EXAMEN DE BAC 2023
Classe : Terminale A
Numéro : +228 92 60 69 35
ALLOH Y. ROBERT

La connaissance est une force

Epreuve de Mathématiques

Année scolaire : 2022-2023

Exercice 1

I/ Répondre par Vrai ou Faux aux affirmations suivantes :

1. $\lim\limits_{x \longrightarrow -3} \frac{1}{(x+3)^2} = +\infty$.
2. L'équation : $\forall x \in \mathbf{R}$, $\ln x = -2$ n'admet pas de solution dans $]0; +\infty[$.

II/ Choisir la bonne réponse en écrivant le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. $\ln(\frac{1}{e})$ est égal à : a) 1 b) -1 c) 0 d) $-e$
2. L'inéquation $\forall x \in \mathbf{R}$, $\ln x \geq 0$ a pour ensemble de solutions : a) $[0; 1[$ b) $\{\}$ c) $[1; +\infty[$ d) $[0; +\infty[$

Exercice 2

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher dont 5 blanches, 3 noires et 2 rouges. On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne.

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.
2. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
A : " Obtenir un tirage unicolore " ;
B : " Obtenir exactement deux boules blanches " ;
C : " Ne pas obtenir de boule noire " ;
D : " Obtenir un tirage tricolore ".

Problème

Soient f et g deux fonctions numériques de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :
$f(x) = x \ln x + 1 - x$ et $g(x) = \ln x$. On désigne par (C) et (Γ) les représentations graphiques respectives de f et g dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. Etudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation.
2. a) Calculer la limite de f en 0.
   b) Vérifier que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f(x) = x(\ln x + \frac{1}{x} - 1)$. En déduire $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x)$.
3. a) Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = g(x)$ puis étudier suivant les valeurs de x le signe de $f'(x)$ où f' est la dérivée de f.
   b) Donner le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.
4. Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f(x) - g(x) = (1-x)(1-\ln x)$.

   Résoudre dans $]0; +\infty[$, l'équation $(1-x)(1-\ln x) = 0$. En déduire les coordonnées des points d'intersection A et B de (C) et (Γ).
5. Construire dans le même repère (C) et (Γ).

" Eduquer les enfants et vous n'aurez plus à punir les adultes "