SUPPORT DE COURS MATHEMATIQUES : CLASSE DE 3ième
(COLLEGE SAINT BRICE PROVINCIAL ABOBO PLATEAU DOKUI)

Rappel de cours : **COORDONNEES DE VECTEURS**

By M. TEHUA

IV. Vecteurs colinéaires - Vecteurs non nuls orthogonaux

1. Vecteurs colinéaires

Propriété

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).
$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{A'B'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires équivaut à $xy' - x'y = 0$.

Exercice de fixation

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), on donne les vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}3\sqrt{2}\\\sqrt{2}\end{pmatrix}$.
Vérifie que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

2. Vecteurs non nuls orthogonaux

Propriété

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$ sont deux vecteurs non nuls.
$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{A'B'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont orthogonaux équivaut à $xx' + y'y = 0$.

Exercice de fixation

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
On donne les vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$.
Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux.

Calculs dans un repère

1. Calcul des coordonnées d'un vecteur

Propriété

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). A et B sont deux points du plan.
Si $A(x\,;\,y)$ **et** B $(x'\,;\,y')$ alors $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x'-x\\y'-y\end{pmatrix}$.

Exercice de fixation

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), on donne les points A(*-2 ; 3)* et B (*1 ; 2)*.
Calcule les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

2. Calcul des coordonnées du milieu d'un segment

Propriété

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). K est le milieu du segment [AB].

Si $A(x\ ;\ y)$ **et** B $(x'\ ;\ y')$ alors K $(\frac{x+x'}{2}\ ;\frac{y+y'}{2})$.

Exercice de fixation

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), on donne deux points A$(2\ ;-3)$ et B$(\frac{3}{2}\ ;-5)$.

Détermine les coordonnées du milieu K du segment [AB].

3. Distance de deux points dans un repère orthonormé

Propriété

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). **A** et **B** sont deux points du plan.

$$\boldsymbol{si\ A(x;y)\ et\ B(x';y')\ alors\ AB=\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2}}\ .$$

EXERCICE DE FIXATION

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J).

On donne $\boldsymbol{L(2\ ;-2)\ et\ M(5\ ;-1)}$**. Calcule LM**

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES (COORDONNEES DE VECTEURS)

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

On donne les vecteurs : $\overrightarrow{AB}\binom{2}{1}$ et $\overrightarrow{CD}\binom{6}{3}$.

Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On donne les vecteurs $\overrightarrow{AB}\binom{3}{5}$ et $\overrightarrow{CD}\binom{5}{-3}$.

Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux.

Exercice 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On donne $\overrightarrow{EF}$ (- 3 ; 2) et $\overrightarrow{GH}$ (4 ; -7).

Calcule les coordonnées du vecteur : $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{GH}$.

Exercice 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On donne $\overrightarrow{EF}$ (5 ; 2).

a) Détermine les coordonnées du vecteur $2\overrightarrow{EF}$.

b) Détermine les coordonnées du vecteur $-4\overrightarrow{EF}$.

Exercice

Détermine les nombres a et b pour que le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\b\end{pmatrix}$ et le vecteur $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}a-2\\-5\end{pmatrix}$ soient égaux.

Exercice

Pour chaque affirmation, trois réponses sont proposées dont une seule est juste. Entoure la bonne réponse.

	Affirmation	Proposition a	Proposition b	Proposition c
1	Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), le couple de coordonnées de $\overrightarrow{RS} = 3\overrightarrow{OI} - 2\overrightarrow{OJ}$ est	(2 ; 3)	(-3 ; 2)	(3 ; -2)
2	(a ; b) = (3 ; -4) équivaut à	$a = 3$ et $b = -4$	$a = -4$ et b = 3	$a = 3$ ou b = -4
3	Si $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix}-2\\\sqrt{3}\end{pmatrix}$ alors	$3\times\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix}-6\\\sqrt{3}\end{pmatrix}$	$3\times\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix}-6\\3\sqrt{3}\end{pmatrix}$	$3\times\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix}-6\\\sqrt{9}\end{pmatrix}$
4	$\overrightarrow{GH}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{RT}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont orthogonaux	$xy + x'y' = 0$	$xy' + x'y = 0$	$xx' + yy' = 0$

Exercice

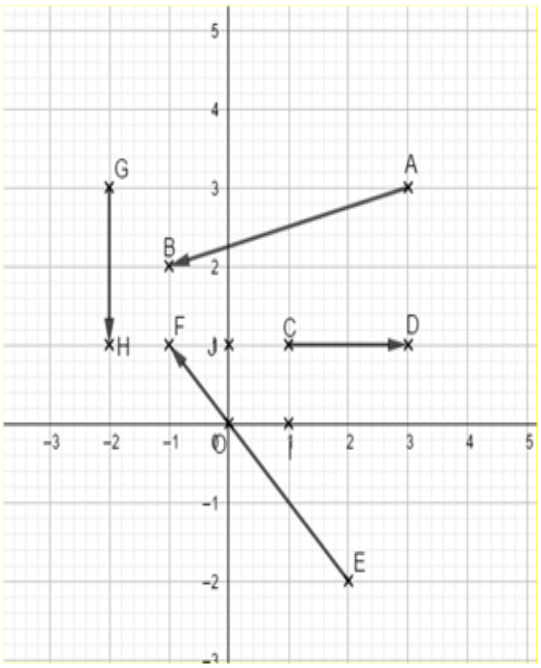
(O, I, J) est un repère du plan. A et B sont deux points du plan.

Dans chacun des cas suivants, donne les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

1) $\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{OI} - 3\overrightarrow{OJ}$
2) $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{OI}$
3) $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{OJ}$

EXERCICE 8

Détermine les couples de coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$.



Exercice

Dans chacun des cas suivants, calcule les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{LM}$.

1) L(2 ; 3) et M(-5 ; -3) ; 3) L(-1 ; 4) et M(-7 ; -3)

2) L($\sqrt{2}$; 3) et M(2 ; -3) ; 4) L(0 ; -4) et M(-7 ; 0)

Exercice

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J).

On donne les points N(-5 ; -1) ; P(-3 ; 3) ; Q(-3 ; 0) et R(-3 ; -3).

Calcule les distances NP ; PQ et RQ.

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES (EQUATIONS DE DROITES)

Exercice 1

Parmi les égalités suivantes, identifie les équations de droites :

$3x - 3y + 4 = 0$; $xy - y + 4 = 0$; $3y + 4 = 0$; $x = +4$; $x - \frac{3y}{2x} + 4 = 0$

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère (O ; I ; J). Dans chacun des cas suivants, détermine une équation de la droite (AB).

a) $A(-2;2)$; $B(1;-2)$; b) $A(4;2)$; $B(4;-2)$; c) $A(5;-1)$; $B(-2;-1)$.

Exercice 3

Le plan est muni d'un repère (O ; I ; J). On donne $A(2;-1)$; $B(-3;-1)$

Dans chacun des cas suivants, détermine une équation de la droite (D).

a) (D) passant par A et parallèle à l'axe des abscisses (OI).

b) (D) passant par B et parallèle à l'axe des abscisses (OI).

Exercice 4

Le plan est muni d'un repère (O ; I ; J). $A(2;-1)$; $B(-3;-1)$.

Dans chacun des cas suivants, détermine une équation de la droite (D) qui passe par A et parallèle à (BC).

a) $A(2;0)$; $B(-3;-2)$; $C(0;-1)$.

b) $A(2;1)$; $B(0;-2)$; $C(1;-1)$.

c) $A(3;1)$; $B(1;-2)$; $C(2;-1)$.

Exercice 5

Détermine une équation de la droite (D) dans chacun des cas suivants :

a) (D) passant par $A(3;1)$ et a pour vecteur directeur $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$.

b) (D) passant par $B(-3;-2)$ et a pour vecteur directeur $\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$.

Exercice 6

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J). On donne $A(2;-1)$; $B(-3;-1)$.

Dans chacun des cas suivants, détermine une équation de la droite (D).

a) (D) passant par A et est perpendiculaire à l'axe des abscisses (OI).

b) (D) passant par B et est perpendiculaire à l'axe des abscisses (OJ).

Exercice 7

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J). On donne $K\left(\sqrt{2};-1\right)$; L(2 ; 1) et M(-1 ; -1).

Détermine une équation de la droite (D) passant par K et perpendiculaire à (LM).

Exercice 8

On donne les points $A(2;-2)$; $B(-3;-1)$ et $C(-3;-2)$.

Observe attentivement les coordonnées des trois points et donne sans faire de calculs, une équation de chacune des droites (AC) et (BC).

Exercice 9

Le plan est muni d'un repère (O ; I ; J). On donne les points $P(1;3)$; $Q(-3;-5)$.

Détermine une équation de la droite (PQ) du type $y = ax + b$.

Exercice 10

On donne E(a ; b) et F(c ; d).

Identifie le coefficient directeur de la droite (EF) parmi les propositions suivantes :

1) $\frac{c-a}{d-b}$; 2) $\frac{d-b}{c-a}$; 3) $\frac{d-b}{a-c}$.

Exercice 11

Détermine le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite (D) dans chacun des cas suivants :

a) (D) : $y = 3x + 4$; b) (D) : $3x + y = 4$; c) (D) : $x - 4y = 1$; d) (D) : $3x - 3y + 4 = 0$.

Exercice 12

On donne les points $A(2;-2)$; $B(-3;-1)$.

Calcule le coefficient directeur de la droite (AB).

Leçon 11 : STATISTIQUES

A/ SITUATION D'APPRENTISSAGE *(voir cahier d'Habiletés page …..)*

B/ CONTENU DU COURS

I. Organisation des données

1. Rappels

a) Le mode

Définition
On appelle mode d'une série statistique, toute modalité dont l'effectif est maximal ou encore la modalité qui a le plus grand effectif.

Remarque
Une série statistique peut avoir deux modes ou plus.

Exemple

Détermine le mode de la série statistique suivante :

Modalités	3	5	7	10	13	Total
Effectifs	2	10	15	25	8	60

Le plus grand effectif est 25. La modalité qui a le plus grand effectif est 10.
Donc, le mode de cette série statistique est 10.

b) La fréquence

Définition
On appelle fréquence d'une modalité, le quotient de l'effectif de cette modalité par l'effectif total.
Elle peut s'exprimer en pourcentage : $fréq(\%) = \frac{effectif\ de\ la\ \text{mod}}{effectif\ total} \times 100$.

Exemple

c) La moyenne

Définition
La moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif est égale à la somme de toutes les données, divisée par l'effectif total.

Exemple

On a pesé huit téléphones portables et obtenu les masses suivantes (en g) :
110 ; 100 ; 120 ; 130 ; 110 ; 120 ; 110 ; 130
Calculons la moyenne de la série des masses.

Définition
Soit une série statistique à caractère quantitatif.

- On appelle **effectif cumulé croissant** d'une modalité n, la somme des effectifs de chaque modalité inférieure ou égale à n.
- On appelle **fréquence cumulée croissante** d'une modalité n, le quotient de l'effectif cumulé croissant de la modalité n par l'effectif total.
  On la définit aussi comme étant la somme des fréquences de toutes les modalités inférieures ou égales à cette modalité.

Exercice de fixation

Les notes obtenues en mathématiques par les élèves d'une classe de troisième sont données dans le tableau suivant :
Complète le tableau statistique ci-dessous :

Modalités	3	5	7	10	13	Total
Effectifs	2	10	25	15	8	60
Effectifs cumulés croissants						
Fréquences cumulées croissantes						

3. Médiane d'une série statistique

Définition
On appelle **médiane** d'une série statistique dont les valeurs sont ordonnées, tout nombre qui partage cette série en deux sous séries de même effectif :

- **un groupe constitué de valeurs inférieures ou égales à la médiane** ;
- **un groupe constitué de valeurs supérieures ou égales à la médiane**.

Remarque 1
Si l'effectif total N d'une série statistique est un nombre impair, alors la médiane est la modalité de rang $\frac{N+1}{2}$ sur la liste ordonnée des modalités de cette série.

Exemple 1
On donne la série statistique suivante : 2 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15.

Déterminons la médiane de cette série.

Remarque 2
• Si l'effectif total N d'une série statistique est un nombre pair, alors tout nombre compris entre la $\frac{N}{2}$ $ième\ \ valeur$ et la $\left(\frac{N}{2}+1\right)$ $ième$ valeur peut être considéré comme une médiane de la série.
• En pratique, la médiane est généralement la moyenne de ces deux valeurs.

Exemple 2
On donne la série statistique suivante : 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 10 ; 12.
Déterminons la médiane de cette série.

Exercice de fixation

Détermine la médiane de la série statistique suivante :
35 ; 33 ; 34 ; 37 ; 39 ; 40; 37 ; 28.

II. Regroupement en classe de même amplitude

1. Regroupement en classes d'égale amplitude

Présentation

Un professeur d'éducation physique et sportive mesure et relève la taille en mètres de chacun de ses 51 élèves d'une classe de $3^{ème}$. Il obtient les résultats suivants :

1,54	1,53	1,57	1,59	1,54	1,55	1,60	1,63	1,59	1,67	1,61	1,63	1,67
1,69	1,68	1,69	1,70	1,64	1,67	1,65	1,54	1,72	1,73	1,64	1,74	1,78
1,55	1,76	1,75	1,79	1,66	1,77	1,67	1,69	1,59	1,76	1,69	1,79	1,76
1,59	1,74	1,78	1,73	1,68	1,65	1,71	1,76	1,78	1,65	1,57	1,58	

Son collègue de mathématiques, décide de former trois groupes d'étude en fonction de ces résultats sous forme d'intervalles de même amplitude dont le premier est [1,50 ; 1,60[.
Déterminons les deux autres intervalles.

L'amplitude de [1,50 ; 1,60[est :1,60 – 1,50 = 0,1 . Donc, les deux autres intervalles sont [1,60 ; 1,70[et [1,70 ; 1,80[.

Remarque

Ces différents intervalles sont appelés des **classes.**

2. Classe modale

Définition

On appelle classe modale d'une série statistique, toute classe dont l'effectif est maximal ou toute classe qui a le plus grand effectif.

Exemple

L'organisation des données de l'activité ci-dessus est résumée dans le tableau des effectifs suivant :

Classes	[1,50 ; 1,60[	[1,60 ; 1,70[	[1,70 ; 1,80[
Effectifs	**13**	**20**	**18**

La classe modale de cette série statistique est [1,60 ; 1,70[car c'est la classe qui a le plus grand effectif.

3. La moyenne d'une série regroupée en classes

Définition
La moyenne d'une série statistique regroupée en classes est égale à la somme des produits du centre de chaque intervalle par son effectif , divisée par l'effectif total.

Exemple
En utilisant les données du tableau des effectifs précédant, calculons la taille moyenne des élèves de cette classe.

Classes	[1,50 ; 1,60[	[1,60 ; 1,70[	[1,70 ; 1,80[
effectifs	**13**	**20**	**18**

- Calculons le centre de chaque classe :

Le centre de la classe [1,50 ; 1,60[est $\frac{1,50+1,60}{2} = 1,55$.

Le centre de la classe [1,60 ; 1,70[est $\frac{1,60+1,70}{2} = 1,65$

Le centre de la classe [1,70 ; 1,80[est $\frac{1,70+1,80}{2} = 1,75$

Classes	[1,50 ; 1,60[	[1,60 ; 1,70[	[1,70 ; 1,80[	Total
Le centre de chaque intervalle	**1,55**	**1,65**	**1,75**	
Effectifs	**13**	**20**	**18**	**51**

- La moyenne est $M = \frac{1,55x13+1,65x20+1,75x18}{51}$

$= \frac{84,65}{51}$

$= 1,65980\ldots.$

$\approx 1,66$ (résultat arrondi à l'ordre 2)

La taille moyenne des élèves de cette classe est 1,66 m.

III- Représentations graphiques

En classe de 4ème, vous avez représenté des effectifs et des fréquences sur des demi-disques. En 3ème, nous allons les représenter sur des disques.

1. Diagramme circulaire

Sur un disque, on peut représenter les effectifs (ou les fréquences) des modalités d'une série statistique par des secteurs angulaires. La mesure en degré de chaque secteur angulaire est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence) de la modalité qu'il représente.

Exemple

Complétons le tableau ci-dessous et construisons le diagramme circulaire correspondant.

Classes	[1,50 ; 1,60[	[1,60 ; 1,70[	[1,70 ; 1,80[	Total
effectifs	**13**	**20**	**18**	**51**
Mesure (en degrés)				**360°**

2. Polygone des effectifs cumulés croissants

Exemple

Voici un tableau qui résume le nombre d'heures passées devant le poste téléviseur par 28 enfants.

Nombre d'heures	[1 ; 3[	[3 ; 5[	[5 ; 7[	[7 ; 9[	[9 ; 11[	Total
Effectifs	2	6	4	7	9	28

Déterminons les effectifs cumulés croissants de cette série statistique.

Interprétons ce tableau. Devant le poste téléviseur :
0 enfant passe moins d'une heure (1h);
2 enfants passent moins de 3h;
8 enfants passent moins de 5h ;
12 enfants passent moins de 7h;
19 enfants passent moins de 9 h;
28 enfants passent moins de 11 h.
Construisons le polygone des effectifs cumulés croissants.

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, on place les points de coordonnées (1;0) ; (3;2) ; (5;8) ; (7;12) ; (9 ; 19) ; (11 ; 28) puis on les relie par des segments.

FICHE DE TRAVAUX DIRIGEES : STATISTIQUES

Exercice 1

A partir des informations consignées dans le tableau 1, complète le tableau 2 en répondant par vrai ou par faux à chacune des affirmations.

Tableau1

Notes	08	10	12	13	14	16	17	Total
Effectifs	2	6	4	8	3	7	10	40
Effectifs cumulés croissants	2	8	12	20	23	30	40	
Fréquences en %	5	15	10	20	7,5	17,5	25	100
Fréquences cumulées croissantes	5	20	30	50	57,5	75	100	

Tableau2

N°	Affirmations	Réponses
1	Le caractère de la série statistique étudiée est qualitatif	
2	Le mode de cette série statistique est 13	
3	L'effectif de la modalité 17 est 10	
4	L'effectif total de cette série statistique est 40	
5	L'effectif cumulé croissant de la modalité 14 est 20	
6	75% des élèves de cette classe ont une note inférieure ou égale à 16	

Exercice 2

Une enquête portant sur le temps (en heures) de travail personnel quotidien de 20 élèves de 3ème d'un collège a donné les résultats suivants :

Temps en heures	[0 ; 2[	[2 ; 4[	[4 ; 6[	[6 ; 8[	[8 ; 10[	Total
Effectifs	4	6	2	4	4	20
Effectifs cumulés croissants	4	10	12	16	20	
Fréquences en %	20	30	10	20	20	100
fréquences cumulées croissantes	20	50	60	80	100	

Dans le tableau ci-dessous cinq affirmations incomplètes sont données à partir du tableau ci-dessus. Sur chaque ligne numérotée, trois réponses sont proposées. Une seule réponse est correcte.
Indique sur ton cahier le numéro de l'affirmation suivi de la lettre qui correspond à la réponse juste qui la complète.

N°	Affirmations	Réponses		
		A	B	C
1	Toutes les classes ont la même amplitude égale à	3	1	2
2	La classe modale de cette série statistique est	[0 ; 2[	[2 ; 4[	[6 ; 8[
3	L'effectif de la classe [2 ; 4[est	6	12	10
4	L'effectif des élèves qui ont un temps de travail personnel inférieur à 8h est	16	12	4
5	80% des élèves ont un temps de travail personnel inférieur à	6h	8h	9h

Exercice 3

Identifie la médiane des séries statistiques suivantes :

a) 2 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15.

b) 5 ; 8 ; 5 ; 7 ; 8 ; 9 ; 8 ; 7.

Exercice 4

On a relevé les tailles en centimètres (cm) de 24 élèves d'une classe d'un collège. Ces tailles sont consignées dans le tableau ci-dessous. Recopie et complète ce tableau

taille en cm	151	153	155	158	160	165	total
effectif	7	10	13	10	8	6	54
Effectif cumulé croissant							

Exercice 7

À partir des données du tableau ci-dessous, construis un diagramme circulaire.
Arrondis les mesures des angles à l'unité près.

Âge en années	10	11	12
fréquence en %	6,9	59,7	33,4

Exercice 8

Voici la répartition des notes de mathématiques à l'issue d'une interrogation écrite dans une classe de 25 élèves :

Notes	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[
Fréquences de ces notes	8%	20 %	48 %	24%

Représente les indications du tableau par un diagramme circulaire.

Exercice 9

Voici un tableau donnant la pointure de 40 élèves d'une classe de 3ème.

Pointure	37	38	39	40	41	42	43	Total
Effectifs	13	7	10	5	2	1	2	40
Effectifs cumulés croissants	13	20	30	35	37	38	40	

Construis le polygone des effectifs cumulés croissants de cette série statistique :

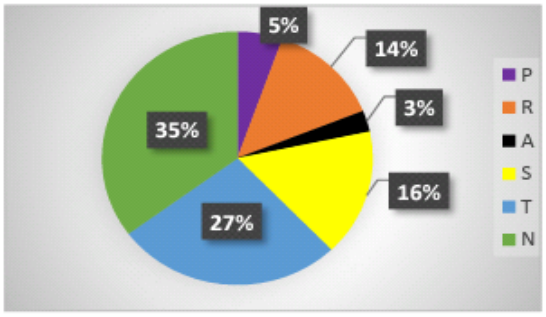
Exercice 10

Nombre d'heures	[1 ; 3[	[3 ; 5[	[5 ; 7[	[7 ; 9[	[9 ; 11[	Total
Effectifs	2	6	4	7	9	28
Effectifs cumulés croissants	2	8	12	19	28	

Construis le polygone des effectifs cumulés croissants de cette série statistique.

Exercice 11

Dresse un tableau des fréquences cumulées croissantes à partir du diagramme circulaire ci-contre.



Exercice 12

Dresse un tableau des effectifs cumulés croissants à partir du diagramme circulaire ci-contre. Arrondis les valeurs à l'unité près.
L'effectif total de la série est 37.

Exercice 13

Dans une classe, on relève le temps (en minutes) consacré par les élèves à faire leurs devoirs à la maison. Ces valeurs sont consignées dans le tableau ci-dessous :

15	20	30	40	10	50	40	15	5	10
20	30	30	40	40	30	50	70	50	30
75	40	10	15	40	15	30	20	80	10

Regroupe les données de cette série en classes de même amplitude, la première étant [5 ; 25[.

Exercice 32

On a mesuré en centimètres la taille de 55 enfants. Cela a donné les résultats suivants :

127	130	132	127	131	138	120	139	125	125	143
134	134	132	142	121	131	127	127	131	130	126
134	126	132	133	141	133	136	127	138	129	132
146	136	128	123	136	133	124	135	112	133	134
129	128	125	133	128	118	135	138	115	122	126

1. Identifie le caractère de cette série statistique.
2. Regroupe ces données en classes d'amplitude 6.
3. Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants.
4. Détermine la classe médiane.
5. Construis le diagramme circulaire associé à cette série.

Leçon 12 : EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

A / SITUATION D'APPRENTISSAGE *(voir Cahier d'Habiletés page ….)*

B/ CONTENU DU COURS

I. Equations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Définitions

Soient a, b et c des nombres réels tels que $(a\,;\,b) \neq (0\,;\,0)$.

- Une équation du type $ax + by = c$ est une équation du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
- Tout couple $(x_0\,;y_0)$ vérifiant l'égalité $ax + by = c$ est solution de cette équation.
- Résoudre une équation du type $ax + by = c$, c'est trouver tous les couples solutions de cette équation.

Exemple

$3x + 5y = 2$ est une équation du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
On a : $3\times4 + 5(-2) = 12 - 10 = 2$. Donc, le couple $(4\,;-2)$ est solution de cette équation.
On a: $3\times 1 + 5\times 0 = 3 + 0 = 3$ et $3 \neq 2$. Donc, le couple $(1\,;0)$ n'est pas solution de cette équation.

Exercice de fixation

On considère l'équation à deux inconnues x et y définie par : $3x + 2y = 8$.

1. Vérifie que $(2\,;1)$ est une solution de cette équation.
2. Vérifie que $(1\,;2)$ n'est pas solution de cette équation.
3. Vérifie si $(0\,;4)$ est solution ou non de cette équation.

II. Systèmes d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

1) Définitions

Soient a, b, c, a', b' et c' des nombres réels tels que $(a\,;\,b) \neq (0\,;\,0)$ et $(a'\,;\,b') \neq (0\,;\,0)$.

- Un système d'équations du premier degré à deux inconnues x et y est un système de la forme :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

- Résoudre le système, revient à trouver tous les couples solutions aux deux équations.

Exercice de fixation

Identifie, parmi les systèmes suivants, ceux qui sont des systèmes de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

a) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x^2 + y = 0 \\ x + y = -1 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2x - 3y + 5 = 0 \\ -3y = 0 \end{cases}$

2) Résolution d'un système d'équations

a) Résolution par substitution

Méthode

Pour résoudre un système par substitution :
1) On utilise l'une des équations pour exprimer une des inconnues en fonction de l'autre.
2) Dans l'autre équation, on remplace cette inconnue par son expression exprimée en 1) et on obtient une équation à une inconnue qu'on résout.
3) Dans l'équation obtenue au 1), on remplace l'inconnue par la valeur trouvée et on trouve la deuxième inconnue.
4) On donne la solution du système.

Exemple

Pour résoudre par substitution le système : $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$

1) On exprime x en fonction de y dans la première équation et on obtient l'équation :
$x = 5 + 3y$.
2) On remplace x par sa nouvelle expression dans la deuxième équation pour obtenir l'équation suivante : $3(5 + 3y) + 2y = 4$; donc $15 + 9y + 2y = 4$; d'où $15 + 11y = 4$
$11y = -11$; donc $y = -1$.
3) D'après le 1), $x = 5 + 3(-1) = 5 - 3 = 2$.
4) Ainsi, la solution du système est le couple $(2 ; -1)$.

Exercice de fixation

Résous par la méthode substitution le système suivant : $\begin{cases} x + y = 35 \\ 8x + 7y = 260 \end{cases}$

b) <u>Résoudre par Combinaison</u>

<u>Méthode</u>

Pour résoudre un système par combinaison :
1) On choisit l'inconnue que l'on veut éliminer, par exemple x.
2) On multiplie les deux membres de l'une des équations (ou les deux équations, si nécessaire) par des coefficients de sorte que la variable x ait des coefficients opposés.
3) On additionne membre à membre les deux nouvelles équations obtenues en 2) et on obtient une nouvelle équation du premier degré à une inconnue y.
4) On résout l'équation en 3), et on trouve la valeur de y.
5) On élimine la deuxième inconnue en suivant les étapes énoncées précédemment.
6) On donne la solution du système.

Exemple

Pour résoudre par combinaison le système suivant : $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$
1) On choisit d'éliminer x.
2) On multiplie les deux membres de la première équation par 3 et ceux de la deuxième par – 2. On obtient le système suivant : $\begin{cases} 6x + 9y = 12 \\ -6x + 4y = 14 \end{cases}$.
3) On additionne membre à membre ces deux équations pour obtenir l'équation suivante :
$13y = 26$.
4) On résout l'équation $13y = 26$.
Donc $y = 2$.
5) On va éliminer y.
On multiplie les deux membres de la première équation par 2 et ceux de la deuxième par 3.
On obtient le système suivant : $\begin{cases} 4x + 6y = 8 \\ 9x - 6y = -21 \end{cases}$.
On additionne membre à membre ces deux équations pour obtenir l'équation suivante :
$13x = -13$. Donc $x = -1$.
6) Ainsi la solution du système est le couple $(-1\ ;\ 2)$.

<u>Exercice de fixation</u>:

Résous par combinaison le système suivant : $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 4x + 7y = 1 \end{cases}$.

C) Représentation graphique

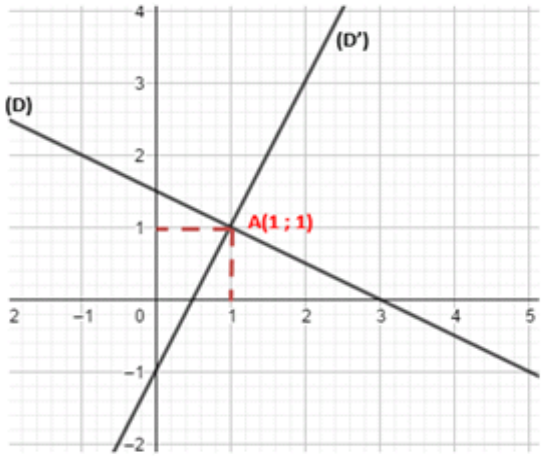
Méthode

Pour résoudre graphiquement un système de deux équations $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$
on trace les deux droites (D) et (D') d'équations respectives : $ax + by = c$ et $a'x + b'y = c'$ dans un même repère.
Trois cas de figure se présentent :

- Si les deux droites sont sécantes en un point, alors le couple de coordonnées de ce point est la solution du système.
- Si les deux droites sont parallèles disjointes, alors le système n'a pas de solution.
- Si les deux droites sont confondues, alors le système admet une infinité de solutions.
  Les solutions sont les couples de coordonnées de n'importe quel point de (D) ou (D').

Exemple 1

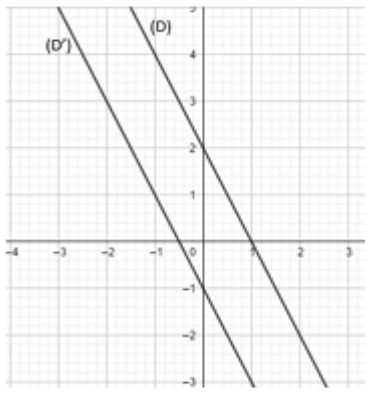
Pour résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$,
on trace les droites (D) et (D') d'équations respectives $x + 2y = 3$ et $2x - y = 1$.



(D) et (D') se coupent au point A de coordonnées (1 ; 1).
Donc le couple (1 ; 1) est la solution du système.

Exemple 2

Pour résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$,
on trace les droites (D) et (D') d'équations respectives :
$2x + y = 2$ et $2x + y = -1$

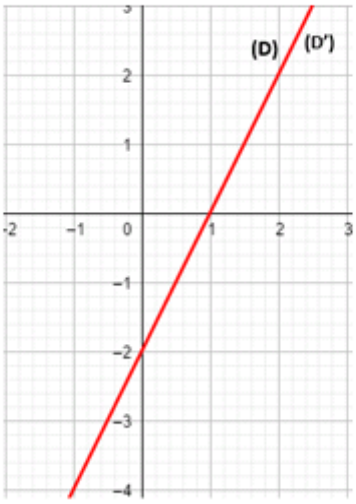


Les droites (D) et (D') sont parallèles (disjointes).
Donc le système n'a pas de solution.

Exemple 3

Pour résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 4x - 2y = 4' \end{cases}$

on trace les droites (D) et (D') d'équations respectives : $2x - y = 2$ et $4x - 2y = 4$.



(D) et (D') sont confondues.
Donc le système admet une infinité de solutions. Les solutions sont les couples de coord. n'importe quel point de (D) ou (D').

III. Inéquations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

1) Définitions

Soient a, b et c des nombres réels tels que $(a\ ;\ b) \neq (0\ ;\ 0)$.

- On appelle inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ toute inéquation d'un des types : $ax + by + c > 0\ ; + by + c < 0\ ; ax + by + c \geq 0$ ou $ax + by + c \leq 0$.
- Un couple $(x_0\ ;\ y_0)$ de nombres réels est solution d'une des inéquations, signifie que x_0 et y_0 vérifient cette inéquation.

Exemple

$x - y + 3 < 0$ est une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

- Pour $x = 1$ et $y = 5$, on a : $1 - 5 + 3 = -1$.
  $-1 < 0$ est vrai, donc le couple $(1\ ;\ 5)$ est solution de l'inéquation.

- Pour $x = 0$ et $y = 0$, on a $0 - 0 + 3 = 3$. $3 < 0$ est faux. Donc $(0\ ;\ 0)$ n'est pas solution de l'inéquation.

Exercice de fixation

Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est vraie.
Recopie le numéro de la ligne et la lettre qui correspond à l'affirmation vraie.

N°	Affirmations	Réponses		
		A	B	C
1	Une solution de l'équation suivante : $x - y + 5 = 0$ est	$(2\ ;\ 3)$	$(3\ ;\ 2)$	$(-2\ ;\ 3)$
2	Une solution de l'inéquation suivante : $x + y - 1 < 0$ est	$(0\ ;\ 0)$	$(1\ ;\ 1)$	$(2\ ;\ 2)$
3	Une solution de l'inéquation suivante : $x - y + 2 > 0$ est	$(-2\ ;\ 1)$	$(2\ ;\ -1)$	$(-5\ ;\ -2)$

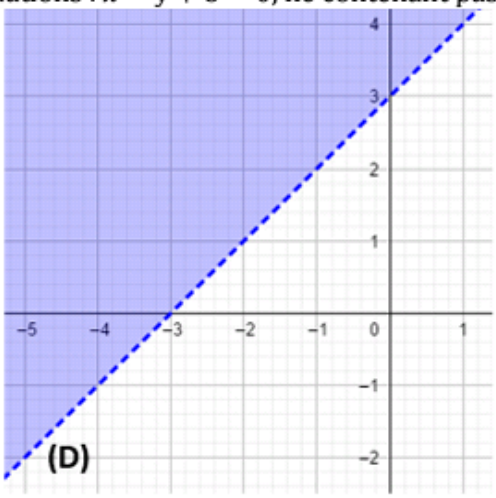
2) Propriété

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), on considère la droite (D) d'équation :
$ax + by + c = 0$.
(D) partage le plan en deux demi-plans :

- L'un de ces demi-plans contient tous les points dont les coordonnées vérifient
  $ax + by + c > 0$ ou $ax + by + c \geq 0$
- L'autre demi-plan contient tous les points dont les coordonnées vérifient
  $ax + by + c < 0$ ou $ax + by + c \leq 0$

L'ensemble des solutions d'une inéquation est donc l'ensemble des couples de coordonnées des points d'un demi-plan.

Exemple
L'ensemble des solutions de l'inéquation : $x - y + 3 < 0$ est le demi-plan, de bord la droite (D) d'équations : $x - y + 3 = 0$, ne contenant pas le point O(0 ; 0).



IV. Système d'inéquations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

1) Définitions

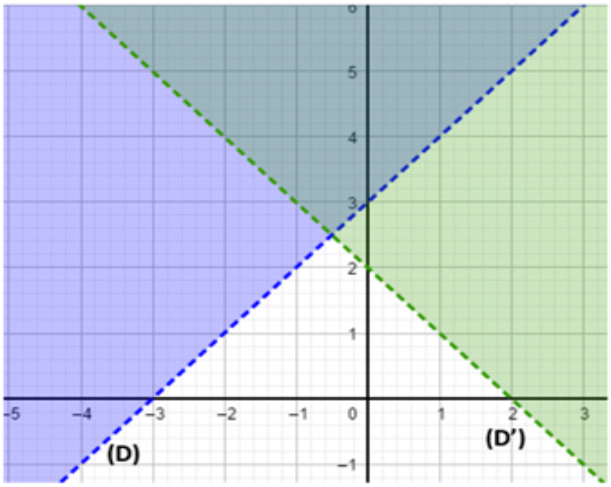
- On appelle système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ un système constitué de plusieurs inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- Résoudre un tel système, c'est trouver tous les couples de nombres qui vérifient toutes les inéquations (en même temps).

Exemple
$\begin{cases} x - y + 3 < 0 \\ x + y - 2 > 0 \end{cases}$ est un système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

2) Résolution graphique

Méthode
Pour résoudre graphiquement un système de deux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$,
1) On trace, dans un même repère, la droite associée à chaque inéquation ;
2) On colorie (ou hachure) les demi-plans qui correspondent aux solutions de chaque inéquation ;
L'ensemble des solutions du système est l'intersection des deux demi-plans coloriés (ou hachurés).

Exemple
Pour résoudre graphiquement le système d'inéquations suivant :
$\begin{cases} x - y + 3 < 0 \\ x + y - 2 > 0 \end{cases}$
1. On trace, dans un même repère, (D) et (D') d'équations respectives :
$x - y + 3 = 0$ et $x + y - 2 = 0$.



2. On hachure les demi-plans qui correspondent aux solutions de chaque inéquation.
L'ensemble de solutions est la partie hachurée deux fois (en bleu et en rouge).

V. Problème conduisant à une équation, une inéquation, un système d'équations ou un système d'inéquations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Méthode de résolution
Pour résoudre un problème conduisant à une équation, une inéquation, un système d'équations ou un système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, on peut procéder comme suit :
1) Choisir les inconnues ;
2) Mettre le problème en équations ou en inéquations [traduire les données de l'énoncé en langage mathématique par une (ou des) équation(s)ou inéquation(s)] ;
3) Résoudre l'équation, l'inéquation ou le système en utilisant une méthode appropriée ;
4) S'assurer que la (ou les) solution(s) trouvée(s) vérifie(nt) bien l'équation, l'inéquation ou le système ;
5) Conclure en interprétant le résultat trouvé.

Exemple
Un organisateur propose les tarifs suivants à un spectacle :
• 1 000 f pour les adultes
• 500 f pour les enfants.
A la fin du spectacle il fait une recette totale de 120 000 f pour 205 tickets vendus.
Déterminons le nombre d'adultes et celui d'enfants ayant assisté au spectacle.

FICHE DE TRAVAUX DIRIGE : EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Exercice 1

Reproduis le tableau ci-dessous puis complète la troisième colonne par Vrai ou Faux.

N°	Affirmations	Réponses
1	$3x - 5 = 0$ est une équation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	
2	$y = x + 1$ est une équation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	
3	$x\sqrt{2} + y = 0$ est une équation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	

Exercice 2

Parmi les inéquations suivantes, recopie celles qui sont des inéquations du premier degré $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$:

$2x - 5 > 3y$; $x^2 + y \leq 0$; $5 \leq 3x - \frac{2y}{3}$; $2x + 5 > x - 1$; $3x + 2y \geq 2$.

Exercice 3

Reproduis le tableau ci-dessous puis complète la troisième colonne par Vrai ou Faux.

N°	Affirmations	Réponses
1	$\begin{cases} x - 5y + 1 = 0 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$ est un système d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	
2	$\begin{cases} x - 3y - 1 = 0 \\ x^2 - y + 4 = 0 \end{cases}$ est un système d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	
3	$\begin{cases} x + 3y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$ est un système d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	
4	$\begin{cases} \frac{2}{x} + y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$ est un système d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	

Exercice 4

Parmi les systèmes d'inéquations suivants, recopie ceux qui sont des systèmes d'inéquations du premier degré $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$:

$\begin{cases} x - 2y + 3 < 0 \\ 5x + 3y \geq 1 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x + 3y + 2 \geq 0 \\ 3x^2 - 2y - 5 > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x - 4x + 2y \leq 1 \\ 2x - 3y < 0 \end{cases}$; $\begin{cases} \frac{3}{x} + 2y \leq 0 \\ -2x - y \geq 2 \end{cases}$

Exercice 5

Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est vraie.
Recopie le numéro de la ligne et la lettre qui correspond à l'affirmation vraie.

N°	Enoncés	Réponses		
		A	B	C
1	Une solution de l'équation suivante : $x - y + 5 = 0$ est	$(2\,;3)$	$(3\,;2)$	$(-2\,;3)$
2	Une solution de l'inéquation suivante : $x + y - 1 < 0$ est	$(0\,;0)$	$(1\,;1)$	$(2\,;2)$
3	Une solution de l'inéquation suivante : $x - y + 2 > 0$ est	$(-2\,;1)$	$(2\,;-1)$	$(-5\,;-2)$

Exercice 6

On donne l'équation(E) du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivante : $3x - y + 5 = 0$.
Recopie le tableau ci-dessous puis mets une croix dans les cases correspondantes aux couples solutions de (E).

Couples	$(1\,;3)$	$(-1\,;2)$	$(0\,;0)$	$(1\,;8)$
Croix				

Exercice 7

On considère l'inéquation(E) du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivante : $2x + y - 3 = 0$.
Recopie puis complète le tableau ci-dessous pour que les couples $(x\,;y)$ soient solution de (E).

x	-5		0		3
y		-1		2	

Exercice 8

On donne l'inéquation(E) du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivante : $x - 3y - 1 \leq 0$.
Recopie le tableau ci-dessous puis mets une croix dans les cases correspondantes aux couples solutions de (E).

Couples	$(4\,;1)$	$(1\,;-2)$	$(0\,;0)$	$(5\,;-1)$
Croix				

Exercice 9

On considère l'inéquation(E) du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivante : $5x - y + 2 > 0$.
Recopie puis complète le tableau ci-dessous pour que les couples $(x\,;y)$ soient solutions de (E).

x		-1		1	
y	-3		0		4

Exercice 10

Trouve trois couples solutions de chacune des équations du premier degré $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ suivantes : $x + 2y - 5 = 0$; $3x - 2y + 1 = 0$; $-5x + 3y - 2 = 0$

Exercice 11

Trouve trois couples solutions de chacune des inéquations du premier degré $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ suivantes : $2x - y + 5 < 0$; $2x + 3y - 1 \leq 0$; $3x - 5y + 2 > 0$.

Exercice 12

Représente graphiquement dans le plan muni d'un repère, l'ensemble des solutions de chacune des inéquations du premier degré $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ suivantes :
$2x - y + 5 > 0$; $2x + 3y - 1 < 0$; $3x - 5y + 2 \leq 0$

Exercice 13
Résous par la méthode de substitution chacun des systèmes d'équations du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivants :

$\begin{cases} x - 5y + 1 = 0 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases}$; $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases}$

Exercice 14
Résous par la méthode de combinaison chacun des systèmes d'équations du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivants :

$\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x + y + 2 = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} x - 2y - 1 = 0 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$

Exercice 15
Résous graphiquement chacun des systèmes d'équations du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivants :

$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ x + y = 6 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$; $\begin{cases} 6x + 2y - 4 = 0 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$

Exercice 16
Représente graphiquement l'ensemble des solutions de chacun des systèmes d'inéquations du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivants :

$\begin{cases} x - 2y + 3 < 0 \\ 5x + 3y \geq 1 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x + 3y + 2 \geq 0 \\ 3x - 2y - 5 > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} -4x + 2y \leq 1 \\ 2x - 3y < 0 \end{cases}$

LEÇON 13 : APPLICATIONS AFFINES

A/ SITUATION D'APPRENTISSAGE ***(voir Cahier d'Habiletés page….)***

B/ CONTENU DU COURS

I. Applications affines

1. Définition

Soit a et b deux nombres fixés.

On appelle application affine de coefficient a et de terme constant b, la correspondance f qui à

chaque nombre réel x associe le nombre réel $ax + b$.

On note : $f: x \longmapsto ax + b$.

$ax + b$ est l'image de x par f et on note $(x) = ax + b$.

Si $(x) = y$ on dit que : y est l'image de x par f.

Dans l'écriture $ax + b$, a s'appelle le coefficient ; b s'appelle le terme constant.

Exemple

La correspondance $f: x \longmapsto 2x + 1$ est une application affine.

• 2 est le coefficient et 1 est le terme constant.

Exercice de fixation

Complète les colonnes du tableau ci-dessous selon l'exemple traité à la ligne1.

Correspondance	Application affine (oui ou non)	Coefficient	Terme constant
$l : x \longmapsto -3x + \frac{1}{3}$	oui	-3	$\frac{1}{3}$
$m : x \longmapsto 16x - 5$			
$n : x \longmapsto 4x^2 - 5$			
$p : x \longmapsto -4 + \frac{1}{7}x$			
$q : x \longmapsto \frac{1}{7x} - 10$			
$r : x \longmapsto x\sqrt{3} + 1$			

2. Calcul de l'image d'un nombre par une application affine

Méthode

Soit f une application affine telle que pour tout nombre réel x, $(x) = ax + b$.
Pour calculer l'image d'un nombre réel t, on remplace x par t dans l'expression de (x).
On écrit : $(t) = at + b$ et on calcule $at + b$.

Exercice de fixation

Calcule l'image de 2 et l'image de -1 par l'application affine f: $x \longmapsto -5x + 7$.

3. Détermination du nombre x tel que $(x) = y$, étant donné un nombre réel y et une application affine f

Méthode

Soit y un nombre réel donné et f une application affine telle que pour tout réel x, $(x) = ax + b$.
Pour déterminer le nombre réel x tel que $(x) =$, on résout l'équation $ax + b = y$.

Exercice de fixation

On donne l'application affine g: $x \longmapsto 5x - 7$.
Détermine le nombre réel x tel que $(x) = 8$.

Remarque

On peut vérifier ce résultat.
En effet $g(3) = 5 \times 3 - 7 = 15 - 7 = 8$.

4. Détermination l'expression d'une application affine f définie par deux nombres réels et leurs images

Exemple

Soit f une application affine telle que : $f(2) = -3$ et $f(4) = 1$.
Détermine l'expression de (x) pour tout nombre réel x.

5. Représentation graphique d'une application affine

a) Propriété

Le plan étant rapporté à un repère (O, I, J), l'application affine f définie pour tout réel x par : $f(x) = ax + b$, a pour représentation graphique la droite (D) d'équation : $y = ax + b$.
Si M$(x; y)$ appartient à la droite (D), alors x et y vérifient l'égalité $y = ax + b$.

Remarque

- Le coefficient a est le coefficient directeur de la droite (D).
- La constante b est l'ordonnée à l'origine de f (l'image de 0 par f).

Exercice de fixation

Relie chaque application affine de la colonne 1 à la droite qui la représente dans la colonne 2.

Colonne 1			Colonne 2
f est l'application affine définie par : $f(x) = 3x - 2$	×	×	La droite d'équation : $y = -4x$
g est l'application affine définie par : $g(x) = -4x$	×	×	La droite d'équation : $y = 8$
h est l'application affine définie par : $h(x) = -5x + 9$	×	×	La droite d'équation : $y = 3x - 2$
k est l'application affine définie par : $k(x) = 8$	×	×	La droite d'équation : $y = -5x + 9$

b) Représentation graphique d'une application affine connaissant son expression

Méthode

Le plan étant rapporté à un repère (O, I, J).
Pour tracer la droite (D) , représentation graphique de l'application affine f :
• on choisit deux nombres et on calcule leurs images. Chaque nombre et son image sont les coordonnées d'un point de la droite (D);
• on obtient ainsi deux points de (D) que l'on place dans le repère (O, I, J) ;
• on trace la droite qui passe par ces deux points qui est la droite (D).

Exercice de fixation

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), trace la droite (Δ), représentation graphique de l'application

c) <u>Représentation graphique d'une application affine connaissant deux nombres réels et leurs images</u>

<u>Exercice de fixation</u>

On donne l'application affine g telle que (-1) = 5 et $g(3) = 1$.

Représente graphiquement g dans le plan muni d'un repère (O, I, J).

6) Utilisation de la représentation graphique d'une application affine.

a) Détermination graphique de l'image d'un nombre par une application affine

Méthode

Pour déterminer l'image d'un réel m à partir de la représentation graphique (D) d'une application affine f dans un repère :

• on trace d'abord la droite (Δ) d'équation : $x = m$;

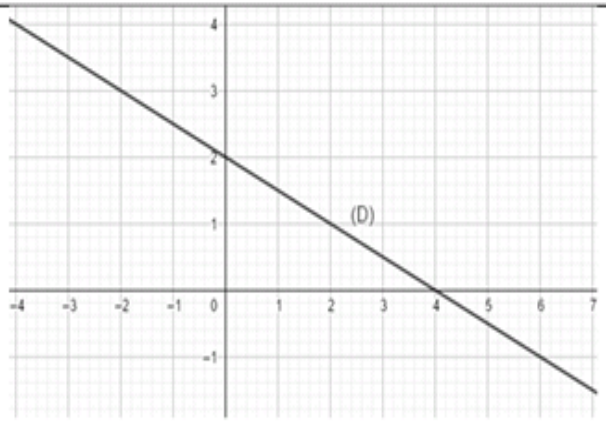
• la droite (Δ) coupe la droite (D) en un point A d'abscisse m;

• l'ordonnée n de A est l'image de m par f.

Exercice de fixation

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J) ci-contre, la droite (D) est la représentation graphique d'une application affine g.

1. Détermine graphiquement l'image de 1 par g.
2. Détermine graphiquement l'image de (-2) par g.



b) Détermination graphique du nombre réel m tel que $f(m) = n$, f étant une application affine

Méthode

Etant donné un nombre réel n, pour déterminer graphiquement le nombre réel m tel que $f(m) = n$ à partir de la représentation graphique (D) d'une application affine f :

• on trace d'abord la droite (Δ) d'équation $y = n$;

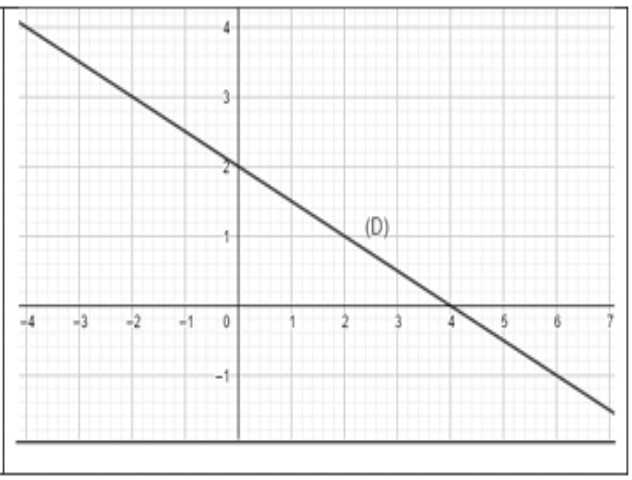
• la droite (Δ) coupe la droite (D) en un point A d'ordonnée n ;

• l'abscisse du point A est le nombre m cherché.

Exercice de fixation

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J) ci-contre, la droite (D) est la représentation graphique d'une application affine f.

1. Détermine graphiquement le nombre réel m tel que : $f(m) = 3{,}5$.
2. Détermine graphiquement le nombre réel t tel que : $f(t) = -1$.



c) Détermination de l'expression d'une application affine connaissant une équation de sa représentation graphique

Méthode

Une droite (D) d'équation : $px + qy + r = 0$ est la représentation graphique d'une application affine.

Pour connaître l'expression de cette application affine, il suffit de réécrire l'équation de la droite sous la forme $y = ax + b$.

Exercice de fixation

Détermine l'expression de l'application affine dont la droite donnée est sa représentation graphique dans un repère.

1. La droite (Δ) d'équation : $3x + y - 5 = 0$ est la représentation graphique de f.
2. La droite (D) d'équation : $2x - 3y - 15 = 0$ est la représentation graphique de g.

d) Détermination de l'expression d'une application affine f à partir de sa représentation graphique:

Méthode

Pour déterminer l'expression d'une application affine f à partir de sa représentation graphique dans un repère, il faut choisir deux points A et B dont on peut lire facilement les coordonnées sur le graphique.

Puis on remplace x et (x) par les coordonnées des points A et B dans l'expression :
$f(x) = ax + b$, pour déterminer les nombres réels a et b.

7. Sens de variation d'une application affine

a) Définitions

Soit f une application affine, m et n deux nombres réels quelconques.

• On dit que f est croissante lorsque pour tous nombres réels m et n, si $m > n$, alors $(m) > (n)$.

•On dit que f est décroissante lorsque pour tous nombres réels m et n, si $m > n$, alors $(m) < (n)$.

• On dit que f est constante lorsque pour tous nombres réels m et n, si $m > n$, alors $(m) = (n)$

Exemple

• f est l'application affine telle que : (-5) = 3 et $f(2) = 7$.

On a : -5 < 2 et (-5) < $f(2)$. Donc, f est croissante.

• g est l'application affine telle que : $g(1) = -2$ et $f(3) = -6$.

On a : 1 < 3 et $g(1) > g(3)$. Donc, g est décroissante.

b) Propriétés

Soit f une application affine définie par : $(x) = ax + b$.

- Si $a > 0$, alors l'application f est croissante.

- Si $a < 0$, alors l'application f est décroissante.

- Si $a = 0$, alors l'application f est constante.

Exercice de fixation

Complète le tableau suivant en mettant une croix dans la case qui convient, puis justifie.

Application affine	Décroissante	Constante	Croissante	Justification
$f: x \mapsto 2x - 1$				
$g: x \mapsto -5x + 3$				
$h: x \mapsto 12$				
$i: x \mapsto -8 + 3x$				
$j: x \mapsto -\sqrt{5}$				
$k: x \mapsto -(7 - 0{,}5x)$				
$l: x \mapsto 10 - \frac{3}{4}x$				
$m: x \mapsto -(-1 + 23x)$				

c) Utilisation du sens de variation d'une application affine pour comparer les images de nombres réels

Exercice de fixation

On donne les applications affines f ; g et h telle que f est constante, g est décroissante et h est croissante. Compare :

1. $f(136)$ et $f(-7)$;
2. $g(1{,}5)$ et $g(4{,}3)$;
3. $h(-9)$ et $h(-14)$.

d) Le sens de variation d'une application affine et sa représentation graphique

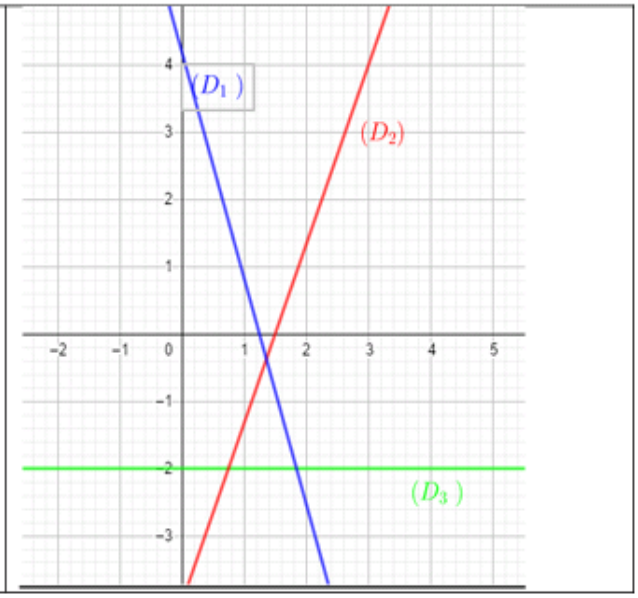
• Lorsqu'une application affine est croissante, sa représentation graphique est une droite « montante » de la gauche vers la droite.

• Lorsqu'une application affine est décroissante sa représentation graphique est une droite « descendante » de la gauche vers la droite.

• Lorsqu'une application affine est constante sa représentation graphique est une droite parallèle à l'axe des abscisses.

Exemple

Soit les droites (D_1), (D_2) et (D_3) représentées dans le repère ci-contre.



• La droite (D_1), en bleu, est descendante de la gauche vers la droite. Donc elle est la représentation graphique d'une application affine décroissante.

• La droite (D_2), en rouge, montante de la gauche vers la droite. Donc elle est la représentation graphique d'une application affine croissante.

• La droite (D_3), en vert, est parallèle à l'axe des abscisses. Donc elle est la représentation graphique d'une application affine constante.

II. Applications linéaires

1. Définition

Soit a un nombre.

On appelle application linéaire de coefficient a, toute application affine f telle que $(x) = ax$.

Exemples

• Les applications f et g telles que $(x) = -7x$ et $(x) = x\sqrt{2}$ sont des applications linéaires.

• L'application h telle que $h(x) = -4x + 3$ n'est pas une application linéaire.

Remarque

Une application linéaire étant une application affine, tout ce que nous avons vu concernant les applications affines est aussi valable pour les applications linéaires.

Exercices de fixation

Exercice 1

Parmi les applications affines suivantes, écris dans ton cahier les numéros de celles qui sont des applications linéaires.

N°	Applications affines
1	$f : x \mapsto -7x+4$
2	$g: x \mapsto 3x$
3	$h : x \mapsto -11x - 10$
4	$j : x \mapsto 4$
5	$k: x \mapsto x$

Exercice 2

On donne l'application linéaire f telle que $(x) = x\sqrt{2}$.

a) Calcule l'image par f de -2, de 0 puis de $\sqrt{2}$.

b) Détermine le nombre réel m tel que $(m) = 1$.

Exercice 3

On donne l'application linéaire g telle que (-6) = 2.

Détermine l'expression de (x).

2. Représentation graphique d'une application linéaire

Propriété

Le plan est rapporté à un repère (O, I, J).

La représentation graphique d'une application linéaire f est une droite qui passe par l'origine du repère c'est-à-dire le point de couple de coordonnées (0; 0).

Exercices de fixation

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère, trace la droite (D) représentation graphique de l'application linéaire

f telle que $f(x) = -\frac{3}{2}x$.

Exercice 2

Trace la droite (D) représentation graphique de l'application linéaire g telle que : $g(4) = 2$.

3. Les propriétés de linéarité

a) Propriétés

Soit f une application linéaire, m, n et k sont des nombres réels. On a:

- $f(m + n) = f(m) + f(n)$
- $f(km) = kf(m)$

Exercice de fixation

Soit f une application linéaire telle que $f(2) = -6$ et $(-3) = 9$

Calcule (-1), $f(5)$ et $f(9)$ sans déterminer $f(x)$.

b) Traduire une situation de proportionnalité par une application linéaire

Exercice de fixation

Au marché Gouro d'Adjamé, un kilogramme (kg) d'oranges coûte 340 FCFA.

1. Cissé y achète 1,5 kg d'oranges. Détermine le montant à payer.
2. Détermine le montant à payer si Cissé y achète x kg d'oranges.
3. Etablis la correspondance qui, à chaque quantité d'oranges exprimée en kg, associe la somme en FCFA à payer.

Leçon 14 : **PYRAMIDES ET CÔNES**

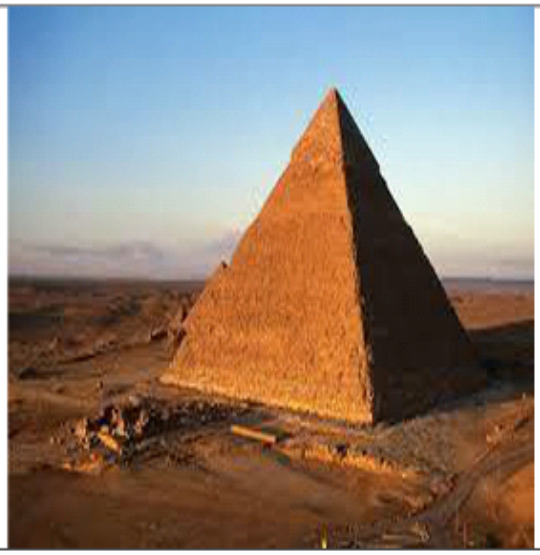
A/ SITUATION D'APPRENTISSAGE (voir Cahier d'Habileté page ….)

B/ CONTENU DU COURS

I. Pyramides

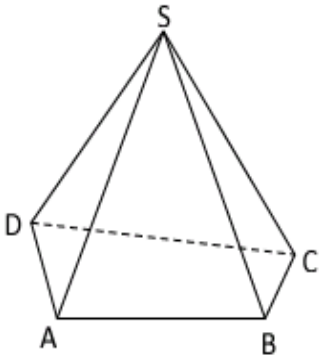
1. Présentation

Une pyramide est un solide qui a :
- un **sommet** appelé aussi le sommet principal ;
- une **base** en forme de polygone (une figure plane qui a plusieurs côtés et qui est formée d'une ligne brisée fermée) ;
- des **faces latérales** triangulaires ayant un même sommet appelé « sommet principal »;
- le sommet principal du solide est relié aux sommets de sa base par des segments appelés arêtes de la pyramide.

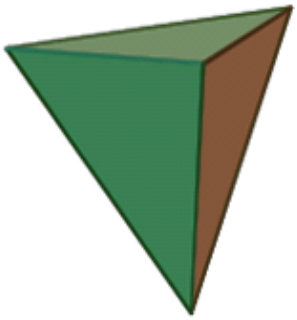


Exemple

Le solide SABCD représenté ci-contre est une **pyramide**.
- Le point S est le **sommet** de la pyramide.
- Le quadrilatère ABCD est la **base** de la pyramide.
- Les triangles SAB, SBC, SDC et SDA sont les **faces latérales** de la pyramide.
- Les segments [SA], [SB], [SC], [SD, [AB], [BC], [CD] et [DA] sont **les arêtes** de la pyramide.



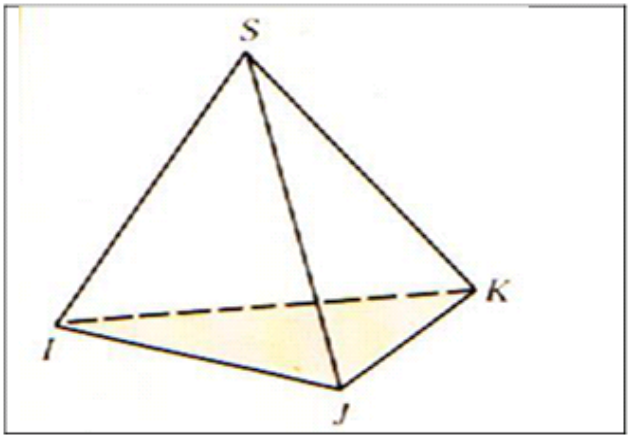
Exemples de pyramides particulières

Nom	Tétraèdre	Pyramide carrée	Pyramide pentagonale
Solide			
Base	Triangle équilatéral	Carré	Pentagone régulier

Remarques

• Une pyramide a autant de faces latérales que sa base a de côtés.

• Dans une pyramide à base triangulaire, chaque face latérale peut être considérée comme base de cette pyramide et chaque sommet peut être considéré comme le sommet de cette pyramide.



Exercice de fixation

Parmi les solides suivants, indique ceux qui sont des pyramides

Figure 1

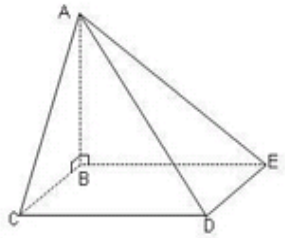


Figure 2

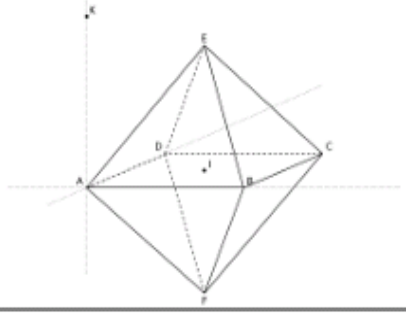


Figure 3

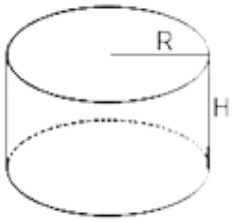


Figure 4

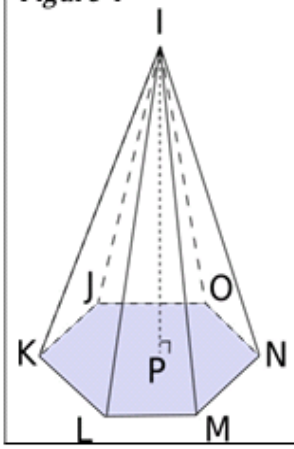


Figure 5

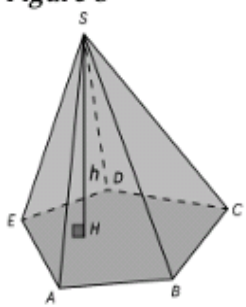
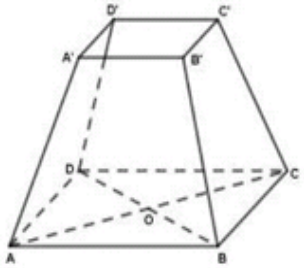


Figure 6



2. Hauteur d'une pyramide

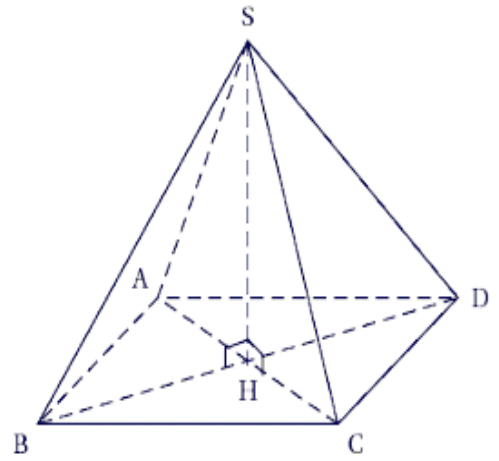
Définition

• On appelle hauteur d'une pyramide, la droite qui passe par le sommet de cette pyramide et qui est perpendiculaire au plan de sa base.

Exemple

Dans la pyramide SABCD ci-contre, le support du segment [SH] est perpendiculaire au plan de la base ABCD.

Donc le segment $[SH]$ est la **hauteur** de cette pyramide.



3. Apothème d'une pyramide

Définition

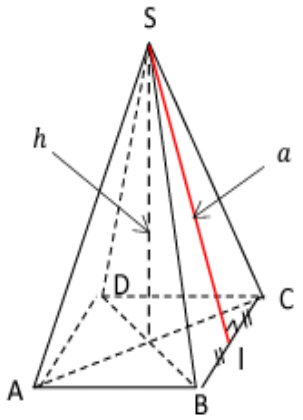
Un **apothème** d'une pyramide est la hauteur d'une face latérale issue du sommet de la pyramide.

Exemple

Dans la pyramide SABCD ci-contre, le segment [SI] est un apothème.

Remarque

Un apothème est aussi une longueur de la hauteur d'une face latérale issue du sommet de la pyramide.



4. Pyramide régulière

a) Définition

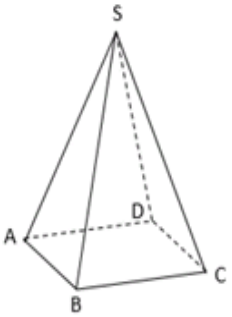
Une pyramide est dite **régulière** lorsque :

• Sa base est un **polygone régulier** (polygone inscriptible dans un cercle et dont tous les côtés ont la même longueur). Par exemple, la base peut être un triangle équilatéral, un carré, ...

• Ses faces latérales sont des triangles **isocèles** superposables.

Exemple

Sur la figure ci-contre, SABCD est une pyramide régulière car sa base ABCD est un carré et les triangles SAB ; SBC ; SCD et SDA sont isocèles.



b) Propriétés

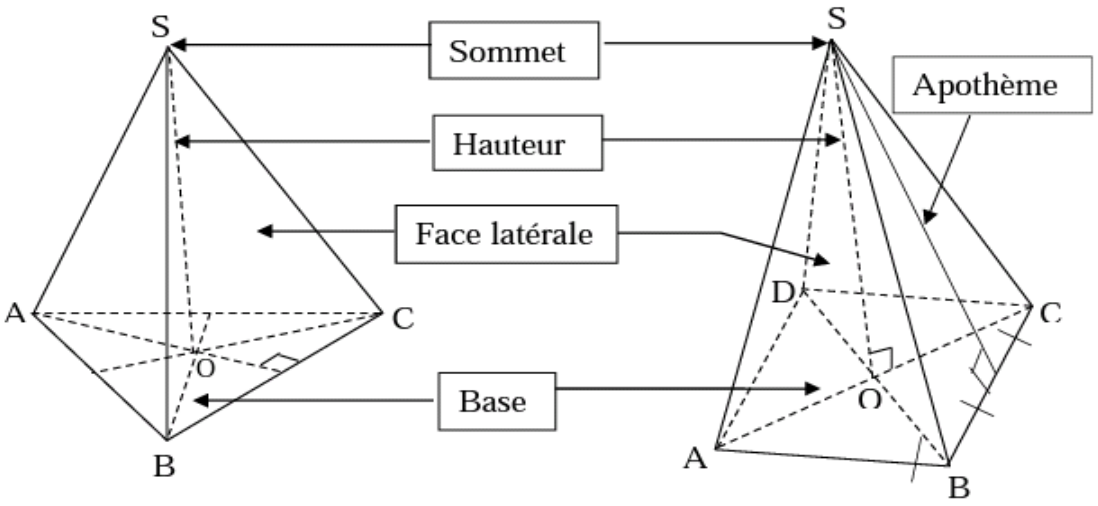
• Si une pyramide est régulière, alors sa hauteur passe par le sommet de la pyramide et le centre du cercle circonscrit à sa base.

• L'apothème d'une pyramide régulière est la hauteur d'une face latérale.

Remarques :
• Dans le cas de la pyramide à base carrée, le centre de la base correspond à l'intersection des diagonales.
• Pour une base en forme de triangle équilatéral, cela correspond à l'intersection des médianes.

c) Exemples des pyramides régulières

Les figures ci-dessous représentent deux pyramides régulières



SABC est une pyramide régulière de base : le triangle équilatéral ABC.

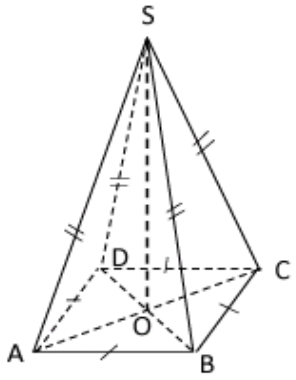
SABCD est une pyramide régulière de base : le carré ABCD.

Exercice 2

La figure SABCD ci-contre est une pyramide régulière de base carrée.

Fais correspondre chaque désignation de la colonne 1 à la désignation correspondante de la colonne 2.

Colonne 1		Colonne 2
S	•	• Face latérale
SAB	•	• Hauteur
ABCD	•	• Sommet
(SO)	•	• Base

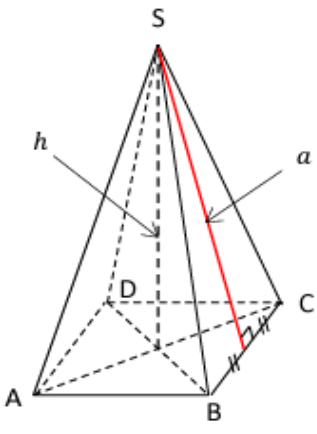


5. <u>Aire latérale et volume d'une pyramide régulière</u>
<u>Propriétés</u>

SABCD est une pyramide régulière de base un polygone régulier ABCD.

<u>Aire latérale ($\mathcal{A}$)</u>
$\mathcal{A} = \frac{P \times a}{2}$, où P est le périmètre de la base et a l'apothème (hauteur d'une face latérale).

<u>Volume de la pyramide (V)</u>
$V = \frac{B \times h}{3}$, où **B** est l'aire de la base et **h** la hauteur de la pyramide.



<u>Remarque :</u>
L'aire totale $\mathcal{A}_T$ d'une pyramide fermée à la base est égale à la somme de l'aire latérale $\mathcal{A}$ et de l'aire de la base $\mathcal{B}$ de cette pyramide. Soit $\mathcal{A}_T = \mathcal{A} + \mathcal{B}$.

Exercices de fixation

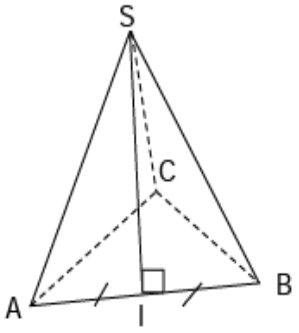
Exercice 1

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, SABC est une pyramide régulière de sommet principal S et de base le triangle équilatéral ABC. I est le milieu du segment [BC].

On donne : SB=9 cm, AB=6 cm et $SI = 6\sqrt{2}$ cm.

1) Que représente [SI] pour la pyramide ?

2) Calcule l'aire latérale de la pyramide SABC.



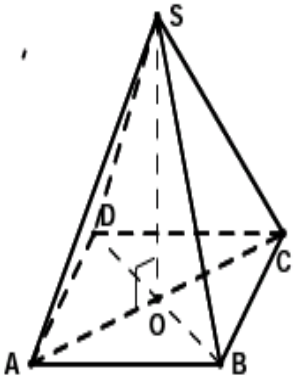
Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre.

SABCD est une pyramide régulière de sommet S et de base le carré ABCD de centre O.

On donne : $SO = 12$ *et* $AB = 6$.

Calcule le volume V de la pyramide SABCD.



6. Patron d'une pyramide régulière

Définition

Un patron d'une pyramide est une surface plane, qui, par pliage, doit permettre de retrouver la pyramide.

Exemple

Les figures ci-dessous sont les étapes de dépaillage d'une pyramide régulière à base carrée pour obtenir un patron.

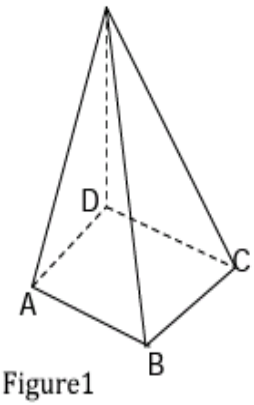


Figure1

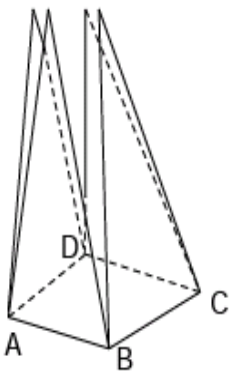


Figure2

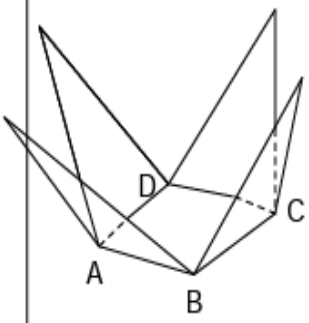


Figure3

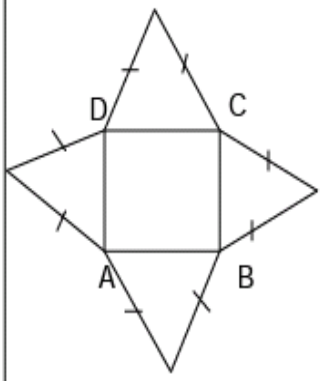
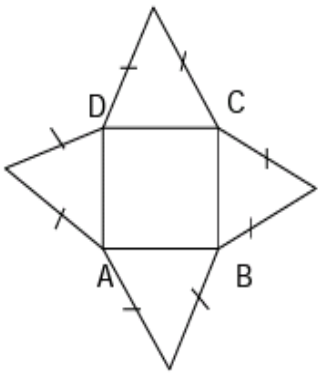
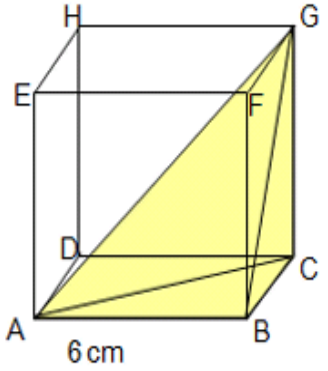


Figure4

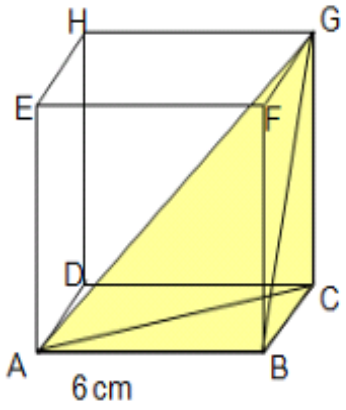
La figure 4 est un patron de la pyramide régulière à base carrée.



Exemple de construction d'un patron de pyramide

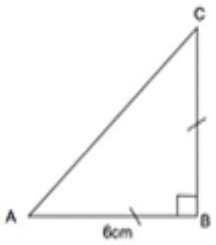
Construis le patron de la pyramide GABC inscrite dans le cube ABCDEFGH	

Corrigé



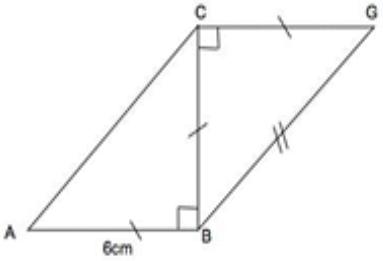
Etape 1

On commence par tracer par exemple la base de la pyramide qui est le triangle ABC rectangle et isocèle en B tel que AB=BC= 6 cm.



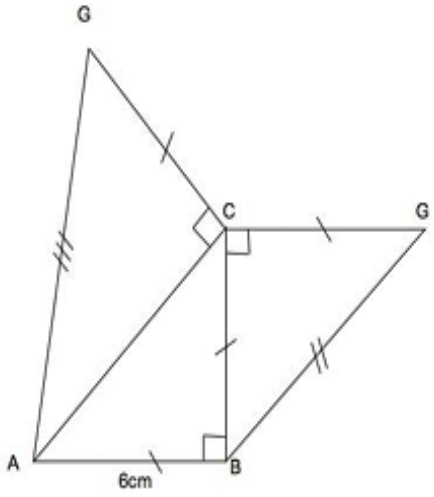
Etape 2

On trace ensuite la face de droite qui est le triangle BCG rectangle et Isocèle en C tel que CG= 6 cm



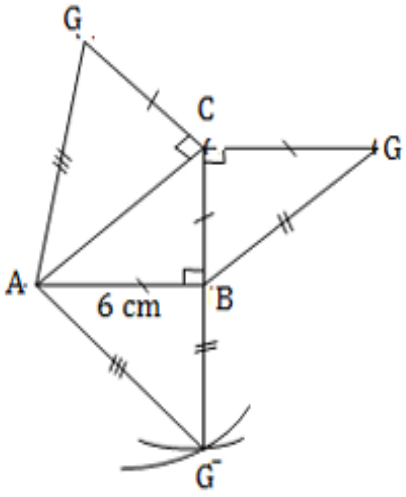
Etape 3

On trace ensuite la face arrière qui est le triangle ACG rectangle en C tel que CG = 6 cm



Etape 4

On finit en traçant la face de devant qui le triangle ABG. Pour cela, on reporte au compas les longueurs AG et BG déjà construites sur les autres triangles.



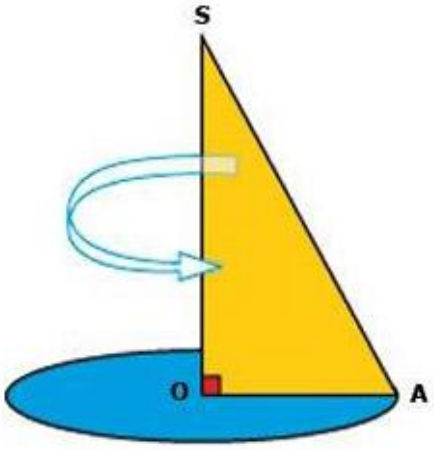
II. CÔNE DE RÉVOLUTION

Quelques images de cônes de révolution

Les parties supérieures de ces châteaux d'eau ont la forme d'un cône de révolution.

1. Présentation

Considérons un triangle SOA rectangle en O.

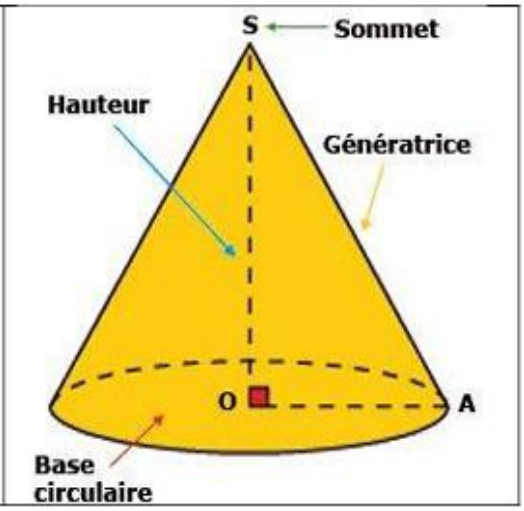


Faisons tourner le triangle SOA rectangle en O autour de la hauteur (SO).
On génère un **cône**. L'hypoténuse d'un tel triangle est appelé génératrice du cône.

Le solide représenté ci-contre est un cône de révolution dont le sommet est S, la base est le disque (D) de centre O et de rayon [OA].

- La droite (SO) est l'axe de révolution du cône.
- Le support du segment $[SO]$est la hauteur du cône.
- Le segment [SA] est une génératrice de ce cône.

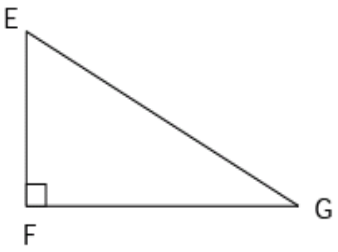
Remarque
L'apothème du cône est confondu à sa génératrice.



2. Hauteur d'un cône de révolution

Définition :
On appelle hauteur d'un cône, la droite qui passe par son sommet et qui est perpendiculaire au plan de sa base.
La distance du sommet au centre O du disque de base s'appelle aussi la hauteur du cône.

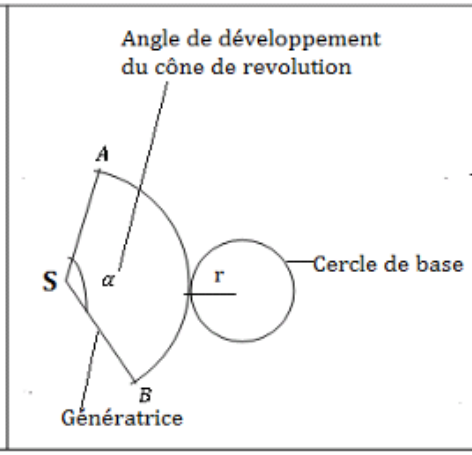
Exercice de fixation

On donne la figure codée ci-contre. Complète chacune des phrases suivantes à l'aide de l'une des expressions suivantes : **une génératrice ; la rotation ; le rayon de la base; la hauteur.**	

1) Un cône de révolution est engendré par ..... du triangle EFG autour de la droite (FE).
2) Le segment $[FG]$ est .....du cône.
3) Le segment $[EG]$ est .....du cône.
4) La distance FE est .....du cône.

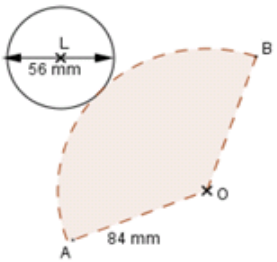
3. Patron d'un cône de révolution

Définition

Définition Le patron d'un cône de révolution est composé d'un disque qui est la base du cône et d'un secteur angulaire, qui est la face latérale. L'angle du secteur angulaire α du patron est l'angle de développement du cône. $\boldsymbol{\alpha = 360° \times \frac{r}{g}}$, où r est le rayon du disque et g est la génératrice du cône. α est en degré.	

Exercice de fixation

La figure ci-cône est un patron d'un cône de révolution.



a) Nomme son sommet et le centre de sa base.
b) Indique le rayon de la base et la longueur des génératrices.

Corrigé

a) Le sommet de de la base est le point O et le centre de la base est le point L.
b) Le rayon de la base est 28 mm .
La longueur des génératrices est 84 mm.

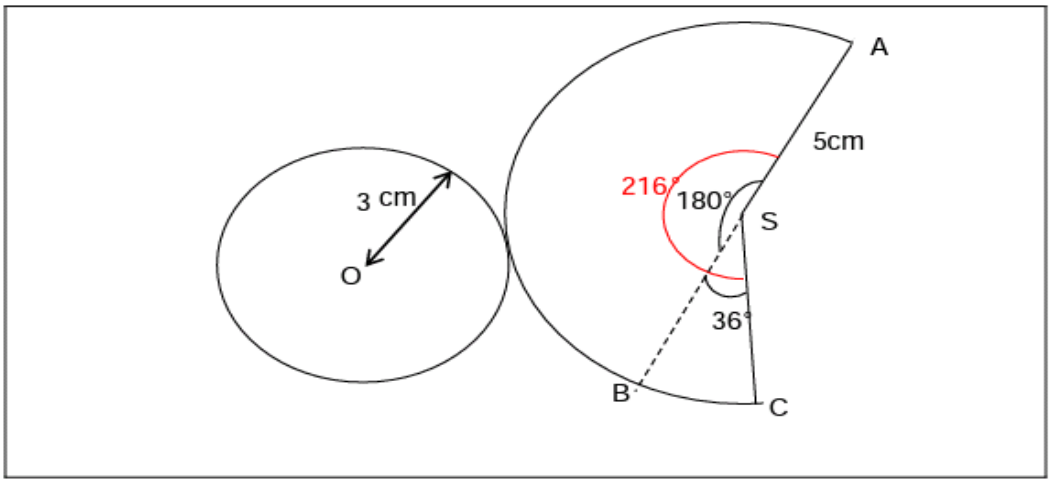
Remarque
• La longueur de l'arc $\widehat{AB}$ est égale au périmètre du cercle de base.
• Le patron d'un cône est obtenu en traçant le cercle de base et la surface latérale.
Pour cela, il faut connaître la génératrice g, le rayon du disque r et l'angle de développement α.

Exercices de fixation

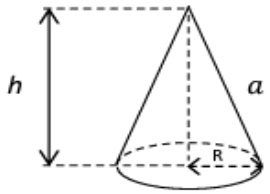
Exercice 1
Un secteur angulaire de mesure 130° et de rayon 3cm est la surface latérale d'un cône de révolution. On donne $\pi = 3{,}14$.
Calcule le périmètre de base P de ce cône.

Exercice 2

Réalise le patron d'un cône de révolution dont le diamètre du disque de base est 6 cm et la génératrice est 5 cm.



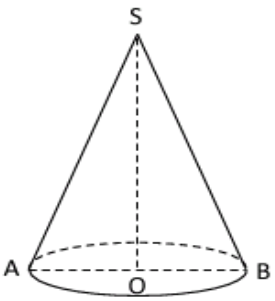
4. Formules de l'aire latérale et du volume d'un cône de révolution.

• **Aire latérale** $(\mathcal{A})$ $\mathcal{A} = \frac{P \times a}{2}$ Où **P** désigne le périmètre de la base et ***a*** la génératrice ou l'apothème. • **Volume d'un cône de révolution** $\mathcal{V} = \frac{B \times h}{3}$ Où **B** est l'aire de la base et **h** la hauteur du cône.	

Remarque :

L'aire totale $\mathcal{A}_T$ du cône est égale à la somme de l'aire latérale $\mathcal{A}$ et de l'aire $\mathcal{B}$ du disque de base.
Soit $\mathcal{A}_T = \mathcal{A} + \mathcal{B}$.

Exercice de fixation

L'unité de longueur est le centimètre. La figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, représente un cône de révolution de sommet S, de hauteur SO et de base, le disque de diamètre AB. On donne : $AB = 10$, $SO = 12$ et SA=13. 1) Calcule l'aire latérale de ce cône. 2) Calcule le volume de ce cône.	

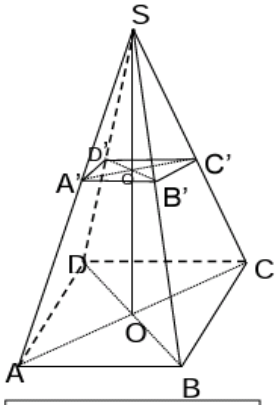
III. Sections planes

1. Section d'une pyramide régulière par un plan parallèle au plan de la base

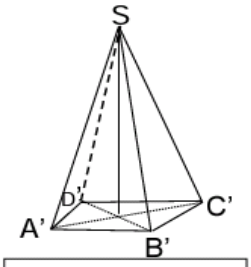
a) Présentation –vocabulaire

• Sur la figure ci-dessous SABCD est une pyramide régulière à base carrée. A' est un point du segment [SA]. Le plan (P) passant par A' et parallèle au plan (ABC) de la base coupe (SB) en B', (SC) en C' et (SD) en D'.

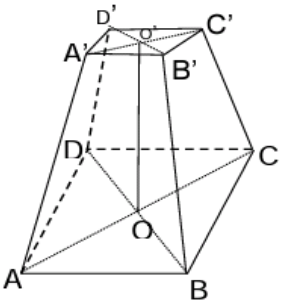
• L'intersection de cette pyramide et du plan (P) est un carré. C'est la section de la pyramide SABCD par le plan (P). On obtient alors une petite pyramide SA'B'C'D' et un tronc de pyramide ABCDA'B'C'D'.



Grande pyramide



Petite pyramide



Tronc de pyramide

b) Propriété

La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est un polygone de même nature que cette base. Les supports des côtés de ces deux polygones sont parallèles deux à deux.

c) Propriété de réduction

Lorsqu'on coupe une pyramide régulière par un plan parallèle au plan de sa base, on obtient une réduction de cette pyramide.
Si l'échelle de réduction est égale au nombre k alors :

- $\dfrac{La\ longueur\ d'un\ segment\ de\ la\ pyramide\ réduite}{La\ longueur\ d'un\ segment\ correspondant\ de\ la\ pyramide} = k.$
- $\dfrac{Aire\ de\ la\ pyramide\ réduite}{Aire\ \ de\ la\ pyramide} = k^2.$
- $\dfrac{Volume\ de\ la\ pyramide\ réduite}{Volume\ \ de\ la\ pyramide} = k^3.$

Exercices de fixation

Exercice 1

Recopie et complète les phrases ci-dessous avec les groupes de mots suivants :
les volumes, les longueurs, les aires.
Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k
a) ..... sont multipliées par k
b) ..... sont multipliées par k^2
c) ..... sont multipliés par k^3

Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-contre, SABCD est une pyramide régulière de base, le carré ABCD, de sommet S et de hauteur SO. On donne : AB = $6\sqrt{2}$ et SO = 8.

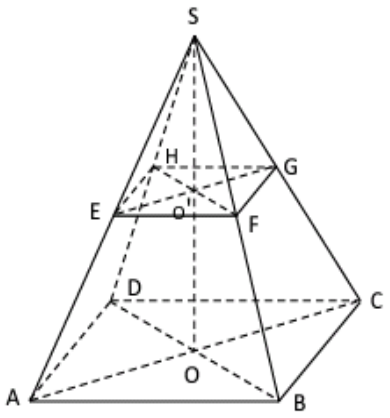
1) Justifie que le volume de la pyramide est 192 cm^3

2) On réalise une section parallèle au plan de la base au point E telle que $SE = \frac{3}{4}SA$.

a) Justifie que $EF = \frac{9}{2}\sqrt{2}$.

b) Calcule l'aire du carré EFGH.

c) Calcule le volume du petit cône SEFGH.



2. Section d'un cône de révolution par un plan parallèle au plan de la base

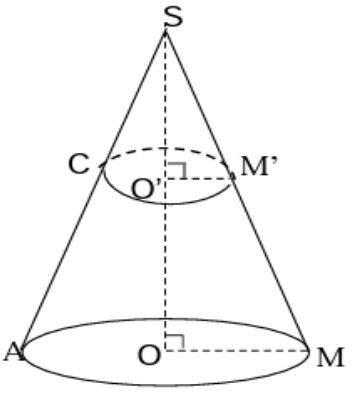
a) Présentation –vocabulaire

On considère un cône de révolution de sommet S, de base le disque de centre O et de diamètre [AB].

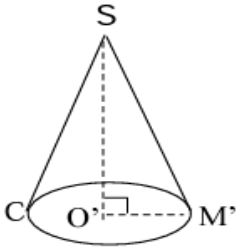
• C est un point de la génératrice [SA]. Le plan (P) passant par C et parallèle au plan de la base du cône coupe la génératrice [SM] en M'.

• L'intersection du cône et du plan (P) est un disque. C'est la section du cône par le plan (P).

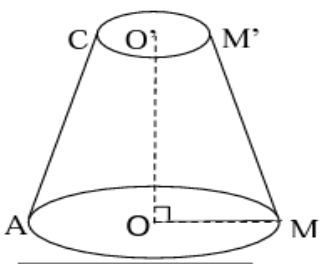
On obtient un petit cône de sommet S, de base le disque de centre O' et un tronc de cône.



Grand cône



Petit cône



Tronc de cône

b) Propriété

La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un disque.

c) Propriété de réduction

Lorsqu'on coupe un cône de révolution par un plan parallèle au plan de sa base, on obtient une réduction de ce cône.

Si l'échelle de réduction est égale au nombre k alors :

- $\frac{La\ longueur\ d'un\ segment\ du\ cône\ réduit}{La\ longueur\ d'un\ segment\ correspondant\ du\ cône} = k$
- $\frac{Aire\ du\ cône\ réduit}{Aire\ \ du\ cône} = k^2$
- $\frac{Volume\ du\ cône\ réduit}{Volume\ \ du\ cône} = k^3$

Exercices de fixation

Exercice 1

Réponds par Vrai ou par Faux à chacune des affirmations suivantes :

Affirmations	Réponses
La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un rectangle.	
Si on réduit un cône de révolution en multipliant les longueurs par $\frac{2}{3}$ alors son volume est multiplié par $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.	
La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un disque.	

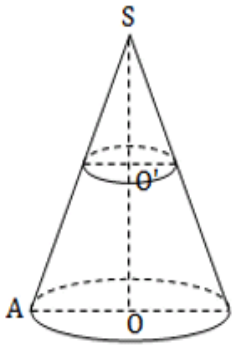
Exercice 2

On considère un cône de révolution de sommet S et de base, le disque de centre O. On donne :
$OA = 3\ cm; SO = 10\ cm$

1) Justifie que le volume V du cône est $30\pi\ cm^3$

2) On coupe le cône par un plan parallèle au plan de la base. Ce plan passe par le point O' du segment [SO] tel que : $SO' = \frac{2}{3}SO$

Calcule le volume V' du petit cône.



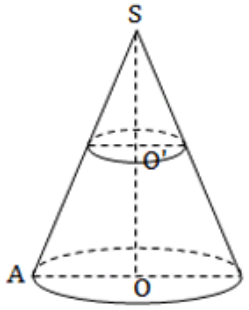
3) Tronc d'une pyramide ou d'un cône de révolution

Propriété.

Si A_G désigne l'aire latérale de la grande pyramide (ou du grand cône) et A_P désigne l'aire latérale de la pyramide réduite (ou du cône réduit).
L'aire A_T du tronc est : $A_T = A_G - A_P$.

Si V_G désigne le volume de la grande pyramide (ou du grand cône) et V_P désigne le volume de la pyramide réduite (ou du cône réduit).
Le volume V_T du tronc est : $V_T = V_G - V_P$.

Exercice de fixation

On considère les résultats de l'exercice précédent : Le volume du grand cône est : $V_G = 30\pi\ cm^3$ et le volume du petit cône $V_P = \frac{80\pi}{9} cm^3$. Calcule le volume V_T du tronc de ce cône.	

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES : PYRAMIDES ET CONES

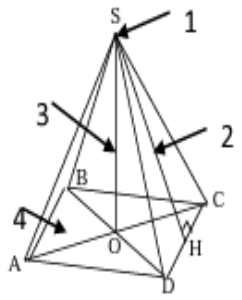
Exercice 1

Réponds par Vrai si l'affirmation est juste ou par faux si elle fausse:

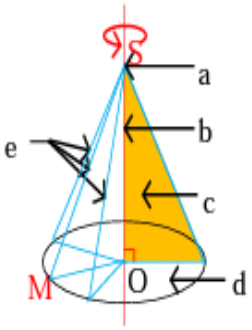
	Affirmations	Réponses
1	On appelle hauteur du cône de révolution, le segment de support perpendiculaire à la base issu du sommet	
2	La base d'un cône est un cercle	
3	Le rayon d'un cône de révolution est le rayon de la base	
4	Le volume d'un cône de révolution s'obtient en multipliant l'aire de la base par la hauteur	
5	Lorsque la base d'une pyramide est un carré ou un triangle équilatéral, la pyramide est appelée pyramide régulière	

Exercice 2

Complète les numéros des flèches par : apothème, génératrice, sommet, hauteur, surface latérale, base.



Pyramide régulière



Cône de révolution

Exercice 3

Complète le tableau suivant qui concerne des pyramides régulières à base carrée, de coté c, de hauteur h, d'aire de base B et de volume V.

h	12 cm	.....cm	0,6 m	.....dm
c	50cm	.....cm	.....dm	1,7 dam
B	.....dm^2	144 cm^2	.....dm^2	.....m^2
V	.....dm3	0,624 dm3	242 dm3	433,5 cm3

Exercice 4

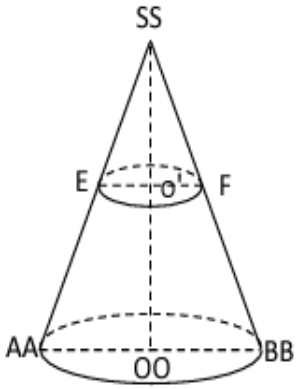
Réalise le patron d'un cône de révolution ayant pour diamètre de base 12 cm et pour apothème de longueur 18 cm.

Exercice 5

Le volume d'une pyramide régulière à base carrée est 25 dm3 et le coté du carré est 25 cm. Calcule la hauteur de la pyramide.

Exercice 6

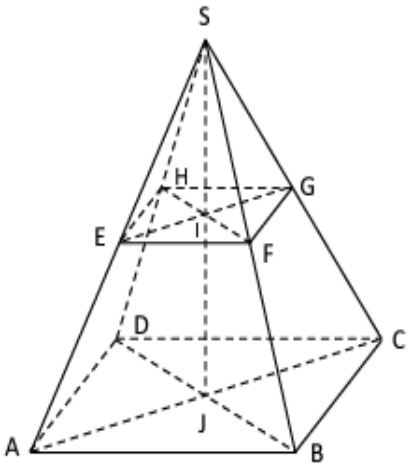
L'unité de longueur est le centimètre.
La base d'un cône de sommet S est un disque de diamètre [AB] et E ∈ [SA].
Le plan parallèle à la base et contenant E coupe (SB) en F.
On donne : SA = 13 ; AB = 10 et SE = 9.



1- Justifie que SO = 12.
2- Calcule l'aire latérale du grand cône.
3- Justifie que le coefficient de réduction $k = \frac{9}{13}$
4- Calcule l'aire latérale du petit cône.
5- Calcule l'aire latérale du tronc de cône.
6- Justifie que $SO' = \frac{108}{13}$ et $EO' = \frac{45}{13}$
7- Calcule le volume du tronc de cône.

Exercice 7

SABCD est une pyramide régulière à base carrée.
Le plan parallèle à la base qui passe par le milieu E de [SA] coupe les arêtes [SB] ; [SC] et [SD] respectivement en F ; G et H.
On donne AB = 12 cm et SJ = 18 cm.

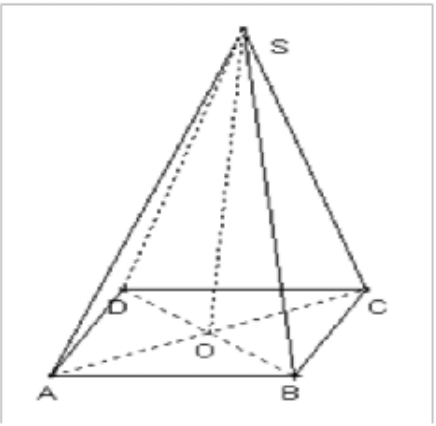


1) Justifie que EF = 6 cm.
2) Calcule le volume Vg de la pyramide SABCD.
3) Justifie que le coefficient de réduction $k = \frac{1}{2}$
4) Déduis-en le volume Vp de la pyramide SEFGH.

D-3 Exercices d'approfondissement

Exercice 8

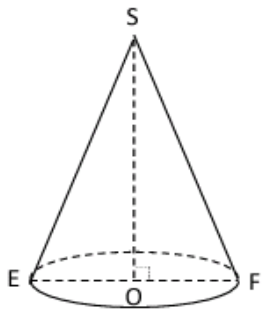
L'unité est le centimètre.
SABCD est une pyramide régulière de sommet S et de base, le carré ABCD de centre O.
On donne $AS = 9$; $AB = 6$ et $AC = 6\sqrt{2}$
Justifie que le triangle SAO est rectangle en O.
Démontre que $SO = 3\sqrt{7}$.
Calcule le volume de cette pyramide.



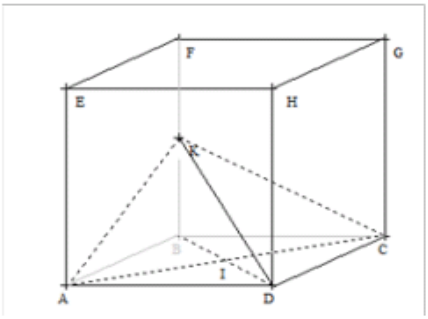
Exercice 9

L'unité de longueur est le centimètre. SEF est un cône de révolution de hauteur [SO] et de base, le disque de diamètre [EF].
On donne : SE = 7 ; son aire latérale A = 43,4 cm^2 et $\pi \approx 3{,}1$

1) Calcule le rayon R de sa base.
2) Calcule sa hauteur SO.
3) Calcule le volume V de ce cône.



Exercice 10

L'unité est le centimètre.
ABCDEFGH est un cube dont l'arête mesure 3 cm.
K est le milieu du segment [BF].

1) Justifie que le triangle ABD est rectangle et isocèle.
2) Justifie que $DB = 3\sqrt{2}$.
3) Calcule FD.
4) Construis en vraie grandeur le triangle FBD rectangle en B.
5) I est le centre du carré ABCD.
Justifie que I est le milieu de [BD].
6) a) Justifie que dans le triangle FDB, (KI) et (FD) sont parallèles.
b) Calcule KI.
7) Calcule le volume V de la pyramide KABCD.