Collection

La Perle du Succes

MATHEMATIQUES QUATRIEME

Auteur

AVIANSOU C. Brice Espoir

Version revue et corrigee

LaTeX Prod

17 septembre 2019

Programme de Mathématiques de la classe de Quatrième/ APC BENIN

SA 1 : Configurations du plan

1. Angle au centre d'un cercle
2. Polygones réguliers
3. Distance
4. Triangles
5. Nombres décimaux
6. Nombres rationnels
7. Puissance
8. Calculs sur les expressions algébriques

SA 2 : Configurations de l'espace

1. Représentation en perspective cavalière de quelques solides de l'espace
2. Pyramide
3. Cône
4. Notion de plan et droite de l'espace
5. Arithmétique : PPCM - PGCD

SA 3 : Applications du plan

1. Symétrie centrale
2. Symétrie orthogonale
3. Translation
4. Projection

SA 4 : Organisation des données

1. Équations - Inéquations
2. Proportionnalité
3. Statistique

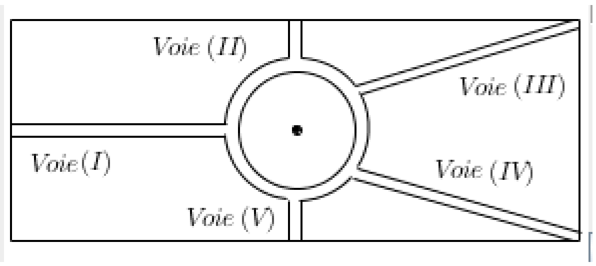
Sommaire

« Si vous aimez les mathématiques, alors elles seront faciles pour vous »
(Osé Sam)

CONFIGURATIONS DU PLAN

Situation de départ

Texte : *Plan de construction d'un parking d'auto-école*
L'association des auto-écoles confie à un architecte le plan de l'aménagement du site qui leur attribué pour l'entraînement à la conduite de leurs apprenants. Le dessin ci-dessous est une partie du plan du parking que leur propose l'architecte.



Il est prévu que la partie circulaire du plan représentant un rond-point soit aménagé. De même, il est prévu l'implantation de poteaux électriques et de panneaux de signalisation aux abords des voies d'accès à ce rond-point.

L'association aurait souhaité que le même site soit utilisé pour accueillir les candidats à l'examen de permis de conduire. Pour cela, l'architecte doit prévoir l'emplacement du support sur lequel seront étudiées des notions telles que la vitesse d'une voiture, la distance parcourue, le temps mis pour effectuer un trajet et autres.

Tâche :
Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques. Pour cela, tu auras tout au long de la situation d'apprentissage à :

- Exprimer ta perception de chacun des problèmes posés ;
- Analyser chacun des problèmes posés ;
- Mathématiser chacun des problèmes posés ;
- Opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème ;
- Améliorer au besoin ta production.

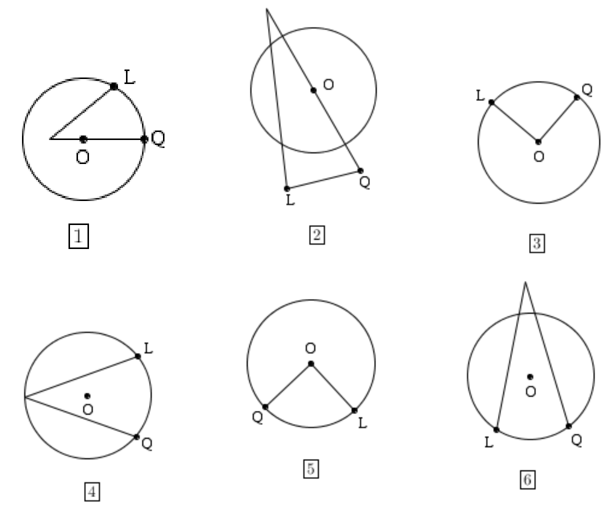
Activité 0

- Lis le texte de la situation de départ.
- Reformule le problème ou la situation-problème en tes propres termes.
- Formule toutes les idées et questions que t'inspire la situation de départ.
- Reconnais des situations similaires.
- Anticipe éventuellement sur la réponse au problème.

1 Angle au centre d'un cercle

Activité 1.1

Il est prévu que les voies (III) et (IV) doivent, dans leur prolongement, couper les limites du rond-point respectivement aux points L et Q et se croiser en son centre comme l'indique deux parmi les figures suivantes :



1.1 Reconnaissance d'un angle au centre d'un cercle et de l'arc intercepté par cet angle

Consigne 1.1

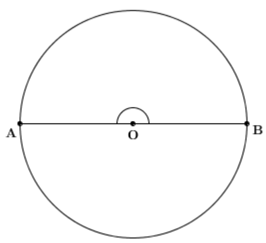
1. Indique les deux figures qui répondent aux conditions.

2. Explique pourquoi les autres figures ne vérifie pas les conditions.
3. Nomme l'angle formé par les demi-droites $[OL)$ et $[OQ)$.

> **Information**
> L'angle formé par les demi-droites $[OL)$ et $[OQ)$ est appelé **angle au centre**.

4. Cet angle intercepte un arc de cercle,nomme le.

1.2 Longueur de l'arc de cercle intercepté par un angle au centre

> **Retenons**
>
> 
>
>
> L'angle au centre $\widehat{AOB}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{AB}$.
> Or l'angle a pour mesure 180° (angle plat) et l'arc $\overset{\frown}{AB}$ a une longueur égale au demi-périmètre du cercle.
> Donc, à un angle au centre de 180° on fait correspondre un arc de longueur égale à $\pi \times r$.
> D'une façon générale, pour établir la relation qui lie la mesure de l'angle au centre $\widehat{AOB}$ et la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ qu'il intercepte, on utilise la règle de trois suivante :
>
> $180° \longleftrightarrow \pi \times r$
>
> $mes\widehat{AOB} \longleftrightarrow l_{\overset{\frown}{AB}}$
>
> Donc $\mathbf{mes\widehat{AOB}} = \dfrac{\mathbf{l_{\overset{\frown}{AB}} \times 180°}}{\boldsymbol{\pi}\mathbf{r}}$
>
> $\mathbf{l_{\overset{\frown}{AB}}} = \dfrac{\mathbf{mes\widehat{AOB} \times \boldsymbol{\pi} r}}{\mathbf{180°}}$
>
> $\mathbf{l_{\overset{\frown}{AB}}} = \textbf{Périmètre} - \mathbf{l_{\overset{\frown}{AB}}}$

Consigne 1.2

On considère le cercle de centre O et de rayon r=3cm. Prendre $\pi = 3,14$

1. Recopie et complète le tableau suivant :

Mesure α de l'angle au centre	360°	180°	90°	60°	45°
Longueur L de l'arc intercepté	$2 \times r \times \pi$				

2. Justifie que ce tableau est un tableau de proportionnalité.

Consigne 1.3

Soit un cercle de centre O et de rayon r.

1. Marque quatre points A, B, C et D appartenant à ce cercle tels que $mes\widehat{AOB} = mes\widehat{COD} = \theta°$.
2. Calcule la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ puis celle de l'arc $\overset{\frown}{CD}$ en fonction de θ.
3. Quelle remarque fais-tu ?
4. Que peux-tu conclure ?

Consigne 1.4

Soit (C) le cercle de centre O et de rayon r.

1. Marque quatre points A, B, C et D sur ce cercle tels que les arcs $\overset{\frown}{AB}$ et $\overset{\frown}{CD}$ aient la même longueur l.
2. Exprime $mes\widehat{AOB}$ puis $mes\widehat{COD}$ en fonction de l.
3. Quelle remarque fais-tu ?
4. Que peux-tu conclure de tout ce qui précède ?

1.3 Reconnaissance et définition d'une corde dans un cercle

Consigne 1.5

On assimile la partie circulaire à un cercle (C) de centre O.

1. Trace le cercle (C).
2. Trace un diamètre [AB] de ce cercle.
3. Place sur le cercle (C) deux points C et D distincts de A et B.
4. Trace les segments [AC] et [CD].
5. Quel nom peut-on donner à ces segments ?

Consigne 1.6

1. Trace un cercle de centre O et de rayon r.
2. Marque quatre points E, F, G et H appartenant à ce cercle tels que la longueur de l'arc $\overset{\frown}{EF}$ soit égale à la longueur de l'arc $\overset{\frown}{GH}$.
3. Trace les cordes qui sous-tendent respectivement ces deux arcs $\overset{\frown}{EF}$ et $\overset{\frown}{GH}$.
4. Justifie que $mes\widehat{EOF} = mes\widehat{GOH}$.
5. Démontre que les triangles EOF et GOH sont superposables et déduis-en que EF=GH.

6. Que peux-tu alors conclure des longueurs des cordes qui sous-tendent deux arcs de même longueur ?

Consigne 1.7

1. Trace un cercle de centre O et de rayon r.
2. Marque quatre points I, J, K et L appartenant à ce cercle tels que IJ=KL.
3. Démontre que les triangles IOJ et KOL sont superposables, en déduire que $mes\widehat{IOJ} = mes\widehat{KOL}$ et que les arcs $\widehat{IJ}$ et $\widehat{KL}$ ont même longueur.
4. Que peux-tu alors conclure des longueurs des arcs qui sont sous-tendus par des cordes de même longueur.

.

Exercices

01 ABC est un triangle isocèle de sommet principal A, inscrit dans un cercle de centre O et de rayon $R = 4cm$ tel que $l_{\overset{\frown}{BC}} = 6,98cm$.

1. Fais une figure.
2. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{BOC}$.
3. Détermine la mesure de chacun des angles $\widehat{AOC}$ et $\widehat{AOB}$.
4. Détermine la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$.

Prendre $\pi = 3,14$

02 $ABCD$ est un rectangle inscrit dans un cercle de centre O tel que $mes\widehat{BOC} = 63°$ et $BD = 6,7cm$.

1. Fais une figure.
2. Prouve que $l_{\overset{\frown}{AB}} = l_{\overset{\frown}{DC}}$.
3. Détermine la longueur de l'arc $\overset{\frown}{BC}$.
4. Détermine la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$.

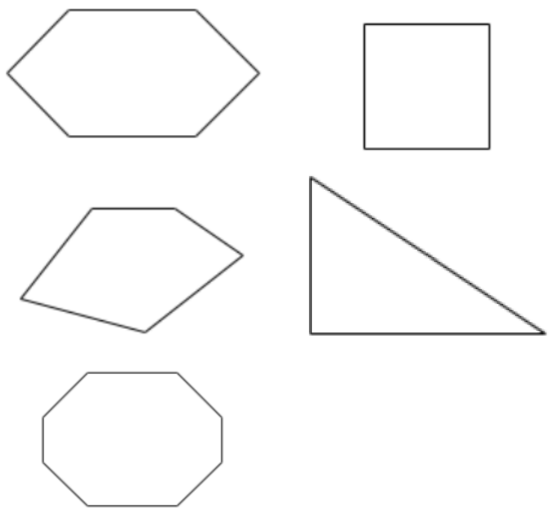
Prendre $\pi = 3,14$

03

2 Polygones réguliers

Activité 1.2

Dans le parking de l'auto-école, l'entreprise chargé de planter les poteaux électriques, les poteaux de signalisation et autres aux abords des voies d'accès au rond-point propose des supports en béton au sol. Les contours de quelques-uns se présentent comme suit :



Tu es invité à observer attentivement ces figures puis à les reconnaître.

2.1 Reconnaissance et définition d'un polygone régulier

Consigne 2.1

1. Comment nomme-t-on ces figures ?
2. Propose la définition d'un polygone régulier.

Définition *Différents type de polygone*

- 3 côtés égaux ⟶ triangle équilatéral
- 4 côtés égaux ⟶ carré
- 5 côtés égaux ⟶ pentagone régulier
- 6 côtés égaux ⟶ hexagone régulier
- 7 côtés égaux ⟶ heptagone régulier
- 8 côtés égaux ⟶ octogone régulier
- 9 côtés égaux ⟶ ennéagone régulier
- 10 côtés égaux ⟶ décagone régulier
- 11 côtés égaux ⟶ hendécagone régulier
- 12 côtés égaux ⟶ dodécagone régulier

2.2 Construction des polygones réguliers et les bissectrices de ces segments

Consigne 2.2

1. Construis un pentagone régulier.
2. Construis la bissectrice de chacun des angles au centre de ce pentagone régulier.
3. Déduis-en la construction d'un décagone régulier.

3 Distance

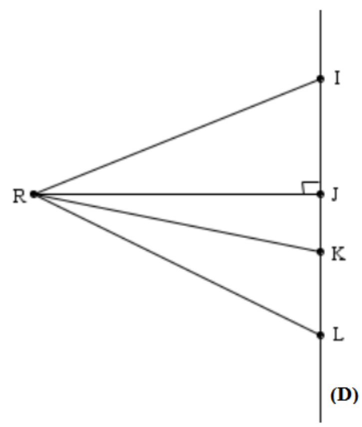
Activité 1.3

Pour l'éclairage du site, des poteaux électriques sont prévus. Ils seront plantés en des endroits bien précis et définis par l'architecte.

3.1 Distance d'un point à une droite

Consigne 3.1

Observe la figure ci-dessous.



1. Compare RJ à chacune des distances RI, RK, et RL.
2. Que remarque-tu ?

Information

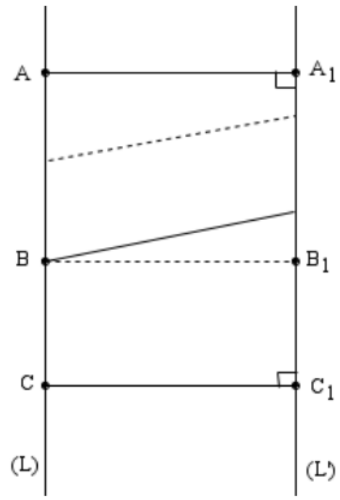
- La distance RJ est la distance la plus courte du point R à la droite (D).
- RJ est la distance du point R à la droite (D).

3. Propose une définition de la distance d'un point à une droite (D).

3.2 Distance de deux droites parallèles

Consigne 3.2

Sur les bords rectilignes de la voie (IV) sont implantés des poteaux électriques comme l'indique la figure codée ci-dessous.



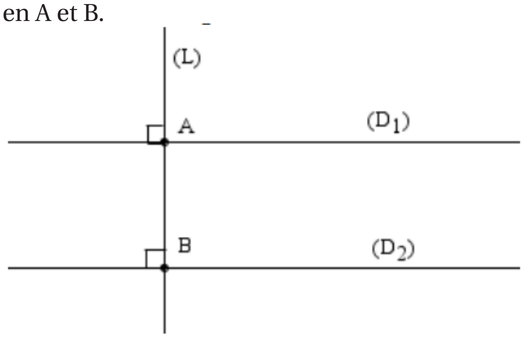
1. Compare les distances AA_1 et CC_1, puis les distances AA_1 et BB_1.

2. Que peux-tu conclure ?

3.3 L'axe médian de deux droites parallèles

Consigne 3.3

Sur la figure ci-dessous, une droite (L) perpendiculaire aux droites parallèles (D_1) et (D_2) coupe ces droites respectivement en A et B.



1. Trace la médiatrice (Δ) du segment [AB].

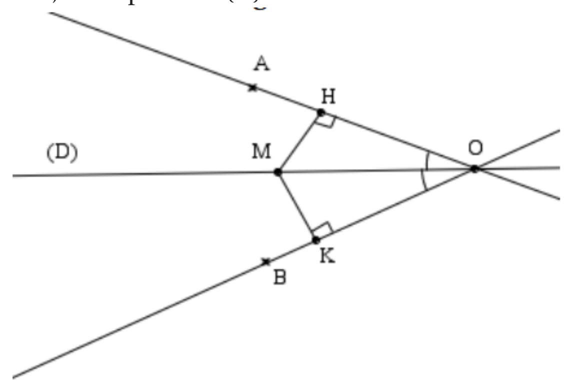
> **Information**
>
> La droite (Δ) est appelée **axe médian des droites parallèles** (D_1) **et** (D_2)

2. Formule alors une définition de l'axe médian de deux droites parallèles.

3.4 Points équidistants de deux droites sécantes

Consigne 3.4

On considère la figure ci-dessous. (D) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$, M un point de (D).



(MH) et (OA) sont perpendiculaires en H.
(MK) et (OB) sont perpendiculaires en K.

1. Démontre que les triangles KOM et HOM sont superposables.

2. Compare les distances MH et MK.

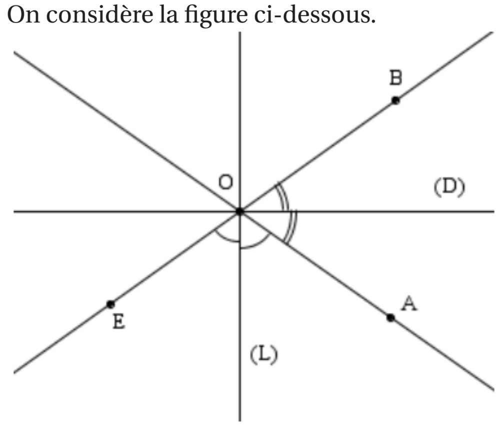
3. Quelle est la distance du point M à la droite (OA) ?

4. Que peux-tu retenir ?

3.5 Axe de symétrie d'une figure formée par deux droites sécantes

Consigne 3.5

On considère la figure ci-dessous.



(OA) et (OB) sont deux droites sécantes.
E est un point de la demi-droite opposée à [OB).
(D) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$.
(L) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOE}$.

1. Justifie que les droites (L) et (D) sont perpendiculaires.

2. Complète les tableaux de correspondance suivants :

est le symétrique par rapport à (L) de $\curvearrowright$	
(OA)	···
(OB)	···
(L)	···
(D)	···

est le symétrique par rapport à (D) de $\curvearrowright$	
(OA)	·········
(OB)	·········
(L)	·········
(D)	·········

3. Déduis des questions précédentes que (D) et (L) sont des axes de symétrie de la figure formée par les droites (OA) et (OB).

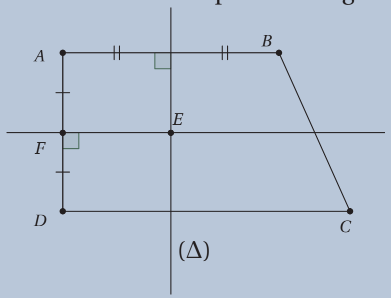
Consigne 3.6

1. Trace deux droites non perpendiculaires (D_1) et (D_2) sécantes en O puis un axe de symétrie (Δ) de la figure obtenue. Place un point I sur (Δ).
2. Justifie que I est équidistant des droites (D_1) et (D_2). Que peux-tu conclure ?
3. J étant un point équidistant de (D_1) et (D_2), démontre qu'il appartient à l'un des axes de symétrie.
Que peut-on retenir ?

.

Exercices

01 On considère le trapèze rectangle ci-dessous.



On donne : $AD = 5cm$, $AB = 6cm$ et $DC = 7cm$.
Détermine : $d(E,(AB))$, $d(C,(AD))$, $d(E,(\Delta))$, $d(F,(\Delta))$, $d(A,(CD))$, $d((CD),(AB))$, $d((AD),(\Delta))$.

02 On considère deux droites (Δ_1) et (Δ_2) distantes de $40mm$.
A et B sont deux points de la droite (Δ_1) tels que $AB = 30mm$.
C et D sont deux points de la droite (Δ_2) tels que $CD = 30mm$.
O désigne le point d'intersection des droites (AC) et (BD).

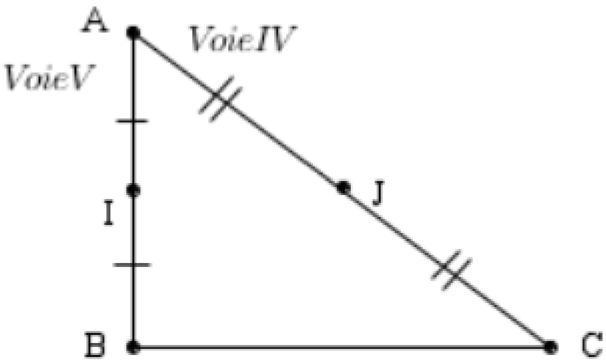
1. Fais une figure.
2. Montre que le point O appartient à l'axe médian des droites (Δ_1) et (Δ_2).
3. Détermine les distances du point O aux droites (AB) et (CD).

03

4 Triangles

Activité 1.4

Durant la formation des candidats au permis de conduire, une partie du cours consiste à conduire la voiture entre des cordes tendues. Ces cordes sont fixées à des poteaux verticaux plantées dans le sol aux abords des voies. Ainsi deux cordes sont fixées entre les voies (IV) et (V)comme l'indique la figure ci-dessous.



Les points A, B et C forment un triangle.
Les points I, J, A, B et C représentent cinq poteaux tels que I et J soient les milieux respectifs des segments [AB] et [AC].
Tu vas prouver à partir de ce dispositif que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles et que $IJ = \frac{BC}{2}$.

4.1 Droite des milieux

Consigne 4.1

1. ABC est un triangle quelconque; reproduis-le, puis place les points I et J milieux respectifs des côtés [AB] et [AC].
2. Construis le point K, symétrique de J par rapport à I puis justifie que le quadrilatère AKBJ est un parallélogramme.
3. Justifie également que le quadrilatère KBCJ est un parallélogramme.
4. Quelle est alors la position des droites (IJ) et (BC) ?
5. Compare les longueurs BC et IJ.
6. Que peut-on retenir de cette consigne ?

Consigne 4.2

1. ABC est un triangle quelconque. I est le milieu du côté [AB]. La droite (D) parallèle à (BC) passant par I coupe (AC) en J. J' est le symétrique de J par rapport à I. Construis I, J et J'.
2. Justifie que BJAJ' est un parallélogramme, déduis que la droite (AJ) est parallèle à la droite (BJ').
3. Justifie que JJ'BC est un parallélogramme.
4. Compare les distances AJ et JC. Que représente alors le point J pour le segment [AC].
5. Que peut-on retenir de cette consigne ?

4.2 Droites particulières d'un triangle

Activité 1.5

Trois poteaux sont maintenant placés en trois points non alignés. Un dispositif de cordage consiste à obtenir dans l'espace formé par ce triangle trois cordes bien tendues qui constituent soit des hauteurs, soit des bissectrices ou encore d'autres droites.

4.2.1 Hauteurs-orthocentre

Consigne 4.3

1. Trace un triangle ABC. I et J sont tels que [AI] et [BJ] sont deux hauteurs du triangle ABC.
   Construis le triangle A'B'C' de la façon suivante :
   - (A'B') est la droite passant par C et parallèle à (AB).
   - (B'C') est la droite passant par A et parallèle à (BC).
   - (A'C') est la droite passant par B et parallèle à (AC).
2. Démontre que les points A, B et C sont les milieux respectifs des segments [B'C'], [A'C'] et [A'B'].
3. Justifie que les hauteurs du triangle ABC sont les médiatrices du triangle A'B'C'.
4. Que peux-tu dire des trois hauteurs d'un triangle ?

Consigne 4.4

1. Construis un triangle ABC isocèle en B tel que $AB = BC = 7cm$ et $AC = 4cm$.
2. Construis son orthocentre.

4.2.2 Bissectrice - centre du cercle inscrit

Consigne 4.5

1. Trace un triangle ABC et les bissectrices des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ qui se coupent en I.
2. Les droites passant par I et perpendiculaires aux droites (BC), (CA) et (AB) coupent celles-ci respectivement en M, P et Q. Place ces points.
3. Démontre que les triangles BIQ et BIM sont superposables, de même que les triangles CIM et CIP. Déduis-en donc une comparaison des longueurs IM, IP et IQ.

4. Justifie que la bissectrice de l'angle $\widehat{A}$ passe par I, puis déduis qu'il existe un cercle (C) qui passe par M, P et Q, précise alors son centre et son rayon.

5. Justifie que (C) est tangent aux droites (BC), (CA) et (AB) respectivement en M, P et Q.
On dit que le cercle (C) est inscrit dans le triangle ABC.

> **Information**
> Un cercle et une droite sont tangents lorsque cette droite coupe le cercle en un seul point et en étant perpendiculaire au rayon passant par ce point.

6. Propose une définition du cercle inscrit dans un triangle.

7. Que peux-tu retenir de cette activité ?

Consigne 4.6

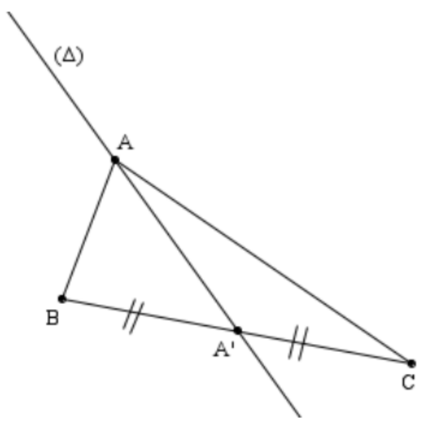
1. Construis un triangle ABC tel que $AB = 8cm$,
$mes\widehat{CAB} = 60°$ et $mes\widehat{ABC} = 42°$.

2. Construis son cercle inscrit.

4.2.3 Médiane-centre de gravité

Consigne 4.7

Examine attentivement la figure codée ci-dessous :



***La droite** (△) **est appelée une médiane du triangle ABC issue du point** A.*
Propose une définition d'une médiane d'un triangle.

Consigne 4.8

1. Trace un triangle ABC puis deux de ses médianes (BB') et (CC'), elles sont sécantes en G.

2. Marque le point E symétrique deA par rapport à G. Justifie que $(BE) \parallel (C'G)$ puis déduis que $(BE) \parallel (C'C)$.

3. Justifie de la même façon que $(CE) \parallel (B'B)$.

4. Justifie que le quadrilatère $CGBE$ est un parallélogramme.

5. Justifie que (AG) est la médiane relative au côté $[BC]$. Que peux-tu dire des trois médianes d'un triangle ?

6. Exprime AG en fonction de GA' puis AG en fonction de AA'.

Consigne 4.9

1. Construis un triangle DEF isocèle en E tel que
$ED = EF = 8cm$et $DF = 4cm$.

2. Construis son centre de gravité.

4.2.4 Droites particulières d'un triangle isocèle et équilatéral

Consigne 4.10

1. Trace un triangle ABC isocèle en A, A' est le milieu de [BC]. Justifie que (AA') est un axe de symétrie du triangle ABC.

2. Justifie que la droite (AA') est à la fois médiatrice de [BC], médiane passant par A, hauteur passant par A.

3. Que peux-tu alors dire de la bissectrice qui passe par le sommet principal d'un triangle isocèle ?

Consigne 4.11

Considérons un triangle EFG équilatéral.

1. Justifie que le triangle EFG est isocèle de sommet E, de sommet F puis de sommet G.

2. Déduis-en que la bissectrice qui passe par l'un des sommets d'un triangle équilatéral est à la fois hauteur, médiane et médiatrice.

3. Que peux-tu conclure par rapport à l'orthocentre, le centre de gravité, le centre du cercle inscrit et le centre du cercle circonscrit d'un triangle équilatéral ?

Consigne 4.12

1. Trace un triangle ABC tel que la bissectrice de l'angle en $\widehat{A}$ passe par le milieu I du côté [BC]. Place le point I.
La droite parallèle à (AB) passant par C coupe la droite (AI) en D.

2. Démontre que les angles $\widehat{ABI}$ et $\widehat{BCD}$ ont même mesure ainsi que les angles $\widehat{AIB}$ et $\widehat{CID}$.

3. Démontre que les triangles ABI et ICD sont superposables. En déduire la position de I par rapport à [AD].

4. Démontre que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme. En déduire une comparaison des longueurs AB et DC.

5. Démontre que le triangle ACD est isocèle puis compare les distances AB et AC.
Déduis-en la nature du triangle ABC.

6. Quelle conclusion peux-tu dégager de cette consigne ?

Consigne 4.13

1. Trace un triangle ABC tel que la bissectrice (D) de l'angle $\widehat{A}$ soit la hauteur relative au côté opposé à cet angle, (D) coupe (BC) en I.
2. (a) Démontre que les triangles AIB et AIC sont superposables.
   (b) En déduire que AB et AC ont la même longueur.
   (c) Quelle est alors la nature du triangle ABC ?

3) Quelle conclusion peux-tu tirer de ce qui précède ?

Consigne 4.14

1. Trace un triangle ABC tel que la hauteur ($\triangle$) relative à un côté soit aussi la médiane relative à ce côté.
2. Démontre que le triangle ABC est isocèle.
3. Que peut-on retenir de cette consigne ?

Consigne 4.15

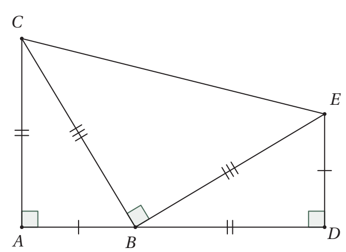
L'unité de longueur est le cm.

1. (a) Trace un segment [AB] de $5cm$.
   (b) Construis la médiatrice (Δ) de [AB], elle coupe (AB) en H.
   (c) Place le point C de (Δ) à $7cm$ du point H.
2. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie ta réponse.
3. Construis le centre de gravité G de ce triangle.
4. Calcule la longueur GH.

4.3 Triangle rectangle (Propriété de Pythagore et sa réciproque)

Activité 1.6

Pour l'entraînement des camions poids lourds, il est prévu un espace qui prend en compte les longueurs de ces catégories de véhicule. Voici l'esquisse d'un extrait du plan de cet espace.



Consigne 4.16

$ADEC$ est un trapèze et les triangles ABC, BDE et BCE sont rectangles. On pose : $BC = c$, $AC = b$ et $AB = c$.
On veut comparer a^2 et $b^2 + c^2$. Pour cela :

1. Calcule de deux manières différentes, l'aire du trapèze $ADEC$.
2. Déduis-en que : $a^2 = b^2 + c^2$.
3. Donne alors la relation entre AB^2, AC^2 et BC^2.

Consigne 4.17

BUS est un triangle rectangle en B tel que $BU = 3cm$ et $BS = 4cm$.
Calcule la longueur US.

Consigne 4.18

DEF est un triangle tel que $DE = 15cm$; $EF = 17cm$ et $DF = 8cm$.
Démontre que DEF est un triangle rectangle.

Consigne 4.19

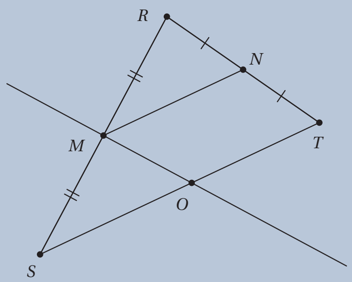
KLM est un triangle tel que $KM = 6cm$; $LM = 13cm$ et $KL = 12cm$.
Démontre que KLM n'est pas un triangle rectangle.

Exercices

01 On considère un triangle ABC tel que : $AB = 3$, $AC = 3,5$ et $BC = 4$. E est le milieu de $[AB]$ et F le milieu de $[AC]$.

1. Montre que la droite (EF) est parallèle à la droite (BC).
2. Détermine EF.
3. Détermine le rapport $\dfrac{EF}{BC}$.

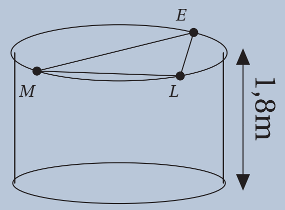
02 On considère la figure suivante :



Les droites (RT) et (MO) sont parallèles.

1. Montre que le point O est le milieu de $[ST]$.
2. Montre que $(MN) \parallel (ST)$.

03 Mathys (M) et Ethan (M) sont assis en deux points diamétralement opposés d'une piscine circulaire de profondeur $1,80m$.
Lorsque Louna (L) prend place au bord du même bassin, tous deux nagent tout droit vers elle.
Après un parcours de $10m$, Mathys a déjà atteint Louna alors qu'Ethan devra nager $14m$ de plus que Mathys pour la rejoindre.
Combien de litre d'eau y a-t-il dans la piscine ? Justifie ta réponse.



04

05

06

07

08

5 Nombres décimaux

Activité 1.7

Les candidats à l'examen du permis de conduire ont leur programme d'étude des notions qui font intervenir des nombres qui expriment la vitesse d'une voiture, la distance parcourue, le temps mis pour effectuer un trajet etc.
Tu es invité à aider les candidats à utiliser des formes plus simples pour écrire ces nombres.

5.1 Puissance de 10 à exposants entiers relatifs

Consigne 5.1

Observe ces modèles de calcul.

Modèle 1	**Modèle 2**
$100 = 10^2$	$0,01 = 10^{-2}$
$1000 = 10^3$	$0,00001 = 10^{-5}$
$100000 = 10^5$	$0,1 = 10^{-1}$

1. Utilise ces modèles pour compléter les écritures suivantes :
   $10000 = \cdots\cdots$ $\quad 10000000 = \cdots\cdots$ $\quad \cdots\cdots = 10^9$
   $0,001 = \cdots\cdots$ $\quad 0,0001 = \cdots\cdots$ $\quad \cdots\cdots = 10^{-9}$
2. Que peux-tu retenir quant-à l'écriture de 10^n et 10^{-n} sous forme de nombres décimaux, n étant un entier naturel ?

Consigne 5.2

1. Effectue chacun des calculs suivants et mets chacun des résultats sous la forme de 10^p avec $p \in \mathbb{Z}$.

   $10^1 \times 10^4 \quad 10^{-3} \times 10^{-4} \quad 10^{-1} \times 10^7 \quad 10^{-3} \times 10^2$

   $10^{-5} \times 10^5 \quad \dfrac{10^4}{10^2} \quad \dfrac{10^7}{10^{-4}} \quad \dfrac{10^{-2}}{10^{-2}}$

   $(10^3)^2 \quad (10^{-3})^{-4} \quad (10^{-3})^5$

2. n et m sont deux nombres entiers relatifs.
   Écris sous la forme d'une puissance de 10 chacun des cas suivants :
   $10^n \times 10^m$; $\quad (10^n)^m$; $\quad \dfrac{10^n}{10^m}$

5.2 Écriture d'un nombre décimal sous la forme $a \times 10^p$ avec $a \in \mathbb{Z}^*$ et $p \in \mathbb{Z}$

Consigne 5.3

Après un long voyage, la distance parcourue marquée sur le compteur d'une voiture est 326km.

1. Convertis cette distance en m, en cm puis en mm.
2. Écris chacun des nombres obtenus comme produits de 326 et d'une puissance de 10.
3. Écris chacun de ces nombres :
   - Comme produit de 3260 et d'une puissance de 10.
   - Comme produit de 32600 et d'une puissance de 10.
4. Que peux-tu conclure de l'écriture d'un nombre décimal sous forme de $a \times 10^p$, $p \in \mathbb{Z}$.

5.3 Produit de deux nombres décimaux écrits sous la forme $a \times 10^p$ avec $a \in \mathbb{Z}^*$ et $p \in \mathbb{Z}$

Consigne 5.4

1. Calcule les produits suivants et mets les résultats sous la forme $a \times 10^p$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{Z}$.
   $A = (-7 \times 10^3) \times (4 \times 10^4)$
   $B = (5 \times 10^{-4}) \times (4 \times 10^6)$
   $C = (-7 \times 10^{-5}) \times (4 \times 10^{-3})$
   $D = (-2 \times 10^5) \times (-4 \times 10^2)$
2. Déduis de ce qui précède une écriture simplifiée de l'expression $(a \times 10^p) \times (b \times 10^q)$.

5.4 Encadrement d'un nombre décimal écrit sous la forme $a \times 10^p$ par deux puissances de 10 d'exposants entiers consécutifs

Consigne 5.5

$3,27 \times 10^5$ est un nombre décimal écrit sous la forme $a \times 10^p$. On désire encadrer ce nombre par deux puissances de 10 ayant des exposants entiers consécutifs.
Observe attentivement la démarche ci-dessous :
On sait que $1 < 3,27 < 10$.
Multiplions les trois termes par un même nombre positif 10^5 on a :
$1 \times 10^5 < 3,27 \times 10^5 < 10 \times 10^5$
Finalement on obtient le résultat :
$10^5 < 3,27 \times 10^5 < 10^6$.
Encadre chacun des nombres suivant :
$32,4 \times 10^2$; $\quad 8,3 \times 10^{-2}$; $\quad 215,3 \times 10^{-5}$; $\quad 0,052 \times 10^2$

5.5 Comparaison de deux nombres décimaux écrits sous la forme $a \times 10^p$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{Z}$

Consigne 5.6

Compare :

(1) $8,14 \times 10^{-4}$ et $-5,4 \times 10^{-5}$

(2) $4,31 \times 10^3$ et $0,415 \times 10^4$

(3) $-112,3 \times 10^{-8}$ et $-3,156 \times 10^{-6}$

(4) $4,18 \times 10^7$ et $3,131 \times 10^8$

5.6 Nombre décimal d'ordre n

Consigne 5.7

1. Écris chacun des nombres décimaux suivants sous la forme $a \times 10^{-n}$ avec $a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$:
$3,02$; $84,521$; $0,0185$; $-0,0051$

Information
Si un nombre décimal est écrit sous la forme $a \times 10^{-n}$, on dit que ce nombre est un nombre décimal d'ordre n.

2. Complète les pointillés par le nombre qui convient :
$81,3 = 813 \times 10^{\cdots}$; $81,3 = 8130 \times 10^{\cdots}$;
$81,3 = \cdots \times 10^{-4}$

3. Que peux-tu dire de l'ordre du nombre décimal $81,3$ dans chacun des cas de la question précédente ?

4. Propose alors une définition d'un nombre décimal d'ordre n.

5.7 Troncature à n décimales d'un nombre

Consigne 5.8

1. A l'aide de ta calculatrice, effectue l'opération $\dfrac{53}{7}$ puis donne cinq valeurs approchées par défaut du nombre.

Information
$4,4$ est une troncature à une décimale de $\dfrac{53}{7}$.

2. Donne la troncature :
   (a) à deux décimales de $\dfrac{53}{7}$.
   (b) à trois décimales de $\dfrac{53}{7}$.

3. Propose une définition de la troncature à n décimale d'un nombre.

5.8 Nombres décimaux consécutifs d'ordre n

Consigne 5.9

Dans la consigne précédente, la troncature à une décimale de $7,57142857$ est $7,5$.

1. Trouve le nombre décimal d'ordre 1 qui précède $7,5$.

Information
$7,5$ puis le nombre trouvé sont des nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.

2. Trouve le nombre décimal d'ordre 1 qui suit $7,5$.

3. Donne deux autres nombres décimaux consécutifs d'ordre 3.

Exercices

01 Effectue les opérations suivantes :

$10^5 \times 10^3$; $\dfrac{10^{-3}}{10^2}$; $\left(10^3\right)^{-5}$; $\left(2\times 10^3\right) \times \left(3\times 10^{-4}\right)$.

02

1. Écris les nombres suivants sous forme $a \times 10^p$ où a et p désignent des nombres entiers relatifs et p ayant la plus grande valeur possible.
   $A = 45000 \times 10^{-7}$
   $B = -0,00378 \times 10^5$
   $C = 3,7 \times 10^{-8} \times 0,048 \times 10^3$
   $D = 9,05 \times 10^{-5} \times \dfrac{1}{1000} \times 3 \times 10^2$.
2. Compare les nombres décimaux suivants :
   (a) 327×10^{-9} et $5,2 \times 10^{-8}$.
   (b) $-1,2 \times 10^7$ et 102×10^6.
   (c) $\dfrac{3,5 \times 10^4}{1000} \times \left(2 \times 10^{-2}\right)^3$ et $0,085 \times 10^{-3}$.
3. Effectue les opérations suivantes :
   $X = 25,3 \times 10^{-5} - 0,7 \times 10^{-6} - 0,133 \times 10^{-7}$
   $Y = 32 \times 10^{-1} + 125 \times 10^{-4} - 11 \times 10^{-3}$
   $Z = 52 \times 10^{-2} - 43 \times 10^{-1}$
4. Donne un encadrement de chacun des nombres suivants par deux puissances de 10 d'exposants entiers consécutifs.
   $1,7\times 10^{-5}$; $-9,38\times 10^{-4}$; 243×10^7 ; $0,028\times 10^4$

03

6 Nombres rationnels

Activité 1.8

On considère les fractions suivantes :

$\frac{14}{5}$; $\frac{26}{4}$; $\frac{10}{3}$; $\frac{22}{7}$; $\frac{2004}{4}$

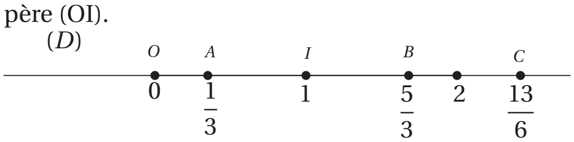
6.1 Ensemble des nombres rationnels - repérage sur une droite

Consigne 6.1

1. Donne à l'aide de ta calculatrice une valeur approchée de chacune de ces fractions.
2. Regroupe ces nombres suivant leur appartenance à chacun des ensembles $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{D}$.
3. Indique parmi ces fractions, celles qui n'appartiennent ni à $\mathbb{N}$ ni à $\mathbb{D}$.

Consigne 6.2

L'unité de longueur est le cm. (D) est une droite graduée de repère (OI).



1. Reproduis la droite (D).
2. Sur la droite (D), place les points A', B', C', symétriques respectifs des points A, B et C par rapport au point O.
   Quelle est l'abscisse de chacun des points A', B' et C'.

6.2 Comparaison de nombres rationnels

Consigne 6.3

Compare les nombres rationnels suivants : Tu les réduiras d'abord au même dénominateur positif.

$\frac{7}{5}$ et $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{7}$ et $\frac{11}{7}$; $\frac{5}{7}$ et $\frac{13}{2}$; $\frac{3}{5}$ et $\frac{7}{4}$

6.3 Opérations sur les nombres rationnels

6.3.1 Somme et différence

Consigne 6.4

Effectue les opérations suivantes :

$\frac{22}{5}+\frac{9}{5}$; $\frac{51}{4}-\frac{12}{4}$; $\frac{3}{4}+\frac{20}{3}$; $\frac{23}{5}-\frac{8}{2}$

6.3.2 Produit de nombres rationnels

Consigne 6.5

Effectue les opérations suivantes :

$\frac{30}{9}\times\frac{2}{5}$; $\frac{3}{2}\times\frac{8}{11}$; $\left(\frac{-2}{5}\right)\times\frac{1}{3}$; $(-25)\times\left(\frac{-2}{3}\right)$

6.3.3 Inverse d'un nombre rationnel non nul

Consigne 6.6

1. Effectue les opérations suivantes :
   $\frac{5}{11}\times\frac{11}{5}$; $\frac{3}{2}\times\frac{4}{6}$; $(-3)\times\left(\frac{-1}{3}\right)$

> **Information**
> On dit que $\frac{5}{11}$ et $\frac{11}{5}$ sont des nombres rationnels inverses l'un de l'autre, il en est de même pour les nombres $\frac{3}{2}$ et $\frac{4}{6}$ puis pour les nombres -3 et $\left(-\frac{1}{3}\right)$.

2. Propose une définition de l'inverse d'un nombre rationnel non nul.
3. Donne l'inverse de chacun des nombres rationnels suivants :
   $\frac{3}{4}$; 11; -1; $-\frac{1}{5}$

6.3.4 Quotient de deux nombres rationnels

Consigne 6.7

Effectue les opérations suivantes :

$\dfrac{\frac{10}{3}}{\frac{3}{4}}$; $\dfrac{\frac{-1}{4}}{\frac{-13}{3}}$; $\dfrac{5}{\frac{1}{2}}$; $\dfrac{\frac{20}{3}}{-5}$

6.4 Approximation décimale d'ordre n d'un nombre rationnel

Consigne 6.8

1. A l'aide de ta calculatrice, calcule $\frac{55}{37}$ puis donne un encadrement de $\frac{55}{37}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 3, puis d'ordre 2 et enfin d'ordre 1.
2. Déduis de la question précédente :
   (a) l'approximation décimale d'ordre 2 par défaut de $\frac{55}{37}$.
   (b) l'approximation décimale d'ordre 3 par excès de $\frac{55}{37}$.

Consigne 6.9

On donne les nombres suivants : $A = -\dfrac{571}{27}$ et $B = \dfrac{213}{17}$.

1. Détermine l'approximation décimale d'ordre 2 par défaut de chacun des nombres A et B.
2. Détermine l'approximation décimale d'ordre 3 par excès de chacun des nombres A et B.

6.5 Arrondi d'ordre n d'un nombre rationnel

Consigne 6.10

1. Trouve les deux approximations décimales d'ordre 2 (par défaut et par excès) du nombre rationnel $\dfrac{43}{13}$.
2. Détermine le quotient de la division au millième de 43 par 13.
3. Déduis des questions 1. et 2. l'approximation décimale d'ordre 2 « la plus proche » de $\dfrac{43}{13}$.

Consigne 6.11

On donne les nombres suivants : $A = \dfrac{571}{27}$.
Détermine l'arrondi d'ordre 2 du nombre A.

.

Exercices

01

1. Effectue les opérations suivantes et donne le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
$\frac{7}{5}(-1)^{35}$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$; $\frac{3}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(+\frac{2}{4}\right)$;
$\frac{2}{13}\times\left(\frac{-1}{6}+\frac{5}{4}\right)$; $\frac{2}{5}\div\left(\frac{3}{10}-\frac{1}{4}\right)$

2. Complète les égalités suivantes :
$\frac{3}{4}\times\cdots=-1$; $\left(-\frac{1}{6}\right)\times\cdots=1$; $7\times\cdots=1$

02 On considère les nombres définis par :
$A=\frac{125}{7}$; $B=-\frac{300}{17}$; $C=\frac{121}{15}$.

1. (a) Détermine l'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de chacun des nombres A, B et C.
   (b) Détermine l'approximation décimale d'ordre 2 par excès de chacun des nombres A, B et C.
2. Détermine l'arrondi d'ordre 3 de chacun des nombres A et B.
3. Détermine un encadrement de chacun des nombres B et C par des puissances de 10 d'exposants entiers consécutifs.

03

7 Puissance

Activité 1.9

Dans l'activité 1.7 de la séquence n°5, tu as appris des puissances de 10 à exposants entiers relatifs. Aide les apprenants au permis de conduire en leur montrant qu'on pourra écrire aussi des puissances d'un nombre rationnel à exposants entiers naturels.

7.1 Puissance d'un nombre rationnel à exposants entiers naturels non nuls

Consigne 7.1

Calcule : $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; $\left(\frac{-5}{2}\right)^3$; $\left(\frac{7}{-3}\right)^4$

Consigne 7.2

n et m sont des nombres entiers relatifs, a et b sont des nombres rationnels non nuls.
Écris plus simplement :

$a^m \times a^n$; $\frac{a^m}{a^n}$; $(a \times b)^n$; $(a^m)^n$.

Consigne 7.3

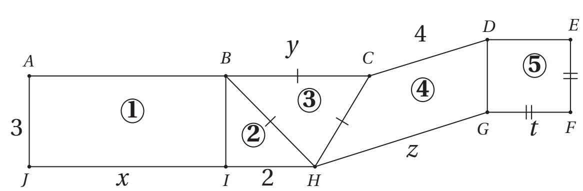
Effectue les opérations suivantes :

$\left(\frac{2}{3} \times \frac{7}{4}\right)^2$; $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{11}{5}\right)^3$; $\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^6}$; $\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^5}{\left(\frac{2}{5}\right)^3}$; $\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right)^3$

8 Calcul sur les expressions algébriques

Activité 1.10

Observe attentivement la figure codée ci-dessous. Elle représente le dessin de la piste d'entraînement des candidats au permis de conduire.



8.1 Reconnaissance d'une somme et d'un produit

Consigne 8.1

1. Donne le nom, des figures ci-après : ABIJ, BIH, BCH, DEFG et ABHJ.
2. Calcule le périmètre de chacune des figures ①, ②, ③, ④ et ⑤ en fonction des nombres x, y, z et t.
   Indique dans chaque cas si le résultat est une somme algébrique ou un produit.
   (a) Lorsque le résultat est une somme, précise ses termes.
   (b) Lorsque le résultat est un produit, précise ses facteurs.

8.2 Factorisation d'une somme

Consigne 8.2

a, x et y sont des nombres relatifs, $ax + ay$ est la somme des termes ax et ay.

1. Trouve un facteur commun à ces deux termes.
2. Transforme cette somme en un produit en utilisant le facteur commun trouvé à la question 1.

> **Information**
> Cette transformation est appelée **une factorisation**.

3. Factorise alors les expressions suivantes :
   a) $by + by$; b) $2x + 2y$; c) $3x - 6y$; d) $8x - 2$.

8.3 Produits remarquables

Consigne 8.3

1. Utilise les produits remarquables pour factoriser :
   a) $x^2 + 4x + 4$; b) $x^2 - 6x + 9$; c) $x^2 - 25$.
2. Utilise les produits remarquables pour factoriser :
   a) $(x-1)^2$; b) $(2x+3)^2$
3. Utilise les produits remarquables pour calculer de manière performante :
   a) 31^2 ; b) 49×51 ; c) $35^2 - 34^2$.

8.4 Développement et réduction

Consigne 8.4

a, b, c et d désignent des nombres relatifs.
Réduis les sommes algébriques définies ci-dessous :

1. $X = a + 5a - 3a + 7a$

2. $Y = 2a - b + 4a - 5b$

3. $Z = a^2 + 5a - 3b + 2a^2 - 7a$

4. $T = a + b^2 - a + b^2 - 2b^2$.

Consigne 8.5

Information 1

a, x et y sont des nombres relatifs.

- $a(x+y) = ax + ay$
- $a(x-y) = ax - ay$

1. Utilise le modèle ci-dessus pour développer les expressions :
a) $2(x+4)$; b) $3(x-5)$ c) $-5x(2x+3)$

Information 2

a, b, x et y sont des nombres relatifs.
• $(a+b)(x+y) = ax + ay + bx + by$

2. Utilise le modèle ci-dessus pour développer les expressions :
a) $(x+2)(x+4)$; b) $(x-2)(y+5)$ c) $(a+x)(2-y)$

8.5 Valeur numérique d'une expression littérale

Consigne 8.6

En te référant à la figure de cette activité, calcule les valeurs numériques du périmètre de chacune des figures ①, ② et ⑤ en prenant $x = 8$, $y = 5$ et $t = 4$.

.

Exercices

01 On considère deux expressions définies par :
$A(x) = x^2 + 2x + 2(x+1)(3x+5) + 1$
$B(x) = (3x+2)^2 - (2x+1)^2$

1. Développe, réduis et ordonne les expressions $A(x)$ et $B(x)$ suivant les puissances croissantes de x.
2. Montre que $A(0,5) = 21,75$.
3. Calcule $B(0,5)$.
4. Compare $\dfrac{A(0,5)}{B(0,5)}$ et 1.
5. Factorise $A(x)$ et $B(x)$.

02 On considère les expressions définies par :
$E(x) = x^3(1+x^2) - x^2(1-x^2)$
$F(x) = (2-x)(5x+1) + 3(4x-8)(x+7)$

1. Développe et réduis $E(x)$ et $F(x)$.
2. Calcule $E(1,2)$.
3. Détermine l'approximation décimale d'ordre 2 par excès de E pour $x = 1,2$.
4. Factorise $F(x)$.
5. Détermine un encadrement de $F(0,1)$ par des puissances de 10 d'exposants entiers consécutifs.

03 On considère les expressions définies par :
$A(x) = 49 - x^2 + (3x+5)(2x+14)$
$B(x) = 4x^2 + 4x + 1 + (x+3)(2x+1)$

1. Développe, réduis et ordonne les expressions $A(x)$ et $B(x)$ suivant les puissances décroissantes de x.
2. Calcule $A(1+10^{-2})$.
3. Détermine l'arrondi d'ordre 2 de $A(1+10^{-2})$.
4. Factorise $A(x)$ et $B(x)$.

04

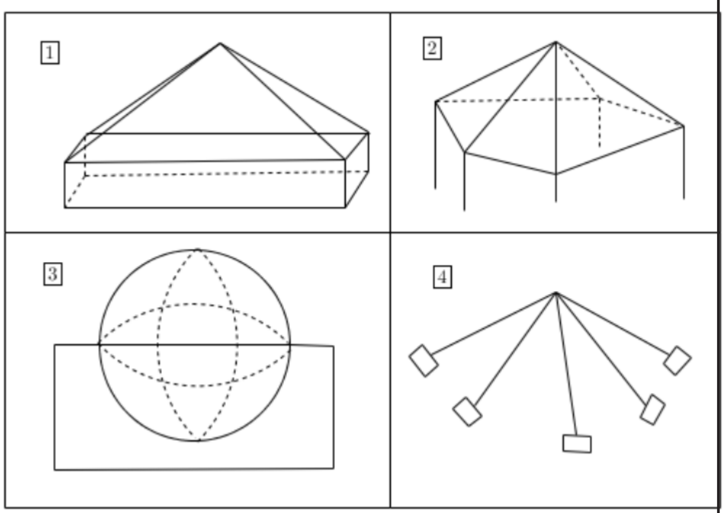
05

« Les mathématiques ne sont écrites que pour les mathématiciens »
(Nicolas Copernic)

CONFIGURATIONS DE L'ESPACE

Situation de départ

Texte : *Plan du village de Noël*
La ville de Noël est un grand espace vide aménagé provisoirement durant la période des fêtes de fin d'année pour accueillir des enfants.
C'est un site de jeux sur lequel sont installés différents stands pouvant attirer les enfants selon leur préférence.
Le document ci-dessous représente une vue aérienne du site.
Kocou, un élève de la classe de $4^{ème}$, découvre la photo dans la bibliothèque de son oncle et décide de reproduire certains contours des images qui s'y trouvent.



Tâche :
Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques. Pour cela, tu auras tout au long de la situation d'apprentissage à :

- Exprimer ta perception de chacun des problèmes posés ;
- Analyser chacun des problèmes posés ;
- Mathématiser chacun des problèmes posés ;
- Opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème ;
- Améliorer au besoin ta production.

Activité 0

- Lis le texte de la situation de départ.
- Reformule le problème ou la situation-problème en tes propres termes.
- Formule toutes les idées et questions que t'inspire la situation de départ.
- Reconnais des situations similaires.
- Anticipe éventuellement sur la réponse au problème.

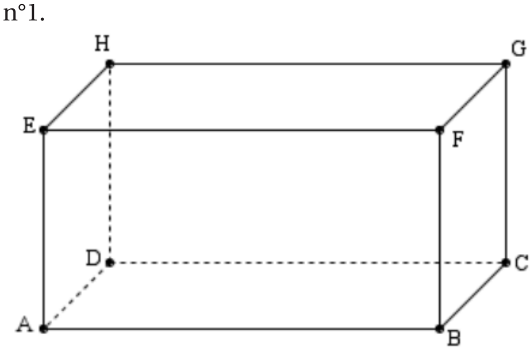
1 Représentation en perspective cavalière de quelques solides de l'espace

Kocou commence la reproduction de l'image n°1. En observant attentivement le dessin, il est surpris de constater que sa partie inférieure ressemble à l'emballage de sa boîte mathématicale qui n'est pourtant pas une figure plane.
Tu vas aider Kocou dans sa démarche à travers les activités qui suivent.

1.1 Reconnaissance d'un dessin représenté en perspective

Activité 2.1

Le dessin ci-dessous représente la partie inférieure de l'image n°1.



Consigne 1.1

Sur ce dessin, on dit que :

1. La face ABCD est dans un "Plan horizontal".
   Cite une autre face située dans un plan horizontal.

2. La face BFGC est dans un "plan vertical de profil".
   Cite une autre face située dans un plan vertical de profil.

3. la face ABFE est dans un "Plan vertical de face".
   Cite une autre face située dans un plan vertical de face.

Consigne 1.2

Sur la figure de l'activité 2.1

1. Cite les faces qui sont représentées sans déformation et donne le plan dans lequel elles se trouvent.

2. Cite les faces qui sont représentées avec déformation et précise le plan dans lequel elles se trouvent.

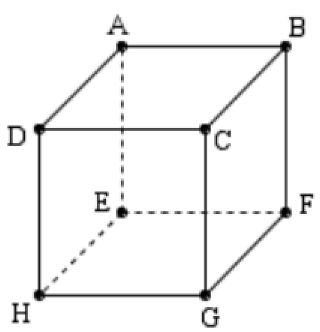
3. (a) Cite des arêtes à supports parallèles.
   (b) Complète la phrase suivante :
   "Les arêtes de l'objet à supports$\cdots\cdots\cdots$sont représentées par des$\cdots\cdots\cdots$à supports$\cdots\cdots\cdots$sur le dessin."

4. Cite des arêtes cachées puis complète la phrase suivante :
   "Les arêtes cachées de l'objet sont représentées par des$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$sur le dessin."

1.2 Représentation en perspective cavalière

Consigne 1.3

ABCDEFGH est un cube (voir figure ci-dessous).



1. Donne en utilisant le dessin, la mesure de chacun des angles :
   $\widehat{ADC}$; $\widehat{ABC}$; $\widehat{EHG}$ et $\widehat{EFG}$.

2. En utilisant l'objet réel, complète :
   (HE)$\cdots$(HG) ; (AD)$\cdots$(DC) ; (CB)$\cdots$(BF) ;
   (AD)$\cdots$(DH).

3. Que constates-tu ?

Consigne 1.4

1. Utilise la figure de la consigne 3 pour compléter les pointillés en utilisant les symboles $<$ ou $=$:
   AE $\cdots$ AB ; GF $\cdots$ AB ; BF $\cdots$ AB ; DA $\cdots$ AB.

2. En utilisant l'objet réel complète :
   AE$\cdots\cdots$AB GF$\cdots\cdots$AB BF$\cdots\cdots$AB DA$\cdots\cdots$AB

3. Que constates-tu ?

Consigne 1.5

ABCDEFGH est un cube d'arête 4 cm.
Représente ce cube en perspective cavalière avec les conventions $\alpha = 45°$ et $c = \frac{1}{2}$ en mettant dans le plan vertical de face le carré ABFE.

Exercices

01

1. Représente ce pavé droit en perspective cavalière, la face de dimensions $7cm$ et $3cm$ étant dans le plan vertical de face. On donne $c = \frac{2}{3}$ et $\alpha = 30°$.

02

03

2 Pyramide

Activité 2.2

Kocou commence la reproduction du hangar de l'image n°2 du document de la situation de départ.

2.1 Reconnaissance d'une pyramide : Description et définition

Consigne 2.1

1. La toiture du hangar a la forme d'une représentation géométrique dessinée en perspective cavalière. Reproduis le toit avec sa base, nomme son sommet supérieur S et A, B, C, D et E les sommets du polygone de base.
2. Quel nom peux-tu donner à la figure SABCDE?
3. Propose alors une définition de cette figure.
4. Décris cette figure en utilisant les termes "base", "face latérale", "sommet" et "arête".

Consigne 2.2

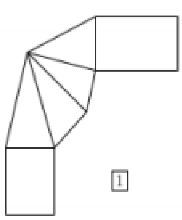
Complète le tableau suivant :

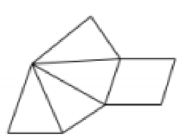
Nombre de côté de la base	Nombre de sommets	Nombre d'arêtes	Nombre de faces
5			
4			
3			
N			

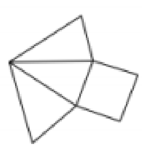
2.2 Patron d'une pyramide

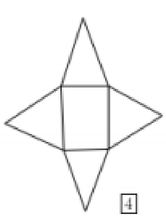
Consigne 2.3

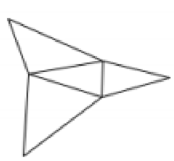
Parmi les figures ci-dessous, retrouve les patrons de pyramide

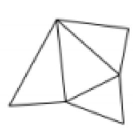

1


2


3


4


5


6

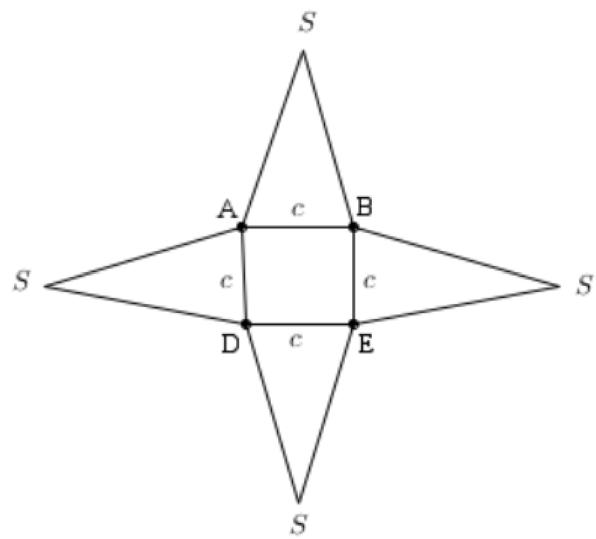
Consigne 2.4

1. Dessine un patron d'une pyramide régulière de base carré de 3cm de côté dont les arêtes latérales mesurent 5cm.
2. Construis cette pyramide.

2.3 Aire et volume d'une pyramide régulière

Consigne 2.5

La figure ci-dessous est un patron d'une pyramide régulière à base carré ABED et de sommet S. AB=AD=c et a est l'apothème de la pyramide.



1. Exprime en fonction de c l'aire de la base de cette pyramide régulière.
2. Exprime en fonction de a et c l'aire de la face SAB puis déduis-en l'aire latérale de la pyramide en fonction de a et c.
3. On désigne par P le périmètre du carré, exprime l'aire latérale de la pyramide en fonction de P et a.

Consigne 2.6

La base d'une pyramide régulière SABCD est un carré de 6cm de côté. La hauteur de la pyramide est $h = 10cm$.

1. Calcule son volume.
2. Calcule l'aire totale de cette pyramide, sachant que l'apothème est 6,5cm.

Exercices

01 Un réservoir d'huile de volume $V = 221,44dm^3$ a la forme d'une pyramide régulière droite à base hexagonale. Les dimensions caractéristiques de ce solide sont :

- Hauteur $H = 16dm$
- Apothème latérale $a_l = 16,37dm$
- Apothème de base $a_b = 3,46dm$

1. (a) Détermine l'aire de base de ce réservoir.
   (b) Déduis-en la mesure de son côté de base.
2. (a) Détermine l'aire latérale du réservoir.
   (b) Déduis son aire totale.
3. Détermine le rapport de l'aire totale à l'aire latérale.

02 Une pyramide droite à base carrée dont la mesure de la hauteur est le triple de celle de son côté, a un volume $V = 512cm^3$. Son apothème latéral mesure $24,33cm$.

1. Détermine la mesure de sa hauteur.
2. (a) Détermine son aire latérale.
   (b) Détermine son aire totale.
3. Dessine un patron de cette pyramide.

On donne : $24^2 = 13824$

03 Une société commande un réservoir ayant la forme la forme d'une pyramide régulière à base triangulaire dont les mesures caractéristiques sont consignées dans le tableau suivant :

Côté de base (m)	Hauteur (m)	Apothème latéral (m)
4	6	6,095

A la fin de la conception, le maître d'?uvre notifie que les 84% de feuilles de tôles sont utilisées pour la face latérale.

1. (a) Montre que $\dfrac{\text{aire de base}}{\text{aire latérale}} = 19\%$.
   (b) Détermine son aire latérale.
   (c) Déduis-en son aire de base.
2. Détermine la mesure de son apothème de base.
3. Détermine le volume de ce solide.

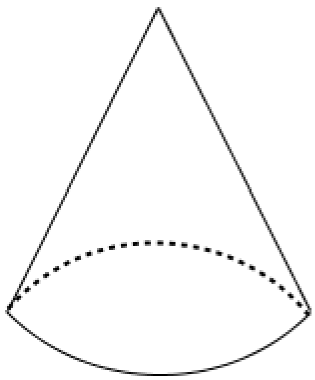
04

05

3 Cône

Activité 2.3

Sur la figure de la situation de départ, l'enfant est placé sur un siège relié au sommet d'un robuste poteau par l'intermédiaire d'une barre rigide. Cette barre est fixée au sommet du poteau.
Le système siège-barre-sommet lorsqu'il est en mouvement autour du poteau engendre le solide ci-dessous représenté.



Kocou, très curieux veut connaître les propriétés de ce système.

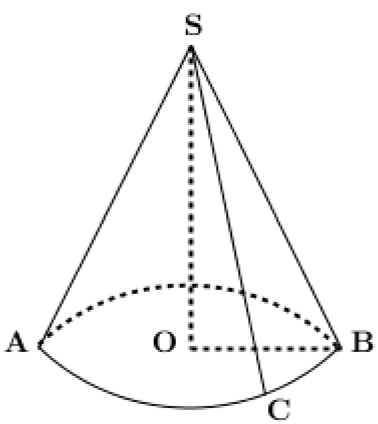
3.1 Représentation et description d'un cône de révolution

Consigne 3.1

1. Comment appelle-t-on le solide engendré par le système siège-barre-sommet?
2. Quelle est la forme géométrique de la base de ce solide?

Consigne 3.2

Kocou désire faire une description du solide. Ainsi, il complète la configuration (voir figure).



1. En utilisant les éléments listés ci-après : $[OS]$, $[OB]$, $[OC]$, $[AS]$, $[SB]$, SB, SC et S, reproduis puis complète le tableau suivant :

Rayon	Génératrice	Apothème	Sommet	Hauteur

2. Donne un nom à la droite (SO).
3. Fais une description d'un cône de révolution.

Consigne 3.3

Fais la représentation d'un cône circulaire droit de $2cm$ de rayon et de $3cm$ de hauteur.

3.2 Reconnaissance du patron d'un cône

Activité 2.4

Kocou décide de fabriquer le cône circulaire droit en dessinant son patron sur du papier carton. il consulte un catalogue qui lui propose les figures suivantes :

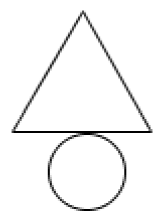


Figure 1

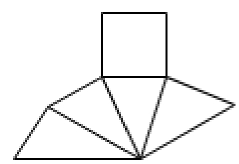


Figure 2

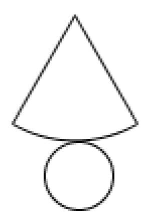


Figure 3

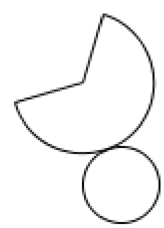


Figure 4

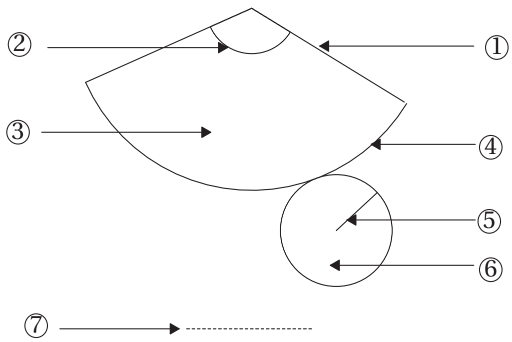
Consigne 3.4

1. Parmi les figures suivantes, cite celles qui peuvent être des patrons de cônes.
2. Donne une description du patron identifié.

3.3 Description et réalisation du patron d'un cône

Consigne 3.5

Voici un patron d'un cône circulaire droit.



Par une annotation de ce patron, donne une description aussi complète que possible du patron d'un cône circulaire droit.

Consigne 3.6

1. A partir des informations précédentes, décris comment on peut réaliser le patron d'un cône circulaire droit.
2. Sur une feuille de papier, dessine le patron d'un cône circulaire droit qui a pour apothème $a = 6cm$, pour rayon de base $r = 1,3cm$ et dont l'angle du secteur circulaire mesure 78°.
3. A l'aide de ce patron, fabrique un cône circulaire droit.

.

Exercices

01 Un cône de révolution a pour hauteur $H = 80cm$ et pour rayon de base $R = 60cm$.

1. Détermine son apothème a.
2. Calcule :
   (a) l'aire de base du cône.
   (b) l'aire de la surface latérale du cône.
   (c) l'aire de la surface totale du cône.
   (d) son volume.

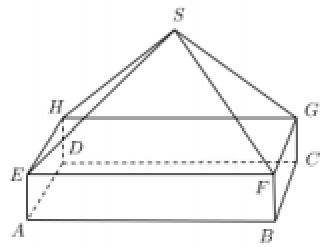
02

03

4 Notion de plan et de droite de l'espace

Activité 2.5

La figure ci-dessous est la représentation en perspective cavalière de l'image ① du document de la situation de départ.



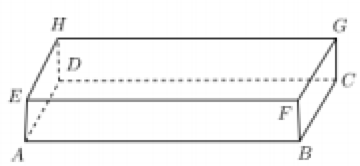
Kocou a du mal à lire et à comprendre ce dessin.
Tu vas l'aider dans ses différents.

4.1 Droites et plans de l'espace

4.1.1 Droite de l'espace : Détermination d'une droite

Consigne 4.1

Le pavé droit ci-dessous est une partie de la figure ci-dessus.



1. Trace la droite (Δ) support du segment [AB].
2. Quelle est la position de la droite (Δ) par rapport aux points A et B ?
3. Peux-tu tracer d'autres droites, différentes de (Δ), et qui passent par les points A et B ?
4. Que peux-tu alors conclure de la droite qui passe par deux points distincts de l'espace ?

4.1.2 Représentation d'un plan

Consigne 4.2

Observe attentivement la figure plus haut (Activité 2.5). Les faces SFG et ABFE représentent des plans, qui sont respectivement notés plan (SFG) et le plan (ABFE) ou (ABE) ou (BFE).
Trouve puis nomme d'autres plans de cette figure.

4.1.3 Droite contenue dans un plan

Consigne 4.3

Observe la figure de la consigne 2.5.1.

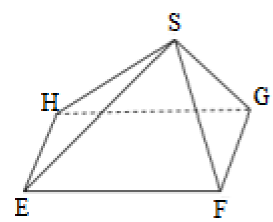
1. Sur cette figure, trace la droite (HF).
2. Que peux-tu dire de cette droite par rapport au plan (EFG) ?

4.1.4 Droites coplanaires, droites non coplanaires

Consigne 4.4

> **Information**
> Deux droites sont coplanaires lorsqu'elles sont contenues dans un même plan.

La pyramide ci-dessous est une partie de la figure de l'activité 5.



On considère sur cette figure les droites suivantes : (FG) ; (SE) ; (EF) ; (GH) ; (SG) ; (SH) et (EH).
Parmi ces droites :

1. (a) Cite deux droites parallèles, peux-tu trouver un plan qui les contient ?
   (b) Que peut-on dire de ces deux droites ?
2. (a) Cite deux droites sécantes, peux-tu trouver un plan qui les contient ?
   (b) Que peut-on dire de ces deux droites ?
3. Remplace les pointillés par les expressions qui conviennent :
   "Deux droites·········ou·········sont coplanaires".
   "Deux droites ni,·········ni·········sont non coplanaires".

Consigne 4.5

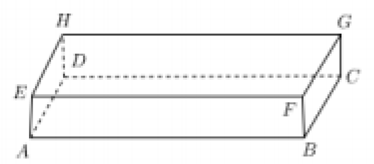
Observe la figure de la consigne précédente, puis :

1. donne trois exemples de droites coplanaires.
2. donne deux exemples de droites non coplanaires.

4.1.5 Détermination d'un plan

Consigne 4.6

Observe le pavé droit ABCDEFGH ci-dessous.



1. (a) Trouve deux droites parallèles puis nomme un plan qui les contient.
   (b) Peux-tu trouver d'autres plans contenant ces droites ?
   (c) Que peux-tu retenir ?
2. (a) Trouve deux droites sécantes puis nomme un plan qui les contient.
   (b) Peux-tu trouver d'autres plans contenant ces droites ?
   (c) Que peux-tu retenir ?
3. (a) Trouve une droite et un point n'appartenant pas à cette droite puis nomme un plan qui les contient.
   (b) Que peux-tu retenir ?
4. (a) Trouve trois points non alignés puis nomme un plan qui les contient.
   (b) Que peux-tu retenir ?

4.2 Positions relatives des droites et plans de l'espace

Activité 2.6

Lors de la reproduction de la figure de l'image ① du document, Kocou est surpris de constater que certains de ses acquis dans la géométrie plane sont contredits par ses présentes observations dans la géométrie de l'espace.
Tu vas aider Kocou dans de nouvelles découvertes.

Le pavé droit ABCDEFGH de la consigne 2.5.6 sera utilisé dans les consignes qui suivront.

4.2.1 Droites perpendiculaires de l'espace

Consigne 4.7

Observe le pavé droit puis :

1. Cite deux arêtes qui ont des supports perpendiculaires, nomme un plan qui les contient.
2. Cite les arêtes qui ont des supports perpendiculaires à la droite (BF).

4.2.2 Droite sécante à un plan

Consigne 4.8

Observe le pavé droit.

1. Montre que le point D appartient au plan (ABC).
2. Justifie que le plan (ABC) et la droite (FD) ont un seul point en commun puis déduis la position relative de la droite (FD) par rapport au plan (ABC).

4.2.3 Droite perpendiculaire à un plan

Consigne 4.9

Observe le pavé droit.

1. Les droites (AD) et (AB) sont contenues dans un même plan, lequel ?
2. Elles sont sécantes en un point, quel est ce point ?
3. Quelle est la position de la droite (AE) par rapport à (AD) ? puis par rapport à (AB) ?

> **Information**
> On dit que la droite $(AE) \perp (ABC)$.

4) Quand dit-on alors qu'une droite est perpendiculaire à un plan ?

4.2.4 Droite parallèle à un plan

Consigne 4.10

Observe le pavé droit.

1. (a) Prouve que ABFE est un parallélogramme.
   (b) Quelle est alors la position des droites (AB) et (EF) ?
2. Prouve que la droite (AB) est contenue dans le plan (ABC).

> **Information**
> On dit que (EF)//(ABC).

3. Quand dit-on alors qu'une droite est parallèle à un plan ?

4.3 Positions relatives des plans de l'espace

4.3.1 Plans sécants

Consigne 4.11

Observe le pavé droit.

1. Justifie que la droite (FB) est contenue dans les deux plans (ABF) et (FBC).
2. Trouve un point du plan (ABF) qui ne soit pas un point du plan (FBC).

> **Information**
> On dit que les plans (ABF) et (FBC) sont **sécants**.

3. Quand dit-on alors que deux plans sont sécants ?

4.3.2 Plans parallèles

Consigne 4.12

Observe le pavé droit.

1. Justifie que la droite (AE) est perpendiculaire au plan (ABC).
2. Justifie également que la droite (AE) est perpendiculaire au plan (EFG).

> **Information**
> On dit que les plans (ABC) et (EFG) sont **parallèles**.

3. Quand dit-on alors que deux plans sont parallèles ?

Consigne 4.13

Observe le pavé droit.

1. Les plans (ABC) et (EFG) sont parallèles.
   Justifie que la droite (AB) est contenue dans le plan (ABC).
2. Trouve une droite parallèle à (AB) et contenue dans le plan (EFG).

> **Information**
> Cette droite est dite **parallèle** au plan (ABC).

3. Quand peut-on encore dire qu'une droite est parallèle à un plan ?

4.4 Propriétés des droites de l'espace

Consigne 4.14

Observe attentivement le pavé droit ci-dessus.

1. Cite deux droites parallèles à la droite (EF).
2. Quelle est la position relative des trois droites de la question précédente, c'est-à-dire la droite (EF) et les deux autres que tu as cité.
3. Dégage une conclusion de cette consigne.

Exercices

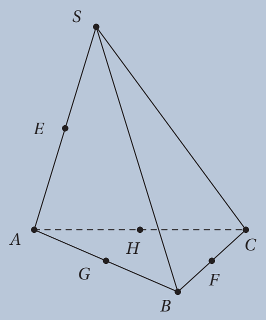
01 On considère un cube $ABCDEFGH$ d'arête $a = 4cm$.

1. Définis trois plans contenant la droite (AE).
2. Donne la position relative des droites (AE) et (CG).
3. (a) Montre que la droite (AE) est perpendiculaire (ABD).
   (b) Montre que la droite (AE) est perpendiculaire (EGH).
4. Déduis-en que les plans (ABD) et (EGH) sont parallèles.

02 On considère un cube $ABCDEFGH$ d'arête $a = 4cm$.

1. (a) Justifie que (BE) et (HC) sont parallèles.
   (b) Les droites (BE) et (HC) sont-elles coplanaires ?
2. Justifie que la droite (FH) est contenue dans le plan (FBD).
3. Montre que les plans (ECB) et (ABF) sont perpendiculaires.

03 $SABC$ est une pyramide. E, F, G et H désignent les milieux respectifs des segments $[AS]$, $[BC]$, $[AB]$ et $[AC]$.



1. Prouve que les points E, F et G définissent un plan.
2. (a) Montre que les plans (EGH) et (SHC) sont sécants.
   (b) Déduis-en leur droite intersection.

04

05

5 Arithmétique : PGCD-PPCM

Activité 2.7

L'image ① de la situation de départ est la photo d'un système de jeu. Le jeu consiste à remplir la partie inférieure c'est-à-dire le pavé droit des dés cubiques de même dimension.
Tu vas aider Kocou à choisir la longueur d'une arête des côtés des dés qu'il faudra utiliser pour remplir entièrement la caisse.
On donne les dimensions de la caisse : L=90cm; l=60cm et h=40cm.

5.1 PGCD

Consigne 5.1

1. Trouve les diviseurs de 90, de 60 puis de 40.
2. (a) Quels sont les diviseurs communs de 90, de 60 puis de 40?
   (b) Quels sont alors les longueurs possibles d'une arête des dés qu'on peut utiliser pour remplir la caisse?
3. Pour un bon déroulement du jeu, on aurait préféré utiliser les dés les plus grands possibles. Trouve donc la longueur des arêtes des dés à utiliser, puis le nombre de dés nécessaires au remplissage de la caisse.
4. A partir de cette activité, quel nom peux-tu donner à cette longueur trouvée en 3) par rapport aux nombres 90, 60 et 40.
5. Décompose 90, 60 et 40 en produit de facteurs premiers. Comment à partir de cette décomposition peux-tu trouver la longueur de la question.

5.2 PPCM

Activité 2.8

Un système de trois signaux éclaire le site de jeu pendant la nuit. Le premier signal est émis toutes les 3 min, un second signal toutes les 4 min et un troisième signal toutes les 6 min. Ces trois signaux sont émis simultanément tous les soirs à partir de 19h.

Consigne 5.2

1. Trouve les multiples de 3, de 4 puis de 6 compris entre 0 et 50. Utilise ces résultats pour trouver les durées pour lesquelles les trois signaux émettent en même temps durant la première période de 50 min.
2. Quelle est la durée pour laquelle les trois signaux émettent-ils en même temps pour la première fois?
3. A partir de cette activité, quel nom peux-tu donner à cette durée trouvée en 2) par rapport aux nombres 3, 4 et 6?
4. Décompose les nombres 3, 4 et 6 en produits de facteurs premiers. Comment à partir de cette décomposition peux-tu trouver cette durée de la question précédente?

Exercices

01 On considère trois nombres rationnels définis par :
$a = \frac{26}{36}$; $b = \frac{100}{250}$; $c = \frac{147}{63}$.

1. (a) Détermine $PGCD(100;250)$.
   (b) Déduis-en la forme irréductible de la fraction b.
2. (a) Détermine $PPCM(63;250)$.
   (b) Déduis-en $5b+7c$.
3. Compare a et b.

02 Soient A et B deux nombres rationnels définis par :
$A = \frac{2160}{4530}$ et $B = \frac{3675}{7875}$.

1. Détermine $PGCD(2160;4530)$.
2. Détermine $PGCD(3675;7875)$.
3. Déduis-en les formes irréductibles des fractions A et B.
4. (a) Détermine $PPCM(15;21)$.
   (b) Détermine $A-B$.
   (c) Déduis une comparaison des nombres A et B.

03 On désire mettre des carreaux dans le salon. La surface à carreler a la forme d'un carré. L'entrepreneur décide d'utiliser des carreaux incassables de forme rectangulaire de 8 cm de longueur et de 5 cm de largeur.

1. Calcule la longueur d'un côté du salon à carreler sachant que cette longueur est comprise entre 30 cm et 50 cm.
2. Calcule le nombre de carreaux à utiliser.

04 Au cours d'une fête au CCPA, les élèves de la classe de $6^{ème}$ chantent toutes les 15 min, ceux de la classe de $5^{ème}$ chantent toutes les 20 min et ceux de la classe de $4^{ème}$ toutes les 24 min. Les trois promotions ont chanté pour la première fois en même temps ensemble à 8 heures.

1. A quelle heure les trois classes chanteront pour la deuxième fois ensemble ?
2. Combien de fois les élèves de la classe de $4^{ème}$ auraient chanté ?

05

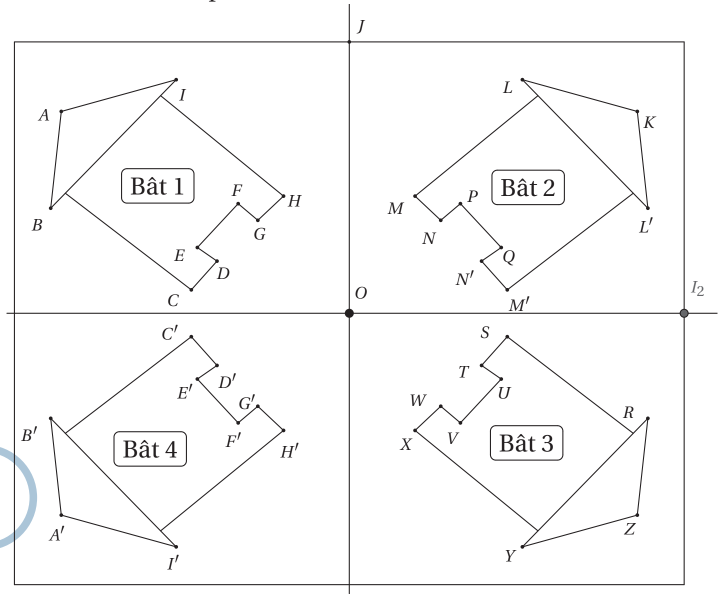
06

« *Les mathématiques ne peuvent effacer aucun préjugé* »
(Goethe)

APPLICATIONS DU PLAN

Situation de départ

Texte : *Construction de logements présidentiels dans la zone de l'aéroport*
L'entreprise publi-construction est l'un des soumissionnaires retenus pour la construction des logements présidentiels dans la zone de l'aéroport. Elle a dix maisons à construire sur un domaine qui lui est attribué.
Voici un extrait du plan de la maquette remis à Kuassi le chef chantier de l'entreprise.



Coffi, fils de Kuassi est un élève en classe de $4^{ème}$. Un soir, il surprend son père Kuassi en train de réfléchir sur le plan de construction. Très impressionné par la disposition des bâtiments, il voudrait bien comprendre les démarches ayant conduit à la réalisation de ce plan.

Tâche :
Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques. Pour cela, tu auras tout au long de la situation d'apprentissage à :

- Exprimer ta perception de chacun des problèmes posés ;
- Analyser chacun des problèmes posés ;
- Mathématiser chacun des problèmes posés ;
- Opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème ;
- Améliorer au besoin ta production.

Activité 0

- Lis le texte de la situation de départ.
- Reformule le problème ou la situation-problème en tes propres termes.
- Formule toutes les idées et questions que t'inspire la situation de départ.
- Reconnais des situations similaires.
- Anticipe éventuellement sur la réponse au problème.

1 Symétrie centrale

Activité 3.1

Coffi remarque dans un premier temps que le dessin du plan du bâtiment bât 3 est dessiné à partir de celui du bâtiment bât 1 par une correspondance en utilisant le point O, mais il ne sait pas comment formuler mathématiquement son constat.

1.1 Notion d'application

Définition : *Application*
On appelle application du plan dans le plan, toute correspondance qui à chaque point du plan associe un point du plan et un seul.

1.2 Symétrie centrale

Consigne 1.1

Identifie la correspondance la correspondance de l'activité 3.1 puis complète le tableau suivant :

↷	
A	······
B	······
I	······
······	X
······	U
······	T

Consigne 1.2

1. A partir de tes propres connaissances complète les phrases suivantes :
"Le point Z est le symétrique du point$\cdots\cdots\cdots$par rapport au point$\cdots\cdots\cdots$".
"Le segment$\cdots\cdots$est le symétrique du segment [AI] par rapport au point$\cdots\cdots\cdots$".
"La droite (RY) est le symétrique de$\cdots\cdots\cdots$de par rapport au point$\cdots\cdots\cdots\cdots$".
"L'angle RZY est le symétrique de l'angle$\cdots\cdots\cdots$par rapport au point$\cdots\cdots\cdots\cdots$".

2. Propose une définition d'une symétrique par rapport à un point O.

.

Exercices

01 On considère un carré $ABCD$ de centre O tel que $AB = 4cm$. E est le milieu de $[DC]$, F le symétrique de A par rapport à E et G le symétrique de B par rapport à E.

1. Fais une figure.
2. Montre que la droite (AC) est parallèle à (FD).
3. Montre que la droite (BD) est perpendiculaire à (FD).
4. Quelle est la nature du triangle BDF ?
5. Détermine l'image du carré $ABCD$ par la symétrie centrale de centre E.
   Calcule son aire.

02

03

2 Symétrie orthogonale

Activité 3.2

Continuant ses observations, Coffi remarque ensuite que le dessin du bâtiment bât 2 a été obtenu à partir du bâtiment bât 1 ou du bâtiment bât 3.

Consigne 2.1

1. Identifie encore la correspondance qui permet de passer de la figure du bâtiment bât 1 à la figure du bâtiment bât 2 puis celle qui permet de passer de la figure du bâtiment bât 3 à la figure du bâtiment bât 2.

2. Complète alors les deux tableaux de correspondance ci-dessous.

↷	
C	······
E	······
H	······
······	L
······	P
······	N

↷	
X	······
Y	······
Z	······
······	N
······	N'
······	P

3. Propose une définition de cette correspondance.

Consigne 2.2

Complète les phrases suivantes :
"Le bâtiment bât 2 est l'image du bâtiment······par la symétrie orthogonale d'axe (OJ)".
"Le bâtiment······est l'antécédent du bâtiment bât 2 par la symétrie orthogonale d'axe (OI)".
"Le point K est l'image du point Z par la symétrie orthogonale·········".
"Le segment [UV] est·········du segment·········par la symétrie orthogonale d'axe (OI)".

.

Exercices

01 On considère un carré $ABCD$ inscrit dans un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de rayon $R = 2cm$. La parallèle à (AC) passant par D coupe (BC) en E.

1. Montre que E est le symétrique de B par rapport à C.
2. Construis l'image $A'B'C'D$ du carré $ABCD$ par la symétrie orthogonale d'axe (DE).
3. (a) Construis le cercle $(\mathscr{C}')$ image de $(\mathscr{C})$ par la symétrie $s_{(DE)}$.
   (b) Détermine le rayon du cercle $(\mathscr{C}')$.
4. Démontre que le quadrilatère $AA'C'C$ est un carré. Calcule son aire.

02 Soit ABD un triangle isocèle en A, tels que AB=4 cm et $mes\widehat{ABD} = 45°$. Fais une figure que tu complèteras au fur et à mesure.

1. Soit O milieu de [BD] et S_O(A)=C.
   (a) Montre que $mes\widehat{BCD} = 90°$.
   (b) Quelle est la nature exacte du quadrilatère ABCD.
2. Soit M milieu de [AB] et $S_{(BD)}(M) = N$.
   Montre que N est milieu de [BC].
3. Soit P le point tel que $S_{(AC)}(N) = P$
   (a) Montre que P est milieu de [CD].
   (b) En déduire que $S_O(M) = P$.

03

04

3 Translation

Activité 3.3

Les observations de Coffi le conduise enfin à s'interroger sur la correspondance qui permet d'avoir le dessin du bâtiment bât 1 à partir du bâtiment bât 4.
Tu vas aider Coffi à découvrir cette correspondance.

3.1 Notion de vecteur

Consigne 3.1

1. Avec ta règle et ton crayon, joins les points A et A', B et B' puis H et H'.
2. Quelle est la position relative des droites (AA'), (BB') et (HH').
3. Compare la longueur des segments $[AA']$, $[BB']$ et $[HH']$.
4. Peux-tu alors définir une correspondance qui, à partir d'un point M du bâtiment bât 1 associe un point M' du bâtiment bât 4 ?
   Soit t cette correspondance.
5. Complète le tableau de correspondance ci-dessous

t $\curvearrowright$	
C	......
E	......
H	......
......	F'
......	I'
......	D'

6. Construis l'image du point M_0 par t et l'antécédent de N'_0 par t.

3.2 Translation

Consigne 3.2

A et A' sont deux points du plan. Soit M un point quelconque. Construis le point M' tel que :

- Les droites (MM') et (AA') ont la même direction.
- Les couples (M ; M') et (A ; A') ont le même sens.
- Les segments [MM'] et [AA'] ont la même longueur.

Consigne 3.3

A, B, C et E sont quatre points distincts de la droite (D). F est un point n'appartenant pas à (D).

1. Construis les images respectives des points B, C et E par la translation du vecteur $\overrightarrow{AF}$.
2. Comment sont disposés les points B', C' et E'.
3. Compare les longueurs CE et C'E'.
4. Quelle est la position relative des droites (BC) et (B'C').
5. Soit N un point du segment [CC'].
   (a) Construis l'image du point N par $t_{\overrightarrow{AF}}$.
   (b) Quelle est l'image de l'angle $\widehat{BNC}$ par cette translation ?

   Quelles conclusions peux-tu tirer de cette consigne ?

3.3 Caractérisation vectorielle d'un parallélogramme

Consigne 3.4

ABCD est un parallélogramme.

1. Trouve, en justifiant ta réponse :
   (a) Un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{AB}$
   (b) Un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{AD}$
   (c) Un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{CD}$
2. M, N, P et Q sont quatre points non alignés tels que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$. Justifie que le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme.

Exercices

01 Soit le parallélogramme ABCD de centre O.

1. Les vecteurs ci-dessous sont égaux deux à deux, identifie-les.
   $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AO}$; $\overrightarrow{DO}$; $\overrightarrow{DC}$;
   $\overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{CB}$.

2. t est la translation qui applique A sur C.

   (a) Construis D' et B' images respectives des points D et B par la translation t.

   (b) Quelle est la nature du quadrilatère DBB'D'. Justifie ta réponse.

02 On considère un carré $ABCD$ inscrit dans un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O. $t_{\overrightarrow{AB}}$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$. On pose $t_{\overrightarrow{AB}}(C) = \{E\}$.

1. Montre que C est le milieu de $[DE]$.

2. Montre que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE}$.

3. Construis l'image $(\mathscr{C}')$ de $(\mathscr{C})$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

4. Quelle est la nature du quadrilatère $ABED$?

03

04

05

4 Projection

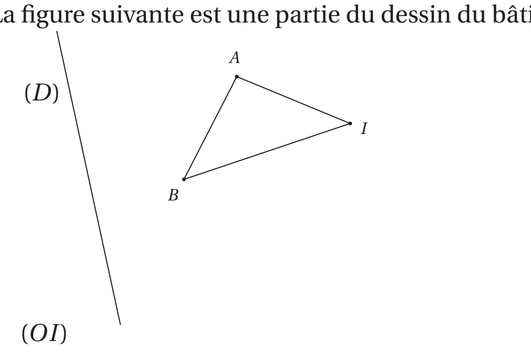
Activité 3.4

Oloudé, un camarade de Coffi en visite chez ce dernier, constate, que les supports des segments du bât 1 sont parallèles entre eux mais ils coupent aussi la droite (OI) en des points. Il se demande si on ne pouvait pas définir également une autre application du plan dans lui-même, qui à chaque point M du bât 1, associe un point M' sur la droite (OI).
Tu vas aider Coffi et son camarade dans leur nouvelle découverte.

4.1 Définition

Consigne 4.1

La figure suivante est une partie du dessin du bâtiment bât 1.

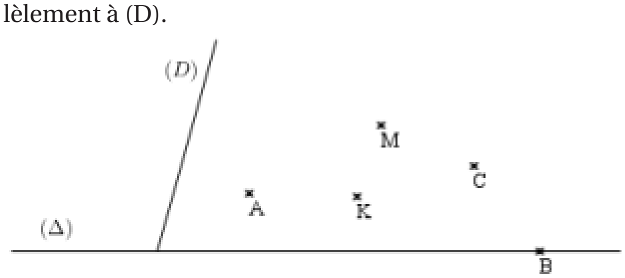


Construis les droites parallèles à (D) passant par chacun des points A, B et I.
Elles coupent respectivement la droite (OI) en A', B' et I'. *Les points A', B' et I' sont appelés les images respectives des points A, B et I parallèlement à (D) par une projection.*

4.2 Propriétés

Consigne 4.2

Considérons la figure ci-dessous et p la projection sur (Δ) parallèlement à (D).



1. Construis les images A', B', C', K' et M' des points A, B, C, D, K et M par la projection p.

2. (a) p[AB] est l'ensemble des images des points du segment [AB] par p. Détermine p[AB].

   MK est un segment dont le support est parallèle à (D).

   (b) Quelle est l'image de [MK] par la projection p.

   (c) Que peux-tu retenir ?

3. Si N ∈ (Δ), détermine l'image du point N par la projection p.

4. (a) Soit I milieu du segment [AC], construis I puis I'=p(I).

   (b) Marque le point J, point d'intersection des droites (AC') et (I'I). Justifie que J est le milieu du segment [AC'], puis déduis que I' est le milieu du segment [A'C'].

4.3 Partage d'un segment en des segments de même longueur

Activité 3.5

Maintenant que Coffi est sur de sa nouvelle de découverte, il se demande encore s'il ne pouvait pas utiliser cette méthode pour partager un segment en des segments de même longueur lorsqu'il ne dispose que d'une règle graduée et d'un compas.

Consigne 4.3

1. Trace un segment [AB] de longueur 10 cm. On désire partager ce segment en trois segments de même longueur. Pour cela :

   (a) Trace une droite (D) sécante en A à la droite (AB).

   (b) A l'aide de ton compas, marque sur la droite (D) trois points K, L et M rangés dans l'ordre A, K, L et M tels que AK=KL=LM.

   (c) Trace la droite (MB) puis place les points K' et L' les projetés respectifs des points K et L sur (AB) parallèlement à la droite (MB).

2. Justifie que K' est le milieu de [AL'].

3. Justifie que L' est le milieu de [K'B]. Déduis-en que AK'=K'L'=L'B.

Exercices

01 ABC est un triangle et I milieu de $[BC]$.
La parallèle à (AI) passant par C coupe (AB) en D.
La parallèle à (BC) passant par A coupe la parallèle à (CD) passant par B en E.
Soit p_1 la projection sur (BC) parallèlement à (AI) et p_2 la projection sur (CD) parallèlement à (AE).

1. Détermine $p_1(A)$, $p_1(B)$ et $p_1(E)$.
2. Détermine $p_2(A)$, $p_2(B)$ et $p_2(E)$.
3. Détermine un point M du plan tel que $p_1(M)$, $p_2(M)$.

02 (D_1) et (D_2) sont deux droites perpendiculaires en O telles que (D_1) horizontale et (D_2) verticale. A et B sont deux points respectifs de (D_1) et (D_2) tels que OA=OB=4 cm. On désigne par C le symétrique de O par rapport à (AB).
La médiatrice (D) du segment [OA] coupe les droites (OA) en I, (AB) en K et (BC) en Q.

1. Trace une droite (Δ) passant par K et parallèle à (OA), elle coupe (OB) en J et (AC) en P.
2. Quelle est la nature du repère (O,I,J) ?
3. En considérant le repère (O,I,J) de ton dessin, détermine les couples de coordonnées des points O, A, B, C, I, J, P et Q.
4. Quel est le couple de coordonnées des points O, A, B, C, I, J, P et Q dans le repère (K,P,Q) ?

03 (O,I,J) est un repère orthonormé. On considère les points A(-2 ;3), B(3 ;1), C(2 ;-7), D(-3 ;-5) et E(0 ;-2).

1. Place ces points dans le repère.
2. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
3. Dans le même repère, trace la droite (Δ) qui passe par F(2 ;3) et H(5 ;-3). Construis les points A', B', C', D' et E' projetés orthogonaux respectifs des points A, B, C, D et E sur (Δ).
4. Démontre que E' est le milieu de [B'D'].

04

05

« En mathématiques, nous sommes davantage des serviteurs que des maîtres »
(Charles Hermite)

ORGANISATION DES DONNÉES

Situation de départ

Texte : *Énigmes mathématiques*
Cossi, élève en classe de $5^{ème}$, premier de sa promotion est également premier en mathématiques. Il bénéficie d'un prix d'excellence constitué d'un billet d'avion aller et retour en Égypte pour ses vacances.
Durant son séjour en Égypte, il découvre dans une librairie du pays un livre intitulé « Le Papyrus : Énigmes Mathématiques ». Sur la première page, il est mentionné également «87 problèmes avec solutions ». Intéressé par ce document, il l'achète.
Tu es un ami de la même classe que Cossi, il t'invite dès son retour des vacances à découvrir avec lui les merveilles de son voyage.

Tâche :
Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques. Pour cela, tu auras tout au long de la situation d'apprentissage à :

- Exprimer ta perception de chacun des problèmes posés ;
- Analyser chacun des problèmes posés ;
- Mathématiser chacun des problèmes posés ;
- Opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème ;
- Améliorer au besoin ta production.

Activité 0

- Lis le texte de la situation de départ.
- Reformule le problème ou la situation-problème en tes propres termes.
- Formule toutes les idées et questions que t'inspire la situation de départ.
- Reconnais des situations similaires.
- Anticipe éventuellement sur la réponse au problème.

1 Équations et inéquations

1.1 Égalité

Activité 4.1

Consigne 1.1

1. Parmi les expressions suivantes, lesquelles traduisent une égalité :
   $2+3=7$; $3-1=5-4$; $10+3=15-2$; $5+3=10+5$
2. Observe l'égalité suivante : $2+8=11-1$
   (a) Ajoute à chaque membre de cette égalité le nombre 4. Obtiens-tu toujours une égalité ?
   (b) Multiplie chaque membre de cette égalité par le nombre 2.
   Obtiens-tu toujours une égalité ?

1.2 Équations de type $ax+b=0$

Activité 4.2

Dans le document ramené par Cossi, vous découvrez les tous premiers exercices du livre. Utilise les acquis de la consigne 4.1.1 pour les résoudre.

Consigne 1.2

Lorsqu'on augmente de 2 le triple du nombre y de pièces de monnaie gagné par Paul lors d'un jeu de Tombola, on trouve 59.

1. Traduis cette situation par une équation.
2. Complète les pointillés par le nombre qui convient :
   $3y+2=59$
   $3y+2-2=59+\cdots\cdots$
   $3y=\cdots\cdots$
   $\frac{1}{3}\times(3y)=\cdots\cdots\times 57$
   $y=\cdots\cdots$
3. Remplace la valeur de y trouvée dans l'équation
   $3y+2=59$
4. Que constates-tu ?

1.3 Inégalité

1.3.1 Avec l'addition

Consigne 1.3

Paul ayant une note supérieure à celle de Diaby, il proteste auprès de son professeur. Après examen des deux copies, celui-ci constate qu'il a fait une erreur et il ajoute un même nombre de points à chacune des notes des deux élèves.

1. Compare les nouvelles notes de Paul et de Diaby.
   Paul et Diaby avaient respectivement 16 et 12. Leur professeur, ayant oublié de leur rayer un résultat faux, a ajouté (-3) à chacun.
2. Calcule leurs nouvelles notes. Laquelle est la plus grande ?
3. Quelle conclusion peux-tu tirer de cette activité ?

1.3.2 Avec la multiplication

Consigne 1.4

Finalement, le devoir ne sera pas noté sur 20, mais sur 10. La note de Paul qui était 13 devient $13 \times \frac{1}{2}$.

1. Calcule la note de Paul puis celle de Diaby. Laquelle est la plus grande ?
2. Quelle conclusion peux-tu tirer de cette activité ?

1.4 Inéquation du 1^{er} degré à une inconnue

Consigne 1.5

Tu as dépensé moins de 100F pour l'achat d'un stylo à bille qui coûte 65F et d'un crayon. On désigne par x le prix du crayon.

1. Écris une inéquation pour traduire cette situation.
2. Détermine les valeurs possibles de x sachant que ces valeurs sont des multiples de 5.

Consigne 1.6

On se propose de résoudre l'inéquation $5x+9<24$.

1. Complète les pointillés par le nombre qui convient :
   $5x+9<24$
   $5x+9-9<24+\cdots\cdots$
   $5x<\cdots\cdots$
   $\frac{1}{5}\times 5<\cdots\cdots\times 15$
   $x<\cdots\cdots$
2. Donne cinq valeurs possibles de x.
3. Donne trois valeurs de x qui ne vérifie pas l'inéquation.

.

Exercices

01 On considère les équations suivantes :
$(E_1) : (x+5)(x-7)+3 = x^2+3x-1$
$(E_2) : (2x+1)(3x+5)-x^2+3 = (5x+3)(x-1)+20$
$(E_3) : \dfrac{3x-1}{4} - \dfrac{x}{2} = x+5$

1. Résous dans $\mathbb{Q}$, chacune de ces équations.
2. Déduis-en les solutions de ces équations dans $\mathbb{Z}$ puis dans $\mathbb{N}$.

02 On considère les inéquations suivantes :
$(I_1) : (x+3)(x+5)-3 \geq x^2+3x-1$
$(I_2) : (2x+1)(x+3)-5x+2 < 2x^2+3$

1. Vérifie si chacun des nombres 0 ; 3 et -5 est solution de l'inéquation (I_1).
2. Résous dans $\mathbb{Q}$, chacune de ces inéquations.

03 La somme des âges des enfants d'une famille est 72 ans.

- L'aîné a 8 ans de plus que le cadet.
- Le benjamin a 2 ans de moins que le cadet.

1. Écris l'équation d'inconnue l'âge de l'aîné.
2. Écris l'équation d'inconnue l'âge du benjamin.
3. Traduis la situation en une équation.
4. Détermine l'âge de chacun d'eux.

04 En 2019, un grand-père dit à son petit-fils :
« J'avais 60 ans avant que tu ne naisses, et si Dieu nous prête vie, dans 3 ans j'aurai le quintuple de ton âge que je fêterai avec toi. »

1. Détermine l'équation correspondant à cette situation.
2. Détermine l'âge de chacun d'eux.
3. Détermine l'année de naissance de chacun d'eux.

05

06

2 Proportionnalité

Activité 4.3

Dans le document ramené par Cossi, il découvre un genre d'exercices sur lesquels il n'a aucune idée.
Voici un exemple : « trois jeunes frères : Codjo, Bio et Toni se partagent un héritage de 6.000.000 F proportionnellement à leurs âges qui sont respectivement 8 ans, 12 ans et 20 ans.»
Pour comprendre la méthode de résolution de ce genre d'exercices, tu es invité à traiter les consignes suivantes.

2.1 Proportionnalité et rapports égaux

Consigne 2.1

La vitesse d'une voiture est de 36 km/h. A l'aide d'un tableau de proportionnalité :

1. Calcule le temps mis par cette voiture pour parcourir une distance de 108 km, 180 km et 360 km.
2. Calcule la distance parcourue lorsque le temps mis pour le parcours est de 6 h, 12 h et 18 h.
3. A partir du tableau de proportionnalité, remplace les pointillés par les nombres qui conviennent :
$\frac{108}{\cdots} = \frac{\cdots}{6}$; $\frac{180}{\cdots} = \frac{\cdots}{12}$; $\frac{360}{\cdots} = \frac{\cdots}{18}$

Consigne 2.2

Les tableaux suivants sont des tableaux de proportionnalité.

15	40
6	x

18	y
42	189

a	C
b	D

1. Traduis chacun d'eux par une égalité.
2. Détermine x et y.

Consigne 2.3

On considère le tableau suivant.

40	15	$40+15$	$40-15$
16	6	$16+6$	$16-6$

1. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?
2. Écris quatre égalités qui permettent de calculer le coefficient de proportionnalité.

Consigne 2.4

Dans chacun des cas suivants, détermine le nombre x :
$\frac{80}{5} = \frac{150}{x}$; $\frac{x}{216} = \frac{50}{48}$; $\frac{75}{135} = \frac{x}{126}$

2.2 Partages proportionnels

Consigne 2.5

A l'aide des acquis de la proportionnalité, résous le problème de partage proportionnel de l'activité 4.3.

.

Exercices

01 Un partage proportionnel aux âges permet à Moussa de 20 ans de recevoir 62.300 F.

1. Détermine la part de Rémi qui a 17 ans.
2. Détermine la valeur de la somme partagée sachant que la somme des âges des concernés est 89 ans.

02 Les côtés [AB], [AC] et [BC] d'un triangle sont proportionnels aux nombres 5 ; 3 et 4.

1. Détermine les longueurs AB, AC et BC sachant que le périmètre du triangle est 24 cm.
2. Justifie que le triangle ABC est rectangle.

03

04

3 Statistiques

Activité 4.4

Tu es invité à résoudre ce problème de statistique qui se trouve dans le livre de Cossi.

Vocabulaire général

- **Population :** C'est l'ensemble sur lequel porte une étude statistique.
- **Individu :** C'est chaque élément de la population étudiée.
- **Caractère :** C'est sur quoi porte une étude statistique.
  Le caractère peut être qualitatif (la couleur des cheveux, les sports pratiqués ou le type de film préféré, $\cdots$) ou quantitatif (la taille, l'âge, le temps passé devant la télévision, $\cdots$).
- **Modalités :** Ce sont les différentes réponses que le caractère permet d'avoir.
- **Effectif d'une modalité :** C'est le nombre d'individus de la population qui représente cette modalité.
- **Effectif total :** C'est le nombre total des individus d'une population.

3.1 Organisation des données

Voici les notes obtenues en mathématiques par les élèves d'une classe du collège les "Anges" lors de la composition du premier trimestre.

2	10	12	3	12	10	20
12	7	2	18	10	15	12
18	12	10	12	7	12	

Consigne 3.1

1. Quelle est la population, le caractère et la nature du caractère étudié ?
2. Précise la liste des modalités.
3. Détermine l'effectif de chaque modalité. Déduis-en l'effectif total de la série statistique.
4. Calcule la fréquence de chaque modalité. (*Les fréquences seront exprimées en pourcentage*).
5. Dresse un tableau des effectifs et des fréquences.
6. Quelle est la modalité qui a pour effectif 4 ? puis celle qui a le grand effectif?

Définition

• On appelle fréquence d'une modalité le quotient de l'effectif de cette modalité par l'effectif total.
• Organiser les données, c'est présenter celles-ci dans un tableau regroupant :

✓ les modalités du caractère

✓ les effectifs de chaque modalité ou leurs fréquences (généralement exprimées en pourcentages)

3.2 Traitement des données

Consigne 3.2

Calcule la moyenne des notes obtenues en mathématiques dans cette classe.

Exercices

01 Pour suivre la consommation d'énergie dans une unité de production, on opère des relevés journaliers de puissance en kw sur une période spécifique.

105	110	110	101	105	107	108	105
104	106	102	105	105	107	110	103
105	110	104	108				

1. Quel est la caractère étudié ? Précise sa nature.
2. Dresse le tableau des effectifs et des fréquences de cette série.
3. Donne le mode de cette série.
4. Détermine la puissance moyenne journalière sollicitée sur cette période.
5. Détermine le pourcentage de consommation ayant une puissance inférieure à $105kw$.

02 Une étude statistique portée sur la diversité des marques des postes téléviseurs (écrans 14) vendus dans la boutique COGEMEL permet d'obtenir les résultats suivants :

MARQUES	NOMBRE DE POSTES
Sony	80
Sharp	120
Nationnal	70
LG	60
Samsung	98
Sanyo	75

1. Détermine le nombre total de poste téléviseur vendus dans cette boutique.
2. Dresse le tableau des effectifs et des fréquences de cette série.
3. Détermine le pourcentage de la marque la plus populaire de cette série.

03