Collection

$\frac{20}{20}$

Cahier d'exercices

MATHÉMATIQUES

Comprendre et apprendre

Programme Marocain

1ère année du cycle secondaire collégial

- **L'essentiel des cours**
- **Des exercices résolus**
- **Des exercices de recherche**
- **Des évaluations**

1

SOMMAIRE

1er semestre — *Algèbre*

Géométrie

2ème semestre — *Algèbre*

Géométrie

1^er^ semèstre

Algèbre

- Nombres décimaux : Opérations
- L'écriture fractionnaire: ordre et opérations
- Les nombres relatifs
- Addition et soustraction des nombres relatifs
- Multiplication et division des nombres relatifs
- Puissance d'un nombre relatif

1 Nombres décimaux : Opérations

L'essentiel du cours

1 Calculs sans parenthèses

Règle 1

Pour effectuer une expression avec uniquement des additions et des soustractions et sans parenthèses, on effectue les calculs de gauche à droite.

Exemple:
$A = \underbrace{16 - 9} + 3 - 8$
$A = \underbrace{7 + 3} - 8$
$A = \underbrace{10 - 8}$
$\boxed{A = 2}$

Règle 2

Pour effectuer une expression avec uniquement des multiplications et des divisions et sans parenthèses, on effectue les calculs de gauche à droite.

Exemple:
$B = \underbrace{7 \times 6} \div 6$
$B = 42 \div 6$
$\boxed{B = 7}$

Règle 3

Pour effectuer une expression sans parenthèses, on effectue les multiplications et les divisions avant les additions et les soustractions.

Exemple:
$C = 13 - \underbrace{13 \times 0{,}5} + \underbrace{0{,}5 \div 2}$
$C = \underbrace{13 - 6{,}5} + 0{,}25$
$C = 6{,}5 + 0{,}25$
$\boxed{C = 6{,}75}$

2 Calculs avec parenthèses

Règle 4

Pour effectuer une expression avec des parenthèses, on commence par calculer les opérations entre les parenthèses.

Exemple:
$D = 13 - [5 \times \underbrace{(4 + 2)} - 20]$
$D = 13 - [\underbrace{5 \times 6} - 20]$
$D = 13 - [\underbrace{30 - 20}]$
$D = 13 - 10$
$\boxed{D = 3}$

$E = (14 + \underbrace{2 \times 3}) \div (11 - \underbrace{2 \times 3})$
$E = (14 + 6) \div (11 - 6)$
$E = 20 \div 5$
$\boxed{E = 4}$

3 Propriétés

a ; b ; k trois nombres
- $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$
- $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$

Exemple:
$F = 3 \times (5 + 11)$
$= 3 \times 5 + 3 \times 11$
$= 15 + 33$
$\boxed{F = 48}$

$F = 3 \times (5 + 11)$
$F = 3 \times 16$
$\boxed{F = 48}$

Conventions

- Le produit $a \times b$ s'écrit aussi $a.b$ ou ab .
- Le quotient $a \div b$ s'écrit aussi $\frac{a}{b}$
- Le quotient $(a+b) \div (c+d)$ s'écrit aussi $\frac{a+b}{c+d}$

Exercices résolus

Exercice 1

Calculer les expressions suivantes:

$A = 5 \times 13 - 4 \times 7 + 26 \div 13$

$B = [11 - (3 \times 2 + 4)][(2 \times 5 + 1) \times 3]$

Réponse

$A = 5 \times 13 - 4 \times 7 + 26 \div 13$

$A = 65 - 28 + 2$

$A = 37 + 2$

$\boxed{A = 39}$

$B = [11 - (3 \times 2 + 4)][(2 \times 5 + 1) \times 3]$

$B = [11 - (6 + 4)][(10 + 1) \times 3]$

$B = [11 - 10][11 \times 3]$

$B = 1 \times 33$

$\boxed{B = 33}$

Exercice 2

Les parenthèses ont été effacées.

Retrouve-les pour que l'égalité soit vraie.

1) $309,6 - 237,6 + 52 = 20$

2) $45,2 \times 12,5 + 7,5 + 96 = 1000$

3) $45,9 + 3,1 \times 6,5 + 3,5 = 490$

Réponse

1) $309,6 - (237,6 + 52) = 20$

2) $45,2 \times (12,5 + 7,5) + 96 = 1000$

3) $(45,9 + 3,1) \times (6,5 + 3,5) = 490$

Exercice 3

Ecrire l'expression puis calcule-la.

1) *Le produit de la différence 20 et 11 et de la somme de 52 et 32.*

2) *Le triple de la difference de 120 et 95.*

3) *Le quotient de la somme de 46,8 et 23,2 et de la difference 62,25 et 60,65.*

Réponse

1) L'expression est: $(20 - 11) \times (52 + 32)$

Résultat de l'expression est: 756

2) L'expression est: $3 \times (120 - 95)$

Résultat de l'expression est: 75

3) L'expression est: $(46,8 + 23,2) \div (62,25 - 60,65)$

Résultat de l'expression est: 43,75

Exercice 4

Calculer d'une façon astucieuse:

1) $13,74 \times 96 + 13,74 \times 4$

2) $1012 \times 4,098 - 12 \times 4,098$

3) $4,9 \times 37 + 4,9 \times 23 + 4,9 \times 40$

Réponse

1) $13,74 \times 96 + 13,74 \times 4 = 13,74 \times (96 + 4)$
$= 13,74 \times 100$
$= 1374$

2) $1012 \times 4,098 - 12 \times 4,098 = (1012 - 12) \times 4,098$
$= 1000 \times 4,098$
$= 4098$

3) $4,9 \times 37 + 4,9 \times 23 + 4,9 \times 40 = 4,9 \times (37 + 23 + 40)$
$= 4,9 \times 100$
$= 490$

Exercices

Exercice 1

Pour chaque question encadrer la réponse exacte.

La somme du produit de trois par cinq est de sept est:	3×(5+7)	3 × 5 + 7	3+5×7
Le produit de la somme de sept et de neuf par trois est:	(7+9)×3	7×9+3	7×(9+3)
La différence du produit de huit par cinq et de deux est:	8×(5-2)	8×5-2	(8-5)×2
Le quotient de la somme de cent et de trente par dix est:	100÷10+30	100÷(10+30)	$\frac{100+30}{10}$

Exercice 2

Traduire chaque expression par une phrase.

a) $30 + 6 \times 9$:

....

....

b) $(18 - 5) \times 7$:

....

....

c) $120 \div 6 - 13$

....

....

d) $\frac{130 + 50}{18}$:

....

....

Exercice 3

Relier avec une flèche les expressions égales.

$3 \times 7 + 2$	$3 \times (7 + 2)$
$3 \times (17 - 4)$	$3 \times 17 - 4$
$5 \times 8 - 5 \times 4$	$5 \times (8 - 4)$
$(2 + 7) \times 3$	$5 \times 8 - 5$
$4 - 5 \times 8$	$3 \times 17 - 4 \times 3$
$5 \times 7 + 5 \times 4 + 5$	$5 \times (7 + 4 + 1)$

Exercice 4

Retrouve des parenthèses si nécessaire pour que les résultats des calculs ci-dessous soient justes.

- $2 \times 50 + 8 = 116$
- $13 + 45 \times 36 - 34 = 116$
- $4 \times 9 + 38 - 12 \times 6 = 116$
- $10 \times 43 - 33 + 4 \times 5 + 7 - 8 = 116$

Exercice 5

Calculer les expressions suivantes:

1) $17 + 3 - 15 + 4 =$ ....
$=$ ....
$=$ ....

2) $7 \times 3 \div 3 =$ ....
$=$ ....

3) $8 \times 3 \div 2 \div 2 =$ ....
$=$ ....
$=$ ....

Exercice 6

Effectuer les calculs suivants:

a) $12 \times 10 + 28 =$ ....
$=$ ....

b) $120 - 120 \times 0,5 =$ ....
$=$ ....

c) $150 \div 3 + 25 =$ ....
$=$ ....

d) $850 \div 10 + 5400 \div 100 =$ ....
$=$ ....

Exercice 7

Relier avec une flèche.

$3 \times 3 + 3 = 12$	Vraie
$3 + 3 \times 3 = 18$	
$4 + 4 \times 4 - 4 = 16$	
$4 + 4 \times 4 - 4 = 28$	
$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$	Faux
$3 \times 3 \div 3 \times 3 = 81$	

Exercice 8

Calculer de deux façons différentes:

1ère façon:

$5 \times (7 + 3) =$ ....

$=$ ....

$10 \times (15,3 - 14,7) =$ ....

$=$ ....

2ème façon:

$5 \times (7 + 3) =$ ....

$=$ ....

$10 \times (15,3 - 14,7) =$ ....

$=$ ....

Exercice 9

Un père de six enfants a acheté, pour chacun de ses enfants un jouet de 30 DH et un livre de 45 DH.

1) Trouver l'expression sans parenthèses du calcul de la dépense du père et effectuer là.

....

....

2) Ecrire de nouveau l'expression de la dépense avec des parenthèses et effectuer là.

....

....

Exercice 10

Calculer astucieusement

$A = 47,957 \times 99997 + 47,957 \times 3$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$B = 1075 \times 0,089 - 75 \times 0,089$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$C = 743 \times 101$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$D = 1245 \times 99$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

Exercice 11

Relie par une flèche:

$12 + 7 \div 5$	$\frac{12 + 7}{5}$	13,4
$(12 + 7) \div 5$	$12 + \frac{7}{5}$	11
$12 \div 3 + 7$	$\frac{14 + 2}{7 + 3}$	3,8
$(14 + 2) \div (7 + 2)$	$\frac{12}{3} + 7$	1,6

Exercice 12

Effectuer les expressions suivantes:

$A = 13 \times 5 - 4 \times 7 + 7$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$B = (4 + 3 \times 2) + (11 \times 2 - 11)$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$C = 13 + 15 - 22 + 18 \div 2 + 3 \times 7$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$D = 7 \times (0,5 \times 13 - 5) + 13 \times (30 + 16 \div 4)$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$E = 3[2 \times (3 - 2,7) - 1] \times (13 - 2 \times 3)$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

Exercice 13

Un commerçant a livré: 150 bouteilles de limonades à 5,5 DH la bouteille, 118 bouteilles de jus d'orange à 9 DH la bouteille, 115 bouteilles de jus de pêche à 12 DH la bouteille.

Faire la facture et calcule la somme totale à recevoir.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

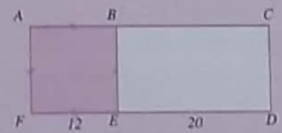
....

....

....

Exercice 14

Calculer P le pèrimètre du quadrilatérale ACDF ci-dessous.



$P =$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

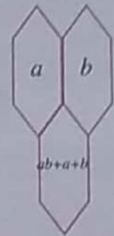
$=$ ....

$=$ ....

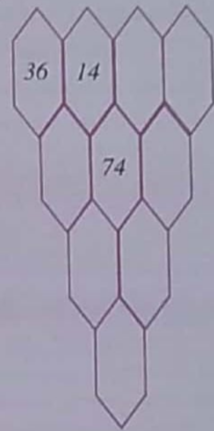
$=$ ....

Exercice 15

Observer



Compléter la ruche



Exercice 16

Relier par des flèches entre les expressions égales:

$x + y : z$	$x : y + z$	$\frac{x}{y} + z$
$(x + y) : z$		$\frac{x + y}{z}$
$\frac{x}{y + z}$	$x : (y + z)$	$x + \frac{y}{z}$

Exercice 8

Calculer de deux façons différentes:

1ère façon:

$5 \times (7 + 3) =$ ....

$=$ ....

$10 \times (15,3 - 14,7) =$ ....

$=$ ....

2ème façon:

$5 \times (7 + 3) =$ ....

$=$ ....

$10 \times (15,3 - 14,7) =$ ....

$=$ ....

Exercice 9

Un père de six enfants a acheté, pour chacun de ses enfants un jouet de 30 DH et un livre de 45 DH.

1) Trouver l'expression sans parenthèses du calcul de la dépense du père et effectuer là.

....

....

2) Ecrire de nouveau l'expression de la dépense avec des parenthèses et effectuer là.

....

....

Exercice 10

Calculer astucieusement

$A = 47,957 \times 99997 + 47,957 \times 3$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$B = 1075 \times 0,089 - 75 \times 0,089$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$C = 743 \times 101$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$D = 1245 \times 99$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

Exercice 11

Relie par une flèche:

$12 + 7 \div 5$	$\frac{12+7}{5}$	13,4
$(12 + 7) \div 5$	$12 + \frac{7}{5}$	11
$12 \div 3 + 7$	$\frac{14+2}{7+3}$	3,8
$(14 + 2) \div (7 + 2)$	$\frac{12}{3} + 7$	1,6

Exercice 12

Effectuer les expressions suivantes:

$A = 13 \times 5 - 4 \times 7 + 7$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$B = (4 + 3 \times 2) + (11 \times 2 - 11)$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$C = 13 + 15 - 22 + 18 \div 2 + 3 \times 7$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$D = 7 \times (0,5 \times 13 - 5) + 13 \times (30 + 16 \div 4)$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$E = 3[2 \times (3 - 2,7) - 1] \times (13 - 2 \times 3)$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

Exercice 13

Un commerçant a livré: 150 bouteilles de limonades à 5,5 DH la bouteille, 118 bouteilles de jus d'orange à 9 DH la bouteille, 115 bouteilles de jus de pêche à 12 DH la bouteille.

Faire la facture et calcule la somme totale à recevoir.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

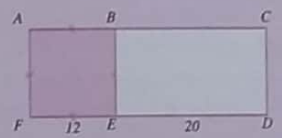
....

....

....

Exercice 14

Calculer P le pèrimètre du quadrilatérale ACDF ci-dessous.



$P =$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

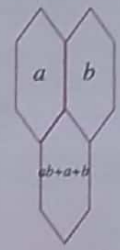
$=$ ....

$=$ ....

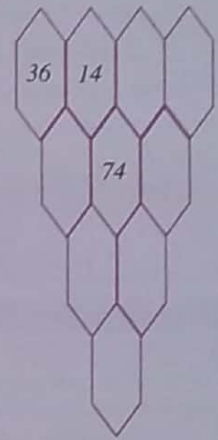
$=$ ....

Exercice 15

Observer



Compléter la ruche



Exercice 16

Relier par des flèches entre les expressions égales:

$x + y : z$	$x : y + z$	$\frac{x}{y} + z$
$(x + y) : z$		$\frac{x+y}{z}$
$\frac{x}{y+z}$	$x : (y + z)$	$x + \frac{y}{z}$

2 L'écriture fractionnaire: ordre et opérations

L'essentiel du cours

1 Définitions

- Le quotient d'un nombre a par un nombre non nul b s'écrit aussi: $\frac{a}{b}$
  $\frac{a}{b}$ est une écriture fractionnaire.
- Le nombre a est appelé le numérateur, le nombre b est appelé le dénominateur.
- Si a et b sont des nombres entiers naturels on dit que $\frac{a}{b}$ est une fraction.

Exemple: $\frac{7,4}{13}$ et $\frac{17,5}{3,25}$ et $\frac{19}{8,5}$ sont des écritures fractionnaires

$\frac{3}{7}$; $\frac{8}{5}$ et $\frac{15}{3}$ sont des fractions.

2 Ecritures fractionnaires égales

Si on multiplie ou on divise le numérateur et le dénominateur d'une écriture fractionnaire par un même nombre non nul, l'écriture fractionnaire ne change pas.
(a et b des nombres non nuls).

$$\frac{a}{b} = \frac{a\times k}{b\times k} \quad et \quad \frac{a}{b} = \frac{a\div k}{b\div k}$$

Exemple: $\frac{3}{7} = \frac{3\times 2}{7\times 2} = \boxed{\frac{6}{14}}$; $\frac{0,5}{3,75} = \frac{0,5\times 100}{3,75\times 100} = \boxed{\frac{50}{375}}$

$\frac{630}{140} = \frac{630\div 10}{140\div 10} = \boxed{\frac{63}{14}} = \frac{63\div 7}{14\div 7} = \boxed{\frac{9}{2}}$

3 Comparaison de deux écritures fractionnaires

Règle 1

Les nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur se rangent dans l'ordre de leurs numérateurs.

Exemple: $\frac{0,25}{13} < \frac{0,35}{13}$ car $0,25 < 0,35$ ($\frac{0,25}{13}$ et $\frac{0,35}{13}$ ont le même dénominateur)

Règle 2

Les nombres en écriture fractionnaire de même numérateur se rangent dans l'ordre contraire des dénominateurs.

Exemple: $\frac{13}{7} > \frac{13}{8}$ car $7 < 8$ ($\frac{13}{7}$ et $\frac{13}{8}$ ont le même numérateur)

Remarque:

Pour comparer deux écritures fractionnaires, on les réduits au même dénominateur.

Exemple: on considère les nombres $\frac{3}{7}$ et $\frac{4}{9}$.

On a : $\frac{3}{7} = \frac{3\times 9}{7\times 9} = \frac{27}{63}$ et $\frac{4}{9} = \frac{4\times 7}{9\times 7} = \frac{28}{63}$

et comme : $\frac{27}{63} < \frac{28}{63}$ alors : $\frac{3}{7} < \frac{4}{9}$.

Règle :

$\frac{a}{b}$ une écriture fractionnaire
$\frac{a}{b} = 1$ signifie que $a=b$.
$\frac{a}{b} < 1$ signifie que $a<b$.
$\frac{a}{b} > 1$ signifie que $a>b$.

3 Opérations

Addition et soustraction :

a, b, c et d des nombres non nuls.

$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$; $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$;

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a\times d + b\times c}{b\times d}$; $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a\times d - b\times c}{b\times d}$

Exemples: $\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = \boxed{4}$; $\frac{13}{3} - \frac{8}{3} = \frac{13-8}{3} = \boxed{\frac{5}{3}}$; $\frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{8}{12} + \frac{15}{12} = \boxed{\frac{23}{12}}$

Multiplication et division :

a, b, c et d des nombres non nuls.

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a\times c}{b\times d}$; $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Remarque: $\frac{a}{b} = a\times\frac{1}{b}$

Exemples: $\frac{2}{5}\times\frac{4}{3} = \frac{2\times 4}{5\times 3} = \boxed{\frac{8}{15}}$; $\frac{2}{7}\div\frac{4}{9} = \frac{2}{7}\times\frac{9}{4} = \frac{18}{28} = \boxed{\frac{9}{14}}$

Exercice 1

Trouver le nombre entier naturel x tel que: $\frac{1}{3} < \frac{x}{12} < \frac{1}{2}$

Réponse

on a: $\frac{1}{3} < \frac{x}{12} < \frac{1}{2}$

Je réduis au même dénominateur:

d'où: $\frac{4}{12} < \frac{x}{12} < \frac{6}{12}$

donc: $4 < x < 6$

Par conséquent : $\boxed{x = 5}$

Exercice 2

Calculer:

$A = \frac{3}{7} + \frac{1}{3} + \frac{6}{7} + \frac{5}{3} + \frac{4}{7} + \frac{7}{3} + \frac{8}{7} + \frac{2}{3}$

$B = \frac{5}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{1}{2}$; $C = \dfrac{\frac{7}{5} + \frac{7}{15}}{1 - \frac{1}{3}}$

Réponse

$$A = \frac{3}{7} + \frac{1}{3} + \frac{6}{7} + \frac{5}{3} + \frac{4}{7} + \frac{7}{3} + \frac{8}{7} + \frac{2}{3}$$
$$= \left(\frac{3}{7} + \frac{6}{7} + \frac{4}{7} + \frac{8}{7}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{3} + \frac{7}{3} + \frac{2}{3}\right)$$
$$= \frac{21}{7} + \frac{15}{3}$$
$$= 3 + 5$$
$$\boxed{A = 8}$$

$$B = \frac{5}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{1}{2}$$
$$= \frac{5}{3} - \frac{5}{6}$$
$$= \frac{10}{6} - \frac{5}{6}$$
$$\boxed{B = \frac{5}{6}}$$

$$C = \dfrac{\frac{7}{5} + \frac{7}{15}}{1 - \frac{1}{3}}$$
$$= \dfrac{\frac{21}{15} + \frac{7}{15}}{\frac{3}{3} - \frac{1}{3}}$$
$$= \dfrac{\frac{28}{15}}{\frac{2}{3}}$$
$$= \frac{28}{15} \times \frac{3}{2}$$
$$= \frac{14}{5} \times \frac{1}{2}$$
$$\boxed{C = \frac{14}{5}}$$

Exercice 3

Calculer:

$D = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\text{..........}\left(1 - \frac{1}{100}\right)$

Réponse

$$D = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\text{..........}\left(1 - \frac{1}{100}\right)$$
$$= \left(\frac{2}{2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{4} - \frac{1}{4}\right)\text{.....}\left(\frac{100}{100} - \frac{1}{100}\right)$$
$$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \times / \text{.........} \times \frac{99}{100} = \boxed{\frac{1}{100}}$$

Exercice 1

Pour chaque question encadrer la réponse exacte.

$\frac{17}{3}$ est un nombre	entier	décimal	non décimal
$\frac{275}{25}$ est un nombre	entier	décimal	non décimal
L'écriture simplifiée $\frac{4,5}{3,6}$ est:	$\frac{45}{36}$	$\frac{9}{18}$	$\frac{5}{4}$
Si $a = \frac{45}{13}$ et $b = \frac{13}{45}$ alors	$a = b$	$a > b$	$a < b$
$\frac{3}{5} + \frac{3}{10} =$	$\frac{3}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{9}{10}$
$\frac{3}{7} \times \frac{2}{7} =$	$\frac{6}{7}$	$\frac{6}{49}$	$\frac{5}{49}$

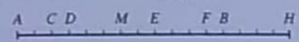
Exercice 2

Compléter par des flèches:

0,75	$\frac{25}{100}$	$\frac{5}{8}$
$\frac{36}{16}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{3}{4}$
30%	$\frac{625}{1000}$	$\frac{3}{10}$
0,625	$\frac{9}{4}$	2,25
0,25	0,3	$\frac{1}{4}$

Exercice 3

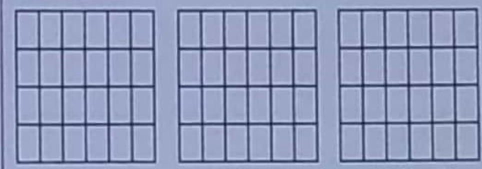
Observer la figure suivante



Relier par une flèche en considèrant AB comme unité de mesure.

AC	$\frac{1}{3}$
AD	$\frac{1}{2}$
AM	$\frac{3}{4}$
BH	$\frac{5}{12}$
DB	$\frac{1}{4}$
FH	$\frac{4}{3}$
AH	$\frac{1}{6}$

Exercice 4



Grille (1) Grille (2) Grille (3)

- Colorier $\frac{1}{4}$ de la grille (1)
- Colorier $\frac{5}{12}$ de la grille (2)
- Colorier $\frac{9}{24}$ de la grille (3)

☞ En déduire l'ordre des nombres $\frac{9}{24}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{1}{4}$

....

....

....

....

Exercice 5

Relier par un trait entre les écritures égales:

$\frac{2}{3}$ $\frac{6,3}{3,6}$ $\frac{10}{15}$

$\frac{1,5}{2}$ $\frac{7}{4}$

$\frac{1,5}{2}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{7}{4}$

Exercice 6

Simplifier chacune des fractions suivantes:

$\frac{30}{8} =$ .... ; $\frac{42}{51} =$ ....

$\frac{105}{70} =$ .... ; $\frac{99 \times 25}{75 \times 55} =$ ....

Exercice 7

Compléter:

$\frac{4}{9} = \frac{12}{....} = \frac{....}{36} = \frac{24}{....} = \frac{....}{81}$

$\frac{3,5}{7} = \frac{35}{....} = \frac{....}{4} = \frac{....}{6} = \frac{9}{....}$

Exercice 8

Compléter par = ou ≠

$\frac{18}{5}$ ...... $\frac{36}{10}$; $\frac{2}{3}$ ...... $\frac{3}{4}$; $\frac{11}{33}$ 3

$\frac{777}{111}$ ......7 ; $\frac{4}{44}$ ...... $\frac{0}{11}$; $\frac{123}{321}$ 1

Exercice 9

Compléter par > ou < ou ≠

$\frac{107}{15}$ ...... $\frac{83}{15}$; $\frac{0,8}{0,6}$ ...... $\frac{12}{9}$; $\frac{15}{17}$ ...... $\frac{7}{15}$

$\frac{1}{3}$ ......0,3 ; $\frac{3,15}{3,7}$ ......1 ; $\frac{8}{7}$ ...... $\frac{15}{14}$

Exercice 10

1) Ranger par ordre croissant:

$\frac{3}{4}$; $\frac{7}{6}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{11}{3}$; 0,5 ; 3

....

2) Ranger par ordre décroissant:

$\frac{9}{11}$; $\frac{9}{13}$; $\frac{9}{5}$; $\frac{9}{19}$; 9

....

Exercice 11

Compléter par le même nombre entier naturel:

$$\frac{\dots}{8} < \frac{6}{\dots} < \frac{\dots}{5}$$

Exercice 12

Calculer puis simplifier si possible:

- $\frac{3}{7} + \frac{11}{7} =$ ....
- $\frac{5}{7} + \frac{11}{4} =$ ....
- $\frac{9}{5} - \frac{3}{10} =$ ....
- $\frac{11}{3} - \frac{11}{6} =$ ....
- $2 + \frac{3}{5} + \frac{7}{10} =$ ....
- $1 - \frac{6}{7} =$ ....

Exercice 13

Calculer:

- $\frac{4}{7} \times \frac{3}{7} =$ ....
- $\frac{5}{3} \times \frac{3}{5} =$ ....
- $\frac{7}{3} \times 4 =$ ....
- $\frac{5}{11} \times \frac{11}{13} \times \frac{13}{5} =$ ....
- $\frac{5}{3} \div \frac{4}{7} =$ ....
- $5 \div \frac{5}{3} =$ ....
- $\frac{4}{7} \div 7 =$ ....

Exercice 14

Compléter les séries suivantes:

$1 = \frac{4}{7} + \frac{\dots}{7} = \frac{20}{13} - \frac{\dots}{13}$

$2 = \frac{\dots}{7} = \frac{\dots}{5} + \frac{4}{5} = \frac{\dots}{17} - \frac{1}{17}$

Exercice 15

Compléter le tableau suivant:

$-$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{240}$
$\frac{3}{2}$				
$\frac{2}{3}$				
$\frac{1}{4}$				
$\frac{4}{5}$				

Exercice 16

Compléter par le nombre ou le signe convenable:

$\frac{3}{2} \times$ ...... $= 1$; $\frac{13}{7} +$ ...... $= \frac{25}{7}$

$\frac{13}{5} -$ ...... $= 0,7$; $\frac{15}{3}$ ...... $\frac{11}{3} = \frac{26}{3}$

$\frac{14}{9}$ ...... $\frac{9}{14} = 1$; $\frac{3}{7}$ ...... $\frac{14}{9} = \frac{2}{3}$

Exercice 17

Relier chaque fraction d'heure à sa durée en mn.

$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	*h*

20	5	6	30	15	10	45	12	*min*

Exercice 18

Compléter le tableau magique (de la multiplication) ci-dessous:

$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{18}$
	$\frac{3}{2}$	
		$\frac{9}{2}$

Exercice 19

Calculer le plus astucieusement possible:

$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{4}{5}$

= ....

= ....

= ....

$B = \frac{7}{6} + \frac{7}{3} + \frac{7}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$

= ....

= ....

= ....

$C = \frac{5374}{6735} \times \frac{271}{473} + \frac{5374}{6735} \times \frac{202}{473}$

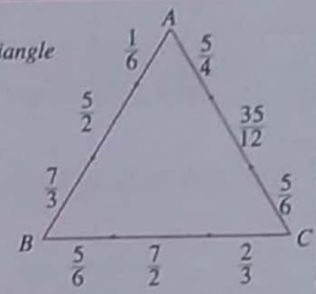
= ....

= ....

= ....

Exercice 20

On considére le triangle ABC suivant:



Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

....

....

....

....

....

....

Exercice 21

Calculer:

$A = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \times \frac{3}{4}$

= ....

= ....

= ....

$B = \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right)\left(1 - \frac{1}{12}\right)$

= ....

= ....

= ....

$C = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$

= ....

= ....

Exercice 22

Le contenu d'une citerne d'huile de 220 litres est mis dans 276 bouteilles, contenant les unes $\frac{5}{6}$ de litre et les autres $\frac{3}{4}$ de litre.

Combien de bouteilles de chaque sorte y-a-t-il?

....

....

....

Exercice 8

Compléter par = ou ≠

$\frac{18}{5} \cdots \frac{36}{10}$; $\frac{2}{3} \cdots \frac{3}{4}$; $\frac{11}{33} \cdots 3$

$\frac{777}{111} \cdots 7$; $\frac{4}{44} \cdots \frac{0}{11}$; $\frac{123}{321} \cdots 1$

Exercice 9

Compléter par > ou < ou ≠

$\frac{107}{15} \cdots \frac{83}{15}$; $\frac{0{,}8}{0{,}6} \cdots \frac{12}{9}$; $\frac{15}{17} \cdots \frac{7}{15}$

$\frac{1}{3} \cdots 0{,}3$; $\frac{3{,}15}{3{,}7} \cdots 1$; $\frac{8}{7} \cdots \frac{15}{14}$

Exercice 10

1) Ranger par ordre croissant:

$\frac{3}{4}$; $\frac{7}{6}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{11}{3}$; $0{,}5$; 3

2) Ranger par ordre décroissant:

$\frac{9}{11}$; $\frac{9}{13}$; $\frac{9}{5}$; $\frac{9}{19}$; 9

Exercice 11

Compléter par le même nombre entier naturel:

$$\frac{\cdots}{8} < \frac{6}{\cdots} < \frac{\cdots}{5}$$

Exercice 12

Calculer puis simplifier si possible:

- $\frac{3}{7} + \frac{11}{7} = \cdots\cdots$
- $\frac{5}{7} + \frac{11}{4} = \cdots\cdots$
- $\frac{9}{5} - \frac{3}{10} = \cdots\cdots$
- $\frac{11}{3} - \frac{11}{6} = \cdots\cdots$
- $2 + \frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \cdots\cdots$
- $1 - \frac{6}{7} = \cdots\cdots$

Exercice 13

Calculer:

- $\frac{4}{7} \times \frac{3}{7} = \cdots\cdots$
- $\frac{5}{3} \times \frac{3}{5} = \cdots\cdots$
- $\frac{7}{3} \times 4 = \cdots\cdots$
- $\frac{5}{11} \times \frac{11}{13} \times \frac{13}{5} = \cdots\cdots$
- $\frac{5}{3} \div \frac{4}{7} = \cdots\cdots$
- $5 \div \frac{5}{3} = \cdots\cdots$
- $\frac{4}{7} \div 7 = \cdots\cdots$

Exercice 14

Compléter les séries suivantes:

$1 = \frac{4}{7} + \frac{\cdots}{7} = \frac{20}{13} - \frac{\cdots}{13}$

$2 = \frac{\cdots}{7} = \frac{\cdots}{5} + \frac{4}{5} = \frac{\cdots}{17} - \frac{1}{17}$

Exercice 15

Compléter le tableau suivant:

$-$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{240}$
$\frac{3}{2}$				
$\frac{2}{3}$				
$\frac{1}{4}$				
$\frac{4}{5}$				

Exercice 16

Compléter par le nombre ou le signe convenable:

$\frac{3}{2} \times \cdots\cdots = 1$; $\frac{13}{7} + \cdots\cdots = \frac{25}{7}$

$\frac{13}{5} - \cdots\cdots = 0{,}7$; $\frac{15}{3} \cdots\cdots \frac{11}{3} = \frac{26}{3}$

$\frac{14}{9} \cdots\cdots \frac{9}{14} = 1$; $\frac{3}{7} \cdots\cdots \frac{14}{9} = \frac{2}{3}$

Exercice 17

Relier chaque fraction d'heure à sa durée en mn.

$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	h

20	5	6	30	15	10	45	12	min

Exercice 18

Compléter le tableau magique (de la multiplication) ci-dessous:

$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{18}$
	$\frac{3}{2}$	
		$\frac{9}{2}$

Exercice 19

Calculer le plus astucieusement possible:

$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{4}{5}$

$= \cdots\cdots$

$= \cdots\cdots$

$= \cdots\cdots$

$B = \frac{7}{6} + \frac{7}{3} + \frac{7}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$

$= \cdots\cdots$

$= \cdots\cdots$

$= \cdots\cdots$

$C = \frac{5374}{6735} \times \frac{271}{473} + \frac{5374}{6735} \times \frac{202}{473}$

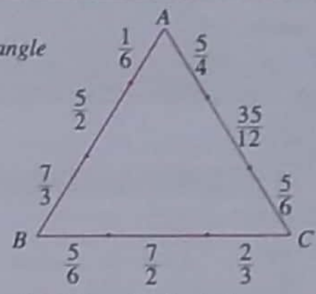
$= \cdots\cdots$

$= \cdots\cdots$

$= \cdots\cdots$

Exercice 20

On considère le triangle ABC suivant:



Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

Exercice 21

Calculer:

$A = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \times \frac{3}{4}$

$= \cdots\cdots$

$= \cdots\cdots$

$= \cdots\cdots$

$B = \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right)\left(1 - \frac{1}{12}\right)$

$= \cdots\cdots$

$= \cdots\cdots$

$= \cdots\cdots$

$C = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}}$

$= \cdots\cdots$

$= \cdots\cdots$

Exercice 22

Le contenu d'une citerne d'huile de 220 litres est mis dans 276 bouteilles, contenant les unes $\frac{5}{6}$ de litre et les autres $\frac{3}{4}$ de litre.

Combien de bouteilles de chaque sorte y-a-t-il?

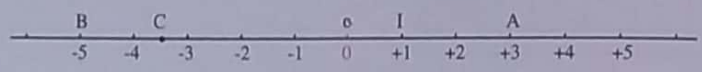
3 Les nombres relatifs

L'essentiel du cours

1 Définitions et remarques

1°) **Droite graduée:**

❉ *On considère la droite (Δ) suivante:*



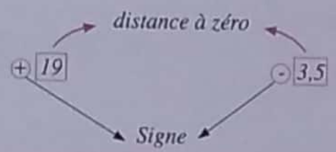
• *La droite (Δ) est une droite* **graduée**
• *Chaque point de la droite (Δ) est associé à un nombre relatif appelé* **abscisse**

Exemple:

• *L'abscisse du point A est le nombre +3. On écrit A(+3)*
• *L'abscisse du point B est le nombre -5. On écrit B(-5)*
• *L'abscisse du point C est le nombre -3,5. On écrit C(-3,5)*

2°) *Chaque nombre relatif est determiné par:*
• **Son signe** *(+ ou -)*
• **Sa distance à zéro**

Exemple:



Remarques:

• *Les nombres 0;+1;+2;+3;11,5;13,7....... sont appelés des* **nombres relatifs positifs**
• *Les nombres 0;-1;-2;-3;-13,7;-145,9...... sont appelés des* **nombres relatifs négatifs**
• *0 est un nombre à la fois positif et négatif.*
• *+13 = 13 ; +17,5 = 17,5 ; +104 = 104.*

3°) **Nombres opposés:**

❉ *Deux nombres relatifs sont dits opposés, s'ils ont la même distance à zéro et ils sont de signes contraires.*
❉ *Pour obtenir l'opposé d'un nombre relatif, il suffit de changer son signe.*

Exemple:

• *13 et -13 sont deux nombres opposés.*
• *-25 est l'opposé de 25.*
• *45,8 est l'opposé de -45,8*

2 Comparaison des nombres relatifs

Règle 1 : *Si deux nombres sont de signes contraires, alors le plus petit est le nombre négatif.*

Exemple: $-16 < 0$; $-13{,}5 < 4$; $-102 < 41$; $13 > -6453$

Règle 2 : *Si deux nombres sont négatifs le plus petit est celui qui a la plus grande distance à zéro.*

Exemple: $-17 < -3$; $-4756 < -2{,}4$; $-17 > -635$

Exercices résolus

Exercice 1

Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants:

-39 ; 17,5 ; -37 ; 17,43 ; 0 ; -13,72 ; 14,3 ; -11 ; -13,9 ; 17

Réponse

• *Je range les nombres négatifs dans l'ordre croissant:*

$-39 < -37 < -13{,}9 < -13{,}72 < -11 < 0$

• *Je range les nombres positifs dans l'ordre croissant:*

$0 < 14{,}3 < 17 < 17{,}43 < 17{,}5$

Et j'endéduis:

$-39 < -37 < -13{,}9 < -13{,}72 < -11 < 0 < 14{,}3 < 17{,}43 < 17{,}5 < 17$

Exercice 2

1) Trouver toute les valeurs de l'entier relatif x tels que: $-2 < x \leq 2$

2) Citer les nombres entiers relatifs dont la distance à zéro est comprise entre 3,6 et 6,4

Réponse

1) Les valeurs de x sont: -1;0;1;2

2) • Les distances à zéro entières comprises entre 3,6 et 6,4 sont: 4;5 et 6.

• *Les nombres entiers négatifs dont les distances à zéro comprises entre 3,6 et 6,4 sont: -4 ; -5 ; -6.*

• *Les nombres entiers positifs dont les distances à zéro comprises entre 3,6 et 6,4 sont: 4 ; 5 et 6.*

• *Conclusion: les nombres demandés sont:*

-4 ; -5 ; -6 ; 4 ; 5 ; 6

Exercice 1

Relier par une flèche:

-17	-7,3	15	0	8,5	opposé (-9)	-(-11)

Entier naturel	Entier relatif	Décimal positif	Décimal négatif

Exercice 2

Compléter le tableau ci-dessous:

a	17	-13				
Signe de a	+		-	+		
La distance à zéro	17		4,5	3,7		
-a	-17				-95	6,5

Exercice 3

Placer sur une droite graduée les points suivants:

point	A	B	C	D	E
abscisse	-2	3,5	2	4,25	-3,5

Exercice 4

Compléter le tableau ci-dessous par Vrai ou Faux:

<	-2	0	2,7	-4,3
-1				
+3,5				
1,8				
-5,4				

Exercice 5

Compléter avec le signe qui convient: < ou = ou >

107........-403

-428........0

-109........-1023

0.........-4,5

109,69.........109,7

-107,4..........-107,9

Exercice 6

Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants:

-34,8 ; 17 ; -29 ; 0 ; 34 ; 34,7 ; 17,321 ; -11 ; 17,4.

Exercice 7

Ranger dans l'ordre décroissant les nombres suivants:

-9,87 ; 11 ; -29 ; 0 ; 7,5 ; -9,17 ; 9,95 ; -9,2 ; -9,95.

Exercice 8

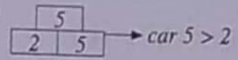
1) Quel est le plus grand nombre entier relatif inférieur a - 4 ?

2) Quel est le plus petit nombre entier relatif supérieur a - 4 ?

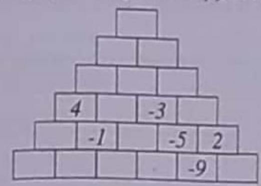
3) Citer tous les nombres entiers relatifs compris entre -4,3 et 4,3.

Exercice 9

Observer bien l'exemple suivant:



De la même façon compléter la pyramide suivante:



Exercice 10

1) Trouver toutes les valeurs de l'entier relatif négatif x tel que $x > -5$.

2) Trouver toutes les valeurs de l'entier relatif y tel que $-3 < y < 3$.

3) Trouver toutes les valeurs de l'entier relatif z tel que $-4 \leq z < 2$.

Exercice 11

Citer les nombres entiers relatifs dont la distance à zéro est comprise entre 2,5 et 5,7.

Exercice 12

Compléter par deux entiers relatifs consécutifs.

- .... < 4,3 <.........
- .... < 1,5 <.........
- .... < -0,8 <.........
- .... < 0,8 <.........
- .... < -4,3 <.........
- .... < -1,5 <.........

Exercice 13

a ; b et c trois nombres tels que:

$-4 < a < -2$

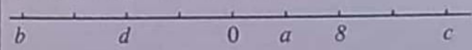
$5 < b < 6$

$-1 < c \leq 4$

Ranger dans l'ordre croissant les nombres a ; b et c

Exercice 14

On a représenté quatre nombres relatifs (a;b;c;d) sur la droite graduée ci-dessous.



Ranger dans l'ordre croissant les nombres relatifs suivants:

-6 ; -35 ; a ; 13 ; b ; 37 ; c ; d.

4 Addition et soustraction des nombres relatifs

L'essentiel du cours

1 Addition

1°) **Somme de deux nombres de même signe:**

Pour additionner deux nombres relatifs de même signe
- **On additionne leurs distances à zéro**
- **On met devant le résultat obtenu le signe commun aux nombres.**

Exemple:

Calculer $(-10) + (-5)$

$(-10) + (-5) = (-15)$ — *Signe commun à -10 et à -5*

Distance à zéro: 10 5 ⟶ *on effectue 10+5*

2°) **Somme de deux nombres de signes contraires:**

Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires:
- **On soustrait leurs distances à zéro**
- **On met devant le résultat le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro.**

Exemple:

Calculer $(-11) + (+4)$

$(-11) + (+4) = (-7)$ — *Signe (-) car c'est (-11) qui a la plus grande distance à zéro*

Distance à zéro: 11 4 ⟶ *on effectue 11 - 4*

3°) **Somme de deux nombres opposés:**

La somme de deux nombres opposés est nulle

Exemple:

$(+16) + (-16) = 0$; $(-45,7) + (+45,7) = 0$

3°) **Propriétés:**

a ; b et c trois nombres relatifs
- $a + b = b + a$
- $(a + b) + c = a + (b + c)$

La somme de plusieurs nombres ne change pas, si on change l'ordre des termes, ou si on remplace des termes par leur somme.

Exemple:

Calculer A tel que: $A = (-18) + (-15) + (+12) + (-7) + (+15)$.

1ère méthode:

$A = (-18) + (-15) + (+12) + (-7) + (+15)$.

$= [(-18) + (-15)] + [(+12) + (-7)] + (+15)$

$= [(-33) + 5] + (+15)$

$= (-28) + (+15)$

$\boxed{A = (-33)}$

2ème méthode:

$A = (-18) + (-15) + (+12) + (-7) + (+15)$.

$= [(-18) + (-7)] + [(-15) + (+15)] + (+12)$

$= (-25) + 0 + (+12)$

$= (-25) + (+12)$

$\boxed{A = (-13)}$

2 Soustraction:

Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé.

$\boxed{a - b = a + (\text{opposé de } b)}$

Exemple:
- $(+14) - (-3) = (+14) + (+3) = (+17)$
- $(-15) - (+9) = (-15) + (-9) = (-24)$

Exercices résolus

Exercice 1

Effectuer le calcul suivant:

$A = (-8) - (-17,5) + (-7,7) + 16 - (-11,2) - 29$

Réponse:

$A = (-8) - (-17,5) + (-7,7) + 16 - (-11,2) - 29$

$= (-8) + 17,5 + (-7,7) + 16 + 11,2 + (-29)$

$= (-8) + (7,7) + (-29) + 17,5 + 16 + 11,2$

$= (-44,7) + 44,7$

$= 0$

Exercice 2

On considère les trois nombres relatifs:

$a = -2,3$; $b = 6$; $c = -3,5$

Calculer la somme:

1) de a;b et de c

2) de a ; l'opposé de b et de l'opposé de c.

Réponse:

1°) $a + b + c = (-2,3) + 6 + (-3,5)$

$a + b + c = [(-2,3) + (-3,5)] + 6$

$a + b + c = (-5,8) + 6$

$\boxed{a + b + c = 0,2}$

2°) $a + (-b) + (-6) = (-2,3) + (-6) + 3,5$

$a + (-b) + (-c) = [(-2,3) + (-6)] + 3,5$

$a + (-b) + (-c) = (-8,3) + 3,5$

$a + (-b) + (-c) = -4,8$

Exercices

Exercice 1

Calculer:

$(-6)+(-11) =$ ....

$(+19,8)+(+3,6) =$ ....

$(-13)+11 =$ ....

$105+(-13,8) =$ ....

$(-17,5)+(-3,5) =$ ....

$(-19)+(-18) =$ ....

$(-18,7)+4,9 =$ ....

$43,8+(-91) =$ ....

Exercice 2

Calculer:

$(-16)-(+11) =$ ....

$12-(5) =$ ....

$(-105)-(-805) =$ ....

$-605-(-91,5) =$ ....

$(-60,5)-(-605) =$ ....

Exercice 3

Compléter le tableau ci-dessous

a	17	-17	-17	17	98		0	45
b	28	28	-28	-28		45	-17	
a+b					-56	-98		
a-b								-98

Exercice 4

Calculer:

$A=(-18)+(-16)+(+13)+(-17)+(+13)$

$B=(-26)+(+11)+(-24)+39+(-27)$

$C=-3+19-21+11-31+49$

$D=8,17-19,3+11,4-21,3+41$

Exercice 5

Calculer astucieusement:

$A=(-345)+107+(+345)$

$B=(-105)+(+305)-(-105)+(-305)$

$C=-3,6+(+12,7)-(-3,6)-(-12,5)$

Exercice 6

Rajouter des parenthèses pour que les égalités ci-dessous soient vraies

12 - (-7) - (+4) = +23

5 - 12 - 3 - 7 = -3

-6 - (-11) + (+12) - (-5) = -12

Exercice 7

Ecrire sans parenthèses et effectuer les expressions suivantes:

$A=13-(-5)+(-18)-(+13)-(-9)$

$B=81-(-19,7)+(-41)+(-21,3)$

$C=(-8)-(-61)+(-33)-(-37)$

Exercice 8

$A=13+(-25)$; $B=39+(-21)$

$C=(-205)+(-25)$; $D=107-(-38)$

Calculer: A ; B ; C ; D ; A + B ; C - D ; A+B+C+D

A = ... ; B = ...

C = ... ; D = ...

A + B = ...

C - D = ...

A + B + C + D = ...

= ....

= ....

Exercice 9

Compléter:

...... + (+86) = (-14) ; .... + (-29) = 15

(-65) + ... = 0 ; (-19) + ... = -14

23 + ... = -8,5 ; (-85) + ... = -93

Exercice 10

Compléter logiquement par trois nombres chacune des suites suivantes:

1°) -1 ; -4 ; -7 ; ....

2°) 3 ; -1 ; -5 ; ....

3°) -70 ; -50 ; -30 ; ....

Exercice 11

Compléter le tableau magique (par la somme ci-dessous

63	-15		-9
-19	-8		-16
		-11	
-10			-23

Exercice 12

Relier par une flèche les expressions égales:

x + y	x - (y - z)
x - y	x - (- y)
x + (y - z)	x + (- y)
x - (y - z)	x - y + z
x + y + z	y - (z - x)

Exercice 13

a	b
a + b	

En utilisant l'exemple ci-dessus.

Compléter le tableau suivant:

-7			2
	0	-4	
	1		

Exercice 14

Ecrire sans parenthèses et sans crochets et réduis:

$A=(1-a)+(3+a)+(1+a)-(a-1)$

$B=a-(1-a)+(1+a)-(a-1)$

$C=[a-(b-3)]-[1-(b+a)]$

$D=-[1-(a-4)]-[-(3-a)+1]$

Exercice 15

Dans chacun de ces cas, determiner x.

1°) $x + (-103) = -13,5$

....

....

....

2°) $104 + x = 33,7$

....

....

....

3°) $1054 - x = 27$

....

....

....

Exercice 16

Déterminer les nombres entiers relatifs a et b tels que:

$-3,7 < a < -1,4$ et $a + b = 4$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

5 Multiplication et division des nombres relatifs

L'essentiel du cours

1 La multiplication

1°) Règles :

- *Le produit de deux nombres de même signe est positif.*
- *Le produit de deux nombres de signes differents est négatif.*
- *La distance à zéro d'un produit de deux nombres est le produit des distances à zéro.*

Exemple: • $13 \times 5 = 65$ • $(-6,4) \times (-5) = 32$
• $6 \times (-7) = -42$ • $(-7,4) \times 4 = -29,6$

2°) Propriétés :

a, b et c trois nombres relatifs.

- $a \times b = b \times a$ • $(a \times b) \times c = a \times (b \times c) = a \times b \times c$
- $a \times 1 = 1 \times a = a$ • $(-1) \times a = a \times (-1) = -a$
- $a \times 0 = 0 \times a = 0$

- *Le produit de plusieurs nombres ne change pas, si on change l'ordre des facteurs ou si on remplace des facteurs par leurs produits.*

- *Le produit de plusieurs facteurs est négatif, si le nombre des facteurs négatifs est impair.*

$a \times b = 0$ *signifie* $a = 0$ *ou* $b = 0$

2 La division

1°) Règles :

- *Le quotient de deux nombres de même signe est positif.*
- *Le quotient de deux nombres de signe contraires est négatif.*
- *La distance à zéro d'un quotient de deux nombres est le quotient des distances à zéro.*

Exemple: $\frac{18}{3} = 6$; $\frac{-5}{-3} = 5$; $\frac{21}{-7} = -3$; $\frac{-10}{2} = \frac{10}{-2} = -5$

2°) Propriétés :

a, b , c et d des nombres relatifs non nuls.

- $\frac{a}{b} = c$ *signifie que:* $a = b \times c$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *signifie que:* $a \times d = b \times c$

Exercice 1

Effectuer les calculs suivants:

$A = (-10) + 10\times(-13,7)$

$B = 7 - 2\times6 + 3\times5 - 2\times3\times5 - 5$

$C = 10 - 3[1-(1+2\times3)]$

Réponse:

$A = (-10) + \underbrace{10\times(-13,7)}$

$= (-10) + (-137)$

$= -147$

$B = 7 - \underbrace{2\times6} + \underbrace{3\times5} - \underbrace{2\times3\times5} - 5$

$= 7 - 12 + 15 - 30 - 5$

$= 7 + 15 - 12 - 30 - 5$

$= 22 - 47$

$= -25$

$C = 10 - 3[1-(1+2\times3)]$

$= 10 - 3[1-(1+6)]$

$= 10 - 3[1-7]$

$= 10 - 3\times(-6)$

$= 10 + 18$

$= 28$

Exercice 2

a et b deux nombres relatifs tel que: ab = -1

Calculer:

$A = [-3\times(-4) + ab - 2ab]$

$B = 2ab\times ab\times(-8)\times(-a)\times(-b)$

Réponse:

$A = [-3\times(-4) - ab - 2ab]$

$= 12 + ab(1-2)$

$= 12 + ab\times(-1)$

$= 12 - ab$

$= 12 - (-1)$

$= 12 + 1$

$= 13$

$B = 2ab\times ab\times(-8)\times(-a)\times(-b)$

$= 2ab\times ab\times(-8)\times[+(ab)]$

$= 2\times(-1)\times(-1)\times(-8)\times[+(-1)]$

$= (-16)\times(-1)$

$= +16$

Exercices

Exercice 1

Relier par une flèche:

$(-1)\times3$	$(-2)\times(-6)$	$3\times(-5)\times(-7)$	$(-1)\times(-2)\times(-3)$	$\frac{-5}{-13}$	$\frac{(-3)\times(-7)}{-11}$

Positif   Négatif

Exercice 2

Calculer:

$(-8)\times16 =$ ....

$(-4)\times(-6,5) =$ ....

$9\times(-18) =$ ....

$(-0,1)\times(-13,5) =$ ....

$(-13,7)\times(-1,1) =$ ....

Exercice 3

Calculer:

$(-108)\div9 =$ ....

$(-275)\div(-25) =$ ....

$(-143)\div11 =$ ....

$\frac{-595}{-35} =$ ....

Exercice 4

Compléter:

$(-1)\times$ .... $= -907$

$(-607)\times$ .... $= 607$

$\frac{......}{9} = -6$

$\frac{-30}{......} = 5$

...... $\times(-36) = -396$

Exercice 5

Donner la valeur approchée par défaut du quotient $\frac{-22}{7}$ *à 0,001.*

....

....

....

....

....

Exercice 6

Calculer:

$A = 13 - 13\times7$

$=$ ....

$=$ ....

$B = (-7)\times7 - 7$

$=$ ....

$=$ ....

$C = -4,5 + 4,5\times(-2)$

$=$ ....

$=$ ....

Exercice 7

Calculer:

$A = [(2+3,5)\times(-3) - 3\times(-11)]\times(-5)$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$B = 13 + [-5\times(1-17)+3]\times(-3)$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$C = 127 - [12\div(-4) - (1-3\times0,2)]\div(-2)$

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

$=$ ....

Exercice 10

En utilisant l'égalité:

$172\times45 = 7740$

Calculer:

$\frac{-7740}{-45} =$ ....

$\frac{-7740}{-172} =$ ....

$\frac{-77,4}{-17,2} =$ ....

$\frac{-774}{-172} =$ ....

$\frac{-77,4}{-1,72} =$ ....

Exercice 11

Compléter par: < ou = ou >

$3\times(-5) - 17$ .... $(3-5) - 17$

$(-19)\times(-407)\times(-908)$ .... $103\times(-708)\times(-407)$

$25\times(-4) - 11$ .... $320 + (-431)$

Exercice 12

1°) E = a - 2b + 13,5

Calculer E pour a = -5 et b = 5

....

....

....

....

2°) F = ab - [a - (3b+1)]

Calculer F pour a = -2 et b = -3

....

....

....

....

Exercice 13

Determiner la valeur de x dans chacun des cas suivant:

1°) $\frac{x}{-4} = -15$

....

....

2°) $\frac{14}{x} = -28$

3°) $-25 \times x = -31$

4°) $\frac{x}{25} = \frac{3}{2}$

Exercice 14

Compléter le tableau ci-dessous:

a	b	c	a - b	ab	bc	-b - ac
-2			-3		15	
	8	-1		-24		
		3			-6	-4

Exercice 14

x et y deux nombres relatifs tel que: xy = -3.

Calculer:

$E = 6 - [(-x)\times(-3)\times y]\times(-2)\times(-x)\times(-y) + xy$

6 Puissance d'un nombre relatif

1 Définitions et vocabulaires

- *n un entier naturel supérieur à 1 et x un nombre relatif.*
  Le produit de n facteurs égaux à x.
  s'écrit x^n et se lit « x puissance n » ou « x exposant n ». $x^n = \underbrace{x \times x \times x \times x \times \ldots \times x}_{n \text{ facteurs}}$
- *On admet:* $x^0 = 1$ *pour* $x \neq 0$
  $x^1 = x$
- *Le nombre x est la base de la puissance x^n.*
  Le nombre n est l'exposant de la puissance x^n.

Exemple: $7 \times 7 \times 7 = 7^3$; $(-5)^4 = (-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)$

Remarques:
- *La puissance x^2 se lit aussi: «x au carré» ou «le carré de x»*
- *La puissance x^3 se lit aussi: «x au cube» ou «le cube de x»*

2 Signe d'une puissance:

La puissance d'un nombre relatif est négative, si et seulement si sa base est négative et son exposant est pair.

Exemple:
- *La puissance $(-17)^3$ est négative*
- *La puissance $(-4{,}3)^7$ est négative*
- *La puissance 7^{13} est positive*
- *La puissance $(-13)^4$ est positive*

3 Puissance de 10:

n un nombre entier naturel: $10^n = \underbrace{1000\ldots0}_{n \text{ zéros}}$

Exemple: $10^0 = 1$; $10^1 = 10$; $10^2 = 100$; $10^6 = 1000000$; $10^9 = 1000.000.000$

4 Propriétés

a et b deux nombres relatifs et m et n deux entiers naturels.

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $(a^m)^n = a^{m\times n}$
- $(a \times b)^m = a^m \times b^m$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ *(avec a et b non nuls)*

Exemples: $\bullet 3^5 \times 27 = 3^5 \times 3^3 = 3^{5+3} = 3^8$; $\bullet \dfrac{7^{11}}{7^8} = 7^{11-8} = 7^3$

$\bullet (2\times a)^4 = 2^4 \times a^4 = 16a^4$; $[(-7)^3\times(-7)^5]^8 = ((-7)^8)^8 = (-7)^{8\times 8} = (-7)^{64}$

5 Notation scientifique d'un nombre

Donner l'écriture scientifique d'un nombre relatif signifie écrire ce nombre sous la forme $a \times 10^p$ avec p un entier et la partie entière du nombre décimal a est formée d'un seul chiffre non nul.

Exemple: $3540 = 3{,}54 \times 10^3$

$3{,}54 \times 10^3$ est l'écriture scientifique du nombre 3540

Exercices résolus

Exercice 1

1°) Calcule: $a = 2^3(5^3 - 1)\times 10^3$

2°) Donner l'écriture scientifique de a

Réponse

$a = 2^3(5^3 - 1)\times 10^3$

$a = 8(125 - 1)\times 10^3$

$a = 8 \times 124 \times 1000$

$a = 992000$

2°) $a = 992000 = 9{,}92 \times 10^5$

$9{,}92 \times 10^5$ est l'écriture scientifique de a.

Exercice 2

a et b deux entiers relatifs non nul:

Simplifier l'expression suivante:

$$\frac{(a^4b^5)^6 \times a^4b^2}{(a^3b)^2\times(a^2)^3}$$

Réponse

$$\frac{(a^4b^5)^6 \times a^4b^2}{(a^3b)^2\times(a^2)^3} = \frac{(a^4)^6\times(b^5)^6\times a^4\times b^2}{(a^3)^2\times b^2\times a^6}$$

$$= \frac{a^{24}\times b^{30}\times a^4\times b^2}{a^6\times b^2\times a^6}$$

$$= \frac{a^{24}\times a^4\times b^{30}\times b^2}{a^6\times a^6\times b^2}$$

$$= \frac{a^{28}\times b^{32}}{a^{12}\times b^2}$$

$$= a^{28-12}\times b^{30-2} = a^{16}\times b^{28}$$

Exercices

Exercice 1

Relier par une flèche:

$(-3)^{100}$	$(-3)^{107}$	-3^{100}	3^7	$(-3)^7\times(-3)^2$	$(-7)^5\times(-4)^3$

Positif   Négatif

Exercice 2

Compléter le tableau suivant:

a	4	-4	0,3	-0,3	1,5	-1,5
a^2			-3		15	
a^3	8	-1		-24		
$(-a)^2$		3			-6	

Exercice 3

Calculer les puissances suivantes:

$(-4)^2$; 3^3 ; $(-10)^6$; $(-10)^6$; $0{,}2^4$; $(7\text{-}8)^9$

Exercice 4

Ecrire sous forme d'une puissance d'exposant supérieur à 1:

9 ; 125 ; -8 ; -27 ; 32

Exercice 5

$x = 2^{72} \times 3^{42} \times 7^{78}$

1°) Montrer que x est le carré d'un nombre entier.

2°) Montrer que x est le cube d'un nombre entier.

Exercice 6

Compléter le tableau ci-dessous:

Le nombre	l'écriture scientifique
450.000.000	
	$3{,}7 \times 105$
7857	
	$9{,}35 \times 10^4$
$378{,}9 \times 10^4$	

Exercice 7

Compléter les égalités:

$3^5 \times \boxed{\ldots} = 3^9$ $7^5\times 7^4\times 7 = 7^{\square}$

$\dfrac{3^7}{\boxed{\ldots}} = 3^2$ $2^4 + 2^{\square} = 2^5$

$3^2 + 2^{\square} = 17$

Exercice 8

Calculer:

$A = 2^3 + 3^2$

$B = 4^2 - 2^4$

$C = 2\times 3^2 - 3^2$

$D = (4\times 3^2 - 2)\times 2$

$E = (3^2 - 2\times 5)^{127}$

Exercice 9

$a = 1{,}3 \times 10^6$ et $b = 8 \times 10^3$

Donner l'écriture scientifique de chacun des nombres suivants: ab ; $a + b$; $a - b$; $\frac{a}{b}$

Exercice 10

a et b deux nombres relatifs.

Réduire les écritures suivantes:

$a \times a \times a \times a \times a =$ ____________

$a^5 \times a^3 \times a =$ ____________

$(a^3)^2 \times a^4 =$ ____________

$(a^2 \times a^3)^2 \times a^6 =$ ____________

$=$ ____________

$(a^4 b^5)^3 \times a^4 \times b^3 =$ ____________

$=$ ____________

$a^4 + a^4 =$ ____________

$=$ ____________

Exercice 11

Calculer astucieusement.

$5^7 \times 2^7 =$ ____________

$=$ ____________

$25^3 \times 4^3 =$ ____________

$=$ ____________

$2^9 \times 5^{10} =$ ____________

$=$ ____________

$\frac{15^7 \times 2^7}{3^7} =$ ____________

$=$ ____________

$=$ ____________

Exercice 12

Calculer:

$8^{20} \cdot 64^{10} =$ ____________

$=$ ____________

$=$ ____________

Exercice 13

Ecrire sous forme d'une puissance de 2

$a = (-2)^5 \times (-2) \times 32$

____

____

____

$b = (-2)^4 \times (16)^3 \times 64$

____

____

____

$C = \frac{2^{n+1} \times 2^n \times 32}{2^{2n} \times 8}$ (avec n un entier)

____

____

____

Exercice 14

La lumière parcourt environ 3×10^5 km par seconde

1°) Calculer la distance que parcourt la lumière en une année.

____

____

____

____

2°) Combien de temps la lumière met-elle pour parcourt la distance $1,5 \times 10^8$km entre le soleil et la lune.

____

____

____

____

Exercice 14

$1m^3$ d'eau de mer contient 0,004mg d'or. Le volume total d'eau de mer sur la terre est de $1,3 \times 10^9 km^3$.

• Calculer la masse totale d'or (en tonnnes) que renferment les océans et les mers.

____

____

____

____

____

____

____

Exercice 16

a , b et c trois nombres relatifs tel que abc = -1

Simplifier les écritures suivantes.

a^2bc ; $a^2b^4c^2$; a^3bc

____

____

____

____

____

____

Exercice 17

La lumière parcourt environ 3×10^5km/s.

Calculer la distance qu'elle parcourt en une année?

____

____

____

____

____

____

Exercice 18

Un astronaute farfelu a communiqué le tableau suivant:

a) Compléter ce tableau en inscrivant un nombre entier ou décimal sur les pointillés.

Astres	Diamètre en km			Distance au soleil en km		
		Ecriture décimal	Notation scientifique		Ecriture sous la forme $a \times 10^n$	
Soleil	14×10^5	____	____	0	____	
Mercure	____	4900	____	$580 \times 10 \times 10^4$	____	____
Vénus	121×10^2	____	____	110.000.000	____	____
Terre	$1,27 \times 10^4$	____	____	____	150×10^6	____
Mars	____	____	$6,8 \times 10^3$	____	____	$2,3 \times 10^8$
Jupiter	____	140.000	____	$7,8 \times 10^8$	____	____
Saturne	$11^2 \times 1000$	____	____	____	____	$1,4 \times 10^9$
Uranus	____	____	$5,1 \times 10^4$	29×10^8	____	____
Neptune	48500×10^0	____			4500×10^6	____
	____	____	4×10^3	$0,59 \times 10^{10}$	____	____

b) Les planètes situées à plus d'un millard de km du soleil:

____

c) y a t-il une planète située à poins de 100 millions de km de soleil? Si oui, laquelle?

____

d) Classe ces planètes par ordre croissant des diamètres.

____

____

1er semèstre

Géométrie

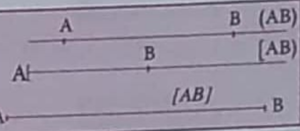
- Parallèles et Perpendiculaires
- Périmètres et Surfaces
- Angles
- Les triangles
- Droites remarquables dans un triangle

1 Parallèles et Perpendiculaires

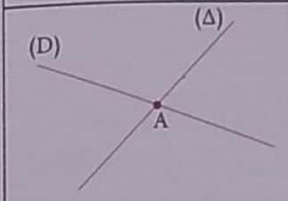
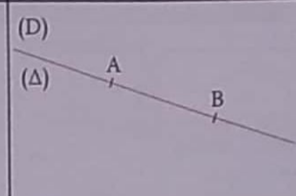
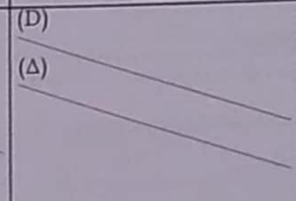
L'essentiel du cours

1 Rappels

• *La droite qui passe par deux points distincts A et B est notée : (AB)*
• *La demi-droite d'origine A et qui passe par un point B est notée : [AB)*
• *Le segment d'extrémités les points A et B est noté : [AB]*



2 Positions relatives de deux droites

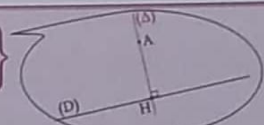
Si deux droites ont un seul point commun; on dit ces deux droites sont <u>sécantes</u>.	Si deux droites ont deux points commun; on dit ces deux droites sont <u>confondues</u>.	Si deux droites n'ont aucun point commun; on dit ces droites sont <u>parallèles</u>.
		
(D) et (Δ) sont sécantes.	*(D) et (Δ) sont confondues.*	*(D) et (Δ) sont parallèles.*

Remarque

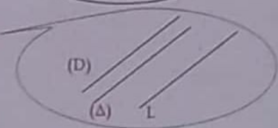
• *Chaque droite est parallèle à elle même.*
• *Si deux droites sécantes forment un angle droit, on dit ces deux droites sont perpendiculaires.*

3 • Propriétés

• *Par tout point du plan, il passe une perpendiculaire et une seule à une droite donnée.*

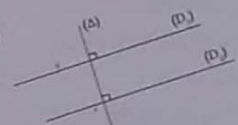


• *Deux droites parallèles à une même droite sont parallèles.*



• *Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.*

• *Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.*



4 • Distances

Définition 1

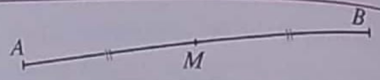
- *La longueur d'un segment [AB] est la distance entre le point A et le point B.*
- *La distance entre deux points A et B est notée: AB*

Définition 2

- *Le milieu d'un segment est le point qui partage le segment en deux segments égaux.*

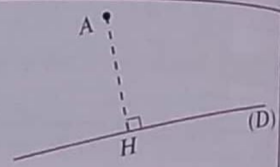
Propriété:

Si M est milieu de [AB] alors $MA = MB = \frac{AB}{2}$



Définition 3

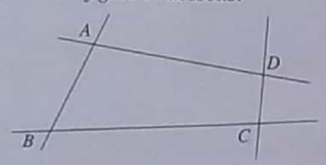
- *Dire que H est la projection orthogonale d'un point A sur une droite (D).*
  signifie que: H appartient à (D) et (AH) $\perp$ *(D).*
- *La distance AH est la distance entre le point A et la droite (D).*



Exercices résolus

Exercice 1

On considère la figure ci-dessous.



A l'aide des lettres indiquées.
1) Nommer toutes les droites qui sont tracées.
2) Nommer les droites qui auraient pu être tracées.
3) Nommer les demi-droites d'origine B qui sont tracées.
4) Nommer les segments tracés, dont une des extrémités est C.

Réponse

1) (AD) ; (AB) ; (DC) ; (BC)

2) (AC) ; (BD)

3) [BC) ; [BA)

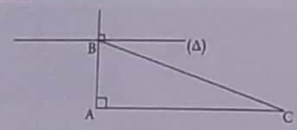
4) [BC] ; [CD]

Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en A.
- *(Δ) est perpendiculaire à (AB) en B.*
  1) Construire une figure.
  2) Montrer que: (Δ) // (AC)

Réponse

1)



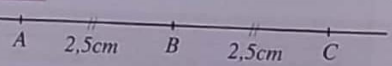
2) *Le triangle ABC est rectangle en A*
donc : (AB) $\perp$ *(AC) et puisque (AB)* $\perp$ *(Δ)*
on a : $\boxed{(AC) \parallel (\Delta)}$

Exercice 3

- *[AB] est un segment tel-que AB = 2,5cm.*
  C est un point de [AB) telque AC = 5cm
  1) Contruire une figure .
  2) Montrer que B est milieu de [AC].

Réponse

1)



2) Puisque: $C \in [AB)$ *et* $AC > AB$
donc: $B \in [AC]$
Signifie que : $AB + BC = AC$
$2,5 + BC = 5$
$BC = 5 - 2,5$
Donc: $\boxed{BC = 2,5cm}$
- *De* $AB = BC = 2,5$ *et* $B \in [AC]$
On conclut que B est milieu de [AC].

Exercices

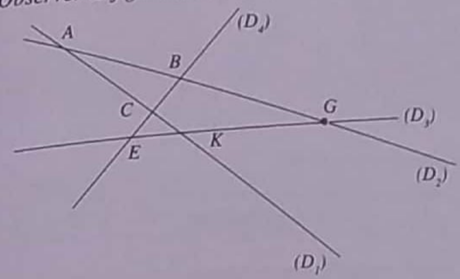
Exercice 1

Compléter par " Vrai " ou " Faux "

• Si MA = MB alors M milieu de [AB]	
• Par deux points ditincts passe une et une seule droite.	
• Par un point il ne passe que deux droites distinctes.	
• Par un point, il passe plusieurs droites.	
• Par un point, il passe une droite et une seule parallèle à une droite.	
• Deux droites perpendiculaires à une même droite sont perpendiculaires	

Exercice 2

Observer la figure ci-dessous:

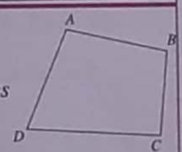


Compléter le tableau par " ∈ " ou " ∉ "
(∈ = appartient ; ∉ = n'appartient pas)

	(D_1)	(D_2)	(D_3)	(D_4)
A				
B				
C				
E				
K				
G				

Exercice 3

ABCD est un quadrilatère.
1) Citer toutes les droites formées par les points A;B;Cet D.



....

....

2) Citer toutes les demi-droites formées par les points A ; B ; C et D.

....

....

3) Citer tous les segments formés par les points A ; B ; C et D.

....

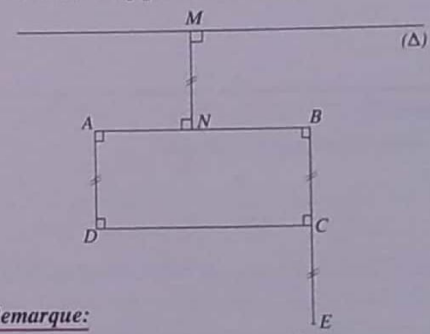
....

Exercice 4

Tracer les points A ; B ; C et D tels que:
$C \in [BD]$; $B \in [AD]$; $E \notin [AD]$; $D \in [AE]$.

Exercice 5

On considère la figure ci-dessous:



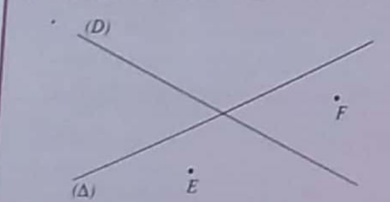
Remarque:
- *Le symbole " // " se lit parallèle*
- *Le symbole " ⊥ " se lit perpendiculaire*
- *Le symbole " ∦ " se lit non parallèle*

Compléter avec l'un des symboles suivants: $\perp$; // ; ∦ ; =

(AB).......(DC) ; (AB)...........(MN)
(AN).......(AB) ; (AD)...........(DC)
(MN).......(CE) ; (MN)..........(DC)
(Δ).......(AD) ; (Δ)..............(DC)
(AE)......(BD) ; (AD)...........(CE)

Exercice 6

Dessiner deux points A et B tels que:
$B \in (\Delta)$; $A \in (D)$; $AE = BF = EF$

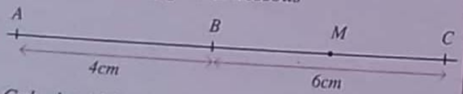


Exercice 7

Construire un triangle ABC, tels que:
$BC = 3cm$; $AB = 6cm$; $AC = 5cm$

Exercice 8

On considère la figure ci-dessous



Calculer AM sachant que M est le milieu de [BC].

....

....

....

Exercice 9

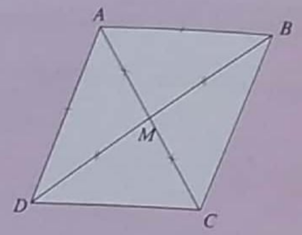
A ; B ; C ; E quatre points et (D_1); (D_2) ; (D_3) ; (D_4) sont quatre droites.

	(D_1)	(D_2)	(D_3)	(D_4)
A	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\in$
B	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\in$
C	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$
E	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$

Construire une figure suivant les données du tableau ci-dessus.

Exercice 10

On considère la figure ci-dessous:

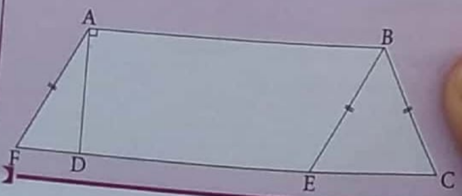


Relier avec une flèche:

(AB) et (CD) sont parallèles	Vrai
(BC) et (BD) sont Sécantes	
A milieu de [BD]	Faux
M milieu de [CA]	
ABCD est un parallèlogramme	
ABCD est un losange	
BC = CD	

Exercice 11

On considère la figure ci-dessous tels que:
$AF = BE$ et $AB = FE$.

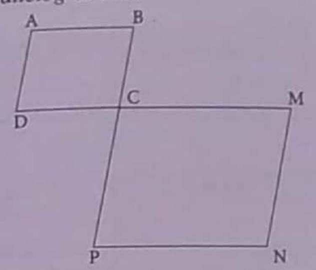


Compléter par ce qui convient : parallèles - sécantes - isocèle - rectangle - parallélogramme - trapèze.

- (AB) et (CF) sont ....
- (AB) et (AD) sont ....
- (EC) et (AD) sont ....
- Le triangle BEC est ....
- Le quadrilatère ABEF ....
- Le quadrilatère ABCD ....
- Le triangle ADF ....
- Le quadrilatère ABCF ....

Exercice 12

Dans la figure suivante : CMNP et ABCD sont deux parallélogrammes



Compléter le tableau suivant par :" // " ou " $\not\parallel$ "

(CD)	(PN)	(DP)	(AB)	
				(DC)
				(MN)
				(AD)
				(AB)
				(BM)
				(CM)

Exercice 13

Construire trois points distincts A ; B et C et trois droites (D_1) ; (D_2) et (D_3) tels que:

- (D_1) et (D_3) sont sécantes en A.
- (D_2) et (D_3) sont sécantes en B.
- (D_1) et (D_2) sont sécantes en C.

Exercice 14

Compléter le tableau suivant:

	(Δ_1)	(Δ_2)	(Δ_3)	(Δ_4)
(Δ_1)	//		$\perp$	
(Δ_2)	//			
(Δ_3)				
(Δ_4)			$\perp$	

Exercice 15

L'écriture $\mathcal{C}(o;r)$ signifie le cercle de centre o et de rayon r.

1) Construire deux points A et B tel que: $AB = 5cm$.
2) Construire les cercles $\mathcal{C}(A;3cm)$ et $\mathcal{C}'(B;4cm)$.
3) Construire E et F les points d'intersection de $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$

2) Calcule P le périmètre du quadrilatère AEBF.

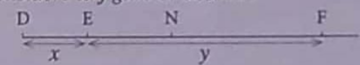
....

....

....

Exercice 16

On considère la figure ci-dessous



- Sachant que N est le milieu de [DF], calcule DN en fonction de x et de y.

....

....

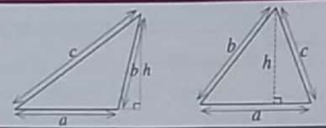
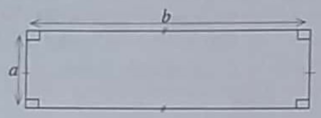
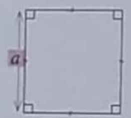
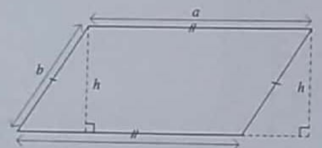
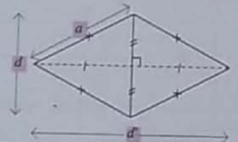
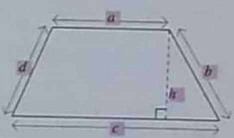
....

....

....

2 Périmètres et Surfaces

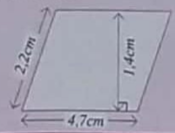
L'essentiel du cours

Noms	Figures	Le périmètre P	La surface S
Triangle		P=a+b+c	$S = \frac{a \times h}{2}$
Rectangle		P=(a+b)×2	$S = a \times b$
Carré		P=4×a	$S = a \times a$
Parallélogramme		P=(a+b)×2	$S = a \times h$
Losange		P=4×a	$S = \frac{d \times d'}{2}$
Trapèze		P=a+b+c+d	$S = \frac{(a+c) \times h}{2}$
Cercle et disque		P=2.π.R	$S = \pi \times R \times R$

Exercices résolus

Exercice 1

On considère le parallélogramme ci-dessous. A l'aide des indications portées. Calculer son périmètre et son aire.



Réponse:

• *Soit P le périmètre du parallélogramme donc :* $P = 2 \times (2,2 + 4,7)$

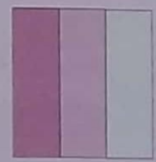
$\boxed{P = 13,8cm}$

• *Soit S la surface de ce parallélogramme donc :* $S = 1,4 \times 4,7$

$\boxed{S = 6,58cm^2}$

Exercice 2

On partage un carré en trois rectangles superposables. Si l'aire de chacun des rectangles est égale à 27cm², quel est le périmètre du carré et de chaque rectangle ?



Réponse:

• *S est la surface du carré donc* $S = 3 \times 27cm^2$

$\boxed{S = 81cm^2}$

• *Soit a le côté du carré sachant que :* $S = a \times a$ *et* $S = 81$*donc* $a \times a = 81$

$a \times a = 9 \times 9$

$\boxed{a = 9}$

• P_1 *le périmètre du carré donc* $P_1 = 4 \times a = 4 \times 9 = 36$

$\boxed{P_1 = 36cm}$

• P_2 *le périmètre de l'un de ces trois rectangles*

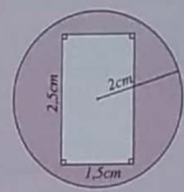
$P_2 = 2 \times \left(\frac{1}{3} \times 9 + 9\right)$

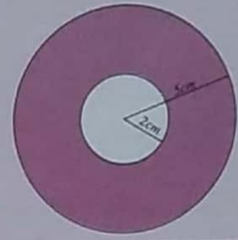
$P_2 = 2 \times (3 + 9) = 2 \times 12$

$\boxed{P_2 = 24cm}$

Exercice 3

Déterminer les valeurs des aires coloriées ci-dessous.





Réponse: On prend : $\pi \simeq 3,14$

1) •*La surface coloriée est la différence entre la surface du disque de rayon 2cm et le rectangle de dimensions 2,5cm et 1,5cm.*

• *Soient : S la surface coloriée .*

S_1 *la surface du disque .*

S_2 *la surface du rectangle .*

donc : $S = S_1 - S_2$

$S = \pi \times 2 \times 2 - 2,5 \times 1,5$

$S = 12,56 - 3,75$

$\boxed{S = 8,81cm^2}$

2) *Soient : s la surface coloriée .*

s_1 *la surface du disque de rayons 5cm .*

s_2 *la surface du disque de rayon 2cm .*

donc : $s = s_1 - s_2$

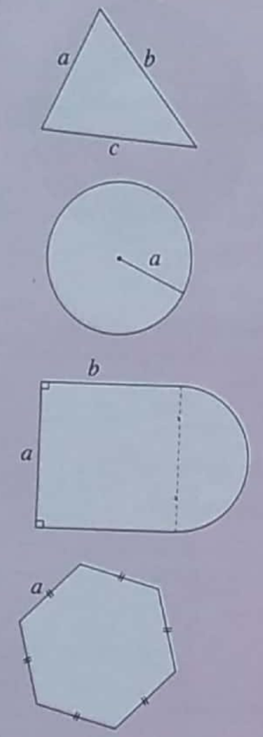
$s = \pi \times 5 \times 5 - \pi \times 2 \times 2$

$s = \pi \times 25 - \pi \times 4$

$\boxed{s = 65,94cm^2}$

Exercice 1

Relier par une flèche chaque figure à l'expression qui exprime son périmètre.



$\boxed{a + 2b + \frac{\pi \times a}{2}}$

$\boxed{6a}$

$\boxed{a + b + c}$

$\boxed{2\pi a}$

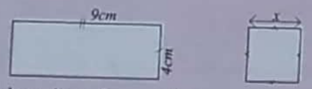
Exercice 2

Compléter:

$45cm^2 = ...dm^2$; $8,9m^2 = ...dm^2$

$180mm^2 = ...cm^2$; $49000mm^2 = ...m^2$

Exercice 3



Calculer la valeur de x sachant que le rectangle et le carré ont la même aire.

....

....

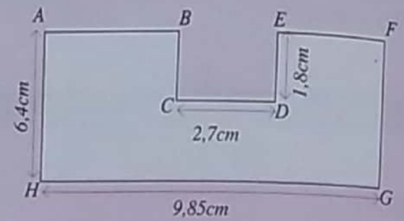
....

....

....

Exercice 4

Calculer le périmètre et la surface du polygone ABCDEFGH ci-dessous.



....

....

....

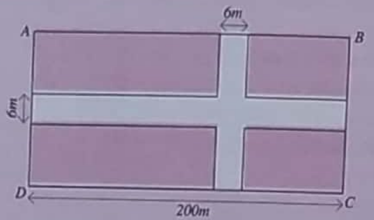
....

....

....

Exercice 5

Calculer l'aire de la partie coloriée sachant que l'aire du rectangle ABCD est 1,8 ha.



....

....

....

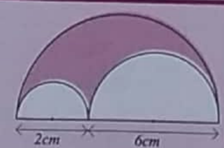
....

....

....

Exercice 6

Calculer la surface de la partie coloriée dans la figure ci-contre.



....

....

....

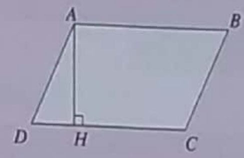
....

....

....

Exercice 7

ABCD est un parallélogramme et AH sa hauteur.



Compléter le tableau suivant:

CD	4,5		3,5	18
AH		8,7	2,4	12
Aire de ABCD	12,15	79,17		

Exercice 8

Compléter:

$35a = ...cm^2$; $790000m^2 = ...a$

$70.000m^2 = ...ha$; $7400ca = ...m^2$

$79000ha = ...km^2$; $0,3km^2 = ...ha$

Exercice 9

ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD].

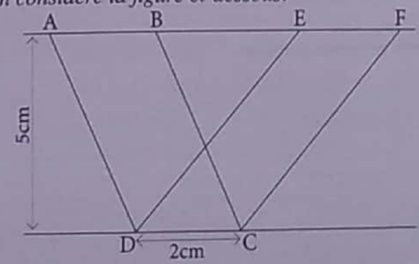
h sa hauteur.

Compléter le tableau suivant:

AB	3	4,6	2,7	
DC	8,5		6,3	5
AB+DC		4		
h	4,5	3,5		3
(AB+DC)×h				
Aire de ABCD			23,4	13,8

Exercice 10

On considère la figure ci-dessous.



Calculer l'aire des deux parallèlogrammes ABCD et EFCD.

....

....

....

....

....

....

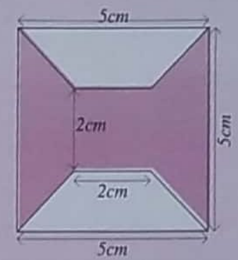
....

....

....

Exercice 11

Calculer l'aire de la plaque métalique suivante:



....

....

....

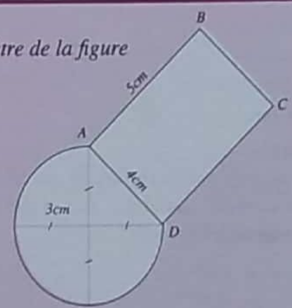
....

....

....

Exercice 12

Calculer le périmètre de la figure suivanre:



....

....

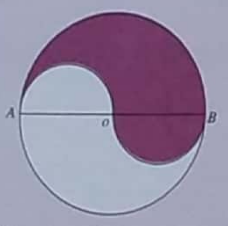
....

....

....

....

Exercice 13



Sachant que AB =6cm. Calculer l'aire de la partie coloriée.

....

....

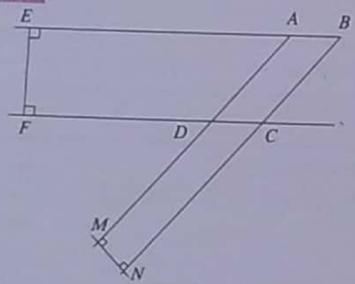
....

....

....

....

Exercice 14



Sachant que la surface du parallélogramme ABCD est $5,4cm^2$, que AD = 3cm et que EF = 1,5cm, calculer AB et MN.

....

....

....

....

....

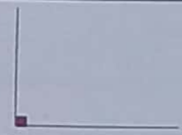
....

....

3 Angles

L'essentiel du cours

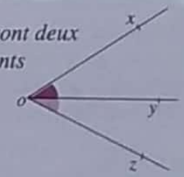
1 Vocabulaire:

Type	Dessin	Mesure
Angle aigu		inférieure à 90°
Angle droit		égale à 90°
Angle obtu		comprise entre 90° et 180°
Angle plat		égale à 180°

2 Angles adjacents:

- Deux angles sont adjacents lorsqu'ils ont le même sommet, un côté commun et qu'ils sont situés de part et d'autre du côté commun.
- Si les angles $x\hat{o}y$ et $y\hat{o}z$ sont adjacents. alors: $x\hat{o}y + y\hat{o}z = x\hat{o}z$

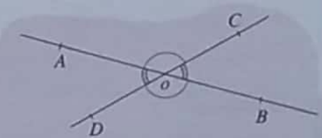
• $x\hat{o}y$ et $y\hat{o}z$ sont deux angles adjacents



3 Angles opposés par le sommet:

On dit que deux angles sont opposés par le sommet lorsque:

- Ils ont le même sommet.
- Ils ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre.



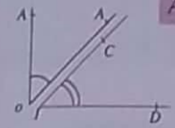
• Les angles $A\hat{O}C$ et $B\hat{O}D$ sont opposés par le sommet.

- Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure

• $A\hat{O}C = B\hat{O}D$
• $A\hat{O}D = B\hat{O}C$

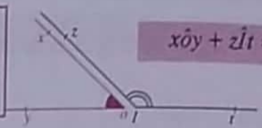
4 Angles complémentaires, angles supplémentaires:

• Deux angles sont complémentaires quand la somme de leurs mesures est 90°.



$\widehat{AOB} + \widehat{CID} = 90°$

• Deux angles sont supplémentaires quand la somme de leurs mesures est 180°.



$\widehat{xoy} + \widehat{zIt} = 180°$

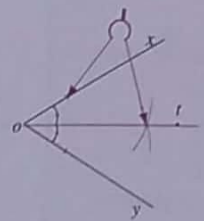
5 Bissectrice d'un angle:

Définition

• La bissectrice d'un angle est la demi droite issue du sommet qui partage cet angle en deux angles égaux.

• Si [ot) est la bissectrice de l'angle $\widehat{xoy}$.

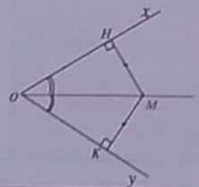
Alors: $\widehat{xot} = \widehat{toy} = \dfrac{\widehat{xoy}}{2}$



Théorème

• Si un point appartient à la la bissectrice d'un angle alors ce point est équidistant aux côtés de l'angle.

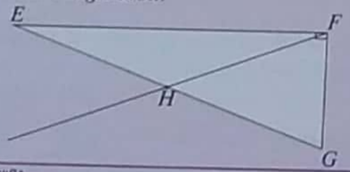
• Si un point est équidistant aux côtés d'un angle alors ce point appartient à la bissectrice de cet angle.



Exercices résolus

Exercice 1

Dans la figure ci-dessous:
1) Citer 7 angles.
2) Citer l'angle droit.

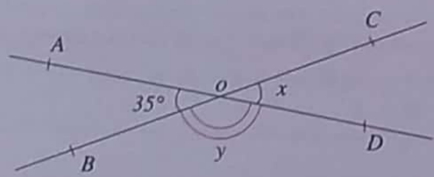


Réponse

1) 7 angles :
• $\widehat{EFH}$; $\widehat{HFG}$; $\widehat{FHG}$; $\widehat{EHF}$; $\widehat{FGH}$; $\widehat{FEG}$; $\widehat{EFG}$
2) L'angle droit est : $\widehat{EFG}$.

Exercice 2

Calculer les valeurs des angles désignés par x et y.



Réponse

● Les deux angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ sont opposés par le sommet o.

Donc: $\widehat{AOB} = \widehat{COD}$
On sait que: $\widehat{AOB} = 35°$
Donc: $\widehat{COD} = 35°$
Par suite: $\boxed{x = 35°}$

● Les deux angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOD}$ sont adjacents et supplémentaires.

Donc: $\widehat{AOB} + \widehat{BOD} = 180°$

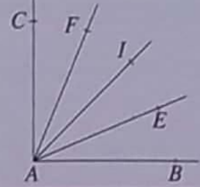
On sait que: $\widehat{AOB} = 35°$

Donc: $35° + \widehat{BOD} = 180°$
$\widehat{BOD} = 180° - 35° = 145°$

Par suite: $\boxed{y = 145°}$

Exercice 3

Dans la figure ci-dessous on a:
• $\widehat{BAC} = 80°$
• [AI) bissectrice de $\widehat{BAC}$
• [AE) bissectrice de $\widehat{BAI}$
• [AF) bissectrice de $\widehat{CAI}$
Montrer que [AI) est bissectrice de $\widehat{EAF}$



Réponse

• [AI) est la bissectrice de $\widehat{BAC}$,
donc: $\widehat{BAI} = \widehat{CAI} = 40°$
• [AE) est la bissectrice de $\widehat{BAI}$,
donc: $\widehat{BAE} = \widehat{EAI} = 20°$,
• [AF) est la bissectrice de $\widehat{CAI}$,
donc: $\widehat{IAF} = \widehat{FAC} = 20°$
On conclut: $\widehat{EAI} = \widehat{IAF}$
Donc: [AI) est la bissectrice de $\widehat{EAF}$

Exercices

Exercice 1

Vrai ou Faux ?
1) La somme de deux angles complémentaires est un angle droit.
2) Le complémentaire d'un angle de 38° est un angle de 62°.
3) La somme de deux angles supplémentaires est un angle plat.
4) Le suplémentaire d'un angle de 40° est un angle droit.

Exercice 2

Pour les questions (1) et (2):

a) Construire le dessin en respectant les mesures indiquées.
b) Calculer la mesure de $\widehat{xoz}$
c) Que peut-on dire des demi-droites [ox) et [oz)?

Figure 1:

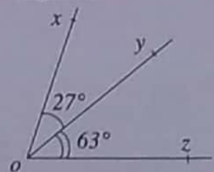
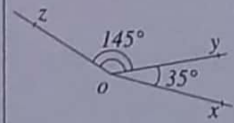


Figure 2:



1) a) Figure (1)

b) Calculer $\widehat{xoz}$

c) Conclusion:

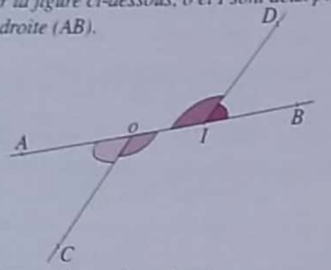
2) a) Figure (2):

b) Calculer de $x\hat{o}z$

c) Conclusion:

Exercice 3

Sur la figure ci-dessous, o et I sont deux points de la droite (AB).



1) Nommer les angles coloriés.

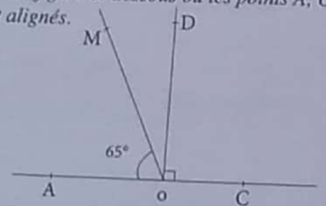
2) • Citer les angles coloriés qui sont aigus.

• Citer les angles coloriés qui sont obtus.

3) Citer deux angles plats de cette figure.

Exercice 4

On donne la figure ci-dessous où les points A; O et C sont alignés.



Compléter les égalités suivantes:

$A\hat{O}C$ = ... ; $C\hat{O}D$ = ...

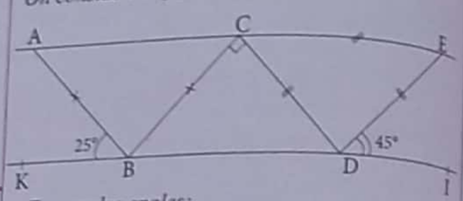
$D\hat{O}A$ = ... ; $M\hat{O}D$ = ... − ...... = ...

$M\hat{O}C$ = ... − 65° = ...

$C\hat{O}M$ = ... + ... = ...

Exercice 5

On considère la figure suivante.



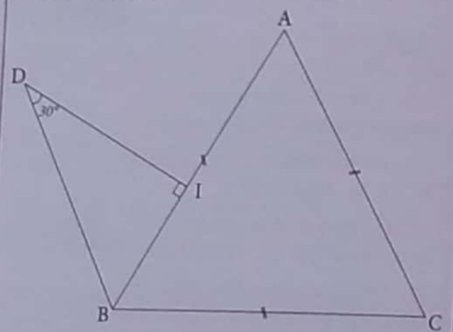
• Trouver les angles:

* $C\hat{D}E$; $B\hat{D}C$

* $C\hat{B}D$; $A\hat{B}C$, $B\hat{A}C$

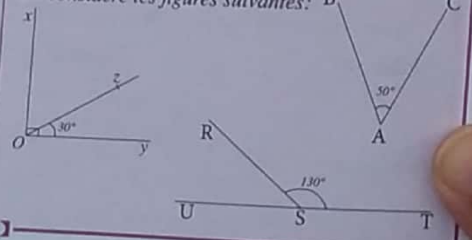
Exercice 6

La droite (AB) est-elle bissectrice de $C\hat{B}D$?



Exercice 7

On considère les figures suivantes:



Compléter par Vrai ou Faux:

• Les angles $x\hat{o}z$ et $z\hat{o}y$ sont isométriques

• Les angles $x\hat{o}z$ et $z\hat{o}y$ sont complémentaires

• Les angles $B\hat{A}C$ et $R\hat{S}U$ sont isométriques

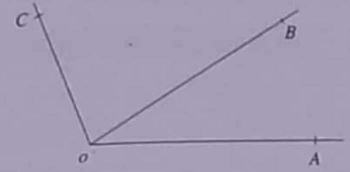
• Les angles $R\hat{S}U$ et $R\hat{S}T$ sont supplémentaires

• Les angles $x\hat{o}z$ et $x\hat{o}y$ sont adjacents

• Les angles $B\hat{A}C$ et $R\hat{S}T$ sont supplémentaires

Exercice 8

On considère la figure ci-dessous:

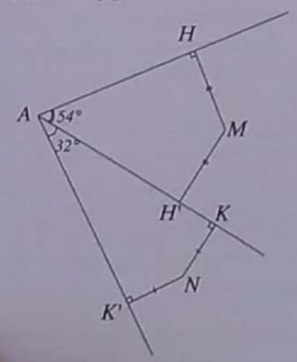


1) Tracer les bissectrices [OI) et [OJ) respectivement des angles $A\hat{O}B$ et $B\hat{O}C$.

2) Quelle est la mesure de l'angle $I\hat{O}J$ dans le cas où $A\hat{O}C = 118°$.

Exercice 9

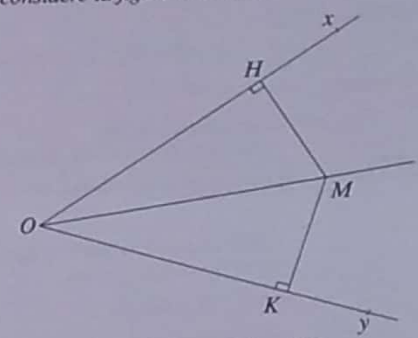
On considère la figure ci-dessous:



• Montrer que $M\hat{A}N = 43°$

Exercice 10

On considère la figure ci-dessous:



Sachant que $x\hat{o}y = 80°$ et $x\hat{o}M = 40°$.

• Montrer que MH = MK :

Exercice 11

1) • Tracer deux angles $x\hat{o}y$ et $y\hat{o}z$ adjacents et supplémentaires.

• Tracer [OI) et [OJ) les bissectrices respectivement de $x\hat{o}y$ et $y\hat{o}z$.

Figure :

2) Montrer que les droites (oI) et (oJ) sont perpendiculaires.

Exercice 12

1) • Tracer un angle $x\hat{o}y$ et sa bissectrice [ot)

• Tracer: [ou) la bissectrice de $x\hat{o}t$

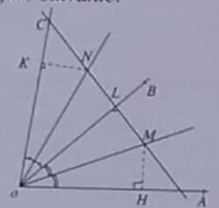
[ov) la bissectrice de $t\hat{o}y$

Figure:

2)Monter que [ot) est bissectrice de $U\hat{O}V$.

Exercice 13

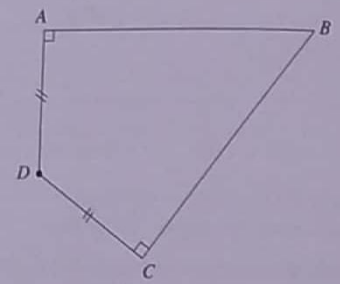
On donne la figure suivante:



Montrer que: $MH + NK = MN$

Exercice 14

On donne la figure ci-dessous:



1) Montrer que: $C\hat{D}B = A\hat{D}B$

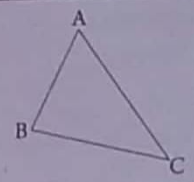
2) Montrer que: $BA = BC$

4 Les triangles

L'essentiel du cours

1 Définitions et vocabulaires

- Le triangle est un polygone de trois côtés.
- Trois points A; B et C non alignés forment un triangle noté: ABC.
- Les points A, B et C sont les sommets du triangle ABC.
- Les segments [AB]; [AC] et [BC] sont les côtés du triangle ABC.
- $A\hat{B}C$, $A\hat{C}B$ et $B\hat{A}C$ sont les angles du triangle ABC.



2 Propriétés

1) La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

Exemple: Dans le triangle ABC
on a : $\boxed{A\hat{B}C + A\hat{C}B + B\hat{A}C = 180°}$

2) La somme des mesures de deux côtés d'un triangle est superieur à la mesure du troisième côté.

Exemple: Dans le triangle ABC
on a : $\begin{cases} AB + AC > BC \\ AB + BC > AC \\ AC + BC > AB \end{cases}$

3 Triangles particuliers:

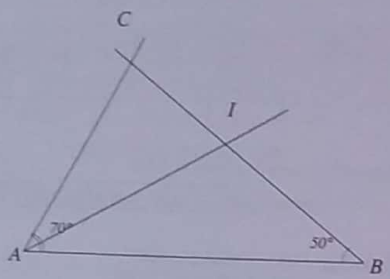
Nature	Définitions	Propriétés	Exemples
Triangle rectangle	• Le triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit. • Le côté opposé à l'angle droit est appellé:hypoténuse.	• Les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires. • Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le plus grand côté.	• ABC un triangle rectangle en A. • $\hat{A} = 90°$. • $\hat{B} + \hat{C} = 90°$. • $BC > AB$ et $BC > AC$.
Triangle isocèle	• Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés égaux.	• Si un triangle est isocèle alors ses angles à la base sont égaux. • Si un triangle a deux angles égaux, alors il est isocèle.	• ABC un triangle isocèle de sommet A * $AB=AC$ * $A\hat{B}C = A\hat{C}B$
Triangle équilatéral	• Un triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés sont égaux.	• Les trois angles d'un triangle équilatéral sont égaux. • La mesure de chaque angle d'un triangle équilatéral est égale à 60°.	ABC un triangle équilatéral • $AB=AC=BC$ • $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60°$.

Exercice 1

1) Tracer un triangle ABC tels que AB=4cm;
$\hat{ABC} = 50°$; $\hat{BAC} = 70°$.
2) Calculer $\hat{ACB}$.
3) La bissectrice de l'angle $\hat{BAC}$ coupe [BC] en I.
• Calculer $\hat{AIB}$.

Réponse

1) Figure:



2) Dans le triangle ABC on a :

$\hat{ABC} + \hat{BAC} + \hat{ACB} = 180°$ sachant que

$\hat{ABC} = 50°$ et $\hat{BAC} = 70°$.

on a : $50° + 70° + \hat{ACB} = 180°$

signifie que : $120° + \hat{ACB} = 180°$

$\hat{ACB} = 180° - 120°$

d'où : $\boxed{\hat{ACB} = 60°}$

3) • [AI) est la bissectrice de l'angle $\hat{BAC}$

donc : $\hat{BAI} = \frac{\hat{BAC}}{2} = \frac{70°}{2} = 35°$

• Dans le triangle ABI on a :

$\hat{ABI} + \hat{BAI} + \hat{AIB} = 180°$ et $\hat{ABI} = \hat{ABC} = 50°$

signifie : $50° + 35° + \hat{AIB} = 180°$

$85° + \hat{AIB} = 180°$

$\hat{AIB} = 180° - 85°$

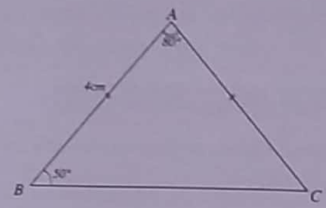
d'où : $\boxed{\hat{AIB} = 95°}$

Exercice 2

1) Tracer un triangle ABC tels que: AB=4cm;
$\hat{ABC} = 50°$; $\hat{BAC} = 80°$.
2) Montrer que BC<8cm.

Réponse

1) Figure:



2) Dans le triangle ABC on a :

$\hat{ACB} = 180° - (\hat{ABC} + \hat{BAC})$

$\hat{ACB} = 180° - (50° + 80°)$

$\hat{ACB} = 180° - 130°$

$\boxed{\hat{ACB} = 50°}$

et comme : $\hat{ABC} = 50°$

alors $\hat{ACB} = \hat{ABC}$

d'où le triangle ABC est isocèle de sommet A.

donc : AB=AC

Puisque AB=5cm alors $\boxed{AC = 5cm}$

• Dans le triangle ABC on a : BC<AB+AC

signifie: $BC < 4 + 4$

d'où: $\boxed{BC < 8cm}$

Exercice 1

ABC est un triangle tel que :
$\hat{BAC} = 42°$; $\hat{ABC} = 25°$ donc $\hat{ACB}$ = ?

☐ 23° ☐ 113° ☐ 133°

Exercice 2

ABC est un triangle.
Compléter le tableau ci-dessous:

$\hat{A}$	40°		53°	35°
$\hat{B}$	80°	30°		110°
$\hat{C}$		50°	70°	

Exercice 3

ABC est un triangle isocèle en A

Compléter convenablement :
1) Si AB=5cm et BC=3cm alors AC=.......cm
2) Si $\hat{BAC} = 48°$ alors $\hat{ABC}$ = ... et $\hat{ACB}$ = ...
3) Si $\hat{ABC} = 53°$ alors $\hat{ACB}$ = ... et $\hat{BAC}$ = ...
4) Si $\hat{ACB} = 45°$ alors $\hat{ABC}$ = ... et $\hat{BAC}$ = ...
Dans ce cas, le triangle ABC est ....
....

Exercice 4

1) Tracer un triangle ABC
tels que : $\hat{A} = 50°$ et $\hat{C} = 70°$

2) Calculer $\hat{B}$

....
....
....
....

Exercice 5

Je suis un triangle ABC rectangle en A; mon angle $\hat{B}$ mesure 39°.
Calculer la mesure de mon troisième angle.

....
....
....
....
....

Exercice 6

1) Tracer un triangle ABC isocèle de sommet A tel que $\hat{ABC} = 70°$

2) Calculer $\hat{BAC}$:

....
....
....
....
....

Exercice 7

Tracer un triangle équilatéral de périmètre 16,2cm.

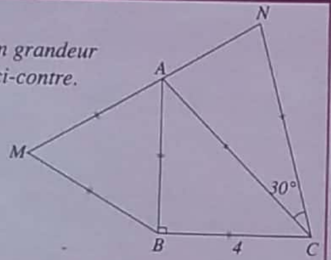
Exercice 8

Avec les seuls renseignements donnés, dans quels cas ne peut-on pas.
Tracer le triangle MNP.

1) MP=6cm; NP=8cm; $\hat{N} = 35°$
2) MP=7cm; $\hat{M} = \hat{P} = 110°$
3) MP=7cm; $\hat{M} = \hat{P} = 80°$
4) MN=6cm; $\hat{N} = 40°$; $\hat{P} = 60°$.

Exercice 9

1) Reproduire en grandeur réelle la figure ci-contre.



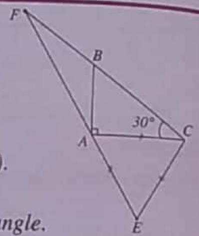
2) Pourquoi les points M;A et N sont alignés?

Exercice 10

On veut tracer un triangle ABC, sachant que: AB = 6cm et AC = 4cm.
Trouver toutes les valeurs entières possibles de BC.

Exercice 11

ABC est un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ACB} = 30°$
ACE est équilatéral et F est l'intersection de (BC) et (AE).



1) Montrer que EFC est rectangle.

2) Montrer que $\widehat{EFC} = 30°$

3) Montrer que ABF est isocèle

Exercice 12

EFG un triangle tels que: $\widehat{EFG} = 40°$ et $\widehat{FEG} = 100°$

1) Calculer $\widehat{EGF}$.

2) La bissectrice de l'angle $\widehat{FEG}$ coupe [FG] en I.
• Montrer que le triangle EIF est rectangle.

b) Montrer que le triangle IAB est isocèle.

c) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{AIB}$.

Exercice 13

ABC est le triangle tels que : AC = 5cm; $\widehat{BAC} = 100°$; $\widehat{ACB} = 60°$.

1) Calculer $\widehat{ABC}$

2) I le point de [BC] tel que $\widehat{IAC} = 80°$.
a) Tracer la figure:

5 Droites remarquables dans un triangle

L'essentiel du cours

1 Médiatrice d'un segment

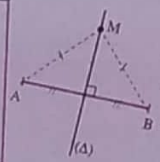
Définition :

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Propriétés:

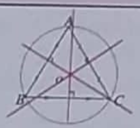
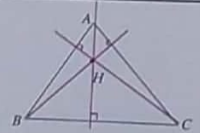
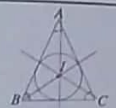
➲ *Tout point appartenant à la médiatrice d'un segment est équidistant aux extrémités de ce segment.*

➲ *Si un point est équidistant aux extrémités d'un segment, alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.*



• *(Δ) est médiatrice de [AB] et M appartient à (Δ)*
Donc: MA = MB

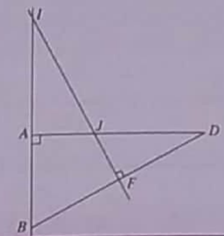
2 Droites remarquables:

Droites remarquables	Définitions	Propriétés	Exemples
Médiatrices d'un triangle	• *La médiatrice de chaque côté d'un triangle est appelée médiatrice de ce triangle.*	• *Les médiatrices d'un triangle sont concourantes; leur point de concours est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.*	 *o est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC*
Hauteurs d'un triangle	• *On appelle hauteur d'un triangle; chaque droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.*	• *Les hauteurs d'un triangle sont concourantes, leur point de concours est <u>l'orthocentre</u> du triangle.*	 *H est l'orthocentre du triangle ABC.*
Bissectrices d'un triangle	• *La bissectrice de chaque angle d'un triangle est appelée bissectrice de ce triangle.*	• *Les bissectrices d'un triangle sont concourantes, leur point de concours est le centre du cercle inscrit dans le triangle.*	 *I est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC.*

Exercices résolus

Exercice 1

Sur la figure ci-dessous, le triangle BAD est rectangle en A et la droite (IF) est perpendiculaire à la droite (BD).
Démontrer que les droites (ID) et (BJ) sont perpendiculaires.



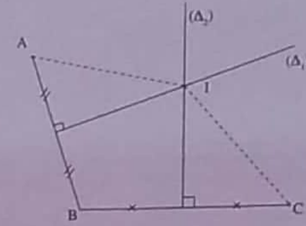
Réponse

En considérant le triangle BID
On a (IF) perpendiculaire à (BD) au point F et (DA) perpendiculaire à (BI) au point A.
Donc: [IF] et [DA] sont deux hauteurs du triangle BID.
et comme (IF) et (DA) se coupent en J, alors J et l'orthocentre du triangle BID.
d'où la hauteur issue de B passe par J.
Donc (BJ) est la hauteur relative au côté [DI].
Ce qui signifie que (ID) et (BJ) sont perpendiculaires.

Exercice 2

• *A ; B et C trois points non alignés.*
• *(Δ_1) est la médiatrice de [AB].*
(Δ_2) est la médiatrice de [BC].
• *I est le point d'intersection de (Δ_1) et (Δ_2).*
Montrer que: IA = IC

Réponse



I est le point d'intersection de (Δ_1) et (Δ_2).
Donc: I appartient à (Δ_1) et I appartient à (Δ_2) et comme (Δ_1) est médiatrice de [AB] et (Δ_2) est médiatrice de [BC].
Alors IA = IB et IB = IC
et par conséquent: IA = IC

Exercices

Exercice 1

1°) Tracer un triangle MNP tel que:
$NP = 5cm$; $\widehat{MNP} = 80°$ et $\widehat{MPN} = 40°$.
Tracer son orthocentre H.

2°) Tracer un triangle RST tel que:
$RS = 6cm$; $ST = 5cm$ et $\widehat{RST} = 50°$.
Tracer son cercle inscrit.

3°) Tracer un triangle ABC tel que:

$AB = 5cm$; $AC = 6cm$ et $\hat{BAC} = 35°$.

Tracer son cercle circonscrit.

Exercice 2

ABC un triangle tel que l'angle $\hat{ABC}$ est obtu.
Tracer H l'orthocentre du triangle ABC.

Exercice 3

1°) Tracer le cercle circonscrit d'un triangle ABC rectangle en A.

2°) Montrer que A est l'orthocentre du triangle ABC.

Exercice 4

(Δ) est la médiatrice d'un segment [AB] et M un point de (Δ) tel que M n'appartient pas à [AB]:
Quelle est la nature du triangle MAB? Justifier.

Exercice 5

ABC un triangle tel que:
$\hat{ABC} = 40°$ et $\hat{BAC} = 100°$.
Montrer que la médiatrice de [BC] passe par le point A.

Exercice 6

CAB et DAB deux triangles isocèles de sommet C et D (respectivement).
Montrer que: (CD) est la médiatrice de [AB].

Exercice 7

I est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC tel que: $\hat{ABC} = 60°$ et $\hat{ACB} = 50°$

Calculer $\hat{BIC}$

Exercice 8

•ABC un triangle rectangle an A tels que:
$AB = 4cm$ et $AC = 3cm$.
1°) Calculer S l'aire du triangle ABC.

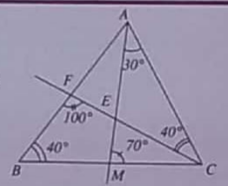
2°) H est la projection orthogonale du point A sur (BC).
Sachant que: $BC = 5cm$. Calculer AH.

Exercice 9

($\mathscr{C}$) un cercle de centre o et de rayon r.
A ; B et C trois points distincts de ($\mathscr{C}$) tel que:
$AB = BC = r$
Montrer que: les droites (AC) et (OB) sont perpendiculaires.

Exercice 10

En utilisant les informations données sur la figure



1°) Montrer que [CE] est la bissectrice de l'angle $A\hat{C}M$

2°) Montrer que E est le centre du cercle inscrit au triangle ABC.

Exercice 11

M un point à l'interieur d'un triangle ABC tel que :

$A\hat{B}M = M\hat{B}C = 25°$ et $B\hat{A}M = M\hat{A}C = 50°$.

1°) Tracer une figure convenable.

2°) Calculer $M\hat{C}A$

Exercice 13

H est l'orthocentre d'un triangle ABC.

1°) Montrer que A est l'orthocentre du triangle HBC.

2°) Quels sont les orthocentres des triangles HAC et HAB?

Exercice 14

ABC un triangle et M le milieu de [BC].

S_{AMB} l'aire du triangle AMB.

S_{AMC} l'aire du triangle AMC.

1°) Faire une figure.

2°) Montre que: $S_{AMB} = S_{AMC}$

3°) H est la projection orthogonale de B sue (AM) et K la projection de C sur (AM).

Montrer que: $BH = CK$

EVALUATION N° 1

- Opérations sur les nombres décimaux
- Nombres fractionnaires
- Périmètres et surfaces

Activités numériques

Exercice 1

Calculer:

$A = 180 - 50 + 30 - 60$

$B = 140 \div 2 \div 7 + 7$

$C = 15 \times 7 - 11 \times 8 + 108 \div 18$

$D = [108 - (54 + 3) \times 0,5] + 9 \times (11,5 + 4,7)$

$E = 9378647 \times 694367 - 9378647 \times 694366$

Exercice 2

Calculer:

$F = \frac{5}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{2}{3}$

$G = \frac{5}{11} + \frac{1}{7} + \frac{3}{11} + \frac{9}{7} + \frac{2}{11} + \frac{4}{7} + \frac{1}{11}$

$H = \frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{1}{8}$

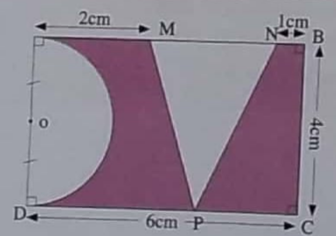
$I = \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{2}\right) \div \frac{3}{8}$

Activités géométriques

Exercice 1

On considère la figure ci-contre.

- *Calculer l'aire de la partie coloriée*



Exercice 2

Un peintre peint 1,50m² d'un mur en 30 mn.

1°) Quelle durée lui faut-il pour peindre le mur en entier; sachant que celui ci est de la forme d'un trapèze dont les longueurs des bases sont: 10m ; 6m et sa hauteur est de 4m?

2°) Sachant que chaque m² du mur nécessite 0,5l de peinture; que chaque litre coûte 20DH et la main d'œuvre coûte 20DH le m².

Quelles sont les dépenses nécessaires pour peindre ce mur?

EVALUATION N° 2

- Nombres relatifs décimaux et opérations
- Droites
- Angles

Activités numériques

Exercice 1

1°) *Déterminer les nombres entiers relatifs x tels que* $-4 \leqslant x < 4$

2°) *Déterminer les nombres entiers relatifs x tels que* $x > -5$

Exercice 2

Calculer:

$D = (-30) - (-71)$; $C = 104 - 905$; $B = (-56) + 36$; $A = (-45) + (-29)$

Exercice 3

Calculer:

$E = (-85) + 16 + (-13) + 45 + (-28) + 36$

$F = -45 + 13 - 66 + 22 - 13 + 45 - 29 + 66 - 107$

$G = (-13) + (-19) - (-13) + (-19) - (-13) - 1$

$H = 3 \times 7 - 5 \times 13 + 12 \times 5 - 11$

$I = -8 \times (-9) + 7 \times (-11) - (5 - 7) \times (-108 \div (-9))$

Activités géométriques

Exercice 1

1°) Tracer trois points A ; B et C telsque AB = 4cm et B le milieu de [AC]

- *Calculer AC.*

2°) Tracer un point M tels que $M \in [AC)$ *et* $M \notin [AB]$.

a) Tracer un point E tel que EAC est rectangle en A.

b) Tracer la droite (Δ) parallèle à (AE) qui passe par le pointe E.

c) Montrer que $(\Delta) \perp (AC)$.

Exercice 2

$\hat{ABC}$ *et* $\hat{ABD}$ *sont deux angles adjacents et supplémentaires tels que :* $\hat{ABC} = 50°$

Montrer que : $\hat{ABD} = 130°$.

2°) Construire [Bx) la bissectrice de l'angle $\hat{ABC}$ *et montrer que :* $\hat{ABx} = 25°$

3°) Construire [By) la bissectrice de l'angle $\hat{ABD}$ *et montrer que l'angle* $\hat{xBy}$ *est droit.*

Exercice 1

Ahmed à acheté un terrain sous la forme d'un trapèze à un prix de 1000DH le m^2.

1°) Sachant que la surface du terrain est de 65ha.

Écrire sous forme d'une écriture scientifique le montant avec lequel Ahmed a acheté le terrain.

2°) Sachant que la somme des longueurs des deux bases du terrain (trapèze) est 6500m

Calculer la hauteur du trapèze.

3°) Ahmed a vendu le $\frac{3}{5}$ de son terrain avec un bénéfice de 15% le m^2.

Quel est le montant avec lequel Ahmed a vendu cette parcelle du terrain?

Exercice 2

ABC est un triangle tel que:

$\hat{A} = 80^\circ$ *et* $\hat{B} = 50^\circ$ *et* $AB = 6cm$

1°) • Calculer AC

• Montrer que : $BC < 12cm$

2°) Soit M le milieu de [BC].

a) Montrer que: (AM) est la médiatrice de [BC].

b) Calculer: $B\hat{A}M$

3°) La bissectrice de $A\hat{B}C$ coupe (AM) en I.

a) Montrer que I est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC.

b) Calculer : $C\hat{I}A$.

2ème semèstre

Algèbre

- **Calcul littéral : Développement et factorisation**
- **Equations**
- **Proportionnalité**
- **Statistiques**

1 Calcul littéral : Développement et factorisation

L'essentiel du cours

1 Règles:

1°) Produit d'un nombre par une somme ou une différence

a; b et k trois nombres.

$k\times(a+b)=k\times a+k\times b$

$k\times(a-b)=k\times a-k\times b$

Exemple:

- $3\times(2x+5)=3\times 2x+3\times 5=6x+15$
- $-2\times(3x-4)=-2\times 3x+2\times 4=-6x+8$

2°) Produit de deux sommes

a; b; c et d quatre nombres.

$(a+b)(c+d)=a\times c+a\times d+b\times c+b\times d$

Exemple:

- $(x+2)(x+4)=x\times x+4\times x+2\times x+2\times 4$
  $=x^2+4x+2x+8$
  $=\boxed{x^2+6x+8}$
- $(x-3)(x+5)=x\times x+x\times 5-3\times x-3\times 5$
  $=x^2+5x-3x-15$
  $=\boxed{x^2+2x-15}$

2 Développement et factorisation

- *Développer un produit c'est transformer ce produit en une somme algèbrique.*
- *Factoriser une somme algèbrique c'est transformer cette somme en un produit.*

$$\boxed{k\times(a+b)} \underset{\text{Factorisation}}{\overset{\text{Développement}}{\rightleftarrows}} \boxed{k\times a+k\times b}$$

Exemple: 1°) *Développer et réduire les expressions suivantes:*

$A=6(3x-11)$; $B=(x+5)(2x-4)$

$A=6(3x-11)=6\times 3x-6\times 11=\boxed{18x-66}$

$B=(x+5)(2x-4)=x\times 2x-x\times 4+5\times 2x-5\times 4=2x^2-4x+10x-20$

$\boxed{B=2x^2+6x-20}$

2°) *Factoriser les expressions suivantes:*

$C=9x+3$; $D=x(x+1)+3(x+1)$

$C=9x+3$
$=3\times 3x+3\times 1$ (3 est un facteur commun)
$\boxed{C=3(3x+1)}$

$D=x(x+1)+3(x+1)$
$\boxed{D=(x+1)(x+3)}$ ($(x+1)$ est un facteur commun)

3 Réduction d'une expression littérale

- *Réduire une expression littérale, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.*

Exemple: $E=3x^2+5x-7+4x^2-7x+11$
$=3x^2+4x^2+5x-7x-7+11$
$=(3+4)x^2+(5-7)x-7+11$
$\boxed{E=7x^2-2x+4}$

4 Identités remarquables:

a et b deux nombres.

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

Exemples: 1°) *Développer:*

$(x+3)^2$; $(2x-5)^2$; $(7x-1)(7x+1)$

- $(x+3)^2=x^2+2\times x\times 3+3^2=x^2+6x+9$
- $(2x-5)^2=(2x)^2-2\times 2x\times 5+5^2=4x^2-20x+25$
- $(7x-1)(7x+1)=(7x)^2-1^2=49x^2-1$

2°) *Factoriser:* x^2+6x+9 ; $25x^2-10x+1$; $36x^2-49$

- $x^2+6x+9=x^2+2\times 3\times x+3^2=(x+3)^2$
- $25x^2-10x+1=(5x)^2-2\times 5x\times 1+1^2=(5x-1)^2$
- $36x^2-49=(6x)^2-7^2=(6x-7)(6x+7)$

Exercices résolus

Exercice 1

Réduire les expressions suivantes:

1°) $-5(a-b)+7(a+2b)$
2°) $(a+3)(2a-5)$
3°) $(2x-3)^2+(2x+3)^2$
4°) $(4x-5)(4x+5)-(x+6)^2$

Réponse

1) $-5(a-b)+7(a+2b)$
$=-5a+5b+7a+14b$
$=-5a+7a+5b+14b$
$=\boxed{2a+19b}$

$(a+3)(2a-5)=2a^2-5a+6a-15$
$=\boxed{2a^2+a-15}$

3°) $(2x-3)^2+(2x+3)^2$
$=\left[(2x)^2-2\times 2x\times 3+3^2\right]+\left[(2x)^2+2\times 2x\times 3+3^2\right]$
$=(4x^2-12x+9)+(4x^2+12x+9)$
$=4x^2-12x+9+4x^2+12x+9$
$=4x^2+4x^2-\cancel{12x}+\cancel{12x}+9+9$
$=\boxed{8x^2+18}$

4°) $(4x-5)(4x+5)-(x+6)^2$

$=\left((4x)^2-5^2\right)-(x^2+2\times x\times 6+36)$

$=(16x^2-25)-(x^2+12x+36)$

$=16x^2-25-x^2-12x-36$

$=16x^2-x^2-12x-25-36$

$=\boxed{15x^2-12x-61}$

Exercice 2

Factoriser les expressions suivantes:

1°) $3x^2-9xy$

2°) $3x(2y+1)+2y+1$

3°) $9x^2-30x+25$

4°) $16x^2-25+(4x-5)(x+6)$

Réponse

1°) $3x^2-9xy=3x\times x-3x\times 3y$

$=\boxed{3x(x-3y)}$

2°) $3x(2y+1)+2y+1=3x(2y+1)+(2y+1)\times 1$

$=\boxed{(2y+1)(3x+1)}$

3°) $9x^2-30x+25=(3x)^2-2\times 3x\times 5+5^2$

$=\boxed{(3x-5)^2}$

4°) $16x^2-25+(4x-5)(x+6)$

$=(4x)^2-5^2+(4x-5)(x+6)$

$=(4x-5)(4x+5)+(4x-5)(x+6)$

$=(4x-5)[(4x+5)+(x+6)]$

$=(4x-5)(4x+5+x+6)$

$=\boxed{(4x-5)(5x+11)}$

Exercices

Exercice 1

Calculer de deux façons différentes chacune des expressions suivantes:

$a=-4(-13+7)$

$b=2{,}5(7-9+3)$

$c=(-1{,}4-7)\times(-8{,}5)$

Exercice 2

Réduire les expressions suivantes:

$A=7x-4x-11+9$

$B=11x+3y-7-15x-9y-13$

$C=4x^2-3xy-5x+1-7x^2-6xy+4x-7$

Exercice 3

Donner l'écriture la plus simple des expressions suivantes:

$A=-(-3x-5)-(2x+4)$

$B=x-[-(1-3x)+2]$

$C=(-3x)\times(-2x)+2x-x^2-(-3)\times x$

$D=x(x^2-3x-2)-(x^3-2x^2-5)$

Exercice 4

Développer et réduire:

$A=3x^2y^4\left(3x^3y^2-4x^3y^3+2xy\right)$

$B=(x+7)(x+11)$

$C=(5x+7)(3x-4)$

$D=(3x-2)(5x-7)$

$E=(7x-5)(5x-7)$

Exercice 5

Factoriser les expressions suivantes:

$A=3x+33$

$B=5x-10y$

$C=21x^2-9x+3$

$D=x^4y^3+x^3y^3$

Exercice 6

Développer et réduire les expressions suivantes:

$A=4(x+3)+2(3x-1)-6(x-1)$

$B=-6(3x-2)-5(-2x-1)-3(3-2x)$

$C=x(x+2)-3x(x+1)-2(x^2-x-1)$

$D=(x+2)(x+1)+(x-3)(x-4)$

$E=(x-3)(x-6)-(x-5)(x+2)$

Exercice 7

Factoriser:

$A=x^4+x^4$

$B=16x^3y-8x^2y^2$

$C=3x(x+2)-4(x+2)$

4°) $(4x-5)(4x+5)-(x+6)^2$

$= ((4x)^2 - 5^2) - (x^2 + 2\times x\times 6 + 36)$

$= (16x^2 - 25) - (x^2 + 12x + 36)$

$= 16x^2 - 25 - x^2 - 12x - 36$

$= 16x^2 - x^2 - 12x - 25 - 36$

$= \boxed{15x^2 - 12x - 61}$

Exercice 2

Factoriser les expressions suivantes:

1°) $3x^2 - 9xy$

2°) $3x(2y+1) + 2y + 1$

3°) $9x^2 - 30x + 25$

4°) $16x^2 - 25 + (4x-5)(x+6)$

Réponse

1°) $3x^2 - 9xy = 3x\times x - 3x\times 3y$

$= \boxed{3x(x-3y)}$

2°) $3x(2y+1) + 2y + 1 = 3x(2y+1) + (2y+1)\times 1$

$= \boxed{(2y+1)(3x+1)}$

3°) $9x^2 - 30x + 25 = (3x)^2 - 2\times 3x\times 5 + 5^2$

$= \boxed{(3x-5)^2}$

4°) $16x^2 - 25 + (4x-5)(x+6)$

$= (4x)^2 - 5^2 + (4x-5)(x+6)$

$= (4x-5)(4x+5) + (4x-5)(x+6)$

$= (4x-5)[(4x+5)+(x+6)]$

$= (4x-5)(4x+5+x+6)$

$= \boxed{(4x-5)(5x+11)}$

Exercices

Exercice 1

Calculer de deux façons différentes chacune des expressions suivantes:

$a = -4(-13+7)$

$b = 2,5(7-9+3)$

$c = (-1,4-7)\times(-8,5)$

Exercice 2

Réduire les expressions suivantes:

$A = 7x - 4x - 11 + 9$

$B = 11x + 3y - 7 - 15x - 9y - 13$

$C = 4x^2 - 3xy - 5x + 1 - 7x^2 - 6xy + 4x - 7$

Exercice 3

Donner l'écriture la plus simple des expressions suivantes:

$A = -(-3x-5) - (2x+4)$

$B = x - [-(1-3x) + 2]$

$C = (-3x)\times(-2x) + 2x - x^2 - (-3)\times x$

$D = x(x^2 - 3x - 2) - (x^3 - 2x^2 - 5)$

Exercice 4

Développer et réduire:

$A = 3x^2y^4(3x^3y^2 - 4x^5y^3 + 2xy)$

$B = (x+7)(x+11)$

$C = (5x+7)(3x-4)$

$D = (3x-2)(5x-7)$

$E = (7x-5)(5x-7)$

Exercice 5

Factoriser les expressions suivantes:

$A = 3x + 33$

$B = 5x - 10y$

$C = 21x^2 - 9x + 3$

$D = x^4y^3 + x^2y^7$

Exercice 6

Développer et réduire les expressions suivantes:

$A = 4(x+3) + 2(3x-1) - 6(x-1)$

$B = -6(3x-2) - 5(-2x-1) - 3(3-2x)$

$C = x(x+2) - 3x(x+1) - 2(x^2 - x - 1)$

$D = (x+2)(x+1) + (x-3)(x-4)$

$E = (x-3)(x-6) - (x-5)(x+2)$

Exercice 7

Factoriser:

$A = x^6 + x^4$

$B = 16x^3y - 8x^2y^2$

$C = 3x(x+2) - 4(x+2)$

$E = (x-5)(3x+1)+(x-5)(x-4)$

....

....

$F = (x+1)(3x-2)-(x+1)(x-1)$

....

....

....

Exercice 8

Relier (par une flèche) les expressions égales

$6(2x+3)$ •	• $10x$
$2x+14$ •	• $8x+10$
$2(4x+5)$ •	• $12x+18$
$2x+28$ •	• $2(x+7)$
$5x+3x+2x$ •	• $2(x+14)$

Exercice 9

$A = 4x+2(x-1)$ $\quad B = 3x+3(x-1)+1$

$C = 4x+4(x-1)-2(x-1)$

Montrer que $A = B = C$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Exercice 10

Compléter:

$(7x+ .....)^2 = ... + ... + 36$

$(...... - 7)^2 = 36x^2 - .... + ...$

$25x^2 - ...... = (....... + ...)(....... - 12)$

Exercice 11

Développer et réduire:

$A = (x-9)^2$

....

....

$B = (3x+4)^2$

....

....

$C = (7x-13)(7x+13)$

....

....

$E = (3x-5)^2+(2x+3)^2$

....

....

....

$F = (4x-7)(4x+7)-(3x-5)^2$

....

....

....

....

Exercice 12

Factoriser:

$A = x^2 - 81$

....

....

....

$B = 49x^2 - 25$

....

....

....

$C = x^2 + 8x + 16$

....

....

....

$D = 25x^2 - 30x + 9$

....

....

....

Exercice 13

Factoriser:

$A = (4x-5)(3x-2)-8x+10$

....

....

....

$B = x^2 - 9 + (x-3)(2x-1)$

....

....

....

$C = 9x^2 + 12x + 4 - (3x+2)(x+1)$

....

....

....

Exercice 14

$A = x^2 - (x+1)(x-1)$

$B = 934578^2 - 934579 \times 934577$

Développer et réduire A et endéduire le calcul de B.

....

....

....

....

....

....

....

Exercice 15

$A = (2x-3)^2 - (x-4)(2x-3)$

1°) Montrer que $A = 2x^2 - x - 3$

....

....

....

....

2°) Calculer A pour $x = -2$

....

....

....

3°) Factoriser A:

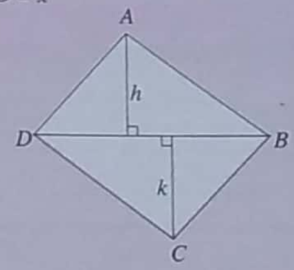
....

....

....

Exercice 16

On considère le quadrilatère ABCD ci-dessous tel que $BD = x$



1°) Ecrire une formule permettant de calculer l'aire du quadrilatère ABCD.

....

....

....

....

....

....

2°) Factoriser l'expression:

....

....

....

....

....

....

3°) *Calculer cette aire de deux manières différentes lorsque:*

$x = 7cm$; $h = 3cm$ et $k = 5cm$

Exercice [illegible]

Calculer astucieusement:

$A = 746398694 \times 99999 + 746398694$

=

=

=

=

$B = 765894^2 - 765893^2$

=

=

=

=

$C = 999999 + 2 \times 999999 + 1$

=

=

=

=

2 Equations

L'essentiel du cours

1 Définition:

Une équation est une égalité où des quantités inconnues sont représentées par des lettres.

Exemple: $3x = 450$; $x + 150 = 45$; $3x + 2 = 17$; $7x - 3 = 2x + 15$ *sont des équations à un seul inconnu x.*

1 Résolution d'une équation:

Résoudre une équation c'est chercher les valeurs numériques des inconnus qui vérifient l'égalité, ces valeurs numériques s'appellent les solutions ou les racines de l'équation.

Remarque:

Dans une équation un terme qui change de membre change de signe c'est la règle de transposition des termes.

Exemple:

Je résolve l'équation: $3x + 2 = 17$

$3x + 2 = 17$ *signifie que* $3x = 17 - 2$ *(règle de transposition des termes)*

signifie que $3x = 15$

d'où $x = \frac{15}{3}$

signifie que $x = 5$

5 est l'unique solution de l'équation $3x + 2 = 17$

Je résolve l'équation: $7x - 3 = 2x + 15$

$7x - 3 = 2x + 15$ *signifie que* $3x - 2x = 17 + 3$ *(règle de transposition des termes)*

signifie que $5x = 20$

d'où $x = \frac{20}{5}$

signifie que $x = 4$

4 est l'unique solution de l'équation $7x - 3 = 2x + 15$

3°) Calculer cette aire de deux manières différentes lorsque:

$x = 7cm$; $h = 3cm$ et $k = 5cm$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Exercice 17

Calculer astucieusement:

$A = 746398694 \times 99999 + 746398694$

= ....

= ....

= ....

= ....

$B = 765894^2 - 765893^2$

= ....

= ....

= ....

= ....

$C = 999999 + 2 \times 999999 + 1$

= ....

= ....

= ....

= ....

2 Equations

L'essentiel du cours

1 Définition:

Une équation est une égalité où des quantités inconnues sont représentées par des lettres.

Exemple: $3x = 450$; $x + 150 = 45$; $3x + 2 = 17$; $7x - 3 = 2x + 15$ *sont des équations à un seul inconnu x.*

1 Résolution d'une équation:

Résoudre une équation c'est chercher les valeurs numériques des inconnus qui vérifient l'égalité, ces valeurs numériques s'appellent les solutions ou les racines de l'équation.

Remarque:

Dans une équation un terme qui change de membre change de signe c'est la régle de transposition des termes.

Exemple:

Je résolve l'équation: $3x + 2 = 17$

$3x + 2 = 17$ *signifie que* $3x = 17 - 2$ *(règle de transposition des termes)*

signifie que $3x = 15$

d'où $x = \frac{15}{3}$

signifie que $x = 5$

5 est l'unique solution de l'équation $3x + 2 = 17$

Je résolve l'équation: $7x - 3 = 2x + 15$

$7x - 3 = 2x + 15$ *signifie que* $3x - 2x = 17 + 3$ *(règle de transposition des termes)*

signifie que $5x = 20$

d'où $x = \frac{20}{5}$

signifie que $x = 4$

4 est l'unique solution de l'équation $7x - 3 = 2x + 15$

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes:

1°) $4x - 3 = 2x - 13$

2°) $(x + 7)(3x - 5) = (x + 7)(2x + 3)$

Réponse

1°) $4x - 3 = 2x - 13$

En transposant 2x du premier membre dans le second et -3 du second membre dans le premier, on obtient:

$4x - 2x = -13 + 3$

Signifie que : $2x = -10$

Donc x est le quotient de -10 par 2

càd: $x = \frac{-10}{2}$

D'où $x = -5$

Par suite -5 est la solution de l'équation proposée.

2°) $(x + 7)(3x - 5) = (x + 7)(2x + 3)$

En transposant $(x + 7)(2x + 3)$ dans le premier membre de l'égalité on obtient:

$(x + 7)(3x - 5) - (x + 7)(2x + 3) = 0$

En factorisant par $(x + 7)$

On obtient: $(x + 7)[(3x - 5) - (2x + 3)] = 0$

Signifie que: $(x + 7)(3x - 5 - 2x - 3) = 0$

Signifie que: $(x + 7)(x - 8) = 0$

D'où $x + 7 = 0$ ou $x - 8 = 0$

Donc $x = -7$ ou $x = 8$

Par suite -7 et 8 sont deux solutions de l'équation proposée.

Exercice 2

En achetant 8 livres, les uns coûtant 17 DH et les autres 12DH. Hassan a payé 121DH. Quel est le nombre de livres à 17DH et le nombre des livres à 12DH?

Réponse

Choix de l'inconnu:

Désignons par x le nombre de livres à 17DH donc le nombre de livres à 12DH est $8 - x$ avec $0 < x < 8$ et x un entier naturel.

Mise en équation:

Les livres à 17DH coûtent 17x.

Les livres à 12DH coûtent $12(8 - x)$.

Les 8 livres coûtent 121DH.

L'équation du problème est donc:

$17x + 12(8 - x) = 121$

Résolution de l'équation:

$17x + 12(8 - x) = 121$

Signifie que: $17x + 96 - 12x = 121$

Signifie que: $5x = 121 - 96$

Signifie que: $5x = 25$

Signifie que: $x = \frac{25}{5}$

c.à.d : $x=5$

Retour au problème:

5 est un nombre entier naturel vérifiant toutes les conditions du problème.

Conclusion:

Le nombre de livres à 17dh est 5.

Le nombre de livres à12dh est $8 - 5 = 3$

Exercice 1

Relier chaque équation à sa solution

$7x - 11 = 10$	$x = -3$
$4x + 17 = 5$	$x = 3$
$1+7x = 29$	$x = 4$
$6x + 7 = 5x + 3$	$x = -4$

Exercice 2

Résoudre les équations suivantes:

$x + 13 = -5,7,9$ ....

$x - 61 = -13$ ....

$3 - x = 37$ ....

$1 - x = -65,7$ ....

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes:

$-25x = -1775$ ....

$-13x = 78$ ....

$405 = \frac{x}{-17}$ ....

$\frac{-711}{x} = -79$ ....

Exercice 4

Résoudre les équations suivantes:

$8x - 11 = 5$ ....

$3x + 3 = -3$ ....

$9 - 5x = 46$ ....

$1 - 11x = -32$ ....

Exercice 5

Relier chaque équation de gauche à l'équation de droite ayant la même solution.

$2x - 13 = 13$	$3x + 9 = 2x + 2$
$\frac{x+3}{2} = \frac{x+1}{3}$	$x - 4 = 0$
$\frac{27}{x} = -9$	$\frac{-338}{x} = -26$
$7x - 3 = 6x + 1$	$7x - 1 = -22$

Exercice 6

Résoudre les équations suivantes:

$(x - 5)(x + 7) = 0$ ....

$x(x + 11)\left(x - \frac{7}{3}\right) = 0$ ....

$x^2 + 6x = 0$

$x(x + 4) + 3(x + 4) = 0$

2°) $(x + 3)(4x - 5) = (x + 3)(3x - 11)$

Exercice 7

Résoudre les équations suivantes:

$4x + 5 = 2x - 7$

$3x - 7 = 2x - 21$

$5x - 6 = 8x + 48$

$7x - 1 = 3x + 15$

Exercice 8

Résoudre les équations suivantes:

$16 - (x - 8) = 23$

$37 - (14 - x) = 1 - (x + 3)$

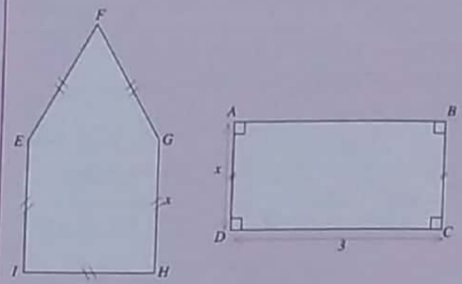
Exercice 9

Résoudre les équations suivantes:

1°) $(x + 5)(3x - 1) + (x + 5)(2x + 1) = 0$

Exercice 10

On considère les deux figures ci-dessous



1°) Exprimer le périmètre de chacune des figures ci-dessous en fonction de x.

2°) Trouer la valeur de x pour que le rectangle ABCD et le pentagone IEFGH ayant le même périmètre.

Exercice 11

Un groupe de personnes a payé 1190dh pour un diné au restaurant. Sachant que la part de chacun est de 95dh.

Combien y avait-il de personnes dans le groupe?

Exercice 12

Un père a 30 ans de plus que son fils.

Danns 4 ans, l'âge du père sera la quadruple de l'âge du fils.

Quel est l'âge actuel de chacun?

Exercice 13

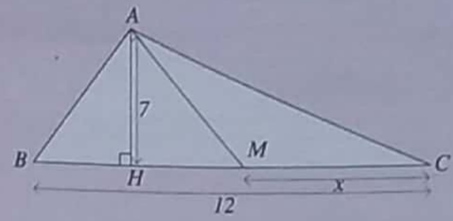
Déterminer les angles d'un triangle isocèle sachant que l'un de ces angles est double d'un autre. (attention il y a deux cas)

1^er cas

2^ème cas

Exercice 14

On considère la figure ci-dessous:



1°) Exprimer les aires des triangles AMC et ABM en fonction de x.

2°) Trouver la valeur de x lorsque les aires des triangles AMC et ABM sont égales.

3 Proportionnalité

L'essentiel du cours

1 Définitions:

1°) *Deux grandeurs sont proportionnelles, si on obtient l'une en multipliant l'autre par un nombre appelé* **cœfficient de proportionnalité.**

2°) *Un tableau est dit tableau de proportionnalité, si on passe d'une ligne à l'autre en multipliant (ou en divisant) par le même nombre.*

Exemple:

$\frac{9}{6} = \frac{13,5}{9} = \frac{30}{20} = \boxed{1,5}$

6	9	20
9	13,5	30

$\div 1,5$; $\times 1,5$

Le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité et 1,5 est sont cœfficient de proportionnalité.

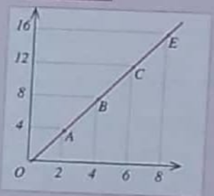
3°)
- *La quatrième proportionnelle des nombres a, b et c est le nombre x tel que le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité.*
- *Si x est la quatrième proportionnelle de a, b et c alors : $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$*

a	c
b	x

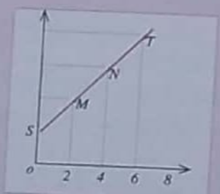
2 Graphiques et proportionnalité

- *Un graphique représente une proportionnalité lorsque tous ses points sont alignés avec l'origine du repère.*

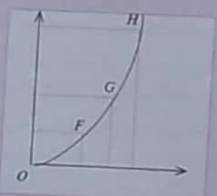
Exemple:



- *Les points A, B, C et E sont alignés avec l'origine o. Donc le graphe représente une situation de proportionnalité.*



- *Les points S, M, N et T sont alignés mais pas avec l'origine. Il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité.*



- *Les points F, G et H ne sont pas alignés. Donc il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité.*

3 Pourcentage

Calculer le pourcentage que représente une grandeur a d'une grandeur b c'est calculer la quatrième proportionnelle de a, b et 100

a	100
b	?

Exemple:

Sur 500 élèves d'un collège 125 portent des lunettes de vue.

- *Quel est le pourcentage d'élèves qui portent des lunettes dans ce collège?*

Réponse:

élèves du collège	500	100
élèves avec lunettes	125	x

$\frac{125}{500}$

Donc : $x = \frac{125}{500} \times 100$

D'où : $\boxed{x = 25}$

Conclusion: Dans ce collège il ya 25% D'élèves avec des lunettes de vue.

Calculer t% d'un nombre x, c'est calculer $x \times \frac{t}{100}$

Exemple: *Calculer 20% de 300.*

Réponse: $300 \times \frac{20}{100} = 60$ *Donc: 60 est 20% de 300.*

4 Echelle:

Les distances réelles et les distances sur un plan sont proportionnelles; le cœfficient de proportionnalité est appelé «echelle»

$$Echelle = \frac{\text{distances sur le plan}}{\text{distance réelle}}$$

- *Les distances sont exprimées dans la même unité.*
- *L'echelle n'a pas d'unité.*

Exemple: Sur une carte du Maroc, 10km sont représentés par 2mm

1) Quelle est l'echelle de cette carte?

- *Echelle de cette carte est: $\frac{1}{5.000.000}$ car: $\frac{2}{10.000.000} = \frac{1}{5.000.000}$*

2) La distance Casa-Marrakech est de 250km. Par combien cette distance est elle représentée sur la carte?

- *On a: 250km = 250.000.000mm.*

Cette distance est représenté sur la carte par: 50mm = $250.000.000 \times \frac{1}{5.000.000}$

5 Vitesse:

1°) Vitesse moyenne

Définition:

La vitesse moyenne v d'un mobile parcourant une distance d pendant une durée t est le quotient de d par t: $v = \frac{d}{t}$

Remarque:

• Une voiture parcourt 180km en 2h; sa vitesse moyenne est donc 90km/h.

Cela signifie pas qu'elle roule à la vitesse constante de 90hm/h; mais que chaque heure elle parcourt en moyenne 90km/h.

Exemple:

• Une voiture a parcouru 350km en 3h 30mn.
Quelle fut sa vitesse moyenne?

Réponse: On a 3h 30mn = 3,5h

Donc: $v = \frac{350}{3,5} = \boxed{100 km/h}$ (ou $km.h^{-1}$)

Exercices résolus

Exercice 1

1°) Compléter le tableau suivant:

Durée en heures	1,5	.....	3,2	5,8	.....
Durée en minutes	.....	132	.....	.....	480

2°) Determiner le cœfficient de proportionnalité de ce tableau.

Réponse

1°) On a: 1h = 60mn

Durée en heures	1,5	2,2	3,2	5,8	8
Durée en minutes	90	132	192	348	480

2°) On a: $\frac{90}{1,5} = \frac{132}{2,2} = \frac{192}{3,2} = \frac{348}{5,8} = \frac{480}{8} = \boxed{60}$

Le cœficient de proportionnalité est 60.

Exercice 2

Une classe est formée de 40 élèves, 40% des élèves sont des garçons.

• Quel est le nombre de filles dans cette classe?

Réponse

• Le nombre de garçons est: $\frac{40}{100} \times 40 = \boxed{16}$

• Le nombre de fille est: $40 - 16 = \boxed{24}$

Exercice 3

Une voiture roule pendant 3h 40mn; à la vitesse de 110km/h.

• Quelle est la distance parcourue par cette voiture?

Réponse

• On a: $3h\ 40min = 3 + \frac{40}{60} = 3 + \frac{2}{3}h = \frac{11}{3}h$

$\boxed{3h\ 40\,min = \frac{11}{3}h}$

• Soit d la distance parcourue.

Donc: $d = v \times t$

$d = 110 \times \frac{11}{3}$

$\boxed{d \simeq 403,33km}$

Exercices

Exercice 1

Le tableau ci-dessous est-il un tableau de proportionnalité? Justifier

6	10,5	1	$\frac{2}{9}$
4	7	1,5	$\frac{1}{3}$

....

....

....

....

Exercice 2

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous.

45	6,4	....	100	....
337,5	......	187,5	....	60

×....

Exercice 3

1°) Compléter le tableau ci-dessous.

Côté d'un carré (en cm)	2	3,5	5	8	13	17	21
Périmètre (en cm)							
Aire (en cm)							

2°) Y a-t-il proportionnalité entre la mesure du côté d'un carré et son périmètre? Justifier

....

....

....

....

3°) Y a-t-il proportionnalité entre la mesure du côté et l'aire d'un carré? Justifier.

....

....

....

....

....

Exercice 4

On considère le tableau de proportionnalité ci-dessous.

x	2,8	z+1	7
24	y	12	4

Calculer les valeurs de x, y et z

....

....

....

....

....

....

....

Exercice 5

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous en justifiant les réponses.

	a+1	3	a
10a+15		15	

Justification

....

....

....

....

....

Exercice 6

Transformer chacune des fractions suivantes en pourcentage: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$

....

....

....

....

....

....

....

Exercice 7

Trouver les résultats des opérations suivantes:

1°) 10% de 40

2°) 25% de 60

3°) 75% de 40

4°) 15% de 100

Exercice 8

Relier par une flèche

10%	Multiplier par $\frac{3}{4}$
Diviser par 2	50%
20%	Diviser par 10
Diviser par 4	25%
75%	Diviser par 5

Exercice 9

Compléter le tableau ci-dessous

Distance sur un plan	.....cm	8cm	7cm
Echelle	$\frac{1}{200.000}$	....	$\frac{1}{100.000}$
Distance réelle	....	12hm	........km

Exercice 10

Sur un plan au $\frac{1}{1000}$, la longueur d'une route mesure 15cm.

Calculer la longueur réelle de cette route.

Exercice 11

Sur une carte du Maroc à l'echelle $\frac{1}{10^6}$ la distance entre Casablanca et Rabat est représenté par 85mm.

1°) Calculer la distance réelle entre Casablanca et Rabat.

2°) Sachant que la distance réelle entre Casablanca et Fés est 949 km.

Trouver la distance qui les sépare sur la carte.

Exercice 12

Une voiture roule à une vitesse constante de 90km/h.

1°) Quelle distance parcourt-elle en 45min?

2°) Quelle durée peut faire cette voiture pour parcourir 270km à la même vitesse?

Exercice 13

Une voiture consomme 22l d'essence pour parcourir 275km.

1°) Quelle quantité d'essence consomme t-elle pour parcourir 100km?

2°) Quelle distance parcourt-elle avec 362l d'essence ?

Exercice 14

Un marchand vend avec un bénifice de 30%.

Quel est le prix d'achat d'une marchandise vendue à 300DH?

Exercice 15

On considère le tableau de proportionnalité ci-dessous

x - 7	x - 5
3	4

Calculer la valeur de x.

Exercice 16

On considère le tableau de proportionnalité ci-dessous.

a	b
15	12

Calculer a et b sachant que a + b = 108

4 Statistiques

L'essentiel du cours

1 Vocabulaires et statistiques

✠ *Pour faire une étude statistique; on choisit un ensemble (des êtres humains; des voitures;....) cet ensemble est nommé "**population statistique**".*

✠ *Chaque élément d'une population statistique est appelé "**individu**".*

✠ *Le phénomène étudie sur une population est appelé "**caractère**".*

✠ *Un caractère peut être*

➔ *Une qualité (couleur, groupe sanguin.....) on dit alors le caractère est **qualificatif**.*

➔ *Une quantité (un nombre; notes de devoirs; age; ....) on dit alors le caractère est **quantitatif**.*

✠ *Le caractère qui a le plus grand effectif est appelé: "**Mode**".*

2 Effectifs; Fréquences et Pourcentages

1°) Définition 1

***L'effectif** d'un caractère est le nombre d'individus de la population correspondants à ce caractère.*

✦ *La somme de tous les effectifs est appelé **l'effectif total**.*

✦ *L'effectif total est le nombre d'individus d'une population.*

2°) Définition 2

***La fréquence** relative d'un caractère est le quotient de l'effectif de ce caractère par l'effectif total.*

Remarques: ✧ *La somme de toutes les fréquences est égale à 1.*

✧ *Les fréquences relatives sont souvent représentées par des pourcentages.*

3°) Règle:

Le pourcentage relatif à un caractère est égal au produit de la fréquence par 100.

3 Etude statistique par classe

Dans une étude statistique a caractère "quantitatif" on peut diviser les données en groupes appelés "classes".

Exemple:

- *Pour une étude d'âge la classe $14 \leqslant a < 20$ contient les âges supérieurs ou égales à 14 ans et strictement inférieures à 20ans.*

♦ *La différence positive entre les bornes d'une classe est appelée "**l'amplitude de la classe**".*

- *L'amplitude de la classe $14 \leqslant a < 20$ est $20 - 14 = 6$*

♦ *Le quotient de la somme des deux bornes par 2 est appelé **le centre de la classe**.*

- *Le centre de la classe $14 \leqslant a < 20$ est $\frac{14+20}{2} = 17$*

3 Diagramme

Un tableau statistique peut être représenté par de différents diagrammes:

Exemples:

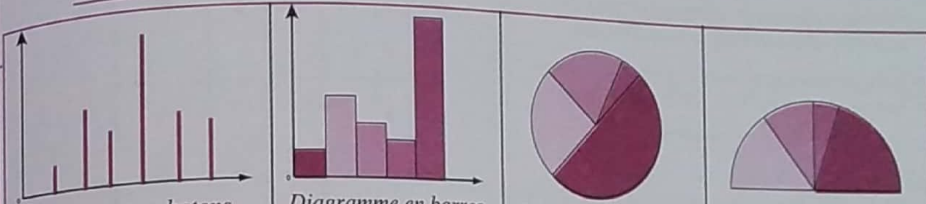


Diagramme en batons | Diagramme en barres ou histogramme | Diagramme circulaire | Diagramme semi-circulaire

Remarques:

✧ *Les mesures des batons; des barres et secteurs circulaires sont proportionnelles aux effectifs.*

✧ *L'effectif total correspond à 360° pour le diagramme circulaire.*

✧ *L'effectif tatal correspond à 180° pour le diagramme semi-circulaire.*

✧ *La mesure de l'angle de chaque secteur angulaire est proportionnelle à l'effectif qu'elle représente.*

Exemple:

On considère une population de 40 élèves.

8 élèves de cette population ont eu la note 10 sur un devoir de maths.

- *Pour calculer la mesure de l'angle correspondant à l'effectif 8.*

on utilise le tableau de proportionnalité.

effectif	40	8
mesure de l'angle	360°	α

D'où: $\boxed{\alpha = \frac{360}{40} \times 8}$

Exercice 1

Un élève a réalisé une enquête sur un échantillon de 100 enfants, pour savoir le temps passé devant la télévision à leur retour de l'école. Les résultats de l'enquête sont représentés sur le tableau ci-dessous.

Temps en min	$a \leq b < 30$	$30 \leq b < 60$	$60 \leq b < 90$	$a \leq 90 \leq 120$
effectif	10	20	30	40

1°) Préciser la population, les unités statistiques et le caractère étudié dans cette série.

2°) Représenter le tableau par un histogramme

3°) Dresser un tableau statistique des effectifs, centres des classes; pourcentages; mesure de l'angle au centre du diagramme circulaire.

4°) Représenter le tableau par un diagrammme circulaire.

Réponse

1°) • La population statistique étudié: est un ensemble d'enfants.

• L'unité statistique est: un enfant.

• Le caractère étudié dans cette série est:
le temps passé devant la télévision.

2°)

Histogramme des effectifs

3°)

temps en min	$a \leqslant b < 30$	$30 \leqslant b < 60$	$60 \leqslant b < 90$	$90 \leqslant b < 120$
effectif	10	20	30	40
centre de la classe	15	45	75	105
pourcentage	10%	20%	30%	40%
mesure de l'angle au centre du diagramme circulaire	36°	72°	108°	144°

4°)

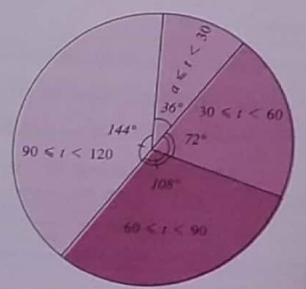


Diagramme circulaire

Exercice 1

Voici les notes du dernier devoir de "Math" des élèves d'une classe.

05	07	08	09	08	10	14	14
10	05	09	17	07	17	10	09
09	09	14	09	08	09	10	12
08	14	08	12	09	05	08	10
12	09	08	14	08	09	10	17

1) Préciser la population,les unités statistiques et le caractère étudié dans cette série.

....

....

....

....

2°) Quel est l'effectif total de cette série?

....

....

3°) Dresser un tableau statistique des effectifs et des fréquences.

....

....

....

....

....

4°) Représenter graphiquement les effectifs par un diagramme en batons.

....

....

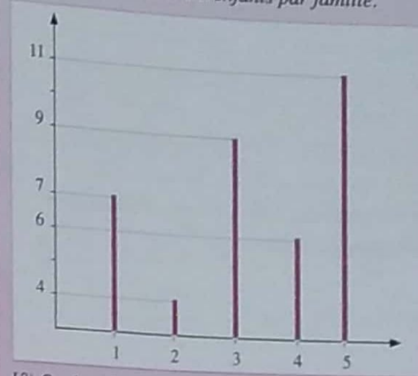
....

....

....

Exercice 2

Le diagramme ci-dessous donne la répartition de famille selon le nombre d'enfants par famille.



1°) Quel est le mode de cette série?

....

....

2°) Dresser un tableau statistique des effectifs et des fréquences (en pourcentage).

....

....

....

....

....

Exercice 3

Le tableau ci-dessous donne la répartition de 40 élèves selon la couleur de leurs yeux.

Couleur de l'œil	Noir	marron	vert	bleu
effectifs	14	20	2	4

1°) Quelle est la nature du caractère étudié dans cette série?

....

....

2°) Donner sous forme d'un tableau la répartition des fréquences en pourcentage et les mesures des angles au centre pour un diagramme circulaire.

3°) Représenter cette série par un diagramme circulaire.

Exercice 4

Le tableau ci-dessous est le résultat d'une enquête sur un échantillon de 100 unités statistiques.

Couleur préféré	vert	Noir	Rouge	Bleu	Total
effectifs	10	40			
Pourcentage			30%		
Angle au centre (en degré)				36°	180°

1°) Complèter le tableau ci-dessus.

2°) Donner le diagramme semi-circulaire de cette série.

Exercice 5

Le tableau ci-dessous donne la répartition de 40 personnes selon le nombre de films vus au cinéma durant un mois.

nombre de films vus	0	1	2	3	4
effectifs	6	10	14	8	2
Fréquence					
Pourcentage					

1°) Compléter le tableau ci-dessus.

2°) Représenter graphiquement les effectifs par un diagramme en batons.

Exercice 6

Un élève a réalisé une enquête sur le nombre d'enfants dans des familles et a noté les résultats suivants.

0	3	1	3	2	4	3	4	3	1
3	2	3	2	3	3	5	3	5	2
2	3	1	2	3	2	1	2	4	0
3	2	3	0	3	2	3	3	3	3
1	3	2	3	2	3	1	2	0	2

1°) Préciser la population; les unités statistiques et la nature du caractère étudié dans cette série.

2°) Dresser un tableau statistique des effectifs et des fréquences en pourcentage.

3°) Représenter graphiquement les effectifs par un diagramme en batons.

Exercice 7

Voici les tailles en cm des adhérents d'un club de sport.

157	138.5	154	135.8	149	150	140	145	133	148.2
150	120.5	145	140	126	125	135.5	120.5	125	138
149	156	129.7	156	130	159	127.5	157	120	144.6
137.5	120	159	158	159.1	131	156	158	145	151.2
150	148	158	145.3	155	150.1	136	149	130.5	135

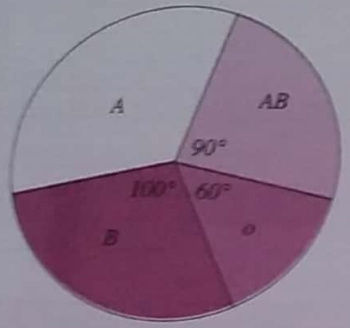
Compléter le tableau statistique ci-dessous

Taille en cm	$120 \leq t < 130$	$130 \leq t < 140$	$140 \leq t < 150$	$150 \leq t < 160$
effectif				
centre de la classe				

2°) Tracer l'histogramme des effectifs de cette série.

Exercice 8

Le diagramme ci-dessous donne la répartition de 80 élèves selon leurs groupe sanguins



1°) Quel est le mode de cette série?

2°) Dresser un tableau statistique des angles "en degré", des effectifs et des fréquences.

Exercice 9

On considère le tableau statistique ci-dessous concernant un échantillon de 50 unités.

Caractère	a	b	c	d	e
effectifs	$3x$	$6x$		$5x$	$3x$

1°) Sachant que la fréquence correspondant au caractère "c" est 0,32. calculer son effectif.

2°) Calculer la valeur de x.

3°) Représenter cette série par un diagramme circulaire.

$2^{ème}$ semèstre

Géométrie

- Symétrie Centrale
- Deux parallèles et une sécante
- Parallélogrammes
- Les parallélogrammes particuliers
- Cercle et droite
- Droite graduée - Repère
- Prisme et Cylindres

1 Symétrie Centrale

L'essentiel du cours

1 Symétrique d'un point

Le symétrique d'un point A par rapport à un point o est le point B tel que o le milieu du segment [AB].

Remarque

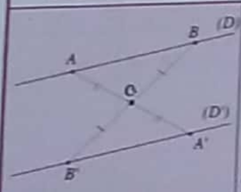
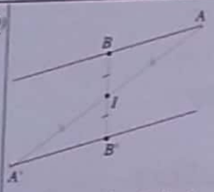
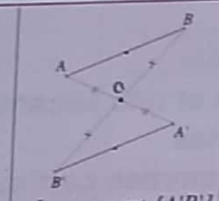
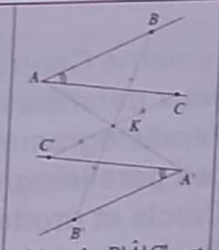
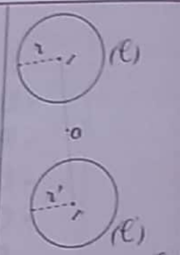
- *Le symétrique d'un point o par rapport à o est o.*

2 Propiétés

Par une symétrie centrale:

- *La symétrique d'une droite (D) est une droite parallèle à (D).*
- *La symétrique d'une demi-droite (D) est une demi-droite parallèle.*
- *Le symétrique d'un segment est un segment parallèle et de même longueur.*
- *Le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.*
- *Le symétrique d'un cercle de centre I et de rayon r est un cercle de centre le symétrique de I et de rayon r.*

Exemples:

				
• *La droite (D') est la symétrique de la droite (D) par rapport à o.*	• *La demi-droite [A'B') est la symétrique de la demi-droite [AB) par rapport à I.*	• *Le segment [A'B'] est la symétrique du segment [AB] par rapport à o.*	• *L'angle $\widehat{B'A'C'}$ est le symétrique de l'angle $\widehat{BAC}$ par rapport à K.*	• *Le cercle (C') est le symétrique du cercle (C) par rapport à o.*
• $\boxed{(D) \parallel (D')}$		• $\boxed{AB = A'B'}$	• $\boxed{\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}}$	

La symétrie centrale conserve les distances, l'alignement, les angles et les aires.

3 Centre de symétrie

Dire qu'un point o est centre de symétrie d'une figure (F) signifie que (F) est sa propre symétrique par rapport à o.

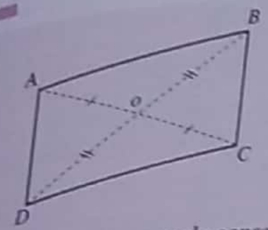
Exemple:

- *Le centre de symétrie d'un segment est son milieu.*
- *Le centre de symétrie d'un cercle est son centre.*

Exercice 1

Dessiner trois points A, B et O qui ne soient pas alignés; puis construis en couleur C et D les symétriques respectifs de A et B par rapport au centre O. Tracer en couleur le quadrilatère ABCD. Que peux tu dire de ses côtés [AB] et [CD] et de ses diagonales?

Réponse:

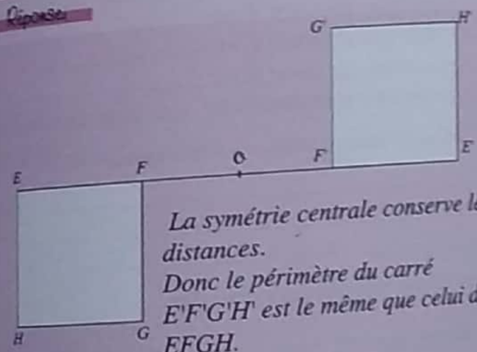


- *Puisque la symétrie centrale conserve les distances, les côtés [AB] et [DC] ont la même mesure: AB = CD.*
- *Puisque A et C sont symétriques par rapport à O, O est le milieu du segment [AC]. De même, O est le milieu du segment [BD]. Les diagonales de ABCD ont donc le même milieu O.*

Exercice 2

Dessiner le carré EFGH de côté 3cm, puis la demi-droite [EF). Sur [EF) placer le point o à 5cm de E et construire ensuite E'F'G'H' la figure symétrique de EFGH par rapport à O. Quel est le périmètre de EFGH par rapport à O. Quel est le périmètre de E'F'G'H'? Explique pourquoi.

Réponse:



La symétrie centrale conserve les distances. Donc le périmètre du carré E'F'G'H' est le même que celui de EFGH.

EFGH est un carré de côté 3cm donc son périmètre vaut $P = 3cm \times 4$ soit $P = 12cm$.

$\boxed{\text{Le périmètre de E'F'G'H' vaut 12cm}}$

Exercice 3

Sur la figure ci dessous, on avait tracé un quadrilatère EFGH et son symétrique E'F'G'H' par rapport à un point o. Une partie de la figure a été effacé.

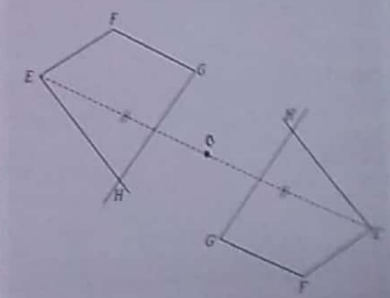
- Reconstruis l'enemble de la figure en expliquant la construction.

Réponse:

Placer le milieu o de [EE'].

Placer le symétrique F de F' par rapport à o, et le symétrique G' de G.

Prolonger les deux côtes issus de E qui se coupent en H et placer le symétrique de H par rapport à o.



Exercices

Exercice 1

A, B et C sont trois points alignés.
M, N et P sont respectivement leurs images dans la symétrie de centre o.

Répondre par Vrai ou Faux.
Dans la symétrie de centre o

1°) L'image du segment [AB] est la droite (MN).	
2°) L'image de la demi-droite [AB) est la demi-droite [NM).	
3°) L'image de (AB) est (MN) donc (AB) et (MN) ont même longueur.	
4°) A,B et C sont alignés, donc leurs images M,N et P sont alignés	
5°) Si AC = 3cm alors MN = 3cm	

Exercice 2

1°) Tracer une droite (D) et placer un point I sur cette droite.
Placer deux points M et N sur (D) distincts de I et construire leurs symétriques M' et N' par rapport à I.

2°) Quelles sont les images par symétrie de centre I de :

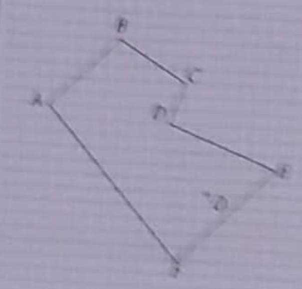
a) [MN] b) [MN) c) (MN)

- La symétrique de [MN] par rapport à I est____
- La symétrique de [MN) par rapport à I est____
- La symétrique de (MN) par rapport à I est____

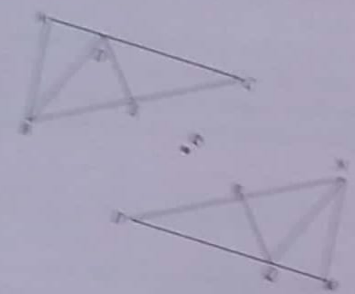
Exercice 3

On considère le dessin ci dessous.

Construire les symétriques des six points A, B, C, D, E et F par rapport à o.



Exercice 4



Les deux figures sont symétriques par rapport à o.

1°) Compléter les phrases suivantes:

Le symétrique du point A est____
Le symétrique du point B est____
Le symétrique du point C est____
Le symétrique du point D est____
Le symétrique du point F est____

2°) Ecrire trois égalités de longueurs.

3°) Ecrire trois égalités d'angles.

4°) Citer les paires de droites parallèles.

5°) Que peut-on dire de R si on sait que E est le milieu de [BC]?

Exercice 5

On segment [AB] de 4cm de longueur.
On appelle [A'B'] le symétrique de [AB] par rapport à un point o.
Construire dans chacun des cas suivants:

1°) o, A et B ne sont pas alignés.

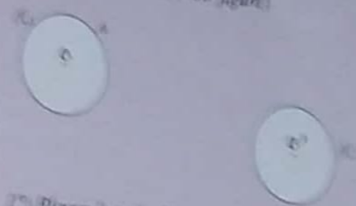
2°) o est un point de [AB] avec OA ≠ OB

3°) o est le milieu de [AB].

4°) o est aligné avec C et B mais n'est pas un point de [AB].

Exercice 6

(C_1) et (C_2) sont deux cercles de centres o et o' symétriques par rapport à I.
A est un point de (C_1) (voir figure)



1°) Placer le point I, puis le point B symétrique de A par rapport à I.

2°) Pourquoi le point B appartient-il au cercle (C_2)?

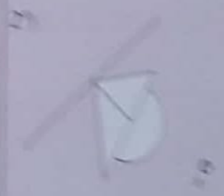
3°) Pourquoi les droites (oA) et (o'B) sont parallèles?

Exercice 7

Construire les figures symétriques par rapport à o.

1°)

2°)



Exercice 8

Indiquer si les lettres suivantes admettent ou non un centre de symétrie.

VINGT

La lettre V........

La lettre I........

La lettre N........

La lettre G........

La lettre T........

Exercice 9

Construire un segment [AB] de 8cm.

Construis le milieu I de [AB]

Construis le milieu J de [AI] et le milieu K de [IB].

- *Faire 3 phrases utilisant le mot «symétrique».*

Exercice 10

MNP est un triangle tel que MP = 6cm, MN = 3cm et $\widehat{NMP} = 70°$.

Soit I le milieu de [NP]. R est le symétrique de M par rapport à I.

1°) Faire une figure:

2°) Quelles sont les mesures de [NR], [PR] et $\widehat{NRP}$?

Justifie tes réponses.

3°) Les droites (NR) et (MP) sont elles parallèles?

Pourquoi?

4°) Quelle est la nature du quadrilatère MNRP?

Pourquoi?

Exercice 11

ABCD est un carré de côté 3cm.

M symétrique de A par rapport à B.

N symétrique de B par rapport à C.

P symétrique de C par rapport à D.

Q symétrique de D par rapport à A.

Faire une figure.

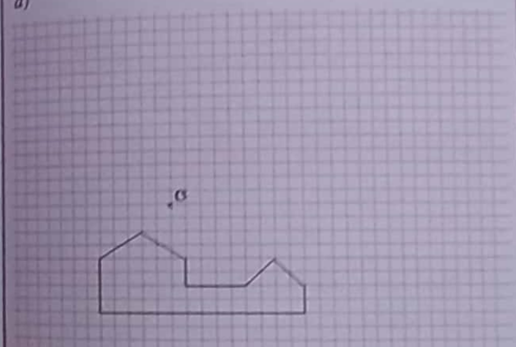
2°) Ecrire toutes les longueurs égales.

3°) Quelle semble être la nature de MNPQ?

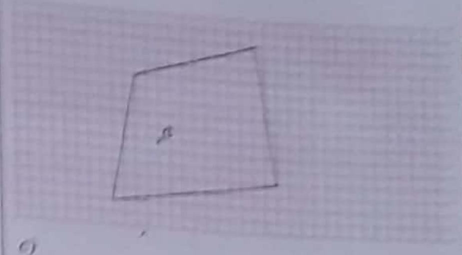
Exercice 12

Dans les shémas ci-dessous construire le symétrique de la figure par rapport au point o (symétrie centrale)

a)



b)



c)

Exercice 13

Dessiner en rouge le ou les centres de symétrie (s'il existe) des figures suivantes:

A Z E R T Y U I O P

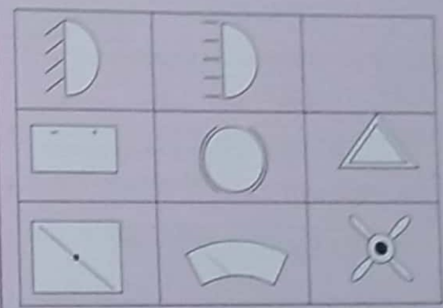
Q S D F G H J K L W

X C V B N 1 2 3 4 5 6

7 8 9

Exercice 14

Voici quelques voyants d'un tableau de bord de voiture:



Pour chacun de ces voyants, place (s'ils existent) leur centre de symétrie.

2 Deux parallèles et une sécante

L'essentiel du cours

1 Vocabulaire:

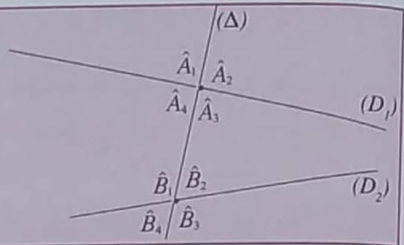
Observe la figure suivante:

➲ Les angles $\hat{A}_4$ et $\hat{B}_2$ sont dits **alternes-internes.**

➲ Les angles $\hat{A}_3$ et $\hat{B}_1$ sont aussi **alternes-internes**

➲ Les angles $\hat{A}_1$ et $\hat{B}_1$ sont dits **corespondants.**

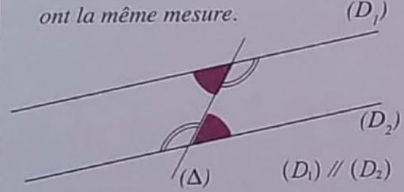
➲ Les angles $\hat{A}_4$ et $\hat{B}_4$; $\hat{A}_2$ et $\hat{B}_2$; $\hat{A}_3$ et $\hat{B}_3$ sont aussi **corespondants**



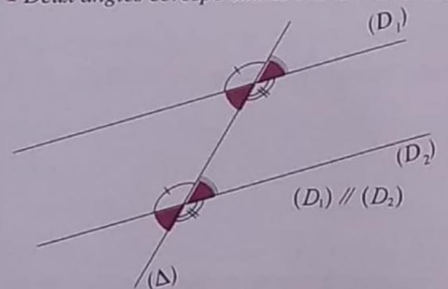
2 Propriétés:

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors:

✠ *Deux angles alternes-internes ont la même mesure.*

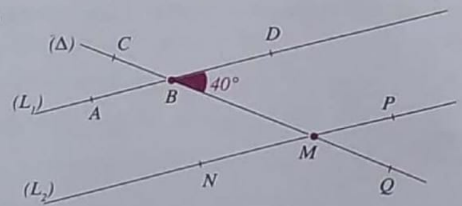


✠ *Deux angles corespondants ont la même mesure.*



Exemple: *On considère la figure suivante tel que:* $(L_1) // (L_2)$

• *Calculer les mesures des angles* $B\hat{M}N$ *et* $P\hat{M}Q$



✎ (Δ) *est sécante aux deux parallèles* (L_1) *et* (L_2)

Donc: ✧ $B\hat{M}N = M\hat{B}D$ *(alternes-internes)*

✧ $P\hat{M}Q = M\hat{B}D$ *(correspondants)*

Puisque: $M\hat{B}D = 40°$

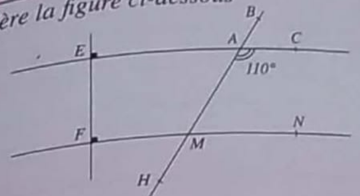
On a: $\boxed{B\hat{M}N = 40°}$ *et* $\boxed{P\hat{M}Q = 40°}$

➲ *Si deux droites coupées par une sécante en formant deux angles alternes-internes (ou correspondants) de même mesure alors ces droites sont parallèles.*

Exercices résolus

Exercice 1

On considère la figure ci-dessous



1°) Montrer que (AC) et (MN) sont parallèles.

2°) Calculer $B\hat{A}E$; $A\hat{M}F$; $F\hat{M}H$

Réponse:

1°) On a: $(EF) \perp (AC)$ *et* $(EF) \perp (MN)$

Donc: $(AC) // (MN)$.

2°) • *Les deux angles* $B\hat{A}E$ *et* $C\hat{A}M$ *sont opposés par le sommet A.*

Donc: $B\hat{A}E = C\hat{A}M$.

Sachant que: $C\hat{A}M = 110°$

On a donc: $\boxed{B\hat{A}E = 110°}$

• *On a :* $C\hat{A}M = A\hat{M}F$ *(alternes-internes)*

Or $C\hat{A}M = 110°$ *donc* $\boxed{A\hat{M}F = 110°}$

• *Les deux angles* $A\hat{M}F$ *et* $F\hat{M}H$ *sont supplémentaires.*

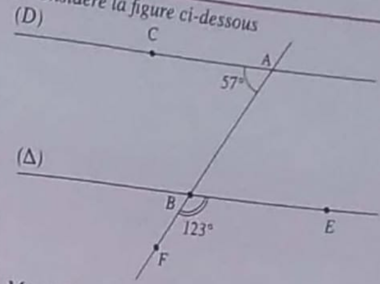
Donc: $A\hat{M}F + F\hat{M}H = 180°$

Sachant que: $A\hat{M}F = 110°$

On a: $\boxed{F\hat{M}H = 180° - 110° = 70°}$

Exercice 2

On considère la figure ci-dessous



Montrer que les droites (D) et (Δ) sont parallèles.

Réponse:

• *On a:* $E\hat{B}F + A\hat{B}E = 180°$

Signifie: $A\hat{B}E = 180° - E\hat{B}F$

Signifie: $A\hat{B}E = 180° - 123$

Donc: $\boxed{A\hat{B}E = 57°}$

Puisque: $B\hat{A}C = 57°$

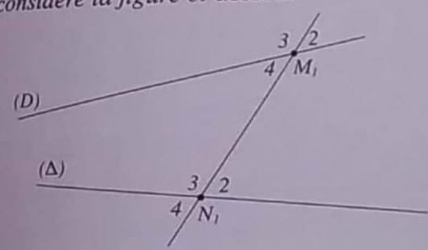
On a: $\boxed{B\hat{A}C = A\hat{B}E}$

• *Les angles* $B\hat{A}C$ *et* $A\hat{B}E$ *sont déterminés par les deux droites (D) et (Δ) et la sécante (AB); puisque* $B\hat{A}C$ *et* $A\hat{B}E$ *sont alternes-internes et isométrique alors:* $\boxed{(D) // (\Delta)}$

Exercices

Exercice 1

On considère la figure ci-dessous



Compléter par: alternes-internes ou correspondants:

• $\hat{M}_1$ *et* $\hat{N}_1$ *deux angles* ....

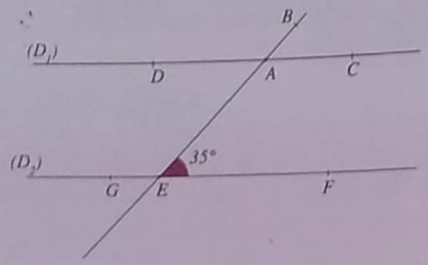
• $\hat{N}_2$ *et* $\hat{M}_4$ *deux angles* ....

• $\hat{M}_3$ *et* $\hat{N}_3$ *deux angles* ....

• $\hat{M}_1$ *et* $\hat{N}_3$ *deux angles* ....

Exercice 2

Dans la figure ci-dessous on a: $(D_1) \parallel (D_2)$



Calculer en justifiant votre réponse les mesures:

1°) de l'angle $\widehat{BAC}$:

2°) de l'angle $\widehat{DAE}$:

3°) de l'angle $\widehat{CAE}$:

Exercice 3

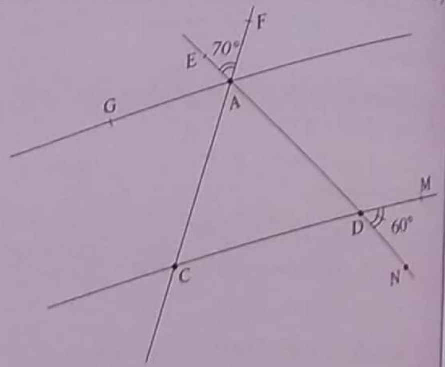
ABC est un triangle tels que:
$\widehat{ACB} = 50°$ *et* $\widehat{BAC} = 70°$
M est un point du segment [AB], N est un point du segment [AC] tel que: $\widehat{AMN} = 60°$

1°) *Construire une figure.*

2°) *Montrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.*

Exercice 4

Observer la figure ci-dessous tel que: (AG) // (CD)

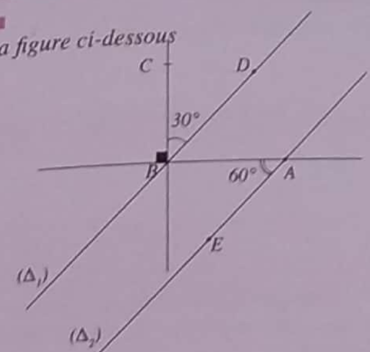


1°) *Calculer les mesures des angles du triangle ACD*

2°) *Calculer la mesure de l'angle* $\widehat{GAC}$

Exercice 5

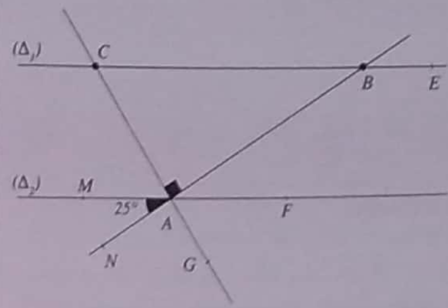
Observer la figure ci-dessous



Montrer que les droites (Δ_1) *et* (Δ_2) *sont parallèles.*

Exercice 6

On considère la figure ci-dessous tel que: $(\Delta_1) \parallel (\Delta_2)$



Calculer en justifiant votre réponse les mesures.

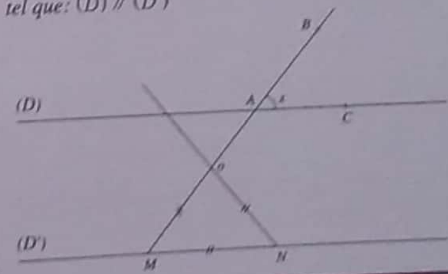
1°) de l'angle $\widehat{ABC}$.

2°) de l'angle $\widehat{FAG}$.

3°) de l'angle $\widehat{ABE}$.

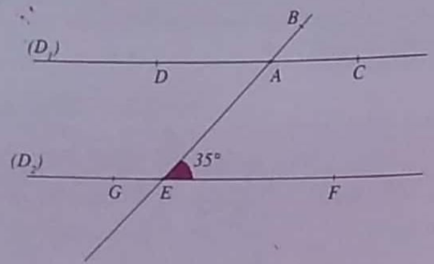
Exercice 7

On considère la figure ci-dessous tel que: (D) // (D′)



Exercice 2

Dans la figure ci-dessous on a: $(D_1) \parallel (D_2)$



Calculer en justifiant votre réponse les mesures:

1°) de l'angle $\widehat{BAC}$:

....

2°) de l'angle $\widehat{DAE}$:

....

3°) de l'angle $\widehat{CAE}$:

....

Exercice 3

ABC est un triangle tels que:
$\widehat{ACB} = 50°$ et $\widehat{BAC} = 70°$
M est un point du segment [AB], N est un point du segment [AC] tel que: $\widehat{AMN} = 60°$

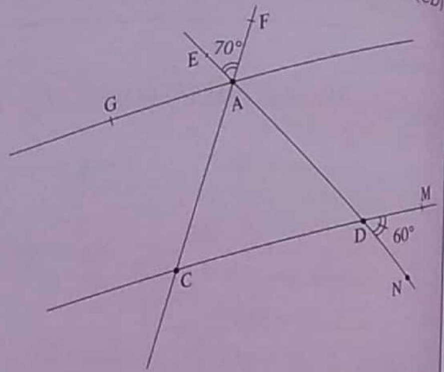
1°) Construire une figure.

2°) Montrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

....

Exercice 4

Observer la figure ci-dessous tel que: $(AG) \parallel (CD)$



1°) Calculer les mesures des angles du triangle ACD

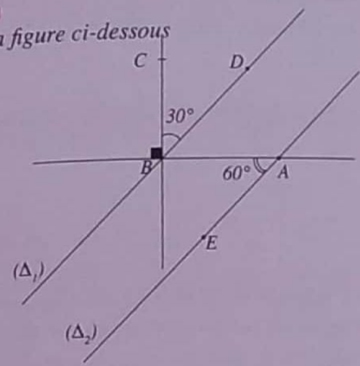
....

2°) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{GAC}$

....

Exercice 5

Observer la figure ci-dessous

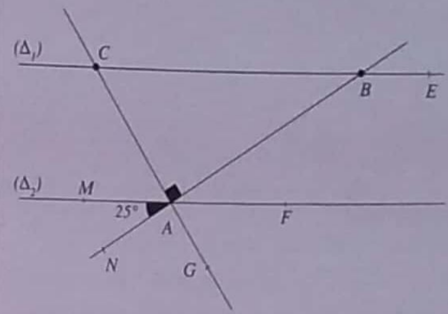


Montrer que les droites (Δ_1) et (Δ_2) sont parallèles.

....

Exercice 6

On considère la figure ci-dessous tel que: $(\Delta_1) \parallel (\Delta_2)$



Calculer en justifiant votre réponse les mesures.

1°) de l'angle $\widehat{ABC}$.

....

2°) de l'angle $\widehat{FAG}$.

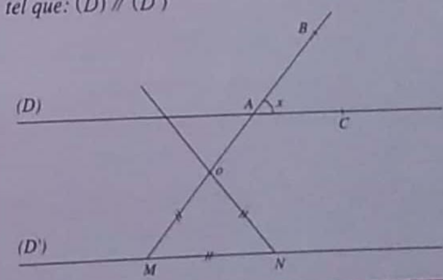
....

3°) de l'angle $\widehat{ABE}$.

....

Exercice 7

On considère la figure ci-dessous tel que: $(D) \parallel (D')$



• Calculer x

4°) Montrer que MN = BM + CN

Exercice 8

Soit un triangle ABC dont les bissectrices des angles $\hat{B}$ et $\hat{C}$ se coupent au point I; la parallèle à la droite (BC) passant par I rencontre [AB] au point M et [AC] au point N.

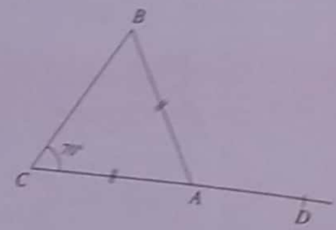
1°) Construire une figure

2°) Comparer les angles $I\hat{B}M$ et $B\hat{I}M$

3°) Quelle est la nature des triangles IBM et ICN?

Exercice 9

On considère la figure ci-dessous



• Construire (Δ) le support de la bissectrice de l'angle $B\hat{A}D$ et montrer que (Δ) et (BC) sont parallèles.

Exercice 10

Soit un triangle ABC, rectangle en A et la droite(Δ) perpendiculaire au côté [AC] en C; on marque sur (Δ) le point D tel que DC = CB et le quadrilatère ABCD est convexe.

1°) Construire une figure.

2°) Montrer que (BD) est la bissectrice de l'angle $A\hat{B}C$

Exercice 11

On dispose seulement d'une règle et d'un rapporteur.

Construire la parallèle à (D) passant par A

Exercice 12

Le triangle OAH est rectangle en H; la bissectrice de l'angle $O\hat{A}H$ rencontre le segment [OH] au point B; la perpendiculaire menée de B à la droite (OH) rencontre le segment [OA] au point C.

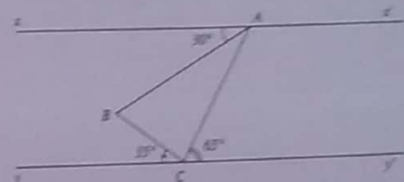
1°) Construire une figure.

2°) Les droites (AH) et (BC) sont-elles parallèles?

3°) Démontrer que le triangle ABC est isocèle.

Exercice 13

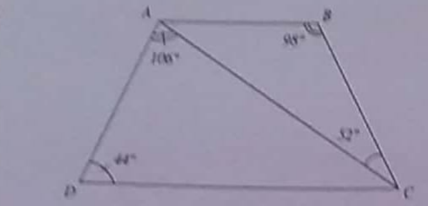
On considère la figure ci-dessous tel que (xx')//(yy')



• Calculer les mesures des angles du triangle ABC

Exercice 14

On considère la figure ci-dessous:



Montrer que le quadrilatère est un trapèze.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

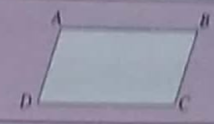
....

3 Parallélogrammes

L'essentiel du cours

1 Définition:

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux



Exemple: ABCD parallélogramme: (AB) // (CD) et (AD) // (BC)

2 Propriétés:

1) P1 *Dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leur milieu*

Exemple: ABCD parallélogramme alors: [AC] et [BD] ont le même milieu I

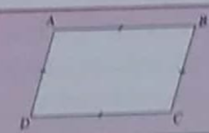
N.B: I est le centre de symétrie de ABCD

Réciproque:

Un quadrilatère non croisé dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

Exemple: [MP] et [NQ] se coupent en leur milieu et MNPQ est un quadrilatère non croisé alors MNPQ est un parallélogramme.

2) P2 *Dans un parallélogramme. les côtés opposés ont la même longueur*



Exemple: ABCD parallélogramme alors: $AB = CD$ et $AD = BC$

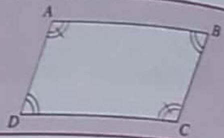
Réciproque:

Un quadrilatère non croisé dont les côtés opposés ont la même longueur est un parallélogramme.

Exemple: Si $MN = QP$; $MQ = NP$ et MNPQ est un quadrilatère non croisé alors: MNPQ est un parallélogramme.

3) P₃

Les angles opposés d'un parallélogramme ont la même mesure



Exemple:

ABCD est un parallélogramme alors: $\hat{A} = \hat{C}$ et $\hat{B} = \hat{D}$

Réciproque:

Un quadrilatère non croisé dont les angles opposés ont même mesure est un parallélogramme.

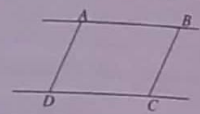
Exemple:

Si $\hat{M} = \hat{P}$; $\hat{N} = \hat{Q}$ et MNPQ est un quadrilatère non croisé

alors: MNPQ est un paralllélogramme.

4) P₄

Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés égaux et parallèles alors c'est un parallélogramme.



Exemple:

Si AB = DC ; (AB) // (DC) et ABCD quadrilatère non croisé

alors ABCD est un parallélogramme

Exercices résolus

Exercice 1

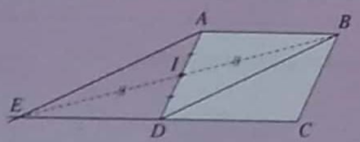
ABCD est un parallélogramme.
Tracer la droite parallèle à la droite (BD) passant par A; elle coupe la droite (CD) en E.

1°) Dire la raison qui permet d'affirmer que ABDE est un parallélogramme.

2°) Expliquer pourquoi DE = DC.

3°) Expliquer pourqoi les segments [BE] et [AD] se coupent en leur milieu I.

Réponse



1) ABCD est un parallélogramme

Donc (AB) // (DC)

Par hypothèse (AE) // (BD)

Donc les côtés opposés du quadrilatère ABDE sont parallèles.

Par suite: ABDE est un parallélogramme.

2°) Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur:

- ABCD est un parallélogramme donc AB = DC
- ABDE est un parallélogramme donc AB = DE

Donc: $\boxed{DC = DE}$

3°) ABDE est un parallélogramme.

Donc ses diagonales [BE] et [AD] se coupent en leur milieu I.

Exercice 2

1°) Tracer un triangle ABC quelconque.

Marquer le milieu I du segment [AC].

Placer le point M symétrique de B par rapport à I.

2°) Que peut-on dire du quadrilatère ABCM? (Justifier la réponse)

3°) Tracer la droite passant par B et parallèle à (AC), elle coupe la droite (MC) au point N.

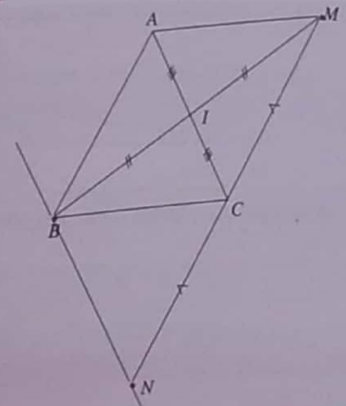
Dire pourquoi le quadrilatère ABNC est un parllélogramme.

4°) Dire pourquoi les segments [MC] et [CN] ont la même longueur et pourquoi les points M,C et N sont alignés.

• Que représente le point C pour le segment [MN]?

Réponse

1) Figure:



2°) • Les diagonales [AC] et [MB] du quadrilatère ABCM se coupent en leur milieu I.

Donc ABCM est un parallélogramme.

3°) • ABCM est un parallélogramme.

Donc (AB) // (CM)

De plus N appartient à (CM).

Donc (AB) // (NC)

• Dans le quadrilatère on a: (AB) // (NC) et (BN) // (AC).

Donc ABNC est un parallélogramme.

4°) • ABCM est un parallélogramme.

Donc AB = MC et (AB) // (MC)

ABNC est un parallélogramme.

Donc AB = NC et (AB) // (NC)

D'où: MC = NC et (MC) // (NC)

• Puisque (MC) // (NC) et ont un point commun C

Donc (MC) = (NC).

Par suite les points M,C et N sont alignés.

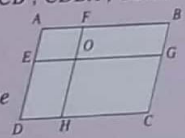
Donc C est milieu de [MN].

Exercices

Exercice 1

Parmi les notations suivantes du parallélogramme ABCD Barrer celles qui sont incorrectes:
DCBA ; ACBD ; BACD ; DACB ; CDBA ; CBAD

Donner toutes les notations possibles du parallélogramme ABCD



....

Citer tous les parallélogrammes que tu peux voir sur ce dessin.

....

Exercice 2

Construire le point C tel que ABCD soit un parallélogramme en utilisant que la règle non graduée et l'equerre.

Exercice 3

Construire le point H tel que EFGH soit un parallélogramme en utilisant que le compas :

E F G

2°) En justifiant les réponses, donner la longueur des segments [AB] et [BC] et la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

- ....
- ....

Exercice 4

Construire le parallélogramme IJKL de centre o :

I J o

Exercice 5

Construire le parallélogramme ABCD de centre o tel que : $AC = 6cm$; $BD = 10cm$ et $\widehat{BOC} = 50°$

Exercice 6

1°) Construire un parallélogramme tel que :
$AD = 4cm$; $\widehat{ADC} = 70°$ $DC = 6cm$

Exercice 7

Soit ABCD un parallélogramme et I le milieu de [AB].

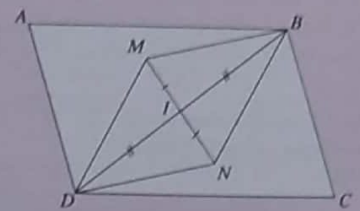
La parallèle à (BC) passant par I coupe (DC) en J

1°) Construire la figure.

2°) Démontrer que (IBCJ) est un parllélogramme.

....

Exercice 8



Dans la figure ci-dessous, ABCD et MBND sont deux parallélogrammes.

1°) Démontrer que I est le milieu de [AC].

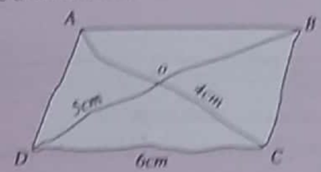
....

2°) Démontrer que AMCN est un parallélogramme

....

Exercice 9

Le parallélogramme ABCD ci-dessous a été dessiné à main levée.



1°) Reproduire ce parallélogramme en respectant les indications du dessin.

....

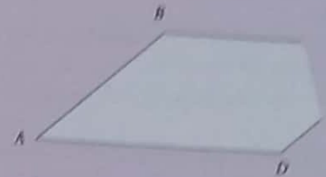
2°) En justifiant les réponses, donner la longueur des segments [AB], [AC] et [BD].

- ....
- ....
- ....

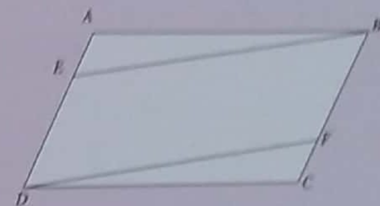
Exercice 10

Le parallélogramme ABCD ne tient pas sur cette feuille. Sans rien prolonger hors de celle-ci, tracer la partie de la diagonale [AC] qui tient sur cette page et donne la mesure de [AC] : AC = ...

Tu peux utiliser uniquement une règle graduée.



Exercice 11



Dans cette figure, ABCD est un parallélogramme et (BE) // (DF).

1°) Démontrer que EBFD est un parallélogramme.

....

2°) Démontrer que [AC], [BD] et [EF] ont le même milieu.

....

....

....

....

....

3°) Tracer AFCE et démontre que c'est un parallélogramme.

....

....

....

....

....

Exercice 10

Soit deux cercles (C) et (C') de même centre o et de rayon respectifs 3cm et 2cm.

Soit [DT] un diamètre de (C) et [AE] un diamètre de (C').

Que peut-on dire du quadrilatère DATE? Justifier.

• ....

....

....

....

....

....

....

....

Exercice 13

Dessine un parallélogramme dont la longueur d'un côté est 6cm et dont la hauteur relative à ce côté est 4cm. Ton dessin est-il obligatoirement superposable à celui de ton voisin?

Calculer l'aire de ce parallélogramme.

Exercice 14

Pour un parallélogramme ABCD:

AB = 72mm, le périmètre est 252mm et l'aire est de 2880mm².

1°) Calculer la longueur BC.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2°) Calculer la longueur de la hauteur relative au côté [AB].

....

....

....

....

....

....

....

3°) Calculer la longueur de la hauteur relative à [BC].

....

....

....

....

....

....

....

4°) Construire le parallélogramme ABCD.

4 Les parallélogrammes particuliers

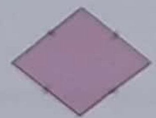
L'essentiel du cours

1 Définitions:

Un rectangle est un quadrilatère qui a *quatre angles droits.*

rectangle

Un losange est un quadrilatère qui a *quatre côtés de même longueur.*



Losange

Un carré est un quadrilatère qui a *quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.*

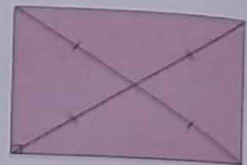
Carré

2 Propriétés:

Le rectangle, le losange et le carré sont des parallélogrammes particuliers.

*Un **rectangle** est un **parallélogramme** qui a un **angle droit**.*

*Un **rectangle** est un **parallélogramme** qui a les diagonales de même longueur.*



*Un **losange** est un **parallélogramme** qui a **deux côtés consécutifs de même longueur**.*

*Un **losange** est un **parallélogramme** qui a les **diagonales perpendiculaires**.*

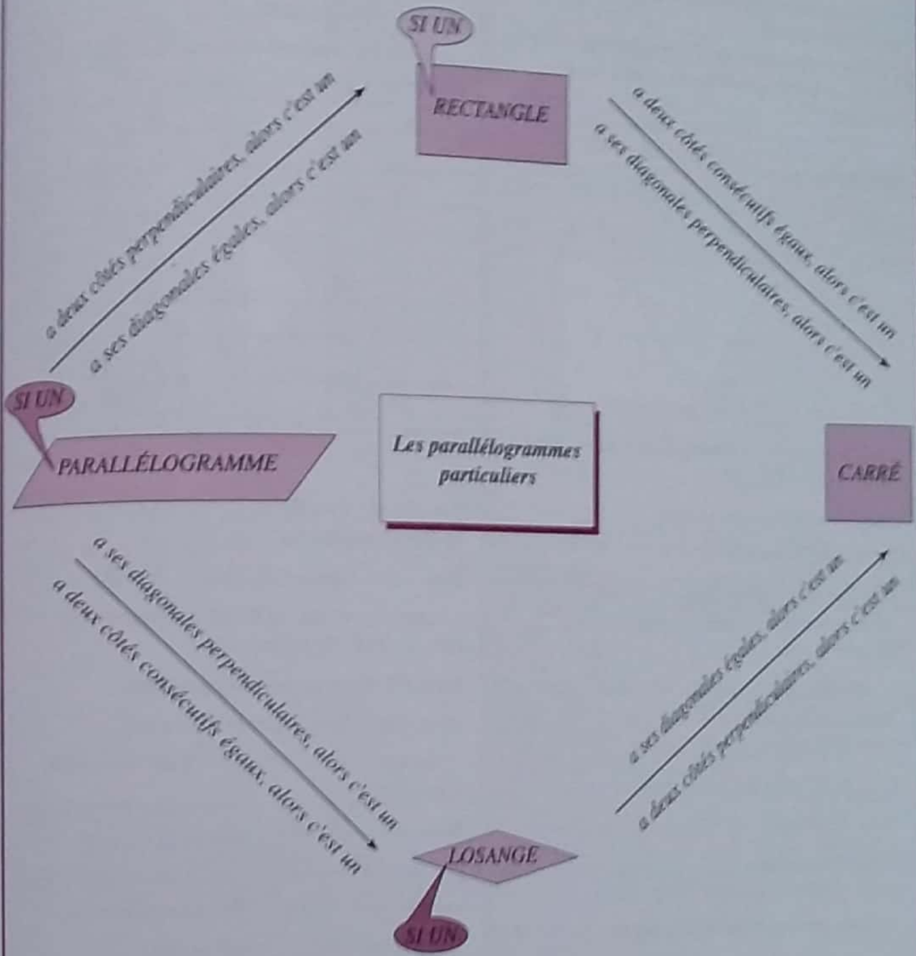
*Un **losange** est un **parallélogramme** qui a les **diagonales bissectrices des angles**.*

*Un **carré** est un **parallélogramme** qui est **rectangle** et **losange à la fois**.*
Les diagonales d'un carré se coupent en leur milieu (parallélogramme), ont même longueur (rectangle), sont perpendiculaires (losange) et sont bissectrices des angles (losange).

- ***Centre de symétrie***

Le rectangle, le losange et le carré sont des parallélogrammes, donc le point de rencontre des diagonales est un centre de symétrie.

3 Récapitulatifs des propriétés des quadrilatères

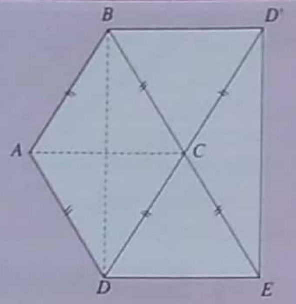


Exercice 1

ABCD est un losange. Le point E est le symétrique du point B par rapport au point C.
1) Construire une figure.
2) Monter que le quadrilatère ACED est un parallélogramme.
3) D' est le symétrique de D par rapport au point C.
• Montrer que le quadrilatère EDBD' est un rectangle

Réponse

1) Figure:



2) • On a : E est le symétrique de B par rapport à C
Donc: $\boxed{BC = CE}$ (1)

Puisque ABCD est un losange

alors : $\boxed{BC = AD}$ (2)

De (1) et (2) on déduit que : CE = AD.
Sachant que (BC) // (AD) et (BC)=(CE)
On a: (CE) // (AD)

• Dans le quadrilatère ACED on a:
(AD) // (CE) et AD = CE
alors ACED est parallélogramme.

3) D' est l'image de D par rapport à C

Donc: C est milieu de [DD'] et comme C est milieu de [BE].

alors EDBD' est un parallélogramme.

puisque CB = CD (ABCD losonge)

Alors: CD = CD' = CB = CE
Donc CE + CB = CD + CD'
par suite BE = DD'

• Dans le quadrilatère EDBD' les diagonales [BE] et [DD'] ont le même milieu et isométriques.

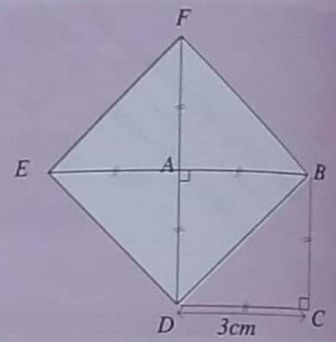
Donc EDBD' est un rectangle.

Exercice 2

ABCD est un carré de côté 3cm.
E et F symétriques respectifs des sommets B et D par rappport à A.
1) Construire une figure.
2) Quelle est la nature du quadrilatère BDEF? Justifier la réponse.

Réponse

1) Figure:



2) • on a: E et F sont les symétriques respectifs de B et D par rapport à A.

Donc: A est le milieu de [BE] et de [FD].

• Dans le quadrilatère BDEF, les diagonales [EB] et [FD] ont même milieu.

Alors BDEF est un parallélogramme.

On a : AB = AD (ABCD est un carré)

et: AB = AE ; AF = AD (A milieu de [EB] et de [FD].

Donc: AE = AB = AD = AF

par suite: $\boxed{FD = EB}$

• On a: $(AB) \perp (AD)$ (ABCD est un carré)

et: (AB) = (BE) ; (AD) = (AF)

Donc: $(FD) \perp (EB)$

• Enfin le parallélogramme EFBD a:

+ $(FD) \perp (EB)$

+ FD = EF

Donc: EFBD est un carré.

Propriétés	Parallélogramme	Rectangle	Losange	Carré
Côtés opposés parallèles				
Côtés opposés égaux				
Côtés successifs égaux				
Côtés successifs perpendiculaires				
Angles opposés égaux				
Angles successifs égaux				
4 angles droits				
Diagonales qui se coupent en leurs milieux				
Diagonales égaux				
Diagonales perpendiculaires				
Un centre de symétrie				

Construire:
1) Un rectangle ABCD tel que:
AC = 8cm et AD = 3cm

2) Un losange MNPQ tel que:
MP = 5cm et NQ = 3cm

4) Un carré RSTU tel que:
RT = 4,8cm

1°) Quelle est l'aire d'un carré dont le périmètre est 20cm?

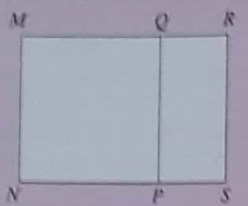
....

2°) Quelle est l'aire d'un rectangle dont le périmètre est 16cm et dont un côté mesure 2cm?

....

Exercice 4

MNPQ est un carré de 24cm de périmètre.
PQRS est un rectangle dont l'aire est $15cm^2$.



• Calculer les dimensions du rectangle MNSR.

....

....

....

....

....

....

Exercice 5

Construire un triangle ABC rectangle en B tel que:
$BC = 4$ et $AC = 5$.

Construire I le milieu du côté [AC]; construire le point D symétrique de B par rapport à I.

1°) Figure:

2°) Justifier que le quadrilatère est un rectangle.

....

....

....

....

....

3°) Quelle est la longueur du segment [BD]?
Justifier ta réponse.

....

....

....

....

....

Exercice 6

1°) Tracer un rectangle ABCD.
Construire la parallèle à (BD) passant par C; cette parallèle coupe (AD) en E.
Figure:

2°) Quelle est la nature du quadrilatère BCED?
Justifier ta réponse.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3°) Quelle est la nature du triangle ACE? Justifier ta réponse.

....

....

....

....

....

Exercice 7

MNPQ est un parallèlogramme tel que: $NP = 2MN$
I et J, milieux respectifs [NP] et [MQ].

1°) Construire une figure.

2°) Justifier que MNIJ et QPIJ sont des losanges.

....

....

....

....

....

....

....

3°) Justifier que J est le centre du cercle circonscrit au triangle MIQ et déduire la nature de ce triangle.

....

....

....

....

....

....

Exercice 8

Soit un parallèlogramme ABCD.

La bissectrice de l'angle $\hat{A}$ rencontre la droite (DC) au point F, la bissectrice de l'angle $\hat{D}$ rencontre la droite (AB) au point E, soit O le point de rencontre de ces deux bissectrices.

1°) Construire une figure

2°) Montrer que le triangle AOD est rectangle.

....

....

....

....

....

....

....

....

3°) Montrer que le quadrilatère ADFE est un losange.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Exercice 9

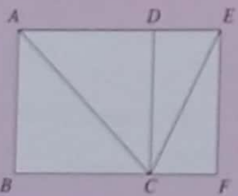
Soient deux diamètres [AB] et [CD] d'un cercle $\mathcal{C}$

1°) Construire une figure.

2°) Montrer que les points A,B,C,D sont les sommets d'un rectangle.

Exercice 10

Le carré ABCD a une aire de $4cm^2$, le triangle ACE une aire de $3cm^2$.



Calculer les dimensions du rectangle DCFE.

5 Cercle et droite

L'essentiel du cours

I Cercle:

1°) Définition

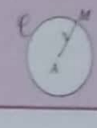
A un point du plan et r un nombre positif.

L'ensemble des points du plan situés à la distance r du point A est appelé le cercle de ***centre A et de rayon r****, on le note $\mathcal{C}(A;r)$.*

2°) Propriété

$\mathcal{C}(A;r)$ un cercle et M un point.

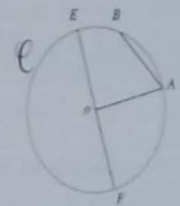
M appartient à $\mathcal{C}(A;r)$ signifie que AM = r



3°) Vocabulaire

- *Le segment formé par deux points appartenat à un cercle est appelé* ***une corde*** *de ce cercle.*
- *La corde qui contient le centre du cercle est appelé* ***diamètre****.*
- *Le segment formé par le centre du cercle et un point du cercle est appelé* ***rayon****.*

Exemple:



- *[AB] est une corde du cercle $\mathcal{C}$*
- *[OA] est le rayon du cercle $\mathcal{C}$*
- *[EF] est un diamètre du cercle $\mathcal{C}$*
- *Les point E et F sont diamètralement opposés.*

4°) Remarques:

- *Si [AB] est un diamètre on dit les points A et B sont diamètralement opposés.*

II Le disque:

1°) Définition

A un point du plan et r un nombre positif.

L'ensemble des points du plan situés à une distance inférieur ou égale à r du point A est appelé ***Le disque du centre A et de rayon r****; on le note généralement par D(A;r).*

Remarque: *Le disque D(A,r) est formé par les points du cercle $\mathcal{C}(A,r)$ et les points à l'intérieur du cercle $\mathcal{C}(A;r)$.*