SENEMATHS

COURS

5ème

EDITION

2019

ibselam85@yahoo.fr Tel : 772312173.

ACTIVITES NUMERIQUES:

Introduction :

Les Égyptiens ont utilisé les mathématiques principalement pour le calcul des salaires, la gestion des récoltes, les calculs de surface et de volume et dans leurs travaux d'irrigation et de construction. Ils utilisaient un système d'écriture des nombres additionnels (numération égyptienne). Ils connaissaient les quatre opérations, étaient familiers du calcul fractionnaire (basé uniquement sur les inverses d'entiers naturels) et étaient capables de résoudre des équations du premier degré par la méthode de la fausse position. Ils utilisaient une approximation fractionnaire. Les équations ne sont pas écrites, mais elles sous-tendent les explications données.

On découvre que les Chinois avaient développé des méthodes de calcul et de démonstrations qui leur étaient propres : arithmétique, fractions, extraction des racines carrées et cubiques, mode de calcul de l'aire du disque, volume de la pyramide et méthode du pivot de Gauss. Leur développement des algorithmes de calcul est remarquablement moderne. Mais on trouve aussi, sur des os de moutons et de bœufs, des gravures prouvant qu'ils utilisaient un système décimal positionnel (numération chinoise). Ils sont aussi à l'origine d'abaques les aidant à calculer. Les mathématiques chinoises avant notre ère sont principalement tournées vers les calculs utilitaires.

Les mathématiciens musulmans vont considérablement enrichir les mathématiques, développant l'embryon de ce qui deviendra l'algèbre, répandant le système décimal indien avec les chiffres improprement appelés chiffres arabes et développant des algorithmes de calculs.

CHAPITRE 1 : PUISSANCE DANS D

Durée : **04 heures**

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Connaître la définition d'une puissance d'un nombre décimal arithmétique et sa notation.
- Connaître et utiliser les propriétés des puissances d'un nombre décimal arithmétique.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, Histoire des mathématiques, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973. Programme de maths Octobre 2006 ; Guides pédagogiques 5ème ; Guide d'usage 5ème ; CIAM 5ème ; Collection Excellence 5ème ; Collection Triangle Mathématiques 5ème Hatier ; Documents stagiaires ; Internet.

Matériel et supports didactiques :

- Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
- Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons.

Plan du cours : **(Voir le cours)**

Pré-requis:

Nombres entiers naturels
Nombres décimaux arithmétiques
Opérations
Calculs d'aire, de volume

Déroulement de la leçon :

I. Définition, notation d'une puissance d'un décimal :

1) Activité :

Un cube a pour arête 2,5 m.

a) Calcule la surface d'une face de ce cube.
b) Calcule le volume de ce cube.

2) Définition :

*Soit **b** un nombre décimal arithmétique et **n** un entier naturel supérieur où égal à 2.*
*On appelle **puissance nième** d'un décimal **b**, le produit de **n** facteurs tous égaux à **b**.*

3) Notation :

On note $b^n = \underbrace{b \times b \times b \times .... \times b}_{n \text{ facteurs égaux à } b}$

b^n est une puissance du nombre ***b***.
n est l'exposant de cette puissance.
b^n se lit ***b*** exposant n ou ***b*** à la puissance ***n***.
On écrit ***a^n*** et on lit ***a*** à la puissance ***n***.

Exemples :

Le carré de b est noté b^2 et son produit est $b \times b$.
Le cube de a est noté a^3 et son produit est $a \times a \times a$.
$3^5 = 3\times3\times3\times3\times3$; $5\times5\times5\times5\times5\times5 = 5^6$; $(2,7)\times(2,7)\times(2,7)\times(2,7) = (2,7)^4$.

Remarque :

On admettra que **:** $b^1 = b$ **;** $b^0 = 1$ $(b \neq 0)$ **;** $1^n = 1$ **;** $0^n = 0$.

Exemples :

$17862^1 = 17862$; $17862^0 = 1$; $1^{23} = 1$; $0^{45} = 0$.

4) Exercice d'application :

a) Ecris les puissances suivantes sous forme d'un produit de facteurs : 5^3 ; 7^4 ; $(1,5)^2$; 1^3 ; 0^7.
b) Calcule les expressions suivantes : 5^3 ; 7^4 ; $(1,5)^2$; 374^0 ; 1^3 ; 0^7

II. Puissance d'un produit :

1) Activité :

a) Recopie, puis effectue les calculs suivants :

$2\times5 = \ldots$; $(2\times5)^2 = \ldots$; $2^2 = \ldots$; $5^2 = \ldots$; $2^2\times5^2 = \ldots$.

b) Compare : $(2\times5)^2$ et $2^2\times5^2$

2) Propriété :

Si a et b sont deux décimaux et n un entier naturel supérieur ou égal à 2, alors $(a\times b)^n = a^n \times b^n$

Exemples :

$(3\times7)^2 = 3^2\times7^2$; $[(5,2) \times (3,1)]^4 = (5,2)^4 \times (3,1)^4$; $(6\times8\times9)^3 = 6^3 \times 8^3 \times 9^3$.

3) Exercice d'application :

Ecris chacune des expressions suivantes sous la forme d'un produit de facteurs :

$A = (2\times3)^4$; $B = (5\times7\times2)^5$; $C = [(3,4)\times2\times(7,25)]^9$.

III. Produit de deux puissances d'un même décimal :

1) Activité :

a) Ecris 5^3, puis 5^4 sous forme de produits de facteurs égaux.
b) Ecris le produit $5^3\times5^4$ sous forme d'une puissance de 5.
c) Déduis-en sous forme d'une puissance de x les produits suivants $x^4 \times x^3$; $x^6 \times x^4$.

2) **Propriété :**

Si x est un décimal arithmétique et n, m et p, des entiers naturels, alors et n un entier naturel, alors
$x^n \times x^p = x^{n+p}$

Exemples :

$5^2 \times 5^6 = 5^{2+6} = 5^8$; $(7,5)^4 \times (7,5)^6 = (7,5)^{4+6} = (7,5)^{10}$.

3) **Exercice d'application :**

Ecrire chacune des expressions suivantes sous la forme de puissance simples.

$A = 2^2 \times 2^4$; $B = (5,2)^5 \times (5,2)^3$; $C = 3 \times 3^2 \times 3^4$; $D = (9,25)^7 \times (9,25)^3 \times (9,25)^0$.

IV. Puissance d'une puissance d'un nombre :

1) **Activité :**

a) Recopie et complète le tableau suivant :

a	$b = a^2$	$b^3 = (a^2)^3$	$a^{2\times3}$
5			
2,5			
10			

b) Compare les résultats obtenus dans les colonnes 3 et 4.

c) Déduis-en une relation entre $(a^2)^3$ et $a^{2\times3}$.

2) **Propriété :**

Si a est un nombre décimal, m et n deux entiers naturels supérieurs ou égaux 2, alors $(a^n)^m = a^{n\times m}$.

Exemples :

$(5^4)^3 = 5^{4\times3} = 5^{12}$; $[(6,2)^5]^6 = (6,2)^{5\times6} = (6,2)^{30}$.

3) **Exercice d'application :**

Ecris sous la forme d'une puissance simple chacune des expressions suivantes :

$(2^3)^2$; $(7^4)^2$; $[(0,5)^7]^4$; $(11^{11})^{11}$; $[(14,3)^2]^5$.

CHAPITRE 1 : MULTIPLES ET DIVISEURS

Durée : 10 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Reconnaître une division euclidienne.
- Reconnaître un quotient exact.
- Multiplier ou diviser mentalement par 5, 10, 25...
- Déterminer les multiples d'un nombre entier inférieurs à un nombre donné.
- Déterminer les multiples communs à deux ou trois nombres entiers naturels, inférieurs à un nombre donné.
- Justifier qu'un nombre entier naturel est multiple d'un autre entier naturel
- Déterminer les diviseurs communs à deux ou trois nombres entiers naturels.
- Justifier qu'un nombre entier naturel est un diviseur d'un autre entier naturel
- Connaître la définition d'un nombre premier.
- Décomposer un nombre entier naturel en produit de facteurs premiers.
- Justifier qu'un nombre entier naturel de 2 ou 3 chiffres est premier
- Déterminer le PPMC et le PGDC de deux ou trois nombres entiers.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, Histoire des mathématiques, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973. Programme de maths Octobre 2006 ; Guides pédagogiques 5ème ; Guide d'usage 5ème ; CIAM 5ème ; Collection Excellence 5ème ; Collection Triangle Mathématiques 5ème Hatier ; Documents stagiaires ; Internet.

Matériel et supports didactiques :

- Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
- Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Entiers naturels
Division
Vocabulaire de la division
Carré et cube

Déroulement de la leçon :

I. Division euclidienne :

1) Activité :

Pour transporter 80 œufs, un vendeur dispose de boites de 6 unités et de boites de 12 unités.

a) S'il utilise les boites pleines de 6 unités, alors combien d'œufs pourra-t-il transporter ? Combien restera-t-il d'œufs ?

b) S'il utilise les boites pleines de 12 unités, alors combien d'œufs pourra-t-il transporter ? Combien restera-t-il d'œufs ?

2) Définition :

Soient a et b deux nombres entiers naturels tels que b≠0.

La division euclidienne d'un entier a par un entier b est l'opération qui permet de calculer le quotient entier et le reste.

Autrement dit faire la division euclidienne revient à trouver deux entiers naturels q et r tels que : $a = b \times q + r$ avec $r < b$.

Si $r = 0$, alors $a = b \times q$ et q est le quotient exact de a par b.

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \cline{2-2} r & q \end{array}$$

Exemples

$25 = 7 \times 3 + 4$

3 est le quotient de la division euclidienne de 25 par 7 ; et 4 est le reste.

$39 = 3 \times 13 + 0$

13 est le quotient de la division euclidienne de 39 par 3 ; et 0 est le reste. Donc le quotient est exact.

3) Exercice d'application :

a) L'égalité $51 = 9 \times 5 + 6$ caractérise-t-elle la division euclidienne de 51 par 9 ? de 51 par 5 ? Justifie la réponse.

b) Parmi les quotients ci-dessous, quels sont ceux qui sont exacts ?

213 : 9 ; 22 : 7 ; 1029 : 147 ; 212 : 18.

II. Multiples et diviseurs communs à deux ou trois nombres entiers naturels

1) Activité :

Voici la configuration des classes $5^{ème}$ A, $5^{ème}$ B et $5^{ème}$ C du CEM Loboudou Doué :

Classe	Configuration	Nombre total de tables
$5^{ème}$ A	5 rangées de 3 tables chacune	
$5^{ème}$ B	5 rangées de 4 tables chacune	
$5^{ème}$ C	5 rangées de 6 tables chacune	

Recopie et complète ce tableau.

2) Définition :

Soient a, b et q trois nombres entiers naturels. Si on a : $a = b \times q$, alors a est multiple de b et q ; b et q sont des diviseurs de a.

Exemples :

0 ; 5 ; 10 ;15 ; 20 ;25… sont des multiples de 5.

0, 3, 6, 9, 12, 15… sont des multiples de 3.

1 ; 5; 25 sont les diviseurs de 25.

1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 10 ; 20 ; 25 ; 50 ; 100 sont les diviseurs de 100.

Remarques :
Le seul multiple de 0 est 0 lui-même.
Un entier naturel a une infinité de multiples.
Un entier naturel a un nombre fini de diviseurs.
Tout nombre entier naturel est à la fois multiple et diviseur de lui-même.

2) **Propriété :**

*Si **a** est multiple de **b** ou **b** diviseur de **a** alors la division de **a** par **b** donne un reste nul (quotient exact).*

3) **Multiples communs à deux ou trois nombres entiers naturels :**

a) **Définition :**

*Si un nombre entier naturel **a** est à la fois multiple de deux nombres entiers non nuls distincts **b** et **c**, alors on dit que **a** est un multiple commun à **b** et **c**.*

Exemples :
6 est à la fois multiple de 2 et 3, donc 6 est un multiple commun à 2 et 3.
20 est à la fois multiple de 4 et 5, donc 20 est un multiple commun à 4 et 5.

Remarque :
0 est un multiple de tous les entiers naturels.

b) **Méthode :**

Pour trouver les n premiers multiples communs de deux (b et c) ou trois nombres donnés, on peut :

- ✓ Multiplier chacun des nombres b et c par les nombres entiers successifs jusqu'à obtenir le premier nombre multiple à la fois de b et c.
- ✓ Multiplier ce nombre par les nombres entiers successifs 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5…

Exemple :
Soit à trouver les quatre premiers multiples communs de 5 et 6 :

Nombres entiers naturels successifs	1	2	3	4	5	6
Produit de ces nombres par 5	5×1=5	5×2=10	5×3=15	5×4=20	5×5=25	5×6=30
Produit de ces nombres par 6	6×1=6	6×2=12	6×3=18	6×4=24	6×5=30	6×6=36
Produit du premier multiple commun des nombres 5 et 6 par les quatre premiers entiers non nuls	30×1=30	30×2=60	30×3=90	30×4=120		

Ainsi, les quatre premiers multiples communs non nuls de 5 et 6 sont 30 ; 60 ; 90 et 120.

c) **Exercice d'application :**

i) Trouve les 10 premiers multiples non nuls de 2.
ii) Trouve les 7 premiers multiples non nuls de 3.
iii) Donne la liste des multiples communs à 2 et à 3 ainsi trouvés.

4) **Diviseurs communs à deux ou trois nombres entiers naturels :**

a) **Définition :**

*Si un nombre entier naturel **b** est à la fois diviseur de deux nombres entiers non nuls distincts **a** et **c**, alors on dit que **b** est un diviseur commun à **a** et **c**.*

Exemples :
12 = 3×4, donc 3 est un diviseur de 12.
18 = 3×6, donc 3 est un diviseur de 18.
D'où 3 est donc un diviseur commun à 12 et 18.

Remarque :
1 est un diviseur de tout nombre entier naturel.

b) **Exercice d'application :**

i) Trouve les diviseurs de 30.
ii) Trouve les diviseurs de 12.
iii) Quelles sont les diviseurs communs de 30 et de 12.

III. Nombres premiers :

1) Définition :

Un nombre premier est un nombre entier naturel qui admet seulement deux diviseurs : 1 et lui-même

Exemples :

Les seuls diviseurs de 5 sont 1 et 5 lui-même, donc 5 est un nombre premier.
Les seuls diviseurs de 11 sont 1 et 11 lui-même, donc 11 est un nombre premier.

2) Comment reconnaitre un nombre premier

Pour savoir si un nombre est premier ; on le divise successivement par les nombres premiers qui lui sont inférieurs dans l'ordre croissant. Si on trouve :

- ✓ Un quotient inférieur ou égal au diviseur, alors le nombre est premier
- ✓ Un reste nul, alors le nombre n'est pas premier

Remarque :

On arrête toujours la division lorsqu'on trouve un reste inférieur ou égal au diviseur.

Exemple :

Soit à justifier que 31 est premier :

$$\begin{array}{r|l} 31 & 2 \\ \hline 1 & 15 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 31 & 3 \\ \hline 1 & 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 31 & 4 \\ \hline 3 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 31 & 5 \\ \hline 1 & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 31 & 6 \\ \hline 1 & 5 \end{array}$$

Et $5 \leq 6$, donc 31 est premier.

3) Crible d'Eratosthène :

La méthode du Crible d'Eratosthène nous permet d'obtenir dans l'ordre croissant les entiers naturels premiers inférieurs ou égaux à 100.

Principe :

On barre 0 et 1.
On laisse 2 et on barre tous les multiples de 2.
On laisse 3 et on barre tous les multiples de 3.
On laisse 5 et on barre tous les multiples de 5.
On laisse 7 et on barre tous les multiples de 7.
Tous les nombres non barrés en fin, sont premiers.

~~0~~									
~~1~~	**2**	**3**	~~4~~	**5**	~~6~~	**7**	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	**13**	~~14~~	~~15~~	~~16~~	**17**	~~18~~	**19**	~~20~~
~~21~~	~~22~~	**23**	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	**29**	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	**37**	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	**43**	~~44~~	~~45~~	~~46~~	**47**	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	**53**	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	**59**	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	**67**	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	**73**	~~74~~	~~75~~	~~76~~	**77**	~~78~~	**79**	~~80~~
~~81~~	~~82~~	**83**	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	**89**	~~90~~
91	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	**97**	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Les nombres en rouges(**2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11…97**) sont premiers.

4) Exercice d'application :

Détermine si les nombres suivants sont premiers : 59 ; 91 ; 47 ; 131 ; 277 ; 169 ; 201

IV. Décomposition d'un nombre entier en un produit de facteurs premiers :

1) Activité :

a) 30 est-il un multiple de 2 ? Recopie et complète : 30=…×2.

b) 15 est-il un multiple de 3 ? Recopie et complète : 30=…×…×5

2) Propriété :

Tout nombre entier naturel qui n'est pas premier, peut être décomposé en un produit de facteurs premiers.

3) Méthode de décomposition :

Pour décomposer un nombre entier naturel en un produit de facteurs premiers :

- ✓ On le diviser par son plus petit diviseur premier.
- ✓ On fait la même chose avec le quotient obtenu à chaque fois.
- ✓ On arrête la division lorsqu'on obtient 1 comme quotient.

Exemples :

$$\begin{array}{r|l}90 & 2\\ \hline 0 & 45\end{array} \quad \begin{array}{r|l}45 & 3\\ \hline 0 & 15\end{array} \quad \begin{array}{r|l}15 & 3\\ \hline 0 & 5\end{array} \quad \begin{array}{r|l}5 & 5\\ \hline 0 & 1\end{array}$$

$90 = 2\times3\times3\times5$

$90 = 2\times3^2\times5$

$$\begin{array}{r|l}51 & 3\\ \hline & 17\end{array} \quad \begin{array}{r|l}17 & 17\\ \hline 0 & 1\end{array}$$

$51 = 3\times17$

4) Exercice d'application :

Décompose en produit de facteurs premiers chacun des entiers naturels suivants :
70 ; 360 ; 140 ; 135 ; 225 ; 1035.

V. PPMC et PGDC de deux ou trois entiers naturels :

1) Activité :

a) Détermine le plus petit multiple commun de 12 et 20.

b) Détermine le plus grand diviseur commun de 12 et 20.

c) Décompose 12 et 20 en produit de facteurs premiers.

d) Quels sont les facteurs obtenus ? Lesquels sont communs ?

2) PPMC de deux ou trois entiers naturels :

a) Définition et notation :

*Le sigle **PPMC** signifie : **P**lus **P**etit **M**ultiple **C**ommun à deux entiers naturels **a** et **b**.*

*Il est noté **PPMC(a ; b).***

b) Méthode :

Pour calculer le PPMC de deux entiers naturels a et b :

- ✓ On décompose a et b en produit de facteurs premiers.
- ✓ On fait le produit de tous les facteurs obtenus lors de la décomposition en prenant pour chaque facteur celui qui a le plus grand exposant.

Exemple :

Soit à trouver le PPMC de 84 et 90.

$84 = 2^2 \times 3\times7$ et $90 = 2\times3^2\times5$

PPMC(84 ; 90) = $2^2 \times3^2 \times5\times7$

PPMC(84 ; 90) = 1260.

3) PGDC de deux ou trois entiers naturels :

a) Définition et notation :

*Le sigle **PGDC** signifie : **P**lus **G**rand **D**iviseur **C**ommun à deux entiers naturels **a** et **b**.*

*Il est noté **PGDC(a ; b).***

b) Méthode :

Pour calculer le PGDC de deux entiers naturels a et b :

- ✓ On décompose a et b en produit de facteurs premiers.
- ✓ On fait le produit de tous les facteurs obtenus lors de la décomposition en prenant pour chaque facteur celui qui a le plus petit exposant.

Exemple :

Soit à trouver le PGDC de 84 et 90.

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $90 = 2 \times 3^2 \times 5$

PGDC(84 ; 90) = 2×3

PGDC(84 ; 90) = 6.

4) Exercice d'application :

Calcule :

a) PPMC(36 ; 50) ; PPMC(25 ; 72) ; PPMC(105 ; 176) ; PPMC(12 ; 20 ; 30).

b) PGDC(36 ; 50) ; PGDC(25 ; 72) ; PGDC(105 ;176) ; PGDC(12 ; 20 ; 30).

CHAPITRE 1 : LES FRACTIONS

Durée : 08 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Simplifier une fraction.
- Rendre une fraction irréductible.
- Écrire une fraction sous la forme : $q + \frac{r}{b}$ avec $r < b$ et $b \neq 0$ et q entier naturel.
- Comparer une fraction à l'unité.
- Encadrer une fraction par deux nombres décimaux.
- Comparer des fractions.
- Ajouter et soustraire des fractions ayant même dénominateur.
- Ajouter et soustraire des fractions.
- Multiplier une fraction par une autre.
- Prendre une fraction d'une quantité.
- Diviser une fraction par un nombre.
- Résoudre des problèmes faisant intervenir des fractions.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, Histoire des mathématiques, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973. Programme de maths Octobre 2006 ; Guides pédagogiques 5ème ; Guide d'usage 5ème ; CIAM 5ème ; Collection Excellence 5ème ; Collection Triangle Mathématiques 5ème Hatier ; Documents stagiaires ; Internet.

Matériel et supports didactiques :

- Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
- Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Caractère de divisibilité par : 2 ; 3 ; 5 et 9.

Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers

Ecrire un décimal en fraction.

Ecrire une fraction en décimal.

PPCM et PGDC de deux nombres entiers.

Déroulement de la leçon :

I. Simplification d'une fraction :

1) Activité :

a) Décompose en produit de facteurs premiers les nombres 21 et 35, puis donne le PGDC de ces nombres.

b) Divise les termes de la fraction $\frac{21}{35}$ par le PGDC trouvé à la première question.

c) Comment on appelle la nouvelle fraction obtenue ?

2) Méthodes :

- ✓ Simplifier une fraction c'est diviser son numérateur et son dénominateur par un même diviseur commun plus grand que 1. Lorsqu'on ne peut pas simplifier une fraction, on dit qu'elle est **irréductible**.
- ✓ Pour rendre une fraction irréductible, on divise son numérateur et son dénominateur par leur PGDC.

Remarque :

On peut utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers du numérateur et du dénominateur pour simplifier une fraction.

Exemples:

Soit à simplifier $\frac{21}{35}$ et $\frac{140}{160}$

$\frac{21}{35} = \frac{7\times3}{7\times5} = \frac{3}{5}$.

140 = $2^2\times5\times7$; 160 = $2^5\times5$; PGDC(140 ; 160) = 20

$\frac{140\div20}{160\div20} = \frac{7}{8}$.

3) Exercice d'application :

Simplifie les fractions suivantes :

$\frac{36}{54}$; $\frac{228}{285}$; $\frac{72}{81}$; $\frac{1029}{147}$; $\frac{81}{150}$.

II. Comparaison de fractions :

1) Activité :

a) Donne l'écriture décimale de $\frac{5}{4}$ et de $\frac{5}{8}$, puis compare chacun des résultats obtenus avec 1.

b) Recopie et complète par le symbole $>$ *ou* $<$: 4… 8 et $\frac{5}{4}$ ... $\frac{5}{8}$.

2) Comparaison d'une fraction à l'unité :

Soit la fraction $\frac{a}{b}$ avec ***a*** et ***b*** deux entiers naturels et ***b≠0*** :

- ✓ Si le numérateur ***a*** d'une fraction est égal à son dénominateur ***b***, alors cette fraction est égale à l'unité.

Autrement dit, si $a = b$, alors $\frac{a}{b} = 1$

Exemple :

$\frac{254}{254} = 1$, car 254 = 254.

- ✓ Si le numérateur a d'une fraction est inférieur à son dénominateur b, alors cette fraction est inférieur à l'unité.

Autrement dit, si $a < b$, alors $\frac{a}{b} < 1$.

Exemple :

$\frac{43}{74} < 1$, car $43 < 74$

- ✓ Si le numérateur a d'une fraction est supérieur à son dénominateur b, alors cette fraction est supérieur à l'unité.

Autrement dit, si $a > b$, alors $\frac{a}{b} > 1$.

Exemple :

$\frac{15}{7} > 1$, car $15>7$.

3) Comparaison de deux fractions :

- ✓ Lorsque deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui le plus grand numérateur.

Exemple:

$$\frac{87}{103} < \frac{99}{103} \quad \text{car } 87 < 99.$$

- ✓ Lorsque deux fractions ont le même numérateur alors la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

Exemples :

$\frac{68}{81} > \frac{68}{123}$, car $81<123$.

- ✓ Pour comparer deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il faut :
- Les réduire au même dénominateur.
- Les comparer en utilisant la première règle.

Exemples :

Soit à comparer les fractions : $\frac{3}{7}$ et $\frac{2}{5}$

$\frac{3}{7} = \frac{3\times5}{7\times5} = \frac{15}{35}$ et $\frac{2}{5} = \frac{2\times7}{5\times7} = \frac{14}{35}$, donc $\frac{15}{35} > \frac{14}{35}$, d'où $\frac{3}{7} > \frac{2}{5}$.

4) Ecriture d'une fraction $\frac{a}{b}$ sous la forme $q + \frac{r}{b}$:

a, b, q et r sont des nombres entiers naturels et $b \neq 0$.

Chaque fraction $\frac{a}{b}$ peut s'écrire sous la forme : $\frac{a}{b} = q + \frac{r}{b}$ avec $r < b$, q est le quotient et r est le reste de la division de a par b.

Exemple :

$\frac{29}{12} = \frac{2\times12+5}{12} = 2 + \frac{5}{12}$.

5) Encadrement d'une fraction par deux nombres décimaux :

Une fraction peut toujours être encadrée par deux nombres décimaux qui sont des quotients approchés par défaut (la plus petite valeur) et par excès (la plus grande valeur).

Exemple :

Soit à encadrer la fraction $\frac{22}{7}$ à l'unité, au dixième, au centième et au millième près.

$\frac{22}{7} = 3{,}1428571\ldots..$

$3 < \frac{22}{7} < 4$ à l'unité près.

$3{,}1 < \frac{22}{7} < 3{,}2$ au dixième près.

$3{,}14 < \frac{22}{7} < 3{,}15$ au centième près.

$3{,}142 < \frac{22}{7} < 3{,}143$ au millième près.

6) Exercice d'application :

a) Compare les fractions suivantes à l'unité en remplaçant les pointillés par : $<$ ou $>$

$\frac{17}{35}$ …….1; $\frac{19}{29}$ …….1 ; $\frac{41}{19}$ …….1.

b) Compare les fractions suivantes en remplaçant les pointillés par : $<$ ou $>$

$\frac{6}{7}$ ……… $\frac{6}{13}$; $\frac{14}{19}$ …… $\frac{14}{9}$; $\frac{17}{70}$ ……. $\frac{47}{70}$.

c) Mets chacune des fractions suivantes sous la forme de $q + \frac{r}{b}$.

$\frac{13}{17}$; $\frac{65}{25}$; $\frac{20}{3}$.

d) Donne un encadrement de $\frac{13}{17}$ au dixième près, puis au centième près.

III. Addition et soustraction de deux fractions

1) Activité

a) Recopie et complète : $\frac{15}{7} + \frac{6}{7} = \frac{\ldots + \ldots}{7} = \frac{\ldots}{7}$, puis : $\frac{15}{7} - \frac{6}{7} = \frac{\ldots - \ldots}{7} = \frac{\ldots}{7}$.

b) Recopie et complète : $\frac{3}{2} + \frac{4}{5} = \frac{3\times\ldots}{2\times\ldots} + \frac{4\times\ldots}{5\times\ldots} = \frac{15}{10} + \frac{8}{10} = \frac{\ldots}{10}$, puis déduis-en $\frac{3}{2} - \frac{4}{5} = \frac{\ldots}{10}$.

2) Méthodes :

✓ Pour additionner deux fractions ayant le même dénominateur, on additionne les numérateurs et on conserve le dénominateur.

Autrement dit, ***a, b*** *et* ***c*** *étant trois entiers avec* $\boldsymbol{c \neq 0}$, *on a :* $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$.

Exemple :

$\frac{7}{3} + \frac{4}{3} = \frac{7+4}{3} = \frac{11}{3}$.

✓ Pour soustraire deux fractions ayant le même dénominateur, on soustrait les numérateurs et on conserve le dénominateur.

Autrement dit, ***a, b*** *et* ***c*** *étant trois entiers avec* $\boldsymbol{c \neq 0}$ *et* $a > b$, $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$.

Exemple :

$\frac{7}{3} - \frac{4}{3} = \frac{7-4}{3} = \frac{3}{3} = 1$.

- ✓ Pour additionner ou soustraire deux fractions de dénominateurs différents, on les réduit au même dénominateur.
  En général on prend le PPCM des dénominateurs initiaux comme dénominateur commun, puis on applique les règles précédentes.

Exemples :

$\frac{2}{3}+\frac{7}{6} = \frac{4}{6}+\frac{7}{6}=\frac{11}{6}$; $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{4}{12}-\frac{3}{12}=\frac{1}{12}$.

3) Exercice d'application :

Effectue les opérations suivantes :

$A=\frac{14}{15}+\frac{4}{15}$; $B=\frac{2}{3}+\frac{4}{3}+\frac{8}{3}$; $C=\frac{4}{5}+\frac{4}{7}$; $D=\frac{14}{15}-\frac{4}{15}$; $E=\frac{7}{5}+\frac{3}{5}-\frac{2}{5}$; $F=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$

IV. Multiplication de deux fractions :

1) Activité :

a) Donne l'écriture décimale de $\frac{3}{5}$ et $\frac{1}{5}$.

b) Effectue les produits $0{,}75 \times 0{,}2$.

c) A partir des fractions $\frac{3}{5}$ et $\frac{1}{5}$, comment peut-on obtenir $\frac{3}{25}$?

2) Méthode :

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Autrement dit, ***a, b, c*** *et* ***d*** *des entiers tel que* $b \neq 0$ *et* $d \neq 0$, *on a :* $\frac{a}{b}\times c=\frac{a\times c}{b}$ *et* $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$.

Exemples :

$3\times\frac{7}{4}=\frac{3\times7}{4}=\frac{21}{4}$; $\frac{3}{5}\times\frac{5}{4}=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$

3) Exercice d'application :

Effectue les opérations suivantes, puis simplifie les résultats si possibles :

$A=12\times\frac{6}{18}$; $B=\frac{14}{8}\times\frac{8}{17}$; $C=\frac{14}{7}\times\frac{7}{15}$; $D=\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}\times\frac{10}{9}$

V. Division d'une fraction par un nombre entier :

1) Activité :

Un vendeur de pastèques coupe une pastèque en deux parts égales.

a) Quelle fraction de la pastèque représente chaque part ?

b) Le vendeur partage chaque part en trois parts égales. Combien de parties égales obtient-il ?

c) Quelle fraction de la pastèque représente chaque nouvelle part ?

2) Méthode :

Pour diviser une fraction par un nombre, on multiplie ce nombre par le dénominateur de la fraction, puis on simplifie le résultat si possible.

Autrement dit, ***a, b*** *et* ***c*** *sont trois entiers naturels et* $b \neq 0$ *et* $c \neq 0$, *on a :* $\frac{a}{b}\div c=\frac{a}{b\times c}$

Exemple :

$\frac{2}{3}\div5=\frac{2}{3\times5}=\frac{2}{15}$.

3) Exercice d'application :

Effectue les divisions suivantes, puis simplifie si possible :

$A=\frac{7}{3}:6$; $B=\frac{4}{15}:8$; $C=\frac{27}{13}:9$; $D=\frac{1}{5}\div3$.

Ibou SENE, professeur de Mathématiques.

SENEMATHS 5ème

CHAPITRE 4: LA PROPORTIONNALITE

Durée : **08 heures**

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Reconnaître et exploiter une situation de proportionnalité.
- Déterminer par le calcul ou graphiquement : un pourcentage ; une échelle ; une vitesse moyenne.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, Histoire des mathématiques, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973. Programme de maths Octobre 2006 ; Guides pédagogiques 5ème ; Guide d'usage 5ème ; CIAM 5ème ; Collection Excellence 5ème ; Collection Triangle Mathématiques 5ème Hatier ; Documents stagiaires ; Internet.

Matériel et supports didactiques :

- Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
- Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons.

Plan du cours : **(Voir le cours)**

Pré-requis:

Tableau de proportionnalité, repérage dans le plan, pourcentage

Ibou SENE, professeur de Mathématiques.

SENEMATHS 5ème

Déroulement de la leçon :

I. Représentations graphiques dans des repères d'axes perpendiculaires :

1) Activité :

Un professeur de Mathématiques utilise deux barres de craie par heure de cours.

a) Recopie et complète le tableau ci-dessous indiquant le nombre de barres de craie en fonction des heures de cours :

Nombre d'heures de cours	1	2	3	4
Nombre de barres de craie	…	…	…	…

b) Ce tableau traduit-il une situation de proportionnalité ?

c) Représente graphique cette situation dans un repère d'axes perpendiculaires d'origine O.

d) Quelle figure obtient-on ? Le point O appartient-il à cette figure ?

e) A partir de ce graphique, retrouve le nombre de barres de craie utilisé pendant 6 heures.

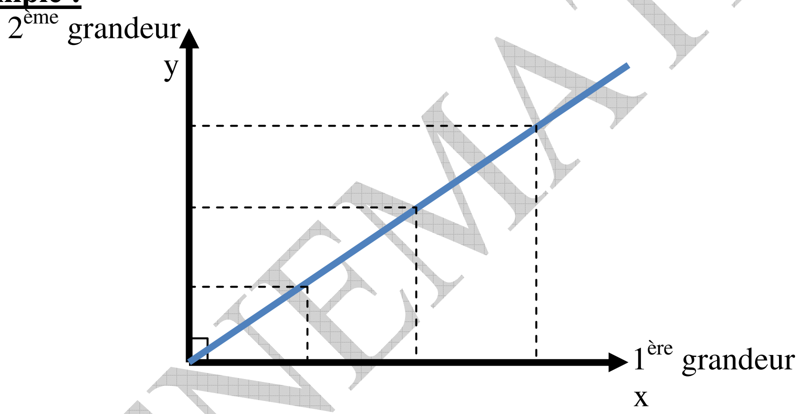
2) Définition :

La représentation graphique d'une situation de proportionnalité est une droite qui passe par l'origine du repère.

3) Propriétés :

- ✓ Tous les points représentant les colonnes d'un tableau de proportionnalité sont sur une droite passant par l'origine du repère.
- ✓ Si tous les points représentant les colonnes d'un tableau sont situés sur une même droite passant par l'origine, alors ce tableau est un tableau de proportionnalité.

Exemple :



4) Exercice d'application :

Le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité.

X	1	2	4	7
Y		2,6		

a) Quel est le coefficient de proportionnalité qui permet de déterminer Y à partir de X ?

b) Reproduis et complète ce tableau de proportionnalité.

c) Représente graphiquement ce tableau dans un repère orthogonal.

II. Pourcentage :

1) Activité :

Un livre de mathématiques valant 3000 FCFA est vendu avec une baisse de 30%.

a) Combien s'élève cette baisse ?

b) Quel est le nouveau prix de ce livre ?

2) Prendre un pourcentage d'une quantité :

Le nombre a est x pour cent du nombre b, signifie que : $a = \frac{x}{100} \times b$.

Le quotient $\frac{x}{100}$ est le pourcentage de a par rapport à b. On le note $x\%$.

Exemple :

35% de 10000 est égale à $\frac{35}{100} \times 10000 = 3500$

3) Calcul de pourcentage :

Déterminer un pourcentage d'une grandeur x par rapport à une grandeur y, signifie : chercher la quantité que représente x pour 100 unités de y.

Pour cela, on peut établir un tableau de proportionnalité.

Exemple :

Dans une classe de 5ème, il y a 51 filles sur un total de 85 élèves.

Quel est le pourcentage de femmes dans cet orchestre ?

Nombre de filles	51	x
Nombre d'élèves	85	100

On a : $85 \times x = 51 \times 100$

$$x = \frac{100 \times 51}{85} = 60$$

Il y a 60 % de filles dans cette classe.

4) Exercice d'application :

Dans chacun des cas suivants, calcule le pourcentage de la baisse :

a) Une baisse de 25F sur 400F.

b) Une baisse de 50F sur 850F.

c) Une baisse de 75F sur 950F.

III. Echelle :

1) Activité :

Soit un plan à l'échelle de $\frac{1}{250000}$.

a) Que signifie à l'échelle $\frac{1}{250000}$?

b) Sur le plan, un segment a une longueur de 11,6cm. Quelle est sa longueur réelle ?

c) Quelle est la longueur sur le plan d'un segment qui a une longueur réelle de 40000m.

d) Recopie et complète le tableau suivant :

Distance sur le plan (cm)	11,6	
Distance réelle (m)		40000

e) Ce tableau traduit-il une situation de proportionnalité ? Si oui, donne le coefficient de proportionnalité.

2) Définition :

Les distances sur une carte, un plan, un croquis, sont proportionnelles aux distances réelles représentées.

L'échelle est le coefficient de proportionnalité.

Une échelle est généralement exprimée par une fraction de numérateur 1.

$Echelle = \frac{\textit{Distance sur le plan}}{\textit{Distance réelle correspondante}}$.

Remarque :

Les distances (distance sur le plan et distance réelle) doivent être exprimées dans la **même unité**.

Distance réelle	r
Distance sur la carte	r × échelle

Exemple 1 :

Distances réelles (cm)	2000
Distances sur le dessin (cm)	10

×1/200

Distance réelle = $\frac{10}{0{,}005}$ = 2000

Distance sur le dessin = 2000× $\frac{1}{200}$ = 10.

Exemple 2 :

Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{100000}$, les villes de Thiadiaye et de Mbour sont distantes de 29 cm.

Quelle distance en km en réalité qui sépare les deux villes ?

A l'échelle de $\frac{1}{100000}$, signifie : **1 cm sur la carte représente 100 000 cm en réalité.**

Distance réelle = $\frac{29}{0{,}00001}$ = 2900000 cm = 29 km.

3) Exercice d'application :

Une montagne mesure 1850m de haut.

a) Quelle est sa longueur en cm sur une carte à l'échelle de $\frac{1}{50000}$.

b) Sur une carte, 15km sont représentés par 6cm.

c) Quelle est l'échelle de cette carte.

IV. Vitesse moyenne :

1) Activité :

Une voiture roulant à une vitesse constante parcourt 285 km en 3 heures.

a) Quelle distance parcourt-elle en 1 heure ? 2 heures ?

b) Recopie et complète le tableau suivant :

t : durée du parcourt (h)	1	2	3	4
d : distance parcourue (km)	…	…	285	…

2) Définition :

La vitesse moyenne est le quotient de la distance parcourue par la durée du parcours.
A vitesse constante, les distances parcourues sont proportionnelles aux durées.

$$\textit{Vitesse moyenne} = \frac{\textit{Distance parcourue}}{\textit{Durée du parcours}}$$

Distance parcourue = Vitesse moyenne × Durée du parcours.

$$\textit{Durée du parcours} = \frac{\textit{Distance parcourue}}{\textit{Vitesse moyenne}}.$$

Remarque :

Il faut faire attention à la correspondance entre les unités dans l'expression de la vitesse moyenne.

Distance	km	m	km	milli	km	m
Durée	h	s	min	h	s	h
Vitesse moyenne	km/h	m/s	km/min	nœud	km/s	m/h

Un **nœud** est la vitesse moyenne d'un bateau parcourant un mille marins (environ 1852 m/h).

Exemples :

90km/h = $\frac{90km}{1h} = \frac{90000m}{3600\ s} = \frac{25m}{1s}$ =25m/s

42,5m/s = $\frac{42{,}5\times 3600\ m}{1\times 3600\ s} = \frac{153000\ m}{3600\ s} = \frac{153km}{1h}$ = 153km/h.

3) Exercice d'application :

Un élève parcourt 100 m en 20 secondes.

a) Quelle est sa vitesse en m/s ?
b) Quelle est sa vitesse en km/h ?

CHAPITRE 5 : NOMBRES DECIMAUX RELATIFS

Durée : 08 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Déterminer la distance de deux points sur une droite graduée.
- Déterminer la valeur absolue d'un nombre relatif.
- Comparer des nombres décimaux relatifs.
- Effectuer une suite de calculs sans parenthèses.
- Connaître et utiliser les règles d'organisation de calcul :
  - règles de priorité
  - suppressions de parenthèses
  - commutativité, associativité,
- Résoudre dans ID une équation de la forme : $a + x = b$.
- Résoudre dans ID une inéquation de la forme
  - $a + x \leq b$
  - $a + x < b$
  - $a + x \geq b$
  - $a + x > b$

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, Histoire des mathématiques, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973. Programme de maths Octobre 2006 ; Guides pédagogiques 5ème ; Guide d'usage 5ème ; CIAM 5ème ; Collection Excellence 5ème ; Collection Triangle Mathématiques 5ème Hatier ; Documents stagiaires ; Internet.

Matériel et supports didactiques :

- Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
- Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons.

Plan du cours : (Voir le cours)

Prés requis :

Calcul dans $\mathbb{D}$

Mesure d'un segment.

Droite graduée.

Notions sur les décimaux relatifs vues en classe de 6ème.

Déroulement de la leçon :

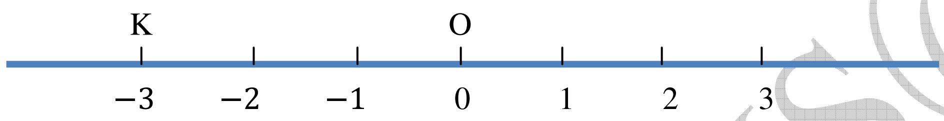
I. Rangement des nombres décimaux relatifs :

1) Activité :

a) Trace une droite graduée d'origine O et place le point I d'abscisse 1.
b) Place de même les points A, B, C, D d'abscisses respectives (+3), (+4), (-2), (-4).
c) Donne les distances OA, OB, OC et OD.
d) Que peux-tu dire des abscisses des points situés à la même distance du point O.

2) Valeur absolue d'un nombre :

Sur une droite graduée, la distance d'un point à l'origine, représente la valeur absolue de son abscisse.
La valeur absolue de a est notée $|a|$et on lit valeur absolue de a : $|a| = a$ si $a > 0$ ***et*** $|a| = -a$, ***si*** $a < 0$
Autrement dit, si l'abscisse d'un point K est -3, alors OK = $|-3|$=3cm avec O l'origine de la droite.
Sur une droite orientée munie d'une graduation régulière, la distance entre les points A et B d'abscisses respectives x_A et x_B est $AB = |x_B - x_A|$.



Exemples :

$|+7| = +7 = 7$; $|-3{,}4| = -(-3{,}4) = +3{,}4 = 3{,}4$; $|0| = 0$

Remarque :

La valeur absolue d'un nombre est toujours positive ou nulle.

3) Comparaison :

✓ Si deux nombres décimaux sont positifs, alors le plus grand est celui qui a la plus grande valeur absolue.

Exemple :

$(+11{,}4) > (+11{,}29)$, car $|+11{,}4| > |+11{,}29|$

✓ Si deux nombres décimaux sont négatifs, alors le plus grand est celui qui a la plus petite valeur absolue.

Exemple :

$(-25{,}8) > (-53{,}7)$, car $|-25{,}8| < |-53{,}7|$

✓ Si deux nombres décimaux sont de signes contraires, alors le positif est le plus grand.

Exemple :

$(+25{,}8) > (-53{,}7)$.

✓ Deux nombres décimaux relatifs sont opposés, s'ils ont la même valeur absolue.

Exemples :

$(-53{,}7)$ et $(+53{,}7)$ sont opposés car $|-53{,}7| = |+53{,}7|$
$(+99)$ et (-99) sont opposés car $|+99| = |-99|$.

4) Rangement :

Ranger des nombres décimaux relatifs, consiste à les écrire du plus petit au plus grand (ordre croissant) ou du plus grand au plus petit (ordre décroissant).

Exemple :

Soit à ranger dans l'ordre croissant les décimaux suivants :
(-7,89) ; (-7) ; (+1) ; (-14) ; (+7) ; (-3) et (0).

5) **Exercice d'application :**

a) Place sur une droite orientée munie d'une graduation régulière, les points A, B, C, D, E et F d'abscisses respectives : (-3,5) ; (-5) ; (+6,5) ; (-1) ; 0 et 7.

b) Range les nombres décimaux suivants dans l'ordre décroissant.

-11,7 ; -11,07 ; +11,17 ; -11,31 ; -10,7 ; 11,9.

II. Addition et soustraction :

1) **Activité :**

Un enfant qui joue aux billes chaque jour sauf samedi et dimanche, établit le bilan de ses gains et pertes dans la semaine :

	Gain	Perte	Bilan
Lundi	+4	−1	(+4)+(−1) = +3
Mardi	+5	−7	
Mercredi	+9		+9
Jeudi		−3	−1
Vendredi	+8	0	

a) Reproduis et complète ce tableau.

b) Quelles sont les opérations effectuées pour déterminer le bilan de l'enfant ?

2) **Règle de suppression des parenthèses dans ID :**

✓ Pour supprimer une parenthèse précédée d'un signe plus, on supprime la parenthèse en conservant les signes qui sont à l'intérieur.

Exemples :

$A = +(+4{,}3)$; $B = +(-43)$; $C = +(+5{,}6 - 7{,}5)$; $D = +(+(-4 + 6{,}6))$.

✓ Pour supprimer une parenthèse précédée d'un signe moins, on supprime la parenthèse en changeant les signes qui sont à l'intérieur.

Exemples :

$E = -(65{,}34)$; $F = -(+75)$; $G = -(-9{,}3)$; $H = -(-(-43 + 32) - (4 - 27))$.

3) **Addition de décimaux relatifs :**

Pour additionner deux décimaux relatifs, on distingue deux cas :

✓ Si les deux nombres sont de même signe, alors on additionne les valeurs absolues et le résultat est du signe de ces deux nombres.

Exemples :

(+3,5) + (+9) = (+12,5)

(−3,5) + (−9) = (−12,5).

✓ Si les deux nombres sont de signes opposés, alors on retranche la plus petite valeur absolue de la plus grande et le signe du résultat est celui du nombre ayant la plus grande valeur absolue.

Exemples :

(−3,5) + (+9) = (+5,5)

(+3,5) + (−9) = (−5,5).

Remarque :

Dans une addition de décimaux relatifs, l'ordre des termes n'a aucune influence sur le résultat.

4) **Soustraction de décimaux relatifs :**

Soustraire le décimal relatif ***b*** du décimal relatif d, c'est ajouter à ***b*** l'opposé de ***d***

Autrement dit, ***b−d = b+ opposé d.***

Exemples :

(+3,5) − (+9) = (+3,5) + (−9) = (−5,5)

(−3,5) − (−9) = (−3,5) +(+9) = (+5,5).

5) Exercice d'application :

Effectue les calculs suivants :

A= (+7,5) + (+13,5) ; B = (-13,5) + (-10) ; C = (-13) + (+ 20) ;

D= (+7,5) - (-13,5) ; E = (-6,5) - (+13,5) ; F = (-8,5) - (-4,10) ;

III. Multiplication de deux nombres décimaux relatifs :

1) Activité :

a) Calcule, puis compare : $(+2,5)\times(-4)$ et $(-2,5)\times(+4)$.

b) Calcule, puis compare : $(-2)\times[+2,5+(-4)]$ et $(-2)\times(+2,5)+(-2)\times(-4)$

c) Calcule, puis compare : $1\times(+2,5)$; $(-4)\times 1$; $0\times(+2,5)$; $(-4)\times 0$.

2) Propriétés :

- ✓ *Le produit de deux nombres décimaux relatifs de même signe est un nombre relatif positif qui a pour valeur absolue le produit de leurs valeurs absolues.*

Autrement dit, si ***a*** *et* ***b*** *sont des décimaux relatifs positifs, alors* $(+a)\times(+b)=+(ab)=ab$.

si ***a*** *et* ***b*** *sont des décimaux relatifs négatifs, alors* $(-a)\times(-b)=+(ab)=ab$.

Exemples :

$(+2,5)\times(+7)=+17,5=17,5$.

$(-2,5)\times(-7)=+17,5=17,5$.

- ✓ *Le produit de deux nombres décimaux relatifs de signes contraires est un décimal relatif négatif qui a pour valeur absolue le produit de leurs valeurs absolues.*

Autrement dit, si ***a*** *et* ***b*** *sont des décimaux relatifs de signes contraires, alors* $(+a)\times(-b)=-(ab)=-ab$.

si ***a*** *et* ***b*** *sont des décimaux relatifs de signes contraires, alors* $(-a)\times(+b)=-(ab)=-ab$.

Exemples :

$(+2,5)\times(-7)=-17,5$.

$(-2,5)\times(+7)=-17,5$.

- ✓ *La multiplication dans* ***ID*** *est une opération commutative.*

Autrement dit, si ***a*** *et* ***b*** *sont des décimaux relatifs, alors* $a\times b=b\times a$.

Exemples :

$(+5,2)\times 10=10\times(+5,2)$; $(-25)\times(+7)=(+7)\times(-25)$

$52 = 52$. $-175 = -175$.

- ✓ *La multiplication dans* ***ID*** *est associative.*

Autrement dit, si ***a, b*** *et* ***c*** *sont des décimaux relatifs, alors* $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$.

Exemples :

$(+5,2\times 10)\times 2=+5,2\times(10\times 2)$; $(-25\times 7)\times 3=-25\times(7\times 3)$;

$52\times 2 = +5,2\times 20$ $-175\times 3=-25\times 21$

$104 = 104$. $-525=-525$.

- ✓ *La multiplication dans ID est distributive par rapport à l'addition et à la soustraction.*

Autrement dit, si ***a, b*** *et* ***c*** *sont des décimaux relatifs, alors* $a\times(b+c)=a\,b+a\,c$ et $a\times(b-c)=a\,b-a\,c$.

Exemples :

$(+2,5+10)\times 4=+2,5\times 4+10\times 4$; $10\times(7,5-2,5)=10\times 7,5-10\times 2,5$;

$12,5\times 4 = 10+40$ $10\times 4 = 75-25$

$50 = 50$. $40 = 40$.

Remarque :

a étant un relatif, on a : $a\times 1=a$ et $a\times 0=0$.

3) Exercice d'application :

Calcule chacune des expressions suivantes de deux manières différentes :

$I = 4{,}5\times(1{,}2 + 0{,}8)$; $J = 10\times(2{,}5 - 6{,}5)$; $K = -4\times(3{,}5 + 4{,}5)$; $L = (19{,}5 - 26{,}5)\times 2$

IV. Puissances :

1) Définition :

Soit b un nombre décimal relatif et n un entier naturel : on appelle puissance $n^{ième}$ d'un décimal relatif b, le produit de n facteurs tous égaux à b.

On note $b^n = \underbrace{b\times b\times b\times \ldots\ldots\times b}_{n \text{ facteurs égaux à } b}$

b^n est une puissance du nombre b.
n est l'exposant de cette puissance.
b^n se lit b exposant n ou b à la puissance n.

Exemples :

5^2 ; $(-7)^3$; $(+2{,}4)^5$ ….

2) Règles des signes :

- ✓ Le produit d'une puissance à facteurs positifs est toujours positif :

Autrement dit, $(+a)^n > 0$.

Exemples:

$(+2{,}4)^5 > 0$; $5^2 > 0$.

- ✓ Si le nombre de facteurs négatifs d'une puissance est pair, alors le produit est positif :

Autrement dit, $(-a)^n > 0$ ***si n est pair.***

Exemples:

$(-2{,}4)^2 > 0$; $(-37)^4 > 0$

- ✓ Si le nombre de facteurs négatifs d'une puissance est impair, alors le produit est négatif :

Autrement dit, $(-a)^n < 0$ ***si n est impair.***

Exemples:

$(-2{,}4)^3 < 0$; $(-37)^5 < 0$

3) Propriétés :

*Soient **a** et **b** deux décimaux relatifs, **n** et **p** deux entiers naturels, on a :*

$a^n \times a^p = a^{n+p}$; $(a\times b)^n = a^n \times b^n$; $(a^n)^p = a^{n\times p}$

Remarque :

$a^0 = 1$; $a^1 = a$

Exemples :

$(-2{,}4)^2 \times (-2{,}4)^5 = (-2{,}4)^{2+5} = (-2{,}4)^7$

$(3{,}2\times 5)^4 = (3{,}2)^4 \times 5^4$

$[(-1{,}5)^3]^2 = (-1{,}5)^{3\times 2} = (-1{,}5)^6 = (1{,}5)^6$

V. Division dans ID :

1) Activité :

Recopie et complète :

$2\times a = 8$, donc $a = \frac{8}{\ldots}$; a = … ; a est de signe…………………

$-2\times a = 8$, donc $a = \frac{\ldots}{-2}$; a = … ; a est de signe………………

$-2\times a = -8$, donc $a = \frac{\ldots}{-2}$; a = … ; a est de signe………………

2) **Règles :**

- ✓ Pour diviser deux nombres décimaux relatifs de même signe, on divise leurs valeurs absolues et le signe + est le signe du résultat.

Autrement dit, le quotient de deux nombres décimaux relatifs de même signe est un nombre décimal positif **:**
$\frac{+a}{+b} = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$; $\frac{-a}{-b} = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$.

Exemples :

$(+12,5) \div (+4) = +3,125$

$(-12,5) \div (-4) = +3,125$

- ✓ Pour diviser deux nombres décimaux relatifs de signes contraires, on divise leurs valeurs absolues et le signe $-$ est le signe du résultat.

Autrement dit, le quotient de deux nombres décimaux relatifs de signes contraires est un nombre décimal négatif : $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$; $\frac{+a}{-b} = -\frac{a}{b}$.

Exemples :

$(+15,8) \div (-2,5) = -6,32$

$(-15,8) \div (+2,5) = -6,32$.

3) **Exercice d'application :**

Calcule les divisions suivantes :

A= (+ 15) : (-2) ; B= (- 8,5) ×(-10) ; C= (- 8, 5) : (+40) ; D= +105 : (+ 1,5).

VI. Somme algébrique :

1) **Activité :**

a) Calcule, puis compare : $+(3-2+5)$ et $3-2+5$.

b) Calcule, puis compare : $-(3-2+5)$ et $-3+2-5$.

2) **Définition :**

Une somme algébrique est suite de sommes et de différences de nombres décimaux relatifs.

Exemple :

$(+3,7)+(-5)-(-5)$ est une somme algébrique.

3) **Méthodes:**

Pour simplifier l'écriture d'une somme algébrique, on procède comme suit :

- ✓ Transformer la somme algébrique en une somme de nombres relatifs ;
- ✓ Supprimer le signe + du premier terme s'il est positif ;
- ✓ Supprimer les signes de l'addition et les parenthèses.

4) **Suppression des parenthèses :**

Pour supprimer une parenthèse précédée d'un signe **+,** on supprime la parenthèse sans changer les signes qui sont à l'intérieur.

Exemple :

$+(3-2+5) = 3-2+5$.

Pour supprimer une parenthèse précédée d'un signe $-$, on supprime la parenthèse en changeant les signes qui sont à l'intérieur.

Exemple :

$-(3-2+5) = -3+2-5$.

5) **Exercice d'application :**

Calcule chacune des expressions suivantes :

A = (-7,5) - (-17,5) + (-14) - (+2) ; B = (-10,5) - (+10,15) + (+ 0,15) - (+ 9,5).

C = - (- 4) - (+75) - (-5) + (+18).

CHAPITRE 6 : EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS ID

Durée : **4 heures**

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Résoudre dans ID des équations de la forme : a + x = b.
- Résoudre dans ID des équations du type ax = b avec a≠0 et $\frac{b}{a} \in ID$
- Résoudre dans ID des inéquations de la forme :
  - $a + x \leq b$
  - $a + x < b$
  - $a + x \geq b$
  - $a + x > b$

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, Histoire des mathématiques, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973. Programme de maths Octobre 2006 ; Guides pédagogiques 5ème ; Guide d'usage 5ème ; CIAM 5ème ; Collection Excellence 5ème ; Collection Triangle Mathématiques 5ème Hatier ; Documents stagiaires ; Internet.

Matériel et supports didactiques :

- Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
- Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons.

Plan du cours : **(Voir le cours)**

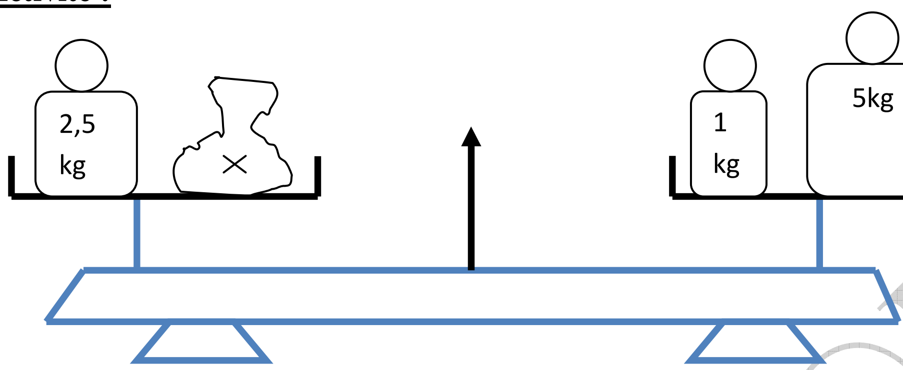
Prés requis :

Notions sur les décimaux relatifs .

Déroulement de la leçon :

I. Equation numérique de la forme a+x=b où a et b sont des décimaux relatifs

1) Activité :



Sur cette balance en équilibre, on désigne par x le poids inconnu du sac de riz.

a) Quel est le poids total sur le plateau droit ?
b) De même que sur le plateau gauche ?
c) Comment traduire les deux questions précédentes par une égalité ?
d) Quel est le poids du sac de riz ?

2) Définition :

L'égalité ***a+x = b****, où* ***a*** *et* ***b*** *étant des décimaux donnés, est appelée une équation d'inconnue* ***x****.*

Exemples :

$$\underbrace{a+x}_{\substack{1^{er}\text{ membre} \\ (\text{ gauche })}} = \underbrace{b}_{\substack{2^{ème}\text{ membre} \\ (\text{ droite })}}$$

5+x = 2 ; x −4 = 7 sont des équations.

3) Méthode :

Résoudre l'équation ***a + x = b*** dans un ensemble, c'est trouver si possible dans le même ensemble la valeur de l'inconnue ***x*** pour que l'égalité soit vérifiée.

L'équation ***a + x = b*** a pour solution ***x = b – a.***

Remarque :

Après la résolution d'une équation, on peut vérifier si la solution trouvée est bonne. Dans ce cas, on remplace par ***x*** dans l'équation et si l'égalité est vraie, alors la solution est bonne.

Exemples :

Soit à résoudre dans ID les équations suivantes : 5+x = 2 ; x −4 = 7.

5+x = 2 ; x = 2−5 ; x = −3 ; vérifions : 5−3 = 2 vraie,

On dit que −3 est **solution** de l'équation, donc S = $\{-3\}$.

x −4 = 7; x = 7+4 ; x = 11 ; vérifions : 11−4 = 7 vraie,

On dit que 7 est **solution** de l'équation, donc S = $\{11\}$.

4) Exercice d'application :

Résous dans ID chacune des équations suivantes :

a) $x + 7 = 4$; b) $x + (+2,5) = (+10)$; c) $(-3, 5) + x = (-1)$; d) $-11,5 + x = -15$.

II. <u>Equations de la forme ax = b</u> avec $a \neq 0$ et $\frac{b}{a} \in$ ID

1) <u>Activité :</u>

a) Recopie et complète les égalités suivantes : $\frac{5}{\dots} = 1$; $\frac{7}{\dots} = 1$; $\frac{3x}{\dots} = x$.

b) On donne les égalités suivantes : $3x = 5$ et $-4x = 15$.

Recopie et complète : $\frac{3x}{3} = \frac{5}{\dots}$; $donc\ x = \frac{5}{\dots}$; $\frac{-4x}{\dots} = \frac{15}{\dots}$; $donc\ x = \frac{15}{\dots}$.

2) <u>Méthode :</u>

Pour résoudre une équation de la forme ***ax = b*** avec ***a≠0,*** on divise ***b*** par ***a***.

Si $a \neq 0$, l'équation $a\,x = b$ a pour solution $x = \frac{b}{a}$.

<u>Exemple :</u>

5 x = −14 ; x = −14 / 5 ; x = −2,8 S ={−2,8 }.

3) <u>Exercice d'application :</u>

Résous dans ID chacune des équations suivantes :

a) $5x = 10$; b) $2\,x = -4$; c) $-5x = -40$; d) $-5x = 4$; e) $2\,x + 1 = -4$;

III. <u>Inéquations numériques de la forme :</u> a+x≤b ou a+x<b ou a+x≥b ou a+x>b

1) <u>Activité :</u>

On donne : 3+x< 5.

Recopie et complète : 3+(…)+x < 5+(…) ; ….+x<5+(…) ; x< …

2) <u>Définition :</u>

L'inégalité ***a + x < b****, où* ***a*** *et* ***b*** *sont des décimaux donnés est appelée une inéquation d'inconnue* ***x****.*
Dans une inéquation les deux membres sont séparés par le signe de l'inégalité.
a+x *est le premier membre de l'inéquation et* ***b****, le second membre.*

<u>Exemples :</u>

$$\underbrace{a + x}_{\text{1er membre (gauche)}} \leq \underbrace{b}_{\text{2ème membre (droite)}}$$

5+x ≤ 2 ; x −4 ≥7 ; 1+x> 0 sont des inéquations.

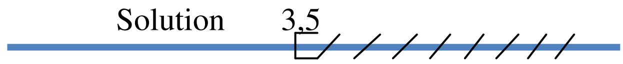
3) Méthode :

Pour résoudre l'inéquation : $a+x \leq b$, on ajoute aux deux membres l'opposé de a, puis on obtient alors l'inéquation : **x ≤ b+ opposé *a*** (c'est-à-dire **x ≤ b−a).**

On peut alors traduire la solution graphiquement.

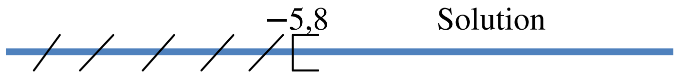
Exemples :

- ✓ $2,5 + x < 6$; $x < 6 - 2,5$; $x < 3,5$



L'ensemble des solutions est la partie non hachurée.

- ✓ $7+x \geq 1,2$; $x \geq 1,2 - 7$; $x \geq -5,8$



L'ensemble des solutions est la partie non hachurée.

4) Exercice d'application :

Résous dans ID chacune des inéquations suivantes, puis donne l'ensemble des solutions sous la forme graphique :

a) $x + 7,3 \geq 1$; b) $x + (-2,5) \leq -7$; c) $x - 3,5 < -1$; d) $x + 7 < 4$; e) $-11,5 + x > -15$.

Ibou SENE, professeur de Mathématiques.

CHAPITRE 7 : REPRESENTATION GRAPHIQUE D'UN TABLEAU DE CORRESPONDANCE

Durée : 04 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Placer un point dans le plan muni d'un repère orthogonal connaissant ses coordonnées.
- Lire les coordonnées d'un point donné dans un repère d'axes perpendiculaires.
- Représenter graphiquement un tableau de correspondance

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, Histoire des mathématiques, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973. Programme de maths Octobre 2006 ; Guides pédagogiques 5ème ; Guide d'usage 5ème ; CIAM 5ème ; Collection Excellence 5ème ; Collection Triangle Mathématiques 5ème Hatier ; Documents stagiaires ; Internet.

Matériel et supports didactiques :

- Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
- Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Droites perpendiculaires, droite graduée

Déroulement de la leçon :

I. Repère d'axes perpendiculaires dans le plan :

1) Activité :

a) Trace un axe (xx') muni d'une graduation régulière de repère (O ; I).

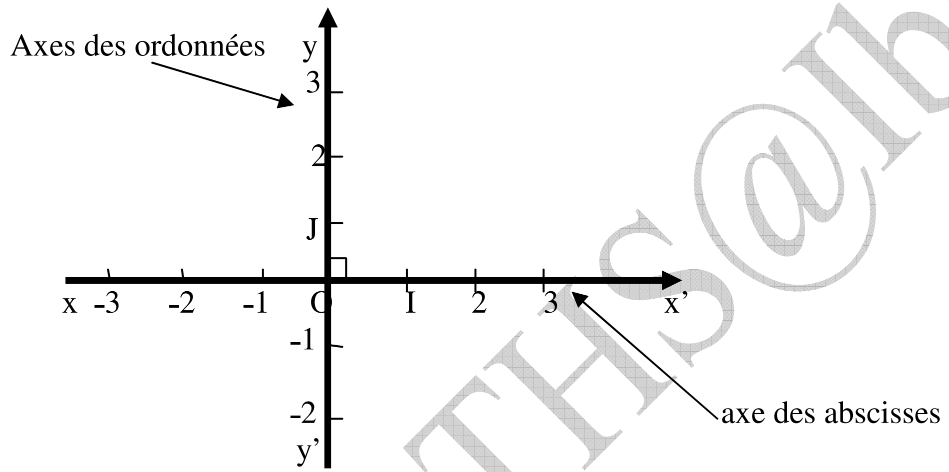
b) Construis un axe (yy') passant par O et perpendiculaire à (xx') et muni d'une graduation régulière de repère (O ; J).

2) Définitions :

✓ *La droite sur laquelle on lit les **abscisses** des points est appelée **axe des abscisses**, et celle sur laquelle on lit les **ordonnées** des points est appelée **axe des ordonnées**.*

✓ *Un repère dont les axes sont perpendiculaires est dit **orthogonal**.*

Exemple :



II. Coordonnées d'un point : abscisse et ordonnée :

1) Activité :

a) Trace un repère orthogonal (O ; I ; J).

b) Place sur l'axe des abscisses le point A d'abscisse 4 et sur l'axe des ordonnées le point B d'abscisse 2.

c) Trace la parallèle à l'axe des ordonnées passant par A et la parallèle à l'axe des abscisses passant par B.

d) Ces deux parallèles se coupent en L. Construis L.

2) Méthode :

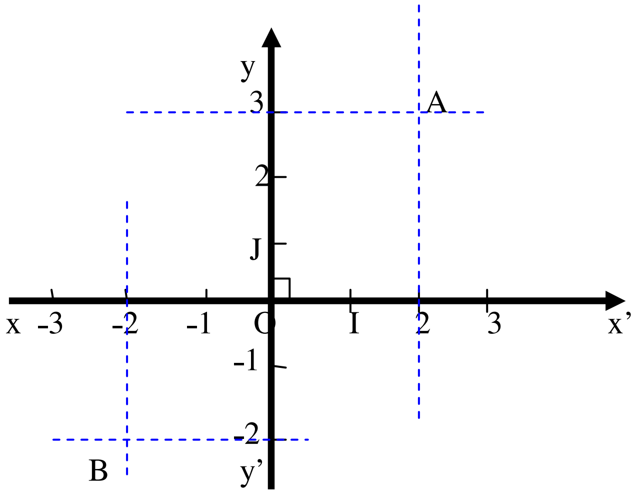
Pour placer un point **A** de coordonnées x_A et $y_{A,}$ il faut :

✓ Placer x_A sur l'axe des abscisses et y_A sur l'axe des ordonnées.

✓ Tracer la parallèle à l'axe des ordonnées passant x_A .

✓ Tracer la parallèle à l'axe des abscisses passant y_A . Ces deux parallèles se coupent au point **A** cherché.

Exemples :
Soit à placer les points suivants dans un repère orthogonal : A(2 ; 3) et B(−2 ; −2)



3) **Exercice d'application :**

Dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J), on donne les points A (+1; -2); B (+3; +2) et C (+7 ; 0).

a) Place les points A ; B et C.
b) Place le point D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.
c) Détermine graphiquement les coordonnées du point D.

III. Représentation graphique d'un tableau de correspondance :

1) Activité :

Le bébé de Diarra a été pesé tous les mois pendant ses 6 premiers mois. La maman a noté les résultats suivants :

Age (en mois)	0	1	2	3	4	5	6
Masse (en kg)	2,5	2,7	2,9	3,3	3,8	4,3	4,8

a) Dans un repère orthogonal, place les âges en abscisses et les masses en ordonnées.
b) Place les points A(0 ; 2,5) ; B(1 ; 2,7) ; C(2 ; 2,9) ; D(3 ; 3,3) ; E(4 ; 3,8) ; F(5 ; 4,3) ; G(6 ; 4,8).
c) Relie les points par des segments.
d) Ces points sont-ils alignés ?

2) Méthode :

Pour représenter graphiquement un tableau de correspondance dans un repère d'axes perpendiculaires, c'est-à-dire représenter la grandeur y (2ème ligne) en fonction de la grandeur x (1ère ligne), il faut :

- ✓ Construire un repère d'axes perpendiculaires.
- ✓ Choisir convenablement l'échelle des graduations.
- ✓ Porter sur l'axe des abscisses les grandeurs x et sur l'axe des ordonnées les grandeurs y.
- ✓ Construire les points de coordonnées (x ; y), puis relier les points obtenus.

Exemple :

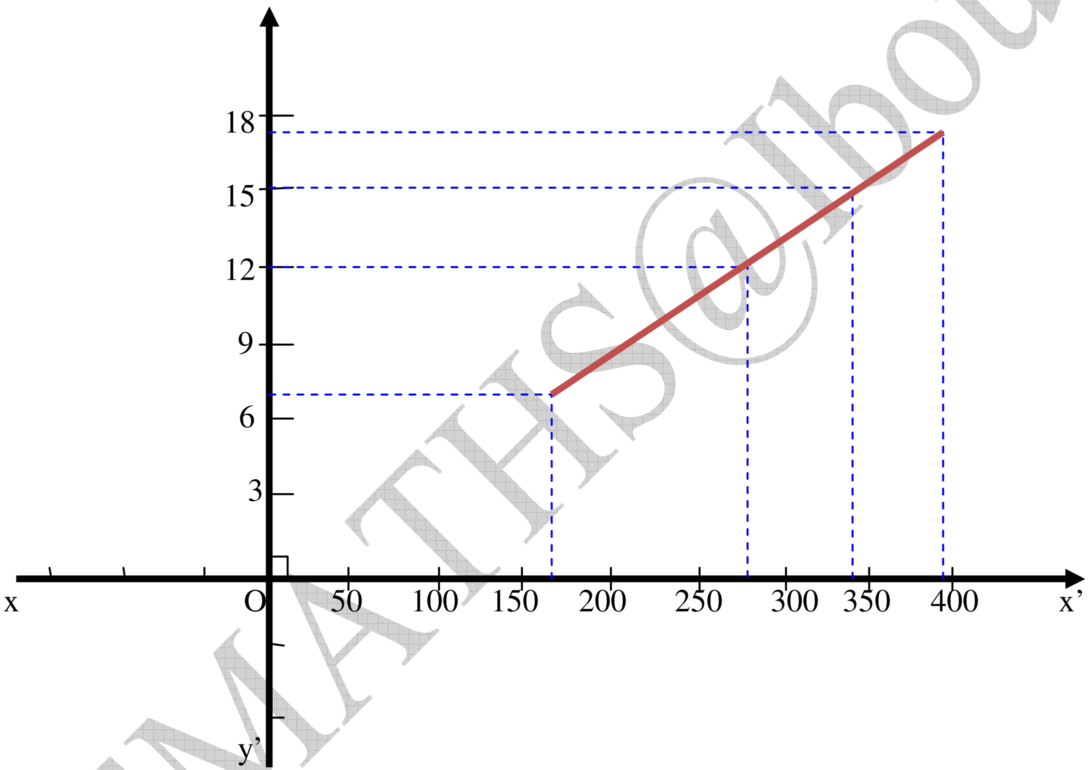
Soit à représenter graphiquement ce tableau ci-dessous qui indique la masse de beurres (en kg) qu'on peut fabriquer en fonction du nombre litres de lait.

Nombre litres de lait	161	276	345	391
masse de beurres (en kg)	7	12	15	17

On place les points (161 ; 7) ; (276 ; 12) ; (345 ; 15) ; (391 ; 17)

Echelle : abscisse : 1cm→50 litres de lait

Ordonnée : 1cm→3 kg de beurre



3) **Exercice d'application :**

Monsieur SENE place un tube contenant de l'eau dans un frigidaire. Il relève la température de l'eau toutes les minutes et obtient le tableau suivant :

Temps (en min)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Température (en °c)	20	5,5	0,5	0	0	0	-5	-7	-10

a) Trace le graphique représentant la température en fonction du temps.

b) Pendant combien de temps l'eau est-elle restée liquide ?

ACTIVITES GEOMETRIQUES

Introduction :

Les origines de la géométrie remontent aux babyloniens et aux égyptiens (2000 ans avant notre ère). Le théorème dit « de Pythagore » est connu dans des cas particuliers. Sur des tablettes babyloniennes, on a retrouvé des problèmes à caractère géométrique (calculs d'aires) dont la résolution passe par l'algèbre.

La géométrie naît des exigences de la vie pratique : architecture, fabrication et décoration d'objets,… Mais c'est aux crues répétées du Nil qu'on attribue les origines de la géométrie. Elles contraignent les arpenteurs égyptiens à retracer régulièrement les limites des propriétés agricoles afin de redistribuer les terrains de façon équitable.

Ces arpenteurs égyptiens déterminent des longueurs, des surfaces divisées en rectangles, carrés et autres triangles. Ils utilisent la corde à 13 nœuds pour marquer les angles droits et sont ainsi nommés les tendeurs de cordes.

CHAPITRE 1 : SYMETRIE CENTRALE

Durée : 12 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Connaître le vocabulaire : centre de symétrie, symétrique d'une figure, deux figures symétriques par rapport à un point.
- Reconnaître deux figures symétriques par rapport à un point.
- Reconnaître une figure globalement invariante par une symétrie centrale.
- Construire la symétrique d'une figure donnée.
- Reconnaître le centre de symétrie d'une figure.
- Connaître les propriétés de la symétrie centrale et les configurations correspondantes.
- Utiliser les propriétés de la symétrie centrale pour justifier une affirmation, une méthode de construction.
- Faire une construction.
- Comparer des longueurs, des aires.
- Résoudre des problèmes.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, Histoire des mathématiques, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973. Programme de maths Octobre 2006 ; Guides pédagogiques 5ème ; Guide d'usage 5ème ; CIAM 5ème ; Collection Excellence 5ème ; Collection Triangle Mathématiques 5ème Hatier ; Documents stagiaires ; Internet.

Matériel et supports didactiques :

- Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
- Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Parallélisme
Milieu d'un segment
Alignement

Déroulement de la leçon :

I. Symétrique d'un point :

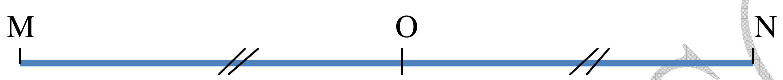
1) Activité :

a) Trace une droite (MN).
b) Place le point O distinct de M et N sur (MN) tel que MN = NO.
c) Que représente le point N pour le segment [MO] ?
d) Place le point E sur [MN] tel que E soit le milieu de [MN], puis traduis la position de E sur [MN] par une égalité.

2) Définitions :

Un point O étant le milieu d'un segment [MN], on dit que :

- ✓ *M et N sont symétriques par rapport à O.*
- ✓ *N est le symétriques de M par la symétrie centrale de centre O.*
- ✓ *N est l'image de M par la symétrie centrale de centre O.*
- ✓ *Le symétrique de M par la symétrie centrale de centre O est le point N.*



Remarque :

Le symétrique de O par rapport à O est O lui-même

3) Notation :

On note : $S_O(M)=N$ On lit : N est le symétrique de M par la symétrie centrale de centre O.

4) Exercice d'application :

a) Trace un segment [AB] tel que AB= 5cm, puis construis son milieu E. Que peut-on dire des points A et B par rapport à E ? Justifie la réponse.
b) Quel est le symétrique de par rapport à E ? Justifie la réponse.
c) Marque un point M distinct de A, B et E, puis construis son symétrique par rapport à E.

II. Symétrique d'une figure simples – figures symétriques :

1) Activité :

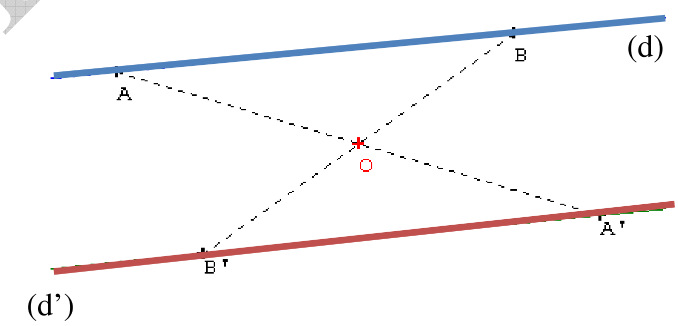
a) Trace un segment [PQ] et place un point J en dehors de (PQ).
b) Construis P' et Q' symétriques respectifs de P et Q par rapport à J, puis trace le segment [P'Q'].
c) Quel est le symétrique du segment [PQ] par rapport à J ?
d) Quel est le symétrique du triangle JPQ par rapport à J ?

2) Symétrique de droites :

Par une symétrie centrale, l'image d'une droite est une droite.

Exemple :

Le symétrique de la droite (d) par rapport au point O est la droite (d′).

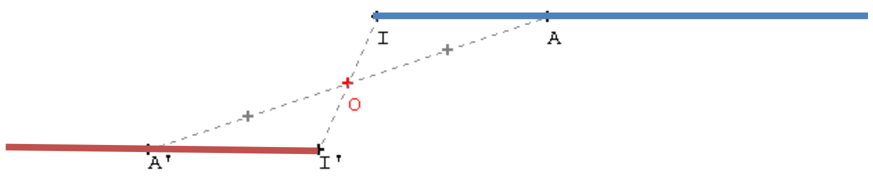


3) Symétrique de demi-droites :

Par une symétrie centrale, l'mage d'une demi-droite est une demi-droite.

Exemple :

Le symétrique de la demi-droite [IA) par rapport au point O est la demi-droite [I'A').

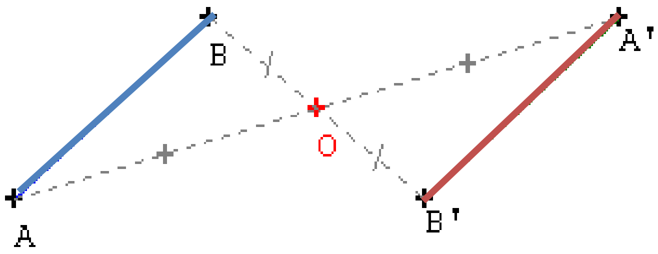


4) Symétrique de segments :

Par une symétrie centrale, l'mage d'un segment est un segment.

Exemple :

Le symétrique du segment [AB] par rapport au point O est le segment [A'B']

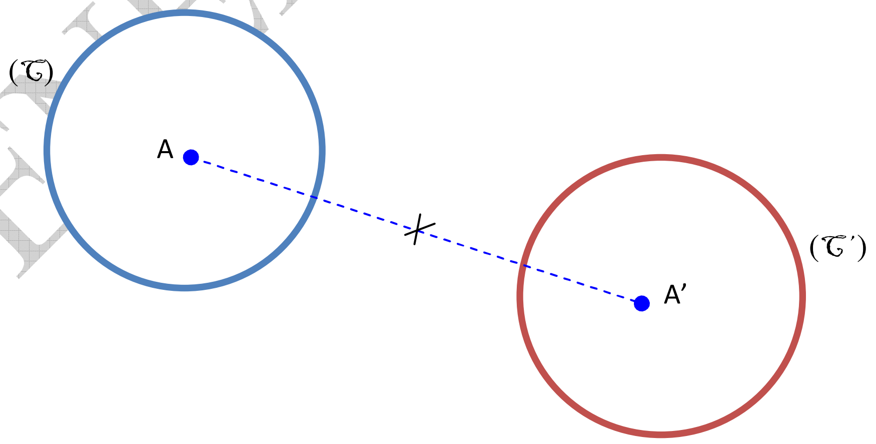


5) Symétrique d'un cercle :

Par une symétrie centrale, l'mage d'un cercle est un cercle.

Exemple :

Le symétrique du cercle du cercle ($\mathcal{C}$) par rapport au point O est le cercle ($\mathcal{C}'$)

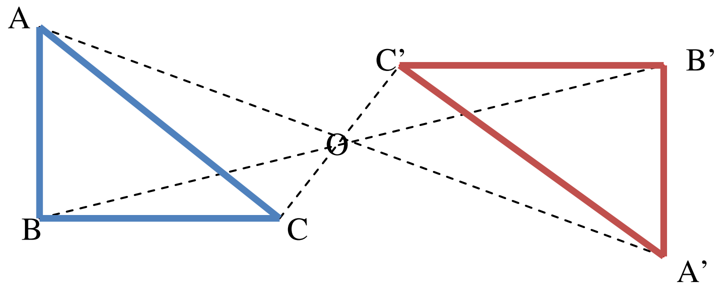


6) Symétrique d'un triangle :

Par une symétrie centrale, l'mage d'un triangle est un triangle.

Exemple :

Le symétrique du triangle ABC par rapport au point O est le triangle A'B'C'

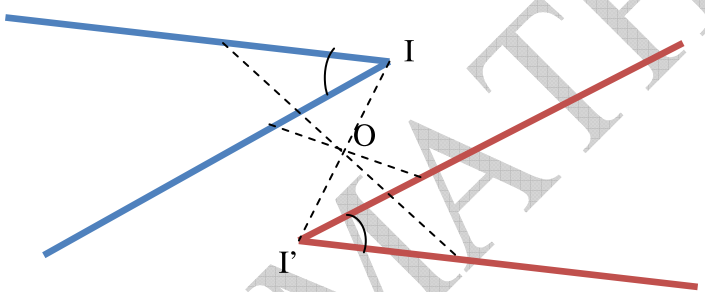


7) Symétrique d'un angle :

Par une symétrie centrale, l'mage d'un angle est un angle.

Exemple :

Le symétrique de l'angle Î par rapport au point O est l'angle Î'

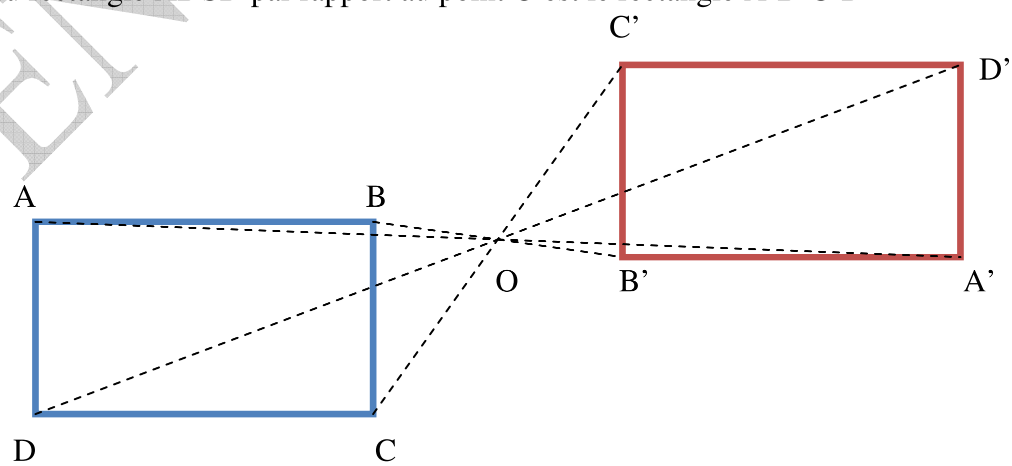


8) Symétrique d'un rectangle :

Par une symétrie centrale, l'mage d'un rectangle est un rectangle.

Exemple :

Le symétrique du rectangle ABCD par rapport au point O est le rectangle A'B'C'D'

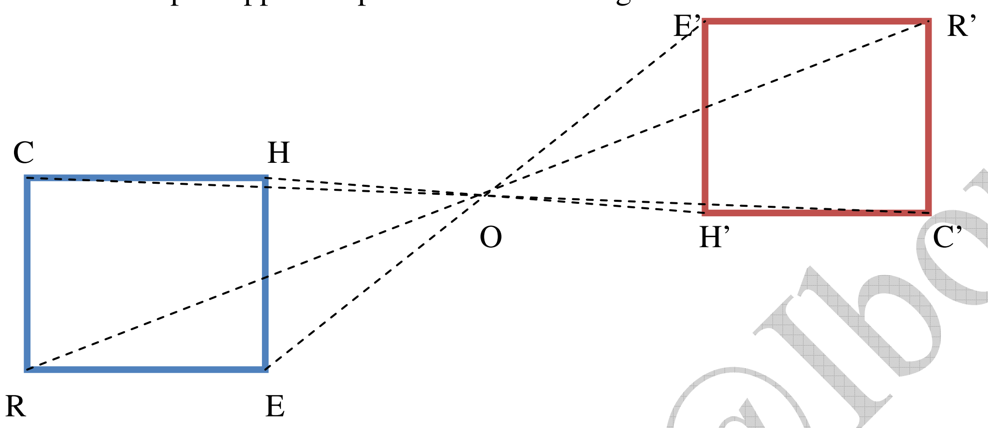


9) **Symétrique d'un carré:**

Par une symétrie centrale, l'mage d'un carré est un carré.

Exemple :

Le symétrique du carré CHER par rapport au point O est le rectangle C'H'E'R'



Remarque :

Si deux figures sont symétriques par rapport à un point, alors elles sont superposables.

10) **Exercice d'application :**

Soit ABCD un carré de côté 4cm.

a) Construis le point O centre de symétrique de ABCD.

b) Construis les points E ; F et G symétriques respectifs des points B ; C et D par rapport à A.

c) Quelle est le symétrique de ABCD par rapport à A ?

d) En utilisant la figure compléter : S_A (A) = …; S_A (CD) = …; S_A ([AD])=……

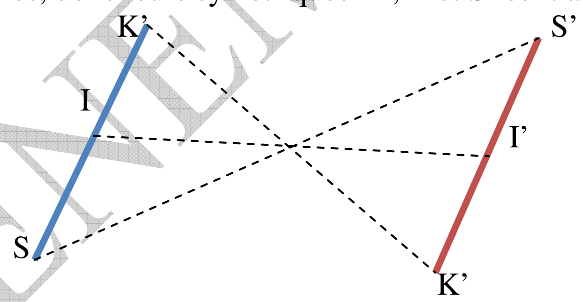
III. Propriétés :

1) **Conservation de l'alignement :**

Lorsque des points sont alignés alors leurs symétriques sont alignés.
On dit que la symétrie centrale conserve l'alignement.

Exemple :

K, I et S sont alignés, donc leurs symétriques K', I' et S' sont aussi alignés.

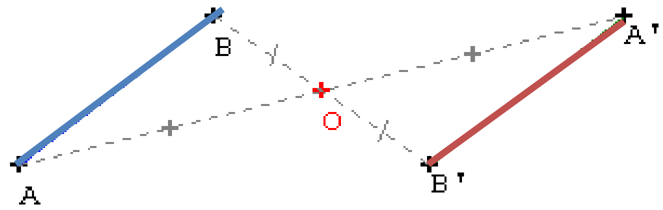


2) **Conservation des longueurs :**

Par une symétrie centrale, l'mage d'un segment est un segment parallèle de même longueur.
On dit que la symétrie centrale conserve les longueurs.

Exemple :

Le symétrique du segment [AB] par rapport au point O est le segment [A'B'], donc AB = A'B'

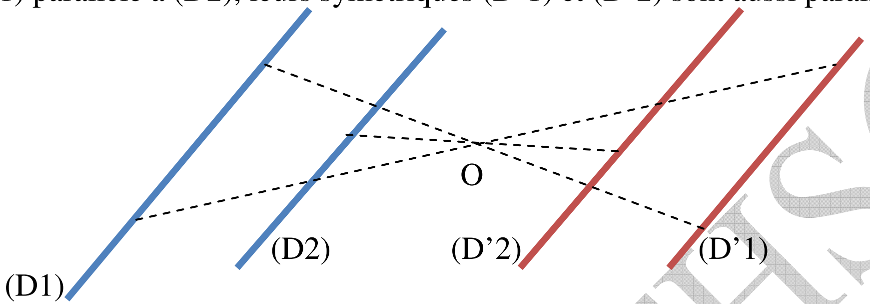


3) Conservation du parallélisme :

Si deux droites sont parallèles, alors leurs symétriques par rapport à un point, sont parallèles.
On dit que la symétrie centrale conserve le parallélisme.

Exemple :

(D1) parallèle à (D2), leurs symétriques (D'1) et (D'2) sont aussi parallèles.

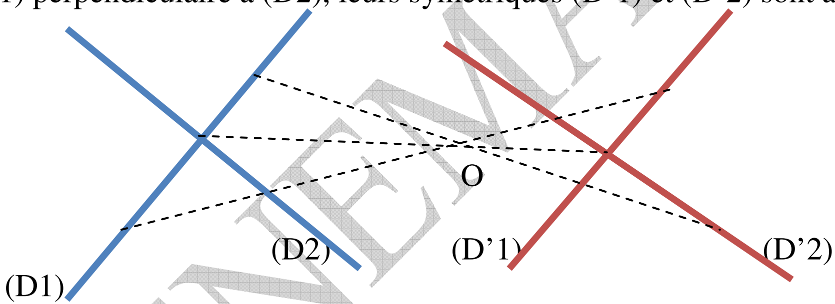


4) Conservation de l'orthogonalité :

Si deux droites sont perpendiculaires, alors leurs symétriques par rapport à un point, sont perpendiculaires.
On dit que la symétrie centrale conserve la perpendicularité (l'orthogonalité).

Exemple :

(D1) perpendiculaire à (D2), leurs symétriques (D'1) et (D'2) sont aussi perpendiculaires.



5) Conservation des angles :

Par une symétrie centrale, l'mage d'un angle est un angle de même mesure.
On dit que la symétrie centrale conserve les angles.

6) Conservation des aires :

Deux figures symétriques par rapport à un point ont la même aire.
On dit que la symétrie centrale conserve les aires (surfaces).

7) Image d'une droite :

Si deux droites sont symétriques par rapport à un point, alors elles sont parallèles.

8) Image d'une demi-droite :

Si deux demi-droites sont symétriques par rapport à un point, alors elles sont de ***sens opposées****.*

9) Centre de symétrie :

Si une figure a tous ses points symétriques par rapport à un point de la figure, alors ce point est centre de symétrie de la figure.

CHAPITRE 2 : LES ANGLES

Durée : 08 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Connaitre le vocabulaire et la configuration de :

- deux angles opposés par le sommet
- deux angles alternes-internes
- deux angles alternes-externes
- deux angles correspondants

-Connaître et utiliser les propriétés des angles opposés, alternes-internes, alternes-externes, correspondants pour justifier, construire et résoudre des problèmes

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, Histoire des mathématiques, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973. Programme de maths Octobre 2006 ; Guides pédagogiques 5ème ; Guide d'usage 5ème ; CIAM 5ème ; Collection Excellence 5ème ; Collection Triangle Mathématiques 5ème Hatier ; Documents stagiaires ; Internet.

Matériel et supports didactiques :

- Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
- Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Angles en 6ème ; Droites sécantes et droites parallèles ; Symétrie orthogonale en 6ème.

Ibou SENE, professeur de Mathématiques.

SENEMATHS 5ème

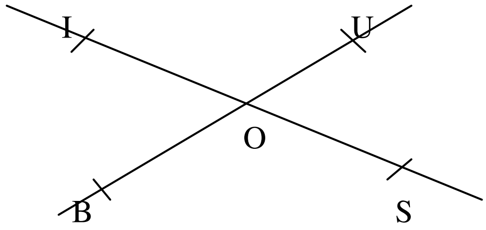
Déroulement de la leçon :

I. Angles opposés par le sommet :

1) Activité :

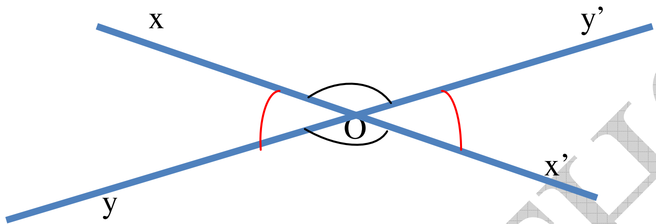
Sur la figure ci-contre, donne :

a) Deux angles de sommet O.
b) Deux angles adjacents.



2) Définition :

Deux angles non adjacents déterminés par deux droites sécantes sont dits opposés par le sommet.
Autrement dit, deux angles sont ***opposés par le sommet*** *lorsqu'ils ont le même sommet.*



$\widehat{xOy}$ et $\widehat{x'Oy'}$ sont opposés par le sommet O.

2) Propriété :

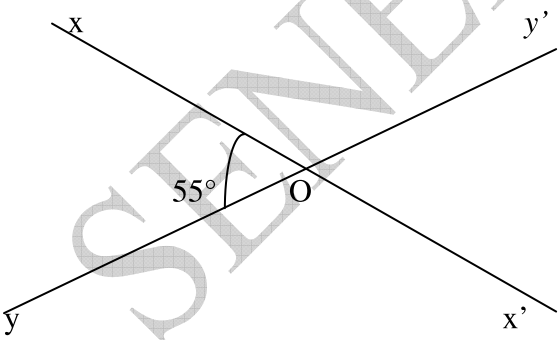
Si deux angles sont opposés par le sommet, alors ***ils sont égaux.***

Exemples :

- ✓ $\widehat{xOy}$ et $\widehat{x'Oy'}$ sont opposés par le sommet O, donc $\widehat{xOy} = \widehat{x'Oy'}$.
- ✓ $\widehat{xOy'}$ et $\widehat{x'Oy}$ sont opposés par le sommet O, donc $\widehat{xOy'} = \widehat{x'Oy}$.

3) Exercice d'application :

On considère la figure ci-dessous tel que mesure $\widehat{xOy}$=55°.

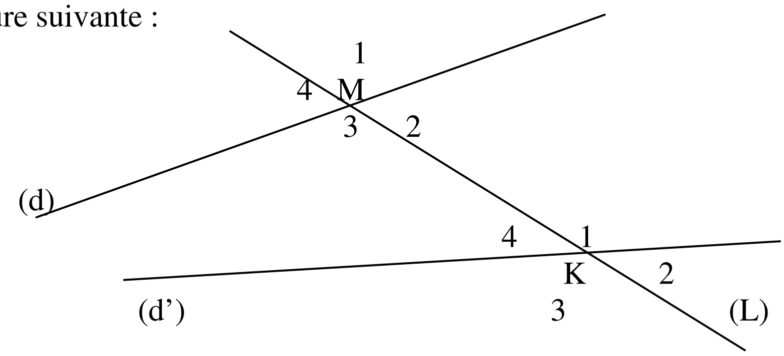


a) Donne quatre angles opposés par le sommet.
b) Détermine la mesure des angles suivants : $\widehat{xOy'}$; $\widehat{x'Oy}$; $\widehat{x'Oy'}$.

II. Angles formés par deux droites coupées par une sécante :

1) Activité :

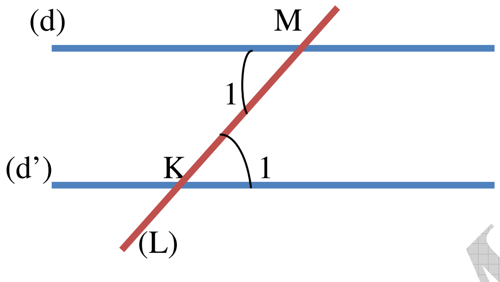
Soit la figure suivante :

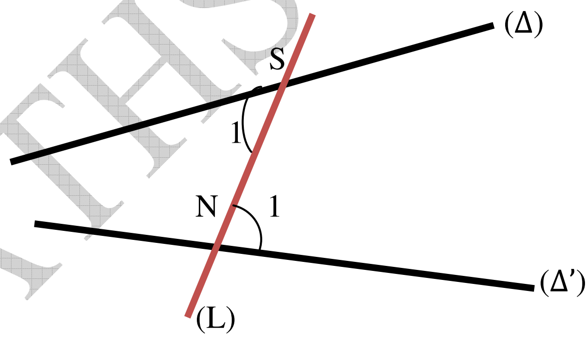


a) Quelle est la position relative de la droite (L) par rapport aux droites (d) et (d’) ?
b) Quelle est la position des angles $\widehat{M}3$ et $\widehat{K}1$ par rapport aux droites ?
c) De même que $\widehat{M}3$ et $\widehat{K}4$? $\widehat{M}4$ et $\widehat{K}2$? $\widehat{M}2$ et $\widehat{K}2$? $\widehat{M}4$ et $\widehat{K}3$?

2) Angles alternes-internes :

Etant donné deux droites distinctes coupées par une sécante, deux angles internes, non adjacents, situés de par et d’autre de la sécante sont dits angles **alternes-internes.**



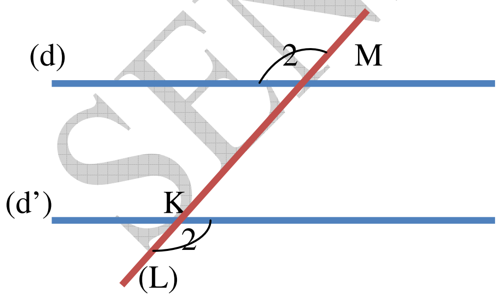


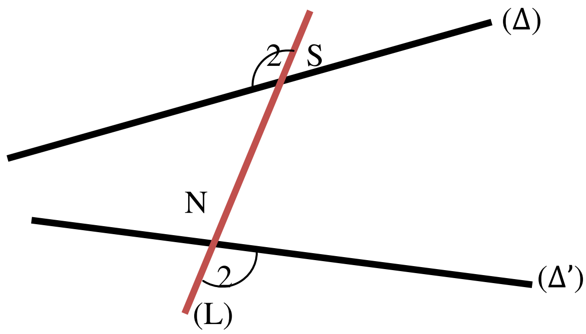
(d)//(d’)
$\widehat{M}1$ et $\widehat{K}1$ sont alternes-internes.

(Δ) et (Δ’) ne sont pas parallèles
$\widehat{S}1$ et $\widehat{N}1$ sont alternes-internes.

3) Angles alternes-externes :

Etant donné deux droites distinctes coupées par une sécante, deux angles externes, non adjacents, situés de par et d’autre de la sécante sont dits angles **alternes-externes.**



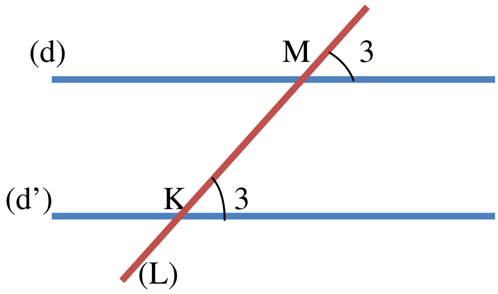


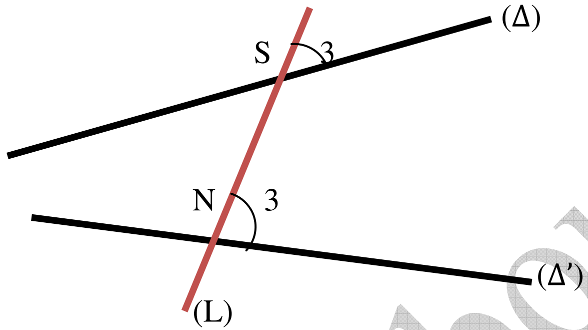
(d)//(d’)
$\widehat{M}2$ et $\widehat{K}2$ sont alternes-externes.

(Δ) et (Δ’) ne sont pas parallèles
$\widehat{S}2$ et $\widehat{N}2$ sont alternes-externes.

4) <u>Angles correspondants:</u>

Etant donné deux droites distinctes coupées par une sécante, deux angles non adjacents, l'un interne, l'autre externes situés d'un même côté de la sécante sont dits angles **correspondants.**





(d)//(d')

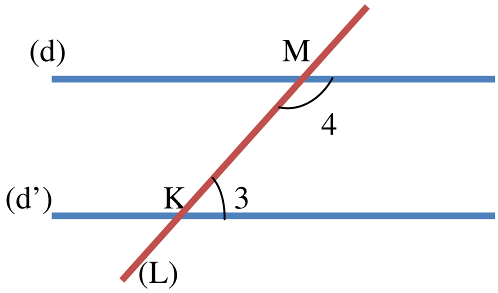
$\widehat{M3}$ et $\widehat{K3}$ sont correspondants.

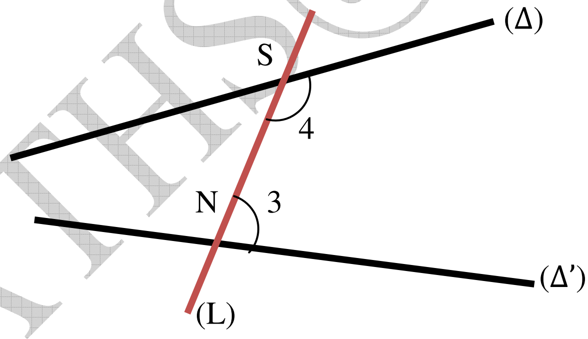
(Δ) et (Δ') ne sont pas parallèles

$\widehat{S3}$ et $\widehat{N3}$ sont correspondants.

5) <u>Angles intérieurs d'un même côté :</u>

Etant donné deux droites distinctes coupées par une sécante, deux angles internes situés d'un même côté par rapport à la sécante sont dits angles **intérieurs d'un même côté.**





(d)//(d')

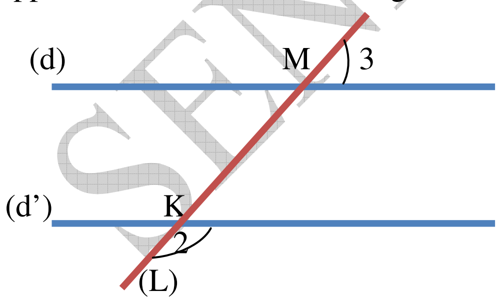
$\widehat{M4}$ et $\widehat{K3}$ sont intérieurs d'un même côté.

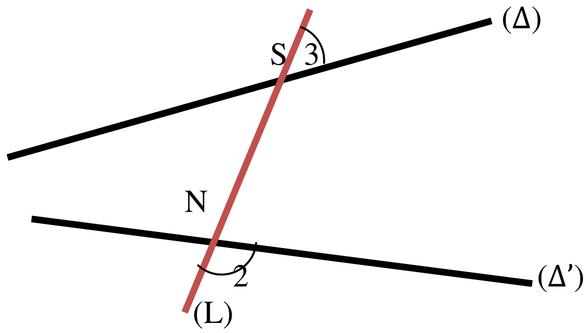
(Δ) et (Δ') ne sont pas parallèles

$\widehat{S4}$ et $\widehat{N3}$ sont intérieurs d'un même côté.

6) <u>Angles extérieurs d'un même côté :</u>

Etant donné deux droites distinctes coupées par une sécante, deux angles internes situés d'un même côté par rapport à la sécante sont dits angles **intérieurs d'un même côté.**





(d)//(d')

$\widehat{M3}$ et $\widehat{K2}$ sont extérieurs d'un même côté.

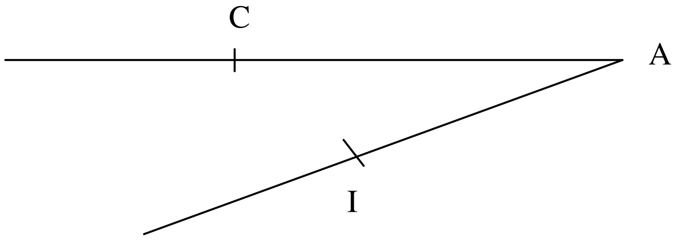
(Δ) et (Δ') ne sont pas parallèles

$\widehat{S3}$ et $\widehat{N2}$ sont extérieurs d'un même côté.

III. Angles formés par deux droites parallèles et une sécante :

1) Activité :

Soit la figure suivante :



a) Construis le symétrique de l'angle $\widehat{CAI}$ par rapport à I, où A' et C' les symétriques respectifs de A et C.

b) Quelle est la position des droites (AC) et (A'C') ?

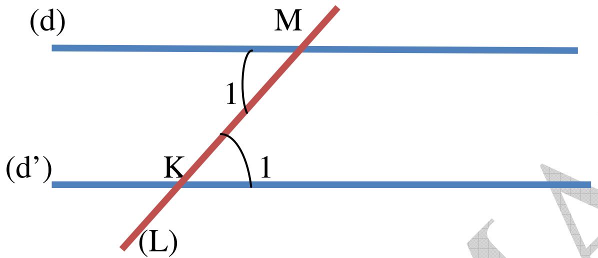
c) Que peut-on dire de $\widehat{CAI}$ et $\widehat{C'A'I}$?

2) Propriétés :

a) Angles alternes-internes :

Si deux droites sont parallèles coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes sont ***égaux****.*

Exemple :

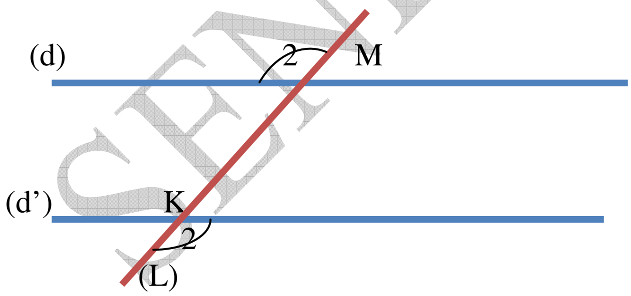


(d)//(d') ; $\widehat{M1}$ et $\widehat{K1}$ sont alternes-internes, donc $\widehat{M1} = \widehat{K1}$.

b) Angles alternes-externes :

Si deux droites sont parallèles coupées par une sécante, alors les angles alternes-externes sont ***égaux****.*

Exemple :

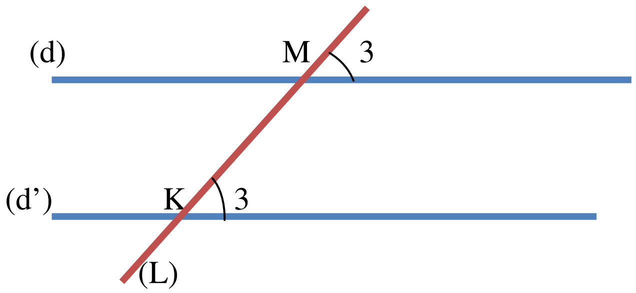


(d)//(d') ; $\widehat{M2}$ et $\widehat{K2}$ sont alternes-externes, donc $\widehat{M2} = \widehat{K2}$.

c) <u>Angles correspondants:</u>

*Si deux droites sont parallèles coupées par une sécante, alors les angles correspondants sont **égaux**.*

<u>Exemple :</u>

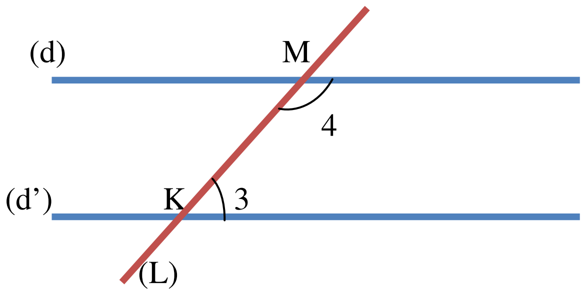


(d)//(d') ; $\widehat{S3}$ et $\widehat{N3}$ sont correspondants, donc $\widehat{S3}$ = $\widehat{N3}$.

d) <u>Angles intérieurs d'un même côté :</u>

*Si deux droites sont parallèles coupées par une sécante, alors les angles intérieurs d'un même côté sont **supplémentaires**.*

<u>Exemple :</u>

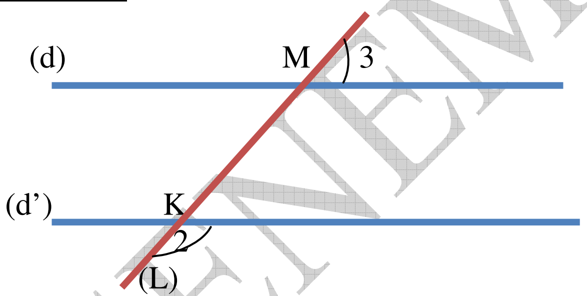


(d)//(d') ; $\widehat{M4}$ et $\widehat{K3}$ sont intérieurs d'un même côté, donc $\widehat{M4} + \widehat{K3} = 180°$.

e) <u>Angles extérieurs d'un même côté :</u>

*Si deux droites sont parallèles coupées par une sécante, les angles extérieurs d'un même côté sont **supplémentaires**.*

<u>Exemple :</u>

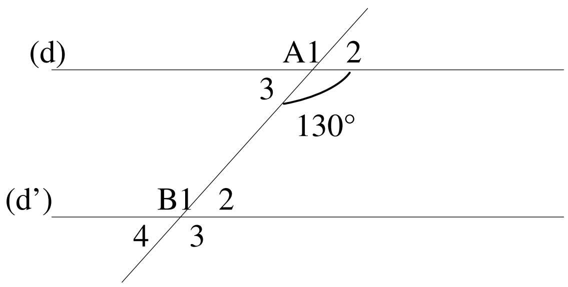


(d)//(d') ; $\widehat{M3}$ et $\widehat{K2}$ sont extérieurs d'un même côté, donc $\widehat{M3}$ + $\widehat{K2}$ = 180°.

3) <u>Exercice d'application :</u>

Dans cette figure ci-dessous, les droites (d) et (d') sont parallèles.

Donne la mesure de chacun des angles : $\widehat{A_1}$; $\widehat{A_2}$; $\widehat{A_3}$; $\widehat{B_1}$; $\widehat{B_2}$; $\widehat{B_3}$ et $\widehat{B_4}$ en justifiant les réponses.



CHAPITRE 3 : PARALLELOGRAMMES

Durée : 08 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Construire un parallélogramme à l'aide de la règle et du compas
- Déterminer le centre de symétrie d'un parallélogramme.
- Connaître et utiliser les propriétés du parallélogramme.
- Reconnaitre qu'un quadrilatère est un parallélogramme à l'aide : Des côtés opposés parallèles 2 à 2, Les diagonales de même milieu, Des égalités d'angles opposés, Les angles consécutifs supplémentaires,
- Utiliser les propriétés du parallélogramme pour : démontrer le parallélisme de deux droites, démontrer l'alignement de trois points ;
- Justifier qu'un point est milieu d'un segment, calculer et comparer des aires

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, Histoire des mathématiques, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973. Programme de maths Octobre 2006 ; Guides pédagogiques 5ème ; Guide d'usage 5ème ; CIAM 5ème ; Collection Excellence 5ème ; Collection Triangle Mathématiques 5ème Hatier ; Documents stagiaires ; Internet.

Matériel et supports didactiques :

- Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
- Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Droites parallèles et perpendiculaires, parallélogramme, symétrie centrale et angles.

Ibou SENE, professeur de Mathématiques.

SENEMATHS 5ème

Déroulement de la leçon :

I. Propriétés du parallélogramme :

1) Activité :

On considère un parallélogramme ABCD de centre O.

a) Que représente ce point O pour les segments [AC] et [BD] ?
b) Que peut-on dire des segments [AB] et [DC] d'une part et d'autre part [AD] et [BC] ?
c) Compare les angles $\hat{A}$ et $\hat{C}$, puis $\hat{B}$ et $\hat{D}$.

2) Définition :

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

Exemple :

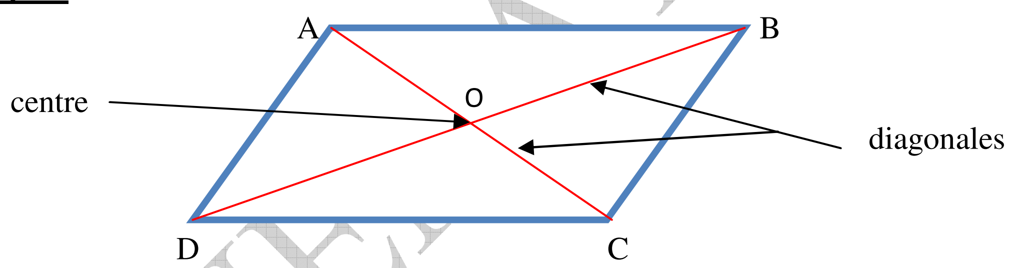
ABCD est un parallélogramme
(AB)//(DC)
(AD)//(BC)

3) Propriétés :

1) Propriété relative aux diagonales :

Dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu.
Ce point est le centre de symétrie de ce parallélogramme.

Exemple :

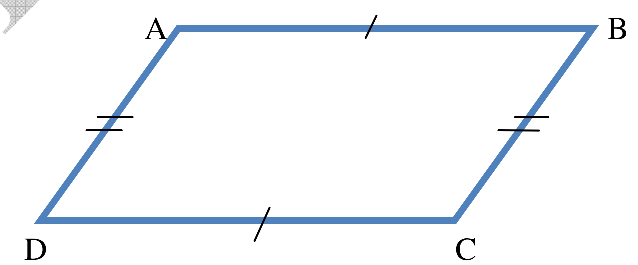


ABCD est un parallélogramme :
O milieu de [AC] et O milieu de [BD], donc O est le centre du parallélélogramme.

2) Propriété relative aux côtés opposés :

Dans un parallélogramme, les côtés opposes ont la même mesure.

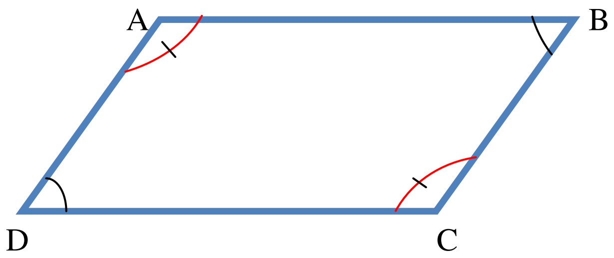
Exemple :



ABCD est un parallélogramme , donc AB = DC et AD = BC.

3) **Propriétés relatives aux angles :**
- ✓ *Dans un parallélogramme, deux angles opposés sont égaux.*
- ✓ *Dans un parallélogramme, deux angles consécutifs sont supplémentaires.*

Exemple :



ABCD est un parallélogramme, donc $\hat{A} = \hat{C}$ et $\hat{B} = \hat{D}$;

$\hat{A} + \hat{B} = 180°$; $\hat{B} + \hat{C} = 180°$; $\hat{C} + \hat{D} = 180°$; $\hat{D} + \hat{A} = 180°$

4) **Exercice d'application :**

ABCD est un parallélogramme de centre O.

a) Compare les angles de sommet O.
b) Compare les angles de sommets A et O.
c) Que peut-on dire les angles de sommets A et B.

II. Reconnaissances d'un parallélogramme :

1) **Propriété relative aux supports des côtés opposés:**

Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, alors c'est un parallélogramme.

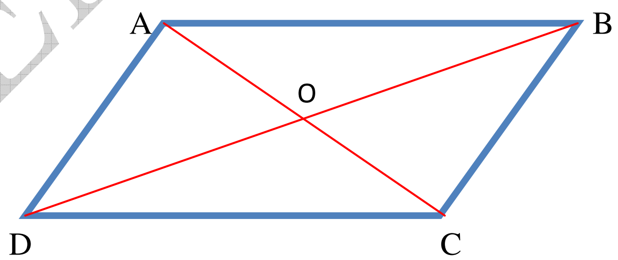
Exemple :

(AB)//(DC) et (AD)//(BC), donc ABCD est un parallélogramme.

2) **Propriété relative aux diagonales:**

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

Exemple :

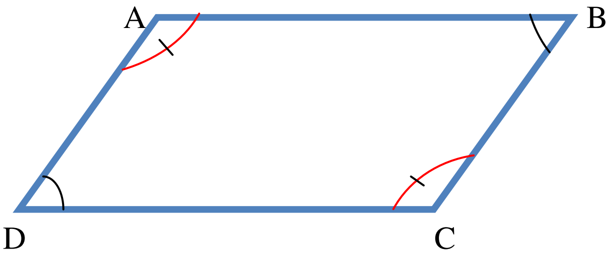


O milieu de [AC] et O milieu de [BD], donc ABCD est un parallélogramme.

3) Propriétés relatives aux angles :

- ✓ *Si un quadrilatère a ses angles opposés de même mesure, alors c'est un parallélogramme.*
- ✓ *Si dans un quadrilatère, deux paires d'angles consécutifs quelconques sont supplémentaires, alors c'est un parallélogramme.*

Exemple :



$\hat{A} = \hat{C}$ et $\hat{B} = \hat{D}$, donc ABCD est un parallélogramme.

$\hat{A} + \hat{B} = 180°$; $\hat{B} + \hat{C} = 180°$; $\hat{C} + \hat{D} = 180°$; $\hat{D} + \hat{A} = 180°$, donc ABCD est un parallélogramme.

4) Exercice d'application :

Soit ABC un triangle et M est le milieu de [BC].

a) Construis le point D symétrique de B par rapport au point A.

b) Construis le point N symétrique de M par rapport au point A.

c) Montre que le quadrilatère BMDN est un parallélogramme.

d) Montre que : ND=MC, puis (ND) // (MC).

e) Déduis-en que le quadrilatère CDNM est un parallélogramme.

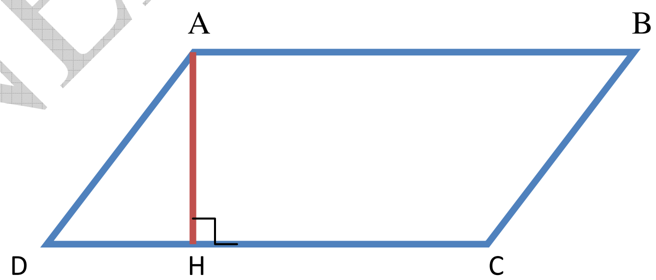
III. Aire du parallélogramme :

1) Définition :

*L'aire **A** d'un parallélogramme est égale au produit de la longueur d'un côté choisi pour base par la hauteur correspondante.*

*Autrement dit, si **ABCD** est un parallélogramme, alors **Aire(ABCD) = base × hauteur = DC × AH***

Exemple :



Remarque :

Pour chaque parallélogramme, il y a **deux façons** pour calculer son aire.

2) Exercice d'application:

a) Soit ABDC un parallélogramme tels que AB = 6 cm, BD = 8 cm et (AB) perpendiculaire à (BD).

b) Calcule BC.

c) Calcule le périmètre et l'aire de ABDC.

CHAPITRE 4: LES TRIANGLES

Durée : 12 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Connaître et utiliser la propriété de la somme des angles d'un triangle
- Connaître la définition du centre du cercle circonscrit et de l'orthocentre.
- Connaître et utiliser les propriétés : les trois médiatrices sont concourantes, les trois hauteurs sont concourantes
- Connaître et utiliser les propriétés du triangle rectangle.
- Connaître et utiliser les reconnaissances du triangle rectangle.
- Connaître et utiliser les propriétés du triangle isocèle.
- Connaître et utiliser les reconnaissances du triangle isocèle.
- Connaître et utiliser les propriétés du triangle équilatéral.
- Connaître et utiliser les reconnaissances du triangle équilatéral.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, Histoire des mathématiques, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973. Programme de maths Octobre 2006 ; Guides pédagogiques 5ème ; Guide d'usage 5ème ; CIAM 5ème ; Collection Excellence 5ème ; Collection Triangle Mathématiques 5ème Hatier ; Documents stagiaires ; Internet.

Matériel et supports didactiques :

- Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
- Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Triangles particuliers, droites remarquables.

Déroulement de la leçon :

I. Somme des angles d'un triangle :

1) Activité :

a) Reproduis la figure ci-dessous dans laquelle (d)//(BC).

b) Donne la mesure de l'angle $\widehat{SAF}$, puis recopie et complète : $\widehat{SAB} + \widehat{SAF} + \widehat{CAF} = \ldots\ldots°$

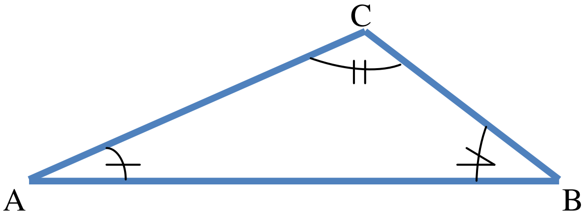
c) Montre que $\widehat{SAB} = \widehat{ABC}$, puis $\widehat{FAC} = \widehat{ACB}$.

d) Déduis-en la mesure de : $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC}$

2) Propriété :

Dans un triangle ; la somme des angles est égale à 180°.

Autrement dit, si ABC est un triangle, alors $mes\hat{A} + mes\hat{B} + mes\hat{C} = 180°$.



3) Exercice d'application :

ABC est triangle, recopie et complète le tableau suivant.

Mes $\hat{A}$	30°	63,5°	45°		40°
Mes $\hat{B}$	60°			50°	90°
Mes $\hat{C}$		27,5°	45°	29°	

II. Droites remarquables :

A. Médiatrices d'un triangle :

1) Activité :

a) Trace un triangle ABC quelconque.

b) Trace les médiatrices (d_1) , (d_2) et (d_3) respectives des côtés [AB] ; [BC] et [CA]. Que constates-tu ?

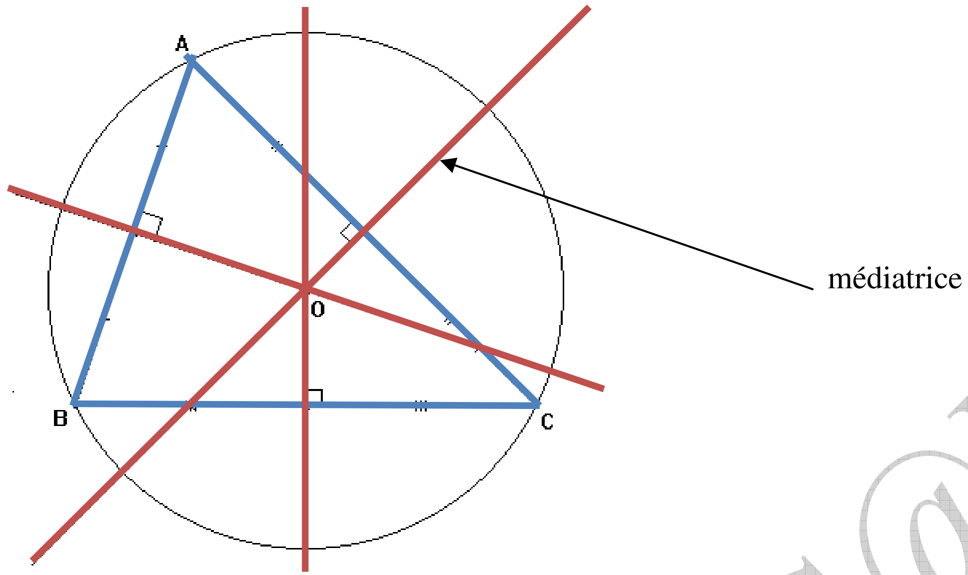
2) Propriété :

Dans un triangle les trois médiatrices sont ***concourantes*** *en un point.*

Ce point est le ***centre du cercle circonscrit*** *au triangle.*

Autrement ce cercle passe par les trois sommets du triangle.

Exemple :



Remarque :

Pour déterminer le centre du cercle circonscrit à un triangle, il suffit de tracer les médiatrices de deux côtés du triangle.

3) **Exercice d'appplication :**

a) Construis un triangle ABC tel que : AB=5cm ; AC= 4cm et BC= 6cm.

b) Trace les droites (d) et (d') médiatrices respectifs des segments [AB] et [BC].

c) Construis le cercle (Ꞇ) circonscrit à ABC.

B. **Hauteurs d'un triangle :**

1) **Activité :**

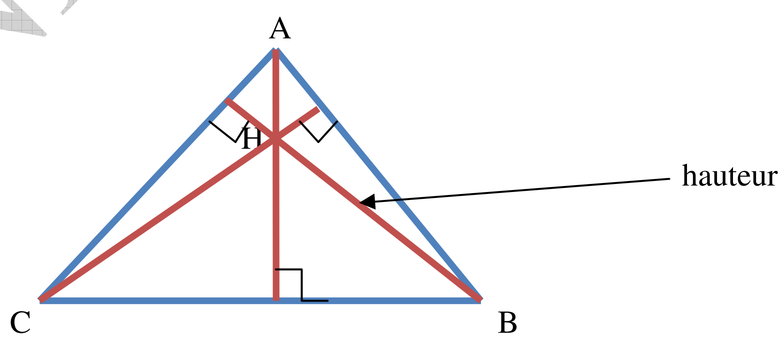
c) Trace un triangle ABC quelconque.

d) Trace les hauteurs (d_1) , (d_2) et (d_3) respectives des côtés [AB] ; [BC] et [CA]. Que constates-tu ?

2) **Propriété :**

*Dans un triangle les trois hauteurs sont **concourantes** en un point.*
*Ce point est l'**orthocentre** du triangle.*

Exemple :



3) **Exercice d'appplication :**

a) Construis un triangle SEN tel que : SE = 6cm; SK = 5cm; mes $\hat{S}$ = 50°.

b) Construis les droites (h) et (h'), hauteurs issues de S et de N.

c) Place le point H orthocentre du triangle SEN.

d) Explique pourquoi (EH) est une hauteur.

III. Triangle rectangle :

1) Activité :

a) Construis un triangle ABC rectangle en A.

b) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$?

c) Comment appelle-t-on le côté opposé à $\widehat{BAC}$?

d) Comment appelle-t-on les autres côtés de ABC ?

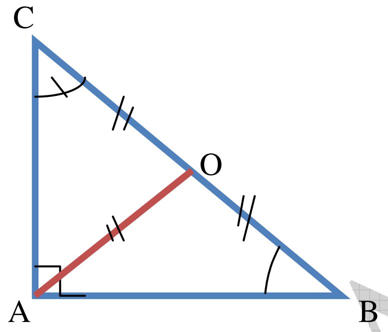
2) Propriétés :

✓ *Dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires.*

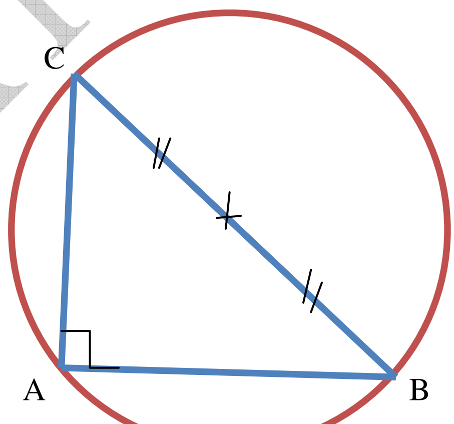
Autrement dit, si ***ABC*** *est un triangle rectangle en* ***A****, alors* $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90°$

✓ *Dans un triangle rectangle, le cercle circonscrit a pour centre le milieu de l'hypoténuse.*

✓ *Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est équidistant des sommets du triangle.*



OA = OC = OB



3) Reconnaissances d'un triangle rectangle :

✓ *Si un triangle a deux angles complémentaires, alors c'est un triangle rectangle.*

Autrement dit, si ABC est un triangle et $\hat{B} + \hat{C} = 90°$*, alors ABC est rectangle en A.*

✓ *Si on joint un point d'un cercle aux extrémités d'un de ses diamètres ne contenant pas ce point, alors on obtient un triangle rectangle.*

Autrement dit, si ABC est un triangle, A∈ ($\mathcal{C}$) et [BC] est un diamètre de ($\mathcal{C}$), alors ABC est rectangle en A

✓ *Si dans un triangle, le milieu d'un des côté est équidistant de ses sommets, alors ce triangle est rectangle.*

Autrement dit, si ABC est un triangle et I milieu [BC] et IA = IB = IC, alors ABC est rectangle en A.

4) <u>Exercice d'application :</u>

a) Trace un cercle ($\mathcal{C}$) de centre I et de rayon [IA].

b) Construis un point K diamétralement opposé à A sur ($\mathcal{C}$) et un autre point L distinct de A et de K sur ($\mathcal{C}$).

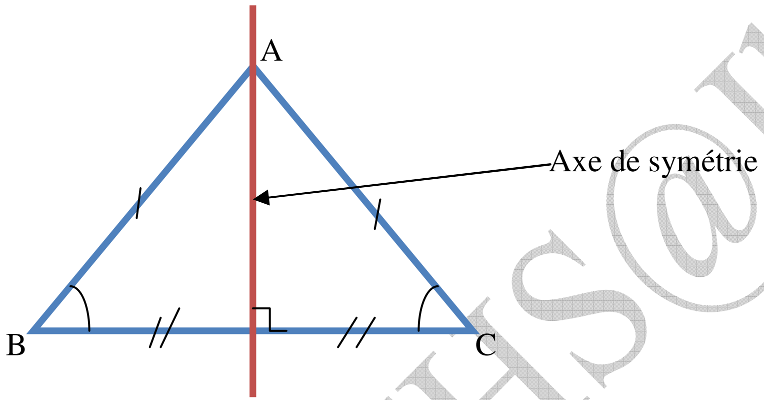
c) Que représente [AK] pour ($\mathcal{C}$) ?

d) Démontre que AKL est un triangle rectangle en L.

IV. Triangle isocèle :

1) Propriétés :

- ✓ *Un triangle isocèle a un axe de symétrie.*
- ✓ *Dans un triangle isocèle, les deux angles à la base sont égaux.*



ABC est isocèle en A, donc $\hat{B} = \hat{C}$

<u>Remarque :</u>

L'axe de symétrie est à la fois :

- ✓ médiatrice de la base,
- ✓ bissectrice du sommet principal,
- ✓ hauteur et médiane du sommet principal.

2) Reconnaissance d'un triangle isocèle :

- ✓ *Si un triangle a un axe de symétrie, alors il est isocèle.*

Autrement dit, si ABC est un triangle et (Δ) est un axe de symétrie de ABC, alors ABC est isocèle.

- ✓ *Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.*

Autrement dit, si ABC est un triangle et $\hat{B} = \hat{C}$, alors ABC est isocèle en A.

3) Exercice d'application :

a) Construis un triangle isocèle ABC de sommet principal A tel que mes $\widehat{BAC} = 50°$.

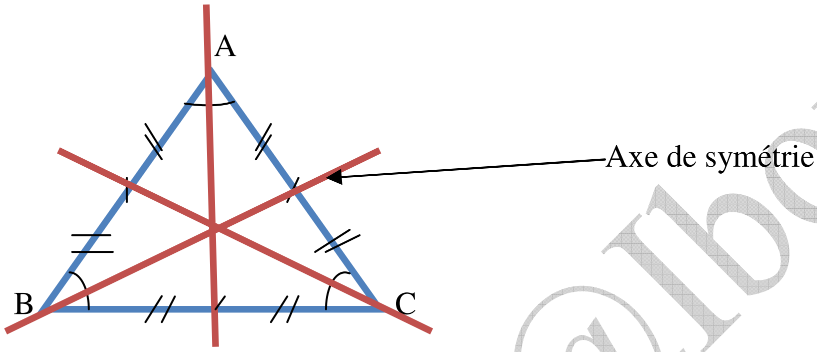
b) Calcule les mesures des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.

V. Triangle équilatéral :

1) Propriétés :

- ✓ *Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtés.*
- ✓ *Si un triangle est équilatéral, alors ses trois angles sont égaux (**60° chacun**).*

Autrement dit, si ABC est un triangle équilatéral, alors $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60°$.



Remarque :

Le point de rencontre des trois axes de symétrie est à la fois :

- ✓ centre du cercle circonscrit,
- ✓ orthocentre.

2) Reconnaissance d'un triangle équilatéral :

- ✓ *Si un triangle a deux axes de symétrie, alors il est équilatéral.*

Autrement dit, si (Δ) et (Δ') sont des axes de symétrie du triangle ABC, alors ABC est équilatéral.

- ✓ *Si un triangle a trois angles égaux, alors il est équilatéral.*

Autrement dit, si ABC est un triangle et $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$, *alors il est équilatéral.*

3) Exercice d'application :

a) Construis un triangle ABC tels que : AB = 6 cm et mes$\hat{B}$ = 60°.

b) Calcule les mesures des angless $\hat{A}$ et $\hat{C}$.

c) Quelle est la nature du triangle ABC ?

CHAPITRE 5 : LES AUTRES QUADRILATERES

Durée : 10 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Connaître et utiliser les propriétés d'un trapèze
- Reconnaître qu'un quadrilatère est un trapèze, à partir de la définition.
- Reconnaître qu'un quadrilatère est un trapèze isocèle à l'aide des égalités d'angles.
- Construire un trapèze à l'aide d'un compas et d'une règle
- Connaître et utiliser les propriétés d'un rectangle
- Reconnaître qu'un quadrilatère est un rectangle à partir de la définition.
- Construire un rectangle
- à l'aide d'un compas et d'une règle.
- Utiliser les propriétés du rectangle pour : démontrer que des droites sont concourantes ; parallèles, perpendiculaires ; démontrer qu'un point est milieu d'un segment; calculer des mesures d'angles ; démontrer l'alignement de trois points ; calculer et comparer des longueurs, des aires.
- Connaître et utiliser les propriétés d'un losange.
- Démontrer à partir de la reconnaissance qu'un quadrilatère est un losange
- Construire un losange à l'aide d'un compas et d'une règle.
- Reconnaître qu'un quadrilatère est un losange à partir de la définition.
- Utiliser les propriétés du losange pour : démontrer que des droites sont concourantes ; parallèles, perpendiculaires ; démontrer qu'un point est milieu d'un segment; calculer des mesures d'angles ; démontrer l'alignement de trois points ; calculer et comparer des longueurs, des aires.
- Connaître et utiliser les propriétés d'un carré.
- Démontrer qu'un quadrilatère est un carré.
- Construire un carré à l'aide d'un compas et d'une règle.
- Reconnaître qu'un quadrilatère est un carré à partir de la définition.
- Utiliser les propriétés du carré pour démontrer que des droites sont :
    - concourantes ;
    - parallèles,
    - perpendiculaires
- Démontrer qu'un point est milieu d'un segment; calculer des mesures d'angles ;
- Démontrer l'alignement de trois points ;
- Calculer et comparer des longueurs, des aires

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, Histoire des mathématiques, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973. Programme de maths Octobre 2006 ; Guides pédagogiques 5ème ; Guide d'usage 5ème ; CIAM 5ème ; Collection Excellence 5ème ; Collection Triangle Mathématiques 5ème Hatier ; Documents stagiaires ; Internet.

Matériel et supports didactiques :

- Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
- Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Parallélogramme, triangles particuliers, axe de symétrie.

I. Trapèze :

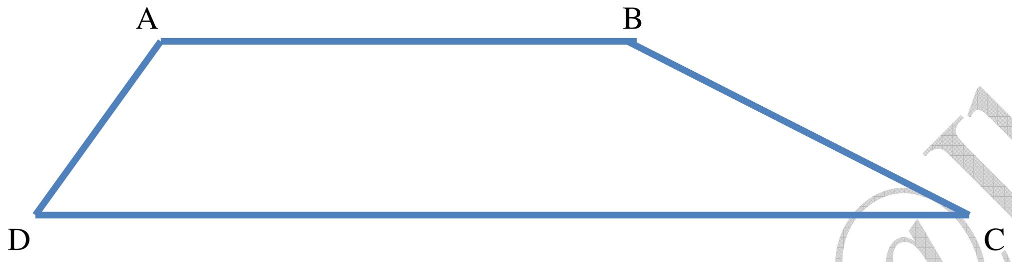
1) Activité :

a) Construis un triangle ABC quelconque.
b) Marque un point I sur [AB], puis trace la parallèle à (BC) passant par I. Elle coupe [AC] en J.
c) Comment appelle-t-on le quadrilatère BIJC ?

2) Définitions:

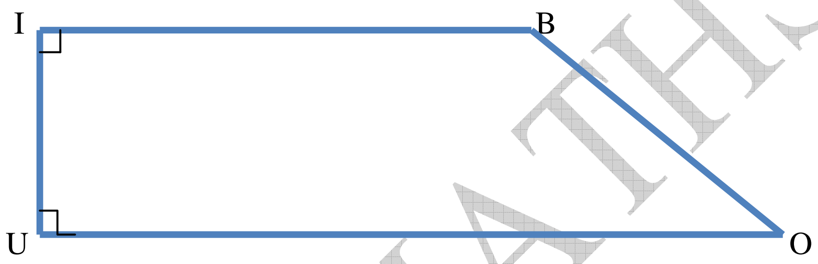
✓ *Un trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés de supports parallèles. Les deux autres côtés sont sécants.*

Exemple :



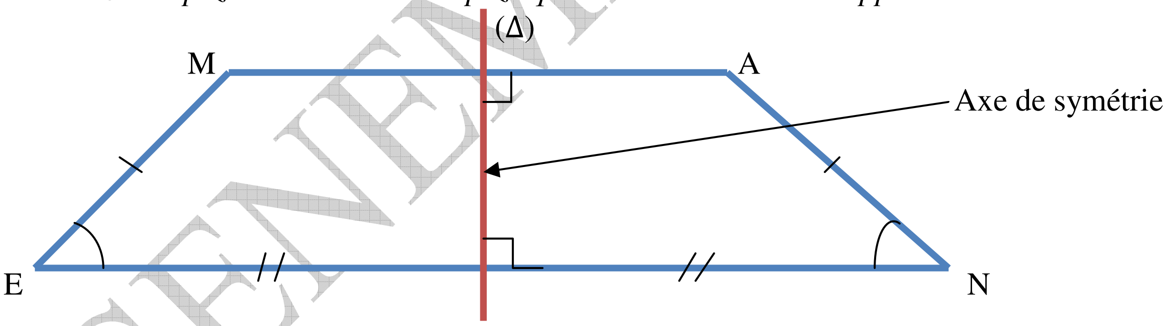
(AB)//(DC), puis (AD) et (BC) sécantes, donc ABCD est un trapèze.

✓ *Un trapèze rectangle est un trapèze qui un angle droit.*



IBOU est un trapèze et $\widehat{OUI} = 90°$, donc IBOU est un trapèze rectangle.

✓ *Un trapèze isocèle est un trapèze qui a ses deux côtés de supports sécants de même longueur.*



MANE est un trapèze, $\hat{E} = \hat{N}$ et ME = AN, donc MANE est un trapèze isocèle.

3) Propriétés :

✓ *Un trapèze isocèle a un axe de symétrie qui est la médiatrice des ses bases.*
✓ *Un trapèze isocèle a deux angles à la base de même mesure.*

4) Reconnaissances d'un trapèze :

✓ *Si un trapèze a angle droit, alors il est rectangle.*
✓ *Si un trapèze a deux angles à la base de même mesure, alors il est isocèle.*
✓ *Si un trapèze a un axe de symétrie qui est la médiatrice des ses bases, alors il est isocèle.*

5) **Aire du trapèze :**

L'aire du trapèze est égale à la somme de ses bases (grande base+petite base) multipliée par sa hauteur, divisée par 2.

Autrement dit, ***Aire*** $= \frac{(B+b)\times h}{2}$ *avec* ***B*** *la grande base ;* ***b*** *la petite base et* ***h*** *la hauteur.*

6) **Exercice d'application :**

a) Construis un trapèze ABCD de bases AD = 2 cm et BC = 5,5 cm, de côté DC = 3,5 cm et de hauteur AH = 2,5 cm.

b) Calcule l'aire de ce trapèze.

II. Rectangle :

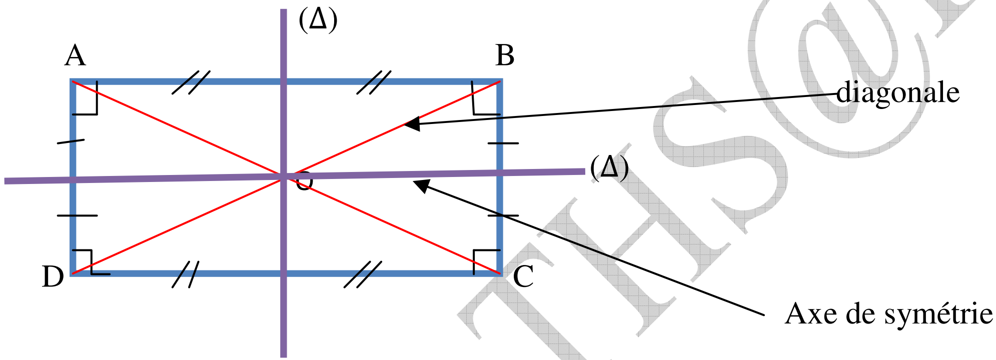
1) **Activité :**

a) Trace deux diamètre [AB] et [CD] d'un cercle ($\mathscr{C}$).

b) Quelle est la nature du quadrilatère ACDB ? Justifie la réponse.

2) **Définition :**

Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.



(AB)⊥(BC) ; (AB)⊥(AD) ; (AD)⊥(DC); (DC)⊥(BC), donc ABCD est un rectangle.

3) **Propriétés :**

- ✓ *Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur.*
- ✓ *Les médiatrices des côtés d'un rectangle sont des axes de symétrie.*
- ✓ *Dans un rectangle, les diagonales et les axes de symétrie se coupent en son centre de symétrie.*

4) **Reconnaissances d'un rectangle :**

- ✓ *Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.*
- ✓ *Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.*

5) **Aire d'un rectangle :**

L'aire d'un rectangle est égale au produit de sa longueur par sa largeur.

Autrement dit, ***Aire = Longueur × largeur.***

6) **Exercice d'application :**

a) Construis un rectangle FORT dont le périmètre est égal à 20 cm avec un côté de 3,5 cm.

b) Calcule l'aire du rectangle FORT.

III. Losange :

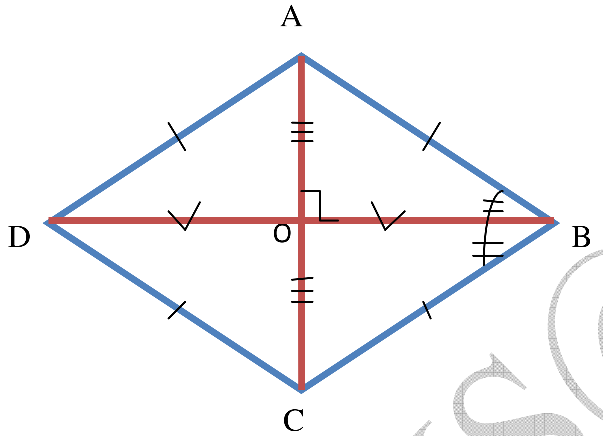
1) Activité :

a) Trace deux cercles (𝒞1) et (𝒞2) de même centre O et de rayon différents.

b) [AB] est un diamètre de (𝒞1) et [CD] un diamètre de (𝒞2) tel que (AB) perpendiculaire à (CD). Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ? Justifie la réponse.

2) Définition :

Un losange est quadrilatère dont les quatre côtés sont égaux.



AB = BC = CD = DA, donc ABCD est un losange.

3) Propriétés :

- ✓ *Dans un losange les diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.*
- ✓ *Un losange admet pour centre de symétrie le point d'intersection de ses diagonales.*
- ✓ *Les diagonales d'un losange sont ses axes de symétrie.*

4) Reconnaissances d'un losange :

- ✓ *Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors il est un losange.*
- ✓ *Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors il est un losange.*
- ✓ *Si un parallélogramme a une diagonale qui est en même temps bissectrice d'un angle, alors il est un losange.*

5) Aire du losange :

L'aire d'un losange est égale au produit de ses diagonales divisé par 2.

6) Exercice d'application :

a) Construis un losange ABCD tel que les diagonales [AC] et [BD] mesurent respectivement 6 cm et 4 cm.

b) Calcule l'aire de ce losange.

IV. Carré :

1) Activité :

a) Trace un cercle (𝒞) et de centre O.

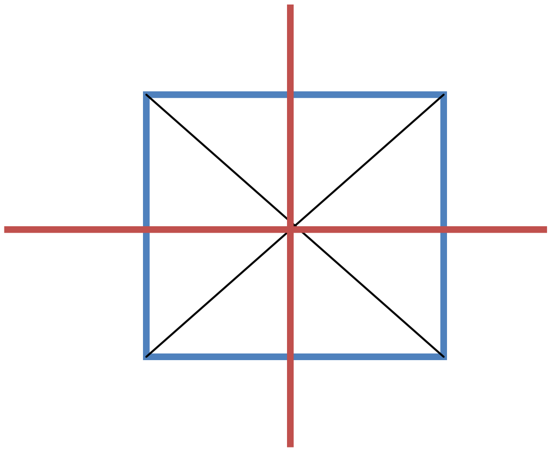
b) Trace [AC] et [BD] deux diamètres de (𝒞) tel que (AC) perpendiculaire à (BD).

c) Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ? Justifie la réponse.

2) Définition :

Un carré est un quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur et 4 angles droits.

Un carré est à la fois un rectangle et un losange.



3) **Propriétés :**

- ✓ *Les diagonales d'un carré sont perpendiculaires et de même longueur.*
- ✓ *Un carré a quatre axes de symétrie et un centre de symétrie.*
- ✓ *Un carré a toutes les propriétés du rectangle et du losange.*

4) **Reconnaissances d'un carré :**

- ❖ *Un carré est un losange particulier :*
- ✓ *Si un losange a un angle droit, alors c'est un carré.*
- ✓ *Si un losange a ses diagonales de même longueur, alors c'est un carré.*
- ❖ *Un carré est un rectangle particulier :*
- ✓ *Si un rectangle a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un carré.*
- ✓ *Si un rectangle a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un carré.*
- ❖ *Si un quadrilatère est à la fois un losange et un rectangle, alors c'est un carré.*

5) **Aire d'un carré :**

L'aire d'un carré est égale au produit de deux côtés.

6) **Exercice d'application :**

Soit ABCD un carré de centre O et de côté 4 cm.

a) Justifie que [AC] et [BD] ont même milieu.

b) Que peut-on dire des droites (AC) et (BD) ?

c) Calcule son aire.

Ibou SENE, professeur de Mathématiques.

SENEMATHS 5ème

CHAPITRE 6 : GEOMETRIE DANS L'ESPACE

Durée : 07 heures

Objectifs de la leçon :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Représenter un prisme droit et reconnaître sa représentation plane.
- Lire et interpréter la représentation plane d'un prisme droit.
- Connaître le vocabulaire relatif au prisme droit et l'utiliser pour le décrire.
- Lire et interpréter le patron d'un prisme droit
- Reconnaître un patron d'un prisme droit.
- Construire le patron d'un prisme droit dont la base est un polygone.
- Décrire des plans ou droites parallèles et perpendiculaires à partir d'un prisme droit.
- Calculer le volume d'un prisme droit et l'aire de la surface latérale.

Sources et supports pédagogiques :

Jean-Paul Collette, Histoire des mathématiques, éditions du Renouveau Pédagogique, Inc., Montréal, 1973.
Programme de maths Octobre 2006 ; Guides pédagogiques 5ème ; Guide d'usage 5ème ; CIAM 5ème ; Collection Excellence 5ème ; Collection Triangle Mathématiques 5ème Hatier ; Documents stagiaires ; Internet.

Matériel et supports didactiques :

- Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
- Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons.

Plan du cours : (Voir le cours)

Pré-requis:

Géométrie dans l'espace en 6ème ; Echelle.

Déroulement de la leçon :

I. Description et représentation du prisme droit :

1) Activité :

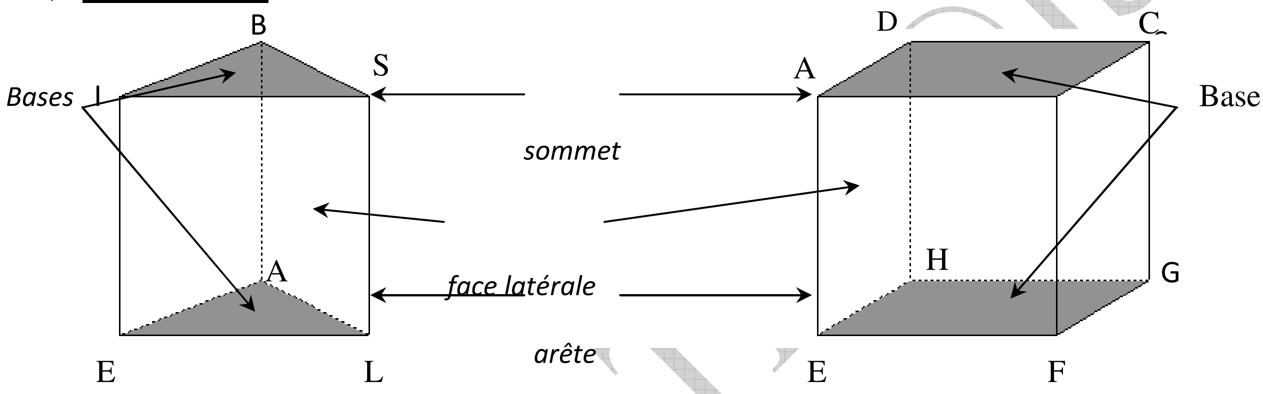
Un gros savon de lessive a la forme d'un pavé droit. En coupant ce savon suivant une diagonale d'une face, on obtient deux solides de même nature.

a) Combien de faces a-t-on pour chaque solide ?
b) Combien de faces latérales a-t-on pour chaque solide ?
c) Combien d'arêtes a-t-on pour chaque solide ?
d) Combien de sommet a-t-on pour chaque solide ?

2) Définition :

Un prisme droit est un solide dont les faces latérales sont des rectangles et les bases polygones superposables.

3) Vocabulaire :



Prisme droit à base triangulaire

Prisme droit à base rectangulaire ou parallélépipède rectangle.

- IBSELA est un prisme droit à base triangulaire:
  - ✓ Les triangles BIS LAE sont les **bases** qui sont des polygones superposables situés dans des plans parallèles.
  - ✓ Les segments [SL], [AB], [IE], [EL], [LA], [AE], [IS], [SB], [BI] sont les **arêtes**.
  - ✓ Les rectangles ISLE, ABSL, ABIE sont les **faces latérales**.
  - ✓ L'ensemble des faces latérales forme la **surface latérale.**
- Une **hauteur** d'un prisme droit est une arête perpendiculaire aux bases (**exemple** : [AB], [SL] . . .). Autrement dit, la **hauteur** est la longueur de l'une de ces arêtes.

Remarques :

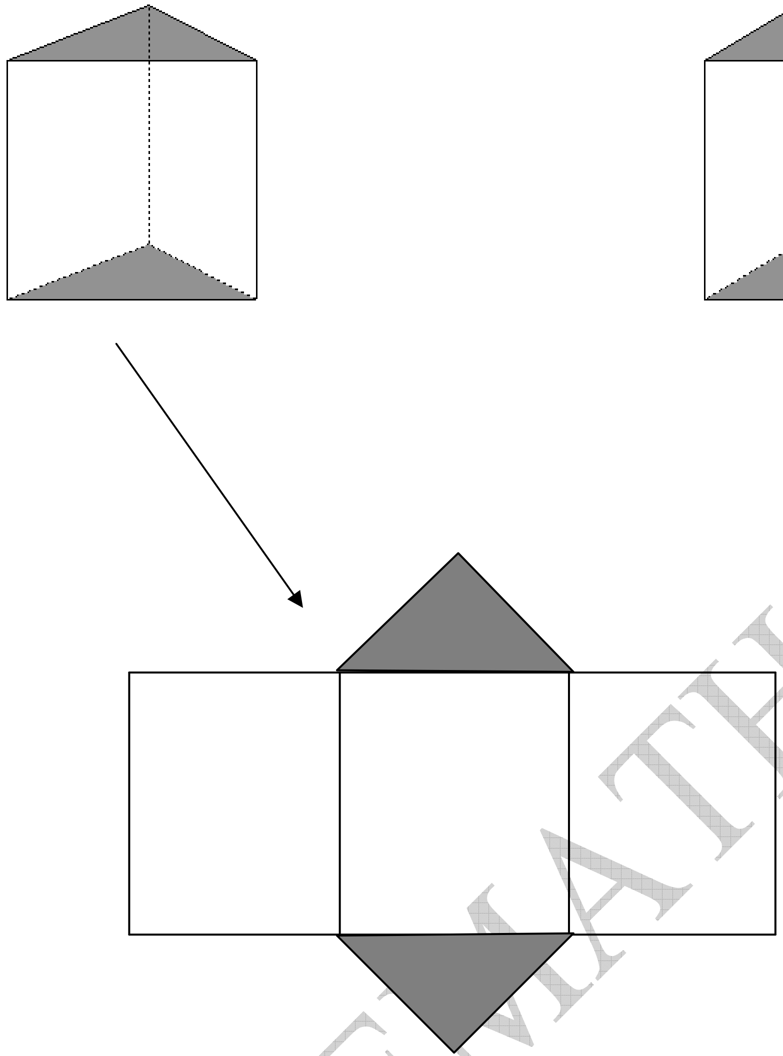
- ✓ Un pavé droit est un prisme droit particulier dont les bases sont des rectangles.
- ✓ Le cube est un prisme droit dont toutes les faces sont des carrés superposables.

4) Patron d'un prisme droit :

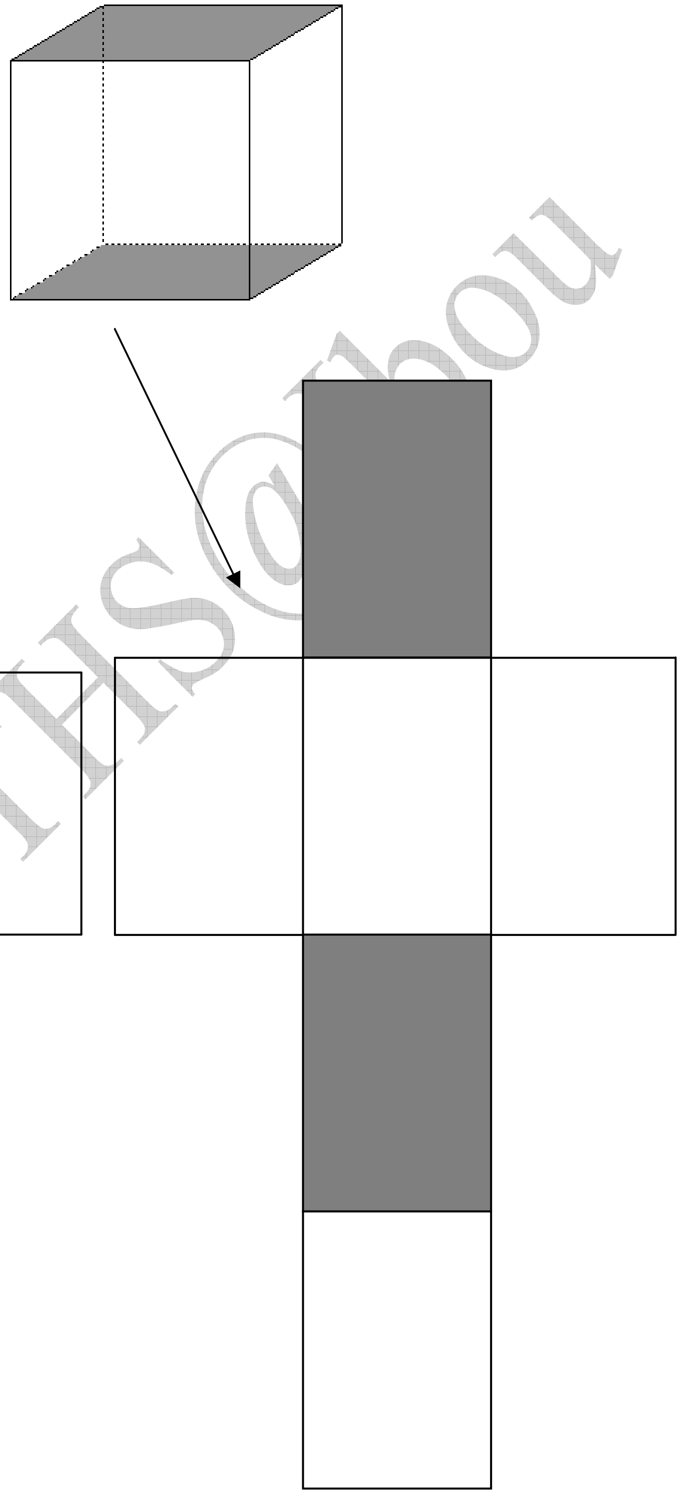
Pour représenter le patron d'un prisme droit, il faut :

- ✓ Construire une des bases, qui est un triangle ou un rectangle, puis on tracer une face latérale qui est un rectangle dont les côtés sont un côté de la base et la hauteur du prisme droit.
- ✓ Tracer la seconde base, qui est symétrique au premier par rapport à l'un des axes de symétrie du rectangle.
- ✓ Compléter le patron en traçant les deux dernières faces latérales du prisme droit, qui sont des rectangles.

<u>Exemple :</u>



Patron d'un prisme droit à base triangulaire



Patron d'un prisme droit à base rectangulaire

II. Observation des propriétés du parallélisme et de l'orthogonalité dans l'espace :

1) Activité :

a) Observe une maquette de prisme et détermine les droites parallèles, les droites sécantes, les droites perpendiculaires et des droites orthogonales.

b) Détermine les plans qui sont parallèles et ceux qui sont perpendiculaires.

2) Parallélisme dans l'espace :

✓ *Deux droites de l'espace sont parallèles si elles sont coplanaires (appartiennent à un seul plan) et sans point commun.*

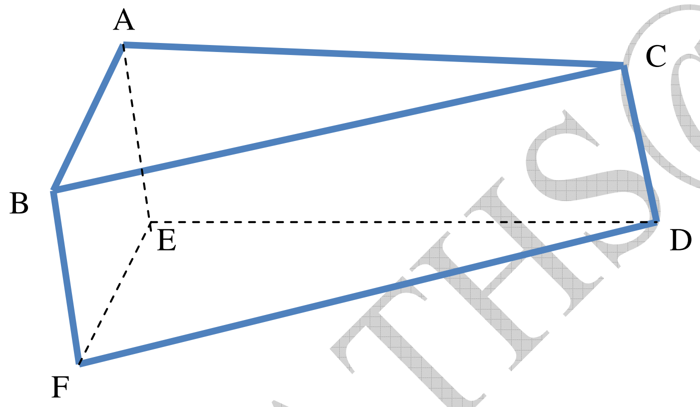
✓ *Deux plans sont parallèles s'ils sont confondus ou sans point commun.*

✓ *Une droite et plan sont parallèles lorsqu'ils n'ont aucun point commun.*

Exemples :

✓ Les droites (AB) et (EF) sont parallèles, de même que les droites (ED) et (AC) ; et aussi les droites (BC) et (FD).

Les plans (ACB) et (EFD) sont parallèles.



3) Orthogonalité dans l'espace :

✓ *Deux droites de l'espace sont orthogonales lorsque leurs parallèles passant par un point quelconque de l'espace sont perpendiculaires.*

✓ *Dire qu'une droite est orthogonale à un plan, signifie que cette droite est orthogonale à toutes les droites de ce plan.*

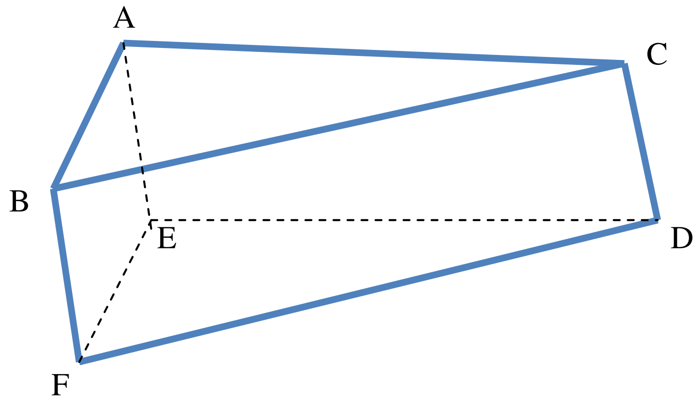
✓ *Deux plans P et P' de l'espace sont orthogonaux, si toute droite (D) de P est orthogonale à toute (D') de P'*

Exemples :

✓ Les droites (BF) et (FD) sont perpendiculaires, de même que les droites (BC) et (BF) ; et aussi les droites (AC) et (CD)...

✓ Les droites (FD) et (AE) sont orthogonales ; de même que (BC) et (AE)…

✓ Les plans (FED) et (BCDF) sont perpendiculaires.

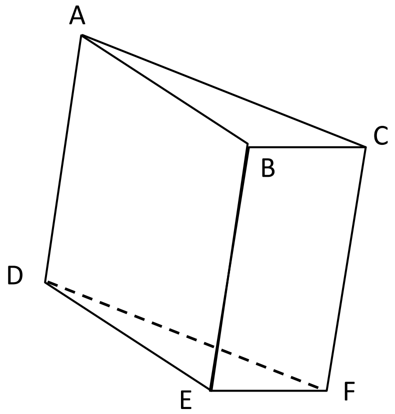


Remarque :

- ✓ On parle de droites perpendiculaires, lorsqu'elles sont coplanaires.
- ✓ Deux droites de même plan et perpendiculaires sont orthogonales, mais deux droites orthogonales ne sont pas nécessairement dans un même plan.

4) Exercice d'application :

La figure ci-dessous représente un prisme droit.



a) Cite dans cette figure une droite perpendiculaire au plan (EFD).

b) Cite deux plans perpendiculaires et deux plans parallèles.

c) Cite deux droites parallèles et deux droites perpendiculaires.

d) Donne une droite parallèle au plan (ABC).

III. Longueurs, aires et volumes :

1) Aires d'un prisme droit :

- ✓ ***L'aire latérale d'un prisme droit est la somme des aires de ses faces latérales.***
- ✓ ***L'aire latérale d'un prisme droit est aussi égale au périmètre de base multiplié par sa hauteur.***
- ✓ ***L'aire totale d'un prisme droit est la somme de son aire latérale et des aires de ses bases.***

2) Volume d'un prisme droit :

Le volume d'un prisme droit est égal à son aire de base multiplié par sa hauteur.
Autrement dit, si B est l'aire d'une base, h la hauteur et V son volume, alors $V = B \times h$.

3) Exercice d'application :

L'aire d'une base d'un prisme droit est égale à 15 cm^2 et sa hauteur 10 cm.

a) Calcule son volume.

b) Sachant que son aire totale est égale à 75 cm^2, calcule son aire latérale.

Ibou SENE, professeur de Mathématiques.

SENEMATHS 5ème

PROGRESSION DES ENSEIGNEMENTS :

CONTENU	DATES
Chapitre1- AN : Puissance dans D	15 Octobre au 22 Octobre
Chapitre 2 - AN : Multiples et Diviseurs	23 Octobre au 12 Novembre
Intégration - Evaluation (Devoir 1 - 1er semestre)	12 Novembre au 15 Novembre
Chapitre 1 - AG Symétrie Centrale	17 Novembre au 22 Novembre
Chapitre 2 - AG Angles	24 Novembre au 8 Décembre
Intégration - Evaluation (Devoir 2 - 1er semestre)	9 Décembre au 11 Décembre
Chapitre 3 - AN : Fractions	12 Décembre au 20 Décembre
NOEL	
Chapitre 3 - AG : Triangle	5 Janvier au 17 Janvier
Intégration - Evaluation (Devoir 3 - 1 er semestre)	19 Janvier au 22 Janvier
Chapitre 4 - AN : Proportionnalité	23 Janvier au 27 Janvier
Chapitre 4 - AG : Parallélogramme	28 Janvier au 7 Février
Evaluation : Composition 1er Semestre	**8 Février au 15 Février**
Chapitre 5 - AN : Nombres Décimaux Relatifs	19 Février au 28 Février
Intégration - Evaluation (Devoir 1 - 2er semestre)	2 Mars au 4 Mars
Chapitre 5 - AG : Quadrilatères	5 Mars au 21 Mars
Chapitre 6 - AN Correspondance	23 Mars au 25 Mars
Intégration - Evaluation - Devoir 2 - 2ème semestre	26 Mars au 28 Mars
Pâques	
Chapitre 6- AG: Géométrie dans l'espace	13 Avril au 25 Avril
Evaluation : Composition 2eme Semestre	**Fin Mai – Début Juin**

FIN.

Prochainement, nous ferons mieux encore « Incha Allah »