SERIES D'EXERCICES DE MATHEMATIQUES

TROISIEME

Auteur : ALLOH Yaovi Robert
Professeur de Sciences Physiques au TOGO
Email : allohyaovirobert@gmail.com

MATHEMATIQUES

COLLECTION

LA CONNAISSANCE EST UNE FORCE

(+228) 92 60 69 35

Plan du contenu

PARTIE A ALGEBRE

SERIE 1 : LES FRACTIONS RATIONNELLES

EXERCICE 1 :

Détermine la condition d'existence d'une valeur numérique des expressions littérales suivantes :

$A = \frac{3x^2}{x-5}$; $B = \frac{x^2-4}{-3x+9}$; $C = \frac{4x}{3x-x^2}$; $D = \frac{3x-4}{2x^2+6x}$; $E = \frac{x+5}{(x+2)(3-x)}$; $F = \frac{x-2}{2x^2-12x+18}$; $G = \frac{5}{3x^2-12}$; $H = \frac{x}{x^2+4}$

EXERCICE 2 :

Simplifie les expressions littérales suivantes :

$J = \frac{x^2+x}{x^2-1}$; $K = \frac{x^3-x}{x^2-1}$; $L = \frac{x^2+x}{x^3-x^2}$; $M = \frac{12x^2-3}{6x+3}$; $N = \frac{x^2-10+25}{2x-10}$; $P = \frac{(2x+3)^2-(x+4)^2}{(x-1)(x-3)}$; $Q = \frac{(x^2-x)(x+3)}{x(2x+6)(x+1)}$

EXERCICE 3 :

On donne les expressions littérales suivantes : $A = (x-1)(x-3)$; $B = 9x^2 - (2x-3)^2$

1- Développe, réduis et ordonne les expressions A et B suivant les puissances décroissantes de x.

2- Calcule la valeur numérique de A pour $x = 0$ et $x = -2$.

3- Factorise B et A+1.

4- Soit la fraction rationnelle $R = \frac{(x-3)(x+3)}{x^2-4x+»}$

a) Déterminer la condition d'existence d'une valeur numérique de R.

b) Simplifie R lorsqu'elle existe.

EXERCICE 4 :

On donne $E = (3x-1)^2 - 4x^2 - 4x - 1$; $F = x^3 - 4x$

1- Développe, réduis et ordonne E.

2- Factorise E et F.

3- Soit la fraction rationnelle $H = \frac{E}{F}$

a) Détermine la condition d'existence de H.

b) Simplifie H.

c) Calcule la valeur de H pour $x = 0$ et pour $x = \frac{1}{2}$

EXERCICE 5 :

Soient les expressions littérales : $A = (2x-3)(x+7) - 4x^2 + 9 - (2x-3)$; $B = 6x^2 - 9x$

1- Développe, réduis et ordonne l'expression A.

2- Factorise A et B.

3- Calcule la valeur numérique de B pour $x = \sqrt{2}$

4- Soit $E = \frac{6x^2-9x}{(2x-3)(-x+3)}$

a) Détermine la condition d'existence de E.

b) Simplifie E.

c) Calcule la valeur numérique de E pour $x = -6 \times 10^{-1}$

d) Pour quelle valeur de x a-t-on s$E = 0$? $E = 1$?

EXERCICE 6 :

On donne les polynômes $P = x^2 + x + 4(x+1)(x-2)$ et $R = 9(x-2)^2 - 4(x-1)^2$

1- Développe, réduis et ordonne suivant les puissances croissantes de x le polynôme R.

2- Factorise P et R.

3- Soit Q la fraction rationnelle telle que : $Q = \frac{P}{(5x-8)(x-4)}$

a) Détermine la condition d'existence de Q.

b) Simplifie Q.

c)Pour quelle valeur de x a-t-on $H = 0$? ; $Q = 1$?

EXERCICE 7 :

On donne $F = (12x^2 - 3)(x + 3) + (x^2 - 9)(2x - 1)$ et $G = 4x^3 - x$

1- factorise F et G.

2- Développe, réduis et ordonne F suivant les puissances croissantes de x.

3- Soit la fraction rationnelle $H = \frac{(12x^2-3)(x+3)+(x^2-9)(2x-1)}{4x^3-x}$

a) Trouve la condition d'existence de H.

b) Simplifie H

c) Pour quelle valeur de x a-t-on $H = 0$? $H = 1$?

d) Calcule la valeur numérique de H pour $x = \sqrt{2}$ puis rend rationnel le dénominateur.

EXERCICE 8 :

On considère l'expression littérale $A = 3(x + 1)^2 - 12$

1- Développe, réduis et ordonne A.

2-a) Factorise A.

b) Pour quelles valeurs de x a-t-on $A = 0$?

c) Calcule la valeur numérique de A pour $x = 0$ et $x = -\sqrt{2}$.

3- Soit F la fraction rationnelle telle que : $F = \frac{3x^2-27+(3+x)}{3(x-1)(x+3)}$

a) Trouve la condition d'existence de F

b) Simplifie l'écriture de F.

c) Calcule F pour $x = \sqrt{3}$, puis donne un encadrement à 10^{-2} près de cette valeur sachant que $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$.

SERIE 2 : CALCUL LITTERAL

EXERCICE 1 :

1- Calcule en gardant le résultat sous forme irréductible : $A = 2 \times \frac{5}{2} - 3$; $B = 1 + \frac{3}{2} : \frac{3}{4}$; $C = \frac{9}{70} \times \frac{28}{27}$;
$D = \frac{11}{36} : \frac{55}{48}$; $E = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{5}{4}$; $F = \frac{6\times10\times8\times10^{-2}}{4^2\times10^{-2}}$; $G = \frac{6}{5} - \frac{17}{14} : \frac{5}{7}$; $H = \frac{7}{3} - \frac{4}{3} : \frac{2}{5}$; $I = \frac{5}{3} + \frac{3}{2} : (\frac{5}{2} - 1)^2$

2- Démontre que $n(n-1)(n+1) + n$ est le cube d'un entier naturel.

3- En supposant que $a + b = 4$ et $ab = -12$, calcule la valeur numérique de : $M = a + 3 - (2 - b)$;
$N = (a+b)^2 - (a-b)^2$; $P = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{ab}{4}$.

EXERCICE 2 :

1- Calcule et simplifie si possible : $A = \frac{2}{3} - \frac{3}{7} \times \frac{21}{15}$; $B = (\frac{2}{5} + 1) : (\frac{7}{2} - 2)$ et $C = A + B$.

2- Donne l'écriture décimale de : $-4^2 + 10^3 \times 10^{-1} + (-3)^2$

3- Calcule $E = \frac{8\times10^2\times1{,}6}{0{,}4\times10^{-3}}$ et donne son écriture scientifique.

4- On considère l'expression $F = (x-3)^2 - (x-1)(x-2)$

a) Développe et réduire F.

b) Comment peut-on en déduire, sans calcul, le résultat de : $99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998$.

EXERCICE 3 :

1- calcule $A = \frac{8}{7} \times \frac{15}{12} - \frac{4}{7}$; $B = \frac{3}{4} : \frac{1}{2} + \frac{13}{12}$; $C = \frac{2}{5} + \frac{3}{8} \times \frac{24}{15}$; $D = (1 + \frac{1}{3})^2 \times \frac{9}{4}$; $E = \frac{2}{9} - (\frac{1}{3} + \frac{3}{2}) : \frac{3}{2}$;
$F = \frac{-3\times6\times10^{-1}}{6\times10^{-1}+3}$

2- Montre que $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$

3- Simplifier les fractions suivantes : $X = \frac{a^3\times b^5}{b^3\times a^4}$; $Y = \frac{48}{60}$; $Z = \frac{2^2\times3^4\times5^2}{2^3\times3^5\times5}$.

4- Les réels x et sont tels que $\frac{x}{y} = \frac{7}{5}$

a) Démontrer que x et y sont proportionnels à 7 et 5.

b) Déterminer x et y sachant que $x + y = 288$

EXERCICE 4 :

1- ABC est un triangle. Déterminer ses angles $\hat{A}$, $\hat{B}$ et $\hat{C}$ sachant qu'ils sont proportionnels aux nombres 2, 5 et 3. Quelle est la nature de ce triangle ? Justifie la réponse.

2- Développe, réduis et ordonne : $A = a(b-c) + (a-b)(a+c)$; $B = 3(x+1)^2 - 12$ et
$C = (3x-2)(x+3) - 2x(x-4)$. Calcule la valeur numérique de l'expression B pour $x = 1$ et pour $x = -1$.

EXERCICE 5 :

1- Calcule en gardant le résultat sous forme irréductible : $A = \frac{3}{5} : \frac{2}{5} - (\frac{16}{48} + \frac{3}{2})$; $B = (\frac{4}{3} - \frac{3}{2}) : (1 - \frac{1}{3})$;
$C = \frac{2}{7} \times \frac{7}{18} - (\frac{5}{3} - 1)^2$; $D = \frac{19}{7} + \frac{13}{21} - \frac{14}{3}$; $E = \frac{3}{5} - \frac{1}{7} \times \frac{21}{9} - \frac{12}{20}$.

2- On pose $X = (ab)^2.(\frac{1}{b})^4$; $Y = a^2.(\frac{b}{a})^3.(\frac{1}{b^2})$

a) Ecris plus simplement X et Y.

b) Calcule la valeur numérique du produit X.Y pour $a = 4 \times 10^{-2}$ et $b = 2 \times 10^{-3}$

EXERCICE 6 :

1- x désigne un nombre. Réduis et ordonne : $A = 3x^2 - 7x^2 + 6x - 5x^2 + 4x^2 - 9x + 3$;
$B = 4x^3 - x + 49 - 3x^3 - 3x^2 + 4x - 51$ et $C = \frac{2}{5}x^3 + \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{7} - \frac{5}{2}x^2 - x^3 - \frac{17}{7} - \frac{5}{4}x^2$.

2- Calcule la valeur numérique de A, B et C pour $x = -2$

3- y désigne un nombre. Réduis les expressions : $A = (-\frac{4}{5}y) \times (\frac{5}{8}y^{-2}) \times (-4y^3)$;
$B = (-0{,}01y^3) \times (-5y^4) \times 100y^{-3}$

EXERCICE 7 :

1- Détermine les nombres x tels que : $x^2 = \frac{325}{1053}$.

2- On donne les expressions littérales : $A = (x-1)(x-3)$; $B = 9x^2 - (2x-3)^2$

a) Calcule la valeur numérique de A pour $x = 0$ et pour $x = -2$.

b) Factorise les expressions B et A+1.

3- Soit la fraction rationnelle R telle que : $R = \frac{(x-3)(x+3)}{x^2-4x+3}$

a) Détermine la condition d'existence d'une valeur numérique de R.

b) Simplifie R lorsqu'il existe

c) Calcule la valeur numérique de R pour $x = -1$ et pour $x = -\frac{1}{2}$.

SERIE 3 : RACINE CARREE

EXERCICE 1 :

1- Ecris plus simplement : $A = \sqrt{48} - \sqrt{75} + 2\sqrt{3}$; $B = \sqrt{18} - 5\sqrt{2} + \sqrt{32}$; $C = \sqrt{12} + 3\sqrt{3} - \sqrt{108}$; $D = 3.\sqrt{\frac{33}{36}} \times 2.\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{198}}$.

2-$E = 3\sqrt{125} - 2\sqrt{45} + \sqrt{20} - 2\sqrt{80}$; $F = 26 \times \sqrt{\frac{5}{169}} - \sqrt{20} + 3\sqrt{5} - \sqrt{80}$; $G = \sqrt{2013 \times 2014 - 2013}$;

$H = (2+\sqrt{3})^2 + (1-2\sqrt{3})^2$; $I = \sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{125}$; $J = \sqrt{1053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$.

a) Ecris E et F sous la forme $a\sqrt{5}$ et J sous la forme $a\sqrt{13}$.

b) Montre que G, H et I sont des nombres entiers naturels.

EXERCICE 2 :

1- Calcule et simplifie si possible : $A = \sqrt{\frac{49}{400}} + \frac{(\sqrt{3})^2}{10}$; $B = (3\sqrt{2} - \sqrt{3})(2\sqrt{3} + \sqrt{2})$;

$C = \sqrt{176} + \sqrt{99} - \sqrt{11}$; $D = 3\sqrt{5} \times 5\sqrt{2} \times 2\sqrt{15}$; $E = 3\sqrt{5} - 7\sqrt{45} + 2\sqrt{20}$;

$F = -4\sqrt{48} + 3\sqrt{147} - \frac{2}{3}\sqrt{243}$; $G = 3\sqrt{2}(\sqrt{3}+1) + (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)$;

$H = \sqrt{27} - \sqrt{3} - \sqrt{12} - \sqrt{2} \times \sqrt{8} + \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$; $I = (2\sqrt{3}-1)^2 - (\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)$; $J = (4-\sqrt{7})^2 \times (4+\sqrt{7})^2$

2- On donne $A = \sqrt{5} + 3$; $B = \sqrt{5} - 3$

a) Calculer A^2 ; B^2; $A \times B$.

b) On pose $X = \frac{A}{B} + \frac{B}{A}$. Montrer que X est un nombre entier relatif.

EXERCICE 3 :

1- On donne : $x = 1 - \sqrt{3}$

a) Calcule x^2

b) Démontre que $y = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ est l'opposé

2- On pose : $m = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$; $n = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$

a) Calcule $m \times n$

b) Que peux-tu dire de m et n ?

c) Calcule $(1+\sqrt{2})^2$ *et* $(1-\sqrt{2})^2$.

d) Déduis une écriture simple de m et n.

e) Trouve une valeur approchée à 10^{-2} près de m + n si $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$.

3- On donne les réels $a = \sqrt{2} + \sqrt{2}$; $b = \frac{\sqrt{200}}{5}$; $c = 2\sqrt{2} \times \sqrt{2}$; $d = \sqrt{8}$ et $e = (\sqrt{2 \times 2})^2$

a) Lesquels de ces réels sont égaux ?

b) Calcule $p = ab + d - (e + c)$.

EXERCICE 4 :

1- Soient $x = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$; $y = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$; $z = \frac{1}{2\sqrt{2}-3}$ *et* $t = 3 + \sqrt{2}$.

Montre que x et y sont inverses l'un de l'autre et que z et t sont opposés.

2-Sachant que $x + y = 1 - \sqrt{3}$ *et* $xy = \sqrt{3} - 2$, trouve la valeur numérique des expressions $E = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$; $F = |x+y| - |xy|$; $G = x^2y + xy^2$. Démontre que $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ puis déduis-en la valeur numérique de $H = x^2 + y^2$.

3- Compare $3\sqrt{7}$ *et* 8 ; $3\sqrt{5}$ *et* $2\sqrt{11}$; $1 + \sqrt{3}$ *et* $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$; $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ *et* $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$.

EXERCICE 5 :

1- Quel est le signe des réels suivants : $1 - \sqrt{2}$; $\sqrt{3} - \sqrt{2}$; $3 - \sqrt{3}$; $\sqrt{5} - 3$; $5\sqrt{3} - 4\sqrt{5}$ *et* $3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$.

2- Ecris plus simplement : $A = |1 - \sqrt{3}| + |5 - 3\sqrt{3}| + 4 - \sqrt{27}$;

$B = \sqrt{(3-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2-\sqrt{2})^2}$.

3- Soient $a = 2 - \sqrt{3}$ et $b = 5 - 3\sqrt{3}$

Calcule a^2 $puis$ b^2; En déduis une écriture simple de $C = \sqrt{\frac{52-30\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}}}$

EXERCICE 6 :

1- Calcule en rendant rationnel les dénominateurs de : $E = \frac{1}{2\sqrt{2}+3}$; $F = \frac{\sqrt{27}+\sqrt{12}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$; $G = \frac{5-(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{\sqrt{27}-\sqrt{12}}$; $H = \frac{9+4\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \times \frac{(\sqrt{5}-2)}{\sqrt{3}}$.

2- On donne $Z = \frac{5\sqrt{3}-11}{7}$.

Trouve un encadrement de Z à 10^{-2} près sachant que $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$.

3-Soit le polynôme $P = -3x^2 - 5x + 13$.

Calcule la valeur numérique de P pour $x = \sqrt{2}$ puis donne une valeur approchée de cette valeur à 10^{-2} près par défaut si $1{,}4141 < \sqrt{2} < 1{,}415$.

EXERCICE 7 :

On donne $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $2{,}236 < \sqrt{5} < 2{,}237$

1- Ecris l'inverse de a sans radical au dénominateur.

2- Compare l'inverse de a et a-1

3- En utilisant la réponse de la question précédente, démontre que : $a^2 = a + 1$.

4-Donne un encadrement de l'inverse de a par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

EXERCICE 8 :

a et b sont deux réels tels que : $a = \sqrt{7+4\sqrt{3}}$ et et $b = \sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

1- Calcule $a \times b$

2- On pose $m = a + b$; $n = a - b$. Calcule m^2 et n^2 ; en déduis m et n puis une écriture simple de a et b.

EXERCICE 9 :

On pose $x = 2 + \sqrt{5}$; $y = -6 + \sqrt{45}$ et $z = \frac{2-\sqrt{7}}{3}$.

1- Ecris $\frac{x+y}{2}$ sous la forme $a + b\sqrt{5}$ $(a\epsilon\mathbb{Z},\ b\epsilon\mathbb{Z})$.

2-Montre que $\sqrt{3xy}$ est un nombre entier.

3- Calcule sous la forme la plus simple $A = x^2 - y^2 + xy$; $B = 3 \times \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$.

4- Calcule z^2 puis $\frac{1}{z}$ (rend rationnel le dénominateur).

SERIE 4 : EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS $\mathbb{R}$

EXERCICE 1 :

1- La somme de trois entiers naturels consécutifs est 111. Quels sont ces naturels ?

2- Trouve un naturel sachant que le produit de ce naturel par le naturel qui le suit surpasse son carré de 29.

3- Le produit de deux naturels consécutifs augmente de 38 lorsqu'on ajoute 2 à chaque facteur. Quels sont ces naturels ?

EXERCICE 2 :

1- Un père a 35 ans et son fils en a 9. Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le triple de celui de son fils ?

2- Un père a 27 ans de plus que son fils. Dans 6 ans, l'âge du père sera le double de l'âge du fils. Trouve l'âge de chacun.

EXERCICE 3 :

1- Je cherche cinq entiers naturels consécutifs dont j'ai oublié la somme. Je ne sais plus si cette somme : 354 ; 345 ou 534. Aide-moi à retrouver cette somme et ces entiers naturels.

2- La somme de quatre nombres entiers naturels consécutifs est plus grande que 1939 et plus petit que 1945. Trouve ces entiers naturels.

EXERCICE 4 :

1- Si on diminue de 2cm la mesure du côté d'un carré, son aire diminue de 20 cm^2.Quelle est la mesure du côté du carré initial ?

2-La longueur d'un rectangle est 12 cm. Trouve un encadrement de sa largeur pour que son périmètre soit plus petit que 44 cm et son aire plus grande que 60 cm^2.

EXERCICE 5 :

1- Dans une classe de 4e en fin d'année scolaire, $\frac{3}{4}$ des élèves sont admis, $\frac{1}{20}$ des élèves redoublent, $\frac{1}{10}$ des élèves doivent subir un test de passage en 3e et 6élèves sont exclus. Quel est l'effectif de cette classe ?

EXERCICE 6 :

Au marché d'Alokoégbé, Akoua achète des œufs à 40 F l'unité. La fille Lili très turbulente en casse 22. Elle revent le reste à Tsévié à 50 F l'unité et réalisé un bénéfice égal aux $\frac{8}{3}$ des œufs.

a) Combien d'œufs a-t-elle acheté ?

b) Quel était le bénéfice réalisé ?

EXERCICE 7 :

Résous dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

a) $25 - 9x^2 = 0$; b) $(x-1)(2x+3) - (x-1)(5-4x) = 0$; c) $\sqrt{3}(x-1) + 3\sqrt{3} = 2(x-1) + 4\sqrt{3}$;
d) $\frac{3x+4}{x-1} = 2$; e) $\frac{3x}{-x+3} = \frac{-3}{2}$; f) $\frac{(2x-1)x}{x+1} = 0$; g) $(x-3)^2 = (2x+1)^2$.

EXERCICE 8 :

Résous dans $\mathbb{R}$ les systèmes d'inéquations.

a) $\begin{cases} 3x - 1 \leq 4x - \frac{3}{2} \\ -3x + 2 > 2 - 4x \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - \frac{1}{2} \geq 6x + 3 \\ -x + 1 > 1 - 2x \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x - 2 < 2x + 6 \\ -x - 3 < 2x - 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x - 2 < 2x + 6 \\ -x - 3 < 2x - 1 \end{cases}$

PARTIE B GEOMETRIE

SERIE 1 : TRIANGLE RECTANGLE ET TRIGONOMETRIE

EXERCICE 1 :

ABC est un triangle rectangle en A.

a) Calcule la mesure de l'hypoténuse $[BC]$ dans les cas suivants : $AB = 4\ et\ \ AC = 3$; $AB = \sqrt{2}\ \ et$ $AC = \sqrt{3}$; $AB = 6\ et\ AC = 9$; $AB = \frac{8}{5}\ et\ AC = \frac{6}{5}$.

b) Calcule la mesure du 3e côté du triangle sachant que : $AB = 1\ et\ BC = \sqrt{5}$; $AC = 1{,}5\ et\ BC = 2{,}5$; $AB = 3 + 2\sqrt{3}\ et\ BC = 3\sqrt{3} - 2$.

EXERCICE 2 :

a) ABC est un triangle tel que : $AB = 2\sqrt{13}$; $AC = 3 + 2\sqrt{3}$; $BC = 3\sqrt{3} - 2$. Démontre que le triangle ABC est rectangle.

b) MNP est un triangle tel que $MN = 12$; $NP = 15\ et\ MP = 9$. Le triangle MNP est-il rectangle ?

EXERCICE 3 :

a) La diagonale d'un carré a pour mesure 12 cm. Quelle est la mesure de l'un des côtés de ce carré ?

b) Un triangle équilatéral a pour côté $a = 14\ cm$. Quelle est la mesure d'une des hauteurs relatives aux côtés ?

EXERCICE 4 :

On considère dans un plan un segment $[BC]$ tel que $BC = 13\ cm$. Soit H un point de $[BC]$ tel que $BH = 4\ cm$. Sur la perpendiculaire de la droite (BC) passant par H, on considère un point A et $HA = 6\ cm$.

a) Démontre que le triangle ABC est rectangle en A.

b) Quels sont le centre et le rayon du cercle passant par A, B et C.

EXERCICE 5 :

Soit un triangle rectangle en A. Soit $[AH]$ *la hauteur relative* s*à l'hypothénuse* $[BC]$. Sachant que $HB = 16\ cm\ et\ HC = 9cm$. Calcule $AH, BC, AB\ et\ AC$.

EXERCICE 6 :

Soit un triangle rectangle en A tel que $AB = 3\ et\ AC = 9$. J est le milieu de $[BC]$. I est le point de $[AC]$ tel que $IC = 5$. *Fais une figure*. Calcule AI et BI. Que représente la droite (IJ) pour le segment $[BC]$? En déduis la nature du triangle IJC.

La droite parallèle à (AB) passant par I coupe (BC) en E. Calcule EC ; EI et EJ.

EXERCICE 7 :

Les segments $[OA]\ et\ [UI]$ se coupent en M. On a :

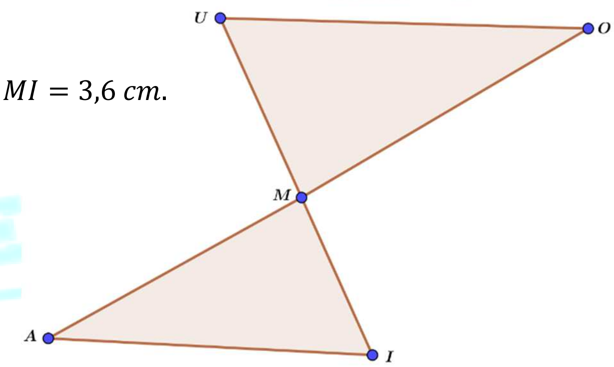
$AI = 4{,}5\ cm$; $MO = 2{,}1\ cm$; $MA = 2{,}7\ cm$; $MU = 2{,}8\ cm\ et\ MI = 3{,}6\ cm$.

1- Montre que AMI est un triangle rectangle.

2- Prouve que $(OU) et\ (AI)$ sont parallèles.

3- Démontre que les triangles AMI et OMU sont semblables.

4- Calcule la longueur OU.



EXERCICE 8 :

L'unité de longueur est le centimètre. Soit un demi-cercle (C) de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 12$. Soit O le milieu de $[AB]$ et H celui de $[AO]$. La perpendiculaire en H à (AB) coupe le cercle (C) en M.

1- Fais une figure puis calcule AM; MB; $\sin\widehat{ABM}\ et\ \cos\widehat{ABM}$.

2- La médiatrice de $[AB]$ coupe (MB) en N. Calcule $NB\ et\ ON$.

EXERCICE 9 :

On considère un carré ABCD tel que $AB = 8\ cm$. Soit O le milieu de $[AB]$ et le point E du segment $[AD]$ tel que $AE = 2\ cm$.

1- Calcule $OC ; OE\ et\ CE$.

2- Démontre que le triangle OCE est rectangle.

3- Soit α la mesure en degré de l'angle $\widehat{AOE}$.

a) Calcule $\cos\alpha$

b) Déduis-en à un degré près, l'encadrement de l'angle α $\left(prendre\ \sqrt{5} = 2{,}236\right)$.

EXERCICE 10 :

1- $(\mathcal{C})$ est le cercle de centre O et de rayon $r = 4\ cm$. $[AB]$ est un diamètre de $(\mathcal{C})$. C est un point du cercle $(\mathcal{C})$ tel que $AC = 4\ cm$. Fais une figure que tu complèteras au fur et à mesure.

a) Justifier la nature des triangles $ABC ; ACO\ et\ COB$.

b) Déterminer la mesure de chacun des angles $\widehat{CAO}\ et\ \widehat{ABC}$.

2- Calculer BC sachant que $AB = 8\ cm$.

3- On appelle H le projeté orthogonal de C sur (AB). Calculer $AH ; CH\ et\ HC$.

4- T est le point d'intersection de la droite (AC) et de la tangente en B au cercle $(\mathcal{C})$.

a) Justifier la nature du triangle ATB.

b) Calculer BT sachant que $mes\ \widehat{TAB} = 60°$.

EXERCICE 11 :

Soit OMS un triangle tel que $OM = 30\ cm$; $OS = 34\ cm$; $MS = 16\ cm$.

a- Montrer que le triangle OMS est rectangle.

b- On désigne par β l'écart angulaire $\widehat{MSO}$.

Calcule $\cos\beta$ et déduis-en la valeur approchée de β à 1° près par excès.

c- Soit J un point de $[OS]$ tel que $OJ = 8{,}5\ cm$ et I un point de $[OM]$ tel que $OI = 7{,}5\ cm$. Montre que $(MS) et\ (IJ)$ sont parallèles. Déduis-en IJ.

d- Calcule l'aire $(\mathcal{A})$ du trapèze $SMIJ$.

EXERCICE 12 :

L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle tel que $AB = 5$; $mes\ \hat{A} = 45°\ et\ mes\ \hat{C} = 30°$. Le point H est le projeté orthogonal du sommet B sur la droite (AC).

Calculer AH ; BH ; $HC\ et\ AC$.

SERIE 2 : COORDONNEES D'UN VECTEUR

EXERCICE 1 :

1- Calcule x et y pour que les vecteurs suivants soient égaux : $\overrightarrow{AB}(x+1\,;-3)$ et $\overrightarrow{CD}(-2\,;y-5\,;$ $\overrightarrow{EF}(3x-4\,;4y+1)$ et $\overrightarrow{GH}(x+5\,;3-y)$.

2- Dans un repère (O,I,J), on donne $(A(2;-2)$ et $B(0;4)$. Quel est le couple de coordonnées de de chacun des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.

3- On donne $\overrightarrow{OM}(3;2)$ et $\overrightarrow{ON}=-\overrightarrow{OI}+3\overrightarrow{OJ}$. Détermine le couple de coordonnées de M et de N puis place-les dans le repère.

4- On donne le point $A(-2;-2)$. Construis le point B tel que $\overrightarrow{AB}(5;3)$

EXERCICE 2 :

Dans un repère (O,I,J), les points A, B, C, D et E sont tels que $\overrightarrow{OA}=2\overrightarrow{OI}+2\overrightarrow{OJ}$; $\overrightarrow{OB}=-2\overrightarrow{OI}$; $\overrightarrow{CO}=-\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OJ}$; $\overrightarrow{OD}=3\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{EO}=3\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OJ}$. Donne le couple de coordonnées de chacun de ces points puis places-les dans le repère.

Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{DE}$.

EXERCICE 3 :

x et y sont des nombres réels.

1- On donne $\overrightarrow{AB}(5;x-1)$ et $\overrightarrow{CD}(-3;3-x)$. Détermine x pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient colinéaires.

2- $\overrightarrow{EF}\left(2;-\frac{1}{2}\right)$ et $\overrightarrow{GH}(y;6)$. Trouve y pour que $\overrightarrow{EF}\perp\overrightarrow{GH}$.

EXERCICE 4 :

Le plan est muni d'un repère (O,I,J), on donne $A(1;-2);B(-1;-1)$ et $C(5;-4)$. Démontre que les points A,B et C sont alignés.

EXERCICE 5 :

On donne $A(-2;1);B(2;3);C(2;0)$ et $D(-2;-2)$.

1- Calcule les coordonnées du milieu M du segment $[AC]$.

2- Calcule les coordonnées du milieu P du segment $[DB]$.

3- Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

EXERCICE 6 :

On donne $A(-2;-2);B(-4;4);C(2;6)$ et $D(4;0)$.

1- Place ces points dans le repère.

2- Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont-ils orthogonaux ?

3- Calcule les distances AB et AD. Déduis-en la nature de ABD.

4- Démontre que le quadrilatère $ABCD$ est un carré.

EXERCICE 7 :

1- On donne $A(2;3)$et $M(4;5)$. Calcule les coordonnées du point B tel que $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AM}$. Que représente M pour le segment $[AB]$?

2- On donne $A(-1;2)$ et $B(2;5)$

a) Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ si $\overrightarrow{AC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD}=-\frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$.

b) Calcule ensuite les coordonnées des points C et D.

EXERCICE 8 :

On donne dans un repère $M(1;2);N(6;0);P(4;-5)$ et $Q(-1;-3)$. Montre que $MNPQ$ est un carré.

EXERCICE 9 :

On donne $A(4;6)$; $B(-1;1)$ et $D(5;-1)$.

1- Place ces points dans le repère puis calcule les distances AB ; AD et BD. Déduis-en la nature du triangle BAD.

2- Soit H le pied de la hauteur issue du point A sur (BD).

Détermine graphiquement les coordonnées de H.

3- Montre que H est le milieu de $[BD]$ puis calcule AH.

4- Calcule les coordonnées du point C symétrique de A par rapport à H.

5- Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Calcule son aire $\mathcal{A}$.

EXERCICE 10 :

Dans un repère orthonormé $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne $\overrightarrow{AB} = 7\vec{\imath} - \vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{OB} = 2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$.

1- Détermine les coordonnées des points B et A.

2- Détermine les coordonnées du point C pour que $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{OA}$ soient égaux. Calcule AB, AC et BC. En déduis la nature du triangle ABC.

3- Détermine les coordonnées du point D telles que $3\overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB}$.

4- Montre que C est le milieu de $[BD]$.

5- Soit $E(-1; 7)$, montre que A, C et E sont alignés.

EXERCICE 11 :

On donne $A(-3; 0); B(-1; 4); C(-3; 5)$ et $D(-5; 1)$.

Place ces points dans un repère et montre que $ABCD$ est un rectangle. Précise le centre du cercle qui contient les points A, B, C et D. Calcule son rayon et construis-le.

EXERCICE 12 :

Place $A(-4; 4); B(2; 1); C(-4; -5)$ et $D(-2; 1)$ dans un repère.

1- Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD}$.

2- Démontre que A, C et D sont alignés ; et que $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$. Déduis-en la nature du triangle ABC.

EXERCICE 13 :

Dans $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne $\overrightarrow{OA} = 4\vec{\imath} + 6\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{BO} = \vec{\imath} - 5\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{OC} = 5\vec{\imath} + \vec{\jmath}$. Place ces points dans le repère.

1- Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ et montre qu'ils sont orthogonaux.

En déduis la nature du triangle du triangle ABC.

2- Précise le centre I et le rayon R du cercle $(\mathcal{C})$ circonscrit à ABC.

3- Montre que les points A, I, O sont alignés.

4- Montre que le point O appartient au cercle $(\mathcal{C})$.