L'auteur : **Anthony GAVOR :** Maître es-Sciences
Professeur de Sciences Physiques au lycée.

Collaboration :
Mahamouda LABO : Maître es-Sciences
Professeur de Sciences Physiques au lycée.

Tous nos remerciements à :
M. **AMETODJI K. Stéphane** : Fondateur Directeur du Complexe Scolaire ENTENTE
M. **NOVIEKOU Aményo** : Proviseur
Madame **SAMTOU Essi Déla** Epse **ADOUKPO** : Proviseur
M. **NYAVOR Bony :** Professeur de Français au lycée.
M. **DZOKPE Kodjo :** Professeur de Sciences Physiques au lycée.
M. **KOKOU Kodjo :** Professeur de Sciences Physiques au lycée.
M. **ADHIRIKAH Marzouk** : Professeur de Sciences Physiques au lycée
M. **TCHASSANTI Sama :** Professeur de Sciences Physiques au lycée.
M. **ABALO Kossi :** Professeur de Sciences Physiques au lycée.
M. **YEWU Rémy :** Professeur de Mathématiques au lycée.
M. **EKLU-NATE Blaise :** Professeur de Mathématiques au lycée.

BIBLIOGRAPHIE

Notre bibliographie de base pour rédiger cet ouvrage :

- EURIN-GIE $\begin{Bmatrix} \text{Physique } T^{ale} \text{ S} \\ \text{Chimie } T^{ale} \text{ S} \end{Bmatrix}$ Edition 1987
- TOMASINO $\begin{Bmatrix} \text{Physique } T^{ale}\text{D} \\ \text{Chimie } T^{ale}\text{D} \end{Bmatrix}$ Edition Nathan 1987
- TOMASINO $\begin{Bmatrix} \text{Physique } T^{ale}\text{D} \\ \text{Chimie } T^{ale}\text{D} \end{Bmatrix}$ Edition Nathan 1987 et Edition Nathan 2000
- DURANDEAU T^{erm} S Hachette éducation 1999

Pour toutes observations,
remarques et suggestions,
s'adresser à :

Collection G.K.
B.P. 80102 LoméTokoin TOGO
Tel: 22-56-59-63 / 90-06-64-12 / 99-53-11-12

Avant-propos

« Travaillez pour vous rendre utile ; rendez vous utile pour être aimé et soyez aimé pour être heureux » CHARLES NODIER

Cette invite au travail bien fait dans la modestie et dans l'humilité selon CHARLES NODIER est à la base de tout bonheur. Elle prend tout son sens quand on sait que les résultats des élèves en classes au lycée et aux différents examens de fin d'année ne sont plus encourageants en particulier, ceux des **Sciences Physiques**.

Conscient que le succès scolaire en particulier en **Sciences Physiques** se réalise à travers le travail méthodique et rigoureux, la **collection G.K.** dont nous sommes promoteur vient apporter sa contribution au relèvement du niveau des apprenants en les accompagnant aussi bien dans les classes de passage que dans les classes d'examen avec des sujets de Sciences Physiques des examens et des exercices proposés qui sont corrigés.

Nous invitons à cet effet les élèves des classes de **Terminale D** à s'approprier ce document et à s'en servir avec efficacité pour leur réussite aux examens.

Nous souhaitons aussi que cet ouvrage conçu pour les candidats au baccalauréat, constitue un outil de travail efficace pour nos collègues professeurs de **Sciences Physiques**. Nous vous demandons humblement de ne pas hésiter à nous faire part de vos remarques et suggestions qui seront toujours accueillies avec plaisir car nous sommes conscient qu'aucune œuvre humaine n'est jamais parfaite.

Comment utiliser l'ouvrage

Entrainez-vous au fur et à mesure de l'année, à l'aide du sommaire, sur les sujets correspondant aux thèmes vus en classe. Travaillez-les le plus possible, dans un premier temps, avec la seule aide du cours puis confrontez ce que vous avez fait avec le corrigé proposé.

SOMMAIRE

CHIMIE

I- Chimie organique

II- Solution aqueuse

III- Cinétique chimique

PHYSIQUES

I- Mécanique

II- Electricité

III- Optique

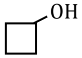
IV- Physique atomique et nucléaire

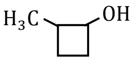
ALCOOLS ET POLYOLS

Exercice 1

1° Donner le nom et la classe fonctionnelle des alcools suivants :

a. CH_3-OH **b.** CH_3-CH_2-OH **c.** $CH_3-CH_2-CH_2-OH$ **d.** $CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$

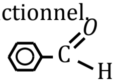
e. $CH_3-CH(OH)-CH_3$ **f.** $CH_3-CH(OH)-CH_2-CH_3$ **g.**  **h.** $CH_3-C(CH_3)_2-CH_2-OH$

i.  **j.** $CH_3-C(CH_3)(C_2H_5)-CH_2-OH$ **k.** $CH_3-C(CH_3)(OH)-CH_3$ **l.** $HO-CH_2-CH_2-OH$.

2° Ecrire la formule semi-développée et donner la classe des alcools suivants :
a. phénylméthanol ; **b.** propane-1,2-diol; **c.** 3-éthyl-2-methylpentan-2-ol ;
d. propane-1,2,3-triol ; **e.** 2-méthyl-2-phénylpropan-1-ol ; **f.** cyclopentanol ; **g.** butan-2-ol ;
h.1,2-diméthylcyclobutanol ; **i** .2,2-diméthylpentan-1-ol .

Exercice 2

1° Nommer les composés carbonylés suivants et préciser leur groupe fonctionnel.

a. $H-C(=O)-H$ **b.** $CH_3-C(=O)-CH_3$; **c.** $CH_3-CH_2-CH_2-CO-CH_3$; **d.** 

e. CH_3-CHO : **f.** $CH_3-CH_2-CO-CH_2-CH_3$; **g.** CH_3-CH_2-CHO ;

h. $CH_3-CH(CH_3)-CH(C_2H_5)-C(=O)-H$; **i.** $CH_3-CH_2-C(=O)-CH_3$; **j.** $CH_3-CH(CH_3)-C(=O)-CH_3$

2° Ecrire la formule semi-développée et la classe fonctionnelle de chaque composé dont le nom suit :
a. propanal ; **b.** propanone ; **c.** butanal ; **d.** 2-méthylbutanal ; **e.** 2-phényléthanal **;**
f.3,3-diméthylbutanone ; **g.** phénylpropanone ; **h.** 2-méthyl-3-phénylpropanal **;**
i. 3-éthylpentan-2-one **.**

Exercice 3

On réalise les 3 expériences suivantes avec un corps organique (A), de formule C_4H_8O :
1° (A) donne un précipité jaune avec la 2,4-dinitrophénylhydrazine (DNPH).
Quel renseignement en déduisez-vous pour (A) ?
2° (A) donne un dépôt métallique avec le nitrate d'argent ammoniacal ; celui-ci contient l'ion diamine argent(I) ?
Quel autre renseignement en déduisez-vous pour (A) ?
3°a. L'oxydation de (A) par une solution de dichromate de potassium , en milieu acide, donne l'acide 2-méthylpropanoïque. Déduire de ces faits expérimentaux la formule développée de (A).
b. Ecrire les équations-bilans des réactions 1°, 2° et 3°a.
Données : couples oxydant-réducteur $Ag(NH_3)_2{}^+/Ag$ *et* $Cr_2O_7{}^{2-}/Cr^{3+}$

Exercice 4

1° Un composé organique A de masse molaire $M_A = 88 g.mol^{-1}$ a pour composition centésimale massique :%C = 68,2 ; %O = 18,2 et %H = 13,6
a. Déterminer la formule brute de l'alcool A.
b. En déduire toutes les formules semi-développées possibles de A. Préciser leurs noms et leurs familles ainsi que leurs classes lorsqu'il s'agira d'un alcool.
2° Le composé A est un alcool à chaîne ramifiée. On lui fait subir une oxydation ménagée qui conduit à un composé B.B Réagit sur la 2,4-dinitrophénylhydrazine

(DNPH) pour donner un précipité jaune de 2,4-dinitrophénylhydrazone.
a. Définir une oxydation ménagée.
b. Ecrire, dans un cas général, l'équation bilan de B avec la DNPH.
c. Pourquoi la seule réaction de B sur la DNPH ne suffit-elle pas pour déterminer sans ambiguïté la formule semi développée de A ?
3° Le composé B ne réagit pas sur la Liqueur de Fehling.
a. Montrer que cette constatation permet de lever l'ambiguïté précédente.
b. En déduire les formules semi-développées de A et B.
c. Calculer les masses de B et de précipité obtenues si on utilisait m_A = 3,696g de A tout en admettant que les réactions sont totales.

Exercice 5

1° On introduit $m = 2{,}7$g d'un alcool A noté $\mathrm{R-OH}$ dans un tube avec du sodium en excès.
a. Montrer qu'il se produit une réaction d'oxydoréduction dans ce tube ;
Ecrire l'équation bilan de la réaction.
b. Le volume gazeux formé au cours de la réaction et ramené dans les conditions normales de température et de pression vaut $V = 280ml$. Déterminer la masse molaire de l'alcool A.
2° L'oxydation ménagée de cet alcool A conduit à un mélange de deux produits organiques B et C. B donne avec la 2,4-DNPH un précipité jaune et avec la liqueur de Fehling un précipité rouge brique.
a. Quelle est la fonction chimique de B ? Quelle est sa masse molaire ?
b. L'analyse élémentaire quantitative d'un échantillon de B a montré que ce produit contient en masse 79,24% de carbone, 5,56% d'hydrogène et de l'oxygène.
Déterminer la formule moléculaire de B puis celle de A.
c. Une méthode appropriée permet de prouver que la molécule de A contient un noyau benzénique. Ecrire les formules semi développées de A, B et C.
d. Ecrire l'équation bilan de la réaction entre B et la liqueur de Fehling.
3° L'oxydant de la question 2 est une solution acide de dichromate de potassium de concentration $c_0 = 0{,}1 mol/l$. La masse initiale de A traitée est $m_0 = 3{,}24g$.
a. Ecrire les équations bilans d'oxydation de A en B puis de A en C.
b. Sachant que 80% de A est été transformée en C et le reste en B, quel volume V_0 de la solution oxydante a-t-il fallu utiliser ?

Exercice 6 **(voir chapitre : acide carboxylique et dérivés)**

Le 2-méthylbutanal noté A et le 3-méthylbutan-2-one noté B sont deux isomères de formule $C_5H_{10}O$.
1°a. Donner la formule semi-développée du 2-méthylbutanal.
Marquer d'un astérisque le carbone asymétrique et encadrer le groupement fonctionnel. Donner le nom de la fonction.
b. Quelle propriété optique confère à la molécule la présence d'un carbone asymétrique ?
c. Donner les représentations spatiales des deux énantiomères.
d. Le 2-méthylbutanal est oxydé par les ions dichromate en milieu acide : la solution prend la teinte verte des ions Cr^{3+}. Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
e. Le produit organique obtenu à la question d.) par oxydation réagi avec le chlorure de thionyle ou le pentachlorure de phosphore pour donner un dérivé chloré : donner le

nom et la formule semi-développée de ce dérivé chloré.
f. Le dérivé chloré réagit avec l'ammoniac : donner le nom et la formule semi-développée du produit obtenu.
2° La 3-méthylbutan-2-one a pour formule : $CH_3 - \underset{\underset{O}{\|}}{C} - \underset{\underset{CH_3}{|}}{CH} - CH_3$
a. Encadrer le groupement fonctionnel.
Donner le nom de la fonction.
b. Ce composé est obtenu par oxydation d'un alcool : donner le nom et la formule de cet alcool.
c. Cet alcool, lui-même, peut être obtenu de façon majoritaire par hydratation d'un hydrocarbure : donner le nom et la formule semi-développée de cet hydrocarbure.
3° Citer un test d'identification commun aux deux isomères A et B et citer un test permettant de les différencier en précisant avec lequel des deux composés le test est positif.

<u>Exercice 7</u>

1° On considère deux isomères A et B de formule générale $C_xH_yO_z$ ayant la composition suivante : %C = 66,67 ; %H = 11,11%.
a. Exprimer x et y en fonction de z.
b. Trouver leur formule brute sachant que leur densité de vapeur est inférieure à 2,759
2° Pour établir la fonction chimique de A et B, on réalise les tests suivants : A ne réagit pas avec la DNPH, tandis que B donne avec elle un précipité jaune. Lorsqu'on verse une solution acide de dichromate de potassium, en défaut sur A ou B, le mélange réactionnel passe de la couleur orange à la couleur verte. Après extraction des corps organiques A' et B' obtenus, on réalise à nouveau le test à la DNPH : A' donne un précipité jaune tandis que B' ne donne aucun précipité. Si on utilise un excès de la solution acide de dichromate de potassium, les observations sont les mêmes. Etablir la fonction chimique de A et de B.
3° A peut être obtenu par hydratation du cyclobutène. B peut être obtenu en trois étapes :
1ère étape : en présence de lumière, le 2-méthylpropane réagit sur le dichlore pour donner un composé X et du HCl.
2ème étape : X réagit sur l'eau pour donner Y et du HCl.
3ème étape : Après une oxydation douce Y donne le produit B.
Identifier X, Y, A, B, A' et B' : donner leur nom et établir leur formule semi développée.
4° On dispose d'un mélange de A et Y. On procède à son oxydation ménagée en milieu acide par la solution de dichromate de potassium de concentration molaire $c_0 = 0{,}5mol/l$. Pour oxyder totalement le mélange, il faut un volume $V_0 = 400cm^3$ de la solution de dichromate de potassium. On sépare les produits A' et B' obtenus et l'on dissout B' dans l'eau pour avoir un volume $V = 100cm^3$. On prélève $V_a = 10cm^3$ que l'on dose par une solution de soude de concentration $C_b = 0{,}5mol/l$. L'équivalence acido-basique est obtenue quand on a versé $V_b = 30cm^3$ de base. Calculer les masses de A et Y.

<u>Exercice 8</u>

Dans une unité de synthèse industrielle d'éthanol à partir d'éthylène, on fait passer sous 70bars et à 300°C un mélange gazeux dont la composition molaire est 62% d'éthylène et 38% de vapeur d'eau.

1° Sachant que lors du passage sur le catalyseur, le rendement molaire ***r*** de la conversion de l'éthylène en éthanol est de 4%, calculer la masse d'éthanol obtenue pour 490g de mélange gazeux traversant le réacteur.
2° On extrait tout l'éthanol obtenu et on réalise l'oxydation ménagée de la totalité de l'éthanol par l'oxygène en présence de platine comme catalyseur (oxydation catalytique). La réaction est effectuée dans un récipient fermé et l'analyse du mélange obtenu prouve que l'oxydation est partielle. Le liquide restant contient de l'éthanal, de l'acide éthanoïque et de l'éthanol non oxydé. On constate que :
• La moitié du liquide donne avec la liqueur de Fehling un précipité rouge brique d'oxyde de cuivre (I) dont la masse après lavage et séchage est de 21,45g.
• L'autre moitié du liquide est dosée par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration 1mol.l^{-1} ; l'équivalence est obtenue par addition de 50ml de la solution basique.
a. Ecrire les équations-bilan des deux réactions d'oxydation de l'éthanol.
b. Sur quel composé réagit la liqueur de Fehling ? De quel type de réaction s'agit-il ? Ecrire les demi-équations électroniques puis l'équation-bilan de la réaction de la liqueur de Fehling sur ce composé.
c. En admettant que la réaction avec la liqueur de Fehling est totale, calculer la quantité de matière de chacun des trois composés après l'oxydation ménagée.
On donne : M(Cu_2O) = 143 g.mol^{-1}

Exercice 9

Un alcène gazeux non ramifié A, de densité par rapport à l'air d=1,93, conduit, par hydratation, à un mélange de deux composés B et C. Afin de déterminer la composition de ce mélange, on procède à sa déshydrogénation catalytique, en l'absence d'air, sur du cuivre maintenu à 300°C. Les composés B' et C' alors obtenus sont condensés. Le mélange liquide recueilli est partagé en deux fractions égales.
Le dixième de la première fraction est traité par un large excès de solution de 2,4-DNPH; l'ensemble des précipités jaunes de même formule brute $C_{10}H_{12}O_4N_4$ est filtré, séché et pesé : sa masse est m=126g. L'autre fraction est intégralement traitée par un large excès de liqueur de Fehling ; le précipité rouge brique obtenu est filtré, séché et pesé : sa masse est m'=7,15g.
1° Déterminer la masse molaire puis la formule semi-développée et le nom de A.
2° Déterminer la formule semi-développée et le nom de B et C. On désignera par B le composé obtenu de façon majoritaire.
3° Ecrire les équations des réactions de passage de B à B' et de C à C'.
Pourquoi a-t-on opéré en absence d'air ?
4° Déterminer la quantité n_1 (nombre de moles) de composés carbonylés ayant réagi lors du test à la 2,4-DNPH.
5° Ecrire l'équation de la réaction observée avec la liqueur de Fehling. Déterminer la quantité n_2 de composé carbonylée qu'elle a consommée.
6° Déterminer les quantités de composés B et C dans le mélange issu de l'hydratation de A. Ces résultats confirment-ils la réponse à la question 2. ?
On donne en $g.mol^{-1}$*:* $M(C) = 12\,;\, M(H) = 1;\, M(O) = 16\,;\, M(N) = 14\,;\, M(Cu) = 63{,}5$

Exercice 10

Un composé organique A de formule C_xH_yO est soumis à une minutieuse analyse chimique qui révèle les résultats suivants :

- 68g de ce composé contient 0,5mole d'oxygène.
- La combustion complète d'une masse m du composé A donne 0,81g d'eau et 2,97g de dioxyde de carbone.
- Une molécule de ce composé contient un noyau aromatique (groupe phényle lié à la chaîne carbonée principale) et une fonction alcool. Le groupe hydroxyle et le groupe phényle sont portés par un même atome de carbone.

1° Ecrire l'équation-bilan de combustion complète du composé.
2° Déterminer la formule brute de ce composé.
3° Quelles sont alors les formules semi-développées possibles et noms du composé A?
4° Pour déterminer la formule semi-développée exacte du composé A, on ajoute sur ce composé A liquide une solution oxydante de dichromate de potassium ($K_2Cr_2O_7$) acidifié par de l'acide sulfurique ; on observe un changement de couleur.
a. Que conclure sur la nature de A ? Quelle est alors la formule semi-développée de A ?
b. Ecrire l'équation-bilan de cette réaction.

Exercice 11

1° Afin de réaliser un dépôt d'argent sur les parois d'un ballon, on commence par préparer le réactif de Tollens. Dans une solution de nitrate d'argent, on ajoute lentement une solution concentrée d'ammoniac. Le réactif est prêt dès que la solution est limpide. Sous quelle forme se retrouve alors l'élément argent ? Par quel type de réaction passera-t-il à l'état d'argent métal ?
2° Le ballon contient 120 cm^3 d'une solution d'un composé A à 1,00 mol/L. A contient un seul atome de carbone. Le réactif de Tollens, ajouté en excès, donne un test positif.
a. Identifier A. En quoi A a-t-il été transformé ? Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
b. Quelle est la masse minimale de dépôt d'argent que l'on peut obtenir ?
La surface S à argenter est de 350 cm^2. Quelle est l'épaisseur moyenne du dépôt métallique d'argent ?
3° L'hydrogénation du composé A conduit à un composé B.
La synthèse industrielle de B s'effectue généralement par hydrogénation du monoxyde de carbone en présence de catalyseur à base d'oxyde de zinc à 350°C et sous 300 bars.
a. Ecrire ces deux équations de préparation de B.
b. Quel volume minimal de solution de dichromate de potassium de concentration C_0 = 1 $mol.l^{-1}$ faut-il utiliser pour que 10 g de B soient complètement oxydée en acide ?
Données : Masses molaires atomiques : H = 1 ; C = 12 ; O = 16 ; Ag = 108.
Masse volumique de l'argent μ = 10,5 10^3 kg/m^3. Rayon atomique de l'argent : r = 144 pm

Exercice 12

Soient trois flacons contenant chacun une solution aqueuse d'alcool. On sait que ces alcools ont même formule brute, une seule fonction alcool, et qu'ils appartiennent à des classes différentes.
1° Dans une première étape, on cherche à déterminer la classe de ces alcools. Pour cela, on dispose des solutions de dichromate de potassium acidifiée, de bleu de bromothymol (BBT), de 2,4-dinitrophénylhydrazine (DNPH), de liqueur de Fehling et nitrate d'argent ammoniacal.
Quels tests proposez-vous de faire pour déterminer la classe de ces 3 alcools ?
2° Après avoir déterminé le flacon contenant l'alcool primaire, on réalise dans une deuxième étape l'expérience suivante : On oxyde 2,2 g d'alcool primaire avec un excès

d'oxydant. L'acide obtenu est dosé : à l'équivalence, on a versé 25 cm^3 d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium, de concentration C = 1 $mol.l^{-1}$.
a. Ecrire les équations des réactions de la deuxième étape. On donne $Cr_2O_7{}^{2-}/Cr^{3+}$.
b. En déduire la masse molaire de l'alcool et sa formule brute
3° Donner une formule semi-développée possible pour chacun des trois alcools et préciser leur nom et leur classe.

Exercice 13

A est un alcène comportant 4 atomes de carbones. On effectue les réactions suivantes à partir de A : A + $H_2O \xrightarrow{H_2SO_4}$ B , unique produit de la réaction ;
B + solution de dichromate de potassium en présence d'acide sulfurique $\longrightarrow$ C ;
C + D.N.P.H.(dinitrophénylhydrazine) $\longrightarrow$ D, solide cristallisé jaune ;
C ne réagit pas sur la liqueur de Fehling ni sur l'ion diammine argent (I) $[Ag(NH_3)_2]^+$, en milieu basique.
A' est un isomère de A : A' + $H_2O \xrightarrow{H_2SO_4}$ B + B'
B et B' sont isomères l'un de l'autre ; B est nettement prépondérant.
B'→ C' (oxydation très ménagée).
C' + D.N.P.H.(dinitrophénylhydrazine) $\longrightarrow$ D', solide cristallisé jaune ;
C' réagit avec la liqueur de Fehling et l'ion diammine argent.
C'+ $H_2O \xrightarrow[\text{ménagée}]{\text{Oxydation}}$ E, jaunit le bleu de bromothymol (BBT) en solution aqueuse.
Déterminer la nature et la formule semi-développée des différents composés A, B, C, A', B', C' et E. Nommer les produits chimiques correspondants.

Exercice 14

1° On considère un polyol A, à chaîne carbonée saturée, sans cycle, contenant en masse 47,37% de carbone et 42,11% d'oxygène.
a. Définir un alcool.
b. Donner la formule générale d'un diol, d'un triol, puis d'un polyol à chaîne carbonée saturée sans cycle en fonction des nombres x d'atomes de carbone *z* d'atomes d'oxygène par molécule.
c. Déterminer la formule brute du polyol A sachant que sa masse molaire est M = 76g/mol.
d. Donner les formules semi développées et noms possibles de A.
2° Dans la formule de A, tous les atomes de carbones fonctionnels sont équivalents. L'oxydation ménagée de A par une solution de dichromate de potassium en milieu acide conduit à un composé B qui donne avec la liqueur de Fehling à chaud un précipité rouge brique.
a. Préciser la formule semi développée de B.
b. Ecrire les demi-équations électroniques et l'équation bilan de la réaction entre A et l'ion dichromate. Qu'observe-t-on au cours de cette réaction ?
c. Ecrire les demi-équations électroniques et l'équation bilan de la réaction de B avec la liqueur de Fehling
d. La masse de précipité rouge brique obtenu étant m_p = 7,15g, quelle est quantité de matière de composé carbonylé caractérisé ?
Quel est le volume minimale de solution de dichromate de potassium de concentration C_0 = 1$mol.l^{-1}$ utilisé ?
On donne : Masses molaires en g.mol⁻¹ : C = 12 ; H = 1 ; O = 16 ; Cu = 63,5.

Exercice 15

1° Un composé bifonctionnel A contient en masse : 32,43% de carbone et 64,86% d'oxygène. Sa densité de vapeur est d=2,55.
Déterminer sa masse molaire moléculaire et en déduire sa formule brute.
2°La solution du composé A prend une coloration rouge en présence de l'hélianthine. Par ailleurs, si on fait réagir le composé A avec la liqueur de Fehling : on observe après chauffage, la formation d'un précipité rouge brique.
a. Quelles informations peut-on déduire des tests précédents ?
b. Ecrire la formule semi-développée du composé A.
3° Le composé A, traité par une solution diluée de dichromate de potassium en milieu acide, prend une coloration verte.
a. Que peut-on en déduire ?
b. Ecrire les deux demi-équations électroniques d'oxydation et de réduction.
En déduire l'équation-bilan d'oxydoréduction traduisant l'action des ions dichromate sur le composé A.
4° Le composé A peut être obtenu par oxydation ménagée incomplète d'un autre composé bifonctionnel B dont le groupes fonctionnels sont identiques.
Par action du sodium métallique sur le composé B, les deux le deux groupes fonctionnels réagissent. Il se forme un composé ionique D avec un dégagement gazeux.
a. Identifier le composé B en précisant sa formule semi-développée et son nom en nomenclature officielle.
b. Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui s'est produite.

Exercice 16

De nombreux lipides sont des glycérides, c'est-à-dire des esters du glycérol et des acides gras.
1° Ecrire la formule semi-développée du glycérol ou propane-1,2,3-triol.
2° L'acide oléique, est le plus abondant des acides gras. Il forme avec le glycérol un triester (triglycéride), l'oléine des huiles végétales.
Ecrire la formule semi-développée de l'oléine.
3° On fait réagir une certaine quantité d'huile de masse m=1tonne avec un excès de soude ; cette huile est composé d'oléine. Il se forme du glycérol et un autre produit S.
a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction chimique.
b. Comment nomme-t-on ce type de réaction ? Donner deux caractéristiques importantes de celle-ci.
c. On récupère le produit S et on le purifie. Quelle est la mase du produit S obtenu ? S a-t-il un comportement acide, neutre ou basique vis-à-vis de l'eau ?
4°a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction chimique entre le glycérol et l'acide nitrique.
b. Ecrire la formule semi-développée de la molécule organique obtenue. (on mettra bien en évidence l'enchainement de atomes de carbone, d'azote et d'oxygène).
c. Quel est le nom usuel du produit organique formé ? Citer une utilisation de celui-ci.
On donne : Formule de l'acide oléique : $C_{17}H_{33} - COOH$
Masse molaire de l'oléine : $M = 884 g.mol^{-1}$

Corrigé

Exercice 1

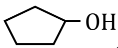
1° *Nom et classe des alcools*

a. méthanol : alcool primaire ; **b**. éthanol : alcool primaire ; **c.** propan-1-ol : alcool primaire;
d. butan-1-ol : alcool primaire ; **e.** propan-2-ol : alcool secondaire ;
f. butan-2-ol : alcool secondaire ; **g.** cyclobutanol: alcool secondaire ;
h. 2,2-diméthylpropan-1-ol : alcool primaire ; **i.** 2-méthylcyclobutanol : alcool secondaire ;
j. 2,2-diméthylbutan-1-ol : alcool primaire; **k.** 2-méthylpropan-2-ol : alcool tertiaire ;
l. ethane-1,2-diol ou glycol: dialcool

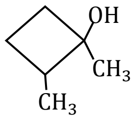
2° *Formule semi-développée et classe des alcools*

a. $-CH_2OH$: alcool primaire ; **b.** $CH_3 - CHOH - CH_2 - OH$:dialcool;

c. $CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle C_2H_5}{\underset{|}{CH}} - \overset{\displaystyle OH}{\overset{|}{\underset{\displaystyle |}{\underset{\displaystyle CH_3}{C}}}} - CH_3$: alcool tertiaire ; **d.** $HO - CH_2 - \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - OH$: trialcool

e. $CH_3 - \overset{\text{}}{\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}} - CH_2 - OH$ ( sur le C) : alcool primaire ; **f.** 

: alcool secondaire

g. $CH_3 - CH_2 - CHOH - CH_3$: alcool secondaire ; **h.** 

: alcool tertiaire ;

i . $CH_3 - CH_2 - CH_2 - \overset{\displaystyle CH_3}{\overset{|}{\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}}} - CH_2 - OH$: alcool primaire

Exercice 2

1° *Nom et groupe fonctionnel*

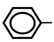
a. méthanal : aldéhyde ; **b.** propanone : cétone **c.** pentan-2-one: cétone ;
d. phénylméthanal : aldéhyde ; **e.** éthanal : aldéhyde ; **f.** pentan-3-one : cétone ;

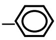
g. propanal : aldéhyde ; **h.** 2-éthyl-3-méthylbutanal : aldéhyde ; **i.** butanone ;

j. 3-méthybutanone : cétone.

2° a. *Formule semi-développée et classe fonctionnelle*

a. $CH_3-CH_2-\overset{\displaystyle O}{\overset{//}{C}}H$ (aldéhyde); **b.** $CH_3-\overset{\displaystyle O}{\overset{//}{C}}-CH_3$ (cétone); **c.** $CH_3-CH_2-CH_2-\overset{\displaystyle O}{\overset{//}{C}}H$ (aldéhyde);

d. $CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}H-CH_2-\overset{\displaystyle O}{\overset{//}{C}}H$ (aldéhyde); **e** . $-CH_2-\overset{\displaystyle O}{\overset{//}{C}}H$ (aldéhyde); **f.** $CH_3 - \overset{\displaystyle CH_3}{\overset{|}{\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}}} - \overset{\displaystyle O}{\overset{//}{C}} - CH_3$ (cétone)

g . $CH_3 - \overset{\displaystyle O}{\overset{//}{C}} - CH_2 -$ (cétone); **h.** $- CH_2 - \overset{\displaystyle CH_3}{\overset{|}{CH}} - \overset{\displaystyle O}{\overset{//}{C}} - H$; **i.** $CH_3 - CH_2 - \overset{\displaystyle C_2H_5}{\overset{|}{CH}} - \overset{\displaystyle O}{\overset{//}{C}} - CH_3$

Exercice 3

1° *Renseignement*

A+DNPH $\longrightarrow$ (+) ; donc A est soit un **aldéhyde** ou soit une **cétone**.

2° *Autre renseignement*

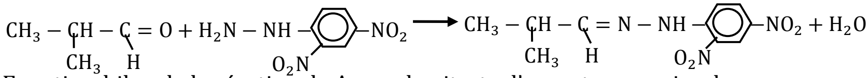
A+ nitrate d'argent ammoniacal $\longrightarrow$ dépôt métallique d'argent ; donc A possède un caractère réducteur. A et un **aldéhyde**

3°a. *Formule développée de A*

L'oxydation ménagée conserve l'enchainement carboné de la molécule donc A est l'aldéhyde **2-méthylpropanal.**

$$CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - \overset{\displaystyle O}{\overset{//}{C}} - H$$

b. Equation-bilan de la réaction de A avec la DNPH

*


* Equation-bilan de la réaction de A avec le nitrate d'argent ammoniacal

$Ag(NH_3)_2^+ + e^- \longrightarrow Ag + 2NH_3$ $\times 2$

$CH_3-CH(CH_3)-CHO + 3OH^- \longrightarrow CH_3-CH(CH_3)-COO^- + 2H_2O + 2e^-$ $\times 1$

$CH_3CH(CH_3)CHO + 2Ag(NH_3)_2^+ + 3OH^- \longrightarrow CH_3CH(CH_3)COO^- + 2Ag + 4NH_3 + 2H_2O$

* Equation-bilan de la réaction d'oxydation ménagée de A

$Cr_2O_7^{2-} + 14H_3O^+ + 6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+} + 21H_2O$ $\times 1$

$CH_3-CH(CH_3)-CHO + 3H_2O \longrightarrow CH_3-CH(CH_3)-COOH + 2H_3O^+ + 2e^-$ $\times 3$

$3CH_3-CH(CH_3)-CHO + Cr_2O_7^{2-} + 8H_3O^+ \longrightarrow 3CH_3-CH(CH_3)-COOH + 2Cr^{3+} + 12H_2O$

Exercice 4

1°a. *Formule brute de l'alcool A*

$\frac{12x}{\%C} = \frac{y}{\%H} = \frac{16z}{\%O} = \frac{M}{100}$ On déduit : $x = \frac{\%C\times M}{1200}$; $y = \frac{\%H\times M}{100}$; $z = \frac{\%O\times M}{1600}$

Et on trouve $x = 5$; $y = 12$ et $z = 1$. D'où la formule brute $\mathbf{C_5H_{12}O}$

b. *Famille, formules semi-développées et nom possibles de A*

* Alcool

$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-OH$
pentan-1- ol ; alcool primaire

$CH_3-CH_2-CH_2-CH(OH)-CH_3$
pentan-2- ol ; alcool secondaire

$CH_3-CH_2-CH(OH)-CH_2-CH_3$
pentan-3- ol ; alcool secondaire

$CH_3-CH_2-CH(CH_3)-CH_2-OH$
2-méthylbutan-1- ol ; alcool primaire

$CH_3-CH(CH_3)-CH_2-CH_2-OH$
3-méthylbutan-1- ol ; alcool primaire

$CH_3-C(CH_3)(OH)-CH_2-CH_3$
2-méthylbutan-2- ol ; alcool tertiaire

$CH_3-CH(OH)-CH(CH_3)-CH_3$
3 -méthylbutan-2- ol ; alcool secondaire

$CH_3-C(CH_3)_2-CH_2-OH$
2,2-diméthylpropanol ; alcool primaire

* Etheroxyde

$CH_3-O-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$
Oxyde de butyle et de méthyle

$CH_3-O-CH(CH_3)-CH_2-CH_3$
Oxyde de méthyle et de 1-méthylpropyle

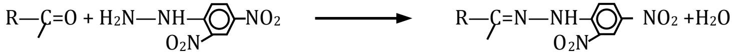
$CH_3-O-CH_2-CH(CH_3)-CH_3$
Oxyde de méthyle et de 2-méthylpropyle

$CH_3-CH_2-O-CH_2-CH_2-CH_3$
Oxyde d'éthyle et de propyle

$CH_3-CH_2-O-CH(CH_3)-CH_3$
Oxyde d'éthyle et d'isopropyle

$CH_3-O-C(CH_3)_2-CH_3$
Oxyde de 1,1-diméyhyléthyle et de méthyle

2°a. *Oxydation ménagée :* Oxydation qui s'effectue sans rupture de chaine carbonée
b. *Equation bilan de B avec la DNPH*



c. B + DNPH ⟶ (+) impose que B peut être un aldéhyde ou une cétone.
A peut donc être un alcool primaire ou un alcool secondaire.
3° a. B + LF ⟶ (-) impose que B est une cétone ; donc A est un alcool secondaire.
b. *Formules semi-développées de A et B*
A est un alcool secondaire ramifié donc A : $CH_3—CH(OH)—CH(CH_3)—CH_3$ et B : $CH_3—C(=O)—CH(CH_3)—CH_3$
c. * Masse de B
Réactions mole à mole et totales

$n_A = n_B \Rightarrow \frac{m_A}{M_A} = \frac{m_B}{M_B} \Rightarrow \boldsymbol{m_B = \frac{m_A}{M_A} \times M_B}$ **AN :** $m_B = \frac{3{,}696\times 86}{88} \Rightarrow \boldsymbol{m_B = 3{,}612g}$

* Masse du précipité

$n_B = n_P \Rightarrow \frac{m_B}{M_B} = \frac{m_P}{M_P} \Rightarrow \boldsymbol{m_P = \frac{m_B}{M_B} \times M_P}$ **AN :** $m_P = \frac{3{,}612\times 265}{86} \Rightarrow \boldsymbol{m_P = 11{,}13g}$

Exercice 5

1°a. *Montrons qu'il se produit une réaction d'oxydoréduction dans le tube*

$Na \longrightarrow e^- + Na^+$ et $R-OH + e^- \longrightarrow R-O^- + \frac{1}{2}H_2$

C'est une réaction d'oxydoréduction entre les couples Na^+/Na et $ROH/RO^-, H_2$.

Equation bilan de la réaction : $R-OH + Na \longrightarrow (R-O^- + Na^+) + \frac{1}{2}H_2$

b. *Masse molaire de l'alcool A*

$n_A = \frac{n_{H_2}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{m}{M_A} = \frac{2V}{V_m} \Rightarrow \boldsymbol{M_A = \frac{m\times V_m}{2V}}$ **AN :** $M_A = \frac{2{,}7\times 22{,}4}{2\times 0{,}28} \Rightarrow \boldsymbol{M_A = 108g.mol^{-1}}$

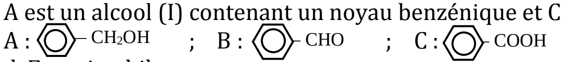
2°a. *Fonction chimique de B*
B + 2,4-DNPH ⟶ (+)
B + LF ⟶ (+)
} B est un **aldéhyde**
Masse molaire de B

$M_A = M_B + 2$ d'où $M_B = M_A - 2$ On trouve : $\boldsymbol{M_B = 106g.mol^{-1}}$

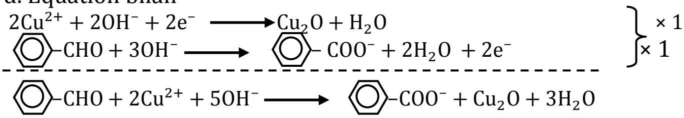
b. *Formule moléculaire de B*

$\frac{12x}{\%C} = \frac{y}{\%H} = \frac{16z}{\%O} = \frac{M_B}{100}$ On déduit : $x = \frac{\%C\times M_B}{1200}$; $y = \frac{\%H\times M_B}{100}$; $z = \frac{\%O\times M_B}{1600}$

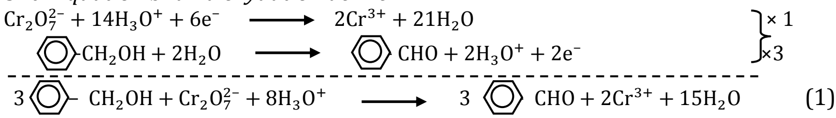
Et on trouve x = 7 ; y = 6 et z = 1 d'où la formule moléculaire $\mathbf{C_7H_6O}$
Formule moléculaire de A : $\mathbf{C_7H_8O}$
c. *Formules semi développées de A, B et C*
A est un alcool (I) contenant un noyau benzénique et C un acide carboxylique



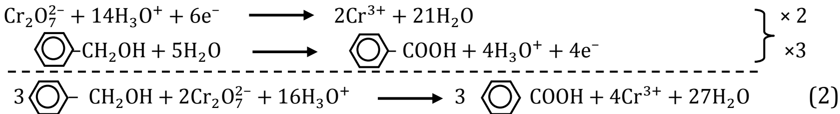
d. Equation bilan



3° a. *Equation bilan d'oxydation de A en B*



Equation bilan d'oxydation de A en C



b. *Volume V_0 de la solution oxydante*

$V_0 = V_0(1) + V_0(2)$

Prenons (1) : $\frac{n_{A(1)}}{3} = n_{0(1)} \quad \Rightarrow \quad \frac{20\% m_A}{3M_A} = C_O V_{O(1)}$

Prenons (2) : $\frac{n_{A(2)}}{3} = \frac{n_{0(2)}}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{80\% m_A}{3M_A} = \frac{C_O V_{O(2)}}{2}$

$V_0 = \frac{0{,}2 m_A}{3M_A C_O} + \frac{1{,}6 m_A}{3M_A C_O}$ soit $\boldsymbol{V_0 = \frac{1{,}8 m_A}{3M_A C_O}}$ AN : $V_0 = \frac{1{,}8\times3{,}24}{3\times108\times0{,}1} \Rightarrow \boldsymbol{V_0 = 0{,}18 l}$

Exercice 6

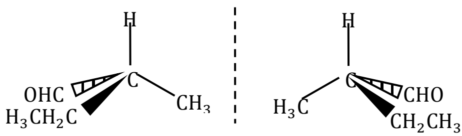
1°a. *Formule semi-développée du 2-méthylbutanal*

$$CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle CH_3}{\overset{*}{C}H} - \boxed{\overset{\overset{O}{//}}{C} - H}$$

* *Nom de la fonction* : fonction aldéhyde.

b. *Propriété optique* : la molécule est chirale, chacun des deux énantiomères est doué de pouvoir rotatoire ; il fait tourner dans un sens ou dans l'autre, le plan de polarisation d'une lumière polarisé rectilignement qui le traverse.

c. *Représentations spatiales des deux énantiomères*



d. *Equation-bilan de la réaction*

$$\left.\begin{array}{l} Cr_2O_7^{2-} + 14H_3O^+ + 6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+} + 21H_2O \\ CH_3CH_2CH(CH_3)CHO + 3H_2O \longrightarrow CH_3CH_2CH(CH_3)COOH + 2H_3O^+ + 2e^- \end{array}\right\} \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 3 \end{array}$$

$$3CH_3CH_2CH(CH_3)CHO + Cr_2O_7^{2-} + 8H_3O^+ \longrightarrow 3CH_3CH_2CH(CH_3)COOH + 2Cr^{3+} + 12H_2O$$

e. *Nom et la formule semi-développée du dérivé chloré*

Le produit de l'oxydation ménagée qui est l'acide 2-méthylbutanoïque réagit avec le produit chlorant pour donner le chlorure d'acyle qui est le **chlorure de 2-méthylbutanoyle** de formule $CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle CH_3}{CH} - \overset{\overset{O}{//}}{C} - Cl$

f. *Nom et formule semi-développée du produit obtenu*

L'action du chlorure d'acyle sur l'ammoniac conduit à une amide non substituée. L'amide obtenu est le **2-méthylbutanamide** de formule $CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle CH_3}{CH} - \overset{\overset{O}{//}}{C} - NH_2$

2° a. *Encadrement du groupement fonctionnel* $H_3C - \boxed{\underset{\displaystyle \overset{||}{O}}{C}} - \underset{\displaystyle CH_3}{CH} - CH_3$

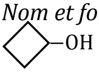
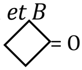
Nom de la fonction : fonction cétone.

b. *Nom et formule de l' alcool*

L'oxydation ménagée d'un alcool secondaire conduit à une cétone ; donc l'alcool est le **3-méthylbutan-2-ol** de formule $H_3C - \underset{\displaystyle OH}{CH} - \underset{\displaystyle CH_3}{CH} - CH_3$

c. *Nom et formule semi-développée de l'hydrocarbure*
L'hydratation d'un alcène conduit à un alcool ; donc l'hydrocarbure est un alcène.
L'hydratation conduit au 3-méthylbutan-2-ol.
On peut choisir entre le 3-méthylbut-2-ène et le 3-méthylbut-1-ène.
L'alcool est obtenu de façon majoritaire par hydratation de l'alcène ; donc l'alcène est le **3-méthylbut-1-ène** de formule $H_2C = CH - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}H} - CH_3$ car l'hydratation d'un alcène conduit de façon majoritaire à l'alcool de classe la plus élevée.
3° *Test d'identification commun aux deux isomères A et B*
L'aldéhyde (composé A) et la cétone (composé B) réagissent positivement avec la 2,4-dinitrophénylhydrazine (DNPH). On obtient un précipité jaune de la 2,4-dinitrophénylhydrazone.
Test permettant de différencier les deux composés et composé sur lequel le test est positif
- L'aldéhyde (composé A) réagit avec la liqueur de Fehling pour donner un précipité rouge brique alors que la cétone ne réagit pas avec la liqueur de Fehling .
- Avec le nitrate d'argent ammoniacal (réactif de Tollens), l'aldéhyde donne un dépôt d'argent métallique alors qu'elle est sans effet sur la cétone.

<u>Exercice 7</u>

1° a. *Expression de x et y en fonction de z*
$\frac{12x}{\%C} = \frac{y}{\%H} = \frac{16z}{\%O}$ $\quad x = \frac{\%C \times 16z}{12 \times \%O}$; $y = \frac{\%H \times 16z}{\%O}$. $\quad$ On trouve $\quad x = 4z$ et $y = 8z$
b. *Formule brute*
$M = 12x + y + 16z = 72z$
$d < 2{,}759$ impose $\quad M < 80 g.mol^{-1}$ $\quad$ soit $\quad 72z < 80$
On trouve $z = 1$ d'où la formule brute $\mathbf{C_4H_8O}$
2° *Fonctions chimiques de A et B*
A+DNPH $\longrightarrow$ (-) $\qquad$ A n'est ni un aldéhyde ni une cétone
A $\xrightarrow{[O]\ \text{défaut}}$ A' donc $\qquad$ A est un alcool
A'+DNPH $\longrightarrow$ (+) $\qquad$ A' peut donc être un aldéhyde ou une cétone
Même observation lorsqu'il y a excès d'oxydant donc A' est une cétone
A est un alcool secondaire
B+DNPH $\longrightarrow$ (+) $\qquad$ B peut donc être un aldéhyde ou une cétone
B $\xrightarrow{[O]\ \text{défaut}}$ B' donc $\qquad$ **B est un aldéhyde**
Ce que confirme le test B'+DNPH $\longrightarrow$ (-) car B' est un acide carboxylique
3° *Nom et formule semi-développée de A et B*
A:  cyclobutanol ¦ A':  cyclobutanone

X : $CH_3—CH(CH_3)—CH_2—Cl$ $\qquad$ 1-chloro-2-méthylpropane
Y : $CH_3—CH(CH_3)—CH_2—OH$ $\qquad$ 2-méthylpropan-1-ol
B : $CH_3—CH(CH_3)—CHO$ $\qquad$ 2-méthylpropanal
B' : $CH_3—CH(CH_3)—COOH$ $\qquad$ acide 2-méthylpropanoique
4° *Masses de A et Y*
* Masse de Y
A l'équivalence acide-base on a : $C_a V_a = C_b V_b$
Or $C_a = \frac{n_{B'}}{V}$ $\quad$ et $\quad n_{B'} = n_Y = \frac{m_Y}{M_Y}$ $\quad$ donc $\quad \boldsymbol{m_Y = \frac{C_b V_b V M_Y}{V_a}}$
AN : $m_Y = \frac{0{,}5 \times 0{,}03 \times 0{,}1 \times 74}{0{,}01}$ $\quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{m_Y = 11{,}1g}$

** Masse de A*

$3C_4H_8O + Cr_2O_7^{2-} + 8H_3O^+ \rightarrow 3C_4H_6O + 2Cr^{3+} + 15H_2O$ (1)

$3C_4H_8O + 2Cr_2O_7^{2-} + 16H_3O^+ \rightarrow 3C_4H_8O_3 + 4Cr^{3+} + 27H_2O$ (2)

$n_{O(1)} = \frac{n_A}{3} \Rightarrow C_O V_{O(1)} = \frac{m_A}{3M_A}$ Or $V_O = V_{O(1)} + V_{O(2)}$ et $\frac{n_{O(2)}}{2} = \frac{n_Y}{3} \Rightarrow \frac{C_O V_{O(2)}}{2} = \frac{m_Y}{3M_Y}$

d'ou $\boldsymbol{m_A = \left(3C_O V_O - \frac{2m_Y}{M_Y}\right) M_A}$ AN : $m_A = \left(3 \times 0{,}5 \times 0{,}4 - \frac{2\times 11{,}1}{74}\right) \times 72$

$\Rightarrow$ $\boldsymbol{m_A = 21{,}6g}$

Exercice 8

1° *Masse d'éthanol obtenu*

. Equation-bilan de la reaction: $C_2H_4 + H_2O \longrightarrow C_2H_5OH$

. rendement molaire: $r = \frac{n_{C_2H_6O}}{n_{C_2H_4}} \Rightarrow r = \frac{m_{C_2H_6O}}{M_{C_2H_6O} \times n_{C_2H_4}}$ soit $r = \frac{m_{C_2H_6O}}{46 n_{C_2H_4}}$ (1)

. mélange : $m_{C_2H_4} + m_{H_2O} = m \Rightarrow n_{C_2H_4} M_{C_2H_4} + n_{H_2O} M_{H_2O} = m$

$28 n_{C_2H_4} + 18 n_{H_2O} = m$ (2)

. composition molaire : $n_{C_2H_4} = \eta_1 n$ et $n_{H_2O} = \eta_2 n$ d'où $n_{C_2H_4} = \frac{\eta_1}{\eta_2} n_{H_2O}$

$\Rightarrow n_{C_2H_4} = \frac{62}{38} n_{H_2O}$ (3)

(2) et (3) donnent $28 n_{C_2H_4} + 18 \times \frac{38}{62} n_{C_2H_4} = m \Rightarrow n_{C_2H_4} = \frac{m}{28 + \frac{18\times 38}{62}}$

(1) devient $\boldsymbol{m_{C_2H_6O} = \frac{46rm}{28 + \frac{18\times 38}{62}}}$ AN : $m_{C_2H_6O} = \frac{46 \times 0{,}04 \times 490}{28 + \frac{18\times 38}{62}} \Rightarrow \boldsymbol{m_{C_2H_6O} = 23g}$

2°a. *Equations-bilan des deux réactions d'oxydation de l'éthanol*

$CH_3CH_2OH + \frac{1}{2}O_2 \longrightarrow CH_3CHO + H_2O$

$CH_3CH_2OH + O_2 \longrightarrow CH_3COOH + H_2O$

b.* La liqueur de Fehling réagit sur l'éthanal CH_3CHO

* *Type de réaction* : réaction d'oxydation ménagée catalytique

*- *Demi-équations électroniques*

$2Cu^{2+} + 2OH^- + 2e^- \longrightarrow Cu_2O + H_2O$

$CH_3CHO + 3OH^- \longrightarrow CH_3COO^- + 2H_2O + 2e^-$

- *Equation-bilan*

$$\left.\begin{array}{l} 2Cu^{2+} + 2OH^- + 2e^- \longrightarrow Cu_2O + H_2O \\ CH_3CHO + 3OH^- \longrightarrow CH_3COO^- + 2H_2O + 2e^- \end{array}\right\} \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 1 \end{array}$$

$2Cu^{2+} + CH_3CHO + 5OH^- \longrightarrow Cu_2O + CH_3COO^- + 3H_2O$

c. *Quantité de matière de chacun des trois composés après l'oxydation ménagée*

- Quantité d'éthanal

$\frac{1}{2} n_{CH_3CHO} = n_{Cu_2O} \Rightarrow n_{CH_3CHO} = \frac{2m_{Cu_2O}}{M_{Cu_2O}}$ AN : $n_{CH_3CHO} = \frac{2\times 21{,}45}{143} \Rightarrow \boldsymbol{n_{CH_3CHO} = 0{,}3mol}$

- Quantité d'acide éthanoïque

A l'équivalence acide base : $n_{acide} = n_{base}$

$\frac{1}{2} n_{CH_3COOH} = C_b V_b \Rightarrow n_{CH_3COOH} = 2C_b V_b$ AN : $n_{CH_3COOH} = 2\times 1 \times 0{,}05 \Rightarrow \boldsymbol{n_{CH_3COOH} = 0{,}1mol}$

- Quantité d'alcool

$n_{0\ CH_3CH_2OH} = n_{CH_3CH_2OH} + n_{CH_3CHO} + n_{CH_3COOH} \Rightarrow n_{CH_3CH_2OH} = n_{0\ CH_3CH_2OH} - n_{CH_3CHO} - n_{CH_3COOH}$

$n_{CH_3CH_2OH} = \frac{m_{0\ CH_3CH_2OH}}{M_{CH_3CH_2OH}} - n_{CH_3CHO} - n_{CH_3COOH}$ AN : $\boldsymbol{n_{CH_3CH_2OH} = 0{,}1\ mol}$

Exercice 9

1° *Masse molaire de l'alcène A*

$\boldsymbol{M_A = 29d}$ AN : $\boldsymbol{M_A = 56g.mol^{-1}}$

Formule semi-développée et nom de l'alcène A

FG : C_xH_{2x} et $M_A = 14x$ On déduit : $x = 4$

A est non ramifié et son hydratation conduit à un mélange de deux composés donc A n'est pas symétrique

A : $\mathbf{CH_3CH_2CH = CH_2}$ **but-1-ène**

2° *Formule semi-développée et nom de B et C*

B : $\mathbf{CH_3CH_2\underset{\displaystyle |\atop OH}{C}HCH_3}$ **butan-2-ol** ; C : $\mathbf{CH_3CH_2CH_2CH_2 - OH}$ **butan-1-ol**

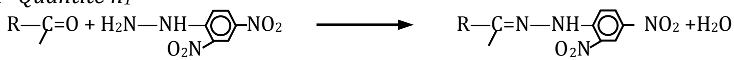
3° *Equations des réactions de passage de B à B' et de C à C'*

$$CH_3CH_2\underset{\displaystyle |\atop OH}{C}HCH_3 \xrightarrow[300°C]{Cu} CH_3CH_2\underset{\displaystyle \|\atop O}{C}CH_3 + H_2 \qquad (1)$$

$$CH_3CH_2CH_2CH_2OH \xrightarrow[300°C]{Cu} CH_3CH_2CH_2CHO + H_2 \qquad (2)$$

* On opère en absence d'air pour éviter l'oxydation conduisant à l'acide carboxylique

4° *Quantité n₁*



$n_1 = n_P \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{n_1 = \frac{m}{M_P}}$ AN : $n_1 = \frac{126}{252} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{n_1 = 0,5mol}$

5° * *Equation de la réaction observée avec la liqueur de Fehling*

Seul l'aldéhyde réagit avec la liqueur de Fehling

$$\left.\begin{array}{l} 2Cu^{2+} + 2OH^- + 2e^- \longrightarrow Cu_2O + H_2O \\ CH_3CH_2CH_2CHO + 3OH^- \longrightarrow CH_3CH_2CH_2COO^- + 2H_2O + 2e^- \end{array}\right\} \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 1 \end{array}$$

$$CH_3CH_2CH_2CHO + 2Cu^{2+} + 5OH^- \longrightarrow CH_3CH_2CH_2COO^- + Cu_2O + 3H_2O$$

* *Quantité n₂*

$n_2 = n_{Cu_2O} \quad \Rightarrow \quad n_2 = \boldsymbol{\frac{m'}{M_{Cu_2O}}}$ AN : $n_2 = \frac{7,15}{143} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{n_2 = 0,05mol}$

6° *Quantités de composés B et C dans le mélange*

$n_2 = \frac{1}{2} n_{CH_3CH_2CH_2CHO}$ d'où $\boldsymbol{n_{CH_3CH_2CH_2CHO} = 2n_2}$ AN : $\boldsymbol{n_{CH_3CH_2CH_2CHO} = 0,1mol}$

$n_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10}\left(n_{CH_3CH_2CH_2CHO} + n_{CH_3CH_2COCH_3}\right) \Rightarrow \boldsymbol{n_{CH_3CH_2COCH_3} = 20n_1 - n_{CH_3CH_2CH_2CHO}}$

AN : $\boldsymbol{n_{CH_3CH_2COCH_3} = 9,9mol}$

Les résultats confirment la réponse à la question 2.

La quantité de matière du produit d'oxydation du butan-2-ol est plus grande que celle du produit d'oxydation du butan-1-ol.

Exercice 10

1° *Equation-bilan de combustion complète du composé*

$$C_xH_yO + \left(x + \frac{y}{4} - \frac{1}{2}\right) O_2 \longrightarrow xCO_2 + \frac{y}{2} H_2O$$

2° *Formule brute du composé*

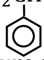
$n = \frac{n_{CO_2}}{x} = \frac{n_{H_2O}}{\frac{y}{2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{m_{CO_2}}{xM_{CO_2}} = \frac{2m_{H_2O}}{yM_{H_2O}}$ On déduit : $y = \frac{2m_{H_2O}M_{CO_2}}{yM_{H_2O}m_{CO_2}} x$ soit $y = \frac{4}{3}x$

$n_A = \frac{n_C}{x} = \frac{n_H}{y} = n_O \quad \Rightarrow \quad \frac{m_A}{M_A} = n_O$ On obtient $M_A = \frac{m_A}{n_O}$ soit $M_A = 136g.mol^{-1}$

$M_A = 12x + y + 16 = \frac{40}{3}x + 16$ On trouve $x = 9$ et $y = 12$ d'où FB : $\boldsymbol{C_9H_{12}O}$

3° *Formules semi-développées possibles et noms*

$CH_3CH_2CH - OH$ 1-phénylpropan-1-ol ;



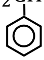
$$\begin{matrix} & CH_3 & \\ CH_3 - & C & - OH \end{matrix}$$ 2-phénylpropan-2-ol ;

4° a. *Nature de A*

Le composé A est oxydable donc A n'est pas un alcool tertiaire

A est l'**alcool secondaire**

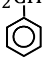
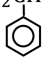
Formule semi-développée de A : $CH_3CH_2CH - OH$



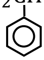
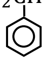
b. *Equation-bilan de la réaction*

$Cr_2O_7^{2-} + 14H_3O^+ + 6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+} + 21H_2O$ × 1

$CH_3CH_2CH - OH + 2H_2O \longrightarrow CH_3CH_2CHO + 2H_3O^+ + 2e^-$ ×3

$3\ CH_3CH_2CH - OH + Cr_2O_7^{2-} + 8H_3O^+ \longrightarrow 3\ CH_3CH_2CHO + 2Cr^{3+} + 15H_2O$

Exercice 11

1° *Forme sous laquelle se retrouve l'élément argent*

Dans la solution, l'élément argent se trouve à l'état d'ion argent

* *Type de réaction*

La réaction d'oxydoréduction fait passer l'ion argent à l'état d'argent métal.

2°a. * *Identification de A*

A+Réactif de Tollens $\longrightarrow$ (+) donc A possède un caractère réducteur

A est donc un aldéhyde.

A contient un seul atome de carbone donc A est **HCHO : méthanal**

* A est transformé en **ion méthanoate** : **HCOO⁻**

* *Equation-bilan de la réaction*

$Ag(NH_3)_2{}^+ + e^- \longrightarrow Ag + 2NH_3$ × 2

$HCHO + 3OH^- \longrightarrow HCOO^- + 2H_2O + 2e^-$ × 1

$HCHO + 2Ag(NH_3)_2{}^+ + 3OH^- \longrightarrow HCOO^- + 2Ag + 4NH_3 + 2H_2O$

b. *Masse minimale de dépôt d'argent que l'on peut obtenir*

$n_{HCHO} = n_{Ag} \quad \Rightarrow \quad CV = \frac{m_{Ag}}{M_{Ag}}$ d'où $\mathbf{m_{Ag} = CVM_{Ag}}$

AN : $m_{Ag} = 1 \times 0{,}12 \times 108 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{m_{Ag} = 12{,}96g}$

* *Epaisseur moyenne du dépôt métallique d'argent*

$m_{Ag} = \mu V_{Ag}$ Or $V_{Ag} = Se$ d'où $\mathbf{e = \frac{m_{Ag}}{\mu S}}$

AN : $e = \frac{12{,}96}{10{,}5.10^6 \times 350.10^{-4}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{e} = 3{,}5.10^{-5}m$ soit $\mathbf{e = 35mm}$

$\frac{e}{2r} = 121528$ soit 121528 superposition d'atomes d'argent

3° a. *Equations de préparation de B*

$HCHO + H_2 \longrightarrow CH_3OH$

$CO + H_2 \xrightarrow[350°C,\ 300bars]{ZnO} HCHO$

b. *Volume minimal de solution de dichromate de potassium*

- Equation de la réaction

$$\left.\begin{array}{l} Cr_2O_7^{2-} + 14H_3O^+ + 6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+} + 21H_2O \\ CH_3OH + 5H_2O \longrightarrow HCOOH + 4H_3O^+ + 4e^- \end{array}\right\} \begin{array}{l}\times 2\\ \times 3\end{array}$$

$$3CH_3OH + 2Cr_2O_7^{2-} + 16H_3O^+ \longrightarrow 3HCOOH + 4Cr^{3+} + 27H_2O$$

- Volume minimal

$$\frac{n_{CH_3OH}}{3} = \frac{n_{Cr_2O_7^{2-}}}{2} \Rightarrow \frac{m_{CH_3OH}}{3M_{CH_3OH}} = \frac{C_0V_0}{2} \Rightarrow \mathbf{V_0 = \frac{2m_{CH_3OH}}{3C_0M_{CH_3OH}}}$$

AN : $V_0 = \frac{2\times10}{3\times1\times32} \Rightarrow \mathbf{V_0 = 0,208\mathit{l}}$ soit $\mathbf{V_0 = 208ml}$

Exercice 12

1°*Tests proposez pour déterminer la classe des 3 alcools*

2°a. *Equations des réactions de la deuxième étape*

$$\left.\begin{array}{l} Cr_2O_7^{2-} + 14H_3O^+ + 6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+} + 21H_2O \\ RCH_2OH + 5H_2O \longrightarrow RCOOH + 4H_3O^+ + 4e^- \end{array}\right\} \begin{array}{l}\times 2\\ \times 3\end{array}$$

$$3RCH_2OH + 2Cr_2O_7^{2-} + 16H_3O^+ \longrightarrow 3RCOOH + 4Cr^{3+} + 27H_2O$$

b. *Masse molaire de l'alcool et formule brute*

$$n_{RCH_2OH} = n_{RCOOH} \Rightarrow \frac{m_{RCH_2OH}}{M_{RCH_2OH}} = n_{RCOOH}$$

Or à l'équivalence acide-base, on a : $n_{RCOOH} = n_{NaOH} = C_bV_b$

D'où $\mathbf{M_{RCH_2OH} = \frac{m_{RCH_2OH}}{C_bV_b}}$ AN : $M_{RCH_2OH} = \frac{2,2}{1\times0,025} \Rightarrow \mathbf{M_{RCH_2OH} = 88g.mol^{-1}}$

$M_{RCH_2OH} = 14x + 32$ Or $M_{RCH_2OH} = 88g.mol^{-1}$ d'où $x = 4$ et la FB : $\mathbf{C_5H_{12}O}$

3° *Formule semi-développée, nom et classe*

Alcool primaire : On peut choisir entre : $CH_3CH_2CH(CH_3)CH_2OH$:2-méthylbutan-1-ol ; $CH_3CH_2CH_2CH_2CH_2OH$: pentan-1-ol ;$CH_3CH(CH_3)CH_2CH_2OH$:3-méthylbutan-1-ol ; $CH_3C(CH_3)_2CH_2OH$:2,2-diméthylpropan-1-ol ;

Alcool secondaire : On peut choisir entre : $CH_3CH_2CH_2CH(OH)CH_3$: pentan-2-ol ; $CH_3CH_2CH(OH)CH_2CH_3$: pentan-3-ol ; $CH_3CH(CH_3)CH(OH)CH_3$: 3-méthylbutan-2-ol ;

Alcool tertiaire : On a : $CH_3CH_2C(OH)(CH_3)CH_3$: 2-méthylbutan-2-ol ;

Exercice 13

Nature, formule semi-développée et nom des différents composés A, B, C, A', B', C' et E

A + $H_2O \longrightarrow$ B , unique produit de la réaction ⇒ **A** est un alcène symétrique

$$\left.\begin{array}{l} B \xrightarrow{\text{oxydation}} C \\ C + D.N.P.H. \rightarrow D\text{, solide cristallisé jaune} \\ C + [Ag(NH_3)_2]^+ \longrightarrow (-) \\ C + LF \longrightarrow (-) \end{array}\right\}$$ **C** est une cétone et **B** un alcool secondaire

A : $CH_3CH{=}CHCH_3$ but-2-ène ; B : $CH_3CH_2\underset{\substack{|\\OH}}{C}HCH_3$ butan-2-ol ; **C :**$CH_3CH_2\underset{\substack{\|\\O}}{C}CH_3$ butanone

A' + $H_2O \longrightarrow$ B + B' ⇒ **A'** est un alcène dissymétrique

B nettement prépondérant ⇒ **B** est l'alcool de degré supérieur

$$\left.\begin{array}{l} B' \rightarrow C' \text{ (oxydation très ménagée)} \\ C' + D.N.P.H. \rightarrow D'\text{, solide cristallisé jaune} \\ C' + LF \longrightarrow (+) \\ C + [Ag(NH_3)_2]^+ \longrightarrow (+) \end{array}\right\}$$ **C'** est un aldéhyde et **B'** un alcool primaire

C'+ $H_2O \xrightarrow[\text{ménagée}]{\text{Oxydation}}$ E, jaunit le bleu de bromothymol (BBT) en solution aqueuse
$\Rightarrow$ E est un acide carboxylique.
A' : $CH_3CH_2CH{=}CH_2$ but-1-ène ; **B'** : $CH_3CH_2CH_2CH_2OH$ butan-1-ol ;
C' : $CH_3CH_2CH_2CHO$ butanal ; **E:** $CH_3CH_2CH_2COOH$ **acide** butanoïque

Exercice 14

1° a. *Alcool* : composé qui dérive d'un alcane par remplacement d'un ou plusieurs atome d'hydrogène par un ou plusieurs groupes hydroxyde (—OH).
b. *Formule générale d'un diol* : $C_xH_{2x+2}O_2$
Formule générale d'un triol : $C_xH_{2x+2}O_3$
Formule générale d'un polyol : $C_xH_{2x+2}O_z$
c. *Formule brute du polyol A*
$\frac{12x}{\%C} = \frac{2x+2}{\%H} = \frac{16z}{\%O} = \frac{M_A}{100}$ On déduit : $x = \frac{\%C\times M_A}{1200}$; $y = \frac{\%H\times M_A}{100}$; $z = \frac{\%O\times M_A}{1600}$
On trouve $x = 3$, $y = 8$ et $z = 2$ d'où la formule moléculaire $\mathbf{C_3H_8O_2}$
d. *Formules semi-développée et noms possibles de A*
$HO - CH_2 - CH_2 - CH_2 - OH$: propane-1,3-diol ;
$CH_3 - CH(OH) - CH_2 - OH$: propane-1,2-diol ;
2°a. *Formule semi développée de B*

$$\left.\begin{array}{l} A \xrightarrow{[O]} B \\ B + LF \longrightarrow (+) \end{array}\right\}$$ B est un aldéhyde d'où la formule $\mathbf{OHC - CH_2 - CHO}$

b. *Demi-équations électroniques*
$$Cr_2O_7^{2-} + 14H_3O^+ + 6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+} + 21H_2O$$
$$HOCH_2CH_2CH_2OH + 4H_2O \longrightarrow OHCCH_2CHO + 4H_3O^+ + 4e^-$$
Equation bilan de la réaction
$$\left.\begin{array}{l} Cr_2O_7^{2-} + 14H_3O^+ + 6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+} + 21H_2O \\ HOCH_2CH_2CH_2OH + 4H_2O \longrightarrow OHCCH_2CHO + 4H_3O^+ + 4e^- \end{array}\right\}\begin{array}{l}\times 2\\ \times 3\end{array}$$
$$2Cr_2O_7^{2-} + 3HOCH_2CH_2CH_2OH + 16H_3O^+ \longrightarrow 4Cr^{3+} + 3OHCCH_2CHO + 30H_2O$$
Observation : Apparition d'une coloration verte due aux ions Cr^{3+}
c. *Demi-équations électroniques*
$$2Cu^{2+} + 2OH^- + 2e^- \longrightarrow Cu_2O + H_2O$$
$$OHCCH_2CHO + 6OH^- \longrightarrow {}^-OOCCH_2COO^- + 4H_2O + 4e^-$$
Equation bilan de la réaction de B avec la liqueur de Fehling
$$\left.\begin{array}{l} 2Cu^{2+} + 2OH^- + 2e^- \longrightarrow Cu_2O + H_2O \\ OHCCH_2CHO + 6OH^- \longrightarrow {}^-OOCCH_2COO^- + 4H_2O + 4e^- \end{array}\right\}\begin{array}{l}\times 2\\ \times 1\end{array}$$
$$OHCCH_2CHO + 4Cu^{2+} + 8OH^- \longrightarrow {}^-OOCCH_2COO^- + 2Cu_2O + 6H_2O$$
d. * *Quantité de matière de composé carbonylé caractérisé*
$$\frac{n_{Cu_2O}}{2} = n_{OHCCH_2CHO} \Rightarrow \frac{m_P}{2M_{Cu_2O}} = \frac{m_{OHCCH_2CHO}}{M_{OHCCH_2CHO}} \text{ d'où } \mathbf{m_{OHCCH_2CHO} = \frac{m_P\times M_{OHCCH_2CHO}}{2M_{Cu_2O}}}$$
AN : $m_{OHCCH_2CHO} = \frac{7{,}15\times70}{2\times143} \Rightarrow \mathbf{m_{OHCCH_2CHO} = 1{,}75g}$
* *Volume minimale de solution de dichromate de potassium*
$$\frac{n_{Cr_2O_7^{2-}}}{2} = \frac{n_{OHCCH_2CHO}}{3} \Rightarrow \frac{C_0V_0}{2} = \frac{m_{OHCCH_2CHO}}{3M_{OHCCH_2CHO}} \text{ d'où } \mathbf{V_0 = \frac{2m_{OHCCH_2CHO}}{3C_0M_{OHCCH_2CHO}}}$$
AN : $V_0 = \frac{2\times1{,}75}{3\times1\times70} \Rightarrow \mathbf{V_0 = 16{,}7ml}$

Exercice 15

1° * Masse molaire moléculaire de A

$\boldsymbol{M = 29d}$ AN : $M = 29 \times 2{,}55 \Rightarrow \boldsymbol{M_A = 74g.mol^{-1}}$

* Formule brute de A

$\frac{12x}{\%C} = \frac{y}{\%H} = \frac{16z}{\%O} = \frac{M}{100}$ avec $\%H = 100 - (\%C + \%O)$

On trouve : $x = 2,\ y = 2$ et $z = 3$ d'où la formule brute $\mathbf{C_2H_2O_3}$

2°a. *Informations que l'on peut déduire des tests*

A+ Hél $\longrightarrow$ coloration jaune : A possède un caractère acide.

A+ LF $\longrightarrow$ (+) A possède un caractère réducteur ; A est un aldéhyde

A possède à la fois les fonctions acide **carboxylique** et **aldéhyde**

b. *Formule semi-développée du composé A* : **HOOCCHO**

3° a. *Déduction*

A+$Cr_2O_7{}^{2-}$ $\longrightarrow$ coloration verte $\Rightarrow$ le groupe – CHO (aldéhyde) du composé A subit une oxydation ménagée pour donner un acide carboxylique.

b. *Equations électroniques d'oxydation et de réduction et équation-bilan d'oxydoréduction*

$$\left.\begin{array}{l} Cr_2O_7^{2-} + 14H_3O^+ + 6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+} + 21H_2O \\ HOOCCHO + 3H_2O \longrightarrow HOOCCOOH + 2H_3O^+ + 2e^- \end{array}\right\} \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 3 \end{array}$$

$$Cr_2O_7^{2-} + 3HOOCCHO + 8H_3O^+ \longrightarrow 2Cr^{3+} + HOOCCOOH + 12H_2O$$

4°a. *Formule semi-développée et nom en nomenclature officielle de B*

B+Na $\longrightarrow$ D + H_2 : c'est la mise en évidence de l'hydrogène du groupe –OH

B est un dialcool de formule $\mathbf{HOCH_2CH_2OH}$ et de nom **éthane-1,2-diol**

b. *Equation-bilan de la réaction*

$$HOCH_2CH_2OH + 2Na \longrightarrow (^-OCH_2CH_2O^- + 2Na^+) + H_2$$

<u>Exercice 16</u>

1° *Formule semi-développée du glycérol ou propane-1,2,3-triol :* $HOCH_2CHOHCH_2OH$

2° *Formule semi-développée de l'oléine :*
$$\begin{array}{l} CH_2 - OOC - C_{17}H_{33} \\ CH - OOC - C_{17}H_{33} \\ CH_2 - OOC - C_{17}H_{33} \end{array}$$

3°a. *Equation-bilan de la réaction chimique*

$$\begin{array}{l} CH_2 - OOC - C_{17}H_{33} \\ CH - OOC - C_{17}H_{33} \\ CH_2 - OOC - C_{17}H_{33} \end{array} + 3NaOH \longrightarrow 3(C_{17}H_{33}COO^- + Na^+) + \begin{array}{l} CH_2 - OH \\ CH - OH \\ CH_2 - OH \end{array}$$

b. *Nom de la réaction* : saponification

Deux caractéristiques importantes de a réaction : lente et totale

c. *Masse du produit S obtenu*

$n = \frac{n_S}{3} \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{m_S}{3M_S} \Rightarrow \boldsymbol{m_S = \frac{3mM_S}{M}}$ AN : $m_S = \frac{3\times10^6\times304}{884} \Rightarrow \boldsymbol{m_S = 1031674g}$

Le composé S a un comportement basique vis-à-vis de l'eau.

L'espèce $C_{17}H_{33}COO^-$ est une base qui peut capter un proton H^+ de l'eau

4°a. Equation-bilan de la réaction chimique

$$\begin{array}{l} CH_2 - OH \\ CH - OH \\ CH_2 - OH \end{array} + 3HNO_3 \longrightarrow \begin{array}{l} CH_2 - O - NO_2 \\ CH - O - NO_2 \\ CH_2 - O - NO_2 \end{array} + 3H_2O$$

b. *Formule semi-développée de la molécule organique obtenu :*
$$\begin{array}{l} CH_2 - O - NO_2 \\ CH - O - NO_2 \\ CH_2 - O - NO_2 \end{array}$$

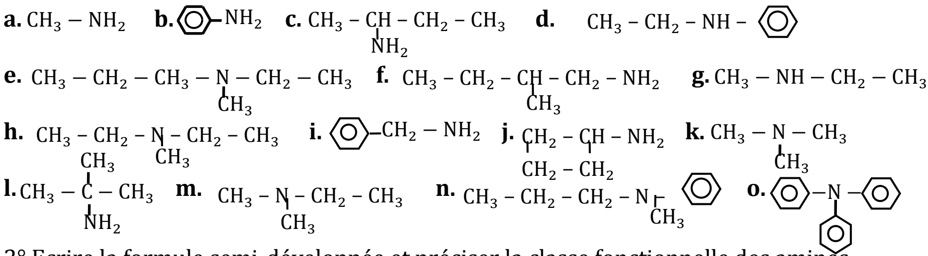
c. *Nom usuel du produit organique formé* : nitroglycérine

Utilisation du produit organique : explosifs

AMINES

Exercice 1

1° Nommer et donner la classe fonctionnelle des amines suivantes :



2° Ecrire la formule semi-développée et préciser la classe fonctionnelle des amines suivantes :

a. éthanamine ; b. propylamine ; c. phénylamine d. N- éthyl-N-méthylpropan-1-amine
e. éthylméthylamine ; f. phénylméthanamine ; g. méthylphénylpropylamine
h. cyclobutanamine ; i. N,N-diméthylméthanamine ; j. N,N-diméthylbutan-2-amine

Exercice 2

Donner les formules semi-développées, les noms et la classe fonctionnelle de tous les amines de formule brute $C_4H_{11}N$. Distinguer celle(s) dont la molécule est chirale.

Exercice 3

1° Quelle est la formule générale C_xH_yN d'une amine aromatique ne comportant qu'un seul cycle ? Exprimer x et y en fonction du nombre n d'atome de carbone qui ne font pas partie du cycle.

2° La microanalyse d'une telle amine fournit pour l'azote, un pourcentage en masse de 13,08%.

a. Déterminer n.

b. Ecrire les formules semi-développées des différents isomères et donner leur nom.

3° L'un des isomères est une amine secondaire. Quels produits obtient-on lorsqu'on le traite par le chlorure d'éthanoyle. Quelle quantité minimale d'amine faut-il utilisé pour qu'elle réagisse totalement avec 1mole de chlorure d'éthanoyle ?

Exercice 4

On considère une amine primaire A de formule générale $R - NH_2$ où R est un groupe alkyle. On dissout m $= 2{,}36$g dans un volume $V_0 = 200cm^3$ d'eau. On prélève $V_b = 20cm^3$ de cette solution qu'on dose avec une solution d'acide chlorhydrique de concentration $c_a = 0{,}1mol/l$. Il faut verser $V_a = 40cm^3$ pour atteindre l'équivalence.

1° Ecrire l'équation de la réaction de l'amine avec l'eau. Quelle propriété des amines est mise en jeu ?

2° Ecrire l'équation-bilan de la réaction de dosage. Quelle propriété des amines est mise en jeu ?

3° Montrer que la masse molaire de l'amine est $M = 59g.mol^{-1}$, puis déterminer sa formule brute.

4° Donner les formules semi-développées, noms et classes des isomères possibles de cette amine.

5° Sachant que le carbone qui porte le groupe amine est lié à deux groupes méthyle, identifier l'amine A.
6° On fait réagir 5,9g de l'amine A avec l'acide méthylpropanoïque. Il se forme d'abord un composé intermédiaire B. Celui-ci par chauffage se déshydrate. On obtient ensuite un composé organique C. Le rendement de la transformation de B à C est 75%.
a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre l'acide organique et l'amine A, puis celle correspondant à la transformation de l'intermédiaire B en C.
b. Donner le nom de C puis calculer sa masse à la fin de la réaction.
7° On fait réagir l'amine A avec l'iodométhane ($CH_3 - I$) et on obtient trois nouveaux composés.
a. Donner les formules semi-développées de ces trois composés.
b. Quelle propriété des amines est mise en jeu dans cette réaction ?

Exercice 5

1° En combien de classes les amines peuvent-elle être réparties ? Donner un exemple de chaque classe en précisant le nom du corps. Etablir la formule générale des amines.
2° Pour déterminer la formule brute d'une amine saturé, on dissout 0,59g de l'amine dans un d'eau. Puis on ajoute de l'acide chlorhydrique de concentration molaire 0,5mol.l^{-1}. L'équivalence acido-basique est obtenue pour 20cm^3 de la solution acide.
a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre les solutions d'amine et d'acide chlorhydrique.
b. Calculer la masse molaire de l'amine et en déduire la formule brute.
c. Ecrire les formules semi-développées des amines isomère possibles et indiquer la classe d'amine à laquelle appartient chacune d'elles.
d. A partir de l'acide éthanoïque et de l'amine primaire non ramifié, on peut obtenir un amide. Ecrire la réaction d'obtention de ce dérivé. La molécule de l'amide obtenu possède un motif important en biologie ; l'identifier (formule semi-développée et nom)

Exercice 6

1° On dissout $m = 3{,}75g$ d'une amine aliphatique A dans de l'eau pure de façon à obtenir $V = 500ml$ de solution. On dose alors $V_1 = 20ml$ de cette solution par une solution aqueuse d'acide chlorhydrique de concentration $c_a = 0{,}1mol/l$. Le virage de l'indicateur coloré se produit quand on a versé un volume $V_2 = 20{,}5ml$ d'acide.
a. Déterminer la masse molaire de l'amine A et sa formule brute sachant que la réaction de dosage se produit mole à mole.
b. L'action de l'iodométhane sur l'amine A permet d'obtenir une amine secondaire, une amine tertiaire ainsi qu'un ion ammonium quaternaire. Quelles sont les formules semi-développées possibles de A ?
c. Sachant que la molécule de A content un atome de carbone asymétrique, trouver la formule et le nom de A.
d. Ecrire les formules semi-développées des produits de la réaction de l'iodométhane avec l'amine A.
2° Ecrire l'équation de la réaction entre A et l'eau. Quelle propriété des amines est mise en jeu ? Justifier.
3° Soit B l'amine tertiaire, isomère de l'amine A. Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre B et l'iodométhane. Quelle propriété des amines est mise en jeu ? Justifier.

Corrigé

Exercice 1

1° *Nom et classe fonctionnelle des amines.*

a. méthanamine ou méthylamine (amine primaire) ; **b.** phénylamine ou aniline (amine primaire) ; **c.** butan-2-amine (amine primaire) ; **d.** N-phényléthanamine ou éthylphénylamime (amine secondaire) ; **e.** N- éthyl-N-méthylpropan-1-amine ou éthylméthylpropylamine (amine tertiaire) ; **f.** 2-méthylbutan-1-amine ou 2-méthylbutylamine (amine primaire) ; **g.** éthylméthylamine ou N-méthyléthanamine (amine secondaire); **h.** diéthylméthylamine ou N-éthyl-N-méthyléthanamine ; (amine tertiaire) ; **i.** phénylméthanamine (amine primaire) ; **j.** cyclobutanamine ou cyclobutylamine (amine primaire) **k.** triméthylamine ou N,N-diméthylméthanamine (amine tertiaire) **l.** 2-méthylpropan-2-amine (amine primaire) ; **m.** éthyldiméthylamine ou N,N-diméthyléthanamine (amine tertiaire) ; **n.** méthylphénylpropylamine ou N-méthyl-N-phénylpropan-1-amine (amine tertiaire) ; **o.** triphénylamine (amine tertiare)

2° *Formule semi-développée et classe fonctionnelle des amines*

a. $CH_3 - CH_2 - NH_2$: amine primaire ; **b.** $CH_3 - CH_2 - CH_2 - NH_2$: amine primaire

c. $-NH_2$ amine primaire ; **d.** $CH_3 - CH_2 - CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{N}} - CH_2 - CH_3$ amine tertiaire

e. $CH_3 - CH_2 - NH - CH_3$ amine secondaire : **f.** $-CH_2 - NH_2$ amine primaire

g. $CH_3 - CH_2 - CH_2 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{N}} -$  amine tertiaire ; **h.** $\begin{matrix} CH_2 - CH - NH_2 \\ | \quad\quad | \quad\quad \\ CH_2 - CH_2 \quad\quad \end{matrix}$ amine primaire

i. $CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{N}} - CH_3$: amine tertiaire ; **j.** $CH_3 - \underset{\displaystyle H_3C - N - CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_3$: amine tertiaire

Exercice 2

Formules semi-développées, noms et classe fonctionnelle

FSD	Nom	classe fonctionnelle
$CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - NH_3$	butan-1-amine	amine primaire
$CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle NH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2$	butan-2-amine	amine primaire
$CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - NH_3$	2-méthylpropan-1-amine	amine primaire
$CH_3 - \overset{\displaystyle CH_2}{\overset{|}{\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}}} - NH_3$	2-méthylpropan-2-amine	amine primaire
$CH_3 - CH_2 - CH_2 - NH - CH_3$	méthylpropylamine	amine secondaire
$CH_3 - \underset{\displaystyle CH_2}{\underset{|}{CH}} - NH - CH_3$	méthylpropylamine	amine secondaire
$CH_3 - CH_2 - NH - CH_2 - CH_3$	diéthylamine	amine secondaire
$CH_3 - \underset{\displaystyle CH_2}{\underset{|}{N}} - CH_2 - CH_3$	éthyldiméthylamine	amine tertiaire

Exercice 3

1° *Formule générale C_xH_yN d'une amine aromatique ne comportant qu'un seul cycle*

$C_6H_5 - C_nH_{2n} - NH_2$ soit $\mathbf{C_{n+6}H_{2n+7}N}$

Expression de x et y en fonction du nombre n

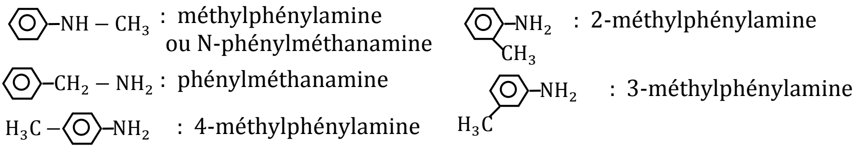
$\mathbf{x = n + 6}$ et $\boldsymbol{y} = 2\mathbf{n} + \mathbf{7}$

2° a. *Valeur de n*

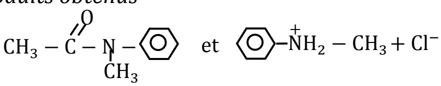
$$\frac{12x}{\%C} = \frac{y}{\%H} = \frac{14}{\%N} \Rightarrow \frac{12(n+6)}{\%C} = \frac{2n+7}{\%H} = \frac{14}{\%N} \Rightarrow \frac{14n+79}{\%C+\%H} = \frac{14}{\%N} \quad \text{soit} \quad \frac{14n+79}{100-\%N} = \frac{14}{\%N}$$

On trouve $\mathbf{n = 1}$ d'où la formule moléculaire $\mathbf{C_7H_9N}$

b. *Formules semi-développées des différents isomères et noms*

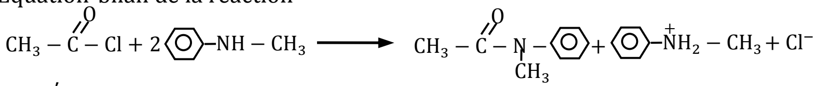


3° *Produits obtenus*



Quantité minimale d'amine

Equation-bilan de la réaction



$n = \frac{n'}{2} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{n' = 2n} \qquad$ AN : $\boldsymbol{n' = 2mol}$

Exercice 4

1° *Equation de la réaction de l'amine avec l'eau*

$R - NH_2 + H_2O \rightleftharpoons R - \overset{+}{N}H_3 + OH^-$

Propriété des amines mise en jeu : propriété basique

2° Equation-bilan de la réaction de dosage

$R - NH_2 + H_3O^+ \longrightarrow R - \overset{+}{N}H_3 + H_2O$

Propriété des amines mise en jeu : propriété basique

3° * *Montrons que la masse molaire de l'amine est* $M = 59g.mol^{-1}$

$n = \frac{m}{M} = C_bV_0$ Or à l'équivalence acide-base $C_bV_b = C_aV_a \quad \Rightarrow \quad C_b = \frac{C_aV_a}{V_b}$

D'où $\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}V_b}{C_aV_aV_0}$ AN : $M = \frac{2{,}36\times0{,}02}{0{,}1\times0{,}04\times0{,}2} \Rightarrow \mathbf{M = 59g.mol^{-1}}$

* *Formule brute de l'amine*

Formule générale : $C_xH_{2x+1}NH_{2x}$

$M_A = 14x + 17$ Or $M_A = 59g.mol^{-1}$ d'où $x = 3$ et la formule brute $\mathbf{C_3H_9N}$

4° *Formules semi-développées, noms et classes des isomères possibles de cette amine*

$CH_3 - CH_2 - CH_2 - NH_2$: propan-1-amine ou propylamine (amine I)

$CH_3 - \underset{\displaystyle NH_2}{CH} - CH_3$: propan-2-amine ou isopropylamine (amine I)

$CH_3-CH_2-NH-CH_3$: éthylméthylamine ou N-méthyléthanamine (amine II)

$CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{N}-CH_3$ triméthylamine ou N,N-diméthylméthanamine (amine III)

5° Amine A : La seule molécule dans laquelle le carbone qui porte le groupe amine est lié a 2 autres groupes méthyle est $CH_3-\underset{\underset{NH_2}{|}}{CH}-CH_3$

6° a. *Equation-bilan de la réaction entre l'acide organique et l'amine A*

$$CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-COOH+H_2N-\overset{\overset{CH_3}{|}}{CH}-CH_3 \rightleftharpoons CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O^-+CH_3-\overset{\overset{CH_3}{|}}{CH}-\overset{+}{NH_3}$$

Equation correspondant à la transformation de l'intermédiaire B en C

$$CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O^-+CH_3-\overset{\overset{CH_3}{|}}{CH}-\overset{+}{NH_3} \xrightarrow[\Delta]{} CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH-\overset{\overset{CH_3}{|}}{CH}-CH_3+H_2O$$

b. *Nom de C* : N –isopropyl-2-méthylpropanamide

Masse de C à la fin de la réaction

$\eta=\frac{n_C}{n_B}$ Or $n_B=n_A$ donc $\eta=\frac{n_C}{n_A}=\frac{m_C M_A}{M_C m_A}$ soit $\boldsymbol{m_C=\frac{\eta m_A M_C}{M_A}}$ AN : $\mathbf{m_C=9{,}675g}$

7° a. *Formules semi-développées des trois composés5*

$CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-NH-CH_3$; $CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-\underset{\underset{CH_3}{|}}{N}-CH_3$; $CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-\overset{\overset{CH_3}{|}}{\underset{\underset{CH_3}{|}}{\overset{+}{N}}}-CH_3$

b. *Propriété des amines mise en jeu dans cette réaction* : propriété nucléophile.

Exercice 5

1° On regroupe les amines en trois classes :

- amine primaire. Exemple : $CH_3CH_2NH_2$ éthylamine ou éthanamine
- amine secondaire.

Exemple : $CH_3CH_2NHCH_3$ éthylméthylamine ou N-méthyléthanamine

- amine tertiaire.

Exemple : $CH_3CH_2\underset{\underset{CH_3}{|}}{N}CH_3$ éthyldiméthylamine ou N,N-diméthyléthanamine

Formule générale des amines

$R-NH_2$ avec R un groupe alkyle ($C_xH_{2x+1}-$) d'où la formule générale $\mathbf{C_xH_{2x+3}N}$.

2° a. *Equation-bilan de la réaction*

$$C_xH_{2x+3}N+H_3O^+ \longrightarrow C_xH_{2x+4}N^++H_2O$$

b. * *Masse molaire de l'amine*

$n=\frac{m}{M}$ Or à l'équivalence acide-base $n=n_{H_3O^+}=CV$ donc $CV=\frac{m}{M}$

D'où $\mathbf{M=\frac{m}{CV}}$ AN : $M=\frac{0{,}59}{0{,}5\times0{,}02}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{M=59g.mol^{-1}}$

* *Formule brute de l'amine*

$M=14x+17$ Or $M=59g.mol^{-1}$ d'où $x=3$ et la formule brute $\mathbf{C_3H_9N}$

c. *Formules semi-développées des amines isomères possibles et classe*

$CH_3-CH_2-CH_2-NH_2$: propan-1-amine ou propylamine (amine primaire)

$CH_3-\underset{\underset{NH_2}{|}}{CH}-CH_3$: propan-2-amine ou isopropylamine (amine primaire)

$CH_3-CH_2-NH-CH_3$: éthylméthylamine ou N-méthyléthanamine (amine II)

$CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{N}-CH_3$ triméthylamine ou N,N-diméthylméthanamine (amine tertiaire)

d. *Equation de la réaction*

$$CH_3\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH+2H_2N-CH_2CH_2CH_3 \longrightarrow CH_3\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O^-+H_3\overset{+}{N}-CH_2CH_2CH_3$$

$$CH_3\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O^-+H_3\overset{+}{N}-CH_2CH_2CH_3 \xrightarrow{\Delta} CH_3\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH-CH_2CH_2CH_3+H_2O$$

Formule semi-développée et nom du motif

$-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH-$: liaison peptidique. C'est un groupe amide

Exercice 6

1°a.* *Masse molaire de l'amine A*

$n_A=\frac{m_A}{M_A}=C_AV$ Or à l'équivalence acide-base $n_A=n_{H_3O^+}$ $\Rightarrow$ $C_AV_1=C_aV_2$

soit $C_A=\frac{C_aV_2}{V_1}$ donc $\frac{m_A}{M_A}=\frac{C_aV_2V}{V_1}$ On déduit $\mathbf{M_A}=\frac{m_AV_1}{C_aV_2V}$ AN : $\mathbf{M_A=73g.mol^{-1}}$

* *Formule brute*

$M_A=14x+17$ Or $M_A=73g.mol^{-1}$ donc $x=4$

D'où la formule brute $\mathbf{C_4H_{11}N}$

b. *Formules semi-développées possibles de A*

A et une amine primaire (réaction de Hoffmann : on obtient une amine secondaire, une amine tertiaire ainsi qu'un ion ammonium quaternaire). On peut donc avoir :

$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-NH_2$; $CH_3-\underset{NH_2}{\underset{|}{CH}}-CH_2-CH_3$; $CH_3-\overset{CH_3}{\overset{|}{\underset{NH_2}{\underset{|}{C}}}}-CH_3$

c. *Formule et nom de A*

La seule molécule qui contient un atome de carbone asymétrique est :

$CH_3-\underset{NH_2}{\underset{|}{\overset{*}{C}H}}-CH_2-CH_3$ butan-2-amine

d. *Formules semi-développées des produits de la réaction de l'iodométhane avec l'amine A*

$CH_3-CH_2-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-NH-CH_3$; $CH_3-CH_2-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-\underset{CH_3}{\underset{|}{N}}-CH_3$; $CH_3-CH_2-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-\overset{CH_3}{\overset{|}{\underset{CH_3}{\underset{|}{\overset{+}{N}}}}}-CH_3$

2° *Equation de la réaction entre A et l'eau*

$$CH_3-CH_2-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-NH_2+H_2O \rightleftharpoons CH_3-CH_2-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-\overset{+}{N}H_3+HO^-$$

* *Propriété des amines mise en jeu* : propriété basique

Justification : l'azote grâce à son doublet non-liant capte un proton H^+.

3° * *Equation-bilan de la réaction entre B et l'iodométhane*

$$CH_3-CH_2-\underset{CH_3}{\underset{|}{N}}-CH_3+CH_3-I \longrightarrow CH_3-CH_2-\overset{CH_3}{\overset{|}{\underset{CH_3}{\underset{|}{\overset{+}{N}}}}}-CH_3+I^-$$

* *Propriété des amines mise en jeu :* propriété nucléophile

Justification : l'atome d'azote grâce au doublet non-liant constitue un centre nucléophile ; il fixe le carbone électrophile de l'idométhane

ACIDES CARBOXYLIQUES ET DERIVES

Exercice1

On veut identifier une série de produits organiques A, B,..., R intervenant dans les réactions 1 à 15 ci-dessous. Les composés M, N et O possèdent la même fonction chimique. Le composé O renferme un nombre impair d'atomes de carbone.

1° Propanoate d'éthyle + OH^- $\longrightarrow$ A + B

2° B + H_3O^+ $\longrightarrow$ C + H_2O

3° $A \xrightarrow[700°C]{Cu} D + \cdots$

4° D + Cu^{2+} (liqueur de Fehling) + OH^- $\longrightarrow$ Cu_2O+ E + H_2O

5° E + H_3O^+ $\longrightarrow$ F + H_2O

6° F + $SOCl_2$ $\longrightarrow$ G + HCl + ...

7° G + A $\longrightarrow$ H + HCl

8° C + PCl_5 $\longrightarrow$ I + $POCl_3$ + ...

9° G + Méthylamine $\longrightarrow$ J + HCl

10° $C + NH_3 \rightleftharpoons K$

11° $K \xrightarrow{210°C} L + \cdots$

12° $C + F \xrightarrow[700°C]{P_4O_{10}} \text{Mélange } (M, N, O) + H_2O$

13° M + CH_3OH $\longrightarrow$ P + C

14° N + Methanol $\longrightarrow$ Q + F

15° H + NaOH $\longrightarrow$ R + A.

Préciser les formules semi-développées et les noms des composes A, B,..., R.

Expliciter et équilibrer les équations bilans.

Exercice 2

1° Un alcène de masse molaire $M = 42 g.mol^{-1}$ subit une hydratation en présence d'un catalyseur.

a. Donner la formule brute, la formule semi-développée et le nom de l'alcène.

b. Quel ont les isomères A et B du produit obtenu par cette hydratation ?

2° Le plus abondant de ces isomères subit une oxydation ménagée à l'aide d'une solution de dichromate de potassium en milieu acide.

a. Ecrire l'équation-bilan de cette réaction d'oxydoréduction.

b. Comment peut-on mettre expérimentalement en évidence la nature du produit obtenu ?

3° Le moins abondant des isomères A et B réagit avec l'acide éthanoïque. Ecrire l'équation de la réaction et préciser ses caractéristiques.

Par quel(s) dérivés(s) fonctionnel(s) peut-on remplacer l'acide éthanoïque afin d'avoir une réaction totale ?

Exercice 3

1° On fait réagir de l'éthanol A sur un composé organique B. On obtient de l'acide butanoïque C et un composé organique D. L'hydrolyse du composé D donne les produits A et C.

a. Préciser les fonctions chimiques des composés B et D. En déduire les formules et les noms des composés B, C et D.

b. Écrire l'équations-bilan de la réaction de A sur le composé organique B. Cette réaction est-elle totale ?

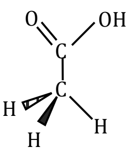
c. Écrire l'équations-bilan de la réaction d'hydrolyse du composé D. Quelles sont les caractéristiques de cette réaction ?
2° On fait réagir le composé D avec une solution concentrée de soude. Il se forme le composé A et un nouveau corps E.
a. Comment appelle-t-on ce type de réaction ?
b. Écrire l'équation-bilan de la réaction et donner le nom de E. Cette réaction est-elle totale ?
3° L'acide butanoïque C peut réagir avec le propan-1,2,3-triol en donnant un composé organique F et de l'eau.
a. Écrire l'équation-bilan de la réaction.
b. Dans quelle famille organique classe-t-on le corps F ?

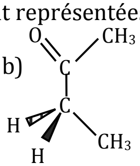
<u>Exercice 4</u>

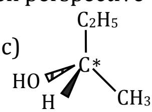
Un composé organique A de formule générale $C_xH_yO_z$ possède la composition centésimale massique suivante : %C = 40,91 ; %H = 4,54.
1° Trouver la formule brute de A sachant que sa masse molaire est égale à $88 g.mol^{-1}$.
2° L'hydrolyse de A donne deux composés organiques A_1 et A_2. On sépare A_1 et A_2 par une méthode appropriée. Afin d'identifier A_1 et A_2 on réalise les expériences ci-après :
- On fait réagir sur A_1 du penta chlorure de phosphore, on obtient un composé organique B de masse molaire M_B = 64,5g/mol.
- On fait réagir sur A_2 une solution concentrée d'ammoniac et on chauffe, on obtient un composé organique C.
Quelques gouttes de BBT additionnées à A_2 donnent une couleur jaune.
a. Quelles sont les fonctions chimiques des composés A, A_1, A_2, B et C ?
b. Déterminer les formules semi développées de A_1, A_2, A et C.
c. Ecrire les équations des réactions et nommer les produits formés.
3° On fait réagir A_2 et le 3-méthylbutan-1-ol, on obtient un composé D dont la saveur et l'odeur sont celles de la banane.
a. Ecrire l'équation bilan de la réaction qui se produit.
b. Donner la fonction chimique et le nom du produit D.
c. Sur le plan industriel cette réaction présenterait deux inconvénients. Lesquels ?
4° Afin d'éviter ces inconvénients, il est possible de synthétiser le composé D en remplaçant l'un des réactifs par un dérivé chloré plus efficace.
a. Ecrire la formule semi développée de ce dérivé chloré.
b. Ecrire l'équation bilan de cette réaction.

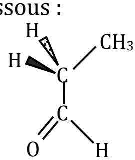
<u>Exercice 5</u>

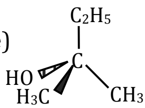
On dispose de cinq flacons contenant, chacun, l'un des cinq composés organiques dont les molécules sont représentées en perspective ci-dessous :

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

1° Nommer les corps a), b), c), d), e) et préciser la fonction organique qui les caractérise.

2° On réalise sur trois des flacons une série d'expériences qui se révèlent soit positives (existence d'une réaction caractéristique), soit négatives (absence de réaction caractéristique)

Réaction avec	l'ion $Cr_2O_7^{2-}$ en milieu acide	la 2,4-dinitrophényl hydrazine (DNPH)	la liqueur de Fehling	le chlorure d'éthanoyle
Flacon N°1	négative	positive	négative	négative
Flacon N°2	négative	négative	négative	positive
Flacon N°1	positive	positive	positive	négative

En justifiant brièvement votre réponse, identifier les composés organiques appartenant à ces trois flacons.

3°a) Qu'appelle-t-on une molécule chirale ? Quelle propriété physique particulière possède une substance chirale ?

b. Parmi les cinq composés organiques représentés, quels sont ceux qui présentent une chiralité ? Justifiez votre choix.

c. Donner une représentation spatiale de chacun des énantiomères.

4° Le composé a) et c) réagissent entre eux. Ecrivez le bilan réactionnel en nommant la fonction du composé organique obtenu.

Exercice 6

1° On procède à l'hydrolyse de m_1 = 58g d'un ester : éthanoate d'alkyle avec m_2 = 45g d'eau (en excès). La réaction se déroule à 120°C et est catalysée par les ions H_3O^+.
À l'état d'équilibre du système, le volume du mélange est V_T = 140ml.
Après refroidissement, et pour déterminer la quantité d'acide formé, on prélève dans un bécher V_a = 10ml du mélange qu'on dose à l'aide d'une solution de soude de concentration C_b = 1mol.l^{-1}. Le volume de base au point d'équivalence est alors V_b = 20ml.

a. Ecrire l'équation de la réaction d'hydrolyse de cet ester.

b. Pourquoi a-t-on effectué le dosage à froid ? Justifier à l'aide d'une équation chimique.

c. Quelle est la composition molaire du mélange à l'équilibre si le rendement de la réaction de l'hydrolyse vaut α = 56%.

d. Calculer la quantité initiale d'ester, sa masse molaire et le pourcentage de disparition de l'eau.

2° L'ester étudier renferme un carbone asymétrique.

a. Ecrire sa formule semi développé ; quel est son nom ?

b. Donner la représentation de chaque énantiomère.

c. Quel est l'alcool dont l'ester est issu ?

3° On soumet une solution de l'ester à une réaction à chaud avec la soude. En fin de réaction, on acidifie puis on isole le dérivé mono oxygéné A des produits organiques formés.

a. La réaction étant totale, quelle masse d'ester a-t-on employée si l'on a obtenu m_A = 5g de A ?

b. L'oxydation de m'_A = 0,25g de A se fait par une solution de dichromate de concentration C_0 = 1,8.10^{-2}mol.l^{-1}. Déterminer le volume de dichromate nécessaire à une oxydation totale.

Exercice 7

On réalise l'oxydation ménagée d'un alcool A, en phase gazeuse, par le dioxygène, en présence du cuivre chauffé au rouge. La masse d'alcool utilisée est m_0=6g.

Les produits obtenus sont récupérés dans de l'eau. Le volume de la solution ainsi obtenue est V_0=500ml. On suppose que toute la vapeur d'alcool a réagi.

- On prélève V_1=10ml de la solution que l'on dose par une solution de soude de concentration C_B=0,1mol.l^{-1}. Pour obtenir l'équivalence, il est nécessaire de verser V_B=5ml de soude.
- On prélève de nouveau V_2= 10ml de la même solution à laquelle on ajoute du nitrate d'argent ammoniacal [dont le couple redox est $Ag(NH_3)_2^+/Ag$]. Il se forme un dépôt d'argent de masse m_{Ag}=0,324g

1°a. Quelle est la classe de l'alcool A ? Donner sa formule générale.

b. En utilisant la formule générale, écrire les équations-bilans des réactions :
- de A avec le dioxygène.
- des produits avec la soude et le nitrate d'argent ammoniacal.

2°a. Calculer les quantités de matière des produits obtenus.

b. Déterminer la masse molaire de A et sa formule semi-développée.

3° * L'action d'un chlorure d'acyle B sur A conduit à un ester C.

* L'hydrolyse d'une masse m_B=3,14g de B fournit m_2=1,46g de chlorure d'hydrogène.

a. Ecrire les équations-bilans de :
- l'estérification de A
- de l'hydrolyse de B

b. - Déterminer la formule brute de B
- Donner sa formule semi-développée et son nom.

c. Déterminer la formule semi-développée et le nom de C.

Données : en g.mol^{-1} M(H)=1 ; M(C)=12 ; M(O)=16 ; M(Cl)=35,5 ; M(Ag)=108.

Exercice 8

1° On oxyde de façon ménagée $m_1 = 1{,}584$g d'un alcool primaire saturé, non cyclique A de formule $R-CH_2-OH$ en présence de $V_0 = 120$ml d'une solution acidifiée de dichromate de potassium $(2K^+, Cr_2O_7{}^{2-})$ de concentration molaire volumique $C_0 = 1{,}5.10^{-1}$mol.l^{-1}. Le volume de solution oxydante en excès représente le tiers du volume total utilisé.

a. Etablir l'équation-bilan traduisant la réaction redox produite. On rappelle que l'ion $Cr_2O_7{}^{2-}$ est réduit à l'état d'ion Cr^{3+}.

b. Quelles sont la masse molaire et la formule brute de l'alcool A.

c. Quelles sont les formules semi-développées possibles de l'alcool A ?

d. Sachant que l'alcool A est une molécule chirale, quels sont la formule semi-développée et le nom du produit B obtenu après l'oxydation.

2° On estérifie n moles de A avec n mole d'acide propanoïque (noté C). Lorsque l'équilibre chimique est supposé atteint, on obtient $m' = 7{,}2$g d'ester.

L'acide restant est dosé par la solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $C_b = 1$mol.l^{-1}.

Toutes les précautions sont prises pour que la réaction entre l'hydroxyde de sodium et une autre espèce du milieu réactionnel soit négligeable.

A l'équivalence, le volume de la solution de soude versé est $V_b = 25$ml.

a. Ecrire l'équation de la réaction entre A et C. Nommer l'ester formé.
b. Calculer le nombre de moles de A restant après la réaction entre A et C. En déduire n.
3° Le composé B réagit avec une amine D. Le produit obtenu donne après chauffage un corps organique F, le N-isopropyl-2-méthylbutanamide.
a. Ecrire la formule semi-développée de F. En déduire la formule semi-développée et le nom de l'amine D.
b. Ecrire l'équation-bilan des réactions précédentes.

Exercice 9

1° L'acide butyrique est un acide gras dont le nom officiel est l'acide butanoïque.
a. Ecrire sa formule semi-développée.
b. Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre l'acide butyrique et le propan-1-ol. Nommer les produits organiques formés.
c. Quelles sont les caractéristiques de cette réaction ?
2° On isole l'ester formé au cours de la réaction précédente et on le fait réagir avec de l'hydroxyde de sodium à chaud.
a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction et donner ses caractéristiques.
b. Indiquer les différentes étapes du mécanisme de cette réaction.
3° La butyrine est un corps gras présent dans le beurre. Elle peut-être considérée comme résultant de la réaction entre le glycérol ou propan-1,2,3-triol et l'acide butyrique.
a. Donner sa formule semi-développée tout entourant et en nommant les groupes fonctionnels de la butyrine.
b. On fait réagir à chaud, une solution d'hydroxyde de sodium (soude) en excès sur la butyrine. Ecrire l'équation-bilan de la réaction. Quel nom donne-t-on à cette réaction ? Nommer les produits obtenus.
c. Après refroidissement, on verse le milieu réactionnel dans une solution saturée de chlorure de sodium. Il y a formation d'un solide. Quel est le nom usuel de ce solide ? Donner sa formule semi-développée et son nom officiel. Quelle masse de ce solide peut-on fabriquer, au maximum, à partir de 30,2 g de butyrine ?
Masse molaire de la butyrine $M_1 = 302$ g/mol ; Masse molaire du solide $m_2 = 110$ g/mol.

Exercice 10

L'action du chlorure de butanoyle sur une amine primaire à chaîne carbonée non ramifiée donne un composé organique A de masse molaire égale à 143 $g.mol^{-1}$.
1° Ecrire l'équation-bilan de cette réaction.
2° Donner le groupe fonctionnel caractéristique du composé A.
3° Donner le nom de l'amine et calculer sa masse molaire.
4°a. Citer deux autres corps qui, agissant sur la même amine, conduiraient au même composé A.
b. Ecrire les équations correspondantes.
5°a. Sachant qu'on a utilisé 21,3g du chlorure de butanoyle et obtenu 20g du composé A, en déduire le rendement de la réaction.
b. Calculer la masse minimale d'amine nécessaire à la réaction.
6° Expliquer pourquoi, bien que la réaction soit totale, le rendement n'est pas voisin de 100%. Comment améliorer le rendement ?

Exercice 11

1° Quel est le groupe fonctionne présent dans un amide ?

2° Ecrire la formule générale d'un amide non substitué.

3° Ecrire la formule générale d'un amide monosubstitué.

4° Montrer qu'ils ont une formule brute générale analogue.

5° Les pourcentages en masse pour un échantillon d'un amide monosubstitué A sont : %C = 72,48 ; %H = 7,38 ; %N = 9,4.

a. En déduire sal masse molaire puis sa formule brute.

b. L'amide A est obtenu par action du chlorure de benzoyle sur un réactif B. Quelle est la formule semi-développée du chlorure de benzoyle ?

c. Identifier l'amide A et le réactif B.

d. Ecrire l'équation-bilan de la synthèse de A.

DONNEES : Masse molaire atomique (en g/mol) : $M_O = 16$; $M_N = 14$; $M_C = 12$; $M_H = 1$.

Exercice 12

On se propose de déterminer la formule brute d'un acide carboxylique A, à chaîne carbonée saturée de formule générale RCOOH où R est un groupe alkyle. Pour cela on réalise les expériences ci-après. On part d'une masse de A que l'on transforme entièrement en chlorure d'acyle B. B est ensuite réparti en deux parts égale P_1 et P_2.

1° On hydrolyse complètement P_1, le produit organique formé est noté C.

a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction.

b. On constate qu'il se forme au cours de cette hydrolyse un gaz piquant. Ce dernier est intégralement recueilli puis dissous dans de l'eau pure ; il se forme une solution S. Pour atteindre l'équivalence, on verse dans la solution S un volume $V_b = 20\ cm^3$ d'une solution aqueuse de NaOH de concentration $C_b = 0,5$ mol/L.

En déduire la masse molaire M_A de A sachant que m = 1,48g.

2° On fait réagir sur P_2 une solution concentrée d'ammoniac ; il se forme un produit D insoluble dans l'eau que l'on isole.

a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit

b. Donner la fonction chimique et le nom de D.

c. La masse molaire de D est $M_D = 73$ g/mol.

- En déduire la masse molaire M_A de A.
- Que constatez vous ?

3° Déterminer la formule semi-développée de A et donner son nom.

4° On fait agir sur C le produit E qui est le pentan-1-ol.

a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit.

b. Donner le nom du produit organique formé.

5° En fin on fait réagir E sur B.

a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction et donner les noms des produit formés.

b. Quelle est la nature de cette réaction ? Donner les caractéristiques.

Exercice 13

Un composé organique contient du carbone (58,8% en masse), de l'hydrogène (9,8% en masse) et de l'oxygène. Sa masse molaire moléculaire est de 102 g/mol.

1° Déterminer sa formule brute.

2° A est hydrolysé lentement par l'eau pour former un acide carboxylique B et un autre produit C. Quelle est la fonction de A ? Quels sont les isomères possibles ? (donner leurs noms et formules semi-développées).
3° Le produit C obtenu ne réagit pas avec le dichromate de potassium.
En déduire les formules semi-développées de C, A et B.
4° On se prose de comparer plusieurs méthodes de préparation de l'éthanoate de propyle. On dispose des produits chimiques suivants : acide éthanoïque ; propan-1-ol ; un déshydratant (P_4O_{10}) ; un agent chlorurant (PCl_5 ou $SOCl_2$)
On laisse réagir dans une étuve un mélange de 0,1 mol d'alcool et 0,1 mol d'acide. Au bout d'une journée, la composition du mélange n'évolue plus. Le dosage de l'acide restant dans le mélange nécessite l'utilisation d'un volume V_b = 34 cm^3 de solution de NaOH de concentration C_b = 1 mol.l^{-1}.
a. Calculer la quantité d'acide restante.
b. En déduire la quantité d'alcool estérifié et son pourcentage.
c. A partir des réactifs initialement disponibles, quels dérivés d'acide (nom et formules semi-développées) peut-on préparer ?
d. Ecrire l'équation-bilan d'une des deux réactions conduisant à la préparation de l'éthanoate de propyle à partir des dérivés demandés à la question précédente. Quel pourcentage d'alcool peut-on estérifier par ce procédé, les réactifs étant pris dans les proportions stoechiométriques ? Justifier votre réponse.

Exercice 14

On considère un mélange de deux molécules A et B isomères, possédant la même fonction chimique et à chaînes carbonées ramifiées.
1° La réaction entre le chlorure d'acyle C et A fournit un corps D dont la formule est $\underset{\displaystyle }{CH_3 - CH_2 -} \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - O - \underset{\displaystyle O}{\underset{\|}{C}} - CH_3$

a. Quelles sont les formules semi-développées et les noms de C et A ?
b. Donner les formules semi-développées et les noms possibles de B.
2° D'une part, l'oxydation ménagée de B conduit à un composé E si l'oxydant est en défaut et au composé F si l'oxydant est en excès.
D'autre part l'action de C sur B fournit de l'éthanoate de 3-méthylbutyle.
a. Donner les formules semi-développées et les noms des composés B, E et F.
b. Décrire une expérience d'oxydoréduction permettant de mettre en évidence la fonction de E.
3° On isole B et on oxyde de façon ménagée par une solution acidifiée de dichromate de potassium. L'opération dure environ une heure. Pendant le temps, il se produit une réaction parasite entre B et le produit formé lors de l'oxydation de F donnant naissance au composé G.
a. Ecrire la formule semi-développée de G, donner son nom.
b. Lorsqu'une masse m_1 =26,4g de B ont réagi, m_2=12g de G sont formés. Montrer que la masse de F obtenue à la fin est m=16,4g.
c. Montrer que si l'on oxyde le mélange de A et B avec un excès d'oxydant, on obtient théoriquement six composés organiques. Identifiez-les. (Formules semi-développées et noms).

Exercice 15
Soit A un composé organique de formule $C_{10}H_{12}O_2$
1° L'hydrolyse de A donne un acide B et un alcool C. 100mg de C sont totalement oxydés en dioxyde de carbone et en eau. On obtient 288,52mg de CO_2 et 73,77mg de H_2O.
a. A quelle catégorie de corps chimique appartient A ?
b. Déterminer la formule brute de C et en déduire la formule semi-développée et le nom de B.
c. Ecrire la formule du composé A.
2° Afin d'identifier C, on effectue les opérations suivantes :
* C chauffé en présence d'alumine donne de l'eau et un produit D.
* C traité par un oxydant doux en défaut, fournit E.
* E donne un dépôt brillant avec le réactif de Tollens.
* D traité par du dihydrogène en excès et en présence de platine donne l'éthylcyclohexane.
0,77g de D fixe dans les conditions normales 670ml de dihydrogène.
Identifier A, C D et E et écrire les équations-bilan de toutes les réactions effectuées.
3° Un liquide est essentiellement constitué d'alcool C et de composé A. Afin de déterminer la teneur en composé A et en alcool C de ce liquide, on effectue les opérations suivantes.
a. 1g de ce liquide est traité à chaud par $V_b = 20$ml d'une solution de soude à $C_b = 0{,}5\text{mol.}\,l^{-1}$. Lorsque la réaction est achevée, on effectue un dosage par une solution d'acide chlorhydrique à $C_a = 0{,}5\text{mol.}\,l^{-1}$, de la soude en excès. L'indicateur vire quand on a versé $V_b = 12$ml de cet acide. Expliquer les réactions effectuées et en déduire la masse du composé A contenu dans 100g de ce liquide.
b. 1g de ce liquide est additionné à 1,02g d'anhydride éthanoïque. Lorsque la réaction est achevée, on ajoute de l'eau froide afin d'hydrolyser l'anhydride. Il faut alors $V = 36ml$ de la solution de soude utilisée en a) pour doser l'acide éthanoïque formé.
Expliquer la suite des expériences et en déduire la masse de l'alcool C dans 100g de ce liquide.

Exercice 16
On se propose de comparer plusieurs méthodes de préparation d'un ester et d'un amide. On dispose des produits chimiques suivants : acide éthanoïque ; propan-1-ol ; éthylamine ; un déshydratant (P_4O_{10}) et un agent chlorurant ($SOCl_2$).
1° Indiquer les formules semi-développées de l'alcool et de l'acide utilisés.
2° A partir des réactifs initialement disponibles, quels dérivés de l'acide peut-on préparer ? Préciser les équations-bilans, les noms et les formules semi-développées de ces dérivés.
3° Ecrire l'équation-bilan de la fabrication d'un ester à partir des deux dérivés précédents.
4° Quel pourcentage d'alcool peut-on estérifier, les deux réactifs étant pris dans les proportions stoechiométriques ?
5° Quel est l'amide que l'on peut préparer à partir des deux dérivés de l'acide éthanoïque et de l'éthylamine ? Préciser les équations-bilans et le nom de l'amide obtenu.

6° On verse, dans un ballon trempé dans de la glace, 50 ml d'éthylamine pure. Puis on ajoute goutte à goutte et sous agitation 40 mL de chlorure d'acétyle. La réaction terminée, on isole par distillation fractionnée 29,7 g de N-éthyléthanamide.
a. Quel est le réactif limitant ?
b. Exprimer le rendement de la synthèse par rapport à ce dernier.
DONNEES : Masse molaire atomique (en g/mol) : $M_{Cl} = 35,5$; $M_O = 16$; $M_C = 12$; $M_H = 1$.
Densité de l'éthylamine : $\mu_1 = 0,683$; *Densité de chlorure d'acétyle* $\mu_2 = 1,105$.

Exercice 17

On se propose d'identifier la structure d'un écran solaire, le 4-(N,N-diméthyl) aminobenzoate d'amyle. Cette substance X absorbe les radiations ultraviolettes non arrêtées par la couche d'ozone ; ainsi la production de mélanine a une chance de gagner
de vitesse les coups de soleil.
1° Soit une amine aromatique tertiaire A_0 de formule $C_8H_{11}N$.
Ecrire sa formule semi-développée et donner son nom.
2° Par une suite de réactions chimiques ne modifiant pas la fonction amine, A_0 conduit à un corps A_1 qui réagit sur le chlorure de thionyle $SOCl_2$.
a. Quelle autre fonction spécifique est contenue A_1 ?
b. Ecrire la formule semi-développée de A_1 sachant que les deux fonctions sont en position 1,4 ou para sur le noyau aromatique.
3° La molécule X intervient dans la suite de réactions suivantes :

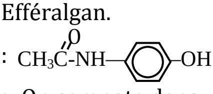
① $A_1 + SOCl_2 \longrightarrow A + SO_2 + HCl$

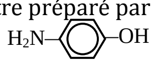
② $A + B \longrightarrow X + HCl$

③ $B \xrightarrow{\text{Oxydation}}$ acide 3-méthylbutanoique

a. Donner les formules semi-développées de corps A, B et X puis nommer A_1, A et B.
b. Quels sont les groupes fonctionnels présents dans X.
c. Quelles sont les caractéristiques de la réaction ② ?
d. Comment réalise-t-on l'oxydation de B en phase liquide ou en phase gazeuse?
e. L'acide 3-méthylbutanoïque peut, par déshydratation en présence d'un réactif adéquat, conduire à un dérivé C ? Quels sont les formules et les noms de réactif et du dérivé C ?
f. Qu'obtient-on par décarboxylation de l'acide 3-méthylbutanoïque ? (nom et formule semi-développée)

Exercice 18

Le paracétamol est un composant de l'Efféralgan.
Sa formule développée est la suivante : 

Un comprimé de 3 g en contient 0,330g. On compote dans un tube 10 comprimé.
1° Quelles fonctions sont présentes dans cette molécule ?
2° Choisir un qualificatif pour ce produit : analgésique, explosif, additif pour essence sans plomb.
3° Ce produit est un antipyrétique, cela signifie que c'est : un antigel, un fluide réfrigérant, ou un médicament contre la fièvre.
4° Le paracétamol peut-être préparé par action de l'anhydride éthanoïque sur le para-aminophénol de formule : 

a. Préciser pour ces deux corps les sites électrophile et nucléophile.
b. Ecrire l'équation-bilan de cette réaction en précisant comment se fait l'attaque des réactifs entre eux.
c. Cette réaction se fait avec un rendement de 90%. Si l'on fait réagir 2,18g de para-aminophénol avec un excès d'anhydride éthanoïque, quelle masse maximale de paracétamol obtient-on ? Peut-on avec cette masse remplir un tube d'Efféralgan ?
5° Par l'une de ses fonctions, le paracétamol peut s'hydrolyser à chaud en milieu acide. Ecrire l'équation-bilan associée à cette hydrolyse.
Données *: Masse molaire atomique (en g.mol*$^{-1}$*) :* $M_O = 16$ *;* $M_N = 14$ *;* $M_C = 12$ *;* $M_H = 1$*.*

Exercice 19

L'objectif de l'exercice est de déterminer la formule semi-développée d'un composé A de formule brute $C_8H_9O_2N$ utilisé comme médicament antalgique, antipyrétique et analgésique
1° Que signifient les termes antalgique, antipyrétique et analgésique.
2° L'hydrolyse de A conduit à deux composés organiques notés B et C que l'on sépare par une méthode appropriée. Pour identifier B et C, on effectue les opérations suivantes :
- B donne une couleur jaune avec quelques gouttes de BBT. La microanalyse de B montre que sa molécule ne contient que du carbone, de l'hydrogène et de l'oxygène. La combustion complète de 6g de B donne 8,8g de dioxyde de carbone et 3,6g d'eau.
- La microanalyse de C indique qu'il contient un noyau aromatique sur lequel sont greffés des groupes fonctionnels en position 1,4 ou para. La synthèse de C peut se faire à partir de l'aniline, amine aromatique la plus simple.

a. Ecrire l'équation-bilan de la combustion de B puis en déduire sa formule semi-développée ainsi que son nom.
b. Donner la formule semi-développée et le nom officiel de l'aniline et de C.
c. Donner la formule semi-développée de A sachant qu'il contient une liaison importante présente dans les protéines. Quelle est nom officielle et son nom usuel.
3°a. La synthèse organique de A peut se faire par réaction directe entre B et C, mais cette méthode présente deux inconvénients. Lesquels ?
b. Quelle masse de B faut-il disposer pour obtenir 500g de A sachant que le rendement de la réaction est de 90%.
c. Proposer deux autres méthodes de synthèse rapide et totale de A. Nommer les réactifs utilisés.
4° On réalise maintenant l'hydrolyse de A en milieu basique (en présence de NaOH). Par analogie avec la saponification, écrire l'équation-bilan et nommer les produits formés.
Données *: Masse molaire atomique (en g.mol*$^{-1}$*) :* $M_{Na} = 23$ *;* $M_O = 16$ *;*

Corrigé

Exercice1

1° Hydrolyse d'un ester en milieu basique (saponification)

$CH_3CH_2COOCH_2CH_3 + OH^- \longrightarrow CH_3CH_2COO^- + CH_3CH_2OH$

B: $CH_3CH_2COO^-$ ion propanoate ; A: CH_3CH_2OH éthanol.

2° Réaction acide-base

$CH_3CH_2COO^- + H_3O^+ \longrightarrow CH_3CH_2COOH + H_2O$

C: CH_3CH_2COOH acide propanoïque

3° Réaction d'oxydation ménagée catalytique

$CH_3CH_2OH \xrightarrow[700°C]{Cu} CH_3CHO + H_2O$

D: CH_3CHO éthanal

4° Mise en évidence du caractère réducteur des aldéhydes

$CH_3CHO + 2\,Cu^{2+} + 5OH^- \longrightarrow Cu_2O + CH_3COO^- + 3H_2O$

E : CH_3COO^- ion éthanoate

5° Réaction acide-base

$CH_3COO^- + H_3O^+ \longrightarrow CH_3COOH + H_2O$

F : CH_3COOH acide éthanoique

6°Préparation d'un chlorure d'acyle

$CH_3COOH + SOCl_2 \longrightarrow CH_3COCl + HCl + SO_2$

G: CH_3COCl chlorure d'éthanoyle

7° Estérification indirect

$CH_3COCl + HOCH_2CH_3 \longrightarrow CH_3COOCH_2CH_3 + HCl$

H: $CH_3COOCH_2CH_3$ éthanoate d'éthyle

8° Préparation des chlorures d'acyles

$CH_3CH_2COOH + PCl_5 \longrightarrow CH_3CH_2COCl + POCl_3 + HCl$

I: CH_3CH_2COCl chlorure de propanoyle

9° Acylation des amines; preparation des amides

$CH_3COCl + CH_3NH_2 \longrightarrow CH_3CONHCH_3 + HCl$

J: $CH_3CONHCH_3$ N-méthylétanamide

10° Réaction acide-base

$CH_3CH_2COOH + NH_3 \rightleftharpoons CH_3CH_2COO^- + NH_4{}^+$

K: $CH_3CH_2COO^- + NH_4{}^+$ propanoate d'ammonium

11° $CH_3CH_2COO^- + NH_4{}^+ \xrightarrow{210°C} CH_3CH_2CONH_2 + H_2O$

L: $CH_3CH_2CONH_2$ propanamide

12° Déshydratation intermoléculaire : formation des anhydrides d'acide

$CH_3CH_2COOH + CH_3COOH \xrightarrow[700°C]{P_4O_{10}} Mélange\ (M, N, O) + H_2O$

M: $CH_3CH_2CO - O - COCH_2CH_3$: anhydride propanoïque

N: $CH_3CO - O - COCH_3$: anhydride éthanoïque

O: $CH_3CH_2CO - O - COCH_3$: anhydride éthanoique-propanoïque

13° Estérification indirecte avec l'anhydride

$CH_3CH_2CO - O - COCH_2CH_3 + CH_3OH \longrightarrow CH_3CH_2COOCH_3 + CH_3CH_2COOH$

P: $CH_3CH_2COOCH_3$ propanoate de methyle

14° Estérification indirecte

$CH_3CO - O - COCH_3 + CH_3OH \longrightarrow CH_3COOCH_3 + CH_3COOH$

Q: CH_3COOCH_3 éthanoate de methyle

15° Hydrolyse des esters en milieu basique (saponification)

$$CH_3COOCH_2CH_3 + NaOH \longrightarrow CH_3COO^- + Na^+ + CH_3CH_2OH$$

R : $CH_3COO^- + Na^+$ éthanoate de sodium

Exercice 2

1° a. *Formule brute de l'alcène*

Formule générale : C_nH_{2n}

Expression de la masse molaire : $M = 14n$

Or $M = 42 g.mol^{-1}$ donc $n = 3$. On a la formule brute : $\mathbf{C_3H_6}$.

* *Formule semi-développée de l'alcène* : $CH_3 - CH = CH_2$

* *Nom de l'alcène* : **propène**

b. *Isomères A et B du produit obtenu par cette hydratation*

L'hydratation d'un alcène conduit à un alcool ; on a donc les formules

$CH_3 - CH_2 - CH_2 - OH$ et $CH_3 - \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}} - CH_3$

2°a. *Equation-bilan de la réaction d'oxydoréduction*

L'isomère le plus abondant est l'alcool secondaire. Son oxydation conduit à une cétone

$$\left.\begin{array}{ll} Cr_2O_7^{2-} + 14H_3O^+ + 6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+} + 21H_2O & \times 1 \\ CH_3 - CHOH - CH_3 + 2H_2O \longrightarrow CH_3 - CO - CH_3 + 2H_3O^+ + 2e^- & \times 3 \end{array}\right.$$

$$3CH_3 - CHOH - CH_3 + Cr_2O_7^{2-} + 8H_3O^+ \longrightarrow 3\,CH_3 - CO - CH_3 + 2Cr^{3+} + 15H_2O$$

b. Le composé formé est une cétone donc contient le groupe caractéristique $\rangle C = O$

Ce groupe réagit avec la 2,4-DNPH en formant un précipité jaune orangé.

Cependant ce groupe est aussi caractéristique des aldéhydes. Pour mettre la différence avec l'aldéhyde, on montre que la cétone n'a pas un caractère réducteur ; il ne réagit pas avec la liqueur de Fehling ou le nitrate d'argent ammoniacal.

3°* *Equation de la réaction*

$$CH_3 - COOH + HO - CH_2 - CH_2 - CH_3 \rightleftharpoons CH_3 - COO - CH_2 - CH_2 - CH_3 + H_2O$$

* *Caractéristiques de la réaction*

Cette réaction et lente, limitée et athermique

* Pour rendre la réaction totale, on peut remplacer l'acide éthanoïque par le chlorure d'éthanoyle $CH_3 - \underset{\displaystyle O}{\underset{\|}{C}} - Cl$ ou par l'anhydride éthanoïque $CH_3 - \underset{\displaystyle O}{\underset{\|}{C}} - O - \underset{\displaystyle O}{\underset{\|}{C}} - CH_3$

Exercice 3

1° a. *Fonctions chimiques des composés B et D*

B est un **anhydride d'acide** et D un **ester**

Formules et les noms des composés B, C et D

B : $\begin{array}{l} CH_3CH_2CH_2C{\overset{O}{\diagup\!\!\diagup}} \\ \qquad\qquad\qquad \diagdown O \\ CH_3CH_2CH_2C{\diagup} \\ \qquad\qquad\quad\;\; \diagdown\!\!\diagdown O \end{array}$ anhydride butanoïque ; C : $CH_3CH_2CH_2COOH$ acide butanoïque

D : $CH_3CH_2CH_2COOCH_2CH_3$ butanoate d'éthyle

b. *Équations-bilan de la réaction de A sur le composé organique B*

$$\begin{array}{l} CH_3CH_2CH_2C{\overset{O}{\diagup\!\!\diagup}} \\ \qquad\qquad\qquad \diagdown O \\ CH_3CH_2CH_2C{\diagup} \\ \qquad\qquad\quad\;\; \diagdown\!\!\diagdown O \end{array} + CH_3CH_2OH \longrightarrow CH_3CH_2CH_2\overset{O}{\overset{\|}{C}} - OCH_2CH_3 + CH_3CH_2CH_2COOH$$

* La réaction est totale.

c. * *Équation-bilan de la réaction d'hydrolyse du composé D*

$$CH_3CH_2CH_2-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-CH_2CH_3+H_2O \rightleftharpoons CH_3CH_2CH_2-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH+CH_3CH_2OH$$

* *Caractéristiques de la réaction* : lente, limitée et athermique

2°a. *Type de réaction* : **saponification**

b. *Équation-bilan de la réaction*

$$CH_3CH_2CH_2COOCH_2CH_3+NaOH \longrightarrow (CH_3CH_2CH_2COO^-+Na^+)+CH_3CH_2OH$$

* *Nom de E* : butanoate de sodium

* La réaction est totale

3°a. *Équation-bilan de la réaction*

$$\begin{matrix}CH_2-OH\\ CH-OH\\ CH_2-OH\end{matrix}+3CH_3CH_2CH_2COOH \longrightarrow \begin{matrix}CH_2-OOCCH_2CH_2CH_3\\ CH-OOCCH_2CH_2CH_3\\ CH_2-OOCCH_2CH_2CH_3\end{matrix}+3H_2O$$

b. Famille organique du F : **triester**

Exercice 4

1° *Formule brute de A*

$$\frac{12x}{\%C}=\frac{y}{\%H}=\frac{16z}{\%O}=\frac{M_A}{100}$$ On trouve : $x=3$; $y=4$ et $z=3$

D'où la formule brute $C_3H_4O_3$

2° a. *Fonctions chimiques des composés A, A_1, A_2, B et C*

A est un **anhydride mixte d'acide**

A_1 et A_2 sont des **acides carboxyliques**

C est un **amide**

b. *Formules semi-développées de A_1, A_2, A et C*

A : $H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-CH_3$

B est un chlorure d'acyle, sa formule générale est $C_xH_{2x+1}COCl$

$M_B = 14x+64{,}5$ On trouve x =0 d'où la formule $H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl$

A₁ : $H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$; **A₂** : $CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$; **C** : $CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH_2$

c. *Equations des réactions et nom des produits formés*

$$H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-CH_3+H_2O \longrightarrow H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH+CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$$

$H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$:acide méthanoïque ; $CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$: acide éthanoïque

$$H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH+PCl_5 \longrightarrow H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl+POCl_3+HCl$$

$H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl$: chlorure de méthanoyle

$$CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH+NH_3 \rightleftharpoons CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O^-+\overset{+}{N}H_4 \xrightarrow{\Delta} CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH_2+H_2O$$

$CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH_2$: éthanamide

3°a. *Equation bilan de la réaction*

$$CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH\ +\ CH_3\overset{CH_3}{\overset{|}{C}H}CH_2CH_2-OH \rightleftarrows CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_2CH_2\overset{CH_3}{\overset{|}{C}H}CH_3+H_2O$$

b. *Fonction chimique* : ester

Nom du produit D : éthanoate de 3-méthylbutyle

c. *Les deux inconvénients* : lente et limitée

4°a. *Formule semi développée du dérivé chloré* : $CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-Cl$

b. *Equation bilan de la réaction*

$$CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-Cl\ +\ CH_3\overset{CH_3}{\overset{|}{C}H}CH_2CH_2-OH \longrightarrow CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_2CH_2\overset{CH_3}{\overset{|}{C}H}CH_3+HCl$$

Exercice 5

1° Nom des corps

corps	a)	b)	c)	d)	e)
nom	acide éthanoïque	butanone	butan-2-ol	propanal	2-méthylbutan-2-ol
fonction organique	acide carboxylique	cétone	alcool II	aldéhyde	alcool III

2° *Justification brève et identification des composés organiques*

- un composé qui réagit positivement avec l'ion $Cr_2O_7{}^{2-}$ est oxydable ; ce composé est soit un alcool primaire, soit un alcool secondaire ou soit un aldéhyde.
- le test positif avec la 2,4-DNPH indique la présence d'un groupe fonctionnel $\rangle C=O$ caractéristique des aldéhydes et des cétones
- le test positif de la liqueur de Fehling montre le caractère réducteur du composé ; c'est donc un aldéhyde.
- les alcool réagissent avec le chlorure d'acyle dans une réaction d'estérification.

De ce qui précède, le flacon N°1 contient une cétone ; c'est donc le **butanone.**

Le flacon N°2 contient un alcool tertiaire ; c'est donc le **2-méthylbutan-2-ol**.

Le flacon N° 3 contient un aldéhyde ; c'est le **propanal**.

3°a. *Molécule chirale* : c'est une molécule non-superposable à son image dans un miroir plan.

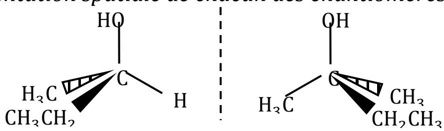
Propriété physique particulière que possède une substance chirale

La molécule existe sous deux formes énantiomères. Chaque forme provoque la rotation, dans un sens ou dans l'autre, du plan de polarisation de la lumière polarisée rectilignement qui le traverse.

b. La seule molécule chirale est la molécule c) le butan-2-ol.

Justification : cette molécule contient un carbone asymétrique.

c. *Représentation spatiale de chacun des énantiomères*



4°*Equation-bilan de la réaction*

$$CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH+HO-\underset{CH_3}{\underset{|}{C}H}CH_2CH_3 \rightleftarrows CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-\underset{CH_3}{\underset{|}{C}H}CH_2CH_3+H_2O$$

Le produit organique obtenu est un **ester** : éthanoate de 1-méthylpropyle.

Exercice 6

1°a. *Equation de la réaction d'hydrolyse de l'ester*

$$CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-C_xH_{2x+1} + H_2O \longrightarrow CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH + C_xH_{2x+1}-OH$$

b. On effectue le dosage à froid pour limiter la réaction de l'ester avec la soude

Justification : $CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-C_xH_{2x+1} + NaOH \longrightarrow CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O^- + Na^+ + C_xH_{2x+1}-OH$

c. *Composition molaire du mélange à l'équilibre*

$n_{CH_3COOH} = C_aV_T$ Or à l'équivalence acide base : $C_aV_a = C_bV_b$

D'où $n_{CH_3COOH} = \frac{C_bV_bV_T}{V_a}$ AN : $\mathbf{n_{CH_3COOH} = 0,28mol}$

$n_{C_xH_{2x+1}OH} = n_{CH_3COOH}$ d'où $\mathbf{n_{C_xH_{2x+1}OH} = 0,28mol}$

$n_{ester} = n_{0\ ester} - n_{CH_3COOH}$ Or $\alpha = \frac{\mathbf{n_{CH_3COOH}}}{\mathbf{n_{0\ ester}}}$ d'où $n_{ester} = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) n_{CH_3COOH}$

AN : $n_{ester} = 0{,}22mol$

$n_{H_2O} = n_{0\ H_2O} - n_{CH_3COOH}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{n_{H_2O} = \frac{m_2}{M_{H_2O}} - n_{CH_3COOH}}$ AN : $\mathbf{n_{H_2O} = 2,22mol}$

d.* *Quantité initiale d'ester*

$\alpha = \frac{n_{CH_3COOH}}{n_{0\ ester}}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{n_{0\ ester} = \frac{n_{CH_3COOH}}{\alpha}}$ AN : $\mathbf{n_{0\ ester} = 0,5mol}$

* *Masse molaire de l'ester*

$m_2 = n_{0\ ester}M$ $\Rightarrow$ $\mathbf{M = \frac{m_2}{n_{0\ ester}}}$ AN : $\mathbf{M = 116g.mol^{-1}}$

* *Pourcentage de disparition de l'eau*

$P = \frac{n_{CH_3COOH}}{n_{0\ H_2O}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{P = 11,2\%}$

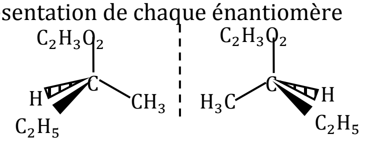
2°a. *Formule semi-développée*

$M_{CH_3COOC_xH_{2x+1}} = 14x + 60 = 116$ On trouve $x = 4$

L'ester renferme un carbone asymétrique d'où la formule : $CH_3COO\underset{\underset{CH_3}{|}}{C}HCH_2CH_3$

Nom de l'ester : éthanoate d'isobutyle

b. Représentation de chaque énantiomère



c. *L'alcool dont l'ester est issu* : $CH_3\underset{\underset{OH}{|}}{C}HCH_2CH_3$ butan-2-ol

3° a. *Masse d'ester employée*

$CH_3COOCH(CH_3)CH_2CH_3 + NaOH \longrightarrow (CH_3COO^- + Na^+) + CH_3CH(OH)CH_2CH_3$

$n_{ester} = n_A \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{n_A}{M_A} \Rightarrow \mathbf{m = \frac{m_AM}{M_A}}$ **AN :** $m = \frac{5\times116}{74} \Rightarrow \mathbf{m = 7,83g}$

b. *Volume de dichromate nécessaire*

$Cr_2O_7^{2-} + 14H_3O^+ + 6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+} + 21H_2O$ $\times 1$

$CH_3CH(OH)CH_2CH_3 + 2H_2O \longrightarrow CH_3COCH_2CH_3 + 2H_3O^+ + 2e^-$ $\times 3$

$3CH_3CH(OH)CH_2CH_3 + Cr_2O_7^{2-} + 8H_3O^+ \longrightarrow 3CH_3COCH_2CH_3 + 2Cr^{3+} + 15H_2O$ (1)

$\frac{n'_A}{3} = n_{Cr_2O_7^{2-}} \Rightarrow \frac{m'_A}{3m'_A} = C_0V_0$ d'où $\boldsymbol{V_0 = \frac{m'_A}{3M_AC_0}}$ AN : $\boldsymbol{V_0 = 50ml}$

Exercice 7

1°a. *Classe de l'alcool A*

L'alcool A est oxydable donc ce n'est pas un alcool tertiare. Le produit de la réaction réagit avec le nitrate d'argent ammoniacal ; A est un **alcool primaire.**

Formule générale de A

$R - CH_2 - OH$

b. - *Equation-bilan de A avec le dioxygène*

$$R - CH_2 - OH + \frac{1}{2}O_2 \longrightarrow R - CHO + H_2O \qquad (1)$$

$$R - CH_2 - OH + O_2 \longrightarrow R - COOH + H_2O \qquad (2)$$

- Equation avec la soude

$$R - COOH + OH^- \longrightarrow R - COO^- + H_2O$$

Equation avec le nitrate d'argent ammoniacal

$$\left.\begin{array}{ll} R - CHO + 3OH^- \longrightarrow R - COO^- + 2H_2O + 2e^- & \times 1 \\ Ag(NH_3)_2{}^+ + e^- \longrightarrow Ag + 2NH_3 & \times 2 \end{array}\right\}$$

$$R - CHO + 2Ag(NH_3)_2{}^+ + 3OH^- \longrightarrow R - COO^- + 2Ag + 4NH_3 + 2H_2O$$

2°a. *Quantités de matière des produits obtenus*

* $n_{R-COOH} = CV_0$ Or à l'équivalence acide base $CV_1 = C_bV_b$

D'où $\mathbf{n_{R-COOH}} = \frac{C_bV_bV_0}{V_1}$ AN : $\mathbf{n_{R-COOH} = 2,5.10^{-2}mol}$

* Soit n'_{R-CHO} la quantité de $R - CHO$ contenue dans le volume V_2 et n_{R-CHO} la quantité de $R - CHO$ contenue dans le volume V_0

$n'_{R-CHO} = \frac{n_{Ag}}{2} \Rightarrow n'_{R-CHO} = \frac{m_{Ag}}{2M_{Ag}}$ Or $\frac{n_{R-CHO}}{V_0} = \frac{n'_{R-CHO}}{V_2}$

D'où $n_{R-CHO} = \frac{m_{Ag}V_0}{2M_{Ag}V_2}$ AN : $\mathbf{n_{R-CHO} = 7,5.10^{-2}mol}$

b. *Masse molaire de A*

$n_{R-CH_2OH} = n_{R-CH_2OH(1)} + n_{R-CH_2OH(2)}$

Or $n_{R-CH_2OH(1)} = n_{R-CHO}$; $n_{R-CH_2OH(2)} = n_{R-COOH}$ et $n_{R-COOH} = \frac{m_{R-COOH}}{M_{R-COOH}}$

D'où $\mathbf{M_0} = \frac{\mathbf{m_0}}{\mathbf{n_{R-CHO}+n_{R-COOH}}}$ AN : $\mathbf{M_0 = 60\boldsymbol{g.mol^{-1}}}$

Formule semi-développée.

$C_xH_{2x+1} - CH_2OH$ $M_0 = 14x + 32$ On trouve $x = 2$

$CH_3 - CH_2 - CH_2 - OH$

3° *a. - Equation-bilan de l'estérification de A

$$R - \overset{\overset{\displaystyle O}{/\!/}}{C} - Cl + HO - CH_2 - CH_2 - CH_3 \longrightarrow R - \overset{\overset{\displaystyle O}{/\!/}}{C} - O - CH_2 - CH_2 - CH_3 + HCl$$

- Equation de l'hydrolyse de B

$$R - \overset{\overset{\displaystyle O}{/\!/}}{C} - Cl + H_2O \longrightarrow R - \overset{\overset{\displaystyle O}{/\!/}}{C} - OH + HCl$$

b. - *Formule brute de B*

$n_B = n_{HCl} \Rightarrow \frac{m_B}{M_B} = \frac{m_2}{M_{HCl}}$ soit $M_B = \frac{m_BM_{HCl}}{m_2}$ AN : $M_B = 78{,}5 g.mol^{-1}$

$C_xH_{2x+1} - COCl$ $M_B = 14x + 64{,}5$ On trouve $x = 1$ d'où la formule C_2H_3OCl

- *Formule semi-développée et nom*

$CH_3 - \overset{\overset{O}{/\!/}}{C} - Cl$ Chlorure d'éthanoyle

c. *Formule semi-développée et nom de C*

$CH_3 - \overset{\overset{O}{/\!/}}{C} - O - CH_2 - CH_2 - CH_3$ éthanoate de propyle

Exercice 8

1° a. *Equation-bilan*

$$\left.\begin{array}{lcl} Cr_2O_7^{2-} + 14H_3O^+ + 6e^- & \longrightarrow & 2Cr^{3+} + 21H_2O \\ R - CH_2 - OH + 5H_2O & \longrightarrow & R - COOH + 4H_3O^+ + 4e^- \end{array}\right\} \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 3 \end{array}$$

$$2Cr_2O_7^{2-} + 3R - CH_2 - OH + 16H_3O^+ \longrightarrow 4Cr^{3+} + 3R - COOH + 27H_2O$$

b. *Masse molaire*

$\frac{n_{Cr_2O_7^{2-}}}{2} = \frac{n_{RCH_2OH}}{3} \Rightarrow \frac{C_{OX}V_{OX}}{2} = \frac{m_{RCH_2OH}}{3M_{RCH_2OH}}$ Or $C_{OX} = C_0$ et $V_{OX} = \frac{2}{3}V_0$

D'où $\mathbf{M_{RCH_2OH}} = \frac{\mathbf{m_{RCH_2OH}}}{\mathbf{C_0V_0}}$ AN : $\mathbf{M_{RCH_2OH} = 88g.mol^{-1}}$

Formule brute de l'alcool A

$C_xH_{2x+1} - CH_2 - OH$ $M_A = 14x + 32$ On trouve $x = 4$ d'où la formule $\mathbf{C_5H_{12}O}$.

c. *Formules semi-développées possibles de l'alcool A*

$CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - OH$: pentan-1-ol

$CH_3 - CH_2 - \underset{\underset{CH_3}{|}}{CH} - CH_2 - OH$: 2-méthylbutan-1-ol

$CH_3 - \underset{\underset{CH_3}{|}}{CH} - CH_2 - CH_2 - OH$: 3-méthylbutan-1-ol

$CH_3 - \overset{\overset{CH_3}{|}}{\underset{\underset{CH_3}{|}}{C}} - CH_2 - OH$: 2,2-diméthylpropan-1-ol

d. *Formule semi-développée et nom du produit B*

A est une molécule chirale donc l'alcool A est $CH_3 - CH_2 - \underset{\underset{CH_3}{|}}{CH} - CH_2 - OH$

Et le produit B est : $CH_3 - CH_2 - \underset{\underset{CH_3}{|}}{CH} - \overset{\overset{O}{/\!/}}{C} - OH$ acide 2-méthylbutanoïque

2°a. *Equation de la réaction entre A et C*

$$CH_3CH_2\overset{\overset{O}{/\!/}}{C} - OH + HO - CH_2\underset{\underset{CH_3}{|}}{C}HCH_2CH_3 \longrightarrow CH_3CH_2\overset{\overset{O}{/\!/}}{C} - O - CH_2\underset{\underset{CH_3}{|}}{C}HCH_2CH_3 + H_2O$$

Nom de l'ester : propanoate de 2-méthylbutyle

b. *Nombre de moles de A restant après la réaction entre A et C*

$n_{alcool\ restant} = n_{acide\ restant}$ Or à l'équivalence acide-base : $n_{acide\ restant} = C_bV_b$

On déduit : $\mathbf{n_{A\ restant} = C_bV_b}$ AN : $\mathbf{n_{A\ restant} = 2,5.10^{-2}mol.l^{-1}}$

Valeur de n

$n_{0\ alcool} = n = n_{A\ réagi} + n_{A\ restant}$ Or $n_{A\ réagi} = n_{ester\ formé} = n' = \frac{m'}{M'}$

D'où $\mathbf{n = \frac{m'}{M'} + n_{A\ restant}}$ AN : $\mathbf{n = 7,5.10^{-2}mol.l^{-1}}$

3° a. *Formule semi-développée de F*

$$CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-\overset{\displaystyle O}{\overset{/\!/}{C}}-O-NH-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_3$$

Formule semi-développée et nom de l'amine D

$CH_3-\underset{\displaystyle NH_2}{\underset{|}{CH}}-CH_3$ propan-2-amine

b. *Equation-bilan des réactions précédentes*

$$CH_3CH_2\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}\overset{\displaystyle O}{\overset{/\!/}{C}}-OH+H_2N-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}CH_3 \rightleftharpoons CH_3CH_2\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}\overset{\displaystyle O}{\overset{/\!/}{C}}-O^-+H_3N^+-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}CH_3$$

$$\xrightarrow{\Delta} CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-\overset{\displaystyle O}{\overset{/\!/}{C}}-O-NH-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_3+H_2O$$

Exercice 9

1°a. *Formule semi-développée :* $CH_3-CH_2-CH_2-\overset{\displaystyle O}{\overset{/\!/}{C}}-OH$

b. *Equation-bilan de la réaction*

$$CH_3CH_2CH_2\overset{\displaystyle O}{\overset{/\!/}{C}}-OH+HO-CH_2CH_2CH_3 \rightleftharpoons CH_3CH_2CH_2\overset{\displaystyle O}{\overset{/\!/}{C}}-O-CH_2CH_2CH_3+H_2O$$

Nom des produits organiques formés : butanoate de propyle

c. *Caractéristiques de la réaction* : lente, limitée et athermique

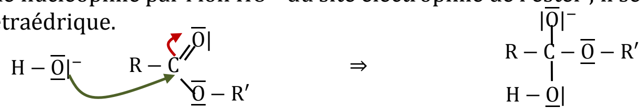
2° a. *Equation-bilan de la réaction*

$$CH_3CH_2CH_2\overset{\displaystyle O}{\overset{/\!/}{C}}OCH_2CH_2CH_3+NaOH \longrightarrow (CH_3CH_2CH_2\overset{\displaystyle O}{\overset{/\!/}{C}}O^-+Na^+)+CH_3CH_2CH_2OH$$

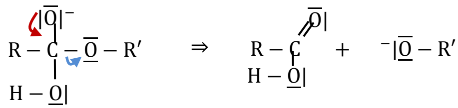
Caractéristiques de la réaction : Lente et totale

b. *Différentes étapes du mécanisme de cette réaction*

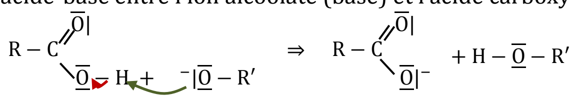
1ère étape : attaque nucléophile par l'ion HO^- du site électrophile de l'ester ; il se forme l'intermédiaire tétraédrique.



2ème étape : la stabilisation de l'intermédiaire par rabattement du doublet d'électrons libre porté par l'atome d'oxygène négatif pour créer la liaison double $C=O$ et la rupture de la liaison $C-OR'$,



3ème étape : réaction acide-base entre l'ion alcoolate (base) et l'acide carboxylique.



3° a. *Formule semi-développée et nom des groupes fonctionnels de la butyrine*

$$\begin{array}{l} CH_2-\boxed{O-CO}-CH_2CH_2CH_3 \\ |\\ CH\;-\boxed{O-CO}-CH_2CH_2CH_3 \\ | \\ CH_2-\boxed{O-CO}-CH_2CH_2CH_3 \end{array}$$

Il s'agit du groupe fonctionnel ester

b. *Equation-bilan de la réaction*

$$\begin{array}{l} CH_2-O-CO-CH_2CH_2CH_3 \\ CH\;-\;O-CO-CH_2CH_2CH_3 \\ CH_2-O-CO-CH_2CH_2CH_3 \end{array} + 3NaOH \longrightarrow 3(CH_3CH_2CH_2COO^- + Na^+) + \begin{array}{l} CH_2-OH \\ CH-OH \\ CH_2-OH \end{array}$$

Nom de la réaction : saponification

Nom des produits obtenus : glycérol ou propane-1,2,3-triol et butanoate de sodium

c. *Nom usuel du solide* : savon

Formule semi-développée et son nom officiel

$(CH_3CH_2CH_2CO^- + Na^+)$ *: butanoate de sodium*

Masse de solide

$$n_1 = \frac{n_2}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{m_1}{M_1} = \frac{m_2}{3M_2} \quad \Rightarrow \mathbf{m_2} = \frac{\mathbf{3m_1M_2}}{\mathbf{M_1}} \qquad \text{AN : } m_2 = \frac{3\times30{,}2\times110}{302} \quad \Rightarrow \mathbf{m_2 = 33g}$$

Exercice 10

1° *Equation-bilan de la réaction*

$$CH_3\,CH_2\,CH_2\overset{\overset{O}{/\!/}}{C}-Cl + 2R\,NH_2 \longrightarrow CH_3\,CH_2\,CH_2\overset{\overset{O}{/\!/}}{C}-NH-R + R\overset{+}{N}H_3 + Cl^-$$

2° *Groupe fonctionnel caractéristique du composé A* : —CO—NH—

3° *Nom de l'amine*

$M_A = M_R + 4\times12 + 16 + 14 + 8 \quad \Rightarrow \quad M_A = M_R + 86 \quad$ Soit $\quad M_A = 14x + 87$

On trouve $x = 4$

Amine primaire à chaîne carbonée non ramifiée d'où la FB : $CH_3CH_2\,CH_2CH_2NH_2$

Butan-1-amine **ou** butylamine

Masse molaire de l'amine

$M = 4\times12 + 9 + 14 \quad$ d'où $\quad \mathbf{M = 71g.mol^{-1}}$

4°a. *Deux autres corps*

- anhydride butanoïque : $CH_3\,CH_2\,CH_2CO—O—CO\,CH_2CH_2\,CH_3$
- acide butanoïque ; $CH_3CH_2CH_2COOH$

b. *Equations correspondantes*

$$CH_3CH_2CH_2COOH + CH_3CH_2CH_2CH_2NH_2 \rightleftharpoons CH_3CH_2CH_2COO^- + CH_3CH_2CH_2CH_2NH_3^+$$
$$CH_3CH_2CH_2COO^- + CH_3CH_2CH_2CH_2NH_3^+ \xrightarrow{\Delta} CH_3CH_2CH_2CONHCH_2CH_2CH_2CH_3 + H_2O$$

$$\begin{array}{l} CH_3CH_2CH_2\overset{\overset{O}{/\!/}}{C}\diagdown \\ \qquad\qquad\qquad\quad O \\ CH_3CH_2CH_2\underset{\underset{O}{\backslash\!\backslash}}{C}\diagup \end{array} + CH_3CH_2CH_2NH_2 \longrightarrow CH_3CH_2CH_2\overset{\overset{O}{/\!/}}{C}-NH-CH_2CH_2CH_3 + CH_3(CH_2)_2COOH$$

5°a. *Rendement de la réaction*

$$\eta = \frac{n_A}{n_{CH_3(CH_2)_2COCl}} = \frac{m_A\times M}{M_A\times m} \qquad \text{AN : } \eta = 0{,}70 \qquad \text{soit} \qquad \boldsymbol{\eta = 70\%}$$

b. *Masse minimale d'amine nécessaire à la réaction*

$$n_{CH_3(CH_2)_2COCl} = \frac{n_{CH_3(CH_2)_3NH_2}}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{m_{CH_3(CH_2)_2COCl}}{M_{CH_3(CH_2)_2COCl}} = \frac{m_{CH_3(CH_2)_3NH_2}}{2M_{CH_3(CH_2)_3NH_2}}$$

On obtient : $m_{CH_3(CH_2)_3NH_2} = \dfrac{2m_{CH_3(CH_2)_2COCl}\times M_{CH_3(CH_2)_3NH_2}}{M_{CH_3(CH_2)_2COCl}}$ AN : $\boldsymbol{m_{CH_3(CH_2)_3NH_2} = 28{,}4g}$

6° Cette réaction ne conduit pas seulement à un amide monosubstitué.

Une partie de l'amide monosubstitué subit elle aussi une acylation qui la conduit à un amide disubstitué.

Exercice 11

1° *Groupe fonctionne présent dans un amide* : —CO—NH—

2° *Formule générale d'un amide non substitué* : $RCONH_2$

3° *Formule générale d'un amide monosubstitué* : RCONHR'

4° *Montrons qu'ils ont une formule brute générale analogue*

Amide non substitué : $M = M_R + 44$ Soit $\boldsymbol{M = 14x + 45}$

Amide monosubstitué saturé : $M = M_R + M_{R'} + 43 = 14n + 1 + 14n' + 1 + 43$

$M = 14(n + n') + 45$ En posant $x = n + n'$, on obtient $\boldsymbol{M = 14x + 45}$

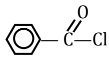
5°a.* *Masse molaire de A*

$\frac{12x}{\%C} = \frac{y}{\%H} = \frac{16}{\%O} = \frac{14}{\%N} = \frac{M_A}{100}$ On trouve : $\mathbf{M_A = 149g.mol^{-1}}$

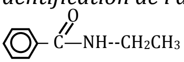
* *Formule brute de A*

$M_A = 14x + 45$ On trouve x = 9 et y = 11

$C_9H_{10}ON$

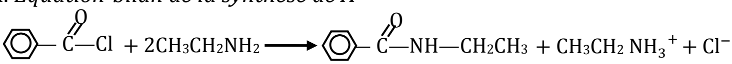
b. *Formule semi-développée du chlorure de benzoyle :* 

c. *Identification de l'amide A et du réactif B*

A : 

B : $CH_3CH_2NH_2$: éthanamine **ou** éthylamine

d. *Equation-bilan de la synthèse de A*



Exercice 12

1°a. *Equation-bilan de la réaction*

$RCOCl + H_2O \longrightarrow RCOOH + HCl$

b. Masse molaire M_A de A

$n_C = n_{HCl}$ avec $n_C = \frac{1}{2}n_A$ (deux parts égales)

Or à l'équivalence acide-base $n_{HCl} = n_{base} = C_bV_b$ d'où $\frac{m_A}{2M_A} = C_bV_b$

Soit $\mathbf{M_A = \frac{m_A}{2C_bV_b}}$ AN : $M_A = \frac{1{,}48}{2\times0{,}5\times0{,}02}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{M_A = 74g.mol^{-1}}$

2°a. Equation-bilan de la réaction

$RCOCl + 2NH_3 \longrightarrow RCONH_2 + NH_4^+ + Cl^-$

b. *Fonction chimique de D :* amide

c. - *Masse molaire de A*

$M_D = M_R + 44$ et $M_A = M_R + 45$ d'où $M_A = M_D + 1$ AN : $\mathbf{M_A = 74g.mol^{-1}}$

- Les deux procédés donnent la même masse molaire

3° *Formule semi-développée de A et nom*

$M_A = 14x + 1 + 45$ On trouve x = 2

CH_3CH_2COOH acide propanoïque

4° a. *Ecrire l'équation-bilan de la réaction*

$CH_3CH_2COOH + CH_3CH_2CH_2CH_2CH_2OH \rightleftharpoons CH_3CH_2COOCH_2CH_2CH_2CH_2CH_3 + H_2O$

b. *Nom du produit organique* : propanoate de pentyle

5°a. *Equation-bilan de la réaction*

$CH_3CH_2COCl + CH_3CH_2CH_2CH_2CH_2OH \longrightarrow CH_3CH_2COOCH_2CH_2CH_2CH_2CH_3 + HCl$

Noms des produits formés

$CH_3CH_2COOCH_2CH_2CH_2CH_2CH_3$ propanoate de pentyle

HCl Chlorure d'hydrogène

b. *Nature de cette réaction* : estérification indirecte

Caractéristiques : rapide, totale et exothermique.

Exercice 13

1° *Formule brute*

$\frac{12x}{\%C} = \frac{y}{\%H} = \frac{16z}{\%O} = \frac{M_A}{100}$ On trouve : x = 5, y = 10 et z = 2 d'où la formule $\mathbf{C_5H_{10}O_2}$

2° * *Fonction de A* : Ester

* Isomères possibles de A

$HCOOCH_2CH_2CH_2CH_3$: méthanoate de butyle ;

$HCOO\underset{|}{C}HCH_2CH_3$: méthanoate d'isobutyle ;
$\quad CH_2$

$HCOOCH_2\underset{|}{C}HCH_3$: méthanoate de 2-méthylpropyle ;
$\quad CH_2$

$\quad CH_2$
$HCOO\overset{|}{\underset{|}{C}}-CH_3$: méthanoate de 1,1-diméthyléthyle ;
$\quad CH_2$

$CH_3COOCH_2CH_2CH_3$: éthanoate de propyle ;

$CH_3COO\underset{|}{C}HCH_3$: éthanoate d'isopropyle ;
$\quad CH_2$

$CH_3\ CH_2COOCH_2CH_3$: propanoate d'éthyle ;

$CH_3CH_2CH_2COOCH_3$: butanoate de méthyle ;

$CH_3\underset{|}{C}HCOOCH_3$: 2-méthylpropanoate de méthyle
$\quad CH_3$

3°*Formules semi-développées de C, A et B*

C ne réagit pas avec le dichromate de potassium donc C est un alcool tertiaire

C : $CH_3-\overset{OH}{\overset{|}{\underset{|}{\underset{CH_3}{C}}}}-CH_3$ 2-méthylpropan-2-ol

A : $HCOO-\overset{CH_3}{\overset{|}{\underset{|}{\underset{CH_3}{C}}}}-CH_3$ méthanoate de 1,1-diméthyléthyle

B : HCOOH acide méthanoïque

4°a. *Quantité d'acide restante*

À l'équivalence acide-base : $n_{acide} = n_{base}$

$\boldsymbol{n_{r\ acide} = C_bV_b}$ On trouve $\boldsymbol{n_{r\ acide} = 3,4.10^{-2}mol}$

b.* *Quantité d'alcool estérifié*

- quantité d'acide estérifiée :

$n_{acide} = n_{0\ acide} - n_{r\ acide}$ On trouve : $n_{acide} = 6,6.10^{-2}$mol

- quantité d'alcool estérifiée :

$n_{alcool} = n_{acide}$ On trouve : $\mathbf{n_{alcool} = 6,6.10^{-2}mol}$

* *Pourcentage d'alcool estérifié*

$\boldsymbol{l = \frac{n_{alcool}}{n_{0\ alcool}}}$ On trouve : $l = 0,66$ soit $\boldsymbol{l = 66\%}$

c. *Dérivés d'acide*

* Chlorure d'éthanoyle : $CH_3-\overset{O}{\overset{//}{C}}-Cl$

* anhydride éthanoïque : $CH_3-\overset{O}{\overset{//}{C}}-O-\overset{O}{\overset{\backslash\backslash}{C}}-CH_3$

d. *Equation-bilan des deux réactions*

$$CH_3-\overset{O}{\overset{//}{C}}-Cl + CH_3CH_2CH_2OH \longrightarrow CH_3-\overset{O}{\overset{//}{C}}-O-CH_2CH_2CH_3 + HCl$$

$$CH_3-\overset{O}{\overset{//}{C}}-O-\overset{O}{\overset{\backslash\backslash}{C}}-CH_3 + CH_3CH_2CH_2OH \longrightarrow CH_3-\overset{O}{\overset{//}{C}}-O-CH_2CH_2CH_3 + CH_3-\overset{O}{\overset{//}{C}}-OH$$

* *Pourcentage d'alcool*
L'estérification avec les dérivés d'acide sont des réactions totales donc on peut estérifier 100% d'alcool

Exercice 14

1°a. *Formules semi-développées et noms de C et A*

Le composé D est un ester obtenu à la suite d'une estérification indirecte

Le chlorure d'acyle C est : $CH_3 - \overset{O}{\overset{/\!/}{C}} - Cl$ chlorure d'éthanoyle

L'alcool A est : $CH_3 - CH_2 - \underset{CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - OH$ 2-méthylbutan-1-ol

b. *Formules semi-développées et noms possibles de B*

$CH_3 - \underset{CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_2 - OH$ 3-méthylbutan-1-ol

$CH_3 - \overset{CH_3}{\overset{|}{\underset{CH_3}{\underset{|}{C}}}} - CH_2 - OH$ 2,2-diméthylpropan-1-ol

2° a. *Formules semi-développées et noms des composés B, E et F*

L'action de C sur B fournit de l'éthanoate de 3-méthylbutyle

B est : $CH_3 - \underset{CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_2 - OH$ 3-méthylbutan-1-ol

E est un aldéhyde (défaut d'oxydant) $CH_3 - \underset{CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CHO$ 3-méthylbutanal

F est un acide carboxylique $CH_3 - \underset{CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - COOH$ acide 3-méthylbutanoïque

b. *Expérience d'oxydoréduction permettant de mettre en évidence la fonction de E*

- Test du réactif de tollens

Equations

$$\left.\begin{array}{l} CH_3CH(CH_3)CH_2CHO + 3OH^- \longrightarrow CH_3CH(CH_3)CH_2COO^- + 2H_2O + 2e^- \\ Ag(NH_3)_2{}^+ + e^- \longrightarrow Ag + 2NH_3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 2 \end{array}$$

$$CH_3CH(CH_3)CH_2CHO + 2Ag(NH_3)_2{}^+ + 3OH^- \longrightarrow CH_3CH(CH_3)CH_2COO^- + 2Ag + 4NH_3 + 2H_2O$$

- Test de la liqueur de Fehling

$$\left.\begin{array}{l} CH_3CH(CH_3)CH_2CHO + 3OH^- \longrightarrow CH_3CH(CH_3)CH_2COO^- + 2H_2O + 2e^- \\ 2Cu^{2+} + 2OH^- + 2e^- \longrightarrow Cu_2O + H_2O \end{array}\right\} \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 1 \end{array}$$

$$CH_3CH(CH_3)CH_2CHO + 2Cu^{2+} + 5OH^- \longrightarrow CH_3CH(CH_3)CH_2COO^- + Cu_2O + 3H_2O$$

3°a. *Formule semi-développée de G et nom*

G est un ester

$CH_3CH(CH_3)CH_2\overset{O}{\overset{/\!/}{C}} - O - CH_2CH_2CH(CH_3)CH_3$ 3-méthylbutanoate de 3-méthylbutyle

b. *Montrons que la masse de F obtenue à la fin est m=16,4g*

$B \longrightarrow F \quad (1) \qquad B + F \longrightarrow G \quad (2)$

$n_{0\,B} = n_{B(1)} + n_{B(2)}$ avec $n_{B(2)} = n_G$ et $n_{B(1)} = n_{F(1)} = n_{F(2)} + n_{F(restant)}$; $n_{F(2)} = n_G$

On obtient $n_{0\,B} = 2n_G + n_F \Rightarrow \frac{m_1}{M_1} = \frac{2m_2}{M_2} + \frac{m}{M}$ soit $\mathbf{m} = \left(\frac{\mathbf{m_1}}{\mathbf{M_1}} - \frac{\mathbf{2m_2}}{\mathbf{M_2}}\right)\mathbf{M}$

AN : $m = \left(\frac{26{,}4}{88} - 2 \times \frac{12}{172}\right) \times 102 \Rightarrow \mathbf{m = 16{,}4g}$

c. L'oxydation ménagée des 2 alcools conduit à 2 acides carboxyliques. Une partie de ces acides réagit dans une réaction d'estérification directe avec les 2 alcools pour donner 4 esters différents.

Formules semi-développées et noms

$CH_3CH(CH_3)CH_2COOH$ acide 3-méthylbutanoïque
$CH_3CH_2CH(CH_3)COOH$ acide 2-méthylbutanoïque
$CH_3CH(CH_3)CH_2CO-O-CH_2CH_2CH(CH_3)CH_3$ 3-méthylbutanoate de 3-méthylbutyle
$CH_3CH(CH_3)CH_2CO-O-CH_2CH(CH_3)CH_2CH_3$ 3-méthylbutanoate de 2-méthylbutyle
$CH_3CH_2CH(CH_3)CO-O-CH_2CH_2CH(CH_3)CH_3$ 2-méthylbutanoate de 3-méthylbutyle
$CH_3CH_2CH(CH_3)CO-O-CH_2CH(CH_3)CH_2CH_3$ 2-méthylbutanoate de 2-méthylbutyle

<u>Exercice 15</u>

1°a. *Catégorie de corps chimique* : A est un ester

b. *Formule brute de C*

Composé de la forme C_xH_yO On a : $\frac{12x}{m_C}=\frac{y}{m_H}=\frac{16}{m_O}$ avec $m_C=\frac{3}{11}m_{CO_2}, m_H=\frac{1}{9}m_{H_2O}$ et $m_O=m-(m_C+m_H)$

On trouve : *x=8* et $y=10$ d'où la formule brute $\mathbf{C_8H_{10}O}$

* *Formule semi-développée et nom de B*

L'acide carboxylique B contient 2 carbones d'où la formule $\mathbf{CH_3COOH}$ et le nom **acide éthanoïque**

c. *Formule du composé A* : $\mathbf{CH_3COOC_8H_9}$.

2° *Identification de A, C D et E*

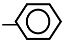
$\left.\begin{array}{l} C \xrightarrow{\text{Oxydant en défaut}} E \\ E+\text{Réactif de Tollens} \longrightarrow (+) \end{array}\right\}$ donc E est un aldéhyde et C un alcool primaire

$\left.\begin{array}{l} C \xrightarrow{Al_2O_3} D + H_2O \\ D+xH_2 \xrightarrow{Pt} \text{éthylcyclohexane} \\ x=\frac{n_{H_2}}{n_D}=\frac{V_{H_2}}{V_m}\times\frac{M_D}{m_D}=4mol \end{array}\right\}$ donc D est un alcène contenant un noyau benzénique

D est :  $-CH=CH_2$ styrène

E est :  $-CH_2CHO$ phényléthanal

C est :  $-CH_2CH_2OH$ 2-phényéthanol

A est : $CH_3COOCH_2CH_2-$  éthanoate de 2-phényléthyle

Equations-bilan de toutes les réactions effectuées

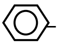
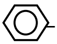
* Déshydratation

 $-CH_2CH_2OH \xrightarrow{Al_2O_3}$  $-CH=CH_2+H_2O$

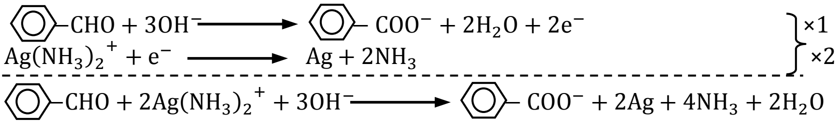
* Oxydation douce

$Cr_2O_7^{2-}+14H_3O^++6e^- \longrightarrow 2Cr^{3+}+21H_2O$ $\times 1$

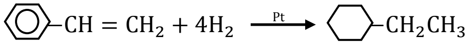
 $-CH_2CH_2OH+2H_2O \longrightarrow$  $-CH_2CHO+2H_3O^++2e^-$ $\times 3$

$Cr_2O_7^{2-}+3$  $-CH_2CH_2OH+8H_3O^+ \longrightarrow 2Cr^{3+}+3$  $-CH_2CHO+15H_2O$

* Test du réactif de Tollens

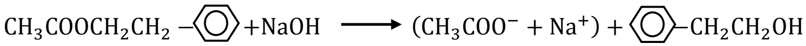


* Hydrogénation



3° *Explication des réactions effectuées*

L'ester A réagit avec la soude dans une réaction de saponification

 (1)

L'excès de la soude est dosé par l'acide chlorhydrique dans une réaction acide-base

$H_3O^+ + HO^- \longrightarrow 2H_2O$ (2)

Masse du composé A contenu dans 100g du liquide

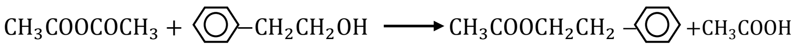
$n_{0\,HO^-} = n_{HO^-(1)} + n_{HO^-(2)}$ Or $n_{HO^-(1)} = n_A$; $n_{HO^-(2)} = C_aV_a$ (équivalence acide-base)
et $n_{0\,HO^-} = C_bV_b$ d'où $n_A = C_bV_b - C_aV_a$ soit $\frac{m_A}{100M_A} = C_bV_b - C_aV_a$

On déduit : $\mathbf{m_A = 100M_A(C_bV_b - C_aV_a)}$

AN : $m_A = 100 \times 164 \times (0{,}5 \times 0{,}02 - 0{,}5 \times 0{,}012) \Rightarrow \mathbf{m_A = 65{,}6g}$

b. *Explication de la suite des expériences*

L'alcool C réagit avec l'anhydride éthanoïque dans une réaction d'estérification

 (3)

L'excès de l'anhydride est hydrolysé par l'eau

$CH_3COOCOCH_3 + H_2O \longrightarrow 2CH_3COOH$ (4)

Masse de l'alcool C dans 100g du liquide.

$n_{CH_3COOH} = n_{CH_3COOH(3)} + n_{CH_3COOH(4)}$ Or $n_{CH_3COOH(3)} = n_C$ et $n_{CH_3COOH(4)} = 2n_{anhyd\ excès}$
avec $n_{anhyd\ excès} = n_{0\ anhyd} - n_{anhyd\ (3)} = n_{0\ anhyd} - n_C$
enfin $n_{CH_3COOH} = C_bV_b$ (équivalence acide-base)

On obtient : $C_bV_b = n_C + 2(n_{0\,anhyd} - n_C)$ soit $C_bV_b = 2n_{0\,anhyd} - n_C$

$\frac{m_C}{100M_C} = \frac{2m_0}{M_0} - C_bV_b \Rightarrow m_C = 100M_C\left(\frac{2m_0}{M_0} - C_bV_b\right)$

AN : $m_C = 100 \times 122 \times \left(\frac{2\times1{,}02}{102} - 0{,}5 \times 0{,}036\right) \Rightarrow m_C = 24{,}4g$

<u>Exercice 16</u>

1° *Formules semi-développées de l'alcool et de l'acide*

* Alcool : propan-1-ol $CH_3CH_2CH_2OH$

* Acide : acide éthanoïque CH_3COOH

2° * *Dérivés de l'acide*

Chlorure d'acyle et anhydride d'acide

* *Equations-bilans*

$CH_3COOH + SOCl_2 \longrightarrow CH_3 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - Cl + SO_2 + HCl$

$$2CH_3COOH \xrightarrow{P_4O_{10}} CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-CH_3+H_2O$$

** Noms et formules semi-développées des dérivés*

- chlorure d'éthanoyle : $CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl$
- anhydride éthanoïque : $CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-CH_3$

3° *Equation-bilan de la fabrication de l'ester à partir du chlorure d'acyle*

$$CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl+CH_3CH_2CH_2OH \longrightarrow CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-CH_2CH_2CH_3 \;+HCl$$

Equation-bilan de la fabrication de l'ester à partir de l'anhydride d'acide

$$CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-CH_3+CH_3CH_2CH_2OH \longrightarrow CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-CH_2CH_2CH_3+CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$$

4°*Pourcentage d'alcool*

Ces réactions étant totales, on peut estérifier 100% d'alcool.

5° *L'amide*

Il s'agit du N-éthyléthanamide : $CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH-CH_2CH_3$

Equations-bilans et le nom de l'amide obtenu.

$$CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl+2\,CH_3CH_2NH_2 \longrightarrow CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH-CH_2CH_3+CH_3CH_2NH_3^{+}+Cl^{-} \qquad (1)$$

$$CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-CH_3+CH_3CH_2NH_2 \longrightarrow CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH-CH_2CH_3+CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$$

Le nom de l'amide est N-éthyléthanamide

6°a. *Réactif limitant*

- éthylamine : $n_1=\frac{m_1}{M_1}=\frac{\mu_1\rho_eV_1}{M_1}$ On trouve : $n_1=0{,}759mol$
- chlorure d'acétyle : $n_2=\frac{m_2}{M_2}=\frac{\mu_2\rho_eV_2}{M_2}$ On trouve : $n_2=0{,}563mol$

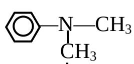
En considérant (1) ; $\frac{n_1}{2}<n_2$ donc l'amine est le réactif limitant

b. *Rendement de la synthèse*

$\eta=\frac{n_{amide}}{n_1}=\frac{m_{amide}}{n_1M_{amide}}$ AN : $\eta=\frac{29{,}7}{0{,}759\times 87} \Rightarrow \eta=0{,}45$ soit $\boldsymbol{\eta}=\mathbf{45\%}$

Exercice 17

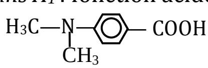
1° *Formule semi-développée* :



Nom : N-méthyl-N-phénylméthanamine ou diméthylphénylamine

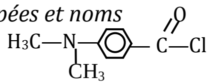
2°a. *Fonction spécifique contenue dans A_1* : fonction acide carboxylique

b. *Formule semi-développée de A_1* :



3° a. *Formules semi-développées et noms*

* A est un chlorure d'acyle :

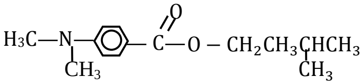


chlorure de para-(N,N diméthyl)aminophénylméthanoyle

* L'oxydation ménagée conserve l'enchainement carboné de la molécule.

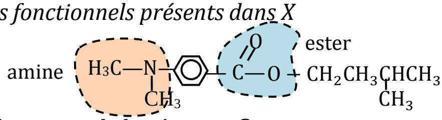
B est l'alcool dont l'oxydation conduit a l'acide 3-méthylbutanoique.

B : $CH_3CHCH_3CH_2OH$ 3-méthylbutan-1-ol
$\quad\;\; CH_3$

* L'ester X est : 

A1 : acide para-(N,N diméthyl)aminophénylméthanoïque

b. *Groupes fonctionnels présents dans X*



c. *Caractéristiques de la réaction* ②

La réaction ② est une estérification indirecte avec un chlorure d'acyle.
Cette réaction est rapide, totale et exothermique

d. * *Oxydation de l'alcool B en phase liquide*

On ajoute une solution oxydante de permanganate de potassium ou de dichromate de potassium, acidifiée par l'acide sulfurique concentrée, sur une solution de l'alcool B.

* *Oxydation de l'alcool B en phase gazeuse*

On chauffe légèrement une petite quantité de l'alcool B pour obtenir de la vapeur de B. On plonge, dans la vapeur, une spirale de cuivre incandescente.

e. La déshydratation conduit à un anhydride d'acide

Formule du réactif : P_4O_{10}

Noms du réactif : décaoxyde de tétraphosphore

Formule du dérivé C : $CH_3\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}HCH_2\overset{O}{\overset{/\!/}{C}} - O - \overset{O}{\overset{\backslash\!\backslash}{C}} - CH_2\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}HCH_3$

Nom du dérivé C : anhydride 3-méthylbutanoïque

f. *Nom* : 2-méthylpropane

Formule semi-développée : $CH_3\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}HCH_3$

<u>Exercice 18</u>

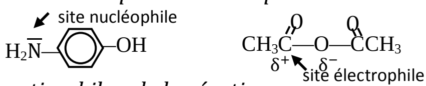
1° *Fonctions chimiques présentes dans la molécule*

- Fonction amide $-\overset{O}{\overset{/\!/}{C}}\text{-}NH-$

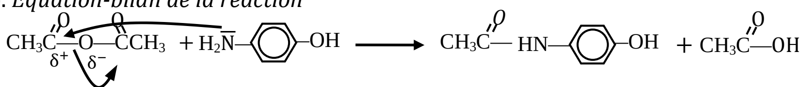
2° *Qualificatif pour ce produit* : analgésique

3°*Antipyrétique* : un médicament contre la fièvre.

4°a. *Sites électrophile et nucléophile*



b. *Equation-bilan de la réaction*



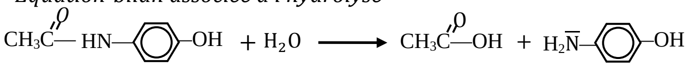
c. *Masse de paracétamol*

$$\eta = \frac{n_{paracétamol}}{n_{paraaminophénol}} = \frac{m_2}{M_2} \times \frac{M_1}{m_1} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{m_2 = \frac{\eta m_1 M_2}{M_1}}$$

AN : $m_2 = \frac{0{,}9 \times 2{,}18 \times 151}{109} \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{m_2 = 2{,}718g}$

- La masse de paracétmol contenue dans un tube d'Efféralgan est 0,330× 10 soit 3,30g.

$\mathbf{m_2} < 3{,}30g$ donc on ne peut pas remplir un tube d'Efféralgan.
5° *Équation-bilan associée à l'hydrolyse*



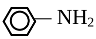
Exercice 19

1° *Antalgique* : qui combat la douleur
Antipyrétique : qui fait baisser la fièvre
Analgésique : qui rend insensible à la douleur
2° a. * *Equation-bilan de la combustion de B*
B + BBT $\longrightarrow$ couleur jaune, donc B est un acide carboxylique : z = 2

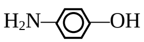
$$C_xH_yO_2 + \left(x + \frac{y}{4} - 1\right)O_2 \longrightarrow xCO_2 + \frac{y}{2}H_2O$$

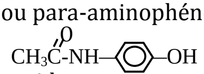
$$n_B = \frac{n_{CO_2}}{x} = \frac{n_{H_2O}}{\frac{y}{2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{m_B}{12x+y+32} = \frac{m_{CO_2}}{44x} = \frac{m_{H_2O}}{9y}$$

On trouve x = 2 ; y = 4 d'où la formule brute $\mathbf{C_2H_4O_2}$
* *FSD et nom de B*
CH_3COOH : acide éthanoïque
b.* *Formule semi-développée et nom officiel de l'aniline*

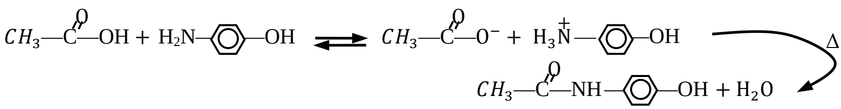
 : phénylamine

* *Formule semi-développée et nom de C*

 : 4-aminophénol ou para-aminophénol

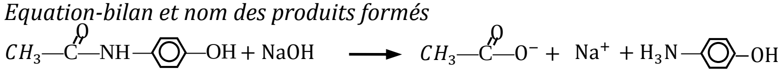
c. *Formule semi-développée de A :* 
Nom officiel : N –paraphénoléthanamide
Nom usuel : paracétamol
3°a. *Les deux inconvénients*
- la réaction n'est pas totale : le mélange peut donner lieu à une réaction d'estérification
- la réaction est lente.

b. *Masse de B*



$$\eta = \frac{n_A}{n_B} \Rightarrow n_B = \frac{n_A}{\eta} \Rightarrow \frac{m_B}{M_B} = \frac{m_A}{\eta M_A} \quad \text{soit } \mathbf{m_B} = \frac{\mathbf{m_A M_B}}{\boldsymbol{\eta} \mathbf{M_A}} \qquad \text{AN : } \mathbf{m_B} = \mathbf{220{,}75g}$$

c. *Deux autres méthodes de synthèse rapide et totale de A*
- l'acylation de l'amine
On utilise le chlorure d'éthanoyle à la place de l'acide éthanoïque
- On peut aussi utiliser l'anhydride éthanoïque à la place de l'acide éthanoïque
4° *Equation-bilan et nom des produits formés*



ACIDES α-AMINES

Exercice1

On considère deux acides α-aminés :

la glycine $H_2N - \underset{\displaystyle H}{\underset{|}{C}}H - COOH$ et l'alanine $H_2N - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}H - COOH$

1° Donner le nom de ces acides en nomenclature systématique ; justifier les termes « acides », « α », « aminés ».

2° La molécule d'alanine est-elle chirale ? (Justifier votre réponse). Si oui, représenter les deux énantiomères.

3° On veut faire la synthèse du dipeptide noté Gly-Ala.

a. Ecrire l'équation-bilan correspondant ? Indiquer, en l'entourant, la liaison peptidique.

b. Quelles sont les fonctions que l'on doit bloquer et celles que l'on doit activer pour fabriquer le dipeptide souhaité ?

c. Dans le cas ou l'on n'oriente pas la synthèse du dipeptide comme indiqué précédemment, combien de dipeptides obtient-on ? On les désignera en employant les termes Gly et Ala.

Exercice 2

1° Un acide α-aminé A a pour formule moléculaire brute $C_4H_9O_2N$.

a. Définir acide α-aminé et donner la formule générale d'un acide α-aminé.

b. Donner la formule semi-développée de l'acide α-aminé A et son nom sachant que la chaine carbonée de A n'est pas ramifiée.

c. Pourquoi la molécule de A est-elle chirale ? En utilisant la projection de Fischer, représenter :

-la configuration D de A ;

-la configuration L de A.

d. Quelle est la composition centésimale en masse de l'acide α-aminé ?

2° On élimine une molécule de dioxyde de carbone sur une molécule de A ; on obtient alors un produit B

a. Quelle est la fonction chimique du produit B. Ecrire l'équation de la réaction.

b. Préciser la formule semi-développée plane du produit B obtenu, sa classe et son nom.

c. Existe-t-il d'autres amines ayant la même formule moléculaires brute que B ? Si oui donner pour chacune d'elles, sa formule semi-développée, sa classe et son nom.

3° On fait réagir le chlorure d'éthanoyle sur l'amine B.

a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction.

b. Quelle est la fonction du corps organique obtenu ? Préciser son nom.

c. Cette réaction met en jeu un caractère des amines. De quel caractère s'agit-il ? Quel atome présente ce caractère. Justifier la réponse.

Exercice 3

L'aspartame de formule : $HO - \overset{\displaystyle O}{\overset{\|}{C}} - CH_2 - \underset{\displaystyle NH_2}{\underset{|}{C}}H - \overset{\displaystyle O}{\overset{\|}{C}} - NH - \underset{\displaystyle CH_2 - C_6H_5}{\underset{|}{C}}H - \overset{\displaystyle O}{\overset{\|}{C}} - O - CH_3$

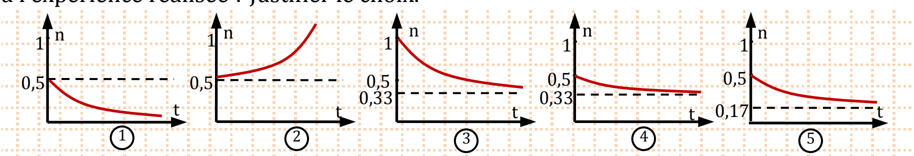
s'hydrolyse pour donner trois espèces chimiques :

la phénylalanine : $H_2N - \underset{\displaystyle CH_2 - C_6H_5}{\underset{|}{C}}H - \overset{\displaystyle O}{\overset{\|}{C}} - OH$, l'acide aspartique : $HO - \overset{\displaystyle O}{\overset{\|}{C}} - CH_2 - \underset{\displaystyle NH_2}{\underset{|}{C}}H - \overset{\displaystyle O}{\overset{\|}{C}} - OH$

et le méthanol $CH_3 - OH$.
La phénylalanine et l'acide aspartique sont des acides α-aminés comportant un carbone asymétrique.
1° Définir : acide α-aminé ; carbone asymétrique.
2° Recopier la formule générale de chaque acide α-aminé et :
a. Donner son nom en nomenclature systématique.
b. Repérer le carbone asymétrique de la molécule.
3°a. Quelle propriété la présence d'un carbone asymétrique implique pour chaque acide α-aminé.
b. À partir de la représentation de Fischer, illustre la propriété citée au 3a) pour l'acide aspartique.
4° En solution aqueuse, la phénylalanine présente trois formes. Ecrire l'équation de la dissolution de la phénylalanine et identifier ces trois formes par leur formule et leur nom.
5° On désire préparer le dipeptide dans lequel la liaison intervient entre le groupe carboxyle de l'acide aspartique et le groupe amine de la phénylalanine.
a. Comment procèdes-tu ?
b. Ecrire le dipeptide formé.
c. Combien y-a-t'il de carbones asymétriques dans le dipeptide préparé ?

Exercice 4

1° L'analyse d'un composé organique A donne en pourcentages massiques :
C : 54,6% ; H : 9,1% ; O : 36,4%. La masse molaire de A est de $88 g.mol^{-1}$.
Vérifier que la formule brute de A est $C_4H_8O_2$.
2° A est soluble dans l'eau. Sa solution fait virer au jaune au jaune le bleu de bromothymol (BBT). La chaine carbonée de A est linéaire. Identifier A en donnant sa formule semi-développée et son nom.
3° Pour préparer un arome artificiel ananas, on introduit dans un ballon 0,5mol d'éthanol et 0,5mol de A et quelques gouttes d'acide sulfurique concentré. On chauffe à reflux pendant 45minutes, puis on refroidit le mélange réactionnel.
a. Quelle est la réaction qui s'est produite dans le ballon ? Ecrire l'équation –bilan de cette réaction. Nommer le composé obtenu, à odeur d'ananas. Quel est le rôle de l'acide sulfurique ?
b. En cours de réaction, à intervalles de temps réguliers, on a prélevé dans le mélange réactionnel de très petits échantillons de volume connu, que l'on a dosé. On peut ainsi connaitre l'évolution du nombre de moles n du composé A dans le mélange réactionnel au cours du temps. Parmi les courbes préposées ci-après quelle et celle qui correspond à l'expérience réalisée ? Justifier le choix.



4° On considère la molécule B dont la formule semi-développée est : $CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle NH_2}{\underset{|}{CH}} - COOH$
a. Nommer ce composé en nomenclature officielle.
b. Quelle particularité l'atome de carbone N°2 possède-t-il ?

c. Quel type d'isomérie le composé B va-t-il présenter ?
La molécule A présente-t-elle la même particularité ?
d. Donner la représentation de Ficher des isomères du composé B, en précisant les isomères D et L ?

Exercice 5

La phénylalanine et l'alanine (acide-2-aminopropanoïque) appartiennent tous deux à une même famille des composés organiques.
1°a. Ecrire leur formule semi-développée et donner le nom officiel du phénylalanine.
b. Quels sont les groupements fonctionnels caractéristiques de cette famille de composés organique. Donner le nom de cette famille.
c. Vérifier que les deux molécules sont chirales puis représenter les deux configurations correspondant à chaque énantiomère de l'alanine en utilisant la représentation de Fischer.
2°a. On fait réagir du chlorure de méthanoyle sur la phénylalanine. Il se forme un composé organique A. Ecrire l'équation-bilan de cette réaction.
b. On prépare le composé B par action du méthanol sur l'alanine.
b_1- Donner la nature de cette réaction puis identifier B par sa formule semi-développée.
b_2- Quels sont les inconvénients de cette réaction sur le plan de production industrielle ?
c. On synthétise le composé organique C par action de B sur A.
Ecrire l'équation bilan de la réaction puis donner les fonctions chimiques que renferme C tout en encadrant les groupements fonctionnels
3° La décarboxylation (élimination d'une molécule de dioxyde de carbone) de l'alanine donne un composé E.
a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction
b. Donner la famille et le nom de E.
c. Le rendement de la réaction est de 90%.Quelle masse d'alanine faut-il disposer pour obtenir 1ℓ de la solution de E de concentration 1,3.mol.l^{-1}.

Exercice 7

On considère un acide α-aminé A.
1° Par décarboxylation A donne une amine B. B possède la composition centésimale massique suivante : %C = 61 ; %H = 15,25.
a. Trouver la formule brute de B et en déduire celle de A.
b. Ecrire les formules semi développées possibles de A et les nommer.
2° L'un des isomères de A, noté A_1, est un acide α-aminé chiral.
a. Identifier A_1
b. Indiquer les trois espèces chimiques dérivées de A_1 qui coexistent en solution aqueuse.
c. En déduire les deux couples acide-base présents dans la solution.
3° Deux molécules de A_1 peuvent réagir et donner un dipeptide. Ecrire l'équation de la réaction et mettre en évidence la liaison peptidique dans le composé obtenu.
4° L'isomère A_2 non chiral de A, par chauffage subit une réaction de déshydratation et conduit à un composé C.
a. Donner la formule de C.

b. Ecrire l'équation bilan de cette réaction
c. Quel groupement fonctionnel possède-t-il ?
Données : $M_C = 12g/mol$; $M_H = 1g/mol$; $M_N = 14g/mol$.

Exercice 8

On considère les deux composés organiques suivants : A : $R-CH_2-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl$ et

B : $R-\overset{\overset{Cl}{|}}{CH}-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$

1°L'action du gaz ammoniac (NH_3) sur le composé A conduit à un composé organique E
a. A quelle famille organique appartient E ?
b. Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
2° Dans les conditions expérimentales convenables 3,01g du composé organique B réagit avec un excès d'ammoniac et conduit à 2,62g d'un acide α-aminé F et du chlorure d'hydrogène.
a. Ecris l'équation-bilan de la réaction produite.
b. Exprime la masse molaire de B en fonction de celle de F et montre que la masse molaire de F vaut $131 g.mol^{-1}$.
c. Détermine la formule brute de R et écris les formules semi-développées possibles de F sachant que le groupe alkyle R porte une seule ramification. Donne leur nom en nomenclature officielle.
3°a. Identifie F sachant que sa molécule possède un seul carbone asymétrique.
b. Ecris les formules des trois formes de F présentes en solution aqueuse.
c. Ecris les formules semi-développées des composés A et B.
4° On considère un dipeptide obtenu par condensation d'une molécule de F et un autre acide α-aminé C. Sachant que le dipeptide a une masse molaire $M = 202 g.mol^{-1}$.
a. Détermine la formule semi-développée de C et donne son nom en nomenclature officielle.
b. La molécule C est chirale. Justifie cette affirmation. Représente les deux énantiomères à l'aide de la représentation de Fischer.

Exercice 9

1° Soient deux acides α-aminés X et Y de formules respectives :

X : $R-\underset{\underset{NH_2}{|}}{CH}-COOH$ et Y : $R'-\underset{\underset{NH_2}{|}}{CH}-COOH$

On effectue les réactions suivantes :

(1): $X + CH_3OH \rightleftharpoons X' + H_2O$
(2): $Y + CH_3COCl \longrightarrow Y' + HCl$
(3): $Y' + SOCl_2 \longrightarrow Y'' + SO_2 + HCl$
(4): $X' + Y'' \longrightarrow Z$

a. En utilisant les formules de X et Y données plus haut et les réactions (1), (2), (3) et (4), expliciter les formules de X', Y', Y'' et Z.
b. Sachant que le composé organique Z a la structure suivante :

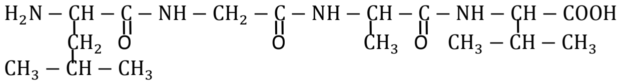
$$CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH-\underset{\underset{\underset{CH_2-CH_3}{|}}{\underset{CH-CH_3}{|}}}{CH}-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-CH_3$$

Déterminer les formules de X, X’, Y, Y’ et Y’’.
c. Quel est la formule du dipeptide que l’on cherche ainsi à préparer ?
d. Donner les représentations de FISCHER des deux énantiomères de X.
2° On réalise la décarboxylation d’une masse m=8,9g de l’acide α-aminé Y.
On obtient une amine A.
a. Ecrire l’équation bilan de cette réaction. Donner la formule et le nom de l’amine A.
b. Quelle masse d’amine A obtient-on si le rendement de la réaction est 80% ?
c. On fait réagir A sur du chlorure d’éthanoyle. Ecrire l’équation de la réaction sachant que l’amine A est en excès, puis nommer le produit organique formé.

Exercice 10
La leucine (Leu) et l’isoleucine (Ile) ont deux acides α-aminé naturel isomère de formules $H_2N—\underset{\displaystyle R}{\underset{|}{C}}H—COOH$ et dont le groupes alkyles R diffèrent.

Le groupe alkyle de la leucine est noté R_1, celui de l’isoleucine est noté R_2.
Les groupes alkyles R_1 et R_2 sont saturés et possèdent chacun une seule ramification.
1° Qu’est-ce que tous les acides α-aminés naturels ont en commun ?
2° On considère une solution aqueuse de leucine. On bloque sa fonction amine par une méthode appropriée. On prélève 20cm^3 de la solution que l’on dose jusqu'à équivalence
par 10cm^3 d’une solution d’hydroxyde de sodium de concentration molaire 0,1mol.l^{-1}.
On sait, par ailleurs, que dans 100cm^3 de la solution, on a 655mg de leucine.
a. Déterminer la masse molaire de la leucine.
b. En déduire la formule brute du groupe alkyle R.
3° Par décarboxylation de la leucine, on obtient un composé A nommé 3-méthylbutan-1-amine
a. Ecrire la formule semi-développée du composé A.
b. Déterminer la formule semi-développée de la leucine et celle de l’isoleucine.
Préciser leur nom en nomenclature officielle.
4°a. Ecrire les formules semi-développées des dipeptides que l’on peut penser obtenir à partir d’un mélange de leucine et de l’isoleucine. On donnera les noms des dipeptides en abréviations leu pour la leucine et Ile pour l’isoleucine.
(Pour ne pas alourdir l’écriture, on symbolisera dans cette question et les suivantes les groupes alkyles par R_1 et R_2)
b. Quel est le dipeptide obtenu lorsqu’on réalise la synthèse en bloquant la fonction amine de la leucine et la fonction acide carboxylique de l’isoleucine ?
c. La fonction acide carboxylique de l’isoleucine peut être bloquée en la transformant en ester par réaction avec 2-méthylpropan-2-ol. Ecrire la formule semi-développée du composé obtenu.
5°a. En solution aqueuse la leucine donne un ion dipolaire encore appelé « amphion » ou « zwitterion ». Donner la formule de cet ion et interpréter sa formation.
b. Ecrire les équations-bilans de l’action sur la leucine de :
- une solution aqueuse d’hydroxyde de sodium ;
-une solution aqueuse d’acide chlorhydrique.

c. En déduire les couples acide/base correspondant à la leucine et la forme sous laquelle on trouve la leucine en milieu acide et en milieu basique.
6° L'hydrolyse totale d'une mole d'un tripeptide donne deux moles de leucine et une mole d'isoleucine.
a. Ecrire les formules semi-développées des trois enchainements différents envisageables pour le tripeptide.
b. Nommer ces tripeptides en utilisant les mêmes abréviations qu'à la question 4/
7° Donner les noms et les formules semi-développées des composés obtenus par hydrolyse du peptide suivant :



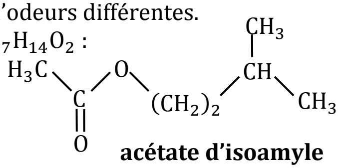
Exercice 11

Soit un composé organique A contenant du carbone, de l'hydrogène, de l'oxygène et de l'azote. On soumet à l'analyse élémentaire 0,78g de ce composé organique. Sa combustion produit 1,47g de dioxyde de carbone et 0,66g d'eau. Le volume d'azote recueilli dans les conditions normales pour la même masse du composé est 74,7cm^3.
1°a. Quelle est la composition centésimale du composé ?
b. Déterminer sa formule brute sachant qu'elle ne contient qu'un seul atome d'azote par molécule.
c. Quelles sont les formules semi-développées possibles sachant que ce composé est un acide α-aminé. Déterminer leur nom en nomenclature officielle.
2° La chaine carbonée de A est ramifiée et l'atome de carbone porteur des deux groupes fonctionnels porte également un groupe méthyle.
a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de condensation de A et de l'un des isomères. Mettre en évidence la liaison obtenue et donner son nom. Comment appelle-t-on le produit obtenu de la condensation ?
b. Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'une solution de A sur une solution aqueuse d'hydroxyde de potassium (KOH) d'une part et sur une solution aqueuse de HNO_3 d'autre part.

Exercice 12

L'architecture moléculaire, c'est-à-dire les propriétés d'isomérie, est le facteur le plus important en ce qui concerne les qualités d'une odeur. Deux isomères de constitution accusent de grandes différences pour l'ensemble de leurs propriétés et en particulier pour les propriétés olfactives ; Voici un exemple de couples d'isomères de constitution, d'odeurs différentes.

$C_7H_{14}O_2$:



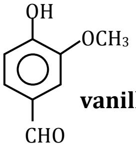
Odeur fruitée de poire

acétate d'isoamyle

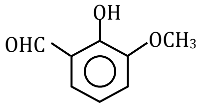
$CH_3-(CH_2)_5-COOH$ *Odeur désagréable à relent gras*

acide heptanoïque

De même, les isomères de position ne présentent pas les mêmes particularités olfactives ; citons le cas de la vanilline et de l'isovanilline, la première molécule est connue pour la puissante odeur de vanille, la seconde, son isomère de position est dépourvue d'odeur :



vanilline



isovanilline

Quant à la stéréoisomérie, elle est considérée comme un facteur primordial en ce qui concerne l'activité physiologique d'un corps et en particulier son odeur et son goût. L'asparagine dextrogyre par exemple possède un goût sucré, alors que son antipode optique est insipide.

Asparagine

$$H_2N-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-CH_2-\underset{\underset{NH_2}{|}}{CH}-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$$

On peut en déduire que les récepteurs olfactifs sont chiraux puisqu'ils enregistrent des odeurs différentes avec les énantiomères de certaines paires.

Texte extrait du livre Chimie des couleurs et des odeurs, pages 190 à 192, de M. Capon ; V. Courileau et C. Valette , édité par Cultures et Techniques. Nantes.

1° A partir du premier exemple.

a. Définir isomérie de constitution.

b. A quelle famille chimique appartient l'acétate d'isoamyle ? Donner une méthode de préparation de ce corps.

2° A partir du deuxième exemple, définir l'isomérie de position.

3° A partir du troisième exemple, définir la stéréoisomérie.

4° n considère l'alanine :

$$CH_3-\underset{\underset{NH_2}{|}}{CH}-\overset{\overset{O}{/\!/}}{C}-OH$$

a. Quel et l'atome de carbone responsable de l'isomérie dans ce composé ?

b. Donner la représentation de Fischer des deux isomères de l'alanine.

5° Expliquer : « Les récepteurs olfactifs sont **chiraux** »

Corrigé

Exercice1

1° *Nom de ces acides en nomenclature systématique :*

$H_2N-\underset{H}{\underset{|}{CH}}-COOH$: acide 2-aminoéthanoïque ;

$H_2N-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-COOH$: acide 2-aminopropanoïque

Justifications des termes :

Ce sont des acides car leur formule renferme le groupe carboxyle $-COOH$ caractéristique des acides carboxyliques

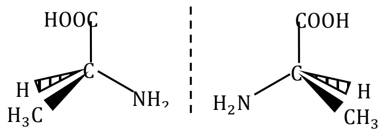
Ce sont des composés aminés car leur formule renferme le groupe amino $-NH_2$ caractéristique des amines.

Le terme α car le groupe $-NH_2$ est fixé sur l'atome de carbone en α du groupe $-COOH$

2° La molécule d'alanine est chirale.

Justification : la molécule possède un carbone asymétrique $H_2N-\underset{CH_3}{\underset{|}{\overset{*}{C}H}}-COOH$

Représentation des deux énantiomères



3° On veut faire la synthèse du dipeptide noté Gly-Ala.

a. *Equation-bilan*

$$H_2N-\underset{H}{\underset{|}{CH}}-COOH+H_2N-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-COOH \longrightarrow H_2N-\underset{H}{\underset{|}{CH}}-\underbrace{\boxed{CO-NH}}_{\text{liaison peptidique}}-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-COOH+H_2O$$

b. *Fonctions que l'on doit bloquer* : la fonction acide de l'alanine et la fonction amine de la glycine

Fonction que l'on doit activer : la fonction acide de la glycine

c. On obtiendra quatre (4) dipeptides

Gly – Ala, Gly – Gly. Ala – Ala et Ala – Gly.

Exercice 2

1° Un acide α-aminé A a pour formule moléculaire brute $C_4H_9O_2N$.

a. *Acide α-aminé* : acide carboxylique qui contient un groupement fonctionnel amine fixé sur le carbone en position α de la fonction acide carboxylique.

Ou complexe contenant une fonction acide carboxylique (-COOH) et une fonction amine ($-NH_2$) liées à un même atome de carbone.

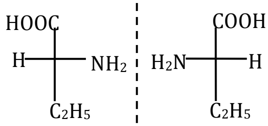
Formule générale d'un acide α-aminé : $R-\underset{NH_2}{\underset{|}{CH}}-COOH$

b. *Formule semi-développée et nom*

$CH_3-CH_2-\underset{NH_2}{\underset{|}{CH}}-COOH$ acide 2-aminobutanoïque

c. La molécule de A est chirale car elle referme un carbone asymétrique (carbone lié à quatre atomes ou groupe d'atomes différents) $CH_3-CH_2-\underset{NH_2}{\underset{|}{\overset{*}{C}H}}-COOH$

Représentation de Fischer :



Configuration D Configuration L

d. *Composition centésimale en masse de l'acide α-aminé*

$\%C = \frac{4\times12}{4\times12+9\times1+2\times16+1\times14}$ soit $\%C = 46{,}6$

$\%H = \frac{9\times1}{4\times12+9\times1+2\times16+1\times14}$ soit $\%H = 8{,}7$

$\%O = \frac{2\times16}{4\times12+9\times1+2\times16+1\times14}$ soit $\%O = 31{,}1$

$\%N = \frac{1\times14}{4\times12+1\times9+2\times16+1\times14}$ soit $\%N = 13{,}6$

2° a. *Fonction chimique du produit B* : fonction amine

Equation de la réaction

$$CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle NH_2}{\underset{|}{CH}} - COOH \longrightarrow CH_3 - CH_2 - CH_2 - NH_2 + CO_2$$

b. *Formule semi-développée plane du produit B :* $CH_3 - CH_2 - CH_2 - NH_2$

Classe : amine primaire

Nom : propan-1-amine ou propylamine .

c. Oui, il existe d'autres amines ayant la même formule moléculaires brute que B

Formule semi-développée	*Classe*	*nom*
$CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{CH} - NH_2$	amine primaire	propan-2-amine ou isopropylamine
$CH_3 - CH_2 - NH - CH_3$	amine secondaire	éthylméthylamine ou N- méthyléthanamine
$CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{N}} - CH_3$	amine tertiaire	triméthylaamine ou N,N-diméthylméthanamine

3°a. *Equation-bilan de la réaction*

$$CH_3\overset{\overset{O}{/\!/}}{C} - Cl + 2H_2N - CH_2CH_2CH_3 \longrightarrow CH_3\overset{\overset{O}{/\!/}}{C} - NH - CH_2CH_2CH_3 + CH_3CH_2CH_2 - \overset{+}{N}H_3 + Cl^-$$

b. *Fonction du corps organique obtenu* : amide

Nom : N-propyléthanamide

c. * Il s'agit du caractère nucléophile

* C'est l'atome d'azote

* L'atome d'azote possède un doublet non-liant : c'est un centre nucléophile. Il peut fixer un atome de carbone électrophile.

Exercice 3

1° *Acide α-aminé* : acide carboxylique qui contient un groupement fonctionnel amine fixé sur le carbone en position α de la fonction acide carboxylique.

Ou complexe contenant une fonction acide carboxylique (-COOH) et une fonction amine ($-NH_2$) liées à un même atome de carbone.

Carbone asymétrique : carbone tétraédrique lié à quatre atomes ou groupes d'atomes différents.

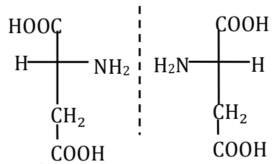
2° *Carbone asymétrique et nom*

$H_2N-\underset{CH_2-C_6H_5}{\overset{*}{C}H}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$ acide 2-amino-3-phénylpropanoïque

$HO-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-CH_2-\underset{NH_2}{\overset{*}{C}H}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$ acide 2-aminobutandïoque

3°a. La présence d'un carbone asymétrique implique la chiralité des molécules ; elles existent sous deux formes énantiomères.

b. *Représentation de Fischer des deux énantiomères*



Configuration D Configuration L

4° *Equation de dissolution de la phénylalanine*

$$C_6H_5-CH_2-\underset{NH_2}{CH}-COOH \xrightleftharpoons{H_2O} C_6H_5-CH_2-\underset{NH_3^+}{CH}-COO^-$$

Trois formes, formule et nom

- il y a l'ion dipolaire $C_6H_5-CH_2-\underset{NH_3^+}{CH}-COO^-$ appelée **Zwittérion** ou **l'amphion**
- en milieu acide, l'amphion capte un proton H+ pour donner l'espèce $C_6H_5-CH_2-\underset{NH_3^+}{CH}-COOH$ appelée **cation**
- en milieu basique, l'amphion elle libère un proton H+ pour donner l'espèce $C_6H_5-CH_2-\underset{NH_2}{CH}-COO^-$ appelée **anion**

5° a. Procédure

- je bloque la fonction acide carboxylique de la phénylalanine et la fonction amine de l'acide aspartique
- j'active la fonction acide aspartique qui doit participer à la liaison
- je procède ensuite à la synthèse du dipeptide
- je régénère enfin les fonctions chimiques bloquées

b. *Formule du dipeptide*

$$H_2N-\underset{CH_2-COOH}{CH}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-NH-\underset{CH_2-C_6H_5}{CH}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$$

c. Le dipeptide contient 2 carbones asymétriques $H_2N-\underset{CH_2-COOH}{\overset{*}{C}H}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-NH-\underset{CH_2-C_6H_5}{\overset{*}{C}H}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$

Exercice 4

1° *Vérifions que la formule brute de A est $C_4H_8O_2$*

$\frac{12x}{\%C}=\frac{y}{\%H}=\frac{16z}{\%O}=\frac{M_A}{100}$ On trouve : $x=4$; $y=8$ et $z=2$

D'où la formule brute $C_4H_8O_2$

2° *Formule semi-développée et nom*

A est acide carboxylique dont la chaine carbonée est linéaire

$$CH_3 - CH_2 - CH_2 - \overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C} - OH$$ acide butanoïque

3° a. C'est la réaction d'estérification

Equation –bilan de cette réaction

$$CH_3CH_2CH_2 - COOH + HO - CH_2CH_3 \rightleftharpoons CH_3CH_2CH_2 - COO - CH_2CH_3 + H_2O$$

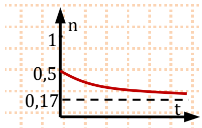
Nom du composé : butanoate d'éthyle

Rôle de l'acide sulfurique: catalyseur

b. *Courbe correspondant à l'expérience*

Le mélange initial est équimolaire et la réaction a lieu entre l'acide butanoïque et l'éthanol, un alcool primaire. A l'équilibre chimique, on aura $\frac{1}{3} \times 0{,}5\text{mol}$ d'acide butanoïque, $\frac{1}{3} \times 0{,}5\text{mol}$ d'éthanol, $\frac{2}{3} \times 0{,}5\text{mol}$ d'ester et $\frac{2}{3} \times 0{,}5\text{mol}$ d'eau.

La courbe (5) correspond à l'expérience.



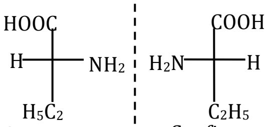
4° a. *Nom en nomenclature officielle* : acide 2-aminobutanoïque.

b. L'atome de carbone N°2 et un carbone asymétrique

c. Le composé B présente des stéréoisomères énantiomères

La molécule A ne présente pas la même particularité.

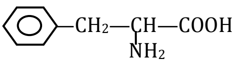
d. *Représentation de Ficher des isomères du composé B*



Configuration D | Configuration L

Exercice 5

1°a. *Formule semi-développée et nom officiel du phénylalanine*


: acide 2-amino-3-phénylpropanoïque

b. *Groupements fonctionnels caractéristiques* et *noms*

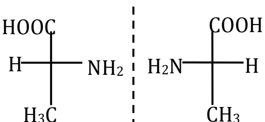
* —COOH : groupement fonctionnel acide carboxylique

* —NH_2 : groupement fonctionnel amine

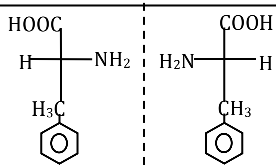
c. *Vérifions que les deux molécules sont chirales*

Les molécules possèdent tous un carbone asymétrique (le carbone N°2)

Représentations de Fischer

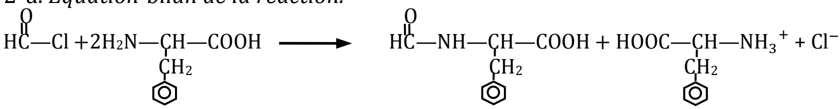


D-alanine | L-alanine



D-phénylalanine | L-phénylalanine

2°a. *Equation-bilan de la réaction.*



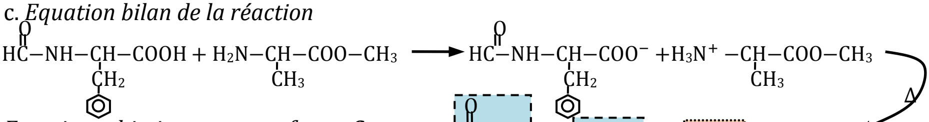
b.b1- *Nature de la réaction :* Estérification

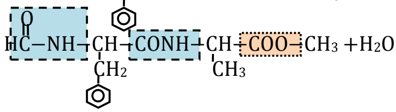
Identification de B : $H_2N-\underset{\displaystyle CH_3}{CH}-COO-CH_3$

b2- *Inconvénients de la réaction sur le plan de production industrielle*

La réaction est lente, et réaction limitée

c. *Equation bilan de la réaction*





Fonctions chimiques que renferme C

Fonctions amide : $-CO-NH-$

Fonction ester : $-CO-O-$

3° a. Eqaution-bilan de la réaction

$$CH_3CH(NH_2)COOH \longrightarrow CH_3CH_2NH_2 + CO_2$$

b. *Famille de E* : amine

Nom de E : éthylamine ou éthanamine ($CH_3-CH_2-NH_2$)

c. *Masse d'alanine*

$$\eta = \frac{n_E}{n_{alanine}} \Rightarrow \eta = \frac{CV}{\frac{m}{M}} \Rightarrow \mathbf{m} = \frac{\mathbf{CVM}}{\boldsymbol{\eta}} \qquad \text{AN : } m = \frac{1,3.10^{-2}\times 1\times 89}{0,9} \Rightarrow \mathbf{m_B = 1,3g}$$

Exercice 7

1°a. *Formule brute de B*

$\frac{12x}{\%C} = \frac{y}{\%H} = \frac{14}{\%N}$ On trouve : $x = 3$ et $y = 9$ d'où la formule brute $\mathbf{C_3H_9N}$

Formule brute de A

On a éliminé une molécule de CO_2 dans A pour obtenir la molécule B, donc l'acide aminé A a pour formule brute $\mathbf{C_4H_9O_2N}$

b. *Formules semi développées possibles de A et nom*

$CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle NH_2}{CH}-COOH$: acide 2-aminobutanoïque

$CH_3-\underset{\displaystyle NH_2}{\overset{\displaystyle CH_3}{C}}-COOH$: acide 2-amino-2-méthylpropanoïque

2°a. *Identification de A_1*

Le seul acide α-aminé chirale est : $CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle NH_2}{\overset{*}{C}H}-COOH$

b. *Espèces chimiques dérivées de A_1 qui coexistent en solution aqueuse*

anion : $CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle NH_2}{CH}-COO^-$; zwittérion : $CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle NH_3^+}{CH}-COO^-$

cation : $CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle NH_3^+}{CH}-COOH$

c. *Couples acide-base présents dans la solution*

$CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle {}^+NH_3}{CH}-COOH \big/ CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle {}^+NH_3}{CH}-COO^-$ et $CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle {}^+NH_3}{CH}-COO^- \big/ CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle NH_2}{CH}-COO^-$

3° *Equation de la réaction*

$$H_2N-\underset{C_2H_5}{CH}-COOH + H_2N-\underset{C_2H_5}{CH}-COOH \longrightarrow H_2N-\underset{C_2H_5}{CH}-\boxed{CO-NH}-\underset{C_2H_5}{CH}-COOH + H_2O$$

4° a. *Formule de C*

L'isomère non- chirale est $CH_3-\overset{CH_3}{\underset{NH_2}{C}}-COOH$

Sa déshydratation intramoléculaire conduit à $CH_3-\overset{CH_3}{\underset{NH}{C}}-C=O$ (le groupe NH étant lié au carbone de C=O)

b. *Equation bilan de la réaction*

$$CH_3-\overset{CH_3}{\underset{|NH_2}{C}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-\overline{O}-H \longrightarrow CH_3-\overset{CH_3}{\underset{^{+}NH_2}{C}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}} + ^{-}|\overline{O}-H \longrightarrow CH_3-\overset{CH_3}{\underset{NH}{C}}-C=O + H_2O$$

c. Le composé C possède le groupe fonctionnel amide $-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-NH-$.

Exercice 8

1° a. *Famille organique de E* : amide

b. *Equation-bilan de la réaction*

$$R-CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-Cl + NH_3 \longrightarrow R-CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-NH_2 + HCl$$

2°a. *Equation-bilan de la réaction*

$$R-\overset{Cl}{CH}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH + NH_3 \longrightarrow R-\underset{NH_2}{CH}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH + HCl$$

b. *Expression de la masse molaire de B en fonction de celle de F*

$M_B + M_{NH_3} = M_F + M_{HCl} \quad \Rightarrow M_B + 17 = M_F + 36{,}5 \quad \Rightarrow \boldsymbol{M_B = M_F + 19{,}5}$

Montrons que la masse molaire de F vaut 131g.mol-1

$n_B = n_F \quad \Rightarrow \quad \frac{m_B}{M_B} = \frac{m_F}{M_F} \quad \Rightarrow \quad \frac{M_B}{M_F} = \frac{3{,}01}{2{,}62}$

Or $M_B = M_F + 19{,}5$ d'où $M_F\left(\frac{3{,}01}{2{,}62} - 1\right) = 19{,}5$ soit $\mathbf{M_F = 131 g.mol^{-1}}$

c. *Formule brute de R*

$M_F = M_R + 12\times 2 + 16\times 2 + 14\times 1 + 1\times 4$ soit $M_F = M_R + 74$

Or $M_F = 131$ d'où $\mathbf{M_R = 57\ g.mol^{-1}}$

Formules semi-développées possibles de F

R est un groupe alkyle d'où $M_R = 14x + 1$ et on déduit $x = 4$

R porte une seule ramification d'où les formules et noms :

$CH_3-\underset{CH_3}{CH}-CH_2-\underset{NH_2}{CH}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$ acide 2-amino-4-méthylpentanoïque

$CH_3-CH_2-\underset{CH_3}{CH}-\underset{NH_2}{CH}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$ acide 2-amino-3-méthylpentanoïque

3°a. *Identification de F*

La molécule de F possède un seul carbone asymétrique donc F est :

$CH_3-\underset{CH_3}{CH}-CH_2-\underset{NH_2}{\overset{*}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$ acide 2-amino-4-méthylpentanoïque

b. *Formules des trois formes de F présentes en solution aqueuse*

$CH_3-CH(CH_3)-CH_2-\underset{NH_2}{\underset{|}{CH}}-COO^-$ anion

$CH_3-CH(CH_3)-CH_2-\underset{{}^+NH_3}{\underset{|}{CH}}-COOH$ cation

$CH_3-CH(CH_3)-CH_2-\underset{{}^+NH_3}{\underset{|}{CH}}-COO^-$ zwittérion ou amphion

c. *Formules semi-développées des composés A et B*

A : $CH_3-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_2-CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-Cl$; B : $CH_3-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_2-\underset{Cl}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$

4°a. *Formule semi-développée de C et nom en nomenclature officielle*

$$H_2N-\underset{\underset{H_3C-CH-CH_3}{|}}{\underset{CH_2}{\underset{|}{CH}}}-COOH+H_2N-\underset{R}{\underset{|}{CH}}-COOH \longrightarrow H_2N-\underset{\underset{H_3C-CH-CH_3}{|}}{\underset{CH_2}{\underset{|}{CH}}}-CONH-\underset{R}{\underset{|}{CH}}-COOH+H_2O$$

$M = M_R + 187$ Or $M = 202 g.mol^{-1}$ d'où $M_R = 16$

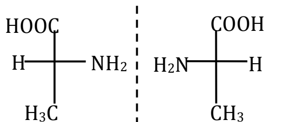
Groupe alkyle donc $M_R = 14x + 1$ et $x = 1$

C : $CH_3-\underset{NH_2}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$: acide 2-aminopropanoïque

b. *Justification de la chiralité de la molécule de C*

La molécule de C contient un carbone asymétrique $CH_3-\underset{NH_2}{\underset{|}{\overset{*}{C}H}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$

Représentation de Fischer des deux énantiomères de C



Configuration D | Configuration L

Exercice 9

1° a. *Formules de X', Y', Y'' et Z*

(1): $X + CH_3OH \rightleftharpoons X' + H_2O$ C'est une réaction d'estérification directe

$$H_2N-\underset{R}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}OH + HOCH_3 \rightleftharpoons H_2N-\underset{R}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}OCH_3 + H_2O$$

X' : $H_2N-\underset{R}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}OCH_3$

(2): $Y + CH_3COCl \longrightarrow Y' + HCl$ C'est une acylation des amines

$$CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}Cl + H_2N-\underset{R'}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}OH \longrightarrow CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}NH-\underset{R'}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}OH + HCl$$

Y' : $CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}NH-\underset{R'}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}OH$

(3): $Y' + SOCl_2 \longrightarrow Y'' + SO_2 + HCl$ Préparation des chlorures d'acyle

$$CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}NH-\underset{R'}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}OH + SOCl_2 \qquad CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}NH-\underset{R'}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-Cl + SO_2 + HCl$$

Y'' : $CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}NH-\underset{R'}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-Cl$

(4): $X' + Y'' \longrightarrow Z$ c'est une estérification indirecte

$$CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}NH-\underset{R'}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-Cl + H_2N-\underset{R}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_3 \longrightarrow CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}NH-\underset{R'}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-NH-\underset{R}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_3 + HCl$$

Z : $CH_3\overset{O}{\overset{\|}{C}}NH-\underset{R'}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-NH-\underset{R}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_3$

b. *Formules de X, X', Y, Y' et Y''*

Lorsqu'on regarde les deux formules de Z, on déduit : R– : CH_3-

et R'– : $CH_3-CH_2-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-$

On a donc les formules suivantes :

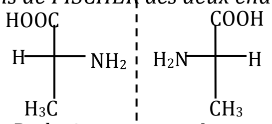
X : $CH_3-\underset{NH_2}{\underset{|}{CH}}-COOH$ X' : $H_2N-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_3$

Y : $CH_3-CH_2-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-\underset{NH_2}{\underset{|}{CH}}-COOH$ Y' : $CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-NH-\underset{\underset{CH_2-CH_3}{|}}{\underset{CH-CH_3}{\underset{|}{CH}}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$

Y'' : $CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-NH-\underset{\underset{CH_2-CH_3}{|}}{\underset{CH-CH_3}{\underset{|}{CH}}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-Cl$

c. *Formule du dipeptide* : $H_2N-\underset{\underset{CH_2-CH_3}{|}}{\underset{CH-CH_3}{\underset{|}{CH}}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-NH-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$

d. *Représentations de FISCHER des deux énantiomères de X*



D-alanine L-alanine

2° a. Equation bilan de la réaction

$$CH_3-CH_2-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-\underset{NH_2}{\underset{|}{CH}}-COOH \longrightarrow CH_3-CH_2-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_2-NH_2 + CO_2$$

* *Formule et nom de l'amine A*

$CH_3-CH_2-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_2-NH_2$: 2-méthylbutan-1-amine ou 2-méthylbutylamine

b. Masse d'amine A

$\eta = \frac{n_A}{n_Y} \Rightarrow n_A = \eta n_Y \Rightarrow \frac{m_A}{M_A} = \eta\frac{m_Y}{M_Y}$ soit $\boldsymbol{m_A = \frac{\eta m_Y M_A}{M_Y}}$ AN : $\mathbf{m_A = 4{,}7g}$

c. *Equation de la réaction*

$$CH_3\overset{\overset{O}{\|}}{C}Cl + 2CH_3CH_2\underset{CH_3}{C}HCH_2NH_2 \longrightarrow CH_3\overset{\overset{O}{\|}}{C}NHCH_2CH\underset{CH_3}{C}H_2CH_3 + CH_3CH_2\underset{CH_3}{C}HCH_2NH_3^{+} + Cl^{-}$$

Nom du produit organique : N-(3 -méthylbutyl)éthanamide

Exercice 10

1° Tous les acides α-aminés naturels ont en commun le fait qu'ils possèdent dans leur structure le groupe $-NH_2$ et le groupe –COOH et qu'ils ont la configuration L.

2° a. *Masse molaire de la leucine*

$n = C_aV = \frac{m}{M}$ Or à l'équivalence acide-base : $C_aV_a = C_bV_b$ d'où $\mathbf{M = \frac{mV_a}{C_bV_bV}}$

AN : $M = \frac{0{,}655\times 20.10^{-3}}{0{,}1\times 10.10^{-3}\times 0{,}1}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{M = 131 g.mol^{-1}}$

b. *Formule brute du groupe alkyle R*

$M_R = 14x + 1$ Or $M = M_R + 74 = 131$ d'où $x = 4$ et la formule brute $\mathbf{C_4H_9} -$

3° a. *Formule semi-développée du composé A* : $CH_3 - \underset{CH_3}{CH} - CH_2 - CH_2 - NH_2$

b. *Formule semi-développée de la leucine et nom officiel*

Le groupe R de la leucine est conservé lors de la décarboxylation d'où la formule

$$CH_3 - \underset{CH_3}{CH} - CH_2 - \underset{NH_2}{CH} - COOH$$

acide 2-amino-4-méthylpentanoïque

Formule semi-développée de l'isoleucine et nom officiel

La leucine comme l'isoleucine possède une seule ramification d'où la formule

$$CH_3 - CH_2 - \underset{CH_3}{CH} - \underset{NH_2}{CH} - COOH$$

acide 2-amino-3-méthylpentanoïque

4°a. *Formules semi-développées des dipeptides*

Lorsqu'on n'oriente pas la synthèse, on obtiendra 4 dipeptides qui sont :

$H_2N—\underset{R_1}{CH}—CONH—\underset{R_1}{CH}—COOH$: Leu – Leu ; $H_2N—\underset{R_1}{CH}—CONH—\underset{R_2}{CH}—COOH$: Leu – Ile

$H_2N—\underset{R_2}{CH}—CONH—\underset{R_1}{CH}—COOH$: Ile – Leu ; $H_2N—\underset{R_2}{CH}—CONH—\underset{R_2}{CH}—COOH$: Ile – Ile

b. *Dipeptide obtenu*

Les fonctions amine de la leucine et acide carboxylique de l'isoleucine sont terminales donc le dipeptide qu'on obtient est : **Leu – Ile**

c. *Formule semi-développée du composé obtenu*

$$CH_3 - \underset{CH_3}{CH} - CH_2 - \underset{NH_2}{CH} - COO - \underset{CH_3}{\overset{CH_3}{C}} - CH_3$$

5°a. *Formule de l'ion dipolaire*

$$CH_3 - \underset{CH_3}{CH} - CH_2 - \underset{^{+}NH_3}{CH} - COO^{-}$$

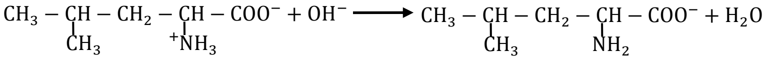
Interprétation de sa formation

L'acide α-aminé est un complexe à la fois acide et base

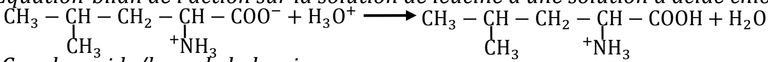
Comme acide, il peut libérer un proton H^+ dans une réaction ; et comme base capter un proton H^+. L'eau est un ampholyte (c'est-à-dire à la fois acide et base).

Une réaction acide base de l'acide α-aminé avec l'eau engendre l'ion dipolaire.

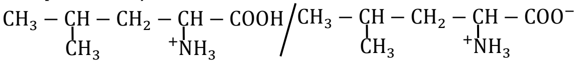
b. - *Equation-bilan de l'action sur la solution de leucine d'une solution de soude*



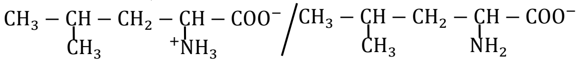
- *Equation-bilan de l'action sur la solution de leucine d'une solution d'acide chlorhydrique*



c. *Couples acide/base de la leucine*

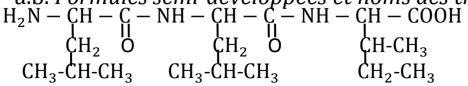


En milieu acide, la leucine est sous la forme de cation

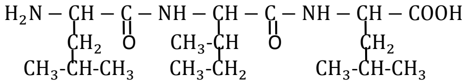


En milieu basique, la leucine est essentiellement sous la forme d'anion.

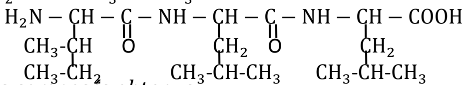
6° a.b. *Formules semi-développées et noms des trois tripeptides*



Leu – Leu – Ile



Leu – Ile – Leu

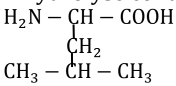


Ile - Leu – Leu

7° *Noms et formules semi-développées des composés obtenus*

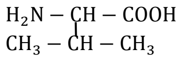
Le peptide contient trois liaisons peptidiques ; c'est donc un tétrapeptide

Son hydrolyse conduira à 4 acides α-aminés.



(leucine)

acide 2-amino-4-méthylpentanoïque

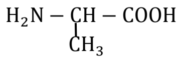


(valine)

acide 2-amino-3-méthylbutanoïque

$H_2N - CH_2 - COOH$ (glycine)

acide 2-aminoéthanoïque



(alanine)

acide 2-aminopropanoïque

Exercice 11

1°a. *Composition centésimale du composé A*

$\%C = \frac{m_C}{m_A} \times 100$ Or $m_C = \frac{3}{11} m_{CO_2}$ donc $\%C = \frac{3m_{CO_2}}{11m_A} \times 100$ AN : $\%C = 51,4$

$\%H = \frac{m_H}{m_A} \times 100$ Or $m_H = \frac{1}{9} m_{H_2O}$ donc $\%H = \frac{m_{H_2O}}{9m_A} \times 100$ AN : $\%H = 9,4$

$\%N = \frac{m_N}{m_A} \times 100$ Or $n_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{V_{N_2}}{V_m} \Rightarrow m_{N_2} = \frac{V_{N_2} M_{N_2}}{V_m}$ donc $\%N = \frac{V_{N_2} M_{N_2}}{V_m m_A}$

AN : $\%N = 12,0$

$\%O = 100 - (\%C + \%H + \%N)$ soit $\%O = 27,2$

b. *Formule brute*

$$\frac{12x}{\%C} = \frac{y}{\%H} = \frac{16z}{\%O} = \frac{14t}{\%N}$$

Le composé A contient un seul atome d'azote par molécule donc t=1.

On trouve $x = 5$, $y = 11$, $z = 2$ d'où la formule brute $\mathbf{C_5H_{11}O_2N}$

c. *Formules semi-développées possibles et nom en nomenclature officielle*

A est un acide α-aminé d'où les formules

$$CH_3-CH_2-CH_2-\underset{NH_2}{\underset{|}{CH}}-COOH \quad \text{acide 2-aminopentanoïque}$$

$$CH_3-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-\underset{NH_2}{\underset{|}{CH}}-COOH \quad \text{acide 2-amino-3-méthylbutanoïque}$$

$$CH_3-CH_2-\overset{CH_3}{\overset{|}{\underset{NH_2}{\underset{|}{C}}}}-COOH \quad \text{acide 2-amino-2-méthylbutanoïque}$$

2°a. *Equation-bilan de la réaction de condensation*

Le composé A est :

$$CH_3-CH_2-\overset{CH_3}{\overset{|}{\underset{NH_2}{\underset{|}{C}}}}-COOH$$

$$H_2N-\overset{CH_3}{\overset{|}{\underset{CH_3CH_2}{\underset{|}{C}}}}-COOH + H_2N-\underset{CH_2CH_3}{\underset{|}{\underset{CH_2}{\underset{|}{CH}}}}-COOH \longrightarrow H_2N-\overset{CH_3}{\overset{|}{\underset{CH_3CH_2}{\underset{|}{C}}}}-CONH-\underset{CH_2CH_3}{\underset{|}{\underset{CH_2}{\underset{|}{CH}}}}-COOH + H_2O$$

Nom de la réaction : synthèse peptidique

Nom du produit : dipeptide

b. En solution aqueuse A excite sous forme d'ion dipolaire

- *équation de la réaction de la solution de A sur une solution aqueuse de KOH*

$$CH_3-CH_2-\overset{CH_3}{\overset{|}{\underset{{}^+NH_3}{\underset{|}{C}}}}-COO^- + OH^- \longrightarrow CH_3-CH_2-\overset{CH_3}{\overset{|}{\underset{NH_2}{\underset{|}{C}}}}-COO^- + H_2O$$

- *équation de la réaction de la solution de A sur une solution aqueuse de HNO₃*

$$CH_3-CH_2-\overset{CH_3}{\overset{|}{\underset{{}^+NH_3}{\underset{|}{C}}}}-COO^- + H_3O^+ \longrightarrow CH_3-CH_2-\overset{CH_3}{\overset{|}{\underset{{}^+NH_3}{\underset{|}{C}}}}-COOH + H_2O$$

<u>Exercice 12</u>

1°a. *Isomérie de constitution*

Les deux composes ont même formule brute

- la molécule d'acide heptanoïque est un acide carboxylique à chaine carbonée linéaire ;
- la molécule d'acétate d'isoamyle est un ester à chaine carbonée ramifiée

On parle d'**isomérie de constitution** lorsqu'il y a différence dans l'architecture moléculaire : la chaine carbonée ou les fonctions chimiques.

b. *Famille chimique*

L'acétate d'isoamyle est un ester

Méthode de préparation

- estérification directe : Action de l'acide éthanoïque CH_3COOH et de la 3-méthylbutan-1-ol $CH_3CH(CH_3)CH_2CH_2OH$. La réaction est limitée
- estérification indirecte

* Action du chlorure d'éthanoyle CH_3COCl et de la 3-méthylbutan-1-ol

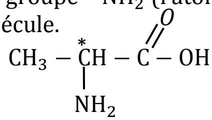
* ou action de l'anhydride éthanoïque $CH_3CO-O-COCH_3$ et de la 3-méthylbutan-1-ol

Dans ce cas la réaction est totale.

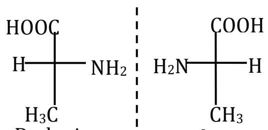
2° *Isomérie de position*

Les deux molécules ont la même formule brute, même architecture de chaine et même fonction chimique

La fonction aldéhyde – CHO de la vaniline se trouve en position para tandis que celle de l'isovaniline se trouve en position otho.
On parle d'**isomérie de position** lorsqu'il y a même architecture moléculaire mais des positions différentes de fonction chimique.
3° *Stéréoisomérie*
Les deux molécules de l'asparagine on même formule brute, même architecture de chaine, même position de fonction. Les deux molécules diffèrent par le fait que l'une est l'antipode optique de l'autre.
On parle de **stéréoisomérie** lorsqu'il y a même formule brute, même architecture de chaine, même position de fonction et que leurs molécules soient symétrique l'une de l'autre par rapport à un plan.
On parle de 'ils sont images l'une de l'autre à travers un miroir plan
4°a. *Atome de carbone responsable de l'isomérie dans le composé*
L'atome de carbone sur lequel est lié le groupe – COOH et le groupe $-NH_2$ (l'atome de carbone en N°2) est reponsable de l'isomérie dans cette molécule.
C'est un carbone asymétrique.



b. *Représentation de Fischer des deux isomères de l'alanine*



D-alanine L-alanine

5° L'expression « Les récepteurs olfactifs sont **chiraux** » signifie qu'ils sont capables de distinguer les deux énantiomères d'un composé chiral.

SOLUTIONS AQUEUSES ET pH

Exercice 1

A 25°C, on mesure le pH de trois solutions aqueuses A, B et C ; on trouve :
pH_A=2,7 ; pH_B = 5,8 ; pH_C = 11,3
Déterminer les concentrations en ions hydronium et hydroxyde de chacune de ces solutions.

Exercice 2

Par analogie avec le pH d'une solution, on peut définir le pOH d'une solution.
1 Définir le pOH d'une solution.
2 Trouver une relation entre les pH, pOH et pKe.
3 Quel serait, a 25C, le pOH d'une solution pour laquelle $[H_3O^+]=10^{-3}mol.l^{-1}$

Exercice 3

Compléter le tableau suivant (à 25°C)

$[H_3O^+]$ $(mol.l^{-1})$	$[HO^-]$ $(mol.l^{-1})$	pH	nature de la solution
		9,4	
	$4,5.10^{-2}$		
		2,6	
$6,2.10^{-9}$			
	$1,8.10^{-2}$		
		7,6	
$8,6.10^{-6}$			
		11,5	

Exercice 4

Dans une fiole jaugée de 250ml on met:
.25ml de solution de NaCl à $0,8mol.l^{-1}$;
. 50ml de solution de $CaBr_2$ à $0,5mol.l^{-1}$;
.3.10-2mol de chlorure de calcium ;
10,3g de bromure de sodium solide.
On complète à 250ml avec de l'eau distillée.
1° Déterminer la quantité de matière et la concentration de chaque ion.
2° Vérifier que la solution est électriquement neutre. On admettra qu'il ne se produit aucune réaction chimique entre les différents ions présents.

Exercice 5

On dispose d'une solution de nitrate de potassium KNO_3 à 0,5mol/l, d'une solution de nitrate de calcium $Ca(NO_3)_2$ à 0,8mol/l, d'une solution de chlorure de potassium à 1mol/l et chlorure de magnésium cristallisé de formule $MgCl_2$, $6H_2O$.
On souhaite préparer 1 litre de solution contenant les ions Mg^{2+} ; Ca^{2+} ; K^+ ; NO_3^- et Cl^- tel que : $[Mg^{2+}]=0,2mol.l^{-1}$, $[NO_3^-]=0,25mol.l^{-1}$, $[Ca^{2+}]=0,1mol.l^{-1}$, $[K^+]=0,25mol.l^{-1}$
1° Déterminer les volumes des solutions et la masse de solide à mélanger pour préparer cette solution que l'on complète à 1 litre avec de l'eau distillée.
2° Calculer directement la concentration de $[Cl^-]$
3° Vérifier l'électroneutralité de la solution.

Corrigé

Exercice 1

Concentrations en ions hydronium et hydroxyde de chacune des solutions

$[H_3O^+] \times [OH^-] = ke \qquad \Rightarrow \qquad [OH^-] = \frac{ke}{[H_3O^+]}$

Or $[H_3O^+] = 10^{-pH}$ et $ke = 10^{-14}$ à 25°C, donc $\mathbf{[OH^-] = 10^{-14+pH}}$

* Solution A : pH = 2,7

$[H_3O^+] = 10^{-2,7} = \mathbf{2.10^{-3} mol.l^{-1}}$; $[OH^-] = 10^{-14+2,7} = \mathbf{5.10^{-12} mol.l^{-1}}$.

* Solution B : pH = 5,8

$[H_3O^+] = 10^{-5,8} = \mathbf{1,58.10^{-6} mol.l^{-1}}$; $[OH^-] = 10^{-14+5,8} = \mathbf{6,31.10^{-9} mol.l^{-1}}$.

* Solution C : pH = 11,3

$[H_3O^+] = 10^{-11,3} = \mathbf{5.10^{-12} mol.l^{-1}}$; $[OH^-] = 10^{-14+11,3} = \mathbf{2.10^{-3} mol.l^{-1}}$.

Exercice 2

1° *pOH d'une solution*

Par définition, $pH = -\log([H_3O^+])$ donc par analogie, $\mathbf{pOH = -\log([HO^-])}$

2° *Relation entre les pH, pOH et pke*

$[H_3O^+] \times [HO^-] = ke \qquad \Rightarrow \qquad [HO^-] = \frac{ke}{[H_3O^+]}$

Appliquons la fonction logarithme décimale à la relation

$\log([HO^-]) = \log\left(\frac{ke}{[H_3O^+]}\right) \qquad \Rightarrow \qquad \log([HO^-]) = \log(ke) - \log([H_3O^+])$

$-pOH = -pke + pH$ On déduit : $\mathbf{pOH = pke - pH}$

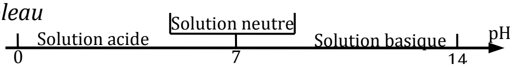
3° *pOH de la solution*

À 25°C, $pke = 14$ et $pH = -\log 10^{-3}$ soit $pH = 3$ et $pOH = 14 - 3$ soit $\mathbf{pOH = 11}$

Exercice 3

Complément du tableau

À 25°C, pKe=14



$pH = -\log([H_3O^+])$; $[H_3O^+] = 10^{-pH}$; $pH = 14 + \log([HO^-])$; $[HO^-] = 10^{-14+pH}$

$[H_3O^+]$ $(mol.l^{-1})$	$[HO^-]$ $(mol.l^{-1})$	pH	nature de la solution
$4,0.10^{-10}$	**$2,5.10^{-5}$**	9,4	**basique**
$2,2.10^{-13}$	$4,5.10^{-2}$	**12,7**	**basique**
$2,5.10^{-3}$	**$4,0.10^{-12}$**	2,6	**acide**
$6,2.10^{-9}$	**$1,6.10^{-6}$**	**8,2**	**basique**
$5,5.10^{-13}$	$1,8.10^{-2}$	**12,3**	**basique**
$2,5.10^{-8}$	**$4,0.10^{-7}$**	7,6	**basique**
$8,6.10^{-6}$	**$1,2.10^{-9}$**	**5,1**	**acide**
$3,2.10^{-12}$	**$3,2.10^{-3}$**	11,5	**basique**

Exercice 4

1° *Quantité de matière et concentration de chaque ion*

Espèces chimiques

$NaCl \xrightarrow{H_2O} Na^+ + Cl^-$ (1) ; $CaBr_2 \xrightarrow{H_2O} Ca^{2+} + 2Br^-$ (2)

$CaCl_2 \xrightarrow{H_2O} Ca^{2+} + 2Cl^-$ (3) ; $NaBr \xrightarrow{H_2O} Na^+ + Br^-$ (4)

Inventaire : Na^+ ; Ca^{2+} ; Cl^-; Br^-.

* $n_{Na^+} = n_{Na^+(1)} + n_{Na^+(4)}$ Or $n_{Na^+(1)} = n_{NaCl} = C_1V_1$ et $n_{Na^+(4)} = n_{NaBr} = \frac{m_{NaBr}}{M_{NaBr}}$

D'où $\mathbf{n_{Na^+} = C_1V_1 + \frac{m_{NaBr}}{M_{NaBr}}}$ AN : $\mathbf{n_{Na^+} = 1,2.10^{-1}mol}$

$[\mathbf{Na^+}] = \frac{\mathbf{n_{Na^+}}}{\mathbf{V}}$ AN : $[\mathbf{Na^+}] = \mathbf{4,8.10^{-1}mol.l^{-1}}$

* $n_{Ca^{2+}} = n_{Ca^{2+}(2)} + n_{Ca^{2+}(3)}$ Or $n_{Ca^{2+}(2)} = n_{CaBr_2} = C_2V_2$ et $n_{Ca^{2+}(3)} = n_{CaCl_2}$

D'où $\mathbf{n_{Ca^{2+}} = C_2V_2 + n_{CaCl_2}}$ AN : $\mathbf{n_{Ca^{2+}} = 5,5.10^{-2}mol}$

$[\mathbf{Ca^{2+}}] = \frac{\mathbf{n_{Ca^{2+}}}}{\mathbf{V}}$ AN : $[\mathbf{Ca^{2+}}] = \mathbf{2,2.10^{-1}mol.l^{-1}}$

* $n_{Cl^-} = n_{Cl^-(1)} + n_{Cl^-(3)}$ Or $n_{Cl^-(1)} = n_{NaCl} = C_1V_1$ et $n_{Cl^-(3)} = 2n_{CaCl_2}$

D'où $\mathbf{n_{Cl^-} = C_1V_1 + 2n_{CaCl_2}}$ AN : $\mathbf{n_{Cl^-} = 8.10^{-2}mol}$

$[\mathbf{Cl^-}] = \frac{\mathbf{n_{Cl^-}}}{\mathbf{V}}$ AN : $[\mathbf{Cl^-}] = \mathbf{3,2.10^{-1}mol.l^{-1}}$

* $n_{Br^-} = n_{Br^-(2)} + n_{Br^-(4)}$ Or $n_{Br^-(2)} = 2n_{CaBr_2} = 2C_2V_2$ et $n_{Br^-(4)} = n_{NaBr} = \frac{m_{NaBr}}{M_{NaBr}}$

D'où $\mathbf{n_{Br^-} = 2C_2V_2 + \frac{m_{NaBr}}{M_{NaBr}}}$ AN : $\mathbf{n_{Br^-} = 1,5.10^{-1}mol}$

$[\mathbf{Br^-}] = \frac{\mathbf{n_{Br^-}}}{\mathbf{V}}$ AN : $[\mathbf{Br^-}] = \mathbf{6.10^{-1}mol.l^{-1}}$

2° *Vérification de l'électroneutralité de la solution*

* Cations : $[Na^+] + 2[Ca^{2+}] = 4{,}8.10^{-1} + 2 \times 2{,}2.10^{-1} = 9{,}2.10^{-1}mol.l^{-1}$

* Anions : $[Cl^-] + [Br^-] = 3{,}2.10^{-1} + 6.10^{-1} = 9{,}2.10^{-1}mol.l^{-1}$

Remarque : $[\boldsymbol{Na^+}] + \mathbf{2}[\boldsymbol{Ca^{2+}}] = [\boldsymbol{Cl^-}] + [\boldsymbol{Br^-}]$ La solution est électriquement neutre

Exercice 5

1° *Volumes des solutions et la masse de solide à mélanger*

Equations de dissociation

$KNO_3 \xrightarrow{H_2O} K^+ + NO_3^-$ (1) ; $Ca(NO_3)_2 \xrightarrow{H_2O} Ca^{2+} + 2NO_3^-$ (2)

$KCl \xrightarrow{H_2O} K^+ + Cl^-$ (3) ; $MgCl_2 \xrightarrow{H_2O} Mg^{2+} + 2Cl^-$ (4)

* $[Ca^{2+}] = \frac{n_{Ca^{2+}}}{V}$ Or $n_{Ca^{2+}} = n_{Ca^{2+}(2)} = n_{Ca(NO_3)_2} = C_2V_2$

Donc $[Ca^{2+}] = \frac{C_2V_2}{V}$ d'où $\mathbf{V_2 = \frac{[Ca^{2+}]V}{C_2}}$ AN : $\mathbf{V_2 = 125ml}$

* $[NO_3^-] = \frac{n_{NO_3^-}}{V}$ Or $n_{NO_3^-} = n_{NO_3^-(1)} + n_{NO_3^-(2)} = n_{KNO_3} + 2n_{Ca(NO_3)_2} = C_1V_1 + 2C_2V_2$

Donc $[NO_3^-] = \frac{C_1V_1+2C_2V_2}{V}$ d'où $\mathbf{V_1 = \frac{[NO_3^-]V-2C_2V_2}{C_1}}$ AN : $\mathbf{V_1 = 100ml}$

* $[K^+] = \frac{n_{K^+}}{V}$ Or $n_{K^+} = n_{K^+(1)} + n_{K^+(3)} = n_{KNO_3} + n_{KCl} = C_1V_1 + C_3V_3$

Donc $[K^+] = \frac{C_1V_1+C_3V_3}{V}$ d'où $\mathbf{V_3 = \frac{[K^+]V-C_1V_1}{C_3}}$ AN : $\mathbf{V_3 = 200ml}$

* $[Mg^{2+}] = \frac{n_{Mg^{2+}}}{V}$ Or $n_{Mg^{2+}} = n_{Mg^{2+}(4)} = n_{MgCl_2,6H_2O} = \frac{m}{M}$

Donc $[Mg^{2+}] = \frac{m}{VM}$ d'où $\mathbf{m = [Mg^{2+}]VM}$ AN : $\mathbf{m = 40,6g}$

2° *Calcul direct de la concentration de [Cl-]*

* $[Cl^-] = \frac{n_{Cl^-}}{V}$ Or $n_{Cl^-} = n_{Cl^-(3)} + n_{Cl^-(4)} = n_{KCl} + 2n_{MgCl_2,6H_2O} = C_3V_3 + 2\frac{m}{M}$

Donc $[\mathbf{Cl^-}] = \frac{\mathbf{C_3V_3+\frac{2m}{M}}}{\mathbf{V}}$ AN : $[\mathbf{Cl^-}] = \mathbf{0,6mol.l^{-1}}$

3° *Vérification de l'électroneutralité de la solution*

$2[Ca^{2+}] + [K^+] + [Mg^{2+}] = 2 \times 0{,}2 + 0{,}25 + 2 \times 0{,}1 = 0{,}85mol.l^{-1}$

$[NO_3^-] + [Cl^-] = 0{,}25 + 0{,}6 = 0{,}85mol.l^{-1}$

Remarque : $2[Ca^{2+}] + [K^+] + [Mg^{2+}] = [NO_3^-] + [Cl^-]$ La solution est neutre.

ACIDE CHLORHYDRIQUE ET HYDROXYDE DE SODIUM EN SOLUTION AQUEUSE

Exercice 1

Un ballon utilisé pour l'expérience du jet d'eau, a un volume de 0,75l. ; Il a été rempli sous une pression de 101,3kPa à 25°C avec du chlorure d'hydrogène sec. En fin d'expérience, on obtient 0,6l de solution ; tout le gaz HCl étant dissous.
1° Calculer la quantité, en mole, de gaz HCl dissous.
2° En déduire le pH de la solution ainsi préparée.

Exercice 2

On dispose à 25°C de 4 solutions d'acide chlorhydrique A, B, C, D :
A a un pH=2,1 ; B est telque $[H_3O^+]=5.10^{-3}mol.l^{-1}$; C a été préparée par dissolution de 1,4l de HCl pris à 25°C sous une pression de 101,3kPa dans 5l d'eau pure ; D résulte de l'addition de 250ml d'eau a 100ml d'une solution de HCl de pH=1,5.
Calculer les pH des solutions B, C et D et classer ces solutions par acidité croissante.

Exercice 3

On dispose à 25°C de 4 solutions d'hydroxyde de sodium A, B, C, D :
A a un pH=11,6 ; B est telque $[HO^-]=3.10^{-3}mol.l^{-1}$; C a été obtenu par dissolution de 2g de NaOH dans 10ℓ d'eau pure ; D a été obtenu par addition de 400mℓ d'eau a 100mℓ d'une solution d'hydroxyde de sodium de pH=12,1.
Calculer le pH des solutions B, C et D et classer ces solutions par basicité croissante.

Exercice 4

Une solution d'acide chlorhydrique a un pH de 2,3
1° A l'aide de cette solution, on souhaite préparer 2ℓ de solutions ayant un pH=3 ; comment procéder ? On précisera notamment la verrerie nécessaire pour cette préparation.
2° Quel volume de gaz HCl, pris à 25°C sous une pression de 101,3kPa faut-il dissoudre dans 2 litres d'eau pure pour obtenir la même solution ?

Exercice 5

On dispose d'une solution A de NaOH, de pH=12
1° Quel volume d'eau faut-il ajouter a 50mℓ de A pour obtenir une solution B de pH=10,7
2° Quel masse d'hydroxyde de sodium solide aurait-il fallu dissoudre pour préparer directement le même volume de B ? Conclure.

Exercice 6

1° On mélange 200mℓ d'une solution A d'acide chlorhydrique de pH=2,5 et 300mℓ d'une solution B d'acide chlorhydrique de pH inconnu. Le mélange final C a un pH égal à 2,8 ; en déduire le pH inconnu.
2° L'acide iodhydrique HI est comme l'acide chlorhydrique HCl, un acide fort. On mélange 300mℓ d'acide iodhydrique de pH=3 et 700mℓ d'acide chlorhydrique de pH=4. Quel est le pH de la solution ainsi obtenue.

Exercice 7

1°On dissout 0,8g d'hydroxyde de sodium dans 500ml d'eau pure. À la solution obtenue, on ajoute un litre d'une solution d'hydroxyde de sodium de pH=12. Quel est le pH de la solution finale ?

2° L'hydroxyde de potassium ou potasse KOH donne avec l'eau une réaction totale. On mélange 400ml d'une solution d'hydroxyde de potassium de pH=11,5 avec 200mℓ d'une solution d'hydroxyde de sodium de pH=11.
Quel est le pH de la solution ainsi préparée.

Exercice 8

On trouve dans le commerce des solutions concentrées d'acide chlorhydrique.
L'étiquette d'un flacon commercial porte les indications suivantes ; densité (par rapport à l'eau) 1,18 ; 35% d'acide pur HCl (pourcentage en masse).
1° Déterminer la concentration de la solution commerciale.
2° On répare 500ml d'une solution à 1mol.ℓ^{-1} d'acide chlorhydrique, par dilution d'un volume V d'acide commercial. Déterminer V.

Exercice 9

L'acide sulfurique H_2SO_4, peut être considéré, en première approximation, comme un diacide fort. On dispose d'une solution commerciale d'acide sulfurique de densité (par rapport à l'eau) égale à 1,815 et contenant 90% d'acide pur H_2SO_4 (pourcentage en masse).
1° On souhaite préparer 1ℓ d'une solution A d'acide sulfurique à 1mol.ℓ^{-1}.
Quel volume de solution commerciale utiliser pour cela ?
2° Ecrire l'équation de la réaction de l'acide sulfurique avec l'eau.
3° La solution précédemment obtenue sert à préparer deux solutions plus diluées :
500mℓ d'une solution B de pH = 1,5 et 250mℓ d'une solution C de pH=1.
Quels volumes de A utiliser pour cela ?
4° On mélange B et C. Quel est le pH de la solution obtenue ?

Corrigé

Exercice 1

1° *Quantité de gaz HCl dissous*

Gaz parfait : $\mathbf{n_{HCl} = \frac{PV}{RT}}$ AN : $n_{HCl} = \frac{101300 \times 0{,}75.10^{-3}}{8{,}31 \times 298}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{n_{HCl} = 3,12.10^{-2} mol}$

2° *Valeur du pH de la solution*

$HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$

$n_{HCl} = n_{H_3O^+}$ $\Rightarrow$ $n_{HCl} = [H_3O^+]V_{sol}$ Or $[H_3O^+] = 10^{-pH}$ d'où $n_{HCl} = V_{sol}10^{-pH}$

On déduit : $\mathbf{pH = -log\left(\frac{n_{HCl}}{V_{sol}}\right)}$ AN : $pH = -\log\left(\frac{3{,}12.10^{-2}}{0{,}6}\right)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{pH = 2,5}$

Exercice 2

Valeur de pH des solutions

- solution B

$\mathbf{pH_B = -log[H_3O^+]}$ AN : $pH_B = -\log 5.10^{-3}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{pH_B = 2,3}$

- solution C : $HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$

$n_{HCl} = n_{H_3O^+}$ $\Rightarrow$ $n_{HCl} = [H_3O^+]V_{sol}$ Or gaz parfait : $n_{HCl} = \frac{PV}{RT}$ et $[H_3O^+] = 10^{-pH_C}$

D'où $\frac{PV}{RT} = V_{sol} \times 10^{-pH_C}$ Et donc : $\mathbf{pH_C = -log\left(\frac{PV}{RTV_{sol}}\right)}$

AN : $pH_C = -\log\left(\frac{1{,}013.10^5 \times 1{,}4.10^{-3}}{8{,}31 \times 298 \times 5}\right)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{pH_C = 1,9}$

- solution D

Equation de dilution : $C_0V_0 = C_DV_D$

Or acide fort donc $C_0 = 10^{-pH}$, $C_D = 10^{-pH_D}$ et $V_D = V_0 + V$

D'où $V_0 \times 10^{-pH} = (V_0 + V) \times 10^{-pH_D}$ Et on déduit : $\mathbf{pH_D = -log\left(\frac{V_0 \times 10^{-pH}}{V_0+V}\right)}$

AN : $pH_D = -\log\left(\frac{0{,}1 \times 10^{-1{,}5}}{0{,}1+0{,}25}\right)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{pH_D = 2}$

Classement par acidité

Plus la pH est faible plus la solution est acide

$pH_C < pH_A < pH_D < pH_B$

Exercice 3

Valeur de pH des solutions

- solution B

$\mathbf{pH_B = 14 + log[HO^-]}$ AN : $pH_B = 14 + \log 3.10^{-3}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{pH_B = 11,5}$

- solution C : $NaOH \longrightarrow Na^+ + HO^-$

$n_{NaOH} = n_{HO^-}$ $\Rightarrow$ $n_{NaOH} = [HO^-]V_{sol}$ Or $n_{NaOH} = \frac{m}{M}$ et $[HO^-] = 10^{-14+pH_C}$

D'où $\frac{m}{M} = V_{sol} \times 10^{-14+pH_C}$ Et donc : $\mathbf{pH_C = 14 + log\left(\frac{m}{MV_{sol}}\right)}$

AN : $pH_C = 14 + \log\left(\frac{2}{40 \times 10}\right)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{pH_C = 11,7}$

- solution D

Equation de dilution : $C_0V_0 = C_DV_D$

Or base forte donc $C_0 = 10^{-14+pH}$, $C_D = 10^{-14+pH_D}$ et $V_D = V_0 + V$

D'où $V_0 \times 10^{-14+pH} = (V_0 + V) \times 10^{-14+pH_D}$

$\mathbf{pH_D = 14 + log\left(\frac{V_0 \times 10^{-14+pH}}{V_0+V}\right)}$ AN : $pH_D = 14 + \log\left(\frac{0{,}1 \times 10^{-14+12{,}1}}{0{,}1+0{,}4}\right)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{pH_D = 11,4}$

Classement par basicité croissante

Plus le pH est grand plus la solution est basique Or $pH_C > pH_A > pH_B > pH_D$

Exercice 4

1° *Mode opératoire*

- volume V_0 de la solution d'acide chlorhydrique de pH=2,3 à prélever

Equation de dilution : $C_0V_0 = C_1V_1$

Or acide fort donc $C_0 = 10^{-pH_0}$ et $C_1 = 10^{-pH_1}$ d'où

D'où $V_0 = \frac{V_1 10^{-pH_1}}{10^{-pH_0}}$ soit $\mathbf{V_0 = V_1 \times 10^{pH_0 - pH_1}}$ AN : $\mathbf{V_0 = 0,4\mathit{l}}$

- Mode opératoire : on prélève à l'aide d'une pipette graduée, $V_0 = 400ml$ de la solution d'acide chlorhydrique de pH=2,3 que l'on verse dans une fiole jaugée de $2l$. On ajoute de l'eau distillée à l'aide d'une pissette jusqu'au trait de jauge puis on homogénéise à l'aide d'un bâton de verre.

2° *Volume de gaz HCl*

$HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$

$n_{HCl} = n_{H_3O^+} \Rightarrow n_{HCl} = C_1V_1 = V_1 \times 10^{-pH_1}$ Or gaz parfait : $n_{HCl} = \frac{PV}{RT}$

d'où $\mathbf{V = \frac{RTV_1 \times 10^{-pH_1}}{P}}$ AN : $V = \frac{8,31 \times 298 \times 2 \times 10^{-3}}{101300} \Rightarrow \mathbf{V = 4,9.10^{-5} m^3}$

Exercice 5

1° *Volume V d'eau*

Equation de dilution : $C_AV_A = C_BV_B$ avec $V_B = V_A + V$

Or base forte donc $C_A = 10^{-14+pH_A}$ et $C_B = 10^{-14+pH_B}$

D'où $V = \frac{V_A 10^{-14+pH_A}}{10^{-14+pH_B}} - V_A$ soit $\mathbf{V = (10^{pH_A - pH_B} - 1)V_A}$ AN : $\mathbf{V = 948\mathit{ml}}$

2° *Masse d'hydroxyde de sodium solide*

$NaOH \longrightarrow Na^+ + OH^-$

$n_{NaOH} = n_{OH^-} \Rightarrow \frac{m}{M} = C_BV_B = C_AV_A$ Or base forte $C_A = 10^{-14+pH_A}$

D'où $\mathbf{m = 10^{-14+pH_A} V_A M}$ AN : $\mathbf{m = 0,02g}$

Exercice 6

1° *Valeur du pH inconnu*

$n_{H_3O^+(C)} = n_{H_3O^+(A)} + n_{H_3O^+(B)} \Rightarrow [H_3O^+]_C(V_A + V_B) = [H_3O^+]_AV_A + [H_3O^+]_BV_B$

Or acide fort $[H_3O^+]_C = 10^{-pH_C}$, $[H_3O^+]_A = 10^{-pH_A}$ et $[H_3O^+]_B = 10^{-pH_B}$

D'où $(V_A + V_B)10^{-pH_C} = V_A \times 10^{-pH_A} + V_B \times 10^{-pH_B}$

Et on déduit : $\mathbf{pH_B = -\log\left[\frac{(V_A+V_B)\times 10^{-pH_C} - V_A \times 10^{-pH_A}}{V_B}\right]}$ AN : $\mathbf{pH_B = 3,3}$

2° *Valeur du pH de la solution obtenue*

- Equations de dissolution

$HI + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + I^-$ (1) ; $HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$ (2)

$n_{H_3O^+} = n_{H_3O^+(1)} + n_{H_3O^+(2)} \Rightarrow [H_3O^+](V_1 + V_2) = [H_3O^+]_1V_1 + [H_3O^+]_2V_2$

Or acide fort $[H_3O^+] = 10^{-pH}$, $[H_3O^+]_1 = 10^{-pH_1}$ et $[H_3O^+]_2 = 10^{-pH_2}$

D'où $(V_1 + V_2)10^{-pH} = V_1 \times 10^{-pH_1} + V_2 \times 10^{-pH_2}$

Et on déduit : $\mathbf{pH = -\log\left[\frac{V_1 \times 10^{-pH_1} + V_2 \times 10^{-pH_2}}{V_1 + V_2}\right]}$ AN : $\mathbf{pH = 3,4}$

Exercice 7

1° *Valeur du pH de la solution finale*

$n_{HO^-} = n_{HO^-(1)} + n_{HO^-(2)} \Rightarrow [HO^-](V_1 + V_2) = \frac{m_1}{M} + [HO^-]_2V_2$

Or base forte $[HO^-] = 10^{-14+pH}$ et $[HO^-]_2 = 10^{-14+pH_2}$
D'où $(V_1 + V_2)10^{-14+pH} = \frac{m_1}{M} + V_2 \times 10^{-14+H_2}$
Et on déduit : $\mathbf{pH = 14 + log}\left[\frac{m_1}{M(V_1+V_2)} + \frac{V_2 \times 10^{-14+pH_2}}{V_1+V_2}\right]$ AN : $\mathbf{pH = 12,3}$

2° *Valeur du pH de la solution*

- Equations de dissolution

$KOH \longrightarrow K^+ + HO^-$ (1) ; $NaOH \longrightarrow Na^+ + HO^-$ (2)

$n_{HO^-} = n_{HO^-(1)} + n_{HO^-(2)} \Rightarrow [HO^-](V_1 + V_2) = [HO^-]_1V_1 + [HO^-]_2V_2$
Or base forte $[HO^-] = 10^{-14+pH}$, $[HO^-]_1 = 10^{-14+pH_1}$ et $[HO^-]_2 = 10^{-14+pH_2}$
D'où $(V_1 + V_2)10^{-14+pH} = V_1 \times 10^{-14+pH_1} + V_2 \times 10^{-14+pH_2}$
Et on déduit : $\mathbf{pH = 14 + log}\left[\frac{V_1 \times 10^{-14+pH_1} + V_2 \times 10^{-14+pH_2}}{V_1+V_2}\right]$ AN : $\mathbf{pH = 11,4}$

Exercice 8

1° *Concentration de la solution commerciale*

$C = \frac{n}{V} = \frac{m}{MV}$ avec m la masse de HCl pur contenu dans la solution commerciale de masse m'. On a $m = P.m'$ Or $m' = \rho V = d\rho_e V$ d'où $C = \frac{Pd\rho_e V}{MV}$ soit $\mathbf{C = \frac{Pd\rho_e}{M}}$

AN : $C = \frac{0,35 \times 1,18 \times 1000}{36,5} \Rightarrow \mathbf{C = 11,3 mol.\ell^{-1}}$

2° *Volume V de la solution commerciale*

Equation de dilution : $CV = C_1V_1$ d'où $\mathbf{V = \frac{C_1V_1}{C}}$ AN : $V = \frac{1 \times 500}{11,3} \Rightarrow \mathbf{V = 44,2ml}$

Exercice 9

1° *Volume de solution commerciale*

- Equation de dilution : $CV = C_1V_1$ (1)
- Concentration de la solution commerciale en acide sulfurique pur

$C = \frac{n}{V} = \frac{m}{MV}$ avec m la masse de H_2SO_4 pur contenu dans la solution commerciale de masse m'. On a $m = P.m'$ Or $m' = \rho V = d\rho_e V$ d'où $C = \frac{Pd\rho_e V}{MV}$ soit $C = \frac{Pd\rho_e}{M}$

(1) dévient : $\frac{Pd\rho_e V}{M} = C_1V_1 \Rightarrow \mathbf{V = \frac{C_1V_1M}{Pd\rho_e}}$ AN : $V = \frac{1 \times 1 \times 98}{0,90 \times 1,815 \times 1000} \Rightarrow \mathbf{V = 60m\ell}$

2° *Equation de la réaction de l'acide sulfurique avec l'eau*

$H_2SO_4 + 2H_2O \longrightarrow 2H_3O^+ + SO_4{}^{2-}$

3° *Volumes de A utiliser pour cela*

Equation de dilution : $C_1V_1' = C_2V_2$ (1)'

Dissolution : $n_{H_2SO_4} = \frac{n_{H_3O^+}}{2} \Rightarrow C_2V_2 = \frac{[H_3O^+]V_2}{2} \Rightarrow C_2 = \frac{10^{-pH}}{2}$

(1)' devient : $C_1V_1' = \frac{10^{-pH}}{2}V_2 \Rightarrow \mathbf{V_1' = \frac{V_2\, 10^{-pH}}{2C_1}}$

* Solution B

AN : $V_1' = \frac{0,5 \times 10^{-1,5}}{2 \times 1} \Rightarrow \mathbf{V_1' = 7,9m\ell}$

* Solution C

AN : $V_1' = \frac{0,25 \times 10^{-1}}{2 \times 1} \Rightarrow \mathbf{V_1' = 12,5m\ell}$

4° *pH de la solution obtenue*

$n_{H_3O^+} = n_{H_3O^+(B)} + n_{H_3O^+(B)} \Rightarrow [H_3O^+](V_B + V_C) = [H_3O^+]_BV_B + [H_3O^+]_BV_B$
$10^{-pH}(V_B + V_C) = V_B10^{-pH_B} + V_C10^{-pH_C} \Rightarrow \mathbf{pH = -log}\left(\frac{V_B10^{-pH_B} + V_C10^{-pH_C}}{V_B + V_C}\right)$

AN : $pH = -\log\left(\frac{0,5 \times 10^{-1,5} + 0,25 \times 10^{-1}}{0,5 + 0,25}\right) \Rightarrow \mathbf{pH = 1,26}$

COUPLES ACIDE-BASE ET CONSTANTE D'ACIDITE

Exercice 1

1° Calculer le pKa du couple NH_4^+/NH_3 sachant qu'une solution d'ammoniac à 10^{-2}mol.l^{-1} a un pH=10,6

2° Calculer le pKa du couple $HCOOH/HCOO^-$ sachant qu'une solution d'acide méthanoïque à 10^{-1}mol.l^{-1} a un pH=2,4

Exercice 2

Une solution aqueuse de diéthylamine $(C_2H_5)_2NH$ a un pH égal à 11,5 à 25°C.

1° Déterminer la concentration de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution, ainsi que la concentration initiale C en diéthylamine, sachant que le couple $(C_2H_5)_2NH_2^+/(C_2H_5)_2NH$ a un $pK_a = 11$.

2° En déduire la concentration initiale en diéthylamine $(C_2H_5)_2NH$.

Exercice 3

1° Considérons une solution d'acide éthanoïque de concentration $C_a = 10^{-2}mol.\ell^{-1}$. Mesurons son pH à 25°C. On trouve $pH = 3{,}4$.
Calculer la constante d'acidité du couple CH_3COOH/CH_3COO^-. En déduire son pK_a.

2° Considérons une solution aqueuse d'éthanoate de sodium de concentration $C_b = 1{,}0 \cdot 10^{-2}mol/L$. La mesure de son pH à 25°C donne $pH = 8{,}3$.
Calculer la constante d'acidité K_a et le pK_a du couple CH_3COOH/CH_3COO^-.

3° On mélange $V_a = 20mL$ d'une solution aqueuse d'acide chlorhydrique de concentration $C_a = 0{,}01mol/L$ et $V_b = 20mL$ d'une solution aqueuse d'éthanoate de sodium de concentration $C_b = 10^{-2}mol/L$. La mesure de son pH à 25°C donne $pH = 3{,}5$. Calculer la constante d'acidité K_a et le pK_a du couple CH_3COOH/CH_3COO^-.

4° On mélange $V_a = 10mL$ d'une solution aqueuse d'acide éthanoïque de concentration $C_a = 0{,}1mol/L$ avec $V_b = 40mL$ d'une solution d'éthanoate de sodium de concentration $C_b = 0{,}1mol/L$. La mesure du pH du mélange obtenu est pH=5,4.

a. Déterminer les concentrations des espèces chimiques présentes dans le mélange.

b. En déduire le K_a et le pK_a du couple CH_3COOH/CH_3COO^-.

Exercice 4

1°a. Considérons à 25°C, la solution S_1 d'acide méthanoïque et la solution S_2 d'acide éthanoïque de même concentration $C = 10^{-2}mol.\ell^{-1}$. Nous mesurons pour S_1, $pH_1 = 2{,}9$ et pour S_2, $pH_2 = 3{,}4$. Calculer le coefficient d'ionisation des deux acides et comparer la force de ces deux acides.

b. Considérons à 25°C, la solution S_1 d'ammoniac NH_3 et la solution S_2 de méthylamine CH_3NH_2 de même concentration $C = 10^{-2}mol/L$. Nous mesurons pour S_1, $pH_1 = 10{,}6$ et pour S_2, $pH_2 = 11{,}35$. Calculer le coefficient d'ionisation des deux bases et comparer la force de ces deux bases.

2°a. Considérons deux acides faibles : l'acide méthanoïque HCOOH ($K_{a_1} = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$, soit $pK_{a_1} = 3{,}8$) et l'acide éthanoïque CH_3COOH ($K_{a_2} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$, soit $pK_{a_2} = 4{,}8$).
Comparer la force de ces deux acides

b. Considérons deux bases faibles : l'ammoniac NH_3 ($K_{a_1} = 6{,}3 \cdot 10^{-10}$, soit$pK_{a_1} = 9{,}2$) et la méthylamine CH_3NH_2 ($K_{a_2} = 2 \cdot 10^{-11}$, soit$pK_{a_2} = 10{,}7$).
Comparer la force de ces deux bases.

Exercice 5

On prépare une solution aqueuse en dissolvant 0,2mole de méthanamine CH_3NH_2 par litre de solution. La mesure du pH donne la valeur 12 à 25C.

1° En déduire les espèces chimiques présentes dans la solution et en déterminer la concentration.

2° Comparer les populations en présence, et montrer que la méthanamine est une base faible. Quel est son acide conjugué.

3° Déterminer le pKa de ce couple. Sachant que le pKa du couple NH_4^+/NH_3 est 9,2 ; quel est de ces deux couples, celui qui possède la base la plus forte ?

Exercice 6

1° Quelle est la base conjuguée de l'acide éthanoïque CH_3COOH ?

2° Une solution d'acide éthanoïque de concentration molaire $5.10^{-2}mol.l^{-1}$ a un pH=3.

a. Montrer que l'acide éthanoïque est un acide faible.

b. Calculer le rapport α du nombre de mole d'acide ionisées au nombre de mole d'acide mises en solution.

3° A $10cm^3$ d'une solution d'acide éthanoïque de concentration molaire $5.10^{-2}mol.l^{-1}$, on ajoute $15cm^3$ d'une solution d'éthanoate de sodium de concentration molaire $4.10^{-2}mol.l^{-2}$. Le pH du mélange obtenu est égal à 4,7.

a. Calculer la concentration molaire de chaque espèce chimique présente dans la solution.

b. Calculer la valeur du rapport $\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$; en déduire le pKa du couple CH_3COOH/CH_3COO^-

Exercice 7

1° Une solution d'acide éthanoïque de concentration C= 10^{-2} mol/L, a un pH égale à 3,4

a. Calculer les concentrations molaires des différentes espèces chimiques en solution.

b. En déduire le pKa du couple acide base mise en jeu dans la solution.

2° On réalise différentes solutions en mélangeant à chaque opération une solution aqueuse d'acide éthanoïque de volume V_A et une solution aqueuse d'éthanoate de sodium de volume V_B. Les solutions d'acide éthanoïque et d'éthanoate de sodium utilisées pour ces mélanges ont toutes les deux pour concentration molaire 0,1mol/l. Les valeurs du pH de ces solutions pour différents volume V_A et V_B sont indiquées dans le tableau suivant :

V_B(ml)	10	10	10	10	10	20	30	40	50
V_A(ml)	50	40	30	20	10	10	10	10	10
pH	4,1	4,2	4,3	4,5	4,8	5,1	5,3	5,4	5,5

a. On considère que les ions CH_3COO^- sont introduits par la solution d'éthanoate de sodium et que l'acide n'est pas ionisé. En déduire l'égalité $\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = \frac{V_B}{V_A}$

b. Représenter graphiquement le pH en fonction $\log\left(\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}\right)$

Echelle : 5cm sur l'axe horizontal correspond à une unité de $\log\left(\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}\right)$; 5cm sur l'axe vertical correspond à une unité de pH

c. Montrer que l'équation de la droite obtenue peut se mettre sous la forme $pH=A + B\log\left(\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}\right)$, A et B étant deux constantes.

d. Calculer à partir de la courbe, les valeurs des constantes A et B. Que représente la constant A.
3° Calculer les concentrations molaires volumiques des différents espèces chimique en solution pour pH=5.

Exercice 8

On prendra Ke = 10^{-14} dans tout l'exercice
On considère une solution B d'ammoniac préparée par la dissolution d'un volume Vg = 2,45ℓ de gaz ammoniac dans 10ℓ d'eau pure. Dans les conditions de l'expérience le volume molaire est V_o = 24,5ℓ/mol^{-1}. Le mélange s'effectue sans variation sensible de volume de solution.
1° Calculer la concentration molaire volumique de cette solution.
2° On mesure le pH de la solution et on trouve 10,6.
a. Calculer les concentrations de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution.
b. En déduire la valeur de la constante Ka du couple NH_4^+/NH_3 ainsi que le pKa.
3°On note le pourcentage de molécule d'ammoniac ionisé $\alpha = \frac{[NH_4^+]}{[NH_3]+[NH_4^+]}$.
a. Vérifier que la constante d'acidité $\mathrm{K_a} = \frac{K_e(1-\alpha)}{C.\alpha^2}$
b. En déduire la valeur de α
3° Soit une solution d'éthylamine de concentration $\mathrm{C'} = 1{,}0.10^{-2}\mathrm{mol}.\ell^{-1}$.
Le pKa du couple $C_2H_5NH_3{}^+/C_2H_5NH_2$ vaut 10,8.
a. Comparer la force de l'éthylamine et de l'ammoniac ainsi que celle de l'ion éthylammonium et de l'ion ammonium.
b. Peut-on comparer la force de ces bases et de ces bases et de ces solides à partir de α ? Justifier la réponse
4° On réalise le mélange de V_b = 100cm^3 de la solution d'ammoniac avec x cm^3 d'une solution de chlorure d'ammonium de concentration molaire volumique $\mathrm{C} = 1{,}0.10^{-2}\mathrm{mol}.\ell^{-1}$. Le pH du mélange est égal à 9,5.
a. En négligeant les concentrations des ions H_3O^+ et OH^- devant celles des autres espèces chimiques, exprimer les concentrations [NH_3] et $[NH_4^+]$ en fonction de x.
b. Calculer x.

Exercice 9

Toutes les solutions sont prises à 25°C, température à laquelle le produit ionique de l'eau pure est Ke = 10^{-14}. En dissolvant chacune des trois bases B_1, B_2 et B_3 dans de l'eau pure, on prépare respectivement trois solutions aqueuses basiques (S_1), (S_2) et (S_3) de concentrations initiales identiques $C_1 = C_2 = C_3$. On oublie de coller une étiquette portant le nom de la solution sur chaque flacon. Seule l'une des bases correspond à une base forte (l'hydroxyde de sodium NaOH). Chacune des deux autres étant une base faible. Pour identifier chaque solution, on mesure son pH et on porte les résultats dans le tableau suivant :

	(S_1)	(S_2)	(S_3)
pH	11,1	13	10,6

1°a. Classer les bases B_1, B_2 et B_3 par ordre de force croissante ; justifier le choix adopté.
b. En déduire celle des trois bases qui correspond à NaOH ; déterminer la valeur de la

concentration de sa solution.
2°a. Exprimer le pKa d'une solution de base faible B appartenant au couple BH^+ / B en fonction de son pH, de sa concentration initiale C et du pKe. B est l'une des deux bases faibles utilisées dans l'expérience décrite ci-dessus. On supposera que, suite à la dissolution, la concentration de la base restante est pratiquement égale à c.
b. Calculer le pKa de chacune des deux bases faibles. On donne pKa = 2 pH – logC – pKe.
c. Identifier chacune des deux bases faibles en utilisant la liste des valeurs de pKa de quelques bases consignées dans le tableau suivant :

	Aziridine	Morphine	Ammoniac	Ephedrine	Ethylamine
pKa	8,1	8,21	9,25	9,96	10,7

Exercice 10

Le jaune de méthyle est un indicateur colore note AH dont le pKa est égal à 3,5. La forme AH a la couleur rouge et la forme A^- à la couleur jaune. La forme AH impose sa couleur si $[AH] \geq 10[A^-]$ et la forme basique A^- impose la sienne si $[A^-] \geq 10[AH]$

1° Quelle est la valeur du rapport $\frac{[A^-]}{[AH]}$ dans les trois cas suivants :
a. pH = pka ; b. pH = pKa – 1 ; c. pH = pKa + 1.
2° Quelle est la couleur du rouge de méthyle dans les trois cas précédents ? Quelle est sa zone de virage ?

Exercice 11

Une solution d'acide benzoïque C_6H_5COOH à $1mol.l^{-1}$ a même pH qu'une solution chlorhydrique dont la concentration en ion H_3O^+ est $0,008mol.l^{-1}$.
1° Calculer le pH de ces deux solutions.
2° Evaluer le pKa du couple C_6H_5COOH/ $C_6H_5COO^-$

Exercice 12

1° On prélève $V_0 = 10$ml d'une solution d'acide carboxylique AH de concentration $C_0 = 10^{-1}\text{mol}.\ell^{-1}$ et de pH=2,9. On lui ajoute un volume v ml d'eau.
a. Soit C la nouvelle concentration de la solution. Etablir la relation entre C, C_0, V_0 et v.
b. On mesure le pH des solutions obtenues pour différentes valeurs de V. Recopier et compléter le tableau ci-dessous puis représenter graphiquement pH = f(-logC).
c. En déduire l'équation l'équation numérique de la courbe. (relation 1)
A partir de l'expression de C et de la relation 1, montrer que dans le domaine d'étude, $\text{pH} = \lambda\log(1 + \text{v}/V_0) + \text{pH}_0$ (relation 2). Préciser la valeur λ
2° L'acide carboxylique est très partiellement dissocié dans le domaine d'étude.
a. Ecrire l'équation-bilan de sa réaction avec l'eau. Donner l'expression de la constante d'acidité Ka de sont équilibre d'ionisation.
b. En faisant des approximations nécessaires, montrer que $\text{Ka} = [H_3O^+]^2/C$
Etablir la relation entre le pH, le pKa et C. Constater qu'elle est en accord avec l'équation numérique de la question 1.C). En déduire la valeur de pKa et identifier l'acide AH. *On donne : HCOOH(Ka=1,62.10⁻⁴) ; CH₃COOH(Ka=1,58.10⁻⁵).*
c. L'expression du coefficient d'ionisation α de l'acide AH est $\alpha = \frac{[A^-]}{C} = \frac{[H_3O^+]}{C}$.
Calculer α_0 pour V=0. Partant de l'expression de C et de la relation (2), établir l'expression de α en fonction de α_0 , V_0 et v. Conclure

v(ml)	0	10	20	40	60	90	150
pH	2,90	3,05	3,15	3,25	3,30	3,40	3,50
$C(mol.l^{-1})$							
$-\log C$							

Corrigé

Exercice 1

1° *Valeur de pKa du couple NH_4^+/NH_3*

- Inventaire des espèces chimiques

$NH_3 + H_2O \rightleftharpoons NH_4^+ + OH^-$

$2H_2O \rightleftharpoons HO^- + H_3O^+$

Ions : H_3O^+, OH^-, NH_4^+

Molécules : NH_3, H_2O

- concentrations

Utilisation du pH : $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-10,6}$ soit $[H_3O^+] = 2{,}51 \cdot 10^{-11} mol.\ell^{-1}$

Produit ionique : $[OH^-] = 10^{(pH-14)}$ AN : $[OH^-] = 3{,}98 \cdot 10^{-4} mol.\ell^{-1}$

R.E.N. : $[NH_4^+] + [H_3O^+] = [OH^-]$ Or H_3O^+ est ultraminoritaire devant OH^-

Donc $[NH_4^+] = [OH^-]$ AN : $[NH_4^+] = [OH^-] = 3{,}98 \cdot 10^{-4} mol/L$

R.C. M.: $C = [NH_3] + [NH_4^+] \Rightarrow [NH_3] = C - [NH_4^+]$ AN : $[NH_3] = 9{,}6 \cdot 10^{-3} mol.\ell^{-1}$

- valeur du pKa

$pH = pKa - \log\left(\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}\right) \Rightarrow pKa = pH - \log\left(\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}\right)$ AN : $\mathbf{pKa = 9,2}$

2°*Valeur de pKa du couple HCOOH/HCOO-*

- Inventaire des espèces chimiques

$HCOOH + H_2O \rightleftharpoons HCOO^- + H_3O^+$

$2H_2O \rightleftharpoons HO^- + H_3O^+$

Ions : $H_3O^+, OH^-, HCOO^-$

Molécules : $HCOOH, H_2O$

- concentrations

Utilisation du pH : $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-2,4}$ soit $[H_3O^+] = 3{,}98 \cdot 10^{-3} mol.\ell^{-1}$

Produit ionique : $[OH^-] = 10^{-pH}$ AN : $[OH^-] = 2{,}51 \cdot 10^{-12} mol.\ell^{-1}$

R.E.N. : $[H_3O^+] = [HCOO^-] + [OH^-]$ Or HO^- est ultraminoritaire

Donc $[HCOO^-] = [H_3O^+]$ AN : $[HCOO^-] = [H_3O^+] = 3{,}98 \cdot 10^{-3} moll.\ell^{-1}$

R.C. M.: $C = [HCOO^-] + [HCOOH] \Rightarrow [HCOOH] = C - [HCOO^-]$

AN : $[HCOOH] = 9{,}6 \cdot 10^{-2} mol.\ell^{-1}$

- valeur du pKa

$pH = pKa + \log\left(\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}\right) \Rightarrow pKa = pH - \log\left(\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}\right)$ AN : $\mathbf{pKa = 3,8}$

Exercice 2

Concentration des espèces chimiques en solution

- Inventaire des espèces chimiques

$(C_2H_5)_2NH + H_2O \rightleftharpoons (C_2H_5)_2NH_2^+ + OH^-$

$2H_2O \rightleftharpoons HO^- + H_3O^+$

Ions : $H_3O^+, OH^-, (C_2H_5)_2NH_2^+$

Molécules : $(C_2H_5)_2NH, H_2O$

- concentrations

Utilisation du pH : $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 3{,}2 \cdot 10^{-12} mol.\ell^{-1}$

Produit ionique de l'eau : $[OH^-] = 10^{(pH-14)}$ AN : $[OH^-] = 3{,}2 \cdot 10^{-3} mol.\ell^{-1}$

R.E.N. : $[(C_2H_5)_2NH_2^+] + [H_3O^-] = [OH^-]$ Or H_3O^- est ultraminoritaire

Donc $[(C_2H_5)_2NH_2^+] = [OH^-]$ AN : $[(C_2H_5)_2NH_2^+] = 3{,}2 \cdot 10^{-3} mol.\ell^{-1}$

Utilisation du Ka : $K_a = \frac{[H_3O^+]\cdot[(C_2H_5)_2NH]}{[(C_2H_5)_2NH_2^+]}$ $\Rightarrow$ $[(C_2H_5)_2NH] = \frac{K_a\cdot[(C_2H_5)_2NH_2^+]}{[H_3O^+]}$

Or $K_a = 10^{-pKa}$ d'où $[(C_2H_5)_2NH] = \frac{10^{-pKa}.[(C_2H_5)_2NH_2^+]}{[H_3O^+]}$

AN : $[(C_2H_5)_2NH] = 10^{-2}mol.\ell^{-1}$

2° *Déduction de la concentration initiale C en diéthylamine*

$C = [(C_2H_5)_2NH] + [(C_2H_5)_2NH_2^+]$ soit $C = 1{,}3\cdot10^{-2}mol.\ell^{-1}$

Exercice 3

1°* *Constante d'acidité Ka* et pK_a *du couple* CH_3COOH/CH_3COO^-

- concentration des espèces chimiques en solution

$CH_3COOH + H_2O \rightleftharpoons CH_3COO^- + H_3O^+$

$2H_2O \rightleftharpoons HO^- + H_3O^+$

Inventaire : $H_3O^+, HO^-, CH_3COO^-, CH_3COOH$ et H_2O

Utilisation du pH : $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 4\cdot10^{-4}mol.\ell^{-1}$;

Produit ionique de l'eau : $[OH^-] = 10^{pH-14} = 2{,}51\cdot10^{-11}mol.\ell^{-1}$

R .E.N. : $[CH_3COO^-] + [HO^-] = [H_3O^+]$ Or HO^- ultrminoritaire devant H_3O^+

D'où $[CH_3COO^-] = [H_3O^+]$ soit $[CH_3COO^-] = 4\cdot10^{-4}mol.\ell^{-1}$

R.C.M: $c_a = [CH_3COOH] + [CH_3COO^-]$ d'où $[CH_3COOH] = c_a - [CH_3COO^-]$

$[CH_3COOH] = 9{,}6\cdot10^{-3}mol.\ell^{-1}$

- Constante K_a

$K_a = \frac{[H_3O^+][CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$ AN : $Ka = \frac{4\cdot10^{-4}\times4\cdot10^{-4}}{9{,}6\cdot10^{-3}}$ $\Rightarrow$ $K_a = 1{,}67\cdot10^{-5}$

- Constante pK_a

$pK_a = -\log K_a$ $\Rightarrow$ $pK_a = 4{,}8$

2° *Constante d'acidité* K_a *et* pK_a *du couple* CH_3COOH/CH_3COO^-

- concentration des espèces chimiques en solution

$CH_3COONa \longrightarrow CH_3COO^- + Na^+$

$CH_3COO^- + H_2O \rightleftharpoons CH_3COOH + HO^-$

$2H_2O \rightleftharpoons HO^- + H_3O^+$

Inventaire : $H_3O^+, HO^-, Na^+, CH_3COO^-, CH_3COOH$ et H_2O

Utilisation du pH : $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 5\cdot10^{-9}mol.\ell^{-1}$

Produit ionique de l'eau : $[OH^-] = 10^{pH-14} = 2\cdot10^{-6}mol.\ell^{-1}$

Dissolution : $n_{CH_3COONa} = n_{Na^+}$ $\Rightarrow$ $C_bV = [Na^+]V$

D'où $[Na^+] = C_b$ soit $[Na^+] = 10^{-2}mol.\ell^{-1}$

R.EN. : $[CH_3COO^-] + [OH^-] = [Na^+] + [H_3O^+]$ Or H_3O^+ ultraminoritaire et OH^- minoritaire devant Na^+ d'où $[CH_3COO^-] = [Na^+]$ soit $[CH_3COO^-] = 10^{-2}mol.\ell^{-1}$

$[CH_3COOH] = [OH^-] - [H_3O^+] = 2\cdot10^{-6}mol.\ell^{-1}$

R.C.M: $c_a = [CH_3COOH] + [CH_3COO^-]$ d'où $[CH_3COOH] = C_b - [CH_3COO^-]$

Or $[CH_3COO^-] = [Na^+] + [H_3O^+] - [OH^-]$ soit $[CH_3COO^-] = [Na^+] - [OH^-]$

D'où $= [CH_3COOH] = C_b - [Na^+] + [OH^-]$ soit $[CH_3COOH] = [OH^-]$

AN : $[CH_3COOH] = 2\cdot10^{-6}mol.\ell^{-1}$

- constante K_a

$K_a = \frac{[H_3O^+][CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = \frac{5\cdot10^{-9}\times10^{-2}}{2\cdot10^{-6}}$ $\Rightarrow$ $K_a = 2{,}5\cdot10^{-5}$

- constante pK_a

$pK_a = -\log K_a$ $\Rightarrow$ $pK_a = 4{,}6$

3° *Constante d'acidité K_a et pK_a du couple CH_3COOH/CH_3COO^-*

$HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$

$CH_3COONa \longrightarrow CH_3COO^- + Na^+$

$CH_3COO^- + H_2O \rightleftharpoons CH_3COOH + HO^-$

$2H_2O \rightleftharpoons HO^- + H_3O^+$

Inventaire : $H_3O^+, HO^-, Cl^-, Na^+, CH_3COO^-, CH_3COOH$ et H_2O

Utilisation du pH : $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 3{,}16 \cdot 10^{-4} mol.\ell^{-1}$

Produit ionique de l'eau : $[OH^-] = 10^{pH-14} = 3{,}16 \cdot 10^{-11} mol.\ell^{-1}$

Dissolution : $n_{HCl} = n_{Cl^-} \quad \Rightarrow \quad C_aV_a = [Cl^-](V_a + V_b) \quad \Rightarrow \quad [Cl^-] = \frac{C_aV_a}{V_a + V_b}$

$[Cl^-] = 5 \cdot 10^{-3} mol.\ell^{-1}$

$n_{CH_3COONa} = n_{Na^+} \quad \Rightarrow \quad C_bV_b = [Na^+](V_a + V_b) \quad \Rightarrow \quad [Na^+] = \frac{C_bV_b}{V_a + V_b}$

$[Na^+] = 5 \cdot 10^{-3} mol.\ell^{-1}$

R.E.N. : $[CH_3COO^-] + [OH^-] + [Cl^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$ Or OH^- est ultraminoritaire

Donc $[CH_3COO^-] = [H_3O^+] + [Na^+] - [Cl^-]$ AN : $[CH_3COO^-] = 3{,}16 \cdot 10^{-4} mol.\ell^{-1}$

R.C.M. : $n_{0\, CH_3COO^-} = n_{CH_3COO^-} + n_{CH_3COOH}$

$C_bV_b = [CH_3COO^-](V_a + V_b) + [CH_3COOH](V_a + V_b)$

$[CH_3COOH] = \frac{C_bV_b}{V_a+V_b} - [CH_3COO^-]$ AN : $[CH_3COOH] = 4{,}7 \cdot 10^{-3} mol.\ell^{-1}$

- constante K_a

$K_a = \frac{[H_3O^+][CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = \frac{3{,}16 \cdot 10^{-4} \times 3{,}16 \cdot 10^{-4}}{4{,}7 \cdot 10^{-3}} \quad \Rightarrow \quad K_a = 2{,}12 \cdot 10^{-5}$

-constante pKa

$pK_a = -\log K_a \quad \Rightarrow \quad pK_a = 4{,}7$

4°a. *Concentrations des espèces chimiques présentes dans le mélange*

- Inventaire des espèces chimiques présentes en solution

$CH_3COONa \longrightarrow CH_3COO^- + Na^+$

$CH_3COOH + H_2O \rightleftharpoons CH_3COO^- + H_3O^+$

$CH_3COO^- \rightleftharpoons CH_3COOH + OH^-$

$2H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + OH^-$

Ions: $H_3O^+, OH^-, Na^+, CH_3COO^-$;

Molécules : H_2O ; CH_3COOH.

- Concentrations des espèces chimiques présentes en solution

Utilisation du pH : $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-5{,}4} \quad \Rightarrow \quad [H_3O^+] = 3{,}98 \cdot 10^{-6} mol.\ell^{-1}$

Produit ionique de l'eau : $[OH^-] = 10^{pH-14} = 2{,}51 \cdot 10^{-9} mol.\ell^{-1}$

Dissolution : $n_{NaOH} = n_{Na^+} \quad \Rightarrow \quad C_bV_b = [Na^+](V_a + V_b) \quad \Rightarrow \quad [Na^+] = \frac{C_bV_b}{V_a + V_b}$

$[Na^+] = 8 \cdot 10^{-2} mol.\ell^{-1}$

REN: $[CH_3COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$ Or OH^- et H_3O^+ sont ultraminoritaire

Donc $[CH_3COO^-] = [Na^+] \quad \Rightarrow \quad [CH_3COO^-] = \frac{C_bV_b}{V_a + V_b}$ AN : $[Na^+] = 8 \cdot 10^{-2} mol.\ell^{-1}$

RCM: $n_{0\, CH_3COOH} + n_{0\, CH_3COO^-} = n_{CH_3COO^-} + n_{CH_3COOH}$

$C_aV_a + C_bV_b = [CH_3COOH](V_a + V_b) + [CH_3COO^-](V_a + V_b)$

$[CH_3COOH] = \frac{C_aV_a + C_bV_b}{V_a + V_b} - [CH_3COO^-]$ soit $[CH_3COOH] = \frac{C_aV_a}{V_a + V_b}$

$[CH_3COOH] = 2 \cdot 10^{-2} mol.\ell^{-1}$

b. *Valeurs du K_a et du pK_a du couple CH_3COOH/CH_3COO^-*

$K_a = \frac{[H_3O^+][CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = \frac{3{,}98\cdot10^{-6}\times8\cdot10^{-2}}{2\cdot10^{-2}} \quad \Rightarrow \quad K_a = 1{,}6\cdot10^{-5}$

$pK_a = -\log K_a \quad \Rightarrow \quad pK_a = 4{,}8$

Exercice 4

1°a. *Coefficients d'ionisation* $\alpha_1 = \frac{[A^-]}{c}$

REN : $[A^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$ Or OH^- utraminoritaire pour les acides

Donc $[A^-] = [H_3O^+] = 10^{-pH}$

- acide méthanoïque : $\alpha_1 = \frac{[HCOO^-]}{C}$

$\alpha_1 = \frac{[HCOO^-]}{C} = \frac{10^{-pH_1}}{C}$ AN : $\alpha_1 = 0{,}126 = 12{,}6\%$

- acide éthanoïque : $\alpha_2 = \frac{[CH_3COO^-]}{C}$

$\alpha_2 = \frac{[CH_3COO^-]}{C} = \frac{10^{-pH_2}}{C}$ AN : $\alpha_2 = 0{,}046 = 4{,}6\%$

Comparaison

$C_1 = C_2$ et $pH_1 < pH_2 \Leftrightarrow \alpha_1 > \alpha_2$ alors l'acide méthanoïque est un acide plus fort que l'acide éthanoïque.

b. *Coefficients d'ionisation* $\alpha_1 = \frac{[BH^+]}{C}$

REN : $[BH^+] + [H_3O^+] = [OH^-]$ Or H_3O^+ utraminoritaire pour les bases

Donc $[BH^+] = [OH^-] = 10^{-14+pH}$

- ammoniac : $\alpha_1 = \frac{[NH_4^+]}{C}$

$\alpha_1 = \frac{[NH_4^+]}{C} = \frac{10^{-14+pH_1}}{C}$ AN : $\alpha_1 = 0{,}04 = 4\%$

- méthylamine : $\alpha_2 = \frac{[CH_3NH_3^+]}{C}$

$\alpha_2 = \frac{[CH_3NH_3^+]}{C} = \frac{10^{-14+pH_2}}{C}$ AN : $\alpha_2 = 0{,}22 = 22\%$

$C_1 = C_2$ et $pH_1 < pH_2 \Leftrightarrow \alpha_1 < \alpha_2$ alors la méthylamine CH_3NH_2 est une base plus forte que l'ammoniac NH_3.

2°a. *Comparaison de la force des deux acides*

$K_{a_1} > K_{a_2}$ soit $pK_{a_1} < pK_{a_2}$ alors l'acide méthanoïque HCOOH est un acide plus fort que l'acide éthanoïque CH_3COOH.

b. *Comparaison de la force des deux bases*

$K_{a_1} > K_{a_2}$soit $pK_{a_1} < pK_{a_2}$ alors la méthylamine CH_3NH_2 est une base plus forte que l'ammoniac NH_3.

Exercice 5

1° *Espèces chimiques présentes dans la solution*

$CH_3NH_2 + H_2O \rightleftarrows HO^- + CH_3NH_2{}^+$

$2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$

Inventaire : H_3O^+, OH^-, $CH_3NH_3{}^+$; CH_3NH_2.

Concentrations

$[H_3O^+] = 10^{-pH}$ soit $\mathbf{[H_3O^+] = 10^{-12} mol.l^{-1}}$

$[OH^-] = 10^{-14+pH}$ soit $\mathbf{[OH^-] = 10^{-2} mol.l^{-1}}$

REN : $[OH^-] = [H_3O^+] + [CH_3NH_3{}^+]$ Donc $[CH_3NH_3{}^+] = [HO^-]$

Soit $\mathbf{[CH_3NH_3{}^+] = 10^{-2} mol.l^{-1}}$

RCM : $C = [CH_3NH_2] + [CH_3NH_3{}^+] \quad \Rightarrow \quad [CH_3NH_2] = C - [CH_3NH_3{}^+]$

Soit : $[\mathbf{CH_3NH_2}] = \mathbf{1,9.10^{-1}mol.l^{-1}}$
$Comparaison\ des\ populations\ en\ présence$
$\frac{[CH_3NH_2]}{[CH_3NH_3{}^+]} = 19$
**Montrons que la méthanamine est une base faible*
Il reste encore dans la solution des molécules de méthanamine ; donc la dissociation de CH_3NH_2 est partielle. La méthanamine est une base faible.
* Son acide conjugué est l'ion méthylammonium $CH_3NH_3{}^+$
3° *Le pKa du couple $CH_3NH_3^+/CH_3NH_2$*
$Ka = \frac{[H_3O^+]\times[CH_3NH_2]}{[CH_3NH_3^+]} = \frac{10^{-12}\times1,9.10^{-1}}{10^{-2}} = 1,9.10^{-11}$
$pKa = -logKa$ AN: $\mathbf{pKa = 10,7}$
**Comparaison de la force des bases*
$pKa(NH_4{}^+/NH_3) < pKa(CH_3-NH_3{}^+/CH_3-NH_2)$ Donc CH_3-NH_2 est une base plus forte que NH_3.

<u>Exercice 6</u>

1° La base conjuguée de l'acide éthanoïque CH_3COOH est CH_3COO^-
2°a. *Montrons que l'acide éthanoïque est un acide faible*
-Concentration des espèces chimiques
$CH_3COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3COO^- + H_3O^+$
$2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$
Inventaire: $H_3O^+, OH^-, CH_3COO^-, CH_3COOH$ et H_2O.
$[H_3O^+] = 10^{-pH}$ soit $[H_3O^+] = 10^{-3}mol.l^{-1}$
$[OH^-] = 10^{-14+pH}$ soit $[OH^-] = 10^{-11}mol.l^{-1}$
REN:$[CH_3COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$ Or $[OH^-] \ll [H_3O^+]$ donc $[CH_3COO^-] = [H_3O^+]$
$[CH_3COO^-] = 10^{-3}mol.l^{-1}$
RCM:$C = [CH_3COOH] + [CH_3COO^-] \Rightarrow [CH_3COOH] = C - [CH_3COO^-]$
$[CH_3COOH] = 4,9\cdot10^{-2}mol.l^{-1}$
Il reste encore dans la solution des molécules d'acide éthanoïque ; la dissociation n'est pas totale. L'acide éthanoïque est un acide faible.

Autre méthode

$-logCa = -\log(5.10^{-2}) = 1,3$
$pH \neq -logCa$ donc l'acide éthanoïque est un acide faible
b. Le rapport α
$\alpha = \frac{[CH_3COO^-]}{C_a}$ AN : $\alpha = \frac{4,9.10^{-2}}{5.10^{-2}}$ soit $\alpha = 0,98$
3°a. *Concentration molaire de chaque espèce chimique présente dans la solution*
$CH_3COONa \longrightarrow CH_3COO^- + Na^+$
$CH_3COO^- + H_2O \rightleftarrows CH_3COOH + HO^-$
$CH_3COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3COO^- + H_3O^+$
$2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$
Inventaire : H_3O^+, OH^-, CH_3COO^- ;CH_3COOH et H_2O.
$[H_3O^+] = 10^{-pH}$ soit $[H_3O^+] = 2.10^{-5}mol.l^{-1}$
$[OH^-] = 10^{-14+pH}$ soit $[OH^-] = 5.10^{-10}mol.l^{-1}$
$n_{0\ CH_3COONa} = n_{Na^+} \Rightarrow C_BV_B = [Na^+](V_A+V_B)$ d'où $[Na^+] = \frac{C_BV_B}{V_A+V_B}$

AN : $[Na^+] = 2{,}4.10^{-2} mol.l^{-1}$

REN: $[CH_3COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$ Or $[OH^-]$ *et* $[H_3O^+] \ll [Na^+]$

Donc $[CH_3COO^-] = [Na^+]$ soit $\mathbf{[CH_3COO^-] = 2,4.10^{-2} mol.l^{-1}}$

RCM : $n_{0\ CH_3COOH} + n_{0\ CH_3COO^-} = n_{CH_3COOH} + n_{CH_3COO^-}$

$C_AV_A + C_BV_B = [CH_3COOH](V_A + V_B) + [CH_3COO^-](V_A + V_B)$

$\frac{C_AV_A}{V_A+V_B} + \frac{C_BV_B}{V_A+V_B} = [CH_3COOH] + [CH_3COO^-]$ soit $[CH_3COOH] = \frac{C_AV_A}{V_A+V_B}$

$\mathbf{[CH_3COOH] = 2.10^{-2} mol.l^{-1}}$

b. *Rapport* $\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$

$\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = \frac{2{,}4.10^{-2}}{2.10^{-2}} = 1{,}2$

Déduction de la valeur pKa du couple CH_3COOH/CH_3COO^-

$pKa = pH - \log\left(\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}\right)$ AN : $\mathbf{pKa = 4,8}$

<u>Exercice 7</u>

1°a-*Concentrations des différentes espèces chimiques en solution*

Espèces chimiques présentes en solution

$CH_3COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3COO^- + H_3O^+$

$2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$

- Ions: H_3O^+, OH^-, CH_3COO^- ;
- Molécules : H_2O ; CH_3COOH.

Calcul des concentrations des espèces chiques présentes en solution

$[H_3O^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-3,4}$ soit $[H_3O^+] = 3{,}98 \cdot 10^{-4} mol.l^{-1}$

$[OH^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = 10^{pH-14}$ soit $[OH^-] = 2{,}51 \cdot 10^{-11} mol.l^{-1}$

REN: $[CH_3COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$ Or $[OH^-] \ll [H_3O^+]$ donc $[CH_3COO^-] = [H_3O^+]$

$[CH_3COO^-] = 3{,}98 \cdot 10^{-4} mol.l^{-1}$

RCM: $C = [CH_3COOH] + [CH_3COO^-] \Rightarrow [CH_3COOH] = C - [CH_3COO^-]$

$[CH_3COOH] = 9{,}6 \cdot 10^{-3} mol.l^{-1}$

b- *Déduction du la valeur du pKa du couple acide base mise en jeu dans la solution*

$pK_a = pH - \log\left(\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}\right)$ AN : $pK_a = 3{,}4 - \log\left(\frac{3{,}98 \cdot 10^{-4}}{9{,}6 \cdot 10^{-3}}\right) \Rightarrow \mathbf{pKa = 4,78}$

2° a. *Déduction de l'égalité* $\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = \frac{V_B}{V_A}$

Espèces chimiques présentes en solution

$CH_3COONa \longrightarrow CH_3COO^- + Na^+$

$CH_3COO^- + H_2O \rightleftarrows CH_3COOH + HO^-$

$CH_3COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3COO^- + H_3O^+$

$2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$

$H_3O^+, OH^-, CH_3COO^-, CH_3COOH$ et H_2O.

Les ions CH_3COO^- sont introduits par la solution d'éthanoate de sodium ; donc :

$n_{CH_3COO^-} = n_{0\ CH_3COONa} \Rightarrow [CH_3COO^-](V_A + V_B) = C_BV_B$ soit $[CH_3COO^-] = \frac{C_BV_B}{V_A+V_B}$

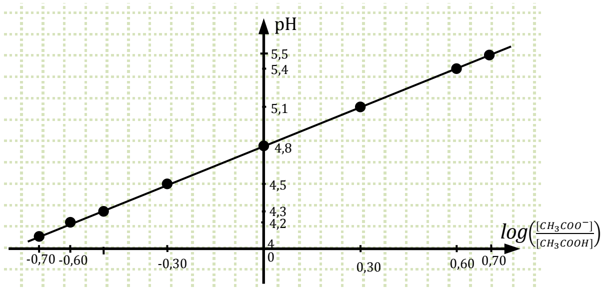
L'acide n'est pas ionisé ; donc :

$n_{CH_3COOH} = n_{0\ CH_3COOH} \Rightarrow [CH_3COOH](V_A + V_B) = C_AV_A$ soit $[CH_3COOH] = \frac{C_AV_A}{V_A+V_B}$

$C_A = C_B$ et on déduit : $\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = \frac{V_B}{V_A}$

b. *Représentation graphique de pH en fonction* $log\left(\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}\right)$

V_B(ml)	10	10	10	10	10	20	30	40	50
V_A(ml)	50	40	30	20	10	10	10	10	10
pH	4,1	4,2	4,3	4,5	4,8	5,1	5,3	5,4	5,5
$log\left(\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}\right)$	-0,70	-0,60	-0,48	-0, 30	0	0,30	0,48	0,60	0,70



c. *Montrons que l'équation de la courbe obtenue est la forme pH=A + B log*$\left(\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}\right)$

La courbe obtenue est une droite affine.

Son équation est de la forme : $\mathrm{pH} = \mathrm{Blog}\left(\frac{[\mathrm{CH_3COO^-}]}{[\mathrm{CH_3COOH}]}\right) + A$ où A et B sont des constantes

d.**Valeurs des constantes A et B*

B représente le coefficient directeur de la droite et A l'ordonnée à l'origine

On détermine graphiquement : $\mathbf{A = 4,8}$

Avec les points (0,30 ; 5,1) ; (-0,60 ; 4,2) de la droite, on a : $\mathrm{B} = \frac{5{,}1-4{,}2}{0{,}30-(-0{,}60)}$ soit $\mathbf{B = 1}$

D'où l'équation : $\mathrm{pH} = 4{,}8 + \log\left(\frac{[\mathrm{CH_3COO^-}]}{[\mathrm{CH_3COOH}]}\right)$

**Constant A*

Par définition la constante d'acidité $\mathrm{pK_a}$ du couple $\mathrm{CH_3COOH/CH_3COO^-}$ est donnée par : $\mathrm{pH} = \mathrm{pK_a} + \log\left(\frac{[\mathrm{CH_3COO^-}]}{[\mathrm{CH_3COOH}]}\right)$

Par identification on trouve: $\mathrm{pK_a} = 4{,}8$. A représente donc la constante d'acidité $\mathrm{pK_a}$

3° *Concentrations molaires des espèces chimiques en solution pour pH=5*

$\mathrm{pH} = \mathrm{pK_a} + \log\left(\frac{[\mathrm{CH_3COO^-}]}{[\mathrm{CH_3COOH}]}\right) \Rightarrow \frac{[\mathrm{CH_3COO^-}]}{[\mathrm{CH_3COOH}]} = 10^{pH-pKa}$ soit $[\mathrm{CH_3COO^-}] = 1{,}58[\mathrm{CH_3COOH}]$

Or $[\mathrm{CH_3COO^-}] = \frac{C_BV_B}{V_A+V_B}$ et $[\mathrm{CH_3COOH}] = \frac{C_AV_A}{V_A+V_B}$ donc $V_B = 1{,}58V_A$

$[\mathrm{CH_3COO^-}] = \frac{1{,}58C_B}{2{,}58} = 6{,}14.10^{-3}mol.l^{-1}$ et $[\mathrm{CH_3COOH}] = \frac{C_A}{2{,}58} = 3{,}88.10^{-3}mol.l^{-1}$

$[\mathrm{H_3O^+}] = 10^{-\mathrm{pH}}$ soit $[\mathrm{H_3O^+}] = 10^{-5}\mathrm{mol.l^{-1}}$

$[\mathrm{OH^-}] = 10^{-14+\mathrm{pH}}$ soit $[\mathrm{OH^-}] = 10^{-9}\mathrm{mol.l^{-1}}$

$[Na^+] = \frac{C_BV_B}{V_A+V_B} = \frac{1{,}58C_B}{2{,}58} = 6{,}14.10^{-3}mol.l^{-1}$ (mélange de solutions)

Exercice 8

1° *Concentration molaire volumique de cette solution*

$\mathrm{C} = \frac{\mathrm{n_{NH_3}}}{\mathrm{V}}$ Or $\mathrm{n_{NH_3}} = \frac{\mathrm{V_g}}{\mathrm{V_0}}$ donc $\mathbf{C = \frac{V_g}{VV_0}}$ AN : $\mathrm{C} = \frac{2{,}45}{10\times24{,}5} \Rightarrow \mathbf{C = 10^{-2}mol.l^{-1}}$

2°a. *Concentrations molaires des espèces chimiques*

$NH_3 + H_2O \rightleftarrows HO^- + NH_4{}^+$

$2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$

Inventaire des espèces chimiques présentes en solution : $H_3O^+, OH^-, NH_4{}^+, NH_3$.

Calcul des concentrations des espèces chimiques présentes en solution

$[H_3O^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-10,6}$ soit $\mathbf{[H_3O^+] = 2,51 \cdot 10^{-11} mol.l^{-1}}$

$[OH^-] = 10^{-14+pH}$ soit $\mathbf{[OH^-] = 3,98 \cdot 10^{-4} mol.l^{-1}}$

REN: $[OH^-] = [H_3O^+] + [NH_4{}^+]$ Or $[H_3O^+] \ll [OH^-]$ donc $[NH_4{}^+] = [HO^-]$

$\mathbf{[NH_4{}^+] = 3,98 \cdot 10^{-4} mol.l^{-1}}$

RCM: $C = [NH_3] + [NH_4{}^+] \Rightarrow [NH_3] = C - [NH_4{}^+]$ Soit : $\mathbf{[NH_3] = 9,6 \cdot 10^{-3} mol.l^{-1}}$

b. *Déduction des constante Ka et pKa du couple ammonium/ammoniac*

$\mathbf{Ka = \frac{[H_3O^+] \times [NH_3]}{[NH_4^+]}}$ AN : $Ka = \frac{2,51 \cdot 10^{-11} \times 9,6 \cdot 10^{-3}}{3,98 \cdot 10^{-4}}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{Ka = 6,05 \cdot 10^{-10}}$

$\mathbf{pKa = -logKa}$ soit $\mathbf{pKa = 9,2}$

3°a. *Vérifions que la constante d'acidité* $ka = \frac{ke(1-\alpha)}{C.\alpha^2}$

$\alpha = \frac{[NH_4^+]}{[NH_3] + [NH_4^+]}$ Or $C = [NH_3] + [NH_4^+]$ donc $\alpha = \frac{[NH_4^+]}{C}$

$ka = \frac{[H_3O^+] \times [NH_3]}{[NH_4^+]} = \frac{[H_3O^+] \times (C - C\alpha)}{C\alpha} = \frac{[H_3O^+] \times (1-\alpha)}{\alpha}$

$ke = [H_3O^+] \times [HO^-]$ et $[HO^-] = [NH_4^+]$ (REN)

Donc $ke = [H_3O^+] \times C\alpha$ d'où $\mathbf{ka = \frac{ke(1-\alpha)}{C\alpha^2}}$

b. *Déduction de* α

$ka = \frac{ke(1-\alpha)}{C.\alpha^2} \Rightarrow \alpha^2 + \frac{ke}{kaC}\alpha - \frac{ke}{kaC} = 0$ soit $\alpha^2 + 1,65.10^{-3}\alpha - 1,65.10^{-3} = 0$

$\alpha_1 = \frac{-1,65.10^{-3} - \sqrt{(1,65.10^{-3})^2 + 4 \times 1,65.10^{-3}}}{2} = -4,15.10^{-2}$ et

$\alpha_2 = \frac{-1,65.10^{-3} + \sqrt{(1,65.10^{-3})^2 + 4 \times 1,65.10^{-3}}}{2} = 3,98.10^{-2}$

On retient : $\alpha = 3,98.10^{-2}$

3°a. *Comparaisons*

$pKa(NH_4{}^+/NH_3) < pKa(C_2H_5 - NH_3{}^+/C_2H_5 - NH_2)$ donc $C_2H_5 - NH_2$ est une base plus forte que NH_3 et $C_2H_5 - NH_3{}^+$ un acide plus faible que $NH_4{}^+$

b. α représente le coefficient d'ionisation, il indique la proportion d'amine ionisée.

$\alpha_1 < \alpha_2$ est grand, plus l'amine est forte.

4°a. *Expression des concentrations [NH₃] et* $[NH_4^+]$ *en fonction de x*

REN: $[OH^-] + [Cl^-] = [H_3O^+] + NH_4{}^+$ Or $[OH^-]$ *et* $[H_3O^+] \ll [Cl^-]$

Donc $[NH_4{}^+] = [Cl^-] = \frac{xC}{x+V_b}$ soit $\mathbf{[NH_4{}^+] = \frac{0,01x}{x+0,1}}$

RCM: $n_{0\,NH_3} + n_{0\,NH_4{}^+} = n_{NH_3} + n_{NH_4{}^+}$

$xC + C_bV_b = [NH_3](x + V_b) + [NH_4{}^+](x + V_b)$ On déduit : $\mathbf{[NH_3] = \frac{0,001}{x+0,1}}$

b. *Valeur de x*

$pH = pK_a + \log\left(\frac{[NH_3]}{[NH_4{}^+]}\right) \Rightarrow \frac{[NH_3]}{[NH_4{}^+]} = 10^{pH-pKa}$ soit $\frac{0,001}{0,01x} = 2$

On trouve : $x = 0,05l$ soit $\boldsymbol{x = 50cm^3}$

Exercice 9

1°a. *Classement des bases B_1, B_2 et B_3 par ordre de force croissante*

B_2 est plus forte que B_1 qui à son tour est plus forte que B_3

Justification : pour les mêmes concentrations, une base est d'autant plus forte que son pH est grand.

b. NaOH est une base forte. La base B_2 correspond à NaOH

Valeur de la concentration de la solution de NaOH

Base forte donc $C_2 = 10^{-14+pH} mol.\ell^{-1}$ AN : $C_2 = 10^{-1} mol.\ell^{-1}$

2°a. *Exprimer le pKa du couple BH^+ / B*

$[H_3O^+] = 10^{-pH}$ et $K_e = [H_3O^+] \times [HO^-]$ soit $[HO^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = K_e \times 10^{pH}$

R .E.N. : $[HO^-] = [H_3O^+] + [BH^+]$ Or H_3O^+ ultrminoritaire devant HO^-

D'où $[BH^+] = [HO^-]$ soit $[BH^+] = K_e \times 10^{pH} = 10^{pH-pKe}$

R.C.M: $C = [B] + [BH^+]$ d'où $[B] = C - [BH^+]$ soit $[B] \approx C$

$pK_a = pH - \log\left(\frac{[B]}{[BH^+]}\right) \Rightarrow pK_a = pH - \log\left(\frac{C}{10^{pH-pKe}}\right)$

$pK_a = pH - (\log C - \log 10^{pH-pKe}) \Rightarrow pK_a = pH - \log C + pH - pKe$

soit $\mathbf{pK_a = 2pH - \log C - pKe}$

b. *Valeur du pKa de chacune des deux bases faibles*

$pK_a = 2pH - \log C - pKe$

Base B_1 : $pKa = 2 \times 11{,}1 - \log 10^{-1} - 14 \Rightarrow \mathbf{pK_{a_1} = 9,2}$

Base B_3 : $pKa = 2 \times 10{,}6 - \log 10^{-1} - 14 \Rightarrow \mathbf{pK_{a_1} = 8,2}$

c. *Identification des bases faibles*

La base B_1 est l'**ammoniac**

La base B_3 est la **morphine**

Exercice 10

1° *Valeur du rapport* $\frac{[A^-]}{[AH]}$

$pK_a = pH - \log\left(\frac{[A^-]}{[AH]}\right) \Rightarrow \frac{[A^-]}{[AH]} = 10^{pH-pK_a}$

a. pH = pka

Donc $\frac{[A^-]}{[AH]} = 10^0 = 1$ On déduit $\mathbf{[A^-] = [AH]}$

b. pH = pKa – 1

Donc $\frac{[A^-]}{[AH]} = 10^{-1} = \frac{1}{10}$ On déduit $\mathbf{[AH] = 10[A^-]}$

c. pH = pKa + 1.

Donc $\frac{[A^-]}{[AH]} = 10^1 = 10$ On déduit $\mathbf{[A^-] = 10[AH]}$

2° *Couleur du rouge de méthyle dans les trois cas*

Pour pH=pKa, le rouge de méthyle a couleur issue de la superposition du rouge et du jaune ; c'est donc la couleur orange.

Pour $pH = pKa - 1$, $[AH] = 10[A^-]$; la forme AH impose sa couleur. Le rouge de méthyle a la couleur rouge.

Pour $pH = pKa + 1$, $[A^-] = 10[AH]$; la forme A^- impose sa couleur. Le rouge de méthyle a la couleur jaune.

Zone de virage : $pKa - 1 \leq pH \leq pKa + 1$ soit $\mathbf{2,5 \leq pH \leq 4,5}$

Exercice 11

1° *pH de ces deux solutions*

$\mathbf{pH = -log[H_3O^+]}$ AN : $pH = -\log(8.10^{-3})$ $\Rightarrow$ $\mathbf{pH = 2,1}$

2° *pKa du couple $C_6H_5COOH/\ C_6H_5COO^-$*

- concentration des espèces chimiques en solution

$C_6H_5COOH + H_2O \rightleftharpoons C_6H_5COO^- + H_3O^+$

$2H_2O \rightleftharpoons HO^- + H_3O^+$

Inventaire : H_3O^+, HO^-, $C_6H_5COO^-$, C_6H_5COOH et H_2O

Utilisation du pH : $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 8 \cdot 10^{-3} mol.\ell^{-1}$;

Produit ionique de l'eau : $[OH^-] = 10^{pH-14} = 1,25 \cdot 10^{-12} mol.\ell^{-1}$

R .E.N. : $[C_6H_5COO^-] + [HO^-] = [H_3O^+]$ Or HO^- ultrminoritaire devant H_3O^+

D'où $[C_6H_5COO^-] = [H_3O^+]$ soit $[C_6H_5COO^-] = 8 \cdot 10^{-3} mol.\ell^{-1}$

R.C.M: $c_a = [C_6H_5COOH] + [C_6H_5COO^-]$ d'où $[C_6H_5COOH] = c_a - [C_6H_5COO^-]$

$[C_6H_5COOH] = 9,92 \cdot 10^{-1} mol.\ell^{-1}$

- Constante pK_a

$pK_a = pH - \log\left(\frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}\right)$ AN : $\mathbf{pK_a = 4,2}$

Exercice 12

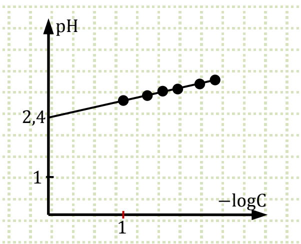
1°a. *Relation entre* C, C_0, V_0 et V

Equation de dilution : $C_0V_0 = CV$ Or $V = V_0 + v$ d'où $\mathbf{C = \frac{C_0V_0}{V_0+v}}$

b. * *Complément du tableau*

V(ml)	0	10	20	40	60	90	150
pH	2,90	3,05	3,15	3,25	3,30	3,40	3,50
C(mol.l^{-1})	0,1	0,05	0,033	0,02	0,014	0,01	0,06
$-\log C$	1	1,3	1,5	1 ,7	1,84	2	2,2

* *Représentation graphique*



c. *Equation numérique de la courbe*

La courbe est une droite ; elle est sous la forme : $pH = B - A\log C$

Graphiquement on trouve B=2,4 ; $A = \frac{\Delta pH}{\Delta(-\log C)} = 0,5$

On a l'équation : $\mathbf{pH = 2,4 - 0,5logC}$ (relation 1)

Montons que $pH = \lambda\log(1 + V/V_0) + pH_0$

$pH = 2,4 - 0,5\log C$ Or $C = \frac{C_0V_0}{V_0+v} = \frac{C_0}{1+\frac{v}{V_0}}$ d'où $pH = 2,4 - 0,5\left[\log C_0 - \log\left(1 + \frac{v}{V_0}\right)\right]$

soit $pH = 2,9 + 0,5\log\left(1 + \frac{v}{V_0}\right)$ On a donc $pH = \lambda\log(1 + V/V_0) + pH_0$

avec $pH_0 = 2,9$ et $\lambda = 0,5$

2° a. *Equation-bilan de la réaction avec l'eau*

$AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$

Expression de la constante d'acidité Ka

$Ka = \frac{[H_3O^+]\times A^-}{AH}$

b. *Montrons que* $Ka = [H_3O^+]^2/C$

R.E.N. : $[A^-] + [HO^-] = [H_3O^+]$ Or HO^- ultraminoritaiire donc $[A^-] = [H_3O^+]$

R.C.M. : $C = [A^-] + [AH]$ Or l'acide est très partiellement dissocié donc : $C = [AH]$

$Ka = \frac{[H_3O^+]\times A^-}{AH} = \frac{[H_3O^+]^2}{C}$

Relation entre le pH, le pKa et C

$Ka = \frac{[H_3O^+]^2}{C}$ On obtient : $\log Ka = 2\log[H_3O^+] - \log C$ d'où $-pKa = -2pH - \log C$

Soit $\mathbf{pH = \frac{1}{2}(pKa - logC)}$

Constat : $pH = \frac{1}{2}(pKa - \log C) \Rightarrow \mathbf{pH = 0,5pKa - 0,5logC}$ Il y a accord

Valeur de la constante pKa

$pH = 0{,}5pKa - 0{,}5\log C$ Or $pH = 2{,}4 - 0{,}5\log C$ donc par identification $\mathbf{pKa = 4,8}$

Identification de l'acide AH

$Ka = 10^{-pKa} = 10^{-4,8} = 1{,}58.10^{-5}$ d'où AH : **CH_3COOH**

c. Valeur α_0 pour v=0.

$\alpha = \frac{[A^-]}{C} = [H_3O^+]/C$ Pour v=0, pH=2,9 et C=0,1mol.l^{-1}, on trouve $\alpha = 0{,}0126$ soit 1,26%

Expression de α en fonction de α_0 , V_0 et v

$\alpha = \frac{[H_3O^+]}{C} = \frac{10^{-pH}}{C}$ Or $pH = pH_0 + 0{,}5\log\left(1 + \frac{v}{V_0}\right)$ et $C = \frac{C_0V_0}{V_0+v}$

donc $\alpha = \frac{10^{-\left[pH_0+0,5\log\left(1+\frac{v}{V_0}\right)\right]}}{\frac{C_0V_0}{V_0+v}} \Rightarrow \alpha = \frac{10^{-pH_0}\times 10^{\log\left(1+\frac{v}{V_0}\right)^{-1/2}}}{\frac{C_0V_0}{V_0+v}}$

$\alpha = \frac{10^{-pH_0}}{\frac{C_0V_0}{V_0+v}} \times \left(1 + \frac{v}{V_0}\right)^{-1/2} \Rightarrow \alpha = \frac{10^{-pH_0}}{\frac{C_0}{1+\frac{v}{V_0}}\sqrt{1+\frac{v}{V_0}}} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = \frac{10^{-pH_0}}{C_0} \times \sqrt{1 + \frac{v}{V_0}}}$

soit $\boldsymbol{\alpha = \alpha_0\sqrt{1 + \frac{v}{V_0}}}$

Conclusion : $\alpha > \alpha_0$ donc la dilution favorise l'ionisation de l'acide AH

REACTIONS ACIDE-BASE

Exercice 1

L'acide fluorhydrique HF est un acide faible ($pKa(HF/F^-)=3,2$) très utilisé dans la métallurgie de l'aluminium et dans la préparation des chlorofluorocarbones (C.F.C) tel que les fréons. On le prépare par action d'acide sulfurique concentré H_2SO_4 sur le fluorure de calcium (CaF_2) solide.
1° Ecrire l'équation de la réaction sachant qu'il se forme également du sulfate de calcium.
2° Montrer qu'il s'agit d'une réaction acido-basique. Préciser l'acide et la base mis en jeu.
3° Le rendement de la réaction de production de l'acide fluorhydrique est 88% ; quelle masse minimale de fluorure de calcium et d'acide sulfurique faut-il faire réagir pour préparer une tonne d'acide fluorhydrique ?

Exercice 2

1° Quelle masse d'acide benzoïque (C_6H_5-COOH) doit-on dissoudre dans l'eau distillée pour obtenir 200cm^3 d'une solution de concentration, en quantité de matière, $C=0,1mol.l^{-1}$?
2° Le pH de cette solution est 2,6. Calculer les concentrations en quantité de matière des différentes espèces chimiques présentes dans la solution. L'acide benzoïque est-il un acide fort ou faible ? Justifier la réponse.
3° On prélève 10cm^3 de cette solution, et on lui ajoute 5cm^3 d'une solution d'hydroxyde de sodium (soude) de concentration en quantité de matière $0,1mol.l^{-1}$. Le pH est égal à 4,2. Calculez les concentrations en quantité de matière des espèces chimiques présentes en solution. En déduire le pKa du couple acide benzoïque/benzoate.

Exercice 3

On mélange 20cm^3 d'une solution de potasse KOH à $10^{-2}mol.l^{-1}$ et 5cm^3 d'une solution d'acide bromhydrique HBr de concentration C inconnue; le pH du mélange est égal à 11
1° En déduire les concentrations en H_3O^+, OH^- ; K^+ et Br^-.
2° Calculer C.
3° Quel volume de solution d'acide bromhydrique faut-il ajouter au 5cm^3 déjà verser pour atteindre le point d'équivalence ?
4° Quel est le pH de la solution d'acide bromhydrique utilisé ?

Exercice 4

Une solution aqueuse d'ammoniac de concentration molaire volumique $C=4.10^{-2}mol.l^{-1}$ a un pH de 10,9.
1° En déduire la valeur de la constante pKa du couple ion ammonium/ammoniac.
2° Dans 20cm^3 de cette solution, on verse xcm^3 d'une solution chlorhydrique de concentration $3.10^{-2}mol.l^{-1}$. Ecrire l'équation de la réaction.
Quelle doit être la valeur de x pour obtenir une solution de pH égal à 9,2 ?
Quelle propriété possède la solution ainsi obtenue ?

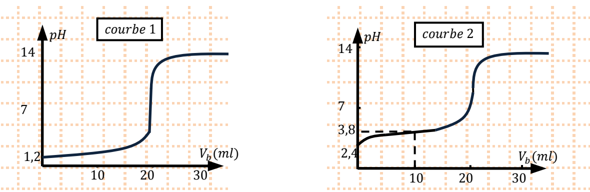
Exercice 5

On dispose de cinq solutions aqueuses, toutes à $10^{-2}mol.l^{-1}$:
A : solution d'acide propanoïque ; B : solution de propanoate de sodium ;
C : solution d'acide chlorhydrique ; D : solution d'hydroxyde de sodium ;
E : solution de chlorure de sodium.
On mesure leur pH a 25C. Les valeurs obtenues, classées par ordre de pH croissant, sont : 2 ; 3,5 ; 7 ; 8,5 ; 12.

1° Attribuer a chaque solution son pH en justifiant brièvement.
2° On mélange 50ml de A et 50ml de B. On obtient ainsi 100ml d'une solution notée F dont le pH est 4,9. Récence les espèces chimiques présentes dans F. Calculer les concentrations.
3° Calculer le pKa du couple acide propanoïque/ion propanoate.
4° Comment appelle-t-on une solution telle que F ? Que se passe-t-il du point de vue du pH si l'on ajoute a F quelques gouttes de C ? de D ? de E ?
5° On veut préparer 100ml de F à partir d'un autre mélange. En choisissant parmi les cinq solutions proposées, préciser la nature et le volume des solutions à utiliser. Justifier.

Exercice 6

On dose un volume V=30cm³ d'une solution aqueuse de chlorure d'hydrogène de concentration C_a puis un volume d'une solution d'acide méthanoïque HCO_2H de concentration $C_a' = 10^{-1}mol.\ell^{-1}$ par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C_b = 10^{-1}mol.\ell^{-1}$. Au cours du dosage, on suit, au pH-mètre, l'évolution du pH du milieu en réaction en fonction du volume V_b de solution d'hydroxyde de sodium versé. On obtient les courbes 1 et 2 de la figure ci-dessous.



1° Le chlorure d'hydrogène est un acide fort.
a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de HCl avec l'eau.
b. Quelle est la courbe correspond à la réaction de la solution chlorhydrique avec la solution d'hydroxyde de sodium ? En déduire la concentration C_a. Justifier.
2° L'acide méthanoïque dans l'eau est-il fort ou faible ?
a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de cet acide avec l'eau. Quelle est sa base conjuguée ?
b. Calculer les concentrations des différentes espèces présentes dans la solution quand on a versé10cm³ de solution d'hydroxyde de sodium.
c. En déduire la constante d'acidité Ka et le pKa du couple acide-base correspondant. Ce résultat était-il prévisible sans calcul ?
3° On veut effectuer ces dosages avec un des indicateurs colorés suivants :
- hélianthine (zone de virage : 3,1 à 4,4)
- bleu de bromothymol (zone de virage : 6,2 à 7,6)
- phénolphtaléine (zone de virage : 8,0 à 10,1)
Lequel faut-il choisir pour les acides précédents ?
4° Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui s'effectue lors du dosage de chacun des deux acides par la solution d'hydroxyde de sodium et en donner une justification soignée.

Exercice 7

1° On considère un composé basique de formule RNH_2 ou R est un groupe alkyle.

C'est une base faible dont le couple acide-base est RNH_3^+/RNH_2

-Définir une base faible.

-Ecrire l'équation-bilan de la réaction de cette base dans l'eau.

2° on prépare un volume V_0=150ml d'une solution aqueuse de RNH_2 en dissolvant une masse m_0=0,405g de cette base pure. On note C_0 la concentration de cette solution et χ son pH.

a. Ecrire la relation de neutralité électrique et de conservation de matière de cette solution.

b. En négligeant $[H_3O^+]$ devant $[OH^-]$, écrire en fonction de C_0 et χ les concentrations $[RNH_3^+]$ et $[RNH_2]$.

c. Exprimer les constantes d'acidité Ka et pKa du couple RNH_3^+/ RNH_2 en fonction de C_0 et de χ.

3°Afin d'identifier la base RNH_2, on dose un volume V_b = 30 ml de cette base avec une solution d'acide chlorhydrique de concentration C_a=0,1mol.l^{-1}.

Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Va(ml)	0	5	9	15	16	17	18	19	20	21	25	30
pH	11,8	11,2	10,8	10,1	9,9	9,5	6,1	2,7	2,4	2,2	1,9	1,7

a. Construire la courbe pH = *f*(Va). Echelles : 1cm pour 2,5ml et 1cm pour 1 unité pH.

b. Déterminer graphiquement le pKa du couple RNH_3^+/RNH_2. En déduire la concentration C_0 de la solution basique.

c. Retrouver la masse molaire, la formule et le nom du composé.

Exercice 8

On donne : Ke =10^{-14} à 25°C ; M(H) = 1g/mol; M(Cl) = 35,5g/mol

1° Dans un laboratoire, l'étiquette d'une bouteille d'acide chlorhydrique porte les indications suivantes :

*Acide chlorhydrique commercial

*Masse volumique ρ = 1190kg.m^{-3}

On extrait de cette bouteille, un volume Vo = 4,15cm^3 de solution que l'on complète à un volume V= 500cm^3 avec l'eau distillée. On obtient ainsi une solution diluée Sa, de concentration molaire Ca.

a. Établir l'expression de la concentration molaire Co de la solution commerciale d'acide chlorhydrique en fonction de M, ρ et du pourcentage en masse de chlorure d'hydrogène par P.

b. Donner l'expression de la concentration de la solution Sa en fonction de Co, Vo et Va, volume de la solution Sa préparée.

2° Pour déterminer le pourcentage P en chlorure d'hydrogène pur dans la solution commerciale, on réalise le dosage d'une solution d'amine primaire $R.NH_2$ par la solution diluée Sa. Dans un volume V_b = 20 cm^3 de la solution d'amine placée dans un bécher, on verse progressivement la solution Sa à l'aide d'une burette graduée.

On mesure le pH du mélange pour chaque ajout de la solution Sa après agitation

Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Va(cm^3)	0	5	9	15	16	17	18	19	20	21	25	30
pH	11,8	11,2	10,8	10,1	9,9	9,5	6,1	2,7	2,4	2,2	1,9	1,7

a. Tracer la courbe pH = f(Va) ; Echelles : 1cm pour 2cm^3 et 1cm pour 1unité pH.

b. Déterminer les coordonnées du point d'équivalence E. En déduire le pKa du couple

acide-base correspondant à l'aminé $R\text{-}NH_2$.
c. Identifier l'amine dosée en exploitant les données suivantes

-Phénylamine : $C_6H_5\text{-}NH_2$: $Ka = 2{,}5.10^{-5}$
-Ethylamine : $C_2H_5\text{-}NH_2$: $Ka = 1{,}6.10^{-11}$
-Méthylamine : $CH_3\text{-}NH_2$: $Ka = 2{,}0.10^{-11}$

d. Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui s'est produite dans le bécher.
3. On considère la solution initiale de l'amine de pH = 11,8.
a. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'amine avec l'eau
b. Faire le bilan des espèces chimiques présentes dans la solution S_b.
c. Calculer la concentration molaire de ces différentes espèces.
d. Calculer la concentration molaire C_b de la solution S_b de l'amine.
e. Calculer la concentration C_a de la solution S_a et C_0 de HCl. En déduire la valeur de P.

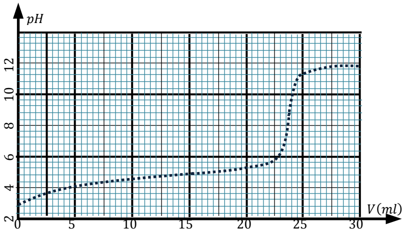
Exercice 9

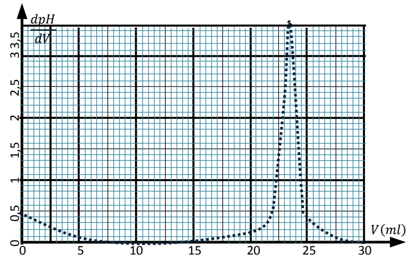
Sur un flacon contenant un produit ménagé liquide utilisé pour déboucher les éviers, on lit, en autres renseignements : « 19% en masse de soude ; provoque de graves brûlures ; dissout toute matière organique ...». On se propose de déterminer le pourcentage massique de soude de ce produit et de le comparer à la valeur indiquée par le fabricant.
La pesé d'un volume V_0=5oml de ce produit a donné m_0=60g.
1° La concentration en soude de ce produit étant trop élevée, on prépare V_1=1L de solution de soude de concentration $C_1= C_0/50$. C_0 est la concentration en soude de la solution commerciale.
Décrire le mode opératoire (volume à prélever, verrerie à utiliser).
2° On prélève V_B=20ml de la solution diluée (C_1) que l'on dose à l'aide d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration C_A=0,1mol.l^{-1}. Un pH-mètre préalablement étalonné, permet de suivre l'évolution du pH. A l'équivalence acido-basique, le volume d'acide versé est V_{AE}=24mL.
a. Comment a-t-on réalisé l'étalonnage ou standardisation du pH-mètre ?
b. Ecrire l'équation-bilan de la réaction et indiquer les couples acide-base en présence.
c. Calculer la valeur de C_1. Quel est le pH à l'équivalence ? Combien de parties comporte la courbe donnant l'évolution du pH ?
d. En déduire C_0 et calculer le pourcentage massique en soude du produit ménagé.
Y a-t'il concordance avec l'indication du fabricant ? Justifier.
e. Le dosage pH-métrique l'inconvénient d'être long. On aurait pu aller plus vite en utilisant un dosage colorimétrique. Quel est l'indicateur coloré approprié ?
3° Dans le dosage de la question 2, on aurait pu éventuellement pu utiliser une solution d'acide éthanoïque de concentration C_A=0,1mol.l^{-1} au lieu de l'acide chlorhydrique.
a. Quelle est l'équation-bilan de la réaction qui aurait lieu ? Est-elle totale ? Pourquoi ?
b. Situer le pH à l'équivalence par rapport à 7 et choisir un indicateur coloré convenant à ce dosage.
4°a. Calculer le volume d'acide éthanoïque à verser pour avoir un pH=11.
b. Pour quel volume d'acide éthanoïque versé aurait-on un pH=4,8 ? On parle alors de la double équivalence. Justifier le terme double équivalence.
Données : en g.mol^{-1}M_{Na}=23 ; M_O=16 ; M_H=1 ; pKa(CH_3COOH/CH_3COO^-)=4,8

Exercice 10
L'étiquette d'un litre de vinaigre de commerce indique 6 degré. Le degré d'acidité exprime la masse, en grammes, d'acide éthanoïque pur contenu dans 100g de vinaigre. On considère le vinaigre comme une solution aqueuse d'acide éthanoïque.
On désire déterminer, au cours d'une séance de travaux pratiques, la concentration en acide éthanoïque, notée C, de ce vinaigre.
La verrerie et les produits disponibles sont les suivants : pipettes jaugées de 1ml, 5ml, 10ml ; fioles jaugées de 50ml, 100ml, 500ml ; erlenmeyers, verre à pied ; burette graduée de 25ml ; éprouvettes graduées de 10ml, 100ml ;
vinaigre à 6°, solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C_b = 10^{-2}mol.\ell^{-1}$; phénolphtaléine (zone de virage : 8,2 – 9,8) ; hélianthine (zone de virage : 3,2 – 4,4) ; eau distillée.
1° Première étape : on prépare une solution S_1 de volume V_1 = 100ml et de concentration en acide éthanoïque $C_1 = \frac{C}{100}mol.\ell^{-1}$.
a. Quelle volume V de vinaigre à 6° doit-on prélever pour préparer S_1 ?
b. Décrire le mode opératoire.
2° Deuxième étape : dosage de la solution S_1.
On prélève un volume V_1 = 10,0ml de la solution S_1 que l'on dose avec la solution d'hydroxyde de sodium en présence d'un indicateur coloré convenable. L'équivalence acido-basique est observée après avoir versé V_b = 10,8ml de la solution d'hydroxyde de sodium.
a. Ecrire l'équation de la réaction qui se produit au cours du dosage.
b. Faire un schéma annoté du dispositif en justifiant le choix de l'indicateur
c. Calculer la concentration C_1 de S_1. En déduire C.
3° Calculer le degré d'acidité du vinaigre. Le résultat est-il en accord avec l'indiction de l'étiquette ?
On donne : $M(C)=12g.mol^{-1}$; $M(H)=1g.mol^{-1}$; $M(O)=16g.mol^{-1}$; densité du vinaigre =1,0.

Exercice 11
Données : mases molaires : $Na=23,0g.mol^{-1}$; $H=1g.mol^{-1}$; $O=16g.mol^{-1}$;
masse volumique du vinaigre : $1,02g.l^{-1}$; degré d'acidité du vinaigre : 7°
Le but de l'exercice est d'effectuer le dosage d'un vinaigre. Pour cela on dosera l'acide éthanoïque du vinaigre par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C = 0,10mol.\ell^{-1}$. Avant de réaliser ce dosage, on y procède à une dilution au dixième du vinaigre. On appelle S_1 la solution diluée obtenue.
1° **Dosage de l'acide éthanoïque du vinaigre**
a. Faire un schéma annoté du montage permettant de suivre l'évolution du pH en fonction du volume V de solution d'hydroxyde de sodium versé.
b. Ecrire le couple acide/base correspondant à l'acide éthanoïque. Donner également l'équation-bilan de la réaction de ce dosage.
c. Les mesures réalisées, traitées par l'informatique, ont permis de tracer la courbe représentée sur la figure ci-dessous (a).
Déterminer le point d'équivalence E et ses coordonnées (V_E et pH_E). En déduire la concentration C_1 de la solution S_1.
d. Quel est l'intérêt de la dilution au dixième.
e. La suite du traitement informatique permet d'obtenir les points représentés sur la

figure b donnant $\frac{d(pH)}{dV}$ en fonction de V. ($\frac{d(pH)}{dV}$ est la dérivée de la fonction pH=f(V)).
Expliquer pourquoi ces résultats permettent aussi de déterminer le volume V_E correspondant au point d'équivalence.





2° Exploitation du dosage
a. Calculer la concentration C_a en acide éthanoïque du vinaigre initial.
b. Le degré d'acidité du vinaigre est la masse en grammes d'acide éthanoïque pur contenu dans 100g de vinaigre. Calculer le degré d'acidité du vinaigre étudié.
c. Comparer avec la valeur donnée en début d'exercice.

Exercice 12

Une solution aqueuse à $0{,}5 mol.l^{-1}$ d'un acide carboxylique AH à un pH=2,01 à 25°C.
1° Déterminer les concentrations des espèces chimiques contenues dans cette solution. En déduire la constance d'acidité du couple acide-base utilisé. L'identifier à partir du tableau suivant :

couple	Acide chloroéthanoïque Ion chlroroéthanoate	Acide méthanoïque Ion méthanoate	Acide éthanoïque Ion éthanoate
pKa	2,9	3,7	4,7

Ecrire les formules de l'acide et de sa base conjuguée.
2° Quel volume V(en ml) d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium (soude) à $0{,}4 mol^{-1}$ faut-il ajouter à 10ml de la solution d'acide pour amener son pH à 4,0 ?

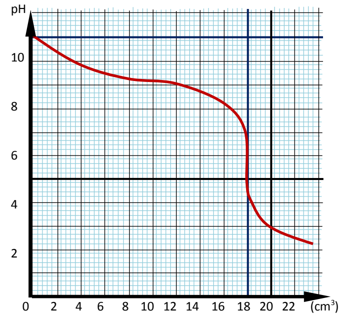
Exercice 13

1° Dans un laboratoire, une bouteille d'acide chlorhydrique porte une étiquette sur laquelle on peut lire « acide chlorhydrique, masse volumique : $1190 kg.m^{-3}$, pourcentage en masse d'acide pur : 37%, masse molaire moléculaire du chlorure d'hydrogène HCl : $36{,}5 g.mol^{-1}$)
On extrait de cette bouteille $4{,}15 cm^3$ d'acide que l'on complète à $500 cm^3$ avec de l'eau distillée. Montrer que la concentration de cette solution d'acide est $0{,}1 mol.l^{-1}$.
2° Afin de vérifier ce titre, on réalise le dosage de cette solution d'acide chlorhydrique par une solution d'amine RNH_2 à $0{,}032 mol.l^{-1}$ dans $20 cm^3$ de cette dernière solution, on verse la solution d'acide précédemment préparé. Le tableau ci-après indique les différentes valeurs de pH en fonction du volume V (en cm^3) d'acide versé, les solutions étant à 25°C. Construire la courbe pH=f(V).

V	0	1	2	3	4	4,5	5	5,2	5,4	5,6	6
pH	11,4	11,0	10,7	10,4	10,2	10,1	9,8	9,7	9,4	9,3	8,75
V	6,2	6,4	6,6	6,8	7	7,5	8	9	10	11	12
pH	8,4	6,8	5,6	3,7	3,2	2,75	2,5	2,2	2	1,9	1,85

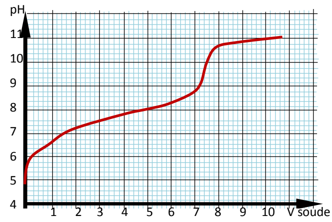
3° Déterminer le point d'équivalence et la valeur du pKa du couple RNH_3^+/RNH_2 ; en déduire la concentration de la solution d'acide utilisée. Cette concentration est-elle effectivement égale à $0{,}1 mol.l^{-1}$?
4° A partir des valeurs de la concentration de la solution d'amine et de son pH initial, vérifier la valeur du pKa déterminée graphiquement.

Exercice 14



Dans un bécher contenant $20cm^3$ d'une solution aqueuse S d'ammoniac, de concentration inconnue C, on verse progressivement une solution d'acide chlorhydrique à $0{,}1mol.l^{-1}$. Le graphique ci-dessous donne les variations du pH en fonction du volume d'acide V_A versé.
1° Ecrire l'équation-bilan de la réaction chimique
2° Déduire de la courbe la concentration C de la solution S et la valeur du pKa du couple NH_4^+/NH_3.
3° La solution S a été obtenue en introduisant $5cm^3$ d'une solution commerciale d'ammoniac S' dans une fiole jaugée et en les complétant à 1*l* avec de l'eau distillée.
On lit sur l'étiquette de la solution commerciale : « masse volumique : $0{,}890kg.l^{-1}$; teneur minimale en ammoniac : 34%(en masse) ».
La valeur de C trouvée à la question 2° est-elle en accord avec ces indications ?

Exercice 15



La destruction des microorganismes de l'eau en vue d'obtenir une eau potable est d'autant plus efficace que la concentration de la forme non-dissociée de l'acide hypochloreux (ou acide oxochlorique I) HClO est importante.
On étudie l'influence du pH de l'eau sur l'action germicide de HClO, qui est un acide faible.
1° Ecrire l'équation de la réaction de dissociation de HClO dans l'eau. Donner la formule de la base conjuguée de l'acide hypochloreux.
2° On donne la courbe de variation du pH de 25ml d'une solution d'acide hypochloreux, dont la concentration est 3.10^{-3}mol, en fonction du volume V d'une solution de soude à $10^{-2}mol.l^{-1}$ qui lui est ajoute (voir courbe ci-contre). Calculer le volume Ve de soude versée à l'équivalence.
3° En déduire graphiquement la valeur numérique de la constance pKa du couple acide hypochloreux/ion hypochlorite. On décrira, en quelques mots, la méthode utilisée.
4° Quelles sont les concentrations des espèces HClO et ClO^- à pH=6 ?
Même question à pH=8.
5° Calculer le pourcentage de la concentration de la forme non dissociée HClO par rapport a la somme des concentrations des formes, dissociée et non dissociée, à pH=6 et à pH=8.
Quelles conclusions peut-on en tirer sur le pH de l'eau que l'on veut rendre potable ?

Corrigé

Exercice 1

1° *Equation de la réaction*

$H_2SO_4 + CaF_2 \longrightarrow 2\,HF + CaSO_4$

2° *Montrons qu'il s'agit d'une réaction acido-basique*

$(2H^+ + SO_4{}^{2-}) + (Ca^{2+} + 2F^-) \longrightarrow 2HF + (Ca^{2+} + SO_4{}^{2-})$

F^- a capté un protons H^+ ; cette réaction est donc une réaction acide base.

L'acide est HF et la base F^-

3°*Masse minimale de fluorure de calcium*

$\eta = \frac{n_{HF}}{n_{HF\,th}}$ Or $n_{HF\,th} = 2n_{CaF_2}$ d'où $\boldsymbol{m_{CaF_2}} = \frac{\boldsymbol{m_{HF} \times M_{CaF_2}}}{\boldsymbol{2\eta\, M_{HF}}}$ AN : $\boldsymbol{m_{CaF_2} = 2,2t}$

Masse minimale d'acide sulfurique

$\eta = \frac{n_{HF}}{n_{H_2SO_4}}$ Or $n_{HF\,th} = 2n_{H_2SO_4}$ d'où $\boldsymbol{m_{H_2SO_4}} = \frac{\boldsymbol{m_{HF} \times M_{H_2SO_4}}}{\boldsymbol{2\eta\, M_{HF}}}$ AN : $\boldsymbol{m_{H_2SO_4} = 2,73t}$

Exercice 2

1° *Masse d'acide benzoïque*

$n = CV = \frac{m}{M}$ d'où $\boldsymbol{m = CVM}$ AN : $m = 0{,}1 \times 0{,}2 \times 122 \Rightarrow$ $\boldsymbol{m = 2,44g}$

2° *Concentrations des différentes espèces chimiques présentes dans la solution*

Espèces chimiques présentes en solution

$C_6H_5COOH + H_2O \rightleftarrows C_6H_5COO^- + H_3O^+$

$2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$

Inventaire : $H_3O^+, OH^-, C_6H_5COO^-, C_6H_5COOH$ et H_2O

Calcul des concentrations des espèces chimiques présentes en solution

$[H_3O^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-2,6}$ soit $[H_3O^+] = 2{,}51 \cdot 10^{-3} mol.l^{-1}$

$[OH^-] = 10^{pH-14}$ soit $[OH^-] = 3{,}98 \cdot 10^{-12} mol.l^{-1}$

REN: $[C_6H_5COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$ Or $[OH^-] \ll [H_3O^+]$

donc : $[C_6H_5COO^-] = [H_3O^+]$ soit $[C_6H_5COO^-] = 2{,}51 \cdot 10^{-3} mol.l^{-1}$

RCM: $C = [C_6H_5COOH] + [C_6H_5COO^-] \Rightarrow [C_6H_5COOH] = C - [C_6H_5COO^-]$

soit $[C_6H_5COOH] = 9{,}75 \cdot 10^{-2} mol.l^{-1}$

* L'acide benzoïque est un acide faible

Justification : L'ionisation de la molécule d'acide benzoïque n'est pas totale

Autre méthode : $-\log C = 1 \neq pH$ donc l'acide benzoïque est un acide faible

3° *Concentrations des espèces chimiques présentes en solution*

Inventaire : H_3O^+; OH^- ; Na^+; $C_6H_5COO^-$; C_6H_5COOH et H_2O

Calcul des concentrations des espèces chiques présentes en solution

$[H_3O^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-4,2}$ soit $[H_3O^+] = 6{,}3 \cdot 10^{-5} mol.l^{-1}$

$[OH^-] = 10^{pH-14}$ soit $[OH^-] = 1{,}58 \cdot 10^{-10} mol.l^{-1}$

$[Na^+] = \frac{C_bV_b}{V_a+V_b}$ soit $\boldsymbol{[Na^+] = 3,33 \cdot 10^{-2} mol.l^{-1}}$

REN: $[C_6H_5COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$ Or $[OH^-]$ *et* $[H_3O^+] \ll [Na^+]$

donc : $\boldsymbol{[C_6H_5COO^-] = [Na^+]}$ soit $[C_6H_5COO^-] = 3{,}33 \cdot 10^{-2} mol.l^{-1}$

RCM : $\frac{C_aV_a}{V_a+V_b} = [C_6H_5COO^-] + [C_6H_5COOH]$ d'où $\boldsymbol{[C_6H_5COOH]} = \frac{\boldsymbol{C_aV_a}}{\boldsymbol{V_a+V_b}} - \frac{\boldsymbol{C_bV_b}}{\boldsymbol{V_a+V_b}}$

soit $\boldsymbol{[C_6H_5COOH] = 3,33 \cdot 10^{-2} mol.l^{-1}}$

Déduction du pKa du couple acide benzoïque/benzoate

$\mathrm{pKa} = \mathrm{pH} - \log\left(\frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}\right)$ AN : $\mathbf{pKa = 4,2}$

Exercice 3

1° *Concentrations en* H_3O^+, K^+ et Br^-

$[H_3O^+] = 10^{-pH}$ soit $\mathbf{[H_3O^+] = 10^{-11} mol.l^{-1}}$

$[OH^-] = 10^{-14+pH}$ soit $[OH^-] = 10^{-3} mol.l^{-1}$

$[K^+] = \frac{C_bV_b}{V_a+V_b}$ On obtient : $\mathbf{[K^+] = 8.10^{-3} mol.l^{-1}}$

REN : $[H_3O^+] + [K^+] = [OH^-] + [Br^-]$ Or $[H_3O^+]$ négligeable devant $[K^+]$ et $[OH^-]$

donc $[Br^-] = [K^+] - [OH^-]$ AN : $\mathbf{[Br^-] = 7.10^{-3} mol.l^{-1}}$

2° *Concentration C de la solution de HBr*

$[Br^-] = \frac{CV_a}{V_a+V_b}$ $\Rightarrow$ $C = \frac{[Br^-](V_a+V_b)}{V_a}$ AN : $\mathbf{C = 3,5.10^{-2} mol.l^{-1}}$

3° *Volume de solution HBr*

A l'équivalence acide-base : $CV_{AE} = C_bV_b$ $\Rightarrow$ $C(V_a + V) = C_bV_b$

On déduit : $\boldsymbol{V = \frac{C_bV_b}{C} - V_a}$ AN : $V = \frac{10^{-2}\times 20}{3,5.10^{-2}} - 5$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{V = 0,71ml}$

4° *pH de la solution de HBr utilisé*

HBr est un acide fort donc : $\mathrm{pH} = -\log C$ On trouve : $\mathbf{pH = 1,46}$

Exercice 4

1° *Constante d'acidité pKa du couple ion ammonium/ammoniac*

Espèces chimiques présentes en solution

$NH_3 + H_2O \rightleftarrows HO^- + NH_4^+$

$2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$

$H_3O^+, OH^-, NH_4^+; NH_3$.

Calcul des concentrations des espèces chiques présentes en solution

$[H_3O^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-10,9}$ soit $[H_3O^+] = 1,26 \cdot 10^{-11} mol.l^{-1}$

$[OH^-] = 10^{-14+pH}$ soit $[OH^-] = 7,94 \cdot 10^{-4} mol.l^{-1}$

REN: $[OH^-] = [H_3O^+] + [NH_4^+]$ Or $[H_3O^+] \ll [OH^-]$ donc $[NH_4^+] = [HO^-]$

$\mathbf{[NH_4^+] = 7,94 \cdot 10^{-4} mol.l^{-1}}$

RCM: $C = [NH_3] + [NH_4^+] \Rightarrow [NH_3] = C - [NH_4^+]$ AN: $\mathbf{[NH_3] = 3,92 \cdot 10^{-2} mol.l^{-1}}$

$Ka = \frac{[H_3O^+]\times[NH_3]}{[NH_4^+]} = 6,22 \cdot 10^{-10}$ $pKa = -\log Ka$ On trouve : $\boldsymbol{pKa = 9,2}$

2° *Equation de la réaction*

$NH_3 + H_3O^+ \rightarrow NH_4^+ + H_2O$

Valeur de x pour obtenir une solution de pH égal à 9,2

$\mathrm{pH} = \mathrm{pKa}$ On est à la demi-équivalence $x = \frac{V_{aE}}{2}$ (V_{aE} est le volume à l'équivalence)

A l'équivalence on a : $C_aV_{aE} = C_bV_b$ soit $2xC_a = C_bV_b$

On trouve : $x = \frac{C_bV_b}{2C_a}$ AN : $\boldsymbol{x = 13,33cm^3}$

Autre méthode : $\mathrm{pH} = \mathrm{pKa} + \log\left(\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}\right)$ Or $\mathrm{pH} = \mathrm{pKa}$ donc $[NH_3] = [NH_4^+]$

$[NH_4^+] = \frac{C_aV_a}{V_a+V_b}$ et $[NH_3] = \frac{C_bV_b}{V_a+V_b} - \frac{C_aV_a}{V_a+V_b}$

On aboutit a : $\frac{2C_aV_a}{V_a+V_b} = \frac{C_bV_b}{V_a+V_b}$ soit $2xC_a = C_bV_b$

Propriété de la solution obtenue
La solution obtenue est une solution Tampon
- son pH ne varie pas lors d'une dilution modérée ;
- son pH varie faiblement lors d'une addition modérée d'acide fort ;
- son pH varie faiblement lors d'une addition modérée de base forte.

Exercice 5

1° *pH des solutions et justification*
Le pH d'une solution d'acide fort vérifie la relation $\mathrm{pH} = -\log C$. On trouve $\mathrm{pH} = 2$
La solution d'**acide chlorhydrique C** est une solution d'acide fort donc son $\mathbf{pH = 2}$.
Le pH d'une solution d'acide faible vérifie la relation $\mathrm{pH} > -logC$ avec $1 < pH < 7$
La solution d'**acide propanoïque A** est une solution d'acide faible donc son $\mathbf{pH = 3,5}$.
Le pH d'une solution neutre est $\mathrm{pH} = 7$; la solution de **chlorure de sodium E** est une solution neutre donc son $\mathbf{pH = 7}$.
Le pH d'une solution de base forte vérifie la relation $\mathrm{pH} = 14 + \log C$. On trouve pH=12
La solution d'**hydroxyde de sodium D** est une solution de base forte, son $\mathbf{pH = 12}$.
Le pH d'une solution de base faible vérifie : $\mathrm{pH} < 14 + \log C$ avec $7 < pH < 14$.
La solution de **propanoate de sodium B** est une solution de base faible, son $\mathbf{pH = 8,5}$.

2° *Espèces chimiques présentes dans F*
$H_3O^+, OH^-, Na^+, C_2H_5COOH, C_2H_5COO^-, H_2O$
Concentration
$[H_3O^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-4,9}$ soit $[H_3O^+] = 1,26 \cdot 10^{-5} \mathrm{mol.l^{-1}}$
$[OH^-] = 10^{pH-14}$ soit $[OH^-] = 8 \cdot 10^{-10} \mathrm{mol.l^{-1}}$
$[Na^+] = \frac{C_bV_b}{V_a+V_b}$ soit $\mathbf{[Na^+] = 10^{-2} mol.l^{-1}}$
REN: $[C_2H_5COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$ Or $[OH^-]$ *et* $[H_3O^+] \ll [Na^+]$
donc : $\mathbf{[C_2H_5COO^-] = [Na^+]}$ soit $[C_2H_5COO^-] = 10^{-2} \mathrm{mol.l^{-1}}$
RCM : $n_{0\, C_2H_5COH} + n_{0\, C_2H_5COO^-} = n_{C_2H_5COH} + n_{C_2H_5COO^-}$
$C_aV_a + \mathbf{C_bV_b} = [C_2H_5COO^-](V_a + V_b) + [C_2H_5COOH](V_a + V_b)$
$\frac{C_aV_a}{V_a+V_b} + \frac{\mathbf{C_bV_b}}{\mathbf{V_a+V_b}} = [C_2H_5COO^-] + [C_2H_5COOH]$ d'où $\mathbf{[C_2H_5COOH] = \frac{C_aV_a}{V_a+V_b} = 10^{-2} mol.l^{-1}}$

3° *pKa du couple acide propanoïque/ion propanoate.*
$\mathrm{pH} = \mathrm{pKa} + \log\left(\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]}\right)$ Or $[CH_3COO^-] = [CH_3COOH]$ donc $\mathbf{pKa = 4,9}$

4° Une solution telle que F est appelée **solution Tampon**
Le pH d'une solution telle que F varie faiblement lors de l'ajout de quelques gouttes de C ou de D. Le pH d'une solution telle que F ne varie pas lors de l'ajout de quelques gouttes de E.

5° Pour préparer 100ml de F, on peut :
- soit réaliser un mélange de la solution A et de la solution de D à la demi-équivalence :
A l'équivalence acide base, $C_AV_A = C_DV_{DE}$.
Or $C_A = C_D$ et à la demi-équivalence $V_D = \frac{V_{DE}}{2}$ d'où $V_D = \frac{V_A}{2}$
De plus $V = V_A + V_D$ donc $V = \frac{3V_A}{2}$ On trouve $V_A = 66,7ml$ et $V = V_D = 33,3ml$

Exercice 6

1° a. *Equation-bilan de la réaction de HCl avec l'eau*
$HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$

b. * La courbe 1 correspond à la réaction de la solution chlorhydrique avec la solution d'hydroxyde de sodium

* *Justification et déduction de la concentration C_a.*

A l'équivalence acide-base, le pH=7 et le volume de base correspondant est V_{bE}=20ml

$C_aV_a = C_bV_{bE} \quad \Rightarrow \quad C_a = \frac{C_bV_{bE}}{V_a} \qquad$ AN : $C_a = \frac{0{,}1\times 20}{30} \quad \Rightarrow \quad C_a = 6{,}6710^{-2} mol.\ell^{-1}$

2°* L'acide méthanoïque dans l'eau est faible.

a. * *Equation-bilan de la réaction avec l'eau*

$HCO_2H \; + \; H_2O \; \rightleftarrows \; HCO_2{}^- \; + \; H_3O^+$

* *Base conjuguée* : $HCOO^-$

b. *Concentrations des différentes espèces présentes dans la solution*

Inventaire : H_3O^+; OH^- ; Na^+; $HCO_2{}^-$; HCO_2H et H_2O

-volume l'acide méthanoïque : À l'équivalence : $C'_aV_a = C_bV_{bE}$ On trouve $V_a = 20$ml

$[H_3O^+] = 10^{-pH} \quad \Rightarrow \quad [H_3O^+] = 10^{-3{,}8}$ soit $[H_3O^+] = 1{,}58\cdot 10^{-4} mol.l^{-1}$

$[OH^-] = 10^{pH-14}$ soit $[OH^-] = 6{,}31\cdot 10^{-11} mol.l^{-1}$

$[Na^+] = \frac{C_bV_b}{V_a+V_b}$ soit $[Na^+] = 3{,}33\cdot 10^{-2} mol.l^{-1}$

REN: $[HCO_2{}^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$ Or $[OH^-]$ et $[H_3O^+] \ll [Na^+]$

Donc : $[HCO_2{}^-] = [Na^+]$ soit $[HCO_2{}^-] = 3{,}33\cdot 10^{-2} mol.l^{-1}$

RCM : $\frac{C_aV_a}{V_a+V_b} = [HCO_2{}^-] + [HCO_2H]$ d'où $[HCO_2H] = \frac{C_aV_a}{V_a+V_b} - \frac{C_bV_b}{V_a+V_b}$

soit $[HCO_2H] = 3{,}33\cdot 10^{-2} mol.l^{-1}$

c. *Constante d'acidité Ka*

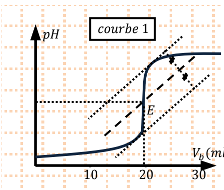
$Ka = \frac{[H_3O^+]\times[HCO_2{}^-]}{[HCO_2H]}$ Or $[HCO_2{}^-] = [HCO_2H]$ d'où $Ka = [H_3O^+] = 1{,}58\cdot 10^{-4}$

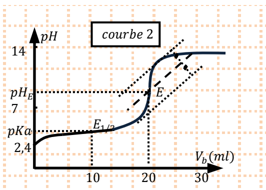
* *Constante pKa*

$pKa = -\log Ka \qquad$ AN : $pKa = -\log 1{,}58\cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad pKa = 3{,}8$

* Oui le résultat était prévisible sans calcul

$V_b = \frac{V_{bE}}{2}$; ce volume correspond au volume du point de demi-équivalence et son pH = pKa du couple acide/base en solution





3° *Indicateurs colorés à choisir* :

- pour le dosage de l'acide chlorhydrique, on va choisir le bleu de bromothymol ;
- pour le dosage de l'acide méthanoïque, on va choisir la phénolphtaléine.

4° *Equation-bilan*

- dosage de l'acide chlorhydrique : $H_3O^+ + HO^- \longrightarrow 2\,H_2O$
- dosage de l'acide méthanoïque : $HCO_2H + HO^- \longrightarrow HCO_2{}^- + H_2O$

Exercice 7

1° -*Base faible* : espèce chimique qui libère des ions HO^- par réaction limitée.

-Equation-bilan : $RNH_2 + H_2O \rightleftarrows RNH_3{}^+ + HO^-$

2°a. **Relation de neutralité électrique*

Espèces chimique : H_3O^+, OH^-, RNH_3^+, RNH_2.

REN : $[OH^-] = [H_3O^+] + [RNH_3^+]$

** Relation de conservation de matière :* $C_0 = [RNH_2] + [RNH_3^+]$

b. *Concentration de $[RNH_3^+]$ et $[RNH_2]$ en fonction de C_0 et χ*

$[H_3O^+]$ négligeable devant $[OH^-]$ donc : $[RNH_3^+] = [OH^-] = 10^{-14+pH}$

$\mathbf{[RNH_3^+] = 10^{-14+\chi}}$

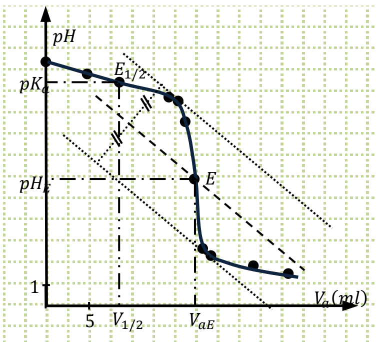
$C_0 = [RNH_2] + [RNH_3^+]$ soit $\mathbf{[RNH_2] = C_0 - 10^{-14+\chi}}$

c. *Constantes d'acidité Ka et pKa du couple RNH_3^+/ RNH_2 en fonction de C_0 et de χ*

$Ka = \frac{[H_3O^+]\times[RNH_2]}{[RNH_3^+]} = \frac{10^{-\chi}(C_0-10^{-14+\chi})}{10^{-14+\chi}}$ On obtient : $\mathbf{Ka = 10^{-\chi}(C_0 10^{14-\chi} - 1)}$

$pKa = -\log Ka$ d'où $\boldsymbol{pKa = \chi - \log(C_0 10^{14-\chi} - 1)}$

3°a. Courbe pH = *f*(Va)



b. *Détermination graphique du pKa du couple RNH_3^+/RNH_2*

Le point d'équivalence E donné par la méthode des tangentes a pour coordonnées $E(Va_E = 18ml; pH_E = 6{,}1)$. Le volume d'acide au point de demi-équivalence $E_{1/2}$ est $V_{1/2} = \frac{V_{aE}}{2} = 9ml$. On déduit $\mathbf{pKa = 10{,}8}$

Concentration C_0 de la solution basique

A l'équivalence acide-base : $C_a V_{a_E} = C_0 V_b \Rightarrow \mathbf{C_0 = \frac{C_a V_{a_E}}{V_b}}$ AN : $\mathbf{C_0 = 3.10^{-2} mol.l^{-1}}$

c. *Masse molaire du composé*

$n = C_0 V_0 = \frac{m_0}{M}$ d'où $\boldsymbol{M = \frac{m_0}{C_0 V_0}}$ AN : $\boldsymbol{M = 45 g.mol^{-1}}$

Formule et nom du composé

$M = 14n + 1 + (14+2) = 14n + 17$ On trouve : $n = 1$ d'où $\mathbf{CH_3NH_2}$ **: méthylamine**

Exercice 8

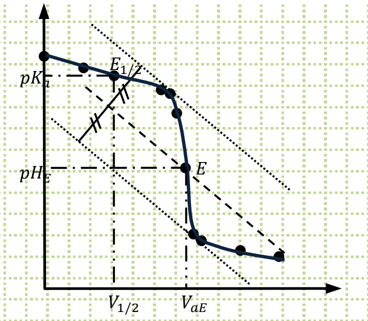
1°a. *Expression de la concentration molaire Co de la solution commerciale*

$C_0 = \frac{n}{V_0} = \frac{m}{MV_0}$ avec m la masse de HCl pur contenu dans la solution commerciale de masse m'. $m = P.m'$ Or $m' = \rho V_0$ d'où $C_0 = \frac{P\rho V_0}{MV_0}$ soit $\mathbf{C_0 = \frac{P\rho}{M}}$

b. *Expression de Ca en fonction de Co, Vo et Va*

Équation de dilution : $C_0 V_0 = C_a V_a$ soit $\mathbf{C_a = \frac{C_0 V_0}{V_a}}$

2° a. *Courbe pH = f(Va)*



b.* *Coordonnées du point d'équivalence E*

On détermine graphiquement à partir de la méthode des tangentes

$E(Va_E = 18ml; pH_E = 6{,}1)$

* *Déduction du pKa du couple acide-base*

Le volume d'acide au point de demi-équivalence $E_{1/2}$ est $V_{1/2} = \frac{V_{aE}}{2} = 9ml$.

On déduit : $\mathbf{pKa = 10,8}$

c. *Identification de l'amine dosée*

$pKa = -\log Ka \quad \Rightarrow \quad Ka = 10^{-pKa}$ On obtient : $\mathbf{Ka = 1,5810^{-11}}$

L'amine R-NH_2 est l'éthylamine : C_2H_5-NH_2

d. *Equation-bilan de la réaction*

$C_2H_5NH_2 + H_3O^+ \rightarrow C_2H_5NH_3{}^+ + H_2O$

3. a. *Equation-bilan de la réaction de l'amine avec l'eau*

$C_2H_5NH_2 + H_2O \rightleftarrows C_2H_5NH_3{}^+ + HO^-$

b. *Bilan des espèces chimiques présentes dans la solution S_b*

-Ions : H_3O^+; HO^- ; $C_2H_5NH_3{}^+$

- Molécules : $C_2H_5NH_2$; H_2O

c. *Concentration molaire de ces différentes espèces*

$[H_3O^+] = 10^{-pH}$ soit $\mathbf{[H_3O^+] = 1,58.10^{-12} mol.l^{-1}}$

$[OH^-] = 10^{-14+pH}$ soit $\mathbf{[OH^-] = 6,3.10^{-3} mol.l^{-1}}$

REN : $[OH^-] = [H_3O^+] + \left[C_2H_5NH_3{}^+\right]$ Or $[OH^-]$ négligeable devant $[H_3O^+]$

donc $\left[C_2H_5NH_3{}^+\right] = [HO^-]$ soit $\mathbf{\left[C_2H_5NH_3{}^+\right] = 6,3.10^{-3} mol.l^{-1}}$

$Ka = \frac{[H_3O^+]\times[C_2H_5NH_2]}{[C_2H_5NH_3^+]} \quad \Rightarrow \quad [C_2H_5NH_2] = \frac{Ka\times[C_2H_5NH_3^+]}{[H_3O^+]}$

On trouve : $\mathbf{[C_2H_5NH_2] = 6,38.10^{-2} mol.l^{-1}}$

d. *Concentration molaire C_b de la solution S_b de l'amine*

RCM : $C_b = [C_2H_5NH_2] + \left[C_2H_5NH_3{}^+\right]$ On trouve : $\mathbf{C_b = 0,1 mol.l^{-1}}$

e. *Concentration C_a de la solution S_a*

A l'équivalence acide-base : $C_a V_{a_E} = C_b V_b \Rightarrow \mathbf{C_a = \frac{C_b V_b}{V_{a_E}}}$ AN : $\mathbf{C_a = 1,11.10^{-1} mol.l^{-1}}$

* Déduction de la concentration C_0 de HCl

$C_a = \frac{C_0 V_0}{V_a} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{C_0 = \frac{C_a V_a}{V_0}}$ On trouve : $\mathbf{C_0 = 13,4 mol.l^{-1}}$

* *En déduire la valeur de* P.

$C_0 = \frac{P\rho}{M}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{P = \frac{C_0 M}{\rho}}$ On trouve : $\mathbf{P = 41\%}$

Exercice 9

1° *Mode opératoire*

$C_1 = \frac{C_0}{50}$ donc $V_0 = \frac{V_1}{50}$ soit $V_0 = 20ml$

A l'aide d'une pipette jaugée de 20 ml, on prélève 20ml de la solution commerciale que l'on verse dans une fiole jaugée de 1L. On ajoute de l'eau distillée jusqu'au niveau du trait de jauge puis on homogénéise.

2° a. *Etalonnage ou standardisation du pH-mètre*

-sortir la sonde de l'eau distillée et l'essuyer délicatement avec un papier Joseph ;

- plonger la sonde dans une solution tampon de pH=4 (ou 11 pour les mesures en milieu basique) ;
- plonger la sonde dans l'eau distillée en attendant de faire les mesures.

b. *Equation-bilan de la réaction*

$H_3O^+ + HO^- \rightarrow 2H_2O$

Couples acide-base en présence

H_3O^+/H_2O et H_2O/HO^-

c. * *Valeur de* C_1

A l'équivalence acide-base : $C_A V_{A_E} = C_1 V_B$ $\Rightarrow$ $\mathbf{C_1 = \frac{C_A V_{AE}}{V_B}}$ AN : $\mathbf{C_1 = 0,12 mol.l^{-1}}$

* *pH à l'équivalence*

$pH_E = 7$ (dosage acide fort-base forte)

* *Nombre de parties que comporte la courbe donnant l'évolution du pH :* 3 parties

d.* *Déduction de* C_0

$C_1 = \frac{C_0}{50}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{C_0 = 50C_1}$ AN : $\mathbf{C_0 = 6\ mol.l^{-1}}$

* *Pourcentage massique en soude du produit ménagé*

$P = \frac{m}{m_0}$ Avec m mase de NaOH pur dans la solution

$m = nM = C_0 V_0 M$ d'où $\mathbf{P = \frac{C_0 V_0 M}{m_0}}$ AN : $P = 0,20$ soit $\mathbf{P = 20\%}$

* La valeur trouvée par calcul est légèrement différente de la valeur donnée ; Il n'y a pas concordance avec l'indication du fabricant.

* Justification : L'écart relatif est $\frac{20-19}{19} = 0,053$ soit $\mathbf{5,3\%}$

e. *Indicateur coloré approprié* : BBT

3° a. *Equation-bilan de la réaction*

$CH_3COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3COO^- + H_3O^+$

* La réaction n'est pas totale

Justification

$CH_3COO^- + H_2O \rightleftarrows CH_3COOH + OH^-$.

L'ion CH_3COO^- produit réagit avec l'eau, d'où la réaction de CH_3COOH avec l'eau n'est pas totale.

b. Situation du pH à l'équivalence par rapport à 7

$CH_3COOH + OH^- \rightarrow CH_3COO^- + H_2O$

$CH_3COO^- + H_2O \rightleftarrows CH_3COOH + OH^-$. La réaction libère plus d'ion HO^-;

à l'équivalence, le milieu est basique : $pH_E > 7$

Indicateur coloré convenant pour le dosage : phtaléine.

4°a. *Volume d'acide éthanoïque versé pour avoir un pH=11*

$\mathrm{pH = pKa + \log\left(\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}\right) \Rightarrow [CH_3COO^-] = 10^{pH-pKa}[CH_3COOH]}$

$\mathrm{[CH_3COO^-] = 1{,}58.10^6[CH_3COOH]}$ ou $\mathrm{[CH_3COOH] = 6{,}3.10^{-7}\ [CH_3COO^-]}$ (1)

Inventaire : $\mathrm{H_3O^+; OH^-; Na^+; C_6H_5COO^-; CH_3COOH}$ et H_2O

REN: $\mathrm{[CH_3COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]}$ Or $\mathrm{[OH^-]}$ *et* $\mathrm{[H_3O^+] \ll [Na^+]}$

donc : $\mathrm{[CH_3COO^-] = [Na^+] = \frac{C_bV_b}{V_a+V_b}}$

RCM : $\mathrm{\frac{C_aV_a}{V_a+V_b} = [CH_3COO^-] + [CH_3COOH] \Rightarrow [CH_3COOH] = \frac{C_aV_a}{V_a+V_b} - \frac{C_bV_b}{V_a+V_b}}$

(1) devient : $\mathrm{\frac{C_aV_a}{V_a+V_b} = (1 + 6{,}3.10^{-7})\frac{C_bV_b}{V_a+V_b}}$ on déduit : $\mathrm{V_a = \frac{(1+6{,}3.10^{-7})C_bV_b}{C_a}}$

AN : $\mathrm{V_a = \frac{(1+6{,}3.10^{-7})0{,}12\times20.10^{-3}}{0{,}1}}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{V_a = 1cm^3}$

b. *Volume d'acide éthanoïque versé pour avoir un pH=4,8*

$\mathrm{pH = pKa}$ On est à la demi-équivalence $V_a = \frac{V_{aE}}{2}$ (V_{aE} est le volume à l'équivalence)

A l'équivalence on a : $\mathrm{C_aV_{aE} = C_bV_b}$ soit $\mathrm{2C_aV_a = C_bV_b}$

On trouve : $\mathrm{V_a = \frac{C_bV_b}{2C_a}}$ AN : $\mathbf{V_a = 13{,}33cm^3}$

Autre méthode

$\mathrm{pH = pKa + \log\left(\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}\right)}$ Or $\mathrm{pH = pKa}$ donc $[CH_3COO^-] = [CH_3COOH]$

$[CH_3COO^-] = \frac{C_bV_b}{V_a+V_b}$ et $[CH_3COOH] = \frac{C_aa}{V_a+V_b} - \frac{C_bV_b}{V_a+V_b}$

On aboutit a : $\frac{C_aV_a}{V_a+V_b} = \frac{2C_bV_b}{V_a+V_b}$ soit $C_aV_a = 2C_bV_b$

Exercice 10

1° a. *Volume V de vinaigre à 6° à prélever pour préparer S₁*

Equation de dilution : $CV = C_1V_1$ Or $\mathrm{C_1 = \frac{C}{100}}$ d'où $\mathbf{V = \frac{V_1}{100}}$ AN : $\mathbf{V = 1ml}$

b. *Mode opératoire*

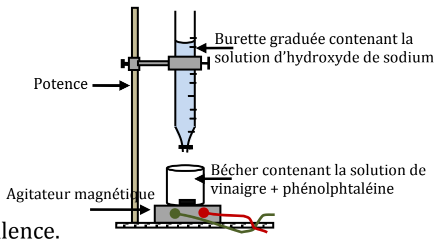
On prélève 1ml de vinaigre 6° avec la pipette jaugée de 1ml que l'on verse dans la fiole jaugée de 100ml. On ajoute de l'eau distillée jusqu'au niveau du trait de jauge et on homogénéise.

2°a. *Equation de la réaction qui se produit au cours du dosage*

$\mathrm{CH_3COOH + OH^- \longrightarrow CH_3COO^- + H_2O}$

*b. * Schéma annoté du dispositif*

(Voir schéma ci-contre)



** Justification du choix de l'indicateur*

La réaction produit des ions $\mathrm{CH_3COO^-}$ qui réagissent avec l'eau suivant la réaction :

$\mathrm{CH_3COO^- + H_2O \longrightarrow CH_3COOH + OH^-}$

Cette dernière réaction produit davantage d'ions OH^- d'où le milieu est basique à l'équivalence.

On doit donc choisir la phénolphtaléine qui a sa zone de virage situé dans un domaine basique.

b.* *Concentration C_1 de S₁*

A l'équivalence acide-base : $C_1V_1 = C_bV_b \Rightarrow \boldsymbol{C_1 = \frac{C_bV_b}{V_1}}$ AN : $\boldsymbol{C_1 = 0,0108 mol.\ell^{-1}}$

** Déduction de C*

$C_1 = \frac{C}{100} \Rightarrow \mathbf{C = 100C_1}$ AN : $\mathbf{C = 1,08 mol.\ell^{-1}}$

c. *Degré d'acidité du vinaigre*

$C = \frac{n}{V}$ Or $n = \frac{m}{M}$ d'où $m = CVM$ avec m : masse d'éthanol contenue dans le volume V de vinaigre.

$m' = \rho V = d\rho_e V$ avec m'=100g : masse de vinaigre contenu dans le volume V de vinaigre

On obtient : $\boldsymbol{m = \frac{m'CM}{d\rho_e}}$ AN : $m = \frac{100\times1,08\times60}{1\times1000} \Rightarrow \mathbf{m = 6,48g}$

Le degré d'acidité réel est **6,48°**

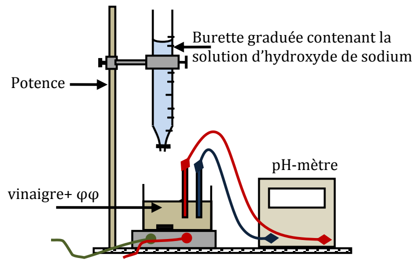
* Le résultat n'est pas en accord avec l'indiction de l'étiquette

L'écart relatif entre les deux valeurs est $\frac{6,48-6}{6}$ soit 8%

Exercice 11

1°a. *Schéma annoté du montage*

(Voir schéma ci-contre)



b. *Couple acide/base :* CH_3COOH/CH_3COO^-

Equation-bilan de la réaction de dosage

$CH_3COOH + H_2O \rightleftharpoons CH_3COO^- + H_3O^+$

c.* *Détermination du point d'équivalence E*

On utilise la méthode des tangentes

(voir courbe 1)

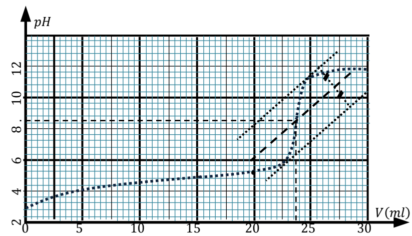
* *Coordonnées (V_E et pH_E) du point E*

Graphiquement on trouve $V_E = 23,5ml$ et $pH_E = 6$

* Concentration C_1 de la solution S₁.

A l'équivalence acide-base : $C_1V_1 = C_bV_b \Rightarrow$

$\boldsymbol{C_1 = \frac{C_bV_b}{V_1}}$ AN : $\boldsymbol{C_1 = 0,1175 mol.\ell^{-1}}$



d. *Intérêt de la dilution au dixième*

- Éviter l'utilisation de solution concentré plus dangereuses en cas de projection ;
- Adapter les concentrations des solutions pour que le volume de la solution titrant soit voisin de celui de la solution dosée.

e. *Explication*

$\frac{d(pH)}{dV}$ représente la dérivée de la fonction pH=f(V).

Le point d'équivalence E est un point d'inflexion ; la courbe de la fonction dérivée présente donc un maximum en ce point.

La courbe 2 donne graphiquement $\mathbf{V_E = 23,5ml}$

2°a. *Concentration C_a en acide éthanoïque du vinaigre initial*

$\mathbf{C_1 = \frac{C_a}{10}} \Rightarrow \mathbf{C_a = 10C_1}$ AN : $\mathbf{C_a = 1,175 mol.\ell^{-1}}$

b. *Degré d'acidité du vinaigre étudié*

$C = \frac{n}{V}$ Or $n = \frac{m}{M}$ d'où $m = CVM$ avec m : masse d'éthanol contenue

dans le volume V de vinaigre correspondant à 100g de vinaigre.
$m' = \rho V = d\rho_e V$ avec m'=100g : masse de vinaigre contenu dans le volume V de vinaigre

On obtient : $\boldsymbol{m} = \frac{\boldsymbol{m'CM}}{\mathbf{d\rho_e}}$ AN : $m = \frac{100\times1{,}175\times60}{1{,}02\times1000}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{m = 6{,}9g}$

Le degré d'acidité réel est **6,9°**

c. *Comparaison*

La valeur trouvée par calcul est légèrement différente de la valeur donnée en début d'exercice ; soit un écart absolu de 0,1° et un écart relatif de $\frac{0{,}1}{7}$ soit 1,4%

Exercice 12

1°* *Concentrations des espèces chimiques contenues dans la solution*

$AH + H_2O \rightleftarrows A^- + H_3O^+$

$2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-$

Inventaire: H_3O^+, OH^-, A^-, AH et H_2O.

$[H_3O^+] = 10^{-pH}$ soit $[H_3O^+] = 9{,}77.10^{-3}mol.l^{-1}$

$[OH^-] = 10^{-14+pH}$ soit $[OH^-] = 1{,}02.10^{-12}mol.l^{-1}$

REN: $[A^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$ Or $[OH^-] \ll [H_3O^+]$ donc $[A^-] = [H_3O^+]$

$[A^-] = 9{,}77.10^{-3}mol.l^{-1}$

RCM: $C = [AH] + [A^-]$ $\Rightarrow$ $[AH] = C - [A^-]$

$[AH] = 4{,}90 \cdot 10^{-1}mol.l^{-1}$

* *Déduction de la constance d'acidité du couple acide-base utilisé*

$pKa = pH - \log\left(\frac{[A^-]}{[AH]}\right)$ AN : $pKa = 2{,}01 - \log\left(\frac{9{,}77\cdot10^{-3}}{4{,}90\cdot10^{-1}}\right)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{pKa = 3{,}7}$

* *Identification de l'acide AH*

Le pKa=3,7 correspond au pKa du couple acide méthanoïque/ion méthanoate ; donc l'acide AH est l'**acide méthanoïque**

* *Formules de l'acide et de sa base conjuguée*

Acide : HCOOH ; Base conjuguée : $HCOO^-$.

2° *Volume V*

$pH = pKa + \log\left(\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}\right)$ $\Rightarrow$ $[HCOO^-] = 10^{pH-pKa}[HCOOH]$

$[HCOO^-] = 10^{4-3{,}7}[HCOOH]$ soit $[HCOO^-] = 2[HCOOH]$ (a)

REN: $[HCOO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$ Or $[OH^-]$ et $[H_3O^+] \ll [Na^+]$

donc : $[HCOO^-] = \frac{C_bV}{V_a+V_b}$

RCM : $\frac{C_aV_a}{V_a+V_b} = [HCOO^-] + [HCOOH]$ $\Rightarrow$ $[HCOOH] = \frac{C_aV_a}{V_a+V_b} - \frac{C_bV}{V_a+V_b}$

(a) devient : $\frac{C_bV}{V_a+V_b} = 2\left(\frac{C_aV_a}{V_a+V_b} - \frac{C_bV}{V_a+V_b}\right)$ soit $\frac{2C_aV_a}{V_a+V_b} = \frac{3C_bV}{V_a+V_b}$

Et on déduit : $V = \frac{2C_aV_a}{3C_b}$ AN : $V = \frac{2\times0{,}5\times0{,}01}{3\times0{,}4}$ $\Rightarrow V = 0{,}0083\ell$ soit $V = 8{,}3m\ell$

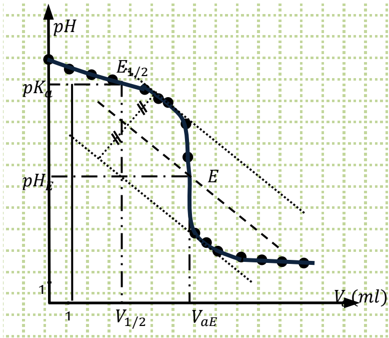
Exercice 13

1° *Montrons que la concentration de cette solution d'acide est 0,1mol.l⁻¹*

$C_a = \frac{n}{V_a} = \frac{m}{MV_a}$ avec m la masse de HCl pur contenu dans la solution commerciale de masse m' et de volume V_0. $m = P.m'$ Or $m = \rho V_0$ d'où $\mathbf{C_a = \frac{P\rho V_0}{MV_a}}$

AN : $C_a = \frac{0{,}37\times1190\times4{,}15.10^{-3}}{36{,}5\times0{,}5}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{C_a = 0{,}1mol.\ell^{-1}}$

2° *Courbe pH=f(V)*



3° *Coordonnées du point d'équivalence E*

On détermine graphiquement à partir de la méthode des tangentes

$E(Va_E = 6{,}4ml; pH_E = 6{,}1)$

* *Déduction du pKa du couple acide-base*

Le volume d'acide au point de demi-équivalence $E_{1/2}$ est $V_{1/2} = \frac{V_{aE}}{2} = 3{,}3ml$.

On déduit : $\mathbf{pKa = 10,2}$

Vérification de la concentration de l'acide

Equivalence : $C_aV_{aE} = C_bV_b \Rightarrow \mathbf{C_a = \frac{C_bV_b}{V_{aE}}}$ AN : $C_a = \frac{0{,}032\times20}{6{,}4} \Rightarrow \mathbf{C_a = 0,1 mol.\ell^{-1}}$

4° *Vérification de la valeur du pKa*

Inventaire des espèces: H_3O^+; HO^- ; $RNH_3{}^+$; RNH_2 ; H_2O

- Concentration molaire de ces différentes espèces

$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-11,4}$ soit $\mathbf{[H_3O^+] = 4.10^{-12} mol.l^{-1}}$

$[OH^-] = 10^{-14+pH}$ soit $\mathbf{[OH^-] = 2,5.10^{-3} mol.l^{-1}}$

REN : $[OH^-] = [H_3O^+] + [RNH_3{}^+]$ Or $[OH^-]$ négligeable devant $[H_3O^+]$

donc $[RNH_3{}^+] = [HO^-]$ soit $\mathbf{[RNH_3{}^+] = 2,5.10^{-3} mol.l^{-1}}$

RCM : $\boldsymbol{C_b} = [RNH_3{}^+] + [RNH_2] \Rightarrow [RNH_2] = C_b - [RNH_3{}^+]$

Soit $[RNH_2] = 3{,}2.10^{-2} - 2{,}5.10^{-3} \Rightarrow \mathbf{[RNH_2] = 2,95.10^{-2} mol.l^{-1}}$

- pKa du couple

$pKa = pH - \log\left(\frac{[RNH_2]}{[RNH_3^+]}\right)$ AN : $pKa = 11{,}4 - \log\left(\frac{2{,}95.10^{-2}}{2{,}5.10^{-3}}\right)$ soit $\mathbf{pKa = 10,3}$

<u>Exercice 14</u>

1° *Equation-bilan de la réaction chimique*

$NH_3 + H_3O^+ \rightarrow NH_4{}^+ + H_2O$

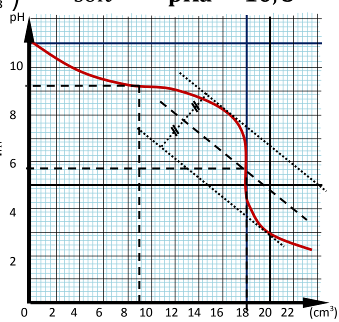
2°* *Déduction de la concentration C de la solution S*

A l'équivalence acide-base : $C_aV_{aE} = CV_b \Rightarrow \mathbf{C = \frac{C_aV_{aE}}{V_b}}$

La méthode des tangentes permet de déterminer les coordonnées du point d'équivalence E :

$E(V_{aE} = 18cm^3; pH_E = 5{,}8)$

AN : $C = \frac{0{,}1\times18}{20} \Rightarrow \mathbf{C = 9.10^{-2} mol.\ell^{-1}}$



* *Valeur du pKa du couple NH_4^+/NH_3*

Au point de demi-équivalence, $V_a = \frac{V_{aE}}{2}$ et pH=pKa

$\frac{V_{aE}}{2} = \frac{18}{2} = 9cm^3$. On trouve graphiquement $\mathbf{pKa = 9,2}$

3° *Calcul direct de la concentration C de la solution S*

$C = \frac{n}{V} = \frac{m}{MV}$ avec m la masse de NH_3 pur contenu dans la solution commerciale S'de masse m'. $m = P.m'$ Or $m' = \rho V_0$ d'où $\mathbf{C = \frac{P\rho V_0}{MV}}$

AN : $C = \frac{0,34\times890\times5.10^{-3}}{17\times1}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{C = 8,9.10^{-2} mol.\ell^{-1}}$

Exercice 15

1°* *Équation de dissociation de HClO dans l'eau*

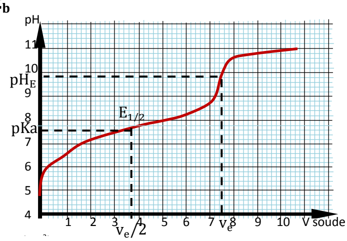
$HClO + H_2O \rightleftharpoons ClO^- + H_3O^+$

* *Formule de la base conjuguée de l'acide hypochloreux* : ClO^-

2° *Volume Ve de soude versée à l'équivalence*

A l'équivalence acide-base : $C_aV_a = C_bV_e$ $\Rightarrow$ $\mathbf{V_e = \frac{C_aV_a}{C_b}}$

AN : $V_e = \frac{3.10^{-3}\times25.10^{-3}}{10^{-2}}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{V_e = 7,5ml}$



3° *Déduction graphique de la valeur numérique de la constance pKa*

Pour pH=pKa, le volume de base versé vaut $\frac{V_e}{2} = 3,75ml$

On trouve graphiquement **pKa=7,5**

4° *Concentrations des espèces HClO et ClO^-*

Inventaire: $H_3O^+, OH^-, Na^+, ClO^-$, HClO et H_2O.

- *à pH=6, $V_b = 0,5ml$*

REN:$[ClO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$ Or $[OH^-]$ *et* $[H_3O^+]$ faibles devant $[Na^+]$

Donc $[ClO^-] = [Na^+] = \frac{C_bV_b}{V_a+V_b} = 8.10^{-5}mol.l^{-1}$

RCM: $\frac{C_aV_a}{V_a+V_b} = [HClO] + [ClO^-] \Rightarrow [HClO] \approx C_a - [ClO^-]$ AN : $[HClO] = 2,92.10^{-3}mol.l^{-1}$

- *à pH=8, $V_b = 5,5ml$*

REN:$[ClO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$ Or $[OH^-]$ *et* $[H_3O^+]$ faibles devant $[Na^+]$

$[ClO^-] = [Na^+] = \frac{C_bV_b}{V_a+V_b} = 1,8.10^{-3}mol.l^{-1}$

RCM: $\frac{C_aV_a}{V_a+V_b} = [HClO] + [ClO^-] \Rightarrow [HClO] = \frac{C_aV_a}{V_a+V_b} - [ClO^-]$ AN : $[HClO] = 6,6.10^{-4}mol.l^{-1}$

AN : [HClO] =

5° *Pourcentage* : $P = \frac{[HClO]}{[HClO]+[ClO^-]}$

- pour pH=6

$P = \frac{2,92.10^{-3}}{2,92.10^{-3}+8.10^{-5}} = 0,98$ soit $P = 98\%$

- pour pH=8

$P = \frac{6,6.10^{-4}}{6,6.10^{-4}+1,8.10^{-3}} = 0,268$ soit $P = 26,8\%$

* *Conclusions*

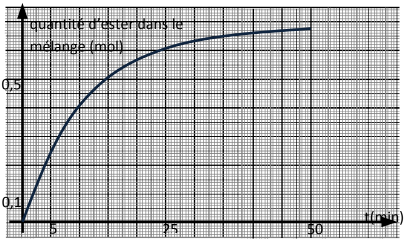
Le pourcentage de la forme non dissociée par rapport à la somme de la forme dissociée et de la forme non dissociée est plus important à pH=6 qu'à pH = 8.

Il est donc plus facile de rendre l'eau potable à pH= 6 qu'à pH=8.

CINETIQUE CHIMIQUE

<u>Exercice 1</u> : Estérification du pentan-1-ol

À 100°C, en présence d'un catalyseur, un mélange de 1mol de pentan-1-ol et de 1mol d'acide méthanoïque se transforme lentement. Le graphique ci-après traduit l'évolution du système.



1° Ecrire l'équation-bilan de la réaction.

2° Quelles caractéristiques de cette réaction le graphique met-il en évidence ? Comment la réaction évolue-t-elle pour t supérieure à 50min ?

3° Calculer, en précisant son unité, la vitesse de formation de l'ester pour t=20min.

4° Tracer le graphique traduisant les variations de la quantité d'acide n(HCOOH) en fonction de t.

<u>Exercice 2</u> : Mesure de vitesses de disparition

On veut étudier, en fonction du temps, la décomposition de l'eau oxygénée H_2O_2 en eau et dioxygène. Pour cela, on verse de l'eau oxygénée dans un ballon qui contient déjà une petite quantité de solution de chlorure de fer ($Fe^{3+}+3Cl^-$), les ions Fe^{3+} servant de catalyseur.

À l'instant t=0, la concentration molaire en H_2O_2 est égale à $6.10^{-2}mol.l^{-1}$ dans un volume total de liquide de 40ml. Le ballon est maintenu à la température constante pendant toute la durée de l'opération.

À l'aide d'un dispositif approprié, on mesure le volume V_{O_2} de dioxygène dégagé, sous une pression constante, à des instants t différents. On obtient les résultats suivants :

t(min)	0	5	10	15	20	25
$V_{O_2}(ml)$	0	6,25	10,9	14,6	17,7	21,05

1° Écrire l'équation-bilan de la réaction de décomposition de l'eau oxygénée.

2° Sachant que le volume molaire d'un gaz dans les conditions de l'expérience vaut 24*l*, déduire des résultats obtenus la concentration x (en $mol.l^{-1}$) d'eau oxygénée restant aux divers instants considérés.

3° Construire la courbe x=f(t). Calculer la vitesse moyenne de disparition de l'eau oxygénée entre les instants t_1=10min et t_2=20min. Déterminer graphiquement les vitesses instantanées aux dates t=0 et t=15min.

NB : Toutes les vitesses seront exprimées en $mol.l^{-1}.min^{-1}$
Echelles : 1cm pour 2min en abscisse ; 1cm pour $5.10^{-3}mol^{-1}.l^{-1}$ en ordonnée.

Exercice 3 : Hydrolyse du saccharose

Le saccharose (sucre que nous utilisons quotidiennement) dissous dans l'eau s'hydrolyse en formant deux isomères : $\underset{\text{Saccharose}}{C_{12}H_{22}O_{11}} + H_2O \longrightarrow \underset{\text{glucose}}{C_6H_{12}O_6} + \underset{\text{fructose}}{C_6H_{12}O_6}$

On prépare une solution aqueuse de saccharose de concentration $C_0 = 0{,}2mol.l^{-1}$, et on suit l'évolution de la disparition du saccharose en fonction du temps. On note la concentration C du saccharose à différentes dates :

t(min)	0	200	400	600	800	1000	1200
C($mmol.l^{-1}$)	200	100	50	25	12,5	6,2	3,1

1° Déterminer la concentration C' du glucose aux dates précédentes.
2° Tracer la courbe C'(t).
Echelles : 1cm pour 100min ; 1cm pour $20mmol.l^{-1}$
En déduire la vitesse volumique de formation du glucose aux dates t=0 ; 300 ; 600 et 900min. Quelle explication peut-on donner des variations de la vitesse de formation du glucose en fonction du temps ?
3° Représenter $\frac{dC}{dt}$ en fonction de C. Conclure.
Echelles : 1cm pour $20mmol.l^{-1}$; 1cm pour $10^{-4}mol^{-1}.min^{-1}$

Exercice 4 : Variation de la vitesse d'une réaction au cours du temps

Les ions permanganate MnO_4^- en milieu acide oxydent lentement l'acide oxalique $H_2C_2O_4$, suivant l'équation-bilan :

$$2MnO_4^- + 6H_3O^+ + 5H_2C_2O_4 \longrightarrow 2Mn^{2+} + 14H_2O + 10CO_2$$

On considère $20cm^3$ d'une solution aqueuse de permanganate de potassium à $0{,}2mol.l^{-1}$ et $20cm^3$ d'une solution aqueuse d'oxalate de sodium à $0{,}5mol.l^{-1}$. On mélange rapidement ces deux solutions et l'on acidifie par addition d'acide sulfurique.
On détermine la concentration C des ions permanganate restant dans le mélange au cours du temps.

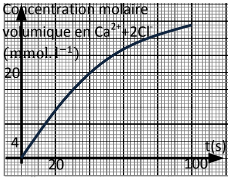
t(min)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$[MnO_4^-](\times 10^{-3}mol.l^{-1})$	100	96	93	60	30	12	5,0	3,0	2,0

1° Calculer la quantité d'ions permanganate (en moles) initialement présents dans le mélange. Reste-t-il de l'acide oxalique à la fin de l'expérience ?
2° Tracer la courbe représentant les variations de la concentration $[MnO_4^-]$ au cours du temps.
Echelles : 1cm pour 1min en abscisse ; 1cm pour $10^{-2}mol^{-1}.l^{-1}$ en ordonnée.
3° On appelle « vitesse de disparition » de l'ion permanganate l'expression $v = -\frac{d[MnO_4^-]}{dt}$. Déduire du graphique la valeur de cette vitesse à la date t=2,5min.
4° Que peut-on dire de l'évolution de cette vitesse aux cours du temps ? Comment peut-on l'interpréter ?

Exercice 5

On traite un morceau de carbonate de calcium par 100ml d'une solution d'acide

chlorhydrique à 0,1mol.l^{-1}. Il se forme du dioxyde de carbone que l'on récupère par un montage approprié. On en mesure le volume, ce qui permet de déterminer la quantité de matière puis la concentration molaire volumique du chlorure de calcium formé.
La figure ci-dessous donne la concentration molaire volumique du chlorure de calcium formé en fonction du temps.



1°Ecrire l'équation de la réaction mise en jeu dans cette manipulation.
2° Déterminer la vitesse moyenne de formation du chlorure de calcium entre les instants t_1=20s et t_2=80s.
3° Déterminer graphiquement la vitesse instantanée de formation du chlorure de calcium à l'instant t_1=20s et à l'instant t_2=80s.
4° Au temps t_2=80s, déterminer la quantité d'acide chlorhydrique qui n'a pas réagi.
5° On renouvelle deux fois l'expérience précédente, en y apportant chaque fois une seule modification (les quantités de réactifs sont les mêmes) :
* Première modification : le carbonate de calcium est utilisé en poudre.
* Seconde modification : l'erlenmeyer est placé dans un bac contenant de la glace fondante.
Pour chacun de ces cas, situer la vitesse moyenne de formation de chlorure de calcium au temps t_2=80s. Justifier.

Exercice 6

Au cours d'une séance de travaux pratiques, les élèves réalisent l'étude cinétique de la réaction d'hydrolyse d'un ester. Pour cela, le préparateur dissout n=0,5mole d'éthanoate d'éthyle dans la quantité d'eau nécessaire pour obtenir 1ℓ de solution.
1° En utilisant les formules semi-développées écrivez l'équation-bilan de la réaction entre l'éthanoate d'éthyle et l'eau. Comment nomme-t-on cette réaction ? Précisez les noms des produits obtenus.
2° Chaque groupe d'élèves prélève 100cm^3 de cette solution qu'il répartit dans 10 tubes maintenus à température constante dans une enceinte thermostatée, à la date t=0.
À chaque instant de date t précisé dans le tableau ci-après, on prélève un tube que l'on met dans la glace puis on dose l'acide faible formé à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $C_b = 0{,}5mol.l^{-1}$, en présence d'un indicateur coloré. Pour obtenir le virage de cet indicateur coloré, il faut verser un volume V_b de solution d'hydroxyde de sodium. Un groupe d'élèves obtient les résultats suivants :

t(min)	0	10	20	30	40	50	60	90	120
$V_b(cm^3)$	0	2,1	3,7	5,0	6,1	6,9	7,5	8,6	9,4

a. Faites le schéma du montage permettant de réaliser le dosage de l'acide formé et nommez le matériel utilisé.
b. Quel indicateur coloré choisiriez-vous pour ce dosage ? Justifiez votre réponse.

Indicateurs colorés proposés :

Nom	Zone de virage
Hélianthine	$3{,}1 \leq pH \leq 4{,}4$
Rouge de méthyle	$4{,}2 \leq pH \leq 6{,}2$
Phénolphtaléine	$8{,}0 \leq pH \leq 9{,}5$

c. Pourquoi place-t-on le tube dans la glace avant chaque dosage ?

d. Calculez le nombre n_0 de moles d'ester présent dans chaque tube, à l'instant de date t=0.

e. Exprimez, en fonction de V_b, le nombre n_E de moles d'ester restant dans un tube, à la date t, V_b étant exprimé en cm³. Calculez n_E à chaque date t, et donnez les résultats sous forme de tableau.

3°a. Tracez la courbe $n_E = f(t)$.

Echelles : en abscisse : 1cm pour 10min

en ordonnée : 1cm pour 5×10^{-4}mol

b. Définir la vitesse de disparition de l'ester à la date t. Comment l'obtenir à partir du graphique ? Calculez sa valeur v_I en mol.min^{-1}, à la date $t_I = 50min$.

c. En utilisant la courbe, expliquez qualitativement comment évolue cette vitesse au cours du temps.

d. Citez deux méthodes utilisables pour augmenter la vitesse de cette réaction.

Exercice 7

I : Réactions et préparation d'une solution titrée

L'action lente des ions peroxodisulfate ($S_2O_8{}^{2-}$) sur les ions iodures (I^-), en présence ou non d'ions fer III, s'effectue selon l'équation-bilan suivante :

$$S_2O_8{}^{2-} + 2I^- \longrightarrow 2SO_4{}^{2-} + I_2 \qquad (A)$$

Pour étudier la cinétique de cette réaction (A), la concentration du diiode (I_2) libéré est déterminée, à chaque instant, grâce à un dosage rapide, par une solution d'ions thiosulfate ($S_2O_3{}^{2-}$) de concentration $C_1 = 1{,}0.10^{-2}mol.l^{-1}$, selon l'équation-bilan suivante : $2S_2O_3{}^{2-} + I_2 \longrightarrow S_4O_6{}^{2-} + 2I^-$ (B)

1° La solution titrée d'ions $S_2O_3{}^{2-}$ est obtenue à partir de cristaux hydratés de thiosulfates de sodium dont la formule chimique peut s'écrire $Na_2S_2O_3, 5H_2O$. Déterminer la masse de cristaux à peser pour obtenir 250ml d'une solution mère de concentration $C_2 = 0{,}50mol.l^{-1}$.

2° Exposer brièvement la technique expérimentale mise en œuvre (verrerie de précision et capacité utilisées, méthode,…) pour préparer, à partir de la solution mère, 500ml de thiosulfate de sodium de concentration $C_1 = 1{,}0.10^{-2}mol.l^{-1}$.

3° Un volume V_0 de mélange réactionnel de la réaction A est dosé par un volume V_1 de solution de thiosulfate de concentration C_1 pour obtenir l'équivalence d'oxydoréduction lors de la réaction B.

Etablir la relation $[I_2] = \frac{C_1\times V_1}{2V_0}$, donnant la concentration du diiode libéré.

On donne en g.mol^{-1} : M(Na)=23 ; M(S)=32 ; M(O)=16 ; M(H)=1.

II. Protocole expérimental

Dans le bécher, on verse un volume connu de solution d'iodure de potassium (KI) de concentration donnée, à laquelle on ajoute 10ml d'eau distillée.

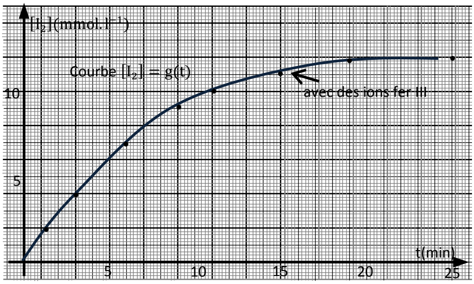
A l'instant t=0, on introduit dans le bécher la solution de peroxodisulfate d'ammonium $[(NH_4)_2S_2O_8]$ dont on connait la concentration et le volume (réaction A).
A des instants t déterminés, on prélève des volumes égaux, $V_0 = 5ml$ du mélange réactionnel. Ils sont dosés par des volumes V_1 (en ml) d'ions $S_2O_3{}^{2-}$ de concentration C_1. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

t(min)	0	1	3	6	9	12	15	20	25
$V_1(ml)$)	0	1,6	3,7	5,9	7,5	8,8	9,7	10,7	11,2
$[I_2]$(mmol.l-1)									

1° Reproduire et compléter le tableau précédent. Tracer la courbe $[I_2] = f(t)$, $[I_2]$ étant exprimé en millimoles par litre.
2° Déterminer, la vitesse de formation du diiode à l'instant t=1min.
Comment évolue cette vitesse au cours du temps ?

III. Catalyse

La figure ci-dessous représente la courbe $[I_2] = g(t)$. Elle a été obtenue en remplaçant le 10ml d'eau par 10ml d'une solution contenant des ions fer III, selon le même protocole expérimental.



1° Quel est le rôle des ions fer III ?
2° Que faire pour stopper la réaction avant d'effectuer le dosage du diode libéré ?

<u>Exercice 8</u> : Oxydation des ions I^- par H_2O_2

À la date t=0, on verse dans une solution aqueuse d'iodure de potassium KI de « l'eau oxygénée » (solution de peroxyde d'hydrogène H_2O_2) et un peu d'acide sulfurique concentré. Il y a alors oxydation de l'ion iodure par le peroxyde d'hydrogène :

$$H_2O_2 + 2H_3O^+ + 2I^- \longrightarrow I_2 + 4H_2O \qquad (1)$$

La réaction inverse est impossible dans ces conditions. Une méthode appropriée permet de suivre l'évolution de la concentration $[I_2]$ dans le mélange, dont la température et le volume restent constants :

t(min)	0	1	2	4	6	8	12	16	20	30	40	60	120
$[I_2](mmol.l^{-1})$	0	1,5	2,8	4,9	6,2	7,3	8,8	9,7	10,3	11,0	11,4	11,6	11,6

1° Tracer la courbe représentant la concentration $[I_2]$ en fonction du temps dans l'intervalle $0 < t < 30min$.
Echelles : 1cm pour 2min en abscisse ; 1cm pour $1mmol.l^{-1}$ en ordonnée.
2° Définir la vitesse volumique moyenne de formation du diiode entre les dates t=0 et t=10min et calculer cette vitesse $\overline{v}$.

Définir la vitesse volumique instantanée v de formation du diiode et déterminer graphiquement les valeurs de v aux dates t=0 et t=10min.
Que peut-on dire de la vitesse à t=100min ?
3° Comment expliquer de façon simple l'évolution de $v(t)$ constatée au 2° (en admettant que la réaction (1) n'est ni autocatalysée ni auto-inhibée ?
Sachant que l'iodure de potassium a été introduit en excès, déterminer la concentration initiale en peroxyde d'hydrogène dans le mélange.

<u>Exercice 9</u> : Saponification de l'éthanoate d'éthyle

Rappeler l'équation-bilan de la saponification de l'éthanoate d'éthyle.
À la date t=0, le mélange réactionnel contient $5.10^{-2}mol.l^{-1}$ de chacun des réactifs. Il est maintenu à 30°C, et des prises d'essai de $10cm^3$ (volume négligeable devant le volume total du mélange) sont effectuées de temps en temps et dosées par xcm^3 d'une solution d'acide chlorhydrique à $10^{-2}mol.l^{-1}$. On obtient les résultats suivants :

temps(min)	4	9	15	24	37	53	83	143
x(cm^3)	44,1	38,6	33,7	27,9	22,9	18,5	13,6	8,9

1° Tracer la courbe traduisant les variations de la concentration en éthanol formé en fonction du temps jusqu'à 143min.
Echelles : 1cm pour 10min en abscisse ; 1cm pour $2.10^{-3}mol.l^{-1}$ en ordonnée.
Commenter brièvement l'allure de cette courbe.
À quelle date la vitesse de formation de l'éthanol est-elle la plus grande ? Justifier.
À quelle date la concentration en éthanol vaudra-t-elle $2{,}5.10^{-2}mol.l^{-1}$?
2° Calculer la vitesse moyenne de formation de l'éthanol entre les dates 9min et 15min et entre les dates 83min et 143min.
3° On reprend la même étude à 50°C. Les valeurs de x mesurées pour les mêmes valeurs de t seront-elles plus grandes ou plus faibles qu'à 30°C.

Corrigé

Exercice 1

1° *Equation-bilan de la réaction*

$HCOOH + HOCH_2CH_2CH_3 \rightleftarrows HCOOCH_2CH_2CH_3 + H_2O$

2° * *Caractéristiques de la réaction mis en évidence par le graphique :*

- la réaction est lente : elle devait conduire, si totale elle était, à 1mol d'ester.

- la réaction est limitée :

* Pour t supérieure à 50min, la réaction n'évolue plus ; le mélange est à l'équilibre chimique.

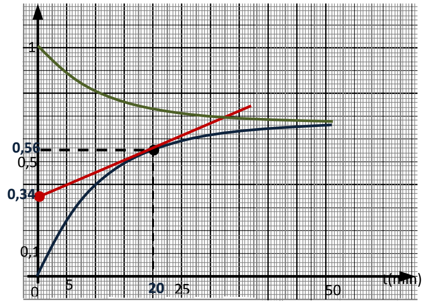
3° *Vitesse de formation de l'ester pour t=20min*

$$\boldsymbol{v = \left.\frac{d(ester)}{dt}\right|_{t=20min}}$$

Graphiquement, on détermine le coefficient directeur de la droite tangente à la courbe de formation de l'ester à la date t=20min

$$v = \frac{0{,}56-0{,}34)}{20-0} \Rightarrow \boldsymbol{v = 1{,}1.10^{-2} mol.min^{-1}}$$

(voir graphique)



4° *Graphique traduisant les variations de la quantité d'acide $n(HCOOH)$ en fonction de t.*

$n(HCOOH) = n_0(HCOOH) - n(ester)$

(voir graphique : Courbe 2)

Exercice 2

1° *Équation-bilan de la réaction de décomposition de l'eau oxygénée*

$2H_2O_2 \longrightarrow 2H_2O + O_2$

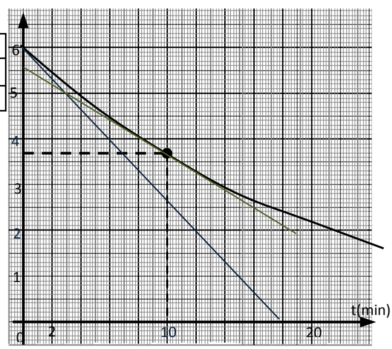
2° *Concentration x (en mol.l⁻¹) d'eau oxygénée restant aux divers instants considérés*

$n_{H_2O_2}(t) = n_{0\,H_2O_2} - n_{H_2O_2}(\text{disparue})$ Or $\frac{n_{H_2O_2}(\text{disparue})}{2} = n_{O_2} \Rightarrow \frac{n_{H_2O_2}(\text{disparue})}{2} = \frac{V_{O_2}}{V_m}$

D'où $n_{H_2O_2}(t) = n_{0\,H_2O_2} - 2\frac{V_{O_2}}{V_m} \Rightarrow xV = x_0V - 2\frac{V_{O_2}}{V_m}$ soit $\mathbf{x = x_0 - 2\frac{V_{O_2}}{V.V_m}}$

3° *Courbe* x=f(t)

t(min)	0	5	10	15	20	25
$V_{O_2}(ml)$	0	6,25	10,9	14,6	17,7	21,05
$x(\times 10^{-2} mol.l^{-1})$	6	4,70	3,73	2,96	2,31	1,61



Vitesse moyenne de disparition de l'eau oxygénée

$$\boldsymbol{\bar{v} = -\frac{x(t_2)-x(t_1)}{t_2-t_1}} \quad \text{AN : } \boldsymbol{\bar{v}} = -\frac{(2{,}96-6)\times10^{-2}}{15-0}$$

Vitesse moyenne de disparition de l'eau oxygénée dates t=0 et t=15min.

$$\boldsymbol{v = -\left.\frac{dx}{dt}\right|_t}$$

Graphiquement, on détermine l'opposé de la valeur du coefficient directeur de la droite tangente à la courbe de disparition de H_2O_2 à la date t

Pour t_1=0min

$v = -\frac{(0-6)\times10^{-2}}{18-0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v = 3,33.10^{-3} mol.min^{-1}}$

Pour t_2=20min

$v = -\frac{(2,31-5)\times10^{-2}}{20-0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v = 1,35.10^{-3} mol.min^{-1}}$

Exercice 3

1° *Concentrations C' du glucose*

$n_{C_{12}H_{22}O_{11}}(\text{reste}) = n_{C_6H_{12}O_6} = C'V$ Or $n_{C_{12}H_{22}O_{11}}(\text{reste}) = n_{0\,C_{12}H_{22}O_{11}} - n_{C_{12}H_{22}O_{11}}(t)$

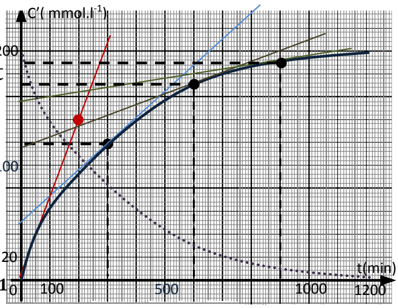
$n_{C_{12}H_{22}O_{11}}(\text{reste}) = C_0V - CV$ d'où $\mathbf{C' = C_0 - C}$

t(min)	0	200	400	600	800	1000	1200
C(mmol.l-1)	200	100	50	25	12,5	6,2	3,1
C'(mmol.l-1)	**0**	**100**	**150**	**175**	**187,5**	**193,8**	**196,9**

2° *Courbe C'(t)*

Vitesse volumique de formation du glucose

$\boldsymbol{v = \frac{dC'}{dt}\Big|_t}$



Graphiquement, on détermine la valeur du coefficient directeur de la droite tangente à la courbe de formation du glucose à la date t

Pour t=0min

$v = \frac{(140-0)\times10^{-3}}{200-0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v = 7.10^{-4} mol.l^{-1}.min^{-1}}$

Pour t_2=300min

$v = \frac{(120-100)\times10^{-3}}{300-0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v = 2,3.10^{-4} mol.l^{-1}.min^{-1}}$

Pour t=600min

$v = \frac{(175-120)\times10^{-3}}{600-0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v = 9.10^{-5} mol.l^{-1}.min^{-1}}$

Pour t_2=900min

$v = \frac{(190-160)\times10^{-3}}{900-0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v = 3,3.10^{-5} mol.l^{-1}.min^{-1}}$

Explication des variations

3° *Représentation de $\frac{dC}{dt}$ en fonction de C*

$C' = C_0 - C$ soit $C = C_0 - C'$ donc $\frac{dC}{dt} = \frac{d(C_0 - C')}{dt}$ soit $\mathbf{\frac{dC}{dt} = -\frac{dC'}{dt}}$ car $\frac{dC_0}{dt} = 0$

Conclusion : la vitesse de formation et celle de disparition sont égales à une date t.

Exercice 4

1° *Quantité d'ions permanganate initialement présents dans le mélange*

$\mathbf{n_{0\,MnO_4^-} = C_{Ox}V_{Ox}}$ AN : $n_{0\,MnO_4^-} = 0,2 \times 20.10^{-3} \Rightarrow \mathbf{n_{0\,MnO_4^-} = 4.10^{-3} mol}$

* *Vérifions si l'acide oxalique reste à la fin de l'expérience*

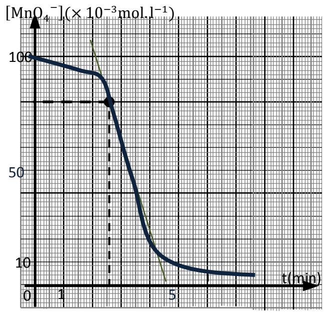
$\frac{n_{0\,MnO_4^-}}{2} = 2.10^{-3}\text{mol}$; $\frac{n_{0\,H_2C_2O_4}}{5} = \frac{C_rV_r}{5} = \frac{0,5\times 20.10^{-3}}{5} = 2.10^{-3}\text{mol}$

$\frac{n_{0\,MnO_4^-}}{2} = \frac{n_{0\,H_2C_2O_4}}{5}$ donc les réactifs sont dans les proportions stœchiométriques.

Non ! Il ne reste plus d'acide oxalique à la fin de la réaction.

2° *Courbe représentant les variations de la concentration $[MnO_4{}^-]$ au cours du temps*

(Voir figure)



3° *Valeur de la vitesse de disparition de l'ion permanganate à la date t=2,5min*.

$v = -\frac{d[MnO_4{}^-]}{dt}$

v représente l'opposé de la valeur du coefficient directeur de la droite tangente à la courbe de disparition de l'ion permanganate à la date t=2,5min

$v = -\frac{(80-0)\times 10^{-3}}{2,5-4,6} \Rightarrow \boldsymbol{v = 3,8.10^{-2} mol.l^{-1}.min^{-1}}$

4° *Évolution de la vitesse aux cours du temps*

La vitesse croit, atteint un maximum puis décroit jusqu'à s'annuler.

Interprétation : l'ion Mn^{2+} catalyse l'oxydation de l'acide oxalique par les ions permanganate. Comme il est produit par la réaction, la vitesse de formation des ions permanganate augmente et l'effet catalytique se trouve amplifié.

On assiste à une accélération de la réaction dont la vitesse augmente alors que la concentration des réactifs diminue.

La vitesse de formation de l'ion permanganate après être passée par un maximum diminue.

Exercice 5

1° *Équation de la réaction*

$CaCO_3 + 2HCl \longrightarrow Ca^{2+} + 2Cl^- + CO_2 + H_2O$

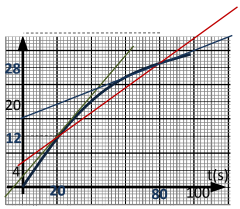
2° *Vitesse moyenne de formation du chlorure de calcium*

$\boldsymbol{\bar{v} = \frac{C(t_2)-C(t_1)}{t_2-t_1}}$ AN : $\bar{v} = \frac{(29-11)\times 10^{-3}}{80-20} \Rightarrow \boldsymbol{\bar{v} = 3.10^{-4} mol.l^{-1}.s^{-1}}$

3° *Vitesse instantanée de formation*

$\boldsymbol{v = \left.\frac{dC}{dt}\right|_t}$

Graphiquement, on détermine la valeur du coefficient directeur de la droite tangente à la courbe de formation du chlorure de calcium à la date t



Pour t=20min

$v = \frac{(11-3)\times 10^{-3}}{20-0} \Rightarrow \boldsymbol{v = 4.10^{-4} mol.l^{-1}.s^{-1}}$

Pour t2=80min

$v = \frac{(29-16)\times 10^{-3}}{80-0} \Rightarrow \boldsymbol{v = 1,6.10^{-4} mol.l^{-1}.s^{-1}}$

4°*Quantité d'acide chlorhydrique qui n'a pas réagi*

$n_{HCl}(t) = n_{0\,HCl} - n_{HCl}(\text{réagi})$ Or $\frac{n_{HCl}(\text{réagi})}{2} = n_{Ca^{2+}+2Cl^-} = CV$

$n_{HCl}(t) = n_{0\,HCl} - 2CV$ d'où $\mathbf{n_{HCl}(t) = (C_{0\,HCl} - 2C)V}$

AN : $n_{HCl}(t) = (0{,}1 - 2 \times 0{,}029) \times 0{,}1 \Rightarrow \mathbf{n_{HCl}(t) = 4{,}2.10^{-3}}\boldsymbol{mol}$

5° * La vitesse de formation augmente avec la concentration. Lorsque le carbonate de calcium est en poudre, sa concentration est grande et $v(80s) > 1{,}6.10^{-4} mol.l^{-1}.s^{-1}$.

* La température est un facteur cinétique donc si la température diminue, la vitesse aussi diminue $v(80s) < 1{,}6.10^{-4} mol.l^{-1}.s^{-1}$

Exercice 6

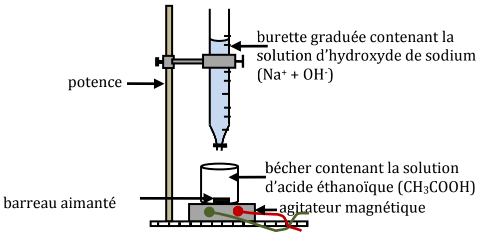
1° *Équation-bilan de la réaction*

$CH_3COOCH_2CH_3 + H_2O \rightleftharpoons CH_3COOH + CH_3CH_2OH$

Nom de la réaction : hydrolyse d'un ester

Nom des produits :CH_3COOH aide éthanoïque ; CH_3CH_2OH éthanol

2° a. *Schéma du montage et nom du matériel*



b. *Indicateur coloré à choisir et justification*

On dose l'acide éthanoïque, un acide faible, par une solution d'hydroxyde de sodium, une base forte ; à l'équivalence acide base, le pH est supérieur à 7 ; il faut donc choisir la phénolphtaléine dont la zone de virage est comprise entre 8,0 – 9,5.

c. La température est un facteur cinétique. En plaçant le tube dans la glace avant chaque dosage, on refroidit le mélange et l'on réduit la vitesse de formation de l'acide.

d. *Nombre* n_0 *de moles d'ester*

$C_0 = \frac{n}{V} = \frac{n'}{V'} = \frac{n_0}{V_0}$ avec n la quantité de matière contenue dans le volume V= 1ℓ

n' la quantité de matière contenue dans le volume V'= 100cm³ et $V_0 = \frac{1}{10}V'$

$\mathbf{n_0 = \frac{nV'}{10V}}$ AN : $n_0 = \frac{0{,}5\times0{,}1}{10\times1} \Rightarrow \mathbf{n_0 = 5.10^{-3}mol}$

e. *Nombre* n_E *de moles d'ester restant dans un tube, à la date t*

$n_E = n_0 - n_E\text{réagi}$ Or $n_E\text{réagi} = n_{acide}$ d'où $n_E = n_0 - n_{acide}$

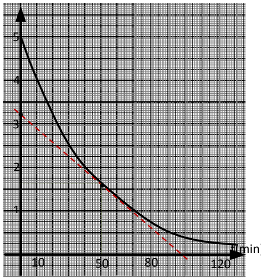
A l'équivalence acide-base, on : $n_{acide} = n_{OH^-} = C_bV_b$

On déduit : $\mathbf{n_E = n_0 - C_bV_b}$ soit $\mathbf{n_E = 5.10^{-3}(1 - 0{,}1V_b)}$

* *Calcul de* n_E *à chaque date t*

t(min)	0	10	20	30	40	50	60	90	120
$V_b(cm^3)$	0	2,1	3,7	5,0	6,1	6,9	7,5	8,6	9,4
$n_E(10^{-3}mol)$	5	3,95	3,15	2,5	1,95	1,55	1,25	0,70	0,3

3°a. *Courbe* $n_E = f(t)$.



b.* *Vitesse de disparition de l'ester à la date t*
C'est l'opposé de la dérivée par rapport au temps de la fonction $n_E = f(t)$ à la date t :
$v_E(t) = -\frac{dn_E}{dt}$
* *Détermination graphique de* $v_E(t)$
$v_E(t)$ représente l'opposé de la valeur du coefficient directeur de la droite tangente à la courbe représentative de la fonction $n_E = f(t)$ à la date t.
* *valeur v_I en mol.min-1, à la date* $t_I = 50min$
La droite tangente passe par les points $(50min; 1{,}55.10^{-3}mol)$ et $(0min; 3{,}2.10^{-3}mol)$
$v_I = -\frac{(1{,}55-3)\times10^{-3}}{50-0}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{v = 3.10^{-4}mol.l^{-1}.s^{-1}}$
c. *Explication de l'évolution de la vitesse au cours du temps*
Lorsque le temps augmente à partir de 0, les tangentes au graphe de la fonction $n_E = f(t)$ sont de moins en moins inclinées par rapport à l'horizontale.
d. *Deux méthodes utilisables pour augmenter la vitesse de la réaction*
- augmenter la température du mélange réactionnel par chauffage ;
- utiliser un catalyseur, l'acide sulfurique ajouté en petite quantité.

Exercice 7

I -1° *Masse de cristaux*
$m = nM$ Or $n = C_2V$ d'où $\mathbf{m = C_2VM}$ AN : $m = 0{,}5 \times 0{,}25 \times 248 \Rightarrow \mathbf{m = 31g}$
2° *Technique expérimentale mise en œuvre*
- volume V' de la solution mère
Equation de dilution : $C_2V' = C_1V'' \Rightarrow V' = \frac{C_1V''}{C_2}$ AN : $V' = \frac{0{,}01\times0{,}5}{0{,}5} \Rightarrow \mathbf{V' = 10ml}$
- verrerie de précision et capacité
Pipette jaugée de 10ml ; fiole jaugée de 500ml ; pissette ; bâton de verre.
- mode opératoire
À l'aide de la pipette, on prélève 10ml de la solution mère que l'on joute dans une fiole jaugée de 500ml. On ajoute de l'eau distillée à l'aide de la pissette jusqu'au trait de jauge puis on homogénéise à l'aide du bâton de verre.
3° *Etablissons la relation* $[I_2] = \frac{C_1\times V_1}{2V_0}$
Prenons la réaction (B) : $\frac{n_{S_2O_3{}^{2-}}}{2} = n_{I_2}$ $\Rightarrow$ $\frac{C_1\times V_1}{2} = [I_2]V_0$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{[I_2] = \frac{C_1\times V_1}{2V_0}}$
II- 1°* *Tableau*
$[I_2] = \frac{C_1\times V_1}{2V_0}$ Or $C_1 = 1{,}0.10^{-2}mol.l^{-1}$ et $V_0 = 5ml$
D'où $\boldsymbol{[I_2] = V_1(mmol)}$ avec V_1 *en ml*

t(min)	0	1	3	6	9	12	15	20	25
$V_1(ml)$)	0	1,6	3,7	5,9	7,5	8,8	9,7	10,7	11,2
$[I_2]$(mmol.l-1)	0	1,6	3,7	5,9	7,5	8,8	9,7	10,7	11,2

* *Courbe* $[I_2] = f(t)$
(voir figure à la fin de l'exercice)
2° *Vitesse de formation du diiode à l'instant t=1min*

Graphiquement, on détermine la valeur du coefficient directeur de la droite tangente à la courbe de formation du diiode à la date t=1min

La droite tangente passe par les points $(1min; 1{,}6.10^{-3}mol)$ et $(6min; 8.10^{-3}mol)$

$v(1min) = \frac{(8-1{,}6)\times10^{-3}}{6-1} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v(1min) = 1{,}8.10^{-3}mol.l^{-1}.s^{-1}}$

Evolution de la vitesse au cours du temps

Le coefficient directeur de la droite tangente à la courbe de formation du diiode diminue lorsque t augmente à partir de 0 ; la vitesse donc diminue au cours du temps

III-1° *Rôle des ions fer III*

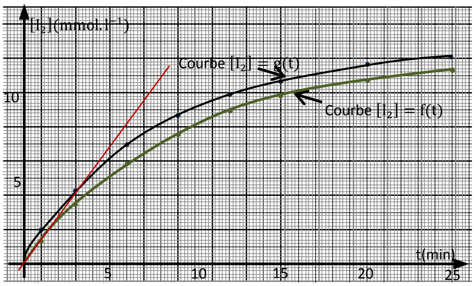
Le coefficient directeur de la droite tangente à la courbe de formation du diiode avec les ions fer III est plus grand que le coefficient directeur de la droite tangente à la courbe de formation du diiode sans les ions fer III, donc les ions fer III ont pour rôle d'augmenter la vitesse de formation : ils joue le rôle de **catalyseur.**

2° *Comment stopper la réaction avant d'effectuer le dosage du diode libéré*

Stopper la réaction est impossible ; on peut simplement réduire considérablement la vitesse de formation. Pour ce faire, il faut agir sur les facteurs cinétiques de la réaction.

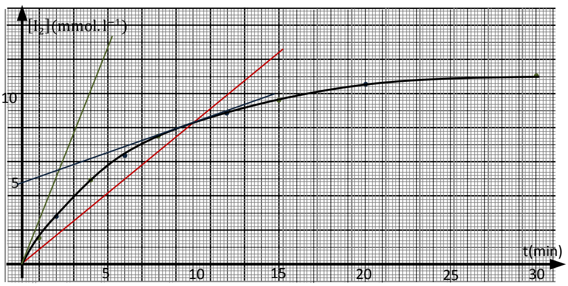
-il faut diminuer la concentration en diluant fortement le prélèvement effectué ;

-il faut abaisser la température du milieu en utilisant de l'eau glacée.



Exercice 8

1° *Courbe représentant la concentration* $[I_2]$ *en fonction du temps*



2° * *Vitesse volumique moyenne de formation du diiode entre les dates t=0 et t=10min*

Coefficient directeur de la droite passant par les points de coordonnées $\left(t(0);[I_2]_{t(0)}\right)$ et $\left(t(10);[I_2]_{t(10)}\right)$: $\overline{v}=\frac{[I_2]_{t(10)}-[I_2]_{t(0)}}{t(10)-t(0)}$

** Valeur*

$\overline{v}=\frac{8{,}2-0}{10-0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\overline{v}=0{,}82mmol.l^{-1}.min^{-1}}$

** Vitesse volumique instantanée v de formation du diiode*

Dérivée par rapport au temps de la fonction $[I_2]=f(t)$ à la date t : $v=\left.\frac{d[I_2]}{dt}\right|_t$

** Détermination graphique des valeurs de v*

Date t=0

La droite tangente passe par les points $(0min; 0mmol.l^{-1})$ et $(4min; 10mmol.l^{-1})$

$v(0)=\frac{10-0}{4-0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v(0)=2{,}5.mmol.l^{-1}.min^{-1}}$

Date t=10min.

La droite tangente passe par les points $(0min; 4{,}6mmol.l^{-1})$ et $(10min; 8{,}2mmol.l^{-1})$

$v(10)=\frac{8{,}2-4{,}6}{10-0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v(10)=0{,}36.mmol.l^{-1}.min^{-1}}$

Vitesse à t=100min

A partir de t=60min, la concentration de $[I_2]$ reste constante ; la tangente est nulle.

On déduit : $\boldsymbol{v(100)=0mmol.l^{-1}.min^{-1}}$

3° *Explication*

Les concentrations des réactifs décroissent au cours du temps ; le diiode se forme de moins en moins donc la vitesse de formation du diiode décroit.

Concentration initiale en peroxyde d'hydrogène dans le mélange

L'inverse de la réaction (1) est impossible ; I^- et H_3O^+ sont en excès donc pour la réaction (1), on peut écrire : $n_{0\,H_2O_2}=n_{I_2\,lim} \quad \Rightarrow \quad [H_2O_2]_0V=[I_2]_{lim}\,V$

Soit $[H_2O_2]_0=[I_2]_{lim}$ Or $[I_2]_{lim}=11{,}6mmol.l^{-1}$ donc $\boldsymbol{[H_2O_2]_0=11{,}6mmol.l^{-1}}$

<u>Exercice 9</u>

Equation de la saponification

$CH_3COOCH_2CH_3 + NaOH \longrightarrow CH_3COO^- + Na^+ + CH_3CH_2OH$

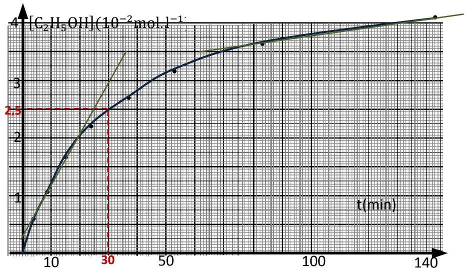
1° *Courbe*

$n_{C_2H_5OH}=n_{0\,NaOH}-n_{r\,NaOH}$ Or à l'équivalence acide-base $n_{r\,NaOH}=n_{HCl}$

D'où $[C_2H_5OH]V_b=C_bV_b-xC_a$ soit $[C_2H_5OH]_t=C_b-\frac{xC_b}{V_b}$

AN : $[C_2H_5OH]_t=5.10^{-2}-x$

temps(min)	4	9	15	24	37	53	83	143
x(cm³)	44,1	38,6	33,7	27,9	22,9	18,5	13,6	8,9
$[C_2H_5OH]$ $(\times 10^{-2}mol.l^{-1})$	0,59	1,14	1,63	2,21	2,71	3,15	3,64	4,11



Commentaire de l'allure de la courbe

La courbe traduisant les variations de la concentration de l'éthanol formé en fonction du temps est croissante.

* *Date à laquelle la vitesse de formation de l'éthanol est la plus grande*

$t = 0$ (L'instant initial)

Justification : La concentration de l'éthanol décroit au cours du temps ; la vitesse de disparition de l'éthanol décroit. Cette vitesse est donc maximale en début de réaction.

* *Date à laquelle la concentration en éthanol est* $2{,}5.10^{-2}mol.l^{-1}$

Pour $[C_2H_5OH] = 2{,}5.10^{-2}mol.l^{-1}$ On trouve graphiquement $t = 30min$

2° *Vitesse moyenne de formation de l'éthanol*

* Entre les dates 9min et 15min

Coefficient directeur de la droite passant par les points de coordonnées

$\left(t(9); [C_2H_5OH]_{t(9)}\right)$ et $\left(t(15); [C_2H_5OH]_{t(15)}\right)$: $\boldsymbol{\overline{v} = \frac{[C_2H_5OH]_{t(15)} - [C_2H_5OH]_{t(9)}}{t(15) - t(9)}}$

$\overline{v} = \frac{(1{,}63-1{,}14)\times10^{-2}}{15-9} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\overline{v} = 0{,}82mmol.l^{-1}.min^{-1}}$

* Entre les dates 83min et 143min

Coefficient directeur de la droite passant par les points de coordonnées

$\left(t(83); [C_2H_5OH]_{t(83)}\right)$ et $\left(t(143); [C_2H_5OH]_{t(143)}\right)$: $\boldsymbol{\overline{v} = \frac{[C_2H_5OH]_{t(143)} - [C_2H_5OH]_{t(83)}}{t(143) - t(83)}}$

$\overline{v} = \frac{(4{,}11-3{,}64)\times10^{-2}}{143-83} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\overline{v} = 0{,}08mol.l^{-1}.min^{-1}}$

3° La vitesse de formation augmente avec la température qui est un facteur cinétique. Plus la concentration est grande plus la vitesse est grande.

Comme $[C_2H_5OH]_t = 5.10^{-2} - x$ donc les valeurs de x mesurées à 50°C pour les mêmes valeurs de t seront plus faibles qu'à 30°C.

CINEMATIQUE DU POINT

Exercice 1

Dans un repère $\mathcal{R}$ $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, le mouvement d'un point M est caractérisé par :

- une accélération nulle à chaque instant t : $\vec{a}$ (M)= $\vec{0}$;

- à l'instant t= 0 : $\vec{v}_0$ =4$\vec{\imath}$ +3 $\vec{\jmath}$

Les unités sont celles du système international.

1° Quel est le vecteur vitesse du M à la date t ?

2° Quel est son vecteur position à la date t ?

3° Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.

Exercice 2

Un point mobile décrit une droite (O, $\vec{\imath}$), un point M de la trajectoire est repéré par son abscisse x ; l'équation horaire s'écrit : $x = -2t^2 + 4t$; 0<t<10s

les unités sont celles du système internationale

1° Calculer le vecteur vitesse à l'instant t et l'accélération du mobile. Conclusion.

2° Sur quel intervalle de temps le mouvement est –il accéléré ? Retardé ?

Exercice 3

Une automobile roule en ligne droite à la vitesse de 108km.h^{-1}. L'automobiliste freine régulièrement ; on peut considérer qu'alors l'accélération de l'automobile est constante dirigée en sens contraire du mouvement et égale à 7,7ms^{-2}.

Calculer la distance parcourue entre le début du freinage et l'arrêt de l'automobile.

Exercice 4

Un électron se de place dans une région de l'espace munie d'un repère orthonormés (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$)cette particule est soumise a une accélération constante, $\vec{a}$ = -4.10.$^{13}\vec{k}$.

A la date t=0: $\vec{v}$=2.10$^6\vec{\imath}$ +10$^7\vec{k}$.

Elle se trouve au point M_0 (0 ; 0; 0,01) les unités sont celles du système international.

1° Peut –on affirmer que le mouvement ne sera pas rectiligne ?

2° Etablir les équations horaire du mouvement.

3° En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.

4° A quelle date t_1, la vitesse de l'électron est –elle parallèle à l'axe Ox ?

La vitesse est –elle alors minimale ?

5° Entre quels instants, le mouvement est –il accéléré ? Retardé ?

Exercice 5

Un point M est en mouvement dans un repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$).

Les coordonnées M sont : $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t + 5 \end{cases}$

1° Quelle est l'équation cartésienne de la trajectoire ?

2° Quelle est la nature du mouvement ?

Exercice 6

La position d'un mobile M dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ est donner à chaque instant par le

vecteur position $\overrightarrow{OM}$ tel que : $\overrightarrow{OM} = (t^2 + 4t)\vec{\imath} + (t^2 + 2)\vec{\jmath}$, avec $t > 0$.
1° Montrer que le mouvement est plan et préciser le plan du mouvement.
2° Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.
3° Donner l'allure du mouvement .

Exercice 7

1° Une automobile décrit une trajectoire dans un repère $(O\ \vec{\imath})$ son accélération est constante. A l'instant t=0s, l'automobile part d'un point M_0.
A l'instant t=3s l'automobile passe par le point M_1 d'abscisse x_1= 59m à la vitesse v_1=6ms^{-1}. Elle arrive ensuite au point M_2 d'abscisse x_2=150m à la vitesse v_2=20ms^{-1}.

a. Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile.
b. A quel instant t_2 l'automobile passe-t-elle par le point M_2 ?
c. Calculer la longueur L du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à 20s.

2° A la date T=1s, une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse v'=20ms^{-1} passe par le point M' d'abscisse $x' = -5$m.
Pendant toute la durée du mouvement fixée à 20s, la moto va d'abord dépasser l'automobile, ensuite l'automobile va rattraper la moto. Déterminer :

a. l'équation horaire du mouvement de la moto dans le repère $(O\ \vec{\imath})$,
b. les dates des dépassements.
c. les abscisses des dépassements.
d. la vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto.
e. la distance parcourue par la moto entre la date T=1s et la date où elle dépasse l'automobile.

Exercice 8

Les équation paramétriques du mouvement d'un mobile se déplaçant dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{\imath}\ \vec{\jmath})$ sont : $\begin{cases} x = 3 + 2\cos(2t + 1) \\ y = 4 + 2\sin(2t + 1) \end{cases}$
On utilise les unités du système international.

1° a. Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante.
b. Montrer que la valeur de l'accélération du mobile est constante.
c. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile.
d. En déduire la nature du mouvement.

2°a. Représenter la trajectoire du mobile dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ à l'échelle 1/100
b. Placer sur cette trajectoire les points : M_o ; M_1 ; M_2 ; M_3 correspondant respectivement aux instants t_o=0s ; t_1=0,25s ; t_2=1s ; t_3=2s.
c. Représenter (sans échelle) les vecteurs vitesse et accélération au point Mo.

Exercice 9

Un automobiliste roule sur un tronçon d'autoroute rectiligne à la vitesse de 130km.h^{-1}.
Soudain, un obstacle fixe apparait sur la voie à une distance D=120m. Le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse à 105km.h^{-1} au bout d'une durée θ= 1s.
1°Calculer la valeur de la décélération (accélération négative, supposée constante).

2° Si l'on suppose que la décélération de l'automobile reste constante, à quelle distance de l'obstacle la voiture va-t-elle s'arrêter ?
3° On envisage maintenant cette éventualité: le conducteur ne réagit pas tout de suite et commence à freiner une seconde après l'apparition de l'obstacle.
Il impose alors à son véhicule la décélération calculée au 1°).
A quelle distance de l'obstacle, l'automobiliste va-t-elle s'arrêter ?

Exercice 10

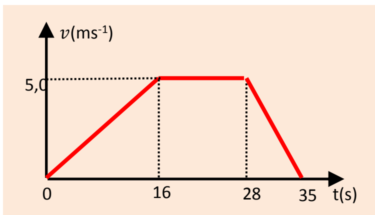
Une automobiliste démarre lorsque le feu passe au vert avec, une accélération $a= 2{,}5 m.s^{-2}$ pendant une durée θ= 7,0s ; ensuite le conducteur maintient sa vitesse constante.
Lorsque, le feu passe au vert, un camion roulant à la vitesse v= 45km, est situé a une distance d= 20m du feu, avant celui-ci. Il maintient sa vitesse constante.
Dans un premier temps, le camion va doubler l'automobile, puis dans une deuxième phase, celle –ci va le dépasser.
En choisissant : - comme origine des dates, l'instant où le feu passe au vert,
- comme origine des espaces la position du feu tricolore, déterminer :
1° les dates des dépassements ;
2° les abscisses des dépassements ;
3° les vitesses de l'automobile à ces instants.

Exercice 11

1° Une moto M décrit une trajectoire rectiligne muni d'un repère d'espace $(O;\ \vec{\imath})$.
Son vecteur accélération est constante pendant toute la durée du mouvement qui est fixée à $\Delta t = 5s$.
A l'instant $t = 0$, le mobile part du point M_0 d'abscisse $x_0 = -0{,}5m$ avec une vitesse $v_0 = -1m/s$; puis il passe au point M_1 d'abscisse $x_1 = 5m$ avec une vitesse $v_1 = 4{,}7m/s$.
a. Calculer l'accélération a du mobile M.
b. Calculer la date t_1 à laquelle le mobile passe au point M_1.
c. Donner l'équation horaire $x = f(t)$ du mouvement du mobile M.
2° A la date T = 2s une voiture M' part du point M_1 d'un mouvement rectiligne uniforme dont la vitesse est $v' = 4m/s$.
a. Calculer la date t_R de la rencontre des deux mobiles M et M'.
b. Calculer l'abscisse x_R où aura lieu cette rencontre.

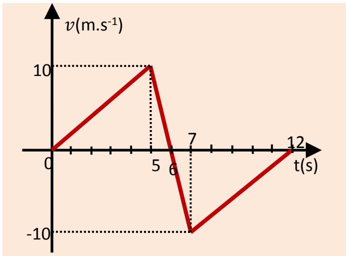
Exercice 12

Un mobile décrit une trajectoire rectiligne.
On donne la représentation graphique de sa vitesse en fonction du temps (voir figure).
1° Calculer son accélération au cours des trois phases du mouvement.
2° Calculer la distance parcourue par le mobile jusqu'à l'arrêt à la date 35s



Exercice 13

La représentation graphique de la vitesse v=f(t) d'un mobile est donnée par la figure ci-dessous.



1°a. Calculer les accélérations du mobile au cours des trois phases du mouvement.
b. Tracer la représentation graphique a = g(t) de l'accélération a en fonction du temps avec $t \in [0; 12]$ en secondes.
2° Calculer l'espace parcouru par le mobile.

Exercice 14

Les équations paramétriques du mouvement d'un mobile se déplaçant dans un plan muni d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ sont : $\begin{cases} x = 3t \\ y = -4t^2 + 5t \end{cases}$

1° Rechercher l'équation cartésienne de la trajectoire.
2° Donner les caractéristiques du vecteur vitesse lorsque le mobile passe par son ordonnée maximale Y_{max}.
3°Calculer l'abscisse du mobile lorsque celui-ci repasse par l'ordonnée $Y = 0$.
4° Calculer la valeur de la vitesse à la date t=6s.

Exercice 15

Sur un porte avion, les avions de combat sont lancés sur une distance d=25m, par l'intermédiaire d'une catapulte. On suppose que l'accélération du mouvement est constante pendant l'opération. La vitesse de l'avion à la fin du lancement vaut : v=230km.h^{-1}.
1° Calculer l'accélération de l'avion au cours du catapultage.
2° Calculer la durée de cette opération.

Exercice 16

Sur une portion rectiligne A, B, C et D de voie ferrée où s'effectue des travaux, un train arrivant en A avec une vitesse $v_A = 54km/h$ a la marche suivante :
- De A à B tel que AB = 125m, un mouvement uniformément retardé réduisant la vitesse en à la valeur $v_B = 36km/h$.
- De B à C, pendant une minute, un mouvement uniforme.
- De C à D, un mouvement uniformément accéléré telle que la vitesse reprenne la valeur de $54km/h$ en 20 seconde.

1° En prenant pour origine des abscisses le point A, pour sens positif le sens de la marche et pour instant initiale t = 0 l'instant de passage en A, déterminer les équations horaires $x = f(t)$ et les vitesses $v = g(t)$ des trois phases du mouvement.
2° Calculer de deux manières la distance parcourue de A à D.
3° Construire le graphe $v = g(t)$.

Exercice 17

On donne l'équation horaire d'un mobile M par rapport au repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$:

M : $\begin{cases} x = A\cos(\omega t) \\ y = A\sin(\omega t) \end{cases}$ avec A=10cm et ω =10 rads^{-1}.

1° Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante et la calculer.
2° Monter que la valeur de son accélération est constante et la calculer.
3° Quelle est la trajectoire du mobile ? Que représente A ?
4° Quelles sont la direction et le sens du vecteur accélération ?

Exercice 18

Dans un référentiel donné, on choisit un repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et une date origine. Les coordonnées d'un point mobile M sont alors fournies par les équations horaires suivantes : $\begin{cases} x = r\cos\omega t \\ y = r\sin\omega t \\ z = 0 \end{cases}$ avec $r = 2m;\ \omega = \frac{\pi}{2} rad/s$

1°a. Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile M.

b. Préciser la position du mobile M à la date origine.

2° Déterminer :

a. Les coordonnées et la mesure du vecteur vitesse $\vec{v}$.

b. Les coordonnées et la mesure du vecteur accélération $\vec{a}$.

c. La nature du mouvement du mobile M.

3° Montrer que le vecteur accélération $\vec{a}$ et le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ sont colinéaires.

4°a. Etablir l'équation horaire de l'abscisse curviligne s du mobile M.

b. Donner les coordonnées des vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ dans le repère locale de Frenet $(M, \overrightarrow{u_t}, \overrightarrow{u_n})$.

c. Calculer la période T et la fréquence N du mouvement du mobile M. Que représente la grandeur constante ω ?

Corrigé

Exercice 1

1° *Vecteur vitesse du point M à la date t*

$\vec{a} = \vec{0}$ donc c'est un MRU. Le vecteur vitesse est un vecteur constant : $\vec{v} = \vec{A}$

À t=0, $\vec{v} = \vec{v}_0$ donc $\vec{A} = 4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$. On obtient : $\boldsymbol{\vec{v} = 4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}}$

2° *Vecteur position à la date t*

MRU donc le vecteur position s'écrit : $\overrightarrow{OM} = \vec{v}t + \vec{B}$

À t=0, $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM}_0 = \vec{0}$ donc $\vec{B} = \vec{0}$. On obtient : $\boldsymbol{\overrightarrow{OM} = 4t\vec{\imath} + 3t\vec{\jmath}}$

3° *Equation cartésienne de la trajectoire*

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{4} \\ y = 3t \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \boldsymbol{y = \frac{3}{4}x}$$

Exercice 2

1° * *Vecteur vitesse à l'instant t*

Le mouvement est rectiligne donc : $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath}$

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ soit $\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{\imath}$. On obtient $\boldsymbol{\vec{v} = (-4t + 4)\vec{\imath}}$ pour 0<t<10s

* Vecteur l'accélération du mobile

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$. On obtient $\boldsymbol{\vec{a} = -4\vec{\imath}}$ pour 0<t<10s

* Conclusion

Le vecteur accélération est constant (indépendant du temps) et le mouvement est rectiligne ; on a donc un mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)

2° *Mouvement accéléré et mouvement retardé*

$\vec{a}.\vec{v} = -4\vec{\imath}.(-4t + 4)\vec{\imath} = 16t - 16$

t	0	1	10
$\vec{a}.\vec{v}$	$-$	0	$+$

Pour $t \in [0; 1[$, $\vec{a}.\vec{v} < 0$; le mouvement est retardé

Pour $1 < t < 10$ $\vec{a}.\vec{v} > 0$; le mouvement est accéléré

Exercice 3

Distance parcourue entre le début du freinage et l'arrêt de l'automobile

La trajectoire de l'automobile est rectiligne et son accélération est constante négative; son mouvement est rectiligne uniformément retardé (MRUR)

$v_1{}^2 - v_0{}^2 = 2a(x_1 - x_0)$. $v_1 = 0$ et $x_1 - x_0 = d$ d'où $\boldsymbol{d = -\frac{v_0{}^2}{2a}}$

AN : $d = -\frac{\left(\frac{108}{3,6}\right)^2}{2\times(-7,7)}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{d = 58,44m}$

Exercice 4

1° $\vec{a} = -4.10^{13}\vec{k}$ et $\vec{v} = 2.10^6\,\vec{\imath} + 10^7\vec{k}$ à t=0.

Le vecteur vitesse n'est pas colinéaire au vecteur accélération donc le mouvement ne peut pas être rectiligne.

2° *Equations horaire du mouvement*

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -4.10^{13}\vec{k}$ impose $\vec{v} = -4.10^{13}t\vec{k} + \vec{A}$

À t=0, $\vec{v} = 2.10^6\,\vec{\imath} + 10^7\vec{k}$ donc $\vec{A} = 2.10^6\,\vec{\imath} + 10^7\vec{k}$.

On obtient $\vec{v} = -4.10^{13}t\vec{k} + 2.10^6\,\vec{\imath} + 10^7\vec{k}$ soit $\vec{v} = (-4.10^{13}t + 10^7)\vec{k} + 2.10^6\,\vec{\imath}$

$\vec{v}=\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}=(-4.10^{13}t+10^7)\vec{k}+2.10^6\,\vec{\imath}$ impose $\overrightarrow{OM}=(-2.10^{13}t^2+10^7\mathrm{t})\vec{k}+2.10^6 t\vec{\imath}+\vec{B}$

À t=0, $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OM}_0=0{,}01\vec{k}$ donc $\vec{B}=0{,}01\vec{k}$.

On obtient $\overrightarrow{OM}=(-2.10^{13}t^2+10^7\mathrm{t}+0{,}01)\vec{k}+2.10^6 t\vec{\imath}$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{OM}}\begin{cases}\boldsymbol{x=2.10^6 t}\\ \boldsymbol{y=-2.10^{13}t^2+10^7\mathrm{t}+0{,}01}\end{cases}$$

3° *Equation cartésienne de la trajectoire*

$$\begin{cases}t=\frac{x}{2.10^6}\\ y=-2.10^{13}\left(\frac{x}{2.10^6}\right)^2+10^7\left(\frac{x}{2.10^6}\right)+0{,}01\end{cases}\quad \text{d'où}\quad \boldsymbol{y=-5x^2+5x+0{,}01}$$

4° *Date t₁*

$\vec{v}$ est parallèle à l'axe Ox si et seulement-si $v_z=0 \Leftrightarrow -4.10^{13}t+10^7=0$

d'où $\boldsymbol{t_1=2{,}510^{-7}\mathrm{s}}$. La vitesse est minimale car $v_x<\sqrt{{v_x}^2+{v_y}^2}=v$

5° *Mouvement accéléré et mouvement retardé*

$\vec{a}.\vec{v}=-4.10^{13}\vec{k}.\left[(-4.10^{13}t+10^7)\vec{k}+2.10^6\,\vec{\imath}\right]=-4.10^{13}(-4.10^{13}t+10^7)$

t	0	t_1	$+\infty$
$\vec{a}.\vec{v}$	$-$	0	$+$

Pour $t\in[0;t_1[$, $\vec{a}.\vec{v}<0$; le mouvement est retardé.

Pour $t>t_1$, $\vec{a}.\vec{v}>0$; le mouvement est accéléré.

Exercice 5

1° *Equation cartésienne de la trajectoire*

$$\begin{cases}\mathrm{t}=\frac{x}{4}\\ y=3\left(\frac{x}{4}\right)+5\end{cases}\Rightarrow\quad \boldsymbol{y=\frac{3}{4}x+5}$$

2° *Nature du mouvement*

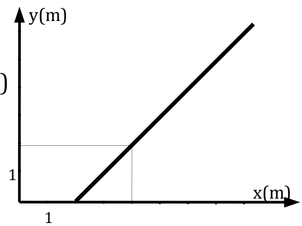
$\vec{v}=\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ d'où $\vec{v}\begin{cases}v_x=4\\ v_y=3\end{cases}$; $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}$ d'où $\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\ a_y=0\end{cases}$

La trajectoire du mobile est rectiligne et le vecteur accélération est nul ; le mouvement est rectiligne uniforme (MRU)

Exercice 6

1° *Montrons que le mouvement est plan et précisons le plan du mouvement*

$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=(\mathrm{t}^2+4)\vec{\imath}+(\mathrm{t}^2+2)\vec{\jmath}$ d'où $\overrightarrow{OM}\begin{cases}x=t^2+4\\ y=t^2+2\\ z=0\end{cases}$



$\forall t, z=0$ il n'y a pas de mouvement suivant l'axe (Oz)

Le mouvement est donc plan et est contenu dans le plan (xOy)

2° *Equation cartésienne de la trajectoire*

$\overrightarrow{OM}\begin{cases}t^2=x-4\\ y=t^2+2\end{cases}\Rightarrow\ y=x-4+2$ soit $\boldsymbol{y=x-2}$

3° *Allure du mouvement*

$\vec{a}.\vec{v}=(2\vec{\imath}+2\vec{\jmath}).(2\mathrm{t}\vec{\imath}+2\mathrm{t}\vec{\jmath})=8\mathrm{t}$. Pour t>0, le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.

Exercice 7

1° a. *Equation horaire du mouvement de l'automobile*

L'automobile décrit une trajectoire rectiligne à accélération constante ; c'est donc un mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)

$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OM}_0$ soit $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

*Valeur de a

${v_2}^2 - {v_1}^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow a = \frac{{v_2}^2 - {v_1}^2}{2(x_2 - x_1)}$ AN : $a = \frac{20^2 - 6^2}{2(150-59)} \Rightarrow a = 2m.s^{-2}$

* Valeur de v_0

$v = at + v_0$

À t=3s, $v = v_1$. On obtient : $v_1 = at_1 + v_0 \Rightarrow v_0 = v_1 - at_1$

AN : $v_0 = 6 - 2 \times 3 \Rightarrow v_0 = 0m.s^{-1}$

* Valeur de x_0

À t=3s, $x = x_1$. On obtient : $x_1 = \frac{1}{2}a{t_1}^2 + x_0 \Rightarrow x_0 = x_1 - \frac{1}{2}a{t_1}^2$

AN : $x_0 = 59 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 \Rightarrow x_0 = 50m$

On a donc les équations horaires $\boldsymbol{x = t^2 + 50}$ et $\boldsymbol{v = 2t}$

b. *Instant t_2 où l'automobile passe par le point M_2*

$x = t^2 + 50$ et $v = 2t$

À t=t2, $v = v_2$. On obtient $v_2 = 2t_2 \Rightarrow \boldsymbol{t_2 = \frac{v_2}{2}}$ AN : $t_2 = \frac{20}{2} \Rightarrow \boldsymbol{t_2 = 10s}$

c. *Longueur L du trajet*

$L = x(t = 20) - x(t = 0)$ AN : $L = 20^2 + 50 - 50 \Rightarrow \boldsymbol{L = 400m}$

2° a. *Equation horaire du mouvement de la moto*

La moto se déplace sur une voie rectiligne à vitesse constante ; c'est donc un MRU

$x = v't + x_0$

Valeur de x_0

À t=T, $x = x'$. On obtient : $x' = v'T + x_0 \Rightarrow x_0 = x' - v'T$

AN : $x_0 = -5 - 20 \times 1 \Rightarrow x_0 = -25$

On a donc l'équation horaire : $\boldsymbol{x = 20t - 25}$

b. *Dates des dépassements*

Si la moto dépasse l'automobile ou l'automobile rattrape la moto ; c'est qu'ils ont mêmes positions

$x(automobile) = x(moto) \Rightarrow t^2 + 50 = 20t - 25$ soit $t^2 - 20t + 75 = 0$

$\Delta = 20^2 - 4 \times 75 \Rightarrow \Delta = 10$

$t_1 = \frac{20 - \sqrt{100}}{2} \Rightarrow t_1 = 5s$; $t_2 = \frac{20 + \sqrt{100}}{2} \Rightarrow t_2 = 15s$

La moto dépasse l'automobile au bout de 5s et l'automobile rattrape la moto après 15s.

c. *Abscisses des dépassements*

$x = 20t - 15$

Pour t=5s ; on a $x = 20 \times 5 - 25$ soit $x = 75m$

Pour t=15s ; on a $x = 20 \times 15 - 25$ soit $x = 275m$

d. *Vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto*

$x = t^2 + 50$ et $v = 2t$

Pour t=15s ; on a : $v = 2 \times 15$ soit $v = 30m.s^{-1}$

e. *Distance parcourue par la moto*

$D = x(t=5) - x(T=1)$ AN : $D = (20 \times 5 - 25) - (20 \times 1 - 25) \Rightarrow \boldsymbol{D = 80m}$

Exercice 8

1° a. *Montrons que la valeur de la vitesse du mobile est constante*

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ d'où $\vec{v}\begin{cases} v_x = -4\sin(2t+1) \\ v_y = -4\cos(2t+1) \end{cases}$

$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$ donc $v = \sqrt{16[sin^2(2t+1) + cos^2(2t+1)]}$ soit $v = 4m.s^{-1}$

La vitesse à un instant t est indépendante du temps ; elle est donc constante.

b. *Montrons que la valeur de l'accélération du mobile est constante*

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ d'où $\vec{a}\begin{cases} a_x = -8\cos(2t+1) \\ a_y = 8\sin(2t+1) \end{cases}$

$a = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2}$ donc $a = \sqrt{64[\cos^2(2t+1) + \sin^2(2t+1)]}$ soit $a = 8m.s^{-2}$

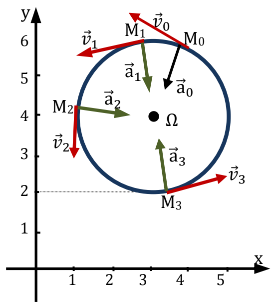
L'accélération à un instant t est indépendante du temps ; elle est constante.

c. *Equation cartésienne de la trajectoire du mobile*

$\begin{cases} x = 3 + 2\cos(2t+1) \\ y = 4 + 2\sin(2t+1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 2\cos(2t+1) \\ y - 4 = 2\sin(2t+1) \end{cases}$

$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4[cos^2(2t+1) + sin^2(2t+1)]$ soit $\boldsymbol{(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4}$

d. *Nature du mouvement*



La trajectoire est un cercle de centre $\Omega(3;4)$, de rayon 2 et l'accélération est constante ; c'est un mouvement circulaire uniforme (MCU)

2°a. *Représentation*

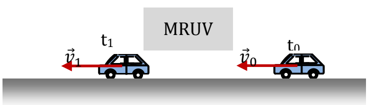
b. *Position des points M_0 ; M_1 ; M_2 ; M_3* (voir figure)

c. *Représentation des vecteurs vitesse et accélération*

t	$t_0 = 0$	$t_1 = 0{,}25s$	$t_2 = 1s$	$t_3 = 2$
M	$M_0(4;5{,}7)$	$M_1(3{,}1;6)$	$M_2(1;4{,}3)$	$M_3(3{,}6;2)$

Exercice 9

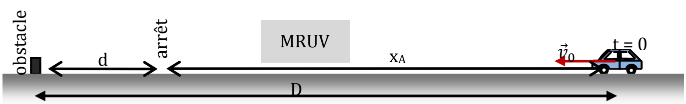
1°Valeur de la décélération



MRUV $v_1 - v_0 = a(t_1 - t_0)$ Or $t_1 - t_0 = \theta$ d'où $\boldsymbol{a = \frac{v_1 - v_0}{\theta}}$

AN : $a = \frac{\frac{105}{3,6} - \frac{130}{3,6}}{1} \Rightarrow \boldsymbol{a = -6,94m.s^{-1}}$

2° Distance de l'obstacle



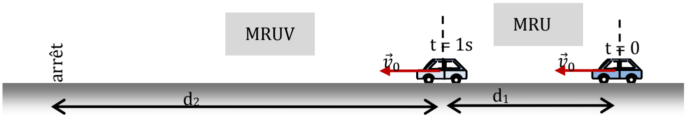
$d = D - x_A$

MRUV donc $v^2 - {v_0}^2 = 2a(x - x_0)$.

$x - x_0 = x_A$ et $v = 0$; On obtient : $x_A = \frac{-{v_0}^2}{2a}$ d'où $\boldsymbol{d = D + \frac{{v_0}^2}{2a}}$

AN : $d = 120 + \frac{\left(\frac{130}{3,6}\right)^2}{2\times(-6,94)}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{d = 26,1\text{m}}$

3° *Distance de l'obstacle*



La distance parcourue par l'automobiliste jusqu'à l'arrêt est $d = d_1 + d_2$

Pour $0 \leq t \leq 1s$, MRU donc $d_1 = v_0\theta$

Pour $t > 1s$, MRUV donc $v^2 - {v_0}^2 = 2ad_2$ Or $v = 0$ donc $d_2 = \frac{-{v_0}^2}{2a}$

On déduit : $\boldsymbol{d = v_0\theta - \frac{{v_0}^2}{2a}}$ AN : $d = \frac{130}{3,6} \times 1 - \frac{\left(\frac{130}{3,6}\right)^2}{2\times(-6,94)}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{d = 130m}$

$d > D$ donc il y aura choc avec l'obstacle

<u>Exercice 10</u>

1° *Dates des dépassements*

* Equation horaire de l'automobile

Pour $0 < t < 7s$, la trajectoire est rectiligne à accélération constante positive; donc c'est un MRUA

$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OM}_0$ soit $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \vec{a}t + \vec{v}_0$ soit $v = at + v_0$

À t=0, $x = 0$ et $v = 0$. On trouve $x_0 = 0$ et $v_0 = 0$

On obtient $\boldsymbol{x = 1,25t^2}$ **et** $\boldsymbol{v = 2,5t}$ pour $0 < t < 7s$

Pour $t > 7s$, la trajectoire est rectiligne à vitesse constante ; donc c'est un MRU

$\overrightarrow{OM} = \vec{v}t + \overrightarrow{OM}_0$ soit $x = vt + x_0$

Valeur de v

Vitesse à la fin du MRUA : À t=7s, $v = 2,5 \times 7 = 17,5m.s^{-1}$

Valeur de x_0

Fin du MRUA : À t=7s, $x = 1,25 \times 7^2 = 61,25m$

Début du MRU : $61,25 = 17,5 \times 7 + x_0$ $\Rightarrow$ $x_0 = -61,25$

On obtient : $\boldsymbol{x = 17,5t - 61,25}$ et $\boldsymbol{v = 17,5m.s^{-1}}$ pour $t > 7s$

* Equation horaire du camion

Pour $t > 7s$, la trajectoire est rectiligne à vitesse constante ; donc c'est un MRU

$\overrightarrow{OM} = \vec{v}t + \overrightarrow{OM}_0$ soit $x = vt + x_0$

Valeur de x_0

À t=0s, $x = -d$ Par suite : $-d = v \times 0 + x_0$ $\Rightarrow$ $x_0 = -d$

On obtient : $x = \left(\frac{45}{3,6}\right)t - 20$ soit $\boldsymbol{x = 12,5t - 20}$ pour $t > 0$

Si le camion dépasse l'automobile ou l'automobile rattrape le camion, c'est qu'ils ont mêmes positions : $x(automobile) = x(camion)$

Pour $0 < t < 7s$, $1,25t^2 = 12,5t - 20$ soit $1,25t^2 - 12,5t + 20 = 0$

$\Delta = 12{,}5^2 - 4 \times 20 \times 1{,}25 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 56{,}25$

$t_1 = \frac{12{,}5-\sqrt{56{,}25}}{2\times1{,}25} \quad \Rightarrow \quad t_1 = 2s\,; \qquad t_2 = \frac{12{,}5+\sqrt{56{,}25}}{2\times1{,}25} \quad \Rightarrow \quad t_2 = 8s$

$0 < t < 7s$, donc le camion dépasse l'automobile au bout de 2s

Pour $t > 7s$, $17{,}5t - 61{,}25 = 12{,}5t - 20$ soit $5t - 41{,}25 = 0$ AN : $t = 8{,}25s$

L'automobile rattrape le camion au bout de 8,25s

2° *Abscisses des dépassements*

Raisonnons avec le camion

Pour t=2s, $x = 12{,}5 \times 2 - 20$ soit $\boldsymbol{x = 5m}$

Pour t=8,25s, $x = 12{,}5 \times 8{,}25 - 20$ soit $\boldsymbol{x = 83{,}125m}$

3° *Vitesses de l'automobile*

Pour $t = 2s$, $v = 2{,}5 \times 2$ soit $\boldsymbol{v = 5m.s^{-1}}$ (MRUA)

Pour $t = 8{,}25s$, $\boldsymbol{v = 17{,}5m.s^{-1}}$ (MRU)

<u>Exercice 11</u>

1° a. *Accélération a du mobile M*

MRUV : ${v_1}^2 - {v_0}^2 = 2a(x_1 - x_0) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{a} = \frac{{v_1}^2-{v_0}^2}{2(x_1-x_0)}$ AN : $\mathbf{a} = \boldsymbol{3{,}8m.s^2}$

b. *Date t_1 à laquelle le mobile passe au point M_1*

$v_1 - v_0 = a(t_1 - t_0) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t_1} = \frac{v_1-v_0}{a} + \boldsymbol{t_0}$ AN : $\boldsymbol{t_1 = 1{,}5s}$

c. *Equation horaire $x = f(t)$ du mouvement du mobile M*

MRUV : $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

Or a $= 3{,}8m.s^2$, $v_0 = -1m/s$ et $x_0 = -0{,}5m$ donc $\boldsymbol{x = 1{,}9t^2 - t - 0{,}5}$

2°a. *Date t_R de la rencontre des deux mobiles M et M'*

- équation horaire de la voiture

MRU : $x' = v't' + x'_0$ Or $v' = 4m.s^{-1}$ d'où $x' = 4t + x'_0$

À $t = T, x' = x_1$ donc $5 = 2 \times 2 + x'_0$ soit $x'_0 = 1$ d'où $x' = 4t + 1$

- si les deux mobiles se rencontrent, on a : $x = x'$

$1{,}9t^2 - t - 0{,}5 = 4t + 1$ soit $1{,}9t^2 - 5t - 1{,}5 = 0$

$t_1 = \frac{5-\sqrt{5^2+4\times1{,}9\times1{,}5}}{2\times1{,}9} < 0$ et $t_2 = \frac{5+\sqrt{5^2+4\times1{,}9\times1{,}5}}{2\times1{,}9} = 2{,}9s$

On trouve donc $\boldsymbol{t_R = 2{,}9s}$

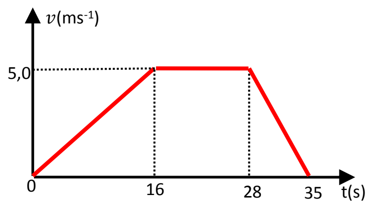
b. *Abscisse x_R ou aura lieu cette rencontre*

À la date de rencontre, $t = 2{,}9s$ d'où $x_R = 4 \times 2{,}9 + 1$ soit $\boldsymbol{x_R = 12{,}6m}$

<u>Exercice 12</u>

1° *Accélérations*

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$



1ère phase : $0 \leq t < 16s$

$a_1 = \frac{5-0}{16-0}$ soit $\boldsymbol{a_1 = 0{,}3125m.s^{-2}}$

2ème phase : $16 \leq t < 28s$

$a_2 = \frac{5-5}{28-16}$ soit $\boldsymbol{a_2 = 0m.s^{-2}}$

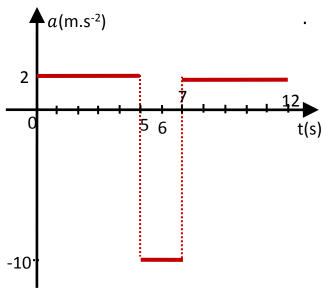
3ème phase : $28 \leq t \leq 35s$

$a_3 = \frac{0-5}{35-28}$ soit $\boldsymbol{a_3 = -0{,}7143m.s^{-2}}$

2° *Distance parcourue*
1ère phase : $0 \leq \mathrm{t} < 16s$
$v_1{}^2 - v_0{}^2 = 2a_1d_1 \Rightarrow d_1 = \frac{v_1{}^2 - v_0{}^2}{2a_1}$. $v_0 = 0$ et $v_1 = 5$ On obtient : $d_1 = 40m$
2ème phase : $16 \leq \mathrm{t} < 28s$
$d_2 = v_1\Delta t.$ $\Delta t = 28 - 16 = 12s$ On obtient : $d_2 = 60m$
3ème phase : $28 \leq \mathrm{t} \leq 35\mathrm{s}$
$v_0{}^2 - v_1{}^2 = 2a_3d_3 \Rightarrow d_3 = \frac{v_0{}^2 - v_1{}^2}{2a_3}$. On obtient : $d_3 = 17{,}5m$
La distance parcourue est $D = d_1 + d_2 + d_3$ soit $\boldsymbol{D = 117,5m}$

Exercice 13

1°a. *Accélérations du mobile*
$a = \frac{\Delta v}{\Delta \mathrm{t}}$
1ère phase : $0 \leq \mathrm{t} < 5s$
$a_1 = \frac{10-0}{5-0}$ soit $\boldsymbol{a_1 = 2\mathrm{m.s}^{-2}}$
2ème phase : $5 \leq \mathrm{t} < 7s$
$a_2 = \frac{-10-10}{7-5}$ soit $\boldsymbol{a_2 = -10\mathrm{m.s}^{-2}}$
3ème phase : $7 \leq \mathrm{t} \leq 12\mathrm{s}$
$a_3 = \frac{0-(-10)}{12-7}$ soit $\boldsymbol{a_3 = 2\mathrm{m.s}^{-2}}$
b. *Représentation graphique* $a = g(t)$ (voir figure)



2° *Espace parcouru par le mobile*
Equations horaires
Origine des dates : l'instant de départ du mobile
Origine des espaces : le point de départ du mobile
$a = cst$ donc MRUV
1ère phase : $0 \leq \mathrm{t} < 5s$
$x = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_0t + x_0$ et $v = a_1t + v_0$
À $t = 0, x = 0$ et $v = 0$
On trouve $x_0 = 0$ et $v_0 = 0$ d'où $\boldsymbol{x = t^2}$ et $\boldsymbol{v = 2t}$
2ème phase : $5 \leq \mathrm{t} < 7s$ $x = \frac{1}{2}a_2t^2 + v_0t + x_0$ et $v = a_2t + v_0$
Fin de la 1ère phase : À $t = 5,$ $x = 5^2 = 25$ et $v = 2 \times 5 = 10$
Débute de la 2ème phase : (vitesse) $10 = -10 \times 5 + v_0$ soit $v_0 = 60$
(position) $25 = -5 \times 5^2 + 60 \times 5 + x_0$ soit $x_0 = -150$
On a les équations : $\boldsymbol{x = -5t^2 + 60t - 150}$ et $\boldsymbol{v = -10t + 60}$
3ème phase : $7 \leq \mathrm{t} \leq 12\mathrm{s}$ $x = \frac{1}{2}a_3t^2 + v_0t + x_0$ et $v = a_3t + v_0$
Fin la 2ème phase : À $t = 7,$ $x = -5 \times 7^2 + 60 \times 7 - 150 = 25$
et $v = -10 \times 7 + 60 = -10$
Début e la 3ème phase : (vitesse) $-10 = 2 \times 7 + v_0$ soit $v_0 = -24$
(position) $25 = 7^2 - 24 \times 7 + x_0$ soit $x_0 = 144$
On a les équations : $x = t^2 - 24t + 144$ et $v = 2t - 24$
Espace parcouru
Pour $t = 12s,$ on a : $x = 12^2 - 24 \times 12 + 144$ soit $\boldsymbol{x = 0}$

Exercice 14

1° *Equation cartésienne de la trajectoire*

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = -4t^2 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{3} \\ y = -4\left(\frac{x}{3}\right)^2 + 5\left(\frac{x}{3}\right) \end{cases}$$

d'où l'équation : $\boldsymbol{y = -\frac{4}{9}x^2 + \frac{5}{3}x}$

2° *Caractéristiques du vecteur vitesse*

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ d'où $\vec{v}\begin{cases} v_x = 3 \\ v_y = -8t + 5 \end{cases}$

Si y = Y$_{max}$ alors $v_y = 0$ soit $t = \frac{5}{8}$ On obtient : $\vec{v}\begin{cases} v_x = 3 \\ v_y = 0 \end{cases}$

- Direction : (Ox)
- Sens : $\overrightarrow{Ox}$
- Intensité : $v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$ soit $\boldsymbol{v = 3m.s^{-1}}$

3° *Abscisse*

$y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -4t^2 + 5t$ soit $t = 0$ ou $t = \frac{5}{4}$

Pour $t = 0$, $x = 0$. On a le point $O(0\,;0)$: Origine du repère

Pour $t = \frac{5}{4}$, $x = \frac{15}{4}$. On a le point $A\left(\frac{15}{4};0\right)$.

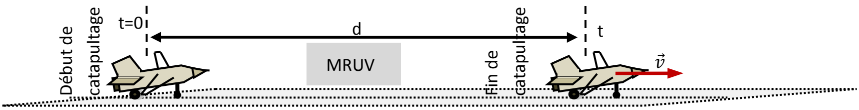
4° *Valeur de la vitesse*

Pour t=6s, $\vec{v}\begin{cases} v_x = 3 \\ v_y = -8 \times 6 + 5 \end{cases}$ soit $\vec{v}\begin{cases} v_x = 3 \\ v_y = -43 \end{cases}$

$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{3^2 + (-43)^2}$ soit $\boldsymbol{v = 43,1m.s^{-1}}$

Exercice 15

1° *Accélération de l'avion au cours du catapultage*



MRUV : $v^2 - {v_0}^2 = 2ad$. Or $v_0 = 0$; on obtient : $\mathbf{a} = \frac{\boldsymbol{v^2}}{\mathbf{2d}}$

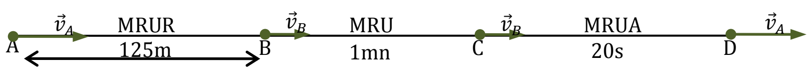
AN : $a = \frac{\left(\frac{230}{3,6}\right)^2}{2\times 25} \Rightarrow \quad \boldsymbol{a = 81,64m.s^{-2}}$

2° *Durée de l'opération*

MRUV : $v - v_0 = a\theta$. Or $v_0 = 0$ d'où $\boldsymbol{\theta = \frac{v}{a}}$ AN : $\theta = \frac{\frac{230}{3,6}}{81,64} \Rightarrow \boldsymbol{\theta = 0,95s}$

Exercice 16

1° *Equations horaires $x = f(t)$ et les vitesses $v = g(t)$ des trois phases du mouvement*



* Entre A et B : MRUR $x(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_0t + x_0$

- valeur de a_1

${v_B}^2 - {v_A}^2 = 2a_1 AB \quad \Rightarrow \quad a_1 = \frac{{v_B}^2 - {v_A}^2}{2AB} \qquad$ AN : $a_1 = \frac{\left(\frac{36}{3,6}\right)^2 - \left(\frac{54}{3,6}\right)^2}{2\times 125} \quad \Rightarrow \quad a_1 = -0{,}5 m.s^{-2}$

- Valeurs de v_0 et x_0

À $t = 0,\qquad x = x_A = 0\qquad$ et $\qquad v = v_A$

$0 = \frac{1}{2}a_1 \times 0^2 + v_0 \times 0 + x_0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = 0$

$v = \frac{dx}{dt} = a_1 t + v_0. \qquad v_A = a_1 \times 0 + v_0 \quad \Rightarrow \quad v_0 = v_A$

$\boldsymbol{x(t) = -0,25t^2 + 15t}\qquad$ et $\qquad \boldsymbol{v(t) = -0,5t + 15}$

* Entre B et C: MRU $\qquad x(t) = v_0 t + x_0$

- valeur de x_0

À $t = t_B,\qquad x = x_B = 125\qquad$ et $\qquad v = v_B$

Fin du MRUR : $v_B = -0{,}5t_B + 15 \quad \Rightarrow \quad t_B = \frac{15 - v_B}{0{,}5}\qquad$ AN : $t_B = 10s$

$v = \frac{dx}{dt} = v_0\qquad$ d'où $\quad v_0 = v_B$

Début du MRU : $x_B = v_B t_B + x_0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = x_B - v_B t_B\qquad$ AN : $x_0 = 25$

$\boldsymbol{x(t) = 10t + 25}$ et $\boldsymbol{v = 10}$

* Entre C et D : MRUA $\qquad x(t) = \frac{1}{2}a_3 t^2 + v_0 t + x_0$

- valeur de a_3

$v_A - v_B = a_3 \theta_3 \quad \Rightarrow \quad a_3 = \frac{v_A - v_B}{\theta_3}\qquad$ AN : $a_3 = 0{,}25 m.s^{-2}$

- Valeurs de v_0 et x_0

À $t = t_C = 70s, x = x_C\quad$ et $\quad v = v_C = v_B$

$v = \frac{dx}{dt} = a_3 t + v_0. \quad v_C = a_3 t_C + v_0 \quad \Rightarrow \quad v_0 = v_C - a_3 t_C\qquad$ AN : $v_0 = -7{,}5 m.s^{-1}$

Fin du MRU : $x_C = 10t_C + 25 \quad \Rightarrow \quad x_C = 725$

Début du MRUA : $x_C = \frac{1}{2}a_3\, {t_C}^2 + v_0\, t_C + x_0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = x_C - \frac{1}{2}a_3\, {t_C}^2 - v_0\, t_C$

AN : $x_0 = 637{,}5$

$\boldsymbol{x(t) = 0,125t^2 - 7,5t + 637,5}\qquad$ et $\qquad \boldsymbol{v(t) = 0,25t - 7,5}$

2° *Distance parcourue de A à D*

Première méthode : calcul direct

Au point D, $\qquad t = t_D = 10 + 60 + 20 = 90s$

$d = x_D - x_A = x_D = 0{,}125{t_D}^2 - 7{,}5t_D + 637{,}5\qquad$ AN : $\boldsymbol{d = 975m}$

Deuxième méthode :

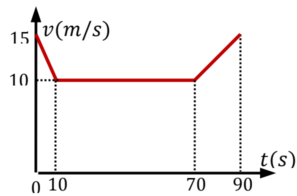
$d = d_1 + d_2 + d_3\quad$ Or $\quad d_2 = v_B \theta_2\quad$ et $\quad {v_D}^2 - {v_B}^2 = 2a_3 d_3 \quad \Rightarrow \quad d_3 = \frac{{v_D}^2 - {v_B}^2}{2a_3}$

D'où $\quad d = d_1 + v_B \theta_2 + \frac{{v_D}^2 - {v_B}^2}{2a_3}$

AN : $d = 125 + 10 \times 60 + \frac{15^2 - 10^2}{2\times 0{,}25} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{d_3 = 975m}$

3° *Graphe* $v = g(t)$.

(voir figure ci-contre)



Exercice 17

1° *Montrons que la vitesse du mobile est constante*

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ donc $\vec{v}\begin{cases} v_x = -\omega\,\text{A}\sin(\omega t) \\ v_y = \omega A cos(\omega t) \end{cases}$

$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$. On obtient $v = A\omega$

La vitesse v à une date t est indépendante du temps, sa valeur est donc constante.

Application numérique

$v = 0{,}1 \times 10 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v = 1m.s^{-1}}$

2° *Montrons que la valeur de son accélération est constante*

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc $\vec{a}\begin{cases} a_x = -\omega^2\,\text{A}\cos(\omega t) \\ a_y = -\omega^2 A sin(\omega t) \end{cases}$

$a = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2}$. On obtient : $a = A\omega^2$

L'accélération a à une date t est indépendante du temps, sa valeur est donc constante.

<u>Application numérique</u>

$a = 0{,}1 \times 10^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a = 10m.s^{-2}}$

3° * *Trajectoire du mobile*

$\begin{cases} x = \text{A}\cos(\omega t) \\ y = A sin(\omega t) \end{cases}$

$x^2 + y^2 = \text{A}^2\cos^2(\omega t) + \text{A}^2\sin^2(\omega t)$ On obtient : $\boldsymbol{x^2 + y^2 = A^2}$

La trajectoire est circulaire

* A représente le rayon du cercle décrit par le point mobile M

4° *Direction et sens du vecteur accélération*

$\vec{a}\begin{cases} a_x = -\omega^2\,\text{A}\cos(\omega t) = -\omega^2 x \\ a_y = -\omega^2 A sin(\omega t) = -\omega^2 y \end{cases}$ d'où $\vec{a} = -\omega^2\overrightarrow{OM}$

- Direction : (OM)

-sens : sens contraire de $\overrightarrow{OM}$, donc de M vers O

Exercice 18

1°a. *Equation de la trajectoire du mobile M*

$x^2 + y^2 = (rcos\omega t)^2 + (rsin\omega t)^2 = r^2(cos^2\omega t + sin^2\omega t)$

Or $cos^2\omega t + sin^2\omega t = 1$ d'où $x^2 + y^2 = r^2$ soit $\boldsymbol{x^2 + y^2 = 4}$

b. *Position du mobile M à la date origine*

Pour $t = 0$, on a : $\begin{cases} x_0 = rcos\omega \times 0 \\ y_0 = rsin\omega \times 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = r \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$

2° a.* *Coordonnées du vecteur vitesse* $\vec{v}$

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ donc $\vec{v}\begin{cases} v_x = -\omega\,\text{r}\sin(\omega t) \\ v_y = \omega r cos(\omega t) \end{cases}$

**Mesure du vecteur vitesse* $\vec{v}$

$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{[-\omega\,\text{r}\sin(\omega t)]^2 + [\omega r cos(\omega t)]^2} = r\omega\sqrt{\sin^2(\omega t) + cos^2(\omega t)}$

Or $cos^2\omega t + sin^2\omega t = 1$ d'où $\boldsymbol{v = r\omega}$ AN : $\boldsymbol{v = 3{,}14m/s}$

La norme de la vitesse est constante

b. * *Coordonnées du vecteur accélération* $\vec{a}$.

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc $\vec{a}\begin{cases} a_x = -\omega^2 r\cos(\omega t) \\ a_y = -\omega^2 r\sin(\omega t) \end{cases}$

**Mesure du vecteur accélération* $\vec{a}$

$$a = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2} = \sqrt{[-\omega^2 r\cos(\omega t)]^2 + [-\omega^2 r\sin(\omega t)]^2} = r\omega^2\sqrt{\cos(\omega t) + \sin^2(\omega t)}$$

Or $\cos^2\omega t + \sin^2\omega t = 1$ d'où $\boldsymbol{a = r\omega^2}$ AN : $\boldsymbol{a = 5m.s^{-2}}$

L'accélération a à une date t est indépendante du temps, sa valeur est donc constante.

c. *Nature du mouvement du mobile M*

Le mouvement est circulaire et la norme de la vitesse est constante donc c'est un mouvement circulaire uniforme.

3° *Montons que le vecteur accélération* $\vec{a}$ *et le vecteur position* $\overrightarrow{OM}$ *sont colinéaires*

$\vec{a}\begin{cases} a_x = -\omega^2 r\cos(\omega t) \\ a_y = -\omega^2 r\sin(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x = -\omega^2 x \\ a_y = -\omega^2 y \end{cases}$ *d'où* $\vec{a} = -\omega^2 x\vec{\imath} - \omega^2 y\vec{\jmath} = -\omega^2(x\vec{\imath} + y\vec{\jmath})$

En fin : $\boldsymbol{\vec{a} = -\omega^2\overrightarrow{OM}}$

4°a. *Equation horaire de l'abscisse curviligne s du mobile M*

$v = \frac{ds}{dt}$ impose $s = vt + s_0$ soit $\boldsymbol{s = \pi t}$

b. *Coordonnées des vecteurs vitesse* $\vec{v}$ *et accélération* $\vec{a}$ *dans le repère locale de Frenet* $(M, \overrightarrow{u_t}, \overrightarrow{u_n})$.

* Vecteur vitesse : $\vec{v} = v\vec{\tau}$

* Vecteur accélération : $\vec{a} = a_n\vec{n} + a_\tau\vec{\tau}$

$a_n = \frac{v^2}{r}$ Or $v = r\omega$ d'où $\boldsymbol{a_n = r\omega^2}$ soit $\boldsymbol{a_n = 5m.s^{-2}}$

$a_\tau = \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$ Or $\frac{dv}{dt} = 0$ d'où $\boldsymbol{a_\tau = 0m.s^{-2}}$

c. *Période T du mouvement du mobile M*

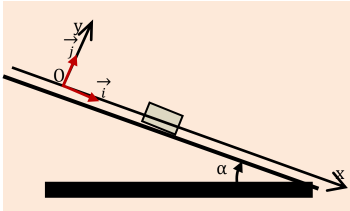
$T = \frac{2\pi}{\omega}$ Or $a_n = r\omega^2$ d'où $\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{r}{a_n}}}$ AN : $T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{5}} \Rightarrow \boldsymbol{T = 4s}$

Fréquence N du mouvement

$N = \frac{1}{T}$ AN : $\boldsymbol{N = 0{,}25Hz}$

MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE

DYNAMIQUE DES MOUVEMENTS RECTILIGNES



Exercice 1

Une pièce métallique de masse m= 100g glisse sans frottement sur un plan incliné d'un angle α avec l'horizontale. Le mouvement de translation se fait suivant une ligne de plus grande pente du plan, parallèle et l'axe $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$ d'un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1° Faire un schéma et représenter les forces extérieures appliquées à ce solide.

2°Compte tenu de la direction et du sens du mouvement, préciser l'orientation du vecteur accélération et en déduire la nature du mouvement.

3° La vitesse initiale est $\vec{v}_0 = v_0\vec{\imath}$. Montrer que le vecteur position du centre d'inertie G du solide peut se mettre sous la forme : $\overrightarrow{OG} = \beta t^2\vec{\imath} + \vec{v}_0 t$.

Préciser β et la position de G à l'origine des dates.

4° Calculer la vitesse acquise par le solide après un déplacement de longueur *l*=4,5m avec v_0=3m.s^{-1} ; α=30°.

Exercice 2

Un objet de masse m = 500g glisse le long d'une ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α =30^0 avec l'horizontale.

La somme $\vec{R}$ supposée constante des forces de contact reparties en surfaces exercées par le plan sur l'objet fait un angle β avec la normale au plan.

1° Exprimer le vecteur accélération du mobile en fonction de α, β, m, R et g.

2° Lâché sans vitesse initiale le mobile parcourt une distance d=5m en une durée t=1,7s. Calculer l'accélération.

3° Calculer l'angle β et la norme de R

Exercice 3

Un solide est tiré le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné par un câble parallèle à ce plan qui fait un angle α avec l'horizontale .

La masse m du solide est égale 980kg à ce plan.

1° Le mouvement comporte trois phases :

1^{ere} phase : le mouvement d'abord uniformément accéléré durant le temps θ;

2eme phase: le mouvement est uniforme durant 6s, sur une distance de 35m.

3eme phase: le mouvement est uniformément retardé durant une durée θ jusqu'à l'arrêt. Sachant que la distance parcourue est de 60m, calculer la durée totale du trajet effectué par le solide. Le déplacement se fait sans frottement.

2° Déterminer la force de traction du câble et la réaction du sol sur le solide au cours de trois phases du mouvement.

3° Déterminer la puissance exercée par la force de traction pendant la 2emephase.

Exercice 4

Un ascenseur de masse totale 1800kg s'élève d'une hauteur h entre le rez de chaussée et un étage élevé d'une tour g=9,8m.s^{-2}

1° La montée comporte trois phases :

Durant 2,5s, le mouvement est uniformément accéléré : les 6s suivantes, le

mouvement est uniforme sur une distance de 42m. Enfin, le mouvement est uniformément retardé durant 4s jusqu' à l'arrêt. Déterminer la hauteur h.
2° Calculer la force exercée par le câble sur l'ascenseur au cours de chacune des phases du mouvement.
3° Exprimer pour chaque phase, la puissance développée par cette force en fonction du temps. Quelle est le travail de la force sur la distance h.

Exercice 5

Un mobile de masse m=12kg, lancé avec une vitesse v_0=4ms^{-1} monte en un mouvement de translation rectiligne le long d'une ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α égal à 30°avec l'horizontal.(g=9,8m.s^{-2}).

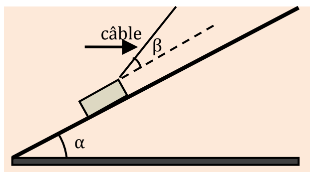
Les forces de frottement sont équivalentes à une force $\vec{f}$ opposée à la vitesse et de norme supposée constante $f = 40$N.
1° En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer la distance parcourue par le mobile avant qu'il ne s'arrête.
2° Arrivé au sommet de sa trajectoire, le mobile redescend. Indiquer sur un schéma les forces extérieures appliquées à ce mobile au cours de sa descente. Qu'y a-t-il de changé par rapport à la montée ?
3° Calculer la vitesse avec laquelle le mobile repasse par sa position initiale. Quelle serait cette vitesse si les frottements étaient négligeables.

Exercice 6

Un traineau peut glisser en suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α. La réaction $\vec{R}$, somme des forces de contact du sol sur le traineau, comporte une composante $\vec{R}_N$ normale au plan et une composante $\vec{R}_T$ parallèle au plan incliné et de sens opposé au vecteur vitesse du traineau. On peut montrer que lorsqu'il y a mouvement : $f = \frac{R_T}{R_N}$ où f est le coefficient de frottement qui dépend de l'état des surfaces en contacts ; s'il n'y a pas de mouvement : $\frac{R_T}{R_N} < f$.
1° Exprimer l'accélération du traineau en fonction de α, f et g.
2° Calculer la valeur α_{min} pour que le glissement ait lieu. (g=9,8m.s^{-2}, f =0,15)
3° Calculer l'accélération pour $\alpha=2\alpha_{min}$
4° Calculer l'angle β. (β=($\vec{R}$,$\vec{R}_T$))

Exercice 7

Un traineau de masse m=20kg est tiré suivant une ligne de plus grande pente d'un plan incliné, d'un angle α par rapport à l'horizontal, par l'intermédiaire d'un câble faisant un angle β avec celle-ci.
1° La tension du câble vaut T=1000N.
Le mouvement étant uniforme de vitesse v=2,8m.s^{-1}.
Déterminer la réaction $\vec{R}$ somme des forces de contact exercées par le sol sur le traineau (norme et inclinaison par rapport à la normale du plan incliné)
<u>Données</u> : α=30° ; β=20° ; g=10m.s^{-2}.



2° On augmente la tension ; le mouvement du traineau devient uniformément accéléré.
a- Les forces de frottement exercées par le sol restant identiques, la réaction $\vec{R}$ est-elle modifiée ?

b- La vitesse du traineau passe de 2,8m.s^{-1} à 5,6m.s^{-1} sur une distance de 10m. Calculer la puissance exercée par la tension du câble lorsque la vitesse vaut 4,2m.s^{-2}.

Exercice 8

Un solide supposé ponctuel de masse m= 0,10kg glisse le long de la ligne de plus grande pente AB d'un plan incliné faisant un angle α =30° avec le plan horizontal, le point A plus haut que B.

1° Le solide est abandonné en A sans vitesse initiale.

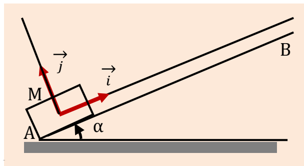
a. En considérant les frottements négligeables déterminez la nature du mouvement du solide et calculez la durée du parcours AB. Donnée AB=2m.

b. En réalité cette durée est égale à 1,3s. En admettant l'existence d'une force de frottement $\vec{f}$ de sens opposé au mouvement, déterminer la valeur de cette force.

2° Le mobile est maintenant lancé de B vers A. Lors de son passage en B, sa vitesse est v_B= 3ms^{-1}.

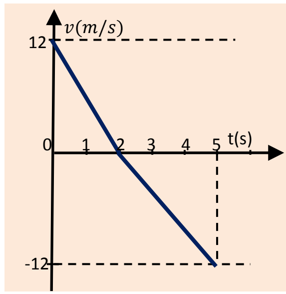
Déterminer la position du point C où la vitesse du mobile s'annule .On supposera que la force de frottement est constamment égale à 0,10N g=9 ,8m.s^{-2}.

Exercice 9



On dispose d'un plan incliné dont la ligne de plus grande pente AB fait un angle α avec l'horizontal. Un solide M de masse m=200g est lancé vers le haut à partir de A avec une vitesse $\vec{v}_A$ parallèle à AB et de valeur v_A=12m.s^{-1}.

Une force de frottement $\vec{f}$ de norme constante, dirigée en sens contraire du mouvement, s'exerce sur le solide M à la montée et à la descente. On prendra pour origine des temps, l'instant de lancement pour tout le mouvement du solide M (montée comme descente). Les deux mouvements seront étudiés dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. (g=10m.s^{-2}).



1° Après avoir fait un inventaire des forces s'exerçants sur le solide M en montée, puis en descente, donner les expressions littérales des accélérations a_1 (mouvement de montée) et a_2 (mouvement de descente), en fonction de m, g, f et α. Quelle est la nature du mouvement dans chaque cas.

2° En déduire les expressions des vitesses v_1 (montée) et v_2 (descente) en fonction de a_1, a_2, v_A et t.

3° Un relevé de la valeur algébrique de la vitesse en M en fonction du temps nous donne la courbe ci-contre.

a. A partir du relevé, déterminer les valeurs numériques a_1, a_2 de la question 1°)

b. En déduire les valeurs numériques de f et α.

c. Calculer la vitesse de M quand il repasse en A et vérifier que « la variation de l'énergie mécanique du système est égale au travail de la force de frottement.

Exercice 10

Un mobile de masse m est lâché sans vitesse initiale sur une table inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal. On suppose que le mobile est soumis au cours du mouvement à une force de frottement constante $\vec{f}$ s'opposant à ce dernier et parallèle à la trajectoire .

1°a. Faire le bilan des forces extérieures appliquées au mobile.

b. Etablir l'expression littérale de l'accélération a_1 de son centre d'inertie.
En déduire la nature du mouvement.
c. Donner l'expression littérale de l'accélération a_2 si l'on néglige les frottements.
Calculer numériquement a_2.
2° On relève les distances x parcourues par le centre d'inertie du mobile au cours du temps, à partir de l'instant initial $t = 0$.

t(s)	0,06	0,12	0,18	0,24	0,30	0,36	0,42	0,48
x(cm)	0,3	1,1	2,5	4,45	6,95	10	13,6	17,8

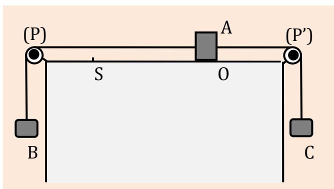
a. Représenter $x = f(t^2)$.
Echelles : 1cm pour $1{,}00.10^{-2}s^2$ en abscisse et 1cm pour 1cm en ordonnée.
b. Déterminer l'équation de la courbe obtenue
c. En déduire la valeur numérique de l'accélération du mouvement.
d. L'expression met-elle en évidence l'existence d'une force de frottement ?
Si oui, calculer son intensité f.

Exercice 11

On constitue un accéléromètre en fixant, au plafond d'un bus « La Poste », un fil de masse négligeable qui soutient une petite masselotte de masse m.
1° Le bus démarre d'un mouvement uniformément accéléré.
a. Dans quel sens le fil de l'accéléromètre dévie-t-il ?
b. Calculer l'accélération a_1 du mouvement de démarrage sachant que le fil a dévié de $\alpha_1 = 13°$
2° Lorsque le bus est lancé, d'un mouvement uniforme, à la vitesse $v = 72km.\mathrm{h}^{-1}$, comment se place le fil ?
3° Le bus passe de la vitesse $v = 72km.\mathrm{h}^{-1}$ à la vitesse nulle, d'un mouvement uniformément retardé en une durée $\Delta t = 10s$.
a. Dans quel sens dévie maintenant le fil de l'accéléromètre ?
b. Calculer l'angle α_2 qu'il forme avec la verticale. On prendra $\mathrm{g} = 9{,}8\mathrm{N.kg}^{-1}$.

Exercice 12

Un corps A de masse m_A=2kg peut glisser sur une longue table horizontale comme l'indique la figure. Il est réuni par des fils fins à deux corps, l'un B de masse m_B=0,5kg et l'autre C de masse m_C=0,3kg. On suppose que les masses des fils et des poulies (P) et (P') sont négligeables ainsi que les frottements. Le système est abandonné à lui-même et prend un mouvement uniformément accéléré.

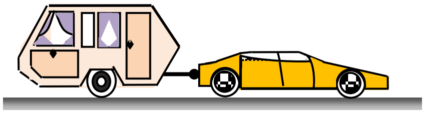


1° Calculer l'accélération de ce mouvement.
2°a-Calculer les tensions T et T' des fils AB et AC.
b-Calculer directement la différence de ces tensions.
3°a-Calculer le temps mis par le corps A partant du repos en O pour atteindre le point S à une distance OS=3m.
b-Calculer la vitesse instantanée du corps A à son passage en S.

4° Au moment où le corps A arrive en S, le fil qui le relie au corps B casse brusquement.
a-Décrire le mouvement ultérieur de l'ensemble des corps A et C.
b-Calculer le temps mis, qui s'écoule entre le départ de A du point O et le retour au même point.
5° Calculer la tension T''du fil AC après la rupture du fil reliant A et B ($g=9,8 m.s^{-2}$)

Exercice 13

Une automobile de masse $m_1 = 1t$, tracte une caravane de masse $m_2 = 2t$.
Les forces de résistance à l'avancement (frottements de l'air sur les carrosseries) équivalent pour chacun des véhicules à des forces $\vec{f_1}$ et $\vec{f_2}$ parallèles à la route dirigées en sens inverse du mouvement et d'intensité constante $f_1 = 100N$ et $f_2 = 200N$.
On prendra $g = 9{,}8 N.kg^{-1}$.

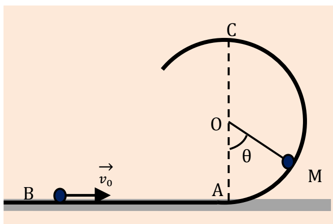


1° La route est rectiligne et horizontale.
a. Le convoi roule à la vitesse $v = 72 km.h^{-1}$.
Déterminer la force motrice créée par le moteur.
L'intensité de cette force dépend-elle de la vitesse ?
Quelle est la puissance du moteur dans ces conditions ? Dépend-elle de la vitesse ?
b. Le convoi démarre d'un mouvement uniformément accéléré et sa vitesse passe de 0 à $72 km.h^{-1}$ après un parcourt de $2km$.
Déterminer la nouvelle valeur de la force motrice développée par le moteur.
Quelle est sa puissance à l'instant t compter à partir du début du mouvement.
2° Déterminer dans les deux cas précédents la force de traction $\vec{T}$ exercée par l'automobile sur la caravane.
3° Le convoi aborde une portion rectiligne de pente 3% à la vitesse constante $v = 72 km.h^{-1}$.
a. Quelle est la valeur de la force de traction $\vec{T}$ exercée par l'automobile sur la caravane ?
b. Même question si on désire obtenir le même mouvement de démarrage qu'à la question 1-b).

Dynamique des mouvements circulaires

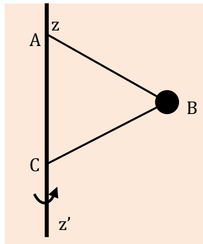
Exercice 14

Un solide ponctuel de masse m est lancé avec une vitesse $\vec{v}_0$ sur une glissière circulaire de rayon r et de centre O (figure). Les frottements sont négligeables .La position du mobile sur la portion circulaire est repérée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$



1° E n appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer la vitesse v du solide en fonction de r, θ.
2° Appliquer le théorème du centre d'inertie et en projeter l'expression dans la base de FRENET.
Déterminer la norme R de la réaction $\vec{R}$ exercée par la glissière sur le solide.
3° Montrer que R s'annule pour une valeur θ_0 qui est fonction de v_0.
Quelle est la valeur minimale de v_0 pour que le mobile atteigne le sommet C de la trajectoire ? Quelle est alors la vitesse en C.

Exercice 15



Une bille assimilable à un point matériel B de masse m est reliée par deux fils de masses négligeables à deux points A et C d'un axe (Δ). On note $AB = BC = l$ et $AC = b$

1° La bille B tourne à vitesse constante angulaire ω autour de l'axe (Δ). Les fils restent constamment tendus.

Calculer les tensions de fils en fonction de ω.

2° Montrer que le fil BC n'est tendu qu'à partir d'une certaine valeur ω_0 de la vitesse angulaire.

Données : m=0,6kg ; l=0,7m ; b=1m ; ω=10rad.s^{-1} puis 4 rad.s^{-1}.

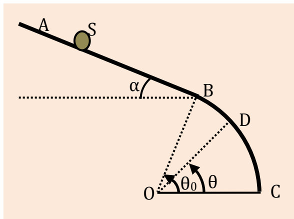
Exercice 16

Une bille de masse m=10kg est suspendue en un point O par un fil inextensible de longueur l=1m et de masse négligeable. Le pendule ainsi constitué peut effectuer des oscillations de part et d'autre de sa position d'équilibre. On l'écarte de la verticale d'un angle α=45° et on l'abandonne sans vitesse initiale. On supposé les frottements négligeables. g=10m.s^{-2}.

1° A l' instant t, le fil fait un angle θ avec la verticale. Exprimer les coordonnées du vecteur accélération dans le repère de Frenet en fonction de α, θ et g.

2° Calculer la norme de $\vec{a}$ et représenter sur un schéma le vecteur $\vec{a}$ dans les trois cas : θ=α ; θ=30° ; θ=0°.

Exercice 17



Une glissière est constituée d'une partie rectiligne AB= l=1m et d'un arc de cercle BC de centre O, de rayon r=2m.

Un solide ponctuel est lâché du point A sans vitesse initiale.

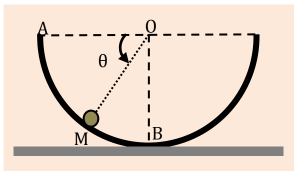
Les frottements sont négligeables.

1° Montrer que le solide quitte la piste en un point D.

2° Calculer l'angle $\theta_1=(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD})$.

Données : $\theta_0=(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OB})=60°$; α=30° ; g=10m.s^{-2}.

Exercice 18



Un solide S assimilable à un point matériel de masse m=10g, peut glisser à l'intérieure d 'une demi-sphère de centre O et de rayon r=1,25m. On le lâche du point A sans vitesse initiale. Sa position à l'intérieure de la demi-sphère est repérée par l'angle θ.

1° On admet que le solide glisse sans frottement.

a. Exprimer sa vitesse au point M en fonction de g, r et θ. Calculer sa valeur numérique au point B (g=10m.s^{-2})

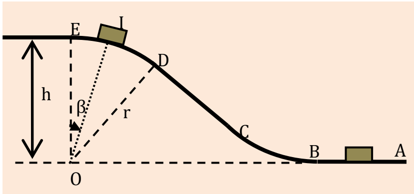
b. Quelles sont en M les caractéristiques de la force exercée par la demi-sphère sur le solide ? Exprimer son intensité en fonction de g, r et θ. Calculer sa valeur numérique en B.

2° En réalité le solide S arrive en B avec une vitesse de 4,5m.s^{-1}. Il est donc soumis à une force de frottement $\vec{f}$. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer l'intensité de cette force.

Exercice 19

Dans les fêtes foraines, il y a parfois des stands ou il est possible de montrer ses qualités athlétiques.

Dans l'un d'entre eux, il s'agit de propulser à une certaine hauteur h un petit chariot de masse m qui peut se déplacer sur deux rails parallèles.



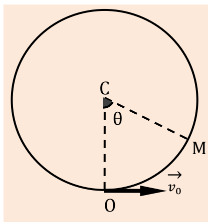
Le schéma ci-contre en donne le profil dans un plan vertical. Les rails comportent quatre parties :
-Une portion horizontale AB ;
-Un premier arc de cercler BC ;
-Une partie rectiligne CD ;
-Un deuxième arc de cercle DE de rayon r, de centre O situé sur l'horizontal AB.
E est alors sur la verticale passant par O à une hauteur h=r au dessus de O. Le chariot est considéré comme ponctuel.

1° On lance le chariot en exerçant entre A et B, une force constante $\vec{F}$, de même sens que $\overrightarrow{AB}$. Entre A et E, le chariot glisse le long du guide : il est soumis à des forces de frottement équivalentes à une force unique constante $\vec{f}$, opposée au vecteur vitesse.
a- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, calculer la vitesse du chariot au passage en B pour qu'il arrive en E avec une vitesse nulle. La distance parcourue entre B et E est l.

b- Le chariot étant au repos en A, calculer l'intensité de la force $\vec{F}$ qu'il est nécessaire d'exercer entre A et B pour que le chariot arrive en E avec une vitesse nulle. (AB=h/2)
c- Application numérique : m=10kg, h=2m, l=2h, g=10m.s^{-2} ; f=20N.
Calculer v_B et f.
2° Repartant de E avec une vitesse nulle, le chariot revient vers son point de départ.
a. Donner l'expression de la vitesse v du chariot en un I quelconque de l'arc ED en fonction de l'angle β =($\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{OI}$)
b. Calculer en fonction de l'angle β et des autres données, la composante normale de la réaction que les rails exercent sur le chariot en ce point. Application numérique β=40 ; m=10kg ; h=2m.
c. Calculer la vitesse du chariot à son passage en B.

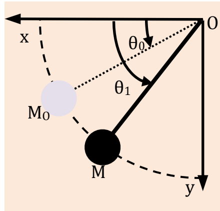
<u>Exercice 20</u>

A l'intérieur d'un guide circulaire de rayon r, un mobile ponctuel peut glisser sans frottement dans un plan vertical. Il est repéré par l'angle θ à un instant t. Ce mobile est lancé de O, avec une vitesse $\vec{v}_0$ horizontale.



1° Exprimer l'accélération $\vec{a}$ du mobile par rapport au référentiel du laboratoire, en projetant dans le repère de FRENET.
2° Trouver une relation entre v (vitesse du mobile en M), v_0, r, g et θ
3° Déterminer la norme R de la réaction $\vec{R}$ du guide en M en fonction de m, r, g, θ et v_0.
4° La réaction $\vec{R}$ est toujours dirigée de M vers le centre C, sinon le mobile quitte le guide.
a-Pour quelle valeur de v_0 la réaction $\vec{R}$ s'annule t'elle en θ=π ?
Calculer la vitesse v du mobile à cet instant en fonction de g et r.
b- On lance le mobile avec une vitesse v_0 telle que v_0^2=4gr. Pour quelle valeur de θ le mobile quitte t-il le guide ?

Exercice 21

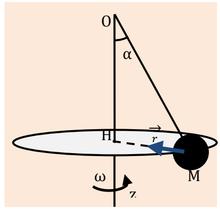


1° Une bille de masse m est suspendue en un point O par un fil inextensible de longueur l. on écarte le fil de sa position d'équilibre jusqu'à la position définie par l'angle $\theta_0 = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM_0})$ et on lance la bille dans le plan (Ox,Oy) avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0$ tangent au cercle de rayon l et dirigé vers le bas. On repère la position de la bille par l'angle $\theta_1 = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$.

a. Exprimer la norme de la vitesse $\vec{v}_1$ de la bille en fonction des données à l'instant t.

b. Exprimer la tension T du fil en fonction de v_0, l, θ_0, θ_1, g et m.

c. Exprimer la valeur minimale de la norme de $\vec{v}_0$ pour que la bille effectue un tour complet.



2° Le système est mis en mouvement de rotation autour de l'axe Oz avec une vitesse angulaire $\omega = 5 rad.s^{-1}$. On donne m=50g ; l=50cm et $g = 9,8 m.s^{-2}$.

a. Calculer l'angle α dont le fil s'écarte de l'axe Oz.

b. Calculer la tension du fil.

Exercice 22

Une bille de masse m est suspendue en un point O par un fil inextensible de longueur L et de masse négligeable. Le pendule ainsi constitué est écarté de la verticale d'un angle θ_0. On lance alors la bille fil tendu, avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{V_0}$ tangent au cercle de centre O et de rayon L, dirigé vers le bas.

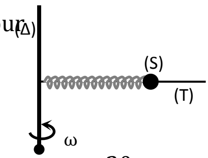
La position du pendule est repérée par l'angle θ d'inclinaison du fil avec la verticale, au cours du mouvement.

1° Exprimer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ dans la base de Frenet à l'instant t en fonction de v_0, g, l, θ et θ_0.

2° En déduire l'expression de la norme T de la tension $\vec{T}$ du fil en fonction de m, v_0, g, l, θ et θ_0.

3° Calculer la valeur minimale V_{0m} de la norme de $\overrightarrow{V_0}$ pour que la bille effectue un tour complet, le fil devant resté tendu au cours du mouvement.

Exercice 23 On considère le dispositif ci-contre qui tourne autour de l'axe (Δ) à vitesse angulaire ω.



Le solide (S), de masse m, coulisse le long de la tige (T).
La raideur du ressort est k et sa longueur à vide est L_0.
Montrer que longueur L du ressort est fonction de ω.

Exercice 24 Un solide métallique de faibles dimensions et de masse m = 20g est suspendu à l'extrémité d'un fil de masse négligeable et de longueur L = 50cm. L'autre extrémité du fil est fixée en un point O d'un axe vertical (Δ). Lorsque cet axe tourne à une vitesse angulaire suffisante, le fil s'incline et le centre d'inertie du solide prend un mouvement circulaire uniforme sur le cercle de centre I et de rayon r.

1° Déterminer l'angle α formé par le fil et la verticale lorsque la vitesse angulaire vaut ω = 7,33 rad/s.

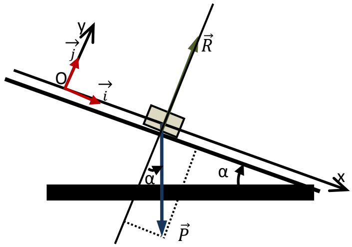
2° Calculer, dans ces conditions, la tension T du fil.

3° Quelle est la valeur minimale ω_0 de la vitesse angulaire qui permet au pendule de prendre une inclinaison par rapport à la verticale ? On prendra g = 9,8 N/kg.

Corrigé

Exercice 1

1° *Schéma et représentation des forces*



- Le poids $\vec{P}$ du solide
- la réaction $\vec{R}$ du plan incliné sur le solide

2° * *Orientation du vecteur accélération* $\vec{a}$

Le mouvement est rectiligne donc $\vec{a} = a \cdot \vec{\imath}$

$\vec{a}$ et $\vec{\imath}$ ont même direction et même sens.

* *Nature du mouvement*

Appliquons TCI au solide : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Proj/x : $P\sin\alpha + 0 = ma \quad \Rightarrow \quad a = g\sin\alpha$

$a = g\sin\alpha > 0 \quad \Rightarrow$ le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.

3° *Montrons que* $\overrightarrow{OG} = \beta t^2\vec{\imath} + t\vec{v_0}$.

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ impose $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{A}$

À $t = 0$ on a $\vec{v} = \vec{v}_0$ donc $\vec{v}_0 = \vec{a} \times 0 + \vec{A} \Rightarrow \vec{A} = \vec{v}_0$ soit $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0$

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} \Rightarrow \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \vec{a}t + \vec{v}_0$ impose $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{B}$.

À $t = 0$, $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OO} = \vec{0}$ donc $\frac{1}{2}\vec{a} \times 0 + \vec{v}_0 \times 0 + \vec{B} = \vec{0} \Rightarrow \vec{B} = \vec{0}$

soit $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t$

$\vec{a} = (g\sin\alpha)\vec{\imath}$ d'où $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}(g\sin\alpha)t^2\vec{\imath} + \vec{v}_0 t$

$\overrightarrow{OG} = \beta t^2\vec{\imath} + t\vec{v}_0$ donc $\boldsymbol{\beta = \frac{1}{2}(g\sin\alpha)}$ et à $t = 0$, le mobile est à l'origine O

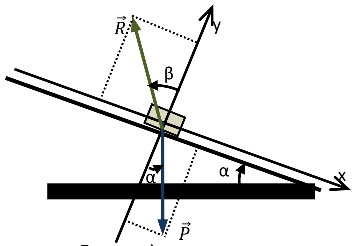
4° *Vitesse v acquise par le solide*

$v^2 - v_0^2 = 2al$ donc $v^2 = v_0^2 + 2gl\text{Sin}\alpha$ d'où $\boldsymbol{v = \sqrt{v_0^2 + 2gl\sin\alpha}}$

A.N : $v = \sqrt{3^2 + 2 \times 9{,}8 \times 4{,}5 \times \text{Sin}30°} \Rightarrow \boldsymbol{v = 5{,}57\,m.s^{-1}}$

Exercice 2

1° *Expression du vecteur accélération en fonction de α, β, m, R et g*



Le mouvement est rectiligne donc $\vec{a} = a \cdot \vec{\imath}$

Appliquons TCI au solide : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection sur les axes

$$\begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix} \begin{cases} -R\sin\beta + P\sin\alpha = ma \\ R\cos\beta - P\cos\alpha = 0 \end{cases}$$

On trouve $a = g\sin\alpha - \frac{R}{m}\sin\beta$ et ensuite $\boldsymbol{\vec{a} = \left(g\sin\alpha - \frac{R}{m}\sin\beta\right)\vec{\imath}}$

2° *Valeur de accélération* $\vec{a}$

MRUA d'où l'équation horaire : $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

À $t = 0, v = 0$ d'où $x = \frac{1}{2}at^2 + x_0$

On obtient $a = \frac{2(x - x_0)}{2t^2}$

Pour $t = 1{,}7s$, $x - x_0 = d$ d'où $\boldsymbol{a = \frac{2d}{t^2}}$ AN : $a = \frac{2\times5}{1{,}7^2} \Rightarrow \boldsymbol{a = 3{,}46\,m.s^{-2}}$

3° * *Valeur de l'angle β*

$$\begin{cases}-R\sin\beta + P\sin\alpha = ma \\ R\cos\beta - P\cos\alpha = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}R\sin\beta = m(g\sin\alpha - a) & (1) \\ R\cos\beta = mg\cos\alpha & (2)\end{cases}$$

(1)/(2) donne $\tan\beta = \tan\alpha - \frac{a}{g\cos\alpha}$ d'où $\boldsymbol{\beta = \tan^{-1}\left(\tan\alpha - \frac{a}{g\cos\alpha}\right)}$

AN : $\beta = \tan^{-1}\left(\tan 30° - \frac{3{,}46}{9{,}8\times\cos 30°}\right) \Rightarrow \boldsymbol{\beta = 9{,}6°}$

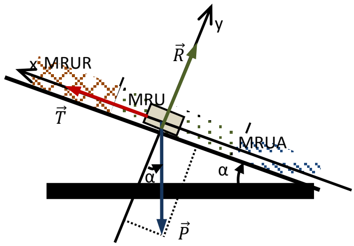
* *Norme de* $\vec{R}$

$\boldsymbol{R = \frac{mg\cos\alpha}{\cos\beta}}$ AN : $R = \frac{0{,}5\times 9{,}8\times\cos 30}{\cos 9{,}6} \Rightarrow \boldsymbol{R = 4{,}3N}$

Exercice 3

1° *Durée totale du trajet effectué par le solide*

$t = t_1 + t_2 + t_3 = 2\theta + t_2$



1^{ere} phase : MRUA

$$\begin{cases}{v_1}^2 - v_0^2 = 2a_1 d_1 \\ v_1 - v_0 = a_1\theta\end{cases} \Rightarrow v_1\theta = 2d_1 \quad (1) \text{ car } v_0 = 0$$

$2^{ème}$ phase : MRU

$d_2 = v_1 t_2$ d'où $v_1 = \frac{d_2}{t_2}$ (2)

3^{ere} phase : MRUR

$$\begin{cases}v_0^2 - {v_1}^2 = 2a_3 d_3 \\ v_0 - v_1 = a_3\theta\end{cases} \Rightarrow v_1\theta = 2d_3 \quad (3)$$

$t = 2\theta + t_2 = \frac{4d_1}{v_1} + t_2 = \frac{4d_1}{d_2}t_2 + t_2$ (4)

$D = d_1 + d_2 + d_3$

(1) et (3) donnent : $d_1 = d_3$

$D = 2d_1 + d_2 \Rightarrow d_1 = \frac{D-d_2}{2}$ (5)

(5) dans (4) donne : $t = \frac{2(D-d_2)}{d_2}t_2 + t_2$ soit $\boldsymbol{t = \left[\frac{2D}{d_2} - 1\right]t_2}$

AN : $t = \left[\frac{2\times 60}{35} - 1\right]\times 6 \Rightarrow \boldsymbol{t = 14{,}6s}$

2° *Force de traction du câble et réaction*

$1^{ère}$ Phase : MRUA

Appliquons TCI au solide : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}_1$

Projection sur les axes

$$\begin{matrix}x'x \\ y'y\end{matrix}\begin{cases}0 - P\sin\alpha + T = ma_1 \\ R - P\cos\alpha + 0 = 0\end{cases}$$ On trouve $T = m(a_1 + g\sin\alpha)$ et $R = mg\cos\alpha$

$v_1 = a_1\theta$; $v_1 = \frac{d_2}{t_2}$ et $\theta = \frac{(D-d_2)}{2d_2}t_2$ d'où $T = m\left(g\sin\alpha + \frac{2{d_2}^2}{{t_2}^2(D-d_2)}\right)$

$\boldsymbol{R = mg\cos\alpha}$ et $\boldsymbol{T = m\left(g\sin\alpha + \frac{2{d_2}^2}{{t_2}^2(D-d_2)}\right)}$

AN : $\mathbf{T = 7469{,}8N}$ et $\mathbf{R = 8317{,}3N}$

$2^{ème}$ Phase : MRU

Appliquons le principe d'inertie au solide : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$

Projection sur les axes

$$\begin{matrix}x'x \\ y'y\end{matrix}\begin{cases}0 - P\sin\alpha + T = 0 \\ R - P\cos\alpha + 0 = 0\end{cases}$$ On trouve $\boldsymbol{T = mg\sin\alpha}$ et $\boldsymbol{R = mg\cos\alpha}$

AN : $\mathbf{T = 4802N}$ et $\mathbf{R = 8317{,}3N}$

$3^{ème}$ Phase : MRUR

Appliquons TCI au solide : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}_3$

Projection sur les axes

$\begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix}\begin{cases} 0 - Psin\alpha + T = ma_3 \\ R - Pcos\alpha + 0 = 0 \end{cases}$ On trouve $T = m(a_3 + gsin\alpha)$ et $R = mgcos\alpha$

$a_3 = -a_1$ d'où $T = m\left(gsin\alpha - \frac{2d_2{}^2}{t_2{}^2(D-d_2)}\right)$

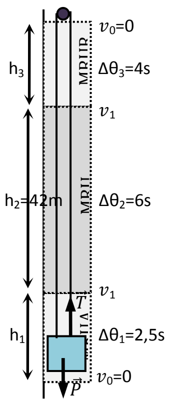
$\boldsymbol{R = mgcos\alpha}$ et $\boldsymbol{T = m\left(gsin\alpha - \frac{2d_2{}^2}{t_2{}^2(D-d_2)}\right)}$

AN : $\mathbf{T = 2134,2N}$ et $\mathbf{R = 8317,3N}$

3° Puissance exercée par la force de traction pendant la 2emephase

$\mathcal{P} = \vec{T}.\vec{v}_1 = Tv_1$ Or $v_1 = \frac{d_2}{t_2}$ d'où $\boldsymbol{\mathcal{P} = T\frac{d_2}{t_2}}$ AN : $\boldsymbol{\mathcal{P} = 21011,7W}$

Exercice 4



1° *Hauteur h*

$h = h_1 + h_2 + h_3$

1ère phase : MRUA

$\begin{cases} v_1{}^2 - v_0{}^2 = 2a_1h_1 \\ v_1 - v_0 = a_1\Delta\theta_1 \end{cases} \Rightarrow v_1 = \frac{2h_1}{\Delta\theta_1}$ (1) car $v_0 = 0$

2ème phase : MRU

$h_2 = v_1\Delta\theta_2$ (2)

3ème phase : MRUR

$\begin{cases} v_0{}^2 - v_1{}^2 = 2a_3h_3 \\ v_0 - v_1 = a_3\Delta\theta_3 \end{cases} \Rightarrow v_1 = \frac{2h_3}{\Delta\theta_3}$ (3) car $v_0 = 0$

(2) dans (1) donne : $h_1 = \frac{\Delta\theta_1}{2\Delta\theta_2}h_2$

(2) dans (3) donne : $h_3 = \frac{\Delta\theta_3}{2\Delta\theta_2}h_2$

On déduit $\boldsymbol{h = \left(\frac{\Delta\theta_1}{2\Delta\theta_2} + 1 + \frac{\Delta\theta_3}{2\Delta\theta_2}\right)h_2}$

AN : $h = \left(\frac{2,5}{2\times6} + 1 + \frac{4}{2\times6}\right) \times 42 \Rightarrow \boldsymbol{h = 64,75m}$

2° *Force exercée par le câble sur l'ascenseur*

1ère phase : MRUA

Appliquons TCI à la cage : $\vec{P} + \vec{T}_1 = m\vec{a}_1$

Proj/$\vec{T}$: $-P + T_1 = ma_1$ Or $v_1 = a_1\Delta\theta_1$ et $h_2 = v_1\Delta\theta_2$

Donc $\mathbf{T_1 = m\left(g + \frac{h_2}{\Delta\theta_1\Delta\theta_2}\right)}$ AN : $T_1 = 1800 \times \left(9,8 + \frac{42}{2,5\times6}\right) \Rightarrow \mathbf{T_1 = 22680N}$

2ème phase : MRU

Appliquons PI à la cage : $\vec{P} + \vec{T}_2 = \vec{0}$

Proj/$\vec{T}$: $-P + T_2 = 0$

Donc $\mathbf{T_2 = mg}$ AN : $T_2 = 1800 \times 9,8 \Rightarrow \mathbf{T_2 = 17640N}$

3ème phase : MRUR

Appliquons TCI à la cage : $\vec{P} + \vec{T}_3 = m\vec{a}_3$

Proj/$\vec{T}$: $-P + T_3 = ma_3$ Or $-v_1 = a_3\Delta\theta_3$ et $h_2 = v_1\Delta\theta_2$

Donc $\mathbf{T_3 = m\left(g - \frac{h_2}{\Delta\theta_2\Delta\theta_3}\right)}$ AN : $T_3 = 1800 \times \left(9,8 - \frac{42}{6\times4}\right) \Rightarrow \mathbf{T_3 = 14490N}$

3° *Puissance développée en fonction du temps*

$\mathcal{P} = \vec{T}.\vec{v} = Tv$

1^{ère} phase : MRUA $\quad v = a_1 t = \frac{h_2}{\Delta\theta_1 \Delta\theta_2} t = 2{,}8t$

$\mathcal{P} = Tv = 22680 \times 2{,}8t \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\mathcal{P} = 63504t}$ avec $t \in [0; 2{,}5s]$ et $\mathcal{P}$ en Watt

2^{ème} phase : MRU $\quad v = v_1 = \frac{h_2}{\Delta\theta_2} = 7\mathrm{m.s^{-1}}$

$\mathcal{P} = Tv = 17640 \times 7 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\mathcal{P} = 123480W}$ avec $t \in [2{,}5; 8{,}5s]$

3^{ème} phase : MRUR $\quad v = a_3 t + v_0' = -\frac{h_2}{\Delta\theta_2 \Delta\theta_3} t + v_0' = -1{,}75t + v_0'$

À $t = \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 = 8{,}5s$; $\quad v = v_1$ d'où $v_0' = 21{,}875$

$\mathcal{P} = Tv = 14490 \times (-1{,}75t + 21{,}875)$

$\boldsymbol{\mathcal{P} = 25357{,}5(-t + 12{,}5)}$ avec $t \in [8{,}5; 12{,}5s]$

Travail de la force sur la distance h

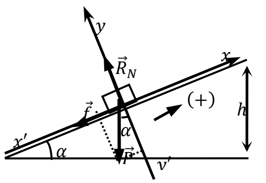
$\mathrm{W} = \mathrm{W}(\vec{T}_1) + \mathrm{W}(\vec{T}_2) + \mathrm{W}(\vec{T}_3) = \mathrm{T_1 h_1 + T_2 h_2 + T_3 h_3}$

$\mathrm{W} = \mathrm{m}\left[\mathrm{g}(\mathrm{h_1 + h_2 + h_2}) + \frac{\mathrm{h_2}^2}{2\Delta\theta_2{}^2} - \frac{\mathrm{h_2}^2}{2\Delta\theta_2{}^2}\right]$ soit $\quad \mathbf{W = mgh}$

AN : $W = 1800 \times 9{,}8 \times 64{,}75 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{W = 1142190J}$

Exercice 5

1°*Distance parcourue par le mobile avant qu'il ne s'arrête*



Appliquons TEC au mobile : $\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext})$

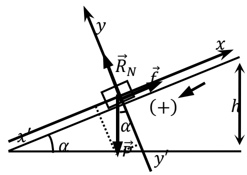
$\Rightarrow E_{C_f} - E_{C_i} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{f})$

$0 - \frac{1}{2} m{v_0}^2 = -mgh - fd$ avec $h = dsin\alpha$

$-\frac{1}{2} m{v_0}^2 = -mgdsin\alpha - fd$

On obtient : $\boldsymbol{d = \frac{m{v_0}^2}{2(mgsin\alpha + f)}}$ $\qquad$ AN : $\boldsymbol{d = 0{,}97m}$

2° *Schéma des forces extérieures appliquées à ce mobile au cours de sa descente*



Le sens des forces de frottement a changé

3° Vitesse avec laquelle le mobile repasse par sa position initiale

Appliquons TEC au mobile

$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext}) \quad \Rightarrow \quad E_{C_f} - E_{C_i} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{f})$

$\frac{1}{2} mv^2 - 0 = mgh - fd$ avec $h = dsin\alpha$

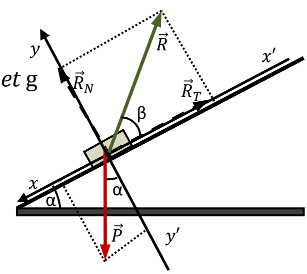
$\frac{1}{2} mv^2 = mgdsin\alpha - fd$ On obtient : $\boldsymbol{v = \sqrt{2d\left(gsin\alpha - \frac{f}{m}\right)}}$ $\quad$ AN : $\boldsymbol{v = 1{,}74m.s^{-1}}$

Vitesse si les frottements étaient négligeables

$\boldsymbol{v = \sqrt{2gdsin\alpha}}$ $\qquad$ **AN :** $\boldsymbol{v = 3{,}08m.s^{-1}}$

Exercice 6

1° *Expression de l'accélération du traineau en fonction de α, f et g*



Appliquons TCI au traineau : $\vec{\mathrm{P}} + \vec{\mathrm{R}} = \mathrm{m}\vec{\mathrm{a}}$

Projection sur les axes

$$\begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix}\begin{cases} Psin\alpha - R_T = ma \\ -Pcos\alpha + R_N = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m(gsin\alpha - \mathrm{a}) = R_T & (1) \\ mgcos\alpha = R_N & (2) \end{cases}$$

(1)/(2) conduit à : $\frac{R_T}{R_N} = \frac{gsin\alpha - \mathrm{a}}{gcos\alpha} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{gsin\alpha - \mathrm{a}}{gcos\alpha}$

soit $\quad \mathbf{a = g(\boldsymbol{sin\alpha - fcos\alpha})}$

2° *Valeur α_{min} pour que le glissement ait lieu*

$a \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad g(sin\alpha - fcos\alpha) \geq 0 \quad \Rightarrow \quad sin\alpha - fcos\alpha \geq 0$ soit $tan\alpha \geq f$

On déduit : $tan\alpha_{min} = f$ soit $\alpha_{min} = \tan^{-1}(f)$ AN : $\boldsymbol{\alpha_{min} = 8,5°}$

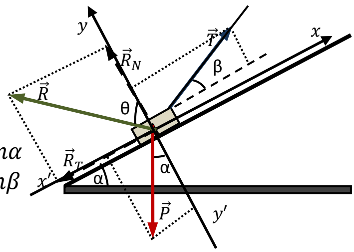
3° Accélération pour $\alpha = 2\alpha_{min}$

$\mathbf{a = g(sin2\alpha_{min} - fcos2\alpha_{min})}$ AN : $\mathbf{a = 1,47 m.s^{-1}}$

4° Angle β

$tan\beta = \frac{R_N}{R_T} = \frac{1}{f}$ On déduit : $\boldsymbol{\beta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{f}\right)}$ AN : $\boldsymbol{\beta = 81,5°}$

Exercice 7



1° *Réaction $\vec{R}$*

Le traineau est tiré à vitesse constante ; donc MRU

Appliquons PI au traineau : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$

Projection sur les axes

$$\begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix}\begin{cases} -Psin\alpha - R_T + Tcos\beta = 0 \\ -Pcos\alpha + R_N + Tsin\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_T = Tcos\beta - mgsin\alpha \\ R_N = mgcos\alpha - Tsin\beta \end{cases}$$

- Norme de $\vec{R}$

$$R = \sqrt{{R_T}^2 + {R_N}^2} \Rightarrow \boldsymbol{R = \sqrt{(Tcos\beta - mgsin\alpha)^2 + (mgcos\alpha - Tsin\beta)^2}}$$

AN : $R = \sqrt{(1000cos20 - 20 \times 10sin30)^2 + (20 \times 10cos30 - 1000sin20)^2}$

$\mathbf{R = 856,5N}$

- *Inclinaison par rapport à la normale du plan incliné*

$tan\theta = \frac{R_T}{R_N} = \frac{Tcos\beta - mgsin\alpha}{mgcos\alpha - Tsin\beta}$ On déduit : $\boldsymbol{\theta = \tan^{-1}\left(\frac{Tcos\beta - mgsin\alpha}{mgcos\alpha - Tsin\beta}\right)}$

AN : $\boldsymbol{\theta = \tan^{-1}}\left(\frac{1000cos20 - 20\times10sin30}{20\times10cos30 - 1000sin20}\right) \Rightarrow \boldsymbol{\theta = -78,6°}$

2° a- La réaction $\vec{R}$ n'est pas modifiée

b- *Puissance exercée par la tension du câble*

$\mathcal{P} = Tv$

Appliquons TCI au traineau : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

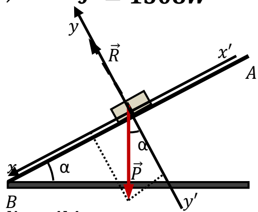
Projection sur les axes

$$\begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix}\begin{cases} -Psin\alpha - Rcos\theta + Tcos\beta = ma \\ -Pcos\alpha + Rsin\theta + Tsin\beta = 0 \end{cases} \text{ soit } T = \frac{ma + mgsin\alpha + Rcos\theta}{cos\beta}$$

MRUA : ${v_2}^2 - {v_1}^2 = 2ad \Rightarrow a = \frac{{v_2}^2 - {v_1}^2}{2d}$ d'où $\boldsymbol{\mathcal{P} = \left[\frac{m\left(\frac{{v_2}^2 - {v_1}^2}{2d}\right) + mgsin\alpha + Rcos\theta}{cos\beta}\right]v}$

AN : $\mathcal{P} = \left[\frac{20\times\left(\frac{5,6^2 - 2,8^2}{2\times10}\right) + 20\times10sin30 + 856,5cos(-78,6)}{cos20}\right] \times 4,2 \Rightarrow \boldsymbol{\mathcal{P} = 1308W}$

Exercice 8



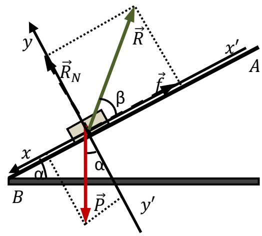
1°a.* *Nature du mouvement du solide*

Appliquons TCI au solide : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection sur les axes

$$\begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix}\begin{cases} Psin\alpha + 0 = ma \\ -Pcos\alpha + R = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = gsin\alpha \\ R = mgcos\alpha \end{cases}$$

Le solide glisse le long de la ligne de plus grande pente AB et l'accélération est constante donc le mouvement est rectiligne uniformément varié.



**Durée du parcours AB*

MRUV : $AB = \frac{1}{2}a\theta^2 \quad \Rightarrow \quad AB = \frac{1}{2}g\sin\alpha\theta^2$

$\boldsymbol{\theta} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{2AB}}{\boldsymbol{g\sin\alpha}}}$ AN : $\theta = \sqrt{\frac{2\times2}{9{,}8\sin20}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\theta = 0{,}90s}$

b. *Valeur de la force de frottement $\vec{f}$*

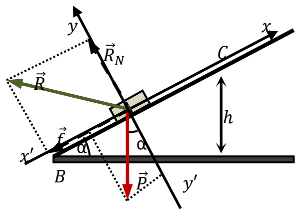
Appliquons TCI au solide : $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a}$

Projection sur les axes

$$\begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix}\begin{cases} P\sin\alpha + 0 - f = ma \\ -P\cos\alpha + R_N = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = g\sin\alpha - \frac{f}{m} \\ R_N = mg\cos\alpha \end{cases}$$

$AB = \frac{1}{2}a\theta'^2 \Rightarrow a = \frac{2AB}{\theta'^2}$ On trouve $\boldsymbol{f = m\left(g\sin\alpha - \frac{2AB}{\theta'^2}\right)}$

AN : $f = 0{,}10\left(9{,}8\sin30 - \frac{2\times2}{1{,}3^2}\right) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{f = 0{,}25N}$



2° *Position du point C où la vitesse du mobile s'annule*

Appliquons TEC au mobile entre B et A : $\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext})$

$E_{C_A} - E_{C_B} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{f})$

$0 - \frac{1}{2}mv_B{}^2 = -mgh - fBC$ avec $h = BC\sin\alpha$

On obtient : $\boldsymbol{BC = \frac{mv_B{}^2}{2(mg\sin\alpha + f)}}$

AN : $BC = \frac{0{,}1\times3^2}{2(0{,}1\times9{,}8\times\sin30+0{,}1)} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{BC = 0{,}76m}$

Exercice 9

1° *Inventaire des forces s'exerçants sur le solide M en montée*

- Le poids $\vec{P}$ du solide

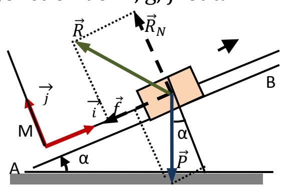
-la réaction $\vec{R}$ du plan incliné sur le solide ($\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$)

Inventaire des forces s'exerçants sur le solide M en descente

- Le poids $\vec{P}$ du solide

-la réaction $\vec{R}$ du plan incliné sur le solide ($\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$)

Expressions des accélérations a_1 *du mouvement de montée en fonction de* m, g, f et α



Appliquons TCI au solide : $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a}_1$

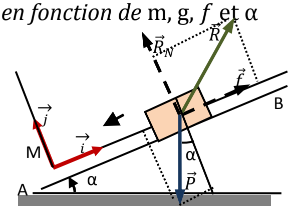
Projection sur les axes

$$\begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix}\begin{cases} -P\sin\alpha + 0 - f = ma_1 \\ -P\cos\alpha + R_N = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ma_1 = -mg\sin\alpha - f \\ R_N = mg\cos\alpha \end{cases}$$

On déduit : $\mathbf{a_1} = -\left(\boldsymbol{g\sin\alpha + \frac{f}{m}}\right)$

La trajectoire est rectiligne et l'accélération a_1 est constante et négative; c'est donc un mouvement rectiligne uniformément retardé.

Expressions des accélérations a_2 *du mouvement de descente en fonction de* m, g, f et α

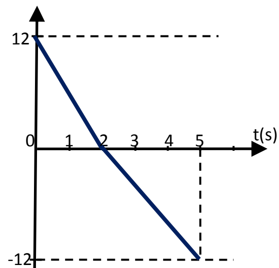


Appliquons TCI au solide : $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a}_2$

Projection sur les axes

$$\begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix}\begin{cases} -P\sin\alpha + 0 + f = -ma_2 \\ -P\cos\alpha + R_N = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ma_2 = mg\sin\alpha - f \\ R_N = mg\cos\alpha \end{cases}$$

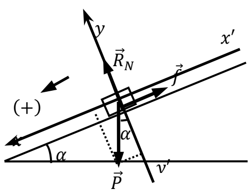
On déduit : $\mathbf{a_2 = g sin\alpha - \frac{f}{m}}$
La trajectoire est rectiligne et l'accélération a_2 est constante
et positive ; c'est donc un mouvement rectiligne
uniformément accéléré.
2°*Expression de la vitesse v_1 en fonction de a_1, v_A et t*
MRUR : $\overrightarrow{v_1}(t) = \overrightarrow{a_1}t + \overrightarrow{v_0}$ La projection donne $v_1(t) = a_1t + v_0$
A t = 0, $v_1 = v_A$ d'où $v_0 = v_A$
On obtient l'équation : $v_1(t) = a_1t + v_A$
Expression de la vitesse v_2 en fonction de a_2, v_A et t
MRUR : $\overrightarrow{v_2}(t) = \overrightarrow{a_2}t + \overrightarrow{v_0}$ La projection donne $v_2(t) = -a_2t + v_0$
Temps de montée : Au sommet $v_1 = 0 \Rightarrow a_1t + v_A = 0$ soit $t = -\frac{v_A}{a_1}$
A $t = -\frac{v_A}{a_1}$, $v_2 = 0$ d'où $a_2\frac{v_A}{a_1} + v_0 = 0$ soit $v_0 = -a_2\frac{v_A}{a_1}$
On obtient l'équation : $v_2(t) = -a_2t - a_2\frac{v_A}{a_1}$ soit $v_2(t) = -a_2\left(t + \frac{v_A}{a_1}\right)$



3a. *Valeur numérique de* a_1
Pour $t = 2s, v_1 = 0$
$0 = a_1 \times 2 + 12 \Rightarrow \mathbf{a_1 = -6m.s^{-2}}$
Valeur numérique de a_2
Pour $t = 5s, v_2 = 12$
$-12 = -a_2\left(5 + \frac{12}{-6}\right) \Rightarrow a_2 = \frac{12}{5+\frac{12}{-6}}$ soit $\mathbf{a_2 = 4m.s^{-2}}$
b. *Valeurs numériques de f* et α
$a_1 = -\left(g sin\alpha + \frac{f}{m}\right) \Rightarrow g sin\alpha + \frac{f}{m} = -a_1$ (1)
$a_2 = g sin\alpha - \frac{f}{m} \Rightarrow g sin\alpha - \frac{f}{m} = a_2$ (2)
(1) – (2) donne : $\frac{2f}{m} = -(a_1 + a_2) \Rightarrow \mathbf{f = -\frac{m}{2}(a_1 + a_2)}$ AN : $\mathbf{f = 0,2N}$
(1) + (2) donne : $2g sin\alpha = a_2 - a_1 \Rightarrow \mathbf{sin\alpha = \frac{a_2 - a_1}{2g}}$ AN : $\mathbf{\alpha = 30°}$,
c-*Vitesse de M quand il repasse en A*
${v_B}^2 - {v_A}^2 = 2a_1AB$ et ${v'_A}^2 - {v_B}^2 = 2a_2AB$
Or $v_B = 0$ d'où $\mathbf{v'_A = v_A\sqrt{-\frac{a_2}{a_1}}}$ AN : $\mathbf{v'_A = 9,80m.s^{-2}}$
Vérification
$W(\vec{f}) = -fd$ Or $d = 2AB = \frac{-{v_A}^2}{a_1}$ d'ou $W(\vec{f}) = f\frac{{v_A}^2}{a_1}$ de plus $f = -\frac{m}{2}(a_1 + a_2)$
$W(\vec{f}) = -\frac{m}{2}(a_1 + a_2)\frac{{v_A}^2}{a_1} = -\frac{m}{2}\left({v_A}^2 + \frac{a_2}{a_1}{v_A}^2\right) = \frac{1}{2}m\left({v'_A}^2 - {v_A}^2\right) = \Delta E_m$

<u>Exercice 10</u>

1°a. *Bilan des forces extérieures appliquées au mobile*
- le poids $\vec{P}$ du mobile
-la réaction $\vec{R}_N$ du plan incliné
- la force de frottement $\vec{f}$



b. *Expression littérale de l'accélération* a_1
Appliquons TCI au solide : $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a}_1$

Projection sur les axes

$$\begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix}\begin{cases} Psin\alpha + 0 - f = ma_1 \\ -Pcos\alpha + R_N + 0 = 0 \end{cases}$$

On trouve $mgsin\alpha - f = ma_1$ soit $\mathbf{a_1 = gsin\alpha - \frac{f}{m}}$

* *Nature du mouvement*

L'accélération a_1 est une constante positive et le mouvement est rectiligne ; on a donc un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

c. *Expression littérale de l'accélération* a_2

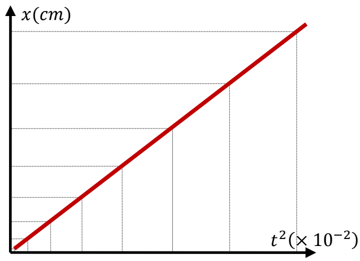
Si l'on néglige les frottements ($f = 0$), on obtient : $\mathbf{a_2 = gsin\alpha}$.

* Valeur numérique de a_2.

$a_2 = 9{,}8 \times sin12 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{a_2 = 2{,}04 m.s^{-2}}$

2°a. *Représentation graphique* $x = f(t^2)$

t(s)	0,06	0,12	0,18	0,24
$t^2(10^{-2})$	0,36	1,44	3,24	5,76
x(cm)	0,3	1,1	2,5	4,45
t(s)	0,30	0,36	0,42	0,48
$t^2(10^{-2})$	9,00	12,96	17,64	23,04
x(cm)	6,95	10	13,6	17,8



b. *Equation de la courbe*

La courbe obtenue est une droite affine ; elle est sous la forme : $x = mt^2 + p$

$m = \frac{\Delta x}{\Delta t^2} = \frac{(17{,}8-0{,}3)\times10^{-2}}{(23{,}04-0{,}36)\times10^{-2}} = 0{,}773 m.s^{-2}$

Le point $(9.10^{-2}s^2; 6{,}95.10^{-2}m)$ est un point de la droite d'où

$6{,}95.10^{-2} = 0{,}773 \times 9.10^{-2} + p$ soit $p = 6{,}7.10^{-5}m$

On obtient l'équation : $\boldsymbol{x = 0{,}773t^2 + 6{,}7.10^{-5}}$

c. *Valeur numérique de l'accélération du mouvement*

MRUA : l'équation horaire du mouvement est sous la forme $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

avec $v_0 = 0$ Or $x = 0{,}773t^2 + 6{,}7.10^{-5}$ donc par identification : $\frac{1}{2}a = 0{,}773$

soit $\boldsymbol{a = 1{,}54 m.s^{-2}}$

d. Oui ! l'équation met en évidence l'existence d'une force de frottement

$a < a_2$ et on conclut que $a = a_1$

* *Valeur de l'intensité f*

$a_1 = gsin\alpha - \frac{f}{m} \quad \Rightarrow \quad a_1 = a_2 - \frac{f}{m} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{f = m(a_2 - a_1)}$

AN : $f = 0{,}65 \times (2{,}04 - ,54) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{f = 0{,}325N}$

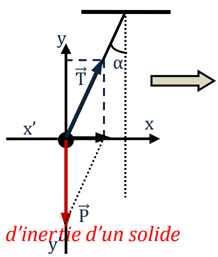
Exercice 11

1°a. Sens de déviation du pendule

Appliquons TCI à la bille

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Les vecteurs $\vec{P} + \vec{T}$ et $\vec{a}$ sont colinéaires de même sens.



Or MRUA le vecteur accélération $\vec{a}$ et le vecteur vitesse $\vec{v}$ sont colinéaires et de même sens donc le pendule doit dévier vers l'arrière du bus.

b. Calcul de l'accélération a_1

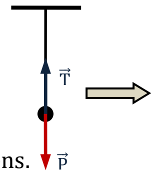
Appliquons TCI à la bille : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_1 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_1$

$$\begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix}\begin{cases} 0 + T\sin\alpha_1 = ma_1 \\ -mg + T\cos\alpha_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix}\begin{cases} T\sin\alpha_1 = ma_1 & (1) \\ T\cos\alpha_1 = mg & (2) \end{cases}$$

(1) / (2) donne $\frac{T\sin\alpha_1}{T\cos\alpha_1} = \frac{ma_1}{mg}$ soit $\tan\alpha_1 = \frac{a_1}{g}$

$\mathbf{a_1 = g\tan\alpha_1}$ A.N : $a_1 = 9{,}8 \times \tan 13°$ $\Rightarrow$ $\mathbf{a_1 = 2{,}26 m/s^2}$

2° *Mouvement rectiligne uniforme*

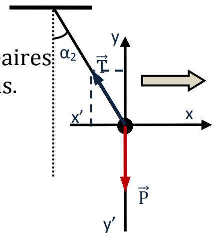


$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T} = -\vec{P}$ donc le pendule est vertical

3° a. *Sens de déviation du pendule*

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Les vecteurs $\vec{P} + \vec{T}$ et $\vec{a}$ sont colinéaires de même sens.



Or MRUR le vecteur accélération $\vec{a}$ et le vecteur vitesse $\vec{v}$ sont colinéaires et de sens contraire ; donc le pendule doit dévier vers l'avant du bus.

b. *Angle de déviation α_2*

TCI : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_2$

Proj/x : $-T\sin\alpha_2 = ma_2$

Proj/y : $-mg + T\cos\alpha_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad T\cos\alpha_2 = mg$

Donc $\frac{T\sin\alpha_2}{T\cos\alpha_2} = -\frac{ma_2}{mg} \Leftrightarrow \tan\alpha_2 = -\frac{a_2}{g}$ Or $a_2 = -\frac{v}{\Delta t}$ donc $\tan\alpha_2 = \frac{v}{g\times\Delta t}$

Soit $\mathbf{\alpha_2 = \tan^{-1}\left(\frac{v}{g\times\Delta t}\right)}$ A.N : $\alpha_2 = \tan^{-1}\left(\frac{20}{9{,}8\times10}\right) \Rightarrow \mathbf{\alpha_2 = 11{,}53°}$

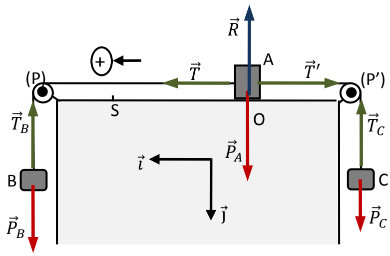
Exercice 12

1° *Accélération du mouvement*

Appliquons TCI au solide A : $\vec{T} + \vec{T}' + \vec{P}_A + \vec{R} = m_A\vec{a}$

Projection suivant $\vec{\imath}$

$T - T' = m_A a \qquad (1)$



Appliquons TCI au solide B : $\vec{T} + \vec{T}' = m_B\vec{a}$

Projection suivant $\vec{\jmath}$

$P_B - T_B = m_B a$

Poulie sans masse $T_B = T$

Donc : $m_B g - T = m_B a \qquad (2)$

Appliquons TCI au solide C : $\vec{T} + \vec{T}' = m_C\vec{a}$

Projection suivant $-\vec{\jmath}$

$T_C - P_C = m_C a$

Poulie sans masse $T_C = T'$

Donc : $T' - m_C g = m_C a \qquad (3)$

(1) + (2) + (3) conduit à : $(m_B - m_C)g = (m_A + m_B + m_C)a$ soit $\mathbf{a = \frac{(m_B - m_C)g}{m_A + m_B + m_C}}$

AN : $a = \frac{(0{,}5-0{,}3)\times9{,}8}{2+0{,}5+0{,}3} \Rightarrow \mathbf{a = 0{,}7 m.s^{-2}}$

2°a-*Tensions T et T' des fils AB et AC*

(2) donne : $\mathbf{T = m_B(g - a)}$ AN : $T = 0{,}5 \times (9{,}8 - 0{,}7)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{T = 4{,}55N}$

(3) donne : $\mathbf{T' = m_C(g + a)}$ AN : $T' = 0{,}3 \times (9{,}8 + 0{,}7)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{T' = 3{,}15N}$

b-*Calcul direct de la différence des tensions*

$T - T' = 4{,}55 - 3{,}15$ soit $\mathbf{T - T' = 1{,}45N}$

3°a-*Temps mis par le corps A partant du repos en O pour atteindre le point S*

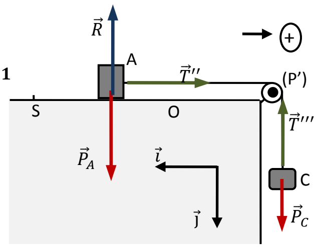
MRUA : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$

À t = 0, $\vec{v} = \vec{v}_0 = \vec{0}$ et $\overrightarrow{OO} = \vec{0}$

Après projection, on obtient : $OM = \frac{1}{2}at^2$

Pour $OM = OS$, on trouve : $\boldsymbol{t} = \sqrt{\frac{\mathbf{2OS}}{\mathbf{a}}}$ AN : $t = \sqrt{\frac{2\times 3}{0{,}7}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{t = 2{,}9s}$

b-*Vitesse instantanée du corps A à son passage en S*



$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ conduit à $v = at$

Pour $t = 2{,}9s$, on trouve $v = 0{,}7 \times 2{,}9$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{v = 2m.s^{-1}}$

4°a-*Mouvement ultérieur de l'ensemble des corps A et C*

Appliquons TCI au solide A : $\vec{T}'' + \vec{P}_A + \vec{R} = m_A\vec{a}$

Projection suivant $-\vec{\imath}$

$T'' = m_A a$ (a)

Appliquons TCI au solide C : $\vec{T}''' + \vec{P}_C = m_A\vec{a}$

Projection suivant $\vec{\jmath}$

$-T''' + P_C = m_C a$ Or $T''' = T''$ d'où $-T'' + m_C g = m_C a$ (b)

(a) + (b) donne $m_C g = (m_A + m_C)a$ soit $\mathbf{a = \left(\frac{m_C}{m_A + m_C}\right) g}$

AN : $a = \left(\frac{0{,}3}{2 + 0{,}3}\right) \times 9{,}8$ $\boldsymbol{a = 1{,}28m.s^{-2}}$

L'ensemble des corps A et C effectue un mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV) d'accélération $a = 1{,}28m.s^{-2}$ dans le sens contraire

b-*Temps mis*

$\theta = t_1 + t_2$ Or $t_1 = 2{,}9s$ et $t_2 = \sqrt{\frac{2OS}{a'}}$ d'où $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{2{,}9} + \sqrt{\frac{\mathbf{2OS}}{\mathbf{a'}}}$ AN : $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{5s}$

5° *Tension T''du fil AC*

(a) donne $\mathbf{T'' = m_A a}$ AN : $T'' = 2 \times 1{,}28$ $\Rightarrow$ $\mathbf{T'' = 2{,}56N}$

Exercice 13

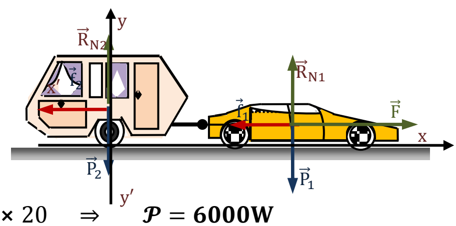
1°a. *Valeur de la force motrice $\vec{F}$*

Appliquons PI au système automobile + caravane

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ $\Leftrightarrow$ $\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{R}_{N1} + \vec{R}_{N2} + \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{F} = \vec{0}$

Projection sur les axes

$$\begin{array}{l} x'x \\ y'y \end{array} \begin{cases} -f_1 - f_2 + F = 0 & (1) \\ -P_1 - P_2 + R_{N1} + R_{N1} = 0 & (2) \end{cases}$$



(1) donne : $\mathbf{F = f_1 + f_2}$

A.N : $F = 100 + 200$ $\Rightarrow$ $\mathbf{F = 300N}$

F ne dépend donc pas de la vitesse.

* *Puissance de $\vec{F}$*

$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v} = F \cdot v$ A.N : $\mathcal{P} = 300 \times 20$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\mathcal{P} = 6000W}$

$\mathcal{P}$ dépend de la vitesse

b. *Nouvelle valeur de la force motrice*

Appliquons TCI au système automobile + caravane.

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{R}_{N1} + \vec{R}_{N2} + \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{F} = (m_1 + m_2)\vec{a}$

Projection sur les axes

$\begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix} \begin{cases} -f_1 - f_2 + F = (m_1 + m_2)a & (1) \\ -P_1 - P_2 + R_{N1} + R_{N2} = 0 & (2) \end{cases}$

(1)' donne : $F = (m_1 + m_2)a + f_1 + f_2$

MRUV : $v^2 - {v_0}^2 = 2aL$

$v_0 = 0$ donc $a = \frac{v^2}{2L}$ d'où $\mathbf{F = \frac{(m_1+m_2)v^2}{2L} + f_1 + f_2}$

A.N : $F = \frac{(1000+2000)\times 20^2}{2\times 2000} + 100 + 200 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F = 600N}$

* *Puissance de $\vec{F}$ à l'instant t*

$\mathcal{P} = F \times v$ Or $v = at + v_0$ et $v_0 = 0$ donc $v = at$

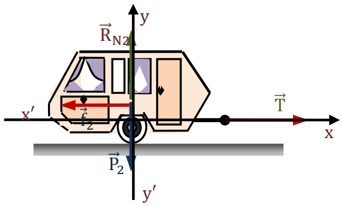
On obtient $\boldsymbol{\mathcal{P} = a \cdot F \cdot t}$ A.N : $\mathcal{P} = 0{,}1 \times 600 \times t \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\mathcal{P} = 60t}$

2° *Traction T*

$\vec{T}$ s'exerce uniquement sur la caravane.

* Premier cas : MRU

Appliquons PI à la caravane



$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P}_2 + \vec{R}_{N2} + \vec{f}_2 + \vec{T} = \vec{0}$

Projection sur l'axe x'x

$-f_2 + T = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{T = f_2}$ A.N : $\mathbf{T = 200N}$

* Deuxième cas : MRUV

$\sum \vec{F}_{ext} = m_2\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P}_2 + \vec{R}_{N2} + \vec{f}_2 + \vec{T} = m_2\vec{a}$

Projection sur l'axe x'x

$-f_2 + F = m_2a \quad \Rightarrow \quad T = m_2a + f_2$ Or $a = \frac{v^2}{2L}$ donc $\mathbf{F = \frac{m_2v^2}{2L} + f_2}$

A.N : $F = \frac{2000\times 20^2}{2\times 2000} + 200 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F = 400N}$

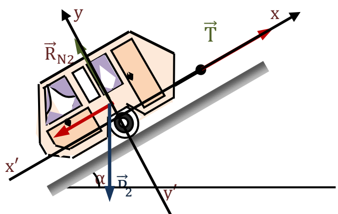
3°a. *Valeur de la force de traction $\vec{T}$ pour le mouvement rectiligne uniforme*

Appliquons PI à la caravane : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P}_2 + \vec{R}_{N2} + \vec{f}_2 + \vec{T} = \vec{0}$

Projection sur l'axe x'x

$-m_2g\sin\alpha - f_2 + T = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{T = m_2g\sin\alpha + f_2}$

A.N : $T = 2000 \times 9{,}8 \times 0{,}03 + 200 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{T = 788N}$



b. *Valeur de la force de traction $\vec{T}$ pour le mouvement rectiligne uniformément varié*

Appliquons TCI à la caravane

$\sum \vec{F}_{ext} = m_2\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P}_2 + \vec{R}_{N2} + \vec{f}_2 + \vec{T} = m_2 \cdot \vec{a}$

Projection sur l'axe x'x

$-m_2g\sin\alpha - f_2 + T = m_2a \quad \Rightarrow \quad \mathbf{T = m_2(a + g\sin\alpha) + f_2}$

A.N : $T = 2000 \times (0{,}1 + 9{,}8 \times 0{,}03) + 200 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{T = 988N}$

<u>Exercice 14</u>

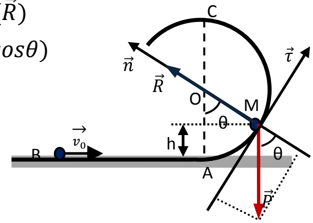
1° *Expression de la vitesse v en fonction de r, θ*

Appliquons TEC au solide entre B et M

$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext}) \quad \Rightarrow \quad E_{C_M} - E_{C_B} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m{v_0}^2 = -mgh + 0$ avec $h = r(1 - cos\theta)$

On obtient : $\boldsymbol{v = \sqrt{{v_0}^2 - 2gr(1 - cos\theta)}}$



2° *TCI et projection dans la base de FRENET*

$\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

$\begin{matrix} \vec{n} \\ \vec{\tau} \end{matrix}\begin{cases} -Pcos\theta + R = ma_n \\ -Psin\theta + 0 = ma_\tau \end{cases}$

Norme R de la réaction $\vec{R}$

$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{{v_0}^2}{r} - 2g(1 - cos\theta)$ d'où (1) devient :

$-mgcos\theta + R = m\left[\frac{{v_0}^2}{r} - 2g(1 - cos\theta)\right]$ soit $\boldsymbol{R = m\left[\frac{{v_0}^2}{r} - g(2 - 3cos\theta)\right]}$

3° *Montrons que R s'annule pour une valeur θ_o qui est fonction de v_0*

$R = 0 \Leftrightarrow m\left[\frac{{v_0}^2}{r} - g(2 - 3cos\theta)\right] = 0$ soit $\frac{{v_0}^2}{r} - g(2 - 3cos\theta) = 0$

$\boldsymbol{cos\theta = \frac{2}{3} - \frac{{v_0}^2}{3gr}}$ **soit** $\boldsymbol{\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3} - \frac{{v_0}^2}{3gr}\right)}$

Valeur minimale de v_o pour que le mobile atteigne le sommet C

Si le solide atteint le point C alors $\theta = \pi$

Donc $cos\pi = \frac{2}{3} - \frac{{v_0}^2}{3gr}$ et on obtient : $\boldsymbol{v_0 = \sqrt{5gr}}$

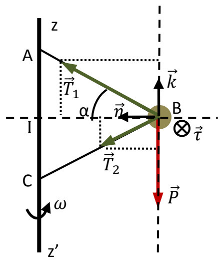
Vitesse en C

$v_0 = \sqrt{5gr}$ et $\theta = \pi$; on obtient : $v_C = \sqrt{5gr - 2gr(1 - cos\pi)}$ soit $\boldsymbol{v_C = \sqrt{gr}}$

Exercice 15

1° *Tensions des fils en fonction de ω*

Appliquons TCI à la bille B



$\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m\vec{a}$

Projection dans le repère de FRENET $(\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{k})$

$\begin{matrix} \vec{n} \\ \vec{\tau} \\ \vec{k} \end{matrix}\begin{cases} T_1 cos\alpha + T_2 cos\alpha = ma_n \\ 0 + 0 + 0 = ma_\tau \\ -P + T_1 sin\alpha - T_2 sin\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (T_1 + T_2)cos\alpha = mr\omega^2 \\ (T_1 - T_2)sin\alpha = mg \end{cases}$

$r = IB = ABcos\alpha = l cos\alpha$ et $sin\alpha = \frac{\frac{1}{2}AC}{AB} = \frac{b}{2l}$.

$\begin{cases} T_1 + T_2 = ml\omega^2 \\ T_1 - T_2 = \frac{2mgl}{b} \end{cases}$. On déduit : $\boldsymbol{T_1 = \frac{ml}{2}\left(\omega^2 + \frac{2g}{b}\right)}$ et $\boldsymbol{T_2 = \frac{ml}{2}\left(\omega^2 - \frac{2g}{b}\right)}$

Applications numériques

1er cas : $\omega = 10 rad.s^{-1}$

$T_1 = \frac{0{,}6\times0{,}7}{2}\left(10^2 + \frac{2\times9{,}8}{1}\right) \Rightarrow \boldsymbol{T_1 = 25{,}1N}$

$T_2 = \frac{0{,}6\times0{,}7}{2}\left(10^2 - \frac{2\times9{,}8}{1}\right) \Rightarrow \boldsymbol{T_2 = 15{,}85N}$ Le fil BC est tendu

2ème cas : $\omega = 4 rad.s^{-1}$

$T_1 = \frac{0{,}6\times0{,}7}{2}\left(4^2 + \frac{2\times9{,}8}{1}\right) \Rightarrow \boldsymbol{T_1 = 7{,}5N}$

$T_2 = \frac{0{,}6\times0{,}7}{2}\left(4^2 - \frac{2\times9{,}8}{1}\right) \Rightarrow \boldsymbol{T_2 = -0{,}75N}$ Le fil BC n'est pas tendu

2° *Montrons que le fil BC n'est tendu qu'à partir d'une certaine valeur ω_0*

Le fil BC est tendu si et seulement si $T_2 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{ml}{2}\left(\omega^2 - \frac{2g}{b}\right) \geq 0$

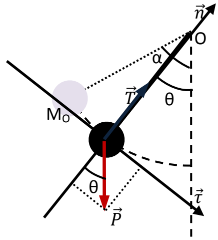
Soit $\omega^2 - \frac{2g}{b} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \omega \geq \sqrt{\frac{2g}{b}}$. On déduit : $\boldsymbol{\omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{b}}}$

AN : $\omega_0 = \sqrt{\frac{2\times9{,}8}{1}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\omega_0 = 4{,}42 rad.s^{-1}}$

Exercice 16

1° *Coordonnées de $\vec{a}$ dans le repère de Frenet en fonction de α, θ et g*

$$\vec{a}\begin{cases} a_n = \frac{v^2}{l} \\ a_t = \frac{dv}{dt} \end{cases}$$



* Appliquons TEC à la bille entre les positions α et θ

$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext}) \quad \Rightarrow \quad E_{C_M} - E_{C_0} = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$

$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh + 0$ avec $h = l(\cos\theta - \cos\alpha)$

On obtient : $v = \sqrt{2gl(\cos\theta - \cos\alpha)}$

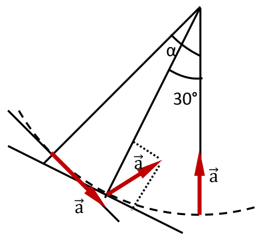
$a_n = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos\theta - \cos\alpha)$

Appliquons TCI à la bille : $\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection dans le repère de FRENET

$$\begin{matrix}\vec{n} \\ \vec{\tau}\end{matrix}\begin{cases} -P\cos\theta + T = ma_n & (1) \\ -P\sin\theta + 0 = ma_\tau & (2) \end{cases}$$

(2) donne : $a_\tau = g\sin\theta$



On a donc : $\vec{\mathbf{a}}\begin{cases} \mathbf{a_n = 2g(\cos\theta - \cos\alpha)} \\ \mathbf{a_t = g\sin\theta} \end{cases}$

2° *Norme et représentation de $\vec{a}$*

$a = \sqrt{{a_n}^2 + {a_\tau}^2} \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt{[2g(\cos\theta - \cos\alpha)]^2 + [g\sin\theta\,]^2}$

soit $\mathbf{a = g\sqrt{[2(\cos\theta - \cos\alpha)]^2 + [\sin\theta\,]^2}}$

Pour θ=α, $\vec{a}\begin{cases} a_n = 0 \\ a_t = 5\sqrt{2} \end{cases}$; Pour θ=30°, $\vec{a}\begin{cases} a_n = 10(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ a_t = 5 \end{cases}$;

Pour θ=0°, $\vec{a}\begin{cases} a_n = 10(2 - \sqrt{2}) \\ a_t = 0 \end{cases}$

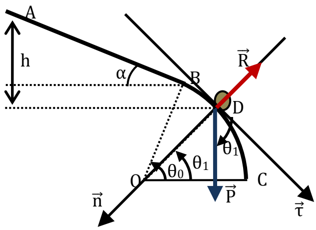
Exercice 17

1° *Montrons que le solide quitte la piste en un point D*

- Le solide quitte la piste si la réaction R de la piste sur le solide est nulle
- Exprimons R

Appliquons TCI au solide au point D :

$\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$



Projection dans le repère de FRENET :

$$\begin{matrix}\vec{n} \\ \vec{\tau}\end{matrix}\begin{cases} P\sin\theta_1 - R = ma_n & (1) \\ P\cos\theta_1 + 0 = ma_\tau & (2) \end{cases} \quad \text{avec } a_n = \frac{{v_D}^2}{r}$$

- vitesse v_D

* Appliquons TEC au solide entre les positions A et D

$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext}) \quad \Rightarrow E_{C_D} - E_{C_A} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$\frac{1}{2}m{v_D}^2 - 0 = mgh + 0$ avec $h = ABsin\alpha + r(sin\theta_0 - sin\theta_1)$

On obtient : $v_D = \sqrt{2g[lsin\alpha + r(sin\theta_0 - sin\theta_1)]}$

On déduit : $R = mg\left[(3sin\theta_1 - 2sin\theta_0) - \frac{2l}{r}sin\alpha\right]$

$R = 0 \Rightarrow (3sin\theta_1 - 2sin\theta_0) - \frac{2l}{r}sin\alpha \Rightarrow sin\theta_1 = \frac{1}{3}(2sin\theta_0 + sin\alpha)$

$0 < \frac{1}{3}(2sin\theta_0 + sin\alpha) < 1$ donc θ_1 existe. Le solide quitte la piste au point D

2° *Valeur de l'angle* $\theta_1 = (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD})$

$\boldsymbol{\theta_1 = \sin^{-1}\left[\frac{1}{3}(2sin\theta_0 + sin\alpha)\right]}$ AN : $\theta_1 = \sin^{-1}\left[\frac{1}{3}(2sin60 + sin30)\right] \Rightarrow \boldsymbol{\theta_1 = 48°}$

Exercice 18

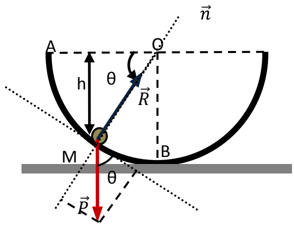
1°a-*Expression de la vitesse au point M en fonction de g, r et θ*

Appliquons TEC au solide entre A et M

$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_{C_M} - E_{C_A} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh + 0$ avec $h = rsin\theta$

On obtient : $\boldsymbol{v = \sqrt{2grsin\theta}}$



Valeur numérique de la vitesse au point B

Au point B, $\theta = \frac{\pi}{2}$

$v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 1{,}25 sin\frac{\pi}{2}} \Rightarrow \boldsymbol{v_B = 5m.s^{-1}}$

b-*Caractéristiques de la réaction R au point M*

- Direction : (OM)
- Sens : de M vers O

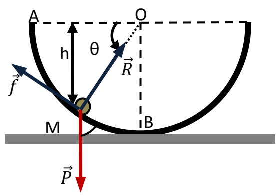
Intensité de R en fonction de g, r et θ

TCI au solide : $\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection dans la base de Frenet

$\begin{matrix}\vec{n}\\ \vec{\tau}\end{matrix}\begin{cases} -Psin\theta + R = ma_n \\ -Pcos\theta + 0 = ma_\tau \end{cases}$ Or $a_n = \frac{v^2}{r} = 2gsin\theta$

d'où $\boldsymbol{R = 3mgsin\theta}$



Valeur numérique de R au point B

Au point B, $\theta = \frac{\pi}{2}$

$R = 3 \times 0{,}01 \times 10 sin\frac{\pi}{2} \Rightarrow \boldsymbol{R = 0,3N}$

2° *Intensité de la force de frottement* $\vec{f}$

Appliquons TEC au solide entre A et B

$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_{C_B} - E_{C_A} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{f})$

$\frac{1}{2}m{v_B}^2 - 0 = mgh + 0 - f\widehat{AB}$ avec $h = r$ et $\widehat{AB} = r\frac{\pi}{2}$

On obtient $\frac{1}{2}m{v_B}^2 - 0 = mgr + 0 - fr\frac{\pi}{2}$

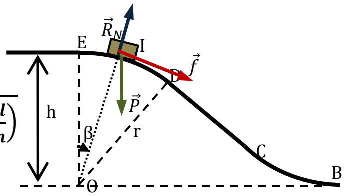
D'où $\boldsymbol{f = \frac{m}{\pi}\left(2g - \frac{{v_B}^2}{r}\right)}$ AN : $f = \frac{0{,}01}{\pi}\left(2 \times 10 - \frac{4{,}5^2}{1{,}25}\right) \Rightarrow \boldsymbol{f = 0,012N}$

Exercice 19

1°a. *Vitesse du chariot en B pour qu'il arrive en E avec une vitesse nulle*

Appliquons TEC au chariot entre B et E

$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext})$



$E_{C_E} - E_{C_B} = W_{B\to E}(\vec{P}) + W_{B\to E}(\vec{R}) + W_{B\to E}(\vec{f})$

$0 - \frac{1}{2}mv_B{}^2 = -mgh + 0 - f\widehat{BE}$ avec $\widehat{BE} = l$

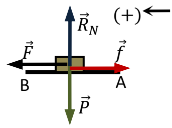
On obtient : $\frac{1}{2}mv_B{}^2 = mgh + fl$ soit $\boldsymbol{v_B = \sqrt{2\left(gh + \frac{fl}{m}\right)}}$

b. *Valeur de la force $\vec{F}$*

Appliquons TEC au chariot entre A et B

$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_{C_B} - E_{C_A} = W_{A\to B}(\vec{P}) + W_{A\to B}(\vec{R}) + W_{A\to B}(\vec{f}) + W_{A\to B}(\vec{F})$

$\frac{1}{2}mv_B{}^2 - 0 = 0 + 0 - f\widehat{AB} + F.AB$ avec $\widehat{AB} = \frac{h}{2}$ et $v_B = \sqrt{2\left(gh + \frac{fl}{m}\right)}$



On obtient : $m\left(gh + \frac{fl}{m}\right) = -f\frac{h}{2} + F\frac{h}{2}$

Soit $\boldsymbol{F = 2mg + f\left(1 + \frac{2l}{h}\right)}$

c. *Application numérique*

Vitesse v_B

$v_B = \sqrt{2\left(10 \times 2 + \frac{20\times2\times2}{10}\right)} \Rightarrow \boldsymbol{v_B = 7,5m.s^{-1}}$

* Frottement f

$F = 2 \times 10 \times 10 + 20\left(1 + \frac{2\times2\times2}{2}\right) \Rightarrow$ **F = 300N**

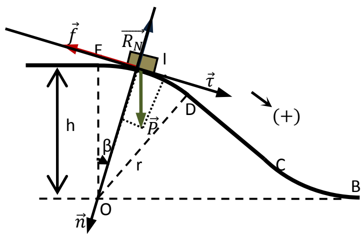
2°a. *Vitesse v du chariot en un I en fonction de l'angle β*

Appliquons TEC au chariot entre E et I

$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_{C_I} - E_{C_E} = W_{E\to I}(\vec{P}) + W_{E\to I}(\vec{R}) + W_{E\to I}(\vec{f})$

$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh' + 0 - f\widehat{EI}$ avec $\widehat{EI} = OE.\beta = h\beta$ et $h' = h(1 - cos\beta)$

On obtient : $\frac{1}{2}mv^2 = mg(1 - cos\beta) - fh\beta$



D'où $\boldsymbol{v = \sqrt{2gh(1 - cos\beta) - \frac{2fh\beta}{m}}}$

soit $\boldsymbol{v = \sqrt{40(1 - cos\beta) - 8\beta}}$

b. *Composante normale de la réaction*

Appliquons TCI au chariot en I

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a}$

Projection dans la base $(\vec{\tau}, \vec{n},)$

$\begin{cases} P\cos\beta - R_N + 0 = ma_n \\ P\sin\beta + 0 - f + 0 = ma_\tau \end{cases}$ Or $a_n = \frac{v^2}{r}$ avec $v = \sqrt{2gh(1 - cos\beta) - \frac{2fh\beta}{m}}$

Donc $R_N = m\left[g\left(\cos\beta - \frac{2h}{r}(1 - cos\beta)\right) + \frac{2fh\beta}{mr}\right]$

De plus $r = h$ d'où $\boldsymbol{R_N = m\left[g(3\cos\beta - 2) + \frac{2f\beta}{m}\right]}$

AN : $R_N = 10\left[10(3\cos40 - 2) + \frac{2\times20\times\frac{40\pi}{180}}{10}\right] \Rightarrow \boldsymbol{R_N = 57,7\ N}$

c. *Vitesse du chariot en B*

Appliquons TEC au chariot entre E et B

$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_{C_B} - E_{C_E} = W_{E\to B}(\vec{P}) + W_{E\to B}(\vec{R}) + W_{E\to B}(\vec{f})$

$\frac{1}{2}mv_B{}^2 - 0 = mgh + 0 - f\widehat{EB}$ avec $\widehat{EB} = l$

On obtient : $\frac{1}{2}mv_B{}^2 = mgh - fl$ d'où $\boldsymbol{v_B = \sqrt{2gh - \frac{2fl}{m}}}$

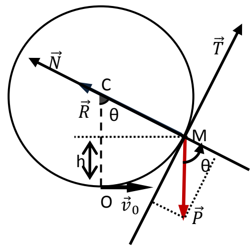
AN : $v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 2 - \frac{2\times20\times2\times2}{10}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{v_B = 4{,}9 m.s^{-1}}$

Exercice 20

1° *Expression de l'accélération $\vec{a}$ dans le repère de FRENET*

Appliquons TCI : $\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a}$ $\Rightarrow$ $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection dans le repère de FRENET



$\begin{matrix}\vec{n} \\ \vec{T}\end{matrix}\begin{cases}-Pcos\theta + R = ma_n \\ -Psin\theta + 0 = ma_\tau\end{cases}$ On déduit : $\vec{a}\begin{cases}\mathbf{a_n = \frac{R}{m} - gcos\theta} \\ \mathbf{a_t = gsin\theta}\end{cases}$

2° *Relation entre v, v₀, r, g et θ.*

TEC entre O et M : $\Delta E_C = \sum W_{OM}(\vec{F}_{ext})$

$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_{OM}(\vec{P}) + W_{OM}(\vec{R})$

$\frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = -mgh$ avec $h = OH = r(1 - cos\theta)$

Donc $v = \sqrt{v_0^2 - 2gr(1 - cos\theta)}$

3° *Norme R de la réaction $\vec{R}$ du guide en M en fonction de* m, r, g, θ *et* v_0

$a_n = \frac{v_M{}^2}{r} = \frac{v_0^2}{r} - 2g(1 - cos\theta)$ Or $a_n = \frac{R}{m} - gcos\theta$

D'où $\frac{R}{m} - gcos\theta = \frac{v_0^2}{r} - 2g(1 - cos\theta)$ $\Rightarrow$ $R = m\left[\frac{v_0^2}{r} - g(2 - 3cos\theta)\right]$

Soit $\boldsymbol{R = m\left[\frac{v_0^2}{r} + g(3cos\theta - 2)\right]}$

4°a. *Valeur de v_0 pour que la réaction $\vec{R}$ s'annule en θ=π*

Condition : $\theta = \pi \Rightarrow R > 0$

$R = m\left[\frac{v_0^2}{r} + g(3cos\pi - 2)\right] = m\left(\frac{v_0^2}{r} - 5g\right)$

$R > 0 \Rightarrow \frac{v_0^2}{r} - 5g > 0 \Leftrightarrow v_0^2 > 5gr$ soit $v_0 > \sqrt{5gr}$ d'où $\boldsymbol{v_{0m} = \sqrt{5gr}}$

Vitesse v du mobile en fonction de g et r

$v_0^2 = 5gr$ donc $v_B = \sqrt{5gr - 2gr(1 - cos\pi)} = \sqrt{5gr - 4gr}$ d'où $\boldsymbol{v_B = \sqrt{gr}}$

b- *Valeur de θ pour que le mobile quitte le guide*

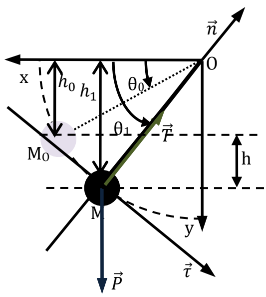
$v_0{}^2 = 4gr$ donc $R = m[4g + g(3cos\theta - 2)]$ soit $R = mg(3cos\theta + 2)$

Le mobile quitte la piste si R = 0

$mg(3cos\theta + 2) = 0$ $\Rightarrow$ $3cos\theta + 2 = 0$

D'où $cos\theta = -\frac{2}{3}$ soit $\boldsymbol{\theta = 131{,}8°}$

Exercice 21



1° a. *Expression de la norme de la vitesse $\vec{v}_1$*

TEC entre M₀ et M : $\Delta E_C = \sum W_{M_0M}(\vec{F}_{ext})$

$\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_{AM}(\vec{P}) + W_{AM}(\vec{T})$

$\Rightarrow \frac{1}{2}m(v_M^2 - v_0^2) = mg \times h$

Or $h = h_1 - h_0 = l sin\theta_1 - l sin\theta_0 = l(sin\theta_1 - sin\theta_0)$

$\frac{1}{2}m(v_M^2 - v_0^2) = mgl(\sin\theta_1 - \sin\theta_0) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v_M = \sqrt{v_0^2 + 2gl(\sin\theta_1 - \sin\theta_0)}}$

b. *Expression de la tension T du fil en fonction de v_0, l, θ_0, θ_1, g et m.*

TCI : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection dans le repère de Frenet

$\begin{matrix}\vec{n}\\ \vec{\tau}\end{matrix}\begin{cases} -P\sin\theta_1 + T = ma_n & (1) \\ P\cos\theta_1 + 0 = ma_\tau & (2)\end{cases}$ Or $a_n = \frac{v_M^2}{l}$ avec $v_M = \sqrt{v_0^2 + 2gl(\sin\theta_1 - \sin\theta_0)}$

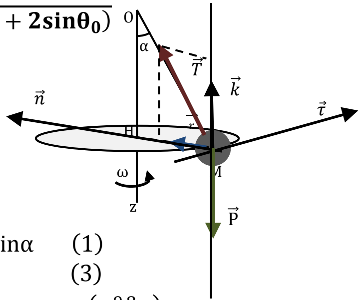
$T = m\left[\frac{v_0^2}{l} + 2g(\sin\theta_1 - \sin\theta_0) + g\sin\theta_1\right] \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{T = m\left[\frac{v_0^2}{l} + g(3\sin\theta_1 - 2\sin\theta_0)\right]}$

c. Expression de v_{0min}

Pour que la bille effectue un tour complet il faut qu'à la position $\theta_1 = -\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$, $T \geq 0$

$T \geq 0 \Leftrightarrow m\left[\frac{v_0^2}{l} + g\left(3\sin\frac{3\pi}{2} - 2\sin\theta_0\right)\right] \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{v_0^2}{l} - g(3 + 2\sin\theta_0) \geq 0$

$v_0 \geq \sqrt{gl(3 + 2\sin\theta_0)}$ Donc $\boldsymbol{v_{0min} = \sqrt{gl(3 + 2\sin\theta_0)}}$



2° a. *Angle α*

TCI :$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection dans le repère de Frenet

$\begin{matrix}\vec{n}\\ \vec{\tau}\\ \vec{k}\end{matrix}\begin{cases} 0 + T\sin\alpha = ma_n (1) \\ 0 + 0 = ma_\tau (2) \\ -P + T\cos\alpha = 0 \quad (3)\end{cases}$

Or $a_n = r\omega^2$ avec $r = l\sin\alpha$ d'où $\begin{cases} T\sin\alpha = ml\omega^2\sin\alpha & (1) \\ T\cos\alpha = mg & (3)\end{cases}$

(3)/(1) donne $\cos\alpha = \frac{g}{l\omega^2} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{g}{l\omega^2}\right)}$ AN : $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{9,8}{0,5\times5^2}\right) \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 38,4°}$

b. *Tension du fil*

$T = ml\omega^2$ AN : $T = 0,05 \times 0,5 \times 5^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{T = 0,625N}$

Exercice 22

1° *Coordonnées a_t et a_n de $\vec{a}$ dans le repère de Frenet* $(M, \vec{\tau}, \vec{n})$: $\vec{a}\left|\begin{matrix} a_t = \frac{dv_M}{dt} \\ a_n = \frac{v_M^2}{r}\end{matrix}\right.$

Appliquons TEC à la bille entre A et M

$\Delta E_C = \sum W_{AM}(\vec{F}_{ext}) \quad \Leftrightarrow \quad E_{C_M} - E_{C_A} = W_{AM}(\vec{P}) + W_{AM}(\vec{T})$

$\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mgh + 0$ avec $h = H_1H_2 = OH_1 - OH_2 = L(\cos\theta_0 - \cos\theta)$

$v_M^2 = v_0^2 - 2gL(\cos\theta_0 - \cos\theta)$.

On déduit : $a_n = \frac{v_0^2}{L} - 2g(\cos\theta_0 - \cos\theta)$

Appliquons TCI à la bille en M

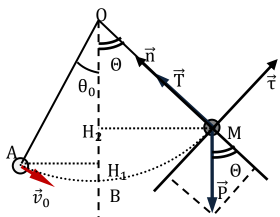
$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection dans le repère de FRENET $(M, \vec{\tau}, \vec{n})$

$\begin{matrix}\vec{n}\\ \vec{\tau}\end{matrix}\begin{cases} -P\cos\theta + T = ma_n & (1) \\ -P\sin\theta + 0 = ma_\tau & (2)\end{cases}$

(2) donne : $ma_t = -mg\sin\theta$ soit $a_t = -g\sin\theta$

$\vec{a}\left|\begin{matrix} \boldsymbol{a_t = -g\sin\theta} \\ \boldsymbol{a_n = \frac{v_0^2}{L} - 2g(\cos\theta_0 - \cos\theta)}\end{matrix}\right.$



2° - *Norme de $\vec{T}$ du fil en fonction de m, v_0, g, l, θ et θ_0*

(1) conduit à : $T = m(a_n + g\cos\theta)$. Or $a_n = \frac{v_0^2}{L} - 2g(\cos\theta_0 - \cos\theta)$

d'où $T = m\left[\frac{v_0^2}{L} + g(3\cos\theta - 2\cos\theta_0)\right]$

- *valeur minimale v_{0m} pour que la bille effectue un mouvement révolutif*

Condition : $\theta = \pi \Rightarrow T > 0$

$T = m\left[\frac{v_0^2}{L} + g(3\cos\pi - 2\cos\theta_0)\right]$ soit $T = m\left[\frac{v_0^2}{r} - g(2\cos\theta_0 + 3)\right]$

$T > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{v_0^2}{r} - g(2\cos\theta_0 + 3) > 0 \quad \Rightarrow \quad v_0^2 > gL(3 + 2\cos\theta_0)$

Soit $v_0 > \sqrt{gL(3 + 2\cos\theta_0)}$

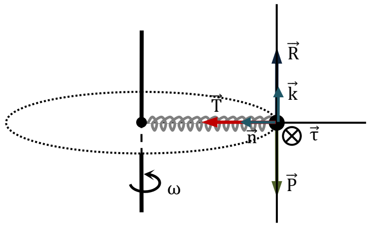
On déduit : $v_{0m} = \sqrt{gL(3 + 2\cos\theta_0)}$

Exercice 23

Longueur L du ressort

Appliquons TCI au solide ponctuel

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$



Projection dans la base $(\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{k})$

$$\begin{array}{l} \vec{n} \\ \vec{\tau} \\ \vec{k} \end{array}\begin{cases} T = ma_n \\ 0 + 0 = ma_\tau \\ -mg + R = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k(L - L_0) = mL\omega^2 \\ 0 + 0 = ma_\tau \\ R = mg \end{cases}$$

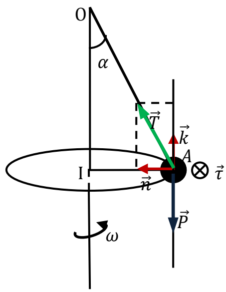
On obtient : $kL - mL\omega^2 = kL_0$ d'où $\mathbf{L = \frac{kL_0}{k - m\omega^2}}$

La longueur L du ressort en mouvement dépend donc de la vitesse angulaire ω du mouvement.

Exercice 24

1° *Valeur de l'angle α*

Appliquons TCI au solide A : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$



Projection dans la base $(\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{k})$

$$\begin{array}{l} \vec{n} \\ \vec{\tau} \\ \vec{k} \end{array}\begin{cases} T\sin\alpha = ma_n \\ 0 + 0 = ma_\tau \\ -mg + T\cos\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T\sin\alpha = mr\omega^2 \\ 0 + 0 = ma_\tau \\ T\cos\alpha = mg \end{cases}$$

Or $r = IA = OA\sin\alpha = L\sin\alpha$ d'où

$$\begin{cases} T\sin\alpha = mL\sin\alpha\omega^2 & (1) \\ T\cos\alpha = mg & (2) \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} T = mL\omega^2 & (1) \\ T\cos\alpha = mg & (2) \end{cases}$$

(2)/(1) conduit à : $\cos\alpha = \frac{g}{L\omega^2}$ d'où $\boldsymbol{\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{g}{L\omega^2}\right)}$

AN : $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{9{,}8}{0{,}5 \times 7{,}33^2}\right) \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 68{,}6°}$

2° *Valeur de la tension $\vec{T}$*

(1) donne : $\mathbf{T = mL\omega^2}$ AN : $T = 0{,}02 \times 0{,}5 \times 7{,}33^2 \Rightarrow \mathbf{T = 0{,}54N}$

3° *Valeur minimale ω_0 de la vitesse angulaire ω*

$\cos\alpha \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{g}{L\omega^2} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \omega^2 \geq \frac{g}{L}$ soit $\omega \geq \sqrt{\frac{g}{L}}$

On déduit $\boldsymbol{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}}$ AN : $\omega_0 = \sqrt{\frac{9{,}8}{0{,}5}} \Rightarrow \boldsymbol{\omega_0 = 4{,}43rad/s}$

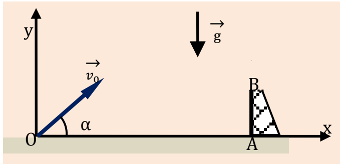
MOUVEMENT D'UNE PARTICULE DANS LE CHAMP UNIFORME

Dynamique des solides dans le champ de pesanteur

Exercice 1

On se propose d'étudier un « coup franc » direct en football.

Le ballon et posé en O sur le sol horizontal, face au but AB de hauteur h=2,44m à une distance d=OA=25m de celui-ci. Le joueur, tirant le coup franc communique au ballon une vitesse initiale $\vec{v}_0$ dans le plan $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, incliné par rapport à l'horizontale d'un angle α=30°.



1° Montrer que la trajectoire du ballon est dans le plan $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

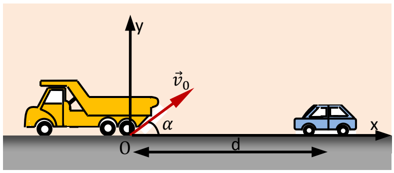
2° Déterminer l'équation de cette trajectoire dans le repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ en fonction de g, α et v_0.

3° Quelle doit être la vitesse initiale du ballon pour qu'il pénètre dans le but au ras de la barre transversale ?

Prendre g=10m.s^{-2}

Exercice 2

Un gravier assimilé à un point G est projeté par le pneu d'un camion, vers l'arrière dans le plan vertical repéré par $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{Oy})$. Le gravier, en O à l'instant t=0, a un vecteur vitesse $\vec{v}_0$ de valeur 12m.s^{-1} qui fait un angle α=37° par rapport à l'axe horizontal Ox. Les frottements sont négligés.



On donne : accélération de la pesanteur g=9,8m.s^{-2}.

1° Etablir les équations horaires $x_G(t)$ et $y_G(t)$du mouvement du gravier et l'équation cartésienne de sa trajectoire dans le repère $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{Oy})$.

2° Donner l'allure de la trajectoire du gravier. (Echelle : 1cm pour 1m).

3° Le gravier vient frapper une voiture en un point M de son pare-brise.

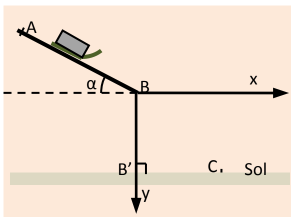
A l'instant initial ou le gravier est projeté, le point M est à la distance d=44m de l'axe $\overrightarrow{Oy}$. La voiture suit le camion selon la direction $\overrightarrow{Ox}$, avec la vitesse $v = 90km.h^{-1}$.

Etablir les équations horaires du mouvement du point M dans $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{Oy})$.

4° Déterminer la date t, à laquelle se produit l'impact du gravier sur le pare-brise. En déduire la hauteur h au-dessus du sol du point d'impact M.

Exercice 3

Un mobile de masse m=2kg, part sans vitesse initiale d'un point A et glisse sans frottement le long d'un conduit rectiligne AB, de longueur ℓ, faisant un angle α =30° avec le plan horizontal.



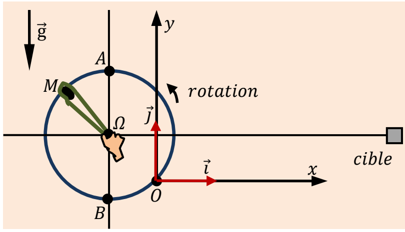
1° Représenter les forces appliquées au mobile lors de son mouvement. Quelle est la nature de dernier ? Exprimer son accélération.

2° Préciser la direction et le sens du vecteur vitesse $\vec{v}_B$ du mobile au point B. Exprimer v_B en fonction de g, α et ℓ.

3° Le mobile quitte le conduit en B avec la vitesse $\vec{v}_B$ et tombe en chute libre sur le sol.
a. Etablir l'équation de la trajectoire du mobile dans le repère indiqué sur le schéma.
b. On donne BB'=1,2m et g=10m.s^{-2}. Calculer la longueur ℓ que le mobile a parcourue, sachant qu'il touche le sol en un point C tel que B'C =d=1,0m

Exercice 4

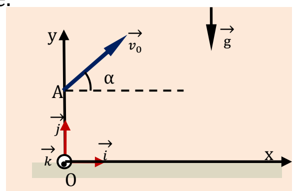
Une fronde est constituée de deux cordelettes inextensibles retenant un projectile de masse M = 100g, supposé ponctuel. Elle est maniée par le lanceur de façon à lui faire décrire un cercle vertical de centre Ω et de rayon R, à la vitesse angulaire constante.



1° Sachant que la fronde tourne à une vitesse constante N = 100tours par minute, calculer la valeur de la tension exercée par l'ensemble des deux cordelettes au point A et B précisés sur le schéma.
2° Le lanceur lâche brusquement le projectile en libérant une cordelette au moment ou celui-ci passe par le point O. Les cordelettes font alors un angle de 45° par rapport à la verticale.
a. Etablir l'équation de la trajectoire du projectile dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
b. En déduire la distance à laquelle doit se trouver une cible ponctuelle, située dans le même plan horizontal que le point Ω pour être atteinte.
Plusieurs solutions sont-elles possibles ? Justifier.
Données : g=10m.s^{-2} ; R=0,80m.

Exercice 5

Une bille M, considérée comme ponctuelle est lancée dans le champ de pesanteur d'un point A avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale.



1° Exprimer les vecteurs vitesse $\vec{v}$ et position $\overrightarrow{OM}$ en fonction du temps t, des vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\vec{v}_0$ et $\vec{g}$. Montrer que la trajectoire est située dans le plan vertical contenant $\vec{v}_0$.
2° Exprimer les vecteur $\vec{v}$ et $\overrightarrow{OM}$ dans la base $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
En déduire les équations horaires du mouvement x(t) et y (t).
3° Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire y(x).
En quel point et à quelle date la bille coupe t'elle le plan horizontal $(A,\vec{\imath},\vec{k})$
AN *: g=10m.s^{-2} ; v_0=5m.s^{-1} ; α=60° ; h=20cm ; $\overrightarrow{OA}=h\vec{\jmath}$*

Exercice 6

Dans ce problème, on un service au tennis ; on considère la balle comme un objet ponctuel et on néglige la résistance de l'air.

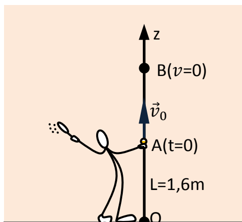
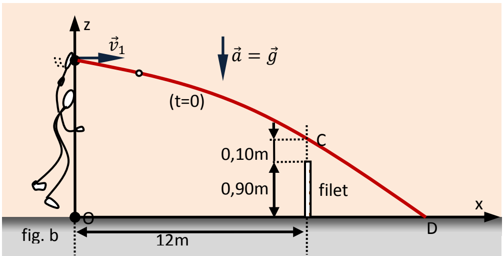


fig. a

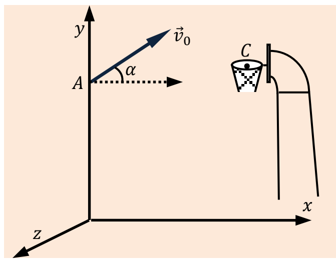
A/ Pour effectuer un service, le joueur commence par lancer la balle verticalement vers le haut à partir d'un point A situé à 1,60m au-dessus du sol. La balle s'élève et atteint son altitude maximale B à 0,40m au-dessus du point de lancement (fig. a).
1° Etudier le mouvement vertical de la balle sur un axe dirigé vers le haut et dont l'origine O est au niveau du sol.
2° Avec quelle vitesse v_0 le joueur a-t-il lancé la balle ?

On pourra proposer deux modes de calcul.
3° Quel temps la balle met-elle pour aller du point de lancement à l'altitude maximale ?
B/ Le joueur frappe la balle avec sa raquette quand elle atteint son altitude maximale ; celle-ci part avec un vecteur vitesse $\vec{v}_1$ horizontale (fig. b).
Le joueur souhaite que la balle passe 10cm au dessus du filet situé à 12m du point de service et dont la hauteur est de 0,90m.



1° Etudier le mouvement de la balle dans le repère $(O, \overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oz})$ dessiné sur la figure l'instant ou la balle quitte le point B est choisit comme origine des temps (t=0). Quelle est la nature de la trajectoire ?
2° Quelle doit être la valeur v_1 de la vitesse initial pour que le service soit réussi comme le souhaite le joueur ? Donner la valeur en m.s^{-1} et en km.h^{-1}.
3° Quelle est la valeur v_2 de la vitesse de la balle à son passage au dessus du filet ?
4° A quelle distance de O la balle frappe-t-elle le sol ? Avec quelle valeur v_3 de la vitesse ?
5° Evaluer le temps approximatif dont l'adversaire dispose pour se préparer à renvoyer la balle de service. Conclure.

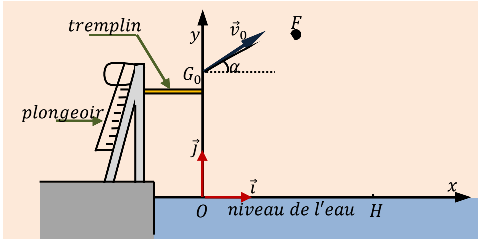
Exercice 7



Lors d'un match de basket, pour marquer un panier il faut que le ballon passe dans un cercle métallique situé dans un plan horizontal, à 3,0m du sol horizontal. Pour simplifier, on remplacera le ballon par un point matériel passant exactement au centre C du cercle métallique. xOy est un plan vertical contenant le point C, xOz est le plan du sol posé horizontalement.
1° D'un point A de (Oz) situé à 2,0m du sol, un basketteur sans adversaire, lance le ballon, avec une vitesse v_0 contenu dans le plan xOy. Sa direction fait un angle α=47° avec un plan horizontal.
a. Montrer que la trajectoire du ballon est plane.
b. Etablir l'équation de cette trajectoire dans le système d'axe indiqué, en fonction de v_0.
c. Quelle doit être la valeur de v_0 pour que le panier soit réussi, sachant que les verticales de A et de C sont distantes de 7,1m ?
d. Quelle est la durée du trajet effectué par le ballon du point A au point C ?
2° Voulant arrêter le ballon, un adversaire situé à 0,90m du tireur, saut verticalement en levant le bras. La hauteur atteint alors par ses mains est de 2,7m au dessus du sol.
α et v_0 ayant les mêmes valeurs que précédemment, le panier sera-t-il marqué ?

Exercice 8

On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie d'un plongeur au cours d'un saut modélisé type « saut de l'ange ». On négligera dans tout l'exercice le mouvement de rotation du plongeur autour de son centre d'inertie ainsi que les frottements avec l'air. Le repère d'étude xOy est définit à partir du schéma ci-contre.



Après s'être lancé, le plongeur quitte le tremplin à la date t=0 avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0$ incliné de α=40° par rapport à l'horizontale. Son centre d'inertie G est alors au point G_0 de coordonnées $x_0=0$ et $y_0=6{,}0$m.

1° Etablir l'équation littérale de la trajectoire du plongeur en fonction des données.

2° Le sommet de la trajectoire étant atteint au point F d'abscisse $x_F=1{,}0$m, en déduire la valeur de la vitesse initiale v_0.

3° Le plongeur pénètre dans l'eau en H.

a. Montrer que la valeur de sa vitesse en H est $v_H = 12 m.s^{-1}$.

b. Calculer la distance OH.

c. Calculer l'angle β que fait $\vec{v}_H$ fait avec l'axe (Ox).

4° Sous l'eau, le plongeur est soumis à la poussée d'Archimède verticale dirigée vers le haut et de norme ρVg.

a. Déterminer l'accélération du plongeur sous l'eau en fonction de m, ρ, V et g, puis en fonction de g et d. d étant la densité du plongeur.

b. Etablir les lois horaires, puis l'équation de la trajectoire sous l'eau.

c. Déterminer l'expression de la profondeur maximale h_0 atteinte par le plongeur en fonction de g, d, v_H et β

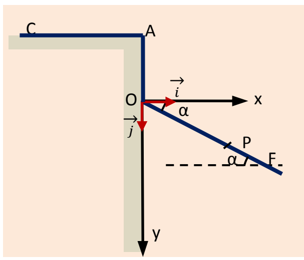
d. Au bout de quelle durée t après s'être lancé le plongeur remonte-t-il à la surface de l'eau ?

e. Le plongeur émerge en H'. Calculer la distance OH'.

Donnée : g=9,8m.s⁻²; densité du plongeur : d = 1,5.

Exercice 9

Un skieur de masse m=80kg est en mouvement rectiligne uniforme sur un plan horizontal CA avec une vitesse $v_0=15 m.s^{-1}$. Il arrive en A sur une brusque rupture de pente. Il décolle avec la vitesse horizontale $\vec{v}_0$ et tombe sur une piste OF située en contrebas.



Données OA=h=2m ; tanα=0,8 ; $g=10 m.s^{-2}$.

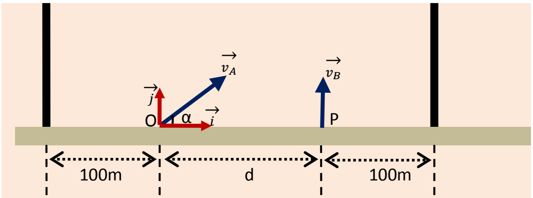
1° Déterminer les coordonnées du point P ou le skieur entre en contact avec la piste de réception. En déduire la longueur OP du saut.

2° Déterminer la vitesse $\vec{v}_P$ du skieur lorsqu'il touche le sol puis sa mesure v_P et l'angle qu'elle forme avec le sol OF.

Exercice 10

Deux fusées A et B doivent être tirées simultanément à partir de deux points O et P situés au sol et distants de d=30m. Les fusées vont exploser à a date θ=4s après leurs lancement. L'une B, est tirée de P avec une vitesse $\vec{v}_B$verticale, l'autre, A est tirée de O avec une vitesse $\vec{v}_A$ inclinée de α par rapport à l'horizontale et située dans un plan vertical passant par P.

AN v_A=51,4m.s^{-1} ; v_B=50m. s^{-1}.



1° Dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, établir, sous forme littérale uniquement, les équations horaires des mouvements de chaque fusée après leur lancement, instant qui sera choisi comme instant initial.

Préciser la nature de leurs trajectoires et en donner l'allure.

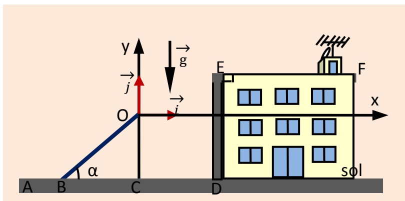
2° Déterminer l'inclinaison α de la vitesse initiale $\vec{v}_A$ de A pour que l'explosion ait lieu à la verticale de P.

3° Quelle est la distance qui sépare les deux fusées au moment de l'explosion.

4° Les barrières de sécurité pour les spectateurs sont installées de façon à respecter la distance de 100m des points de lancement O et P. Ces spectateurs sont –ils en sécurité lors de la retombée des fusées en cas de son explosion en altitude ?

On négligera les frottements de l'air. (g=10m.s^{-2})

Exercice 11



Un cascadeur veut sauter avec sa vitesse sur la terrasse horizontale EF d'un immeuble.

Il utilise un tremplin BOC formant un angle α avec le sol horizontal ABCD et placé à distance CD de la maison. (OC et DE sont des parois verticales). La masse de l'automobile et du pilote est égale à 1tonne=10^{3}kg.

On étudiera le mouvement de l'ensemble assimilable à son centre d'inertie G.

Pour simplifier le problème, on considérera les frottements comme inexistants dans la phase aérienne et on admettra qu'à la date initiale, le centre d'inertie G quitte le point O avec la vitesse $\vec{v}_0$ et qu'il est confondu avec le point E à l'arrivée.

Donnée : g=10m.s^{-2}

1° Etablir dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ l'équation de la trajectoire du centre d'inertie G entre O et E.

2°a. Calculer la vitesse initiale v_0 en m.s^{-1} et en km.h^{-1}, ainsi que l'angle α pour que le système arrive en E avec un vecteur vitesse $\vec{v}_E$ horizontal.

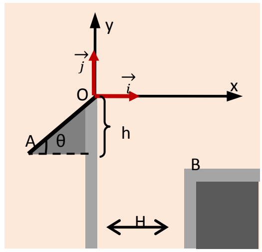
Données : CD=15m ; DE=10m ; OC=8m.

b. Calculer la vitesse v_E à l'arrivée de l'automobile en E.

3° En considérant qu'une fois sur la terrasse, les frottements sur l'automobile sont équivalentes à une force constante $\vec{f}$ parallèle au déplacement et d'intensité 500N, calculer l'intensité de la force $\vec{f'}$ qui permettra au véhicule de s'arrêter après un trajet EF = L = 100m.

Exercice 12

Un cascadeur peut passer au dessus d'un pont en ruine, la route d'accès fait un angle θ avec l'horizontale et arrive au point O avec la vitesse v_0. Dans cet exercice, le système (moto+ cascadeur) est assimilé à un solide indéformable en translation. On néglige les forces de frottement de l'air.



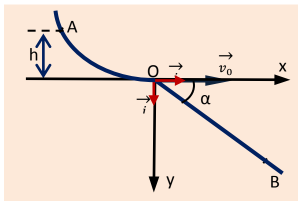
1° Dans le repère (Ox,Oy) , écrire les équations horaire du mouvement du centre d'inertie du cascadeur et de sa moto au-delà du point O.

2° Le cascadeur veut arriver en B. Exprimer la dénivellation h entre O et B en fonction de la largeur H de faille et de la vitesse v_0 en O.

AN : v_0=35m.s^{-1} ; H=50m ; θ=10° g=10m.s^{-2} ; masse(moto+ cascadeur)=400kg.

Exercice 13

On imagine un tremplin-école d'initiation au saut à skis comportant une piste d'élan de profil curviligne prolongé par une piste de réception plane et incliné sur l'horizontale d'un angle α que l'on prendra égal à 30°. Les performances étant modérées, on négligera les frottements. On cherchera le mouvement du centre d'inertie G du skieur. Il part sans vitesse initiale au point A. Il quitte la sa trajectoire curviligne au point O avec la vitesse horizontale $\vec{v}_0$ de valeur v_0=12,5m.s^{-1}. La trajectoire est contenue dans le plan vertical.



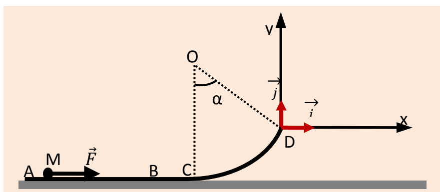
1° Calculer l'altitude h de A par rapport à, après avoir énoncé correctement le théorème utilisé.

2° Dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, établir l'équation littérale de la trajectoire de G.

3° En fonction de v_0, α et g, établir les expressions littérales des coordonnées x_B et y_B du point où le skieur reprend contact avec la piste de réception. Calculer numériquement ses coordonnées et en déduire la longueur l=OB du saut ainsi que la durée t.

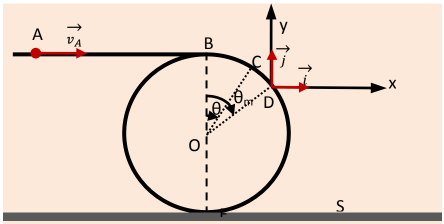
Exercice 14

La piste de lancement d'un projectile M comprend une partie rectiligne horizontale ABC et une portion circulaire CD centrée en O, de rayon r=1m, l'angle au centre α=60° et telle que OC soit perpendiculaire à AC. Le projectile M, assimilable à un point matériel de masse m=0,5kg est lancé suivant AB de longueur l=1m avec une force $\vec{F}$ constante horizontale et ne s'exerçant qu'entre A et B.



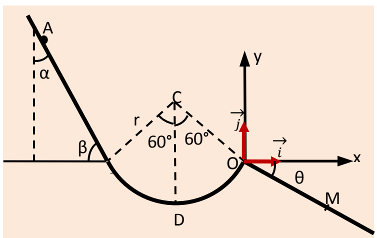
1°a. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique pour un solide assimilable à un point matériel.
b. En appliquant ce théorème, déterminer l'intensité minimale à donner à $\vec{F}$ pour que le projectile quitte la piste en D.
c-L'intensitéde la force est égale à 15,0N. Donner la valeur numérique de la vitesse v_D avec laquelle le projectile quitte la piste en D.
2°a. Donner l'équation de la trajectoire du solide au-delà de D dans un repère orthonormé d'origine D.
b. Quelle est la hauteur maximale atteinte au dessus de l'horizontal ABC ?
3°Quelle est l'intensité de la force exercée par le projectile sur la piste au moment de la quitter en D avec la vitesse précédente ? On négligera les frottements.($g=10m.s^{-2}$)

Exercice 15



Les frottements sont négligeables dans tout l'exercice.
Une sphère de centre O et de rayon r, repose en E sur un sol horizontal. Un rail horizontal AB repose en B sur le sommet de la sphère. Un point matériel de masse m lancé en A à la vitesse $\vec{v}_A$ se déplace sur le rail avant de décrire sur la sphère la trajectoire BCD. On pose $\theta=(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})$ et $\theta_m=(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OD})$.
1°a. Calculer la norme de la vitesse v_C du point matériel à son passage en C en fonction de r, g, θ et v_A.
b. Représenter les forces exercées sur le point matériel ainsi que son vecteur accélération au point C.
c. En projetant la relation fondamentale de la dynamique dans un repère que vous préciserez, déterminer en fonction de r, m, v_A, g et θ, l'intensité de la réaction $\vec{R}$ exercée par la sphère sur le point matériel en C.
2° Le point matériel quitte la sphère lorsqu'il atteint le point D, sa vitesse est alors $\vec{v}_D$. Exprimer v_D en fonction de r, g et θ_m.
3°a. Etablir dans le repère $(D,\vec{i},\vec{j})$ l'équation cartésienne de la trajectoire du point matériel (en fonction de v_D, θ_m et g) lorsqu'il n'est plus en contact avec la sphère.
b. Le point matériel touche le sol en S. Calculer la longueur ES pour r=0,5m, $g=10m.s^{-2}$, $\theta_m=30°$.

Exercice 16

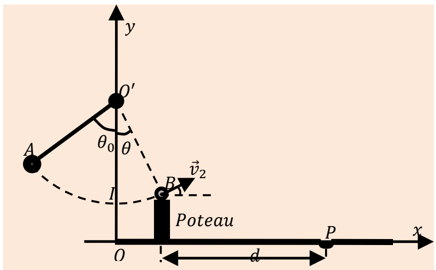


Un palet de petites dimensions de masse m=2kg est abandonné sans vitesse initiale en A sur une piste dont le profil dans le plan vertical est représenté. AB est un plan incliné d'un angle α par rapport à la verticale. Sa longueur est l=2m ; BDO est un arc de cercle de centre C et de rayon r=1m, d'angle au centre 120° ; B et O sont symétriques par rapport au rayon CD vertical .
OE est un plan incliné d'un angle θ= 30° par rapport à l'horizontal.

1°Le palet quitte la piste en O avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontal. Etablir l'équation cartésienne de sa trajectoire dans le repère $\mathcal{R}(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
Quelle est la nature de sa trajectoire dans $\mathcal{R}(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
2° Le sommet S de cette trajectoire a pour ordonnée Y_S= 0,8m.
Calcule l'angle α. $g=10.ms^{-2}$
3°La piste est rugueuse .Le palet est soumis à une force de frottement $\vec{F}$ dont le module est supposé constant et dont le sens est opposé à celui du mouvement. Calcule F ; dans ce cas le sommet de la trajectoire à pour ordonnée' Y'_S=0,5m.
4° Calcule la distance d = OM qui sépare le point O où le palet quitte la piste et le point M où il reprend contact.

Exercice 17

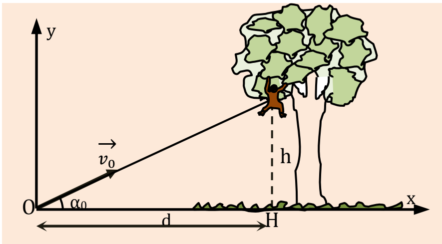
Un pendule simple est constitué par une bille (A_1), assimilable à un point matériel, de masse m_1 suspendue au bout d'un fil de masse négligeable et de longueur $l = O'A = 2m$. (Voir figure)
1° On écarte le pendule d'un angle $\theta_0 = 60°$ par rapport à sa position d'équilibre verticale O'I et on le communique une vitesse initial v_0. Quelles sont les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{v}_0$ de la bille lorsqu'elle passe au point B défini par l'angle $\theta = 30°$.



2° Lors de son passage au point B la bille A_1 heurte au cours d'un choc parfaitement élastique et sans frottement une autre bille (A_2) de masse $m_2 = \frac{1}{2}m_1$ posée en équilibre au sommet d'un poteau de hauteur h = 50cm.
a. Quelles sont les expressions des vitesses v_1 de la bille (A_1) et $v_2$de la bille (A_2) après le choc en fonction de v_B ?
b. Montrer que l'équation de la trajectoire de la bille (A_2), dans sa chute avec la vitesse initiale v_2 acquise par le choc, est sous la forme : $y = -\lambda(x-1)^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}(x-1) + \frac{1}{2}$
où λ est une constante réelle dont on donnera l'expression en fonction de v_2, θ et g.
Le plan dans lequel s'effectue le mouvement est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
c. Exprimer alors la vitesse v_0 en fonction de g, θ, θ_0, l et λ.
3° On désire que la bille (A_2) tombe dans un petit trou, creusé dans le sol au point P, situé à une distance d=5m du poteau.
a. Exprimer alors λ en fonction de d puis calculer sa valeur.
b. Calculer la vitesse v_0 qu'il faut communiquer à la bille (A_1) pour que la bille (A_2) tombe dans le trou.

Exercice 18

Un chasseur muni d'un arc vise un singe S de masse M perché sur un arbre. La flèche de masse m quitte l'arc, en O, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ oblique, dirigée exactement vers le haut vers le singe. Voir figure.
Le singe se laisse tomber à l'instant exact où il voit la flèche quitter l'arc.
On appelle h l'altitude du singe et d = OH la distance de sa projection H au point O de lancement de la flèche et $\alpha_0 = (\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OS})$.

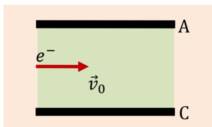


1° Si Le singe restait en place, serait-il touché ? Justifier votre réponse par rapport à la pesanteur.
2° En notant v_0 la valeur de la vitesse et g celle de l'accélération de la pesanteur
a. Donner les équations paramétriques des coordonnées $x_1(t)$ et $z_1(t)$ pour le singe S et $x_2(t)$ et $z_2(t)$ pour la flèche F (tous les deux sont supposés ponctuels confondus avec leur centre d'inertie, pour cet exercice)
b. En déduire les équations des trajectoires du singe et de la flèche.
Quelles sont leur formes.
c. Le singe est-il touché ? Justifier votre réponse.
d. Dans le cas où le singe est touché, à quelle hauteur du sol se trouve-t-il alors ?

Dynamique des faisceaux de particules chargées dans le champ électrique uniforme

Exercice 19 ***QCM***

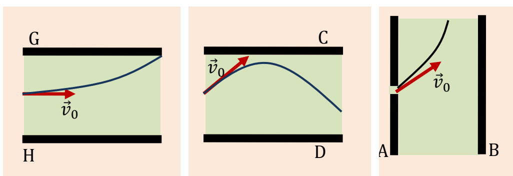
Un électron pénètre entre les armatures d'un condensateur plan comme l'indique le schéma. La tension U_{AC} est positive.



Voici sept propositions :
(1) Le champ électrique est dirigé de A vers C.
(2) Le champ électrique est dirigé de C vers A.
(3) La force électrique est dirigé de A vers C.
(4) La force électrique est dirigé de C vers A.
(5) Le vecteur accélération de la particule est dirigé de C vers A.
(6) La trajectoire est circulaire.
(7) La trajectoire est parabolique.
Choisir la ou les affirmations vraies.

Exercice 20 ***Accélération de particules chargées***

Entre deux plaques d'un condensateur plan, on établit une différence de potentiel constante.
Une particule de charge q positive pénètre dans le champ électrique avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$. On a représenté dans trois cas la trajectoire de la particule.

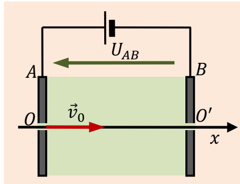


1° Représenter dans chaque cas, en un

point de la trajectoire, les vecteurs force, champ électrique et accélération de la particule.
2° Donner les signes des tensions U_{GH}, U_{CD} et U_{AB} entre les plaques.
3° Répondre aux mêmes questions lorsque la particule porte une charge négative.

Exercice 21 ***Etude du mouvement d'un proton dans un champ électrique***

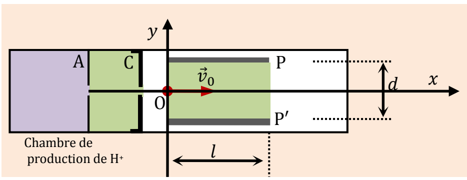
Un proton H+ de masse $m_p = 1{,}67.10^{-27} kg$, animé d'une vitesse $\vec{v}_0 (v_0 = 1500 km.s^{-1})$, pénètre entre deux plaques parallèles A et B, distantes de 10,0cm, entre lesquelles est appliquée la tension $U_{AB} = +10{,}0kV$.
Le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ est orthogonal au plan des plaques (schéma ci-contre).



1° Représenter le vecteur champ électrique $\vec{E}$ entre les plaques.
2° Calculer la valeur E de ce champ.
3° Ecrire la relation entre le vecteur accélération $\vec{a}$ du proton et le vecteur champ électrique $\vec{E}$.
4°a. Déterminer les équations horaires du mouvement du proton entre O et O'.
b. En déduire la nature du mouvement.
5° Calculer la valeur v_0' de la vitesse au passage par l'orifice O' et la durée τ du trajet OO'.

Exercice 22 ***Accélérateurs de protons***

Dans le dispositif ci-dessous, règne un vide poussé. Un faisceau homocinétique de protons est d'abord accéléré par une tension appliquée entre deux plaques A et C. les protons pénètrent en O avec une vitesse $v_0 = 800 km.s^{-1}$ entre deux plaques parallèles p et P', distantes de $d = 2{,}5 cm$ et de longueur $l = 10 cm$, comme l'indique le schéma ci-dessous.

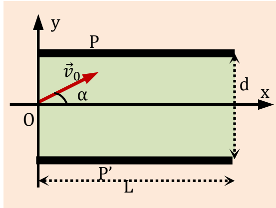


1° Calculer la valeur de U_{AC} sachant que les protons sont issus de A sans vitesse initiale ; En déduire le sens du champ appliqué entre A et C.
2° On applique entre les plaques P et P' la tension $U = U_{PP'}$ créant un champ uniforme de valeur E.
a. Quel doit être le signe de U pour que la déviation soit dirigée vers le haut ?
b. Montrer que l'équation cartésienne de la trajectoire entre les plaques est donnée par : $y = \frac{qE}{2m{v_0}^2} x^2$

Données : La force de pesanteur est négligeable ; $m_p = 1{,}67.10^{-27} kg$; $e = 1{,}6.10^{-19} C$

Exercice 23 ***Déviation de particules α***

Un faisceau de particule α (noyaux d'hélium $^4_2He^{2+}$), de charge 2e et de masse m pénètre en O entre les plaques P et P' d'un condensateur plan (l=20,0cm ; d=10,0cm).
Le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ fait un angle α=25° avec l'axe (Ox) ; sa valeur v_0 est égale 2,0.10⁵m.s⁻¹.

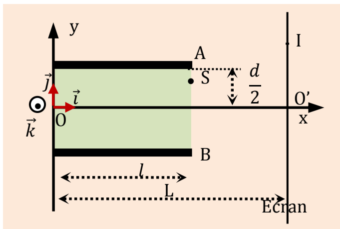


La tension $U_{PP'} = U$ appliquée entre les plaques est égale à +400V. Le champ électrique $\vec{E}$ est uniforme entre les plaques. L'origine du temps t=0 sera prise lorsque la particule pénètre en O.
Données : $m = 6{,}68.10^{-27} kg$; $e = 1{,}6.10^{-19} C$
1° Compléter le tableau en donnant l'expression littérale des différentes grandeurs en fonction de U, d, e, m, α et v_0.

	axe (Ox)	axe (Oy)
champ électrique	$E_x = \cdots$	$E_y = \cdots$
force électrique	$F_x = \cdots$	$F_y = \cdots$
accélération	$a_x = \cdots$	$a_y = \cdots$
vitesse initiale	$v_x = \cdots$	$v_y = \cdots$

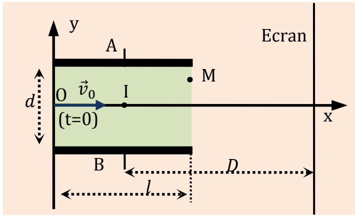
2° Calculer les valeurs numériques des grandeurs du tableau précédent en précisant les unités.
3° Les équations horaires de la trajectoire s'écrivent :
$x = v_0 t\cos\alpha$; $y = -\frac{eU}{md}t^2 + v_0 t\sin\alpha$.
a. Vérifier que cette solution correspond aux conditions initiales.
b. Retrouver l'équation de la trajectoire.
c. On pose : $y = Ax^2 + Bx$ avec x et y en m.
Déterminer les valeurs numériques de A et B.
d. Calculer la valeur maximale de y. La particule α frappe-t-elle l'armature P ?
e. Calculer la valeur de l'ordonné y_S du point S de sortie du champ électrique.

<u>Exercice 24</u> ***Etudier la déflexion électrique de protons***



Deux plaques métalliques carrées (notées A et B), de côté l, sont placées horizontalement et parallèlement l'une à l'autre dans une enceinte ou règne un vide poussé. La distance entre les deux plaques est notée d. Un faisceau homocinétique de protons pénètre, entre les plaques A et B, au point O avec une vitesse $\vec{v}_0$ horizontale. Soit e la charge et m la masse d'un proton.
1° Donner la direction et le sens du vecteur champ $\vec{E}$ crée entre les deux plaques pour que le faisceau homocinétique de protons soit dévié vers le haut (point S du schéma).
2° Quel est alors le signe de la tension U_{AB} établie entre les plaques A et B ?
3° La trajectoire d'un proton entre O et S se trouve dans le plan contenant le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Etablir, dans ce repère, l'équation de cette trajectoire. Quelle est sa nature ?
4° Les protons sortent du champ au point S et sont reçus en I sur un écran placé perpendiculairement à l'axe (Ox).
Quelle est la nature de leur mouvement entre S et I.
5° Exprimer la distance D = O'I en fonction des données, puis la calculer.
Données : $U = 4{,}00 kV$; $l = d = 6{,}00 cm$; $L = 0{,}50 m$; $m = 1{,}67.10^{-27} kg$;
$e = 1{,}6.10^{-19} C$; $v_0 = 1500 km.s^{-1}$

Exercice 25



Les deux armatures A et B d'un condensateur plan sont disposées dans le vide parallèlement à l'axe $\overrightarrow{Ox}$; leur distance est $d = 4cm$ et leur longueur $l = 10cm$. Un faisceau d'électrons homocinétiques (dont la masse $m = 9{,}1.10^{-31}kg$; $e = 1{,}6.10^{-19}C$) pénètre en O entre ces armatures avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0$ parallèle à $\overrightarrow{Ox}$ et de valeur $v_0 = 2500km.s^{-1}$.

1° Quel doit être le signe de la tension U_{AB}(ou de la d.d.p. $V_A - V_B$) pour que les électrons soient déviés vers l'armature A ?

2° On établit, entre les armatures, la tension (ou d.d.p.) $U_{AB} = 400V$.
Déterminer la trajectoire d'un électron dans le champ électrique crée par le condensateur. On utilisera le repère $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$ de la figure ; l'instant initial est celui où l'électron arrive à l'origine O.

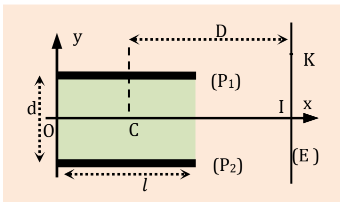
3° Déterminer l'ordonnée du point M où les électrons sortent du champ. Calculer également la vitesse des électrons en M et la déviation électrique α.

4° Déterminer l'équation littérale de la tangente en M à la trajectoire et en déduire l'abscisse de son intersection I avec l'axe $\overrightarrow{Ox}$.

5° Un écran fluorescent est placé à la distance D=25cm du point I, perpendiculairement à $\overrightarrow{Ox}$. Déterminer l'ordonnée du point d'impact des électrons sur cet écran.

Exercice 26

Le dispositif étudié dans cet exercice se trouve dans une enceinte où règne un vide très poussée. Des électrons pénètrent avec une vitesse v_0 horizontale à l'intérieur d'un condensateur plan. Entre les deux plaques horizontales P_1 et P_2 de ce condensateur, séparés par la distance d, est appliquée une tension constante $U = V_{P_1} - V_{P_2} = 140V$.
On admettra que le champ électrostatique uniforme qui en résulte agit sur les électrons sur une distance horizontale mesurée à partir du point O.



1° Comparer les valeurs du poids d'un électron et de la force électrostatique qu'il subit à l'intérieur du condensateur. Que peut-on en conclure ?

2° Montrer que la trajectoire d'un de ces électrons à l'intérieur du condensateur est plane et contenu dans le plan (xOy) représenté sur la figure. Etablir l'équation de cette trajectoire dans le système d'axe $(Ox,\ Oy)$ et en déduire de quelle distance les électrons sont déviés à la sortie du condensateur.

3° Ces électrons forment un spot sur un écran fluorescent (E) placé perpendiculairement à Ox à la distance D du centre C du condensateur. Quelle est la distance de ce spot au centre I de l'écran.

4° On applique maintenant entre P_1 et P_2 une tension alternative sinusoïdale de tension maximale U_m=140V. Quelle est la longueur du segment de droite observé sur l'écran ?

$e=1{,}6.10^{-19}C$; $m_e=9{,}1.10^{-31}kg$; $g=9{,}81m.s^{-2}$; $v_0=30000km.s^{-1}$; $l=15cm$; $d=3cm$; $D=20cm$

Exercice 27 ***Balayage d'un oscilloscope électronique***

A la sortie d'un canon, les électrons ont la même vitesse $\vec{v}_A(v_A = 2{,}25.10^7 m.s^{-1})$ de

direction horizontale. Ils pénètrent sur l'axe d'un dispositif constitué par deux plaques Q et Q' carrées (côté l=6cm), verticales et distantes de d=4cm (schéma a).
Entre les plaques est appliquée la tension $u_{QQ'} = u$, évoluant au cours du temps suivant le graphique du schéma b. L'écran est situé à la distance $D = IC$ du centre I de la région de déflexion, C étant le centre de l'écran.

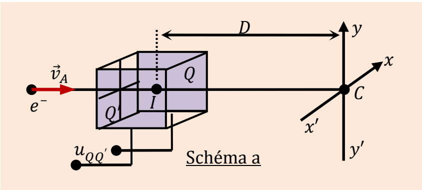


Schéma a

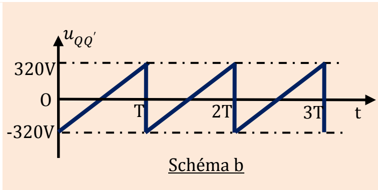
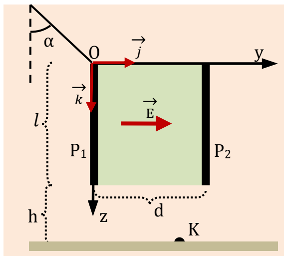


Schéma b

1° Suivant laquelle des deux direction (x'x) ou (y'y) de l'écran le spot est-il dévié pour la tension u ?
2° Etablir l'expression de l'angle de déflexion α à la sortie de plaques en fonction de e, m, v_A, d, l et u.
3° Déterminer les coordonnées du point d'arrivée de l'électron sur l'écran en fonction de e, m, v_A, d, l, u et D.
4°a. Trouver l'expression de la longueur du segment H'H parcourue par le spot au cours d'une période du balayage.
b. Déterminer la distance D sachant que H'H = 10cm.
c. Montrer que le mouvement du spot produit par l'impact des électrons sur l'écran est rectiligne et uniforme pendant des intervalles de temps successifs de durée T.
d. Calculer la vitesse en $cm.s^{-1}$, du déplacement du spot si l'on fixe la valeur de T à 10ms
e. Indiquer la base de temps en $s.cm^{-1}$ pour cette même valeur de T.

Exercice 28

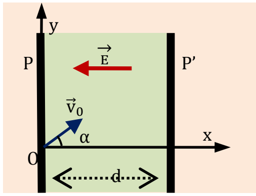


On considère un condensateur plan, formé par deux plaques verticales P_1 et P_2 de longueur commune l=20cm placées à une distance d=20cm l'une de l'autre. On applique une différence de potentiel entre P_1 et P_2 créant ainsi un champ électrique $\vec{E}$ uniforme, horizontal, dirigé de P_1 vers P_2 et de valeur $E=2.\ 10^4 V.\ m^{-1}$. On apporte ensuite à l'aide d'un isolant non chargé une boule métallisée de masse m=8g possédant une charge $q=3.10^{-6}$C près du bord supérieur de la plaque positive P_1 en O sans toutefois la toucher.
1° Déterminer l'angle α que fait le fil avec la verticale dans cette position d'équilibre.
2° On coupe ensuite le fil, libérant ainsi la boule chargée sans vitesse initiale. Indiquer en le justifiant la nature du mouvement de la boule à l'intérieur du condensateur.
Etablir les expressions, en fonction du temps y=f(t) et z=g(t), de la trajectoire de la boule dans l'espace plan $(O, \vec{j}, \vec{k})$ limité par les deux plateaux P_1 et P_2.
Déduire ensuite l'équation z(y) de la trajectoire.
3° La boule chargée sort par le point S de l'espace où agit le champ électrostatique. Calculer la durée t de ce mouvement.
Par application du théorème de l'énergie cinétique, déterminer la valeur du vecteur vitesse $\vec{v}_S$ de la boule à cet endroit.

4° Sachant que la partie inférieure de ce condensateur se trouve à une hauteur h=25cm du sol, déterminer les coordonnés du point d'impact K de la boule avec le sol et la valeur de son vecteur vitesse $\vec{v}_K$ en ce point.

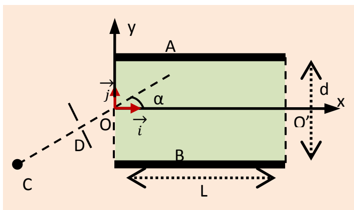
Exercice 29

Dans la région d'espace ($\mathcal{R}$) comprise entre deux plans parallèles P et P' distant de d, il existe un champ électrique $\vec{E}$ crée par des électrodes constituées de fins grillages métalliques disposés suivant P et P'.



$\vec{E}$ sera considéré comme nul à l'extérieure de ($\mathcal{R}$).
Une particule ponctuelle de masse m et de charge électrique positive, arrive en O à t=0 et pénètre dans la région ($\mathcal{R}$). La vitesse à t=0 se trouve dans le plan $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$; elle a pour valeur v_0 et fait un angle α avec l'horizontal.
1° Représenter la force électrique s'exerçant sur la particule en O
2° On néglige le poids de la particule devant la force électrique. Etablir l'équation de la trajectoire de la particule. Quelle est sa nature ?
3° Déterminer la composante v_x de la vitesse en fonction de y.
4° Calculer la composante v_y de la vitesse de la particule et l'angle β qu'elle fait avec l'horizontale au moment où elle arrive dans le plan P'.
On donne *: $v_0=2.10^7 m.s^{-1}$; $m=9,1.10^{-31}kg$; $q=1,6.10^{-19}C$; $E=5.10^4 v.m^{-1}$;$d=10^{-2}m$; $\alpha=10°$.*
5° Quelle sera la trajectoire de la particule après la traversée du plan P'? Montrer que le rapport $\sin\alpha / \sin\beta$ est une constante k qui sera exprimé en fonction de E, d, q, m et v_0

Exercice 30



Un condensateur plan est constitué de eux plaques parallèles métalliques rectangulaires horizontales A et B de longueur L et séparées par une distance d.
On raisonnera dans le repère orthonormal $\mathcal{R}(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
Le point O est équidistant des deux plaques. Un faisceau homocinétique de proton, émis en C à la vitesse nulle, est accéléré entre les points C et D, situés dans le plan $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Il pénètre en O, en formant l'angle α avec $\vec{\imath}$ dans le champ électrique supposé uniforme $\vec{E}$ du condensateur.
1°Après avoir indiqué en le justifiant le signe de V_D - V_C, calculer en fonction de $U=|V_D-V_C|$, la vitesse v_0 de pénétration dans le champ électrique uniforme.
AN : U=1000V, masse du proton $1,6.10^{-27}kg$, charge électrique élémentaire $e=1,6.10^{-19}C$.
2° Indiquer en le justifiant le signe de V_A-V_B tel que le faisceau de proton puisse passer par le point O' (L ; 0 ; 0). Donner l'équation de la trajectoire des protons dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ en fonction de U, $U' = |V_A - V_B|$, α et d.
Calculer la valeur numérique de U' qui permet de réaliser la sortie en O' pour α=30°, L=20cm et d=7cm.
3° Dans le cas où la tension U' a la valeur précédemment calculée, déterminer à quelle distance minimale du plateau supérieur passe le faisceau d'électron.
NB Toute l'expérience a lieu dans le vide et on négligera les forces de pesanteur.

Corrigé

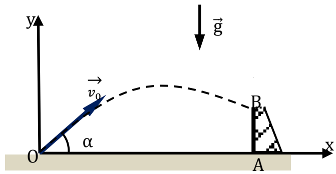
Exercice 1

1° *Montrons que la trajectoire du ballon est dans le plan* $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

Appliquons TCI au ballon : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad m\vec{g} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \vec{g}$

Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$



Projections sur les axes

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{cases};\quad \vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0 cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 sin\alpha \\ v_{0z} = 0 \end{cases};\quad \overrightarrow{OO}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

On obtient l'équation paramétrique de position : $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t sin\alpha \\ z = 0 \end{cases}$

$\forall\, t,\ z = 0$; Il n'y a pas de mouvement suivant l'axe $O\vec{k}$

Le mouvement est plan est contenu dans le plan $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

2° Equation de la trajectoire

$$\begin{cases} x = v_0 t cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0 cos\alpha} \\ y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 cos\alpha}\right)^2 + v_0 sin\alpha\left(\frac{x}{v_0 cos\alpha}\right) \end{cases}$$

Soit l'équation cartésienne : $\boldsymbol{y = -\frac{g}{2{v_0}^2 cos^2\alpha}x^2 + x tan\alpha}$

3° Vitesse initiale du ballon

Le point $B(d,h)$ est un point de la trajectoire du ballon : $h = -\frac{g}{2{v_0}^2 cos^2\alpha}d^2 + d tan\alpha$.

$$\boldsymbol{v_0 = \sqrt{\frac{gd^2}{2cos^2\alpha(d tan\alpha - h)}}} \qquad \text{AN} : v_0 = \sqrt{\frac{10\times 25^2}{2cos^2 30\times(25 tan30 - 2{,}44)}} \Rightarrow \boldsymbol{v_0 = 18{,}6 m.s^{-1}}$$

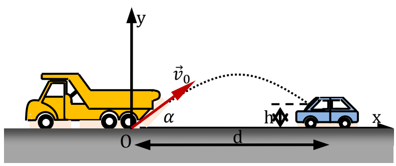
Exercice 2

1°* *Equations horaires* $x_G(t)$ *et* $y_G(t)$ *du mouvement du gravier*

Vecteur position : $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$

TCI : $\vec{P} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad m\vec{g} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \vec{g}$

Projection dans le repère



$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases};\quad \vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0 cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 sin\alpha \end{cases};\quad \overrightarrow{OO}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{OG}\begin{cases} x_G = v_0 t cos\alpha \\ y_G = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t sin\alpha \end{cases}}$$

Equation cartésienne de la trajectoire

$$\begin{cases} x_G = v_0 t cos\alpha \\ y_G = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x_G}{v_0 cos\alpha} \\ y_G = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x_G}{v_0 cos\alpha}\right)^2 + v_0 sin\alpha\left(\frac{x_G}{v_0 cos\alpha}\right) \end{cases}$$

Soit l'équation cartésienne : $y_G = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2 cos^2\alpha}x_G^2 + x_G tan\alpha$

Soit $\quad y_G = -5,34.10^{-2}x_G^2 + 0,754x_G$

2° *Allure de la trajectoire du gravier*

(Voir schéma)

3°*Equations horaires du mouvement du point M de la voiture dans $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$*

La trajectoire est rectiligne et le vecteur vitesse constant ; donc MRU

$\overrightarrow{OM} = \vec{v}t + \overrightarrow{OM}_0$

$\vec{v}\binom{-v}{0}$ et $\overrightarrow{OM}_0\binom{d}{h}$ d'où $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = -vt + d \\ y = h \end{cases}$ soit $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = -25t + 44 \\ y = h \end{cases}$

4° *Date t, à laquelle se produit l'impact du gravier sur le pare-brise*

Impact si $x_G = x \quad \Leftrightarrow \quad v_0 t cos\alpha = -vt + d$ soit $t = \frac{d}{v_0 cos\alpha + v}$

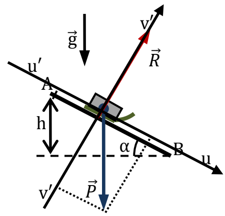
AN : $t = \frac{44}{12cos37+25} \quad \Rightarrow \quad t = 1,27s$

* *Hauteur h*

Pour t=1,27s , $\quad y_G = y = h$

$h = -\frac{1}{2}\times 9,8 \times 1,27^2 + 12 \times 1,27 \times sin37$ d'où $h = 1,24m$

Exercice 3



1° * *Représentation des forces*

(Voir figure ci-contre)

* *Nature du mouvement*

Appliquons TCI au solide

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \vec{g} + \frac{\vec{R}}{m}$

Le mobile glisse sur une portion rectiligne et le vecteur accélération $\vec{a}$ est constante ; le mouvement est rectiligne uniformément varié (MRUV).

* *Expression de l'accélération $\vec{a}$*

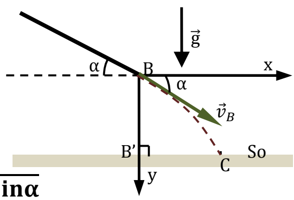
$\vec{a} = \vec{g} + \frac{\vec{R}}{m}$

Projection suivant les axes (u', u) et (v', v)

$\vec{a}\begin{cases} a_u = g sin\alpha \\ a_v = -g cos\alpha + \frac{R}{m} \end{cases}$

Le mouvement est rectiligne de direction $\vec{u}$ donc $a_v = 0$ et d'où $a = g sin\alpha$

2°* *Direction et le sens du vecteur vitesse $\vec{v}_B$*



\- Direction : AB $(\vec{v}_B, \overrightarrow{Ox}) = \alpha$

-sens : Vers le bas

* Expression de v_B en fonction de g, α et l.

Appliquons TEC au solide entre A et B

$\Delta E_C = \sum_{A\to B} W(F_{ext}) \quad \Longrightarrow \quad E_{C_B} - E_{C_A} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$\frac{1}{2}m v_B^2 - 0 = mgh + 0$ Or $h = l sin\alpha$ donc $v_B = \sqrt{2gl sin\alpha}$

3°a. *Equation de la trajectoire du mobile*

* Vecteur position : $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{BB}$

TCI : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \vec{g}$

Projection sur les axes

$\vec{a} = \vec{g}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$; $\vec{v}_B \begin{cases} v_{B_x} = v_B cos\alpha \\ v_{B_y} = v_B sin\alpha \end{cases}$ et $\overrightarrow{BB}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

À $t \neq 0$ on a : $\overrightarrow{BM}\begin{cases} x = v_B t cos\alpha \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + v_B t sin\alpha \end{cases}$

* Equation cartésienne de la trajectoire

$$\begin{cases} x = v_B t cos\alpha \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + v_B t sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_B cos\alpha} \\ y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_B cos\alpha}\right)^2 + v_B sin\alpha\left(\frac{x}{v_B cos\alpha}\right) \end{cases}$$

$y = \frac{g}{2{v_B}^2 cos^2\alpha}x^2 + x tan\alpha$ soit $\boldsymbol{y = \frac{1}{4l sin\alpha cos^2\alpha}x^2 + x tan\alpha}$

b. Longueur l

Le point C(B'C=d ;BB'=h) est un point de la trajectoire du mobile

$h = \frac{1}{4l sin\alpha cos^2\alpha}d^2 + d tan\alpha.$ On trouve $\boldsymbol{l = \frac{d^2}{4sin\alpha cos^2\alpha(h - d tan\alpha)}}$

AN : $l = \frac{1^2}{4sin30cos^2 30(1{,}2 - 1tan30)}$ soit $\boldsymbol{l = 1{,}1m}$

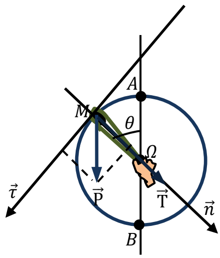
Exercice 4

1° *Tension exercée par l'ensemble des deux cordelettes aux points A et B*

Appliquons TCI au solide

$\sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = M\vec{a}$

Projection dans le repère de FRENET $(M, \vec{\tau}, \vec{n})$



$\begin{matrix}\vec{n}\\ \vec{\tau}\end{matrix}\begin{cases} Pcos\theta + T = Ma_n \\ Psin\theta = Ma_\tau \end{cases}$ Or $a_n = R\omega^2 = R4\pi^2N^2$

d'ou $Mgcos\theta + T = M4\pi^2N^2R$ soit $T = M(4\pi^2N^2R - gcos\theta)$

Pour A, $\theta = 0°$ d'où $\boldsymbol{T_A = M(4\pi^2N^2R - g)}$

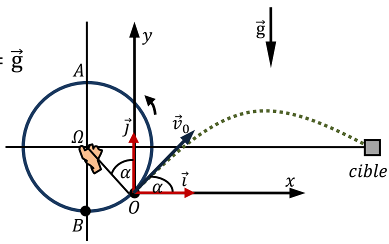
AN : $T_A = 0{,}1 \times (4\pi^2 \times 100^2 \times 0{,}8 - 10) \Rightarrow \boldsymbol{T_A = 7{,}8N}$

Pour B, $\theta = \pi$ d'où $\boldsymbol{T_B = M(4\pi^2N^2R + g)}$

AN : $T_B = 0{,}1 \times (4\pi^2 \times 100^2 \times 0{,}8 + 10) \Rightarrow \boldsymbol{T_B = 9{,}8N}$

2°a. *Equation de la trajectoire du projectile dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$*

Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$



TCI : $\sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = M\vec{a}$ soit $\vec{a} = \vec{g}$

Projection sur les axes

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0_x} = v_0 cos\alpha \\ v_{0_y} = v_0 sin\alpha \end{cases}$; $\overrightarrow{OO}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t sin\alpha \end{cases}$

Equation cartésienne de la trajectoire

$$\begin{cases} x = v_0 t cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0 cos\alpha} \\ y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 cos\alpha}\right)^2 + v_0 sin\alpha\left(\frac{x}{v_0 cos\alpha}\right) \end{cases}$$

Or $\quad v_0 = R\omega = 2\pi RN \qquad$ d'où l'équation : $\boldsymbol{y = -\frac{g}{8\pi^2R^2N^2cos^2\alpha}x^2 + xtan\alpha}$

b. *Distance d*

Le point cible C$(d, Rcos\alpha)$ est un point de la trajectoire du projectile

$Rcos\alpha = -\frac{g}{8\pi^2R^2N^2cos^2\alpha}d^2 + dtan\alpha \quad \Rightarrow \quad d^2 - \frac{4\pi^2R^2N^2sin2\alpha}{g}d + \frac{8\pi^2R^3N^2cos^3\alpha}{g} = 0$

Soit $d^2 - 7d + 4 = 0 \qquad$ On reconnait une équation du second degré

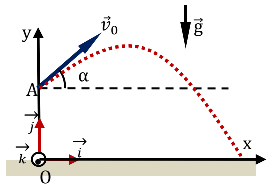
$d_1 = \frac{7-\sqrt{7^2-4\times4}}{2} \quad \Rightarrow \quad d_1 = 0{,}63\text{m} \qquad$ et $\qquad d_2 = \frac{7+\sqrt{7^2-4\times4}}{2} \quad \Rightarrow \quad d_2 = 6{,}4\text{m}$

$d_1 = 0{,}63\text{m}$ (Point ou la trajectoire coupe la 1ère fois le plan horizontal contenant Ω)

On trouve $\boldsymbol{d = 6{,}4\text{m}}$

Exercice 5

1° - *Expression des vecteurs vitesse $\vec v$ et position $\overrightarrow{OM}$ en fonction du temps t*



* Vecteur vitesse : $\boldsymbol{\vec v = \vec a t + \vec v_0}$

Or $\vec a = \vec g$ donc $\boldsymbol{\vec v = \vec g t + \vec v_0}$

* Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec a t^2 + \vec v_0 t + \overrightarrow{OA}$

On obtient : $\boldsymbol{\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec g t^2 + \vec v_0 t + \overrightarrow{OA}}$

2° *Expression des vecteur $\vec v$ et $\overrightarrow{OM}$ dans la base $(\vec\imath, \vec\jmath)$*

* Vecteur vitesse

$\vec v = \vec g t + \vec v_0$; $\vec g\begin{pmatrix}0\\-g\end{pmatrix}$ et $\vec v_0\begin{pmatrix}v_0cos\alpha\\v_0sin\alpha\end{pmatrix} \quad$ d'où $\quad \boldsymbol{\vec v = v_0cos\alpha\vec\imath + (-gt + v_0sin\alpha)\vec\jmath}$

* Vecteur position

$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec a t^2 + \vec v_0 t + \overrightarrow{OA}$; $\quad \overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}0\\h\end{pmatrix} \quad$ d'où $\overrightarrow{OM} = -\frac{1}{2}gt^2\vec\jmath + v_0tcos\alpha\vec\imath + v_0tsin\alpha\vec\jmath + h\vec\jmath$

$\boldsymbol{\overrightarrow{OM} = v_0tcos\alpha\vec\imath + \left(-\frac{1}{2}gt^2 + v_0tsin\alpha + h\right)\vec\jmath}$

-*Equations horaires du mouvement x(t) et y (t)*

$$\boldsymbol{\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0tcos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0tsin\alpha + h \end{cases}}$$

3°* *Equation cartésienne de la trajectoire y(x)*

$$\begin{cases} x = v_0tcos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0tsin\alpha + h \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0cos\alpha} \\ y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0cos\alpha}\right)^2 + v_0sin\alpha\left(\frac{x}{v_0cos\alpha}\right) + h \end{cases}$$

Soit l'équation cartésienne : $\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0{}^2cos^2\alpha}x^2 + xtan\alpha + h}$

* *Point ou la bille coupe le plan horizontal $(A, \vec\imath, \vec k)$*

$y = h \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0{}^2cos^2\alpha}x^2 + xtan\alpha + h = h \quad \Rightarrow \quad x\left(-\frac{1}{2}\frac{g}{v_0{}^2cos^2\alpha}x + tan\alpha\right) = 0$

On trouve $x = 0 \qquad$ ou $\qquad x = \frac{v_0{}^2sin2\alpha}{g}$

$x = 0$ est l'abscisse de départ ; $\; x = \frac{5^2sin(2\times60)}{10} \qquad$ soit $\qquad \boldsymbol{x = 2{,}165m}$

* *Date à laquelle la bille coupe le plan horizontal $(A, \vec\imath, \vec k)$*

Pour $x = 2{,}165$, $\qquad t = \frac{2{,}165}{5\times cos60} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t = 0{,}866s}$

Exercice 6

A/ 1° *Etude du mouvement vertical de la balle*

Appliquons TCI à la balle

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad m\vec{g} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \vec{g}$

La trajectoire de la balle est rectiligne et le vecteur accélération est constant ; donc son mouvement est rectiligne uniformément varié

$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OA}\,; \quad \vec{a} = -g\vec{k}, \quad \vec{v}_0 = v_0\vec{k}\,; \quad \overrightarrow{OA} = z_A\vec{k}$

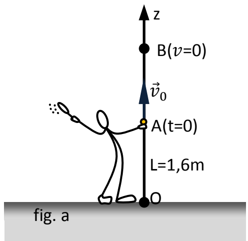


fig. a

On obtient après projection sur l'axe $(O\vec{k})$ l'équation horaire :

$z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + L$

soit $\boldsymbol{z = -4{,}9t^2 + v_0 t + 1{,}6}$ et $\boldsymbol{v_z = -9{,}8t + v_0}$

La balle s'élève, atteint son altitude maximale B et redescend

2° *Vitesse* v_0

1ère Méthode : Cinématique

MRUV : $v_B{}^2 - v_A{}^2 = 2a(z_B - z_A)$ Par suite $-v_0{}^2 = -2g(z_B - z_A)$

soit $\boldsymbol{v_0 = \sqrt{2g(z_B - z_A)}}$ AN : $v_0 = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 0{,}40} \Rightarrow \boldsymbol{v_0 = 2{,}8 m.s^{-1}}$

2ème méthode : TEC

Appliquons TEC à la balle entre A et B

$\Delta E_C = \sum_{A \to B} W(F_{ext}) \quad \Rightarrow \quad E_{C_B} - E_{C_A} = W(\vec{P})$

$0 - \frac{1}{2}mv_0{}^2 = mgh + 0$ Or $h = (z_B - z_A)$ donc $\boldsymbol{v_B = \sqrt{2g(z_B - z_A)}}$

3° *Temps*

MRUV : $v_B - v_A = a(t_B - t_A)$ Par suite : $-v_0 = -g\Delta t$ soit $\boldsymbol{\Delta t = \frac{v_0}{g}}$

AN : $\Delta t = \frac{2{,}8}{9{,}8} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta t = 0{,}29s}$

B/ 1° -*Etude du mouvement de la balle dans le repère* $(O, \overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oz})$

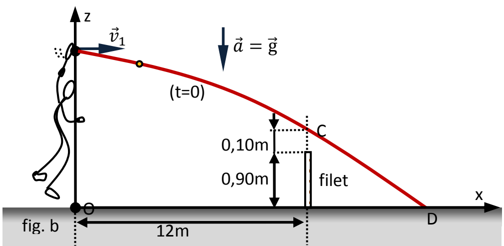


fig. b

Appliquons TCI à la balle : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad m\vec{g} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \vec{g}$

* Vecteur accélération : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$

MRU suivant l'axe (Ox) et MRUV suivant l'axe (Oz)

* Vecteur vitesse : $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_1$

À $t = 0$ $on\ a$: $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0_x} = v_1 \\ v_{0_y} = 0 \\ v_{0_z} = 0 \end{cases}$; À $t \neq 0$ $on\ a$: $\vec{v} \begin{cases} v_x = v_1 \\ v_y = 0 \\ v_z = -gt \end{cases}$

* Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_1 t + \overrightarrow{OB}$

À $t = 0$ $on\ a$: $\overrightarrow{OO}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_B \end{pmatrix}$; À $t \neq 0$, on a : $\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = v_1 t \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + z_B \end{cases}$

$\forall\ t,\ y = 0$; Il n'y a pas de mouvement suivant l'axe $O\vec{j}$

Le mouvement est plan est contenu dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{k})$

Equation de la trajectoire

$$\begin{cases} x = v_1 t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + z_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_1} \\ z = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_1}\right)^2 + z_B \end{cases}$$

D'où l'équation cartésienne : $\boldsymbol{z = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_1{}^2}x^2 + z_B}$ soit $\boldsymbol{z = -\frac{4,9}{v_1{}^2}x^2 + 2}$

- *Nature de la trajectoire*

La trajectoire est une portion de parabole tangente en B au vecteur vitesse $\vec{v}_1$

2° *Valeur v_1 de la vitesse initiale*

Pour que le service soit réussi comme le souhaite le joueur, il faut que le point $C(12; 0; 1)$ fasse partie de la trajectoire de la balle

$1 = -\frac{4,9}{v_1{}^2} \times 12^2 + 2$ d'où $v_1 = 12\sqrt{4,9} \Rightarrow v_1 = 26,6 m.s^{-1}$ soit $\boldsymbol{v_1 = 96 km.h^{-1}}$

3° *Valeur v_2 de la vitesse de la balle à son passage au dessus du filet*

Pour z=12m, $t = \frac{12}{26,6} = 0,452 s$

$$\vec{v}_2 \begin{cases} v_{2_x} = v_1 \\ v_{2_z} = -9,8 \times 0,452 = -4,43 \end{cases}$$

$v_2 = \sqrt{v_{2_x}{}^2 + v_{2_z}{}^2}$. On obtient : $\boldsymbol{v_2 = 27 m.s^{-1}}$

Autre méthode

Appliquons TEC à la balle entre B et C

$\Delta E_C = \sum_{B \to C} W(F_{ext}) \Rightarrow E_{C_C} - E_{C_B} = W(\vec{P})$

$\frac{1}{2}mv_2{}^2 - \frac{1}{2}mv_1{}^2 = mgh$ Or $h = (z_B - z_C)$ donc $\boldsymbol{v_2 = \sqrt{v_1{}^2 + 2g(z_B - z_C)}}$

AN : $v_2 = \sqrt{26,6^2 + 2 \times 9,8(2-1)}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{v_2 = 27 m.s^{-1}}$

4° *Distance OD*

Lorsque la balle frappe le sol, $z = 0$ et $x = OD$

$z = 0 \Leftrightarrow -\frac{4,9}{v_1{}^2}x^2 + 2 = 0.$ On trouve $x = OD = v_1\sqrt{\frac{2}{4,9}}$ soit $\boldsymbol{OD = 17 m}$

- Valeur v_3 de la vitesse

Pour z=17m, $t = \frac{17}{26,6} = 0,639 s$

$$\vec{v}_3 \begin{cases} v_{3_x} = v_1 \\ v_{3_z} = -9,8 \times 0,639 = -6,26 \end{cases}$$

$v_3 = \sqrt{{v_3}_x{}^2 + {v_3}_z{}^2}$.   On obtient : $\boldsymbol{v_3 = 27,3 m.s^{-1}}$

Autre méthode

Appliquons TEC à la balle entre B et D

$\Delta E_C = \sum_{B\to D} W(F_{ext}) \Rightarrow E_{C_D} - E_{C_B} = W(\vec{P})$

$\frac{1}{2}mv_3{}^2 - \frac{1}{2}mv_1{}^2 = mgh$ Or $h = (z_B - z_D)$ donc $\boldsymbol{v_3 = \sqrt{v_1{}^2 + 2g(z_B - z_D)}}$

AN : $v_D = \sqrt{26{,}6^2 + 2 \times 9{,}8(2-0)}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{v_3 = 27,3 m.s^{-1}}$

5° *Temps approximatif dont l'adversaire dispose*

Pour z=17m on a : $t_D = \frac{17}{26{,}6}$ soit $\boldsymbol{t_D = 0,639 s}$

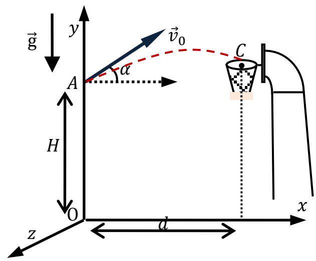
Conclusion : Le relanceur dispose donc d'un temps très court pour évaluer la trajectoire suivie par la balle et préparer son geste de renvoi.

<u>Exercice 7</u>

1° a. *Montrons que la trajectoire du ballon est plane*

Appliquons TCI au ballon : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a}$ $\Leftrightarrow$ $m\vec{g} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \vec{g}$



* Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OA}$

Projection sur les axes

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{cases}$; $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0_x} = v_0 cos\alpha \\ v_{0_y} = v_0 sin\alpha \\ v_{0_z} = 0 \end{cases}$ et $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} 0 \\ H \\ 0 \end{pmatrix}$

À $t \neq 0$ on a : $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t sin\alpha + H \\ z = 0 \end{cases}$

$\forall\, t,\ z = 0$; Il n'y a pas de mouvement suivant l'axe O$\vec{k}$. Le mouvement est plan est contenu dans le plan $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

b. *Equation de la trajectoire*

$\begin{cases} x = v_0 t cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t sin\alpha + H \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} t = \frac{x}{v_0 cos\alpha} \\ y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 cos\alpha}\right)^2 + v_0 sin\alpha\left(\frac{x}{v_0 cos\alpha}\right) + H \end{cases}$

D'où l'équation cartésienne : $\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0{}^2 cos^2\alpha}x^2 + x tan\alpha + H}$

Soit $\boldsymbol{y = -\frac{10,5}{v_0{}^2}x^2 + 1,07x + 2}$

c. *Valeur de v_0 pour que le panier soit réussi*

Pour que le panier soit réussi, il faut que le point C(7,1 ; 3 ; 0) appartienne à la trajectoire du ballon

$3 = -\frac{10{,}5}{v_0{}^2}7{,}1^2 + 1{,}07 \times 7{,}1 + 2$ soit $\boldsymbol{v_0 = 8,96 m.s^{-1}}$

d. *Durée du trajet effectué par le ballon du point A au point C*

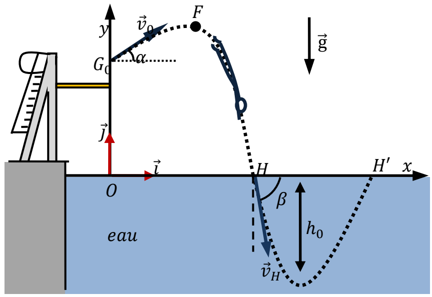
Pour $x = x_C = 7{,}1$;   on trouve $t_C = \frac{7{,}1}{8{,}96 \times cos47}$ soit $\boldsymbol{t_C = 1,2 s}$

2° Pour $x = 0{,}90m$,   on a : $y = -\frac{10{,}5}{8{,}96^2}0{,}90^2 + 1{,}07 \times 0{,}90 + 2 = 2{,}86m$

L'adversaire situé à 0,90m du tireur ne peut pas intercepter le ballon (la hauteur atteint 2,7m est inférieure à 2,86m). Le panier sera marqué

Exercice 8

1° *Equation littérale de la trajectoire du plongeur*



Appliquons TCI au plongeur : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \vec{g}$

* Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OG}_0$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$; $\quad \vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0 cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 sin\alpha \end{cases}$; $\quad \overrightarrow{OG}_0\begin{pmatrix} 0 \\ y_0 \end{pmatrix}$

À $t \neq 0$ on a : $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t sin\alpha + y_0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = v_0 t cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t sin\alpha + y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0 cos\alpha} \\ y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 cos\alpha}\right)^2 + v_0 sin\alpha\left(\frac{x}{v_0 cos\alpha}\right) + y_0 \end{cases}$$

D'où l'équation cartésienne : $\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2 cos^2\alpha}x^2 + x tan\alpha + y_0}$

Soit $\boldsymbol{y = -\frac{8{,}35}{v_0^2}x^2 + 0{,}839x + 6}$

2° *Valeur de la vitesse initiale* v_0

À la flèche, $v_y = 0 \Rightarrow t_F = \frac{v_0 sin\alpha}{g}$. $\quad$ On déduit $x_F = \frac{v_0^2 cos\alpha sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 sin2\alpha}{2g}$

On déduit $v_0 = \sqrt{\frac{2gx_F}{sin2\alpha}}$ $\quad$ AN : $\boldsymbol{v_0 = 4{,}46 m.s^{-1}}$

3° a. *Montrons que la valeur de sa vitesse en* H est $\boldsymbol{v_H = 12 m.s^{-1}}$

Appliquons TEC au plongeur entre G_0 et H

$\Delta E_C = \sum_{G_0 \to H} W(F_{ext}) \Rightarrow E_{C_H} - E_{C_{G_0}} = W(\vec{P})$

$\frac{1}{2}mv_H^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$ $\quad$ Or $h = (y_{G_0} - y_H)$ $\quad$ donc $\quad \boldsymbol{v_H = \sqrt{v_0^2 + 2gh}}$

AN : $v_H = \sqrt{4{,}46^2 + 2 \times 9{,}8 \times 6} \Rightarrow \boldsymbol{v_H = 11{,}7 m.s^{-1}}$ soit $\boldsymbol{v_H = 12 m.s^{-1}}$

b. Distance OH

$OH = x_H$ et $y = 0$

$0 = -\frac{8{,}35}{4{,}46^2}x_H^2 + 0{,}839x_H + 6 \Rightarrow -0{,}420x_H^2 + 0{,}839x_H + 6 = 0$

Soit $x_H^2 - 2{,}000x_H - 14{,}286 = 0$

$x_1 = \frac{2 - \sqrt{2^2 + 4 \times 14{,}286}}{2} = -2{,}9$ $\quad$ et $\quad x_2 = \frac{2 + \sqrt{2^2 + 4 \times 14{,}286}}{2} = 5{,}0$

$x_H > 0$ $\quad$ donc $\quad \boldsymbol{OH = 5{,}0m}$

Autre méthode

$v_H = \sqrt{v_{Hx}^2 + v_{Hy}^2} \Rightarrow v_{Hy} = -\sqrt{v_H^2 - v_{Hx}^2}$ $\quad$ car $\quad (v_{Hy} < 0)$

$-gt_H + v_0 sin\alpha = -\sqrt{v_H^2 - (v_0 cos\alpha)^2}$ $\quad$ soit $\quad t_H = \frac{v_0 sin\alpha + \sqrt{v_H^2 - (v_0 cos\alpha)^2}}{g}$

$OH = x_H = v_0 cos\alpha \frac{v_0 sin\alpha + \sqrt{v_H^2 - (v_0 cos\alpha)^2}}{g}$ $\quad$ AN : $\mathbf{OH = 5{,}0m}$

c. *Angle β que fait $\vec{v}_H$ fait avec l'axe (Ox)*

$tan\beta = \frac{v_{Hy}}{v_{Hx}}$ $\quad\quad t_H = \frac{OH}{v_0 cos\alpha}$ et $v_{Hy} = -\frac{gOH}{v_0 cos\alpha} + v_0 sin\alpha$

On trouve : $\boldsymbol{\beta = -73,6°}$

4°a. *Accélération du plongeur sous l'eau en fonction de m, ρ, V et g*

Appliquons TCI au plongeur sous l'eau

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$

La projection suivant y'y donne $-P + F = ma$ soit $-mg + \rho V g = ma$

On déduit : $\mathbf{a = \left(\frac{\rho V}{m} - 1\right) g}$

Accélération du plongeur sous l'eau en fonction de g et d

$m = \rho_P V$ Or $\rho_P = d\rho$ (ρ_P étant la masse volumique du plongeur) donc $m = d\rho V$

$a = \left(\frac{\rho V}{d\rho V} - 1\right) g$ d'où $\mathbf{a = \left(\frac{1}{d} - 1\right) g}$

b. *Lois horaires de la trajectoire sous l'eau*

* Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t'^2 + \vec{v}_H t' + \overrightarrow{OH}$ avec $t' = t - t_H$

Conditions initiales $t' = 0$

$\overrightarrow{OH}\begin{pmatrix} x_H = OH \\ y_H = 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{v}_H \begin{cases} v_{H_x} = v_H cos\beta \\ v_{0_y} = -v_H sin\beta \end{cases}; \quad \vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \left(\frac{1}{d} - 1\right) g \end{cases}$

À $t' \neq 0$ *on a* : $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_H t' cos\beta + OH \\ y = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{d} - 1\right) g t'^2 - v_H t' sin\beta \end{cases}$

$t \geq t_H$, on obtient : $\boldsymbol{\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_H(t - t_H)cos\beta + OH \\ y = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{d} - 1\right) g(t - t_H)^2 - v_H(t - t_H)sin\beta \end{cases}}$

Soit $\boldsymbol{\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 3,384(t - 1,46) + 5 \\ y = -1,633(t - 1,46)^2 - 11,51(t - 1,46) \end{cases}}$

Equation de la trajectoire sous l'eau

$\begin{cases} t - t_H = \frac{x - OH}{v_H cos\beta} \\ y = \frac{\left(\frac{1}{d} - 1\right) g}{2v_H{}^2 cos^2\beta}(x - OH)^2 - (x - OH)tan\beta \end{cases}$ soit $\boldsymbol{y = \frac{\left(\frac{1}{d} - 1\right) g}{2v_H{}^2 cos^2\beta}(x - OH)^2 - (x - OH)tan\beta}$

c. *Expression de la profondeur maximale h_0 atteinte en fonction de g, d, v_H et β*

$v_y = \frac{dy}{dt} = \left(\frac{1}{d} - 1\right) g(t - t_H) - v_H sin\beta = 0$ *et* $y = y_{min} = -h_0$

$v_y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{1}{d} - 1\right) g(t - t_H) - v_H sin\beta = 0$ *donc* $t - t_H = \frac{v_H sin\beta}{\left(\frac{1}{d} - 1\right) g}$

$y_{min} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{d} - 1\right) g \left(\frac{v_H sin\beta}{\left(\frac{1}{d} - 1\right) g}\right)^2 - v_H \left(\frac{v_H sin\beta}{\left(\frac{1}{d} - 1\right) g}\right) sin\beta = \frac{v_H{}^2 sin\beta^2}{2\left(\frac{1}{d} - 1\right) g}$ d'où $\boldsymbol{h_0 = \frac{v_H{}^2 sin^2\beta}{2\left(\frac{1}{d} - 1\right) g}}$

d. *Durée t*

$y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}\left(\frac{1}{d} - 1\right) g(t - t_H)^2 - v_H(t - t_H)sin\beta = 0$

On trouve : $t - t_H = \frac{2v_H sin\beta}{\left(\frac{1}{d} - 1\right) g}$ soit $\boldsymbol{t = \frac{2v_H sin\beta}{\left(\frac{1}{d} - 1\right) g} + t_H}$

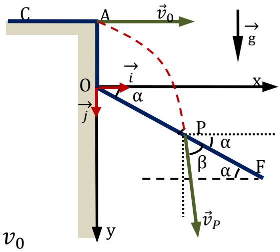
e. *Distance OH'*

Au point H', $t = \frac{2v_H sin\beta}{\left(\frac{1}{d} - 1\right) g} + t_H$ et $x = OH'$

$OH' = v_H cos\beta \frac{2v_H sin\beta}{\left(\frac{1}{d}-1\right)g} + x_H$ soit $\boldsymbol{OH' = \frac{v_H{}^2 sin2\beta}{\left(\frac{1}{d}-1\right)g} + OH}$ AN : $\boldsymbol{OH' = 29m}$

Exercice 9

1° *Coordonnées du point* P



Dans le repère (xOy), $\overrightarrow{OP} = OPcos\alpha\vec{\imath} + OPsin\alpha\vec{\jmath}$

Le point P a pour coordonnées : $\boldsymbol{P(OPcos\alpha, OPsin\alpha)}$

- *Longueur OP du saut*

Equation de la trajectoire du skieur

Appliquons TCI au skieur

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a}$ $\Leftrightarrow$ $m\vec{g} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \vec{g}$

À $t = 0$ on a : $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$; À $t \neq 0$ on a : $\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = gt \end{cases}$

* Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OA}$

Conditions initiales $t = 0$

$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$; $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$ et $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} 0 \\ -h \end{pmatrix}$

À $t \neq 0$ on a : $\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 - h \end{cases}$

$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 - h \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 - h \end{cases}$

D'où l'équation cartésienne : $y = \frac{g}{2v_0{}^2}x^2 - h$

Le point $P(OPcos\alpha, OPsin\alpha)$ est un point de la trajectoire du skieur

$OPsin\alpha = \frac{1}{2}\frac{g}{v_0{}^2}(OPcos\alpha)^2 - h$ d'où $OP^2 - \frac{2v_0{}^2 sin\alpha}{gcos^2\alpha}OP - \frac{2v_0{}^2 h}{gcos^2\alpha} = 0$

Soit $OP^2 - 46{,}2OP - 147{,}6 = 0$

$OP_1 = \frac{46{,}2 - \sqrt{46{,}2^2 + 4\times 147{,}6}}{2} = -3$ et $OP_2 = \frac{46{,}2 + \sqrt{46{,}2^2 + 4\times 147{,}6}}{2} = 49{,}2$

$OP > 0$ donc $\boldsymbol{OP = 49{,}2m}$

2° *Vitesse $\vec{v}_P$ du skieur lorsqu'il touche le sol*

$x_P = v_0 t_P \Rightarrow t_P = \frac{x_P}{v_0} = \frac{OPcos\alpha}{v_0}$

$\vec{v}_P \begin{cases} v_{Px} = v_0 \\ v_{Py} = \frac{gOPcos\alpha}{v_0} \end{cases}$ AN : $\vec{v}_P \begin{cases} v_{Px} = 15 \\ v_{Py} = 25{,}6 \end{cases}$

Mesure v_P de la vitesse

$v_P = \sqrt{v_{Px}{}^2 + v_{Py}{}^2}$ AN : $\boldsymbol{v_P = 30m.s^{-1}}$

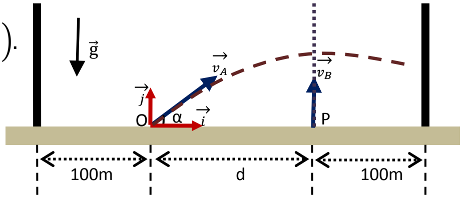
Angle β de la vitesse $\vec{v}_P$ avec le sol OF

$\tan(\beta + \alpha) = \frac{v_{Py}}{v_{Px}} \Rightarrow \boldsymbol{\beta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{Py}}{v_{Px}}\right) - \alpha}$ AN : $\boldsymbol{\beta = 24{,}5°}$

Exercice 10

1°*Equations horaires des mouvements*

Fusée A



* Vecteur position : $\overrightarrow{OG_A} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_A t + \overrightarrow{OO}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$; $\vec{v}_A\begin{cases} v_{A_x} = v_A cos\alpha \\ v_{A_y} = v_A sin\alpha \end{cases}$; $\overrightarrow{OO}\binom{0}{0}$.

$\overrightarrow{\boldsymbol{OG_A}}\begin{cases} \boldsymbol{x_A = v_A t cos\alpha} \\ \boldsymbol{y_A = -\frac{1}{2}gt^2 + v_A t sin\alpha} \end{cases}$

Fusée B

$\overrightarrow{OG_B} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_B t + \overrightarrow{OP}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$; $\vec{v}_B\begin{cases} v_{B_x} = 0 \\ v_{B_y} = v_B \end{cases}$; $\overrightarrow{OP}\binom{d}{0}$ soit $\overrightarrow{\boldsymbol{OG_B}}\begin{cases} \boldsymbol{x_B = d} \\ \boldsymbol{y_B = -\frac{1}{2}gt^2 + v_B t} \end{cases}$

Nature des trajectoires et allure

La fusée A décrit une trajectoire parabolique et la fusée B une trajectoire rectiligne.

2° *Inclinaison* α

S'il y a explosion, $x_A = x_B \Leftrightarrow v_A\theta cos\alpha = d \Rightarrow cos\alpha = \frac{d}{v_A\theta}$

$\boldsymbol{\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{d}{v_A\theta}\right)}$ AN $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{30}{51{,}4\times4}\right) \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 81{,}6°}$

3° *Distance qui sépare les deux fusées*

Position de la fusée A

$\begin{cases} x_1 = v_A\theta cos\alpha \\ y_1 = -\frac{1}{2}g\theta^2 + v_A\theta sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 51{,}4 \times 4cos81{,}6 \\ y_1 = -\frac{1}{2}\times 9{,}8 \times 4^2 + 51{,}4 \times 4sin81{,}6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 30 \\ y_1 = 125 \end{cases}$

Position de la fusée B

$\begin{cases} x_2 = d \\ y_2 = -\frac{1}{2}g\theta^2 + v_B\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = d \\ y_2 = -\frac{1}{2}\times 9{,}8 \times 4^2 + 50 \times 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 30 \\ y_2 = 121{,}6 \end{cases}$

$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ soit $\boldsymbol{D = 3{,}4m}$

4° * La fusée B ne présente pas de danger pour les spectateurs en cas de non explosion en hauteur car elle tombera au point P situé à 100m de la barrière.

* La fusée A :

Portée : y = 0 et x = X

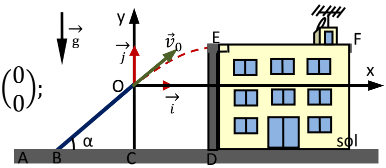
$y = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}gt^2 + v_A t sin\alpha = 0 \Rightarrow t = \frac{2v_A sin\alpha}{g}$ soit $X = \frac{{v_A}^2 sin2\alpha}{g}$ AN : $X = 77{,}9$

La fusée A tombe à $100 - X = 22{,}1$m de la barrière ; il n'y a donc pas de sécurité pour les spectateurs lors de la retombée de la fusée A en cas de non explosion en altitude.

Exercice 11

1° *Equation de la trajectoire du centre d'inertie G entre O et E*

* Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$



Projection sur les axes :

$\vec{a} = \vec{g}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0_x} = v_0 cos\alpha \\ v_{0_y} = v_0 sin\alpha \end{cases}$; $\overrightarrow{OO}\binom{0}{0}$;

À $t \neq 0$ on a : $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t sin\alpha \end{cases}$

* Equation cartésienne de la trajectoire

$$\begin{cases} t = \frac{x}{v_0 cos\alpha} \\ y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 cos\alpha}\right)^2 + v_0 sin\alpha\left(\frac{x}{v_0 cos\alpha}\right) \end{cases}$$

Soit l'équation cartésienne : $\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0{}^2cos^2\alpha}x^2 + xtan\alpha}$

2°a. -*Vitesse initiale v_0 en m.s*$^{-1}$ *et en km.h*$^{-1}$

Le point E est le sommet de la parabole

À la flèche, $v_y = \frac{dy}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0 sin\alpha}{g}$.

On déduit $x_E = \frac{v_0{}^2 cos\alpha sin\alpha}{g}$ et $y_E = \frac{v_0{}^2 sin^2\alpha}{2g}$

$x_E{}^2 = \frac{v_0{}^4cos^2\alpha sin^2\alpha}{g^2} = \frac{v_0{}^4(1-sin^2\alpha)sin^2\alpha}{g^2}$ et $sin^2\alpha = \frac{2gy_E}{v_0{}^2}$

On obtient : $x_E{}^2 = \frac{v_0{}^4\left(1-\frac{2gy_E}{v_0{}^2}\right)\frac{2gy_E}{v_0{}^2}}{g^2}$ soit $x_E{}^2 = \frac{2y_E(v_0{}^2-2gy_E)}{g}$

Et par suite : $v_0 = \sqrt{\frac{gx_E{}^2}{2y_E} + 2gy_E}$ AN : $v_0 = \sqrt{\frac{10\times15^2}{2\times(10-8)} + 2\times10\times(10-8)}$

$\Rightarrow \boldsymbol{v_0 = 24,5m.s^{-1}}$ soit $\boldsymbol{v_0 = 88,2km.h^{-1}}$

- *L'angle* α

$sin^2\alpha = \frac{2gy_E}{v_0{}^2} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = \sin^{-1}\sqrt{\frac{2gy_E}{v_0{}^2}}}$ AN : $\alpha = \sin^{-1}\sqrt{\frac{2\times10\times(10-8)}{24,5^2}} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 15°}$

Autre méthode

$\frac{y_E}{x_E} = \frac{1}{2}tan\alpha \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{2y_E}{x_E}\right)}$ AN : $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{2\times(10-8)}{15}\right) \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 15°}$

$v_0{}^2 = \frac{2gy_E}{sin^2\alpha}$ et $\boldsymbol{v_0 = 24,5m.s^{-1}}$

b. *Vitesse v_E à l'arrivée de l'automobile en E*

Au point E, $v_y = 0$ et $v_x = v_E = v_0 cos\alpha 0$ AN : $\boldsymbol{v_E = 23,7m.s^{-1}}$

3° *Intensité de la force $\vec{f'}$*

Appliquons TEC à l'automobile entre E et F

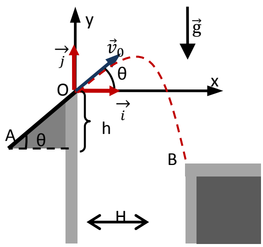
$\Delta E_C = \sum_{E\to F} W(F_{ext}) \Rightarrow E_F - E_{C_E} = W(\vec{P}) + W(R) + W(\vec{f}) + W(\vec{f'})$

$0 - \frac{1}{2}mv_E{}^2 = 0 + 0 - f.EF - f'.EF \Rightarrow \boldsymbol{f' = \frac{mv_E{}^2}{2L} - f}$

AN ; $f' = \frac{10^3\times23,7^2}{2\times100} - 500 \Rightarrow \boldsymbol{f' = 2308N}$

<u>Exercice 12</u>

1° *Equations horaire du mouvement*



Vecteur accélération : $\vec{a} = \vec{g}$

Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0_x} = v_0 cos\theta \\ v_{0_y} = v_0 sin\theta \end{cases}$; $\overrightarrow{OO}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t cos\theta \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t sin\theta \end{cases}$

2°- *Dénivellation h entre O et B en fonction de la largeur H de faille*

Equation cartésienne de la trajectoire

$$\begin{cases} x = v_0 t\cos\theta \\ y = -\frac{1}{2}\mathrm{g}t^2 + v_0 t\sin\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0\cos\theta} \\ y = -\frac{1}{2}\mathrm{g}\left(\frac{x}{v_0\cos\theta}\right)^2 + v_0\sin\theta\left(\frac{x}{v_0\cos\theta}\right) \end{cases}$$

Soit l'équation cartésienne : $y = -\frac{1}{2}\frac{\mathrm{g}}{v_0{}^2\cos^2\theta}x^2 + x\tan\theta$

Le point B(H, −h) est un point de la trajectoire de l'ensemble cascadeur + moto

$-h = -\frac{1}{2}\frac{\mathrm{g}}{v_0{}^2\cos^2\theta}H^2 + H\tan\theta \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{h = \frac{\mathrm{g}}{2v_0{}^2\cos^2\theta}H^2 - H\tan\theta}$

AN : $h = \frac{10}{2\times 35^2\times\cos^2 10}\times 50^2 - 50\tan 10 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{h = 1,7m}$

Exercice 13

1° * Théorème de l'énergie cinétique (TEC)

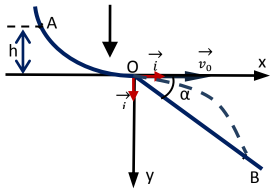
La variation de l'énergie cinétique d'un solide entre les instants t_1 et t_2 est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures appliquées à ce solide entre ces deux instants.

* Valeur de h

$\Delta E_C = \sum_{A\to O} W(F_{ext}) \quad \Rightarrow \quad E_{C_O} - E_{C_A} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$\frac{1}{2}mv_0{}^2 - 0 = mgh + 0$ d'où $\mathbf{h} = \boldsymbol{\frac{v_0{}^2}{2g}}$ AN : $h = \frac{12,5^2}{2\times 9,8} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{h = 8}\boldsymbol{m}$

2° *Equation littérale de la trajectoire de G*



Appliquons TCI au skieur : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{\mathrm{g}} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \vec{\mathrm{g}}$

Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \mathrm{g} \end{cases}$; $\quad \vec{v}_0\begin{cases} v_{0_x} = v_0 \\ v_{0_y} = 0 \end{cases}$; $\quad \overrightarrow{OO}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$;

On déduit : $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}\mathrm{g}t^2 \end{cases}$

Equation de la trajectoire

$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}\mathrm{g}t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y = \frac{1}{2}\mathrm{g}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \end{cases}$ d'où l'équation cartésienne : $\boldsymbol{y = \frac{\mathrm{g}}{2v_0{}^2}x^2}$

3° *Expressions littérales des coordonnées x_B et y_B*

$\overrightarrow{OB}\begin{cases} x_B = OB\cos\alpha \\ y_B = OB\sin\alpha \end{cases}$ Le point B est un point de la trajectoire du skieur,

donc $OB\sin\alpha = \frac{\mathrm{g}}{2v_0{}^2}(OB\cos\alpha)^2$ Et on déduit : $OB = \frac{2v_0{}^2\sin\alpha}{\mathrm{g}\cos^2\alpha}$

$\begin{cases} \boldsymbol{x_B = \frac{2v_0{}^2\tan\alpha}{\mathrm{g}}} \\ \boldsymbol{y_B = \frac{2v_0{}^2\tan^2\alpha}{\mathrm{g}}} \end{cases}$ AN : $\begin{cases} x_B = \frac{2\times 12,5^2\tan 30}{9,8} \\ y_B = \frac{2\times 12,5^2\tan^2 30}{9,8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{x_B = 18,4} \\ \boldsymbol{y_B = 10,6} \end{cases}$

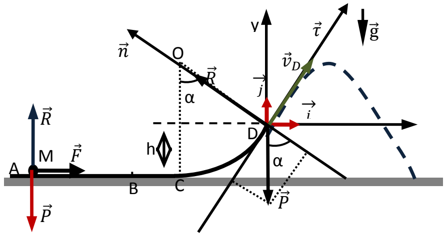
- *Longueur l=OB du saut*

$l = OB = \sqrt{x_B{}^2 + y_B{}^2}$ On trouve : $\boldsymbol{l = 21,2m}$

- Durée t du saut

$\boldsymbol{t_B = \frac{x_B}{v_0}}$ AN : $t_B = \frac{18,4}{12,5_0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t_B = 1,47s}$

Exercice 14



1°a- *Théorème de l'énergie cinétique (TEC)*
La variation de l'énergie cinétique d'un solide entre les instants t_1 et t_2 est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures appliquées à ce solide entre ces deux instants.

B -*Intensité minimale à donner à* $\vec{F}$
Appliquons TEC au projectile entre A et D

$\Delta E_C = \sum_{A\to D} W(F_{ext})$

$E_{C_D} - E_{C_A} = W_{A\to D}(\vec{P}) + W_{A\to D}(\vec{R}) + W_{A\to B}(\vec{F}_{min})$

$0 - 0 = -mgh + 0 + F_{min}.AB$ avec $h = r(1 - cos\alpha)$ et $AB = l$

On obtient : $\mathbf{F_{min}} = \frac{\mathbf{mgr(1-cos\alpha)}}{\boldsymbol{l}}$ AN : $F_{min} = \frac{0{,}5\times10\times1(1-cos60)}{1}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{F_{min} = 2,5N}$

c-*Vitesse* v_D
Appliquons TEC au projectile entre A et D

$\Delta E_C = \sum_{A\to D} W(F_{ext})$ $\Rightarrow$ $E_{C_D} - E_{C_A} = W_{A\to D}(\vec{P}) + W_{A\to D}(\vec{R}) + W_{A\to B}(\vec{F})$

$\frac{1}{2}mv_D{}^2 - 0 = -mgh + 0 + F.AB$ avec $h = r(1 - cos\alpha)$ et $AB = l$

On obtient : $\boldsymbol{v_D} = \sqrt{\frac{\mathbf{2F}.\boldsymbol{l}}{\mathbf{m}} - \mathbf{2gr(1 - cos\alpha)}}$

AN : $v_D = \sqrt{\frac{2\times15{,}0\times1}{0{,}5} - 2\times10\times1(1 - cos60)}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{v_D} = \mathbf{4,47m.s^{-1}}$

2°a- *Equation de la trajectoire*

$\vec{a} = \vec{g}$

* Vecteur position : $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_D t + \overrightarrow{DD}$

Conditions initiales $t = 0$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$; $\vec{v}_D\begin{cases} v_{D_x} = v_D cos\alpha \\ v_{D_y} = v_D sin\alpha \end{cases}$ et $\overrightarrow{DD}\binom{0}{0}$

À $t \neq 0$ *on a :* $\overrightarrow{DM}$ $\begin{cases} x = v_D t cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_D t sin\alpha \end{cases}$

$\begin{cases} x = v_D t cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_D t sin\alpha \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} t = \frac{x}{v_D cos\alpha} \\ y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_D cos\alpha}\right)^2 + v_D sin\alpha\left(\frac{x}{v_D cos\alpha}\right) \end{cases}$

Soit l'équation cartésienne : $\boldsymbol{y} = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\frac{\mathbf{g}}{\boldsymbol{v_D}^2\boldsymbol{cos^2\alpha}}\boldsymbol{x^2} + \boldsymbol{xtan\alpha}$

b-*Hauteur maximale atteinte au dessus de l'horizontal ABC*

$H = h + Y$ où Y est la flèche

À la flèche, $v_y = \frac{dy}{dt} = 0$

$v_y = -gt + v_D sin\alpha = 0$ $\Rightarrow$ $t = \frac{v_D sin\alpha}{g}$ et donc $Y = \frac{v_D{}^2 sin^2\alpha}{2g}$

$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{r(1 - cos\alpha)} + \frac{\boldsymbol{v_D}^2\boldsymbol{sin^2\alpha}}{\mathbf{2g}}$ AN : $H = 1\times(1 - cos60) + \frac{4{,}47^2 sin^2 60}{2\times10}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{H = 1,38m}$

3°*Intensité de la force* F' *exercée par le projectile sur la piste*
Principe d'action et de réaction : $F' = R$

TCI : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

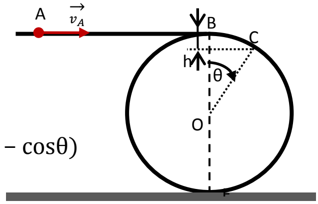
Projection dans la base de FRENET $(\vec{\tau}, \vec{n})$

$\begin{matrix} \vec{n} \\ \vec{\tau} \end{matrix} \begin{cases} -Pcos\alpha + R = ma_n \\ -Psin\alpha = ma_\tau \end{cases}$ Or $a_n = \frac{v_D{}^2}{r}$ avec $v_D = \sqrt{\frac{2\mathrm{F}.l}{\mathrm{m}} - 2\mathrm{g}r(1 - cos\alpha)}$

On a $-mgcos\alpha + R = m\left[\frac{2\mathrm{F}.l}{\mathrm{mr}} - 2\mathrm{g}(1 - \cos\alpha)\right]$ d'où $\boldsymbol{R = F' = m\left[\frac{2F.l}{mr} + g(3cos\alpha - 2)\right]}$

AN : $\mathrm{F'} = 0{,}5 \times \left[\frac{2\times15\times1}{0{,}5\times1} + 10 \times (3\cos 60 - 2)\right] \Rightarrow$ $\mathbf{F' = 22{,}7N}$

Exercice 15



1°a-*Norme de la vitesse v_C en fonction de r, g, θ et v_A*

Appliquons TEC au point matériel A et C

$\Delta\mathrm{E_C} = \sum_{\mathrm{E}\to\mathrm{F}} \mathrm{W(F_{ext})} \Rightarrow \mathrm{E_A} - \mathrm{E_{C_C}} = \mathrm{W}(\vec{\mathrm{P}}) + \mathrm{W}(\vec{\mathrm{R}})$

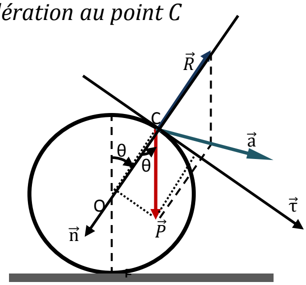
$\frac{1}{2}\mathrm{m}v_C{}^2 - \frac{1}{2}\mathrm{m}v_A{}^2 = \mathrm{mgh} + 0$ avec $\mathrm{h = OB - OC\cos\theta = r(1 - \cos\theta)}$

On obtient : $\boldsymbol{v_C = \sqrt{v_A{}^2 + 2gr(1 - \cos\theta)}}$

b- *Représentation des forces exercées et du vecteur accélération au point C*

TCI : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$ d'où $\vec{a} = \frac{\vec{P} + \vec{R}}{m}$

(Voir schéma)



c-*Intensité de la réaction $\vec{R}$ en C*

$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection dans la base de FRENET $(\vec{\tau}, \vec{n})$

$\begin{matrix} \vec{n} \\ \vec{\tau} \end{matrix} \begin{cases} Pcos\theta - R = ma_n \\ Psin\theta = ma_\tau \end{cases}$

Or $a_n = \frac{v_C{}^2}{r}$ avec $v_C = \sqrt{v_A{}^2 + 2\mathrm{gr}(1 - \cos\theta)}$

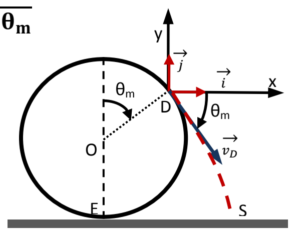
On a donc $mgcos\theta - R = m\left[\frac{v_A{}^2}{\mathrm{r}} + 2\mathrm{g}(1 - \cos\theta)\right]$ d'où $\boldsymbol{R = -m\left[\frac{v_A{}^2}{r} + g(2 - 3\cos\theta)\right]}$

2°*Expression de v_D en fonction de* r, g et θ_m.

Le solide quitte la piste donc $R = 0$ et $\theta = \theta_\mathrm{m}$

$R = 0 \Rightarrow \frac{v_A{}^2}{\mathrm{r}} + \mathrm{g}(2 - 3\cos\theta_\mathrm{m}) = 0$ soit $v_A{}^2 = \mathrm{gr}(3\cos\theta_\mathrm{m} - 2)$

De $v_D = \sqrt{v_A{}^2 + 2\mathrm{gr}(1 - \cos\theta_\mathrm{m})}$, on déduit $\boldsymbol{v_D = \sqrt{gr\cos\theta_m}}$



3°a-*Equation cartésienne de la trajectoire du point matériel*

* Vecteur accélération : $\vec{a} = \vec{\mathrm{g}}$

* Vecteur position : $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_D t + \overrightarrow{DD}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\mathrm{g} \end{cases}$; $\vec{v}_D \begin{cases} v_{D_x} = v_D cos\theta_m \\ v_{D_y} = -v_D sin\theta_m \end{cases}$ et $\overrightarrow{DD}\binom{0}{0}$

$\overrightarrow{DM}\begin{cases} x = v_D tcos\theta_m \\ y = -\frac{1}{2}\mathrm{g}t^2 - v_D tsin\theta_m \end{cases}$

$\begin{cases} x = v_D tcos\theta_m \\ y = -\frac{1}{2}\mathrm{g}t^2 - v_D tsin\theta_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_D cos\theta_m} \\ y = -\frac{1}{2}\mathrm{g}\left(\frac{x}{v_D cos\theta_m}\right)^2 - v_D sin\theta_m\left(\frac{x}{v_D cos\theta_m}\right) \end{cases}$

Soit l'équation cartésienne : $\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_D{}^2cos^2\theta_m}x^2 - xtan\theta_m}$

b- *Longueur ES*

$ES = rsin\theta_m + x_S$

Le point $S\left(x_S, -r(1+cos\theta_m)\right)$ est un point de la trajectoire du point matériel

On a donc $-r(1+cos\theta_m) = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_D{}^2cos^2\theta_m}x_S{}^2 - x_Stan\theta_m$. Or $v_D = \sqrt{\mathrm{grcos\theta_m}}$

donc $-r(1+cos\theta_m) = -\frac{1}{2rcos^3\theta_m}x_S{}^2 - x_Stan\theta_m$ soit $x_S{}^2 + 0{,}375x_S - 0{,}606 = 0$

$\Delta = 0{,}375^2 + 4\times 0{,}606 = 2{,}565$

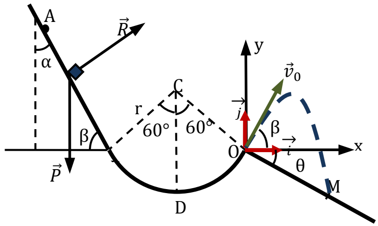
$x_{S_1} = \frac{-0{,}375-\sqrt{2{,}565}}{2} = -1{,}0m$; $x_{S_2} = \frac{-0{,}375+\sqrt{2{,}565}}{2} = 0{,}613m$

$x_S > 0$ donc $x_S = 0{,}613m$ et $ES = 0{,}5sin30 + 0{,}613 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{ES = 0{,}86m}$

<u>Exercice 16</u>

1° *Equation cartésienne de la trajectoire dans le repère* $\mathcal{R}(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0t + \overrightarrow{OO}$



$\vec{a} = \vec{g}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0cos\beta \\ v_{0y} = v_0sin\beta \end{cases}$; $\overrightarrow{OO}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0tcos\beta \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0tsin\beta \end{cases}$

$\begin{cases} t = \frac{x}{v_0cos\beta} \\ y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0cos\beta}\right)^2 + v_0sin\beta\left(\frac{x}{v_0cos\beta}\right) \end{cases}$

Soit l'équation cartésienne : $\boldsymbol{y = -\frac{g}{2v_0{}^2cos^2\beta}x^2 + xtan\beta}$

- *Nature de sa trajectoire dans* $\mathcal{R}(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

La trajectoire est une portion de parabole

2° Calcule l'angle α

A la flèche, $v_y = \frac{dy}{dt} = 0$

$v_y = -gt + v_0sin\beta = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0sin\beta}{g}$ Et donc $Y_S = \frac{v_0{}^2sin^2\beta}{2g}$ soit $Y_S = \frac{v_0{}^2cos^2\alpha}{2g}$

Valeur de v_0

Appliquons TEC au palet entre A et O

$\Delta E_C = \sum_{A\to O}W(F_{ext}) \quad \Rightarrow \quad E_O - E_{C_A} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$\frac{1}{2}mv_0{}^2 - 0 = mgh + 0$ avec $h = ABcos\alpha = lcos\alpha$ On obtient : $v_0 = \sqrt{2glcos\alpha}$

On déduit $Y_S = \frac{2glcos^3\alpha}{2g} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = cos^{-1}\left(\sqrt[3]{\frac{Y_S}{l}}\right)}$ AN : $\alpha = cos^{-1}\left(\sqrt[3]{\frac{0{,}8}{2}}\right) \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 42{,}5°}$

3° *Valeur de la force de frottement F :*

$Y'_S = \frac{v_0'^2sin^2\beta}{2g}$

Valeur de v_0'

Appliquons TEC au pallet entre A et O

$\Delta E_C = \sum_{A\to O}W(F_{ext}) \quad \Rightarrow \quad E_O - E_{C_A} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F})$

$\frac{1}{2}mv_0'^2 - 0 = mgh + 0 - F\widehat{AO}$ avec $h = lcos\alpha =$ et $\widehat{AO} = l + r\frac{2\pi}{3}$

On obtient : $v_0' = \sqrt{2glcos\alpha - \frac{2F}{m}\left(l + \frac{2\pi r}{3}\right)}$

On déduit $Y_S' = \frac{\left[2glcos\alpha - \frac{2F}{m}\left(l+\frac{2\pi r}{3}\right)\right]cos^2\alpha}{2g}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{F = mg\left(\frac{lcos\alpha - \frac{Y_S'}{cos^2\alpha}}{l+\frac{2\pi r}{3}}\right)}$

AN : $F = 2 \times 9{,}8 \times \left(\frac{2\times cos42{,}5 - \frac{0{,}5}{cos^2 42{,}5}}{2+\frac{2\pi\times 1}{3}}\right)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{F = 2,7N}$

4° *Distance d = OM*

Le point $P\begin{pmatrix} dcos\theta \\ -dsin\theta \end{pmatrix}$ est un point de la trajectoire du palet

On a donc : $-dsin\theta = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0'^2cos^2\beta}(dcos\theta)^2 + dcos\theta tan\beta$

On trouve : $d = \frac{2v_0'^2cos^2\beta(cos\theta tan\beta + sin\theta)}{gcos^2\theta}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{d = \frac{4\,(1+tan\theta tan\alpha)tan\alpha Y_S' l}{cos\theta}}$

AN : $d = \frac{4\,(1+tan30tan42{,}5)tan42{,}5\times 0{,}5\times 2}{cos30}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{d = 6,5m}$

Exercice 17

1. Caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{v}_0$ au point B

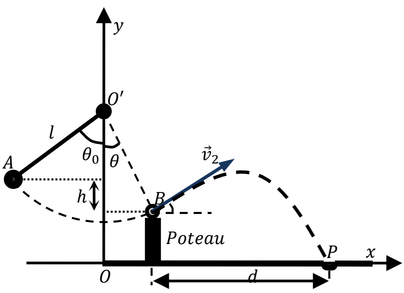
- Direction : $\left(\overrightarrow{Bx}\,;\vec{F}\right) = 30°$
- Sens : Vers le haut
- valeur :

Appliquons TEC à la bille entre A et B

$\varDelta E_C = \sum_{A\to B} W(F_{ext})$ $\Rightarrow$ $E_B - E_{C_A} = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$

$\frac{1}{2}mv_B{}^2 - \frac{1}{2}mv_0{}^2 = mgh + 0$ avec $h = lcos\theta - lcos\theta_0$

On obtient : $v_B = \sqrt{v_0{}^2 + 2gl(cos\theta - cos\theta_0)}$



2.a- *Expressions des vitesses v_1 et v_2 après le choc en fonction de v_B*

Le choc est parfaitement élastique et sans frottement ; il y a donc conservation du vecteur quantité de mouvement et de l'énergie cinétique

$\vec{p}_{avant\ le\ choc} = \vec{p}_{après\ le\ choc}$

$\Leftrightarrow m_1\vec{v}_B = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

Or $m_2 = \frac{1}{2}m_1$ d'où $2\vec{v}_B = 2\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ soit $2\overline{v}_B = 2\overline{v}_1 + \overline{v}_2$ (vecteurs colinéaires)

$E_{C\ avant\ le\ choc} = E_{C\ après\ le\ choc}$ $\Leftrightarrow$ $m_1v_B{}^2 = m_1v_1{}^2 + m_2v_2{}^2$

Or $m_2 = \frac{1}{2}m_1$ d'où $2v_B{}^2 = 2v_1{}^2 + v_2{}^2$

$\begin{cases} 2\overline{v}_B = 2\overline{v}_1 + \overline{v}_2 \\ 2v_B{}^2 = 2v_1{}^2 + v_2{}^2 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} 2(\overline{v}_B - \overline{v}_1) = \overline{v}_2 \\ 2(v_B{}^2 - v_1{}^2) = v_2{}^2 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} 2\overline{v}_B - 2\overline{v}_1 = \overline{v}_2 \\ \overline{v}_B + \overline{v}_1 = \overline{v}_2 \end{cases}$

On trouve : $\boldsymbol{\overline{v}_1 = \frac{1}{3}\overline{v}_B}$ et $\boldsymbol{\overline{v}_2 = \frac{4}{3}\overline{v}_B}$

b- *Montrons que l'équation de la trajectoire de la bille (A_2) est sous la forme :*

$y = -\lambda(x-1)^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}(x-1) + \frac{1}{2}$ *où λ est une constante réelle dont on donnera l'expression en fonction de v_2, θ et* g.

Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_2 t + \overrightarrow{OB}$

$\vec{a} = \vec{g}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$; $\vec{v}_2\begin{cases} v_{2x} = v_2 cos\theta \\ v_{2y} = v_2 sin\theta \end{cases}$; $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix} lsin\theta \\ h \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_2 t cos\theta + lsin\theta \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_2 t sin\theta + h \end{cases}$

$\begin{cases} t = \frac{x - lsin\theta}{v_2 cos\theta} \\ y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x - lsin\theta}{v_2 cos\theta}\right)^2 + v_2 sin\theta\left(\frac{x - lsin\theta}{v_2 cos\theta}\right) + h \end{cases}$

Soit l'équation : $y = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_2{}^2 cos^2\theta}(x - lsin\theta)^2 + (x - lsin\theta)tan\theta + h$

$y = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_2{}^2 cos^2\theta}(x - 2 \times sin30)^2 + (x - 2 \times sin30)tan30 + 0{,}5$

$y = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_2{}^2 cos^2\theta}(x - 1)^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 1) + \frac{1}{2}$

On trouve par identification : $\boldsymbol{\lambda} = \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{2v_2{}^2 cos^2\theta}}$

c- *Expression de la vitesse v_0 en fonction de g, θ, θ_0, l et λ*

$v_B{}^2 = v_0{}^2 + 2gl(cos\theta - cos\theta_0)$ Or $v_2 = \frac{4}{3}v_B$ d'où $\frac{9}{16}v_2{}^2 = v_0{}^2 + 2gl(cos\theta - cos\theta_0)$

$\lambda = \frac{g}{2v_2{}^2 cos^2\theta} \Rightarrow v_2{}^2 = \frac{g}{2\lambda cos^2\theta}$. On trouve : $\frac{9g}{32\lambda cos^2\theta} = v_0{}^2 + 2gl(cos\theta - cos\theta_0)$

Et on déduit : $v_0 = \sqrt{\frac{9g}{32\lambda cos^2\theta} - 2gl(cos\theta - cos\theta_0)}$

3.a- *Expression de λ en fonction de d*

Le point $P\begin{pmatrix} lsin\theta + d \\ 0 \end{pmatrix}$ appartient à la trajectoire

$0 = -\lambda(lsin\theta + d - 1)^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}(lsin\theta + d - 1) + \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad -\lambda d^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}d + \frac{1}{2} = 0$

Soit : $\boldsymbol{\lambda} = \frac{\sqrt{3}}{3d} + \frac{1}{2d^2}$

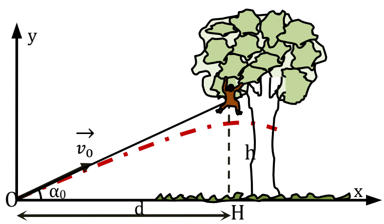
Valeur de λ

$\lambda = \frac{\sqrt{3}}{3\times5} + \frac{1}{2\times5^2} \Rightarrow \boldsymbol{\lambda = 0{,}13547}$

b- *Vitesse v_0*

$v_0 = \sqrt{\frac{9\times9{,}8}{32\times0{,}13547\times cos^2 30} - 2 \times 9{,}8 \times 2(cos30 - cos60)} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v_0 = 3{,}6 m.s^{-1}}$

<u>Exercice 18</u>



1° Il ne serait pas touché

Justification : La flèche subit les effets de la pesanteur et sa trajectoire s'écarte de la droite OS.

2°a. * *Equations paramétriques des coordonnées $x_1(t)$ et $z_1(t)$ pour le singe S*

Vecteur position : $\overrightarrow{OS} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0{}'t + \overrightarrow{OS_0}$

$\vec{a} = \vec{g}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$; $\vec{v}_0{}'\begin{cases} v_{0x}{}' = 0 \\ v_{0z}{}' = 0 \end{cases}$; $\overrightarrow{OS_0}\begin{pmatrix} d \\ h \end{pmatrix}$

soit $\overrightarrow{OS}\begin{cases}x_1 = d\\ z_1 = -\frac{1}{2}\mathrm{g}t^2 + h\end{cases}$

** Equations paramétriques des coordonnées x2(t) et z2(t) pour la flèche F*

Vecteur position : $\overrightarrow{OF} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$

Conditions initiales : $\vec{a} = \vec{\mathrm{g}}\begin{cases}a_x = 0\\ a_z = -\mathrm{g}\end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases}v_{0_x} = v_0 cos\alpha\\ v_{0_z} = v_0 sin\alpha\end{cases}$; $\overrightarrow{OO}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OM}\begin{cases}x_2 = v_0 t cos\alpha\\ z_2 = -\frac{1}{2}\mathrm{g}t^2 + v_0 t sin\alpha\end{cases}$

b. *Equation de la trajectoire du singe et forme*

$x_1 = d$: la trajectoire est une droite

Equation de la trajectoire de la flèche et forme

$\begin{cases}t = \frac{x_2}{v_0 cos\alpha}\\ z_2 = -\frac{1}{2}\mathrm{g}\left(\frac{x_2}{v_0 cos\alpha}\right)^2 + v_0 sin\alpha\left(\frac{x_2}{v_0 cos\alpha}\right)\end{cases}$ On trouve : $\boldsymbol{z_2 = -\frac{g}{2v_0{}^2 cos^2\alpha}x^2 + x tan\alpha}$

La trajectoire est une portion de parabole

c. Le singe est touché si pour $x = d$, $z_1 = z_2$

Si $x = d$, $t = \frac{d}{v_0 cos\alpha}$

$z_1 - z_2 = h - v_0 t sin\alpha = h - v_0 sin\alpha\frac{d}{v_0 cos\alpha} = h - d tan\alpha$

Or $h = d tan\alpha$ donc $z_1 = z_2$ Le singe est touché.

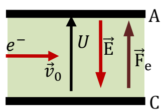
d. *Hauteur*

$t = \frac{d}{v_0 cos\alpha}$ d'où $z_1 = -\frac{1}{2}\mathrm{g}\left(\frac{d}{v_0 cos\alpha}\right)^2 + h = -\frac{\mathrm{g}d^2}{2v_0{}^2 cos^2\alpha} + h = -\frac{\mathrm{g}d^2}{2v_0{}^2}(1 + tan^2\alpha) + h$

Soit $\boldsymbol{z_1 = -\frac{g}{2v_0{}^2}(d^2 + h^2) + h}$

Exercice 19

Affirmations vraies



(1) Le champ électrique est dirigé de A vers C (car $\vec{E}$ est dirigé dans le sens des potentiels décroissants).

(4) La force électrique est dirigé de C vers A (car la charge est négative et donc $\vec{F}_e$ et $\vec{E}$ sont de sens contraire).

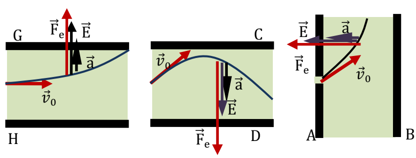
(5) Le vecteur accélération de la particule est dirigé de C vers A (car $\vec{F}_e$ et $\vec{a}$ sont de meme sens : $\vec{F}_e = m\vec{a}$) ; (7)

Exercice 20

1° *Représentation*

- $\vec{F}_e$ fait dévié la particule
- $\vec{E}$ et $\vec{F}_e$ ont même sens ($\vec{F}_e = q\vec{E}$ et $q > 0$).
- $\vec{a}$ et $\vec{F}_e$ ont même sens ($\vec{F}_e = m\vec{a}$: TCI)

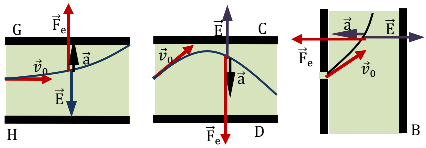
(voir schéma ci-contre)



2° *Signes des tensions*

$\vec{E}$ est dirigé dans le sens des potentiels décroissants donc $U_{GH} < 0$; $U_{CD} > 0$ et $U_{AB} < 0$.

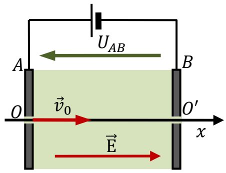
3° *Mêmes questions*
* *Représentation*
- $\vec{F}_e$ fait dévié la particule
- $\vec{E}$ et $\vec{F}_e$ sont de sens contraire
($\vec{F}_e = q\vec{E}$ et $q < 0$).
- $\vec{a}$ et $\vec{F}_e$ ont même sens ($\vec{F}_e = m\vec{a}$: TCI)
(voir schéma ci-contre)



* *Signe des tensions*
$\vec{E}$ est dirigé dans le sens des potentiels décroissants donc $U_{GH} > 0$; $U_{CD} < 0$ et $U_{AB} > 0$.

Exercice 21

1° *Représentation du vecteur champ électrique $\vec{E}$ entre les plaques*
Le vecteur champ électrique $\vec{E}$ est dirigé dans le sens des potentiels décroissants ; donc de A vers B. (voir schéma)



2° *Valeur E du champ*

$$\boldsymbol{E = \frac{U_{AB}}{d}} \qquad \text{AN : } E = \frac{10.10^3}{0{,}1} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{E = 10^5 V.m^{-1}}$$

3° *Relation entre $\vec{a}$ et $\vec{E}$*
Appliquons TCI au protons

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F}_e = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad q\vec{E} = m\vec{a} \qquad \text{Or } q = e \quad \text{donc} \quad \boldsymbol{\vec{a} = \frac{e}{m}\vec{E}}$$

4°a. *Equations horaires du mouvement du proton entre O et O'*

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$$

Conditions initiales : $\vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{e}{m}E \\ a_y = 0 \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0 ; \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$; $\overrightarrow{OO}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = \frac{1}{2}\frac{e}{m}Et^2 + v_0 t \\ y = 0 \end{cases}}$$

b. *Nature du mouvement*
Le mouvement est rectiligne uniformément varié

5° **Valeur v_0' de la vitesse au passage par l'orifice O'*
Appliquons TEC aux protons entre O et O'

$$\Delta E_C = \sum_{O\to O'} W(F_{ext}) \qquad \Rightarrow \qquad E_{C_{O'}} - E_{C_O} = W(\vec{F}_e)$$

$$\frac{1}{2}mv_{0'}^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = e(V_O - V_{O'}) \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{2}mv_{0'}^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = eU_{AB}$$

$$\boldsymbol{v_{0'} = \sqrt{v_0^2 + \frac{2eU_{AB}}{m}}} \qquad \text{AN: } v_{0'} = \sqrt{(1{,}5.10^6)^2 + \frac{2\times1{,}6.10^{-19}\times10^4}{1{,}67.10^{-27}}} \Rightarrow \boldsymbol{v_{0'} = 2,04.10^6 m.s^{-1}}$$

* *Durée τ du trajet OO'*

Pour $x = d$, on a : $d = \frac{e}{2m}Et^2 + v_0 t \quad \Rightarrow \quad t^2 + \frac{2mv_0}{eE}t - \frac{2md}{eE} = 0$

$$t_1 = -\frac{mv_0}{eE} - \sqrt{\left(\frac{mv_0}{eE}\right)^2 + \frac{2md}{eE}} \qquad \text{et} \qquad t_2 = -\frac{mv_0}{eE} + \sqrt{\left(\frac{mv_0}{eE}\right)^2 + \frac{2md}{eE}}$$

Contrainte physiques : $\tau = t_2$

$$\text{AN : } \tau = -\frac{1{,}67.10^{-27}\times1{,}5.10^6}{1{,}6.10^{-19}\times10^5} + \sqrt{\left(\frac{1{,}67.10^{-27}\times1{,}5.10^6}{1{,}6.10^{-19}\times10^5}\right)^2 + \frac{2\times1{,}67.10^{-27}\times10^{-1}}{1{,}6.10^{-19}\times10^5}} \Rightarrow \boldsymbol{\tau = 5,65.10^{-8}s}$$

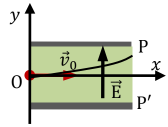
Exercice 22

1° * *Valeur de U_{AC}*

TEC: $\Delta E_C = \sum_{A\to C} W(F_{ext}) \Rightarrow E_{C_C} - E_A = W(\vec{F}_e) \Rightarrow \frac{1}{2} m{v_0}^2 - 0 = e(V_A - V_{C'})$

$\frac{1}{2} m{v_0}^2 = eU_{AC} \Rightarrow \mathbf{U_{AC} = \frac{m{v_0}^2}{2e}}$ AN : $U_{AC} = \frac{1{,}67.10^{-27} \times (8.10^5)^2}{2 \times 1{,}6.10^{-19}} \Rightarrow \mathbf{U_{AC} = 3340V}$

* *Sens du champ appliqué entre A et C.*



$U_{AC} > 0$: comme le champ $\vec{E}$ est dirigé dans le sens des potentiels décroissant donc $\vec{E}$ est dirigé de A vers C

2°a. *Signe de U*

La déviation est dirigée vers le haut, donc la force électrique $\vec{F}$ est dirigé de p' vers P. Le proton est chargé positivement, donc $\vec{E}$ a même sens que $\vec{F}$. Comme le champ $\vec{E}$ est dirigé dans le sens des potentiels décroissants, $V_{P'} > V_P$ donc $U = U_{PP'} < 0$

b. *Montrons que l'équation cartésienne de la trajectoire est donnée par* : $y = \frac{qE}{2m{v_0}^2} x^2$

Appliquons TCI au protons : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F}_e = m\vec{a} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

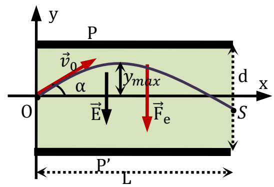
$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$

Conditions initiales : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m}E \end{cases}$; $\vec{v}_0 \begin{cases} {v_0}_x = v_0 \\ {v_0}_y = 0 \end{cases}$; $\overrightarrow{OO}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}\frac{e}{m}Et^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y = \frac{1}{2}\frac{e}{m}E\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \end{cases}$ D'où l'équation : $\mathbf{y = \frac{qE}{2m{v_0}^2}x^2}$

Exercice 23

1° *Complément du tableau*



$U_{PP'} = U > 0$ donc $\vec{E}$ est dirigé de P vers P'

$\vec{E}\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = -E \end{cases}$ Or $E = \frac{U}{d}$ donc $\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = -\frac{U}{d} \end{cases}$

$\vec{F} = q\vec{E}$ Or $q = 2e$ donc $\vec{F}\begin{cases} F_x = 0 \\ F_y = -\frac{2eU}{d} \end{cases}$

Appliquons TCI à la particule α

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F}_e = m\vec{a} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a}$

Or $q = 2e$ donc $\vec{a} = \frac{2e}{m}\vec{E}$ soit $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{2eU}{md} \end{cases}$ $\vec{v}_0\begin{cases} {v_0}_x = v_0 cos\alpha \\ {v_0}_x = v_0 sin\alpha \end{cases}$

	axe (Ox)	axe (Oy)
champ électrique	$E_x = 0$	$E_y = -\frac{U}{d}$
force électrique	$F_x = 0$	$F_y = -\frac{2eU}{d}$
accélération	$a_x = 0$	$a_y = -\frac{2eU}{md}$
vitesse initiale	$v_{0x} = v_0 cos\alpha$	$v_{0y} = v_0 sin\alpha$

2° *Valeurs numériques des grandeurs du tableau*

	axe (Ox)	axe (Oy)
champ électrique	$E_x = 0$	$E_y = -4000V.m^{-1}$
force électrique	$F_x = 0$	$F_y = -1{,}28.10^{-15}\mathrm{N}$
accélération	$\mathrm{a}_x = 0$	$\mathrm{a}_y = -1{,}92.10^{11}\mathrm{m.s^{-2}}$
vitesse initiale	$v_x = 1{,}81.10^5\mathrm{m.s^{-1}}$	$v_y = 8{,}45.10^4\mathrm{m.s^{-2}}$

3° a. *Vérification*

$v_x = \frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{dt}} = v_0\cos\alpha = v_{0_x}$; $\qquad v_y = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = -\frac{2\mathrm{eU}}{\mathrm{md}}\mathrm{t} + v_0\sin\alpha.$

Pour t=0, $\qquad v_y = v_0\sin\alpha = v_{0_y}.$

$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{dt}} = 0$; $\qquad a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{dt}} = -\frac{2\mathrm{eU}}{\mathrm{md}}$

b. *Equation de la trajectoire*

$\mathrm{x} = v_0\mathrm{t}\cos\alpha$ soit $\mathrm{t} = \frac{\mathrm{x}}{v_0\cos\alpha}$ et $\mathrm{y} = -\frac{\mathrm{eU}}{\mathrm{md}}\left(\frac{\mathrm{x}}{v_0\cos\alpha}\right)^2 + v_0\left(\frac{\mathrm{x}}{v_0\cos\alpha}\right)\sin\alpha.$

Donc : $\mathbf{y = -\frac{eU}{m d v_0{}^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha}$

c. *Valeurs numériques de A et B*

$\mathrm{y} = \mathrm{Ax}^2 + \mathrm{Bx}$ Or $\mathrm{y} = -\frac{\mathrm{eU}}{\mathrm{md}v_0{}^2\cos^2\alpha}\mathrm{x}^2 + \mathrm{x}\tan\alpha$ donc par identification :

$\mathbf{A = -\frac{eU}{m d v_0{}^2\cos^2\alpha}}$ AN : $\mathrm{A} = -\frac{1{,}6.10^{-19}\times400}{6{,}68.10^{-27}\times0{,}07\times(2.10^5)^2\cos^2 25} \Rightarrow \mathbf{A = -2,91m^{-1}}.$

$\mathbf{B = \tan\alpha}$ AN : $\mathrm{B} = \tan 25 \Rightarrow \mathbf{B = 0,466}$

d. *Valeur maximale de y*

Au sommet de la trajectoire, $v_y = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = 0 \Rightarrow -\frac{2\mathrm{eU}}{\mathrm{md}}\mathrm{t} + v_0\sin\alpha = 0$

Soit $\mathrm{t} = \frac{\mathrm{md}v_0\sin\alpha}{2\mathrm{eU}}$ On obtient : $\mathbf{y_{max} = \frac{m d v_0{}^2\sin^2\alpha}{4eU}}$

AN : $\mathrm{y_{max}} = \frac{6{,}68.10^{-27}\times0{,}07\times(2.10^5)^2\sin^2 25}{4\times1{,}6.10^{-19}\times400} \Rightarrow \mathbf{y_{max} = 1,87cm}$

* $\frac{d}{2} > y_{max}$ donc la particule α ne frappe pas l'armature.

e. *Valeur de l'ordonné y_S du point S de sortie du champ électrique*

A la sortie S, $x_S = l$ et $\mathbf{y_S = A l^2 + B l}$

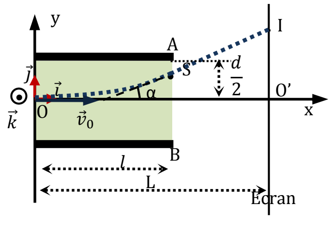
AN : $\mathrm{y_S} = -2{,}91\times0{,}2^2 + 0{,}466\times0{,}2 \Rightarrow \mathbf{y_S = -0,023m}$ soit $\mathbf{y_S = -2,3cm}$

Exercice 24

1° *Direction et sens du vecteur champ $\vec{E}$*

Le faisceau homocinétique de protons est dévié vers le haut, donc la force électrique $\vec{F_e}$ est orientée de B vers A. Comme le proton est chargé positivement, le vecteur champ $\vec{E}$ a même sens que $\vec{F_e}$.

$\vec{E}$ est donc dirigé de B vers A.



2° *Signe de la tension U_{AB}*

Le vecteur champ électrique $\vec{E}$ est orienté dans le sens des potentiels décroissants, donc $V_B > V_A$ d'où $\boldsymbol{U_{AB}} < 0$

3° *Equation de la trajectoire*

Appliquons TCI au proton

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F}_e = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad q\vec{E} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \frac{e}{m}\vec{E}$

$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$

Conditions initiales : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e}{m}E \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = \boldsymbol{v_0} \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$; $\overrightarrow{OO}\binom{0}{0}$

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}\frac{e}{m}Et^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y = \frac{1}{2}\frac{e}{m}E\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \end{cases}$ D'où l'équation : $\mathbf{y = \frac{eE}{2mv_0{}^2}x^2}$

* La trajectoire est une portion de parabole

4°*Nature du mouvement entre S et I*

Appliquons TCI au proton à la sotie du champ

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F}_e = m\vec{a}$

A la sortie du champ, $\vec{E}$ est nul donc $\vec{F}_e = \vec{0}$. On obtient : $\vec{a} = \vec{0}$

Le mouvement est donc rectiligne uniforme entre S et I.

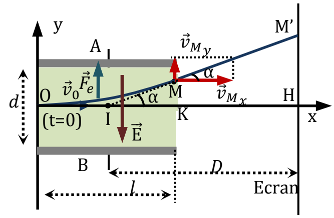
5° *Expression de la distance* D = O'I *et valeur*

$\tan\alpha = \frac{y_S}{\frac{l}{2}} = \frac{O'I}{L-\frac{l}{2}}$. Pour $x = l$, $y = y_S = \frac{eEl^2}{2mv_0{}^2} = \frac{eUl^2}{2mdv_0{}^2}$

On obtient $\frac{eUl}{mdv_0{}^2} = \frac{2D}{2L-l}$ soit $\boldsymbol{D = \frac{eUl(2L-l)}{2mdv_0{}^2}}$ AN : $\boldsymbol{D = 8cm}$

Exercice 25

1° *Signe de la tension U_{AB}*



Le faisceau homocinétique d'électron est dévié vers le haut, donc la force électrique $\vec{F}_e$ est orientée de B vers A. Comme l'électron est chargé négativement, le vecteur champ $\vec{E}$ a le sens contraire de $\vec{F}_e$; $\vec{E}$ est dirigé de A vers B. Comme le vecteur champ électrique $\vec{E}$ est orienté dans le sens des potentiels décroissants, $V_A > V_B$ d'où $U_{AB} > 0$

Autre méthode

Les électrons sont déviés vers l'armature A, et comme l'électron est chargé négativement, elle est dévié vers la plaque positive ; donc $V_A > V_B$ d'où $\boldsymbol{U_{AB}} > 0$

2° *Trajectoire d'un électron dans le champ électrique crée par le condensateur*

Appliquons TCI à l'électron

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F}_e = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad q\vec{E} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$

$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$

Conditions initiales : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e}{m}E \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$; $\overrightarrow{OO}\binom{0}{0}$

$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}\frac{e}{m}Et^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y = \frac{1}{2}\frac{e}{m}E\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \end{cases}$ On a l'équation cartésienne $y = \frac{eE}{2mv_0{}^2}x^2$

Or $E = \frac{U_{AB}}{d}$ d'où $\mathbf{y = \frac{eU_{AB}}{2mdv_0{}^2}}\boldsymbol{x^2}$

3° *Ordonnée du point M*

Au point M, $x_M = l$ et $\mathbf{y_M = \frac{el^2U_{AB}}{2md{v_0}^2}}$

Vitesse des électrons en M

Appliquons TEC à l'électron entre O et M

$\Delta E_C = \sum_{O\to M} W(F_{ext}) \quad \Rightarrow \quad E_{C_M} - E_{C_O} = W(\vec{F}_e)$

$\frac{1}{2}m{v_M}^2 - \frac{1}{2}m{v_0}^2 = q(V_O - V_M) \Rightarrow \frac{1}{2}m{v_M}^2 - \frac{1}{2}m{v_0}^2 = -eU_{OM} \Rightarrow v_M = \sqrt{{v_0}^2 - \frac{2eU_{OM}}{m}}$

$E = \frac{U_{AB}}{d} = -\frac{U_{OM}}{y_M}$ d'où $U_{OM} = -\frac{el^2{U_{AB}}^2}{2md^2{v_0}^2}$ On obtient : $\boldsymbol{v_M = \sqrt{{v_0}^2 + \frac{e^2l^2{U_{AB}}^2}{m^2d^2{v_0}^2}}}$

AN : $\boldsymbol{v_M = 2,6.10^7 m.s^{-1}}$

Autre méthode

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ conduit à $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{e}{m}Et \end{cases}$

Au point M, $x_M = l$ d'où $t_M = \frac{l}{v_0}$

$\vec{v}_M \begin{cases} v_{M_x} = v_0 \\ v_{M_y} = \frac{elU_{AB}}{mdv_0} \end{cases}$ On obtient : $\boldsymbol{v_M = \sqrt{{v_0}^2 + \frac{e^2l^2{U_{AB}}^2}{m^2d^2{v_0}^2}}}$

Déviation électrique α

$\tan\alpha = \frac{v_{M_y}}{v_{M_x}} = \frac{elU_{AB}}{md{v_0}^2}$. On obtient : $\boldsymbol{\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{elU_{AB}}{md{v_0}^2}\right)}$ AN : $\boldsymbol{\alpha = 15,6°}$

4° *Equation littérale de la tangente en M à la trajectoire*

L'équation s'écrit : $y = ax + b$ avec $a = \tan\alpha = \frac{elU_{AB}}{md{v_0}^2}$

Le point $M(l, y_M)$ est un point de la trajectoire donc $b = y_M - al$

On a donc : $\boldsymbol{y = \frac{elU_{AB}}{md{v_0}^2}x - \frac{el^2U_{AB}}{2md{v_0}^2}}$

Abscisse du point d'intersection I avec l'axe $\overrightarrow{Ox}$.

Au point d'intersection I, $y = 0$

$y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{elU_{AB}}{md{v_0}^2}x - \frac{el^2U_{AB}}{2md{v_0}^2} = 0$ On trouve : $\boldsymbol{x = \frac{l}{2}}$

I est bien le milieu de OK

5° un écran fluorescent est placé à la distance D=25cm du point I, perpendiculairement à $\overrightarrow{Ox}$. Déterminer l'

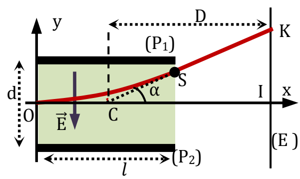
Ordonnée du point d'impact des électrons sur l'écran

$\tan\alpha = \frac{HM'}{D} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{elU_{AB}}{md{v_0}^2} = \frac{HM'}{D}$. On obtient : $\mathbf{HM' = \frac{elDU_{AB}}{md{v_0}^2}}$ AN : $\boldsymbol{HM' = 7cm}$

Exercice 26

1° *Comparaison*

$\frac{F_e}{P} = \frac{eE}{mg} = \frac{eU}{mgd}$ AN : $\frac{F_e}{P} = 8,4.10^{13}$



Conclusion : $\frac{F_e}{P} > 10^4$; on peut donc négliger le poids P de l'électron devant la force électrostatique F_e

2° *Montrons que la trajectoire d'un électron est plane et contenu dans le plan (xOy)*

Appliquons TCI à l'électron

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F}_e = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad q\vec{E} = m\vec{a}$ donc $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$

Conditions initiales : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{q}{m}E \\ a_z = 0 \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0x} = 0 \end{cases}$; $\overrightarrow{OO}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2}\frac{q}{m}Et^2 \\ z = 0 \end{cases}$

$\forall\, t, z = 0$; donc le mouvement est plan et est contenu dans le plan (xOy)

Equation de la trajectoire

$\begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y = -\frac{1}{2}\frac{e}{m}E\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \end{cases}$ D'où l'équation : $y = -\frac{qE}{2mv_0{}^2}x^2$ soit $\mathbf{y = \frac{eE}{2mv_0{}^2}x^2}$

Déduction de la distance y_S

A la sortie $x = l$ et $y = y_S$. On déduit : $y_S = \frac{eEl^2}{2mv_0{}^2}$ soit $\mathbf{y_S = \frac{eUl^2}{2mdv_0{}^2}}$

3° *Distance IK = Y*

$\tan\alpha = \frac{y_S}{\frac{l}{2}} = \frac{Y}{D}$ Or $y_S = \frac{eUl^2}{2mdv_0{}^2}$ d'où $\frac{eUl}{mdv_0{}^2} = \frac{Y}{D}$ soit $\boldsymbol{Y = \frac{eUlD}{mdv_0{}^2}}$

AN : $Y = \frac{1{,}6.10^{-19}\times 140\times 0{,}15\times 0{,}2}{9{,}1.10^{-31}\times 0{,}03\times(3.10^7)^2} \Rightarrow \boldsymbol{Y = 2{,}7.10^{-2}m}$ soit $\boldsymbol{Y = 2{,}7cm}$

4° *Longueur du segment de droite observé sur l'écran*

La déflexion Y est sous la forme : $Y = k.U_m$ avec $k = \frac{elD}{mdv_0{}^2}$

Pour une tension alternatif sinusoïdale, la tension u varie entre U_m et $-U_m$

La longueur du segment de droite est : $L = 2kU_m$ soit $L = 2Y$

On trouve : $\boldsymbol{L = 5{,}4cm}$

Exercice 27

1° *Direction*

Les plaques verticalement. Le champ $\vec{E}$ est perpendiculaire aux plaques et les plaques Q et Q' sont disposées perpendiculairement à (x'x). Donc pour une tension u appliquée le spot est dévié suivant (x'x).

2° *Expression de l'angle de déflexion α*

$\tan\alpha = \frac{v_{S_x}}{v_{S_z}}$

Appliquons TCI à l'électron : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F}_e = m\vec{a} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$

$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_A$ et $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t + \vec{v}_A t + \overrightarrow{OO}$

Conditions initiales : $\vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{e}{m}E \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{A_x} = 0 \\ v_{A_y} = 0 \\ v_{A_x} = v_0 \end{cases}$; $\overrightarrow{OO}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = \frac{e}{m}Et \\ v_y = 0 \\ v_z = v_A \end{cases} \quad ; \quad \overrightarrow{OG}\begin{cases} x = \frac{1}{2}\frac{e}{m}Et^2 \\ y = 0 \\ z = v_A t \end{cases}$$

Pour $z = l\,, t = \frac{l}{v_0}$ et $\vec{v}\begin{cases} v_x = \frac{eEl}{mv_A} \\ v_y = 0 \\ v_z = v_A \end{cases}$ $\tan\alpha = \frac{eEl}{m{v_A}^2}$ Or $E = \frac{u}{d}$ d'où $\boldsymbol{\tan\alpha = \frac{eul}{md{v_A}^2}}$

3° *Coordonnées du point d'arrivée de l'électron sur l'écran*

$\tan\alpha = \frac{X}{D} \Leftrightarrow \frac{eul}{md{v_A}^2} = \frac{X}{D}$. On obtient : $X = \frac{eulD}{md{v_A}^2}$

4°a. *Expression de la longueur du segment H'H*

Pour une période du balayage, $H'H = 2X_{max}$.

X_{max} est obtenue pour $u = U_{max}$. Il s'en suit : $\boldsymbol{H'H = \frac{2elDU_{max}}{md{v_A}^2}}$

b. *Distance D*

$H'H = \frac{2elDU_{max}}{md{v_A}^2}$ d'où $\boldsymbol{D = \frac{md{v_A}^2 H'H}{2elU_{max}}}$ AN : $\boldsymbol{D = 30cm}$

c. *Montrons que le mouvement du spot sur l'écran est rectiligne et uniforme*

La déviation X peut s'écrire $x = Au$ avec $A = \frac{elD}{md{v_A}^2}$

Or pour $kT \le t \le (k+1)T$, u est sous la forme $u = Bt + U_0$

Donc : $x = ABt + AU_0$ soit $x = \alpha t + \beta$

Le mouvement est **rectiligne uniforme** pour t∈ $[\boldsymbol{kT}, (\boldsymbol{k}+\boldsymbol{1})\boldsymbol{T}]$ avec k entier naturel

d. *Vitesse en cm.s-1, du déplacement du spot*

x se sous la forme $x = vt + x_0$. Par identification, $v = AB$

$A = \frac{elD}{md{v_A}^2}$ et B le coefficient directeur de la droite $u = Bt + U_0$.

On trouve : $A = 1{,}56.10^{-4}\text{m.V}^{-1}$ et $B = \frac{320-(-320)}{T} = 6{,}4.10^4 V.s^{-1}$

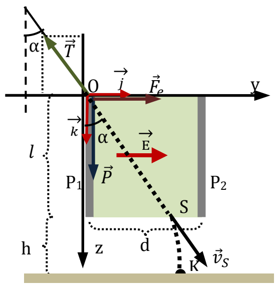
On trouve : $v = 10m.s^{-1}$ soit $\boldsymbol{v = 10^3 cm.s^{-1}}$

e. Base de temps en s.cm-1

$k = \frac{1}{v}$ AN : $\boldsymbol{k = 1ms.cm^{-1}}$

Exercice 28

1° *Angle α*



A l'équilibre de la boule, on a :

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_e = \vec{0}$

Projection suivant les axes

$\begin{matrix} y'y \\ z'z \end{matrix}\begin{cases} 0 - T\sin\alpha + F_e = 0 \\ P - T\cos\alpha + 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T\sin\alpha = qE & (1) \\ T\cos\alpha = mg & (2) \end{cases}$

(1) / (2) donne $\frac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = \frac{qE}{mg}$ soit $\tan\alpha = \frac{qE}{mg}$

$\boldsymbol{\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{qE}{mg}\right)}$ AN : $\boldsymbol{\alpha = 37{,}4°}$

2° *Nature du mouvement de la boule à l'intérieur du condensateur*

Appliquons TCI à la boule : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F}_e = m\vec{a}$

Projection suivant les axes : $\begin{matrix} y'y \\ z'z \end{matrix}\begin{cases} F_e = ma_y \\ P = ma_z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_y = \frac{q}{m}E \\ a_z = g \end{cases}$

a_y et a_z sont constants donc MRUA suivant les axes (y'y) et (z'z)

Expressions y=f(t) et z=g(t)

$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$

Conditions initiales : $\vec{a}\begin{cases} a_y = \frac{q}{m}E \\ a_z = g \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$; $\overrightarrow{OO}\binom{0}{0}$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{OM}}\begin{cases} \boldsymbol{y = \frac{1}{2}\frac{q}{m}Et^2} \\ \boldsymbol{z = \frac{1}{2}gt^2} \end{cases}$$

Equation z(y) de la trajectoire

$\begin{cases} t^2 = \frac{2my}{qE} \\ z = \frac{1}{2}g\frac{2my}{qE} \end{cases}$ d'où l'équation : $\boldsymbol{z = \frac{mg}{qE}y}$

3° *Durée t du mouvement*

Au point de sortie S, $z = l$.

On a $l = \frac{1}{2}gt^2$ et on déduit $\boldsymbol{t = \sqrt{\frac{2l}{g}}}$ **AN :** $\boldsymbol{t = 0,2s}$

Valeur du vecteur vitesse $\vec{v}_S$ de la boule au point S

Appliquons TEC à la boule entre O et S

$\Delta E_C = \sum_{O\to S} W(F_{ext})$ $\Rightarrow$ $E_S - E_{C_O} = W(\vec{P}) + W(\vec{F}_e)$

$\frac{1}{2}m{v_S}^2 - 0 = mgh + F_e \times y_S$ avec $h = l$, $F_e = qE$ et $y_S = \frac{qEl}{mg}$

On obtient : $\boldsymbol{v_S = \sqrt{2l\left(g + \frac{q^2E^2}{m^2g}\right)}}$ AN : $\boldsymbol{v_S = 2,5m.s^{-1}}$

4°* *Coordonnés du point d'impact K de la boule avec le sol*

La boule sort du champ électrique au point S. Il ne reste que le champ de pesanteur $\vec{g}$

Equation de la trajectoire de la boule

Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t'^2 + \vec{v}_S t' + \overrightarrow{OS}$ avec $\vec{a} = \vec{g}$ et $t' = t - t_S$

Conditions initiales : $\vec{a}\begin{cases} a_y = 0 \\ a_z = g \end{cases}$; $\vec{v}_2\begin{cases} v_{2y} = v_S sin\alpha \\ v_{2z} = v_S cos\alpha \end{cases}$; $\overrightarrow{OS}\begin{pmatrix} \frac{qEl}{mg} \\ l \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} y = v_S(t - t_S)sin\alpha + \frac{qEl}{mg} \\ z = \frac{1}{2}g(t - t_S)^2 + v_S(t - t_S)cos\alpha + l \end{cases}$$

$$\begin{cases} t - t_S = \dfrac{y - \frac{qEl}{mg}}{v_S sin\alpha} \\ z_2 = -\frac{1}{2}g\left(\dfrac{y - \frac{qEl}{mg}}{v_S sin\alpha}\right)^2 + v_S cos\alpha\left(\dfrac{y - \frac{qEl}{mg}}{v_S sin\alpha}\right) + l \end{cases}$$

On trouve : $z = -\frac{g}{2{v_S}^2 sin^2\alpha}\left(y - \frac{qEl}{mg}\right)^2 + \left(y - \frac{qEl}{mg}\right)cotan\alpha + l$

Soit : $z = -2,5\left(y - \frac{qEl}{mg}\right)^2 + 5,1\left(y - \frac{qEl}{mg}\right) + 0,2$

Au point K, $z = l + h$

$l + h = -2{,}5\left(y - \frac{qEl}{mg}\right)^2 + 5\left(y - \frac{qEl}{mg}\right) + l \Rightarrow \left(y - \frac{qEl}{mg}\right)^2 - 2\left(y - \frac{qEl}{mg}\right) + 0{,}1 = 0$

$y_1 - 0{,}015 = 1 - \sqrt{1^2 - 0{,}1} \quad \Rightarrow \quad y_1 = 0{,}051$

$y_2 - 0{,}015 = 1 + \sqrt{1^2 - 0{,}1} \quad \Rightarrow \quad y_2 = 1{,}95$

$y < 20cm$; on retient $y = 0{,}051m$ soit $y = 5{,}1cm$ $\boldsymbol{K(5,1cm; 45cm)}$

** Valeur du vecteur vitesse $\vec{v}_K$ au point K*

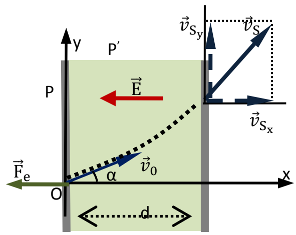
Appliquons TEC à la boule entre S et K

$\Delta E_C = \sum_{S\to K} W(F_{ext}) \quad \Rightarrow \quad E_{C_K} - E_{C_S} = W(\vec{P})$

$\frac{1}{2}mv_K{}^2 - \frac{1}{2}mv_S{}^2 = mgh$

On obtient : $\boldsymbol{v_K = \sqrt{v_S{}^2 + 2gh}}$ AN : $\boldsymbol{v_K = 3,35 m.s^{-1}}$

Exercice 29



1° *Représentation de la force électrique*

$q > 0$ donc $\vec{F}_e$ et $\vec{E}$ ont même direction et même sens.

(voir schéma)

2°*Equation de la trajectoire de la particule*

Appliquons TCI à la particule

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P} + \vec{F}_e = m\vec{a}$

On néglige le poids de la particule devant la force électrique donc : $\vec{F}_e = m\vec{a}$

Soit $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ (MRUV)

Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$

Conditions initiales : $\vec{a}\begin{cases} a_x = -\frac{q}{m}E \\ a_y = 0 \end{cases}$; $\quad \vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0 cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 sin\alpha \end{cases}$; $\quad \overrightarrow{OO}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = -\frac{1}{2}\frac{q}{m}Et^2 + v_0 t cos\alpha \\ y = v_0 t sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{y}{v_0 sin\alpha} \\ x = -\frac{1}{2}\frac{q}{m}E\left(\frac{y}{v_0 sin\alpha}\right)^2 + v_2 cos\alpha\left(\frac{y}{v_0 sin\alpha}\right) \end{cases}$$

On trouve : $\boldsymbol{x = -\frac{qE}{2mv_0{}^2 sin^2\alpha}y^2 + y cotan\alpha}$

Nature de la trajectoire

La trajectoire est une portion de parabole

3° *Composante v_x de la vitesse en fonction de y*

$v_x = \frac{dx}{dt}$. On trouve après dérivée : $v_x = -\frac{q}{m}Et + v_0 cos\alpha$

Or $t = \frac{y}{v_0 sin\alpha}$ donc $\boldsymbol{v_x = -\frac{qE}{mv_0 sin\alpha}y + v_0 cos\alpha}$

4° *Composante v_y de la vitesse de la particule*

$v_y = \frac{dy}{dt}$. On trouve après dérivé : $\boldsymbol{v_{Sy} = v_0 sin\alpha}$ AN : $\boldsymbol{v_{Sy} = 3,47.10^6 m.s^{-1}}$

Angle β que fait la vitesse avec l'horizontale

Appliquons TEC à la particule entre O et S

$\Delta E_C = \sum_{O\to S} W(F_{ext}) \quad \Rightarrow \quad E_{C_S} - E_{C_O} = W(\vec{F}_e)$

$\frac{1}{2}mv_S{}^2 - \frac{1}{2}mv_O{}^2 = \vec{F}_e.\overrightarrow{OS} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_S{}^2 - \frac{1}{2}mv_O{}^2 = -F_e d$ avec $F_e = qE$

On obtient : $\boldsymbol{v_S} = \sqrt{\boldsymbol{v_0}^2 - \frac{2qEd}{m}}$

$sin\beta = \frac{v_{Sy}}{v_S} = \frac{v_0 sin\alpha}{\sqrt{v_0{}^2 - \frac{2qEd}{m}}}$ AN : $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{18°}$

5° *Montrons que le rapport* $^{\sin\alpha}/_{\sin\beta}$ *est une constante*

$v_{Sy} = v_0 sin\alpha$ et $v_{Sy} = v_S sin\beta$ donc $\frac{sin\alpha}{sin\beta} = \frac{v_S}{v_0} = k$

$v_S = \sqrt{v_0{}^2 - \frac{2qEd}{m}}$ d'où $\frac{\boldsymbol{sin\alpha}}{\boldsymbol{sin\beta}} = \sqrt{\mathbf{1} - \frac{\mathbf{2qEd}}{\mathbf{m}\boldsymbol{v_0}^2}}$

Exercice 30

1°* *Signe de* V_D - V_C

Le faisceau homocinétique de proton est accéléré entre les points C et D donc la force électrique est dirigée de C vers D. Les particules sont chargées positivement, donc le vecteur champ électrique a même sens que la force.

Comme le vecteur champ descend les potentiels, $V_C > V_D$; donc $\boldsymbol{V_D} - \boldsymbol{V_C} < 0$

Autre méthode

Les particules sont chargées positivement ; elles sont accélérées vers la plaque négative. $V_D < V_C$ et donc $\boldsymbol{V_D} - \boldsymbol{V_C} < 0$

* *Vitesse* v_0 *de pénétration en fonction de* $U=|V_D-V_C|$

Appliquons TEC aux particules entre C et D

$\Delta E_C = \sum_{C\to D} W(F_{ext}) \Rightarrow E_{C_D} - E_{C_C} = W(\vec{F}_e)$

$\frac{1}{2}mv_0{}^2 - 0 = q(V_C - V_D) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0{}^2 = q|U|$

On obtient : $\boldsymbol{v_0} = \sqrt{\frac{2q|U|}{m}}$ AN : $\boldsymbol{v_0} = \mathbf{4,47.10^5}\boldsymbol{m.s^{-1}}$

2° *Signe de* $V_A - V_B$

Si le faisceau de proton passe par O' (L ; 0 ; 0), c'est que la force électrostatique est dirigée de A vers B. La charge étant positive, le vecteur champ électrostatique est aussi dirigée de A vers B. Comme le vecteur champ électrostatique descend les potentiels,

$V_A > V_B$ d'où $\boldsymbol{V_A} - \boldsymbol{V_B} > 0$

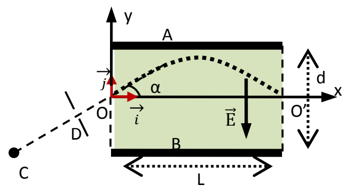
Equation de la trajectoire en fonction de U', α et d.

Appliquons TCI aux protons

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F}_e = m\vec{a}$ Soit $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ (MRUV)

Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OO}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{q}{m}E \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0 cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 sin\alpha \end{cases}$; $\overrightarrow{OO}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$



$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}\frac{q}{m}Et^2 + v_0 t sin\alpha \end{cases}$

$\begin{cases} t = \frac{x}{v_0 cos\alpha} \\ y = -\frac{1}{2}\frac{q}{m}E\left(\frac{x}{v_0 cos\alpha}\right)^2 + v_0 sin\alpha\left(\frac{x}{v_0 cos\alpha}\right) \end{cases}$

On trouve : $\boldsymbol{y = -\frac{qU'}{2mdv_0{}^2cos^2\alpha}x^2 + xtan\alpha}$ soit $\boldsymbol{y = -\frac{U'}{4d|U|cos^2\alpha}x^2 + xtan\alpha}$

Valeur numérique de U' qui permet de réaliser la sortie en O' pour α=30°

Le point O' (L ; 0) est un point de la trajectoire du faisceau de protons

$0 = -\frac{U'}{4d|U|cos^2\alpha}L^2 + Ltan\alpha$ $\Rightarrow$ $L\left(-\frac{U'}{4d|U|cos^2\alpha}L + tan\alpha\right) = 0$

On trouve : $\mathbf{U' = \frac{2d|U|sin2\alpha}{L}}$ AN : $\mathbf{U' = 606V}$

3° Distance minimale

$D_{min} = \frac{d}{2} - Y$

A la flèche, $v_y = \frac{dy}{dt} = 0$

$v_y = -\frac{q}{m}Et + v_0sin\alpha = 0$ $\Rightarrow$ $t = \frac{mv_0sin\alpha}{qE}$

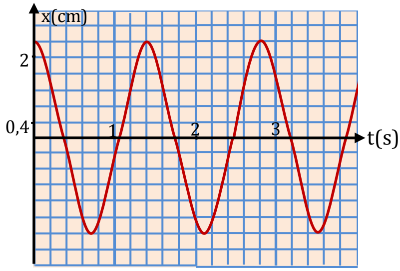
$Y = -\frac{1}{2}\frac{q}{m}E\left(\frac{mv_0sin\alpha}{qE}\right)^2 + v_0sin\alpha\left(\frac{mv_0sin\alpha}{qE}\right).$ On trouve : $Y = \frac{mv_0{}^2sin^2\alpha}{2qE}$

$\boldsymbol{D_{min} = d\left(\frac{1}{2} - \frac{|U|sin^2\alpha}{U'}\right)}$ AN : $\boldsymbol{D_{min} = 0,61cm}$

OSCILLATEURS MECANIQUES

Exercice 1

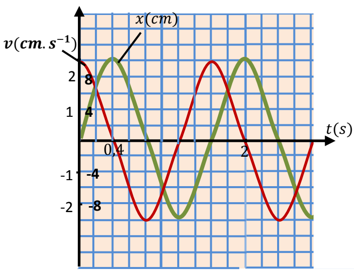
L'enregistrement ci-dessous est celui de l'élongation x d'un oscillateur élastique horizontal (raideur k, masse m=206g) en fonction du temps.
Le ressort n'est pas allongé lorsque $x = 0$.

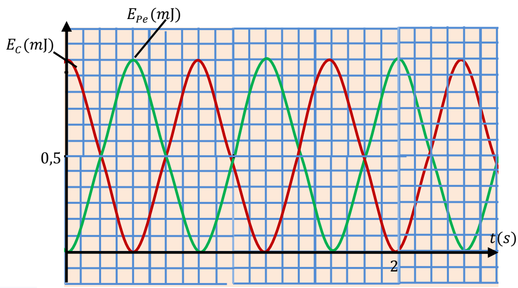


1° Déterminer :
a. la période propre de cet oscillateur ;
b. l'amplitude des oscillations ;
c. la valeur de la raideur k du ressort.
2°a. Donner l'expression de l'énergie potentielle élastique de cet oscillateur ;
b. Déterminer l'énergie potentielle maximale.
c. En déduire la valeur de l'énergie mécanique.
3° Pour l'élongation $x = 1{,}5cm$, calculer l'énergie cinétique et la valeur de la vitesse.

Exercice 2

A l'aide d'un ordinateur, on a enregistré en fonction du temps l'élongation d'un oscillateur élastique horizontal. A partir de cet enregistrement, on a représenté, en fonction du temps, la valeur algébrique de la vitesse, l'énergie potentielle élastique et l'énergie cinétique.

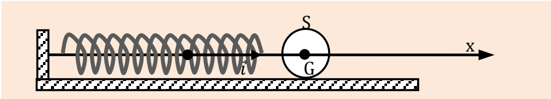




1° Comparer les périodes des variations des énergies potentielles et cinétiques, à la période propre de l'oscillateur.
2° Déterminer, à partir des différentes courbes, la raideur k du ressort et la masse m de l'oscillateur. On pourra proposer plusieurs méthodes.

Exercice 3

Un oscillateur mécanique est constitué d'un ressort à spires non jointives de raideur k dont une extrémité est fixée à un solide S de dimensions telles qu'il peut être assimilé à un solide ponctuel de masse m. L'autre extrémité du ressort est fixé (voir figure).



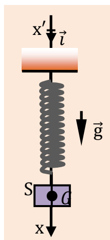
Dans cette expérience, on néglige tous les frottements.
Le plan sur lequel se déplace le solide S est horizontal. La position du centre d'inertie G est donnée par le vecteur position $\overrightarrow{OG} = x\vec{i}$. L'origine du repère est choisie de telle sorte que lorsque l'oscillateur passe par la position d'équilibre, on ait $\overrightarrow{OG} = \vec{0}$.
1°a. Indiquer sur un schéma les forces appliquées à S lorsque l'on a $\overrightarrow{OG} = x\vec{i}$ pour $x \neq 0$
b. Etablir l'équation différentielle du mouvement de S.
c. Calculer la pulsation propre ω_0 et la période propre T_0 de l'oscillateur.
On donne m=100g et k=40Nm^{-1}
2°a. Donner la forme générale de l'équation horaire du mouvement de S.
b. On écarte S de sa position d'équilibre d'une quantité $X_m = +3cm$ et on libère S sans vitesse initiale à une date prise comme origine des temps.
Etablir l'équation horaire du mouvement de S.
3°a. Donner en fonction du temps les expressions numériques de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de cet oscillateur.
b. Vérifier que son énergie mécanique est constante.

Exercice 4

Un ressort à spires non jointives, de longueur à vide $l_0 = 10,0cm$, peut être allongé ou raccourci au maximum de 8,50cm.
1° Le ressort pend verticalement. En attachant un objet de masse m=100g à son extrémité inférieure, sa longueur devient $l = 15,0cm$
Déterminer la raideur k du ressort. On choisira pour l'accélération g de la pesanteur une valeur compatible avec la précision des données.
2° Le ressort, horizontal, est attaché à un mobile de masse m=100g posé sur une règle à air horizontale qui le guide rectilignement. Déterminer la pulsation ω_0, la période T_0 et la fréquence N_0 des oscillations.
3° Le mobile est écarté de sa position d'équilibre I. L'abscisse de son centre d'inertie G est alors égale à x_0=5,50cm.
Indiquer la loi horaire du mouvement dans les cas suivant :
a. Le mobile est lâché sans vitesse initiale à la date t=0s.
b. Le mobile est lâché sans vitesse initiale et passe pour la première fois par sa position d'équilibre à la date t=0s.
c. le mobile est lâché à la date t=0s avec une vitesse initiale vers les x croissants telle qu'il subisse ensuite son raccourcissement maximal.

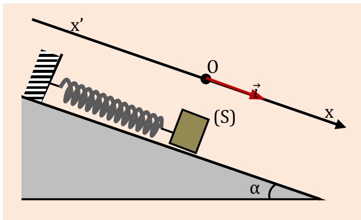
Exercice 5

On considère un ressort de longueur à vide $l_0 = 0,10m$.
1° On suspend, à l'extrémité inférieure de ce ressort, un solide de masse m=50g ; sa longueur est alors l=0,12m. Donnée : g=9,8m.s^{-2}.
a. Représenter le ressort à l'équilibre en faisant apparaitre les forces agissant sur le solide.
b. Que vaut l'allongement du ressort à l'équilibre ?



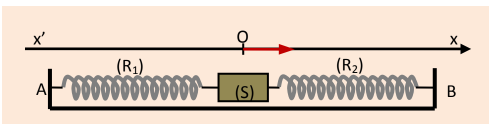
c. Calculer la raideur du ressort.
2° On écarte maintenant verticalement et vers le bas le solide d'une distance a=1cm et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant t=0.
Il oscille verticalement autour de la position de l'équilibre définie dans la première question, avec une période T égale à la période propre T_0 de cet oscillateur. Calculer T.
3° Soit x la position du solide S à l'instant t, l'origine de l'axe étant prise lorsque le système est en équilibre.
a. L'énergie potentielle de pesanteur du système {terre-oscillateur-support} $E_{p_P} = -mgx$. Quel est le niveau zéro de l'énergie potentielle de pesanteur ? Justifier le signe $-$.
b. Exprimer l'énergie potentielle élastique de ce ressort en fonction de x.
4°a. Calculer l'énergie mécanique du système {terre-oscillateur-support} à l'instant t=0.
b. A quelle condition cette énergie mécanique reste-t-elle constante lors des oscillations ?

<u>Exercice 6</u>



On considère un ressort à spires non-jointives de masse négligeable, de raideur k=50N .m^{-1} et dont l'une des extrémités est fixée à un support fixe. A l'autre extrémité du ressort, on accroche un solide (S) de masse m=500g.
Le dispositif est tel que le solide (S) peut glisser sans frottement suivant un axe x'x sur le plan P incliné d'un angle α=30° par rapport au plan horizontal. (Voir figure).
1° Calculer l'allongement Δl_0 du ressort quand le système {ressort-solide (S)-terre} est en équilibre. On prendra g=10N.kg^{-1}.
2° On déplace le solide (S) à partir de sa position d'équilibre prise comme origine des abscisses en comprimant le ressort d'une longueur a=4cm, puis on l'abandonne sans vitesse initiale à la date t=0s.
a. En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide (S), établir l'équation différentielle de son mouvement.
b. Déterminer l'équation horaire du mouvement.
c. La période T du mouvement dépend-elle de l'angle α ?
3°a. En prenant comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal contenant le centre de gravité du solide (S)à l'équilibre, exprimer en fonction de t, les valeurs de :
- l'énergie potentielle du système {ressort-solide (S)-terre} ;
- l'énergie cinétique du système.
b. Montrer que l'énergie mécanique totale du système se conserve.

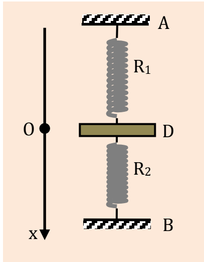
<u>Exercice 7</u>



Un système est constitué de deux ressorts de longueur à vide l_0 ; de constantes de raideurs $k_1=k_0$ et $k_2=2k_0$, d'un solide (S) de dimensions négligeables et de masse m. Les deux ressorts sont tendus entre deux points A et B distants de d et soutiennent le solide (S).

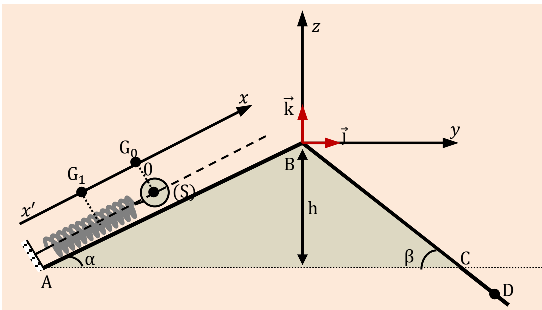
Données : k_0=10N.m^{-1} ; $l_0 = 15cm$; d=45cm ; m=300g.
1° On néglige les frottements. Calcule les allongements a_1 et a_2 des deux ressorts à l'équilibre.
2° De la position d'équilibre prise comme origine des espaces, on déplace le solide (S) vers B d'une distance $x_0 = 3cm$ et on le lâche à un instant pris comme origine des dates, sans vitesse initiale.
a. Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide (S).
b. Calcule la pulsation propre ω_0 et la période propre T_0 de cet oscillateur.
c. Etablir l'équation horaire x(t) du mouvement du solide (S).
3°a. Dans le même repère, trace les diagrammes $x = f(t)$ et $\dot{x} = g(t)$.
b. Détermine l'énergie cinétique du solide (S) et déduire sa valeur maximale.
c. Détermine les positions pour lesquelles l'énergie cinétique du solide (S) est égale à la moitié de sa valeur maximale.

Exercice 8



1- Deux ressorts R_1 et R_2 à spires non jointives, de longueur à vide l_{01} et l_{02}, de raideur k_1 et k_2 sont tendus entre deux point A et B distants de L. Un disque D de masse m = 200g et d'épaisseur négligeable est fixé entre ces ressorts (voir figure 1).
Les frottements sont négligeables. *On donne : L=45cm, l_{01}=14cm, l_{02}=16cm, k_1=30N/m, k_2=20N/m et g = 10m.s^{-2}*
a. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le disque à l'équilibre.
b. Déterminer à l'équilibre les allongements Δl_1 et Δl_2 des ressorts.
2° Le disque écarté de sa position d'équilibre verticalement vers le bas de d = 3cm puis lâché sans vitesse initiale.
a. Exprimer à la date t, l'énergie mécanique totale du système (ressort, disque, terre). On choisira nulle l'énergie potentille de pesanteur du disque à l'équilibre.
b. Le système étant conservatif, établir l'équation différentielle du mouvement. Quelle est la nature du mouvement du disque ? Calculer la période propre et la fréquence propre de son mouvement.
3° A la date t = 0s, le disque passe pour la première fois par sa position d'équilibre.
a. Déterminer l'équation horaire de mouvement du disque.
b. À quelle date, le disque passe-t-il pour la douzième fois au point d'abscisse x = -1,5cm.

Exercice 10

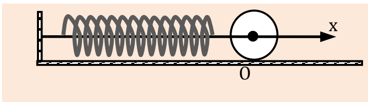


Le schéma ci-contre représenté est celui d'un dispositif de lancement de projectile. La résistance de l'air et les frottements sur le plan incliné sont négligeables. Le ressort parfaitement élastique est à spire non-jointives et de constante de raideur k. Le solide (S) de masse m=225g est au repos en G_0 (origine des abscisses) quand le ressort est comprimé de $\Delta l_0 = 1,5cm$.
On donne : α = 30° ; β = 45° et g = 10N/kg

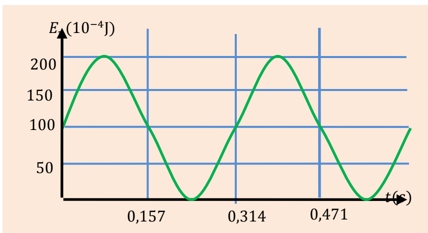
1° Montrer que k=75N.m⁻¹.
2° On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre en l'amenant de G_1 d'abscisse $x_1 = -5cm$ puis on l'abandonne sans vitesse initiale à la date t=0s.
a. Par une étude dynamique, déterminer la nature du mouvement de (S).
b. Etablir l'équation horaire du mouvement de (S).
c. Calculer l'énergie mécanique du système.
3° Au moment où le solide (S) passe pour la première fois par sa position d'équilibre, il heurte un solide (S') de masse m'=50g immobile en G_0. Il se produit alors un choc supposé parfaitement élastique au cour duquel les vecteurs vitesses avant et après le choc sont tous colinéaires.
a. Calculer la vitesse v_0 de (S) juste avant le choc.
b. Calculer les vitesses respectives v_1 et v' des solides S et S' juste après le choc.
4° Le solide S' quitte le plan incliné au sommet B situé à 10cm de G_0.
a. Montrer que la vitesse du solide S' en B est $v_B = 1{,}1 m.s^{-1}$.
b. Etablir dans le repère $(B,\vec{j},\vec{k})$ l'équation cartésienne de la trajectoire du solide S' après son passage en B.
c. La bille reprend contact avec la ligne BC en un point D. Calculer la longueur BD.
d. Quelle est la durée de chute en D ?

<u>Exercice 11</u>

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort (R) de raideur k=50N.m⁻¹ et de masse négligéable, enfilé à travers une tige, à l'extrémité duquel est soudé un solide ponctuel (S) de masse m pouvant coulisser sans frottement à travers la tige.



A l'origine des dates, on écarte le solide (S) de x_0 à partir de sa position d'équilibre dans le sens positif puis on l'abandonne avec une vitesse $\vec{v}_0$ dans le sens positif. A un instant t quelconque au cours des oscillations, l'élongation du solide est x et sa vitesse est v.
1° Donner l'équation de l'énergie mécanique du pendule en fonction de m, x et v.
2° Sachant que le système {(S) ;(R)} est conservatif, déduire l'équation différentielle régissant les oscillations du solide (S).
3° Exprimer la pulsation propre ω_0 et vérifier que $x = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ est une solution de l'équation différentielle obtenue.
4° Le graphe de la figure suivante représente les variations de l'énergie potentielle élastique Ep du pendule au cours du temps.
a. Etablir l'expression $E_P = \frac{1}{2}kX_m{}^2[1 - \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]$.
b. Déduire l'expression de l'énergie mécanique en fonction de k et Xm.
c. Déterminer par exploitation du graphique et de ce qui précède X_m, X_0, T_0, m et v_0.
d. Déterminer graphiquement les positions pour lesquelles, la vitesse du solide (S) est réduite à moitié de sa valeur acquise au passage par sa position d'équilibre.

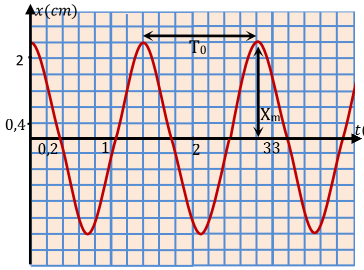


Corrigé

Exercice 1

1°a. *Période propre de l'oscillateur*

On détermine graphiquement : $\boldsymbol{T_0 = 1,4s}$



b. *Amplitude des oscillations*

On détermine graphiquement : $\boldsymbol{X_m = 2,4cm}$

c. *Valeur de la raideur k du ressort*

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ Or $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ d'où $\boldsymbol{k = \frac{4\pi^2 m}{{T_0}^2}}$

AN: $k = \frac{4\pi^2 \times 0{,}206}{1{,}4^2}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{k = 4,14N.m^{-1}}$

2°a. *Energie potentielle élastique de l'oscillateur*

$E_P = \frac{1}{2}kx^2$

b. *Energie potentielle maximale*

$\boldsymbol{E_{PMax} = \frac{1}{2}k{x_m}^2}$ AN: $E_{PMax} = \frac{1}{2} \times 4{,}14 \times 0{,}024^2$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{E_{PMax} = 1,2.10^{-3}}$J

c. *Energie mécanique*

$E_m = E_C + E_p$ Or pour x=Xm, $E_C = 0$ donc $\boldsymbol{E_m = E_{PMax}}$ AN : $\boldsymbol{E_m = 1,2.10^{-3}J}$

3° *Energie cinétique pour* $x = 1{,}5cm$

$E_m = E_C + E_p$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{E_C = E_m - \frac{1}{2}kx^2}$

AN : $E_C = 1{,}2.10^{-3} - \frac{1}{2} \times 4{,}14 \times 0{,}015^2$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{E_C = 7,33.10^{-4}}$J

Vitesse pour $x = 1{,}5cm$

$E_C = \frac{1}{2}mv^2$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}}}$ AN : $\boldsymbol{v = 8,4.10^{-2}m.s^{-1}}$ soit $\boldsymbol{v = 8,4cm.s^{-1}}$

Exercice 2

1° *Comparaison des périodes*

Pour les variations des énergies potentielles et cinétiques, on détermine graphiquement : $\boldsymbol{T = 0,8s}$

Pour la période propre de l'oscillateur, on détermine graphiquement : $\boldsymbol{T_0 = 1,6s}$

Comparaison : $\frac{T_0}{T} = 2$ d'où $\boldsymbol{T_0 = 2T}$

2° *Raideur k du ressort*

$E_m = \frac{1}{2}k{X_m}^2$ $\Rightarrow$ $k = \sqrt{\frac{2E_m}{X_m}}$

$E_m = E_C + E_p$ Pour t=0,4s ; $E_C = 0$, $E_p = E_{p_m} = 1mJ$ et $X_m = 2{,}5cm$

AN : $k = \sqrt{\frac{2\times10^{-3}}{2{,}5.10^{-2}}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{k = 3,2N.m^{-1}}$

Masse m de l'oscillateur

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ Or $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ d'où $\boldsymbol{m = \frac{k{T_0}^2}{4\pi^2}}$ AN: m $= \frac{3{,}2\times1{,}6^2}{4\pi^2}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{m = 0,2kg}$

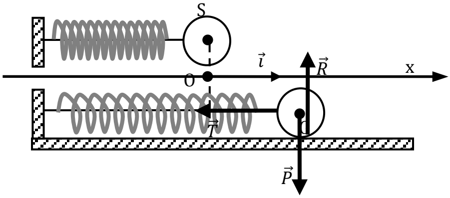
Autre méthode

$E_C = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$ $\Rightarrow$ m $= \frac{2E_C}{\dot{x}}$ Pour t=0s ; $E_C = 1mJ$ et $\dot{x} = 10cm.s^{-1}$

AN ; $m = \frac{2\times10^{-3}}{0{,}1^2}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{m = 0,2}$**kg**

Exercice 3

1°a. *Forces appliquées à S lorsque l'on a* $\overrightarrow{OG} = x\vec{\imath}$ *pour* $x \neq 0$



$\vec{p}$: le poids du solide
$\vec{R}$: réaction du plan horizontal
$\vec{T}$:tension du ressort

b. *Equation différentielle du mouvement de S*

À une date t, on a : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection sur l'axe x'x : $-T = m\ddot{x}$ Or $T = kx$ d'où $-kx = m\ddot{x}$

soit l'équation différentielle $\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

c. *Pulsation propre* ω_0

$\boldsymbol{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$ AN : $\omega_0 = \sqrt{\frac{40}{0,1}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\omega_0 = 20 rad.s^{-1}}$

Période propre T_0 *de l'oscillateur*

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}}$ AN : $T_0 = \frac{2\pi}{20}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{T_0 = 0,314s}$

2°a. *Forme générale de l'équation horaire du mouvement de S*

L'équation différentielle obtenue est l'équation différentielle d'un mouvement rectiligne sinusoïdal. Les solutions sont sous la forme : $\boldsymbol{x = X_m cos(\omega_0 t + \varphi)}$.

b. *Equation horaire du mouvement de S*

Condition initiale : à t = 0, $x = X_m$ et $v = 0$

$v = \dot{x} = -\omega_0 X_m sin(\omega_0 t + \varphi)$

On a donc : $\begin{cases} X_m = X_m cos\varphi \\ 0 = -\omega_0 X_m sin\varphi \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} cos\varphi = 1 \\ sin\varphi = 0 \end{cases}$ On déduit : $\varphi = 0$

On a donc l'équation horaire : $\boldsymbol{x = 3cos20t}$ avec x en cm

3°a. *Energie cinétique de l'oscillateur en fonction de t*

$E_C = \frac{1}{2}mv^2$ Or $v = \dot{x} = -\omega_0 X_m sin(\omega_0 t)$ donc $E_C = \frac{1}{2}m\omega_0{}^2 X_m{}^2 sin^2(\omega_0 t)$

$E_C = \frac{1}{2} \times 0,1 \times 20^2 \times 0,03^2 sin^2 20t$ soit $\boldsymbol{E_C = 1,8.10^{-2} sin^2 20t}$

Energie potentielle de l'oscillateur en fonction de t

$E_p = \frac{1}{2}kx^2$ Or $x = X_m cos(\omega_0 t)$ donc $E_p = \frac{1}{2}kX_m{}^2 coss^2(\omega_0 t)$

$E_p = \frac{1}{2} \times 40 \times 0,03^2 cos^2 20t$ soit $\boldsymbol{E_p = 1,8.10^{-2} cos^2 20t}$

b. *Vérifions que son énergie mécanique est constante*

$E_m = E_C + E_p$ Or $E_C = 1,8.10^{-2} sin^2 20t$ et $E_p = 1,8.10^{-2} cos^2 20t$

Donc $E_m = 1,8.10^{-2} sin^2 20t + 1,8.10^{-2} cos^2 20t$

$E_m = 1,8.10^{-2}(sin^2 20t + cos^2 20t)$ De plus $sin^2 20t + cos^2 20t = 1$

D'où $\boldsymbol{E_m = 1,8.10^{-2} J}$

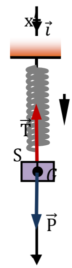
Exercice 4

1° *Raideur k du ressort*

À l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

Projection sur l'axe x'x : $P - T = 0 \quad \Rightarrow \quad mg = k\Delta l_0$

$\boldsymbol{k = \frac{mg}{l - l_0}}$ AN : $k = \frac{0{,}1 \times 9{,}8}{0{,}15 - 0{,}1} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{k = 19{,}6 N.m^{-1}}$



2° Pulsation ω_0

$\boldsymbol{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$ AN: $\omega_0 = \sqrt{\frac{19{,}6}{0{,}1}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\omega_0 = 14 rad.s^{-1}}$

Période T_0

$\boldsymbol{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}}$ AN: $T_0 = \frac{2\pi}{14} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{T_0 = 0{,}45 s}$

Fréquence N_0 *des oscillations*

$\boldsymbol{N_0 = \frac{1}{T_0}}$ AN: $N_0 = \frac{1}{0{,}45} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{N_0 = 2{,}2 Hz}$

3° *Loi horaire du mouvement*

La loi horaire donnant l'abscisse du mobile est de la forme : $x = X_m cos(\omega_0 t + \varphi)$

La vitesse du mobile à une date t est : $\dot{x} = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 X_m sin(\omega_0 t + \varphi)$

a. À la date t=0s, $x = x_0$ et $\dot{x} = 0$

$\begin{cases} x_0 = X_m cos\varphi & (1) \\ 0 = -\omega_0 X_m sin\varphi & (2) \end{cases}$

(2) donne : $sin(\varphi) = 0$ On trouve $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$; A t=0, $x > 0$ d'où $\varphi = 0$

(1) donne : $X_m = x_0$ Et donc : $\boldsymbol{x = 5{,}5.10^{-2} cos 14t}$ *avec x en m*

b. À la date t=0s, $x = 0$ et $\dot{x} < 0$

$\begin{cases} 0 = X_m cos\varphi & (3) \\ \dot{x} = -\omega_0 X_m sin\varphi < 0 & (4) \end{cases}$

(3) donne : $cos\varphi = 0$ soit $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ou $\varphi = -\frac{\pi}{2}$; A t=0, $\dot{x} < 0$ d'où $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$X_m = x_0$ Et donc : $x = 5{,}5.10^{-2} cos\left(14t + \frac{\pi}{2}\right)$ soit $\boldsymbol{x = -5{,}5.10^{-2} sin 14t}$

c. À la date t=0s, $x = x_0$, $\dot{x} > 0$ et $X_m = a$

$\begin{cases} x_0 = X_m cos\varphi & (3) \\ \dot{x} = -\omega_0 X_m sin\varphi > 0 & (4) \end{cases}$

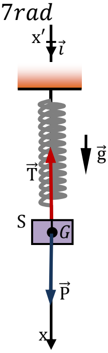
(3) donne : $cos\varphi = \frac{x_0}{X_m}$ soit $\varphi = \pm 0{,}87 rad$; À t=0, $\dot{x} > 0$ d'où $\varphi = -0{,}87 rad$

Et donc : $\boldsymbol{x = 8{,}5.10^{-2} cos(14t - 0{,}87)}$

Exercice 5

1° a. *Représentation des forces*

(Voir schéma)



b. Allongement du ressort à l'équilibre

$\boldsymbol{\Delta l_0 = l - l_0}$ AN : $\Delta l_0 = 0{,}02 m$ soit $\boldsymbol{\Delta l_0 = 2 cm}$

c. *Raideur du ressort*

À l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

Projection sur l'axe x'x : $P - T = 0 \quad \Rightarrow \quad mg = k\Delta l_0$

$\boldsymbol{k = \frac{mg}{\Delta l_0}}$ AN : $k = \frac{0{,}05 \times 9{,}8}{0{,}02} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{k = 24{,}5 N.m^{-1}}$

2° *Valeur de T*

$T = T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ Or $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ d'où $\mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$ AN:$T = 2\pi\sqrt{\frac{0,05}{24,5}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{T = 0,284s}$

3°a. *Niveau zéro de l'énergie potentielle de pesanteur*

$E_{p_P} = 0$ pour $\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ **(position du solide à l'équilibre)**

Justification du signe –

Pour $x > 0$, le solide est es dessous de sont niveau d'énergie de référence et pour $x < 0$, il est au dessus de ce niveau d'où le signe $-$

b. *Expression de l'énergie potentielle élastique du ressort en fonction de x*

$E_{p_e} = \frac{1}{2}k(\Delta l_0 + x)^2$

4°a. *Energie mécanique du système {terre-oscillateur-support} à l'instant t=0*

$E_m = E_C + E_{p_e} + E_{p_P}$ Pour t=0, $E_C = 0$ et x = a On a : $\boldsymbol{E_m = \frac{1}{2}k(\Delta l_0 + a)^2 - mga}$

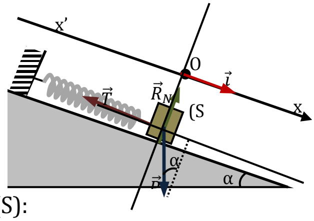
AN : $E_m = \frac{1}{2} \times 24,5 \times (0,02 + 0,01)^2 - 0,05 \times 9,8 \times 0,01$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{E_m = 6,125.10^{-3}}$**J**

b. *Condition*

L'énergie mécanique reste constante lors des oscillations en l'absence de frottements.

Exercice 6

1° *Allongement Δl_0 du ressort*

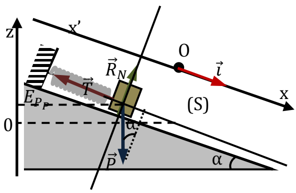


À l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R}_N = \vec{0}$

Projection sur l'axe x'x : $Psin\alpha - T + 0 = 0$

$mg\sin\alpha = k\Delta l_0$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\Delta l_0 = \frac{mg\sin\alpha}{k}}$ AN : $\boldsymbol{\Delta l_0 = 5cm}$

2°a. *Equation différentielle du mouvement*



Appliquons TCI au solide (S):

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ $\Rightarrow$ $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R}_N = m\vec{a}$

Projection sur l'axe x'x : $Psin\alpha - T + 0 = m\ddot{x}$

$mg\sin\alpha - k(\Delta l_0 + x) = m\ddot{x}$ $\Rightarrow$

$mg\sin\alpha - k\Delta l_0 - kx = m\ddot{x}$

Or à l'équilibre $mg\sin\alpha = k\Delta l_0$ donc : $-kx = m\ddot{x}$

Et soit l'équation : $\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

b. *Equation horaire du mouvement*

Les solutions de l'équation différentielle sont sous la forme : $x = X_m cos(\omega_0 t + \varphi)$

avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ AN : $\omega_0 = 10rad.s^{-1}$

La vitesse du mobile à une date t est : $\dot{x} = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 X_m sin(\omega_0 t + \varphi)$

À la date t=0s, $x = -$a et $\dot{x} = 0$

$$\begin{cases} -a = X_m cos\varphi & (1) \\ 0 = -\omega_0 X_m sin\varphi & (2) \end{cases}$$

(2) donne : $sin\varphi = 0$ soit $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$; À t=0, $x < 0$ d'où $\varphi = \pi$

(1) donne : $X_m = $ a Et donc : $x = 4.10^{-2}cos(10t + \pi)$ soit $\boldsymbol{x = -4.10^{-2}cos10t}$

c. $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ Or $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ donc $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

La période T du mouvement ne dépend pas de l'angle α.

3°a. - *Expression de l'énergie potentielle du système*

$E_P = E_{P_P} + E_{P_e} \Rightarrow E_P = mgZ + \frac{1}{2}k(\Delta l_0 + x)^2$

Or $Z = -xsin\alpha$ (car $x < 0$) donc $E_P = -mgxsin\alpha + \frac{1}{2}k(\Delta l_0 + x)^2$

$E_P = -mgxsin\alpha + \frac{1}{2}k\Delta {l_0}^2 + kx\Delta l_0 + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow$

$E_P = (-mgsin\alpha + k\Delta l_0)x + \frac{1}{2}k\Delta {l_0}^2 + \frac{1}{2}kx^2$

Or à l'équilibre $mgsin\alpha = k\Delta l_0$ donc $\boldsymbol{E_P = 0,0625 + 0,04cos^2 10t}$

- *Expression de l'énergie cinétique du système*

$E_C = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$ Or $\dot{x} = -\omega_0 X_m sin(\omega_0 t + \pi) = \omega_0 X_m sin\omega_0 t$

On déduit $E_C = \frac{1}{2}m{\omega_0}^2{X_m}^2 sin^2\omega_0 t$ soit $\boldsymbol{E_C = 0,04cos^2 10t}$

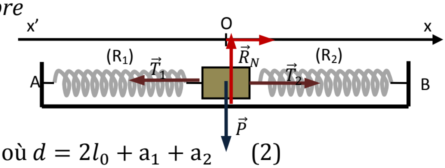
b. *Montrons que l'énergie mécanique totale du système se conserve*

$E_m = E_C + E_P = 0,0625 + 0,04cos^2 10t + 0,04sin^2 10t$

$E_m = 0,0625 + 0,04(cos^2 10t + sin^2 10t)$ soit $\boldsymbol{E_m = 0,1025J}$

Exercice 7

1° *Allongements* a₁ *et* a₂ *des deux ressorts à l'équilibre*



À l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{R}_N = \vec{0}$

Projection sur l'axe x'x : $O - T_1 + T_2 + 0 = 0$

$\Rightarrow -k_1 a_1 + k_2 a_2 = 0$

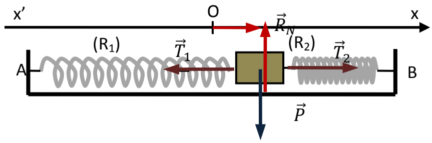
On déduit : $k_0 a_1 = 2k_0 a_2$ soit $a_1 = 2a_2$ (1)

$AB = d = l_1 + l_2$ Or $l_1 = l_0 + a_1$ et $l_2 = l_0 + a_2$ d'où $d = 2l_0 + a_1 + a_2$ (2)

(1) dans (2) conduit à : $a_1 = \frac{2(d-2l_0)}{3}$ et $a_2 = \frac{d-2l_0}{3}$ AN : $\boldsymbol{a_1 = 10cm}$ et $\boldsymbol{a_2 = 5cm}$

2° . *Equation différentielle du mouvement du solide (S)*

Appliquons TCI au solide (S):



$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R}_N = m\vec{a}$

Projection sur l'axe x'x : $0 - T_1 + T_2 + 0 = m\ddot{x}$

$-k_1(a_1 + x) + k_2(a_2 - x) = m\ddot{x}$

$-k_1 a_1 + k_2 a_2 - (k_1 + k_2)x = m\ddot{x}$

Or $-k_1 a_1 + k_2 a_2 = 0$ (condition d'équilibre)

Donc : $-(k_1 + k_2)x = m\ddot{x}$ d'où l'équation : $\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{3k_0}{m}x = 0}$

b.* *Pulsation propre* ω_0

$\boldsymbol{\omega_0 = \sqrt{\frac{3k_0}{m}}}$ AN : $\omega_0 = \sqrt{\frac{3\times 10}{0,3}} \Rightarrow \boldsymbol{\omega_0 = 10rad.s^{-1}}$

* *Période propre* T_0

$\boldsymbol{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}}$ AN: $T_0 = \frac{2\pi}{10} \Rightarrow \boldsymbol{T_0 = 0,628s}$

c. *Equation horaire x(t) du mouvement du solide (S)*

La loi horaire donnant l'abscisse du mobile est de la forme : $x = X_m cos(\omega_0 t + \varphi)$

La vitesse du mobile à une date t est : $\dot{x} = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 X_m sin(\omega_0 t + \varphi)$

Condition initiale : À la date t=0s, $x = x_0$ et $\dot{x} = 0$

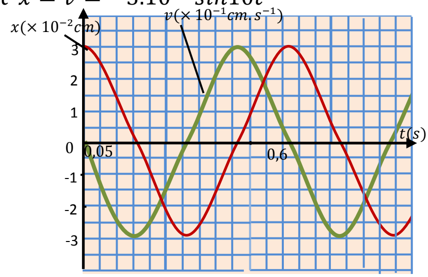
$\begin{cases} x_0 = X_m cos\varphi & (1) \\ 0 = -\omega_0 X_m sin\varphi & (2) \end{cases}$

(2) donne : $sin(\varphi) = 0$ soit $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$; A t=0, $x > 0$ d'où $\varphi = 0$

(1) donne : $X_m = x_0$ Et donc : $\boldsymbol{x = 3.10^{-2}cos10t}$ *avec x en m*

3°a. *Diagrammes* x = f(t) et ẋ = g(t)

$x = 3.10^{-2}cos10t$ et $\dot{x} = v = -3.10^{-1}sin10t$



b. *Energie cinétique du solide (S)*

$E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$ Or $\dot{x} = 3.10^{-1}sin10t$ d'où $\boldsymbol{E_C = 4,5.10^{-2}sin^2 10t}$

Valeur maximale de l'énergie cinétique

E_C est maximale si et seulement si : $sin^2 10t = 1$ soit $\boldsymbol{E_{C_{max}} = 4,5.10^{-2}J}$

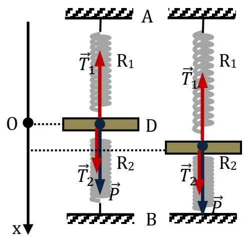
c. Positions pour lesquelles $E_C = \frac{E_{C_{max}}}{2}$

$E_C = \frac{E_{C_{max}}}{2} \Leftrightarrow sin^2 10t = 0{,}5 \Rightarrow 1 - c\,os^2 10t = 0{,}5 \Rightarrow c\,os^2 10t = 0{,}5$

Onc a : $x = 2{,}12.10^{-2}m$ et $x = -2{,}12.10^{-2}m$

Exercice 8

1°a. *Bilan des forces qui s'exercent sur le disque à l'équilibre*



- le poids $\vec{P}$ du disque ;
- la tension $\vec{T}_1$ du ressort R1 ;
- la tension $\vec{T}_2$ du ressort R2.

b. *Allongements Δl1 et Δl2 des ressorts R1 et R2 à l'équilibre*

À l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$

Projection sur l'axe x'x : $P - T_1 + T_2 + 0 = 0$

$\Rightarrow k_1\Delta l_1 - k_2\Delta l_2 = mg$ (1)

$AB = L = l_1 + l_2$ Or $l_1 = l_{01} + \Delta l_1$ et $l_2 = l_{02} + \Delta l_2$

d'où $\Delta l_1 + \Delta l_2 = L - l_{01} - l_{02}$ (2)

(1) et (2) conduisent à : $\boldsymbol{\Delta l_1 = \frac{k_2(L-l_{01}-l_{02})+mg}{k_1+k_2}}$ et $\boldsymbol{\Delta l_2 = \frac{k_1(L-l_{01}-l_{02})-mg}{k_1+k_2}}$

AN : $\Delta l_1 = \frac{20\times(0{,}45-0{,}14-0{,}16)+0{,}2\times10}{30+20} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta l_1 = 10cm}$

$\Delta l_2 = \frac{30\times(0{,}45-0{,}14-0{,}16)-0{,}2\times10}{30+20} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta l_2 = 5cm}$

2°a. *Expression de l'énergie mécanique totale du système à la date t*

$E_m = E_C + E_{p_e} + E_{p_P} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k_1(\Delta l_1 + x)^2 + \frac{1}{2}k_2(\Delta l_2 - x)^2 + mgZ$

$Z = -x$ (en dessous du niveau de référence)

$\boldsymbol{E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k_1(\Delta l_1 + x)^2 + \frac{1}{2}k_2(\Delta l_2 - x)^2 - mgx}$

b. *Equation différentielle du mouvement*

Le système est conservatif donc $\frac{dE_m}{dt} = 0$

$\frac{dE_m}{dt} = 0 \Leftrightarrow m\dot{x}\ddot{x} + k_1\dot{x}(\Delta l_1 + x) - k_2\dot{x}(\Delta l_2 - x) - mg\dot{x} = 0$

$\dot{x}(m\ddot{x} + k_1(\Delta l_1 + x) - k_2(\Delta l_2 - x) - mg) = 0$

Donc : $m\ddot{x} + k_1x + k_2x + k_1\Delta l_1 - k_2\Delta l_2 - mg = 0$

Or à l'équilibre : $k_1\Delta l_1 - k_2\Delta l_2 = mg$ d'où $m\ddot{x} + k_1x + k_2x = 0$

Soit l'équation : $\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{k_1+k_2}{m}x = 0}$

Nature du mouvement du disque

Le mouvement est un mouvement rectiligne sinusoïdal

Période propre T_0

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ Or $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$ donc $\boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}}$

AN : $\mathrm{T_0} = 2\pi\sqrt{\frac{0,2}{30+50}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{T_0 = 0,40s}$

Fréquence propre N_0

$\mathbf{N_0 = \frac{1}{T_0}}$ AN : $\mathrm{N_0} = \frac{1}{0,40}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{N_0 = 2,5Hz}$

3°a. *Equation horaire de mouvement du disque*

La loi horaire donnant l'abscisse du mobile est de la forme : $x = X_m cos(\omega_0 t + \varphi)$

La vitesse du mobile à une date t est : $\dot{x} = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 X_m sin(\omega_0 t + \varphi)$

Condition initiale : À la date t=0s, $x = 0$ et $\dot{x} < 0$

Donc $\begin{cases} 0 = X_m cos\varphi & (1) \\ \dot{x} = -\omega_0 X_m sin\varphi < 0 & (2) \end{cases}$

(1) donne : $cos\varphi = 0$ soit $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ou $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

(2) conduit a : $\varphi = \frac{\pi}{2}$. On déduit $X_m = d$

Et l'équation : $x = 3.10^{-2}cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ soit $\boldsymbol{x = -3.10^{-2}sin5\pi t}$ *avec x en m*

b. *Date à laquelle le disque passe pour la douzième fois au point* $x = -1{,}5cm$

$x = -1{,}5cm \Leftrightarrow -3.10^{-2}sin5\pi t = -1{,}5.10^{-2} \Rightarrow sin5\pi t = \frac{1}{2}$ soit $sin5\pi t = \sin\frac{\pi}{6}$

$5\pi t = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \Rightarrow t = \frac{1}{30} + \frac{2k}{5}$ ou $5\pi t = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi \Rightarrow t = \frac{1}{6} + \frac{2k}{5}$

La douzième fois c'est $k = 5$ pour l'expression $t = \frac{1}{6} + \frac{2k}{5}$

On trouve $t = \frac{13}{6}s$ soit $\boldsymbol{t = 2,17s}$

Exercice 10

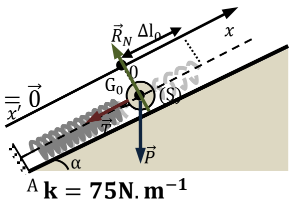
1° *Montrons que k=75N.m⁻¹*

A l'équilibre du solide (S), on a : : $\sum\vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R}_N = \vec{0}$

Projection sur l'axe (x'x)

$-mgsin\alpha + T + 0 = 0 \Rightarrow -\mathrm{mgsin\alpha} + k\Delta l_0 = 0$

soit $\mathbf{k = \frac{mgsin\alpha}{\Delta l_0}}$ AN : $\mathrm{k} = \frac{0,225\times10\times\sin30}{0,015}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{k = 75N.m^{-1}}$



2° a. *Nature du mouvement de (S)*

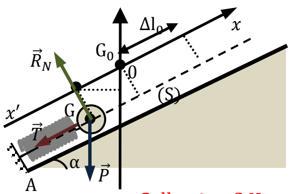
Appliquons TCI au solide (S):

$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R}_N = m\vec{a}$

Projection sur l'axe x'x : $-Psin\alpha + T + 0 = m\ddot{x}$

$-\mathrm{mgsin\alpha} + k(\Delta l_0 - x) = m\ddot{x}$ (x est négatif)

$-\mathrm{mgsin\alpha} + k\Delta l_0 - kx = m\ddot{x}$



Or à l'équilibre $mg\sin\alpha = k\Delta l_0$ donc $-kx = m\ddot{x}$

Et soit l'équation : $\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

On reconnait l'équation différentielle du second ordre d'un oscillateur harmonique; donc le mouvement est **rectiligne sinusoïdal**.

b. *Equation horaire du mouvement de (S)*

Les solutions de l'équation différentielle sont sous la forme : $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

avec $\boldsymbol{\omega_0} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ **AN :** $\boldsymbol{\omega_0} = \sqrt{\frac{75}{0{,}225}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\omega_0 = 18{,}257 rad.s^{-1}}$

Valeur de X_m et φ

$\dot{x} = v = -X_m\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$. A t=0, $x = x_1 = -5cm$ et $v = \dot{x} = 0$

Donc $0 = -X_m\omega_0 \sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi = 0$ On trouve $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$

$x_1 = X_m \cos\varphi$ et $x_1 < 0$ donc $\cos\varphi < 0$ soit $\varphi = \pi$

$X_m = \frac{x_1}{\cos\pi}$ soit $X_m = 5cm$

On a l'équation horaire : $x = 5.10^{-2}\cos(18{,}257t + \pi)$ soit $\boldsymbol{x = -5.10^{-2}\sin(18{,}257t)}$

c. *Energie mécanique du système*

$E_m = E_C + E_p \Rightarrow E_m = E_C + E_{p_e} + E_{p_P}$

A $t = 0$, $E_{p_P} = -mgZ_1$ avec $Z_1 = x_1\sin\alpha$, $E_{p_e} = \frac{1}{2}k(\Delta l_0 - x_1)^2$ et $E_C = 0$

D'où $E_m = \frac{1}{2}k\Delta l_0{}^2 - k\Delta l_0 x_1 + \frac{1}{2}kx_1{}^2 + mgx_1\sin\alpha$ De plus $mg\sin\alpha = k\Delta l_0$

$\mathbf{E_m = \frac{1}{2}k(\Delta l_0{}^2 + x_1{}^2)}$ AN : $E_m = \frac{1}{2} \times 75 \times (0{,}015^2 + 0{,}05^2) \Rightarrow \boldsymbol{E_m = 0{,}10219}$J

3°a. *Vitesse v_0 de (S) juste avant le choc*

La position d'équilibre correspond à x=0

$E_{p_e} = \frac{1}{2}k\Delta l_0{}^2$, $E_{p_P} = 0$ et $E_C = \frac{1}{2}mv_0{}^2$ d'où $E_m = \frac{1}{2}k\Delta l_0{}^2 + \frac{1}{2}mv_0{}^2$

Soit $\boldsymbol{v_0} = \sqrt{\frac{\mathbf{2}\boldsymbol{E_m - k\Delta l_0{}^2}}{\mathbf{m}}}$ AN : $v_0 = \sqrt{\frac{2\times0{,}10219 - 75\times0{,}015^2}{0{,}225}} \Rightarrow \boldsymbol{v_0 = 0{,}91}\mathbf{m.s^{-1}}$

b. *Vitesses respectives v_1 et v' des solides S et S' juste après le choc*

Choc élastique et de plein fouet donc il y a conservation du vecteur quantité de mouvement et conservation de l'énergie cinétique

$\vec{p}_{avant\ le\ choc} = \vec{p}_{après\ le\ choc} \Rightarrow m\vec{v}_0 = m\vec{v}_1 + m'\vec{v}'$ soit $m\overline{v}_0 = m\overline{v}_1 + m'\overline{v'}$

$E_{C\ avant\ le\ choc} = E_{C\ après\ le\ choc} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0{}^2 = \frac{1}{2}mv_1{}^2 + \frac{1}{2}m'v'^2$

$$\begin{cases} m(\overline{v}_0 - \overline{v}_1) = m'\overline{v'} \\ m(\overline{v}_0{}^2 - \overline{v}_1{}^2) = m'\overline{v'}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m(\overline{v}_0 - \overline{v}_1) = m'\overline{v'} \\ m(\overline{v}_0 - \overline{v}_1)(\overline{v}_0 + \overline{v}_1) = m'\overline{v'}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m(\overline{v}_0 - \overline{v}_1) = m'\overline{v'} \\ \overline{v}_0 + \overline{v}_1 = v' \end{cases}$$

On trouve : $\overline{v}_1 = \frac{(m-m')\overline{v}_0}{m+m'}$ AN : $\overline{v}_1 = \frac{(0{,}225-0{,}050)\times0{,}91}{0{,}225+0{,}050} \Rightarrow \boldsymbol{\overline{v}_1 = 0{,}58}\mathbf{m.s^{-1}}$

Et $\overline{v'} = \frac{2m\overline{v}_0}{m+m'}$ AN : $\overline{v}_1 = \frac{2\times0{,}225\times0{,}91}{0{,}225+0{,}050} \Rightarrow \boldsymbol{\overline{v'} = 1{,}49}\mathbf{m.s^{-1}}$

4° a. *Montrons que la vitesse du solide S' en B est* $v_B = 1{,}1m.s^{-1}$

Appliquons TEC au solide (S') entre G_0 et B

$\Delta E_C = \sum_{G_0\to B} W(F_{ext}) \Rightarrow E_{C_B} - E_{C_{G_0}} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N)$

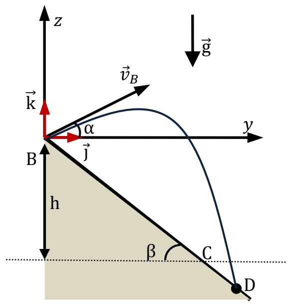
$\frac{1}{2}m'v_B{}^2 - \frac{1}{2}m'v'^2 = -m'gh + 0$ avec $h = G_0B\sin\alpha$

$\boldsymbol{v_B = \sqrt{v'^2 - 2gG_0Bsin\alpha}}$ AN : $v_B = \sqrt{1{,}49^2 - 2 \times 10 \times 0{,}1sin30} \Rightarrow \boldsymbol{v_B = 1{,}1m.s^{-1}}$

b. *Equation de la trajectoire du solide S' dans le repère $(B, \vec{j}, \vec{k})$ après son passage en B.*

* Vecteur position : $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_Bt + \overrightarrow{BB}$

À $t = 0$ *on a* : $\vec{a} = \vec{g}\begin{cases} a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$; $\vec{v}_B\begin{cases} v_{B_y} = v_Bcos\alpha \\ v_{B_z} = v_Bsin\alpha \end{cases}$;



$\overrightarrow{BB}\binom{0}{0}$;

À $t \neq 0$ *on a* : $\overrightarrow{OM}\begin{cases} y = v_Btcos\alpha \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_Btsin\alpha \end{cases}$

* Equation cartésienne de la trajectoire

$$\begin{cases} t = \frac{y}{v_Bcos\alpha} \\ z = -\frac{1}{2}g\left(\frac{y}{v_Bcos\alpha}\right)^2 + v_Bsin\alpha\left(\frac{y}{v_Bcos\alpha}\right) \end{cases}$$

Soit l'équation cartésienne : $\boldsymbol{z = -\frac{g}{2v_B{}^2cos^2\alpha}y^2 + ytan\alpha}$

c. *Longueur BD*

Le point $D(BDcos\beta; -BDsin\beta)$ est un point de la trajectoire du solide (S')

$-BDsin\beta = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_B{}^2cos^2\alpha}(BDcos\beta)^2 + BDcos\beta tan\alpha \Rightarrow \boldsymbol{BD = \frac{2v_B{}^2cos^2\alpha}{gcos\beta}(tan\beta + tan\alpha)}$

AN : $BD = \frac{2\times1{,}1^2cos^230}{10\times cos45}(tan45 + tan30) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{BD = 0{,}40m}$

d. *Durée de chute en D*

Au point D, $y = BDcos\beta$ d'où $BDcos\beta = v_Btcos\alpha$ soit $\boldsymbol{t = \frac{BDcos\beta}{v_Bcos\alpha}}$

AN : $t = \frac{0{,}40\times cos45}{1{,}1\times cos30} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{t = 0{,}30s}$

Exercice 11

1° *Equation de l'énergie mécanique du pendule en fonction de m, x et v*

$E_m = E_C + E_p$ Or $E_P = \frac{1}{2}kx^2$ et $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ d'ou $\boldsymbol{E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2}$

2° *Equation différentielle régissant les oscillations du solide (S)*

Système est conservatif donc $\frac{dE_m}{dt} = 0 \Leftrightarrow mv\dot{v} + kx\dot{x} = 0$ Or $v = \dot{x}$ et $\dot{v} = \ddot{x}$

D'où $m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} = 0$ soit $\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

3° * *Expression de la pulsation propre* ω_0 : $\boldsymbol{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$

* *Vérifions que* $x = X_m\,sin(\omega_0t + \varphi)$ *est une solution de l'équation différentielle obtenue*

$x = X_m\,sin(\omega_0t + \varphi)$ donc $\dot{x} = -\omega_0X_m\,cos(\omega_0t + \varphi)$ et $x = -\omega_0{}^2X_m\,sin(\omega_0t + \varphi)$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}\dot{x} = -\omega_0{}^2X_m\,sin(\omega_0t + \varphi) + \frac{k}{m}X_m\,sin(\omega_0t + \varphi) = (\omega_0{}^2 - \frac{k}{m})X_m\,sin(\omega_0t + \varphi)$

Or $\omega_0{}^2 = \frac{k}{m}$ donc $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$. $x = X_m\,sin(\omega_0t + \varphi)$ est bien solution de l'équa-diff.

4°a. *Etablissement de l'expression* $E_P = \frac{1}{2}kX_m{}^2[1 - cos(2\omega_0t + 2\varphi)]$

$E_P = \frac{1}{2}kx^2$ Or $x = X_m\,sin(\omega_0t + \varphi)$ donc $E_P = \frac{1}{2}kX_m{}^2\,sin^2(\omega_0t + \varphi)$

$sin^2(\omega_0 t + \varphi) = 1 - cos\,2(\omega_0 t + \varphi)$ d'où $E_P = \frac{1}{2}kX_m{}^2[1 - cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]$

b. *Expression de l'énergie mécanique en fonction de k et Xm*

$E_C = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \frac{1}{2}mX_m{}^2\, cos^2(\omega_0 t + \varphi)$ Or $cos^2(\omega_0 t + \varphi) = 1 + cos(2\omega_0 t + 2\varphi)$

d'où $\boldsymbol{E_m = \frac{1}{2}kX_m{}^2}$

c. Déterminer par exploitation du graphique et de ce qui précède

- Valeur de X_m : $E_{P_m} = E_m \Rightarrow X_m = \sqrt{\frac{2E_{P_m}}{k}}$ AN : $X_m = \sqrt{\frac{2\times0{,}02}{50}} \Rightarrow X_m = 0{,}028m$

- Valeur de X_0 : A t=0, $x = X_0$ On a : $X_0 = \sqrt{\frac{2E_P}{k}}$ AN : $X_0 = \sqrt{\frac{2\times0{,}01}{50}} \Rightarrow X_0 = 0{,}02m$

- Valeur de T_0 : $\omega = 2\omega_0 \Rightarrow T_0 = 2T$ (avec ω pulsation et T période de l'énergie potentielle) AN : $T_0 = 2 \times 0{,}314$ $T_0 = 0{,}628s$

- Valeur de m : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \boldsymbol{m = \frac{k}{4\pi^2 T_0{}^2}}$ AN : $m = \frac{50}{4\pi^2\times0{,}628^2} \Rightarrow \boldsymbol{m = 3{,}2kg}$

- Valeur de v_0 : A t=0, $E_c = E_{c_0} = \frac{1}{2}mv_0{}^2$ avec $E_{C_0} = E_m - E_{p_0}$

$v_0 = \sqrt{\frac{2(E_m - E_{p_0})}{m}}$ AN : $v_0 = \sqrt{\frac{2\times(0{,}02-0{,}01)}{3{,}2}} \Rightarrow \boldsymbol{v_0 = 0{,}079m.s^{-1}}$

d. *Positions*

$v = \frac{v_{max}}{2}$ donc $\dot{x} = -\omega_0 X_m\, cos(\omega_0 t + \varphi) = -\frac{\omega_0{}^2 X_m}{2}$ $cos(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1}{2}$

$\omega_0 t + \varphi = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $\omega_0 t + \varphi = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$

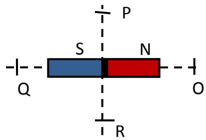
On trouve : $x = \frac{\sqrt{3}}{2}X_m$ et $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

CHAMP ELECTROMAGNETIQUE

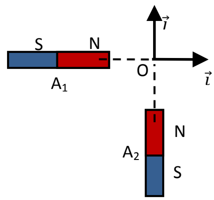
Exercice 1

L'axe d'un solénoïde est perpendiculaire au plan du méridien magnétique. Au centre de ce solénoïde, on a placé une aiguille aimantée, mobile autour d'un axe vertical. Lorsque le solénoïde est parcouru par un courant électrique, l'axe de l'aiguille fait avec l'axe du solénoïde un angle aigu $\alpha = 43°$. Calculer l'intensité I du courant.
On donne : . Nombre de spires du solénoïde : N = 1400 ;
.longueur du solénoïde : l = 32cm ;
.composante horizontale du champ magnétique terrestre : $B_H = 2{,}0.10^{-5}$T ;
.perméabilité de l'air : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$S.I

Exercice 2



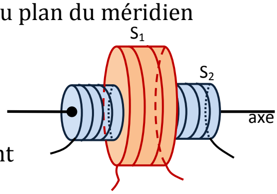
1° On considère un aimant droit disposé comme l'indique la figure 1 suivante
a. Représenter le spectre magnétique de cet aimant
b. Représenter en direction et sens, le vecteur champ $\vec{B}$ crée par cet aimant en chacun des points O, P, Q, R.
2° Soient deux aimants droits A_1 et A_2, identiques au précédent dont les axes sont perpendiculaires comme l'indique la figure 2. Les deux aimants sont situés à la même distance d'un point O. Chaque aimant crée, en O un champ magnétique $\vec{B}_O$, de valeur $B_0 = 2{,}5.10^{-3}$T.
Donner dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$, l'expression de la valeur champ magnétique $\vec{B}$ crée par l'ensemble des aimants en O et calculer son module dans les cas suivants :



a. Les deux pôles Nord dirigés vers O.
b. Le pôle Sud de A_1 et le pôle Nord de A_2 sont dirigés vers O.
3° Les deux aimants étant toujours à la même distance de O, l'aimant A_2 est déplacé. Son axe fait un angle aigu α avec l'axe de A_1. Les deux pôles sud des aimants sont dirigés vers le point O.
a. Exprimer, en fonction de α, le module du vecteur champ résultant en O.
Calculer cette valeur pour $\alpha = 40°$
b. Pour quelle valeur de α obtient-on un champ nul en O ?

Exercice 3

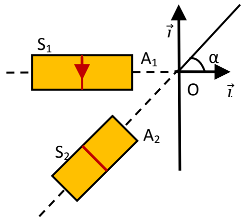
1° Soit un premier solénoïde S_1 de longueur l = 50cm et comportant 200spires.
a. Quel est le champ magnétique $\vec{B}$ produit au centre de ce solénoïde lorsqu'il est parcouru par un courant électrique d'intensité I ? Faire un schéma clair en figurant le sens du courant et le sens du champ magnétique.
b. On place une petite aiguille aimantée à l'intérieur de S_1, au voisinage de son centre. Son axe est dispose horizontalement et perpendiculairement au plan du méridien magnétique. Calculer l'intensité I du courant qu'il faut faire passer dans S_1 pour que l'aiguille aimantée dévie de 30°.
2° Soit un second solénoïde S_2 comportant 80spires par mètre de longueur. Les deux solénoïdes S_1 et S_2 sont disposes de manière à avoir le même axe, cet axe commun étant perpendiculaire au méridien magnétique (Voir figure).



Les deux solénoïdes sont branches en série dans un circuit électrique et on constate que l'aiguille aimantée dévie de 45°. Déterminer la valeur de l'intensité I' du courant qui les traverse ; on trouvera deux solutions qui devront être interprétées.
On donne : $\mu_0=4\pi.10^{-7}$SI ; $B_H=2{,}0.10^{-5}$T

Exercice 4

Deux solénoïdes identiques S_1 et S_2 sont disposés comme le montre la figure. Leurs axes se coupent en O, à la même distance d = OA_1 = OA_2 des faces les plus proches et font un angle α=45°.



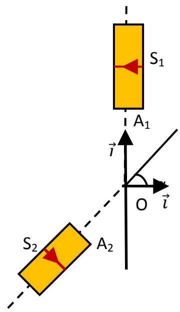
1° Le solénoïde S_1 créé en O un champ magnétique $\overrightarrow{B_1}$ de valeur $4{,}0.10^{-3}$T, lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité I_1. Préciser la direction et le sens de $\overrightarrow{B_1}$. La face A_1 est-elle Sud ou Nord ?

2° Le solénoïde S_1 fonctionnant dans les conditions précédentes, on fait passer dans le solénoïde S_2 un courant continu d'intensité I_2. Quel doit être le sens du courant I_2 pour que le champ magnétique total : $\vec{B} = \overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2}$ créé par les deux solénoïdes en O ait même direction que $\vec{j}$?
Quel est alors le sens du champ $\overrightarrow{B_2}$? La face A_2 est-elle Sud ou nord ?

3° Calculer la valeur du champ magnétique total $\vec{B}$ ainsi que celle de l'intensité I_2 sachant que I_1=1,2A.

Exercice 5

Deux solénoïdes S_1 et S_2 sont placés comme l'indique la figure ci-contre. Leurs axes se coupent en O de telle façon que l'angle α soit égal à 45° et que les distances OA_1 et OA_2 soient égales.

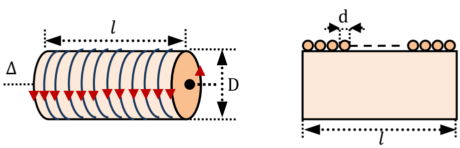


1° Le solénoïde S_1 et S_2 sont parcourus, respectivement, par les courants continus d'intensités I_1=2,0A et I_2=5,2A dans les sens indiques sur la figure. On note $\overrightarrow{B_1}$ et $\overrightarrow{B_2}$ les champs magnétiques créés par chaque solénoïde au point O. La valeur de B_1 est égale à $1{,}8.10^{-2}$T
Donner les caractéristiques (direction, sens, intensité) du champ magnétique total $\vec{B}$ créé par le dispositif au point O

2° Reprendre la question précédente lorsqu'on inverse le sens du seul courant I_2 mais en lui gardant la même intensité.

Exercice 6

Un solénoïde (bobine cylindrique d'axe horizontal (Δ) de grande longueur l par rapport à son diamètre D, comporte une couche de fil, isolé par un vermis d'épaisseur négligeable, à spires jointives. Le diamètre du fil est d.

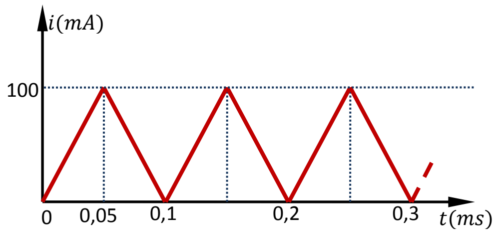


1° Exprimer, en fonction de l'intensité I du courant qui parcourt les spires, l'intensité B du champ magnétique crée par le courant au centre de la bobine.

On donne : $l = 0{,}5m$; $d = 0{,}5mm$; $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}S.I.$ (perméabilité magnétique du vide et aussi de l'air avec une bonne approximation).
Représenter sur un schéma, le sens du courant dans les spires, et la direction et le sens du champ magnétique $\vec{B}$ correspondant.
2° L'axe (Δ) est perpendiculaire au méridien magnétique du lieu de l'expérience, et la composante horizontale du champ magnétique terrestre est $B_H = 2.10^{-5}T$.
Une petite aiguille aimantée $\overrightarrow{SN}$, mobile autour d'un axe vertical, et placée au centre de la bobine, s'établit dans une position d'équilibre telle que l'angle de la ligne des pôles $\overrightarrow{SN}$ et de l'axe (Δ) soit $\alpha = 60°$. Quelle est l'intensité du courant dans les spires.
3° On remplace le solénoïde précédent par une autre bobine de mêmes dimensions, mais comportant deux couches de fil à spires jointives, bobinées avec le même fil isolé de diamètre d. L'axe (Δ') de cette nouvelle bobine est encore normal au méridien magnétique du lieu de l'expérience, et la bobine est parcourue par un courant de même intensité I que celle calculée à la question b). Quel angle d'équilibre α' forme l'aiguille aimantée placée au centre de la bobine avec l'axe (Δ') ?

Exercice 8

Un solénoïde de 500spires, long de 25cm est parcouru par un courant d'intensité i, variant en fonction du temps comme il est indiqué sur le graphique suivant.



1° Comment varie les caractéristiques du vecteur champ magnétique B en fonction du temps (direction, sens et valeur). Tracer la courbe représentant les variations de la valeur B du champ magnétique en fonction du temps.
2° Décrire qualitativement les variations du vecteur champ magnétique B en fonction du temps (direction, sens et valeur) si le solénoïde est maintenant parcouru par un courant alternatif sinusoïdal.
On donne : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}S.I.$

Exercice 9

But de l'exercice : Retrouver la formule théorique du champ magnétique B en teslas au centre d'un solénoïde long.
On dispose de deux solénoïdes longs S_1 et S_2 ayant respectivement $n_1 = 485$ et $n_2 = 970$ spires par mètre. On fait varier le courant continu qui traverse le solénoïde étudié et l'on note pour chaque valeur I celle du champ magnétique B.
La lecture de B se fait sur un teslamètre, relié à une sonde de Hall, que l'on engage au centre du solénoïde considéré. (Le zéro du teslamètre est réglé en l'absence de tout courant dans le circuit.)

1° Faire un schéma clair et annoté du montage à réaliser, pour obtenir, faire varier, et mesurer l'intensité du courant dans le circuit du solénoïde étudié.
2° Les résultats des mesures faites pour S_1 et S_2 sont consignés dans le tableau suivant :

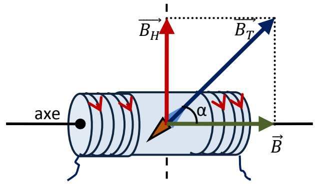
I(A)	1	1,5	2	2,5	3
$B_1(10^{-3}T)$	0,64	0,96	1,28	1,60	1,90
$B_2(10^{-3}T)$	1,25	1,90	2,50	3,16	3,82

a. Tracer, dans le même repère, les courbes $B = \mathrm{f}(I)$ pour S_1 et S_2.
Echelles : 1c m pour 0,5A ; 1cm pour $0,5.10^{-3}$T.
b. L'allure des courbes permet de trouver une relation simple entre B et I dans S_1 et S_2, laquelle ?
c. Comparer le rapport des coefficients directeurs K_1 et K_2 des deux droites à celui des nombres de spires par mètre. Conclure.
Exprimer une relation simple liant B et n.
d. Formuler alors la relation liant B, I, et n.
e. Dans la formule théorique liant B, I et n, il intervient un coefficient multiplicateur ; quelle vous semble être la meilleure façon de l'obtenir ?
En donner une valeur en utilisant les résultats expérimentaux. Pour caractériser la précision de cette détermination, calculer l'écart relatif entre la valeur expérimentale et la valeur théorique notée μ_0.
On donne : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}S.I.$

Corrigé

Exercice 1

Intensité I du courant



$B = \mu_0 nI$ Or $n = \frac{N}{\ell}$ donc $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$

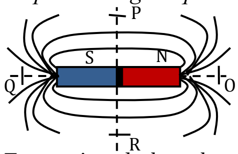
$\frac{B_H}{B} = tan\alpha$ soit $B = \frac{B_H}{tan\alpha}$

$\mu_0 \frac{N}{\ell} I = \frac{B_H}{tan\alpha}$ d'où $\boldsymbol{I = \frac{B_H \ell}{\mu_0 N tan\alpha}}$

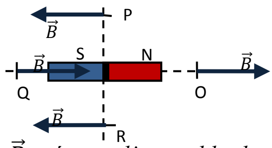
AN : $I = \frac{2.10^{-5} \times 0{,}32}{4\pi.10^{-7} \times 1400 \times tan43}$ d'où $\boldsymbol{I = 3{,}9.10^{-3} A}$

Exercice 2

1° a. *Spectre magnétique de l'aimant*

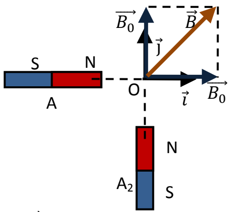


b. *Représentations*



2° *Expression de la valeur du champ magnétique $\vec{B}$ crée par l'ensemble des aimants en O dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$, et son module*

a. Les deux pôles Nord dirigés vers O.



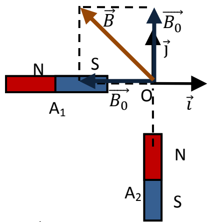
$\boldsymbol{\vec{B} = B_0\vec{\imath} + B_0\vec{\jmath}}$

$B = \sqrt{B_0^{\ 2} + B_0^{\ 2}}$ soit $\boldsymbol{B = B_0\sqrt{2}}$

AN : $B = 2.10^{-3} \times \sqrt{2}$

Soit $\boldsymbol{B = 2{,}83.10^{-3} T}$

b. Le pôle Sud de A_1 et le pôle Nord de A_2 sont dirigés vers O.



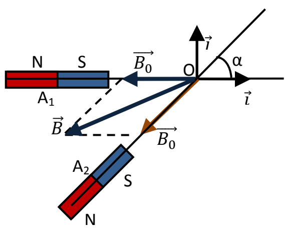
$\boldsymbol{\vec{B} = -B_0\vec{\imath} + B_0\vec{\jmath}}$

$B = \sqrt{B_0^{\ 2} + B_0^{\ 2}}$ soit $\boldsymbol{B = B_0\sqrt{2}}$

AN : $B = 2.10^{-3} \times \sqrt{2}$

Soit $\boldsymbol{B = 2{,}83.10^{-3} T}$

3° a.* *Expression de B en fonction de α*



$\vec{B} = -B_0\vec{\imath} - B_0 cos\alpha\vec{\imath} - B_0 sin\alpha\vec{\jmath}$

$\vec{B} = -B_0(1 + cos\alpha)\vec{\imath} - B_0 sin\alpha\vec{\jmath}$

$B = \sqrt{[B_0(1 + cos\alpha)]^2 + [B_0 sin\alpha]^2}$ $\boldsymbol{B = B_0\sqrt{2(1 + cos\alpha)}}$

* Valeur de B pour $\alpha = 40°$

$B = 2.10^{-3} \times \sqrt{2(1 + cos40)}$ Soit $\boldsymbol{B = 3{,}76.10^{-3} T}$

b. *Valeur de α pour obtenir un champ nul O.*

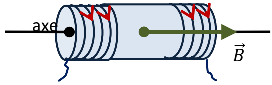
$B = B_0\sqrt{2(1 + cos\alpha)}$

B est nul si et seulement si $1 + cos\alpha = 0$

$cos\alpha = -1$ d'où $\boldsymbol{\alpha = 180°}$

Exercice 3

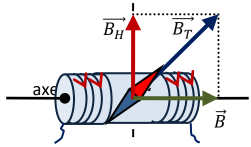
1° a. *Champ magnétique $\vec{B}$ produit au centre du solénoïde*



$B = \mu_0 nI$ Or $n = \frac{N}{\ell}$ donc $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$

$B = 4\pi.10^{-7} \times \frac{200}{0,5} I$ soit $\boldsymbol{B = 1,6\pi.10^{-4} I\ (T)}$

b. *Intensité I du courant*

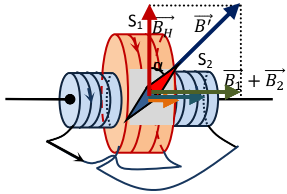


$\frac{B}{B_H} = tan\alpha$ soit $B = B_H tan\alpha$

$1,6\pi.10^{-4} I = B_H tan\alpha$ d'où $\boldsymbol{I = \frac{B_H tan\alpha}{1,6\pi.10^{-4}}}$

AN : $I = \frac{2.10^{-5} \times tan30°}{\boldsymbol{1,6\pi.10^{-4}}}$ d'où $\boldsymbol{I = 2,3.10^{-2} A}$

2° *Valeur de l'intensité I' du courant*



$\frac{B}{B_H} = tan\alpha$ soit $B = B_H tan\alpha$ Or $\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$

1[er] cas

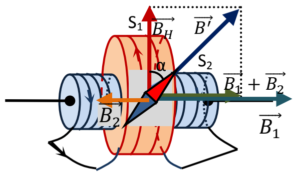
$\vec{B_1}$ *et* $\vec{B_2}$ ont même sens

$B = B_1 + B_2$ donc $B_1 + B_2 = B_H tan\alpha$

$\mu_0 \frac{N}{\ell} I' + \mu_0 nI' = B_H tan\alpha$ soit $\boldsymbol{I' = \frac{B_H tan\alpha}{\mu_0\left(\frac{N}{\ell} + n\right)}}$

AN : $I' = \frac{2.10^{-5} \times tan45°}{4\pi.10^{-7}\left(\frac{200}{0,5} + 80\right)}$ soit $\boldsymbol{I' = 3,32.10^{-2} A}$

2[ème] cas



$\vec{B_1}$ *et* $\vec{B_2}$ sont de sens contraire

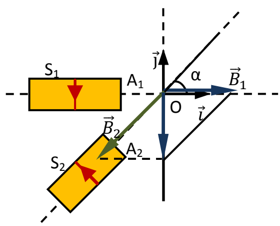
$B = B_1 - B_2$ donc $B_1 - B_2 = B_H tan\alpha$

$\frac{\mu_0 N}{\ell} I' - \mu_0 nI' = B_H tan\alpha$ soit $\boldsymbol{I' = \frac{B_H tan\alpha}{\mu_0\left(\frac{N}{l} - n\right)}}$

AN : $I' = \frac{2.10^{-5} \times tan45°}{4\pi.10^{-7}\left(\frac{200}{0,5} - 80\right)}$ d'où $\boldsymbol{I' = 4,97.10^{-2} A}$

Exercice 4

1° * *Direction et sens de* $\vec{B_1}$



- direction : axe du solénoïde A_1 (l'axe x'x)
- sens : la règle du bonhomme d'ampère ou bien la règle de la main droite ou encore celle du tir bouchon donne le sens du vecteur $\vec{B_1}$.

* la face A_1 est la face Nord. (le champ magnétique sort par la face nord)

2° *Sens du courant I_2*

Le champ magnétique total : $\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$ créé par les deux solénoïdes en O a la même direction que $\vec{j}$ donc $\vec{B_1}$ forme avec $\vec{B_2}$ un angle obtus.

Le sens de I_2 est obtenu à partir de l'une des trois règle citer ci-dessus. (Voir figure)

Sens du champ $\vec{B_2}$: de O vers A_2

* La face A_2 est Sud

3° *Valeur du champ magnétique total* $\vec{B}$

$tan\alpha = \frac{B}{B_1}$ d'où $\boldsymbol{B = B_1 tan\alpha}$ AN : $\boldsymbol{B = 4.10^{-3} T}$

* *Intensité I_2*

$B_2{}^2 = B_1{}^2 + B^2$ Or $B = B_1 tan\alpha$ d'où $B_2 = B_1\sqrt{1+tan^2\alpha}$

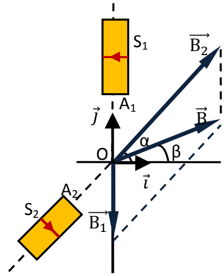
$B_2 = \mu_0 n I_2$ et $B_1 = \mu_0 n I_1$ d'où $\mathrm{I_2} = \mathrm{I_1}\frac{\mathrm{B_2}}{\mathrm{B_1}}$ soit $\mathbf{I_2 = I_1\sqrt{1+tan^2\alpha}}$

AN : $\mathbf{I_2 = 1,70A}$

Exercice 5

1°*Caractéristiques du champ magnétique total $\vec{B}$ créé par le dispositif au point O*

$B_2 = \mu_0 n I_2$ et $B_1 = \mu_0 n I_1$ d'où $\mathrm{B_2 = B_1\frac{I_2}{I_1}}$



$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

Projection sur les axes

$$\begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix}\begin{cases} B_x = 0 + B_2 cos\alpha \\ B_y = -B_1 + B_2 sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B_x = B_1\frac{\mathrm{I_2}}{\mathrm{I_1}}cos\alpha \\ B_y = B_1\left(-1+\frac{\mathrm{I_2}}{\mathrm{I_1}}sin\alpha\right) \end{cases}$$

- Direction β

$tan\beta = \frac{B_y}{B_x} = \frac{-\mathrm{I_1}+\mathrm{I_2}sin\alpha}{\mathrm{I_2}cos\alpha}$ AN : $\boldsymbol{\beta = 24,5°}$

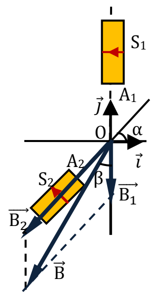
-sens : vers le haut

- Valeur

$B = \sqrt{B_x{}^2 + B_y{}^2} \Rightarrow \boldsymbol{B = B_1\sqrt{\left(\frac{I_2}{I_1}cos\alpha\right)^2 + \left(-1+\frac{I_2}{I_1}sin\alpha\right)^2}}$ AN : $\mathbf{B = 3,6.10^{-2}T}$

2° *Caractéristiques du champ magnétique total $\vec{B}$ créé par le dispositif au point O*

$B_2 = \mu_0 n I_2$ et $B_1 = \mu_0 n I_1$ d'où $\mathrm{B_2 = B_1\frac{I_2}{I_1}}$



$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

Projection sur les axes

$$\begin{matrix} x'x \\ y'y \end{matrix}\begin{cases} B_x = 0 - B_2 cos\alpha \\ B_y = -B_1 - B_2 sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B_x = -B_1\frac{\mathrm{I_2}}{\mathrm{I_1}}cos\alpha \\ B_y = -B_1\left(1+\frac{\mathrm{I_2}}{\mathrm{I_1}}sin\alpha\right) \end{cases}$$

- Direction β

$tan\beta = \frac{B_y}{B_x} = \frac{\mathrm{I_1}+\mathrm{I_2}sin\alpha}{\mathrm{I_2}cos\alpha}$ AN : $\boldsymbol{\beta = 57°}$

-sens : vers le bas

- Valeur

$B = \sqrt{B_x{}^2 + B_y{}^2} \Rightarrow \boldsymbol{B = B_1\sqrt{\left(\frac{I_2}{I_1}cos\alpha\right)^2 + \left(1+\frac{I_2}{I_1}sin\alpha\right)^2}}$ AN : $\mathbf{B = 6.10^{-2}T}$

Exercice 6

1° *Expression du champ magnétique B, en fonction de l'intensité I*

$B = \mu_0 n I$ avec n le nombre de spires par mètre

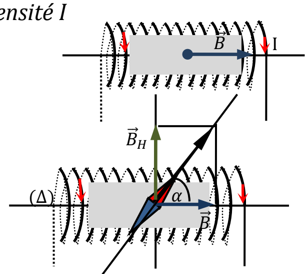
$n = \frac{N}{\ell}$ avec $N = \frac{\ell}{d}$ d'où $n = \frac{1}{d}$

On déduit donc : $\boldsymbol{B = \mu_0\frac{I}{d}}$ soit $\mathbf{B = 8\pi.10^{-4}I(T)}$

Représentation

- sens du courant dans les spires
- direction et sens du champ magnétique $\vec{B}$

(figure ci-contre)



Collection G.K.

Champ électromagnétique

2° Int*ensité du courant dans les spires*

$\frac{B_H}{B} = tan\alpha$ soit $B = \frac{B_H}{tan\alpha}$

Or $\mathrm{B} = 8\pi.10^{-4}\mathrm{I}$ donc $\boldsymbol{I = \frac{B_H}{8\pi.10^{-4}tan\alpha}}$

AN : $I = \frac{2.10^{-5}}{8\pi.10^{-4}\times tan60}$ d'où $\boldsymbol{I = 4,6mA}$

3° *Angle d'équilibre α'*

$B = \mu_0 nI$ avec n le nombre de spires par mètre

$n = \frac{N}{\ell}$ avec $N = 2\frac{\ell}{d}$ d'où $n = \frac{2}{d}$ On déduit donc : $B = 2\mu_0\frac{I}{d}$ soit $\mathrm{B} = 16\pi.10^{-4}\mathrm{I}$

$\frac{B_H}{B} = tan\alpha'$ soit $B = \frac{B_H}{tan\alpha'}$ Or $\mathrm{B} = 16\pi.10^{-4}\mathrm{I}$ et $\mathrm{I} = \frac{\mathrm{B_H}}{8\pi.10^{-4}\tan\alpha}$ donc $\mathrm{B} = \frac{2\mathrm{B_H}}{\tan\alpha}$

Et donc : $\boldsymbol{tan\alpha' = \frac{\tan\alpha}{2}}$ AN : $\boldsymbol{\alpha' = 40,9°}$

Exercice 8

1° *Caractéristiques du vecteur champ magnétique B en fonction du temps*

- Direction de $\vec{B}$: l'axe du solénoïde
- Sens :

Le courant qui traverse le solénoïde est un courant triangulaire positif.

Le sens de $\vec{B}$ est donné par le bonhomme d'ampère ou bien la règle du tir bouchon ou encore la règle de la main droite

- Valeur

$B = \mu_0 ni$ Or $n = \frac{N}{\ell}$ donc $B = \mu_0\frac{N}{\ell}i$

2° *Description qualitative des variations de B en fonction du temps*

-Direction : axe du solénoïde

- sens :

Le courant qui traverse le solénoïde est un courant alternatif sinusoïdale.

Pour une période donnée, on a une alternance positive et une alternance négative.

Le sens de $\vec{B}$ est donnée par le bonhomme d'ampère ou bien la règle du tir bouchon ou encore la règle de la main droite.

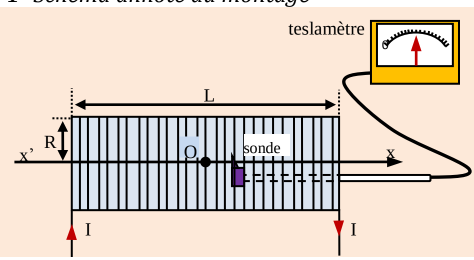
- valeur :

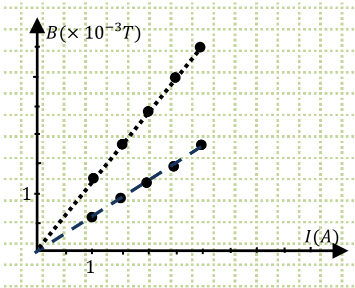
$B = \mu_0\frac{N}{l}i$. Cette valeur est proportionnelle à l'intensité i.

Le champ magnétique B est une fonction sinusoïdale du temps

Exercice 9

1° *Schéma annoté du montage*





2°a. *Courbes* $B = \mathrm{f}(I)$ *pour* S_1 et S_2

(voir représentation ci-contre)

b. *Relation simple entre B et I dans S_1 et S_2*
La courbe B=f(I) est une droite affine de la forme : $\mathbf{B = kI}$ avec k le coefficient directeur de la droite.
Pour S_1 : $k_1 = \frac{\Delta B_1}{\Delta I_1} = 6{,}4.10^{-4} T.A^{-1}$
Pour S_2 : $k_2 = \frac{\Delta B_2}{\Delta I_2} = 12{,}8.10^{-4} T.A^{-1}$
c. *Comparaison*
$\frac{k_1}{n_1} = \frac{6{,}4.10^{-4}}{485} = 1{,}32.10^{-6}$
$\frac{k_2}{n_2} = \frac{12{,}8.10^{-4}}{970} = 1{,}32.10^{-6}$
Conclusion
Le champ magnétique B est proportionnel au nombre de spires par mètre de la bobine.
Expression de la relation simple liant B et n

$$\left.\begin{array}{l} \frac{k_1}{n_1} = 1{,}32.10^{-6} \quad \Rightarrow \quad k_1 = 1{,}32.10^{-6} n_1 \\ \frac{k_2}{n_2} = 1{,}32.10^{-6} \quad \Rightarrow \quad k_2 = 1{,}32.10^{-6} n_2 \end{array}\right\} \mathbf{k = 1{,}32.10^{-6} n}$$

d. *Relation liant B, I, et n*
$B = kI$ Or $k = 1{,}32.10^{-6} n$ donc $\mathbf{B = 1{,}32.10^{-6} nI}$
e. La meilleure façon d'obtenir le coefficient multiplicateur qui intervient dans la formule théorique liant B, I et n est le calcul du rapport $\frac{B}{nI}$.
Valeur en utilisant les résultats expérimentaux

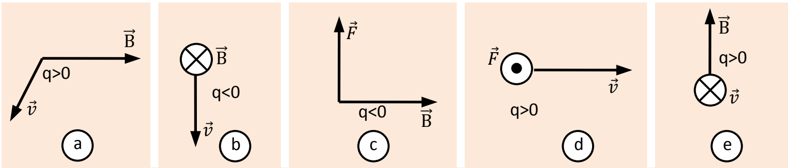
I(A)	1	1,5	2	2,5	3
$B_1(10^{-3}T)$	0,64	0,96	1,28	1,60	1,90
$B_2(10^{-3}T)$	1,25	1,90	2,50	3,16	3,82
$\frac{B_1}{n_1 I}(\times 10^{-6})$	1,32	1,32	1,32	1,32	1,31
$\frac{B_2}{n_2 I}(\times 10^{-6})$	1,29	1,31	1,29	1,30	1,31

Ecart relatif
$\frac{\Delta\mu}{\mu_0} = \frac{1{,}32.10^{-6} - 4\pi.10^{-7}}{4\pi.10^{-7}.} = 5\%$

PARTICULE CHARGÉE EN MOUVEMENT DANS LE CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

Exercice 1

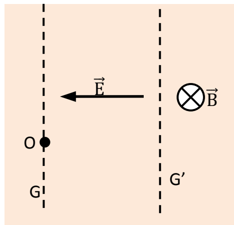
Sur les schémas de la figure ci-dessous doivent figurer $\vec{v}, \vec{B}, et \vec{F}$ force de Lorentz. Sachant que $\vec{v}$ est toujours orthogonal, déterminer la direction et le sens du vecteur qui est absent.



Exercice 2

Des ions négatifs de charges q et de masse m sont émis dans le vide pratiquement sans vitesse initiale, en un point O d'une grille plane métallique G verticale (figure ci-contre). Ces ions sont alors accélérés par un champ électrostatique $\vec{E}$ dû à la tension U appliqué entre la grille G et une autre grille plane parallèle à G'. (On obtient le même champ $\vec{E}$ qu'entre deux plaques parallèles portées à des potentiels différents, mais des ions peuvent traverser les grilles)

1°a. D'après le sens de E indiqué sur le schéma, préciser quelle est la grille au potentiel le plus élevé.



b. Etudier le mouvement d'un ion entre G et G'.

c. Le ions émis en O atteignent G', en un point O' avec un vecteur vitesse $\vec{v}$ dont on précisera la direction et le sens.

Exprimer en fonction de q, U et m la valeur v de ce vecteur vitesse.

2° Après avoir traversé la grille G', les ions entrent dans une région de champ magnétique uniforme $\vec{B}$ horizontal, parallèle aux grilles et dont le sens est indiqué symboliquement sur le schéma.

a. Etablir la nature du mouvement des ions dans cette région.

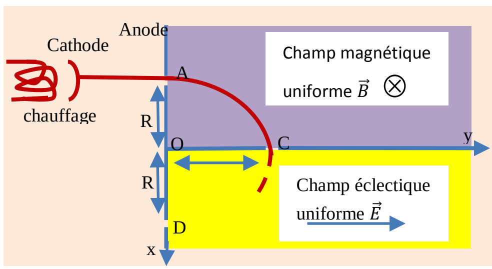
b. Montrer qu'ils reviennent sur G' en un point A. Exprimer O'A en fonction de q, m, B et U.

3° Quel est le mouvement des ions après leur passage en A ?

*Reviennent-ils vers G ? Atteignent-ils G, et si oui avec quelle vitesse ?

*Reviennent-ils ultérieurement sur G'? Décrire sommairement le mouvement des ions jusqu'aux limitent des champs $\vec{B}$ et $\vec{E}$. Montrer que ce mouvement présente une périodicité.

Exercice 3



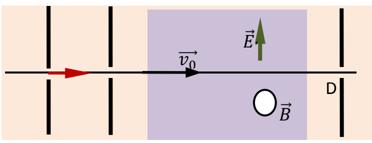
1° Un faisceau d'électrons, émis d'une cathode par effet thermoélectrique est accéléré au moyen d'une anode OA. La différence de potentiel entre anode et cathode vaut U_0= 285 volt.

En admettant que les électrons sont émis par la cathode avec une vitesse négligeable, exprimer littéralement puis

numérique la vitesse v_0 des électrons lorsqu'ils traversent le trou A.
2° Le faisceau d'électrons pénètre ensuite dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$, dans laquelle il décrit un quart de cercle de rayon R= 20 cm.
Calculer littéralement (en fonction U_0 et R), puis numériquement, la norme B du champ magnétique. Caractériser le vecteur vitesse $\vec{v}$ des électrons (direction et norme) à la traversée du trou C.
3° Le faisceau d'électron dévié par un champ électrostatique uniforme parallèle à l'axe OY, régnant dans le dièdre XOY
a-Etablir les équations horaires du mouvement projeté sur les axes OX et OY.
En déduire l'équation et la nature de la trajectoire.
b-Calculer la valeur à donner la norme E du champ électrostatique pour que le faisceau d'électrons traverse le trou D à une distance R du point O ; on exprimera E en fonction de U_0 et R.
Données : Charge de l'électron: $-e=-1{,}6.10^{-19}C$*; Masse de l'électron:* $m= 9{,}1.10^{-31}kg$

Exercice 4

Des particules chargées pénètrent, avec le vecteur vitesse $\vec{v_0}$, dans un domaine de l'espace ou il règne un champ électrique $\vec{E}$ située dans le plan de la figure et perpendiculaire a $\vec{v_0}$, et un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure.
1° Quel doit être le sens du champ magnétique $\vec{B}$ pour que les forces électrique et magnétique s'exerçant sur la particule puissent se compenser, qu'elle puisse traverser le domaine sans été déviée et traverser le diaphragme D ?
2° Quelle doit être la valeur $\vec{v_0}$, de la vitesse pour obtenir ce résultat ?
On donne : $E = 10^4 V.m^{-1}$ *;* $B=0{,}1T$
3° Les résultats obtenus dépendent-ils du signe de la charge, de la valeur de la charge ?
4° On supprime le champ électrique $\vec{E}$. Determiner le rayon de la trajectoire décrite par la particule supposée être un proton.
On donne : charge du proton: $+e=+1{,}6.10^{-19}C$ *; masse du proton:* $m= 1{,}67.10^{-27}kg$



Exercice 5

Une particule α (^4_2He) pénètre dans un champ magnétique $\vec{B}$ avec une vitesse $\vec{v}$
On étudie le mouvement de cette particule dans un repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$).
On donne : $\vec{B}$ $(B_x=0 ; B_y=0 ; B_z=-3{,}0.10^{-3}T)$; $\vec{v}$ $(v_x=8{,}0.10^3 m.s^{-1} ; v_y=0 ; v_z=0)$.
1° Montrer :
-que la trajectoire de la particule est plane ;
-que son mouvement est uniforme ;
-que la trajectoire est circulaire.
2° Calculer le rayon et représenter sur un schéma les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{B}$ ainsi que la trajectoire dans ce repère
3° Quelle est la période de ce mouvement ?
On donne : $e= 1{,}6.10^{-19}C$ *;* $m_\alpha= 6{,}7.10^{-27}$ *Kg*

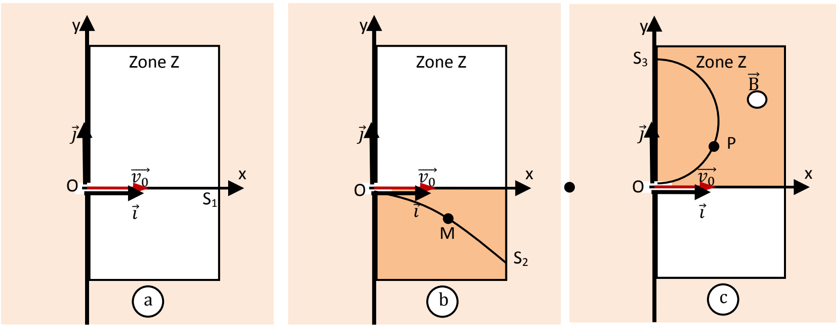
Exercice 6

A la date t=0, une particule électrique chargée négativement pénètre en O avec une vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\vec{\imath}$ dans une zone Z (figure a) où règne :

-soit un champ électrique $\vec{E}$ uniforme dont la direction est parrallele à celle de $\vec{\jmath}$

-soit un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme dont la direction est orthogonale au plan de la figure.

Le poids de la particule sera négligé devant les autres forces que vous prendrez en compte.



1° La trajectoire de la particule dans Z est l’arc de parabole OS_2 (figure b). En argumentant votre réponse, représenter sur la figure b la force qui agit sur elle en O et en M ; préciser le sens du champ $\vec{E}$.

2° L’énergie cinétique de la particule en S_2 est-elle égale, plus grande, plus petite que celle qu’elle avait en O ? Justifier brièvement votre réponse

3° La trajectoire de la particule dans Z est l’arc de cercle OS_3 (figure c). En argumentant votre réponse, représenter sur la figure c la force qui agit sur elle en O et en P ; préciser le sens du champ $\vec{B}$.

4° L’énergie cinétique de la particule en S_3 est-elle égale, plus grande, plus petite que celle qu’elle avait en O ? Justifier brièvement votre réponse

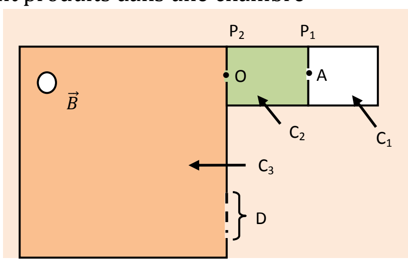
5° En faisant agir les champs E et B simultanément, il est possible que la trajectoire de la particule dans la zone Z soit OS (figure a). Etablissez la relation entre v_o, E et B pour satisfaire à cette condition.

Exercice 7

1° Des ions positifs, de masse m, de charge q, sont produits dans une chambre d’ionisation C_1 (voir figure ci-contre).

Ils pénètrent, sans vitesse initiale, par le point A dans une deuxième chambre C_2 où règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$ produit par deux plaques planes, parallleles P_1 et P_2 entre lesquelles est maintenue une tension positive $U = V_{P1} - V_{P2} > 0$.

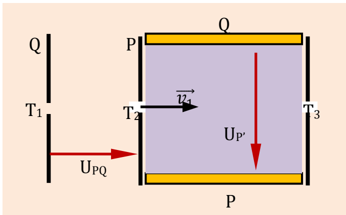
On négligera le poids des ions par rapport aux autres forces. Etablir l’expression



littérale de leur vitesse au point O.
2° Dans la chambre C_1, on produit simultanément des ions ${}^{12}_{6}C^{+}$ et ${}^{24}_{12}Mg^{2+}$, de mases respectives m_1 et m_2 de charges q_1 et q_2.
a. Calculer les valeurs v_1 et v_2 de la vitesse de ces ions au point O.
On donne : .$m_{proton}=m_{neutron}=m_0=1,67.10^{-27}kg$
.charge élémentaire ;$e=1,6.10^{-19}C$
. $U=40000V$.
b. Que remarquer vous. Etait-ce prévisible ?
3° Ces ions, animes des vitesses v_1 et v_2 (de valeurs calculées au 2), pénètrent dans une troisième chambre C_3 ou règne un champ magnétique $\vec{B}$ de direction perpendiculaire au plan de la figure.
a. Préciser sur un schéma, en expliquant votre démarche, le sens de $\vec{B}$ pour que les ions parviennent dans le domaine (D).
b. Montrer que dans C_3, les ions ont un mouvement circulaire et uniforme dans le plan de la figure c. Calculer et comparer les rayons R_1 et R_2 correspondant aux ions carbone et magnésium. On donne B=0,25T. Peut-on, dans ces conditions, séparer ces ions ?

Exercice 8

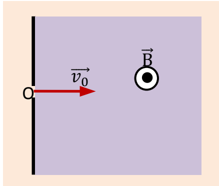
Dans tous l'exercice, on suppose que le mouvement des ions à lieu dans le vide et on néglige le poids des ions devant les autres forces.



1° On fait arriver avec une vitesse que l'on peut négliger, des ions ${}^{35}_{17}Cl^{-}$ et ${}^{37}_{17}Cl^{-}$par un trou T_1 percé dans une plaque Q. Ils sont accélérés par la différence de potentielle U_{PQ}, de valeur positive U_0, entre la plaque P et la plaque Q qui sont parallèles. Calculer les valeurs v_1 et v_2 des vitesses respectives des ions lorsqu'ils arrivent sur la plaque P, en fonction de U_0, des masses respectives m_1 et m_2 de ces ions et de leur charge q.
Données: $U_o=100V$; $e=.1,6.10^{-19}C$; masse molaire de l'ion ${}^{35}_{17}Cl^{-}$: $35.10^{-3}kg.mol^{-1}$; masse molaire de l'ion ${}^{37}_{17}Cl^{-}$: $37.10^{-3}kg.mol^{-1}$;nombre d'Avogadro : $6,02.10^{23}mol^{-1}$
2° En sortant de la plaque P par le trou T_2 avec des vitesses précédentes, les ions sont soumis à un champ électrique $\vec{E}$ perpendiculaire à v_1 et v_2. Ce champ $\vec{E}$ est crée par une tension $U_{P'Q'}$ entre deux plaques P' et Q' distantes de d. Cette tension est positive et a pour valeur U_1. Dans la même région de l'espace, on applique un champ magnétique uniforme dont le vecteur B est perpendiculaire aux vitesses initiales v_1 et v_2 et à $\vec{E}$ de manière à ce que les ions ${}^{35}_{17}Cl^{-}$ ait une trajectoire rectiligne et sortent par le trou T_3. Représenter sur un schéma les vecteur $\vec{v_1}$, $\vec{E}$ et $\vec{B}$ et sur un autre $\vec{v_1}$,$\vec{F_e}$ (force électrostatique) et $\vec{F_m}$(force magnétique) agissant sur un ion ${}^{35}_{17}Cl^{-}$. Donner la valeur de B en fonction de v_1, U_1 et d puis en fonction de U_0, U_1, q, m_1 et d.
Application numérique : U_1=200V et d=5cm
3° On donne a $U_{P'Q'}$ une valeur U_2 de manière à faire sortir les ions ${}^{37}_{17}Cl^{-}$ par le trou T_3. Donner l'expression de U_2 en fonction de B, q, U_0, d et m_2 puis en fonction de U_1, m_1 et m_2. Calculer la valeur numérique de U_2 et déduire de la variation que l'on a fait subir a $U_{P'Q'}$ le sens dans lequel était dévié les ions ${}^{37}_{17}Cl^{-}$ dans la question 2 (vers P' ou vers Q') et dans quel sens sont maintenant déviés les ions ${}^{35}_{17}Cl^{-}$

4° On peut obtenir le même résultat (sortir les ions ${}^{37}_{17}Cl^-$par le trou T_3) en donnant à U_{PQ} la nouvelle valeur U_0' mais en maintenant la tension U_1 de $U_{P'Q'}$. Donner l'expression de U_0' en fonction de m_2, q, B, U_1 et d puis en fonction de U_0, m_1 et m_2. Calculer la valeur numérique de U_0'.

Exercice 9



On se propose de mesurer la charge massique $\frac{e}{m}$ de l'électron. Cela pour but d'évaluer la masse de l'électron, sa charge ayant été déterminée par une autre expérience (expérience de Millikan).
On néglige le poids de l'électron devant les autres forces.
On envoie un pinceau d'électron dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. Tous les électrons du pinceau entrent dans le champ magnétique en un point O avec la même vitesse perpendiculaire à $\vec{B}$.
1° Démontrer que chaque électron du pinceau prend dans le champ magnétique, un mouvement circulaire uniforme dans un plan que l'on précisera. Exprimer le rayon R de l'arc de cercle décrit en fonction de m, v_0, e et B
2° Dans une deuxième expérience, on superpose au champ magnétique uniforme B, un champ électrostatique uniforme E perpendiculaire a la fois a v_0 et a B de telle façon que le mouvement des électrons soit rectiligne.
a. Démontrer que le mouvement rectiligne des électrons est nécessairement uniforme.
b. Préciser le sens de E, le sens de B étant celui indiqué sur la figure.
c. Trouver une relation entre v_0, E et B.
3°a. Exprimer $\frac{e}{m}$ en fonction de E, R et B.
On mesure R = 15cm ; sachant que $B=10^{-3}$T et $E=2{,}65.10^4 v.m^{-1}$, évaluer numériquement $\frac{e}{m}$ en unité S.I.
b. En déduire la valeur de la masse m de l'électron sachant que la valeur trouvée pour E dans l'expérience de Millikan est $e=1{,}6.10^{-19}$C

Exercice 10

Des particules de charge q et de masse m, sont émises en un point S avec une vitesse négligeable. Devant S est placée une plaque métallique C percé d'un trou O. L'ensemble est placé dans le vide. On néglige le poids des particules par rapport aux autres forces et les vitesses restent faibles devant la célérité de la lumière.
1° On établit entre S et P une tension $U_1 = V_S - V_P$.
Etablir l'expression de la vitesse v_0 des particules en O en fonction de q, m et U_1.
2° Au delà de P, le champ électrostatique est nul et il règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure.
a. Dans quel plan ce déplace alors les particules ?
b. Le rayon de la trajectoire circulaire d'une particule étant donné par $R = \frac{mv_0}{|q|B}$,
exprimer ce rayon en fonction de |q|, m, B et U_1
c. Les particules étudiées étant les ions des isotopes du Zinc, ${}^{68}Zn^{2+}$ de masse m_1 et ${}^{70}Zn^{2+}$ de masse m_2. On observe le point d'impact des ions ${}^{68}Zn^{2+}$ au point M_1 tel que OM_1=20cm. En déduire le sens de $\vec{B}$.

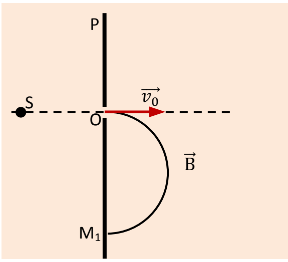
d. M_2 étant le point d'impact sur P des ions $^{70}Zn^{2+}$, calculer OM_2.

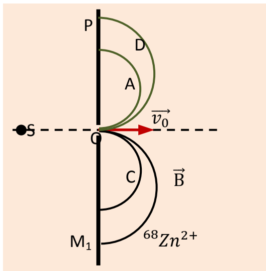
3° Pour identifier les ions désignés par A, D et C, portant chacun une charge absolue $e=1,6.10^{-19}C$, on les introduits successivement en O avec la même vitesse v_0 que les ions $^{68}Zn^{2+}$. Les trajectoires obtenues sont représentées sur la figure et leur rayons ont pour valeur $R_A=5,59cm$, $R_D=10,30cm$, $R_C=6,76cm$.

a. Justifier le signe de la charge portée par chacun des ions.

b. Déterminer les masse m_A, m_D et m_C en unité de masse atomique pour chaque ion.

c. Dans la liste suivante, identifier les ions A, D et C

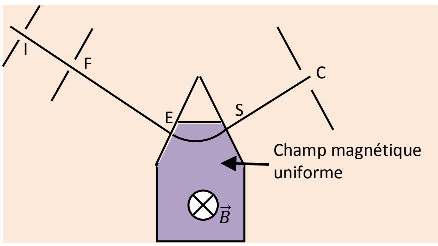




$^{19}_{9}F^{-}$	$^{23}_{11}Na^{+}$	$^{35}_{17}Cl^{-}$

Exercice 11

Dans le spectrographe de masse schématisé à la figure ci-dessous, des ions positifs de masse m, de charge q, sortent en I d'une chambre d'ionisation avec une vitesse négligeable.



Ils sont accélérés entre I et F avec une tension $U = V_I - V_F$ continue et réglable.

Ils sont ensuite déviés entre E et S par un champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de figure. L'intensité B du champ restant constante pendant toute la durée d'utilisation.

Ils sont enfin recueillis a l'entrée fixe C d'un collecteur. Dans cet appareil, tous les ions que l'on veut recueillir en C doivent suivre la même trajectoire IFESC. D'autre part le vide est réalisé dans l'appareil et l'effet de la pesanteur sur les ions est négligeable.

La portion ES est un arc de cercle de centre O et de rayon R.

1°a. Etablir en fonction de q, m et U, l'expression de la valeur v de la vitesse avec laquelle un ion quelconque du faisceau parvient en E.

b. Etablir la relation qui doit exister entre q, v, B m et R pour que cet ion suive la trajectoire imposé.

c. Déduire des deux questions précédentes, la relation entre q, B, R, m et U.

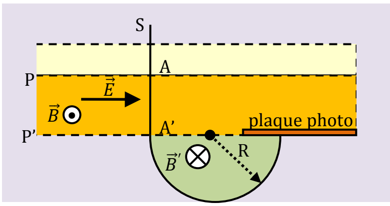
2° On utilise ce spectrographe de masse pour identifier les isotopes du strontium ; les atomes de strontium s'ionisent sous forme de Sr^{2+}

On place d'abord dans la chambre d'ionisation du strontium 88.

Calculer la valeur à donner a la tension U pour que les ions du strontium 88 soient collectés en C.
On donne R = 0,70m et B=0,16T, masse d'un atome de strontium 88 :87,6u ;
Charge électrique élémentaire e= $1,6.0^{-19}$C, 1u=$1,66.10^{-27}$kg.
b. On place maintenant dans la chambre d'ionisation un mélange d'isotopes du strontium.
Pour les recueillir successivement en C, il faut donner U différentes valeurs comprises entre 13930V et 14440V. Entre quelles valeurs se situent les nombres de masse de ces isotopes ?

Exercice 12

On négligera les effets de la pesanteur sur les ions.



1° On considère les ions de deux isotopes de mercure ${}^{200}_{80}\mathrm{Hg}^{2+}$ et ${}^{202}_{80}\mathrm{Hg}^{2+}$. Ils sont émis sans vitesse par la source S., puis accélérés par la différence de potentiel $U_{SP} = U$.
- Déterminer l'expression littérale de la vitesse en A d'un ion de masse m et de charge q
- Montrer que les deux espèces d'ions émis par la source S arrivent en ce point avec des vitesses différentes.

2° Ils traversent la fente A du plan P, puis passent entre P et P' dans un filtre de vitesse constitué par un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$: dans cette zone, ces deux champs sont constants et orthogonaux comme indiqués sur la figure ($\vec{E}$ est dans le plan de la feuille, $\vec{B}$ perpendiculaire à ce plan).
Montrer que les ions qui ont une vitesse $\vec{v}_0$ telle que $v_0 = \frac{E}{B}$ parviennent en A'.

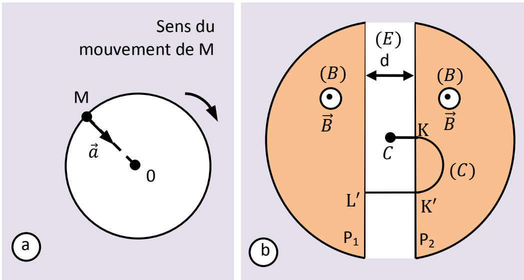
3° Ces ions pénètrent en A' dans une capsule où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B'}$ (perpendiculaire au plan de la feuille), qui leur impose une trajectoire circulaire de rayon R, puis ils impressionnent une plaque photographique (voir figure)
a. Etablir l'expression de R en fonction de m, q, v_0 et B', puis en fonction de m, q, E, B et B'.
b. On réalise les réglages des valeurs de $\frac{E}{B}$ permettant successivement le passage en A' de ces deux espèces d'ions. En déduire la distance entre les deux points d'impact, sur la plaque photo, des ions des deux isotopes du mercure Hg^{2+}.

On donne : • B = 0,1T ; E = 6.10^4V.m^{-1} ; B' = 0,2T
• masse d'un nucléon : m = $1,67.10^{-27}$ kg
• valeur absolue de la charge de l'électron : e = $1,6.10^{-19}$ C

Exercice 13

1° Soit un mobile M, de masse m, dont la trajectoire est un cercle de centre O, de rayon R (figure a). Il possède un vecteur accélération $\vec{a}$, passant par O, tout au cours de son déplacement. Exprimer :

a. La force totale $\vec{F}$ à laquelle il est soumis en tout point de sa trajectoire.
b. Etablir, en utilisant les composantes de $\vec{a}$, dans la base formée par la tangente et la normale à la trajectoire, que le mouvement de M est uniforme.
c. En déduire que l'accélération $\vec{a}$ a une valeur constante.

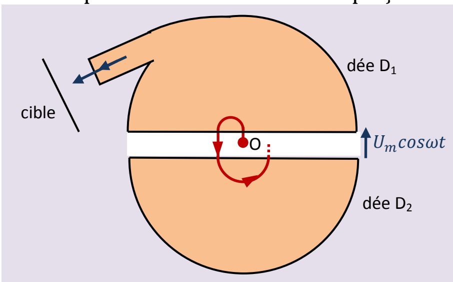


2°a. Une particule, de masse m et de charge q, pénètre en C avec une vitesse négligeable, dans un espace (E) ou règne un champ électrique $\vec{E}$ (figure b). Cet espace est limité par deux grilles planes P_1 et P_2, assimilables à deux plaques métalliques, distantes de d ; on applique entre ces plaques une tension électrique $U_{P_1P_2}$ positive. La particule se déplace de C en K où elle arrive avec une vitesse v_0. L'action de la pesanteur est négligeable.
- Quel est le signe de la charge q ?
- Exprimer l'accélération $\vec{a}$ de la particule en fonction de m, q et $\vec{E}$. En déduire la nature du mouvement entre C et K.
- Exprimer et calculer l'énergie cinétique de la particule en K.
Application numérique : $v_0 = 10^6 m.s^{-1}, m = 1{,}67.10^{-27}$kg
b. De part et d'autre de P_1 et P_2 s'étend un espace (B) où règne un champ magnétique uniforme et constant $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure b.
La particule pénètre en un point K dans (B) avec la vitesse $\vec{v}_0$ précédente. Elle décrit une trajectoire circulaire (C).
- Exprimer l'accélération $\vec{a}$ de la particule en fonction de q, m, $\vec{B}$ et $\vec{v}$ en un point quelconque de (C). Comparer les directions de $\vec{a}$ et $\vec{v}$ et en déduire, en utilisant les résultats de 1.b), que le mouvement est uniforme.
- Quelle est l'énergie cinétique de la particule en K' ?
Quel est le rôle du champ $\vec{B}$?
c. Pendant que la particule était dans l'espace (B) le signe de la tension $U_{P_1P_2}$ a changé. La particule est alors animée d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré, de trajectoire K'L'.
Calculer son énergie cinétique en L' (en joules et électronvolts)
Application numérique : $|U_{P_1P_2}| = 10kV, |q| = 1{,}6.10^{-19}$C
Quel est l'intérêt du passage de la particule dans (E) ?

<u>Exercice 14</u>

Un cyclotron est formé de deux enceintes demi-cylindriques D_1 et D_2 (appelées « dees ») placées horizontalement dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et perpendiculaire au plan de la figure.

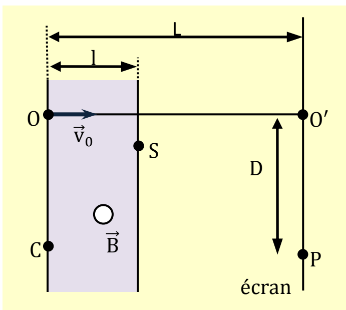
Dans l'espace compris entre D_1 et D_2, les particules sont soumises à un champ électrique alternatif de façon à être accélérées à chaque passage. Les particules expérimentées sont des protons émis en O et se déplaçant dans le vide.



1° Montrer que ces protons décrivent, à vitesse de valeur constante v, des demi-cercles à l'intérieur des dees ; établir l'expression du rayon R d'un demi-cercle en fonction de m , B, v, q et évaluer le temps t mis par un proton pour décrire un demi-cercle.
Le temps t dépend-il de la vitesse v ?
2° Quelle orientation doit-on donner à $\vec{B}$ pour obtenir la rotation dans le sens de la figure ?
3° Quelle est la fréquence de la tension accélératrice créant le champ électrique alternatif ?
4° Quelle énergie maximale peuvent prendre les particules, le rayon des dees étant R'=0,8m (en joules et en électronvolts) ?
5° Par quelle tension U aurait-il fallu accélérer le proton pour lui donner la même valeur de vitesse ?
On donne : • B = 1,5T
• masse du proton : m = $1{,}67.10^{-27}$ kg
• charge du proton : q = $1{,}6.10^{-19}$ C

Exercice 15

Un faisceau homocinétique de protons pénètre à la vitesse $\vec{v_0}$ en un point O d'une région où règne un champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$ perpendiculaire à $\vec{v_0}$. Dans cette région, de largeur l, leur trajectoire est circulaire, de centre C et de rayon $R = \frac{mv_0}{eB}$. Les protons sortent de cette région en un point S.



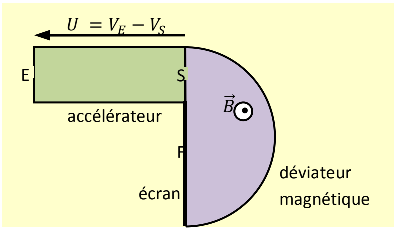
1° Préciser l'orientation du vecteur $\vec{B}$.
2° On considère l'angle α=$(\overrightarrow{CS}, \overrightarrow{CO})$. Montrer que $\sin\alpha = \frac{l}{R}$
3° Quelle est la nature du mouvement des protons après leur sortie du champ magnétique ?
4° Les protons heurtent, en un point P, un écran situé à la distance L = OO' du pont O. En supposant L nettement supérieure à l, donner une valeur approchée de $\tan\alpha$ en fonction de la déviation D = O'P et de L.
5° On suppose que l'angle α est petit ; par conséquence $\sin\alpha = \tan\alpha = \alpha$, α étant

exprimé en radian. Exprimer alors la déviation D en fonction du rapport $\frac{e}{m}$ et de la vitesse v_0.

Exercice 16

On se propose de séparer des noyaux d'hélium ${}_{2}^{3}He^{2+}$, de masse $m_1 = 5{,}01.10^{-27}$kg et des noyaux d'hélium ${}_{2}^{4}He^{2+}$, de masse $m_2 = 6{,}65.10^{-27}$kg

Ces noyaux pénètrent en E avec une vitesse considérée comme nulle. Ils y sont accélérés par une tension $U = V_E - V_S$ établie entre les plaques d'entrée et de sortie. En S, ils quittent l'accélérateur avec la vitesse acquise, perpendiculaire à la plaque de sortie, et entrent dans le déviateur magnétique. Dans ce dernier, ils sont soumis à un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan du schéma. Ils sont enfin reçus sur un écran fluorescent F.



1° Exprimer, en fonction de e et U, la vitesse v_1 d'un ion de masse m_1 et la vitesse v_2 d'un ion de masse m_2.

2° Dans le déviateur magnétique, les trajectoires des noyaux sont des demi-circonférences.

a. Donner l'expression littérale de leurs rayons R_1 et R_2 en fonction de m_1 ou m_2, e, U et B.

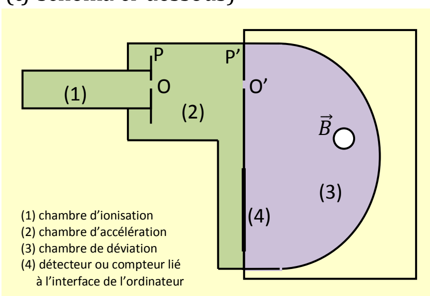
b. Calculer numériquement R_1 et R_2.

Données : B = 0,5T ; U = 10kV.

3° A_1 désigne le point d'impact des noyaux ${}_{2}^{3}He^{2+}$ sur l'écran et A_2 celui des noyaux ${}_{2}^{4}He^{2+}$. Calculer la distance A_1A_2.

Exercice 17

On propose dans cette méthode de mesurer le rapport de concentration en ${}^{13}C$ et en carbone ${}^{12}C$ de dioxyde de carbone provenant de la combustion de l'hormone extraite d'un prélèvement d'urine de l'athlète contrôlé, par la technique de la spectrométrie de masse. Le déplacement des particules dans les chambres d'accélération et de déviation s'effectue dans le vide (*cf* schéma ci-dessous)



A/ Accélération

La chambre d'ionisation (1) produit des ions ${}^{12}CO_2{}^+$ de masse m_1 et des ions ${}^{13}CO_2{}^+$ de masse m_2. On néglige les forces de pesanteur dans la suite du problème ; le mouvement des ions est rapporté au référentiel du laboratoire supposé galiléen.

1°a. Représenter le champ électrique accélérateur $\overrightarrow{E_0}$ des ions entre les plaques P et P'.

b. Quel est le signe de la tension $U = U_{P'P}$?

2°a. Pour un ion de masse m émis en O sans vitesse initiale, établir la relation entre la tension accélératrice et la vitesse $v_{0'}$ en O'.

b. Calculer $v_{0'}$ pour les deux ions $CO_2{}^+$.

Données : $|U| = 4{,}00.10^3$V ; $m_1 = 7{,}31.10^{-26}$kg ; $m_2 = 7{,}47.10^{-26}$kg ; $e = 1{,}6.10^{-19}$C

B/ Déviation

1° Représenter sur le schéma le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ permettant le mouvement circulaire uniforme des ions dans la direction attendue.
Justifier la réponse.

2° Exprimer le rayon r de la trajectoire en fonction de m, e, U et B.

b. En déduire le rapport $\frac{r_1}{r_2}$ des rayons des trajectoires des ions ${}^{12}CO_2{}^+$ et ${}^{13}CO_2{}^+$ en fonction de m_1 et m_2.

3° Soit I_1 et I_2 les points d'impact des ions de masse m_1 et m_2 sur le détecteur (4).
Exprimer la distance I_1I_2 en fonction de m_1, m_2, e U et B.

4° Calculer la distance I_1I_2 sachant que : $B = 2{,}50.10^{-1}$T.

C/Résultat d'un contrôle

L'analyse des impacts a permis de dénombrer les nombres N_1 et N_2 d'atomes ${}^{12}C$ et ${}^{13}C$ contenus dans les ions arrivés sur le détecteur pendant une certaine durée. Les résultats des équipes de recherche sur cette méthode font référence à un coefficient δ défini par la relation : $\delta = \frac{R-R_{standard}}{R_{standard}}.10^3$ avec $R = \frac{N_2}{N_1}$.

On considère que l'athlète s'est dopé si la valeur du coefficient δ est notablement inférieure -27.

A partir des données du tableau, déterminer s'il y a eu dopage pour les athlètes A et B.

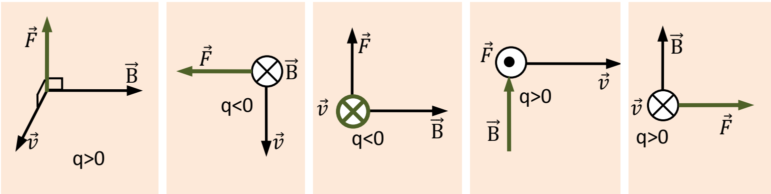
	$N_1({}^{12}C)$	$N_2({}^{13}C)$	R	δ
Athlète A	2231	24		
Athlète B	2575	27		
Athlète non dopé (standard)	2307	25		

Corrigé

<u>Exercice 1</u>

Direction et sens du vecteur absent

Le trièdre $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{F})$ est direct.



<u>Exercice 2</u>

1°a. *Grille au potentiel le plus élevé*

$\vec{E}$ descend les potentiels donc $V_{G'} > V_G$. La grille G' est au potentiel le plus élevé

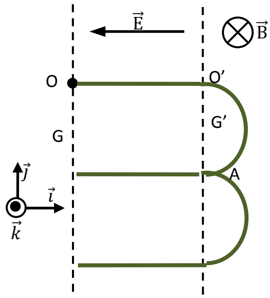
b. *Mouvement d'un ion entre G et G'*

Appliquons TCI aux ions : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\overrightarrow{F_e} = m\vec{a}$ Or $\overrightarrow{F_e} = q\vec{E}$ d'où $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

Le vecteur accélération $\vec{a}$ est un vecteur constant. Le mouvement des ions entre G et G' est un mouvement rectiligne uniformément varié (M.R.U.V)

c. *Caractéristiques du vecteur $\vec{v}$ au point O'.*



- Direction : perpendiculaire aux grilles
- Sens : de G vers G'
- Intensité :

Appliquons TEC aux ions entre O et O' : $\Delta E_C = \sum_{O \to O'} W(F_{ext})$

$E_{C_{O'}} - E_{C_O} = W_{O \to O'}(\vec{F}) \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 - 0 = q(V_O - V_{O'})$

$\frac{1}{2}mv^2 = |q|U \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{\mathbf{2|q|U}}{\mathbf{m}}}$

2°a. *Nature du mouvement des ions*

- Mouvement plan

Appliquons TCI aux ions : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{F_m} = m\vec{a}$

Or $\overrightarrow{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ d'où $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$

$\vec{a} \perp (\vec{v}, \vec{B})$ soit $\vec{a} \perp \vec{B}$ Or $\vec{B} = -B\vec{k}$ d'où $\vec{a} \perp \vec{k}$

$a_z = \vec{a}.\vec{k} = 0$ donc $\frac{dv_z}{dt} = 0$ Et par intégration $v_z = cste = v_{0z}$

Or $\vec{v}_0 = v_0\vec{\imath}$ donc $v_z = 0$ soit $\frac{dz}{dt} = 0$ Et par intégration $z = cste = z_0$

Or à t=0, la particule est en O, donc $z_0 = 0$

$\forall t, z = 0$. La trajectoire de la particule est située dans le plan orthogonale à $\vec{B}$ passant par O et contenant $\vec{v}_0$; le plan (xOy).

- Mouvement uniforme

$\vec{a} \perp (\vec{v}, \vec{B})$ donc $\vec{a} \perp \vec{v}$ Or dans la base de Frenet, $\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T$

avec $\vec{a}_N \perp \vec{v}$ donc $a_T = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dv}{dt} = 0$ soit $v = cst$

- Mouvement circulaire

$\vec{a} = \vec{a}_N$ soit $a = a_N \Rightarrow \frac{|q|}{m} vB = \frac{v^2}{R}$ d'où $R = \frac{mv}{|q|B}$

Le mouvement est circulaire de rayon $R = \frac{mv}{|q|B}$

b. *Montrons que les ions reviennent sur G' en un point A*

À l'intérieur du champ $\vec{B}$, les ions décrivent un demi-cercle centré sur la grille G'.
Ils reviennent donc sur G' en un point A

** Expression de O'A en fonction de q, m, B et U*

$O'A = 2R$ Or $R = \frac{mv}{|q|B}$ donc $O'A = \frac{2mv}{|q|B}$ De plus $v = \sqrt{2\frac{|q|}{m}U}$ d'où $\mathbf{O'A = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2mU}{|q|}}}$

3° *Mouvement des ions après leur passage en A*

Apres leur passage en A, ils rentrent à l'intérieur des grilles, région dans laquelle règne le champ électrique $\vec{E}$. Les ions décrivent donc un MRUV

*Les ions reviennent vers G

Ils atteignent G avec une vitesse nulle.

*les ions reviennent ultérieurement sur G'

Description sommaire du mouvement des ions jusqu'aux limitent des champs $\vec{B}$ et $\vec{E}$

Les ions quittent la grille G avec une vitesse nulle et sont accéléré par le champ électrique$\vec{E}$. Ils arrivent sur la grille G' avec une vitesse v.

Montrons que ce mouvement est présente une périodicité

MRUV : $v = at_1$ Or $v = \sqrt{2\frac{eU}{m}}$ et $a = \frac{eU}{md}$ d'où $t_1 = d\sqrt{2\frac{m}{eU}}$

MCU : $C = vt_2$ Or $C = \pi R$ avec $R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}$ et $v = \sqrt{2\frac{eU}{m}}$ d'où $t_2 = \frac{\pi m}{eB}$

La période T du mouvement est donnée par :

$T = 2t_1 + t_2$ soit $\mathbf{T = 2d\sqrt{\frac{2m}{eU}} + \frac{\pi m}{eB}}$

<u>Exercice 3</u>

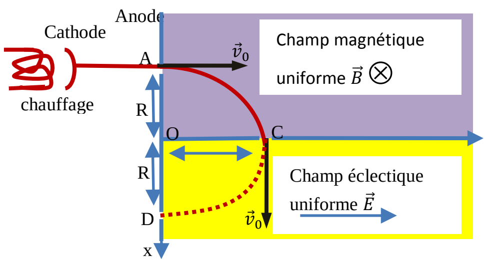
1° *Expression de la vitesse v_0 des électrons*

Appliquons TEC aux électrons entre la cathode et l'anode

$\Delta E_C = \sum_{Cathode \to Anode} W(F_{ext})$

$E_{C_{anode}} - E_{C_{cathode}} = W(\vec{F})$

$\frac{1}{2}mv_0{}^2 - 0 = |q|U_0$ d'où $\boldsymbol{v_0} = \sqrt{\frac{\mathbf{2eU_0}}{\mathbf{m}}}$



2° *Valeur de B*

$R = \frac{mv_0}{|q|B}$ avec $|q| = e$

Or $v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$ donc $\boldsymbol{B} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R}}\sqrt{\frac{\mathbf{2mU_0}}{\mathbf{e}}}$

AN : $\mathbf{B = 2,85.10^{-4}T}$

** Caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{v}$ des électrons*

- direction : ⊥ à l'axe Oy
- sens : vers le bas

- norme : $v = v_0$

3° *a-Equations horaires du mouvement projeté sur les axes OX et OY*

Appliquons TCI aux ions : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \overrightarrow{F_e} = m\vec{a}$ Or $\overrightarrow{F_e} = q\vec{E}$ d'où $\vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$

$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OA}$

Conditions initiales : $a\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{e}{m}E \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$; $\overrightarrow{OA}\begin{cases} x_A = 0 \\ y_A = R \end{cases}$

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2}\frac{e}{m}Et^2 + R \end{cases}$$

- *Equation de la trajectoire*

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2}\frac{e}{m}Et^2 + R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y = -\frac{1}{2}\frac{e}{m}E\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 + R \end{cases}$$ D'où $\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m{v_0}^2}x^2 + R}$

- Nature de la trajectoire : La trajectoire est une portion de parabole

b-*Valeur du champ électrostatique E*

Le point $D\binom{R}{0}$ appartient à la trajectoire

On a donc $0 = -\frac{1}{2}\frac{\mathrm{eE}}{\mathrm{m{v_0}^2}}\mathrm{R}^2 + \mathrm{R}$ Et on en déduit : $R = \frac{2m{v_0}^2}{eE}$

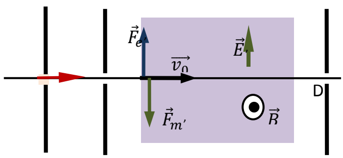
Or $v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$ d'où $\boldsymbol{E = 4\frac{U_0}{R}}$ AN : $E = 4 \times \frac{285}{0,2}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{E = 5700 V.m^{-1}}$

Exercice 4

1° *Sens du champ magnétique $\vec{B}$*

Raisonnons avec des protons.

La force électrique F_e a même sens que le vecteur champ E; la force magnétique F_m à le sens contraire de F_e. Le trièdre $(v_0, B, \vec{F}_m)$ est direct donc $\vec{B}$ **est sortant**



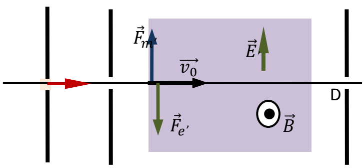
2° Valeur $\vec{v}_0$, de la vitesse

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ soit $\overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_m} = \vec{0}$

Apres projection, on obtient : $F_e = F_m$ Or $F_e = +eE$ et $F_m = +ev_0B$

Donc $eE = ev_0B$ soit $\boldsymbol{v_0 = \frac{E}{B}}$ AN : $v_0 = \frac{10^4}{0,1}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{v_0 = 10^5 m.s^{-1}}$

3° Avec des particules chargées négativement, on aura :



Le trièdre $(-\vec{v}_0, \vec{B}, \vec{F}_m)$ direct et donc $\vec{B}$ **sortant**
Les résultats ne dépendent ni du signe de la charge ni de la valeur de la charge.

4°*Rayon de la trajectoire décrite par la particule*

$\boldsymbol{R = \frac{mv_0}{eB}}$ AN : $R = \frac{1,67.10^{-27} \times 10^5}{1,6.10^{-19} \times 0,1} \Rightarrow \boldsymbol{R = 1,04.10^{-2} m}$ soit $\boldsymbol{R = 1,04 cm}$

Exercice 5

1° *Montrons que la trajectoire de la particule est plane*

Appliquons TCI à la particule α : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \overrightarrow{F_m} = m\vec{a}$

Or $\overrightarrow{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ d'où $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$

$\vec{a} \perp (\vec{v}, \vec{B})$ soit $\vec{a} \perp \vec{B}$ Or $\vec{B} = -B\vec{k}$ d'où $\vec{a} \perp \vec{k}$

$a_z = \vec{a}.\vec{k} = 0$ donc $\frac{dv_z}{dt} = 0$ et par intégration $v_z = cste = v_{0z}$

Or $\vec{v}_0 = v_0\vec{\imath}$ donc $v_z = 0$ soit $\frac{dz}{dt} = 0$ et par intégration $z = cste = z_0$

Or à t=0, la particule est en O, donc $z_0 = 0$

$\forall t, z = 0$. La trajectoire de la particule est située dans le plan orthogonale à $\vec{B}$ passant par O et contenant $\vec{v}_0$; le plan (xOy).

- Montrons que son mouvement est uniforme

$\vec{a} \perp (\vec{v}, \vec{B})$ donc $\vec{a} \perp \vec{v}$ Or dans la base de Frenet, $\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T$

avec $\vec{a}_N \perp \vec{v}$ donc $a_T = 0$ $\Longrightarrow \frac{dv}{dt} = 0$ d'où $v = cst$

- Montrons que la trajectoire est circulaire

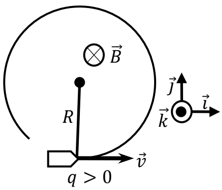
$\vec{a} = \vec{a}_N$ soit $a = a_N$ et par suite $\frac{|q|}{m}vB = \frac{v^2}{R}$ Soit $R = \frac{mv}{2eB}$

Le mouvement est circulaire de rayon $\boldsymbol{R} = \frac{\boldsymbol{mv}}{\boldsymbol{2eB}}$

2° *Valeur du rayon*

$R = \frac{6{,}7.10^{-27}\times 8.10^{3}}{2\times 1{,}6.10^{-19}\times 3.10^{-3}} \Rightarrow \boldsymbol{R = 5{,}583.10^{-2}m}$ Soit $\boldsymbol{R = 5{,}583cm}$

* Représentation



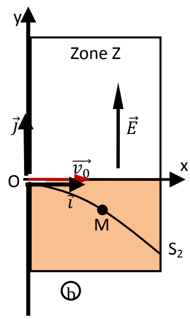
3° Période du mouvement

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ Or $\omega = \frac{v}{R}$ avec $R = \frac{mv}{2eB}$ d'où $\mathbf{T} = \frac{\boldsymbol{\pi m}}{\mathbf{eB}}$ **AN :** $\mathbf{T = 4{,}385.10^{-5}s}$

<u>Exercice 6</u>

1° *Sens du champ $\vec{E}$ et représentation*

Les particules, chargées négativement, sont déviées vers le bas ; la force électrique est donc orientée vers le bas et le vecteur champ $\vec{E}$ orienté vers le haut (sens de $\vec{\jmath}$) voir figure b.



2° Appliquons TEC aux particules entre O et S_2

$\Delta E_C = \sum_{O \to S_2} W(F_{ext}) \Leftrightarrow E_{C_{S_2}} - E_{C_O} = W(\vec{F})$

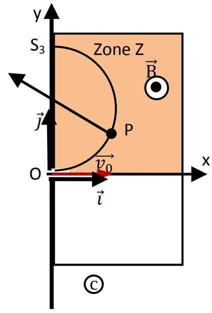
$E_{C_{S_2}} - E_{C_O} = -e(V_O - V_{S_2}) \Rightarrow E_{C_{S_2}} - E_{C_O} = -e(-U_0)$

d'où $E_{C_{S_2}} - E_{C_O} = eU_0$

$eU_0 > 0$ donc $E_{C_{S_2}} > E_{C_O}$

L'énergie cinétique de la particule en S_2 est plus grande que celle qu'elle avait en O

3° * *Force qui agit sur la particule en O et en P*



La trajectoire de la particule est un arc de cercle; la force reste constamment perpendiculaire à la vitesse et est contenue dans le plan xOy

- En O, $\vec{F}_m$ a le sens de $\vec{j}$
- En P, $\vec{F}_m$ est dirigée vers le centre du cercle de diamètre OS3

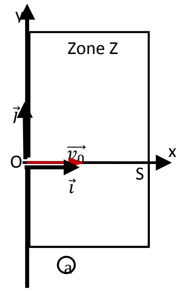
* Sens du champ $\vec{B}$

Les particules sont chargées négativement ; le trièdre $(-\vec{v}, \vec{B}, \vec{F}_m)$ est direct. Le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ est donc **sortant.** (Voir figure C)

4° Appliquons TCI à la particule

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \overrightarrow{F_m} = m\vec{a}$ Or $\overrightarrow{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ d'où $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$

$\vec{a} \perp (\vec{v}, \vec{B})$ soit $\vec{a} \perp \vec{v}$ Or dans la base de Frenet, $\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T$ avec $\vec{a}_N \perp \vec{v}$ donc $a_T = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$ d'où $v = cst$



A l'intérieur du champ magnétique $\vec{B}$, la vitesse est constante et par suite l'énergie cinétique est constante.

L'énergie cinétique de la particule en S3 est égale à celle qu'elle avait en O.

5° *Relation entre v_0, E et B*

Mouvement rectiligne uniforme de la particule

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F_e} + \overrightarrow{F_m} = \vec{0}$

Après projection, on obtient $F_e = F_m$ Or $F_e = eE$ et $F_m = ev_0B$

Donc $eE = ev_0B$ soit $\boldsymbol{v_0 = \frac{E}{B}}$

<u>Exercice 7</u>

1°*Expression de la vitesse au point O*

Appliquons TEC aux ions entre A et O

$\Delta E_C = \sum_{A \to O} W(F_{ext}) \Leftrightarrow E_{C_O} - E_{C_A} = W(\vec{F})$

$\frac{1}{2}mv_0^2 - 0 = q(V_A - V_O)$ Or $V_A - V_O = V_{P_1} - V_{P_1} = U$ d'où $\boldsymbol{v_0 = \sqrt{\frac{2qU}{m}}}$

2° a.*Vitesse v1 des ions ${}^{12}_{6}C^{+}$ en O

$v_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m_1}}$ **Or** $m_1 = 12m_0$ et $q = e$ d'où $\boldsymbol{v_1 = \sqrt{\frac{eU}{6m_0}}}$ AN : $\boldsymbol{v_1 = 6{,}4.10^5 m.s^{-1}}$

* Vitesse v2 des ions ${}^{24}_{12}Mg^{2+}$ en O

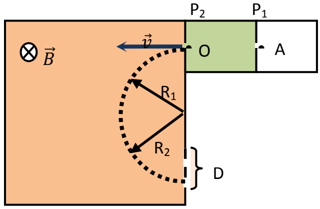
$v_2 = \sqrt{\frac{2qU}{m_2}}$ **Or** $m_2 = 24m_0$ et $q = 2e$ d'où $\boldsymbol{v_2 = \sqrt{\frac{eU}{6m_0}}}$ AN :$\boldsymbol{v_2 = 6{,}4.10^5 m.s^{-1}}$

b. Les deux particules ont la même vitesse en O

* Oui le résultat était prévisible car les deux particules ont les mêmes charges massiques $\frac{q}{m}$.

3° a. *Sens de $\vec{B}$*

La force magnétique $\vec{F}_m$ est dirigée vers le bas et la charge est positive



Le trièdre $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{F_m})$ est direct d'où le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ est **rentrant.**

b. *Montrons que dans C3, les ions ont un mouvement circulaire et uniforme*

Appliquons TCI aux ions : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\overrightarrow{F_m} = m\vec{a}$ Or $\overrightarrow{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ d'où $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$

$\vec{a} \perp (\vec{v}, \vec{B})$ soit $\vec{a} \perp \vec{B}$ Or $\vec{B} = -B\vec{k}$

d'où $\vec{a} \perp \vec{k}$

$a_z = \vec{a}.\vec{k} = 0$ donc $\frac{dv_z}{dt} = 0$ Par intégration on a : $v_z = cste = v_{0z}$

Or $\vec{v}_0 = v_0\vec{\imath}$ donc $v_z = 0$ soit $\frac{dz}{dt} = 0$ et par intégration $z = cste = z_0$

Or à $\mathrm{t} = 0$, la particule est en O, donc $z_0 = 0$

$\forall t, z = 0$. La trajectoire de la particule est située dans le plan orthogonal à $\vec{B}$ passant par O et contenant $\vec{v}_0$; donc le plan de la figure.

$\vec{a} \perp (\vec{v}, \vec{B})$ donc $\vec{a} \perp \vec{v}$ Or dans la base de Frenet, $\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T$

avec $\vec{a}_N \perp \vec{v}$ donc $a_T = 0$ $\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$ d'où $v = cst$

Le mouvement est donc uniforme

$\vec{a} = \vec{a}_N$ soit $a = a_N$ $\Rightarrow$ $\frac{|q|}{m}vB = \frac{v^2}{R}$ soit $R = \frac{mv}{|q|B}$

Le mouvement est circulaire de rayon $\boldsymbol{R} = \frac{\boldsymbol{mv}}{|\boldsymbol{q}|\boldsymbol{B}}$

* Valeurs et comparaison des rayons R1 et R2

$R_1 = \frac{m_1v_1}{|q|B}$ Or $\mathrm{m_1 = 12m_0}$, $\mathrm{q = +e}$ et $v_1 = \sqrt{\frac{\mathrm{eU}}{\mathrm{6m_0}}}$ d'où $\boldsymbol{R_1} = \frac{\mathbf{2}}{\boldsymbol{B}}\sqrt{\frac{\mathbf{6m_0U}}{\mathbf{e}}}$

AN : $R_1 = 3{,}87.10^{-2}m$ soit $\boldsymbol{R_1} = \mathbf{3{,}87cm}$

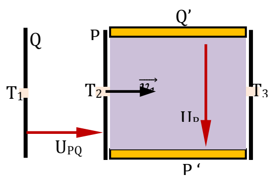
$R_2 = \frac{m_2v_2}{|q|B}$ Or $\mathrm{m_2 = 24m_0}$, $\mathrm{q = +2e}$ et $v_2 = \sqrt{\frac{\mathrm{eU}}{\mathrm{6m_0}}}$ d'où $\boldsymbol{R_2} = \frac{\mathbf{2}}{\boldsymbol{B}}\sqrt{\frac{\mathbf{6m_0U}}{\mathbf{e}}}$

AN : $\boldsymbol{R_2} = \mathbf{3{,}87cm}$

$\boldsymbol{R_1} = \boldsymbol{R_2}$

* On ne peut pas dans ces conditions, séparer ces ions.

Exercice 8



1° Vitesses v1 et v2 des ions

Appliquons TEC aux ions entre T1 et T2

$\Delta \mathrm{E_C} = \sum_{\mathrm{T_1 \to T_2}} \mathrm{W(F_{ext})} \Rightarrow \mathrm{E_{C_{T_2}} - E_{C_{T_1}} = W}\ (\vec{\mathrm{F}})$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\mathrm{m}v^2 - 0 = \mathrm{q}(\mathrm{V_{T_1} - V_{T_2}})$

Or $\mathrm{V_{T_1} - V_{T_2} = -U_{PQ} = -U_0}$ et $\mathrm{q = -e}$ d'où $v = \sqrt{\frac{\mathrm{2eU_0}}{\mathrm{m}}}$

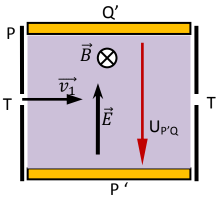
* Pour les ions $^{35}_{17}\mathrm{Cl^-}$

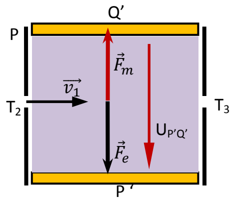
$\mathrm{m_1 = \frac{M_1}{N_A}}$ D'où $\boldsymbol{v_1} = \sqrt{\frac{\mathbf{2eU_0N_A}}{\mathbf{M_1}}}$ **AN :** $\boldsymbol{v_1} = \mathbf{2{,}346.10^4 m.s^{-1}}$

* Pour les ions $^{37}_{17}\mathrm{Cl^-}$

$m_2 = \frac{M_2}{N_A}$ d'où $\boldsymbol{v_2} = \sqrt{\frac{\mathbf{2eU_0N_A}}{\mathbf{M_2}}}$ **AN :** $\boldsymbol{v_2 = 2,2817.10^4 m.s^{-1}}$

2° *Schémas*





* Valeur de B en fonction de v_1, U_1 et d

Mouvement rectiligne uniforme de l'ion ${}^{35}_{17}Cl^-$

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ soit $\vec{F_e} + \vec{F_m} = \vec{0}$

Apres projection, on obtient $F_e = F_m$ Or $F_e = eE$ avec $E = \frac{U_1}{d}$ et $F_m = ev_1B$

Donc $e\frac{U_1}{d} = ev_1B$ soit $\boldsymbol{B = \frac{U_1}{v_1 d}}$

Valeur de B en fonction de U_0, U_1, q, m_1 et d

$B = \frac{U_1}{v_1 d}$ Or $v_1 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_1}}$ donc $\boldsymbol{B = \frac{U_1}{d}\sqrt{\frac{m_1}{2eU_0}}}$

Application numérique

$\boldsymbol{B = \frac{200}{5.10^{-2}}\sqrt{\frac{35.10^{-3}}{2\times1{,}6.10^{-19}\times100\times6{,}02.10^{23}}}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{B = 0,17T}$

3° * Expression de U_2 en fonction de B, q, U_0, d et m_2

Mouvement rectiligne uniforme de l'ion ${}^{37}_{17}Cl^-$

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ soit $\vec{F_e} + \vec{F_m} = \vec{0}$

Apres projection, on obtient : $F_e = F_m$ Or $F_e = eE$ avec $E = \frac{U_2}{d}$ et $F_m = ev_2B$

donc $e\frac{U_2}{d} = ev_2B$ soit $U_2 = v_2Bd$

$v_2 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_2}}$ donc $\mathbf{U_2 = Bd\sqrt{\frac{2eU_0}{m_2}}}$

* Expression de U_2 en fonction de U_1, m_1 et m_2

$U_2 = Bd\sqrt{\frac{2eU_0}{m_2}}$ et $U_1 = Bd\sqrt{\frac{2eU_0}{m_1}}$ d'où $\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$ soit $\mathbf{U_2 = U_1\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}}$

* Valeur numérique de U_2

$U_2 = 200\sqrt{\frac{35}{37}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{U_2 = 194,5V}$

* Variation que l'on a fait subir a $U_{P'Q'}$

$\boldsymbol{\delta U_{P'Q'} = U_2 - U_1}$ AN : $\boldsymbol{\delta U_{P'Q'} = -5,5V}$

4° Expression de U_0' en fonction de m_2, q, B, U_1 et d

$v_2 = \sqrt{\frac{2qU_0'}{m_2}}$ et $E = v_2B$ avec $E = \frac{U_1}{d}$ d'où $\left(\frac{U_1}{d}\right)^2 = \frac{2qU_0'}{m_2}B^2$

On trouve : $\mathbf{U_0' = \frac{m_2 U_1^2}{2qdB^2}}$

* Expression de U₀' en fonction de U₀, m₁ et m₂.

$U_0{}' = \frac{m_2 {U_1}^2}{2qdB^2}$ et $U_1 = Bd\sqrt{\frac{2qU_0}{m_1}}$ d'où $\mathbf{U_0{}' = \frac{m_2}{m_1} U_0}$

Valeur numérique de U_0'

$U_0{}' = \frac{37}{35} \times 100 \Rightarrow \mathbf{U_0{}' = 107,5V}$.

Exercice 9

1°*Démontrons que chaque électron du pinceau prend dans le champ magnétique, un mouvement circulaire uniforme dans un plan*

Appliquons TCI aux électrons : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\overrightarrow{F_m} = m\vec{a}$ Or $\overrightarrow{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ d'où $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$

$\vec{a} \perp (\vec{v}, \vec{B})$ soit $\vec{a} \perp \vec{B}$ Or $\vec{B} = B\vec{k}$ d'où $\vec{a} \perp \vec{k}$

$a_z = \vec{a}.\vec{k} = 0$ donc $\frac{dv_z}{dt} = 0$ et par intégration $v_z = cste = v_{0z}$

Or $\vec{v}_0 = v_0\vec{\imath}$ donc $v_z = 0$ soit $\frac{dz}{dt} = 0$ et par intégration $z = cste = z_0$

Or à t = 0, la particule est en O, donc $z_0 = 0$

$\forall t, z = 0$. La trajectoire de la particule est située dans le plan orthogonal à $\vec{B}$ passant par O et contenant $\vec{v}_0$; donc le plan de la figure.

$\vec{a} \perp (\vec{v}, \vec{B})$ donc $\vec{a} \perp \vec{v}$ Or dans la base de Frenet, $\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T$

avec $\vec{a}_N \perp \vec{v}$ donc $a_T = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$ d'où $v = cst$

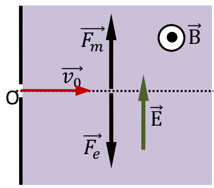
Le mouvement est donc uniforme

$\vec{a} = \vec{a}_N$ soit $a = a_N \Rightarrow \frac{|q|}{m} v_0 B = \frac{{v_0}^2}{R}$ d'où $R = \frac{mv_0}{eB}$

Le mouvement est circulaire de rayon $\boldsymbol{R = \frac{mv_0}{eB}}$

2° a. *Démontrons que le mouvement rectiligne des électrons est nécessairement uniforme*

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_m} = m\vec{a}$



Mouvement rectiligne donc $\overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_m} = \vec{0}$

On déduit : $\vec{a} = \vec{0}$ et $\vec{v} = \vec{c}$

Le mouvement est uniforme

b. *Sens de* $\vec{E}$

Le trièdre $(q\vec{v}, \vec{B}, \overrightarrow{F_m})$ est direct d'où le sens de $\overrightarrow{F_m}$.

$\overrightarrow{F_m}$ et $\overrightarrow{F_e}$ sont opposés et $q < 0$ d'où le sens de $\vec{E}$ a le sens contraire de $\overrightarrow{F_e}$

c. *Relation entre v₀ E et B*

Mouvement rectiligne uniforme de l'électron

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ Soit $\overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_m} = \vec{0}$

Apres projection, on obtient $F_e = F_m$ Or $F_e = eE$ et $F_m = ev_0B$

d'où $eE = ev_0B$ soit $\boldsymbol{E = v_0B}$

3°a. **Expression de $\frac{e}{m}$ en fonction de E, R et B*

$R = \frac{mv_0}{eB} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{v_0}{RB}$ Or $E = v_0B$ soit $v_0 = \frac{E}{B}$ d'où $\boldsymbol{\frac{e}{m} = \frac{E}{RB^2}}$

* Valeur numériquement $\frac{e}{m}$

$\boldsymbol{\frac{e}{m}} = \frac{\mathbf{2{,}65.10^4}}{\mathbf{0{,}15 \times (10^{-3})^2}}$ d'où $\mathbf{\frac{e}{m} = 1,767.10^{11} C.kg^{-1}}$

b. Masse m de l'électron

$\frac{e}{m} = 1{,}767.10^{11} \Rightarrow m = \frac{e}{1{,}767.10^{11}}$ AN : $\boldsymbol{m = 9{,}06.10^{-31}\mathrm{kg}}$

Exercice 10

1°Expression de la vitesse v_0 des particules en O en fonction de q, m et U₁

Appliquons TEC aux ions entre S et O

$\Delta E_C = \sum_{S\to P} W(F_{ext}) \Rightarrow E_{C_P} - E_{C_S} = W\ (\vec{F}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0{}^2 - 0 = q(V_S - V_O)$

$V_S - V_O = V_S - V_P = U_1$. On en déduit $\boldsymbol{v_0} = \sqrt{\frac{\mathbf{2qU_1}}{\mathbf{m}}}$

2° a. *Plan*

Appliquons TCI aux particules : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\overrightarrow{F_m} = m\vec{a}$ Or $\overrightarrow{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ d'où $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$

$\vec{a} \perp (\vec{v}, \vec{B})$ soit $\vec{a} \perp \vec{B}$ Or $\vec{B} = B\vec{k}$ d'où $\vec{a} \perp \vec{k}$

$a_z = \vec{a}.\vec{k} = 0$ donc $\frac{dv_z}{dt} = 0$ et par intégration $v_z = cste = v_{0z}$

Or $\vec{v}_0 = v_0\vec{\imath}$ donc $v_z = 0$ soit $\frac{dz}{dt} = 0$ et par intégration $z = cste = z_0$

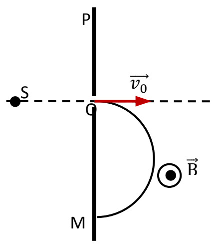
Or à $t = 0$, la particule est en O, donc $z_0 = 0$

$\forall t, z = 0$. La trajectoire de la particule est située dans le plan orthogonal à $\vec{B}$ passant par O et contenant $\vec{v}_0$; donc le plan (xOy).

b. *Rayon en fonction de |q|, m, B et U₁*

$\vec{a} = \vec{a}_N$ soit $a = a_N \Rightarrow \frac{|q|}{m}v_0 B = \frac{v_0{}^2}{R}$ d'où $R = \frac{mv_0}{|q|B}$

Or $v_0 = \sqrt{\frac{2qU_1}{m}}$ d'où $\boldsymbol{R} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{B}}\sqrt{\frac{\mathbf{2mU_1}}{\mathbf{|q|}}}$



c. *Sens de* $\vec{B}$

La particule est déviée vers le bas, donc $\overrightarrow{F_m}$ est dirigée vers le bas.

Le trièdre $(q\vec{v}, \vec{B}, \overrightarrow{F_m})$ est direct ; d'où $\vec{B}$ est sortant. (voir figure)

d. Calcul de OM₂

$OM_2 = 2R_2$ Or $R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U_1}{|q|}}$ et $q = +2e$ donc $OM_2 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{m_2U_1}{e}}$

$OM_1 = 2R_1$ Or $R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U_1}{|q|}}$ et $q = +2e$ donc $OM_1 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{m_1U_1}{e}}$

$\frac{OM_2}{OM_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$ Or $m_2 = 70m_0$ et $m_1 = 68m_0$ d'où $\frac{OM_2}{OM_1} = \sqrt{\frac{35}{34}}$

$\boldsymbol{OM_2 = OM_1\sqrt{\frac{35}{34}}}$ AN : $\boldsymbol{OM_2 = 20{,}29cm}$

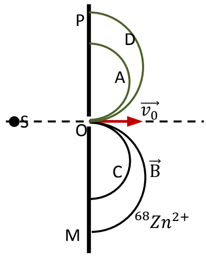
3° a. Justification du signe

Les particules chargées positivement sont déviées vers le bas (car la particule Zn^{2+} est déviée vers le bas) ; les particules chargées négativement vers le haut.

$q_A < 0$; $q_C > 0$ et $q_D < 0$

b. Masse m_A, m_D et m_C en unité de masse atomique

$R_A = \frac{m_A v_0}{|q_A|B}$ Or $|q_A| = e$, donc $R_A = \frac{m_A v_0}{eB}$



$OM_1 = 2R_1 = \frac{2m_1 v_0}{2eB}$ avec $m_1 = 68u$

$\frac{R_A}{OM_1} = \frac{m_A}{68u}$ d'où $m_A = \frac{68R_A}{OM_1}u$ AN : $\mathbf{m_A = 19u}$

$m_D = \frac{68R_D}{OM_1}u$ AN : $\mathbf{m_D = 35u}$

$m_C = \frac{68R_C}{OM_1}u$ AN : $\mathbf{m_C = 23u}$

c. *Identification des ions A, D et C*

En considérant la liste, on déduit : A : $^{19}_{9}F^-$; D : $^{35}_{17}Cl^-$; C : $^{23}_{11}Na^+$

Exercice 11

1°a. *Expression de la vitesse v en E en fonction de q, m et U*

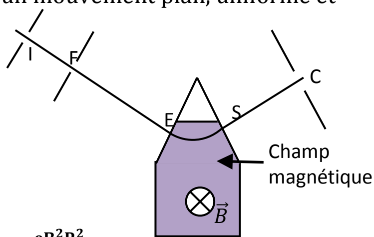
Appliquons TEC aux ions entre I et F

$\Delta E_C = \sum_{I\to F} W(F_{ext}) \Rightarrow E_{C_F} - E_{C_I} = W(\vec{F}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - 0 = q(V_I - V_F)$

$V_I - V_F = U$; On en déduit: $\boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{\mathbf{2qU}}{\mathbf{m}}}$

b. *Relation entre q, v, B m et R*

A l'intérieur du champ magnétique $\vec{B}$, les ions ont un mouvement plan, uniforme et circulaire de rayon $\mathbf{R} = \frac{\mathbf{m}\boldsymbol{v}}{\mathbf{|q|B}}$



c. *Relation entre q, B, R, m et U.*

$R = \frac{mv}{|q|B}$ Or $v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$ d'où $\mathbf{R} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{B}}\sqrt{\frac{\mathbf{2mU}}{\mathbf{q}}}$

2° Tension U

$R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}} \Rightarrow U = \frac{qB^2R^2}{2m}$

Pour l'ion $^{88}Sr^{2+}$, q = +2e d'où $U = \frac{2eB^2R^2}{2m}$ soit $\mathbf{U} = \frac{\mathbf{eB^2R^2}}{\mathbf{m}}$ AN : $\mathbf{U = 13800V}$

b. *Nombre de masse des isotopes*

$U = \frac{eB^2R^2}{m} \Rightarrow m = \frac{eB^2R^2}{U}$

$13930 \leq U \leq 14440$ d'où $\frac{eB^2R^2}{14440} \leq m \leq \frac{eB^2R^2}{13930}$

Or m = Au d'où $\frac{eB^2R^2}{14440u} \leq A \leq \frac{eB^2R^2}{13930u}$ AN : $\mathbf{84 \leq A \leq 86}$

Exercice 12

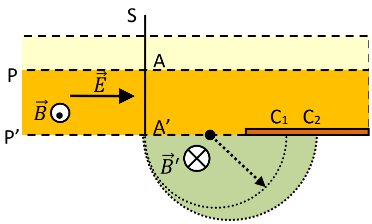
1° - *Expression de la vitesse en A d'un ion*

Appliquons TEC aux ions entre S et A

$\Delta E_C = \sum_{S\to A} W(F_{ext}) \Rightarrow E_{C_A} - E_{C_S} = W(\vec{F})$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A{}^2 - 0 = q(V_S - V_A)$

$V_S - V_A = U_{SP} = U$; On en déduit $\boldsymbol{v_A} = \sqrt{\frac{\mathbf{2qU}}{\mathbf{m}}}$



- *Montrons que les deux espèces d'ions ont des vitesses différentes en A* q = +2e et $m = Am_0$ donc $v_A = \sqrt{\frac{4eU}{Am_0}}$

La vitesse est fonction du nombre de masse, donc les deux particules ont des vitesses différentes en A

2° *Montrons que les ions qui ont la vitesse* $v_0 = \frac{E}{B}$ *parviennent en A'*

Mouvement rectiligne des ions entre P et P' ; la force magnétique et la force électrostatique se compensent

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ soit $\vec{F_e} + \vec{F_m} = \vec{0}$

Apres projection, on obtient $F_e = F_m$ Or $F_e = eE$ et $F_m = ev_0B$

d'où $eE = ev_0B$ soit $E = v_0B$

Seul les ions de vitesse$v_0 = \frac{E}{B}$ parviennent en A'

3°a. *Expression de R en fonction de m, q,* v_0 *et* B'

Le mouvement des ions dans le champ magnétique $\overrightarrow{B'}$ est un mouvement plan, uniforme et circulaire de rayon $\boldsymbol{R = \frac{mv_0}{|q|B'}}$

* Expression de R en fonction de m, q, E, B et B'

$R = \frac{mv_0}{|q|B'}$ Or $v_0 = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{B}}$ donc $\boldsymbol{R = \frac{mE}{|q|BB'}}$

b. Distance entre les deux points d'impact, sur la plaque photo

$C_1C_2 = A'C_2 - A'C_1 = 2R_2 - 2R_1 \Rightarrow C_1C_2 = 2\left(\frac{m_2E}{|q|BB'} - \frac{m_1E}{|q|BB'}\right)$

$C_1C_2 = \frac{2m_0E}{eBB'}$ **AN :** $C_1C_2 = \frac{2\times1{,}67.10^{-27}\times6.10^4}{1{,}6.10^{-19}\times0{,}1\times0{,}2} \Rightarrow \boldsymbol{C_1C_2 = 6{,}26.10^{-2}m}$

<u>Exercice 13</u>

1°a. *Force totale* $\vec{F}$

Appliquons TCI aux particules : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

b. *Mouvement uniforme de M*

$\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T$ Or $\vec{a} = \vec{a}_N$ donc $\vec{a}_T = \vec{0}$ soit $\frac{dv}{dt} = 0$ d'où $v = cste$

Le mouvement du mobile est donc uniforme

c. *Montrons que le vecteur accélération* $\vec{a}$ *a une valeur constante*

$\vec{F} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

Comme $\vec{F}$ est un vecteur constant, $\vec{a}$ aussi est un vecteur constant ; d'où sa valeur est constante.

2°a. - *Signe de la charge q*

$U_{P_1P_2} > 0$ donc $V_{P_1} > V_{P_2}$ On déduit donc que $\vec{E}$ a le sens de C vers K.

La particule se déplace de C vers K donc la force électrique $\vec{F_e}$ est dirigée de C vers K.

$\vec{F_e}$ et $\vec{E}$ ont même sens donc q est positive ($q > 0$)

Autre méthode

$\vec{B}$ est sortant et $\overrightarrow{F_m}$ dirigée vers le bas

Le trièdre ($q\overrightarrow{v_0}, \vec{B}, \overrightarrow{F_m}$) est direct (les trois doigts de la main droite)

$q\overrightarrow{v_0}$ a le sens de $\overrightarrow{v_0}$ d'où **q est positive ($q > 0$).**

- *Accélération* $\vec{a}$ *de la particule en fonction de m, q et* $\vec{E}$

Appliquons TCI aux particules : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\overrightarrow{F_e} = m\vec{a}$ $\Rightarrow$ $q\vec{E} = m\vec{a}$ soit $\boldsymbol{\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}}$

. Nature du mouvement entre C et K

$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$ est un vecteur constant et la trajectoire est une droite, donc le mouvement est rectiligne uniformément varié (MRUV)

- Energie cinétique de la particule en K.

$\boldsymbol{E_C = \frac{1}{2}mv_0{}^2}$

Application numérique : $E_C = \frac{1}{2} \times 1{,}67.10^{-27} \times (10^6)^2$ $\Rightarrow$ $\mathbf{E_C = 8,35.10^{-16}J}$

b. - *Accélération $\vec{a}$ de la particule en fonction de q, m, $\vec{B}$ et $\vec{v}$*

Appliquons TCI aux particules : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\overrightarrow{F_m} = m\vec{a}$ $\Rightarrow$ $q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a}$ soit $\boldsymbol{\vec{a} = q\frac{\vec{v}\wedge\vec{B}}{m}}$

Comparaison des directions de $\vec{a}$ et $\vec{v}$

$\vec{a} \perp (\vec{v}, \vec{B})$ donc $\vec{a} \perp \vec{v}$

Déduisons que le mouvement est uniforme

$\vec{a} \perp \vec{v}$ d'après 1b), $\vec{a}_T = \vec{0}$ donc $\frac{dv}{dt} = 0$ soit $v = cste$ le mouvement est uniforme.

- Energie cinétique de la particule en K'

Le mouvement est uniforme donc $E_{C_{K'}} = E_{C_K}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{E_{C_{K'}} = 8,35.10^{-16}J}$

- Rôle du champ $\vec{B}$

Le champ magnétique a dévié la particule.

c. - *Energie cinétique en L'*

Appliquons TEC à la particule entre K' et L' : $\Delta E_C = \sum_{K'\to L'} W(F_{ext})$

$E_{C_{L'}} - E_{C_{K'}} = W\left(\vec{F}\right)$ $\Rightarrow$ $E_{C_{L'}} - E_{C_{K'}} = q(V_{K'} - V_{L'})$ $\Rightarrow$ $\mathbf{E_{C_{L'}} = E_{C_{K'}} + q\left|\boldsymbol{U_{P_1P_2}}\right|}$

AN : $E_{C_{L'}} = 8{,}35.10^{-16} + 1{,}6.10^{-19} \times 10^4$ $\Rightarrow$ $\mathbf{E_{C_{L'}} = 2,44.10^{-15}J}$

-Intérêt du passage de la particule dans (E)

Augmenter l'énergie cinétique de la particule donc sa vitesse

<u>Exercice 14</u>

1° *Montrons que ces protons décrivent, à vitesse de valeur constante v, des demi-cercles à l'intérieur des dees*

Appliquons TCI aux protons

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{F_m} = m\vec{a}$ Or $\overrightarrow{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ d'où $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$

$\vec{a} \perp (\vec{v}, \vec{B})$ donc $\vec{a} \perp \vec{v}$ Or dans la base de Frenet, $\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T$ avec $\vec{a}_N \perp \vec{v}$

donc $a_T = 0$ soit $\frac{dv}{dt} = 0$ d'où $v = cst$

Le **mouvement est donc uniforme**

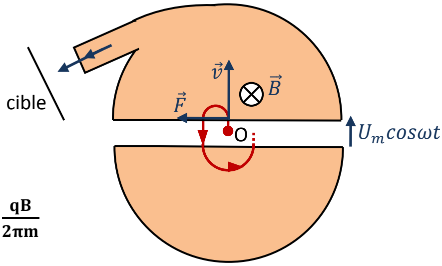
$\vec{a} = \vec{a}_N$ donc $a = a_N$ $\Rightarrow$ $\frac{q}{m}vB = \frac{v_0{}^2}{R}$ soit $R = \frac{mv}{qB}$

Le mouvement est circulaire de rayon $\boldsymbol{R = \frac{mv}{qB}}$

- temps t mis par un proton pour décrire un demi-cercle

$v = \frac{d}{t}$ Or $d = \pi R$ avec $R = \frac{mv}{qB}$ d'où $v = \frac{\pi m v}{qBt}$ soit $\boldsymbol{t = \frac{\pi m}{qB}}$

t ne dépend pas de v



2° *Orientation de $\vec{B}$*

Le trièdre $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{F})$ est direct.

Or $q > 0$ donc $(\vec{v}, \vec{B}, \vec{F})$ direct ; les trois doigts de la main droite. $\vec{B}$ est donc **rentrant**

3°*Fréquence de la tension accélératrice*

$N = \frac{1}{T}$ Or pour un demi-tour $t = \frac{\pi m}{qB}$

Pour un tour complet $T = 2t = \frac{2\pi m}{qB}$ d'où $\mathbf{N = \frac{qB}{2\pi m}}$

4° *Energie maximale*

$E_{C_{max}} = \frac{1}{2} m v_m^{\ 2}$ Or $R' = \frac{m v_m}{qB}$ d'où $E_{C_{max}} = \frac{1}{2} m \left(\frac{R' qB}{m}\right)^2$ soit $\mathbf{E_{C_{max}} = \frac{q^2 B^2 R'^2}{2m}}$

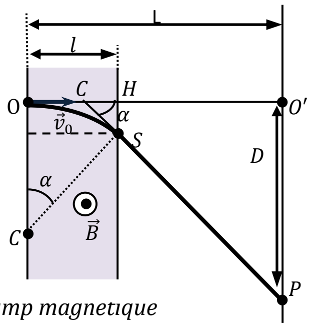
AN : $E_{C_{max}} = \frac{(1{,}6.10^{-19})^2 \times 1{,}5^2 \times 0{,}8^2}{2 \times 1{,}67.10^{-27}}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{E_{C_{max}} = 1{,}1.10^{-11} J}$

$E_{C_{max}} = \frac{1{,}1.10^{-11}}{1{,}6.10^{-19}}$ ev soit $\mathbf{E_{C_{max}} = 69 MeV}$

5° *Tension U*

$E_{C_{max}} = qU$ d'où $\mathbf{U = \frac{E_{C_{max}}}{q}}$ AN : $\mathbf{U = 69 MV}$

Exercice 15



1° *Orientation du vecteur $\vec{B}$*

La particule chargée positivement est déviée vers le bas ; la force magnétique $\vec{F}_m$ est vers le bas. Le trièdre $(q\vec{v}_0, \vec{B}, \vec{F}_m)$ est direct. $\vec{B}$ est donc **sortant** (voir figure)

2° *Montrons que $\sin\alpha = \frac{l}{R}$*

Considérons le triangle CHS rectangle en H

$\sin\alpha = \frac{SH}{CS}$ Or $SH = l$ et $CS = R$ d'où $\sin\alpha = \frac{l}{R}$

3° *Nature du mouvement des protons après leur sortie du champ magnetique*

Appliquons TCI aux protons : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

A la sortie du champ magnétique, il n'y a plus de force magnétique

$\vec{a} = \vec{0}$ Donc le mouvement du proton est rectiligne uniforme

4° *Valeur approchée de tan α en fonction de la déviation D = O'P et de L*

Considérons le triangle IO'P rectangle en O'

$\tan\alpha = \frac{O'P}{IO'}$ Or $O'P = D$ et $IO' = R$ d'où $\tan\alpha = \frac{D}{L}$

5° *Expression de la déviation D en fonction du rapport $\frac{e}{m}$ et de la vitesse v_0.*

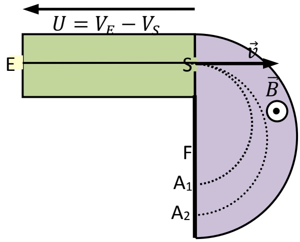
$\sin\alpha = \tan\alpha \Leftrightarrow \frac{l}{R} = \frac{D}{L}$ Or $R = \frac{m v_0}{eB}$ d'où $D = \frac{eBlL}{m v_0}$

Exercice 16

1° Expression de v_1 et v_2

Appliquons TEC aux noyaux d'hélium entre E et S

$\Delta E_C = \sum_{E \to S} W(F_{ext}) \Rightarrow E_{C_S} - E_{C_E} = W\ (\vec{F}) \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - 0 = q(V_E - V_S)$



$V_E - V_S = U$; On aboutit à: $\boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{\mathbf{2qU}}{\mathbf{m}}}$

* Pour les noyaux ${}^{3}_{2}He^{2+}$

$m = m_1$ et $q = +2e$ d'où $\boldsymbol{v_1} = \sqrt{\frac{\mathbf{4eU}}{\mathbf{m_1}}}$

* Pour les noyaux ${}^{4}_{2}He^{2+}$

$m = m_2$ et $q = +2e$ d'où $\boldsymbol{v_2} = \sqrt{\frac{\mathbf{4eU}}{\mathbf{m_2}}}$

2° a. Expression des rayons R1 et R2

$R = \frac{mv}{qB}$ soit $R = \frac{mv}{2eB}$ Or $v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$ d'où $R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$

* Pour les noyaux ${}^{3}_{2}He^{2+}$: $R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{2e}}$ soit $\boldsymbol{R_1} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{B}}\sqrt{\frac{\mathbf{m_1U}}{\mathbf{e}}}$

* Pour les noyaux ${}^{4}_{2}He^{2+}$: $R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{2e}}$ soit $\boldsymbol{R_2} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{B}}\sqrt{\frac{\mathbf{m_1U}}{\mathbf{e}}}$

b. * Pour les noyaux ${}^{3}_{2}He^{2+}$:

$R_1 = \frac{1}{0{,}5} \times \sqrt{\frac{5{,}01.10^{-27} \times 10.10^3}{1{,}6.10^{-19}}} \Rightarrow \boldsymbol{R_1 = 3{,}539.10^{-2}m}$ soit $\boldsymbol{R_1 = 3{,}539cm}$

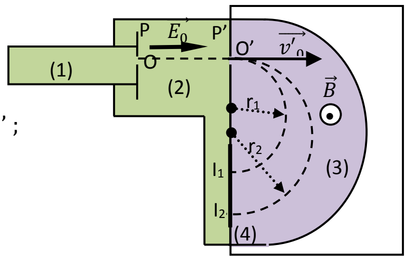
* Pour les noyaux ${}^{4}_{2}He^{2+}$:

$R_2 = \frac{1}{0{,}5} \times \sqrt{\frac{6{,}65.10^{-27} \times 10.10^3}{1{,}6.10^{-19}}} \Rightarrow \boldsymbol{R_2 = 4{,}077.10^{-2}m}$ soit $\boldsymbol{R_2 = 4{,}077cm}$

3°Distance A_1A_2

$A_1A_2 = SA_2 - SA_1 = 2R_2 - 2R_1$ AN : $A_1A_2 = 2(4{,}077 - 3{,}539) \Rightarrow \mathbf{A_1A_2 = 1{,}076cm}$

Exercice 17



A/ Accélération

1°a. *Représentation de* $\overrightarrow{E_0}$

Les ions de charges positives se déplacent de P à P' ;

donc $\overrightarrow{F_e}$ a le sens de P vers P'

$\overrightarrow{E_0}$ est dirigé de P vers P'. (voir figure)

b. *Signe de la tension* $U = U_{P'P}$

$V_P > V_{P'}$ donc $V_{P'} - V_P < 0$ d'où $U = U_{P'P} < 0$

2°a. *Relation entre la tension accélératrice U et la vitesse* $v_{0'}$ *en O'*

Appliquons TEC aux ions entre O et O'

$\Delta E_C = \sum_{O \to O'} W(F_{ext}) \Rightarrow E_{C_{O'}} - E_{C_O} = W\ (\vec{F}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv'_0{}^2 - 0 = q(V_O - V_{O'})$

$V_O - V_{O'} = V_P - V_{P'} = -U$; on en déduit: $\boldsymbol{v'_0} = \sqrt{\frac{\mathbf{2q|U|}}{\mathbf{m}}}$

b. Valeur de $v_{0'}$

*Pour l'ion ${}^{12}CO_2{}^{+}$

$\boldsymbol{v_0{}'_1} = \sqrt{\frac{\mathbf{2q|U|}}{\mathbf{m_1}}}$ **AN :** $v_0{}'_1 = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6.10^{-19} \times 4{,}00.10^3}{7{,}31.10^{-26}}} \Rightarrow \boldsymbol{v_0{}'_1 = 1{,}323.10^5 m.s^{-1}}$

*Pour l'ion ${}^{13}CO_2{}^{+}$

$$\boldsymbol{v_0{}'_2} = \sqrt{\frac{\mathbf{2q|U|}}{\mathbf{m_2}}} \qquad \textbf{AN :}\ v_0{}'_2 = \sqrt{\frac{2\times 1{,}6.10^{-19}\times 4{,}00.10^{3}}{7{,}47.10^{-26}}} \Rightarrow \quad \boldsymbol{v_0{}'_2 = 1{,}309.10^5 m.s^{-1}}$$

B/ Déviation

1° *Représentation du vecteur champ magnétique* $\vec{B}$

La particule est déviée vers le bas donc la force magnétique $\vec{F}_m$ est vers le bas.

Le trièdre ($q\vec{v}_0{}'$, $\vec{B}$, $\vec{F}_m$) est direct (les trois doigts de la main droite).

$\vec{B}$ est donc **sortant**. (voir figure)

2° *Expression du rayon r de la trajectoire en fonction de m, e, U et B*

$$r = \frac{mv_0{}'}{qB} \quad \text{Or} \quad v_0{}' = \sqrt{\frac{2q|U|}{m}} \quad \text{et} \quad q = e \quad \text{donc } r = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m|U|}{e}}$$

b. *Rapport* $\frac{r_1}{r_2}$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1|U|}{e}}}{\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2|U|}{e}}} \quad \text{d'où} \quad \boldsymbol{\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}} \qquad \textbf{AN :}\ \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{7{,}31.10^{-26}}{7{,}47.10^{-26}}} \quad \text{soit} \quad \boldsymbol{\frac{r_1}{r_2} = 0{,}989}$$

3° *Expression de la distance I_1I_2 en fonction de m_1, m_2, e U et B*

$$I_1I_2 = O'I_2 - O'I_1 = 2r_2 - 2r_1 \quad \text{soit} \quad \boldsymbol{I_1I_2 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2|U|}{e}}\left(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}\right)}$$

4° *Valeur de la distance I_1I_2*

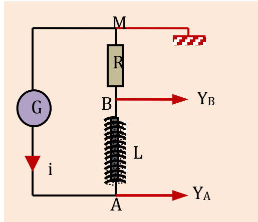
$$I_1I_2 = \frac{2}{0{,}25}\sqrt{\frac{2\times 4000}{1{,}6.10^{-19}}}\left(\sqrt{7{,}47.10^{-26}} - \sqrt{7{,}31.10^{-26}}\right) \Rightarrow \mathbf{I_1I_2 = 5{,}26.10^{-3}m}$$

C/Résultat d'un contrôle

	$N_1(^{12}C)$	$N_2(^{13}C)$	R	δ
Athlète A	2231	24	$\mathbf{1{,}076.10^{-2}}$	$\mathbf{-7{,}4}$
Athlète B	2575	27	$\mathbf{1{,}049.10^{-2}}$	$\mathbf{-32{,}3}$
Athlète non dopé (standard)	2307	25	$\mathbf{1{,}084.10^{-2}}$	

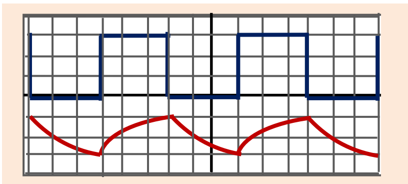
Le coefficient δ pour l'athlète B étant largement inférieur -27, il s'est donc dopé.

INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE ET AUTO INDUCTION



Exercice 1

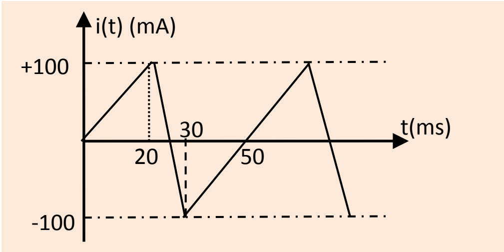
On réalise le circuit ci-contre :
G est un générateur de tension carrée ;
L représente une bobine munie d'un noyau de fer doux ;
R est un conducteur ohmique de grande résistance.
On réalise les branchements à l'oscilloscope comme indiqué sur le schéma.
1° Quelles sont les tensions visualisées :
-sur la voie Y_A ?
-sur la voie Y_B ?
Sur quelle voie visualise-t-on :
-la tension délivrée par le générateur ?
-la tension nous informant sur la variation de l'intensité du courant dans le circuit ? Justifier votre réponse.
2° On obtient les oscillogrammes représentés ci-dessous.



On a décalé les voies par commodité. Identifier les tensions représentées.
3° Interpréter ces oscillogrammes.
4° Que verrait-on sur l'écran de l'oscilloscope :
-si on retirait le noyau de fer doux ?
-si on remplaçait la bobine par un conducteur ohmique de même résistance ?

Exercice 2

On considère une bobine assimilable à un solénoïde théorique ayant les caractéristiques suivantes :
.rayon moyen des spires : R=10cm ;
.nombre total de spires : N=500 ;
.longueur de la bibine :l =1,00m.
1° Calculer l'inductance de la bobine sachant qu'elle est fonction des caractéristiques du solénoïde : $L=\mu_0 N^2\frac{S}{l}$ On prendra : $\pi^2 = 10$ et $\mu_0=4\pi.10^{-7}$S.I.
2° L'intensité du courant qui circule dans la bobine est caractérisée successivement par les valeurs suivantes exprimées en ampère : $i_1=2$; $i_2=5t+2$; $i_3=2\sqrt{2}\sin(100\pi t)$
Calculer la force électromotrice d'auto-induction produite dans la bobine dans chacun des trois cas.
3° Un courant d'intensité i(t) traverse la bobine (représentation de la figure ci-après)
Tracer la représentation graphique de la tension U_{MN} aux bornes de la bobine sachant que le sens positif sur le conducteur va de M vers N et que la résistance de la bobine est négligeable.

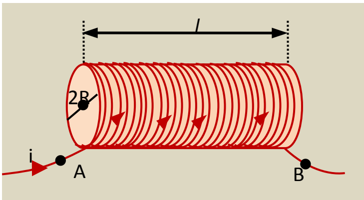


Exercice 3

On donne $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$S.I.

Dans un laboratoire de recherche, une bobine servant à créer des champs magnétiques très intenses est assimilée a un solénoïde long, de longueur l=1m, comportant n=16000spires de rayon R=20cm, qui est schématisée sur la figure suivante.

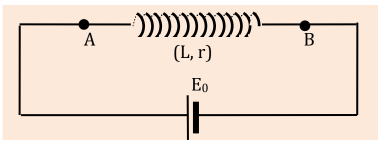
1° Donner les caractéristiques (direction, sens, valeur) du champ magnétique – supposée uniforme dans tout le volume du solénoïde - créé par le passage d'un courant I=1000A.



2° L'expression littérale de l'inductance du solénoïde est $L= \mu_0 \frac{N^2}{l} \pi R^2$. La calculer numériquement.

3° Quelle est l'énergie magnétique emmagasinée par le solénoïde lorsque I=1000A ?

4° La bobine a une résistance r=10Ω et est alimentée par un générateur de f.é.m. E_0. Le circuit est schématisé sur la figure ci-dessous



a. Quelle est la puissance fournie par le générateur en régime permanent, I étant maintenu à 1000A ?

b. Est-il nécessaire de prévoir un refroidissement énergétique de la bobine ? Justifier la réponse.

Exercice 4

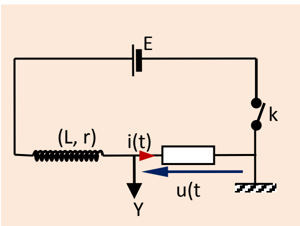
On réalise le circuit schématisé à la figure 2

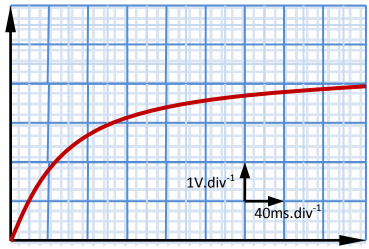
Données : -f . e . m. du générateur : E = 6 V,

- résistances : bobine : r = 10Ω
  générateur : négligeable
- Inductance : L inconnue

On pose R = r + r'
Les bornes du résistor sont branchées à l'entrée verticale d'un oscilloscope à mémoire, la sensibilité verticale étant de 1 $V.div^{-1}$ et la base temps étant réglée sur 40 $ms.div^{-1}$
A la date t = 0, on ferme l'interrupteur K et l'on observe sur l'écran un oscillogramme que l'on a grandi sur papier millimétré (figure).
1°a. Exprimer à une date t quelconque :
- la puissance électrique fournie par le générateur à tout le circuit ;
- la puissance électrique reçue par la bobine ;
- la puissance électrique reçue par le résistor.
b. En appliquant le principe de conservation de l'énergie, en déduire l'équation différentielle qui régit les variations de l'intensité i(t) du courant.
2° Vérifier que $i(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$ est solution de l'équation différentielle établie en 1.b)
3°a. Après avoir donné l'expression de u(t) aux bornes du résistor, dire quelle est la limite U_m de u(t) quand t→ ∞.
b. Retrouver graphiquement cette valeur.
c. En expliquant le comportement du circuit au bout d'un temps suffisamment long après la fermeture de K, montrer que l'on peut prévoir très simplement la valeur de U_m.
4° On définit un temps caractéristique τ du circuit comme étant la date où la tension u vaut $\left(1 - \frac{1}{e}\right)U_m$.
a. Exprimer littéralement τ.
b. Trouver graphiquement la valeur de τ.
c. Exprimer en fonction de τ, le temps au bout duquel la tension atteint les 99% de sa valeur finale.
d. Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine.

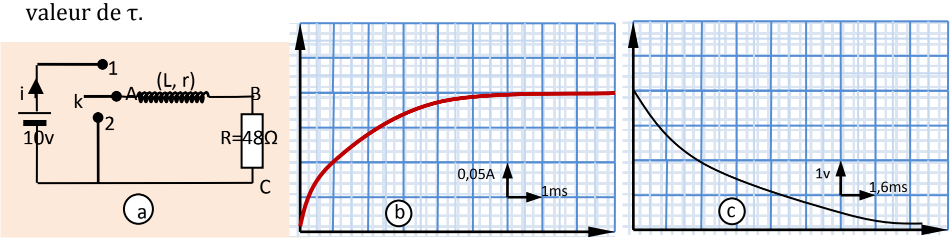
Exercice 5





Le but de l'exercice est de déterminer le nombre n de spires par mettre d'une bobine longue et la constante de temps τ.
1° Une bibine de 80cm de longueur et de 10cm de diamètre, est considérée comme infiniment longue ; elle comporte n spires par mettre.
Exprimer l'inductance L de la bobine en fonction de n. on prendra $\pi^2 = 10$.
On réalise avec cette bobine, le montage de la figure (a). La résistance interne du générateur est négligeable.
2° Lorsque l'interrupteur k est dans la position 1, le courant s'installe dans le circuit. La représentation graphique de i=f(t) est donnée sur le schéma (b). Le coefficient directeur de la tangente à la courbe à t = 0 est 50 dans les unités S.I. Au bout de t = 5ms, on peut considérer que le régime permanent est établi.

a. Expliquer qualitativement cette courbe en faisant référence au phénomène physique qui se manifeste dans la bobine.
b. Etablir l'équation différentielle permettant par sa résolution (non demandée aux élèves) d'exprimer i = f(t).
c. Vérifier que $i = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ avec $\tau = \frac{L}{R+r}$ est bien solution de cette équation.
d. donner la valeur de l'intensité I du courant en régime permanent et en déduire la valeur de la résistance r de la bobine. Calculer L et puis déterminer n. Calculer τ.
3° En un temps infiniment bref, l'interrupteur k passe de la position 1 à la position 2.
a. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité i du courant dans le circuit.
b. Vérifier que la solution de cette équation est de la forme $i = Ie^{-\frac{t}{\tau}}$
c. Soit U_R la tension aux bornes du dipôle BC et, t_1 et t_2 les temps aux bout desquels U_R atteint respectivement 50% et 10% de sa valeur maximale. Exprimer $t_d = t_2 - t_1$ en fonction de τ.
A partir de la courbe, u(t) donner sur le schéma (c), déterminer t_d et retrouver la valeur de τ.



Exercice 6

Le montage représenté sur la figure 1, comporte, montés en série :
- un générateur approprié faisant circuler un courant variable i(t) entre P et Q;
- une bobine d'inductance L et de résistance r ;
-deux résistors de résistances R=100Ω ;
-deux résistors de résistances réglables R_0.

L'oscilloscope bicourbe utilisé comporte une touche « ADD » permettant, lorsqu'elle est alimentée, d'observer sur l'écran la tension, notée u_{ADD}, somme des tensions reçues sur les voies A e B : $u_{ADD} = u_{PM} + u_{QM}$.

1° a. Etablir les expressions de u_{PM} et u_{QM} en fonction de i et de $\frac{di}{dt}$.
b. En déduire l'expression de u_{ADD} en fonction de i et de $\frac{di}{dt}$.
2° La touche « ADD » étant actionnée, montrer qu'il existe une valeur de R_0 pour laquelle la courbe observée sur l'écran est la représentation de la fonction $L\frac{di}{dt}$.
3° La condition du 2°/, étant réalisée, on mesure R_0 avec un ohmmètre et on trouve R_0=9Ω.
Les figures 2 et 3 représentent respectivement $u_{QM}(t)$ et $u_{ADD}(t)$ sont observées successivement sur l'écran de l'oscilloscope avec les réglages suivantes :
- sensibilité sur les deux voies : 1V.div^{-1} ;
- base de temps : 0,2ms.div^{-1} ;

- en l'absence de tension sur les deux voies, les traces horizontales sont au centre de l'écran.

a. Justifier, sans calcul, la forme de$u_{ADD}(t)$ à partir de $u_{QM}(t)$.

b. Calculer la période et la fréquence du courant que fait circuler le générateur.

c. Montrer que $u_{ADD} = -\frac{L}{R+R_0}\frac{du_{QM}}{dt}$. Calculer L.

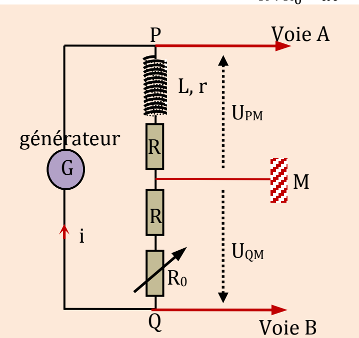


Figure 1

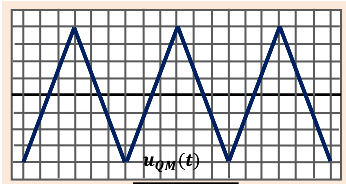


Figure 2

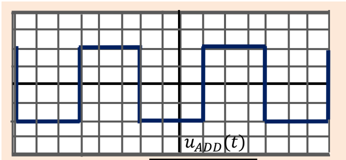


Figure 3

Exercice 7

Il s'agit d'étudier expérimentalement le phénomène d'auto-induction, à l'aide d'un oscilloscope. On dispose du matériel suivant :

- un générateur basse fréquence (GBF) délivrant un courant triangulaire ;
- un oscilloscope bicourbe ;
- une bobine d'inductance L=50mH et de résistance r=1Ω.

A/ Réalisation du montage :

Le montage réalisé est schématisé en figure 1.

1° Choisir le résistor qui convient pour que la résistance r de la bobine soit négligeable par rapport à la résistance totale du circuit : la résistance r sera par la suite considérée comme nulle.

2° On désire visualiser, simultanément, à l'oscilloscope, les variations :

-de l'intensité i du courant dans le circuit, voie A ;

- de la tension u_{ED} aux bornes de la bobine, voie B.

a. Reproduire la figure 1 et représenter, sur le schéma du montage, le branchement de l'oscilloscope au circuit.

(On notera Y_A la voie A, Y_B la voie B et ⏚ la masse)

b. Désigner puis flécher sur le schéma précédent les tensions observées à l'oscilloscope.

B/ Observations et mesures :

On observe l'oscillogramme, figure 2, lorsque aucune tension n'est appliquée sur les voies A et B. On observe l'oscillogramme, figure 3, lorsque le branchement est réalisé.

1° Attribuer à chaque signal la tension visualisée et désignée au A/2°b.

2° A partir de l'oscillogramme, figure 3 :

a. Déterminer la fréquence N des deux signaux, sachant que la sensibilité horizontale de l'oscilloscope est réglée sur 0,5ms.div^{-1}.
b. Déterminer la tension maximale de chaque signal, sachant que les sensibilités verticales sont réglées sur : 2V.div^{-1} pour le signal1 et 0,2V.div^{-1} pour le signal 2.

C/ Vérification de la loi de Lenz-Faraday

1° En observant le schéma du montage, figure 1 :
a. Exprimer, en fonction de l'intensité i, chacune des tensions visualisées en Y_A et Y_B.
b. Exprimer la relation qui lie ces deux tensions.
2° En considérant l'oscillogramme, figure 3, et en raisonnant sur une demi-période :
a. Calculer le coefficient directeur, noté a, de la tension dont les variations sont celles du signal 1, puis exprimer a en unités internationales.
b. Exprimer la valeur maximale de la tension dont les variations sont celles du signal 2, en fonction de R, L et a, en reprenant la relation du C/1°b.
c. Montrer que les résultats expérimentaux confirment la relation précédente.

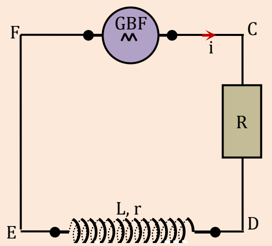


Figure 1

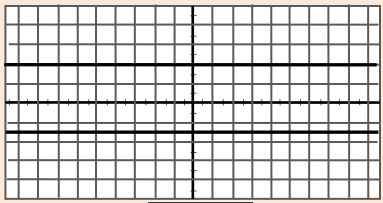


Figure 2

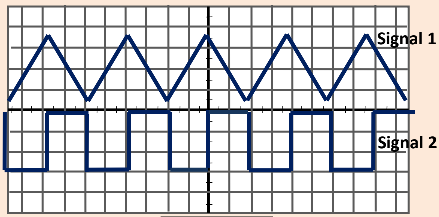


Figure 3

-

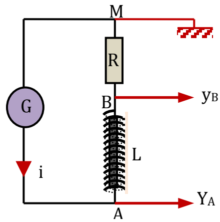
Corrigé

Exercice 1

1°* *Tensions visualisées* :

-sur la voie Y_A : la tension u_{AM} aux bornes du générateur

-sur la voie Y_B : la tension u_{BM} aux bornes du résistor R



* *Voies :*

-la tension délivrée par le générateur est visualisée sur la voie Y_A.

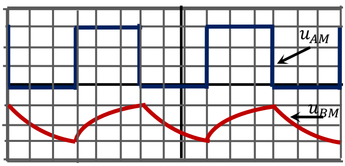
-la tension nous informant sur la variation de l'intensité du courant dans le circuit est visualisée sur la voie Y_B

* *Justification :*

La tension aux bornes du résistor R est donné à une date t par $u_{BM} = Ri$.

Cette tension est proportionnelle à l'intensité i du courant dans le circuit.

2° *Identification des tensions*



Le générateur délivre la tension $\boldsymbol{u_{AM}}$ qui est la tension en carreaux (ou échelon de tension).

La tension aux bornes du résistor R u_{BM} est l'autre tension.

3° *Interprétation des oscillogrammes*

Une bobine placée dans un circuit s'oppose à l'établissement du courant et à sa rupture. (Phénomène d'auto-induction)

4° *Observations :*

-si on retirait le noyau de fer doux, on aura les mêmes oscillogrammes. Le noyau de fer permet d'augmenter la valeur de l'inductance L.

-si on remplaçait la bobine par un conducteur ohmique de même résistance, il n'y aura plus d'auto-induction. On aura deux tensions carrées dont l'amplitude de u_{AM} sera le double de l'amplitude de u_{BM}.

Exercice 2

1° *Inductance L de la bobine*

L=$\mu_0 N^2 \frac{S}{l}$ Or $S = R^2\pi$ d'où L= $\mu_0\frac{N^2}{l}\pi R^2$

AN : $L = 4\pi^2.10^{-7} \times \frac{500^2}{1} \times 0,1^2$ $\Rightarrow$ $\mathbf{L = 0,01H}$

2° *Force électromotrice d'auto-induction produite dans la bobine*

$\boldsymbol{e = -L\frac{di}{dt}}$

1er cas : i_1=2A

$\frac{di}{dt} = 0$ d'où $\boldsymbol{e = 0V}$

2ème cas : i_2=5t+2

$\frac{di}{dt} = 5$ d'où $\boldsymbol{e = -5L}$ AN : $e = -5 \times 0{,}01$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{e = -0,05V}$

3ème cas : $i_3=2\sqrt{2}\sin(100\pi t)$

$\frac{di}{dt} = 200\pi\sqrt{2}\cos(100\pi t)$ d'où $\boldsymbol{e = -200\pi\sqrt{2}L\cos(100\pi t)}$

AN : $\boldsymbol{e = -2\pi\sqrt{2}\cos(100\pi t)}$ **(V)**

3° *Représentation graphique de la tension U_{MN} aux bornes de la bobine*

$u_{MN} = ri - e$ Or r=0 et $e = -L\frac{di}{dt}$ d'où $\boldsymbol{u_{MN} = L\frac{di}{dt}}$

$\frac{di}{dt}$ étant la valeur du coefficient directeur de la droite

Pour $t \in [0; 20ms]$, $\frac{di}{dt} = \frac{100-0}{20-0} = 5$

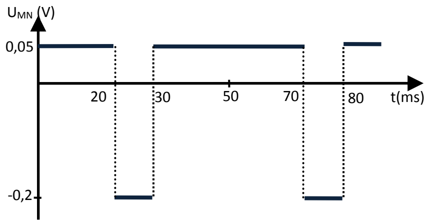
$\boldsymbol{u_{MN} = 5L}$ AN : $u_{MN} = 5 \times 0{,}01$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{u_{MN} = 0{,}05V}$

Pour $t \in [20ms; 30ms]$, $\frac{di}{dt} = \frac{-100-100}{30-20} = -20$

$\boldsymbol{u_{MN} = -20L}$ AN : $u_{MN} = -20 \times 0{,}01$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{u_{MN} = -0{,}2V}$

Pour $t \in [30ms; 50ms]$, $\frac{di}{dt} = \frac{0-(-100)}{50-30} = 5$

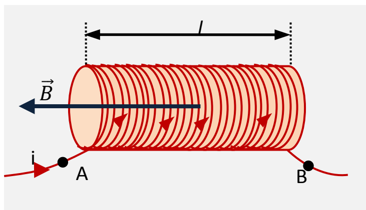
$\boldsymbol{u_{MN} = 5L}$ AN : $u_{MN} = 5 \times 0{,}01$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{u_{MN} = 0{,}05V}$



Exercice 3

1° Caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$

- *Direction* : suivant l'axe de la bobine
- *Sens* : voir figure
- Intensité : $B = \mu_0 nI$ Or $n = \frac{N}{l}$ d'où $\boldsymbol{B = \mu_0 \frac{N}{l} I}$



AN : $B = 4\pi.10^{-7} \times \frac{16000}{1} \times 1000$ $\Rightarrow$ $\mathbf{B = 20T}$

2° Valeur de l'inductance L

$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} \pi R^2$ AN : $L = 4\pi^2.10^{-7} \times \frac{16000^2}{1} \times 0{,}2^2$ $\Rightarrow$ $\mathbf{L = 40H}$

3° Energie magnétique emmagasinée par le solénoïde

$\mathbf{W = \frac{1}{2} LI^2}$ AN : $W = \frac{1}{2} \times 40 \times 1000^2$ $\Rightarrow$ $\mathbf{W = 20000J}$ soit $\mathbf{W = 20kJ}$

4° a. Puissance fournie par le générateur en régime permanent

$\mathcal{P} = ui$ Or $u = E_0 = ri - e = ri + L\frac{di}{dt}$ et en régime permanent $\frac{di}{dt} = 0$ et $i = I$

D'où $\boldsymbol{\mathcal{P} = rI^2}$ AN : $\mathcal{P} = 10 \times 1000^2 \Rightarrow \boldsymbol{\mathcal{P} = 10^7W}$ soit $\boldsymbol{\mathcal{P} = 10MW}$

b. Oui ! il est nécessaire de prévoir un refroidissement énergétique de la bobine.

Justification : cette énergie est entièrement dissipée par effet joule.

Exercice 4

1°a. *Expression* :

- de la puissance électrique fournie par le générateur à tout le circuit

$\mathcal{P}_g = u_g i$ Or $u_g = E$ d'où $\boldsymbol{\mathcal{P}_g = Ei}$

- de la puissance électrique reçue par la bobine

$\mathcal{P}_b = u_b i$ Or $u_b = ri - e = ri + L\frac{di}{dt}$ d'où $\boldsymbol{\mathcal{P}_b = ri^2 + Li\frac{di}{dt}}$

- de la puissance électrique reçue par le résistor

$\mathcal{P}_{r'} = u_{r'} i$ Or $u_R = r'i$ d'où $\boldsymbol{\mathcal{P}_R = r'i^2}$

b. **Equation différentielle*

D'après le principe de conservation de l'énergie, on a : $\mathcal{P}_g = \mathcal{P}_b + \mathcal{P}_r$

$Ei = ri^2 + Li\frac{di}{dt} + r'i^2 \qquad \Rightarrow \qquad Ei = (r + r')i^2 + Li\frac{di}{dt}$

Or $R = r + r'$ d'où l'équation : $\mathbf{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{E}{L}}$

2° *Vérifions que* $i(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$ *est solution de l'équation différentielle*

$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$; $\mathbf{\frac{di}{dt}} = \frac{E}{R} \times \frac{R}{L}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{L}e^{-\frac{R}{L}t}$

$\mathbf{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i} = \frac{E}{L}e^{-\frac{R}{L}t} + \mathbf{\frac{R}{L}} \times \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = \frac{E}{L}e^{-\frac{R}{L}t} + \mathbf{\frac{E}{L}} - \frac{E}{L}e^{-\frac{R}{L}t} = \mathbf{\frac{E}{L}}$ soit $\mathbf{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i} = \frac{E}{L}$

donc $i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$ est bien solution de l'équation différentielle

3°a. * *Expression de u(t) aux bornes du résistor*

$u(t) = r'i \qquad$ Or $i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \qquad$ donc $\qquad \mathbf{u(t) = \frac{r'E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)}$

* Limite U_m de u(t) quand $t \rightarrow \infty$

$\lim\limits_{t\to\infty} u(t) = \lim\limits_{t\to\infty}\left[\frac{r'E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)\right] = \frac{r'E}{R}$ soit $\mathbf{U_m = \frac{r'E}{R}}$

b. *Valeur graphique de* U_m

Quand $t \rightarrow \infty$, on lit 4 divisions

On trouve donc $U_m = 1 \times 4$ soit $\boldsymbol{U_m = 4V}$

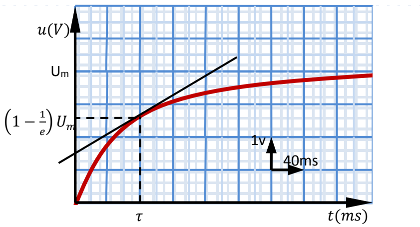
c. *Explication du comportement du circuit*

Au bout d'un temps suffisamment long,

le régime permanent est atteint

$\frac{di}{dt} = 0$ et donc $\frac{R}{L}I = \frac{E}{L}$ d'où $\mathbf{I = \frac{E}{R}}$

$U_m = r'I \qquad$ soit $\qquad \mathbf{U_m = \frac{r'E}{R}}$



4°a. *Expression littéraire de* τ

$u = \left(1 - \frac{1}{e}\right)U_m \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{r'E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}\tau}\right) = \left(1 - \frac{1}{e}\right)\frac{r'E}{R} \qquad$ d'où $\qquad e^{-\frac{R}{L}\tau} = e^{-1}$

On déduit $\frac{R}{L}\tau = 1$ soit $\boldsymbol{\tau = \frac{L}{R}}$

b. *Valeur graphique de* τ

On lit graphiquement 2divisions pour τ

$\tau = 2 \times 40 \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{\tau = 80ms}$

c. *Expression de t en fonction de* τ

$u = 99\%U_m \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{r'E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = 0{,}99 \times \frac{r'E}{R} \qquad$ d'où $\qquad e^{-\frac{R}{L}t} = 0{,}01$

On déduit $-\frac{R}{L}t = -\ln 100 \qquad$ Or $\tau = \frac{L}{R} \qquad$ d'où $\qquad \mathbf{t = 2\tau \ln 10}$

* *Valeur de l'inductance L de la bobine*

$\tau = \frac{L}{R} \qquad$ Or $R = r + r' \qquad$ d'où $\qquad L = (r + r')\tau$

$U_m = \frac{r'E}{r+r'} \Rightarrow r' = \frac{rU_m}{E-U_m}$

$\mathbf{L = r\left(1 + \frac{U_m}{E-U_m}\right)\tau} \qquad$ AN : $L = 10 \times \left(1 + \frac{4}{6-4}\right) \times 0{,}08 \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{L = 2{,}4H}$

Exercice 5

1° *Expression de l'inductance L de la bobine en fonction de n*

$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S$ Or $n = \frac{N}{l}$ et $S = R^2\pi$ soit $S = \frac{D^2}{4}\pi$ d'où $L = \mu_0 n^2 l \frac{D^2}{4}\pi$

Puis $L = 4\pi^2.10^{-7} n^2 l \frac{D^2}{4}$ On trouve $\mathbf{L = 8.10^{-9} n^2}$ **(H)**

2° a. *Explication*

À la fermeture de l'interrupteur k, le courant s'installer moins vite dans le circuit ; la bobine s'oppose à l'installation du courant: c'est le phénomène d'auto-induction

b. *Etablissement de l'équation différentielle*

$u_{AC} = u_{AB} + u_{BC}$ Or $u_{AC} = E$, $u_{AB} = ri - e = ri + L\frac{di}{dt}$, $u_{BC} = Ri$

d'où $E = ri + L\frac{di}{dt} + Ri$ soit $\mathbf{\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i = \frac{E}{L}}$

c. Vérifions que $i = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ avec $\tau = \frac{L}{R+r}$ est bien solution de l'équation

$i = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{L}}\right)$; $\frac{di}{dt} = \frac{E}{R+r} \times \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R+r} \times \frac{R+r}{L} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{L} e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\mathbf{\frac{di}{dt}} + \mathbf{\frac{(R+r)}{L} i} = \frac{E}{L} e^{-\frac{t}{\tau}} + \mathbf{\frac{(R+r)}{L}} \times \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{L}}\right) = \frac{E}{L} e^{-\frac{t}{\tau}} + \mathbf{\frac{E}{L}} - \mathbf{\frac{E}{L}} e^{-\frac{t}{L}} = \mathbf{\frac{E}{L}}$

$\mathbf{\frac{di}{dt}} + \mathbf{\frac{(R+r)}{L} i} = \frac{E}{L}$ donc $i = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ avec $\tau = \frac{L}{R+r}$ est bien solution de l'équation

d.**Intensité I du courant en régime permanent*

Au bout de t = 5ms, le régime permanent est établi.

On lit graphiquement une déviation de 4cm

D'où $I = 4 \times 0{,}05$ soit $\mathbf{I = 0{,}2A}$

* Valeur de r

En régime permanent, l'intensité dans le circuit est une constante et donc $\frac{di}{dt} = 0$

On obtient $\frac{(R+r)}{L} I = \frac{E}{L}$ d'où $\mathbf{r = \frac{E}{I} - R}$

AN : $r = \frac{10}{0{,}2} - 48$ $\Rightarrow$ $\mathbf{r = 2\Omega}$

* Valeur de L

A t = 0, $i = 0$ et $\frac{di}{dt} = 50$ d'où $50 = \frac{E}{L}$ soit $\mathbf{L = \frac{E}{50}}$

AN : $L = \frac{10}{50}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{L = 0{,}2H}$

* Valeur de n

$L = 8.10^{-9} n^2$ (H) et $L = 0{,}2H$ donc $8.10^{-9} n^2 = 0{,}2$ d'où $\boldsymbol{n} = \mathbf{5000}$

* Valeur de τ

$\boldsymbol{\tau = \frac{L}{R+r}}$ AN : $\tau = \frac{0{,}2}{48+2}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\tau = 4.10^{-3} s}$ soit $\boldsymbol{\tau = 4ms}$

3° a. Établissement de l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité i du courant dans le circuit

$u_B = u_R$ Or $u_B = e - ri = -L\frac{di}{dt} - ri$ et $u_R = Ri$ d'où $-L\frac{di}{dt} - ri = Ri$

soit $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i = 0$

b. Vérifions que la solution de cette équation est de la forme $i = Ie^{-\frac{t}{\tau}}$

$i = Ie^{-\frac{t}{\tau}}$; $\frac{di}{dt} = I\left(-\frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ Or $\tau = \frac{L}{R+r}$ donc $\frac{di}{dt} = -I\frac{R+r}{L} e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i = -I\frac{R+r}{L} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R+r)}{L} \times Ie^{-\frac{t}{\tau}} = 0$

$i = Ie^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = \frac{L}{R+r}$ est bien solution de l'équation différentielle

c. * Expression de $t_d = t_2 - t_1$ en fonction de τ

$u_R = Ri = RIe^{-\frac{t}{\tau}}$

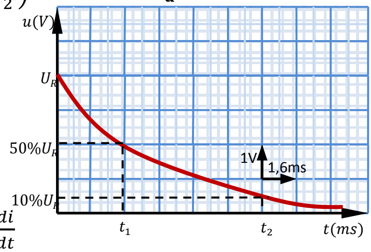
. $u_R = 50\% U_R$

$RIe^{-\frac{t_1}{\tau}} = 0{,}5RI$ d'où $e^{-\frac{t_1}{\tau}} = 0{,}5$ Par suite $-\frac{t_1}{\tau} = \ln 0{,}5$ et donc $t_1 = \tau\ln 2$

. $u_R = 10\% U_R$

$RIe^{-\frac{t_2}{\tau}} = 0{,}1RI$ d'où $e^{-\frac{t_2}{\tau}} = 0{,}1$ Par suite $-\frac{t_2}{\tau} = \ln 0{,}1$ et donc $t_2 = \tau\ln 10$

$t_d = t_2 - t_1 = \tau\ln 10 - \tau\ln 2 = \tau(\ln 10 - \ln 2) = \tau\ln\left(\frac{10}{2}\right)$ d'où $\mathbf{t_d = \tau\ln 5}$



* Valeur de t_d

On lit graphiquement 4 divisions pour t_d

$t_d = 4 \times 0{,}7$ soit $\mathbf{t_d = 6{,}4ms}$

* Valeur de τ.

$t_d = \tau\ln 5$ et $t_d = 6{,}4ms$ d'où $\boldsymbol{\tau = 4ms}$

Exercice 6

1° a. *Expressions de u_{PM} et u_{QM} en fonction de i et de $\frac{di}{dt}$*

* Le courant traverse la bobine de P vers M.

Dans cette convention, la tension u aux bornes de la bobine s'écrit : $u = ri + L\frac{di}{dt}$

Et la tension aux bornes du résistor R du dipôle PM : $u_R = Ri$

La tension u_{PM} aux bornes du dipôle PM est donnée par : $\boldsymbol{u_{PM} = (R + r)i + L\frac{di}{dt}}$

* Le courant traverse le dipôle MQ de M vers Q. Dans cette convention, la tension aux bornes des résistors R et R_0 en série est donnée par : $u_{QM} = -u_{MQ} = -(R + R_0)i$

Soit $\boldsymbol{u_{QM} = -(R + R_0)i}$.

b. *Expression de u_{ADD} en fonction de i et de $\frac{di}{dt}$*

$u_{ADD} = u_{PM} + u_{QM} = (R + r)i + L\frac{di}{dt} - (R + R_0)i$ soit $\boldsymbol{u_{ADD} = L\frac{di}{dt} + (r - R_0)i}$

2° *Montrons qu'il existe une valeur de R_0 pour laquelle la courbe observée sur l'écran est la représentation de la fonction $L\frac{di}{dt}$*

La tension notée $u_{ADD}(t) = L\frac{di}{dt}$ si $(r - R_0)i = 0$ quelque soit la valeur de t.

On déduit donc que $r - R_0 = 0$ soit $\boldsymbol{R_0 = r}$

3° a. *Justification de la forme de $u_{ADD}(t)$ à partir de $u_{QM}(t)$*

$u_{QM}(t)$ est une tension triangulaire constituée de segment de droites affines.

$u_{QM} = -(R + R_0)i$ donc l'intensité i du courant est aussi constituée de segment de droites affines qui ont une variation contraire de celle de u_{QM}.

$\frac{di}{dt}$ est le coefficient directeur du segment de droites affines. Il s'ensuit donc que sur chacune de ces segments, $\frac{di}{dt} = cst$ et donc $u_{ADD} = cste$

La tension u_{ADD} reste bien sur l'oscillogramme constante par morceau.

b.* *Période du courant délivré par le générateur*

$\mathbf{T = k_H X_T}$ Graphiquement, on lit $X_{T_0} = 6$divisions (figure 2 ou figure 3)

AN : T = $0{,}2.10^{-3} \times 6 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{T = 1{,}2.10^{-3}S}$

** Fréquence du courant que fait circuler le générateur.*

$\mathbf{N = \frac{1}{T}}$ AN : N = $\frac{1}{1{,}2.10^{-3}} \Rightarrow \mathbf{N = 833{,}3Hz}$

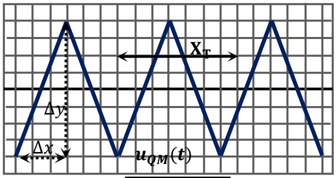


Figure 2

c. * *Montrons que* $u_{ADD} = -\frac{L}{R+R_0}\frac{du_{QM}}{dt}$

$u_{ADD} = L\frac{di}{dt}$ Or $u_{QM} = -(R+R_0)i \Rightarrow i = -\frac{u_{QM}}{R+R_0}$

donc $\frac{di}{dt} = \frac{d\left(-\frac{u_{QM}}{R+R_0}\right)}{dt} = --\frac{1}{R+R_0}\frac{du_{QM}}{dt}$

enfin $\boldsymbol{u_{ADD} = -\frac{L}{R+R_0}\frac{du_{QM}}{dt}}$

** Valeur de L*

$u_{ADD} = -\frac{L}{R+R_0}\frac{du_{QM}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{L = -\frac{(R+R_0)u_{ADD}}{\frac{du_{QM}}{dt}}}$

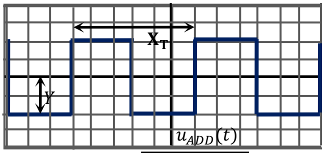


Figure 3

Sur l'oscillogramme de u_{ADD} pour une demi-période, la déviation du spot est de -2divisions.

$u_{ADD} = k_V Y$ soit $u_{ADD} = -2V$

Sur l'oscillogramme de u_{QM}, la déviation suivant y du spot est $\Delta y = 8 divisions$

Et la déviation suivant x du spot est $\Delta x = 3 divisions$

$\frac{du_{QM}}{dt} = \frac{8\times1}{3\times0{,}2.10^{-3}} = \frac{4000}{3}V.s^{-1}$ Et on trouve $\mathbf{L = 0{,}16H}$

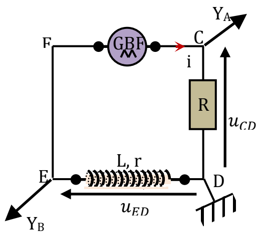
Exercice 7

A/ Réalisation du montage :

1° *Choix du résistor qui convient*

Pour réaliser le montage, on pourra utiliser pour R les résistances R_1=1000Ω et R_2=10Ω.

Il est évident que la résistance r=1Ω de la bobine est négligeable par rapport à la résistance totale du circuit si R prend la valeur R = R_1=1000Ω.



Dans cette condition, la résistance totale du circuit est R_T=1001Ω qui est pratiquement 1000Ω.

2°a. *Branchement de l'oscilloscope au circuit*

Pour voir l'oscillogramme donnant la variation de l'intensité à la voie A, il faut réaliser le branchement donnant la tension aux bornes du résistor R.

Le point D doit être relié à la masse de l'oscilloscope et le point C à l'entrée Y_A.

Pour visualiser l'oscillogramme donnant la tension aux bornes de la bobine, il faut que le point E soit relié à l'entrée Y_A et le point D à la masse de l'oscilloscope.

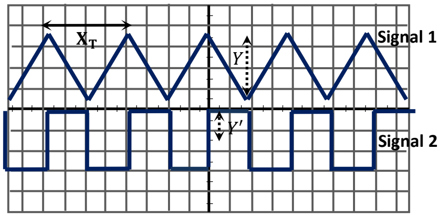
b. *Représentation fléchée des tensions observées à l'oscilloscope*

(voir schéma)

B/ Observations et mesures :

1° * Le GBF délivre un courant triangulaire. La tension u_{CD} aux bornes du résistor est donné par $u_{CD} = Ri$. C'est aussi une tension triangulaire.

On peut donc conclure que la tension u_{CD} correspond au signal 1et que la tension u_{ED} correspond au signal 2.



2° a. *Fréquence N des deux signaux*

$N = \frac{1}{T}$ Or $T = k_H X_T$ donc $\mathbf{N = \frac{1}{k_H X_T}}$

Graphiquement, on lit $X_T = 4$divisions

AN : $N = \frac{1}{0{,}5.10^{-3} \times 4}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{N = 500Hz}$

b. *Tension maximale de u_{CD}*

$\boldsymbol{2U_{CD_{max}} = k_V Y}$

AN : $U_{CD_{max}} = 2 \times \frac{3}{2}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{U_{CD_{max}} = 3V}$

Tension maximale de u_{ED}

$\boldsymbol{2U_{ED_{max}} = k_V Y'}$ AN : $U_{ED_{max}} = 0{,}2 \times \frac{3}{2}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{U_{ED_{max}} = 0{,}3V}$

C/ Vérification de la loi de Lenz-Faraday

1° a.* *Expression de u_{CD} en fonction de l'intensité i :* $\boldsymbol{u_{CD} = Ri}$

* *Expression de u_{ED} en fonction de l'intensité i :*

Le courant traverse la bobine de D vers E. Dans cette convention :

$u_{ED} = e - ri$ Or $e = -L\frac{di}{dt}$ d'où $\mathbf{u_{ED} = -L\frac{di}{dt}}$ (r est négligée dans la suite du problème)

b. *Relation liant les deux tensions*

$u_{ED} = -L\frac{di}{dt}$ Or $i = \frac{u_{CD}}{R}$ donc $\mathbf{u_{ED} = -\frac{L}{R}\frac{du_{CD}}{dt}}$

2°a. *Coefficient directeur a de la tension u_{CD}*

Considérons une demi-période pendant laquelle la tension u_{CD} est croissante.

Le coefficient directeur a de la droite affine croissante est donnée par :

$$a = a_1 = \frac{\Delta U_{CD}}{\Delta t} = \frac{2U_{CDmax}}{\frac{T}{2}} = +6000V.s^{-1}$$

Si on considère une demi-période pendant laquelle la tension u_{CD} est décroissante, le coefficient directeur a de la droite affine croissante est donnée par :

$$a = a_2 = \frac{\Delta U_{CD}}{\Delta t} = \frac{-2U_{CDmax}}{\frac{T}{2}} = -6000V.s^{-1}$$

b. *Expression de la valeur maximale de la tension u_{ED} en fonction de R, L et a*

$u_{ED} = -\frac{L}{R}\frac{du_{CD}}{dt}$ Or $\frac{du_{CD}}{dt} = a$ d'où $\mathbf{u_{ED} = -\frac{L}{R}a}$

c. *Montrons que les résultats expérimentaux confirment la relation précédente*

* $a_2 = -a_1$donc les valeurs de u_{ED} aux cours de deux demi-périodes consécutives de u_{CD} doivent être constantes et opposées**.** Ce que confirme l'oscillogramme de la figure3

* pendant une demi-période où u_{CD} est une fonction affine croissante du temps, $a = a_1 = +6000V.s^{-1}$, $R = R_1 = 1000\Omega$ et $L = 50mH$

CIRCUIT OSCILLANT

Exercice 1

Dans le circuit de la figure ci-dessous, R est un conducteur ohmique de résistance variable, L l'inductance d'une bobine de résistance négligeable et C la capacité d'un condensateur. On désigne par u la tension aux bornes du condensateur et i l'intensité du courant dans le circuit.

1° En tenant compte des orientations choisies, établir la relation entre i et u.

2° On suppose la résistance R nulle. La tension initiale aux bornes du condensateur est U_0=10V. La capacité du condensateur est C=100nF. L'inductance de la bobine est L = 100mH.

a. Établir les expressions de u(t) et i(t). Les constantes seront remplacées par leurs valeurs numériques. En déduire la nature de la tension.

b. Exprimer puis calculer la période propre du circuit.

c. Exprimer les énergies stockées dans le condensateur et dans la bobine en fonction de t. Montrer que l'énergie totale est constante.

3° On fait varier R, la tension initiale U_0 :

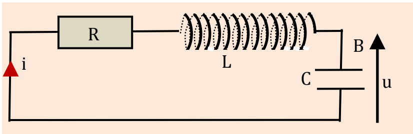
a. Faire le schéma des oscillogrammes observés pour u(t) dans les deux cas suivants :

-R faible ;

- R très grande.

Préciser dans chaque cas le nom du régime obtenu.

b. Quel est le rôle du conducteur ohmique.



Exercice 2

Le circuit (L, C) représenté a la figure ci-contre est caractérisé par :

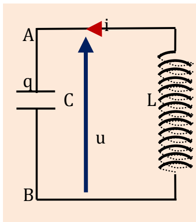
-L=0,2H, -pulsation propre : ω_0=500rad.s^{-1}.

1° Quelle est la valeur de la capacité C ?

2° A l'instant t=0, la charge q portée par l'armature A vaut q_0=4.10^{-3}C et l'intensité i est nulle.

a. Donner l'expression de la tension u en fonction du temps.

b. Calculer l'intensité i en fonction du temps.



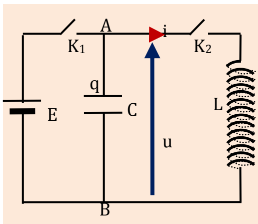
Exercice 3

Dans le montage de la figure ci-contre, E=15V ; C=0,5µF ; L=80mH.

L'interrupteur K_2 est ouvert, on ferme K_1, puis, après quelques secondes, on l'ouvre à nouveau

1° Quelle est la valeur de la charge q_0 portée par l'armature « supérieure » du condensateur ?

Calculer dans ces conditions, l'énergie électrostatique W_e et l'énergie magnétique W_M emmagasinées, respectivement, dans le condensateur et dans la bobine.



2° A l'instant t=0, on ferme l'interrupteur K_2 et on note :

-i l'intensité algébrique du courant dans la bobine

-q la charge de l'armature supérieure du condensateur

a. Quelle relation y a-t-il entre i et $\frac{dq}{dt}$?

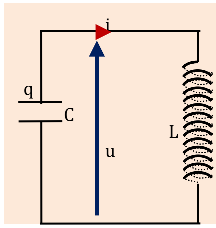
b. Exprimant de deux façons différentes la tension u aux bornes de la bobine, établir l'équation différentielle du circuit : $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$

3° Vérifier que la solution de cette équation différentielle est de la forme :
$u = U_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$
Calculer numériquement U_{max} et φ sachant qu'à l'instant initial, l'intensité est nulle.

4° Déterminer la valeur numérique de la période propre T_0 du circuit et calculer, à l'instant $\frac{T_0}{4}$:
a. la charge q de l'armature supérieure ;
b. l'intensité i dans la bobine ;
c. l'énergie électrostatique W'_e et l'énergie magnétique W'_M présentes dans le circuit.

5° Répondre aux mêmes questions qu'en 4/, mais en considérant l'instant $\frac{T_0}{4}$

Exercice 4



Dans le montage de la figure ci-contre, la charge q (en C) évolue en fonction du temps t (en s) selon la loi : $q = 10^{-4}\cos(2000t)$

1° A l'instant t=0, la tension u entre les armatures est égale à $U_0 = 100V$. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur et celle de l'inductance de la bobine.

2° Donner, en unités S.I. l'expression de l'intensité i du courant dans la bobine en fonction du temps t.

3° Exprimer en utilisant les unités S.I., l'énergie électrostatique W_e et l'énergie magnétique W_M en fonction du temps. Que peut-on dire de la somme W_e+W_M?

4° Donner la représentation graphique des variations de W_e et de W_M en fonction du temps.
Echelles : en abscisse : 8cm pour t=3,14ms ; en ordonnées : 1cm pour 5.10^{-3}J

Exercice 5

La pulsation propre d'un circuit (L ; C) a pour valeur $\omega_0 = 5.10^3 rad.s^{-1}$

1° A l'aide de considérations énergétiques, montrer qu'on peut mettre en relation la tension maximale U_{max} entre les armatures du condensateur, l'intensité maximale I_{max} dans la bobine, l'inductance L et la capacité C

2° Initialement, le condensateur est chargé sous la tension U_{max}=100V.
L'énergie électrostatique qu'il a emmagasinée vaut alors $W_e=2.10^{-4}$J.
En déduire la capacité C.

3° Déterminer numériquement l'inductance L de la bobine ainsi que la valeur de l'intensité maximale I_{max} dans le circuit.

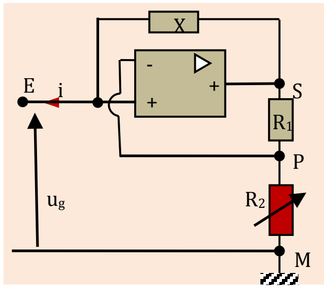
Exercice 6

On relie les armatures d'un condensateur de capacité C=0,2μF, initialement chargé sous la tension U_1=80V, aux bornes d'une bobine d'inductance L et de résistance r.
On observe un régime d'oscillations amorties (régime pseudo-périodique). A chaque oscillation, 10% de l'énergie totale présente dans le circuit en début d'oscillation est dissipée sous forme d'effet joule.

1° Calculer, l'énergie totale présente dans le circuit au début de la première oscillation ; on peut considérer, à cet instant, que l'intensité I_1 est nulle.

2° Au début de la deuxième oscillation, l'intensité I_2 est encore nulle. Calculer, à cet instant, l'énergie électrostatique emmagasinée dans le condensateur.
Que vaut alors la tension U_2 entre ses armatures.
3° Reprendre la question 2° / en étudiant :
a. le début de la 3e oscillation ;
b. le début de la ne oscillation.
Donner l'expression littérale de la tension u_n en fonction de la tension U_1 et de n.

Exercice 7



L'A.O. utilisé dans le montage ci-contre est parfait et fonctionne en régime linéaire.
1° Exprimer les tensions U_{PM} et U_{SM} en fonction de la tension u_g et des résistances R_1 et R_2.
2° Montrer que le dispositif est un générateur qui délivre la tension $u_g=ki$. Exprimer la constante k en fonction des résistances R_1, R_2 et X.
3° On place, en série entre les points E et M, une bobine d'inductance L =0,2H, de résistance R=20Ω, et un condensateur de capacité C=200nF ; puis on relie les armatures du condensateur, l'une à la masse d'un oscillographe, l'autre à l'entrée Y_A.
On choisit X=200Ω et R_1=1kΩ, tandis qu'on agit par tâtonnements sur la résistance R_2 jusqu'à ce qu'une sinusoïde apparaisse sur l'écran de l'oscillographe.
a. Faire un schéma du montage complet
b. Quelle valeur faut-il donner à R_2 pour observer une oscillation sinusoïdale ?
c. Quelle en est la fréquence N_0 ?

Exercice 8

On réalise le montage ci-dessous (**figure 1**) dans lequel la bobine est supposée de résistance nulle.
On donne : L = 10 mH ; C = 1µF ; R = 100 Ω ; E = 10 V.

A. Etude en régime permanent continu (les grandeurs électriques sont indépendantes du temps)
1° Exprimer la tension U_{AB} aux bornes de la bobine. En déduire la charge Q du condensateur.
2° Déterminer les intensités dans chaque branche du circuit.

B. Etude en régime oscillatoire

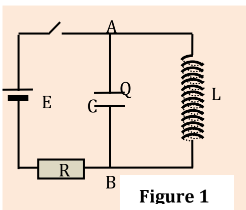


Figure 1

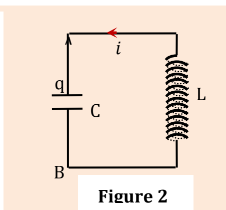


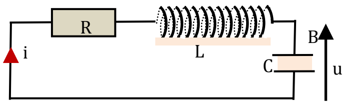
Figure 2

1° On ouvre l'interrupteur à l'instant t = 0. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q(t) du condensateur.
2° Sachant qu'à t = 0, le condensateur est déchargé et que : $i = I_0 = -0{,}10A$, déterminer les expressions de q(t) et i(t). On précisera les valeurs numériques de l'amplitude, de la pulsation et de la phase dans les deux cas.
3. Donner l'allure de la courbe représentation i(t) dans le cas où la résistance de la bobine n'est pas négligeable, mais faible. Expliquer physiquement ce qui se passe dans le circuit.

Corrigé

Exercice 1

1° *Relation entre i et u*



En considérant la convention de la figure (condensateur récepteur), on peut écrire :

$i = \frac{dq}{dt}$ Or $u = \frac{q}{C}$ soit $q = Cu$ donc $\boldsymbol{i = C\frac{du}{dt}}$

2°a. *Expressions de u(t) et i(t)*

- Equation différentielle du circuit

La résistance R est nulle

Loi d'unicité de la tension : $u_L = u_C = u$ (1)

$u_L = -L\frac{di}{dt}$ (bobine générateur) Or $i = C\frac{du}{dt}$ d'où $u_L = -LC\frac{d^2u}{dt^2}$

(1) devient : $u = -LC\frac{d^2u}{dt^2}$ soit $\mathbf{\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0}$

On reconnait l'équation différentielle d'un mouvement oscillatoire

Les solutions de cette équation sont sous la forme : $u(t) = U_m cos(\omega_0 t + \varphi)$ avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Conditions initiales : À t=0, u = U_0

$U_0 = U_m cos\varphi$ d'où $U_m = U_0$ et $cos\varphi = 1$ *soit* $\varphi = 0$

$\boldsymbol{u(t) = 10cos10^4t}$ avec u en volt

$i(t) = C\frac{du}{dt} = -\omega_0 C U_m sin\omega_0 t$ soit $\boldsymbol{i(t) = -0,01sin10^4t}$

Nature de la tension

La tension u(t)est une **tension alternative sinusoïdale**.

b. *Expression de la période propre du circuit*

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ Or $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ d'où $\mathbf{T_0 = 2\pi\sqrt{LC}}$

Application numérique

$T_0 = 2\pi\sqrt{10^{-1} \times 10^{-7}}$ soit $\mathbf{T_0 = 6,28.10^{-4}s}$.

c. * *Expression de l'énergie stockée dans le condensateur en fonction de t*

$W_e = \frac{1}{2}Cu^2$ Or $u(t) = U_m cos\omega_0 t$ d'où $W_e = \frac{1}{2}CU_0{}^2cos^2\omega_0 t$

Soit $\boldsymbol{W_e = 5.10^{-6}cos^2\omega_0 t}$

* *Expression de l'énergie stockée dans la bobine en fonction de t.*

$W_M = \frac{1}{2}Li^2$ Or $i(t) = C\frac{du}{dt} = -\omega_0 C U_m sin\omega_0 t$ d'où $W_M = \frac{1}{2}LC^2\omega_0{}^2U_0{}^2sin^2\omega_0 t$

Soit $\boldsymbol{W_M = 5.10^{-6}sin^2\omega_0 t}$

* *Montrons que l'énergie totale est constante*

$W = W_e + W_e \Rightarrow W = 5.10^{-6}cos^2\omega_0 t + 5.10^{-6}sin^2\omega_0 t = 5.10^{-6}(cos^2\omega_0 t + sin^2\omega_0 t)$

Or $cos^2\omega_0 t + sin^2\omega_0 t = 1$ d'où $\mathbf{W = 5.10^{-6}J}$

3° a. *Schéma des oscillogrammes observés pour u(t)*

-R faible

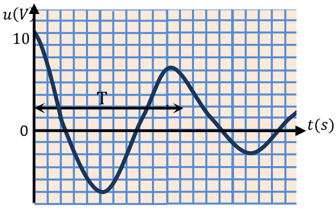
Dans le circuit, il y a perte d'énergie par effet joule dans la résistance. Cette résistance est faible donc il ya encore transformation de l'énergie électromagnétique en énergie électrostatique et vice versa. On a un **régime pseudo-périodique**.

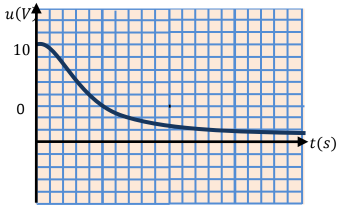
L'amplitude des oscillations de u(t) diminue au cours du temps et s'annule pour un temps suffisamment long. **(figure 2)**

- R très grande.

Dans le circuit, il y a perte d'énergie par effet joule dans la résistance. Cette résistance très grande donc il y n'a plus de transformation de l'énergie électrostatique en énergie électromagnétique. On a un **régime apériodique**.

Le système n'oscille plus. **(figure 3)**





b. *Rôle du conducteur ohmique*

Dissipe l'énergie stockée dans le circuit

<u>Exercice 2</u>

1° *Valeur de la capacité C*

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{C = \frac{1}{L\omega_0{}^2}}$ AN : $\boldsymbol{C = 2.10^{-5}F}$

2° a. *Expression de la tension u en fonction du temps*

La tension u à la date t est de la forme : $u(t) = U_m cos(\omega_0 t + \varphi)$

Condition initiale : À $t = 0$, q = q_0 et i = 0

$q = Cu = CU_m cos((\omega_0 t + \varphi)$

$i = -\frac{dq}{dt} = -C\frac{du}{dt} = C\omega_0 U_m sin(\omega_0 t + \varphi)$

i = 0 $\Leftrightarrow$ $C\omega_0 U_m sin\varphi = 0$ d'où $sin\varphi = 0$ soit $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$

q = q_0 donc $\varphi = 0$ et $q_0 = CU_m$ $\Rightarrow$ $U_m = \frac{q_0}{C} = 200V$

$\boldsymbol{u(t) = 200cos500t}$ (avec u en V)

b. *Intensité i en fonction du temps*

$i = I_m sin(\omega_0 t + \varphi)$ avec $I_m = C\omega_0 U_m = 2A$

$\boldsymbol{i = 2sin500t}$ (avec i en A)

<u>Exercice 3</u>

1°*Valeur de la charge q_0 portée par l'armature « supérieure » du condensateur*

$U = E = \frac{q_0}{C} \Rightarrow \boldsymbol{q_0 = EC}$ AN : $q_0 = 7{,}5.10^{-6}C$ soit $\boldsymbol{q_0 = 7,5\mu C}$

Energie électrostatique W_e emmagasinée dans le condensateur

$\boldsymbol{W_e = \frac{1}{2}q_0 E}$ AN : $\boldsymbol{W_e = 5,625.10^{-5}J}$

Energie magnétique W_M emmagasinée dans la bobine

$\boldsymbol{W_M = \frac{1}{2}Li^2}$ A t = 0, i=0 (interrupteur K_2 ouvert) AN : $\boldsymbol{W_M = 0J}$

2°a. *Relation entre i et* $\frac{dq}{dt}$

À l'instant t, la charge du condensateur est q ; à la date t+dt, la charge est q-dq

L'intensité i du courant qui a traversé le circuit et donnée par : $i = \frac{q-dq-q}{t+dt-t}$

Soit $\boldsymbol{i} = -\frac{\boldsymbol{dq}}{\boldsymbol{dt}}$

b. *Expression de la tension u aux bornes de la bobine*

1ère façon

Loi d'unicité $u_C = u_L = u$ Or $u_C = \frac{q}{C}$ d'où $u = \frac{q}{C}$

2ème façon

$u_L = L\frac{di}{dt}$ soit $u = L\frac{di}{dt}$

Equation différentielle du circuit : $\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{u}}{\mathrm{dt}^2} + \frac{1}{\mathrm{LC}}\mathrm{u} = 0$

$i = -\frac{dq}{dt}$ Or $q = Cu$ donc $i = -C\frac{du}{dt}$

Par suite $u = L\frac{di}{dt} = -LC\frac{d^2u}{dt^2}$ soit $LC\frac{d^2u}{dt^2} + u = 0$ Et donc $\boldsymbol{\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0}$

3° *Vérifions que la solution de cette équation différentielle est de la forme :*

$u = U_{max}cos(\omega_0 t + \varphi)$

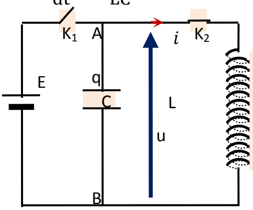
$\mathrm{u} = \mathrm{U_{max}}\cos(\omega_0\mathrm{t} + \varphi)$; $\frac{\mathrm{du}}{\mathrm{dt}} = -\omega_0\mathrm{U_{max}}\sin(\omega_0\mathrm{t} + \varphi)$

et $\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{u}}{\mathrm{dt}^2} = -\omega_0{}^2\mathrm{U_{max}}\cos(\omega_0\mathrm{t} + \varphi)$

$\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{u}}{\mathrm{dt}^2} + \frac{1}{\mathrm{LC}}\mathrm{u} = -\omega_0{}^2\mathrm{U_{max}}\cos(\omega_0\mathrm{t} + \varphi) + \frac{1}{\mathrm{LC}}\mathrm{U_{max}}\cos(\omega_0\mathrm{t} + \varphi)$

Or $\omega_0{}^2 = \frac{1}{\mathrm{LC}}$ d'où $\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{u}}{\mathrm{dt}^2} + \frac{1}{\mathrm{LC}}\mathrm{u} = 0$

$u = U_{max}cos(\omega_0 t + \varphi)$ est bien solution de l'équation différentielle $\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{u}}{\mathrm{dt}^2} + \frac{1}{\mathrm{LC}}\mathrm{u} = 0$



Valeurs de U_{max} *et de* φ

Condition initiale : à t = 0, $i = 0$ et $q = q_0$

$i = -C\frac{du}{dt} = C\omega_0 U_{max}sin(t + \varphi)$ et $q = CU_{max}cos(\omega_0 t + \varphi)$

$i = 0$ d'où $sin\,\varphi = 0$ On trouve $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$

$q = q_0 > 0$ d'où $\boldsymbol{\varphi = 0}$

$q_0 = CU_{max}$ donc $\boldsymbol{U_{max} = 15V}$

4° *Période propre T_0 du circuit*

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ Or $\omega_0{}^2 = \frac{1}{LC}$ d'où $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ AN : $\mathbf{T_0 = 1,257.10^{-3}S}$

a. *Charge q de l'armature supérieure à l'instant* $\frac{\mathrm{T_0}}{4}$;

$q = CU_{max}cos(\omega_0 t)$ soit $q = 7{,}5.10^{-6}cos(5000t)$

Pour $t = \frac{\mathrm{T_0}}{4}$, on obtient : $q = 7{,}5.10^{-6}cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \times \frac{T_0}{4}\right)$ soit $\boldsymbol{q = 0C}$

b. *l'intensité i dans la bobine à l'instant* $\frac{\mathrm{T_0}}{4}$

$i = \omega_0 CU_{max}sin(\omega_0 t)$ Pour $t = \frac{\mathrm{T_0}}{4}$, on obtient : $i = \omega_0 CU_{max}sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \times \frac{T_0}{4}\right)$

$\Rightarrow i = \omega_0 CU_{max}$ soit $\boldsymbol{i = 0,0375A}$

c. *Energie électrostatique W'_e présente dans le circuit à l'instant* $\frac{\mathrm{T_0}}{4}$

$W'_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ Or pour $t = \frac{\mathrm{T_0}}{4}$, $q = 0$ d'où $\boldsymbol{W'_e = 0J}$

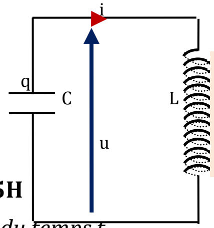
Energie magnétique W'_M présente dans le circuit à l'instant $\frac{\mathrm{T_0}}{4}$.

$W'_M = \frac{1}{2}Li^2$ Or pour $t = \frac{\mathrm{T_0}}{4}$, $i = 0{,}0375A$ d'où $\boldsymbol{W'_M = 5,625.10^{-5}J}$

Exercice 4

1° * *Capacité C du condensateur*

La tension aux bornes du condensateur est donnée par :



$U_0 = \frac{Q}{C}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{C = \frac{Q}{U_0}}$

Or $Q = 10^{-4}C$ donc $C = 10^{-6}F$ soit $\mathbf{C = 1\mu F}$

* *Inductance L de la bobine*

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{L = \frac{1}{C\omega_0{}^2}}$ $\omega_0 = 2000 rad.s^{-1}$ donc $\mathbf{L = 0,25H}$

2° *Expression de l'intensité i du courant dans la bobine en fonction du temps t.*

Avec la convention de la figure, $i(t) = -\frac{dq}{dt}$

$i(t) = 10^{-4}\omega_0 \sin 2000t$ soit $\boldsymbol{i(t) = 0,2 \sin 2000t}$ avec i en ampère (A)

3° * *Energie électrostatique W_e en fonction du temps*

$W_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ Or $q(t) = 10^{-4} \cos 2000t$ d'où $\boldsymbol{W_e = 5.10^{-3} \cos^2 2000t}$

* *Energie magnétique W_M en fonction du temps*

$W_M = \frac{1}{2}Li^2$ Or $i(t) = 0,2 \sin 2000t$ d'où $\boldsymbol{W_M = 5.10^{-3} \sin^2 2000t}$

. Somme $W_e + W_M$

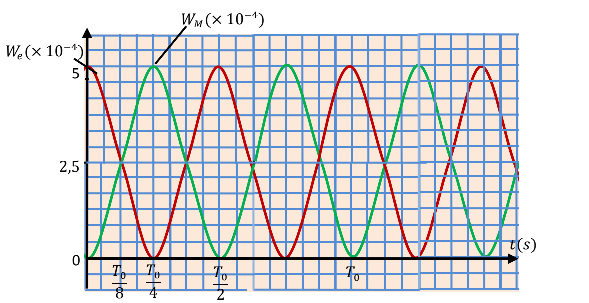
$W_e + W_M = 5.10^{-3} \cos^2 2000t + 5.10^{-3} \sin^2 2000t = 5.10^{-3}(\cos^2 2000t + \sin^2 2000t)$

Or $\cos^2 2000t + \sin^2 2000t = 1$ donc $W_e + W_M = 5.10^{-3}J$

L'énergie totale du circuit est constante

4° *Représentation graphique des variations de W_e et de W_M en fonction du temps*

	0	$\frac{T_0}{8}$	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{3T_0}{8}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{5T_0}{8}$	$\frac{3T_0}{4}$	$\frac{7T_0}{8}$	T_0
$W_e(\times 10^{-3})$	5	2,5	0	2,5	5	2,5	0	2,5	5
$W_M(\times 10^{-3})$	0	2,5	5	2,5	0	2,5	5	2,5	0



Exercice 5

1° *Montrons qu'on peut mettre en relation U_{max}, I_{max}, l'inductance L et la capacité C*

La tension u(t) aux bornes du condensateur à une date t est donné par :

$u = U_{max} cos(\omega_0 t + \varphi)$

L'intensité dans le circuit à la date t est donnée par : $i = -C\frac{du}{dt}$

Soit $i = \omega_0 C U_{max} sin(\omega_0 t + \varphi)$
L'énergie emmagasinée par le condensateur est donnée par : $W_e = \frac{1}{2}Cu^2$
$W_e = \frac{1}{2}CU_{max}{}^2 cos^2(\omega_0 t + \varphi)$
L'énergie emmagasinée dans la bobine est donnée par : $W_M = \frac{1}{2}Li^2$
$W_M = \frac{1}{2}LC^2\omega_0{}^2U_{max}{}^2 sin^2(\omega_0 t + \varphi)$ Or $\omega_0{}^2 = \frac{1}{LC}$ donc $W_M = \frac{1}{2}CU_{max}{}^2 sin^2(\omega_0 t + \varphi)$
L'énergie totale emmagasinée dans le circuit est donnée par : $W = \frac{1}{2}CU_{max}{}^2$
De $I_{max} = \omega_0 C U_{max}$ et de $W = \frac{1}{2}CU_{max}{}^2$, on déduit $W = \frac{1}{2}\frac{I_{max}{}^2}{C\omega_0{}^2}$
$\omega_0{}^2 = \frac{1}{LC}$ On obtient : $W = \frac{1}{2}LI_{max}{}^2$
On déduit donc la relation : $\boldsymbol{LI_{max}{}^2 = CU_{max}{}^2}$
2°*Capacité C du condensateur*
$W = W_e + W_M$ Or $W_M = 0$ *donc* $W_e = W = \frac{1}{2}CU_{max}{}^2 \Rightarrow \mathbf{C = \frac{2W_e}{U_{max}{}^2}}$ AN : $\mathbf{C = 40nF}$
3° * *Inductance L de la bobine*
$\omega_0{}^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \mathbf{L = \frac{1}{C\omega_0{}^2}}$ AN ; $\mathbf{L = 1H}$
Intensité maximale I_{max} dans le circuit
$W = \frac{1}{2}LI_{max}{}^2 \Rightarrow \mathbf{I_{max} = \sqrt{\frac{2W_M}{L}}}$ AN : $\mathbf{I_{max} = 0,02A}$

Exercice 6

1° *Energie totale présente dans le circuit au début de la première oscillation*
$\mathbf{W_1 = \frac{1}{2}CU_1{}^2}$ AN : $W_1 = \frac{1}{2} \times 0,2.10^{-6} \times 80^2 \Rightarrow \mathbf{W_1 = 6,4.10^{-4}J}$
2° *Energie électrostatique emmagasinée dans le condensateur au début de la deuxième oscillation*
$\mathbf{W_2 = (1-\eta)W_1}$ AN : $\mathbf{W_2 = (1-0,1)} \times 6,4.10^{-4} \Rightarrow \mathbf{W_2 = 5,76.10^{-4}J}$
Tension U_2 entre les armatures
$W_2 = \frac{1}{2}CU_2{}^2 \Rightarrow \mathbf{U_2 = \sqrt{\frac{2W_2}{C}}}$ AN : $U_2 = \sqrt{\frac{2\times 5,76.10^{-4}}{0,2.10^{-6}}} \Rightarrow \mathbf{U_2 = 76V}$
3° a. *Energie électrostatique emmagasinée dans le condensateur au début de la 3ème oscillation*
$W_3 = (1-\eta)W_2$ Or $W_2 = (1-\eta)W_1$ d'où $\mathbf{W_3 = (1-\eta)^2 W_1}$
AN : $\mathbf{W_3} = (1-0,1)^2 \times 6,4.10^{-4} \Rightarrow \mathbf{W_3 = 5,184.10^{-4}J}$
Tension U_2 entre les armatures
$W_3 = \frac{1}{2}CU_3{}^2 \Rightarrow \mathbf{U_3 = \sqrt{\frac{2W_3}{C}}}$ AN : $U_2 = \sqrt{\frac{2\times 5,184.10^{-4}}{0,2.10^{-6}}} \Rightarrow \mathbf{U_3 = 72V}$
b. *Energie électrostatique emmagasinée dans le condensateur au début de la nème oscillation*
On peut conjecturer : $\mathbf{W_3 = (1-\eta)^{n-1}W_1}$
Tension U_2 entre les armatures
$W_n = \frac{1}{2}CU_n{}^2$ Or $W_n = (1-\eta)^{n-1}W_1$ d'où $\mathbf{U_n = \sqrt{\frac{2(1-\eta)^{n-1}W_1}{C}}}$
soit $\mathbf{U_n = U_1(1-\eta)^{\frac{n-1}{2}}}$

Exercice 7

1° *Expression de U_{PM} et U_{SM} en fonction de la tension u_g et des résistances R_1 et R_2*

Maille MPE^-E^+M

$U_{MP} + U_{PE^-} + U_{E^-E^+} + U_{E^+M} = 0$

$-U_{PM} + 0 + \varepsilon + u_g = 0$

Or AO parfait ; donc $\varepsilon = 0$

$\mathbf{U_{PM} = u_g}$

$U_{SM} = U_{SP} + U_{PM} \quad \Rightarrow \quad U_{SM} = R_1 i' + R_2 i' \quad \Rightarrow \quad U_{SM} = (R_1 + R_2) i'$

$u_g = R_2 i' \;\Rightarrow\; i' = \frac{u_g}{R_2}$

On déduit : $\mathbf{U_{SM} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) u_g}$

2° *Montrons que le dispositif est un générateur qui délivre la tension u_g=ki*

Maille MSE^+M

$U_{MS} + U_{SE^+} + U_{E^+M} = 0 \quad \Rightarrow \quad -U_{SM} + U_{SE^+} + u_g = 0$

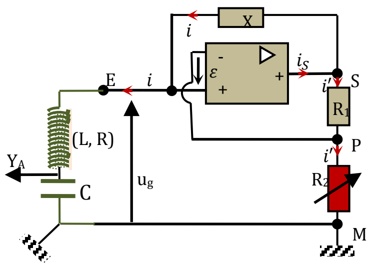
$-\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) u_g - Xi + u_g = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{R_1}{R_2} u_g - Xi = 0 \quad$ soit $\quad u_g = -\frac{R_2 X}{R_1} i$

Expression de la constante k en fonction des résistances R_1, R_2 et X

$\mathbf{k = -\frac{R_2 X}{R_1}}$

3°a. *Schéma du montage complet*

(voir figure)



b. *Valeur à donner à R_2 pour observer une oscillation sinusoïdale*

$u_g = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}$

Des oscillations sinusoïdales non-amorties s'installent si $u_g = Ri$ soit $k = R$

$-\frac{R_2 X}{R_1} = R \quad$ d'où $\quad R_2 = -\frac{R R_1}{X} \qquad$ AN : $R_2 = 100\Omega$

c. *Fréquence N_0*

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad$ Or $\omega_0 = 2\pi N_0 \quad$ d'où $\Rightarrow \mathbf{N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}} \qquad$ AN : $\mathbf{N_0 = 795,8Hz}$

Exercice 8

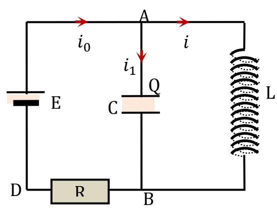
A. Etude en régime permanent continu

1° * *Tension U_{AB} aux bornes de la bobine*

La tension aux bornes d'une bobine AB, en convention récepteur, à un instant t est donnée par : $U_{AB} = ri + l\frac{di}{dt}$

En régime permanant et en courant continu, i = I donc $\frac{di}{dt} = 0$

La bobine est purement inductif donc r=0 et par suite $\mathbf{U_{AB} = 0}$



* *Déduction de la charge Q du condensateur*

La loi d'unicité : $U_{AB} = \frac{Q}{C} \Rightarrow \quad Q = CU_{AB}$

Or $U_{AB} = 0$ (régime permanent continu) donc $\mathbf{Q = 0}$

2° *Intensités dans chaque branche du circuit*

- Intensité i_0 dans le générateur

Maille ABDA : $U_{AB} + U_{BD} + U_{DA} = 0 \Rightarrow 0 + Ri_0 - E = 0 \Rightarrow \mathbf{i_0} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}}$ AN : $\mathbf{i_0 = 0,1A}$

- Intensité i_1 dans le condensateur

En régime permanent continu, aucun courant ne traverse la bobine : $\mathbf{i_1 = 0}$

- Intensité i dans la bobine

Au nœud A : $i_0 = i_1 + i$ On obtient $i = i_0$ AN : $\mathbf{i = 0,1A}$

B. Etude en régime oscillatoire

1° *Equation différentielle vérifiée par la charge q(t) du condensateur*

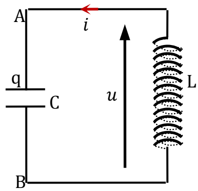
En considérant la convention de la figure (2) ; bobine générateur, on peut écrire :

$u = -L\frac{di}{dt} = \frac{q}{C}$ Or $i = \frac{dq}{dt}$ (charge du condensateur) donc : $\boldsymbol{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0}$

2°*Expressions de la charge q(t) du condensateur et de l'intensité i(t) dans le circuit*

Les solutions de l'équation différentielle sont sous la forme : $q(t) = Q_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10000 rad.s^{-1}$



$i = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 Q_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

A t =0, $q = 0$ et $i = I_0 = -0,10A$

$0 = Q_{max}\cos\varphi$ On trouve $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ou $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

$I_0 = -\omega_0 Q_{max}\sin\varphi$ Or $I_0 < 0$ donc $\varphi = \frac{\pi}{2}$ et $Q_{max} = -\frac{I_0}{\omega_0} = 10^{-5}C$

On déduit : $q(t) = 10^{-5}\cos\left(10000t + \frac{\pi}{2}\right)$ soit $\mathbf{q(t) = -10^{-5}sin10000t}$

Et $i(t) = -10^{-2}\sin\left(10000t + \frac{\pi}{2}\right)$ soit $\boldsymbol{i(t) = -10^{-2}\cos 10000t}$

- La charge q(t) peut s'écrire $q(t) = 10^{-5}\sin(10000t + \pi)$,

L'amplitude à l'origine des dates est $\mathbf{Q_{max} = 10^{-5}C}$, la pulsation $\boldsymbol{\omega_0 = 10^4} rad.s^{-1}$ et la phase est $\boldsymbol{\pi}$

- L'intensité i(t) s'écrit $i(t) = 10^{-2}\sin\left(10000t - \frac{\pi}{2}\right)$,

l'amplitude à l'origine des dates est $\mathbf{U_{max} = 10^{-2}V}$, la pulsation est $\boldsymbol{\omega_0 = 10^4} rad.s^{-1}$ et la phase est $-\frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}}$

Remarque : i(t)est en quadrature avancée sur q(t)

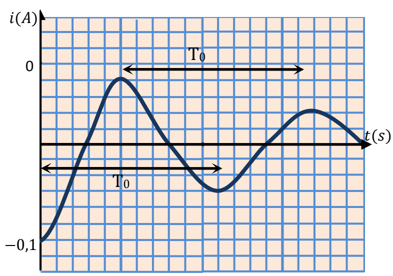
3°*Allure de la courbe représentation i(t)*

La résistance de la bobine n'est pas négligeable, mais faible ; on aura un régime pseudo-périodique. L'amplitude de oscillations de i(t) diminue au cours du temps et s'annule pour un temps suffisamment long.

Explication

Dans le circuit, il y a perte d'énergie par effet joule dans la résistance de la bobine.

Cette résistance est faible donc il ya encore transformation de l'énergie électromagnétique en énergie électrostatique et vice versa.



CIRCUIT R, L, C EN REGIME SINUSOÏDAL FORCÉ

Exercice 1

La fréquence de la tension sinusoïdale délivrée par un générateur est N= 200Hz.
Calculer l'impédance des dipôles suivants, lorsqu'ils sont branches à ses bornes :
1° un conducteur ohmique de résistance R= 23Ω ;
2° un condensateur de capacité : C=80μF ;
3° une bobine d'inductance L=34mH et de résistance négligeable ;
4° une bobine de résistance r=40Ω et d'inductance L=34mH.

Exercice 2

Un dipôle R,L,C série est constitué :
-d'un conducteur ohmique de résistance R= 50Ω ;
-d'un condensateur de capacité : C=10pF ;
-d'une bobine d'inductance L=45mH et de résistance r=10Ω.
On alimente ce dipôle par une tension sinusoïdale de tension efficace U=6V et de fréquence N=100Hz
1° Faire la représentation de Fresnel relative a ce circuit.
2° Calculer l'impédance du circuit.
3° Calculer l'intensité efficace du courant.
4° Calculer la tension efficace aux bornes de chaque composant.
5° Calculer la phase de la tension par rapport à l'intensité.

Exercice 3

Un circuit est constitué d'une résistance R=200Ω, d'une bobine inductive (inductance : L=0,1H ; résistance négligeable) et d'un condensateur de capacité C=1μF placés en série. Il est alimenté par un générateur B.F. qui délivre à ses bornes une tension alternative sinusoïdale u de fréquence 250Hz et de valeur efficace U=5V.
1° Calculer l'intensité dans le circuit.
2° Si l'on se donne la tension instantanée u sous la forme : $u = U_m \cos\omega t$, quelle est la loi de variation de l'intensité instantanée i en fonction du temps ?
3° Calculer les tensions :
-U_R : aux bornes de la résistance ;
-U_B : aux bornes de la bobine ;
-U_C : aux bornes du condensateur.
Comparer la somme $U_R+U_B+U_C$ à la tension efficace appliquée U et conclure.
4° Quelles sont les valeurs des impédances :
-Z : du circuit R, L, C série ;
-Z_R : de la résistance ;
-Z_B : de la bobine;
-Z_C : du condensateur.
Comparer la somme $Z_R+Z_B+Z_C$ à Z et conclure.

Exercice 4

Un générateur maintient entre ses bornes une tension sinusoïdale de valeur efficace U=6,3v et de fréquence N=50Hz.
On branche ente les bornes du générateur, en série :
-un conducteur ohmique de résistance R= 11Ω ;

-un condensateur de capacité : C=45µF ;
-d'une bobine non résistive, d'inductance L=270mH.
1° Faire la construction de Fresnel relative a ce circuit.
2° Calculer l'impédance du circuit
3° Calculer l'intensité efficace du courant.
4° Déterminer la phase de la tension par rapport à l'intensité.

Exercice 5

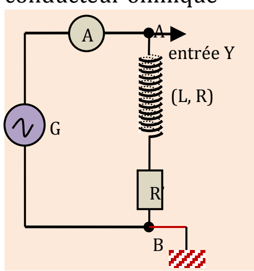
Une bobine d'inductance L=250mH et de résistance R=37Ω est branchée en série avec un condensateur de capacité C=3,2µF. On alimente le dipôle ainsi constitue par le générateur B.F. dont la fréquence est réglée sur N=100Hz.
1° Quel est le facteur de puissance du circuit ?
2° Calculer la fréquence qui impose la résonance au circuit (R, L, C) série.
3°a. Calculer le facteur de qualité du circuit.
b. Déterminer la bande passante.

Exercice 6

On dispose d'une source de tension sinusoïdale de pulsation ω réglable dont la tension instantanée exprimée en volts est donnée par la formule : $u = 12\sqrt{2}\sin(\omega t)$
1° A l'aide de cette source, on alimente une résistance et une bobine montées en série : la résistance vaut R=300Ω, celle de la bobine est négligeable et son inductance, inconnue, est notée L. Lorsque la pulsation du générateur est réglée à la valeur $\omega=10^3 rad.s^{-1}$, l'intensité efficace du courant dans le circuit vaut I=24mA.
Calculer l'inductance L de la bobine. Calculer la phase φ de la tension u par rapport à l'intensité i du courant dans le circuit. Ecrire alors avec les unités convenables, l'expression de cette intensité i en fonction du temps.
2° On ajoute maintenant dans le circuit un condensateur, de capacité $C = 25.10^{-9}F$, disposée en série avec la résistance et la bobine.
Déterminer la valeur à laquelle on doit régler la pulsation pour que la tension u soit en phase avec l'intensité dans le nouveau circuit considéré.
Calculer dans ces conditions, l'intensité efficace du courant dans le circuit ainsi que les tensions efficaces U_L et U_C aux bornes de la bobine et de la capacité.
U étant la valeur efficace de la tension u, calculer les rapports $\frac{U_L}{U}$ et $\frac{U_C}{U}$:
Quel nom donne-t-on à ces rapports et que caractérisent-ils?

Exercice 7

Un circuit électrique comporte en série : un générateur G, un ampèremètre A, une bobine sans noyau de fer, de résistance R et d'inductance L et un conducteur ohmique de résistance R'=50Ω. Un oscillographe est branché entre les points A et B du circuit. Cet oscillographe est réglé de telle sorte qu'un déplacement de 1cm du spot sur l'écran corresponde, verticalement à 2V et horizontalement à 5ms
1° Dans une première expérience, il existe aux bornes de G une tension continue. Quand le circuit est fermé, l'ampèremètre indique I=20mA et la ligne horizontale décrite par le spot sur l'écran de l'oscillographe est à d=2,5cm au dessus de celle décrite en l'absence de courant.
Déduire de cette expérience la résistance R de la bobine.



2° Dans une deuxième expérience, il existe aux bornes de G une tension alternative sinusoïdale $u_{AB} = U_m\cos(\omega t)$. Quand le circuit est fermé, l'intensité est $i=I_m\cos(\omega t-\varphi)$; l'ampèremètre indique alors I=12mA, on voit sur l'écran de l'oscillographe une sinusoïde dont la période occupe une longueur de 4cm et dont la hauteur est de 6cm(crête à crête).

a. Calculer I_m. Déduire de l'observation ω et U_M.

b. Calculer l'impédance Z du dipôle (A,B) puis φ et L.

c. Comment peut-on visualiser l'intensité i sur l'écran de l'oscillographe en utilisant la voie 2 ? On indiquera le branchement à effectuer et on le justifiera.

<u>Exercice 8</u>

1° On considère un condensateur de capacité C=4μF portant une charge $Q_0 = 6.10^{-4}$C. Sous quelle tension a-t-il été chargé ? Calculer son énergie.

2° On réalise un circuit comprenant en série une bobine d'inductance L et de résistance négligeable ; le condensateur précédent ; un conducteur ohmique R et un générateur basse fréquence délivrant une tension sinusoïdale. On se propose d'étudier lorsque la fréquence du générateur varie, le déphasage entre l'intensité du courant et la tension aux bornes du dipôle R, L, C d'une part ; l'intensité efficace du courant d'autre part. Indépendamment du dipôle étudié et du générateur, quelles sont les appareils indispensables à la réalisation expérimentale de cette étude ? Préciser leurs fonctions et faire un schéma du montage à réaliser.

3° En réalisant l'expérience, on obtient les courbes de la figure a. La courbe 1 correspond à la tension aux bornes du dipôle R, L, C ; la courbe 2 correspond à l'intensité du courant. Le balayage est de 1ms par division.

Déterminer a partir de ces courbes la période et la fréquence de la tension ainsi que la phase de la tension par rapport a l'intensité.

4° La figure b représente les variations de l'intensité efficace du courant en fonction de la fréquence du générateur.

a. A quel phénomène correspond le maximum observé sur la courbe. La capacité du condensateur étant C = 3μF, déterminer l'inductance L de la bobine.

b. En tenant compte des résultats de la question 3°/, calculer la résistance du dipôle R, L, C.

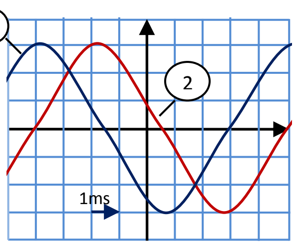


Fig a

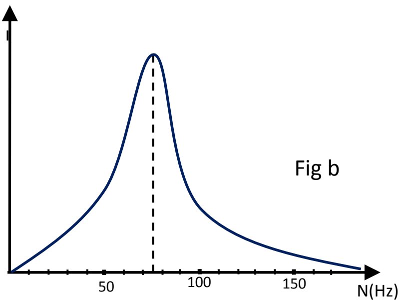


Fig b

<u>Exercice 9</u>

On considère la figure a. Un oscilloscope bicourbe est raccordé comme l'indique la figure a ; la figure b reproduit l'oscillogramme obtenu

On donne :

-sensibilité horizontale : 0,5ms par cm ;
-sensibilité verticale sur les deux voies : 2V par cm
-valeur de la résistance : R=10Ω
Déterminer les valeurs de :
1° la fréquence de la tension alimentant le circuit ;
2° la tenson efficace U aux bornes du circuit ;
3° l'intensité efficace I dans le circuit ;
4° l'impédance Z du circuit R, L, C ;
5° du déphasage entre la tension appliquée u et l'intensité i ; préciser laquelle de ces grandeurs est en avance sur l'autre.

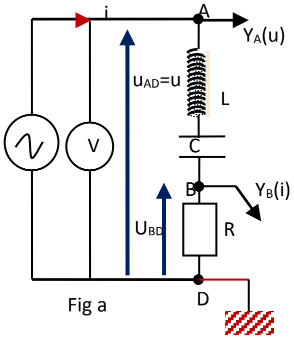


Fig a

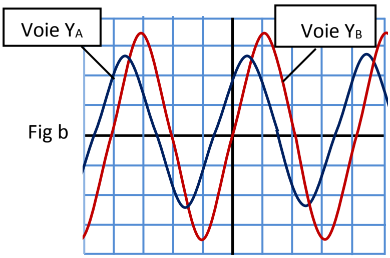


Fig b

<u>Exercice 10</u> : Circuit R, L, C ; résonance

On monte en série : un conducteur ohmique de résistance variable R, un condensateur de capacité C inconnue, une bobine d'inductance propre
L = 0,1H, enfin un milliampèremètre d'inductance négligeable. Une tension sinusoïdale de valeur efficace constance U est appliquée entre A et B de l'ensemble. Le générateur. Utilisé est fréquence variable.
1° On effectue une série de mesures de l'intensité efficace I pour des valeurs croissantes de la fréquence N. On obtient les résultats suivants :

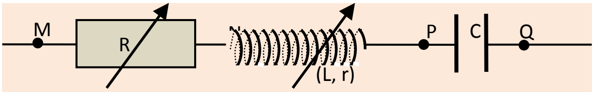
N(Hz)	160	180	200	210	215	220	230	240	250	270	300
1(mA)	1,0	1,8	4,3	7,2	8,5	7,2	4,7	3,2	2,4	1,5	1,0

a. L'axe des fréquences étant gradué à partir de 150Hz, tracer la courbe représentant les variations de l'intensité efficace I en fonction de la fréquence N. Echelle : 1cm pour 1mA et 1cm pour 15Hz.
b. Quel phénomène cette courbe met-elle en évidence ? Pour quelle valeur numérique N_o de la fréquence peut-on admettre que ce phénomène est obtenu ?
c. En déduire une valeur approchée de la capacité C du condensateur.
2° On règle la résistance R du résistor à la valeur R = 10Ω.
a. Exprimer, en fonction de U, la tension U_c aux bornes du condensateur pour N = N_o.
Comment peut-on appeler le rapport $\frac{U_C}{U}$? Le calculer numériquement.
b. Définir la bande passante en pulsation. Déterminer à partir de la courbe tracée, les limites ω_1 et ω_2 ($\omega_1 < \omega_2$) de cette bande passante et calculer sa largeur $\Delta\omega$.
c. Définir le facteur de qualité Q du circuit et donner son expression en fonction de L, ω_o et R puis en fonction de C, ω_o et R. Déterminer sa valeur à partir de la courbe tracée.

d. On pose $\omega = \alpha\omega_o$. *Montrer que* $\alpha_1 = \frac{\omega_1}{\omega_o}$ *et* $\alpha_2 = \frac{\omega_2}{\omega_o}$ sont les seules solutions acceptables de deux équations du second degré en α que l'on établira. Exprimer α_1 *et* α_2 *en fonction de* Q. En déduire la bande passante relative $\frac{\omega_2-\omega_1}{\omega_o}$; comparer sa valeur numérique à celle que l'on déduit des résultats graphiques.

Exercice 11

Une portion de circuit MQ comporte en série, un conducteur ohmique de résistance variable R, une bobine de résistance r et d'inductance variable L et un condensateur C. Une tension sinusoïdale u = Um sin $100\pi t$ est appliquée entre les bornes M et Q.



1° La variation de l'inductance L est obtenue en enfonçant plus ou moins le noyau de fer doux dans la bobine. Pour une certaine position de ce noyau, l'intensité efficace est I_1. Soient U_{MP} la tension efficace aux bornes de la portion de circuit MQ et U_{PQ} la tension efficace aux bornes de la portion PQ. La portion du circuit MQ a une résistance ohmique totale R'.

-Calculer l'inductance L_1 de la bobine, la capacité C du condensateur et la tension efficace U_{MQ} aux bornes de la portion MQ. Faire l'application Numérique :

$I_1 = \frac{1}{2\pi}$ A ; $U_{MP} = 10\sqrt{14}$ V ; $U_{PQ} = 40$V ; R' = 200Ω.

-Calculer le déphasage φ entre l'intensité i et la tension u aux bornes de la portion MQ.

2° On fait varier l'inductance L de la bobine.

a. Calculer la valeur L_o de l'inductance pour laquelle la puissance moyenne est égale à la puissance apparente.

b. Calculer les valeurs efficaces de cette intensité pour R'_1= 200Ω et R'_2= 10Ω.

3° La portion de circuit MQ a une résistance ohmique totale R' = 200Ω. L'intensité du courant reprend la valeur I_1 pour une nouvelle valeur L_2 de l'inductance.

a. Montrer que : $L_1+L_2 = \frac{2}{c\omega^2}$

b. En déduire L_2 pour L_1 = 0,4H.

4° La résistance ohmique totale est maintenant R' = 10Ω.

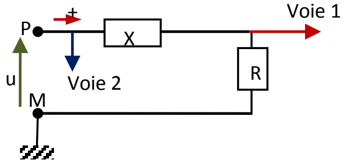
a. Calculer l'intensité efficace pour L = 0,4H, on prendra $\frac{1}{L\omega}$ = 255Ω.

b. Compléter, sans calcul, le tableau suivant et tracer la courbe I = f(L) avec pour échelle : 1cm→ 0,1H et 1cm→ 0,2A.

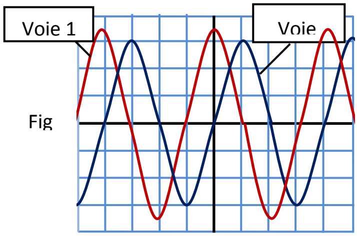
L(H)	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
I(A)		0,38	0,56	1,02					

Exercice 12

On réalise le montage de la figure a qui comporte un conducteur ohmique de résistance R=1000Ω et un dipôle de nature inconnue pouvant être un condensateur de capacité C ou une bobine d'inductance L et de résistance négligeable. L'ensemble est alimenté par un générateur fournissant une tension sinusoïdale $u=U\sqrt{2}\cos 2\pi Nt$. Un oscilloscope bicourbe est raccordé comme l'indique la figure a ; la figure b reproduit l'oscillogramme obtenu



Fig



Voie 2 sensibilité 1V/div
Voie 1 sensibilité 0,5V/div
Balayage horizontal 0,05ms/div

1° Quelles sont les grandeurs électriques visualisées par l'oscilloscope ?
2° Déduire de oscillogramme les valeurs de la fréquence N, de l'impédance Z du dipôle PM et la phase φ de l'intensité par rapport a la tension u.
3° Donner l'expression de l'intensité du courant en fonction du temps.
4° Quelle est la nature du dipôle X? Justifier.

Exercice 13

1° On se propose de déterminer la résistance R et l'inductance L d'une bobine (B) de fil conducteur. Dans ce but, on effectue les deux mesures suivantes.

Mesure 1 : on applique la tension continue U_c=10V entre les deux bornes de la bobine (B) et on mesure l'intensité du courant continue Ic qui la traverse ; on trouve I_c=200mA

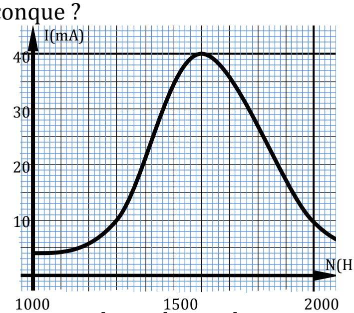
Mesure 2 : on établit, entre les deux bornes de la bobine (B) une tension sinusoïdale de fréquence 50Hz et de valeur efficace U_e=10V. La mesure de l'intensité efficace du courant donne I_e=185mA.

a. Déterminer la résistance R de la bobine.
b. Déterminer l'inductance L de la bobine.

2° On branche en série la bobine (B) et un condensateur de capacité C=1μF pour former un dipôle MN. On établit entre M et N une tension sinusoïdale de valeur efficace constante U_e=10V et de fréquence f réglable.

a. Calculer la fréquence f_0 pour laquelle l'intensité efficace du courant est maximale.
b. Déterminer cette intensité efficace maximale I_0.
c. Calculer l'intensité I_1 quand la fréquence est $f_1=2f_0$ puis l'intensité I_2 quand la fréquence est $f_2=f_0/2$ Comparer ces deux résultats.
d. Peut-on généraliser la conclusion précédente pour deux valeurs f_1' et f_2' de la fréquence telles que $f_1'=kf_0$ et $f_2'=f_0/k$; k étant quelconque ?

Exercice 14

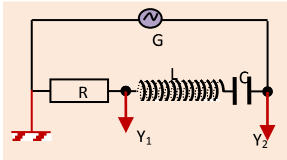


Un circuit comprend, montés en série, un générateur alternatif G, une résistance de valeur R, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, un condensateur de capacité C.
Le générateur maintient entre ses bornes une tension sinusoïdale de valeur efficace U=4V et de fréquence réglable N.
Pour diverses valeurs de N, on mesure l'intensité efficace I du courant et on trace la courbe I_N=f(N).

1°a. Expliquer pourquoi la courbe présente un sommet, en utilisant la courbe, trouver la fréquence de résonance et la valeur de R.

b. I_{N0} étant la valeur maximale de l'intensité efficace, on rappelle que la bande passante est l'ensemble des fréquences comprises ente N_1 et N_2 telles que : $N_2>N_1$ et $I_{N_1} = I_{N_2} = \frac{I_{N_0}}{\sqrt{2}}$. Trouver, à partir de la courbe, N_1 et N_2.

Calculer le facteur de qualité $Q = = \frac{N_0}{N_2 - N_1}$



2° On branche un oscillographe bicourbe comme il est indiqué à la figure ci-contre

a. Quelles grandeurs électriques visualisent les courbes correspondant à la voie Y_1 et à la voie Y_2 de l'oscillographe?

b. On règle N pour que les deux grandeurs ci-dessus soient en phase. Quelle est alors la longueur occupée par une période si le balayage est réglé à 100microsecondes par division ?

c. On règle maintenant N à la valeur N_1 ; quelle est, en fonction de période, le décalage observé entre les deux courbes ? Laquelle des deux grandeurs est en avance sur l'autre ?

<u>Exercice 15</u>

Trois dipôles (résistor R ; condensateur C ; bobine r, L) sont enfermés dans trois boîtes différentes.

1° On branche successivement ces trois dipôles sur une alimentation continue délivrant une tension de 12 V. On mesure l'intensité et on trouve $I_1 = 0$ pour la boîte 1 ; $I_2 = 600$ mA pour la boîte 2 et $I_3 = 150$ mA pour la boîte 3.

On branche ensuite successivement ces trois boîtes sur une alimentation alternative délivrant une tension de valeur efficace de 20 V et de fréquence 50 Hz. On mesure l'intensité efficace du courant traversant chaque dipôle et on trouve : $I_1 = 3{,}14$ mA pour la boîte 1 ; $I_2 = 126$ mA pour la boîte 2 et I_3=250mA pour la boîte 3.

Préciser le contenu de chaque boîte et calculer les valeurs de R, r, L et C.

2° On monte ces trois dipôles en série. On maintient aux bornes de l'ensemble une tension de la forme $u=U\sqrt{2}\cos\omega t$, le courant qui traverse le circuit est $i=I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$.

a. Pour quelle valeur ω_0 de ω a-t-on $\varphi = 0$?

b. A toute pulsation $\omega_1 < \omega_0$, correspondant à une phase $\varphi = \varphi_1$, on peut associer une autre pulsation $\omega_2 > \omega_0$, correspondant à une phase $\varphi_2 = -\varphi_1$.

Montrer que qu'on a : $\omega_1 . \omega_2 = \omega_0{}^2$.

c. Calculer ω_1 et ω_2 pour $|\varphi_1| = |\varphi_2| = \frac{\pi}{4}$.

3°a. Exprimer l'intensité efficace I du courant qui circule dans le circuit en fonction de r, R, L, C, U et ω.

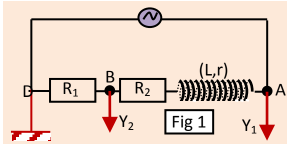
b. Exprimer le rapport $y = \frac{U_C}{U}$ en fonction du facteur de qualité du circuit $Q = \frac{1}{RC\omega_0}$, de la variable réduite $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. U_C étant la tension efficace aux bornes du condensateur.

c. Calculer $\frac{dy}{dx}$. En déduire que y et par conséquent U_C passe par un maximum pour $x \neq 0$. Quelle est la condition vérifiée par Q pour que ce maximum existe ?

d. Calculer, si elle existe, la pulsation de résonance de la tension ω_C et la tension U_C correspondante. *On donne : U = 20 V.*

<u>Exercice 16</u>

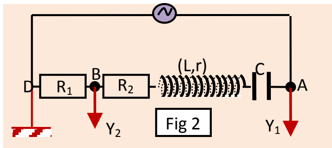
Le circuit (1) constitué par deux résistors $R_1 = 10\Omega$ et $R_2 = 32\Omega$ et d'une bobine d'auto-induction L et de résistance r, est alimenté par une tension sinusoïdale $u_{AD} = U_m\cos\omega t$ comme montre le schéma ci-dessous. A l'aide d'un oscilloscope bicourbe, on observe les tensions u_{AD} (voie Y_1) et u_{BD} (voie Y_2).



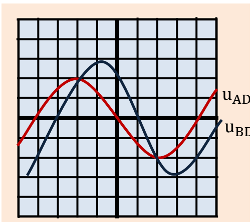
Réglages de l'oscilloscope :

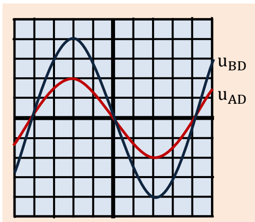
- Base de temps (balayage horizontal) : $2,5.10^{-3}$s par division.
- Déviation verticale : • voie Y_1 : 5V par division ; • voie Y_2 : 0,5V par division.

Le circuit (2) alimenté par la même tension sinusoïdale $u_{AD} = U_m\cos\omega t$, est constitué des mêmes résistors et de la même bobine, il contient en plus un condensateur de capacité C comme le montre le schéma ci-contre.



A l'aide de l'oscilloscope bicourbe, on observe les tensions u_{AD}(voie Y_1) et u_{BD}(voie Y_2).





Réglages de l'oscilloscope :

A partir des oscillogrammes ci-dessus :

1- Déterminer U_m et ω. En déduire l'expression de u_{AD} en fonction du temps t.

2- a) Déterminer successivement pour le circuit (1) puis pour le circuit (2), la phase de la tension u aux bornes du générateur par rapport à l'intensité i du courant.

b) A quel cas particulier correspond le circuit (2) ? Donner pour ce dipôle l'expression de i en fonction de t.

3- Calculer r, la résistance de la bobine.

4- Calculer l'inductance L de la bobine et la capacité C du condensateur.

Exercice 17

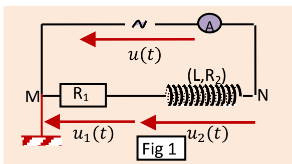
Une portion de circuit(MN), alimentée par une tension alternative sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$, comprend un conducteur ohmique sans inductance, de résistance R_1 et une bobine, de résistance R_2 et d'inductance L. La valeur de la tension efficace est fixée à $U = 8,4V$ et la pulsation $\omega = 100\pi rad/s$.

1° Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

a. $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$; $\forall(t)$

b. $U = U_1 + U_2$

c. $U_m = U_{1m} + U_{2m}$



d. $Z = Z_1 + Z_2$ où Z, Z_1 et Z_2 sont respectivement l'impédance de la portion (MN), du conducteur ohmique de résistance R_1 et de la bobine (R_2, L).

2° Ecrire les expressions de Z_1, Z_2 et Z en fonction de R_1, R_2, L et ω.

3° L'ampèremètre indique une intensité $I = 0{,}70A$. A l'aide d'un voltmètre on mesure $U_1 = 5{,}6V$ et $U_2 = 4{,}76V$

a. Calculer les impédances Z_1, Z_2 et Z.

b. En déduire les valeurs de R_1, R_2 et L.

c. Calculer la phase φ de la tension u(t) par rapport à l'intensité du courant i(t). Ecrire l'expression horaire de i(t).

4° On introduit un condensateur de capacité C dans la portion (MN) précédente. L'amplitude et la pulsation de la tension u(t) ne changent pas (voir montage de la fig.2)

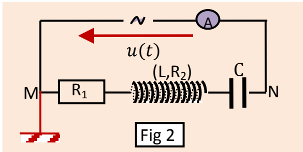


Fig 2

a. Déterminer, en utilisant la construction de Fresnel, la capacité C du condensateur afin que le facteur de puissance du dipôle (MN) reste inchangé.

b. Calculer la puissance moyenne consommée par le dipôle (MN).

Corrigé

Exercice 1

Impédance Z

1° conducteur ohmique

Z= R **AN : Z= 23Ω**

2° condensateur

$Z = \frac{1}{C\omega}$ soit $\boldsymbol{Z} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C\times 2\pi N}}$ AN : $Z = \frac{1}{80.10^{-6}\times 400\pi}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{Z} = \mathbf{9,95\Omega}$

3° bobine d'inductance L et de résistance négligeable

$Z = L\omega$ soit $\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{L}\mathbf{2\pi N}$ AN : $Z = 34.10^{-3} \times 400\pi$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{Z} = \mathbf{42\Omega}$

4° bobine de résistance r et d'inductance L

$Z = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$ soit $\mathbf{Z} = \sqrt{\mathbf{r^2 + (L2\pi N)^2}}$

AN : $Z = \sqrt{40^2 + (34.10^{-3} \times 400\pi)^2}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{Z} = \mathbf{58,5\Omega}$

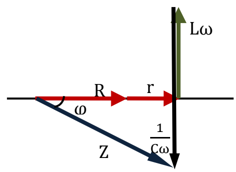
Exercice 2

1° Représentation de Fresnel relative au circuit

$L\omega = L2\pi N = 45.10^{-3} \times 200\pi = 28{,}27\Omega$

$\frac{1}{C\omega} = \frac{1}{C2\pi N} = \frac{1}{10.10^{-6}\times 200\pi} = 159{,}15\Omega$

$L\omega < \frac{1}{C\omega}$: le circuit est capacitif



2° Impédance Z du circuit

$$\mathbf{Z} = \sqrt{(\mathbf{R} + \mathbf{r})^2 + \left(\mathbf{L\omega} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C\omega}}\right)^2}$$

AN : $Z = \sqrt{(50 + 10)^2 + (28{,}27 - 159{,}15)^2}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{Z = 144\Omega}$

3° *Intensité efficace du courant*

$U = ZI$ d'où $I = \frac{U}{Z}$ AN : $I = \frac{6}{144}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{I = 4,2.10^{-2}A}$ soit **I = 42mA**

4° *Tension efficace aux bornes de chaque composant*

- conducteur ohmique

$U_R = Z_R I$ Or $Z_R = R$ d'où $\mathbf{U_R = RI}$ AN : $U_R = 50 \times 4{,}2.10^{-2}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{U_R = 2V}$

- condensateur

$U_C = Z_C I$ Or $Z_R = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C\omega}}$ d'où $\mathbf{U_C = \frac{1}{C\omega}I}$ AN : $U_C = 159{,}15 \times 4{,}2.10^{-2}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{U_C = 6,68V}$

- bobine d'inductance L et de résistance r

$U_B = Z_B I$ Or $Z_B = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$ d'où $\mathbf{U_B = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}I}$

AN : $U_B = \sqrt{10^2 + (28{,}27)^2} \times 4{,}2.10^{-2}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{U_B = 1,23V}$

5° *Phase de la tension par rapport à l'intensité*

$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{tan^{-1}}\left(\frac{\mathbf{L\omega - \frac{1}{C\omega}}}{\mathbf{R+r}}\right)$ AN : $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{28{,}27 - 159{,}15}{50+10}\right)$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{-65,37°}$

Exercice 3

1° *Intensité efficace I dans le circuit*

$U = ZI$ Or $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ d'où $\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}}{\sqrt{\mathbf{R^2 + \left(L2\pi N - \frac{1}{C2\pi N}\right)^2}}}$

AN : $I = \frac{5}{\sqrt{200^2 + \left(0{,}1\times 500\pi - \frac{1}{10^{-6}\times 500\pi}\right)^2}}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{I = 9,6.10^{-3}A}$ soit **I = 9,6mA**

2° *Loi de variation de l'intensité instantanée i en fonction du temps*
$i = I_m cos(\omega t - \varphi)$

$I_m = I\sqrt{2}$ et $\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \Rightarrow \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$ AN: $\varphi = -67{,}36°$ soit $\varphi = -1{,}18\text{rad}$

$\boldsymbol{i = 13{,}6cos(500\pi t + 1{,}18)}$ **(avec i en mA)**

3° *Tensions :*

-U_R : aux bornes de la résistance

$\mathbf{U_R = RI}$ AN : $U_R = 200 \times 9{,}6.10^{-3}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{U_R = 1{,}9V}$

-U_B : aux bornes de la bobine

$U_B = Z_B I$ Or $Z_B = L\omega$ d'où $\mathbf{U_B = L2\pi NI}$

AN : $U_B = 0{,}1 \times 500\pi \times 9{,}6.10^{-3}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{U_B = 1{,}5V}$

-U_C : aux bornes du condensateur

$U_C = Z_C I$ Or $Z_R = \frac{1}{C\omega}$ d'où $\mathbf{U_C = \frac{1}{C2\pi N} I}$

AN : $U_C = \frac{1}{10^{-6} \times 500\pi} \times 9{,}6.10^{-3}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{U_C = 6{,}1V}$

* *Comparaison :* $U_R + U_B + U_C > U$

4° *Impédances :*

-Z : du circuit R, L, C série

$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ d'où $\mathbf{Z = \sqrt{R^2 + \left(L2\pi N - \frac{1}{C2\pi N}\right)^2}}$

AN : $Z = \sqrt{200^2 + \left(0{,}1 \times 500\pi - \frac{1}{10^{-6} \times 500\pi}\right)^2}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{Z = 520\Omega}$

-Z_R : de la résistance : $\mathbf{Z_R = R = 200\Omega}$

-Z_B : de la bobine

$Z_B = L\omega$ d'où $\mathbf{Z_B = L2\pi N}$ AN : $Z_B = 0{,}1 \times 500\pi$ $\Rightarrow$ $\mathbf{Z_B = 156{,}25\Omega}$

-Z_C : du condensateur

$Z_C = \frac{1}{C\omega}$ d'où $\mathbf{Z_C = \frac{1}{C2\pi N}}$ AN : $Z_C = \frac{1}{10^{-6} \times 500\pi}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{Z_C = 635{,}4\Omega}$

* *Comparaison*

$Z_R + Z_B + Z_C > Z$

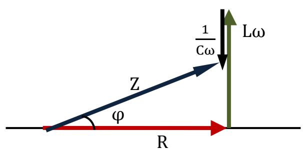
Exercice 4

1° *Représentation de Fresnel relative au circuit*

$L\omega = L2\pi N = 270.10^{-3} \times 100\pi = 84{,}82\Omega$

$\frac{1}{C\omega} = \frac{1}{C2\pi N} = \frac{1}{45.10^{-6} \times 100\pi} = 70{,}73\Omega$

$L\omega > \frac{1}{C\omega}$: le circuit est inductif



2° *Impédance Z du circuit*

$\mathbf{Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$

AN : $Z = \sqrt{11^2 + (84{,}82 - 70{,}73)^2}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{Z = 17{,}87\Omega}$

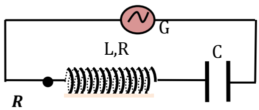
3° *Intensité efficace du courant*

$U = ZI$ d'où $I = \frac{U}{Z}$ AN : $I = \frac{6{,}3}{17{,}87}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{I = 0{,}352A}$ soit **I = 352mA**

4° *Phase de la tension par rapport à l'intensité*

$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r}\right)}$

AN : $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{84{,}82-70{,}73}{11}\right)$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\varphi = 52°}$



Exercice 5

1° *Facteur de puissance du circuit*

$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ Or $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ d'où $\boldsymbol{\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2+\left(L2\pi N - \frac{1}{C2\pi N}\right)^2}}}$

AN : $\cos\varphi = \frac{37}{\sqrt{37^2+\left(0{,}25\times2\pi\times100-\frac{1}{3{,}2.10^{-6}\times2\pi\times100}\right)^2}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\cos\varphi = 0{,}108}$

2° *Fréquence de résonance*

$\boldsymbol{N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$ AN : $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0{,}25\times3{,}2.10^{-6}}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{N_0 = 177{,}9Hz}$

3°a. *Facteur de qualité du circuit*

$Q = \frac{L\omega_o}{R}$ soit $Q = \frac{L2\pi N_o}{R}$ AN : $Q = \frac{0{,}25\times2\pi\times177{,}9}{37}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{Q = 7{,}55}$

b. *Bande passante*

$Q = \frac{N_o}{\Delta N}$ d'où $\Delta N = \frac{N_o}{Q}$ AN : $\Delta N = \frac{177{,}9}{7{,}55}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\Delta N = 23{,}6Hz}$

Exercice 6

1° * *Inductance L de la bobine*

$U = ZI$ Or $Z = \sqrt{(R)^2 + (L\omega)^2}$ donc $\boldsymbol{L = \frac{1}{\omega}\sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - (R)^2}}$

AN : $L = \frac{1}{10^3}\sqrt{\left(\frac{12}{24.10^{-3}}\right)^2 - 300^2}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{L = 0{,}4H}$

* *Phase φ de la tension u par rapport à l'intensité i du courant dans le circuit*

$\tan\varphi = \frac{L\omega}{R}$ d'où $\boldsymbol{\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)}$ AN : $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{0{,}4\times10^3}{300}\right)$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\varphi = 53{,}13°}$

* *Expression de l'intensité i en fonction du temps*

$i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$

$\varphi = 53{,}13°$ correspond à $\varphi = 0{,}927 rad$

$\boldsymbol{i = 24\sqrt{2}\sin(10^3 t - 0{,}927)\ (mA)}$

2° * *Valeur de la pulsation* ω_0

Si la tension u est en phase avec l'intensité alors $\boldsymbol{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

AN : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{0{,}4\times25.10^{-9}}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\omega_0 = 10^4 rad.s^{-1}}$

* *Intensité efficace du courant dans le circuit*

$U = RI_0$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{I_0 = \frac{U}{R}}$ **AN :** $I_0 = \frac{12}{300}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{I_0 = 0{,}04A}$

* *Tension efficace* U_L

$U_L = Z_L I_0$ Or $Z_L = L\omega_0$ d'où $\boldsymbol{U_L = L\omega_0 I_0}$

AN : $U_L = 0{,}4 \times 10^4 \times 0{,}04$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{U_L = 160V}$

* *Tension efficace* U_C

A la résonance d'intensité, $U_L = U_C$

$\boldsymbol{U_C = 160V}$

* *Rapports* $\frac{U_L}{U}$ *et* $\frac{U_C}{U}$

$\frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{160}{12} = 13{,}33$

* Ces rapports représentent le facteur de qualité Q

*Ils caractérisent l'acuité de la résonance

Exercice 7

1° * *Résistance R de la bobine*

$U = (R + R')I$ Or $U = k_V d$ d'où $\boldsymbol{R = \frac{k_V d}{I} - R'}$ AN : $R = \frac{2\times2{,}5}{20.10^{-3}} - 50 \Rightarrow \boldsymbol{R = 200\Omega}$

2° a. *Intensité maximale* I_m

$\boldsymbol{I_m = I\sqrt{2}}$ AN : $I_m = 12.10^{-3}\sqrt{2} \Rightarrow \boldsymbol{I_m = 1{,}69.10^{-2}A}$ soit $\boldsymbol{I_m = 16{,}9mA}$

* *Pulsation ω*

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ Or $T = k_H X_T$ d'où $\boldsymbol{\omega = \frac{2\pi}{k_H X_T}}$ AN : $\omega = \frac{2\pi}{5.10^{-3}\times4} \Rightarrow \boldsymbol{\omega = 100\pi rad.s^{-1}}$

* *Tension maximale* U_M

$U_m = \boldsymbol{k_V Y_m}$ AN : $U_m = 2 \times \left(\frac{6}{2}\right) \Rightarrow U_m = \mathbf{6V}$

b. * *Impédance Z du dipôle (A,B)*

$U_m = ZI_m$ d'où $\boldsymbol{Z = \frac{U_m}{I_m}}$ AN : $\boldsymbol{Z} = \frac{6}{\mathbf{1{,}69.10^{-2}}} \Rightarrow \boldsymbol{Z = 355\Omega}$

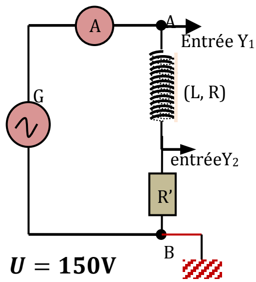
* *Déphasage φ*

$cos\varphi = \frac{R+R'}{Z}$ d'où $\varphi = \cos^{-1}\left(\frac{R+R'}{Z}\right)$ AN : $\varphi = \cos^{-1}\left(\frac{250}{355}\right) \Rightarrow \varphi = 45°$

* *Inductance L de la bobine*

$Z = \sqrt{(R + R')^2 + (L\omega)^2}$ d'où $\mathbf{L = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z^2 - (R + R')^2}}$

AN : $L = \frac{1}{100\pi}\sqrt{355^2 - (250)^2} \Rightarrow \mathbf{L = 0{,}8H}$



c. On visualise l'intensité i sur l'écran de l'oscillographe en utilisant la voie 2

Justification

La tension aux bornes du résistor est en phase avec l'intensité

Exercice 8

1° * *Tension de charge*

$Q_0 = CU \Rightarrow \boldsymbol{U = \frac{Q_0}{C}}$ AN : $U = \frac{6.10^{-4}}{4.10^{-6}}$ d'où $\boldsymbol{U = 150V}$

* *Energie emmagasinée*

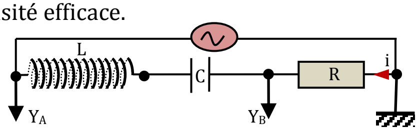
$\boldsymbol{W = \frac{1}{2}\frac{Q_0{}^2}{C}}$ AN : $W = \frac{1}{2}\times\frac{(6.10^{-4})^2}{4.10^{-6}}$ d'où $\boldsymbol{W = 4{,}5.10^{-2}J}$

2° * Appareils indispensables et fonctions

- un oscilloscope bicourbe : Pour la visualisation de tensions
- un voltmètre pour déterminer la tension efficace.
- un ampèremètre pour déterminer l'intensité efficace.

* Schéma du montage

(voir montage ci-contre)



3° * Période T

$T = k_H X_T$

On trouve graphiquement $X_T = 9\text{div}$ d'où $T = 1 \times 9$ soit $\boldsymbol{T = 9ms}$

* Fréquence N

$\boldsymbol{N = \frac{1}{T}}$ AN : $N = \frac{1}{9.10^3}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{N = 111,11Hz}$

* Phase de la tension par rapport à l'intensité : $\varphi = \frac{2\pi}{T}\theta$

On trouve graphiquement $\theta = 2\text{div}$ d'où $\varphi = \frac{2\pi}{9} \times 2$ soit $\boldsymbol{\varphi = \frac{4\pi}{9}}$ **rad**

4° a.* Il s'agit du phénomène de résonance d'intensité

* Inductance L de la bobine

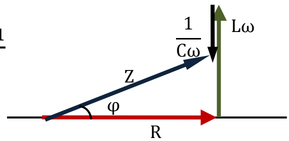
A la résonance d'intensité $L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0$ d'où $L = \frac{1}{C4\pi^2{N_0}^2}$

On trouve graphiquement $N_0 = 75\text{Hz}$ d'où $L = \frac{1}{3.10^{-6}\times4\pi^2\times75^2}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{L = 1,5H}$

b. Résistance du dipôle R, L, C.

$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$ $\Rightarrow$ $R = \frac{LC\omega^2-1}{C\omega\tan\varphi}$ soit $\boldsymbol{R = \frac{LC4\pi^2N^2-1}{C2N\tan\varphi}}$

AN : $R = \frac{1,5\times3.10^{-6}\times4\pi^2 111,11^2-1}{3.10^{-6}\times2\times111,11\times\tan\frac{4\pi}{9}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{R = 100\Omega}$



Exercice 9

1° *Fréquence N de la tension d'alimentation*

$N = \frac{1}{T}$ Or $T = k_H X_T$ d'où $N = \frac{1}{k_H X_T}$

On trouve graphiquement $X_T = 4\text{div}$ d'où $N = \frac{1}{0,5.10^{-3}\times4}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{N = 500Hz}$

2° *Tension efficace U aux bornes du circuit*

$U_m = k_V Y_m$ Or $U_m = U\sqrt{2}$ d'où $U = \frac{k_V Y_m}{\sqrt{2}}$

On trouve graphiquement $Y_m = 2,5\text{div}$ d'où $U = \frac{2\times2,5}{\sqrt{2}}$ soit $U = \mathbf{3,536V}$

3° *Intensité efficace I dans le circuit*

$U_R = RI \Rightarrow I = \frac{U_R}{R}$ Or $U_R = \frac{U_{Rm}}{\sqrt{2}}$ et $U_{Rm} = k_V Y_{Rm}$ donc $\boldsymbol{I = \frac{k_V Y_{Rm}}{R\sqrt{2}}}$

On trouve graphiquement $Y_{Rm} = 3,5\text{div}$ d'où $I = \frac{2\times3,5}{20\sqrt{2}}$ $\Rightarrow$ $I = \mathbf{0,248A}$

4° *Impédance Z du circuit R, L, C*

$U = ZI$ d'où $\mathbf{Z = \frac{U}{I}}$ AN : $Z = \frac{3,536}{0,248}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{Z = 14,3\Omega}$

5° * *Déphasage entre la tension appliquée u et l'intensité i* : $\boldsymbol{\varphi = \frac{2\pi}{T}\theta}$

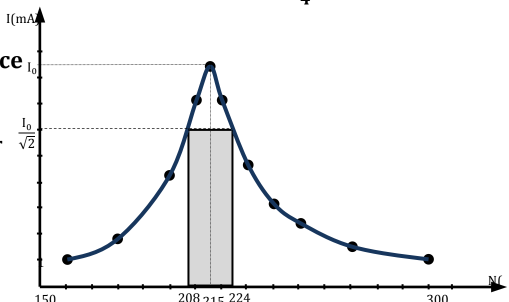
$T = k_H X_T$ et $\theta = k_H X_\theta$ d'où $\varphi = \frac{2\pi}{X_T} X_\theta$

Graphiquement $X_T = 4\text{div}$ et $X_\theta = 0,5\text{div}$ d'où $\boldsymbol{\varphi = \frac{\pi}{4}}$

* u est en avance sur i.

Exercice 10 : Circuit R, L, C ; résonance

a. *Courbe* $I = \mathrm{f}(N)$



b. * Le phénomène mis en évidence par la courbe est la résonance d'intensité.

* *Valeur de* N_0

On trouve graphiquement $N_0 = 215\text{Hz}$

c. *Capacité C du condensateur*

$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ d'où $\mathbf{C = \frac{1}{4\pi^2 L {N_0}^2}}$ AN : $C = \frac{1}{4\pi^2 \times 0{,}1 \times 215^2}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{C = 5{,}48.10^{-6}F}$

2° a. *Expression, en fonction de U, de la tension U_c aux bornes du condensateur*

$U_C = Z_C I$ Or $Z_C = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C\omega_0}}$ d'où $U_C = \frac{1}{C\omega_0} I$ soit $U_C = \frac{1}{C2\pi N_0} I$

A la résonance d'intensité, $U = RI$ $\Rightarrow$ $I = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{R}}$

On trouve $\mathbf{U_C = \frac{1}{RC2\pi N_0} U}$

$*\frac{U_C}{U} = \frac{1}{RC2\pi N_0}$

Le rapport $\frac{U_C}{U}$ est appelé facteur de qualité

* Valeur de $\frac{U_C}{U}$

$\frac{U_C}{U} = \frac{1}{RC2\pi N_0} = \frac{0{,}1}{10 \times 5{,}48.10^{-6} \times 2\pi \times 215}$ d'où $\frac{U_C}{U} = \mathbf{13{,}5}$

b. * ***Bande passante en pulsation*** : ensemble des pulsations pour lesquelles l'intensité efficace est supérieure $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ (I_0 : intensité à la résonance)

* *Les limites ω_1 et ω_2*

Graphiquement on trouve $N_1 = 208Hz$ et $N_2 = 224Hz$

$\omega_1 = 2\pi N_1$ soit $\mathbf{\omega_1 = 1307 rad.s^{-1}}$

$\omega_2 = 2\pi N_2$ soit $\mathbf{\omega_2 = 1407 rad.s^{-1}}$

* *Largeur $\Delta\omega$ de la bande passante*

$\mathbf{\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1}$ AN : $\Delta\omega = 1407 - 1307$ soit $\mathbf{\Delta\omega = 100 rad.s^{-1}}$

c. *Facteur de qualité Q :* $Q = \frac{\omega_o}{\Delta\omega}$

* *Expression de Q en fonction de L, ω_o et R*

$Q = \frac{L\omega_o}{R}$

Expression de Q en fonction de C, ω_o et R

$Q = \frac{1}{RC\omega_0}$

Valeur de Q à partir de la courbe

$Q = \frac{\omega_o}{\Delta\omega}$ AN : $Q = \frac{2\pi \times 215}{100}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{Q = 13{,}5}$

d.* *Equations du second degré en α*

$U = ZI$ avec $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

Pour $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$, $Z = \frac{U}{I_0}\sqrt{2}$ Or $\frac{U}{I_0} = R$ (résonance d'intensité) donc $Z = R\sqrt{2}$

$\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = R\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ $R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 = 2R^2$

On trouve $LC\omega^2 - 1 = \pm RC\omega$ soit $LC\alpha^2{\omega_0}^2 - 1 = \pm RC\alpha\omega_o$

Par suite $\alpha^2 - 1 = \pm RC\alpha\omega_o$ d'où les équations $\begin{cases} \alpha^2 - RC\omega_o\alpha - 1 = 0 & (1) \\ \alpha^2 + RC\omega_o\alpha - 1 = 0 & (2) \end{cases}$

$\alpha_1 = \frac{\omega_1}{\omega_o}$ *et* $\alpha_2 = \frac{\omega_2}{\omega_o}$ sont les seules solutions acceptables de ces deux équations

* *Expression de α_1 et α_2 en fonction de Q*

$Q = \frac{1}{RC\omega_0}$ d'où $\begin{cases} \alpha^2 - \frac{1}{Q}\alpha - 1 = 0 & (1) \\ \alpha^2 + \frac{1}{Q}\alpha - 1 = 0 & (2) \end{cases}$

$\Delta = \frac{1}{Q^2} - 4$ On trouve $\boldsymbol{\alpha_1} = \frac{-\frac{1}{Q}+\sqrt{\frac{1}{Q^2}-4}}{2}$ et $\boldsymbol{\alpha_2} = \frac{\frac{1}{Q}+\sqrt{\frac{1}{Q^2}-4}}{2}$

* *Déduction de la bande passante relative* $\frac{\omega_2-\omega_1}{\omega_o}$

$\frac{\omega_2-\omega_1}{\omega_o} = \frac{\alpha_2\omega_0-\alpha_1\omega_0}{\omega_o} = \alpha_2 - \alpha_1$ d'où $\frac{\omega_2-\omega_1}{\omega_o} = \frac{1}{Q}$

Exercice 11

1° -*Inductance* L_1 *de la bobine*

$U_{MP} = Z_{MP}I_1$ Or $Z_{MP} = \sqrt{(R+r)^2 + (L_1\omega)^2}$ avec R+r = R'

d'où $R'^2 + (L_1\omega)^2 = \left(\frac{U_{MP}}{I_1}\right)^2$ On obtient $\mathbf{L_1 = \frac{1}{\omega}\sqrt{\left(\frac{U_{MP}}{I_1}\right)^2 - R'^2}}$

AN : $L_1 = \frac{1}{100\pi}\sqrt{\left(\frac{10\sqrt{14}}{\frac{1}{2\pi}}\right)^2 - 200^2} \Rightarrow$ $\mathbf{L_1 = 0,4H}$

- *Capacité C du condensateur*

$U_{PQ} = Z_{PQ}I_1$ Or $Z_{PQ} = \frac{1}{C\omega}$ d'où $\frac{1}{C\omega} = \frac{U_{PQ}}{I_1}$ On obtient : $\mathbf{C = \frac{I_1}{\omega U_{PQ}}}$

AN : $C = \frac{\frac{1}{2\pi}}{100\pi\times40} \Rightarrow C = 12{,}5.10^{-6}F$ soit $\mathbf{C = 12,5\mu F}$

- *Tension efficace* U_{MQ} *aux bornes de la portion MQ*

$U_{MQ} = Z_{MQ}I_1$ Or $Z_{MQ} = \sqrt{R'^2 + \left(L_1\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ d'où $\mathbf{U_{MQ} = \sqrt{R_1'^2 + \left(L_1\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}\, I_1}$

AN : $U_{MQ} = \sqrt{200^2 + \left(0{,}4\times100\pi - \frac{1}{12{,}5.10^{-6}\times100\pi}\right)^2} \times \frac{1}{2\pi} \Rightarrow$ $\mathbf{U_{MQ} = 3815V}$

- *Déphasage φ entre l'intensité i et la tension u aux bornes de la portion MQ*

$\tan\varphi = \frac{L_1\omega - \frac{1}{C\omega}}{R_1'} \Rightarrow$ $\boldsymbol{\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{L_1\omega-\frac{1}{C\omega}}{R_1'}\right)}$

AN : $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{0{,}4\times100\pi - \frac{1}{12{,}5.10^{-6}\times100\pi}}{200}\right) \Rightarrow$ $\boldsymbol{\varphi = -33,45°}$

2° a. *Valeur* L_0 *de l'inductance*

$\mathcal{P} = \mathcal{P}_a \Rightarrow UI\cos\varphi = UI$ d'où $\cos\varphi = 1$ donc $Z = R'$

$L_0\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$ soit $\mathbf{L_0 = \frac{1}{C\omega^2}}$ AN : $L_0 = \frac{1}{12{,}5.10^{-6}\times(100\pi)^2} \Rightarrow$ $\mathbf{L_0 = 0,8H}$

b. *Valeur efficace de l'intensité*

$U_{MQ} = R'I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{U_{MQ}}{R'}$

Pour $R'_1 = 200\Omega$, on a : $I_0 = \frac{38{,}15}{200} \Rightarrow$ $\mathbf{I_0 = 0,19A}$

Pour $R'_2 = 10\Omega$, on a : $I_0 = \frac{38{,}15}{10} \Rightarrow$ $\mathbf{I_0 = 3,815A}$

3°a. *Montrons que :* $L_1 + L_2 = \frac{2}{c\omega^2}$

$U_{MQ} = \sqrt{R_1'^2 + \left(L_1\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}\, I_1$ et $U_{MQ} = \sqrt{R_1'^2 + \left(L_2\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}\, I_1$

$\frac{U_{MQ}}{I_1} = \sqrt{R_1'^2 + \left(L_1\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{R_1'^2 + \left(L_2\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \Rightarrow \left(L_1\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 = \left(L_2\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$

On obtient : $L_1\omega - \frac{1}{C\omega} = L_2\omega - \frac{1}{C\omega}$ ou $L_1\omega - \frac{1}{C\omega} = -\left(L_2\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$

Si $L_1\omega - \frac{1}{C\omega} = L_2\omega - \frac{1}{C\omega}$ alors $L_1 = L_2$ (impossible : nouvelle valeur)

Si $L_1\omega - \frac{1}{C\omega} = -\left(L_2\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$ alors $\mathbf{L_1 + L_2 = \frac{2}{C\omega^2}}$

b. *Déduction de L_2 pour $L_1 = 0{,}4H$*

$L_1 + L_2 = \frac{2}{c\omega^2}$ d'où $\mathbf{L_2 = \frac{2}{c\omega^2} - L_1}$

AN : $L_2 = \frac{2}{12{,}5.10^{-6}\times(100\pi)^2} - 0{,}4$ $\Rightarrow$ $\mathbf{L_2 = 1{,}22H}$

4°a. *Intensité efficace pour $L = 0{,}4H$*

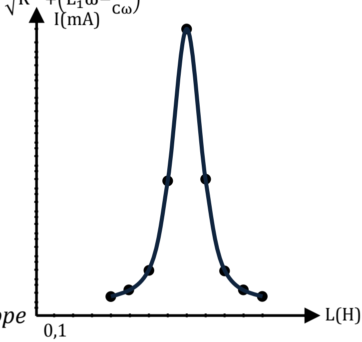
$U_{MQ} = \sqrt{R'^2 + \left(L_1\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}\, I_1$ $\Rightarrow$ $I_1 = \frac{U_{MQ}}{\sqrt{R'^2 + \left(L_1\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$

AN : $I_1 = \frac{10\sqrt{14}}{\sqrt{10^2 + (0{,}4\times100\pi - 255)^2}}$ $\Rightarrow I_1 = 0{,}29A$

b. * Tableau

L(H)	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
I(A)	**0,29**	0,38	0,56	1,02	**3,81**
L(H)	0,9	1,0	1,1	1,2	
I(A)	**1 ,02**	**0,56**	**0,38**	**0,29**	

* *Courbe I = f(L)*



Exercice 12

1° *Grandeurs électriques visualisées par l'oscilloscope*

Voie 1 : intensité du courant dans le circuit

Voie 2 : Tension aux bornes du dipôle R, X

2° * *Fréquence N*

$N = \frac{1}{T}$ Or $T = k_H X_T$ d'où $N = \frac{1}{k_H X_T}$

On trouve graphiquement $X_T = 4\text{div}$ d'où $N = \frac{1}{0{,}05.10^{-3}\times4}$ soit $\boldsymbol{N = 5000Hz}$

* *Impédance Z du dipôle PM*

$U_m = ZI_m$ $\Rightarrow$ $Z = \frac{U_m}{I_m}$ Or $I_m = \frac{U_{Rm}}{R}$ donc $Z = \frac{RU_m}{U_{Rm}}$

$U_m = k_2 Y_m$ et $U_{Rm} = k_1 Y_{Rm}$ d'où $\mathbf{Z = \frac{Rk_2Y_m}{k_1Y_{Rm}}}$

On trouve graphiquement $Y_m = 3\text{div}$ et $Y_{Rm} = 3{,}5\text{div}$

AN : $Z = \frac{1000\times1\times3}{0{,}5\times3{,}5}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{Z = 1714\Omega}$

* *Phase φ de l'intensité par rapport à la tension u*

$\varphi = 2\pi N\theta$ avec $\theta = k_H X_\theta$ d'où $\boldsymbol{\varphi = 2\pi k_H X_\theta}$

On trouve graphiquement $X_\theta = 1\text{div}$

$\varphi = 2\pi \times 5000 \times 0{,}05.10^{-3} \times 1$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\varphi = \frac{\pi}{2}}$

3° *Expression de l'intensité du courant en fonction du temps*

$i = I_m \cos(\omega t + \varphi)$ avec $I_m = \frac{k_1 Y_{Rm}}{R}$ d'où $\mathbf{i = 1{,}75.10^{-3}\cos\left(10^4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\ (A)}$

4° * *Nature du dipôle X :* X est un condensateur
* Justification : L'intensité est en avance sur la tension

Exercice 13

1°a. *Résistance R de la bobine*

En courant continu :

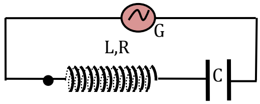
$U_C = RI_C \quad \Rightarrow \quad \mathbf{R = \frac{U_C}{I_C}} \qquad \text{AN : } R = \frac{10}{0{,}2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{R = 50\Omega}$

b. *Inductance L de la bobine*

$U_e = ZI_e \quad \text{Or} \quad Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \quad \text{et} \quad \omega = 2\pi N \quad \text{donc} \quad \mathbf{L = \frac{1}{2\pi N}\sqrt{\left(\frac{U_e}{I_e}\right)^2 - (R)^2}}$

$\text{AN : } L = \frac{1}{100\pi}\sqrt{\left(\frac{10}{0{,}185}\right)^2 - 50^2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{L = 0{,}065H} \quad \text{soit} \quad \mathbf{L = 65mH}$

2° a. *Fréquence* N_0



L'intensité efficace du courant est maximale si le circuit est à la résonance. La fréquence est égale à la fréquence propre du circuit

$\mathbf{N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}} \qquad \text{AN : } N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0{,}065\times10^{-6}}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{N_0 = 622Hz}$

b. *Intensité efficace maximale* I_0

$U_e = RI_e \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I_e = \frac{U_C}{R}} \qquad \text{AN : } \mathbf{I_e} = \frac{10}{50} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I_e = 0{,}2A}$

c.* *Intensité* I_1 *quand la fréquence est* $N_1=2N_0$

$U_e = ZI_e \text{or} Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)^2} \quad \text{et} \quad \omega = 2\pi N_1 \quad \text{donc} \quad I_1 = \frac{U_e}{\sqrt{R^2+\left(L2\pi N_1-\frac{1}{C2\pi N_1}\right)^2}}$

$N_1=2N_0$, on aboutit à : $I_1 = \frac{U_e}{\sqrt{R^2+\left(L4\pi N_0-\frac{1}{C4\pi N_0}\right)^2}}$

$\text{AN : } I_1 = \frac{10}{\sqrt{50^2+\left(0{,}065\times4\pi\times622-\frac{1}{10^{-6}\times4\pi\times622}\right)^2}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I_1 = 0{,}026A}$

* *Intensité* I_2 *quand la fréquence est* $N_2=N_0/2$

$U_e = ZI_2 \quad \text{Or} \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2}\right)^2} \quad \text{et} \quad \omega = 2\pi N_2 \text{ donc } \quad I_2 = \frac{U_e}{\sqrt{R^2+\left(L2\pi N_2-\frac{1}{C2\pi N_2}\right)^2}}$

$N_2=N_0/2$, on aboutit à : $I_2 = \frac{U_e}{\sqrt{R^2+\left(L\pi N_0-\frac{1}{C\pi N_0}\right)^2}}$

$\text{AN : soit } I_2 = \frac{10}{\sqrt{50^2+\left(0{,}065\times\pi\times622-\frac{1}{10^{-6}\times\pi\times622}\right)^2}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I_2 = 0{,}026A}$

* Comparaison

Les deux résultats sont les mêmes.

d. * *Intensité* I_1 *quand la fréquence est* $N_1'=kN_0$

$U_e = ZI_e \quad \text{Or} \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega_1' - \frac{1}{C\omega_1'}\right)^2} \quad \text{et} \quad \omega = 2\pi N_1' \text{ donc } \quad I_1 = \frac{U_e}{\sqrt{R^2+\left(L2\pi N_1'-\frac{1}{C2\pi N_1'}\right)^2}}$

$N_1'=2N_0$; On aboutit à : $I_1=\frac{U_e}{\sqrt{R^2+\left(L2\pi kN_0-\frac{1}{C2\pi kN_0}\right)^2}}$ soit $I_1=\frac{U_e}{\sqrt{R^2+\frac{\left(LC4\pi^2k^2{N_0}^2-1\right)^2}{C^24\pi^2k^2{N_0}^2}}}$

Or à la résonance d'intensité, $LC4\pi^2{N_0}^2=1$ d'où $I_1=\frac{U_e}{\sqrt{R^2+\frac{(k^2-1)^2}{k^2\frac{C}{L}}}}$ soit $\mathbf{I_1}=\frac{\mathbf{U_e}}{\sqrt{\mathbf{R^2+\frac{(k^2-1)^2L}{k^2C}}}}$

* *Intensité I_2 quand la fréquence est $N_2'=N_0/k$*

$U_e=ZI_2$ Or $Z=\sqrt{R^2+\left(L\omega_2'-\frac{1}{C\omega_2'}\right)^2}$ et $\omega_2'=2\pi N_2'$ donc $I_2=\frac{U_e}{\sqrt{R^2+\left(L2\pi N_2'-\frac{1}{C2\pi N_2'}\right)^2}}$

$N_2'=N_0/k$; On aboutit à : $I_2=\frac{U_e}{\sqrt{R^2+\left(L2\pi\frac{N_0}{k}-\frac{1}{C2\pi\frac{N_0}{k}}\right)^2}}$ soit $I_2=\frac{U_e}{\sqrt{R^2+\frac{\left(LC4\pi^2\frac{{N_0}^2}{k^2}-1\right)^2}{C^24\pi^2\frac{{N_0}^2}{k^2}}}}$

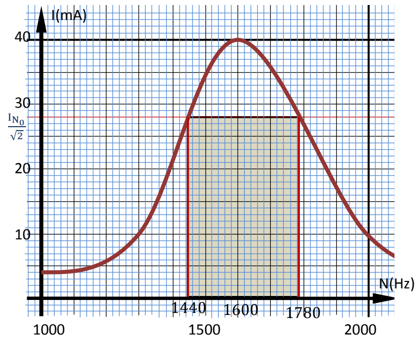
Or à la résonance, $LC4\pi^2{N_0}^2=1$ d'où $I_2=\frac{U_e}{\sqrt{R^2+\frac{\left(\frac{1}{k^2}-1\right)^2}{\frac{C}{k^2L}}}}$ soit $\mathbf{I_2}=\frac{\mathbf{U_e}}{\sqrt{\mathbf{R^2+\frac{(1-k^2)^2L}{k^2C}}}}$

On obtient les mêmes résultats ; on peut donc généraliser la conclusion.

Exercice 14

1°a. * Explication

À la résonance d'intensité, l'intensité dans le circuit est la plus grande. La courbe $I=f(N)$ croit atteint un maximum pour $N=N_0$ (fréquence de résonance) puis décroit.



* Fréquence de résonance

On trouve graphiquement $\mathbf{N_0=1600Hz}$

* Valeur de R.

A la résonance d'intensité $U=RI_0$ d'où $\mathbf{R=\frac{U}{I_0}}$

AN : $R=\frac{4}{40.10^{-3}}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{R=100\Omega}$

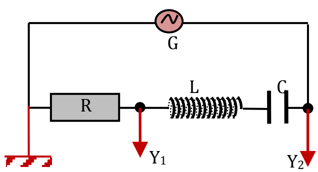
b. *Valeurs de N_1 et N_2*

Pour $I_{N_1}=I_{N_2}=\frac{I_{N_0}}{\sqrt{2}}$, on trouve graphiquement $\mathbf{N_1=1440Hz}$ et $\mathbf{N_0=1780Hz}$

**Facteur de qualité* : $Q=\frac{N_0}{N_2-N_1}$

$Q=\frac{1600}{1780-1440}$ soit $\mathbf{Q=4,7}$

2°a. On visualise à la voie Y_1 l'intensité dans le circuit et à la voie Y_2 la tension aux bornes du dipôle R,L,C.



b. *Longueur occupée par une période*

Si les deux grandeurs sont en phase, $N=N_0=1600Hz$

$T_0=k_HX_T$ Or $T_0=\frac{1}{N_0}$ d'où $X_T=\frac{1}{k_HN_0}$

AN : $X_T=\frac{1}{100.10^{-6}\times1600}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{X_T=6,25div}$

c. * *Décalage*

Signe de $L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}$

$L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1} = \frac{LC\omega_1{}^2-1}{C\omega_1} = \frac{\frac{\omega_1{}^2}{\omega_0{}^2}-1}{C\omega_1} = \frac{\frac{N_1{}^2}{N_0{}^2}-1}{C\omega_1}$ Or $N_1<N_0$ donc $\frac{N_1{}^2}{N_0{}^2} < 1$ d'où le circuit est capacitif : $\boldsymbol{\varphi = -\frac{2\pi}{T}\theta}$

Pour N_1, l'intensité i dans le dipôle est en avance sur la tension u aux bornes du dipôle.

<u>Exercice 15</u>

1° *Contenu de chaque boîte et valeurs de R, r, L et C*

Boite 1 : Le dipôle n'est pas traversé par un courant en continu ; on peut sans se tromper dire que le dipôle est **un condensateur.**

Capacité du condensateur

En alimentation alternative : $\mathrm{U = Z_C I_1}$ Or $\mathrm{Z_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{C2\pi N}}$ d'où $\mathbf{C = \frac{I_1}{2\pi NU}}$

AN : $\mathbf{C = 5.10^{-4}F}$

Boite 2 : le dipôle est une bobine

La tension au bornes de la bobine est donnée par : $\mathrm{u = ri + L\frac{di}{dt}}$

En alimentation continue, $\mathrm{\frac{di}{dt} = 0}$ et donc $\mathrm{U = rI_1}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{r = \frac{U}{I_1}}$ AN : $\mathbf{r = 20\Omega}$

En alimentation alternative, $\mathrm{U = Z_b I_2}$ Or $\mathrm{Z_b = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{r^2 + 4\pi^2N^2L^2}}$

D'où $\mathbf{L = \frac{1}{2\pi N}\sqrt{\left(\frac{U}{I_2}\right)^2 - r^2}}$ AN : $\mathbf{L = 0,5H}$

Boite 3 : le dipôle est un résistor

En alimentation continue, $\mathrm{U = RI_3}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{R = \frac{U}{I_3}}$ AN : $\mathbf{R = 80\Omega}$

En alimentation alternative, $\mathrm{U = Z_R I_3}$ Or $\mathrm{Z_R = R}$ d'où $\mathbf{R = \frac{U}{I_3}}$ AN : $\mathbf{R = 80\Omega}$

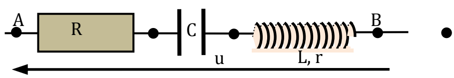
2° a. *Valeur ω_0 de ω pour avoir φ = 0*

Pour φ = 0, la tension u et l'intensité i sont en phase ; on parle de résonance d'intensité.

A la résonance, $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ d'où $\boldsymbol{\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ AN : $\mathbf{\omega_0 = 63,2rad.s^{-1}}$

b. *Montrer que $\omega_1.\ \omega_2 = \omega_0{}^2$*

$\mathrm{tan\varphi_1 = L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}}$ et $\mathrm{tan\varphi_2 = L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2}}$



Or $\varphi_2 = -\varphi_1$ donc $\mathrm{tan\varphi_2 = -tan\varphi_1}$

Soit $\mathrm{L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2} = -\left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)}$

$\mathrm{\frac{LC\omega_2{}^2-1}{C\omega_2} = -\left(\frac{LC\omega_1{}^2-1}{C\omega_1}\right)}$ $\Rightarrow$ $\mathrm{LC\omega_1\omega_2(\omega_2+\omega_1) = \omega_2 + \omega_1}$ $\Rightarrow$ $\mathrm{\omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC}}$

Or $\omega_0{}^2 = \frac{1}{LC}$ d'où $\omega_1\omega_2 = \omega_0{}^2$

c. *Valeurs de ω_1 et ω_2 pour $|\varphi_1| = |\varphi_2| = \frac{\pi}{4}$*

$\mathrm{tan\frac{\pi}{4} = L\omega - \frac{1}{C\omega}}$ soit $\mathrm{L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm 1}$ $\Rightarrow$ $\mathrm{\omega^2 \pm \frac{1}{L}\omega - \omega_0{}^2 = 0}$

$\omega_1 = \frac{-\frac{1}{L}+\sqrt{\left(\frac{1}{L}\right)^2+4\omega_0{}^2}}{2}$ soit $\mathbf{\omega_2 = 62,2rad.s^{-1}}$

Et $\omega_2 = \frac{\frac{1}{L}+\sqrt{\left(\frac{1}{L}\right)^2+4\omega_0{}^2}}{2}$ soit $\mathbf{\omega_2 = 64,2\ rad.s^{-1}}$

3°a. *Expression de l'intensité efficace I en fonction de r, R, L, C, U et ω*

$U = ZI$ Or $Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ d'où $\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}}{\sqrt{(\mathbf{R}+\mathbf{r})^2+\left(\mathbf{L}\omega-\frac{1}{\mathbf{C}\omega}\right)^2}}$

b. *Expression du* $y = \frac{U_C}{U}$ *en fonction de* $Q = \frac{1}{RC\omega_0}$ *et* $x = \frac{\omega}{\omega_0}$

* La tension efficace U_C aux bornes du condensateur

$U_C = Z_C I$ Or $Z_C = \frac{1}{C\omega}$ et $I = \frac{U}{\sqrt{(R+r)^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$ d'où $U_C = \frac{1}{C\omega}\frac{U}{\sqrt{(R+r)^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$

On déduit $\frac{U_C}{U} = \frac{1}{C\omega}\frac{1}{\sqrt{(R+r)^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$

$x = \frac{\omega}{\omega_0} \Rightarrow \omega = x\omega_0$ On a donc $y = \frac{1}{Cx\omega_0}\frac{1}{\sqrt{(R+r)^2+\left(Lx\omega_0-\frac{1}{Cx\omega_0}\right)^2}}$

Exercice 16

1- * *Tension maximale* U_m *:* $\mathbf{U_m = k_V Y}$

La courbe représentative de la tension délivrée par GBF est la courbe observé sur la voie 1 soit la tension u_{AD}. On lit graphiquement $Y = 2div$.

AN : $U_m = 5 \times 2 \Rightarrow \mathbf{U_m = 10V}$

* *Pulsation* ω : $\omega = \frac{2\pi}{T}$ Or $T = kX_T$ d'où $\omega = \frac{2\pi}{kX_T}$

On lit graphiquement $X_T = 8div$ AN : $\omega = \frac{2\pi}{2{,}5.10^{-3}\times 8} \Rightarrow \mathbf{\omega = 100\pi rad.s^{-1}}$

* *Expression de* u_{AD}

u_{AD} est une fonction sinusoïdale de la forme : $u_{AD} = U_m cos\omega t$ soit $\boldsymbol{u_{AD} = 10cos100\pi t}$

2- a. *Phase de la tension u par rapport à l'intensité*

* Pour le circuit 1, la courbe de la tension aux bornes du GBF (u_{AD}) est en avance sur la courbe de la tension aux bornes du résistor R_1, courbe renseignant sur la variation de l'intensité dans le circuit.

$\boldsymbol{\varphi = \frac{2\pi\tau}{T}}$ On a $\frac{\tau}{T} = \frac{X_\tau}{X_T} = \frac{1}{8}$ d'où $\boldsymbol{\varphi = \frac{\pi}{4}}$ **rad**

* Pour le circuit 2, la courbe de la tension aux bornes du GBF (u_{AD}) est en phase avec la courbe de la tension aux bornes du résistor R_1, courbe renseignant sur la variation de l'intensité dans le circuit. $\boldsymbol{\varphi = 0}$

b. * Le circuit 2 correspond au circuit de **résonance d'intensité**.

* Expression de i en fonction du temps

$i = I_m cos\omega t$ Or pour le circuit 2 : $U_{BD_m} = R_1 I_m$ avec $U_{BD_m} = k_V Y_m$

donc $\boldsymbol{i = \frac{k_V Y_m}{R_1} cos\omega t}$ Graphiquement, $Y_m = 4div$

On a donc : $i = \frac{0{,}5\times 4}{10} cos100\pi t$ soit $\boldsymbol{i = 0{,}2cos100\pi t}$

3° *Résistance r de la bobine.*

A la résonance d'intensité $\varphi = 0$ et $Z = R$ avec $R = R_1 + R_2 + r$

Pour le circuit 2 : $U_{AD_m} = (R_1 + R_2 + r)I_m$

Or $U_{AD_m} = k_V Y_m$ d'où $r = \frac{k_V Y_m}{I_m} - (R_1 + R_2)$

On trouve graphiquement : $Y_m = 2div$ AN : $r = \frac{5\times 2}{0{,}2} - (10 + 32) \Rightarrow \mathbf{r = 8\Omega}$

4°* *Inductance L de la bobine*

Pour le circuit 1 : $U_{AD_m} = ZI_m$ avec $Z = \sqrt{(R_1 + R_2 + r)^2 + (L\omega)^2}$

De même $U_{BD_m} = R_1 I_m$ avec $U_{BD_m} = k_V Y_m$ d'où $I_m = \frac{k_V Y_m}{R_1}$

$$U_{AD_m} = \sqrt{(R_1 + R_2 + r)^2 + (L\omega)^2}\,\frac{k_V Y_m}{R_1} \quad \text{d'où} \quad L = \frac{1}{\omega}\sqrt{\left(\frac{R_1 U_{AD_m}}{k_V Y_m}\right)^2 - (R_1 + R_2 + r)^2}$$

On trouve graphiquement : $Y_m = 3\text{div}$ AN : $L = \frac{1}{100\pi}\sqrt{\left(\frac{10\times 10}{0,5\times 3}\right)^2 - 50^2} \Rightarrow \mathbf{L = 0,14H}$

* *Capacité C du condensateur*

A la résonance, $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ d'où $\boldsymbol{C = \frac{1}{L\omega_0^2}}$ AN : $C = \frac{1}{0,14\times(100\pi)^2} \Rightarrow \mathbf{C = 7,2.10^{-5}F}$

<u>Exercice 17</u>

1°a. Vrai ; b. Faux ; c. Faux ; d. Faux

2° Expressions des impédances

* Impédance Z_1 du conducteur ohmique de résistance R_1 : $Z_1 = R_1$

* Impédance Z_2 de la bobine (R_2, L). : $Z_2 = \sqrt{{R_2}^2 + (L\omega)^2}$

* Impédance Z de l'ensemble : $Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (L\omega)^2}$

3° L'ampèremètre indique une intensité I = 0,70A. A l'aide d'un voltmètre on mesure $U_1 = 5,6V$ et $U_2 = 4,76V$

a. Impédance Z_1 : $U_1 = Z_1 I$ donc $\mathbf{Z_1} = \frac{\mathbf{U_1}}{\mathbf{I}}$ AN : $Z_1 = \frac{5,6}{0,70} \Rightarrow \mathbf{Z_1 = 8\Omega}$

Impédance Z_2 : $U_2 = Z_2 I$ donc $\mathbf{Z_2} = \frac{\mathbf{U_2}}{\mathbf{I}}$ AN : $Z_2 = \frac{4,76}{0,70} \Rightarrow \mathbf{Z_2 = 6,7\Omega}$

Impédance Z: $U = ZI$ donc $\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{I}}$ AN : $Z = \frac{8,4}{0,70} \Rightarrow \mathbf{Z = 12\Omega}$

b. Valeur de R_1 : $Z_1 = R_1$ d'où $R_1 = \mathbf{8\Omega}$

Valeurs de R_2 et L

$$Z_2 = \sqrt{{R_2}^2 + (L\omega)^2} \Rightarrow {R_2}^2 + (L\omega)^2 = {Z_2}^2 \quad (1)$$

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (L\omega)^2} \Rightarrow (R_1 + R_2)^2 + (L\omega)^2 = Z^2 \quad (2)$$

(2) - (1) $\Leftrightarrow$ $(R_1 + R_2)^2 - {R_2}^2 = Z^2 - {Z_2}^2 \Rightarrow {R_1}^2 + 2R_1R_2 = Z^2 - {Z_2}^2$

$\mathbf{R_2} = \frac{\mathbf{Z^2 - {Z_2}^2 - {R_1}^2}}{\mathbf{2R_1}}$ AN : $R_2 = \frac{12^2 - 6,7^2 - 8^2}{2\times 8} \Rightarrow \mathbf{R_2 = 2,2\Omega}$

${R_2}^2 + (L\omega)^2 = {Z_2}^2 \Rightarrow \mathbf{L} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\omega}}\sqrt{\mathbf{{Z_2}^2 - {R_2}^2}}$ AN : $L = \frac{1}{100\pi}\sqrt{6,7^2 - 2,2^2} \Rightarrow \mathbf{L = 0,02H}$

c. *Phase φ de la tension $u(t)$ par rapport à l'intensité du courant $i(t)$*

$\tan\varphi = \frac{L\omega}{R_1 + R_2} \Rightarrow \varphi = tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R_1 + R_2}\right)$ AN : $\varphi = tan^{-1}\left(\frac{0,02\times 100\pi}{10,2}\right) \Rightarrow \boldsymbol{\varphi = 0,55rad}$

Expression horaire de $i(t)$

u(t) est en avance sur i(t) donc $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$

soit $\mathbf{i(t) = \cos(100\pi t - 0,55)}$

4°a. *Capacité C du condensateur*

\- construction de Fresnel

$cos\varphi = \frac{R_1+R_2}{Z}$

Pour la figure 2, $Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

et pour la figure 1 $Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (L\omega)^2}$

Même facteur de puissance donc : $\frac{R_1+R_2}{\sqrt{(R_1+R_2)^2+(L\omega)^2}} = \frac{R_1+R_2}{\sqrt{(R_1+R_2)^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$

On déduit : $(L\omega)^2 = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \Rightarrow (L\omega)^2 = (L\omega)^2 - 2\frac{L}{C} + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2$ soit $2\frac{L}{C} = \frac{1}{C^2\omega^2}$

$2L = \frac{1}{C\omega^2}$ d'où $\boldsymbol{C = \frac{1}{2L\omega^2}}$ AN : $C = \frac{1}{2\times 0{,}02\times(100\pi)^2} \Rightarrow \boldsymbol{C = 2{,}5.10^{-4}F}$

b. *Puissance moyenne consommée par le dipôle* (MN)

$\mathcal{P} = UIcos\varphi = (R_1 + R_2)I^2$ Or $U = ZI$ d'où $\boldsymbol{\mathcal{P} = (R_1 + R_2)\left(\frac{U}{Z}\right)^2}$

AN : $\mathcal{P} = 10{,}2 \times \left(\frac{8{,}4}{12}\right)^2 \Rightarrow \boldsymbol{\mathcal{P} = 5W}$

LENTILLES MINCES

Exercice 1

Une lentille est placée entre un objet réel AB et un écran ; la distance objet-écran est $D = \overline{AE} > 0$. Pour une distance D fixée (satisfaisant à une condition que l'on précisera ultérieurement), il est possible d'obtenir une image nette sur l'écran pour deux positions de la lentille séparées par une distance d.

1° Soit p et p' les positions d'objet et d'image correspondantes (image nette sur l'écran).

a. Exprimer p' en fonction de p et de la distance $D = \overline{AE}$.

b. Déterminer l'équation du second degré reliant p, f' et D.

c. A quelle condition y a-t-il des solutions à cette équation ?

d. Donner pour la condition donnée, les deux solutions p_1 et p_2 en fonction de f' et D (On appellera p_1 la solution ayant la plus petite valeur absolue).

2° Pour D fixé, satisfaisant à la condition du 1°c), soient O_1 et O_2 les deux O de la lentille mince correspondant aux deux solutions positions du centre optique calculées précédemment.

a. Exprimer la distance $d = \overline{O_1O_2} > 0$ en fonction de p_1 et p_2.

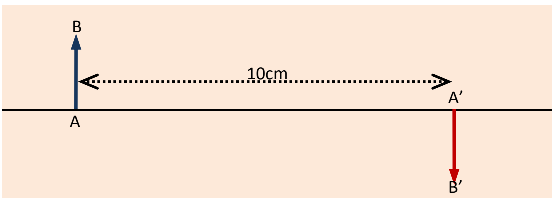
b.En déduire la valeur de la distance f' de la lentille mince en fonction de D et d.

3° L'expérience donne, pour D=1m, d=40cm. Calculer la valeur de la distance focale f' correspondante.

4° Si $D = 4f'$(quelque soit $f' > 0$) quelles sont alors, en fonction de f', les valeurs respectives des positions objet et image correspondantes. Conclure.

Exercice 2

On considère une lentille convergente L, de distance focale f'. Pour déterminer la valeur de cette distance focale, on dispose un petit objet plan AB que l'on place sur l'axe optique de L et perpendiculairement à cet axe. La lentille L donne de AB une image A'B' de même taille que l'objet sur un écran (E). (voir figure réalisée à l'échelle $\frac{1}{2}$).



a. Compléter la figure en plaçant le centre optique O, le foyer principal objet F et le foyer principal image F' de la lentille L.

b. En déduire la distance focale $f' = \overline{OF'}$ de la lentille.

c. Déterminer le grandissement linéaire de L et les caractéristiques de l'image A'B'.

2° L'écran (E) est maintenant placé à une distance fixe D de l'objet AB. Pour obtenir une image réelle et nette de cet objet, on déplace perpendiculairement à l'axe optique de L, la lentille L entre le point A de l'objet et l'écran E.

a. Etablir la relation entre D et f' pour que l'on obtienne sur l'écran une image nette pour deux positions distinctes O_1 et O_2 de la lentille L.

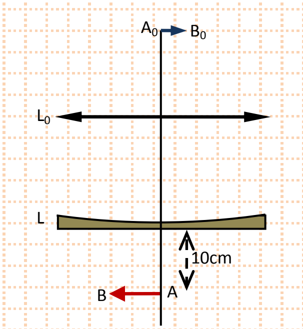
b. Déterminer l'expression de la distance $d = O_1O_2$ en fonction de D et f'.
c. Soit I le milieu du segment $[O_1O_2]$; exprimer $\overline{AI}$ et $\overline{A'I}$ en fonction de D. Conclure.
d. Calculer la distance focale f' de L sachant que D=25cm et d=11,2ccm.
3° La lentille L précédent de distance focale f'=5cm est utilisée en loupe.
Le petit objet AB est placé perpendiculairement à l'axe optique de L, à 3cm devant L.
a. Construire l'image A'B' de AB donnée par la lentille L. échelle $\frac{1}{2}$.
b. A quelle distance de l'objet AB doit-on placer la lentille pour obtenir un grandissement linéaire égal à 5 puis à 10 ?
c. Quelle est la nature de l'image A'B'.

Exercice 3

On considère une lentille-plan convexe L_1 d'indice de réfraction n = 1,5 et de rayon 12,5cm. Cette lentille est supposée mince de sommet O.
On place un petit objet de petites dimensions à 10cm avant O puis 15cm après O.
1°a. Calculez la vergence C_1 puis la distance focale f_1'de cette lentille.
b. Donnez la nature des objets.
c. Calculez les positions et les grandissements linéaires des images. Précisez leurs natures et leurs sens.
d. Construisez dans chaque cas, la marche d'un pinceau lumineux issu de B n'appartenant pas à l'axe.
2° A cette lentille, on associe une lentille mince L_2 de même centre optique. La vergence de l'ensemble vaut $C = -2\delta$.
a. Quelle est la distance focale du système ?
b. Quelle est la distance focale de la lentille L_2 ? Quelle est sa nature ?
3° On place devant ce système un petit objet à 25cm de O.
a. Calculez la position et le grandissement linéaire de l'image.
b. Donnez sa nature et son sens.

Exercice 4

Au moyen d'une lentille auxiliaire convergente L_0 d'axe principal vertical, on forme l'image réelle AB de l'objet A_0B_0 situé dans un plan de front.
À 10cm au-dessus de AB, on interpose la lentille mince plan concave L, sa face concave étant la face supérieure et son axe principal étant confondu avec celui de L_0. On obtient l'image réelle A'B' à 20cm en dessous de L.
1° Construire la marche des rayons lumineux issus d'un point de l'objet et calculer la distance focale f_1' de la lentille plan concave.
2° On remplit d'eau la face concave de la lentille L, et l'image de AB est alors en A''B'' à la distance 12,05cm du nouveau système optique en L, assimilé à deux lentilles minces accolées.
a. Calculer la vergence C de ce système optique.
b. Calculer le rayon de courbure R de la face concave, l'indice de l'eau étant $n_e = 1{,}333$, et calculer l'indice n du verre constituant la lentille plan concave.



Exercice 5

On se propose de déterminer expérimentalement la distance focale d'une lentille convergente puis celle d'une lentille divergente notées respectivement (L) et (L_1).

1° Comment peut-on, par une simple observation, différencier ces deux lentilles ?

2° On veut obtenir l'image réelle A'B' d'un objet réel AB plan, donnée par la lentille convergente de centre optique O.

a. Dans la liste suivante, citer les matériels nécessaires à la réalisation de l'expérience : lentille convergente, fente fine, banc d'optique, source lumineuse, diaphragme, écran, plaque percée d'un motif, différents supports, miroir.

b. Rappeler quelles sont les conditions d'obtention d'une bonne image A'B' d'un petit objet plan AB (« Conditions de Gauss »).

c. Faire un schéma du montage sur lequel on fera apparaître :

- l'objet AB (A étant sur l'axe principal de la lentille) ;
- les foyers principaux objet et image respectivement F et F' ;
- les rayons lumineux particuliers permettant la construction de l'image A'B' ;
- la marche d'un pinceau lumineux issu de B.

3° L'objet AB étant fixe, on déplace la lentille (L) parallèlement à elle-même, le point O restant sur le même axe OA ; on recueille l'image A'B' sur un écran ; on mesure les distances OA et OA' ; on pose ; $p = \overline{OA}$; $p' = \overline{OA'}$.

a. Rappeler les formules de Descartes de conjugaison et de grandissement.

b. On obtient les résultats suivants :

p(cm)	−12,0	−15,0	−18,0	−20,0	−25,0	−30,0	−40,0	−50,0
p'(cm)	61,0	30,5	22,5	20,0	16,5	15,5	13,5	12,5

Représenter graphiquement $\left(\frac{1}{p'}\right)$ en fonction de $\left(\frac{1}{p}\right)$ et trouver à l'aide de cette représentation, la distance focale image f'.

Echelle : $1m^{-1}$ sera représenté par 1cm.

c. Parmi les couples (p, p') du tableau, quel est celui qui correspond à la distance objet-image minimale ? Quelles sont les caractéristiques de l'image dans ce cas ?

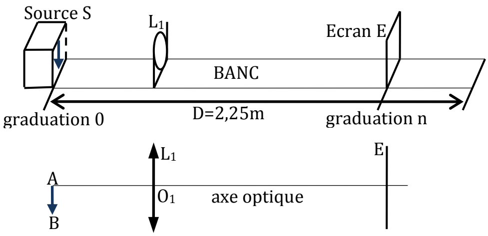
4° On veut ensuite déterminer la distance focale image de la lentille mince divergente (L_1). On l'accole à la lentille mince (L) ; on forme ainsi un système optique de centre optique O_1. On recueille sur l'écran l'image A'B' de l'objet AB, donnée par l'ensemble (L_1)+ (L).

a. A quelle condition générale les vergences doivent satisfaire pour que l'on puisse effectivement obtenir une image réelle A'B' de l'objet AB ?

b. La condition étant supposée réalisée, on mesure: $\overline{O_1A} = -45{,}0\text{cm}$ et $\overline{O_1A'} = 36{,}0\text{cm}$
En dédire la distance focale image de la lentille divergente (L_1).

Exercice 6

Une source lumineuse S, portant une fente verticale AB de hauteur 2cmn(en forme de flèche) est fixée, sur la graduation zéro d'un banc d'optique gradué en cm. Un écran E, vertical, peut être déplacé en translation le long du banc. Une lentille convergente L_1, de centre optique O_1 et de distance focale image f'_1=10cm, est placée entre l'objet et l'écran (voir figure).



1° La lentille L_1 est placée à 15cm de la source S.

a. Calculer la vergence C_1 de cette lentille L_1.

b. Déterminer la graduation n_1 sur laquelle il convient de placer l'écran, afin d'y observer l'image A'B' de l'objet AB.

c. Donner les caractéristiques de cette image et déterminer alors la valeur du grandissement γ.

d. Construire précisément cette image, sur la feuille de copie, en supposant que le point A se trouve sur l'axe optique de L_1.

Echelle : 1/2 pour objet et image ; 2/5 pour les distances sur l'axe optique

2° Dans une deuxième expérience, une lentille L_2 inconnue est accolée à la lentille L_1 ; toujours placée à 15cm de S. L'ensemble constitue un système optique, équivalent à une lentille unique L de distance focale f'. L'écran est déplacé jusqu'à y obtenir une image nette A''B'', renversée par rapport à l'objet AB, de taille 10cm.

a. Déterminer le grandissement γ' de ce système optique.

b. Indiquer sur quelle graduation n_2 du banc se trouve l'écran.

c. Déterminer la distance f' de la lentille équivalence L.

d. En déduire la vergence C_2, la nature et la distance focale f'_2 de L_2.

3° La méthode, décrite à la question 2, peut servir à déterminer sans toucher à L_1, la distance focale f'_3 d'une lentille L_3, de même nature que L_2.

Evaluer la valeur limite de f'_3 mesurable par cette méthode sachant que la longueur utile du banc est D=2,25m.

Exercice 7

On dispose d'une lentille mince convergente, d'une lentille mince divergente, d'un objet lumineux AB et d'un écran.

Proposer un montage pour réaliser une image A_1B_1 qui sera l'objet virtuel pour la lentille divergente qui en donnera une image A'B' sur l'écran.

Exercice 8

On dispose de deux lentilles minces coaxiales séparées par la distance d=10cm : une lentille convergente L_1 de distance focale $f_1' = 20\text{cm}$ et une lentille divergente L_2 de distance focale $f_2' = -10\text{cm}$.
Un faisceau lumineux parallèle à leurs axes principaux arrive sur l'une d'elles.
Construire sa marche à travers le système optique des deux lentilles.
Que remarquez vous.

Exercice 9

Une lentille convergente donne d'un objet réel situé à 40cm devant elle, une image réelle 3fois plus grande.
1° Calculer la distance focale de la lentille.
2° La distance focale de la lentille est f'= 30cm. Un objet réel de 1cm de haut est placé à 50cm de cette lentille.
a. Déterminer l'image qu'elle en donne.
b. Faire une construction.
Echelles : Horizontalement : 1cm pour 10cm ; Verticalement : 1cm pour 1cm

Exercice 10

Une lentille divergente de distance focale 10cm, donne d'un objet virtuel une image réelle deux fois plus grande et situé dans le plan focal objet de la lentille.
1° Où est situé l'objet ?
2° Faire une construction géométrique
Echelle : Horizontalement : 1cm pour 5cm

Exercice 12

On considère une lentille-plan concave d'indice de réfraction n = 1,5 et de rayon 12,5cm. Cette lentille est supposée mince de sommet O.
On place un petit objet de petites dimensions à 10cm avant O puis 15cm après O. L donne de AB une image A'B'.
1°a. Calculez les distances focales de cette lentille ; donner sa nature.
b. Donnez la nature des objets.
c. Calculez les positions et les grandissements linéaires des images. Précisez leurs natures et leurs sens.
d. Construisez dans chaque cas, la marche d'un pinceau lumineux issu du point B n'appartenant pas à l'axe.
2° A cette lentille, on associe une lentille mince L' de centre optique O' de telle manière que les centres optiques soient confondus en O. La vergence de l'ensemble vaut -2δ.
a. Quelle est la distance focale du système ?
b. Quelle est la distance focale de la lentille L' ? Quelle est sa nature ?
3° On place devant ce système un petit objet à 25cm du centre optique O.
a. Calculez la position et le grandissement linéaire de l'image.
b. Donnez sa nature et son sens.

Corrigé

Exercice 1

1° a. *Expression de p' en fonction de p et de la distance* $D = \overline{AE}$

$D = \overline{AE} = \overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} = -\overline{OA} + \overline{OA'}$

Or $\overline{OA} = p$ et $\overline{OA'} = p'$ d'où $D = -p + p'$ soit $\mathbf{p' = D + p}$

b. *Equation du second degré reliant p, f' et D*

Formule de Descartes relative à la position : $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$

Or $p' = D + p$ d'où $\frac{1}{D+p} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ et par suite la relation $\mathbf{p^2 + Dp + Df' = 0}$

c. *Condition pour avoir des solutions à cette équation*

$\Delta = D^2 - 4Df'$

L'équation du second degré admet des solutions si et seulement si $\Delta \geq 0$

$D^2 - 4Df' \geq 0$ soit $\boldsymbol{D \geq 4f'}$

d. *Les deux solutions p_1 et p_2 en fonction de f' et D*

$D \geq 4f'$. On a donc : $\mathbf{p_1} = \frac{-D+\sqrt{D^2-4Df'}}{2}$ et $\mathbf{p_2} = \frac{-D-\sqrt{D^2-4Df'}}{2}$

2° a. *Expression de distance* $d = \overline{O_1O_2} > 0$ *en fonction de p_1 et p_2*

$d = \overline{O_1O_2} = \overline{O_1A} + \overline{AO_2} = \overline{O_1A} - \overline{O_2A}$

Or $\overline{O_1A} = p_1$ et $\overline{O_2A} = p_2$ d'où $\mathbf{d = p_1 - p_2}$

b. *Valeur de la distance f' de la lentille mince en fonction de D et d*

$d = p_1 - p_2$. Or $p_1 = \frac{-D+\sqrt{D^2-4Df'}}{2}$ et $p_2 = \frac{-D-\sqrt{D^2-4Df'}}{2}$ d'où $d = \sqrt{D^2 - 4Df'}$

Ensuite $d^2 = D^2 - 4Df'$ et enfin $\mathbf{f'} = \boldsymbol{\frac{D^2-d^2}{4D}}$

3° *Distance focale f'*

$f' = \frac{1^2-0{,}4^2}{4\times 1} \Rightarrow f' = 0{,}21m$ soit $\mathbf{f' = 21cm}$

4° *Positions objet et image*

$D = 4f'$ d'où $\Delta = 0$

$p_1 = p_2 = p = \frac{-D}{2}$ AN : $\mathbf{p = -50cm}$

$p' = D + p = D - \frac{D}{2} = \frac{D}{2}$ AN : $\mathbf{p' = 50cm}$

* Conclusion : la lentille se trouve au milieu de $\overline{AE}$.

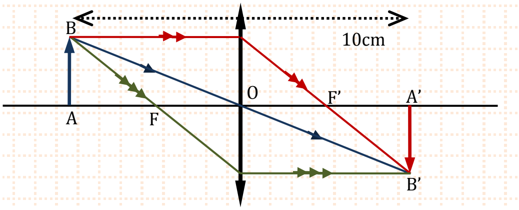
Exercice 2

1°a. *Centre optique O, foyer principal objet F et le foyer principal image F'*

* Tout rayon incident issu de B qui émerge en passant par B' et qui ne subit pas de déviation coupe l'axe optique en O (centre optique de la lentille).

* Tout rayon incident issu de A parallèle à l'axe optique et qui émerge de la lentille en passant par A' passe par le point F' de l'axe optique (foyer image F').

* Tout rayon incident issu de A qui émerge parallèlement à de la lentille en passant par A' passe par le point F (foyer objet F).



b. *Distance focale* $f' = \overline{OF'}$ *de la lentille*

La distance graphique correspondant à $\overline{OF'}$ est 2,5cm.

En tenant compte de l'échelle, on a $\overline{OF'} = 2{,}5cm \times 2$ soit $\mathbf{\overline{OF'} = 5cm}$.

c. *Grandissement linéaire de L*

$\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ AN : $\gamma = -1$

Caractéristiques de l'image A'B'

- Position: $\overline{OA'} = 5cm \times 2$ d'où $\overline{OA'} = 10cm$
- Nature : $\overline{OA'} > 0$ donc l'image est réelle (située après la lentille)
-Sens : $\gamma < 0$ donc l'image est renversée
- Taille : $A'B' = 1cm \times 2$ d'où $A'B' = 2cm$

2°a. *Relation entre* D *et* f'

Formule de Descartes relative à la position : $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$

Or $D = \overline{AE} = \overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} = -\overline{OA} + \overline{OA'} = -p + p'$

$p' = D + p$ d'où $\frac{1}{D+p} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ et l'équation du second degré : $p^2 + Dp + Df' = 0$

$\Delta = D^2 - 4Df'$

L'équation du second degré admet des solutions si et seulement si $\Delta \geq 0$

$D^2 - 4Df' \geq 0$ soit $\mathbf{D \geq 4f'}$

b. *Expression de la distance* $d = O_1O_2$ *en fonction de* D *et* f'

$d = \overline{O_1O_2} = \overline{O_1A} + \overline{AO_2} = \overline{O_1A} - \overline{O_2A} = p_1 - p_2$

$p_1 = \frac{-D+\sqrt{D^2-4Df'}}{2}$ et $p_2 = \frac{-D-\sqrt{D^2-4Df'}}{2}$ d'où $\mathbf{d = \sqrt{D^2 - 4Df'}}$

c. *Expression de* $\overline{AI}$ *et* $\overline{A'I}$ *en fonction de D*

* $\overline{AI} = \overline{AO_1} + \overline{O_1I} = -\overline{O_1A} + \frac{\overline{O_1O_2}}{2} = -p_1 + \frac{d}{2}$

$\overline{AI} = -\frac{-D+\sqrt{D^2-4Df'}}{2} + \frac{\sqrt{D^2-4Df'}}{2}$ soit $\mathbf{\overline{AI} = \frac{D}{2}}$

* $\overline{A'I} = \overline{A'O_1} + \overline{O_1I} = -\overline{O_1A'} + \frac{\overline{O_1O_2}}{2} = -p_1{}' + \frac{d}{2} = -(D + p_1) + \frac{d}{2}$

$\overline{A'I} = -\left[D + \frac{-D+\sqrt{D^2-4Df'}}{2}\right] + \frac{\sqrt{D^2-4Df'}}{2}$ soit $\mathbf{\overline{A'I} = -\frac{D}{2}}$

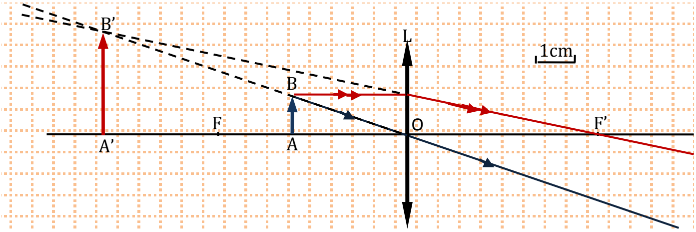
Conclusion : I est le milieu de $[AA']$

d. *Distance focale* f' *de* L

$d = \sqrt{D^2 - 4Df'}$ d'où $\mathbf{f' = \frac{D^2-d^2}{4D}}$

AN : $f' = \frac{25^2-11{,}2^2}{4\times25}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{f' = 5cm}$

3° a. *Construction de l'image* A'B' *de* AB



b. *Valeur de p*

$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$. Or $\gamma = \frac{p'}{p}$ soit $p' = \gamma p$ d'où $\frac{1}{\gamma p} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ et donc $\mathbf{p = \frac{(1-\gamma)}{\gamma} f'}$

1^er^ cas : $\gamma = 5$

$p = \frac{(1-5)}{5} \times 5$ soit $\mathbf{p = -4cm}$

2^ème^ cas : $\gamma = 10$

$p = \frac{(1-10)}{10} \times 5$ soit $\mathbf{p = -4,5cm}$

c. *Nature de l'image*

$p' = \gamma p$. $p < 0$ et $\gamma > 0$ donc $p' < 0$

Dans les deux cas, $p' < 0$ donc l'**image est virtuelle**.

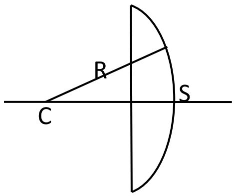
Exercice 3

1°a. * Vergence C_1 de la lentille

$C_1 = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{S_1C_1}} - \frac{1}{\overline{S_2C_2}}\right)$

$\overline{S_1C_1} \to \infty$ (Car un plan); $\overline{S_2C_2} = \overline{SC} = -R$

$\mathbf{C_1 = (n-1)\left(\frac{1}{R}\right)}$ AN : $C_1 = (1{,}5-1)\left(\frac{1}{0{,}125}\right) \Rightarrow \mathbf{C_1 = 4\delta}$



* Distance focale de la lentille

$C_1 = \frac{1}{f_1'}$ d'où $\mathbf{f_1' = \frac{1}{C_1}}$ AN : $f_1' = \frac{1}{4} \Rightarrow f_1' = 0{,}25m$ soit $\mathbf{f_1' = 25cm}$

Nature de la lentille

$f_1' > 0$ ($C_1 > 0$) donc L_1 est une lentille convergente

b. Nature des objets

1^er^ cas : Objet situé à 10cm avant O L'objet est réel	2^ème^ cas : Objet situé à 15cm après O L'objet est virtuel

c. Positions, grandissements linéaire, natures et sens de l'image A_1B_1

$\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF_1'}}$ soit $\overline{OA_1} = \frac{\overline{OA} \times f_1'}{\overline{OA} + f_1'}$

$\gamma = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}$

<u>1^er^ cas</u> : $\overline{OA} = -10cm$

Position

$\overline{OA_1} = \frac{(-10) \times 25}{(-10)+25}$ soit $\mathbf{\overline{OA_1} = -16,7cm}$

L'image se trouve à 16,7cm en avant de la lentille

Nature : $\overline{OA_1} < 0$ donc **l'Image est virtuelle**

Grandissement linéaire

$\gamma = \frac{-16{,}7}{-10}$ soit $\boldsymbol{\gamma = 1,67}$

L'image est 1,67 fois plus grande que l'objet

Sens : $\gamma > 0$ donc **l'image est droite**

<u>2ème cas</u> : $\overline{OA} = 15\text{cm}$

Position

$\overline{OA_1} = \frac{15\times25}{15+25}$ soit $\boldsymbol{\overline{OA_1} = 9,375\text{cm}}$

L'image se trouve à 9,375cm après la lentille

Nature : $\overline{OA_1} > 0$ donc **l'Image est réelle**

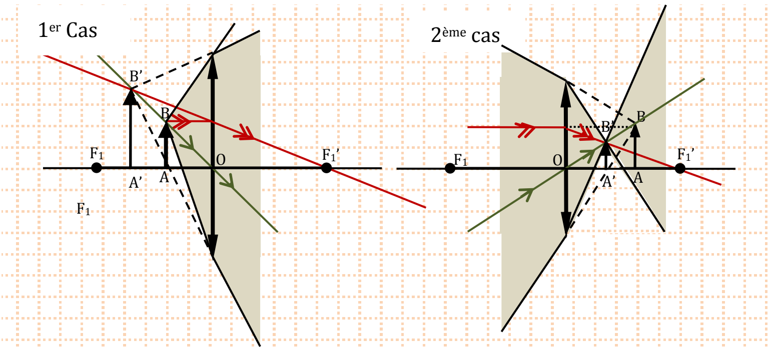
Grandissement linéaire

$\gamma = \frac{9{,}375}{15}$ soit $\boldsymbol{\gamma = 0,625}$

L'image est 0,625 fois plus petite que l'objet

Sens : $\gamma > 0$ donc **l'image est droite**

d. Marche d'un pinceau lumineux



2°a. Distance focale du système

$C = \frac{1}{f'}$ donc $\mathbf{f' = \frac{1}{C}}$ AN : $f' = \frac{1}{-2} \Rightarrow f' = -0{,}5\text{m}$ soit $\mathbf{f' = -50cm}$

b. Distance focale de la lentille L2

* Vergence

$C = C_1 + C_2$ donc $\boldsymbol{C_2 = C - C_1}$ AN : $C_2 = -2 - 4$ d'où $\boldsymbol{C_2 = -6\delta}$

* Distance focale

$C_2 = \frac{1}{f_2'}$ donc $\mathbf{f_2' = \frac{1}{C_2}}$ AN : $f_2' = \frac{1}{-6} \Rightarrow f_2' = -0{,}167\text{m}$ soit $\mathbf{f_2' = -16,7cm}$

Nature de L2

$f_2' < 0$ $(C_2 < 0)$ donc L2 est une **lentille divergente**

3°a. Position et grandissement linéaire

Position

$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$ soit $\mathbf{\overline{OA'}} = \frac{\mathbf{\overline{OA}\times f'}}{\mathbf{\overline{OA}+f'}}$ AN : $\overline{OA'} = \frac{(-25)\times(-50)}{(-25)-50}$ soit $\mathbf{\overline{OA'} = -16,7cm}$

L'image se forme à 16,7cm avant O

Grandissement linéaire

$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ AN : $\gamma = \frac{-16,7}{-50}$ soit $\boldsymbol{\gamma = 0,668}$

L'image est 0,668 fois plus petite que l'objet

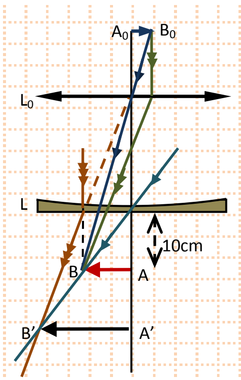
b. Nature et sens de l'image

Nature : $\overline{OA'} < 0$ donc **l'Image est virtuelle**

Sens : $\gamma > 0$ donc **l'image est droite**

<u>Exercice 4</u>

1° *Construction de la marche des rayons lumineux issus d'un point de l'objet*



Distance focale f_1' *de la lentille plan-concave*

$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow f_1' = \frac{\overline{OA}.\overline{OA'}}{\overline{OA}-\overline{OA'}}$ AN : $f_1' = \frac{10\times20}{10-20} \Rightarrow \mathbf{f_1' = -20cm}$

2° a. *Vergence C de ce système optique*

$\frac{1}{\overline{OA''}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = C \Rightarrow \mathbf{C = \frac{\overline{OA}-\overline{OA''}}{\overline{OA''}.\overline{OA}}}$ AN : $C = \frac{0,10-0,1205}{0,1205\times0,10} \Rightarrow \mathbf{C = -1,7\delta}$

b. *Rayon de courbure R de la face concave*

$C = C_1 + C_2 = \frac{1}{f_1'} + (n_e - 1)\frac{1}{R}$ soit $\mathbf{R = (n_e - 1)\frac{f_1'}{Cf_1'-1}}$

AN : $R = (1,333 - 1)\frac{-0,20}{-1,7\times(-0,20)-1} \Rightarrow R = 0,10m$ soit $\mathbf{R = 10cm}$

L'indice n du verre

$C_1 = -(n-1).\frac{1}{R} \Rightarrow \mathbf{n = 1 - \frac{R}{f_1'}}$ AN : $n = 1 - \frac{10}{(-20)} \Rightarrow \mathbf{n = 1,5}$

<u>Exercice 5</u>

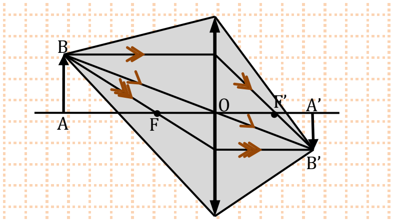
1° *Comment différencier les deux lentilles*

Les lentilles convergentes sont des lentilles biconvexes, ou plan-convexes ou des ménisques convergents ; elles sont plus épaisses au centre qu'au bord.

Les lentilles divergentes sont des lentilles biconcaves, ou plan-concaves ou des ménisques divergents ; elles sont plus minces au centre qu'au bord.
Il est donc facile de les distinguer au touché.
2° a. *Matériels nécessaires à la réalisation de l'expérience*
- **lentille convergente** munie d'un **diaphragme** pour satisfaire aux conditions de Gauss ;
- **banc d'optique** pour faciliter les mesures des distances et l'alignement des différents éléments (**source lumineuse**, **plaque percée d'un motif**) :
- **écran** sur lequel est reçue l'image
- **différents supports** qui permettent de fixer les différents éléments.

b. *Conditions de Gauss*
- rayons incidents peu inclinés par rapport à l'axe optique (petits objets)
- lentilles de petites tailles (lentille muni d'un diaphragme)

c. *Schéma du montage*

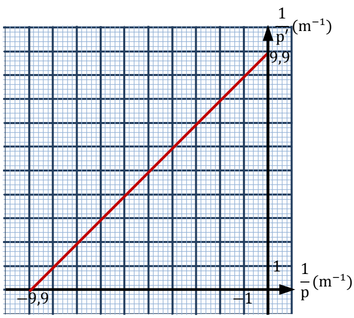


3° a. *Formules de Descartes de conjugaison* : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ soit $\mathbf{\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}}$

Formules de Descartes de grandissement : $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ soit $\boldsymbol{\gamma = \frac{p'}{p}}$

b. *Représentation graphique* $\left(\frac{1}{p'}\right)$ *en fonction de* $\left(\frac{1}{p}\right)$

p(cm)	$-12{,}0$	$-15{,}0$	$-18{,}0$	$-20{,}0$	$-25{,}0$	$-30{,}0$	$-40{,}0$	$-50{,}0$
p'(cm)	61,0	30,5	22,5	20,0	16,5	15,5	13,5	12,5
$1/p(m^{-1})$	$-8{,}33$	$-6{,}67$	$-5{,}56$	$-5{,}00$	$-4{,}00$	$-3{,}33$	$-2{,}50$	$-2{,}00$
$1/p'(m^{-1})$	1,64	3,28	4,44	5,00	6,06	6,45	7,41	8,00



* Distance focale :

La représentation graphique coupe l'axe des ordonnées au point $\frac{1}{p'} = 9{,}9$

Or $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ donc pour $\frac{1}{p} = 0$, on a : $\frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$. On déduit : $\frac{1}{f'} = 9{,}9$ et $\mathbf{f' = +10cm}$

c. *Couple (p, p') qui correspond à la distance objet-image minimale*

La distance objet-image est donnée par : $\overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'}$ soit $\overline{AA'} = -\overline{OA} + \overline{OA'}$

La lentille est placée entre l'objet et l'écran donc $AA' = |\overline{OA}| + \overline{OA'}$ soit $AA' = |p| + p'$

p(cm)	−12,0	−15,0	−18,0	−20,0	−25,0	−30,0	−40,0	−50,0
p′(cm)	61,0	30,5	22,5	20,0	16,5	15,5	13,5	12,5
p + p′	72,0	45,5	40,5	40,0	41,5	45,5	43,5	62,5

On retient le couple *:* $(\mathbf{-20{,}0 ; 20{,}0})$

Caractéristiques de l'image

* Position : $\overline{OA'} = 20{,}0cm$

* Nature : $\overline{OA'} > 0$ donc l'image est réelle

* Grandissement : $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -1$ L'image est réservée et a même taille que l'objet

4a. *Condition générale des vergences*

Les deux lentilles sont accolées, donc le théorème des vergences s'écrit : $C' = C_1 + C$

Objet réel et image réelle, donc la lentille équivalente est une lentille convergente.

On a donc : $C' > 0 \Rightarrow C_1 + C > 0 \Rightarrow C_1 > -C$ soit $C_1 > -C$

$C = \frac{1}{f'}$ donc $C = 9{,}9\delta$ et $\mathbf{C_1} > -9{,}9\delta$

b. *Distance focale image de la lentille divergente (L₁)*

$\frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{\overline{O_1A}\times\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}-\overline{O_1A'}}$ AN : $f' = \frac{(-45)\times36}{-45-36} \Rightarrow f' = 20cm$

$C' = C_1 + C \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + C \Rightarrow f'_1 = \frac{f'}{1-Cf'}$ AN : $f'_1 = \frac{0{,}2}{1-9{,}9\times0{,}2} \Rightarrow \mathbf{f'_1 = -0{,}20cm}$

Exercice 6

1°a. *Vergence C_1 de la lentille L_1*

$C_1 = \frac{1}{f'_1}$ AN : $C_1 = \frac{1}{0{,}10} \Rightarrow C_1 = +10\delta$

b. *Graduation n_1 sur laquelle il convient de placer l'écran*

$n_1 = \overline{AA'} = \overline{AO_1} + \overline{O_1A'} = -\overline{O_1A} + \overline{O_1A'}$

Formule de Descartes relative à la position : $\frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow \overline{O_1A'} = \frac{f'_1\times\overline{O_1A}}{\overline{O_1A}+f'_1}$

$n_1 = -\overline{O_1A} + \frac{f'_1\times\overline{O_1A}}{\overline{O_1A}+f'_1}$ soit $\mathbf{n_1 = \overline{O_1A}\left(\frac{f'_1\times\overline{O_1A}}{\overline{O_1A}+f'_1} - 1\right)}$

AN : $n_1 = -15\left(\frac{10}{-15+10} - 1\right) \Rightarrow n_1 = 45cm$

c. *Caractéristiques de l'image A'B'*

$n_1 = -\overline{O_1A} + \overline{O_1A'} \Rightarrow \mathbf{\overline{O_1A'} = n_1 + \overline{O_1A}}$ AN : $\overline{O_1A'} = 45 + (-15) \Rightarrow \mathbf{\overline{O_1A'} = 30cm}$

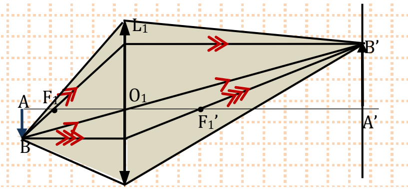
$\overline{O_1A'} > 0$ donc l'mage A'B' est réelle.

Grandissement linéaire γ

$\boldsymbol{\gamma} = \frac{\overline{\mathbf{O_1A'}}}{\overline{\mathbf{O_1A}}}$ AN : $\gamma = \frac{30}{-15} \Rightarrow \boldsymbol{\gamma = -2}$

L'image A'B' est renversée et eux fois plus grande que l'objet

d. *Construction de l'image*



2° a. *Grandissement γ' de ce système optique*

$$\boldsymbol{\gamma' = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}}}$$

L'objet AB est orienté dans le sens des ordonnées décroissantes, donc $\overline{AB} = -2\text{cm}$
L'image A''B'' est nette et renversée par rapport à l'objet AB et de taille 10cm, donc elle est orientée dans le sens des ordonnées croissantes ; $\overline{A''B''} = 10\text{cm}$

AN : $\gamma' = \frac{10}{-2} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\gamma' = -5}$

b. *Graduation n₂ du banc sur laquelle se trouve l'écran*

$n_2 = \overline{AA''} = \overline{AO_1} + \overline{O_1A''} = -\overline{O_1A} + \overline{O_1A''}$

Formule de Descartes relative u grandissement : $\gamma' = \frac{\overline{O_1A''}}{\overline{O_1A}} \quad \Rightarrow \quad \overline{O_1A''} = \gamma'\overline{O_1A}$

D'où $n_2 = -\overline{O_1A} + \gamma'\overline{O_1A}$ soit $n_2 = \overline{O_1A}(\gamma' - 1)$

AN : $n_2 = -15(-5-1) \quad \Rightarrow \quad n_2 = 90\text{cm}$

c.* *Distance focale f' de la lentille équivalence L*

$$A \xrightarrow{L_1(O_1,f_1')} A' \xrightarrow{L_2(O_1,f_2')} A''$$

Formule de Descartes relative à la position : $\frac{1}{\overline{O_1A''}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad f' = \frac{\overline{O_1A''}\times\overline{O_1A}}{\overline{O_1A}-\overline{O_1A''}}$

$\overline{O_1A''} = n_2 + \overline{O_1A}$ d'où $f' = \frac{(90-15)\times(-15)}{(-15-(90-15)}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{f' = 12,5}$

d. *Vergence C₂ de la lentille L₂*

Théorème de vergences $C = C_1 + C_2 \quad \Rightarrow \quad C_2 = C - C_1$ Or $C = \frac{1}{f'}$ d'où $\boldsymbol{C_2 = \frac{1}{f'} - C_1}$

AN : $C_2 = \frac{1}{0{,}125} - 10 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{C_2 = -2\delta}$

* *Nature de la lentille L₂*

$C_2 < 0$ donc la lentille L₂ est une lentille divergente

* *Distance focale f'₂ de L₂*

$C_2 = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow \boldsymbol{f_2' = \frac{1}{C_2}}$ AN : $f_2' = \frac{1}{-2} \quad \Rightarrow \quad f_2' = -0{,}5\text{m}$ soit $\boldsymbol{f_2' = -50cm}$

3° *Evaluons la valeur limite de f_3' mesurable par cette méthode*

$$A \xrightarrow{L_1(O_1,f_1')} A' \xrightarrow{L_3(O_1,f_3')} A''$$

La méthode décrite à la question 2, n'est utilisable que lorsque l'image A''B'' de l'objet AB est réelle et nette sur l'écran situé au maximum à D de l'objet AB, donc :

- $\overline{O_1A''} > 0$
- $\overline{AA''} \leq D$

$\overline{AA''} = \overline{AO_1} + \overline{O_1A''} = -\overline{O_1A} + \overline{O_1A''}$ d'où $-\overline{O_1A} + \overline{O_1A''} \le D$ soit $\overline{O_1A''} \le D + \overline{O_1A}$
On obtient : $0 < \overline{O_1A''} \le D + \overline{O_1A}$ soit $0 < \overline{O_1A''} \le D - d$ avec $d = -\overline{O_1A}$
La formule de conjugaison de la lentille équivalente à l'association des deux lentilles accolées est : $\frac{1}{\overline{O_1A''}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'}$ avec $\frac{1}{f'} = C'$ d'où $\frac{1}{\overline{O_1A''}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = C'$ $\Rightarrow$ $\overline{O_1A''} = \frac{\overline{O_1A}}{1+C'\overline{O_1A}}$

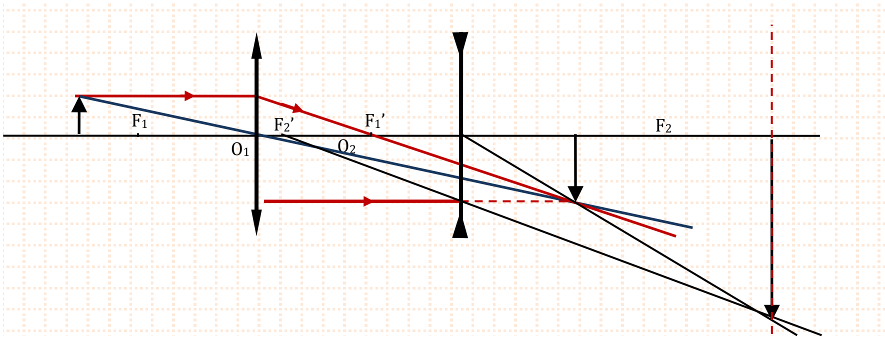
$0 < \frac{-d}{1-C'd} \le D - d$ $\Rightarrow$ $1 - C'd \le \frac{-d}{D-d}$ $\Rightarrow$ $-C'd \le \frac{-D}{D-d}$ $\Rightarrow$ $C' \ge \frac{D}{d(D-d)}$

Or $C' = C_1 + C_3 = C_1 + \frac{1}{f'_3}$ donc $C_1 + \frac{1}{f'_3} \ge \frac{D}{d(D-d)}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{f'_3 \le \frac{1}{\frac{D}{d(D-d)} - C_1}}$

AN : $f'_3 \le \frac{1}{\frac{2,25}{0,15(2,25-0,15)} - 10}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{f'_3 \le -0,35m}$ soit $\mathbf{f'_3 \le -35cm}$

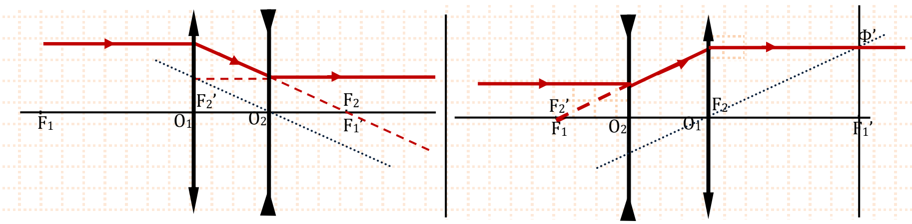
Exercice 7

Montage à réaliser



Exercice 8

Construction de la marche à travers le système optique des deux lentilles



Remarque : Le rayon émergent est aussi parallèle à l'axe principal

Exercice 9

1° *Distance focale de la lentille*

Formule de conjugaison relative au grandissement : $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ d'où $\overline{OA'} = \gamma\overline{OA}$

Formule de conjugaison relative à la position : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$

On obtient : $\frac{1}{\gamma\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$ d'où $\frac{1-\gamma}{\gamma\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$ soit $\mathbf{\overline{OF'} = \frac{\gamma}{1-\gamma}\overline{OA}}$

Objet réel et image réelle donc $\gamma < 0$

AN : $\overline{OF'} = \frac{-3}{1-(-3)} \times (-40) \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{\overline{OF'} = 30}\boldsymbol{cm}$

2° a. *Caractéristiques de l'image*

$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \qquad \Rightarrow \qquad \overline{OA'} = \frac{\overline{OF'}\times\overline{OA}}{\overline{OF'}+\overline{OA}} \qquad$ AN : $\overline{OA'} = \frac{30\times(-50)}{30+(-50)} \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{\overline{OA'} = 75cm}$

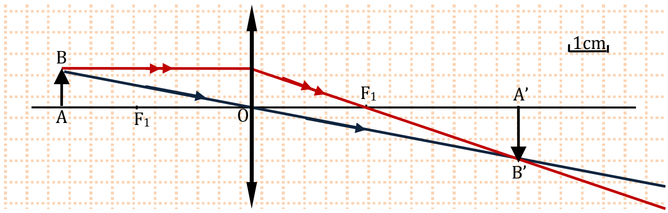
L'image est réelle et située à 75cm après la lentille

$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{75}{-50} \qquad \Rightarrow \qquad \gamma = -1{,}5$

L'image est renversée et 1,5 fois plus grande que l'objet

Taille : A'B' = 1cm × 1,5 soit **A'B' = 1, 5cm**

b. *Construction*



Exercice 10

1° *Position de l'objet*

$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \qquad$ et $\qquad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \qquad$ soit $\qquad \overline{OA'} = \gamma\overline{OA}$

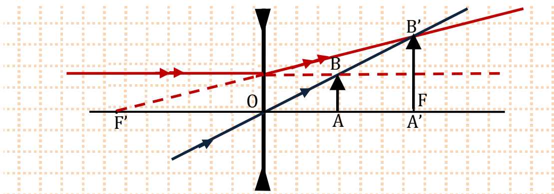
On obtient : $\frac{1}{\gamma\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \qquad$ d'où $\qquad \frac{1-\gamma}{\gamma\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \qquad$ soit $\qquad \boldsymbol{\overline{OA} = \frac{1-\gamma}{\gamma}\overline{OF'}}$

Objet virtuel et image réelle donc $\gamma > 0$

AN : $\overline{OA} = \frac{1-2}{2} \times (-10) \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{\overline{OA} = 5cm}$

L'objet se trouve à 20cm derrière la lentille

2° *Construction géométrique*



Exercice 12

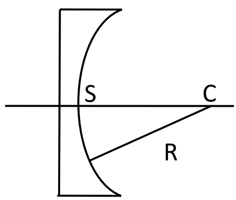
1°a. * *Distance focale image de la lentille*

$C = (n - 1)\left(\frac{1}{\overline{S_1C_1}} - \frac{1}{\overline{S_2C_2}}\right)$

$\overline{S_1C_1} \rightarrow \infty$ (Car un plan); $\qquad \overline{S_2C_2} = \overline{SC} = R$

$\frac{1}{f_1{}'} = -(n-1)\left(\frac{1}{R}\right) \qquad$ soit $\qquad f_1{}' = -\frac{R}{n-1}$

AN : $f_1{}' = -\frac{12{,}5}{1{,}5-1} \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{f_1{}' = -25cm}$



* *Distance focale objet de la lentille*

$f_1 + f_1' = 0$ d'où $f_1 = -f_1'$ soit $\mathbf{f_1 = 25cm}$

* *Nature de la lentille*

$f_1' < 0$ donc L est une lentille convergente

b. *Nature des objets*

1er cas : Objet situé à 10cm avant O
L'objet est réel

2ème cas : Objet situé à 15cm après O
L'objet est virtuel

c. *Positions, grandissements linéaire, natures et sens de l'image A_1B_1*

$\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF_1'}}$ soit $\mathbf{\overline{OA_1} = \frac{\overline{OA}\times f_1'}{\overline{OA}+f_1'}}$

$\boldsymbol{\gamma = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}}$

<u>1er cas</u> : $\overline{OA} = -10cm$

Position : $\overline{OA_1} = \frac{(-10)\times(-25)}{(-10)+(-25)}$ soit $\mathbf{\overline{OA_1} = -7,14cm}$

L'image se trouve à 7,14cm devant la lentille

Nature : $\overline{OA_1} < 0$ donc **l'Image est virtuelle**

Grandissement linéaire : $\gamma = \frac{-7,14}{-10}$ soit $\boldsymbol{\gamma = 0,714}$

L'image est 0,714 fois plus petite que l'objet

Sens : $\gamma > 0$ donc **l'image est droite**

<u>2ème cas</u> : $\overline{OA} = 15cm$

Position : $\overline{OA_1} = \frac{15\times(-25)}{15+(-25)}$ soit $\mathbf{\overline{OA_1} = 37,5cm}$

L'image se trouve à 37,5cm après la lentille

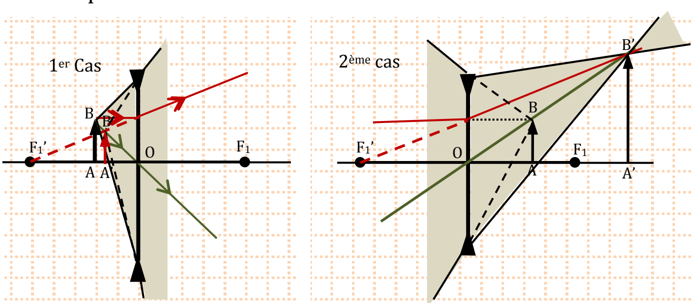
Nature : $\overline{OA_1} > 0$ donc **l'Image est réelle**

Grandissement linéaire : $\gamma = \frac{37,5}{15}$ soit $\boldsymbol{\gamma = 2,5}$

L'image est 2,5 fois plus grande que l'objet

Sens : $\gamma > 0$ donc **l'image est droite**

d. Marche d'un pinceau lumineux



2°a. -Distance focale image du système

$C = \frac{1}{f'}$ donc $\mathbf{f' = \frac{1}{C}}$ AN : $f' = \frac{1}{-2}$ $\Rightarrow$ $f' = -0{,}5m$ soit $\mathbf{f' = -50cm}$

-Distance focale image du système

$f + f' = 0$ $\Rightarrow$ $f = -f'$ soit $\mathbf{f = 50cm}$

b. *Distance focale de la lentille* L'

$C = C_1 + C_2$ donc $\frac{1}{f_2'} = C - \frac{1}{f_1'}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{f_2' = \frac{f_1'}{Cf_1'-1}}$

AN : $f_2' = \frac{-0{,}25}{-2\times(-0{,}25)-1}$ $\Rightarrow$ $f_2' = 0{,}5m$ soit $\mathbf{f_2' = 50m}$

- *Nature de* L'

$f_2' > 0$ donc L' est une **lentille convergente**

3°a. *Position et grandissement linéaire*

Position

$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$ soit $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA}\times f'}{\overline{OA}+f'}$ AN : $\overline{OA'} = \frac{(-25)\times(-50)}{(-25)-50}$ soit $\mathbf{\overline{OA'} = -16{,}7cm}$

L'image se forme à 16,7cm avant O

Grandissement linéaire

$\boldsymbol{\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}}$ AN : $\gamma = \frac{-16{,}7}{-50}$ soit $\boldsymbol{\gamma = 0{,}668}$

L'image est 0,668 fois plus petite que l'objet

b. Nature et sens de l'image

Nature : $\overline{OA'} < 0$ donc **l'Image est virtuelle**

Sens : $\gamma > 0$ donc **l'image est droite**

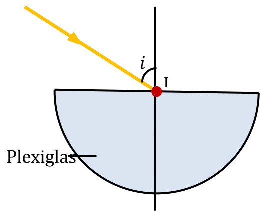
DISPERSION ET DIFFRACTION DE LA LUMIERE

DISPERSION DE LA LUMIERE PAR UN PRISME

Exercice 1

Dans un spectroscope à prisme, on connait la valeur de la déviation D pour la radiation rouge et la radiation violette : $D_R = 47{,}9°$; $D_V = 51{,}2°$.
La distance focale f' de l'objectif O est égale à 60cm.
Calculer la distance qui sépare la raie rouge de la raie violette dans le spectre.

Exercice 2



1° Sur un demi-cylindre de Plexiglas, on fait arriver un pinceau cylindrique et monochromatique de lumière jaune (figure ci-contre) sous l'incidence $i = 75°$.Tracer la marche de ce pinceau lorsqu'il frappe le demi-cylindre en I.
Calculer l'angle de réfraction en I sachant que l'indice du Plexiglas pour la lumière jaune utilisée est égal à 1,485.
La lumière subit une seconde réfraction à la sortie du demi-cylindre ; quelles sont les valeurs des angles d'incidence et de réfraction ? Compléter la marche du pinceau
2° On fait maintenant arriver sur le demi-cylindre et dans les mêmes conditions (en I et angle d'incidence $i = 75°$) un pinceau de lumière blanche.
Sachant que pour deux radiations rouge et bleue du spectre visible l'indice du Plexiglas vaut ; $n_R = 1{,}472$; $n_B = 1{,}500$ tracer la marche , à travers le demi-cylindre des pinceaux de lumière rouge et bleue.
Peut-on dire que le demi-cylindre provoque la dispersion de la lumière blanche ?
3° Derrière le demi-cylindre, on place une lentille convergente mince et achromatique dont l'axe optique coïncide avec le trajet de la lumière jaune et dont la distance focale vaut $f' = 30$cm. Qu'observe-t-on ? Quelle est la distance qui sépare, dans le plan focal de la lentille, les points lumineux de couleur rouge et bleue.

Exercice 3

1° On fait arriver un pinceau de lumière monochromatique bleue sur un demi-cylindre de Plexiglas. Sachant que, pour un angle d'incidence $i = 70°$, l'angle de réfraction vaut $i = 38°48'$, calculer l'indice de réfraction du Plexiglas pour la radiation considérée.
2° Calculer l'angle de réfraction pour un pinceau de lumière jaune, l'indice du Plexiglas étant 1,483 pour cette radiation et l'angle d'incidence le même que précédemment.
3° Derrière le demi-cylindre, on place une lentille convergente mince achromatique de distance focale $f' = 50$cm, dont l'axe optique coïncide avec le trajet de la lumière jaune.
Tracer la marche des faisceaux jaune et bleu et déterminer, dans le plan focal image de la lentille, la distance des taches jaune et bleue. On prendra $1' = 3.10^{-4}$rad

Exercice 4

La distance focale image d'une lentille convergente mince non achromatique est donnée par la relation : $f' = \frac{k}{n-1}$ où k ne dépend que de ses caractéristiques

géométriques et où n est l'indice du verre qui la constitue.
1° Sachant que pour la radiation jaune, l'indice vaut $n_J = 1{,}629$ et la distance focale $f' = 25{,}0\text{cm}$, calculer les distances focales f'_R et f'_V dans le cas des radiations rouge et violettes pour lesquelles les indices sont $n_R = 1{,}618$ et $n_V = 1{,}652$.
2° On envoie sur cette lentille un faisceau de lumière jaune cylindrique et parallèle à son axe optique. Qu'observe-t-on ?
3° On envoie maintenant sur la lentille un faisceau de lumière blanche cylindrique et parallèle à son axe optique. Qu'observe-t-on ?
4° Calculer la longueur du segment coloré et brillamment éclairé qui apparait sur l'axe optique de la lentille.
5° Pourquoi dit-on que cette lentille est non achromatique ?

Exercice 5

Un prisme de verre reçoit un pinceau cylindrique de lumière blanche. On donne la déviation D pour trois radiations du spectre visible :
Radiation rouge : $D_R = 38{,}0°$; Radiation rangée : $D_O = 38{,}5°$;
Radiation bleue : $D_B = 39{,}0°$
1° Faire un schéma montrant le trajet du pinceau lumineux émergent du prisme pour chacune de ces radiations.
2° Derrière le prisme, on place une lentille mince convergente achromatique de distance focale f'=60cm dont l'axe coïncide avec le trajet de la lumière orangée.
Compléter le schéma précédent en traçant le chemin suivi par les pinceaux colorés au-delà de la lentille.
3° Où faut-il disposer un écran ou une pellicule photographique pour obtenir le spectre de la lumière blanche ?
Calculer, dans ce spectre, la distance qui sépare :
- la raie orangée de la raie rouge ;
- la raie orangée de la raie bleue ;
- la raie rouge de la raie bleue.

DIFFRACTION DE LA LUMIERE PAR UN RESEAU

Exercice 6

Un réseau comportant 400 traits par millimètre est utilisé en incidence normale.
On éclaire avec une lampe à vapeur de mercure et on utilise une lunette d'observation pour viser les raies obtenues.
1° L'axe de la lunette étant initialement normal au réseau, il faut le faire tourner de l'angle θ = 13°22' pour obtenir un premier maximum de lumière pour la raie jaune (spectre du 1er ordre)
Quelle est la longueur d'onde de la radiation jaune de la lampe à vapeur de mercure ?
2° Quelles sont les autres directions donnant un maximum de lumière pour la même radiation lumineuse ?

3° Déterminer dans quelles directions on observe un maximum de lumière pour la radiation bleue émise par la lampe de vapeur de mercure sachant que la longueur d'onde vaut : λ_B = 0,436μm.

Exercice 7

Un réseau comportant n=10^6 traits par mètre est utilisé en incidence normale et éclairé une lampe à vapeur de sodium. Le spectre obtenu est observé avec une lunette et l'angle formé par son axe avec la normale du réseau est noté θ.

1° Qu'observe –t-on dans la direction $\theta = 0°$?

2° Dans le spectre du 1er ordre, on voit trois raies : une très intense et de couleur jaune et deux autres peu intenses, de couleurs respectives verte et rouge.

On donne les longueurs d'ondes des radiations lumineuses correspondantes :

$\lambda_V = 0{,}568\mu m$; $\lambda_J = 0{,}589\mu m$; $\lambda_R = 0{,}615\mu m$

Calculer les directions θ_V, θ_J, θ_R dans lesquelles on observe un maximum de lumière pour ces radiations.

3° Est-il possible d'obtenir un spectre du 2e ordre ?

4° On place derrière le réseau une lentille mince convergente achromatique de distance focale f'=30cm et dont l'axe optique coïncide avec le trajet de la lumière jaune. Où faut-il disposer un écran ou une pellicule photographique pour obtenir le spectre de la lumière émise par le sodium ?

Calculer la distance qui sépare, dans ce spectre, les raies verte et rouge.

Exercice 8

Un réseau est utilisé en incidence normale pour analyser la lumière émise par une lampe à vapeur de sodium qui émet principalement la radiation jaune de longueur d'onde $\lambda_J = 589nm$. Une lunette permet de viser les directions correspondant à un maximum de lumière pour cette radiation ; on note θ l'angle formé par son axe et la normale au réseau.

1° Faire un schéma et établir la formule permettant de trouver la direction des maxima de lumière en fonction de λ et de n : nombre de trait du réseau par mètre.

2° Sachant que partant de $\theta = 0$, on observe pour la première fois un maximum de lumière dans la direction $\theta_1 = 19°36'$; calculer la valeur de n.

Combien vaut le pas du réseau ?

3° Déterminer les autres directions dans lesquelles on observe un maximum de lumière jaune ? Combien d'ordres peut-on obtenir ?

Exercice 9

Un réseau de pas $a = 4\mu m$ et utiliser pour diffracter la lumière d'une lampe de vapeur de mercure qui comporte, principalement, les radiations de couleur jaune, verte et bleue dont les longueurs d'onde valent : $\lambda_J = 578nm$; $\lambda_V = 546nm$; $\lambda_B = 436n\mu m$

1° Le réseau fonctionne en incidence normale. Etablir la formule permettant d'obtenir les directions θ (avec la normale au réseau) dans lesquelles on a un maximum de

lumière pour la radiation de longueur d'onde λ.
2° Dans le spectre du 1er ordre, détermine les directions θ_J ; θ_V ; θ_B où on observe un maximum pour les lumières jaune, verte et bleue.
3° On place derrière le réseau une lentille mince convergente achromatique, de distance focale f'=60cm, et dont l'axe coïncide avec le trajet de la lumière verte.
Où faut-il disposer un écran ou une pellicule photographique pour former le spectre de la lumière émise par la lampe à vapeur de mercure ?
Calculer la distance qui sépare, dans ce spectre, les raies jaune et bleue.
4° Reprendre les questions 2/ et 3/ pour le spectre du 2e ordre.
5° L'incidence n'est plus normale : la lumière de la lampe à vapeur de mercure arrive sur le réseau en un faisceau cylindrique dont les rayons forment l'angle θ_0=20° avec la normale du réseau.
Déterminer, par l'angle θ qu'elles forment avec la normale, les directions dans lesquelles on observe un maximum pour la lumière verte.
Quel est le nombre de ces maxima ?

Exercice 10

Un réseau comportant 4000 traits par cm est utilisé en incidence normale pour diffracter la lumière blanche formée de toutes les radiations monochromatiques de longueur d'onde λ telles que $0,4\mu m < \lambda < 0,8\mu m$.
1° Quelle est la séparation angulaire des raies extrêmes du spectre visible pour le 1er ordre ?
2° Même question pour les spectres du 2e et du 3e ordre.
3° Que peut-on dire de ces deux spectres ?
4° Que peut-on dire du spectre du 4e ordre ? Préciser numériquement votre réponse.

Corrigé

Exercice 1

Distance $d_{R,V}$ qui sépare la raie rouge de la raie violette

$d_{R,V} = F'\varphi'_R + F'\varphi'_V$ Or $F'\varphi'_R = OF'\tan(D_J - D_R)$ et $F'\varphi'_V = OF'\tan(D_V - D_J)$

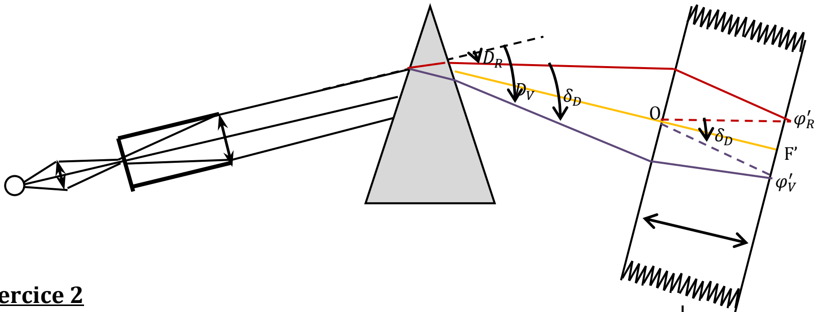
d'où $d_{R,V} = OF'[\tan(D_J - D_R) + \tan(D_V - D_J)]$

Les séparations angulaires $D_J - D_R$ et $D_V - D_J$ sont petites ; on peut donc écrire

$\tan(D_J - D_R) \approx D_J - D_R$ (rad) et $\tan(D_V - D_J) \approx D_V - D_J$ (en rad)

$d_{R,V} = OF'[D_J - D_R + D_V - D_J]$ $\Rightarrow$ $d_{R,V} = OF'(D_V - D_R)$ soit $\mathbf{d_{R,V} = f'\delta_D}$

AN : $d_{R,V} = 60 \times (51{,}2 - 47{,}9) \times \frac{\pi}{180}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{d_{R,V} = 3,46cm}$



Exercice 2

1° * *Marche du pinceau*

(Voir figure 1)

* L'angle de réfraction

Loi de FESCARTES relative à la réfraction : $\sin i = n_J \sin i_J'$

$\mathbf{i_J' = \sin^{-1}\left(\frac{\sin i}{n_J}\right)}$ AN : $i_J' = \sin^{-1}\left(\frac{\sin 75}{1{,}485}\right)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{i_J' = 40,6°}$

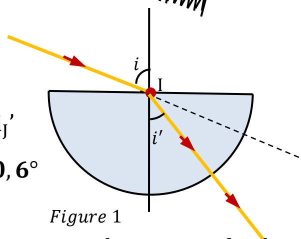


Figure 1

* *Angles d'incidence et de réfraction*

Ces deux angles sont nuls car dans le demi-cylindre, le rayon incident est confondu avec la normale à la surface (c'est un rayon du demi-cylindre)

* Marche du pinceau

(Voir figure 1)

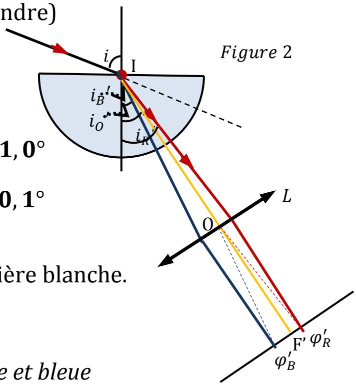
2° *Marche des pinceaux de lumière rouge et bleue*

$\mathbf{i_R' = \sin^{-1}\left(\frac{\sin i}{n_R}\right)}$ AN : $i_R' = \sin^{-1}\left(\frac{\sin 75}{1{,}472}\right)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{i_R' = 41,0°}$

$\mathbf{i_B' = \sin^{-1}\left(\frac{\sin i}{n_B}\right)}$ AN : $i_B' = \sin^{-1}\left(\frac{\sin 75}{1{,}500}\right)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{i_B' = 40,1°}$

(Voir figure 2)

Figure 2



* Oui, le demi-cylindre provoque la dispersion de la lumière blanche.

3° * *Observation*

On observe sur l'écran le spectre de la lumière blanche

* *Distance qui sépare les points lumineux de couleur rouge et bleue*

$d_{R,B} = F'\varphi'_R + F'\varphi'_B$ Or $F'\varphi'_R = OF'\tan(i'_R - i_J') $ et $F'\varphi'_B = OF'\tan(i'_J - i'_B)$

d'où $\mathbf{d_{R,B} = OF'[\tan(i'_R - i'_J) + \tan(i'_J - i'_B)]}$

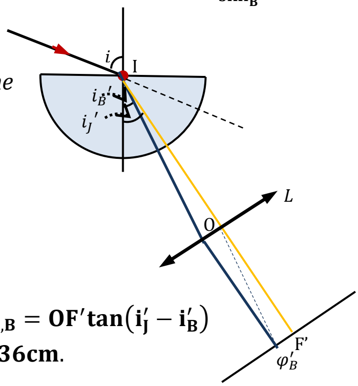
AN : $d_{R,B} = 30 \times [\tan(41{,}0 - 40{,}6) + \tan(40{,}6 - 40{,}1)] \Rightarrow \mathbf{d_{R,B} = 0{,}47cm}$

<u>Exercice 3</u>

1° *Indice de réfraction du Plexiglas pour la radiation bleue*

Loi de FESCARTES relative à la réfraction : $\sin i = n_B \sin i_B' \Rightarrow \mathbf{n_B = \frac{\sin i}{\sin i'_B}}$

AN : $n_B = \frac{\sin 70}{\sin(38+\frac{48}{60})} \Rightarrow \mathbf{n_B = 1{,}500}$



2° *Angle de réfraction pour un pinceau de lumière jaune*

$\sin i = n_J \sin i_J' \Rightarrow \mathbf{i_J' = \sin^{-1}\left(\frac{\sin i}{n_J}\right)}$

AN : $i_J' = \sin^{-1}\left(\frac{\sin 70}{1{,}483}\right) \Rightarrow \mathbf{i_J' = 39{,}3°}$

3° * *Marche des faisceaux jaune et bleu*

(voir figure)

* *Distance des taches jaune et bleue*

$d_{J,B} = F'\varphi'_B$ Or $F'\varphi'_B = OF'\tan(i'_J - i'_B)$ d'où $\mathbf{d_{J,B} = OF'\tan(i'_J - i'_B)}$

AN : $d_{J,B} = 50 \times \tan(39{,}3 - 38{,}8) \Rightarrow \mathbf{d_{J,B} = 0{,}436cm}$.

<u>Exercice 4</u>

1° *Distances focales* f'_R *et* f'_V

$f' = \frac{k}{n-1}$ Or pour la radiation jaune $f'_J = \frac{k}{n_J-1}$ d'où $\mathbf{f' = f'_J\left(\frac{n_J-1}{n-1}\right)}$

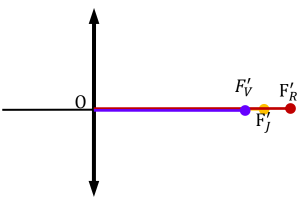
* Pour la radiation rouge : $f'_R = f'_J\left(\frac{n_J-1}{n_R-1}\right)$ AN : $f'_R = 25{,}0 \times \left(\frac{1{,}629-1}{1{,}618-1}\right) \Rightarrow f'_R = 25{,}4cm$

* Pour la radiation violette : $f'_V = f'_J\left(\frac{n_J-1}{n_R-1}\right)$ AN : $f'_V = 25{,}0 \times \left(\frac{1{,}629-1}{1{,}652-1}\right) \Rightarrow f'_V = 24{,}1cm$

2° Si on envoie sur la lentille un faisceau de lumière jaune cylindrique et parallèle à son axe optique, on observe un point lumineux jaune sur l'écran.

3° Si on envoie sur la lentille un faisceau de lumière blanche cylindrique et parallèle à son axe optique, la lentille va décomposer la lumière ; on observera un segment coloré et brillant.

4° *Longueur du segment*



$d_{V,R} = F'_R F'_V$ Or $F'_R F'_V = OF'_R - OF'_V = f'_R - f'_V$

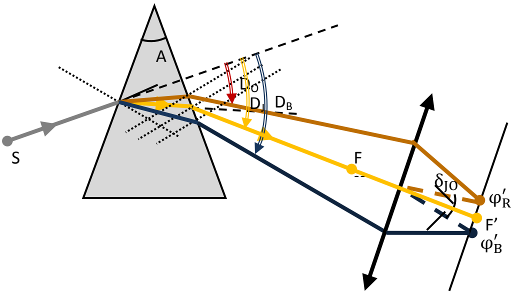
D'où $\mathbf{d_{V,R} = f'_R - f'_V}$

AN : $d_{V,R} = 25{,}4 - 24{,}1 \Rightarrow \mathbf{d_{V,R} = 1{,}3cm}$

5° La lentille est non achromatique car ses propriétés dépendent de la couleur de la radiation.

<u>Exercice 5</u>

1° *Schéma du trajet des pinceaux*



2° *Chemin suivi par les pinceaux colorés au-delà de la lentille*
(voir figure)

3° * On doit disposer l'écran au foyer image de la lentille

* Distances

$d = F'\varphi_R' + F'\varphi_B'$ Or $F'\varphi'_R = OF'tan\delta_{RO}$ avec $\delta_{JR} = D_O - D_R$

et $F'\varphi'_B = OF'tan\delta_{BO}$ avec $\delta_{BO} = D_B - D_O$

d'où $\boldsymbol{d = OF'[tan(D_B - D_O) + tan(D_O - D_R)]}$

AN : $d = 60 \times [tan(39{,}0 - 38{,}5) + tan(38{,}5 - 38{,}0)]$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{d = 1{,}05cm}$

<u>Exercice 6</u>

1° *Longueur d'onde de la radiation jaune*

Incidence normale : $\sin\theta_J = k\lambda n$

Spectre du 1er ordre donc $k = 1$ Et on a : $\sin\theta_J = \lambda_J n$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\lambda_J = \frac{\sin\theta_J}{n}}$

AN : $\lambda_J = \frac{\sin\left(13+\frac{22}{60}\right)}{400.10^3}$ $\Rightarrow$ $\lambda_J = 5{,}78.10^{-7}$m soit $\boldsymbol{\lambda_J = 0{,}578\mu m}$

2° *Directions donnant un maximum de lumière pour la radiation jaune*

Spectre du 2e ordre $k = 2$ Et donc $\sin\theta_J = 2\lambda_J n$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\theta_J = \sin^{-1}(2\lambda_J n)}$

AN : $\theta_J = \sin^{-1}(2 \times 5{,}78.10^{-7} \times 4.10^5)$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\theta_J = 27{,}5°}$

Spectre du 3e ordre $k = 3$ Et donc $\sin\theta_J = 3\lambda_J n$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\theta_J = \sin^{-1}(3\lambda_J n)}$

AN : $\theta_J = \sin^{-1}(3 \times 5{,}78.10^{-7} \times 4.10^5)$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\theta_J = 43{,}9°}$

Spectre du 4e ordre $k = 4$ Et donc $\sin\boldsymbol{\theta_J} = 4\lambda_J n$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\theta_J = \sin^{-1}(4\lambda_J n)}$

AN : $\theta_J = \sin^{-1}(4 \times 5{,}78.10^{-7} \times 4.10^5)$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\theta_J = 67{,}6°}$

Remarque : les valeurs $k = -1$, $k = -2$, $k = -3$, $k = -4$ donnent pour θ_J:

$-13{,}4°$; $-27{,}5°$; $-43{,}9°$; $-67{,}6°$

3° *Directions pour observer un maximum de lumière pour la radiation bleue*

Spectre du 1er ordre donc $\sin\theta_B = \lambda_B n$ $\Rightarrow$ $\theta_B = \boldsymbol{\sin^{-1}(\lambda_B n)}$

AN : $\theta_B = \sin^{-1}(4{,}36.10^{-7} \times 4.10^5)$ $\Rightarrow$ $\theta_B = \boldsymbol{10{,}0°}$

Spectre du 2e ordre donc $\sin\theta_B = 2\lambda_B n$ $\Rightarrow$ $\theta_B = \boldsymbol{\sin^{-1}(2\lambda_B n)}$

AN : $\theta_B = \sin^{-1}(2 \times 4{,}36.10^{-7} \times 4.10^5)$ $\Rightarrow$ $\theta_B = \mathbf{20,4°}$

Spectre du 3e ordre donc $\sin\theta_B = 3\lambda_B n$ $\Rightarrow$ $\theta_B = \mathbf{\sin^{-1}(3\lambda_B n)}$

AN : $\theta_B = \sin^{-1}(3 \times 4{,}36.10^{-7} \times 4.10^5)$ $\Rightarrow$ $\theta_B = \mathbf{31,5°}$

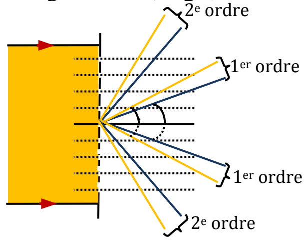
Spectre du 4e ordre donc $\sin\theta_B = 4\lambda_B n$ $\Rightarrow$ $\theta_B = \mathbf{\sin^{-1}(4\lambda_B n)}$

AN : $\theta_B = \sin^{-1}(4 \times 4{,}36.10^{-7} \times 4.10^5)$ $\Rightarrow$ $\theta_B = \mathbf{44,2°}$

Spectre du 5e ordre donc $\sin\theta_B = 5\lambda_B n$ $\Rightarrow$ $\theta_B = \mathbf{\sin^{-1}(5\lambda_B n)}$

AN : $\theta_B = \sin^{-1}(5 \times 4{,}36.10^{-7} \times 4.10^5)$

$\Rightarrow$ $\theta_B = \mathbf{60,7°}$



Remarque : les valeurs $k = -1$, $k = -2$, $k = -3$, $k = -4$, $k = -5$ donnent pour θ_B :

$-13{,}4°$; $-27{,}5°$; $-43{,}9°$; $-67{,}6°$

Exercice 7

1° *Observation*

Dans la direction θ=0°, on a un maximum de lumière pour toutes les radiations du spectre lumineux ; il y a superposition des radiations.

2° *Directions*

Incidence normale : $\sin\theta = k\lambda n$

Spectre du 1er ordre donc $k = 1$ et on a : $\sin\theta = \lambda n$ $\Rightarrow$ $\theta = \sin^{-1}(\lambda n)$

Radiation verte : $\theta_V = \sin^{-1}(\lambda_V n)$ AN : $\theta_V = \sin^{-1}(5{,}68.10^{-7} \times 10^6)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{\theta_V = 34,6°}$

Radiation jaune : $\theta_J = \sin^{-1}(\lambda_J n)$ AN : $\theta_J = \sin^{-1}(5{,}89.10^{-7} \times 10^6)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{\theta_J = 36,0°}$

Radiation rouge : $\theta_R = \sin^{-1}(\lambda_R n)$ AN : $\theta_R = \sin^{-1}(6{,}15.10^{-7} \times 10^6)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{\theta_R = 38,0°}$

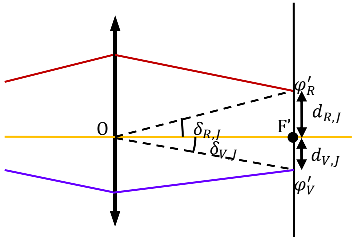
La valeur $k = -1$ donne pour θ_V, θ_J et θ_R respectivement les valeurs:

$-34{,}6°$; $-36{,}0°$ et $-38{,}0°$

3° On ne peut pas obtenir le spectre du 2e ordre

Justification : $\sin\theta = 2\lambda n < 1$ $\Rightarrow$ $\lambda < \frac{1}{2n}$ $\Rightarrow$ $\lambda < 0{,}500\mu m$

4° * On doit disposer un écran ou une pellicule photographique au foyer image de la lentille pour obtenir le spectre de la lumière émise par le sodium.



* Distance $d_{V,R}$

$d_{V,R} = F'\varphi'_R + F'\varphi'_V = d_{R,J} + d_{V,R}$

Or $\frac{d_{R,J}}{OF'} = \tan\delta_{R,J}$ et $\frac{d_{V,J}}{OF'} = \tan\delta_{V,J}$

D'où $d_{V,R} = f'(\tan\delta_{R,J} + \tan\delta_{V,J})$

$\delta_{R,J} = \theta_R - \theta_J$ et $\delta_{V,J} = \theta_J - \theta_V$

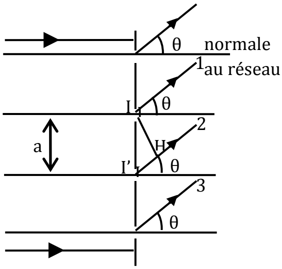
On a : $\mathbf{d_{V,R} = f'[\tan(\theta_R - \theta_J) + \tan(\theta_J - \theta_V)]}$

AN : $d_{V,R} = 30 \times [\tan(38 - 36) + \tan(36 - 34{,}6)]$

$\mathbf{d_{V,R} = 1,78cm}$

Exercice 8

1° * *Schéma*



* *Formule*

- La différence de marche δ pour les vibrations 2 et 1 est donnée par : $\delta = I'H$.

Dans le triangle rectangle II'H, on a : $\sin\theta = \frac{I'H}{II'} = \frac{I'H}{a}$

On en déduit : $\delta = a\sin\theta$

- Interférence constructive donc $\delta = k\lambda$ avec k entier

$a\sin\theta = k\lambda \Rightarrow \sin\theta = k\lambda\frac{1}{a}$ Or $\frac{1}{a} = n$

d'où $\mathbf{\sin\theta = k\lambda n}$ avec k entier.

2° * *Valeur de n*

Spectre du 1er ordre : $\sin\theta_1 = \lambda n \Rightarrow n = \frac{\sin\theta_1}{\lambda}$

AN : $n = \frac{\sin\left(19+\frac{36}{60}\right)}{589.10^{-9}}$ $n = 569527$ traits par mètre

* *Pas du réseau*

$n = \frac{1}{a} \Rightarrow \mathbf{a = \frac{1}{n}}$ AN : $n = \frac{1}{569527} \Rightarrow n = 1{,}76.10^{-6}$m soit $\mathbf{n = 1{,}76\mu m}$

3° *Autres directions*

Spectre du 2e ordre donc $\sin\theta_J = 2\lambda_J n \Rightarrow \theta_J = \mathbf{\sin^{-1}(2\lambda_J n)}$

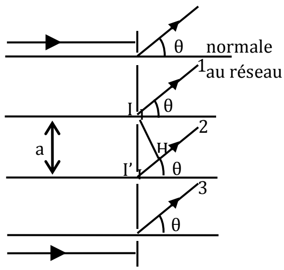
AN : $\theta_J = \sin^{-1}(2 \times 5{,}89.10^{-7} \times 569527) \Rightarrow \theta_J = \mathbf{42{,}1°}$

Remarque : les valeurs $k = -1$, $k = -2$ donnent respectivement les directions: $-19{,}6°$; $-42{,}1°$

Nombre d'ordres : On peut obtenir 2 ordres

Exercice 9

1° *Formule*



- La différence de marche δ pour les vibrations 2 et 1 est donnée par : $\delta = I'H$.

Dans le triangle rectangle II'H, on a : $\sin\theta = \frac{I'H}{II'} = \frac{I'H}{a}$

On en déduit : $\delta = a\sin\theta$

- Interférence constructive donc $\delta = k\lambda$ avec k entier

$a\sin\theta = k\lambda \Rightarrow \sin\theta = k\lambda\frac{1}{a}$ soit $\mathbf{\sin\theta = \frac{k\lambda}{a}}$ avec k entier.

2° *Directions*

Spectre du 1er ordre donc $k = 1$ Et on a : $\sin\theta = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{a}\right)$

Radiation jaune : $\theta_J = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda_J}{a}\right)$ AN : $\theta_J = \sin^{-1}\left(\frac{5{,}78.10^{-7}}{4.10^{-6}}\right) \Rightarrow \mathbf{\theta_J = 8{,}3°}$

Radiation verte : $\theta_V = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda_V}{a}\right)$ AN : $\theta_V = \sin^{-1}\left(\frac{5{,}46.10^{-7}}{4.10^{-6}}\right) \Rightarrow \mathbf{\theta_V = 7{,}8°}$

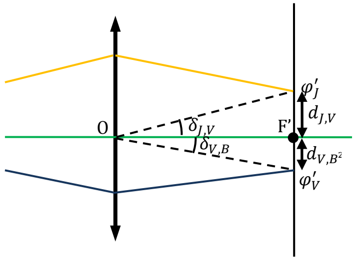
Radiation rouge : $\theta_B = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda_R}{a}\right)$ AN : $\theta_B = \sin^{-1}\left(\frac{4{,}36.10^{-7}}{4.10^{-6}}\right) \Rightarrow \mathbf{\theta_B = 6{,}3°}$

La valeur $k = -1$ donne pour θ_J, θ_V et θ_B respectivement les valeurs:

$-8{,}3°\,; -7{,}8°$ et $-6{,}3°$

3° * On doit disposer un écran ou une pellicule photographique au foyer image de la lentille pour obtenir le spectre de la lumière émise par le sodium.

* Distance $d_{V,R}$



$d_{J,B} = F'\varphi'_J + F'\varphi'_B = d_{J,V} + d_{V,B}$

Or $\frac{d_{J,V}}{OF'} = \tan\delta_{J,V}$ et $\frac{d_{V,B}}{OF'} = \tan\delta_{V,B}$

D'où $d_{J,B} = f'(\tan\delta_{J,V} + \tan\delta_{V,B})$

$\delta_{J,V} = \theta_J - \theta_V$ et $\delta_{V,B} = \theta_V - \theta_B$

On a : $\mathbf{d_{V,R} = f'[\tan(\theta_J - \theta_V) + \tan(\theta_V - \theta_B)]}$

AN : $d_{J,B} = 60 \times [\tan(8{,}3 - 7{,}8) + \tan(7{,}8 - 6{,}3)]$

$\mathbf{d_{J,B} = 2{,}09cm}$

4° * *Directions*

Spectre du 2ᵉ ordre donc $k = 2$ Et on a : $\sin\theta = \frac{2\lambda}{a} \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{2\lambda}{a}\right)$

Radiation jaune : $\theta_J = \sin^{-1}\left(\frac{2\lambda_J}{a}\right)$ AN : $\theta_J = \sin^{-1}\left(\frac{2\times 5{,}78.10^{-7}}{4.10^{-6}}\right) \Rightarrow \mathbf{\theta_J = 16{,}8°}$

Radiation verte : $\theta_V = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda_V}{a}\right)$ AN : $\theta_V = \sin^{-1}\left(\frac{5{,}46.10^{-7}}{4.10^{-6}}\right) \Rightarrow \mathbf{\theta_V = 15{,}8°}$

Radiation rouge : $\theta_B = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda_R}{a}\right)$ AN : $\theta_B = \sin^{-1}\left(\frac{4{,}36.10^{-7}}{4.10^{-6}}\right) \Rightarrow \mathbf{\theta_B = 12{,}6°}$

La valeur $k = -1$ donne pour θ_J, θ_V et θ_B respectivement les valeurs:

$-16{,}8°\,; -15{,}8°$ et $-12{,}6°$

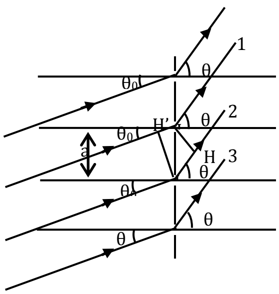
* Distance $d_{V,R}$

$d_{J,B} = d_{J,V} + d_{V,B}$ Or $\frac{d_{J,V}}{OF'} = \tan\delta_{J,V}$ et $\frac{d_{V,B}}{OF'} = \tan\delta_{V,B}$ d'où $d_{J,B} = f'(\tan\delta_{J,V} + \tan\delta_{V,B})$

$\delta_{J,V} = \theta_J - \theta_V$ et $\delta_{V,B} = \theta_V - \theta_B$ On a : $\mathbf{d_{V,R} = f'[\tan(\theta_J - \theta_V) + \tan(\theta_V - \theta_B)]}$

AN : $d_{J,B} = 60 \times [\tan(16{,}8 - 15{,}8) + \tan(15{,}8 - 12{,}6)]$ $\mathbf{d_{J,B} = 4{,}40cm}$

5° - *Directions*



* Pour les vibrations 2 et 1, $\delta = I'H - H'I$

Dans le triangle II'H, $\sin\theta = \frac{I'H}{II'} = \frac{I'H}{a}$

Et dans le triangle, $\sin\theta_0 = \frac{H'I}{II'} = \frac{H'I}{a}$

On déduit : $\delta = a\sin\theta - a\sin\theta_0$

* $\delta = k\lambda$ avec k entier (interférence constructive)

On obtient : $\sin\theta = \sin\theta_0 + \frac{k\lambda}{a}$ avec k entier

Radiation verte donc $\sin\theta_V = \sin\theta_0 + \frac{k\lambda_V}{a}$ $\theta_V = \sin^{-1}\left(\sin\theta_0 + \frac{k\lambda_V}{a}\right)$

k	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3
θ_V	$\mathbf{-62,4°}$	$\mathbf{-48,6°}$	$\mathbf{-37,8°}$	$\mathbf{-28,5°}$	$\mathbf{-19,9°}$	$\mathbf{-11,8°}$	$\mathbf{-3,9°}$
k	-2	-1	0	1	2	3	4
θ_V	$\mathbf{4,0°}$	$\mathbf{11,9°}$		$\mathbf{28,6°}$	$\mathbf{38,0°}$	$\mathbf{48,7°}$	$\mathbf{62,6°}$

- Il y a 14maxima

<u>Exercice 10</u>

1° *Séparation angulaire*

Formule du réseau en incidence normale : $\sin\theta = k\lambda n$

Spectre du 1er ordre : $\sin\theta = \lambda n \quad \Rightarrow \quad \theta = \sin^{-1}(\lambda n)$ et $\boldsymbol{\delta\theta = \theta_{0,8\mu m} - \theta_{0,4\mu m}}$

AN : $\delta\theta = \sin^{-1}(0{,}8.10^{-6} \times 4.10^5) - \sin^{-1}(0{,}4.10^{-6} \times 4.10^5) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\delta\theta = 9,5°}$

2° *Séparation angulaire*

Spectre du 2e ordre : $\sin\theta = 2\lambda n \quad \Rightarrow \quad \theta = \sin^{-1}(2\lambda n)$

$\delta\theta = \sin^{-1}(2 \times 0{,}8.10^{-6} \times 4.10^5) - \sin^{-1}(2 \times 0{,}4.10^{-6} \times 4.10^5) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\delta\theta = 21,1°}$

Spectre du 3e ordre : $\sin\theta = 3\lambda n \quad \Rightarrow \quad \theta = \sin^{-1}(3\lambda n)$

$\delta\theta = \sin^{-1}(3 \times 0{,}8.10^{-6} \times 4.10^5) - \sin^{-1}(3 \times 0{,}4.10^{-6} \times 4.10^5) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\delta\theta = 45,1°}$

3° Les deux spectres sont juxtaposés.

4° Le spectre du 4e ordre est incomplet.

Justification : $\sin\theta = 4\lambda n < 1 \quad \Rightarrow \quad \lambda < \frac{1}{4n}$ AN : $\lambda < \frac{1}{4\times 4.10^5} \quad \Rightarrow \quad \lambda < 0{,}625\mu m$

On conclut donc que le spectre du 4e ordre est complet pour les radiations comprises entre $0{,}4\mu m$ et $0{,}625\mu m$.

NIVEAUX D'ENERGIE DE L'ATOME

Exercice 1

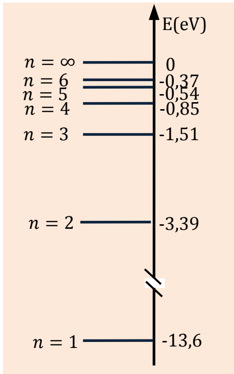
Un atome de mercure dans sont état fondamental absorbe un photon de longueur d'onde $\lambda = 492\text{nm}$.

1° Quelle est la variation d'énergie de l'atome ?

2° Peut-il émettre, en se désexcitant, un photon d'énergie correspondant à cette longueur d'onde.

Exercice 2

A l'aide du diagramme suivant, répondre par vrai ou faux et justifier votre réponse.



1° Le niveau $n = 2$ correspond à l'état fondamental de l'atome d'hydrogène.

2° Les états numérotés de 2 à $n = \infty$ correspondent aux états excités de l'atome d'hydrogène.

3° Il faut fournir au minimum 13,6eV pour ioniser un atome pris dans sont état fondamental.

4° Il faut fournir au minimum 10,21eV pour ioniser un atome pris dans sont état $n = 2$.

5° L'atome d'hydrogène peut avoir une énergie $\text{E} = -2{,}8\text{eV}$.

Exercice 3

Indiquer si les affirmations suivantes sont exactes ou fausses en justifiant la réponse, éventuellement par un calcul.

1° La valeur de l'énergie de l'atome d'hydrogène au niveau n=3 est de -2,42.10^{-19}J.

2° L'atome peut avoir une énergie égal à -2,8eV.

3° Le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène est continu.

4° Le niveau d'énergie 0eV correspond à l'atome d'hydrogène dans sont état non excité (état fondamental).

5° L'atome d'hydrogène peut émettre la radiation de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 102{,}6nm$ en passant du niveau d'énergie $n = 3$ au niveau d'énergie$n = 1$.

6° On peut exciter l'atome d'hydrogène grâce à une radiation de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 102{,}6nm$.

7° L'énergie minimale d'un électron capable de provoquer par choc l'excitation d'un atome d'hydrogène à partir de son état fondamental est 10,2eV

On donne : - La constante de Planck h = 6,626.10^{-34} J.s ; - La charge élémentaire e = 1,602.10^{-19} C ; - la célérité de la lumière dans le vide c = 3.10^{8} m.s^{-1}.

-l'énergie de l'atome d'hydrogène s'écrit : $E_n = -\frac{13{,}6}{n^2}$ (eV)

Exercice 4

1° Tracer le diagramme d'énergie de l'atome d'hydrogène pour n allant de 2 à 6 (échelle : 1cm pour 1eV).

2° Etablir l'expression littérale de la longueur d'onde des radiations émises lorsque cet atome passe d'un état excité tel que n>2 à l'état n=2 (radiation de la série de Balmer).

3° L'analyse du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène révèle la présence des radiations ou raies de longueurs d'onde : λ_1 = 656 nm (H_α);

λ_2 = 486 nm(H_β) ; λ_3 = 434 nm(H_γ) ; λ_4 = 410 nm(H_δ).
a. Déterminer à quelles transitions correspondent ces radiations de la série de Balmer.
b. Représenter sur le diagramme les transitions entre les différents niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène pour ces quatre raies.
c. Entre quelles valeurs extrêmes les longueurs d'onde des radiations de cette série sont-elles situées?
4° Un photon d'énergie 7ev arrive sur un atome d'hydrogène.
Que se passe-t-il si l'atome est :
a. dans l'état fondamental ?
b. dans l'état excité (n = 2)

Exercice 5

On donne : - Constante de Planck h = 6,626.10^{-34} J.s ;
- la Vitesse de la lumière dans le vide c = 3.10^{8}m.s^{-1}.
- La charge élémentaire e = 1,602.10^{-19} C ;
L'énergie de niveau n de l'atome d'hydrogène est donnée par:
$E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ avec E_n en eV et n nombre entier non nul.
1° Quelle est l'énergie correspondant au niveau fondamental de l'atome ?
2° Une transition d'un niveau 4 à un niveau 2 peut-elle se faire par émission d'un photon ? Quelle est l'énergie du photon ?
3° Lorsque l'atome est dans son état fondamental, quelle est la plus grande longueur d'onde λ des radiations qu'il peut absorber ? A quel domaine spectral appartient λ ?
4° Quelle est l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène ?
5° On envoie sur des atomes d'hydrogènes dans l'état fondamental différents photons, d'énergies respectives : 8,2eV ; 10,2eV ; 13,6eV ; 14,6eV.
Quels sont les photons pouvant être absorbés ?
Quel est l'état final du système ?

Exercice 6

On attribue aux niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène les valeurs
$E_n = -\frac{E_0}{n^2} = -\frac{2,176.10^{-18}}{n^2}$, avec E_n en joule.
Données : $hc = 1,986.10^{-16}$J. nm ; $e = 1,602.10^{-19}$C
1° Calculer, en nanomètre, les longueurs d'onde des radiations émises lors des transitions du niveau d'énergie E_3 au niveau E_1 (longueur d'onde λ_3), du niveau d'énergie E_2 au niveau E_1 (longueur d'onde λ_2), puis du niveau d'énergie E_3 au niveau E_2 (longueur d'onde λ).
2° Une ampoule contient de l'hydrogène porté à la température de 2800K.
Les atomes sont dans leur état fondamental. Une lumière constituée des trois radiations λ_3, λ_2 et λ traverse ce gaz.
Quelles sont les radiations absorbées ? Justifier.
3° Sur l'ampoule précédente, on envoie une radiation monochromatique de longueur d'onde λ = 76nm.
a. Calculer, en électronvolt, l'énergie des photons.
b. Montre que l'atome peut être ionisé.
c. Calculer, en faisant un bilan d'énergie, l'énergie cinétique acquise par l'électron en admettant que celle de l'ion ionisé est nulle.

Exercice 7
L'analyse du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène révèle la présence des radiations ou raies de longueurs d'onde : λ_1 = 656 nm ; λ_2 = 486 nm ; λ_3 = 434 nm ; λ_4 = 410 nm.
1°a. Expliquer pourquoi le spectre d'hydrogène est discontinu.
b. Etablir la relation générale liant la longueur d'onde λ des radiations, l'émission d'énergie E de la transition électronique correspondante et la célérité c de la lumière dans le vide.
c. Montrer que cette relation conduit à la formule : $E = \frac{1241{,}25}{\lambda}$, λ étant exprimée en nanomètre et E en électronvolts.
d. Calculer en électronvolts les énergies des transitions correspondant aux longueurs d'onde des quatre raies d'émission de l'atome d'hydrogène.
2° Vérifier que ces énergies peuvent se mettre sous la forme :
$E = -E_0\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{2^2}\right)$ où p est un nombre entier supérieur ou égal à 3 et où E_0 est une constante positive qui vaut 13,6 eV.
3° Ces quatre raies appartiennent à une série appelée série de Balmer ; toute raie de cette série correspond à une énergie donnée par la formule ci-dessus.
a. Calculer l'énergie maximale de la série de Balmer. En déduire la longueur d'onde correspondante, appelée raie limite.
b. Les énergies des niveaux de l'atome d'hydrogène se mettent sous la forme : $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$ où n est un entier naturel positif non nul. À quelles transitions correspondent les quatre raies citées dans la série de Balmer?
4°a. Donner la relation générale (analogue à celle de la question 2.) de l'énergie d'une transition entre un niveau n = p et le niveau fondamental n = 1, avec p > 1.
b. Calculer la longueur d'onde maximale de la radiation qui permet d'ioniser l'atome d'hydrogène lorsqu'il se trouve dans son état fondamental.
On donne : - La constante de Planck h = 6,626.10^{-34} J.s.
- La charge élémentaire e = 1,602.10^{-19} C
- la célérité de la lumière dans le vide c = 3.10^{8} m.s^{-1}.

Exercice 8 : Les quasars, les astres très lointains
Le texte ci-dessous est extrait d'un article paru dans une revu scientifique

«Les galaxies comme la notre, la Voie Lactée, ont un éclat bien trop faible pour être étudiées en détail dès qu'elles sont à des distances de quelques millions d'années-lumière. Mais heureusement, certaines galaxies abritent en leur centre un noyau anormalement lumineux ; un quasar. Le spectre d'un quasar contient des raies d'émission, associées au quasar lui-même, et des raies d'absorption. A partir de la raie d'absorption "Lyman alpha" de l'atome d'hydrogène, à 121,5 nanomètres de longueur d'onde, on détecte aisément des nuages intergalaxiques cent mille fois denses que la paroi d'une bulle de savon »

Données : - La constante de Planck h = $6,626.10^{-34}$ J.s.

- la célérité de la lumière dans le vide c = 3.10^{8}m.s^{-1}.
- La charge élémentaire e = $1,602.10^{-19}$C

1ev = $1,602.10^{-19}$J

On rappelle que les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés pa la relation : $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$ avec E_0 = 13,6eV

A/ A propos du texte

1° Préciser l'intérêt présenté par les quasars pour l'astrophysicien, par rapport aux autres objets stellaires.

2° Schématiser à l'aide de deux niveaux d'énergie E_a et E_b (on prendra $E_b > E_a$) la transition correspondant à l'émission d'un rayonnement par l'atome. Ecrire le bilan énergétique correspondant.

3° Indiquer parmi les domaines de radiations suivant celui qui correspond à la raie « Lyman alpha »

l'ultraviolet	le visible	l'infrarouge	les ondes radioélectriques

B/ Construction du diagramme énergétique de l'atome d'hydrogène

1° Dans l'expression $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$ donnant les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène, préciser les valeurs que peut prendre le paramètre n.

2° Donner et justifier la valeur de n correspondant à l'état fondamental. En déduire la valeur de l'énergie de cet état.

3° Calculer les valeurs des quatre premiers niveaux d'énergie. Construire sur la copie le diagramme énergétique de l'atome d'hydrogène en plaçant ces niveaux d'énergie sur un axe vertical.

C/ Série de raie d'absorption de Lyman

La raie d'absorption « Lyman alpha » fait partie d'une série de raies appelée série de Lyman. Cette série correspond à des absorptions à partir du niveau fondamental vers un niveau excité d'énergie E_n. Les longueurs d'onde λ_n sont telles que :

$\frac{1}{\lambda_n} = R_H\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$, où R_H est la constante de Rydberg.

1° Etablir l'expression de R_H en fonction de h, c et E_0.

2° Quelle est la dimension de R_H ? Justifier.

3° Calculer R_H.

4° Calculer la plus petite et la plus grande des longueurs d'onde de la série de Lyman.

5° Quels sont les niveaux d'énergie concernés par la raie d'absorption « Lyman alpha » ? Représenter sur le diagramme énergétique tracé à la question B/ 3), à l'aide d'une flèche, la transition correspondant à cette absorption. Calculer, en eV, l'énergie du photon absorbé.

<u>Exercice 9</u>

Lorsqu'on établit une décharge électrique dans un tube de quartz contenant de l'hydrogène, ce gaz émet de la lumière. L'étude spectroscopique de cette lumière montre l'existence d'un spectre d'émission discontinu ou de raies.

1°a. Expliquer brièvement comment on interprète l'existence de raies dans le spectre d'émission d'un atome.

b. Quel autre spectre atomique présent-il des raies ?

c. Quelle est la différence entre les raies de ces deux spectres atomiques ?
2° On classe les raies du spectre de l'atome d'hydrogène en séries ; les premières étant appelées respectivement séries de Lyman, de Balmer, de Paschen et de Brackett. Pour chacune de ces séries, le nombre d'onde (inverse de la longueur d'onde) reste inférieur à un nombre d'onde limite donnée par les valeurs suivantes :

- Lyman : $1{,}0957.10^{-2}$ nm^{-1}.
- Balmer : $2{,}7392.10^{-3}$ nm^{-1}.
- Paschen : $1{,}2165.10^{-3}$ nm^{-1}.
- Brackett : $6{,}8479.10^{-4}$ nm^{-1}.

a. Montrer que la longueur d'onde λ d'une raie spectrale, exprimer en nanomètre et la variation d'énergie E de la transition électronique correspondante (ou du photon émis) exprimée en électronvolts sont reliées par la formule : $E = \frac{1241{,}25}{\lambda}$
b. A quelle variation d'énergie correspondrait, pour l'électron, l'émission des raies limites (si ces raies pouvaient être observées) ? En déduire les énergies des niveaux correspondant aux trois (quatre) raies limites données. L'état d'ionisation de l'atome d'hydrogène sera pris comme origine des énergies.
c. Montrer que ces énergies peuvent se mettre sous la forme : $E = -\frac{E_0}{n^2}$, avec E_0 positif, dont on donnera la valeur en électronvolts, n étant successivement l'un de trois entiers consécutifs. Déterminer n pour les trois premiers niveaux.
3° L'analyse du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène a révélé la présence de raies de longueurs d'onde égales à : λ_1 = 656 nm ; λ_2 = 486 nm ; λ_3 = 434 nm ; λ_4 = 410 nm. Elle a montré que ces raies appartiennent à la série de Balmer. Dites à quelle transition électronique correspond chaque raie.
4° La lumière émise par le tube de quartz contenant de l'hydrogène est envoyée de façon normale sur un réseau comportant n = 1200 traits/mm.
Une lentille L de distance focale f' = 1 m est placée après le réseau de telle manière que son axe optique coïncide avec le trajet de la raie λ_3. L'écran d'observation du spectre est placé dans le plan focal image de L.
a. Déterminer les directions de maximum de lumière dans le spectre d'ordre 1 pour ces raies. On rappelle que la formule d'un réseau utilisé en incidence normale est $sin\theta = k\lambda n$. k étant l'ordre du spectre.
b. En déduire la largeur de ce spectre.
c. Montrer le spectre d'ordre 2 est incomplet et déterminer la les raie(s) manquante(s).
d. Reprendre la question 4.a) dans le cas où la lumière est maintenant envoyée sur le réseau sous une incidence θ_0 = 30°.
On donne : - La constante de Planck h = $6{,}626.10^{-34}$ J.s.
- La charge élémentaire e = $1{,}602.10^{-19}$C
- la célérité de la lumière dans le vide c = 3.10^{8}m.s^{-1}.

Corrigé

Exercice 1

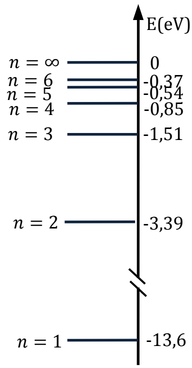
1° *Variation d'énergie de l'atome*

$E = h\vartheta$ Or $\vartheta = \frac{c}{\lambda}$ d'où $\boldsymbol{E = \frac{hc}{\lambda}}$

AN : $\boldsymbol{E} = \frac{6{,}626.10^{-34}\times 3.10^{8}}{492.10^{-9}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{E = 4{,}04.10^{-19}J}$ soit $\boldsymbol{E = 2{,}53eV}$

2° Oui. Il peut émettre, en se désexcitant, un photon d'énergie correspondant à cette longueur d'onde.

Exercice 2



1° **Faux!** L'état fondamental correspond à n = 1.

2° **Vrai !** Les états numérotés de 2 à $n = \infty$ correspondent aux états excités de l'atome d'hydrogène.

3° **Vrai !** L'énergie 13,6eV représente la plus petite valeur d'énergie pour ioniser un atome d'hydrogène pris dans sont état fondamental.

4° **Faux!** L'énergie minimale pour ioniser un atome pris dans sont état $n = 2$ est $E = 0 - (-3{,}39) = 3{,}39$eV.

5° **Faux!** L'énergie E = −2,8eV ne correspond à aucun niveau d'énergie de l'atome d'hydrogène.

Exercice 3

1° Vrai !

L'énergie du niveau n=3 de l'atome d'hydrogène est donnée par :

$E_3 = -\frac{13{,}6\times 1{,}602.10^{-19}}{3^2} = -2{,}42.10^{-10}$J

2° Faux !

L'énergie E = -2,8eV est comprise entre $E_2 = -\frac{13{,}6}{2^2} = -3{,}4(\text{eV})$

et $E_3 = -\frac{13{,}6}{3^2} = -1{,}51(\text{eV})$

L'énergie E = −2,8eV ne correspond à aucun niveau d'énergie de l'atome d'hydrogène.

3° Faux !

L'énergie de l'atome d'hydrogène est donnée par $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$; c'est une valeur bien quantifiée. Le spectre de l'atome d'hydrogène est donc discontinu ; c'est un spectre de raie.

4° Faux !

L'état fondamental correspond à n = 1. Son énergie est donnée par :

$E_1 = -\frac{13{,}6}{1^2} = -13{,}6(\text{ev})$

5° Vrai !

$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\lambda = \frac{1}{R_H\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{p^2}\right)}}$

AN : $\lambda = \frac{1}{1{,}096.10^{7}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3^2}\right)}$ $\Rightarrow$ $\lambda = 1{,}026.10^{-7}m$ soit $\boldsymbol{\lambda = 102{,}6nm}$

6° Oui !

Le photon de longueur d'onde λ = 102,6nm peut être absorbé par un atome dans son état fondamental n=1 pour aller à l'état excité n=3

$E = \frac{hc}{\lambda} = E_3 - E_1$

7° Faux !

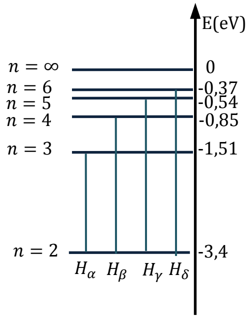
L'énergie minimale correspond à la transition de l'atone d'hydrogène du niveau $n = 1$ au niveau $n = \infty$

$E = E_\infty - E_1 = 0 - (-13{,}6) = 13{,}6\text{eV}$

Exercice 4

1° *Diagramme d'énergie de l'atome d'hydrogène*

(Voir schéma)



2° *Expression littérale de la longueur d'onde*

$E = h\vartheta_{n,2}$ Or $\vartheta = \frac{c}{\lambda_{n,2}}$ d'où $E = \frac{hc}{\lambda_{n,2}}$

$E = E_n - E_2 = -\frac{E_0}{n^2} - \left(-\frac{E_0}{2^2}\right) = E_0\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right)$

On obtient : $\frac{hc}{\lambda_{n,2}} = E_0\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right)$

soit $\boldsymbol{\frac{1}{\lambda_{n,2}} = \frac{E_0}{hc}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right)}$ avec n>2

3° a. *Transitions*

$\frac{1}{\lambda_{n,2}} = \frac{E_0}{hc}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{13{,}6\times1{,}602.10^{-19}}{6{,}626.10^{-34}\times3.10^8}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right) = 1{,}096.10^7\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right)$

Pour n=3 on a : $\lambda_{3,2} = 656$ nm(H_α) ; transition du niveau 3 au niveau 2

Pour n=4 on a : $\lambda_{4,2} = 486$ nm(H_β) ; transition du niveau 4 au niveau 2

Pour n=5 on a : $\lambda_{5,2} = 434$ nm(H_γ) ; transition du niveau 5 au niveau 2

Pour n=6 on a : $\lambda_{6,2} = 410$ nm(H_δ) ; transition du niveau 6 au niveau 2

b. *Représentation*

(Voir schéma)

c. *Valeurs extrêmes des longueurs d'onde*

Longueur d'onde de la transition du niveau ∞ au niveau 2 est $\lambda_{\infty,2} = 91{,}2$ nm

Les longueurs d'ondes varient entre **91, 2 nm et 656 nm**

4° $E = E_n - E_p \quad\Rightarrow\quad E_n = E_p + E$

a. *L'atome est dans l'état fondamental*

$E_n = E_1 + E$ AN : $E_n = -13{,}6 + 7 \quad\Rightarrow\quad E_n = -6{,}6\text{ev}$

L'énergie $\text{E} = -6{,}6\text{ev}$ ne correspond à aucun niveau d'énergie.

b. *L'atome est dans l'état excité $(n = 2)$*

$E_n = E_2 + E$ AN : $E_n = -3{,}4 + 7 \quad\Rightarrow\quad E_n = 3{,}6\text{eV}$

L'atome d'hydrogène est ionisé ; le surplus 3,6eV est communiqué à l'électron sous forme d'énergie cinétique.

Exercice 5

1° *Energie du niveau fondamental de l'atome*

Le niveau fondamental correspond à la valeur n=1

$\text{E}_1 = -\frac{13{,}6}{1^2} \quad\Rightarrow\quad \mathbf{E_1 = -13{,}6eV}$

2° - Une transition d'un niveau 4 à un niveau 2 est une transition de niveau supérieur à un niveau inférieur : c'est donc une **émission**

- *Energie du photon*

$\mathrm{E} = \mathrm{E}_4 - \mathrm{E}_2$ AN : $E = -\frac{13,6}{4^2} - \left(-\frac{13,6}{2^2}\right)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{E = 2,55eV}$

3° - *La plus grande longueur d'onde λ*

La plus grande longueur d'onde correspond à la transition du niveau 1 au niveau 2

$\frac{1}{\lambda_{2,1}} = \frac{\mathrm{E}_0}{\mathrm{hc}}\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)$ AN : $\frac{1}{\lambda_{2,1}} = \frac{13,6\times1,6.10^{-19}}{6,626.10^{-34}\times3.10^8}\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)$ soit $\boldsymbol{\lambda_{2,1} = 121,8\mathrm{nm}}$

- *Domaine spectral de λ*

$\lambda_{2,1} < 400nm$; la radiation appartient à la domaine de l'ultraviolet

4° *Energie d'ionisation de l'atome d'hydrogène*

$\mathrm{E_i} = \mathrm{E}_\infty - \mathrm{E}_1$ AN : $\mathrm{E_i} = 0 - \left(-\frac{13,6}{1^2}\right)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{E_i = 13,6eV}$

5° *Photons pouvant être absorbés*

$\mathrm{E} = \mathrm{E_n} - \mathrm{E}_1$ $\Rightarrow$ $\mathrm{E_n} = \mathrm{E}_1 + \mathrm{E}$

Pour E = 8,2eV, $\mathrm{E_n} = -5,4\mathrm{eV}$

Cette valeur d'énergie ne correspond à aucune valeur d'énergie de l'atome d'hydrogène. Le photon ne sera pas absorbé et l'atome se trouve dans son état fondamental.

Pour E = 10,2eV, $\mathrm{E_n} = -3,4\mathrm{eV}$

Cette valeur d'énergie ne correspond à l'énergie du niveau 2 de l'atome d'hydrogène. Le photon sera absorbé et l'atome se trouve dans un état excité.

Pour E = 13,6eV, $\mathrm{E_n} = 0\mathrm{eV}$

Cette valeur d'énergie ne correspond à l'énergie du niveau ∞ de l'atome d'hydrogène. Le photon sera absorbé et l'atome se trouve dans un état ionisé.

Pour E = 14,6eV, $\mathrm{E} > 13,6eV$

Le photon sera absorbé et l'atome se trouve dans un état ionisé. L'excédent d'énergie 1eV sera communiqué à l'électron sous forme d'énergie cinétique.

Exercice 6

1° *Longueurs d'onde des radiations émises*

$E = h\vartheta_{n,p}$ Or $\vartheta = \frac{c}{\lambda_{n,p}}$ d'où $E = \frac{hc}{\lambda_{n,p}}$

$E = E_n - E_p = -\frac{E_0}{n^2} - \left(-\frac{E_0}{p^2}\right) = E_0\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}\right)$

On obtient : $\frac{hc}{\lambda_{n,p}} = E_0\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ soit $\boldsymbol{\frac{1}{\lambda_{n,p}} = \frac{E_0}{hc}\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}\right)}$

- Transition du niveau d'énergie E_3 au niveau E_1

$\frac{1}{\lambda_3} = \frac{2,176.10^{-18}}{1,986.10^{-16}}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right)$ $\Rightarrow$ $\lambda_3 = 102,7\mathrm{nm}$

- Transition du niveau d'énergie E_2 au niveau E_1

$\frac{1}{\lambda_2} = \frac{2,176.10^{-18}}{1,986.10^{-16}}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$ $\Rightarrow$ $\lambda_2 = 121,7\mathrm{nm}$

- Transition du niveau d'énergie E_3 au niveau E_2

$\frac{1}{\lambda} = \frac{2,176.10^{-18}}{1,986.10^{-16}}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$ $\Rightarrow$ $\lambda = 657,1\mathrm{nm}$

2° *Radiations absorbées*

Les longueurs d'onde absorbées sont λ_3 et λ_2

Justification : Les atomes sont dans leur état fondamental (n=1) : ils ne peuvent absorber que les radiations correspondant à des transitions vers les niveaux d'énergie supérieures.

3°a. *Energie des photons*

$E=\frac{hc}{\lambda}$ AN : $E=\frac{1{,}986.10^{-16}}{76}$ $\Rightarrow$ $E=2{,}61.10^{-18}$J soit $\boldsymbol{E=16,3\text{eV}}$

b. *Montrons que l'atome peut être ionisé*

Pour ioniser l'atome d'hydrogène à partir de son état fondamental, il faut au minimum 13,6eV.

Un photon d'énergie 16,3eV peut être absorbé en ionisant l'atome et en communiquant une énergie cinétique à l'électron.

c. *Energie cinétique acquise par l'électron*

Principe de conservation de l'énergie : $E=E_i+E_C$

$E_C=E-E_i$ AN : $E_C=16{,}3-13{,}6$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{E_C=2,7\text{eV}}$

Exercice 7

1°a. *Explication*

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont quantifiés (ils ne peuvent prendre que des valeurs bien déterminées)

b. *Relation générale liant λ, E et la célérité c*

$E=h\vartheta$ Or $\vartheta=\frac{c}{\lambda}$ d'où $\boldsymbol{E=\frac{hc}{\lambda}}$

c. Montrons que $E=\frac{1241{,}25}{\lambda}$, λ étant en nanomètre et E en électronvolts

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{6{,}626.10^{-34}\times3.10^{8}}{\lambda}=\frac{1{,}988.10^{-25}}{\lambda}\ (\text{J})$$

$$E=\frac{\frac{1{,}988.10^{-25}}{1{,}602.10^{-19}}}{\lambda}=\frac{1{,}241.10^{-6}}{\lambda}(\text{eV})=\frac{1241.10^{-9}}{\lambda}(\text{eV})\quad \text{soit}\quad \boldsymbol{E=\frac{1241}{\lambda}(\text{eV})}\ \text{avec } \lambda \text{ en nm}$$

d. *Energies des transitions*

Pour $\lambda=\lambda_1$, on a $E_1=\frac{1241{,}25}{656}$ soit $\boldsymbol{E_1=1,89\text{eV}}$

Pour $\lambda=\lambda_2$, on a $E_2=\frac{1241{,}25}{486}$ soit $\boldsymbol{E_2=2,55\text{eV}}$

Pour $\lambda=\lambda_3$, on a $E_3=\frac{1241{,}25}{434}$ soit $\boldsymbol{E_3=2,86\text{eV}}$

Pour $\lambda=\lambda_4$, on a $E_4=\frac{1241{,}25}{410}$ soit $\boldsymbol{E_4=3,03\text{eV}}$

2° Vérification

Pour p=3, on a : $E=-13{,}6\left(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{2^2}\right)=1{,}89\text{eV}=E_1$

Pour p=4, on a : $E=-13{,}6\left(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{2^2}\right)=2{,}55\text{eV}=E_2$

Pour p=5, on a : $E=-13{,}6\left(\frac{1}{5^2}-\frac{1}{2^2}\right)=2{,}86\text{eV}=E_3$

Pour p=6, on a : $E=-13{,}6\left(\frac{1}{6^2}-\frac{1}{2^2}\right)=3{,}03\text{eV}=E_4$

3°a. - *Energie maximale de la série de Balmer*

L'énergie maximale de la série de Balmer correspond à la transition du niveau $n=\infty$ au niveau n=2

$E_{max}=-13{,}6\left(0-\frac{1}{2^2}\right)$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{E_{max}=3,4\text{eV}}$

- *Longueur d'onde correspondante*

$E_{max}=\frac{1241{,}25}{\lambda_l}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\lambda_l=\frac{1241,25}{E_{max}}}$ AN : $\lambda_l=\frac{1241{,}25}{3{,}4}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\lambda_l=365\text{nm}}$

b. *Transitions correspondent aux quatre raies de Balmer*

E_1 correspond à la transition du niveau n=3 au niveau n=2; E_2 le niveau n=4 au niveau n=2; E_3 le niveau n=5 au niveau n=2; E_4 le niveau n=6 au niveau n=2

4°a. *Relation générale*

$$E = E_p - E_1 = -\frac{E_0}{p^2} - \left(-\frac{E_0}{1^2}\right) = -\frac{E_0}{p^2} + E_0 = -E_0\left(\frac{1}{p^2} - 1\right)$$

soit $\boldsymbol{E = -13,6\left(\frac{1}{p^2} - 1\right)}$

b. *Longueur d'onde maximale*

L'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène correspond à la transition du niveau $n = \infty$ au niveau n=1

$E = -13,6(0 - 1)$ soit $E = 13,6\text{eV}$

$\boldsymbol{\lambda = \frac{1241,25}{E}}$ AN : $\lambda = \frac{1241,25}{13,6}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\lambda = 91\text{nm}}$

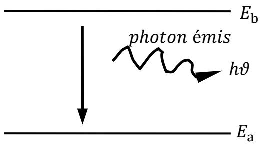
<u>Exercice 8</u> : Les quasars, les astres très lointains

A/ A propos du texte

1° *Intérêt*

Les quasars sont des objets stellaires anormalement lumineux qui permettent une étude plus détaillée des galaxies lointaines

2° *Schématisation*



Bilan énergétique

$E = E_b - E_a$ Or $E = h\vartheta$ d'où $\boldsymbol{E_b - E_a = h\vartheta}$

3° *Domaine de radiation*

121,5nm < 400nm ; donc la raie « Lyman alpha » appartient au domaine de l'ultraviolet.

B/ Construction du diagramme énergétique de l'atome d'hydrogène

1°*Valeurs que peut prendre le paramètre n*

Le paramètre n peut prendre les valeurs entières supérieures ou égales à 1.

2° *Valeur de n correspondant à l'état fondamental*

$n = 1$; car cette valeur correspond à la plus basse énergie.

Valeur de l'énergie de l'état fondamental

$E_1 = -\frac{E_0}{1^2} = -E_0$ soit $E_1 = -13,6\text{eV}$.

3° *Valeurs des quatre premiers niveaux d'énergie*

Pour $n = 1$, on a : $E_1 = -\frac{E_0}{1^2} = -E_0$ soit $E_1 = -13,6\text{eV}$.

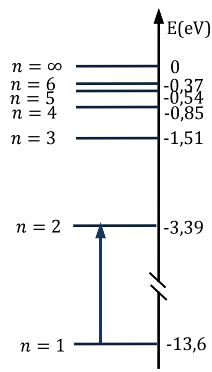
Pour $n = 2$, on a : $E_2 = -\frac{E_0}{2^2}$ soit $E_2 = -3,4\text{eV}$.

Pour $n = 3$, on a : $E_3 = -\frac{E_0}{3^2}$ soit $E_3 = -1,51\text{eV}$.

Pour $n = 4$, on a : $E_4 = -\frac{E_0}{4^2}$ soit $E_4 = -0,85\text{eV}$.

Diagramme énergétique de l'atome d'hydrogène

(Voir schéma)



Niveaux d'énergie de l'atome

C/ Série de raie d'absorption de Lyman

1° *Expression de R_H en fonction de h, c et E_0*

$E = h\vartheta_{n,1}$ Or $\vartheta = \frac{c}{\lambda_{n,1}}$ d'où $E = \frac{hc}{\lambda_{n,1}}$

$E = E_n - E_1 = -\frac{E_0}{n^2} - \left(-\frac{E_0}{1^2}\right) = E_0\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

On obtient : $\frac{hc}{\lambda_{n,1}} = E_0\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ soit $\frac{1}{\lambda_{n,1}} = \frac{E_0}{hc}\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

Or $\frac{1}{\lambda_n} = R_H\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ d'où par identification $\boldsymbol{R_H = \frac{E_0}{hc}}$

2° *Dimension de R_H*

R_H à la dimension inverse d'une longueur (m^{-1})

Justification

$\frac{1}{\lambda_{n,1}} = R_H\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ R_H est inversement proportionnel à la longueur d'onde λ qui s'exprime en m, donc R_H a la dimension inverse d'une longueur (m^{-1})

Autre méthode : $[R_H] = \frac{[E_0]}{[h][c]} = \frac{[E]}{[E][T]\times[L][T]^{-1}} = [L]^{-1}$

3° *Valeur de R_H*

$R_H = \frac{E_0}{hc}$ AN : $R_H = \frac{13{,}6\times1{,}6.10^{-19}}{6{,}62.10^{-34}\times3.10^8}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{R_H = 1{,}096.10^7 m^{-1}}$

4° *Longueurs d'onde*

$\frac{1}{\lambda_n} = R_H\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

- La plus grande longueur d'onde correspond à la transition 1 à 2

n=2, on a: $\frac{1}{\lambda_2} = 1{,}096.10^7\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)$ $\Rightarrow$ $\lambda_2 = 1{,}215.10^{-7}$m soit $\boldsymbol{\lambda_2 = 121{,}5nm}$

- La plus petite longueur d'onde correspond à la transition 1 à ∞

$n = \infty$, on a : $\frac{1}{\lambda_\infty} = 1{,}096.10^7(1 - 0)$ $\Rightarrow$ $\lambda_\infty = 9{,}12.10^{-8}$m soit $\boldsymbol{\lambda_\infty = 91{,}2nm}$

5° *Niveaux d'énergie*

$\lambda = 121{,}5$nm ; il s'agit des niveaux d'énergie E_1 et E_2.

Représentation

(Voir schéma)

L'énergie du photon absorbé

$E = E_2 - E_1 = -\frac{E_0}{2^2} - \left(-\frac{E_0}{1^2}\right) = E_0\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)$ $\boldsymbol{E = 10{,}2eV}$

Exercice 9

1°a. *Explication de l'existence de raies dans le spectre d'émission d'un atome*

L'énergie d'un atome ne peut prendre que certaines valeurs formant une suite discontinue. Lors de transition d'un atome d'un niveau à un autre niveau inférieur, un photon d'énergie E est émis ; l'énergie du photon correspond à l'énergie de la transition ; donc l'énergie du photon forme un ensemble discontinu.

Au photon d'énergie E correspond une longueur d'onde λ bien déterminée.

b. *Autre spectre atomique*

Le spectre atomique d'absorption présent aussi des raies

c. *Différence entre les raies des deux spectres atomiques*

Le spectre atomique d'émission est constitué d'un ensemble de raies fines et brillantes sur un fond noir.

Le spectre atomique d'absorption est constitué d'un ensemble de raies noires sur un fond de spectre continu de lumière blanche.

2°a. *Montrons que* $E = \frac{1241{,}25}{\lambda}$ *avec* E *en ev et* λ *en nm*

$E = h\vartheta$ Or $\vartheta = \frac{c}{\lambda}$ d'où $E = \frac{hc}{\lambda}$

$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}626.10^{-34}\times 3.10^{8}}{\lambda} = \frac{1{,}988.10^{-25}}{\lambda}$ (J)

$E = \frac{\frac{1{,}988.10^{-25}}{1{,}602.10^{-19}}}{\lambda} = \frac{1{,}241.10^{-6}}{\lambda}(\text{eV}) = \frac{1241.10^{-9}}{\lambda}(\text{eV})$ soit $\boldsymbol{E = \frac{1241}{\lambda}(\text{eV})}$ avec λ en nm

b. *Variation d'énergie*

$\Delta E = E = \frac{1241{,}25}{\lambda}$

- Lyman : $1{,}0957.10^{-2}$ nm^{-1}; $\Delta E_1 = 1241{,}25 \times 1{,}0957.10^{-2} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta E_1 = 13{,}6\text{eV}}$
- Balmer : $2{,}7392.10^{-3}$ nm^{-1}; $\Delta E_2 = 1241{,}25 \times 2{,}7392.10^{-3} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta E_2 = 3{,}4\text{eV}}$
- Paschen : $1{,}2165.10^{-3}$ nm^{-1}; $\Delta E_3 = 1241{,}25 \times 1{,}2165.10^{-3} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta E_3 = 1{,}5\text{eV}}$
- Brackett : $6{,}8479.10^{-4}$ nm^{-1}; $\Delta E_4 = 1241{,}25 \times 6{,}8479.10^{-4} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta E_4 = 0{,}85\text{eV}}$

Energies des niveaux

$\Delta E_1 = E_\infty - E_1 \Rightarrow E_1 = E_\infty - \Delta E_1$ AN : $E_1 = 0 - 13{,}4\text{eV}$ *soit* $\boldsymbol{E_1 = -13{,}6\text{eV}}$

$\Delta E_2 = E_\infty - E_2 \Rightarrow E_2 = E_\infty - \Delta E_2$ AN : $E_2 = 0 - 3{,}4\text{eV}$ *soit* $\boldsymbol{E_2 = -3{,}4\text{eV}}$

$\Delta E_3 = E_\infty - E_3 \Rightarrow E_3 = E_\infty - \Delta E_3$ AN : $E_3 = 0 - 1{,}5\text{eV}$ *soit* $\boldsymbol{E_3 = -1{,}5\text{eV}}$

$\Delta E_4 = E_\infty - E_4 \Rightarrow E_4 = E_\infty - \Delta E_4$ AN : $E_4 = 0 - 13{,}4\text{eV}$ *soit* $\boldsymbol{E_4 = -0{,}85\text{eV}}$

c. -*Montrons que ces énergies peuvent se mettre sous la forme :* $E = -\frac{E_0}{n^2}$,

$\mathrm{E_1} \times 1^2 = \mathrm{E_2} \times 2^2 = \mathrm{E_3} \times 3^2 = \mathrm{E_4} \times 4^2 = -13{,}6\text{eV}$

On peut donc conjecturer que pour tout entier n non nul, $\mathrm{E_n} \times \mathrm{n}^2 = -13{,}6\text{eV}$

On déduit donc : $\mathrm{E_n} = -\frac{\mathrm{E_0}}{\mathrm{n}^2}(\text{eV})$ avec $\mathrm{E_0} = 13{,}6\text{eV}$

3° *Transition électronique*

$\frac{1}{\lambda_n} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow n = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{R_H\lambda_n}}}$

Pour $\lambda_1 = 656$ nm, on a : $n = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{1{,}097.10^{7}\times 656.10^{-9}}}} \Rightarrow n = 3$

C'est la transition du niveau $\mathrm{E_3}$ au niveau $\mathrm{E_2}$.

Pour $\lambda_2 = 486$ nm, on a : $n = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{1{,}097.10^{7}\times 486.10^{-9}}}} \Rightarrow n = 4$

C'est la transition du niveau $\mathrm{E_4}$ au niveau $\mathrm{E_2}$.

Pour $\lambda_3 = 434$ nm, on a : $n = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{1{,}097.10^{7}\times 434.10^{-9}}}} \Rightarrow n = 5$

C'est la transition du niveau $\mathrm{E_5}$ au niveau $\mathrm{E_2}$.

Pour $\lambda_4 = 410$ nm, on a : $n = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{1{,}097.10^{7}\times 410.10^{-9}}}} \Rightarrow n = 6$

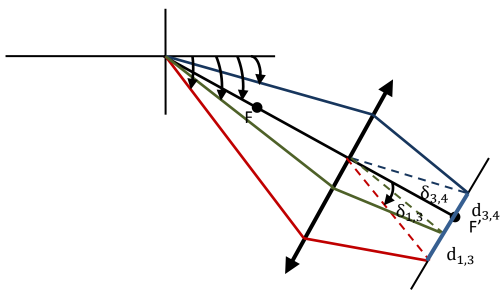
C'est la transition du niveau $\mathrm{E_6}$ au niveau $\mathrm{E_2}$.

4° a. *Directions de maximum de lumière dans le spectre d'ordre 1 pour ces raies*

Spectre du premier ordre : $k = 1$

$sin\theta = \lambda n \Rightarrow \theta = \sin^{-1}(\lambda n)$

Pour λ_1 , $\theta = \sin^{-1}(656.10^{-9} \times 1200.10^{3})$ $\Rightarrow$ $\theta = 51{,}9°$
Pour λ_2 , $\theta = \sin^{-1}(486.10^{-9} \times 1200.10^{3})$ $\Rightarrow$ $\theta = 35{,}7°$
Pour λ_3 , $\theta = \sin^{-1}(434.10^{-9} \times 1200.10^{3})$ $\Rightarrow$ $\theta = 31{,}4°$
Pour λ_4 , $\theta = \sin^{-1}(410.10^{-9} \times 1200.10^{3})$ $\Rightarrow$ $\theta = 29{,}5°$
La valeur $k = -1$ donne pour les longueurs d'ondes $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ respectivement les directions : $-51{,}9°$; $-35{,}7°$; $-31{,}4°$; $-29{,}5°$.
b. *Largeur du spectre*
$\mathrm{d} = \mathrm{d}_{1,3} + \mathrm{d}_{3,4}$
$\frac{\mathrm{d}_{1,3}}{\mathrm{OF'}} = \tan\delta_{1,3}$ et $\frac{\mathrm{d}_{3,4}}{\mathrm{OF'}} = \tan\delta_{3,4}$ d'où $\mathbf{d = f'(\tan\delta_{1,3} + \tan\delta_{3,4})}$
$\delta_{1,3} = 51{,}9 - 31{,}4 = 20{,}5°$ et $\delta_{3,4} = 31{,}4 - 29{,}5 = 1{,}9°$
$\mathrm{d} = 1 \times (\tan 20{,}5 + \tan 1{,}9)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{d = 0{,}407m}$ **soit** $\mathbf{d = 40{,}7cm}$
c. *Montrons que le spectre d'ordre 2 est incomplet*
Spectre d'ordre 2 donc $sin\theta = 2\lambda n$
La raie est manquante si et seulement si $\theta > 90°$
$sin\theta > 1$ soit $2\lambda n > 1$ d'où $\boldsymbol{\lambda > \frac{1}{2n}}$ AN : $\lambda > \frac{1}{2\times1200.10^{3}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\lambda} > 417\mathbf{nm}$
Déterminons la ou les raie(s) manquante(s)
Les raies manquantes sont les radiations λ_1, λ_2 et λ_3
d. *Directions de maximum de lumière*
Spectre du premier ordre : $k = 1$
$sin\theta - sin\theta_0 = \lambda n$ $\Rightarrow$ $\theta = \sin^{-1}(sin\theta_0 + \lambda n)$
Pour λ_4 , $\theta = \sin^{-1}(sin30 - 410.10^{-9} \times 1200.10^{3})$ $\Rightarrow$ $\theta = 82{,}7°$
La valeur $\mathrm{k} = -1$ donne pour les longueurs d'onde λ_1 , $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ respectivement les directions $-16{,}7°$; $-4{,}8°$; $-1{,}2°$; $-0{,}46°$



REACTIONS NUCLEAIRES

NOYAU ATOMIQUE

Exercice 1 Comparaisons de noyaux

On donne : $1u = 1{,}66.10^{-27}kg = 931{,}5 MeV/C^2$

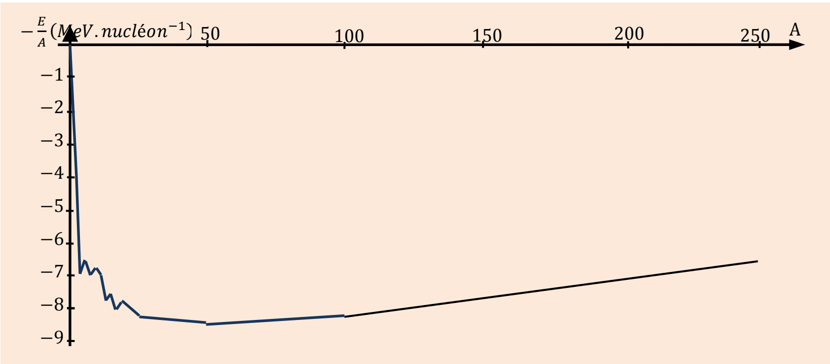
1° La masse du noyau d'oxygène $^{16}_{8}O$ est 15,995u.

Calculez l'énergie de liaison par nucléon pour ce noyau.

2° Faire de même pour le noyau d'hélium $^{4}_{2}He$, de masse 4,0026 u.

3° Lequel des deux noyaux est le plus stable ? Situer chaque noyau sur la courbe d'Aston.

Courbe d'Aston



Exercice 2

On considère les deux nucléides suivants de l'élément uranium : $^{235}_{92}U$ et $^{238}_{92}U$

1°a. Que représente les nombres qui figurent à gauche du symbole U.

b. Indiquer la composition des noyaux des deux variétés d'uranium.

c. Que peut-on dire des propriétés chimiques de ces deux variétés d'uranium ? Pourquoi ?

2° Rappeler la définition de l'énergie de liaison d'un noyau atomique.

3° Calculer pour chaque variété d'uranium :

a. le défaut de masse ;

b. l'énergie de liaison en MeV ;

c. l'énergie de liaison par nucléon.

4° L'uranium naturel est un mélange contenant 99,29% de l'uranium 238 pour seulement 0,71% d'uranium 235. Calculer en unité de masse atomique la masse d'un atome de l'élément uranium.

On donne : • masse du proton : $m_p = 1{,}00727u$ *; • masse du neutron :* $m_n = 1{,}00866u$ *;*

• masse du noyau d'uranium 235 : $m_{^{235}U} = 234{,}9942u$ *;*

• masse du noyau d'uranium 238 : $m_{^{238}U} = 238{,}0508u$ *;*

$1u = 1{,}66.10^{-27}kg = 931{,}5 MeV/C^2$.

Exercice 3

L'isotope le plus abondant du cuivre est $^{63}_{29}Cu$. La masse de l'atome correspondant vaut

62,9296u.
1° Préciser la constitution du noyau de cet atome ?
2° Quelle et, exprimée en u, la masse du noyau du nucléide correspondant ?
3° On rappelle que le rayon le rayon du noyau atomique, assimilé à une sphère de rayon R, est donné (en fm) par $R = 1{,}2\sqrt[3]{A}$, où A désigne le nombre de masse.
Calculer le volume et la masse volumique du noyau $^{63}_{29}Cu$. Quel est le volume occupé en moyenne par un nucléon dans le noyau ?
4° Calculer la charge volumique (en $C.m^{-3}$) et la charge massique (en $C.kg^{-1}$) du noyau

RADIOACTIVITE

Exercice 4

1° Définir les termes suivants : radioactivité, désintégration radioactive, transmutation, période radioactive.
2° Quelles sont les caractéristiques des transformations radioactives ?
3° Compléter les équations suivantes :
a. Noyau émetteur α : $^{210}_{84}Po \longrightarrow \ldots + ^{\dots}_{\dots}Pb + \gamma$; $^{\dots}_{\dots}Th \longrightarrow \ldots + ^{219}_{88}Ra + \gamma$
b. Noyau émetteur β^- : $^{14}_{6}C \longrightarrow ^{\dots}_{\dots}N + ^{0}_{-1}e + \cdots + \gamma$;
$^{\dots}_{\dots}P \longrightarrow ^{32}_{16}S + \cdots + ^{0}_{0}\bar{\nu} + \gamma$; $^{56}_{\dots}Mn \longrightarrow ^{\dots}_{26}Fe + \cdots + ^{0}_{0}\bar{\nu} + \gamma$
c. Noyau émetteur β^+ : $^{12}_{7}N \longrightarrow ^{\dots}_{\dots}C + ^{0}_{+1}e + \cdots + \gamma$; $^{\dots}_{\dots}Cd \longrightarrow ^{107}_{47}Ag + \cdots + ^{0}_{0}\nu + \gamma$

Exercice 5

1° Equilibrer la réaction radioactive suivante : $^{228}_{90}Th \longrightarrow ^{A}_{Z}Ra + ^{4}_{2}He + \gamma$
2° Des mesures précises permettent de connaitre le masses des noyaux de :
• Thorium :228,0287u ; • Hélium : 4,0026u ; • radium : 224,0202u.
Calculer, en MeV, l'énergie mise en jeu lors de cette réaction nucléaire.
On donne : $1u = 1{,}66.10^{-27}kg = 931{,}5MeV/C^2$

Exercice 6 Le radon

L'air contient du radon 222 en quantité plus ou moins importante. Ce gaz radioactif est issu des roches contenant de l'uranium et du radium. Le radon se forme par désintégration du radium selon l'équation de réaction nucléaire suivante :
$$^{226}_{88}Ra \longrightarrow ^{222}_{86}Rn + ^{4}_{2}He$$
1° Quel est le type de radioactivité correspondant à cette réaction de désintégration?
2° Donner l'expression littérale du défaut de masse Δm du noyau de symbole $^{A}_{Z}X$
X et de masse m_X.
3° En utilisant la formule précédente, et les données de l'énoncé, calculer en unité de masse atomique (symbole u) le défaut de masse $\Delta m(Ra)$ du noyau de radium Ra.
4° Trouver l'énergie associée au défaut de masse $\Delta m(Ra)$ du noyau de radium.
Que représente cette énergie ?
5° Le défaut de masse $\Delta m(Rn)$ du noyau de radon Rn vaut $3{,}04 \cdot 10^{-27}$ kg.
a. Calculer l'énergie de liaison du radon, en joule (J) puis en MeV.
b. En déduire l'énergie de liaison par nucléon, en MeV/nucléon. Dans quelle partie de la courbe d'Aston ce noyau se place-t-il ?
6° Sachant que la concentration en radium est plus importante dans les roches granitiques, et que le radon est un gaz qui est lentement libéré par la roche, quel geste élémentaire feriez-vous pour diminuer la radioactivité naturelle dans une maison construite en granit ?

Exercice 7

Le polonium $^{210}_{84}\text{Po}$ par deux désintégrations successives (la première de type α, la seconde de type β-) devient un isotope de bismuth (Bi).

1° Ecrire les équations traduisant ces deux désintégrations (l'élément intermédiaire étant un isotope de type plomb Pb).

2° Le polonium est un élément de la famille radioactive de l'uranium. Cette famille débute avec l'élément radioactif $^{238}_{92}\text{U}$ et se termine à l'élément stable $^{206}_{82}\text{Pb}$ par une série de transformations radioactives. Certaines étapes correspondent à une radioactivité α, les autres à une radioactivité β-.

Ecrire l'équation de la transformation globale et déterminer le nombre x de désintégrations α et le nombre y de désintégrations β- au cours de cette filiation.

Exercice 8

L'isotope 223 du thorium (Z=90) et un nucléide radioactif émetteur de particules α.

1° Ecrire l'équation de désintégration en justifiant votre réponse.

2° Quelle est l'énergie totale dégagée lors de la désintégration ?

3° On suppose que le nucléide fil Y est obtenu dans son état fondamental. Sous quelle forme l'énergie dégagée se manifeste-t-elle ? Justifier.

4° Le nucléide père était initialement au repos. En étudiant la quantité de mouvement globale du système et son énergie totale, en déduire les vitesses des particules émises et leurs énergies cinétiques en MeV. Conclure.

5° On obtient effectivement des particules α ayant cette énergie cinétique, mais aussi d'autre ayant une énergie plus faible. Expliquer.

On donne : $1\text{u} = 1{,}66.10^{-27}\text{kg} = 931{,}5 MeV/C^2$; $1eV = 1{,}6.10^{-19}\text{J}$

$m_\alpha = 4{,}00260\text{u}$; $m_{Th} = 223{,}02088\text{u}$; $m_Y = 219{,}01002\text{u}$

Extrait de tableau périodique

$_{87}\text{Fr}$	$_{88}\text{Ra}$	$_{89}\text{Ac}$	$_{90}\text{Th}$	$_{91}\text{Pa}$	$_{92}\text{U}$

Exercice 9

Le nucléide $^{108}_{47}\text{Ag}$ et radioactif β^-.

I-1° Ecrire l'équation de cette réaction nucléaire en précisant les règles utilisées.

2°Préciser le symbole du noyau fils et donner la composition de son noyau.

On donne un extrait de la classification des éléments :

$_{4"}\text{Tc}$	$_{44}\text{Ru}$	$_{45}\text{Rh}$	$_{46}\text{Pb}$	$_{47}\text{Ag}$	$_{48}\text{Cd}$	$_{49}\text{In}$

II-1°Donner sans démonstration la formule traduisant la loi de décroissance radioactive en indiquant la signification de chacun des termes.

2° Définir la période radioactive T.

3° Etablir l'expression de la constante radioactive λ en fonction de T.

4° On étudie l'évolution de l'activité d'un échantillon du nucléide $^{108}_{47}\text{Ag}$ au cours du temps. L'activité A est définie par $A = -\frac{dN}{dt}$ et exprimée en becquerels. (1becquerel correspond à une désintégration par seconde).

a. Exprimer l'activité A en fonction du temps. Compléter le tableau de mesures figurant ci-après.

$t(min)$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
A(Bq)	89	73	63	52	46	39	33	29	24	21	18
lnA											

b. Tracer la courbe représentative $\ln A = f(t)$.
Echelles : en abscisses:1cm correspond à 0,5min ; en ordonnées:1cm correspond à 0,5.
c. En utilisant le graphe tracé, déterminer la constante radioactive λ du nucléide $^{108}_{47}Ag$.
En déduire sa période radioactive.
d. Quel est le nombre de noyaux initialement présents dans cet échantillon ?

<u>Exercice 10</u>

1° Le nucléide polonium $^{210}_{Z}Po$ est radioactif ; c'est un émetteur α.Sa désintégration donne le noyau fis $^{A'}_{Z'}X$. Dans le noyau fils, le nombre de neutrons et égal à celui de protons + 42. En indiquant les règles utilisées, déterminer A', Z' et Z.

2° A une date origine t=0, un échantillon de polonium contient N_0 noyaux radioactifs.
A une date t, on détermine le nombre N de noyaux non désintégrés en évaluant le rapport $\frac{N}{N_0}$. On obtient les résultats suivants :

Date t (en jours	0	40	80	100	120	150
$\frac{N}{N_0}$	1	0,82	0,67	0,61	0,55	0,47
$-ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$						

a. Définir la période radioactive T d'un radionucléide. Le tableau précédent permet de donner un encadrement de celle du polonium ; lequel ?
b. Compléter le tableau avec les valeurs de $-ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$.
c. Tracer la courbe $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = f(t)$; avec t en jour. (Echelles : abscisse 1cm correspond à 20jour ; ordonnée : 1cm correspond à 0,1).

3°a. A la date t=T, que vaut $-ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$? En déduire la valeur de la période T du polonium.
b. Etablir, en fonction de T, l'expression de la constante radioactive λ d'un radionucléide. Calculer λ pour le polonium et dire ce que cette constante représente pour la courbe précédente.

<u>Exercice 11</u> Lequel est le plus dangereux ?

On dispose de deux échantillons qui contiennent initialement (t = 0) le même nombre de noyaux N_0.
Le premier est formé d'iode 131 de demi-vie radioactive T = 8, 0 jours, le second de césium 137 de demi-vie T = 30 ans.
1° Donnez la définition de la demi-vie radioactive T.
2° Exprimez, en fonction de N_0, le nombre N de noyaux radioactifs dans chaque échantillon, aux dates t indiquées dans le tableau ci-dessous.

Date t	0	8 jours	1 an	30 ans	300 ans
^{131}I	N_0				
^{137}Cs	N_0				

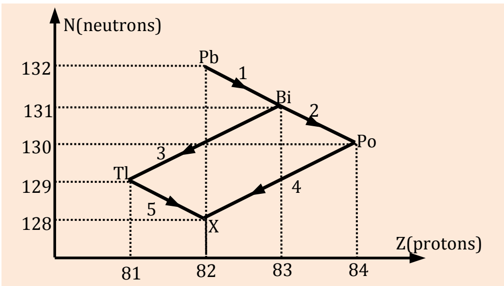
3° Lors d'incidents radioactifs, de l'iode 131 et du césium 137 peuvent être rejetés dans l'atmosphère. Lequel des deux vous semble, à terme, le plus dangereux pour l'homme ?
4° À un instant donné, quel doit être le rapport des deux populations radioactives pour que les deux échantillons aient la même activité ?

Exercice 12

On injecte 1cm³ d'une solution qui contient la masse de tritium $({}_{1}^{3}H)$, donnant 2.10⁶ désintégrations par seconde, dans la circulation sanguine d'un animal. Après que le tritium a diffusé dans tout l'appareil circulatoire et au bout d'un temps nettement inférieur à la période radioactive du tritium, on prélève 1cm³ de sang de l'animal ; l'activité de ce volume sanguin et de 1,5.10⁴ désintégrations par seconde.
Quel et le volume sanguin ?

Exercice 13

1° On étudie la désintégration radioactive de la famille de l'uranium 238. L'uranium ${}_{92}^{238}U$ conduit après plusieurs désintégrations successives à l'isotope table du plomb ${}_{82}^{206}Pb$ après avoir subi x désintégrations de type α et y désintégrations de type β^-.
a. Ecrire l'équation de la transformation globale et calculer le nombre x de désintégrations α et le nombre y de désintégrations β^-.
b. Un extrait des nucléides de la famille radioactive de l'uranium 238 est donné dans le graphique suivant :



Ecrire les équations des désintégrations 1, 2, 3, 4, 5 et préciser à chaque fois le type de désintégrations. Donner le nom du nucléide X.
2° La première désintégration de l'uranium 238 est de type α et conduit à un noyau de thorium.
a. En admettant que toute l'énergie libérée au cours de la réaction nucléaire est transmise à la particule α sous forme d'énergie cinétique, calculer la valeur de la vitesse d'émission v de particules α en admettant qu'elles ne sont pas relativistes.
b. En réalité cette désintégration s'accompagne de l'émission d'un rayonnement γ.
La détermination expérimentale de la vitesse des particules α montre qu'elle et égale à 1,4.10⁷m.s⁻¹. En déduire la longueur d'onde λ du rayonnement γémis.

On donne : • masse du noyau d'uranium 238 : $m_1 = 238{,}086\text{u}$ *;*
• *masse du noyau du thorium :* $m_2 = 234{,}0781\text{u}$ *;*
• *masse de la particule α :* $m_3 = 4{,}0026\text{u}$ *; • constante de Planck :* $h = 6{,}62.10^{-34}\text{J}.s$ *;*
• *célérité de la lumière :* $C = 3.10^8 m.s^{-1}$ *; • unité atomique :* $1\text{u} = 1{,}66.10^{-27}\text{kg}$.

Exercice 14 Datation du carbone 14

Dans la haute atmosphère, les rayons cosmiques provoquent des réactions nucléaires qui libèrent des neutrons. Ces neutrons, une fois ralentis, sont absorbés par des noyaux d'azote ${}_{7}^{14}N$ au cours d'une réaction nucléaire qui donne comme noyau fils du carbone ${}_{6}^{14}C$ et une autre particule. Le carbone 14 ainsi créé est radioactif.

Le carbone 14 est assimilé de la même manière que le carbone 12 par les plantes au cours de la photosynthèse.
Pendant toute leur vie, la proportion de carbone 14 reste très stable dans les plantes.
À leur mort, la quantité de carbone 14 décroît exponentiellement.
Il suffit alors de mesurer la proportion de carbone 14 restante dans l'échantillon, pour dater sa mort. Le carbone 14 a une demi-vie T = 5570 ans.
1° Donnez la composition des noyaux $^{12}_{6}C$ et $^{14}_{6}C$.
Comment appelle-t-on de tels noyaux ?
2° Après avoir rappelé les équations de conservation, écrire l'équation de la réaction nucléaire dont il est question dans le texte. Quelle est la particule apparue en plus du carbone 12 ?
3° Le carbone 14 est radioactif β^-. Quelle est la nature de cette émission ?
Écrire l'équation nucléaire correspondante.
4° Dans un échantillon de bois vivant, on détecte un atome de carbone 14 pour 10^{12} atomes de carbone 12. Quel est l'âge du morceau de bois mort dans lequel cette proportion monte à 1 pour 8×10^{12} ?

<u>Exercice15</u> Cailloux lunaires
1° L'isotope $^{40}_{19}K$ du potassium est radioactif. Il se désintègre pour donner de l'argon $^{40}_{18}Ar$. Écrire l'équation de la désintégration.
2° La demi-vie du noyau $^{40}_{19}K$ est $T = 1,5 \times 10^9$ ans. Calculer sa constante radioactive λ.
3° Pour déterminer l'âge des cailloux lunaires rapportés par les astronautes d'Apollo XI, on mesure les quantités relatives de potassium 40 (radioactif) et de son produit de décomposition, l'argon 40, qui est en général retenu par les roches.
Un échantillon de 1 g de roche contient $1,66 \times 10^{-6}$ cm³ d'argon et 82×10^{-4} cm³ de potassium 40. Les volumes des gaz sont mesurés dans les conditions normales (volume molaire $V_m = 22,4$ L.mol⁻¹). Quel est l'âge de ces cailloux ?

REACTIONS NUCLEAIRES PROVOQUEES

<u>Exercice 16</u> Cycle thermonucléaire de Bethe
Voici un texte du scientifique américain GAMOW, découvreur de la radioactivité β^-, et célèbre pour ses ouvrages de vulgarisation : «On a trouvé que le processus thermonucléaire responsable de la production de l'énergie solaire n'était pas limité à une seule transformation nucléaire, mais qu'il consistait en une suite de transformations formant ce que l'on appelle une chaîne de réactions.
Partons par exemple du carbone ordinaire (^{12}C) ; nous voyons qu'une collision avec un proton conduit à la formation de l'isotope léger de l'azote (^{13}N) et à la libération d'énergie nucléaire sous forme de rayonnement γ.
Le noyau ^{13}N est instable ; il se transforme en un noyau stable de l'isotope lourd du carbone (^{13}C) que l'on sait être présent en petits quantités dans le carbone ordinaire.
Frappé par un autre proton, cet isotope du carbone se transforme en azote ordinaire (14N), accompagné d'un intense rayonnement γ.
Puis le noyau4 ^{14}N entrant en collision avec un proton (le troisième) donne naissance à un isotope instable de l'oxygène (^{15}O), qui très rapidement se transforme en ^{15}N, stable, par émission d'un positon.

Finalement, ^{15}N, absorbant un quatrième proton, se scinde en deux parties inégales dont l'une est le noyau ^{12}C dont nous sommes partis, et l'autre un noyau d'hélium, ou particule α. Ainsi, dans cette réaction cyclique, les noyaux de carbone et d'azote sont infiniment régénérés... »

Naissance, vie et mort du Soleil, GAMOW, *1960.*

1° Écrire les six équations des réactions nucléaires constituant le cycle de BETHE en précisant la nature de chacune des réactions nucléaires.
2° Établir l'équation globale du cycle de BETHE. De quel type de réaction nucléaire s'agit-il ?

Exercice 17

1° Exprimez en fonction des énergies de liaison par nucléon, l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235 : ${}_{0}^{1}n + {}_{92}^{235}U \longrightarrow {}_{38}^{94}Sr + {}_{54}^{140}Xe + 2{}_{0}^{1}n$
2° La calculer, sachant que les énergies de liaison par nucléon valent 8,50 MeV/nucléon pour les noyaux Sr et Xe, et 7,6 MeV/nucléon pour le noyau U.

Exercice 18 La perte de masse du Soleil

La fusion thermonucléaire des protons dans le Soleil produit des noyaux d'hélium.
La réaction libère 24 MeV.
1° Calculer la perte de masse correspondante.
2° On suppose que toute l'énergie produite est rayonnée par le Soleil. La puissance rayonnée, supposée constante, vaut $3{,}9 \cdot 10^{26}$W. Calculer la perte de masse par seconde.
3° La masse du Soleil est de l'ordre de $1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg. Son âge est évalué à 4,6 milliards d'années. Quelle masse a-t-il perdu depuis qu'il rayonne ? Quel pourcentage de sa masse actuelle cela représente-t-il ?

Exercice 19

A la suite d'une collision avec un neutron lent, un noyau d'uranium peut donner la réaction suivante : ${}_{92}^{235}\mathrm{U} + {}_{0}^{1}\mathrm{n} \longrightarrow {}_{36}^{90}\mathrm{Kr} + {}_{Z}^{142}\mathrm{Ba} + y{}_{0}^{1}\mathrm{n}$
1° Déterminer y et Z en énonçant les lois de conservation utilisées. De quel type de réaction nucléaire s'agit-il ?
2° Calculer en MeV l'énergie libérée par cette réaction.
3° Dans un réacteur nucléaire, un noyau d'uranium ${}_{92}^{235}\mathrm{U}$ peut se « briser » de différentes façons. L'énergie moyenne utile libérée par une réaction de ce type est de 185MeV par noyau.
a. Calculer, en joules, l'énergie moyenne libérée par kilogramme d'uranium ${}_{92}^{235}\mathrm{U}$.
b. Un réacteur nucléaire a une puissance constante de 100MW. Calculer la durée Δt nécessaire pour consommer un kilogramme de ${}_{92}^{235}\mathrm{U}$ dans ce réacteur.
4° Le krypton ${}_{36}^{90}\mathrm{Kr}$ conduit à un nucléide stable, le zirconium ${}_{40}^{90}\mathrm{Zr}$ par une série de désintégrations toutes de même type. De quel type de désintégration s'agit-il ?
Ecrire le bilan correspondant.
Données : ^{235}U: 235,043915u ; ^{90}Kr: 89,919720u ; ^{142}Ba: 141,916350u ; ${}_{0}^{1}$n: 1,008665u
$1\mathrm{u} = 1{,}66.10^{-27}\mathrm{kg} = 931{,}5\mathrm{MeV/C^2}$; $1\mathrm{eV} = 1{,}6.10^{-19}\mathrm{J}$

Exercice 20 Le réacteur ITER

Un consortium de pays du monde entier est en train de construire un réacteur international expérimental ITER à Cadarache, dans la garrigue, quelques dizaines de kilomètres au dessus de Marseille. Le but est de réaliser des réactions de fusion contrôlées (par opposition à ce qui se passe dans une bombe H, où là la réaction est

explosive). La fusion devrait mettre en jeu les deux isotopes minoritaires de l'hydrogène : un noyau de deutérium ${}^{2}_{1}H$et un noyau de tritium ${}^{3}_{1}H$. La fusion de ces noyaux forme un noyau d'hélium (Z = 2), tout en éjectant un neutron.
1° Écrire l'équation de cette fusion. Préciser quel isotope de l'hélium se forme.
2° La température du milieu appelé plasma devra être de l'ordre de 100 millions de degrés. Pourquoi une température si élevée est-elle nécessaire ?
3° Donner l'expression de la variation de masse, puis la variation d'énergie de masse au cours de la réaction.
4° Calculer la valeur de l'énergie libérée en MeV.
5° Si le deutérium nécessaire peut être extrait de l'eau de mer, en revanche le tritium n'existe qu'en très petite quantité sur Terre ; il sera fabriqué *in situ* dans le réacteur par bombardement neutronique du lithium 6 (Z = 3). Ce dernier isotope est lui relativement courant, il représente 7,5% du lithium naturel.
a. Écrire l'équation de la transformation du lithium en tritium, sachant qu'il se forme aussi un noyau d'hélium 4. D'où peuvent provenir les neutrons nécessaires?
b. La variation d'énergie de masse de cette réaction est de -4,78 MeV. Cette réaction contribue-t-elle à la production d'énergie dans ITER ?

Corrigé

Exercice 1

1° *Energie de liaison par nucléon pour le noyau d'oxygène 16*

A = 16 nucléons, et m = 15, 995 u.

Le défaut de masse Δm vaut : $\Delta m = 8m_p + 8m_n - m$ soit Δm= 0,133u

L'énergie de liaison E_ℓ s'écrit alors : $\boldsymbol{E_\ell = \Delta mc^2}$

AN : $E_\ell = 0,133 \times 931,5 \quad \Rightarrow \quad E_\ell = 123,4\text{MeV}$

$\frac{E_\ell}{A} = \mathbf{7,711\ MeV/nucléon}$

2° *Energie de liaison par nucléon pour le noyau d'hélium*

A = 4 nucléons, et m = 4,0026 u.

Le défaut de masse Δ*m* vaut : $\Delta m = 2m_p + 2m_n - m$ soit Δm= 0,0293u

L'énergie de liaison E_ℓ s'écrit alors : $\boldsymbol{E_\ell = \Delta mc^2}$

AN : $E_\ell = 0,0293 \times 931,5 \quad \Rightarrow \quad E_\ell = 27,26\text{MeV}$

$\frac{E_\ell}{A} = \mathbf{6,815\ MeV/nucléon}$

3° *Noyau le plus stable*

Le noyau d'oxygène est plus stable que celui d'hélium, car son énergie de liaison par nucléon est plus élevée. Les deux noyaux sont sur la première partie ($A < 20$) de la courbe d'Aston, donc tout deux propices à des réactions de fusion.

Exercice 2

1°a. Le nombre qui figure en haut et à gauche de U (235 ou 238) représente le nombre de masse A.

Le nombre qui figure en bas et à gauche de U (92) représente le nombre de charge Z.

b. *Composition des noyaux de deux variétés d'uranium*

Noyau $^{235}_{92}\text{U}$: 92protons et $(235 - 92) = 143$ neutrons

Noyau $^{238}_{92}\text{U}$: 92protons et $(238 - 92) = 146$ neutrons

c. *Propriétés chimiques des deux variétés d'uranium*

Les deux variétés d'uranium ont les mêmes propriétés chimiques.

Justification : les propriétés chimiques sont dues au nombre d'électrons externes de l'atome donc au nombre de protons.

2° *Energie de liaison d'un noyau atomique :* Energie qu'il faut fournir pour briser un noyau en ses nucléons.

Ou énergie libérée lorsqu' un noyau se forme à partir de ses nucléons séparés.

3° a. *Défaut de masse*

Noyau $^{235}_{92}\text{U}$ *:*

$\mathbf{\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{^{235}U}}$

AN : $\Delta m = 92 \times 1,00727 + 143 \times 1,00866 - 234,9942 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{\Delta m = 1,91302u}$

Noyau $^{238}_{92}\text{U}$ *:*

$\mathbf{\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{^{235}U}}$

AN : $\Delta m = 92 \times 1,00727 + 146 \times 1,00866 - 238,0508 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{\Delta m = 1,8824u}$

b. *Energie de liaison en MeV*

$\boldsymbol{E_l = \Delta mC^2}$

Noyau $^{235}_{92}\text{U}$ *:*

AN : $E_l = 1,91302 \times 931,5 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{E_l = 1781,97813\text{MeV}}$

Noyau ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$ *:*

AN : $E_l = 1{,}8824 \times 931{,}5 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{E_l = 1753,4556MeV}$

c. *Energie de liaison par nucléon :* $\frac{E_l}{A}$

Noyau ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$ *:*

AN : $\frac{E_l}{A} = \frac{1781{,}97813}{235} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{\frac{E_l}{A} = 7,58MeV/nucléon}$

Noyau ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$ *:*

AN : $\frac{E_l}{A} = \frac{1753{,}4556}{238} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{\frac{E_l}{A} = 7,37MeV/nucléon}$

4° *Masse d'un atome de l'élément uranium*

$\mathbf{m_U = 99,29\% \times m_{^{235}U} + 0,71\% \times m_{^{238}U}}$

AN : $m_U = 99{,}29\% \times 238{,}0508 + 0{,}71\% \times 234{,}9942 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{m_U = 238,0291u}$

Exercice 3

1° *Constitution du noyau de l'atome de cuivre*

Le noyau contient 29 protons et (63-29)=34 neutrons.

2° *Masse* $m_{^{63}_{29}\mathrm{Cu}}$ *du noyau du nucléide*

$m = m_{^{63}_{29}\mathrm{Cu}} + Zm_e$ avec m : masse de l'atome et m_e la masse d'un électron

$m = m_{^{63}_{29}\mathrm{Cu}} + Zm_e \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{m_{^{63}_{29}\mathrm{Cu}} = m - Zm_e}$

$m_{^{63}_{29}\mathrm{Cu}} = 62{,}9296 - 29 \times \frac{9{,}1.10^{-31}}{1{,}66.10^{-27}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{m_{^{63}_{29}\mathrm{Cu}} = 62,9137u}$

3° *Volume du noyau*

Sphère donc $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ Or $R = 1{,}2\sqrt[3]{A}$ d'où $\mathbf{V = \frac{4}{3}\pi \times 1,2^3 A}$

AN : $V = \frac{4}{3}\pi \times 1{,}2^3 \times 63 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V = 456fm^3}$

Masse volumique du noyau ${}^{63}_{29}Cu$

$\boldsymbol{\rho_{^{63}_{29}\mathrm{Cu}} = \frac{m_{^{63}_{29}\mathrm{Cu}}}{V}}$ AN : $\rho_{^{63}_{29}\mathrm{Cu}} = \frac{62{,}9137 \times 1{,}66.10^{-27}}{456.(10^{-15})^3} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\rho_{^{63}_{29}\mathrm{Cu}} = 2,29.10^{17} kg.m^3}$

Volume V' occupé en moyenne par un nucléon dans le noyau

$\mathbf{V' = \frac{V}{A}}$ AN : $V' = \frac{456}{63} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V' = 7,23fm^3}$ **par nucléon**

4° *Charge volumique (en C.m*$^{-3}$*) du noyau*

La charge du noyau ${}^{63}_{29}\mathrm{Cu}$ est $q = 29e$

$\frac{q}{V} = \frac{29 \times 1{,}6.10^{-19}}{456.(10^{-15})^3} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{\frac{q}{V} = 1,018.10^{25} C.m^{-3}}$

Charge massique (en C.kg^{-1}*) du noyau*

$\frac{q}{m_{^{63}_{29}\mathrm{Cu}}} = \frac{29 \times 1{,}6.10^{-19}}{62{,}9137 \times 1{,}66..10^{-27}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{q}{m_{^{63}_{29}\mathrm{Cu}}} = 4,44.10^7 C.kg^{-1}}$

Exercice 4

1° * *Radioactivité* : transformation spontanée d'un noyau accompagné de l'émission d'un rayonnement radioactif

* *Désintégration radioactive* : transformation spontanée du noyau d'un atome en un autre noyau de caractéristiques différentes.

* *Transmutation* : transformation d'un noyau atomique en un autre noyau

* *Période radioactive* : temps au bout duquel la moitié d'une substance radioactive subit une désintégration.

2° *Caractéristiques des transformations radioactives* :

-spontanées ; -inéluctables ; -aléatoires ; -indépendantes des paramètres usuels et de toutes combinaisons chimiques dont le noyau fait parti.

3°a. *Noyau émetteur* α :

$^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{206}_{82}Pb + \gamma$; $\quad$ $^{223}_{90}Th \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{219}_{88}Ra + \gamma$

b. *Noyau émetteur* β⁻ :

$^{14}_{6}C \longrightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu} + \gamma$; $\quad$ $^{32}_{15}P \longrightarrow {}^{32}_{16}S + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu} + \gamma$

$^{56}_{25}Mn \longrightarrow {}^{56}_{26}Fe + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu} + \gamma$

c. *Noyau émetteur* β⁺ :

$^{12}_{7}N \longrightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu + \gamma$; $\quad$ $^{107}_{48}Cd \longrightarrow {}^{107}_{47}Ag + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu + \gamma$

Exercice 5

1° *Equation radioactive*

$^{228}_{90}Th \longrightarrow {}^{A}_{Z}Ra + {}^{4}_{2}He + \gamma$

$$\begin{cases} \text{conservation du nombre de charge: } 90 = Z + 2 & \Rightarrow \quad Z = 88 \\ \text{conservation du nombre de masse: } 228 = A + 4 & \Rightarrow \quad A = 224 \end{cases}$$

$^{228}_{90}Th \longrightarrow {}^{224}_{88}Ra + {}^{4}_{2}He + \gamma$

2° *Energie mise en jeu lors de la réaction nucléaire*

- perte de masse

$\delta m = m_{Ra} + m_{He} - m_{Th}$

AN : $\delta m = 224{,}0202 + 4{,}0026 - 228{,}0287 \quad \Rightarrow \quad \delta m = -0{,}0059u$

- énergie de réaction

$\mathbf{E = \delta m C^2}$ $\quad$ AN : $E = -0{,}0059 \times 931{,}5 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E = -5{,}49585MeV}$

Exercice 6

1° La réaction libère un noyau d'hélium ; c'est donc une **radioactivité α**

2° *Expression littérale du défaut de masse*

$\mathbf{\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_X}$

3° *Valeur du défaut de masse du radium*

$\Delta m_{Ra} = 88 \times 1{,}007\,28 + 138 \times 1{,}008\,66 - 225{,}977 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\Delta m_{Ra}} = \mathbf{1{,}859\ u}$

4° *Energie associée au défaut de masse*

$\mathbf{E_\ell(Ra) = \Delta m_{Ra} C^2}$ $\quad$ AN : $E_\ell(Ra) = 1{,}859 \times 931{,}5 \quad \Rightarrow \quad E_\ell(Ra) = 1732MeV$

Cette énergie représente l'énergie de liaison entre nucléons au sein du noyau.

5°a. *Energie de liaison du radon*

- en joule

$\mathbf{E_\ell(Rn) = \Delta m_{Rn} C^2}$ $\quad$ AN: $E_\ell(Rn) = 3{,}04.10^{-27} \times (3.10^3)^2 \Rightarrow \mathbf{E_\ell(Rn) = 2{,}73.10^{-10}J}$

- en MeV

$E_\ell(Rn) = \frac{2{,}73.10^{-10}}{1{,}6.10^{-1}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E_\ell(Rn) = 1705MeV}$

b. Energie de liaison par nucléon

Le radon Rn est gratifié de $A = 222$ nucléons.

Donc : $\mathbf{\frac{E_\ell(Rn)}{A} = 7{,}68MeV/nucléon}$

$A > 190$ donc le radon fait partie des noyaux lourds susceptibles de subir une fission.

6° Aérer souvent les chambres.

Exercice 7

1° *Equations traduisant les deux désintégrations*

$^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He + \gamma$

$^{210}_{82}Pb \longrightarrow {}^{210}_{83}Bi + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu} + \gamma$

2° *Equation de la transformation globale*

$$^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{4}_{2}He + y\,{}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu} + \gamma$$

Nombre x de désintégrations α et nombre y de désintégrations β-

$$\begin{cases} \text{conservation du nombre de charge: } 92 = 82 + 2x - y \\ \text{conservation du nombre de masse: } 238 = 206 + 4x \end{cases}$$

On trouve : $\boldsymbol{x = 8}$ et $\boldsymbol{y = 6}$

Il y a donc au cours de cette réaction radioactive, 8 désintégrations α et 6 désintégrations β^-.

Exercice 8

1° *Equation de désintégration*

$$^{223}_{90}Th \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{4}_{2}He + \gamma$$

$$\begin{cases} \text{conservation du nombre de charge: } 90 = Z + 2 & \Rightarrow & Z = 88 \\ \text{conservation du nombre de masse : } 223 = A + 4 & \Rightarrow & A = 219 \end{cases}$$

Z=88 il s'agit de Ra

$$^{223}_{90}Th \longrightarrow {}^{219}_{88}Ra + {}^{4}_{2}He + \gamma$$

2° *Energie totale dégagée lors de la désintégration d'un noyau de Th*

- perte de masse

$\delta m = m_Y + m_{He} - m_{Th}$

AN : $\delta m = 219{,}01002 + 4{,}00260 - 223{,}02088 \quad \Rightarrow \quad \delta m = -0{,}00826u$

- énergie de réaction

$\mathbf{E = \delta m C^2}$ AN : $E = -0{,}00826 \times 931{,}5 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E = -7{,}69MeV}$

3° Le nucléide fil Y est obtenu dans son état fondamental ; il n'y a donc pas production de photon. La totalité de l'énergie dégagée se manifeste sous forme d'énergie cinétique.

4° *Quantité de mouvement globale du système* : $\vec{0} = \vec{p}_Y + \vec{p}_\alpha$ soit $\vec{0} = m_{Ra}\vec{v}_Y + m_\alpha\vec{v}_\alpha$

En module : $m_{Ra}v_Y = m_\alpha v_\alpha$ (1)

Energie totale du système

La conservation de l'énergie du système s'écrit : $m_{Th}C^2 = m_Y C^2 + E_{C\,Y} + m_\alpha C^2 + E_{C\,\alpha}$

On déduit : $E_{C\,Y} + E_{C\,\alpha} = m_{Th}C^2 - m_Y C^2 - m_\alpha C^2$ soit $E_{C\,Y} + E_{C\,\alpha} = -E$ (2)

Vitesses des particules émises

(2) s'écrit : $\frac{1}{2}m_Y {v_Y}^2 + \frac{1}{2}m_\alpha {v_\alpha}^2 = -E$

(1) dans (2) conduit à : $m_Y {v_Y}^2 + \frac{{m_Y}^2}{m_\alpha}{v_Y}^2 = -2E$ d'où $\mathbf{v_Y} = \sqrt{-\dfrac{\mathbf{2E}}{\mathbf{m_Y}\left(\mathbf{1+\frac{m_Y}{m_\alpha}}\right)}}$

AN : $v_Y = \sqrt{-\dfrac{2\times(-7{,}69\times1{,}6.10^{-13})}{219{,}01002\times1{,}66.10^{-27}\left(1+\frac{219{,}01002}{4{,}00260}\right)}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v_Y = 3{,}49.10^5 m.s^{-1}}$

$\mathbf{v_\alpha} = \sqrt{-\dfrac{\mathbf{2E}}{\mathbf{m_\alpha}\left(\mathbf{1+\frac{m_\alpha}{m_Y}}\right)}}$ AN: $v_\alpha = \sqrt{-\dfrac{2\times(-7{,}69\times1{,}6.10^{-13})}{4{,}00260\times1{,}66.10^{-27}\left(1+\frac{4{,}00260}{219{,}01002}\right)}}$ $\mathbf{v_\alpha = 1{,}91.10^7 m.s^{-1}}$

Energies cinétiques en MeV

$\mathbf{E_{C\,Y} = \frac{1}{2}m_Y {v_Y}^2}$ AN : $E_{CY} = \frac{1}{2} \times 219{,}01002 \times 1{,}66.10^{-27} \times \frac{(3{,}49.10^5)^2}{1{,}6.10^{-13}} \Rightarrow \mathbf{E_{CY} = 0{,}18MeV}$

$\mathbf{E_{C\,\alpha} = \frac{1}{2}m_\alpha {v_\alpha}^2}$ AN : $E_{C\,\alpha} = \frac{1}{2} \times 4{,}00260 \times 1{,}66.10^{-27} \times \frac{(1{,}91.10^7)^2}{1{,}6.10^{-13}} \Rightarrow \mathbf{E_{C\,\alpha} = 7{,}56MeV}$

Conclusion : la particule α emporte la quasi totalité de l'énergie dégagée.

5° *Explication* : le noyau fils est généralement produit dans un état excité ; la conservation de l'énergie s'écrit : $m_{Th}C^2 = m_Y C^2 + E_{C\,Y} + m_\alpha C^2 + E_{C\,\alpha} + E^*$
Donc $E_{C\,Y} + E_{C\,\alpha} + E^* = m_{Th}C^2 - m_Y C^2 - m_\alpha C^2$ soit $E_{C\,Y} + E_{C\,\alpha} + E^* = -E$
D'où $E_{C\,Y} + E_{C\,\alpha} = -E - E^*$
Or $-E > 0$ et $E^* > 0$ donc l'énergie totale disponible $-E - E^*$ lorsque le noyau fils est produit dans un état excité est inférieure à l'énergie – E si le noyau fils est produit dans son état fondamental. L'énergie cinétique de la particule α diminue.

Exercice 9

I-1° *Equation de la réaction nucléaire et règles utilisées*

$${}^{108}_{47}Ag \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\overline{\nu} + \gamma$$

$$\begin{cases} \text{conservation du nombre de charge: } 47 = Z - 1 & \Rightarrow \quad Z = 48 \\ \text{conservation du nombre de masse: } 108 = A + 0 & \Rightarrow \quad A = 108 \end{cases}$$

$${}^{108}_{47}Ag \longrightarrow {}^{108}_{48}X + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\overline{\nu} + \gamma$$

2° *Symbole du noyau fils:*
Z=48 il 'agit de Cd
Composition du noyau fils
48 protons et (108-48) = 60 neutrons

II-1° *Formule traduisant la loi de décroissance radioactive :* $\mathbf{N = N_0 e^{-\lambda t}}$
Signification de chacun des termes
N : nombre de noyau radioactifs dans l'échantillon à la date t.
N_0 : nombre initial de noyau radioactifs dans l'échantillon.
λ: constante radioactive

2° *Période radioactive T :* Durée au bout de laquelle la moitié de noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon se désintègre.

3° *Etablissement de l'expression de la constante radioactive λ en fonction de T*

$N = N_0 e^{-\lambda t}$ Or pour $t = T$, $N = \frac{N_0}{2}$ donc $\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{2} = e^{-\lambda T}$

On déduit : $ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda T$ soit $-ln2 = -\lambda T$ d'où $\boldsymbol{\lambda = \frac{ln2}{T}}$

4°a. *Expression de l'activité A en fonction du temps*

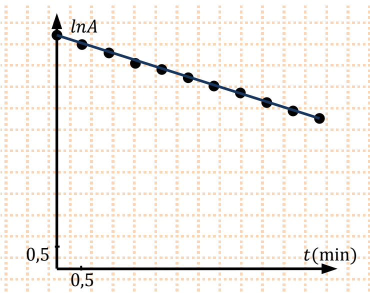
$A = -\frac{dN}{dt}$ Or $N = N_0 e^{-\lambda t}$ donc $A = -\left(-\lambda N_0 e^{-\lambda t}\right)$ soit $A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$

De plus $A_0 = \lambda N_0$ d'où $\mathbf{A = A_0 e^{-\lambda t}}$

Tableau

$t(min)$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
A(Bq)	89	73	63	52	46	39	33	29	24	21	18
lnA	4,49	4,29	4,14	3,95	3,83	3,66	3,50	3,37	3,18	3,04	2,89

b. *Courbe représentative* $lnA = f(t)$



c. *Détermination graphique de la constante radioactive* λ *du nucléide* ${}^{108}_{47}Ag$

$\ln A = \ln\left(A_0 e^{-\lambda t}\right) \qquad \Rightarrow \qquad \ln A = \ln A_0 - \lambda t$

La constante λ représente l'opposé du coefficient directeur de la droite

$\lambda = -\frac{\Delta \ln A}{\Delta t} = -\frac{2{,}89-4{,}49}{5-0} = 0{,}32\text{min}^{-1} \qquad$ soit $\qquad \boldsymbol{\lambda = 5{,}33.10^{-3}\ s^{-1}}$

Période radioactive

$\mathbf{T = \frac{\ln 2}{\lambda}} \qquad$ AN : $T = \frac{\ln 2}{5{,}33.10^{-3}} \qquad \Rightarrow \quad T = 130s \qquad$ soit $\qquad \mathbf{T = 2min10s}$

d. *Nombre de noyaux initialement présents dans l'échantillon*

L'ordonnée à l'origine représente $\ln A_0$

$\ln A_0 = 4{,}49 \qquad$ soit $\qquad \mathbf{A_0 = 89}$

<u>Exercice 10</u>

1° *Valeur de A', Z' et Z*

${}^{210}_{Z}Po \longrightarrow {}^{A'}_{Z'}X + {}^{4}_{2}He + \gamma$

Règles de conservation

$$\begin{cases} \text{conservation du nombre de charge} : Z = Z' + 2 & (1) \\ \text{conservation du nombre de masse} : 210 = A' + 4 \Rightarrow \mathbf{A' = 206} & (2) \end{cases}$$

$N' = Z' + 42$ Or $A' = Z' + N' = 2Z' + 42$ donc en considérant (2), on trouve $\mathbf{Z' = 82}$

2° a. *Période radioactive T d'un radionucléide* : Durée au bout de laquelle la moitié de noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon se désintègre.

Encadrement de la période T du polonium

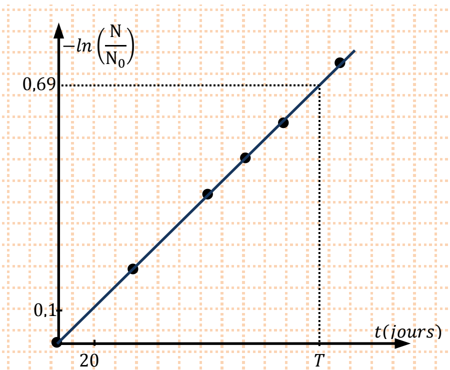
Pour t=T, $\qquad$ on a : $N = \frac{N_0}{2} \qquad$ soit $\qquad \frac{N}{N_0} = 0{,}5$

D'après le tableau, on a : $0{,}47 < 0{,}5 < 0{,}55$ soit $\mathbf{120jours} < T < 150\,jours$

b. *Tableau avec les valeurs de* $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$

Date t (en jours	0	40	80	100	120	150
$\frac{N}{N_0}$	1	0,82	0,67	0,61	0,55	0,47
$-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$	**0**	**0,20**	**0,40**	**0,49**	**0,60**	**0,76**

c. *Courbe* $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = f(t)$ *; avec t en jour*



3° a. Valeur de $-ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$ à la date t=T

A t = T, $\frac{N}{N_0} = 0{,}5$ et donc $-ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = 0{,}69$

Valeur de la période T du polonium

Pour $-ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = 0{,}69$, on trouve graphiquement t=T=136

Donc $\mathbf{T = 136jours}$

b. *Expression de la constante radioactive λ d'un radionucléide en fonction de T*

$N = N_0e^{-\lambda t}$ Or pour $t = T$, $N = \frac{N_0}{2}$ donc $\frac{N_0}{2} = N_0e^{-\lambda T}$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{2} = e^{-\lambda T}$

On déduit : $ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda T$ soit $-ln2 = -\lambda T$ d'où $\boldsymbol{\lambda = \frac{ln2}{T}}$

Valeur de λ pour le polonium

$\boldsymbol{\lambda = \frac{ln2}{T}}$ AN : $\lambda = \frac{\ln 2}{136\times 24\times 3600}$ soit $\boldsymbol{\lambda = 5{,}90.10^{-8}s^{-1}}$

La constante λ représente le coefficient de la droite.

Exercice 11

1° *Demi-vie radioactive T :* durée au bout de laquelle la moitié des noyaux d'un échantillon radioactif sont désintégrés.

2° *Expression du nombre N de noyau en fonction de N_0*

On applique la loi de décroissance radioactive : $N = N_0e^{-\lambda t}$

Or $\lambda = \frac{ln2}{T}$ d'où $\mathbf{N = N_0e^{-\frac{ln2}{T}t}}$

Date t	0	8 jours	1 an	30 ans	300 ans
^{131}I	N_0	0,5	$1{,}8\cdot10^{-14}$	$4{,}8\cdot10^{-413}$	0
^{137}Cs	N_0	0,9995	0,98	0,5	$9{,}8\cdot10^{-4}$

3° *Le plus dangereux pour l'homme*

Le césium est plus dangereux, car radioactif plus longtemps (danger des faibles doses chroniques).

4° *Activités*

$A = \lambda N$ Or $\lambda = \frac{ln2}{T}$ donc $A = \frac{ln2}{T}N$

On déduit les relations : $A(I) = \frac{\ln 2}{T(I)}N(I)$ et $A(Cs) = \frac{\ln 2}{T(Cs)}N(Cs)$

Égalité de ces deux termes, donc $A(I) = A(Cs)$

$\frac{\ln 2}{T(I)}N(I) = \frac{\ln 2}{T(Cs)}N(Cs)$ $\Rightarrow$ $\frac{N(Cs)}{N(I)} = \frac{T(Cs)}{T(I)} \simeq 46$

On peut donc considérer que le Césium est 46 fois plus dangereux que l'Iode.

Malheureusement, l'iode est aussi très dangereux, car il se fixe dans la thyroïde.

Les effets biologiques ne dépendent pas uniquement de l'activité du nucléide, mais aussi des tissus touchés.

Exercice 12

Volume sanguin V'

- l'activité à la date t est donnée par : $A = \lambda N$ avec N le nombre de noyaux radioactifs présent dans les V=1cm³ de sang à la date t. $N = nN_A$ avec $n = \frac{m}{M} = \frac{\rho V}{M}$.

On déduit $A = \frac{\lambda\rho V}{M}$

- l'activité initiale dans le volume V' de sang est donnée par : $A_0 = \lambda N_0$

$N_0 = n_0 N_A$ avec $n_0 = \frac{m_0}{M} = \frac{\rho V'}{M}$. On déduit $A_0 = \frac{\lambda \rho V'}{M}$.

$\frac{A_0}{A} = \frac{V'}{V}$ soit $\boldsymbol{V' = \frac{A_0}{A} V}$ AN : $V' = \frac{2.10^6 \times 1}{1{,}5.10^4} \Rightarrow \mathbf{V' = 133{,}3cm^3}$

Exercice 13

1°a. *Equation de la transformation globale*

$^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^4_2He + y\,{}_{-1}^{0}e + {}^0_0\overline{\nu} + \gamma$

Nombre x de désintégrations α et nombre y de désintégrations β-

$\begin{cases} \text{conservation du nombre de charge:} \quad 92 = 82 + 2x - y \\ \text{conservation du nombre de masse:} \quad 238 = 206 + 4x \end{cases}$

On trouve $\boldsymbol{x = 8}$ et $\boldsymbol{y = 6}$

Il y a donc au cours de cette réaction radioactive, 8 désintégrations α et 6 désintégrations β^-.

b. *Equations des désintégrations*

- désintégration 1 : le nombre de protons augmente de 1 ; c'est une désintégration β^-

$^{214}_{82}Pb \longrightarrow {}^{214}_{83}Bi + {}_{-1}^{0}e + {}^0_0\overline{\nu} + \gamma$

- désintégration 2 : le nombre de protons augmente de 1 ; c'est une désintégration β^-

$^{214}_{83}Bi \longrightarrow {}^{214}_{84}Po + {}_{-1}^{0}e + {}^0_0\overline{\nu} + \gamma$

- désintégration 3 : ;le nombre de protons diminue de 2 ; c'est une désintégration α

$^{214}_{83}Bi \longrightarrow {}^{210}_{81}Tl + {}^4_2He + \gamma$

- désintégration 4 : le nombre de protons diminue de 2 ; c'est une désintégration α

$^{214}_{84}Po \longrightarrow {}^{210}_{82}X + {}^4_2He + \gamma$

Z=82 donc le nucléide X est du plomb

- désintégration 5 : le nombre de protons augmente de 1 ; c'est une désintégration β^-

$^{210}_{81}Tl \longrightarrow {}^{210}_{82}Pb + {}_{-1}^{0}e + {}^0_0\overline{\nu} + \gamma$

2° La première désintégration de l'uranium 238 est de type α et conduit à un noyau de thorium.

a. *Vitesse d'émission v de particules α*

- Énergie de la réaction

$^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^4_2He + \gamma$

$E = \delta m C^2$ Or $\delta m = (m_2 + m_3) - m_1$ d'où $E = [(m_2 + m_3) - m_1]C^2$

AN : $E = [234{,}0781 + 4{,}0026 - 238{,}086] \times 931{,}5 \Rightarrow E = -4{,}94 MeV$

soit $E = -7{,}9.10^{-13} J$

- Vitesse d'émission v de la particule α

$|E| = E_C = \frac{1}{2} m_3 v^2 \Rightarrow \boldsymbol{v = \sqrt{\frac{2|E|}{m_3}}}$ AN: $v = \sqrt{\frac{2 \times 7{,}9.10^{-13}}{4{,}0026 \times 1{,}66.10^{-27}}} \Rightarrow \boldsymbol{v = 1{,}54.10^7 m.s^{-1}}$

b. *Longueur d'onde λ du rayonnement γ émis*

L'énergie de la réaction se manifeste sous forme d'énergie cinétique de la particule et sous forme de rayonnement γ du photon émis

$E = E_C + E_\gamma \Rightarrow E = \frac{1}{2} m_3 v^2 + \frac{hC}{\lambda} \Rightarrow \boldsymbol{\lambda = \frac{2E - m_3 v^2}{2hC}}$

AN : $\lambda = \frac{2 \times 7{,}9.10^{-13} - 4{,}0026 \times 1{,}66.10^{-27} \times (1{,}4.10^7)^2}{2 \times 6{,}62.10^{-34} \times 3.10^8} \Rightarrow \mathbf{\lambda = 1{,}249.10^{-12} m}$

Exercice 14

1° *Composition des noyaux*

$^{12}_{6}C$: 6 protons et 6 neutrons ; $^{14}_{6}C$: 6 protons 8 neutrons

- Ce sont des isotopes.

2° *Équations de conservation ou lois de Soddy :*
– Conservation de la charge : $\sum Z = cte$;
– Conservation de la masse : $\sum A = cte$.
$${}^{14}_{7}N \longrightarrow {}^{14}_{6}C + {}^{0}_{1}e + \gamma$$
Il apparaît un positron ou positon ${}^{0}_{1}e$ en plus du noyau de carbone 14.
3° * *Nature de l'émission*
L'émission β^- correspond à l'émission d'un électron
* *Equation nucléaire correspondante :* ${}^{14}_{6}C \longrightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu} + \gamma$
4° *Âge du morceau de bois mort*
Loi de décroissance radioactive : $N = N_0 e^{-\lambda t}$ Or pour $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$

on a : $N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}t}$ et on déduit : $\mathbf{t = T\frac{\ln\left(\frac{N_0}{N}\right)}{\ln 2}}$
Pour 10^{12} atomes de carbone 12, il faut compter 1 atome de carbone 14;
Donc, pour $8{\cdot}10^{12}$ atomes de carbone 12, il faut compter : $N_0 = \frac{8{\cdot}10^{12}\times 1}{10^{12}} = 8$ atomes de carbone. Au bout du temps t recherché, ce nombre tombe à $N = 1$.

AN : $t = 5570 \times \frac{ln\left(\frac{8}{1}\right)}{ln 2} \Rightarrow \mathbf{t = 16710\ années}$
Ces datations au carbone 14 étant entachées d'erreurs systématiques délicates à prendre en compte (variation de l'activité solaire, par exemple), on retiendra dix-sept milles ans pour l'âge de l'échantillon.

Exercice 15

1° *Equation de désintégration :* ${}^{40}_{19}K \longrightarrow {}^{40}_{18}Ar + {}^{0}_{1}e + \gamma$
2° *Constante radioactive*
$\boldsymbol{\lambda = \frac{\ln 2}{T}}$ AN : $\lambda = \frac{\ln 2}{1{,}5.10^9} \Rightarrow \boldsymbol{\lambda = 4{,}6 \cdot 10^{-10}\ an^{-1}}$ ou encore $\boldsymbol{\lambda = 1{,}4\,6 \cdot 10^{-17}\ s^{-1}}$
3° *Age du caillou lunaire*
Il fallait comprendre que les roches ne contenaient que du potassium 40 lors de leur formation, et qu'ensuite le produit de désintégration, l'argon 40, reste piégé dans la roche. On peut alors trouver le N_0 de la loi de désintégration radioactive en additionnant les nombres de noyaux de potassium 40 et d'argon 40 trouvés dans la roche. $n_0(K) = n(K) + n(Ar) \Rightarrow \frac{N_0(K)}{N_A} = \frac{V(K)}{V_m} + \frac{V(Ar)}{V_m} \Rightarrow N_0(K) = \left(\frac{V(K)}{V_m} + \frac{V(Ar)}{V_m}\right)N_A$
On en déduit le nombre de noyaux de potassium à la date t:
$$\frac{N(K)}{N_A} = \frac{V(K)}{V_m} \quad \text{soit} \quad N(K) = \frac{V(K)}{V_m}N_A$$
La loi de décroissance radioactive s'écrit : $N = N_0 e^{-\lambda t}$
Soit $\frac{V(K)}{V_m}N_A = \left[\frac{V(K)}{V_m} + \frac{V(Ar)}{V_m}\right]N_A e^{-\lambda t} \Rightarrow V(K) = [V(K) + V(Ar)]e^{-\lambda t}$
Ensuite : $e^{\lambda t} = \left[1 + \frac{V(Ar)}{V(K)}\right] \Rightarrow \mathbf{t = \frac{1}{\lambda}\ln\left[1 + \frac{V(Ar)}{V(K)}\right]}$
AN : $t = \frac{1}{4{,}6{\cdot}10^{-10}}\ln\left[1 + \frac{82.10^{-4}}{1{,}66.10^{-6}}\right]1 \Rightarrow$ **t=4,40.10⁵ans** soit **t=440 milles ans**

Exercice 16

1° *Equations et nature des réactions nucléaires constituant le cycle de BETHE*
La première équation correspond à une absorption d'un proton au cours d'un choc :
$${}^{12}_{6}C + {}^{1}_{1}p \longrightarrow {}^{13}_{7}N + \gamma$$

La deuxième équation est une émission β⁺ spontanée : ${}^{13}_{7}\mathrm{N} \longrightarrow {}^{13}_{6}\mathrm{C} + {}^{0}_{1}\mathrm{e} + {}^{0}_{0}\nu + \gamma$
La troisième est l'absorption d'un proton : ${}^{13}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}\mathrm{p} \longrightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + \gamma$
La quatrième est encore l'absorption d'un proton : ${}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{1}\mathrm{p} \longrightarrow {}^{15}_{8}\mathrm{O} + \gamma$
La cinquième est une émission β⁺ spontanée : ${}^{15}_{8}\mathrm{O} \longrightarrow {}^{15}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{1}\mathrm{e} + {}^{0}_{0}\nu + \gamma$
La dernière est une émission α stimulée par l'absorption d'un proton :
${}^{15}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{1}\mathrm{p} \longrightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} + \gamma$
2° *Équation globale du cycle de BETHE*
Bilan, en additionnant les six équations nucléaires :
$4{}^{1}_{1}\mathrm{p} \longrightarrow 20{}^{0}_{1}\mathrm{e} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2{}^{0}_{0}\nu + 6\gamma$
Il s'agit d'une fusion de 4 noyaux d'hydrogène ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ pour former un noyau d'hélium ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$.

Exercice 17

1° *Expression de l'énergie de liaison par nucléons*
$\frac{E_\ell}{A} = 235\left.\frac{E_\ell}{A}\right|_{{}^{235}_{92}\mathrm{U}} - 94\left.\frac{E_\ell}{A}\right|_{{}^{94}_{38}\mathrm{Sr}} - 140\left.\frac{E_\ell}{A}\right|_{{}^{140}_{54}\mathrm{Xe}}$
2° *Valeur de l'énergie de liaison par nucléons*
AN : $\frac{E_\ell}{A} = 235 \times 7{,}6 - 94 \times 8{,}5 - 140 \times 8{,}5 \quad \Rightarrow \quad \frac{E_\ell}{A} = -203\mathrm{MeV}$

Exercice 18 La perte de masse du Soleil

1° *Perte de masse correspondante*
$E = \delta m C^2 \Rightarrow \boldsymbol{\delta m} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{C^2}}$ AN : $\delta m = \frac{24}{931{,}5} \Rightarrow \boldsymbol{\delta m = 0{,}025765u}$
2° *Perte de masse par seconde*
$\mathcal{P} = \frac{\Delta E}{t}$ Or l'énergie ΔE libérée par le Soleil pendant la durée Δt est donnée par : $\Delta E = \Delta m C^2$ d'où $\mathcal{P} = \frac{\Delta m C^2}{t}$ soit $\boldsymbol{\Delta m} = \frac{\mathcal{P}t}{C^2}$
AN : $\Delta m = \frac{3{,}9\cdot10^{26}\times1}{(3{,}0\cdot10^{8})^2} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta m = 4{,}3 \cdot 10^{9}\ kg}$
Conclusion : le Soleil est le siège de $\frac{\Delta m}{\delta m} = \frac{4{,}3\cdot10^{9}}{0{,}025765\times1{,}66.10^{-27}} \simeq 10^{38}$ réactions nucléaires par seconde !
3° *Masse que le soleil a perdu depuis qu'il rayonne*
On fait l'hypothèse que le rythme des fissions est constant tout au long de la vie du Soleil. En une seconde, le soleil perd $\boldsymbol{\Delta m = 4{,}3 \cdot 10^{9}}$ **kg de sa masse**
En t=4,6 milliards d'années soit $t = 4{,}6\cdot10^{9} \times 365 \times 24 \times 3\,600 = 1{,}5\cdot10^{17}\ s$, le Soleil a subit une perte de masse totale de : $\boldsymbol{\Delta m_{vie} = \Delta m \times t = 6{,}5\cdot10^{26}\ kg}$,
* *Pourcentage de sa masse* : $\frac{\Delta m_{vie}}{m} = \frac{6{,}5\cdot10^{26}}{1{,}995\cdot10^{30}} = 0{,}0003$
Ce qui représente uniquement 0,03% de sa masse actuelle.

Exercice 19

1°* *Valeur de y et Z et les lois de conservation utilisées*
${}^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow {}^{90}_{36}\mathrm{Kr} + {}^{142}_{Z}\mathrm{Ba} + y{}^{1}_{0}\mathrm{n}$
- loi de conservation du nombre de charge : $92 + 0 = 36 + Z + y \times 0$
On trouve $\boldsymbol{Z = 56}$
- loi de conservation du nombre de masse : $235 + 1 = 90 + 142 + y \times 1$
On trouve $\boldsymbol{y = 4}$
* Il s'agit de la fission nucléaire
2° *Energie libérée par la réaction*

$E = \delta m C^2$ Or $\delta m = m_{^{90}\mathrm{Kr}} + m_{^{142}\mathrm{Ba}} + 4 \times m_{^1_0\mathrm{n}} - (m_{^{235}\mathrm{U}} + m_{^1_0\mathrm{n}})$

d'où $\mathbf{E} = \left[\boldsymbol{m}_{^{90}\mathbf{Kr}} + \boldsymbol{m}_{^{142}\mathbf{Ba}} + \mathbf{4} \times \boldsymbol{m}_{^1_0\mathbf{n}} - (\boldsymbol{m}_{^{235}\mathbf{U}} + \boldsymbol{m}_{^1_0\mathbf{n}})\right] \boldsymbol{C}^{\mathbf{2}}$

AN: $E = [89{,}919720 + 141{,}916350 + 4 \times 1{,}008665 - 235{,}043915 - 1{,}008665] \times 931{,}5$

$\mathbf{E = -169{,}9MeV}$

3° a. *Energie moyenne libérée par kilogramme d'uranium* $^{235}_{92}U$

$\mathrm{E_m = NE_U}$ avec N le nombre de noyaux d'atomes d'uranium dans 1kilogramme d'uranium. $\mathrm{N = nN_A = \frac{m}{M}N_A}$ d'où $\mathbf{E_m = \frac{mN_AE_U}{M}}$

AN : $\mathrm{E_m} = \frac{1000 \times 6{,}02.10^{23} \times 185 \times 1{,}6.10^{-13}}{235}$ soit $\mathbf{E_m = 7{,}58.10^{13}J}$ **par kg d'uranium**

b. *Durée Δt nécessaire pour consommer un kilogramme de* $^{235}_{92}U$ *dans le réacteur*

$\mathcal{P} = \frac{E_m}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\mathbf{E_m}}{\boldsymbol{\mathcal{P}}}$ AN : $\Delta t = \frac{7{,}58.10^{13}}{100.10^6} \Rightarrow \mathbf{\Delta t = 7{,}58.10^5s}$

$\Delta t =$ **210h40min** soit 8jours 18heures 40minutes

4° *Type de désintégration* :

Soit ^A_ZX la représentation de la particule émise et y le nombre

$^{90}_{36}\mathrm{Kr} \longrightarrow {}^{90}_{40}\mathrm{Zr} + y{}^A_Z\mathrm{X} + {}^0_0\overline{\nu} + \gamma$

- conservation du nombre de masse : $90 = 90 + yA \Rightarrow yA = 0$

Or $y > 0$ donc $A = 0$

- conservation du nombre de charge : $36 = 40 + yZ + 0 \Rightarrow yZ = -4$

Or $y > 0$ donc $Z < 0$.

On déduit : $\boldsymbol{Z = -1}$ et $\boldsymbol{y = 4}$ Il s'agit d'une radioactivité β^-.

Equation bilan correspondant

$^{90}_{36}\mathrm{Kr} \longrightarrow {}^{90}_{40}\mathrm{Zr} + 4{}^{\;0}_{-1}\mathrm{e} + {}^0_0\overline{\nu} + \gamma$

<u>**Exercice 20**</u>

1° *Equation de fusion*

$^2_1\mathrm{H} + {}^3_1H \longrightarrow {}^4_2\mathrm{He} + {}^1_0\mathrm{n} + \gamma$ Il y a formation de l'isotope 4 de l'hélium.

2° Les noyaux de deutérium et de tritium sont chargés deux et trois, positivement ; ils se repoussent violemment. Cependant, à haute température, l'agitation thermique est telle qu'ils peuvent subir des chocs efficaces et fusionner.

3° **Expression de la variation de masse au cours de la réaction*

$\mathbf{\Delta m = m_{He} + m_n - m_D - m_T}$

** Expression de la variation d'énergie de masse au cours de la réaction*

$\Delta E = \Delta mC^2$ soit $\mathbf{\Delta E = (m_{He} + m_n - m_D - m_T)C^2}$

4° *Energie libérée*

$\Delta E = (4{,}01\,51 + 1{,}008\,66 - 3{,}015\,50 - 2{,}013\,55) \times 931{,}5 \Rightarrow \mathbf{\Delta E = -17{,}59\ MeV}$

4°a.* *Equation de la transformation*

Bombardement neutronique du lithium 6 : $^6_3\mathrm{Li} + {}^1_0n \longrightarrow {}^3_1\mathrm{H} + {}^4_2\mathrm{He} + \gamma$

* Les neutrons proviennent de la fusion, initiée avec une petite quantité de tritium trouvée directement sur Terre.

b. ΔE< 0 donc le système transfert de l'énergie vers l'extérieur : cette énergie est libérée, cette réaction contribue elle aussi à la production de l'énergie.

Remarque : pour que le réacteur produise globalement de l'énergie, il faut que la réaction de fusion et de transmutation du lithium libèrent une énergie plus importante que celle qui a été nécessaire pour former le plasma et le confiner dans d'intenses champs magnétiques.