PAR OLINGA
"CATCH THE VISION"

Mathématiques 2nd

ACTIVITES GEOMETRIQUES E & C



Résumé de cours, Exercices et solutions

M. OLINGA
"CATCH THE VISION"

Mathématiques

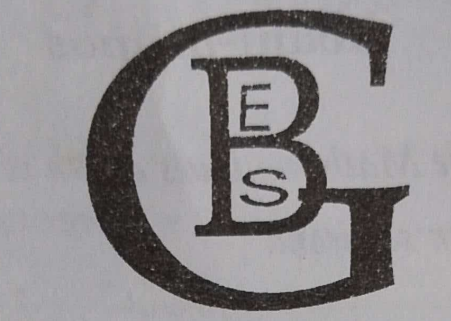
2nd

Série E.C

ACTIVITES GEOMETRIQUES

Production et distribution:

Les Editions G.B.E.S



GROUPE BETHLEHEM EPHRATA SERVICES

E-mail : gbesfi@yahoo.fr

04 485 99 85 / 06 680 18 80

Appartient à : .....

Ecole: ..... Classe:.....

Adresse : .....

Tel :.....

Ville :.....

Avertissement :

« Toute reproduction ou photocopie est strictement interdite, sous peine des poursuites judiciaires »

Avant-propos

Ce nouveau fascicule de Mathématiques est un véritable guide pour les élèves de la 2nd qui s'en serviront.

Il est conçu par des professionnels de l'enseignement et est adapté au nouveau programme. Ce document répond aux normes d'évaluation de la pédagogie par objectif (P.P.O).

Toutes les critiques à cette première production contribueraient à améliorer les prochains travaux :
«La science progresse par erreurs corrigées.»

Olinga MOUELET

SOMMAIRE

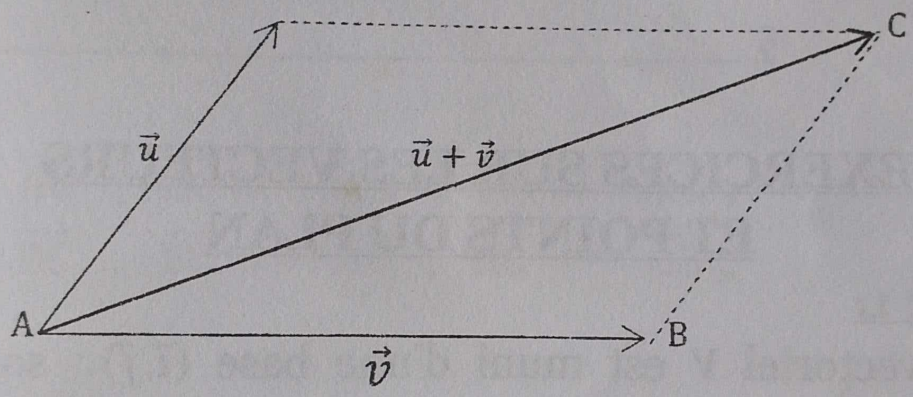
Vecteurs et points du plan :.....07
Angle oriente et Trigonométrie :.....27
Géométrie de l'espace :.....46
Les transformations du plan :.....74

VECTEURS ET POINTS DU PLAN

Définition:

On appelle norme de $\vec{u}$ la distance AB où (A, B) est un représentant de $\vec{u}$. On la note : $\|\vec{u}\|$.

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ des vecteurs. A, B, C étant des points tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$. On pose : $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + BC$



Relation de Chasles:

Pour tous points A, B, C : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Inégalité triangulaire:

Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$: $\|\vec{u} + \vec{v}\| \leq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$

Calcul vectoriel:

Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$, pour tous nombres réels λ et μ.

On a :

1. $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$
2. $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$
3. $(\lambda+\mu)\times\vec{u}=\lambda\vec{u}+\mu\vec{u}$
4. $\lambda(\vec{u}+\vec{v})=\lambda\vec{u}+\lambda\vec{v}$
5. $\lambda\vec{u}=\vec{u}$.

Calcul vectoriel

$\lambda\vec{u}=0 \Leftrightarrow \lambda=0$ ou $\vec{u}=0$

$\lambda\vec{u}\neq 0 \Leftrightarrow \lambda\neq 0$ ou $\vec{u}\neq 0$

EXERCICES SUR LES VECTEURS ET POINTS DU PLAN

Exercice 1:

Le plan vectoriel V est muni d'une base $(\vec{i},\vec{j})$; soient les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$.

Calculer : $\det(\vec{u},\vec{v})$; $\det(\vec{v},\vec{u})$ et $\det(\vec{u},-\vec{v})$

Exercice 2:

Le plan vectoriel V est muni d'une base $(\vec{i},\vec{j})$; soient les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$; $\vec{w}\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$.

Calculer : $\det(\vec{u},\vec{w})$; $\det(\vec{u}+\vec{v},-\vec{w})$ et $\det(-\vec{u},-\vec{v})$

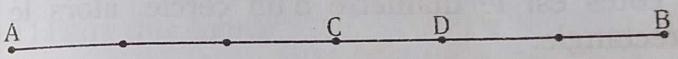
Exercice 3:

Le plan vectoriel V est muni d'une base $(\vec{i};\vec{j})$; soient les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$.

1. Démontrer que $(\vec{u},\vec{v})$ est une base de V.
2. Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$?

Exercice 4 :

On donne la figure suivante :



$\overrightarrow{BD}=\cdots\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AC}=\cdots\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{BD}=\cdots\overrightarrow{AD}$;

$\overrightarrow{CD}=\cdots\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BC}=\cdots\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}=\cdots\overrightarrow{DB}$;

Exercice 5:

Soit ABC un triangle quelconque :

Construis les points D et E tels que : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{BA}$.

Exercice 6:

Développer et réduire :

$\vec{a}=7\vec{u}-4\vec{v}+3(\vec{u}+3\vec{w})-5(2\vec{w}-\vec{v})$

$\vec{b}=4(2\vec{u}-\vec{v})-4(3\vec{u}-\vec{v})+3\vec{u}$

Exercice 7 :

Développer et réduire :

$\vec{a} = 2\vec{u} - 3(5\vec{v} - \vec{u}) + 4(\vec{w} + 2\vec{v})$

$\vec{b} = \vec{u} + 2(3\vec{v} + \vec{w}) - 5(2\vec{u} + 3\vec{v})$

Exercice 8 : Réponds par vrai ou faux puis justifie.

Dans un triangle :

a) Le centre de gravité est l'intersection des médiatrices.

b) L'orthocentre est l'intersection des hauteurs.

c) Les bissectrices se coupent au centre du cercle inscrit.

d) Si l'un des côtés est le diamètre d'un cercle, alors le triangle est rectangle.

Exercice 9:

Réponds par vrai ou faux :

Dans le repère orthonormé (O, I, J). On donne $A(3\,;2)$ et $B(5\,;1)$.

a) $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$

) $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

) $AB = 2^2 + 1^2 = 5$

) Le milieu de $[AB]$ a pour coordonnées $\left(4\,;\frac{3}{2}\right)$.

ercice 10:

t ABC, un triangle, I le milieu de $[BC]$. Une droite Δ allèle à (AI) coupe (BC), (CA) et (AB), respectivement en B' et C'. Montrer que : $\frac{AC}{AB} = \frac{AB'}{AC'}$.

Exercice 11 :

A B C D, est un trapèze avec (AB)//(CD). Par intersection des diagonales (AC) et (BD), on mène Δ, parallèle à (AD) et qui coupe (BC) et qui coupe [DC] en G.

1) Faire une figure

2) Montrer que GC = DF.

Exercice 12 :

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points : $A(3\,;3)$; $B(5\,;2)$; $C(1\,;-1)$; $E(11\,;2)$; $F(7\,;4)$.

1) Faire une figure

2) Montrer que les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

3) Montre que le triangle ABC est rectangle.

4) Soit $G(7\,;-6)$.

Calcule FG ; EF et EG.

Exercice 13 :

Soient $A(2\,;1)$; $B(5\,;3)$; $C(7\,;0)$ et $E\left(\frac{9}{2}\,;\frac{1}{2}\right)$ dans un repère orthonormé.

1) Montrer que A B C est un triangle rectangle isocèle.

2) Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre E et de rayon $\frac{\sqrt{26}}{2}$

a. Vérifier que A, B et C sont des points de $\mathcal{C}$ et que E est le milieu de [AC].

b. Construire $\mathcal{C}$.

Exercice 7 :

Développer et réduire :

$\vec{a} = 2\vec{u} - 3(5\vec{v} - \vec{u}) + 4(\vec{w} + 2\vec{v})$

$\vec{b} = \vec{u} + 2(3\vec{v} + \vec{w}) - 5(2\vec{u} + 3\vec{v})$

Exercice 8 : Réponds par vrai ou faux puis justifie.

Dans un triangle :

a) Le centre de gravité est l'intersection des médiatrices.

b) L'orthocentre est l'intersection des hauteurs.

c) Les bissectrices se coupent au centre du cercle inscrit.

d) Si l'un des côtés est le diamètre d'un cercle, alors le triangle est rectangle.

Exercice 9:

Réponds par vrai ou faux :

Dans le repère orthonormé (O, I, J). On donne $A(3\,;2)$ et $B(5\,;1)$.

a) $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$

b) $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

c) $AB = 2^2 + 1^2 = 5$

d) Le milieu de $[AB]$ a pour coordonnées $\left(4\,;\frac{3}{2}\right)$.

Exercice 10:

Soit $A\,B\,C$, un triangle, I le milieu de [BC]. Une droite Δ parallèle à (AI) coupe (BC), (CA) et (AB), respectivement en $'$, B' et C'. Montrer que : $\frac{AC}{AB} = \frac{AB'}{AC'}$.

Exercice 11 :

A B C D, est un trapèze avec (AB)//(CD). Par intersection des diagonales (AC) et (BD), on mène Δ, parallèle à (AD) et qui coupe (BC) et qui coupe [DC] en G.

1) Faire une figure

2) Montrer que GC = DF.

Exercice 12 :

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les points : $A(3\,;3)$; $B(5\,;2)$; $C(1\,;-1)$; $E(11\,;2)$; $F(7\,;4)$.

1) Faire une figure

2) Montrer que les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

3) Montre que le triangle ABC est rectangle.

4) Soit $G(7\,;-6)$.

Calcule FG ; EF et EG.

Exercice 13 :

Soient $A(2\,;1)$; $B(5\,;3)$; $C(7\,;0)$ et $E\left(\frac{9}{2}\,;\frac{1}{2}\right)$ dans un repère orthonormé.

1) Montrer que A B C est un triangle rectangle isocèle.

2) Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre E et de rayon $\frac{\sqrt{26}}{2}$

a. Vérifier que A, B et C sont des points de $\mathcal{C}$ et que E est le milieu de [AC].

b. Construire $\mathcal{C}$.

Exercice 14 :

Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre $I(1;-2)$, de rayon 5. Montrer que $A(4;2)$ et $B(-2;-6)$ sont deux points diamétralement opposés de $(\mathcal{C})$.

Exercice 15 :

On donne les quatre points $A(-2;0)$; $B(4;-2)$; $C(5;1)$ et $D(-1;3)$. Montre que le quadrilatère **A B C D** est un rectangle.

Exercice 16 :

On se place dans un repère orthonormé et on donne :

$A(-5;6)$; $B(-1;1)$; $C(7;-8)$ et $D(9;9)$.

1) Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BD}$.

2) Les points A, B et C sont-ils alignés ? (Justifier)

3) Le triangle **A B D** est-il rectangle en B ? (Justifier)

Exercice 17 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

On considère les points : $A(-1;-1)$; $B(1;3)$ et $C(4;-1)$.

1) Déterminer les coordonnées du point D de manière à ce que ABCD soit un parallélogramme.

2) Déterminer les coordonnées du centre de **A B C D** ? (Justifier).

Exercice 18 :

Soit ABC un triangle de centre de gravité **G**. **I** le milieu de [BC].

Démontrer que pour tout point M du plan.

a) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$

b) $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{IA}$

Exercice 19 :

Soit ABC un triangle,

Placer les points I, J et K tels que :

$\overrightarrow{BI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{AK}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

SOLUTIONS SUR LES VECTEURS ET POINTS DU PLAN

Solution 1 :

Je calcule :

$\det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix}2 & 2\\ 3 & -4\end{vmatrix}=2(-4)-3x2=-8-6=-14$

$\det(\vec{u},\vec{v})=-14$

$\det(\vec{v},\vec{u})=\begin{vmatrix}2 & 2\\ -4 & 3\end{vmatrix}=2x3-(-4)x2=6+8=14$

$det(\vec{v},\vec{u})=14$

$\det(\vec{u},-\vec{v})=\begin{vmatrix}2 & -2\\ 3 & 4\end{vmatrix}=2x4-3(-2)=8+6=14$

$\det(\vec{u},-\vec{v})=14$

Solution 2 :

Je calcule :

$\det(\vec{u},\vec{w}) = \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = -2x5 - 4x3 = -10 - 12 = -22$

$\underline{\det(\vec{u},\vec{w}) = -22}$

$\det(\vec{u}+\vec{v},-\vec{w}) = \begin{vmatrix} -2+1 & -4 \\ 3+0 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 3 & -5 \end{vmatrix}$

$= (-1)(-5) - (-4)x3 = 5 + 12 = 17$

$\underline{\det(\vec{u}+\vec{v},-\vec{w}) = 7}$

$\det(-\vec{u},-\vec{v}) = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} 2x0 - (-1)(-3) = 0 - 3 = -3$

$\underline{\det(-\vec{u},-\vec{v}) = -3}$

Solution 3:

1) Je démontre que $(\vec{u},\vec{v})$ est une base de V.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ est une base si et seulement si $d(\vec{u},\vec{v}) \neq 0$

On a : $d(\vec{u},\vec{v}) = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2x2 - 3x1 = 4 - 3 = 1$

$d(\vec{u},\vec{v}) \neq 0$

2) Je trouve les coordonnées des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$

$\begin{cases} \vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} \\ \vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u} - \vec{v} = (2\vec{i} + \vec{j}) - (3\vec{i} + 2\vec{j}) \\ \vec{u} + \vec{v} = (2\vec{i} + \vec{j}) + 2(3\vec{i} + 2\vec{j}) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \vec{u} - \vec{v} = \vec{i} - \vec{j} \\ \vec{u} + \vec{v} = 8\vec{i} + 5\vec{j} \end{cases}$

$\underline{2\vec{u} = 7\vec{i} + 4\vec{j}}$

d'où $\vec{i}\begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{cases} \vec{u} + \vec{v} = 8\vec{i} + 5\vec{j} \\ -\vec{u} + \vec{v} = \vec{i} + \vec{j} \end{cases}$

$\underline{2\vec{v} = 9\vec{i} + 6\vec{j}}$

d'où $\vec{j}\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$

Solution 4 :

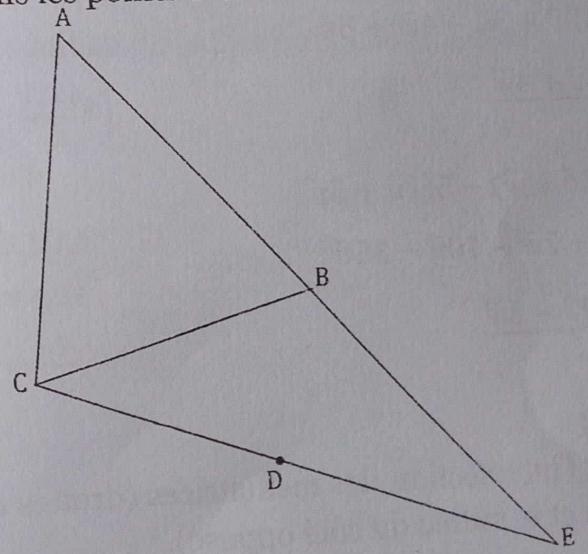
Je complète les égalités :

$\overrightarrow{BD} = -3\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{BD} = -4\overrightarrow{AD}$;

$\overrightarrow{CD} = -3\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BC} = -6\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{DB}$.

Solution 5 :

Je construis les points D et E :



Solution 6:

Je développer et réduis :

$\vec{a} = 7\vec{u} - 4\vec{v} + 3(\vec{u} + 3\vec{w}) - 5(2\vec{w} - \vec{v})$

$= 7\vec{u} - 4\vec{v} + 3\vec{u} + 9\vec{w} - 10\vec{w} + 5\vec{v}$

$\underline{\vec{a} = 10\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}}$

$\vec{b} = 4(2\vec{u} - \vec{v}) - 4(3\vec{u} - \vec{v}) + 3\vec{u}$

$= 8\vec{u} - 4\vec{v} - 12\vec{u} + 4\vec{v} + 3\vec{u}$

$\underline{\vec{b} = -\vec{u}}$

Solution 7 :

Je développe et je réduis :

$\vec{a} = 2\vec{u} - 3(5\vec{v} - \vec{u}) + 4(\vec{w} + 2\vec{v})$

$= 2\vec{u} - 15\vec{v} + 3\vec{u} + 4\vec{w} + 8\vec{v}$

$\underline{\vec{a} = 5\vec{u} - 7\vec{v} + 4\vec{w}}$

$\vec{b} = \vec{u} + 2(3\vec{v} + \vec{w}) - 5(2\vec{u} + 3\vec{v})$

$= \vec{u} + 6\vec{v} + 2\vec{w} - 10\vec{u} - 15\vec{v}$

$\underline{\vec{b} = -9\vec{u} - 9\vec{v} + 2\vec{w}}$

Solution 8 :

a) Faux, c'est l'intersection des médiatrices (droites qui lient un sommet et le milieu du côté opposé).

b) Vrai, une hauteur passe un sommet été st perpendiculaire au côté opposé.

c) Vrai, ne pas confondre avec els médiatrices, qui se coupent au centre du cercle circonscrit.

d) Faux, n'importe quel segment est le diamètre d'un cercle (et d'un seul). Cependant, si le troisième sommet se trouve sur ce cercle, alors le triangle est rectangle.

Solution 9 :

a) Faux, il faut calculer la différence des coordonnées (celles de B moins celle de A). Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

b) Vrai

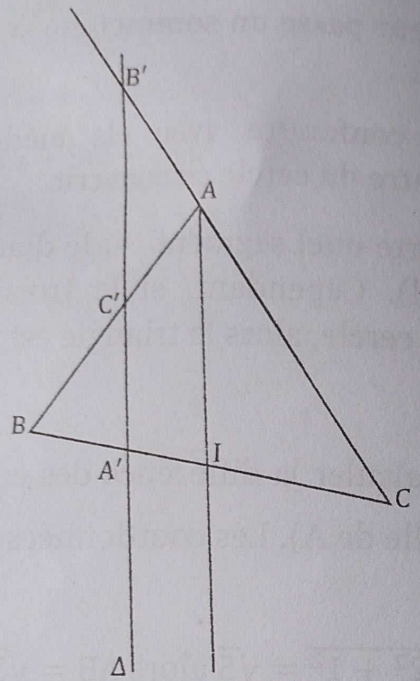
c) Faux, $AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ alors $AB = \sqrt{5}$

d) Vrai, le milieu de [AB] a pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Solution 10 :

Je montre que : $\frac{AC}{AB} = \frac{AB'}{AC'}$.

On a $\frac{AC'}{AB} = \frac{AB'}{AC}$.



On considère les triangles AIC et B′C′A′, en configuration de Thalès, $\frac{AB'}{AC} = \frac{IA'}{IC}$.

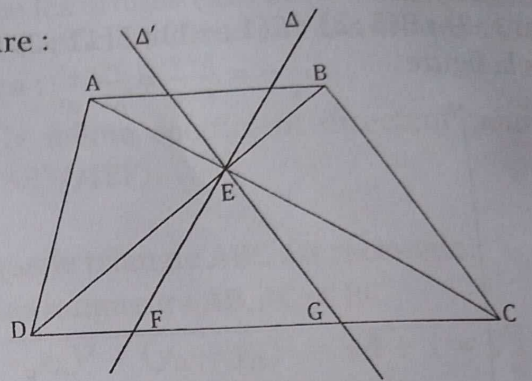
I est le milieu de [BC], donc IC = BI, d'où $\frac{AB'}{AC} = \frac{IA'}{IC}$.

Les triangles B′C′A et BAI sont également en configuration de Thalès, donc $\frac{IA'}{BI} = \frac{AC'}{BA}$. On conclut : $\frac{AB'}{AC} = \frac{AC'}{BA}$,

d'où $\boxed{\frac{AC}{AB} = \frac{AB'}{AC'}}$.

Solution 11 :

1) Je fais la figure :



2) Je montre que GC = DF.

Les triangles **ACD** et **EFC** sont en configuration de Thalès, donc : $\frac{DF}{CD} = \frac{AE}{AC}$.

En fait, l'énoncé classique du théorème donne seulement l'égalité : $\frac{CF}{CD} = \frac{CE}{AC}$.

Mais $\frac{DF}{DC} = \frac{DC-FC}{DC} = 1 - \frac{FC}{DC}$ et $\frac{AE}{AC} = \frac{AC-EC}{AC} = 1 - \frac{EC}{AC}$

On a donc bien $\frac{DF}{DC} = \frac{AE}{AC}$.

Les triangles **CDE** et **ABE** sont en configuration de Thalès, donc : $\frac{BE}{DE} = \frac{AE}{EC}$.

Or $\frac{AC}{AE} = \frac{AE+EC}{AE} = 1 + \frac{EC}{AE}$ et $\frac{BD}{BE} = \frac{BE+ED}{BE} = 1 + \frac{AE}{BE}$

Et en inversant : $\frac{AE}{AC} = \frac{BD}{BE}$ et $\frac{AE}{AC} = \frac{BE}{BD}$.

Enfin, les triangles DGE et DCB étant en configuration de Thalès, il vient comme ci-dessus : $\frac{BE}{BD} = \frac{CG}{CD}$.

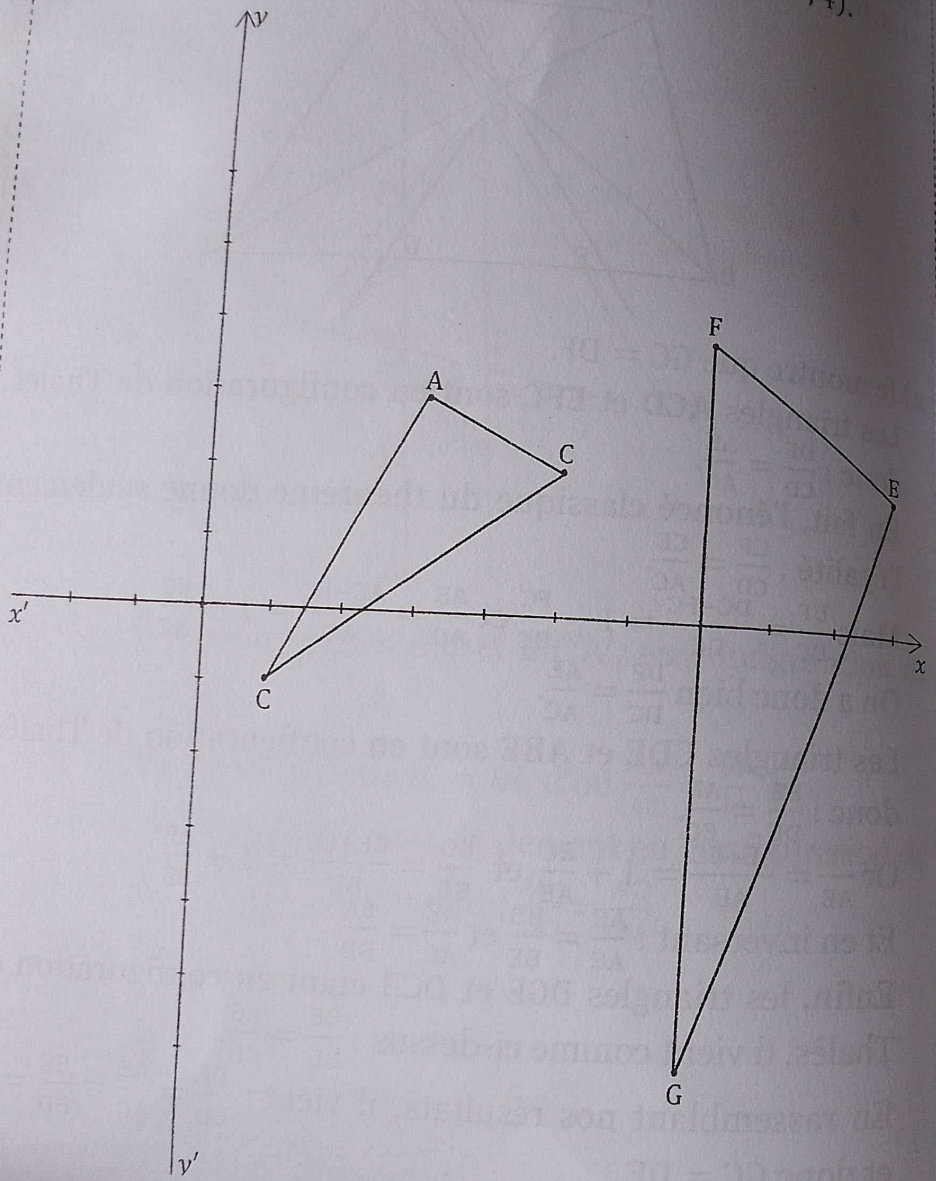
En rassemblant nos résultats, il vient : $\frac{CF}{CD} = \frac{AE}{AC} = \frac{BE}{BD} = \frac{CG}{CD}$

et donc GC = DF.

Solution 12 :

Soient $A(3\,;3)$; $B(5\,;2)$; $C(1\,;-1)$; $E(11\,;2)$; $F(7\,;4)$.

1) Je fais la figure



2) Je montre que les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

On calcule le coefficient directeur des droites (AB) et (EF).

Par (AB), on a : $\frac{y_A-y_B}{x_B-x_A}=\frac{2-3}{5-3}=-\frac{1}{2}$.

On obtient le même coefficient directeur pour la droite (EF), donc (AB)//(EF).

3) Je montre que le triangle ABC est rectangle.

On calcule les longueurs AB, AC et BC.

$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$

$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=2\sqrt{5}$

$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=5$

On applique alors la réciproque du théorème de Pythagore :

$AB^2+AC^2=5+20=25=BC^2$

donc le triangle ABC est rectangle en A.

4) $G(7\,;-6)$

Je calcule FG ; EF et EG.

$FG=\sqrt{(x_E-x_F)^2+(y_E-y_F)^2}=10\Rightarrow FG=10$

$EF=\sqrt{(x_F-x_E)^2+(y_F-y_E)^2}=2\sqrt{5}\Rightarrow EF=2\sqrt{5}$

$EG=\sqrt{(x_G-x_E)^2+(y_G-y_E)^2}=4\sqrt{5}\Rightarrow EG=4\sqrt{5}$

Solution 13 :

1) Je montre que ABC est un triangle rectangle isocèle.

On calcule les longueurs de chaque côté.

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(5-2)^2 + (3-1)^2}$
$= \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

$\boxed{AB = \sqrt{13}}$

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(7-2)^2 + (0-1)^2}$
$= \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$

$\boxed{AC = \sqrt{26}}$

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} == \sqrt{(7-5)^2 + (0-3)^2}$
$= \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

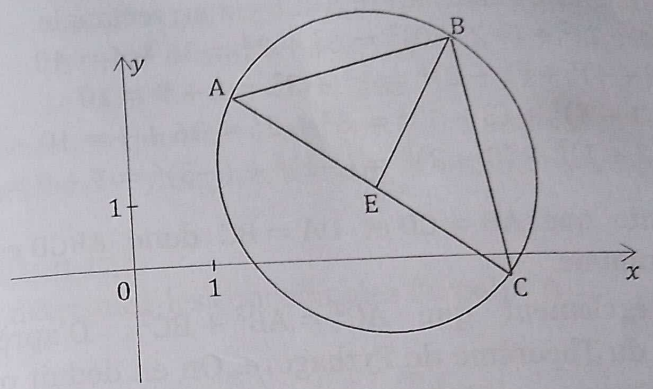
$\boxed{BC = \sqrt{13}}$

Il vient clair que ABC est isocèle en B. de plus, on a :
$AB^2 + BC^2 = 13 + 13 = 26$.
D'après la réciproque du Théorème de Pythagore, ABC est rectangle en B.

2)

a. Vérifions que A, B et C sont des points de $\mathcal{C}$
On constate que E est le milieu de [AC]
car $\frac{9}{2} = \frac{2+7}{2}$ et $\frac{1}{2} = \frac{1+0}{2}$
or, le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est aussi le centre de son cercle circonscrit, donc EA = EB = EC.
Puisque $AC = \sqrt{26}$, on a :
$AE = EC = \frac{\sqrt{26}}{2}$
Finalement A, B et C sont des points de $(\mathcal{C})$.

b. Je construire



Solution 14 :

Je montre que A et B sont deux points diamétralement opposés.
On exprime les coordonnées du milieu de [AB].
$\left(\frac{4-2}{2} ; \frac{2-4}{2}\right)$; donc $(1 ; -2)$. I est donc le milieu de [AB].
De plus, on calcule la longueur AB :
$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(4+2)^2 + (2+6)^2}$
$= \sqrt{36+64} = \sqrt{100}$
$= 10$
[AB] est donc un diamètre du cercle de centre I et de rayon $\frac{10}{2} = 5$. Il s'agit du cercle $(\mathcal{C})$.

Solution 15 :

Je montre que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

$AB^2 = (4+2)^2 + (-2-0)^2 = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$

$BC^2 = (5-4)^2 + (1+2)^2 = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$

$CD^2 = (-1-5)^2 + (3-1)^2 = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$

$DA^2 = (-2+1)^2 + (0-3)^2 = (-1)^2 + (-3)^2 = 1 + 9 = 10$

On constate que $AB = CD$ et $DA = BC$ donc ABCD est un parallélogramme.

On voit également que $AC^2 = AB^2 + BC^2$. D'après la réciproque du Théorème de Pythagore. On en déduit que le triangle ABC est rectangle en B.

L'un des sangles du parallélogramme ABCD étant droit, il s'agit d'un rectangle.

Solution 16 :

1) Je calcule les coordonnées des vecteurs :

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1+5 \\ 1-6 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 7+1 \\ -8-1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 8 \\ -9 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} 9+1 \\ 9-1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix}$

2) Si A, B et C étaient alignés, alors $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ seraient colinéaires. Or, les cordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas proportionnelles, donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas colinéaires, et donc A, B et C ne sont pas alignés.

3) On calcule les carrés des côtés.

$AB^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

$BD^2 = 10^2 + 8^2 = 100 + 64 = 164$

$AD^2 = 14^2 + 3^2 = 196 + 9 = 205$

On constate que $AD^2 = AB^2 + AD^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABD est rectangle en B.

Solution 17 :

1) Je détermine les coordonnées du point **D**

On a :

$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_D - 4 \\ y_D + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1-1 \\ -1-3 \end{pmatrix}$

$\begin{cases} x_D - 4 = -2 \\ y_D + 1 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = -5 \end{cases}$ d'où $D\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

2) Je détermine les coordonnées du centre de ABCD

Le centre du parallélogramme est le milieu des diagonales.

En considérant la diagonale [AC], le centre a pour coordonnées :

$\left(\frac{-1+4}{2} ; \frac{-1-1}{2}\right)$ donc $\boxed{\left(\frac{3}{2} ; -1\right)}$

3) Je donne la nature du triangle ABC.

Calculons les longueurs des côtés de ABC.

$AB^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$

$BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$AC^2 = 5^2 + 0^2 = 25$

$BC = AC$ donc ABC est isocèle en C. il n'est pas rectangle.

Solution 15 :

Je montre que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

$AB^2 = (4+2)^2 + (-2-0)^2 = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$

$BC^2 = (5-4)^2 + (1+2)^2 = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$

$CD^2 = (-1-5)^2 + (3-1)^2 = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$

$DA^2 = (-2+1)^2 + (0-3)^2 = (-1)^2 + (-3)^2 = 1 + 9 = 10$

On constate que $AB = CD$ et $DA = BC$ donc ABCD est un parallélogramme.

On voit également que $AC^2 = AB^2 + BC^2$. D'après la réciproque du Théorème de Pythagore. On en déduit que le triangle ABC est rectangle en B.

L'un des sangles du parallélogramme ABCD étant droit, il s'agit d'un rectangle.

Solution 16 :

1) Je calcule les coordonnées des vecteurs :

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1+5 \\ 1-6 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 7+1 \\ -8-1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 8 \\ -9 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} 9+1 \\ 9-1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix}$

2) Si A, B et C étaient alignés, alors $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ seraient colinéaires. Or, les cordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas proportionnelles, donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas colinéaires, et donc A, B et C ne sont pas alignés.

3) On calcule les carrés des côtés.

$AB^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

$BD^2 = 10^2 + 8^2 = 100 + 64 = 164$

$AD^2 = 14^2 + 3^2 = 196 + 9 = 205$

On constate que $AD^2 = AB^2 + AD^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABD est rectangle en B.

Solution 17 :

1) Je détermine les coordonnées du point D

On a :

$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_D - 4 \\ y_D + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1-1 \\ -1-3 \end{pmatrix}$

$\begin{cases} x_D - 4 = -2 \\ y_D + 1 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = -5 \end{cases}$ d'où $D\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

2) Je détermine les coordonnées du centre de ABCD

Le centre du parallélogramme est le milieu des diagonales.

En considérant la diagonale [AC], le centre a pour coordonnées :

$\left(\frac{-1+4}{2} ; \frac{-1-1}{2}\right)$ donc $\boxed{\left(\frac{3}{2} ; -1\right)}$

3) Je donne la nature du triangle ABC.

Calculons les longueurs des côtés de ABC.

$AB^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$

$BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$AC^2 = 5^2 + 0^2 = 25$

$BC = AC$ donc ABC est isocèle en C. il n'est pas rectangle.

Solution 18 :

Je démontrer que pour tout point M du plan.

a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$

$(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA}) + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB}) + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}) = 3\overrightarrow{MG}$

$\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{MG}$

$\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{MG}$

$3\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{MG}$

Or dans un triangle ABC de centre de gravité G

On a : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

alors $3\overrightarrow{MG} + 0 = 3\overrightarrow{MG}$

$3\overrightarrow{MG} = 3\overrightarrow{MG}$

donc $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$

b) $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{IA}$

Fixons le point I

On a : $2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IA}$

$2\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{2MI} + 2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IA}$

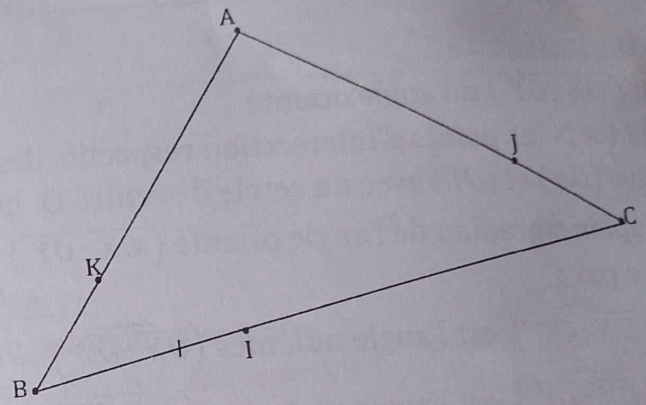
or $-\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{BI}$ et $-\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{CI}$; $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{CI} = \vec{0}$

d'où $2\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IA}$

donc $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{IA}$

Solution 19 :

Je place les points I, J et K



ANGLE ORIENTE ET TRIGONOMETRIE

❖ **Définition :**

Soit $(\overrightarrow{OX};\overrightarrow{OY})$ un angle orienté

Soit Met N les points d'intersection respectifs des deux demi droites $[OX)$ et $[OY)$ avec un cercle de centre O. la mesure principale en radian de l'angle orienté $(\overrightarrow{OX};\overrightarrow{OY})$, est définie par :

- ❖ Si $(\overrightarrow{OX};\overrightarrow{OY})$ est l'angle nul, mes $(\overrightarrow{OX};\overrightarrow{OY}) = 0$;
- ❖ Si $(\overrightarrow{OX};\overrightarrow{OY})$ est l'angle plat, mes $(\overrightarrow{OX};\overrightarrow{OY}) = \pi$;
- ❖ Si $(\overrightarrow{OX};\overrightarrow{OY})$ n'est ni nul ni plat.

➢ **Propriétés :**

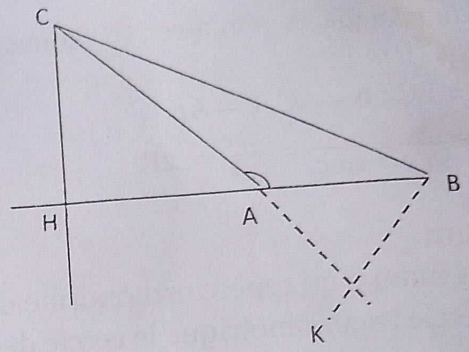
- ❖ La symétrie orthogonale transforme un angle orienté en son opposé ;
- ❖ La translation et la symétrie centrale conservent les angles orientés.

Relations métriques dans un triangle

Définition:

Soit BAC un angle, H le projeté orthogonale de C sur (AB), K le projeté orthogonal de B sur (AC)

On pose : $\sin(\widehat{BAC})\text{BAC} = \frac{HC}{AC} = \frac{KB}{AB}$

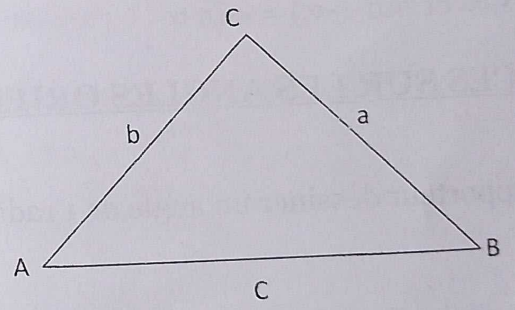


❖ **Propriété:**

Soit ABC un triangle, A son aire

On pose: a = BC, b = AC, c = AB

On a: $\hat{A} = \frac{1}{2}\text{bc sin A} = \frac{1}{2}\text{ ac sin } \hat{B} = \frac{1}{2}\text{ab sin C}$



➢ Théoreme de sinus:

Soit ABC un triangle, A son aire ; $(\mathcal{C})$ son cercle circonscrit, R le rayon de $(\mathcal{C})$.

On pose: a = BC ; b = AC, c = AB

On a : $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{abc}{2A} = 2R$

❖ Definition:

Le plan étant muni d'un repère orthonormé direct (O , A, B), on appelle cercle trigonométrique le cercle de centre O de rayon 1.

❖ Propriétés:

Quel que soit le nombre réel $\propto$ dans l'intervalle $[-\pi, \pi]$

$-1 \leq \cos \propto \leq 1 \quad \cos^2 \propto + \sin^2 \propto = 1$

- de plus si $\propto \neq \pi$

Cos $(-\propto) = \cos \propto$ et sin $(-\propto) = -\sin \propto$

EXERCICES SUR LES ANGLES ORIENTES

Exercice 1:

A l'aide d'un rapporteur dessiner un angle de 1 radian.

Exercice 2:

Sur un cercle de centre O et de rayon 3cm, l'arc $\widehat{AB}$ a pour longueur π cm.

Quelle est la mesure en radian de l'angle $\widehat{AOB}$?

Exercice 3:

Soit ABC un triangle équilatéral direct. Donne les mesures principales en radian des angles orientés

$\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ et $\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}\right)$

Exercice 4 :

ABC est un triangle équilatéral tel que :

Mes$\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = -\frac{\pi}{3}$ Donne les mesures principales de

$\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}\right)$ et $\left(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{CB}\right)$

Exercice 5 :

Le plan étant muni du repère orthonormé direct (O, i, J), on considère le point A $\binom{2}{1}$.

1) construis le point B tel que :

AB = 2 cm et mes $\left(\overrightarrow{OY}; \overrightarrow{AB}\right) = +\frac{\pi}{6}$

2) construis le point C tel que :

CB = 21 cm et mes $\left(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}\right) = \frac{2\pi}{3}$

3) Calcule mes $\left(\overrightarrow{OJ}; \overrightarrow{BC}\right)$

Exercice 6:

Démontre que $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

Exercice 7:

Démontre que $R = \frac{AH}{2 \sin B \sin C}$

Exercice 8:

Soit ABC un triangle.

Démontre que $\sin A + \sin B + \sin C = 2A\frac{a+b+c}{abc}$

Exercice 9:

Soit X un nombre de l'intervalle $]-\pi ; o[$ tel que : $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Détermine la valeur de sin x.

Exercice 10:

Pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]-\frac{\pi}{2} ; \pi[$, on définit les nombres A(x) et B(x) par : $A(x) = \cos(-x) + \sin(-x) + \sin(\pi - x) + \cos(\pi - x)$

$B(x) = \sin x + \sin(\frac{\pi}{2} - 2) + \cos(\frac{\pi}{2} - 2) - \cos(x - \frac{\pi}{2})$

Mettre A(x) et B(x) sous la forme la plus simple possible.

Exercice 11:

X étant la mesure principale d'un angle orienté non droit, démontre que $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$.

Exercice 12:

Calcule cosx, sachant que :

$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

Exercice 13:

Calcule $\sin\frac{\pi}{5}$ et $\tan\frac{\pi}{5}$ sachant que : $\cos\frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$

Exercice 14:

Calcule $\sin\frac{\pi}{10}$ et $\tan\frac{\pi}{10}$ sachant que : $\cos\frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$

Exercice 15:

Calcule une valeur approchée de x sachant que : $\sin x = -\frac{4}{5}$ et $-\pi < x < -\frac{\pi}{2}$

Exercice 16:

Calcule une valeur approchée de x sachant que $\cos x = -\frac{2}{3}$ et $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

Exercice 17:

T étant la mesure principale d'un angle orienté, résoudre le système d'inconnues x et y :

$$\begin{cases} x\cos t + y\sin t = 1 \\ x\sin t - y\cos t = 1 \end{cases}$$

Exercice 18:

Démontre que : si ABC est un triangle rectangle alors.

$$\begin{cases} \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 \\ \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 \end{cases}$$

Exercice 19:

X étant la mesure principale d'un angle orienté, démontre que :

a) $(\cos x + \sin x)^2 = 1+2\sin x \cos x$;

b) $(\cos x-\sin x)^2 = 1-2\sin x\cos x$;

c) $\cos^4 x + \sin^4 x = 1 -2\sin^2 x \cos^2 x$;

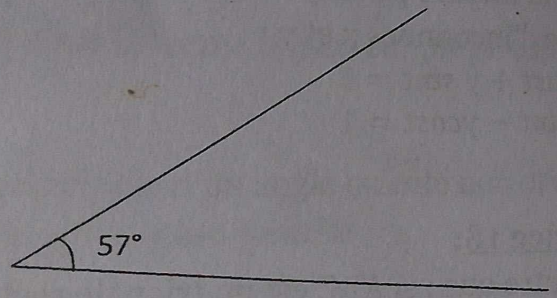
d) $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x$;

e) $\sin^4 x - \cos^4 x + 2\cos^2 x = 1$

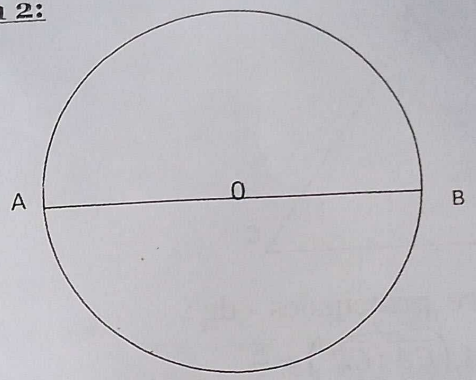
SOLUTION SUR LES ANGLES ORIENTES ET TRIGONOMETRIE

Solution 1

Je dessine un angle le 1 radions : soit 1 radian = 57°



Solution 2:

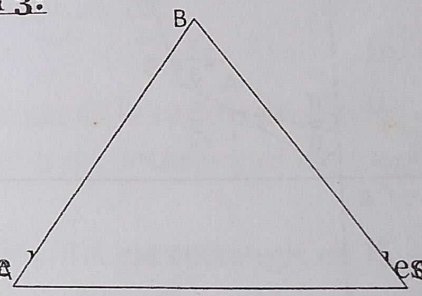


Je donne la mesure en radian de l angle $\widehat{AOB}$: $y = \frac{\pi}{180} x$ or $x=\pi$

On a : $y = \frac{\pi \times \pi}{180} = \frac{3,14 \times 3,14}{180}$

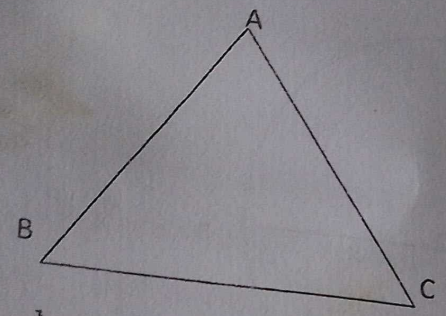
Y= 0,054 radian

Solution 3:



Je donne [illegible] en radian des angles : $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{3}$ et $\left(\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CA}\right) = -\frac{\pi}{3}$

Solution 4:

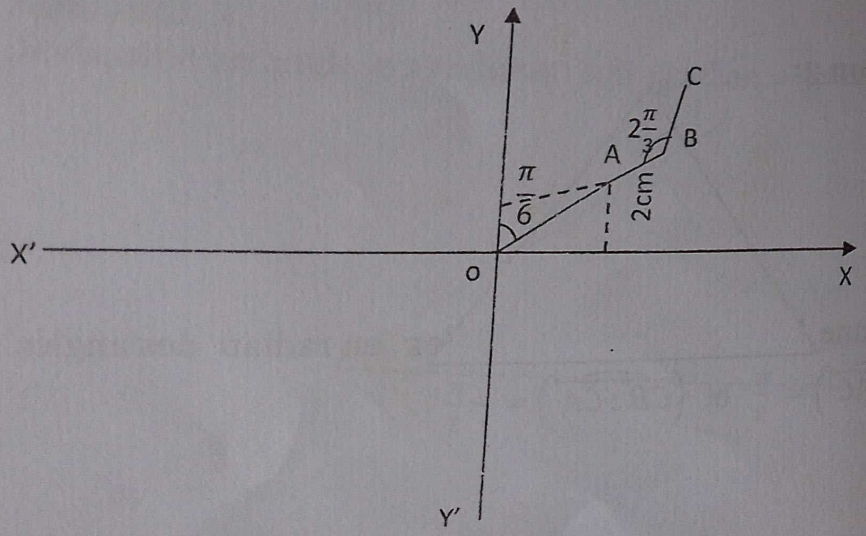


Je donne les mesure principales de :

$\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right) = -\frac{\pi}{3}$ et $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right) = \frac{\pi}{3}$

Solution 5 :

1) Je construis le point B :
2) Je construis le point C :



3/ je calcule mes $\left(\overrightarrow{OJ};\overrightarrow{BC}\right)$

$\left(\overrightarrow{OJ};\overrightarrow{BC}\right) = \left(\overrightarrow{OJ};\overrightarrow{AB}\right) + \left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right) = \left(\overrightarrow{OJ};AB\right) - \left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{BC}\right)$

$= \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi x2}{3x2} = \frac{\pi}{6} - \frac{4\pi}{6} = \frac{\pi-4\pi}{6} = -\frac{3\pi}{6}$

$\left(\overrightarrow{OJ};\overrightarrow{BC}\right) = -\frac{\pi}{2}$

Solution 6 :

Je démontre que $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{sinB} = \frac{C}{\sin C} = 2R$

La propriété s'écrit 2A = bcsin A = acsinB = absinC

En divisant chacun des membres par abc, on déduit de ces égalités :

$\frac{2A}{abc} = \frac{bcsinA}{abc} = \frac{acsinB}{abc} = \frac{absinC}{abc}$

Après simplification on obtient : $\frac{simA}{a} = \frac{sinB}{b} = \frac{\sin C}{c} = \frac{2A}{abc}$ d'où

$\frac{a}{sinA} = \frac{b}{sinB} = \frac{c}{simC} = \frac{abc}{2A}$

Désignons par **O** le centre du cercle

(φ). *H le projeté orthogonal de o sur* (BC)

Le triangle OBH est rectangle en H. donc $\widehat{BH} = \widehat{BO}$ sin $\widehat{BOH}$

Or $\widehat{BH} = \frac{a}{2}$ et $\widehat{BO}$ = R

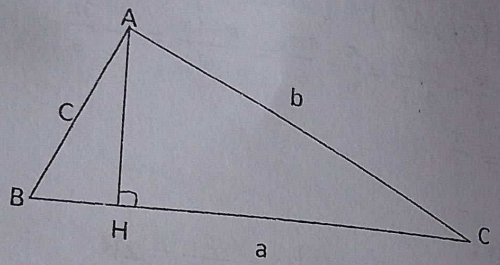
Donc a = 2R sin $\widehat{BOH}$

Mes BOH = mes A. donc : sin BOH = sinA d'où a= 2Rsim A

D'où $\frac{a}{sinA} = 2R$ enfin, $\frac{a}{sinA} = \frac{b}{simB} = \frac{c}{sinC} = \frac{abc}{2A} = 2R$

Solution 7 :

Je démontre que : $R = \frac{AH}{2sinBsinC}$



Ona : $AH = CsinB$ donc $\frac{AH}{2sinBsinC} = \frac{cxsinB}{2sinBsinC} = \frac{C\,x\,sinB}{2sinBsinC} = \frac{c}{2sinC}$

or $\frac{c}{sinC} = 2R$

D'où $R = \frac{AH}{2sinBsinC}$

Solution 8 :

Je démontre que: $sinA + sinB + sinC = 2A\frac{a+b+c}{abc}$

Or $sinA = \frac{bc}{2A}$; $sinB = \frac{ac}{2A}$ et $sinC = \frac{ab}{2A}$ alors $sinA + sinB + sinC = \frac{bc}{2A} + \frac{ac}{2A} + \frac{ab}{2A} = \frac{bc+ac+ab}{2A}$

D'où $sinA+sinB+sinC = 2A\,\frac{a+b+c}{abc}$.

Solution 9:

Je détermine la valeur de sinx

On sait que $sin^2x + cos^2x + 1$

$Sin^2x = 1-cos^2x$

$Sinx = \sqrt{1 - cos^2x}$

$Sinx = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$

$Sinx = \sqrt{1 - \frac{2}{4}}$

$Sinx = \sqrt{\frac{4-2}{4}} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

D'où $sinx = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Solution 10:

Je mes A(x) et B(x) sous la forme la plus simple possible

$A(x) = cos(-x) + sin(-x) + sin(\pi - x) + cos(\pi - x)$

$= cosx - sinx + sin\pi\, cos(-x) + cos\pi sinx + cos\pi cosx - sin\pi sinx$

$= cosx - sinx - sinx - cosx$

A(x) = -2sinx

$B(x) = sinx + sin\left(\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right.$

$= sinx + sin\frac{\pi}{2}cos(-x) + cos\frac{\pi}{2}sin(-x) + cos\frac{\pi}{2}\,cos(-x) - sin\frac{\pi}{2}sin(-x)$

$-[cosx\,cos(-\frac{\pi}{2}) - sinx\,sin(-\frac{\pi}{2})]$

$= sinx + cos + sinx - sinx$

B(x) = sinx + cosx

Solution 11: Je démontre que:

$tan^2x - sin^2x = tan^2x sin^2x$ or $tanx = \frac{sinx}{cosx}$

Alors $\tan^2x - \sin^2x = \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2 - \sin^2x$

$= \frac{\sin^2x}{\cos^2x} - \sin^2x = \frac{\sin^2x - \sin^2x\cos^2x}{\cos^2x}$

$= \frac{\sin^2x\,(1-\cos^2x)}{\cos^2x}$ or $\sin^2x = 1-\cos^2x$

Alors $\tan^2x - \sin^2x = \frac{\sin^2x \sin^2x}{\cos^2x}$ or $\tan^2x = \frac{\sin^2x}{\cos^2x}$

$\tan^2x - \sin^2x = \sin^2x \frac{\sin^2x}{\cos^2x} = \tan^2x \cdot \sin^2x$

d'où $\tan^2x - \sin^2x = \tan^2x \sin^2x$

Solution 12:

Je calculi cosx or $\sin^2x + \cos^2x = 1$ $\cos^2x = 1-\sin^2x$

$\text{Cos}x = \sqrt{1 - sin^2x}$ $\text{Cos}x = \sqrt{1 - \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2}$

$\text{Cos}x = \sqrt{1 - \frac{3}{4}}$ $\text{Cos}x = \sqrt{\frac{4-3}{4}}$

$\text{Cos}x = \sqrt{\frac{1}{4}}$ $\text{Cos}x = \frac{1}{\sqrt{4}}$

$\text{Cos}x = \frac{1}{2}$

Solution 13:

Je calcule $\sin\frac{\pi}{5}$ et $\tan\frac{\pi}{5}$

$\text{Sin}^2\frac{\pi}{5} + \cos^2\frac{\pi}{5} = 1$ $\sin^2\frac{\pi}{5} = 1-\cos^2\frac{\pi}{5}$

$\sin\frac{\pi}{5} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{5+2\sqrt{5+1}}{16}} = \sqrt{\frac{10+2\sqrt{3}}{16}} = \sqrt{\frac{10+2\sqrt{5}}{4}}$

$\boldsymbol{\sin\frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}}$

$\tan\frac{\pi}{5} = \frac{\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}}{\frac{\sqrt{5}+1}{4}} = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4} \text{ x } \frac{4}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}+1}$

$= \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5\,x\,(\sqrt{5}-1)}}}{5+1} = \frac{\sqrt{5}\sqrt{10+2\sqrt{5}} - \sqrt{10+2\sqrt{5}}}{6}$

$\boxed{\tan\frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{20+10\sqrt{5}} - \sqrt{10+2\sqrt{5}}}{6}}$

Solution 14:

je calcule $\sin\frac{\pi}{10}$ et $\tan\frac{\pi}{10}$

$\sin^2\frac{\pi}{10} = 1-\left(\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}\right)^2 = 1- \frac{10+2\sqrt{5}}{16} = \frac{16-10+2\sqrt{5}}{16} = \frac{6+2\sqrt{5}}{16} = \frac{3+\sqrt{5}}{8}$

$\boldsymbol{\sin\frac{\pi}{10} = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{8}}}$

$\tan\frac{\pi}{10} = \frac{\sin\frac{\pi}{10}}{\cos\frac{\pi}{10}}$

$= \frac{\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{8}}}{\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}} = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{8}} \text{ X } \frac{4}{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$

$= \frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{8}} \text{ X } \frac{4\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{10+2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{8}}{8}\sqrt{3+\sqrt{5}} \text{ X } \frac{2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{5+\sqrt{5}}$

$$= \frac{\sqrt{24+8\sqrt{5}}\,x\,\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{20+4\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{(24+8\sqrt{5})(10+2\sqrt{5})}}{20+4\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\sqrt{240+48\sqrt{5}+80\sqrt{5}+16X5}}{20+4\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{320+128\sqrt{5}}}{20+4\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{16(20+8\sqrt{5})}}{4(5+\sqrt{5})}$$

$$= \frac{4\sqrt{20+8\sqrt{5}}}{4(5+\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{20+8\sqrt{5}}}{5+\sqrt{5}} = \frac{(5-\sqrt{5})(\sqrt{20+8\sqrt{5}})}{25+5}$$

$$\tan\frac{\pi}{10} = \frac{5\sqrt{20+8\sqrt{3}}-\sqrt{5}\,\sqrt{20+8\sqrt{5}}}{30}$$

Solution 15:

je calcule une valeur approchée de X or $\sin X = -\frac{4}{5}$

$X = \sin^{-1}\left(-\frac{4}{8}\right) = \sin^{-1}(-0,8)$

X = -59,03

Solution 16:

Je calcule une valeur approchée de x

$\cos x \xrightarrow{\quad -\frac{2}{3} \quad}$ $X = \cos^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) = \cos^{-1}(-0,6)$

$X = 140,97$

Solution 17:

Je résous le système d'inconnue X et Y

$$\begin{cases} x\cos t + y\sin t = 1 \,/\times\, cost \\ x\sin t - y\cos t = 1 \,/\times\, sint \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\cos^2 t + y\,sintcost = cost \\ xsin^2 t - ysintcost = sint \end{cases}$$

$X \sin^2 t + x\cos^2 t = 1$ alors $x(\cos^2 t + \sin^2 t) = \cos t + \sin t$

D'où $x = \cos t + \sin t$ car $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$

Remplaçons x dans $x\sin t - y\cos t = 1$

$(\cos t + \sin t)\sin t - y\cos t = 1$

$\cos t \sin t + \sin^2 t - y\cos t = 1$

$\rightarrow -y\cos t = 1 - \cos t \sin t - \sin^2 t$

$$Y = \frac{cost\,sint+sin^2 t-1}{cost} = sint + \frac{1-cos^2 t-1}{cost}$$

$Y = \sin t - \cos t$

d'où $S = \{\cos t + \sin t ; \sin t - \cos t\}$

Solution 18 :

Je démontre que: $\begin{cases} cos^2 A + cos^2 B + cos^2 C = 1 & I \\ sin^2 A + sin^2 B + sin^2 C = 2 & II \end{cases}$

Faisons: I + II

$\cos^2 A + \sin^2 A + \cos^2 B + \sin^2 B + \cos^2 C + \sin^2 C = 1+2$

Or $\cos^2 \propto + sin^2 \propto = 1$ alors $1+1+1 = 1+2$ donc $3=3$

Comme 3=3 alors le système est vrai

D'où $\begin{cases} cos^2 A + cos^2 B + cos^2 C = 1 \\ sin^2 A + sin^2 B + sin^2 C = 2 \end{cases}$

Solution 19:

Je démontre que:

A) $(\cos x+\sin x)^2 = 1+2\sin x \cos x$

$(\cos x+\sin x)^2 = (\cos x+\sin x)(\cos x+\sin x)$

$= \cos^2 x + \cos x\sin x+\sin x\cos x+\sin^2 x$

$= \cos^2 x+\sin^2 x+2\sin x \cos x$ or $\cos^2 x+\sin^2 x = 1$

D'où $\mathbf{(\cos x + \sin x)^2 = 1+2\sin x \cos x}$

b) $(\cos x - \sin x)^2 = 1 - 2\sin x \cos x$

$(\text{Cos } x - \sin x)^2 = (\cos x - \sin)(\cos x - \sin x)$

$= \cos^2 x - \cos x \sin x - \sin x \cos x + \sin^2 x$

$= \cos^2 x + \sin^2 x - 2 \sin x \cos x$ or $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

D'où $\mathbf{(\cos x - \sin x)^2 = 1 - 2\sin x \cos x}$

c) $\text{Cos}^4 x + \sin^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$

$= (\cos^2 x)^2 + (\sin^2 x)^2 = (1-\sin^2 x)^2 + (1-\cos^2 x)^2$ car $\cos^2 x \sin x^2 = 1$

$= (1 - \sin^2 x)(1 - \sin^2 x) + (1 - \cos^2 x)(1 - \cos^2 x)$

$= 1 - 2\sin^2 x + \sin x^2 \sin^2 x + 1 - 2\cos^2 x + \cos^2 x \cos^2 x$

$= 2 - 2(\cos^2 x + \sin^2 x) + \sin^2 x \sin^2 x + \cos^2 x \cos^2 x$

$= 2 - 2 + \sin^2 (1 - \cos^2 x) + \cos^2 x (1 - \sin^2 x)$

$= \sin x^2 - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x \cos^2 x$

$= \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin^2 x \cos^2 x$

$= 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$

D'où $\mathbf{\cos^4 x \sin^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x}$

d) $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x)^2 - (\sin^2 x)^2$

$= [\cos^2 x - \sin^2 x][\cos^2 x + \sin^2 x]$ or $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

D'où $\mathbf{\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x}$

e) $\sin^4 x - \cos^4 x + 2\cos^2 x = 1$

$\sin^4 x - \cos^4 x + 2\cos^2 x = (\sin^2 x)^2 - (\cos^2 x)^2 + 2\cos^2 x$

$= (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) + 2\cos^2$

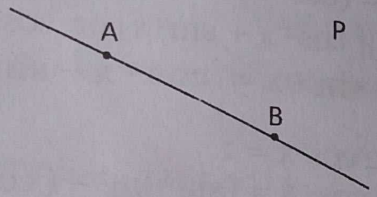
$= \sin^2 x - \cos^2 x + 2\cos^2 x$

$= \sin^2 x + \cos^2 x$ D'où $\sin^4 x - \cos^4 x + 2\cos^2 x = 1$ car $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

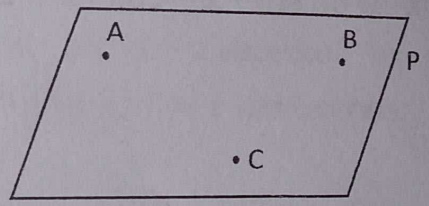
GEOMETRIE DE L'ESPACE

Axiomes

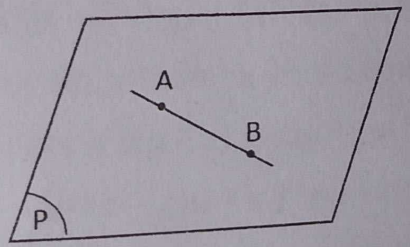
1. Par deux points distincts A et B de P, il passe une droite unique notée (AB) :



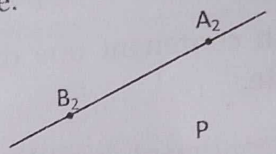
2. Par trois points non alignés A, B et C de P, il passe le plan unique noté (ABC)



3. Si A et B sont deux points distincts d'un plan P alors P contient la droite (AB)



4. Les théorèmes de géométrie plane sont vrais dans tout plan de l'espace.



Propriétés :
Etant donné deux plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{D})$, les différentes positives relatives sont :
(1) $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{D})$ sont confondus
(2) L'intersection de $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{D})$ est une droite.
(3) $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{D})$ sont disjoints.

Propriétés :
Définitions
(1) Deux plans confondus ou disjoints sont dits parallèles.
(2) Deux plans non parallèles sont dits sécants ; leur intersection est alors une droite.

Propriétés :
Deux droites non coplanaires sont disjointes.

Définitions:
(1) Deux droites sont dites parallèles lorsqu'elles sont confondues ou bien lorsqu'elles sont coplanaires et disjointes.

(2) Deux droites sont dites sécantes lorsque leur intersection est réduite à un point.

Propriétés :

(1) Il existe un seul plan contenant trois points non alignés.

(2) Il existe un seul plan contenant une droite et un point extérieur à cette droite.

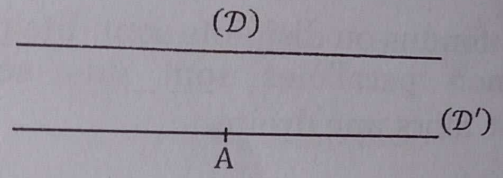
(3) Il existe un seul plan contenant deux droites sécantes.

(4) Il existe un seul plan contenant deux droites strictement parallèle.

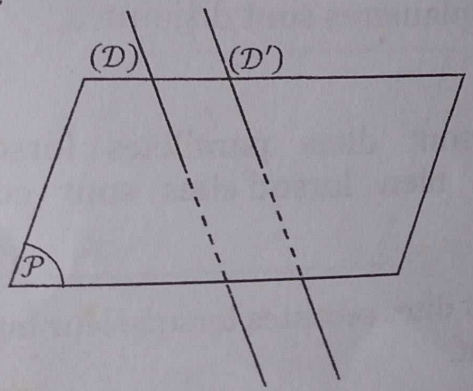
Etude du parallélisme

Propriétés :

Par un point donné de l'espace, il passe une et une seule droite parallèle à une droite donnée.



Si deux droites sont parallèles ; tout plan coupant l'une coupe l'autre.

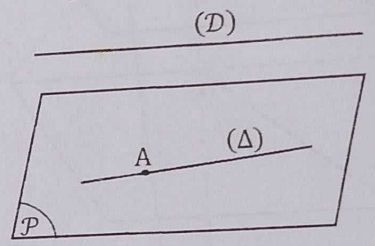


Conséquence :

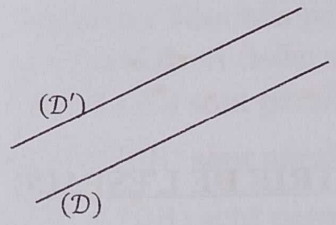
Deux droites coplanaires respectivement parallèles à deux droites non parallèles sont sécantes.

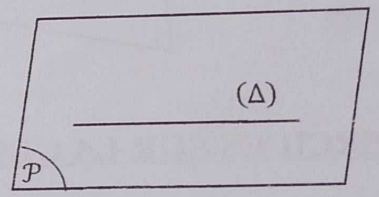
Propriétés

Une droite $(\mathcal{D})$ est parallèle à un plan $(\mathcal{P})$ si et seulement si dans $(\mathcal{P})$ une droite parallèle à $(\mathcal{D})$.



Si une droite $(\mathcal{D})$ est parallèle à un plan $(\mathcal{P})$, alors toute droite parallèle à $(\mathcal{D})$ est parallèle à $(\mathcal{P})$.



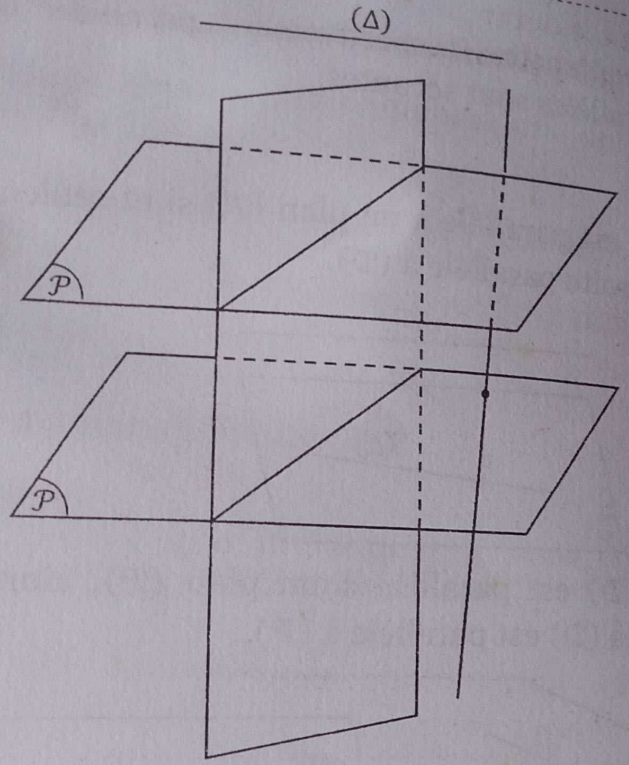


Si deux plans sont parallèles :

(1) Tout plan sécant à l'un est sécant à l'autre et les droites d'intersection sont parallèles ;

(2) Toute droite parallèle à l'un est parallèle à l'autre ;

(3) Toute droite sécante à l'un est sécante à l'autre.



EXERCICES SUR LA GEOMETRIE DE L'ESPACE

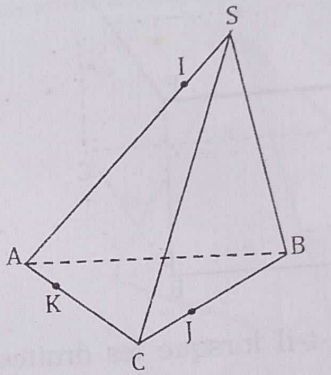
Exercice 1

Soit un tétraèdre SABC et trois points distincts des sommets du tétraèdre tels que :

I ∈ [SA] ; J ∈ [SA] ; k ∈ [AC] ; (JK) est non parallèle à (AB).

1. Justifie que les points I, J, K définissent un plan (P) sécant aux quatre plans contenant les faces du tétraèdre.

2. Construire sur la figure en perspective ci-contre la section plane du tétraèdre par le plan (P) ; on justifiera la construction.



Exercice 2 : Réponds par vrai ou faux :

Dans le pavé droit ci-dessus :

1) (AD) et (FG) sont parallèles

2) (BF) et (GH) sont parallèles

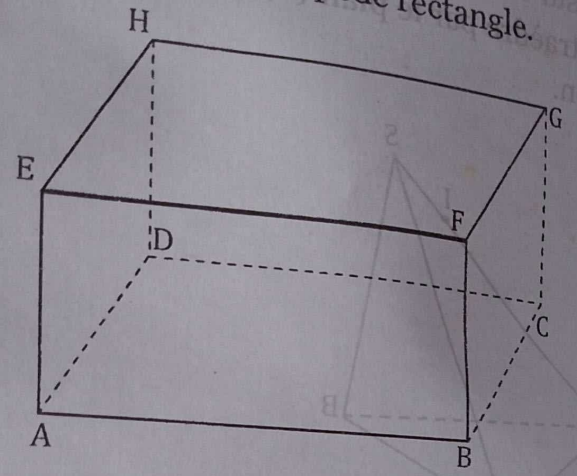
3) (AB) et (DH) sont perpendiculaires

4) (AB) et (DH) sont orthogonales

5) (AG) et (BH) sont sécantes.

Exercice 3

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.



1) Quelle propriété possède-t-il lorsque les droites (AH) et (FC) sont orthogonales ?

2) On suppose : (AH) ⊥ (FC) et (EB) ⊥ (DG). Quelle est la nature du parallélépipède ? Justifie.

Exercice 4

Réponds par vrai ou faux ?

1) Si $D \perp \Delta$ et $D' \perp \Delta$, alors $D // D'$

2) Si $D \perp P$ et $D' // D$, alors $D' // P$

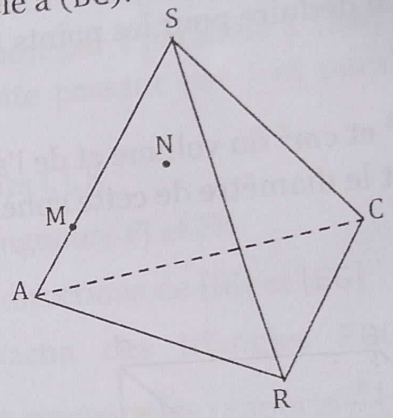
3) $D \subset P$, $D' \subset P'$ et $P // P'$ alors $D // D'$.

4) La boule de rayon 3cm a même volume que le cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 4 cm.

5) Si $D // P$ et $\Delta // D$, alors $\Delta \perp P$.

Exercice 5:

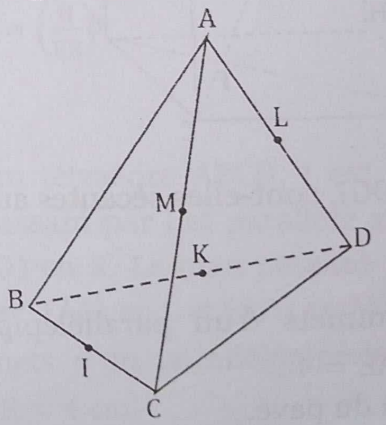
On considère le tétraèdre SABC. M ∈ [SA] et N ∈ (SAB). Détermine la section du tétraèdre par le plan P passant par M et N et parallèle à (BC).



Exercice 6 :

ABCD est un tétraèdre régulier, d'arête a. I, K, L et M sont les milieux respectifs de [BC], [BD], [BC], [AD] et [AC].

1. Quelle est l'aire totale des faces du tétraèdre ?
2. Reproduire la figure ci-dessous.



Détermine l'intersection des plans (AID) et (BMD) et la représenter sur la figure.

3. a) Quelle est la position relative des droites (IK) et (ML) ?

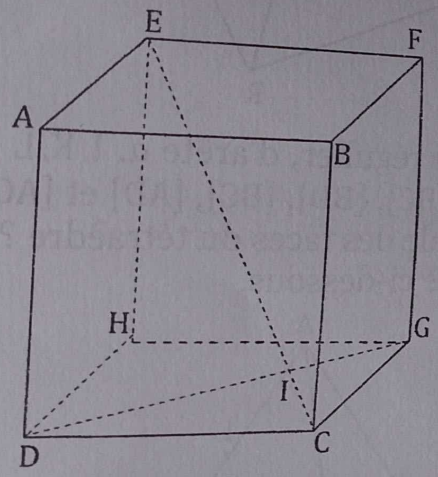
b) Que peut-on en déduire pour les points I, K, L et M ?

Exercice 7 :

Les mesures en cm^3 et cm^2 du volume et de l'aire d'une boule sont égales. Quel est le diamètre de cette sphère ?

Exercice 8 :

Soit ABCDEFGH



Les droites (EC) et (DG) sont-elles sécantes au point I ?

Exercice 9 :

A, B, C, D, E, F, G, H sommets d'un parallélépipède rectangle $AB = 8$; $AD = 5$ et $AE = 4$.

1) Réaliser un patron du pavé.

2) Calculer les longueurs des diagonales des faces ABCD, ABFE et compare aux valeurs mesurées sur le patron.

3) On définit le point I de [FE] par $EI = 2$. Dans le plan (ABF), la droite passant par I parallèle à (EB) en J ; dans le plan (FBC), la droite passant par J et parallèle à (BG) coupe (FG) en K.

a) Place les points I, J, K

b) Calcule les longueurs FJ et FK

c) Compare les directions de [IK] et [EG]

d) Dessine chacun des triangles EBG et IJK en vraie grandeur, et compare les rapports $\frac{IJ}{EB}$, $\frac{JK}{BG}$ et $\frac{KI}{EG}$.

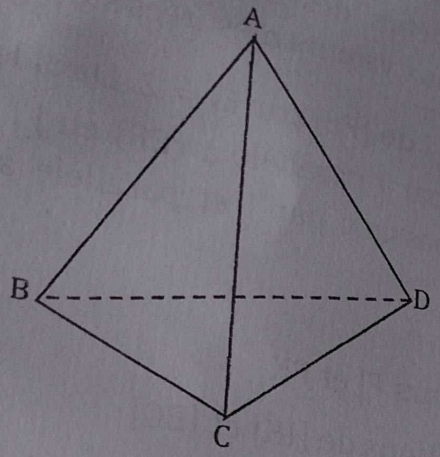
e) Soient v_1 le volume de la pyramide FEBG et v_2 celui de FIKJ

- Calcule v_1 ; v_2 ; $\frac{v_2}{v_1}$
- Vérifie que $\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{IJ}{EB}\right)^3$

Exercice 10:

On considère un tétraèdre ABCD. I est un point de l'arête [AB]. Le plan passant par I et parallèle au plan (ACD) coupe (BC) en J et (BD) en K. Le plan passant par I et parallèle au plan (BCD) coupe (AC) en L et (AD) en M.

E, F, G, H sommets d'un parallélépipède rectangle $AB = 8$; $AD = 5$ cm et $AE = 4$ cm.



1) Faire la figure

2)quelle est la nature du quadrilatère JKML ? Justifie.

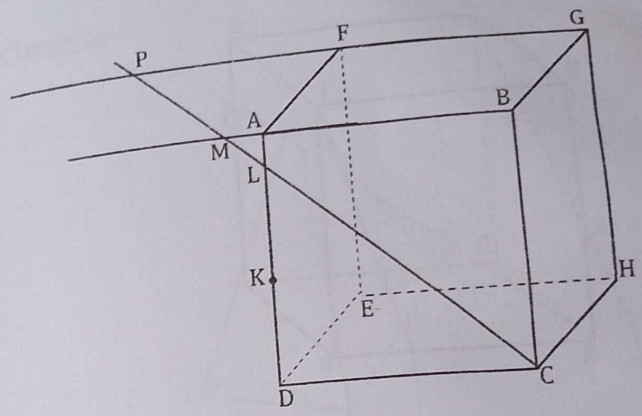
Exercice 11 :

Soient P, Q, R trois plans sécants deux à deux et n'ayant aucun point commun à eux trois. On pose $D_1 = P \cap Q$, $D_2 = P \cap R$, $D_3 = R \cap Q$.

Que peut-on dire de D_1, D_2 et D_3 ? Justifie.

Exercice 12 :

Soient ABCDEFGH le cube ci-dessous. Soit I un point du segment [AB], L et K deux points du segment [AD].



1) a) I appartient-il au segment [EF] ?

b) I appartient-il au segment (FGB)

c) I appartient-il au plan (KDC) ?

2)K, E et H sont-ils alignés ?

3)a) Les droites (CL) et (AB) sont-elles sécantes ?

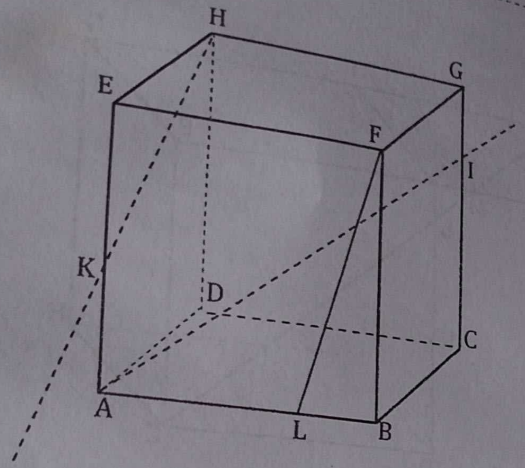
b) Les droites (CL) et (GF) sont-elles sécantes ?

c) Que peut-on dire du point P ?

4) Les droites (BG) et (AD) sont-elles sécantes ?

5)Les droites (CB) et (EF) sont-elles coplanaires ?

Exercice 13 :



Reproduire la figure ci-dessus (un carreau mesure 1cm de côté). I, K et L sont des points choisis sur les arêtes [CG], [AE] et [AB] du cube.

1) Les droites (HK) et (IA) sont-elles sécantes ? Justifier

2) Les droites (FL) et (HK) sont-elles parallèles ? Justifier

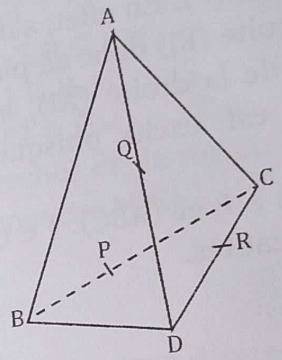
3) Dessiner l'intersection des plans (HAI) et (HGF)

4) Dessiner l'intersection de (HAI) et du cube.

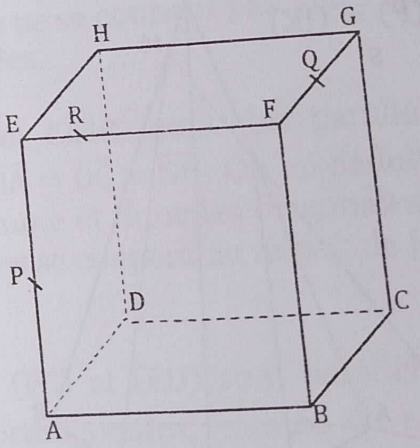
Exercice 14 :

Trace la section de chacun des deux solides ci-dessous par le plan (PQR) :

1) Tétraèdre :



2) Cube :



SOLUTIONS

Solution 1 :

1) I, J, K définissent un plan (P). En effet, s'ils étaient alignés, I appartiennent à la droite (KJ) donc au plan (ABC). Par la suite, S, point de la droite (AI), appartiennent au plan (ABC). Ce qui est exclu puisque SABC est un tétraèdre.

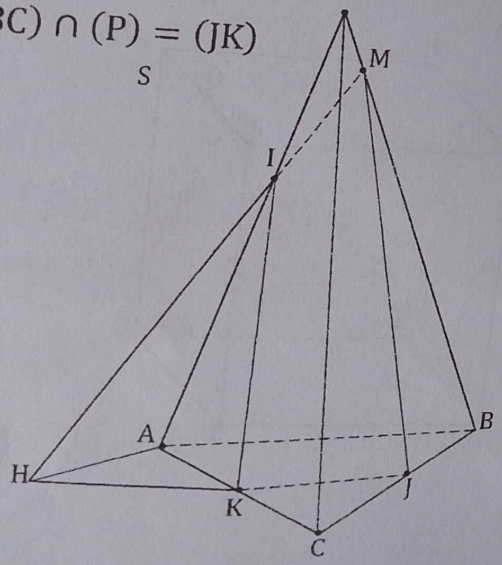
J est un point commun à P et (ABC). $I \in (P)$ et $I \notin (ABC)$, donc P et (ABC) sont sécantes.

2) Je construis

(ABC) contient : A, B, C, J, K.

(P) contient : I, J, K

Donc $(ABC) \cap (P) = (JK)$



* (SAC) contient : S, A, C, I, K
  (P) contient : I, J, K
  Donc $(SAC) \cap (P) = (IK)$

* (SBC) contient : S, B, C, J, M
  (P) contient : I, J, K, H, M
  Donc $(SBC) \cap (P) = (JM)$

La section recherchée est la région du plan (P) délimitée par le quadrilatère convexe MIKJ.

Solution 2 :

1) Vrai

2) Faux, attention, ces deux droites ne se coupent pas, mais elles ne sont pas coplanaires. (ces deux droites sont orthogonales).

3) Faux, car elles ne se coupent pas. Elles ne sont qu'orthogonales.

4) Vrai

5) Vrai, ABCD et CDHG sont des parallélogrammes, nous avons donc $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{GH}$. On en déduit que ABGH est un parallélogramme et donc les diagonales (AG) et (BH) sont sécantes (elles se coupent au milieu de [AG] et [BH]).

Solution 3 :

1) Les droites (FC) et (ED) sont parallèles, donc si (AH) et (FC) sont orthogonales, comme on sait par ailleurs que (ED) et (AH) sont coplanaires, alors (ED) et (AH) sont perpendi-culaires.

La face EADH est un rectangle dont les diagonales sont perpendiculaires, c'est donc un carré. On peut dire que ABCDEFGH est un prisme droit à la base carrée.

2) Pour les mêmes raisons que ci-dessus, on remarque que EADH et EABF sont des carrés. On en déduit respectivement que EH = EA et que EA = EF. La face EFGH est donc un rectangle dont deux côtés consécutifs ont même longueur, c'est donc un carré. Les faces parallèles respectivement aux trois faces carrées mentionnées sont nécessairement carrées, donc ABCDEFGH est un cube.

Solution 5 :

1) C'est faux, car (BC) et (DH) sont tous deux perpendiculaires à (DC), mais ne sont pas parallèles,

2) C'est tout à fait vrai : D étant orthogonale à toutes les droites incluses dans P, sa parallèle D′ est elle aussi orthogonale à toutes ces droites, donc $D' \perp P$.

3) C'est absolument faux.

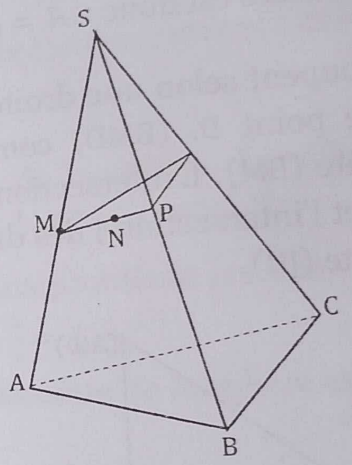
4) Oui, car la boule de rayon 3 a pour volume :

$v = \frac{4}{3} \times 3^3 = 4 \times 9\pi = 36\pi$ et le cylindre de rayon 3 et de hauteur $4 : \pi \times 3^3 \times 4 = 36\pi$.

5) Non, une droite est orthogonale à un plan si elle est orthogonale à toutes les droites de ce plan, pas seulement un seul.

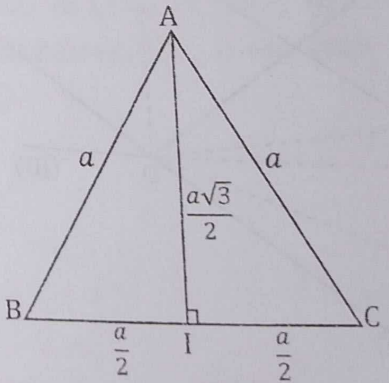
Solution 5 :

Il faut tracer le segment de la droite (MN) inclus dans la face SAB. [MN] coupe (SB) en P. On trace alors, sur la face SBC, la parallèle à (BC) passant par P.
Cette droite et (MN) déterminent le plan passant par M en N et parallèle à (BC).



Solution 6 :

1. Un tétraèdre régulier a quatre faces, qui sont des triangles équilatéraux.



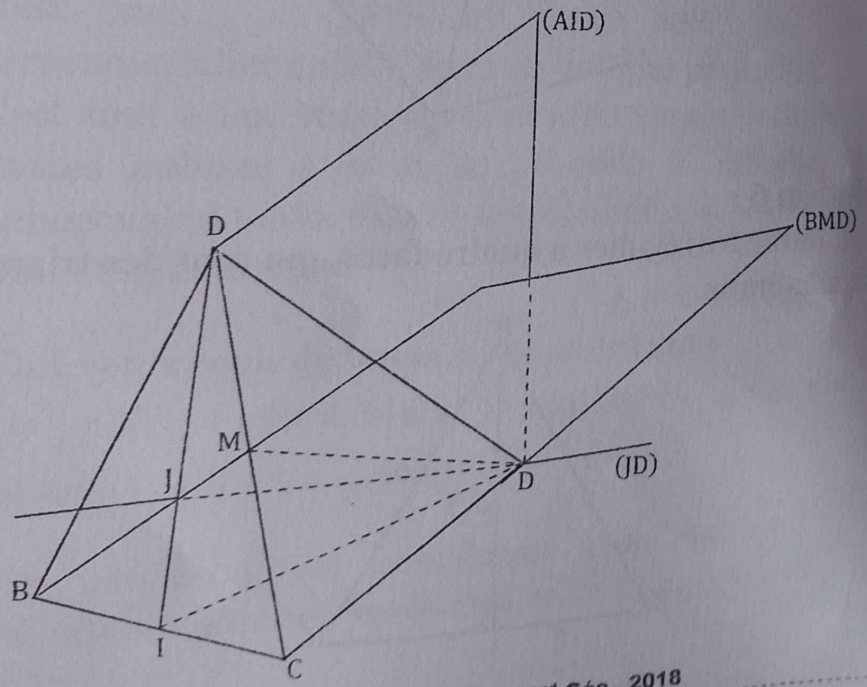
Dans le triangle ABC, par exemple, on calcule AI par le théorème de Pythagore. $BI = \frac{a}{2}$; $AB = a$.

donc : $AI^2 = AB^2 - BI^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3}{4}a^2$, d'où : $AI^2 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

L'aire du triangle ABC est : $\frac{1}{2} \times AI \times BC = \frac{1}{2} \times \frac{a\sqrt{3}}{2} \times a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

L'aire totale des 4 faces est donc : $\mathcal{A} = a^2\sqrt{3}$.

2. Deux plans se coupent selon une droite. (AID) contient la droite (AI) et le point D. (BMD) contient également le point D et la droite (BM). L'intersection de ces deux plans contient donc D et l'intersection J des droites (AI) et (BM). C'est donc la droite (JD).



3. a) Dans le triangle ACD, M est le milieu de [AC], L est le milieu de [AD], donc (ML) est parallèle à (CD). Dans le triangle BCD, I est le milieu de [BC] et K est le milieu de [BD], donc (IK) est parallèle à (CD).

On conclut que (ML) et (IK) sont parallèles.

b) On peut en déduire que ces quatre points sont coplanaires.

Solution 7 :

Notons R le rayon de la sphère. Le volume et l'aire ont la même valeur, donc $\frac{4}{3}\pi R^3 = 4\pi R^2$.

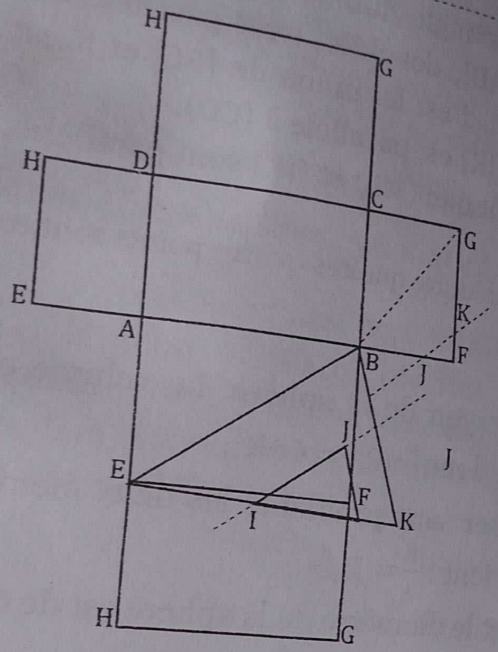
On peut diviser sans problème les deux membres par $4\pi R^2$ car $R \neq 0$, il vient : $\frac{R}{3} = 1$.

donc $R = 3$, et le diamètre de la sphère est de 6 cm.

Solution 8 :

La réponse est non. On a affaire à deux droites non parallèles, mais non sécantes. En effet, deux droites sécantes définissent un plan. Si (EC) et (DG) se coupaient alors E, C, D et G seraient coplanaires. Or, il est clair que E n'appartient pas au plan (CDG).

Solution 9 :



2) Je calculer la longueur des diagonales

D'après le théorème de Pythagore en triangle ABD rectangle en A.

$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 8^2 + 5^2 = 64 + 25 = 89$

Donc la diagonale de ABCD mesure $\sqrt{89}$.

$EB^2 = AE^2 + AB^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$

d'où $EB = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$. (dans le triangle ABFE)

Enfin, pour ADHE :

$ED^2 = AE^2 + AD^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

d'où $ED = \sqrt{41}$

3)

a) Voir la figure.

b) Dans le triangle BEF, (IJ) est parallèle à la base (BE). $\frac{FI}{EF} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$, donc (théorème de Thales) $\frac{FJ}{FB} = \frac{1}{4}$, $FB = 4$, donc $FJ = 1$.

Dans le triangle BFG, où (JK) est parallèle à (BG). Comme $\frac{FJ}{FB} = \frac{1}{4}$, on a : $\frac{FK}{FG} = \frac{1}{4}$, $FG = 5$ (voir le patron)

donc $JK = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

c) Plaçons-nous dans le triangle EGF. I est sur [EF], et K est sur [FG]. En outre, nous savons que $\frac{FI}{EF} = \frac{FK}{FG} = \frac{1}{4}$, donc (IK) et (EG) sont parallèles.

d) Voir la figure 1) $\frac{IJ}{EB} = \frac{JK}{BG} = \frac{KI}{EG} = \frac{1}{4}$.

e) Pour passer de la pyramide FEBG à la pyramide FIKJ, on a réduit les longueurs au quart. Le volume a donc été divisé par $4^3 = 64$, d'où $\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{IJ}{EB}\right)^3$.

On peut vérifier en calculant indépendamment v_1, v_2. v_1 est le volume de FEBG de base FBE et de hauteur FG.

On obtient : $v_1 = \frac{FBE \times FG}{3} = \frac{\frac{4\times2}{2}\times5}{3} = \frac{80}{3}$

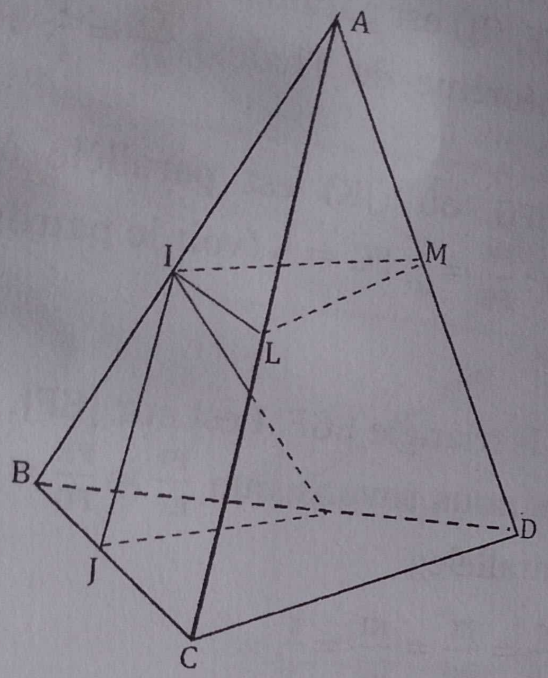
v_1 est le volume de FIKJ. Pyramide de base FIJ et de hauteur $FK = 1{,}25$. On obtient :

$v_2 = \frac{\frac{1\times2}{2}\times1{,}25}{3} = \frac{1{,}25}{3}$

On vérifie bien que $\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{64}$.

Solution 10 :

1) Je fais la figure



2) Je donne la nature du quadrilatère JKML

Dans le cas général, nous allons démontrer que JKML est un trapèze.

C'est un parallélogramme si nous avons choisi I milieu de [AB]

(JK) et (CD) sont incluses dans (BCD). Or, (JK) ⊂ (IJK) et CD ⊂ (ACD).

Ces deux plans, sécantes à (BCD), étant parallèles, on a : (JK)//(CD). De même, (ILM)//(BCD), (LM) et (CD) sont coplanaires, donc (LM)//(CD). Il vient : (JK)//(LM).

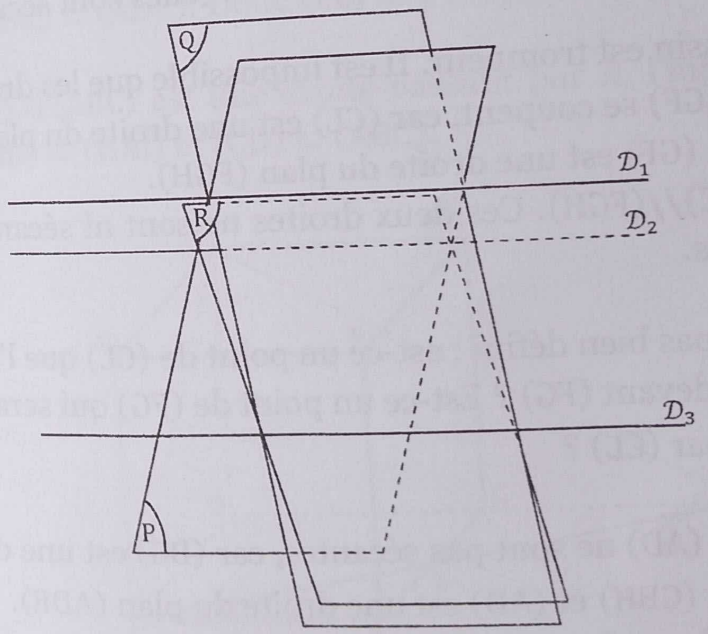
Solution 11 :

Les trois droites D_1, D_2 et D_3 sont parallèles. Examinons le cas de D_1 et D_2.

Si elles se coupent, leur point d'intersection appartient à la fois à D_1, donc un point commun à P et Q et à D_2, donc à P et R. on a donc un point commun à P, Q et R, ce qui exclu par l'énoncé. Bien sûr, dans l'espace, deux droites peuvent ne pas se couper, sans être non plus parallèles. Or D_1 et D_2 sont toutes deux dans le plan P.

On a donc : $D_1//D_2$.

De même, $D_1//D_3$, donc ces trois droites sont parallèles.



Solution 12 :

1) a) Le point I n'appartient pas au segment [EF], mais il est devant.

b) I appartient à (FGB), car il est sur la face ABGF.

c) Le plan (KDC) est celui de la face ABCD, il possède donc I.

2) or la droite (EH) est parallèle au plan de la face ABCD, donc elle n'a aucun point commun avec ce plan d'où K, E et H sont alignés.

3)a) C, L, A et B sont 4 points de la face ABCD, ils sont donc coplanaires, donc les droites (CL) et (AB) sont coplanaires. On en déduit qu'elles sont soit sécantes, soit parallèles. Il est clair que l'on est dans le premier. (elles sont sécantes).

b) Le dessin est trompeur. Il est impossible que les droites (CL) et (GF) se coupent, car (CL) est une droite du plan (ABC) et (GF) est une droite du plan (FGH).
Or (ABC)//(FGH). Ces deux droites ne sont ni sécantes, ni parallèles.

c) P n'est pas bien défini : est-ce un point de (CL) que l'on verrait devant (FG) ? Est-ce un point de (FG) qui serait caché par (CL) ?

4) (BG) et (AD) ne sont pas sécantes, car (BG) est une droite du plan (GBH) et (AD) est une droite du plan (ADE).
Or ces deux plans sont strictement parallèles.

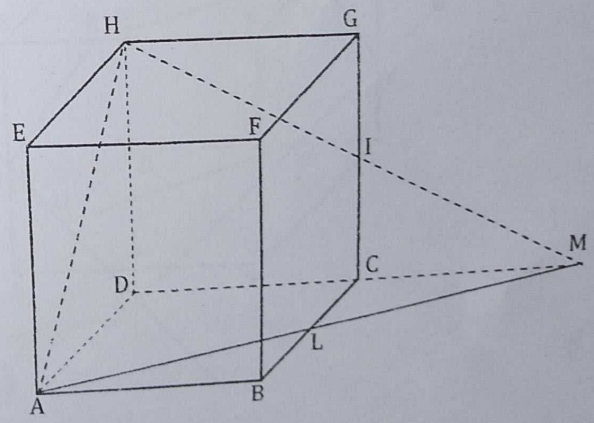
5) Considérons les carrés ABCD et EFAD. On constate que (CB) et (EF) sont toutes deux parallèles à (AD). Elles sont donc parallèles, et donc coplanaires.

Solution 13 :

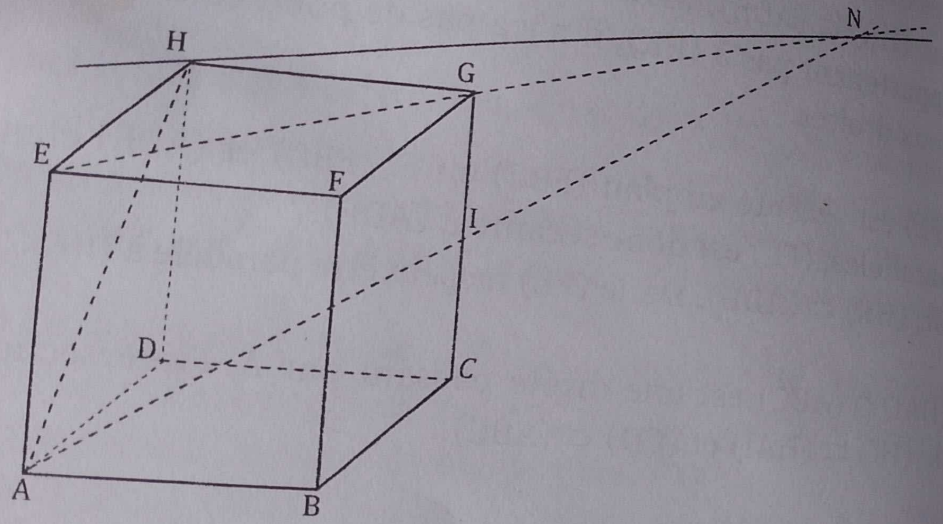
1) Les droites (HK) et (IA) ne sont pas sécantes, car (HK) ⊏ (ADE), alors que (IA) coupe ce plan en A. A appartenant pas à (HK), il n'y a pas de point commun aux deux droites.

2) (FL) est sécante au plan (FBC) en F. (FBC) et (ADE) étant parallèles, (FL) est donc sécante à (ADE).
Or, (HK) ⊏ (ADE). Donc (FL) ne peut être parallèle à (HK).

3) (HAI) ∩ (ABC) est une droite passant par A, l'intersection de (HI) ⊏ (HAI) et (CD) ⊏ (ABC).

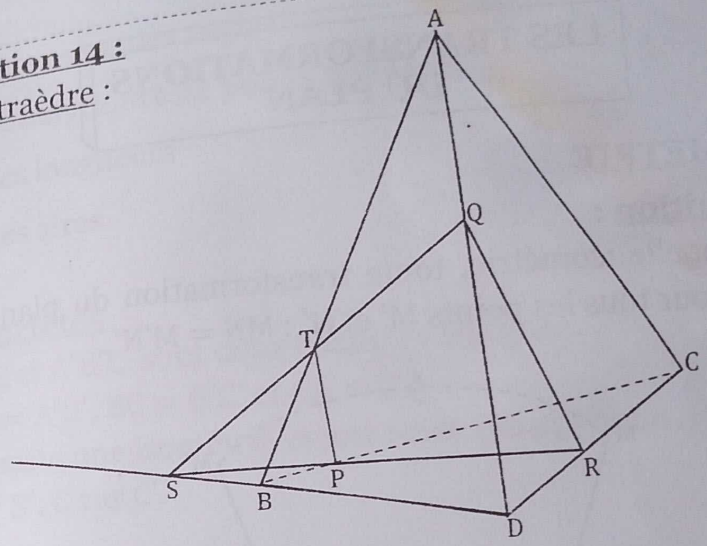


4) $(HAI) \cap (HGF)$ est une droite que contient H et N, l'intersection de $(AI) \subset (HAI)$ et $(EG) \subset (HFG)$. N est facile à déterminer, puisque (AI) et (EG) sont toutes deux dans le même plan (AEG).

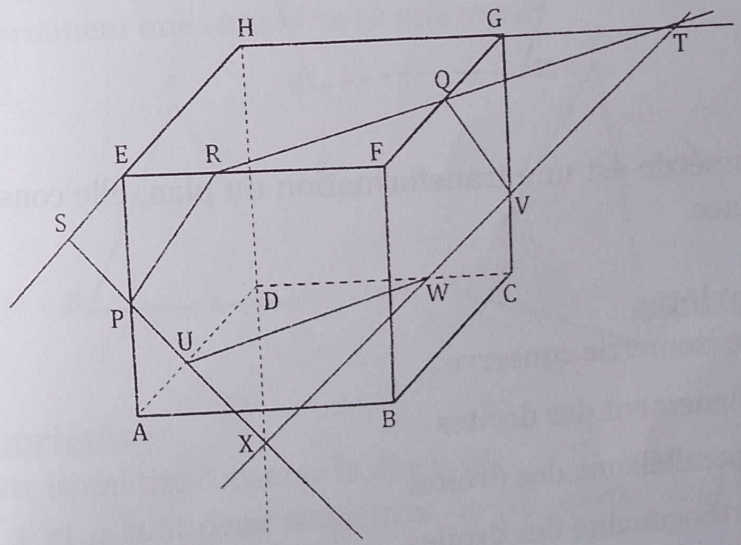


Solution 14 :

1) Tétraèdre :



Cube :

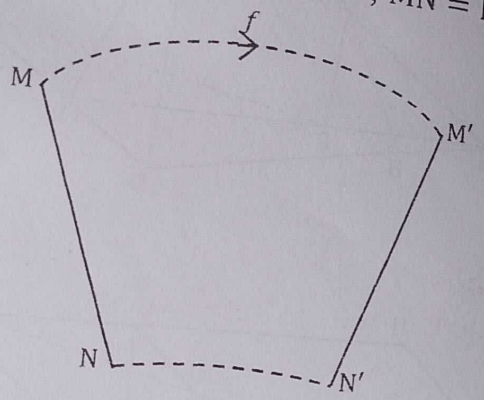


LES TRANSFORMATIONS DU PLAN

I. ISOMETRIE

1. Définition :

On appelle isométrie, toute transformation du plan telle que, pour tous les points M′ et N′ ; MN = M′N′.



Une isométrie est une transformation du plan, elle conserve la distance.

2. Propriétés

Toute isométrie conserve :

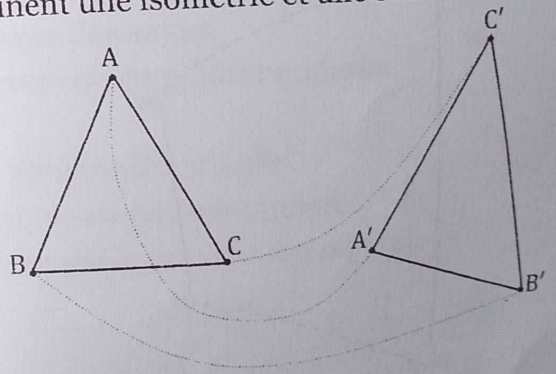
- L'alignement des droites
- Le parallélisme des droites
- L'orthogonalité des droites

- La mesure des angles
- Le barycentre de points pondérés
- Les longueurs
- Les aires.

Propriétés

ABC et A′B′C′ sont deux triangles tels que :
AB = A′B′, BC = B′C′ et CA = C′A′.
Il existe une isométrie et une seule qui applique A sur A′, B sur B′, C sur C′.

On dit que :
Les sommets homologues de deux triangles superposables déterminent une isométrie et une seule.



Propriétés :

Toute isométrie conserve la distance

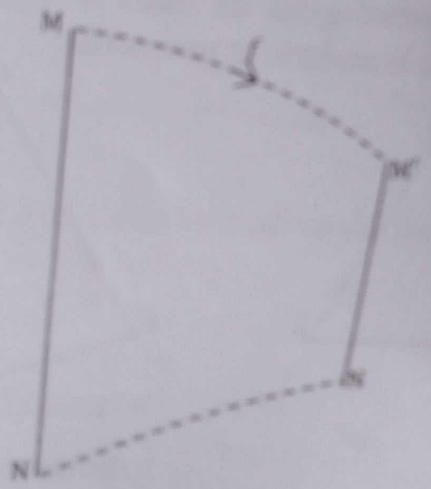
- Si f et g sont deux isométries de (P), alors (gof) est une isométrie.

- Soit r une rotation de centre k et d'angle α, O un point distinct k, il existe deux translations t_1 et t_2 et une rotation r' de centre O et d'angle α telles que $r = t_1 \circ r'$ et $r = r' \circ t_2$.
- Translation, symétries, rotation, homothétie.

II. SIMILITUDE

1. Définition :

k étant un nombre réel strictement positif, on appelle similitude de rapport k, toute transformation du plan telle que, pour tous les points M et N, d'images respectives $M', N', M'N' = kMN$.



$M'N' = kMN$.

Une similitude de rapport k est une transformation qui multiplie les distances par k.

Deux figures sont semblables lorsque l'une est l'image de l'autre par une similitude.

2. Propriétés

*Toute similitude est une composée d'une isométrie et d'une homothétie.

*Toute similitude conserve :
- L'alignement des points
- Le parallélisme des droites
- L'orthogonalité des droites
- La mesure des angles
- Le barycentre de points pondérés.

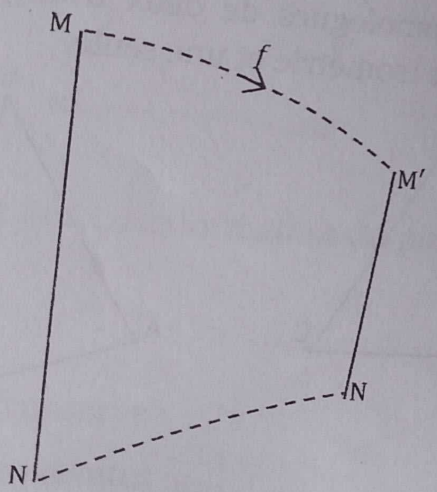
*Toute similitude multiple :
- Les longueurs par son rapport
- Les aires par le carré de son rapport.

- Soit r une rotation de centre k et d'angle α, O un point distinct k, il existe deux translations t_1 et t_2 et une rotation r' de centre O et d'angle α telles que $r = t_1 \circ r'$ et $r = r' \circ t_2$.
- Translation, symétries, rotation, homothétie.

II. SIMILITUDE

1. Définition :

k étant un nombre réel strictement positif, on appelle similitude de rapport k, toute transformation du plan telle que, pour tous les points M et N, d'images respectives $M', N', M'N' = kMN$.



$M'N' = kMN$.

Une similitude de rapport k est une transformation qui multiplie les distances par k.

Deux figures sont semblables lorsque l'une est l'image de l'autre par une similitude.

2. Propriétés

*Toute similitude est une composée d'une isométrie et d'une homothétie.

*Toute similitude conserve :
- L'alignement des points
- Le parallélisme des droites
- L'orthogonalité des droites
- La mesure des angles
- Le barycentre de points pondérés.

*Toute similitude multiple :
- Les longueurs par son rapport
- Les aires par le carré de son rapport.

EXERCICES SUR LES TRANSFORMATIONS DU PLAN

Exercice 1 :

Répondre par vrai ou faux

a) Une rotation est composée de deux symétries orthogonales d'axe concourantes.

b) Toute homothétie est une bijection.

Exercice 2 :

Répondre par vrai ou faux

a) Toute isométrie du plan est une similitude de rapport 1.

b) La composée de deux rotations r_1 et r_2 de centre 0 et d'angle a_1 et a_2 respectivement est une rotation de centre 0 et d'angle $a_1 a_2$.

Exercice 3 :

Répondre par vrai ou faux

a) Une symétrie orthogonale est une bijection du plan dans lui-même. Elle est égale à sa réciproque.

b) Un lieu géométrique est une droite ou un cercle.

Exercice 4 :

Répondre par vrai ou faux

a) Soient M et N par l'homothétie h de centre O, de rapport k, on a : $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$

b) Etant donné deux cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ de centres différents et rayons distincts R et R', il existe deux homothéties de rapports $\frac{R'}{R}$ et $-\frac{R'}{R}$ transformant $(\mathcal{C})$ en $(\mathcal{C}')$.

Exercice 5 :

Répondre par vrai ou faux

a) La rotation de centre O et d'angle α est une bijection.

b) Sa réciproque est une rotation de centre O et d'angle – α.

c) Dans toute isométrie du plan, le transformé d'un cercle est un cercle de même rayon et dont le cercle est l'image du cercle de départ.

Exercice 6 :

Répondre par vrai ou faux

a) La composée de deux homothétie de même centre est une homothétie de ce centre et de rapport produit.

b) La translation de vecteur $\vec{u}$ et une bijection du plan dans lui-même et sa réciproque t^{-1} a pour vecteur $-\vec{u}$.

Exercice 7 :

Répondre par vrai ou faux

L'homothétie de centre O et de rapport k est une bijection du plan dans lui-même. Sa réciproque est une homothétie de centre O et de rapport le même k.

Exercice 8 :

ABC est un triangle et $(\mathcal{C})$ est le cercle circonscrit à ce triangle. Soit O le centre de $(\mathcal{C})$ et l'orthocentre du triangle ABC. Construire l'image du cercle $(\mathcal{C}')$ par l'homothétie notée h, de ce H et de rapport $\frac{1}{2}$.

Exercice 9 :

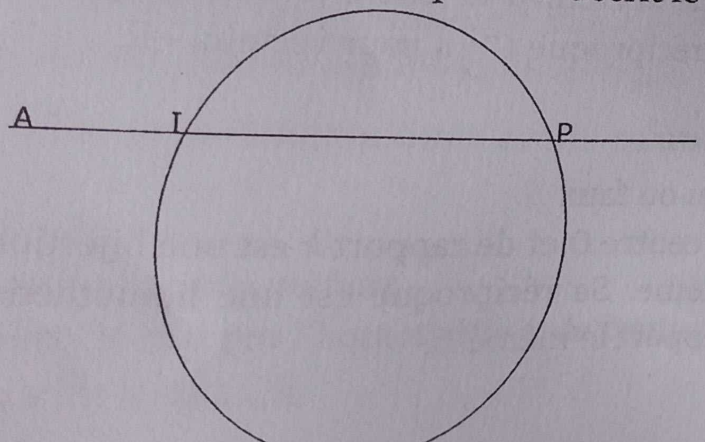
Soient A et B les points distincts du plan, S_A et S_B les symétries centrales de centre A et B, S_0 un point du plan.

a) On pose $M_1 = S_A(M)$ et $M' = S(M_1)$. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

b) Quelle est la nature de la transformation $S_B o S_A$? A-t-on $S_B o S_A = S_A o S_B$.

Exercice 10 :

On donne un cercle $(\mathcal{C})$ et un point A n'appartenant pas à $(\mathcal{C})$. Désignant un point de $(\mathcal{C})$. Quel est le lieu géométrique du milieu I de [AP] lorsque le point P décrit le cercle $(\mathcal{C})$?



Exercice 11 :

(Δ) est une droite. A et B deux points extérieurs de (Δ) et tels que les droites (AB) et (Δ) ne sont pas parallèles. M est un point de (Δ). On construit le point N tel que MABN soit un parallélogramme.

Quel est le lieu géométrique du point N lorsque M décrit (Δ) ?

Exercice 12 :

Soit ABC, un triangle équilatéral direct et A′ le barycentre de A par rapport à $(\mathcal{C})$.

1) Démontrer qu'il existe une rotation r telle que : $r(A) = c$ et $r(B) = A'$.

2) Déterminer son centre et son angle.

Exercice 13 :

On considère un point A du plan. A tout point M du plan, on associe le point N tel que AMN un triangle équilatéral direct.

1) Reconnaître la transformation qui à M associe N.

2) Quel est l'ensemble des points N si M décrit un cercle $(\mathcal{C})$.

Exercice 14 :

ABC est un triangle équilatéral. Soient (D_1), (D_2) et (D_3) les médiatrice respectivement [BC], [AC] et [AB]. Soient S_1, S_2 et S_3 les symétries orthogonales d'axes respectifs (D_1), (D_2) et (D_3). Démontrer que l'homothétie $S_1 o S_2 o S_3$ est une symétrie orthogonale. Préciser son axe.

2) Démontrer de même que le triangle OKL est rectangle isocèle en O.

3) Démontrer que de IK = JL et que les droites (IK) et (JL) sont perpendiculaires.

Exercice 20 :

Soit ABCD, un rectangle non carré, (E) l'ensemble des isométries laissant globalement invariant ce rectangle, (Δ) et (Δ′) les médiatrices respectives de segments [AB] et [BC], O le centre du rectangle.

1) Vérifier que les transformations Id, S_O, S_Δ et $S_{\Delta'}$, appartiennent à l'ensemble (E). on admet désormais que : $(E) = \{Id, S_O, S_\Delta, S_{\Delta'}\}$.

2) Dresser le tableau des composées des éléments de (E).

3) Déduire de ce tableau que (E) est un groupe de transformation.

SOLUTIONS

Solution 1 :
Répondons par vrai ou faux
a) Vrai
b) Vrai

Solution 2 :
Répondons par vrai ou faux
a) Vrai
b) Faux

Solution 3 :
Répondons par vrai ou faux
a) Vrai
b) Faux

Solution 4 :
Répondons par vrai ou faux
a) Vrai
b) Vrai

Solution 5 :
Répondons par vrai ou faux
a) Vrai
b) Vrai

$[M_1M']$.

$\overrightarrow{MM'} = 2(\overrightarrow{AM_1} + \overrightarrow{M_1B})$; $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{AB}$.

b) Nature de la transformation $S_B o S_A$

$M' = S_B(M_1) = S_B(S_A(M)) = S_B o S_A(M)$ or $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{AB}$, ce qui prouve que M' est l'image de M par la translation de vecteur $2\overrightarrow{AB}$.

Donc $S_B o S_A$ est la translation de vecteur $2\overrightarrow{AB}$ par le même raisonnement, on pourrait montrer que $S_A o S_B$ est la translation de vecteur $2\overrightarrow{AB}$; d'où $S_B o S_A \neq S_A o S_B$ (si $A \neq B$).

Solution 10 :

Trouvons le lieu géométriquement du milieu I de [AP] lorsque le point P décrit le cercle $(\mathcal{C})$. Considérons l'homothétie h de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$; on a : $h(P) = 1$.

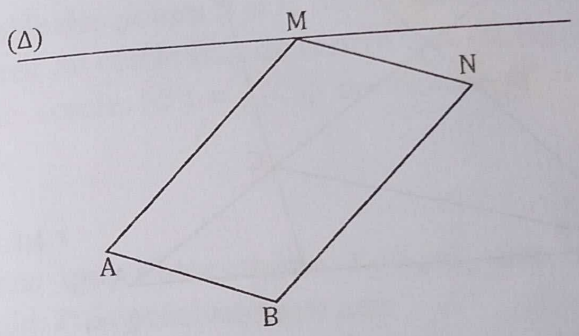
Soit Ω le centre de $(\mathcal{C})$. Lorsque P décrit $(\mathcal{C})$, I décrit $h(\mathcal{C})$ qui est le cercle de centre $h(\Omega) = \Omega'$ et de rayon la moitié de celui de $(\mathcal{C})$.

Solution 11 :

Trouvons le lieu géométrique du point N lorsque M décrit (Δ).

Par hypothèse, on a : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$ donc N est l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ qui est fixe.

Donc, il est évident que lorsque M décrit la droite (Δ), le point N décrit toute la droite (Δ′) image de (Δ) par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



Solution 12 :

1) Démontrons qu'il existe une rotation r telle que :

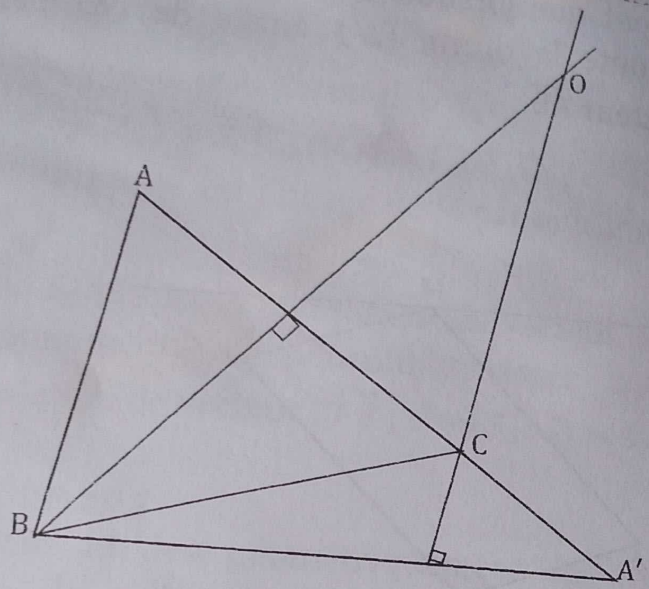
$r(A) = c$ et $r(B) = A'$.

On a: $AB = BC = AC' = CA'$ en particulier $AB = CA'$ donc r existe.

2) Déterminons son centre et son angle.

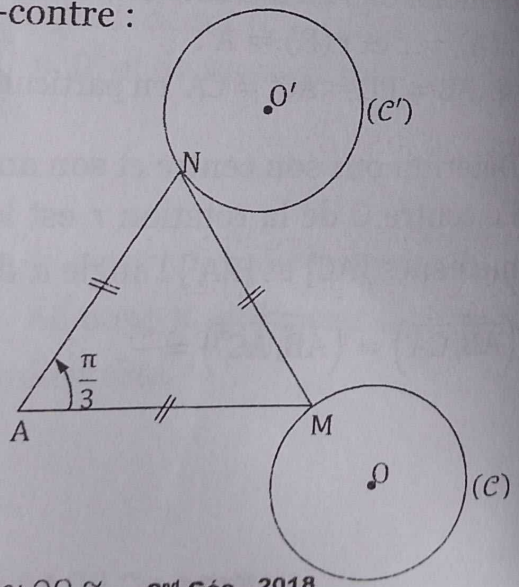
Le centre O de la rotation r est le point d'intersection des médianes [AC] et [BA′] l'angle α de la rotation est $\frac{\pi}{3}$ car :

$$\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA}\right) = \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC'}\right) = \frac{\pi}{3}$$



Solution 13 :

Cherchons à reconnaitre la transformation qui à **M** associe **N**.
On considère la figure ci-contre :



Le triangle AMN est équilatéral direct ; donc AM = AN et $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}) = \frac{\pi}{3}$.

1) La transformation f qui à M associe N est une rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

2) L'ensemble des points N si M décrit un cercle $(\mathcal{C})$.
Si M décrit un cercle $(\mathcal{C})$, de centre O et de rayon R, alors N décrit le cercle $(\mathcal{C}') = f(\mathcal{C})$, de centre $O' = f(O)$ et de rayon R.

Solution 14 :

Démontrons que l'homothétie $S_1 o S_2 o S_3$ est une symétrie orthogonale. Puis précisons son axe.

$S_1 o S_2 o S_3(A) = S_1 o S_2(B)$ car $S_3(A) = B$
$= S_1(B)$ car $S_3(B) = B$
$= C$ donc $S_1 o S_2 o S_3(A) = C$

$S_1 o S_2 o S_3(B) = S_1 o S_2(A) = S_1(C) = B$
alors $S_1 o S_2 o S_3(B) = B$

De ceci, on déduit que $S_1 o S_2 o S_3(B) = S_2$
Car $S_2(A) = C$ et $S_2(B) = B$ donc
$S_1 o S_2 o S_3$ est la symétrie orthogonale d'axe (D_2).

Solution 15 :

1) Démontrons que les triangles ABC et DBE sont semblables.

$mes\widehat{EDB} = mes\widehat{ABC}$ et $mes\widehat{EDB} = m\widehat{BCA} = \frac{\pi}{2}$.

On déduit que $mes\widehat{BDE} = m\widehat{CAB}$.

Donc les triangles ABC et DBE sont semblables.

2) Soit k le rapport de la similitude de f

On sait que $f(A) = D$ et $f(B) = B$; alors $BD = KBA$.

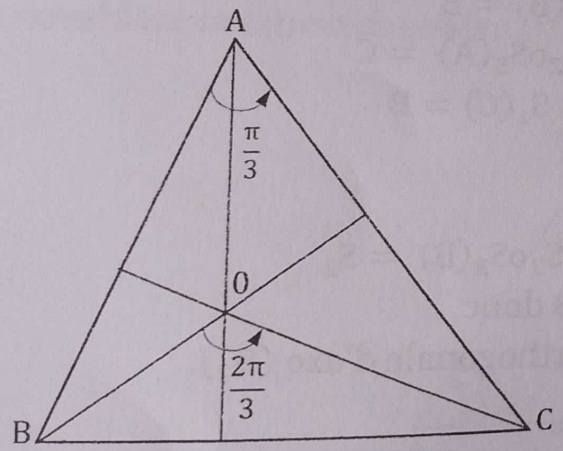
Comme $BA = BA'$; on a : $BD = KBA$.

Les points B, D et A′ étant alignés, on déduit $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{KBA'}$.

D'où le résultat cherché.

Solution 16 :

a) Faisons la figure



b) Calculons $r'or$

$r'or$ est une rotation d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

De plus : $r'or(A) = B$ et $r'or(B) = C$; donc, le centre de cette rotation est le point d'intersection des médiatrices des segments [AB] et [BC], c'est-à-dire le point O.

c) Calculons $r'or^{-1}$

$r'or^{-1}$ est une translation

De plus : $r'or^{-1}(A) = B$ donc $r'or^{-1} = t_{\overrightarrow{AB}}$.

Solution 17 :

1) La nature du quadrilatère AHBN

Le quadrilatère AHBN est donc parallélogramme.

2) Comparons les vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{MH}$.

Ses diagonales [HN] et [AB] se coupent en leur milieu I.

D'après les propriétés de la droite des milieux applique un triangle MHN. On a $\overrightarrow{MH} = 2\overrightarrow{OI}$.

3) Lieu des points H

Les deux ensembles trouvés sont égaux.

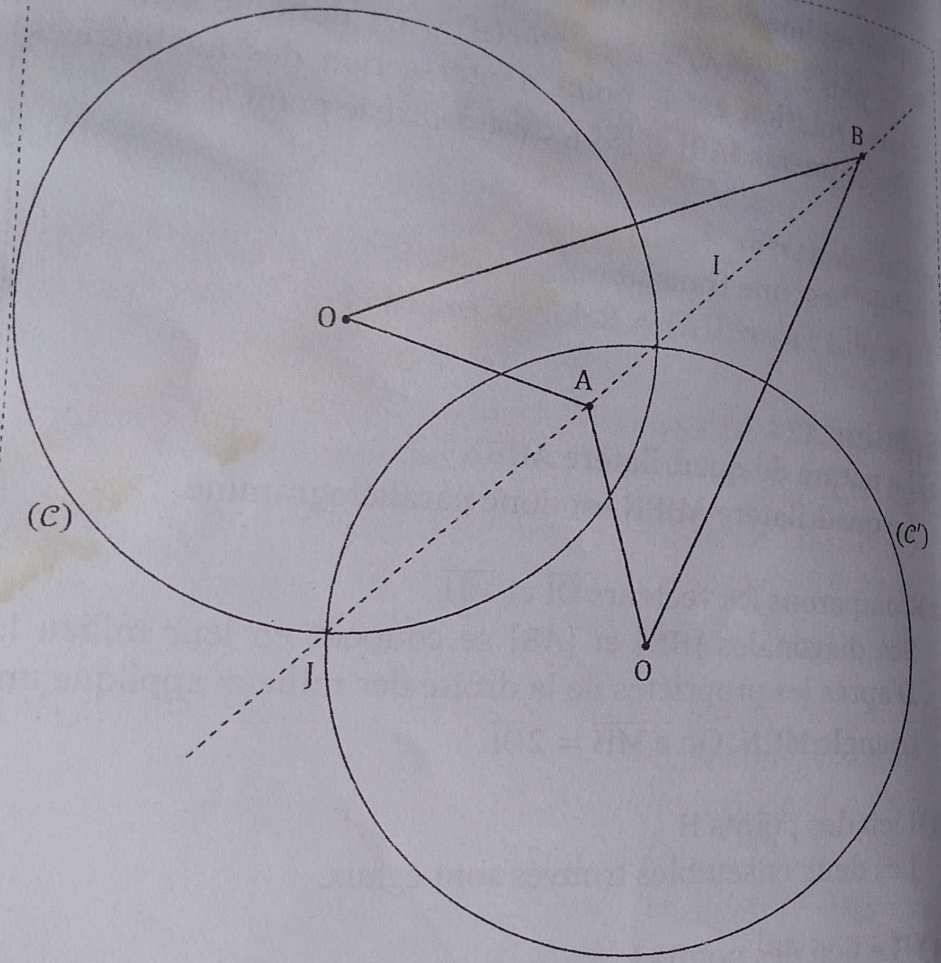
4) Le lieu des points J.

J est milieu de [MH], donc : $\overrightarrow{MJ} = \overrightarrow{OI}$ et $J = t_{\overrightarrow{OI}}(M)$.

Par conséquent, J décrit $t_{\overrightarrow{OI}}(\mathcal{C})$.

Solution 18 :

Construction



Solution 19 :

1) La composée de deux quarts de tour est une symétrie centrale.

De plus, $r_I o r_J(c) = A$, donc, le centre de cette symétrie est le milieu O de [AC].

On a : $r_I o r_J(J) = S_O(J) = J'$, avec O milieu de [JJ'].

Donc : $r_I(J) = S_O(J) = J'$; le triangle JIJ' est rectangle isocèle en I et 0 est milieu de [JJ'].

Donc, le triangle OIJ est rectangle isocèle en O.

2) Démontrons de même que le triangle OKL est rectangle isocèle en O.

On démontrerait de même que, si r_K et r_L sont les quarts de tour directs de centres respectifs K et L, alors :

$r_K o r_L = S_O$ et le triangle OKL est rectangle isocèle en **O**.

3) Démontrons que de IK = JL et que les droites (IK) et (JL) sont perpendiculaires.

Soit r, le quart de tour direct de centre O. l'image par r du segment [IK] est le segment [JL].

Donc, IK = JL et les droites, (IK) et (JL) sont perpendiculaires.

Solution 20 :

1) Les images du quadruplet de points (A, B, C, D) par les transformations Id, S_O, S_Δ et $S_{\Delta'}$ sont respectivement (A, B, C, D) ; (C, D, A, B) ; (B, A, D, C) et (D, C, B, A).

Le rectangle ABCD est donc globalement invariant par ces isométries.

2) On compose deux à deux ces isométries et on obtient le tableau ci-contre :

0	Id	S_o	S_Δ	$S_{\Delta'}$
Id	Id	S_o	S_Δ	$S_{\Delta'}$
S_o	S_o	Id	$S_{\Delta'}$	S_Δ
S_Δ	S_Δ	S_Δ	Id	S_o
$S_{\Delta'}$	$S_{\Delta'}$	$S_{\Delta'}$	S_o	Id

3) On remarque dans ce tableau que :

- La composée de deux éléments de (E) est un élément de (E);
- La réciproque de tout élément de (E) est un élément de (E).

(E) est donc un groupe de transformation.

Production et Distribution

GBES

GROUPE BETHLEHEM EPHRATA SERVICES

E-mail : gbesfi@yahoo.fr

☎ (+242) 04 485 99 85 - 06 680 18 80

Congo - Brazzaville

9 782850 69036582