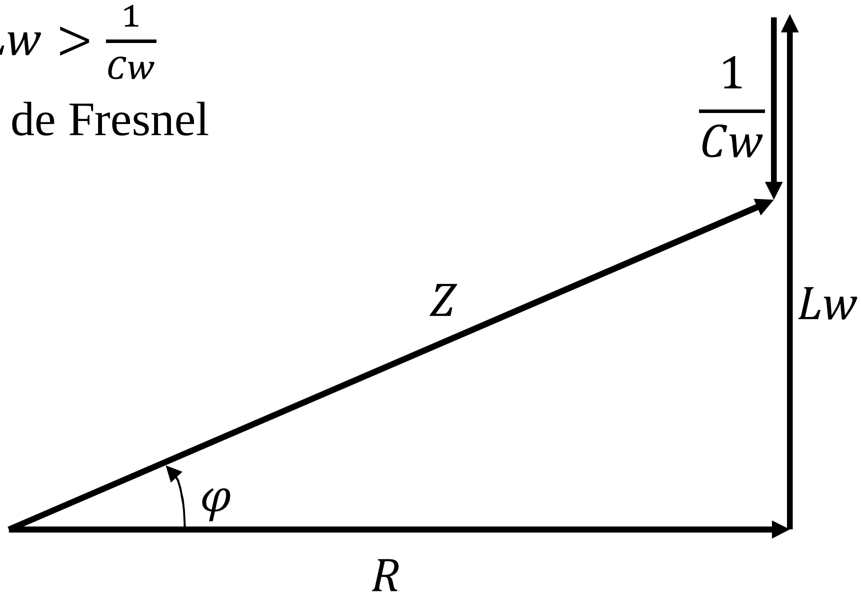
b) Expression de la tension $u$ en fonction du temps.

$u = u_R + u_L + u_C$

$u = RI\sqrt{2}coswt + LIw\sqrt{2}cos\left(wt + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I\sqrt{2}}{Cw}cos\left(wt - \frac{\pi}{2}\right)$

2. A $t = 0$ $Lw > \frac{1}{Cw}$

- Diagramme de Fresnel




a) Expression de $Z$ , $cos\varphi$ , $tan\varphi$

On a : $Z^2 = R^2 + \left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)^2 \Rightarrow \boldsymbol{Z = \sqrt{R^2 + \left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)^2}}$

$cos\varphi = \frac{R}{Z}$

$tan\varphi = \frac{Lw - \frac{1}{Cw}}{R}$

b) Valeur de la pulsation $w_0$

A la resonance : $Lw - \frac{1}{Cw} = 0 \quad \Rightarrow \quad w = \boldsymbol{w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

$$\boldsymbol{w_0 = 745,36 rad/s}$$

A la résonance $\varphi = 0$.

- Calculons $I_0$

$I_0 = \frac{U}{R}$ ; $\boldsymbol{I_0 = 0,6A}$

3. a) Expression de la puissance moyenne $\mathcal{P}$

$$\boldsymbol{\mathcal{P} = UIcos\varphi}$$

A la résonance , $I = \text{I}_0$ et $cos\varphi = 1$. Donc :

$$\boldsymbol{\mathcal{P}_O = UI_0}$$

b) Facteur de qualité $Q$ du circuit

$\boldsymbol{Q = \frac{1}{RCw_0} = \frac{1}{2\pi RCN_0}}$

c) Montrons que $\frac{\boldsymbol{\mathcal{P}_O}}{\boldsymbol{\mathcal{P}}} = \left(\frac{\boldsymbol{I_O}}{\boldsymbol{I}}\right)^2 = 1 + Q^2\left(\frac{\boldsymbol{N}}{N_0} - \frac{\boldsymbol{N_O}}{\boldsymbol{N}}\right)^2$

$\frac{\mathcal{P}_O}{\mathcal{P}} = \frac{UI_0}{UIcos\varphi} = \frac{I_0}{Icos\varphi}$ . or $U = ZI = RI_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\boldsymbol{I_O}}{\boldsymbol{I}} = \frac{Z}{R} = \frac{1}{cos\varphi}$

$cos\varphi = \frac{I}{I_0}$.

$$\frac{\mathcal{P}_O}{\mathcal{P}} = \left(\frac{I_O}{I}\right)^2$$

D'autre part :

$\frac{I_O}{I} = \frac{Z}{R} \quad \Rightarrow \left(\frac{I_O}{I}\right)^2 = \left(\frac{Z}{R}\right)^2$

$$\left(\frac{I_O}{I}\right)^2 = \frac{R^2+\left(Lw-\frac{1}{Cw}\right)^2}{R^2}$$

$$\left(\frac{I_O}{I}\right)^2 = 1+\left(\frac{Lw}{R}-\frac{1}{RCw}\right)^2$$

$$\left(\frac{I_O}{I}\right)^2 = 1+\left(\frac{Lw_0}{R}\times\frac{w}{w_0}-\frac{1}{RCw_0}\times\frac{w_0}{w}\right)^2$$

$$\left(\frac{I_O}{I}\right)^2 = 1+\left(Q\frac{w}{w_0}-Q\frac{w_0}{w}\right)^2$$

$$\left(\frac{I_O}{I}\right)^2 = 1+Q^2\left(\frac{N}{N_0}-\frac{N_0}{N}\right)^2$$

D'où : $\boldsymbol{\frac{\mathcal{P}_O}{\mathcal{P}} = \left(\frac{I_O}{I}\right)^2 = 1+Q^2\left(\frac{N}{N_0}-\frac{N_O}{N}\right)^2}$

d) Les limites $N_1$ et $N_2$ de la bande passante

A la limite de la bande passante, $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_O}{I} = \sqrt{2}$

$$1+Q^2\left(\frac{N}{N_0}-\frac{N_O}{N}\right)^2 = 2 \quad \Rightarrow \quad Q^2\left(\frac{N}{N_0}-\frac{N_O}{N}\right)^2 = 1$$

$\left(\frac{N}{N_0}-\frac{N_O}{N}\right)^2 = \frac{1}{Q^2} \quad \Leftrightarrow \frac{N}{N_0}-\frac{N_O}{N} = \frac{1}{Q}$ ou $\frac{N}{N_0}-\frac{N_O}{N} = -\frac{1}{Q}$. Soit :

$\boldsymbol{N^2-\frac{N_0}{Q}N-N_0{}^2 = 0}$ ou $\boldsymbol{N^2-\frac{N_0}{Q}N+N_0{}^2 = 0}$

$$\Delta = \left(\frac{\boldsymbol{N_0}}{Q}\right)^2(1+4Q^2)$$

$$\boldsymbol{N_1 = \frac{N_0}{2Q}\left(1-\sqrt{1+4Q^2}\right)}$$

$$\boldsymbol{N_2 = \frac{N_0}{2Q}\left(1+\sqrt{1+4Q^2}\right)}$$

e) Montrons que $N_1 \cdot N_2 = N_0{}^2$

$$N_1 \cdot N_2 = \left(\frac{N_0}{2Q}\right)^2\left(-1+\sqrt{1+4Q^2}\right)\left(1+\sqrt{1+4Q^2}\right)$$

$$N_1 \cdot N_2 = \left(\frac{N_0}{2Q}\right)^2(1-1-4Q^2)$$

$$N_1 \cdot N_2 = \left(\frac{N_0}{2Q}\right)^2 (-1 + 1 + 4Q^2)$$

$$N_1 \cdot N_2 = \left(\frac{N_0}{2Q}\right)^2 (4Q^2)$$

D'où : $\boldsymbol{N_1 \cdot N_2 = {N_0}^2}$

# Chapitre VII:

# OPTIQUE : Lentilles – Prisme – Réseau

## Exercice 1 :

1. a) Vrai
   b) Vrai
2. Calculons $R$

On a : $C_1 = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$. Or $r_2 = r_1 = R$. alors :

$C_1 = \frac{2(n-1)}{R} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{R = \frac{2(n-1)}{C_1}} \quad ; \quad \boldsymbol{R = 0,2m = 20cm}$

3. Montrons que $x_1 = 0{,}21m$ et $x_2 = 4{,}79m$

On a :

$\overline{AA'} = -\overline{O_1A} + \overline{O_1A'}$. Posons $\overline{O_1A'} = x$. Alors :

$\overline{O_1A} = x - \overline{AA'} = x - 5$

Formule de conjugaison :

$\frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-5}$

$\frac{1}{f'} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-5}$

$C_1 = -\frac{5}{x(x-5)} \quad \Rightarrow \quad x^2 - 5x + 1 = 0$

$\Delta = 21$. D'où : $\boldsymbol{x_1 = 0,21m}$ et $\boldsymbol{x_2 = 4,79m}$

4. $C = 2{,}5\delta$

- Distance focale $f_2'$ de la lentille $L_2$

$C = C_1 + C_2 \quad \Rightarrow \quad C_2 = C - C_1$

$\boldsymbol{f'_2 = \frac{1}{C - C_1}} \quad ; \quad \boldsymbol{f'_2 = -0,4m}$

- Nature de la lentille $L_2$

$f_2' < 0 \quad \Rightarrow \quad L_2$ est une lentille divergente.

5. Calcul de $\overline{O_1O_3} = d$

Soit $A_1B_1$ l'image de $AB$ donnée par la première lentille.

On a : $\frac{\overline{A\prime B\prime}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \times \frac{\overline{A\prime B\prime}}{\overline{A_1B_1}} \quad \Leftrightarrow \quad \gamma = \gamma_1 \times \gamma_2$

$$\gamma_1 = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{OA}}$$

$$\frac{1}{f_1{}'} = \frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}}$$

$\frac{1}{\overline{O_1A}}\left(\frac{1}{\gamma_1} - 1\right) = C_1 \Rightarrow \gamma_1 = \frac{1}{1+C_1 \cdot \overline{O_1A}} = -1$.Donc :

$\overline{O_1A_1} = 40cm.$

$\gamma = \gamma_1 \times \gamma_2 \quad \Rightarrow \quad \gamma_2 = -2$

$\frac{\overline{O_3A\prime}}{\overline{O_3A_1}} = -2 \quad \Leftrightarrow \quad \overline{O_3A'} = -2\overline{O_3A_1}$ .

Formule de conjugaison :

$$\frac{1}{f_3{}'} = \frac{1}{\overline{O_3A'}} - \frac{1}{\overline{O_3A_1}}$$

$\frac{1}{f_3\prime} = -\frac{1}{2\overline{O_3A_1}} - \frac{1}{\overline{O_3A_1}} \quad \Rightarrow \quad C_3 = -\frac{3}{2\overline{O_3A_1}}$

$\boldsymbol{\overline{O_3A_1} = -\frac{3}{2C_3}}$ **;** $\overline{O_3A_1} = -15cm$

$\overline{O_1A_1} - \overline{O_3A_1} = \overline{O_1A_1} + \overline{A_1O_3}$

$\overline{O_1A_1} - \overline{O_3A_1} = \overline{O_1A_1} + \overline{A_1O_3}$

$\boldsymbol{\overline{O_1O_3} = d = 55cm}$.

## <u>Exercice 2 :</u>

1. Position de l'image $A'B'$

$$\frac{1}{f_1'} = \frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}}$$

$\overline{O_1A} = -D \quad \Rightarrow$ l'objet est placé à l'infini. Donc $\frac{1}{\overline{O_1A}} = 0$.

On a : $\boldsymbol{\overline{O_1A'} = f_1' = 0,8m}$

- Taille $\overline{A'B'}$ de l'image.

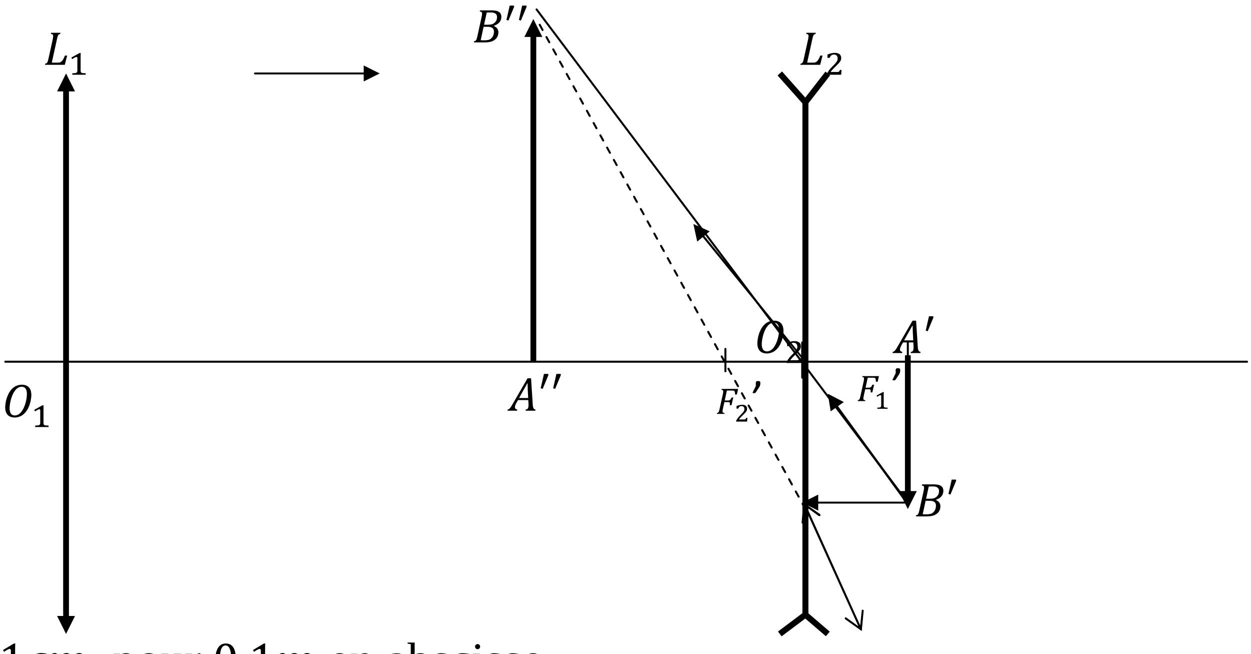
$$\frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\overline{O_1A'}}{-D} = \frac{h'}{h}$$

$$\boldsymbol{h' = \frac{h \times \overline{O_1A'}}{-D}} \quad ; \quad \boldsymbol{h' = 0,011m}$$

2. Représentation graphique

3. $d = \overline{O_1O_2} = 0,70m$

a) Représentation graphique :




$1cm$ pour $0,1m$ en abscisse.

$$\overline{O_2A'} = \overline{O_1A'} - \overline{O_1O_2}$$

$$\overline{O_2A'} = \overline{O_1A'} - d = 0,1m$$

$\overline{O_2A'} > 0$ . $A'B'$ est un objet virtuel pour la lentille $L_2$.

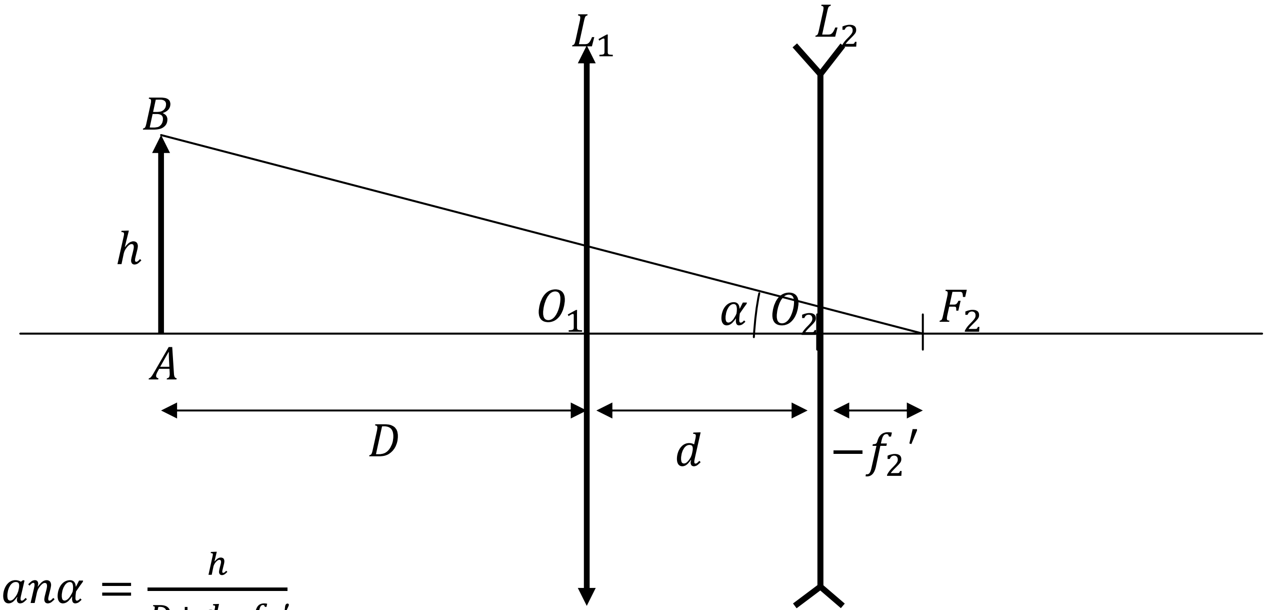
c) Position de l'image définitive $A''B''$

$\frac{1}{f_2{}'} = \frac{1}{\overline{O_2A''}} - \frac{1}{\overline{O_2A'}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\overline{O_2A''} = \frac{f_2{}' \times \overline{O_2A'}}{f_2' + \overline{O_2A'}}}$

$\boldsymbol{\overline{O_2A''} = -0,4m}$

$\overline{O_2A''} < 0 \Rightarrow$ l'image est formée en avant de la lentille.

4. a) Diamètre apparent $\alpha$ de l'objet $AB$ vu de $F_2$.

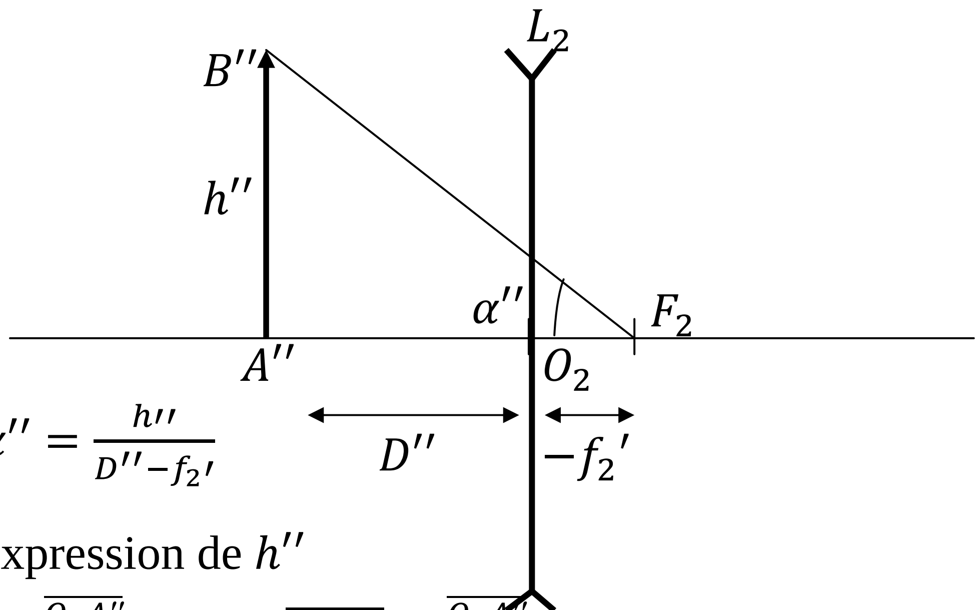



$tan\alpha = \frac{h}{D+d-f_2{}'}$

Faisons l'approximation : $D \gg d - f_2{}'$. Alors :

$tan\alpha = \frac{h}{D}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\alpha = tan^{-1}\left(\frac{h}{D}\right)}$ ; $\boldsymbol{\alpha = 0,8°}$

b) Diamètre apparent $\alpha''$ de $A''B''$ de l'image définitive de l'objet vue de $F_2$




$tan\alpha'' = \frac{h''}{D''-f_2'}$

- Expression de $h''$

$\frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{O_2A''}}{\overline{O_2A'}} \quad \Rightarrow \quad \overline{A''B''} = \frac{\overline{O_2A''}}{\overline{O_2A'}} \times \overline{A'B'}$

$\overline{O_2A'} = \overline{O_1A'} - d = 0{,}1m$

$\overline{A''B''} = h'' = 0{,}044m$

$D'' = -\overline{O_2A''} = 0{,}4m$

$tan\alpha'' = \frac{h''}{D''-f_2'} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\alpha'' = tan^{-1}\left(\frac{h''}{D''-f_2'}\right)}$

$\boldsymbol{\alpha'' = 5{,}24°}$

5. Calcul de grossissement $G$

$\boldsymbol{G = \frac{\alpha''}{\alpha}} \quad ; \quad \boldsymbol{G = 6{,}55}$

6. Image est à l'infini ($\overline{O_2A''} \to \infty$)

a) Valeur de la distance entre les deux centres optiques

$d' = \overline{O_1O_2}$

Formule de conjugaison pour la deuxième lentille : $\frac{1}{\overline{O_2A''}} = 0$

$\frac{1}{f_2'} = \frac{1}{\overline{O_2A''}} - \frac{1}{\overline{O_2A'}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{f_2'} = \frac{1}{\overline{O_2A''}}$

$-f_2' = \overline{O_2A''}$

Pour la lentille $L_1$ : $\frac{1}{f_1'} = \frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}}$

$\frac{1}{\overline{O_1A}} = 0$ car l'objet est à l'infini. Alors : $\frac{1}{f_1'} = \frac{1}{\overline{O_1A'}}$. Soit :

$f_1' = \overline{O_1A'}$

$\overline{O_1A'} - \overline{O_2A'} = f_1' + f_2'$

$\boldsymbol{d' = \overline{O_1O_2} = f_1' + f_2' \quad ; \quad d' = 0,72m}$

b) Valeur du grossissement $G'$

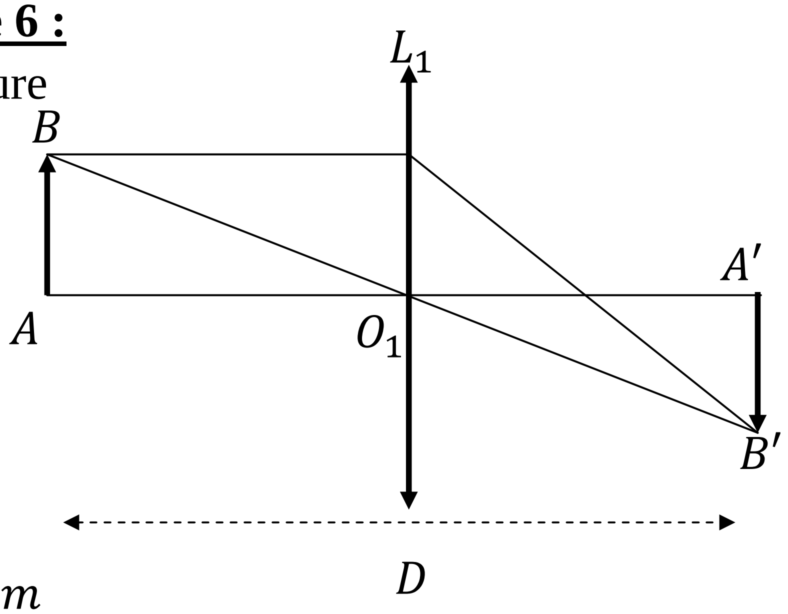
$tan\alpha'' = \frac{h''}{D''-f_2'}$ or $D'' \to \infty$. On a alors $tan\alpha'' = 0 \quad \Rightarrow$

$\alpha'' = 180°$. Alors :

$\boldsymbol{G' = \frac{\alpha''}{\alpha} \quad ; \quad G' = 225}$

## Exercice 6 :

1. Figure




$AB = 1cm$

a) Condition sur $D$ pour que $A'B'$ soit nette pour deux positions.

Posons : $\overline{O_1A} = x$

$D = -\overline{O_1A} + \overline{O_1A'} \quad \Rightarrow \quad \overline{O_1A'} = D + x$

On a :

$\frac{1}{f_1{'}} = \frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}}$

$\frac{1}{f_1{'}} = \frac{1}{D+x} - \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{f_1{'}} = \frac{-D}{x^2+Dx}$

$x^2 + Dx + Df_1' = 0$

On a le discriminant: $\Delta = D^2 - 4Df_1'$

On a une image nette pour deux positions si l'équation admet deux solutions distinctes. Donc $\Delta > 0$.

D'où la condition : $\boldsymbol{D} > 4\boldsymbol{f_1'}$

b) Expression de $f_1'$ en fonction de $d$ et $D$.

$d = |x_1 - x_2|$ avec $x_1 = \frac{-D-\sqrt{\Delta}}{2}$ et $x_2 = \frac{-D+\sqrt{\Delta}}{2}$. Alors :

$d = \sqrt{\Delta} = \sqrt{D^2 - 4Df_1'} \quad \Leftrightarrow \quad d^2 = D^2 - 4Df_1'$

$\boldsymbol{f_1' = \frac{D^2-d^2}{4D}}$ ; $\boldsymbol{f_1' = 0,4m}$

c) Calcul des grandissements $\gamma_1$ et $\gamma_2$

$$\gamma_1 = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = \frac{D+x}{x}$$

$$\boldsymbol{\gamma = 1 + \frac{D}{x}}$$

On a : $x_1 = -1{,}2m$ ; $\boldsymbol{\gamma_1 = -0,5}$

$x_2 = -0{,}6m$ ; $\boldsymbol{\gamma_2 = -2}$

On remarque que : $\boldsymbol{\gamma_1 \times \gamma_2 = 1}$

2. $C_2 = 5\delta$ , $\overline{O_1O_2} = 20cm$ , $\overline{O_1A} = -20cm$

a) Caractéristiques de l'image $A''B''$ donnée par le système $(L_1L_2)$.

- Pour $(L_1)$ : $\frac{1}{f_1{'}} = \frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}}$

$\boldsymbol{\overline{O_1A'} = \frac{f_1{'} \times \overline{O_1A}}{f_1' + \overline{O_1A}}}$ ; $\boldsymbol{\overline{O_1A'} = -0,4m = -40cm}$

- Pour $(L_2)$ : $\frac{1}{f_2'} = \frac{1}{\overline{O_2A''}} - \frac{1}{\overline{O_2A'}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\overline{O_2A''} = \frac{\overline{O_2A'}}{1+C_2\times\overline{O_2A'}}}$

$\overline{O_2A'} = \overline{O_1A'} - \overline{O_1O_2}$

$\overline{O_2A'} = -0,6m$. Alors :

$\boldsymbol{\overline{O_2A''} = 0,3m}$

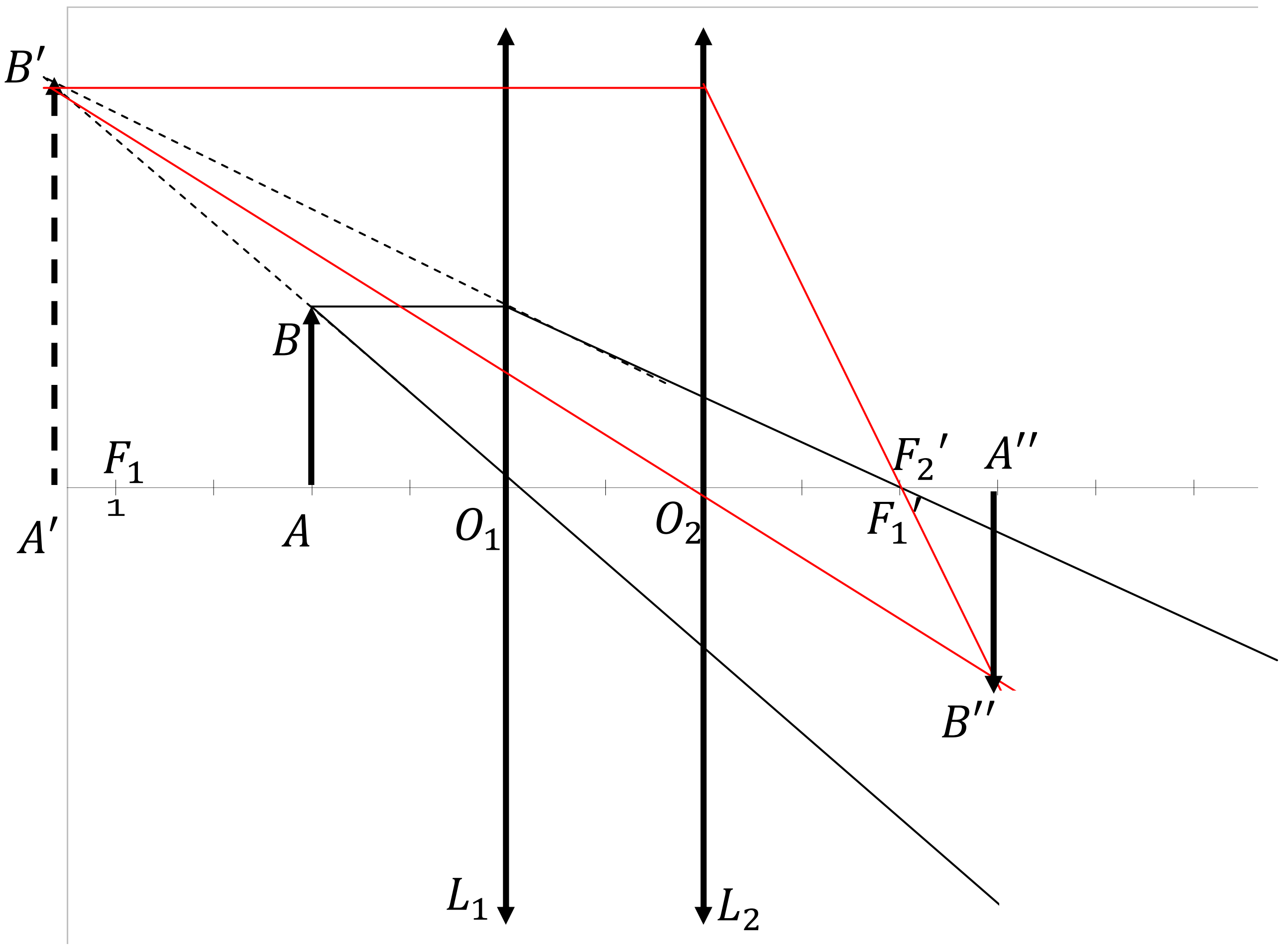
$\overline{O_2A''} > 0$ $\Rightarrow$ $A''B''$ est une image réelle

Position : $\boldsymbol{\overline{O_2A''} = 30cm}$

Sens et grandeur : $\gamma = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} \times \frac{\overline{O_2A''}}{\overline{O_2A'}}$

$\gamma = -1$ ; $\gamma < 0$. $A''B''$ est renversée par rapport à l'objet et $\overline{A''B''} = -\overline{AB}$

b) Vérification graphique



On a : $\overline{A''B''} = -\overline{AB}$

3. Position de $F'$ de l'association :

$\overline{AA''} = 20 + 20 + 30 = 70cm$

Soit $O$ le centre optique de l'association. $O$ est le point où le rayon $BB'$ coupe l'axe optique. On a : $f' = \overline{OF'}$

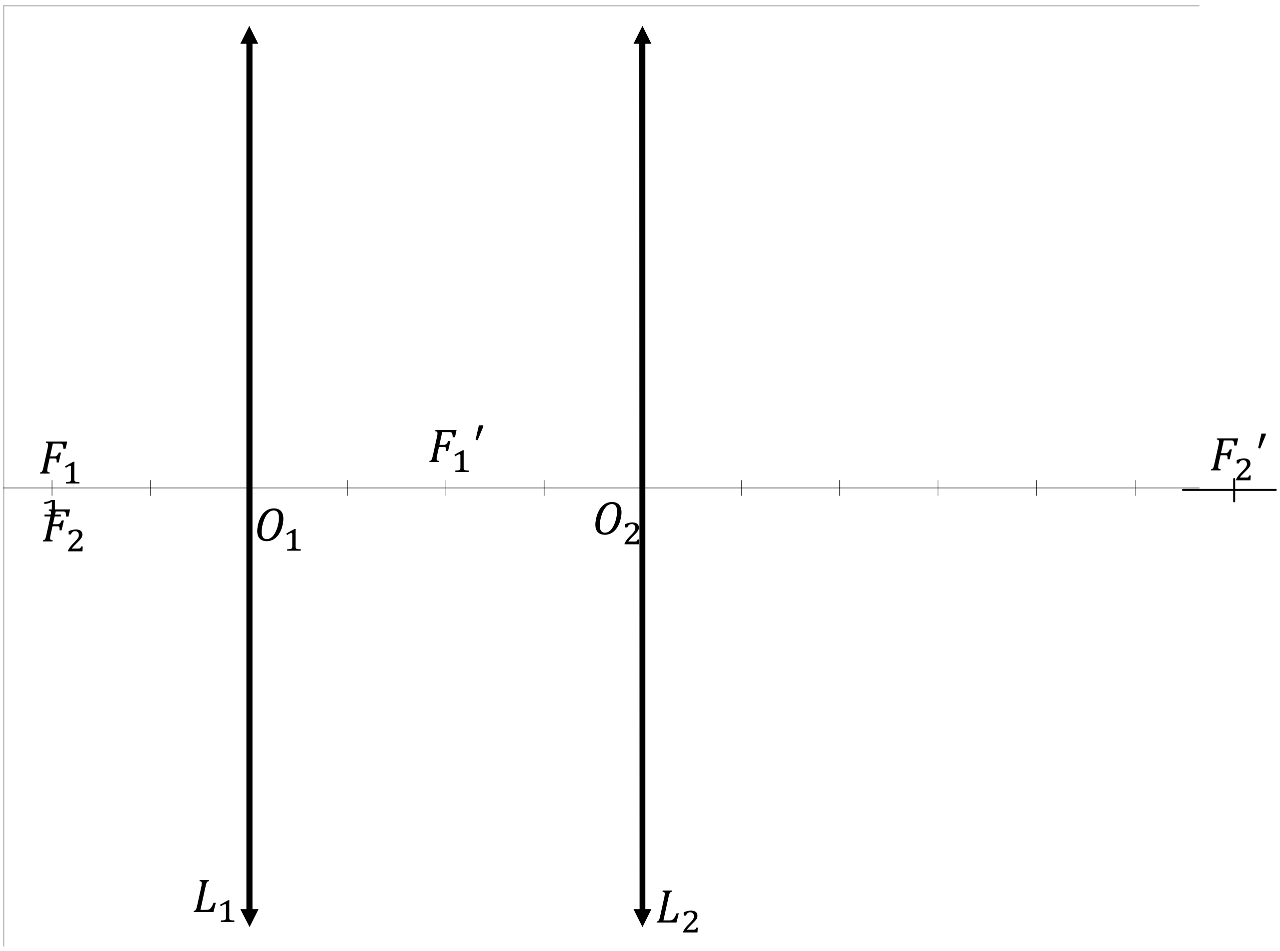
$\overline{A''B''} = -\overline{AB} \quad \Rightarrow \quad \overline{OA''} = -\overline{OA}$

Alors : $\frac{1}{\overline{OF'}} = -\frac{2}{\overline{OA}} \quad \Rightarrow \quad \overline{OF'} = -\frac{\overline{OA}}{2} = -\frac{\overline{AA''}}{4}$

$$\boldsymbol{\overline{OF'} = 17,5cm}$$

## Exercice 7 :

a) Position des foyers principaux



b) $AB = 5cm$ ; $\overline{O_1A} = -1{,}5cm$

Caractéristiques de $A'B'$ données par le système :

- Pour $(L_1)$ : $\frac{1}{f_1{'}} = \frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}}$

  $\boldsymbol{\overline{O_1A_1} = \frac{f_1{'}\times\overline{O_1A}}{f'_1+\overline{O_1A}}}$ **;** $\overline{O_1A_1} = 0{,}3m = 30cm$

- Pour $(L_2)$ : $\frac{1}{f_2{'}} = \frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\overline{O_2A'}} = \frac{\overline{\boldsymbol{O_2}A_1}}{\boldsymbol{f'_2}+\overline{\boldsymbol{O_2}A_1}}$

$\overline{O_2A_1} = \overline{O_1A_1} - \overline{O_1O_2}$

$\overline{O_2A_1} = 0{,}1m = 10cm$. Alors :

$\boldsymbol{\overline{O_2A'} = 7{,}5cm}$

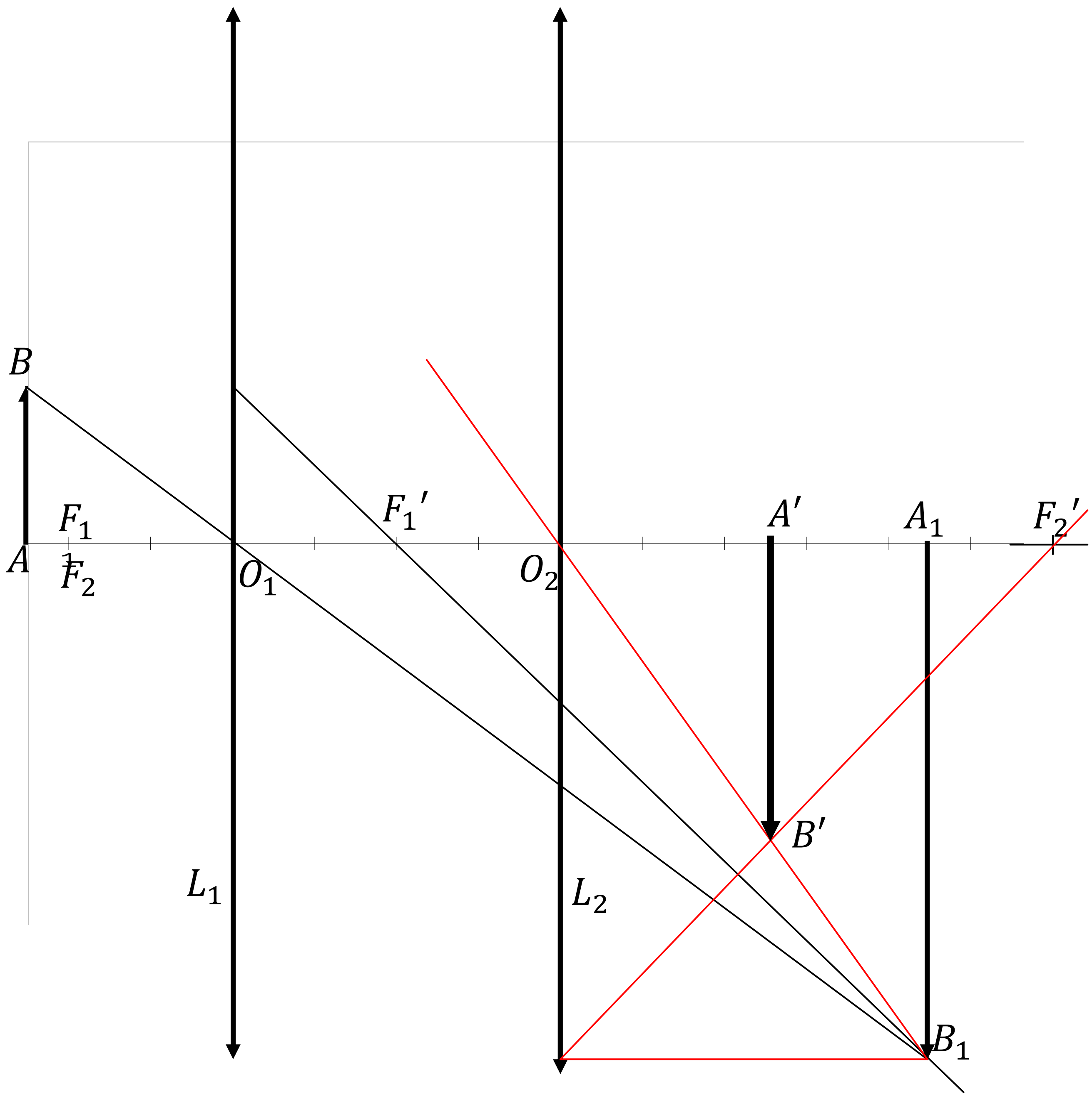
$\overline{O_2A'} > 0$ $\Rightarrow$ $A'B'$ est une image réelle

Position : $\boldsymbol{\overline{O_2A'} = 7{,}5cm}$

Sens et grandeur :

$\gamma = -1{,}5$ ; $\gamma < 0$. $A'B'$ est renversée par rapport à l'objet et $\overline{A''B''} = -1{,}5\overline{AB}$

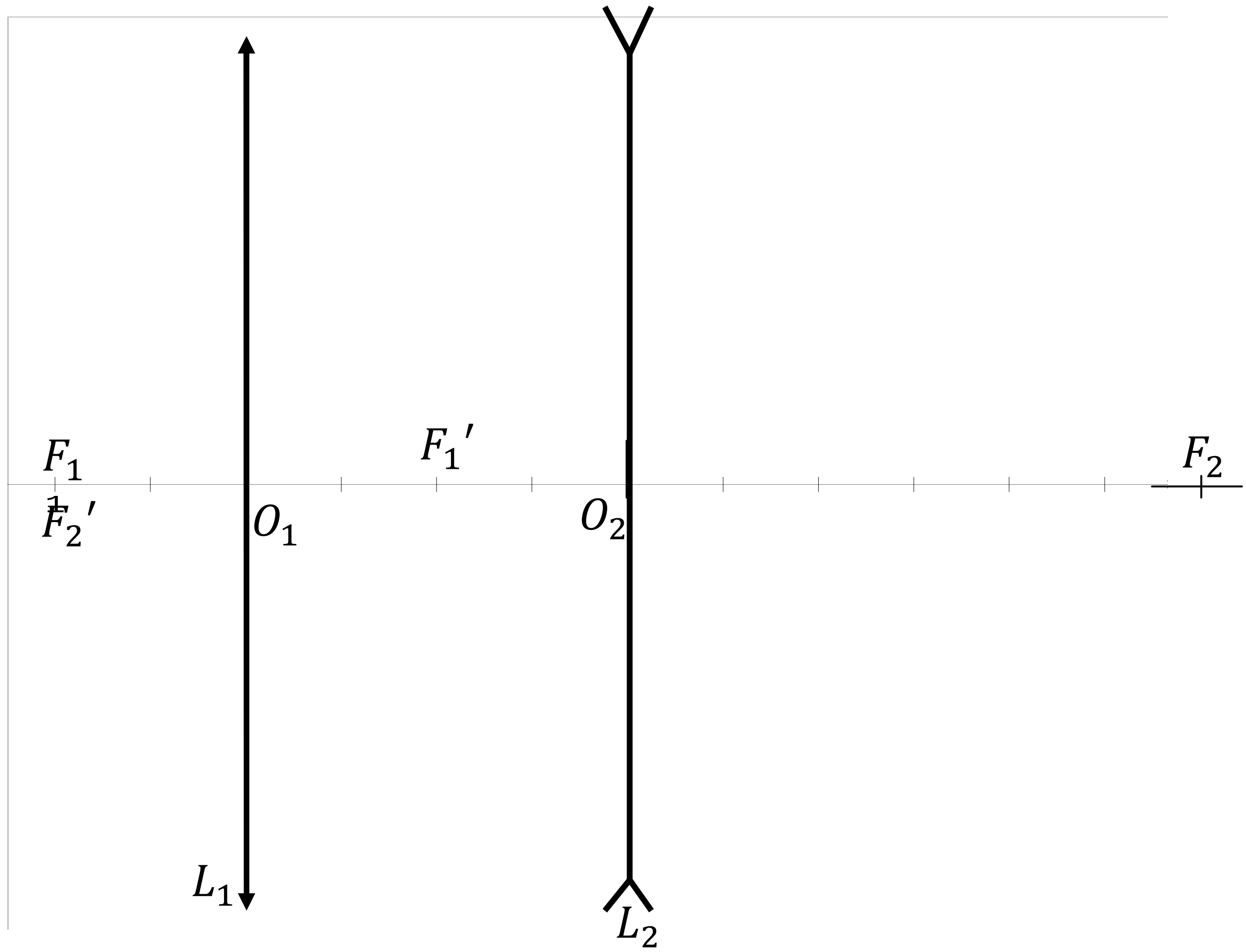
- Construction :




c) Se référer à l'exercice 6.

d) $L_2$ : $f_2' = -30cm$

- Positions des foyers principaux




Caractéristiques de $A'B'$

- Pour $(L_1)$ : $\overline{O_1A_1} = 0{,}3m = 30cm$
- Pour $(L_2)$ : $\overline{\boldsymbol{O_2A'}} = \frac{f'_2 \times \overline{O_2A_1}}{f'_2 + \overline{O_2A_1}}$

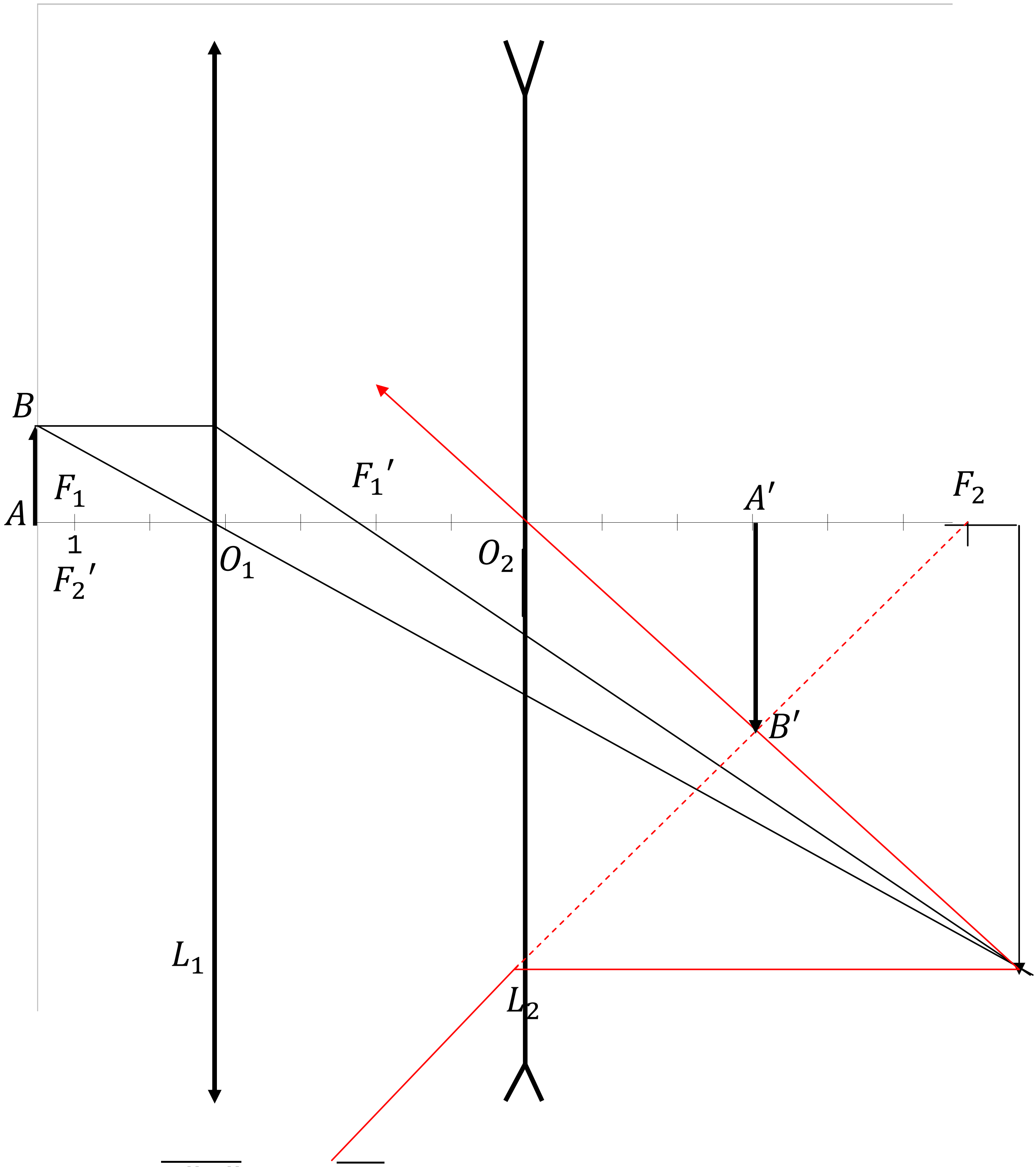
$\overline{\boldsymbol{O_2A'}} = \mathbf{15cm}$

$\overline{O_2A'} > 0$ $\Rightarrow$ $A'B'$ est une image réelle

Position : $\overline{\boldsymbol{O_2A'}} = \mathbf{15cm}$

Sens et grandeur :

$\gamma = -3$ ; $\gamma < 0$. $A'B'$ est renversée par rapport à l'objet et $\overline{A''B''} = -3\overline{AB}$




On a : $\overline{A''B''} = -3\overline{AB}$

- Position du foyer $F'$ de l'association :

$\overline{AA'} = -\overline{O_1A} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A'}$

$\overline{AA'} = 50cm$

Soit $O$ le centre optique de l'association. $O$ est le point où le rayon $BB'$ coupe l'axe optique. On a : $f' = \overline{OF'}$

$\overline{A'B'} = -3\overline{AB} \quad \Rightarrow \quad \overline{OA'} = -3\overline{OA}$

Alors : $\frac{1}{\overline{OF'}} = -\frac{1}{3\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\overline{OF'}} = -\frac{4}{3\overline{OA}}$

$\overline{AA'} = \overline{OA'} - \overline{OA} \quad \Rightarrow \quad \overline{AA'} = -4\overline{OA}$

$\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{16}{3\overline{AA'}} \quad \Rightarrow \quad \overline{OF'} = \frac{3\overline{AA'}}{16}$

$$\boldsymbol{\overline{OF'} = 9,375cm}$$

**Exercice 8 :**

1. $C_1 = 25\delta$ ; $AB = 1cm$ ; $\overline{O_1A} = -6cm.$

a) Nature et distance focale $f_1'$ de la lentille

$C_1 > 0$. Donc la lentille $L_1$ est convergente.

$C_1 = \frac{1}{f_1'} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{f_1' = \frac{1}{C_1}} \;;\; \boldsymbol{f_1' = 0,04m = 4cm}$

b) Position, nature et grandeur de l'image $A_1B_1$

$\frac{1}{f_1'} = \frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\overline{O_1A_1} = \frac{f_1' \times \overline{O_1A}}{f_1' + \overline{O_1A}}}$

$$\boldsymbol{\overline{O_1A_1} = 0,12m = 12cm}$$

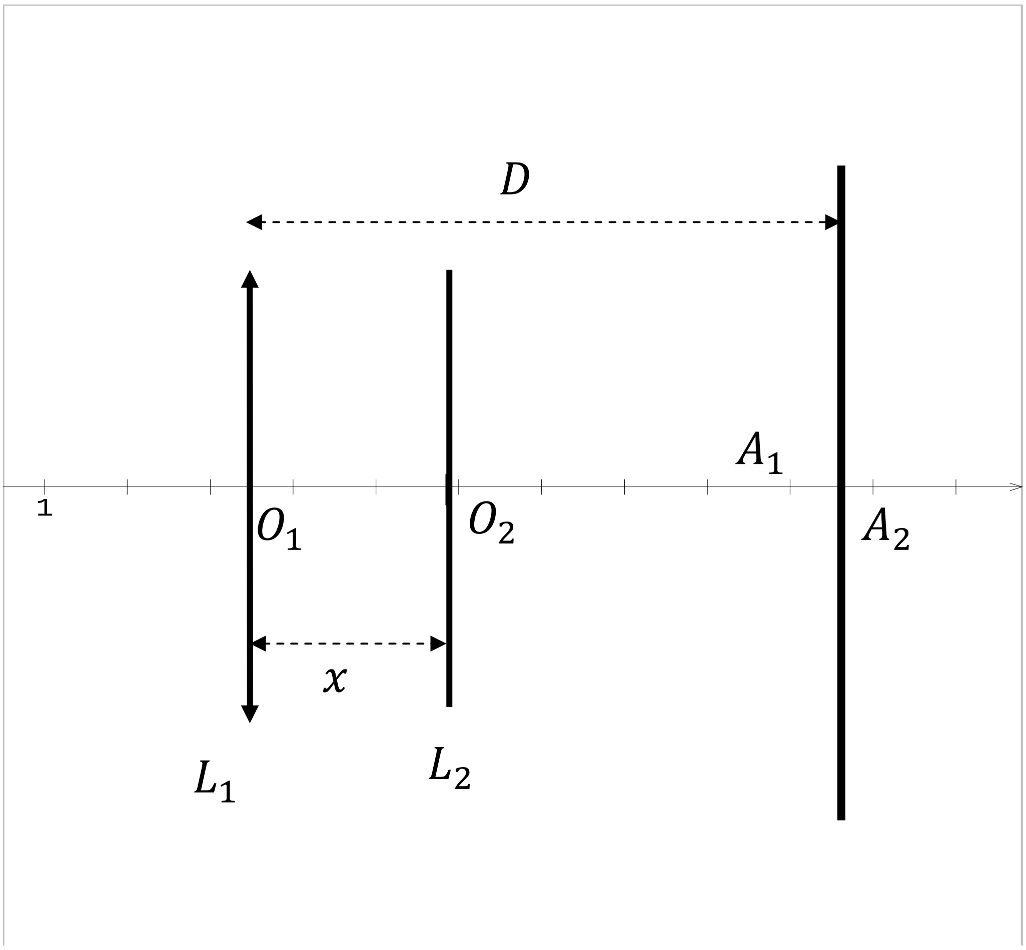
Nature : $\overline{O_1A_1} > 0$. Donc l'mage est réelle.

$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = -2$. Donc l'image est reversée par rapport à l'objet et deux fois plus grande que l'objet.

2. $\overline{O_1O_2} = x$ avec $0 \leq x \leq 12$ , $D = 12{,}5cm = \overline{O_1A_2}$

a) $A_1B_1$ est l'objet pour la lentille $L_2$

b) Expression de la distance focale $f_2'$ en fonction de $x$




Pour la lentille $L_2$, on a :

$$\frac{1}{f_2{}'} = \frac{1}{\overline{O_2A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}}$$

$$D = \overline{O_1A_2}$$
$$= \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_2}$$
$$= x + \overline{O_2A_2} \quad \Rightarrow \quad \overline{O_2A_2} = D - x = 12{,}5 - x$$
$$\overline{O_1A_1} = \overline{O_2O_2} + \overline{O_2A_1} \quad \Rightarrow \quad \overline{O_2A_1} = \overline{O_1A_1} - x = 12 - x$$

On a alors :

$$\frac{1}{f_2{}'} = \frac{1}{\overline{O_2A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} \Leftrightarrow \frac{1}{f_2{}'} = \frac{1}{12{,}5-x} - \frac{1}{12-x}$$

$$\frac{1}{f_2{}'} = \frac{-0{,}5}{(12{,}5-x)(12-x)} \Leftrightarrow f_2' = -2(12{,}5-x)(12-x)$$

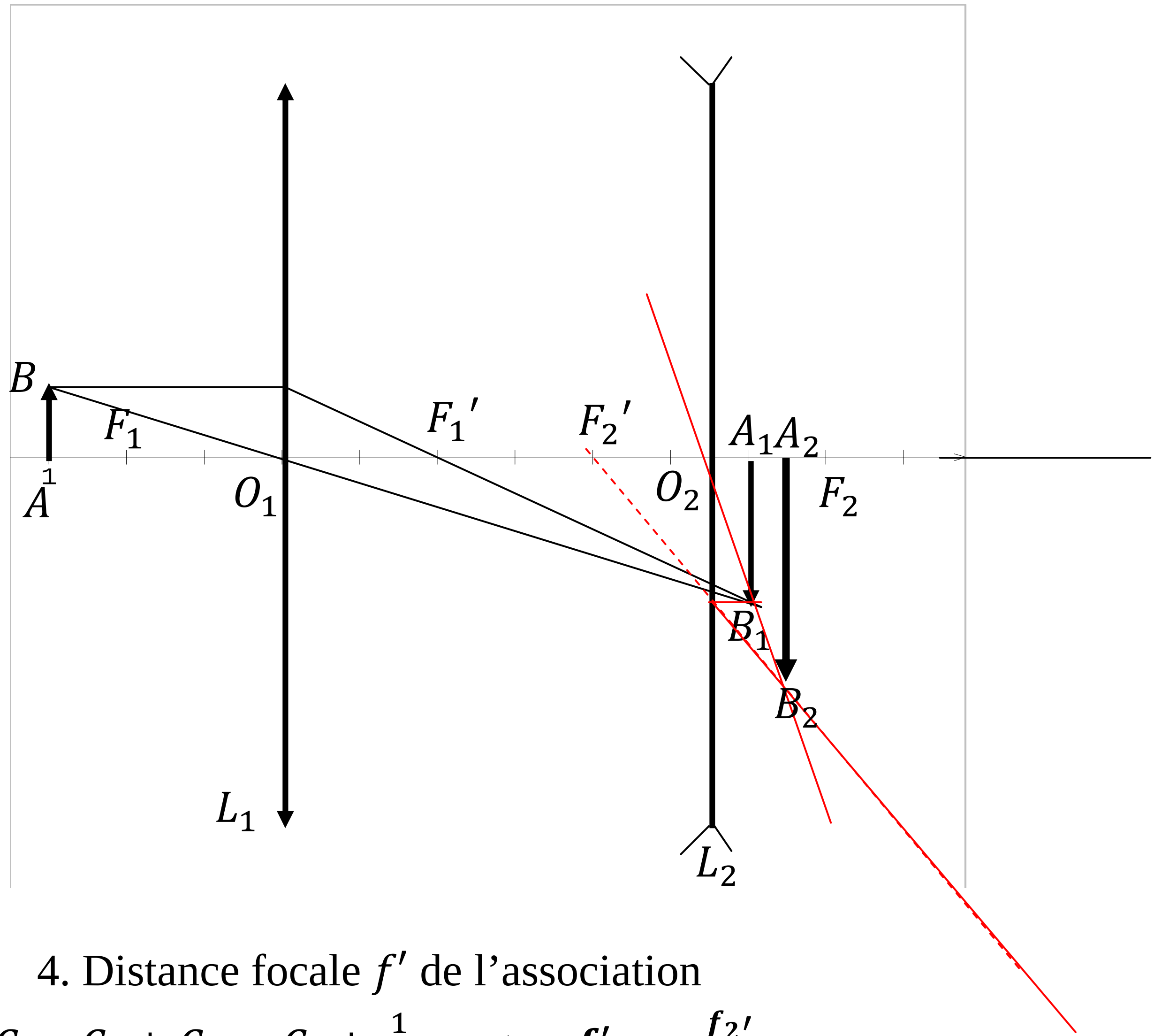
Pour tout $x$ tel que $0 \leq x \leq 12$, $12{,}5 - x \geq 0$ et $12 - x \geq 0$. Alors $f_2' < 0$.

c) $L_2$ est alors une lentille divergente.

d) Calcul de $f_2'$ pour $x = 11cm$

$$\boldsymbol{f'_2 = -3cm}$$

3. Construction :




4. Distance focale $f'$ de l'association

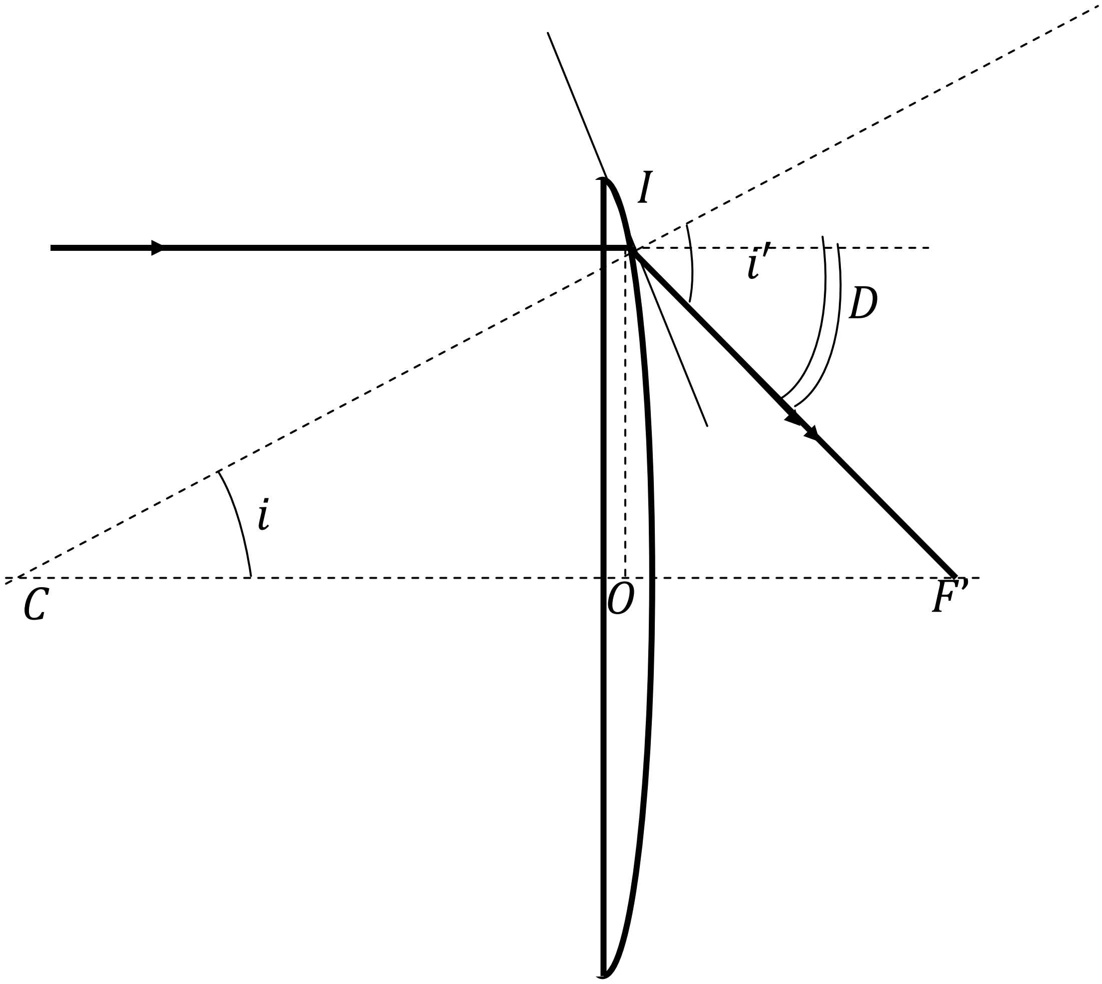
$$C = C_1 + C_2 = C_1 + \frac{1}{f_2'} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{f' = \frac{f_2'}{C_1 f_2' + 1}}$$

$$\boldsymbol{f' = 4{,}1cm}$$

## Exercice 9 :

1. a) La vergence $C$ dune lentille est l'inverse de sa distance focale. $C = \frac{1}{f'}$

   b) Montrons que $C_1 = \frac{n-1}{R}$




Les angles étant très faibles, on fera l'approximation :
$tan\alpha \approx \alpha$ et $sin\alpha \approx \alpha$.
On a : $tanD = D = \frac{OI}{\overline{OF'}}$.
La relation de DESCARTES, on a :
$n\,sin\,i = sin\,i' \quad \Rightarrow \quad n\,i = i'$. Or $i' = i + D$. Alors :

$ni = i + D \quad \Leftrightarrow \quad (n-1)i = D$

On a aussi : $sin\, i = i = \frac{\overline{OI}}{\overline{CI}} = \frac{\overline{OI}}{R}$

Donc : $(n-1)\frac{\overline{OI}}{R} = \frac{\overline{OI}}{\overline{OF'}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{(n-1)}{R} = \frac{1}{\overline{OF'}}$. D'où $\boldsymbol{C_1 = \frac{(n-1)}{R}}$.

2. $f_2' = -10cm$ , $\overline{AB} = -\overline{A'B'}$ , $\overline{AA'} = 60cm$

a) Valeur de $f_1{}'$

$\overline{AB} = -\overline{A'B'} \quad \Rightarrow \quad \overline{OA'} = -\overline{OA}$

$\overline{AA'} = -\overline{OA} + \overline{OA'} = -2\overline{OA}$ ; $\overline{OA} = -30cm.$

On a :

$\frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{f'} = -\frac{3}{\overline{OA}}$

$$\boldsymbol{C = -\frac{3}{\overline{OA}}}$$

$C_1 + C_2 = -\frac{3}{\overline{OA}}$

$\frac{1}{f_1{}'} = -\frac{3}{\overline{OA}} - \frac{1}{f_2{}'} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{f_1' = -\frac{\overline{OA}\times f_2{}'}{3f_2' + \overline{OA}\overline{OA}\times f_2{}'}}$ ; $\boldsymbol{f_1' = 5cm}$

b) Valeur de $n$

$C_1 = \frac{1}{f_1'} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{(n-1)}{R} = \frac{1}{f_1'}$

$\boldsymbol{n = 1 + \frac{R}{f_1'}}$ ; $\boldsymbol{n = 1,6}$

3. $d = \overline{O_1O_2} = 10cm$

a) $AB = 2cm$ , $\overline{O_1A} = -12cm$

Caractéristiques de $A'B'$ dans le système :

- Pour $L_1$ : $\frac{1}{f_1{}'} = \frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\overline{O_1A_1} = \frac{f_1{}'\times\overline{O_1A}}{f_1' + \overline{O_1A}}}$

$$\boldsymbol{\overline{O_1A_1} = 8,6cm}$$

- Pour $L_2$ : $\frac{1}{f_2{}'} = \frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} \quad \Rightarrow \quad \overline{O_2A'} = \boldsymbol{\frac{f_2{}'\times\overline{O_2A_1}}{f_2' + \overline{O_2A_1}}}$

$$\overline{O_2A_1} = \overline{O_1A_1} - d = -1,4cm$$

$$\overline{\boldsymbol{O_2A'}} = \boldsymbol{-1,23cm}$$

$\overline{O_2A'} < 0 \quad \Rightarrow \quad A'B'$ est une image virtuelle.

Le grandissement : $\gamma = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} \times \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = -0,63$

$\gamma < 0$. Donc l'image est renversée par rapport à l'objet.

b) Se référer à l'exercice 6.

**Exercice 10 :**

1. a) Calculons $\overline{O_1A_1}$

$\frac{1}{f_1'} = \frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} \quad \Rightarrow \quad \overline{\boldsymbol{O_1A_1}} = \frac{\boldsymbol{f_1' \times \overline{O_1A}}}{\boldsymbol{f_1' + \overline{O_1A}}}$

$$\overline{\boldsymbol{O_1A_1}} = \boldsymbol{183,6mm}$$

b) Calculons $\overline{O_2A_2}$

$\frac{1}{f_2'} = \frac{1}{\overline{O_2A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} \quad \Rightarrow \quad \overline{\boldsymbol{O_2A_2}} = \frac{\boldsymbol{f_2' \times \overline{O_2A_1}}}{\boldsymbol{f_2' + \overline{O_2A_1}}}$ ;

$\overline{O_2A_1} = \overline{O_1A_1} - \overline{O_1O_2}$

$= \overline{O_1A_1} - \overline{O_1F_1'} + \overline{O_2F_1'}$

$= \overline{O_1A_1} - \overline{O_1F_1'} + \overline{O_2F_2} + \overline{F_2F_1'}$

$\overline{O_2A_1} = \overline{O_1A_1} - f_1' - f_2' - D$

$\overline{O_2A_1} = -16,4mm$

Alors : $\overline{\boldsymbol{O_2A_2}} = \boldsymbol{-91,11mm}$

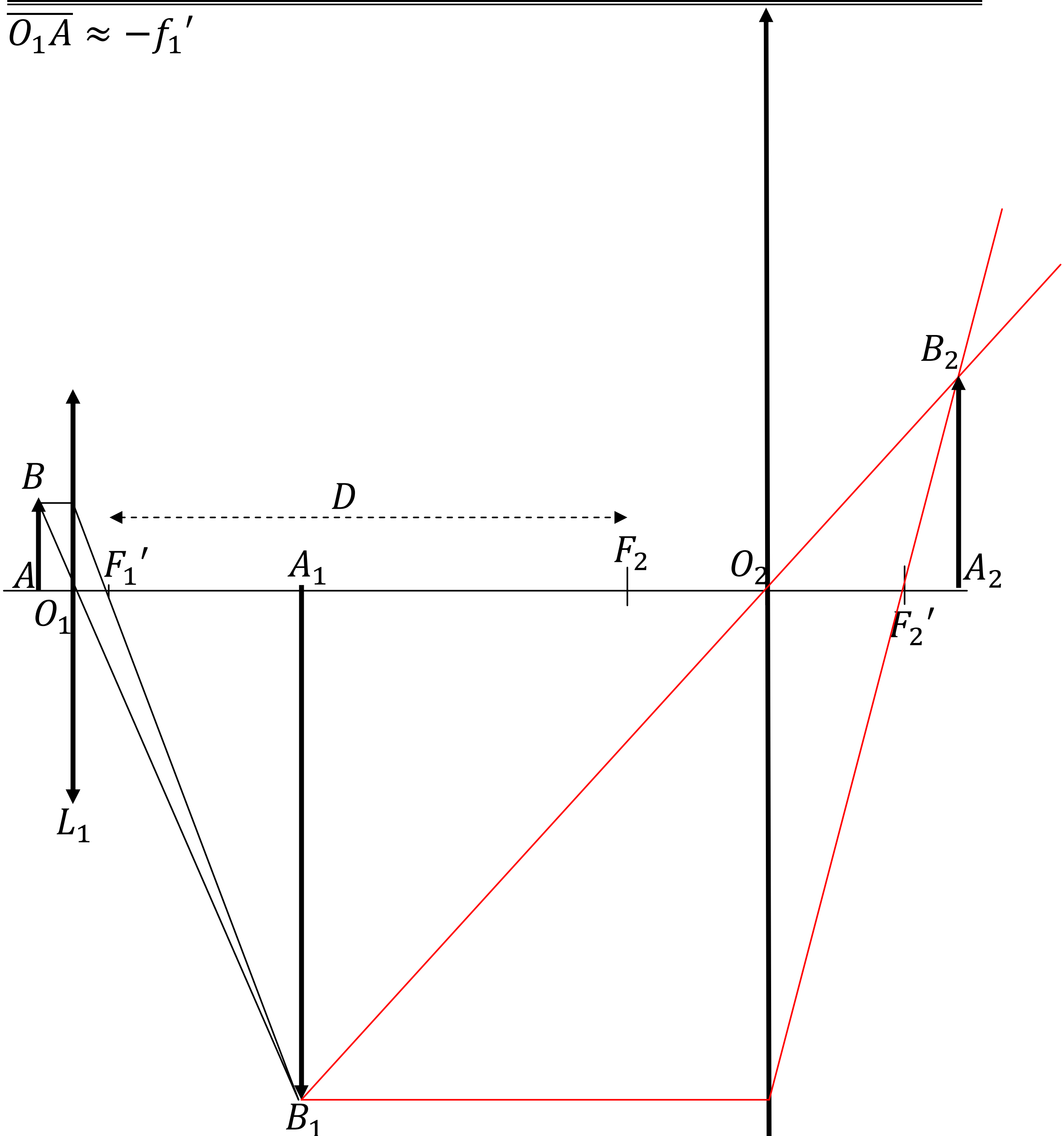
c) Justifications des caractéristiques :

$\overline{O_2A_2} < 0 \quad \Rightarrow$ image virtuelle

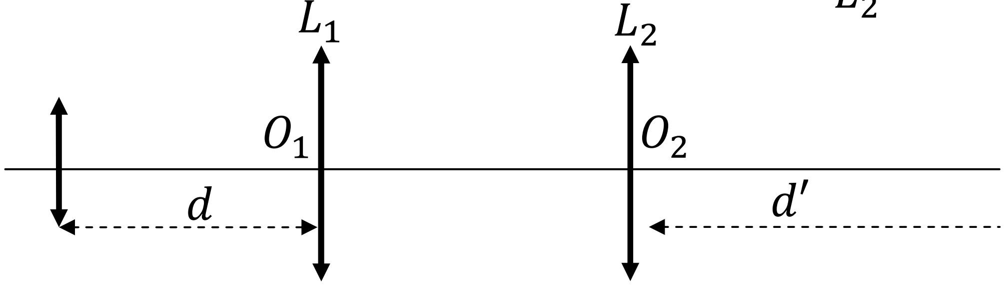
$\gamma = \frac{\overline{O_2A_2}}{\overline{O_2A_1}} \times \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = --198,4$. Donc renversée et très aggrandie.

d) Figure avec l'objet $AB$ placé au voisinage du foyer objet $F_1$.

$\overline{O_1A} \approx -f_1{}'$




2. Figure :



a) Calcul de $d$ pour que $d'$ soit infinie ($d' = \infty$).

Pour $L_1$ : $\frac{1}{f_1'} = \frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}}$, $\overline{O_1A} = -d$ et $\overline{O_1A_1} = d_1$.

$$\frac{1}{f_1'} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{f_1'} - \frac{1}{d} = \frac{1}{d_1}$$

Pour $L_2$ : $\frac{1}{f_2'} = \frac{1}{\overline{O_2A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}}$,

$\overline{O_2A_1} = -\overline{O_1O_2} + \overline{O_1A_1}$

$= -\overline{O_1F_1'} + \overline{O_2F_2} + \overline{F_2F_1'} + d_1$

$= -f_1' - f_2' - D + d_1$ et $\overline{O_2A_2} = d'$

Alors : $\frac{1}{f_2'} = \frac{1}{d'} - \frac{1}{-f_1' - f_2' - D + d_1}$

$\frac{1}{f_2'} = \frac{1}{f_1' + f_2' + D - d_1}$ car $\frac{1}{d'} = 0.$

$\frac{1}{f_2'} = \frac{1}{f_1' + f_2' + D - d_1}$

$f_1' + f_2' + D - d_1 = f_2'$

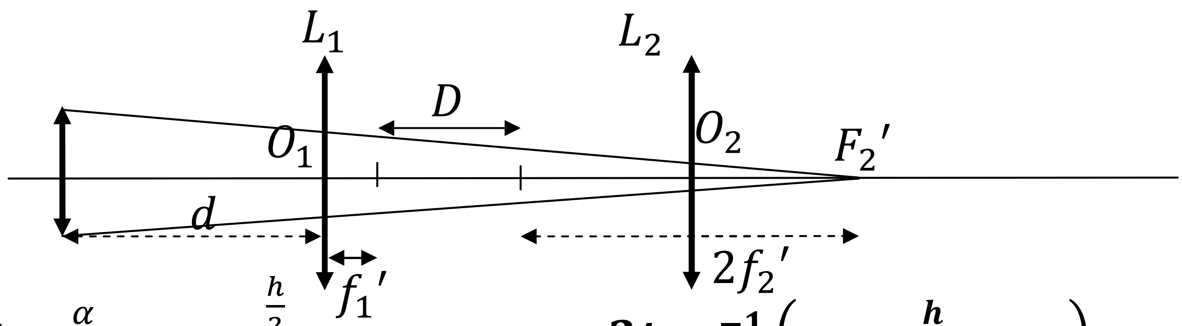
$f_1' + D = d_1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f_1' + D}$

Alors on a :

$$\frac{1}{f_1'} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f_1' + D} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{d} = \frac{1}{f_1'} - \frac{1}{f_1' + D}$$

$\frac{1}{d} = \frac{D}{f_1'(f_1' + D)} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{d = \frac{f_1'(f_1' + D)}{D}}$ ; $\boldsymbol{d = 22{,}29mm}$

b) Calcul de l'angle $\alpha$




$$tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{h}{2}}{d+f_1'+D+2f_2'} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\alpha = 2tan^{-1}\left(\frac{h}{2(d+f_1'+D+2f_2')}\right)}$$

$\boldsymbol{\alpha = 4,73.10^{-3\circ}}$

**Exercice 11 :**

1. a) Expression de $\overline{O_1A'}$ en fonction de $\overline{O_1A}$

$\gamma = -1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = -1$. alors : $\boldsymbol{\overline{O_1A'} = -\overline{O_1A}}$

- Caractéristiques de $A'B'$

$\frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -1 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\overline{A'B'} = -\overline{AB}}$

**$A'B'$ est renversée et de même sens que $AB$.**

b) Expressions de $\overline{O_1A'}$ , $\overline{O_1A}$ , $\overline{AA'}$ en fonction de $f_1'$.

$\frac{1}{f_1'} = \frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{-2}{\overline{O_1A}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\overline{O_1A} = -2f_1'}$ ; $\boldsymbol{\overline{O_1A'} = 2f_1'}$

$\overline{AA'} = -\overline{O_1A} + \overline{O_1A'} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\overline{AA'} = 4f_1'}$

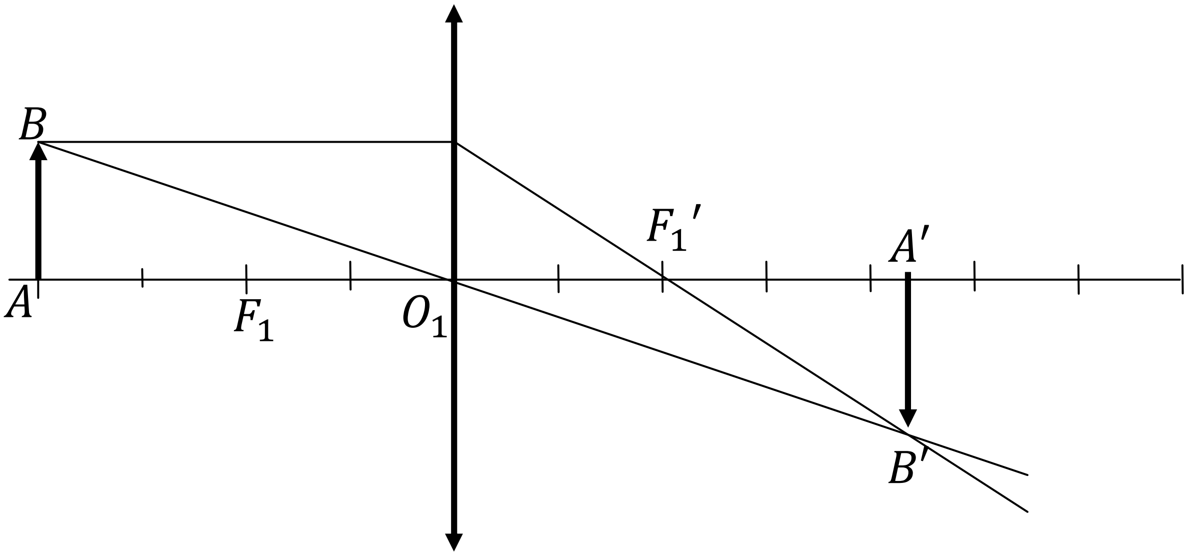
2. Valeur de $f_1'$

$\overline{AA'} = 4f_1' \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{f_1' = \frac{\overline{AA'}}{4}}$ ; $\boldsymbol{f_1' = 5cm}$

3. Représentation :

$1cm \rightarrow$ 5 sur l'horizontale

$1cm \rightarrow$ 2 sur la verticale




a) Position et caractéristiques

$$\overline{O_1A'} = 2f_1' \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\overline{O_1A'} = 10cm}$$

b) Image renversée et de même taille que l'objet.

4. a) Expression de $d$ en fonction de $f_1{}'$ et $f_2{}'$

$\frac{1}{f_1{}'} = \frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}}$. Objet placé à l'infini équivaut à $\frac{1}{\overline{O_1A}} = 0$.

$\frac{1}{f_1{}'} = \frac{1}{\overline{O_1A'}} \quad \Rightarrow \quad \overline{O_1A'} = f_1{}'$

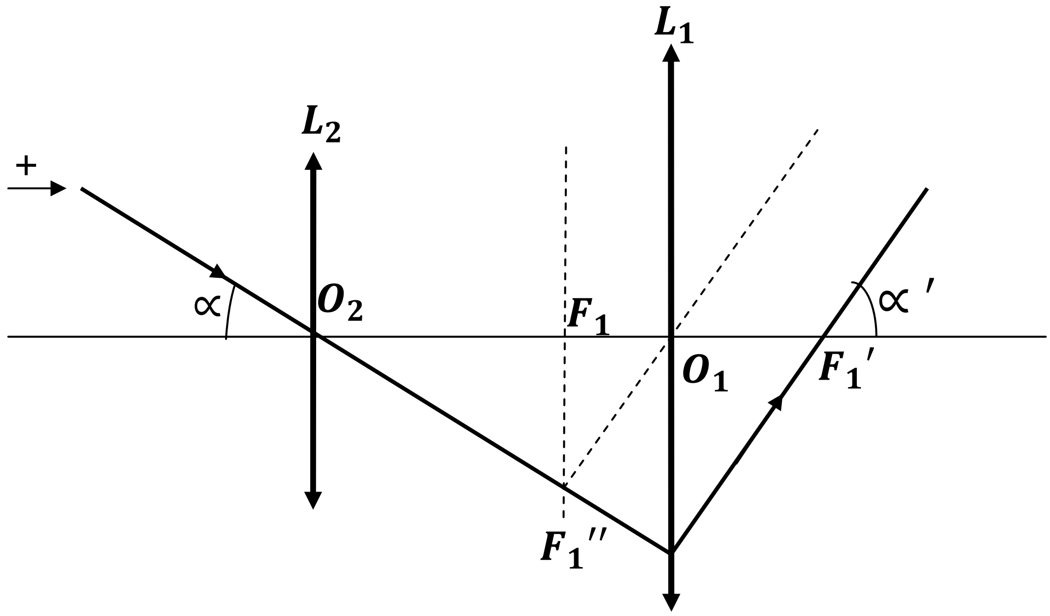
$\frac{1}{f_2{}'} = \frac{1}{\overline{O_2A''}} - \frac{1}{\overline{O_2A'}}$

$\frac{1}{\overline{O_2A''}} = 0$ image située à l'infini.

$\frac{1}{f_2{}'} = -\frac{1}{\overline{O_2A'}} \quad \Rightarrow \quad \overline{O_2A'} = -f_2{}'$

$d = \overline{O_1A'} - \overline{O_2A'} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{d = f_1' + f_2{}'}$ ; $\boldsymbol{d = -55cm}$

b) Représentation




- Expression de $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ en fonction de $f_1'$ et $f_2'$

$tan\alpha = \frac{F_1F_1''}{O_2F_1}$ et $tan\alpha' = \frac{F_1F_1''}{F_1O_1}$

Pour des angles très faibles, on a : $tan\alpha \approx \alpha$ et $tan\alpha' \approx \alpha'$

Donc : $\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{O_2F_1}{F_1O_1} = \frac{O_2O_1 - f_1'}{f_1'} \Rightarrow \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{d - f_1'}{f_1'}$. Or $d - f_1' = f_2'$

$\boldsymbol{G = \frac{f_2'}{f_1'}}$ ; $\boldsymbol{G = 10}$

## Exercice 12 :

1. Calculons l'indice de réfraction

$n_i\, sini = n_b\, sint$ , $n_i = n_{air} = 1.$

$sini = n_b\, sint \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{n_b = \frac{sini}{sint}}$

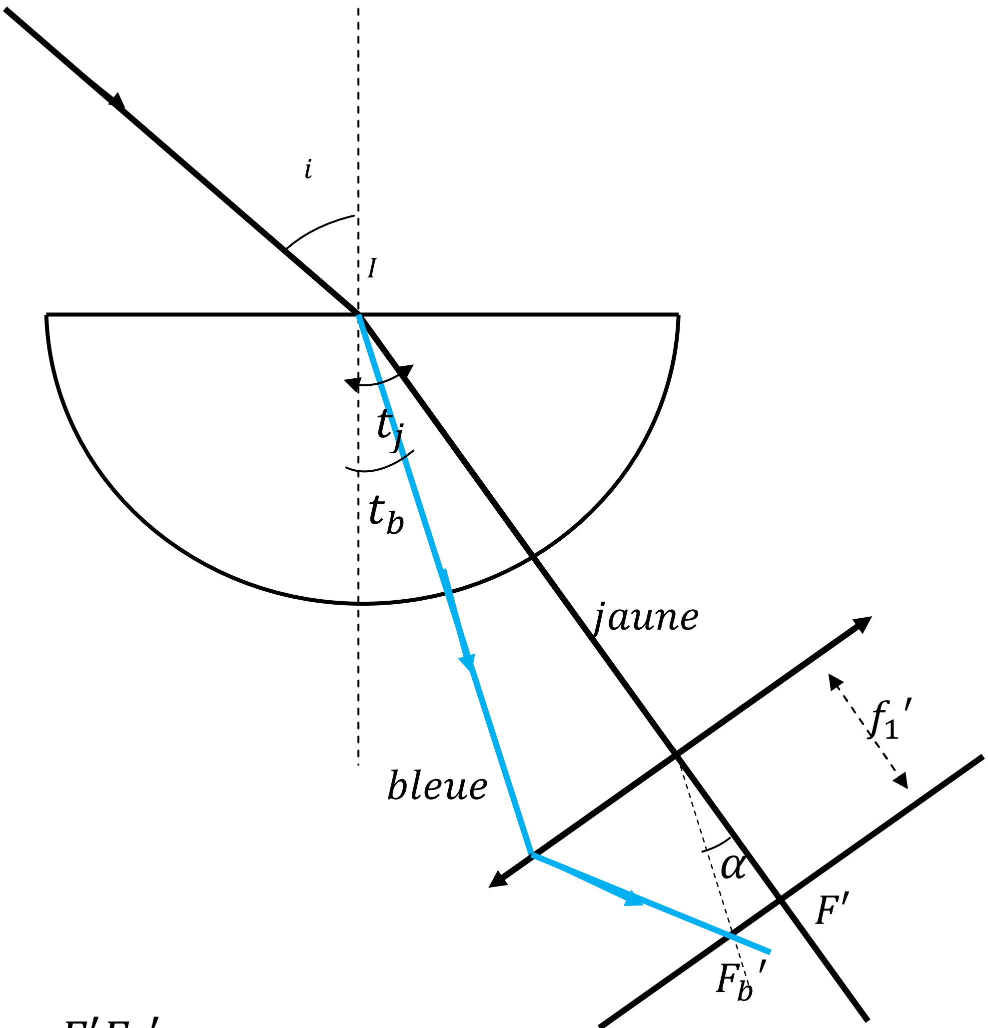
$i = 1{,}223rad$ , $t = 0{,}678rad$

$$\boldsymbol{n_b = 1,499}$$

2. Calcul de l'angle de réfraction

$sini = n_j sint_j \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t_j = sin^{-1}\left(\frac{sini}{n_j}\right)}$

$$\boldsymbol{t_j = 0,687rad} \text{ ou } \boldsymbol{39°21'}$$




$d = F'F_b'$

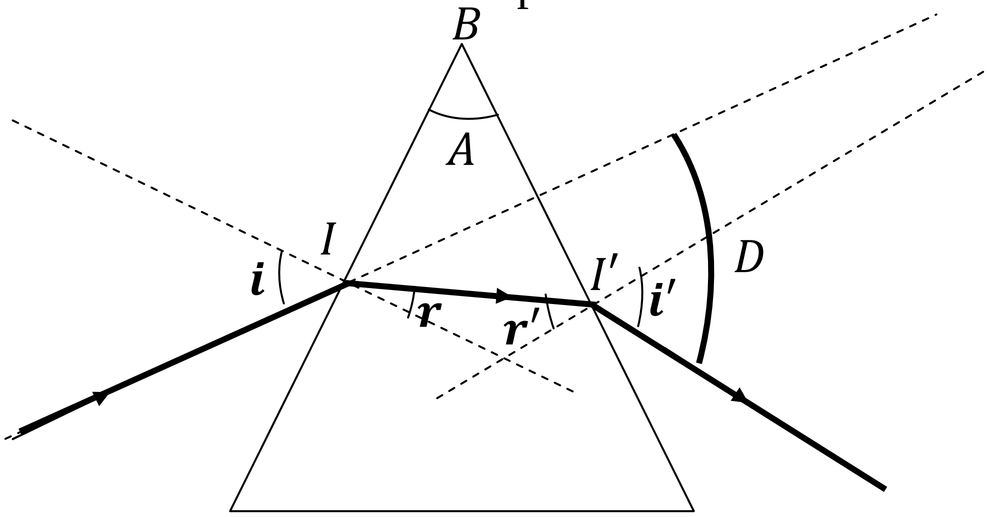
$tan\alpha = \frac{F'F_b'}{f_1'} = \frac{d}{f_1'} \quad \Rightarrow \quad d = f_1'tan\alpha$

$\alpha = \boldsymbol{t_j - t_b}$

$\boldsymbol{d = f_1'tan(t_j - t_b)}$ ; $\boldsymbol{d = 0,45cm}$

## Exercice 13 :

1. Etablissons les formules du prisme




- Loi de la réfraction au point $I$ et $I'$ :

$sini = n\,sinr$ et $sini' = n\,sinr'$

- Considérons le triangle $BII'$.

La somme des angles est égale à :

$\hat{A} + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) = \pi \quad \Rightarrow \quad \hat{A} - r - r' = 0$

$$\boldsymbol{\hat{A} = r + r'}$$

On a d'autre part : $D = (i - r) + (i' - r')$

$D = i + i' - (r + r')$. D'où : $\boldsymbol{D = i + i' - \hat{A}}$

2. $i = 45°$ ; $\hat{A} = 60°$.

$n_j = 1{,}660$

- Calculons $r$ , $r'$ et $i'$ , $D_j$

$sin\,i = n_j\,sin\,r_j \quad \Rightarrow \quad sinr_j = \frac{sini}{n_j}$

$\boldsymbol{r_j = sin^{-1}\left(\frac{sini}{n_j}\right)}$ **;** $\boldsymbol{r_j = 25{,}2°}$

$\hat{A} = r_j + r_j' \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{r_j' = \hat{A} - r_j}$ ; $\boldsymbol{r_j' = 34{,}8°}$

$sin\,i_j' = n_j\,sin\,r_j' \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{i_j' = sin^{-1}(n_j\,sin\,r_j')}$

$$\boldsymbol{i'_j = 71,3°}$$

$D_j = i_j + i'_j - \hat{A} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{D_j = 56,3°}$

3. $n_B = 1{,}673$ et $n_O = 1{,}655$

- Pour le bleu :

$\boldsymbol{r_B = 25°,\ i'_B = 73,66°\ ;\ r'_B = 35°\ ;\ D_B = 35°}$

- Pour l'orange :

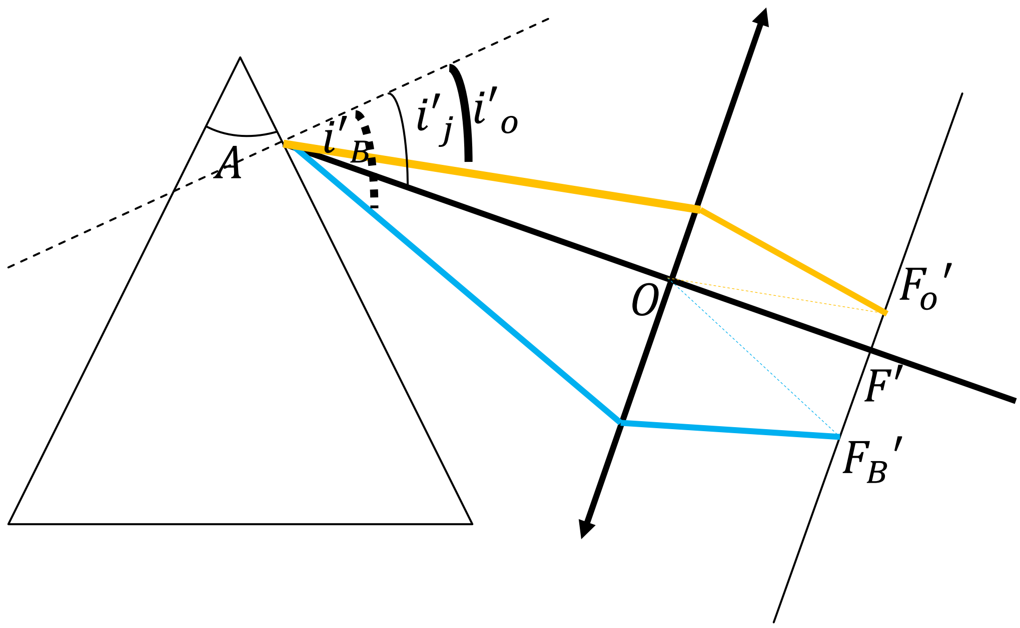
$\boldsymbol{r_o = 25,3°,\ i'_o = 70,4°\ ;\ r'_o = 34,7°\ ;\ D_o = 55,4°}$

4. Les rayons qui émergent de ce prisme constituent un spectre lumineux.

Ce phénomène est la décomposition de la lumière.

5. a) Il faut placer l'écran dans le plan focal image.

b) Distance entre les raies :




- Distance $d_1 = F'F_B'$

$tan(i'_B - i'_j) = \frac{d_1}{f'} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{d_1 = f' \times tan(i'_B - i'_j)}$

$$\boldsymbol{d_1 = 2,1cm}$$

- Distance $d_2 = F_j'F_0'$

$tan(i'_j - i'_o) = \frac{d_2}{f'}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{d_2 = f' \times tan(i'_j - i'_o)}$

$$\boldsymbol{d_2 = 0,79cm}$$

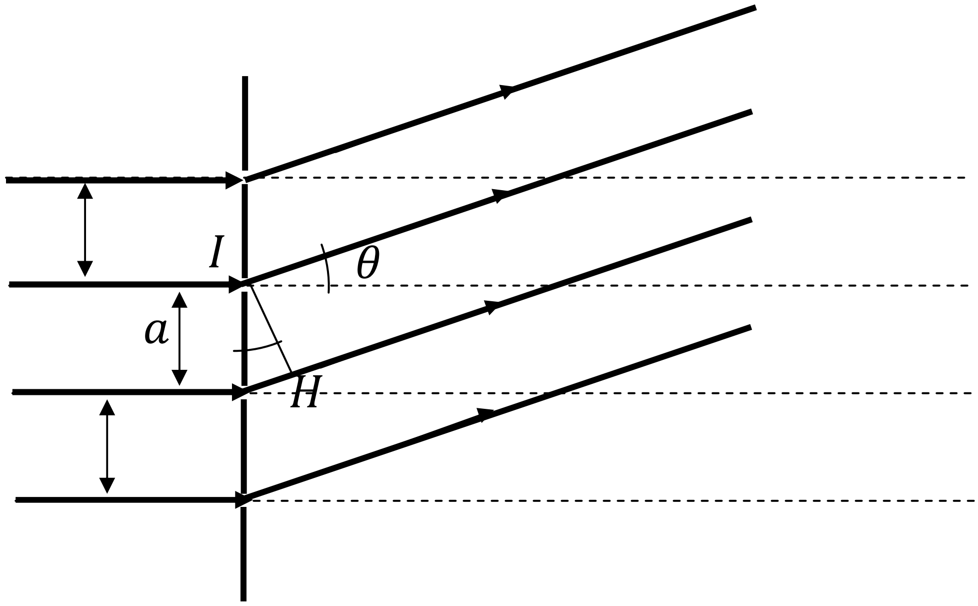
- Distance $d_3 = F_o{}'F_B{}'$

  $d_3 = d_1 + d_2$ ; $\boldsymbol{d_3 = 2,89cm}$

**Exercice 15 :**

$n = 550$ traits/mm ; $\lambda = 0{,}589nm$.

1. Figure :




$a = \frac{1}{n}$ ; $\delta = I'H$.

- Formule donnant un maxima de lumière. On a :

$sin\theta = \frac{I'H}{a} = \frac{\delta}{a}$ or $\delta = k\lambda$.

$$\boldsymbol{sin\theta = k\lambda\, n} \quad , \ \boldsymbol{k} \in \mathbb{Z}$$

2. Determination des directions

$sin\theta = k\lambda\, n$. Or $-1 \leq sin\theta \leq 1$

$$-1 \leq k\lambda\, n \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{1}{\lambda\, n} \leq k \leq \frac{1}{\lambda\, n}$$

$-3{,}08 \leq k \leq 3{,}08$ $\Rightarrow |\boldsymbol{k}| \in \{\boldsymbol{0}\ ;\ \boldsymbol{1}\ ;\ \boldsymbol{2}\ ;\ \boldsymbol{3}\}$

3. On a au total 7 directions correspond à un minimum de lumière.
4. $\lambda = 0{,}633\mu m$

$-\frac{1}{\lambda\, n} \leq k \leq \frac{1}{\lambda\, n} \quad \Rightarrow \quad -2{,}87 \leq k \leq 2{,}87;$

Donc $|k| \in \{0 \;;\; 1 \;;\; 2\}$. Ce qui donne au total cinq directions correspondants à un maximum de lumière.

**Exercice 16 :**

$n = 400$ traits/mm

1. $\theta = 13°22'$ , $k = 1$.

- Longueur d'onde $\lambda_J$ de la raie jaune

$sin\theta = k\lambda\, n = \lambda_{\,J} n \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\lambda_{\,J} = \frac{sin\theta}{n}}$ **;** $\boldsymbol{\lambda_{\,J} = 1{,}434\mu m}$.

2. Les autres directions donnant un maximum de lumière

$$sin\theta = \lambda_{\,J} n \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\theta = sin^{-1}(\lambda_{\,J} n)}$$

$\boldsymbol{\theta = 13°22'}$ et $\boldsymbol{\theta = 0°}$.

3. Directions pour une radiation bleue

$sin\theta = k\lambda_{\,B} n \;\Leftrightarrow\; -\frac{1}{\lambda_{\,B}\, n} \leq k \leq \frac{1}{\lambda_{\,B}\, n}$

$\lambda_{\,B} n = 0{,}1744 \quad \Rightarrow -5{,}73 \leq k \leq 5{,}73$

$$|k| \in \{0 \;;\; 1 \;;\; 2 \;;\; 3 \;;\; 4 \;;\; 5\}$$

$|k| = 0 \quad , \quad \boldsymbol{\theta = 0}$

$|k| = 1 \quad , \quad \boldsymbol{\theta = -10{,}04°} \;\; ou \;\; \boldsymbol{10{,}01°}$

$|k| = 2 \quad , \quad \boldsymbol{\theta = -20{,}41°} \;\; ou \;\; \boldsymbol{20{,}41°}$

$|k| = 3 \quad , \quad \boldsymbol{\theta = -31{,}55°} \;\; ou \;\; \boldsymbol{31{,}55°}$

$|k| = 4 \quad , \quad \boldsymbol{\theta = -44{,}23°} \;\; ou \;\; \boldsymbol{44{,}23°}$

$|k| = 5 \quad , \quad \boldsymbol{\theta = -60{,}69°} \;\; ou \;\; \boldsymbol{60{,}69°}$

**Exercice 17 :**

$n = 10^4$ traits/cm

1. Si $\theta = 0$, l'axe de la lunette est confondu avec la normale au réseau. Sous incidence normale, on observe au centre de la lunette un point lumineux intense.

2. $k = 1$, $\begin{cases} \lambda_v = 0{,}568\mu m \\ \lambda_J = 0{,}589\mu m \\ \lambda_R = 0{,}615\mu m \end{cases}$

- Calculons les directions $\theta_v$ ; $\theta_J$ ; $\theta_R$

$sin\theta = \lambda n \quad \Rightarrow \quad \theta = sin^{-1}(\lambda n)$ car $k = 1$.

$\boldsymbol{\theta_v = 34,61°}$ ; $\boldsymbol{\theta_J = 36,1°}$ ; $\boldsymbol{\theta_R = 37,95°}$

3. On a : $sin\theta = k\lambda n$

Or $-1 \leq sin\theta \leq 1$

$$-1 \leq k\lambda\, n \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{1}{\lambda\, n} \leq k \leq \frac{1}{\lambda\, n}$$

- Pour le vert: $\frac{1}{\lambda\, n} = 1{,}76$

$-1{,}76 \leq k \leq 1{,}76 \quad \Rightarrow |\boldsymbol{k}| \in \{\boldsymbol{0} \;;\; \boldsymbol{1}\}$

- Pour le jaune : $\frac{1}{\lambda\, n} = 1{,}69$

$$-1{,}69 \leq k \leq 1{,}69 \quad \Rightarrow |\boldsymbol{k}| \in \{\boldsymbol{0} \;;\; \boldsymbol{1}\}$$

- Pour le rouge : $\frac{1}{\lambda\, n} = 1{,}63$

$$-1{,}63 \leq k \leq 1{,}63 \quad \Rightarrow |\boldsymbol{k}| \in \{\boldsymbol{0} \;;\; \boldsymbol{1}\}$$

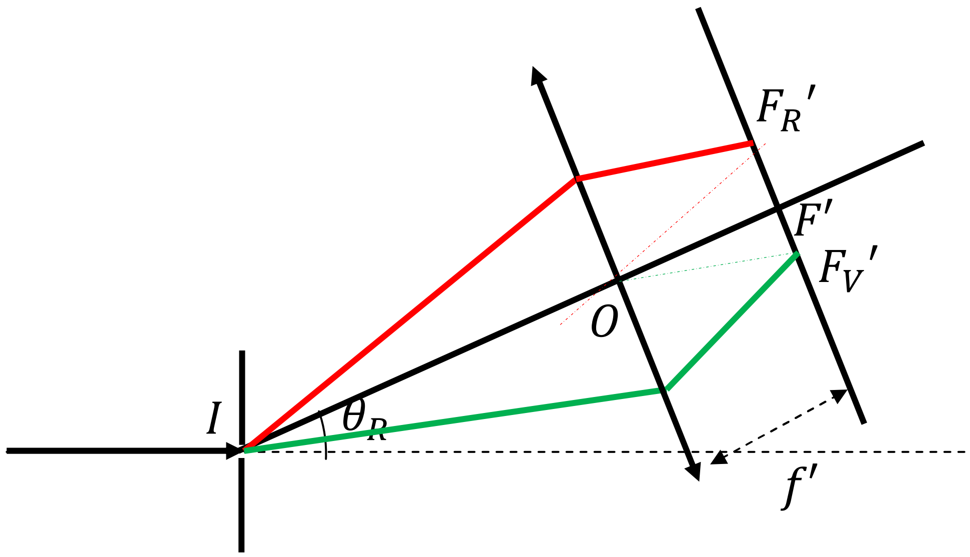
On ne donc pas avoir un spectre d'ordre 2.

4. $f' = 30cm$

a) L'écran doit être disposé dans le plan focal image de la lentille.

b) Calcul de la distance $d$ qui sépare les raies verte et le rouge.

$$d = \overline{F_R'F_V'} = \overline{F_R'F'} + \overline{F'F_V'}$$
$$= f'\tan(\theta_R - \theta_J) + f'\tan(\theta_J - \theta_V)$$
$$\boldsymbol{d = f'\left(\tan(\theta_R - \theta_J) + \tan(\theta_J - \theta_V)\right)}$$
$$\boldsymbol{d = 1,75cm}$$



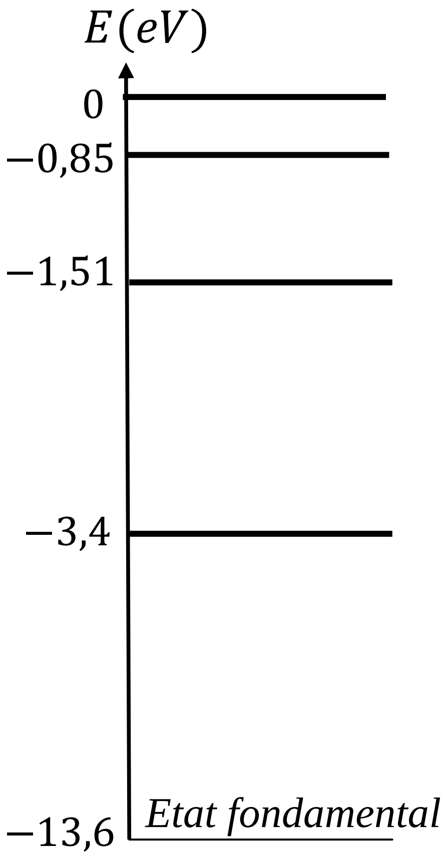
## Chapitre VIII:

# NIVEAU D'ENERGIE ATOMIQUE

**Exercice 1 :**

$E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ $(n \geq 1\ ;\ E_n\ en\ eV)$

1. Diagramme :




2. $E = 11eV$

$E_n = E + E_1$

$E_n = -2,6eV$ . Cette énergie ne correspond à aucun niveau sur le diagramme. Cette radiation ne sera pas absorbée.

3. Calculons les longueurs d'onde

$E = E_n - E_1$

$\frac{hC}{\lambda_n} = E_0\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

$\boldsymbol{\frac{1}{\lambda_n} = \frac{E_0}{hC}\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}$

Pour le premier niveau excité :

$\frac{1}{\lambda\prime} = \frac{3E_0}{4hC} \Rightarrow \boldsymbol{\lambda' = \frac{4hC}{3E_0}}$

$$\boldsymbol{\lambda' = 1,22.10^{-7}m}$$

Pour le deuxième niveau excité :

$\frac{1}{\lambda} = \frac{8E_0}{9hC} \Rightarrow \boldsymbol{\lambda = \frac{9hC}{8E_0}}$

$$\boldsymbol{\lambda = 1,03.10^{-7}m}$$

Pour le troisième niveau excité :

$\frac{1}{\lambda''} = \frac{15E_0}{16hC} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\lambda'' = \frac{16hC}{15E_0}}$

$$\boldsymbol{\lambda'' = 9,74.10^{-8}m}$$

## Exercice 2 :

1. Confère l'exercice 1.
2. Energie nécessaire pour ioniser l'atome

$E_i = E_\infty - E_1 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{E_i = E_0 = 13,6eV}$

3. Comportement d'un atome d'hydrogène

a) $\lambda = 91,2nm$

$E = \frac{hC}{\lambda} = 2,18.10^{-18}J = \boldsymbol{13,6eV}$. L'atome est ionisé.

b) $\lambda = 110nm$

$E = \frac{hC}{\lambda} = \boldsymbol{11,28eV}$. Alors $E_n = -2,32eV$. Cette énergie ne correspond à aucun niveau excité. L'atome reste dans son état fondamental.

c) $\lambda = 122nm$

$E = \frac{hC}{\lambda} = \boldsymbol{10,17eV}$. Alors $E_n = -3,4eV$. Cette énergie correspond au premier niveau excité. L'atome passe au niveau $n = 2$.

d) $\lambda = 1\mu m$

$E = \frac{hC}{\lambda} = \boldsymbol{1,24eV}$. Alors $E_n = -12,34eV$. Cette énergie ne correspond à aucun niveau excité. L'atome reste dans son état d'énergie la plus stable.

**Exercice 3 :**

$\lambda_0 = 0{,}3\mu m$ ; $\lambda_1 = 0{,}59\mu m$

1. Energie de chaque radiation

$\boldsymbol{E = \frac{hC}{\lambda}}$.

$E_0 = 6{,}62.10^{-19}J$ ou $\boldsymbol{E_0 = 4{,}14eV}$

$E_1 + E_0 = -1{,}0025eV$ . le photon n'est pas absorbé car cette énergie ne correspond à aucune transition électronique.

$E_1{}' = \frac{hC}{\lambda}$ ; $\boldsymbol{E_1{}' = 2{,}1eV}$

$E_1 + E_1{}' = -3{,}4eV$ . le photon est absorbé et passe dans son premier état excité.

2. L'atome est excité

   Pour un photon d'énergie $3eV$, l'atome reste dans son état fondamental.

3. Energie cinétique de l'électron après interaction.

$\Delta E = E_2 - E_1 = 2{,}11eV$. Donc $E_C = 3 - 2{,}11eV$ ;

$$\boldsymbol{E_C = 0{,}89eV}$$

**Exercice 4 :**

1. $\boldsymbol{E_0 = -10{,}4eV}$ ; $\boldsymbol{E_1 = -5{,}4eV}$ ;

$$\boldsymbol{E_2 = -2{,}6eV} \ ; \ \boldsymbol{E_\infty = 0}$$

2. Fréquences correspondant aux cinq radiations

- $n = \infty \quad vers\, n = 0$

$E_\infty - E_0 = ha \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a = \frac{-E_0}{h}}$ , $\boldsymbol{a = 2{,}51.10^{15}Hz}$

- $n = \infty \quad vers\, n = 1$

$E_\infty - E_1 = hd \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{d = \frac{-E_0}{h}}$ , $\boldsymbol{d = 1{,}31.10^{15}Hz}$

- $n = 2 \quad vers\, n = 0$

$E_2 - E_0 = hb \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{b = \frac{E_2 - E_0}{h}}$ , $\boldsymbol{b = 1{,}88.10^{15}Hz}$

- $n = 1 \quad vers\, n = 0$

$E_1 - E_0 = hc \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{c = \frac{E_1 - E_0}{h}}$ , $\boldsymbol{c = 1{,}14.10^{15}Hz}$

3. Energie cinétique minimale de l’électron

Un électron est arraché de l’atome. Il est alors ionisé. Donc $E_n \geq 0. \Leftrightarrow E_1 + E_C \geq 0$. Soit $E_C \geq -E_1$.

Alors : $\boldsymbol{E_{Cmin} = -E_1 = 9{,}12.10^{-19}J}$

## Exercice 8 :

1. a) confère le cours
   b) Confère le cours
2. $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$
   a) Calculons $E_3$ et $E_2$

$E_3 = -1{,}51eV$ et $E_2 = -3{,}4eV$

   b) La transcition du niveau 3 vers le niveau 2 se fait par émission de photons.

3. a) les photons :

$E_n = E + E_1$

- pour $E = 10{,}2eV$, $E_n = -3{,}4eV = E_2$. Donc le photon est absorbé.
- Pour $E = 11{,}5eV$, $E_n = -2{,}1eV$. Elle ne correspond à aucun niveau d’énergie de l’atome. Le photon n’est pas absorbé.
- Pour $E = 14eV$, $E_n = 0{,}4eV > E_{ionisation}$

L’atome est ionisé.

b) Etat final

- $E_1 \quad \to \quad E_2$
- $E_1$
- $E_1 \quad \to \quad E_\infty$

4. a) La série de LYMAN est l'ensemble des transitions électroniques d'un état excité vers l'état fondamental correspondant à $p = 1$.

$$\frac{1}{\lambda_n} = R_H\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

b) Expression de $R_H$
pour une transition on a :

$$E = E_n - E_1 \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{hC}{\lambda_n} = -\frac{E_0}{n^2} + E_0$$

$$\frac{1}{\lambda_n} = \frac{E_0}{hC}\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

D'où $\boldsymbol{R_H = \frac{E_0}{hC}}$

c) Dimension de $R_H$

$[R_H] = \frac{[E_0]}{[h]\times[C]}$

$[R_H] = \frac{J}{J\cdot s\times m\cdot s^{-1}} = \frac{1}{m} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{[R_H] = m^{-1}}$

d) Application numérique :

$$\boldsymbol{R_H = 1{,}096.10^7 m^{-1}}$$

e) Calcul de l'écart $\Delta\lambda$

$$\Delta\lambda = \lambda_{max} - \lambda_{min}$$

Pour $n = \infty$ on a : $\lambda_{min} = \frac{hC}{E_0} = \frac{1}{R_H}$

Pour $n = 2$ on a : $\lambda_{max} = \frac{4hC}{3E_0} = \frac{4}{3R_H}$. Donc :

$\Delta\lambda = \frac{4}{3R_H} - \frac{1}{R_H} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\Delta\lambda = \frac{1}{3R_H}}$ **;**

$$\boldsymbol{\Delta\lambda = 3,04.10^{-8}m}$$

5. $\vartheta_a = 6,15.10^{14}Hz$ et $\vartheta_b = 6,90.10^{14}Hz$

- Déterminons les niveaux $a$ et $b$

$$E = E_n - E_2 \quad \Leftrightarrow \quad h\vartheta = -\frac{E_0}{n^2} + \frac{E_0}{4}$$

$$h\vartheta = E_0\left(-\frac{1}{n^2} + \frac{1}{4}\right) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} - \frac{h\vartheta}{E_0}}$$

alors : $\frac{1}{a^2} = \frac{1}{4} - \frac{h\vartheta_a}{E_0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a = 4}$

$\frac{1}{b^2} = \frac{1}{4} - \frac{h\vartheta_b}{E_0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{b = 5}$

# Chapitre IX:

# RADIOACTIVITE
# REACTIONS NUCLEAIRES

## Exercice 1 :

1. Equation – bilan de la réaction nucléaire

$${}^{137}_{55}Cs \quad \rightarrow \quad {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e + \gamma$$

Conservation des masses : $137 = A + 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{A = 137}$
Conservation des charges : $55 = Z - 1 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{Z = 56}$
Donc l'équation de la réaction nucléaire s'écrit :

$$\boldsymbol{{}^{137}_{55}Cs \quad \rightarrow \quad {}^{137}_{56}Cs + {}^{0}_{-1}e + \gamma}$$

2. Energie libérée

- Perte de masse

$\Delta m = 136{,}8773u - 136{,}8756u$
$\Delta m = 1{,}7.10^{-3}u$

- Energie libérée

$\boldsymbol{E_L = \Delta m C^2}$ ; $\boldsymbol{E_L = 2{,}5551.10^{-13}J}$ ou $\boldsymbol{E_L = 1{,}6MeV}$
Cette énergie se retrouve sous forme cinétique.

3. $\lambda = 8{,}40.10^{-10}s^{-1}$. Calculons la période radioactive.

$\boldsymbol{T = \frac{ln2}{\lambda}}$ ; $\boldsymbol{T = 825{,}2.10^{6}s}$ ou $\boldsymbol{T = 26ans}$

## Exercice 2 :

${}^{24}_{11}Na \quad (\beta^-)$ ; $T = 14H48min$

1. Equation bilan de la réaction :

$${}^{24}_{11}Na \quad \rightarrow \quad {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e + \gamma$$

Conservation des masses : $24 = A + 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{A = 24}$

Conservation des charges : $11 = Z - 1 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{Z = 12}$

Donc l'équation de la réaction nucléaire s'écrit :

$$\boldsymbol{{}^{24}_{11}Na \quad \rightarrow \quad {}^{24}_{12}Mg + {}^{0}_{-1}e + \gamma}$$

2. $m = 4.10^{-3}g$

- Masse restante dans $44H24min$

La loi de la décroissance radioactive s'écrit :

$m' = me^{-\lambda t}$ or $\lambda = \frac{ln2}{T}$. Donc $\boldsymbol{m' = me^{-\frac{tln2}{T}}}$

$$\boldsymbol{m' = 5.10^{-4}g}$$

3. L'énergie des photons provident de la désexcitation du noyau fils.
4. $E = 2{,}758MeV$.

- Calculons la longueur d'onde $\lambda$ du photon lumineux émis

$E = \frac{hC}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\lambda = \frac{hC}{E}}$ ; $\boldsymbol{\lambda = 4{,}5.10^{-13}m}$

5. Energie dégagée par le noyau de sodium

$\Delta m = m_1 - (m_2 + m_3)$ ; $\Delta m = 5{,}3714.10^{-3}u$

$\boldsymbol{E_L = \Delta mC^2}$ ; $\boldsymbol{E_L = 8{,}073.10^{-13}J}$ ou $\boldsymbol{E_L = 5{,}046MeV}$.

## Exercice 5 :

1. Equation bilan

$${}^{14}_{7}N \quad + \quad {}^{1}_{0}n \quad \rightarrow \quad {}^{14}_{6}C \; + \; {}^{A}_{Z}X$$

Conservation du nombre de masse :

$$14 + 1 = 14 + A \quad \Rightarrow \quad A = 1$$

Conservation de charges :

$$7 + 0 = 6 + Z \quad \Rightarrow \quad Z = 1$$

On a alors :

$$\boldsymbol{{}^{14}_{7}N \quad + \quad {}^{1}_{0}n \quad \rightarrow \quad {}^{14}_{6}C \; + \; {}^{1}_{1}P}$$

2. Equation de la désintégration du carbone 14.

$$\boldsymbol{{}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{14}_{7}N}$$

3. ${}^{14}_{6}C$ : $T = 5570\ ans$

$A = 197\ désin/min$ et $A_0 = 1350\ désin/min$

- Calcul de l'âge du bois préhistorien

$A = A_0 e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad e^{-\lambda t} = \frac{A}{A_0}$

$$-\lambda t = ln\frac{A}{A_0}$$

$$-t\frac{ln2}{T} = ln\frac{A}{A_0}$$

$$\boldsymbol{t = \frac{T}{ln2} \times ln\frac{A_0}{A}} \quad ; \quad \boldsymbol{t = 15466,2\ ans}$$

**Exercice 6 :**

1. Equation de la désintégration du carbone 14.

$$\boldsymbol{{}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{14}_{7}N}$$

2. $A = -\frac{dN}{dt}$. $A$ varie suivant une loi exponentielle : C'est la loi de la décroissance radioactive.

- Calculons $\lambda$

A $t = T$ , $A = \frac{A_0}{2}$

$\frac{A}{A_0} = \frac{1}{2}$. on a : $\boldsymbol{\lambda = \frac{ln2}{T}}$ **;** $\boldsymbol{\lambda = 3,94.10^{-12} s^{-1}}$

3. En 1979: $\begin{cases} A_1 = 0,233 \\ A_2 = 0,215 \\ A_3 = 0,223 \end{cases}$

$$A_0 = 0,255$$

a) Ages approximatifs des échantillons

$$e^{-\lambda t} = \frac{A}{A_0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t = \frac{1}{\lambda} ln\left(\frac{A_0}{A}\right)}$$

$$\boldsymbol{t_1 = 2{,}3.10^{10}s = 725ans}$$

$$\boldsymbol{t_2 = 4{,}33.10^{10}s = 1371ans}$$

$$\boldsymbol{t_3 = 3{,}40.10^{10}s = 1078\ ans}$$

- Calcul des dates

Pour $A_1$ : l'an $1254$

Pour $A_2$ : l'an $603$

Pour $A_3$ : l'an $901$

b) Proportion des atomes de carbone 14 dans l'atmosphère.

L'échantillon le plus ancien : $A_2 = 0{,}215$

$A_2 = \lambda N_2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{N_2 = \frac{A_2}{\lambda}\,;\ \ N_2 = 5{,}46.10^{10}\ noyaux}$

$$\%{}^{14}_{6}C = \frac{5456}{10^6} \ ; \ \boldsymbol{\%{}^{14}_{6}C = 5{,}5}$$

**Exercice 7 :**

$${}^{238}_{92}U \quad \rightarrow \quad {}^{206}_{82}Pb + x\alpha + y\beta^-$$

1. Déterminons $x$ et $y$

$(\alpha)$ : ${}^{4}_{2}He$ ; $(\beta^-)$ : ${}^{0}_{-1}e$

Conservation de masse :

$$238 = 206 + 4x \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x = 8}$$

Conservation de charges :

$$92 = 2x - y \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{y = 6}$$

2. $Nu(t) = Nu(0)e^{-\lambda t}$

a) Expression de $T$

$$\boldsymbol{T = \frac{ln2}{\lambda}}$$

b) Expression de $N_{Pb}(t)$

$$N_{Pb}(t) = Nu(0) - Nu(0)e^{-\lambda t}$$
$$\boldsymbol{N_{Pb}(t) = Nu(0)\left(1 - e^{-\lambda t}\right)}$$

c) Expression de $t$ en fonction de $T$

$$\frac{N_{Pb}(t)}{Nu(t)} = \frac{1-e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = -1 + e^{\lambda t}$$

$$\frac{N_{Pb}(t)}{Nu(t)} + 1 = e^{t\frac{ln2}{T}}$$

$t \ll T \quad \Rightarrow \quad e^{t\frac{ln2}{T}} \approx 1 + t\frac{ln2}{T}$ . alors :

$$t\frac{ln2}{T} = \frac{N_{Pb}(t)}{Nu(t)} + 1$$

$$t\frac{ln2}{T} = \frac{N_{Pb}(t)}{Nu(t)} \qquad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t = \frac{T}{ln2} \times \frac{N_{Pb}(t)}{Nu(t)}}$$

d) Application numérique :

A la date $t$, $m_u = 1g \quad ; \quad m_{Pb} = 10g$

On a : $n = \frac{m}{M} = \frac{N}{\aleph} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{mN}{M}$

$$\frac{N_{Pb}(t)}{Nu(t)} = \frac{m_u \times M(Pb)}{m_{Pb} \times M(U)}$$

$$\frac{N_{Pb}(t)}{Nu(t)} = \frac{20{,}6}{10 \times 238}$$

$$\frac{N_{Pb}(t)}{Nu(t)} = 8{,}655.10^{-2}$$

Et donc : $\boldsymbol{t = 5,62.10^8\ ann}$é$\boldsymbol{es}$.

## Exercice 8 :

${}_{87}Fr$

1. $203 \le A \le 226$. On a $23$ isotopes.

Nombre maximal et minimal de neutrons.

$N_{min} = 116$ et $N_{max} = 139$.

2. ${}^{223}_{87}Fr$ (le plus connu)

$T = 22min$ ; $m_0 = 10^{-3}g$

- Masse $m$ retant au bout de $10min$

$m = m_0 e^{-\lambda t} = m_0 e^{-t\frac{ln2}{T}}$ ; $\boldsymbol{m = 7,3.10^{-14}g}$.

- Masse au bout de $1jrs$.

$t = 1440min$ $\boldsymbol{m = 2.10^{-33}g}$

3. Equation de la désintégration $\beta^-$

$$\boldsymbol{{}^{223}_{87}Fr \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{223}_{86}Rn}$$

4. Equation de la réaction de type $\alpha$.

$$\boldsymbol{{}^{223}_{87}Fr \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{199}_{85}At}$$

5. $m_0 = 25g$

- Nombre d'atomes $N_0$ correspondant

$n = \frac{m_0}{A} = \frac{N_0}{\aleph} \Rightarrow \boldsymbol{N_0 = \frac{m_0\aleph}{A}}$; $\boldsymbol{N_0 = 6,75.10^{22}atm}$

6. $E = 50keV$

Longueur d'onde des photons :

$E = \frac{hC}{\lambda} \Rightarrow \boldsymbol{\lambda = \frac{hC}{E}}$; $\boldsymbol{\lambda = 2,48.10^{-11}m}$